FEN BİLİMCİLERİ & MÜHENDİSLER
için
FİZİK



GIANCOLI

Editör : Prof. Dr. Gülsen ÖNENGÜT

AKADEMİ YAYINCILIK

AKADEMİ - 2009

PEARSON Prentice Hall
Pearson Education

Temel Sabitler

Büyüklük	Simge	Yaklaşık Değer	Güncel en iyi değer [†]
Işığın boşluktaki hızı	c	3.00×10^8 m/s	2.99792458×10^8 m/s
Kütleçekimi sabiti	G	6.67×10^{-11} N·m^2/kg^2	$6.6742(10) \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2
Avogadro sayısı	N_A	6.02×10^{23} mol^{-1}	$6.0221415(10) \times 10^{23}$ mol^{-1}
Gaz sabiti	R	8.314 J/mol·K = 1.99 cal/mol·K = 0.0821 L·atm/mol·K	8.314472(15) J/mol·K
Boltzmann sabiti	k	1.38×10^{-23} J/K	$1.3806505(24) \times 10^{-23}$ J/K
Elektronun yükü	e	1.60×10^{-19} C	$1.60217653(14) \times 10^{-19}$ C
Stefan-Boltzmann sabiti	σ	5.67×10^{-8} W/m^2·K^4	$5.670400(40) \times 10^{-8}$ W/m^2·K^4
Boş uzayın bırakırlığı	$\epsilon_0 = (1/c^2\mu_0)$	8.85×10^{-12} C^2/N·m^2	$8.854187817\ldots \times 10^{-12}$ C^2/N·m^2
Boş uzayın geçiriciliği	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A	$1.2566370614\ldots \times 10^{-6}$ T·m/A
Planck sabiti	h	6.63×10^{-34} J·s	$6.6260693(11) \times 10^{-34}$ J·s
Elektronun durgunluk kütlesi	m_e	9.11×10^{-31} kg = 0.000549 u = 0.511 MeV/c^2	$9.1093826(16) \times 10^{-31}$ kg = $5.4857990945(24) \times 10^{-4}$ u
Protonun durgunluk kütlesi	m_p	1.6726×10^{-27} kg = 1.00728 u	$1.67262171(29) \times 10^{-27}$ kg = 938.3 MeV/c^2
= 1.00727646688(13) u			
Nötronun durgunluk kütlesi	m_n	1.6749×10^{-27} kg = 1.008665 u = 939.6 MeV/c^2	$1.67492728(29) \times 10^{-27}$ kg = 1.00866491560(55) u
Atomik kütle birimi (1 u)		1.6605×10^{-27} kg = 931.5 MeV/c^2	$1.66053886(28) \times 10^{-27}$ kg = 931.494043(80) MeV/c^2

[†] CODATA (3/07) Peter J. Mohr ve Barry N. Taylor, Ulusal Standartlar ve Teknoloji Enstitüsü. Parantez içindeki sayılar, son basamaklardaki bir standart sapmalık deneysel belirsizlikleri ifade etmektedir. Parantezsiz sayılar kesindir (yani, tanımlanmış büyüklüklerdir).

Diğer Faydalı Veriler

Joule eşdeğeri (1 cal)	4.186 J
Mutlak sıfır (0 K)	−273.15°C
Dünya yüzeyindeki kütleçekimi ivmesi (ort.)	9.80 m/s^2 (= g)
Sesin havadaki hızı (20°C)	343 m/s
Havanın (kuru) yoğunluğu	1.29 kg/m^3
Dünya: Kütle	5.98×10^{24} kg
Yarıçap (ortalama)	6.38×10^3 km
Ay: Kütle	7.35×10^{22} kg
Yarıçap (ortalama)	1.74×10^3 km
Güneş: Kütle	1.99×10^{30} kg
Yarıçap (ortalama)	6.96×10^5 km
Dünya-Güneş uzaklığı (ortalama)	149.6×10^6 km
Dünya-Ay uzaklığı (ortalama)	384×10^3 km

Yunan Alfabesi

Alfa	A	α	Nü	N	ν
Beta	B	β	Ksi	Ξ	ξ
Gama	Γ	γ	Omikron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	E	ϵ, ε	Ro	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Zigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Teta	Θ	θ	Upsilon	Υ	υ
İyota	I	ι	Fi	Φ	ϕ, φ
Kappa	K	κ	Ki	X	χ
Lamda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mü	M	μ	Omega	Ω	ω

Bazı Sayıların Değerleri

$\pi = 3.1415927$	$\sqrt{2} = 1.4142136$	$\ln 2 = 0.6931472$	$\log_{10} e = 0.4342945$
$e = 2.7182818$	$\sqrt{3} = 1.7320508$	$\ln 10 = 2.3025851$	1 rad = 57.2957795°

Matematiksel İşaretler ve Simgeler

$\propto$	orantılıdır	$\leq$	küçük veya eşittir
$=$	eşittir	$\geq$	büyük veya eşittir
$\approx$	yaklaşık olarak eşittir	$\sum$	toplamı
$\neq$	eşit değildir	$\bar{x}$	x'in ortalama değeri
$>$	büyüktür	Δx	x'teki değişiklik
$\gg$	çok büyüktür	$\Delta x \to 0$	Δx sıfıra yaklaşıyor
$<$	küçüktür	$n!$	$n(n-1)(n-2)\ldots(1)$
$\ll$	çok küçüktür		

Suyun Özellikleri

Yoğunluk (4°C)	1.000×10^3 kg/m^3
Erime gizil ısısı (0°C)	333 kJ / kg (80 kcal/ kg)
Buharlaşma gizil ısısı (100°C)	2260 kJ/ kg (539 kcal/ kg)
Özgül ısı (15°C)	4186 J / kg· C^0 (1.00 kcal /kg·C^0)
Kırılma indisi	1.33

Birim Dönüştürmeleri (Eşdeğerleri)

Uzunluk

1 in. = 2.54 cm (tanım)
1 cm = 0.3937 in.
1 ft = 30.48 cm
1 m = 39.37 in. = 3.281 ft
1 mi = 5280 ft = 1.609 km
1 km = 0.6214 mil
1 deniz mili (A.B.D) = 1.151 mi = 6076 ft = 1.852 km
1 fermi = 1 femtometre (fm) = 10^{-15} m
1 angstrom (Å) = 10^{-10} m = 0.1 nm
1 ışık yılı (ly) = 9.461×10^{15} m
1 parsek = 3.26 ly = 3.09×10^{16} m

Volume

1 litre (L) = 1000 mL = 1000 cm^3 = 1.0×10^{-3} m^3 = 1.057 qt (U.S.) = 61.02 $in.^3$
1. gal A.B.D = 4 qt (U.S.) = 231 $in.^3$ = 3.785 L = 0.8327 gal (İngiliz)ı
1 kuart (A.B.D.) = 2 pints (U.S.) = 946 mL
1 pint (İngiliz) = 1.20 pints (U.S.) = 568 mL
1 m^3 = 35.31 ft^3

Hız

1 mi/sa = 1.4667 ft/s = 1.6093 km/sa =0.4470 m/sa
1 km/sa = 0.2778 m/s = 0.6214 mil/sa
1 ft/s = 0.3048 m/s (tam) = 0.6818 mil/sa
1 m/s = 3.281 ft/s = 3.600 km/sa = 2.237 mil/sa
1 knot = 1.151 mil/sa = 0.5144 m/s

Açı

1 radyan (rad) = 57.30° = 57°18′
1° = 0.01745 rad
1 devir/dak (dds) = 0.1047 rad/s

Zaman

1 gün = 8.640×10^4 s
1 yıl = 3.156×10^7 s

Kütle

1 atomik kütle birimi (u) = 1.6605×10^{-27} kg
1 kg = 0.06852 slug
[g = 9.80 m/s^2 olan yerlerde 1 kg'ın ağırlığı 2.20 lb'dir.]

Kuvvet

1 lb = 4.448 N
1 N = 10^5 dyne = 0.2248 lb

Enerji ve İş

1 J = 10^7 erg = 0.7376 ft·lb
1 ft·lb = 1.356 J = 1.29×10^{-3} Btu = 3.24×10^{-4} kcal
1 kcal = 4.19×10^3 J = 3.97 Btu
1 eV = 1.602×10^{-19} J
1 kW-sa = 3.600×10^6 J = 860 kcal
1 Btu = 1.056×10^3 J

Güç

1 W = 1 J/s = 0.7376 ft·lb/s = 3.41 Btu/sa
1 hp = 550 ft·lb/s = 746 W

Basınç

1 atm = 1.01325 bar = 1.01325×10^5 N/m^2
= 14.7 $lb/in.^2$ = 760 torr
1 $lb/in.^2$ = 6.895×10^3 N/m^2
1 Pa = 1 N/m^2 = 1.450×10^{-4} $lb/in.^2$

SI Türetilmiş Birimleri ve Kısaltmaları

Büyüklük	Birim	Kısaltması	Temel Birimler Cinsinden†
Kuvvet	newton	N	$kg \cdot m/s^2$
Enerji ve iş	joule	J	$kg \cdot m^2/s^2$
Güç	watt	W	$kg \cdot m^2/s^3$
Basınç	pascal	Pa	$kg/(m \cdot s^2)$
Frekans	hertz	Hz	s^{-1}
Elektrik yükü	coulomb	C	$A \cdot s$
Elektrik potansiyeli	volt	V	$kg \cdot m^2/(A \cdot s^3)$
Elektrik direnci	ohm	Ω	$kg \cdot m^2/(A^2 \cdot s^3)$
Sığa	farad	F	$A^2 \cdot s^4/(kg \cdot m^2)$
Manyetik alan	tesla	T	$kg/(A \cdot s^2)$
Manyetik akı	weber	Wb	$kg \cdot m^2/(A \cdot s^2)$
İndüklem	henry	H	$kg \cdot m^2/(s^2 \cdot A^2)$

†kg = kilogram (kütle), m = metre (uzunluk), s = saniye (zaman), A = amper (elektrik akımı)

Metrik (SI) Çarpanlar

Önek	Kısaltma	Değer
yotta	Y	10^{24}
zeta	Z	10^{21}
eksa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
hekto	h	10^2
deka	da	10^1
desi	d	10^{-1}
santi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
mikro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
piko	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
yokto	y	10^{-24}

DÖRDÜNCÜ BASIMDAN ÇEVİRİ

FEN BİLİMCİLERİ & MÜHENDİSLER için

DÖRDÜNCÜ BASIM

FİZİK

DOUGLAS C. GIANCOLI

Çeviri Editörü: Prof. Dr. GÜLSEN ÖNENGÜT

PEARSON Prentice Hall
Pearson Education

AKADEMİ YAYINCILIK
Akademi Yayıncılık

FEN BİLİMCİLERİ VE MÜHENDİSLER İÇİN

FİZİK

Çeviri Editörü: Prof. Dr. GÜLSEN ÖNENGÜT

Yayın Editörü: Mehmet KAYAKOL

Yayın Yönetmeni: Ahmet DENİZ

Birinci Basım: Ağustos 2009

Tasarım, Ofset Hazırlık ve Baskı: MRK Baskı ve Tanıtım Hizmetleri Tic. Ltd. Şti.
Uzayçağı Cad. 1254. Sok. No: 2 Ostim/ ANKARA Tel: 0312 354 54 57 - Faks: 385 79 05

ISBN: 978-975-6885-20-8

Copyright 2007 Akademi Yayın Hizmetleri

Bu kitabın yayın hakları AKADEMİ YAYIN HİZ. SAN. TİC. LTD. ŞTİ.'ne aittir. Kitabın bir bölümü veya tamamı hiçbir şekilde çoğaltılamaz, dağıtılamaz, yeniden elde edilmek üzere saklanamaz.

Akadami Yayın Hizmetleri San. ve Tic. Ltd. Şti

MERKEZ Tunus Caddesi No: 19/1
06680 Kavaklıdere / ANKARA
Tel : 0312 417 07 60 - 425 11 57
Faks : 0312 417 47 23
e-mail : info@akademikitabevi.com
web : www.akademikitabevi.com

ŞUBE Anadolu Üniversiesi Yunus Emre Kampüsü
Rektörlük Altı Çarşı ESKİŞEHİR
Tel : 0222 330 62 32
Faks : 0222 330 62 33

ÇEVİRENLER

1. Bölüm	Y.Doç.Dr.Hülya METİN	Mersin Üniversitesi
2. Bölüm	Dr.Kenan SÖĞÜT	Mersin Üniversitesi
3. Bölüm	Prof.Dr.Aysun AKYÜZ	Çukurova Üniversitesi
4. Bölüm	Prof.Dr.Eda EŞKUT	Çukurova Üniversitesi
5. Bölüm	Prof.Dr.Ayşe POLATÖZ	Çukurova Üniversitesi
6. Bölüm	Prof.Dr. Yüksel UFUKTEPE	Çukurova Üniversitesi
7. Bölüm	Doç.Dr.İsa DUMANOĞLU	Çukurova Üniversitesi
8. Bölüm	Prof.Dr.Aysel KAYIŞ TOPAKSU	Çukurova Üniversitesi
9. Bölüm	Prof.Dr.Mehmet Emin ÖZEL	Çağ Üniversitesi
10. Bölüm	Doç.Dr.Ayda BEDDALL	Gaziantep Üniversitesi
11. Bölüm	Y.Doç.Dr. Berrin ÖZDEMİR	Çukurova Üniversitesi
12. Bölüm	Prof.Dr.Sefa ERTÜRK	Niğde Üniversitesi
13. Bölüm	Doç.Dr.Emel ALGIN	Osmangazi Üniversitesi
14. Bölüm	Doç.Dr.İlhan TAPAN	Uludağ Üniversitesi
15. Bölüm	Doç.Dr.Süleyman YILMAZ	Harran Üniversitesi
16. Bölüm	Prof.Dr.İrfan AÇIKGÖZ	Dicle Üniversitesi
17. Bölüm	Y.Doç.Dr.Figen BİNBAY	Dicle Üniversitesi
18. Bölüm	Y.Doç.Dr.Berin Belma ŞİRVANLI	Gazi Üniversitesi
19. Bölüm	Prof.Dr.Metin ÖZDEMİR	Çukurova Üniversitesi
20. Bölüm	Doç.Dr.İsmail BOZTOSUN	Erciyes Üniversitesi
21. Bölüm	Doç.Dr.Yeşim ÖKTEM	İstanbul Üniversitesi
22. Bölüm	Prof.Dr. Saim SELVİ	Ege Üniversitesi
23. Bölüm	Y.Doç.Dr. Hürol ASLAN	Mersin Üniversitesi
24. Bölüm	Y.Doç.Dr.Aytekin AYDEMİR	Mersin Üniversitesi
25. Bölüm	Y.Doç.Dr. Hürol ASLAN	Mersin Üniversitesi
26. Bölüm	Doç.Dr.Hakan YILMAZ	Karadeniz Teknik Üniversitesi
27. Bölüm	Doç.Dr.Mithat KAYA	Kafkas Üniversitesi
28. Bölüm	Doç.Dr.İskender AKKURT	Süleyman Demirel Üniversitesi
29. Bölüm	Doç.Dr.Mustafa TOPAKSU	Adıyaman Üniversitesi
30. Bölüm	Prof.Dr.Mahmut DOĞRU	Fırat Üniversitesi
31. Bölüm	Doç.Dr.Soner ÖZGEN	Fırat Üniversitesi
32. Bölüm	Y.Doç.Dr. Hürol ASLAN	Mersin Üniversitesi
33. Bölüm	Prof.Dr.Kubilay KUTLU	Yıldız Teknik Üniversitesi
34. Bölüm	Prof.Dr.Serap DALGIÇ	Trakya Üniversitesi
35. Bölüm	Doç.Dr.Nalan Özkan GÜRAY	Kocaeli Üniversitesi

AKADEMİ YAYINCILIK KATALOĞU

A. YAZICI & M. AKYEL *Bilgisayar Bilgileri Microsoft Office97*

SALİM AKDOĞAN *Kameramanlıkk Mesleğine Giriş*

F.T. YARMAN - VURAL & Y.M. ERTEN *Bilgisayar Sistemleri*

ALVIN HALPERN *Çözümlü 3000 Problemle Fizik (Schaum's)*

DORNBUSH & FISCHER *Makroekonomi*

A. BEISER *Modern Fiziğin Kavramları*

HECHT *Optik*

ÜNAL YARIMAĞAN *Veri Tabanı Sistemleri*

M. BAHA KARAN; Ö. MUSTAFA İPÇİ; KARTAL SOMUNCU *SPK Lisanslama Sınavları Soru Bankası*

BAKİ KOYUNCU *Temel Bilgisayar Kullanımı*

CHENG *Dalga ve Alan Elektromanyetizması*

A. NECİP HATİPOĞLU *Türk Dili Dersleri: Yazılı ve Sözlü Anlatım*

Prof. Dr. RUHGÜN BAŞAR *Anatomi Atlası Boyama Kitabı*

M. MORRIS MANO *Dijital Tasarım*

A. V. OPPENHEIM *Sinyaller ve Sistemler*

HAEUSSLER *İşletme, iktisat, Yaşam bilimleri ve Sosyal bilimler için TEMEL MATEMATİKSEL ANALİZ*

YAYINCI NOTU

Değerli okurlar,

Tüm dünyadaki akademik kurum ve kuruluşların izlediği bilimsel yayınların Türkçeye kazandırılması çabalarımızın en önemlilerinden biri olan bu yayını, sizlere hatasız ulaştırabilmek için titiz kontrol ve taramalardan geçirdik. Bununla birlikte tüm dünyada bu tür yayınların gerçek kontrolünü okuyucu yapar.

Bu yayın ile birlikte bu kitabın kullanıcıları için zengin destek materyalleri hazırlanmıştır. Akademisyenler; SORU BANKASI, ÖĞRETİM ÜYESİ REHBERİ ve dersin öğrenciler tarafından daha rahat anlaşılmasını sağlayacağını düşündüğümüz, FİZİK ANİMASYONLARI gibi bölümleri, www.akademikitabevi.com/akademik sitesine girerek kullanabilirler.

Değerli okurlarımızın yayın ile ilgili konuda olumlu yada olumsuz eleştirilerini,eksik veya yanlış buldukları yerleri, info@akademikitabevi.com elektronik adresinden yada istedikleri bir yolla bize iletmelerinden mutluluk duyacağız.

Bu yayında üstün emekler harcayan değerli hocamız, Prof. Dr. Gülsen ÖNENGÜT ve tüm çeviri ekibine. Yayınevi editörümüz Sn. Mehmet KAYAKOL'a ve MRK Tasarım ekibine özel teşekkür borçluyuz.

Yeni yayınlarda buluşmak dileğiyle.....

Ahmet DENİZ

İçindekiler



UYGULAMA LİSTESİ xii
ÖNSÖZ xiv
ÖĞRENCİLERE xviii
RENKLERİN KULLANIMI xix

1 Giriş

1 ÖLÇME, TAHMİN ETME 1

1–1 Bilimin Doğası 2
1–2 Modeller, Kuramlar ve Yasalar 2
1–3 Ölçme ve Belirsizlik; Anlamlı Rakamlar 3
1–4 Birimler, Standartlar ve SI sistemi 6
1–5 Birimleri Dönüştürme 8
1–6 Büyüklük Mertebesi: Hızlı Tahminler 9
*1–7 Boyutlar ve Boyut analizi 12
ÖZET 14 SORULAR 14
PROBLEMLER 14 GENEL PROBLEMLER 16

2 HAREKETİN TANIMLANMASI: BİR BOYUTTA KİNEMATİK 18

2–1 Referans Çerçeveleri ve Yerdeğiştirme 19
2–2 Ortalama Hız 20
2–3 Anlık Hız 22
2–4 İvme 24
2–5 Sabit ivme ile Hareket 28
2–6 Problem Çözme 30
2–7 Serbestçe Düşen Nesneler 34
*2–8 Değişken ivme; İntegral Hesabı 39
*2–9 Grafiksel Analiz ve Sayısal İntegrasyon 40
ÖZET 43 SORULAR 43
PROBLEMLER 44 GENEL PROBLEMLER 48

3 İKİ VEYA ÜÇ BOYUTTA KİNEMATİK; VEKTÖRLER 51

3–1 Vektörler ve Skalerler 52
3–2 Vektörlerin Toplanmas-Grafiksel metadlar 52
3–3 Vektörlerin çıkarılması ve Bir Skalerle bir Vektörün Çarpılması 54
3–4 Bileşenleri Toplama Yoluyla Vektör toplaması 55
3–5 Birim Vektörler 59
3–6 Vektör Kinematiği 59
3–7 Eğik atış Hareketi 62
3–8 Eğik Atış Hareketini içeren Problemlerin Çözümü 64
3–9 Bağıl Hız 71
ÖZET 74 SORULAR 75
PROBLEMLER 75 GENEL PROBLEMLER 80

4 DİNAMİK:NEWTON'UN HAREKET YASALARI 83

4–1 Kuvvet 84
4–2 Newton'un Birinci Hareket Yasası 84
4–3 Kütle 86
4–4 Newton'un İkinci Hareket Yasası 86
4–5 Newton'un Üçüncü Hareket Yasası 89
4–6 Ağırlık-Yerçekimi Kuvveti ve Normal Kuvvet 92
4–7 Newton Yasaları ile Problem Çözme-Serbest Cisim Diyagramları 95
4–8 Problem Çözme - Genel bir Yaklaşım 102
ÖZET 102 SORULAR 103
PROBLEMLER 104 GENEL PROBLEMLER 109

5 NEWTON,YASALARININ KULLANILMASI 112

5–1 Sürtünmeli Durumlarda Newton Yasalarının Uygulamaları 113
5–2 Düzgün Dairesel Hareket—Kinematik 119
5–3 Düzgün Dairesel Hareketin Dinamiği 122
5–4 Karayolu Virajları: Eğimli ve Eğimsiz 126
*5–5 Düzgün Olmayan Dairesel Hareket 128
*5–6 Hıza Bağlı Kuvvetler: Geciktirme Kuvveti ve Limit Hız 129
ÖZET 130 SORULAR 131
PROBLEMLER 132 GENEL PROBLEMLER 136



6 KÜTLE ÇEKİMİ VE NEWTON'UN SENTEZİ 139

6–1 Newton'un Evrensel Çekim Yasası 140
6–2 Newton'un Evrensel Çekim Yasasının Vektör Biçimi 143
6–3 Dünya Yüzeyi Yakınında Yerçekimi; Jeofiziksel Uygulamalar 143
6–4 Uydular ve Ağırlıksızlık 146
6–5 Kepler Yasaları ve Newton'un Sentezi 149
*6–6 Kütle Çekim Alanı 154
6–7 Doğadaki Kuvvet Tipleri 155
*6–8 Eşdeğerlik İlkesi; Uzayın Eğriliği; Kara Delikler 155
ÖZET 157 SORULAR 157
PROBLEMLER 158 GENEL PROBLEMLER 160



7 İŞ VE ENERJİ 163

7–1 Sabit bir Kuvvet Tarafından yapılan iş 164
7–2 2 İki Vektörün Skaler Çarpımı 167
7–3 Değişken Bir Kuvvet Tarafından Yapılan İş 168
7–4 7–4 Kinetik Enerji ve İş-Enerji Teoremi 172
ÖZET 176 SORULAR 177
PROBLEMLER 177 GENEL PROBLEMLER 180

8 ENERJİNİN KORUNUMU 183

8–1 Korunumlu ve Korunumsuz Kuvvetler 184
8–2 Potansiyel Enerji 186
8–3 Mekanik Enerji ve Korunumu 189
8–4 Mekanik Enerjinin Korunumunu Kullanarak Problem Çözme 190
8–5 Enerjinin Korunumu Yasası 196
8–6 Yitirgen Kuvvetlerin Olduğu Durumlarda Enerji Korunumu: Problem Çözme 197
8–7 Yerçekimi Potansiyel Enerjisi ve Kaçış Hızı 199
8–8 Güç 201
*8–9 Potansiyel Enerji Diyagramları; Kararlı ve Kararsız denge Durumları 204
ÖZET 205 SORULAR 205
PROBLEMLER 207 GENEL PROBLEMLER 211

9 DOĞRUSAL MOMENTUM 214

9–1 Momentum ve Kuvvetle İlişkisi 215
9–2 Momentumun Korunumu 217
9–3 Çarpıflmalar ve itme (impuls) 220
9–4 Çarpışmalarda Enerji ve Momentumun Korunumu 222
9–5 Bir Boyutta Esnek Çarpışmalar 222
9–6 Esnek Olmayan Çarpışmalar 225
9–7 İki veya Üç Boyutta Çarpışmalar 227
9–8 Kütle Merkezi (KM) 230
9–9 Kütle Merkezi ve Öteleme Hareketi 234
*9–10 Değişken Kütleli Sistemler;Roket Hareketi 236
ÖZET 239 SORULAR 239
PROBLEMLER 240 GENEL PROBLEMLER 245

10 DÖNME HAREKETİ 248

10–1 Açısal Nicelikler 249
10–2 Açısal Niceliklerin Vektör Doğası 254
10–3 Sabit Açısal İvme 255
10–4 Dönme Momenti (Tork) 256
10–5 Dönme Dinamiği: Tork ve Dönme Eylemsizliği 258
10–6 Dönme Dinamiğinde Problem çözümü 260
10–7 Eylemsizlik Momentinin Belirlenmesi 263
10–8 Dönme Kinetik Enerjisi 265
10–9 Dönme Artı Öteleme hareketi,Yuvarlanma 267
*10–10 Yuvarlanan Bir Küre Neden Yavaşlar? 273
ÖZET 274 SORULAR 275
PROBLEMLER 276 GENEL PROBLEMLER 281

11 AÇISAL MOMENTUM; GENEL DÖNME HAREKETİ 284

11–1 Açısal Momentum – Sabit bir Eksen Etrafında Dönen Cisimler 285
11–2 Vektörlerin Vektörel Çarpımı; Vektör olarak Tork 289
11–3 Bir Parçacığın Açısal Momentumu 291
11–4 Bir Parçacıklar Sistemi İçin Açısal Momentum ve Tork; Genel Hareket 292
11–5 Rijit bir Cisim İçin Açısal Momentum ve Tork 294
11–6 Açısal Momentumun Korunumu 297
*11–7 Dönen Topaç ve Jiroskop 299
*11–8 Dönen Gözlem Çerçeveleri;Eylemsis Kuvvetler 300
*11–9 Coriolis Etkisi 301 301
ÖZET 302
SORULAR 303
PROBLEMLER 303
GENEL PROBLEMLER 308





12 STATİK DENGE; ESNEKLİK VE KIRILMA 311

12–1 Denge Koşulları 312
12–2 Statik Problemlerinin Çözümü 313
12–3 Kararlılık ve Denge 317
12–4 Esneklik, Zor ve Zorlanma 318
12–5 Kırılma 322
*12–6 Kafes Kirişli Yapılar ve Köprüler 324
*12–7 7 Kemerler ve Kubbeler 327
ÖZET 329 SORULAR 329
PROBLEMLER 330 GENEL PROBLEMLER 334

13 AKIŞKANLAR 339

13–1 Maddenin Fazları 340
13–2 Yoğunluk ve Özgül Ağırlık 340
13–3 Akışkanlarda Basınç 341
13–4 Atmosfer Basıncı Ayar Basıncı 345
13–5 Pascal İlkesi 346
13–6 Basınç Ölçümü; Manometreler ve Barometre 346
13–7 Kaldırma ve Arşimet İlkesi 348
13–8 Akışlkanlarda Hareket; Akış Hızı ve Süreklilik Denklemi 352
13–9 Bernoulli Denklemi 354
13–10 Bernoulli Denkleminin Uygulamaları Torricelli, Uçaklar, Beyzbol, GIA 356
*13–11 Viskozite 358
*13–12 Borularda Akışı: Poiseuille Denklemi, Kan Akışı 358
*13–13 Yüzey Gerilimi ve Kılcal Damar 359
*13–14 Pompalar ve Kalp 361
ÖZET 361 SORULAR 362
PROBLEMLER 363 GENEL PROBLEMLER 367

14 SALINIMLAR 369

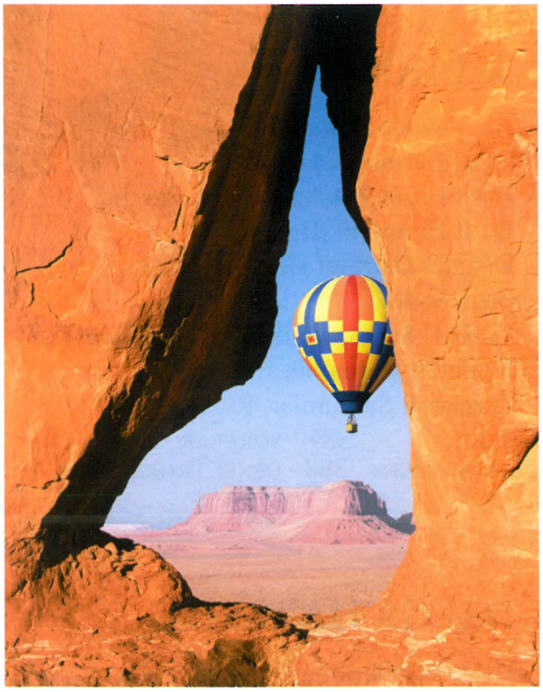
14–1 Bir Yayın Salınımları 370
14–2 Basit Harmonik Hareket 372
14–3 Basit Harmonik Salınıcının Enerjisi 377
14–4 Basit Harmonik Hareketin Düzgün Dairesel Hareketle İlişkisi 379
14–5 Basit Sarkaç 379
*14–6 Fiziksel Sarkaç ve BurulmalıSarkaç 381
14–7 Sönümlü Harmonik Hareket 382
14–8 Zorlamalı Salınımlar; Rezonans 385
ÖZET 387 SORULAR 388
PROBLEMLER 388 GENEL PROBLEMLER 392

15 DALGA HAREKETİ 395

15–1 Dalga Hareketinin Karakteristiği 396
15–2 Dalga Tipleri:Enine ve Boyuna 398
15–3 Dalgalar Tarafından Taşınan Enerji 402
15–4 Hareket Eden Bir Dalganın Matamatiksel Temsili 404
*15–5 Dalga Denklemi 406
15–6 Süperpozisyon İlkesi 408
15–7 Yansıma ve Geçme 409
15–8 Girişim 410
15–9 Duran Dalgalar; Rezonans 412
*15–10 Kırılma 415
*15–11 Kırınım 416
ÖZET 417 SORULAR 417
PROBLEMLER 418 GENEL PROBLEMLER 422

16 SES 424

16–1 Sesin Karakteristikleri 425
16–2 Boyuna Dalgaların Matematiksel Gösterimi 426
16–3 Sesin şiddeti: Desibel 427
16–4 Sesin Kaynakları:Titreşen Teller ve Hava Sütunları 431
*16–5 Sesin Kalitesi ve Gürültü; Üst üste gelme 436
16–6 Ses Dalgalarının Girişimi; Vurular 437
16–7 Doppler Etkisi 439
*16–8 Şok Dalgaları ve Ses Patlaması 443
*16–9 Uygulamalar: Sonar, Ultrason ve Tıbbi Görüntüleme 444
ÖZET 446 SORULAR 447
PROBLEMLER 448 GENEL PROBLEMLER 451



17 ISI, ISISAL GENLEŞİM, VE İDEAL GAZ YASASI 454

17–1 Maddenin Atomik Teorisi 455
17–2 Sıcaklık ve Sıcaklık Ölçerler: 456
17–3 Isısal Denge ve Termodinamiğin Sıfırıncı Yasası 459
17–4 Isısal Genleşme 459
*17–5 Isısal Zorlar 463
17–6 Gaz Yasaları ve Mutlak Sıcaklık 463
17–7 İdeal Gaz Yasası 465
17–8 İdeal Gaz Yasası ile Problem çözme 466
17–9 Moleküller cinsinden ideal Gaz Yasası: Avogadro sayısı. 468
*17–10 İdeal Gaz SIcaklık Ölçeği-Bir Standart 469
ÖZET 470 SORULAR 471
PROBLEMLER 471 GENEL PROBLEMLER 474

18 GAZLARIN KİNETİK TEORİSİ 476

18–1 İdeal Gaz Yasası ve SıcaklIğın Moleküler Yorumu 476
18–2 Moleküler Hız Dağılımı 480
18–3 Gerçek Gazlar ve Faz Değişimleri 482
18–4 Buhar Basıncı ve Nem 484
*18–5 Van der Waals Hal Denklemi 486
*18–6 Ortalama Serbest Yol 487
*18–7 Dağılma 489
ÖZET 490 SORULAR 491
PROBLEMLER 492 GENEL PROBLEMLER 494

19 ISI VE TERMODİNAMİĞİN BİRİNCİ YASASI 496

19–1 Enerji Aktarımı Olarak Isı 497
19–2 İç Enerji 498
19–3 Özgül Isı 499
19–4 Kalorimetri - Problem Çözme 500
19–5 Gizil ısı 502
19–6 Termodinamiğin Birinci Yasası 505
19–7 Termodinamiğin Birinci Yasasının Uygulaması; Yapılan İşin Hesaplanması 507
19–8 Gazların Moler Özgül Isısı ve Enerjinin Eşbölüşümü 511
19–9 Bir Gazın Adiyabatik Genleşmesi 514
19–10 Isı Aktarımı: İletim, Dolaşım, Işınım 515
ÖZET 520 SORULAR 521
PROBLEMLER 522 GENEL PROBLEMLER 526

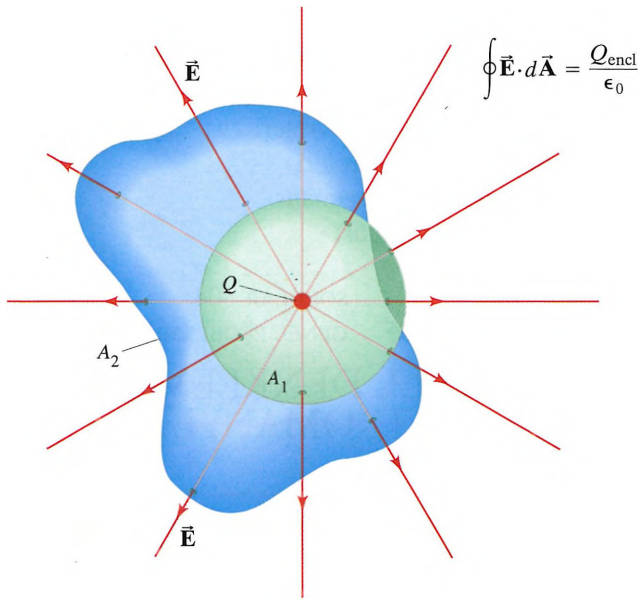
20 TERMODİNAMİĞİN İKİNCİ YASASI 528

20–1 Termodinamiğin İkinci Yasasına Giriş 529
20–2 Isı Makineleri 530
20–3 Tersinir ve Tersinmez Süreçler; Carnot Makinesi 533
20–4 Buzdolapları, Klimalar ve Isı Pompaları 536
20–5 Entropi 539
20–6 Entropi ve Termodinamiğin İkinci Yasası 541
20–7 Düzenlilikten Düzensizliğe 544
20–8 Enerjinin Yokluğu; Isıl Ölüm 545
*20–9 Entropi ve İkinci Yasanın İstatistiksel Yorumu 546
*20–10 Termodinamik Sıcaklık; Termodinamiğin Üçüncü Yasası 548
*20–11 Isıl Kirlenme, Küresel Isınma ve Enerji Kaynakları 549
ÖZET 551 SORULAR 552
PROBLEMLER 552 GENEL PROBLEMLER 556



21 ELEKTRİK YÜKÜ VE ELEKTRİK ALANI 559

21–1 Statik Elektrik; Elektrik Yükü ve Korunumu 560
21–2 Atomun içindeki Elektrik Yükü 561
21–3 Yalıtkanlar ve İletkenler 561
21–4 İndüklenen Yük, Elektroskop 562
21–5 Coulomb Yasası 563
21–6 Elektrik Alanı 568
21–7 Sürekli Yük Dağılımları için Elektrik Alanı Hesaplamaları 572
21–8 Alan Çizgileri 575
21–9 Elektrik Alanları ve İletkenler 577
21–10 Yüklü bir Parçacığın Elektrik Alan İçindeki Hareketi 578
21–11 Elektrik Dipoller 579
*21–12 Moleküler Biyolojide Elektrik Kuvvetleri DNA 581
*21–13 Fotokopi Makineleri ve Yazıcılar 582
ÖZET 584 SORULAR 584
PROBLEMLER 585 GENEL PROBLEMLER 589



22 GAUSS YASASI 591

22–1 Elektrik Akısı 592
22–2 Gauss Yasası 593
22–3 Gauss Yasasının Uygulamaları 595
*22–4 Gauss ve Coulomb Yasalarının Deneysel Temeli 600
ÖZET 601 SORULAR 601
PROBLEMLER 601 GENEL PROBLEMLER 605

23 ELEKTRİK POTANSİYELİ 607

23–1 Elektrik Potansiyel Enerjisi ve Potansiyel Farkı 607
23–2 Elektrik Potansiyeli ve Elektrik Alanı Arasındaki İlişki 610
23–3 Nokta Yüklerden İleri Gelen Potansiyel Farkı 612
23–4 Herhangi bir Yük Dağılımından İleri Gelen Elektrik Potansiyeli 614
23–5 Eşpotansiyel Yüzeyler 616
23–6 Elektrik Dipol Potansiyeli 617
23–7 V'den Bulunan $\vec{E}$ 617
23–8 Elektrostatik Potansiyel Enerji; Elektron Volt 619
*23–9 Katod Işın Tüpü: TV ve Bilgisayar Monitörleri, Osiloskop 620
ÖZET 622 SORULAR 622
PROBLEMLER 623 GENEL PROBLEMLER 626

24 SIĞA, DİELEKTRİKLER ELEKTRİK ENERJİSİ DEPOLANMASI 626

24–1 Sığaçlar 626
24–2 Sığanın Belirlenmesi 630
24–3 Seri ve Paralel Bağlı Sığaçlar 633
24–4 Elektrik Enerjisi Depolanması 636
24–5 Dielektrikler 638
*24–6 Dielektriklerin Moleküler Tanımı 640
ÖZET 643 SORULAR 643
PROBLEMLER 644 GENEL PROBLEMLER 648

25 ELEKTRİK AKIMLARI VE DİRENÇ 651

25–1 Elektrik Pili 652
25–2 Elektrik Akımı 654
25–3 Ohm Yasası: Direnç ve Rezistörler 655
25–4 Özdirenç 658
25–5 Elektrik Gücü 660
25–6 Ev Devrelerinde Güç 662
25–7 Alternatif Akım 664
25–8 Elektrik Akımına Mikroskopik bir Bakış: Akım Yoğunluğu ve Sürüklenme hızı 668
*25–9 Süperiletkenlik 669
*25–10 Sinir Sisteminde Elektrik İletimi 669
ÖZET 671 SORULAR 671
PROBLEMLER 672 GENEL PROBLEMLER 675

26 DA DEVRELERİ 677

26–1 EMK ve Kutup Voltajı 678
26–2 Seri ve Paralel Bağlı Dirençler 679
26–3 Kirchhoff Kuralları 683
26–4 Seri ve Paralel EMK'ler; Pilin Yüklenmesi 686
26–5 Direnç ve Sığaç İçeren Devreler (RC Devreleri) 687
26–6 Elektriksel Tehlikeler 692
*26–7 Ampermetreler ve Voltmetreler 695
ÖZET 698 SORULAR 698
PROBLEMLER 699 GENEL PROBLEMLER 704



27 MANYETİZMA 707

27–1 Mıknatıslar ve Manyetik alanlar 707
27–2 Elektrik Akımları Manyetik Alanları Üretir 710
27–3 27–3 Manyetik Alandaki bir Elektrik Akımı Üzerindeki Kuvvet; $\vec{\mathbf{B}}$'nin tanımı 710
27–4 Bir Manyetik Alan İçinde Hareket Eden Bir Elektrik Yükünün Üzerindeki Kuvvet 714
27–5 Bir Akım İlmeği Üzerindeki Tork; Manyetik Dipol Momenti 718
*27–6 Uygulamalar: Motorlar, Hoparlörler, Galvanometreler 720
27–7 Elektronun Keşfi ve Özellikleri 721
*27–8 Hall Olayı 723
*27–9 Kütle Spektrometresi 724
ÖZET 725 SORULAR 726
PROBLEMLER 727 GENEL PROBLEMLER 730

28 MANYETİK ALAN KAYNAKLARI 733

28–1 Doğrusal Telin Manyetik Alanı 734
28–2 İki Paralel Tel Arasındaki Kuvvet 735
28–3 Coulomb ve Amper'in Tanımı 736
28–4 Ampère Yasası 737
28–5 Solenoit ve Toroidin Manyetik Alanı 741
28–6 Biot-Savart Yasası 743
*28–7 Manyetik Malzemeler:Ferromanyetizma 746
*28–8 Elektromıknatıs ve solenoit:Uygulamalar 747
*28–9 Manyetik Materyaller İçindeki Manyetik Alanlar: Histerezis 748
*28–10 Paramanyetizma ve Diyamanyetizma 749
ÖZET 750 SORULAR 751
PROBLEMLER 751 GENEL PROBLEMLER 755

29 ELEKTROMANYETİK İNDÜKSİYONVE FARADAY YASASI 758

29–1 İndüklenmiş EMK 759
29–2 Faraday'ın İndüksiyon Yasası; Lenz yasası 760
29–3 Hareketli bir İletkendeki İndüklenmiş EMK 765
29–4 Elektrik Jeneratörleri 766
*29–5 Geri EMK ve Karflı Tork; Girdap Akımları 768
29–6 Transformatörler ve Güç İletimi 770
29–7 Değişen Manyetik Akı Bir Elektrik Alanı Üretir 773
*29–8 İndüksiyonun Uygulamaları: Ses Sistemleri, Bilgisayar Hafızası, Sismograf, Topraklama Hatası Devre Kesicileri 775
ÖZET 777 SORULAR 777
PROBLEMLER 778 GENEL PROBLEMLER 782

30 İNDÜKLEM ELEKTROMANYETİK SALINIMLAR VE AA DEVRELERİ 785

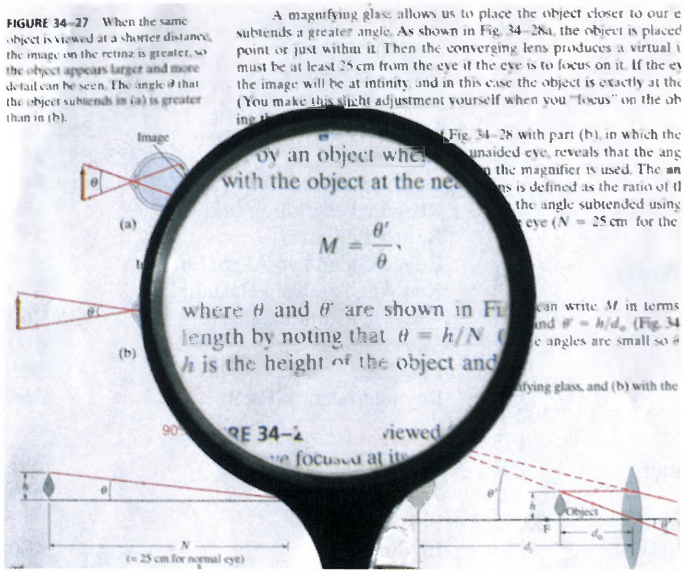
30–1 Karşılıklı İndüklem 786
30–2 Özindüklem 788
30–3 Manyetik Alanda Depolanan Enerji 790
30–4 *LR* Devreleri 790
30–5 *LC* Devreleri ve Elektromanyetik Salınımlar 793
30–6 Dirençli *LC* Salınımları (LRC Devresi) 795
30–7 AA Kaynaklı AA Devreleri 796
30–8 Seri *LRC* AA Devreleri 799
30–9 AA Devresinde Rezonans 802
*30–10 Empedans Uyuşması 802
*30–11 Üç Fazlı AA 803
ÖZET 804 SORULAR 804
PROBLEMLER 805 GENEL PROBLEMLER 809

31 MAXWELL DENKLEMLERİ VE ELEKTROMANYETİK DALGALAR 812

31–1 Değişen Elektrik Alanlar Manyetik Alanlar Üretir; Ampere Yasası ve Yerdeğiştirme Akımı 813
31–2 Manyetizma için Gauss Yasası 81
31–3 Maxwell Denklemleri 817
31–4 Elektromanyetik Dalga Üretimi 817
*31–5 Elektromanyetik Dalgalar ve Bunların Hızı; Maxwell Denklemlerinden Türetimi 819
31–6 Elektromanyetik Dalga Olarak Işık ve Elektromanyetik Tayf 823
31–7 Işık Hızının Ölçümü 825
31–8 EM Dalgalarda Enerji; Poynting Vektörü 826
*31–9 Radyasyon Basıncı 828
*31–10 Radyo ve Televizyon; Kablosuz İletişim 829
ÖZET 832 SORULAR 832
PROBLEMLER 833 GENEL PROBLEMLER 835

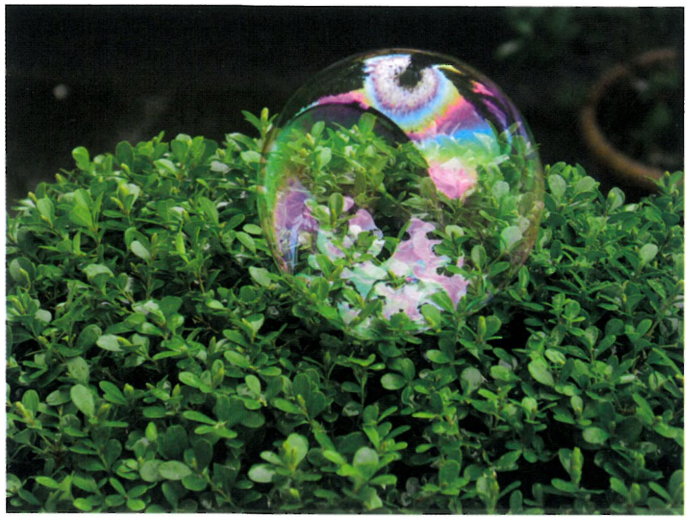
32 IŞIK:YANSIMA VE KIRILMA 837

32–1 Işığın Işın Modeli 838
32–2 Yansıma; Düzlem Aynalarda Görüntü Oluşumu 838
32–3 Küresel Aynalarda Görüntü Oluşumu 842
32–4 Kırılma İndisi 850
32–5 Kırılma: Snell Yasası 850
32–6 Görünür Tayf ve Ayrışma 852
32–7 Tam İç Yansıma; Fiber Optik 854
*32–8 Bir Küresel Yüzeyde Kırılma 856
ÖZET 858 SORULAR 859
PROBLEMLER 860 GENEL PROBLEMLER 864



33 MERCEKLER VE OPTİK 866

33–1 İnce Mercekler; Işın Çizme 867
33–2 İnce Mercek Denklemi; Büyültme 870
33–3 Mercek Kombinasyonları 874
33–4 Mercekçi Denklemi 876
33–5 Fotoğraf makineleri:Filmli ve Dijital 878
33–6 İnsan Gözü; Düzeltici Mercekler 882
33–7 Büyüteç 885
33–8 Teleskoplar 887
*33–9 Bileşik Mikroskop 890
*33–10 Mercek ve Aynalarda Sapınç 891
ÖZET 892 SORULAR 893
PROBLEMLER 894 GENEL PROBLEMLER 897



34 IŞIĞIN DALGA YAPISI; GİRİŞİM 900

34–1 Dalga Parçacık İkilemi; Huygens İlkesi ve Kırınım 901
34–2 Huygens İlkesi ve Kırılma Yasası 902
34–3 Girişim—Young 'ın Çift Yarık Deneyi 903
34–4 Çift Yarıklı Girişim Deseninde Şiddet 906
34–5 İnce Filmlerde Girişim 909
*34–6 Michelson Girişimölçeri 914
*34–7 Işık Şiddeti 915
ÖZET 915 SORULAR 916
PROBLEMLER 916 GENEL PROBLEMLER 918

35 GİRİŞİM VE POLARILMA 921

35–1 Tek Yarık veya Disk ile Kırınım 922
35–2 Tek-Yarık Kırınım Deseninde 924
35–3 Çift-Yarık Deneyinde Kırınım 927
35–4 Çözünürlük Limitleri; Dairesel Açıklıklar 929
35–5 Teleskop ve Mikroskopların Çözünürlüğü; Limiti 931
*35–6 İnsan Gözünün Çözünürlüğü ve Kullanışlı Büyültme 932
35–7 Kırınım Ağı 933
*35–8 Spektrometre veya Spektroskopi 935
*35–9 Tepe Genişlikleri ve bir Kırınım Ağının Çözme Gücü 937
*35–10 X-Işınları ve X-Işını Kırınımı 938
35–11 Polarılma 940
*35–12 Sıvı Kristal Ekranlar (LCD) 943
*35–13 Atmosferde Işığın Saçılması 945
ÖZET 945 SORULAR 946
PROBLEMLER 946 GENEL PROBLEMLER 949

EKLER

A MATEMATİK FORMÜLLERİ A–1
B TÜREV VE İNTEGRALLER A–6
C BOYUTSAL ANALİZ A–8
D KÜRESEL BİR KÜTLE DAĞILIMININ KÜTLE ÇEKİM KUVVETİ A–9
E MAXWELL DENKLEMLERİNİN DİFERANSİYEL BİÇİMİ A–12
F SEÇİLMİŞ İZOTOPLAR A–14
TEK SAYILI PROBLEM CEVAPLARI A–18
DİZİN A–42
FOTOĞRAFLAR A–57

UYGULAMALAR

(SEÇİLMİŞ)

Bölüm 1
8000 m'lik tepeler 8
Göl hacmını tahmin etme 10
Üçgenleştirme yoluyla yükseklik 11
Dünyanın Yarıçapı 11
Toplam kalp atış sayısı 12
Tanecik Kirliliği (Pr30) 15
Global Yer Belirleme Uyduları(pr 39) 16
Akciğer kapasirtesi (Pr65) 17

Bölüm 2
Uçak pisti tasarımı 29
Otomobil hava yastığı 31
Frenleme mesafeleri 32
CD hata düzeltme (Pr10) 44
CD çalma süresi (Pr13) 45
Golf atışı (Pr79) 48
Hızlı ulaşım (Pr83) 49

Bölüm 3
Futbol topuna vuruş 66, 69
Top'lu sporlar (Problem) 7 7, 81, 82
Uç sporlar (Pr41) 77

Bölüm 4
Roket ivmesi 90
Arabayı hangi kuvvet hızlandırır? 90
Nasıl yürürüz 90
Asansör ve kantar 99
Makaraların mekanik yararları 100
Ayılardan korunma (S24) 104
Hızlı asansörler (Pr19) 105
Dağa tırmanma (Pr31, 82, 83) 106, 110
Şehir planlama (Pr71) 109
Bisikletçi (Pr72, 73) 109
"Kıyamet günü" asteroidi (Pr84) 110

Bölüm 5
Kızağı itmeli mi,çekmeli mi? 116
Santrifüjleme 122
Viraj da savrulmak 126–7
Eğimli otoyollar 127
Yerçekimi simulasyonu (Q18, Pr48) 131, 134
"Dönen silindir" (Pr82) 136

Bölüm 6
Petrom/mineral arama 144, 420
Suni uydular 146
Jeosenkronize uydular 147
Ağırsızlık 148
Atletlerde serbest düşme 149
Tedirgenmeler ve gezegenlerin keşfi 152
Kara delikler 156
Asteroidler (Pr44, 78) 159, 162
Navstar GPS (Pr58) 160
Kara delik, galaksi merkezi (Pr61, 64) 160, 161
Gelgit (Pr75) 162

Bölüm 7
Araba durma mesafesi 174
Kaldıraç (Pr6) 177
Örümcekadam (Pr54) 179
Bisiklet ve dişliler (Pr85) 181
Araba da çocuk emniyeti (Pr87) 181
Dağcı ipi (Pr90) 182

Bölüm 8
Tepeden inen kayakçı 183
Hız treni 191, 198
Sırıkla atlama 192–3
Oyuncak dart tüfeği 193
Dünya'dan veya Ay'dan kaçış 201
Merdiven tırmanma gücü 202
Arabanın ihtiyaç duyduğu güç 202-3
Stres testi koşu bandı (Pr104) 213

Bölüm 9
Bir tenis topu servisindeki kuvvet 216
Roket hareketi 219, 236–8
Tüfekte geri tepme 220
Karate Vuruşu 221
Bilardo/Bovling 223, 228
Nükleer çarpışma 225, 228
Balistik sarkaç 226
Taşıma bandı 237
Gravitational slingshot (Pr105) 246
Çarpışma davranışı (Pr109) 247
Asteroidler,Uydular (Pr110, 112, 113) 247

Bölüm 10
Sabit disk ve bit hızı 253
Teker demiri 256
Bir volandan enerji 266, 281
Yo-yo 271
Fren kuvveti 272–3
Bisiklet odometresi (Q1) 275
ince bir çubuk (Q11) 275
Kolarkası karı ve fırlatma(Pr38, 39) 278
CD hızı (Pr84) 281
Bisiklet vitesi (Pr89) 281

Bölüm 11
Topaç, çeşitli dönme hareketi 284, 286, 309
Nötron yıldızı 287
Tekerlek balans ayarı 296
Topaç ve jiroskop 299–300
Coriolis etkisi 301–2
Girdap 302
SSF Kararlılık faktörü (Pr67) 308
Üçlü eksenel dönüş (Pr79) 309
Beyzbol sopası (Pr82) 310

Bölüm 12
Trajik çökme 311, 323
Kaldırç'ın mekanik avantajı 313
Çıkma kiriş 315
Pazu kas gücü 315
Yük taşıyan insanlarda denge 318
Kafes Kirişli Yapılar ve Köprüler 324–6, 335
Mimarlık:Kemerler ve Kubbeler 327–8
Omurgadaki kuvvetler (Pr87) 337

Bölüm 13
Suyun Kaldıma gücü 345, 348
Hidrolik kriko 346
Basınç ölçücüler 346–7
Hidrometre 351
Helyum balonu 352, 368
Kan akışı 353, 357, 361
Uçak kanatları, lift 356
Rüzgara karşı kürek çekme 357
Beyzbol eğimi 357
Beyne Giden kan Akışı, GİA 357
Kan Akışı ve Kalp Hastalıkları 359
Yüzey gerilimi,kapilerite 359–60
Suda yürüme 360
Pompalar ve Kalp 361
Reynold rakamı (Pr69) 366

Bölüm 14
Amortisör 383
Titreşim zararları 386

Bölüm 15
Ekolokasyon 400
Deprem dalgaları 401, 403, 416

Bölüm 16
Işık Kaynağından olan Uzaklık 425
Otomatik Odaklı Kamera 426
İnsanın geniş işitmetme aralığı 427–8, 431
Hoparlörün tepkisi 428
Telli çalgılar 432–3
Nefesli çalgılar 433–6
Vurularla akort 439
Doppler kan-akış ölçeri 442, 453
Sonar:Ses patlaması 444
Ultrason tıbbi görüntüleme 445–6
Hareket sensörü (Pr5) 448

Bölüm 17
Sıcak hava balonu 454
Otoyollarda genleşme eklemi 456, 460, 463
Benzin deposu taşması 462
Buz altında yaşam 462
Soğuk ve sıcak lastik basıncı 468
Bir nefesteki moleküller 469
Termostat 471
Dalma/nefes alma (Pr38, 47, 82, 85) 473, 475

Bölüm 18

Kimyasa reaksiyon, sıcaklık bağlantısı 481
Süperakışkanlık 483
Soğuk buharlaşma 484
Nem,hava durumu 485–6
Kromatografi 490
Düdüklü tencere(Pr35) 493

Bölüm 19

Fazla kalorileri yakmak 498
Soğuk zeminler 516
Pencerelerde ısı kaybı 516
Giysiler nasıl yalıtım sağlar 516–7
Isısal yalıtımın R-değerleri 517
Dolaşımla ev ısıtılması 517
İnsanların ışınımla ısı kaybı 518
Oda rahatlığı ve metabolizma 519
Güneş'ten gelen ışınım 519
Tıbbi termografi 519
Astronomi-yıldızların boyutu 520
Termos (S30) 521
Hava durumu,hava kütlesi,adiyabatik düşme oranı (Pr56) 525

Bölüm 20

Buhar makineleri 530
İçten yanmalı motorlar 531, 535–6
Araba verimi 532
Buzdolapları,klimalar 537–8
Isı popası 538
Biyolojik evrim ve gelişme 545
Termal kirlilik ve global ısınma 549–51
Enerji kaynakları 550
Dizel motorları (Pr7) 553

Bölüm 21

Statik elektrik 560, 589(Pr 78)
Fotokopi 571, 584–5
Elektrikten korunma ve emniyet 577
DNA yapısı ve düzenli tekrar 581-2
Biyolojik hücre: elektrik kuvvetleri ve kinetik teori 581-2,617
Lazer v3 inkjet yazıcılar 585

Bölüm 23

İyonlaflma voltajı 612
KIT, osiloskoplar ve TV monitörleri 620–1,723
Fotosel (Pr75) 626
Geiger sayacı :(Pr83) 627
Van de Graaf(Pr84) 627,607

Bölüm 24

Sığaçların kullanımı 628,631
Çok yüksek sığa 631
Bilgisayar tuşu 631
Flaş birimi 636
Kalp defibrilatörü 638
DRAM (Pr10, 57) 644, 647
Elektrostatik hava temizleyici (Pr20) 645
CMOS devreleri (Pr53) 647

Bölüm 25

Ampül 651,653,660
Pil yapımı 653
Hoparlör kabloları 659
Direnç termometresi 660
Isıtıcı eleman, filament 660
Neden ampüller hep ilk açılırken patlarlar 661
Evdeki devreler ve kısa devre 662–3
Sigortalar,devre kesiciler 662-3,747,776
Uzatma kabloları tehlikesi 663
Sinir sistemi,iletkenlik 669-70
Zorlanma ayarı (Pr24) 673

Bölüm 26

Otomobildeakü şarjı, atlama yoluyla çalıştırma 686,687
RC devrelerinin uygulamaları 691
Kalp pili 692
Elektriksel tehlikeler 692
Doğru topraklama 693-4
Ölçü aletleri, analog ve dijital 695–7
Potansiyometreler ve köprüler (Pr) 704,705

Bölüm 27

Pusula ve sapma 709
Kuzey ışıkları 717
Motorlar,hoparlörler, galvanometreler 720
Kütle spektrometresi 724-5
Elektromanyetik pompalama (S14) 726
Siklotron (Pr66) 731
Hüzme kontrolü (Pr67) 731

Bölüm 28

Koaksiyal Kablo 740,789
Solenoit anahtarlar: car starters, kapı zili ve marş motoru 747
Manyetik devre kesiciler 747,776
Röle (S16) 751
Atom tuzaklama (Pr76) 757

Bölüm 29

İndüksiyon ocağı 762
EM kan-akışı ölçümü 765
Güç santralleri 766-7
Araba alternatörü 768
Aşırı yüklü Motor 769
Havalimanı metal dedektörü 770
Girdap akımları 770
Transformotorlar ve yararları 770-3
Araba ateşleme, lamba balastı 772-3
Mikrofon 775
Disklere ve bantlara yazma/okuma 775
Digital kodlama 775
Kredi kartı çekimi 776
Topraklama hatası devre kesicisi (THDK) 776
Betatron (Pr55) 782
Arama bobini (Pr68) 783

Bölüm 30

Buji 785
Kalp pili 787
Ani yükselmeleri önlemek 792
LC salınıcı,rezonans 794,802
Filtre olarak sığaç 799
Hoparlör çaprazlaması 799
Empedans Uyuşması 802-3
Üç-faz Aa 803
Q-değeri (Pr86,87) 810

Bölüm 31

Antenler 824,831
Telefon konuşmasındaki gecikme 825
Güneş yelkenlisi 829
Optik cımbız 829
Kablosuz: AM/FM, TV, ayarı, telefon ,uzaktan kumanda 829-32

Bölüm 32

Ne kadar uzunluta aynaya ihtiyaç var 840-1
İçbükey aynada kendinizi nerede görürsünüz 848
Optik ilüzyon 851,903
Sudaki görünür derinlik, 852
Su altındaki renkler 854
Dürbünlerdeki prizmalar 855
İletişimde fiberoptik 855-6,865
Tıbbi endoskop 856
Otoyol yansıtıcıları(Pr86) 865

Bölüm 33

Mercek görüntüsünü nerede görünür 869
Dijital ve film kameraları 878
Fotoğraf makinesi ayarları 879
Pikseller ve çözünürlük 881
Canlı gözü 882-5,892
Düzeltici mercekler 883-5
Contak lens 885
Su altında görüş 885
Büyüteç 885-7
Teleskoplar 887-9,931-2
Mikroskoplar 890-1,931,933

Bölüm 34

Sabun köpüğü ve yansıyan renkler 900,912-13
İnce sabun filmindeki renkler 912-13
Merceklerin Kaplanması 913-14
Çoklu kaplama (Pr52) 919

Bölüm 35

Mercek ve ayna çözünürlüğü 929-30
Hubble Uzay teleskopu 930
Gözün çözünürlüğü, kullanışlı büyültme 930,932-3
Radyo teleskopu 931
Teleskop çözünürlüğü 931
Spektroskopi 935-6
Biyolojide X-ışını kırınımı 939
Polarılmış güneş gözlüğü 942
Sıvı Kristal Ekranlar (LCD) 943-4
Gökyüzü rengi 945

Önsöz

Bir mağazanın kataloğu gibi: "işte gerçekler, öğrensen iyi edersin" gibi fiziği bir hakikatler dizisi olarak sunan kitaplardan farklı bir ders kitabı yazmayı başlangıçtan beri istiyordum. Konulara kesin kurallarla ve soğuk bir biçimsellikle başlayan bu yaklaşım yerine, ben her konuya öğrencinin ilişki kurabileceği kesin gözlemler ve deneyimlerle başlamaya çalıştım: önce özel örneklerle başla ve ancak daha sonra büyük genellemelere ve konunun daha biçimsel taraflarına geç ve inandığımıza neden inandığımızı göster. Bu yaklaşım bilimin gerçekte nasıl yapıldığını da yansıtmaktadır.

Neden Dördüncü Baskı

Fizik kitaplarında son zamanlardaki iki eğilim rahatsızlık veriyor: (1) Kitapların revizyon dönemleri çok kısaldı – her 3 veya 4 yılda bir yeniden gözden geçirilmiş baskıları çıkıyor; (2) Kitaplar gittikçe daha büyüyor, bazıları 1500 sahifeyi aşıyor. Bu iki eğilimin öğrenciler için nasıl bir fayda sağlayacağını anlamıyorum. Benim cevabım: (1) Bu kitabın bir önceki baskısı sekiz yıl önce yapılmıştı. (2) Bu kitap fizik eğitimi araştırmalarından yararlanmaktadır ve bir profesörün sınıfta söylemek isteyebileceği fakat okuyucunun canını sıkan ayrıntılardan kaçınmaktadır. Bu kitap hala en kısalar arasında bulunmaktadır.

Bu yeni baskı, yeni bazı önemli pedagojik araçlara sahiptir. Yeni fiziği (kozmoloji gibi) ve birçok yeni cazip uygulamaları içermektedir (listesi bir önceki sahifede). Fiziği daha kolay izlemek için sayfalar ve sayfa sonları dikkatle formatlanmıştır: Bir formülün çıkartılması sırasında veya bir örneğin ortasında sayfa çevirmeye gerek bırakılmamıştır. Öğrenci *okumak* istesin diye kitabı cazip hale getirmek için büyük emek sarf edilmiştir.

Bazı yenilikler aşağıda verilmiştir.

Neler Yeni

Bölüm – Açılış Soruları: Her bölüm, cevapları yaygın olarak yanlış algılamaları içeren çoktan seçmeli bir soru ile başlamaktadır. Konu ile ilgilenmeleri ve daha önceden edinilmiş yanlış kavramları varsa bunları ortaya koymaları için her bölüme başlamadan önce öğrencilerden bu sorulara cevap vermeleri istenmektedir. Bu soruların teması, malzeme incelendikten sonra, genellikle alıştırmalar içinde tekrar gözükmektedir. Bölüm Açılış Soruları öğrencilere aynı zamanda Fiziğin gücünü ve faydasını göstermektedir.

Çözülmüş sayısal Örneklerde YAKLAŞIM paragrafı: Çözümden önce probleme yaklaşımı ve atabileceğimiz adımları özetleyen kısa bir giriş paragrafı verildi. Çözümden sonra verilen kısa NOTlar çözüm hakkında yorum yapmak, değişik bir yaklaşımdan veya bir uygulamadan bahsetmek için kullanılmıştır.

Adım-Adım Örnekler: Problem Çözme Stratejilerinden sonra ilk örnek henüz görülmüş olan adımları aynen izleyerek adım-adım verildi.

Bir örnek verdikten veya bir formül çıkarttıktan sonra metin içinde verilen alıştırmalar, öğrenciye konuyu basit bir soruya cevap verebilecek veya basit bir hesaplama yapabilecek kadar anlayıp anlamadığını görmesi için bir fırsat verecektir. Alıştırmaların çoğu çoktan seçmeli türündendir.

Daha Büyük Berraklık: Bu kitapta hiçbir konu, hiçbir paragraf sunumun berraklığı ve özlü oluşunu geliştirme çabasında ihmal edilmemiştir. Ana tartışmayı yavaşlatabilecek cümle ve cümle parçaları atılmış, süsleme ileriye bırakılmış, önce esaslar ele alınmıştır.

$\vec{\mathbf{F}}, \vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{B}}$ *Vektör notasyonu, oklar :* Bu kitapta metin içindeki ve şekillerdeki vektörel niceliklerin üzerine küçük bir ok konulmuştur. Böylece bunlar elimizle yazdığımıza benzemiştir.

Kozmolojik İhtilal : Alanın en büyük uzmanlarının yardımı ile, okuyucuya en son sonuçlar verilmiştir.

Sayfa Düzeni: Her sayfanın nasıl düzenlenmesi gerektiği konusuna geçen seferki baskıdakinden fazla dikkat edilniştir. Örnekler ve önemi formül çıkarmalar ve tartışmalar karşılıklı sayfalardadır. Öğrencinin ileri geri gitmesine gerek yoktur. Bütün kitap boyunca okuyucu karşılıklı iki sayfada fiziğin önemli bir dilimini görmektedir.

Yeni Uygulamalar : LCD'ler, dijital kameralar, CCD'ler, elektriksel tehlikeler, GFCI'lar (Topraklama Hatası Devre Kesiciler), fotokopi aletleri, inkjet ve lazer yazıcılar, metal detektörleri, sualtı görüntüleme, eğri toplar, uçak kanatları, DNA, gerçekte görüntüleri nasıl gördüğümüz. (Daha uzun bir liste görmek için bir sayfa geriye gidiniz.)

Değiştirilmiş Örnekler : Daha fazla matematiksel adımlar atıldı, bir çok yeni örnek eklendi. Örneklerin %10'u değer tahminidir.

Bu kitap, bu düzeydeki tüm konuları içeren öteki kitaplardan daha kısadır. Daha kısa örneklerin anlaşılması kolay, okunma ihtimalleri daha yüksektir.

İçerik ve Düzenleme Değişiklikleri

- **Dönme Hareketi:** Bölüm 10 ve 11 yeniden düzenlendi. Açısal momentumun hepsi şimdi Bölüm 11'de.
- Bölüm 19'daki **termodinamiğin birinci yasası** yeniden yazıldı ve genişletildi. Tam biçimi şöyle verldi: $\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}} = Q - W$, İç enerji E_{int}, potansiyel enerji de U ile gösterilmiştir. $Q - W$biçimi korunmuştur ve $dW = P\,dV$.
- Dairesel Hareketin Kinematik ve Dinamiği, Bölüm 5'te birlikte işlenmiştir.
- İş ve Enerji, Bölüm 7 ve 8'de, dikkatle gözden geçirilmiştir.
- Sürtünmenin yaptığı iş, enerji korunumu ile birlikte verilmiştir (sürtünme ile ilgili enerji terimleri)
- Endüktans ve AA Devreleri hakkındaki Bölümler bire indirilmiştir: Bölüm 30.
- Grafiksel analiz ve Sayısal Integral yeni bir seçmeli kısımdır (Kısım 2-9). Bilgisayar ve grafiksel hesap makinesi gerektiren problemler Bölümlerin çoğunun sonunda bulunabilir.
- Bir nesnenin uzunluğu için $F = I\ell B$.'de olduğu gibi 1 veya I (eylemsizlik momenti,akım) gibi gözüken ℓ yerine ℓ kullanılmıştır. Büyük harf L açısal momentum, gizil ısı, indüktans, uzunluğun boyutu için kullanılmıştır. [L]
- Newton'un kütle çekimi yasası Bölüm 6'da kaldı. Neden? Çünkü $1/r^2$ yasası, daha sonraki bir Bölüme gönderilerek geciktirilecek bir konu değildir. Kitabın sonraki bölümlerinde olsa, belki de kütle çekimi (tabiatın temel kuvvetlerinden birisi) sömestrin sonuna raslayacak ve belki de hiç ele alınmayacaktı. Bölüm 8'de gerçek kütle çekimi potansiyel enerjisini ele alabiliriz ve $U = -\int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\ell}$.'yi kullanmak için iyi bir fırsatımız olacaktır.
- Yeni Ekler, Maxwell Denklemlerinin diferansiyel biçimini içermektedir ve daha fazla boyut analizi mevcuttur.
- ∑ Problem çözme stratejileri birinci Cildin 30, 58, 64, 96, 102, 125, 166, 198, 229, 261, 314, 504 ve 551 inci sahifelerinde bulunmaktadır.

Düzenleme

Bazı öğretmenler bu kitabın derslerinde ele alabileceklerinden daha fazla malzeme içerdiğini düşünebilirler. Metin büyük esnekliğe sahiptir. * ile işarelenen alt bölümler seçmelidir.Bunlar biraz daha ileri fizik malzemeleridir veya tipik bir derste tarışılmayan konulardır ve/veya ilginç uygulamalardır. Bunlar daha sonraki Bölümlerde ihtiyaç duyulacak bir malzeme içermemektedir (belki daha sonraki seçmeli Kısımlarda gerekebilir). Kısa bir ders için bütün seçmeli kısımlar olduğu gibi, Bölüm 1, 13, 16, 26, 30 ve 35'in ana kısımları ile, Bölüm 9, 12, 19, 20, 33'ün seçilecek bazı kısımları ve modern fizik Bölümleri atlanabilir. Sınıfta atlanılan kısımlar öğrenciler için ileride değerli bir kaynak olabilir. Çok geniş kapsama alanı dolayısı ile bu kitap gerçekten de uzun yıllar faydalı bir başvuru kitabı olabilir.

Kitabın Değişik Tipleri

Tam Tip: 9 Bilümlük modern fizik dahil toplam 44 Bölüm

Klasik Tip: Görelilik ve quantum Mekanikte birer bölüm olmak üzere 37 Bölüm

3 Ciltlik Tip: Ayrı ayrı alınabileceği gibi birlikte paketlenmiş olarak ta alınabilir.

1.Cilt: Mekaniği, akışkanlar, salınımlar, dalgalar, ısı ve termodinamiği içeren 20 Bölüm.

2.Cilt: Elektrik, manyetizma artı ışık ve optik konusundaki Bölüm 21-35

3.Cilt: Modern fizik: görelilik, kuantum teorisi,atomik fizik, yoğun madde, nükleer fizik, temel parçacıklar, kozmoloji ve astrofizik konusundaki 36-44'üncü Bölümler.

Teşekkürler

Bu kitabın her tarafında bir çok fizik profesörünün katkısı ve geri beslemesi bulunmaktadır. Onların adları aşağıdaki listede verilmiştir. Herbirine şükran borcum var.

Mario Affatigato, Coe College
Lorraine Allen, United States Coast Guard Academy
Zaven Altounian, McGill University
Bruce Barnett, Johns Hopkins University
Michael Barnett, Lawrence Berkeley Lab
Anand Batra, Howard University
Cornelius Bennhold, George Washington University
Bruce Birkett, University of California Berkeley
Dr. Robert Boivin, Auburn University
Subir Bose, University of Central Florida
David Branning, Trinity College
Meade Brooks, Collin County Community College
Bruce Bunker, University of Notre Dame
Grant Bunker, Illinois Institute of Technology
Wayne Carr, Stevens Institute of Technology
Charles Chiu, University of Texas Austin
Robert Coakley, University of Southern Maine
David Curott, University of North Alabama
Biman Das, SUNY Potsdam
Bob Davis, Taylor University
Kaushik De, University of Texas Arlington
Michael Dennin, University of California Irvine
Kathy Dimiduk, University of New Mexico
John DiNardo, Drexel University
Scott Dudley, United States Air Force Academy
John Essick, Reed College
Cassandra Fesen, Dartmouth College
Alex Filippenko, University of California Berkeley
Richard Firestone, Lawrence Berkeley Lab
Mike Fortner, Northern Illinois University
Tom Furtak, Colorado School of Mines
Edward Gibson, California State University Sacramento
John Hardy, Texas A&M
J. Erik Hendrickson, University of Wisconsin Eau Claire
Laurent Hodges, Iowa State University
David Hogg, New York University
Mark Hollabaugh, Normandale Community College
Andy Hollerman, University of Louisiana at Lafayette
Bob Jacobsen, University of California Berkeley
Teruki Kamon, Texas A&M
Daryao Khatri, University of the District of Columbia
Jay Kunze, Idaho State University
Jim LaBelle, Dartmouth College
M.A.K. Lodhi, Texas Tech
Bruce Mason, University of Oklahoma
Dan Mazilu, Virginia Tech
Linda McDonald, North Park College
Bill McNairy, Duke University
Raj Mohanty, Boston University
Giuseppe Molesini, Istituto Nazionale di Ottica Florence
Lisa K. Morris, Washington State University
Blaine Norum, University of Virginia
Alexandria Oakes, Eastern Michigan University
Michael Ottinger, Missouri Western State University
Lyman Page, Princeton and WMAP
Bruce Partridge, Haverford College
R. Daryl Pedigo, University of Washington
Robert Pelcovitz, Brown University
Vahe Peroomian, UCLA
James Rabchuk, Western Illinois University
Michele Rallis, Ohio State University
Paul Richards, University of California Berkeley
Peter Riley, University of Texas Austin
Larry Rowan, University of North Carolina Chapel Hill
Cindy Schwarz, Vassar College
Peter Sheldon, Randolph-Macon Woman's College
Natalia A. Sidorovskaia, University of Louisiana at Lafayette
George Smoot, University of California Berkeley
Mark Sprague, East Carolina University
Michael Strauss, University of Oklahoma
Laszlo Takac, University of Maryland Baltimore Co.
Franklin D. Trumpy, Des Moines Area Community College
Ray Turner, Clemson University
Som Tyagi, Drexel University
John Vasut, Baylor University
Robert Webb, Texas A&M
Robert Weidman, Michigan Technological University
Edward A. Whittaker, Stevens Institute of Technology
John Wolbeck, Orange County Community College
Stanley George Wojcicki, Stanford University
Edward Wright, UCLA
Todd Young, Wayne State College
William Younger, College of the Albemarle
Hsiao-Ling Zhou, Georgia State University

Kozmoloji ve Astrofizik hakkındaki Bölüm 44 için, alanın en tepesindeki bazı uzmanlardan bilgi aldığım için çok şanslı idim ve onlara şükran borcum var: George Smot, Paul Richards ve Alex Filippenko (UC Berkeley) Lyman Page (Princeton ve WMAP), Edward Wright (UCLA ve WMAP) ve Michael Strauss (Oklohama Üniversitesi).

Faydalı tartışmalar ve misafirperverlikleri dolayısı ile Kalifornia Üniversitesi, Berkeley Fizik Bölümü'ndeki Prof.ler Howard Shugart, Marjorie Shapiro ve daha birçoğuna özellikle teşekkür etmek istiyorum. Instituto Nazionale di Ottica, Floransa, İtalya'daki Prof. Tito Arecchi ve diğerlerine de teşekkür ederim.

Son olarak ta bu proje üzerinde birlikte çalıştığımız Prentice Hall Yayınevindeki bir çok kişiye, özellikle Paul Corey, Christian Botting, Sean Hogan, Clare Romeo, Frank Wei Henig, John Christiana ve Karen Karlin'e şükran borcum var.

Hataların son sorumlusu benim. Gelecek basımda öğrencilerin yararlanması için yorum, düzeltme ve önerilerilerinizi en kısa zamanda memnuniyetle bekliyorum.

D.C.G.

Email: Paul_Corey@Prenhall.com

Posta: Paul Corey
One Lake Street
Upper Saddle River, NJ 07458

Yazar Hakkında



Douglas C. Giancoli fizikte BA derecesini (summa cum laude) California Üniversitesi, Berkeley'den fizikte MS'yi Massachusetts Teknoloji Enstitüsünden ve temel parçacık fiziğinde PhD derecesini Kalifornia Üniversitesi, Berkeley'den aldı. Sonra iki yıl UC Berkeley'in Virus laboratuarında moleküler biyoloji ve biyofizik konusunda hüner geliştirmek üzere doktora sonrası araştırıcı olarak çalıştı. Oradaki rehberleri Nobelli olan Emilio Serge ve Donald Glaser idi.

Her türlü ananevî ve yenilikçi fizik lisans dersleri verdi. Yazdığı kitapları titizlikle güncelleştirmeye çalışıyor. Öğrenciler için fiziğin daha iyi analaşılabilmesi için yollar arıyor.

Doug'un boş zaman aktiviteleri açık hava gezileri, özellikle zirve tırmanışlarıdır (Bu fotoğrafta Colorado'nun 14 000 ft'lik zirvelerinden birinde görülüyor). Zirvelere tırmanmak fiziği öğrenmek gibi, emek ister ve ödülü büyüktür.

Online Yardımcı Ekler

MasteringPhysics TM (www.masteringphysics.com)
Özellikle analiz tabanlı fizik için online öğrenme ve ödev sistemi Başlangıçta MIT'teki David Pritchard ve arkadaşları tarafından geliştirilen MasteringPhysics, yanlış cevaplarına karşılık vererek ve çok adımlı problemleri çözerken çaresiz kaldıklarında ip uçları vererek öğrenciye kişisel online öğrenme hocalığı yapıyor. Öğrencilerin gelişmesi konusunda değerlendirmeler yapıyor ve nerede daha fazla pratik yapması gerektiğini söylüyor. MasteringPhysics öğretmenlerin hızlı ve etkin bir şekilde birçok fizik konusunda denenmiş ve kontrol edilmiş online ev ödevi vermelerini sağlıyor. Ödev sonrası tanı sayesinde öğretmen hem sınıfın hem de bireysel olarak öğrencinin gelişimini hızla değerlendirebilir ve çabucak problemli alanları belirleyebilir.

WebAssign (www.webassign.com)

CAPA and LON-CAPA (www.lon-capa.org/)

Öğrenci Yardımcı Yayınları (kısmi liste)

Student Study Guide& Solutions Manuel (CiltI:0-13-2273241, Cilt II&III 0-13-227325X) Yazar Frank Wolfs

Öğrenci Cep Arkadaşı (0-13-2273268), Biman Das

Tutorials in Introductory Physics (0-13-097069-7)
Yazarları Lillian C.McDermott,Peter S.Schaffer, ve Washington Üniversitesindeki Fizik Eğitim Gurubu

Physlet^R Physics (0-13-101969-4)
Yazarı: Wolfgang Christian ve Mario Belloni

Ranking Task Exercises in Physisc, Student Eddition (0-13-144851-X) Yazarları: Thomas L.O'Kuma, David P.Maloney, ve Curtis J.Hieggelke

E&M Tipper s: Elektricity & Magnetism Tasks Inspired by Physics Education Research (0-13-185499-2) Yazarları: Curtis J.Hieggelke, David P.Maloney, Stephan E. Kanim ve Thomas

Öğrencilere

NASIL ÇALIŞMALI

1. Bölümü oku. Yeni sözcükleri ve notasyonu öğren. Soru ve alıştırmalarla karşılaştığında cevap vermeye çalış.
2. Derslerin hepsine gir. Dinle. Özellikle kitapta gördüğünü hatırlamadığın hususlarda not al. Soru sor (herkesin sorusu vardır ama belki senin cesaretin vardır). Bölümü önceden okuduysan dersten daha çok yararlanırsın.
3. Ayrıntılara dikkat ederek Bölümü tekrar oku. Formüllerin nasıl çıkarıldığını ve çözülmüş problemleri adım adım izle. Alıştırmaları ve mümkün olduğu kadar çok sayıda Bölüm sonu sorularını cevapla.
4. Bölüm sonundaki problemlerden 10 ila 20 tanesini, özellikle ödev verilenleri çöz. Problemlerle uğraşırken neyi anladığını ve neyi anlamadığını öğreneceksin. Onları başka öğrencilerle tartış. Problem çözme, önemli öğrenme araçlarından birisidir. Sadece uygulanacak bir formül arama - o yeterli değil.

BİÇİM VE PROBLEM ÇÖZME ÜZERİNE NOTLAR

1. (*) ile işaretlenen kısımlar **seçmelidir.** Konuların genel akışını bozmadan bırakılabilirler. (Belki) ilerideki bazı yıldızlı kısımlar hariç, bunlara hiçbir yerde gerek duyulmayacaktır. Fakat yine de onları okumak hoş olacak.
2. Alışılmış **konvansiyonlar** kullanıldı: niceliklerin sembolleri (kütle için m gibi) italikleştirildi. Vektörler sembolleri, üzerlerinde küçük bir ok bulunan koyu harflerle gösterildi.
3. Az sayıda denklem her koşul altında geçerlidir. Eğer bir zorluğu yoksa önemli denklemlerin **sınırlamaları,** denklemin hemen yanında köşeli parantez içinde ifade edildi. Bir kaç önemli denklem ile Fiziğin büyük yasalarını temsil eden denklemler gölgeli bir fon üzerine yazıldı.
4. Her Bölümün sonunda, tahmin edilen güçlük derecesine göre Düzey I, II veya III olarak derecelendirilmiş bir **Problemler** dizisi vardır. En kolayları Düzey I, standart olanları Düzey II, "meydan okuyanları" Düzey III problemleridir. Bu derecelendirilmiş problemler Bölümün Kısımlarına göre sıraya sokulmuştur. Ancak verilen bir Kısıma ait olan problem daha önceki bir malzemeye de ait olabilir. Bunları, ne Kısımlara ayrılmış, ne de güçlük derecesi taşıyan bir gurup Genel Problemler izlemektedir. Seçmeli Kısımlara ait problemler (*) ile işaretlenmiştir. Bölümlerin çoğunun sonunda bilgisayar veya grafik çizebilen hesap makinası kullanımını gerektiren 1 veya 2 tane Bilgisayar/ Sayısal Problem bulunmaktadır. Tek-sayılı problemlerin cevapları kitabın sonunda verilmiştir.
5. **Problemleri** çözebilmek fizik öğrenmenin can damarı; kavramları ve prensipleri anlamanın güçlü bir vasıtasıdır. Bu kitap problem çözebilme hakkında bir çok yardımda bulunmaktadır: (a) Metnin ayrılmaz bir parçası olarak çalışılması gereken cevaplanmış **Örnekler** ve bunların çözümleri; (b) Bazı cevaplanmış örnekler, verilerin kıt olduğu (Kısım1-6'ya bakınız) durumlarda nasıl kabaca veya yaklaşık değerler bulunabileceğini gösteren **Tahmin Örnekleridir;** (c) Kitap boyunca belirli konulardaki problemleri çözmeye adım adım adım nasıl yaklaşılacağını gösteren özel **Problem Çözme Stratejileri** verilmiştir – yalnız hatırlamak gerekir ki problem çözmenin esasları aynıdır; bu "Stratejilerin"çoğundan sonra, önerilen adımları izleyerek açıkça çözümü yapılan bir Örnek verilmiştir; (d) Özel problem-çözme Kısımları; (e) Metin içinde Problem çözmeye ait geçen ipucu ile ilgili olarak sayfa kenarına yazılan Problem Çözme notları; (f) Metin içinde geçen ve okur okumaz cevaplıyarak Bölümün son sayfasının altındaki cevapla sizinkini karşılaştırmanız gereken **Alıştırmalar;** (g) Her Bölümün sonundaki Problemler (yukarıdaki 4ncü madde)..
6. **Kavramsal Örnekler,** sizi düşünmeye yönelten bir soru ortaya atar. Kitabı bırakın ve sorunun size göre yanıtını verin. Sonra kitabın yanıtını okuyarak sizinki ile karşılaştırın.
7. **Matematik için Hatırlama** notları ve bazı ek konular Eklerde verilmiştir. Faydalı veriler, dönüşüm faktörleri, matematik formulleri ön ve arka kapakların iç yüzlerinde verilmiştir.

RENK KULLANIMI

Vektörler

Bir genel vektör

Bileşke vektör (toplam) biraz daha kalındır

Bir vektörün bileşenleri kesiklidir

Yerdeğiştirme ($\vec{D}$, $\vec{r}$)

Hız ($\vec{v}$)

İvme ($\vec{a}$)

Kuvvet ($\vec{F}$)

Aynı şekildeki ikinci veya Üçüncü kuvvet

Momentum ($\vec{p}$ veya $m\vec{v}$)

Açısal Momentum ($\vec{L}$)

Açısal hız ($\vec{\omega}$)

Tork ($\vec{\tau}$)

Elektrik alanı ($\vec{E}$)

Manyetik alan ($\vec{B}$)

Elektrik ve manyetizma

Elektrik alanı çizgileri

Eşpotansiyel çizgileri

Manyetik alan çizgileri

Elektrik yükü (+) + veya + Elektrik yükü (-) − veya −

Elektrik Devresi Sembolleri

S Anahtarlı tel (S)

Direnç

Kapasitör

Self (indüktör)

Pil

Toprak

Optik

Işık ışınları

Cisim

Gerçek Görüntü (kesikli çizgi)

Sanal görüntü (kesikli ve daha soluk)

Diğer

Enerji düzeyi (atom,vb.)

Ölçme çizgileri 1.0 m

Hareketi bir cismin yolu

Hareket veya akım yönü



Bir NASA uydusundan Dünya'nın görüntüsü. Uzayda, ışığı yansıtacak çok az sayıda molekül olduğundan gökyüzü siyah görünür. (Dünya'da gökyüzünün bize mavi görünmesinin sebebi, Bölüm 35'te tartışıldığı gibi, ışığın atmosferin moleküllerinden saçılmasıdır. Meksika sahiline yakın fırtınaya dikkat edin.

BÖLÜM 1

Giriş, Ölçme, Tahmin Etme

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!

Varsayın ki başka insanların söylediklerine inanmaktansa dünyanın yarıçapını bizzat ölçmek istediniz, en azından kabaca. Aşağıdaki cevaplardan hangisi en iyi yaklaşımı tarif eder?

(a) Vazgeçin; basit yollar kullanarak mümkün değildir.
(b) Aşırı derecede uzun bir mezura kullanın.
(c) Sadece dünyanın gerçek eğriliğini görmeye yetecek kadar yüksekten uçmakla mümkündür.
(d) Standart bir mezura, ayaklı merdiven ve geniş durgun bir göl kullanın
(e) Bir lazer ile ay ya da bir uydu üzerindeki bir aynayı kullanın.

[Yukarıdaki gibi, her bir Bölüme bir soruyla başlayacağız. Soruyu hemen cevaplamayı deneyin. Şimdilik doğru cevabı bulma konusunda endişelenmeyin-amaç yukarıda söylenenler üzerindeki önyargılarınızı belirlemektir. Eğer düşünceleriniz önyargılarsa, Bölümü okudukça bunların kaybolacağını umuyoruz. Genellikle Bölümde ilgili konular anlatıldıktan sonra Bölüm sonundaki sorular kısmında bir şansınız daha olacaktır. Bu Bölüm-Açılış Soruları fiziğin gücünü ve yararını görmek için de size yardımcı olacaktır].

İÇERİK

1–1 Bilimin Doğası
1–2 Modeller, Kuramlar ve Yasalar
1–3 Ölçme ve Belirsizlik; Anlamlı Rakamlar
1–4 Birimler, Standartlar ve SI sistemi
1–5 Birimleri Dönüştürme
1–6 Büyüklük Mertebesi: Hızlı Tahminler
*1–7 Boyutlar ve Boyut Analizi

Fizik, bilimlerin en temelidir. Maddenin davranışı ve yapısıyla ilgilenir. Fizik, genellikle hareket, akışkanlar, ısı, ses, ışık, elektrik ve manyetizmayı içine alan *klasik fizik* ile görelilik, atomun yapısı, yoğun madde, nükleer fizik, temel parçacıklar, kozmoloji ve astrofizik konularını içine alan *modern fizik* alanlarına bölünür. Bu kitapta bu konuların tamamını ele alacağız, hareketle (ya da, genellikle adlandırıldığı biçimiyle mekanikle) başlayacak ve kozmoloji çalışmalarındaki en son sonuçlarla bitireceğiz.

Fizik bilgisi, bilim ya da teknolojide kariyer yapan birisi için çok önemlidir. Örneğin, mühendisler yapıları ayakta kalabilecek şekilde tasarlamak için bu yapıların içindeki kuvvetlerin nasıl hesaplanacağını bilmek zorundadır (Şek.1-1a). Bölüm12'de basit bir fizik hesabının - ya da kuvvet fiziğinin anlaşılmasına dayanan sezginin- yüzlerce hayatı nasıl kurtarmış olabileceğini göreceksiniz (Şek.1-1b). Fiziğin bir çok alanda ve günlük yaşamda ne kadar faydalı olduğunu bu kitapta bir çok örnekle göreceğiz.



(a)



(b)

ŞEKİL 1–1 (a) Bu Romalılardan kalma su kemeri 2000 yıl önce inşa edildi ve hala ayakta durmakta. (b) Hartford Sosyal Merkezi inşa edildikten hemen iki yıl sonra 1978'de çöktü.

1–1 Bilimin Doğası

Aralarında fiziğin de bulunduğu bütün bilimlerin esas amacının genellikle çevremizdeki dünyayla ilgili gözlemlerimizde düzen aramak olduğu düşünülür. Bir çok insan sanır ki, bilim gerçekleri toplama ve kuramları oluşturmadan ibaret bir mekanik süreçtir. Fakat bu kadar basit değildir. Bilim, bir çok açıdan insan beynindeki diğer yaratıcı aktivitelere benzeyen yaratıcı bir aktivitedir.

Bilimin önemli bir yanı, deneylerin tasarlanmasını ve yapılmasını da içeren bir biçimde olayların **gözlem**lenmesidir. Fakat gözlem ve deney hayalgücü gerektirir, çünkü bilim insanları gözlemlerini betimlerken hiçbir zaman her şeyi dahil edemezler. Bundan dolayı, bilim insanları nelerin deneyleri ve gözlemleri ile ilgili oldukları hakkında hükümlere varmalıdırlar.

Örneğin; iki muhteşem insanın, Aristoteles'in (384-322 B.C.) ve Galileo'nun (1564-1642) yatay bir düzlem üzerindeki hareketi nasıl yorumladığını göz önüne alın. Aristoteles, yerde (veya bir masa üzerinde) bir ilk itiş verilen cisimlerin her zaman yavaşlayıp durduğuna dikkat etmiştir. Buna dayanarak Aristoteles bir cismin doğal halinin durgun halde olmak olduğunu savunmuştur. Galileo, 1600'lerde yatay hareketi yeniden incelemesinde sürtünme ortadan kaldırılabilseydi, bir yatay yüzey üzerinde bir itiş verilen bir cismin sonsuza kadar hiç durmadan hareketine devam edeceğini hayal etti. Bir cisim için hareketli olmanın durgun halde olmak kadar doğal olduğu sonucuna vardı. Galileo, yeni bir yaklaşım icat ederek, bizim harekete modern bakış açımızın temelini attı (Bölüm 2, 3 ve 4) ve bunu hayal gücünün bir sıçramasıyla yaptı. Galileo'nun bu sıçraması, sürtünmeyi gerçekten ortadan kaldırmaksızın kavramsal olarak yapılmıştır.

Gözlemler, dikkatli ölçme ve deneyler ile birlikte, bilimsel sürecin bir yanıdır. Diğer yanı ise, bu gözlemleri düzenlemek ve açıklamak için kuramlar yaratmak veya icat etmektir. Kuramlar hiçbir zaman doğrudan doğruya gözlemlerden türetilmezler. Gözlemler bir kurama ilham vermede yardımcı olabilirler; kuramlar gözlem ve deney sonuçlarına dayanılarak kabul veya ret edilirler.

Bilimin büyük kuramları, yaratıcılık başarısı olarak, edebiyat ya da sanatın büyük ürünleriyle, karşılaştırılabilir. Fakat bilim bu diğer yaratıcı aktivitelerden ne açıdan farklıdır? Önemli bir fark, bilimin, fikir ve kuramların öngörülerinin, deneyle **test edilmesi**ni istemesidir.

Her ne kadar kuramların test edilmesi bilimi diğer yaratıcı alanlardan ayırt ediyorsa da, test edilen kuramın bu testle "ispatlanmış" olduğu varsayılmamalıdır. Her şeyden önce, hiçbir ölçüm aracı mükemmel değildir, bu yüzden kesin doğrulama mümkün olmaz. Bundan başka, bir kuramı her olası durum için test etmek mümkün değildir. Dolayısıyla, bir kuram mutlak olarak doğrulanamaz. Gerçekten de, bilim tarihi bize uzun süre kabul görmüş kuramların yenileriyle değiştirilebileceğini söylüyor.

1–2 Modeller, Kuramlar ve Yasalar

Bilim insanları belirli bir olay grubunu anlamaya çalıştıkları zaman, sıklıkla bir **model** kullanırlar. Bilim insanlarının kullandığı şekliyle model, incelenen olayların bildiğimiz şeylere dayanan bir analojisi veya zihinsel görüntüsüdür. Işığın dalga modeli buna bir

örnektir. Işık dalgalarını su dalgalarını gördüğümüz gibi göremeyiz. Fakat, ışığın dalgalardan meydana geldiğini düşünmekte fayda vardır, çünkü deneyler ışığın bir çok açıdan su dalgaları gibi davrandığını gösterir.

Bir modelin amacı, ne olduğunu gerçekten göremediğimiz zaman, bize yaklaşık bir düşünsel veya görsel şekil –bir tutanak– sağlamasıdır. Modeller çoğunlukla bize daha derin bir anlayış verir: bilinen bir sistemle kurulan benzerlik (yukarıdaki su dalgaları örneğinde olduğu gibi) yapılabilecek yeni deneyleri akla getirebilir ve ilgili başka olayların ne olabileceği hakkında fikirler verir.

Bir kuramla bir model arasında ne gibi farklılıklar olduğunu merak edebilirsiniz. Genellikle bir model nispeten basittir ve çalışılan olaya yapısal benzerliği vardır. Bir **kuram** daha geniştir, daha detaylıdır ve genellikle büyük bir duyarlıkla nicel olarak test edilebilen öngörüler verebilir.

Fakat, bir model veya kuramı, gerçek sistem veya olaylarla karıştırmamaya dikkat etmek gerekir.

Bilim insanları, doğanın nasıl davrandığı hakkındaki bazı kısa ama genel ifadelere kısaca **yasa** adı verirler (örneğin, enerjinin korunumu). Bazen bu tür bir ifade, nicelikler arasındaki bir ilişki ya da denklem formunu alır (Newton'un ikinci yasası $F = ma$ gibi.)

Bir yasa olarak adlandırılabilmesi için bir ifadenin, geniş bir gözlenmiş olay bölgesinde geçerli olduğunun deneysel olarak kanıtlanması gerekir. Daha az genel ifadeler için genellikle yasa terimi yerine **ilke** terimi kullanılır (Arşimet ilkesi gibi).

Bilimsel yasalar, politik yasalardan politik yasaların *kural koyucu* olmaları, bize nasıl davranmamız gerektiğini söylemeleri açısından farklıdır. Bilimsel yasalar *betimleyici*dir: doğanın *nasıl davranması gerektiğini* söylemezler, fakat daha çok doğanın nasıl davrandığını betimlemeyi amaçlarlar. Bu nedenle kuramlar için olduğu gibi yasalar da olası sonsuz çeşitlilikteki durumların hepsi için test edilemez. Dolayısıyla herhangi bir yasanın mutlak olarak doğru olduğundan emin olamayız. "Yasa" terimini çok sayıda durumdaki geçerliliği test edilmiş olduğunda ve yetersizlikleri ile geçerlilik bölgesi açıkça anlaşıldığında kullanırız.

Normalde bilim insanları araştırmalarını sanki kabul edilmiş yasalar ve kuramlar gerçekmiş gibi yaparlar. Fakat bilim insanları yeni bilgilerin, herhangi bir yasa veya kuramın geçerliliğini değiştirmesi durumuna kafalarını açık tutmak zorundadırlar.

1–3 Ölçme ve Belirsizlik; Anlamlı Rakamlar

Etrafımızdaki dünyayı anlamak için yapılan araştırmalarda bilim insanları ölçülebilen fiziksel nicelikler arasındaki ilişkiyi bulmayı isterler.

Belirsizlik

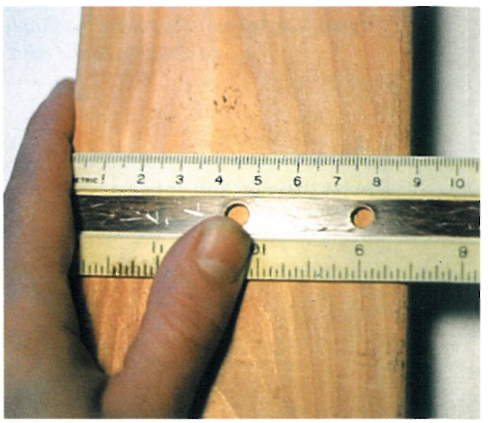
Güvenilir ölçümler fiziğin önemli bir kısmıdır. Fakat hiçbir ölçüm mutlak kesinlikte değildir. Her ölçüme bağlı bir belirsizlik vardır. Belirsizliğin en önemli kaynakları arasında, yapılan hatalardan başka, her ölçüm aletinin hassasiyetinin sınırlılığı ve bir ölçme aletinin üzerindeki en küçük bölmenin belli bir kesrinden daha iyi okunamaması vardır. Örneğin, eğer bir tahtanın genişliğini ölçerken santimetre bölümlü bir cetvel kullanıyorsanız (Şek.1-2), sonucun, cetvelin en küçük bölümü olan 0.1 cm (1 mm) kadar duyarlı olduğu iddia edilebileceği gibi, bu değerin yarısı da geçerli bir iddia olabilir. Bunun sebebi en küçük bölmelerin arasında tahminde bulunmasının (ya da ara değer kestirmesinin) gözlemci için zor olmasıdır. Ayrıca, cetvelin kendisi de bundan daha iyi bir hassaslıkla imal edilmiş olmayabilir.

Bir ölçümün sonucu verilirken ölçümdeki **tahmin edilen belirsizliğin** yazılması önemlidir. Örneğin, tahtanın genişliği 8.8 ± 0.1 cm olarak yazılabilir. Bu ± 0.1 cm ("artı ya da eksi 0.1 cm") ölçümdeki tahmin edilen belirsizliği gösterir, yani gerçek genişlik büyük olasılıkla 8.7 ve 8.9 cm arasındadır. **Yüzde belirsizlik,** belirsizliğin ölçülen değere oranının, 100 ile çarpılmış değeridir. Örneğin, ölçüm 8.8 ve belirsizlik 0.1 cm kadar ise yüzde belirsizlik

$$\frac{0.1}{8.8} \times 100\% \approx 1\%,$$

olur. Burada ≈ "yaklaşık olarak eşittir" anlamına gelir.

ŞEKİL 1–2 Santimetreli bir cetvelle bir tahtanın genişliğinin ölçümü. Cetvelin belirsizliği yaklaşık ±1 mm'dir.





(a) (b)

ŞEKİL 1–3 Bu iki hesap makinesi yanlış sayıda anlamlı rakam gösteriyor. (a)'da, 2.0, 3.0 'a bölündü. Doğru sonuç 0.67 olacaktı. (b)'de 2.5, 3.2 ile çarpıldı. Doğru sonuç 8.0'dır.

PROBLEM ÇÖZME

Anlamlı rakam kuralı: Son sonuçtaki anlamlı rakam sayısı işlemde kullanılan en az duyarlı sayıdaki anlamlı rakam sayısı kadar olmalıdır.

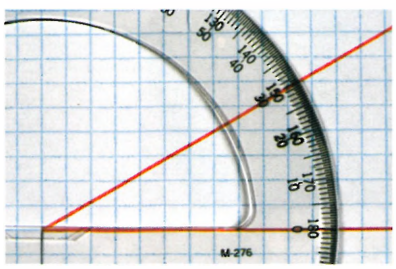
DİKKAT

Hesap makineleri anlamlı rakamlar konusunda yanlışlıklar yaparlar

PROBLEM ÇÖZME

Hesaplama sırasında ekstra rakamları tutun, sonucu verirken sadece anlamlı rakamları rapor edin.

ŞEKİL 1–4 Örnek 1–1. Bir açı ölçmek için bir iletkinin kullanılması.



Sıklıkla, ölçülen değerlerdeki belirsizlik açıkça belirlenmemiş olabilir. Bu durumda, belirsizliğin genellikle en son basamaktaki bir veya birkaç birime eşit olduğu farz edilir. Örneğin, uzunluk 8.8 cm verilmişse, belirsizliğin 0.1 cm ya da 0.2 cm olduğu farz edilebilir. Bu durumda 8.80 yazmamak önemlidir, çünkü bu 0.01 cm belirsizliği ifade eder. Aslında uzunluğun 8.7 ve 8.9 arasında olduğuna inanmanıza rağmen, onun muhtemelen 8.79 ve 8.81 arasında olduğunu ifade etmiş olursunuz.

Anlamlı Rakamlar

Bir sayının güvenilirliği bilinen rakamlarının sayısı anlamlı rakam sayısı olarak adlandırılır. Böylece 23.21 cm sayısında 4 tane, 0.062 cm sayısında ise 2 tane anlamlı rakam vardır (bu ikinci sayıdaki sıfırlar sadece ondalık noktanın yerini gösteren yer belirleyicilerdir). Anlamlı rakamların sayısı her zaman açık olmayabilir. Örneğin, 80 sayısını ele alalım. 1 tane mi yoksa 2 tane mi anlamlı rakam vardır? Burada kelimelere ihtiyacımız vardır: eğer iki şehir arası kabaca 80 km'dir dersek, 1 tane anlamlı rakam (8) vardır. Çünkü sıfır sadece yer belirleyicidir. Eğer 80 km'nin kaba bir yaklaşıklık olduğu önerilmezse, biz genellikle (bu kitapta yapacağımız gibi) 80 km'yi 1 veya 2 km duyarlılıkta farz edebiliriz. Bu durumda 2 tane anlamlı rakam vardır. Eğer tam olarak 80 km ise, ± 0.1 km hassasiyetle, 80.0 km olarak yazarız (üç tane anlamlı rakamla).

Ölçüm yaparken veya hesap yaparken son cevapta geçerli olandan daha fazla anlamlı rakam bulundurma isteğinden kaçınmalısınız. Örneğin, kenarları 11.3 cm ve 6.8 cm olan bir dikdörtgenin alanı hesaplanacak olursa çarpımın sonucu 76.84 cm^2 olacaktır. Fakat bu cevabın 0.01 cm^2 hassasiyetinde olmadığı açıktır. Çünkü (her bir ölçüm için farz edilen belirsizliğin dış limitlerini kullanarak) sonuç 11.2 cm × 6.7 cm = 75.04 cm^2 ve 11.4 cm × 6.9 cm = 78.66 cm^2 arasında olabilir. En fazla, cevabın 1 ya da 2 cm^2 belirsizlikle 77 cm^2 olduğunu söyleyebiliriz. Diğer iki basamak (76.84 cm^2'deki) atılmalıdır, çünkü onlar anlamlı değildir. Kaba bir genel kural olarak (yani belirsizliklerin ayrıntılı bir şekilde düşünülmediği durumlarda), *bir çarpma ya da bölme işleminin sonucunun sadece hesaplamada kullanılan en az anlamlı rakama sahip sayınınki kadar anlamlı rakama sahip olabileceğini* söyleyebiliriz. Örneğimizde 6.8 cm en az anlamlı rakama (2 tane) sahiptir. Böylece 76.84 cm^2 sonucu 77 cm^2'ye yuvarlanmalıdır.

ALIŞTIRMA A 4.5 cm ve 3.25 cm'lik kenarlara sahip bir dikdörtgenin alanı doğru olarak (*a*) 14.625 cm^2; (*b*) 14.63 cm^2; (*c*) 14.6 cm^2; (*d*) 15 cm^2 şeklinde verilir.

Sayıları toplarken ya da çıkarırken, sonuç kullanılan en az duyarlı sayıdan daha duyarlı değildir. Örneğin, 3.6'dan 0.57 çıkarmanın sonucu 3.0'dır (3.03 değildir.) Bir hesap makinesi kullanırken hesap makinesinin verdiği bütün rakamların anlamlı olmayabileceğini akıldan çıkartmayın. 2.0'yi 3.0'e böldüğünüzde uygun cevap 0.67'dir ve 0.666666666 gibi bir şey değildir. Rakamlar gerçekten anlamlı rakamlar olmadıkça sonuçta bulundurulmamalıdır. Bununla beraber, en doğru sonucu elde etmek için, *hesap süresince fazladan bir veya daha çok anlamlı rakam bulundurmalısınız ve sadece en son sonucu yuvarlamalısınız* (Bir hesap makinesi kullanıyorsanız ara sonuçlardaki bütün rakamları kullanabilirsiniz). Hesap makinelerinin bazen gereğinden az sayıda anlamlı rakam verdiğine de dikkat edin. Örneğin, 2.5 × 3.2 işlemi yapıldığında hesap makinesi basit olarak 8 cevabını verebilir. Ancak cevap iki anlamlı rakam içerecek kadar doğrudur, bu nedenle uygun cevap 8.0'dır. Bkz. Şek. 1-3.

KAVRAMSAL ÖRNEK 1–1 Anlamlı Rakamlar. Bir iletki kullanarak (Şek.1-4), bir açıyı 30^0 olarak ölçtünüz. (*a*) Bu ölçümde kaç tane anlamlı rakam bulundurmalısınız? (*b*) Ölçtüğünüz açının kosinüsünü bulmak için hesap makinesi kullanın.

CEVAP (*a*) Eğer iletkiye bakarsanız, açıyı bir derecelik hassasiyetle ölçebileceğinizi göreceksiniz (kesinlikle 0.1° değil.) Dolayısıyla iki tane anlamlı rakam bulundurmalısınız, yani sonuç 30°'dir (30.0° değil). (*b*) Hesap makinesinde 30°'nin kosinüsünü alırsanız 0.866025403 gibi bir sayı elde edersiniz. Fakat, hesap makinesine girilen sayı sadece iki tane anlamlı rakamdan oluşuyor, bu nedenle onun kosinüsünün de doğru şekilde 0.87 olarak verilmesi gerekir.

NOT Kosinüs ve diğer trigonometrik fonksiyonlar Ek-A'da özetlenmiştir.

ALIŞTIRMA B 0.00324 ve 0.00056 sayıları aynı sayıda anlamlı rakama sahip midir? Anlamlı rakamlar ile ondalık basamaklarının sayısını birbirine karıştırmamaya dikkat edin.

ALIŞTIRMA C Aşağıdaki sayıların her biri için anlamlı rakamların sayısını ve ondalık basamaklarının sayısını belirtiniz: (*a*) 1.23; (*b*) 0.123; (*c*) 0.0123.

Bilimsel Gösterim

Yaygın olarak sayıları ya 10'nun kuvvetleri olarak ya da "bilimsel" gösterimle yazarız. Örneğin, 36,900 sayısını 3.69×10^4 veya 0.0021 sayısını 2.1×10^{-3} olarak yazarız. Bilimsel gösterimin bir avantajı anlamlı rakamların açıkça ifade edilmesine izin vermesidir. Örneğin, 36,900 sayısının üç mü , dört mü yoksa beş tane mi anlamlı rakama sahip olduğu açık değildir. 10'un kuvvetleri şeklinde yazılırsa bu belirsizlikten kurtulmak mümkün olabilir: eğer sayının üç tane anlamlı rakama sahip olduğu biliniyorsa 3.69×10^4 yazarız. Fakat sayının dört tane anlamlı rakama sahip olduğu biliniyorsa 3.690×10^4 yazarız.

ALIŞTIRMA D Aşağıdaki sayıların her birini bilimsel gösterimle yazınız ve anlamlı rakam sayısını belirtiniz. (*a*) 0.0258, (*b*) 42,300, (*c*) 344.50.

Anlamlı Rakamlara Karşı Yüzde Belirsizlik

Anlamlı rakamlar kuralı sadece bir yaklaşıklıktır ve bazı durumlarda bizi cevabın hassasiyetini (ya da belirsizliğini) gerçeğin altında tahmin etmemize sebep olabilir. Örneğin 97'yi 92'ye böldüğümüzü varsayalım:

$$\frac{97}{92} = 1.05 \approx 1.1.$$

97 ve 92 sayılarının her ikisi de iki tane anlamlı rakama sahiptir, bu nedenle kural cevabın 1.1 olarak verileceğini söyler. Herhangi bir belirsizlik ifade edilmemişse 97 ve 92 sayılarının her ikisi de ±1 belirsizliğine sahiptir. 92 ± 1 ve 97 ± 1 sayılarının her ikisi de %1'lik bir belirsizliği içerir. 1% ($1/92 \approx 0.01 = 1\%$). Fakat en son sonuç iki tane anlamlı rakam içerir. Bu anlamlı rakamlar 1.1'dir, ± 0.1 belirsizlikle. Bu belirsizlik ± 0.1, $0.1/1.1 \approx 0.1 \approx 10\%$ 'dur. Bu durumda cevabı 1.05 olarak vermek daha iyidir (üç anlamlı rakamla). Niçin? Çünkü 1.05 cevabı ± 0.01 belirsizliğini içerir. Bu belirsizlik ± 0.01, $0.01/1.05 \approx 0.01 \approx 1\%$ 'dir ve bu belirsizlik tıpkı orijinal 92 ve 97 sayılarındaki belirsizlik gibidir.

ÖNERİ: Anlamlı rakamlar kuralını kullanın, fakat yüzdelik belirsizliği de dikkate alın. Eğer ekstra bir rakam kullanmak belirsizliğin daha gerçekçi bir tahminini verecekse fazladan bir rakam kullanın.

Yaklaşıklıklar

Çoğunlukla bir problemi kesin olarak çözmek için uygun yöntemlere sahip olmadığımızdan dolayı fiziğin çoğu yaklaşıklıklar içerir. Örneğin, gerçek dünyada bulunmasına rağmen, bir problem çözerken hava direncini ya da hava sürtünmesini ihmal etmeyi seçebiliriz, o zaman hesabımız sadece bir yaklaşıklık olacaktır. Problemleri çözerken, hangi yaklaşıklıkları kullandığımızın farkında olmalıyız ve cevabımızın hassasiyetinin sonuçta verilen anlamlı rakamların sayısı kadar iyi olmayabileceğine dikkat etmeliyiz.

Doğruluk ve Hassasiyet

"Doğruluk" ve "hassasiyet" arasında teknik olarak bir farklılık vardır. Kelimenin tam anlamıyla **hassasiyet**, verilen bir aleti kullanarak yapılan ölçümlerin tekrarlanabilirliğini kasteder. Örneğin bir tahtanın genişliğini (her seferinde 0.1 cm aralıklı cetvel kullanarak) 8.81 cm, 8.85 cm, 8.78 cm ve 8.82 cm olarak bir çok kez ölçerseniz, ölçümlerin 0.1 cm 'den biraz daha iyi bir *hassasiyet* verdiğini söyleyebilirsiniz. **Doğruluk**, bir ölçümün gerçek değere ne kadar yakın olduğunun ölçüsüdür. Örneğin, Şek. 1-2'de gösterilen cetvel %2 hatayla üretilmişse onunla tahta genişliği ölçümünün (yaklaşık 8.8 cm) hassasiyeti %2 ya da ± 0.2 cm civarında olacaktır. Tahmin edilen belirsizlik hem hassasiyeti hem de doğruluğu hesaba katar.

1–4 Birimler, Standartlar ve SI sistemi

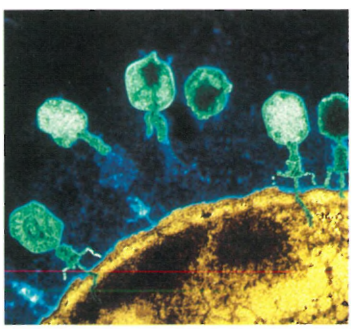
Herhangi bir niceliğin ölçümü belirli bir standart veya birim referans alınarak yapılır ve bu birim niceliğin sayısal değeri ile birlikte belirtilmelidir. Örneğin, uzunluğu inç, ayak (foot), ya da mil gibi İngiliz birimleri cinsinden ya da metrik sistemde santimetre, metre ya da kilometre olarak ölçebiliriz. Belli bir nesnenin uzunluğunu 18.6 olarak belirtmek anlamsızdır. Birim *mutlaka* verilmelidir; açıktır ki, 18.6 metre 18.6 inç'ten ya da 18.6 milimetreden çok farklıdır.

Uzunluk için metre, zaman için saniye gibi kullandığımız herhangi bir birim için, 1 metrenin ya da 1 saniyenin ne kadar uzun olduğunu kesin olarak belirleyen bir **standart** tanımlamalıyız. Standartların kolayca yeniden üretilebilir olacak biçimde seçilmesi önemlidir. Böylece çok hassas ölçüm yapmak isteyen herkes laboratuardaki standarda başvurabilir.

TABLO 1–1 Bazı Özel Uzunluklar ya da Mesafeler
(mertebe olarak)

Uzunluk (ya da Mesafe)	Metre (yaklaşık değerleri)
Nötron ya da proton (çapı)	10^{-15} m
Atom (çapı)	10^{-10} m
Virüs [Bkz. Şekil. 1–5a]	10^{-7} m
Kağıt yaprağı (kalınlığı)	10^{-4} m
Parmak genişliği	10^{-2} m
Futbol alanının uzunluğu	10^{2} m
Everest dağının yüksekliği [Bkz. Şekil 1–5b]	10^{4} m
Dünyanın çapı	10^{7} m
Dünya ile güneş arasındaki uzaklık	10^{11} m
Dünya ile en yakın yıldız arasındaki uzaklık	10^{16} m
Dünya ile en yakın galaksi arasındaki uzaklık	10^{22} m
Dünya ile görülebilir en uzak galaksi arasındaki uzaklık	10^{26} m

ŞEKİL 1–5 Bazı uzunluklar: (a) bir hücreye saldıran virüsler (yaklaşık 10^{-7} m); (b) Everest dağının yüksekliği 10^{4}m (tam olarak 8850 m) mertebesindedir.



(a)



(b)

Uzunluk

Gerçek anlamda ilk uluslar arası standart Fransız Bilimler Akademisi tarafından 1790'larda belirlenen **uzunluk** standardı olan **metre**'dir (kısaltması m). Metre standardı ilk başta Dünya'nın ekvatorundan kutuplardan herhangi birine olan uzaklığın on milyonda biri olarak seçildi[†] ve bu uzunluğu temsil etmek üzere bir platin çubuk yapıldı. (1 metre, çok kabaca, kolunuzu ve elinizi yana doğru uzattığınızda, burnunuzun ucundan parmağınızın ucuna olan mesafedir.) 1889'da, metre daha hassas olarak, platin-iridyum alaşımından yapılmış belirli bir çubuk üzerine hassasiyetle kazınmış iki işaret arasındaki uzaklık olarak belirlenmiştir. 1960'da daha büyük hassaslık ve yeniden üretilebilirlik sağlamak üzere kripton-86 gazı tarafından yayınlanan belirli bir turuncu ışığın dalga boyunun 1,650,763.73 katı olarak yeniden tanımlandı. 1983'te metrenin tanımı, bu sefer ışık hızı cinsinden olmak üzere tekrar yenilendi (ışık hızının metrenin daha önceki tanımı cinsinden en iyi ölçülmüş değeri, 1 m/s belirsizlikle, 299,792,458 m/s'dir). Yeni tanım şöyledir: "Metre, ışığın boşlukta bir saniyenin 1/299,792,458'i kadar bir zaman aralığı boyunca aldığı yolun uzunluğudur."[‡]

İngiliz uzunluk birimleri (inç, ayak (foot), mil) artık metre cinsinden tanımlanmaktadır. İnç (in.), tam olarak 2.54 santimetre olarak tanımlanır (cm; 1 cm = 0.01 m). Diğer dönüşüm katsayıları kitabın ön kapağının içindeki Tabloda verilmiştir. Tablo 1-1, 10'un en yakın kuvvetine yuvarlanmış, çok küçükten çok büyüğüne kadar bazı tipik uzunlukları gösteriyor. Şek.1-5'e bakın. [Sadece inç'in kısaltılmış hali (in.), "in"'kelimesinden ayırt etmek için noktayla birlikte kullanılır.]

Zaman

Zamanın standart birimi saniyedir (s). Yıllardır, saniye, ortalama bir güneş gününün (24 sa/gün × 60 dak/sa × 60 s/dak = 86,400 s/gün) 1/86,400'ü olarak tanımlandı. Standart saniye, şimdi sezyum atomlarının belirli iki durum arasında geçiş yaparken yaydığı ışınımın frekansı cinsinden daha duyarlı olarak tanımlandı. [Bir saniye, bu ışınımın periyodunun 9,192,631,770 katıdır.] Bir saat (sa) 60 dakika ve bir dakika (dak) 60 s olarak tanımlanır. Tablo 1-2, 10'un en yakın kuvvetine yuvarlanmış, ölçülmüş zaman aralıklarını gösteriyor.

Kütle

Kütlenin standart birimi **kilogram**dır (kg). Standart kütle, Fransa'nın, Paris yakınlarındaki Ağırlıklar ve Ölçüler Uluslararası Bürosunda tutulan özel bir platin-iridyum silindirdir. Bu platin-iridyum silindirin kütlesi tam olarak 1 kg olarak tanımlanmıştır. Kütlelerin aralığı Tablo 1-3'te gösterilmiştir. [Pratik amaçlar için, 1 kg'ın dünya üzerindeki ağırlığı yaklaşık 2.2 pound'dır.]

[†]Dünyanın çevresinin modern ölçümleri, amaçlanan uzunluğun % 1'inin ellide biri kadar farkla verir. Bu kötü değildir.

[‡]Metrenin yeni tanımı, ışığın süratini tam olarık 299,792,458 m/s verir.

TABLO 1–2 Bazı Özel Zaman Aralıkları

Zaman Aralığı	Saniye (Yaklaşık olarak)
Çok karasız atom altı parçacıkları yarı ömrü	10^{-23} s
Radyoaktif elementlerin yarı ömrü	10^{-22} s - 10^{28} s
Müonun yarı ömrü	10^{-6} s
İnsan kalp atışının periyodu	10^{0} s (= 1 s)
Bir gün	10^{5} s
Bir yıl	3×10^{7} s
İnsanın yaşam süresi	2×10^{9} s
Kaydedilmiş tarihin uzunluğu	10^{11} s
Dünya'da insanlık	10^{14} s
Dünya'da yaşam	10^{17} s
Evrenin Yaşı	10^{18} s

TABLO 1–3 Bazı Kütleler

Cisim	Kilogram (Yaklaşık olarak)
Elektron	10^{-30} kg
Proton, Nötron	10^{-27} kg
DNA molekülü	10^{-17} kg
Bakteri	10^{-15} kg
Sivrisinek	10^{-5} kg
Erik	10^{-1} kg
İnsan	10^{2} kg
Gemi	10^{8} kg
Dünya	6×10^{24} kg
Güneş	2×10^{30} kg
Galaksi	10^{41} kg

Atomlar ve moleküllerle ilgilenirken, genellikle **birleştirilmiş atomik kütle birimi** (u) kullanırız. Kilogram cinsinden,

$$1\,\text{u} = 1.6605 \times 10^{-27}\,\text{kg 'dır.}$$

Diğer nicelikler için diğer standart birimlerin tanımları daha sonraki Bölümlerde karşılaştığımız zaman verilecektir (Bu ve diğer sayıların tam değerleri kitabın ön kapağının içinde verilmiştir).

Birim Önekleri

Metrik sistemde, standart birimden daha büyük ve daha küçük birimler standart birimin 10 katları şeklinde tanımlanır ve bu, hesapları özellikle kolaylaştırır. Dolayısıyla 1 kilometre (km) 1000 m, 1 santimetre $\frac{1}{100}$ m, 1 milimetre (mm) $\frac{1}{1000}$ m ya da $\frac{1}{10}$ cm 'dir ve böylece devam eder.

Önekler "santi-", "kilo-" ve diğerleri Tablo 1-4'te listelenmiştir ve yalnızca uzunluk birimleri değil aynı zamanda hacim, kütle ya da diğer metrik birimlere de uygulanabilir. Örneğin, bir santilitre (cL) $\frac{1}{100}$ litredir (L), ve bir kilogram (kg) 1000 gramdır (g).

Birim Sistemleri

Fizik yasaları ve denklemleri ile uğraşırken tutarlı bir birimler kümesini kullanmak çok önemlidir. Yıllardır bir çok birim sistemleri kullanılagelmiştir. Bugün en önemli birim sistemi kısaltması SI olan **Système International** (Uluslararası Sistemin Fransızcası)'dir. SI birim sisteminde, uzunluğun standardı metre, zamanın standartı saniye, ve kütlenin standartı kilogramdır. Bu sistem daha önce MKS (metre-kilogram-saniye) birim sitemi olarak adlandırılıyordu.

İkinci bir metrik sistem, uzunluk, kütle ve zaman standart birimleri olarak, santimetre, gram ve saniye kullanır ve bu birimlerin adlarından elde edilen kısaltmayla **cgs sistemi** diye anılır. **İngiliz mühendislik sistemi**'nin standartları ise uzunluk için ayak (foot), kuvvet için pound, zaman için saniyedir.

Bu kitapta hemen hemen sadece SI birimlerini kullanacağız.

Temel Nicelikler ve Türetilmiş Nicelikler

Fiziksel nicelikler iki sınıfa ayrılabilir: *temel nicelikler ve türetilmiş nicelikler.* Bu niceliklere karşı gelen birimler temel birimler ve türetilmiş birimler olarak adlandırılırlar. **Temel nicelik** bir standart cinsinden tanımlanmış olmalıdır. Bilim insanları basitlik uğruna, fiziksel dünyanın tam bir tasviri için mümkün olan en az sayıda temel niceliği kullanmak isterler. Bu sayının yedi olduğu anlaşılmıştır. SI sisteminde kullanılan bu yedi nicelik Tablo 1-5'te gösterilmiştir. Bütün diğer nicelikler bu yedi temel nicelik cinsinden tanımlanabilir[†] ve bu nedenle **türetilmiş nicelikler** diye adlandırılırlar. Türetilmiş niceliklere bir örnek, uzaklığın bu uzaklığı kat etmek için gereken zamana oranı olarak tanımlanan hızdır. Ön kapak içindeki bir Tablo bir çok türetilmiş niceliği ve onların temel birimler cinsinden birimlerini listelemiştir. Temel olsun, türetilmiş olsun herhangi bir niceliği tanımlamak için bir kural veya prosedür belirtebiliriz ve buna **işlevsel tanım** denir.

[†]Tek istisnalar açı (radyan- bkz. Bölüm 8) ve katı açıdır (steradyan). Bunların temel ya da türetilmiş nicelikler olup olmadıkları hakkında herhangi genel bir anlaşmaya varılmamıştır.

TABLE 1–4 10'nun kuvvetlerini gösteren (SI) önekler

Önek	Kısaltma	Çarpan
yotta	Y	10^{24}
zetta	Z	10^{21}
eksa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hekto	h	10^{2}
deka	da	10^{1}
desi	d	10^{-1}
santi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
mikro[†]	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
piko	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
yokto	y	10^{-24}

[†] μ Yunan harfi "mu" dur.

TABLE 1–5 Temel nicelikler ve Birimler (SI)

Nicelik	Birim	Birim Kısaltmaları
Uzunluk	metre	m
Zaman	saniye	s
Kütle	kilogram	kg
Elektirik akımı	amper	A
Sıcaklık	kelvin	K
Madde miktarı	mol	mol
Işık şiddeti	kandil	cd

1–5 Birimleri Dönüştürme

Uzunluk, hız ya da elektrik akım şiddeti gibi ölçmek istediğimiz herhangi bir nicelik bir birim ve bir sayıdan oluşur. Çoğunlukla, bir nicelik bize bir birim sisteminde verilir, ama biz onu bir başka birim sisteminde ifade etmek isteriz. Örneğin, bir masayı 21.5 inç genişliğinde ölçtüğümüzü ve bunu santimetre ile ifade etmek istediğimizi varsayalım. Bir dönüşüm faktörü kullanmalıyız. Bu durumda bu faktör tam olarak (tanım),

$$1 \text{ inç} = 2.54 \text{ cm}$$

ya da diğer bir yolla yazılırsa,

$$1 = 2.54 \text{ cm/inç}$$

olarak elde edilir. 1 ile çarparak hiçbir şey değişmeyeceğinden, masamızın genişliği, cm cinsinden

$$21.5 \text{ inç} = (21.5 \text{ in.}) \times \left(2.54 \frac{\text{cm}}{\text{in.}}\right) = 54.6 \text{ cm} \quad \text{bulunur.}$$

Birimlerin (bu örnekte inçlerin) birbirlerini nasıl götürdüğüne dikkat edin. Bir çok birim dönüşümlerini içeren bir Tablo bu kitabın ön kapağının içinde vardır. Bazı örnekleri inceleyelim.

FİZİK UYGULAMASI
Dünyanın en yüksek tepeleri



ŞEKİL 1–6 Zirvesi "8000'lik"lerin en zoru olarak düşünülen K2, dünyanın ikinci en yüksek tepesidir. Burada K2 kuzeyden (Çin'den) görülmektedir.

TABLO 1–6
8000 m'lik Tepeler

Tepe	Yükseklik (m)
Everest Dağı	8850
K2	8611
Kangchenjunga	8586
Lhotse	8516
Makalu	8462
Cho Oyu	8201
Dhaulagiri	8167
Manaslu	8156
Nanga Parbat	8125
Annapurna	8091
Gasherbrum I	8068
Broad Peak	8047
Gasherbrum II	8035
Shisha Pangma	8013

ÖRNEK 1–2 **8000 m'lik tepeler.** Dünyanın en yüksek on dört tepesi (Şek. 1-6 ve Tablo 1-6) dorukları deniz seviyesinin 8000 m yukarısında olduğu için "8000'likler" diye bilinirler. 8000 m'lik bir yüksekliğin foot cinsinden karşılığı nedir.

YAKLAŞIM Basit olarak foot'ları metreye dönüştürmemiz gerekir, 1inç = 2.54 cm dönüşüm faktörü ile başlayabiliriz ki bu kesindir. Yani, herhangi bir sayıdaki anlamlı rakam için 1 inç = 2.5400 cm kullanabiliriz, çünkü bu bir tanımdır.

ÇÖZÜM Bir ayak (foot) 12 in. olduğundan,

$$1 \text{ ft} = (12 \text{ in.})\left(2.54 \frac{\text{cm}}{\text{in.}}\right) = 30.48 \text{ cm} = 0.3048 \text{ m},$$

bulunur ki bu kesindir. Birimlerin nasıl birbirlerini götürdüğüne dikkat edin. 1 metreyi foot cinsinden bulmak için bu denklemi yeniden yazabiliriz:

$$1 \text{ m} = \frac{1 \text{ ft}}{0.3048} = 3.28084 \text{ ft}.$$

Bu denklemi 8000.0 (beş anlamlı rakam elde etmek için) ile çarparsak,

$$8000.0 \text{ m} = (8000.0 \text{ m})\left(3.28084 \frac{\text{ft}}{\text{m}}\right) = 26{,}247 \text{ ft}$$

elde ederiz. 8000 m yükseklikteki bir yer deniz seviyesinin 26,247 ft üstündedir.

NOT Dönüşümün tamamı bir satırda yapılabilirdi:

$$8000.0 \text{ m} = (8000.0 \text{ m})\left(\frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}}\right)\left(\frac{1 \text{ in.}}{2.54 \text{ cm}}\right)\left(\frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in.}}\right) = 26{,}247 \text{ ft}.$$

İşin püf noktası, her biri bire eşit olan (=1.0000), dönüşüm faktörleri ile çarpmak, ve birimlerin birbirini götürdüğünden emin olmaktır.

ALIŞTIRMA E Dünyada sekiz bin metrelik tepelerden yalnızca 14 tane vardır (bkz. Örnek 1-2), ve onların adları ve yükseklikleri Tablo 1-6'da verilmiştir. Bunların tamamı Hindistan, Pakistan, Tibet ve Çin'deki Himalaya sıra dağlarındadır. Dünyanın en yüksek üç tepesinin yüksekliğini ft cinsinden bulun.

ÖRNEK 1–3 **Apartman dairesinin alanı.** Kat alanı 880 feet kare (ft^2) olan hoş bir apartman dairesi gördünüz. Apartman dairesinin alanı metre kare olarak ne kadardır?

YAKLAŞIM Aynı dönüşüm faktörünü kullanırız, 1 inç = 2.54 cm, fakat bu kez iki sefer kullanmak zorundayız.

ÇÖZÜM Çünkü $1\,\text{in.} = 2.54\,\text{cm} = 0.0254\,\text{m}$, ayrıca $1\,\text{ft}^2 = (12\,\text{in.})^2(0.0254\,\text{m/in.})^2 = 0.0929\,\text{m}^2$. Böylece $880\,\text{ft}^2 = (880\,\text{ft}^2)\ (0.0929\,\text{m}^2/\text{ft}^2) \approx 82\,\text{m}^2$.

NOT Kabaca bir kural olarak, bir alanın, ft^2 ile verilen değeri, metrekare sayısının yaklaşık 10 katıdır (daha hassas olarak, $10.8\times$).

ÖRNEK 1–4 **Hızlar.** Yol levhasıyla hız limitinin saat başına 55 mil olarak belirtildiği bir yerde (mil/sa), (*a*) saniye başına metre (m/s) ve (*b*) saat başına kilometre (km/sa) cinsinden bu hızlar nedir?

YAKLAŞIM Dönüşüm faktörü olarak yine 1 inç = 2.54 cm kullanır ve bir milde 5280 ft ve bir foot'ta 12 inç olduğunu hatırlarız; bir saat (60 dak/sa) × (60 s/dak = 3600 s/sa içerir.

ÇÖZÜM (*a*) 1 mili,

$$1\ \text{mil} = (5280\ \cancel{\text{ft}})\left(12\ \frac{\cancel{\text{in.}}}{\cancel{\text{ft}}}\right)\left(2.54\ \frac{\cancel{\text{cm}}}{\cancel{\text{in.}}}\right)\left(\frac{1\ \text{m}}{100\ \cancel{\text{cm}}}\right) = 1609\ \text{m}$$

olarak yazabiliriz. Aynı zamanda 1 saatin 3600 s içerdiğini biliyoruz, böylece,

$$55\ \frac{\text{mil}}{\text{sa}} = \left(55\ \frac{\cancel{\text{mil}}}{\cancel{\text{sa}}}\right)\left(1609\ \frac{\text{m}}{\cancel{\text{mil}}}\right)\left(\frac{1\ \cancel{\text{sa}}}{3600\ \text{s}}\right) = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

elde ederiz. Burada,sonucu iki anlamlı rakama yuvarladık.
(*b*) Şimdi, 1 mil = 1609 m = 1.609 km olduğunu kullanırsak;

$$55\ \frac{\text{mil}}{\text{sa}} = \left(55\ \frac{\cancel{\text{mil}}}{\text{sa}}\right)\left(1.609\ \frac{\text{km}}{\cancel{\text{mil}}}\right) = 88\ \frac{\text{km}}{\text{sa}}.$$

NOT Her bir dönüşüm faktörü bire eşittir. Çoğu dönüşüm faktörlerini ön kapak içindeki Tablo'dan bulabilirsiniz.

PROBLEM ÇÖZME
Dönüşüm Faktörleri = 1

ALIŞTIRMA F Hızı 35 mil/sa olan bir bölgede 15 m/s hızla seyahat eden bir sürücü hız limitini aşıyor olabilir mi?

Birimleri değiştirirken, dönüşüm faktörlerini kullanımında özellikle iptal ettiğimiz birimleri kontrol ederek hata yapmaktan kaçınabilirsiniz. Örneğin, Örnek 1-4 (*a*)'da 1 mil 1609 m dönüşümümüzde, eğer $\left(\frac{100\ \text{cm}}{1\ \text{m}}\right)$ yerine $\left(\frac{1\ \text{m}}{100\ \text{cm}}\right)$, faktörünü yanlış kullanmış olsaydık, santimetre birimlerini iptal edemezdik; sonucu metre cinsinden elde edemezdik.

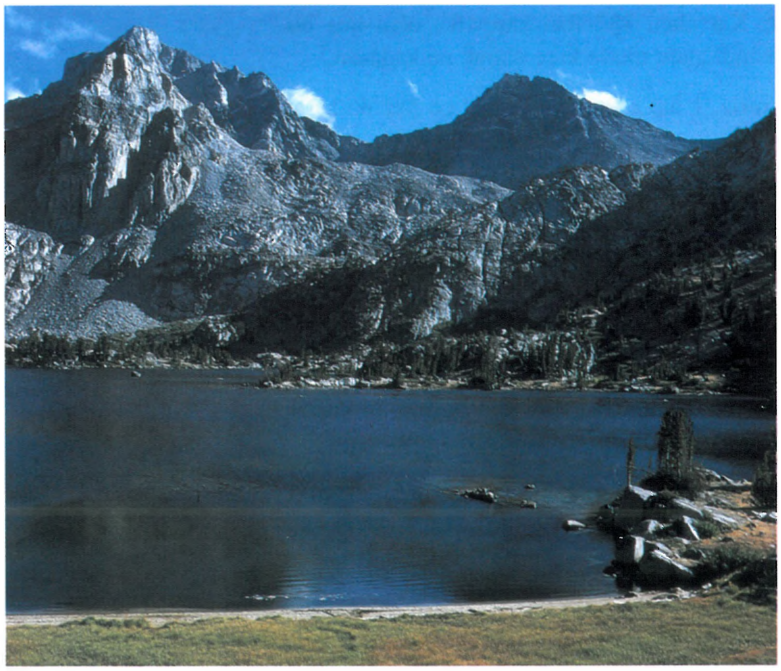
PROBLEM ÇÖZME
Eğer birimler birbirini götürmezse birim dönüşümleri yanlış olur.

1–6 Büyüklük Mertebesi: Hızlı Tahminler

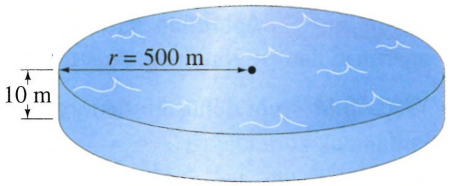
Bazen bir niceliğin yalnızca yaklaşık değeriyle ilgileniriz. Bunun nedeni hassas bir hesaplamanın gereğinden daha fazla zaman alması, pratik olmaması, ve elimizde olmayan verileri gerektirmesi olabilir. Başka durumlarda, sayıları girerken hata yapmadığımızdan emin olmak için, hesap makinesinin yaptığı hassas bir hesaplamayı kontrol etmek için kaba bir tahmin yapmak isteyebiliriz.

Kaba bir tahmin, bütün sayıları bir anlamlı rakama yuvarlayarak ve10'un kuvvetleri hesaplanarak yapılır, ve hesaplama bittikten sonra, yine sadece bir anlamlı rakam tutulur. Bu tür bir hesaplama **büyüklük mertebesini tahmin etme** olarak adlandırılır ve bir 10 çarpanı içinde veya daha hassas olabilir. Gerçekte, "büyüklük mertebesi" deyimi bazen basit olarak 10'un kuvvetlerine atıfta bulunmak için kullanılır.

PROBLEM ÇÖZME
Kabaca bir tahmin nasıl yapılır?



(a)



(b)

ŞEKİL 1–7 Örnek 1-5. (a) Bu gölde ne kadar su vardır? (Kaliforniya'daki Sierra Nevada'da Rae gölünün bir fotoğrafıdır.) (b) Bir silindir olarak gölün modeli. [Bu gölün ağırlığını ya da kütlesini hesaplamada bir adım daha öteye gidebiliriz. Suyun 1000 kg/m^3 yoğunluğa sahip olduğunu daha sonra göstereceğiz, dolayısıyla bu göl yaklaşık $(10^3\,\text{kg/m}^3)(10^7\,\text{m}^3) \approx 10^{10}\,\text{kg}$ 'lık bir kütleye sahiptir ki bu yaklaşık 10 milyar kg ya da 10 milyon metrik tona eşittir. (Metrik ton 1000 kg yaklaşık 2200 lb, yani 2000 lb olan İngiliz tonundan biraz daha büyüktür.)]

FİZİK UYGULAMASI

Bir gölün hacmini (ya da kütlesini) tahmin edelim; bkz. Şek. 1-7

ÖRNEK 1–5 TAHMİN ETME **Bir gölün hacmi.** Yaklaşık 10 m ortalama derinliğe sahip olduğunu tahmin ettiğiniz ve karşıdan karşıya yaklaşık 1 km, kabaca dairesel olan, Şek. 1-7a'daki göldeki suyun miktarını tahmin edin.

YAKLAŞIM Hiçbir göl mükemmel bir daire şeklinde değildir, göllerin mükemmel düzlükte tabanlarının olması da beklenemez. Burada sadece bir tahminde bulunuyoruz. Hacmi hesaplamak için, gölün bir silindir şeklindeki basit bir modelini kullanabiliriz: göl bir silindirmiş gibi, kabaca dairenin yüzey alanı ile gölün ortalama derinliğini çarparız. (Şek.1-7b).

ÇÖZÜM Silindirin hacmi V, taban alanı ile h yüksekliğinin çarpımıdır: $V = h\pi r^2$, burada r dairesel tabanın yarıçapıdır.† r yarıçapı $\frac{1}{2}\,\text{km} = 500\,\text{m}$ 'dir, böylece hacim, yaklaşık olarak,

$$V = h\pi r^2 \approx (10\,\text{m}) \times (3) \times (5 \times 10^2\,\text{m})^2 \approx 8 \times 10^6\,\text{m}^3 \approx 10^7\,\text{m}^3,$$

bulunur, burada π, 3'e yuvarlanmıştır. Böylece hacim, on milyon metre küp, $10^7\,\text{m}^3$, mertebesindedir. Bu hesapta pek çok tahmin yapıldığından büyüklük mertebesi hesabı $(10^7\,\text{m}^3)$, $8 \times 10^6\,\text{m}^3$ rakamını kullanmaktan daha iyidir.

NOT Sonucumuzu Amerika'da kullanılan galonlarla ifade etmek istersek, 1 litre $= 10^{-3}\,\text{m}^3 \approx \frac{1}{4}$ galon olduğunu ön kapak içindeki Tablo'da göreceğiz. Bundan dolayı, göl $(8 \times 10^6\,\text{m}^3)(1\text{ galon}/4 \times 10^{-3}\,\text{m}^3) \approx 2 \times 10^9$ galon su içerir.

PROBLEM ÇÖZME

Mümkün olduğu zamanlarda simetriyi kullanın.

ÖRNEK 1–6 TAHMİN EDİN **Sayfanın Kalınlığı.** Bu kitabın bir sayfasının kalınlığını tahmin edin.

YAKLAŞIM Önce sayfanın kalınlığının ölçümünü, sıradan bir cetvelle yapamayacağınızdan, özel bir ölçüm aletine, bir mikrometreye (Şek.1-8), ihtiyaç olduğunu düşünebilirsiniz. Fakat, bir hile veya, fizik terimleri ile ifade edersek, bir simetri kullanabiliriz: bu kitabın bütün sayfalarının kalınlığının eşit olması akla yakın bir kabuldür.

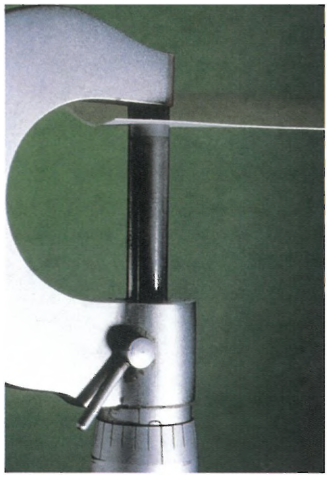
ÇÖZÜM Yüzlerce sayfayı bir arada ölçmek için bir cetvel kullanabiliriz. Eğer bu kitabın ilk 500 sayfasının kalınlığını ölçerseniz (1. sayfadan 500. sayfaya kadar), 1.5 cm gibi bir şey elde edebilirsiniz. Belirtmek gerekir ki, arkalı önlü sayılmış 500 numaralanmış

†Hacim, alan vb. formüller bu kitabın arka kapağının içinde bulunurlar.

sayfa, 250 yaprak kağıttır. Böylece, bir yaprak yaklaşık

$$\frac{1.5\,\text{cm}}{250\,\text{sayfa}} \approx 6 \times 10^{-3}\,\text{cm} = 6 \times 10^{-2}\,\text{mm},$$

veya onda bir milimetreden daha az kalınlığa sahip olmalıdır.



ŞEKİL 1–8 Örnek 1-6. Küçük kalınlıkların ölçümü için kullanılan mikrometre.

ÖRNEK 1-7 TAHMİN EDİN Üçgenleştirme yoluyla yükseklik. Üçgenleştirme yoluyla yükseklik. Bir arkadaş ve bir otobüs durağı direğinin yardımıyla Şek. 1-9'da gösterilen yapının yüksekliğinin, "üçgenleştirme" yoluyla, hesaplanması.

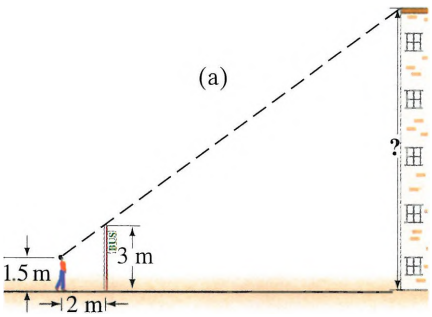
YAKLAŞIM Arkadaşınız durağın yakınında durduğunda, direğin yüksekliğinin 3 m olduğunu tahmin ettiniz. Daha sonra direğin üstü yapının üstü ile aynı hizaya gelinceye kadar direkten uzağa doğru yürüyün (Şek.1-9a). Boyunuz 5 ft 6 inç ise gözlerinizin yerden yüksekliği yaklaşık 1.5 m'dir. Arkadaşınız daha da uzun ve kollarını yanlara doğru açtığı zaman, bir eli size, diğer eli direğe değiyor, böylece bu mesafeyi 2 m olarak tahmin ediyorsunuz (Şek.1-9a). Daha sonra direkten yapının tabanına doğru 1 metre uzunluğunda büyük adımlar attınız ve toplam 16 adım ya da 16 m geldi.

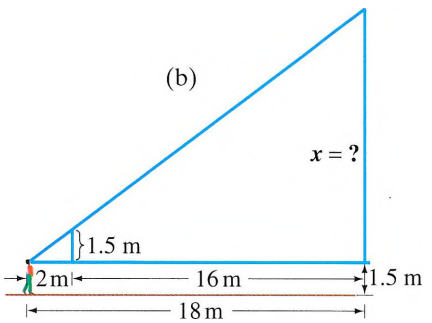
ÇÖZÜM Şimdi bu ölçümleri kullanarak Şek. 1-9b'de gösterilen diyagramı ölçekli olarak çizin. Üçgenin son kenarını diyagram üstünde yaklaşık x = 13 m olarak ölçebilirsiniz. Alternatif olarak, x yüksekliğini elde etmek için benzer üçgenler kullanabilirsiniz:

$$\frac{1.5\,\text{m}}{2\,\text{m}} = \frac{x}{18\,\text{m}}, \qquad x \approx 13\tfrac{1}{2}\,\text{m}.$$

Sonunda elde ettiğiniz son sonuç ile gözlerinizin yerden yüksekliği olan 1.5 m toplanır: yapı yaklaşık 15 m yüksekliğindedir.

ŞEKİL 1–9 Örnek 1-7. Diyagramlar gerçekten faydalı !





ÖRNEK 1-8 TAHMİN EDİN Dünyanın yarıçapını tahmin etme. İster inanın ister inanmayın, uzaya gitmeden dünyanın yarıçapını tahmin edebilirsiniz (Sayfa 1'deki fotoğrafa bkz.). Eğer büyük bir gölün kıyısında bulunduysanız, gölün karşı kıyısında su seviyesinde kumsallar, iskeleler ya da kayalar görmediğinizi fark etmiş olabilirsiniz. Göl, siz ve karşı kıyı arasında kamburlaşmış görünür - Dünyanın yuvarlak olduğuna dair iyi bir ipucu. Bir ayaklı merdivene tırmandığınızı ve gözleriniz suyun 10 ft (3.0 m) yukarısında olduğu zaman karşı kıyıda su seviyesindeki kayaları tam olarak görebildiğinizi keşfettiğinizi kabul edelim. Bir haritadan, karşı kıyı mesafesini $d \approx 6.1$ km olarak tahmin edebilirsiniz. Dünyanın R yarıçapını tahmin etmek için h = 3.0 m ile Şek. 1-10 kullanılır.

YAKLAŞIM Pisagor teoremini, $c^2 = a^2 + b^2$, içeren basit geometri kullanalım, burada c herhangi bir dik üçgenin hipotenüsünün, a ve b diğer iki kenarının uzunluklarıdır.

ÇÖZÜM Şek. 1-10'daki dik üçgenin iki kenarı dünyanın yarıçapı R ve d = 6.1 km = 6100 m'dir. Hipotenüsü yaklaşık olarak $R+h$ uzunluğu kadardır. Burada h = 3.0 m'dir. Pisagor teoremiyle,

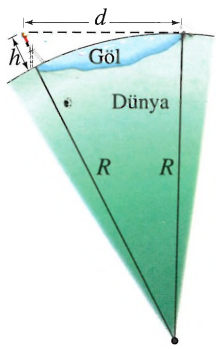
$$R^2 + d^2 \approx (R + h)^2$$
$$\approx R^2 + 2hR + h^2.$$

Her iki taraftaki R^2'yi iptal ettikten sonra, R'yi cebirsel olarak çözeceğiz:

$$R \approx \frac{d^2 - h^2}{2h} = \frac{(6100\,\text{m})^2 - (3.0\,\text{m})^2}{6.0\,\text{m}} = 6.2 \times 10^6\,\text{m} = 6200\,\text{km}.$$

NOT Tam ölçümler 6380 km verir. Fakat başarınıza bakın! Birkaç basit kaba ölçüm ve basit geometriyle Dünya'nın yarıçapının iyi bir tahminini yaptınız. Ne uzay dışına gitmemiz, ne de çok uzun bir şerit metre gerekti. Şimdi sayfa 1'deki Bölüm-Açılış Sorusunun cevabını biliyorsunuz.

ŞEKİL 1–10 Örnek 1-8, ama ölçekli değil. Eğer bir ayaklı merdiven üzerinde durursanız 6.1 km genişliğindeki bir gölün karşı kıyısında su seviyesindeki küçük kayaları görebilirsiniz.



ÖRNEK 1–9 **HESAPLAMA** **Toplam kalp atış sayısı.** Tipik bir insan kalbinin yaşam boyunca toplam atış sayısını tahmin edin.

YAKLAŞIM Dinlenme halinde tipik bir kalp dakikada 70 atış yapar. Fakat eksersiz sırasında kalp atış hızı çok daha yüksek olabilir. Makul bir ortalama, dakikada 80 atış olabilir.

ÇÖZÜM Saniye cinsinden bir yıl (24 sa) (3600 s/sa) (365 gün) $\approx 3 \times 10^7$s'dir. Eğer bir insan ortalama 70 yıl = (70 yıl) (3×10^7 s/yıl) $\approx 2 \times 10^9$aşarsa, toplam kalp atış sayısı yaklaşık olarak,

$$\left(80 \frac{\text{atış}}{\text{dak}}\right)\left(\frac{1 \text{ dak}}{60 \text{ s}}\right)(2 \times 10^9 \text{ s}) \approx 3 \times 10^9$$ veya 3 trilyondur.

PROBLEM ÇÖZME

Bir şehirdeki piyano akortçularının sayısını tahmin etme.

Enrico Fermi'nin fizik öğrencilerine anlattığı ünlü bir diğer tahmin metodu örneği ise bir şehirdeki, örneğin Chicago veya San Francisco'daki piyano akortçularının sayısının tahmin edilmesidir. Bu gün 700,000 nüfusu olan San Francisco'daki piyano akortçularının sayısının kabaca bir mertebe tahminini, çalışır piyanoların sayısını, her bir piyanonun ne kadar sıklıkla akort edildiğini, ve bir akortçunun kaç piyano akort ettiğini tahmin ederek yapabiliriz. San Francisco'daki piyano sayısını tahmin etmek için kesinlikle herkesin bir piyano sahibi olmadığına dikkat ederiz. Her üç aileden birinin piyanoya sahip olduğu tahmini, aile başına ortalama 4 kişi varsayımıyla, her 12 insan için 1 piyano demektir. Mertebe tahmini olsun diye diyelim ki 10 kişiye 1 piyano düşüyor. Bu tabi ki 100 kişiye 1 piyano veya her bir kişiye 1 piyano tahmininden daha mantıklıdır, öyleyse 10 kişiye 1 piyano tahminiyle, yani San Francisco için 70,000 piyano sayısıyla yola çıkalım. Şimdi, bir piyano akortçusunun bir piyanoyu akort etmek için bir veya iki saate ihtiyacı vardır. Öyleyse diyelim ki bir akortçu günde 4 veya 5 piyano akort edebilir. Bir piyanonun 6 ayda bir, veya yılda bir akort edilmesi gerekir - diyelim yılda bir defa. Bir piyano akortçusu yılda 50 hafta, haftada 5 gün, günde 4 piyano akort ederek yılda yaklaşık 1000 piyano akort edebilir. Öyleyse San Francisco, kabaca 70,000 piyanosuyla, yaklaşık 70 piyano akortçusuna ihtiyaç duyar. Bu tabi ki kaba bir tahmindir.† Bize diyor ki, 10'dan çok daha fazla, ama kesinlikle 1000'den az piyano akortçusu olmalıdır.

*1–7 Boyutlar ve Boyut analizi

Bir niceliğin **boyutları**ndan söz ettiğimizde onu oluşturan temel niceliklerin veya temel birimlerin türlerini kastederiz. Örneğin alan boyutu her zaman uzunluğun karesidir, kare parantezler kullanarak $[L^2]$, diye kısaltılır; birimleri metre kare, feet kare, cm^2 v.b. olabilir. Öte yandan hız km/sa, m/s veya mil/sa birimleriyle ölçülebilir, ama boyutları her zaman bir uzunluğun $[L]$ bir zaman $[T]$ ile bölümü yani $[L/T]$'dir.

Belli bir nicelik için formül farklı durumlarda değişik olabilir, ama boyutları hep aynıdır. Örneğin, taban uzunluğu b ve yüksekliği h olan bir üçgenin alanı $A = \frac{1}{2}bh$, r yarıçaplı bir dairenin alanı ise $A = \pi r^2$. Bu iki durumda formüller farklıdır, ama alan boyutları her zaman $[L^2]$ 'dir.

Boyutlar bağıntılar üzerinde çalışırken yardımcı olabilir; bu işleme **boyut analizi** denir. Faydalı bir teknik, bir bağıntının geçersiz olup olmadığını kontrol etmek için boyutları kullanmaktır. Dikkat ederseniz sadece aynı boyutlara sahip nicelikleri toplar veya çıkartırız (santimetrelerle saatleri toplamayız); bir eşittir işaretinin iki tarafındaki nicelikler aynı boyutlara sahip olmalıdır (sayısal hesaplamalarda bir eşitliğin iki tarafındaki birimler de aynı olmalıdır). Örneğin, varsayın ki $v = v_0 + \frac{1}{2}at^2$, eşitliğini türettiniz, burada v cismin bir t zamanı geçtikten sonraki hızı, v_0 cismin ilk hızıdır, ve cisim a ivmesiyle hareket etmektedir. Bu eşitliğin geçerli mi yoksa kesinlikle geçersiz mi olduğunu görmek için bir

†San Francisco Sarı Sayfaları'nın bir kontrolü (bu hesaptan sonra yapılmıştır) 50 piyano akort şirketi olduğunu gösteriyor. Bu şirketlerden her biri birden fazla akortçu çalıştırıyor olabilir, ama öte yandan, akordun yanında tamir yapıyor da olabilirler. Her neyse, tahminimiz mantıklıdır.

*Bu kitabın buradaki gibi yıldız (*) ile işaretlenmiş bazı kısımları öğretim elemanınca isteğe bağlı olarak değerlendirilebilir. Daha fazla bilgi için Önsöze bakın.

boyut kontrolü yapalım. Dikkat ederseniz buradaki $\frac{1}{2}$ gibi sayısal faktörler, boyut kontrolünü etkilemezler. Hız boyutunun $[L/T]$ ve (Bölüm 2'de göreceğimiz gibi) ivme boyutunun $[L/T^2]$ olduğunu hatırlayarak aşağıdaki gibi bir boyut eşitliği yazarız:

$$\left[\frac{L}{T}\right] \stackrel{?}{=} \left[\frac{L}{T}\right] + \left[\frac{L}{T^2}\right][T^2] = \left[\frac{L}{T}\right] + [L].$$

Boyutlar doğru değildir: sağ tarafta boyutları aynı olmayan niceliklerin bir toplamı vardır. Böylelikle ilk eşitliğin türetilmesi sırasında bir hata yapıldığı sonucuna varırız.

Bir boyut kontrolü yalnızca bir ilişkinin yanlış olduğunu söyleyebilir. Tamamıyla doğru olup olmadığını söyleyemez. Örneğin, boyutsuz bir sayısal faktör ($\frac{1}{2}$ veya 2π gibi) eksik olabilir.

Boyut analizi emin olmadığınız bir eşitlik üzerinde çabucak bir kontrol yapmak için de kullanılır. Örneğin, diyelim ki uzunluğu ℓ olan basit bir sarkacın periyodu T (sarkacın ileri geri bir salınım yapması için gereken zaman) için denklemin $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ mi yoksa $T = 2\pi\sqrt{g/\ell}$ mi, (burada g yerçekimi ivmesidir ve bütün ivmeler gibi $[L/T^2]$ boyutlarına sahiptir) olduğunu hatırlayamıyorsunuz (bu formüller üzerinde endişelenmeyin –Bölüm 14'te doğrusu türetilecektir; burada bizi ilgilendiren şey bir kişinin formülün ℓ/g mi yoksa g/ℓ mi içerdiğini hatırlamaya çalışmasıdır.) Bir boyut kontrolü ilkinin (ℓ/g) doğru olduğunu gösterir:

$$[T] = \sqrt{\frac{[L]}{[L/T^2]}} = \sqrt{[T^2]} = [T],$$

Halbuki ikincisi (g/ℓ) doğru değildir:

$$[T] \neq \sqrt{\frac{[L/T^2]}{[L]}} = \sqrt{\frac{1}{[T^2]}} = \frac{1}{[T]}.$$

Dikkat edin, 2π sabiti'nin boyutları yoktur ve o yüzden boyutlar kullanılarak kontrol edilemez.

Boyut analizinin başka kullanımları Ek-C'de verilmiştir.

ÖRNEK 1–10 **Planck uzunluğu.** En küçük anlamlı uzunluk ölçüsü "Planck Uzunluğu" diye adlandırılır ve doğadaki üç temel sabit, ışık hızı $c = 3.00 \times 10^8$ m/s, evrensel çekim sabiti $G = 6.67 \times 10^{-11}$ m^3/kg-s^2 ve Planck Sabiti $h = 6.63 \times 10^{-34}$ kg-m^2/s cinsinden tanımlanır. Planck uzunluğu λ_p (λ Yunan harfi "lamda"dır), bu üç sabitin aşağıdaki bileşimiyle verilir.

$$\lambda_P = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}}.$$

λ_p'nin boyutunun uzunluk $[L]$ olduğunu gösterin ve λ_p'nin büyüklük mertebesini bulun.

YAKLAŞIM Yukarıdaki eşitliği boyutlar cinsinden yeniden yazarız. c'nin boyutları $[L/T]$, G'nin ki $[L^3/MT^2]$, ve h'ninki $[ML^2/T]$'dir.

ÇÖZÜM λ_p'nin boyutları

$$\sqrt{\frac{[L^3/MT^2][ML^2/T]}{[L^3/T^3]}} = \sqrt{[L^2]} = [L]$$

'dır ki bu da uzunluktur. Planck uzunluğunun değeri

$$\lambda_P = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}} = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11}\,\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2)(6.63 \times 10^{-34}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s})}{(3.0 \times 10^8\,\text{m/s})^3}} \approx 4 \times 10^{-35}\,\text{m}$$

'dir ki bu da 10^{-34} veya 10^{-35} m mertebesindedir.

NOT Yakın zamanda bazı kuramlar (43. ve 44. Bölümler) en küçük parçacıkların (kuarklar, leptonlar) Planck uzunluğu yani 10^{-35} m mertebesinde boyutlara sahip olduklarını önermektedir. Bu kuramlar ayrıca Evren'in başlangıcı olduğuna inanılan "Büyük Patlama"nın da Planck uzunluğu mertebesinde bir ilk boyuttan başladığını ileri sürmektedirler.

Özet

[Bu kitaptaki her Bölümün sonunda gözüken Özet, bölümdeki temel fikirlerin kısa bir özetini verir. Özet kısmı konunun anlaşılmasını sağlayamaz; bu, ancak Bölümün ayrıntılarıyla okunmasıyla başarılabilir.]

Diğer bilimler gibi fizik te yaratıcı bir uğraştır. Yalnızca gerçeklerin bir birikimi değildir. Önemli **kuramlar, gözlemleri** açıklamak amacıyla yaratılırlar. Kabul edilebilmek için kuramlar, yaptıkları tahminlerin gerçek deney sonuçlarıyla karşılaştırılmasıyla test edilirler. Dikkat edin, genel olarak bir kuram mutlak anlamda "ispatlanamaz".

Bilim insanları sıklıkla fiziksel olayların modellerini geliştirirler. Bir model, olayları bildiğimiz şeyler cinsinden açıklamaya yardımcı olan bir çeşit resim veya benzetmedir. Çoğunlukla bir modelden türetilen bir **kuram** ise genellikle basit bir modelden daha derin ve daha karmaşıktır.

Bir bilimsel **yasa** çok sayıda olayları açıklayan ve çoğunlukla bir eşitlik şeklinde ifade edilen kısa bir ifadedir.

Ölçümler fizikte hayati bir rol oynarlar, ama hiçbir zaman ideal derecede kesin olamazlar. Bir ölçümün **belirsizliğini** ya doğrudan doğruya ± gösterimiyle ya da sadece doğru sayıda **anlamlı rakam** bulundurarak belirtmek önemlidir.

Fiziksel nicelikler her zaman belli bir standart veya **birim** kullanılarak belirtilirler ve kullanılan birim her zaman bildirilmelidir. Bu gün genelde kabul edilen birim kümesi uzunluk, kütle ve zaman için standart birimler olarak **metre, kilogram** ve **saniye** kullanan **Système International** (SI)'dır.

Birimleri dönüştürürken birimlerin doğru şekilde birbirlerini götürmesi için bütün **dönüşüm faktörlerini** kontrol edin.

Kabaca **büyüklük mertebesi tahminleri** yapmak günlük hayatta olduğu kadar bilimde de çok faydalı bir tekniktir.

[*Bir niceliğin **boyutları** onu oluşturan temel niceliklerin bileşimine karşılık gelir. Örneğin, hız boyutları [uzunluk / zaman] veya [L/T]'dir. **Boyut analizi** bir ilişkinin doğru şekilde olup olmadığını kontrol etmek için kullanılır.]

Sorular

1. Bir insanın ayağını bir standart olarak kullanmasının üstünlükleri ve dezavantajları nelerdir? Hem (*a*) belli bir insanın ayağını hem de (*b*) herhangi bir insanın ayağını kullanmayı düşünün. Temel standartların erişilebilir (kolayca karşılaştırılabilir), değişmez, yok edilemez ve çoğaltılabilir olmalarının avantajlı olduğunu aklınızdan çıkartmayın.
2. Cevabınızda ne kadar fazla rakam varsa o kadar daha hassas olduğunu düşünmek neden yanlıştır?
3. Dağlardan geçen bir otoyolda yolculuk yaparken "914 m (3000 ft)" diye bir rakım levhası görebilirsiniz. Metrik sistemin muhalifleri bu tür sayıların metrik sistemin daha karmaşık olduğunu gösterdiğini iddia ederler. Metrik sisteme geçişle tutarlı olması için böyle bir levhayı nasıl değiştirirdiniz?
4. Bu yol levhasının hatası nedir: Memphis 7 mil (11.263 km) ?
5. Bir cevabın tam olması için birimlerin belirtilmesi gereklidir, neden?
6. 1 litrelik bir kavanozdaki bilyelerin sayısını tahmin etmek için simetri kavramının nasıl kullanılabileceğini tartışın.
7. Bir tekerleğin yarıçapını 4.16 cm olarak ölçtünüz. Eğer bunu 2 ile çarparsanız çapı elde edersiniz; sonucu 8 cm diye mi, yoksa 8.32 cm diye mi yazmalısınız? Cevabınızı açıklayın.
8. 30.0° nin sinüsünü doğru sayıda anlamlı rakamla ifade edin.
9. Bir sufle tarifi kullanılacak malzemelerin kesin ölçülerinin kullanılması gerektiğini, yoksa suflenin kabarmayacağını söylüyor. Tarifte 6 büyük yumurta isteniyor. USDA (ABD Tarım Bakanlığı) standartlarına göre "büyük" yumurtaların boyları %10 kadar değişebilir. Bu, size diğer malzemeleri ne kadarlık bir kesinlikle ölçmeniz gerektiğini söylüyor?
10. (*a*) San Francisco'daki, (*b*) kasabanızdaki araba tamircilerinin sayısını tahmin etmek için faydalı olacak varsayımları sıralayın ve sonra bu tahminleri yapın.
11. Dünya'dan Güneş'e olan uzaklığı ölçmek için bir yol önerin.
12. Tablo 1-5'teki gibi ama aralarında uzunluk olmayan eksiksiz bir temel nicelikler kümesi oluşturabilir misiniz?

Problemler

[Her bölümün sonundaki problemler tahmini zorluk seviyelerine göre I, II ve III diye derecelendirilmiştir. Burada I ile işaretlenenler en kolay problemler olarak tanımlanmaktayken III ile işaretlenenler ise öğrenciler için ekstra puan getiren zorlayıcı problemlerdir. Problemler Kısımlara göre düzenlenmiştir, yani okuyucu o Kısma kadar ve o Kısım dahil okumuş olmalıdır, ama sadece o Kısmı değil. Problemler çoğunlukla daha önceki konulara bağlıdır. Her Bölümde ayrıca kısımlara göre ayrılmamış ve derecelendirilmemiş bir "Genel Problemler" grubu vardır.]

1–3 Ölçme, Belirsizlik, Anlamlı Rakamlar

(*Not:* Problemlerde 6.4 gibi bir sayının ± 0.1 'e kadar doğru; ve 950 gibi bir sayının "kesinlikle" veya "çok yakın" olduğu söylenmemişse ± 10 kadar doğru olduğunu varsayın, bu söylenmişse 950 ± 1 varsayılır.)

1. (I) Evrenin yaşının yaklaşık olarak 14 milyar yıl olduğu düşünülmektedir. İki anlamlı rakamı göz önünde bulundurarak ve 10 sayısının kuvvetlerini kullanarak bu sayıyı (*a*) yıllar cinsinden, (*b*) saniyeler cinsinden yazınız.
2. (I) Aşağıdaki sayıların her biri kaç anlamlı rakama sahiptir: (*a*) 214, (*b*) 81.60, (*c*) 7.03, (*d*) 0.03, (*e*) 0,0086, (*f*) 3236, ve (*g*) 8700?
3. (I) Aşağıdaki sayıları 10'un kuvvetleri notasyonunda yazınız: (*a*)1.156, (*b*) 21.8, (*c*) 0.0068, (*d*) 328.65, (*e*) 0.219, ve (*f*) 444.
4. (I) Aşağıdaki sayıları sıfırların sayısı ile tam olarak yazınız: (*a*) (8.69×10^4), (*b*) 9.1×10^3, (*c*) 8.8×10^{-1}, (*d*) 4.76×10^2 ve (*e*) 3.62×10^{-5}.
5. (II) 5.48 ± 0.25 m ölçümündeki belirsizlik yüzdesi ne kadardır?
6. (II) Başlangıç ve durma anlarında insanın tepki süresi nedeniyle bir el kronometresi ile ölçülen zaman aralıkları tipik olarak yaklaşık 0.2 s'lik bir belirsizliğe sahiptir. Bu durumda, (*a*) 5 s, (*b*) 50 s, (*c*) 5 dakikalık ölçümlerin yüzdelik belirsizlikleri ne kadardır?
7. (II) $(9.2 \times 10^3\,\text{s}) + (8.3 \times 10^4\,\text{s}) + (0.008 \times 10^6\,\text{s})$ toplamını yapınız.

8. (II) (II) Anlamlı sayıları hesaba katarak 2.079×10^2 m sayısı ile 0.082×10^{-1}, sayılarını çarpınız.
9. (III) Küçük açılar için, θ'nın nümerik değeri ile $\sin\theta$'nın nümerik değeri yaklaşık olarak birbirlerine eşittir. Sinüs ve tanjantı iki anlamlı rakama kadar birbirlerine eşit olan en büyük açıyı bulunuz.
10. (III) Yarıçapı $r = 0.84 \pm 0.04$ m olan küresel bir deniz topunun hacmindeki belirsizlik yüzdesi kabaca nedir?

1–4 ve 1–5 Birimler, Standartlar, SI, Birimleri Dönüştürme

11. (I) Aşağıda verilenleri standart birimleri kullanarak ondalık sayılar olarak yazınız: (*a*) 286.6 mm, (*b*) 85 μV, (*c*) 760 mg, (*d*) 60.0 ps, (*e*) 22.5 fm, (*f*) 2.50 gigavolt.
12. Tablo 1-4'deki ön ekleri kullanarak aşağıdaki değerleri ifade ediniz1–4: (*a*) 1×10^6, (*b*) 2×10^{-6} metre, (*c*) 6×10^3 gün, (*d*) 18×10^2 dolar ve (*e*) 8×10^{-8} saniye.
13. (I) Boyunuzu metre cinsinden ve kütlenizi kg cinsinden belirleyiniz.
14. (I) Güneşin Dünyadan ortalama uzaklığı 93 milyon mildir. Bu kaç metredir? (*a*) Bunu 10'un kuvvetlerini kullanarak, ve (*b*) metrik önekleri kullanarak ifade ediniz.
15. (II) (*a*) ft^2 ile yd^2, arasındaki ve (*b*) m^2 ile ft^2 arasındaki dönüşüm çarpanı nedir?
16. (II) Bir uçak 950 km/sa'lik bir hız ile hareket etmektedir. Uçak 1.00 km'lik mesafeyi ne kadar sürede alır?
17. (II) Tipik bir atom 1.0×10^{-10}m'lik bir çapa sahiptir. (*a*) Bu çap kaç inçtir? (*b*) Yaklaşık olarak 1 cm'lik uzunlukta ne kadar atom bulunur?
18. (II) Aşağıdaki toplamı doğru sayıda anlamlı rakam ile ifade ediniz: 1.80 m + 142.5 cm + 5.34×10^5 μm.
19. (II) (*a*) km/sa ile mil/sa, (*b*) m/s ile ft/s, (*c*) km/sa ile m/s aralarındaki dönüşüm faktörleri nelerdir?
20. (II) Bir millik bir yarış 1500 metrelik bir yarıştan ne kadar daha uzundur (yüzde olarak)?
21. (II) Bir ışık yılı ışığın bir yılda gittiği mesafedir (2.998×10^8 m/s hızla). (*a*) 1 ışık yılı kaç metredir. (*b*) Bir astronomi birimi (AU) güneşin dünyaya ortalama uzaklığıdır: 1.50×10^8 km. Bir ışık yılında kaç AU vardır? (*c*) Işığın AU/sa olarak sürati nedir?
22. (II) Veri girmek için sadece bir klavye kullanırsanız, 82 Gb'lık (82×10^9) veriyi depolayabilen bilgisayarınızdaki sabit diski doldurmanız kaç yıl alırdı? "Normal" 8 saatlik çalışma günleri, 1 klavye karakterini depolamak için 1 byte gerektiğini ve dakikada 180 karakter tuşlayabildiğinizi varsayın.
23. (III) Ay'ın yarıçapı 3480 km'dir. (*a*) Ay'ın yüzey alanı nedir? (*b*) Dünya'nın yüzey alanı kaç kat daha büyüktür?

1–6 Büyüklük Mertebesi Tahmin Etme

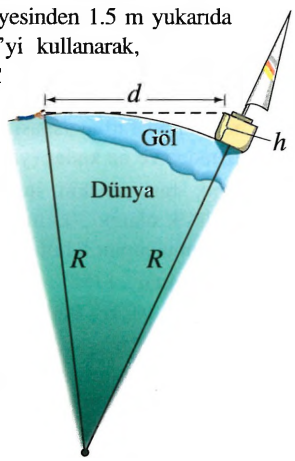
(*Not*: Kaba tahminler için, hem hesaplamalara girdi olarak hem de son sonuçlarda yalnızca yuvarlanan sayıların yeterli olduğunu hatırlayın.)

24. . (I) Aşağıdaki sayıların büyüklük mertebelerini (10'un kuvvetleri cinsinden) tahmin edin: (*a*) 2800, (*b*) 86.30×10^2, (*c*) 0.0076, ve (*d*) 15.0×10^8.
25. (II) 3500 m^2 alanlı bir kolej kütüphanesinde kaç tane kitabın raflara konabileceğini tahmin edin. Her iki tarafında kitaplar olan 8 raflık kitaplıkların arasında 1.5 m genişlikte koridorlar varsayın. Kitapların ortalamada yaklaşık olarak bu kitabın boyutunda olduğunu varsayın.
26. (II) Bir koşucunun (10 km/sa'lik hız ile) New York'tan California'ya, Amerika Birleşik Devletleri'ni bir uçtan diğerine koşmasının kaç saat süreceğini tahmin ediniz.
27. (II) Bir insanın yaşamı boyunca içtiği suyun kaç litre olduğunu tahmin ediniz.
28. (II) Eski bir çim makinesini kullanarak bir kişinin bir futbol alanını biçmesi için gerekli olan süreyi tahmin ediniz (Şek.1-11). Burada çim makinesinin 1 km/sa'lik bir hız ile hareket ettiğini ve makinenin genişliğinin 0.5 m olduğunu varsayınız.



ŞEKİL 1–11
Problem 28.

29. (II) (*a*) San Francisco'daki (*b*) kendi kasabanızda veya şehrinizdeki dişçi sayısını tahmin ediniz.
30. (III) Yıpranmış lastiklerden kopan kauçuk tanecikleri atmosfere *tanecik kirliliği* olarak girmektedir. Amerika Birleşik Devletleri'nde havaya her yıl ne kadar kauçuk taneciği karıştığını tahmin ediniz. Başlangıç olarak bir yeni lastik tırtılının derinliğinin 1 cm ve kauçuğun kütlesinin m^3 hacmi başına yaklaşık 1200 kg olması iyi bir tahmindir.
31. (III) Texas ovasından 200 m yukarıda, bir sıcak hava balonundasınız. Ufka doğru bakıyorsunuz. Ne kadar uzağı görebilirsiniz, yani ufkunuz ne kadardır? Dünya'nın yarıçapı yaklaşık olarak 6400 km'dir.
32. (III) Sizi 30 gün çalıştırmak için işe aldım ve iki ödeme yöntemi arasında karar vermenizi istiyorum: Ya (1) günde 1000 $ alacaksınız ya da (2) ilk gün bir sent, ikinci gün iki sent ve 30 güne kadar günlük aldığınız ücret ikiye katlanarak devam edecek. Kararınızı vermek için hızlı tahmini kullanın ve onu doğrulayın.
33. (III) Çok sayıda yelkenli, bir gölün karşı kıyısında, 4.4 km uzaktaki bir yat limanında demirlemiştir. Bu yelkenlilerden birine dikkatlice bakıyorsunuz, çünkü gölün kıyısında dümdüz uzandığınızda kenarlarını değil, sadece yelkenlinin güvertesini görmektesiniz. Daha sonra gölün diğer tarafındaki yelkenlinin yanına varıyorsunuz ve güvertenin su seviyesinden 1.5 m yukarıda olduğunu ölçüyorsunuz. Şek. 1-12'yi kullanarak, burada h =1.5 m'dir, Dünya'nın R yarıçapını tahmin edin.



ŞEKİL 1–12 Problem 33. Gölün karşısındaki bir yelkenliyi görüyorsunuz (ölçekli değil). R Dünyanın yarıçapıdır. Yalnızca güvertesini görüp, kenarlarını göremediğinizde yelkenliden d = 4.4 km'lik bir mesafedesiniz. Dünyanın eğriliğinden dolayı, su, sizin ve botun arasında "kamburlaşır".

34. (III) Yapabileceğiniz başka bir deney de Dünya'nın yarıçapını kullanır. Kumsalda uzanmış, gözleriniz kumun 20 cm üzerindeyken Güneş ufuk üzerinden tamamen kaybolarak batıyor. Hemen zıplıyorsunuz; gözleriniz şimdi kumdan 150 cm yukarıdadır ve yine güneşin tepesini görebiliyorsunuz. Eğer Güneş tekrar tamamen kaybolana kadar saniyeleri (= t) sayarsanız, Dünya'nın yarı çapını tahmin edebilirsiniz. Fakat bu problem için, Dünya'nın bilinen yarıçapını kullanın ve t zamanını hesaplayın.

* 1–7 Boyutlar

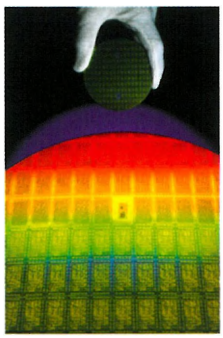
* 35. (I) Hacim başına düşen kütle olan yoğunluğun boyutları nedir?
* 36. (II) Bir cismin v sürati $v = At^3 - Bt$, denklemi ile verilir, burada t zamanı göstermektedir. (*a*) A ve B'nin boyutları nedir? (*b*) A ve B sabitleri için SI birimleri nedir?
* 37. (II) Üç öğrenci, x'in gidilen mesafeyi, v'nin sürati, a'nın ivmeyi (m/s^2), t'nin zamanı ve $(_0)$ alt indisinin $t = 0$ anındaki niceliği gösterdiği aşağıdaki denklemleri türetiyorlar $t = 0$: (*a*) $x = vt^2 + 2at$, (*b*) $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$, ve (*c*) $x = v_0t + 2at^2$. Boyut analizine göre bunlardan hangilerinin doğru olması mümkündür.
* 38. (II) Örnek 1-10'da kullandığımız doğanın üç temel sabitinin (yani G, c ve h) aşağıdaki bileşiminin zaman boyutlarında olan bir nicelik oluşturduğunu gösteriniz:

$$t_P = \sqrt{\frac{Gh}{c^5}}.$$

Bu nicelik, t_P, *Planck zamanı* olarak bilinir ve Evren'in yaradılışından sonra fiziğin şu anki bilinen yasalarının uygulanabileceği, en erken zaman olduğu düşünülür.

Genel Problemler

39. *Global Yer Belirleme Uyduları* (GPS) konumları büyük doğruluklarla belirlemek için kullanılmaktadır. Uydulardan bir tanesi sizden 20,000 km uzaklıktaysa, 2m'lik bir belirsizlik, mesafede hangi yüzde belirsizliği gösterir? Mesafeyi ifade etmek için kaç tane anlamlı rakam gerekir?
40. 0.300 mm kalınlıklı dairesel silikon plakalar üzerine kazınan *bilgisayar çipleri* (Şek. 1-13) 25 cm uzunluklu katı bir silindirsel silikon kristalinden dilimleniyor. Eğer her bir plaka 100 çip tutabiliyorsa tüm bir silindirden elde edilebilecek en büyük çip sayısı nedir?



ŞEKİL 1–13 Problem 40. Elle tutulan plaka (yukarıda) renkli ışıkla ışıklandırılmış ve büyütülmüş olarak aşağıda gösteriliyor, Entegre devrelerin satırları (çipler) görülmektedir.

41. (*a*) 1.00 yılda kaç saniye vardır? (*b*) 1.00 yılda kaç nanosaniye vardır? (*c*) 1.00 saniyede kaç yıl vardır?
42. Amerikan futbolu 100 yarda uzunluğunda bir alan kullanırken normal bir futbol sahası 100 m uzunluğundadır. Hangi saha daha uzundur ve ne kadar (yarda, metre ve yüzdelik olarak)?
43. Tipik bir yetişkin insan akciğeri alveol olarak adlandırılan yaklaşık olarak 300 milyon ince kovuk içerir. Tek bir alveolün ortalama çapını tahmin ediniz.
44. Bir hektar $1.000 \times 10^4\ m^2$ olarak tanımlanır. Bir dönüm $4.356 \times 10^4\ ft^2$ kadardır. Bir hektar kaç dönümdür?
45. Amerika Birleşik Devletleri'nde bir yılda bütün otomobil sürücüleri tarafından tüketilen benzin miktarını galon sayısı olarak tahmin ediniz.
46. (*a*) Bir bakterideki, (*b*) bir DNA molekülündeki, (*c*) insan bedenindeki, (*d*) Galaksimizdeki toplam proton sayısını veya nötron sayısını tahmin etmek için Tablo 1-3'ü kullanınız.
47. Ortalama dört kişilik bir aile kabaca günlük 1200 L (300 galon kadar) su kullanır (1 L = 1000 cm^3) 50 km^2'lik bir alanı düzgün olarak kaplayan bir göl 40,000 nüfuslu bir yerel kasabanın ihtiyacını karşıladığında yılda ne kadar bir derinlik kaybedecektir? Sadece insanların kullanımını göz önüne alınız, buharlaşma v.s gibi etkileri ihmal ediniz.



ŞEKİL 1–14 Problem 48. Makinedeki şekerli sakız sayısını tahmin ediniz.

48. Şek. 1-14'teki makinedeki şekerli sakız sayısını tahmin ediniz.
49. Amerika Birleşik Devletleri'nde bir yılda kaç kilogram çamaşır tozu kullanıldığını (ve dolayısıyla çamaşır makinelerinden kirli su ile beraber dışarı pompalandığını) tahmin edin. Her yıkamada 0.1 kg temizlik deterjanı kullanıldığı varsayılmaktadır.
50. Bir ton ne kadar büyüktür? Başka bir ifade ile bir ton ağırlığındaki bir şeyin hacmi nedir? Spesifik olarak, bir tonluk bir kayanın çapını tahmin ediniz, ama önce rasgele bir tahminde bulunun: 1 ft mi olacak, 3 ft mi olacak, yoksa bir araba kadar mı olacaktır? [*İpucu:* Kaya, litre (103 cm^3) başına bir kg olan, ya da 62 lb/ft^3 olan suyunkinin yaklaşık 3 katı kadar hacim başına kütleye sahiptir.]
51. Belirli bir ses kompak diski (CD) 783.216 megabaytlık bir sayısal bilgi içermektedir. Her bayt tam olarak 8 bit'den oluşmaktadır. Oynatıldığında, bir CD çalar saniyede 1.4 megabitlik bir sabit hızda sayısal bilgi okur. Çaların bütün bir CD'yi okuması kaç dakika alır?
52. Kalemin keskin ucunun ayın görüntüsünü kapattığı bir konumda gözünüzün önünde bir kalem tutunuz (Şek. 1-15) Ayın çapını tahmin etmek için yaklaşık ölçümler yapınız, dünya ile ay arasındaki uzaklık 3.8×10^5 km olarak veriliyor.



ŞEKİL 1–15 Problem 52. Ay ne kadar büyüktür?

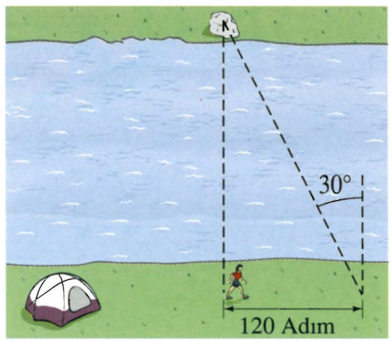
53. Şiddetli bir yağmur fırtınası, iki saatlik bir sürede 5 km genişlikteki ve 8 km uzunluktaki bir şehir üzerine 1.0 cm kadar yağmur boşaltıyor. Şehre kaç metrik ton (1 metrik ton = 10^3 kg) su düşer? (suyun 1 cm^3'ü 1 g = 10^{-3} kg kütleye sahiptir.) Bu su kaç galondur?

54. Nuh'un gemisi 300 kübit uzunluğunda 50 kübit genişliğinde ve 30 kübit yüksekliğinde ısmarlanmıştır. Kübit dirsekten en uzun parmak ucuna kadar olan uzunluğa eşit bir ölçü birimidir. Nuh kanalının boyutlarını metre cinsinden ifade ediniz ve hacmini (m^3) hesaplayınız.

55. 4 km/sa hızla günde 10 saat yürüdüğünü varsayarak dünyanın çevresinde dolanmak için kaç gün gerektiğini bulunuz?

56. Düzgün bir göle 1 litre (1000 cm^3) yağ boşaltılmıştır. Eğer yağ, komşu moleküller birbirlerine dokunacak şekilde tam bir molekül kalınlığında bir tabaka oluşturuncaya kadar düzgün bir şekilde dağılırsa yağ tabakasının çapı ne olur? Yağ moleküllerinin 2×10^{-10} m çapı olduğunu varsayınız.

57. Can geniş bir nehrin yanına kamp kurar ve onun genişliğini merak eder. Karşı kıyıda tam karşısında bir büyük kaya görür. Daha sonra kendisi ve hala açıkça görebildiği kaya arasındaki açı, akıntı yönünde 30° oluncaya kadar akıntıya karşı yürür (Şek. 1-16). Can adımının yaklaşık 1 yarda uzunlukta olduğunu ölçer. Tekrar kampa dönüşü 120 adımdır. Yarda ve metre cinsinden nehrin genişliği ne kadardır?



ŞEKİL 1–16
Problem 57.

58. Bir saat üreticisi saatlerinin yılda en çok 8 s ileri ya da geri kaldığını iddia etmektedir. Yüzde olarak ifade edildiğinde bu saat ne kadar doğrudur?

59. 10^{-10} m olarak tanımlanmış olan angström (sembolü Å) bir atomun çapı mertebesindedir. (*a*) 1 Å kaç nanometredir? (*b*) 1 Å'da kaç femtometre ya da fermi (çekirdek fiziğinde bilinen uzunluk birimi) vardır? (*c*) 1 metrede kaç Å vardır? (*d*) 1 ışık yılında kaç Å vardır (Bkz. Problem 21)?

60. Ay'ın çapı 3480 km'dir. Ay'ın hacmi nedir? Yerküreninkine eşit bir hacim yaratmak için kaç tane ay gereklidir.

61. (*a*) $\theta = 15.0° \pm 0.5°$, (*b*) $\theta = 75.0° \pm 0.5°$ ise θ ve sin θ'nın belirsizlik yüzdesini bulunuz?

62. Yerkürenin bir boylam çizgisi boyunca yürümeye başlarsanız ve enlem 1 dak değişinceye kadar kuzeye yürüseniz (1° de 60 dakika vardır) (mil cinsinden) ne kadar yürümüş olursunuz? Bu uzaklık "deniz mili" olarak adlandırılır.

63. Vücudunuzun hacmini kabaca tahmin ediniz?

64. (*a*) Washington'daki (*b*) kendi şehrinizdeki otobüs sürücülerinin sayılarını tahmin ediniz.

65. Amerikanın Akciğer Derneği, ortalama bir insanda beklenen akciğer kapasitesi V için ($1L=10^3$ cm^3 olmak üzere litre cinsinden) aşağıdaki denklemi verir:

$$V = 4.1H - 0.018A - 2.69,$$

Burada H ve A sırasıyla kişinin (metre cinsinden) boyu ve (yıl cinsinden) yaşıdır. Bu eşitlikte 4.1, 0.018 ve 2.69 sayılarının birimleri nedir?

66. Bir cismin yoğunluğu kütlesinin hacme oranı olarak tanımlanır. Bir kayanın kütlesinin ve hacminin 8 g ve 2.8325 cm^3 olarak ölçüldüğünü varsayınız. Kayanın yoğunluğunu belirleyiniz, doğru anlamlı rakam sayısını belirtiniz.

67. Doğru sayıda anlamlı rakam kullanarak (*a*) Dünya'nın yüzey alanının Ay'ın yüzey alanına oranını; (*b*) Dünyanın hacminin Ay'ın hacmine oranını bulunuz. Kitabın ön kapağının içindeki bilgileri kullanınız.

68. Bir mol atom 6.02 × 1023 tane tek tek atomdan oluşur. Eğer bir mol atom yerkürenin yüzeyinde düzgün olarak dağıtılırsa her bir metre karede kaç tane atom olurdu?

69. Astrofizikteki son bulgular gözlenebilir Evren'in, $R = 13.7 \times 10^9$ ışık yılı yarıçaplı, yaklaşık 1×10^{-26} kg/m^3 ortalama kütle yoğunluğuna sahip bir küre olarak modellenebileceğini önermektedir. Evren'in toplam kütlesinin yalnızca 4%'ü "bilinen" (protonlar, nötronlar ve elektronlar gibi) maddedir. Gözlenen Evrendeki bilinen maddenin toplam kütlesini bulmak için bu bilgiyi kullanınız. (1 ışık yılı = 9.46×10^{15}m.)

Alıştırmaların Yanıtları

A: (*d*).

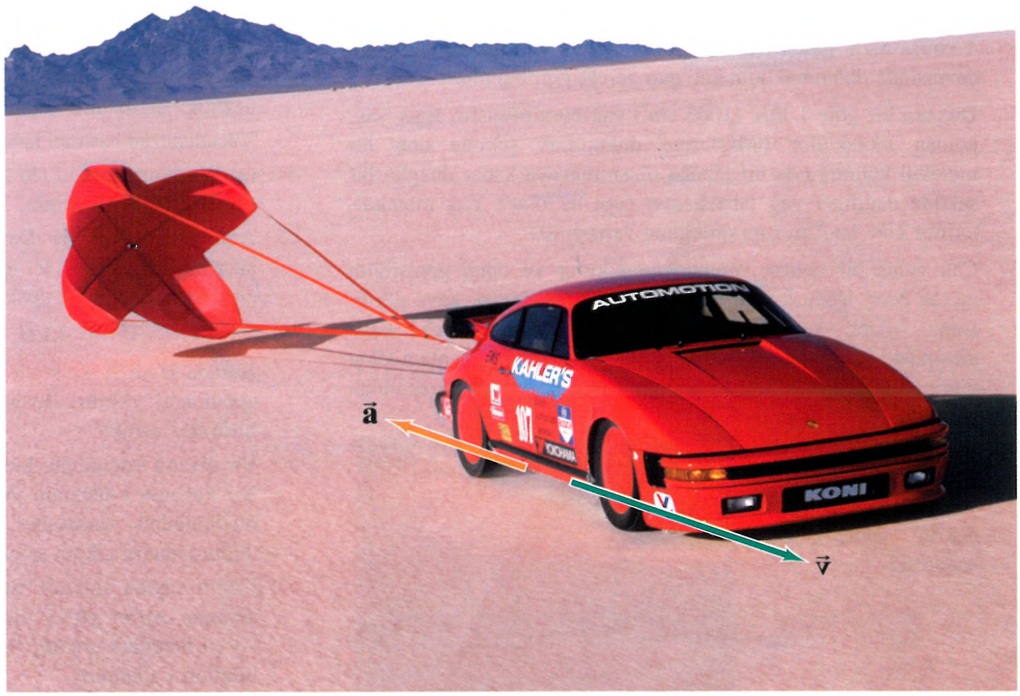
B: Hayır: Sırasıyla 3 ve 2 anlamlı rakama sahiptirler.

C: Ondalıklı basamakların sayısı (*a*) 2, (*b*) 3, (*c*) 4 olmasına rağmen, her üçü de üç anlamlı rakama sahiptirler.

D: (*a*) 2.58×10^{-2}, 3; (*b*) 4.23×10^4, 3 (muhtemelen); (*c*) 3.4450×102, 5.

E: Everest Tepesi, 29,035 ft; K2, 28,251 ft; Kangechenjunga, 28,169 ft.

F: Hayır: 15 m/s ≈ 34 mi/sa



Yüksek süratli bir araç, süratini çabukça azaltmak için bir paraşüt bırakıyor. Aracın hızının ve ivmesinin doğrultularını yeşil ($\vec{\mathbf{v}}$) ve sarı ($\vec{\mathbf{a}}$) oklar gösteriyor. Hareket, hız ve ivme kavramları kullanılarak betimlenir. Burada görülen durumda, $\vec{\mathbf{a}}$ ivmesi hıza zıt yöndedir ki bu nesnenin yavaşladığı anlamına gelir. Kütleçekimi altında düşen nesnelerin düşey hareketini de içeren sabit ivmeli hareketi ayrıntılı olarak inceleyeceğiz.

BÖLÜM

2

Hareketin Tanımlanması: Bir Boyutta Kinematik

İÇERİK

2–1 Referans Çerçeveleri ve Yerdeğiştirme
2–2 Ortalama Hız
2–3 Anlık Hız
2–4 İvme
2–5 Sabit İvmeli Hareket
2–6 Problem Çözme
2–7 Serbestçe Düşen Nesneler
*2–8 Değişken İvmelenme; İntegral Hesabı
*2–9 Grafiksel Analiz ve Sayısal İntegrasyon

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!

[Doğru cevabı şimdi vermek için kaygılanmayın-Bölümün sonunda başka bir şans elde edeceksiniz. Daha fazla açıklama için Bölüm 1'in 1. sayfasına bakın]

İki küçük ağır top aynı yarıçapa sahiptir, fakat birinin kütlesi diğerinin iki katıdır. Toplar aynı anda ikinci kattaki bir balkondan bırakılyorlar. Aşağıya ulaşma süresi:

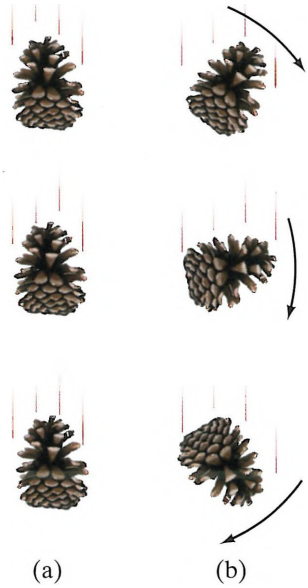
(a) daha hafif top için, daha ağır olan topunkinin iki katı olacaktır.
(b) daha hafif top için, daha uzun, fakat iki katından az olacaktır.
(c) daha ağır top için, daha hafif olan topunkinin iki katı olacaktır.
(d) daha ağır top için, daha uzun, fakat iki katından az olacaktır.
(e) her iki top için de yaklaşık olarak aynı olacaktır.

Nesnelerin hareketi—beyzbol topları, otomobiller, koşucular, ve hatta Güneş ve Ay—gündelik yaşamın bir parçasıdır. Hareket hakkındaki modern kavrayışımızın yerleşmesi ancak on altıncı ve on yedinci yüzyıllarda mümkün olmuştur. Bu kavrayışa birçok kişi katkı sağladı, özellikle Galileo Galilei (1564-1642) ve Isaac Newton (1642-1727).

Nesnelerin hareketinin ve bununla ilişkili kuvvet ve enerji kavramlarının çalışılması **mekanik** olarak bilinen bilim dalını oluşturur. Mekanik geleneksel olarak iki kısma ayrılır: **kinematik**, nesnelerin nasıl hareket ettiğini betimler, **dinamik** ise kuvvet ile nesnelerin hareketi arasındaki ilişki ile ilgilenir. Bu ve bir sonraki Bölüm kinematikle ilgilidir. Şu an için yalnızca dönmeden hareket eden nesneleri tartışacağız (Şek.2-1a).

Bu hareket **öteleme hareketi** olarak bilinir. Bu Bölümde bir düz yol boyunca hareket eden nesneyi betimlemekle meşgul olacağız, bu bir boyutlu öteleme hareketidir. Bölüm 3'te iki (ya da üç) boyutta düz olmayan yollar boyunca öteleme hareketini betimleyeceğiz.

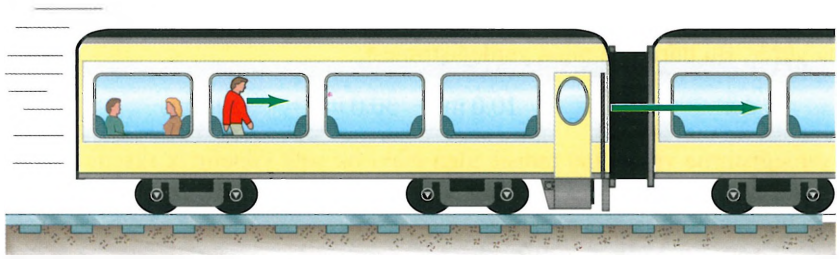
Sık sık uzaysal büyüklüğü olmayan (boyutsuz), matematiksel bir **nokta** olarak düşünülen bir ideal **parçacık** kavramını, ya da modelini, kullanacağız. Bir noktasal parçacık yalnızca öteleme hareketine maruz kalır. Parçacık modeli çoğu gerçek durumda yararlıdır, bu durumlarda sadece öteleme hareketi ile ilgileniriz ve nesnenin boyutu önemsizdir. Örneğin, bir çok amaç için bir bilardo topunu, hatta Ay'a yolculuk eden bir uzay aracını bile bir parçacık olarak düşünebiliriz.



ŞEKİL 2–1 Çam kozalağı (a)'da düştükçe saf öteleme yapmaktadır, halbuki (b)'de ötelemeyle beraber dönmektedir.

2–1 Referans Çerçeveleri ve Yerdeğiştirme

Herhangi bir konum, uzaklık, ya da sürat ölçümü bir **referans çerçevesine,** ya da **referansın çerçevesine**, göre yapılmalıdır. Örneğin, siz, 80 km/sa'le seyahat eden bir trendeyken, bir kişinin 5 km/sa'lik bir süratle sizi geçerek trenin önüne doğru yürüdüğünü varsayın (Şek. 2-2). Bu 5 km/sa kişinin referans çerçevesi olan trene göre süratidir. Yere göre, bu kişi 80 km/sa + 5 km/sa = 85 km/sa'lik bir süratte hareket ediyordur. Bir sürati ifade ederken daima referans çerçevesinin belirtilmesi önemlidir. Gündelik yaşamda, hakkında düşünmesek bile genellikle "dünyaya göre" konuşuruz, fakat karışıklık olduğunda referans çerçevesi belirtilmelidir.



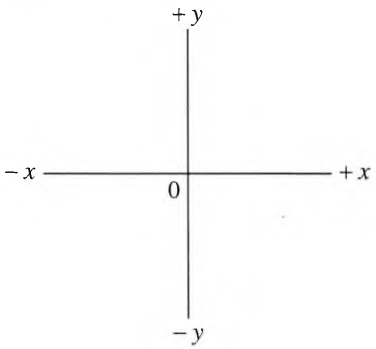
ŞEKİL 2–2 Bir kişi trenin ön tarafına doğru 5 km/sa ile yürüyor. Tren yere göre 80 km/sa ile hareket ediyor, bu nedenle yürüyen kişinin sürati, yere göre 85 km/sa'dir.

Bir nesnenin hareketini belirtirken, yalnızca süratini belirtmek yeterli olmayıp hareketin yönünü de belirtmek gerekir. Bir yönü genellikle, ana yönleri kullanarak, kuzey, doğu, güney ve batı, ve "yukarı" ve "aşağı" ile belirtebiliriz. Fizikte, sıklıkla bir referans çerçevesini temsil etmek için, Şek. 2-3'te görüldüğü gibi, bir **koordinat eksenleri** kümesi çizeriz.

Kolaylık için daima 0 başlangıç noktasını ve x ve y eksenlerinin doğrultularını istediğimiz gibi atayabiliriz. x ve y eksenleri daima birbirlerine diktir. Koordinatların başlangıcının (0) sağına x ekseni üzerine konulan nesneler bir x koordinatına sahiptirler, bunu genellikle pozitif seçeriz; o halde 0'ın solundaki noktalar bir negatif x koordinatına sahip olurlar. y ekseni boyunca olan konum genellikle 0'ın üzerinde iken pozitif, ve 0'ın altında iken negatif olarak düşünülür, bununla beraber kolaylık sağlıyorsa bunların tersi de kullanılabilir. Düzlemde herhangi bir nokta x ve y koordinatları verilerek belirtilebilir. Üç boyutta, x ve y eksenlerine dik olan bir eksen eklenir.

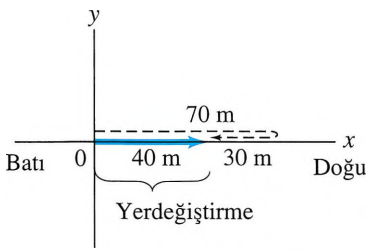
Bir boyutlu hareket için, çoğu kez, x ekseni olarak hareketin meydana geldiği doğruyu seçeriz. O zaman herhangi bir anda bir nesnenin **konumu** kendisinin x koordinatı ile verilir. Eğer hareket düşey ise, düşen bir nesne için olduğu gibi, genellikle y eksenini kullanırız.

ŞEKİL 2–3 Standart xy koordinat eksenleri kümesi.



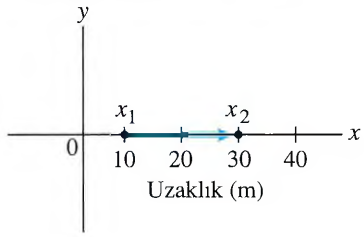
⚠ DİKKAT

Yerdeğiştirme seyahat edilen toplam uzaklığa eşdeğer olmayabilir.

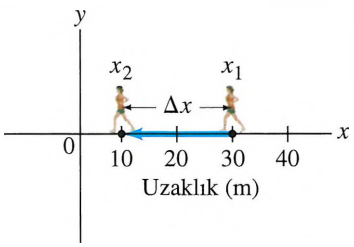


ŞEKİL 2–4 Bir kişi 70 m doğuya, ardından 30 m batıya yürür. Seyahat edilen toplam mesafe 100 m'dir (yol siyah kesikli çizgiyle gösteriliyor); fakat kesiksiz mavi bir ok olarak gösterilen yerdeğiştirme, doğuya doğru 40 m'dir.

ŞEKİL 2–5 Ok $x_2 - x_1$ yerdeğiştirmesini temsil eder. Uzaklıklar metre birimindedir.



ŞEKİL 2–6
$\Delta x = x_2 - x_1 = 10.0\,\text{m} - 30.0\,\text{m}$, yerdeğiştirmesi için, yerdeğiştirme vektörü sola doğrudur.



Bir nesnenin gittiği *uzaklık* ile nesnenin *konumundaki değişim* olarak tanımlanan, **yerdeğiştirmesi** arasındaki farkı iyi belirtmeliyiz. *Yerdeğiştirme, nesnenin başlangıç noktasına olan uzaklığıdır.* Yerdeğiştirme ve toplam uzaklık arasındaki ayrımı görmek için, 70 m doğuya yürüyen ve geri dönüp 30 m'lik bir mesafeyi geri (batıya doğru) yürüyen bir kişi düşünelim (bkz. Şek. 2-4). Seyahat edilen toplam uzaklık 100 m'dir, fakat kişi başlangıç noktasından şimdi yalnızca 40 m uzaklıkta olduğu için yerdeğiştirme sadece 40 m'dir.

Yerdeğiştirme hem büyüklüğü hem de yönü olan bir niceliktir. Böyle nicelikler **vektörler** olarak adlandırılır, ve çizgelerde oklarla gösterilir. Örneğin, Şek. 2-4'te, mavi ok büyüklüğü 40m ve doğrultusu sağa (doğu) doğru olan bir yerdeğiştirmeyi temsil eder.

Vektörlerle daha geniş olarak Bölüm 3'te ilgileneceğiz. Şu an için, sadece bir doğru boyunca, bir boyuttaki hareketle ilgileneceğiz. Bu durumda bir doğrultuda yönlenen vektörler, büyüklüklerine ek olarak pozitif bir işarete sahipken, zıt doğrultuda yönlenen vektörler negatif bir işarete sahip olacaktır.

Belli bir zaman aralığı içinde bir nesnenin hareketini göz önüne alın. Herhangi bir başlangıç zamanında, buna t_1 diyelim, bir nesnenin Şek. 2-5'te görülen koordinat sisteminde x ekseni üzerinde, x_1 konumunda olduğunu varsayın.

Sonraki bir t_2 zamanında, nesnenin x_2 konumuna geldiğini varsayın. Bizim nesnemizin yerdeğiştirmesi $x_2 - x_1$'dir ve Şek. 2-5'te sağı gösteren okla temsil edilir.

$$\Delta x = x_2 - x_1,$$

burada Δ sembolü (Yunanca büyük delta) "değişim" anlamındadır. O zaman Δx "x"teki değişim" ya da "konumdaki değişim" anlamına gelir ki bu da yerdeğiştirmedir. Herhangi bir nicelikteki "değişim" bu niceliğin son değeri eksi başlangıç değeri olarak tanımlanır.

$x_1 = 10.0\,\text{m}$ ve $x_2 = 30.0\,\text{m}$ olduğunu varsayın. O halde

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 30.0\,\text{m} - 10.0\,\text{m} = 20.0\,\text{m}$$

Böylece yerdeğiştirme Şek. 2-5'te görüldüğü gibi pozitif doğrultuda 20.0 m'dir.

Şimdi Şek. 2-6'da görüldüğü gibi sola hareket eden bir nesneyi göz önüne alın. Burada nesne, sözgelimi bir kişi, $x_1 = 30.0\,\text{m}$'den başlar ve sola doğru $x_2 = 10.0\,\text{m}$ noktasına yürür. Bu durumda onun yerdeğiştirmesi,

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10.0\,\text{m} - 30.0\,\text{m} = -20.0\,\text{m},$$

olur ve yerdeğiştirme vektörünü temsil eden mavi ok sola yönelir. x ekseni boyunca bir boyutlu hareket için, sağı işaret eden bir vektörün işareti pozitifken bunun tersine solu işaret eden bir vektörün işareti negatiftir.

ALIŞTIRMA A Bir karınca bir parça grafik kağıdı üzerinde $x = 20\,\text{cm}$'de başlar ve x ekseni boyunca $x = -20\,\text{cm}$ 0'ye yürür. Ardından geri döner ve $x = -10\,\text{cm}$ 'ye yürür. Karıncanın yerdeğiştirmesi ve seyahat ettiği toplam uzaklık nedir?

2–2 Ortalama Hız

Hareket eden bir nesnenin hareketinin en belirleyici özelliği, onun hangi çabuklukla hareket ettiğidir, yani, sürati ya da hızı.

"Sürat" terimi bir nesnenin, doğrultusuna bakmaksızın, verilen bir zaman aralığında ne kadar seyahat edeceğini verir. Eğer bir araç 3 saatte 240 kilometre (km) seyahat ediyorsa, ortalama süratinin 80 km/sa olduğunu söyleriz. Genelde, bir nesnenin **ortalama sürati** *izlenen yol boyunca gittiği toplam mesafenin bu mesafeyi alması için geçen zamana oranı* olarak tanımlanır:

$$\text{ortalama sürat} = \frac{\text{seyahat edilen mesafe}}{\text{geçen zaman}} \qquad (2\text{–}1)$$

"Hız" ve "sürat" terimleri alışılmış dilde sıklıkla birbirlerinin yerine kullanılır. Fakat fizikte ikisi arasında bir ayırım yaparız. Sürat, birimi olan pozitif bir sayıdır. **Hız**, öte

yandan, hem nesnenin hareketinin ne kadar çabuk olduğunun *büyüklüğünü* (sayısal değer) ve hem de onun hareket ettiği *doğrultuyu* belirtir. (Bu yüzden hız bir vektördür.) Sürat ve hız arasında ikinci bir fark daha vardır: şöyle ki, **ortalama hız,** seyahat edilen toplam uzaklık yerine *yerdeğiştirme* terimi kullanılarak tanımlanır:

$$\text{ortalama hız} = \frac{\text{yer değiştirme}}{\text{geçen zaman}} = \frac{\text{son konum} - \text{ilk konum}}{\text{geçen zaman}}$$

Hareket tamamen tek bir yönde olduğunda ortalama sürat ve ortalama hız aynı büyüklüğe sahip olurlar. Diğer durumlarda, farklı olabilirler: Şek. 2-4'te daha önce bahsettiğimiz yürüyüşü yeniden hatırlayın, bir kişi 70 m doğuya ve ardından 30 m batıya yürüdü. Gidilen toplam uzaklık 70 m + 30 m = 100 m, fakat yerdeğiştirme 40 m idi. Bu yürüyüşün tamamlanmasının 70 s aldığını varsayın. O zaman ortalama sürat:

$$\frac{\text{uzaklık}}{\text{geçen zaman}} = \frac{100\text{ m}}{70\text{ s}} = 1.4\text{ m/s}.$$

Öte yandan ortalama hızın büyüklüğü :

$$\frac{\text{yer değiştirme}}{\text{geçen zaman}} = \frac{40\text{ m}}{70\text{ s}} = 0.57\text{ m/s}$$

olacaktır. Sürat ve hızın büyüklüğü arasındaki bu farklılık *ortalama* değerleri hesapladığımızda oluşabilir.

DİKKAT

Ortalama süratin, ortalama hızın büyüklüğüne eşdeğer olması şart değildir.

Genelde bir nesnenin bir-boyutlu hareketini tartışmak için, belli bir zamanda, buna t_1 diyelim, nesnenin bir koordinat sisteminde x ekseni üzerinde x_1 konumunda ve bir süre sonra, t_2 anında x_2 konumunda olduğunu varsayın. **Geçen zaman** $\Delta t = t_2 - t_1$ 'dir; bu zaman aralığı boyunca nesnemizin yerdeğiştirmesi $\Delta x = x_2 - x_1$ 'dir. O zaman, *yerdeğiştirmenin geçen zamana bölümü* olarak tanımlanan ortalama hız

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \qquad \textbf{(2–2)}$$

şeklinde yazılabilir, burada v hızı ifade eder ve v'nin üzerindeki çizgi (–) "ortalama" anlamına gelen standart bir simgedir.

PROBLEM ÇÖZME

+ ya da – işareti çizgisel hareketin yönünü belirtir

$+x$ ekseninin sağa doğru olması genel durumu için, eğer x_2, x_1'den daha küçük ise nesne sola hareket ediyordur ve bu yüzden $\Delta x = x_2 - x_1$ sıfırdan küçüktür. Yerdeğiştirmenin ve dolayısıyla hızın işareti, yönü gösterir: $+x$ ekseni boyunca sağa hareket eden bir nesne için ortalama hız pozitiftir ve nesne sola hareket ettiğinde negatiftir. Ortalama hızın yönü daima yerdeğiştirmenin yönünün aynıdır.

Geçen zaman süresini ya da, $t_2 - t_1$ *zaman aralığını*, kullandığımız gözlem periyodu boyunca geçen süre olarak seçmenin (ve ifade etmenin) önemli olduğuna dikkat edilmelidir.

ÖRNEK 2–1 **Koşucunun Ortalama Hızı**. Bir koordinat sisteminin x ekseni boyunca hareket eden bir koşucunun konumu zamanın fonksiyonu olarak çiziliyor. Bir 3.00 s'lik zaman aralığı boyunca, koşucunun konumu Şek. 2-7'de görüldüğü gibi $x_1 = 50.0$ m 'den $x_2 = 30.5$ m 'ye değişiyor. Koşucunun ortalama hızı nedir?

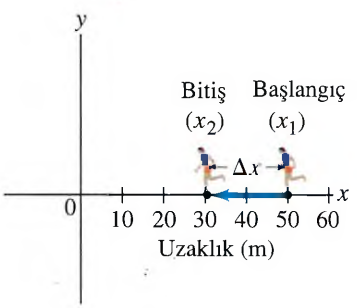
YAKLAŞIM Yerdeğiştirmenin geçen süreye bölümü olan, ortalama hızı bulmak istiyoruz.

ÇÖZÜM Yerdeğiştirme $\Delta x = x_2 - x_1 = 30.5\text{ m} - 50.0\text{ m} = -19.5\text{ m}$, geçen zaman, ya da zaman aralığı, $\Delta t = 3.00$ s 'dir. Ortalama hız

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-19.5\text{ m}}{3.00\text{ s}} = -6.50\text{ m/s}.$$

Yerdeğiştirme ve ortalama hız negatiftir, Şek. 2-7 ile gösterildiği gibi bu bize koşucunun x ekseni boyunca sola hareket ettiğini söyler. Böylece koşucunun ortalama hızının sola doğru 650 m/s olduğunu söyleyebiliriz.

ŞEKİL 2–7 Alıştırma 2-1. Bir kişi $x_1 = 50.0$ m 'den $x_2 = 30.5$ m. 'ye koşuyor. Yerdeğiştirme −19.5 m dir.



ÖRNEK 2–2 **Bir bisikletçinin katettiği mesafe.** Eğer bir bisikletçinin ortalama hızı 18 km/sa ise 2.5 sa'te ne kadar uzaklık gidebilir?

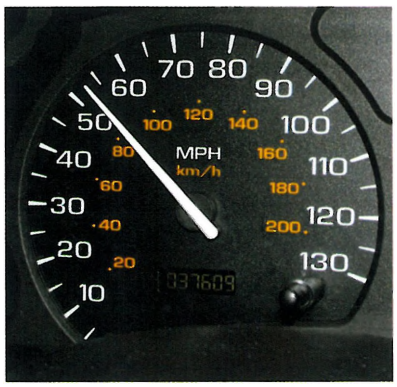
YAKLAŞIM Gidilen mesafeyi bulmak istiyoruz, bu nedenle Dnk. 2-2'yi Δx için çözeriz.

ÇÖZÜM Dnk. 2-2'yi $\Delta x = \bar{v}\,\Delta t$ olarak yeniden yazarız, ve

$$\Delta x = \bar{v}\,\Delta t = (18 \text{ km /sa})\,(2.5 \text{ sa}) = 45 \text{ km buluruz.}$$

ALIŞTIRMA B Bir araç 100 km'yi sabit 50 km/sa ile gidiyor. Daha sonra süratini 100 km/sa'e çıkararak bir 100 km daha gidiyor. Aracın, 200 km'lik gezisi için ortalama sürati nedir? (*a*) 67 km/sa; (*b*) 75 km/sa; (*c*) 81 km/sa; (*d*) 50 km/sa.

2–3 Anlık Hız



ŞEKİL 2–8 Beyaz ile mil/sa, ve turuncu ile km/sa gösteren araba sürat-ölçeri.

Eğer bir aracı, 150 km'lik düz bir yol boyunca 2.0 sa sürerseniz, ortalama hızınızın büyüklüğü 75 km/sa'dir. Buna rağmen, her anda tam olarak 75 km/sa ile hareket ettiğiniz kuşkuludur. Bu durumu betimlemek için, herhangi bir zaman anındaki hız olan *anlık hız* kavramına ihtiyaç duyarız. (Büyüklüğü, bir sürat-ölçer ile gösterilen, Şek. 2-8, birimli sayıdır.) Daha kesin olarak, herhangi bir anda **anlık hız** *sonsuz küçük bir zaman aralığı üzerindeki ortalama hız* olarak tanımlanır. Yani, Dnk. 2-2, Δt'nin son derece küçük olduğu, sıfıra yaklaştığı limitte hesaplanacaktır. Bir boyutlu hareket için anlık hızın (v), tanımı

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}. \qquad \textbf{(2–3)}$$

olarak verilir. Buradaki $\lim_{\Delta t \to 0}$ gösterimi, $\Delta x/\Delta t$ oranının Δt'nin sıfıra yaklaşma limitinde hesaplanacağı anlamına gelir. Ancak basitçe $\Delta t = 0$ alamayız, böyle yaparsak, aynı zamanda Δx de sıfır olacağından tanımsız bir sayımız olur. Bundan dolayı, $\Delta x/\Delta t$, *oranını* bir bütün olarak göz önüne alıyoruz. Δt'yi sıfıra yaklaştırırsak, Δx de sıfıra yaklaşacaktır. Ancak $\Delta x/\Delta t$ oranı belli bir değere yaklaşır, bu verilen herhangi bir andaki anlık hızdır.

Dnk. 2-3'de, $\Delta t \to 0$ limiti analizde dx/dt gösterimi ile yazılır ve x'in t'ye göre *türevi* olarak adlandırılır:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}. \qquad \textbf{(2–4)}$$

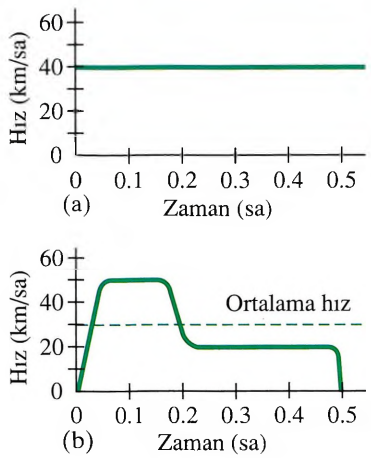
Bu denklem bir boyutlu hareket için anlık hızın tanımıdır.

Anlık hız için v sembolünü kullanırız, ortalama hızı ise $\bar{v}$, ile gösteririz, üstte bir çizgi ile. Bu kitabın geri kalan kısmında, "hız" terimini kullandığımızda, bu, anlık hızı işaret edecektir. Ortalama hızdan bahsetmek istediğimizde, bunu "ortalama" kelimesini katarak belirteceğiz.

Anlık süratin daima anlık hızın büyüklüğüne eşdeğer olduğuna dikkat edilmelidir. Niçin? Çünkü, gidilen uzaklık ve yerdeğiştirmenin büyüklüğü, bunlar sonsuz küçük hale geldiğinde, aynı olur.

Eğer bir nesne belli bir zaman aralığı boyunca düzgün (yani sabit) bir hızla hareket ederse, o zaman herhangi bir andaki anlık hızı ortalama hızıyla aynıdır (bkz. Şek. 2-9a). Fakat çoğu zaman durum böyle değildir. Örneğin, bir araba trafik sıkışıklığında durgun halden başlayabilir, hızını 50 km/sa'e çıkarır, bir zaman için bu hızda kalır, ardından hızını 20 km/sa'e düşürebilir, ve sonunda 30 dak'da toplam 15 km gittikten sonra varacağı yerde durur. Bu gezinti Şek. 2-9b'nin grafiğinde çizilidir. Aynı zamanda grafikte $\bar{v} = \Delta x/\Delta t = 15 \text{ km}/0.50 \text{ sa} = 30 \text{ km/sa}$ olan ortalama hız da (kesikli çizgi). gösterilmiştir.

ŞEKİL 2–9 Zamanın fonksiyonu olarak bir arabanın hızı: (a) sabit hızda; (b) değişken hızlı.



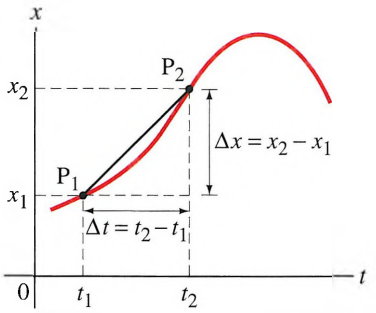
Anlık hızı daha iyi anlamak için, Şek. 2-10'da görüldüğü gibi belli bir parçacığın konumunun zamana karşı (t'ye karşı x) grafiğini düşünelim. (Bunun bir parçacığın "yolunu" bir y'ye karşı x grafiğinde göstermekten farklı olduğuna dikkat edilmelidir.) Parçacık t_1 anında x_1 konumunda, ve t_2 anında x_2 konumundadır. P_1 ve P_2 grafik üzerinde bu iki noktayı temsil eder. $P_1(x_1, t_1)$'den P_2 (x_2, t_2)'ye çizilen düz bir doğru kenarları Δx ve Δt olan bir dik üçgenin hipotenüsünü oluşturur. $\Delta x/\Delta t$ oranı P_1P_2 düz doğrusunun **eğimi**dir. Fakat $\Delta x/\Delta t$ aynı zamanda parçacığın $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığı boyunca ortalama hızıdır. Bu nedenle, herhangi bir $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığı boyunca bir parçacığın ortalama hızı, bir t'ye karşı x grafiğindeki (x_1, t_1) ve (x_2, t_2) noktalarını ilişkilendiren düz çiginin (ya da *kiriş*) eğimine eşittir.

t_1 ve t_2 arasındaki bir t_i zamanını göz önüne alın, bu anda parçacık x_i'dedir (Şek. 2-11). P_1P_i düz çizgisinin eğimi, P_1P_2'nin eğiminden küçüktür. Böylece $t_i - t_1$ zaman aralığı boyunca ortalama hız $t_2 - t_1$ zaman aralığı boyunca olandan daha azdır.

Şimdi Şek. 2-11'deki P_i noktasını P_1 noktasına çok daha yakın olarak aldığımızı düşünelim. Yani, $t_i - t_1$ aralığının, buna artık Δt diyoruz, daha da küçülmesine izin veriyoruz. İki noktayı bağlayan çizginin eğimi P_1 noktasındaki eğriye teğet olan bir çizginin eğimine çok daha yakın hale gelir. Böylece kirişin eğimine eşdeğer olan ortalama hız, P_1 noktasında teğetin eğimine yaklaşır. Anlık hızın tanımı, (Dnk. 2-3) Δt sıfıra yaklaştıkça ortalama hızın aldığı limit değerdir. Böylece bu noktada *anlık hız eğrinin teğetinin eğimine eşdeğerdir* (bunu basitçe, bu noktada "eğrinin eğimi" olarak adlandırabiliriz).

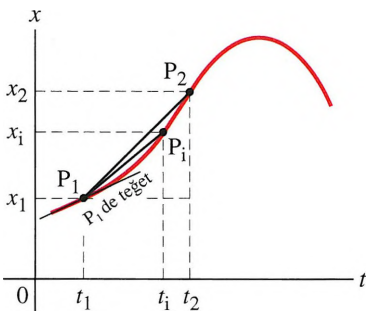
Herhangi bir andaki hız, x-t grafiğinin o andaki teğetinin eğimine eşit olduğu için, herhangi bir andaki hızı böyle bir grafikten bulabiliriz. Örneğin, Şek. 2-12'de (Şek. 2-10 ve Şek. 2-11'dekilerle aynı grafiği gösteriyor) cisim x_1'den x_2'ye giderken, eğim, sürekli olarak artar, dolayısıyla hız artmaktadır. Fakat t_2'den sonraki zamanlar için eğim azalmaya başlar ve hatta, x'in en büyük değerini aldığı Şek. 2-12'deki P_3 noktasında sıfıra erişir. Bu noktanın ötesinde, P_4 'te olduğu gibi eğim negatiftir. Demek ki hız da negatiftir. Bu akla yakındır, çünkü x şimdi azalmaktadır. Parçacık, azalan x değerlerine, standart bir xy grafiğinde sola doğru hareket etmektedir.

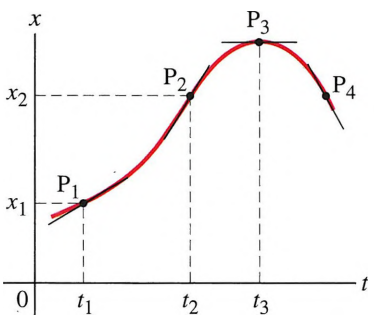
Bir cisim, belirli bir zaman aralığı boyunca sabit hızla hareket ediyorsa, anlık hızı ortalama hızına eşittir. Bu durumda x-t grafiği eğimi hıza eşit olan doğru bir çizgidir. Şek. 2-10'daki eğrinin düz bölümleri olmadığı için hızın sabit olduğu zaman aralıkları yoktur.



ŞEKİL 2–10 Bir parçacığın zamana karşı konum grafiği, $x - t$. P_1P_2 düz çizgisinin eğimi parçacığın $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığı boyunca ortalama hızını verir.

ŞEKİL 2–11 Şek. 2-10'daki konum-zaman grafiğinin aynısıdır, fakat $t_i - t_1$ (bu P_1P_i'nin eğimidir) zaman aralığı üzerinden ortalama hızın $t_2 - t_1$ zaman aralığı üzerinden ortalama hızdan daha küçük olduğuna dikkat edin. P_1 noktasında eğriye teğet olan ince çizginin eğimi t_1 anındaki anlık hıza eşittir.





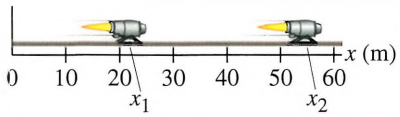
ŞEKİL 2–12 Şek.2-10 ve Şek. 2-11 'deki grafiklerle aynıdır, fakat burada dört ayrı noktadaki eğimler gösteriliyor: P_3'te eğim sıfırdır bu nedenle $v = 0$ 'dır. P_4'te eğim negatiftir, bu nedenle $v < 0$ 'dır.

ALIŞTIRMA C Ters yönde gitmek üzere döndüğünüz anda hızınız nedir? (*a*) Ne kadar çabuk döndüğünüze bağlıdır; (*b*) her zaman sıfırdır; (*c*) her zaman negatiftir; (*d*) yukardakilerin hiçbirisi doğru değildir.

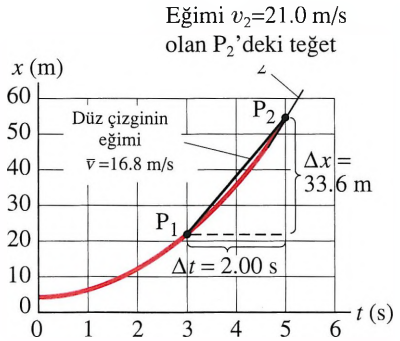
Çeşitli fonksiyonların türevleri analiz derslerinde çalışılır, bu kitapta Ek B'de bir özet verilmiştir. Çok kullanacağımız polinom fonksiyonlarının türevleri şöyledir:

$$\frac{d}{dt}(Ct^n) = nCt^{n-1} \quad \text{and} \quad \frac{dC}{dt} = 0,$$

Burada C bir sabittir.



(a)



(b)

ŞEKİL 2–13 Örnek 2-3. (a) Düz bir yol boyunca giden motor. (b) x-t grafiği: $x = At^2 + B$.

ÖRNEK 2–3 ***x, t'nin fonksiyonu olarak veriliyor.*** Bir jet motoru, Şek. 2-13a'da görüldüğü gibi bir doğru (bunu x ekseni olarak adlandıracağız) boyunca hareket eder. Motoru sanki bir parçacıkmış gibi ele alacağız. Konumu zamanın fonksiyonu olarak $x = At^2 + B$, denklemi ile verilir, burada $A = 2.10\,\text{m/s}^2$ ve $B = 2.80\,\text{m}$ 'dir, ve bu denklem Şek. 2-13'de çizilidir. (*a*) $t_1 = 3.00\,\text{s}$'den $t_2 = 5.00\,\text{s}$. (*b*) zaman aralığı boyunca motorun yerdeğiştirmesini belirleyin. (*b*) Bu zaman aralığı boyunca ortalama hızı belirleyin. (*c*) $t = 5.00\,\text{s}$ 'de anlık hızın büyüklüğünü belirleyin.

YAKLAŞIM x_1 ve x_2'yi elde etmek için t_1 ve t_2'yi x için verilen denklemde yerine koyarız. Ortalama hız Dnk. 2-2'den bulunabilir. Az önce verilen fomülleri kullanarak, anlık hızı bulmak için verilen x denkleminin t'ye göre türevini alırız.

ÇÖZÜM (*a*) $t_1 = 3.00\,\text{s}$ 'de konum (Şek. 2-13b deki P_1 noktası)

$$x_1 = At_1^2 + B = (2.10\,\text{m/s}^2)(3.00\,\text{s})^2 + 2.80\,\text{m} = 21.7\,\text{m}.$$

$t_2 = 5.00\,\text{s}$ 'de, konum (Şek. 2-13b'deki P_2 noktası)

$$x_2 = (2.10\,\text{m/s}^2)(5.00\,\text{s})^2 + 2.80\,\text{m} = 55.3\,\text{m}.$$

$$x_2 - x_1 = 55.3\,\text{m} - 21.7\,\text{m} = 33.6\,\text{m}.$$

(*b*) Ortalama hızın büyüklüğü

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{33.6\,\text{m}}{2.00\,\text{s}} = 16.8\,\text{m/s}$$

biçiminde hesaplanabilir. Bu, Şek. 2-13b'de görülen P_1 ve P_2 noktalarını birleştiren düz çizginin eğimine eşdeğerdir.

(*c*) $t = t_2 = 5.00\,\text{s}$'de anlık hız, Şek. 2-13b'de görülen P_2 noktasındaki eğrinin teğetinin eğimine eşdeğerdir. v_2'yi elde etmek için bu grafiğin eğimini ölçebilirdik. Fakat t zamanının fonksiyonu olarak motorun x konumunu veren

$$x = At^2 + B,$$

formülünü kullanarak herhangi bir t anı için v'yi daha kesin olarak hesaplayabiliriz. x'in zamana göre türevini alırız (önceki sayfanın altındaki formüllere bakınız):

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(At^2 + B) = 2At.$$

Bize $A = 2.10\,\text{m/s}^2$ verilmiştir, böylece $t = t_2 = 5.00\,\text{s}$ için,

$$v_2 = 2At = 2(2.10\,\text{m/s}^2)(5.00\,\text{s}) = 21.0\,\text{m/s}$$ bulunur.

2–4 İvme

Hızı değişen bir nesnenin ivmeli olduğu söylenir. Örneğin, hızının büyüklüğü sıfırdan 80 km/sa'e artan bir araba ivmelenmektedir. İvme bir nesnenin hızının nasıl değiştiğini belirler.

Ortalama İvme

Ortalama ivme hızdaki değişimin, bu değişimin olması için geçen süreyle bölünmesi olarak tanımlanır:

$$\text{ortalama ivme} = \frac{\text{hızın değişimi}}{\text{geçen zaman}}$$

Simgeler kullanırsak, hızın $\Delta v = v_2 - v_1$, kadar değiştiği $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığı

boyunca ortalama ivme

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \qquad (2\text{–}5)$$

olarak tanımlanır. Hız bir vektör olduğundan ivme de bir vektördür. Ancak bir boyutlu hareket için, seçilen bir koordinat eksenine göre ivmenin doğrultusunu göstermek için yalnızca bir artı ya da eksi işareti kullanmaya ihtiyaç duyarız.

ÖRNEK 2–4 **Ortalama ivme.** Bir araba düz bir yol boyunca 5.0 s'de durgun halden 90 km/sa hıza ivmeleniyor, Şek. 2-14. Ortalama ivmesinin büyüklüğü nedir?

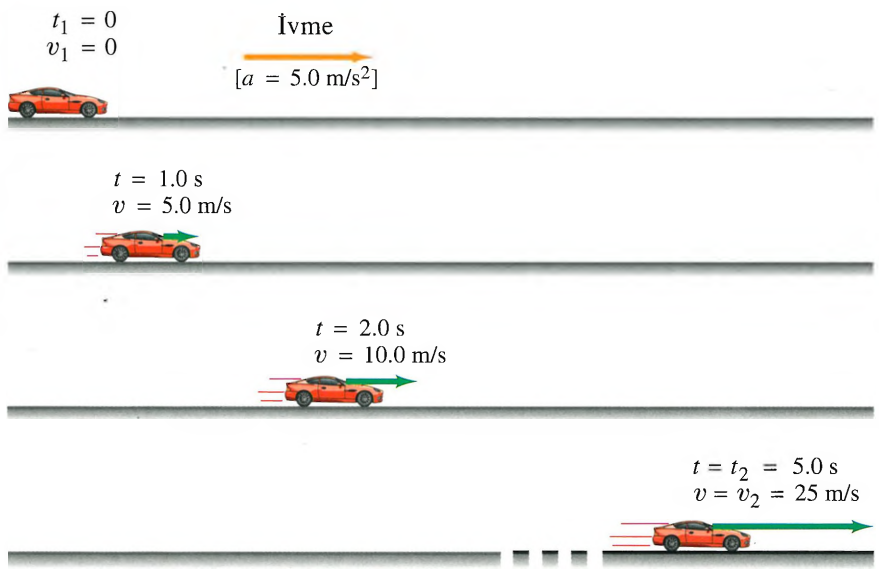
YAKLAŞIM Ortalama ivme hızdaki değişimin geçen süre ile, 5.0 s, bölümüdür. Araba durgun halden başlar, bu nedenle $v_1 = 0$ 'dır. Son hız

$v_2 = 90\,\text{km/sa} = 90 \times 10^3\,\text{m}/3600\,\text{s} = 25\,\text{m/s}$ 'dir.

ÇÖZÜM Dnk. 2-5'ten ortalama ivme

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{25\,\text{m/s} - 0\,\text{m/s}}{5.0\,\text{s}} = 5.0\,\frac{\text{m/s}}{\text{s}}.$$

Bu "beş metre bölü saniye, bölü saniye" olarak okunur ve hızın ortalama her saniye boyunca 5.0 m/s değiştiği anlamına gelir. Yani, ivmenin sabit olduğunu varsayarsak, ilk saniye boyunca arabanın hızı sıfırdan 5.0 m/s'ye çıkmıştır. Bir sonraki saniye boyunca hızı bir 5.0 m/s daha artarak $t = 2.0\,\text{s}$ 'de 10.0 m/s'ye ulaşmıştır. Şek. 2-14'e bakınız.



ŞEKİL 2–14 Örnek 2-4. Başlangıçta $t_1 = 0$'da $v_1 = 0$ ile bir araba var. Araba $t = 1.0\,\text{s}$, $t = 2.0\,\text{s}$, ve zaman aralığımızın sonu, $t_2 = 5.0\,\text{s}$ 'de, üç kere daha görülüyor. İvmenin sabit ve 5.0 m/s^2'ye eşit olduğunu varsayıyoruz. Yeşil oklar hız vektörlerini temsil ediyor; her okun uzunluğu hızın bu andaki büyüklüğünü temsil eder. İvme vektörü turuncu oktur. Mesafeler ölçekli değildir.

Neredeyse her zaman ivme için m/s/s yazmak yerine m/s^2 (metre bölü saniye kare) yazarız. Bu olabilir, çünkü:

$$\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}\cdot\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

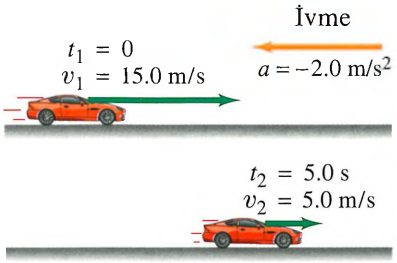
Örnek 2-4'teki hesaplamaya göre, hız her saniye boyunca ortalama 5 m/s ile toplam 5.0 s'de 25 m/s değişmiştir; ortalama ivme 5.0 m/s^2'dir.

İvmenin bize, hızın ne kadar çabuk değiştiğini söylediğine dikkat edin, hız ise konumun ne kadar çabuk değiştiğini söyler.

KAVRAMSAL ÖRNEK 2–5 **Hız ve ivme.** (*a*) Bir nesnenin hızı sıfır ise, bu ivmenin sıfır olması anlamına gelir mi? (*b*) Eğer ivme sıfır ise, bu hızın sıfır olduğu anlamına gelir mi? Bazı örnekler düşünün.

YANIT Sıfır hız, ivmenin zorunlu olarak sıfır olması anlamına gelmez, ve sıfır ivme de hızın sıfır olduğu anlamına gelmez. (*a*) Örneğin, durgun olan aracınızın gaz pedalına ayağınızı koyduğunuz zaman, hız sıfırdan başlar fakat aracın hızı değiştiğinden ivme sıfır değildir. (Aracınızın hızı değişmeseydi—yani ivmelenmeseydi nasıl ilerlemeye başlayabilirdi?) (*b*) Düz bir anayolda sabit bir 100 km/sa hızda seyrettikçe, ivmeniz sıfırdır: $a = 0, v \neq 0$.

ALIŞTIRMA D Güçlü bir arabanın 6.0 s'de sıfırdan 60 mil/sa hıza erişeceği reklam ediliyor. Bu, araba hakkında ne söylemektedir? (*a*) Hızlıdır (yüksek sürat); ya da (*b*) iyi ivmelenir?



ŞEKİL 2–15 Örnek 2-6, t_1 ve t_2 anlarında arabanın konumunu gösteriyor. Arabanın hızı yeşil okla gösteriliyor. İvme vektörü (turuncu), araba sağa doğru giderken yavaşladığından sola doğrudur.

ÖRNEK 2–6 **Yavaşlayan araba.** Bir otomobil, pozitif x ekseni olarak seçtiğimiz düz bir anayol boyunca sağa doğru hareket ediyor (Şek. 2-15). Ardından sürücü frene basar. Eğer başlangıç hızı $v_1 = 15.0$ m/s ve $v_2 = 5.0$ m/s 'ye yavaşlamak için 5.0 s geçiriyorsa, arabanın ortalama ivmesi nedir?

YAKLAŞIM $\bar{a}$ için, verilen ilk ve son hızları, ve geçen zamanı Dnk. 2-5'e koyarız.

ÇÖZÜM Dnk. 2-5'te, başlangıç anını $t_1 = 0$ ve $t_2 = 5.0$ s seçelim. Seçimimiz $\bar{a}$'nın) hesabını etkilemez, çünkü Dnk. 2-5'te yalnızca $\Delta t = t_2 - t_1$ farkı vardır.) Sonuçta,

$$\bar{a} = \frac{5.0\text{ m/s} - 15.0\text{ m/s}}{5.0\text{ s}} = -2.0\text{ m/s}^2.$$

Negatif işaret son hızın başlangıç hızından daha az olmasından dolayı ortaya çıkar. Bu durumda ivmenin yönü sola doğrudur (negatif x yönünde)-hızın daima sağa yönelmesine rağmen. İvmenin 2.0 m/s^2 ve sola doğru olduğunu söyleriz, Şek. 2-15'te turuncu okla gösterilmiştir.

Hız Kesme

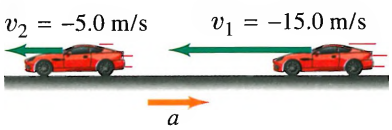
DİKKAT

Hız kesme, hızın büyüklüğünün azalması anlamına gelir: a zorunlu olarak negatif değildir

Bir nesne yavaşladığı zaman, onun **hız kestiğini** söyleyebiliriz. Ancak dikkatli olun: hız kesme ivmenin zorunlu olarak negatif olduğu anlamına gelmez. Pozitif x ekseni boyunca sağa doğru hareket eden bir nesnenin hızı pozitiftir; nesne yavaşlıyorsa (Şek. 2-15'te görüldüğü gibi) ivme negatiftir. Fakat sola doğru hareket eden (azalan x), ve yavaşlayan aynı araba, Şek. 2-16'da görüldüğü gibi sağa doğru yönelen pozitif ivmeye sahiptir. Hızın büyüklüğü azaldığında bir hız kesme söz konusudur, ve sonuçta hız ve ivme zıt yöndedirler.

ŞEKİL 2–16 Örnek 2-6'daki araba, şimdi sola doğru hareket ediyor ve yavaşlıyor.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{(-5.0\text{ m/s}) - (-15.0\text{ m/s})}{5.0\text{ s}} = \frac{-5.0\text{ m/s} + 15.0\text{ m/s}}{5.0\text{ s}} = +2.0\text{ m/s}.$$



ALIŞTIRMA E Bir araba x ekseni boyunca hareket etmektedir. Eğer araba pozitif x ekseni doğrultusunda (*a*) artan hızla ya da (*b*) azalan hızla hareket ederse arabanın ivmesinin işareti nedir? Eğer araba negatif yönde (*c*) artan hızla ya da (*d*) azalan hızla hareket ederse ivmesinin işareti nedir?

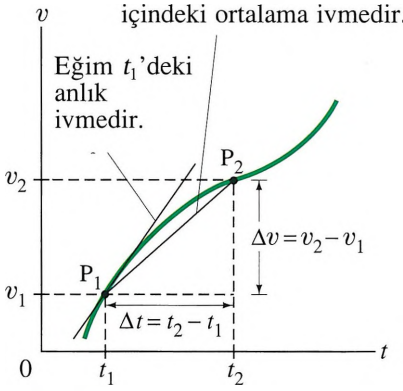
Anlık İvme

Anlık ivme, a, ortalama ivmenin Δt'yi *sıfıra götürdüğümüz limit değeri* olarak tanımlanır:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}. \qquad (2\text{–}6)$$

Bu limit, dv/dt 'nin t'ye göre türevidir. "İvme" terimini anlık değer için kullanacağız. Ortalama ivmeyi tartışmak istiyorsak, daima "ortalama" kelimesini ekleyeceğiz.

Şek. 2-17'de görüldüğü gibi v hızının, t zamanına, karşı bir grafiğini çizersek, bir $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığı üzerinden ortalama ivme, görüldüğü gibi P_1 ve P_2 noktalarını birleştiren düz çizginin eğimi ile temsil edilir. [Bunu, düz çizginin eğiminin ortalama hızı temsil ettiği Şek. 2-10'daki konumun zamana karşı grafiği ile karşılaştırın.] Herhangi bir t_1 anındaki anlık ivme bu andaki $v - t$ eğrisinin teğetinin eğimidir, bu Şek. 2-17'de gösteriliyor. Gelin bu gerçeği Şek. 2-17'de çizilen durum için kullanalım; t_1 anından t_2 anına gidersek hız sürekli olarak artar, ancak eğrinin eğimi azaldığı için ivme (hızın değişme hızı) azalır.



ŞEKİL 2–17 v hızının, t zamanına, karşı grafiği. Bir $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığı üzerinden ortalama ivme, P_1P_2 düz çizgisinin eğimidir: $a = \Delta v/\Delta t$. t_1 anındaki anlık ivme ise, $v - t$ eğrisinin bu andaki eğimidir.

ÖRNEK 2–7 ***x(t)* verildiğinde ivmenin hesabı.** Bir parçacık, Örnek 2-3'deki gibi konumunun $x = (2.10\ \text{m/s}^2)t^2 + (2.80\ \text{m})$, bağıntısı ile verildiği için düz bir çizgide hareket ediyor. (*a*) $t_1 = 3.00$ s'den $t_2 = 5.00$ s 'ye kadar olan zaman aralığı boyunca ortalama ivmesini, ve (*b*) zamanın fonksiyonu olarak anlık ivmesini hesaplayın.

YAKLAŞIM İvmeyi hesaplamak için, ilk olarak x'i türevleyerek t_1 ve t_2'deki hızı bulmalıyız: $v = dx/dt$. Daha sonra ortalama ivmeyi bulmak için Dnk. 2-5'i ve anlık ivmeyi bulmak için Dnk. 2-6'yı kullanırız.

ÇÖZÜM (*a*) Herhangi bir t anında hız Örnek 2-3c'de gördüğümüz gibi

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(2.10\ \text{m/s}^2)t^2 + 2.80\ \text{m}\right] = (4.20\ \text{m/s}^2)t,$$

olarak bulunur.

Böylece $t_1 = 3.00$ s, $v_1 = (4.20\ \text{m/s}^2)(3.00\ \text{s}) = 12.6$ m/s ve

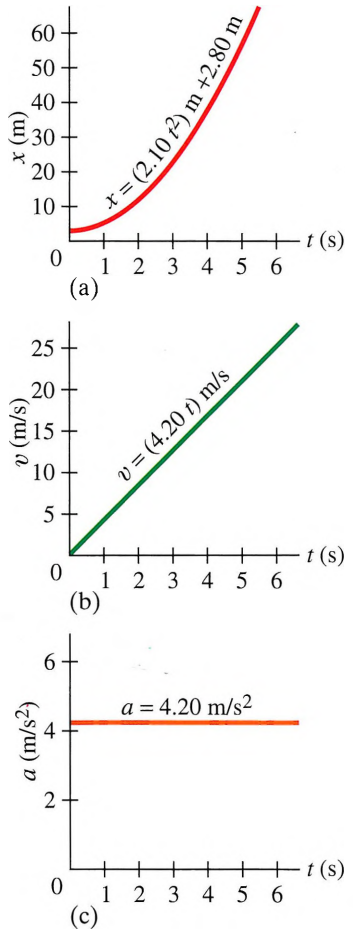
$t_2 = 5.00$ s, $v_2 = 21.0$ m/s. O halde,

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{21.0\ \text{m/s} - 12.6\ \text{m/s}}{5.00\ \text{s} - 3.00\ \text{s}} = 4.20\ \text{m/s}^2.$$

(*b*) $v = (4.20\ \text{m/s}^2)t$ 'den herhangi bir andaki anlık ivme

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(4.20\ \text{m/s}^2)t\right] = 4.20\ \text{m/s}^2.$$

İvme bu durumda sabittir; zamana bağlı değildir. Şek. 2-18 (*a*) $x-t$ (Şek. 2-13b' nin aynı) (*b*) $v-t$, (yukarıda hesaplandığı gibi lineer olarak artıyor), ve (*c*) $a-t$ (yatay bir düz çizgi çünkü a = sabit) grafiklerini gösteriyor.



ŞEKİL 2–18 Örnek 2–7. $x = At^2 + B$. hareketi için (a) x-t (b) $v - t$, ve (c) a-t grafikleri. v'nin t ile lineer olarak arttığına ve ivmenin, a, sabit olduğuna dikkat edin. Ayrıca, v, $x - t$ eğrisinin eğimi iken a, $v - t$ eğrisinin eğimidir.

Hız gibi, ivme de bir büyüklüğün zamanla nasıl değiştiğinin bir ölçüsüdür. Bir nesnenin hızı, yedeğiştirmesinin zamanla nasıl değiştiğini gösterir; öte yandan onun ivmesi, hızının zamanla değişmesinin ölçüsüdür. Bir bakıma, ivme bir "hızın hızıdır". Bu denklem biçiminde aşağıdaki gibi ifade edilebilir: $a = dv/dt$ ve $v = dx/dt$ olduğundan,

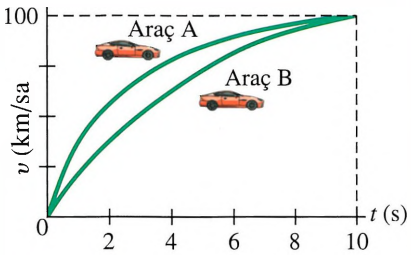
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Burada d^2x/dt^2 x'in t'ye göre *ikinci türevi*dir: ivmeyi elde etmek için ilk önce x'in t'ye göre türevini alırız (dx/dt), ve daha sonra tekrar t'ye göre türev alırız, $(d/dt)(dx/dt)$.

ALIŞTIRMA F Bir parçacığın konumu aşağıdaki denklemle veriliyor:

$$x = (2.00\ \text{m/s}^3)t^3 + (2.50\ \text{m/s})t.$$

$t = 2.00$ s'de parçacığın ivmesi nedir? (*a*) 13.0 m/s^2; (*b*) 22.5 m/s^2; (*c*) 24.0 m/s^2; (*d*) 2.00 m/s^2?



ŞEKİL 2–19 Örnek 2–8.

KAVRAMSAL ÖRNEK 2–8 **Grafiklerle çözümleme.** Şekil 2-19, 10.0 s'de 0'dan 100 km/sa'e ivmelenen iki araba için hızı zamanın bir fonksiyonu olarak gösteriyor. İki araba için (*a*) ortalama ivmeyi, (*b*) anlık ivmeyi ve (*c*) gidilen toplam mesafeyi karşılaştırın.

YANIT (*a*) Ortalama ivme $\Delta v/\Delta t$ 'dir. Her iki araba aynı Δv (100 km/sa) ve aynı Δt (10.0 s)'ye sahiptir, bu nedenle ortalama ivme her iki araba için de aynıdır. (*b*) Anlık ivme v-t eğrisine olan teğetin eğimidir. Yaklaşık ilk 4 s için, üstteki eğri alttaki eğriden daha diktir, bu nedenle A aracı bu aralık boyunca daha büyük bir ivmeye sahiptir. Son 6s boyunca alttaki eğri daha diktir, bu nedenle B aracı bu period için daha büyük bir ivmeye sahiptir. (*c*) $t = 0$ ve $t = 10.0\,\text{s}$ dışında, A aracı daima B aracından daha hızlı gidiyor. Daha hızlı gittiğinden, aynı sürede daha uzağa gidecektir.

2–5 Sabit İvme ile Hareket

Şimdi ivmenin büyüklüğünün sabit olduğu ve hareketin bir düz çizgide olduğu durumu gözden geçiriyoruz. Bu durumda, anlık ve ortalama ivmeler eşittitler. Sabit a için, diğerlerini biliyorsak bu değişkenlerden herhangi birini belirlememizi sağlamak üzere x, v, a ve t'yi ilişkilendiren bir dizi denklemi türetmek amacıyla ortalama hız ve ivmenin tanımlarını kullanarız.

Gösterimimizi basitleştirmek için, herhangi bir tartışmada başlangıç anını sıfır olarak alalım, ve ona t_0 diyelim: $t_1 = t_0 = 0$ (Bu, uygulamada t_0'da bir kronomotreyi başlatmaktır.) Geçen süre $t_2 = t$ 'dir. Cismin başlangıç konumu (x_1) ve başlangıç hızı (v_1) $t = 0$' daki x ve v'yi temsil ettiklerinden x_0 ve v_0 ile gösterilecektir. t anındaki konum ve hız, x ve v (x_2 ve v_2 yerine) olarak adlandırılacaktır. $t_0 = 0$ seçtiğimizden $t - t_0$ zaman aralığı boyunca ortalama hız

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{x - x_0}{t}$$

olur. Zamana göre sabit kabul edilen ivme (Dnk. 2-5),

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

olarak bulunur. Genel bir problem, bir cismin geçen bir t süresinden sonraki hızını, cismin sabit ivmesi bize verildiğinde, belirlemektir. Böyle problemlerde, son denklemi v için çözüp

$$v = v_0 + at \qquad \text{[sabit ivme]} \qquad \textbf{(2–7)}$$

elde ederiz. Eğer bir cisim durgun halden $(v_0 = 0)$ başlar ve $4.0\,\text{m/s}^2$ 'lik bir süre için $t = 6.0\,\text{s}$ ile ivmelenirse bu sürenin sonunda hızı $v = at = (4.0\,\text{m/s}^2)(6.0\,\text{s}) = 24\,\text{m/s}$ olacaktır.

Şimdi, gelin bir nesnenin sabit bir ivme ile giderken t kadar zaman sonraki x konumunun nasıl hesaplandığına bakalım. Ortalama hızın tanımı (Dnk. 2-2) $\bar{v} = (x - x_0)/t$ 'dir, bunu şöyle yazabiliriz:

$$x = x_0 + \bar{v}t. \qquad \textbf{(2–8)}$$

Hız sabit bir oranda arttığı için, ortalama hız, başlangıç ve son hızların arasında bir değere sahip olacaktır:

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}. \qquad \text{[sabit ivme]} \qquad \textbf{(2–9)}$$

DİKKAT
Sadece a = sabit için ortalama hız

(Dikkat: İvme sabit değilse Denklem 2-9 geçerli değildir.)
Son iki denklemi Dnk. 2-7 ile birleştiririz ve

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \bar{v}t \\ &= x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t \\ &= x_0 + \left(\frac{v_0 + v_0 + at}{2}\right)t \end{aligned}$$

ya da $$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2. \qquad \text{[sabit ivme]} \qquad \textbf{(2–10)}$$

2-7, 2-9 ve 2-10 denklemleri sabit ivmeli hareketteki en yararlı dört denklemin üçüdür.

Şimdi zamanın bilinmediği durumlarda yararlı olan dördüncü denklemi türetelim. Dnk.2-9'u Dnk. 2-8'de yerine koyalım:

$$x = x_0 + \bar{v}t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t.$$

Daha sonra Dnk. 2-7'yi t için çözerek

$$t = \frac{v - v_0}{a},$$

elde ederiz, ve bunu bir önceki denklemde yerine koyarsak

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

buluruz. Bunu v^2 için çözeriz ve

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0), \qquad \text{[sabit ivme]} \quad \textbf{(2–11)}$$

elde ederiz, bu aradığımız denklemdir. Şimdi, a ivmesi sabit olduğunda konumu, hızı, ivmeyi ve zamanı ilişkilendiren dört denklemimiz var. İleride başvurabilmemiz için bu kinematik denklemleri bir araya toplayalım (bej fon rengi bunların yararlılığını vurgular):

Sabit ivme için kinematik denklemler (bunları çok kullanacağız)

$$v = v_0 + at \qquad [a = \text{sabit}] \quad \textbf{(2–12a)}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad [a = \text{sabit}] \quad \textbf{(2–12b)}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad [a = \text{sabit}] \quad \textbf{(2–12c)}$$

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2}. \qquad [a = \text{sabit}] \quad \textbf{(2–12d)}$$

Bu faydalı denklemler, a sabit olmadığı sürece geçerli değildir. Çoğu durumda $x_0 = 0$, alabiliriz, ve bu yukarıdaki denklemleri biraz basitleştirir. x'in uzaklığı değil konumu temsil ettiğine dikkat edin, $x - x_0$ yerdeğiştirme ve t geçen zamandır.

ÖRNEK 2–9 **Uçak pisti tasarımı.** Küçük uçaklar için bir hava alanı tasarladığınızı düşünün. Bu hava alanını kullanmak zorunda olan bir bir çeşit uçak havalanmadan önce en az 27.8 m/s (100 km/sa) hıza ulaşmak zorundadır ve 2.00 m/s^2 ile ivmelenebilir. (*a*) Eğer pist 150 m uzunluğunda ise, bu uçak havalanmak için gereken sürate erişebilir mi? (*b*) Erişemezse, pist ne kadar uzunlukta olmak zorundadır?

FİZİK UYGULAMASI
Havaalanı Tasarımı

YAKLAŞIM Uçağın ivmesi sabittir, bu nedenle sabit ivme için bulduğumuz kinematik denklemleri kullanabiliriz. (*a*) da v'yi bulmak istiyoruz ve bize şunlar veriliyor:

Bilinen	İstenen
$x_0 = 0$	v
$v_0 = 0$	
$x = 150\,\text{m}$	
$a = 2.00\,\text{m/s}^2$	

ÇÖZÜM (*a*) Yukarıdaki dört denklemden, Dnk. 2-12c v_0, a, x, ve x_0 bilindiğinde bize v'yi verecektir:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$
$$= 0 + 2(2.00\,\text{m/s}^2)(150\,\text{m}) = 600\,\text{m}^2/\text{s}^2$$
$$v = \sqrt{600\,\text{m}^2/\text{s}^2} = 24.5\,\text{m/s}.$$

PROBLEM ÇÖZME
Denklem 2-12 sadece ivme sabit olduğunda geçerliydi, bu örnekte bunu varsaydık.

Bu pist uzunluğu yeterli değildir.

(*b*) Şimdi verilen $v = 27.8\,\text{m/s}$ ve $a = 2.00\,\text{m/s}^2$ ile pistin en küçük uzunluğunu, $x - x_0$, bulmak istiyoruz. Bu nedenle Dnk. 2-12c'yi

$$(x - x_0) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(27.8\,\text{m/s})^2 - 0}{2(2.00\,\text{m/s}^2)} = 193\,\text{m}$$

olarak yeniden yazılmış biçimiyle tekrar kullanırız. 200 m'lik bir pist bu uçak için daha uygundur.

NOT Bu örneği uçak sanki bir parçacıkmış gibi çözdük, bu nedenle yanıtımızı 200 m'ye yuvarladık.

ALIŞTIRMA G Bir araba 1/4 mil'lik (402 m) bir yarış süresince durgun halden başlar ve sabit 10 m/s^2 ivmesi ile ivmelenir. Araba bitiş çizgisine hangi hızla varır? (*a*) 8090 m/s; (*b*) 90 m/s; (*c*) 81 m/s; (*d*) 809 m/s.

2–6 Problem Çözme

Daha fazla çözümlü örnek yapmadan önce, gelin problem çözmeye nasıl yaklaşıldığına bakalım. İlk olarak, fiziğin, hatırlanması gereken bir denklemler topluluğu olmadığına dikkat etmek önemlidir. İyi sonuç verebilen bir denklemi aramak sizi yanlış bir sonuca götürebilir ve şüphesiz fiziği anlamanıza yardımcı olmayacaktır. Daha iyi bir yaklaşım "Problem Çözme Stratejisi" içine yerleştirdiğimiz aşağıdaki (kaba) yöntemi kullanmaktır, (Yardımcı olabilecek benzer Problem Çözme Stratejileri, kitabın içerisinde bulunacaktır.)

PROBLEM ÇÖZME

1. 1. Problemin tümünü, çözmeye çalışmadan önce okuyun ve **yeniden okuyun**.
2. Hangi **cismi** (ya da cisimleri) hangi **zaman aralığı** için inceleyeceğinize karar verin.
3. Gerekiyorsa, durumun bir resmini ya da **diyagramını** koordinat eksenleri kullanarak **çizin.** [Koordinatların başlangıcını ve eksenleri, hesaplamalarınızı kolaylaştırmak üzere istediğiniz yere koyabilirsiniz.]
4. "**Bilinen**" ya da "verilen" ve *bilmek istediğiniz* nicelikleri yazın. Seçilen zaman aralığının başlangıcındaki ve sonundaki nicelikleri göz önüne alın.
5. Bu probleme hangi **fizik ilkelerinin** uygulanacağı hakkında düşünün. Sağduyunuzu ve kendi deneyimlerinizi kullanın. Daha sonra bir yaklaşım planlayın.
6. Hangi **denklemlerin** (ve/veya tanımların) ilgili nicelikleri ilişkilendirdiği üzerinde düşünün. Onları kullanmadan önce, **geçerlilik aralığının** sizin probleminizi içerdiğinden emin olun (örneğin Dnk. 2-12 sadece ivme sabit olduğunda geçerlidir). Eğer sadece bilinen nicelikleri ve istenen bir bilinmezi içeren uygun bir denklem bulursanız, bilinmeyen için denklemi cebirsel olarak **çözün.**
7. Eğer problem sayısal ise **hesaplamayı** yapın. Hesaplamalar boyunca bir ya da iki ekstra basamağı tutun, ancak son yanıt(lar)ı doğru sayıda anlamlı rakama yuvarlayın (Kısım 1-3).
8. Elde ettiğiniz sonuç hakkında dikkatlice düşünün: **Akla yatkın** mı? Kendi sezgilerinize ve deneyimlerinize uygun mu? İyi bir sağlama, Kısım 1-6'da tartışıldığı gibi, sadece onun kuvvetlerini kullanarak kaba bir **tahmin** yapmaktır. Çoğunlukla sayısal bir problemin başlangıcında kaba bir tahmin yapmak tercih edilir, çünkü bu dikkatinizi çözüme giden bir yol üzerinde odaklamanıza yardımcı olabilir.
9. Problem çözmenin çok önemli bir yanı **birimlerin** izini sürmektir. Eşitlik işareti her iki yanın sayıları kadar birimlerinin de aynı olmasını ifade eder. Eğer birimler eşit değilse bir hatanın yapıldığı şüphesizdir. Bu, çözümünüz için bir sağlama yapma görevini görebilir (fakat bu sadece sizin hatalı olduğunuzu söyleyebilir, doğru olduğunuzu söyleyemez). Daima uyumlu bir birimler kümesi kullanın.

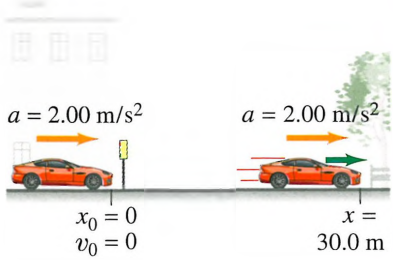
ÖRNEK 2–10 Bir aracın ivmelenmesi. Bir araç durgun halden itibaren sabit 2.00 m/s^2 ile ivmelenirse, 30.0-m'lik bir kavşağı ışık yeşile dönüştükten sonra ne kadar sürede geçer?

YAKLAŞIM Yukarıdaki Problem Çözme Stratejisini adım adım takip ederiz.

ÇÖZÜM

1. Problemi tekrar okuyun. Neyi sorduğundan emin olun (burada bir zaman aralığı).
2. Çalışılan **cisim** arabadır. **Zaman aralığını** seçelim: $t = 0$, başlangıç zamanı, aracın durgun halden $(v_0 = 0)$ ivmelenmeye başladığı andır; t zamanı kavşağın 30.0-m'lik genişliğinin tümünün geçildiği andır.
3. Bir diyagram çizin: durum Şek. 2-20'de gösteriliyor, burada aracın pozitif x ekseni boyunca hareket ettiği gösteriliyor. Araç hareket etmeye başlamadan önce ön tamponunu $x_0 = 0$ olarak seçeriz.

ŞEKİL 2–20 Örnek 2–10.



4. "**Bilinenler**" ve "istenenler" yandaki Tabloda gösteriliyor, $x_0 = 0$ olarak seçiyoruz. "Durgun halden başlama $t = 0$'da $v = 0$ demektir, yani $v_0 = 0$.

Bilinen	İstenen
$x_0 = 0$	t
$x = 30.0\,\text{m}$	
$a = 2.00\,\text{m/s}^2$	
$v_0 = 0$	

5. **Fizik:** hareket sabit ivme iledir, bu nedenle Dnk. 2-12 ile verilen kinematik denklemleri kullanabiliriz.

6. **Denklemler:** uzaklık ve ivme veriliyor, zamanı bulmak istiyoruz; Dnk. 2-12b uygundur çünkü bilinmeyen tek nicelik t'dir. Dnk. 2-12b'de $v_0 = 0$ ve $x_0 = 0$ alarak $\left(x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right)$, t için çözebiliriz:

$$x = \tfrac{1}{2}at^2,$$

$$t^2 = \frac{2x}{a}, \quad \text{böylece,}$$

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}} \quad \text{bulunur.}$$

7. **Hesap**:

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2(30.0\,\text{m})}{2.00\,\text{m/s}^2}} = 5.48\,\text{s}.$$

Yanıtımız budur. Birimlerin doğru çıktığına dikkat edin.

8. Son hızı hesaplayarak yanıtın akla yatkınlığını kontrol edebiliriz:
$v = at = (2.00\,\text{m/s}^2)(5.48\,\text{s}) = 10.96\,\text{m/s}$, sonra
$x = x_0 + \bar{v}t = 0 + \frac{1}{2}(10.96\,\text{m/s} + 0)(5.48\,\text{s}) = 30.0\,\text{m}$, bu bize verilen uzaklıktır.

9. Birimleri kontrol eder, ve kusursuz buluruz (saniye).

NOT 6 ve 7. adımlarda, kare kökü aldığımızda, $t = \pm\sqrt{2x/a} = \pm 5.48\,\text{s}$ yazmış olmalıydık. Matematiksel olarak iki çözüm vardır. Fakat ikinci çözüm, $t = -5.48\,\text{s}$, seçilen zaman aralığımızın *öncesindeki* bir zamandır ve fiziksel olarak anlamlı değildir. Bunun "fiziksel olmadığını" söyler ve göz önüne almayız.

Örnek 2-10 için Problem Çözme Stratejisi'nin adımlarını açık bir bir biçimde izledik. Bundan sonra gelecek örneklerde, sözü uzatmaktan kaçınmak için her zamanki gibi "Yaklaşım" ve "Çözüm"' kullanacağız.

ÖRNEK 2–11 **TAHMİN EDİN** **Hava yastıkları.** 100 km/sa süratteki bir sürücüyü, araba bir tuğla duvara çarptığında koruyabilecek bir hava yastığı tasarlamak istediğinizi varsayın. Hava yastığının etkili bir biçimde sürücüyü koruyabilmesi için ne kadar hızlı şişmesi (Şek. 2-21) gerektiğini tahmin edin. Bir emniyet kemerinin kullanılması sürücüye nasıl yardım edecektir?

YAKLAŞIM İvmenin kabaca sabit olduğunu varsayıyoruz, bu nedenle Dnk. 2-12'yi kullanabiliriz. Hem Dnk. 2-12a hem de Dnk. 2-12b'nin her ikisi de istenen bilinmeyenimiz t'yi içerir. Bunların her ikisi de a'yı içerir, bu nedenle arabanın ezildiği mesafe olan x'i bilirsek önce Dnk. 2-12c'yi kullanarak a'yı bulabiliriz. Kaba bir tahmin 1 metre dolayında olabilir. Zaman aralığının, $v_0 = 100\,\text{km/sa}$'le giden arabanın çarpma anında başladığını ve araba 1 m gittikten sonra durgun hale geldiğinde $(v = 0)$ bittiğini kabul edebiliriz.

ÇÖZÜM Verilen başlangıç süratini SI birimlerine dönüştürürüz: $100\,\text{km/sa} = 100 \times 10^3\,\text{m}/3600\,\text{s} = 28\,\text{m/s}$. Daha sonra Dnk. 2-12c'den ivmeyi buluruz:

$$a = -\frac{v_0^2}{2x} = -\frac{(28\,\text{m/s})^2}{2.0\,\text{m}} = -390\,\text{m/s}^2.$$

Bu çok büyük ivme

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 28\,\text{m/s}}{-390\,\text{m/s}^2} = 0.07\,\text{s}$$

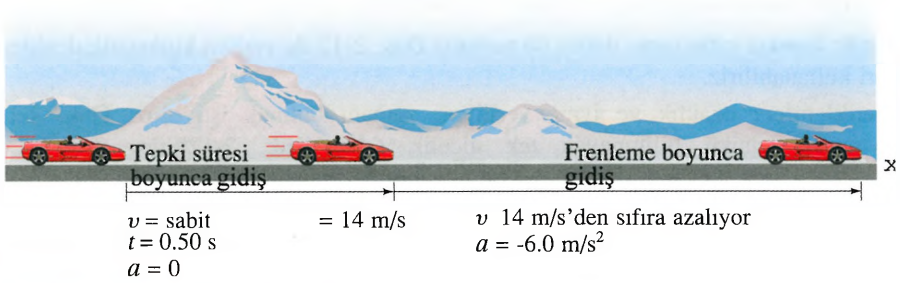
'lik bir süre için geçerlidir. İşe yaraması için, hava yastığının bundan daha hızlı şişmesi gerekir.

Hava yastığı ne yapar? Kuvveti göğsün büyük bir alanı üzerine yayar (direksiyonun göğüste delik açmasını önlemek için). Emniyet kemeri genişleyen hava yastığına karşı kişiyi dengeli bir konumda tutar.

FİZİK UYGULAMASI
Araç Güvenliği - hava yastıkları

ŞEKİL 2–21 Örnek 2–11.
Çarpmayla açılan bir hava yastığı.





ŞEKİL 2–22 Örnek 2–12: Fren yapan bir araç için durma mesafesi.

FİZİK UYGULAMASI
Frenleme mesafeleri

ÖRNEK 2–12 **TAHMİN EDİN** **Frenleme mesafeleri.** Bir arabanın trafik güvenliği ve trafik tasarımı için gerekli olan, en küçük durma mesafesini tahmin edin. Problemi iki ayrı zaman aralığını ayırt etmek için iki kısımda tartışmak uygundur. (1) Birinci zaman aralığı sürücü frene basmaya karar verdiğinde başlar ve ayak fren pedalına dokunduğunda biter. Bu süratin sabit, dolayısıyla $a = 0$ olduğu "tepki zamanı"dır. (2) İkinci zaman aralığı aracın yavaşladığı $(a \neq 0)$ ve durmaya başladığı gerçek frenleme süresidir. Durma uzaklığı sürücünün tepki zamanına, arabanın başlangıç süratine (son sürati sıfırdır) ve arabanın ivmesine bağlıdır. Kuru bir yol ve iyi lastikler için, iyi frenler bir arabayı 5 m/s²'den 8 m/s² 'ye kadar bir ivmeyle yavaşlatabilir. 50 km/sa (= 14 m/s ≈31 mi /sa) 'lik bir başlangıç hızı için toplam durma mesafesini hesaplayın ve arabanın ivmesinin $-6.0\,\text{m/s}^2$ olduğunu farzedin (eksi işareti hız pozitif x doğrultusunda alındığı ve büyüklüğü azaldığı için ortaya çıkıyor). Tepki süresi normal sürücüler için muhtemelen 0.3 s'den 1.0 s'ye kadar değişir; bunu 0.5 s olarak alın.

YAKLAŞIM Kısım (1)'deki "tepki süresi" boyunca, araba sabit hızda hareket eder, bu nedenle $a = 0$. Kısım (2)'de, frenler devreye girdiğinde, ivme $a = -6.0\,\text{m/s}^2$ 'dir ve bu zaman aralığı boyunca sabittir. Her iki kısım için de sabit olduğundan Dnk. 2-12'leri kullanabiliriz.

ÇÖZÜM Kısım (1). Sürücünün tepki gösterdiği birinci zaman aralığı için $x_0 = 0$ alırız: araba sabit bir 14 m/s'lik süratte gider, bu nedenle $a = 0$ 'dır. Şek. 2-22'ye ve tabloya bakınız. Arabanın $t = 0.50\,\text{s}$ 'deki x konumunu bulmak için (frene basıldığında), Dnk. 2-12c'yi kullanamayız çünkü x, değeri sıfır olan a ile çarpılır. Fakat Dnk. 2-12b kullanılabilir:

$$x = v_0 t + 0 = (14\,\text{m/s})(0.50\,\text{s}) = 7.0\,\text{m}.$$

Böylece araba, frene basılmadan önceki sürücünün tepki süresi boyunca gider. Bu sonucu kısım (2)'de veri olarak kullanacağız.

Kısım 1: Tepki Süresi

Bilinen	İstenen
$t = 0.50\,\text{s}$	x
$v_0 = 14\,\text{m/s}$	
$v = 14\,\text{m/s}$	
$a = 0$	
$x_0 = 0$	

Kısım 2: Frenleme

Bilinen	İstenen
$x_0 = 7.0\,\text{m}$	x
$v_0 = 14\,\text{m/s}$	
$v = 0$	
$a = -6.0\,\text{m/s}^2$	

Kısım (2). İkinci zaman aralığı boyunca, frenlere basılır ve araba durgun hale getirilir. Başlangıç konumu $x_0 = 7.0\,\text{m}$ (kısım (1)'in sonucu) ve diğer değişkenler yandaki ikinci tabloda görülüyor. Dnk. 2-12a x'i içermez; Dnk. 2-12b x ile birlikte bilinmeyen t'yi de içerir. İstediğimiz Dnk. 2-12c'dir: $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$, $x_0 = 7.0\,\text{m}$, alıp, arabanın son konumu (durduğundaki) x için çözümü buluruz:

$$x = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

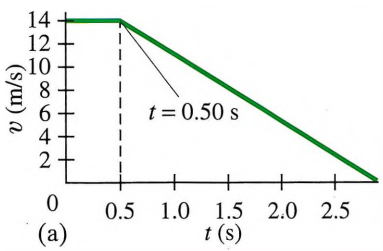
$$= 7.0\,\text{m} + \frac{0 - (14\,\text{m/s})^2}{2(-6.0\,\text{m/s}^2)} = 7.0\,\text{m} + \frac{-196\,\text{m}^2/\text{s}^2}{-12\,\text{m/s}^2}$$

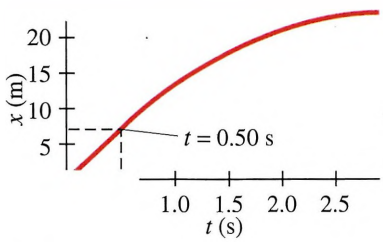
$$= 7.0\,\text{m} + 16\,\text{m} = 23\,\text{m}.$$

Araba, sürücü tepki verdiğinde ve durmadan önceki frenleme süresi boyunca da 16 m, toplamda 23 m mesafe gitmiştir. Şekil 2-23 (*a*) v-t (*b*) x-t grafiklerini gösteriyor.

NOT Yukarıda x için yazılan denklemden; sürücünün frene basmasından sonraki durma mesafesinin $(= x - x_0)$, başlangıç süratiyle yalnızca lineer olarak değil, süratin *karesi* ile arttığını görürüz. Eğer iki kat hızla gidiyorsanız, durma mesafesi dört katına çıkar.

ŞEKİL 2–23 Örnek 2–12. (*a*) $v - t$ *ve* (*b*) $x - t$ grafikleri.





ÖRNEK 2–13 **TAHMİN EDİN** **İki Hareketli Nesne: Polis ve trafik kuralını ihlal eden şoför.** 150 km/sa süratle giden bir araba anında sıcak takibe giren bir durgun polis aracını geçiyor. Kuralı bozan sürücünün sabit süratte seyir etmesi gibi basit varsayımları kullanarak polis aracının kural bozan sürücüyü yakalamasının ne kadar sürede olacağını tahmin edin. Daha sonra polis aracının bu andaki süratinin ne olduğunu tahmin edin ve varsayımların makul olup olmadığına karar verin.

YAKLAŞIM Polis arabası dururken harekete geçtiğinde ivmelenir ve en basit varsayım ivmesinin sabit olmasıdır. Bu makul olmayabilir, fakat gelin neler olacağına bakalım. Otomobil reklamlarına dikkat etmişsek ivmeyi tahmin edebiliriz, bunlar arabaların durgun halden 5.0 s'de 100 km/sa ivmelenebileceğini iddia ederler. O halde polis aracının ortalama ivmesi yaklaşık olarak

$$a_P = \frac{100\,\text{km/sa}}{5.0\,\text{s}} = 20\,\frac{\text{km/sa}}{\text{s}}\left(\frac{1000\,\text{m}}{1\,\text{km}}\right)\left(\frac{1\,\text{sa}}{3600\,\text{s}}\right) = 5.6\,\text{m/s}^2\text{'dir.}$$

ÇÖZÜM Bilinmeyen nicelikleri belirlemek için kinematik denklemleri düzenlememiz gerekir ve iki hareketli nesne olduğu için, iki ayrı denklem takımına ihtiyaç duyarız. Trafik kuralını ihlal eden aracın konumunu x_S ve polis aracının konumunu x_P ile gösteririz. İki aracın, yolda aynı konuma ulaştıkları zamanı bulmak istediğimizden, her araba için Dnk. 2-12b'yi kullanırız:

$$x_S = v_{0S}t + \tfrac{1}{2}a_S t^2 = (150\,\text{km/sa})t = (42\,\text{m/s})t$$
$$x_P = v_{0P}t + \tfrac{1}{2}a_P t^2 = \tfrac{1}{2}(5.6\,\text{m/s}^2)t^2,$$

burada $v_{0P} = 0$ and $a_S = 0$ aldık (kuralı ihlal eden sürücünün sabit süratte olduğu varsayıldı). Arabaların buluştuğu süreyi istiyoruz, bu nedenle $x_S = x_P$ alır ve t için çözeriz:

$$(42\,\text{m/s})t = (2.8\,\text{m/s}^2)t^2.$$

Çözümler

$$t = 0 \quad \text{and} \quad t = \frac{42\,\text{m/s}}{2.8\,\text{m/s}^2} = 15\,\text{s}.$$

Birinci çözüm kuralı ihlal eden sürücünün polis aracını geçtiği andır. İkinci çözüm bize polis aracının, kuralı ihlal eden sürücüyü ne zaman yakaladığını söyler, 15 s sonra. Bu bizim yanıtımızdır, ancak bu akla yatkın mıdır? Polis aracının $t = 15$' deki sürati

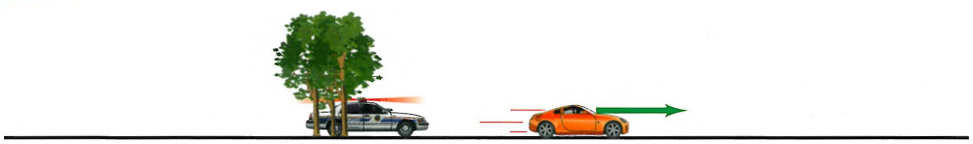
$$v_P = v_{0P} + a_P t = 0 + (5.6\,\text{m/s}^2)(15\,\text{s}) = 84\,\text{m/s}$$

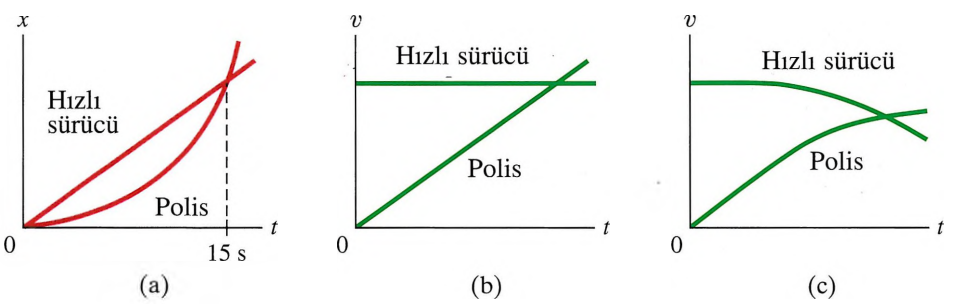
ya da 300 km/sa (= 190 mi/sa) dir. Bu pek makul olmayıp oldukça tehlikelidir.

NOT Daha makul olan sabit ivme varsayımını bırakmaktır. Polis aracı kesinlikle bu süratlerde sabit ivmeyi sürdüremez. Ayrıca, kuralı ihlal eden sürücü, eğer mantıklı bir kişi ise, polis sirenini duyduğunda yavaşlayacaktır. Şekil 2-24, ilk kabule (a_P = *sabit*) dayanan (a) x-t ve (b) v-t grafiklerini gösterir, oysa (c) daha mantıklı varsayımlar için v-t grafiğini gösterir.

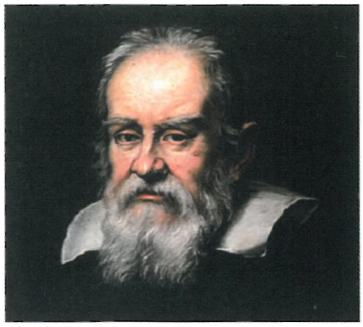
DİKKAT

Başlangıç varsayımlarının akla yakınlık için kontrol edilmeleri gerekir.





ŞEKİL 2–24 Örnek 2–13.

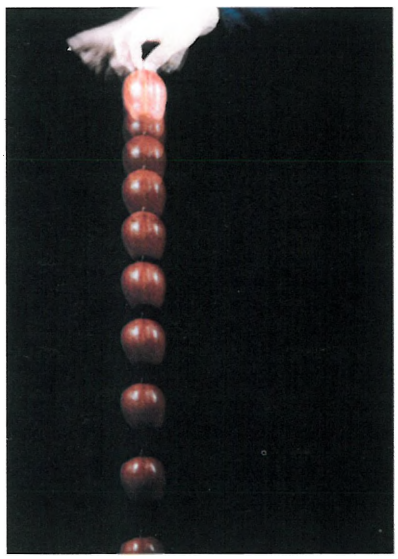


ŞEKİL 2–25 Galileo Galilei (1564–1642).

DİKKAT

Serbestçe düşen bir nesnenin süratı artar, ancak bu, kütlesi ya da ağırlığı ile orantılı değildir.

ŞEKİL 2–26 Eşit zaman aralıklarında, düşen bir elmanın çok flaşlı fotoğrafı. Elma her ardışık zaman aralığı için daha uzun bir mesafe düşer, bu ivmelendiğini gösterir.



Yerçekimi ivmesi

2–7 Serbestçe Düşen Nesneler

Düzgün ivmelenen hareketin en bilinen örneklerinden birisi Dünya'nın yüzeyine yakın, serbestçe düşmesine izin verilen bir cisminkidir. Düşen bir nesnenin ivmelenmesi ilk bakışta aşikar olmayabilir. Galileo'dan (Şek. 2-25) önce yaygın olarak inanıldığı gibi, ağır nesnelerin hafif nesnelerden daha çabuk düştüğü ve düşme süratinin nesnenin ağırlığı ile orantılı olduğu yanılgısından kaçının.

Galileo, idealleştirilmiş (basitleştirilmiş) durumlarda ne olacağını hayal eden yeni tekniğini kullandı. Serbest düşme için, hava direncinin ya da başka bir direncin yokluğunda tüm nesnelerin *aynı sabit ivme* ile düşecekleri postülasını önerdi. Bu önermenin, durgun halden düşen bir nesne için gidilen mesafenin zamanın karesi ile orantılı olacağı sonucunu doğuracağını gösterdi (Şek. 2-26); yani, $d \propto t^2$. Bunu Dnk. 2-12b'den görebiliriz; fakat Galileo bu matematiksel bağıntıyı türeten ilk kişi idi.

Düşen nesnelerin, düştükçe süratlerinin artacağı iddiasını desteklemek için, Galileo akıllı bir ispat kullandı: 2 m yükseklikten düşen ağır bir taş bir kazığı toprağa, aynı taşın yalnızca 0.2 m yükseklikten bırakılmasından daha fazla sokacaktır. Kuşkusuz, taş ilk durumda daha süratli olmalıdır.

Galileo tüm cisimlerin, hafif ya da ağır, en azından havanın yokluğunda *aynı* ivme ile düşeceklerini iddia etti. Eğer bir elinizle yatay olarak bir parça kağıt ve diğer elinizle daha ağır bir cisim-örneğin bir beyzbol topu-tutarsanız, ve bunları Şek. 2-27a'daki gibi aynı anda bırakırsanız, daha ağır cisim yere önce ulaşacaktır. Fakat deneyi bu kez kağıdı buruşturup küçük bir topak haline getirerek tekrar ederseniz, (Şek. 2-27b'ye bakınız), iki cismin hemen hemen aynı sürede yere ulaştıklarını bulacaksınız.

Galileo, havanın geniş bir yüzeyi olan çok hafif nesnelere bir direnç göstereceğine emindi. Fakat bir çok alışılmış durumda bu hava direnci ihmal edilebilir. Havası alınmış bir haznede tüy ya da yatay tutulan bir parça kağıt gibi hafif cisimler bile herhangi bir başka cisimle aynı ivme ile düşecektir (Şek. 2-28). Galileo'nun zamanında vakumda böyle bir ispatlama yapmak mümkün olmadığından, Galileo'nun başarısı daha da büyüktür. Galileo, çoğu kez, yalnızca yaptığı bilimin içeriği (astronomik buluşları, eylemsizlik, serbest düşme) için değil, bilime yaklaşımı (idealleştirme ve basitleştirme, kuramın matematikselleştirilmesi, sınanabilir sonuçları olan kuramlar, deneysel öngörüleri test etmek için deneyler) için de "modern bilimin babası" olarak bilinir.

Galileo'nun serbest düşen nesnelerin hareketini anlamamıza yaptığı özgün katkı aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Dünya üzerinde verilen bir mekanda ve hava direnci olmadığında, tüm nesneler aynı sabit ivme ile düşerler.

Bu ivmeyi, Dünya yüzeyindeki **kütleçekiminden kaynaklanan ivme** (yerçekimi ivmesi) olarak adlandırırız, ve bunu g sembolü ile gösteririz. Bunun büyüklüğü yaklaşık olarak

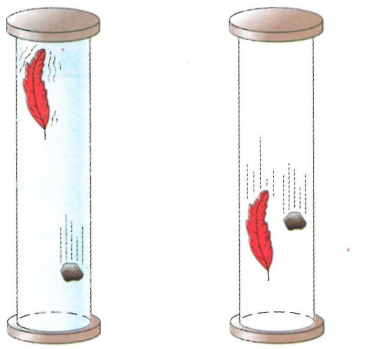
$$g = 9.80\ \text{m/s}^2 \qquad \text{[Dünya yüzeyinde]}$$

'dir. İngiliz birimlerinde g yaklaşık olarak 32 ft/s^2'dir. Aslında, g enlem ve yüksekliğe göre biraz değişir, fakat bu değişim çoğu amaç için ihmal edebileceğimiz kadar küçüktür. Hava



(a) (b)

ŞEKİL 2–27 (a) Bir top ve hafif bir kağıt parçası aynı anda atılıyorlar. (b) Kağıt buruşturularak tekrarlanıyor.



Hava dolu tüp (a) Havası alınmış tüp (b)

ŞEKİL 2–28 (a) Bir taş ve bir tüy aynı anda (a) havada, (b) boşlukta bırakılıyor

direncinin etkileri çoğunlukla küçüktür ve bunları da çoğu durumda ihmal edeceğiz. Ancak, hız büyüdüğünde† hava direnci oldukça ağır bir nesne üzerinde bile hissedilebilir olacaktır. Kütleçekiminden kaynaklanan ivme herhangi bir ivmedeki gibi bir vektördür, ve yönü aşağı yani Dünya'nın merkezine doğrudur.

Serbestçe düşen nesneler ile ilgilendiğimizde Dnk. 2-12'den yararlanabiliriz, burada a yerine g'nin yukarıda verilen değerini kullanırız. Ayrıca, hareket düşey olduğu için x yerine y ve x_0 yerine y_0 koyarız. Aksi belirtilmedikçe $y_0 = 0$ alırız. *y'yi yukarı doğrultuda ya da aşağı doğrultuda pozitif seçmemiz keyfidir; ancak bir problemin çözümünde tutarlı olmalıyız.*

ALIŞTIRMA H Bölüm-Açılış Sorusuna dönün, sayfa 18 ve şimdi tekrar yanıtlayın. İlk seferinde neden farklı yanıtlamış olabileceğinizi açıklamaya çalışın.

ÖRNEK 2–14 **Bir kuleden düşüş.** Bir topun 70.0 m yüksekliğindeki bir kuleden bırakıldığını ($v_0 = 0$) varsayın $t_1 = 1.00$ s, $t_2 = 2.00$ s, ve $t_3 = 3.00$ s sürelerinden sonra ne kadar düşmüş olacaktır? Hava direncini ihmal edin.

YAKLAŞIM Gelin y'yi aşağı doğrultuda pozitif alalım, bu nedenle ivme $a = g = +9.80\ \text{m/s}^2$'dir. $v_0 = 0$ ve $y_0 = 0$ alırız. Üç farklı zaman aralığından sonra topun y konumunu bulmak istiyoruz. x ile y yerdeğiştirildiğinde, Dnk. 2-12b, verilen nicelikler (t, a, ve v_0)) ile bilinmeyen y'yi ilişkilendirir.

ÇÖZÜM Dnk. 2-12b'de $t = t_1 = 1.00$ s alırız:

$$y_1 = v_0 t_1 + \tfrac{1}{2}at_1^2 = 0 + \tfrac{1}{2}at_1^2 = \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(1.00\ \text{s})^2 = 4.90\ \text{m}.$$

Top $t = 0$ 'dan $t_1 = 1.00$ s 'ye olan zaman aralığı boyunca 4.90m'lik bir mesafe düşmüştür. Benzer biçimde, 2.00 s $(= t_2)$, sonra topun konumu

$$y_2 = \tfrac{1}{2}at_2^2 = \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(2.00\ \text{s})^2 = 19.6\ \text{m}$$

olur. Son olarak, 3.00 s $(= t_3)$, sonra topun konumu (Şek. 2-29'a bkz.)

$$y_3 = \tfrac{1}{2}at_3^2 = \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(3.00\ \text{s})^2 = 44.1\ \text{m}.$$

ÖRNEK 2–15 **Bir kuleden atış.** Örnek 2-14'teki topun, bırakılmak yerine bir 3.00 m/s'lik başlangıç hızıyla aşağı *atıldığını* varsayın. (*a*) 1.00 s ve 2.00 s sonra konumu ne olacaktır? (*b*) 1.00 s ve 2.00 s olur sonra sürati ne olacaktır? Serbest bırakılan bir topun süratleri ile karşılaştırın.

YAKLAŞIM Yine Dnk. 2-12b'yi kullanırız fakat bu kez v_0 sıfır değildir, $v_0 = 3.00$ m/s 'dir

ÇÖZÜM (*a*) $t = 1.00$ s 'de, Dnk. 2-12b'de verildiği gibi topun konumu

$$y = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 = (3.00\ \text{m/s})(1.00\ \text{s}) + \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(1.00\ \text{s})^2 = 7.90\ \text{m}$$

$t = 2.00$ s 'de ($t = 0$ dan $t = 2.00$ s)'ye olan zaman aralığı), konum

$$y = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 = (3.00\ \text{m/s})(2.00\ \text{s}) + \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(2.00\ \text{s})^2 = 25.6\ \text{m}$$

olur.

Umduğumuz gibi, top her saniyede $v_0 = 0$ ile bırakıldığına göre daha uzun bir mesafe düşer.

(*b*) Hız Dnk. 2-12a'dan elde edilir:

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ &= 3.00\ \text{m/s} + (9.80\ \text{m/s}^2)(1.00\ \text{s}) = 12.8\ \text{m/s} \quad [t_1 = 1.00\ \text{s'de}] \\ &= 3.00\ \text{m/s} + (9.80\ \text{m/s}^2)(2.00\ \text{s}) = 22.6\ \text{m/s}. \quad [t_2 = 2.00\ \text{s'de}] \end{aligned}$$

Örnek 2-14'te, top bırakıldığında (v_0=0), bu denklemlerdeki birinci terim (v_0) sıfırdı, bu nedenle,

$$\begin{aligned} v &= 0 + at \\ &= (9.80\ \text{m/s}^2)(1.00\ \text{s}) = 9.80\ \text{m/s} \quad [t_1 = 1.00\ \text{s'de}] \\ &= (9.80\ \text{m/s}^2)(2.00\ \text{s}) = 19.6\ \text{m/s} \quad [t_2 = 2.00\ \text{s'de}] \end{aligned}$$

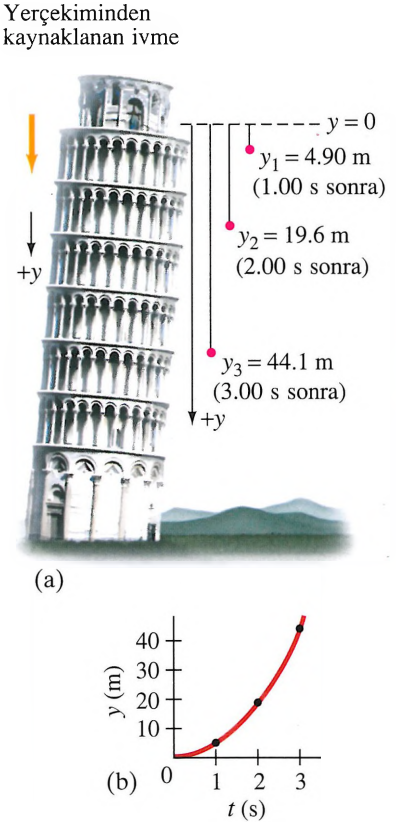
NOT Örnek 2-14 ve Örnek 2-15'in her ikisi için sürat her saniye boyunca zamanla lineer olarak 9.80 m/s kadar artar. Fakat aşağı doğru atılan bir topun sürati herhangi bir anda daima bırakılan bir toptan 3.00 m/s (başlangıç sürati) daha yüksektir.

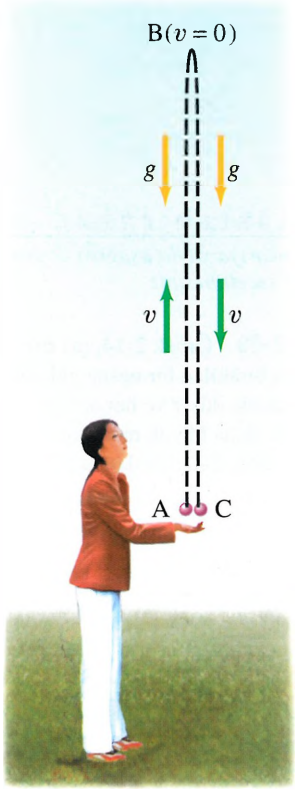
†Havada (ya da başka bir akışkanda) düşen bir cismin sürati sürekli bir biçimde artmaz. Eğer cisim yeterli bir yükseklikten düşerse, hava direncine bağlı olarak **son hız** olarak adlandırılan bir en büyük hıza ulaşacaktır.

PROBLEM ÇÖZME

y'yi yukarıya ya da aşağıya doğru pozitif seçebilirsiniz.

ŞEKİL 2–29 Örnek 2-14. (a) Bir kuleden bırakılan bir nesne giderek artan süratle düşer ve her ardışık saniyede daha büyük mesafeler alır. (Ayrıca Şek. 2-26'ya da bakın.) (*b*) *y*-*t* grafiği.





ŞEKİL 2–30 Havaya atılan bir nesne atanın elini A'da terkediyor, B'de en büyük yüksekliğine ulaşıyor, ve C'de esas konumuna dönüyor. 2-16, 2-17, 2-18 ve 2-19 örnekleri.

ÖRNEK 2–16 Yukarı doğru atılan top, I. Bir kişi 15 m/s'lik bir başlangıç hızıyla havada *yukarı doğru* bir top fırlatıyor. (*a*) Topun ne kadar yükseğe gittiğini, ve (*b*) ele geri gelmeden önce havada ne kadar kaldığını hesaplayın. Hava direncini ihmal edin.

YAKLAŞIM Burada fırlatma eylemi ile ilgilenmiyoruz, sadece topun fırlatan kişinin elini terkettikten *sonraki* (Şek. 2-30) ve ele tekrar dönünceye kadarki hareketi ile ilgileniyoruz. Gelin yukarı yönde y'yi pozitif, aşağı yönde negatif seçelim. (Bu Örnek 2-14 ve Örnek 2-15'de kullanılandan farklı bir kabuldür ve bu nedenle de opsiyonlarımızı sergiler) Kütleçekiminden kaynaklanan ivme aşağı yönlüdür ve bundan dolayı işareti negatif olacaktır, $a = -g = -9.80\,\text{m/s}^2$. Top yükseldikçe, en yüksek noktaya erişinceye dek sürati azalır (Şek. 2-30'da B), burada bir anda sürati sıfır olur; ardından artan bir süratle iner.

ÇÖZÜM (*a*) Topun, fırlatan kişinin elini terk ettiği andan en yüksek noktaya erişinceye kadar geçen zaman aralığını göz önüne alırız. En büyük yüksekliği belirlemek için, topun hızının sıfır olduğu konumu hesaplarız (en yüksek noktada $v = 0$) $t = 0$'da (Şek. 2-30 daki A noktası) $y_0 = 0$, $v_0 = 15.0\,\text{m/s}$, ve $a = -9.80\,\text{m/s}^2$ 'dir. t anında (en büyük yükseklik), $v = 0$, $a = -9.80\,\text{m/s}^2$, ve y'yi bulmayı istiyoruz. Dnk. 2-12c'yi, x yerine y alarak kullanırız: $v^2 = v_0^2 + 2ay$. Bu denklemi y için çözeriz:

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (15.0\,\text{m/s})^2}{2(-9.80\,\text{m/s}^2)} = 11.5\,\text{m}.$$

Top elden itibaren 11.5 m yüksekliğine ulaşır.

(*b*) Şimdi, topun ele geri dönmeden önce havada ne kadar kaldığını hesaplamak için farklı bir zaman aralığı seçmemiz gerekir. Bu hesaplamayı ilk olarak topun en yüksek noktaya erişmesi için gereken zamanı belirleyerek, ardından geri düşmesi için geçen zamanı belirleyerek iki kısımda yapabilirdik. Ancak, A'dan B'ye, B'den C'ye olan tüm hareket için zaman aralığını tek bir adımda göz önüne almak ve Dnk. 2-12b'yi kullanmak daha basittir. Bunu yapabiliriz, çünkü y gidilen toplam mesafeyi değil, konum ya da yerdeğiştirmeyi temsil eder. Böylece, A ve C noktalarında, $y = 0$'dır. Dnk. 2-12b'yi $a = -9.80\,\text{m/s}^2$ ile kullanırız ve

$$y = y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$
$$0 = 0 + (15.0\,\text{m/s})t + \tfrac{1}{2}(-9.80\,\text{m/s}^2)t^2$$

buluruz. Bu denklem kolayca çarpanlarına ayrılır (bir t ayırırız):

$$(15.0\,\text{m/s} - 4.90\,\text{m/s}^2\,t)t = 0.$$

İki çözüm vardır:

$$t = 0 \quad \text{and ve} \quad t = \frac{15.0\,\text{m/s}}{4.90\,\text{m/s}^2} = 3.06\,\text{s}.$$

Birinci çözüm $(t = 0)$ Şek. 2-30'daki başlangıç noktasına (A), topun $y = 0$ 'dan fırlatılmasına karşılık gelir. İkinci çözüm, $t = 3.06\,\text{s}$, topun $y = 0$ 'a döndüğü C noktasına karşılık gelir. Yani top 3.06 s süreyle havadadır.

NOT Önemli olabilecek olan hava direncini ihmal ettiğimiz için sonucumuz uygulamadaki gerçek bir duruma yanlızca bir yaklaşıklıktır.

Bu örnekte fırlatma eylemini göz önüne almadık. Neden? Çünkü fırlatma boyunca, fırlatan kişinin eli topa dokunuyor ve bilmediğimiz bir oranda topu ivmelendiriyor-bu ivme g değildir. Sadece ivmenin g'ye eşit olduğu, topun havada zamanını göz önüne alıyoruz.

Her ikinci dereceden deklem (değişkenin karesini içeren) matematiksel olarak iki çözüm doğurur. Fizikte, "fiziksel olmayan" çözümü ihmal ettiğimiz örnek 2-10'daki gibi, bazan yalnızca bir çözüm gerçek duruma karşılık gelir. Fakat Örnek 2-16'da t^2'li denklemimizin her iki çözümü de fiziksel olarak anlamlıdır: $t = 0$ ve $t = 3.06\,\text{s}$.

⚠ DİKKAT

İkinci derece denklemlerin iki çözümü vardır. Gerçeğe bazan yalnızca biri bazan da her ikisi karşılık gelir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 2–17 **İki olası yanlış anlama.** Şu iki yaygın kavramsal yanılgıdaki hataları göstermek için örnekler verin: (1) ivme ve hızın daima aynı yönde olması ve (2) yukarı yönde fırlatılan bir nesnenin en yüksek noktada (Şek. 2-30'da B) ivmesinin sıfır olması.

YANIT Her ikisi de yanlıştır. (1) Hız ve ivme aynı yönde olmak zorunda *değildir.* Örnek 2-16'daki top yukarı yönde hareket ettiğinde, hızı pozitiftir (yukarı doğru), oysa ki ivme negatiftir (aşağı yönde). (2) En yüksek noktada (Şek. 2-30'da B), topun hızı bir an için sıfırdır. Bu noktada ivme de sıfır mıdır? Hayır. Kavisin tepesi dolayında hız yukarı doğru yönelir, ardından en yüksek noktada sıfır olur (sıfır süre ile), ve sonra aşağıya doğru yönelir. Kütleçekimi etkisini devam ettirir, bu nedenle orada bile $a = -g = -9.80\,\text{m/s}^2$ 'dir. B noktasında $a = 0$ olduğunu düşünmek B noktasına eriştiğinde, topun orada kalacağı sonucuna yol açardı: eğer ivme (= hızın değişme oranı) sıfır olsaydı, hız en yüksek noktada sıfır kalacaktı ve top düşmeden orada kalacaktı. Sonuçta, kütleçekiminin ivmesi nesne yukarıya hareket etse de daima aşağıya, Dünyaya doğrudur.

⚠ DİKKAT

(1) Hız ve ivme her zaman aynı doğrultuda değildir; ivme (yerçekimininki) daima aşağı yönlüdür. (2) bir yörüngenin en yüksek noktasında bile (2) $a \neq 0$ 'dır.

ÖRNEK 2–18 **Yukarı doğru atılan top, II.** Gelin, Örnek 2-16'daki yukarı doğru atılan topu tekrar göz önüne alalım, ve daha fazla hesaplama yapalım. (*a*) Topun en yüksek noktaya (Şek. 2-30'daki B noktası) erişmesi ne kadar zaman alır, (*b*) topun fırlatan kişinin eline geri döndüğündeki (C noktası) hızını hesaplayın.

YAKLAŞIM Yine ivmenin sabit olduğunu varsayıyoruz, bu nedenle Dnk. 2-12'yi kullanabiliriz. Örnek 2-16'da yüksekliği 11.5 m bulmuştuk. Yine y'yi yukarı yönde pozitif alırız.

ÇÖZÜM (*a*) Atış $(t = 0,\ v_0 = 15.0\,\text{m/s})$ ve yolun en üst noktası $(y = +11.5\,\text{m},\ v = 0)$, arasındaki zaman aralığını göz önüne alalım, t'yi bulmak istiyoruz. İvme $a = -g = -9.80\,\text{m/s}^2$ 'de sabittir. Hem Dnk. 2-12a hem de Dnk. 2-12b'nin her ikisi de diğer bilinen niceliklerle t zamanını içerir. Gelin, Dnk. 2-12a'yı $a = -9.80\,\text{m/s}^2$, $v_0 = 15.0\,\text{m/s}$, ve $v = 0$ ile kullanalım:

$$v = v_0 + at;$$

$v = 0$ alır ve t için çözüm yaparsak

$$t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{15.0\,\text{m/s}}{-9.80\,\text{m/s}^2} = 1.53\,\text{s}$$

sonucunu verir. Bu, topun yukarı gidip ilk konumuna geri dönmesi için alması gereken sürenin sadece yarısıdır [Örnek 2-16'nın (b) kısmında 3.06 s olarak hesaplandı]. Böylece en yüksek noktaya çıkması ile başlangıç noktasına geri düşmesi aynı süreyi alır.

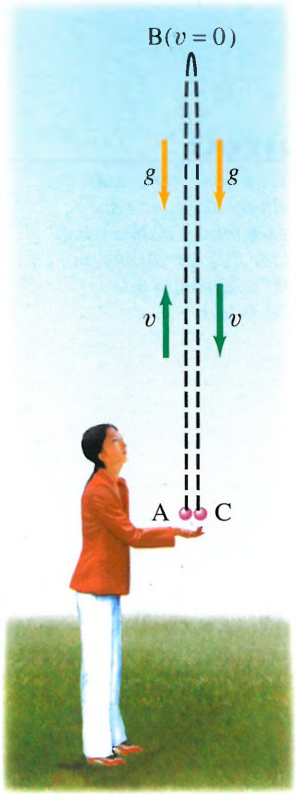
(*b*) Şimdi de topun atıştan $(t = 0,\ v_0 = 15.0\,\text{m/s})$ $t = 3.06\,\text{s}$ 'de (Örnek 2-16'da hesaplandığı gibi) tekrar ele gelmesine kadarki zaman aralığını göz önüne alıp $t = 3.06\,\text{s}$ iken v'yi bulmak istiyoruz:

$$v = v_0 + at = 15.0\,\text{m/s} - (9.80\,\text{m/s}^2)(3.06\,\text{s}) = -15.0\,\text{m/s}.$$

NOT Top, başlama noktasına geri döndüğünde başlangıçtakiyle aynı sürate (hızın büyüklüğü) sahiptir, fakat zıt yöndedir (bu negatif işaret anlamına geliyor). Kısım (a)'da gördüğümüz gibi, yukarıya çıkma için geçen zaman aşağı inme için olanın aynıdır. Böylece hareket en büyük yüksekliğe göre bakışımlıdır (simetriktir).

Roketler ve hızlı uçaklar gibi nesnelerin ivmesi çoğunlukla $g = 9.80\,\text{m/s}^2$ 'nin bir katı olarak verilir. Örneğin, bir dalışa kalkan ve 3.00 g ile giden bir uçağın ivmesi $(3.00)(9.80\,\text{m/s}^2) = 29.4\,\text{m/s}^2$ olacaktır.

ALIŞTIRMA I Bir arabanın 0.50 g ile ivmelendiği söylenirse, m/s^2 olarak ivmesi nedir?



ŞEKİL 2–30
(Örnek 2-19 için tekrarlandı)

ÖRNEK 2–19 Yukarı doğru atılan top, III; ikinci derece kök formülü. Örnek 2-18'deki top için, topun hangi t anında kişinin elinin 8.00 m yukarısındaki bir noktayı geçeceğini hesaplayın. (Burada tekrarlanan Şek. 2-30'a bakın).

YAKLAŞIM Dnk. 2-12b'yi kullanır ve zaman aralığını atıştan $(t = 0,\ v_0 = 15.0\,\text{m/s})$ topun $y = 8.00\,\text{m}$, konumunda olduğu t (hesaplanacak) zamanına kadar seçeriz.

ÇÖZÜM t'yi bulmak istiyoruz, $y = 8.00\,\text{m}$, $y_0 = 0$, $v_0 = 15.0\,\text{m/s}$ ve $a = -9.80\,\text{m/s}^2$ veriliyor. Dnk. 2-12b'yi kullanırız:

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \\ 8.00\,\text{m} &= 0 + (15.0\,\text{m/s})t + \tfrac{1}{2}(-9.80\,\text{m/s}^2)t^2. \end{aligned}$$

$at^2 + bt + c = 0$, biçimindeki herhangi bir ikinci dereceden denklemi çözmek için, burada a, b ve c sabittir (buradaki a ivme değildir), **ikinci derece kök formülü**nü kullanırız:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

y denklemimizi hemen yukarıdaki $at^2 + bt + c = 0$ standart biçiminde yeniden yazarız:

$$(4.90\,\text{m/s}^2)t^2 - (15.0\,\text{m/s})t + (8.00\,\text{m}) = 0.$$

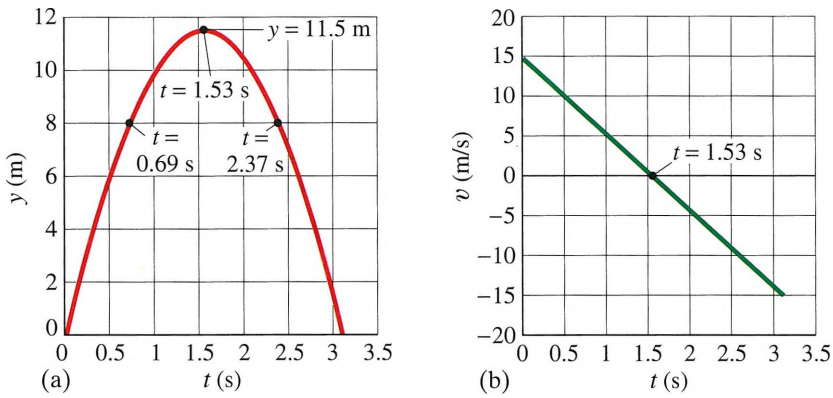
O halde a katsayısı $4.90\,\text{m/s}^2$, b , $-15.0\,\text{m/s}$, ve c 8.00 m'dir. Bunları ikinci derece formülünde yerine koyarak,

$$t = \frac{15.0\,\text{m/s} \pm \sqrt{(15.0\,\text{m/s})^2 - 4(4.90\,\text{m/s}^2)(8.00\,\text{m})}}{2(4.90\,\text{m/s}^2)},$$

elde ederiz, bu bize $t = 0.69\,\text{s}$ ve $t = 2.37\,\text{s}$ verir. Her iki çözüm geçerli midir? Evet, çünkü top yukarı giderken $(t = 0.69\,\text{s})$'de 8.00 m'den geçer ve aşağı inerken $(t = 2.37\,\text{s})$'de tekrar geçer.

NOT Şekil 2-31, Şek. 2-30'da yukarı doğru fırlatılan top için, (*a*) y-t ve (*b*) v-t grafiklerini gösteriyor, 2-16, 2-18 ve 2-19 örneklerinin sonuçlarını birleştiriyor.

ŞEKİL 2–31 Yukarı doğru atılan bir top için (a) y - t, (b) v-t grafikleri, Örnek 2-16, 2-18, ve 2-19.



ÖRNEK 2–20 Uçurumun kenarından yukarı doğru atılan top. 2-16, 2-18 ve 2-19 örneklerinin kişisinin bir uçurumun kenarında durduğunu varsayın, bu nedenle top Şek. 2-32'deki gibi uçurumun altındaki tabana düşebilir. (*a*) Topun uçurumun tabanına erişmesi ne kadar zaman alır? (*b*) Topun gittiği toplam uzaklık nedir? Hava direncini ihmal edin (önemli olması muhtemeldir, bu nedenle sonucumuz bir yaklaşıklıktır).

YAKLAŞIM Dnk. 2-12b'yi tekrar kullanırız, fakat bu kez $y = -50.0\,\text{m}$ alırız, uçurumun dibi, bu başlangıç noktasının altındadır $(y_0 = 0)$.

ÇÖZÜM (*a*) Dnk. 2-12b'yi $a = -9.80\,\text{m/s}^2$, $v_0 = 15.0\,\text{m/s}$, $y_0 = 0$, ve $y = -50.0\,\text{m}$

ile kullanırız:

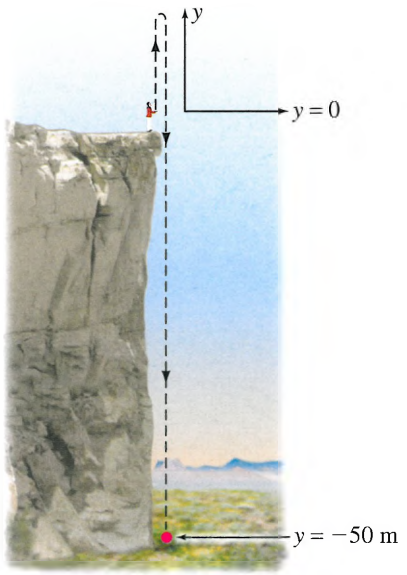
$$y = y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$
$$-50.0\,\text{m} = 0 + (15.0\,\text{m/s})t - \tfrac{1}{2}(9.80\,\text{m/s}^2)t^2.$$

Standart biçimde yeniden yazarak şunu elde ederiz

$$(4.90\,\text{m/s}^2)t^2 - (15.0\,\text{m/s})t - (50.0\,\text{m}) = 0.$$

İkinci derece formülünü kullanarak, sonuçları $t = 5.07\,\text{s}$ ve $t = -2.01\,\text{s}$ olarak buluruz. İlk çözüm, $t = 5.07\,\text{s}$, araştırdığımız çözümdür: topun en yüksek noktaya çıkıp daha sonra uçurumun dibine düşmesi için geçen süredir. Yükselmesi ve uçurumun tepesine geri düşmesi 3.06 s alır (Örnek 2-16); bu nedenle tabana düşmesi için fazladan 2.01s geçer. Fakat diğer çözümün, $t = -2.01\text{s}$, anlamı nedir? Bu, atıştan önceki, hesabımızın başlamasından önceki, bir zamandır, bu nedenle buraya ait değildir.†

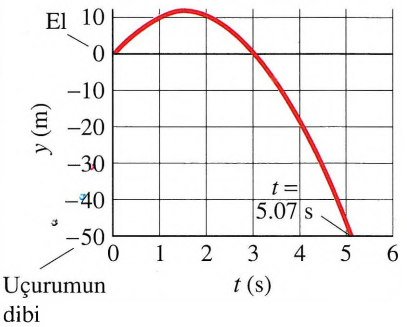
(*b*) Örnek 2-16'dan, top 11.5 m yukarı çıkar, 11.5 m geri uçurumun tepesine düşer, ve daha sonra başka bir 50.0 m de uçurumun tabanına düşer, toplamda 73.0 m bir uzaklık gider. Ancak *yerdeğiştirmenin* -50.0 m olduğuna dikkat edin. Şekil 2-33 bu durum için *y-t* grafiğini göstermektedir.



ŞEKİL 2–32 Örnek 2-20. Şek. 2-30 daki kişi bir uçurumun kenarında duruyor. Top 50.0 m aşağıdaki uçurumun dibine düşüyor.

ALIŞTIRMA J Bir uçurumdan iki top fırlatılıyor. Herbiri aynı başlangıç sürati ile bir tanesi tam yukarıya, diğeri tam aşağıya doğru fırlatılıyor, ve ikisi de uçurumun altında yere çarpıyor. Hangi top yere daha büyük süratle çarpar: (*a*) yukarıya doğru fırlatılan top, (*b*) aşağıya doğru fırlatılan top, ya da (*c*) ikisi de aynı süratle? Hava direncini ihmal edin.

ŞEKİL 2–33 Örnek 2–20, *y-t* grafiği.



*2–8 Değişken İvme; İntegral Hesabı

Bu kısa, seçmeli Kısım'da sabit ivme için Dnk. 2-12a ve b'deki kinematik denklemlerini çıkarmak için integral hesabını kullanıyoruz. Aynı zamanda ivme sabit olmadığında analizin nasıl kullanılabileceğini gösteriyoruz. Eğer henüz analiz dersinizde basit integrasyonu incelemediyseniz, bunu öğreninceye dek bu Kısımı okumayı erteleyebilirsiniz. İntegrasyonu, daha ayrıntılı olarak fizikte kullanmaya başlıyacağımız Kısım 7-3'te tartışacağız.

İlk olarak, Kısım 2-5'te yaptığımız gibi, bir nesnenin $t = 0$'da v_0 hızına ve sabit bir a ivmesine sahip olduğunu varsayarak Dnk. 2-12a'yı türeteceğiz. Anlık ivmenin tanımı ile başlarız, $a = dv/dt$, bunu yeniden

$$dv = a\,dt$$

olarak yazarız. Kısım 2-5'te kullandığımız gösterimin aynını kullanarak bu denklemin her iki yanının belirli integralini alırız:

$$\int_{v=v_0}^{v} dv = \int_{t=0}^{t} a\,dt$$

a = sabit olduğundan,

$$v - v_0 = at$$

elde ederiz. Bu, Dnk. 2-12a'dır, $v = v_0 + at$.

Daha sonra anlık hızın Dnk. 2-4'te verilen $v = dx/dt$ tanımı ile, başlayarak Dnk. 2-12b'yi türetiriz. Bunu yeniden

$$dx = v\,dt$$

şeklinde, ya da Dnk. 2-12a'yı yerine koyup

$$dx = (v_0 + at)dt$$

olarak yazarız. Şimdi integrali alırız:

†$t = -2.01\,\text{s}$ çözümü farklı bir fiziksel durumda anlamlı olabilirdi. 50.0-m-yükseklikliğinde bir uçurumun tepesinde duran bir kişinin, $t = 0$'da bir taşın kendisini yukarı doğru 15.0m/s ile geçtiğini gördüğünü varsayın; taş ne zaman uçurumun tabanından ayrıldı ve tekrar uçurumun tabanına ne zaman vardı? Denklemler tamamen esas örneğimizdekinin aynısı olacaktır ve $t = 2.01$ s ve $t = 5.07$ s yanıtları doğru olacaktır. Bir problem için tüm bilgiyi matematikten çıkaramayacağımıza dikkat edin, bu nedenle sonuçları yorumlarken sağduyuyu kullanmak zorundayız.

v_0 ve a sabit olduklarından

$$\int_{x=x_0}^{x} dx = \int_{t=0}^{t} (v_0 + at)\,dt$$

$$x - x_0 = \int_{t=0}^{t} v_0\,dt + \int_{t=0}^{t} at\,dt$$

$$x - x_0 = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

bulunur. Bu sonuç aslında Dnk. 2-12b'dir, $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$.

Son olarak sabit olmayan, zamanla değişen bir ivme verildiğinde hız ve yerdeğiştirmeyi bulmak için analizi kullanalım.

ÖRNEK 2–21 Zamanla değişen bir ivmenin integralinin alınması. Bir deney taşıtı $t = 0$'da durgun halden $(v_0 = 0)$ başlar ve $a = (7.00\,\text{m/s}^3)t$ ile verilen bir oranda ivmelenir. 2.00 s sonra (*a*) hızı ve (*b*) yerdeğiştirmesi nedir?

YAKLAŞIM Dnk. 2-12'leri kullanamayız çünkü ivme sabit değildir. v'yi zamanın bir fonksiyonu olarak bulmak için $a = dv/dt$ ivmesini zaman üzerinden integre ederiz; ve daha sonra yerdeğiştirmeyi elde etmek için $v = dx/dt$ 'yi integre ederiz.

ÇÖZÜM İvmenin tanımından, $a = dv/dt$,

$$dv = a\,dt.$$

$t = 0$'daki $v = 0$'dan, keyfi bir t zamanındaki v hızına kadar her iki yanın integralini alırız:

$$\int_0^v dv = \int_0^t a\,dt$$

$$v = \int_0^t (7.00\,\text{m/s}^3)t\,dt$$

$$= (7.00\,\text{m/s}^3)\left(\frac{t^2}{2}\right)\Bigg|_0^t = (7.00\,\text{m/s}^3)\left(\frac{t^2}{2} - 0\right) = (3.50\,\text{m/s}^3)t^2.$$

$t = 2.00$ s'de $v = (3.50\ \text{m/s}^3)(2.00\ \text{s})^2 = 14.0$ m/s'dir.

(*b*) Yerdeğiştirmeyi elde etmek için, $x_0 = 0$ olduğunu varsayarız ve $v = dx/dt$ ile başlayıp, bunu $dx = v\,dt$ olarak yeniden yazarız. Daha sonra $t = 0$'daki $x = 0$ 'dan t anındaki x konumuna integral alırız:

$$\int_0^x dx = \int_0^t v\,dt$$

$$x = \int_0^{2.00\,\text{s}} (3.50\,\text{m/s}^3)t^2\,dt = (3.50\,\text{m/s}^3)\frac{t^3}{3}\Bigg|_0^{2.00\,\text{s}} = 9.33\,\text{m}.$$

Özetle, $t = 2.00$ s'de $v = 14.0$ m/s ve $x = 9.33$ m'dir.

*2–9 Grafiksel Analiz ve Sayısal İntegrasyon

Bu Kısım seçmelidir. Çoğunlukla hesapları yapmak için bir bilgisayar gerektiren belli problemlerin sayısal olarak nasıl çözüleceğini tartışır. Bu materyalin bir kısmı Bölüm 7'de Kısım 7-3'te de tartışılmıştır.

Eğer bir cismin v hızı t zamanının bir fonksiyonu olarak bize verilirse, yerdeğiştirmeyi, x, elde edebiliriz. Zamanın bir fonksiyonu olarak hızın, $v(t)$, Şek. 2-34a'de görüldüğü gibi (Kısım 2-8'de tartışıldığı gibi integre edilebilecek bir denklem yerine) bir grafik ile verildiğini varsayın. t_1'den t_2'ye uzanan bir zaman aralığı ile ilgileniyorsak, gösterildiği gibi, zaman eksenini bir çok küçük alt-aralıklara böleriz, $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \ldots$, bunlar kesikli düşey çizgilerle gösterilmiştir. Her alt-aralık için, bu zaman aralığı boyunca ortalama hızı göstermek için yatay bir kesikli çizgi çizilmiştir. Herhangi bir alt-aralık boyunca yerdeğiştirme Δx ile verilir, burada i alt indisi belirli bir aralığı temsil eder.

($i = 1, 2, 3, \ldots$). Ortalama hızın tanımından (Dnk. 2-2) şu yazılabilir:

$$\Delta x_i = \bar{v}_i \Delta t_i .$$

Böylece her alt-aralık boyunca yerdeğiştirme $\bar{v}_i$ ve Δt_i 'nin çarpımına eşittir ve bu alt-aralık için Şek. 2-34a'daki koyu diktörtgenin alanına eşittir. t_1 ve t_2 zamanları arasındaki toplam yerdeğiştirme, yerdeğiştirmelerin tüm alt-aralıklar üzerinden toplamıdır:

$$x_2 - x_1 = \sum_{t_1}^{t_2} \bar{v}_i \Delta t_i , \qquad \textbf{(2–13a)}$$

burada x_1 , t_1'deki konum ve x_2 , t_2 'deki konumdur. Bu toplam gösterilen tüm dikdörtgenlerin alanına eşittir.

Çoğunlukla grafikten, her alt-aralık için $\bar{v}_i$'yi hassasiyetle tahmin etmek zordur. $x_2 - x_1$ hesaplamamızda, $t_2 - t_1$ aralığını daha fazla, fakat daha dar alt-aralıklara parçalayarak daha büyük doğruluk elde edebiliriz. İdeal durumda, her Δt_i'nin sıfıra yaklaşmasına izin verirsek sonsuz sayıda (ilke olarak) alt-aralığa erişebiliriz. Bu limitte, tüm bu sonsuz ince dikdörtgenlerin alanı tam olarak eğrinin altında kalan alana eşit olur (Şek. 2-34b). Böylece, *herhangi iki zaman arasındaki toplam yerdeğiştirme, t_1 ve t_2 zamanları arasında hız eğrisi ve t ekseni arasındaki alana eşittir.* Bu limit

$$x_2 - x_1 = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{t_1}^{t_2} \bar{v}_i \Delta t_i$$

ya da standart analiz gösterimini kullanarak,

$$x_2 - x_1 = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\, dt \qquad \textbf{(2–13b)}$$

şeklinde yazılabilir. $\Delta t \to 0$ aldık ve bunu, sonsuz küçük olduğunu göstermek için dt olarak yeniden adlandırdık. Sonsuz küçük bi dt zamanı üzerinden ortalama hız, $\bar{v}$, bu andaki anlık hızdır, bunu, bize v'nin t'nin bir fonksiyonu olduğunu hatırlatması için $v(t)$ olarak yazdık. $\int$ sembolü uzatılmış bir S'dir ve sonsuz sayıdaki sonsuz küçük alt-aralık üzerinden bir toplamı gösterir. $v(t)$'nin dt üzerinden t_1'den t_2'ye kadar *integralini* alıyoruz deriz, ve bu t_1 ve t_2 zamanları arası $v(t)$ eğrisi ile t ekseni arasındaki alana eşittir (Şek. 2-34b). Dnk. 2-13b'deki integral, t_1 ve t_2 limitleri belirtildiğinden, *belirli bir integraldir.*

Benzer olarak, eğer ivmeyi zamanın bir fonksiyonu olarak bilirsek, hızı aynı işlemle elde edebiliriz.Ortalama ivmenin tanımını (Dnk. 2-5) kullanırız ve Δv için çözeriz:

$$\Delta v = \bar{a}\, \Delta t.$$

t_1'den t_2'ye olan zaman aralığı üzerinde, a, t'nin bir fonksiyonu olarak bilinirse, hemen yukarıda Şek. 2-34a için yaptığımız gibi bu zaman aralığını bir çok alt-aralığa, Δt_i, bölebiliriz. Her alt-aralık boyunca hızdaki değişim $\Delta v_i = \bar{a}_i \Delta t_i$ 'dir. t_1 zamanından t_2 zamanına kadar hızdaki toplam değişim

$$v_2 - v_1 = \sum_{t_1}^{t_2} \bar{a}_i \Delta t_i \qquad \textbf{(2–14a)}$$

'dir. Burada v_2 , t_2'deki hızı; v_1, t_1'deki hızı temsil eder. Bu bağıntı, $\Delta t \to 0$ alarak (o zaman aralıkların sayısı sonsuza yaklaşır) bir integral olarak yazılabilir:

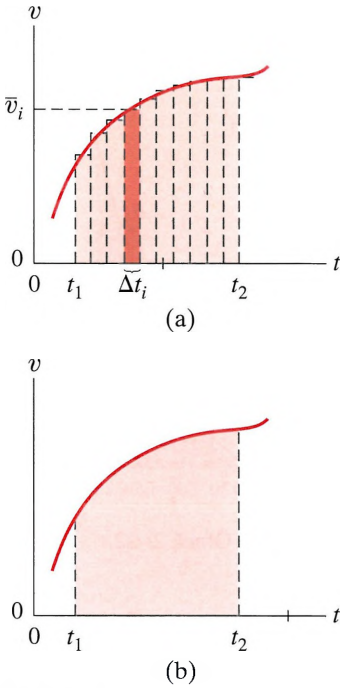
$$v_2 - v_1 = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{t_1}^{t_2} \bar{a}_i \Delta t_i$$

ya da

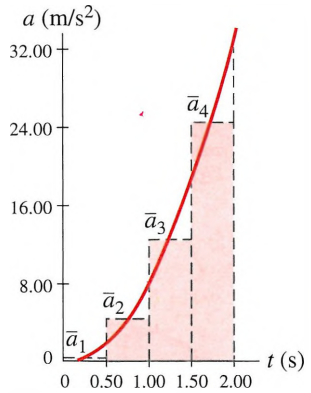
$$v_2 - v_1 = \int_{t_1}^{t_2} a(t)\, dt. \qquad \textbf{(2–14b)}$$

2-14 denklemleri, t_1 'deki hız ve zamanın bir fonksiyonu olarak a biliniyorsa herhangi bir t_2 anındaki hızı belirlememize izin verirler.

Eğer ivme ya da hız zamanın kesikli aralıklarında biliniyorsa, hız ya da yerdeğiştirmeyi tahmin etmek için, yukarıdaki denklemlerin, Dnk. 2-13a ve 2-14a, toplam biçimlerini kullanabiliriz. Bu teknik **sayısal integrasyon** olarak bilinir. Şimdi analitik olarak da hesaplanabilen bir Örnek alıyoruz, böylece sonuçları karşılaştırabiliriz.



ŞEKİL 2–34 Bir parçacığın hareketi için v - t grafiği. (a) zaman ekseni Δt_i, genişlikli alt-aralıklara bölünmüştür, her Δt_i aralığı boyunca ortalama hız $\bar{v}_i$ ve dikdörtgenlerin alanı, $\Sigma \bar{v}_i \Delta t_i$, sayısal olarak, toplam $(t_2 - t_1)$ zamanı boyunca olan $(x_2 - x_1)$ yerdeğiştirmesine eşdeğerdir. (b)'de $\Delta t_i \to 0$'dır ve eğrinin altındaki alan $(x_2 - x_1)$ 'e eşittir.



ŞEKİL 2–35 Örnek 2–22.

ÖRNEK 2–22 Sayısal integrasyon. Bir nesne $t = 0$'da durgun halden başlayıp $a(t) = (8.00\,\text{m/s}^4)t^2$ ile ivmeleniyor. Sayısal yöntemleri kullanarak, 2.00 s sonraki hızını belirleyin.

YAKLAŞIM İlk olarak gelin, $t = 0.00$ s'den $t = 2.00$ s'ye olan aralığı, herbirinin süresi $\Delta t_i = 0.50$ s olan dört alt-aralığa bölelim (Şek. 2-35). Dnk. 2-14a'yı, $v_2 = v$, $v_1 = 0$, $t_2 = 2.00$ s ve $t_1 = 0$ ile kullanalım. Her alt-aralık için $\bar{a}_i$'yi tahmin etmemiz gerekir. Bunun yapmanın çeşitli yolları vardır. Biz, $\bar{a}_i$'yi her aralığın orta noktasındaki $a(t)$ ivmesi olarak seçen basit yöntemi kullanacağız (hatta daha basit fakat genellikle daha az doğru olan bir usul, a'nın her alt-aralığın başlangıcındaki değerini kullanmak olurdu). Yani, $t = 0.25$ s (bu 0.00 s ve 0.50 s'nin orta noktasıdır), 0.75 s, 1.25 s ve 1.75 s'de $a(t) = (8.00\,\text{m/s}^4)t^2$'yi hesaplayabilir.

ÇÖZÜM Sonuçlar aşağıdaki gibidir:

i	1	2	3	4
$\bar{a}_i(\text{m/s}^2)$	0.50	4.50	12.50	24.50

Şimdi Dnk. 2-14a'yı kullanırız, ve bütün Δt_i'lerin 0.50 s'ye eşit olduğuna (böylece çarpanlarına ayrılabilirler) dikkat ederiz:

$$\begin{aligned} v(t = 2.00\,\text{s}) &= \sum_{t=0}^{t=2.00\,\text{s}} \bar{a}_i\,\Delta t_i \\ &= (0.50\,\text{m/s}^2 + 4.50\,\text{m/s}^2 + 12.50\,\text{m/s}^2 + 24.50\,\text{m/s}^2)(0.50\,\text{s}) \\ &= 21.0\,\text{m/s}. \end{aligned}$$

a 'nın fonksiyonel biçimi analitik olarak integrallenebildiğinden, bu sonucu Dnk. 2-14b ile verilen analitik sonuçla karşılaştırabiliriz:

$$\begin{aligned} v &= \int_0^{2.00\,\text{s}} (8.00\,\text{m/s}^4)t^2\,dt = \frac{8.00\,\text{m/s}^4}{3}\,t^3\Big|_0^{2.00\,\text{s}} \\ &= \frac{8.00\,\text{m/s}^4}{3}\left[(2.00\,\text{s})^3 - (0)^3\right] = 21.33\,\text{m/s} \end{aligned}$$

veya doğru anlamlı rakam sayısı ile 21.3 m/s. Bu analitik çözüm kesindir, ve sayısal tahminlerimizin, yalnızca dört Δt aralığı kullanmamıza rağmen, bundan çok uzak olmadığını görüyoruz. Yüksek doğruluk gerektiren amaçlar için yeterince yakın olmayabilir. Daha fazla ve daha küçük alt-aralıklar kullanırsak, daha doğru bir sonuç elde ederiz. Her biri $\Delta t = 2.00\,\text{s}/10 = 0.20\,\text{s}$ olan10 alt-aralık kullanırsak, $\bar{a}_i$ 'yı elde etmek için $t = 0.10$ s, 0.30 s, ... , 1.90 s de $a(t)$'yi hesaplamalıyız, bunlar aşağıdaki gibidir:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{a}_i(\text{m/s}^2)$	0.08	0.72	2.00	3.92	6.48	9.68	13.52	18.00	23.12	28.88

Sonuç olarak, Dnk. 2-14a'dan

$$\begin{aligned} v(t = 2.00\,\text{s}) &= \sum \bar{a}_i\,\Delta t_i = \left(\sum \bar{a}_i\right)(0.200\,\text{s}) \\ &= (106.4\,\text{m/s}^2)(0.200\,\text{s}) = 21.28\,\text{m/s} \end{aligned}$$

bulunur. Bu sonucun analitik (kesin) olana çok daha yakın olduğunu göstermek için fazladan bir anlamlı rakamı tuttuk, ancak hala ona tam özdeş değildir. Yüzde farklılık dört alt-aralık için 1.4%'ten $(0.3\,\text{m/s}^2/21.3\,\text{m/s}^2)$ 10 alt-aralık için 0.2%'ye (0.05/21.3) düşmüştür.

Yukarıdaki örnekte bize, integrallenebilir bir analitik fonksiyon verildi, böylece sayısal hesaplamanın doğruluğunu bilinen kesin hesaplamayla karşılaştırabildik. Fakat fonksiyon integrallenemezse, dolayısıyla sayısal sonucumuzu analitik olanla karşılaştıramazsak ne yaparız? Yani, hesapladığımız tahmini sonucun, istenen belirsizlik aralığında, (mesela yüzde 1), doğru olduğuna inanabilmemiz için yeterli sayıda alt-aralık kullandığımızı nasıl bileceğiz? Yapabileceğimiz şey ardışık iki sayısal hesaplamayı karşılaştırmaktır: ilki (n) alt-aralıkla ve ikincisi, sözgelimi iki kat alt-aralıkla ($2n$) yapılır. Eğer iki sonuç birbirine istenen belirsizlik aralığı (diyelim yüzde 1) içinde yakınsa, genellikle daha çok alt-aralıkla yapılan hesaplamanın, doğru değere istenen belirsizlik aralığında yakın olduğunu varsayabiliriz. Eğer iki hesaplama böyle yakın değilse, o zaman daha çok alt-aralıklı (önceki yaklaşıklığın ne kadar iyi olduğuna bağlı olarak, belki iki kat, belki de 10 katla) üçüncü bir hesaplama yapılmalıdır, ve bir önceki ile karşılaştırılmalıdır.

Bir bilgisayar hesap tablosu uygulaması kullanarak yöntemi otomatikleştirilmek kolaydır.

Herhangi bir zamandaki x yerdeğiştirmesini de elde etmek isteseydik, v üzerinden ikinci bir sayısal integrasyon yapmak zorunda olacaktık, bu önce v'yi birçok farklı zaman için hesaplamamız gerektiği anlamına gelir. Programlanabilir hesap makineleri ve bilgisayarlar uzun toplamları yapmak için çok yararlıdır.

Bu sayısal teknikleri kullanan problemler bu kitabın bir çok Bölüm'ünün sonunda bulunur; bunlar Sayısal/Bilgisayar olarak etiketlidir ve seçimli olduklarını göstermek için bir yıldız işareti ile verilirler.

Özet

[Bu kitapta her Bölüm'ün sonunda görünen Özet, Bölüm'ün temel fikirlerine kısa bir genel bakışı verir. Özet, materyalin anlaşılmasına yardımcı olamaz, bu sadece Bölüm'ün ayrıntılı olarak okunmasıyla başarılabilir.]

Kinematik nesnelerin nasıl hareket ettiğinin betimlenmesi ile ilgilenir. Herhangi bir cismin hareketinin betimlemesi daima belli bir **referans çerçeves**ine göre verilmelidir.

Bir cismin **yerdeğiştirmesi** cismin konumundaki değişimdir.

Ortalama hız gidilen mesafenin geçen süre ya da zaman aralığına, Δt, gözlemlerimizi yapmak için seçtiğimiz zaman süresine, bölümüdür. Belli bir Δt zaman aralığı üzerinden bir cismin **ortalama hızı** bu zaman aralığı boyunca olan Δx yerdeğiştirmesinin Δt ile bölümüdür:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \qquad (2\text{–}2)$$

Büyüklüğü *anlık süratin*kinin *aynısı* olan **anlık hız,** sonsuz küçük bir zaman aralığı $(\Delta t \to 0)$ üzerinden hesaplanan ortalama hız olarak tanımlanır:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}, \qquad (2\text{–}4)$$

burada dx/dt x 'in t'ye göre türevidir.

Bir zamana karşı konum grafiğinde, *eğim* anlık hıza eşittir.

İvme hızın birim zamanda değişimidir. Bir cismin, bir Δt zaman aralığı üzerinden **ortalama ivmesi**

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (2\text{–}5)$$

ile verilir. Burada Δv hızın Δt zaman aralığı boyunca değişimidir.

Anlık ivme sonsuz küçük bir zaman aralığı üzerinden alınan ortalama ivmedir:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}. \qquad (2\text{–}6)$$

Eğer bir nesne *sabit ivme* ile düz bir çizgide hareket ederse, v hızı ve x konumu; a ivmesi, geçen süre t, başlangıç konumu x_0, ve başlangıç hızı v_0 'a Dnk. 2-12 ile bağlıdır:

$$v = v_0 + at, \qquad x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2,$$
$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0), \quad \bar{v} = \frac{v + v_0}{2}. \qquad (2\text{–}12)$$

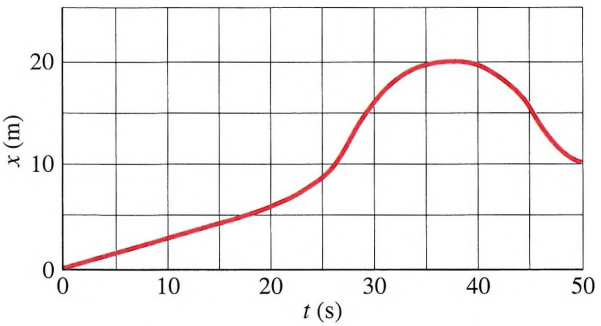
Dünya yüzeyi yakınında düşey olarak hareket eden yani düşen, ya da düşey olarak aşağı, ya da yukarı fırlatılan cisimler, hava direnci ihmal edilebilirse, büyüklüğü $g = 9.80\ \text{m/s}^2$ olan sabit, aşağıya doğru, **yerçekimi ivmesi** ile hareket ederler.

[*2-12 kinematik denklemleri integral analizi kullanılarak türetilebilir.]

Sorular

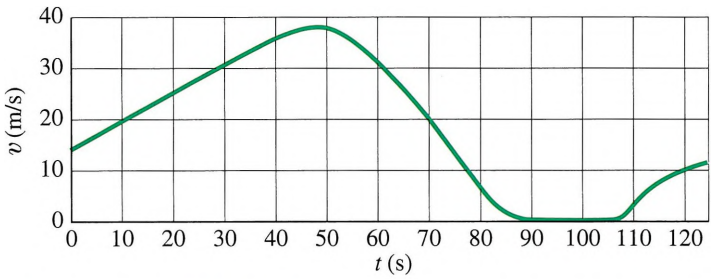
1. Bir arabanın hız göstergesi sürat, hız ya da her ikisini birden ölçer mi?
2. Bir cismin hızı sabit ise değişen bir sürate sahip olabilir mi? Sürati sabitse değişken hıza sahip olabilir mi? Eğer yanıt evetse, her durum için örnekler verin.
3. Bir cisim sabit hız ile hareket ederse, herhangi bir zaman aralığı boyunca ortalama hızı herhangi bir andaki anlık hızından farklı olur mu?
4. Bir cisim ikinci bir cisimden daha büyük bir sürate sahipse, birincinin ivmesinin daha büyük olması gerekir mi? Örnekler kullanarak açıklayın.
5. 80km/sa'ten 90 km/sa'e ivmelenen bir motorsikletin ivmesi ile aynı sürede durgun halden 10 km/sa'e ivmelenen bir bisikletin ivmesini karşılaştırın.
6. Bir cisim kuzeye doğru bir hız ve güneye doğru bir ivmeye sahip olabilir mi? Açıklayın.
7. Bir cismin ivmesi pozitifken hızı negatif olabilir mi? Tersi durumda ne olur?
8. Hem hız hem de ivmenin her ikisinin de negatif olduğu bir örnek verin.
9. İki araba bir tünelden yan yana çıkıyorlar. A arabası 60 km/sa süratle gidiyor ve 40 km/sa/dak'lık bir ivmeye sahiptir. B arabasının sürati 40 km/sa'tir ve 60 km/sa/dak'lık bir ivmeye sahiptir. Tünelden çıktıklarında hangi araba diğerini geçer? Düşüncenizi açıklayın.
10. Bir cismin ivmesi azalıyorken sürati artabilir mi? Eğer öyleyse, bir örnek verin. Değilse, açıklayın.
11. Bir beyzbol oyuncusu topa yukarıya doğru vuruyor. Top sopayı 120 km/sa ile terkediyor. Hava direncinin olmadığı durumda, tutucu yakaladığında topun hızı ne olacaktır?
12. Serbestçe düşen bir cisim hızlandıkça, ivmesine ne olur-artar mı, azalır mı, ya da aynı mı kalır? (*a*) Hava direncini ihmal edin. (*b*) Hava direncini göz önüne alın.
13. 70 km/sa'lik sabit bir süratte hareket eden bir arabayla A noktasından B noktasına gidiyorsunuz. Ardından 90 km/sa'lik sabit bir süratle B noktasından aynı uzaklıktaki başka bir C noktasına gidiyorsunuz. A'dan C'ye tüm yolculuğunuz için ortalama süratiniz 80 km/sa midir? Neden olduğunu, ya da olmadığını açıklayın.
14. Bir cisim aynı anda sıfır hıza ve sıfırdan farklı ivmeye sahip olabilir mi? Örnekler verin.
15. Bir cisim aynı anda sıfır ivmeye ve sıfırdan farklı hıza sahip olabilir mi? Örnekler verin.
16. Bu hareketlerin hangisi sabit ivme ile *değildir:* bir uçurumdan düşen bir taş, yol boyunca duruşlar yaparak ikinci kattan beşinci kata giden bir asansör, bir masada duran bir tabak?
17. Bir dersteki gösteri deneyinde, üzerine eşit aralıklarla on civata bağlanmış 3.0 m uzunluktaki düşey bir sicim, anfinin tavanından bırakılıyor. Sicim bir teneke tabağın üzerine düşer, ve sınıftakiler her civata tabağa çarptığında şıngırtısını duyarlar. Sesler eşit zaman aralıklarında oluşmayacaktır. Niçin? Şıngırtılar arasındaki zaman düşüşün sonua doğru artar mı, yoksa azalır mı? Şıngırtıların eşit zaman aralıklarında olabilmesi için civatalar nasıl bağlanabilir?

18. Şek. 2-36'da çizilen hareketi v, a, cinsinden sözle betimleyin. [*İpucu:* İlk olarak çizilen hareketi yürüyerek ya da elinizi hareket ettirerek kopyalamaya çalışın.]



ŞEKİL 2–36 Soru 18, Problem 9 ve 86.

19. Şek. 2-37 'de grafiklenen cismin hareketini kelimelerle betimleyin.



ŞEKİL 2–37 Soru 19, Problem 23.

Problemler

[Her bölümün sonundaki problemler tahmini zorluk seviyelerine göre I, II ve III diye derecelendirilmiştir. Burada I ile işaretlenenler en kolay problemler olarak tanımlanmaktayken III ile işaretlenenler ise öğrenciler için ekstra puan getiren zorlayıcı problemlerdir. Problemler kısımlara göre düzenlenmiştir, yani okuyucu o kısma kadar ve o kısım dahil okumuş olmalıdır, ama sadece o kısmı değil. Problemler çoğunlukla daha önceki konulara bağlıdır. Her bölümde ayrıca kısımlara göre ayrılmamış ve derecelendirilmemiş bir "Genel Problemler" grubu vardır].

2–1, 2–3 Sürat ve Hız

1. (I)110 km/sa ile düz bir yolda araba sürüyorsanız ve 2.0 s kadar yan tarafa bakarsanız dikkatli olmadığınız bu süre boyunca ne kadar yol alırsınız?

2. (I) 235 km'yi 3.25 s'de gidebilmek için arabanızın ortalama sürati ne olmalıdır?

3. (I) $t_1 = -2.0$ s 'de $x_1 = 4.3$ cm 'de ve $t_2 = 4.5$ s'de $x_2 = 8.5$ cm 'de olan bir parçacığın ortalama hızı nedir? Bu verilerden ortalama süratini hesaplayabilir misiniz?

4. (I) Yuvarlanan bir top $t_1 = 3.0$ s ile $t_2 = 5.1$ s arasındaki zaman süresinde $x_1 = 3.4$ cm'den $x_2 = -4.2$ cm'ye hareket ediyor. Ortalama hızı nedir?

5. (II) Bir kural olarak, bir şimşek çakması ve ardı sıra olan gök gürlemesi arasında geçen her beş saniye şimşeğe olan mesafeyi mil olarak verir. Şimşeğin ışığının erişmesi için zaman gerekmeyeceğini varsayarak, bu kuraldan sesin süratini m/s olarak tahmin edin. Kilometre cinsinden kural nasıl olur?

6. (II) Okuldan eve 130 km boyunca sabit 95 km/sa hızı ile araba sürüyorsunuz. Daha sonra yağmur yağmaya başlıyor ve 65 km/sa'e yavaşlıyorsunuz. 3 saat 20 dakika sürüşten sonra eve varıyorsunuz. (*a*) Eviniz okuldan ne kadar uzaktadır? (*b*) Ortalama süratiniz nedir?

7. (II) Bir at düz bir kulvarda eğiticisinden kaçıyor ve 14.0 s'de 116 m uzağa gidiyor. Daha sonra aniden dönüp yarı yola kadar 4.8'de dörtnala koşuyor. "Eğiticiden uzaklaşma"yı pozitif doğrultu olarak kullanarak (*a*) ortalama süratini, (*b*) tüm gezinti için ortalama hızını hesaplayın.

8. (II) Küçük bir cismin konumu $x = 34 + 10t - 2t^3$ ile veriliyor, burada t saniye, x metre cinsindendir. $t = 0$'dan $t = 3.0$ s'ye kadar x'i t'nin fonksiyonu olarak çizin. (*b*) Cismin 0 ve 3.0 s arasındaki ortalama hızını bulun. (*c*) 0 ve 3.0 s arasında hangi zamanda anlık hız sıfırdır?

9. (II) Bir tavşanın düz bir tünel boyunca zamanın fonksiyonu olarak konumu Şek. 2-36'da çizilidir. (*a*) $t = 10.0$ s'de ve (*b*) $t = 30.0$ s 'de anlık hızı nedir? (*c*) $t = 0$ ve $t = 5.0$ s arasındaki, (*d*) $t = 25.0$ s ve $t = 30.0$ s arasındaki ve (*e*) $t = 40.0$ s ve $t = 50.0$ s arasındaki ortalama hızı nedir?

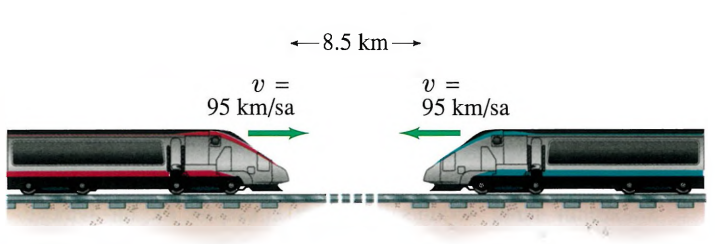
10. 10. (II) Bir ses yoğun diskinde (CD), sayısal bilgi bitleri bir sarmal yol boyunca ardışık olarak kaydedilir. Her bit yaklaşık olarak 0.28 μm işgal eder. Bir CD çaların veri okuma lazeri CD döndükçe yaklaşık olarak 1.2 m/s'lik sabit bir süratte sarmalın ardışık bitleri boyunca tarama yapar. (*a*) CD çaların her saniyede okuduğu sayısal bitlerin N sayısını belirleyin. (*b*) Ses bilgisi iki hoparlörün her birine saniyede 44,100 kez gönderilir. Bu örneklemelerin herbiri 16 bit gerektirir ve bu nedenle (ilk bakışta) bir CD çalar için gereken bit hızının

$$N_0 = 2\left(44{,}100\ \frac{\text{örneklemer}}{\text{saniye}}\right)\left(16\ \frac{\text{bit}}{\text{örnekleme}}\right) = 1.4 \times 10^6\ \frac{\text{bit}}{\text{saniye}}$$

olduğu düşünülebilir, buradaki 2 çarpanı, 2 tane hoparlör içindir (2 stereo kanal için). N_0'ın, bir CD çaların saniyede okuduğu gerçek bit sayısı N'den daha küçük olduğuna dikkat edin. Fazla bitler $(= N - N_0)$ kodlama ve hata-düzeltme için gerekir. Bir CD'nin üzerindeki bitlerin hangi yüzdesi kodlama ve hata-düzeltme için ayrılmıştır?

11. (II) 95 km/sa ile giden bir araba 75 km/sa ile giden bir kamyonun 110 m arkasındadır. Arabanın kamyonu yakalaması ne kadar vakit alacaktır?

12. (II) İki lokomotif paralel raylar üzerinde birbirlerine yaklaşıyorlar. Herbirinin yere göre hızı 95 km/sa'tir. Eğer başlangıçta aralarında 8.5 km varsa, birbirlerine erişmeleri ne kadar zaman alacaktır?(Şek. 2-38'e bakın).



ŞEKİL 2–38 Problem 12.

13. (II) 12.0 cm'lik çapa sahip bir ses CD'si üzerindeki sayısal bitler, $R_1 = 2.5\,\text{cm}$ yarıçapından başlayıp $R_2 = 5.8\,\text{cm}$ 'de biten ve dışa doğru sarmallanan bir yol boyunca kodlanmıştır. Komşu sarmalların merkezleri arasındaki uzaklık $1.6\,\mu\text{m}\,(= 1.6 \times 10^{-6}\,\text{m})$ 'dir. (*a*) Sarmal yolun toplam uzunluğunu belirleyin. [*İpucu:* Sarmalı 1.6 μm genişlikli düz bir yola çözdüğünüzü hayal edin ve esas sarmalın ve düz yolun her ikisinin aynı alanı işgal ettiklerine dikkat edin.] (*b*) Bilgiyi okumak için bir CD çalar, CD'nin dönmesini, veri okuma lazerinin sarmal yol boyunca sabit bir 25 m/s'lik sürat ile hareket etmesi için ayarlar. Böyle bir CD'nin en uzun çalma süresini tahmin edin.

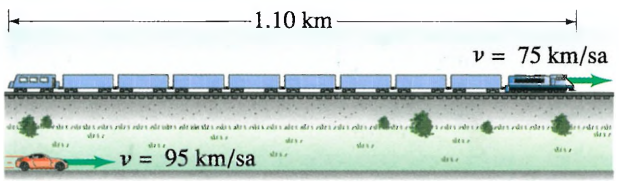
14. (II) Bir uçak, 3100'yi 720 km/sa'te gider, ve daha sonra süratini sonraki 2800 km için 990 km/sa'e çıkaran bir kuyruk rüzgarı ile karşılaşır. Yolculuk için toplam süre nedir? Bu seyahat için uçağın ortalama sürati nedir? [*İpucu:* Dnk. 2-12d uygulanır mı? Uygulanmaz mı?]

15. (II) 250 km'si 95 km/sa ile yapılan, bunu izleyen 1.0 sa'lik yemek molası, ve 250 km dönüşü 55 km/sa ile yapılan bir tam tur seyahatın ortalama sürat ve ortalama hızını hesaplayın.

16. (II) Düz bir çizgi boyunca yuvarlanan bir topun konumu $x = 2.0 - 3.6t + 1.1t^2$ ile veriliyor, burada x metre ve t saniye cinsindendir. (*a*) $t = 1.0\,\text{s}$, $2.0\,\text{s}$, ve $3.0\,\text{s}$'de topun konumunu belirleyin. (*b*) $t = 1.0\,\text{s}$ 'den $t = 3.0\,\text{s}$ 'ye olan aralıkta ortalama hız nedir? (*c*) $t = 2.0\,\text{s}$ ve $t = 3.0\,\text{s}$'deki anlık hız nedir?

17. (II) Bir köpek düz bir yolda sahibinden 120 m uzağa 8.4 s'de kaçar, ve daha sonra geri dönerek yolun yarısını zamanın üçtebirinde alır. (*a*) Ortalama süratini (*b*) ortalama hızını hesaplayın.

18. (III) 95 km/sa ile giden bir otomobil, aynı doğrultuda yola paralel olan bir rayda giden 1.10 km uzunluğundaki bir treni yakalıyor. Eğer trenin sürati 75 km/sa ise, arabanın onu geçmesi ne kadar zaman alır, ve bu sürede araba ne kadar yol alır? Şek. 2-39'a bakın. Araba ve tren zıt doğrultularda gitselerdi sonuçlar ne olurdu?



ŞEKİL 2–39 Problem 18.

19. (III) Sabit bir süratle giden bir bovling topu 16.5 m uzunluklu bir bovling oyun kulvarının sonundaki lobutlara çarpıyor. Oyuncu, top elinden çıktıktan 2.50 s sonra lobutlara çarpan topun sesini duyduğuna göre topun sürati nedir? Sesin süratinin 340 m/s olduğunu varsayın?

2–4 İvme

20. (I) Bir spor araba 4.5s'de durgun halden 95 km/sa'e ivmeleniyor. m/s^2 olarak ortalama ivmesi nedir?

21. (I) Otoyol hızlarında, belirli bir otomobil yaklaşık $1.8\,\text{m/s}^2$'lik bir ivmeye erişebilir. Bu hızda, 80 km/sa'ten 110 km/s'ye ivmelenmesi ne kadar zaman alır?

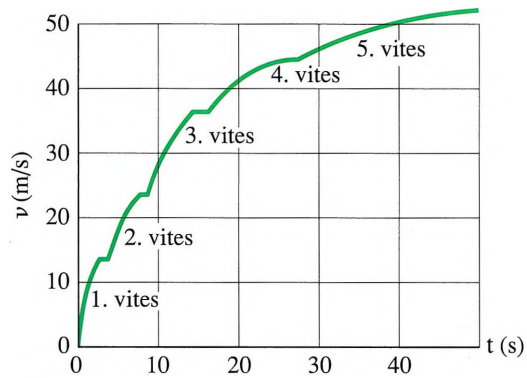
22. (I) Hızlı bir yarışçı 1.28 s'de durgun halden 9.0 m/s'ye ivmeleniyor. (*a*) m/s^2 ; (*b*) km/sa^2 olarak ivmesi nedir?

23. (I) Şekil 2-37 bir trenin, zamanın fonksiyonu olarak hızını gösteriyor. (*a*) Hangi zaman anında hızı en büyüktür? (*b*) Hangi süreler boyunca, varsa, hızı sabittir? (*c*) Hangi süreler boyunca, varsa, ivmesi sabittir? (*d*) İvmenin büyüklüğü ne zaman en büyüktür?

24. (II) Sabit süratte giden bir spor araba 110 m'yi 5.0 s'de gidiyor. Daha sonra frene basarsa ve 4.0s'de dururs a, m/s^2 olarak ve g cinsinden $(= 9.8\,\text{m/s}^2)$ ivmesinin büyüklüğü nedir?

25. (II) Düz bir yolda hareket eden bir araba $x = 0$ ve $t = 0$'da harekete başlayıp $t = 3.0$ s'de 11.0 m/s süratle $x = 25.0$ m noktasından ve $t = 20.0$ s'de 45.0 m/s süratle $x = 385.0$ m noktasından geçiyor. $t = 3.0$ s ile $t = 20.0$ s arasındaki (*a*) ortalama hız ve (*b*) ortalama ivmeyi bulun.

26. (II) Bir otomobilin ivmelenmesi yaklaşık olarak Şek. 2-40 'daki hız-zaman grafiğinde gösterildiği gibidir. (Eğrideki kısa, düz bölgeler vites değişimini gösterir.) (*a*) ikinci viteste; (*b*) dördüncü viteste arabanın ortalama ivmesini tahmin edin. (*c*) İlk dört vites boyunca ortalama ivmesi nedir?



ŞEKİL 2–40 Problem 26. Dururken harekete geçen, yüksek-performanslı bir otomobilin zamanın fonksiyonu olarak hızı.

27. (II) x ekseni boyunca hareket eden bir parçacığın, zamanın fonksiyonu olarak konumu $x = 6.8t + 8.5t^2$ ile veriliyor. Burada t saniye, x metre birimindedir. Zamanın fonksiyonu olarak ivme nedir?

28. (II) $t = 0$'da durgun halden başlayan ve düz bir yolda hareket eden bir yarış arabasının konumu aşağıdaki Tablo'da zamanın bir fonksiyonu olarak veriliyor. Zamanın bir fonksiyonu olarak (*a*) hızını ve (*b*) ivmesini tahmin edin. Herbirini bir Tablo'da ve bir grafikte gösterin.

t(s)	0	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	2.50
x(m)	0	0.11	0.46	1.06	1.94	4.62	8.55	13.79
t(s)	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00	5.50	6.00	
x(m)	20.36	28.31	37.65	48.37	60.30	73.26	87.16	

29. (II) Bir nesnenin konumu $x = At + bt^2$ ile veriliyor, burada x metre, t saniye birimindedir. (*a*) A ve B 'nin birimleri nedir? (*b*) Zamanın fonksiyonu olarak ivme nedir? (*c*) $t = 5.0$ s'de hız ve ivme nedir? (*d*) $x = At + Bt^{-3}$ ise zamanın fonksiyonu olarak hız nedir?

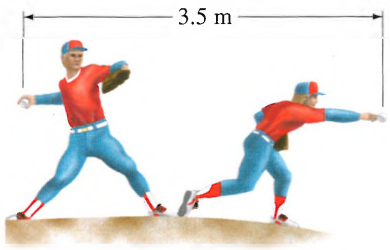
2–5 ve 2–6 Sabit İvme ile Hareket

30. (I) Bir araba 85m'lik mesafede 25m/s'den durgun hale yavaşlıyor. Sabit varsayılan ivmesi nedir?

31. (I) Bir araba 6.0s'de 12m/s'den 21 m/s'ye ivmeleniyor. İvmesi nedir? Bu sürede ne kadar uzağa gider? Sabit ivme olduğunu varsayın.

32. (I) Hafif bir uçak havalanmak için en az 32.0 m/s sürate erişmelidir. (Sabit) İvme $3.0\,m/s^2$ ise ne kadar uzunlukta bir pist gerekir?

33. (II) Bir beyzbol atıcısı 41 m/s süratle bir beyzbol topunu fırlatıyor. Fırlatma hareketi boyunca topun ortalama ivmesini tahmin edin. Atıcı, beyzbol topunu fırlatırken, topu, vücudunun arkasından bırakıldığı noktaya kadar yaklaşık 3.5 m'lik bir mesafe içerisinde hızlandırıyor (Şek. 2-41).



ŞEKİL 2–41
Problem 33.

34. (II) İvme $a = A + Bt$, iken $\bar{v} = (v + v_0)/2$'nin (Dnk. 2-12d'ye bkz.) geçerli olmadığını gösterin, burada A ve B sabittir.

35. (II) Bir dünya şampiyonu koşucu bir yarışın ilk 15.0m 'sinde bir doruk sürate (yaklaşık 11.5 m/s) ulaşabililir. Bu koşucunun ortalama ivmesi nedir ve bu sürate ulaşması ne kadar zaman alır?

36. (II) 180 m/s ile gitmekte olan dikkatsiz bir sürücü ilerdeki kırmızı ışığı fark ediyor. Aracı $3.65\,m/s^2$ ile yavaşlama yeteğine sahiptir. Frenleri devreye sokması 0.200 s sürerse ve ışığı gördüğünde kavşaktan 20.0 m ötede ise, bu sürede durabilecek midir?

37. (II) Bir araba 5.00 s'de, 18.0 m/s süratten durgun hale düzgün olarak yavaşlıyor. Bu kadar sürede ne kadar uzağa gider?

38. (II) Bir trafik ışığına gelirken, bir araba anayolda 85 m uzunlukta fren izi bırakıyor. $4.00\,m/s^2$'lik bir yavaşlama olduğunu varsayarak, arabanın frenlemeden hemen önceki süratini tahmin edin.

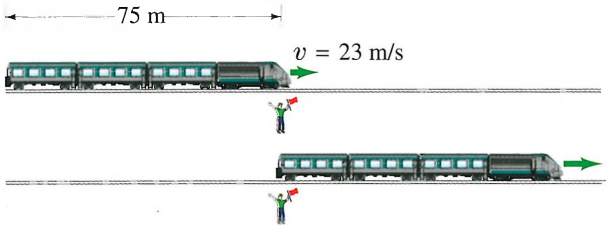
39. (II) 85 km/sa ile giden bir araba, gazı keserek sabit bir $0.50\,m/s^2$ ile yavaşlıyor. Arabanın (*a*) durmadan önce gittiği mesafeyi, (*b*) durması için geçen süreyi, (*c*) birinci ve beşinci saniyeler boyunca gittiği mesafeyi hesaplayın.

40. (II) 105 km/sa ile giden bir araba bir ağaca çarpıyor. Arabanın ön ucu sıkışıyor ve sürücü 0.80 m gittikten sonra duruyor. Çarpışma boyunca sürücünün ortalama ivmesinin büyüklüğü nedir? Cevabı "g" cinsinden ifade edin, burada $1.00g = 9.80/ms^2$'dir.

41. (II) Başlangıç sürati 95 km/sa olan bir otomobil ve 1.0s'lik insan tepki süresi için durma mesafelerini $a = -5.0\,m/s^2$ 'lik bir ivme için, (*b*) $a = -7.0\,m/s^2$ için belirleyin.

42. (II) Bir uzay aracı $t = 0$ s'de 65 m/s'den, $t = 10.0$ s'de 162 m/s'ye düzgün olarak ivmeleniyor. $t = 2.0$ s ile $t = 6.0$ s arasında ne kadar yol gitmiştir?

43. (II) 75 m uzunluğunda bir tren durgun halden düzgün olarak ivmelenmeye başlıyor. Trenin önü, trenin ön tarafının harekete başladığı yerden 180 m uzakta duran bir demiryolu işçisini geçerken 23 m/s hıza sahiptir. Son vagonun, işçiyi geçerkenki sürati ne olacaktır (bkz. Şek. 2-42)?



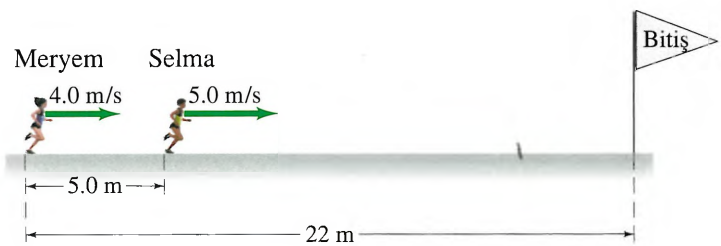
ŞEKİL 2–42 Problem 43.

44. (II) Sabit bir 95 km/sa ile giden işaretsiz bir polis aracı, 135 km/sa ile giden hızlı bir sürücü tarafından geçiliyor. Hızlı sürücü geçtikten tam 1.00 s sonra, polis memuru gaz pedalına basıyor; polis arabasının ivmesi $2.00\,m/s^2$ ise, polis arabasının hızlı giden kişiyi (sabit süratte gittiği varsayılan) yakalaması ne kadar zaman alır?

45. (III) Problem 44'teki hızlı sürücünün süratinin bilinmediğini varsayın. Polis aracı yukarıda verildiği gibi düzgün olarak ivmelenirse ve 7.00 s ivmelendikten sonra hızlı sürücüyü yakalıyorsa, hızlı sürücünün sürati nedir?

46. (III) Bir koşucu 10,000 m'yi 30.0'nın altında tamamlamayı planlıyor. Tam 27.0 dak boyunca sabit süratte koştuktan sonra hala gideceği 1100 m'si vardır. Koşucunun istenen süreyi başarması için $0.20\,m/s^2$'de kaç saniye ivmelenmesi gerekir?

47. (III) Meryem ve Selma bir yürüyüş yarışındadırlar (Şek. 2-43). Meryem bitirme çizgisinden 22 m uzakta iken sürati 4.0 m/s ve sürati 5.0 m/s olan Selma'nın 5.0 m gerisindedir. Selma kolay bir galibiyet alacağını düşünür ve bu nedenle, yarışın geri kalan kısmında bitiş çizgisine doğru $0.50\,m/s^2$'lik sabit ivme ile yavaşlar. Meryem, Selma ile yan yana bitiş çizgisini geçmek istiyorsa, yarışın geri kalan kısmı boyunca hangi sabit ivmede olmalıdır?



ŞEKİL 2–43 Problem 47.

2–7 Serbestçe Düşen Nesneler

[Hava direncini ihmal edin.]

48. (I) Bir taş bir uçurumun tepesinden bırakılıyor. 3.75 s sonra aşağıda yere çarptığı görülüyor. Uçurumun yüksekliği ne kadardır?

49. (I) Bir araba, yavaşça $(v_0 = 0)$ düşey bir uçurumdan yuvarlanırsa, 55 km/sa'e ulaşması ne kadar sürer?

50. (I) (*a*) King Kong'un Kraliyet Sarayı'nın tepesinden (380 m yükseklikte) dik olarak düşmesi ne kadar sürer ve (*b*) "konuş"tan hemen önceki hızı nedir, tahmin edin.

51. (II) Bir beyzbol topu neredeyse dik olarak, yaklaşık 20 m/s'lik bir süratle havaya fırlatılıyor. (*a*) Ne kadar yükseğe çıkar? (*b*) Havada ne kadar kalır?

52. (II) Top oynayan bir kişi, topu yukarı doğru fırlattıktan 3.2 s sonra yakalıyor. Topu hangi süratle fırlatmıştır ve top hangi yüksekliğe çıkmıştır?

53. (II) Bir kanguru düşey olarak 1.65 m yüksekliğe sıçrıyor. Yere dönmeden önce havada ne kadar kalır?

54. (II) Basketbolda en iyi ribauntçular yaklaşık olarak 120 cm'lik bir düşey sıçramaya (yani, vücutlarındaki sabit bir noktanın düşey hareketi) sahiptirler. (*a*) Yerden ilk "fırlama" süratleri nedir? (*b*) Ne kadar süre havada kalırlar?

55. (II) Bir helikopter düşey olarak 5.10 m/s süratle yükseliyor. Yerin 105 m üzerindeki bir yükseklikte, bir paket pencereden bırakılıyor. Paketin yere ulaşması ne kadar sürer? [*İpucu:* Paket için v_0 helikopterin süratine eşittir.]

56. (II) Durgun halden serbestçe düşen bir cisim için, her ardışık saniye içinde gidilen uzaklıkların ardışık tek sayıların (1, 3, 5, vs.) oranı ile arttığını gösterin. (Bu ilk olarak Galileo tarafından gösterildi.) Şek. 2-26 ve 2-29'a bakın.

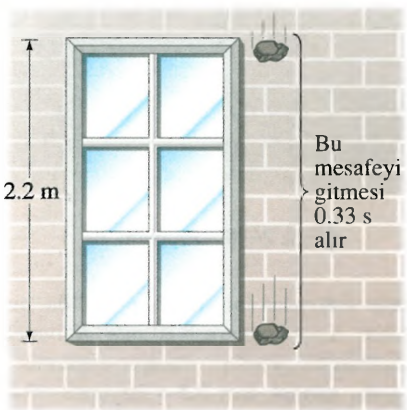
57. (II) Bir beyzbol topunun yukarı doğru, sokaktan 23 m yukarıdaki bir pencereyi düşey olarak 14 m/s süratle geçtiği görülüyor. Top sokaktan fırlatılmışsa, (*a*) başlangıç sürati nedir, (*b*) hangi yüksekliğe ulaşır, (*c*) ne zaman fırlatılmıştır ve (*d*) sokağa tekrar ne zaman ulaşır?

58. (II) Bir roket durgun halden, düşey olarak bir 3.2 m/s^2 ivme ile 950 m'lik bir yükseklikte akaryakıtı tükeninceye kadar yükseliyor. Bu noktadan sonra ivmesi, aşağı doğru olan yerçekimi ivmesidir. (*a*) Roketin akaryakıtı bittiğinde hızı nedir? (*b*) Bu noktaya ulaşması ne kadar sürer? (*c*) Roketin ulaştığı en büyük yükseklik nedir? (*d*) En büyük yüksekliğe erişmesi ne kadar süre (toplam) alır? (*e*) Hangi hızla yere çarpar? (*f*) Ne kadar süre (toplam) havadadır?

59. (II) Recep su dolu balonların penceresinin önünden düştüğünü görüyor. Her balonun penceresinden geçtikten 0.83 s sonra kaldırıma çarptığına dikkat ediyor. Recep'in odası kaldırımdan 15 m yukarıda, üçüncü kattadır. (*a*) Balonlar Recep'in camını geçerken hangi süratle gidiyorlardır? (*b*) Balonların durgun halden bırakıldığını varsayarsak, hangi kattan bırakılmışlardır? Yatakhanenin her katı 5.0 m yükseklikte dir.

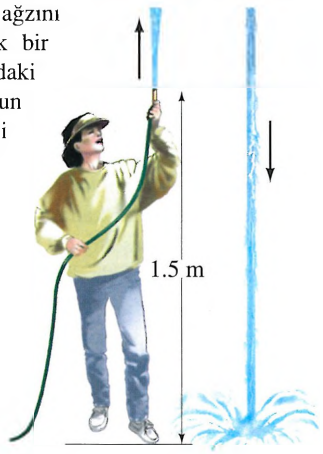
60. (II) Bir taş düşey olarak yukarı doğru 24.0 m/s'lik süratle fırlatılıyor. (*a*) 13.0 m yüksekliğe eriştiğinde hangi süratte gidiyordur? (*b*) Bu yüksekliğe erişmesi için ne kadar zaman gerekir? (*c*) (*b*) için neden iki yanıt vardır?

61. (II) Düşen bir taşın 2.2 uzunluğundaki bir pencereyi geçmesi 0.33 s sürüyor (Şek 2-44). Taş pencerenin tepesinin ne kadar üstünden düşmüştür?



ŞEKİL 2–44 Problem 61.

62. (II) Bahçenizin hortumunun ağzını, suyun daha güçlü gitmesi için ayarladığınızı varsayın. Hortumun ağzını düşey olarak yerin 1.5 m üzerinde bir yükseklikte yukarı doğru tutuyorsunuz (Şek. 2-45). Hızlıca hortumun ağzını kapadığınızda, suyun 2.0 s'lik bir süre için daha, yanıbaşınızdaki yere çarptığını duyarsınız. Suyun hortumun ağzını terkettiği zamandaki sürati nedir?



ŞEKİL 2–45
Problem 62.

63. (III) Düşey olarak yukarı doğru hareket eden bir oyuncak roket yerin 8.0 m üzerindeki 2.0 m yüksekliğinde bir pencerenin önünden geçmektedir. Roketin, pencerenin 2.0 m yüksekliğini geçmesi 0.15 s alıyor. Roketin fırlatılma sürati nedir ve ne kadar yükseğe çıkacaktır? İtici gazın fırlatma sırasında çok çabuk yandığını varsayın.

64. (III) Bir top 50.0 myüksekliğinde bir uçurumun tepesinden bırakılıyor. Aynı anda, dikkatlice nişan alınmış bir taş 24.0 m/s süratle uçurumun tabanından dik olarak atılıyor. Taş ve top çarpışıyorlar. Bu, uçurumun tabanının ne kadar üzerinde gerçekleşir?

65. (III) Bir taş, deniz kıyısındaki bir uçurumdan bırakılıyor ve okyanusa çarpan taşın sesi 3.4 s sonra duyuluyor. Sesin hızı 340 m/s ise, uçurumun yüksekliği ne kadardır?

66. (III) Bir taş 12.0 m/s süratle düşey olarak yukarı doğru atılıyor. Tam olarak 1.00 s sonra, bir top aynı yol boyunca düşey olarak 18.0 m/s sürati ile atılıyor. (*a*) Ne zaman birbirlerine çarparlar? (*b*) Çarpışma hangi yükseklikte meydana gelecektir? (*c*) Sıralamanın değiştiğini varsayarak (*a*) ve (*b*)'yi yanıtlayın: top taştan 1.00 s önce atılıyor.

2–8 Değişken İvme; Analiz

*67. (II) $v(t) = 25 + 18t$, veriliyor, burada v m/s ve t, s cinsindendir, $t_1 = 1.5$ s'den $t_2 = 3.1$ s'ye toplam yerdeğiştirmeyi belirlemek için analizi kullanın.

*68. (III) Bir parçacığın ivmesi $a = A\sqrt{t}$ ile veriliyor, burada $A = 2.0\,m/s^{5/2}$'dir. $t = 0$'da $v = 7.5$ m/s ve $x = 0$'dır. (*a*) Zamanın fonksiyonu olarak sürat nedir? (*b*) Zamanın fonksiyonu olarak yerdeğiştirme nedir? (*c*) $t = 5.0$ s'de ivme, sürat ve yerdeğiştirme nedir?

*69. (III) Düşen bir cisim üzerine etki eden hava direnci, ivme için

$$a = \frac{dv}{dt} = g - kv,$$

yaklaşık bağıntısı ile hesaba katılabilir, burada k bir sabittir. (*a*) Cismin durgun halden başladığını varsayarak ($t = 0$'da $v = 0$). Cismin hızı için zamanın bir fonksiyonu olarak bir formül türetin. [*İpucu:* $u = g - kv$ alarak değişkenleri değiştirin.] (*b*) Hızın ulaştığı en büyük değer olan son hız için bir ifade belirleyin.

2–9 Grafiksel Analiz

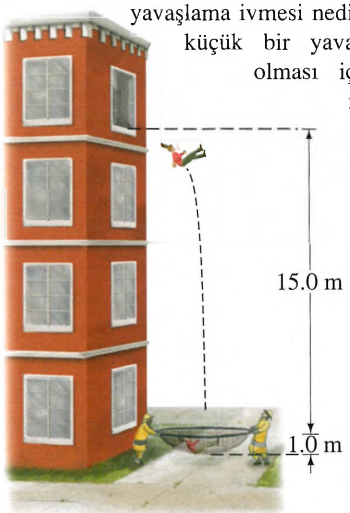
[Bu bölümün sonundaki 95-97 problemlerine bakın.]

Genel Problemler

70. Bir hapisane kaçağı 5.0 m/s sabit süratle giden bir yük treninin üstüne atlamaya çalışıyor. Nitekim boş bir yük vagonu onu geçerken, hapisane kaçağı durgun halden başlayıp $a = 1.2$ m/s^2 ile en büyük sürati olan 6.0 m/s'ye ivmeleniyor. (*a*) Boş kapalı vagonu yakalaması ne kadar zaman alır? (*b*) Yük vagonunu yakalamak için gittiği mesafe ne kadardır?

71. Aydaki çekimden kaynaklanan ivme yaklaşık olarak Dünya'dakinin altıda biri kadardır. Bir cisim Ay'da düşey olarak yukarı atıldığında, başlangıç hızının aynı olduğunu varsayarsak, Dünya'dakinden kaç kat daha yükseğe gidecektir?

72. Bir kişi, bir itfaiyeci güvenlik filesinin 15.0 m üzerindeki bir dördüncü-kat penceresinden atlıyor. Atlayıcı duruncaya kadar fileyi 1.0 m geriyor, Şek. 2-46. (*a*) Atlayıcının, file tarafından yavaşlatıldığında duruncaya kadar hissedeceği ortalama yavaşlama ivmesi nedir? (*b*) "Daha güvenli" (yani, daha küçük bir yavaşlama ivmesi oluşturmak için) olması için ne yapardınız: fileyi gerer miydiniz yoksa gevşetir miydiniz? Açıklayın.



ŞEKİL 2–46 Problem 72.

73. Omuz-üstü bir emniyet kemeri ile hareketi engellenen bir kişinin, bir araba çarpışmasında, yavaşlama ivmesi $30g$'yi ($1.00g = 9.80$ m/s^2) aşmazsa iyi bir yaşama şansı vardır. Bu değerdeki düzgün bir yavaşlama ivmesi varsayarak, bir çarpışma arabayı 100 km/sa'ten durgun hale getirdiğinde aracın ön ucunun hangi mesafede göçecek şekilde tasarlanması gerektiğini hesaplayın.

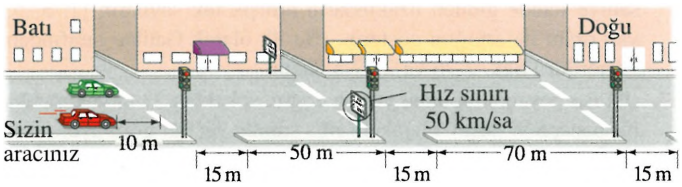
74. Pelikanlar balık avlamak için daldıklarında kanatlarını katlarlar ve aşağı doğru serbest düşerler. Bir pelikanın 16.0 m yükseklikten dalmaya başladığını ve bir kez başladığında yolunu değiştiremediğini varsayın. Bir balığın kaçma eylemi 0.20 s sürerse, kaçabilmek için pelikanın farkına varması gereken en küçük yükseklik nedir? Balığın suyun yüzeyinde olduğunu varsayın.

75. Bir araba üreticisinin arabalarını, bir vinçle yukarı kaldırıp belli bir yükseklikten bırakarak önden çarpışmalar için test ettiklerini varsayın. (*a*) Bir arabanın, yere çapmadan hemen önceki süratinin, durgun halden bir düşey H mesafesi düştükten sonra $\sqrt{2gH}$ ile verildiğini gösterin. Hangi yükseklik (*b*) 50 km/sa (*c*) 100 km/sa ile çarpmaya karşılık gelir?

76. Bir taş yüksek bir binanın tepesinden bırakılıyor. İkinci bir taş 1.50 s sonra bırakılıyor. İkincisi 12.0 m/s'lik sürate ulaştığında taşlar birbirlerinden ne kadar uzaktadırlar?

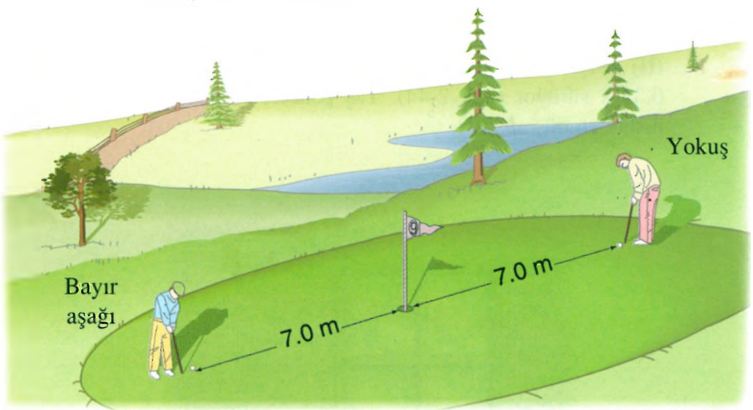
77. Tour de France'daki bir bisikletçi 15 km/sa ile giderek bir dağ geçidini aşıyor. 4.0 km ötede, yokuşun altında sürati 75 km/sa'tir. Dağdan aşağı inerken ortalama ivmesi (m/s^2 olarak) nedir?

78. Şek. 2-47'de görülen sokak modelini göz önüne alın. Her kavşağın bir trafik işareti vardır, ve sürat sınırı 50 km/sa'tir. Batıdan, sürat sınırında geldiğinizi varsayın. İlk kavşaktan 10.0 m uzaktayken, tüm lambalar yeşile dönüyor. Lambalar 13.0 s süre için yeşildirler. (*a*) Üçüncü lambaya ulaşmak için gereken zamanı hesaplayın. Üç lambayı da durmadan geçebilir misiniz? (*b*) Tüm lambalar yeşile döndüğünde başka bir araba ilk lambada durmaktadır. O, hız sınırına 2.00 m/s^2 oranında ivmelenebiliyor. İkinci araba üç lamba arasında durmaksızın yolu alabilir mi? Kaç saniyede alabilir ya da alamaz?



ŞEKİL 2–47 Problem 78.

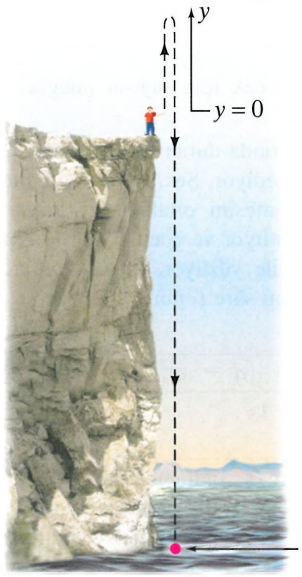
79. Golf oyununda topu deliğe sokmak için yapılan vuruşta, deliği sekip geçmesin diye, bir golf oyuncusunun topa vurduğu kuvvetin topu deliğe küçük mesafelerde, sözgelimi 1.0 m uzağında ya da yakınında, durdurabilecek kadar olması amaçlanır. Bunu bir yokuştan yapmak (yani, topu yokuş aşağı sokmak, Şek. 2-48'e bakın) yokuş yukarı yapmaktan daha zordur. Neden böyle olduğunu görmek için, özel bir yeşil alanda topun bayır aşağı giderken sabit olarak 1.8 m/s^2'de, yokuş yukarı giderken 2.8 m/s^2'de hız kestiğini varsayın. 7.0 m ötedeki bir deliğe yokuştan aşağı doğru atış yapacaksınız. Topa, deliğin 1.0 m uzağında ya da 1.0 m yakınında durması için verebileceğimiz başlangıç hızlarının hangi aralıkta olacağını hesaplayın. Aynını 7.0 m bayır aşağıdaki bir noktadan yukarı doğru atış için tekrarlayın. Sonuçlarınızdan yokuştan aşağı doğru atışın daha zor olduğunu nasıl anlıyoruz?



ŞEKİL 2–48 Problem 79.

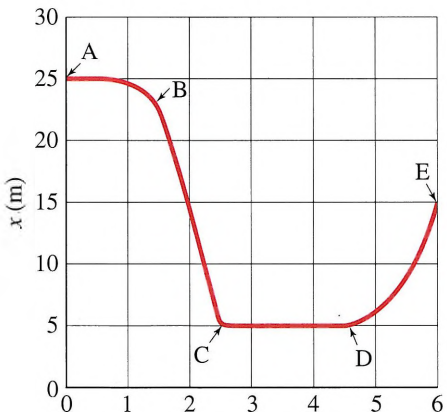
80. Bir eczanede kullanılan bir robot $t = 0$'da bir ilaç şişesini kaldırır. Robot 5.0 s boyunca 0.20 m/s^2'de ivmelenir, ardından 68 s ivmelenmeden gider ve sonuçta eczacının ilacı robottan alacağı tezgaha varmak için 2.5 s boyunca −0.40 m/s^2'de hız keser. Robot ne kadar uzaktan ilacı alıp getirmiştir?

81. Bir taş 75.0 m yükseklikli bir uçurumun kenarından 12.5 m/s süratle düşey olarak yukarı doğru atılıyor (Şek. 2-49). (*a*) Ne kadar sonra uçurumun dibine varacaktır? (*b*) Çarpmadan hemen önceki sürati nedir? (*c*) Toplam ne kadar mesafe gitmiştir?



ŞEKİL 2–49 Problem 81.

82. Şekil 2-50 bir cismin x ekseni boyunca olan hareketi için zamana karşı konum grafiğidir. A'dan B'ye olan zaman aralığını göz önüne alın. (*a*) Cisim pozitif mi yoksa negatif doğrultuda mı hareket ediyor? (*b*) Cisim hızlanıyor mu yoksa yavaşlıyor mu? (*c*) Cismin ivmesi pozitif mi yoksa negatif midir? Daha sonra D'den E'ye olan zaman aralığını göz önüne alın. (*d*) Cisim pozitif mi yoksa negatif doğrultuda mı hareket ediyor? (*e*) Cisim hızlanıyor mu yoksa yavaşlıyor mu? (*f*) Cismin ivmesi pozitif mi yoksa negatif midir? (*g*) Son olarak, bu üç sorunun aynını C'den D'ye olan zaman aralığı için yanıtlayın.



ŞEKİL 2–50 Problem 82.

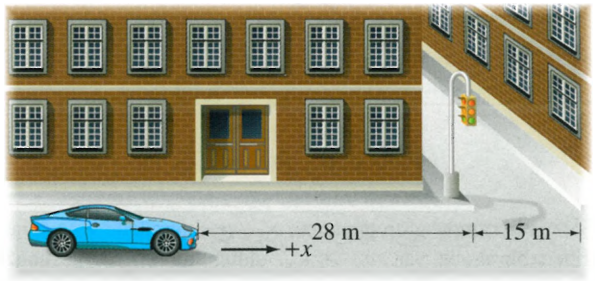
83. Bir *hızlı ulaşım sisteminin tasarımında*, trenin ortalama süratini duraklar arasındaki mesafeye karşı ayarlamak gerekir. Daha çok durak varsa, trenin ortalama sürati daha yavaş olur. Bu problem hakkında bir fikir edinmek için, bir trenin şu iki durumda 9.0 km'lik bir gezinti yapmasının ne kadar süreceğini hesaplayın: (*a*) trenlerin durmak zorunda oldukları istasyonlar birbirlerinden 1.8 km uzaktadırlar (uçlardaki de dahil toplam 6 istasyon); (*b*) istasyonlar birbirlerinden 3.0 km uzaktadırlar (toplamda 4 istasyon). Her istasyondan kalkışta trenin 95 km/sa'e erişinceye kadar 1.1 m/s^2 ile ivmelendiğini, ardından sonraki istasyona varmak için –2.0 m/s^2 ile hız kesmek üzere frenleri uygulayıncaya kadar, bu süratte kaldığını varsayın. Trenin her ara istasyonda 22 s durduğunu varsayın.

84. Bir kişi, su yüzeyinden 4.0 m yükseklikteki bir dalış tahtasından derin bir havuza atlıyor. Adamın aşağı doğru hareketi su yüzeyinin 2.0 m aşağısında bitiyor. Adamın su altında iken ortalama hız kesmesini tahmin edin.

85. Bilal bir topu düşey olarak Can'dan 1.5 kez daha süratli atabiliyor. Bilal'in topu, Can'ın topundan kaç kat daha yükseğe gidecektir.

86. Zamanın fonksiyonu olarak yerdeğiştirmesi Şek. 2-36 ile verilen nesne için $v - t$ grafiğini çizin.

87. Arabasını 45 km/sa ile sürün bir kişi, trafik lambası henüz sarıya dönerken bir kavşağa yaklaşıyor. Kadın, sarı lambanın kırmızıya dönmeden önce 2.0 s yandığını biliyor, ve kavşağın sol tarafından 28 m uzaktadır (Şek. 2-51). Lamba kırmızıya dönmeden önce kadın durmaya çalışmalı mıdır, yoksa kavşağı geçmek için hızlanmalı mıdır? Kavşak 15 m genişliğindedir. Kadının arabasının en büyük hız kesmesi $-5.8\ m/s^2$ iken, 6.0 s'de 45 km/sa'ten 60 km/sa'e ivmelenebiliyor. Arabasının uzunluğunu ve kadının tepki süresini ihmal edin.



ŞEKİL 2–51 Problem 87.

88. Bir araba otoyolda 25 m/s ile giden bir kamyonun arkasındadır. Sürücü arabasının 1.0 m/s^2 ile ivmelenebileceğini tahmin ederek geçmek için bir fırsat arar ve hesaba katması gereken, kamyonun 20 m uzunluğu artı kamyonun 10 m gerisi ve 10 m ilerisini kapsayan boşluğu ayarlar. Karşı şeritten, muhtemelen 25 m/s ile giden bir arabanın yaklaştığını görür. Arabanın yaklaşık 400 m uzakta olduğunu tahmin eder. Geçmeye çalışmalı mıdır? Ayrıntıları verin.

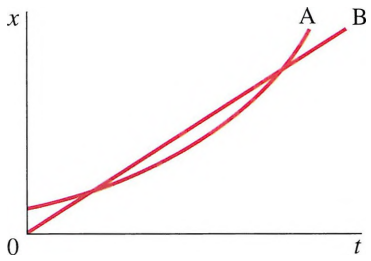
89. Ajan Bora, altındaki yolun 13 m üstünde olan bir köprüde duruyor ve takipçileri çok yakınlaşıyorlar. Bir kamyonun 25 m/s ile yaklaştığını belirliyor, bunu kamyonun geçtiği telefon direklerinin bu ülkede birbirlerinden 25 m uzaklıkta olduğunu bilerek yapıyor. Kamyonun arkası yoldan 1.5 m yukarıdadır ve Bora, kaçmak için köprüden kamyonun üzerine atladığında, kamyonun kaç direk uzakta olması gerektiğini çabucak hesaplıyor. Kaç tane direk olmalı?

90. Duran bir polis arabası sabit bir 130 km/sa hızı ile giden bir sürücü tarafından geçiliyor. Polis memuru sabit bir ivmeyi koruyarak 750 m'de, hızlı giden sürücüyü yakalıyor. (*a*) Nitel olarak her iki araç için polis aracının harekete geçmesinden yakalama noktasına kadar, zamana karşı konumu çizin. (*b*) Polis memurunun hızlı giden sürücüyü yakalamasının ne kadar sürdüğünü, (*c*) polis arabası için gereken ivmeyi, ve (*d*) polis arabasının yakalama noktasındaki süratini hesaplayın.

91. Acele servis veren bir restoran burgerleri bir ızgara makinesinden geçirmek için bir taşıma kemeri kullanıyor. Eğer ızgara makinesi 1.1 m uzunluğundaysa ve burgerlerin pişmesi 2.5 dak alıyorsa, taşıma kemeri hangi hızla gitmelidir? Eğer burgerler 15 cm aralıkla dizilirlerse, burger üretiminin hızı nedir (burger/dak biriminde)?

92. İki öğrenciden, bir barometre kullanarak belli bir binanın yüksekliğini bulmaları isteniyor. Barometreyi yükseklik-ölçen alet olarak kullanmak yerine, onu binanın çatısına götürüyorlar ve aşağı bırakıp düşüş süresini ölçüyorlar. Bir öğrenci 2.0 s'lik, ve diğeri 2.3 s'lik bir düşüş süresi rapor ediyor. 0.3 s, binanın yüksekliğinin tahmininde ne kadar % fark oluşturur?

93. Şekil 2-52 A ve B bisikletleri için zamana karşı konum grafiğini gösterir. (*a*) İki bisikletin de aynı hıza sahip olduğu herhangi bir an var mıdır? (*b*) Hangi bisiklet daha büyük ivmeye sahiptir? (*c*) Hangi an(lar)da bisikletler birbirlerini geçerler? Hangi bisiklet diğerini geçer? (*d*) Hangi bisiklet en yüksek anlık hıza sahiptir? (*e*) Hangi bisiklet daha yüksek ortalama hıza sahiptir?



ŞEKİL 2–52 Problem 93.

94. Sabit bir süratte gidiyorsunuz, v_M, ve önümüzde v_A sürati ile giden bir araba var. $v_M > v_A$, olduğunu fark ediyosunuz ve, böylece siz ve diğer araba arasındaki mesafe x iken a ivmesi ile yavaşlamaya başlıyorsunuz. a ile x arasındaki hangi bağıntı önünüzdeki arabaya çarpıp çarpmayacağınızı belirler?

*Sayısal/Bilgisayar

***95.** (II) Aşağıdaki Tablo belirli bir araba yarışçısının zamanın fonksiyonu olarak süratini vermektedir. (*a*) Her zaman aralığı boyunca ortalama ivmeyi (m/s^2) hesaplayın. (*b*) Sayısal integrasyonu kullanarak (Kısım 2-9'a bakın) toplam gidilen mesafeyi zamanın fonksiyonu olarak tahmin edin. [*İpucu*: her aralıkta $\bar{v}$ için aralığın başındaki ve sonundaki hızları toplayın ve 2 ile bölün; örneğin, ikinci aralıkta $\bar{v} = (6.0 + 13.2)/2 = 9.6$ kullanın] (*c*) Bunların herbirinin grafiğini çizin.

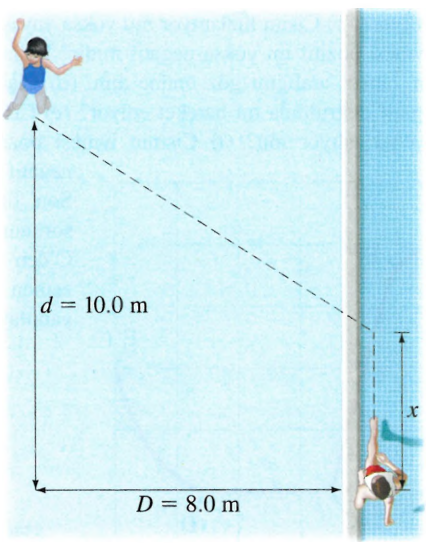
t(s)	0	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
v (km/sa)	0.0	6.0	13.2	22.3	32.2	43.0	53.5	62.6	70.6	78.4	85.1

***96.** (III) Bir nesnenin ivmesi 1.00 s aralıklarla t = 0'dan başlanarak aşağıdaki gibi ölçülüyor: 1.25, 1.58, 1.96, 2.40, 2.66, 2.70, 2.74, 2.72, 2.60, 2.30, 2.04, 1.76, 1.41, 1.09, 0.86, 0.51, 0.28, 0.10. (*a*) Hızı (t = 0'da v = 0'da olduğunu varsayın) ve (*b*) t = 17.00 s'deki yerdeğiştirmeyi tahmin etmek için sayısal integrasyonu kullanın.

***97.** (III) Bir yüzme havuzunun kenarında duran bir cankurtaran bir çocuğun tehlikede olduğunu farkediyor, Şek. 2-53. Cankurtaran havuzun kenarı boyunca x mesafesini ortalama v_R sürati ile koşuyor, ve daha sonra havuza atlıyor ve çocuğa doğru düz bir yol boyunca ortalama v_s sürati ile yüzüyor. (*a*) Cankurtaranın çocuğa ulaşması için geçen toplam süre t' nin

$$t = \frac{x}{v_R} + \frac{\sqrt{D^2 + (d - x)^2}}{v_S}.$$

ile verildiğini gösterin.
(*b*) $v_R = 4.0\,\text{m/s}$ ve $v_S = 1.5\,\text{m/s}$ olduğunu varsayın. Kısım (*a*)'da t - x grafiğini çizmek için bir grafik çizen hesap makinesi ya da bir bilgisayar kullanın, ve bu grafikten cankurtaranın havuza atlamadan önce en az ne kadar x mesafesi koşması gerektiğini belirleyin (yani, çocuğu almak için gereken t süresini en az yapan x değerini bulun).



Şekil 2–53 Problem 97.

Alıştırmaların Yanıtları

A: −30 cm; 50 cm.
B: (*a*).
C: (*b*).
D: (*b*).
E: (*a*) +; (*b*) −; (*c*) −; (*d*) +.
F: (*c*).
G: (*b*).
H: (*e*).
I: 4.9 m/s^2.
J: (*c*).



Havada uçan bu kayakçı iki boyutlu hareketin bir örneğini göstermektedir. Hava direnci olmadığında alınan yol tam bir parabol olacaktır. Sarı ok aşağıya doğru olan yer çekimi ivmesini, $\vec{\mathbf{g}}$ temsil eder. Galileo, cisimlerin, Dünya'nın yüzeyine yakın yerlerde, yer çekiminin etkisi altında, 2 boyuttaki hareketini (şimdi eğik atış hareketi olarak adlandırılmaktadır) yatay ve düşey bileşenlerine ayırarak analiz etti.

Vektörleri nasıl kullanacağımızı ve onları nasıl toplayacağımızı tartışacağız. Eğik atış hareketini analiz etmenin yanı sıra, bağıl hızlarla nasıl çalışılacağını göreceğiz.

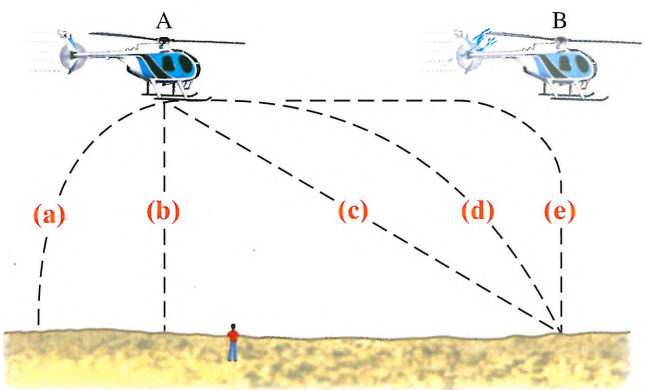
BÖLÜM 3

İki veya Üç Boyutta Kinematik; Vektörler

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU —Şimdi tahmin edin!

[Doğru yanıtı şimdi veremezseniz üzülmeyin – daha sonra Bölüm içinde bir şansınız daha olacak. Daha fazla açıklama için bakınız Bölüm 1'de sayfa 1]

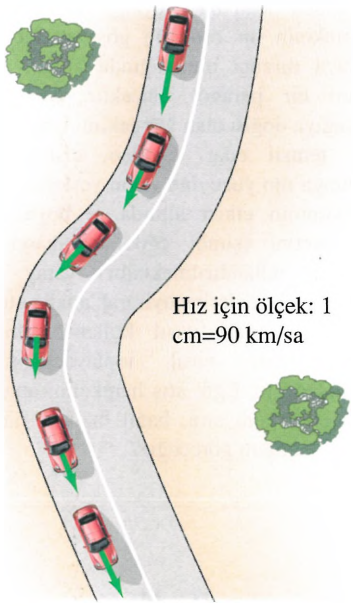
Yatay doğrultuda uçmakta olan bir helikopterden A noktasında, küçük, ağır bir acil malzeme kutusu bırakılıyor. Yerde duran bir gözlemciye göre aşağıda çizilen yollardan hangisi kutunun izleyeceği yolu (hava direncini ihmal ederek) en iyi tanımlar?



Bölüm 2'de doğrusal hareketle ilgilendik. Şimdi iki (veya üç) boyutlu yörüngelerde hareket eden cisimlerin hareketini betimleyeceğiz. Bunu yapmak için, önce vektörleri ve onların nasıl toplandığını tartışmalıyız. Hareketin genel betimlenmesini inceledikten sonra Dünya'nın yüzeyine yakın mermilerin hareketi gibi ilginç özel durumlarla devam edeceğiz. Aynı zamanda farklı referans çerçevelerinde cisimlerin göreli hızlarının nasıl belirlendiğini tartışacağız.

İÇERİK

3–1 Vektörler ve Skalerler
3–2 Vektörlerin Toplanması – Grafiksel Metotlar
3–3 Vektörlerin Çıkarılması ve bir Vektörün bir Skalerle Çarpılması
3–4 Bileşenleri Toplama Yoluyla Vektör Toplaması
3–5 Birim Vektörler
3–6 Vektör Kinematiği
3–7 Eğik Atış Hareketi
3–8 Eğik Atış Hareketini İçeren Problemlerin Çözümü
3–9 Bağıl Hız



ŞEKİL 3–1 Yolda ilerleyen bir araba virajı alırken yavaşlıyor. Yeşil oklar her konumdaki hız vektörünü temsil ediyor.

3–1 Vektörler ve Skalerler

Bölüm 2'de bahsettiğimiz gibi *hız* terimi sadece cismin ne kadar hızlı hareket ettiğini değil aynı zamanda onun hareket yönünü de belirler. *Büyüklüğü* olduğu kadar *yönü* de olan hız gibi bir nicelik bir **vektör** niceliğidir. Yerdeğiştirme, kuvvet ve momentum gibi diğer bazı nicelikler de vektördür. Buna karşılık kütle, zaman ve sıcaklık gibi birçok nicelik bir yöne sahip değildir. Bu nicelikler esas olarak bir sayı ve birimlerle belirlenebilir. Böyle niceliklere **skaler** nicelikler denir.

Belirli bir fiziksel durumun diyagramını çizmek fizikte her zaman faydalıdır ve bu durum özellikle vektörlerle ilgili olduğu zaman doğrudur. Bir diyagramda her bir vektör bir okla temsil edilir. Ok daima vektör niceliğinin temsil ettiği yönü belirleyecek şekilde çizilir. Okun uzunluğu vektör niceliğinin büyüklüğüyle orantılı çizilir. Örneğin, Şek. 3–1'de yeşil oklar bir arabanın eğri bir yolda dolanırken değişik yerlerdeki hızını göstermek için çizilmiştir. Her noktadaki hızın büyüklüğü, verilen ölçek kullanılarak (1 cm = 90 km/sa) ve Şek 3-1'de karşılık gelen okun uzunluğu ölçülerek belirlenebilir.

Bir vektörü temsil eden simgeyi yazdığımızda, daima koyu harf kullanacağız ve simgenin üzerine ince bir ok koyacağız. Örneğin hız için $\vec{\mathbf{v}}$ yazacağız. Eğer vektörün yalnızca büyüklüğü ile ilgileniyorsak diğer simgeler için yaptığımız gibi italik harflerle v yazacağız.

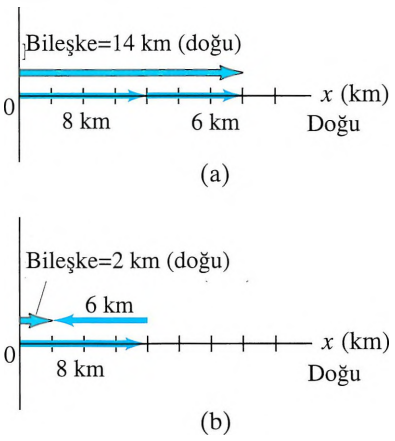
3–2 Vektörlerin Toplanması - Grafiksel Metotlar

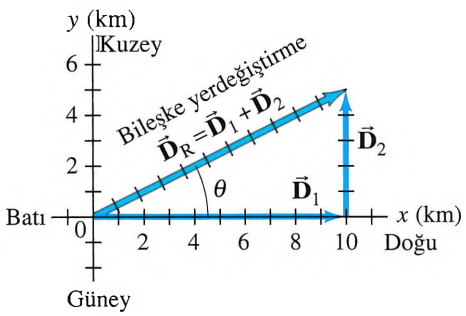
Vektörler, büyüklüklerine ek olarak bir yöne de sahip nicelikler olduğundan özel bir yolla toplanmalıdırlar. Bu Bölümde, esas olarak $\vec{\mathbf{D}}$ simgesi ile göstereceğimiz yerdeğiştirme vektörleri ve $\vec{\mathbf{v}}$ hız vektörleri ile ilgileneceğiz. Bulacağımız sonuçlar daha sonra karşılaşacağımız diğer vektörler için de geçerli olacaktır.

Skalerleri toplamak için basit aritmetiği kullanırız. Vektörler aynı yönde ise onları toplamak için yine basit aritmetiği kullanabiliriz. Örneğin, bir adam bir günde doğuya doğru 8 km ve ertesi gün yine doğuya doğru 6 km yürürse, bu adam başladığı noktanın 8 km + 6 km = 14 km doğusunda olacaktır. Bu durumda *net* veya *bileşke* yerdeğiştirme doğu yönünde 14 km'dir (Şek. 3-2a). Diğer taraftan bir adam ilk günde 8 km doğuya ve ikinci gün 6 km batıya (ters yönde) yürürse, o zaman başlangıç noktasından 2 km uzaklaşmış olacaktır (Şek. 3-2b), ortaya çıkan yerdeğiştirme doğu yönünde 2 km'dir. Bu durumda, net yerdeğiştirme çıkarma işlemiyle elde edilir: 8 km − 6 km = 2 km.

Fakat eğer iki vektör aynı çizgi üzerinde bulunmuyorlarsa basit aritmetik kullanılamaz. Örneğin, bir adamın önce 10.0 km doğuya ve sonra 5 km kuzeye yürüdüğünü varsayalım. Bu yerdeğiştirmeler, pozitif y ekseninin kuzeyi ve pozitif x ekseninin doğuyu gösterdiği bir grafik üzerinde gösterilebilir, Şek. 3–3. Bu grafik üzerinde $\vec{\mathbf{D}}_1$, ile adlandırılan ve doğuya doğru 10 km yerdeğiştirmeyi gösteren bir ok çizeriz. Daha sonra kuzeye doğru 5.0 km yerdeğiştirmeyi gösteren ikinci ok $\vec{\mathbf{D}}_2$ 'yi çizeriz. Her iki vektör de Şek. 3–3'teki gibi ölçekle çizilir.

ŞEKİL 3–2 Bir boyutta vektörlerin birleştirilmesi





ŞEKİL 3–3 Bir adam önce10.0 km doğuya ve sonra 5.0 km kuzeye yürüyor. Bu iki yerdeğiştirme oklarla gösterilen $\vec{\mathbf{D}}_1$ ve $\vec{\mathbf{D}}_2$ vektörleriyle temsil edilir. $\vec{\mathbf{D}}_1$ ve $\vec{\mathbf{D}}_2$ 'nin vektör toplamı olan bileşke yerdeğiştirme vektörü $\vec{\mathbf{D}}_R$ de gösterilmektedir. Cetvel ve iletki ile grafik üzerinde yapılan ölçümler $\vec{\mathbf{D}}_R$ 'nin 11.2 km büyüklükte olduğunu ve doğunun $\theta = 27°$ kuzeyine doğru yöneldiğini göstermektedir.

Adam bu yürüyüşün sonunda, başlangıç noktasının 10.0 km doğusunda ve 5.0 km kuzeyindedir. Şek. 3–3'te **bileşke yerdeğiştirme** $\vec{\mathbf{D}}_R$ olarak adlandırılan okla gösterilmektedir. Cetvel ve iletki kullanarak bu şekil üzerinde adamın başlangıç noktasından 11.2 km uzakta ve kuzey doğu yönünde $\theta = 27°$'lik bir açıda olduğunu ölçebilirsiniz. Diğer bir deyişle bileşke yerdeğiştirme vektörü 11.2 km'lik bir büyüklüğe sahiptir ve pozitif x ekseni ile $\theta = 27°$ açı yapmaktadır. $\vec{\mathbf{D}}_R$ ve D_1, D_2, ve D_R olduğu bir dik üçgen oluşturduğundan D_R'nin büyüklüğü (uzunluğu) Pisagor teoremi kullanılarak da elde edilebilir. Böylece

$$D_R = \sqrt{D_1^2 + D_2^2} = \sqrt{(10.0\,\text{km})^2 + (5.0\,\text{km})^2}$$
$$= \sqrt{125\,\text{km}^2} = 11.2\,\text{km}.$$

Elbette, Pisagor teoremini yalnızca vektörler birbirlerine *dik* olduğunda kullanabilirsiniz.

Bileşke yerdeğiştirme vektörü $\vec{\mathbf{D}}_R$, $\vec{\mathbf{D}}_1$ ve $\vec{\mathbf{D}}_2$ vektörlerinin toplamıdır:

$$\vec{\mathbf{D}}_R = \vec{\mathbf{D}}_1 + \vec{\mathbf{D}}_2.$$

Bu bir *vektör* eşitliğidir. Aynı çizgide bulunmayan iki vektörün toplamının önemli bir özelliği, bileşke vektörünün büyüklüğünün, iki vektörün büyüklüklerinin toplamına eşit olmayıp, toplamlarından daha küçük olmasıdır:

$$D_R \leq D_1 + D_2,$$

Burada eşitlik işareti yalnızca iki vektör aynı yönde ise geçerlidir. Bizim örneğimizde (Şek. 3–3), gidilen toplam mesafe $D_1 + D_2$, 15 km'ye eşit iken $\vec{\mathbf{D}}_R$ = 11.2 km'dir. D_R'yi 11.2 km'ye eşitleyemeyiz çünkü bir vektör denklemimiz var ve 11.2 km bileşke vektörün büyüklüğü olup onun sadece bir kısmını tanımlamaktadır. Öyleyse biz $\vec{\mathbf{D}}_R = \vec{\mathbf{D}}_1 + \vec{\mathbf{D}}_2$. = 11.2 km, 27° KD) gibi bir eşitlik yazmalıyız.

ALIŞTIRMA A Hangi koşullar altında yukarıdaki bileşke vektörün büyüklüğü $D_R = D_1 + D_2$ olabilir?

Şekil 3–3'te, aralarındaki açı ne olursa olsun iki vektörü grafiksel olarak toplamanın genel kuralları gösterilmiştir. Kurallar şöyledir:

1. Diyagram üzerinde, vektörlerden birini $\vec{\mathbf{D}}_1$ olarak isimlendirelim ölçekli olarak çizin.
2. Sonra ikinci vektörü, $\vec{\mathbf{D}}_2$, ölçekli olarak çizin; ilk vektörün ucuna ikincinin kuyruğu gelecek şekilde yerleştirin ve yönünün doğru olduğundan emin olun.
3. İlk vektörün kuyruğundan ikinci vektörün ucuna doğru çizilen ok, iki vektörün *toplamı*nı veya **bileşke**sini temsil eder.

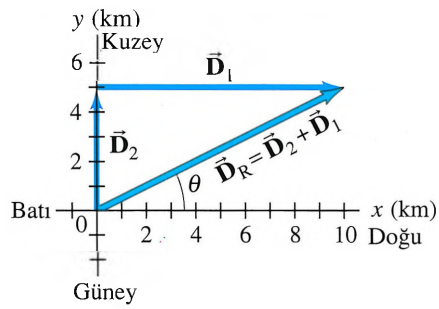
Bileşke vektörün uzunluğu onun büyüklüğünü temsil eder. Bu işlemleri yaparken vektörlerin kendilerine paralel olarak ötelenmelerine (uzunluklar ve açılar korunarak) dikkat edilmelidir. Bileşkenin uzunluğu bir cetvel ile ölçülebilir ve ölçekle karşılaştırılabilir. Açılar iletki ile ölçülebilir. Bu metot, **uç uca ekleyerek vektör toplama metodu** olarak bilinir.

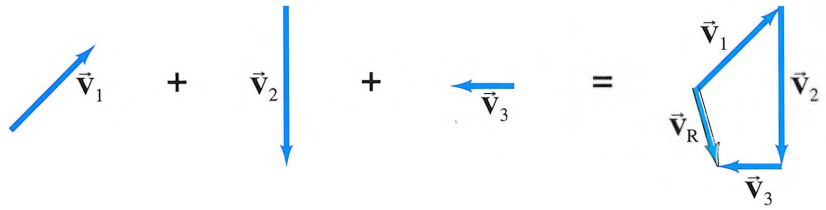
Bileşke, vektörlerin eklenmesindeki sıraya bağlı değildir. Örneğin, 5.0 km kuzeye yerdeğiştirme, 10.0 km doğuya yerdeğiştirmeye eklendiğinde sonuç 11.2 km ve açı $\theta = 27°$'dir. (bknz. Şek.3–4). Yerdeğiştirmeler ters sırada eklense de sonuç aynıdır (Şek. 3–3). Yani herhangi bir vektörü temsil etmek üzere $\vec{\mathbf{V}}$'yi kullanırsak,

$$\vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2 = \vec{\mathbf{V}}_2 + \vec{\mathbf{V}}_1, \qquad \text{[değişme özelliği]} \quad \textbf{(3–1a)}$$

yazılabilir. Bu durum vektör toplamının *değişme* özelliği olarak bilinir.

ŞEKİL 3–4 Vektörler ters sırada birbirlerine eklense de, bileşke vektör aynıdır (Şek. 3–3 ile karşılaştırın.)





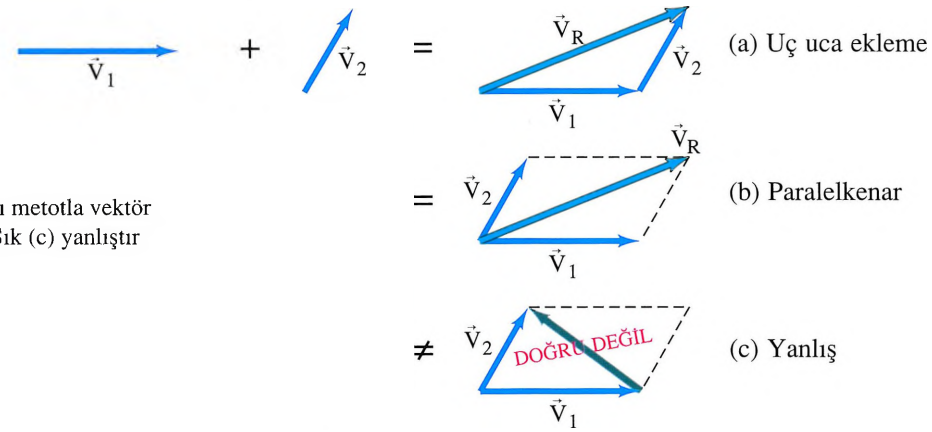
ŞEKİL 3–5 Üç vektörün bileşkesi: $\vec{V}_R = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$.

Vektörleri uç uca ekleme metodu üç veya daha çok vektöre de uygulanabilir. Bileşke, ilk vektörün kuyruğunu son eklenen vektörün ucuna birleştirilerek çizilir. Şek. 3–5'teki örnekte görülen üç vektör, yerdeğiştirmeleri (kuzeydoğu, güney, batı) veya üç kuvveti temsil edebilir. Bu üç vektörü hangi sırada eklediğinize bakmadan aynı bileşkeyi elde edeceğinizi doğrulayın; yani,

$$(\vec{V}_1 + \vec{V}_2) + \vec{V}_3 = \vec{V}_1 + (\vec{V}_2 + \vec{V}_3), \qquad \text{[birleşme özelliği]} \quad \textbf{(3–1b)}$$

Bu, vektör toplamının *birleşme özelliği* olarak bilinir.

İki vektörü toplamanın ikinci bir yolu **paralelkenar metodu**dur. Uç uca ekleme metoduna tamamıyla eşdeğer olan bu metotta, iki vektör ortak bir başlangıç noktasından başlayarak çizilir ve Şek. 3-6b'de gösterildiği gibi bu vektörleri komşu kenarlar olarak kullanarak bir paralelkenar oluşturulur. Ortak başlangıç noktasından çizilen köşegen, bileşke vektördür. Şek. 3-6a'da uç uca ekleme metodu gösterilmektedir ve her iki metodun da aynı sonucu verdiği açıktır.



ŞEKİL 3–6 İki farklı metotla vektör toplamı, (a) ve (b). Şık (c) yanlıştır

DİKKAT

Bileşkeyi elde etmek için paralelkenarın doğru köşegenini kullandığınıza emin olun.

Şek. 3-6c'de gösterildiği gibi iki vektörün uçları arasına toplam vektörü köşegen olarak çizmek yaygın görülen bir hatadır. *Bu yanlıştır:* İki vektörün toplamını temsil etmez. (Aslında, bir sonraki bölümde göreceğimiz gibi, vektörlerin farkını $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$, temsil eder.)

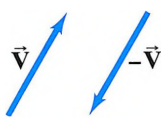
KAVRAMSAL ÖRNEK 3–1 **Vektör uzunluklarının alt-üst sınırı.** İki vektörün her birinin uzunluğunun 3.0 birim olduğunu varsayalım. Bu iki vektörün toplamını temsil eden vektörün uzunluğunun alabileceği değerler hangi aralıkta bulunur?

YANIT Toplam, vektörler aynı yönde iseler 6.0 (= 3.0 + 3.0)'dan, zıt yönde iseler 0 (= 3.0 – 3.0)'a kadar herhangi bir değeri alabilir.

ALIŞTIRMA B Örnek 3–1'de verilen iki vektör birbirlerine dik ise, bileşke vektörün uzunluğu nedir?

3–3 Vektörlerin Çıkarılması ve Bir Skalerle bir Vektörün Çarpılması

ŞEKİL 3–7 Bir vektörün negatifi aynı büyüklüğe ve zıt yöne sahip bir vektördür.



Bir $\vec{V}$ vektörü verilmiş olsun, bu vektörün negatifini $(-\vec{V})$ $\vec{V}$ ile aynı büyüklükte fakat zıt yönde bir vektör olarak tanımlarız, Şek. 3-7. Bununla beraber hiçbir vektörün büyüklük anlamında negatif olmadığına dikkat ediniz: her vektörün büyüklüğü pozitiftir. Aslında negatif işaret bize onun yönü hakkında bilgi verir.



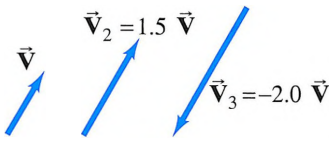
ŞEKİL 3–8 İki vektörün çıkarılması: $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$.

Şimdi bir vektörün diğerinden çıkarılmasını tanımlayabiliriz: iki vektörün birbirinden farkı $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$

$$\vec{V}_2 - \vec{V}_1 = \vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)$$

şeklinde tanımlanır. İki vektör arasındaki fark ilk vektör ile ikinci vektörün negatifinin toplamına eşittir. Vektörleri toplama kuralımız Şek. 3-8'de gösterildiği gibi uç uca ekleme metodu kullanılarak uygulanabilir.

Bir $\vec{V}$ vektörü c gibi bir skalerle çarpılabilir. Çarpımlarını, büyüklüğü cV olarak verilen ve $\vec{V}$ ile aynı yöne sahip $c\vec{V}$ vektörü olarak tanımlarız. Bir vektörün pozitif bir skaler c ile çarpımı, vektörün büyüklüğünü c çarpanı kadar değiştirecek fakat yönünü değiştirmeyecektir. Eğer c negatif bir skaler ise $c\vec{V}$ çarpımının büyüklüğü hala $|c|V$ ($|c|$ c'nin büyüklüğü demektir) fakat yönü $\vec{V}$'nin yönünün tersidir. Bknz. Şek. 3–9.



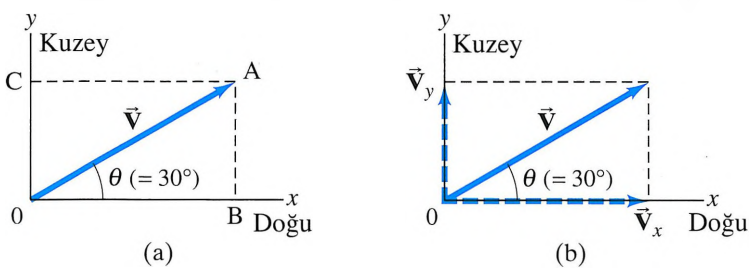
ŞEKİL 3–9 Bir $\vec{V}$ vektörünü bir c skaleri ile çarptığımızda, büyüklüğü c kadar büyük ve yönü $\vec{V}$ ile aynı (eğer c negatif ise zıt) bir vektör elde ederiz.

ALIŞTIRMA C Şek. 3-6c'deki "yanlış" vektör neyi temsil eder? (*a*) $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$, (*b*) $\vec{V}_1 - \vec{V}_2$, (c)diğer (belirtiniz)

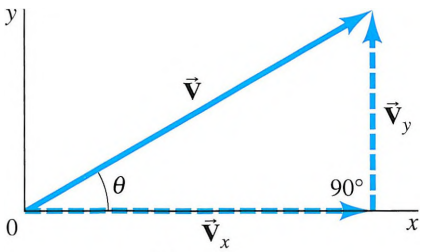
3–4 Bileşenleri Toplama Yoluyla Vektör Toplaması

Bir cetvel ve iletki kullanarak çizgisel (grafiksel) olarak vektörlerin toplamı çoğu kez yeteri kadar hassas değildir ve üç boyutlu vektörler için kullanışlı değildir. Şimdi vektörlerin toplamı için daha kesin ve daha güçlü bir metodu tartışacağız. Fakat görsellik için ve matematiğinizi kontrol edip doğru sonucu elde etmek için faydalı olan grafik metodunu unutmayınız.

İlk önce belli bir düzlemde bulunan bir $\vec{V}$ vektörünü düşünün. Bu vektör, orijinal vektörün *bileşenleri* olarak adlandırılan iki başka vektörün toplamı olarak ifade edilebilir. Bileşenler, genellikle x ve y eksenleri gibi iki dik doğrultu boyunca seçilir. Bileşenlerin bulunması yöntemi, *vektörün bileşenlerine ayrılması* olarak bilinir. Şek.3-10'da verilen örnekte, pozitif x eksenini doğu ve pozitif y eksenini kuzey yönü olarak seçtiğimizde, $\vec{V}$ vektörü, doğunun $\theta = 30°$ kuzeyine yönelmiş olan yerdeğiştirme vektörünü göstermektedir. Bu $\vec{V}$ vektörünü x ve y bileşenlerine ayırmak için, vektörün (A) ucundan x ve y eksenlerine dik kesikli çizgiler (AB ve AC doğru parçaları) çizeriz. Şek. 3-10b de görüldüğü gibi, OB ve OC doğruları $\vec{V}$'nin sırasıyla x ve y bileşenlerini temsil eder. Bu *vektör bileşenleri* $\vec{V}_x$ ve $\vec{V}_y$ olarak yazılır. Genel olarak vektör bileşenlerini vektörler gibi oklarla fakat kesikli çizgi şeklinde gösteririz. V_x ve V_y, *skaler bileşenleri*, vektör bileşenlerinin birimlerle birlikte ifade edilen büyüklükleridir, pozitif ve negatif işaret ise onların pozitif veya negatif x veya y eksenleri boyunca uzanmalarına bağlıdır. Şek 3–10'da görüldüğü gibi, vektör toplamasının paralel kenar metoduyla $\vec{V}_x + \vec{V}_y = \vec{V}$'dir.



ŞEKİL 3–10 Bir $\vec{V}$ vektörünü keyfi seçilen x ve y eksenleri boyunca bileşenlerine ayırmak. Bulunan bu bileşenlerin kendileri de birer vektörü temsil ederler. Yani bileşenler vektörün kendisi kadar bilgi içerir.



$$\sin\theta = \frac{V_y}{V}$$
$$\cos\theta = \frac{V_x}{V}$$
$$\tan\theta = \frac{V_y}{V_x}$$
$$V^2 = V_x^2 + V_y^2$$

ŞEKİL 3–11 Trigonometrik fonksiyonları kullanarak bir vektörün bileşenlerini bulmak.

Uzay üç boyuttan oluşmuştur ve bazen bir vektörü birbirine dik yöndeki üç bileşenine ayırmak gereklidir. Kartezyen koordinatlarda bu bileşenler $\vec{\mathbf{V}}_x$, $\vec{\mathbf{V}}_y$ ve $\vec{\mathbf{V}}_z$ 'dir. Bir vektörün üç boyutta bileşenlere ayrılması sadece yukarıdaki tekniğin genişletilmesidir.

Bir vektörün bileşenlerinin bulunması için trigonometrik fonksiyonların kullanılması Şek. 3–11'de gösterilmektedir. Şekilde bir vektör ve onun birbirleriyle dik açı yapan iki bileşeni görülmektedir. (Trigonometrik fonksiyonlar, özdeşlikler ve diğer ayrıntılar için Ek A'ya bakınız.) Sinüs, kosinüs ve tanjant Şek.3–11'de verildiği gibidir. $\sin\theta = V_y/V$ tanımında her iki tarafı V ile çarparsak,

$$V_y = V\sin\theta \qquad \textbf{(3–2a)}$$

elde ederiz. Benzer şekilde $\cos\theta$'nın tanımından

$$V_x = V\cos\theta \qquad \textbf{(3–2b)}$$

elde ederiz. Vektörün pozitif x ekseni ile yaptığı açı olarak seçilen θ'nın, saat yönünün tersi yönde pozitif ölçüldüğüne (adet olduğu gibi) dikkat ediniz.

Verilen bir vektörün bileşenleri seçilen farklı koordinat sistemleri için farklı olacaktır. Bu yüzden bileşenler verildiğinde seçilen koordinat sisteminin belirtmek önemlidir.

Verilen bir koordinat sisteminde bir vektörü belirlemek için iki yol vardır:

1. Vektörün, V_x ve V_y bileşenlerini verebiliriz.
2. Vektörün V büyüklüğünü ve pozitif x ekseni ile yaptığı θ açısını verebiliriz.

Bir betimlemeden diğerine (3–2) denklemlerini kullanarak geçebilir veya tersi için Pisagor[†] teoremini ve tanjantın tanımını Şek. 3–11'de görüldüğü gibi kullanabiliriz:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \qquad \textbf{(3–3a)}$$

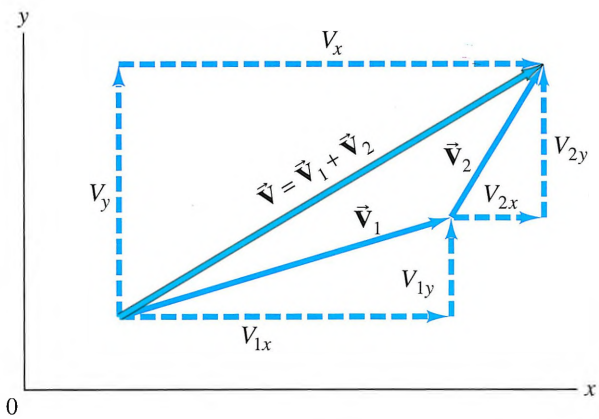
$$\tan\theta = \frac{V_y}{V_x}. \qquad \textbf{(3–3b)}$$

Şimdi bileşenleri kullanarak vektörleri nasıl toplayacağımızı tartışacağız. İlk adım her bir vektörü bileşenlerine ayırmaktır. Sonra, Şek. 3-12'yi kullanarak, herhangi iki $\vec{\mathbf{V}}_1$ ve $\vec{\mathbf{V}}_2$ vektörünün, $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$ bileşkesini vermek üzere toplanmasının

$$\begin{aligned} V_x &= V_{1x} + V_{2x} \\ V_y &= V_{1y} + V_{2y} \end{aligned} \qquad \textbf{(3–4)}$$

denklemlerine işaret ettiğini görürüz. Yani, Şek. 3–12'nin dikkatli incelenmesiyle doğrulanabileceği gibi, x bileşenlerinin toplamı, bileşkenin x bileşenine ve y bileşenlerinin toplamının, bileşkenin y bileşenine eşittir. x bileşenlerini y bileşenlerine eklemediğimize dikkat ediniz.

[†]Üç boyutta, Pisagor teoremi $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ olur. Burada V_z üçüncü eksen yani z ekseni üzerindeki bileşendir.



ŞEKİL 3–12 $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$'nin bileşenleri

$$\begin{aligned} V_x &= V_{1x} + V_{2x} \\ V_y &= V_{1y} + V_{2y}. \end{aligned}$$

Eğer bileşke vektörün büyüklüğü ve yönü bulunmak istenirse Dnk. 3–3 kullanılabilir. Verilen bir vektörün bileşenleri koordinat eksenlerinin seçimine bağlıdır. Eksenlerin iyi seçimiyle, vektörlerin toplanmasında yapılacak işleri azaltabilirsiniz. Örneğin eksenlerden birini vektörlerden biriyle aynı yönde seçerseniz, o vektör sadece bir tane sıfırdan farklı bileşene sahip olacaktır.

ÖRNEK 3–2 **Postacının yerdeğiştirmesi.** Bir kasaba postacısı postaneden ayrılır ve kuzey yönünde 22.0 km araba kullanır. Daha sonra doğunun 60° güneyine doğru 47.0 km ilerler (Şek. 3-13a). Postacının, postaneden itibaren yerdeğiştirmesi nedir?

YAKLAŞIM Pozitif x eksenini doğu ve pozitif y eksenini kuzey yönlerinde seçeriz çünkü bu yönler haritaların çoğunda kullanılan pusula yönüdür. xy koordinat sisteminin orijini postanededir. Her bir vektörü x ve y bileşenlerine ayırırız. x bileşenlerini birbirleriyle ve y bileşenlerini birbirleriyle toplarız ve bunlar bize bileşkenin x ve y bileşenlerini verir.

ÇÖZÜM Şek. 3-13b'de gösterildiği gibi her bir yerdeğiştirme vektörünü bileşenlerine ayırın. $\vec{\mathbf{D}}_1$ 'in büyüklüğü 22 km olduğundan ve kuzeyi gösterdiğinden sadece y bileşenine sahiptir:

$$D_{1x} = 0, \qquad D_{1y} = 22.0\ \text{km}.$$

$\vec{\mathbf{D}}_2$, x ve y bileşenlerinin her ikisine de sahiptir:

$$D_{2x} = +(47.0\ \text{km})(\cos 60°) = +(47.0\ \text{km})(0.500) = +23.5\ \text{km}$$
$$D_{2y} = -(47.0\ \text{km})(\sin 60°) = -(47.0\ \text{km})(0.866) = -40.7\ \text{km}.$$

D_{2y}'nin negatif olduğuna dikkat edin çünkü bu vektör bileşeni negatif y ekseni yönündedir. Bileşke vektör $\vec{\mathbf{D}}$ 'nin bileşenleri:

$$D_x = D_{1x} + D_{2x} = 0\ \text{km} + 23.5\ \text{km} = +23.5\ \text{km}$$
$$D_y = D_{1y} + D_{2y} = 22.0\ \text{km} + (-40.7\ \text{km}) = -18.7\ \text{km}.$$

Bu sonuç tam olarak bileşke vektörü tanımlar:

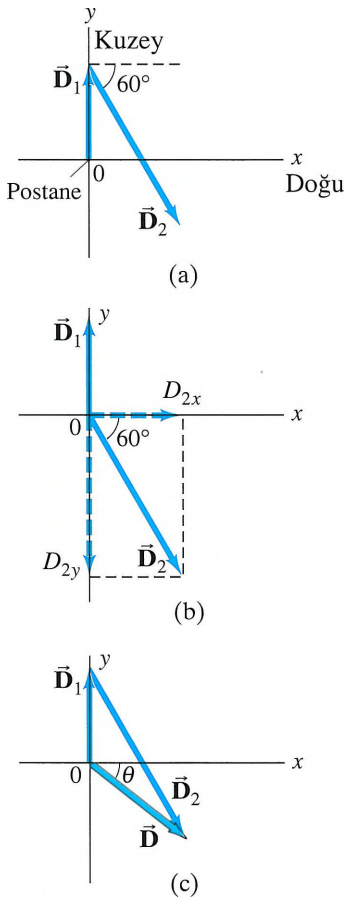
$$D_x = 23.5\ \text{km}, \qquad D_y = -18.7\ \text{km}.$$

Bileşke vektörü, büyüklük ve açı değerlerini Dnk. 3-3'ten hesaplayarak da belirleyebiliriz:

$$D = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{(23.5\ \text{km})^2 + (-18.7\ \text{km})^2} = 30.0\ \text{km}$$
$$\tan\theta = \frac{D_y}{D_x} = \frac{-18.7\ \text{km}}{23.5\ \text{km}} = -0.796.$$

Bir hesap makinesinde INV TAN, ARC TAN, veya TAN^{-1} tuşuna basılarak $\theta = \tan^{-1}(-0.796) = -38.5°$ değeri bulunur. Negatif işaret $\theta = 38.5°$'nin x ekseninin altında olduğunu gösterir, Şek.3-13c. Öyleyse, bileşke yerdeğiştirme, güneydoğu yönünde 38.5°'de 30.0 km'dir.

NOT Bileşke vektörün hangi çeyrek düzlemde bulunduğuna daima dikkat edin. Elektronik hesap makinesi bu bilginin tamamını vermez fakat iyi bir diyagramdan elde edebilirsiniz.



ŞEKİL 3–13 Örnek 3-2. (a) İki yerdeğiştirme vektörü, $\vec{\mathbf{D}}_1$ ve $\vec{\mathbf{D}}_2$. (b) $\vec{\mathbf{D}}_2$ bileşenlerine ayrılır (c) $\vec{\mathbf{D}}_1$ ve $\vec{\mathbf{D}}_2$, $\vec{\mathbf{D}}$ bileşke vektörünü elde etmek için grafiksel olarak toplanır. Bileşenlerini toplayarak vektör toplama metodu örnekte açıklanmaktadır.

Trigonometrik fonksiyonların işaretleri açının hangi bölgeye düşeceğine bağlıdır: örneğin, tanjant, birinci ve üçüncü bölgede pozitif (0°'den 90°'ye, ve 180°'den 270°'ye), fakat ikinci ve dördüncü bölgede negatiftir; bknz. Ek A. Açıları takip etmenin ve herhangi bir vektör sonucunu kontrol etmenin en iyi yolu daima bir vektör diyagramı çizmektir. Bir problemi analiz ederken bir vektör diyagramı size somut bir şeyler verir ve sonuçları kontrol etmenizi sağlar.

Aşağıdaki Problem Çözüm Stratejisi bir reçete değildir. Daha çok, elinizdeki problem hakkında düşünmeye başlamanız ve çözmeniz için yapılacak şeylerin bir özetidir.

PROBLEM ÇÖZME

Dikkatlice bir diyagram çizerek doğru çeyrek düzlemi belirleyiniz.

PROBLEM ÇÖZME

Vektörlerin Toplanması

İki veya daha çok vektörün, bileşenleri kullanılarak nasıl toplanacağının kısa bir özeti:

1. **Bir diyagram çizin.** Vektörleri paralelkenar metodu veya uç uca ekleme metoduyla çizgisel (grafiksel) olarak toplayın.
2. x ve y **eksenlerini seçin.** Eğer mümkünse onları işlerinizi kolaylaştıracak bir biçimde seçin. (Örneğin, bir ekseni vektörlerden birinin yönü boyunca seçin, bu durumda vektör sadece bir bileşene sahip olacaktır.)
3. Her bir vektörü x ve y **bileşenlerine ayırın,** her bir bileşeni uygun eksenler (x veya y) boyunca (kesikli) bir okla gösterin
4. Her bir bileşeni (verilmediği zaman) sinüs ve kosinüsleri kullanarak hesaplayın. Eğer $\vec{\mathbf{V}}_1$ vektörü pozitif x ekseni ile θ_1 açısı yapıyorsa o zaman:

$$V_{1x} = V_1 \cos\theta_1, \qquad V_{1y} = V_1 \sin\theta_1.$$

İşaretlere özellikle dikkat edin: herhangi bir bileşen negatif x veya y eksenleri boyunca yönlenmişse eksi işareti alır.

5. Bileşkenin x bileşenini bulmak için x **bileşenlerini toplayın.** y için tekrarlayın:

$$V_x = V_{1x} + V_{2x} + \text{diğerleri}$$

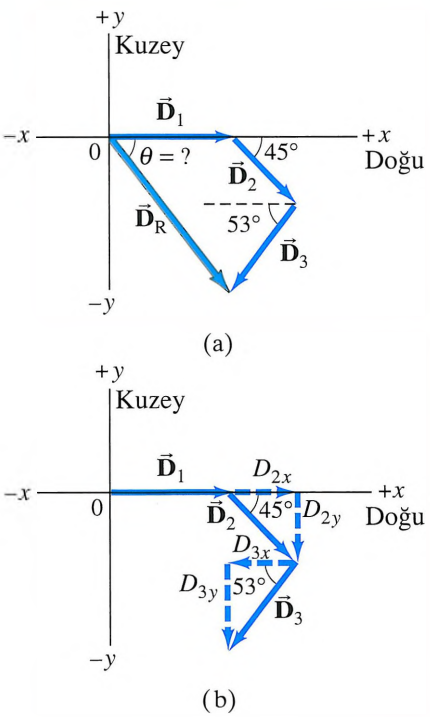
$$V_y = V_{1y} + V_{2y} + \text{diğerleri}$$

Bu yanıtınızdır: bileşke vektörün bileşenleri. Sizin diyagramınızda (üstte 1.madde) gösterilen bölgeye uyup uymadığını kontrol için işaretleri kontrol edin.

6. Eğer bileşke vektörün **büyüklüğünü ve yönünü** bilmek istiyorsanız, Dnk. 3-3'ü kullanın:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, \qquad \tan\theta = \frac{V_y}{V_x}.$$

Önceden çizdiğiniz vektör diyagramı θ açısının doğru konumunu (çeyrek düzlemini) elde etmenize yardımcı olur.



ŞEKİL 3–14 Örnek 3–3.

Vektör	Bileşenler	
	x (km)	y (km)
$\vec{\mathbf{D}}_1$	620	0
$\vec{\mathbf{D}}_2$	311	−311
$\vec{\mathbf{D}}_3$	−331	−439
$\vec{\mathbf{D}}_R$	600	−750

ÖRNEK 3–3 **Üç kısa yolculuk.** Bir uçak yoculuğu, Şek. 3-14a'da gösterildiği gibi, iki mola vererek üç aşamada gerçekleşmektedir. İlk aşama, doğuya doğru 620 km, ikinci aşama güneydoğuya (45°) 440 km ve üçüncü aşama batının 53° güneyine 550 km'dir. Uçağın toplam yerdeğiştirmesi nedir?

YAKLAŞIM Yukarıda verilen Problem Çözme Stratejisini takip edelim.

ÇÖZÜM

1. Şek. 3-14a'daki gibi **bir diyagram çizin.** Orada $\vec{\mathbf{D}}_1$, $\vec{\mathbf{D}}_2$, ve $\vec{\mathbf{D}}_3$ yolculuğun üç aşamasını ve $\vec{\mathbf{D}}_R$ uçağın toplam yerdeğiştirmesini temsil eder.
2. **Eksenleri seçin:** Eksenler de Şek 3-14a'da gösterilmektedir: x doğu, y kuzey yönündedir.
3. **Bileşenlerine ayırın:** İyi bir diyagram çizmek şarttır. Bileşenler Şek.3-14b'de çizilmiştir. Şek.3-13b'de yaptığımız gibi ortak bir orijinden başlayan vektörleri çizmek yerine, burada aynı derecede geçerli olan ve daha kolay görülmeyi sağlayan "uç-uca ekleme" stilinde çizeriz
4. **Bileşenleri hesaplayın:**

$$\vec{\mathbf{D}}_1: D_{1x} = +D_1\cos 0° = D_1 = 620\text{ km}$$
$$D_{1y} = +D_1\sin 0° = 0\text{ km}$$
$$\vec{\mathbf{D}}_2: D_{2x} = +D_2\cos 45° = +(440\text{ km})(0.707) = +311\text{ km}$$
$$D_{2y} = -D_2\sin 45° = -(440\text{ km})(0.707) = -311\text{ km}$$
$$\vec{\mathbf{D}}_3: D_{3x} = -D_3\cos 53° = -(550\text{ km})(0.602) = -331\text{ km}$$
$$D_{3y} = -D_3\sin 53° = -(550\text{ km})(0.799) = -439\text{ km}.$$

Şek.3-14b'de $-x$ ve $-y$ yönünü gösteren her bileşene eksi işareti verdik. Bileşenler sayfanın kenarındaki tabloda gösterilmektedir.

5. **Bileşenleri ekleme:** Bileşke vektörün x ve y bileşenlerini elde etmek için x bileşenlerini birbirleriyle ve y bileşenlerini birbirleriyle toplarız:

$$D_x = D_{1x} + D_{2x} + D_{3x} = 620\text{ km} + 311\text{ km} - 331\text{ km} = 600\text{ km}$$
$$D_y = D_{1y} + D_{2y} + D_{3y} = 0\text{ km} - 311\text{ km} - 439\text{ km} = -750\text{ km}.$$

x ve y bileşenleri 600 km ve −750 km ve sırasıyla doğuyu ve güneyi işaret eder. Bu yanıtı vermenin bir yoludur.

6. **Büyüklük ve yön:** Yanıtı aynı zamanda şöyle de verebiliriz:

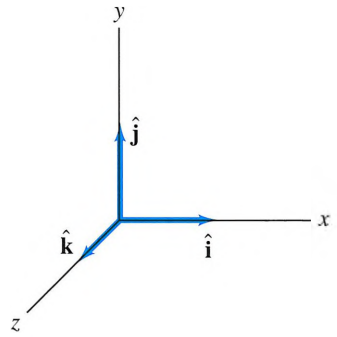
$$D_R = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{(600)^2 + (-750)^2}\text{ km} = 960\text{ km}$$

$$\tan\theta = \frac{D_y}{D_x} = \frac{-750\text{ km}}{600\text{ km}} = -1.25, \quad \text{dolayısıyla } \theta = -51°.$$

Böylece, toplam yerdeğiştirme 960 km büyüklüğe sahiptir ve Şek.3-14a'daki orijinal çizimimizde görüldüğü gibi, x ekseninin altında (güney-doğu) 51° yönünü işaret etmektedir.

3–5 Birim Vektörler

Vektörler *birim vektörler* cinsinden kolaylıkla yazılabilir. Bir **birim vektör** büyüklüğü tam olarak bir (1)'e eşit vektör olarak tanımlanır. Koordinat eksenleri boyunca uzanan birim vektörleri tanımlamak kullanışlıdır ve x, y, z kartezyen koordinat sisteminde bu birim vektörler $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}$ ve $\hat{\mathbf{k}}$ olarak adlandırılır. Şek.3-15'te gösterildiği gibi sırasıyla pozitif x, y ve z eksenleri boyunca yönelirler. Diğer vektörler gibi $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}$ ve $\hat{\mathbf{k}}$ de orijinde bulunmak zorunda değildirler, yön ve birim uzunlukları değişmediği sürece başka yerlerde de bulunabilirler. Birim vektörleri bir "şapka": $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$, $\hat{\mathbf{k}}$ ile yazmak çok yaygındır (bizim bu kitapta yapacağımız gibi) ve bu şapka, vektörün birim vektör olduğunu hatırlatır.



ŞEKİL 3–15 x, y ve z eksenleri boyunca $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}$ ve $\hat{\mathbf{k}}$ birim vektörleri

Bir vektörün bir skalerle çarpımının tanımdan dolayı (Kısım 3-3) bir $\vec{\mathbf{V}}$ vektörünün bileşenleri $\vec{\mathbf{V}}_x = V_x\hat{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{V}}_y = V_y\hat{\mathbf{j}}$ ve $\vec{\mathbf{V}}_z = V_z\hat{\mathbf{k}}$ şeklinde yazılabilir. Bundan dolayı herhangi bir $\vec{\mathbf{V}}$ vektörünü, bileşenleri cinsinden aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\vec{\mathbf{V}} = V_x\hat{\mathbf{i}} + V_y\hat{\mathbf{j}} + V_z\hat{\mathbf{k}}. \qquad (3\text{–}5)$$

Birim vektörler, vektör toplamasını analitik olarak bileşenleri toplayarak yapmamıza yardımcı olur. Örneğin, Dnk. 3–4'ün doğru olduğu her vektör (ikiboyutlu durum için yazıyoruz, üç boyuta genişletilmesi kolayca yapılabilir) için birim vektör gösteriminin kullanılmasıyla görülebilir:

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{V}} = (V_x)\hat{\mathbf{i}} + (V_y)\hat{\mathbf{j}} &= \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2 \\ &= (V_{1x}\hat{\mathbf{i}} + V_{1y}\hat{\mathbf{j}}) + (V_{2x}\hat{\mathbf{i}} + V_{2y}\hat{\mathbf{j}}) \\ &= (V_{1x} + V_{2x})\hat{\mathbf{i}} + (V_{1y} + V_{2y})\hat{\mathbf{j}}.\end{aligned}$$

Birinci satır ile üçüncü satırı kıyaslayarak Dnk. 3-4 'ü elde ederiz.

ÖRNEK 3–4 **Birim vektörlerin kullanılması.** Birim vektör gösteriminde Örnek 3-2'nin vektörlerini yazın ve toplamlarını gösterin.

YAKLAŞIM Örnek 3-2'de bulduğumuz bileşenleri kullanalım:

$$D_{1x} = 0, \quad D_{1y} = 22.0\text{ km} \quad \text{ve} \quad D_{2x} = 23.5\text{ km}, \quad D_{2y} = -40.7\text{ km}$$

Şimdi onları Dnk. 3-5 formunda yazalım.

ÇÖZÜM

$$\vec{\mathbf{D}}_1 = 0\hat{\mathbf{i}} + 22.0\text{ km}\,\hat{\mathbf{j}}$$
$$\vec{\mathbf{D}}_2 = 23.5\text{ km}\,\hat{\mathbf{i}} - 40.7\text{ km}\,\hat{\mathbf{j}}.$$

O zaman

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{D}} = \vec{\mathbf{D}}_1 + \vec{\mathbf{D}}_2 &= (0 + 23.5)\text{ km}\,\hat{\mathbf{i}} + (22.0 - 40.7)\text{ km}\,\hat{\mathbf{j}} \\ &= 23.5\text{ km}\,\hat{\mathbf{i}} - 18.7\text{ km}\,\hat{\mathbf{j}}.\end{aligned}$$

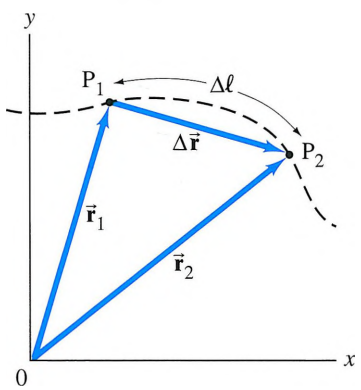
$\vec{\mathbf{D}}$ yerdeğiştirme vektörünün bileşenleri, $D_x = 23.5\text{ km}$ ve $D_y = -18.7\text{ km}$. v büyüklüğü Örnek 3–2'de olduğu gibi

$D = \sqrt{(23.5\text{ km})^2 + (18.7\text{ km})^2} = 30.0\text{ km}$ 'dir.

ŞEKİL 3–16 Bir parçacığın xy düzlemindeki yolu. t_1 anında parçacık $\vec{\mathbf{r}}_1$; konum vektörü ile verilen P_1 noktasında; t_2 anında parçacık $\vec{\mathbf{r}}_2$. konum vektörü ile verilen P_2 noktasında. $t_2 - t_1$ zaman aralığı için yerdeğiştirme vektörü $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{r}}_1$ 'dir.

3–6 Vektör Kinematiği

Şimdi hız ve ivme tanımlarımızı iki ve üç-boyutlu harekete genişletebiliriz. Bir parçacığın, Şek.3–16'da gösterildiği gibi xy düzleminde bir yol takip ettiğini varsayalım. Parçacık t_1 anında P_1 noktasında ve t_2 anında P_2 noktasındadır. $\vec{\mathbf{r}}_1$ vektörü, parçacığın t_1 anındaki durum vektörü (parçacığın koordinat sisteminin orijininden olan yerdeğiştirmesini temsil eder) ve $\vec{\mathbf{r}}_2$ vektörü, t_2 anındaki durum vektörüdür.

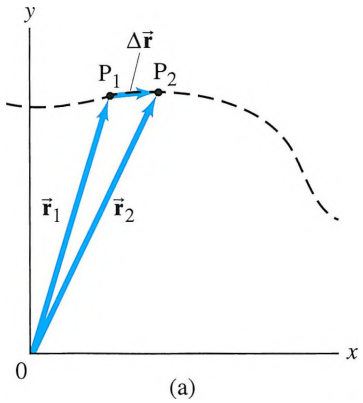


Bir boyutta yerdeğiştirmeyi parçacığın *konumundaki değişim* olarak tanımladık. İki veya üç boyut gibi daha genel durumlarda **yerdeğiştirme vektörü** konumdaki değişimin vektör gösterimi olarak tanımlanır. Onu $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ [†] olarak adlandırırız.

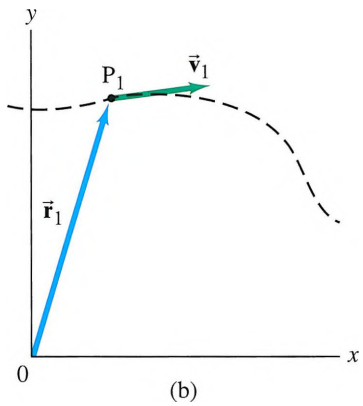
$$\Delta\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{r}}_1.$$

Bu ifade, $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığındaki yerdeğiştirmeyi temsil eder.

[†]Bu Bölümde daha önce vektör toplamına örnek verirken yerdeğiştirme vektörü için $\vec{\mathbf{D}}$ kullandık. Buradaki yeni gösterim, $\Delta\vec{\mathbf{r}}$, yerdeğiştirmenin iki konum vektörü arasındaki farkı gösterdiğini öne çıkarmaktadır.

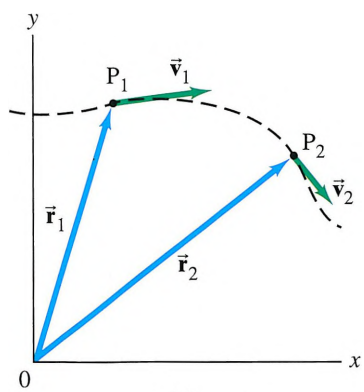


(a)

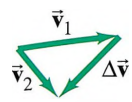


(b)

ŞEKİL 3–17 (a) Δt ve $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ gittikçe küçüldüğünde [Şek.3-16 ile karşılaştırın] $\Delta\mathbf{r}$ 'nin ve anlık hızın $(\Delta\vec{\mathbf{r}}/\Delta t,\ \Delta t \to 0)$ yönlerinin (b) P_1 noktasında eğriye teğet olduğunu görüyoruz.



(a)



(b)

ŞEKİL 3–18 (a) Şekil 3-16'daki gibi t_1 ve t_2 anlarında P_1 ve P_2 noktalarında bulunan bir parçacık için $\vec{\mathbf{v}}_1$ ve $\vec{\mathbf{v}}_2$ hız vektörleri (b) ortalama ivme, $\Delta\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_2 - \vec{\mathbf{v}}_1$ yönündedir.

Birim vektör gösteriminde, $\vec{\mathbf{r}}_1 = x_1\hat{\mathbf{i}} + y_1\hat{\mathbf{j}} + z_1\hat{\mathbf{k}}$, **(3–6a)**
şeklinde yazılabilir. Burada x_1, y_1, z_1, P_1 noktasının koordinatlarıdır. Benzer şekilde

$$\vec{\mathbf{r}}_2 = x_2\hat{\mathbf{i}} + y_2\hat{\mathbf{j}} + z_2\hat{\mathbf{k}}$$

yazılır, Buradan

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} = (x_2 - x_1)\hat{\mathbf{i}} + (y_2 - y_1)\hat{\mathbf{j}} + (z_2 - z_1)\hat{\mathbf{k}} \qquad \textbf{(3–6b)}$$

bulunur. Eğer sadece x ekseni boyunca hareket varsa, bu durumda $y_2 - y_1 = 0$, $z_2 - z_1 = 0$ ve yerdeğiştirmenin büyüklüğü $\Delta r = x_2 - x_1$ olur. Bu, önceki bir boyutlu eşitliğimizle (Kısım 2-1) uyumludur. Bir boyutta bile, yerdeğiştirme, hız ve ivme gibi bir vektördür.

$\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığı üzerinden hesaplanan **ortalama hız vektörü**,

$$\text{ortalama hız} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} \qquad \textbf{(3–7)}$$

olarak tanımlanır. Şimdi gitgide daha kısalan zaman aralıkları düşünelim, yani Şek.3-17'de gösterildiği gibi P_2 ve P_1 noktaları arasındaki uzaklık sıfıra yaklaşacak şekilde Δt sıfıra gitsin. Anlık hız vektörünü ortalama hızın sıfıra yaklaşırkenki limiti olarak tanımlarız:

$$\vec{\mathbf{v}} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}. \qquad \textbf{(3–8)}$$

Herhangi bir anda $\vec{\mathbf{v}}$'nin yönü, o anda yörüngeye çizilen teğet boyuncadır (Şek. 3–17).

Şek. 3–16'da, ortalama hızın büyüklüğünün yol boyunca gidilen gerçek mesafe $\Delta\ell$ nin Δt 'ye bölünmesiyle elde edilen ortalama sürate eşit olmadığına dikkat ediniz. Bazı özel durumlarda ortalama sürat ve ortalama hız eşittir (bir boyutta düz bir çizgi boyunca hareket gibi), fakat genelde eşit değildir. Bununla birlikte $\Delta t \to 0$, Δr limitinde, $\Delta\ell$ 'ye yaklaşır, öyle ki herhangi bir anda anlık sürat daima anlık hızın büyüklüğüne eşittir.

Anlık hız (Dnk.3–8) konum vektörünün zamana göre türevine eşittir. Dnk.3–8, Dnk 3-6a ile başlayarak bileşenler cinsinden yazılabilir:

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{j}} + \frac{dz}{dt}\hat{\mathbf{k}} = v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}} + v_z\hat{\mathbf{k}}. \qquad \textbf{(3–9)}$$

Burada $v_x = dx/dt$, $v_y = dy/dt$, $v_z = dz/dt$ hızın, x, y, z bileşenleridir. Birim vektörlerin büyüklük ve yönleri sabit olduğundan $d\hat{\mathbf{i}}/dt = d\hat{\mathbf{j}}/dt = d\hat{\mathbf{k}}/dt = 0$'dır.

İki ve üç boyutlarda ivme de benzer şekilde incelenir $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığı üzerinden **ortalama ivme vektörü**,

$$\text{ortalama hız} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \frac{\vec{\mathbf{v}}_2 - \vec{\mathbf{v}}_1}{t_2 - t_1} \qquad \textbf{(3–10)}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ anlık hız vektörünün verilen zaman aralığı süresince değişimidir $\Delta\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_2 - \vec{\mathbf{v}}_1$. Şek.3-18a'da olduğu gibi $\vec{\mathbf{v}}_2$'nin birçok durumda $\vec{\mathbf{v}}_1$ ile aynı yönde olmadığına dikkat edin. Bundan dolayı ortalama hız vektör $\vec{\mathbf{v}}_1$ veya $\vec{\mathbf{v}}_2$'den farklı bir yönde olabilir. Dahası $\vec{\mathbf{v}}_2$ ve $\vec{\mathbf{v}}_1$ aynı büyüklükte fakat farklı yönlerde olabilir, bu durumda da bu iki vektörün farkı sıfır olmayacaktır. Bundan dolayı ivmenin sebebi hızın büyüklüğündeki bir değişim, hızın yönündeki bir değişim, veya ikisindeki değişim olabilir.

Anlık ivme vektörü, zaman aralığı Δt sıfıra yaklaşırken ortalama ivme vektörünün limiti olarak tanımlanır ve bu $\vec{\mathbf{v}}$ 'nin t'ye göre türevidir:

$$\vec{\mathbf{a}} = \lim_{\Delta \to 0}\frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \qquad \textbf{(3–11)}$$

$\vec{\mathbf{v}}$ 'yı bileşenleri kullanarak yazabiliriz

$\vec{\mathbf{a}}$ 'yı bileşenleri kullanarak yazabiliriz

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dv_y}{dt}\hat{\mathbf{j}} + \frac{dv_z}{dt}\hat{\mathbf{k}}$$
$$= a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}} + a_z\hat{\mathbf{k}}, \qquad \textbf{(3–12)}$$

burada $a_x = dv_x/dt$, vb. $v_x = dx/dt$, olduğundan Kısım 2–4'te gördüğümüz gibi $a_x = dv_x/dt = d^2x/dt^2$ 'dir. Böylece ivmeyi aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{\mathbf{i}} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{\mathbf{j}} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{\mathbf{k}}. \qquad \textbf{(3–12c)}$$

Anlık ivme, sadece hızın büyüklüğü değiştiğinde değil aynı zamanda yönü değiştiğinde de sıfırdan farklı olacaktır. Örneğin, otomobil kullanan bir adam sabit bir hızla bir virajı aldığında veya bir çocuk atlı-karıncada döndüğünde, hızın yönündeki değişimden dolayı ivmeleneceklerdir.

Genel olarak 'hız' ve 'ivme' değerlerini anlık değerler anlamında kullanacağız. Eğer ortalama değerleri tartışmak istiyorsak 'ortalama' kelimesini kullanacağız.

ÖRNEK 3–5 **Konumun zamanın bir fonksiyonu olarak verilmesi.** Bir parçacığın konumu zamanın bir fonksiyonu olarak

$$\vec{\mathbf{r}} = \left[(5.0\,\text{m/s})t + (6.0\,\text{m/s}^2)t^2\right]\hat{\mathbf{i}} + \left[(7.0\,\text{m}) - (3.0\,\text{m/s}^3)t^3\right]\hat{\mathbf{j}}$$

şeklinde veriliyor, burada r metre ve t saniye birimindedir. (*a*) Parçacığın $t_1 = 2.0$ s ve $t_2 = 3.0$ s arasında yerdeğiştirmesi nedir? (*b*) Parçacığın anlık hız ve anlık ivmesini zamanın fonksiyonu olarak belirleyiniz. (*c*) $t = 3.0$ s'de $\vec{\mathbf{v}}$ ve $\vec{\mathbf{a}}$ değerlerini bulun.

YAKLAŞIM (*a*)'da, $\vec{\mathbf{r}}_1$'i bulmak için $t_1 = 2.0$ s ve $\vec{\mathbf{r}}_2$'yi bulmak için $t_2 = 3.0$ s'yi yerleştirerek $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{r}}_1$'yi buluruz. (*b*) için Dnk. 3–9 ve 3–11'in türevlerini alırız ve (*c*) için (*b*)'de elde ettiğimiz sonuçlarda t yerine $t = 3.0$ s yazarız.

ÇÖZÜM (*a*) t $t_1 = 2.0$ s 'de

$$\vec{\mathbf{r}}_1 = \left[(5.0\,\text{m/s})(2.0\,\text{s}) + (6.0\,\text{m/s}^2)(2.0\,\text{s})^2\right]\hat{\mathbf{i}} + \left[(7.0\,\text{m}) - (3.0\,\text{m/s}^3)(2.0\,\text{s})^3\right]\hat{\mathbf{j}}$$
$$= (34\,\text{m})\hat{\mathbf{i}} - (17\,\text{m})\hat{\mathbf{j}}.$$

Benzer şekilde, $t_2 = 3.0$ s 'de

$$\vec{\mathbf{r}}_2 = (15\,\text{m} + 54\,\text{m})\hat{\mathbf{i}} + (7.0\,\text{m} - 81\,\text{m})\hat{\mathbf{j}} = (69\,\text{m})\hat{\mathbf{i}} - (74\,\text{m})\hat{\mathbf{j}}.$$

Böylece

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{r}}_1 = (69\,\text{m} - 34\,\text{m})\hat{\mathbf{i}} + (-74\,\text{m} + 17\,\text{m})\hat{\mathbf{j}} = (35\,\text{m})\hat{\mathbf{i}} - (57\,\text{m})\hat{\mathbf{j}}.$$

Burada, $\Delta x = 35$ m, ve $\Delta y = -57$ m.

(*b*) Hızı bulmak için, verilen $\vec{\mathbf{r}}$ 'nin zamana göre türevini alırız, (Ek B–2)'de gösterildiği gibi $d(t^2)/dt = 2t$ ve $d(t^3)/dt = 3t^2$:

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \left[5.0\,\text{m/s} + (12\,\text{m/s}^2)t\right]\hat{\mathbf{i}} + \left[0 - (9.0\,\text{m/s}^3)t^2\right]\hat{\mathbf{j}}.$$

İvme (sadece iki anlamlı rakamı koruyarak):

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = (12\,\text{m/s}^2)\hat{\mathbf{i}} - (18\,\text{m/s}^3)t\,\hat{\mathbf{j}}.$$

Dolayısıyla $a_x = 12\,\text{m/s}^2$ sabittir, fakat $a_y = -(18\,\text{m/s}^3)t$ zamanla doğru orantılıdır, büyüklüğü negatif y yönünde zamanla artmaktadır.

(*c*) $\vec{\mathbf{v}}$ ve $\vec{\mathbf{a}}$ için türettiğimiz denklemlerde $t = 3.0$ s yazarsak

$$\vec{\mathbf{v}} = (5.0\,\text{m/s} + 36\,\text{m/s})\hat{\mathbf{i}} - (81\,\text{m/s})\hat{\mathbf{j}} = (41\,\text{m/s})\hat{\mathbf{i}} - (81\,\text{m/s})\hat{\mathbf{j}}$$
$$\vec{\mathbf{a}} = (12\,\text{m/s}^2)\hat{\mathbf{i}} - (54\,\text{m/s}^2)\hat{\mathbf{j}}.$$

$t = 3.0$ s'deki büyüklükleri, $v = \sqrt{(41\,\text{m/s})^2 + (81\,\text{m/s})^2} = 91\,\text{m/s}$, ve $a = \sqrt{(12\,\text{m/s}^2)^2 + (54\,\text{m/s}^2)^2} = 55\,\text{m/s}^2$ 'dir.

Sabit İvme

Bölüm 2'de bir boyutlu harekette ivmenin sabit olduğu önemli bir durumu inceledik. İki veya üç boyutlarda eğer ivme vektörü, $\vec{\mathbf{a}}$, yön ve büyüklük olarak sabit ise o zaman a_x = sabit, a_y = sabit, a_z = sabit olur. Bu durumda ortalama ivme herhangi bir anda ani ivmeye eşit olur. Bölüm 2'de bir boyut için türettiğimiz denklemler, Dnk. 2-12a, b ve c iki veya üç boyutlu hareketin her bir dik bileşenine ayrı ayrı uygulanır. İki boyutta, ilk hız olarak $\vec{\mathbf{v}}_0 = v_{x0}\hat{\mathbf{i}} + v_{y0}\hat{\mathbf{j}}$ alırız ve konum vektörü, $\vec{\mathbf{r}}$, hız, $\vec{\mathbf{v}}$, ve ivme, $\vec{\mathbf{a}}$ için Dnk 3-6a, 3-9, ve 3-12b' yi uygularız. Bundan sonra iki boyut için Tablo 3-1'de gösterildiği gibi Dnk.2-12a, b ve c'yi yazabiliriz.

TABLO 3–1 2 Boyutta Sabit İvme için Kinematik Denklemler

***x* Bileşeni (yatay)**		***y* Bileşeni (düşey)**
$v_x = v_{x0} + a_x t$	(Dnk. 2–12a)	$v_y = v_{y0} + a_y t$
$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	(Dnk. 2–12b)	$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$
$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0)$	(Dnk. 2–12c)	$v_y^2 = v_{y0}^2 + 2a_y(y - y_0)$

Tablo 3–1'deki denklemlerin ilk ikisi vektör gösteriminde de yazılabilir.

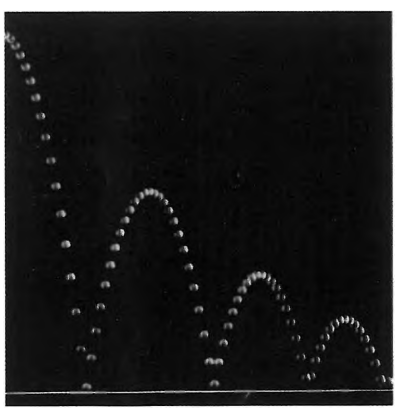
$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_0 + \vec{\mathbf{a}}t \qquad [\vec{\mathbf{a}} = \text{Sabit}] \qquad \textbf{(3–13a)}$$

$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_0 + \vec{\mathbf{v}}_0 t + \tfrac{1}{2}\vec{\mathbf{a}}t^2. \qquad [\vec{\mathbf{a}} = \text{Sabit}] \qquad \textbf{(3–13b)}$$

Burada $\vec{\mathbf{r}}$ herhangi bir andaki konum vektörü ve $\vec{\mathbf{r}}_0$ $t = 0$ anındaki konum vektörüdür. Bu denklemler Dnk. 2-12a ve 2-12b'nin vektör eşdeğeridir. Pratikte genellikle Tablo 3–1'de verilen bileşen biçimini kullanırız.

3–7 Eğik Atış Hareketi

ŞEKİL 3–19 Bir dizi zıplama yapan bir topun ard arda çekilen bu fotoğrafı eğik atış hareketinin karakteristik "parabolik" yolunu göstermektedir.



Bölüm 2'de bir cismin bir boyuttaki hareketini yerdeğiştirme, hız ve ivmesi cinsinden inceledik. Bu arada yerçekiminden kaynaklanan ivme etkisinde düşen bir cismin sadece düşey doğrultudaki hareketini de göz önüne aldık.. Şimdi bir golf topu, fırlatılan ya da sopayla vurulan bir beyzbol topu, tekmelenen bir futbol topu ve hızlı mermiler gibi, havada iki boyutta Dünya yüzeyine yakın yerlerde hareket eden cisimlerin daha genel öteleme hareketlerini inceleyeceğiz. Bütün bunlar iki boyutta betimleyeceğimiz eğik atış hareketinin (Bknz. Şek. 3-19) örnekleridir.

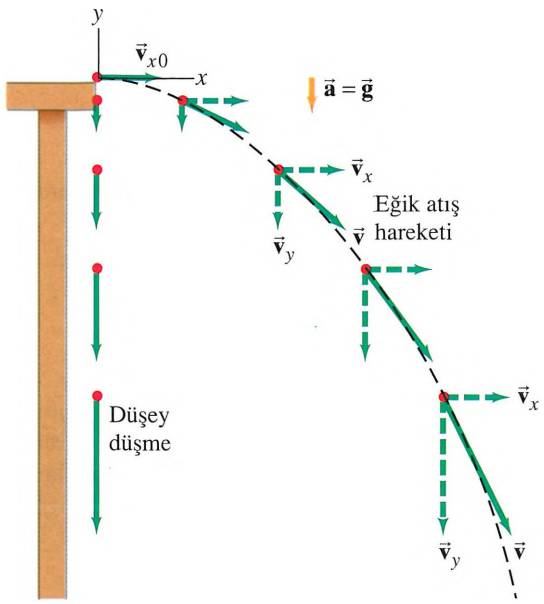
Hava direnci çoğunlukla önemli olmasına rağmen birçok durumda bu etki ihmal edilebilir, aşağıdaki analizde hava direncini ihmal edeceğiz. Cismin atılış ya da fırlatılış yöntemi ile ilgilenmeyeceğiz. Biz sadece cismin fırlatıldıktan sonra yere düşmeden veya yakalanmadan önceki hareketiyle ilgileneceğiz, yani fırlatılan cismin havada sadece yerçekimi etkisi altındaki serbest hareketini analiz edeceğiz. Bu durumda cismin ivmesi yerçekiminden dolayıdır, büyüklüğü $g = 9.80\ \text{m/s}^2$ olup aşağıya doğrudur, biz bu değeri sabit[†] varsayacağız.

Galileo eğik atış hareketini doğru olarak betimleyen ilk kişidir. Hareketin, yatay ve düşey bileşenlerinin ayrı ayrı analiz edilmesiyle anlaşılabileceğini göstermiştir. Kolaylık olsun diye, hareketin $t = 0$ anında, bir xy koordinat sisteminde ($x_0 = y_0 = 0$) başladığını varsayacağız.

Yatay (x) yönde, v_{x0} ilk hızıyla yatay bir masanın kenarından yuvarlanan küçücük bir topa bakalım. Şek. 3–20'de topun hareketi ve karşılaştırma için düşey doğrultuda düşen bir cisim gösterilmektedir. Herhangi bir andaki hız vektörü $\vec{\mathbf{v}}$ topun o andaki hareket yönünü gösterir ve daima yola teğettir. Galileo'nun fikirlerinin izleyerek, hızın yatay ve düşey bileşenlerini v_x ve v_y, ayrı ayrı ele alırız ve hareketin x ve y bileşenlerine kinematik denklemleri (Dnk. 2-12a - 2-12c) uygulayabiliriz.

İlk olarak hareketin düşey (y) bileşenini inceleyeceğiz. Topun masayı terk ettiği andaki ($t = 0$) hızının sadece x bileşeni vardır. Top masadan ayrıldıktan ($t = 0$'dan) sonra düşey olarak aşağı doğru etkiyen g yer çekimi ivmesine maruz kalır. Dolayısıyla v_y başlangıçta

[†]Bu, bizi, gittiği yol ve Dünya'dan olan maksimum yüksekliği Dünya'nın yarıçapına (6400 km) göre küçük olan cisimlere kısıtlar.



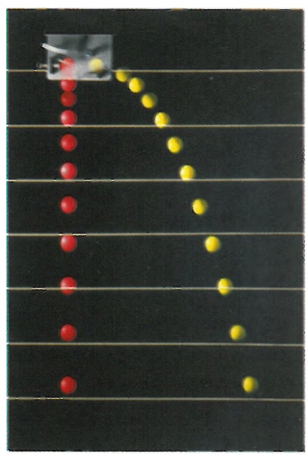
ŞEKİL 3–20 Yatay olarak fırlatılan küçük bir topun eğik atış hareketi. Kesikli siyah çizgi cismin yörüngesini göstermektedir. Her noktada hız vektörü $\vec{\mathbf{v}}$ hareket yönündedir ve yörüngeye teğettir. Hız vektörleri yeşil oklardır ve hız bileşenleri kesiklidir. (Aynı noktadan başlayıp düşey olarak düşen cisim karşılaştırma için solda gösterilmiştir; v_y düşen ve eğik atış yapan cisimler için aynıdır.)

sıfırdır $(v_{y0} = 0)$ fakat aşağı yönde sürekli olarak artar (top yere çarpana kadar). y'yi yukarı yönde pozitif alalım. O zaman $a_y = -g$ olur ve Dnk. 2-12a'dan $v_y = -gt$ yazabiliriz. Düşey yerdeğiştirme $y = -\frac{1}{2}gt^2$ ile verilir.

Diğer taraftan yatay yönde ivme sıfırdır (hava direncini ihmal ediyoruz). $a_x = 0$, ise hızın yatay bileşeni, v_x, ilk hız değeri v_{x0}'a eşit olarak sabit kalır. Bu durumda yatay yerdeğiştirme $x = v_{x0}t$ ile verilir. Şek. 3–20'de gösterildiği gibi herhangi bir andaki (yol üzerindeki her bir nokta için) hız vektörünü elde etmek için o andaki iki vektör bileşeni, $\vec{\mathbf{v}}_x$ ve $\vec{\mathbf{v}}_y$, vektörel olarak toplanır.

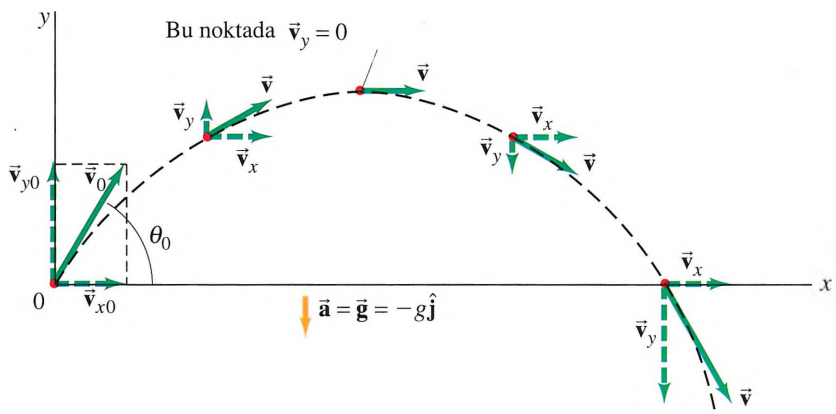
Galileo'nun kendisinin de öngördüğü gibi bu analiz sonuçlarından birisi şudur: *yatay olarak fırlatılan bir cisim, yere, düşey doğrultuda bırakılan cisim ile aynı zamanda varacaktır.* Şek.3-20'de gösterildiği gibi her iki durumda da düşey hareketin aynı olmasından dolayı bu sonuca varılmaktadır. Şekil 3–21'de verilen bir deneyin art arda çekilmiş fotoğrafları bunu doğrulamaktadır.

ŞEKİL 3–21 Eşit zaman aralıklarında iki topun konumlarını gösteren çok-pozlu fotoğraf . Bir top durgun halden bırakılırken diğer top aynı zamanda dışarıya doğru yatay olarak fırlatılıyor. Her bir topun düşey pozisyonlarının her zaman anında aynı olduğu görülmektedir.



ALIŞTIRMA D Bölüm Açılış Sorusuna, sayfa 51, dönün ve onu şimdi yeniden yanıtlayın. İlk defasında neden farklı yanıtladığınızı açıklamaya çalışın.

Şek. 3–22'deki gibi, eğer bir cisim bir açıda fırlatılırsa ilk hızın düşey bileşeni v_{y0}. hariç analiz benzerdir. Yerçekimi ivmesinin aşağıya doğru olmasından dolayı hızın yukarıya doğru bileşeni v_y cisim yörüngesi üzerindeki en yüksek noktaya ulaşıncaya kadar yavaş yavaş azalır. En yüksek noktada $v_y = 0$. Ardından cisim aşağıya doğru hareket eder (Şek. 3–22) ve v_y aşağıya doğru, şekilde gösterildiği gibi artar (yani negatif olarak büyür) v_x önceki gibi sabit kalır.



ŞEKİL 3–22 Yatayla θ_0'lık bir açı yapan $\vec{\mathbf{v}}_0$ ilk hızıyla ateşlenen bir merminin yolu. Bu yol kesikli siyah çizgi ile gösterilmektedir, hız vektörleri yeşil oklardır ve hız bileşenleri kesikli çizgilerdir. İvme $\vec{\mathbf{a}} = d\vec{\mathbf{v}}/dt$ aşağıya doğrudur. Yani $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{g}} = -g\hat{\mathbf{j}}$ 'dir. $\hat{\mathbf{j}}$ pozitif y yönündeki birim vektördür.

3–8 Eğik Atış Hareketini İçeren Problemlerin Çözümü

Eğik atış hareketinin birkaç örneğini sayısal olarak inceleyeceğiz.

Eğik atış hareketi için $a_x = 0$ alarak (Tablo 3–1) Dnk. 2–12'yi sadeleştirebiliriz. y'nin yukarıya doğru pozitif varsayıldığı dolayısıyla $a_y = -g = -9.80\,\text{m/s}^2$ olduğu Tablo 3-2'ye bakınız. Şek. 3–22'deki gibi eğer θ, $+x$ eksenine göre seçilmişse,

$$v_{x0} = v_0 \cos\theta_0,$$

$$v_{y0} = v_0 \sin\theta_0$$

olur. Eğik atış hareketini içeren problemlerde, seçtiğimiz cismin havada olduğu ve sadece yerçekiminden etkilendiği belli bir zaman aralığını göz önüne almak zorundayız. Ne atış (veya fırlatılış) yöntemini ne de cisim yere düştükten veya yakalandıktan sonraki zamanı düşünmemeliyiz çünkü o zaman cisim üzerinde diğer etkiler rol oynar ve biz artık $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{g}}$ denklemini kullanamayız.

PROBLEM ÇÖZME

Zaman aralığının seçimi

TABLO 3–2 Eğik Atış Hareketi için Kinematik Denklemler
(y yukarıya doğru pozitif; $a_x = 0$, $a_y = -g = -9.80\,\text{m/s}^2$)

Yatay Hareket ($a_x = 0$, v_x = sabit)		**Düşey Hareket**† ($a_y = -g$ = sabit)
$v_x = v_{x0}$	(Dnk. 2–12a)	$v_y = v_{y0} - gt$
$x = x_0 + v_{x0}t$	(Dnk. 2–12b)	$y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$
	(Dnk. 2–12c)	$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)$

† Eğer y aşağı doğru pozitif alınırsa, g'nin önündeki eksi işaret (–) artı (+) olur.

PROBLEM ÇÖZME

Eğik Atış

Problem çözümlerine Kısım 2-6'da verilen yaklaşım burada da uygulanır. Eğik atış hareketini içeren problemlerin çözümleri, sadece bazı kuralların izlenmesiyle çözülemez, yaratıcılık gerektirir. "İşe yarar" görünse bile sadece denklemlerde sayıları yerine koymaktan kesin olarak kaçınmalısınız.

1. Her zaman, dikkatli **okuyun;** analiz edeceğiniz **cismi** (yada cisimleri) **seçin**.
2. Cisme ne olduğunu gösteren dikkatli bir **diyagram çizin**.
3. Bir xy **koordinat sistemi** ve bir orijin **seçin**.
4. Fırlatılma ve yere ulaşma hariç sadece yerçekimi etkisi altındaki hareketi içeren eğik atış hareketinin **zaman aralığı** üzerinde karar verin. Zaman aralığı x ve y analizleri için aynı olmalıdır. x ve y hareketleri ortak zaman kullanılarak birleştirilirler.
5. Yatay (x) ve düşey (y) **hareketleri** ayrı ayrı **inceleyin**. İlk hız verilmişse, onu x ve y bileşenlerine ayırmak iyi olabilir.
6. **Bilinen** ve **bilinmeyen** nicelikleri listeleyin. $a_x = 0$ ve pozitif y'yi aşağı veya yukarı yönde seçtiğinize bağlı olarak + veya – işaretleri kullanarak, $a_y = -g$ veya $+g$, alırız. $g = 9.80\,\text{m/s}^2$,Aşağıya doğru dönüşe geçen herhangi bir yörüngenin en üst noktasında $v_y = 0$ olduğunu ve yörünge boyunca v_x 'in asla değişmediğini hatırlayın. Yere inmeden hemen önce hız genellikle sıfır değildir.
7. Denklemlere atlamadan önce bir dakika düşünün. Küçük bir plan uzun bir yol aldırır. **Uygun denklemleri** (Tablo 3–2) **uygulayın**, eğer gerekirse denklemleri birleştirin. Büyüklük ve yön elde edebilmek için bir vektörün bileşenlerini birleştirmeniz gerekebilir (Dnk. 3–3).

ÖRNEK 3–6 **Motosikletle uçurumdan uçuş.** Bir filmde motosiklet üzerindeki bir dublör sürücü yatay doğrultuda hızlandıktan sonra 50.0 m derinliğindeki bir uçurumun kenarından uçmaktadır. Uçurumun tabanından 90.0 m ötede, kameraların bulunduğu yer seviyesine inebilmek için motosiklet ne kadar bir yatay hızla uçurumun tepesinden ayrılmalıdır? Hava direncini ihmal ediniz.

YAKLAŞIM Yukarıda verilen problem çözüm stratejisinin adımlarını birer birer takip edelim.

ÇÖZÜM

1. ve **2. Soruyu okuyun, cismi seçin ve bir diyagram çizin.** Bizim cismimiz motosiklet ve sürücüdür, tek bir birim olarak alınır. Diyagram Şek. 3–23'te gösterilmektedir.
3. **Bir koordinat sistemi seçin.** Uçurumun tepesini $y_0 = 0$ alarak, y yönünü yukarı doğru pozitif seçelim. x yönü yatay olup motosikletin uçurumun tepesinden ayrıldığı nokta $x_0 = 0$ olarak seçilir.
4. **Zaman aralığını seçin**. Zaman aralığının başlangıcını $(t = 0)$ motosikletin $x_0 = 0, y_0 = 0$ konumunda uçurumun tepesinden ayrıldığı an olarak seçelim; zaman aralığımız motosiklet aşağıda yere çarptığında sona erer.
5. **x ve y hareketlerini inceleyin**. Yatay yönde (x) ivme $a_x = 0$ 'dır, öyleyse hız sabittir. Motosiklet yere ulaştığı zaman x değeri $x = +90$ m olur. Düşey doğrultuda, ivme yerçekiminden kaynaklanır, $a_y = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$. Motosiklet yere ulaştığı zaman y değeri $y = -50.0$ m'dir. Başlangıç hızı yataydır ve bilinmeyen odur: başlangıçtaki düşey hız sıfırdır, $v_{y0} = 0$.
6. **Bilinenler ve bilinmeyenleri listeleyin.** Yandaki Tabloya bakın. Başlangıçtaki yatay hızı v_{x0} (yere ulaşıncaya kadar sabit kalır), bilmediğimiz gibi motosikletin yere ulaştığını t zamanını da bilmediğimize dikkat ediniz.
7. **İlgili denklemi uygulayın.** Motosiklet havada olduğu sürece v_x sabit kalır. Havada kalış süresi y hareketiyle tanımlanır - yere vardığı anda biter. İlk olarak y hareketini kullanarak zamanı buluruz ve sonra bu zaman değerini x denklemlerinde kullanırız. Motosikletin yere ulaşması için ne kadar süre geçeceğini bulmak için Dnk. 2-12b'yi (Tablo 3–2) düşey yön (y) için, $y_0 = 0$ ve $v_{y0} = 0$ değerleriyle kullanırız.

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{y0}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 \\ &= 0 + 0 + \tfrac{1}{2}(-g)t^2 \end{aligned}$$

veya

$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2.$$

t'yi çözer ve $y = -50.0$ m alırız:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{-g}} = \sqrt{\frac{2(-50.0\ \text{m})}{-9.80\ \text{m/s}^2}} = 3.19\ \text{s}.$$

Başlangıç hızını, v_{x0}, hesaplamak için bu kez yatay (x) yönü için, $a_x = 0$ ve $x_0 = 0$ ile yeniden Dnk. 2-12b'yi kullanırız:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{x0}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \\ &= 0 + v_{x0}t + 0 \end{aligned}$$

veya

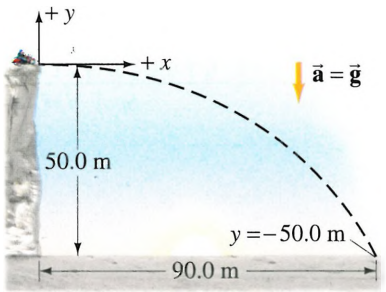
$$x = v_{x0}t.$$

O zaman

$$v_{x0} = \frac{x}{t} = \frac{90.0\ \text{m}}{3.19\ \text{s}} = 28.2\ \text{m/s},$$

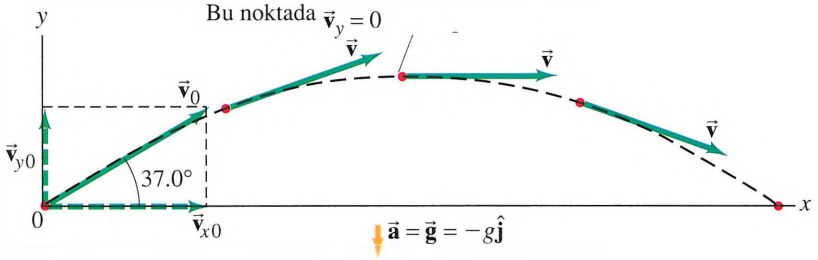
bulunur, bu da yaklaşık 100 km/sa (kabaca 60 mil/sa'e eşittir.).

NOT Eğik atış hareketi süresince tek ivme, negatif y yönündeki g'dir. x yönünde ivme sıfırdır.



ŞEKİL 3–23 Örnek 3–6.

Bilinen	Bilinmeyen
$x_0 = y_0 = 0$	v_{x0}
$x = 90.0$ m	t
$y = -50.0$ m	
$a_x = 0$	
$a_y = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$	
$v_{y0} = 0$	



ŞEKİL 3–24 Örnek 3-7.

FİZİK UYGULAMALARI
Spor örnekleri

ÖRNEK 3–7 **Tekmelenen top.** Şek. 3–24'te görüldüğü gibi bir futbol topuna 20.0 m/s' lik bir hızla $\theta_0 = 37.0°$'lik açıda vuruluyor. (*a*) maksimum yüksekliği, (*b*) futbol topu yere çarpmadan önce geçen süreyi, (*c*) ne kadar uzakta yere çarptığını, (*d*) maksimum yükseklikteki hız vektörünü ve (*e*) maksimum yükseklikteki ivme vektörünü hesaplayınız. Topun yer seviyesinde ayaktan ayrıldığını varsayın ve hava direncini ve topun dönmesini ihmal edin.

YAKLAŞIM Çok fazla şey sorulduğundan başlangıçta zor gibi görülebilir. Fakat onlarla birer birer ilgilenebiliriz. Pozitif y yönünü yukarı doğru alıp *x* ve *y* hareketlerini ayrı ayrı ele alalım. Havadaki toplam zaman yine *y* hareketi ile tanımlanır. *x* hareketi sabit hızda gerçekleşir. Hızın *y* bileşeni şöyle değişir; başlangıçta pozitif (yukarıya doğru) olan hız en yüksek noktada sıfır olacak şekilde azalır ve top aşağı düşerken negatif olur.

ÇÖZÜM Başlangıç hızını bileşenlerine ayıralım (Şek. 3–24) :

$$v_{x0} = v_0 \cos 37.0° = (20.0\,\text{m/s})(0.799) = 16.0\,\text{m/s}$$
$$v_{y0} = v_0 \sin 37.0° = (20.0\,\text{m/s})(0.602) = 12.0\,\text{m/s}.$$

(*a*) Zaman aralığı olarak, futbol topunun ayak ile teması kaybetmesinden maksimum yüksekliğe ulaşıncaya kadar geçen süreyi alacağız. Bu zaman aralığı boyunca ivme *g* aşağı doğrudur. Maksimum yükseklikte hız yataydır (Şek. 3–24), yani $v_y = 0$; buna karşılık gelen zaman anı $v_y = v_{y0} - gt$ denkleminde $v_y = 0$ yazarak bulunur (bakınız Tablo 3–2'de Dnk 2-12a). Böylece

$$t = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{(12.0\,\text{m/s})}{(9.80\,\text{m/s}^2)} = 1.224\,\text{s} \approx 1.22\,\text{s}.$$

Dnk. 2-12b'de $y_0 = 0$, yazarak,

$$y = v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$
$$= (12.0\,\text{m/s})(1.224\,\text{s}) - \tfrac{1}{2}(9.80\,\text{m/s}^2)(1.224\,\text{s})^2 = 7.35\,\text{m}$$

elde ederiz. Bir başka seçenek olarak y çözümü için Dnk. 2-12c' yi kullanmış olsaydık,

$$y = \frac{v_{y0}^2 - v_y^2}{2g} = \frac{(12.0\,\text{m/s})^2 - (0\,\text{m/s})^2}{2(9.80\,\text{m/s}^2)} = 7.35\,\text{m}$$

bulurduk. Maksimum yükseklik 7.35 m'dir.

(*b*) Topun yere dönüş zamanının bulmak için, topun ayaktan ayrılış anından $(t = 0,\ y_0 = 0)$ başlayan ve top yere değmeden (tekrar $y = 0$). hemen önce sonlanan farklı bir zaman aralığı düşünürüz. Dnk. 2-12b'yi $y_0 = 0$ ile kullanırız ve $y = 0$ (yer seviyesi) yazarak:

$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$
$$0 = 0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

buluruz. Bu denklem kolaylıkla çarpanlarına ayrılabilir:

$$t(\tfrac{1}{2}gt - v_{y0}) = 0$$

İki çözüm vardır, $t = 0$ (Başlangıç noktası y_0'a karşılık gelir) ve

$$t = \frac{2v_{y0}}{g} = \frac{2(12.0\,\text{m/s})}{(9.80\,\text{m/s}^2)} = 2.45\,\text{s}.$$

Bu süre, futbol topunun toplam uçuş süresidir.

NOT Tüm yol için gereken zaman, $t = 2v_{y0}/g = 2.45\,\text{s}$, (*a*) şıkkında hesaplanan, en yüksek noktaya ulaşmak için gereken zamanın iki katıdır. Yukarı gidiş zamanı aynı seviyeye iniş zamanına eşittir (hava direncini ihmal edersek).

(*c*) *x* yönünde toplam seyahat zamanı, $x_0 = 0$, $a_x = 0$, $v_{x0} = 16.0\,\text{m/s}$ değerlerinin Dnk. 2-12b'de yerine yazılmasıyla:

$$x = v_{x0}t = (16.0\,\text{m/s})(2.45\,\text{s}) = 39.2\,\text{m}\ \text{bulunur.}$$

(*d*) En yüksek noktada, hızın düşey bileşeni yoktur. Sadece yatay bileşen vardır (bu bileşen uçuş boyunca sabit kalır) ve bu değer $v = v_{x0} = v_0 \cos 37.0° = 16.0\,\text{m/s}$ 'dir.

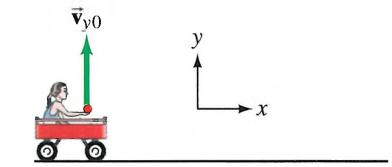
(*e*) İvme vektörü uçuş süresi boyunca en yüksek noktadaki değer ile aynıdır bu değer aşağıya doğru $9.80\,\text{m/s}^2$'dir.

NOT Futbol topunu dönmesini ihmal ettiğimiz bir parçacıkmış gibi düşündük. Hava direncini de ihmal ettik. Futbol topu üzerinde hava direncinin etkisi önemli olduğundan sonuçlarımız sadece yaklaşık değerlerdir.

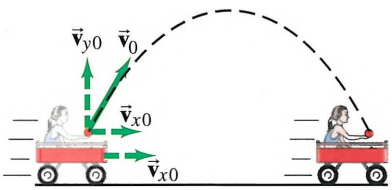
ALIŞTIRMA E İki top farklı açılarda havaya fırlatılıyor, fakat her biri aynı yüksekliğe ulaşıyor. Hangi top havada daha uzun süre kalır: daha dik açıda fırlatılan mı yoksa daha dar açıda fırlatılan mı?

KAVRAMSAL ÖRNEK 3–8 **Elma nereye düşer?** Şekil 3–25'te gösterildiği gibi bir çocuk sabit bir hızla sağa doğru hareket eden bir vagonda dik oturuyor. Vagon sabit hızda ileriye doğru hareketine devam ederken çocuk elini uzatıyor ve elmayı (kendi bakış açısına göre, Şek. 3-25a) düşey olarak yukarıya doğru fırlatıyor. Hava direnci ihmal edilirse, elma (*a*) vagonun arkasına mı, (*b*) vagonun içine mi, (*c*) vagonun önüne mi düşecektir?

YANIT Çocuk elmayı bulunduğu referans sisteminde dik olarak $\vec{\mathbf{v}}_{y0}$ (başlangıç hızıyla yukarıya doğru fırlatıyor (Şek. 3-25a). Fakat yerde duran biri tarafından bakıldığında elma, vagonun $\vec{\mathbf{v}}_{x0}$ hızına eşit bir hızda yatay bir ilk hız bileşenine sahip olacaktır. Böylece, yerde duran kişiye göre elma Şek. 3-25b'de görüldüğü gibi bir eğik atış yörüngesi izleyecektir. Elma yatay bir ivmeye maruz kalmadığından, $\vec{\mathbf{v}}_{x0}$ sabit kalacak ve vagonun hızına eşit olacaktır. Elma yörüngesini takip ederken, vagon hep tam olarak elmanın altında olacaktır çünkü her ikisi de aynı yatay hıza sahiptirler. Elma aşağı inerken doğruca çocuğun uzanmış eline düşecektir. Yanıt (*b*)'dir.



(a) Vagon referans çerçevesi

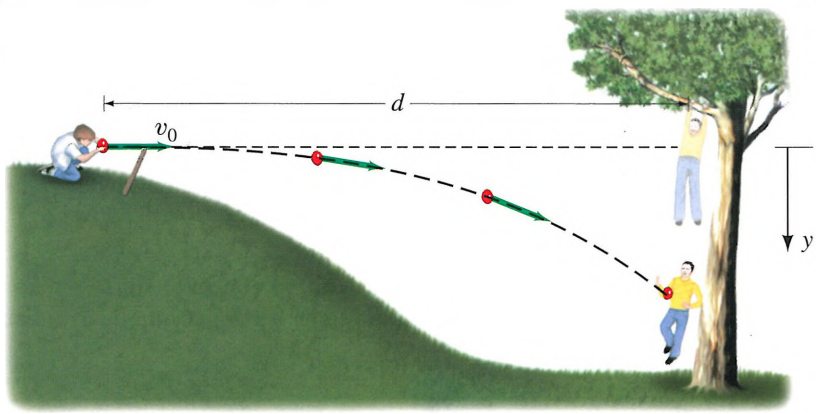


(b) Yer referans çerçevesi

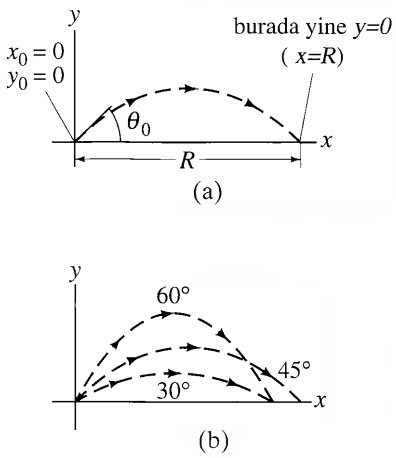
ŞEKİL 3–25 Örnek 3-8.

KAVRAMSAL ÖRNEK 3–9 **Yanlış strateji.** Küçük bir tepe üzerindeki bir çocuk su-balonlu sapanını, yatay olarak *d* uzaklığındaki bir ağacın dalında asılı duran bir başka çocuğa nişan alıyor, Şek. (3-26). Su balonunun fırlatıldığı anda, diğer çocuk vurulmaktan kaçınmayı umarak kendini ağaçtan aşağıya bırakıyor. Bu hareketinin yanlış olduğunu gösterin.(Henüz fizik çalışmamış). Hava direncini ihmal edin.

YANIT Su balonu ve ağaçtaki çocuğun her ikisi de aynı anda düşmeye başlıyor ve *t* zamanında Şek. 3–21'deki gibi her ikisi de aynı düşey mesafeyi $y = \frac{1}{2}gt^2$, alıyor. Su balonu yatay *d* mesafesini alırken, düşen çocukla aynı *y* konumuna sahip olacaktır. Çocuk ıslanacaktır. Eğer çocuk ağaçta kalmış olsaydı ıslanmaktan kurtulmuş olurdu.



ŞEKİL 3–26 Örnek 3-9



ŞEKİL 3–27 Örnek 3-10. (a) Bir merminin R erimi; (b) Genelde aynı erimi verecek iki θ_0 açısı vardır. Eğer açılardan biri θ_{01}, ise diğerinin $\theta_{02} = 90° - \theta_{01}$ olduğunu gösterebilir misiniz?

ÖRNEK 3–10 Yatay erim. (*a*) v_0 ilk hız ve θ_0 cinsinden bir merminin R yatay erimi için bir formül türetiniz. Yatay erim, orijinal yüksekliğine (genellikle yerdir) dönmeden önce, yani y(son) = y_0 merminin gittiği yatay uzaklık olarak tanımlanır. Bknz Şek.3-27a. (*b*) Napolyon'un savaş toplarından birinin 60.0 m/s'lik bir v_0 ilk hızına sahip olduğunu varsayalım. 320 m uzaklığındaki bir hedefe çarpması için hangi açıda hedef almalıdır (hava direncini ihmal edin)?

YAKLAŞIM Bu durum, (*a*) şıkkında sayıların verilmemesi hariç, Örnek 3-7'nin aynısıdır. Sonuçlarımızı elde etmek için cebirsel denklemleri kullanacağız.

ÇÖZÜM (*a*) $t = 0$ 'da $x_0 = 0$ ve $y_0 = 0$ alırız. Mermi yatay bir R mesafesini aldıktan sonra son noktada aynı seviyeye, $y = 0$ döner. Zaman aralığımızı merminin ateşlenmesiyle başlayacak ve aynı düşey yüksekliğe dönmesiyle bitecek şekilde seçeriz. R için genel bir ifade bulmak amacıyla düşey hareket için Dnk. 2-12b'de $y = 0$ ve $y_0 = 0$ yazarız ve

$$y = y_0 + v_{y0}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

veya

$$0 = 0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

bağıntılarını elde ederiz. Buradan t'yi çözmek istediğimizde: $t = 0$ ve $t = 2v_{y0}/g$ gibi iki çözüm verir. İlk çözüm başlangıç anına ve ikinci çözüm merminin $y = 0$'a döndüğü ana karşılık gelir. O zaman erim, R, *yatay* hareket için ($x = v_{x0}t$, $x_0 = 0$) değerlerini Dnk.2-12b'de yerine yazarak elde edeceğimiz t anındaki x'e eşit olacaktır. Böylece

$$R = v_{x0}t = v_{x0}\left(\frac{2v_{y0}}{g}\right) = \frac{2v_{x0}v_{y0}}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0}{g} \qquad [y = y_0]$$

bulunur. Burada $v_{x0} = v_0 \cos\theta_0$ ve $v_{y0} = v_0 \sin\theta_0$ kullandık Bu aradığımız sonuçtur. $2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$ trigonometrik özdeşliği (Ek A veya arka kapak içinde) kullanılarak sonuç yeniden yazılırsa:

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}. \qquad [\text{yalnız eğer } y \text{ (son)} = y_0 \text{ ise}]$$

Görüyoruz ki verilen bir ilk hız v_0, için maksimum erim, $\sin 2\theta$'nın maksimum değeri $2\theta_0 = 90°$ için 1.0 olduğunda elde edilir; dolayısıyla

Maksimum erim $\theta_0 = 45^0$ ve $R_{maks} = v_0^2/g$

bulunur. [Hava direnci önemli olduğu zaman verilen bir v_0 için erim daha azdır ve maksimum erim açı, 45°den daha küçük olduğunda elde edilir.]

NOT Maksimum erim v_0'ın karesiyle artar, öyleyse top güllesinin topun ağzındaki hızının iki kat artması, maksimum erimi 4 kat arttırır.

(*b*) Yeni türettiğimiz denklemde R = 320 m yazıp (gerçekdışı bir durum olsa da hava direncinin olmadığını varsayarak) çözeriz:

$$\sin 2\theta_0 = \frac{Rg}{v_0^2} = \frac{(320\text{ m})(9.80\text{ m/s}^2)}{(60.0\text{ m/s})^2} = 0.871.$$

θ_0 açısı için 0° ve 90° arasında bir çözüm bulmak istiyoruz, yani bu denklemde $2\theta_0$ en fazla 180° olabilir. Böylece $2\theta_0 = 60.6°$ bir çözümdür, fakat $2\theta_0 = 180° - 60.6° = 119.4°$ de aynı zamanda bir çözümdür (Bknz. Ek A–9) Genel olarak iki çözümümüz olacaktır (Bknz. Şek.3-27b). Bunlar şimdiki durumda

$$\theta_0 = 30.3° \text{ veya } 59.7°$$

ile verilmektedir. Her iki açı da, aynı erimi verir. Yalnızca $\sin 2\theta_0 = 1$ (yani $\theta_0 = 45°$) olduğunda tek bir çözüm vardır (bu durumda her iki çözüm de aynıdır).

ALIŞTIRMA F Merminin maksimum erimi 100 m olarak bulunur. Eğer mermi 82 m uzaklıkta bir mesafede yere çarparsa fırlatıldığı açı nedir? (*a*) 35° or 55°; (*b*) 30° ve 60°; (*c*) 27.5° ve 72.5°; (*d*) 13.75° ve 76.25°.

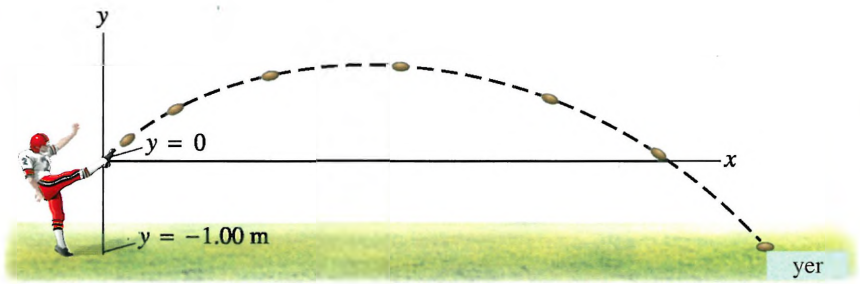
Örnek 3–10'daki erim formülü sadece kalkış ve iniş aynı yükseklikte ($y = y_0$) ise uygulanır. Aşağıdaki Örnek 3–11'de yüksekliklerin eşit olmadığı $(y \neq y_0)$ bir durum dikkate alınacaktır.

ÖRNEK 3–11 **Topa havada vuruş.** Örnek 3–7'deki futbol topuna havada vurulduğunu ve vuranın ayağı yerden 1.00 m yukarıda iken topun ayaktan ayrıldığını varsayalım. Futbol topu yere çarpmadan önce ne kadar yol alır? $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ alınız.

FİZİK UYGULAMALARI
Spor örnekleri

PROBLEM ÇÖZME
Formülün geçerlilik aralığının probleme uyduğundan emin olmadan herhangi bir formülü uygulamayın; erim formülü buraya uygulanmaz çünkü $y \neq y_0$

YAKLAŞIM x ve y hareketleri yine ayrı ayrı ele alınır. Fakat Örnek 3-10'daki menzil formülünü kullanamayız çünkü bu formül sadece y (son) $= y_o$ olduğunda geçerlidir ama burada durum bu değildir. Şimdi $y_o = 0$, fakat futbol topu y = –1.00 m'de yere çarpıyor (Bknz. Şek. 3–28). Top ayaktan ayrıldığı zaman başlayan ($t = 0$, $y_o = 0$, $x_o = 0$) ve top yere ($y = -1.00$m) çarpmadan hemen önce sona eren zaman aralığımızı seçelim. Örnek 3–7'den $v_{x0} = 16.0$ m/s olduğunu bildiğimiz için Dnk. 2-12b' den, $x = v_{x0}\,t$, x' i buluruz. Fakat önce, y hareketinden, topun yere çarptığı t zamanını bulmalıyız.



ŞEKİL 3–28 Örnek 3-11: Futbol topu, havada ona vuran sporcunun ayağından $y = 0$'da ayrılıyor ve yere $y = -1.00$ m'de ulaşıyor.

ÇÖZÜM $y = -1.00\,\text{m}$ ve $v_{y0} = 12.0\,\text{m/s}$ ile (bknz. Örnek 3-7) aşağıdaki eşitliği kullanırız

$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

ve

$$-1.00\,\text{m} = 0 + (12.0\,\text{m/s})t - (4.90\,\text{m/s}^2)t^2$$

elde ederiz. Bu eşitliği $(ax^2 + bx + c = 0)$ formunda yeniden düzenlersek ikinci dereceden denklemlerin çözümünü veren formülü kullanabiliriz:

$$(4.90\,\text{m/s}^2)t^2 - (12.0\,\text{m/s})t - (1.00\,\text{m}) = 0.$$

İkinci derecen formül (Ek A-1) aşağıdaki çözümü verir:

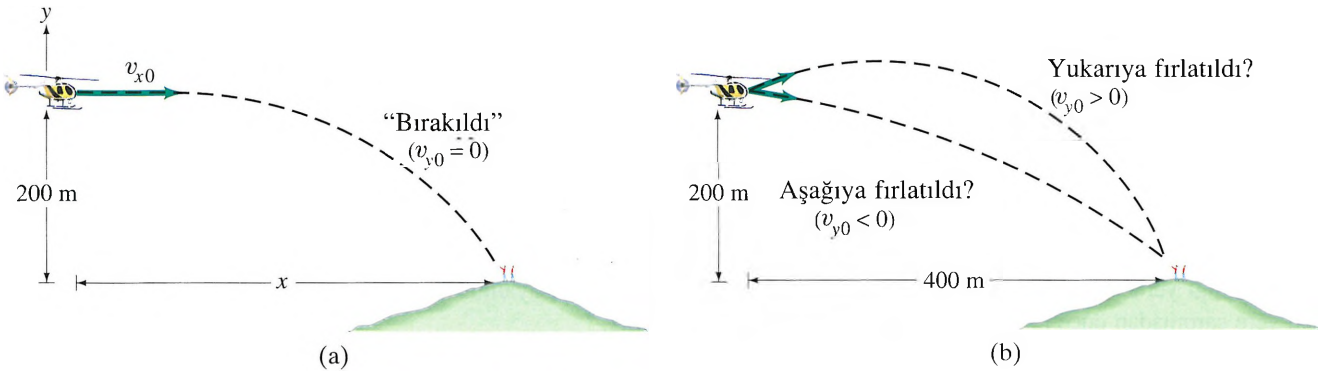
$$t = \frac{12.0\,\text{m/s} \pm \sqrt{(-12.0\,\text{m/s})^2 - 4(4.90\,\text{m/s}^2)(-1.00\,\text{m})}}{2(4.90\,\text{m/s}^2)}$$

$$= 2.53\,\text{s} \text{ veya } -0.081\,\text{s}.$$

İkinci çözüm kullanılamaz çünkü topa vuruşla başlayan seçtiğimiz zaman aralığından daha önceki zamana karşılık gelmektedir. $t = 2.53$ s topun yere dokunduğu anı belirler: Topun aldığı yatay mesafe (Örnek 3-7'den $v_{x0} = 16.0$ m/s kullanarak)

$$x = v_{x0}t = (16.0\,\text{m/s})(2.53\,\text{s}) = 40.5\,\text{m}$$

bulunur. Örnek 3–7'deki topun ayaktan yer seviyesinde ayrıldığı varsayımı, topa havada vurulduğu durumda gittiği mesafenin 1.3 m daha kısa hesaplanmasına yol açar.



ŞEKİL 3–29 Örnek 3-12.

FİZİK UYGULAMALARI
Hareketli bir helikopterden bir hedefe ulaşma

ÖRNEK 3–12 Yardım helikopteri malzeme bırakıyor. Bir yardım helikopteri 200 m aşağıdaki bir kayalığın tepesinde mahsur kalmış dağcılara bir yardım paketi bırakmak istiyor. Eğer helikopter 70 m/s (250 km/sa) hızla yatay olarak hareket ediyorsa (*a*) paket bırakıldığında alıcılarla aradaki yatay uzaklık ne kadar olmalıdır (Şek.3-29a)? (*b*) Helikopterin, paketi dağcıların önünde 400 m yatay mesafe varken bıraktığını varsayalım. Paketin dağcıların bulunduğu noktaya varabilmesi için pakete verilmesi gereken (yukarı veya aşağı doğru) düşey hız nedir (Şek.3-29b)? (*c*) İkinci durumda paket yere hangi hızla iner?

YAKLAŞIM *xy* koordinat sistemimizin orijinini helikopterin ilk konumunda seçip +*y*'yi yukarı yönde alarak kinematik denklemleri kullanalım (Tablo 3–2).

ÇÖZÜM (*a*) 200 m düşey yüksekliği kullanarak dağcılara ulaşmak için geçecek zamanı bulabiliriz. Paket bırakıldığında başlangıçta helikopterin hızına sahiptir $v_{x0} = 70\ \text{m/s}$, $v_{y0} = 0$. O zaman $y = -\frac{1}{2}gt^2$ olduğundan

$$t = \sqrt{\frac{-2y}{g}} = \sqrt{\frac{-2(-200\ \text{m})}{9.80\ \text{m/s}^2}} = 6.39\ \text{s}$$

buluruz. Düşen paket yatay doğrultuda 70 m/s sabit hızla hareket etmektedir. Bu durumda *x*, iki anlamlı rakama kadar

$$x = v_{x0}t = (70\ \text{m/s})(6.39\ \text{s}) = 447\ \text{m} \approx 450\ \text{m}$$

olur.

(*b*) Bize $x = 400\ \text{m}$, $v_{x0} = 70\ \text{m/s}$, $y = -200\ \text{m}$, değerleri veriliyor ve biz v_{y0}'ı bulmak istiyoruz (bknz. Şek.3-29b) Çoğu problemler gibi, buna da farklı yollardan yaklaşılabilir. Uygulayabileceğimiz bir ya da iki formülü aramak yerine (*a*) şıkkında yaptığımızı temel alarak basit bir yolla sonucu bulmaya çalışalım. Eğer *t*'yi biliyorsak belki v_{y0}'ı bulabiliriz. Paketin yatay hareketi sabit hızla olduğundan (helikopterin paketi bıraktıktan sonraki hareketi ile ilgilenmiyoruz), $x = v_{x0}t$, bağıntısından

$$t = \frac{x}{v_{x0}} = \frac{400\ \text{m}}{70\ \text{m/s}} = 5.71\ \text{s}$$

bulunur. Düşey hareketi kullanarak v_{yo}'ı elde etmeyi deneyelim: $y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$ 'den $y_0 = 0$ ve $y = -200\ \text{m}$ alarak v_{y0} için:

$$v_{y0} = \frac{y + \frac{1}{2}gt^2}{t} = \frac{-200\ \text{m} + \frac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(5.71\ \text{s})^2}{5.71\ \text{s}} = -7.0\ \text{m/s}$$

bulunur. Böylece paketin tam dağcıların bulunduğu yere varabilmesi için helikopterden 7.0 m/s hızla aşağıya doğru bırakılması gerekir.

(*c*) $t = 5.71$ s'de paketin *v* hızını bilmek istiyoruz. Bileşenler şöyle bulunur:

$$v_x = v_{x0} = 70\ \text{m/s}$$
$$v_y = v_{y0} - gt = -7.0\ \text{m/s} - (9.80\ \text{m/s}^2)(5.71\ \text{s}) = -63\ \text{m/s}$$

Böylece $v = \sqrt{(70\ \text{m/s})^2 + (-63\ \text{m/s})^2} = 94\ \text{m/s}$. (En iyisi paketi böyle bir yükseklikten bırakmamak veya bir paraşüt kullanmaktır.)

Eğik Atış Paraboliktir

Şimdi, hava direncini ihmal eder ve $\vec{\mathbf{g}}$'yi sabit varsayarsak eğik atış yapan bir cismin takip ettiği yolun parabol olduğunu göstereceğiz. Bunu yapabilmek için yatay ve düşey hareket için verilen iki eşitlik (Tablo 3-2'de Dnk.2-12b) arasında t'yi eleyerek y'yi x'in bir fonksiyonu olarak bulmamız gereklidir, basit olsun diye $x_0 = y_0 = 0$ alalım:

$$x = v_{x0}t$$
$$y = v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 .$$

İlk denklemden $t = x/v_{x0}$, buluruz ve bunu ikinci denklemde yerine yazarak

$$y = \left(\frac{v_{y0}}{v_{x0}}\right)x - \left(\frac{g}{2v_{x0}^2}\right)x^2 \qquad \textbf{(3–14)}$$

elde ederiz. Görüyoruz ki y, x'in bir fonksiyonu olarak

$$y = Ax - Bx^2$$

şeklindedir. Burada A ve B belli bir eğik atış hareketi için sabittirler. Bu iyi bilinen bir parabol denklemidir. Bknz. Şek. 3–19 ve 3–30.

Eğik atış hareketinin bir parabol olduğu fikri, Galileo'nun zamanında fizik araştırmalarının en önde konusuydu. Bugün onu Fiziğe Giriş'in 3. Bölümünde tartışıyoruz!

ŞEKİL 3–30 Eğik atış hareketinin örnekleri-kıvılcımlar (küçük, sıcak, parlayan metal parçaları), su ve havai fişekler. Eğik atışın karakteristik parabolik yörüngesi hava direncinden etkilenmektedir.





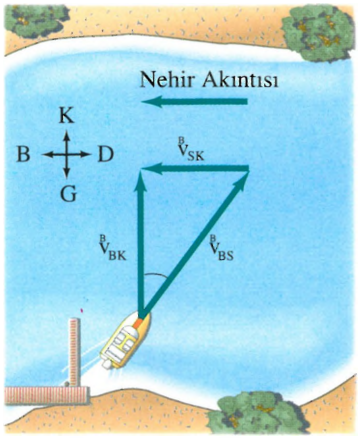


3–9 Bağıl Hız

Şimdi farklı referans çerçevelerinde yapılan gözlemlerin birbirleriyle olan ilişkisini ele alacağız. Örneğin, her biri Dünya'ya göre 80 km/sa hızla birbirlerine yaklaşan iki treni düşünelim. Tren raylarının yanında duran Dünya'daki gözlemciler her bir trenin hızı için 80 km/sa ölçecektir. Trenlerden herhangi birinde bulunan gözlemciler (farklı bir referans çerçevesi) ise kendilerine yaklaşan trenin hızını 160 km/sa ölçecektir.

Benzer şekilde, bir araba 90 km/sa ile giderken aynı yönde 75 km/sa ile seyahat eden ikinci bir arabayı geçtiğinde, ilk arabanın ikinci arabaya göre hızı 90 km/sa – 75 km/sa = 15 km/sa'tir.

Hızlar aynı doğrultu boyunca olduğu zaman, bağıl hızı elde etmek için basit toplama veya çıkarma işlemleri yeterlidir. Fakat eğer aynı doğrultuda değillerse, vektör toplamını kullanmak zorundayız. Burada, Kısım 2–1'de bahsedildiği gibi, bir hızı belirlerken hangi referans çerçevesine göre olduğunu belirtmenin önemli olduğunu vurgulamalıyız.



ŞEKİL 3–31 Nehrin tam olarak karşısına geçmek için bot akıntıya karşı θ açısında yönelmelidir. Hız vektörleri yeşil oklarla gösterilmektedir:

$\vec{v}_{BK}$ = Botun Kıyıya göre hızı

$\vec{v}_{BS}$ = Botun Suya göre hızı

$\vec{v}_{SK}$ = Suyun Kıyıya göre hızı (nehir akıntısı)

Bağıl hızı belirlerken, yanlış hızları toplayarak veya çıkararak hata yapmak çok kolaydır. Bu yüzden önemli olan bir diyagram çizmek ve dikkatli bir işaretleme yöntemi kullanmaktır. Her hız *iki alt indisle verilir: İlki cismi, ikincisi cismin bu hıza sahip olduğu referans çerçevesini gösterir.* Örneğin, Şek. 3–31'de gösterildiği gibi bir botun nehrin karşı tarafına geçeceğini varsayalım. **B**otun **S**uya göre hızını $\vec{v}_{BS}$ olarak tanımlayalım. (Bu aynı zamanda eğer su durgunsa, botun kıyıya göre hızıdır.) Benzer şekilde $\vec{v}_{BK}$ **B**otun **K**ıyıya göre hızı ve $\vec{v}_{SK}$ **S**uyun **K**ıyıya göre hızıdır (bu nehrin akıntısıdır). Burada $\vec{v}_{BS}$ botun motorunun (suya karşı) ürettiği hız iken, $\vec{v}_{BK}$ nın $\vec{v}_{BS}$ ile akıntının etkisi $\vec{v}_{SK}$ 'nın toplamına eşit olduğuna dikkat ediniz. Bu yüzden, botun kıyıya göre hızı (vektör diyagramına bakınız, Şek. 3–31)

$$\vec{v}_{BK} = \vec{v}_{BS} + \vec{v}_{SK} \qquad \textbf{(3–15)}$$

şeklinde yazılabilir. Alt indisleri bu şekilde yazdığımızda, Dnk.3–15'in sağ tarafındaki iç alt indislerin (iki S'nin) aynı ve Dnk. 3-15'in sağ tarafındaki dış alt indislerin (B ve K) soldaki toplam vektörün, $\vec{v}_{BK}$ iki alt indisiyle aynı olduğunu görüyoruz. Bu kuralı izleyerek (ilk alt indis cisim için, ikincisi referans çerçevesi için) farklı referans çerçevelerindeki hızlarla ilişkili doğru denklemleri yazabilirsiniz.* Şekil 3–32'de Dnk.3-15'in türetilmesi verilmektedir.

Denklem 3–15 genelde geçerlidir ve üç veya daha çok hıza genişletilebilir. Örneğin, botta bulunan bir adam bota göre $\vec{v}_{AB}$ hızı ile yürürken, onun kıyıya göre göreli hızı $\vec{v}_{AK} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BS} + \vec{v}_{SK}$ olur. Bağıl hızlar içeren denklemlerin doğru olması için, komşu iç indisler aynı olmalı ve en dıştaki alt indisler, tam olarak denklemin solundaki hızın alt indislerine karşılık gelmelidir. Fakat bu sadece artı işaretle (sağ tarafta) çalışır, eksi işaret varsa çalışmaz.

A ve B gibi iki cisim veya iki referans çerçevesi için şunun hatırlanması yararlıdır: A'nın B'ye göre hızı, B'nin A'ya göre hızı ile aynı büyüklükte fakat zıt yöndedir:

$$\vec{v}_{BA} = -\vec{v}_{AB}. \qquad \textbf{(3–16)}$$

Örneğin, eğer bir tren Dünya'ya göre belli bir yönde 100 km/sa'lik bir hızla ilerliyorsa, trendeki bir gözlemciye Dünya üzerindeki cisimler (ağaçlar gibi) zıt yönde 100 km/sa'lik bir hızla ilerliyor gibi görülür.

*Böylece bir göz atarak (örneğin) $\vec{V}_{BS} = \vec{V}_{BK} + \vec{V}_{SK}$ denkleminin yanlış olduğunu görürüz.

ŞEKİL 3–32 Bir trenin koridoru boyunca yürüyen bir adamın durumu için bağıl hız denkleminin türetilmesi (Dnk. 3–15). Trene yukarıdan bakıyoruz ve iki referans çerçevesi görülüyor: Dünya üzerindeki xy ve trende durağan x' y' çerçeveleri

$\vec{r}_{AT}$ = Trene (T) göre adamın (A) konum vektörü,

$\vec{r}_{AD}$ = Dünyaya (D) göre adamın (A) konum vektörü,

$\vec{r}_{TD}$ = Dünyaya (D) göre trenin (T) koordinat sisteminin konum vektörü,

Diyagramdan

$\vec{r}_{AD} = \vec{r}_{AT} + \vec{r}_{TD}$

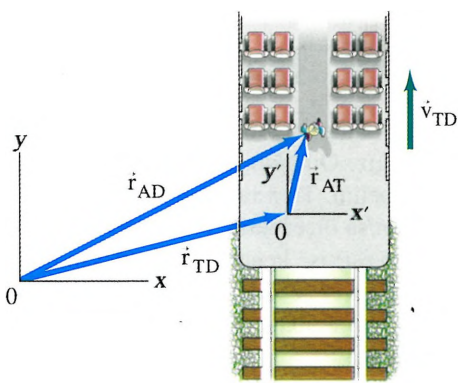
olduğunu görürüz. Hızları elde etmek için zamana göre türevini alırız:

$$\frac{d}{dt}(\vec{r}_{AD}) = \frac{d}{dt}(\vec{r}_{AT}) + \frac{d}{dt}(\vec{r}_{TD})$$

veya $d\vec{r}/dt = \vec{v}$, olduğundan

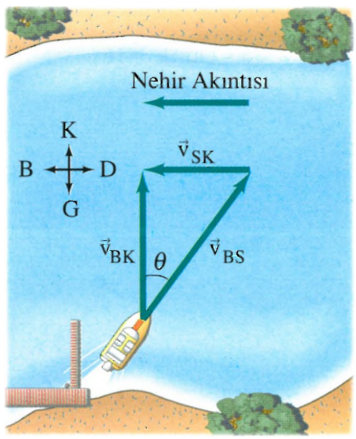
$$\vec{r}_{AD} = \vec{r}_{AT} + \vec{r}_{TD}.$$

Bu eşitlik şimdiki durum için Dnk. 3-15'e denktir (Alt indisleri kontrol edin!).



KAVRAMSAL ÖRNEK 3–13 **Bir nehri karşıdan karşıya geçmek.** Bir kadın küçük bir motorlu botla batıya doğru kuvvetli bir akıntıyla akan bir nehri geçmeye çalışıyor. Kadın güneydeki kıyıdan yola çıkıyor ve kuzey kıyıda başladığı noktanın tam kuzeyindeki noktaya varmak istiyor. Kadın (*a*) kuzeye doğru mu, (*b*) batıya doğru mu, (*c*) kuzey-batıya doğru mu, (*d*) kuzey-doğuya doğru mu yönelmelidir?

YANIT Eğer kadın nehrin tam karşısına doğru yönelirse, akıntı botu aşağıya doğru (batıya doğru) sürükleyecektir. Nehrin batıya doğru akıntısının üstesinden gelebilmek için, bot kuzeye doğru olan hız bileşenine ek olarak bir de doğuya doğru bir hız bileşenine sahip olmalıdır. Dolayısıyla bot (*d*) kuzey-doğuya doğru gitmelidir (Bknz. Şek. 3-23). Gerçek açı akıntının şiddetine ve botun suya göre ne kadar hızla hareket ettiğine bağlıdır. Eğer akıntı zayıf ve motor güçlüyse o zaman bot tam olarak değil fakat hemen hemen, kuzeye yönelebilir.



ŞEKİL 3–33 Örnek 3-13 ve 3-14

ALIŞTIRMA 3–14 **Akıntıya karşı yönelme** Durgun suda bir botun hızı $v_{BS} = 1.85\ \text{m/s}$ 'dir. Eğer bot, akıntı hızı = 1.20 m/s olan bir nehirde tam karşıdaki noktaya geçecekse botun akıntıya karşı yöndeki yönelme açısı ne olmalıdır? (Bknz Şek.3–33.)

YAKLAŞIM Örnek 3–13'te önerdiğimiz gibi Dnk.3-15'teki gibi alt indisleri kullanırız. Şek.3-33'te, **B**otun **K**ıyıya göre hızı $\vec{\mathbf{v}}_{BK}$, doğrudan nehrin karşısını gösterecek şekilde çizilmiştir çünkü bu botun gitmesi istenen yöndür. $\vec{\mathbf{v}}_{BK} = \vec{\mathbf{v}}_{BS} + \vec{\mathbf{v}}_{SK}$ olduğuna dikkat edin.)Bunu başarmak için bot, aşağıya doğru akan akıntının etkisini yok etmek üzere akıntıya karşı yönelmelidir.

ÇÖZÜM Vektör $\vec{\mathbf{v}}_{BS}$ gösterildiği gibi θ açısında akıntıya karşı yönelir. Diyagramdan

$$\sin\theta = \frac{v_{SK}}{v_{BS}} = \frac{1.20\ \text{m/s}}{1.85\ \text{m/s}} = 0.6486$$

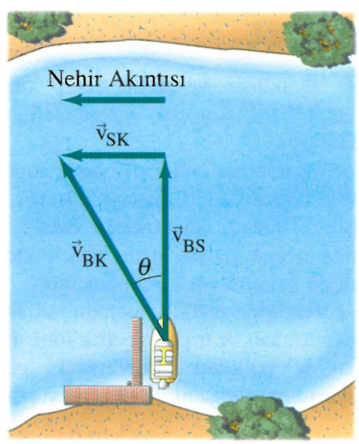
buradan $\theta = 40.4°$ bulunur, yani bot 40.4°'lik bir açıyla akıntıya karşı yönelmelidir.

ALIŞTIRMA 3–15 **Nehrin karşısına yönelme.** Aynı bot $(v_{BS} = 1.85\ \text{m/s})$ şimdi akıntı hızı 1.20 m/s olan nehrin tam karşısına yöneliyor. (*a*) Botun kıyıya göre hızı (büyüklüğü ve yönü) nedir? (*b*) Eğer nehir 110 m genişlikte ise karşıya geçmek ne kadar zaman alacaktır ve bot akıntı yönünde ne kadar sürüklenecektir?

YAKLAŞIM Şek. 3-34'te gösterildiği gibi bot şimdi nehrin tam karşısına yöneliyor ve akıntıyla sürükleniyor. Önceden tanımlandığı gibi botun kıyıya göre hızı $\vec{\mathbf{v}}_{BK}$, suya göre hızı $\vec{\mathbf{v}}_{BS}$, ile suyun kıyıya göre hızının, $\vec{\mathbf{v}}_{SK}$ toplamıdır:

$$\vec{\mathbf{v}}_{BK} = \vec{\mathbf{v}}_{BS} + \vec{\mathbf{v}}_{SK}.$$

ŞEKİL 3–34 Örnek 3–15. Bir bot 1.20 m/s hızında akıntısı olan bir nehrin tam karşına yöneliyor.



ÇÖZÜM (*a*) $\vec{\mathbf{v}}_{BS}$, $\vec{\mathbf{v}}_{SK}$ 'ya dik olduğundan v_{BK}'yi elde etmek için Pisagor teoremini kullanabiliriz:

$$v_{BK} = \sqrt{v_{BS}^2 + v_{SK}^2} = \sqrt{(1.85\ \text{m/s})^2 + (1.20\ \text{m/s})^2} = 2.21\ \text{m/s}.$$

Açıyı (θ'nın diyagramda nasıl tanımlandığına dikkat ediniz) aşağıdaki formülden elde edebiliriz:

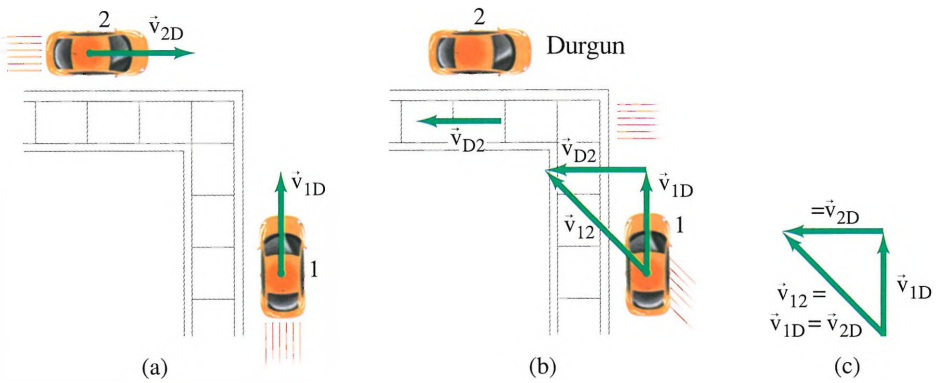
$$\tan\theta = v_{SK}/v_{BS} = (1.20\ \text{m/s})/(1.85\ \text{m/s}) = 0.6486.$$

Böylece $\theta = \tan^{-1}(0.6486) = 33.0°$ bulunur. Bu açının Örnek 3-14'te hesaplanan açıya eşit olmadığına dikkat ediniz.

(*b*) Botun seyahat süresini, onun nehrin karşısına geçişi belirler. Nehrin genişliği $D = 110$ m olarak verildiğine göre, D yönündeki hız bileşenini kullanabiliriz, $v_{BS} = D/t$. Buradan t' yi $t = 110\ \text{m}/1.85\ \text{m/s} = 59.5\ \text{s}$ buluruz. Bu sürede botun akıntı yönünde sürüklendiği mesafe

$$d = v_{SK}\,t = (1.20\ \text{m/s})(59.5\ \text{s}) = 71.4\ \text{m} \approx 71\ \text{m}\ \text{bulunur.}$$

NOT Bu örnekte ivme yoktur, hareket sadece sabit hızları (botun veya nehrin hızı) içerir.



ŞEKİL 3–35 Örnek 3–16

ALIŞTIRMA 3–16 **90°'de araba hızları.** Şek.3-35 a'da gösterildiği gibi iki araba, birbirlerine dik açıda, bir kavşağa 40.0 km/sa(=11.11 m/s)'lik eşit hızlarla yaklaşıyorlar. Arabalardan birinin diğerine göre hızı nedir? 1. arabanın hızını 2. arabaya göre tanımlayınız.

YAKLAŞIM Şekil 3-35a, Dünya'ya göre durgun bir referans çerçevesindeki durumu gösteriyor. Fakat biz olaya Şek. 3-35b'de gösterildiği gibi 2. arabanın durgun olduğu bir referans çerçevesinden bakmak istiyoruz. Bu referans çerçevesinde (2. arabanın sürücüsünün gördüğü) Dünya 2. arabaya doğru $\vec{\mathbf{v}}_{2D}$ (40.0 km/sa) hızıyla hareket eder bu hız 2. arabanın Dünya'ya göre hızı olan $\vec{\mathbf{v}}_{2D}$'ye eşit ve zıt yönlüdür (Dnk. 3-16):

$$\vec{\mathbf{v}}_{2D} = -\vec{\mathbf{v}}_{2D}$$

Bu durumda 1. arabanın 2. arabadan görülen hızı (Dnk. 3-15)

$$\vec{\mathbf{v}}_{12} = \vec{\mathbf{v}}_{1D} + \vec{\mathbf{v}}_{D2} \quad \text{olur.}$$

ÇÖZÜM $\vec{\mathbf{v}}_{D2} = -\vec{\mathbf{v}}_{2D}$ olduğundan.

$$\vec{\mathbf{v}}_{12} = \vec{\mathbf{v}}_{1D} - \vec{\mathbf{v}}_{2D}$$

elde edilir. 1. arabanın 2. arabadan görülen hızı, Dünyaya göre ölçülen hızlarının farkıdır, $\vec{\mathbf{v}}_{1D} - \vec{\mathbf{v}}_{2D}$ (Bknz. Şek.3-35c). $\vec{\mathbf{v}}_{1D}$, $\vec{\mathbf{v}}_{2D}$ ve $\vec{\mathbf{v}}_{D2}$ 'nin büyüklükleri eşit (40.9 km/sa = 11.11 m/s) olduğundan, (Şek. 3-35b)'den $\vec{\mathbf{v}}_{12}$ vektörünün 2. arabaya doğru 45° açıda yöneldiğini görürüz, hızı şöyle bulunur:

$$v_{12} = \sqrt{(11.11\,\text{m/s})^2 + (11.11\,\text{m/s})^2} = 15.7\,\text{m/s}\ (= 56.6\,\text{km/sa}).$$

Özet

Bir büyüklüğe ve yöne sahip olan bir nicelik **vektör** olarak adlandırılır. Bir nicelik sadece bir büyüklüğe sahip ise **skaler** olarak adlandırılır.

Vektörlerin grafiksel olarak toplanması, her okun (her ok bir vektörü temsil eder) kuyruğunu bir öncekinin ucuna yerleştirilerek yapılır. Toplam, veya **bileşke vektör,** birincinin kuyruğundan sonuncunun ucuna çizilen oktur. İki vektör aynı zamanda paralel kenar metodu kullanılarak da toplanabilir.

Vektörler, analitik metodu kullanarak, yani seçilen eksenler boyunca uzanan ve trigonometrik fonksiyonların yardımıyla hesaplanabilen **bileşenlerini** toplayarak, çok daha hassas bir biçimde toplanabilir. x ekseni ile θ açısı yapan V büyüklüğünde bir vektör

$$V_x = V\cos\theta \qquad V_y = V\sin\theta \qquad \textbf{(3–2)}$$

bileşenlerine sahiptir. Bileşenler verilmişse vektörün büyüklüğü ve yönü

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, \qquad \tan\theta = \frac{V_y}{V_x} \qquad \textbf{(3–3)}$$

bağıntılarından bulunabilir. Genellikle, bir vektörü seçilen eksenler boyunca uzanan bileşenleri cinsinden, **birim vektörleri** kullanarak ifade etmek faydalıdır. Birim vektörler seçilen koordinat eksenleri boyunca birim uzunluktaki vektörlerdir Kartezyen koordinatlar için x, y ve z eksenleri üzerindeki birim vektörler $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ ve $\hat{\mathbf{k}}$ olarak adlandırılır.

Bir parçacığın (bir, iki veya üç boyutta) **anlık hız, $\vec{\mathbf{v}}$ ve anlık ivmesi** $\vec{\mathbf{a}}$, için genel tanımlar

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} \qquad \textbf{(3–8)}$$

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}, \qquad \textbf{(3–11)}$$

şeklinde verilir. Burada $\vec{\mathbf{r}}$ parçacığın konum vektörüdür. Sabit ivme ile hareketin kinematik denklemleri hareketin x, y ve z bileşenlerinin her biri için yazılabilir ve bir boyutlu hareket için olanlarla aynı forma sahiptir (Dnk. 2-12). Veya daha genel vektör formunda yazılabilir:

$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_0 + \vec{\mathbf{a}}t$$
$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_0 + \vec{\mathbf{v}}_0 t + \tfrac{1}{2}\vec{\mathbf{a}}t^2. \qquad \textbf{(3–13)}$$

Dünya yüzeyine yakın bir yerde, havada hareket eden bir cismin **eğik atış hareketi**, eğer hava direnci ihmal edilebilirse iki ayrı

hareket gibi analiz edilebilir. Hareketin yatay bileşeni sabit hızdadır, oysa ki düşey bileşen, düşey olarak yerçekiminin etkisi altında düşen bir cisimde olduğu gibi g sabit ivmesindedir,

Bir referans çerçevesine göre cismin hızı, onun ikinci bir referans çerçevesine göre olan hızı ve iki referans çerçevesinin **bağıl hızı** biliniyorsa bunların vektör toplamı ile bulunabilir.

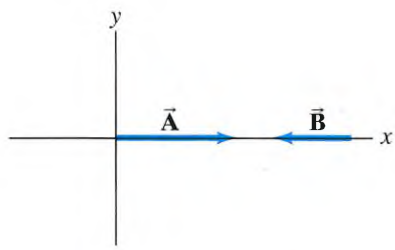
Sorular

1. Bir araba doğuya doğru 40 km/sa ile ve bir diğer araba kuzeye doğru 40km/sa ile ilerliyor. Hızları eşit midir? Açıklayın.
2. Bir arabanın sürat göstergesi sabit 60 km/sa gösteriyorsa onun ivmelenmediği sonucuna varabilir misiniz?
3. Büyük mesafeler boyunca seyahat eden fakat yerdeğiştirmesi sıfır olan bir cismin hareketine birkaç örnek verebilir misiniz?
4. İki boyutta hareket eden bir parçacık için yerdeğiştirme vektörü, parçacığın aynı zaman aralığında gittiği yoldan daha uzun olabilir mi? Daha kısa olabilir mi? Tartışın.
5. Beyzbol antremanı sırasında, bir vurucu çok yükseğe uçan topa vurur ve düz bir çizgi boyunca koşup onu yakalar. Hangisi daha büyük yerdeğiştirmeye sahiptir, oyuncu mu yoksa top mu?
6. Eğer $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$ ise V mutlaka V_1 ve/veya V_2'den daha büyük müdür? Tartışın.
7. $V_1 = 3.5$ km ve $V_2 = 4.0$ km uzunluklarına sahip iki vektörün toplamının büyüklüğünün maksimum ve minimum değerleri nedir?
8. Eşit olmayan büyüklükte iki vektörün toplanması sıfır vektörü verebilir mi? Eşit olmayan üç vektör için olabilir mi? Hangi koşullar altında?
9. Bir vektörün büyüklüğü, bileşenlerinden birine her zaman (*a*) eşit, veya (*b*) daha küçük olabilir mi?
10. Sabit bir sürata sahip bir parçacık ivmeleniyor olabilir mi? Eğer sabit bir hıza sahip ise olabilir mi?
11. Bir arabanın odometresi (mesafe ölçer) bir vektör niceliği mi yoksa bir skaler niceliği mi ölçer? Sürat ölçer için ne dersiniz?
12. Bir çocuk sapanının bir taşa kazandırdığı sürati belirlemek istiyor. Bunu sadece bir çubuk metre, bir taş ve bir sapan kullanarak nasıl yapabilir?
13. Okçulukta, ok doğrudan hedefe mi nişan alınmalıdır? Nişan aldığınız açı hedefe olan uzaklığa bağlı mıdır?
14. Bir mermi yataya göre 30^0'lik açıda yukarıya doğru 30 m/s hızla fırlatılmıştır. Hava direncini ihmal ederek, fırlatıldıktan bir saniye sonraki hızının yatay bileşeni, fırlatıldıktan iki saniye sonraki yatay bileşeni ile karşılaştırılırsa nasıldır?
15. Eğik atış yapan bir cisim, yörüngesi üzerinde hangi noktada en düşük sürate sahiptir?
16. Birinci Dünya Savaşında, bir pilotun 2 km yükseklikte uçarken uçağa gönderilen bir mermiyi çıplak elle yakaladığı bildirilmiştir. Hava direncinden dolayı merminin önemli ölçüde yavaşladığı gerçeğini kullanarak, bu olayın nasıl gerçekleştiğini açıklayın?
17. A ve B gülleleri yerden eşit hızlarla ve θ_A , θ_B 'den daha büyük olacak şekilde ateşleniyor. (*a*) Hangi gülle daha yükseğe ulaşır? (*b*) Hangisi havada daha uzun kalır? (*c*) Hangisi daha uzağa gider?
18. Sabit hızda hareket eden kapalı bir tren vagonunda oturan bir kadın bulunduğu referans çerçevesinde tam yukarıya doğru bir top fırlatıyor. (*a*) Top nerede yere iner? Eğer araba (*b*) hızlanırsa, (*c*) yavaşlarsa, (*d*) bir virajı dönerse, (*e*) sabit bir hızla gider fakat açık bir vagon olursa yanıtınız ne olur?
19. Siz bir trende giderken komşu rayda aynı yönde ilerleyen bir başka treni geçerseniz, diğer treni ters yönde gidiyor gibi görürsünüz. Niçin?
20. Durgun suda aynı süratte kürek çeken iki kürekçi, bir nehrin karşısına geçmek için aynı zamanda yola çıkarlar. Biri, doğrudan karşıya yönelir ve akıntıyla aşağıya doğru çekilir. Diğeri, başlangıç noktasının tam karşısındaki bir noktaya varmak için akıntıya ters yünde bir açıda ilerler. Hangi kürekçi karşı kıyıya ilk önce varır?
21. Yağmur damlalarının düşey olarak düştüğü bir sağanak yağmurda eğer bir şemsiye altında hareketsiz durursanız, nispeten kuru kalırsınız. Buna karşın eğer koşmaya başlarsanız, bacaklarınız şemsiyenin altında kalsa bile yağmur onları ıslatacaktır. Niçin?

Problemler

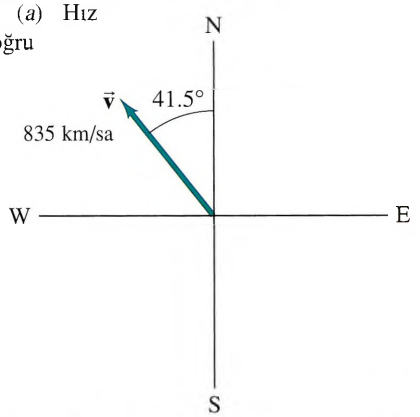
3–2'den 3–5'e kadar Vektör Toplamı; Birim Vektörler

1. (I) Bir araba 225 km batıya ve sonra 78 km güneybatıya (45°) sürülüyor. Arabanın başlangıç noktasından yerdeğiştirmesi (büyüklük ve yön) nedir? Bir diyagram çiziniz.
2. (I) Bir dağıtım kamyonu 28 blok kuzeye, 16 blok doğuya ve 26 blok güneye yol alıyor. Başlangıçtan itibaren kamyonun son yerdeğiştirmesi nedir? Blokların eşit uzunlukta olduğunu varsayınız.
3. (I) Eğer $V_x = 7.80$ birim ve $V_y = -6.40$ birim ise $\vec{\mathbf{V}}$ 'nin yönünü ve büyüklüğünü bulunuz.
4. (II) Birbirini takip eden üç vektör yerdeğiştirmesinin bileşkesini grafik çizerek belirleyiniz: (1) 24 m, doğunun 36^0 kuzeyi; (2) 18 m, kuzeyin 37^0 doğusu ve (3) 36 m, güneyin 33^0 batısı.
5. (II) $\vec{\mathbf{V}}$, 24.8 birim büyüklüğünde bir vektör olup negatif x ekseni üzerinde 23.4°'lik bir açıda yöneliyor (*a*) Bu vektörü çiziniz. (*b*) V_x ve V_y 'yi hesaplayınız. (*c*) V_x ve V_y'yi kullanarak $\vec{\mathbf{V}}$ 'nin yönünü ve büyüklüğünü (tekrar) bulunuz. [*Not*: (*c*) şıkkı, vektörünüzü bileşenlerine doğru ayırıp ayırmadığınızı kontrol etmenin iyi bir yoludur.
6. (II) Şekil 3-36 $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$, vektörlerini göstermektedir, $A = 6.8$ birim ve $B = 5.5$ birim büyüklüktedir. Eğer (*a*) $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$, (*b*) $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$, (*c*) $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{A}}$ ise $\vec{\mathbf{C}}$'yi tanımlayınız. Her biri için yön ve büyüklüğü bulunuz.



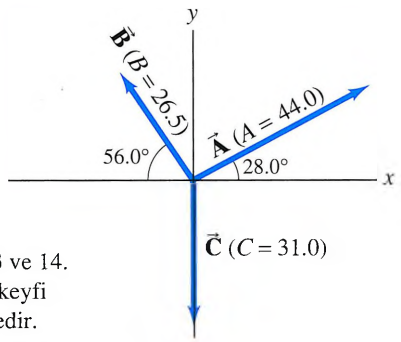
ŞEKİL 3–36 Problem 6.

7. (II) Bir uçak 41.5^0' lik açıda kuzey-batı yönünde 835 km/sa hızla gidiyor (Şek. 3-37). (*a*) Hız vektörünün kuzeye doğru ve batıya doğru olan bileşenlerini bulunuz. (*b*) Uçak 2.50 sa sonra kuzeye ne kadar ve batıya ne kadar yol gitmiştir?



ŞEKİL 3–37
Problem 7.

8. (II) $\vec{\mathbf{V}}_1 = -6.0\hat{\mathbf{i}} + 8.0\hat{\mathbf{j}}$ ve $\vec{\mathbf{V}}_2 = 4.5\hat{\mathbf{i}} - 5.0\hat{\mathbf{j}}$ olsun (*a*) $\vec{\mathbf{V}}_1$, (*b*) $\vec{\mathbf{V}}_2$, (*c*) $\vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$ ve (*d*) $\vec{\mathbf{V}}_2 - \vec{\mathbf{V}}_1$ 'in yönünü ve büyüklüğünü tanımlayınız.
9. (II) (*a*) $\vec{\mathbf{V}}_1 = 4.0\hat{\mathbf{i}} - 8.0\hat{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{V}}_2 = \hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}}$, ve $\vec{\mathbf{V}}_3 = -2.0\hat{\mathbf{i}} + 4.0\hat{\mathbf{j}}$. vektörlerinin toplamının yönünü ve büyüklüğünü tanımlayınız. (*b*) $\vec{\mathbf{V}}_1 - \vec{\mathbf{V}}_2 + \vec{\mathbf{V}}_3$ 'ü belirleyiniz.
10. (II) Şek.3–38'de üç vektör gösterilmektedir. Büyüklükleri keyfi birimlerle verilmektedir. Üç vektörün toplamını tanımlayınız. Bileşke vektörü (*a*) bileşenlere, (*b*) büyüklük ve *x* ekseni ile yapılan açıya göre tanımlayınız.

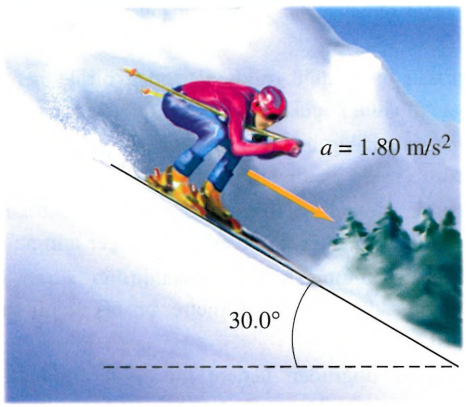


ŞEKİL 3–38
Problem 10, 11,12,13 ve 14. Vektör büyüklükleri keyfi birimlerde verilmektedir.

11. (II) (*a*)Verilen $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ vektörleri Şek.3-38'de gösterilmektedir, $\vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{A}}$ 'yı tanımlayınız. (*b*) $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$ 'yi (*a*)'daki yanıtı kullanmadan tanımlayınız. Sonuçları karşılaştırınız ve onların birbirlerinin tersi olup olmadığını görünüz.
12. (II) Şek.3–38'de verilen $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{C}}$ vektörlerini kullanarak $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{C}}$, vektörünü tanımlayınız.
13. (II) Şek.3–38'de gösterilen vektörler için (*a*) $\vec{\mathbf{B}} - 2\vec{\mathbf{A}}$, (*b*) $2\vec{\mathbf{A}} - 3\vec{\mathbf{B}} + 2\vec{\mathbf{C}}$ 'yi tanımlayınız.
14. 14. (II) Şek.3–38'de verilen vektörler için (*a*) $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}$, (*b*) $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{C}}$ ve (*c*) $\vec{\mathbf{C}} - \vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$ 'yi tanımlayınız.
15. (II) Kamp alanından 2450 m yukarıdaki bir dağın zirvesi, harita üzerinde kamptan yatay olarak 4580 m uzaklıkta ve kuzeyin 32.4^0 batısı yönünde ölçülmektedir. Kamptan dağın zirvesine yerdeğiştirme vektörünün bileşenleri nedir? *x* eksenini doğu, *y* eksenini kuzey yönlerinde ve *z* eksenini yükseklik olarak seçiniz.
16. (III) Size *xy* düzleminde 90.0 birim büyüklüğünde ve *y* bileşeni −55.0 birim olan bir vektör veriliyor. (*a*) Vektörün *x* bileşeni için mümkün olan iki olasılık nedir? (*b*) *x* bileşeninin pozitif olanını varsayarak, öyle bir vektör belirleyiniz ki orijinal vektöre eklediğinizde 80.0 birim uzunluğunda ve –*x* yönünde bir bileşke vektör versin.

3–6 Vektör Kinematiği

17. (I) Zamanın bir fonksiyonu olarak belli bir parçacığın konumu $\vec{\mathbf{r}} = (9.60t\,\hat{\mathbf{i}} + 8.85\hat{\mathbf{j}} - 1.00t^2\hat{\mathbf{k}})\,\text{m}$ ile veriliyor. Parçacığın hızını ve ivmesini zamanın fonksiyonu olarak tanımlayınız.
18. (I) Problem 17' de $t = 1.00$ s ve $t = 3.00$ s arasında parçacığın ortalama hızı nedir? $t = 2.00$ s'de anlık hızın büyüklüğü nedir?
19. (II) Problem 17'de parçacığın aldığı yolun şekli nedir?
20. (II) Bir araba güneye doğru herhangi bir anda 18.0 m/s hızla ve 8.00 s sonra doğuya doğru 27.5 m/s ile gidiyor. Bu zaman aralığı boyunca (*a*) arabanın ortalama hızının (*b*) ortalama ivmesinin yönü ve büyüklüğünü bulunuz. (*c*) Arabanın ortalama sürati nedir? [*İpucu*: Bütün bunları verilen bilgilerden belirleyebilir misiniz?]
21. (II) $t = 0$' da bir parçacık $x = 0$, $y = 0$ 'da durgun halden başlıyor ve $\vec{\mathbf{a}} = (4.0\hat{\mathbf{i}} + 3.0\hat{\mathbf{j}})\,\text{m/s}^2$ ivmesiyle *xy* düzleminde hareket ediyor. Zamanın fonksiyonu olarak (*a*) hızın *x* ve *y* bileşenlerini, (*b*) parçacığın hızını, (*c*) parçacığın konumunu tanımlayınız. (*d*) Yukarıdaki tüm şıkları $t = 2.0$ s'de hesaplayınız.
22. (II) (*a*) Bir kayakçı, 1.80 m/s^2 30.0^0'lik bir tepeden aşağıya doğru ivmeleniyor. İvmesinin düşey bileşeni nedir? (*b*) Yüksekliği 325 m değişirse ve kayakçının durgun halden başladığı ve düzgün ivmelendiği varsayılırsa o tepeden aşağıya ne kadar sürede ulaşacaktır?



ŞEKİL 3–39 Problem 22.

23. (II) Bir karınca bir parça grafik kağıdının üzerinde *x* ekseni boyunca 10.0 cm'lik mesafeyi 2.00 s'de yürür. Karınca sonra 30.0^0 sola döner ve bir diğer 10.0 cm'yi 1.80 s içinde düzgün bir çizgi boyunca yürür. Son olarak 70.0^0 sola döner ve tekrar bir 10.0 cm'yi 1.55 s içinde yürür. (*a*) karıncanın ortalama hızının *x* ve y bileşenlerini ve (*b*) büyüklüğünü ve yönünü belirleyiniz.
24. (II) Bir paçacık pozitif x ekseni boyunca $t = 0$'da 5.0 m/s'lik ilk hızla orijinden harekete başlıyor. Eğer ivmesi $(-3.0\hat{\mathbf{i}} + 4.5\hat{\mathbf{j}})\,\text{m/s}^2$ ise maksimum koordinatına ulaştığında parçacığın konumunu ve hızını belirleyiniz.
25. (II) Bir cismin konumunun $\vec{\mathbf{r}} = (3.0t^2\hat{\mathbf{i}} - 6.0t^3\hat{\mathbf{j}})\,\text{m}$ ile verildiğini varsayın. (*a*) Zamanın fonksiyonu olarak $\vec{\mathbf{a}}$ ivmesini ve $\vec{\mathbf{v}}$ hızını belirleyiniz. (*b*) t =2.5 s'de $\vec{\mathbf{r}}$ ve $\vec{\mathbf{v}}$'yi belirleyiniz.
26. (II) Bir cisim $t = 0$'da orijinde olup $\vec{\mathbf{v}}_0 = (-14.0\hat{\mathbf{i}} - 7.0\hat{\mathbf{j}})\,\text{m/s}$ ilk hızına ve $\vec{\mathbf{a}} = (6.0\hat{\mathbf{i}} + 3.0\hat{\mathbf{j}})\,\text{m/s}^2$ ivmesine sahiptir. Anlık olarak durduğunda parçacığın konumunu belirleyiniz.

27. (II) t zamanının bir fonksiyonu olarak bir parçacığın konumu $\vec{\mathbf{r}} = (5.0t + 6.0t^2)\,\mathrm{m}\,\hat{\mathbf{i}} + (7.0 - 3.0t^3)\,\mathrm{m}\,\hat{\mathbf{j}}$ ile veriliyor. $t = 5.0\,\mathrm{s}$ 'de parçacığın $\vec{\mathbf{r}}_0 = (0.0\hat{\mathbf{i}} + 7.0\hat{\mathbf{j}})\,\mathrm{m}$ noktasına göre yerdeğiştirme vektörü $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ 'nin büyüklük ve yönünü bulunuz.

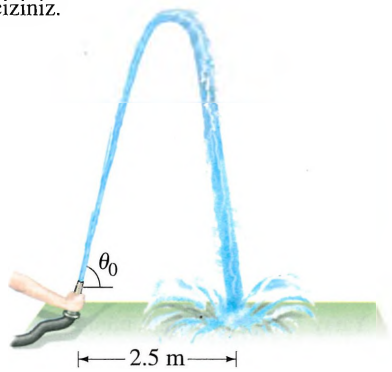
3–7 ve 3–8 Eğik Atış Hareketi (hava direncini ihmal ediniz.)

28. Bir kaplan 3.2 m/s hızla 7.5 m yükseklikteki bir kayadan yatay olarak sıçrıyor. Kayanın tabanından ne kadar uzağa varacaktır?

29. (I) 2.3 m/s hızla koşan bir dalıcı bir uçurumun kenarından yatay olarak atlıyor ve 3.0 s sonra aşağıdaki suya erişiyor. Uçurumun yüksekliği nedir ve dalıcı suya çarptığında uçurumun tabanından ne kadar uzaktadır?

30. (II) Eğer kalkış hızı ve açıları aynı ise Dünya ile karşılaştırıldığında Ay yüzeyinde sıçrayan bir adamın ne kadar uzağa gidebileceğini tahmin edin. Ay yüzeyindeki kütle çekim ivmesi Dünya üzerindekinin altıda biridir.

31. (II)Yere yakın tutulan bir yangın hortumu suyu 6.5 m/s'lik bir hızla fışkırtıyor. Suyun 2.5 m uzağa ulaşması için hortumun ucu hangi açı(lar)da tutulmalıdır (Şek. 3-40)? Niçin iki farklı açı vardır? İki yörüngeyi çiziniz.



ŞEKİL 3–40
Problem 31.

32. (II) Bir top 9.0 m uzunluğunda bir binanın çatısından yatay olarak fırlatılır ve tabandan 9.5 m uzağa düşer. Topun ilk hızı nedir?

33. (II) Bir futbol topuna yer seviyesinde 18.0 m/s hızla, yatayla 38.0^0 açıda vurulur. Ne kadar süre sonra top yere çarpar?

34. (II) Bir binanın çatısından 23.7 m/s'de yatay olarak fırlatılan bir top binanın tabanından 31.0 m uzağa düşüyor. Binanın yüksekliği ne kadardır?

35. (II) Bir gülle-atıcısı gülleyi (kütle = 7.3kg) yatayla 34.0^0 açıda, 14.4 m/s 'lik ilk hızla fırlatıyor. Eğer yerden 2.10 m yükseklikte atletin elinden ayrılıyorsa, gülle tarafından alınan yatay mesafeyi hesap ediniz.

36. (II) Bir merminin en yüksek noktaya ulaşması için gerekli zamanın, eğer hava direnci ihmal edilirse onun orijinal yüksekliğine geri dönmesi için geçen zamana eşit olduğunu gösteriniz.

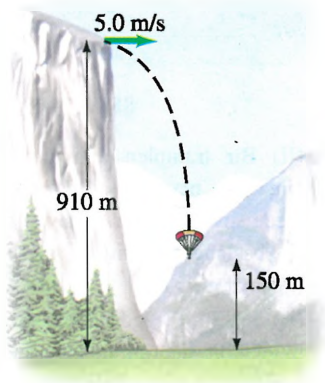
37. (II) Bir plastik dart tüfeği satın aldığınızı ve akıllı bir fizik öğrencisi olarak onun maksimum yatay erimini bulmak için hızlı bir hesaplama yapmaya karar verdiğinizi farzedin. Tüfeği yukarıya doğru ateşlediğinizde dartın namluya geri dönmesi 4.0 s alıyor. Silahınızın maksimum yatay erimi nedir?

38. (II) Bir beyzbol topuna 45.0^0 açıda 27.0 m/s hızla vuruluyor. Yakındaki, 13.0 m yüksekliğindeki bir binanın çatısı üzerine düşüyor. Eğer top yerden 1.0 m yükseklikte iken vurulsaydı binanın üzerine düşmeden önce topun yatay olarak aldığı yol ne olurdu?

39. (II) Örnek 3-11'de x eksenini sağa ve y eksenini yukarı doğru seçeriz. Bu problemi x eksenini sola ve y eksenini aşağı doğru seçerek yineleyeniz ve sonucun aynı kaldığını gösteriniz. -Futbol topu, futbolcunun ayağından ayrıldığı yerden 40.5 m sağa yere düşer-

40. Bir çekirge yatay bir yol boyunca sıçrıyor. Her sıçramada çekirge $\theta_0 = 45°$ 'lik bir açıda uçuyor ve $R = 1.0$ m'lik bir erimi oluyor. Çekirge yol boyunca ilerlerken ortalama yatay hızı nedir? Sıçramalar arasında yerde harcadığı zamanı ihmal ediniz.

41. Uç-sporlar heveslileri, Yosemite Ulusal Parkında 910 m yüksekliğinde granit sarp bir kayalık olan El Capitan'ın tepesinden atlarlar. Bir atlayıcının 5.0 m/s hızla El Capitan'ın tepesinden yatay olarak atladığını ve vadinin tabanından 150 m yüksekliğe kadar serbest düştüğünü ve tam zamanında paraşütünü açtığını varsayın (Şek. 3-41). (*a*) Atlayıcının serbest düşmesi ne kadar sürer? Hava direncini ihmal edin. (*b*) Paraşüt açılmadan mümkün olduğu kadar sarp kayalıktan uzakta olmak önemlidir. Atlayıcı paraşütünü açtığı zaman sarp kayalıktan ne kadar uzaktadır?

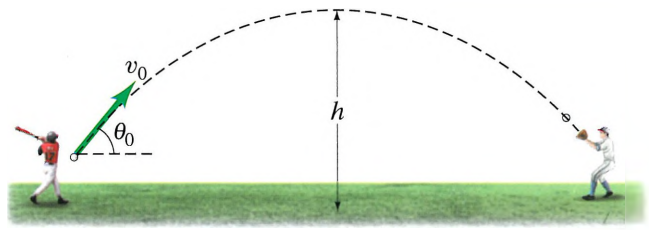


ŞEKİL 3–41
Problem 41.

42. (II) Sportif olaylarda deneyebileceğimiz bir şeye bakalım. Beyzbol, Amerikan futbol topu veya futbol topu gibi havaya fırlatılan bir cismin ulaşabildiği maksimum h yüksekliği yaklaşık olarak

$$h \approx 1.2t^2\,\mathrm{m}$$

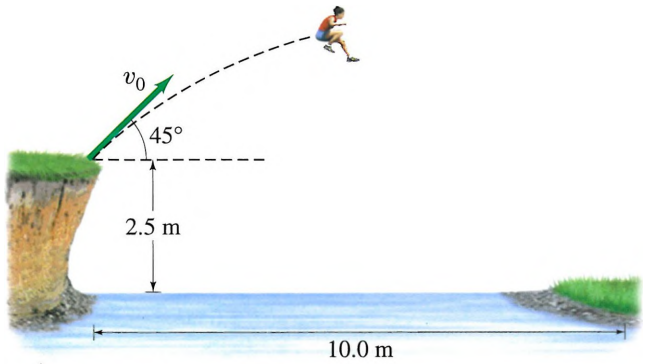
ile verilmektedir. Burada t saniye olarak cismin toplam uçuş süresidir. Şek. 3-42'deki gibi cismin fırlatıldığı seviyeye geri döndüğünü varsayın. Örneğin, eğer beyzbol topunun $t = 5.0$ s için havada bulunduğunu ölçerseniz, ulaştığı maksimum yükseklik $h = 1.2 \times (5.0)^2 = 30\,\mathrm{m}$ 'dir. Bu bağıntının güzelliği, h'nin v_0 ilk hızı veya θ_0 fırlatılış açısının bilinmesine gerek olmadan tanımlanabilmesidir.



ŞEKİL 3–42 Problem 42.

43. (II) 170 km/sa hızla giden bir uçağın pilotu 150 m aşağıda bir kara parçası üzerinde izole olmuş sel mağdurlarına yardım malzemeleri bırakmak istiyor. Malzemeler uçak tam tepelerinden geçmeden kaç saniye önce bırakılmalıdır?

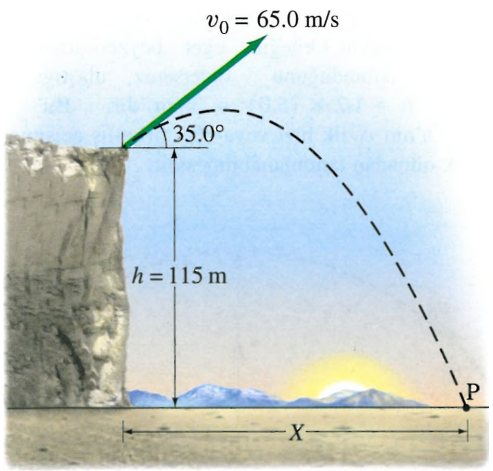
44. (II) (*a*) Bir uzun atlayıcı yerden yatayla 45^0'de ayrılıyor ve 8.0 m uzağa düşüyor. Uzun atlayıcının kalkış hızı, v_0 nedir? (*b*) Bu uzun atlayıcı bir yürüyüş sırasında bir nehrin sol kıyısına geliyor. Köprü yok ve kıyının sağ tarafı yatay olarak 10.0 m uzakta ve düşey olarak 2.5 m aşağıdadır. (*a*) şıkkında hesaplanan hızla 45^0'de sol kıyıdan uzun atlarsa, karşı kıyıda nereye varır? Karşı kıyıya erişemezse ne kadar uzağına düşer (Şek. 3-43)?



ŞEKİL 3–43 Problem 44.

45. (II) Bir tramplen atlayıcısı (5.0 m uzunluğundaki tramplen tahtasının ucundan atlıyor ve 1.3 s sonra tahtanın ucundan 3.0 ötede suya çarpıyor. Atlayıcıyı bir parçacık olarak düşünerek (*a*) $\vec{\mathbf{v}}_0$ başlangıç hızını; (*b*) ulaşabileceği maksimum yüksekliği ve (*c*) suya giriş hızı $\vec{\mathbf{v}}_s$'yi belirleyiniz.

46. (II) Şek.3-44'te görüldüğü gibi, bir gülle yerden 115 m yüksekliketeki bir uçurumun kenarından yatayla 35.0^0 açıda 65.0 m/s başlangıç hızıyla fırlatılıyor. (*a*) Güllenin yer seviyesindeki P noktasına çarpması için geçen zamanı belirleyiniz. (*b*) Uçurumun dibinden P noktasına olan X mesafesini tanımlayınız. (*c*) Hızının düşey ve yatay bileşenlerini, (*d*) hızın büyüklüğünü ve (*e*) yatayla hız vektörünün yaptığı açıyı bulunuz. (*f*) Güllenin uçurumun tepesinden yukarı ulaşacağı maksimum yüksekliği bulunuz.

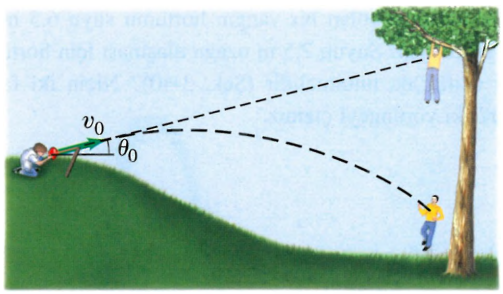


ŞEKİL 3–44 Problem 46.

47. (II) Örnek 3-7'deki topa vuruşun, üst direği yerden 3.00 m yukarıda olan kaleden 36.0 m uzakta denendiğini varsayın. Eğer futbol topu tam olarak kale direkleri arasına yöneltilirse, top üst direk üzerinden geçer mi? Niçin geçtiğini veya geçmediğini gösteriniz. Eğer geçmiyorsa geçmesi için vuruşun yapılması gereken yatay mesafe nedir?

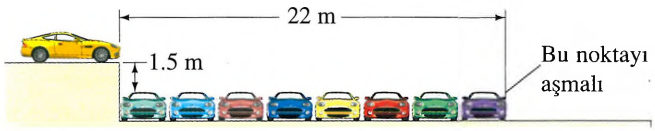
48. (II) Bir roket yerden havaya ateşlendikten tam olarak 3.0 s sonra $\vec{\mathbf{v}} = (8.6\hat{\mathbf{i}} + 4.8\hat{\mathbf{j}})$ m/s, bir hıza sahip olduğu gözlenir. Burada x ekseni yatay ve y ekseni yukarı doğru pozitiftir. (*a*) Roketin yatay uzanımını, (*b*) yerin üzerinde maksimum yüksekliğini, ve (*c*) yere çarpmadan hemen önceki hareket açısını ve hızını belirleyiniz.

49. (II) Örnek 3-9'a yeniden dönelim ve sapanlı çocuğun ağaçtaki çocuğun altında olduğunu ve ağaçtaki çocuğu yukarıya doğru hedeflediğini varsayalım (Şek. 3-45). Su balonu fırlatıldığında, ağaçtaki çocuğun kendini bırakmakla yanlış yaptığını bir kez daha gösteriniz.



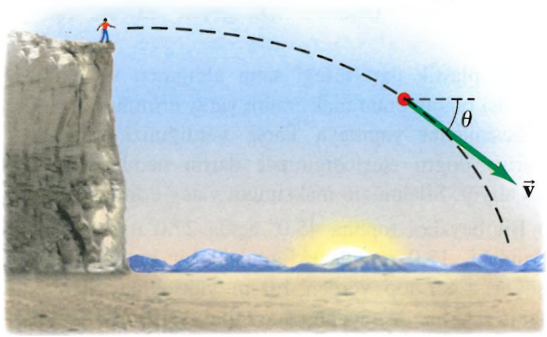
ŞEKİL 3–45 Problem 49.

50. Bir dublör sürücü yatay bir rampa altında yan yana park etmiş 8 araba üzerinden arabasını atlatmak istemektedir (Şek.3–46). (*a*) Yatay rampada hangi minimum hızda sürmelidir? Rampanın düşey yüksekliği arabaların üzerinde 1.5 m ve aşması gereken yatay mesafe 22 m'dir. (b) Eğer rampa "kalkış açısı" yatay üzerinde 7.0^0 olacak şekilde ayarlanırsa, yeni minimum hız ne olur?



ŞEKİL 3–46 Problem 50.

51. (II) Bir top bir uçurumun tepesinden v_0 ilk hızı ile ($t = 0$'da) yatay olarak fırlatılır. Herhangi bir anda hareketinin yönü yatayla θ açısı yapmaktadır (Şek.3–47). Top bir eğik atış yörüngesi izlerken t zamanının bir fonksiyonu olarak θ için bir formül türetiniz.



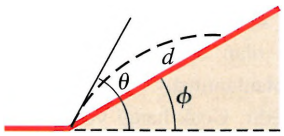
ŞEKİL 3–47 Problem 51.

52. (II) Hangi fırlatma açısında bir merminin erimi onun maksimum yüksekliğine eşit olacaktır?

53. (II) Bir mermi, yatayla 42.2^0 açıda 46.6 m/s'lik ilk hızla ateşleniyor. (*a*) Merminin ulaşabileceği maksimum yüksekliği, (*b*) havada kaldığı toplam süreyi, (*c*) alacağı toplam yatay mesafeyi (yani erimi) ve (*d*) ateşlemeden 1.50 s sonra merminin hızını belirleyin?

54. (II) Bir atlet uzun atlamada yerden 27.0^0 açıda ayrılıyor ve 7.80 m uzağa düşüyor. (*a*) Yerden ayrılış hızı nedir? (*b*) Eğer bu hız sadece %5 arttırılırsa atlamanın uzunluğu ne olur?

55. (III)Bir adam yatayla ϕ açısı yapan bir eğik düzlem şeklindeki tepenin altında duruyor (Şek.3–48). Adam fırlattığı cisimleri tepede mümkün olduğu kadar uzak mesafeye düşürmek istiyorsa, belli bir v_0 ilk hızı için hangi θ açısıyla (yatayla) fırlatmalıdır?



ŞEKİL 3–48 Problem 55. ϕ ve v_0 verildiğine göre d'yi maksimum yapan θ 'yı belirleyiniz.

56. (III) Bir merminin, başlangıç noktasının h kadar üzerindeki bir yükseklik değerine ulaştığındaki R yatay erimi için bir formül türetiniz. ($h < 0$ için, başlangıç noktasının altında $-h$ mesafesine ulaşır.) v_0 ilk hızıyla θ_0 açısında fırlatıldığını varsayınız.

3–9 Bağıl Hız

57. (I) Bir geminin güvertesinde sabah koşusu yapan bir adam gemi ileriye doğru 8.5 m/s hızla ilerlerken, 2.0 m/s hızla geminin ön tarafına doğru koşuyor. Adamın suya göre hızı nedir? Daha sonra adam geminin arkasına doğru koşuyor. Bu durumda adamın suya göre hızı ne olur?

58. (I) Huck Finn 0.70 m/s hızla salının üzerinde yürümektedir (salın kıyıya göre hızına dik yönde yürüyor). Sal, Mississippi nehrinde kıyıya göre 1.50 m/s hızla akıntı yönünde ilerliyor (Şek.3–49). Nehrin kıyısına göre Huck'ın hızı (sürat ve yön) nedir?

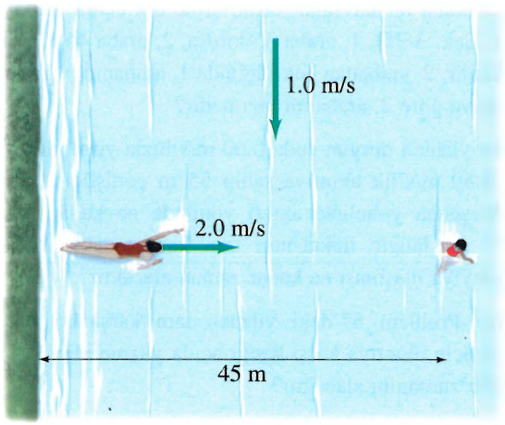


ŞEKİL 3–49
Problem 58.

59. (II) Örnek 3-14'te botun kıyıya göre hızını belirleyiniz.

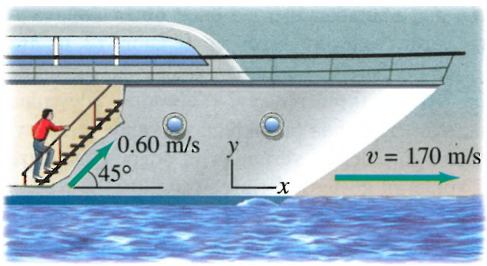
60. (II) İki uçak aynı doğrultuda birbirlerine yaklaşıyorlar. Her biri 780 km/sa hıza sahiptir. Aralarındaki mesafe 12.0 km olduğunda birbirlerini fark ediyorlar. Pilotların kaçmak için ne kadar zamanları vardır?

61. (II) Bir çocuk, bir nehrin kıyısından 45 m uzakta nehrin 1.0 m/s'lik kuvvetli akıntısında çaresizlikle akıntı yönünde sürükleniyor. Çocuk nehrin kıyısında bulunan cankurtaranı geçerken, cankurtaran akıntı yönünde çocuğa ulaşana kadar düz bir çizgi boyunca yüzmeye başlıyor (Şek.3–50) Eğer cankurtaran suya göre 2.0 m/s hızla yüzebilirse, çocuğa ulaşması ne kadar sürer? Cankurtaran çocuğu yakalandığında akıntı yönünde gittiği yol ne kadardır?



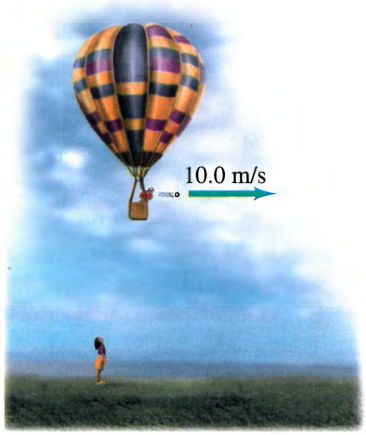
ŞEKİL 3–50 Problem 61.

62. (II) Durgun bir gölde 1.7 m/s hızla hareket eden bir teknede bir yolcu 0.60 m/s hızla bir merdivenin basamaklarını çıkıyor, Şek.3–51. Basamaklar şekilde gösterildiği gibi hareket yönüyle 45^0 açıdadır. Yolcunun suya göre vektörel hızı nedir?



ŞEKİL 3–51 Problem 62.

63. (II) Bir sıcak-hava balonunun yolcu sepetindeki bir adam 10.0 m/s hızla sepetten dışarıya doğru yatay olarak bir top fırlatıyor (Şek. 3-52). (*a*) Bu fırlatış sırasında sıcak-hava balonu yere göre 5.0 m/s hızla yükseliyorsa, (*b*) yere göre 5.0 m/s hızla alçalıyorsa, yerde duran birine göre top hangi ilk hıza (yön ve büyüklük) sahiptir.



ŞEKİL 3–52
Problem 63.

64. (II) Bir uçak 580 km/sa hızla güney doğru uçmaktadır. Eğer 90 km/sa hızla güneybatıdan bir rüzgar esmeye başlarsa (*a*) yere göre uçağın hızını (yön ve büyüklük) ve (*b*) eğer pilot rotayı düzeltmezse 11.0 dak sonra uçağın istenilen pozisyondan ne kadar uzakta olacağını hesaplayınız. [*İpucu:* önce bir diyagram çiziniz]

65. (II) Problem 64'teki uçağın güneye doğru uçabilmesi için pilotun hangi yönü hedeflemesi gerekir?

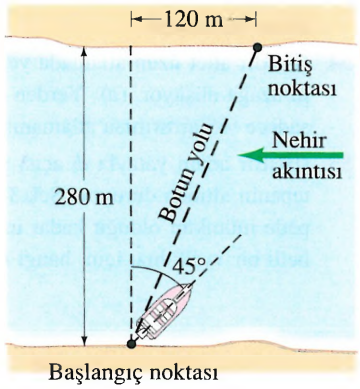
66. (II) İki araba bir kavşağa birbirlerine dik açıda yaklaşmaktadır (Bknz. Şek. 3-35). 1. araba 35 km/sa, 2. araba 45 km/sa ile ilerlemektedir. 2. arabadan bakıldığında 1. arabanın bağıl hızı nedir? 1. arabaya göre 2. arabanın hızı nedir?

67. (II) Bir yüzücü durgun suda 0.60 m/s hızla yüzebilmektedir. (*a*) Eğer 0.50 m/s'lik akıntıya sahip 55 m genişliğinde bir nehrin tam karşısına yönelirse akıntı yönünde ne kadar uzağa varacaktır? (başlangıç noktasının tam karşısındaki noktadan) (*b*) Karşı kıyıya ulaşması ne kadar zaman alacaktır?

68. (II) (*a*) Problem 67'deki yüzücü tam karşıdaki bir noktaya varmak için akıntıya karşı hangi açıda yüzmelidir? (*b*) Bu onun ne kadar zamanını alacaktır?

69. (II) Durgun suda hızı 3.40 m/s olan bir sürat teknesi nehrin tam karşısına geçmek için akıntıya karşı 19.5^0'lik açıda (kıyıya dik bir çizgiye göre) gitmeyi hedeflemelidir. (*a*) Akıntının hızı nedir? (*b*) Kıyıya göre teknenin bileşke hızı nedir? (Bknz Şek. 3–31)

70. (II) Durgun suda hızı 2.70 m/s olan bir tekne 280 m genişliğinde bir nehri geçip başladığı noktadan, akıntıya ters yönde 120 m uzakta bir yere varmak isiyor (Şek. 3–53). Bunu yapabilmek için kaptan, tekneyi akıntıya ters yönde 45^0'de yönlendiriyor. Nehirdeki akıntının hızı nedir?



ŞEKİL 3–53
Problem 70.

71. (III) Havadaki hızı 580 km/sa olan bir uçağın doğunun 38^0 kuzeyine düz bir rotada uçması planlanmıştır. Fakat kuzeyden 72 km/sa sabit hızla rüzgâr esmektedir. Uçak hangi yöne yönelmelidir?

Genel Problemler

72. $\vec{\mathbf{V}}_1$ ve $\vec{\mathbf{V}}_2$, vektörleri bir bileşke vektör elde etmek üzere toplanıyor: $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$. (*a*) $V = V_1 + V_2$, (*b*) $V^2 = V_1^2 + V_2^2$, (*c*) $V_1 + V_2 = V_1 - V_2$ olduğu durumlarda $\vec{\mathbf{V}}_1$ ve $\vec{\mathbf{V}}_2$'yi tanımlayınız.

73. Bir tesisatçı aracından iner ve önce 66 m doğuya sonra 35 m güneye yürür, asansöre biner ve binanın 12 m aşağısında su sızıntısının oluştuğu bodruma gider. Tesisatçının aracından itibaren yerdeğiştirmesi nedir? Yanıtınızı bileşenler cinsinden veriniz; aynı zamanda büyüklüğü ve yatay ve düşey düzlemde, *x* eksenine göre açıları veriniz. *x*'in doğu, *y*'nin kuzey ve *z*'nin yukarı yönlerini gösterdiklerini varsayınız.

74. Dağlık yokuş aşağı yollarda, freni patlayan kamyonlar için bazen yol kenarında kaçış yolları bulunur. Yukarı doğru eğimi sabit 26^0 varsayarak 7.0 s içinde 110 km/sa'ten yavaşlayarak durgun hale gelen bir kamyonun ivmesinin yatay ve düşey bileşenlerini hesaplayınız.

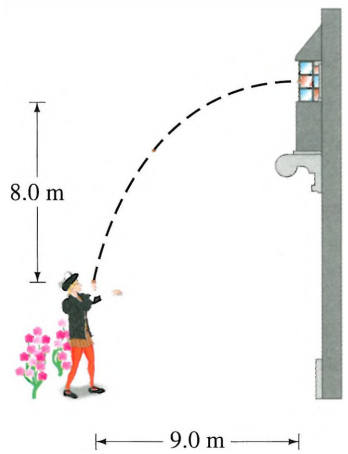


ŞEKİL 3–54
Problem 74.

75. Küçük bir uçak, durgun havaya göre 185 km/sa hızla güneye doğru uçmaktadır. 1.00 sa sonra pilot sadece 135 km yol aldıklarını ve yönlerinin güney değil, güney doğu (45^0) olduğunu fark ediyor. Rüzgâr hızı nedir?

76. Bir Olimpik uzun atlayıcı 8.0 m atlayabilmektedir. Yerden ayrıldığında yatay hızının 9.1 m/s olduğunu varsayarak sporcunun havada ne kadar süre kalacağını ve ne kadar yükseğe gidebileceğini hesaplayınız. Sporcunun yerden ayrılırken ve aynı şekilde yere bastığında da dik durduğunu varsayın.

77. Romeo, Juliet' in penceresine küçük çakıl taşlarını yavaşça fırlatıyor ve taşların hızlarının yalnızca yatay bileşeni ile pencereye çarpmasını istiyor. Kendisi, Juliet'in penceresinin 8.0 m aşağısında gül bahçesinin yanında ve duvar tabanından 9.0 m uzakta duruyor (Şek.3-55). Taşlar, Juliet'in penceresine çarptıklarında ne kadar hızla gitmektedirler?



ŞEKİL 3–55
Problem 77.

78. Hareketli bir trenin penceresinden bakıldığında yağmur damlaları düşeyle θ açısı yapmaktadır (Şek.3–56) Eğer trenin hızı v_T ise, yağmur damlalarının düşey olarak düştüğü varsayılan Dünya referans çerçevesinde damlaların hızı nedir?



ŞEKİL 3–56
Problem 78.

79. Apollo astronotları Ay'da bir golf topuna vurarak yaklaşık 180 m 'ye gönderdiler. Fırlatılış açısının, hızının vb. şeylerin Dünya'daki ile aynı olduğunu ve aynı astronotun Dünyada o topa vurduğunda yalnızca 32 m gittiğini varsayarak, Ay yüzeyindeki kütle çekimi ivmesini tahmin ediniz (Hava direncini her iki durumda daihmal ediyoruz, Ay'da zaten hava yoktur).

80. Bir avcı 68.0 m uzaktaki (aynı seviyede) bir hedefe nişan alıyor. (*a*) Eğer kurşun silahtan 175 m/s hızla ayrılırsa hedefi ne kadar kaçıracaktır? (*b*) Hedefi vurabilmesi için avcı silahını hangi açıda yöneltmelidir?

81. Acapulco'nun yüksekten dalıcıları suyun 35 m üzerindeki kaya platformundan yatay olarak atlıyorlar fakat onlar, yamacın tabanında, atlama noktasının tam altından 5.0 m ileriye uzanan kayalıkları aşarak atlamak zorundadırlar. Bknz Şek. 3–57. Kayalıkları aşmak için gerekli minimum atlama hızı nedir? Dalgıçların havada kalma süreleri nedir?

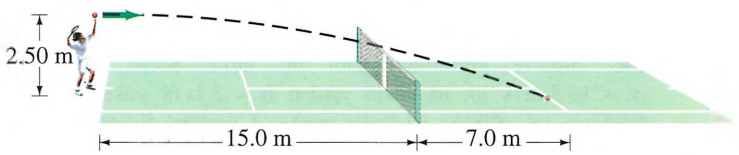


ŞEKİL 3–57
Problem 81.

82. Babe Ruth'un (beyzbolcu) vuruşu topu 98 m ötedeki 8.0 m yüksekliğindeki çitten aşırıyor. Sopadan ayrıldığında topun minimum hızı nedir? Topa yerden 1.0 m yukarıdayken vurulduğunu ve topun yörüngesinin başlangıçta yerle 36°'lik açı yaptığını varsayın.

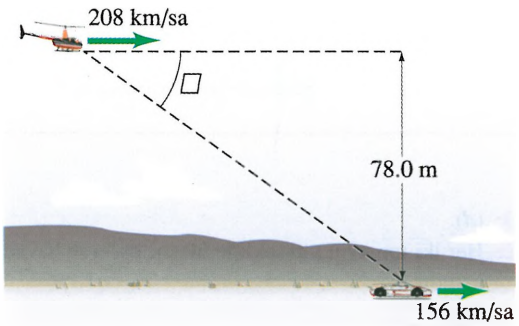
83. Durgun suda bir botun hızı v'dir. Botun akıntı hızı u olan bir nehirde, toplam mesafesi D olan bir gidiş-dönüş yolculuğunu yapmak için gereken zamanı veren bağıntıyı, botun (*a*) önce akıntıya karşı ve dönüşte akıntıyla aynı yönde gittiği, (*b*) nehrin tam karşısındaki bir noktaya gidiş-dönüş yaptığı durumlar için türetiniz. $u < v$ varsaymak zorundasınız, niçin?

84. Bir tenis oyuncusu servis atışında topa yatay olarak vurmayı amaçlamaktadır. Eğer topa 2.50 m yüksekliğinde vurulursa, oyuncudan 15.0 m uzakta ve 0.90 m yüksekliğindeki fileyi aşması için gereken hız ne kadardır? Eğer top fileyi ucu ucuna aşarsa nereye düşecektir ('iyi' bir atış olacak mı yani top filede 7.0 m'lik bir mesafe içine düşecek midir?)? Top havada ne kadar süreyle kalacaktır? Bknz. Şek. 3–58.



ŞEKİL 3–58 Problem 84.

85. 208 km/sa'lik sabit hızla yatay olarak alçaktan uçan helikopterde uzman casus Cavit 78.0 m aşağıdaki otobanda 156 km/sa'lik hızla ilerleyen üstü açık bir arabadaki adamına gizli dokümanları bırakmak istiyor. Paketin bırakıldığı anda casus arabayı hangi açıda (yatayla) görmelidir (Şek. 3-59)?

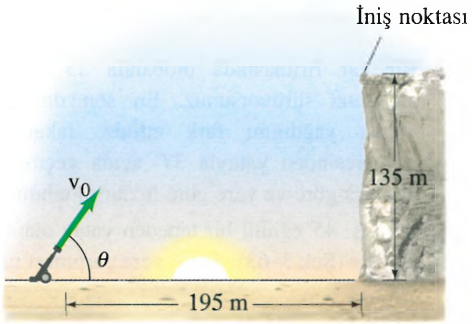


ŞEKİL 3–59
Problem 85.

86. Bir basketbol topu 2.10 m uzunluğundaki bir oyuncunun ellerinden atılmaktadır. Basket potası yerden 3.05 m yükseklik-tedir. Oyuncu 38.0° açıda şut atmaktan hoşlanmaktadır. Eğer top 11.0 m yatay mesafeden atılırsa ve hassaslığı ± 0.22 m (yatay olarak) ise, basket yapabilmek için ilk hız değerleri hangi aralıkta olmalıdır?

87. Bir parçacık $\vec{\mathbf{v}} = (-2.0\hat{\mathbf{i}} + 3.5t\hat{\mathbf{j}})$m/s 'lik bir hıza sahiptir. Parçacık $t = 0$'da $\vec{\mathbf{r}} = (1.5\hat{\mathbf{i}} - 3.1\hat{\mathbf{j}})$m'den harekete başlar. Zamanın bir fonksiyonu olarak ivmeyi ve konumu veriniz. Parçacığın izlediği yolun şekli nedir?

88. Bir gülle yerden, 195 m uzaklıkta ve 135 m yükseklikteki sarp bir kayalığın tepesine fırlatılıyor (bknz. Şek.3-60). Eğer gülle fırlatıldıktan 6.6 s sonra sarp kayalığın tepesine düşüyorsa, güllenin ilk hızı nedir (büyüklük ve yön olarak)? Hava direncini ihmal ediniz.

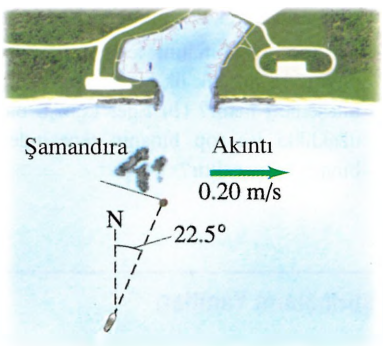


ŞEKİL 3–60
Problem 88.

89. Sıcak takipte, FBI ajanı Logan 1200 m genişliğindeki bir nehrin tam karşısına geçmek zorundadır. Nehrin akıntısı 0.80 m/s'dir. Ajan Logan 1.60 m/s hızla kürek çekebilmekte ve 3.00 m/s hızla koşabilmektedir. Minimum zamanda karşıya geçmek için alması gereken yolu (Kürek çekerek ve kıyı boyunca koşarak) tarif ediniz ve minimum zamanı belirleyiniz.

90. Bir tekne durgun suda 2.20 m/s hızla gidebilmektedir. (*a*) Eğer teknenin baş tarafı tam olarak akıntıya dik olarak karşı tarafa yönelmiş ve 1.3 m/s hıza sahip ise teknenin kıyıya göre hızı (büyüklük ve yön olarak) nedir? (*b*) 3.00 s sonra başlangıç noktasına göre teknenin konumu ne olacaktır?

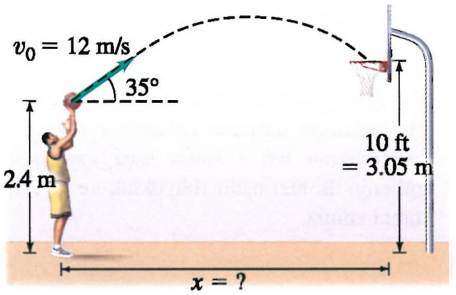
91. Bir bot doğuya doğru 0.20 m/s'lik akıntıda ilerliyor (Şek.3–61). Kıyıdan uzak bazı kayalardan sakınmak için bot 3.0 km uzakta ve kuzeyin 22.5° doğusu yönündeki bir şamandıra engelini aşmalıdır. Botun durgun sudaki hızı 2.1 m/s'dir. Eğer bot şamandırayı 0.15 km sağından geçmek isterse, yönelmesi gereken açı ne olmalıdır?



ŞEKİL 3–61
Problem 91.

92. Bir çocuk 12° eğimli bir tepeden aşağıya doğru koşuyor ve sonra aniden yatayla 15°'lik bir açıda yukarıya doğru sıçrıyor ve 1.4 m aşağıda (tepe boyunca ölçülen mesafe) yere iniyor. Çocuğun ilk hızı nedir?

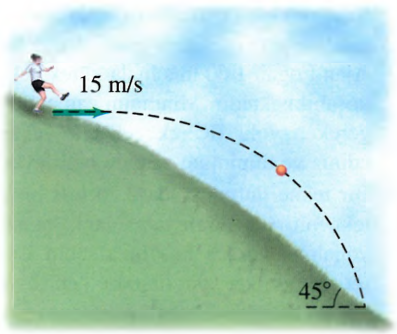
93. Bir basketbol topu yatayla $\theta_0 = 35°$ açıda yönlenmiş $v_0 = 12$ m/s'lik bir ilk hızla 2.4 m yükseklikten atılıyor (Şek. 3-62). (*a*) Eğer oyuncu basket yaparsa, potadan ne kadar uzaktadır? (*b*) Top potaya yatayla hangi açıda girmiştir?



ŞEKİL 3–62
Problem 93.

94. Bir kar fırtınasında otobanda 25 m/s hızla güneye doğru arabanızı sürüyorsunuz. En son durduğunuzda karın düşey olarak yağdığını fark ettiniz, fakat kar hareketli aracın penceresinden yatayla 37^0 açıda geçmektedir. Kar tanelerinin arabaya göre ve yere göre hızlarını tahmin ediniz.

95. Bir taş 45^0 eğimli bir tepeden yatay olarak 15 m/s hızla tekmeleniyor (Şek.3–63). Taşın yere çarpması ne kadar vakit alır?

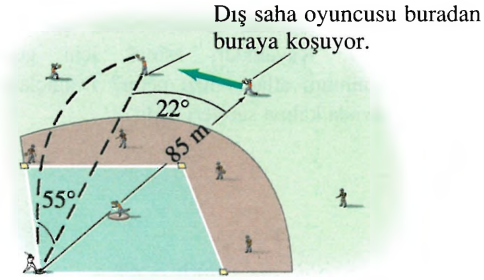


ŞEKİL 3–63
Problem 95.

96. Bir beyzbolcunun vurduğu top, beyzbol sopasını yerden 0.90 m yükseklikte, 61^0'lik bir açıyla ve 28m/s'lik bir ilk hızla terk ediyor. Hava direncini ihmal edin. (*a*) Eğer top yakalanmazsa başladığı noktadan ne kadar uzakta yere düşer? (*b*) Başlangıç noktasından 105 m uzakta olan ve oraya doğru sabit hızla koşup topu yer seviyesinde yakalayan orta saha oyuncusunun hızını bulunuz.

97. Bir top, bir binanın tepesinden yatayın $\theta = 42°$ yukarısına doğru 18 m/s'lik ilk hızla fırlatılıyor. (*a*) İlk hızın yatay ve düşey bileşenleri nedir? (*b*) Eğer komşu bina aynı yükseklikte ve 55 m uzaklıkta ise top binanın tepesinden ne kadar aşağıda, komşu binaya çarpacaktır?

98. $t = 0$ 'da bir vurucu bir beyzbol topuna yatayla 55^0 açıda, 28 m/s'lik bir ilk hızla vuruyor. $t = 0$'da bir dış saha oyuncusu vurucudan 85 m uzaktadır ve dış saha oyuncusunun atış noktasını görüş doğrultusu topun hareket ettiği düzlemle 22^0'lik bir yatay açı yapmaktadır (bknz Şek.3-64). Topu vurulduğu yükseklikte yakalayabilmesi için dış saha oyuncusunun hızı ve yönü ne olmalıdır? Açıyı dış saha oyuncusunun görüş doğrultusuna göre veriniz.



ŞEKİL 3–64
Problem 98.

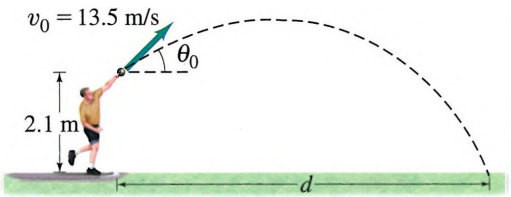
*Sayısal Bilgisayar

***99.** (II) Öğrenciler bir plastik topu, bir top fırlatıcısından yatay olarak fırlatırlar. Top fırlatıcısının altı farklı yükseklik için topun havada toplam zamanını *t*, yatay olarak gittiği *x* uzaklığını, düşey olarak gittiği y uzaklığını ölçerler. Verileri aşağıdadır.

Zaman, *t* (s)	Yatay uzaklık, *x* (m)	Düşey uzaklık, *y* (m)
0.217	0.642	0.260
0.376	1.115	0.685
0.398	1.140	0.800
0.431	1.300	0.915
0.478	1.420	1.150
0.491	1.480	1.200

(*a*) *x*'i *t* zamanının bir fonksiyonu olarak temsil eden ve verilere en iyi uyumu veren doğruyu belirleyiniz. Topun en iyi uyumu veren doğrudan elde edilen ilk hızı nedir? (*b*) y'nin zamanın bir fonksiyonu olarak tanımlandığı en iyi uyumu veren ikinci derece denklemi belirleyiniz Düşey doğrultuda topun ivmesi nedir?

***100.** Şek. 3-65'te görüldüğü gibi bir gülle atıcısı, gülleyi $v_0 = 13.5$ m/s 'lik ilk hızla yerden $h = 2.1$ m yükseklikten fırlatıyor. (*a*) güllenin ne kadar uzağa, *d*, gittiğini fırlatma açısı θ_0. 'a bağlı olarak tanımlayan bir bağıntı türetiniz. (*b*) Verilen v_0 ve *h* değerlerini kullanarak'a göre grafiğini çiziniz. Sizin grafiğinize göre hangi θ_0 değeri için *d* maksimum olur?



ŞEKİL 3–65 Problem 100.

Alıştırmaların Yanıtları

A: İki vektör D_1 ve D_2 aynı yönü gösterdikleri zaman

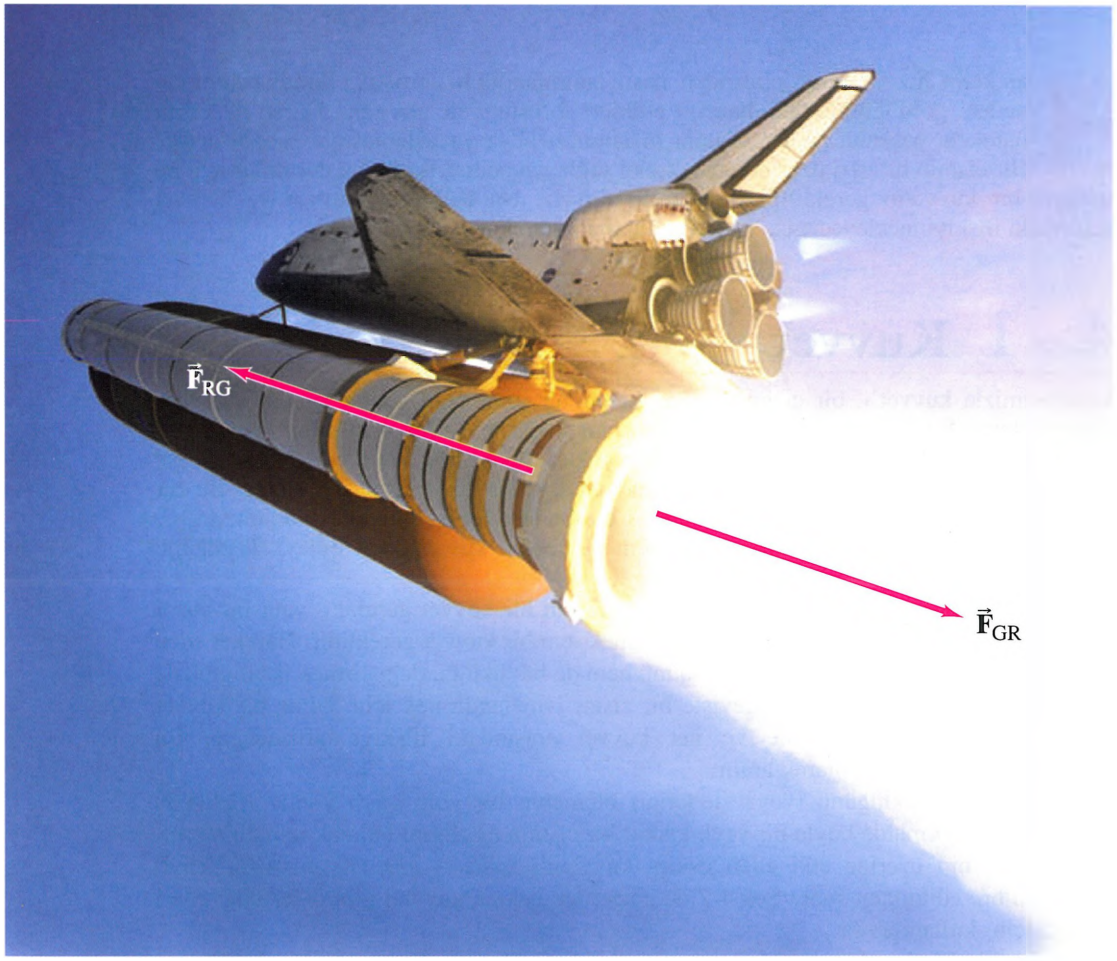
B: $3\sqrt{2} = 4.24$.

C: (*a*).

D: (*d*).

E: Her iki top aynı yüksekliğe ulaşır, öyleyse havada kalış süreleri aynıdır.

F: (*c*).



Uzay mekiği Discovery, güçlü roketler ile uzaya taşındı. Roketler ivmelenerek hızlarını artırdılar. Newton'un ikinci yasasına, $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ göre bunu yapabilmeleri için üzerlerine bir kuvvet etki etmek zorundadır. Bu kuvveti kim uygular? Roket motorları, roketin arka kısmından dışarı atılan gazlar üzerine bir kuvvet uygular, $\vec{F}_{GR}$. Dışarı atılan bu gazlar. Newton'un üçüncü yasasına göre rokete ileri doğru eşit ve zıt bir kuvvet uygular. Roketleri öne doğru ivmelendiren işte bu gazlar tarafından roket üzerine uygulanan "tepki" kuvveti $\vec{F}_{RG}$ 'dir.

BÖLÜM 4

Dinamik: Newton'un Hareket Yasaları

BÖLÜM AÇILIŞ SORULARI—Şimdi tahmin edin!
150 kg'lık bir Amerikan futbolcusu geriye doğru koşan 75 kg'lık bir futbolcu ile kafa kafaya çarpışır. Çarpışma esnasında, daha ağır olan oyuncu daha hafif oyuncunun üzerine F_A büyüklüğünde bir kuvvet uygular. Eğer hafif oyuncu ağır oyuncu üzerine geriye doğru bir F_B kuvveti uygularsa en doğru yanıt hangisidir?

(a) $F_B = F_A$.
(b) $F_B < F_A$.
(c) $F_B > F_A$.
(d) $F_B = 0$.
(e) Daha fazla bilgiye ihtiyacımız vardır.

İkinci Soru:

Şair T.S. Eliot'un bir dizesinde (Katedralde Cinayet'ten) Canterbury'in kadınları "dünya ayaklarımıza yukarı doğru itme uygular" der. Bu kuvvet nedir?

(a) Yerçekimi.
(b) Normal kuvvet.
(c) Bir sürtünme kuvveti.
(d) Merkezkaç kuvvet.
(e) Kuvvet yoktur-bunlar şiirlerde olur.

İÇERİK

4–1 Kuvvet
4–2 Newton'un Birinci Hareket Yasası
4–3 Kütle
4–4 Newton'un İkinci Hareket Yasası
4–5 Newton'un Üçüncü Hareket Yasası
4–6 Ağırlık- Yerçekimi Kuvveti; ve Normal Kuvvet
4–7 Newton Yasaları ile Problem Çözme: Serbest Cisim Diyagramları
4–8 Problem Çözümleri - Genel bir Yaklaşım

Hareketin hız ve ivme cinsinden nasıl tanımlandığını tartıştık. Şimdi cisimlerin neden gördüğümüz gibi hareket ettikleri sorusunu ele alacağız: Duran bir cismi harekete başlatan nedir? Cismin hızlanması veya yavaşlamasının sebebi nedir? Bir cismin bir eğri üzerinde hareketini sağlayan nedir? Bütün bu durumlar için bu soruları bir kuvvetin gerekliliği ile yanıtlayabiliriz. Bu Bölümde[†] kuvvet ve hareket arasındaki ilişkiyi inceleyeceğiz, bu konu dinamik olarak adlandırılır.

4–1 Kuvvet

Sezgilerimizle **kuvvet**'i, bir cisim üzerindeki bir tür itme veya çekme olarak algılarız. Motoru duran bir arabayı veya market arabasını ittiğinizde (Şek.4-1) onun üzerine bir kuvvet uygularsınız. Bir motor bir asansörü yukarı çektiğinde veya bir çekiçle çiviye vurulurken ya da rüzgar eserken bir ağacın yapraklarına bir kuvvet uygulanır. Bu tür kuvvetler bir cisim başka bir cisimle temas ettiğinde uygulandığı için bunlara *değme kuvvetleri* diyoruz. Diğer taraftan cisimlerin *yerçekimi* kuvvetinden dolayı düştüğünü söyleriz.



ŞEKİL 4–1 Bir market arabası üzerine etki eden kuvvet - kuvvet bu durumda bir kişi tarafından uygulanır.

Bir cisim durgunsa onu harekete başlatmak için bir kuvvet gerekir - yani bir cismi sıfır hızdan sıfır olmayan bir hıza ivmelendirmek için bir kuvvet gereklidir. Hareket eden bir cisim için ise cismin hızının hem yönünü hem de büyüklüğü değiştirmek istediğinizde de bir kuvvet gerekir. Diğer bir deyişle bir cismi ivmelendirmek için daima bir kuvvet gereklidir. Kısım 4-4'te ivme ve net kuvvet arasındaki ilişkiyi tartışacağız. Bu Newton'un ikinci yasası olarak anılır.

Kuvvetin büyüklüğünü (veya şiddetini) ölçmenin bir yolu yaylı kantar (Şek.4-2) kullanmaktır. Normalde böyle bir yaylı kantar bir cismin ağırlığını bulmak için kullanılır. Ağırlıkla cismin üzerine etki eden çekim kuvvetini kastediyoruz (Kısım 4-6). Yaylı kantar kalibre edildikten sonra Şek.4-2'de gösterilen çekme kuvveti gibi diğer kuvvetleri ölçmek için kullanılabilir.

Farklı bir yönde etki eden bir kuvvetin etkileri farklı olur. Kuvvetin büyüklüğü gibi yönü de vardır ve kuvvet aslında Bölüm 3'te tartışılan vektör toplama kurallarına uyan bir vektördür. Bir diyagram üzerinde bir kuvveti hızda yaptığımız gibi bir ok işareti ile gösterebiliriz. Okun yönü itmenin veya çekmenin yönüdür ve okun uzunluğu kuvvetin büyüklüğü ile orantılı olarak çizilir.



ŞEKİL 4–2 Kuvvet ölçmede kullanılan bir yaylı kantar.

4–2 Newton'un Birinci Hareket Yasası

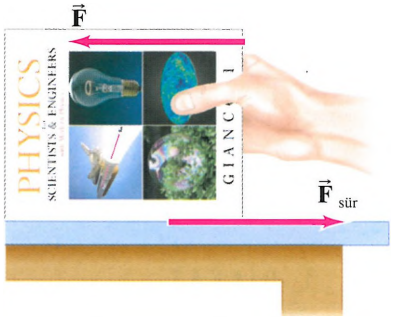
Kuvvet ve hareket arasındaki ilişki nedir? Aristotle bir cismi yatay bir düzlem boyunca hareketli tutabilmek için bir kuvvetin gerektiğine inanıyordu. Bir cismin durgun hali onun doğal haliydi ve cismi harekete geçirmek için bir kuvvetin gerekli olduğuna inanıyordu. Bundan başka Aristotle cismin üzerindeki kuvvet ne kadar büyükse cismin hızının da o kadar büyük olacağını ileri sürdü.

2000 yıl sonra Galileo, Aristotle ile farklı bir görüş ileri sürdü, ona göre cismin durması kadar sabit hızla hareket etmesi de doğaldı.

[†]Burada günlük hayattaki cisimlerin hareketi ile ilgileniyoruz: Atom ve moleküllerin mikroskop altı dünyasını ve ışık hızına (3.0×10^8 m/s) yakın yüksek hızları incelemek için, kuantum teorisi (Bölüm 37) ve rölativite kuramı (Bölüm 36) kullanılır.

Galileo'nun fikirlerini anlamak için yatay bir düzlem boyunca olan hareketle ilgili aşağıdaki gözlemleri göz önüne alın. Bir cismi pürüzlü bir masa yüzeyi boyunca sabit bir hızla itmek için belirli bir miktar kuvvet gerekir. Aynı ağırlıktaki bir cismi çok pürüzsüz bir yüzeyde aynı hızla masanın bir ucundan diğer ucuna itmek için daha az kuvvet gerekecektir. Masa ve cismin yüzeyi arasına bir yağ tabakası veya başka kaygan bir tabaka yerleştirilirse cismin hareketini sürdürmesi için neredeyse hiç kuvvet gerekmez. Bir sonraki adımda cismin masa üzerinde bir engel ile karşılaşmadığını veya masa ile cisim arasında kusursuz bir kayganlık olduğunu varsayacağız ve harekete başladıktan sonra cismin masayı *hiçbir* kuvvet uygulanmadan sabit hızla geçeceği teorisini ortaya atacağız. Çelik bir bilyenin sert yatay bir yüzey üzerinde yuvarlanması bu duruma yaklaşır. Bir hava tabakasının sürtünmeyi neredeyse sıfıra kadar azalttığı hava masasındaki disk de böyledir.

Sürtünmenin olmadığı böyle ideal bir dünyanın hayalini kurmak ve bu durumun gerçek dünyanın daha zengin ve doğru anlaşılmasına yol açacağını görmek Galileo'nun dehasıydı. Bu idealleştirme onun, hareket eden cismin üzerine etki eden bir kuvvet yoksa cismin bir doğru boyunca sabit hızla hareketine devam edeceği sonucuna ulaşmasını sağladı. Bir cisim sadece üzerine bir kuvvet uygulanıyorsa yavaşlar. Bundan dolayı Galileo sürtünmeyi itme veya çekme gibi bir kuvvet olarak yorumladı.



ŞEKİL 4–3 $\vec{F}$ bir kişi tarafından uygulanan kuvveti $\vec{F}_{sür}$ ise sürtünme kuvvetini göstermektedir.

Bir cismi bir masada sabit hızla bir uçtan diğer uca itmek için elinizin uygulayacağı sürtünme kuvvetini dengeleyebilecek bir kuvvet gerekir (Şek.4.3). Cisim sabit hızla hareket ettiğinde itme kuvvetiniz sürtünme kuvvetinin büyüklüğüne eşittir, fakat bu iki kuvvet zıt yönlüdür, yani cisim üzerindeki net kuvvet (iki kuvvetin vektörel toplamı) sıfırdır. Cismin üzerine etki eden net kuvvet yoksa cismin sabit hızla hareket ediyor olması Galileo'nun bakış açısı ile tutarlıdır. Isaac Newton (Şek.4.4), Galileo tarafından atılan bu temel üzerinde kendi ünlü hareket kuramını kurdu. Newton'un hareketi analizi onun ünlü "hareketin üç yasası"nda özetlendi. Newton ünlü çalışması *Principia* (1687'de yayınlandı)'da Galileo'ya teşekkürlerini sundu. Gerçekten de **Newton'un birinci hareket yasası** Galileo'nun sonuçlarına yakındır.

NEWTON'UN BİRİNCİ HAREKET YASASI

Her cisim, üzerine net kuvvet etki etmediği sürece kendi hareketsiz durumunda kalmaya veya düzgün hızla doğrusal hareketini sürdürmeye devam eder.

Bir cismin kendi hareketsiz durumunu veya bir doğru boyunca düzgün hızını koruma eğilimi **eylemsizlik** olarak adlandırılır. Sonuç olarak, Newton'un birinci yasası çoğu kez **eylemsizlik yasası** olarak bilinir.

ŞEKİL 4–4
Isaac Newton (1642–1727).



KAVRAMSAL ÖRNEK 4–1 **Newton'un birinci yasası.** Bir okul otobüsü aniden durur ve döşeme üzerindeki sırt çantalarının tamamı ileriye doğru kaymaya başlar. Onların bu hareketi yapmasına neden olan kuvvet nedir?

YANIT Bu hareketi yaptıran kuvvet değildir. Newton'un birinci yasasına göre sırt çantaları hızlarını koruyarak kendi hareketlerini sürdürür. Döşeme üzerinde sürtünme gibi bir kuvvet varsa çantaların hızı yavaşlar.

Eylemsiz Referans Çerçeveleri

Newton'un birinci yasası her referans çerçevesinde geçerli değildir. Örneğin, eğer referans çerçeveniz ivmelenen bir arabaya yerleştirilmişse arabanın gösterge paneli üstünde duran fincan gibi bir cisim size doğru harekete başlayabilir (arabanın hızı sabit kaldığı sürece fincan hareketsiz kalır). Ne siz ne de başka bir şey size doğru hızlanan fincanın o yönde hareket etmesi için bir kuvvet uygulamamıştır. Benzer şekilde, Örnek 4-1'de yavaşlayan otobüsün referans çerçevesinde sırt çantalarını ileriye doğru iten bir kuvvet yoktu. Newton'un birinci yasası ivmelenen referans çerçevelerinde geçerli değildir. Newton'un birinci yasasının geçerli olduğu referans çerçevelerine **eylemsiz referans çerçeveleri** (eylemsizlik yasaları bu çerçevelerde geçerlidir) denir. Bir çok amaç için Dünya üzerine yerleştirilen bir referans çerçevesinin eylemsiz çerçeve olduğu yaklaşımını yaparız. Yani Dünya'yı eylemsiz bir çerçeve olarak kabul ederiz. Dünya döndüğünden bu çok doğru değildir, fakat genellikle bu yaklaşım yeterince iyi bir yaklaşıklıktır.

Eylemsiz bir çerçeveye göre sabit hızla hareket eden herhangi bir referans çerçevesi (bir araba veya bir uçak gibi) de bir eylemsiz referans çerçevesidir. Yukarıda tartışılan ivmelenen referans çerçeveleri gibi, eylemsizlik yasasının geçerli *olmadığı* referans çerçevelerine **eylemsiz olmayan** referans çerçeveleri denir. Bir referans çerçevesinin eylemsiz olup olmadığından nasıl emin olabiliriz? Newton'un birinci yasasının geçerli olup olmadığını kontrol ederek. Bundan dolayı Newton'un birinci yasası eylemsiz referans çerçevelerinin bir tanımını verir.

4–3 Kütle

Kütle kavramının kullanıldığı Newton'un ikinci yasasına bir sonraki kısımda geleceğiz. Newton *madde miktarı*'nın eş anlamlısı olarak *kütle* terimini kullandı. Madde miktarı kavramı çok iyi tanımlanmadığından bir cismin kütlesinin bu sezgisel ifadesi çok kesin değildir. Daha kesin olarak, **kütle** bir cismin *eylemsizliğinin ölçüsüdür* diyebiliriz. Büyük kütleli cisimleri ivmelendirmek için daha büyük kuvvet gerekir. Böyle bir cismi hareketsiz durumundan harekete başlatmak veya hareket ediyorsa durdurmak veya hızını doğrusal bir yoldan yana doğru değiştirmek daha zordur. Bir kamyonetin eylemsizliği aynı hızla hareket eden bir beyzbol topundan çok daha fazladır ve kamyonetin hızını beyzbol topunun hızı ile aynı oranda değiştirmek için daha büyük bir kuvvet gerekir. Bundan dolayı kamyonet çok daha fazla kütleye sahiptir.

⚠ DİKKAT
Kütle ve ağırlık farklı şeylerdir

Kütle kavramını nicelendirmek için bir standart tanımlamak zorundayız. Bölüm 1'deki Kısım 1-4'te tartıştığımız gibi SI birim sisteminde kütle birimi **kilogram**'dır.

Kütle ve *ağırlık* terimleri çoğu kez birbirleriyle karıştırılır fakat aralarında önemli farklılıklar vardır. Kütle bir cismin kendi özelliği (cismin eylemsizliğinin bir ölçüsü veya cismin madde miktarı)' dır. Diğer taraftan ağırlık bir cismin üzerine etki eden yerçekimi kuvvetidir. Aralarındaki farkı görmek için Ay'da bir cisim olduğunu varsayalım. Yerçekimi kuvveti Ay'da daha zayıf olduğundan cismin Ay'daki ağırlığı Dünya'daki ağırlığının altıda biridir. Fakat cismin kütlesi aynı olacaktır. Madde miktarı Dünya'daki ile aynıdır ve Dünya'da sahip olduğu eylemsizliğe sahip olacaktır. Sürtünmesiz bir durumda cismi harekete başlatmak veya hareket ederken durdurmak Dünya'dakiyle aynı zorluğa sahiptir. (Kısım 4-6'da ağırlık üstünde tekrar duracağız.)

4–4 Newton'un İkinci Hareket Yasası



ŞEKİL 4–5 Ekip bir kuvvet uyguladığı için kızak hızlanır.

Newton'un birinci yasasına göre bir cismin üzerine etkiyen net kuvvet sıfırsa hareketsiz cisim hareketsiz kalmaya; veya cisim hareketli ise doğrusal bir yörüngede sabit hızla hareket etmeye devam eder. Fakat cismin üzerine net bir kuvvet uygulanırsa ne olur? Newton cisimlerin hızlarının değişeceğini fark etti (Şek. 4-5). Cismin üzerine uygulanan net bir kuvvet cismin hızını artırabilir, veya net kuvvet harekete zıt yönlüyse, cismin hızını azaltır. Eğer kuvvet hareket eden cisme yandan etki ederse cismin hızının *doğrultusu* değişecektir. (büyüklüğü de değişebilir). Hızdaki değişim ivme olduğundan (Kısım 2-4) *net kuvvet ivmeye neden olur* diyebiliriz.

İvme ve kuvvet arasındaki kesin ilişki nedir? Günlük deneyimler bir fikir verebilir. Sürtünme ihmal edilecek kadar küçük olduğunda bir market arabasını itmek için gereken kuvveti göz önüne alın. (Sürtünme varsa, net kuvveti sizin uyguladığınız kuvvet eksi sürtünme kuvveti olarak düşünün). Arabayı belirli bir zaman aralığında sabit bir kuvvetle hafifçe iterseniz, hareketsiz durumundan diyelim gibi belli bir hıza ivmelendirirsiniz. Eğer iki katı bir kuvvetle iterseniz araba 3 km/sa'lik hıza verilen zamanın yarısında ulaşır. İvme iki kat artacaktır. Eğer üç kat kuvvetle iterseniz ivme üç katı olacaktır ve bu durum böyle devam eder. Bundan dolayı bir cismin ivmesi uygulanan net kuvvet ile doğru orantılıdır. Fakat ivme cismin kütlesine de bağlıdır. Boş bir market arabasını daha önceki arabaya uyguladığınız kuvvetle ittiğinizde, dolu market arabasının daha yavaş ivmelendiğini görürsünüz. Aynı net kuvvet için kütle ne kadar büyükse ivme o kadar azdır. Newton'un söylediği gibi, matematiksel olarak cismin ivmesi kütlesi ile ters orantılıdır. Bu ilişki aşağıdaki gibi özetlenebilir.

NEWTON'UN İKİNCİ HAREKET YASASI

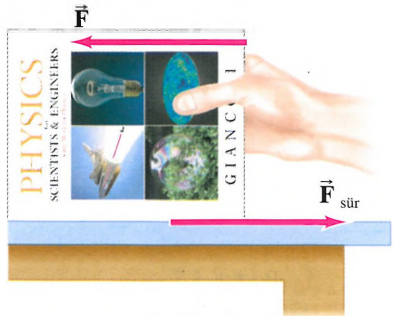
Bir cismin ivmesi, ona etki eden net kuvvetle doğru orantılı, kütlesi ile ters orantılıdır. İvmenin yönü cismin üzerine etki eden net kuvvet ile aynıdır.

Bu **Newton'un ikinci hareket yasası**'dır.

Galileo'nun fikirlerini anlamak için yatay bir düzlem boyunca olan hareketle ilgili aşağıdaki gözlemleri göz önüne alın. Bir cismi pürüzlü bir masa yüzeyi boyunca sabit bir hızla itmek için belirli bir miktar kuvvet gerekir. Aynı ağırlıktaki bir cismi çok pürüzsüz bir yüzeyde aynı hızla masanın bir ucundan diğer ucuna itmek için daha az kuvvet gerekecektir. Masa ve cismin yüzeyi arasına bir yağ tabakası veya başka kaygan bir tabaka yerleştirilirse cismin hareketini sürdürmesi için neredeyse hiç kuvvet gerekmez. Bir sonraki adımda cismin masa üzerinde bir engel ile karşılaşmadığını veya masa ile cisim arasında kusursuz bir kayganlık olduğunu varsayacağız ve harekete başladıktan sonra cismin masayı *hiçbir* kuvvet uygulanmadan sabit hızla geçeceği teorisini ortaya atacağız. Çelik bir bilyenin sert yatay bir yüzey üzerinde yuvarlanması bu duruma yaklaşır. Bir hava tabakasının sürtünmeyi neredeyse sıfıra kadar azalttığı hava masasındaki disk de böyledir.

Sürtünmenin olmadığı böyle ideal bir dünyanın hayalini kurmak ve bu durumun gerçek dünyanın daha zengin ve doğru anlaşılmasına yol açacağını görmek Galileo'nun dehasıydı. Bu idealleştirme onun, hareket eden cismin üzerine etki eden bir kuvvet yoksa cismin bir doğru boyunca sabit hızla hareketine devam edeceği sonucuna ulaşmasını sağladı. Bir cisim sadece üzerine bir kuvvet uygulanıyorsa yavaşlar. Bundan dolayı Galileo sürtünmeyi itme veya çekme gibi bir kuvvet olarak yorumladı.

Bir cismi bir masada sabit hızla bir uçtan diğer uca itmek için elinizin uygulayacağı sürtünme kuvvetini dengeleyebilecek bir kuvvet gerekir (Şek.4.3). Cisim sabit hızla hareket ettiğinde itme kuvvetiniz sürtünme kuvvetinin büyüklüğüne eşittir, fakat bu iki kuvvet zıt yönlüdür, yani cisim üzerindeki net kuvvet (iki kuvvetin vektörel toplamı) sıfırdır. Cismin üzerine etki eden net kuvvet yoksa cismin sabit hızla hareket ediyor olması Galileo'nun bakış açısı ile tutarlıdır. Isaac Newton (Şek.4.4), Galileo tarafından atılan bu temel üzerinde kendi ünlü hareket kuramını kurdu. Newton'un hareketi analizi onun ünlü "hareketin üç yasası"nda özetlendi. Newton ünlü çalışması *Principia* (1687'de yayınlandı)'da Galileo'ya teşekkürlerini sundu. Gerçekten de **Newton'un birinci hareket yasası** Galileo'nun sonuçlarına yakındır.



ŞEKİL 4–3 $\vec{F}$ bir kişi tarafından uygulanan kuvveti $\vec{F}_{sür}$ ise sürtünme kuvvetini göstermektedir.

NEWTON'UN BİRİNCİ HAREKET YASASI

Her cisim, üzerine net kuvvet etki etmediği sürece kendi hareketsiz durumunda kalmaya veya düzgün hızla doğrusal hareketini sürdürmeye devam eder.

Bir cismin kendi hareketsiz durumunu veya bir doğru boyunca düzgün hızını koruma eğilimi **eylemsizlik** olarak adlandırılır. Sonuç olarak, Newton'un birinci yasası çoğu kez **eylemsizlik yasası** olarak bilinir.

ŞEKİL 4–4
Isaac Newton (1642–1727).



KAVRAMSAL ÖRNEK 4–1 **Newton'un birinci yasası.** Bir okul otobüsü aniden durur ve döşeme üzerindeki sırt çantalarının tamamı ileriye doğru kaymaya başlar. Onların bu hareketi yapmasına neden olan kuvvet nedir?

YANIT Bu hareketi yaptıran kuvvet değildir. Newton'un birinci yasasına göre sırt çantaları hızlarını koruyarak kendi hareketlerini sürdürür. Döşeme üzerinde sürtünme gibi bir kuvvet varsa çantaların hızı yavaşlar.

Eylemsiz Referans Çerçeveleri

Newton'un birinci yasası her referans çerçevesinde geçerli değildir. Örneğin, eğer referans çerçeveniz ivmelenen bir arabaya yerleştirilmişse arabanın gösterge paneli üstünde duran fincan gibi bir cisim size doğru harekete başlayabilir (arabanın hızı sabit kaldığı sürece fincan hareketsiz kalır). Ne siz ne de başka bir şey size doğru hızlanan fincanın o yönde hareket etmesi için bir kuvvet uygulamamıştır. Benzer şekilde, Örnek 4-1'de yavaşlayan otobüsün referans çerçevesinde sırt çantalarını ileriye doğru iten bir kuvvet yoktu. Newton'un birinci yasası ivmelenen referans çerçevelerinde geçerli değildir. Newton'un birinci yasasının geçerli olduğu referans çerçevelerine **eylemsiz referans çerçeveleri** (eylemsizlik yasaları bu çerçevelerde geçerlidir) denir. Bir çok amaç için Dünya üzerine yerleştirilen bir referans çerçevesinin eylemsiz çerçeve olduğu yaklaşımını yaparız. Yani Dünya'yı eylemsiz bir çerçeve olarak kabul ederiz. Dünya döndüğünden bu çok doğru değildir, fakat genellikle bu yaklaşım yeterince iyi bir yaklaşıklıktır.

Eylemsiz bir çerçeveye göre sabit hızla hareket eden herhangi bir referans çerçevesi (bir araba veya bir uçak gibi) de bir eylemsiz referans çerçevesidir. Yukarıda tartışılan ivmelenen referans çerçeveleri gibi, eylemsizlik yasasının geçerli *olmadığı* referans çerçevelerine **eylemsiz olmayan** referans çerçeveleri denir. Bir referans çerçevesinin eylemsiz olup olmadığından nasıl emin olabiliriz? Newton'un birinci yasasının geçerli olup olmadığını kontrol ederek. Bundan dolayı Newton'un birinci yasası eylemsiz referans çerçevelerinin bir tanımını verir.

4–3 Kütle

Kütle kavramının kullanıldığı Newton'un ikinci yasasına bir sonraki kısımda geleceğiz. Newton *madde miktarı*'nın eş anlamlısı olarak *kütle* terimini kullandı. Madde miktarı kavramı çok iyi tanımlanmadığından bir cismin kütlesinin bu sezgisel ifadesi çok kesin değildir. Daha kesin olarak, **kütle** bir cismin *eylemsizliğinin ölçüsüdür* diyebiliriz. Büyük kütleli cisimleri ivmelendirmek için daha büyük kuvvet gerekir. Böyle bir cismi hareketsiz durumundan harekete başlatmak veya hareket ediyorsa durdurmak veya hızını doğrusal bir yoldan yana doğru değiştirmek daha zordur. Bir kamyonetin eylemsizliği aynı hızla hareket eden bir beyzbol topundan çok daha fazladır ve kamyonetin hızını beyzbol topunun hızı ile aynı oranda değiştirmek için daha büyük bir kuvvet gerekir. Bundan dolayı kamyonet çok daha fazla kütleye sahiptir.

⚠ DİKKAT
Kütle ve ağırlık farklı şeylerdir

Kütle kavramını nicelendirmek için bir standart tanımlamak zorundayız. Bölüm 1'deki Kısım 1-4'te tartıştığımız gibi SI birim sisteminde kütle birimi **kilogram**'dır.

Kütle ve *ağırlık* terimleri çoğu kez birbirleriyle karıştırılır fakat aralarında önemli farklılıklar vardır. Kütle bir cismin kendi özelliği (cismin eylemsizliğinin bir ölçüsü veya cismin madde miktarı)' dır. Diğer taraftan ağırlık bir cismin üzerine etki eden yerçekimi kuvvetidir. Aralarındaki farkı görmek için Ay'da bir cisim olduğunu varsayalım. Yerçekimi kuvveti Ay'da daha zayıf olduğundan cismin Ay'daki ağırlığı Dünya'daki ağırlığının altıda biridir. Fakat cismin kütlesi aynı olacaktır. Madde miktarı Dünya'daki ile aynıdır ve Dünya'da sahip olduğu eylemsizliğe sahip olacaktır. Sürtünmesiz bir durumda cismi harekete başlatmak veya hareket ederken durdurmak Dünya'dakiyle aynı zorluğa sahiptir. (Kısım 4-6'da ağırlık üstünde tekrar duracağız.)

4–4 Newton'un İkinci Hareket Yasası



ŞEKİL 4–5 Ekip bir kuvvet uyguladığı için kızak hızlanır.

Newton'un birinci yasasına göre bir cismin üzerine etkiyen net kuvvet sıfırsa hareketsiz cisim hareketsiz kalmaya; veya cisim hareketli ise doğrusal bir yörüngede sabit hızla hareket etmeye devam eder. Fakat cismin üzerine net bir kuvvet uygulanırsa ne olur? Newton cisimlerin hızlarının değişeceğini fark etti (Şek. 4-5). Cismin üzerine uygulanan net bir kuvvet cismin hızını artırabilir, veya net kuvvet harekete zıt yönlüyse, cismin hızını azaltır. Eğer kuvvet hareket eden cisme yandan etki ederse cismin hızının *doğrultusu* değişecektir. (büyüklüğü de değişebilir). Hızdaki değişim ivme olduğundan (Kısım 2-4) *net kuvvet ivmeye neden olur* diyebiliriz.

İvme ve kuvvet arasındaki kesin ilişki nedir? Günlük deneyimler bir fikir verebilir. Sürtünme ihmal edilecek kadar küçük olduğunda bir market arabasını itmek için gereken kuvveti göz önüne alın. (Sürtünme varsa, net kuvveti sizin uyguladığınız kuvvet eksi sürtünme kuvveti olarak düşünün). Arabayı belirli bir zaman aralığında sabit bir kuvvetle hafifçe iterseniz, hareketsiz durumundan diyelim gibi belli bir hıza ivmelendirirsiniz. Eğer iki katı bir kuvvetle iterseniz araba 3 km/sa'lik hıza verilen zamanın yarısında ulaşır. İvme iki kat artacaktır. Eğer üç kat kuvvetle iterseniz ivme üç katı olacaktır ve bu durum böyle devam eder. Bundan dolayı bir cismin ivmesi uygulanan net kuvvet ile doğru orantılıdır. Fakat ivme cismin kütlesine de bağlıdır. Boş bir market arabasını daha önceki arabaya uyguladığınız kuvvetle ittiğinizde, dolu market arabasının daha yavaş ivmelendiğini görürsünüz. Aynı net kuvvet için kütle ne kadar büyükse ivme o kadar azdır. Newton'un söylediği gibi, matematiksel olarak cismin ivmesi kütlesi ile ters orantılıdır. Bu ilişki aşağıdaki gibi özetlenebilir.

NEWTON'UN İKİNCİ HAREKET YASASI

Bir cismin ivmesi, ona etki eden net kuvvetle doğru orantılı, kütlesi ile ters orantılıdır. İvmenin yönü cismin üzerine etki eden net kuvvet ile aynıdır.

Bu **Newton'un ikinci hareket yasası**'dır.

Newton'un ikinci yasası bir eşitlik olarak yazılabilir:

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{\Sigma \vec{\mathbf{F}}}{m}.$$

Burada $\vec{\mathbf{a}}$ ivme, m kütle ve $\Sigma \vec{\mathbf{F}}$ cismin üzerindeki *net kuvvet* demektir Σ (Yunanca'da "sigma") sembolü toplama yapılacağını söyler. $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvet olduğundan, $\Sigma \vec{\mathbf{F}}$ cismin üzerine etki eden *tüm kuvvetlerin vektörel* toplamıdır. Bunu **net kuvvet** olarak tanımlarız.

Newton'un ikinci yasasının alışılmış ifadesini elde etmek için bu eşitliği tekrar düzenleriz:

$$\Sigma \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}. \qquad \textbf{(4–1a)}$$

NEWTON'UN İKİNCİ HAREKET YASASI

Newton'un ikinci yasası, hareketin betimlemesini (ivme), hareketin nedenine (kuvvet) bağlar. Yani kuvvet ile hareket arasında ilişki kurar. Bu fiziğin en temel ilişkilerinden biridir. Newton'un ikinci yasasını kullanarak **kuvveti** *bir cismin ivmelendirebilecek bir eylem* olarak tanımlayabiliriz.

Her $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti, büyüklüğü ve doğrultusu olan bir vektör'dür. Dnk. 4-1a herhangi bir eylemsiz referans sisteminde geçerli olan bir vektör eşitliğidir. Bu eşitlik dik koordinatlardaki bileşenleri cinsinden

$$\Sigma F_x = ma_x, \qquad \Sigma F_y = ma_y, \qquad \Sigma F_z = ma_z \qquad \textbf{(4–1b)}$$

olarak yazılabilir. Burada

$$\vec{\mathbf{F}} = F_x\hat{\mathbf{i}} + F_y\hat{\mathbf{j}} + F_z\hat{\mathbf{k}}$$

'dır. İvmenin her hangi bir yöndeki bileşeni sadece net kuvvetin o yöndeki bileşeni tarafından etkilenir.

Kütlenin kilogram ile ifade edildiği SI birim sisteminde kuvvet birimi **newton** (N) olarak adlandırılır. Bir Newton, bir kg'lık kütle'ye $1\ \text{m/s}^2$'lik ivme vermek için gereken kuvvettir. Böylece $1\ \text{N} = 1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2$ 'dir.

Daha önce bahsedildiği gibi[†] cgs birimlerinde kütle birimi gramdır (g). Kuvvet birimi *dyn*'dır ve 1*g*'lık bir kütleye $1\ \text{cm/s}^2$ 'lik ivme kazandırmak için gereken net kuvvet olarak tanımlanır. Böylece $1\ \text{dyne} = 1\ \text{g}\cdot\text{cm/s}^2$ 'dir. $1\ \text{dyne} = 10^{-5}\ \text{N}$ olduğunu göstermek kolaydır.

İngiliz birim sisteminde kuvvet birimi *pound* (kısaltması lb) olup $1\ \text{lb} = 4.448222\ \text{N} \approx 4.45\ \text{N}$ 'dur. Kütle birimi slugdır ve üzerine 1 lb'lık bir kuvvet uygulandığında $1\ \text{ft/s}^2$'lik ivme kazanan kütle olarak tanımlanır. Tablo 4.1 değişik sistemlerdeki birimleri göstermektedir.

TABLE 4–1
Kütle ve Kuvvet Birimleri

Sistem	Kütle	Kuvvet
SI	kilogram (kg)	newton (N) $(= \text{kg}\cdot\text{m/s}^2)$
cgs	gram (g)	dyne $(= \text{g}\cdot\text{cm/s}^2)$
İngiliz	slug	pound (lb)

Dönüşüm çarpanları: $1\ \text{dyne} = 10^{-5}\ \text{N}$; $1\ \text{lb} \approx 4.45\ \text{N}$.

PROBLEM ÇÖZME
Tutarlı bir birim kümesi kullanın

Verilen bir problem veya hesaplamada sadece bir birim sisteminin kullanılması çok önemlidir, SI tercih edilen birim sistemidir. Diyelim kuvvet newton ve kütle gram olarak verildiğinde, SI birimlerinde ivmeyi çözmeden önce kütleyi kilograma çevirmek zorundayız. Örneğin x-ekseni yönündeki kuvvet 2.0 N ve kütle 500 g olarak verilirse, kütle'yi 0.50 kg 'a çevirirız ve Newton'un ikinci yasası kullanıldığı için ivme otomatik olarak m/s^2 biriminde olacaktır.

$$a_x = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{2.0\ \text{N}}{0.50\ \text{kg}} = \frac{2.0\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}{0.50\ \text{kg}} = 4.0\ \text{m/s}^2.$$

ÖRNEK 4–2 **TAHMİN** **Hızlı arabayı ivmelendiren kuvvet.** (*a*) 1000 kg'lık bir arabayı $\frac{1}{2}g$ ile, (*b*) 200 g'lık bir elma'yı aynı ivmeyle ivmelendirmek için gereken net kuvveti tahmin ediniz.

YAKLAŞIM Her cisim için gereken net kuvveti bulmak için Newton'un ikinci yasasını kullanırız. Bu bir tahmindir ($\frac{1}{2}$ kesin olarak verilmemiştir) bunun için bir anlamlı basamağa yuvarlarız.

ÇÖZÜM (*a*) Arabanın ivmesi $a = \frac{1}{2}g = \frac{1}{2}(9.8\ \text{m/s}^2) \approx 5\ \text{m/s}^2$ 'dir. Bu ivmeyi oluşturan net kuvveti bulmak için Newton'un ikinci yasasını kullanırız:

$$\Sigma F = ma \approx (1000\ \text{kg})(5\ \text{m/s}^2) = 5000\ \text{N}.$$

(5000 N'luk bir kuvvetin İngiliz birim sisteminde ne kadar olduğunu anlamak için bunu 4.45 N/lb 'ye bölebilirsiniz ve yaklaşık 1000 lb'lik bir kuvvet bulursunuz)

(*b*) Elma için, $m = 200\ \text{g} = 0.2\ \text{kg}$,

$$\Sigma F = ma \approx (0.2\ \text{kg})(5\ \text{m/s}^2) = 1\ \text{N}\text{ 'dır.}$$

[†]Gram için kullanılan g ile yerçekimi ivmesi *g*'yi birbiri ile karıştırmamaya dikkat edin. İkincisi her zaman italik (vektör olarak verildiğinde kalın) yazılır.

ÖRNEK 4–3 **Bir arabayı durduran kuvvet.** 1500 kg kütleli bir arabayı 55 m'lik bir mesafede 100 km/sa'lik bir hızdan durgun hale getirmek için gereken ortalama net kuvvet nedir?

YAKLAŞIM Kuvveti tanımlamak için Newton'un ikinci yasasını kullanırız, $\Sigma F = ma$, fakat önce a ivmesini hesaplamamız gerekir. İvmeyi sabit kabul edelim, böylece ivmeyi hesaplamak için Dnk. 2-12'deki kinematik denklemleri kullanabiliriz.



ŞEKİL 4–6
Örnek 4–3.

ÇÖZÜM Hareketin + x ekseni boyunca olduğunu kabul ediyoruz (Şek. 4-6). Başlangıç hızı $v_0 = 100$ km/sa = 27.8 m/s (Kısım1-5), son hız $v = 0$ ve gidilen yol $x - x_0 = 55$ m olarak verilmiştir. 2-12 eşitliğinden

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0),$$

ve

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{0 - (27.8\,\text{m/s})^2}{2(55\,\text{m})} = -7.0\,\text{m/s}^2$$

elde ederiz. O zaman istenen net kuvvet

$$\Sigma F = ma = (1500\,\text{kg})(-7.1\,\text{m/s}^2) = -1.1 \times 10^4\,\text{N}$$

olur. Kuvvet başlangıçtaki hıza zıt yönde uygulanmak zorunda olduğundan işareti negatiftir.

NOT İvme sabit değilse o zaman bir "ortalama" ivme tanımlar ve "ortalama" bir net kuvvet buluruz.

Birinci yasa gibi Newton'un ikinci yasası da sadece eylemsiz referans çerçevelerinde geçerlidir (Kısım 4-2). Örneğin ivmelenen bir arabanın eylemsiz olmayan referans çerçevesinde arabanın gösterge paneli üzerindeki bir fincan üzerine etki eden net kuvvet sıfır olmasına rağmen fincan kaymaya başlar ve ivmelenir. Dolayısıyla böyle ivmelenen bir referans sisteminde $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ geçerli değildir. ($\Sigma\vec{\mathbf{F}} = 0$, fakat $\vec{\mathbf{a}} \neq 0$.)

ALIŞTIRMA A Daha önce tartıştığımız ivmeli bir arabanın gösterge panelinin (pürüzsüz) üstünde kayan bir fincanı, bu kez arabanın dışındaki yani sokaktaki bir eylemsizlik çerçevesinden izlediğinizi varsayın. Sizin eylemsizlik çerçevenize göre Newton yasaları geçerlidir. Gösterge paneli üzerindeki kupayı iten kuvvet nedir?

Kütlenin Kesin Tanımı

Kısım 4-3'te bahsedildiği gibi, eylemsizliğin ölçüsü olan kütle tanımını kullanarak kütleyi ölçebiliriz. Bunun nasıl yapılacağı Dnk. 4-1a'dan açıkça görülebilir, burada cismin ivmesinin o cismin kütlesi ile ters orantılı olduğunu görüyoruz. m_1 ve m_2, kütleli cisimlere aynı kuvvet uygulandığında, bu iki kütlenin oranı ivmelerin oranının tersi olarak tanımlanır.

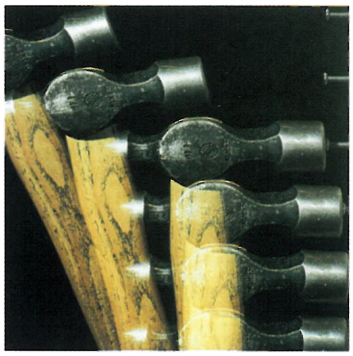
$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}.$$

Eğer kütlelerden biri bilinirse (standart olarak kilogram olabilir) ve iki ivme kesin bir doğrulukla ölçülürse o zaman yukarıdaki tanımdan bilinmeyen kütle bulunur. Örneğin $m_1 = 1.00$ kg belli bir kuvvet için $a_1 = 3.00\,\text{m/s}^2$ ve $a_2 = 2.00\,\text{m/s}^2$ ise $m_2 = 1.50$ kg 'dır.

4–5 Newton'un Üçüncü Yasası

Newton'un ikinci hareket yasası kuvvetlerin hareketi nicel olarak nasıl etkilediğini tanımlar Fakat aklımıza kuvvetlerin nereden geldiği sorusu gelebilir. Gözlemler herhangi bir cisim üzerine etki eden kuvvetin her zaman *diğer cisimler tarafından* uygulandığına işaret eder. Bir at bir vagonu çeker, bir kadın bir market arabasını iter, bir çekiç bir çiviyi iter, bir mıknatıs kağıt kıskacını çeker. Bu örneklerin her birinde bir cismin *üzerine* başka cisim *tarafından* bir kuvvet uygulanmaktadır. Örneğin *çivi üzerine* etki eden kuvvet *çekiç tarafından* uygulanır.

Fakat Newton bu etkinin tek taraflı olmadığını fark etti. Bu doğrudur, çekiç çivi üzerine bir kuvvet uygular (Şek.4-7). Fakat öyle görünüyor ki çivi de çekiç üzerine geriye doğru bir kuvvet uygulamaktadır, çünkü temastan sonra çekicin hızı hızla sıfıra doğru azalır. Çekicin böyle hızla yavaşlamasına sadece güçlü bir kuvvet neden olabilir. Bundan dolayı Newton iki cismin simetrik bir biçimde davrandıklarını söyledi. Çekiç çivi üzerine bir kuvvet uygular, çivi de çekiç üzerine geri bir kuvvet uygular. Bu durum **Newton'un üçüncü yasası**'nın temelidir.



ŞEKİL 4–7 Bir çiviye vuran çekiç. Çekiç çivi üzerine bir kuvvet uygular, çivi de çekice geri bir kuvvet uygular. Çivinin çekice uyguladığı kuvvet çekici yavaşlatır ve durdurur.

NEWTON'UN ÜÇÜNCÜ HAREKET YASASI

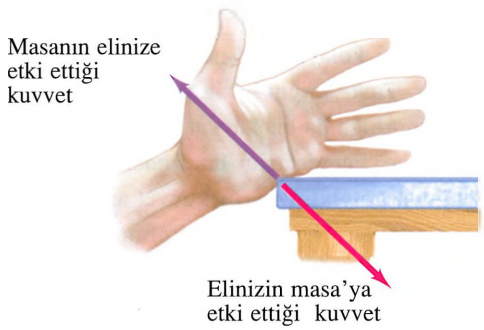
Bir cisim ikinci bir cisim üzerine kuvvet uyguladığında, ikinci cisim de birinci cisim üzerine zıt yönde eşit bir kuvvet uygular.

Bu yasa bazen "her etkinin eşit ve zıt yönlü bir tepkisi vardır" kelimeleri ile ifade edilir. Bu düşünce tamamen geçerlidir. Fakat karışıklığı önlemek için "etki" kuvveti ve "tepki" kuvvetinin *farklı* cisimler üzerine uygulandığını hatırlamak çok önemlidir.

DİKKAT

Etki ve tepki kuvvetleri farklı cisimlere etki eder.

Newton'un üçüncü yasasının geçerliliğinin kanıtı olarak, elinizi bir masanın kenarına doğru bastırıp elinize bakın (Şek.4-8). Elinizin şekli bozulmuştur bu durum bir kuvvetin elinize etki ettiğinin açık bir kanıtıdır. Masa kenarının elinize baskı uyguladığını görebilirsiniz. Masanın elinize bir kuvvet uyguladığını *hissedebilirsiniz;* eliniz acır! Masayı daha sert iterseniz masa da elinizi daha sert iter. (siz sadece *üzerinize* etkiyen kuvveti hissederseniz, başka bir cisim üzerine kuvvet uyguladığınızda sizin hissettiğiniz cismin size uyguladığı geri kuvvettir).



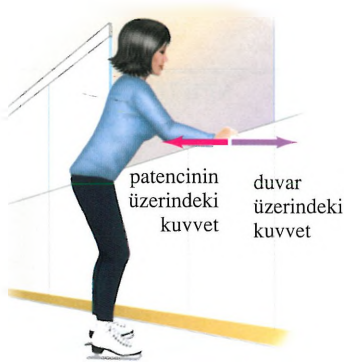
ŞEKİL 4–8 Elinizle masanın kenarını ittiğinizde (kırmızı ile gösterilen kuvvet vektörü) masa elinizi geri iter (bu kuvvet bize kuvvetin farklı bir cisim üzerine uygulandığını belirtmek için farklı bir renkle, mor ile verilmiştir).

Masanın elinize etki ettirdiği kuvvet, elinizin masaya etki ettirdiği kuvvet ile aynı büyüklüktedir. Bu sadece masa durgun iken değil, masa elinizle uyguladığınız kuvvetten dolayı ivmelendiğinde de doğrudur.

Newton'un üçüncü yasasının bir başka gösterimi için Şek.4-9'daki buz patencisini göz önüne alın. Paten ile buz arasında çok az sürtünme vardır. Bunun için patenciye bir kuvvet uygulandığında serbestçe hareket edecektir. Patenci duvarı iter ve geriye doğru harekete geçer. Patenciyi geriye hareket ettiren kuvvet, patencinin duvara uyguladığı kuvvet değildir, çünkü bu kuvvet duvara etki eder. Patencinin harekete başlaması için, *onun üzerine* bir kuvvetin etki etmesi gerekir ve bu kuvvet sadece duvar tarafından uygulanabilir. Newton'un üçüncü yasasına göre duvarın patenciyi ittiği kuvvet patencinin duvara uyguladığı kuvvete eşit ve zıt yönlüdür.

Bir adam başlangıçta durgun olan küçük bir kayıktan dışarı doğru bir paket fırlattığında kayık zıt yönde harekete başlar. Adam paket üzerine bir kuvvet uygular. Paket adama eşit büyüklükte ve zıt yönde bir geri kuvvet uygular ve bu kuvvet adamı (ve kayığı) geriye doğru bir hafifçe iter.

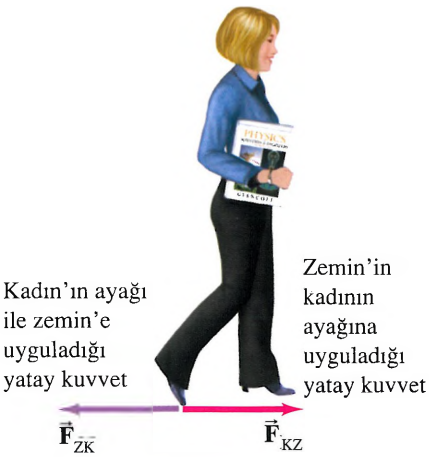
ŞEKİL 4–9 Newton'un üçüncü yasası için bir örnek: bir buz patencisi duvarı ittiğinde duvar buz patencisine geri bir kuvvet uygular ve bu kuvvet patenciyi ivmelendirir





ŞEKİL 4–10 Newton'un üçüncü yasasına bir başka örnek: bir roketin fırlatılması. Roket motoru gazları aşağı doğru iter, gazlar rokete eşit büyüklükte ve zıt yönde bir kuvvet uygulayarak onu yukarı doğru ivmelendirir (Roket gazların aşağı doğru itilmesi sonucu ivmelenmez).

ŞEKİL 4–11 Bir ayağımız zemini geriye doğru ittiğinde zemin o ayağımızı ileri doğru iteceğinden (Newton'un üçüncü yasası) ileri doğru yürüyebiliriz. Gösterilen iki kuvvet *iki farklı cisim üzerine* etki eder.



Roketin yukarı fırlatılması da Newton'un üçüncü hareket yasası kullanılarak açıklanır (Şek. 4-10). Motorun dışarı attığı gazların atmosfere veya yere doğru uyguladığı itmeden dolayı roketin ivmelendiğini düşünmek ortak bir yanılgıdır. Gerçekte roket gazları dışarı atarak onlara güçlü bir kuvvet uygular. Roketi ileri doğru iten gazlar tarafından rokete uygulanan eşit ve zıt yönlü kuvvettir (83.sayfadaki Bölüme giriş fotoğrafı). Bundan dolayı bir uzay aracı boş uzayda ivmelenmesi gereken yöne zıt yönde roketlerini ateşleyerek hareket eder. Roket, gazlar üzerine herhangi bir yönde itme uyguladığında, gazlar rokete zıt yönde bir itme kuvveti uygular. Jet uçaklarının da ivmelenme sebebi, geriye doğru fırlatılan gazların motora uyguladığı ileriye doğru kuvvettir (Newton'un üçüncü yasası).

Nasıl yürüdüğümüzü düşünün. Bir kadın yeri ayakları ile geriye doğru iterek yürümeye başlar. Yer de kadına ileriye doğru eşit ve zıt yönlü bir kuvvet uygular (Şek. 4-11), kadının üzerine etkiyen bu kuvvet kadını ilerletir. Eğer şüphe ediyorsanız, sürtünmenin olmadığı çok düzgün kaygan bir yerde yürümeyi deneyin.

KAVRAMSAL ÖRNEK 4–4 **Arabayı hareket ettiren kuvvet nereden gelir?** Arabayı ileri doğru hareket ettiren nedir?

YANIT Sık rastlanan bir yanıt motorun arabayı itmesidir. Ancak bu o kadar basit değildir. Motor tekerlerlerin dönmesini sağlar. Eğer tekerlekler kaygan bir buz veya derin bir çamur üzerinde ise tekerler boşa döner. Sürtünmeye ihtiyaç vardır. Kaygan olmayan bir zemin üzerinde tekerlekler sürtünmeden dolayı yere geriye doğru bir itme uygularlar. Newton'un üçüncü yasasına göre yer de tekerleklere zıt yönde bir itme uygulayarak arabayı ileri doğru ivmelendirir.

Genellikle kuvvetleri insanlar, hayvanlar, motorlar veya hareket eden bir çekiç gibi cisimlerle ilişkilendiririz. Duvar veya masa, ya da paten pistinin duvarı gibi hareketsiz olan cansız nesnelerin nasıl bir kuvvet uyguladığını görmek zordur (Şek.4-9). Bunun açıklaması ne kadar sert olursa olsun her materyalin bir miktar esnek (yay gibi) olmasıdır. Gergin bir lastik bant, bir kağıt topağına bir kuvvet uygulayarak onu ivmelendirip odayı uçarak aşmasını sağlayabilir. Diğer materyaller lastik gibi kolaylıkla esnemeyebilir fakat üzerlerine kuvvet uygulandığında gerilir veya sıkışır. Tıpkı gergin bir lastik bant gibi, gerilmiş veya (sıkıştırılmış) duvar, masa veya araba çamurluğu da bir kuvvet uygular.

Yukarda tartıştığımız örneklerle hangi cisme, hangi cisim tarafından kuvvet uygulandığını hatırlamanın ne kadar önemli olduğunu görebiliriz. Bir kuvvet ancak bir cisim üzerine uygulandığında o cismin hareketini etkiler. Bir cisim tarafından uygulanan kuvvet aynı cisme etki etmez, yani sadece uygulandığı cisim üzerinde etkilidir. Bu durumda karışıklığı önlemek için (kimin) *üzerine* ve (kim) *tarafından* terimleri her zaman dikkatli kullanılmalıdır.

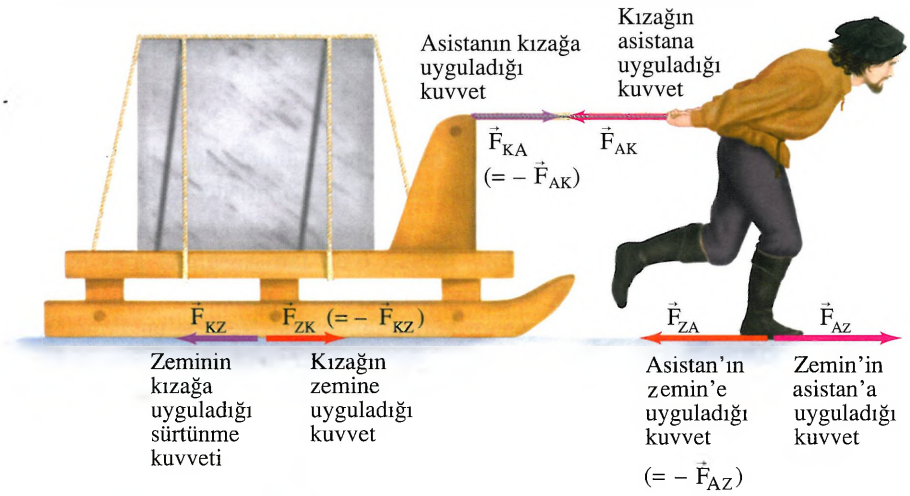
NEWTON'UN ÜÇÜNCÜ HAREKET YASASI

Hangi cisme hangi kuvvetin etki ettiğini açıkça belirtmenin bir yolu iki alt indis kullanmaktır. Örneğin Şek. 4-11'de yürüyen bir kadın için Zemin'in Kadın'a uyguladığı kuvvet $\vec{F}_{KZ}$ ile gösterebilir. Kadın'ın Zemin'e uyguladığı kuvvet ise $\vec{F}_{ZK}$ olur. Newton'un üçüncü yasasına göre

$$\vec{F}_{ZK} = -\vec{F}_{KZ} \qquad (4\text{–}2)$$

olup $\vec{F}_{ZK}$ ve $\vec{F}_{KZ}$'nin büyüklükleri aynıdır (Newton'un üçüncü yasası). Eksi işareti bize bu kuvvetlerin zıt yönlü kuvvetler olduğunu hatırlatır.

Şekil 4-11'de gösterilen iki kuvvetin farklı cisimler üzerine uygulandığına dikkat edin. Bundan dolayı kuvvetleri gösteren vektörler için farklı renkler kullandık. Bu kuvvetler Newton'un ikinci yasasındaki kuvvetlerin toplamında, $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ asla görünmeyeceklerdi. Neden böyledir? Çünkü bu kuvvetler farklı cisimlere uygulanır: $\vec{a}$ belli bir cismin ivmesidir ve $\Sigma\vec{F}$ *sadece bu* cisim üzerindeki kuvvetleri içermelidir.



ŞEKİL 4–12 Örnek 4-5'te sadece yatay kuvvetler gösterilmektedir. Michelangelo bir sonraki heykelinde kullanmak üzere iyi bir mermer blok seçti. Burada asistanının bir kızak üzerindeki mermeri taş ocağından çekişi görülüyor. Asistan üzerindeki kuvvetler kırmızı (morumsu kırmızı), kızak üzerindeki kuvvetler ise mor oklarla gösterilmiştir. Zemin üzerine etki eden kuvvetler turuncudur. Eşit ve zıt yönlü olan etki-tepki kuvvetleri aynı fakat ters ($\vec{F}_{ZA}$ ve $\vec{F}_{AZ}$ gibi) alt indislerle verilmiştir ve farklı cisimlere etki ettiklerinden farklı renktedir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 4–5 **Üçüncü yasayı açıklama.** Michelangelo'nun asistanına bir kızak kullanarak mermer bir blok'u taşıma görevi verildi (Şek.4-12). Asistan patronuna "kızak üzerine ileri yönde bir kuvvet uyguladığımda, kızak geri yönde eşit ve zıt yönlü bir kuvvet uygular. Bu durumda kızağı harekete nasıl başlatabilirim? Ne kadar güçle ittiğim önemli değil, geri tepki kuvveti her zaman benim ileri yöndeki kuvvetime eşit, bu durumda net kuvvet sıfır olmak zorundadır. Bu yükü taşımam mümkün değil" dedi. Asistan haklı mı?

YANIT Hayır. Etki ve tepki kuvvetlerinin aynı büyüklükte olduğu doğru olmasına rağmen, asistan bu kuvvetlerin farklı cisimlere uygulandıklarını unutmuştur. İleri ("etki") kuvvet kızağa asistan tarafından (Şek.4.13), oysa geri ("tepki") kuvvet asistana kızak tarafından uygulanır. Asistanın hareketli olup olmadığını belirlemek için sadece asistan'ın üzerindeki kuvvetleri düşünmeli ve $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ 'yı uygulamalıyız. Burada $\Sigma\vec{F}$ asistanın üzerindeki net kuvvet, $\vec{a}$ asistanın ivmesi ve m asistanın kütlesidir. Asistanın ileriye doğru hareket etmesini sağlayan iki kuvvet vardır: Bunlar Şek. ve 4-13'te parlak kırmızı oklarla gösterilmiştir. (1) Zeminin asistana uyguladığı yatay $\vec{F}_{AZ}$ (asistan zemini geriye doğru ne kadar kuvvetli iterse zemin de asistanı ileriye doğru o kadar kuvvetli iter- Newton'un üçüncü yasası) kuvveti ve (2) Kızağın asistana uyguladığı $\vec{F}_{AK}$ kuvveti, kızak asistanı geriye doğru çeker, Şek.4-13 'e bakınız. Eğer asistan zemini yeteri kadar iterse zeminin asistana uyguladığı $\vec{F}_{AZ}$ kuvveti kızağın geri çekme kuvveti $\vec{F}_{AK}$'den daha büyük olur ve asistan ileri doğru ivmelenir (Newton'un ikinci yasası). Diğer taraftan asistanın kızağa uyguladığı kuvvet zeminin kızağa geri yönde uyguladığı sürtünme kuvvetinden büyük olduğu zaman kızak ileri doğru ivmelenir. (Şek. 4-12'deki $\vec{F}_{KA}$, $\vec{F}_{KZ}$ 'den daha büyük olduğunda)

Newton'un üçüncü yasasını açıklamada kullanılan alt indisler sıkıcı olabilir, genellikle onları bu şekilde kullanmayız. Bunun yerine tek bir alt indis yani cisim üzerine etki eden kuvvet ne ise onu kullanacağız. Bununla birlikte, verilen bir kuvvet konusunda kafanız karışırsa (kimin) *üzerine* ve (kim) *tarafından* kuvvet uygulandığını belirtmek için iki alt indisi de kullanmaya devam edebilirsiniz.

ALIŞTIRMA B Sayfa 83'teki birinci Bölüm Başlangıç Sorusu'na dönün ve şimdi onu tekrar yanıtlayın. Neden ilkinden farklı yanıtladığınızı açıklamaya çalışın.

ALIŞTIRMA C Ağır bir kamyon küçük bir spor arabası ile kafa kafaya çarpışıyor. Hangi aracın çarpma kuvveti daha büyüktür? Çarpma esnasında hangisinin ivmesi daha büyüktür? Doğru sonucu bulmak için Newton'un hangi yasası kullanılır?

ALIŞTIRMA D Ağır bir masayı ittiğinizde her zaman masa da sizi geri iter mi? (*a*) Başka birisi onu itmedikçe, itmez. (*b*) Uzaydaysa, evet iter. (*c*) Bir masa asla itmez. (*d*) Hayır. (*e*) Evet.

PROBLEM ÇÖZME

Newton'un ikinci ve üçüncü yasaları üzerine bir çalışma



ŞEKİL 4–13 Örnek. Asistanın üzerine etki eden yatay kuvvetler

4–6 Ağırlık-Yerçekimi Kuvveti ve Normal Kuvvet

2. Bölüm'de gördüğümüz gibi Galileo, eğer hava direnci ihmal edilebilir olsaydı Dünya yüzeyine yakın yerlerde düşen bütün cisimlerin aynı $\vec{\mathbf{g}}$, ivmesi ile düşeceğini iddia etti. Bu ivmeye neden olan kuvvete *yerçekimi kuvveti* veya *çekim kuvveti* denir. Bir cisim üzerine çekim kuvveti nasıl uygulanır? Bölüm 6'da tartışacağımız gibi bu kuvveti Dünya uygular ve bu kuvvet düşey doğrultuda[†] Dünya'nın merkezine (aşağı) doğrudur. Yerçekiminden dolayı serbestçe düşen m kütleli bir cisme Newton'un ikinci yasasını uygulayalım. $\vec{\mathbf{a}}$, ivmesi yerine, yerçekiminin sebep olduğu, aşağı doğru olan $\vec{\mathbf{g}}$ ivmesini kullanırız. Böylece bir cismin üzerindeki **yerçekimi kuvveti** $\vec{\mathbf{F}}_G$,

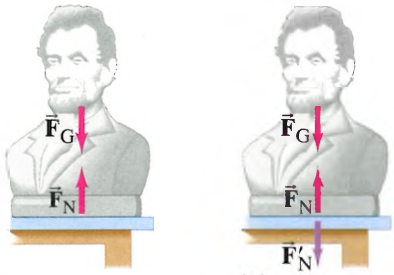
$$\vec{\mathbf{F}}_G = m\vec{\mathbf{g}} \qquad (4\text{–}3)$$

olarak yazılabilir. Bu kuvvet Dünya'nın merkezine doğru yönelmiştir. Bir cismin üzerindeki yerçekimi kuvvetinin büyüklüğü olan mg'ye genellikle cismin **ağırlığı** denir.

SI birim sisteminde $g = 9.80\,\text{m/s}^2 = 9.80\,\text{N/kg}$,[‡]'dır. Bu durumda Dünya'daki kütlesi 1.00 kg olan bir cismin ağırlığı $1.00\,\text{kg} \times 9.80\,\text{m/s}^2 = 9.80\,\text{N}$ olur. Çoğunlukla cisimlerin Dünya'daki ağırlıkları ile ilgileneceğiz, fakat Ay'daki, diğer gezegenlerdeki ve uzaydaki ağırlıklarının Dünya'dakinden farklı olacağına da dikkat edeceğiz. Örneğin yerçekiminden dolayı Ay'daki ivme Dünya'dakinin yaklaşık olarak altıda biridir ve 1.00 kg kütleli bir cismin ağırlığı sadece 1.6 N'dur. İngiliz birimlerini kullanmıyor olmamıza rağmen 1.00 kg kütle'nin ağırlığının yaklaşık olarak 2.2 lb olduğunu hatırlayalım (Ay'da 1.00 kg'a karşılık gelen ağırlık yaklaşık olarak sadece 0.4 lb'dır.)

Bir cisim düşerken üzerine yerçekimi kuvveti etki eder. Cisim Dünya'da hareketsiz ise, üzerindeki yerçekimi kuvveti kaybolmaz, bunu ağırlığını yaylı kantarla ölçerek görebiliriz. Dnk.4-3 ile verilen kuvvet etki etmeye devam eder. O halde cisim neden hareket etmez? Newton'un ikinci yasasına göre, cismi hareketsiz bırakan üzerindeki net kuvvetin sıfır olmasıdır. Cisim üzerinde yerçekimini dengeleyen başka bir kuvvet olmalıdır. Bir masa üzerinde hareketsiz duran bir cisim için, masa cisme yukarı doğru bir kuvvet uygular, Şekil 4-14a'ya bakınız. Cismin altı masaya hafifçe bastırır ve masa gösterildiği gibi esnekliğinden dolayı cismi yukarı doğru iter. Masanın uyguladığı kuvvet, iki cismin teması esnasında ortaya çıktığından çoğu kez **değme kuvveti** olarak adlandırılır. (Elinizin arabayı ittiği kuvvet de bir değme kuvvetidir.) Bir değme kuvveti ortak değme yüzeyine *dik* olarak uygulandığında **normal kuvvet** olarak adlandırılır, bu durum Şekil 4-14a'da $\vec{\mathbf{F}}_N$ ile gösterilmiştir.

Şekil 4-14a'da gösterilen her iki kuvvet de hareketsiz kalan heykel üzerine uygulandığından bu iki kuvvetin toplamı sıfır olmak zorundadır (Newton'un ikinci yasası). Bunun için $\vec{\mathbf{F}}_G$ ve $\vec{\mathbf{F}}_N$ eşit büyüklükte ve zıt yönlü olmalıdır. Fakat bunlar Newton'un üçüncü yasasında bahsedilen eşit ve zıt kuvvetler değildir. Newton'un üçüncü yasasındaki etki ve tepki kuvvetleri *farklı cisimler* üzerine uygulanır oysa Şekil 4.14 a'da gösterilen iki kuvvet *aynı cismin* üzerine uygulanmaktadır. Şekil 4-14 a'daki her bir kuvvet için "tepki kuvveti hangisidir?" sorusunu sorabiliriz. $\vec{\mathbf{F}}_N$, masanın heykele uyguladığı yukarı doğru olan bir kuvvettir. Bu kuvvetin tepkisi ise heykelin masaya aşağı doğru uyguladığı bir kuvvettir. Bu kuvvet Şekil 4-14b'de $\vec{\mathbf{F}}'_N$ olarak gösteriliyor. Heykelin masaya uyguladığı $\vec{\mathbf{F}}'_N$ kuvveti Newton'un üçüncü yasasına göre $\vec{\mathbf{F}}_N$'ye tepki kuvvetidir. Peki heykele uygulanan diğer kuvvete, Dünya'nın heykel üzerine uyguladığı yerçekimi kuvvetine ne dersiniz? Bu kuvvetin tepkisinin ne olduğunu tahmin edebilir misiniz? Bölüm 6'da tepki kuvvetinin heykelin Dünya'ya uyguladığı çekim kuvveti olduğunu göreceğiz.



(a) (b)

ŞEKİL 4–14 (a) Newton'un ikinci yasasına göre duran bir cismin üzerindeki net kuvvet sıfırdır. Bu durumda duran bir cisme aşağı doğru etki eden yerçekimi kuvveti $(\vec{\mathbf{F}}_G)$ masa tarafından yukarı doğru uygulanan bir kuvvetle ($\vec{\mathbf{F}}_N$ normal kuvveti) dengelenmek zorundadır. (b) $\vec{\mathbf{F}}'_N$ heykelin masaya uyguladığı kuvvettir ve Newton'un üçüncü yasasına göre $\vec{\mathbf{F}}_N$ 'ye tepki kuvvetidir ($\vec{\mathbf{F}}'_N$ 'nün başka bir cisme etki ettiğini hatırlatmak için bu kuvvet farklı renkle gösterilmiştir). $\vec{\mathbf{F}}_G$ 'nin tepki kuvveti gösterilmemiştir

⚠ DİKKAT

Ağırlık ve normal kuvvet etki-tepki çifti ***değildir***

ALIŞTIRMA E Sayfa 83'teki ikinci Bölüm Başlangıç sorusuna dönün ve onu şimdi tekrar yanıtlayın. Neden ilkinden farklı yanıtladığınızı açıklamaya çalışın.

[†]"Düşey" kavramı yerçekimine bağlıdır. Düşen bir cismin yönü *düşey*in en iyi tanımıdır. Diğer taraftan yatay bir yüzey küresel bir cismin üzerinde yuvarlanmayacağı bir yüzeydir: çekimin etkisi yoktur. Yatay düzlem düşeye diktir.

[‡] $1\,\text{N} = 1\,\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$ olduğundan $1\,\text{m/s}^2 = 1\,\text{N/kg}$.

ÖRNEK 4–6 **Ağırlık, normal kuvvet ve bir kutu.** Arkadaşınız size içinde bir sürpriz olan 10.0 kg kütleli bir kutu hediye eder. Kutu düzgün (sürtünmesiz) bir masa üzerinde durmaktadır (Şekil 4-15a). (*a*) Kutunun ağırlığını ve masanın kutuya uyguladığı normal kuvveti bulunuz. (*b*) Arkadaşınız Şekil 4-15b'de görüldüğü gibi kutuya, aşağı doğru 40.0 N'luk bir kuvvet uygular. Masa tarafından kutuya etki ettirilen normal kuvveti tekrar bulunuz. (*c*) Şimdi arkadaşınız kutuyu 40.0 N'luk bir kuvvetle yukarı doğru çekerse (Şekil 4-15c) masanın kutuya uyguladığı normal kuvvet ne olur?

YAKLAŞIM Kutu masa üzerinde hareketsiz olduğundan yukarıdaki her durum için kutu üzerindeki net kuvvet sıfırdır (Newton'un ikinci yasası). Kutunun ağırlığı her üç durum için de mg 'dir.

ÇÖZÜM (*a*) Kutunun ağırlığı $mg = (10.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 98.0\,\text{N}$ 'dur ve bu kuvvet aşağı doğru etki eder. Kutu üzerindeki diğer bir kuvvet, Şekil 4-15a'da gösterilen masanın kutu üzerine yukarıya doğru uyguladığı normal kuvvettir. Yukarı yönü pozitif y ekseni olarak seçtik, o zaman kutu üzerindeki ΣF_y net kuvveti $\Sigma F_y = F_N - mg$ olur ve eksi işareti mg nin negatif y yönünde olmasının bir sonucudur (m ve g büyüklüklerdir). Kutu hareketsiz olduğundan üzerine etki eden net kuvvet sıfır olmak zorundadır (Newton'un ikinci yasası, $\Sigma F_y = ma_y$, and $a_y = 0$). Dolayısıyla

$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$F_N - mg = 0$$

olur ve

$$F_N = mg.$$

buluruz. Masanın kutuya uyguladığı normal kuvvet 98.0 N olup yukarı doğrudur ve büyüklüğü kutunun ağırlığına eşittir.

(*b*) Arkadaşınız kutuya aşağı doğru 98.0 N kuvvet uyguluyor. Bu durumda kutu üzerine sadece iki kuvvet yerine Şekil 4-15b'de görüldüğü gibi üç kuvvet etki eder. Buna rağmen kutunun ağırlığı halen $mg = 98.0\,\text{N}$ 'dur. Net kuvvet $\Sigma F_y = F_N - mg - 40.0\,\text{N}$ ve kutu hareketsiz kaldığı için $(a = 0)$ sonuç sıfırdır. Newton'un ikinci yasası

$$\Sigma F_y = F_N - mg - 40.0\,\text{N} = 0$$

sonucunu verir. Bu eşitliği normal kuvvet için çözelim:

$$F_N = mg + 40.0\,\text{N} = 98.0\,\text{N} + 40.0\,\text{N} = 138.0\,\text{N}$$

Bu (*a*)'daki sonuçtan daha büyüktür. Bir kişi kutuya aşağı doğru kuvvet uygularsa masa o cisme daha fazla geri kuvvet uygular. Normal kuvvet her zaman ağırlığa eşit değildir!

(*c*) Kutunun ağırlığı yine 98.0 N ve yönü aşağı doğrudur. Arkadaşınızın uyguladığı kuvvet ve normal kuvvetin her ikisi de Şekil 4-15'te görüldüğü gibi yukarı doğrudur (pozitif yönde). Arkadaşınızın yukarıya doğru uyguladığı kuvvet ağırlıktan az olduğu sürece kutu hareket etmez; $a = 0$ olduğu için Newton'un ikinci yasasındaki net kuvvet yine sıfıra eşitlenir ve

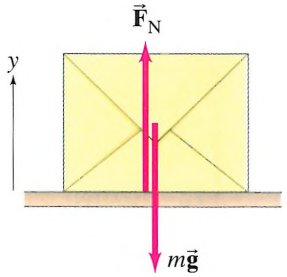
$$\Sigma F_y = F_N - mg + 40.0\,\text{N} = 0$$

olur. Böylece

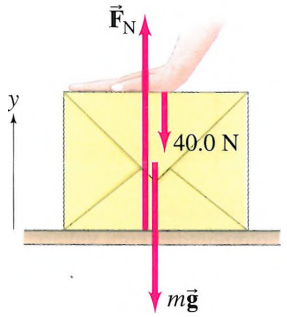
$$F_N = mg - 40.0\,\text{N} = 98.0\,\text{N} - 40.0\,\text{N} = 58.0\,\text{N}$$

bulunur. Arkadaşınız kutuyu yukarı doğru çektiğinden kutunun tüm ağırlığına karşı masa itme uygulamaz.

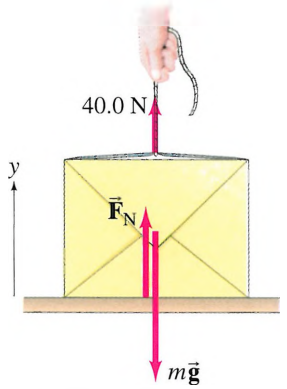
NOT Arkadaşınızın kutuyu itmesi veya çekmesi sonucu kutunun ağırlığı $(= mg)$ değişmez.



(a) $\Sigma F_y = F_N - mg = 0$



(b) $\Sigma F_y = F_N - mg - 40.0\,\text{N} = 0$



(c) $\Sigma F_y = F_N - mg + 40.0\,\text{N} = 0$

ŞEKİL 4–15 Örnek 4–6. (a) A 10 kg kütleli hediye paketi bir masa üzerinde durmaktadır (b) Birisi 40.0 N 'luk bir kuvvet ile kutuyu aşağı doğru itiyor, (c) Birisi 40.0 N 'luk bir kuvvet ile kutuyu yukarı doğru çekiyor. Tüm kuvvetlerin aynı doğru boyunca uygulandığı varsayılıyor. Kuvvetlerin birbirlerinden kolayca ayırt edilebilmeleri için oklar bir miktar kaydırılmıştır. Sadece kutu üzerine uygulanan kuvvetler gösterilmiştir.

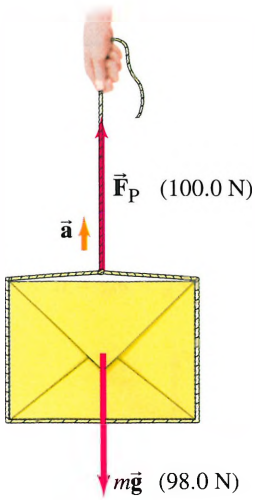
DİKKAT

Normal kuvvet her zaman ağırlığa eşit değildir.

DİKKAT

Normal kuvvet mutlaka düşey doğrultuda değildir

Normal kuvvetin esneklikten kaynaklandığını hatırlayın (Şek. 4-15'teki masa, kutunun ağırlığı altında hafifçe çöker). Örnek 4-6'daki normal kuvvet masanın yatay düzlemine diktir. Bununla birlikte normal kuvvet her zaman dik olmaz. Örneğin bir duvarı iterseniz Şekil 4-9'daki gibi duvarın size uyguladığı normal kuvvet yataydır. Bir kayakçı veya tepeye çıkan araba gibi yatayla açı yapan bir eğik düzlem üzerinde bulunan bir cisim için normal kuvvet eğik düzleme diktir, dolayısıyla düşey doğrultuda değildir.



ŞEKİL 4–16 Örnek 4–7. $F_P > mg$ olduğundan kutu yukarı doğru ivmelenir

ÖRNEK 4–7 **İvmelenen kutu.** Bir adam Örnek 4-6c'deki kutuyu ağırlığına eşit veya daha büyük bir kuvvetle yukarı doğru çekerse ne olur? Şekil 4-15c'de gösterilen 40.0 N yerine $F_P = 100.0\,\text{N}$ (Şek.4-16) alalım.

YAKLAŞIM Örnek 4-6 gibi başlayabiliriz fakat bir sürprize hazır olun.

ÇÖZÜM Kutu üzerindeki net kuvvet

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= F_N - mg + F_P \\ &= F_N - 98.0\,\text{N} + 100.0\,\text{N}\end{aligned}$$

'dur. Bunu sıfıra eşitlersek (ivmenin sıfır olabileceğini düşünerek) $F_N = -2.0\,\text{N}$ bulurduk. Negatif işaret F_N'nin yönünün aşağı olduğunu gösterdiğinden ve elbette masa kutuyu aşağı çekemeyeceğinden (masanın üstünde bir yapıştırıcı olmadıkça) bu sonuç anlamsızdır. F_N'nin alabileceği en küçük değer ancak sıfır olabilir. Net kuvvet sıfıra eşit olmadığından bu durumda kutu yukarı doğru ivmelenir. Net kuvvet ($F_N = 0$ alarak)

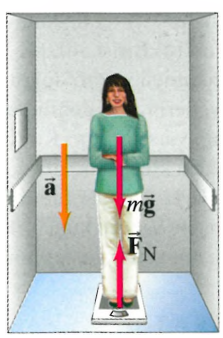
$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= F_P - mg = 100.0\,\text{N} - 98.0\,\text{N} \\ &= 2.0\,\text{N}\end{aligned}$$

yukarı doğru olur. Şekil 4-16'ya bakınız. Newton'un ikinci yasasını uygularız ve kutunun

$$\begin{aligned}a_y &= \frac{\Sigma F_y}{m} = \frac{2.0\,\text{N}}{10.0\,\text{kg}} \\ &= 0.20\,\text{m/s}^2\end{aligned}$$

ivmesi ile yukarı doğru hareket ettiğini görürüz.

ŞEKİL 4–17 Örnek 4–8. Kırmızı ile gösterilen kuvvet vektörlerinden ayırt etmek için ivme vektörü sarı ile gösterilmiştir.



ÖRNEK 4–8 **Görünen ağırlık kaybı.** 65 kg kütleli bir kadın aşağı doğru inen ve ivmesi 0.20 g olan bir asansörün içindedir. Kütleyi kilogram cinsinden okuyan bir baskül üzerinde ayakta durmaktadır. Bu ivmelenme esnasında kadının ağırlığı nedir ve baskül kadının ağırlığını ne olarak okur? Asansör 2.0 m/s sabit bir hızla indiğinde baskül kadının ağırlığını ne olarak okur?

YAKLAŞIM Kadına etki eden tüm kuvvetler Şekil 4-17'de gösterildi (bunlar sadece kadının üstündeki kuvvetlerdir). İvmenin yönü aşağı doğrudur bunun için pozitif yönü aşağı doğru seçeriz (bu durum Örnek 4-6 ve 4-7'de seçtiğimiz yöne zıttır).

ÇÖZÜM (*a*) Newton'un ikinci yasasından

$$\begin{aligned}\Sigma F &= ma \\ mg - F_N &= m(0.20g).\end{aligned}$$

olur. F_N için çözerek

$$F_N = mg - 0.20mg = 0.80mg$$

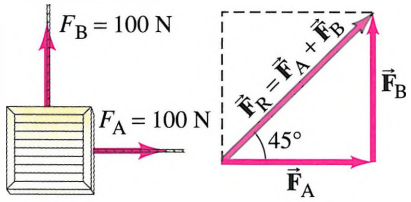
bulunur, $\vec{\mathbf{F}}_N$ yukarı doğrudur. $F'_N = 0.80mg$ baskülün kadına uyguladığı normal kuvvettir ve kadının basküle aşağı doğru uyguladığı $mg = (65\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 640\,\text{N}$ 'dur. Fakat baskülün sadece 0.80 mg uygulaması gerektiğinden $0.80m = 52\,\text{kg}$ değeri okunacaktır.

(*b*) Şimdi ivme yok, $a = 0$. Bu durumda Newton'un ikinci yasasına göre $mg - F_N = 0$ ve $F_N = mg$ olur. Baskül kadının 65.0 kg olan kütlesini doğru okur.

NOT Baskül (*a*)'da 52.0 kg gösterebilir ("görünen kütle" olarak), fakat kadının kütlesi ivmelenmenin bir sonucu olarak değişmez: 65.0 kg'da kalır.

4–7 Newton Yasaları ile Problem Çözme-Serbest Cisim Diyagramları

Newton yasaları bize bir cismin üzerine etkiyen *net kuvvet*'in cismin ivmesi ile orantılı olduğunu söyler. Daha önce de söylendiği gibi **net kuvvet** cisim üzerine etki eden tüm kuvvetlerin *vektörel toplamı*dır. Gerçekten pek çok deney, kuvvetlerin Bölüm 3'te geliştirdiğimiz kurallara göre vektörel olarak toplanacağını gösterdi. Örneğin Şekil 4-18'de aynı büyüklükteki iki kuvvetin (her biri) birbirlerine dik olarak bir cisim üzerine etki ettikleri görülmektedir. Sezgisel olarak, cismin 45^0'lik açıyla harekete başlayacağını ve bundan dolayı net kuvvetin 45^0'de uygulandığını düşünebiliriz. Vektör toplama kuralları da bize tam olarak bunu verir. Bileşke kuvvetin büyüklüğü Pisagor teoreminden $F_R = \sqrt{(100\,\text{N})^2 + (100\,\text{N})^2} = 141\,\text{N}$ olur.



ŞEKİL 4–18 (a) A ve B işçilerinin bir bot üzerine uyguladıkları $\vec{F}_A$ ve $\vec{F}_B$, kuvvetleri (b) $\vec{F}_A$ ve $\vec{F}_B$'nin bileşkesi veya bunların toplamı $\vec{F}_R$.

ÖRNEK 4–9 **Kuvvet vektörlerini toplama.** Şekil 4-19'daki A ve B işçilerinin bir bot üzerine uyguladıkları iki kuvvetin toplamını hesaplayınız.

YAKLAŞIM Kuvvet vektörlerini, Bölüm 3'te diğer vektörler için betimlendiği gibi toplarız. İlk adım bir *xy* koordinat sistemi seçmek (Şekil 4-19a'ya bakınız) ve sonra vektörleri bileşenlerine ayırmaktır.

ÇÖZÜM İki kuvvet vektörünün bileşenlerine ayrılması Şekil 4-19b'de gösterilmiştir. Kuvvetleri bileşenler yöntemini kullanarak toplarız. $\vec{F}_A$'nın bileşenleri

$$F_{Ax} = F_A \cos 45.0^\circ = (40.0\,\text{N})(0.707) = 28.3\,\text{N},$$
$$F_{Ay} = F_A \sin 45.0^\circ = (40.0\,\text{N})(0.707) = 28.3\,\text{N};$$

$\vec{F}_B$'nin bileşenleri

$$F_{Bx} = +F_B \cos 37.0^\circ = +(30.0\,\text{N})(0.799) = +24.0\,\text{N}$$
$$F_{By} = -F_B \sin 37.0^\circ = -(30.0\,\text{N})(0.602) = -18.1\,\text{N}$$

'dır. F_{By} negatif *y* ekseni yönünde olduğundan negatiftir. Bileşke kuvvetin bileşenleri (Şekil 4-19'ye bakınız)

$$F_{Rx} = F_{Ax} + F_{Bx} = 28.3\,\text{N} + 24.0\,\text{N} = 52.3\,\text{N},$$
$$F_{Ry} = F_{Ay} + F_{By} = 28.3\,\text{N} - 18.1\,\text{N} = 10.2\,\text{N}$$

'dır. Bileşke kuvvetin büyüklüğünü bulmak için Pisagor teoremini kullanırız:

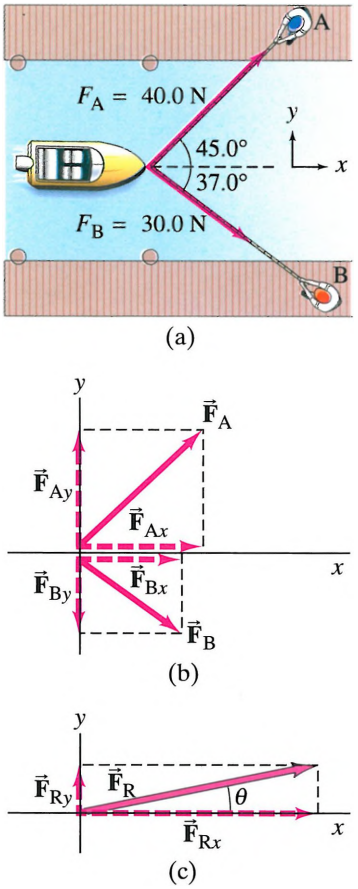
$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(52.3)^2 + (10.2)^2}\,\text{N} = 53.3\,\text{N}.$$

Geriye net kuvvet $\vec{F}_R$'in *x* ekseni ile yaptığı θ açısını bulmak kalır. Açıyı

$$\tan\theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{10.2\,\text{N}}{52.3\,\text{N}} = 0.195$$

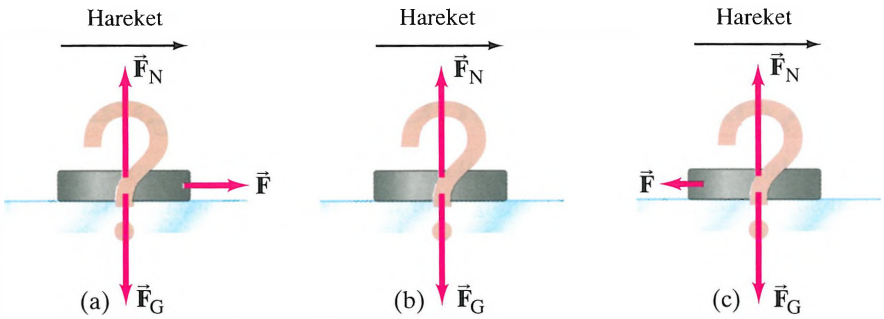
eşitliğini kullanarak $\tan^{-1}(0.195) = 11.0^\circ$ olarak buluruz. Bot üzerindeki net kuvvetin büyüklüğü 53.3 N'dur ve net kuvvet *x* ekseni ile 11.0^0'lik bir açı yapar.

ŞEKİL 4–19 Örnek 4–9: İki kuvvet vektörünün bir bot üzerine etkisi



Newton yasaları ve kuvvetler ile ilgili problemleri çözerken her bir cisim üzerine etki eden tüm kuvvetleri gösteren bir diyagramın çizilmesi çok önemlidir. Böyle diyagramlara **serbest cisim diyagramı** veya **kuvvet diyagramı** denir: Bunun için bir cisim seçin ve cisim üzerine etki eden her bir kuvveti göstermek için bir ok kullanın. O cismin üzerine uygulanan *her* kuvveti hesaba katın. Seçilen cismin *diğer* cisimler üzerine uyguladığı kuvvetleri göstermeyin. Size yardımcı olması için seçtiğiniz cismin üzerine uygulanan *her* bir kuvveti tanımlayın, seçtiğiniz cisim üzerine hangi cisimlerin kuvvet uygulayabileceğini kendinize sorun. Eğer probleminizde birden fazla cisim varsa her bir cisim için ayrı bir serbest cisim diyagramına ihtiyacınız olacak. Şimdilik cisim üzerine etkiyen olası kuvvetler *çekim* ve *değme* kuvvetleridir. (bir cismi çeken veya diğerini iten kuvvet, normal kuvvet, sürtünme kuvveti) Hava direnci, sürükleme, basınç, sıvıların kaldırma gücü ve elektrik ve manyetik kuvvetler gibi kuvvetleri daha sonra ele alacağız.

PROBLEM ÇÖZME
Serbest cisim diyagramı



ŞEKİL 4–20 Örnek 4–10. Sürtünmesiz buz üzerinde kayan bir hokey diski için doğru olan serbest cisim diyagramı hangisidir?

KAVRAMSAL ÖRNEK 4–10 **Hokey diski.** Bir hokey diski sürtünmesiz olduğu varsayılan yatay bir buz yüzeyi üzerinde sabit hızla kayıyor. Şekil 4-20'deki diyagramlardan hangisi bu diskin serbest cisim diyagramıdır? Disk yavaşlasaydı yanıtınız ne olurdu?

YANIT (*a*) şıkkını mı seçtiniz? Eğer öyleyse disk üzerinde $\vec{F}$ ile gösterilen yatay kuvveti uygulayan nedir sorusunu yanıtlayabilir misiniz? Eğer hareketi devam ettiren bir kuvvet olduğunu söylerseniz, bu kuvveti uygulayanın ne olduğunu kendinize sormalısınız. Kuvveti mutlaka başka bir cismin uygulamak zorunda olduğunu hatırlayın - burada böyle bir olasılık yoktur. Bunun için yanlıştır. Bundan başka Newton'un ikinci yasasına göre (Şekil 4-20a)'da $\vec{F}$ kuvveti ivmeyi artırırdı. (*b*) doğrudur. Disk üzerine uygulanan net kuvvet yoktur ve disk sabit hızla buz üzerinde kayar.

Gerçek dünyada, buz çok az da olsa bir sürtünme kuvveti uygular. Bu durumda (*c*) doğrudur. Bu sürtünme kuvveti harekete zıt yönlüdür ve çok yavaş ta olsa diskin hızını azaltır.

Newton yasalarının kullanımını gerektiren problemlerin çözümlerine nasıl yaklaşılacağının kısa bir özeti aşağıda verilmiştir.

PROBLEM ÇÖZME

NewtonYasaları- Serbest Cisim Diyagramları

1. Durumu bir **taslak çizim** üstünde gösterin.
2. Tek bir cismi (her seferde) göz önüne alın ve o cisim *üzerine* etki eden *tüm* kuvvetleri gösteren bir **serbest cisim diyagramı** çizin. Çözmeniz gereken bilinmeyen kuvvetleri de dikkate alın. Seçtiğiniz cismin diğer cisimler üzerine uyguladığı kuvvetleri göstermeyin.

   Her bir kuvvet vektörünü uygun yön ve büyüklükteki oklarla gösterin. Çözmek zorunda olduğunuz kuvvetleri de içerecek şekilde cismin üzerine etki eden her bir kuvveti kaynağına göre (çekim kuvveti, birinin uyguladığı kuvvet, sürtünme ve diğerleri gibi) işaretleyin.

   Eğer birden fazla cisim varsa, her bir cisim için *ayrı* serbest cisim diyagramı çizin. *O cisim üzerine* (sadece o cisim üzerine) etki eden kuvvetleri gösterin. Tek tek her kuvvet için hangi cismin *üzerine* etki ettiği ve hangi cisim *tarafından* uygulandığından emin olmalısınız. $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ sadece seçilen cisim *üzerine* etki eden kuvvetleri içerir.
3. Newton'un ikinci yasası vektörleri içerir ve vektörleri **bileşenlerine ayırmak** önemlidir. Çözümü kolaylaştırmak için uygun x ve y **eksenleri seçin**. Bir koordinat eksenini ivme yönünde seçerseniz işiniz kolaylaşır.
4. Her bir cisim için **Newton'un ikinci yasasını** x ve y bileşenlerine ayrı ayrı uygulayın. Cismin üzerindeki net kuvvetin x bileşeni o cismin ivmesinin x bileşeni ile ilişkilidir. $\Sigma F_x = ma_x$, y yönü için de durum aynıdır.
5. Eşitliği veya eşitlikleri bilinmeyen(ler) için **çözün**.

Bu Problem Çözme Stratejisi bir talimat gibi düşünülmemeli. Daha doğrusu, bu elinizdeki problem hakkında düşünmeye başlamanız ve problemin içine girmeniz için yapabileceğiniz şeylerin bir özetidir.

⚠ **DİKKAT**

Bir cismin bir parçacık gibi ele alınışı

Sadece öteleme hareketi ile ilgilendiğimizde verilen bir cismin üzerine etki eden bütün kuvvetler cismin merkezine etki ediyormuş gibi çizilebilir. Bundan dolayı cisim *noktasal* bir *parçacık* gibi davranır. Ancak Bölüm 10, 11 ve 12'de göreceğimiz gibi dönme ve denge içeren problemler için her bir kuvvetin uygulandığı *yer* de önemlidir.

Aşağıdaki örneklerde bütün yüzeylerde sürtünmenin ihmal edilebileceğini varsayacağız. (Sürtünme ve sürtünmenin kullanıldığı örnekler Bölüm 5'te tartışılacak)

ÖRNEK 4–11 **Gizemli kutunun çekilmesi.** Bir arkadaşınızın içinde ne olduğunu tahmin edeceğini umarak, size (Örnek 4-6, Şekil 4-15) verilen 10.0 kg kütleli kutuyu incelemek istediğini ve sizin de yanıtınızın "tabi inceleyebilirsin, kutuyu kendine doğru çek" olduğunu varsayın. Arkadaşınız da Şekil 4-2la'da gösterildiği gibi kutuyu bir iple sürtünmesiz bir masa yüzeyi boyunca çekiyor. Arkadaşınızın uyguladığı kuvvetin büyüklüğü $F_P = 40.0\,N$ 'dur ve görüldüğü gibi 30^0 açı ile uygulanmaktadır. (*a*) Kutu'nun ivmesini, (*b*) masanın yukarı doğru kutuya uyguladığı F_P kuvvetinin büyüklüğünü bulunuz. Sürtünmenin ihmal edildiğini varsayın.

YAKLAŞIM Bir önceki sayfada verilen çözüm stratejisini izleyeceğiz.

ÇÖZÜM

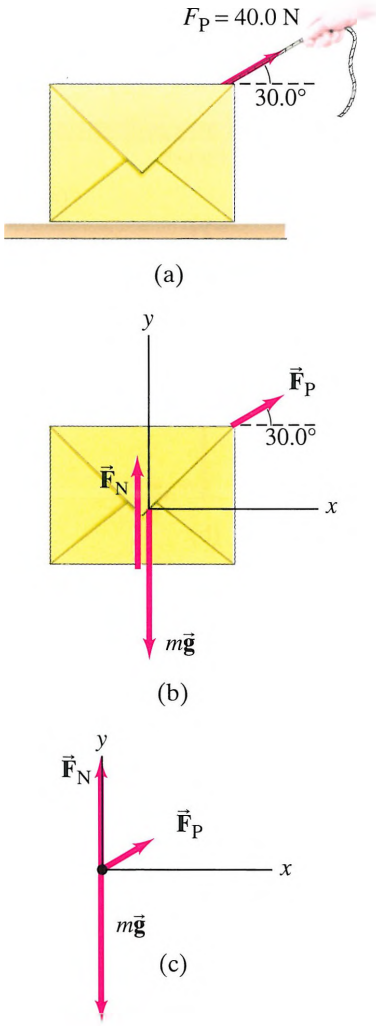
1. **Bir taslak çizim yapın:** Bu durum Şekil 4-21a'da gösterilmektedir; burada kutu ve arkadaşınızın kutuya uyguladığı F_P kuvveti verilmiştir
2. **Serbest cisim diyagramı** Şekil 4-2 lb kutunun serbest cisim diyagramını gösteriyor. Diyagramı doğru çizmek için sadece kutunun üzerine etki eden tüm kuvvetler gösterilmiştir. Bunlar: çekim kuvveti $m\vec{g}$; masanın uyguladığı $\vec{F}_N$; normal kuvvet ve arkadaşınızın uyguladığı $\vec{F}_P$. k·ıvvetidir. Biz sadece öteleme hareketi ile ilgilendiğimiz için etki eden üç kuvveti tek bir noktaya etki ediyormuş gibi gösterebiliriz, Şekil 4-2lc.
3. **Eksenleri seçin ve vektörleri bileşenlerine ayırın:** Hareketin yatay olmasını beklediğimizden, x eksenini yatay ve y eksenini düşey yönde alırız. 40.0 N'luk çekim kuvvetinin bileşenleri
$$F_{Px} = (40.0\,N)(\cos 30.0^\circ) = (40.0\,N)(0.866) = 34.6\,N,$$
$$F_{Py} = (40.0\,N)(\sin 30.0^\circ) = (40.0\,N)(0.500) = 20.0\,N$$
'dır. $\vec{F}_N$ ve $m\vec{g}$ h'nin yatay (x) yöndeki bileşenleri sıfırdır. Bunun için net kuvvetin yatay bileşeni F_{Px} 'dir.
4. (*a*) İvmenin x bileşenini belirlemek için **Newton'un ikinci yasasını uygulayın:**
$$F_{Px} = ma_x.$$
5. (*a*) **Çözüm**:
$$a_x = \frac{F_{Px}}{m} = \frac{(34.6\,N)}{(10.0\,kg)} = 3.46\,m/s^2$$
Kutunun ivmesi $3.46\,m/s^2$ olup sağa doğrudur.

(*b*) Bundan sonra F_N'yi bulmak isteyeceğiz

4′. (*b*) Yukarı yönü pozitif alarak **Newton'un ikinci yasasını** düşey (y) yön için **uygulayın.**
$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$F_N - mg + F_{Py} = ma_y.$$

5′. (*b*) **Çözüm**: $mg = (10.0\,kg)(9.80\,m/s^2) = 98.0\,N$ buluruz ve yukarıdaki üçüncü adımdan $F_{Py} = 20.0\,N$ 'dır. $F_{Py} < mg$ olduğu için kutu düşey yönde hareket etmez $a_y = 0$ 'dır. Böylece
$$F_N - 98.0\,N + 20.0\,N = 0$$
ve
$$F_N = 78.0\,N \text{ bulunur.}$$

NOT F_N, mg'den küçüktür: Arkadaşınızın yukarı yönde uyguladığı kuvvetten dolayı, masa kutunun tüm ağırlığına karşı itme uygulamaz.



ŞEKİL 4–21 (a) Kutunun çekilmesi Örnek ; 4–11; (b) kutunun serbest cisim diyagramı ve (c) bütün kuvvetlerin tek bir noktaya uygulandığını dikkate alarak çizilen serbest cisim diyagramı (burada mevcut tek şey öteleme hareketidir).

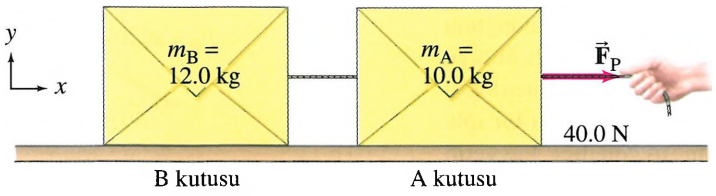
ALIŞTIRMA F 10.0 kg kütleli bir kutu yatay sürtünmesiz bir yüzey üzerinde 10.0 N'luk yatay bir kuvvetle çekiliyor. Eğer uygulanan kuvvet iki katına çıkarsa masa üzerindeki normal kuvvet (*a*) artar (*b*) aynı kalır (*c*) azalır.

Esnek Bir İpteki Gerilim

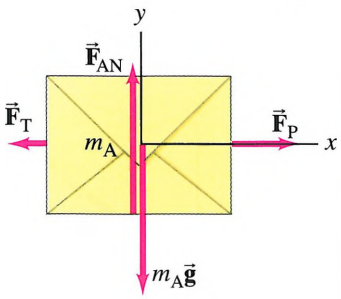
Bir ip bir cismi çektiğinde ipin bir **gerilim** altında olduğu söylenir ve onun cismin üzerine etki ettirdiği kuvvet F_T gerilimidir. İpin kütlesi ihmal edilirse ipin bir ucuna uygulanan kuvvet, komşu ip parçasına kaybedilmeden iletilir. Bu, ip boyunca diğer uca kadar sürer. Neden? İpin m kütlesi sıfırsa (veya ihmal edilebilirse) ivmenin ne olduğu önemli olmaksızın $\Sigma\vec{F} = m\vec{a} = 0$'dır. Bundan dolayı ipin iki ucundaki çekme kuvveleri sıfıra toplamalıdır (F_T and $-F_T$). İpler ve sicimlerin sadece çekebildiklerine dikkat edin. Bunlar büküldükleri için itemezler.

PROBLEM ÇÖZME

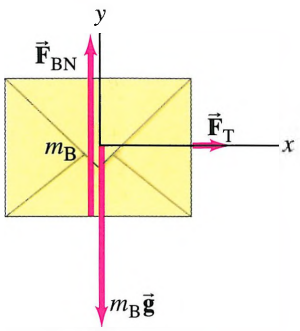
İp çekebilir fakat itemez; gerilme ip boyunca mevcuttur



(a)



(b)



(c)

ŞEKİL 4–22 Örnek 4–12. (a) İki kutu. A ve B bir iple birbirlerine bağlıdır. Bir adam A kutusunu $F_P = 40.0$ N kuvvetle yatay olarak çeker. (b) A kutusu için serbest cisim diyagramı, (c) B kutusu için serbest cisim diyagramı.

Bir sonraki örneğimiz bir iple birbirine bağlı olan iki kutudur. Bu cisimleri bir sistem olarak alabiliriz. *Sistem* inceleyip çalışmak için seçtiğimiz bir veya daha fazla cisimden oluşan bir topluluktur.

ÖRNEK 4–12 **İple bağlı iki kutu.** A ve B kutuları ağırlıksız bir iple birbirlerine bağlıdır ve sürtünmesiz bir masa yüzeyi üzerinde durmaktadır. Kutuların kütlesi 12.0 kg ve 10.0 kg'dır. Şekil 4-2a'da gösterildiği gibi 10.0 kg'lık kutu üzerine 40.0 N'luk F_P yatay kuvveti uygulanır. (*a*) her bir kutunun ivmesini, (*b*) kutuları birbirine bağlayan ip üzerindeki gerilmeyi bulunuz.

YAKLAŞIM Yaklaşımımızı her basamağı listelemeden yapacağız. İki kutumuz olduğundan her biri için ayrı bir serbest cisim diyagramı çizeriz. Bunları doğru çizmek için sadece kendilerinin üzerindeki kuvvetleri dikkate almalıyız, böylece her bir kutu için Newton'un ikinci yasası uygulanabilir. Adam A kutusu üzerine F_P kuvveti uygular, *A* kutusu bağlı olduğu ip üzerine bir F_T kuvveti uygular ve ip A kutusu üzerine F_T'ye eşit büyüklükte ve zıt yönde olan bir zıt kuvvet uygular (Newton'un üçüncü yasası). *A* kutusu üzerindeki bu iki yatay kuvvet Şekil 4-22b'de aşağı doğru olan $m_A\vec{\mathbf{g}}$ çekim kuvveti ve masanın yukarı doğru uyguladığı $\vec{\mathbf{F}}_{AN}$ normal kuvvet ile birlikte gösterilmiştir. İp hafif olduğundan kütlesini ihmal ederiz. Bundan dolayı ipin iki ucundaki gerilme aynıdır. Böylece ip ikinci kutu üzerine bir, F_T kuvveti uygular. Şekil 4-22c, B kutusu üzerindeki $\vec{\mathbf{F}}_T$, $m_B\vec{\mathbf{g}}$ ve normal kuvvet $\vec{\mathbf{F}}_{BN}$ yi göstermektedir. Burada hareket sadece yatay yönde olacaktır. Pozitif x eksenini sağa doğru alırız.

ÇÖZÜM (*a*) A kutusu üzerine $\Sigma F_x = ma_x$ 'i uygularız:

$$\Sigma F_x = F_P - F_T = m_A a_A. \qquad \text{[A kutusu]}$$

B kutusu için yatay kuvvet F_T 'dir.

$$\Sigma F_x = F_T = m_B a_B. \qquad \text{[B kutusu]}$$

Kutular bağlıdır ve eğer ip gergin kalır ve esnemezse iki kutu aynı a ivmesine sahip olacaktır. Yani $a_A = a_B = a$ olur. $m_A = 10.0\,\text{kg}$ ve $m_B = 12.0\,\text{kg}$ olarak verilmiştir. Bilinmeyeni (F_T) yok etmek için yukarıdaki iki eşitliği toplayabiliriz ve

$$(m_A + m_B)a = F_P - F_T + F_T = F_P$$

buluruz, veya

$$a = \frac{F_P}{m_A + m_B} = \frac{40.0\,\text{N}}{22.0\,\text{kg}} = 1.82\,\text{m/s}^2$$

olur, aradığımız buydu.

Alternatif Çözüm Eğer F_P'ye eşit yatay bir net kuvvetin etki ettiği $m_A + m_B$, kütle toplamını tek bir sistem olarak alsaydık aynı sonucu bulurduk (Bu durumda gerilme kuvvetleri F_T sistemin bütünü içinde iç kuvvetler olarak dikkate alınır ve toplamları *bütün sistem* üzerindeki net kuvvete sıfır katkı yapar.)

(*b*) Yukarıda B kutusu için verilen eşitlikten $(F_T = m_B a_B)$, ipteki gerilme

$$F_T = m_B a = (12.0\,\text{kg})(1.82\,\text{m/s}^2) = 21.8\,\text{N}$$

bulunur. F_T sadece m_B'yi ivmelendirdiğinden beklediğimiz gibi F_T, F_P $(= 40.0\,\text{N})$ 'den küçüktür.

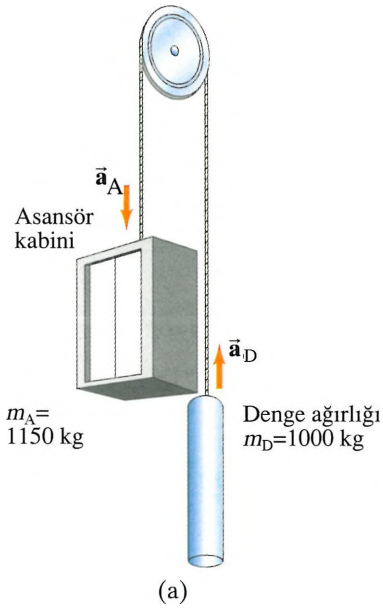
NOT Burada adamın uyguladığı kuvvetin sadece A kutusunu değil B kutusunu da etkilediği söylenebilirdi. Ama bu doğru değildir. Arkadaşınızın uyguladığı F_P kuvveti sadece A kutusu üzerine etki eder. B kutusunu ipteki F_T gerilmesinden dolayı etkiler ve ivmelendirir.

⚠ DİKKAT

Her hangi bir cisim için $\Sigma F = ma$ 'yı hesaplarken sadece cisme etki eden kuvvetleri kullanın.

ÖRNEK 4–13 **Asansör ve denge ağırlığı (Atwood makinesi).** Şekil 'da gösterildiği gibi, bir makaradan geçirilen, bükülebilen bir kabloyla asılan iki cisimli bir sistem Atwood makinesi olarak bilinir. Günlük hayattan bir uygulama olarak bir asansörü (m_A) ve onun denge ağırlığını (m_D) ele alalım. Asansörü indiren ve çıkartan motorun yaptığı işi azaltmak için m_A ve m_D kütleleri eşit alınır. Bu hesaplamada sistemin motorunu dikkate almayacağız. Kablonun kütlesinin ihmal edilebileceğini ve sürtünme ile makaranın kütlesinin de küçük ve gözardı edilebilir olduğunu varsayacağız. Bu varsayımlar makaranın her iki tarafında bulunan kablodaki F_T gerilmesinin aynı büyüklükte olmasını sağlar. Denge ağırlığının kütlesini $m_D = 1000$ kg alalım. Asansör boş iken kütlesinin 850 kg ve dört yolcu aldığında ise kütlesinin $m_A = 1150$ kg olduğunu varsayalım. Son durum için ($m_A = 1150$ kg), (*a*) asansörün ivmesini (*b*) kablodaki gerilmeyi bulunuz.

FİZİK UYGULAMASI
Bir Atwood makinesi olarak asansör



YAKLAŞIM Yine iki cismimiz var ve bunların her birine ayrı ayrı Newton'un ikinci yasasını uygulamamız gerekecek. Her kütle üzerine iki kuvvet etki eder; bunlar aşağı doğru olan çekim kuvveti ve ipi yukarı doğru çeken gerilme kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_T$ 'dir. Asansör (m_A) ve denge ağırlığının (m_D) serbest cisim diyagramları Şekil 4.23b ve 'de görülmektedir. Asansör daha ağır olduğundan aşağı doğru ivmelenirken denge ağırlığı yukarı doğru ivmelenir. Bunların ivmelerinin büyüklüğü eşit olacaktır (telin esnemediğini varsayarız). Denge ağırlığı için $m_D g = (1000\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 9800$ N, bulunur, dolayısıyla m_D (yukarı doğru ivmeleneceğinden) F_T, 800N'dan büyük olmalıdır. Asansör için $m_A g = (1150\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 11{,}300$ N 'dur. m_A'nın aşağı doğru ivmelenmesi için $m_A g$ F_T'den büyük olmak zorundadır. Bunun için hesaplamalar F_T değerini 9800 N ile 11,300 N. arasında vermelidir.

ÇÖZÜM (*a*) *a* ivmesi gibi F_T'yi de bulmak için her bir cisme Newton'un ikinci yasasını, $\Sigma F = ma$, uygularız. Her iki cisim içinde pozitif y eksenini yukarı doğru alırız. Eksenlerin bu seçimiyle m_D yukarı doğru ivmelendiğinden $a_D = a$ ve m_A aşağı doğru ivmelendiğinden $a_A = -a$ olur. Bundan dolayı

$$F_T - m_A g = m_A a_A = m_A a$$
$$F_T - m_D g = m_D a_D = m_D a$$

dır. İlk eşitliği ikinciden çıkarabiliriz

$$(m_A - m_D)\, g = (m_A + m_D)\, a$$

Burada şimdi tek bilinmeyen *a*'dır. Bu denklemi *a* için çözeriz:

$$a = \frac{m_A - m_D}{m_A + m_D} g = \frac{1150\,\text{kg} - 1000\,\text{kg}}{1150\,\text{kg} + 1000\,\text{kg}} g = 0.070g = 0.68\,\text{m/s}^2$$

sonucunu buluruz. Asansör (m_D), $a = 0.070g = 0.68\,\text{m/s}^2$ ile aşağı doğru (ve denge ağırlığı m_D yukarı doğru) ivmelenir.

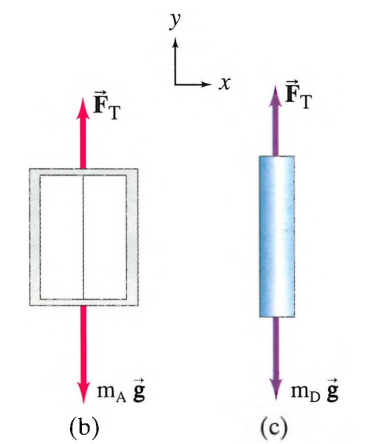
(*b*) Teldeki F_T gerilme kuvveti, iki $\Sigma F = ma$ eşitliğinden birinde $a = 0.070g = 0.68\,\text{m/s}^2$ değerini yerine koyarak:

$$F_T - m_A g = m_A a = m_A(g - a)$$
$$= 1150\,\text{kg}\,(9.80\,\text{m/s}^2 - 0.68\,\text{m/s}^2) = 10{,}500\,\text{N},$$

veya

$$F_T - m_D g = m_D a = m_D(g + a)$$
$$= 1000\,\text{kg}\,(9.80\,\text{m/s}^2 + 0.68\,\text{m/s}^2) = 10{,}500\,\text{N},$$

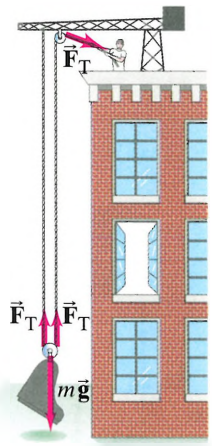
olarak bulunur. Öngördüğümüz gibi sonuç 9800 N ile 11,300 N arasındadır.



ŞEKİL 4–23 Örnek 4–13.
(a) Bir asansör-dengeleyici sistemin oluşturduğu Atwood makinesi. (b) Asansörün (c) dengeleyicinin serbest cisim diyagramları

PROBLEM ÇÖZME
Sonucunuzu, yanıtın kolayca tahmin edilebileceği bir durumda kullanarak kontrol ediniz

NOT Bu Örnekteki *a* ivmesi için bulduğumuz denklemlerimizi kontrol edebiliriz. Kütleler eşit olsaydı ($m_A = m_D$), beklediğimiz gibi yukarıdaki eşitlikte $a = 0$ olacaktı. Kütlelerden biri sıfıra eşit olsaydı (diyelim $m_D = 0$), o zaman diğer kütle ($m_A \neq 0$) yine beklediğimiz gibi $a = g$ ile ivmelenecekti.



ŞEKİL 4–24 Örnek 4–14.

KAVRAMSAL ÖRNEK 4–14 **Makaranın sağladığı avantaj.** Bir taşıyıcı, bir piyanoyu yavaşça apartmanın ikinci katına çıkarmaya çalışıyor (Şekil 4-24). Görüldüğü gibi adam iki makaradan geçirilen bir halat kullanıyor. Adamın 2000 N ağırlığındaki piyanoyu yavaşça yukarı çekebilmesi için halata uygulaması gereken kuvvet ne olmalıdır?

YANIT Halatın kütlesini ihmal ettiğimizi varsayarsak halat üzerindeki gerilme kuvvetinin büyüklüğü halatın her noktasında aynıdır. Önce piyanonun takıldığı alttaki makara üzerine etki eden kuvvetlere dikkat edelim. Kısa bir telle bağlı olan piyano ağırlığından dolayı makarayı aşağı doğru çeker. Makaranın etrafından geçen halattaki gerilme kuvveti, her iki tarafından bir kez olmak üzere makarayı yukarı doğru *iki kere çeker.* Pozitif yönü yukarı doğru alarak makara-piyano sistemine (toplam kütle m) Newton'un ikinci yasasını uygulayalım:

$$2F_T - mg = ma.$$

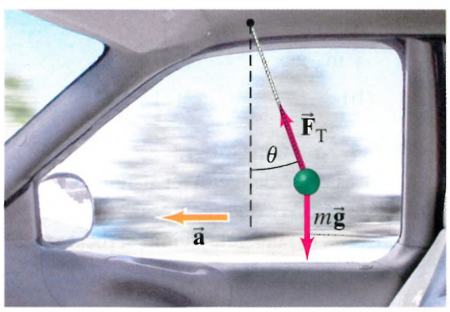
Piyanoyu sabit bir hızla hareket ettirmek (bu eşitlikte $a = 0$ alın) halat üzerinde bir gerilme gerektirir ve böylece halatı yukarı çeken kuvvet $F_T = mg/2$ olur. Taşıyıcı piyanonun ağırlığının yarısına eşit bir kuvvet uygulayabilir. Taşıyıcı makarasız iki kat kuvvet uygulayacağından makaranın iki kat **mekaniksel avantajı** olduğunu söyleriz.

FİZİK UYGULAMASI
İvmeölçer

ŞEKİL 4–25 Örnek 4–15.



(a)



(b)

ÖRNEK 4–15 **İvmeölçer.** Küçük bir m kütlesi ince bir ipe asılıdır ve bir sarkaç gibi salınabilir. Sarkacı Şekil 4-25a'da görüldüğü gibi arabanızın penceresinin üstüne tutturun. Araba hareketsiz iken ip dik olarak asılı kalır. (*a*) araba sabit $a = 1.20\ \text{m/s}^2$ ivmesi ile ivmelendiğinde (*b*) araba $v = 90$ km/sa'lık sabit hızla hareket ettiğinde ipin düşeyle yaptığı θ açısı nedir?

YAKLAŞIM Şek. 4-25b'deki serbest cisim diyagramı θ açılı sarkacı ve onun üzerine etki eden kuvvetleri göstermektedir. Bu kuvvetler aşağı doğru etki eden $m\vec{\mathbf{g}}$ ve ipteki gerilme kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_T$'dir. $\theta \neq 0$ ise bu kuvvetlerin toplamı sıfır olmayacaktır ve a, ivmesine sahip olduğumuzdan, $\theta \neq 0$ olmasını bekleriz. θ'nın düşey eksenden ölçüldüğüne dikkat edin.

ÇÖZÜM (*a*) İvme $a = 1.20\ \text{m/s}^2$, yataydır. Newton'un ikinci yasasından, yatay bileşen için

$$ma = F_T \sin\theta$$

düşey bileşen için ise

$$0 = F_T \cos\theta - mg$$

bulunur. Bu iki eşitliğin oranından

$$\tan\theta = \frac{F_T \sin\theta}{F_T \cos\theta} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$

veya

$$\tan\theta = \frac{1.20\ \text{m/s}^2}{9.80\ \text{m/s}^2} = 0.122\ .$$

Yani

$$\theta = 7.0°.$$

(*b*) Hız sabit bunun için $a = 0$ ve $\tan\theta = 0$'dır. Sarkaç dik olarak asılı kalır $(\theta = 0°)$.

NOT Bu basit düzenek bir **ivmeölçer**dir ve ivmeyi ölçmek için kullanılır.

Eğik Düzlem

Şimdi bir cisim tepe veya rampa gibi bir eğik düzlemden aşağı kaydığında ne olduğuna bakalım. İvmelendiren kuvvet yerçekimi olduğu halde ivme düşey doğrultuda olmadığından böyle problemler ilginçtir. Bir ekseni ivme yönünde olan bir xy koordinat sistemi seçilirse böyle problemleri çözmek daha kolaydır. Genellikle Şek. 4-26'da görüldüğü gibi x eksenini eğik düzlem boyunca ve y eksenini ona dik olarak alırız. Normal kuvvetin düşey doğrultuda olmadığına ve eğik düzlem yüzeyine dik olduğuna dikkat edin (Şek.4-26b).

PROBLEM ÇÖZME

Koordinat sisteminin iyi seçimi hesaplamayı kolaylaştırır

ÖRNEK 4–16 **Eğik düzlemde aşağı kayan bir kutu.** m kütleli bir kutu Şekil 4-26a'da görüldüğü gibi yatayla θ açısı yapan sürtünmesiz bir eğik düzlem üzerindedir. (*a*) Kutunun üstündeki normal kuvveti bulunuz. (*b*) Kutunun ivmesini bulunuz (*c*) $\theta = 30°$ ve $m = 10\,\text{kg}$ alarak hesaplayınız.

YAKLAŞIM Hareketin eğik düzlem boyunca olmasını bekleriz ve bunun için de pozitif x eksenini (hareket yönü) eğim boyunca, pozitif yönü aşağı doğru olmak üzere seçeriz, y eksenini eğik düzleme dik, yukarı doğru seçeriz. Şek. 4-26b'de serbest cisim diyagramı gösteriliyor. Kutunun üzerindeki kuvvetler; düşey olarak aşağı doğru olan ve eğik düzleme dik ve paralel bileşenlerine ayrılmış olarak gösterilen kutunun ağırlığı mg ve normal kuvvet F_N'dir. Eğik düzlem, hareketi, kendi yüzeyinde kalması için kısıtlar. Bu "kısıtlayıcı" kuvvet normal kuvvettir.

ÇÖZÜM (*a*) y yönünde hareket yoktur bunun için $a_y = 0$'dır. Newton'un ikinci yasasını uygulayarak

$$F_y = ma_y$$
$$F_N - mg\cos\theta = 0$$

buluruz. Burada kutuya y yönünde etki eden kuvvetler F_N ve yerçekimi kuvvetinin y bileşeni $(mg\cos\theta)$'dır. Bundan dolayı normal kuvvet

$$F_N = mg\cos\theta$$

ile verilir. $\theta = 0^0$ olmadıkça F_N'nin büyüklüğünün mg ağırlığından küçük olduğuna dikkat edin.

(*b*) x yönünde etkiyen kuvvet sadece $m\vec{\mathbf{g}}$'nin x bileşenidir, diyagramda $mg\sin\theta$ olarak görürüz. a ivmesi x yönünde olduğundan

$$F_x = ma_x,$$
$$mg\sin\theta = ma$$

yazar ve yönü düzlemden aşağı doğru olan ivmeyi

$$a = g\sin\theta$$

olarak buluruz. Bunun için eğik düzlem boyunca olan ivme $\theta = 90°$ dışında her zaman g'den daha küçüktür. $\theta = 90°$ için $\sin\theta = 1$ ve $a = g$'dir. $\theta = 90°$'de ivme tamamen düşey doğrultudadır. $\theta = 0°$ için $a = 0$'dır çünkü $\theta = 0°$ olması, düzlemin yatay olması demektir yani yerçekimi ivmeye neden olmaz. İvmenin kütleye bağlı olmadığına da dikkat ediniz.

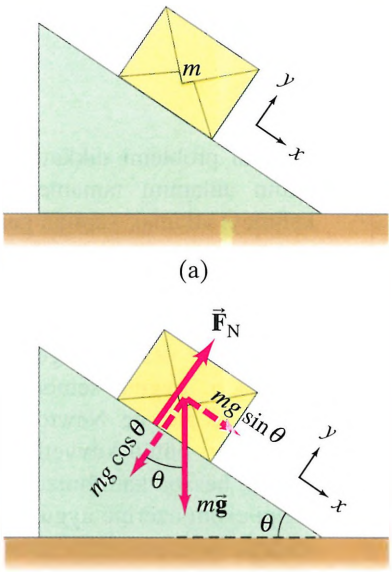
(*c*) $\theta = 30^0$ için $\cos\theta = 0.866$ ve $\sin\theta = 0.500$'dür. Bundan dolayı

$$F_N = 0.866mg = 85\,\text{N}$$

ve

$$a = 0.500g = 4.9\,\text{m/s}^2$$

olur.



ŞEKİL 4–26 Örnek 4–16.
(a) Eğik düzlemde kayan kutu
(b) Kutunun serbest cisim diyagramı

Bir sonraki Bölümde sürtünmeyi de dahil ederek eğik düzlemdeki hareketi tartışacağız.

4–8 Problem Çözme - Genel bir Yaklaşım

Fizik dersinin temel bir kısmı etkin olarak problem çözebilmektir. Burada tartışılan yaklaşım Newton yasalarını vurgulamakla birlikte bu kitaptaki diğer konulara da uygulanabilir .

PROBLEM ÇÖZME

Genelde

1. Yazılan problemi dikkatli **okuyun**. Okurken bir problemin anlamını tamamen değiştirebilen bir veya iki kelimeyi atlamak yapılan genel hatalardandır.
2. Durumun gerçeğe uygun bir diyagramını veya resmini **çizin**. (Problem çözümünün en önemli noktası olmasına rağmen bu durum genellikle gözden kaçırılır.) Hız veya kuvvet gibi vektörleri göstermek için oklar kullanın ve vektörleri uygun sembollerle işaretleyin. Kuvvetleri gözönüne alır ve Newton yasalarını uygularken cisim üzerindeki bütün kuvvetleri, bilinmeyenleri de içerecek şekilde hesaba kattığınızdan emin olun. Hangi kuvvetin hangi cisim üzerine uygulandığını açıkça belirleyin (aksi taktirde belli bir cisim üzerindeki *net kuvvetin* belirlenmesinde hata yapabilirsiniz)
3. Her bir cisim için ayrı bir **serbest cisim diyagramı** çizmek gerekir ve diyagram verilen cismin üzerine uygulanan (sadece o cisim üzerindeki) *bütün* kuvvetleri göstermelidir. Diğer cisimler üzerindeki kuvvetleri göstermeyin.
4. Hesaplarınızı kolaylaştırmak için eksenlerden birinin ivme yönünde alındığı uygun bir *xy* **koordinat sistemi** seçin. Vektörler koordinat eksenleri boyunca bileşenlerine ayrılır. Newton'un ikinci yasası kullanılırken, *x* yönündeki kuvvetlerin a_x ve *y* yönündekilerin a_y ile ilgili olduğunu hatırlayarak $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$'yı *x* ve *y* bileşenleri için ayrı ayrı uygulayın. Birden fazla cisim varsa her bir cisim için farklı (uygun) koordinat sistemi seçebilirsiniz.
5. Bilinen ve bilinmeyenlerin (hesaplamaya çalıştıklarınız) listesini yapın ve bilinmeyenleri bulmak için neye ihtiyacınızın olduğuna karar verin. Bu bölümdeki problemler için Newton yasalarını kullanırız. Daha genel olarak bir veya daha fazla **bağıntı** (veya **denklem**) bilinmeyenler ile bilinenler arasında ilişki kurmaya yardımcı olabilir. Fakat her bağıntının verilen duruma uygulanabileceğinden emin olun. Her formül veya bağıntıda sınırları - bağıntı veya formülün ne zaman kullanılacağı ne zaman kullanılmayacağını - bilmek önemlidir. Bu kitapta genel denklemlere numaralar (çoğu kez eşitliğin sağ tarafında parantezlerle) verildi fakat bunlar bile sınırlı bir geçerlilik alanına sahip olabilirler.
6. Problemin mantıklı veya çözülebilir olduğunu görmek (yeterli bilginin verildiğini kontrol etmek) için yaklaşık olarak çözmeye çalışın. Sezgilerinizi kullanarak bir **kaba hesap** yapın, Kısım1-6'daki "Büyüklük Mertebesi Hesaplamaları"na bakın. Sonucun hangi aralıkta olabileceği hakkındaki kaba bir hesap veya mantıklı bir tahmin çok yararlıdır. Kaba hesap, sonuçlarla karşılaştırılarak, hesaplamalardaki hatalar (örneğin ondalık noktası veya 10'un kuvveti gibi) yakalanabilir.
7. Denklemlerin cebirsel manipülasyonunu ve/veya sayısal hesaplamaları kullanarak problemi **çözün**. Bilinmeyen sayısı kadar bağımsız denklemin olmasını gerektiren matematik kuralını hatırlayın: örneğin üç bilinmeyeniniz varsa üç bağımsız denkleme ihtiyacınız vardır. Genellikle sayıları yerleştirmeden önce formüllerle çalışmak en iyisidir. Neden? Çünkü (*a*) sayısal değerleri farklı olan benzer problemlerin tamamını çözebilirsiniz; (*b*) sonuçlarınızı iyi anlaşılmış durumlar ($\theta = 0°$ veya 90°) ile kontrol edebilirsiniz; (*c*) sadeleşmeler yapabilirsiniz; (*d*) sayısal hata yapma şansı azalır; (*e*) problemi daha iyi kavrayabilirsiniz.
8. **Birimler**e dikkat edin, çünkü bu bir kontrol sağlar (birimler bir denklemin her iki tarafında birbiri ile aynı olmalıdır).
9. Yanıtınızın **mantıklı** olup olmadığını tekrar düşünün. Kısım 1-7'de tanımlanan boyut analizinin kullanımı da pek çok problem için bir kontrol sağlar.

Özet

Newton'un üç hareket yasası hareketi tanımlayan temel yasalardır.

Newton'un birinci yasası (eylemsizlik yasası), bir cismin üzerindeki net kuvvet sıfır olduğunda cismin başlangıçta hareketsiz ise, hareketsiz kalacağını, hareket halindeyse sabit hızla düzgün doğrusal hareketini sürdüreceğini söyler

Newton'un ikinci yasası cismin ivmesinin cisim üzerine etki eden net kuvvetle doğru ve cismin kütlesi ile ters orantılı olduğunu söyler:

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}. \qquad \textbf{(4–1a)}$$

Newton'un ikinci yasası klasik fiziğin en önemli ve temel yasalardan biridir.

Newton'un üçüncü yasası bir cisim ikinci bir cisim üzerine bir kuvvet uyguladığında ikinci cismin birinci cisme eşit büyüklükte fakat zıt yönde bir kuvvet uygulayacağını belirtir:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}. \qquad (4\text{–}2)$$

Burada $\vec{F}_{BA}$ A'nın B'ye uyguladığı kuvvettir. Cisimler hareketli, ivmeleniyor ve/veya farklı kütlelere sahip olsalar bile bu doğrudur.

Bir cismin harekete direnme eğilimine **eylemsizlik** denir. **Kütle** cismin eylemsizliğinin bir ölçüsüdür.

Ağırlık bir cisim üzerindeki **çekim kuvveti**dir ve cismin kütlesi ile yerçekimi ivmesi $\vec{g}$'nin çarpımına eşittir.

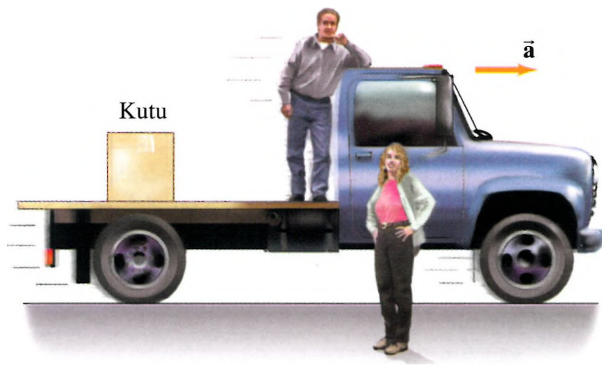
$$\vec{F}_G = m\vec{g}. \qquad (4\text{–}3)$$

Bir vektör olan **kuvvet**, itme veya çekme olarak ele alınabilir: veya Newton'un ikinci yasasından kuvvet, ivmelendirme yeteneği olan bir eylem olarak tanımlanabilir. **Net kuvvet,** cismin üzerine etki eden bütün kuvvetlerin vektörel toplamıdır.

Bir veya daha fazla cisim üzerindeki kuvvetleri içeren problemleri çözmek için her bir cismin üzerine etki eden kuvvetleri gösteren bir **serbest cisim diyagramını** çizmek önemlidir. Newton'un ikinci yasası her bir cisim için vektör bileşenlerine uygulanabilir.

Sorular

1. Arabayı hızla ileri doğru çektiğinizde arabadaki çocuk neden geriye doğru düşüyormuş gibi olur?
2. Sürtünmesiz bir kamyon kasası üzerindeki kutu hareketsizdir. Sürücü kamyonu çalıştırır ve kamyon ileri doğru ivmelenir. Kutu kamyon kasasının arkasına doğru kaymaya başlar. Newton yasaları cinsinden kutunun hareketini (*a*) Kamyonun yanında ayakta duran Ayşe, (*b*) kamyondaki Ali açısından (Şekil 4-27) tartışınız.



ŞEKİL 4–27 Soru 2.

3. Bir cismin ivmesi sıfırsa cismin üzerine etki eden kuvvetler yok mudur? Açıklayınız.
4. Eğer bir cisim hareket ediyorsa üzerine etki eden net kuvvetin sıfır olması mümkün müdür?
5. Bir cismin üzerine sadece tek bir kuvvet etki ederse cismin ivmesi sıfır olabilir mi? Cismin hızı sıfır olabilir mi? Açıklayınız..
6. Bir golf topu kaldırıma düştüğünde geri zıplar. (*a*) Onu geriye zıplatacak bir kuvvet gerekli midir? (*b*) Eğer gerekiyorsa bu kuvveti uygulayan nedir?
7. Gölde yüzen bir kütük üzerinde yürüdüğünüzde kütük neden ters yönde hareket eder?
8. Ağır bir masa veya duvarı tekmelediğinizde ayağınız neden acır?
9. Koşarken birden durmak istediğinizde hızınızı aniden düşürmek zorundasınız (*a*) Durmanızı sağlayan kuvvetin kaynağı nedir? (*b*) Yüksek hızla koşan bir kişinin durana kadar maksimum hız kesme ivmesini (kendi deneyiminizi kullanarak) tahmin edin.
10. (*a*) Başlangıçta duran bir bisikleti harekete başlatırken pedalı neden sabit hızlı hareket durumundakinden daha sert çevirmeniz gerekir? (*b*) Sabit hızla hareket ederken neden pedal çevirmeye ihtiyaç duyarsınız?
11. Bir baba ve küçük kızı buz pateni yapıyorlar. Başlangıçta yüz yüze durup birbirlerini zıt yönde hareket edecek şekilde iterler. Hangisinin son hızı daha büyüktür?
12. Sizi zorlukla taşıyan bir mukavva üzerinde durduğunuzu varsayın. Mukavva üzerinde havaya sıçrarsanız ne olur? (*a*) yırtılır; (*b*) etkilenmez; (*c*) yukarı doğru bir miktar sıçrar; (*d*) yana doğru hareket eder.
13. Bir taş ince bir telle tavana asılıdır ve telin bir parçası da taşın altından aşağı doğru sarkmaktadır (Şekil 4-28). Bir adam sallanan teli şiddetle çekerse tel taşın üstünden mi yoksa altından mı kopar? Adam düzgün ve yavaş bir çekme uygularsa ne olur? Yanıtlarınızı açıklayınız.



ŞEKİL 4–28
Soru 13.

14. 2 kg'lık bir kaya parçası üzerindeki çekim kuvveti 1 kg'lık kaya parçasından iki kat daha fazladır. Ağır olan neden daha hızlı düşmez?
15. Ay'a götürülen bir yaylı kantarın kalibrasyonu Dünya'da yapılmışsa, (*a*) pound veya (*b*) kg cinsinden doğru sonuçlar verecek midir?
16. Sürtünmesiz bir masa üzerindeki bir kutuyu bir ipe bağlayıp yatay olarak çekin. Şimdi ipe yatayla bir açı yaptırarak (kutu masa üzerinde kalacak şekilde) aynı kuvvetle çekerseniz kutunun ivmesi (*a*) aynı mı kalır, (*b*) artar mı veya (*c*) azalır mı? Açıklayınız.
17. Bir cisim yerçekimi etkisi ile serbest olarak düştüğünde Dünya'nın cisme uyguladığı bir *mg* net kuvveti vardır. Newton'un üçüncü yasasına göre cisim Dünya'ya eşit ve zıt yönde bir kuvvet uygularsa Dünya hareket eder mi?
18. 10 kg'lık bir cismi Ay'da kaldırmak için gereken kuvveti Dünya'daki ile karşılaştırın. 2 kg'lık bir cismi verilen bir hızla Ay'da yatay olarak fırlatmak için gereken kuvveti Dünya'daki ile karşılaştırın. .

19. Aşağıdaki cisimlerden hangisi yaklaşık olarak 1 N ağırlığındadır: *a*) bir elma, (*b*) bir sivrisinek, (*c*) bu kitap, siz?

20. Newton'un üçüncü yasasına göre halat çekme oyununda (Şekil 4-29) bir takım, diğer takımı eşit kuvvetle çeker. Oyunu hangi takımın kazanacağını belirleyen nedir?



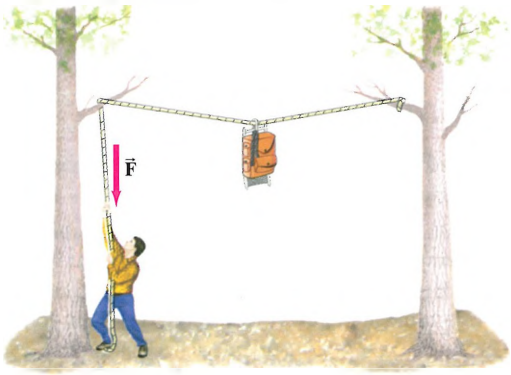
ŞEKİL 4–29 Soru 20. Halat çekme oyunu. Her bir takım ve halat üzerindeki kuvvetleri tanımlayın.

21. Yerde ayakta durduğunuzda yerin size uygulayacağı kuvvet ne kadardır? Bu kuvvet neden sizi havaya kaldırmaz?

22. Bir arabaya hızla arkadan çarpıldığı kazalarda kazazedenin başı bazen şiddetli bir travma alır. Bu durumda kazazedenin başının neden geriye doğru fırlamış gibi olduğunu açıklayın? Bu gerçekten böyle midir?

23. Meryem bir market çantasını taşımak için yukarı doğru 40 N'luk bir kuvvet uygulamaktadır. Tepki kuvvetini (Newton'un üçüncü yasası), (*a*) büyüklüğünü, (*b*) yönünü, (*c*) hangi cisme uygulandığını ve (*d*) hangi cismin uyguladığını belirterek betimleyiniz.

24. Bazı ulusal parklarda kampçılar yiyeceklerini ayılardan korumak için sırt çantalarını onların uzanamayacağı yerlere asarlar (Şekil 4-30). Sırt çantasını yukarı çekmek için gereken kuvvet, çanta yükseldikçe neden artar? İpi hiç sarkmayacak şekilde kuvvetli bir biçimde çekmek mümkün müdür?



ŞEKİL 4–30 Soru 24

Problemler

4–4'ten 4 – 6'ya kadar Newton Yasaları, Çekim Kuvveti, Normal Kuvvet

1. (I) Bir kızak üzerindeki çocuğa (toplam kütle = 55kg) 1.4 m/s^2 'lik ivme kazandırmak için gereken kuvvet nedir?

2. (I) 265 N'luk bir net kuvvet, bir bisiklet ve sürücüsüne 2.30 m/s^2 'lik bir ivme kazandırır. Bisiklet ve sürücüsü'nün toplam kütlesi ne kadardır?

3. (I) Kütlesi 68 kg olan bir astronotun ağırlığı (*a*) Dünya'da, (*b*) Ay'da $(g = 1.7\ \text{m/s}^2)$, (*c*) Mars'ta $(g = 3.7\ \text{m/s}^2)$, (*d*) boşlukta sabit hızla seyahat ettiğinde ne olur?

4. (I) Kütlesi 1240 kg olan bir arabayı, 1.20 m/s^2 ile sürtünmesiz bir yüzey boyunca yatay olarak hızlandıracak bir halatın dayanabileceği gerilme kuvveti ne olmalıdır?

5. (II) Süpermen ray üzerinde duran arabaya çarpmasını engellemek için hızı 120 km/sa olan treni 150 m içinde durdurmak zorundadır. Trenin kütlesi 3.6×10^5 kg ise Süpermen treni durdurmak için ne kadar bir kuvvet uygulamalıdır? Bunu trenin ağırlığı ile karşılaştırın (% olarak verin). Trenin Süpermen'e uyguladığı kuvvet ne kadardır?

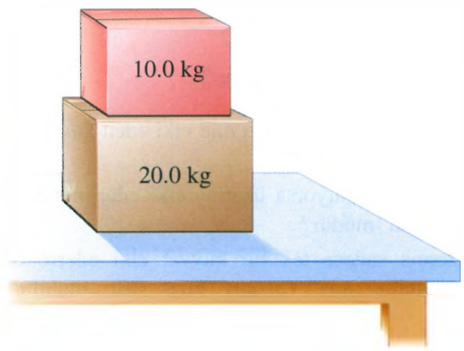
6. (II) Bir araba 95 km/sa hızıyla seyahat ettiğinde arabayı 8.0 s içinde durdurmak için gereken ortalama kuvvet nedir?

7. (II) Bir gülle 13 m/s çıkış hızıyla 2.8 m yol alırsa, güllecinin kütlesi 7.0 kg olan gülleye uyguladığı ortalama kuvveti hesaplayınız.

8. (II) 0.140 kg'lık bir beyzbol topu 35.0 m/s hızla hareket edip yakalayıcının eldivenine çarpar, top 11.0 cm geri teper. Topun eldivene uyguladığı ortalama kuvvet nedir?

9. (II) Bir balıkçı bir balığı, kopma kuvveti 18 N($\approx$ 4 lb) olan hafif bir olta ipi kullanarak düşey olarak 2.5 m/s^2'lik ivme ile suyun dışına çeker. İp koptuğu için ne yazık ki balıkçı balığı kaybeder. Balığın kütlesi hakkında ne söyleyebilirsiniz?

10. (II) Kütlesi olan bir kutu bir masanın üzerindedir. (*a*) Kutunun ağırlığı ve üzerine etki eden normal kuvvet nedir? (*b*) Şekil 4-31'de görüldüğü gibi 20.0 kg kütleli kutunun üzerine 10.0 kg kütleli bir kutu yerleştirilir. Masanın 20.0 kg kütleli kutuya ve 20.0 kg kütleli kutunun 10.0 kg kütleli kutuya uyguladığı normal kuvveti bulunuz.



ŞEKİL 4–31 Problem 10.

11. (II) Kütlesi 9.20 gram olan bir saçma tanesinin 0.800 m uzunluğundaki bir namlu boyunca durgun halden 125 m/s hıza erişmesi için gereken ortalama kuvvet nedir?

12. (II) 1200 kg'lık bir arabayı dikey olarak yukarı doğru 0.70 m/s^2 ile ivmelendirmek için bir kablo kullanılacaksa kablonun dayanabileceği gerilme kuvveti ne olmalıdır?

13. (II) 14.0 kg kütleli bir kova gerilme kuvveti 163 N olan bir ip ile dikey olarak aşağı doğru indirilir. Kovanın ivmesi nedir? İvme aşağı mı yoksa yukarıya mı doğrudur?

14. (II) Özel bir yarış arabası hareketsiz durumdan başlayarak bir mil'in 1/4'ünü 6.40 s içinde gidebiliyor. İvmenin sabit olduğunu varsayarak (402 m) sürücünün hissettiği ivme "*g*" nin kaç katıdır? Yarış arabası ve sürücünün toplam kütlesi 535 kg ise yolun araba lastiklerine uyguladığı yatay kuvvet ne olmalıdır?

15. (II) 75 kg kütleli bir hırsız, hapishanenin üçüncü kattaki penceresinden kaçmak ister. Ne yazık ki birbirine bağlanan yatak çarşaflarından yapılan ip sadece 58 kg'lık bir kütleye dayanabilecektir. Hırsız kaçmak için bu "ip"i nasıl kullanabilir? Nicel bir yanıt veriniz.

16. (II) Bir asansör (kütlesi 4850 kg) maksimum ivmesi $0.0680g$ olacak şekilde tasarlanmış olsun. Motorun taşıyıcı kabloya uygulayacağı minimum ve maksimum kuvvet ne olacaktır?

17. (II) Arabalar "10 kuruş üzerinde" durabilir mi? 1400 kg kütleli bir arabayı 35 m/sa'lik bir hızdan on kuruş üzerinde (çap = 1.7 cm) durdurmak için gereken ivmeyi hesaplayınız. Bu yerçekimi ivmesinin kaç katıdır? Kütlesi 68 kg olan bir sürücünün hissettiği kuvvet ne kadardır?

18. (II) Hareketsiz bir asansör içindeki bir adam banyo baskülü üzerinde ayakta durmaktadır. Asansör hareket etmeye başlayınca baskül adamın ağırlığının sadece 0.75'ini okuyor. Asansörün ivmesini hesaplayınız ve ivmenin yönünü bulunuz.

19. (II) Yüksek hızlı asansörler iki kısıtlama altında çalışır: (1) Tipik bir insan vücudunun rahatsız olmayacağı düşey ivmenin maksimum büyüklüğü yaklaşık olarak 1.2 m/s^2'dir. (2) Erişilebilir tipik maksimum hız 9.0 m/s'dir. Bir gökdelenin zemin katından asansöre binerek üç aşamada zeminden 180 m yukarı çıkıyorsunuz, durgun hızdan 9.0 m/s'lik hıza 1.2 m/s^2'lik bir ivme, sonra 9.0 m/s 'lik sabit hızla hareket daha sonra 9.0 m/s'lik hızdan durana kadar 1.2 m/s^2'lik ivme ile yavaşlama. Bu üç aşamanın her birinde harcanan zamanı bulunuz. Her bir aşama esnasında normal kuvvetin büyüklüğündeki değişimi, normal ağırlığınızın yüzdesi olarak bulunuz Normal kuvvetin asansördeki kişinin ağırlığına eşit olmadığı zamanın toplam hareket zamanına oranı nedir?

20. (II) Odaklanmış lazer ışığı kullanan *optik cımbız* 1.0 μm çapındaki polyester bir boncuğa yaklaşık 10 pN'luk bir kuvvet uygulayabilir. Boncuğun yoğunluğu yaklaşık olarak suyun yoğunluğu kadardır: 1.0 cm^3 hacminin kütlesi 1.0 g'dır. Boncuğun ivmesini g cinsinden bulunuz.

21. (II) Kütlesi 2.75×10^6 kg olan bir roket, dışarı attığı gaz üzerine düşey yönde 3.55×10^7 N büyüklüğünde bir kuvvet uygulamaktadır. (*a*) Roketin ivmesini, (*b*) 8.0 s sonraki hızını, (*c*) 9500 m'yi ne kadar sürede aldığını hesaplayınız. g'nin sabit kaldığını varsayınız ve atılan gaz kütlesini ihmal ediniz (gerçekçi değil).

22. (II) (*a*) Hava direncinin yukarı doğru uyguladığı kuvvet, düşmekte olan iki serbest paraşütçünün (paraşütle birlikte toplam kütle = 132 kg) ağırlıklarının 1/4'üne eşit olduğu zaman paraşütçülerin ivmesi nedir? (*b*) Paraşüt açıldıktan sonra paraşütçüler sabit hızla yere iner. Bu esnada paraşüt ve paraşütçülerin üzerindeki hava direnci ne kadardır? Şekil 4-32'ye bakınız.



ŞEKİL 4–32 Problem 22.

23. (II) Olduğu yerde yukarıya sıçrayan bir sporcu yerden 0.80 m yükseliyor. Kütlesi 68 kg ise, bunu yapabilmesi için yere uygulaması gereken kuvvet ne kadardır? Sıçramak için sporcunun önce 0.20 m çömeldiğini varsayın, dolayısıyla yukarı yöndeki kuvvet sporcu yerden ayrılıncaya kadar bu mesafe boyunca etki etmektedir.

24. (II) 2125 kg kütleli bir asansörü çeken kablonun taşıyabileceği maksimum gerilme kuvveti 21,750 N'dur. Kablo kopmadan asansörü yukarı doğru maksimum ne kadar ivmelendirir?

25. (III) 100 m kısa mesafe koşusu için en iyi derece 10.0 s'dir. Kütlesi 66 kg olan koşucu son 55 m'de koruyacağı en iyi hıza erişmek için ilk 45 m'lik mesafede düzgün olarak ivmelenir. (*a*) İvmelenme esnasında zeminin sporcunun ayağına uyguladığı ortalama kuvvetin yatay bileşeni nedir? (*b*) Sporcunun yarışın son 55 m'sindeki hızı (yani en yüksek hızı) nedir?

26. (III) Bir adam yüksekliği 3.9 m olan bir evin çatısından atlıyor. Zemine çarptığında dizleri bükülüp gövdesi yaklaşık 0.70 m'lik bir mesafede yavaşlıyor. Gövdesinin kütlesi (bacakları dışında) 42 kg ise (*a*) ayaklarının zemine çarpmadan önceki hızını, (*b*) bacaklarının yavaşlamasıyla gövdesine etkiyen ortalama kuvveti bulunuz.

4–7 Newton Yasalarının Kullanımı

27. ((I) Ağırlığı 77.0 N olan bir kutu bir masa üzerinde hareketsizdir. Kutuya bağlanan bir ip düşey doğrultuda yukarı doğru çıkıp bir makaradan geçiyor ve ipin diğer ucuna bir ağırlık asılıyor (Şekil 4-33). Makaranın diğer tarafına bağlanan ağırlık (*a*) 30.0 N, (*b*) 60.0 N ve (*c*) 90.0 N olduğunda masanın kutuya uyguladığı kuvveti bulunuz.



ŞEKİL 4–33
Problem 27.

28. (I) Bir basketbol oyuncusunun (*a*) bir sıçramada zeminden ayrılmadan hemen önceki, (*b*) havada ikenki serbest cisim diyagramını çiziniz (Şekil3-34'e bakınız).

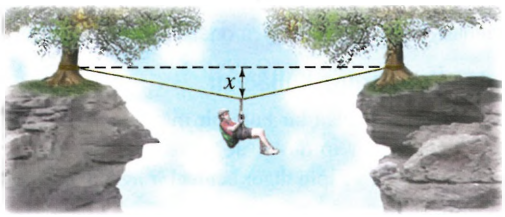


ŞEKİL 4–34
Problem 28.

29. (I) Bir beyzbol topunun serbest cisim diyagramını (*a*) sopa ile vurulduğu anda, (*b*) sopayı terk edip iç sahanın dışına giderken çiziniz.

30. 650 N'luk bir kuvvet kuzeybatı yönünde etki etmektedir. İkinci bir 650 N'luk kuvvet hangi yönde uygulanmalı ki, iki kuvvetin bileşkesi batıya doğru olsun? Yanıtınızı bir vektör diyagramı ile gösteriniz.

31. (II) Kemal Şekil 4-35'te gösterildiği gibi bir Tyrol geçişi yapmaktadır, yani bir kanyonun bir tarafındaki bir ağaç ile ondan 25 m uzaklıkta karşı taraftaki bir ağaç arasına gerilen bir halat ile karşıdan karşıya geçmektedir. Kopmaması için halatın bir miktar sarkması gerekir. Halatın kopmadan önce 29 kN'a kadar bir gerilme kuvvetine dayanabileceğini varsayınız ve geçişin ortasında "güvenlik faktörü" nü 10 olarak (bu halatın sadece 2.9 kN'luk bir gerilme kuvvetine dayanabilmesi demektir) alınız. (*a*) Kemal'in kütlesi 72 kg ise, halatın önerilen güvenlik sınırları içinde kalması için x sarkma miktarı ne olmalıdır? (*b*) Eğer Tyrol geçişinde halat yanlışlıkla (*a*) 'da bulduğunuz uzaklığın 1/4'ü kadar sarkacak şekilde ayarlanırsa halattaki gerilme kuvvetini bulunuz. Halat kopar mı?



ŞEKİL 4–35 Problem 31.

32. (II) Bir cam temizleyici Şekil 4-36'da gösterilen bir kova-makara aparatını kullanarak kendini yukarı doğru çekiyor. (*a*) Kadın kendini sabit hızla yavaşça yukarı çekebilmek için aşağı doğru ne kadarlık bir çekme kuvveti uygulamalıdır? (*b*) Kadın bu kuvveti %15 artırdığında kadının ivmesi ne olacaktır? Kadın ve kovanın kütlelerinin toplamı 72 kg'dır.



ŞEKİL 4–36
Problem 32.

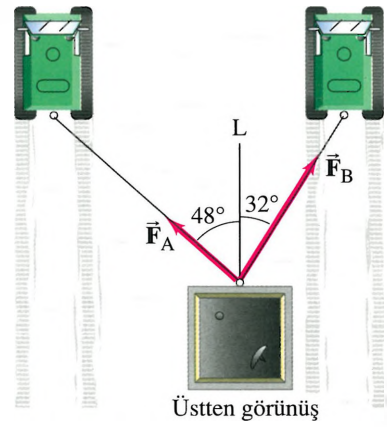
33. (II) Şekil 4-37'de görüldüğü gibi kütlesi 3.2 kg olan renkli bir kova kütlesiz bir iple 3.2 kg kütleli diğer renkli bir kovaya asılıdır İkinci kova da kütlesiz bir ipe bağlıdır. (*a*) Kovalar hareketsiz ise her bir ipteki gerilme nedir? (*b*) Kovalar üstteki iple 1.25 m/s^2'lik bir ivme ile yukarı doğru çekildiklerinde her bir ipteki gerilme nedir?



ŞEKİL 4–37
Problem 33 ve 34.

34. (II) Problem 33b, Şekil4-37'deki kovaları ivmelendiren iplerin her birinin ağırlığı 2.0N'dur. Üç bağlantı noktası için ipteki gerilme kuvvetini bulunuz.

35. (II) Şekil 4-40a ve b'de gösterilen $\vec{\mathbf{F}}_A$ ve $\vec{\mathbf{F}}_B$ kuvvetlerinin toplamı L çizgisine paralel olup $F_A = 4500$ N. 'dur. F_B ve $\vec{\mathbf{F}}_A + \vec{\mathbf{F}}_B$ 'nin büyüklüğünü bulunuz.



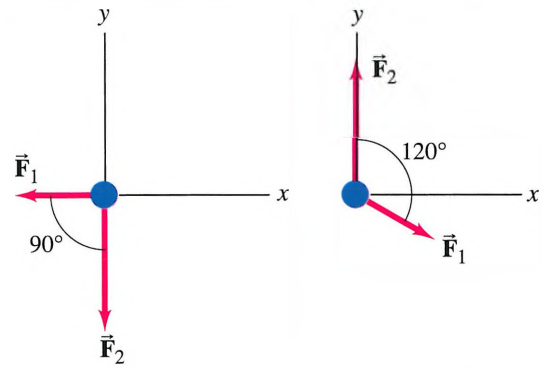
ŞEKİL 4–38
Problem 35.
Üstten görünüş

36. (II) Bir tren lokomotifi arkasında kütleleri aynı olan iki vagonu çekmektedir, Şekil 4-39. Trenin sıfırdan farklı herhangi bir ivme değeri için ilk vagon ve lokomotif bağlantısındaki (bir kablo gibi düşünün) (F_{T1}) gerilmesinin, ilk vagon ve ikinci vagon arasındaki (F_{T2}) gerilmesine oranını bulunuz.



ŞEKİL 4–39 Problem 36.

37. (II) Şekil 4-40a ve b 'de gösterilen $\vec{\mathbf{F}}_1$ ve $\vec{\mathbf{F}}_2$ kuvvetleri, sürtünmesiz bir masa üzerindeki 18.5 kg kütleli bir cisme etki eder. $F_1 = 10.2$ N ve $F_2 = 16.0$ N ise (*a*) ve (*b*) şekillerindeki cismin üstüne etkiyen net kuvveti ve cismin ivmesini bulunuz.



ŞEKİL 4–40 Problem 37.

38. (II) Bir yarışın başlama anında, 65 kg kütleli koşucu, başlama bloğuna yer ile 22^0 açı yapan 720 N'luk bir kuvvet uyguluyor. (*a*) Yarışçının yatay ivmesi nedir? (*b*) Kuvvet 0.32 s süreyle uygulandıysa yarışçı başlama bloğundan hangi hızla ayrılır?

39. (II) Bir kütlesi $t = 0$'da sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde hareketsizdir. Bir t_0 süresi boyunca üzerine sabit bir F_0 kuvveti etki ediyor. Daha sonra kuvvet aniden $2F_0$'a çıkıyor ve $t = 2t_0$'a kadar sabit kalıyor. $t = 0$'dan $t = 2t_0$ 'a kadar gidilen toplam yolu bulunuz.

40. (II) 3.0 kg kütleli bir cisim üzerine

$$\vec{\mathbf{F}}_1 = (16\hat{\mathbf{i}} + 12\hat{\mathbf{j}})\ \text{N}$$
$$\vec{\mathbf{F}}_2 = (-10\hat{\mathbf{i}} + 22\hat{\mathbf{j}})\ \text{N}$$

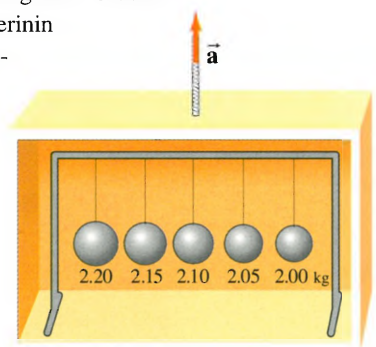
kuvvetleri etki etmektedir. Cisim başlangıçta durgun ise $t = 3.0$ s'deki $\vec{\mathbf{v}}$ hızını bulunuz.

41. (II) Bazı yokuş aşağı otoyollarda, frenleri aşırı ısınan kamyonların kenarda dinlenmesi için yukarı çıkış rampaları vardır. 11^0 'lik yokuş yukarı bir rampaya hızla çıkan bir kamyonun durması için gereken uzaklık nedir? Hesapladığınız uzaklığın ne kadar büyük olduğuna dikkat edin. (Eğer rampa yatağı için kum kullanılırsa uzaklık iki faktörü ile azalır.)

42. (II) Kızak üzerindeki bir çocuk bir tepenin altına 10.0 m/s 'lik bir hızla ulaşır ve durmadan önce yatay olarak 25.0 m kayar. Çocuk ve kızağın toplam kütlesi 60.0 kg ise yatay yolda kızak üzerindeki ortalama yavaşlatıcı kuvvet nedir?

43. (II) Başlangıç hızı 2.0 m/s olan bir kaykaycı, 18.0 m uzunluğundaki sürtünmesiz bir eğik düzlemden aşağı doğru 3.3 s'de kayıyor. Eğik düzlemin yatayla yaptığı açı nedir?

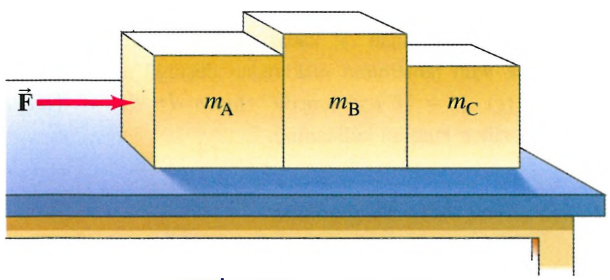
44. (II) Şekil 4-41'de gösterildiği gibi, (kütleleri 2.00, 2.05, 2.10, 2.15, 2.20 kg olan) beş top bir boru üzerine asılıdır. Her kütle gerilme kuvveti 22.2 N (= 5 lb) değerini aşınca kopacak olan bir olta ipine bağlıdır. Bu düzenek yukarı doğru ivmelenen bir asansör içine yerleştirildiğinde sadece 2.05 ve 2.00 kg kütlelerinin bağlı olduğu ipler kopuyor. Asansörün ivmesi hangi aralıktadır?



ŞEKİL 4–41
Problem 44.

45. (II) 27 kg kütleli bir avize uzunluğu 4.0 m olan düşey bir kablo ile tavana asılıdır. (*a*) Avizenin yerini yana doğru değiştirmek için uygulanması gereken yatay kuvvet nedir? (*b*) Teldeki gerilme kuvveti ne olacaktır?

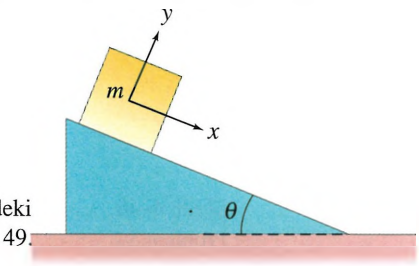
46. (II) Şekil4-42'de görüldüğü gibi sürtünmesiz bir yüzey üzerindeki üç blok birbirleri ile temas halindedir. A bloğu (m_A kütleli) üzerine bir $\vec{F}$ kuvveti uygulanıyor. (*a*) Her bloğun serbest cisim diyagramını çiziniz. (*b*) Sistemin ivmesini, (m_A, m_B, ve m_C cinsinden) (*c*) her bir blok üzerindeki net kuvveti, (*d*) her bloğun komşu bloğa uyguladığı değme kuvvetini bulunuz (*e*) Eğer $m_A = m_B = m_C = 10.0$ kg ve $F = 96.0$ N ise (*b*), (*c*) ve (*d*)'yi sayısal olarak çözünüz. Yanıtlarınızın sezgisel öngörülerinize uygunluğunu açıklayın.



ŞEKİL 4–42 Problem 46.

47. Örnek 4-13'ü yeniden çözün, ancak (*a*) eşitliklerinizi her bir cismin $\vec{a}$ ivmesinin yönünü o cismin hareket yönünde olacak şekilde kurun. (4-13 örneğinde her iki kütle için $\vec{a}$ ivmesini yukarı yönde pozitif olarak almıştık). (*b*) Bu eşitlikleri çözerek Örnek 4-13'teki ile aynı yanıtları bulun.

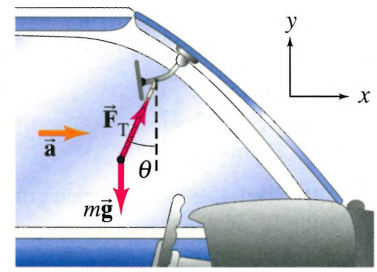
48. (II) Şekil 4-43'te gösterilen bloğun kütlesi $m = 7.0$ kg'dır ve yatayla 22^0'lik açı yapan bir sürtünmesiz düzlem üzerindedir (*a*) Bloğun aşağı doğru kayarkenki ivmesini bulunuz (*b*) Eğer blok, düzlemin tabanından 12.0 m yükseklikte durgun halden harekete başlarsa, blok eğik düzlemin tabanına ulaştığında hızı ne olur?



ŞEKİL 4–43
Eğik düzlem üzerindeki blok. Problem 48 ve 49.

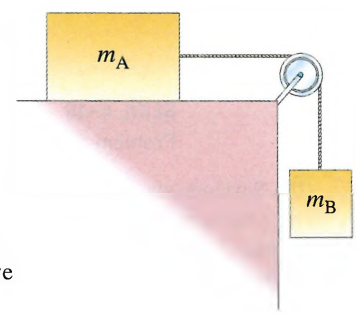
49. (II) Bir blok 4.5 m/s başlangıç hızıyla Şekil4-43'te gösterilen, yatayla 22^0 açı yapan eğik düzlem üzerinde yukarı doğru gönderiliyor. (*a*) Blok düzlem üzerinde ne kadar gider? (*b*) Başlangıç noktasına ne kadar zamanda geri döner? Sürtünmeyi ihmal ediniz.

50. (II) Bir cisim bir iple dikiz aynasına asılmıştır. Hareketsiz durumdan 6.0 s içinde 28 m/s hıza düzgün bir biçimde ivmelenirseniz ip düşeyle ne kadar bir açı yapar? Şekil 4-44'e bakınız.



ŞEKİL 4–44
Problem 50.

51. (I) Şekil 4-45'te görüldüğü gibi sürtünmesiz bir yatay düzlem üzerinde bulunan bir blok (m_A) bir makaradan geçirilen ince bir iple düşey olarak sallanan ikinci bir bloğa (m_B) bağlanmıştır. (*a*) Her bir blok için çekim kuvveti, ipteki gerilme kuvveti ve normal kuvveti gösteren bir serbest cisim diyagramını çiziniz. (*b*) Sistemin ivmesi ve ipteki gerilme kuvvetini veren bağıntılar bulmak için Newton'un ikinci yasasını uygulayınız. Sürtünmeyi, makaraların ve ipin kütlesini ihmal ediniz.

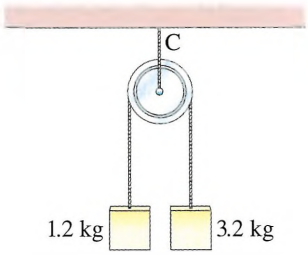


ŞEKİL 4–45
PProblem 51, 52 ve 53.
m_A kütlesi düzgün yatay yüzerinde hareketsizdir ve m_B dik olarak asılıdır.

52. (II) (*a*) Şekil 4-45'teki $m_A = 13.0$ kg ve $m_B = 5.0$ kg ise her bir bloğun ivmesini bulunuz. (*b*) m_A kütlesi başlangıçta masa kenarından 1.25 m uzakta ise sistem serbest bırakıldığında, m_A kütlesinin masanın kenarına ulaşması için geçen süre nedir? Eğer $m_B = 1.0$ kg ise sistemin ivmesinin $\frac{1}{100}g$ 'de tutulması için m_A kütlesi ne olmalıdır?

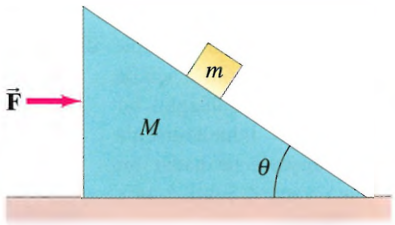
53. (III) Şekil 4-45'te (Problem 51'e bakınız) gösterilen ip ihmal edilemeyecek bir m_C kütlesine sahipse sistemin ivmesi için bir bağıntı bulunuz. Formülü kütlelerin makaraya uzaklıkları olan ℓ_A ve ℓ_B cinsinden elde ediniz (ipin toplam uzunluğu $\ell = \ell_A + \ell_B$ 'dir).

54. Şekil 4-46'daki makaranın bir C ipi ile asıldığını varsayınız. Kütleler serbest bırakıldığında, birisi yere çarpmadan önce bu ipteki gerilmeyi bulunuz.



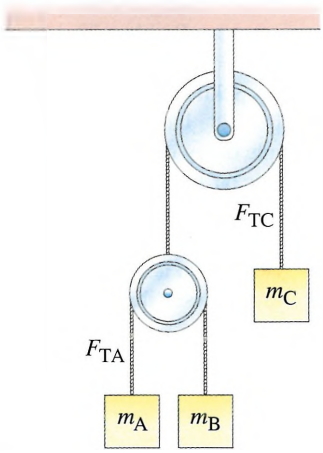
ŞEKİL 4–46
Problem 54.

55. (III) m kütleli küçük bir blok Şekil 4-47'de gösterildiği gibi yatay bir masa üzerinde hareketsiz duran M kütleli bir eğik düzlemin üzerindedir. Tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğunu varsayınız, m kütlesinin M kütlesine göre sabit bir konumda kalması için (bu m 'nin eğik düzlemde hareket etmediği anlamına gelir) M kütlesine uygulanması gereken $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin büyüklüğü nedir? *İpucu:* x ve y eksenlerini yatay ve düşey eksenler olarak alınız.



ŞEKİL 4–47
Problem 55.

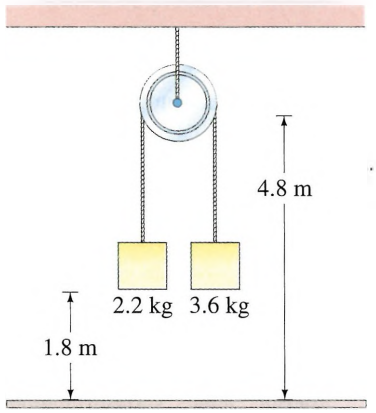
56. (III) Şekil 4-48'de gösterilen çift Atwood makinesi sürtünmesiz, kütlesiz makara ve iplere sahiptir. (*a*) m_A, m_B, ve m_C kütlelerinin ivmesini; (*b*) ipteki F_{TA} ve F_{TC} gerilmelerini bulunuz.



ŞEKİL 4–48
Problem 56.

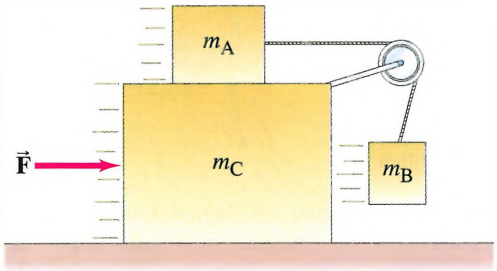
57. (III) Sürtünmesiz masa üzerindeki iki kutunun 1.0 kg kütleli bir iple birbirlerine bağlandığını düşünün. Şekil 4-49'da gösterilen serbest cisim diyagramını kullanarak ipin her bir ucundaki gerilmeyi ve kutuların ivmelerini hesaplayınız. $F_P = 35.0\,\text{N}$ olduğunu varsayınız ve ipteki sarkmayı ihmal ediniz. Sonuçlarınızı Örnek 4-12 ve Şekil 4-22 ile karşılaştırınız.

58. (III) Şekil 4-50'de görülen iki kütle başlangıçta yerden 1.8 m yükseklikte, sürtünmesiz, kütlesiz makara ise yerden 4.8 m yükseklikteydir. Sistem serbest bırakıldıktan sonra hafif olan cismin ulaşacağı maksimum yükseklik nedir? (*İpucu:* Hafif kütlenin, önce ivmesini, sonra ağır olanın yere çarptığı andaki hızını bulunuz. Bu hız hareketin ikinci aşaması için "başlangıç" hızıdır. Kütlenin makaraya çarpmadığını varsayınız ve ipin kütlesini ihmal ediniz.)



ŞEKİL 4–50
Problem 58.

59. (III) Şekil 4-51'deki büyük blok (m_C) üzerine, m_A kütlesinin m_C kütlesine göre hareketsiz kalmasını sağlamak üzere uygulanacak $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin büyüklüğünü veren bir bağıntı bulunuz. Bütün sürtünmeleri ihmal ediniz m_B kütlesinin m_C kütlesine değmediğini varsayınız.

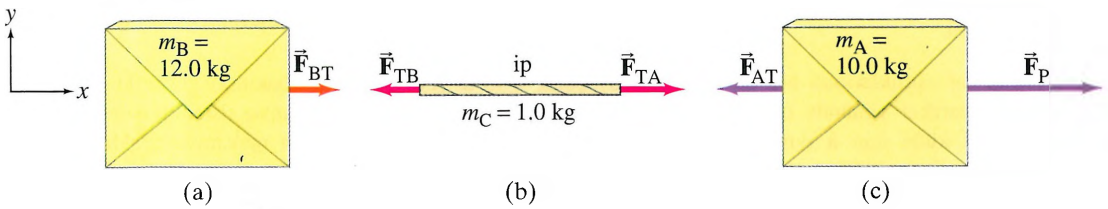


ŞEKİL 4–51 Problem 59.

60. (III) m kütleli bir parçacık başlangıçta $x = 0$ 'da hareketsizdir. Zaman içinde $F = Ct^2$ ile artan bir kuvvet tarafından ivmelendirilir. v hızını ve y pozisyonunu zamanın bir fonksiyonu olarak bulunuz.

61. (III) M kütleli ve ℓ uzunluklu ağır çelik bir tel kütlesiz, sürtünmesiz küçük bir makara üzerinden geçirilmiştir. (*a*) Makaranın bir tarafındaki ipin uzunluğu (diğer taraftaki uzunluk $\ell - y$) ise y'nin bir fonksiyonu olarak telin ivmesini hesaplayınız. (*b*) Telin makaranın bir tarafından y_o kadar sarkarken harekete başladığını varsayarak telin tamamının makaradan düştüğü andaki v_s hızını bulunuz. (*c*) $y_0 = \frac{2}{3}\ell$ için v_s nedir? (*İpucu:* $dv/dt = (dv/dy)(dy/dt)$ zincir kuralını kullanınız).

ŞEKİL 4–49 Problem 57. Şekil 4-22a'da gösterilen sistemdeki cisimlerin her biri için serbest cisim diyagramları. Dik yöndeki $\vec{\mathbf{F}}_N$ ve $\vec{\mathbf{F}}_G$ kuvvetleri gösterilmemiştir.

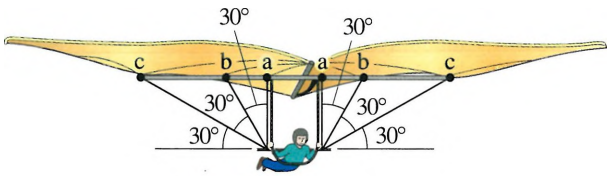


Genel Problemler

62. Bir araba kazasında yavaşlama ivmesi $30g$'den fazla değilse insanın hayatta kalma şansı vardır. Bu ivme ile ivmelenen 65 kg kütleli bir kişiye etki eden kuvveti hesaplayınız. Bu ivmeyle, 95 km/sa'lik bir hızdan duruncaya kadar ne kadar yol gidilir?

63. 2.0 kg kütleli bir para çantası 58 m yükseklikteki Pisa Kulesinin tepesinden bırakılıyor. 55 m düştükten sonraki hızı 27 m/s olduğuna göre ortalama hava direnci kuvveti nedir?

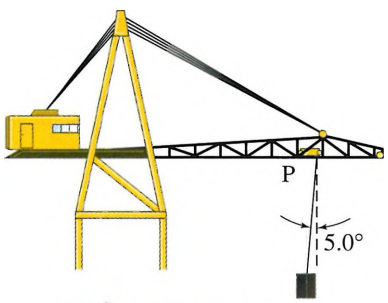
64. Şekil 4-52'de görüldüğü gibi Turgut ağırlığını altı iple destekleyen bir planöre asılıdır. Her ip Turgut'un ağırlığını eşit oranda destekleyecek biçimde tasarlanmıştır. Turgut'un kütlesi 74 kg'dır. Destekleyici iplerin her birindeki gerilme nedir?



ŞEKİL 4–52 Problem 64.

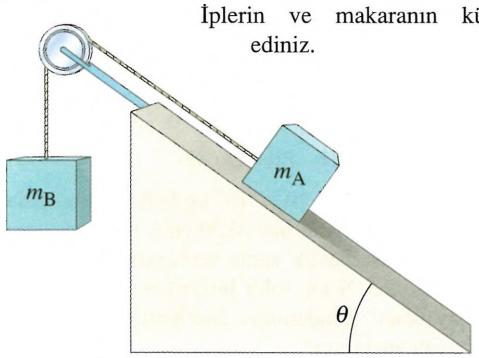
65. Islak bir sabun kalıbı ($m = 150g$) eğimi 8.5° olan 3.0 m uzunluktaki rampadan aşağı doğru serbestçe kayıyor. Aşağı ulaşması için geçen süre nedir? Sabunun kütlesi $300g$ olsaydı bu durumu nasıl değiştirirdi?

66. Şekil 4-53'teki vincin **P** noktasındaki troley sağa doğru sabit bir ivmeyle birkaç saniye hareket ediyor ve görüldüğü gibi düşeyle 5° açı yapacak şekilde sarkan 870 kg'lık bir yükü taşıyor. Troley ve yükün ivmesi nedir?



ŞEKİL 4–53 Problem 66.

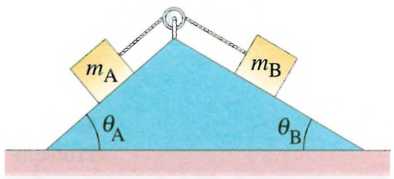
67. Şekil 4-54'te gösterildiği gibi sabit, sürtünmesiz bir eğik düzlem üzerindeki bir blok (m_A) bir makara üzerinden geçen bir iple bir m_B kütlesine bağlıdır (*a*) m_A, m_B, θ ve g cinsinden sistemin ivmesini bulunuz (*b*) İvmelerinin aynı yönde (yani m_A'nın bulunduğu düzlemden aşağı doğru) veya zıt yönde olması için m_A ve m_B kütlelerine uygulanması gereken şartlar nelerdir? İplerin ve makaranın kütlelerini ihmal ediniz.



ŞEKİL 4–54
Problem 67 ve 68.

68. (*a*) Şekil 4-54'te $m_A = m_B = 1.00\,\text{kg}$ ve $\theta = 33.0°$ ise sistemin ivmesi ne olur? (*b*) $m_A = 1.00\,\text{kg}$ ve sistem hareketsiz ise m_B kütlesi ne olmalıdır? (*c*) (*a*) ve (*b*) için iplerdeki gerilmeyi bulunuz.

69. m_A ve m_B kütleleri Şekil 4-54'te gösterildiği gibi sabit bir eğik düzlem (sürtünmesiz) üzerinde kaymaktadır. m_A, m_B, θ_A, θ_B ve g cinsinden sistemin ivmesi için bir formül bulunuz. (*b*) $\theta_A = 32°$, $\theta_B = 23°$ ve $m_A = 5.0\,\text{kg}$ ise sistemin hareketsiz kalabilmesi için m_B 'nin değeri ne olmalıdır? Bu durumda ipteki (ihmal edilebilir kütleli) gerilme ne olacaktır? Kütleleri her iki yöndeki eğik düzlemler boyunca sabit hızla hareket ettirecek olan m_A/m_B oranı nedir?



ŞEKİL 4–55
Problem 69.

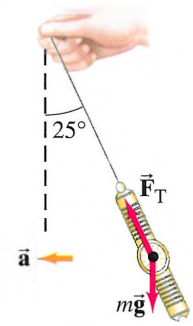
70. 75.0 kg kütleli bir adam bir asansörde bir baskül üzerinde ayakta durmaktadır. Asansör (*a*) hareketsiz iken, (*b*) 3.0 m/s hızla yukarı doğru çıkarken (*c*) 3.0 m/s hızla aşağı doğru inerken, (*d*) 3.0 m/s'lik ivmeyle yukarı çıkarken (*e*) 3.0 m/s^2'lik ivmeyle aşağı inerken baskül (newton ve kg cinsinden) ne okur?

71. Bir şehir planlamacısı, bir şehrin engebeli bir bölgesinin yeniden tasarımında çalışıyor. Dikkate alınması gereken önemli bir nokta gücü düşük arabaları bile yavaşlatmayacak yolların hangi diklikte olabileceğidir. 920 kg kütleli küçük bir araba düz bir yolda 12.5 s içinde hareketsiz durumdan 21 m/s (75 km/sa)'lik bir hıza ivmelenebilir. Bu veriyi kullanarak tepenin maksimum dikliğini hesaplayınız.

72. Eğer 65.0 kg kütleli (bisiklet ile birlikte) bir bisikletçi hava direncinden dolayı 6.5° derecelik bir tepeyi pedal çevirmeden 60 km/sa'lik sabit bir hızla inerse aynı hızla (ve aynı hava direnciyle) tepeye tırmanmak için ne kadarlık bir kuvvet uygulanmalıdır?

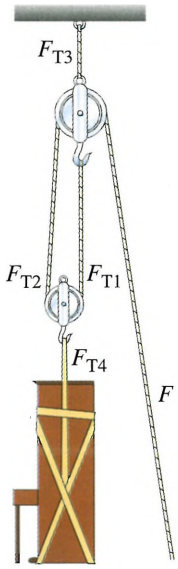
73. Bir bisikletçi 5°'lik bir tepeyi pedal çevirmeden 6.0 km/sa'lik sabit bir hızla iniyor. Eğer hava direnci $F_{\text{hava}} = cv$ biçimde hızıyla orantılıysa (*a*) c sabitinin değerini, (*b*) 18.00 km/sa'lik bir hızla tepeden aşağı doğru inmesi için uygulaması gereken ortalama kuvveti hesaplayın. Bisiklet ve bisikletçinin toplam kütlesi 80.0 kg'dır.

74. İçinde olduğu bir jet uçağı kalkış için 16.0 s süre ile ivmelenirken Fatma saatini ince bir iple sallandırıyor. Sicim düşeyle 25° 'lik bir açı yaparsa, uçağın kalkış hızını tahmin ediniz, Şekil 4-56.



ŞEKİL 4–56
Problem 74.

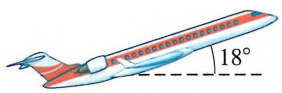
75. (*a*) Şekil 4-57'de görülen M kütleli bir piyanoyu bir makara sistemi kullanarak kaldırmak için gereken minimum kuvvet nedir? (*b*) Her bir ipteki F_{T1}, F_{T2}, F_{T3}, ve F_{T4} gerilme kuvvetlerini hesaplayınız.



ŞEKİL 4–57
Problem 75.

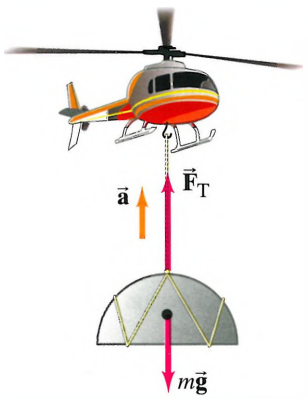
76. Bir süpermarket tasarımında marketin farklı bölümlerini birbirine bağlayan birkaç rampa vardır. Müşteriler market arabalarını rampada itmek zorundadır. Bu durumun çok zor olmaması istenilir. Bir mühendis araştırma yaparak 18 N'dan daha az kuvvetler için herhangi bir şikayetin olmadığını gördü. Sürtünmeyi ihmal ederek ve dolu market arabasının 25.0 kg olduğunu varsayarak rampalara verilebilecek maksimum θ açısını hesaplayın.

77. Bir jet uçağı yatayla 18^0'lik bir açı yapacak şekilde tırmanırken 3.8 m/s^2 ile ivmeleniyor (Şekil4-58). Kokpit koltuğunun 75.0 kg kütleli pilota etki ettirdiği toplam kuvvet nedir?



ŞEKİL 4–58
Problem 77.

78. 7650 kg kütleli bir helikopter inşaat sahasındaki 1250 kg'lık bir çerçeveyi kaldırırken yukarı doğru 0.80 m/s^2 ile ivmeleniyor, Şekil 4-59. (*a*) Havanın helikopterin pervanesine uyguladığı kaldırma kuvveti ne kadardır? (*b*) Çerçeveyi helikoptere bağlayan kablodaki gerilme nedir (kablonun kütlesini ihmal ediniz)? (*c*) Kablonun helikoptere uyguladığı kuvveti bulunuz.



ŞEKİL 4–59
Problem 78.

79. 14 vagonlu süper hızlı İtalyan treninin kütlesi 640 tondur (640,000 kg). Trenin yatay olarak raylara uygulayabileceği maksimum kuvvet 400 kN'dur. (300.0 km/sa) sabit hızla giderken ise 150 kN uygular. (*a*) Trenin maksimum ivmesini hesaplayın, (*b*) maksimum hızdaki hava direncini ve sürtünme kuvvetini tahmin edin.

80. Bir balıkçı 10 1b'a test edilmiş bir olta ipi kullanıyor. Bunun anlamı ipin kopmadan 45N'luk bir kuvvete dayanabilmesidir (1 lb = 4.45 N) (*a*) Balıkçı balığı düşey yönde sabit hızla balığı çekerse en fazla hangi ağırlıkta balık yakalayabilir? (*b*) Eğer balıkçı balığı 2.0 m/s^2 ivmeyle yukarı çekerse yakalayacağı balığın maksimum ağırlığı nedir? (*c*)15 1b'lık bir alabalığı 10 1b'a test edilmiş bir iple yakalamak mümkün müdür? Neden mümkündür veya değildir?

81. Yüksek binadaki bir asansörün aşağı inerken 3.5 m/s'lik maksimum hıza ulaşmasına izin verilir. Asansörün içindekilerle birlikte kütlesi 1450.0 kg ise asansörün, 2.6 m'lik bir mesafede durması için kablodaki gerilme kuvveti ne olmalıdır?

82. İki dağcı Bilal ve Kadriye aynı uzunlukta güvenlik halatları kullanıyorlar. Dağcıların *dinamik halat* olarak adlandırdığı Kadriye'nin halatı daha esnektir. Bilal'in halatı güvenlik nedeniyle pek önerilmeyen *statik halattır*. (*a*) Kadriye serbest olarak 2.0 m düşüyor ve halat onu 1.0 m'lik bir mesafede durduruyor (Şekil 4-60). Kadriye'ye halat ne büyüklükte (sabit olduğunu varsayarak) bir kuvvet uygular? (Sonuçlarınızı onun ağırlığının katları cinsinden ifade ediniz) (*b*) Aynı düşme esnasında Bilal'in halatı sadece 30.0 cm esniyor. Halat Bilal'in ağırlığının kaç katı ile onu çeker? Hangi dağcının yaralanma olasılığı daha fazladır?



ŞEKİL 4–60
Problem 82.

83. Birbirine halatla bağlı olan üç dağcı yatayla 31^0 açı yapan buzlanmış bir eğik düzlemde yukarı doğru bir çizgi boyunca tırmanıyorlar (Şekil 4-61). En arkadaki dağcı kayıp ikinci dağcının ayağını yerden kesiyor. Öndeki dağcı ikisini de tutabilecek durumdadır. Eğer dağcılardan her birinin kütlesi 75.0 kg ise, üç dağcı arasındaki iki sicimin her birisindeki gerilmeyi hesaplayınız. Kayan dağcı ile buz arasındaki sürtünmeyi ihmal ediniz.

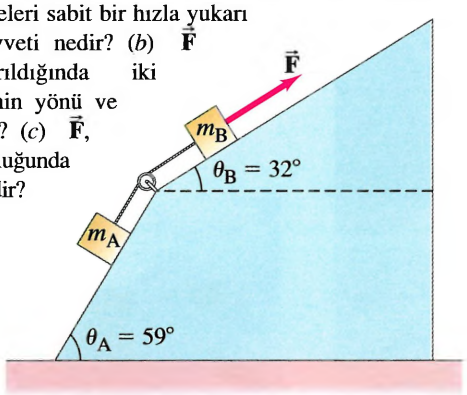


ŞEKİL 4–61 Problem 83.

84. Bir "kıyamet günü" asteroiti 10×10^{10} kg kütlesi ile uzayda son hızla ilerlemektedir. Asteroitin hızı 0.20 cm/s kadar değişmezse Dünya'ya çarparak çok büyük zarar verecektir. Araştırmacılar asteroitin yüzeyine 2.5 N'luk sabit bir kuvvet uygulayabilecek küçük bir "uzay aracı" göndermeyi öneriyorlar. Bu kuvvet ne kadar süre ile uygulanmalıdır?

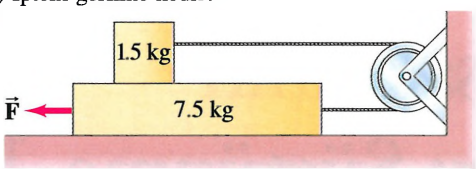
85. 450 kg kütleli bir piyano 22^0'lik bir rampa kullanılarak bir kamyondan indiriliyor. Sürtünme ihmal edilebilir ve rampanın uzunluğu 11.5 m'dir. İki işçi, rampaya paralel olarak 1420 N'luk bir bileşke kuvvet ile iterek piyanonun hızını azaltıyorlar. Eğer piyano durgun halden harekete başlarsa yere indiğinde hızı ne olur?

86. Şekil 4 62'de gösterilen sistemi $m_A = 9.5\,\text{kg}$ ve $m_B = 11.5\,\text{kg}$ değerleriyle göz önüne alın. Açılar $\theta_A = 59°$ ve $\theta_B = 32°$ 'dir. (*a*) Sürtünme yoksa, sabitleştirilmiş eğik düzlemlerde kütleleri sabit bir hızla yukarı çekecek $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti nedir? (*b*) $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti kaldırıldığında iki bloğun ivmelerinin yönü ve büyüklüğü nedir? (*c*) $\vec{\mathbf{F}}$, kuvvetinin yokluğunda ipteki gerilme nedir?



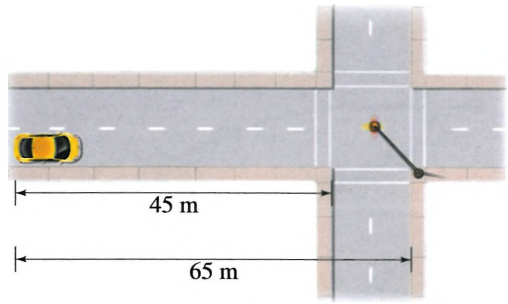
ŞEKİL 4–62
Problem 86.

87. 1.5 kg kütleli bir blok 7.5 kg kütleli bir başka bloğun üzerinde durmaktadır (Şekil 4-63). Makara ve ipin kütleleri ihmal edilebilir ve herhangi bir yerde önemli bir sürtünme yoktur. (*a*) Üstteki bloğun 2.5 m/s^2 'lik bir ivme ile sağa doğru hareket etmesi için alttaki blok üzerine ne kadarlık bir F kuvveti uygulanmalıdır? (*b*) İpteki gerilme nedir?



ŞEKİL 4–63
Problem 87.

88. 750 kg kütleli aracınızda 15 m/s'lik bir hızla evinize gidiyorsunuz. Kavşağa 45.0 m uzaklıkta trafik ışığının yeşilden sarıya değiştiğini görüyorsunuz. Bu değişimin 4.0 s süreceğini biliyorsunuz, kavşağın karşısı 65.0 m uzaklıktadır. (Şekil 4-64) (*a*) İvmelenmeyi tercih ederseniz arabanın motoru 1200 N'luk kuvvet sağlayabilir. Kırmızı ışık yanmadan önce kavşağı tamamen geçebilecek misiniz? (*b*) Durmaya karar verirseniz frenleriniz 1800 N'luk bir kuvvet sağlayacaktır. Kavşağa girmeden durabilecek misiniz?



ŞEKİL 4–64 Problem 88.

*Sayısal / Bilgisayar

***89.** (II) 1500 kg kütleli büyük bir sandık hareketsiz durumdan başlayarak yatayla θ açısı yapan ve uzunluğu ℓ olan sürtünmesiz bir rarmpa üzerinde kayıyor. (*a*) θ'nın fonksiyonu olarak (*i*) aşağı doğru giderken sandığın a ivmesini, (*ii*) eğik düzlemin tabanına ulaşması için geçen t zamanını, (*iii*) rampanın tabanına ulaştığı andaki v son hızını, (*i v*) Sandığa etki eden F_N normal kuvvetini bulunuz. (*b*) ℓ = 100 m olduğunu varsayın. 1°'lik adımlarla $\theta = 0^0$'den $\theta = 90^0$'ye kadar, θ'nın bir fonksiyonu olarak a, t, v ve F_N'yi hesaplamak ve grafiğini çizmek için bir tablolama programı kullanın. Sonuçlarını $\theta = 0^0$ ve $\theta = 90^0$ sınır durumları için bilinen sonuçlarla uyumlu mu?

Alıştırmaların Yanıtları

A: Kuvvete gerek yoktur. Kupanın altındaki araba ivmelenir. Newton'un ilk yasasını düşünün (Örnek 4-1'e bakın).

B: (*a*).

C: (*a*) aynıdır. (*b*) spor araba; (*c*) (*a*), için Newton'un üçüncü yasası; (*b*)için Newton'un ikinci yasası.

D: (*e*).

E: (*b*).

F: (*b*).



Newton Yasaları, fizikte temel yasalardır. Bu fotoğraflar, Newton yasalarının kullanıldığı, önceki Bölüm'de tartışılanların dışında yeni elemanlar içeren iki durumu göstermektedir. Yokuş aşağı inen kayakçı, bu anda kar ile temas etmeyip, hareketini sadece hıza bağımlı bir kuvvet olan hava direncinin (bu bölümdeki seçimli konu) engellemesine rağmen, bir eğik düzlem üzerindeki sürtünmeyi örneklemektedir. Dönen bir lunapark oyuncağındaki insanlar dairesel hareketin dinamiğini sergilemektedirler.



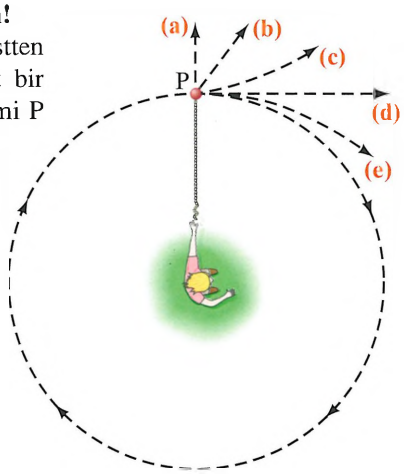
BÖLÜM 5

Newton Yasalarının Kullanılması: Sürtünme, Dairesel Hareket, Direnç Kuvvetleri

İÇERİK

5–1 Sürtünmeli durumlarda Newton Yasalarının Uygulamaları
5–2 Düzgün Dairesel Hareket-Kinematik
5–3 Düzgün Dairesel Hareketin Dinamiği
5–4 Karayolu Virajları : Eğimli ve Eğimsiz
*5–5 Düzgün Olmayan Dairesel Hareket
*5–6 Hıza Bağlı Kuvvetler : Geciktirme kuvveti ve Limit Hız

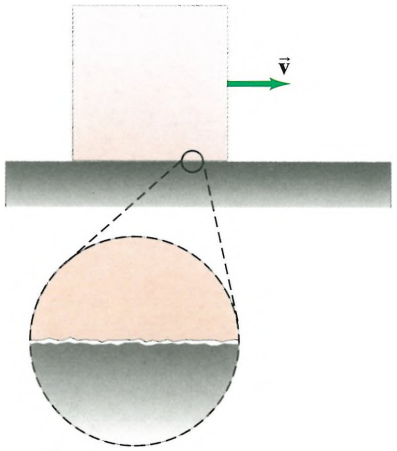
BÖLÜM-AÇILIŞ SORUSU —Şimdi tahmin edin!
Bir sicimin ucuna bağlı bir topu, buradaki üstten görünümünde olduğu gibi, yatay bir dairede sabit bir hızla kendi etrafınızda döndürüyorsunuz. Eğer sicimi P noktasında bırakırsanız top hangi yolu izler?



Bu Bölüm'de Newton Yasalarını incelemeye ve onların fizikteki temel önemini vurgulanmaya devam edilmektedir. Newton yasalarının, sürtünme ve dairesel hareketi içeren, bazı önemli uygulamaları verilmektedir. Bu bölümdeki bazı materyaller Bölüm 4'te verilen konuların tekrarı gibi görünse de aslında yeni elemanlar içermektedir.

5–1 Sürtünmeli Durumlarda Newton Yasalarının Uygulamaları

Şimdiye kadar sürtünmeyi ihmal ettik fakat çoğu pratik durumda hesaba katılması gerekir. En pürüzsüz görünen yüzeyler bile mikroskobik düzeyde pütürlü olduğundan, iki katı yüzey arasında sürtünme her zaman mevcuttur, Şek.5-1. Bir cismi diğer bir yüzey boyunca kaydırmaya çalışırsak, mikroskobik düzeydeki bu tümsekler hareketi engelleyecektir. Mikroskobik düzeyde tam olarak neler olduğu henüz anlaşılmamıştır. Bir yüzeyin tümseği üzerindeki atomların diğer yüzeydeki atomlara çok yaklaşabilecekleri ve atomlar arasındaki çekici elektriksel kuvvetlerin, iki yüzeyi aralarında ince bir kaynak varmış gibi "bağ"layabileceği düşünülmektedir. Belki bu bağların oluşması ve kırılmasından dolayı, bir cisim bir yüzey üzerinde kayarken ufak sarsıntılara uğrar. Yuvarlak bir cisim bir yüzey üzerinde yuvarlansa bile, *yuvarlanma sürtünmesi* adı verilen bir miktar sürtünme vardır. Bu sürtünme, bir cismin yüzey üzerinde kaydığı durumdakinden çok daha azdır. Dikkatimizi şimdi genellikle **kinetik sürtünme** (*kinetik* Yunanca'da hareket eden anlamına gelir) adı verilen *kayma sürtünmesi* üzerine odaklıyoruz

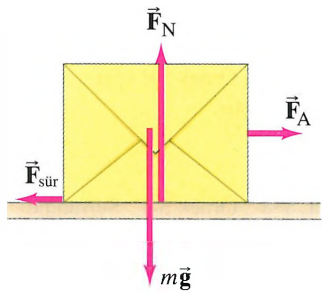


ŞEKİL 5–1 Masa ya da döşeme üzerinde sağa doğru hareket eden bir cisim. Temas eden yüzeyler, en azından mikroskobik düzeyde pürüzlü.

Bir cisim pürüzlü bir yüzey boyunca kaydığı zaman, cismin hızına zıt yönlü bir kinetik sürtünme kuvveti etki eder. Sürtünme kuvvetinin büyüklüğü kayan iki yüzeyin doğasına bağlıdır. Verilen yüzeyler için deney, sürtünme kuvvetinin yaklaşık olarak iki yüzey arasındaki *normal kuvvet* ile orantılı olduğunu göstermektedir. Bu kuvvet cisimlerin ortak yüzeylerine dik olup her iki cisme de etki eder (Şek. 5-2'ye bakınız). Sert yüzeyler arasındaki sürtünme kuvveti bir çok durumda toplam temas alanına çok az bağlıdır, yani kitap üzerindeki sürtünme kuvveti, yüzeylerin aynı derecede pürüzsüz olduklarını kabul edersek, onun geniş yüzü ya da sırtı üzerinde kayması ile aşağı yukarı aynıdır. Sürtünme kuvvetinin yüzey alanından bağımsız olduğu varsayılan basit bir model düşünelim. Böylece sürtünme kuvveti ile normal kuvvet arasındaki orantıyı, bir orantı sabiti, μ_k ekleyerek eşitlik olarak yazarız:

$$F_{sür} = \mu_k F_N. \qquad \text{[kinetik sürtünme]}$$

ŞEKİL 5–2 Bir cisim, bir yüzey üzerinde $(\vec{F}_A)$ kuvveti ile çekilirse, sürtünme kuvveti, $\vec{F}_{sür}$ harekete karşı koyar. $\vec{F}_{sür}$'nin büyüklüğü, normal kuvvet (F_N) 'nin büyüklüğü ile orantılıdır.



Bu bağıntı temel bir yasa olmayıp, yüzeylere paralel olarak etki eden sürtünme kuvveti, $F_{sür}$'nin büyüklüğü ile yüzeylere dik olarak etki eden normal kuvvet, F_N'nin büyüklüğü arasındaki deneysel bir bağıntıdır. İki kuvvet birbirine dik olduğundan, bu bir vektör eşitliği *değildir*. μ_k terimine *kinetik sürtünme katsayısı* denir ve büyüklüğü iki yüzeyin doğasına bağlıdır. Çeşitli yüzeyler için ölçülen değerler Tablo 5.1'de verilmiştir. μ yüzeylerin ıslak veya kuru olmasına, ne kadar zımparalandığına, pürüz kalıp kalmamasına ve diğer bir çok faktöre bağlı olduğundan bu değerler sadece yaklaşık değerlerdir. Fakat μ_k hızından ve temas alanından hemen hemen bağımsızdır.

TABLO 5–1 Sürtünme Katsayıları†

Yüzeyler	Statik Sürtünme Katsayısı, μ_s	Kinetik Sürtünme Katsayısı, μ_k
Tahta üzerinde tahta	0.4	0.2
Buz üzerinde buz	0.1	0.03
Metal üzerinde metal (yağlanmış)	0.15	0.07
Çelik üzerinde çelik (yağlanmamış)	0.7	0.6
Kuru beton üzerinde lastik	1.0	0.8
Islak beton üzerinde lastik	0.7	0.5
Diğer katı yüzeyler üzerinde lastik	1–4	1
Teflon üzerinde teflon	0.04	0.04
Çelik üzerinde teflon	0.04	0.04
Yağlanmış bilyeli yatak	<0.01	<0.01
İnsanda eklemler	0.01	0.01

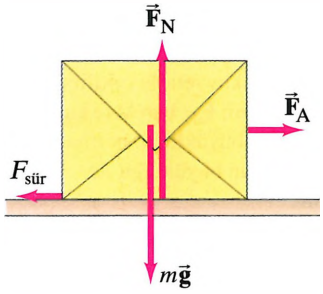
†Bunlar yaklaşık değerler olup sadece fikir vermesi amaçlanmıştır.

Şimdiye kadar, bir cisim diğerinin üzerinde kaydığı zaman oluşan kinetik sürtünmeyi tartıştık. Oysa, kayma olmadığı zaman bile oluşabilen ve iki yüzeye paralel bir kuvvet olan, statik sürtünme de vardır. Yatay bir zeminde duran bir masayı düşünelim. Eğer masaya etki eden yatay bir kuvvet yoksa sürtünme kuvveti de yoktur. Fakat şimdi, masayı itmeye çalıştığımızı ve masanın hareket etmediğini varsayalım. Yatay bir kuvvet uyguluyorsunuz ve masa hareket etmiyor, o halde masayı hareketsiz bırakan başka bir kuvvet olmalı (durgun bir cisme etki eden net kuvvet sıfırdır). Bu, zemin tarafından masaya uygulanan statik sürtünme kuvvetidir. Masayı, hareket ettirmeksizin, daha büyük bir kuvvetle iterseniz statik sürtünme kuvveti de artar. Eğer yeteri kadar sert iterseniz masa sonunda hareket etmeye başlayacak ve kinetik sürtünme kuvveti devreye girecektir. Bu noktada $F_{\text{sür maks}} = \mu_S F_N$ ile verilen maksimum statik sürtünme kuvvetini aştınız. Burada μ_s statik sürtünme katsayısıdır (Tablo 5.1). Statik sürtünme kuvveti sıfırdan bu maksimum değere kadar değişebileceği için,

$$F_{\text{sür}} \leq \mu_S F_N \qquad \text{[statik sürtünme]}$$

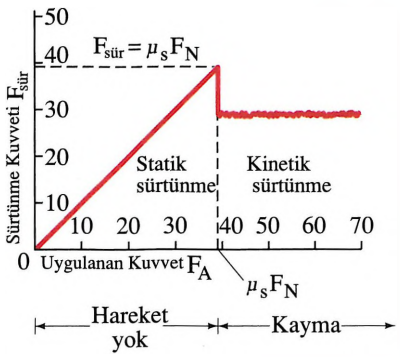
yazabiliriz.

Genellikle, kaymakta olan ağır bir cismin, kaymaya devam etmesinin, onu kaymaya başlatmaktan daha kolay olduğunu farketmişsinizdir. Bu μ_s'nin genellikle μ_k'den daha büyük olması ile uyuşmaktadır (Tablo 5-1'e bakınız).



ŞEKİL 5–2 Örnek 5-1 için tekrarlanmıştır.

ŞEKİL 5–3 Örnek 5-1. Sürtünme kuvvetinin büyüklüğünün, başlangıçta durgun olan bir cisme etki eden dış kuvvete göre değişimi. Uygulanan kuvvetin büyüklüğü arttıkça, statik sürtünme kuvveti onu dengelemek için lineer olarak artar, ta ki uygulanan kuvvet $\mu_s F_N$ 'ye eşit oluncaya kadar. Uygulanan kuvvet artmaya devam ederse, cisim hareket etmeye başlar ve sürtünme kuvveti, kinetik sürtünmenin karekteristik sabit bir değerinde durur.



ÖRNEK 5–1 **Statik ve kinetik sürtünme:** 10.0 kg'lık bir kutu yatay bir zeminde durmaktadır. Statik sürtünme katsayısı $\mu_s = 0.40$ ve kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0.30$ 'dur. Kutuya (*a*) 0, (*b*) 10 N, (c) 20 N , (*d*) 38 N ve (*e*) 40 N büyüklüğünde yatay bir dış kuvvet, F_A uygulandığında kutuya etki eden sürtünme kuvvetini bulunuz.

YAKLAŞIM Başlangıçta, ne sürtünmenin statik mi yoksa kinetik mi olduğunu, ne de kutunun durgun mu yoksa ivmeli mi olduğunu bilmiyoruz. Serbest cisim diyagramını çizerek her durum için kutunun hareket edip etmeyeceğini belirlememiz gerekir: Eğer F_A statik sürtünme kuvvetinin maksimum değerinden büyükse kutu harekete başlar (Newton'un ikinci yasası). Kutu üzerindeki kuvvetler, Şek.5-2'de gösterildiği gibi, $m\vec{g}$, yerçekimi, zemin tarafından etki ettirilen $\vec{F}_N$ normal kuvveti, yatay olarak uygulanan $\vec{F}_A$ ve $\vec{F}_{sür}$ sürtünme kuvvetleridir.

ÇÖZÜM Şek.5-2'de kutunun serbest cisim diyagramı gösterilmektedir. Düşey yönde hareket olmadığı için, Newton'un ikinci yasasına göre düşey yönde $\Sigma F_y = ma_y = 0$ 'dır. $F_N - mg = 0$. verir ve böylece normal kuvvet

$$F_N = mg = (10.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 98.0\,\text{N} \text{ bulunur.}$$

(*a*) İlk durumda $F_A = 0$ olduğu için kutu hareket etmez ve $F_{sür} = 0$'dır.

(*b*) Statik sürtünme kuvveti, maksimum

$$\mu_s F_N = (0.40)(98.0\,\text{N}) = 39\,\text{N}$$

'a kadar uygulanacak kuvvete karşı koyacaktır. $F_A = 10\,\text{N}$ 'luk kuvvet uygulanırsa kutu hareket etmez. Newton'un ikinci yasasına göre $\Sigma F_x = F_A - F_{sür} = 0$ ve $F_{sür} = 10\,N$ bulunur.

(*c*) 20 N'luk kuvvet de kutuyu hareket ettirmeye yetmez. Böylece uygulanan kuvveti dengelemek için $F_{sür} = 20\,\text{N}$ 'dur.

(*d*) Uygulanan 38 N'luk kuvvet halen kutuyu hareket ettirecek kadar büyük değildir. Dolayısıyla, sürtünme kuvveti şimdi kutuyu hareketsiz bırakmak için 38 N'a yükselecektir.

(*e*) 40 N'luk bir kuvvet, statik sürtünme kuvvetinin maksimum değeri $\mu_s F_N = (0.40)(98\,\text{N}) = 39\,\text{N}$ 'u aştığı için kutuyu harekete başlatır. Statik sürtünme yerine şimdi kinetik sürtünme olup büyüklüğü,

$$F_{sür} = \mu_k F_N = (0.30)(98.0\,\text{N}) = 29\,\text{N} \text{ 'dur.}$$

Şimdi kutu üzerindeki net yatay kuvvetin büyüklüğü $F = 40\,\text{N} - 29\,\text{N} = 11$ N'dur. Böylece kutu, uygulanan kuvvet 40 N olduğu müddetçe

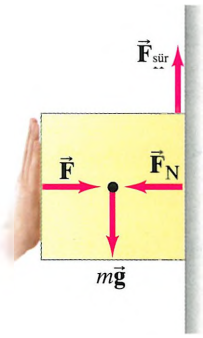
$$a_x = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{11\,\text{N}}{10.0\,\text{kg}} = 1.1\,\text{m/s}^2$$

ile hızlanacaktır. Şek. 5-3 bu örneği özetleyen bir grafiği göstermektedir.

Sürtünme bir engel olabilir. Hareketli cisimleri yavaşlatır ve makinelerdeki hareket eden parçaların zorlanmasına ve ısınmasına neden olur. Sürtünme, yağ gibi kayganlaştırıcılar kullanılarak azaltılabilir. Sürtünmeyi azaltmada daha etkili bir yöntem iki yüzey arasında hava ya da başka bir gaz katmanı bulundurmaktır. Çoğu durum için pratik olmayan bu yöntem, hava masaları ve hava raylarında kullanılır. Bu aletlerde hava tabakası, havanın çok sayıda minik deliklerden püskürtülmesi yoluyla oluşturulur. Hava tabakasını oluşturmanın bir diğer yöntemi ise bir manyetik alan kullanarak cisimleri havada asılı tutmaktır ("manyetik askı"). Diğer taraftan sürtünme yararlı da olabilir. Yürüyebilmemiz ayakkabımızın (veya ayaklarımızın) tabanı ile yer arasındaki sürtünmeye bağlıdır. (Yürüme statik sürtünmeyi gerektirir, kinetik sürtünmeyi değil. Neden?) Bir arabanın hareketi ve kararlılığı sürtünmeye bağlıdır. Eğer buzun üstünde olduğu gibi sürtünme az ise, emniyetli araba kullanma ve yürüme zorlaşır.

KAVRAMSAL ÖRNEK 5–2 **Duvara Yaslanmış bir Kutu.** Pütürlü bir duvara dayalı bir kutuyu (Şek.5-4) yatay doğrultuda sert bir şekilde bastırarak onun aşağıya doğru kaymasını önleyebilirsiniz. Uygulanan yatay kuvvet, cismin düşey yöndeki hareketini nasıl önler?

YANIT Eğer duvar kaygan ise bu çok iyi çalışmaz. Sürtünmeye ihtiyacınız vardır. Bu durumda bile eğer yeteri kadar kuvvetli bastırmazsanız kutu kayacaktır. Uyguladığınız yatay kuvvet, duvarın kutuya bir normal kuvvet etki ettirmesine yol açar (kutu yatay yönde hareket etmediği için yatay yöndeki net kuvvet sıfırdır). Kutuya aşağı yönde etki eden yerçekimi kuvveti, maksimum değeri, normal kuvvet ile orantılı olan yukarı yöndeki statik sürtünme kuvveti ile dengelenir. Daha kuvvetli iterseniz, F_N ve $F_{sür}$ daha da büyür. Eğer yeteri kadar kuvvetli bastırmazsanız, $mg > \mu_s F_N$ olur ve kutu aşağı doğru kaymaya başlar.



ŞEKİL 5–4 Örnek 5–2.

ALILŞTIRMA A Eğer $\mu_s = 0.40$ ve $mg = 20\,\text{N}$, ise kutunun düşmemesi için gerekli minimum kuvvet nedir: (*a*) 100 N; (*b*) 80 N; (*c*) 50 N; (*d*) 20 N; (*e*) 8 N?

ÖRNEK 5–3 **Sürtünmeye karşı Çekme.** 10.0 kg'lık bir kutu yatay bir yüzey boyunca, yatayla 30°'lik açı yapan 40 N'luk bir F_P kuvveti ile çekilmektedir. Bu Örnek 4-11'e benziyor ancak şimdi sürtünme var ve kinetik sürtünme katsayısının 0.30 olduğunu varsayalım. İvmeyi hesaplayınız.

YAKLAŞIM Serbest cisim diyagramı Şek.5-5'te gösterilmiştir. Şek.4-21'deki diyagrama çok benziyor fakat ek olarak bir de sürtünme kuvveti var.

ÇÖZÜM Düşey (y) yöndeki hesaplama Örnek 4-11'deki ile aynıdır.

$mg = (10.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 98.0\,\text{N}$ ve $F_{Py} = (40.0\,\text{N})(\sin 30.0°) = 20.0\,\text{N}$ 'dir.

Pozitif y yukarı yönde alınır ve $a_y = 0$ olduğundan

$$F_N - mg + F_{Py} = ma_y$$
$$F_N - 98.0\,\text{N} + 20.0\,\text{N} = 0$$

olur. Buradan normal kuvvet $F_N = 78.0\,\text{N}$ bulunur. Şimdi yatay (x) yön (sağ taraf pozitif) için Newton'un ikinci yasasını uygulayıp sürtünme kuvvetini hesaba katarsak:

$$F_{Px} - F_{sür} = ma_x$$

bulunur. Sürtünme kuvveti, $F_{sür} = \mu_k F_N$, $F_{Px} = (40.0\,\text{N})\cos 30.0° = 34.6\,\text{N}$ 'dan küçük olduğu sürece, kinetiktir ve değeri,

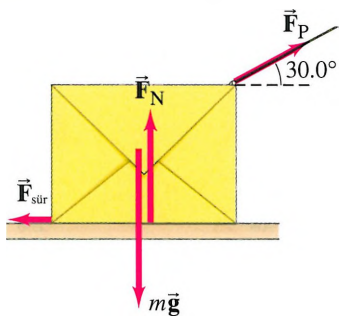
$$F_{sür} = \mu_k F_N = (0.30)(78.0\,\text{N}) = 23.4\,\text{N}\text{ 'dur.}$$

Dolayısıyla kutu ivmelenir:

$$a_x = \frac{F_{Px} - F_{sür}}{m} = \frac{34.6\,\text{N} - 23.4\,\text{N}}{10.0\,\text{kg}} = 1.1\,\text{m/s}^2.$$

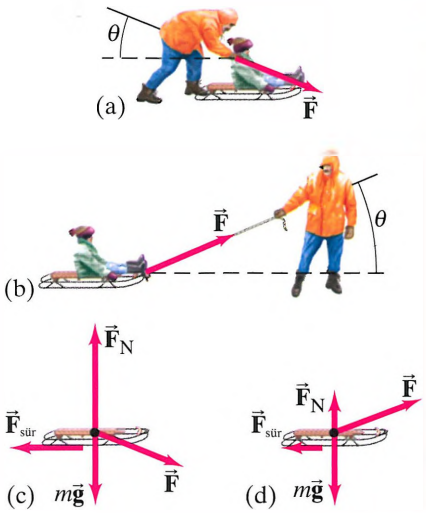
Sürtünme kuvveti olmasaydı, Örnek 4-11'de gördüğümüz gibi, ivme bundan çok daha büyük olacaktı.

NOT Verilerimizde en az iki anlamlı rakam olduğundan $(\mu_k = 0.30)$ sonucumuzun sadece iki anlamlı rakamı vardır.



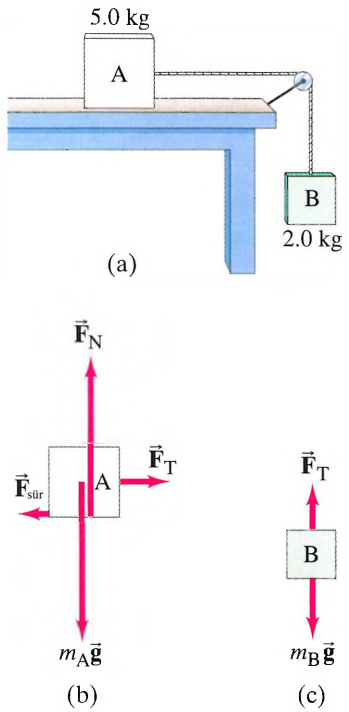
ŞEKİL 5–5 Örnek 5–3.

ALIŞTIRMA B Eğer $\mu_k F_N$, F_{Px} 'den büyük olsaydı, sonucunuz ne olurdu ?



ŞEKİL 5–6 Örnek 5–4.

ŞEKİL 5–7 Örnek 5–5.



KAVRAMSAL ÖRNEK 5–4 **Bir kızağı çekmek ya da itmek?** Küçük kız kardeşiniz kızağına binmek istiyor. Eğer düz bir zeminde iseniz, onu itmek için mi yoksa çekmek için mi daha az kuvvet uygularsınız? (Şek.5-6a ve b'ye bakınız) Her durum için θ açısının aynı olduğunu farzedin.

YANIT Şek.5-6c ve d'de gösterildiği gibi, kız kardeş ile kızağın birlikte serbest cisim diyagramını çizelim. Diyagramlar, farklı iki durum için olup, sizin uyguladığınız $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti (bilinmiyor), kar tarafından etki eden $\vec{\mathbf{F}}_N$ ve $\vec{\mathbf{F}}_{sür}$ kuvvetleri ve $m\vec{\mathbf{g}}$ yerçekimi kuvvetini göstermektedir. (*a*) Kız kardeşinizi iterseniz ve $\theta > 0$ ise uyguladığınız kuvvetin aşağı yönde düşey bir bileşeni olacaktır. Böylece yerin uyguladığı yukarı yöndeki normal kuvvet (Şek. 5-6c) mg'den büyük olacaktır (burada m kızak ve kız kardeşin toplam kütleleridir). (*b*) Eğer onu çekerseniz, uyguladığınız kuvvet yukarı yönde bir düşey bileşene sahip olacak ve böylece normal kuvvet F_N, mg'den küçük olacaktır (Şek.5-6d). Sürtünme kuvveti normal kuvvet ile orantılı olduğu için, onu çektiğiniz zaman, $F_{sür}$ daha küçük olacaktır. Dolayısıyla, onu çekerseniz daha az bir kuvvet uygulamış olursunuz.

ÖRNEK 5–5 **İki kutu ve bir makara.** Şek. 5.7a'da iki kutu bir makaradan geçen sicimle bağlanmıştır. A kutusu ile masa arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.20'dir. Sicim ve makaranın kütlelerini ve makaranın sürtünmesini ihmal ediyoruz. Bu, sicimin bir ucuna uygulanan kuvvetin diğer ucunda da aynı büyüklüğe sahip olacağını kabul etmemiz anlamına gelir. Sistemin a ivmesini bulmak istiyoruz. Sicimin esnemediğini kabul edersek, her iki kutu da bu ivmeye sahip olacaklardır. B kutusu aşağı doğru hareket ettiğinde A kutusu da sağa doğru hareket eder.

YAKLAŞIM Her iki kutunun serbest cisim diyagramları Şek. 5-7b ve c'de gösterilmiştir. A kutusu üzerindeki kuvvetler, sicimin çekme kuvveti F_T, yerçekimi $m_A g$, masanın uyguladığı normal kuvvet F_N ve sürtünme kuvveti $F_{sür}$'dir; B kutusu üzerindeki kuvvetler, yerçekimi $m_B g$ ve sicimin çekme kuvveti F_T'dir.

ÇÖZÜM A kutusu düşey yönde hareket etmediği için, Newton'un ikinci yasası bize normal kuvvetin ağırlık ile dengelendiğini söyler:

$$F_N = m_A g = (5.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 49\,\text{N}.$$

Yatay yönde A kutusu üzerine iki kuvvet etki eder (Şek.5.7b): sicimdeki gerilme kuvveti F_T (değerini bilmiyoruz) ve sürtünme kuvveti:

$$F_{sür} = \mu_k F_N = (0.20)(49\,\text{N}) = 9.8\,\text{N}$$

'dur. Yatay yöndeki ivme bizim bulmak istediğimiz ivmedir: x-yönünde Newton'un ikinci yasasını kullanırsak, $\Sigma F_{Ax} = m_A a_x$, (pozitif yönü sağa doğru ve $a_{Ax} = a$ alırsak):

$$\Sigma F_{Ax} = F_T - F_{sür} = m_A a. \qquad \text{[A kutusu]}$$

Şimdi B kutusunu göz önüne alalım. $m_B g = (2.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 19.6\,\text{N}$'luk yerçekimi kuvveti B kutusunu aşağı doğru, sicim ise F_T kuvveti ile yukarı doğru çeker. Böylece Newton'un ikinci yasasını B kutusuna uygularsak (aşağı yönü pozitif alarak):

$$\Sigma F_{By} = m_B g - F_T = m_B a. \qquad \text{[B kutusu]}$$

($a \neq 0$ ise F_T'nin $m_B g$'ye eşit olmayacağına dikkat ediniz)

2 bilinmeyenimiz ve iki eşitliğimiz var. F_T'yi A kutusu için yazılan eşitlikten

$$F_T = F_{sür} + m_A a,$$

olarak bulup, B kutusu eşitliğinde yerine yazalım:

$$m_B g - F_{sür} - m_A a = m_B a$$

Şimdi de a'yı bulup sayısal değerleri yerine yazalım:

$$a = \frac{m_B g - F_{sür}}{m_A + m_B} = \frac{19.6\,\text{N} - 9.8\,\text{N}}{5.0\,\text{kg} + 2.0\,\text{kg}} = 1.4\,\text{m/s}^2$$

bulunur. Bu, A kutusunun sağa doğru ve B kutusunun da aşağı doğru olan ivmesidir.

Arzu edersek, buradan yukarı doğru üçüncü eşitliği kullanarak, F_T'yi de hesaplayabiliriz.

$$F_T = F_{sür} + m_A a = 9.8\,\text{N} + (5.0\,\text{kg})(1.4\,\text{m/s}^2) = 17\,\text{N}.$$

NOT B kutusu serbest düşmüyor. Ek olarak yukarı doğru F_T kuvveti de etki ettiği için $a = g$ ivmesi ile düşmez.

4. Bölümde rampa ve eğik düzlemler üzerindeki hareketi inceledik ve genellikle x-eksenini ivme yönünde seçmenin avantajlı olduğunu gördük. Orada sürtünmeyi ihmal ettik fakat burada hesaba kattık.

ÖRNEK 5–6 **Kayakçı.** Şek.5-8a'daki kayakçı 30°'lik bir eğimde sabit hızda aşağı kaymaktadır. Kinetik sürtünme katsayısı μ_k hakkında ne söyleyebilirsiniz?

YAKLAŞIM x eksenini eğim boyunca seçelim, pozitif yön kayakçının hareket yönündedir. y ekseni, Şek.5-8b'de verilen kayakçı ve kayaktan oluşan sistemin (toplam kütle m) serbest cisim diyagramında gösterildiği gibi yüzeye diktir. Etki eden kuvvetler; düşey yönde ve aşağı doğru yönelmiş (eğime dik değil) yerçekimi kuvveti, $\vec{\mathbf{F}}_G = m\vec{\mathbf{g}}$ ve kayağa etki eden iki kuvvet-karlı yokuşa dik olan (düşey değil) normal kuvvet ve yüzeye paralel sürtünme kuvvetidir. Bu üç kuvvet Şek.5-8b'de kolaylık olsun diye tek bir noktada gösterilmiştir.

ÇÖZÜM Sadece $\vec{\mathbf{F}}_G$ ağırlığını bileşenlerine ayırmalıyız, bileşenler Şek.5-8c'de kesikli çizgi ile gösterilmiştir.

$$F_{Gx} = mg\sin\theta,$$
$$F_{Gy} = -mg\cos\theta.$$

Burada, şimdilik 30^0 kullanmak yerine genel bir θ simgesi kullandık. İvme olmadığı için, x ve y bileşenlerine Newton'un ikinci yasası uygulanırsa,

$$\Sigma F_y = F_N - mg\cos\theta = ma_y = 0$$
$$\Sigma F_x = mg\sin\theta - \mu_k F_N = ma_x = 0$$

bulunur. İlk eşitlikten $F_N = mg\cos\theta$ elde edilir. Bunu ikinci eşitlikte yerine yazarsak;

$$mg\sin\theta - \mu_k(mg\cos\theta) = 0.$$

Şimdi buradan μ_k'yı buluruz:

$$\mu_k = \frac{mg\sin\theta}{mg\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$$

ve $\theta = 30°$ için

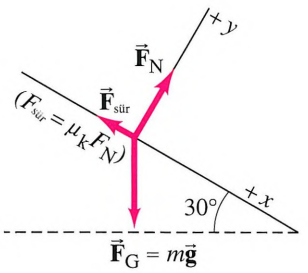
$$\mu_k = \tan\theta = \tan 30° = 0.58$$

bulunur. $\mu_k = \tan\theta$ eşitliğini, farklı şartlar altında μ_k'yı belirlemede kullanabileceğimize dikkat edelim. Bunun için tek yapmamız gereken, kayakçının hangi eğim açısında sabit hızla indiğini gözlemektir. Sayısal değerleri sadece işlemin sonunda yerleştirmenin çoğu zaman kullanışlı olmasının bir diğer sebebi: başka durumlar için de kullanışlı olacak genel bir sonuç elde etmemizdir.

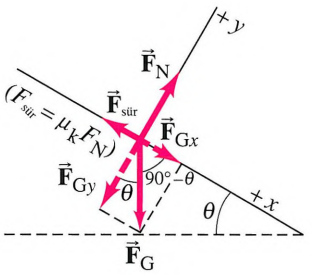
FİZİK UYGULAMASI
Kayak kayma



(a)



(b)

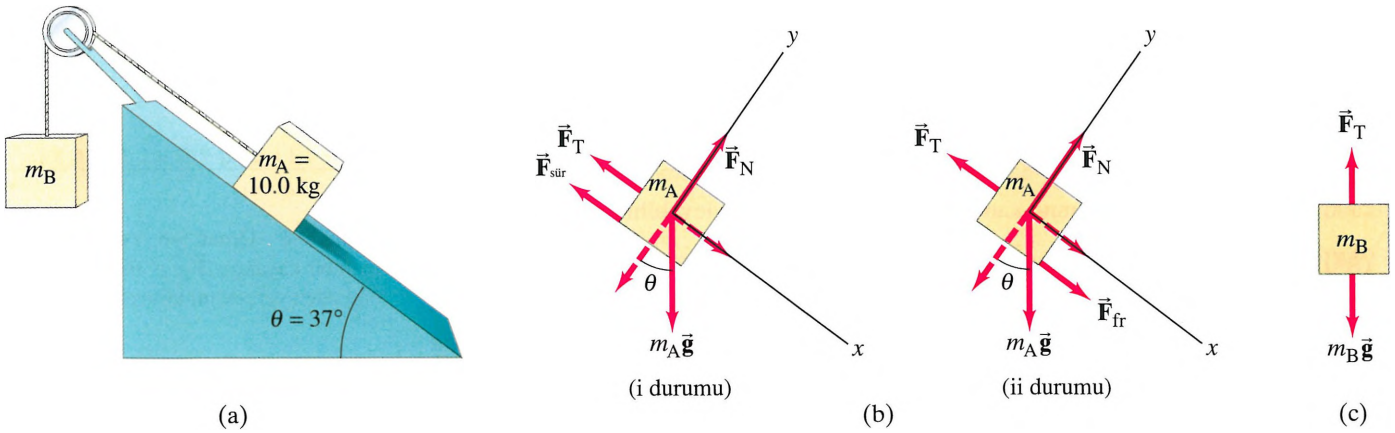


(c)

ŞEKİL 5–8 Örnek 5-6. Yokuş aşağı inen bir kayakçı; $\vec{\mathbf{F}}_G = m\vec{\mathbf{g}}$ kayakçıya etki eden yerçekimi kuvvetidir.

DİKKAT
Kütle çekimi ve normal kuvvetin yönleri

Bir eğim veya "eğik düzlem" olan problemlerde, normal ve kütle çekimi kuvvetlerinin yönlerinde hata yapmaktan kaçının. Normal kuvvet düşey yönde olmayıp eğime ya da düzleme diktir. Kütle çekimi ise eğime dik olmayıp düşey yönde dünyanın merkezine doğru etki eder.



ŞEKİL 5–9 Örnek 5-7. x ve y eksenlerinin seçimine dikkat ediniz.

ÖRNEK 5–7 **Bir rampa, bir makara ve iki kutu.** $m_A = 10.0\,\text{kg}$ kütleli bir kutu, yatayla $\theta = 37°$ 'lik açı yapan bir eğik düzlem üzerinde durmaktadır. Kutu kütlesiz ve sürtünmesiz bir makaradan geçen hafif bir sicimle, Şek.5-9 a'da görüldüğü gibi havada asılı olan m_B kütleli ikinci bir kutuya bağlanmıştır. (*a*) Statik sürtünme katsayısı $\mu_s = 0.40$ ise m_B kütlesinin hangi aralığında sistemin hareketsiz kalacağını belirleyin. (*b*) Kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0.30$ ve $m_B = 10.0\,\text{kg}$ ise sistemin ivmesini bulun.

YAKLAŞIM Şek.5-9b'de, kutunun kaydığı yöne bağlı olarak sürtünme kuvveti rampa üzerinde yukarı ya da aşağı doğru olabileceğinden m_A kutusu için iki serbest cisim diyagramı gösterilmektedir. (i) $m_B = 0$ ya da yeteri kadar küçükse, m_A eğik düzlemden aşağı doğru kayacak ve bu durumda $\vec{F}_{sür}$ eğik düzlemden yukarı doğru yönelecektir. (ii) m_B yeteri kadar büyükse, m_A eğik düzlemde yukarı doğru çekilecek, $\vec{F}_{sür}$ ise düzlemden aşağı doğru yönelecektir. Sicim tarafından uygulanan gerilme kuvveti $\vec{F}_T$ ile gösterilmiştir.

ÇÖZÜM (*a*) (i) ve (ii) durumlarının her ikisi için de, y yönünde (düzleme dik) hareket olmadığından Newton'un ikinci yasası aynıdır:

$$F_N - m_A g\cos\theta = m_A a_y = 0$$

Dolayısıyla

$$F_N = m_A g\cos\theta$$

olur. Şimdi x yönündeki hareket için önce (i) durumunu göz önüne alalım. $\Sigma F = ma$'dan

$$m_A g\sin\theta - F_T - F_{sür} = m_A a_x$$

bulunur. $a_x = 0$ olmasını istiyoruz ve buradan F_T'yi çözmek istiyoruz. F_T, m_B'ye (onun değerini arıyoruz) $F_T = m_B g$ ile bağlı olduğundan (Şek.5-9c'ye bak),

$$m_A g\sin\theta - F_{sür} = F_T = m_B g.$$

Bu eşitliği m_B için çözer ve hareketi engelleyebilecek minumum m_B değerini bulmak için, $(a_x = 0)$: $F_{sür}$ 'nin maksimum değeri $\mu_s F_N = \mu_s m_A g\cos\theta$ 'yı kullanırız:

$$\begin{aligned} m_B &= m_A\sin\theta - \mu_s m_A\cos\theta \\ &= (10.0\,\text{kg})(\sin 37° - 0.40\cos 37°) = 2.8\,\text{kg}. \end{aligned}$$

Böylece, $m_B < 2.8\,\text{kg}$ ise A kutusu eğik düzlemden aşağı kayacaktır.

Şimdi Şek.5-9b'deki, A kutusunun *yukarı* doğru çekildiği, (ii) durumu için Newton'un ikinci yasası şöyledir:

$$m_A g\sin\theta + F_{sür} - F_T = m_A a_x = 0.$$

Böylece m_B 'nin sistemi ivmelendirmeden, sahip olabileceği maksimum değeri

$$F_T = m_B g = m_A g \sin\theta + \mu_s m_A g \cos\theta$$

veya

$$m_B = m_A \sin\theta + \mu_s m_A \cos\theta$$
$$= (10.0\,\text{kg})(\sin 37° + 0.40 \cos 37°) = 9.2\,\text{kg}$$

ile verilir. Dolayısıyla hareketi engelleyen şart

$$2.8\,\text{kg} < m_B < 9.2\,\text{kg}\text{ 'dır.}$$

(*b*) $m_B = 10.0\,\text{kg}$ ve $\mu_k = 0.30$ ise m_B aşağı inecek, m_A ise düzlemde yukarı doğru çıkacaktır (ii durumu). Kutuların a ivmesini bulmak için, $\Sigma F = ma$'yı (A kutusu için) kullanırız:

$$m_A a = F_T - m_A g \sin\theta - \mu_k F_N.$$

m_B aşağı ivmelendiğinden, B kutusu için Newton'un ikinci yasasından (Şek.5-9c) $m_B a = m_B g - F_T$, veya $F_T = m_B g - m_B a$, eşitliğini elde ederiz, bunu yukarıdaki eşitlikte yerine yazarsak:

$$m_A a = m_B g - m_B a - m_A g \sin\theta - \mu_k F_N$$

bulunur. Bu eşitlikten a'yı çözüp, $F_N = m_A g \cos\theta$ ve $m_A = m_B = 10.0\,\text{kg}$ yazarsak,

$$a = \frac{m_B g - m_A g \sin\theta - \mu_k m_A g \cos\theta}{m_A + m_B}$$
$$= \frac{(10.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)(1 - \sin 37° - 0.30 \cos 37°)}{20.0\,\text{kg}}$$

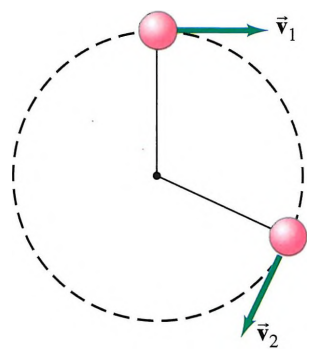
$$= 0.079g = 0.78\,\text{m/s}^2\text{ buluruz.}$$

NOT Bu eşitliği Örnek 5-5'te elde edilen a ivmesi ile kıyaslamak önemlidir: burada $\theta = 0$ alırsak Örnek 5-5'te olduğu gibi düzlem yatay olur ve Örnek 5-5'teki gibi $a = (m_B g - \mu_k m_A g)/(m_A + m_B)$ buluruz.

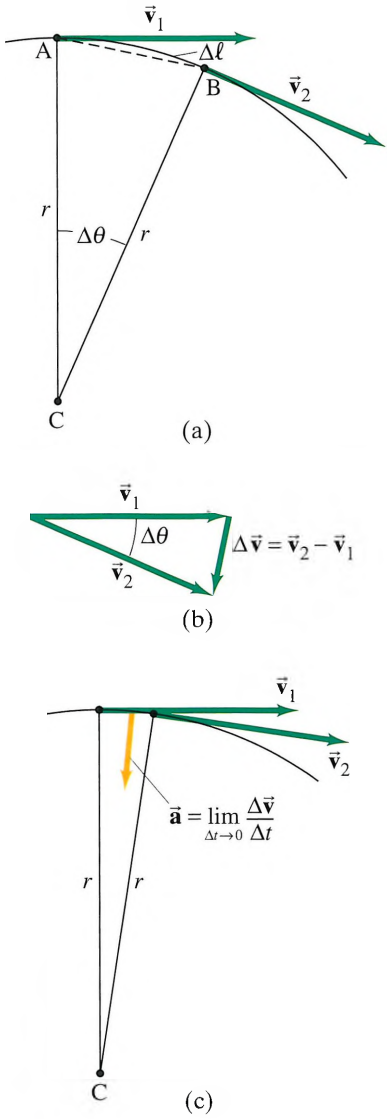
5–2 Düzgün Dairesel Hareket—Kinematik

Bir cisim, eğer üzerine etki eden net kuvvet hareket doğrultusunda veya sıfır ise düz bir çizgide hareket eder. Herhangi bir andaki net kuvvet hareket doğrultusu ile bir açı yaparak etki ederse, cisim eğri bir yolda hareket eder. Bölüm 3'te tartışılan atış hareketi ikinci duruma bir örnektir. Diğer önemli bir durum da, başınızın etrafında dönen bir ipin ucundaki topun veya Ayın Dünya çevresindeki yaklaşık dairesel hareketinde olduğu gibi, bir daire üzerinde hareket eden cisimdir.

Sabit süratle bir daire üzerinde hareket bir cismin **düzgün dairesel hareket** yaptığı söylenir. Bu durumda hızın büyüklüğü sabit kalır fakat cisim daire etrafında hareket ettiği için hızın yönü sürekli değişir (Şek.5-10). İvme, hızdaki değişme oranı olarak tanımlandığından tıpkı hızın büyüklüğündeki değişimde olduğu gibi yönündeki bir değişim de ivmeye neden olur. Böylece bir daire üzeride dönen bir cisim, sürati sabit kalsa da sürekli ivmelenir $(v_1 = v_2 = v)$. Şimdi bu ivmeyi nicel olarak inceleyelim.



ŞEKİL 5–10 Daire üzerinde hareket eden bir cismin hızının nasıl değiştiği gösterilmektedir. Her bir noktadaki anlık hız, dairesel yörüngeye teğettir.

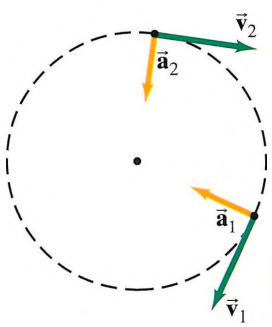


ŞEKİL 5–11 Daire üzerinde hareket eden cismin hızındaki değişiklik, $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ 'yi belirleme. $\Delta\ell$ uzunluğu A ile B arasındaki yay uzunluğudur.

⚠ DİKKAT

Düzgün dairesel harekette sürat sabittir, fakat ivme sıfır değildir.

ŞEKİL 5–12 Düzgün dairsel harekette $\vec{\mathbf{a}}$ her zaman $\vec{\mathbf{v}}$ 'ye diktir.



İvme,

$$\vec{\mathbf{a}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}$$

olarak tanımlanır. Burada $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ kısa zaman aralığında hızın değişim miktarıdır. Δt'nin sıfıra yaklaştığı durumu düşünürsek anlık ivmeyi elde ederiz. Fakat açık seçik bir çizim yapmak amacıyla (Şek.5-11) sıfırdan farklı bir zaman aralığını göz önüne alacağız. Δt aralığında Şek.5-11a'daki parçacık, bir $\Delta\theta$ açısını gören *yay boyunca*, $\Delta\ell$ mesafesini alarak A noktasından B noktasına hareket ederse hızdaki değişim $\vec{\mathbf{v}}_2 - \vec{\mathbf{v}}_1 = \Delta\vec{\mathbf{v}}$ olup Şek.5-11b'de gösterilmiştir.

Şimdi $\vec{\mathbf{v}}_2$'yi çok küçülterek sıfıra yaklaştıralım. Bu durumda $\Delta\ell$ ve $\Delta\theta$ çok küçülecek ve $\vec{\mathbf{v}}_2$, $\vec{\mathbf{v}}_1$'e hemen hemen paralel olacaktır (Şek.5-11c); $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ de her ikisine dik olacaktır. Böylece, $\vec{\mathbf{a}}$, dairenin merkezine doğru yönelir. Tanım gereği $\vec{\mathbf{a}}$, $\Delta\vec{\mathbf{v}}$, ile aynı yönlü olduğundan, o da dairenin merkezine doğru yönelmelidir. O nedenle bu ivme **merkezcil ivme** ("merkeze yönelmiş ivme") ya da **radyal ivme** (yarıçap boyunca dairenin merkezine doğru olduğundan) olarak adlandırılır ve $\vec{\mathbf{a}}_R$. ile gösterilir.

Sonraki adımda, radyal (merkezcil) ivme, a_R 'nin büyüklüğünü belirleyeceğiz. Şek.5-11a'da CA $\vec{\mathbf{v}}_1$ 'e ve CB $\vec{\mathbf{v}}_2$ 'ye dik olduğundan, CA ve CB arasındaki açı olarak tanımlanan $\Delta\theta$, açısı aynı zamanda $\vec{\mathbf{v}}_1$ ve $\vec{\mathbf{v}}_2$ arasındaki açıdır. Dolayısıyla, Şek.5-11b'deki $\vec{\mathbf{v}}_1$, $\vec{\mathbf{v}}_2$ ve $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ vektörlerinin oluşturduğu üçgen, Şek.5-11a'daki CAB üçgenine geometrik olarak benzerdir.† $\Delta\theta$ 'yı çok küçük (Δt 'yi küçülterek) ve hızın büyüklüğünün değişmediğini kabul ettiğimizden, $v = v_1 = v_2$ alırsak,

$$\frac{\Delta v}{v} \approx \frac{\Delta\ell}{r},$$

veya

$$\Delta v \approx \frac{v}{r}\Delta\ell$$

yazabiliriz. Δt sıfıra yaklaştığında bu tam eşitlik olur, böylece $\Delta\ell$ yay uzunluğu AB yay uzunluğuna eşit olur. Anlık ivme a_R 'yi bulmak istiyoruz. Bunu için yukarıdaki ifadeyi kullanarak,

$$a_R = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v}{r}\frac{\Delta\ell}{\Delta t}$$

yazarız. Böylece

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\ell}{\Delta t}$$

cismin lineer hızı, v, olduğundan merkezcil (radyal) ivme için

$$a_R = \frac{v^2}{r} \qquad \text{[merkezcil (radyal) ivme]} \quad \textbf{(5–1)}$$

elde ederiz. Dnk.5-1 v sabit olmadığı zaman da geçerlidir.

Özetlersek, r yarıçaplı bir dairede sabit bir v hızıyla hareket eden bir cisim, büyüklüğü $a_R = v^2/r$ ve yönü dairenin merkezine doğru olan bir ivmeye sahip olur. Bu ivmenin v ve r'ye bağlı olması sürpriz değildir. Daha büyük hız, hızın yönündeki hızlı değişime; daha büyük yarıçap ise daha yavaş bir yön değişimine neden olur.

İvme vektörü, dairenin merkezine yönelmiştir. Fakat hız vektörü her zaman hareket doğrultusunda olup daireye teğettir. Dolayısıyla hız ve ivme vektörleri, düzgün dairesel hareketin yolu üzerindeki her noktada, birbirlerine diktirler (Şek. 5-12). Bu, hız ve ivmenin her zaman aynı yönde olduklarını düşünmenin yanlış olduğunu gösteren diğer bir örnektir. Düşey olarak düşen bir cisim için, $\vec{\mathbf{a}}$ ve $\vec{\mathbf{v}}$ gerçekten de paraleldir. Fakat dairesel harekette, $\vec{\mathbf{a}}$ ve $\vec{\mathbf{v}}$ paralel olmayıp diktirler.

ALIŞTIRMA C Sabit ivme için kinematik eşitlikler olan Dnk. 2-12, düzgün dairesel hareket için kullanılabilir mi? Örneğin, Şek.5-12'deki dönen topun bir devir yapması için geçen süreyi bulmak için Dnk.2-12b kullanılabilir mi?

†Ek A geometri bilgilerinin tekrarını içermektedir.

Dairesel hareket çoğunlukla saniyedeki devir sayısı olan f **frekansı** betimlenir. Bir dairede dönen bir cismin T **periyodu**, tam bir devir yapması için gereken süredir. Periyot ile frekans arasındaki ilişki

$$T = \frac{1}{f} \tag{5–2}$$

ile verilir. Örneğin, bir cisim 3 dev/s'lik bir frekansla dönerse, her bir devir $\frac{1}{3}$s 'de tamamlanır. Bir dairede (çevresi $2\pi r$) sabit v hızıyla dönen bir cisim için, bir turda dairenin çevresi kadar yol aldığından şöyle yazabiliriz:

$$v = \frac{2\pi r}{T}.$$

ÖRNEK 5–8 **Dönen bir topun ivmesi.** Şek.5-10 veya 5-12'de olduğu gibi, bir sicimin ucundaki 150 g'lık bir top, 0.600 m yarıçaplı yatay bir dairede dönmektedir. Top saniyede 2 devir yapmaktadır. Merkezcil ivme nedir?

YAKLAŞIM Merkezcil ivme $a_R = v^2/r$ 'dir. Verilen r için topun hızını bulabiliriz.

ÇÖZÜM Top saniyede tam devir yaparsa, tam bir devrini 0.500 s'de yapar. Bu T periyodu olup bu süre içerisinde $2\pi r$ kadar yol alır. Böylece topun hızı

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(0.600\text{ m})}{(0.500\text{ s})} = 7.54\text{ m/s}$$

'dır. Merkezcil ivme şöyle bulunur.[+]

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(7.54\text{ m/s})^2}{(0.600\text{ m})} = 94.7\text{ m/s}^2.$$

ALIŞTIRMA D Yarıçap iki katına çıkar fakat periyot aynı kalırsa, merkezcil ivme kaç faktörüyle değişir? (*a*) 2, (*b*) 4, (*c*) $\frac{1}{2}$, (*d*) $\frac{1}{4}$, (*e*) hiçbirisi.

ÖRNEK 5–9 **Ay'ın merkezcil ivmesi.** Ay'ın Dünya çevresindeki yaklaşık dairesel olan yörüngesinin yarıçapı 384,000 km ve T periyodu 27.3 gündür. Ay'ın Dünya'ya yönelmiş ivmesini bulunuz

YAKLAŞIM Yine a_R'yi bulmak için v hızını bulmamız gerekir. v hızını m/s olarak elde etmek için SI birimlerine çevirmemiz gerekir.

ÇÖZÜM Dünya çevresindeki yörüngesinde, Ay $2\pi r$ 'lik bir yol alır. Burada $r = 3.84 \times 10^8$ m dairesel yörüngenin yarıçapıdır. Yörünge etrafında bir tam dönüş için gereken zaman Ay'ın 27.3 günlük periyodudur. Ay'ın dünya etrafındaki yörünge hızı $v = 2\pi r/T$ 'dir. T periyodu saniye olarak T = (27.3gün) (24.0sa/gün)(3600s/sa) $= 2.36 \times 10^6$ s'dir. Böylece

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r)^2}{T^2 r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2(3.84 \times 10^8\text{ m})}{(2.36 \times 10^6\text{ s})^2}$$
$$= 0.00272\text{ m/s}^2 = 2.72 \times 10^{-3}\text{ m/s}^2$$

bulunur. Bu ivmeyi $g = 9.80\text{ m/s}^2$ (dünya yüzeyindeki yerçekimi ivmesi) cinsinden

$$a = 2.72 \times 10^{-3}\text{ m/s}^2\left(\frac{g}{9.80\text{ m/s}^2}\right) = 2.78 \times 10^{-4} g$$

olarak yazabiliriz.

NOT Ay'ın merkezcil ivmesi, $a = 2.78 \times 10^{-4}\, g$, Ay'ın kütle çekiminden dolayı yüzeyindeki cisimlerin kütle çekimi ivmesi *değildir.* Dünya'dan 384,009 km uzaktaki herhangi bir cismin (Ay gibi) *Dünya*'nın çekiminden kaynaklanan ivmesidir. Dünya yüzeyine yakın cisimlerin ivmesine kıyasla ne kadar küçük olduğuna dikkat ediniz.

DİKKAT

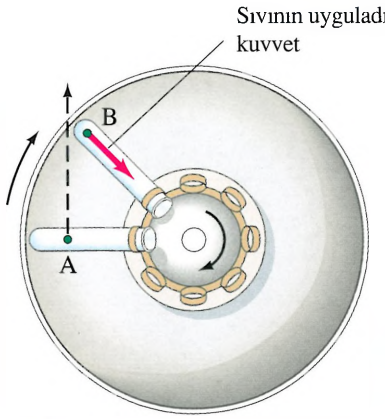
Ayın yüzeyindeki cisimlere uyguladığı çekimin, ayın üzerine etkiyen yerçekiminden farkına dikkat ediniz (bu Örnek)

[+]Son basamaklardaki farklılıklar hesap makinenizde v için tüm basamakları hesaba katmanıza (bu durumda $a_R = 94.7\text{ m/s}^2$ bulunur) bağlı olabilir veya $v = 7.54\text{ m/s}$ kullanırsanız $a_R = 94.8\text{ m/s}^2$ bulursunuz. Hassasiyeti ± 0.1 m/s kabul ettiğimiz için (Kısım 1-3' bakınız) her iki sonuç ta geçerlidir.

FİZİK UYGULAMASI
Santrifüj

*Santrifüjleme

Santrifüjler ve çok yüksek hızlı ultrasantrifüjler, maddeleri hızla çökeltmek ya da ayrıştırmak için kullanılırlar. Santrifüj rotorunun içinde tutulan test tüpleri çok yüksek dönme hızlarına hızlandırılırlar: Şek. 5-13'e bakınız, burada bir test tüpü, rotor döndüğü için iki konumda gösterilmektedir. Küçük yeşil nokta küçük bir parçacığı, örneğin, akışkanla dolu test tüpündeki bir makro molekülü temsil eder. A konumundaki parçacık düz bir çizgide hareket etme eğilimindedir fakat akışkan, parçacığın yaklaşık bir dairede hareket etmesini sağlayan merkezcil bir kuvvet uygulayarak buna karşı koyar. Akışkan (uygulamaya bağlı olarak sıvı, gaz ya da jel) tarafından uygulanan direnç kuvveti genellikle tam mv^2/r 'ye eşit değildir ve parçacıklar yavaşça tübün alt kısmına doğru hareket ederler. Bir santrifüj yüksek dönme hızından dolayı normal yerçekiminden çok daha büyük olan bir "etkin yerçekimi" sağlar ve bu da daha hızlı bir çökelmeye neden olur.



ŞEKİL 5–13 Bir santrifüjde dönen bir test tüpünün iki konumu (üstten görünüm). A'daki yeşil nokta çökelmekte olan bir makromolekülü veya bir başka parçacığı temsil etmektedir. Kesikli çizgiyi izleyerek tübün dibine doğru gitme eğiliminde iken, akışkan, B noktasında gösterildiği gibi, parçacık üzerine kuvvet uygulayarak bu harekete karşı koyar.

ÖRNEK 5–10 **Ultrasantrifüj.** Bir ultrasantrifüjün pervanesi 50,000 dds (dakikadaki dönme sayısı)'lik hızla dönmektedir. Tüpün yukarısındaki bir parçacık dönme ekseninden 6 cm mesafededir (Şek.5-13). Merkezcil ivmeyi "g" cinsinden hesaplayınız.

YAKLAŞIM Merkezcil ivmeyi $a_R = v^2/r$ 'den hesaplarız.

ÇÖZÜM Test tüpü dakikada 5.00×10^4 devir yapmaktadır veya 60 s/dak ile bölersek hızı 833 dev/s 'dir. Bir devir yapması için geçen süre olan T periyodu şöyle bulunur:

$$T = \frac{1}{(833 \text{ dev/s})} = 1.20 \times 10^{-3} \text{ s/dev.}$$

Tüpün yukarısındaki parçacık, çevresi $2\pi r = (2\pi)(0.0600 \text{ m}) = 0.377 \text{ m}$ olan bir dairede dönmektedir. Buradan parçacığın hızı

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \left(\frac{0.377 \text{ m/dev}}{1.20 \times 10^{-3} \text{ dev}}\right) = 3.14 \times 10^2 \text{ m/s}$$

bulunur. Merkezcil ivme,

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(3.14 \times 10^2 \text{ m/s})^2}{0.0600 \text{ m}} = 1.64 \times 10^6 \text{ m/s}^2$$

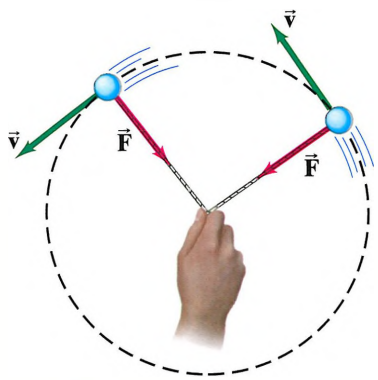
olup $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ ile bölündüğünde ivme 1.67×10^5 g's = 167,000 g'olur.

5–3 Düzgün Dairesel Hareketin Dinamiği

Newton'un ikinci yasasına göre $(\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}})$, ivmelenen bir cisim üzerine net bir kuvvet etki etmelidir. Sicimin ucundaki bir top gibi, bir dairede hareket eden bir cismin, bu yüzden onu dairesel yörüngede tutacak bir kuvvete sahip olması gerekir. Bu da ona merkezcil ivmeyi sağlamak için gerekli net kuvvettir. Gereken kuvvetin büyüklüğü radyal bileşen için Newton'un ikinci yasası kullanılarak hesaplanabilir, $\Sigma F_R = ma_R$, burada a_R merkezcil ivme olup $a_R = v^2/r$ ve ΣF_R radyal yöndeki toplam (ya da net) kuvvettir:

$$\Sigma F_R = ma_R = m\frac{v^2}{r}. \qquad \text{[dairesel hareket]} \quad \textbf{(5–3)}$$

Düzgün dairesel hareket (v = sabit) için, ivme herhangi bir anda yönü dairenin merkezine doğru olan a_R'dir. *Dolayısıyla net kuvvet de dairenin merkezine doğru yönelmelidir,* Şek.5-14. Bir net kuvvet gereklidir çünkü, cisim üzerine etki eden net kuvvet olmazsa, Newton'un birinci yasasının söylediği gibi, bir dairede hareket etmeyip düz bir çizgide hareket edecekti. Net kuvvetin yönü sürekli değişmekte fakat her zaman dairenin merkezine doğru yönelmektedir. Bu kuvvete bazen "merkezcil kuvvet" (merkeze yönelmiş) denir. Ancak "merkezcil kuvvet" in yeni bir kuvvet türünü göstermediğine dikkat edin. Bu terim sadece dairesel yörüngeye yol açan net kuvvetin yönünü tanımlar. Bu kuvvet diğer cisimler tarafından uygulanmalıdır. Örneğin bir topu sicimin ucunda bir dairede döndürmek için sicimi çekersiniz ve sicim topun üzerine bir kuvvet uygular. (Deneyin.)



ŞEKİL 5–14 Bir cismi dairesel yörüngede tutabilmek için bir kuvvet gerekir. Eğer sürat sabitse, kuvvet dairenin merkezine doğrudur.

DİKKAT

Merkezcil kuvvet, yeni cins bir kuvvet değildir (Her kuvver bir cisim tarafından uygulanmalıdır)

Bir daire üzerinde hareket eden cisme "merkezkaç" denilen dışarı doğru bir kuvvetin etki ettiği gibi genel bir yanlış kanı vardır. Bu doğru değildir: dönen bir cisme etki eden dışa doğru bir kuvvet yoktur. Örneğin, bir kişinin başının etrafında bir sicimin ucundaki topu döndürdüğünü düşünün (Şek. 5-15). Bunu kendi kendinize yaptıysanız, elinizi dışarı doğru iten bir kuvveti hissettiğinizi bilirsiniz. Yanlış kanı, bu itmenin topu dışa doğru iten merkezkaç kuvveti olup sicim boyunca elimize iletildiği şeklinde yorumlanmasından kaynaklanır. Bu hiçbir zaman olmaz. Topu dairesel harekette tutmak için sicimi içeri doğru çekersiniz ve sicim bu kuvveti topa uygular. Top sicime eşit ve zıt yönlü bir kuvvet uygular (Newton'un üçüncü yasası), bu elinizin hissettiği dış yönlü kuvvettir (Şek.5-15' e bakınız).

Top üzerindeki kuvvet, sizin sicim yoluyla içeri doğru uyguladığınız kuvvettir. Topa merkezkaç kuvvetin etki etmediğinin daha inandırıcı kanıtını görmek için, sicimi bıraktığınız zaman ne olacağını düşünün. Eğer bir merkezkaç kuvvet etki etseydi, top Şek. 5-16a'da gösterildiği gibi, dışa doğru fırlayacaktı. Fakat bu gerçekleşmez ve top bırakıldığı andaki hız yönünde teğetsel biçimde (Şek.5-16b) fırlar, çünkü artık içeri doğru etki eden kuvvet yoktur. Dene ve gör!

ALIŞTIRMA E Sayfa 112'deki Bölüm-açılış sorusuna dönelim ve şimdi tekrar cevaplayalım. Neden ilk defadakinden farklı cevapladığınızı açıklamaya çalışın.

ÖRNEK 5–11 **TAHMİN ET** **Dönen top üzerindeki kuvvet (yatay).** Bir adamın, bir sicime tutturulmuş 0.150 kg'lık bir topu 0.600 m yarıçaplı yatay bir dairede hareket ettirebilmesi için uygulaması gereken kuvveti tahmin edin. Örnek 5-8'de olduğu gibi, top saniyede 2.00 devir ($T = 0.500$ s) yapmaktadır. Sicimin kütlesini ihmal edin.

YAKLAŞIM Önce topun serbest cisim diyagramını çizmemiz gerekir. Topa etki eden kuvvetler, aşağı doğru yerçekimi kuvveti $m\vec{\mathbf{g}}$ ve ipin merkezdeki ele uyguladığı gerilme kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_T$ (adam aynı kuvveti sicime uyguladığı için oluşur)'dir. Topun serbest cisim diyagramı Şek.5-17'de gösterildiği gibidir. Topun ağırlığı işi zorlaştırır ve topun tam yatay bir ip ile dönmesini imkansızlaştırır. Ağırlığın küçük olduğunu kabul ediyoruz ve Şek.5-17'de $\phi \approx 0$ alıyoruz. Bu durumda $\vec{\mathbf{F}}_T$ hemen hemen yatay olarak etki eder ve topa merkezcil ivmeyi verecek kuvveti sağlar.

ÇÖZÜM Yatay olarak kabul ettiğimiz radyal yönde Newton'un ikinci yasasını uygularsak;

$$(\Sigma F)_R = ma_R$$

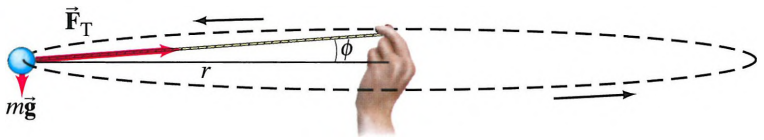
Burada $a_R = v^2/r$ ve $v = 2\pi r/T = 2\pi(0.600\text{ m})/(0.500\text{ s}) = 7.54\text{ m/s}$ 'dir. Böylece

$$F_T = m\frac{v^2}{r} = (0.150\text{ kg})\frac{(7.54\text{ m/s})^2}{(0.600\text{ m})} \approx 14\text{ N}.$$

NOT Cevabı sadece 2 anlamlı rakamla veriyoruz. Çünkü topun ağırlığını ihmal ediyoruz. Topun ağırlığı; $mg = (0.150\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 1.5\text{ N}$ olup sonucun yaklaşık $\frac{1}{10}$ 'u kadardır. Bu küçük bir değer, ancak F_T'yi daha hassas verecek kadar küçük değil.

NOT $m\vec{\mathbf{g}}$,'nin etkisini dahil etmek için Şek. 5-17'de $\vec{\mathbf{F}}_T$'yi bileşenlerine ayırırak $\vec{\mathbf{F}}_T$ 'nin yatay bileşenini mv^2/r'ye ve düşey bileşenini de mg'ye eşitleriz.

ŞEKİL 5–17 Örnek 5–11.



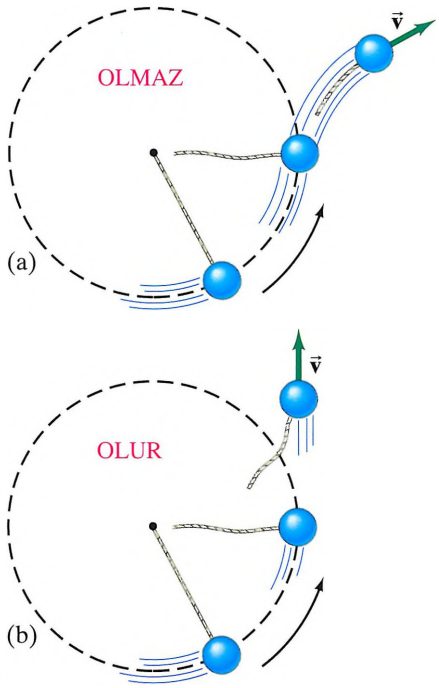
DİKKAT

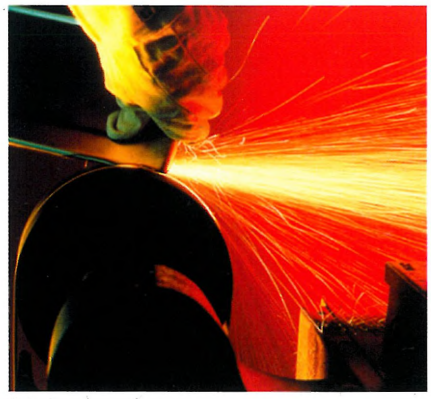
Gerçek bir "merkezkaç kuvvet" yoktur.



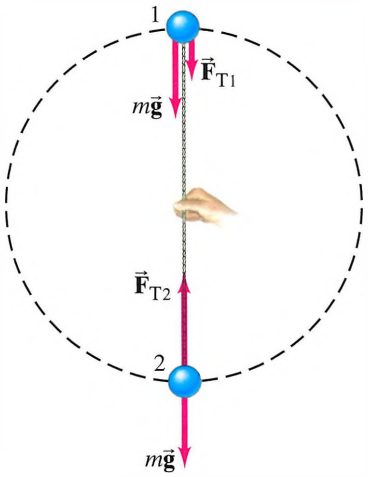
ŞEKİL 5–15 Bir sicimin ucunda döndürülen bir top.

ŞEKİL 5–16 Merkezkaç kuvvet olsaydı, top bırakıldığı zaman, (a)'daki gibi dışarı doğru fırlayacaktı. Gerçekte (b)'deki gibi teğetsel olarak fırlar. Örneğin (c)'deki kıvılcımlar, dönen bileme tekerleğine teğet bir doğrultuda giderler.





(c)



ŞEKİL 5–18 Örnek 5-12. 1 ve 2 konumları için serbest cisim diyagramları.

DİKKAT

Dairesel hareket sadece ip gerilim altındaysa gerçekleşir

ÖRNEK 5–12 Dönen top (düşey daire). 1.10 m uzunluğunda ve kütlesi ihmal edilebilir bir ipin ucundaki 0.150 kg'lık bir top düşey bir dairede döndürülmektedir. (*a*) Topun dairesel yörüngede hareketine devam etmesi için, eğrinin tepesinde sahip olması gereken minimum hızı belirleyin. (*b*) Topun (*a*) kısmındaki hızının iki katı hızla hareket ettiğini kabul ederek, eğrinin alt kısmında, ipteki gerilim kuvvetini hesaplayın.

YAKLAŞIM Top düşey bir dairede hareket etmekte ve düzgün dairesel hareket yapmamaktadır. Yarıçapın sabit olduğu kabul edilmekte ancak hızı yerçekiminden dolayı değişmektedir. Buna rağmen, Dnk.5-1 daire boyunca her noktada geçerlidir ve bu denklemi en üst ve alttaki iki noktada kullanabiliriz. Her iki konum için serbest cisim diyagramı Şek.5-18'de gösterilmiştir.

ÇÖZÜM (*a*) Üstte (nokta 1) topa iki kuvvet etki etmektedir: yerçekimi kuvveti, $m\vec{\mathbf{g}}$ ve ipin 1 noktasında uyguladığı gerilim kuvveti, $\vec{\mathbf{F}}_{T1}$. Her iki kuvvet te aşağı yönde etki eder ve vektörel toplamları topa merkezcil ivme, a_R'yi verir. İvmenin yönü aşağıya doğru (merkeze doğru) olduğundan, aşağı yönü pozitif seçerek, düşey yönde Newton'un ikinci yasasını uygularsak:

$$(\Sigma F)_R = ma_R$$

$$F_{T1} + mg = m\frac{v_1^2}{r}. \qquad \text{[en üstte]}$$

Bu eşitlikten, v_1 (topun dairenin tepesindeki hızı) daha büyük olduğunda, 1 noktasındaki gerilim kuvvetinin beklendiği gibi daha büyük olacağını görebiliriz. Fakat bizden, dairede hareket eden topun minimum hızı sorulmaktadır. İp, gerilim kuvveti olduğu sürece gergin kalacaktır. Ancak gerilim ortadan kalkarsa (v_1 çok küçük olursa) ip gevşeyebilir ve top dairesel yolundan çıkar. Dolayısıyla $F_{T1} = 0$ ise hız minimum olur, bu durumda

$$mg = m\frac{v_1^2}{r} \qquad \text{[tepedeki minimum hız]}$$

elde ederiz, buradan v_1'i çözeriz ve (*b*)'de kullanmak için fazladan bir anlamlı rakam ile

$$v_1 = \sqrt{gr} = \sqrt{(9.80\,\text{m/s}^2)(1.10\,\text{m})} = 3.283\,\text{m/s}$$

buluruz. Bu, topun dairesel yörüngede hareket etmeye devam etmesi için, dairenin tepesinde sahip olması gereken minimum hızdır.

(*b*) Top dairenin altında ise (Şek.5-18'deki nokta 2) yerçekimi kuvveti $m\vec{\mathbf{g}}$ yine aşağı doğru etki ederken ip yukarı doğru F_{T2} gerilim kuvveti uygular. Yukarı yönü pozitif kabul edersek, Newton'un ikinci yasası:

$$(\Sigma F)_R = ma_R$$

$$F_{T2} - mg = m\frac{v_2^2}{r} \qquad \text{[en altta]}$$

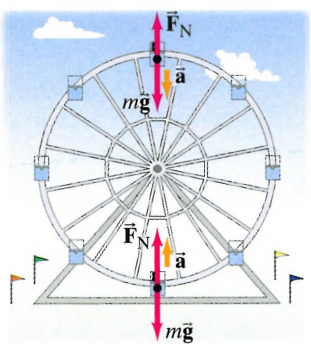
verir. v_2 hızı (*a*)'dakinin iki katı, yani 6.566 m/s olarak verilmiştir. F_{T2}'yi çözersek:

$$F_{T2} = m\frac{v_2^2}{r} + mg$$

$$= (0.150\,\text{kg})\frac{(6.566\,\text{m/s})^2}{(1.10\,\text{m})} + (0.150\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 7.35\,\text{N}$$

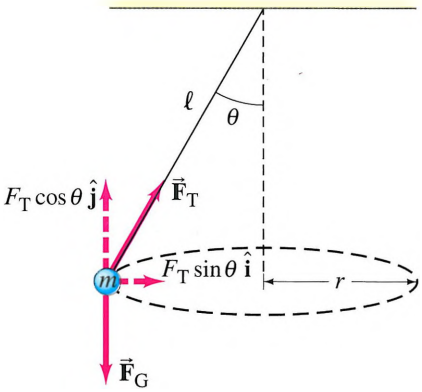
buluruz.

ALIŞTIRMA F Bir dönme dolaptaki binici, r yarıçaplı düşey bir dairede sabit bir v hızıyla hareket etmektedir (Şek.5-19). Dönme dolap tepede iken koltuğun binici üzerine uyguladığı normal kuvvet, altta iken koltuğun uyguladığı kuvvetten (*a*) daha az mı, (*b*) daha fazla mı yoksa (*c*) aynı mıdır?



ŞEKİL 5–19 Alıştırma F.

ÖRNEK 5–13 Konik Sarkaç ℓ, uzunluğunda bir iple tavana asılı olan m kütleli küçük bir cisim, $r = \ell \sin\theta$ yarıçaplı bir daire üzerinde dönmektedir. Burada θ ipin düşey eksenle yaptığı açıdır (Şek.5-20). Topun ivmesi hangi yöndedir ve ivmenin sebebi nedir? (*b*) Topun hızını ve periyodunu (1 devir için gereken süre) ℓ, θ, g ve m cinsinden hesaplayınız.



ŞEKİL 5–20 Örnek 5-13. Konik sarkaç

YAKLAŞIM Dönen bir topa herhangi bir anda etki eden kuvvetleri gösteren Şek.5-20'ye bakarak (*a*)'yı cevaplayabiliriz: ivme, yatay olarak dairesel yörüngenin merkezine doğrudur (ip boyunca değil). İvmeye neden olan kuvvet, m kütlesine etki eden kuvvetlerin vektörel toplamı olan, net kuvvettir. Bunlar: $\vec{\mathbf{F}}_G$ ağırlığı (büyüklüğü $F_G = mg$) ve ipteki gerilme tarafından uygulanan $\vec{\mathbf{F}}_T$ kuvvetleridir. İkinci kuvvetin yatay ve düşey bileşenleri sırasıyla $F_T \sin\theta$ ve $F_T \cos\theta$ 'dır.

ÇÖZÜM (*b*) Yatay ve düşey yönlere Newton'un ikinci yasasını uygulayalım. Düşey yönde hareket olmadığı için net kuvvet ve ivme sıfırdır:

$$F_T \cos\theta - mg = 0.$$

Yatay yönde $F_T \sin\theta$, büyüklüğünde tek bir kuvvet olup dairenin merkezine doğru etki ederek v^2/r ivmesine neden olur. Newton'un ikinci yasası bize

$$F_T \sin\theta = m\frac{v^2}{r}.$$

olduğunu söyler. İkinci eşitlikten v'yi bulup ilk eşitlikten bulunan F_T'yi de yerine yazarsak (ve $r = \ell \sin\theta$ kullanırsak):

$$v = \sqrt{\frac{rF_T \sin\theta}{m}} = \sqrt{\frac{r}{m}\left(\frac{mg}{\cos\theta}\right)\sin\theta}$$
$$= \sqrt{\frac{\ell g \sin^2\theta}{\cos\theta}}$$

buluruz. T periyodu $2\pi r = 2\pi\ell \sin\theta$ uzunluğundaki bir deviri tamamlamak için gereken süredir. Böylece v hızı $v = 2\pi\ell \sin\theta/T$ olarak yazılabilir:

$$T = \frac{2\pi\ell \sin\theta}{v} = \frac{2\pi\ell \sin\theta}{\sqrt{\frac{\ell g \sin^2\theta}{\cos\theta}}}$$
$$= 2\pi\sqrt{\frac{\ell \cos\theta}{g}}.$$

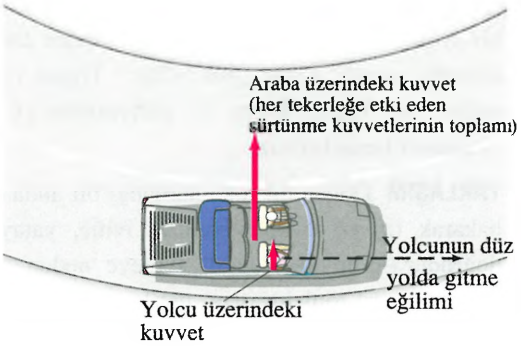
NOT Hız ve periyot topun kütlesine bağlı olmayıp ℓ ve θ'ya bağlıdırlar.

PROBLEM ÇÖZME

Düzgün Dairesel Hareket

1. Göz önüne aldığınız her cisme etki eden bütün kuvvetleri gösteren bir **serbest cisim diyagramı çizin**. Her kuvvetin kaynağını (ipteki gerilme, yerçekimi, sürtünme ve normal kuvvet gibi) belirleyebileceğinizden emin olun. Olmayan bir şeyi koymayın (merkezkaç kuvveti gibi).
2. Hangi kuvvetlerin veya onların hangi bileşenlerinin merkezcil ivmeyi sağlayacağını **belirleyin.** Yani, radyal olarak, dairesel yörüngenin merkezine ya da merkezden dışarı doğru etki eden tüm kuvvetler veya bileşenleri. Bu kuvvetlerin (ya da bileşenlerin) toplamı, $a_R = v^2/r$ merkezcil ivmesini sağlar.
3. **Uygun bir koordinat sistemi,** tercihen eksenlerden birini ivme yönünde seçin.
4. **Newton'un ikinci yasasını** radyal bileşene uygulayın:

$$(\Sigma F)_R = ma_R = m\frac{v^2}{r}. \qquad \text{[radyal yön]}$$

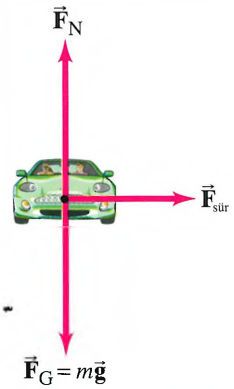


ŞEKİL 5–21 Yol arabayı daire üzerinde hareket ettirmek için, içe doğru (tekerleklere etki eden sürtünme) bir kuvvet uygular. Araba da yolcuya içe doğru bir kuvvet uygular.

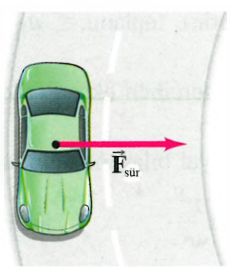


ŞEKİL 5–22 Viraja giren bir yarış arabası. Lastik izlerinden, çoğu arabaların, bir virajı emniyetle geçmeleri için gerekli merkezcil ivmeyi verecek sürtünme kuvvetini sağladıklarını görüyoruz. Fakat yeterli kuvvetin olmadığı arabaların lastik izlerini de görüyoruz.

ŞEKİL 5–23 Örnek 5-14. Düz bir yolda virajı dönen bir arabaya etki eden kuvvetler. (a) Önden görünüm, (b) üstten görünüm.



(a)



(b)

5–4 Karayolu Virajları: Eğimli ve Eğimsiz

Dairesel dinamiğin bir örneği, bir araba, bir virajda diyelim sola doğru döndüğü zaman gerçekleşir. Böyle bir durumda, sağdaki kapıya doğru itildiğiniz hissine kapılabilirsiniz. Fakat sizi iten esrarengiz bir merkezkaç kuvveti yoktur. Size olan şey, araba eğri bir yolu izlemeye başlarken, sizin düz bir çizgide hareket etme eğiliminde olmanızdır. Eğri bir yolda hareket etmeniz için, koltuk (sürtünme) veya arabanın kapısı size bir kuvvet uygular (Şek.5-21). Eğer eğri yolda hareket edecekse, araba üzerine de eğrinin merkezine doğru bir kuvvet etki etmesi gerekir. Düz (yatay) bir yolda, bu kuvvet tekerlekler ile asfalt arasındaki sürtünme tarafından sağlanır. Arabanın tekerlekleri ve lastikleri kaymadan normal olarak yuvarlanıyorsa, lastiğin alt noktası her an yola göre durgundur; yani yolun lastiklere uyguladığı sürtünme kuvveti statik sürtünmedir. Ancak statik sürtünme kuvveti, buzlu şartlarda veya yüksek hızda olduğu gibi, yeteri kadar büyük değilse yeterli sürtünme kuvveti uygulanamaz ve araba dairesel yoldan düze daha yakın bir yörüngeye savrulacaktır. Şek.5-22'ye bakın. Araba kaydığında ya da savrulduğunda, sürtünme kuvveti, statik sürtünmenden daha az olan, kinetik sürtünme olur.

ÖRNEK 5–14 **Bir virajda savrulma.** 1000 kg'lık bir araba, 15 m/s (54 km/sa)'lik hızla düz bir yoldaki 50 m yarıçaplı viraja giriyor. Araba virajı alır mı yoksa virajdan savrulur mu? Asfaltı (*a*) kuru ve statik sürtünme katsayısı $\mu_s = 0.60$; (*b*) buzlu ve $\mu_s = 0.25$ kabul ediniz.

YAKLAŞIM Araba üzerindeki kuvvetler aşağı doğru mg yerçekimi, yukarı doğru yolun uyguladığı F_N normal kuvvet ve yolun yatay sürtünme kuvvetidir. Bu kuvvetler Şek.5-23'te arabanın serbest cisim diyagramında gösterilmiştir, Eğer maksimum statik sürtünme kuvveti, kütle ile merkezcil ivmenin çarpımından büyükse, araba virajı alacaktır.

ÇÖZÜM Düşey yönde ivme yoktur. Newton'un ikinci yasasından arabaya etki eden normal kuvvet F_N'nin mg ağırlığına eşit olduğunu buluruz:

$$F_N = mg = (1000\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 9800\,\text{N}.$$

Yatay yöndeki tek kuvvet sürtünmedir ve bu kuvveti merkezcil ivme için gerekli olan kuvvet ile kıyaslamalıyız. Arabanın virajın çevresindeki dairede hareket etmesi için gereken yatay kuvvet,

$$(\Sigma F)_R = ma_R = m\frac{v^2}{r} = (1000\,\text{kg})\frac{(15\,\text{m/s})^2}{(50\,\text{m})} = 4500\,\text{N}$$

'dur. Şimdi, emniyetli bir merkezcil ivme sağlamaya yetecek büyüklükte olup olmadığını görmek için, maksimum toplam sürtünme kuvvetini (dört lastiğin her birine etki eden sürtünme kuvvetlerinin toplamı) hesaplayacağız. (*a*) $\mu_s = 0.60$ için erişilebilecek maksimum sürtünme kuvveti (Kısım 5-1'den $F_{sür} \le \mu_s F_N$ olduğunu hatırlayınız) :

$$(F_{sür})_{maks} = \mu_s F_N = (0.60)(9800\,\text{N}) = 5880\,\text{N}$$

'dur. Sadece 4500 N'luk bir kuvvet gerektiğinden ve bu yolun uyguladığı statik sürtünme kuvveti olarak sağlanacağından, araba virajı alabilir. Fakat

(*b*)'de mümkün maksimum statik sürtünme kuvveti,

$$(F_{sür})_{maks} = \mu_s F_N = (0.25)(9800\,\text{N}) = 2450\,\text{N}$$

'dur. Yer, 50 m yarıçaplı virajda 54 km/sa'lik hızla hareket etmek için gerekli kuvveti (4500 N) uygulayamadığından, araba savrulacaktır.

Virajlarda yola bir eğim verilmesi, savrulma riskini azaltır. Eğimli yolun uyguladığı, yola dik yönde etki eden, normal kuvvet dairenin merkezine doğru bir bileşene sahip olacak (Şek.5-24) ve böylece sürtünme kuvvetinden beklenti azalacaktır. θ açılı bir eğim için, sürtünmenin hiç olmadığı duruma karşılık gelen bir hız değeri olacaktır. Bu, normal kuvvetin virajın merkezine doğru olan yatay bileşeni $F_N \sin\theta$'nın (Şek.5-24'e bak) tam olarak arabaya merkezcil ivme vermek için gerekli kuvvete eşit olduğu durumdur:

$$F_N \sin\theta = m\frac{v^2}{r}. \qquad \text{[sürtünme yok]}$$

Yolun eğim açısı θ, "tasarım hızı" denilen özel bir hız için bu şartı sağlayacak şekilde seçilir.

ÖRNEK 5–15 Eğim Açısı. (*a*) r yarıçaplı bir virajın çevresinde v hızıyla hareket eden bir arabanın sürtünmeye ihtiyaç duymadığı, eğimli bir yol için, eğim açısını veren bir formül bulun. (*b*) 50 m yarıçaplı ve 50 km/sa'lik tasarım hızı olan bir otoban virajı için bu açı nedir?

YAKLAŞIM Yol eğimli olmasına rağmen araba halen yatay bir dairede hareket ettiği için merkezcil ivmenin yatay olması gerekir. x ve y eksenlerimizi sırasıyla yatay ve düşey doğrultularda seçiyoruz, bu durumda a_R, x ekseni boyuncadır. Arabanın üzerindeki kuvvetler, aşağı doğru yerin çekim kuvveti ve yolun uyguladığı yüzeye dik normal kuvvet, F_N'dir. Şek.5-24'te F_N'nin bileşenleri de gösterilmiştir. Yolun sürtünme kuvvetini hesaba katmaya gerek yok, çünkü sürtünmeye bağımlılığını yok etmek için yolu eğimli tasarlıyoruz.

ÇÖZÜM (*a*) Düşey hareket olmadığı için, $\Sigma F_y = ma_y$ bize,

$$F_N \cos\theta - mg = 0$$

verir. Buradan,

$$F_N = \frac{mg}{\cos\theta}$$

bulunur. [$\cos\theta \le 1$ olduğunda $F_N \ge mg$ olduğuna dikkat ediniz]

F_N için bulduğumuz bağıntıyı, yatay hareket eşitliğinde yerine yazarsak,

$$F_N \sin\theta = m\frac{v^2}{r}$$

ve

$$\frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta = m\frac{v^2}{r}$$

veya

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

buluruz. Bu formül, v hızında sürtünmeye ihtiyaç bırakmayan eğim açısı θ'yı verir.

(*b*) $r = 50$ m ve $v = 50$ km/sa (veya 14 m/s) için,

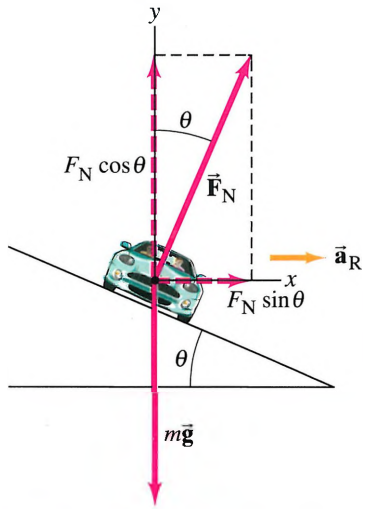
$$\tan\theta = \frac{(14\,\text{m/s})^2}{(50\,\text{m})(9.8\,\text{m/s}^2)} = 0.40$$

ve $\theta = 22°$ bulunur.

ALIŞTIRMA G Tasarım hızı v olan bir virajın eğim açısı θ_1'dır. $2v$'lik bir tasarım hızı için gerekli eğim açısı θ_2 nedir? (*a*) $\theta_2 = 4\theta_1$; (*b*) $\theta_2 = 2\theta_1$; (*c*) $\tan\theta_2 = 4\tan\theta_1$; (*d*) $\tan\theta_2 = 2\tan\theta_1$.

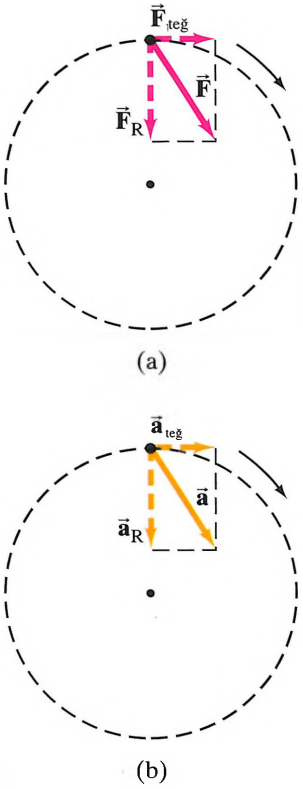
ALIŞTIRMA H Ağır bir kamyon ile küçük bir araba, buzlu ve eğimli virajı aynı hızda emniyetli bir şekilde alabilirler mi?

FİZİK UYGULAMASI
Yol yüzeyi eğimli virajlar



ŞEKİL 5–24 Eğimli bir virajı dönen arabaya etki eden normal kuvvet, yatay ve düşey bileşenlerine ayrılmış. Merkezcil ivme yatay yönde (yolun eğimine paralel değil). Tekerlekler üzerindeki sürtünme kuvveti (burada gösterilmiyor), arabanın hızına bağlı olarak, eğim boyunca yukarı ya da aşağı doğru olabilir. Sürtünme kuvveti, özel bir hız değeri için sıfır olacaktır.

DİKKAT
F_N her zaman mg'ye eşit değildir



ŞEKİL 5–25 Dairesel yörüngede hareket eden bir cisme etki eden kuvvetin teğet bileşeni, $F_{teğ}$ varsa, sürati değişir. (a)'da $\vec{F}$ kuvveti ve onun vektör bileşenleri; (b)'de ivme vektörü ve vektör bileşenleri gösterilmektedir.

*5–5 Düzgün Olmayan Dairesel Hareket

Sabit hızda dairesel hareket, bir cisim üzerine etki eden net kuvvet dairenin merkezine doğru olduğu zaman gerçekleşir. Şek.5-25a'da gösterildiği gibi, net kuvvet dairenin merkezine doğru değil de bir açı yapıyorsa, kuvvetin iki bileşeni vardır. Dairenin merkezine doğru olan bileşen $\vec{F}_R$ merkezcil ivme $\vec{a}_R$ 'ye neden olur ve cisme dairesel hareketi sağlar. Daireye teğet bileşen, $\vec{F}_{teğ}$ hız arttırmak (ya da azaltmak için) etki eder ve ivmenin daireye teğet bileşeni $\vec{a}_{teğ}$ 'i verir. Bir cismin hızı değişiyorsa, kuvvetin teğet bileşeni etki ediyor demektir.

Bir sicime bağlı topu başınızın çevresinde çevirmeye başladığınızda, ona teğetsel ivme vermek zorundasınız. Bunu, ipi eliniz dairenin merkezinden başka bir noktadayken çekerek yaparsınız. Atletizmde, bir çekiç atıcı çekici, bırakmadan önce yüksek bir hıza ulaşacak şekilde benzer bir yolla teğetsel olarak ivmelendirir.

İvmenin teğetsel bileşeni, $a_{teğ}$ 'in büyüklüğü, cismin hızının *büyüklüğünün* değişme oranına eşittir:

$$a_{teğ} = \frac{dv}{dt}. \qquad (5–4)$$

Radyal (merkezcil) ivme, hızın *yön*ündeki değişiklikten kaynaklanır ve daha önce gördüğümüz gibi, büyüklüğü

$$a_R = \frac{v^2}{r}$$

'dir. Şek.5-24b'de gösterildiği gibi, eğer hız artıyorsa, teğetsel ivme daima daireye teğet olup hareket yönündedir (her zaman daireye teğet olan $\vec{v}$ 'ye paraleldir). Eğer hız azalıyorsa, $\vec{v}$ 'ye anti-paraleldir. Her iki durumda, $\vec{a}_{teğ}$ ve $\vec{a}_R$ daima birbirlerine diktir ve cisim dairesel yörüngede hareket ettikçe *yönleri sürekli değişir*. Toplam ivme vektörü $\vec{a}$ her iki bileşenin toplamıdır:

$$\vec{a} = \vec{a}_{teğ} + \vec{a}_R. \qquad (5–5)$$

$\vec{a}_R$ ve $\vec{a}_{teğ}$ daima birbirlerine dik olduklarından, herhangi bir anda $\vec{a}$'nın büyüklüğü şöyle bulunur: $a = \sqrt{a_{teğ}^2 + a_R^2}$

ÖRNEK 5–16 İvmenin iki bileşeni. Bir yarış arabası yarış alanında durgun halden harekete başlıyor ve 500 m yarıçaplı dairesel bir yörünge üzerinde, düzgün bir biçimde, 11 s'de 35 m/s'ye hızlanıyor. Teğetsel ivmenin sabit olduğunu kabul ederek, hızın $v = 15$ m/s. olduğu andaki (*a*) teğetsel ivmeyi (*b*) radyal ivmeyi bulunuz.

YAKLAŞIM Teğetsel ivme arabanın hızındaki değişim ile ilgilidir ve $a_{teğ} = \Delta v/\Delta t$ 'den hesaplanabilir. Merkezcil ivme, hız vektörünün yönündeki değişiklik ile ilişkilidir ve $a_R = v^2/r$ kullanılarak hesaplanabilir.

ÇÖZÜM (*a*) 11 s'lik zaman aralığında, teğetsel ivme $a_{teğ}$'in sabit olduğunu kabul ediyoruz. Bu ivmenin büyüklüğü,

$$a_{teğ} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(35\text{ m/s} - 0\text{ m/s})}{11\text{ s}} = 3.2\text{ m/s}^2\text{ 'dir.}$$

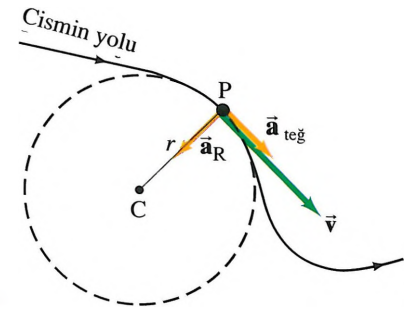
(*b*) $v = 15$ m/s olduğu zamanki merkezcil ivme

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(15\text{ m/s})^2}{(500\text{ m})} = 0.45\text{ m/s}^2\text{ 'dir.}$$

NOT Teğetsel ivme sabit kalırken, radyal ivme sürekli olarak artar.

ALIŞTIRMA I Örnek 5-16'daki yarış arabasının hızı 30 m/s olursa (*a*) $a_{teğ}$ (*b*) a_R ne kadar değişir?

Bu kavramlar, Şek. 5-26'daki gibi, herhangi bir eğrisel yörüngede hareket eden bir cisim için kullanılabilir. Eğrilik yarıçapı r olan bir eğrinin herhangi bir parçasını, dairenin bir yay parçası gibi inceleyebiliriz. Herhangi bir noktadaki hız her zaman yörüngeye teğettir. Genel olarak, ivme iki bileşen: teğetsel bileşen $a_{\text{teğ}} = dv/dt$ ve radyal (merkezcil) bileşen $a_R = v^2/r$ 'nin vektörel toplamı olarak yazılabilir.



ŞEKİL 5–26 Eğri bir yol izleyen cisim. Yol, P noktasında r yarıçaplı bir eğriliğe sahip. Cisim $\vec{\mathbf{v}}$, hızına ve teğetsel (cismin hızı artıyor) ivme, $\vec{\mathbf{a}}_{\text{teğ}}$ ile C eğrisinin merkezine doğru bir $\vec{\mathbf{a}}_R$ radyal ivmesine (büyüklüğü v^2/r) sahiptir.

*5–6 Hıza Bağlı Kuvvetler: Geciktirme Kuvveti ve Limit Hız

Bir cisim bir yüzey boyunca kaydığı zaman, cisme hemen hemen hızından bağımsız bir sürtünme kuvveti etki eder. Fakat başka tipteki direnç kuvvetleri cismin hızına bağlıdır. En önemli örnek, sıvı ya da bir gaz (hava gibi) içinde hareket eden cisimdir. Sıvı, cismin hareketine direnç gösterir ve bu direnç kuvveti, ya da **geciktirme kuvveti,** cismin hızına bağlıdır†

Geciktirme kuvvetinin hızla değişme biçimi genellikle karmaşıktır. Fakat çok düşük hızlardaki küçük cisimler için, direnç kuvveti, F_D, v hızının büyüklüğüyle doğrudan orantılı kabul edilerek iyi bir yaklaşım yapılabilir:

$$F_D = -bv. \tag{5–6}$$

Eksi işareti, geciktirme kuvveti hareketle zıt yönlü olduğu için gereklidir. Burada b (yaklaşık olarak) sabittir ve sıvının viskositesi ile cismin şekline ve büyüklüğüne bağlıdır. Dnk. 5-6, viskos bir sıvıda düşük hızla hareket eden küçük cisimler için iyi çalışmaktadır. Aynı zamanda, havada düşük hızla hareket eden toz parçacıkları gibi küçük cisimler için de geçerlidir. Uçak, beyzbol topu, veya bir otomobil gibi yüksek hızlarda hareket eden cisimler için, havanın direnç kuvvetinin, v^2 ile orantılı olduğu daha iyi bir yaklaşım yapılabilir:

$$F_D \propto v^2.$$

Doğru hesaplar için, genellikle daha karmaşık formlar ve nümerik integrasyon gereklidir. Dnk. 5-6, sıvı içinde hareket eden, günlük yaşamdaki ve normal hızdaki cisimler için (örneğin sudaki bot) çok iyi çalışmaktadır.

Havada, yerçekiminin etkisi altında serbest düşen bir cisim ya da v ile orantılı bir geciktirme kuvvetinin etkisi altında bir sıvı içinde hareket eden bir cisim düşünelim. Cisme etki eden kuvvetler, aşağı doğru mg yerçekimi kuvveti ve yukarı doğru etki eden geciktirme kuvveti, $-bv$'dir (Şek. 5-27a). $\vec{\mathbf{v}}$ hızı aşağı doğru olduğundan, aşağı yönü pozitif yön olarak alalım. Böylece cisim üzerine etki eden net kuvvet,

$$\Sigma F = mg - bv$$

'dir. Newton'un ikinci yasası, $\Sigma F = ma$ 'dan

$$mg - bv = m\frac{dv}{dt} \tag{5–7}$$

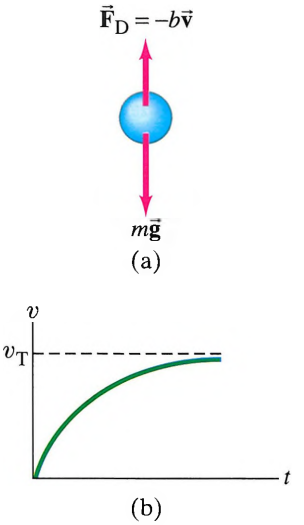
yazarız. Burada ivmeyi, tanımı gereği hızın zamanla değişim oranı, $a = dv/dt$ olarak yazdık $t = 0$'da $v = 0$ ve ivme $dv/dt = g$ aldık. Cisimler artan bir hızla düştükleri için, geciktirme kuvveti artar ve bu da dv/dt ivmesini azaltır (Şek.5-27b'ye bakınız). Hız artmaya devam eder ancak daha düşük bir oranla. Sonuç olarak, hız o kadar artar ki geciktirme kuvvetinin büyüklüğü, bv, yerçekimi kuvveti mg'ye yaklaşır. Eşit oldukları zaman,

$$mg - bv = 0 \tag{5–8}$$

'dır. Bu noktada $dv/dt = 0$ olur ve cismin hızı daha fazla artmaz. Hızı **limit hıza** ulaşır ve bu sabit hızla, yere çarpıncaya kadar düşmeye devam eder. Bu olaylar zinciri Şek.5-27b'deki grafikte gösterilmiştir. Limit hızın değeri Dnk.5-8'den bulunabilir:

$$v_T = \frac{mg}{b}. \tag{5–9}$$

Eğer direnç kuvvetinin v^2 ile hatta v'nin daha büyük bir kuvveti ile orantılı olduğu kabul edilirse, olaylar zinciri benzerdir ve Dnk. 5-9 ile verilmese de bir limit hıza erişilir.



ŞEKİL 5–27 (a) Aşağı düşen bir cisim üzerine etki eden kuvvetler. (b) $F_D = -bv$ ile verilen hava direnci ve yerçekimi kuvvetlerinin etkisi altında düşen bir cismin hız grafiği. Başlangıçta $v = 0$ ve $dv/dt = g$, ancak zaman ilerledikçe F_D. den dolayı dv/dt (eğrinin eğimi) azalır. Sonunda, F_D 'nin büyüklüğü mg'ye eşit olduğu zaman, v en büyük değerine, v_T, limit hızına yaklaşır.

†Kaldırma kuvvetleri (Bölüm 13) bu Kısımda yoksayılmıştır.

ÖRNEK 5–17 **Hıza bağlı Kuvvetler.** Durgun halden düşey olarak düşen bir cismin hızını, v'ye doğrusal olarak bağlı bir geciktirme kuvvetinin olması durumunda, zamanın fonksiyonu olarak elde ediniz.

YAKLAŞIM Bu bir türetme işlemidir ve Dnk. 5-7 ile başlıyarak, bu denklemi yeniden

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v \text{ olarak yazarız.}$$

ÇÖZÜM Bu eşitlikte v ve t gibi iki değişken vardır. Aynı tip değişkenleri eşitliğin bir tarafında toplarsak,

$$\frac{dv}{g - \frac{b}{m}v} = dt \quad \text{veya} \quad \frac{dv}{v - \frac{mg}{b}} = -\frac{b}{m}dt$$

bulunur. Şimdi $v = 0$ 'da $t = 0$ olduğunu hatırlayıp, integral alırsak,

$$\int_0^v \frac{dv}{v - \frac{mg}{b}} = -\frac{b}{m}\int_0^t dt$$

ve

$$\ln\left(v - \frac{mg}{b}\right) - \ln\left(-\frac{mg}{b}\right) = -\frac{b}{m}t$$

veya

$$\ln\frac{v - mg/b}{-mg/b} = -\frac{b}{m}t$$

bulunur. Her iki tarafın eksponansiyelini alırsak [doğal log ve eksponansiyel birbirlerinin ters işlemidir: $e^{\ln x} = x$, veya $\ln(e^x) = x$],

$$v - \frac{mg}{b} = -\frac{mg}{b}e^{-\frac{b}{m}t}$$

buradan,

$$v = \frac{mg}{b}\left(1 - e^{-\frac{b}{m}t}\right)$$

bulunur. Bu bağıntı, v hızını, zamanın bir fonksiyonu olarak verir ve Şek.5-27b'deki grafiğe karşılık gelmektedir. Kontrol etmek için $t = 0$'da $v = 0$ olduğunu görünüz. Beklendiği gibi (bknz. Dnk. 5-27b)

$$a(t = 0) = \frac{dv}{dt} = \frac{mg}{b}\frac{d}{dt}\left(1 - e^{-\frac{b}{m}t}\right) = \frac{mg}{b}\left(\frac{b}{m}\right) = g$$

bulunur. Büyük t için $e^{-\frac{b}{m}t}$ sıfıra dolayısıyla v, mg/b'ye yaklaşır. Bu daha önce gördüğümüz limit hız v_T'dir. $\tau = m/b$, alırsak, $v = v_T(1 - e^{-t/\tau})$ olur. Dolayısıyla $\tau = m/b$, hızın, limit hızın 63%'üne erişmesi için geçen zamandır. ($e^{-1} = 0.37$ olduğu için). Şekil 5-27b, t zamanına karşı v süratinin grafiğini göstermektedir. Limit hız $v_T = mg/b$ 'dir.

Özet

İki cisimden biri diğerinin üzerinde kaydığı zaman, her birine etki eden **sürtünme** kuvveti yaklaşık olarak $F_{sür}=\mu_k F_N$, olarak yazılabilir, burada F_N **normal kuvvet** (cisimlerin birbirlerine uyguladıkları ve temas yüzeylerine dik olan kuvvet) ve μ_s **kinetik sürtünme** katsayısıdır. Kuvvet etki etmesine rağmen, cisimler birbirlerine göre hareketsiz ise $F_{sür}$ onların hareketsiz kalmalarını sağlayacak kadar büyüktür ve $F_{sür} \leq \mu_s F_N$ eşitsizliğini sağlar, burada μ_s statik **sürtünme katsayısıdır**.

Sabit v hızıylar r yarıçaplı bir dairede hareket eden bir cismin **düzgün dairesel hareket** yaptığı söylenir. Cisim radyal olarak dairenin merkezine yönelmiş a_R **radyal ivmesine** sahiptir (**merkezcil ivme** de denilir) ve büyüklüğü

$$a_R = \frac{v^2}{r} \qquad \textbf{(5–1)}$$

ile verilir. Hız vektörünün ve de $\vec{\mathbf{a}}_R$ ivmesinin yönü sürekli değişmekte fakat birbirlerine her zaman dik olmaktadırlar.

Bir cismin düzgün olarak bir dairede dönmesini sağlayacak bir kuvvet gerekir, bu kuvvetin yönü dairenin merkezine doğrudur. Bu kuvvet yerçekimi (ayın hareketinde olduğu gibi) veya sicimdeki gerilme veya normal kuvvetin bir bileşeni veya bir başka kuvvet ya da kuvvetlerin bir birleşimi olabilir.

[*Dairesel hareketin hızı sabit değilse, ivmenin radyal ve teğetsel olmak üzere iki bileşeni vardır. Kuvvet te radyal ve teğetsel bileşenlere sahiptir.]

[*Hava ya da su gibi bir akışkan içinde hareket eden bir cisme, bir **geciktirme kuvveti** veya direnç kuvveti etki eder. Direnç kuvveti F_D yaklaşık olarak, genellikle $F_D = -bv$ veya $F_D \propto v^2$ ile verilir, burada v cismin akışkana göre hızıdır.]

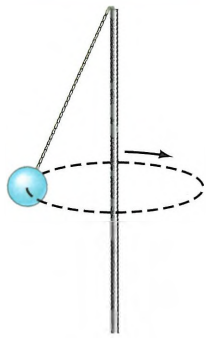
Sorular

1. Ağır bir sandık, bir kamyonun arkasında yerde durmaktadır. Kamyon ivmelendiği zaman sandık bulunduğu yerde kalmakta ve böylece o da ivmelenmektedir. Sandığın ivmelenmesine neden olan kuvvet nedir?
2. Yukarıya doğru bir itme verilen bir blok, bir yokuşu kayarak çıkmaktadır. En yüksek noktaya ulaştıktan sonra tekrar aşağı doğru kaymaktadır ancak inerken sahip olduğu ivme, çıkıştaki ivmesinden daha azdır. Neden?
3. Neden bir kamyonun duruş mesafesi, aynı hızla giden bir treninkinden çok daha azdır?
4. Sürtünme katsayısı 1.0'den büyük olabilir mi?
5. Kros kayakçıları, büyük statik sürtünme katsayılı fakat küçük kinetik sürtünme katsayılı kayağı tercih ederler. Nedenini açıklayınız. (*İpucu:* yokuşu iniş ve çıkışı düşünün)
6. Arabanızın frenine aniden basmanız gerektiğinde, neden tekerlekler kilitlenmezse daha güvenli olur? Kaygan bir yolda araba kullanırken, neden frene yavaşça basmak uygundur?
7. Kuru bir (asfalt) yolda arabayı hızla durdurmaya çalışırsanız, aşağıdaki metodların hangisi arabayı en kısa sürede durdurur? (*a*) frene mümkün olduğunca sert bir şekilde basma, tekerlekleri kilitleyip *kayarak* durma. (*b*) Tekerlekleri kilitlemeden, freni mümkün olduğunca sert bir şekilde sıkıştırma, tekerlekler *yuvarlanarak* durma. Açıklayınız.
8. Arızalanan arabanızı itmeye çalışıyorsunuz. Arabaya 400 N'luk yatay bir kuvvet uygulamanıza rağmen hareket etmiyor, siz de etmiyorsunuz. Hangi kuvvet(ler)in büyüklüğü 400 N olmalı: (*a*) arabanın size uyguladığı kuvvet; (*b*) arabanın yola uyguladığı sürtünme kuvveti; (*c*) yolun size uyguladığı normal kuvvet; (*d*) yolun size uyguladığı sürtünme kuvveti ?
9. Buzlu bir kaldırımda kaymadan yürümek kolay değildir. Yürüyüşünüz bile kuru bir yoldakinden farklı görünür. Buzlu bir yüzeyde farklı olarak ne yapmanız gerekir ve niçin?
10. Bir araba bir virajı 50 km/sa'lik bir sabit hızda dönmektedir. Aynı virajı 70 km/sa'lik hızda alırsa, ivmesinde herhangi bir fark olur mu? Açıklayınız.
11. 60 km/sa'lik sabit hızla keskin bir virajda hareket eden bir arabanın ivmesi, aynı hızla yumuşak bir virajı dönerkenki ivmesi ile aynı olur mu? Açıklayınız.
12. Bir atlıkarıncada, ata binen bir çocuğa etki eden tüm kuvvetleri tanımlayın. Bu kuvvetlerden hangisi çocuğa merkezcil ivmeyi sağlar?
13. Bir çocuk kızakla, Şek.5-28'de gösterildiği gibi küçük bir tepenin zirvesinden uçarak gelmektedir. Çocuğun kızağı yerden ayrılmıyor fakat tepenin zirvesindeyken, çocuk göğsü ile kızak arasındaki normal kuvvetin azaldığını hissediyor. Newton'un ikinci yasasını kullanarak bu azalmayı açıklayınız.



ŞEKİL 5–28
Soru 13.

14. Bazen, suyun elbiselerden, kurutma makinesinin içindeki merkezkaç kuvvetle, dışarı atıldığı söylenmektedir. Bu doğru mudur? Tartışın.
15. Teknik raporlar, santrifuj deneyleri için çoğu zaman sadece dakikadaki döngü sayısını belirtirler. Bu neden yetersizdir?
16. Bir kız çocuğu, ipe bağlı topu başının çevresindeki yatay bir dairede döndürmektedir. Çocuk, bahçenin karşı tarafındaki bir hedefe çarpması için, topu doğru bir zamanda atmak istiyor. İpi ne zaman bırakması gerekir?
17. Tetherball oyunu iple bir direğe bağlı bir top ile oynanan bir oyundur. Şek.5-29'da görüldüğü gibi topa vurulduğu zaman top direğin etrafında dönmektedir. İvmeye neden olan kuvvet nedir ve ivme hangi yöndedir?



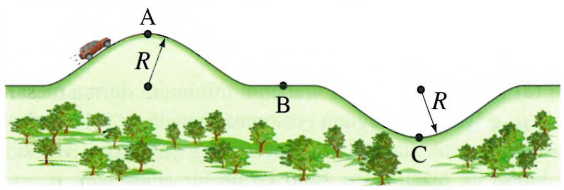
ŞEKİL 5–29
Soru 17.

18. Dış uzayda uzun zaman geçiren astronotlar, ağırlıksızlıktan olumsuz etkilenebilirler. Yerçekimini simüle etmenin bir yolu, uzay gemisinin dönen silindirik kabuk şeklinde olduğu ve astronotların silindirin iç yüzeyinde yürüdükleri bir model düşünmektir (Şek.5-30). Bu modelin yerçekimini nasıl simüle ettiğini açıklayınız. (*a*) cisimlerin nasıl düştüğünü, (*b*) ayaklarımızda hissettiğimiz kuvveti, (*c*) yerçekiminin düşünebildiğiniz diğer etkilerini düşününüz.



ŞEKİL 5–30
Soru 18.

19. Bir su kovası, düşey bir daire üzerinde, hatta dairenin tam tepesinde kova aşağı doğru iken, su dökülmeden döndürülebilir. Açıklayınız.
20. Bir araba, Şek.5-31'de görüldüğü gibi, tepe ve vadilerden geçerken sabit v hızını korumaktadır. Tepe ve vadiler her ikisi de R yarıçaplı kavislere sahipler. Arabaya etki eden normal kuvvet A, B ya da C noktalarından hangisinde (*a*) en büyük (*b*) en küçüktür, açıklayınız. Sürücü kendini nerede (*c*) en ağır (*d*) en hafif hisseder, açıklayınız. (*e*) Araba A noktasında yol ile teması kesilmeden ne kadar hızlı gidebilir?



ŞEKİL 5–31 Soru 20.

21. Bisiklet sürücüleri, neden bir virajı yüksek hızla geçerken yana doğru eğilirler?
22. Uçaklar neden dönerken yana doğru yatarlar? Verilen bir dönme yarıçapı ve havanın hızı için yatış açısını nasıl hesaplardınız? [*İpucu:* kanatlara dik yönde etki eden bir aerodinamik kaldırma kuvveti varsayın.]

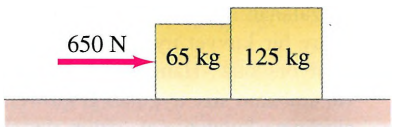
*23. $F = -bv$, formundaki bir direnç kuvveti için b'nin birimi nedir?

24. Bir cisme, bir v ile orantılı diğeri v^2 ile orantılı iki kuvvetin etki ettiğini kabul edin. Yüksek hızda hangi kuvvet baskındır?

Problemler

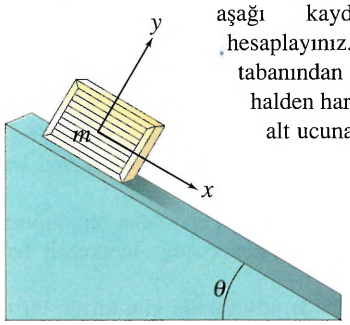
5–1 Sürtünme ve Newton Yasaları

1. (I) 22 kg'lık bir sandık ile döşeme arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.30 ise, sandığı döşeme boyunca sabit hızla hareket ettirmek için ne kadarlık bir yatay kuvvet gerekir? μ_k sıfır ise ne kadarlık yatay kuvvet gerekir?
2. (I) 6.0 kg'lık bir kutuyu yatay bir beton zeminde harekete başlatmak için 35.0 N'luk bir kuvvet gerekmektedir. (*a*) Zemin ile kutu arasındaki statik sürtünme katsayısı ne kadardır? (*b*) 35.0 N'luk kuvvet sürekli etki ederse, kutu 0.60 m/s^2'lik ivmeye sahip olmaktadır. Kinetik sürtünme katsayısı nedir?
3. (I) 0.20g'lik ivmeye sahip olan bir trenin içinde ayakta durduğunuzu varsayın. Kaymamanız için ayağınız ile döşeme arasındaki minimum statik sürtünme katsayısı ne olmalıdır?
4. (I) Normal cadde asfaltı ile sert lastik arasındaki statik sürtünme katsayısı 0.90'dır. Bir arabayı ne kadar dik (maksimum açı) bir yokuşa park edebilirsiniz?
5. (I) Yer ile tekerlekler arasındaki statik sürtünme katsayısı 0.90 ise, araba en fazla ne kadar ivmelenebilir?
6. (II) (*a*) Bir kutu 330 eğimi olan pürüzlü bir eğik düzlemde durmaktadır. Kutu üzerine etki eden tüm kuvvetleri gösteren serbest cisim diyagramını çiziniz. (*b*) Kutu aşağıya doğru kaymış olsaydı, serbest cisim diyagramı nasıl değişirdi? (*c*) Kutu, bir itme verildikten sonra, yukarı doğru kaymış olsaydı serbest cisim diyagramı nasıl değişirdi?
7. (II) 25.0 kg'lık bir kutu 27^0 eğimli bir düzlemden bırakılıyor ve 0.30 m/s^2 'lik ivmeyle aşağı iniyor. Kutunun hareketini engelleyen sürtünme kuvvetini bulunuz. Kinetik sürtünme katsayısı nedir?
8. (II) Bir araba –3.80 m/s^2'lik ivme ile yavaşlayarak düz bir yolda patinaj yapmadan durabilmektedir. Araba 9.3^0 eğimli yolda yukarı doğru hareket etmiş olsaydı yavaşlama ivmesi ne olurdu? Statik sürtünme katsayısının aynı olduğunu varsayın.
9. (II) Bir kayakçı sabit bir hızla 27^0'lik bir yamacı inmektedir. Kinetik sürtünme katsayısı, μ_k hakkında ne diyebilirsiniz? Hızın, hava direnci ihmal edilebilecek kadar küçük olduğunu varsayın.
10. (II) Islak bir sabun parçası 9.0 m uzunluğunda 8.0^0 eğimli bir rampadan aşağı serbestçe kaymaktadır. Aşağıya ulaşması ne kadar zaman alır? $\mu_k = 0.060$ olduğunu varsayın.
11. (II) Bir kutu, döşeme boyunca kaymaktadır. Kinetik sürtünme katsayısı 0.15 ise ve kutuya itme ile 3.5 m/s'lik bir başlangıç hızı verilirse, kutu ne kadar yol alır?
12. (II) (*a*) v hızıyla giden bir arabanın minimum durma mesafesinin $v^2/2\,\mu_s g$ 'ye eşit olduğunu gösteriniz, burada μ_s yol ile tekerlekler arasındaki statik sürtünme katsayısı ve g yerçekimi ivmesidir. (*b*) 95 km/sa'lik hızla giden 1200 kg'lık bir araba için $\mu_s = 0.65$ ise bu mesafe ne kadardır? (*c*) Araba Ay'da hareket etmiş olsaydı (Ay'da yerçekimi ivmesi yaklaşık $g/6$'dır) fakat diğer tüm şeyler aynı kalsaydı ne olurdu?
13. (II) 1280 kg'lık bir araba 350 kg'lık bir karavanı çekmektedir. Araba ivmelenmek için yere 3.6 × 103 N'luk bir yatay kuvvet uygulamaktadır. Araba karavan üzerine ne kadarlık bir kuvvet uygular? Karavan için etkin sürtünme katsayısının 0.15 olduğunu kabul edin.
14. (II) İki araba arasındaki kaza yerini inceleyen bir polis müfettişi, çarpışmadan önce hemen hemen duran arabanın 72 m uzunluğunda kayma izini ölçüyor. Lastik ile asfalt arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.80 civarındadır. Yolun düz olduğunu kabul ederek, arabanın başlangıç hızını tahmin ediniz.
15. (II) Kaygan çatılar üzerindeki kar yığınları, eridikçe tehlikeli olabilirler. 34^0 eğimli bir çatının tepesinde büyük bir kar parçası olduğunu düşünün. (*a*) Karın aşağı kaymadan kalabilmesi için statik sürtünme katsayısının minimum değeri ne olmalıdır? (*b*) Kar erimeye başladığı için statik sürtünme katsayısı azalır ve sonunda kar kayar. Çatının tepesinden ucuna kadar olan mesafenin 6.0 m ve kinetik sürtünme katsayısının 0.20 olduğunu kabul ederek, kar yığınının kayma hızını hesaplayınız. (*c*) Çatının ucunun yerden yüksekliği 10 m ise karın yere çarpma hızını tahmin edin.
16. (II) Küçük bir kutu, pürüzlü düşey bir duvarda tutabilmek için yatayla 28^0'lik açı yapan bir kuvvetle yukarı doğru itiliyor. Kutu ile duvar arasındaki statik ve kinetik sürtünme katsayıları sırasıyla 0.40 ve 0.30'dur. Uygulanan kuvvetin büyüklüğü 23 N olmadıkça kutu kayıyor. Kutunun kütlesi nedir?
17. 65 kg ve 125 kg kütleli iki sandık, yatay bir yüzeyde birbirlerine değecek şekilde duruyorlar (Şek.5-32). 65 kg kütleli sandığa 650 N'luk bir kuvvet uygulanıyor. Kinetik sürtünme katsayısı 0.18 ise, (*a*) sistemin ivmesini; (*b*) sandıkların birbirlerine uyguladıkları kuvveti hesaplayınız. (*c*) sandıkların yer değiştirmesi durumunda aynı hesapları tekrarlayın.



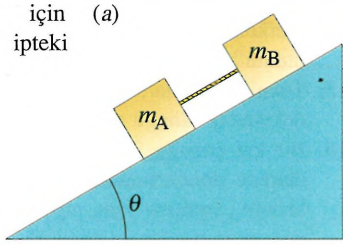
ŞEKİL 5–32
Problem 17.

18. Şek. 5-33'de gösterildiği gibi, bir sandık, yataya göre 25^0 eğimli ve $\mu_k = 0.19$ olan bir düzlemde durmaktadır. (*a*) Sandığın, aşağı kaydığı durumda, ivmesini hesaplayınız. (*b*) Eğer sandık düzlemin tabanından 8.15 m yukarıda durgun halden harekete başlarsa, eğik düzlemin alt ucuna ulaştığında hızı ne olur?



ŞEKİL 5–33
Eğik düzlem üzerindeki sandık. Problem 18 ve 19.

19. (II) Şek.5-33'te gösterilen 25^0'lik eğik düzlemde, sandığa yukarı doğru 3.0 m/s'lik bir başlangıç hızı verilirse, (*a*) Düzlemde ne kadar yol alır? (*b*) Başladığı noktaya dönmesi ne kadar zaman alır? $\mu_k = 0.17$ olduğunu kabul edin.
20. Farklı maddelerden yapılmış ve birbirlerine ince bir ip ile bağlı iki blok, Şek.5-34'de gösterildiği gibi, yatayla θ açısı yapan bir eğik düzlemde aşağı doğru kayıyorlar (B bloğu A'nın yukarısında). Blokların kütleleri m_A ve m_B, kinetik sürtünme katsayıları ise μ_A ve μ_B 'dir. Eğer $m_A = m_B = 5.0\,\text{kg}$ ve $\mu_A = 0.20$ ve $\mu_B = 0.30$ ise $\theta = 32°$ için (*a*) blokların ivmesini ve (*b*) ipteki gerilim kuvvetini bulunuz.

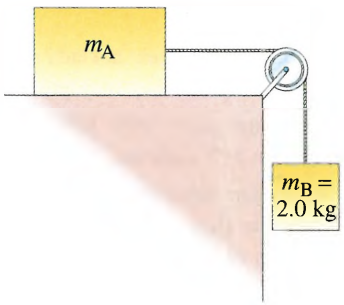


ŞEKİL 5–34
Problem 20 ve 21.

21. (II) Şek.5-34'te gösterilen, iple bağlı ve eğik düzlemde kayan iki blok için (Problem 20'ye bakınız), (*a*) $\mu_A < \mu_B$ ve (*b*) $\mu_A > \mu_B$ ise hareketi tanımlayın. (*c*) Her bir bloğun ivmesi ve ipteki F_T gerilim kuvveti için m_A, m_B ve θ cinsinden birer formül bulun ve sonuçlarınızı, (*a*) ve (*b*)' ye verdiğiniz cevaplar ışığında yorumlayın.

22. (II) Bir kamyon kasasında ağır bir sandık taşıyor. Sandık ile kamyon kasası arasındaki statik sürtünme katsayısı 0.75'tir. Sandığın kamyon kabinine doğru kaymadan olduğu yerde kalabileceği maksimum yavaşlama ivmesi nedir?

23. (II) Şek.5-35'deki m_A kütlesi ile masa arasındaki statik sürtünme katsayısı 0.40, kinetik sürtünme katsayısı 0.30'dur. Sistemin harekete geçmemesi için m_A'nın minimum değeri ne olmalıdır? (*b*) m_A'nın hangi değer(ler)inde sistem sabit hızla hareket eder.

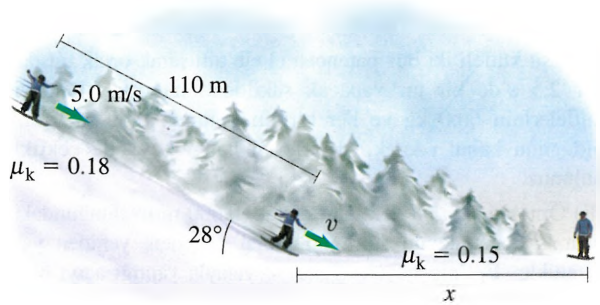


ŞEKİL 5–35 Problem 23 ve 24.

24. (II) Şek.5-35'te gösterilen sistemin ivmesini m_A, m_B ve ipin kütlesi m_C cinsinden veren bir formül türetin. Gerekli diğer değişkenleri tanımlayın.

25. (II) m kütleli küçük bir blok bir v_0 ilk hızıyla yatayla θ açısı yapan bir yokuşu çıkmaktadır. d kadar mesafeyi gittikten sonra duruyor. (*a*) Blok ile yokuş arsındaki kinetik sürtünme katsayısı için bir formül türetin. (*b*) Statik sürtünme katsayısı hakkında ne diyebilirsiniz?

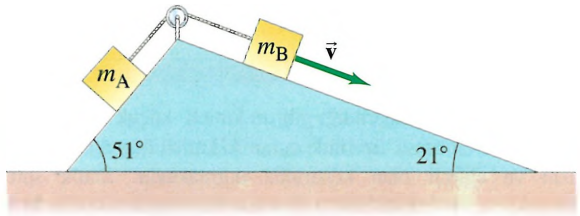
26. (II) 75 kg kütleli bir kayakçı 28^0'lik bir yokuşun tepesinde 5 m/s'lik bir ilk hıza sahiptir (Şek.5-36). 110 m uzunluğundaki yokuşu (kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0.18$), aşağı doğru kaydıktan sonra v hızına ulaşıyor. Kayakçı daha sonra düz bir yüzeyde ($\mu_k = 0.15$) kayıyor ve x kadar mesafe gittikten sonra duruyor. Newton'un ikinci yasasını kullanarak kayakçının ivmesini, kayakçı yokuşta ve düz yüzeyde iken bulunuz. Daha sonra x'i belirlemek için bu ivmeleri kullanınız.



ŞEKİL 5–36 Problem 26.

27. (II) m kütleli bir paket, hızı $v = 1.5$ m/s olan yatay bir taşıma bandına düşey olarak bırakılıyor. Paket ile bant arsındaki kinetik sürtünme katsayısı, $\mu_k = 0.70$ 'dir. Paket bant üzerinde (banda göre hareketsiz oluncaya kadar) ne kadar süre kayar ? (*b*) Bu sürede ne kadar yol alır?

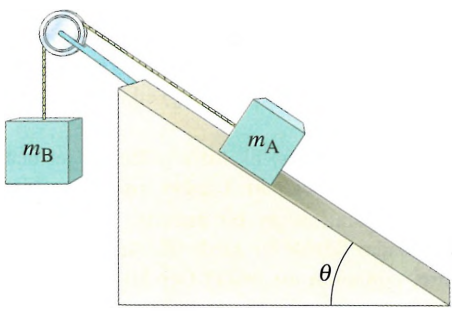
28. (II) $m_A = 2.0$ kg ve $m_B = 5.0$ kg'lık iki kütle Şek.5-37'de gösterildiği gibi birbirlerine iple bağlı olarak eğik düzlemler üzerinde bulunuyorlar. Her bir kütle ile eğik düzlemler arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0.30$ 'dur. m_A yukarı, m_B aşağı doğru hareket ediyorsa ivmeleri nedir?



ŞEKİL 5–37 Problem 28.

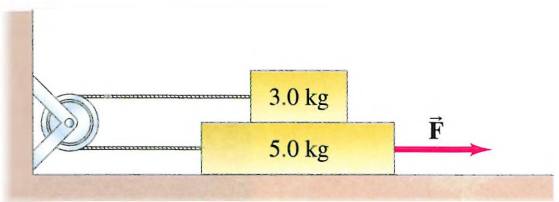
29. Bir çocuk 34^0'lik bir kaydıraktan kayıyor. Aşağıya indiğindeki hızı kaydırak sürtünmesiz olsaydı sahip olacağı hızın tam yarısı kadar oluyor. Kaydırak ile çocuk arasındaki kinetik sürtünme katsayısını hesaplayın.

30. (II) (*a*) Şek.5-38'deki m_A ile düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısının $\mu_k = 0.15$ ve $m_A = m_B = 2.7$ kg olduğunu varsayın. m_B aşağı doğru hareket ederken, $\theta = 34°$ için m_A ve m_B 'nin ivmesini hesaplayın. (*b*) Sistemi ivmelendirmeyecek en küçük μ_k değeri nedir?



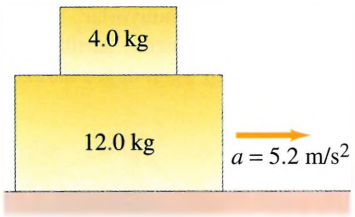
ŞEKİL 5–38 Problem 30.

31. (III) A 3.0 kg'lık bir blok yatay bir yüzey üzerindeki 5.0 kg'lık bloğun üstünde duruyor. Şek. 5-39'da gösterildiği gibi, 5.0 kg'lık kütle sağa doğru bir $\vec{F}$ kuvveti ile çekiliyor. Bütün yüzeyler arasındaki statik sürtünme katsayısı 0.60 ve kinetik sürtünme katsayısı 0.40'tır. İki bloğu hareket ettirecek F kuvvetinin minimum değeri nedir? (*b*) Eğer kuvvet sizin cevabınızdan % 10 daha büyükse her bloğun ivmesi ne olur?



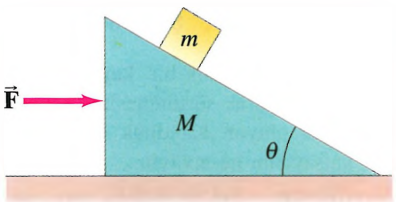
ŞEKİL 5–39 Problem 31.

32. (III) 4.0 kg'lık bir blok, yatay bir masada 5 m/s^2'lik ivme ile hızlanan 12 kg'lık bir blok üzerinde bulunuyor (Şek.5-40). $\mu_k = \mu_s = \mu$ olsun. (*a*) 4 kg'lık bloğun kaymaması için bloklar arasındaki minimum sürtünme katsayısı ne olmadır? (*b*) μ bu mimimum değerin yarısı kadar olursa, 4 kg'lık bloğun masaya göre ivmesi ne olur? (*c*) 12 kg'lık bloğa göre, ivmesi ne olur? Masayı sürtünmesiz kabul ederek (*a*) ve (*b*)'de 12 kg'lık kütleye ne kadar kuvvet uygulanmalıdır?



ŞEKİL 5–40
Problem 32.

33. (III) Şek.5-41'de gösterildiği gibi m kütleli küçük bir blok, sürtünmesiz yatay bir masa üzerinde duran M kütleli üçgen bir bloğun, pürüzlü ve eğimli olan kenarında durmaktadır. Statik sürtünme katsayısı μ, ise, küçük blok, m'nin harekete başlaması için M'ye uygulanacak minimum yatay F kuvvetini hesaplayınız.



ŞEKİL 5–41
Problem 33.

5–2 - 5–4 Düzgün Dairesel Hareket

34. (I) Lastikler ile yol arasındaki sürtünme katsayısı 0.65 ise, 1200 kg'lık bir arabanın düz bir yolda 80 m yarıçaplı bir dönüş yapabileceği maksimum sürat nedir? Bu sonuç arabanın kütlesinden bağımsız mıdır?

35. (I) Bir çocuk 1.30 m/s'lik hızla hareket eden bir atlıkarıncanın merkezinden 1.20 m uzakta oturmaktadır. (*a*) Çocuğun merkezcil ivmesini (*b*) Çocuğa (kütlesi 22.5 kg) etki eden net yatay kuvveti hesaplayın.

36. (I) 1890 km/sa (525 m/s)'lik hızla giden bir jet uçağı 4.80 km yarıçaplı bir yay çizmektedir. Uçağın ivmesi, g cinsinden, nedir?

37. (II) Bir su kovasını, düşey bir dairede, suyun dökülmemesini sağlayacak kadar büyük bir hızda döndürmek mümkün müdür? Mümkünse, minimum hız nedir? Gerekli bütün nicelikleri belirtiniz.

38. (II) Bir santrifüjün, dönme ekseninden 8.00 cm uzaktaki bir parçacığın 125.00g'lik bir ivmeye sahip olması için hangi hızla dönmelidir.

39. (II) Otoyol virajlarına önerilen hız değerleri konulmuştur. Bu hız, yağmurlu bir havada güvenli bir değer ise, 50 km/sa hız değeri önerilen bir virajın yarıçapını bulun (Tablo 5-1'i kullanın).

40. (II) Şek. 5-42'deki gibi bir hız treninde, dairenin tepesindeki yolcuların baş aşağı durumda iken düşmemeleri için, minimum hız ne olmalıdır? Dairenin yarıçapının 7.6 m olduğunu varsayın.



ŞEKİL 5–42
Problem 40.

41. (II) Bir spor araba, eğrilik yarıçapı 95 m olan bir vadinin dibinden geçmektedir. En dipte iken sürücü üzerine etki eden normal kuvvet, kendi ağırlığının iki katı kadardır. Araba hangi hızla gitmektedir?

42. (II) Bir arabanın 85 m yarıçaplı düz bir virajı 95 km/sa'lik hızla alabilmesi için yol ile tekerlekler arasındaki statik sürtünme katsayısı ne kadar olmalıdır?

43. (II) Dünya yüzeyinden 400 km uzaklıkta bir dairesel yörüngedeki uzay taşıtı, dünyanın çevresinde her 90 dakikada bir devir yapmaktadır. Uzay aracının yörüngesindeki merkezcil ivmesini bulun. Yanıtı Dünya yüzeyindeki yerçekimi ivmesi, g cinsinden ifade ediniz.

44. II) 2.00 kg kütleli bir kova, 1.10 m yarıçaplı düşey bir dairede dönmektedir. Hareketinin en alçak noktasında kovayı taşıyan ipteki gerilme kuvveti 25.0 N'dur. (*a*) Kovanın hızını bulun. (*b*) Dairenin tepesinde ipin gevşememesi için, kova hangi hızla hareket etmelidir?

45. (II) Bir dönme dolap, en yüksek noktada yolcuların ağırlıksız hissedebilmeleri için dakikada kaç tur yapmalıdır?

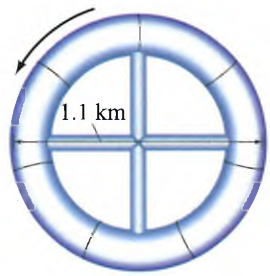
46. (II) Merkezcil ivme için $a_R = v^2/r$ formülünü elde etmek için boyut analizini (Kısım 1-7) kullanın.

47. (II) Bir jet pilotu uçağını düşey bir halkada kullanmaktadır (Şek. 5-43). Jet halkanın en alçak noktasında 1200 km /sa'lik hızla hareket ediyorsa, (*a*) en alçak noktada merkezcil ivmenin 6.0 g'den büyük olmadığı minumum yarıçapı bulunuz. Kütlesi 78 kg olan pilotun etkin ağırlığını (koltuğun pilotu ittiği kuvvet) (*b*) dairenin altında (*c*) dairenin üstünde hesaplayın (hızın aynı olduğunu varsayın).



ŞEKİL 5–43
Problem 47.

48. (II) Bir uzay istasyonunun merkezi etrafında dönen dairesel bir tüp (boru şeklindeki bisiklet direksiyonu gibi) şeklinde olması tavsiye edilir (Şek.5-44). Dairesel tüpün yarıçapı 1.1 km civarındadır. Yer yüzeyindeki yerçekimine (1.0g) eşit bir etki hissedilebilmesi için uzay istasyonu hangi hızla (bir günde yaptığı tur sayısı) dönmelidir.



ŞEKİL 5–44
Problem 48.

49. (II) Eşit kütleli iki buz patencisi el ele tutuşarak ortak bir dairede her 2.5 s'de bir tur yapacak şekilde dönüyorlar. Patencilerin kütlelerinin 60.0 kg ve her birinin kolunun 0.80 m uzunlukta olduğunu kabul ederek, birbirlerini hangi kuvvetle çektiklerini bulunuz.

50. (II) Örnek 5-11'i bu defa tam olarak, 0.600 m uzunluğundaki ipin ucunda dönen topun ağırlığını ihmal etmeden, yeniden yapınız. Özellikle $\vec{F}_T$ 'nin büyüklüğünü ve yatayla yaptığı açıyı bulunuz. [İpucu: $\vec{F}_T$'nin yatay bileşeni ma_R'ye eşittir. Düşey yönde hareket olmadığı için $\vec{F}_T$'nin düşey bileşeni için ne diyebilirsiniz?]

51. (II) Değişen hızla dönen bir tablanın ekseninden 12.0 cm uzağa bir bozuk para konulmuştur. Döner tablanın hızı yavaş yavaş artarsa para hareketsiz kalmakta, hız 35.0 dds (dakikadaki dönme sayısı)'e ulaştığında para kaymaktadır. Para ile döner tabla arasındaki statik sürtünme katsayısı nedir?

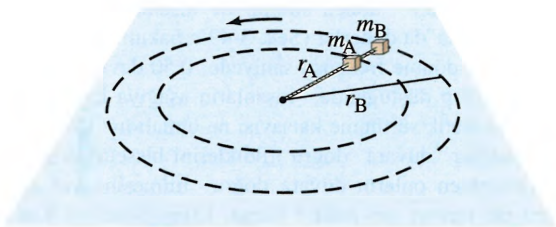
52. (II) Yeni yolların tasarımı, düz ve geniş ancak aniden 22^0'lik dik tümseklerin çıkması şeklindedir. 95 km/sa'lik hızla giden bir arabanın yoldan ayrılmadan bu tümseği geçebileceği minimum yarıçapı ne olmalıdır (Şek. 5-45)?



ŞEKİL 5–45
Problem 52.

53. (II) 975 kg'lık (sürücü ile birlikte) bir araba 12 m/s'lik hızla, yarıçapı 88.0 m olan bir tepenin üstünden geçmektedir. (*a*) Yolun arabaya uyguladığı kuvveti; (*b*) arabanın 72.0 kg kütleli sürücüye uyguladığı normal kuvveti; (*c*) sürücüye etki eden normal kuvvetin sıfır olduğu araba hızını bulunuz

54. (II) m_A ve m_B kütleli iki blok Şek.5-46'da gösterildiği gibi, iplerle birbirlerine ve merkezi bir desteğe bağlanmışlardır. Sürtünmesiz yatay bir yüzeyde, desteğin etrafında destekten r_A ve r_B uzaklıklarında bir f (saniyedeki devir sayısı) frekansıyla dönüyorlar. Kütlesiz kabul edilen iplerin her bir parçasındaki gerilim için cebirsel bir bağıntı türetin.



ŞEKİL 5–46 Problem 54.

55. (II) Tarzan bir dala bağlı iple sallanarak bir boğazı geçmeyi planlıyor (Şek. 5-47). Kolları ipe 1350 N'luk kuvvet uygulayacak kapasitede ise en alçak noktada dayanabildiği maksimum hız nedir? Tarzanın kütlesi 78 kg ve dalın boyu 5.2 m'dir.



ŞEKİL 5–47
Problem 55.

56. (II) Bir pilot, 310 m/s hızla giderken düşey olarak dalarak kaçamak bir manevra yapıyor. Eğer kendinden geçmeden 9.0 g'lik bir ivmeye dayanabiliyorsa, denize düşmemesi için, hangi yükseklikte, dalıştan çıkmaya başlaması gerekir?

57. (III) xy düzleminde hareket eden bir parçacığın konumu $\vec{\mathbf{r}} = 2.0\cos(3.0\,\text{rad/s}\,t)\,\hat{\mathbf{i}} + 2.0\sin(3.0\,\text{rad/s}\,t)\,\hat{\mathbf{j}}$ ile verilmektedir. Burada r metre, t ise saniye birimindedir. (*a*) Bunun, merkezi orijinde olan 2.0 m yarıçaplı bir dairesel hareketi temsil ettiğini gösterin. (*b*) Hız ve ivme vektörlerini zamanın fonksiyonu olarak bulun. (*c*) Sürati ve ivmenin büyüklüğünü bulun. (*d*) $a = v^2/r$ olduğunu gösterin. (e) İvme vektörünün her zaman dairenin merkezine doğru olduğunu gösterin.

58. (III) 85 m yarıçaplı bir viraja, 65 km/sa'lik hızla giden arabalara uygun olan bir eğim verilmiş ise, 95 km/sa'lik hızla giden bir arabanın kaymaması için statik sürtünme katsayısı ne olmalıdır?

59. (III) 68 m yarıçaplı bir viraja, 85 km/sa'lik bir tasarım hızına uygun olan bir eğim verilmiştir. Eğer statik sürtünme katsayısı (ıslak asfalt için) 0.30 ise, araba hangi hız aralığında virajı emniyetli bir şekilde alır? [*İpucu*: araba çok hızlı ya da çok yavaş gittiği zamanlarda, sürtünme kuvvetinin yönünü düşünün.

*5–5 Düzgün Olmayan Dairesel Hareket

*60. (II) Bir parçacık durgun halden harekete başlıyor ve xy düzleminde düzgün olarak artan bir hızla saat yönünde dönüyor. Dairenin merkezi, xy koordinat sisteminin orijininde bulunuyor. t = 0'da parçacık x = 0.0, y = 2.0 m'dedir. t = 2.0 s'de bir çeyreklik bir dönme yapmış olup x = 2.0 m, y = 0.0 noktasındadır. (*a*) t = 2.0 s'deki hızını (*b*) bu zaman aralığındaki ortalama hız vektörünü ve (*c*) ivme vektörünü bulunuz.

*61. (II) Problem 60'ta teğetsel ivmeyi sabit kabul ederek (*a*) t = 0 (*b*) t = 1.0 s, (*c*) t = 2.0 s'de anlık ivmenin bileşenlerini hesaplayın.

*62. (II) Bir cisim 22 m yarıçaplı bir dairede $v = 3.6 + 1.5t^2$ ile verilen bir hızla hareket etmektedir. Burada v saniye başına metre ve t saniyedir. t = 3.0 s'de (*a*) teğetsel ivmeyi ve (*b*) radyal ivmeyi bulun.

*63. (III) Bir parçacık 3.80 m yarıçaplı bir dairede dönmektedir. Herhangi bir andaki ivmesi 1.15 m/s^2 olup hareket yönüyle 38^0'lik açı yapmaktadır. Teğetsel ivmeyi sabit kabul ederek, Parçacığın (*a*) bu andaki ve (*b*) 2.0 s sonraki hızını bulunuz.

*64. (III) m kütleli bir cisim r yarıçaplı bir dairede harekete zorlanıyor. Cismin teğetsel ivmesi zamanın fonksiyonu olarak, $a_{teğ} = b + ct^2$, ile veriliyor. Burada b ve c birer sabittir. t = 0 'da $v = v_0$ ise herhangi bir anda ($t > 0$) cisme etki eden kuvvetin teğetsel ve radyal bileşenleri, $F_{teğ}$ ve F_R'yi bulun.

*5–6 Hıza Bağlı Kuvvetler

*65. (I) Örnek 5-17'deki zaman sabiti τ'nun $\tau = m/b$ mi yoksa $\tau = b/m$ mi olduğunu belirlemek için boyut analizini (Kısım 1-7) kullanınız.

*66. (II) 3×10^{-5} kg'lık bir yağmur damlasının son hızı 9 m/s civarındadır. $F_D = -bv$, ile verilen direnç kuvvetinin olduğunu kabul ederek, (*a*) b sabitinin değerini ve (*b*) durgun halden harekete geçen böyle bir damla için son hızının %63'üne erişmesi için geçen süreyi bulun.

*67. (II) Düşey yönde hareket eden bir cisim t = 0 'da $\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_0$ hızına sahiptir. Cisme, çekim kuvvetinin yanı sıra $F = -bv$ gibi bir direnç kuvvetinin etkidiğini varsayarak, (*a*) $\vec{\mathbf{v}}_0$'ın aşağı doğru, (*b*) $\vec{\mathbf{v}}_0$'ın yukarı doğru olması durumunda, cismin hızı için, zamanın bir fonksiyonu olarak bir formül türetin.

*68. (III) Araba, uçak ve paraşütçü gibi hava ortamında hareket eden büyük cisimler üzerindeki direnç kuvvetleri yaklaşık $F_D = -bv^2$ formundadır. (*a*) v'ye bu formdaki bir kuadratik bağımlılık için, düşey olarak düşen bir cismin limit hızı, v_T'yi veren bir formül türetin. (*b*) 75 kg'lık bir paraşütçü 60 m/s'lik bir son hıza sahiptir, b sabitinin değerini bulun (*c*) $F_D \propto v^2$ durumu için Şek.5-27'deki gibi bir eğri çiziniz. Aynı limit hız için bu eğri Şek. 5-27'deki eğrinin altında mı yoksa üstünde mi olurdu? Nedenini açıklayın.

*69. (III) Bir bisiklet sürücüsü 95 km/sa'lik sabit bir hızla 7.0°'lik bir yokuşu aşağı doğru (pedal çevirmeden) inmektedir. Eğer direnç kuvveti, $F_D = -cv^2$, gibi, v hızının karesiyle orantılı ise (*a*) c sabitinin değerini; (*b*) yokuşu 25 km/sa'lik bir ortalama hız ile inmesi için uygulanması gereken ortalama kuvveti hesaplayın. Bisiklet sürücüsü ve bisikletin toplam kütlesi 80.0 kg'dır. Diğer sürtünmeleri ihmal ediniz.

*70. (I) Bir bisiklet ve sürücüsüne iki geciktirici kuvvet etki etmektedir: F_{D1} yuvarlanmadan kaynaklanan direnç olup esasen hızdan bağımsızdır ve F_{D2} ise hava direnci olup v^2 ile orantılıdır. Sürücüsü ile birlikte toplam kütlesi 78 kg olan, özel bir bisiklet için $F_{D1} \approx 4.0\,\text{N}$ ve 2.2 m/s'lik hız için $F_{D2} \approx 1.0\,\text{N}$ 'dur. (*a*) Toplam direnç kuvvetinin $F_D = 4.0 + 0.21v^2$ olduğunu gösterin. Burada v m/s, F_D ise N biriminde olup harekete karşı koyan kuvvettir. (*b*) Bisiklet ve sürücüsünün hangi eğim açısında 8.0 m/s'lik bir sabit hızla aşağıya ineceğini bulun.

*71. (III) $t = 0$ 'da durgun halden harekete geçen ve Örnek 5-17'de olduğu gibi, $F = -bv$ direnç kuvvetinin etkisi altında düşen bir cismin konumunu ve ivmesini zamanın fonksiyonu olarak veren bir formül türetin.

*72. (III) m kütleli bir blok, hızın kare kökü ile orantılı

$$F_D = -bv^{\frac{1}{2}}$$

bir direnç kuvvetine neden olan kalın bir yağ ile yağlanmış yatay bir yüzeyde kaymaktadır. $t = 0$ 'da $v = v_0$ ise v ve x'i zamanın fonksiyonu olarak bulun.

*73. (III) 72. problemdeki bloğun gidebileceği maksimum mesafenin $2m\,v_0^{3/2}/3b$ olduğunu gösteriniz.

*74. (III) Bir havuzda aşağı doğru dalıyorsunuz. Kütleniz 75 kg ve suya çarpma hızınız 5.0 m/s'dir. $F_D = -(1.00 \times 10^4\,\text{kg/s})\,v$, formunda bir direnç kuvveti varsayın. Asıl hızınızın %2'sine ulaşıncaya kadar ne kadar zaman geçer? (Kaldırma kuvvetinin etkisini ihmal edin)

*75. (III) 2.4 m/s hızla giden bir deniz motorunun motoru, $t = 0$'da kapatılıyor. Eğer 3.0 s sonra ilk hızının yarısına ulaşıyorsa, duruncaya kadar ne kadar yol gider? Suyun direnç kuvvetinin v ile orantılı olduğunu kabul edin.

Genel Problemler

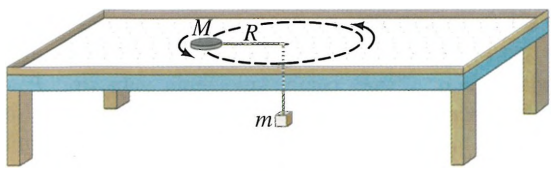
76. Arabanın yatay ön paneli üzerindeki kahve fincanı, araba 45 km/sa'lik hızla giderken, yavaşlayarak, 3.5 s ya da daha az sürede durduğu zaman ileri doğru kayıyor, fakat araba daha uzun sürede durursa kaymıyor. Fincan ile ön panel arasındaki statik sürtünme katsayısı nedir? Yol ve arabanın ön panelinin düz (yatay) olduğunu varsayın.

77. 2.0 kg'lık bir çatal-bıçak çekmecesi kolayca çekilmiyor. Artan kuvvetle azar azar çekildiğinde uygulanan kuvvet 9.0 N'a ulaşınca çekmece, tüm içindekileri yere saçarak, aniden açılıyor. Çekmece ile dolap arasındaki statik sürtünme katsayısı nedir?

78. Lunaparktaki bir hız treni en dik tepenin üstüne 6 km/sa'lik hızla ulaşıyor. Daha sonra, 45.0 m uzunluğunda ve ortalama 450'lik açıda olan tepeden iniyor. En alt noktaya ulaştığında hız ne olur? $\mu_k = 0.12$ varsayın.

79. 18.0 kg'lık bir kutu 37.0°'lik bir eğik düzlemden bırakılıyor ve 0.220 m/s²'lik ivmeyle aşağı doğru iniyor. Harekete karşı koyan sürtünme kuvvetini bulun. Sürtünme katsayısı ne kadardır?

80. Şek.5-48'de görüldüğü gibi, M kütleli yassı bir buz hokeyi topu, sürtünmesiz hokey masasının üstünde, bir daire üzerinde dönmektedir. Top, masanın ortasındaki bir delikten sarkan m kütlesine hafif bir iple bağlanarak bu yörüngede tutulmaktadır. Topun hızının $v = \sqrt{mgR/M}$ ile verileceğini gösteriniz.



ŞEKİL 5–48 Problem 80.

81. Bir motorsikletli, motoru çalıştırmadan, 20.0 m/s'lik sabit hızla gezinirken, kinetik sürtünme katsayısı 0.70 olan bir kumlu alana giriyor. Kum 15 m sonra bittiğine göre, sürücü motoru çalıştırmasına gerek kalmadan kumlu alandan çıkar mı? Eğer çıkarsa, çıkış sürati ne olur?

82. Bir karnavaldaki "dönen silindir"de insanlar silindirik duvarlı düşey bir "oda"da dönerler (Şek. 5-49'a bakınız). Odanın yarıçapı 5.5 m ve dönme frekansı, saniyede 0.50 devir ise, taban duvardan ayrılıp düştüğünde, insanların aşağıya kaymaması için, minimum statik sürtünme katsayısı ne olmalıdır? Dönen silindirdeki insanlar "duvara doğru itildiklerini hissettiklerini" söylerler. Gerçekten onların duvara doğru itilmesine yol açan dışa doğru bir kuvvet var mıdır? Varsa, kaynağı nedir? Yoksa, durumlarının uygun bir betimlemesi nasıldır (bulantıdan başka)? [*İpucu*: Adamın serbest cisim diyagramını çizin]



ŞEKİL 5–49 Problem 82.

83. Astronot ve savaşçı jet pilotlarının eğitimi için, pilot adaylarının 11.0 m yarıçaplı yatay bir dairede dönmelerini sağlayacak bir alet dizayn edilmiştir. Eğer pilot üzerindeki kuvvet, ağırlığının 7.45 katı ise, hangi hızda dönüyordur? Yanıtı hem m/s hem de dev/s olarak veriniz.

84. 1250 kg'lık bir araba 14^0 eğimli ve 72 m yarıçaplı bir virajı dönmektedir. Araba 85 km/sa'lik hızla giderse, sürtünme kuvveti gerekir mi? Eğer gerekirse ne kadar ve hangi yönde olmalıdır?

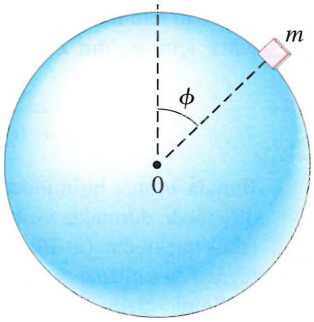
85. Duran bir arabanın hızı, 450 m yarıçaplı bir virajda, 9.0 s'de 27 m/s'ye çıkarılırsa, araba üzerine etki eden net kuvvetin (yerin uyguladığı) merkezcil ve teğetsel bileşenlerini hesaplayınız. Arabanın kütlesi 1150 kg'dır.

86. 70.0 kg'lık bir dağcı, Şek. 5-50'de görüldüğü gibi, sırtına ve ayakkabılarına uygulanan sürtünme kuvvetleri ile desteklenmektedir. Dağcının ayakkabıları ve sırtı ile duvar arasındaki statik sürtünme katsayıları sırasıyla 0.80 ve 0.60'dır. Dağcının uygulaması gereken minimum normal kuvvet ne kadardır? Duvarların dik ve statik sürtünme kuvvetlerinin her ikisinin de maksimum olduğunu kabul edin. Dağcının ipe yüklenmesini ihmal edin.



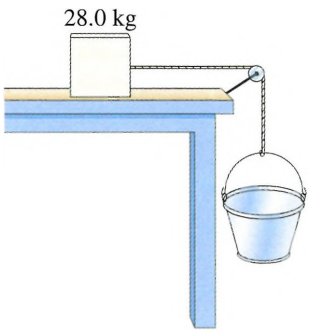
ŞEKİL 5–50
Problem 86.

87. Küçük bir m kütlesi bir küre yüzeyinde bulunmaktadır. Statik sürtünme katsayısı 0.70 ise hangi ϕ açısında kütle kaymaya başlar?



ŞEKİL 5–51
Problem 87.

88. 28 kg'lık bir blok sürtünmesiz bir makaradan geçen bir iple 2 kg'lık boş bir kovaya bağlanmıştır (Şek.5-52). Masa ile blok arasındaki statik sürtünme katsayısı 0.45 ve kinetik sürtünme katsayısı 0.35'tir. Sistem harekete başlayıncaya kadar kovaya azar azar kum konulmaktadır. (*a*) Kovaya konulan kumun kütlesi nedir? (*b*) Sistemin ivmesini hesaplayınız.



ŞEKİL 5–52
Problem 88.

89. Bir araba 95 km/sa'lik hızla kaygan bir yolda aşağı doğru gitmektedir. Kaymadan durabileceği minimum mesafe 60 m'dir. Arabanın aynı hızla buzlu bir yüzeyde kaymadan alabileceği en keskin viraj nedir?

90. Kol saatinizin 1.5 cm uzunluğundaki saniye ibresinin ucunun sahip olduğu ivme ne kadardır?

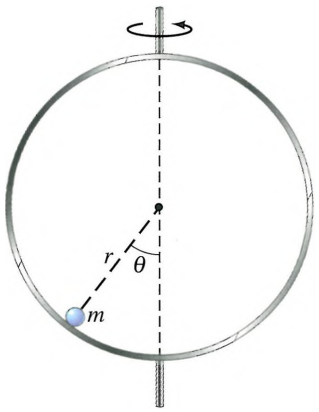
91. 480 km/sa'lik hızla giden bir uçağın gidiş yönünü tersine çevirmesi gerekmektedir. Pilot bunu yapmak için, kanatlara 38^0'lik eğim vermeye karar verir. (*a*) Yön değiştirme için gerekli zamanı bulun. (*b*) Dönüş sırasında yolcuların maruz kalacağı ek kuvveti betimleyin. [*İpucu*: Düz kanatlara düşey yönde etki eden aerodinamik bir "kaldırma" kuvvetinin olduğunu varsayın. Şek. 5-53'e bakınız.]



ŞEKİL 5–53
Problem 91.

92. Yeni otoyollarda, R yarıçaplı ve eğimli virajlar, v_0 hızıyla hareket eden bir arabanın parlak buzda (sıfır sürtünme) güvenli olarak dönebileceği şekilde dizayn edilmektedirler. Araba çok yavaş hareket ederse dairenin merkezine doğru, çok hızlı hareket ederse de, dairenin merkezinden dışa doğru kayacaktır. Eğer statik sürtünme katsayısı artarsa, bir arabanın, bir v_{min} değerinden bir v_{maks} değerine kadar olan bir hız aralığında yolda kalması mümkün olacaktır. v_{min} ve v_{maks} için, μ_s, v_0, ve R'nin bir fonksiyonu olan formülleri türetin.

93. m kütleli küçük bir boncuk, düşey eksen etrafında f frekansıyla döne, r yarıçaplı düşey bir halkanın içinde sürtünme olmadan kaymaktadır (Şek. 5-54). (a) Boncuğun dengede olduğu, - yani halka boyunca ne yukarı ne de aşağı hareket etme eğiliminin olmadığı θ açısını bulun. (*b*) f = 2.00 dev/s ve r = 22.0 cm, ise θ nedir? (*c*) Boncuk dairenin merkezinin bulunduğu yüksekliğe (θ= 90^0) çıkabilir mi? Açıklayınız.



ŞEKİL 5–54
Problem 93.

94. Dünya tam olarak eylemsiz bir çerçeve değildir. Ölçümlerimizi, genellikle Dünya'yı eylemsiz bir referans çerçevesi kabul ederek, Dünya'ya göre sabit bir referans çerçevesinde yaparız. Ancak Dünya döndüğü için bu varsayım çok geçerli değildir. Ekvatordaki bir cismin, Dünya'nın günlük dönmesinden kaynaklanan ivmesini hesaplayıp, kütle çekimi ivmesi g = 9.80 m/s^2 ile kıyaslayarak, bu varsayımın 1000'de 3'lük bir hataya sebep olduğunu gösterin.

95. Balık tutarken canınız sıkılıp kurşun ağırlıklı olta ipinin 0.45 m'lik kısmını, size göre aşağıdaki bir daire etrafında sallamaya başlıyorsunuz. Ağırlık her 0.50 s'de tam bir devir yapmaktadır. Olta ipinin düşeyle yaptığı açı nedir? [*İpucu*: Şek. 5-20'ye bakın]

96. Bir trenin 160 km/sa (yaklaşık 100 mil/sa)'lik bir hızla 570 m yarıçaplı bir virajı döndüğünü düşünün. (*a*) Demiryoluna bir eğim verilmemiş, dolayısıyla tren yana yatmıyorsa, 75 kg'lık yolcu için gerekli sürtünme kuvvetini hesaplayınız. (*b*) Tren virajın merkezine doğru 8.0^0 eğilirse, trendeki yolcu üzerindeki sürtünme kuvvetini hesaplayınız.

97. Bir araba, yüksekliği her 4m de 1m değişen bir tepeden inmeye başlıyor. 55 m yol alıp aşağıya ulaştığında, hızı ne kadardır? (*a*) Sürtünmeyi ihmal edin. (*b*) Etkin sürtünme katsayısının 0.10 olduğunu kabul edin.

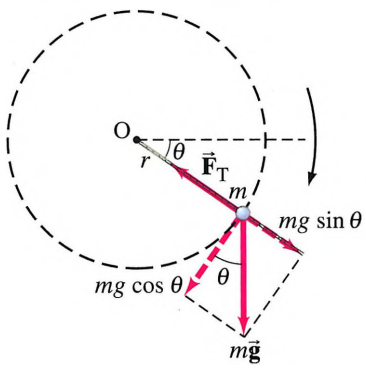
98. Bir koninin kenarları düşeyle ϕ açısı yapmaktadır. Koninin içerisine küçük bir m kütlesi konulmuş olup, koni baş aşağı durumda simetri ekseni etrafında f frekansı (saniyedeki dönme sayısı) ile dönmektedir. Statik sürtünme katsayısı μ_s ise, kütle koni içinde hangi konumda kaymadan durur? (Eksenden minimum ve maksimum r uzaklığını verin)

99. 72 kg'lık bir su kayakçısı düz ("cam gibi") bir gölde, bir bot tarafından ivmelendirilmektedir. Kayak ile su yüzeyi arasındaki kinetik sürtünme katsayısı, $\mu_k = 0.25$'tir (Şek. 5-55). (*a*) Eğer botun arkasında kayakçıyı çeken ip, kayakçıya $F_T = 240$ N büyüklüğünde yatay bir gerilim kuvveti uygularsa ($\theta = 0°$); kayakçının ivmesi ne olur? (*b*) Kayakçıyı çeken ip, kayakçıya $F_T = 240$ N'luk kuvveti yukarı doğru 12^0'lik açıda uygularsa, kayakçının yatay ivmesi ne olur? (*c*) Kayakçının (*b*)'deki ivmesinin neden (*a*)'daki ivmesinden büyük olduğunu açıklayın.



ŞEKİL 5–55 Problem 99.

100. $r = 0.80$ m uzunluğunda ince bir telin ucundaki, $m = 1.0$ kg kütleli bir top Şek. 5-56'da görüldüğü gibi O noktasının etrafında düşey bir dairede dönmektedir. Onu gözlediğimiz süre boyunca, top üzerine sadece yerçekimi ve teldeki gerilim kuvveti etkimektedir. Hareket daireseldir fakat yerçekiminden dolayı düzgün dairesel değildir. Topun hızı alçaldıkça artar fakat dairenin öbür tarafında, yükseldikçe azalır. Telin yatayla $\theta = 30°$ açı yaptığı anda topun hızı 6.0 m/s'dir. Bu noktadaki teğetsel ivme ile radyal ivmeyi ve teldeki gerilim F_T'yi bulun. θ'nın, şekilde gösterildiği gibi, aşağı doğru arttığını kabul edin.



ŞEKİL 5–56
Problem 100.

101. Bir araba eğimli ve 127 m yarıçaplı dairesel bir yolda hızla gitmektedir. Arabanın hareketi, orijini dairenin merkezinde olan bir koordianat sisteminde betimlenebilir. Arabanın belli bir anda yatay düzlemdeki ivmesi,

$$\vec{\mathbf{a}} = (-15.7\hat{\mathbf{i}} - 23.2\hat{\mathbf{j}})\ \text{m/s}^2$$

olarak verilmektedir. (*a*)Arabanın hızı nedir? (*b*) Araba bu anda nerededir (x ve y)?

*Sayısal/Bilgisayar

***102.** (III) Hızla düşen bir cisme etki eden hava direnç kuvveti (geciktirici kuvvet) $F_D = -kv^2$ formundadır, böyle bir cisme Newton'un ikinci yasası uygulanırsa,

$$m\frac{dv}{dt} = mg - kv^2$$

bulunur. Burada aşağı yön pozitif alınmıştır. (*a*) Sayısal integrasyon kullanarak, durgun halden başlayan 75 kg'lık bir hava dalışçısı için $t = 0$'dan $t = 15.0$ s'ye kadar konum, hız ve ivmeyi hesaplayın (%2 hatayla). ($k = 0.22$ kg/m olduğunu varsayın) (*b*) Dalgıçın sonunda sabit bir limit hız'a ulaşacağını gösterin ve bunun nedenini açıklayın. (*c*) Limit hızın %99.5'una ulaşması ne kadar zaman alır?

***103.** (III) İki yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı, μ_k cismin hızından tam olarak bağımsız değildir. Tahta yüzey üzerindeki tahta için μ_k'nın olası bir ifadesi şöyledir:

$$\mu_k = \frac{0.20}{(1 + 0.0020v^2)^2}.$$

Burada v, m/s birimindedir. 8.0 kg'lık tahta bir blok tahta bir döşemede durmakta ve blok üzerine 41 N'luk yatay bir kuvvet etki etmektedir. (*a*) Bloğun hızını ve (*b*) ivmesini, sayısal integrasyon kullanarak $t = 0$'dan $t = 5.0$ s'ye kadar hesaplayın ve grafiğini çizin. (*c*) μ_k'nın sabit ve $\mu_k = 0.20$ olması durumunda, $t = 5.0$ s'deki hız ve konum için farkı yüzde olarak hesaplayın.

***104.** (III)($t = 0$) anında, yakıtın yakılmasıyla, düşey yönde yukarı doğru 120 m/s'lik hızla harekete başlayan, 250 kg'lık bir rokete etki eden net kuvvetin $F = -mg - kv^2$ olduğunu varsayın. $k = 0.65$ kg/m alarak, sadece yukarı doğru hareket için 1.0 s aralıklarla v ile y'yi ve roketin ulaşabileceği maksimum yüksekliği hesaplayın. Sonuçları, hava direnci olmadan ($k = 0$), serbest uçuş şartları ile kıyaslayın.

Alıştırmaların Yanıtları

A: (*c*).

B: F_{Px} kutuyu uzun süreli hareket ettirmek için yeterli değildir.

C: Hayır-ivme sabit değildir (yönü).

D: (*a*), iki katı olur.

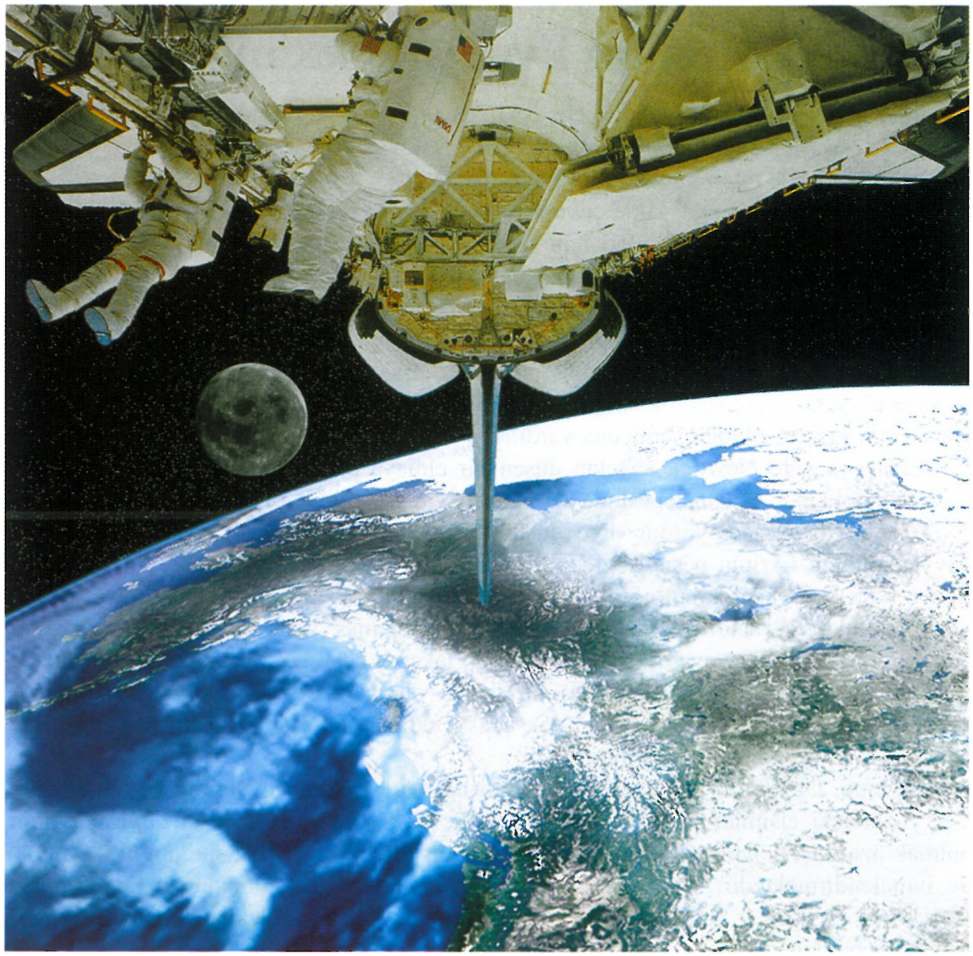
E: (*d*).

F: (*a*).

G: (*c*).

H: Evet.

I: (*a*) Değişmez; (*b*) 4 kat büyür.



Resmin sol üst kısmında görülen astronotlar Uzay Mekiği'nin üzerinde çalışıyorlar. Onlar Dünya'nın yörüngesinde dönerken -oldukça yüksek hızda- ağırlıksızlık deneyimini yaşıyorlar. Arka plandaki Ay da Dünya'nın yörüngesinde yüksek hızla dönüyor. Uzay mekiği ve Ay'ın (ve astronotların) düz bir çizgi boyunca Dünya'dan uzaklaşmasını önleyen nedir? Bu, kütle çekimi kuvvetidir. Newton'un evrensel çekim yasasına göre bütün cisimler, diğer bütün cisimleri kütleleri ile doğru, aralarındaki uzaklığın karesi ile ters orantılı bir kuvvetle çekerler.

BÖLÜM 6

Kütle Çekimi ve Newton'un Sentezi

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!

Bir uzay istasyonu yer yüzeyinden 100 km yukarıda, bir uydu gibi dünyanın etrafında dönüyor. Uzay istasyonu içinde hareketsiz duran bir astronot üzerine etki eden net kuvvet ne kadardır?

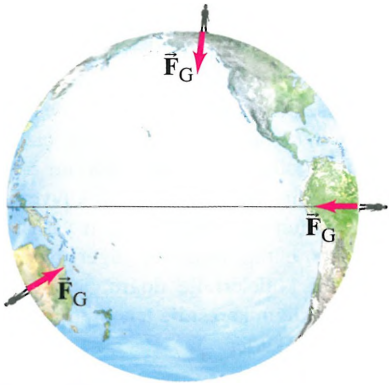
(a) Dünyadaki ağırlığı kadar.
(b) Dünyadaki ağırlığından biraz az.
(c) Dünyadaki ağırlığının yarısından daha az.
(d) Sıfır (ağırlıksızdır).
(e) Dünyadaki ağırlığından biraz fazla.

Isaac Newton, dinamiğin temelini oluşturan üç büyük hareket yasasını bulmakla yetinmedi. Aynı zamanda doğadaki temel kuvvetlerden birini, kütle çekimini betimleyen bir başka büyük yasayı düşündü ve bu yasayı gezegenlerin hareketini anlamak için uyguladı. 1687 yılında onun *Doğa Felsefesinin Matematiksel İlkeleri* (kısaca *Principia*) adlı kitabında yayınladığı bu yeni yasaya Newton'un evrensel çekim yasası denir. Bu yasa Newton'un fiziksel dünyayı analizinin kapak taşıdır. Gerçekten Newton mekaniği, üç hareket yasası ve evrensel çekim yasası ile birlikte, yüzyıllar boyunca, evrenin nasıl çalıştığını anlamanın mekaniksel temeli olarak kabul görmüştür.

İÇERİK

6–1 Newton'un Evrensel Çekim Yasası
6–2 Newton'un Evrensel Çekim Yasasının Vektörel Biçimi
6–3 Dünya Yüzeyi Yakınında Kütle Çekimi; Jeofiziksel uygulamalar
6–4 Uydular ve "Ağırlıksızlık"
6–5 Kepler Yasaları ve Newton'un Sentezi
*6–6 Kütle Çekim Alanı
6–7 Doğadaki Kuvvet Tipleri
*6–8 Eşdeğerlik İlkesi; Uzayın Eğriliği; Kara Delikler

6–1 Newton'un Evrensel Çekim Yasası



ŞEKİL 6–1 Yerçekimi kuvveti Dünyanın herhangi bir yerinde, Alaska, Avustralya, veya Peru'da Dünya'nın merkezine, aşağı doğru etki eder.

Pek çok büyük başarısının yanında Sir Isaac Newton, gezegenler ve Ay gibi gök cisimlerinin hareketlerini inceledi. Özellikle, Ay'a etkiyip onu Dünya etrafında yaklaşık dairesel yörüngede tutan kuvvetin doğasını merak etti.

Newton aynı zamanda, kütle çekimi (gravitasyon) problemi üzerinde de düşünüyordu. Düşen cisimler ivmelendikleri için Newton, bunların üzerine bir kuvvet etki etmesi gerektiği sonucuna vardı. Bu kuvvete kütle çekim (gravitasyon) kuvveti diyeceğiz. Bir cisim üzerine bir kuvvet etki ettiğinde, bu kuvvet başka bir cisim *tarafından* uygulanmalıdır. Fakat kütle çekim kuvvetini kim uyguluyor? Yer yüzündeki her cisim kütle çekim kuvvetini hisseder, cismin nerede olduğuna bağlı olmaksızın, bu kuvvet yerin merkezine yöneliktir (Şekil 6-1). Newton, yüzeyindeki cisimlere kütle çekim kuvvetini uygulayanın Dünya'nın kendisi olduğu sonucuna vardı.

Efsaneye göre Newton, ağaçtan düşen bir elmaya dikkat etti ve ani bir ilham ile: eğer kütle çekimi, ağacın tepesinde ve hatta dağın zirvesinde etkili ise, muhtemelen ta Ay'a kadar da etki ediyordur diye düşündü. Ay'ı yörüngesinde tutanın yerin çekim kuvveti olduğu fikrinin peşinde giden Newton ünlü çekim teorisini geliştirdi. Fakat bu fikir o dönemde genel kabul görmedi. Pek çok düşünür "uzaktan etkiyen" kuvvet fikrini kabul etmekte zorlandılar. Bilinen çoğu kuvvet, temas yolu ile etki eder- market arabasını elimizle iter veya oyuncak arabayı ip takarak çekeriz, topa sopa ile vururuz,... vesaire. Fakat Newton, kütle çekiminin temas olmadan etki ettiğini söyledi: temas etmemelerine ve hatta birbirlerinden çok uzakta olmalarına rağmen, Dünya, yere düşen elmaya ve Ay'a, bir kuvvet uygular.

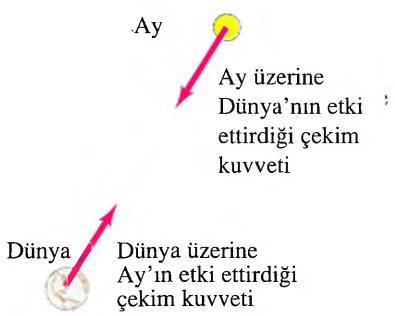
Newton, Dünya'nın Ay üzerine etki ettirdiği kütle çekim kuvvetinin büyüklüğünün Yer yüzündeki cisimler üzerine etki eden kütle çekim kuvveti ile nasıl kıyaslandığını bulmak üzere işe koyuldu. Yer çekimi kuvveti, cisimleri yerin yüzeyine doğru 9.80 m/s^2 ile ivmelendirmektedir. Ay'ın merkezcil ivmesi $a_R = v^2/r$ bağıntısından hesaplanırsa (bak Örnek 5-9) $a_R = 0.00272\ \text{m/s}^2$ olarak bulunur. Yer yüzündeki g yerçekimi ivmesi cinsinden bu değer

$$a_R = \frac{0.00272\ \text{m/s}^2}{9.80\ \text{m/s}^2}\, g \approx \frac{1}{3600}\, g$$

'ye eşdeğerdir. Yani Ay'ın Dünyaya doğru ivmesi Dünya yüzeyindeki bir cismin ivmesinin $\frac{1}{3600}$'ü kadardır. Ay Dünyadan 384,000 km uzaktadır ve bu 6380 km'lik Dünya yarıçapının 60 katı kadardır. Bu demektir ki Ay'ın Dünya'nın merkezine olan uzaklığı, Dünya yüzeyindeki bir cisminkine göre 60 kat daha büyüktür. Fakat $60 \times 60 = 60^2 = 3600$ 'dür. Tekrar 3600 sayısı! Newton, Dünya'nın bir cisim üzerine etki ettirdiği F kütle çekim kuvvetinin, cismin Dünya'nın merkezine olan r uzaklığının karesi ile azalmakta olduğu sonucuna vardı:

$$F \propto \frac{1}{r^2}.$$

ŞEKİL 6–2 Bir cismin ikinci bir cisim üzerine etki ettirdiği çekim kuvveti, birinci cisme doğrudur ve ikinci cismin birinci cisim üzerine etki ettirdiği kuvvete eşit ve ters yöndedir.



Ay, Dünya'dan yer yarıçapının 60 katı uzakta olduğu için yeryüzündeki bir noktaya göre yerçekimi kuvvetinin sadece $\frac{1}{60^2} = \frac{1}{3600}$ kadarını hisseder.

Newton, kütle çekimi kuvvetinin sadece uzaklığa değil, aynı zamanda cismin kütlesine de bağlı olduğunu fark etti. Gördüğümüz gibi gerçekten kuvvet, kütle ile doğru orantılıdır. Dünya bir cisim üzerine örneğin Ay'a kütle çekim kuvveti etki ettirdiği zaman, Newton'un üçüncü yasasına göre; bu cisim, Dünya üzerine eşit ve zıt yönde bir kuvvet etki ettirir (Şek. 6-2). Bu simetriden dolayı Newton, kütle çekim kuvvetin büyüklüğünün her iki kütle ile de orantılı olması gerektiğini düşündü. Bu nedenle kuvvet

$$F \propto \frac{m_A\, m_C}{r^2},$$

şeklindedir. Burada m_D Dünya'nın kütlesi, m_C diğer cismin kütlesi ve r Dünyanın merkezinden diğer cismin merkezine olan uzaklıktır.

Newton yer çekimi ile ilgili incelemesinde bir adım daha ileri gitti. Gezegenlerin yörüngeleri ile ilgili araştırmasında, farklı gezegenleri Güneşin etrafındaki yörüngelerinde tutmak için gerekli kuvvetin, güneşten olan uzaklıklarının karesi ile azalmakta olduğu sonucuna vardı. Bu durum onun Güneş ve gezegen arasında etkili olan kütle çekim kuvvetinin her gezegeni kendi yörüngesinde tuttuğuna inanmasına yol açtı. Eğer bu cisimler arasında bir kütle çekimi varsa, neden bu çekim bütün cisimler arasında olmasın? Böylece aşağıdaki şekilde ifade edebileceğimiz **evrensel çekim yasasını** önerdi:

Evrendeki her parçacık, başka her parçacığı, kütlelerinin çarpımı ile doğru ve aralarındaki uzaklığın karesi ile ters orantılı bir kuvvetle çeker.

NEWTON'UN EVRENSEL ÇEKİM YASASI

Çekim kuvvetinin büyüklüğü

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (6\text{–}1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada m_1 ve m_2 parçacıkların kütleleri, r parçacıklar arası uzaklık, ve G ise deneysel olarak ölçülebilen ve tüm cisimler için aynı olan evrensel bir sabittir.

Normal büyüklükteki cisimler, örneğin iki futbol topu arasındaki çekim kuvveti hissedilmeyecek kadar küçük olduğundan, G değeri çok küçük olmalıdır. Normal büyüklükte iki cisim arasındaki kuvvet, Newton'un yasasını yayınlamasından 100 yıl sonra, ilk kez 1798 yılında Henry Cavendish tarafından ölçüldü. Olağan büyüklükteki cisimler arasındaki inanılmaz derecede küçük kuvveti algılayıp ölçmek için Şek. 6-3'te gösterilen düzeneği kullandı. Cavendish, Newton'un iki cismin birbirini çektiği ve Dnk. 6-1'in bu kuvveti doğru biçimde tanımladığı hipotezini doğruladı. Buna ek olarak Cavendish, F, m_1, m_2 ve r 'yi hassas biçimde ölçebildiği için G sabitinin değerini de belirleyebildi. Günümüzde kabul edilen değer

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$$

'dir. (Bütün sabitlerin bilinen en yüksek doğruluktaki değerleri için, ön kapağın içinde verilen Tablo'ya bakınız)

Dnk. 6-1, bir parçacığın kendisinden r uzaklıktaki ikinci bir parçacığa etki ettirdiği çekim kuvvetinin büyüklüğünü verir. Yaygın (noktasal olmayan) bir cisim için r uzaklığını nasıl ölçeceğimizi düşünmeliyiz. r'yi cisimlerin merkezleri arasındaki uzaklık olarak düşünebilirsiniz. Bu, iki küre için doğrudur ve pek çok durumda diğer cisimler için de iyi bir yaklaşıklıktır. Tam doğru hesaplama ise yaygın cismi pek çok parçacıktan meydana gelmiş gibi düşünerek yapılır. Toplam kuvvet bütün parçacıklardan kaynaklanan kuvvetlerin toplamıdır. Bütün parçacıklar üzerinden toplam almanın en iyi yolu, Newton'un kendisinin keşfettiği integral hesabını kullanmaktır.Yaygın cisimler aralarındaki uzaklıkla kıyaslandığında, küçükse (Dünya-Güneş sisteminde olduğu gibi), noktasal parçacıklar gibi ele almadan kaynaklanan hata küçük olur.

Newton, *küresel simetrik bir kütle dağılımına sahip bir kürenin, dışındaki bir parçacığa etki ettirdiği çekim kuvvetinin, kürenin bütün kütlesinin merkezinde toplandığı durumda etki eden kuvvetle aynı olduğunu gösterdi* (Bakınız Ek D'deki çıkarım). Bu yüzden Dnk. 6-1, merkezleri arasında uzaklık r olan düzgün iki küre arasındaki kuvveti doğru olarak verir.

ÖRNEK 6–1 TAHMİN EDİN **Başka bir kişiye kütle çekim kuvveti uygulayıp onu çekebilir misiniz?** Bir bank üzerinde 50 kg ve 70 kg kütleli iki kişi birbirine yakın oturmaktadır. Birinin diğeri üzerine etki ettirdiği çekim kuvvetinin büyüklüğünü tahmin ediniz.

YAKLAŞIM Bir tahmin olarak, iki kişinin merkezleri arasındaki uzaklık $\frac{1}{2}$ m (birisine en fazla bu kadar yakın olabilirsiniz) olsun.

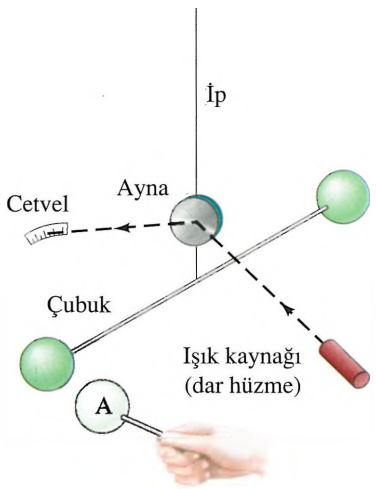
ÇÖZÜM Dnk. 6-1 'i kullanırsak

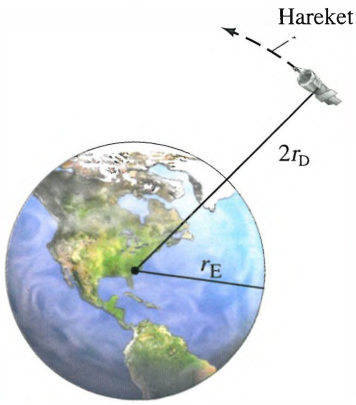
$$F = \frac{(6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2})(50\,\mathrm{kg})(70\,\mathrm{kg})}{(0.5\,\mathrm{m})^2} \approx 10^{-6}\,\mathrm{N},$$

yaklaşık değerini buluruz. Çok hassas aletler kullanılmadıkça bu kuvvet fark edilmeyecek kadar küçüktür.

NOT Kişilerin ağırlıklarının bir kesri olarak bu kuvvet $(10^{-6}\,\mathrm{N})/(70\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2}) \approx 10^{-9}$.

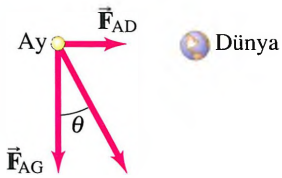
ŞEKİL 6–3 Cavendish'in aygıtının şematik gösterimi. İki küre, ortasından ince bir ip ile asılmış olan hafif bir yatay çubuğun uçlarına tutturulmuştur. Üçüncü küre (A ile gösterilen) asılı olan kürelerden birisine yaklaştırıldığında, çekim kuvveti asılı kürenin hareket etmesine neden olur ve ipi hafifçe büker. Bu minik hareket, ip üzerine tutturulmuş ayna üzerine düşürülen dar bir ışık hüzmesi ile büyütülür. Işık demeti bir cetvel üzerine yansıtılır. İpin belli bir miktarda bükülmesinin ne kadar bir kuvvete karşılık geldiği önceden belirlenirse, deneyi yapan kişi iki cisim arasındaki çekim kuvvetinin büyüklüğünü belirleyebilir.





ŞEKİL 6–4 Örnek 6–2.

ŞEKİL 6–5 Örnek 6-3. Güneş (G), Dünya (D) ve Ay'ın (A) birbirine göre dik açıda yönelimleri (ölçekli değildir).





DİKKAT

Newton'un ikinci yasası ile evrensel çekim yasasını birbirinden ayırt edin.

ÖRNEK 6–2 **$2r_D$'de uzay aracı** Dünya merkezinden, yer yarıçapının iki katı mesafede (yani Dünya yüzeyinden r_D = 6380 km kadar yukarda) olan bir yörüngedeki 2000 kg'lık uzay aracına etki eden çekim kuvveti ne kadardır? Dünyanın kütlesi $m_D = 5.98 \times 10^{24}$ kg'dır.

YAKLAŞIM Bütün verilen sayıları Dnk. 6-1'de yerine yazabiliriz. Fakat daha kolay bir yaklaşım vardır. Uzay aracı, Dünya'nın merkezinden Dünya yüzeyinde olduğu duruma göre iki kat daha uzaktadır. Böylece çekim kuvveti uzaklığın karesi ile ($\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$) oranında azalır. Yörüngedeki uydu üzerindeki çekim kuvveti, yeryüzündeki kuvvetin ancak dörtte biri kadar olur.

ÇÖZÜM Dünya yüzeyinde, gravitasyonel çekim kuvveti $F_G = mg$'dir. Dünya merkezinden $2r_D$ uzaklıkta F_G bu değerin $\frac{1}{4}$'ü kadardır:

$$F_G = \tfrac{1}{4}mg = \tfrac{1}{4}(2000\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 4900\,\text{N}.$$

ÖRNEK 6–3 **Ay üzerindeki kuvvet.** Dünya ve Güneş tarafından Ay ($m_M = 7.35 \times 10^{22}$ kg) üzerine etki ettirilen net kütle çekim kuvvetini bulunuz. Şek. 6-5'te gösterildiği gibi bunların birbirine göre bir dik açı oluşturduğunu varsayınız.

YAKLAŞIM Buradaki cismimiz olan Ay üzerine etki eden kuvvetler; Dünya tarafından Ay'a etki ettirilen kuvvet F_{AD} ve Güneş tarafından Ay'a etki ettirilen kuvvet ise F_{AG} olmak üzere serbest cisim diyagramı Şek. 6-5'te gösterilmiştir. Her bir kuvvetin büyüklüğünü bulmak üzere evrensel çekim yasasını kullanır ve daha sonra iki kuvveti vektörel olarak toplarız.

ÇÖZÜM Dünya Ay'dan 3.84×10^5 km $= 3.84 \times 10^8$ m uzaktadır. (Ay üzerinde, Dünya'dan kaynaklanan çekim kuvveti)

$$F_{AD} = \frac{(6.67 \times 10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(7.35 \times 10^{22}\,\text{kg})(5.98 \times 10^{24}\,\text{kg})}{(3.84 \times 10^8\,\text{m})^2} = 1.99 \times 10^{20}\,\text{N}$$

olur. Güneş Dünya'dan ve Ay'dan 1.50×10^8 kmuzaktadır. (Ay üzerinde Güneşten kaynaklanan çekim kuvveti)

$$F_{AG} = \frac{(6.67 \times 10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(7.35 \times 10^{22}\,\text{kg})(1.99 \times 10^{30}\,\text{kg})}{(1.50 \times 10^{11}\,\text{m})^2} = 4.34 \times 10^{20}\,\text{N}$$

'dir. Dikkate aldığımız durum için iki kuvvet birbirine dik olarak etki eder (Şek. 6-5) ve toplam kuvvetin büyüklüğünü bulabilmek için Pisagor teoremini uygulayabiliriz:

$$F = \sqrt{(1.99 \times 10^{20}\,\text{N})^2 + (4.34 \times 10^{20}\,\text{N})^2} = 4.77 \times 10^{20}\,\text{N}.$$

Toplam kuvvetin etki ettiği θ açısı (Şek. 6-5) $\theta = \tan^{-1}(1.99/4.34) = 24.6°$ olarak bulunur.

NOT İki kuvvet F_{AD} veF_{AG} aynı büyüklük mertebesine sahiptir (10^{20} N). Bu durum şaşırtıcı olabilir. Bu mantıklı mıdır? Güneş, Ay'a göre Dünya'dan daha uzaktadır ($10^{11}\,\text{m}/10^8\,\text{m} \approx 10^3$ çarpanı kadar) fakat ayrıca Güneş çok daha fazla ağırdır ($10^{30}\,\text{kg}/10^{23}\,\text{kg} \approx 10^7$ çarpanı kadar). Kütlenin uzaklığın karesine bölümü ($10^7/10^6$) bir büyüklük mertebesi içindedir, 3 veya daha büyük çarpanları ihmal ettiğimiz için sonuç mantıklıdır.

Dikkat edilirse; Evrensel çekim yasası belirli bir kuvveti (kütle çekimi) tanımlar, oysa Newton'un ikinci hareket yasası ($F = ma$) bir cismin herhangi bir kuvvet etkisi altında nasıl ivmelendiğini açıklar.

*Küresel Kabuklar

Newton, bu amaç için icat ettiği hesap tekniğini (analiz) kullanarak, ince düzgün küresel bir kabuğun, kabuk *dışındaki* bir parçacık üzerine etki ettirdiği kuvvetin, sanki kabuğun bütün kütlesi merkezinde toplanmış gibi etki ettiğini ve *içindeki* bir parçacığa etki ettirdiği kuvvetin sıfır olduğunu gösterebildi. (Bu kuvvetlerin hesabı Ek D'de verilmiştir.) Dünya, merkezinden başlayarak iç içe geçmiş eş merkezli düzgün kabuklar ile modellenebilir. Belki, Dünya'nın farklı katmanlarda yoğunluğunun değişmesi nedeniyle, her katmanın farklı bir yoğunluğa sahip olduğu hesaba katılabilir. Basit bir örnek olarak, Dünya'nın her

yerinde düzgün (eş yoğunlukta) olduğunu varsayıp, Dünyanın merkeziyle yüzeyi arasındaki uzaklığın yarısına konulmuş bir parçacık üzerine etki eden kütle çekimi kuvvetini hesaplayın. Sadece $r = \frac{1}{2} r_D$ yarıçaplı küre içindeki kütle, bu parçacık üzerine net bir kuvvet etki ettirir. Bir kürenin kütlesi, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ hacmi ile orantılıdır, böylece $r = \frac{1}{2} r_D$ içindeki m kütlesi Dünya'nın toplam kütlesinin $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$'i kadar olur. Ayrıca $r = \frac{1}{2} r_D$, konumundaki parçacık üzerine etkiyen kütle çekim kuvveti, m/r^2 ile orantılı olacağından (Dnk. 6-1) Dünya'nın yüzeyinde hissedilen kütle çekimi kuvvetinin $(\frac{1}{8})/(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2}$ 'sine indirgenmiş olur.

6–2 Newton'un Evrensel Çekim Yasasının Vektör Biçimi

Newton'un evrensel çekim yasasını vektörel olarak

$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{21}^2}\hat{\mathbf{r}}_{21} \qquad (6\text{–}2)$$

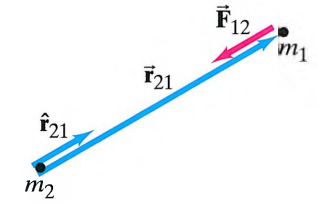
şeklinde yazabiliriz. Burada $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ 2. parçacığın (kütlesi m_2) 1. parçacık üzerine (kütlesi m_1) etki ettirdiği kuvvet vektörüdür. Kütleler birbirinden r_{21} uzaklığındadır; $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ kütleleri birleştiren doğru boyunca, 2. parçacıktan 1. parçacığa doğru uzanan birim vektördür, dolayısıyla $\hat{\mathbf{r}}_{21} = \vec{\mathbf{r}}_{21}/r_{21}$ olur. Burada $\vec{\mathbf{r}}_{21}$ Şek. 6-6'da gösterilen yerdeğiştirme vektörüdür. 2. parçacıktan dolayı 1. parçacık üzerindeki kuvvet, m_2'ye yönelik olup $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ vektörüne ters yöndedir, bu nedenle Dnk. 6-2'deki eksi işareti gereklidir. Yerdeğiştirme vektörü $\vec{\mathbf{r}}_{12}$ ile $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ aynı büyüklükte fakat zıt yönlüdür, bu nedenle

$$\vec{\mathbf{r}}_{12} = -\vec{\mathbf{r}}_{21}$$

'dir. Newton'un üçüncü yasasına göre m_1'in m_2 üzerine etki ettirdiği $\vec{\mathbf{F}}_{21}$kuvveti, $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ ile aynı büyüklükte fakat zıt yönde olmalıdır (Şek. 6-7), böylece

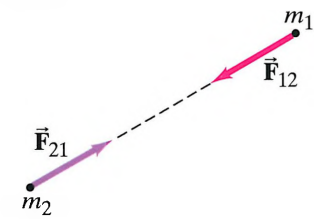
$$\vec{\mathbf{F}}_{21} = -\vec{\mathbf{F}}_{12} = G\frac{m_1 m_2}{r_{21}^2}\hat{\mathbf{r}}_{21}$$
$$= -G\frac{m_2 m_1}{r_{12}^2}\hat{\mathbf{r}}_{12}.$$

eşitlikleri yazılır.



ŞEKİL 6–6 $\vec{\mathbf{r}}_{21}$ yer değiştirme vektörü, m_2 kütlesinden m_1 kütlesine doğrudur. $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ birim vektörü ile $\vec{\mathbf{r}}_{21}$, aynı doğrultuda olup uzunluğu bir birim olarak tanımlanmıştır.

ŞEKİL 6–7 Newton'un üçüncü yasasına göre 2. parçacık tarafından 1. parçacık üzerine etki ettirilen çekim kuvveti, 1. parçacık tarafından 2. parçacığa etki ettirilen kuvvete eşit ve zıt yönlüdür:



Birinci parçacık üzerine, ikinci parçacık tarafından etki ettirilen çekim kuvveti Şek. 6-6'da gösterildiği gibi daima ikinci parçacığa yönelmiştir. Çok sayıda parçacık etkileştiği zaman, verilen bir parçacık üzerine etki eden toplam kütle çekim kuvveti, diğer her bir parçacığın etki ettirdiği kuvvetlerin vektörel toplamıdır. Örneğin 1 numaralı parçacık üzerindeki toplam kuvvet

$$\vec{\mathbf{F}}_1 = \vec{\mathbf{F}}_{12} + \vec{\mathbf{F}}_{13} + \vec{\mathbf{F}}_{14} + \cdots + \vec{\mathbf{F}}_{1n} = \sum_{i=2}^{n} \vec{\mathbf{F}}_{1i} \qquad (6\text{–}3)$$

olur. Burada $\vec{\mathbf{F}}_{1i}$ 1 numaralı parçacık üzerine *i.* parçacığın etki ettirdiği kuvvet anlamında ve *n* toplam parçacık sayısıdır.

Bu vektör gösterimi, özellikle çok sayıda parçacık üzerinden toplam almak gerektiğinde çok yararlı olabilir. Bununla beraber pek çok durumda çok da biçimsel olmadan dikkatli bir çizim yaparak kuvvetlerin doğrultularını bulabiliriz.

6–3 Dünya Yüzeyi Yakınında Yerçekimi; Jeofiziksel Uygulamalar

Dünya yüzeyindeki bir cisim ile Dünya arasındaki kütle çekimi kuvveti için Dnk. 6-1 uygulanırsa; m_1 kütlesi, Dünya'nın m_D, m_2 kütlesi cismin m kütlesi ve Dünya'nın merkezinden cisme olan uzaklık r de Dünya'nın yarıçapı r_D olur. Dünya'dan kaynaklanan bu kütle çekimi kuvveti, cismin mg olarak yazmakta olduğumuz ağırlığıdır. Böylece

$$mg = G\frac{mm_D}{r_D^2}.$$

olur. Bunu g için çözersek, Dünya yüzeyinde yerçekimi ivmesi:

$$g = G\frac{m_D}{r_D^2} \qquad (6\text{–}4)$$

olarak bulunur. Böylece Dünya yüzeyindeki g yerçekimi ivmesi m_D ve r_D ile tanımlanır. (G ile g'yi karıştırmayınız; bunların ikisi çok farklı niceliklerdir, fakat Dnk. 6-4 ile birbirine bağlıdır.)

⚠ DİKKAT
G ile g'yi birbirinden ayırt edin

G ölçülünceye kadar Dünya'nın kütlesi bilinmiyordu. Fakat ilk kez Cavendish tarafından G ölçüldükten sonra, Dnk. 6-4 Dünya'nın kütlesini hesaplamak için kullanılabildi. $g = 9.80\,\text{m/s}^2$ ve Dünya'nın yarıçapı $r_D = 6.38 \times 10^6\,\text{m}$ değerleri ile Dnk. 6-4'ten Dünya'nın kütlesi

$$m_D = \frac{gr_D^2}{G} = \frac{(9.80\,\text{m/s}^2)(6.38 \times 10^6\,\text{m})^2}{6.67 \times 10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2}$$
$$= 5.98 \times 10^{24}\,\text{kg}$$

olarak bulunur.

Dnk. 6-4, diğer gezegenlere de uygulanabilir, bu durumda g, m ve r gezegene ait değerler olacaktır.



ŞEKİL 6–8 Örnek 6-4. Everest tepesinin deniz seviyesinden yüksekliği 8850 m (29,035 ft)'dir, ön plandaki yazar ve dağcılar ise 5500 m (18,000 ft) yüksekliktedir.

ÖRNEK 6–4 TAHMİN EDİN Everest tepesindeki yerçekimi. Everest tepesinde deniz seviyesinden 8850 m (29,035 ft) yükseklikte g'nin etkin değerini hesaplayınız (Şek. 6-8). Bu yükseklikte serbest düşen bir cismin yerçekiminden dolayı kazanacağı ivme nedir?

YAKLAŞIM Yerçekimi kuvveti (ve yerçekiminden kaynaklanan g ivmesi) Dünya'nın merkezinden olan uzaklığa bağlıdır, bundan dolayı Everest tepesindeki etkin g değeri, deniz seviyesindeki g değerinden daha küçük olacaktır. Dünyanın düzgün bir küre olduğunu varsayalım (makul bir "yaklaşıklık").

ÇÖZÜM Dnk. 6-4 kullanılıp buradaki r_D, $r = 6380\,\text{km} + 8.9\,\text{km} = 6389\,\text{km} = 6.389 \times 10^6\,\text{m}$ ile değiştirilirse

$$g = G\frac{m_E}{r^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24}\,\text{kg})}{(6.389 \times 10^6\,\text{m})^2}$$
$$= 9.77\,\text{m/s}^2$$

olur. Yerçekimi ivmesi binde 3 kadar azalmıştır (% 0.3).

NOT Bu tahmini bir hesaptır, çünkü başka şeylerle birlikte dağın kütlesini de hesaba katmadık.

TABLO 6–1
Dünya Üzerinde Değişik Noktalarda Kütle Çekim İvmesi

Yer	Yükseklik (m)	g (m/s^2)
New York	0	9.803
San Francisco	0	9.800
Denver	1650	9.796
Pikes Peak	4300	9.789
Sydney, Avustralya	0	9.798
Ekvator	0	9.780
Kuzey Kutbu (hesaplanan)	0	9.832

Dünya'nın şekli düzgün bir küre olmadığı için Dnk. 6-4'ün farklı konumlarda g için kesin değerler vermediğine dikkat ediniz. Dünya üzerinde dağlar, ovalar bulunur, ekvatorda şişkindir, aynı zamanda kütlesi de düzgün biçimde dağılmamıştır (bknz. Tablo 6-1). Ayrıca Dünya'nın dönmesi de g'nin değerini etkiler (bknz. Örnek 6-1). Bununla birlikte uygulamada kolaylık sağlamak amacıyla, Dünya yüzeyi yakınındaki bir cismin ağırlığını mg olarak yazıp, basitçe $g = 9.80\,\text{m/s}^2$ değerini kullanacağız.

ALIŞTIRMA A Bir gezegenin hacmini sabit tutup, kütlesini iki katına çıkardığınızı varsayınız. Yüzeyindeki g yerçekimi ivmesi nasıl değişecektir?

FİZİK UYGULAMASI
Jeoloji-mineral ve petrol aramaları

Dünya yüzeyindeki düzensizlikler ve farklı yoğunluklardaki kayaların varlığı nedeniyle, yerel olarak Dünya yüzeyinde yerçekimi ivmesi g'nin değeri değişebilir. g'deki bu tip değişimler "yerçekimi anormallikleri" olarak bilinir, g içinde 10^6 veya 10^7 de 1 mertebesinde olan bu değişim çok küçük değerdedir. Ancak bu değer ölçülebilir ("gravimetreler" günümüzde g'deki değişimi 10^9 da 1 mertebesinde algılayabilir). Jeofizikçiler bu tip ölçümleri yer kabuğunun yapısı, maden ve petrol arama araştırmalarının bir parçası olarak kullanırlar. Örneğin maden yatakları, etrafını çevreleyen materyalden daha büyük yoğunluğa sahiptir. Belli bir hacim içindeki daha büyük kütle nedeniyle böyle bir yatak üzerinde g'nin değeri yan tarafındakinden biraz daha büyük değerde olacaktır. Petrol yataklarının hemen altında tuz tepelerine çok sık rastlanır ve yoğunluğu ortalama yoğunluktan daha düşük olduğu için g'nin değerindeki çok küçük azalma araştırılarak belli bölgedeki petrol yatakları keşfedilir.

ÖRNEK 6–5 **Dünyanın dönmesinin *g* üzerine etkisi.** Dünyanın kusursuz bir küre olduğunu varsayarak dönmesinin ekvatordaki g değerini nasıl etkilediğini belirleyiniz, bulduğunuz değeri kutuplardaki değer ile kıyaslayınız.

YAKLAŞIM Şek. 6-9'da gösterilen m kütleli kişi, Dünya'da iki farklı noktada doktor baskülünde tartılıyor. Kuzey Kutbu'nda m kütlesine iki kuvvet etki ediyor: yerçekimi kuvveti, $\vec{\mathbf{F}}_G = m\vec{\mathbf{g}}$ ve baskülün, üzerindeki kütleyi yukarı doğru ittiği $\vec{\mathbf{w}}$ kuvveti. Bu son söylenen, cismin terazide okunan ağırlığıdır ve Newton'un üçüncü yasasına göre teraziyi aşağı doğru iten kuvvete eşittir. Ancak cisim ivmelenmediği için, Newton'un ikinci yasası

$$mg - w = 0,$$

olduğunu söyler, buradan $w = mg$ olur. Böylece terazinin kaydettiği w ağırlığı mg'ye eşit olur, bu da şaşırtıcı bir sonuç değildir. Ekvatorda olan sonraki tartımda, Dünya döndüğü için ivmelenme vardır. Aynı büyüklükteki yerçekimi kuvveti $F_G = mg$ aşağı doğru etki eder (g ile dönmenin olmadığı durumdaki yerçekimi ivmesini gösteriyoruz ve ekvatorun hafifçe kabarıklığını ihmal ediyoruz). Baskül, üzerindeki cismi yukarı doğru w' kuvvetiyle iter; aynı zamanda w' baskül üzerindeki kişinin basküle aşağı doğru uyguladığı kuvvettir (Newton'un üçüncü yasası) ve bundan dolayı baskülün ölçtüğü ağırlıktır. Şimdi Newton'un ikinci yasasına göre

$$mg - w' = m\frac{v^2}{r_D}$$

eşitliğine sahip oluruz, çünkü m kütleli kişinin Dünya'nın dönmesi nedeniyle merkezcil ivmesi vardır; $r_D = 6.38 \times 10^6$ m Dünya'nın yarıçapıdır, v ise Dünya'nın günlük dönüşünden dolayı m kütlesinin sahip olduğu hızdır.

ÇÖZÜM İlk olarak Dünya'nın tam bir dönmeyi (yol = Dünyanın çevresi = $2\pi r_D$)bir günde $= (24 \text{ sa})(60 \text{ dak/sa})(60 \text{s/dak}) = 8.64 \times 10^4$s'de yaptığını hatırlayarak, ekvatorda durgun olan bir cismin v hızını belirleyelim,

$$v = \frac{2\pi r_D}{1 \text{ gün}} = \frac{(6.283)(6.38 \times 10^6 \text{ m})}{(8.64 \times 10^4 \text{ s})}$$
$$= 4.640 \times 10^2 \text{ m/s}.$$

Etkin ağırlık $w' = mg'$ dir. Burada $g' = w'/m$ yer çekimi ivmesinin etkin değeridir ve yukarıdaki denklem w' için çözülürse

$$w' = m\left(g - \frac{v^2}{r_D}\right),$$

buradan

$$g' = \frac{w'}{m} = g - \frac{v^2}{r_D}$$

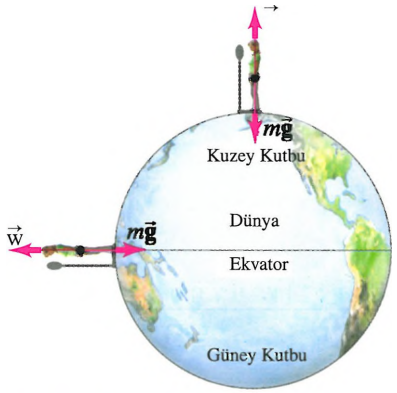
bulunur. Böylece

$$\Delta g = g - g' = \frac{v^2}{r_D} = \frac{(4.640 \times 10^2 \text{ m/s})^2}{(6.38 \times 10^6 \text{ m})}$$
$$= 0.0337 \text{ m/s}^2$$

bulunur ve $\Delta g \approx 0.003g$ olarak elde edilir, aradaki fark %0.3 kadardır.

NOT Tablo 6-1'den g'nin kutuplar ile ekvatodaki değerleri arasındaki farkın aslında bulunan değerden büyük olduğunu görüyoruz: $(9.832 - 9.780)$ m/s^2 = 0.052 m/s^2. Bu uyumsuzluk esasen ekvatorun kutuplardan biraz daha (21 km) şişman olmasından kaynaklanmaktadır.

NOT g'nin etkin değerinin kutuplar veya ekvator dışındaki enlemlerdeki hesabı iki boyutlu bir problemdir. Çünkü $\vec{\mathbf{F}}_G$ Dünya merkezine doğru radyal olarak etki eder, oysa merkezcil ivme dönme eksenine dik ve ekvatora paralel olarak yönelir. Dolayısıyla çekül doğrultusu (g'nin etkin yönü) kutuplar ve ekvator dışında tam olarak düşey doğrultuyla çakışmaz.



ŞEKİL 6–9 Örnek 6–5.

Eylemsiz bir Gözlem Çerçevesi Olarak Dünya

Çoğunlukla Dünya'ya göre hareketsiz gözlem çerçevelerini eylemsiz gözlem çerçevesi olarak kabul ederiz. Yukarıdaki Örnek 6-5'teki hesaplamamız, bu varsayımın, örneğin Newton'un ikinci yasasının kullanımında sebep olduğu hatanın, % 0.3'ten daha fazla olmadığını gösterdi. Dünya'nın dönmesinin etkileri ve gözlem çerçeveleri, Coriolis etkisini de kapsayacak şekilde daha ayrıntılı olarak 11. Bölümde tartışılacaktır.

6–4 Uydular ve "Ağırlıksızlık"

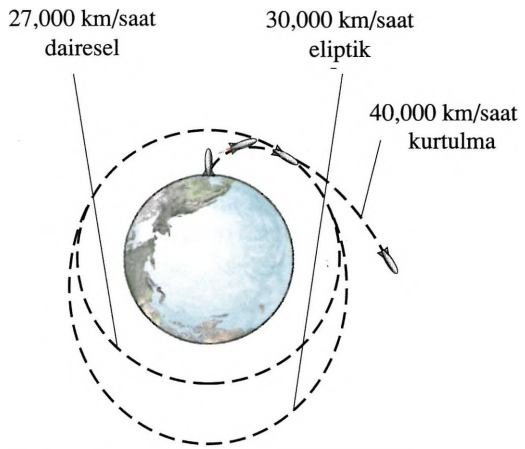
Uydu Hareketi

FİZİK UYGULAMASI
Yapay Dünya uyduları

Dünya'nın etrafında dolanan yapay uydular günümüzde alışılagelmiş çok olağan bir durumdur (Şek. 6-10). Bir uydu Şek. 6-11'de görüldüğü gibi, roketler kullanılarak yeterince büyük yüksek teğetsel hıza ivmelendirilerek yörüngeye konur. Eğer hız çok yüksek ise uzay aracı Dünya'nın çekimi ile bağlı tutulamaz ve hiç geri dönmemek üzere Dünya'dan kaçar. Eğer hızı çok düşük ise Dünya'ya geri dönecektir. Daha düşük kalkış hızı gerektirdiği için, uydular genellikle dairesel (veya yaklaşık dairesel) bir yörüngeye konurlar.



ŞEKİL 6–10 Dünya etrafında dönen Uluslararası Uzay İstasyonu uydusu.



ŞEKİL 6–11 Farklı hızlarla fırlatılmış sanal uydular.

ŞEKİL 6–12 Uydu, hareketi esnasında, düz yörüngesinden Dünya'ya doğru "düşer."



Bazen: "uyduları yukarıda tutan nedir?" sorusu sorulur. Yanıt: uydunun yüksek hızıdır. Eğer uydu hareketsiz kalırsa Dünya'ya doğru düşecektir. Fakat bir uydunun çok yüksek bir hıza sahip olması nedeniyle, eğer onu yörüngesine çeken kütle çekimi kuvveti olmasaydı çok çabuk bir biçimde uzaya doğru uçardı (Şek. 6-12). Aslında uydu düşüyor (Dünya'ya doğru ivmeleniyor) fakat onun yüksek teğetsel hızı Dünya'ya çarpmasını engelliyor.

Uydular dairesel (en azından yaklaşık olarak dairesel) yörüngede v^2/r merkezcil ivmesiyle hareket eder. Bu ivmeyi uyduya Dünya'nın uyguladığı kütle çekimi kuvveti verir, uydu, Dünya'dan hatırı sayılabilir bir mesafede olduğundan, uydu üzerine etki eden kuvvet için Newton'un evrensel çekim yasasını (Dnk. 6-1) kullanmalıyız. Radyal doğrultuda $\Sigma F_R = ma_R$ şeklindeki Newton'un ikinci yasasını uyguladığımızda

$$G\frac{mm_D}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \qquad \textbf{(6–5)}$$

denklemini buluruz. Burada m uydunun kütlesidir. Bu denklem uydunun yerin merkezinden olan uzaklığı r'yi, dairesel yörüngedeki hızı v ile ilişkilendirir. Dikkat edilirse uyduya sadece bir tek kuvvet, kütle çekimi etki etmektedir. r uzaklığı Dünyanın r_D yarıçapı ile, uydunun yer yüzünden ölçülen h yüksekliğinin toplamıdır:

ÖRNEK 6–6 **Yerle eşzamanlı uydu.** *Yeryüzü ile senkronize (eş zamanlı)* bir uydu, Dünya'nın üzerinde hep aynı noktada kalır. Bu sadece uydunun ekvator üzerindeki bir noktada olması halinde mümkündür. Bu tür uydular TV ve radyo dalgalarının iletimi, hava tahmini ve haberleşme için kullanılır: Aşağıdakileri belirleyiniz:
(*a*) Böyle bir uydunun Dünya yüzeyinin üzerinde, yörünge yüksekliğini; (*b*) uydunun hızını. (*c*) Bu uydunun hızını, Dünya yüzeyinin 200 km üzerindeki bir yörüngede dönen uydunun hızıyla kıyaslayınız.

FİZİK UYGULAMASI
Yerle eşzamanlı uydu

YAKLAŞIM Dünya dönerken uydunun Dünya'daki aynı noktanın üzerinde kalması için uydu periyodu 24 saat olmalıdır. Newton'un $F = ma$ şeklindeki ikinci yasasını uygulayabiliriz. Burada eğer yörüngeyi dairesel kabul edersek $a = v^2/r$'dir.

ÇÖZÜM (*a*) Uyduya etki eden kuvvet sadece Dünya'dan kaynaklanan evrensel çekim kuvvetidir. (Güneş'ten kaynaklanan çekim kuvvetini ihmal edebiliriz. Neden?) Uydunun dairesel yörüngede hareket ettiğini varsayıp Dnk. 6-5 'i uygulayabiliriz:

$$G\frac{m_{\text{uydu}}\, m_{\text{D}}}{r^2} = m_{\text{uydu}}\frac{v^2}{r}.$$

Bu denklemde r ve v olmak üzere iki bilinmeyen vardır. Fakat uydu Dünya'nın etrafında, Dünya'nın kendi ekseninde döndüğü periyotla, yani 24 saatte bir kez döner. Dolayısıyla uydunun hızı

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

şeklinde olmalıdır. Burada T = 1 gün = (24 sa) (3600 s/sa) = 86,400 s'dir. Bunu yukarıdaki "uydu eşitliğinde" yerine yazarsak (iki taraftan m_{uydu} terimi yok edilirse)

$$G\frac{m_{\text{D}}}{r^2} = \frac{(2\pi r)^2}{rT^2}$$

sonucunu elde ederiz. r yi kısalttıktan sonra r^3 için çözersek

$$r^3 = \frac{Gm\ T_D^2}{4\pi^2} = \frac{(6.67\times10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(5.98\times10^{24}\,\text{kg})(86{,}400\,\text{s})^2}{4\pi^2}$$
$$= 7.54\times10^{22}\,\text{m}^3$$

ve bunun küp kökünü alırsak

$$r = 4.23\times10^7\,\text{m}$$

buluruz. Yani uydu Dünyanın merkezinden itibaren 42,300 km yüksekliğindedir. Dünya'nın 6380 km'lik yarıçapını bu değerden çıkartırsak, yerle eşzamanlı uydunun yörüngesinin Dünya yüzeyinden 36,000 km (yaklaşık 6 r_{D}) yüksekte olması gerektiğini buluruz.

(*b*) Dnk. 6-5 uydu eşitliğini v için çözersek: hız için

$$v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{D}}}{r}} = \sqrt{\frac{(6.67\times10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(5.98\times10^{24}\,\text{kg})}{(4.23\times10^7\,\text{m})}} = 3070\,\text{m/s}$$

değerini buluruz. Eğer $v = 2\pi r/T$ 'yi kullansaydık yine aynı sonucu elde etmiş olurduk. (*c*) v için (*b*) şıkkında elde edilen eşitlik orantısını göstermektedir, bu nedenle $v \propto \sqrt{1/r}$ değeri için $r = r_{\text{D}} + h = 6380\,\text{km} + 200\,\text{km} = 6580\,\text{km}$,

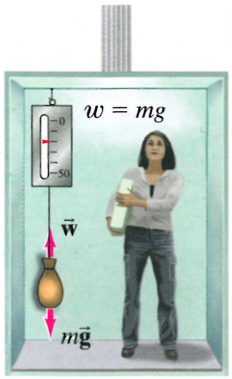
$$v' = v\sqrt{\frac{r}{r'}} = (3070\,\text{m/s})\sqrt{\frac{(42{,}300\,\text{km})}{(6580\,\text{km})}} = 7780\,\text{m/s}$$

bulunur.

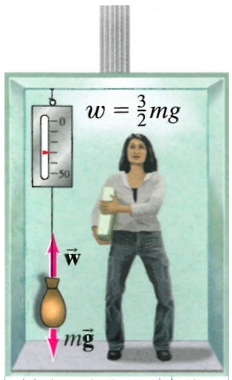
NOT Uydunun yörünge merkezi daima Dünyanın merkezindedir; böylece Dünya üzerindeki sabit bir noktanın üzerinde yörüngede bulunan uydunun 0°'den başka bir enlemde olması mümkün değildir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 6–7 **Uyduyu yakalama.** Bir uzay istasyonunda astronotsunuz ve onarılması gereken bir uyduyu izliyorsunuz. Uydu ile aynı yarıçaplı dairesel yörüngede, fakat uydunun 30 km gerisindesiniz. Uyduyu nasıl yakalayacaksınız?

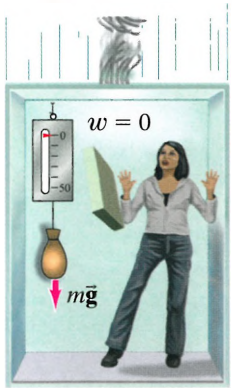
YANIT Örnek 6-6'da gördüğümüz gibi (veya bknz. Dnk. 6-5) hız, $1/\sqrt{r}$ ile orantılıdır. Böylece hızınızı arttırmak için daha küçük bir yörüngeyi amaçlama gereksinimi duyarsınız. Unutmayınız ki yörüngeyi değiştirmeden hızınızı arttıramazsınız. Uyduyu geçtikten sonra hızınızı azaltmak için tekrar yukarıdaki yörüngeye çıkmanız gerekecektir.



(a) $\vec{\mathbf{a}} = 0$



(b) $\vec{\mathbf{a}} = \frac{1}{2}\vec{\mathbf{g}}$ (yukarıya)



(c) $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{g}}$ (aşağıya)

ŞEKİL 6–13 (a) Duran bir asansördeki cisim, yaylı teraziye ağırlığına eşit bir kuvvet uygular. (b) Yukarı doğru $\frac{1}{2}g$, ile ivmelenen bir asansörde cismin görünen ağırlığı gerçek değerinden $1\frac{1}{2}$ kere daha büyüktür. Serbest düşen bir asansördeki cisim "ağırlıksız" olur ve yaylı terazi göstergesinde sıfır okunur.

ALIŞTIRMA B İki uydu, dünya etrafında aynı yarıçaplı dairesel yörüngelerde dönmektedir. Bir uydunun kütlesi diğerinin iki katıdır. Bu uyduların hızları ile ilgili olarak aşağıdaki cümlelerden hangileri doğrudur. (*a*) Ağır olan uydunun hızı hafif olanın iki katıdır. (*b*) İki uydu aynı hıza sahiptir. (*c*) Hafif olan uydunun hızı ağır olanın iki katıdır. (*d*) Ağır olan uydu hafif olana göre dört kat daha hızlı hareket eder.

Ağırlıksızlık

Dünyanın etrafında dolanan bir uydu içindeki insanlar ve diğer cisimlerin hiçbir ağırlık hissetmedikleri söylenir. Önce, daha basit bir duruma, düşmekte olan bir asansöre bakalım. Şek. 6-13a'da durgun haldeki bir asansörün içinde bir torba yaylı teraziye asılıdır. Terazideki gösterge torba tarafından aşağı doğru uygulanan kuvveti gösterir. Teraziye uygulanan bu kuvvet, terazinin torbaya yukarı doğru uyguladığı kuvvete eşit ve zıt yönlüdür, biz bunun büyüklüğüne w diyelim. Torbaya iki kuvvet etki eder: aşağı doğru yerçekimi kuvveti ve terazi tarafından yukarı doğru uygulanan w Şek.6-13a'daki torbaya $\Sigma F = ma$ uygularsak torbanın ivmelenmediği ($a = 0$) için

$$w - mg = 0$$

elde ederiz. Burada mg torbanın ağırlığıdır. Böylece $w = mg$ olur ve terazi göstergesi torba tarafından teraziye uygulanan w kuvvetini gösterdiği için, beklediğimiz gibi torbanın ağırlığına eşit bir kuvveti işaret eder.

Şimdi asansör a ivmesine sahip olsun. Torbaya eylemsiz referans sisteminde (asansörün kendisi eylemsiz gözlem çerçevesi değildir) $\Sigma F = ma$, şeklindeki Newton'un ikinci yasasını uygularsak

$$w - mg = ma.$$

olur. Bunu w için çözersek

$$w = mg + ma \qquad [a \text{ yukarı yönlüdür}]$$

buluruz. Yukarı doğru olan yönü pozitif seçtik. Böylece eğer asansörün a ivmesi yukarı doğru ise a pozitiftir; terazinin ölçeceği w değeri mg'den daha büyük olacaktır. Torbanın görünen ağırlığı diyeceğimiz w bu durumda gerçek ağırlığından (mg) daha büyük olacaktır. Eğer asansör aşağı doğru ivmelenirse, a negatif ve görünen w ağırlığı mg'den daha küçük olacaktır $\vec{\mathbf{v}}$ hızının doğrultusu fark etmez. Sadece $\vec{\mathbf{a}}$ ivmesinin doğrultusu (ve büyüklüğü) terazide okunan değeri etkiler.

Örneğin asansörün ivmesinin yukarı doğru $\frac{1}{2}g$ olduğunu varsayalım; bu durumda

$$w = mg + m(\tfrac{1}{2}g) = \tfrac{3}{2}mg$$

buluruz. Terazi torbanın gerçek ağırlığının $1\frac{1}{2}$ katını gösterir (Şek. 6-13b). Torbanın görünen ağırlığı, gerçek değerinin $1\frac{1}{2}$ katıdır. Aynı durum asansördeki kişi için de doğrudur: Bayanın görünen ağırlığı (bayan tarafından asansörün tabanına etki ettirilen normal kuvvet) gerçek ağırlığının $1\frac{1}{2}$ katıdır. Uzay gemisinin kalkışı sırasında astronotların g'nin pek çok katını hissettikleri gibi, asansördeki bayanın da yerçekimi ivmesini $1\frac{1}{2}g$ olarak hissettiğini söyleyebiliriz.

Eğer, asansörün ivmesi $a = -\frac{1}{2}g$ (aşağıya doğru) ise, $w = mg - \frac{1}{2}mg = \frac{1}{2}mg$ olur. Yani terazi gerçek ağırlığın yarısını gösterir. Eğer asansör *serbest düşme* yapıyorsa (örneğin, kablo kopmuşsa) $a = -g$ ve $w = mg - mg = 0$ olur. Terazi sıfırı gösterir. Bknz. Şek. 6-13c. Torba ağırlıksız görünür. Eğer kişinin içinde bulunduğu asansör $-g$ ile ivmeleniyorsa elinde serbest bıraktığı kalem asansörün tabanına düşmeyecektir. Doğrudur, kalem g ivmesi ile düşecektir. Fakat asansörün tabanı ve asansördeki kişi de aynı ivmeye sahiptir. Kalem kişinin önünde havada asılı kalacaktır. Bu olaya görünürdeki ağırlıksızlık denir çünkü kişinin bulunduğu gözlem çerçevesinde cisimler düşmez veya ağırlığa sahip değilmiş gibi görünür, fakat yerçekimi yok olmaz. Yerçekimi cisim üzerine hala etki etmektedir ve halen cismin ağırlığı mg'dir. Kişi ve diğer cisimlerin ağırlıksız gibi görünmesinin sebebi, sadece asansörün serbest düşme ile ivmelenmesi ve kişinin üzerinde ağırlığını hissetmesine sebep olacak bir değme kuvvetinin olmamasıdır.

Dünya'ya yakın yörüngesindeki bir uydu içindeki kişinin (Şek. 6-14) kendini "ağırlıksız" hissetmesi serbest düşen asansör içinde görünen ağırlıksızlık ile aynıdır. Uydunun da serbest düştüğünü düşünmek ilk bakışta garip görünebilir. Fakat uydu gerçekten de Şek. 6-12'de gösterildiği gibi Dünya'ya doğru düşmektedir.Yerçekimi kuvveti, uydunun düz bir çizgi olan doğal yörüngesinden "düşme"sine neden olmaktadır. Üzerine etki eden kuvvet sadece yerçekimi olduğu için, uydunun ivmesi yerçekimi ivmesi ile aynıdır. (Denklem 6-5'i elde ederken bunu kullandık.) Dolayısıyla, yerçekimi kuvvetinin uydu içindeki cisimlere etki etmesine rağmen, cisimler uydu ile birlikte serbest düşer gibi ivmelendikleri için, ağırlıksız görünürler.

ALIŞTIRMA C Sayfa 139'daki bölümün başlangıç sorusuna geri dönüp şimdi soruyu tekrar yanıtlayalım. İlk seferinde neden yanlış cevapladığınızı açıklamaya çalışın.

Şek. 6-15, Dünya'daki insanların kısa bir an için hissettikleri bazı "serbest düşme" veya görünürde ağırlıksızlık örneklerini göstermektedir.

Eğer uzay gemisi uzayda, Dünya'dan, Ay'dan ve diğer çekici cisimlerden çok uzakta ise tamamıyla farklı bir durum oluşur. Dünya'dan ve diğer gökyüzü cisimlerinden kaynaklanan çekim kuvveti uzaklıktan dolayı oldukça küçük olacaktır ve böyle bir uzay aracı içindeki kişiler gerçek ağırlıksızlığı hissedecektir.

ALIŞTIRMA D Bir uzay aracı içindeki astronotlar uzayda bir bovling topunu birbirlerine kolayca atıp tutabilirler mi (m = 7 kg)?

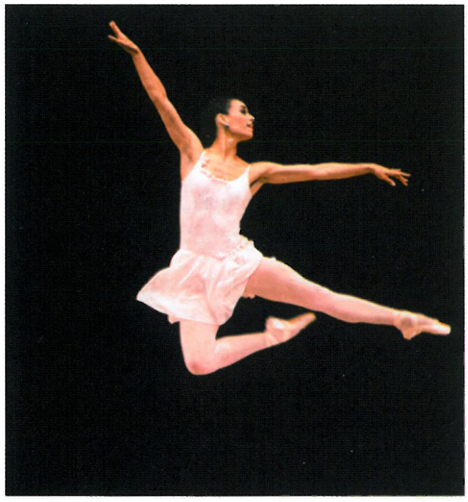


ŞEKİL 6–14 Bu astronot uluslar arası uzay istasyonunun dışında hareket etmektedir. O kendisini çok özgür hissetmeli, çünkü görünürde ağırlıksızlık deneyiminden geçmektedir.

ŞEKİL 6–15 Dünya yüzeyinde "ağırlıksızlık" deneyimleri.



(a)



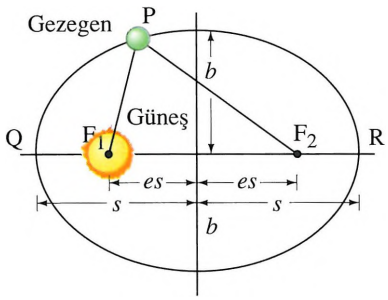
(b)



(c)

6–5 Kepler Yasaları ve Newton'un Sentezi

Newton'un, hareketin üç yasası ve evrensel çekim yasasını ifade etmesinden yarım yüzyıldan daha fazla bir süre önce, Alman astronom Johannes Kepler (1571-1630) gezegenlerin Güneş etrafındaki hareketlerini ayrıntılı bir biçimde betimlemişti. Kepler'in çalışması, kısmen Tycho Brahe (1546-1601)'nin gezegenlerin gökyüzündeki konumları ile ilgili olarak topladığı verileri incelemesine dayanır.



ŞEKİL 6–16 *Kepler'in birinci yasası*. Kapalı bir eliptik yörünge üzerinde alınan herhangi bir P noktasından, iki sabit noktaya (F_1 ve F_2 odak noktaları) olan uzaklıkların toplamı sabittir. Yani, yörünge üzerindeki her nokta için $F_1P + F_2P$, uzaklıklar toplamı aynı kalır. Elipsin özel durumu bir çember olup, elipsin iki odak noktası çemberin merkezinde çakışır. Ana eksenin yarısı s (uzun eksen $2s$'dir) ve küçük eksenin yarısı b olarak gösterilmiştir. *Eksantriklik* e, odakların birinden merkeze olan uzaklığın, ana eksenin yarısına oranı olarak tanımlanır. Dolayısıyla merkezden herhangi bir odak noktasına uzaklık gösterildiği gibi es'dir. Çember için $e = 0$'dır. Dünya ve diğer pek çok gezegen yaklaşık dairesel yörüngeye sahiptir. Dünya için $e = 0.017$'dir.

Kepler'in yazdıklarının arasındaki üç deneysel bulgu, günümüzde "**Gezegen hareketinin Kepler yasaları**" olarak bilinir. Bunlar, Şek. 6-16 ve 6-17'deki ek açıklamalarla birlikte aşağıda özetlenmiştir.

Keplerin birinci yasası: Güneş etrafında dolanan her gezegenin yörüngesi odaklarının birinde Güneş bulunan bir elipstir (Şek. 6-16).

Keplerin ikinci yasası: Her gezegeni Güneş'e birleştiren sanal çizgi, eşit zaman aralıklarında eşit alanlar tarar (Şek. 6-17).

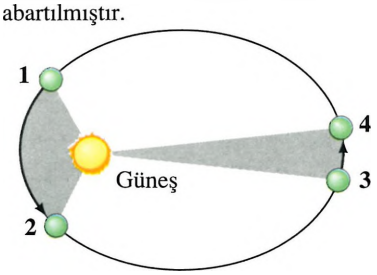
Keplerin üçüncü yasası: Herhangi iki gezegenin Güneş çevresindeki dönüş zamanlarının karelerinin oranı, yarı-büyük eksen uzunluklarının küpleri ile orantılıdır. [Yarı-büyük eksen Şek. 6-16'da gösterildiği gibi yörüngenin büyük ekseninin yarı uzunluğu olup, gezegenin Güneş'ten ortama uzaklığını temsil eder.†] Eğer T_1 ve T_2 herhangi iki gezegenin periyotlarını, s_1 ve s_2 yarı-büyük eksen uzunlukları gösteriyorsa

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{s_1}{s_2}\right)^3$$

olur. Bunu

$$\frac{s_1^3}{T_1^2} = \frac{s_2^3}{T_2^2}$$

şeklinde de yazabiliriz, bunun anlamı s^3/T^2 oranının her gezegen için aynı olmasıdır. Günümüze ait veriler Tablo 6-2'de verilmiştir; son sütuna bakınız.



ŞEKİL 6–17 *Kepler'in ikinci yasası*. Gölgelendirilmiş olan iki bölge eşit alanlara sahiptir. Gezegenin 1 noktasından 2 noktasına hareketi ile 3 noktasından 4 noktasına hareketi eşit zamanlar alır. Uydular yörüngede Güneşe en yakın oldukları zaman en yüksek hızda hareket ederler. Ölçek abartılmıştır.

TABLO 6–2 Kepler'in Üçüncü Yasasına Uygulanan Gezegen Verileri

Gezegen	Güneşe Ortalama uzaklık, s (10^6 km)	Periyot, T (Dünya yılı)	s^3/T^2 $\left(10^{24}\ \frac{\text{km}^3}{\text{yıl}^2}\right)$
Merkür	57.9	0.241	3.34
Venüs	108.2	0.615	3.35
Dünya	149.6	1.0	3.35
Mars	227.9	1.88	3.35
Jüpiter	778.3	11.86	3.35
Satürn	1427	29.5	3.34
Uranüs	2870	84.0	3.35
Neptün	4497	165	3.34
Plüton	5900	248	3.34

Kepler, yasalarını deneysel verilerin dikkatli analizi sonucunda formüle etti. Elli yıl sonra Newton, Kepler yasalarının evrensel çekim yasası ve hareket yasalarından matematiksel olarak türetilebileceğini gösterdi. Newton ayrıca, kütle çekim kuvveti yasasının mümkün formları arasında sadece uzaklığın karesiyle ters orantılı olan biçiminin Kepler yasaları ile tamamen uyumlu olduğunu gösterdi. Böylece kendi evrensel çekim yasasını (Dnk. 6-1) doğrulayan bir kanıt olarak Kepler yasalarını kullandı.

Kepler'in ikinci yasasını ileride 11. Bölümde türeteceğiz. Burada Kepler'in üçüncü yasasını özel bir durum olan dairesel hareket için türetelim, böylece yarı eksen uzunluğu dairenin r yarıçapı olur. (Pek çok gezegen yörüngesi daireye yakındır.) İlk olarak Newton'un ikinci yasasını $\Sigma F = ma$ yazalım. F kuvveti için Güneş ile m_1 kütleli gezegen arasındaki evrensel çekim kuvvetini (Dnk. 6-1) ve a için v^2/r merkezcil ivmesini kullanalım. Güneş'in M_G kütlesinin uydunun kütlesinden çok büyük olduğunu varsayalım, böylece uyduların birbiri üzerine etkilerini ihmal edebiliriz. Dolayısıyla

$$\Sigma F = ma$$
$$G\frac{m_1 M_G}{r_1^2} = m_1\frac{v_1^2}{r_1}.$$

† Yarı-eksen uzunluğunun uydunun güneşe olan ortalama uzunluğuna eşit olması, uydunun güneşe en küçük ve en büyük uzaklıklarının toplamının yarısı olması anlamındadır (Şek. 6-16'da Q ve R noktaları). Pek çok gezegenin yörüngesi hemen hemen daireseldir ve daire için yarı eksen uzunluğu, dairenin yarıçapıdır.

elde ederiz. Kütlesi m_1 güneşe olan uzaklığı r_1 olan bir gezegenin yörüngedeki ortalama hızı v_1 olsun; her gezegeni yörüngesinde tutan Güneş'in çekim kuvveti olduğundan M_G, Güneş'in kütlesidir. Gezegenin T_1 periyodu, yörüngede bir tam dolanımı tamamlaması için gerekli süredir, bu uzaklık $2\pi r_1$ 'e eşit olup dairesel yörüngenin çevresidir. Böylece gezegenin hızı

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{T_1}$$

olur. Hız bağıntısını yukarıdaki eşitlikte yerine yazarsak,

$$G\frac{m_1 M_G}{r_1^2} = m_1\frac{4\pi^2 r_1}{T_1^2}$$

elde ederiz. Eşitliği yeniden düzenlersek

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{4\pi^2}{GM_G} \qquad \textbf{(6–6)}$$

buluruz. Bu eşitliği 1 numaralı gezegen için (Mars diyelim) türettik. Aynı türetmeyi Güneş'in yörüngesinde dönen ikinci gezegene de (Satürn diyelim) uygulayabiliriz:

$$\frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{4\pi^2}{GM_G},$$

burada T_2 ve r_2 sırasıyla ikinci gezegenin periyot ve yörünge yarıçapıdır. Yukarıdaki iki eşitliğin sağ tarafları eşit olduğu için sol tarafları da eşit olmalıdır $T_1^2/r_1^3 = T_2^2/r_2^3$ veya yeniden düzenlenirse

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 \qquad \textbf{(6–7)}$$

olur, bu da Kepler'in üçüncü yasasıdır. Eğer r ile elipsin yarı büyük eksen uzunluğu s'yi değiştirirsek Dnk. 6-6 ve 6-7 aynı zamanda eliptik yörüngeler için de geçerlidir.

Dnk. 6-6 ve 6-7 (Kepler'in üçüncü yasası) türetilirken, Güneş etrafında dolanan iki gezegen kıyaslanmıştır. Fakat bunlar diğer sistemlere uygulanacak kadar geneldir. Örneğin Dnk. 6-6'yı Dünya etrafında dolanan Ay'a uygulayabiliriz (bu durumda M_G Dünyanın kütlesi M_D ile değiştirilmelidir). Veya Dnk. 6-7'yi uygulayarak Jüpiter etrafında dönen iki ayı kıyaslayabiliriz. Fakat Dnk. 6-7'deki Kepler'in üçüncü yasası aynı çekim merkezinin etrafında dönen cisimlere uygulanır. Örneğin, Ay'ın Dünya etrafındaki yörüngesi ile Mars'ın Güneş etrafındaki yörüngesini kıyaslamak için Dnk. 6-7 kullanılmaz çünkü bunlar farklı çekim merkezlerine bağlıdır.

⚠ DİKKAT

Sadece aynı merkez etrafındaki cisimlerin yörüngelerini kıyaslayın..

Genelde tam olarak doğru olmasa da aşağıdaki Örneklerde yörüngeleri dairesel varsaydık.

ÖRNEK 6–8 **Mars nerededir?** Mars'ın periyodunun (Mars "yılı") 687 gün (Dünya günü) yani (687 gün/365 gün) = 1.88 yıl (Dünya yılı) olduğu ilk kez Kepler tarafından kaydedilmiştir. Dünya'yı referans kabul ederek Mars'ın Güneş'e olan ortalama uzaklığını bulunuz

YAKLAŞIM Mars'ın ve Dünya'nın periyotlarının oranı verilmiş. Keplerin üçüncü yasasını ve Dünya-Güneş arası uzaklığı, 1.5×10^{11} m, kullanarak Mars'ın Güneş'e olan uzaklığını bulabiliriz (Tablo 6-2; ayrıca ön kapak içindeki tablo).

ÇÖZÜM Mars'ın Güneş'e olan uzaklığı r_{MG} ve Dünya-Güneş arası uzaklık $r_{DG} = 1.50 \times 10^{11}$ m olsun. Kepler'in üçüncü yasasından (Dnk. 6-7).

$$\frac{rm_G}{r_{DG}} = \left(\frac{T_M}{T_D}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1.88\,\text{yıl}}{1\,\text{yıl}}\right)^{\frac{2}{3}} = 1.52$$

buluruz. Yani, Mars'ın Güneş'e olan uzaklığı, Dünya'nın Güneş'e olan uzaklığının 1.52 katı veya 2.28×10^{11} m'dir.

FİZİK UYGULAMASI
Güneş kütlesinin belirlenmesi

ÖRNEK 6–9 **Güneş kütlesinin hesabı.** Dünya'nın Güneş'e olan uzaklığı $r_{DG} = 1.5 \times 10^{11}$ m olarak veriliyor. Güneşin kütlesini hesaplayınız

YAKLAŞIM Dnk. 6-6, Güneş'in kütlesi M_G 'yi herhangi bir gezegenin periyodu ve güneşe olan uzaklığı ile ilişkilendirir. Dünya'yı kullanalım:

ÇÖZÜM Dünya'nın periyodu T_D = 1 yıl = (365 1/4 gün) (24 sa/gün)(3600s/sa) =3.16 $\times$ 10^7s = 3.16 $\times$ 10^7 s 3.16 s M_G için Dnk. 6-6 'yı çözersek:

$$M_G = \frac{4\pi^2 r_{DG}^3}{G T_D^2} = \frac{4\pi^2 (1.5 \times 10^{11}\,\text{m})^3}{(6.67 \times 10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(3.16 \times 10^7\,\text{s})^2} = 2.0 \times 10^{30}\,\text{kg}.$$

ALIŞTIRMA E Mars ve Jüpiter'in yörüngelerinin tam ortasında dairesel yörüngede bir gezegenin bulunduğunu varsayınız. Dünya yılı cinsinden periyodu ne olur? Tablo 6-2 'yi kullanınız.

Gezegenlerin yörüngeleri ile ilgili dikkatlice yapılan hesaplamalar Kepler yasalarına tam olarak uymadıklarını göstermiştir. Örneğin kusursuz eliptik yörüngeden küçük sapmalar gözlenmiştir. Newton bu durumun farkındaydı ve böyle olmasını bekliyordu çünkü bir gezegen sadece Güneş'in değil, diğer gezegenlerin de kütle çekiminin (çok daha küçük ölçekte) etkisindeydi. Satürn'ün yörüngesindeki bu tür sapmalar veya **tedirginmeler** Newton'un, tüm nesnelerin çekim kuvveti etkisinde olduğunu söyleyen evrensel çekim yasasını formüle etmesinde, yol gösterici oldu. Daha sonraki diğer tedirginme gözlemleri Neptün ve Plüton'un keşfedilmesine yol açtı. Örneğin Uranus'un yörüngesindeki sapma bilinen diğer gezegenlerin meydana getirdiği tedirginmenin hesaba katılmasıyla açıklanamaz. 19. yüzyılda yapılan dikkatli hesaplamalar, bu sapmaların güneş sisteminin ötesinde başka bir gezegenin varlığı ile açıklanabileceğini gösterdi. Bu gezegenin konumu, Uranus'un yörüngesindeki sapmadan tahmin edildi ve teleskoplar uzayın bu bölgesine odaklanıp bunu hızlı bir biçimde buldular; yeni gezegene Neptün adı verildi. Neptün'ün yörüngesindeki benzer fakat çok daha küçük sapmalar 1930 yılında Plüton'un keşfine yol açtı.

FİZİK UYGULAMASI
Tedirginmeler ve gezegenlerin keşfi

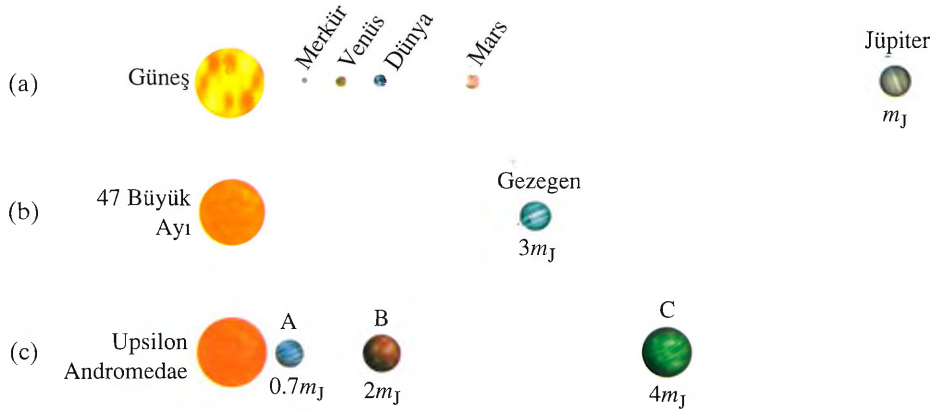
1990'lı yılların ortalarından başlayarak, uzaktaki yıldızların düzenli olarak "yalpalamaları"nın, etraflarında dönen gezegenlerin kütle çekimlerinin etkisiyle olduğu (Şek. 6-18) sonucuna varıldı. Günümüzde Güneş sisteminin dışında pek çok böyle gezegen bilinmektedir.

FİZİK UYGULAMASI
Diğer yıldızların etrafındaki gezegenler

Newton tarafından evrensel kütle çekimi yasası ve üç hareket yasasının geliştirilmesi büyük bir düşünsel başarıdır: bu yasalarla Newton, hem Dünya'daki, hem de gökyüzündeki cisimlerin hareketini betimlemeyi başardı. Gökyüzündeki ve Dünya'daki cisimlerin hareketlerinin aynı yasalara uyduğu görülmüş oldu (bu durum önceden bilinmiyordu). Bu sebepten ve aynı zamanda Newton kendinden önceki bilim insanlarının sonuçlarını kendi sistemiyle bütünleştirdiği için bazen buna **Newton'un sentezi** deriz.

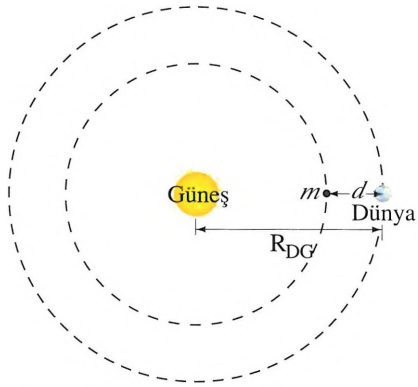
Newton tarafından formüle edilen yasalar, **nedensel yasalar** olarak adlandırılır. **Nedensellik** ile, bir olgunun bir başka olguya neden olabileceğini fikrini kastediyoruz. Bir taş cama çarptığında, camın kırılmasına taşın *neden olduğu* sonucuna varırız. Bu, "sebep ve sonuç" kavramları Newton yasaları ile ilgilidir: bir cismin ivmelenmesine ona etki eden bir net kuvvetin *neden olduğu* anlaşılmıştır.

Newton kuramlarının bir sonucu olarak evren, birçok bilim insanı ve filozof tarafından parçaları, *deterministik (belirlenimci)* bir biçimde hareket eden büyük bir makine olarak görülmeye başlandı. Bilim insanları, yirminci yüzyılda evrene bu belirlenimci bakışı değiştirmek zorunda kaldılar (Bölüm 38).



ŞEKİL 6–18 (a) Güneş sistemimiz son zamanlarda keşfedilen (b) 47 Büyük Ayı ve c) Upsilon Andromedae yıldızlarının etrafında dönen gezegenlerle kıyaslanıyor. Upsilon Andromeda'nın en aşağı üç gezegeni var. m_J Jüpiter'in kütlesidir. (Büyüklükler ölçekli değildir)

ÖRNEK 6–10 **Lagrange Noktası.** Matematikçi Joseph-Louis Lagrange, Dünya'nın Güneş etrafındaki yörüngesi yakınında, küçük bir (m kütleli) uydunun Güneş'in etrafında Dünya ile aynı T periyoduna (=1 yıl) sahip olduğu beş özel nokta keşfetti. Bu "Lagrange noktaları"ndan L1 adı verilen bir tanesi, Dünya (kütlesi M_D) ile Güneşin (kütlesi M_G) arasında, onları birleştiren çizginin üstünde yer alır (Şek. 6-19). Yani, Dünya ve uydu arasında daima bir d uzaklığı vardır. Eğer Dünya'nın yörünge yarıçapı R_{DG} ise uydunun yörünge yarıçapı $(R_{DG} - d)$ olur. d uzaklığını hesaplayınız.



ŞEKİL 6–19 Dünyadan d kadar uzakta ve Dünya ile Güneş arasındaki dönen çizgi üzerinde bulunan bir uydu için L1 Lagrange noktasının bulunması. L1'deki m kütlesinin Güneş etrafındaki dolanım periyodu Dünyanın periyodu ile aynıdır. (Ölçekli değil)

YAKLAŞIM Newton'un evrensel çekim yasasını kullanıp bunu kütle ile merkezcil ivmenin çarpımına eşitleriz. Fakat Dünya'nınkinden daha küçük yörüngedeki bir cisim nasıl Dünya ile aynı periyoda sahip olur? Kepler'in üçüncü yasası açıkça bize Güneş etrafındaki daha küçük bir yörüngenin daha küçükbir periyoda neden olacağını söyler. Fakat bu yasa sadece Güneşin kütle çekimi içindir. Bizim m kütlemiz Güneş ve Dünya'nın her ikisi tarafından da çekilmektedir.

ÇÖZÜM Dünya ve Güneş'in kütleleri ile kıyaslandığında uydunun kütlesi ihmal edilecek kadar küçük olduğundan mükemmel bir yaklaşıklıkla Dünya'nın yörüngesi sadece Güneş tarafından belirlenecektir. Newton'un ikinci yasasını Dünya'ya uygularsak

$$\frac{GM_D M_G}{R_{DG}^2} = M_E \frac{v^2}{R_{DG}} = \frac{M_D}{R_{DG}} \frac{(2\pi R_{DG})^2}{T^2}$$

veya

$$\frac{GM_G}{R_{DG}^2} = \frac{4\pi^2 R_{DG}}{T^2} \qquad \textbf{(i)}$$

verir. Sonra Newton'un ikinci yasasını m kütleli (Dünya ile aynı T periyoduna sahip) uyduya Güneş ve Dünya'nın çekimlerini kapsayacak şekilde uygularız (bknz. Dnk. (i)'deki basitleştirilmiş form):

$$\frac{GM_G}{(R_{DG} - d)^2} - \frac{GM_D}{d^2} = \frac{4\pi^2 (R_{DG} - d)}{T^2},$$

yeniden yazarsak;

$$\frac{GM_G}{R_{DG}^2}\left(1 - \frac{d}{R_{DG}}\right)^{-2} - \frac{GM_D}{d^2} = \frac{4\pi^2 R_{DG}}{T^2}\left(1 - \frac{d}{R_{DG}}\right).$$

olur. Şimdi $x \ll 1$. ise $(1 + x)^n \approx 1 + nx$, şeklindeki binom açılımını kullanalım:

$x = d / R_{DG}$ alır *ve* $d << R_{DG}$ olduğunu varsayarsak

$$\frac{G_{MG}}{R_{DG}^2}\left(1 + 2\frac{d}{R_{DG}}\right) - \frac{G_{MD}}{d^2} = \frac{4\pi^2 R_{DG}}{T^2}\left(1 - \frac{d}{R_{DG}}\right) \qquad \textbf{(ii)}$$

elde ederiz. Denklem (i)'deki GM_S/R_{DG}^2 değerini Dnk. (ii)'de yerine yazarsak

$$\frac{GM_G}{R_{DG}^2}\left(1 + 2\frac{d}{R_{DG}}\right) - \frac{GM_G}{d^2} = \frac{GM_G}{R_{DG}^2}\left(1 - \frac{d}{R_{DG}}\right)$$

buluruz. Basitleştirirsek

$$\frac{GM_G}{R_{DG}^2}\left(3\frac{d}{R_{DG}}\right) = \frac{GM_G}{d^2}$$

olur. Bunu d için çözersek

$$d = \left(\frac{M_G}{3M_G}\right)^{\frac{1}{3}} R_{DG}$$

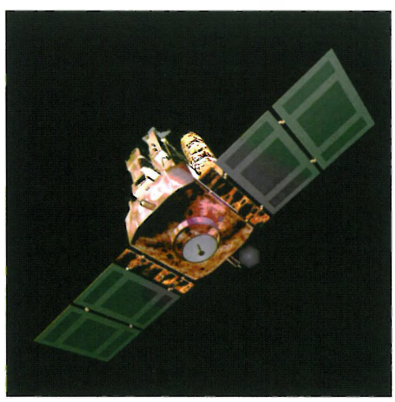
buluruz. Sayısal değerler yerine yazılırsa

$$d = 1.0 \times 10^{-2} R_{DG} = 1.5 \times 10^6 \text{ km} \quad \text{sonucu elde edilir.}$$

NOT$_1$ $d/R_{DG} = 10^{-2}$ olduğuna göre binom açılımını kullanmakta haklıymışız.

NOT$_2$ Uydunun L1 noktasına konulmasının iki avantajı vardır: uydunun Güneş'i görmesi hiçbir zaman Dünya tarafından engellenemez ve Dünya'ya daima verileri kolayca aktarabilecek kadar yakın bir mesafededir. Dünya-Güneş sisteminin L1 noktasında şimdi (SOHO) uydusu bulunmaktadır (Şek. 6-20).

ŞEKİL 6–20 Solar ve Heliospheric Observatory uydusunun (SOHO) yörüngedeki sanatsal tasviri.



*6–6 Kütle Çekim Alanı

Günlük hayatta karşılaştığımız kuvvetlerin pek çoğu temas kuvvetleridir: çim biçme makinesini çeker veya itersiniz, tenis raketi topa dokunduğu zaman ona bir kuvvet uygular veya top cama değince bir kuvvet uygular. Fakat kütle çekimi kuvveti belli bir uzaklıktan etki eder: iki cismin birbirine değmediği durumda bile etkiyen bir kuvvet vardır. Örneğin Dünya, düşen elmaya bir kuvvet etki ettirir. Aynı zamanda 384,000 km uzaktaki Ay'a da bir kuvvet etki ettirir. Belli *bir uzaklıktan kuvvetin etki etmesi* fikri ilk düşünürler için zordu. Newton'un kendisi bile evrensel çekim yasasını yayınladığı zaman bu kavramı kolay kabullenmedi.

Bu kavramsal zorluklara yardımcı olacak diğer bir görüş açısı 19. yüzyılda Michael Faraday (1791-1867) tarafından geliştirilen, elektrik ve manyetik kuvvetlerin de uzaktan etki etmesini anlamamıza yardımcı olacak **alan** kavramıdır. Bu kavram çok kısa bir süre sonra kütle çekimine uygulandı. Alan kavramına göre, bir **kütle çekim alanı,** kütlesi olan bütün cisimleri kuşatır ve bu alan bütün uzaya yayılır. Birinci cismin yakınında belli bir konumda bulunan ikinci cisim, bulunduğu yerdeki kütle çekim alanı nedeniyle bir kuvvetin etkisindedir. İkinci cismin bulunduğu konumdaki kütle çekim alanı doğrudan bu cisim üzerine etki ettiği için değme kuvvet fikrine biraz daha yakınlaşmış oluruz.

Uzayda herhangi bir noktada birim kütle başına etki eden kütle çekim kuvveti **kütle çekim alanı** olarak tanımlanır. Eğer herhangi bir noktadaki kütle çekimi alanın ölçmek istersek, bu noktaya küçük bir m "test" kütlesi koyarak bunun üzerine etki eden $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetini ölçeriz (bu noktada sadece kütle çekim kuvvetinin etki ettiğinden emin olmalıyız). Bu noktadaki $\vec{\mathbf{g}}$, kütle çekim alanı

$$\vec{\mathbf{g}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{m} \qquad \text{[kütle çekim alanı]} \quad \textbf{(6–8)}$$

şeklinde tanımlanır $\vec{\mathbf{g}}$ 'nin birimi N/kg'dır.

Dnk. 6-8'den gördüğümüz gibi kütle çekim alanı bir cismin o noktada hissettiği kütle çekimi ivmesine eşittir. (İvmeden söz ettiğimizde N/kg 'a eşdeğer olan m/s^2 birimini kullanırız, $1N = 1\ kg.\ m/s^2$.)

Eğer, kütle çekim alanı küresel simetrik (veya küçük) bir M kütleli cisimden kaynaklanıyorsa (m kütlesinin Dünya yüzeyi yakınında olması gibi), M'den r kadar uzaktaki kütle çekim alanının büyüklüğü

$$g = \frac{1}{m} G \frac{mM}{r^2} = G \frac{M}{r^2}$$

olur. Bu eşitlik vektörel olarak

$$\vec{\mathbf{g}} = -\frac{GM}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \qquad \text{[tek bir } M \text{ kütlesinden kaynaklanan]}$$

şeklinde yazılır. Burada $\hat{\mathbf{r}}$ birim vektörü radyal olarak M kütlesinden dışarı doğru yönelmiştir ve eksi işareti bize alanın M kütlesine doğru olduğunu hatırlatır (bknz. Dnk. 6-1, 6-2 ve 6-4). Eğer kütle çekim alanına birkaç farklı cisim katkıda bulunuyorsa, kütle çekim alanı $\vec{\mathbf{g}}$'yi bu katkıların vektör toplamı şeklinde yazarız. Örneğin, gezegenler arası uzayda herhangi bir noktadaki $\vec{\mathbf{g}}$, Dünya, Güneş, Ay ve katkısı olan diğer cisimlerden kaynaklanan terimlerin bir vektörel toplamıdır. Uzayda herhangi bir noktadaki yerçekimi alanı $\vec{\mathbf{g}}$ bu noktaya koyduğumuz test kütlesi m'nin değerine bağlı değildir; $\vec{\mathbf{g}}$ buradaki alanı yaratan cisimlerin kütlelerine (ve konumlarına) bağlıdır.

6–7 Doğadaki Kuvvet Tipleri

Newton'un evrensel çekim yasasını daha önce tartıştık. Dnk. 6-1, belli bir tipteki kuvvetin –kütle çekimi- cisimlerin kütleleri ve aralarındaki uzaklığa nasıl bağlı olduğunu tanımlar. $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ şeklindeki Newton'un ikinci yasası ayrıca herhangi bir kuvvetin etkisi altında bir cismin nasıl ivmeleneceğini anlatır. Fakat kütle çekiminden başka doğada hangi kuvvetler vardır?

Yirminci yüzyılda fizikçiler doğada dört farklı tipte kuvvetin olduğunu anladılar: (1) kütle çekim kuvveti; (2) elektromanyetik kuvvet (ileride elektrik ve manyetik kuvvetlerin birbiri ile yakından ilgili olduklarını göreceğiz); (3) kuvvetli çekirdek (nükleer) kuvveti; (4) zayıf çekirdek kuvveti. Bu bölümde çekim kuvvetini ayrıntılı olarak tartıştık. Elektromanyetik kuvvetin doğası 21. ve 31. Bölümlerde ayrıntılı olarak tartışılacaktır. Kuvvetli ve zayıf nükleer kuvvetler, atom çekirdeği düzeyinde geçerlidir; radyoaktivite ve nükleer enerji gibi olaylar ile kendilerini göstermekle birlikte (Bölüm 41'den 43'e kadar) günlük hayatımızda çok daha az belirgindirler.

Fizikçiler bu dört kuvveti birleştirecek teoriler üzerinde çalışmaktadırlar - bu kuvvetlerin bazıları veya tümü, aynı temel kuvvetin farklı görünümleri olabilir. Şimdiye kadar elektromanyetik ve zayıf nükleer kuvvetler, *elektrozayıf* teoriyi oluşturmak üzere birleştirildi. Bu teoride, elektromanyetik ve zayıf kuvvetler tek bir *elektrozayıf kuvvettin* farklı görünümleridir. Kuvvetleri birleştirmeyi bir adım daha ileri taşımayı hedefleyen *büyük birleşme teorileri* (BBT) günümüzün popüler araştırma konu başlıklarından birisidir.

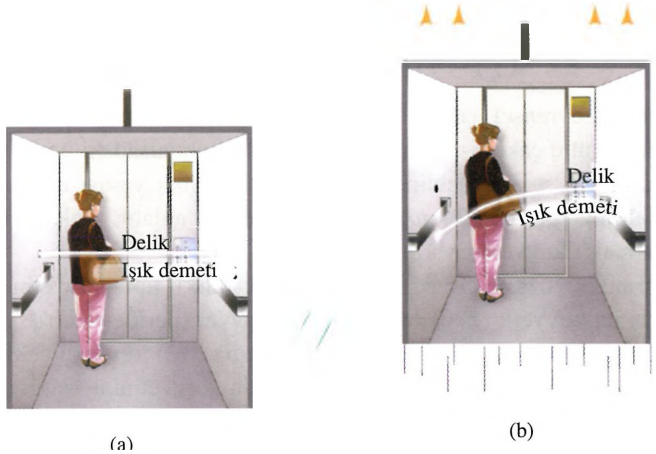
Acaba günlük hayattaki kuvvetler, bu resmin neresine yerleşirler? Yerçekimi dışındaki itme, çekme ve yüzeye dik normal kuvvet, sürtünme kuvveti gibi diğer alışılagelmiş değme kuvvetleri bugün, atomik seviyede etki eden elektromanyetik kuvvetler olarak yorumlanmaktadır. Örneğin parmağınızın kalem üzerine etki ettirdiği kuvvet, parmağınızın ve kalemin atomlarının dış yörüngelerindeki elektronlar arasındaki elektriksel itmenin bir sonucudur.

* 6–8 Eşdeğerlik İlkesi; Uzayın Eğriliği; Kara Delikler

Kütleyi iki açıdan inceledik. 4. Bölümde, kütleyi cismin eylemsizliğinin bir ölçüsü olarak tanımladık. Newton'un ikinci yasası, bir cisim üzerine etki eden kuvveti, cismin ivmesi ve **eylemsizlik kütlesi** diyeceğimiz kütlesi ile ilişkilendirir. Eylemsizlik kütlesinin herhangi bir kuvvete karşı gösterilen direnci temsil ettiğini söyleyebiliriz. Bu Bölümde ise kütleyi, kütle çekim kuvveti ile ilgili bir özellik, iki cisim arasındaki çekim kuvvetini belirleyen bir nicelik olarak ele aldık. Buna **çekim kütlesi** denir.

Cismin eylemsizlik kütlesinin çekim kütlesine neden eşit olacağı pek açık değildir. Elektriksel kuvvetin, cismin elektrik yükü denilen özelliğine bağlı olduğu gibi, çekim kuvveti de cismin farklı bir özelliğine bağlı olabilir. Newton ve Cavendish'in deneyleri, bir cismin iki çeşit kütlesinin eşit olduğunu gösterdi ve modern deneyler bunu 10^{12}'de 1 kesinlikle doğruladı.

Çekim kütlesi ile eylemsizlik kütlesi arasındaki bu eşdeğerliğe Albert Einstein (1879-1955) **eşdeğerlik ilkesi** adını verdi ve bu ilke *genel görelilik teorisi* için bir temel oluşturdu (1916). Eşdeğerlik ilkesi başka bir yolla da ifade edilebilir: Gözlemcilerin, bir ivmenin kütle çekimi kuvvetinden mi yoksa kendi gözlem çerçevelerinin ivmelenmesinden mi kaynaklandığını ayırt etmek için gerçekleştirebilecekleri bir deney yoktur. Eğer uzayın derinliklerindeyseniz ve bir elma uzay gemisinin döşemesine düşerse, elma üzerine etkiyen bir yerçekimi kuvvetinin olduğunu varsayabilirsiniz. Fakat elmanın düşmesinin diğer bir nedeni de uzay aracının yukarı doğru (bir eylemsiz sisteme göre) ivmelenmesi olabilir. Eşdeğerlik ilkesine göre bu etki ayırt edilemeyecektir, çünkü elmanın dış etkilere karşı nasıl "tepki" vereceğini belirleyen eylemsiz ve çekim kütleleri birbirinden ayırt edilemez.



ŞEKİL 6–21 (a) İvmelenmeyen asansörde ışık demeti düz bir yol izler. (b) Yukarı doğru ivmelenen asansörde ışık demeti bükülür (çizim abartılmıştır).

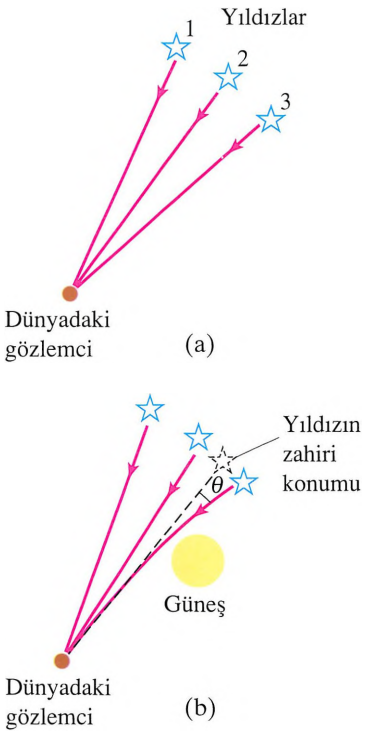
Eşdeğerlik ilkesini kullanarak ışığın büyük kütleli bir cismin kütle çekiminin etkisiyle, yolundan sapması gerektiği gösterilebilir. Hemen hemen hiç kütle çekiminin etki etmediği boş uzaydaki bir asansörde, bir düşünce deneyi tasarlayalım. Bir ışık demeti asansör duvarındaki bir delikten içeri girdiğinde, asansör duruyorsa ışık tam karşı duvarda bir nokta oluşturur (Şek.6-21a). Eğer asansör Şek.6-21b'de gösterildiği gibi yukarı doğru ivmeleniyorsa ışık önceki durgun gözlem çerçevesinde yine düz bir yol izler. Fakat yukarıya doğru ivmelenen asansörde ışık demetinin aşağı doğru büküldüğü gözlenir. Neden? Çünkü ışık asansörün bir duvarından karşı duvarına gittiği süre içinde asansör yukarıya doğru artan bir hızla hareket etmiştir.

Eşdeğerlik ilkesine göre, yukarı doğru ivmelenen bir gözlem çerçevesi, aşağı yöndeki bir kütle çekim alanına denktir. Dolayısıyla, ışığın Şek.6-21b'deki bükülen yolunu bir kütle çekim alanının etkisi olarak düşünebiliriz. Yani kütle çekiminin bir ışık ışınına bir kuvvet uygulayarak onu, düz çizgi yolundan saptırmasını bekleriz!

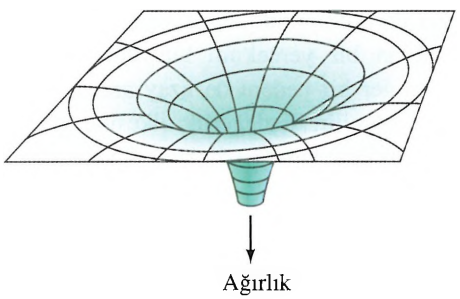
Einstein'in genel görelilik teorisi ışığın kütle çekim kuvvetinden etkilenmesini öngörür. Şek. 6-22'de gösterildiği gibi, uzaklardaki bir yıldızdan gelen ışık güneşin yakınından geçerken (küçük fakat saptanabilir)'lik bir sapmaya uğrar. 1919 yılındaki Güneş tutulması sırasında bu sapma ölçülerek Einsten'in öngörüsü doğrulandı. (Güneş tutulması güneşin parlaklığını azalttığından Güneşin kenarı ile aynı çizgi üzerindeki yıldızlar gözlenebilmiştir.)

Işığın eğrisel bir yol izleyebilmesi *uzayın kendisinin bir eğriliğinin olduğunu* ve buna çekim kütlesinin neden olduğunu akla getirmektedir. Eğrilik, cok büyük kütleli cisimler yakınında maksimum değerini alır. Uzaydaki bu eğriliği gözümüzde canlandırabilmek için uzayı bir ince lastik tabaka gibi düşünebiliriz; ağır bir cismin asılmasıyla tabaka Şek.6-23'te gösterildiği gibi eğrilir. Ağırlık, uzayın (uzayın kendisinin!) eğrilmesine yol açan çok büyük kütleye karşılık gelir.

Şek.6-23'te gösterilen uzay-zamandaki aşırı eğrilik, bir **kara delik**, yani kütle çekimi ışığın bile kaçıp kurtulamayacağı kadar kuvvetli olan çok büyük kütleli ve yoğun bir yıldız tarafından oluşturulabilir. Çekim kuvvetinin etkisiyle ışık tekrar geriye çekilecektir. Böyle büyük kütleli bir yıldızdan hiçbir ışık kurtulamayacağı için biz bu yıldızı göremeyiz, bu yıldız siyah olacaktır. Yakınından geçen bir cisim kütle çekimi alanında sapar, eğer cisim çok yakınına gelirse hiç kurtulamayacak biçimde yutulur. Kara delik adı buradan gelmektedir. Bunların varlığı ile ilgili güçlü deneysel kanıtlar mevcuttur. Galaksimizin merkezinde ve muhtemelen diğer galaksilerin de merkezlerinde dev kara deliklerin bulunması olasıdır.



ŞEKİL 6–22 (a) Gökyüzünde üç yıldız. (b) Eğer bu yıldızların birinden gelen ışık, Güneş'e çok yakın bir noktadan geçerse çekim kuvveti nedeniyle ışık demeti bükülür, yıldız bulunduğu konumdan daha yüksekte görünür.



ŞEKİL 6–23 Uzayı (teknik olarak uzay-zamanı) temsil eden lastik tabaka.

Özet

Newton'un **evrensel kütle çekimi yasası** her parçacığın doğadaki her diğer parçacığı kütlelerinin çarpımı ile doğru, aralarındaki uzaklığın karesiyle ters orantılı bir kuvvetle çektiğini söyler:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}. \qquad (6\text{–}1)$$

Kuvvetin yönü iki kütleyi birleştiren doğru boyunca ve daima çekicidir. Bu kütle çekim kuvveti Ay'ın Dünya etrafında ve gezegenleri Güneş etrafındaki dönme yörüngelerinde tutar.

Bir cisim üzerindeki toplam kütle çekim kuvveti, diğer tüm nesnelerin o cisme uyguladığı kuvvetlerin vektörel toplamıdır; bir veya iki cismin dışındakilerin etkileri çoğunlukla ihmal edilebilir.

Dünyanın etrafında dolanan uydulara kütle çekimi etki eder fakat yüksek teğetsel hızları nedeniyle onlar yörüngede kalırlar.

Newton'un üç hareket yasasına ek olarak bir de evrensel çekim yasası, Evren'in kapsamlı bir teorisini meydana getirir. Bunlarla Dünya'daki ve gökyüzündeki cisimlerin hareketleri doğru bir şekilde betimlenebilir. Ayrıca gezegenlerin hareketini betimleyen **Kepler yasaları** için teorik bir temel oluştururlar.

[*__Alan__ kavramına göre, kütlesi olan her cismi bir çekim alanı çevreler ve bütün uzayı kaplar. Uzayda bir noktadaki **çekim alanı**, bütün kütleli cisimlerden kaynaklanan alanların vektörel toplamıdır ve

$$\vec{\mathbf{g}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{m} \qquad (6\text{–}8)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada $\vec{\mathbf{F}}$ verilen noktaya konan küçük m test kütlesine etki eden kuvvettir.]

Doğadaki dört temel kuvvet (1) Kütle çekim kuvveti (2) elektromanyetik kuvvet (3) kuvvetli çekirdek (nükleer) kuvveti ve (4) zayıf çekirdek kuvvetidir. İlk iki temel kuvvet "gündelik" kuvvetlerin hemen hemen tamamından sorumludur.

Sorular

1. Bir elma Dünya'yakütle çekim kuvveti uygular mı? Eğer uygularsa kuvvetin büyüklüğü ne kadardır? (*a*) Elmanın ağacın dalında olduğu, (*b*) düşmekte olduğu durumları göz önüne alınız.
2. Güneş'in Dünya üzerindeki kütle çekim kuvveti Ay'a göre çok daha büyüktür. Buna rağmen denizlerdeki gel-gitlereden Ay'ın çekimi sorumludur. Açıklayınız [*İpucu:* Dünyanın bir tarafındaki kütle çekimi ile diğer tarafındaki arasındaki farkı düşününüz]
3. Bir cisim ekvatorda mı yoksa kutuplarda mı daha ağırdır? Bu işte etkili olan iki faktör nedir? Bunların etkileri birbirine zıt mıdır?
4. Bir uzay aracını Dünya'dan Ay'a götürmek için gerekli olan yakıt, neden aynı aracı Ay'dan Dünya'ya getirmek için gerekli olan yakıttan daha fazladır?
5. Dünya'nın Ay üzerindeki çekimsel kuvveti, Güneş'in Ay üzerindeki kuvvetinin sadece yarısı kadardır (bknz. Örnek 6-3). Neden Ay, Dünya'dan uzağa çekilmez?
6. Uzay uçuşları veya ışık hızının bilinmemesine rağmen, Newton zamanındaki bilim insanları Dünya'dan Ay'a olan uzaklığı nasıl belirliyorlardı? [*İpucu:* Derinliği algılamak için iki gözün neden yararlı olduğunu düşününüz.]
7. Eğer Dünya'nın çapı boyunca bir delik açmak mümkün olursa, bu deliğe bir top düşürülebilir. Top Dünya'nın tam merkezinde olduğu zaman Dünya tarafından topa etki ettirilen toplam kütle çekim kuvveti ne kadar olur?
8. Kuzey kutbu üzerindeki yerle eşzamanlı bir yörüngeye bir uydu yerleştirmek neden mümkün değildir?
9. Dünya'nın Ay üzerine veya Ay'ın Dünya üzerine uyguladığı kütle çekimi kuvvetlerinden hangisi daha büyüktür? Hangisi daha büyük bir ivme verir?
10. (*a*) Doğuya doğru mu, yoksa (*b*) batıya doğru mu fırlatılan bir uydu için daha düşük ilk hız yeterlidir? Dünya'nın dönme yönünü göz önüne alınız.
11. Bir anten, vidaları gevşediğinden, Dünya'nın etrafında dairesel yörüngedeki uydudan ayrılmıştır. Antenin bundan sonraki hareketini tanımlayınız. Eğer yeryüzüne inecekse, nereye ineceğini; inmeyecekse, nasıl Dünya'ya indirilebileceğini betimleyiniz.
12. Bir maden cevheri yakınında g değerindeki değişimlerin dikkatli ölçümü ile var olan cevher miktarının nasıl hesaplanacağını betimleyiniz.
13. Güneş gece yarısında tam altımızda, yaklaşık olarak Dünya merkezinden geçen çizgi doğrultusundadır. Güneş'in kütle çekim kuvveti nedeniyle öğle saatine kıyasla, gece yarısında daha ağır mıyız? Açıklayınız
14. Hareketli bir asansör içinde tartılınca ağırlığınız ne zaman en büyük ölçülür: (*a*) aşağı doğru ivmelenirken (*b*) yukarı doğru ivmelenirken (*c*) serbest düşerken veya (*d*) sabit hızla yukarı çıkarken? Hangi durumda ölçülen ağırlığınız en azdır? Ne zaman yerdeki ağırlığınız ile aynı değer ölçülür?
15. Eğer Dünya'nın kütlesi gerçek değerinin iki katına çıkartılırsa Ay'ın yörüngesinde hangi değişiklikler olur?
16. Mississippi nehrinin kaynağı, Louisiana eyaletindeki çıkış noktasına nazaran yerin merkezine yakındır (Dünya ekvatorda kutuplara göre daha şişmandır). Mississippi nehrinin "yokuş yukarı" nasıl akabildiğini açıklayınız.
17. Bazen insanlar "uyduları yukarıda yerin etrafındaki yörüngelerinde neyin tuttuğunu" sorarlar. Nasıl yanıt verirsiniz?
18. Bir atletin koşarken "serbest düşme" veya "görünürdeki ağırlıksızlığı" nasıl hissettiğini açıklayınız.
19. Eğer Dünya'nın yörüngesindeki bir uydunun içindeyseniz; yürüme, bir şey içme ve masanın üzerine bir makası koyma işlerini nasıl halledersiniz?
20. Güneş etrafında yörüngedeki Mars'ın merkezcil ivmesi, Dünya'nın merkezcil ivmesinden büyük mü yoksa küçük müdür?
21. Plüton uydusunun kütlesi bir aya sahip olduğunun keşfedilmesine kadar bilinmiyordu. Bunun nasıl Plüton'un kütlesini hesaplamaya olanak verdiğini açıklayınız.
22. Güneş etrafındaki yörüngesinde Dünya, Ocak ayında, Temmuz ayına göre daha hızlı hareket eder. Dünya Ocak ayında mı yoksa Temmuz ayında mı Güneş'e daha yakındır? Açıklayınız.
23. Kepler yasaları bize gezegenlerin Güneş'e yakın olduğunda, uzak olduğundakine göre daha hızlı hareket ettiğini söyler. Gezegenin hızındaki değişimi ne meydana getirir?

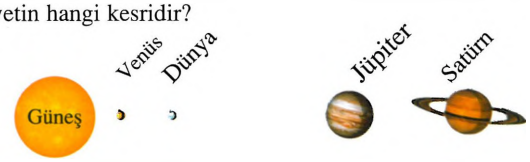
*24. Vücudunuz bir kütle çekim alanını doğrudan hisseder mi? (serbest düşerken hissedeceklerinizle kıyaslayınız.).

*25. $\vec{\mathbf{g}}$ kütle çekimi ivmesi ile $\vec{\mathbf{g}}$ kütle çekim alanı arasındaki kavramsal farkları tartışınız.

Problemler

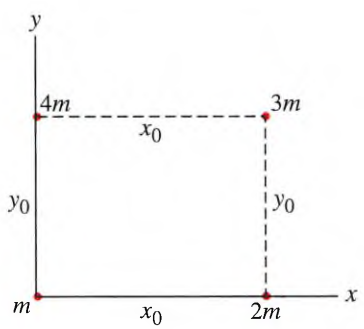
6–1 'den 6–3'e kadar Evrensel Çekim Yasası

1. (I) Kütlesi 1480 kg olan ve Dünya yüzeyinden yer yarıçapının 2 katı yükseklikte bulunan bir uzay aracına Dünya'nın uyguladığı kütle çekim kuvvetini hesaplayınız.
2. (I) Kütle çekiminden meydana gelen ivmelenmeyi Ay yüzeyinde hesaplayınız. Ay'ın yarıçapı 1.74×10^6 m ve kütlesi 7.35×10^{22} kg 'dır.
3. (I) Sanal bir gezegenin yarıçapı yer yarıçapının 2.3 katı, kütlesi ise yerinki ile aynıdır. Gezegen yüzeyi yakınında kütle çekiminden meydana gelen ivmelenme nedir?
4. (I) Sanal bir gezegenin kütlesi yerin kütlesinin 1.80 katı, yarıçapı ise yer yarıçapı ile aynıdır. Gezegen yüzeyinde g nedir?
5. (I) Eğer bir gezegenin kütlesini iki katına yarıçapını da üç katına çıkartırsak yüzeydeki g değeri hangi faktör ile değişir?
6. (II) Kütle çekim ivmesi g'nin etkin değerini Dünya yüzeyinin (*a*) 6400 m ve (*b*) 6400 km yukarısında hesaplayınız.
7. (II) Yörüngede dönen Uzay gemisi içindeki astronotların neden kendilerini ağırlıksız hissettiklerini arkadaşlarınıza açıklıyorsunuz. Onlar o yükseklikte yerçekiminin çok zayıf olduğunu düşündüklerini söylüyorlar. Yer yüzeyinden 300 km yukarıda yerçekiminin ne kadar zayıf olduğunu hesaplayarak kendinizi ve arkadaşlarınızı bunun doğru olmadığına ikna ediniz.
8. (II) Her birkaç yüz yılda bir gezegenlerin çoğu Güneş'in aynı tarafına dizilir. Şek.l6-24'te gösterildiği gibi bir çizgide dizildiğini varsayarak Venüs, Jüpiter, ve Satürn'ün Dünya üzerine etki ettirdiği toplam kuvveti hesaplayınız. Gezegenlerin kütleleri $M_V = 0.815\,M_D$, $M_J = 318\,M_D$, $M_{Sat} = 95.1\,M_D$ ve Güneş'e olan ortalama uzaklıkları, 108, 150, 778, ve 1430 milyon km'dir. Bu kuvvet, Güneş'in Dünya üzerine etki ettirdiği kuvvetin hangi kesridir?



ŞEKİL 6–24 Problem 8 (Ölçekli değil)

9. (II) Bir kenarı 0.80m olan karenin köşe noktalarında 8.5 kg'lık dört küre bulunmaktadır. Bir küre üzerine diğer üçü tarafından etki ettirilen kütle çekim kuvvetinin büyüklüğünü ve yönünü hesaplayınız.
10. (II) Birbirinden 0.25m uzaklıkta bulunan iki cisim arasındaki kütle çekim kuvveti 2.5×10^{-10} N değerindedir. Toplam kütleleri 4.00 kg'dır. Her bir cismin kütlesini bulunuz.
11. (II) Dört kütle Şek. 6-25'te gösterildiği biçimde düzenlenmiştir. Orijindeki (m) kütlesine etki eden kütle çekim kuvvetinin x ve y bileşenlerini belirleyiniz. Kuvveti $(\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}})$ birim vektörlerini kullanarak vektör notasyonunda yazınız.

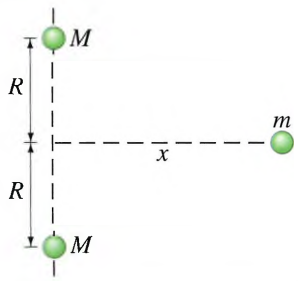


ŞEKİL 6–25
Problem 11.

12. (II) Jüpiter'in aylarından birisi olan Avrupa'nın yüzeyindeki, kütlesi 4.9×10^{22} kg olan bir cismin kütle çekiminden dolayı kazanacağı ivmeyi hesaplayınız. Yoğunluğunun Dünya'daki ile aynı olduğunu varsayınız.
13. (II) Dünya'nın küresel şeklini ve yoğunluğunu aynı tutarak kütlesinin iki katına çıkarıldığını varsayalım. Bu durumda Dünya yüzeyindeki cisimlerin ağırlıkları nasıl değişecektir.
14. (II) Mars yüzeyindeki kütle çekim ivmesi Dünya'daki değerin 0.38 katıdır. Mars'ın yarıçapı 3400 km olduğuna göre kütlesini hesaplayınız
15. (II) Dünya'dan Ay'a doğru seyahat etmekte olan bir uzay aracına etki eden net kuvvet, Dünya ve Ay'ın, uzay aracını eşit ve zıt kuvvetle çekmeleri nedeniyle hangi uzaklıkta sıfır olur?
16. (II) Dünya'nın bilinen periyodunu ve Güneş'e olan uzaklığını kullanarak Güneş'in kütlesini hesaplayınız.[*İpucu*: Güneş'in Dünya üzerine uyguladığı kuvvet, Dünya'nın merkezcil ivmesi ile ilişkilidir.] Yanıtınızı Örnek 6-9'da Kepler yasaları kullanılarak elde edilen sonuçla kıyaslayınız..
17. (II) Özdeş iki noktasal M kütlesi daima birbirinden $2R$ uzaklığında kalmaktadır. Üçüncü bir m kütlesi iki kütleyi birleştiren doğrunun orta dikmesi üzerinde x uzaklığına Şek. 6-26'da gösterildiği biçimde konuyor. Üçüncü kütle üzerindeki kütle çekim kuvvetinin orta dikme boyunca içeriye doğru yöneldiğini ve

$$F = \frac{2GMmx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

büyüklüğüne sahip olduğunu gösteriniz.

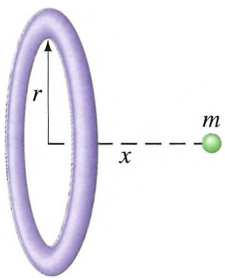


ŞEKİL 6–26
Problem 17.

18. (II) M kütlesi r yarıçaplı bir halka şeklindedir. Küçük bir m kütlesi Şek. 6-27'de gösterildiği gibi halka ekseni üzerinde x uzaklığına konulmuştur. Halkadan dolayı m kütlesine etkiyen kütle çekim kuvvetinin eksen boyunca içeriye doğru yöneldiğini ve

$$F = \frac{GMmx}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

büyüklüğüne sahip olduğunu gösteriniz. [*İpucu:* Halkanın pek çok küçük dM noktasal kütlesinden meydana geldiğini düşününüz; her bir dM'den kaynaklanan kuvvetleri toplayınız ve simetriyi kullanınız.]



ŞEKİL 6–27
Problem 18.

19. (III) (*a*) $(1 \pm x)^n = 1 \pm nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 \pm \cdots$ şeklindeki binom açılımını kullanarak Dünya yüzeyinden Δr yükseklikte, g'deki değişimin yaklaşık olarak

$$\Delta g \approx -2g\frac{\Delta r}{r_D}$$

olduğunu gösteriniz. Burada r_D Dünyanın yarıçapı ve $\Delta r \ll r_D$ 'dir. (*b*) Bu ifadedeki eksi işaretinin anlamı nedir? (*c*) Bu sonucu kullanarak Dünya yüzeyinden 125 km yukarıda g'nin etkin değerini hesaplayınız. Dnk. 6-1'in doğrudan kullanımı ile bulduğunuz sonuçla kıyaslayınız.
20. (III) Dünya yüzeyinin 1.00 km altında 1.00 km çapında küresel bir petrol yatağı vardır. Petrol yatağının tam üzerindeki g yerçekimi ivmesinin, yer kabuğu düzgün yapıda olsaydı g'nin sahip olacağı değere göre yüzde kaç farklılık göstereceğini tahmin ediniz. Petrolün yoğunluğunun 8×102 kg/m^3 olduğunu varsayınız.

21. (III) Dünya üzerinde 45°'lik enlemde $\vec{\mathbf{g}}$'nin doğrultusunu ve etkin değerini hesaplayınız. Dünyanın dönen bir küre olduğunu varsayınız.

***22.** (IIII) Düzgün bir küre için, küre içindeki bir noktada kütle çekim kuvvetinin, sadece merkeze bu noktadan daha yakın olan kütleye bağlı olduğu gösterilebilir (Ek D). Noktanın bulunduğu yarıçapın dışındaki noktalardan kaynaklanan kütle çekim kuvvetleri birbirini yok eder. Ağırlığınızın %5.0 azalacağı bir noktaya ulaşmak için Dünya'yı hangi derinliğe kadar delmelisiniz? Dünya yaklaşık olarak düzgün bir küredir.

6–4 Uydular ve Ağırlıksızlık

23. (I) Uzay aracı bir uyduyu Dünyadan 680 km yukarıdaki dairesel yörüngesine bırakıyor. Bırakma anında uzay aracı (Dünya'nın merkezine göre) hangi hızla hareket etmelidir?

24. (I) Dünya'dan 5800 km yükseklikte, dünya etrafında kararlı dairesel yörüngede dolanan uydunun hızını hesaplayınız.

25. (II) Kütlenizin 65 kg olduğunu biliyorsunuz, fakat asansörün içindeki bir tartı aletine çıktığınızda 76 kg geliyorsunuz. Asansörün ivmesi nedir ve hangi yöndedir?

26. (II) 13.0 kg'lık bir maymun asansör tavanına asılı bir ipe tutunmuştur. İp en fazla 185 N'luk gerilmeye dayanabiliyor ve asansör ivmelenince ip kopuyor. Asansörün ivmesi en az ne kadardır (büyüklük ve doğrultusu)?

27. (II) Ay yüzeyinden 120 km yukarıda Ay'ın yörüngesindeki bir uydunun periyodunu hesaplayınız. Dünya'nın etkisini ihmal ediniz. Ay'ın yarıçapı 1740 km'dir.

28. (II) Dünya yörüngesindeki iki uydu 5000 km ve 15,000 km yükseklikte dir. Hangi uydu diğerinden daha hızlıdır ve hangi oranda?

29. (II) 53 kg'lık bir bayan, hareketli bir asansör içinde tartılırsa (*a*) yukarıya doğru sabit 5.0 m/s hızıyla, (*b*) aşağıya doğru sabit 5.0 m/s hızıyla, (*c*) yukarıya doğru $0.33g$ ivmesiyle, (*d*) aşağıya doğru $0.33g$ ivmesiyle hareket eden ve (*e*) serbest düşen asansörde bulunan bir yaylı baskülde hangi değerler okunur?

30. (II)"Yer-yakınında" bir uydunun Dünya çevresindeki dairesel yörüngesini tamamlaması için geçen süreyi hesaplayınız. Yer-yakınındaki yörünge, Dünya'nın yarıçapıyla kıyaslandığında yer yüzeyinden olan yüksekliği çok az olan uydu yörüngesidir. [*İpucu:* Kütle çekiminin ivmesini yüzeydeki ile aynı alabilirsiniz.] Yanıtınız uydunun kütlesine bağlı mıdır?

31. (II) Bir uzay aracı içindeki 75 kg'lık bir astronot Dünya'nın Ay'ının merkezinden 2500 km uzakta aracı (*a*) sabit hızla hareket ederken, (*b*) Ay'a doğru 2.3 m/s^2'lik ivme ile hareket ederken görünen ağırlığı ne olur? Her durumda "yönü" de belirtin.

32. (II) Çapı 22 *m* olan bir dönme dolap her 12.5 s'de bir devir yapıyor (bknz. Şek. 5-19). Dolaptaki bir kişinin görünen ağırlığının gerçek ağırlığına oranı (*a*) tepe noktasında (*b*) en alt noktada nedir?

33. (II) Eşit kütleli iki yıldız, aralarındaki sabit 8.0×10^{11} m'lik mesafeyi koruyarak bu uzaklığın orta noktası etrafında her 12.6 yılda bir devir yapacak şekilde dönmektedirler. (*a*) Neden bu iki yıldız kütle çekim kuvveti nedeniyle birbirine çarpmaz? (*b*) Her bir yıldızın kütlesi nedir?

34. (III) (*a*) Bir gezegenin yüzeyine çok yakın yörüngede bir uydu T periyodu ile dönüyorsa gezegenin yoğunluğunun (= birim hacimdeki kütlesi) $\rho = m/V = 3\pi/GT^2$ olduğunu gösteriniz. (*b*) Yüzeye yakın olan bu uydunun periyodu 85 dak ise Dünyanın yoğunluğunu hesaplayınız. Dünyayı düzgün küre yaklaşıklığında ele alınız.

35. (III) Özdeş M kütleli üç cisim, bir kenarı ℓ olan eşkenar üçgenin köşe noktalarında olup üçgenin merkezi etrafında dairesel yörüngede dolanmaktadırlar. Karşılıklı kütle çekim etkisiyle cisimler bulundukları konumu korumaktadır. Her bir cismin hızı nedir?

36. (III) Yatayla 32°'lik açı yapan bir eğik düzlem, bir asansör içinde sabitlenmiştir. Bir m kütlesi eğik düzlem üzerinde sürtünmesiz kaymaktadır. Bu kütlenin eğik düzleme göre ivmesini şu durumlar için hesaplayın: (*a*) asansör yukarıya doğru $0.50g$ ivmesiyle hareket ediyor, (*b*) asansör aşağıya doğru $0.50g$ ivmesiyle hareket ediyor, (*c*) asansör serbest düşüyor (*d*) yukarıya doğru sabit hızla hareket ediyor.

6–5 Kepler Yasaları

37. (I) Kepler yasalarını ve Ay'ın periyodunu (27.4 gün) kullanarak Dünya yüzeyine çok yakın bir yörüngede dolanan yapma uydunun periyodunu hesaplayınız.

38. (I) Ay'ın bilinen periyot ve uzaklığından Dünya'nın kütlesini hesaplayınız.

39. (I) Neptün Güneş'ten ortalama 4.5×10^9 km uzaklıktadır. Dünya'nın Güneş'ten ortalama uzaklığının 1.5×10^8 km olduğunu dikkate alarak bir Neptün yılının ne kadar olduğunu hesaplayınız.

40. (II) A ve B gezegenleri uzaktaki bir yıldız etrafında dairesel yörüngededir. A gezegeni B'ye göre yıldızdan 9 kat daha uzaktadır. Hızların v_A/v_B oranı nedir?

41. (II) Güneş, galaksimizin merkezi civarında $(m_G \approx 4 \times 10^{41}\,\text{kg})$ yaklaşık 3×10^4 ışık yılı uzaklıkta döner [1 Işık yılı = $(3.00 \times 10^8$ m/s) $(3.16 \times 10^7$ s/yıl) (1.00 yıl)] Güneşin galaksi merkezi etrafındaki yörüngesel hareketinin periyodu nedir?

42. (II) Tablo 6-3'te Jüpiter'in dört büyük uydusunun ortalama uzaklık, periyot, ve kütleleri verilmiştir (bunlar 1609 yılında Galileo tarafından keşfedilmiştir). (*a*) Io verilerini kullanarak Jüpiter'in kütlesini bulunuz. (*b*) Diğer üç uydunun her birinin verilerini kullanarak Jüpiter'in kütlesini bulunuz. Sonuçlar uyumlu mudur?

TABLO 6–3 Jüpiter'in temel uyduları
(42, 43, ve 47. problemler)

Uydu	Kütle (kg)	Periyot (Dünya günü)	Jüpiter'den ortalama uzaklık (km)
Io	8.9×10^{22}	1.77	422×10^3
Avrupa	4.9×10^{22}	3.55	671×10^3
Ganyemede	15×10^{22}	7.16	1070×10^3
Callisto	11×10^{22}	16.7	1883×10^3

43. (II) Kepler'in üçüncü yasasını kullanarak Jüpiter'in her uydusu için Jüpiter'den olan ortalama uzaklığı bulunuz. Tablo 6-3'teki Io için verilen uzaklığı ve periyodu kullanınız. Sonucunuzu Tablodaki değerlerle kıyaslayınız.

44. (II) Mars ve Jüpiter arasındaki asteroid kuşağı pek çok pek çok parçadan oluşur (bazı uzay bilimcileri bunların bir dönemde Güneş etrafında dolanmakta olup sonradan tahrip olan bir gezegenden kaynaklandıklarını düşünüyorlar). (*a*) Eğer asteroid kuşağının ortalama yörünge yarıçapı (gezegenin bulunduğu yer) Dünya'nınkinin üç katı ise bu kuramsal gezegenin Güneş etrafındaki yörüngede dolanımı ne kadar zaman almaktaydı? (*b*) Bu verileri gezegenin kütlesini elde etmek için kullanabilir miyiz?

45. (III) Hale-Bopp kuyruklu yıldızının periyodu 2400 yıldır. (*a*) Güneş'ten olan ortalama uzaklığı nedir? (*b*) En fazla yaklaştığında kuyruklu yıldız güneşten 1.0 AU uzaklıktadır (1AU = Dünyadan Güneşe olan uzaklık). Maksimum uzaklığı olur? (*c*) En yakın olduğu noktadaki hızı ile en uzak olduğu noktalardaki hızlarının oranı nedir?

46. (III) (*a*) Kepler'in ikinci yasasını kullanarak bir gezegenin Güneş'e en yakın ve uzak olduğu noktalardaki hızlarının oranının, bu noktalardaki uzaklıklarının oranının tersine eşit olduğunu gösteriniz: $v_y/v_u = d_u/d_y$ (*b*) Dünya'nın Güneş'ten uzaklığı 1.47 ile 1.52×10^{11} m, aralığında değiştiğine göre, Dünya'nın Güneş etrafındaki yörüngesindeki maksimum ve minimum hızlarını hesaplayınız.

47. (III) Jüpiter'in en büyük dört uydusunun T yörünge periyodu ve r ortalama yörünge yarıçap değerleri Tablo 6-3'te verilmiştir. (*a*) Keplerin üçüncü yasasının

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{Gm_J}\right)r^3,$$

şeklindeki ifadesiyle başlayarak (burada m_J Jüpiter'in kütlesidir) $\log(T)$'yi $\log(r)$'ye göre çizdiğimizde düz bir doğru elde edeceğimizi gösteriniz. Kepler'in üçüncü yasasının bu doğrunun eğimi ve y-eksenini kesim noktası için ne öngördüğünü açıklayınız. (*b*) Jüpiter'in dört uydusunun verilerini kullanarak $\log(T)$'yi $\log(r)$'ye karşı çiziniz ve düz bir doğru elde ettiğinizi gösteriniz. Doğrunun eğimini bulunuz. Elde ettiğiniz değeri, veriler Kepler'in üçüncü yasası ile uyumlu ise beklediğiniz değerle karşılaştırınız. Doğrunun y-eksenini kestiği noktayı bulunuz ve bunu kullanarak Jüpiter'in kütlesini hesaplayınız.

*6–6 Kütle Çekim Alanı

*48. (III) Dünya ile Ay arasında tam orta noktada, kütle çekim alanın büyüklük ve doğrultusu nedir? Güneşin etkisini ihmal ediniz.

*49. (II) (*a*) Dünya yüzeyinde, Güneş'ten kaynaklanan kütle çekim alanı nedir? (*b*) Bu sizin ağırlığınızı belirgin şekilde etkiler mi?

*50. (III) Her birinin kütlesi m olan iki özdeş parçacık x ekseni üzerinde $x = +x_0$ ve $x = -x_0$ noktalarındadır. (*a*) Bu iki parçacığın y ekseni üzerindeki noktalarda meydana getireceği kütle çekim alanı için bir formül bulunuz; yani, $\vec{\mathbf{g}}$'yi y, m, x_0'in fonksiyonu olarak yazınız. (*b*) y ekseni üzerinde hangi nokta (veya noktalarda) $\vec{\mathbf{g}}$ nin büyüklüğü maksimum olur, bu konumdaki değeri nedir? [*İpucu:* $d\vec{\mathbf{g}}/dy$ türevini alınız]

Genel Problemler

51. Dünya'dan ne kadar yükseklikte yerçekimi ivmesinin değeri Dünya yüzeyindekinin yarısına iner?

52. Belli bir gezegenin yüzeyindeki g yerçekimi ivmesinin değeri 12.0 m/s^2 'dir. Pirinçten yapılmış 13.0 kg'lık bir top bu gezegene götürülmüştür. (*a*) Pirinç topun kütlesi Dünya'da ve gezegende ne kadardır? (*b*) pirinç topun Dünya'da ve gezegendeki ağırlığı ne kadardır?

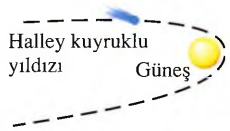
53. Belli bir beyaz cüce bir zamanlar Güneş gibi sıradan bir yıldız iken, bugün evriminin son aşamasına erişmiş olup, büyüklüğü Ay'ınki, kütlesi ise Güneş'inki ile aynıdır. (*a*) Bu yıldız yüzeyindeki kütle çekimini hesaplayınız. (*b*) 65 kg'lık bir kişinin bu yıldızdaki ağırlığı ne kadardır? (*c*) 1.0 m yükseklikten düşen bir beyzbol topunun yere düştüğü andaki hızı ne olur?

54. Yerçekimi ivmesinin Dünya yüzeyindeki değerinin 1/10'una eşit olduğu Dünya'nın dışındaki bir noktanın Dünya merkezine uzaklığı nedir?

55. Satürn halkaları gezegenin etrafında yörüngede dolanan buz parçalarından meydana gelir. Halkanın iç yarıçapı 73,000 km olduğu halde dış yarıçapı 170,000 km dir. İç ve dış yarıçaplardaki yörüngelerde dolanan birer buz parçasının periyotlarını bulunuz. Bulduğunuz değerleri Satürn'ün ortalama dolanım periyodu olan 10 saat 39 dakika ile kıyaslayınız. Satürn'ün kütlesi 5.7×10^{26} kg'dır.

56. Ay'a gönderilen *Apollo* uzay aracının iniş görevi sırasında komuta modülü yaklaşık 100 km yükseklikte Ay'ın etrafındaki yörüngede dönmeye devam etmiştir. Ay'ın etrafını bir kez dolanması ne kadar zaman aldı?

57. Halley kuyruklu yıldızı Güneş etrafındaki yörüngesini kabaca her 76 yılda bir tamamlar.Güneşe en yakın olduğu durumda Güneş yüzeyine çok yaklaşır (Şek. 6-28). Kuyruklu yıldızın güneşten en fazla hangi mesafede olabileceğini tahmin ediniz. Buna rağmen halen güneş sistemi içinde midir? Uzakta olduğunda en yakın gezegen yörüngesi hangisidir?

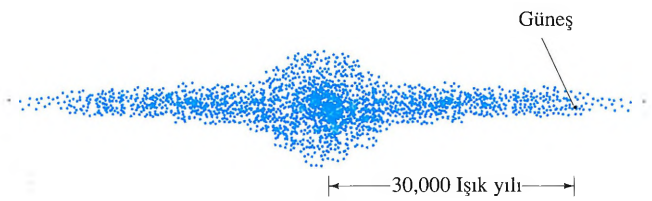


ŞEKİL 6–28
Problem 57.

58. Navstar küresel konumlandırma sistemi (Global Positioning System-GPS), Dünya etrafında dolanan 24 uyduluk bir grubu kullanır. Nirengi noktaları ve bu uyduların ilettiği sinyaller kullanılarak Dünya'daki bir alıcının konumu birkaç santimetrelik hata sınırı içinde belirlenir. Uydu yörüngeleri, Dünya etrafına altı yörüngenin her birinde dört uydu olmak üzere eşit aralıklarla dağıtılmış olup sürekli rota düzeltmelerini mümkün kılar. Uydu yörüngeleri yaklaşık olarak 11,000 deniz mili yüksekliktedir [1 deniz mili = 1,852 km = 6076 ft]. (*a*) Her uydunun hızını belirleyiniz. (*b*) Her uydunun periyodunu bulunuz.

59. Jüpiter'in kütlesi Dünyanın kütlesinin 320 katıdır. İnsanlar yerçekimi ivmesi g'nin birkaç katından büyük ivmelere dayanamadıkları için, Jüpiter büyüklüğündeki bir gezegenin kütle çekim kuvvetinin insanı ezeceği iddia edilmiştir. Bir insanın böyle bir gezegenin ekvatorunda hissedeceği yerçekimi ivmesi g'nin kaç katıdır? Jüpitere için aşağıdaki verileri kullanınız: kütle = 1.9×10^{27} kg, ekvatordaki yarıçap = 7.1×10^4 km, dönme periyodu = 9 saat 55 dakika. Merkezcil ivmeyi hesaba katınız.

60. Güneş, Samanyolu gökadasının merkezi çevresinde merkezden 30,000 ışık yılı uzakta (1 ışık yılı = 9.5×10^{15} m) döner. Eğer bir dönmeyi 200 milyon yılda tamamlıyorsa, Gökadamızın kütlesi nedir? Gökadamızın kütle dağılımının düzgün bir küre şeklinde olduğunu varsayınız. Eğer bütün yıldızlar yaklaşık olarak Güneşin kütlesine (2×10^{30} kg) sahip olsaydı Gökadamızda kaç tane yıldız olurdu?



ŞEKİL 6–29 Gökadamızın yandan görünüşü. Problem 60

61. Astronomlar, Samanyolu gökadasının merkezindeki SgrA adında, çok büyük kütleli fakat küçük cisme yakın bir yörüngede dönmekte olan, diğer yönlerden normal, S2 adını verdikleri bir yıldızı gözlediler. S2, SgrA etrafında eksantrikliği $e = 0.87$ olan eliptik bir yörüngede, 15.2 yıllık bir periyotla hareket eder (Şek. 6-16). 2002 yılında S2, SgrA 'ya en yakın konumuna ulaştı, uzaklığı sadece 123 AU idi (1AU = 1.5×10^{11} m olup Dünya-Güneş arası ortalama uzaklıktır). Gökadamızın merkezindeki çok büyük kütleli ve küçük SgrA cisminin (bunun çok büyük kütleli bir kara delik olduğu düşünülmektedir). M kütlesini hesaplayınız. M'i kg ve Güneş kütlesi cinsinden veriniz.

62. 5500 kg kütleli bir uydu 6200 s'lik bir periyotla Dünya'nın etrafında dönmektedir. (*a*) Dairesel yörüngenin yarıçapını, (*b*) Dünya'nın uyduya uyguladığı kütle çekim kuvvetinin büyüklüğünü ve (*c*) uydunun yerden yüksekliğini bulunuz.

63. Dünya'dan sabit v hızıyla uzaklaşıyorsanız, ağırlığınızın

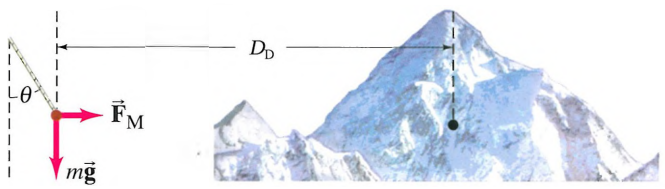
$$-2G\frac{m_D m}{r^3}v$$

hızıyla değiştiğini gösteriniz. Burada m sizin kütleniz ve r ise herhangi bir anda Dünya merkezinden olan uzaklığınızdır.

64. Astronomlar, Hubble Uzay Teleskopunu kullanarak uzaktaki M87 galaksisinin merkezinde, çok büyük kütleli, bir kara delik olabilecek kadar yoğun (hiç ışığın kaçamadığı) bir çekirdeğin var olduğu sonucuna vardılar. Bunu, çekirdekten 60 ışık yılı (5.7×10^{17} m) uzaktaki yörüngede dönen gaz bulutlarının hızını 780 km/s olarak ölçerek yaptılar. Çekirdeğin kütlesini bulunuz ve Güneş'in kütlesiyle kıyaslayınız.

65. Dünya'nın bütün kütlesinin küçük bir küresel topa sıkıştırıldığını varsayılın. Kütle çekimden kaynaklanan Dünya'nın yeni yüzeyindeki kütle çekimi ivmesinin Güneş'in yüzeyindeki kütle çekimi ivmesine eşit olması için kürenin yarıçapı ne olmalıdır?

66. Bir çekül (bir sicimin ucuna asılan m kütlesi) büyük kütleli bir dağın yakınında düşeyle θ açısı yaparak sapıyor (Şek. 6-30). (*a*) θ açısı için, dağın kütlesi m_D merkezinden olan uzaklık D_D ve Dünya'nın yarıçapı ile kütlesi cinsinden yaklaşık bir formül bulunuz. (*b*) 4000 m yüksekliğinde ve taban yarıçapı 4000 m olan bir koni şeklinde olduğunu varsayarak Everest Dağının kütlesini kabaca tahmin ediniz. Birim hacim başına düşen kütlesinin 3000 kg/m3 olduğunu varsayınız. (*c*) Eğer çekül Everest dağının merkezinden 5 km uzakta ise θ açısını hesaplayınız.

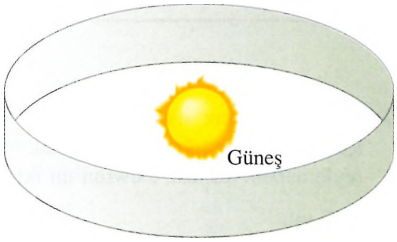


ŞEKİL 6–30 Problem 66.

67. Petrol arayan bir Jeolog belli bir yerdeki yerçekiminin ortalama değerden 10^7'de 2 kadar daha küçük olduğunu bulur. Tam bu noktanın 2000 m aşağısında bir petrol kaynağının olduğunu varsayınız. Kaynağı küresel varsayarak büyüklüğünü hesaplayınız. Kayaların yoğunluğunu (birim hacimdeki kütle) 3000 kg/m^3 ve petrolün yoğunluğunu 800 kg/m^3 alınız.

68. Siz onarılması gereken bir uyduyu kovalayan uzay aracı içindeki astronotsunuz. Uydu ile aynı yarıçaplı dairesel yörüngede (Dünyadan 400 km yukarıda) fakat uydunun 25 km gerisindesiniz. (*a*) Eğer yörünge yarıçapınızı 1 km azaltırsanız uyduya yetişmeniz ne kadar zaman alır? (*b*) Uyduyu 7 saatte yakalamanız için yörünge yarıçapınızı ne kadar küçültmelisiniz?

69. Bir bilim kurgu masalındaki yapay "gezegen", Güneş'in etrafını bir bant şeklinde sarmaktadır (Şek. 6-31). Buradaki sakinler iç yüzeyin üzerinde yaşarlar (devamlı öğle vaktidir). Güneş'in bizim güneşimizle tamamen özdeş olduğunu, Güneş'in banda olan uzaklığının Dünya-Güneş ile aynı olduğu (iklimin ılıman olması için) ve halkanın Dünya üzerindekine eşit bir etkin g yerçekimi ivmesi yaratacak hızda döndüğünü varsayınız. Bu gezegenin dönme periyodu, yani yılı, Dünya günü cinsinden ne olacaktır?



ŞEKİL 6–31
Problem 69.

70. Dünya'nın çok hızlı dönmesi sonucunda, ekvatordaki cisimler ağırlıksız görünüyor olsaydı, bir günün uzunuğu olurdu?

71. m kütleli bir asteroid Güneş etrafında r yarıçaplı dairesel bir yörüngede v hızı ile dönmektedir. Bir diğer M kütleli asteroidle çarpışıp $1.5v$ hızıyla döndüğü yeni dairesel yörüngesine itiliyor. Yeni yörüngenin yarıçapı r cinsinden nedir?

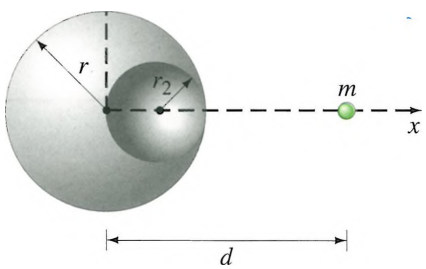
72. Newton, Tablo 6-4'teki verilere ek olarak, bu cisimlerin göreceli büyüklüklerini de biliyordu: Güneş'in R yarıçapı cinsinden Jüpiter ve Dünya'nın yarıçapları $0.0997R$ ve $0.0109R$'dir. Newton elindeki bu bilgileri kullanarak, Dünya'nın ortalama yoğunluğu Güneşten dört kat daha fazla olduğu halde, Jüpiter'in ortalama rho:ρ (= kütle/hacim) yoğunluğunun Güneş'in yoğunluğundan biraz daha küçük olduğunu buldu. Newton böylece kendi gezegeninden ayrılmadan Güneş ve Jüpiter'in yapılarının Dünya'dan farklı olduğunu belirleyebildi. Newton'un hesaplarını yeniden yaparak ρ_J/ρ_G ve ρ_D/ρ_G değerlerini bulunuz (bu oranların günümüzdeki değerleri sırasıyla 0.93 ve 3.91 dir).

TABLO 6–4 Problem 72

	Yörünge yarıçapı, R (AU=1.5 × 10^{11}m)	Yörünge Periyodu, T (Dünya günü)
Güneş çevresinde Venüs	0.724	224.70
Jüpiter çevresinde Callisto	0.01253	16.69
Dünya çevresinde Ay	0.003069	27.32

73. Bir uydu kütlesi bilinmeyen küresel bir gezegen etrafında yarıçapı 2.0×10^7 m olan dairesel bir yörüngede dolanmaktadır. Gezegenin uyduya etki ettirdiği kütle çekim kuvvetinin büyüklüğü 120 N'dır. (*a*) Eğer yörünge yarıçapı 3.0×10^7 m'ye arttırılırsa gezegenin uyduya etki ettirdiği kütle çekim kuvvetinin büyüklüğü ne olur? (*b*) Büyük yörüngedeki uydu her iki saatte bir devir yapıyorsa gezegenin kütlesi nedir?

74. Düzgün bir kürenin kütlesi M, yarıçapı r'dir. Bu küreden Şek. 6-32'de gösterildiği gibi $r/2$ yarıçapında bir küresel boşluk (kütlesiz) oyulmuştur (boşluğun yüzeyi kürenin merkezinden geçip kürenin dış yüzeyine değiyor). Orijinal küre ile boşluğun merkezleri aynı çizgi üzerinde olup bu doğru x eksenini tanımlar. Küre merkezinden d kadar uzakta, x ekseni üzerindeki m noktasal kütlesini, içi oyulmuş küre ne kadar bir kütle çekim kuvvetiyle çeker? [*İpucu*: Oyulmamış büyük kürenin etkisinden "küçük" kürenin (oyuğun) etkisini çıkartınız]



ŞEKİL 6–32 Problem 74.

75. Dünya'nın değişik noktalarındaki Güneş ve Ay'dan kaynaklanan kütle çekim kuvveti her noktanın Güneş ve Ay'a olan uzaklıklarına bağlıdır ve bu değişiklik **gelgitleri** oluşturur. Kitabınızın ön kapağının içinde verilen Dünya-Ay uzaklığı R_{DA}, Dünya-Güneş uzaklığı R_{DG}, Ay'ın kütlesi M_A, Güneş'in kütlesi M_G ve Dünya'nın yarıçapı R_D değerlerini kullanınız. (*a*) İlk olarak Dünya'nın her biri m kütleli iki küçük parçasını dikkate alınız; birisi Dünyanın Ay'a en yakın, diğeri de en uzak tarafında olsun. Ay'ın bu iki kütle üzerindeki kütle çekim kuvvetlerinin oranının

$$\left(\frac{F_{\text{yakın}}}{F_{\text{uzak}}}\right)_{\text{A}} = 1.0687$$

olduğunu gösteriniz. (*b*) İkinci olarak Dünya'nın her biri *m* kütleli iki küçük parçasını dikkate alınız; birisi Dünya'nın Güneş'e yakın, diğeri de en uzak tarafında olsun. Bu iki kütle üzerindeki Güneş'in kütle çekim kuvvetlerinin oranının

$$\left(\frac{F_{\text{yakın}}}{F_{\text{uzak}}}\right)_{\text{G}} = 1.000171.$$

olduğunu gösteriniz. (c) Güneş'in Dünya üzerindeki ortalama kütle çekim kuvvetinin Ay'ın kütle çekim kuvvetine oranının

$$\left(\frac{F_{\text{G}}}{F_{\text{A}}}\right)_{\text{orta}} = 178$$

olduğunu gösteriniz. Dikkat ederseniz Ay'ın daha küçük olan kuvveti, Dünya'nın çapı boyunca Güneş'in daha büyük olan kuvvetine göre daha fazla değişmektedir. (*d*) Sonuç olarak oluşan "kuvvet farkını" (gelgitin sebebi)

$$\Delta F = F_{\text{yakın}} - F_{\text{uzak}} = F_{\text{uzak}}\left(\frac{F_{\text{yakın}}}{F_{\text{uzak}}} - 1\right) \approx F_{\text{orta}}\left(\frac{F_{\text{yakın}}}{F_{\text{uzak}}} - 1\right)$$

Ay ve Güneş için hesaplayınız. Gelgite neden olan, Ay ve Güneş'ten kaynaklanan kuvvet farkı oranının

$$\frac{\Delta F_{\text{A}}}{\Delta F_{\text{G}}} \approx 2.3$$

olduğunu gösteriniz. Dolayısıyla Ay'ın gelgit oluşumundaki etkisi Güneş'inkinden iki kattan daha fazla büyüktür.

***76.** Bir parçacık Dünya yüzeyinden r_D (Dünya'nın yarıçapı) yükseklikten serbest bırakılıyor. Cismin Dünya'ya çarpma hızını bulunuz. Hava direncini ihmal ediniz. [*İpucu*: Newton'un ikinci yasasını, evrensel çekim yasasını, zincir kuralını kullanıp integral alınız.]

77. Aşağıdaki verileri kullanarak Newton'un evrensel çekim yasasındaki *G* çekim sabitinin değerini hesaplayınız: Kütle çekiminden kaynaklanan ivmenin Dünya yüzeyindeki değeri yaklaşık 10 m/s^2'dir; Dünya'nın çevresi 4×10^6 m civarındadır; Dünya yüzeyindeki taşlar tipik olarak 3000 kg/m^3 yoğunluğuna sahiptir, taşların bu yoğunluğunu her yerde aynı kabul ediniz (bunun doğru olduğundan şüpheniz olsa bile).

78. Mars ve Jüpiter'in yörüngeleri arasında asteroit denilen binlerce küçük cisim, Güneş'in etrafında yaklaşık dairesel yörüngelerde hareket eder. Küresel biçimde *r* yarıçaplı ve 2700 kg/m^3 yoğunluğunda bir asteroid düşününüz. (*a*) Farz edin ki kendinizi bu asterotin üzerinde buldunuz, bir beyzbol topunu 22 m/s (yaklaşık 50 mil/saat) hızla fırlattınız ve beyzbol topu asteroit etrafında dairesel bir yörüngeye girdi. Bu ustalığı başarabilmeniz için asteroitin yarıçapı en fazla ne olabilir? (*b*) Beyzbol topunu fırlattıktan sonra, arkanıza dönüp ters yönden gelen topu yakalarsanız, topu fırlatıp yakalamanız arasında geçen *T* zamanı nedir?

*Sayısal / Bilgisayar

***79.** Ekteki tablo Güneş sistemimizdeki gezegenlerin (Plüton hariç) Güneş'ten ortalama uzaklıklarını ve Güneş etrafında dolanım periyotlarını gösterir.

Uydu	Ortalama Uzaklık (AU)	Periyot /Yıl)
Merkür	0.387	0.241
Venüs	0.723	0.615
Dünya	1.000	1.000
Mars	1.524	1.881
Jüpiter	5.203	11.88
Satürn	9.539	29.46
Uranüs	19.18	84.01
Neptün	30.06	164.8

(*a*) Periyotların karesinin ortalama uzaklıkların küpüne göre grafiğini çiziniz ve veri noktalarından geçen en uygun doğruyu elde ediniz. (*b*) Eğer Plüton'un periyodu 247.7 yıl ise, elde ettiğiniz doğrudan Plüton'un Güneş'ten olan ortalama uzaklığını bulunuz.

Alıştırmaların Yanıtları

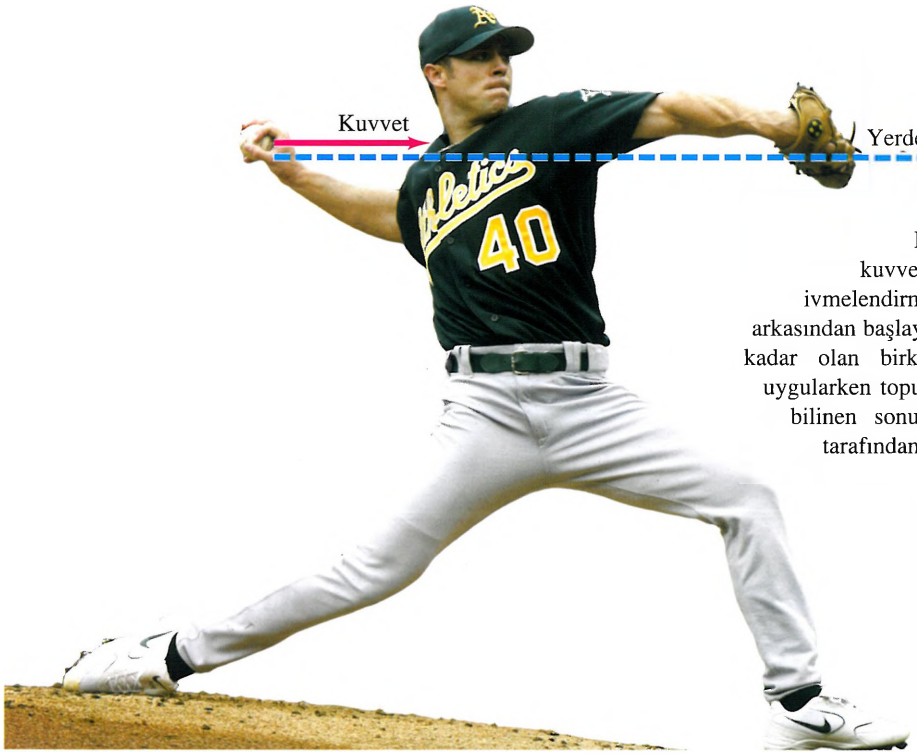
A: *g* iki katı olacaktır.

B: (*b*).

C: (*b*).

D: Hayır; ağırlıksız hissetseler bile, kütlesi fazla olan topu fırlatmak için ve yakalandığında durdurmak için büyük kuvvet gerekir (eylemsizlik kütlesi, Newton'un ikinci yasası).

E: 6.17 yıl.



Bu topu atan beyzbol oyuncusu, üzerine bir kuvvet uygulayarak beyzbol topunu çok yüksek hızlara ivmelendirmek üzeredir. Beyzbol oyuncusu, başının arkasından başlayıp önünde kolunu uzatarak topu bıraktığı noktaya kadar olan birkaç metrelik yerdeğiştirme boyunca kuvvet uygularken topun üzerine iş yapacaktır. İş-Enerji prensibi olarak bilinen sonuca göre, top üzerine yapılan toplam iş, top tarafından kazanılan kinetik enerjiye $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ eşit olacaktır.

BÖLÜM 7

İş ve Enerji

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!
Ağır bir masayı oldukça kuvvetli bir şekilde iterek hareket ettirmeye çalışıyorsunuz. Masa üzerine hangi durumda iş yaparsınız?

(a) Hareket edip etmese de kuvvet uyguladığınız sürece
(b) Eğer hareket etmeye başlarsa.
(c) Eğer hareket etmezse.
(d) Hiç bir zaman - o sizin üzerinize iş yapar.
(e) Yukarıdakilerin hiçbirisi.

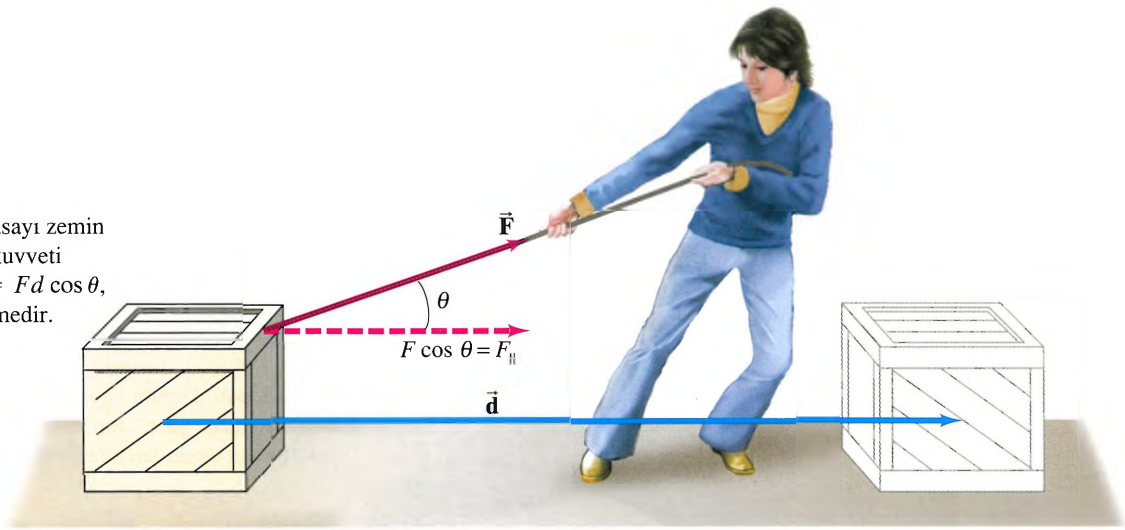
Şimdiye kadar Newton'un üç hareket yasasını kullanarak bir cismin öteleme hareketini inceledik. Bu analizde *kuvvet*, hareketi belirleyen nicelik olarak merkezi bir rol oynadı. Bu ve takip eden iki bölümde *enerji* ve *momentum* nicelikleri cinsinden bir cismin yaptığı öteleme hareketinin alternatif bir analizini tartışacağız. Enerji ve momentumun önemi bu niceliklerin *korunmasından* kaynaklanmaktadır. Pek çok durumda bunlar sabit kalırlar. Korunan niceliklerin bulunması, sadece doğayı kavramamız için daha derin bir bakış açısı sağlamakla kalmaz aynı zamanda bize pratik problemleri çözmek için de değişik bir yaklaşım sunar.

Enerji ve momentumun korunumu yasaları, çok sayıdaki kuvveti dikkate almanın oldukça zor ve bazen de imkansız olduğu çok cisimli sistemlerin incelenmesinde özellikle önemlidir. Bu yasalar, Newton yasalarının uygulanamadığı atom ve atom altı dünya da dahil olmak üzere oldukça geniş bir uygulama alanına sahiptir.

Bu bölüm çok önemli iki kavrama ayrılmıştır: *enerji* ve onunla yakından ilişkili olan *iş* kavramları. Bu iki nicelik skaler olduğundan ve dolayısıyla da bir yöne sahip olmadıklarından bunlarla çalışmak hız ve ivme gibi vektörel niceliklerle çalışmaktan oldukça kolaydır.

İÇERİK

7–1 Sabit bir Kuvvet tarafından Yapılan İş
7–2 İki Vektörün Skaler Çarpımı
7–3 Değişken bir Kuvvet Tarafından Yapılan İş
7–4 Kinetik Enerji ve İş-Enerji Prensibi



ŞEKİL 7–1 Bir kişi bir kasayı zemin boyunca çekmektedir. $\vec{F}$ kuvveti tarafından yapılan iş $W = Fd\cos\theta$, 'dır, burada $\vec{d}$ yerdeğiştirmedir.

7–1 Sabit bir Kuvvet Tarafından Yapılan İş

İş kelimesi günlük dilde değişik anlamlara sahiptir. Fakat fizikte iş, bir kuvvet bir cisme etki edip cisim yer değiştirdiğinde neyin başarıldığını betimleyen kesin bir anlam taşır. Şimdilik sadece öteleme hareketini dikkate alacağız ve aksi belirtilmedikçe cismin durumu karmaşıklaştıran bir iç hareketi olmayıp rijid olduğunu ve bir noktasal parçacık olarak ele alınabileceğini varsayacağız. Bu durumda, sabit bir kuvvetin (hem yönü hem büyüklüğü sabit) bir cisim üzerine yaptığı **iş** *yerdeğiştirmenin büyüklüğü ile kuvvetin yerdeğiştirmeye paralel bileşeninin çarpımı* olarak tanımlanır. Bunu eşitlik olarak

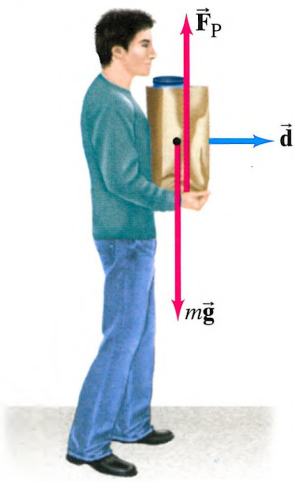
$$W = F_{||}\, d$$

şeklinde yazabiliriz, burada $F_{||}$ sabit $\vec{F}$ kuvvetinin $\vec{d}$ yerdeğiştirmesine paralel bileşenidir. Bu eşitliği

$$W = Fd\cos\theta \qquad \textbf{(7–1)}$$

şeklinde de yazabiliriz. Burada F sabit kuvvetin büyüklüğü, d yerdeğiştirmenin büyüklüğü ve θ da kuvvet ile yerdeğiştirmenin yönleri arasındaki açıdır. 7.1 denkleminde $\cos\theta$ çarpanı, $F\cos\theta\,(= F_{||})$'nın $\vec{F}$'nin $\vec{d}$ yönündeki bileşeni olmasından dolayıdır. İş skaler bir nicelik (sadece büyüklüğü vardır) olup negatif veya pozitif olabilir.

ŞEKİL 7–2 Bu kişi, $\vec{F}_P$ yerdeğiştirme vektörü $\vec{d}$ 'ye dik olduğundan pazar torbası üzerine iş yapmaz.



Şimdi hareket ve kuvvetin aynı yönlü olduğu durumu ele alalım, yani $\theta = 0$ ve $\cos\theta = 1$; bu durumda, $W = Fd$ olur. Örneğin yüklü bir market arabasını 30 N'luk yatay bir kuvvetle 50 m iterseniz araba üzerine yaptığınız iş 30 N × 50 m = 1500 N.m olur.

Bu örnekte gösterildiği gibi SI birim sisteminde iş Newton-metre (N.m) ile ölçülür. Bu birim **joule** (J) olarak adlandırılmıştır; 1 J = 1 N.m.

cgs sisteminde, işin birimi erg olup 1 erg = 1 dyn.cm olarak tanımlanmıştır. İngiliz birim sisteminde iş foot-pound olarak ölçülür. 1 J =10^7 erg = 0.7379 ft.lb olduğu kolayca gösterilebilir.

Bir cisim üzerine bir kuvvet etkimesine rağmen hiç iş yapılamayabilir. Örneğin ağır bir pazar torbasını elinizde hareketsiz tutarsanız hiçbir iş yapmış olmazsınız. Torba üzerine bir kuvvet uygulayabilirsiniz, fakat torba yerdeğiştirmediği için yaptığınız iş, $W = 0$ olur. İş yapmak için hem kuvvete hem de yerdeğiştirmeye ihtiyacınız vardır. Şek. 7-2'de olduğu gibi, eğer pazar torbasını yatay bir zemin üzerinde sabit bir hızla yürüyerek taşırsanız yine bir iş yapmış olmazsınız. Çünkü torbayı sabit bir hızla hareket ettirmek için bir yatay bir kuvvet gerekmez. Şek.7-2'deki kişi düşey yönde, torbanın ağırlığına eşit bir $\vec{F}_P$ kuvveti uygular. Fakat bu yukarı yöne doğru olan kuvvet torbanın hareket yönüne dik olduğu için iş yapmaz. Bu sonuç, işin 7-1 eşitliğindeki tanımından kaynaklanır; $W = 0$'dır çünkü $\theta = 90°$ ve $\cos 90° = 0$ 'dır. Bu nedenle eğer herhangi bir kuvvet yerdeğiştirmeye dik olursa bu kuvvet tarafından bir iş yapılmaz. Yürümeye başladığınızda veya

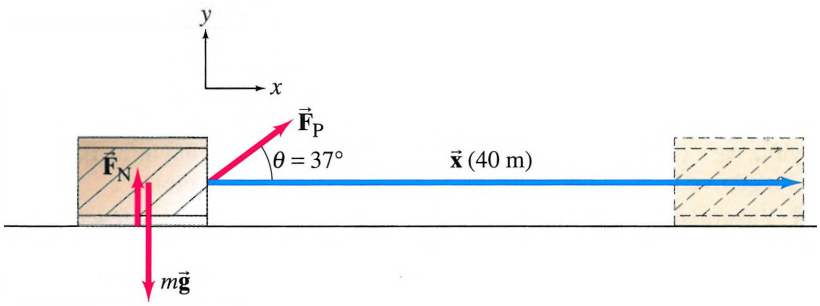
durduğunuzda yatay bir ivme oluşur ve kısa bir süre de olsa yatay bir kuvvet uygulamış olursunuz ve böylece torba üzerinde bir iş yapmış olursunuz.

Kuvvet için olduğu gibi, bir iş söz konusu olduğunda da, belirli bir cisim *tarafından* yapılan bir işten mi yoksa o cismin *üzerine* yapılan bir işten mi bahsedildiği açıkça belirtilmelidir. Ayrıca belli bir kuvvetin (ve hangisinin) yaptığı işten mi, yoksa cismin üzerine etki eden *net kuvvetin* yaptığı toplam (net) işten mi bahsedildiğinin açıkça belirtilmesi önemlidir.

DİKKAT

İşin cisim tarafından mı yoksa cismin üzerine mi yapıldığını belirtiniz.

ÖRNEK 7–1 **Bir sandık üzerine yapılan iş.** Bir kişi 50 kg'lık bir sandığı yatay bir düzlem boyunca Şek. 7-3'te gösterildiği gibi 37°'de etki eden $F_P = 100$ N,'luk sabit bir kuvvetle 40 m çekiyor. Zemin düzgün olup sandığa sürtünme kuvveti uygulamıyor. (*a*) Sandık üzerine her bir kuvvet tarafından yapılan işi, (*b*) yapılan net işi belirleyiniz.



ŞEKİL 7–3 Örnek 7-1. 50 kg'lık sandık pürüzsüz bir yüzey boyunca çekiliyor.

YAKLAŞIM Koordinat sistemimizi, $\vec{\mathbf{x}}$ vektörü 40 m'lik yerdeğiştirmeyi gösterecek şekilde (yani x ekseni boyunca) seçiyoruz. Sandık üzerine Şek. 3.7'de gösterildiği gibi 3 kuvvet etki etmektedir. Bunlar, adamın uyguladığı kuvvet $\vec{\mathbf{F}}_P$; dünya tarafından uygulanan yer çekimi kuvveti, $m\vec{\mathbf{g}}$; zemin tarafından yukarıya doğru uygulanan normal kuvvet, $\vec{\mathbf{F}}_N$ 'dir. Sandık üzerindeki net kuvvet bu üç vektörün vektörel toplamıdır.

ÇÖZÜM (*a*) Yerçekimi ve normal kuvvet yerdeğiştirme vektörü $\vec{\mathbf{x}}$'e dik olduğundan (Dnk. 7-1'de $\theta = 90°$) bunlar tarafından yapılan işler sıfırdır:

$$W_G = mgx\cos 90° = 0$$
$$W_N = F_N x\cos 90° = 0.$$

$\vec{\mathbf{F}}_P$ tarafında yapılan iş

$$W_P = F_P x\cos\theta = (100\text{ N})(40\text{ m})\cos 37° = 3200\text{ J}.$$

(*b*) Net iş birbirine eşdeğer olan iki şekilde hesaplanabilir:
(1) Cisim üzerine yapılan net iş, iş skaler bir nicelik olduğundan her bir kuvvetin yaptığı işin cebirsel toplamıdır:

$$W_{net} = W_G + W_N + W_P$$
$$= 0 + 0 + 3200\text{ J} = 3200\text{ J olur.}$$

(2) Net iş, önce cismin üzerine etkiyen net kuvveti bulup daha sonra bunun yerdeğiştirme yönündeki bileşenini alarak da hesaplanabilir: $(F_{net})_x = F_P\cos\theta$. Böylece net iş

$$W_{net} = (F_{net})_x x = (F_P\cos\theta)x$$
$$= (100\text{ N})(\cos 37°)(40\text{ m}) = 3200\text{ J}.$$

Düşey doğrultuda (y), yerdeğiştirme yoktur ve iş yapılmamıştır.

ALIŞTIRMA A Bir kutu Şek. 7-1 veya 7-3'te gösterildiği gibi yatayla θ açısı yapan bir $\vec{\mathbf{F}}_P$ kuvvetiyle zemin üzerinde bir d mesafesi kadar sürükleniyor. Eğer kuvvetin büyüklüğü sabit tutulup θ açısı arttırılırsa, $\vec{\mathbf{F}}_P$ tarafından yapılan iş (*a*) aynı kalır; (*b*) artar; (*c*) azalır; (*d*) önce artar sonra azalır.

ALIŞTIRMA B Bölüm açılış sorusuna dönünüz (sayfa 163), şimdi tekrar cevaplamaya çalışınız. İlk seferde niçin farklı cevaplamış olabileceğinizi açıklamaya çalışınız.

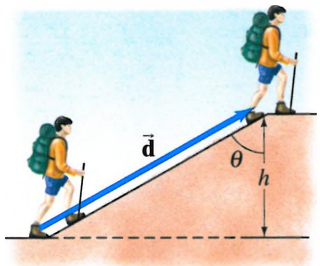
PROBLEM ÇÖZME

İş

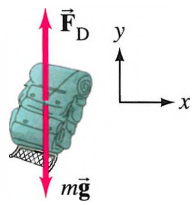
1. İncelemek üzere seçtiğiniz cisim üzerine etkiyen tüm kuvvetleri gösteren bir **serbest cisim diyagramı çiziniz.**
2. Bir *xy* **koordinat sistemi seçiniz.** Eğer cisim hareket ediyorsa koordinat eksenlerinden birini kuvvetlerden biri veya hareket yönünde seçmek daha uygun olabilir. [Bir eğik düzlem üzerindeki bir cisim için, koordinatlardan birini eğik düzleme paralel olarak seçebilirsiniz.]
3. Bilinmeyen kuvvetleri bulmak için **Newton yasalarını uygulayınız.**
4. Cismin *üzerine* **belirli bir kuvvet tarafından yapılan işi** sabit kuvvet için iş bağıntısı $W = Fd\cos\theta$'yı kullanarak bulun. Kuvvet yerdeğiştirmeye zıt yöndeyse yapılan işin negatif olduğuna dikkat edin.
5. Cisim üzerine yapılan **net işi** bulmak için, ya (*a*) her bir kuvvetin yaptığı işi bulun ve sonuçları cebirsel olarak toplayın; veya (*b*) cisim üzerine etkiyen net kuvveti, F_{net}, bulun, ve bunu kullanarak yapılan net işi hesaplayın, sabit bir net kuvvet için yapılan iş

$$W_{\text{net}} = F_{\text{net}}\, d\cos\theta \quad \text{ile verilir.}$$

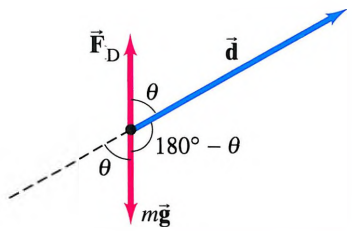
ŞEKİL 7–4 Örnek 7-2.



(a)



(b)



(c)

ÖRNEK 7–2 **Sırt çantasına yapılan iş.** (*a*) Şek. 7-4a'da gösterildiği gibi bir dağcının 15.0 kg'lık bir sırt çantasını m yüksekliğindeki bir tepeye taşıması için sırt çantası üzerine yapması gereken işi hesaplayınız. (*b*) sırt çantası üzerine yerçekimin yaptığı işi de belirleyiniz ve (*c*) sırt çantası üzerine yapılan net işi hesaplayınız. Basitlik için, hareketin düzgün ve hızın sabit olduğunu varsayınız (yani sıfır ivme).

YAKLAŞIM Yukarıdaki problem çözme stratejisinin adımlarını tek tek izleyeceğiz.

ÇÖZÜM

1. **Serbest cisim diyagramını çiziniz.** Sırt çantası üzerindeki kuvvetler Şek. 7-4b'de gösterilmiştir: yerçekimi kuvveti, $m\vec{\mathbf{g}}$, aşağıya doğru etki eder; $\vec{\mathbf{F}}_{\text{D}}$, dağcının sırt çantasını desteklemek için yukarı yönde uygulaması gereken kuvvettir. İvme sıfırdır, bu nedenle sırt çantasına etkiyen yatay kuvvetler ihmal edilebilir.
2. **Koordinat siteminin seçimi.** Sırt çantasının düşey hareketiyle ilgileniyoruz, bu nedenle y koordinatını düşey yukarı yön pozitif olacak şekilde seçeriz.
3. **Newton yasalarının uygulanması.** Sırt çantasına Newton yasalarının düşey doğrultuda uygulanması

$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$F_{\text{D}} - mg = 0$$

(a_y =0 olduğundan) bağıntılarını verir. Bu nedenle

$$F_{\text{D}} = mg = (15.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 147\,\text{N}.$$

4. **Özel bir kuvvetin yaptığı iş.** (*a*) Dağcı tarafından sırt çantası üzerine yapılan işi hesaplamak için Dnk. 7-1'den

$$W_{\text{D}} = F_{\text{D}}(d\cos\theta)$$

yazarız. Şek. 7-4a'dan $d\cos\theta = h$ olduğuna dikkat edelim. Böylece dağcı tarafından yapılan iş

$$W_{\text{D}} = F_{\text{D}}(d\cos\theta) = F_{\text{D}}\,h = mgh$$
$$= (147\,\text{N})(10.0\,\text{m}) = 1470\,\text{J} \text{ olur.}$$

Yapılan işin sadece yükseklik değişimine bağlı olduğunu ve tepenin eğimi θ'dan bağımsız olduğuna dikkat ediniz. Dağcı sırt çantasını düşey olarak aynı h yüksekliğine kaldırırsa aynı işi yapar.

(*b*) Yerçekimi tarafından sırt çantası üzerine yapılan iş (Dnk. 7-1 ve Şek. 7-4c'den)

$$W_{\text{G}} = F_{\text{G}}\, d\cos(180^\circ - \theta)$$

olur. $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$, olduğundan dolayı

$$W_{\text{G}} = F_{\text{G}}\, d(-\cos\theta) = mg(-d\cos\theta)$$
$$= -mgh$$
$$= -(15.0\,\text{kg})(9.80\text{m/s}^2)(10.0\,\text{m}) = -1470\text{J}.$$

NOT Yerçekimi tarafından yapılan iş (burada negatiftir) eğim açısına bağlı değildir, sadece tepenin düşey yüksekliği h'ye bağlıdır. Bunun nedeni yerçekiminin düşey olarak etkimesidir, bu yüzden yerdeğiştirmenin sadece düşey bileşeni yapılan işe katkıda bulunur.

5. **Yapılan net iş.** (*a*) Sırt çantası üzerine yapılan net iş $W_{\text{net}} = 0$,'dır, çünkü sırt çantası üzerindeki net kuvvet sıfırdır (önemli bir ivmelenme olmadığı varsayıldı). Yapılan net işi her bir kuvvetin yaptığı işi toplayarak da belirleyebilirdik.

$$W_{\text{net}} = W_{\text{G}} + W_{\text{H}} = -1470\,\text{J} + 1470\,\text{J} = 0.$$

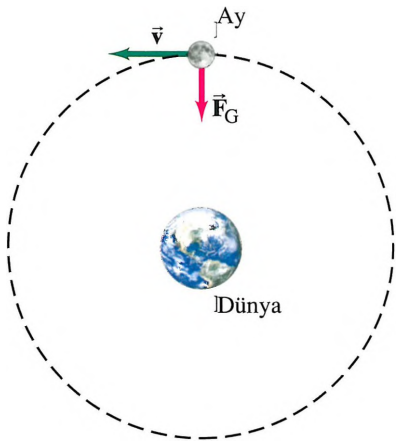
NOT Sırt çantası üzerine bütün kuvvetler tarafından yapılan net işin sıfır olmasına rağmen dağcı sırt çantası üzerine 1470 J'luk iş yapmıştır.

PROBLEM ÇÖZME

Yerçekimi tarafından yapılan iş bir tepenin yüksekliğine bağlıdır fakat eğim açısına bağlı değildir

KAVRAMSAL ÖRNEK 7–3 **Dünya Ay üzerine iş yapar mı?** Ay, Dünya etrafında hemen hemen sabit bir teğetsel süratle, yaklaşık olarak dairesel bir yörüngede dolanır, Ay yörüngede Dünya tarafından uygulanan yerçekimi kuvveti ile tutulur. Yerçekimi kuvvetinin Ay üzerinde yaptığı iş (*a*) pozitif midir?, (*b*) negatif midir?, (*c*) yoksa hiçbir iş yapmaz mı?

CEVAP Ay üzerindeki Yerçekimi kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_G$'nin yönü, Dünya'ya doğrudur (Şekil 7-5) ve Ay'a, yörüngesinin yarıçapı boyunca içeriye doğru etki eden merkezcil kuvveti sağlar. Ay'ın yerdeğiştirmesi, herhangi bir zamanda daireye teğettir ve hızı boyuncadır, yarıçapa ve yerçekimi kuvvetine diktir. Bu nedenle $\vec{\mathbf{F}}_G$ kuvveti ile ayın anlık yerdeğiştirmesi arasındaki θ açısı 90°'dir ve yerçekimi tarafından yapılan iş sıfırdır $(\cos 90° = 0)$. Bu nedenle Ay ve hatta yapma uydular, hiç yakıt yakmadan yörüngede kalabilirler: yerçekimi kuvvetine karşı iş yapmak gerekmez.



ŞEKİL 7–5 Örnek 7-3.

7–2 İki Vektörün Skaler Çarpımı

İş skaler bir niceliktir fakat kuvvet ve yerdeğiştirme gibi iki vektörel niceliğin çarpımını içerir. Bu nedenle şimdi, kitap boyunca kullanacağımız, vektörlerin çarpımını araştıracağız ve bunu işin hesaplanmasına uygulayacağız.

Vektörlerin hem yönleri hem de büyüklükleri olduğu için skalerlerin çarpıldığı gibi çarpılamazlar. Bunun yerine vektör çarpımının ne anlama geldiğini *tanımlamalıyız*. Vektör çarpımını tanımlamanın olası yolları arasında fizikte de çok kullanışlı bulduğumuz üç yol vardır:

(1) bir vektörün bir skalerle çarpımı, bu Kısım 3-3'te tartışılmıştır;

(2) bir vektörün bir skaler elde etmek üzere başka bir vektörle çarpımı;

(3) bir vektörün başka bir vektör elde etmek üzere diğer bir vektörle çarpımı. Vektörel çarpım olarak bilinen bu üçüncü yol daha sonra Kısım 11-2'de tartışılacaktır.

Biz şimdi *skaler* veya *nokta çarpım* (çarpım bir nokta ile gösterildiği için bu isim kullanılmaktadır) olarak adlandırılan ikincisini tartışacağız. $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ gibi iki vektörümüz varsa bunların **skaler çarpımı** (veya nokta) şu şekilde tanımlanır;

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = AB\cos\theta. \qquad (7\text{–}2)$$

A ve B vektörlerin büyüklüğü ve θ $(< 180°)$ iki vektörün kuyrukları birbirine değdiği durumda aralarındaki açıdır, Şek. 7-6. A, B ve $\cos\theta$ skaler olduklarından $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ ("A nokta B" diye okunur) skaler çarpımın sonucu da bir skalerdir.

Dnk. 7-2 ile verilen bu tanım, Dnk. 7-1 ile verilen sabit kuvvetin yaptığı iş tanımına mükemmel bir şekilde uyar. Bu nedenle sabit bir kuvvet tarafından yapılan işi kuvvet ve yerdeğiştirmenin skaler çarpımı olarak yazabiliriz:

$$W = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{d}} = Fd\cos\theta. \qquad (7\text{–}3)$$

Aslında Dnk. 7-2 ile verilen skaler çarpım tanımının seçilmesinin nedeni, fizikte iş gibi bir çok fiziksel niceliğin (diğerleriyle de daha sonraki bölümlerde karşılaşacağız) iki vektörün skaler çarpımı olarak tanımlanabilmesidir.

Skaler çarpımın eşdeğer bir tanımı da bir vektörün büyüklüğü (B diyelim) ile diğer vektörün bu vektör yönündeki bileşeninin (veya izdüşümünün, $(A\cos\theta)$ çarpımıdır. Şek. 7-6'ya bakınız.

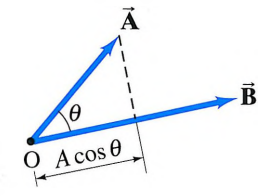
A, B, ve $\cos\theta$ skaler olduklarından hangi sırayla çarpıldıkları önemsizdir. Bu nedenle skaler çarpım **sıra değiştirme özelliğine** sahiptir:

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{A}}. \qquad \text{[sıra değiştirme özelliği]}$$

Bu çarpımın **dağılma özelliliği** olduğunu göstermek de kolaydır (ispat için Problem 33'e bakınız) :

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{C}}. \qquad \text{[dağılma özelliği]}$$

ŞEKİL 7–6 $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ gibi iki vektörün skaler veya nokta çarpımı $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = AB\cos\theta$ 'dir. Skaler çarpım bir vektörün büyüklüğü (bu durumda B) ile diğer vektörün $\vec{\mathbf{B}}$ üzerindeki izdüşümü $A\cos\theta$ ile çarpımı şeklinde yorumlanabilir.



$\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ vektörlerimizi birim vektörleri kullanarak (Kısım 3-5, Dnk. 3-5) dik bileşenleri cinsinden yazalım

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$$
$$\vec{\mathbf{B}} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}.$$

Bu vektörlerin skaler çarpımlarını, $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ alacağız, $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$, ve $\hat{\mathbf{k}}$ vektörlerinin birbirine dik olduklarını hatırlayalım:

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 1$$
$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0.$$

Bu nedenle skaler çarpım

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} &= (A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}) \cdot (B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}) \\ &= A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \end{aligned} \qquad (7\text{–}4)$$

olarak bulunur.Dnk. 7-4 çok kullanışlıdır.

Eğer $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$, dik ise Dnk. 7-2 bize $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = AB\cos 90^\circ = 0$ olduğunu söyler. Fakat $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$, olması üç farklı yolla gerçekleşebilir : $\vec{\mathbf{A}} = 0$, $\vec{\mathbf{B}} = 0$, veya $\vec{\mathbf{A}} \perp \vec{\mathbf{B}}$.



ŞEKİL 7–7 Örnek 7-4. Zemin ile θ açısı yaparak etki eden $\vec{\mathbf{F}}_P$ kuvveti tarafından yapılan iş $W = \vec{\mathbf{F}}_P \cdot \vec{\mathbf{d}}$ 'dir.

ÖRNEK 7–4 **Nokta çarpımı kullanmak.** Şek. 7-7'de gösterilen kuvvet $F_P = 20\,\text{N}$ 'luk büyüklüğe sahiptir ve yerle 30^0 açı yapmaktadır. Araba yerde 100 m çekildiğinde bu kuvvetin yapacağı işi Dnk. 7-4'ü kullanarak hesaplayınız.

YAKLAŞIM x eksenini yatay ve sağa, ve y eksenini düşey ve yukarı yönde seçelim ve $\vec{\mathbf{F}}_P$ ve $\vec{\mathbf{d}}$'yi birim vektörler cinsinden yazalım.

ÇÖZÜM

$$\vec{\mathbf{F}}_P = F_x\hat{\mathbf{i}} + F_y\hat{\mathbf{j}} = (F_P\cos 30^\circ)\hat{\mathbf{i}} + (F_P\sin 30^\circ)\hat{\mathbf{j}} = (17\,\text{N})\hat{\mathbf{i}} + (10\,\text{N})\hat{\mathbf{j}},$$

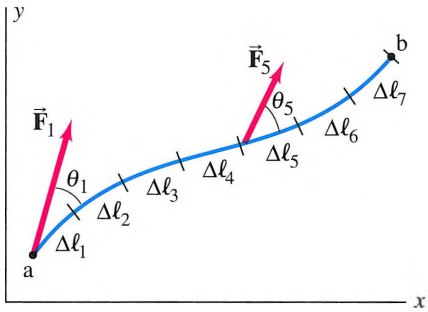
$\vec{\mathbf{d}} = (100\,\text{m})\hat{\mathbf{i}}$. Dnk. 7-4'ten

$$W = \vec{\mathbf{F}}_P \cdot \vec{\mathbf{d}} = (17\,\text{N})(100\,\text{m}) + (10\,\text{N})(0) + (0)(0) = 1700\,\text{J}.$$

bulunur. x eksenini $\vec{\mathbf{d}}$ yönünde seçerek, $\vec{\mathbf{d}}$'nin sadece bir bileşene sahip olmasını sağlayarak hesaplamayı kolaylaştırdığımıza dikkat ediniz.

7–3 Değişken Bir Kuvvet Tarafından Yapılan İş

Eğer bir cisim üzerine etkiyen kuvvet sabit ise, bu kuvvet tarafından yapılan iş Dnk. 7-1 kullanılarak hesaplanabilir. Fakat, pek çok durumda, bir süreç sırasında kuvvettin büyüklüğü veya yönü değişebilir. Örneğin, bir roket dünyadan ayrılırken, iş, dünyanın merkezinden olan uzaklığın karesi ile değişen yerçekimi kuvvetini yenmek için yapılır. Diğer bir örnek bir yay tarafından uygulanan gerilme miktarıyla artan kuvvettir veya bir kutu veya arabayı inişli yokuşlu bir tepeye çekmek için uygulanan bir değişken kuvvetin yaptığı iştir.



ŞEKİL 7–8 Üzerine değişken bir $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti etki eden bir parçacık, şekilde gösterilen yol boyunca bir a noktasından b noktasına hareket ediyor.

Şek.7-8 Bir cismin xy düzleminde a noktasından b noktasına hareket ederkenki yolunu göstermektedir. Yol her birinin uzunluğu $\Delta\ell_1, \Delta\ell_2, \ldots, \Delta\ell_7$ olan küçük aralıklara bölünmüştür. Yol üzerindeki her noktada etki eden bir $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti iki noktada $\vec{\mathbf{F}}_1$ ve $\vec{\mathbf{F}}_5$ olarak gösterilmiştir. Her bir $\Delta\ell$ aralığında kuvvet yaklaşık olarak sabittir. İlk aralık için, kuvvet ΔW işini yapar, bu iş yaklaşık olarak

$$\Delta W \approx F_1 \cos\theta_1 \Delta\ell_1$$

ile verilir (Dnk. 7-1'e bakınız). İkinci aralıkta yapılan iş $F_2 \cos\theta_2 \Delta\ell_2$ olup benzer biçimde devam eder. Parçacığın toplam $\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 + \ldots + \Delta\ell_7$ yolu boyunca hareketi sırasında yapılan toplam iş bütün terimlerin toplamıdır:

$$W \approx \sum_{i=1}^{7} F_i \cos\theta_i \Delta\ell_i . \qquad (7\text{–}5)$$

Bunu Şek. 7-9a'da gösterildiği gibi $F\cos\theta$'nın yol boyunca uzaklığı temsil eden ℓ 'ye karşı grafiğini çizerek inceleyebiliriz. ℓ uzaklığı 7 eşit aralığa bölünmüştür (düşey kesikli çizgilere bakınız). $F\cos\theta$'nın değeri her bir aralığın merkezinde yatay kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Her bir gölgelendirilmiş dikdörtgen bu aralıkta yapılan işin iyi bir yaklaşıklığı olan $(F_i \cos\theta)(\Delta\ell_i)$ alanına sahiptir. Bütün yol boyunca yapılan işin miktarı Dnk. 7-5 ile verilir, bu da bütün dikdörtgenlerin alanlarının toplamına eşittir. Eğer mesafeyi daha çok aralığa bölersek, bu durumda her $\Delta\ell_i$ daha küçüktür, yapılan işin hesabı daha kesin olur (F'nin aralık içerinde sabit olduğu varsayımı daha doğru olur). Eğer her bir $\Delta\ell_i$ sıfıra yaklaşırsa (bu durumda sonsuz sayıda aralığa yaklaşmış oluruz), yapılan iş için kesin sonucu elde ederiz:

$$W = \lim_{\Delta\ell_i \to 0} \Sigma F_i \cos\theta_i \Delta\ell_i = \int_a^b F\cos\theta \, d\ell. \qquad (7\text{–}6)$$

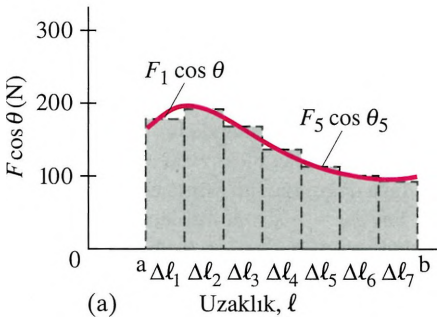
Bu limit $\Delta\ell_i \to 0$ için $(F\cos\theta\, d\ell)$ 'nın a noktasından b noktasına giderkenki *integrali*dir. $\int$, sembolü, sündürülmüş bir S olup sonsuz toplamı gösterir; ve $\Delta\ell$ ile değiştirilen $d\ell$, sonsuz küçük uzaklık anlamındadır. [Bunu seçmeli olan Kısım 2-9'da da tartıştık.]

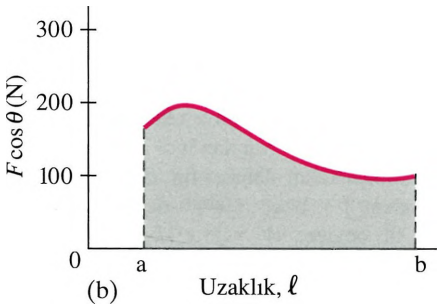
$\Delta\ell$ sıfıra yaklaşırkenki limitte, sonsuz küçük uzaklık $d\ell$, $d\vec{\ell}$ vektörünün büyüklüğüne eşit olur. $d\vec{\ell}$ vektörünün yönü bulunduğu noktada yola teğet olacak şekildedir, bu nedenle θ herhangi bir noktadaki $\vec{\mathbf{F}}$ ve $d\vec{\ell}$ arasındaki açıdır. Bu yüzden Dnk. 7-6'yı nokta-çarpım notasyonuyla şu şekilde yazabiliriz:

$$W = \int_a^b \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\ell}. \qquad (7\text{–}7)$$

Bu *işin genel bir tanımı*dır. Bu eşitlikte, a ve b uzayda (x_a, y_a, z_a) ve (x_b, y_b, z_b). şeklinde iki nokta tanımlar. Dnk. 7-7'deki integral, cismin yolunu gösteren çizgi boyunca $F\cos\theta$ 'nın integrali olduğu için çizgi integrali olarak adlandırılır. (Dnk. 7-1 sabit bir kuvvet için Dnk. 7-7'nin özel bir halidir.)

ŞEKİL 7–9 Bir F kuvveti tarafından F yapılan iş (a) yaklaşık olarak dik dörtgenlerin alanlarının toplamına (b) kesin olarak da $F\cos\theta$ nın ℓ 'ye karşı grafik eğrisinin altında kalan alana eşittir.





Dik koordinatlarda, herhangi bir kuvvet

$$\vec{\mathbf{F}} = F_x\hat{\mathbf{i}} + F_y\hat{\mathbf{j}} + F_z\hat{\mathbf{k}}$$

şeklinde yazılabilir ve $d\vec{\ell}$ yerdeğiştirmesi

$$d\vec{\ell} = dx\hat{\mathbf{i}} + dy\hat{\mathbf{j}} + dz\hat{\mathbf{k}}$$

ile verilir. Böylece yapılan iş şu şekilde yazılabilir:

$$W = \int_{x_a}^{x_b} F_x\,dx + \int_{y_a}^{y_b} F_y\,dy + \int_{z_a}^{z_b} F_z\,dz.$$

Dnk. 7-6 veya 7-7'yi işi hesaplamak için kullanırken değişik seçenekler vardır: (1) eğer $F\cos\theta$ konumun fonksiyonu olarak biliniyorsa Şek. 7-9b'dekine benzer bir grafik yapılabilir ve alan grafik olarak belirlenebilir. (2) Diğer bir olasılık ise bir bilgisayar veya hesap makinesi yardımıyla sayısal integral (sayısal olarak toplama) kullanmaktır. (3) Üçüncü bir olasılık ise yapılabildiği zaman integral hesabın analitik yöntemlerini kullanmaktır. Bunu yapabilmek için $\vec{\mathbf{F}}$'yi konumun fonksiyonu olarak $F(x, y, z)$ şeklinde yazabilmeli ve izlenen yolu bilmeliyiz. Bazı özel örneklere bakalım.

Yay Kuvvetinin Yaptığı İş

Şek. 7-10'da gösterildiği gibi bir yayı germek veya sıkıştırmak için gerekli işi hesaplayalım. Bir kişinin bir yayı normal uzunluğundan (serbest halden) bir x uzunluğu kadar germesi veya sıkıştırması için x ile doğrudan orantılı olan bir F_P kuvveti gerekir. Bu kuvvet

$$F_P = kx$$

ile verilir, burada k bir sabit olup *yay sabiti* (veya *yayın sertlik sabiti*) olarak adlandırılır, ve yayın sertliğinin ölçüsüdür. Yayın kendisi de ters yönde bir kuvvet uygular (Şek. 7-10b veya c):

$$F_S = -kx. \qquad \textbf{(7–8)}$$

Bu kuvvet bazen "geri çağırıcı kuvvet" olarak adlandırılır, çünkü yay, yerdeğiştirmenin ters yönünde bir kuvvet uygular (bu nedenle – işaretli), ve bu yüzden yayı normal boyuna getirmek üzere davranır. Dnk. 7-8, **yay eşitliği** veya **Hooke yasası** olarak bilinir, ve x değeri çok büyük (bakınız Kısım 12-4) ve yayda kalıcı bozulmalar olmadığı sürece yaylar için geçerlidir.

Bir kişinin bir yayı normal (gerilmemiş) uzunluğundan, $x_a = 0$, başka bir uzunluğa, $x_b = x$ germekle (veya sıkıştırmakla) yaptığı işi hesaplayalım. Germenin yavaşça yapıldığını bu nedenle de ivmenin hemen hemen sıfır olduğunu varsayalım. $\vec{\mathbf{F}}_P$ kuvveti, x ekseni boyunca yayın eksenine paralel olarak uygulanır, böylece $\vec{\mathbf{F}}_P$ ve $d\vec{\ell}$ paraleldir. Bu nedenle, $d\vec{\ell} = dx\hat{\mathbf{i}}$ olduğundan bu durumda, bu kişi tarafından yapılan iş[†]

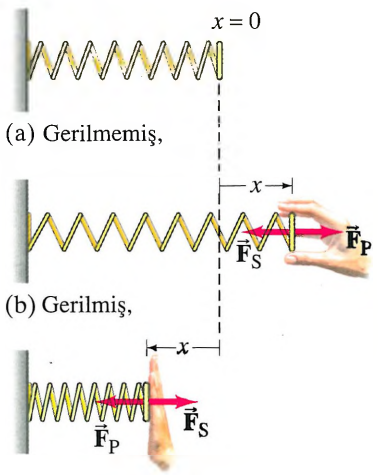
$$W_P = \int_{x_a=0}^{x_b=x} \left[F_P(x)\,\hat{\mathbf{i}}\right]\cdot\left[dx\hat{\mathbf{i}}\right] = \int_0^x F_P(x)\,dx = \int_0^x kx\,dx = \tfrac{1}{2}kx^2\Big|_0^x = \tfrac{1}{2}kx^2$$

olarak bulunur. (Sıklıkla yapıldığı gibi, x'i hem integral değişkenini hem de x'in aralığın sonundaki belirli bir değerini göstermek için kullandık $x_a = 0$'dan $x_b = x$ 'e) Buradan gereken işin germe (veya sıkıştırma) mesafesinin, x'in, karesi ile doğru orantılı olduğunu görüyoruz.

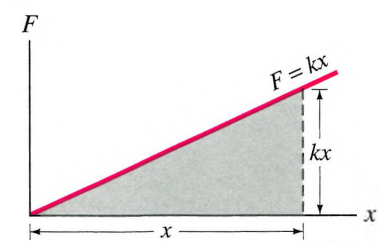
Aynı sonuç, Şek. 7-11'de gösterilen F'nin x'e (bu durumda $\cos\theta = 1$ karşı grafiğinin altındaki alanı hesaplayarak da elde edilebilir. Bu alan yüksekliği kx ve tabanı x olan bir üçgen olduğu için, bir kişinin yayı x miktarı kadar germek veya sıkıştırmakla yaptığı iş

$$W = \tfrac{1}{2}(x)(kx) = \tfrac{1}{2}kx^2,$$

olur, bu daha önce bulunan sonuçla aynıdır. $W \propto x^2$, olduğundan bir yayı x miktarı kadar germek veya sıkıştırmak aynı miktarda iş gerektirir.



ŞEKİL 7–10 (a) Yay normal (gerilmemiş) konumdadır. (b) Yay bir kişi tarafından $\vec{\mathbf{F}}_P$ kuvveti uygulanarak sağa doğru (pozitif yön) gerilmiştir. Yay $F_S = -kx$. ile verilen bir $\vec{\mathbf{F}}_S$ kuvvetiyle geri çeker. (c) Kişi yayı sıkıştırır ($x < 0$) ve yay $(x < 0)$, kuvveti ile geri iter, $x < 0$ olduğundan $F_S = -kx$ $F_S > 0$'dır.



ŞEKİL 7–11 Bir yayı x kadar esnetmek için yapılan iş $F = kx$ eğrisi altında kalan alana eşittir. Bir üçgenin alanı $\frac{1}{2} \times$ base $\times$taban deyükseklik 'tir, böylece $W = \frac{1}{2}(x)(kx) = \frac{1}{2}kx^2$ olur.

[†]Bknz. Ek B'deki İntegral Tablosu

ÖRNEK 7–5 **Bir yay üzerine yapılan iş.** (*a*) Bir kişi Şek. 7-10'daki yayı çekerek 3.0 cm uzatıyor. Bu, 75 N'luk bir maksimum kuvvet gerektiriyor. Bu kişi ne kadar iş yapmıştır? (*b*) Eğer, bunun yerine, bu kişi yayı 3.0 cm sıkıştırırsa ne kadar iş yapar?

YAKLAŞIM $F = kx$ bağıntısı x_{maks} dahil her noktada geçerlidir. Dolayısıyla F_{maks} $x = x_{\text{maks}}$'ta oluşur.

ÇÖZÜM (*a*) Önce yay sabitini k'yı hesaplamaya ihtiyacımız var :

$$k = \frac{F_{\text{maks}}}{x_{\text{maks}}} = \frac{75\text{ N}}{0.030\text{ m}} = 2.5 \times 10^3\text{ N/m}.$$

Bundan sonra kişi tarafından yay üzerine yapılan işi hesaplayalım:

$$W = \tfrac{1}{2}kx_{\text{maks}}^2 = \tfrac{1}{2}(2.5 \times 10^3\text{ N/m})(0.030\text{ m})^2 = 1.1\text{ J}.$$

(*b*) x ve $F_P = kx$'in her ikisinin negatif (pozitif x sağa doğrudur) olmasına rağmen bu kişinin uyguladığı kuvvet hala F_P 'dir. Yapılan iş

$$W_P = \int_{x=0}^{x=-0.030\text{ m}} F_P(x)\,dx = \int_0^{x=-0.030\text{ m}} kx\,dx = \tfrac{1}{2}kx^2\Big|_0^{-0.030\text{ m}}$$
$$= \tfrac{1}{2}(2.5 \times 10^3\text{ N/m})(-0.030\text{ m})^2 = 1.1\text{ J}$$

olur ki bu, yayı germek için yapılan işle aynıdır.

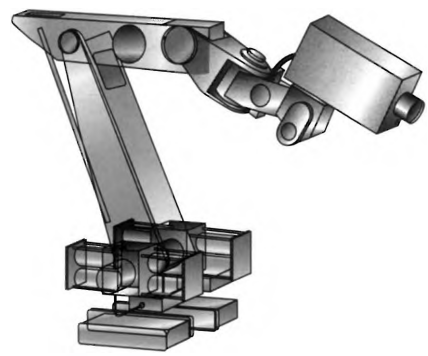
NOT Kuvvet sabit olmadığından bir yay için $W = Fd$ (Dnk. 7-1) bağıntısını kullanamayız.

Daha Karmaşık Bir Kuvvet Yasası- Robot Kolu

ÖRNEK 7–6 ***x*'in Fonksiyonu Olarak Kuvvet.** Bir otomatik izleme sistemindeki video kameranın konumunu kontrol eden bir robot kolu, kol üzerine bir kuvvet uygulayan bir motor tarafından idare edilmektedir. Kuvvet

$$F(x) = F_0\left(1 + \frac{1}{6}\frac{x^2}{x_0^2}\right)$$

ile verilir, burada $F_0 = 2.0\text{ N}$, $x_0 = 0.0070\text{ m}$, ve x kolun bitim noktasının konumudur. Eğer kol $x_1 = 0.010\text{ m}$ 'den $x_2 = 0.050\text{ m}$ 'ye hareket ederse motor ne kadar iş yapmıştır?



ŞEKİL 7–12 Bir kamerayı konumlandıran robot kolu.

YAKLAŞIM Motor tarafından uygulanan kuvvet x'in doğrusal bir fonksiyonu değildir. $\int F(x)\,dx$ integralini veya $F(x)$eğrisinin altında kalan alanı (Şek. 7-13'te gösterilen) belirleyebiliriz.

ÇÖZÜM Motor tarafından yapılan işi bulmak için integral alırız:

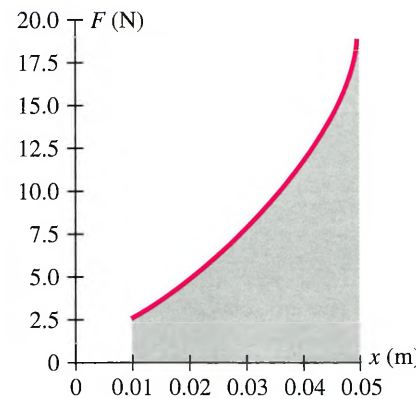
$$W_M = F_0\int_{x_1}^{x_2}\left(1 + \frac{x^2}{6x_0^2}\right)dx = F_0\int_{x_1}^{x_2}dx + \frac{F_0}{6x_0^2}\int_{x_1}^{x_2}x^2\,dx$$
$$= F_0\left(x + \frac{1}{6x_0^2}\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{x_1}^{x_2}.$$

Verilenleri yerine yazarsak

$$W_M = 2.0\text{ N}\left[(0.050\text{ m} - 0.010\text{ m}) + \frac{(0.050\text{ m})^3 - (0.010\text{ m})^3}{(3)(6)(0.0070\text{ m})^2}\right] = 0.36\text{ J}$$

buluruz.

ŞEKİL 7–13 Örnek 7-6.



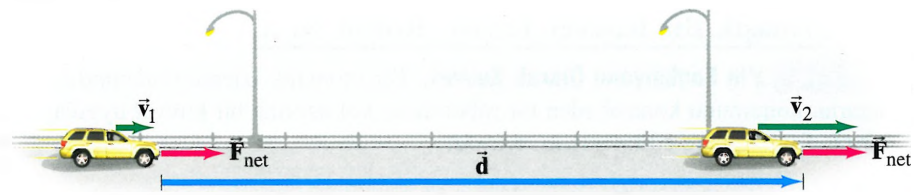
7–4 Kinetik Enerji ve İş-Enerji Teoremi

Enerji, bilimde en önemli kavramlardan birisidir. Hala enerjinin basit bir genel tanımını sadece birkaç kelime ile veremeyiz. Bununla birlikte, her özel enerji tipi oldukça basit bir şekilde tanımlanabilir. Bu bölümde öteleme kinetik enerjisini tanımlayacağız; bir sonraki bölümde potansiyel enerjiyi ele alacağız. Sonraki bölümlerde ısı ile ilgili enerji (19. ve 20. Bölümler) gibi diğer değişik enerji tiplerini inceleyeceğiz. Enerji tiplerinin tümü için önemli bir özellik, bütün enerji tiplerinin toplamı olan *toplam enerjinin*, herhangi bir sürecin sonrasında başlangıçtakiyle aynı olmasıdır: yani, enerji korunan bir niceliktir.

Bu bölümün amaçları için enerjiyi, geleneksel bir şekilde "iş yapabilme yeteneği" olarak tanımlayabiliriz. Bu basit tanım hem çok kesin değildir hem de gerçekte bütün enerji tipleri için geçerli değildir[†]. Yine de bu ve bundan sonraki bölümde tartıştığımız mekanik enerji için bu tanım geçerlidir. Şimdi temel enerji tiplerinden birini, kinetik enerjiyi, tanımlayacak ve tartışacağız.

Hareket eden bir cisim çarptığı başka bir cisim üzerine iş yapabilir. Uçan bir gülle çarptığı bir duvar tuğlası üzerinde iş yapar; hareket eden bir çekiç tahta içerisine çaktığı çivinin üzerine iş yapar. Her iki durumda da hareket eden bir cisim, bir yerdeğiştirmeye yol açtığı ikinci cisim üzerinde iş yapar. Hareket halindeki bir cisim iş yapma yeteneğine sahiptir ve bu nedenle bir enerjiye sahiptir denebilir. Hareket enerjisi **kinetik enerji** olarak adlandırılır, bu terim Yunanca "hareket" anlamına gelen *kinetikos* kelimesinden gelmektedir.

Kinetik enerjinin niceliksel bir tanımını elde etmek için, kütlesi m olan ve düz bir çizgi boyunca v_1 başlangıç süratiyle hareket eden basit bir rijit cismi (parçacık olarak düşünülecektir) göz önüne alalım. Onu düzgün olarak bir v_2 süratine hızlandırmak için hareket doğrultusuna paralel olarak bir d yerdeğiştirmesi boyunca bir F_{net} kuvveti uygulanır, Şek. 7-14.



ŞEKİL 7–14 Bir sabit net kuvvet bir d mesafesi boyunca bir otomobili v_1 hızından v_2 hızına hızlandırılıyor. Yapılan net iş $W_{\text{net}} = F_{\text{net}} d$ 'dir.

Bu durumda cisim üzerine yapılan net iş $W_{\text{net}} = F_{\text{net}} d$ 'dir. Newton'un ikinci yasasını, $F_{\text{net}} = ma$, uygular ve Dnk. 2-12c $\left(v_2^2 = v_1^2 + 2ad\right)$ 'yi kullanırsak, bunu şu şekilde de yazabiliriz:

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}.$$

Burada v_1 başlangıç sürati ve v_2 son sürattir. Bunu $F_{\text{net}} = ma$ denkleminde yerine yazarak yapılan işi buluruz:

$$W_{\text{net}} = F_{\text{net}} d = mad = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}\right)d = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right)$$

veya

$$W_{\text{net}} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2. \qquad \textbf{(7–9)}$$

Kinetik enerji (tanım)

$\frac{1}{2}mv^2$ niceliğini cismin **öteleme kinetik enerjisi,** K, olarak tanımlarız:

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2. \qquad \textbf{(7–10)}$$

(Bunu, Bölüm 10'da tartışacağımız dönme kinetik enerjisinden ayırmak için "öteleme" kinetik enerjisi olarak adlandırırız.) Burada sabit bir kuvvet ile bir boyuttaki hareket için çıkarılan Dnk. 7-9, bir cismin üç boyuttaki genel öteleme hareketi için de geçerlidir ve hatta bu bölümün sonunda göreceğimiz gibi değişken bir kuvvet için de geçerlidir.

[†]Bölüm 20'de tartışacağımız gibi ısı ile ilgili enerji çoğu zaman iş yapmaya elverişli değildir.

Dnk. 7-9'u şu şekilde yeniden yazabiliriz:

$$W_{\text{net}} = K_2 - K_1$$

veya

$$W_{\text{net}} = \Delta K = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2. \qquad \textbf{(7–11)}$$

İŞ-ENERJİ İLKESİ

Dnk. 7-11 (veya 7-9) **iş-enerji ilkesi** diye bilinen kullanışlı bir sonuçtur. Kelimelerle şu şekilde ifade edilebilir :

İŞ-ENERJİ İLKESİ

Bir cisim üzerine yapılan net iş, cismin kinetik enerjisindeki değişime eşittir.

Newton'un ikinci yasasını, $F_{\text{net}} = ma$, kullandığımıza dikkat ediniz, burada F_{net} cismin üzerindeki net kuvvet, cisme etki eden bütün kuvvetlerin toplamıdır. Bu nedenle iş-enerji ilkesi eğer W, cisim üzerine yapılan net iş ise, yani cisim üzerine etki eden bütün kuvvetlerin yaptığı iş ise geçerlidir.

İş-enerji ilkesi, Newton yasalarının çok kullanışlı bir yeniden ifadesidir. Eğer cisim üzerine (pozitif) net bir W işi yapılırsa, bize cismin kinetik enerjisinin bir W miktarı kadar artacağını söyler. Bu ilke tersi durumda da geçerlidir: eğer cisim üzerine yapılan net W işi negatifse, cismin kinetik enerjisi bir W miktarı kadar azalır. Yani, cisim üzerine etki eden net kuvvet cismin hareket yönüne zıt ise onun süratini ve kinetik enerjisini azaltır. Bunun bir örneği bir çiviyi çakan hareketli bir çekiçtir (Şek. 7-15). Çekiç üzerindeki net kuvvet (Şek.7-15'teki $-\vec{\mathbf{F}}$ burada basitlik için $\vec{\mathbf{F}}$ 'nin sabit olduğu varsayılmıştır) sola doğru etkiyor, bununla birlikte çekicin $\vec{\mathbf{d}}$ yerdeğiştirmesi sağa doğrudur. Dolayısıyla çekiç üzerine yapılan net iş, $W_{\text{çekiç}} = (\text{F})(\text{d})(\cos 180^0) = -Fd$, negatiftir ve çekicin kinetik enerjisi azalır (genellikle sıfır olur).

Şek. 7-15, enerjinin iş yapma yeteneği olarak nasıl dikkate alınabileceğini de göstermektedir. Çekiç, yavaşlarken, çivi üzerine pozitif iş yapar: $W_{\text{çivi}} = (+\text{F})(+\text{d})(\cos 0^0) = Fd$. Çekicin kinetik enerjisindeki azalma (Dnk. 7-1'e göre) çekicin diğer cisim, bu durumda çivi, üzerinde yaptığı işe eşittir.

Öteleme kinetik enerjisi $\left(= \tfrac{1}{2}mv^2\right)$ cismin kütlesiyle ve cismin süratinin karesiyle doğru orantılıdır. Bu yüzden cismin kütlesi iki katına çıkarsa kinetik enerjisi de iki katı olur. Fakat eğer cismin sürati iki katına çıkarsa cisim dört katı daha fazla kinetik enerjiye sahip olur ve bu nedenle dört kat daha fazla iş yapma yeteneğine sahip olur.

İş ve kinetik enerji arasındaki doğrudan bağlantı nedeniyle, enerji iş ile aynı birim cinsinden ölçülür: SI birim sisteminde joule [cgs sisteminde enerji birimi erg, ve İngiliz birim sisteminde foot-pound'tur]. İşe benzer bir şekilde kinetik enerji de skaler bir niceliktir. Bir grup cismin kinetik enerjisi tek tek cisimlerin kinetik enerjilerinin toplamına eşittir.

İş-enerji ilkesi bir parçacığa, ve rijit olan veya iç hareketleri önemsenmediğinden bir parçacık olarak varsayılabilecek bir cisme de uygulanabilir. Aşağıdaki Örneklerde göreceğimiz gibi basit durumlarda oldukça kullanışlıdır. İş-Enerji teoremi, bir sonraki bölümde inceleyeceğimiz enerjinin korunumu yasası kadar güçlü ve sarmalayıcı değildir ve enerji korunumunun bir ifadesi olarak düşünülmemelidir.

ÖRNEK 7–7 **Kinetik enerji ve beyzbol topu üzerine yapılan iş.** 145 gramlık bir beyzbol topu 25 m/s'lik bir sürat kazanacak şekilde fırlatılıyor. (*a*) Kinetik enerjisi nedir? (*b*) Eğer başlangıçta durgunsa, bu sürate ulaştırmak için top üzerine yapılan net iş ne kadardır?

YAKLAŞIM $K = \tfrac{1}{2}mv^2$ ve iş-enerji teoremini, Dnk. 7-11, kullanacağız.

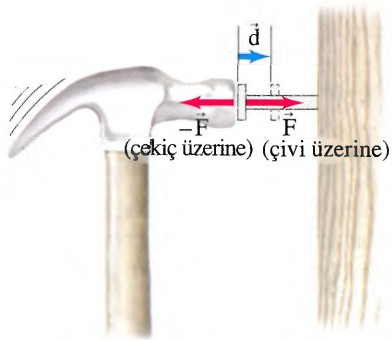
ÇÖZÜM (*a*) Fırlatıldıktan sonra topun kinetik enerjisi

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(0.145\,\text{kg})(25\,\text{m/s})^2 = 45\,\text{J}.$$

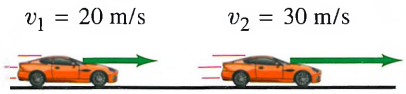
(*b*) Başlangıçtaki kinetik enerji sıfır olduğundan yapılan net iş sadece son durumdaki kinetik enerjiye, 45 J, eşit olur.

DİKKAT

İş-enerji ilkesi sadece net iş için geçerlidir



ŞEKİL 7–15 Hareketli bir çekiç bir çivi üzerine çarpar ve hareketsiz duruma gelir. Çekiç çivi üzerine bir F kuvveti uygular; Çivi çekiç üzerine bir $-F$ kuvveti uygular (Newton'un üçüncü yasası) . Çivi üzerine çekiç tarafından yapılan iş pozitiftir ($W_{\text{çivi}} = Fd > 0$). Çekiç üzerine çivi tarafından yapılan iş negatiftir ($W_{\text{çekiç}} = -Fd$)



ŞEKİL 7–16 Örnek 7-8.

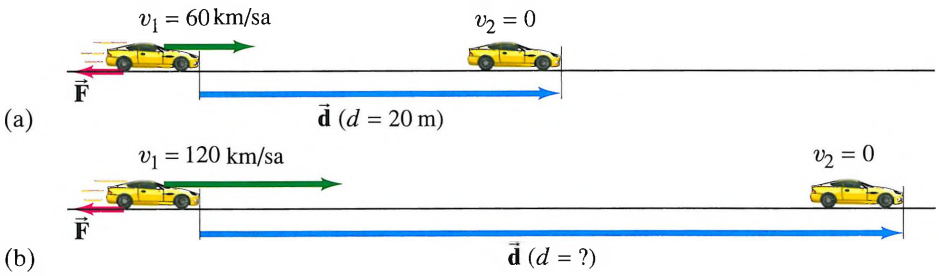
ÖRNEK 7–8 TAHMİN ETMEK **Kinetik enerjisini arttırmak için araba üzerine yapılan iş.** 1000 kg'lık bir arabayı 20m/s'den 30m/s'ye hızlandırmak için ne kadarlık net iş gerekir (Şek.7-16)?

YAKLAŞIM Bir araba karmaşık bir sistemdir. Motor tekerlekleri döndürür ve lastikler yere bir itme uygular ve yer de lastikleri geri iter (Örnek 4-4'e bakınız). Şu an için bunlarla ilgilenmiyoruz. Bunun yerine eğer arabayı parçacık veya basit rijit bir cisim olarak modelleyebilirsek iş-enerji teoremini kullanarak kullanışlı sonuçlar elde edebiliriz.

ÇÖZÜM Gerekli olan net iş, kinetik enerjideki artışa eşittir :

$$W = K_2 - K_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$= \tfrac{1}{2}(1000\,\text{kg})(30\,\text{m/s})^2 - \tfrac{1}{2}(1000\,\text{kg})(20\,\text{m/s})^2 = 2.5 \times 10^5\,\text{J}.$$

ALIŞTIRMA C (*a*) Bir tahmin yapınız: Örnek 7-8'deki arabayı durgun halden 20m/s'ye ulaştırmak için gereken net iş, örnekte hesaplanan, onu 20m/s'den 30m/s'ye çıkarmak için gerekli işten daha mı çoktur, daha mı azdır, yoksa eşit midir? (*b*) Hesabı yapınız.



ŞEKİL 7–17 Örnek 7-9.

KAVRAMSAL ÖRNEK 7–9 **Bir arabayı durdurmak için yapılan iş** 60 km/sa süratle seyahat eden bir araba 20m'lik bir *d* mesafesinde duracak şekilde fren yapabiliyor (Şek. 7-17a). Eğer araba iki katı hızlı, 120km/sa ile giderse durdurma mesafesi ne kadardır (Şek. 7-17b)? Maksimum durdurma kuvvetinin süratten bağımsız olduğunu varsayınız.

YANIT Yine arabayı bir parçacıkmış gibi modelliyoruz. Net durdurma kuvveti *F* sabit olduğundan arabayı durmak için gereken iş, *Fd*, alınan yolla orantılıdır. İş-enerji teoremini uygulayalım, $\vec{\mathbf{F}}$ ve $\vec{\mathbf{d}}$'nin ters yönlü olduğuna ve arabanın son süratinin sıfır olduğuna dikkat edelim:

$$W_{\text{net}} = Fd\cos 180^\circ = -Fd.$$

Buradan

$$-Fd = \Delta K = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$= 0 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

buluruz. Böylece, kuvvet ve kütle sabit olduğundan, durdurma mesafesi, *d*, süratinin karesiyle artar :

$$d \propto v^2.$$

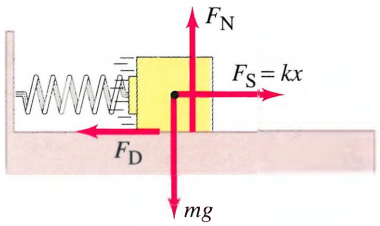
Eğer arabanın başlangıç sürati iki katına çıkarsa, durdurma mesafesi $(2)^2 = 4$ kez daha fazladır, yani 80 m olur.

FİZİK UYGULAMASI
Arabanın durma mesafesi ∝ başlangıç hızının karesi

ALIŞTIRMA D Kinetik enerji hiç negatif olabilir mi?

ALIŞTIRMA E (*a*) Bir okun kinetik enerjisi iki katına çıkarılmışsa, sürati kaç kez artmıştır? (*b*) Eğer sürati iki kez arttırılırsa kinetik enerjisi kaç kez artar?

ÖRNEK 7–10 **Sıkıştırılan bir yay.** Yatay bir yay k = 360 N/m'lik bir yay sabitine sahiptir. (*a*) Yayı serbest durumundan (x = 0) itibaren x = 11.0 cm sıkıştırmak için ne kadarlık bir iş gerekir? (*b*) Eğer 1.85 kg'lık bir blok yayın karşısına yerleştirilirse, blok yaydan ayrıldığı zaman x = 0'da sürati ne olur? (c) Şek. 7-18'deki gibi bloğun bir masa üzerinde hareket ettiğini ve bloğu yavaşlatmak için sürtünme (veya belki parmağınız) gibi, F_D = 7.0 N'luk sabit bir direnç kuvvetinin etki ettiğini varsayarak (*b*) seçeneğini tekrarlayınız.



ŞEKİL 7–18 Örnek 7-10.

YAKLAŞIM Bölüm 7-3'te bulduğumuz, bir yayı bir x mesafesi kadar germek veya sıkıştırmak için gerekli net işin, $W = \frac{1}{2}kx^2$ olduğu sonucumuzu kullanacağız. (*b*) ve (*c*)'de iş-enerji teoremini kullanacağız.

ÇÖZÜM (*a*) Yayı x = 0.110 m sıkıştırmak için gereken iş
$W = \frac{1}{2}(360\,\text{N/m})(0.110\,\text{m})^2 = 2.18\,\text{J}$ olup bütün birimler SI birimlerine dönüştürülmüştür.

(*b*) Serbest uzunluğuna geri döndüğünde, yay blok üzerine 2.18 J'luk iş yapar((a) seçeneğindeki hesapla aynı olup sadece orada yapılanın tersidir). İş-enerji teoremine göre blok 2.18 J'luk kinetik enerji kazanır. $K = \frac{1}{2}mv^2$ olduğundan bloğun sürati

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(2.18\,\text{J})}{1.85\,\text{kg}}} = 1.54\,\text{m/s}$$ olmalıdır.

c) Blok üzerine etki eden iki kuvvet vardır : Yayın uyguladığı kuvvet ve direnç kuvveti, $\vec{\mathbf{F}}_D$. Sürtünme kuvveti gibi bir kuvvetin yaptığı iş karmaşıktır. Bunun bir sebebi ısı (veya, daha doğrusu, ısı enerjisi) üretilmesidir-ellerinizi birbirine sürtmeye çalışın. Bununla birlikte, direnç kuvveti için, bu sürtünme olsa bile, $\vec{\mathbf{F}}_D \cdot \vec{\mathbf{d}}$ çarpımı, iş-enerji teoreminde kullanıldığında, parçacık varsayılabilecek cisimler için doğru sonuçlar verir. Yay blok üzerine 2.18 J'lük bir iş yapar. Sürtünme veya direnç kuvvetinin negatif x yönünde blok üzerine yaptığı iş:

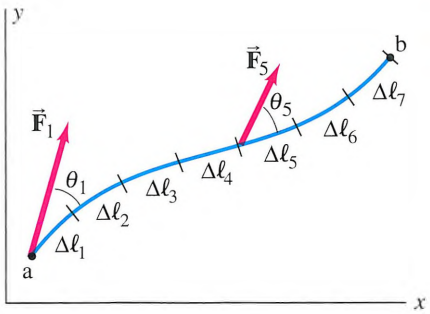
$$W_D = -F_D x = -(7.0\,\text{N})(0.110\,\text{m}) = -0.77\,\text{J}.$$

Direnç kuvveti, x yerdeğiştirmesine ters yönde etki ettiğinden bu iş negatiftir. Blok üzerine yapılan net iş $W_{net} = 2.18\,\text{J} - 0.77\,\text{J} = 1.41\,\text{J}$ 'dür. İş-enerji teoreminden, Dnk. 7-11 ($v_2 = v$ ve $v_1 = 0$ kullanarak), yaydan ayrılıp serbest kaldığı (x = 0) an için bloğun sürati

$$v = \sqrt{\frac{2W_{net}}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(1.41\,\text{J})}{1.85\,\text{kg}}} = 1.23\,\text{m/s}$$

bulunur.



ŞEKİL 7–8 (tekrar) Üzerine değişken bir $\vec{\mathbf{F}}$, kuvveti etki eden bir parçacık, şekilde gösterilen yol boyunca bir a noktasında b noktasına hareket eder.

İş-Enerji Teoreminin Genel Durum İçin Türetilmesi

İş-Enerji teoremini, Dnk. 7-11, sabit bir kuvvet ile bir boyutta hareket için türettik. Şimdi göstereceğimiz gibi bu teorem, eğer kuvvet değişken ve hareket iki veya üç boyutta olsa bile geçerlidir. Parçacık üzerindeki $\vec{\mathbf{F}}_{\text{net}}$ kuvvetinin hem büyüklük hem de yön olarak değiştiğini varsayın ve parçacığın yörüngesi Şek. 7-8'deki gibi bir eğri olsun. Net kuvvet yörünge boyunca alınan yolu gösteren 'nin fonksiyonu olarak düşünülebilir. Yapılan net iş (Dnk. 7-6):

$$W_{\text{net}} = \int \vec{\mathbf{F}}_{\text{net}} \cdot d\vec{\ell} = \int F_{\text{net}} \cos\theta \, d\ell = \int F_{\parallel} \, d\ell$$

olur, burada $F_{\parallel}$ kuvvetin herhangi bir noktada eğriye paralel bileşenini gösterir. Newton'un ikinci yasasını kullanırsak,

$$F_{\parallel} = ma_{\parallel} = m\frac{dv}{dt}$$

buluruz, burada $a_{\parallel}$, herhangi bir noktada a'nın eğriye paralel bileşeni olup süratin değişme hızına eşittir: dv/dt. v'yi ℓ'nin fonksiyonu olarak düşünür ve türev için zincir kuralını kullanırsak, $d\ell/dt$, v sürati olduğundan

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\ell}\frac{d\ell}{dt} = \frac{dv}{d\ell}v$$

buluruz. Bu yüzden (1 ve 2'nin başlangıç ve son durum değerlerini göstermesine izin verirsek)

$$W_{\text{net}} = \int_1^2 F_{\parallel} \, d\ell = \int_1^2 m\frac{dv}{dt} d\ell = \int_1^2 mv\frac{dv}{d\ell} d\ell = \int_1^2 mv \, dv,$$

bunun integrali de

$$W_{\text{net}} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 = \Delta K$$

olur.

Bu sonuç yine iş-enerji prensibidir, bu sefer üç boyutta değişken bir kuvvet için, iş ve kinetik enerjnini tanımlarını ve ek olarak da Newton'un ikinci yasasını kullanarak türettik.

Bu türetmede $\vec{\mathbf{F}}_{\text{net}}$ kuvvetinin sadece harekete paralel bileşeninin, $F_{\parallel}$, işe katkıda bulunduğuna dikkat ediniz. Gerçekten, bir kuvvet (veya bir kuvvetin bileşeni) hız vektörüne dik olarak etki ediyorsa iş yapmaz. Böyle bir kuvvet sadece hızın yönünü değiştirir. Hızın büyüklüğünü etkilemez. Bunun bir örneği, bir cismin sabit bir hızla bir daire etrafında hareket ettiği ve merkezine doğru ("merkezcil") bir kuvvetin etki ettiği, düzgün dairesel harekettir. Bu kuvvet cismin yerdeğiştirmesi $d\vec{\ell}$'ye her zaman dik olduğundan cisim üzerine bir iş yapmaz (Örnek 7-3'te gördüğümüz gibi).

Özet

Bir cisim bir kuvvet tarafından bir d mesafesi boyunca hareket ettirildiği zaman üzerine iş yapılır. Konumu bir $\vec{\mathbf{d}}$ mesafesi kadar değişen bir cisim üzerine bir $\vec{\mathbf{F}}$ sabit kuvveti tarafından yapılan **iş** şu bağıntıyla verilir

$$W = Fd\cos\theta = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{d}}, \qquad \textbf{(7–1, 7–3)}$$

burada θ, $\vec{\mathbf{F}}$ ve $\vec{\mathbf{d}}$ arasındaki açıdır.

Son ifade $\vec{\mathbf{F}}$ ve $\vec{\mathbf{d}}$ gibi herhangi iki vektörün skaler çarpımı şu şekilde tanımlanır.

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = AB\cos\theta \qquad \textbf{(7–2)}$$

burada θ, $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ arasındaki açıdır. Bunu dik koordinatlarda şöyle de yazabiliriz

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z. \qquad \textbf{(7–4)}$$

a noktasından b noktasına hareket eden bir cisim üzerine değişken bir kuvvetinin yaptığı iş

$$W = \int_a^b \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\ell} = \int_a^b F\cos\theta \, d\ell \qquad \textbf{(7–7)}$$

olur, burada $d\vec{\ell}$ cismin yörüngesi boyunca sonsuz küçük bir yerdeğiştirmeyi gösterir ve θ cismin yörüngesi boyunca her noktada $d\vec{\ell}$ ve $\vec{\mathbf{F}}$ arasındaki açıdır.

Kütlesi m olan ve v süratiyle hareket eden bir cismin K öteleme **kinetik enerjisi** şu şekilde tanımlanabilir

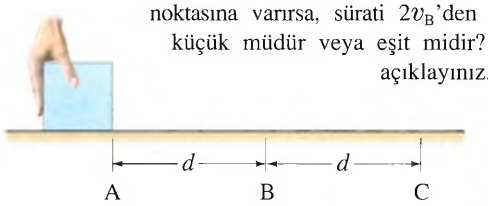
$$K = \tfrac{1}{2}mv^2. \qquad \textbf{(7–10)}$$

İş-Enerji ilkesi, net bir bileşke kuvvet tarafından bir cisim üzerine yapılan işin cismin kinetik enerjisindeki değişime eşit olduğunu belirtir:

$$W_{\text{net}} = \Delta K = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2. \qquad \textbf{(7–11)}$$

Sorular

1. "İş" kelimesi günlük dilde hangi durumlarda fizikteki anlamına eşdeğer olarak kullanılır? Hangi durumlarda farklıdır? Her iki durum için de örnekler veriniz.
2. Akıntıya karşı yüzen bir kadın kıyıya göre hareket etmemektedir. Bu kadın herhangi bir iş yapmakta mıdır? Eğer yüzmeyi bırakır ve sadece su üstünde kalırsa üzerine iş yapılmış olur mu?
3. Merkezcil kuvvet bir cisim üzerine hiç iş yapabilir mi? Açıklayınız.
4. Katı bir duvarı kuvvetlice itmekle hiçbir iş yapılmadığı halde bu, neden yorucudur?
5. İki vektörün skaler çarpımı koordinat sisteminin seçimine bağlı mıdır?
6. Nokta çarpım hiç negatif olabilir mi? Cevabınız evet ise, hangi koşullarda?
7. $\vec{A} \cdot \vec{C} = \vec{B} \cdot \vec{C}$, olması $\vec{A} = \vec{B}$ olmasını gerektir mi?
8. İki vektörün nokta çarpımının büyüklüğü gibi yönü de var mıdır?
9. Bir cisim üzerine etki eden normal kuvvet hiç iş yapabilir mi? Açıklayınız.
10. İki yay, 1. yayın 2. yaydan daha sert olmasının ($k_1 > k_2$) dışında tamamen özdeştirler. (*a*) Aynı kuvvetle gerilirlerse; (*b*) aynı miktarda gerilirlerse hangi yay üzerine daha çok iş yapılır?
11. Bir parçacığın sürati üç katına çıkarılırsa, kinetik enerjisi kaç kat artar?
12. Örnek 7-10'da, bir blok sıkıştırılmış bir yayı yay denge uzunluğuna ($x = 0$) ulaştığında terk eder diye belirtilmişti. Ayrılmanın neden bu noktadan daha önce (veya sonra) olmadığını açıklayınız.
13. İki mermi aynı zamanda aynı kinetik enerjiyle ateşleniyor. Eğer biri diğerinin iki katı kütleye sahipse hangisinin sürati diğerinden büyüktür ve kaç katıdır? Hangisi daha çok işi yapabilir?
14. Bir parçacık üzerine yapılan net iş seçilen referans sitemine bağlı mıdır? Bu durum iş-enerji teoremini nasıl etkiler?
15. Bir el, sürtünmesiz bir yüzey üzerinde serbestçe kayabilecek bir blok üzerine sabit bir yatay kuvvet uyguluyor (Şek. 7-19). Blok A noktasından durgun halden başlayıp, B noktasına bir v_B süratiyle vardığında bir d mesafesi kadar hareket etmiş oluyor. Eğer blok bir diğer d mesafesi kadar daha gidip C noktasına varırsa, sürati $2v_B$'den büyük müdür, küçük müdür veya eşit midir? Yorumlarınızı açıklayınız.

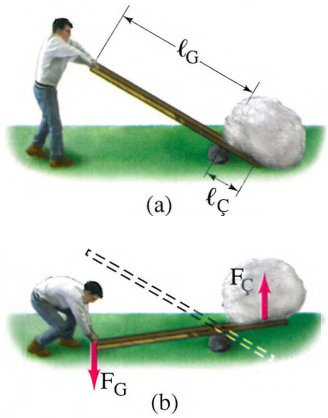


ŞEKİL 7–19
Soru 15.

Problemler

7–1 İş, Sabit Kuvvet

1. (I) 280 kg'lık bir kazık çakıcı 2.80 m düşerse kütle çekim kuvveti ne kadarlık bir iş yapar?
2. (I) 80.0 J'luk bir iş yaparak 1.85 kg'lık bir kaya yukarıya doğru atılırsa ne kadar yükseğe çıkar? Hava sürtünmesini ihmal ediniz.
3. (I) 75.0 kg'lık bir itfaiyeci 20.0 m yüksekliğindeki bir yangın merdivenine tırmanıyor. Bunun için ne kadarlık iş gerekir?
4. (I) 2.0 kg kütleli bir çekiç başının bir çivinin üzerine 0.50 m'den düşmesine izin veriliyor. Çivi üzerine yapabileceği en fazla iş miktarı ne kadardır? İnsanlar çekicin neden sadece "düşme"sine izin vermeyip çekiç düşerken üzerine kendi kuvvetlerini de eklerler?
5. (II) 10 m'ye 20 m'lik bir çimenli alanı 50 cm genişliğinde bir çim biçme makinesi ile biçmek için yapmanız gereken işi tahmin edin. Yaklaşık 15 N'luk bir kuvvetle ittiğinizi varsayın.
6. (II) Şek. 7-20'de gösterildiği gibi bir kaldıraç başka bir şekilde kaldıramayacağımız bir cismi kaldırmak için kullanılabilir. Çıkış kuvveti $F_Ç$'nin giriş kuvveti F_G'ye oranının dönme eksenine uzaklıklar olan ℓ_G ve $\ell_Ç$ ye $F_Ç/F_G = \ell_G/\ell_Ç$ şeklinde bağlı olduğunu gösteriniz. Sürtünme ve kaldıracın kütlesini ihmal ediniz ve çıkış işinin, giriş işine eşit olduğu kabulunu yapınız.



ŞEKİL 7–20
Bir kaldıraç. Problem 6.

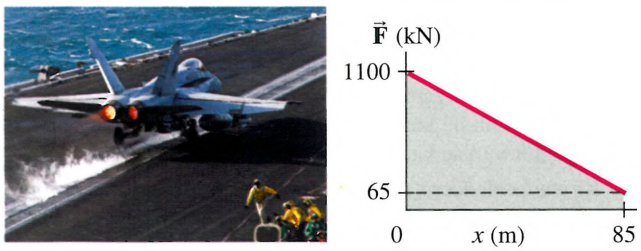
7. (II) 950 kg'lık bir otomobili 9.0°'lik eğik düzlemde 310 m itmek için gereken iş en az ne kadardır? Sürtünmeyi ihmal ediniz.
8. (II) Her birinin kalınlığı 4.0 cm olan sekiz kitap bir masa üzerinde düz olarak uzanmışlardır. Bunları üst üste dizmek için gereken iş ne kadardır?
9. (II) 6.0 kg kütleli bir kutu bir kuvvet ile durgun halden zemin boyunca 2.0 m/s^2'lik bir ivmeyle 7.0 s süre ile ivmelendiriliyor. Kutu üzerine yapılan net işi bulunuz.
10. (II) (*a*) M kütleli bir helikoptere yukarı doğru 0.10 g'lik bir ivme vermek için ne kadar büyüklükte bir kuvvet gerekir? (*b*) Helikopter yukarı doğru bir h mesafesi kadar hareket ettiğinde bu kuvvet tarafından yapılan iş ne kadar olur?
11. (II) 380 kg'lık bir piyano 27°'lik bir eğik düzlemden 3.9 m aşağı kayar ve ivmelenmesini engellemek için bir adam tarafından eğik düzleme paralel olarak geriye doğru itilir (Şek. 7-21). (*a*) adam tarafından uygulanan kuvveti, (*b*) adam tarafından piyano üzerine yapılan işi, (*c*) yerçekimi kuvveti tarafından yapılan işi ve (*d*) piyano üzerine yapılan net işi belirleyiniz. Sürtünmeyi ihmal ediniz.



ŞEKİL 7–21
Problem 11.

12. (II) Bir gondol 2250 kg'lık toplam kütleye kadar 20 kayakçıyı taşıyabilir. Gondol 2150 m'deki dağın eteğinden 3345 m'deki zirveye sabit bir süratle tırmanıyor. (*a*) Dağın tepesine gondolu dolu olarak çıkarmak için motor ne kadarlık iş yapar? (*b*) Yerçekimi gondol üzerine ne kadarlık iş yapar? (*c*) Eğer motor (*a*) şıkkında bulunan sonuçtan 10% daha fazla iş yaparsa gondolun ivmesi ne olur?

13. (II) 17,000 kg'lık bir jet, bir fırlatıcı aracılığıyla bir uçak gemisinden havalanıyor (Şek. 7-22a). Jet motorundan çıkarılan gazlar jet üzerine 130 kN'luk sabit bir kuvvet uyguluyor; fırlatıcı tarafından jete uygulanan kuvvet Şek. 7-22b'de gösterilmiştir. (*a*) Jetin kalkışı sırasında jetin motorundan atılan gazların jet üzerine yaptığı işi; ve (*b*) jetin kalkışı sırasında fırlatıcı tarafından yapılan işi belirleyiniz.



(a) (b)

ŞEKİL 7–22 Problem 13.

14. (II) 2200 N'luk bir sandık bir zemin üzerinde durmaktadır. Sandığı sabit bir süratle (*a*) 4.0 m zemin boyunca 230 N'luk bir sürükleme kuvvetine karşı, ve (*b*) düşey olarak 4.0 m hareket ettirtmek için ne kadarlık iş gereklidir?
15. (II) 16 kg kütleli bir market arabası yatayın altına doğru 17°'lik açıyla etki eden bir kuvvetiyle 12°'lik bir rampadan yukarı doğru sabit bir süratle itiliyor. Rampa 15 m uzunluğunda ise her bir kuvvet $(m\vec{\mathbf{g}}, \vec{\mathbf{F}}_N, \vec{\mathbf{F}}_P)$ tarafından araba üzerine yapılan işleri bulunuz.

7–2 Skaler Çarpım

16. (I) $\vec{\mathbf{A}} = 2.0x^2\hat{\mathbf{i}} - 4.0x\hat{\mathbf{j}} + 5.0\hat{\mathbf{k}}$ ve $\vec{\mathbf{B}} = 11.0\hat{\mathbf{i}} + 2.5x\hat{\mathbf{j}}$? vektörlerinin nokta çarpımı nedir?
17. (I) Herhangi bir $\vec{\mathbf{V}} = V_x\hat{\mathbf{i}} + V_y\hat{\mathbf{j}} + V_z\hat{\mathbf{k}}$ vektörü için $V_x = \hat{\mathbf{i}} \cdot \vec{\mathbf{V}}$, $V_y = \hat{\mathbf{j}} \cdot \vec{\mathbf{V}}$, $V_z = \hat{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{V}}$. olduğunu gösteriniz
18. (I) Aşağıdaki vektörler arasındaki açıyı hesaplayınız : $\vec{\mathbf{A}} = 6.8\hat{\mathbf{i}} - 3.4\hat{\mathbf{j}} - 6.2\hat{\mathbf{k}}$ ve $\vec{\mathbf{B}} = 8.2\hat{\mathbf{i}} + 2.3\hat{\mathbf{j}} - 7.0\hat{\mathbf{k}}$.
19. (I) $\vec{\mathbf{A}} \cdot (-\vec{\mathbf{B}}) = -\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ olduğunu gösteriniz.
20. (I) $\vec{\mathbf{V}}_1$ vektörü, z ekseni boyuncadır ve $V_1 = 75$. büyüklüğüne sahiptir $\vec{\mathbf{V}}_2$ vektörü *xz* düzleminde uzanmaktadır, $V_2 = 58$, büyüklüğüne sahiptir ve *x* ekseni ile – 48° açı yapmaktadır (*x* ekseninden aşağıya doğrudur). $\vec{\mathbf{V}}_1 \cdot \vec{\mathbf{V}}_2$ skaler çarpımını bulunuz.
21. (II) $\vec{\mathbf{A}} = 3.0\hat{\mathbf{i}} + 1.5\hat{\mathbf{j}}$, vektörü verilmektedir, $\vec{\mathbf{A}}$ 'ya dik olan bir $\vec{\mathbf{B}}$ vektörü bulunuz.
22. (II) Sabit bir $\vec{\mathbf{F}} = (2.0\hat{\mathbf{i}} + 4.0\hat{\mathbf{j}})$ N kuvveti bir cisim üzerine etki ederek onu bir doğru boyunca hareket ettiriyor. Eğer cismin yer-değiştirmesi $\vec{\mathbf{d}} = (1.0\hat{\mathbf{i}} + 5.0\hat{\mathbf{j}})$ m ise, nokta çarpımının aşağıda verilen değişik yollarını kullanarak $\vec{\mathbf{F}}$ tarafından yapılan işi bulunuz: (*a*) $W = Fd\cos\theta$; (b) $W = F_x d_x + F_y d_y$.
23. Eğer $\vec{\mathbf{A}} = 9.0\hat{\mathbf{i}} - 8.5\hat{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{B}} = -8.0\hat{\mathbf{i}} + 7.1\hat{\mathbf{j}} + 4.2\hat{\mathbf{k}}$ ve $\vec{\mathbf{C}} = 6.8\hat{\mathbf{i}} - 9.2\hat{\mathbf{j}}$ ise (*a*) $\vec{\mathbf{A}} \cdot (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}})$; (*b*) $(\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{C}}) \cdot \vec{\mathbf{B}}$; (*c*) $(\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}}) \cdot \vec{\mathbf{C}}$ 'yi bulunuz.
24. (II) Dnk. 7-2'den başlayarak ve dağılma özelliğini kullanarak $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$ olduğunu ispatlayınız (s. 167, Problem 33'te ispatlanmıştır).
25. (II) $\vec{\mathbf{A}} = -4.8\hat{\mathbf{i}} + 6.8\hat{\mathbf{j}}$ ve $\vec{\mathbf{B}} = 9.6\hat{\mathbf{i}} + 6.7\hat{\mathbf{j}}$ vektörleri veriliyor, *xy* düzleminde uzanan ve $\vec{\mathbf{B}}$ vektörüne dik ve $\vec{\mathbf{A}}$ ile nokta çarpımı 20.0 olan vektörünü belirleyiniz.
26. (II) Eğer paralel olmayan iki vektör aynı büyüklüğe sahipse toplamlarının farklarına dik olması gerektiğini gösteriniz.
27. (II) $\vec{\mathbf{V}} = 20.0\hat{\mathbf{i}} + 22.0\hat{\mathbf{j}} - 14.0\hat{\mathbf{k}}$ olsun. Bu vektör *x*, *y* ve *z* ekseni ile hangi açıları yapar?
28. (II) Üçgenlerdeki kosinüs yasasını ispatlamak için skaler çarpımı kullanınız:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta.$$

Burada *a*, *b* ve *c* kenar uzunlukları ve θ, *c* kenarının karşısındaki açıdır.

29. (II) $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ vektörleri *xy* düzlemindedirler ve skaler çarpımları 20.0 birimdir. Eğer $\vec{\mathbf{A}}$ *x* ekseni ile 27.4° açı yapıyor ve büyüklüğü $A = 10.0$ birim ve $\vec{\mathbf{B}}$'nin büyüklüğü $B = 24.0$ birim ise $\vec{\mathbf{B}}$ 'nin yönü hakkında ne söyleyebilirsiniz?
30. (II) $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ vektörleri *xy* düzleminde bulunan ve *x* ekseni ile sırasıyla α ve β açısı yapan vektörlerdir. $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$'nin skaler çarpımını hesaplayın ve $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$. özdeşliğini çıkarınız.
31. (II) $\vec{\mathbf{A}} = 1.0\hat{\mathbf{i}} + 1.0\hat{\mathbf{j}} - 2.0\hat{\mathbf{k}}$ ve $\vec{\mathbf{B}} = -1.0\hat{\mathbf{i}} + 1.0\hat{\mathbf{j}} + 2.0\hat{\mathbf{k}}$, olsun, (*a*) bu iki vektör arasındaki açı nedir? (*b*) (*a*) şıkkındaki işaretin önemini açıklayınız.
32. (II) *xy* düzleminde boyu bir birim olan ve $3.0\hat{\mathbf{i}} + 4.0\hat{\mathbf{j}}$ vektörüne dik olan bir vektör bulunuz.
33. (II) Üç vektörün skaler çarpımının dağılma özelliği olduğunu gösteriniz: $\vec{\mathbf{A}} \cdot (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{C}}$. [*İpucu*: Her üç vektörü bir düzlem üzerinde gösteren bir diyagram kullanınız ve nokta çarpımlarını diyagram üzerinde işaretleyiniz.]

7–3 İş, Değişken Kuvvet

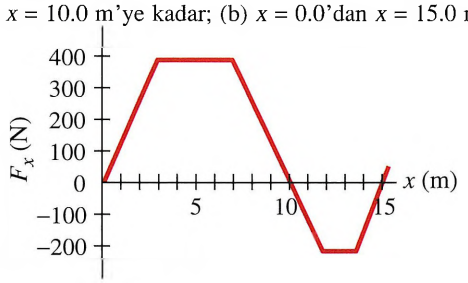
34. (I) Bir tepeye tırmanan bisikletçi her pedal çevirişte, aşağıya doğru 450 N'luk bir kuvvet uyguluyor. Her bir pedal çevirmede pedalın izlediği çembersel yolun yarıçapı 36 cm ise, her bir pedal vuruşunda ne kadarlık bir iş yapıldığını hesaplayız.
35. (II) Bir yay $k = 65$ N/m yay sabitine sahiptir. Şek. 7-11'deki gibi bir grafik çiziniz ve bunu yayı $x = 3.0$ cm'den $x = 6.5$ cm'ye germek için yapılması gereken işi hesaplamak için kullanınız, burada $x = 0$ yayın gerilmemiş durumdaki uzunluğunu göstermektedir.
36. (II) Örnek 7-2'deki tepe (Şek. 7-4) her noktada eşit eğimde olmayıp Sek. 7-23'teki gibi düzensiz bir eğri olsaydı, yine örnek 7-2'dekiyle aynı sonucun elde edilebileceğini gösteriniz: Kısaca, yerçekimi tarafından yapılan iş sadece tepenin yüksekliğine bağlıdır, onun şekline veya alınan yola bağlı değildir.



ŞEKİL 7–23 Problem 36.

37. (II) Bir parçacığa etki eden net kuvvet pozitif *x* yönünde uygulanmaktadır. Büyüklüğü $x = 0$'da sıfırdan $x = 3.0$ m'de 380N'a kadar doğrusal olarak artmaktadır. $x = 3.0$ m'den $x = 7.0$ m'ye kadar 380 N'da sabit kalmaktadır ve bundan sonra doğrusal olarak $x = 12.0$ m'de sıfıra düşmektedir. Parçacığı $x = 0$'dan $x = 12.0$ m'ye kadar hareket ettirmek için yapılan işi F_x'in *x*'e karşı grafiğinin altındaki alanı belirleyerek, grafiksel olarak bulunuz.
38. (II) Eğer bir yayı denge konumundan 2.0 cm germek için gerekli iş miktarı 5.0 J ise, onu ek bir 4.0 cm daha germek için daha ne kadar iş gerektiğini hesaplayınız.
39. (II) Şek. 7-9'daki uzaklık ekseninin *x* ekseni olduğunu varsayın ve a = 10.0 m ve b = 30.0 m olsun. 3.50 kg'lık bir cismi a'dan b'ye taşımak için bu kuvvet tarafından yapılan işi hesaplayınız.

40. (II) Bir parçacık üzerindeki kuvvet, x ekseni boyunca etkimekte ve Şek. 7-24'te gösterildiği gibi değişmektedir. Bu kuvvet tarafından parçacığı x ekseni boyunca hareket ettirmek için yapılan işi şu durumlar için belirleyiniz : (*a*) $x = 0.0$'dan $x = 10.0$ m'ye kadar; (b) $x = 0.0$'dan $x = 15.0$ m'ye kadar.



ŞEKİL 7–24
Problem 40.

41. (II)Bir çocuk bir vagonu bir kaldırım üzerinde çekmektedir. 9.0 m boyunca vagon kaldırımda kalıyor ve çocuk 22 N'luk yatay bir kuvvetle çekiyor. Sonra vagonun tekerleklerinin birisi kaldırımdan çimenlere düşüyor, dolayısıyla çocuk, 5.0 m boyunca 38 N'luk bir kuvvetle yana doğru 12°'lik bir açı ile çekmek zorunda kalıyor. Sonunda vagon kaldırıma geri geliyor böylece çocuk yolculuğunun geri kalanını, 13.0 m boyunca, 22 N'luk bir kuvvetle yapıyor. Çocuk vagonun üzerine toplam ne kadar iş yapmıştır?

42. (II) Bir paketleme malzemesinin içerisine girmeye çalışan keskin bir cisme gösterdiği direnç girme derinliği x'in dördüncü kuvveti ile orantılıdır; yani $\vec{\mathbf{F}} = kx^4\hat{\mathbf{i}}$. Bu malzemein içerisine keskin bir cismi bir d mesafesi kadar zorlamak için yapılacak işi hesaplayınız.

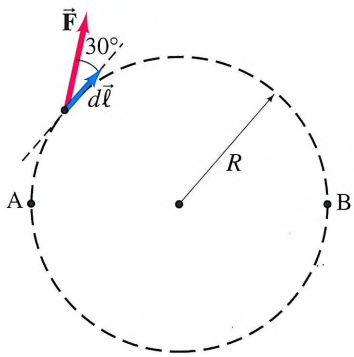
43. (II) Belirli bir yayı normal uzunluğundan bir x miktarı kadar sıkıştırılmış durumda tutmak için gereken kuvvet $F = kx + ax^3 + bx^4$ ile veriliyor. $x = 0$'dan başlayarak yayı bir x miktarı kadar sıkıştırmak için ne kadar iş yapılır?

44. (II) Sırıkla yüksek atlayan bir atlet, en üst noktada sırığı bırakmadan önce onu iterek iş yapabilir. Çubuğun atlete geri uygaladığı itme kuvvetinin $F(x) = (1.5 \times 10^2\ \text{N/m})x - (1.9 \times 10^2\ \text{N/m}^2)x^2$ ile verildiğini ve 0.20 m'lik bir mesafe boyunca etkidiğini varsayın. Atlet üzerine ne kadarlık iş yapılır?

45. (II) $F_1 = A/\sqrt{x}$ ile verilen bir kuvvetin bir cisme $x = 0.0$ m'den x = 1.0 m'ye seyahati boyunca etki ettiğini düşünün, burada $A = 2.0\ \text{N}\cdot\text{m}^{1/2}$.'dır. Bu seyahat sırasında $x = 0.0$'da F_1 sonsuz olsa bile bu kuvvet tarafından cisim üzerine yapılan işin sonlu olacağını gösteriniz

46. (II) Bir cisme etki eden bir kuvvetin $\vec{\mathbf{F}} = ax\hat{\mathbf{i}} + by\hat{\mathbf{j}}$ ile verildiğini varsayın, burada $a = 3.0\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ ve $b = 4.0\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ 'dir. Cisim bir doğru boyunca orijinden $\vec{\mathbf{r}} = (10.0\hat{\mathbf{i}} + 20.0\hat{\mathbf{j}})$ m 'ye hareket ederken cisim üzerine bu kuvvet tarafından yapılan işi belirleyiniz.

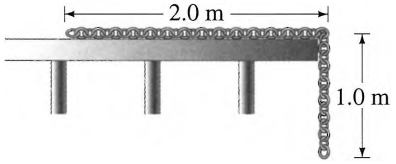
47. (II) Yarıçapı R olan bir dairenin çevresinde hareket etmekte olan bir cisim üzerine sabit büyüklükte bir F kuvveti etki etmektedir. Kuvvet Şek. 7-25'te gösterildiği gibi her zaman çemberin teğetiyle 30° açı yapacak şekilde yönlendirilmiştir. Cisim A'dan B'ye yarım daire boyunca hareket ettiği zaman bu kuvvet tarafından yapılan işi belirleyiniz.



ŞEKİL 7–25
Problem 47.

48. (II) Başlangıçta durgun olan 2800 kg'lık bir uzay aracı Dünya yüzeyinden 3300 km yukarıdan düşey doğrultuda düşüyor. Aracı dünya yüzeyine getirirken yerçekimi kuvveti tarafından ne kadarlık iş yapıldığını belirleyiniz.

49. (49. (II) 3.0 m'lik çelik bir zincir, 2.0 m'lik kısmı iskele üzerinde kalacak ve 1.0 m'si düşey olarak sarkacak şekilde bir inşaat sahasındaki yatay bir iskelenin en üstünde uzanıyor, Şek. 7-26. Sarkan kısım üzerine etkiyen kuvvet zincirin geri kalanını aşağıya çekebilecek yeterliliktedir. Zincir hareket ettiğinde kinetik sürtünme kuvveti ihmal edilebilecek kadar küçüktür. 2.0 m'nin iskele üzerinde olduğu noktadan zincirin tamamının iskeleyi terk ettiği noktaya kadar yerçekimi kuvveti zincir üzerine ne kadarlık bir iş gerçekleştirmiştir? (Zincirin 18 N/m çizgisel ağırlık yoğunluğuna sahip olduğunu varsayınız.)



ŞEKİL 7–26
Problem 49.

7–4 Kinetik Enerji; İş-Enerji Prensibi

50. (I) (I) Oda sıcaklığında, 5.31×10^{-26} kg kütleli bir oksijen molekülü, tipik olarak 6.21×10^{-21} J kadar bir kinetik enerjiye sahiptir. Bu molekül ne kadar hızla hareket etmektedir?

51. (I) (*a*) Eğer bir parçacığın kinetik enerjisi üç katına çıkarsa sürati kaç kat artar? (*b*) Eğer bir bir parçacığın sürati yarılanırsa, kinetik enerjisi hangi faktörle değişir?

52. (I) 1.40×10^6 m/s süratle hareket eden bir elektronu $(m = 9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg})$ durdurmak için ne kadarlık iş gereklidir?

53. (I) 95 km/sa süratle hareket eden 1300 kg'lık bir otomobili durdurmak için ne kadarlık iş yapılmalıdır?

54. (II) Örümcek Adam, kontrolden çıkmış bir treni kurtarmak için örümcek ağını kullanır, Şek. 7-27. 10^4-kg'lık tren durana kadar ağı birkaç apartman bloğu boyunca gerilir. Ağın yay gibi davrandığını varsayarak yay sabitini kestiriniz.

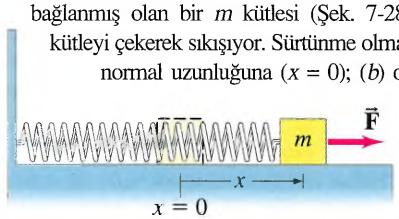


ŞEKİL 7–27
Problem 54.

55. (II) 32 m/s süratle hareket eden bir beyzbol topu (m = 145g) yakalandığı zaman oyuncunun eldiveni geriye doğru 25 cm hareket ediyor. Top tarafından eldiven üzerine uygulanan ortalama kuvvet ne kadardır?

56. (II) 85 g'lık bir ok, teli ok üzerine 75 cm'lik bir mesafe boyunca ortalama olarak 105 N'luk bir kuvvet uygulayan yaydan fırlatılmıştır. Yaydan ayrılırken okun sürati nedir?

57. (II) Bir F kuvveti ile x kadar esnemiş konumda tutulan bir yaya bağlanmış olan bir m kütlesi (Şek. 7-28) serbest bırakılıyor. Yay kütleyi çekerek sıkışıyor. Sürtünme olmadığını varsayarak (*a*) yayın normal uzunluğuna ($x = 0$); (*b*) orijinal uzamasının yarısına ($x/2$) geri döndüğündeki süratini belirleyiniz.



ŞEKİL 7–28
Problem 57.

58. (II) Eğer bir otomobilin sürati %50 arttırılırsa, en küçük fren mesafesi hangi faktörle artar? Diğer her şeyin aynı kaldığını varsayın. Şoförün reaksiyon zamanını ihmal ediniz.

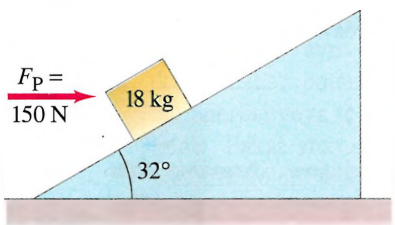
59. (II) Yatay bir zemin üzerinde giden 1200 kg'lık bir otomobil yatay bir yaya çarpığında $v = 66$ km/sa sürate sahiptir ve 2.2 m mesafede hareketsiz duruma gelir. Yayın yay sabiti ne kadardır?

60. (II) Bir otomobil ikinci bir otomobilin iki katı kütleye fakat yarısı kadar kinetik enerjiye sahiptir. Her iki otomobil de süratlerini 7.0 m/s arttırdığında aynı kinetik enerjiye sahip olmaktadırlar. Arabaların orijinal süratleri ne kadardır?

61. (II) 4.5 kg'lık bir cisim iki boyutta $\vec{\mathbf{v}}_1 = (10.0\hat{\mathbf{i}} + 20.0\hat{\mathbf{j}})$ m/s başlangıç hızına sahiptir. Bu cisim üzerine 2.0 s süresince bir $\vec{\mathbf{F}}$ net kuvveti etki ettikten bundan sonra cismin hızı $\vec{\mathbf{v}}_2 = (15.0\hat{\mathbf{i}} + 30.0\hat{\mathbf{j}})$ m/s oluyor. Cisim üzerine $\vec{\mathbf{F}}$ tarafından yapılan işi belirleyiniz.

62. (II) 265 kg'lık bir yük, tek bir kablo ile, $a = 0.150g$ ivmesi ile 23.0 m düşey olarak kaldırılmaktadır. (*a*) kablodaki gerilmeyi; (*b*) yük üzerine yapılan net işi; (*c*) kablo tarafından yük üzerine yapılan işi; (*d*) yerçekimi tarafından yük üzerine yapılan işi; (*e*) yükün durgun halden başladığını varsayarak son süratini belirleyiniz.

63. (II) (*a*) $F_P = 150$ N'luk yatay bir kuvvet Şek. 7-29'daki 18 kg bloğu 32°'lik sürtünmesiz eğik düzlem boyunca 5.0 m ittiği zaman blok üzerine ne kadarlık bir iş yapılır? (*b*) Bu yerdeğiştirme sırasında yerçekimi kuvveti tarafından blok üzerine yapılan iş ne kadardır? (*c*) Normal kuvvet tarafından ne kadarlık iş yapılmıştır? (*d*) Bu yerdeğiştirmeden sonra bloğun sürati (başlangıçta sıfır olduğunu varsayın) ne kadardır?[*İpucu:* iş-enerji yapılan net işi içerir.]



ŞEKİL 7–29
Problem 63 ve 64.

64. (II) Sürtünme katsayısının $\mu_k = 0.10$ olduğunu varsayarak Problem 63'ü tekrarlayınız.

65. (II) Bir kaza sırasında müfettişler kaza izini 98 m olarak ölçtüler. Yağışlı bir gündü ve sürtünme katsayısının 0.38 olduğu tahmin edildi. Bu verileri kullanarak otomobilin, sürücünün frene asıldığı (ve frenin kilitlendiği) andaki süratini belirleyiniz. (Otomobilin kütlesi neden önemsizdir?)

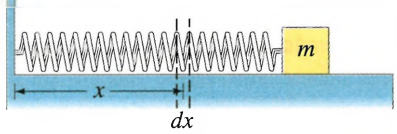
66. (II) 46.0 kg'lık bir kasa durgun halden, bir zemin boyunca 225 N'luk yatay sabit bir kuvvet tarafından çekiliyor. İlk 11.0 m'de zemin sürtünmesizdir ve sonraki 10.0 m için sürtünme katsayısı 0.20'dir. 21.0 m metre çekildikten sonra kasanın son sürati nedir?

67. (II) Bir tren bir ray boyunca yere göre sabit bir süratiyle hareket ediyor. Tren üzerindeki bir kişi m kütleli bir topu elinde tutuyor ve onu trenin ön tarafında doğru trene göre bir süratiyle fırlatıyor. (*a*) Yer referans sistemine göre ve (*b*) trendeki bir referans sistemine göre topun kinetik enerjisindeki değişimi hesaplayınız. (*c*) Her bir referans siteminde top üzerine ne kadarlık iş yapılmıştır? (*d*) Aynı top olmasına rağmen (*b*)'de bulduğunuz sonucun her iki referans sistemi için neden aynı olmadığını açıklayınız.

68. (II) Eğer yayın kütlesi kendisine bağlanan kütleden küçükse genellikle yayın kütlesini ihmal ederiz. Fakat bazı uygulamalarda yayın kütlesi hesaba katılmalıdır. Esnememiş uzunluğu ℓ olan ve yay uzunluğu boyunca M_S kütlesi düzgün olarak dağılmış bir yayı dikkate alalım. Yayın ucuna bir m kütlesi bağlanır. Yayın bir ucu sabitlenir ve m kütlesinin yatay olarak sürtünmesiz şekilde salınmasına izin verilir (Şek. 7-30). Yay üzerindeki her nokta, bu noktadan sabitlenmiş noktaya olan mesafe ile orantılı bir süratle hareket eder. Örneğin, eğer yayın ucundaki kütle v_o süratiyle hareket ediyorsa, yayın orta noktası $v_0/2$ süratiyle hareket eder. Kütle v süratiyle hareket ettiği zaman kütle ve yayın kinetik enerjisinin

$$K = \tfrac{1}{2}Mv^2$$

ile verildiğini gösteriniz. Burada $M = m + \frac{1}{3}M_S$ sistemin *etkin kütlesidir.* [*İpucu:* D yayın uzamış toplam boyu olsun. x noktasındaki dx uzunluğunun kütlesi olan dm'nin sürati $v(x) = v_0(x/D)$'dir. Ayrıca $dm = dx(M_S/D)$ olduğuna dikkat ediniz.



ŞEKİL 7–30
Problem 68.

69. (III) 925 kg kütleli bir asansörün kablosu, asansör boşluğunun altındaki büyük bir yayın $(k = 8.00 \times 10^4\ \text{N/m})$ 22.5 m üzerinde iken kopuyor. (*a*) Asansör yaya çarpmadan önce yerçekimi tarafından asansör üzerine yapılan işi; (*b*) asansörün yaya çarpmadan hemen önceki süratini; (*c*) yayın sıkışma miktarını hesaplayınız (burada yay ve yerçekiminin her ikisinin de iş yaptığına dikkat ediniz).

Genel Problemler

70. (*a*) 3.0 g'lık bir çekirge sıçraması sırasında 3.0 m/s'lik bir sürate ulaşır. Bu sürattaki kinetik enerjisi nedir? (*b*) Eğer çekirge enerjiyi 35% verimle çeviriyorsa, bu atlama için ne kadar enerji gerekir?

71. Bir kütüphanede ilk raf yerden 12.0 cm yüksektedir ve geriye kalan 4 raf her biri diğerinden 33.0 cm aralıklı olacak şekildedir. 22.0 cm yüksekliğinde bir kitap ortalama olarak 1.40 kg kütleye sahipse ve ortalama bir raf 28 kitap (düşey durumda) alıyorsa, başlangıçta bütün kitapların yerde yatay olarak düz bir şekilde yattığını varsayarak, bütün rafları doldurmak için ne kadar iş gerektiğini bulunuz?

72. 75 kg'lık bir meteor, 5.0 m içinde, yumuşak bir çamur içerisine kendini gömüyor. Meteor ile çamur arasındaki kuvvet $F(x) = (640\ \text{N/m}^3)x^3$ ile veriliyor, burada x çamur içindeki derinliktir. Meteorun çamura ilk çarptığı andaki sürati nedir?

73. 6.10 kg'lık bir blok 75.0 N'luk yatay bir kuvvetle 37.0°'lik düzgün bir eğik düzlemin yukarısına doğru 9.25 m boyunca çekiliyor. Eğer bloğun başlangıç sürati eğik düzlemin yukarısına doğru 3.25 m/s ise (*a*) bloğun başlangıç kinetik enerjisini; (*b*) 75.0 N'luk kuvvet tarafından yapılan işi; (*c*) yerçekimi tarafından yapılan işi; (*d*) normal kuvvet tarafından yapılan işi; (*e*) bloğun son kinetik enerjisini hesaplayınız.

74. Çinkodaki atomların dizilişi "altıgen-kapalı-paket" yapının bir örneğidir. En yakın üç komşu nanometre (10^{-9}m) olarak şu koordinatlarda (x, y, z) bulunur: 1. atom (0, 0, 0)'da; 2. atom (0.230, 0.133, 0)'da; 3. atom (0.077, 0.133, 0.247)'de. 1. atomu 2. ile bağlayan ve 1. atomu 3. ile bağlayan vektörler arasındaki açıyı bulunuz .

75. İki kuvvet, $\vec{\mathbf{F}}_1 = (1.50\hat{\mathbf{i}} - 0.80\hat{\mathbf{j}} + 0.70\hat{\mathbf{k}})$ N ve $\vec{\mathbf{F}}_2 = (-0.70\hat{\mathbf{i}} + 1.20\hat{\mathbf{j}})$ N, 0.20 kg kütleli, hareket eden bir cisme uygulanıyor. Cismin bu iki kuvvet tarafından oluşturulan yerdeğiştirme vektörü $\vec{\mathbf{d}} = (8.0\hat{\mathbf{i}} + 6.0\hat{\mathbf{j}} + 5.0\hat{\mathbf{k}})$ m 'dir. Bu iki kuvvet tarafından yapılan iş nedir?

76. İkinci Dünya savaşındaki U.S.S. Massachusetts savaş gemisindeki 16 inç namlulu silahların (namlu yarıçapı = 16 inç = 41 cm) namluları 15 m uzunluğundaydı. Top mermilerinin her birinin kütlesi 1250 kg'dı ve patlayıcı bir kuvvet ile 750m/s namlu çıkış hızı sağlayacak şekilde ateşlenirlerdi. Silahın namlusu içerisinde uygulanan patlayıcı kuvveti (sabit varsayarak) belirlemek için iş-enerji ilkesini kullanınız.

77. Değişken bir kuvvet $F = Ae^{-kx}$, ile verilmektedir, burada x konum; A ve k sırasıyla N ve m^{-1} birimlerine sahip sabitlerdir. x, 0.10 m'den sonsuza giderken yapılan iş nedir?

78. Mükemmel olmayan bir yayı x miktarı kadar sıkıştırmak için gereken kuvvet $F = 150x + 12x^3$ ile verilir, burada x metre ve F Newton cinsindendir. Yay 2.0 m sıkıştırılırdığında, yaya değecek şekilde tutulup bırakılan 3.0 kg'lık bir topa vereceği sürat ne kadardır?

79. $\vec{\mathbf{F}} = (10.0\hat{\mathbf{i}} + 9.0\hat{\mathbf{j}} + 12.0\hat{\mathbf{k}})$ kN 'luk bir kuvvet 95 g'lık küçük bir cisme etki ediyor. Eğer cismin yerdeğiştirmesi $\vec{\mathbf{d}} = (5.0\hat{\mathbf{i}} + 4.0\hat{\mathbf{j}})$ m ise kuvvet tarafından yapılan işi bulunuz. $\vec{\mathbf{F}}$ ve $\vec{\mathbf{d}}$ arasındaki açı nedir?

80. Bir boya-topu oyununda, oyuncular boya ile doldurulmuş 33 g'lık jel kapsüllerini karşı takımın üzerine fırlatmak için sıkıştırılmış gazın itici gücü sağladığı silahlar kullanırlar. Oyun kurallarına göre bir boya topu silahın namlusunu 85 m/s'den daha büyük süratle terk edemez. Atışı sıkıştırılmış gazın, 33 g'lık kapsüle 32 cm namlu boyunca sabit bir F kuvveti uyguladığını varsayarak modelleyiniz. F'yi (*a*) iş-enerji ilkesini, (*b*) kinematik eşitlikleri (Dnk. 2-12) ve Newton'un ikinci yasasını kullarak belirleyiniz.

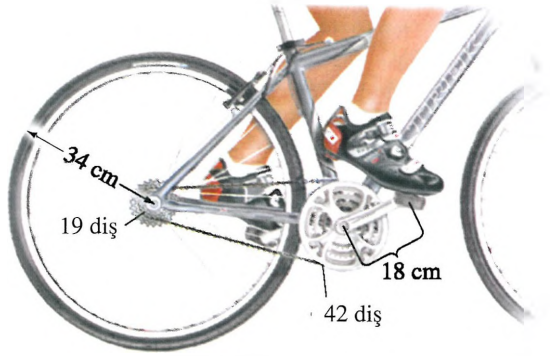
81. 0.25 kg kütleli bir softball yatay olarak 110 km/sa süratle fırlatılıyor. Kale çizgisine 10% yavaşlayarak ulaşıyor. Eğer kale çizgisi ve fırlatıcı arasındaki uzaklık 15 m ise yer çekimini ihmal ederek atış sırasında hava direnci tarafından uygulanan ortalama kuvveti hesaplayınız.

82. Bir uçak pilotu uçaktan atladıktan sonra paraşütü açılmadan 370 m düşüyor. 1.1m derinliğinde bir krater yaratarak büyük bir kar kütlesi üzerine küçük incinmelerle sağ olarak iniş yapıyor. Pilot'un kütlesini 88 kg ve son hızını 45 m/s varsayarak (*a*) kar tarafından pilotu durgun hale getirmek için yapılan işi; (*b*) kar tarafından onu durdurmak için üzerine uygulanan ortalama kuvveti; (*c*) düşerken hava direnci tarafından pilot üzerine yapılan işi hesaplayınız. Pilotu parçacık olarak varsayınız.

83. Bir çok araba 8 km/sa'lik süratlerin altında herhangi bir hasara uğramadan esnek olarak eski şekline gelen "5mi/sa (8km/sa) tampon"'a sahiptir. Eğer tamponun malzemesi 1.5 cm'lik sıkışmadan sonra kalıcı olarak bozuluyor, fakat bu noktaya kadar esnek bir yay gibi davranıyorsa, arabanın kütlesinin 1050 kg olduğunu ve katı bir duvara çarparak test edildiğini varsayarak tampon malzemesinin etkin yay sabitini bulunuz?

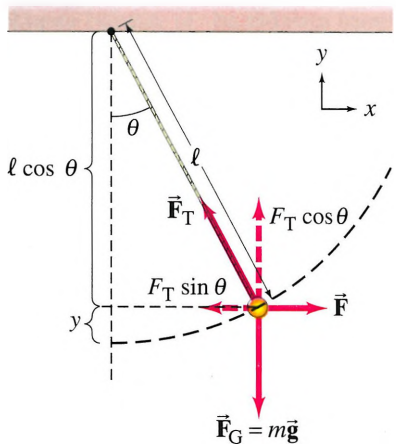
84. 1300 kg'lık bir otomobili 90 km/sa süratten durgun hale getirirken yolcuların maksimum 5.0 g'lik bir ivmeye maruz kalacakları şekilde dizayn edilen bir yayın yay sabiti k ne olmadır?

85. mg ağırlığındaki bir bisikletçinin pedal üzerine ortalama olarak 0.90 mg'lik bir kuvvet uygulayabileceğini varsayın. Eğer pedallar 18 cm yarıçapında bir çember etrafında dönüyorsa, tekerlekler 34 cm yarıçapa sahipse ve zincirin üzerinde döndüğü ön ve arka dişli çarkları sırasıyla 42 ve 19 dişe sahipse (Şek. 7-31), bisikletçinin sabit süratle çıkabileceği bir tepenin maksimum eğimini belirleyiniz. Bisikletin kütlesini 12 kg ve binicininkini 65 kg varsayınız. Sürtünmeyi ihmal ediniz. Bisikletçinin ortalama kuvvetini her zaman (*a*) aşağıya doğru, (*b*) pedal hareketine teğet varsayınız.



ŞEKİL 7–31 Problem 85.

86. Bir basit sarkaç, m kütleli küçük bir cismin ("sarkacın topu") ağırlığı ihmal edilebilen ℓ uzunluğunda (Şekil 7-32) bir ipe asılmasından meydana gelir. Yatay olarak uygulanan bir $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti (yani $\vec{\mathbf{F}} = F\hat{\mathbf{i}}$), sarkacın topunu çok yavaş hareket ettirir, böylece ivme hemen hemen sıfırdır. $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin büyüklüğünün ipin her hangi bir anda düşeyle yaptığı θ açısı ile değişmesi gerektiğine dikkat ediniz.) (*a*) sarkacı $\theta = 0$'dan $\theta = \theta_0$ 'a kadar hareket ettirmek için bu $\vec{\mathbf{F}}$, kuvveti tarafından yapılan işi belirleyiniz. (*b*) Sarkacın topu üzerine yerçekimi kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_G = m\vec{\mathbf{g}}$ tarafından yapılan işi ve ip tarafından sarkacın topu üzerine uygulanan $\vec{\mathbf{F}}_T$ kuvveti tarafından yapılan işi belirleyiniz



ŞEKİL 7–32
Problem 86.

87. Bir otomobil yolcusu emniyet kemerini takıyor ve kucağında 18 kg'lık çocuğunu tutuyor. Aşağıdaki soruları yanıtlamak için iş-enerji ilkesini kullanınız. (*a*) 25 m/s ile hareket ederken sürücü 45 m'lik mesafe boyunca acil fren yapmak zorunda kalıyor. Negatif ivmenin sabit olduğunu varsayarak, bu yavaşlama sırasında babanın kolları çocuk üzerine ne kadarlık bir kuvvet uygular? Bu kuvvet ortalama bir baba tarafından uygulanabilir mi? (*b*) Şimdi de otomobilin (v = 25 m/s) bir kazaya uğradığını ve 12 m'de durduğunu varsayınız. Sabit bir negatif ivme varsayarsak babanın kolları çocuk üzerine ne kadarlık bir kuvvet uygular? Bu kuvvet, ortalama bir baba tarafından uygulanabilecek bir kuvvet midir?

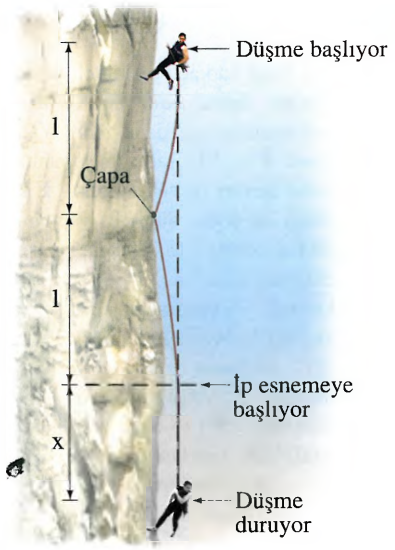
88. Bir cisim $F = (100 - (x - 10)^2)\,\text{N}$ ile verilen bir kuvvet etkisiyle x ekseni boyunca $x = 0.0\,\text{m}$'den $x = 20.0\,\text{m}$'ye gidiyor. Bu kuvvet tarafından cisim üzerine yapılan işi (*a*) önce F'nin x'e karşı grafiğini çizip eğri altında kalan alanı hesaplayarak; (*b*) $\int_{x=0.0\,\text{m}}^{x=20\,\text{m}} F\,dx$ entegralini hesaplayarak belirleyiniz.

89. Bir bisikletçi durgun halden başlayarak 4.0° eğimli bir tepeden aşağı iner. Bisikletçi artı bisikletin kütlesi 85 kg'dır. Bisikletçi 250 m seyahat ettikten sonra, (*a*) bisikletçi üzerine yer çekimi tarafından yapılan net iş nedir? (*b*) Bisikletçi ne kadar hızlı gitmektedir? Hava direncini ihmal ediniz.

90. Esneyebilen ipler dağcıları düştüklerinde güvenli bir şekilde yakalamak için kullanılır. Esnememiş uzunluğu ℓ olan bir ipin bir ucunun kayaya demirlendiğini ve diğer ucunun da kütlesi m olan dağcıya bağlandığını varsayın. Dağcı demirleme noktasından ℓ kadar yüksekteyken kayıyor ve yerçekimi etkisi altında 2ℓ kadar düşüyor, bundan sonra ip geriliyor ve dağcıyı durdururken bir x mesafesi kadar esniyor (Şek. 7-33'e bakınız). Esnek ipin, yay sabiti k olan bir yay gibi davrandığını varsayınız. (*a*) İş-enerji prensibini uygulayarak

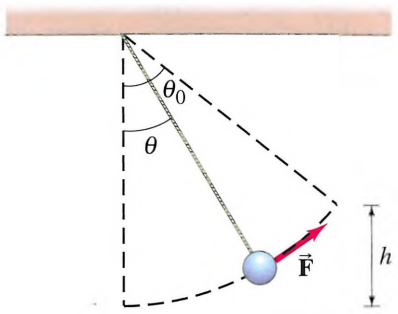
$$x = \frac{mg}{k}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4k\ell}{mg}}\right].$$

olduğunu gösteriniz. (*b*) $m = 85\,\text{kg}$, $\ell = 8.0\,\text{m}$ ve $k = 850\,\text{N/m}$, varsayarak x/ℓ (ipin kesirsel uzaması) ve kx/mg (kendi ağırlığıyla karşılaştırıldığında ipin tırmanıcıya uyguladığı kuvvet)'i dağcının düşüşünün durduğu anda belirleyiniz.



ŞEKİL 7–33
Problem 90.

91. Tavana sabitlenen ℓ uzunluğundaki düşey bir ipin ucundaki m kütlesi hareketsiz olarak asılıdır. Bir $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti gergin ipe her zaman dik olacak şekilde, ip $\theta = \theta_0$ açısı yapana ve kütle h düşey mesafesine yükselene kadar kütleyi itiyor (Şek. 7-34). Kuvvetin F büyüklüğünün kütleyi eğrisel yörüngesi boyunca sabit süratle hareket ettirecek şekilde ayarlandığını varsayınız. Bu süreç sırasında $\vec{\mathbf{F}}$ tarafından yapılan işin mgh'ye eşit olduğunu gösteriniz, bu da m kütlesini yavaşça h yüksekliğine doğrudan kaldırmak için harcanan iş miktarına eşittir. [*İpucu:* Açı, $d\theta$ (radyan cinsinden) kadar arttığında kütle bir eğri boyunca $ds = \ell\,d\theta$ uzunluğu kadar hareket eder.]



ŞEKİL 7–34
Problem 91.

*Sayısal/Bilgisayar

***92.** (II) 480 g kütleli bir parçacığın doğrusal yolu boyunca net kuvvet 10.0 cm aralıklarla $x = 0.0$ 'dan başlayarak hepsi newton cinsinden şu şekilde ölçülmüştür 26.0, 28.5, 28.8, 29.6,32.8,40.1, 46.6, 42.2, 48.8, 52.6, 55.8, 60.2, 60.6, 58.2,53.7, 50.3, 45.6, 45.2, 43.2, 38.9, 35.1, 30.8, 27.2, 21.0, 22.2 ve 18.6. Bütün bu aralık boyunca parçacık üzerine yapılan işi hesaplayınız.

***93.** (II) Farklı kütleler bir yaya asıldığında aşağıdaki tabloda gösterildiği gibi yay farklı miktarlarda uzuyor. Kütleler ± 1.0 gramdır.

Kütle(g)	0	50	100	150	200	250	300	350	400
Uzama (cm)	0	5.0	9.8	14.8	19.4	24.5	29.6	34.1	39.2

(*a*) Kuvvetin (newton cinsinden) uzamaya (metre cinsinden) karşı grafiğini çiziniz ve buna en iyi uyan doğruyu belirleyiniz. (*b*) En iyi uyan doğrunun eğiminden yayın yay sabitini (N/m) belirleyiniz. (*c*) En iyi uyan doğruyu kullanarak yay 20.0 cm uzadığında yayın üzerindeki kuvveti hesaplayınız.

Alıştırmaların Yanıtları

A: (*c*).

B: (*b*).

C: (*b*) $2.0 \times 10^5\,\text{J}$(yani daha az)

D: Hayır, çünkü sürat v negatif bir sayının karekökü olacaktır, bu da reel değildir.

E: (*a*) $\sqrt{2}$, (*b*) 4.

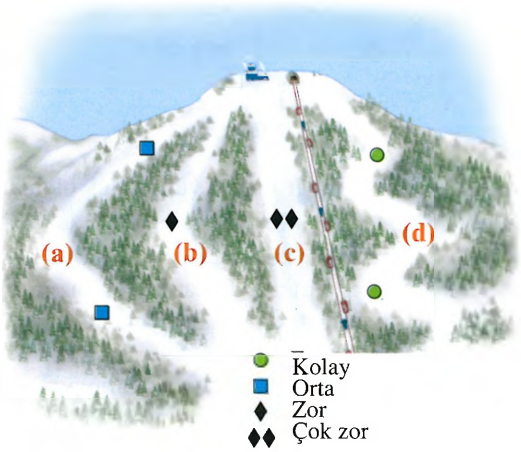


Sırıkla atlama sporcusu çubuğa doğru koşarken kinetik enerjiye sahiptir. Sırığı yere koyup ağırlığını onun üzerine verdiği zaman kinetik enerjisi önce eğilen sırığın esneklik potansiyel enerjisine ve sonra da yükselen sırıkçının yerçekimi potansiyel enerjisine dönüşür. Atlet çubuğu geçerken sırık tamamen düz haldedir ve sırığın tüm esneklik potansiyel enerjisi atletin kütle çekimi potansiyel enerjisine dönüşmüştür. Atletin hemen hemen hiç kinetik enerjisi yoktur ve çubuğun en yüksek noktasında (dünya rekoru 6 m üzerinde) tüm enerji atletin kütle çekimi potansiyel enerjisidir ki bu da atletin istediği bir durumdur. Bu örnekte ve diğer bütün enerji dönüşümlerinde toplam enerji korunur. Hakikaten de enerjinin korunumu, fiziğin en önemli yasalarından birisidir ve diğer alanlarda da çok fazla uygulaması vardır.

BÖLÜM 8

Enerjinin Korunumu

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!
Bir kayakçı bir tepenin en üst noktasından harekete başlıyor. Kayakçının potansiyel enerjisi en fazla şekildeki (a), (b), (c) ve (d) yollarından hangisinde değişir; yoksa, (e) hepsi aynı mıdır? Yolların buzlu olduğunu ve sürtünmenin olmadığını farz edersek en alt noktadaki hızı hangisinde en fazladır? Yukarıdaki iki soruyu bir miktar sürtünmenin olması durumunda yeniden cevaplayın. Dört cevabınızı da şimdi listeleyin.



İÇERİK

8–1 Korunumlu ve Korunumsuz Kuvvetler
8–2 Potansiyel Enerji
8–3 Mekanik Enerji ve Korunumu
8–4 Mekanik Enerjinin Korunumunu Kullanarak Problem Çözme
8–5 Enerjinin Korunumu Yasası
8–6 Yitirgen Kuvvetlerin Olduğu Durumlarda Enerjinin Korunumu; Problem çözme
8–7 Kütle Çekimi Potansiyel Enerjisi ve Kaçış hızı
8–8 Güç
* 8–9 Potansiyel Enerji Diyagramları; Kararlı ve Kararsız Denge Durumları

Bu bölümde Bölüm 7'de başlayan iş ve enerji kavramlarının tartışılmasına devam edilecek ve yeni enerji tipleri, özellikle potansiyel enerji tanıtılacaktır. Şimdi enerji kavramının neden bu kadar önemli olduğunu göreceğiz. Bunun cevabı, enerjinin korunmasıdır. Her hangi bir süreçte toplam enerji *her zaman* sabittir. Gerçekten de enerjinin korunumu, bilimin büyük birleştirici ilkelerinden birisidir..

Enerjinin korunumu, problemleri çözmemizde bize yeni bir yaklaşım sunmaktadır. Bir çok durumda, örneğin kuvvetleri tam olarak bilemediğimiz veya ölçemediğimiz durumlarda Newton yasalarını kullanarak problemi çözmek çok zor hatta imkansız olabilmektedir. Fakat çoğu zaman bu durumlar enerjinin korunumu yasası kullanılarak çözülebilmektedir.

Bu Bölümde cisimleri sadece öteleme hareketi yapan parçacıklar veya rijid cisimler olarak ele alıp herhangi bir içsel veya dönme hareketlerinin olmadığını kabul edeceğiz.

8–1 Korunumlu ve Korunumsuz Kuvvetler

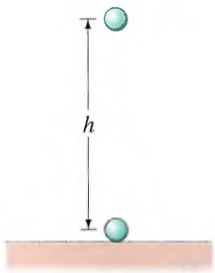
Kuvvetleri iki kısımda sınıflandırmanın önemli olduğunu göreceğiz: Korunumlu ve korunumsuz kuvvetler. Korunumlu kuvvetin tanımı şöyledir:

Bir kuvvetin, bir noktadan başka bir noktaya hareket eden bir cisim üzerine yaptığı iş sadece ve sadece cismin ilk ve son konumuna bağlı olup alınan yoldan bağımsız ise bu korunumlu bir kuvvettir.

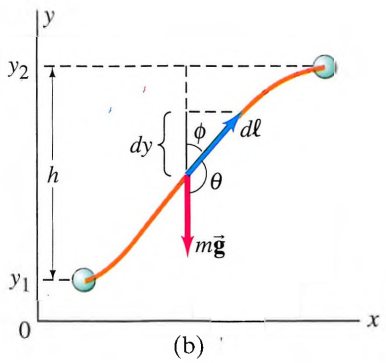
Korunumlu bir kuvvet *sadece konumun* bir fonksiyonu olabilir; zaman, hız gibi diğer değişkenlere bağlı olamaz.

Kütle çekimi kuvvetinin korunumlu bir kuvvet olduğunu kolayca gösterebiliriz. Dünya yüzeyine yakın bir yerde ve kütlesi m olan bir cisim üzerine etkiyen kütle çekimi kuvveti $\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{g}}$ 'dir. Burada $\vec{\mathbf{g}}$ bir sabittir. Bir düşey h mesafesinden düşen bir cisim üzerinde yerçekimi kuvvetinin yaptığı iş $W_G = Fd = mgh$ (Bkz Şek. 8-1a)'tır. Şimdi, aşağı veya yukarı doğru hareket eden bir cisim değil de Şek. 8-1b'deki gibi bir xy düzleminde serbestçe hareket eden bir cisim düşünelim. Cisim yüksekliğindeki bir noktadan harekete başlayıp y_2 yüksekliğine ulaşıyor. Burada $y_2 - y_1 = h$ 'dir. Yerçekiminin yaptığı işi Dnk. 7-7' yi kullanarak bulabiliriz:

ŞEKİL 8–1 m kütleli bir cisim : (a) düşey olarak h yüksekliğinden düşüyor. (b) iki boyutta rasgele bir eğri boyunca yükseliyor



(a)



(b)

$$W_G = \int_1^2 \vec{\mathbf{F}}_G \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$$

$$= \int_1^2 mg \cos\theta \, d\ell.$$

Şimdi Şek. 8-1b'de gösterildiği gibi d ile onun düşey bileşeni dy arasındaki açının $\phi = 180° - \theta$ olduğunu düşünelim. $\cos\theta = -\cos\phi$ ve $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ $dy = d\ell \cos\phi$, olduğundan

$$W_G = -\int_{y_1}^{y_2} mg \, dy$$

$$= -mg(y_2 - y_1). \qquad \textbf{(8–1)}$$

olacaktır. $(y_2 - y_1)$ h düşey yüksekliği olduğundan, görüyoruz ki yapılan iş sadece düşey yüksekliğe bağlıdır, yani alınan yoldan bağımsızdır! Tanımdan dolayı yerçekimi kuvveti korunumlu bir kuvvettir.

Şek.8-1b'deki duruma dikkat etmek lazım, $y_2 > y_1$ olduğundan yerçekimi kuvvetinin yaptığı iş negatiftir. Diğer yandan $y_2 < y_1$ durumunda, cisim aşağıya doğru düşüyor, W_G pozitiftir.

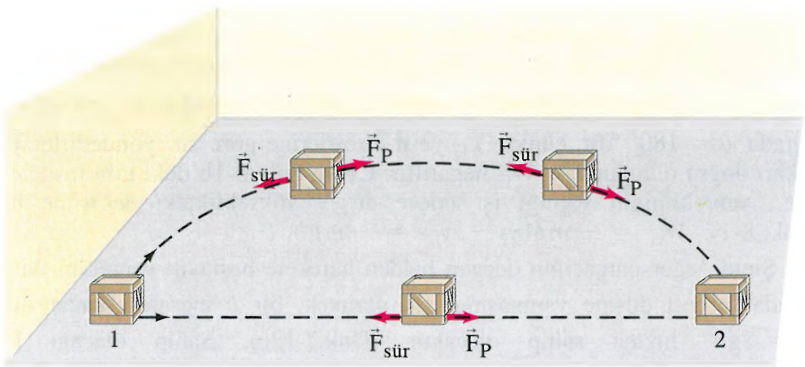
Korunumlu kuvvetin başka bir tanımını şu şekilde verebiliriz:

Kapalı bir yol boyunca hareket eden bir cisim üzerinde bir kuvvet tarafından yapılan net iş sıfır ise bu kuvvete korunumlu kuvvet denir.

Bunun daha önceki tanımımıza eş değer olduğunu görmek için, Şek. 8-2a'da gösterildiği gibi 1 noktasından 2 noktasına A ve B olarak gösterilen farklı iki yol boyunca hareket eden bir cisim düşünelim. Birinci tanımımıza göre, cisim üzerine korunumlu bir kuvvetin etkidiğini farz edersek, bu kuvvetin cisim üzerinde yaptığı iş cisim A veya B yollarından hangisini izlerse izlesin aynıdır. 1 noktasından 2 noktasına gidene kadar yapılan işe diyeceğiz. Şimdi Şek.8-2b'deki gibi tam bir döngü yaptığını düşünelim. Cisim önce 1'den 2'ye A yolu boyunca hareket ediyor ve kuvvetimizin yaptığı iş W. Daha sonra cismimiz 1 noktasına B yolu boyunca geri dönüyor. Bu dönüş yolculuğu boyunca ne kadar iş yapılmıştır? 1'den 2'ye B yolu boyunca gidildiğinde yapılan iş W, tanım olarak $\int_1^2 \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$'ye eşit. Bunun tersini yapmak, yani 2'den 1'e B yolu boyunca gitmek, $\vec{\mathbf{F}}$'nin her noktada aynı olmasına rağmen $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$'nin ters yönde olması demektir. Sonuç olarak her noktada $\vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ ters işaretli olacak ve böylelikle 2'den 1'e olan dönüş yolculuğu boyunca kuvvetin yaptığı iş $-W$ olacaktır. Dolayısıyla 1'den 2'ye ve daha sonra tekrar 1'e dönüldüğünde yapılan toplam iş $W + (-W) = 0$, olacaktır.

Korunumlu kuvvetin ikinci tanımı aslında bu tür kuvvetlerin önemli bir yanını göstermektedir: *korunumlu bir kuvvetin yaptığı iş tekrar kazanılabilir,* çünkü kapalı bir yolun bir kısmında bir cisim tarafından (başka bir cismin üstüne) yapılan pozitif iş kadar negatif iş cismin dönüş yolculuğunda yapılır.

Yukarıda gördüğümüz gibi kütle çekim kuvveti korunumlu bir kuvvettir, *esneklik* kuvveti $(F = -kx)$'in de korunumlu olduğu kolaylıkla gösterilebilir.



ŞEKİL 8–2 (a) Küçük bir cisim A ve B gibi iki farklı eğri boyunca 1 ve 2 noktaları arasında hareket ediyor. (b) Cisim 1 noktasından 2 noktasına A eğrisi boyunca ve daha sonra 2 noktasından 1 noktasına B eğrisi boyunca tam bir döngü yapıyor.

ŞEKİL 8–3 Bir sandık sürtünmeli bir yüzey boyunca 1 noktasından 2 noktasına biri düz diğeri eğrisel olmak üzere iki farklı yol boyunca sabit hızla itilmektedir. İtme kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_P$ her zaman hareket yönündedir. (Sürtünme kuvveti harekete ters yönde.) Dolayısıyla sabit bir itme kuvvetinin yaptığı iş $W = F_P d$'dir. Büyük ise (eğri yolda olduğu gibi) da büyüktür. Yapılan iş sadece 1 ve 2 noktalarına bağlı olmayıp aynı zamanda alınan yola da bağlıdır.

Sürtünme kuvveti veya bir kişi tarafından uygulanan itme veya çekme kuvvetleri gibi kuvvetler **korunumsuz** kuvvetlerdir. Çünkü bunların yaptığı iş yola bağlıdır. Örneğin bir sandığı yerdeki bir noktadan diğer bir noktaya ittiğinizde yaptığınız iş yolun düz ya da eğri olmasına bağlıdır. Şek.8-3'te gösterildiği gibi, eğer sandık 1 noktasından 2 noktasına daha uzun olan yarım dairesel yol boyunca itiliyorsa, burada sürtünmeye karşı yaptığınız iş düz yola kıyasla daha fazla olacaktır. Bunun nedeni hem alınan yolun fazla olması, hem de yerçekimi kuvvetinden farklı olarak, itme kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_P$'nin her zaman hareket yönünde olmasıdır. Bu nedenle Şekil 8-3'te kişi tarafından yapılan iş sadece başlangıç ve bitiş noktaları olan 1 ve 2'ye değil, alınan yola da bağımlıdır. Şekil 8-3'te gösterilen kinetik sürtünme kuvveti her zaman harekete ters yöndedir. Dolayısıyla bu da korunumsuz bir kuvvettir ve bunu bu Bölümün daha sonraki bir kısmında (Kısım 8-6) işleyeceğiz. Tablo 8-1'de bazı korunumlu ve korunumsuz kuvvetler listelenmiştir.

TABLO 8–1 Korunumlu ve Korunumsuz Kuvvetler

Korunumlu Kuvvetler	Korunumsuz Kuvvetler
Kütle çekimi	Sürtünme
Esneklik	Hava direnci
Elektrik	İpteki gerilme
	Motor veya roket itmesi
	Bir kişi tarafından itme veya çekme

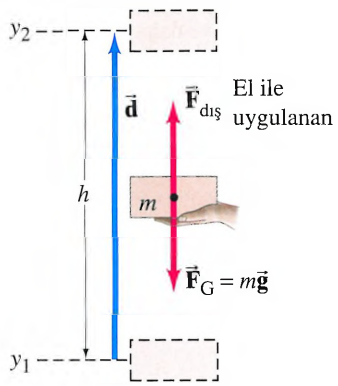
8–2 Potansiyel Enerji

Bölüm 7'de hareket halinde olan bir cisimin enerjisini tartışmıştık ve bunun $K = \frac{1}{2}mv^2$ ile verilen kinetik enerji olduğunu görmüştük. Şimdi cismin çevresine göre olan konum ve biçimine bağlı olan kuvvetlerle ilişkili bir enerji çeşidini, **potansiyel enerji**yi tanımlayacağız. Her biri farklı korunumlu kuvvetlerle ilişkili olan değişik potansiyel enerji çeşitleri tanımlanabilir.

Bir oyuncağın gerilmiş yayı potansiyel enerji için bir örnektir. Yay, potansiyel enerjisini, kişinin oyuncağı sıkıştırırken *üzerine* yaptığı işten dolayı kazanır. Yay gevşerken bir kuvvet uygular ve oyuncağı hareket ettirmek üzere iş yapar.

Yerçekimi Potansiyel Enerjisi

Potansiyel enerjiye belki de en yaygın örnek *yerçekimi potansiyel enerjisidir.* Yerden yukarıda tutulan ağır bir tuğla, tuğlanın dünya yüzeyine göre sahip olduğu yükseklikten dolayı bir potansiyel enerjiye sahiptir. Yüksekteki bu tuğla iş yapabilme yeteneğine sahiptir. Bu yükseklikten bırakıldığı zaman yerçekimi kuvvetinin etkisiyle yere doğru düşecektir ve örneğin yere çakılı olan bir kazık üzerine düştüğünde onu içeri iterek bir iş yapacaktır. Şimdi Dünya yüzeyine yakın bir yerlerdeki bir cisim için yerçekimi potansiyel enerjisinin formunu inceleyelim. Kütlesi m olan bir cismi düşey doğrultuda yukarı doğru kaldırabilmek için en azından cismin ağırlığı, mg, kadar bir kuvvet bir kişi tarafından uygulanmalıdır. Cismi ivmelenmeden Şek.8-4'teki y_1'den y_2'ye (yukarı yön pozitif olarak seçilmiştir) götürmek, yani düşey doğrultuda h kadar yerdeğiştirmek için bir kişi uyguladığı $F_{dış} = mg$ "dış" kuvveti ile h düşey yerdeğiştirmesinin çarpımı kadar bir iş yapmalıdır. Yani,



ŞEKİL 8–4 Bir kişi tuğlayı y_1'den y_2'ye kaldırmak için yukarı yönlü $F_{dış} = mg$ kuvvetini uyguluyor.

$$W_{dış} = \vec{\mathbf{F}}_{dış} \cdot \vec{\mathbf{d}} = mgh\cos 0° = mgh = mg(y_2 - y_1)$$

Burada hem $\vec{\mathbf{F}}_{dış}$ hem de $\vec{\mathbf{d}}$ yukarı doğrudur. Cisim y_1'den y_2'ye giderken yerçekimi kuvveti de etkimektedir ve o da bir iş yapacaktır. Bu işi şu şekilde verebiliriz:

$$W_G = \vec{\mathbf{F}}_G \cdot \vec{\mathbf{d}} = mgh\cos 180° = -mgh = -mg(y_2 - y_1),$$

Burada $\theta = 180°$ 'dir, çünkü $\vec{\mathbf{F}}_G$ ve $\vec{\mathbf{d}}$ birbirlerine göre zıt yöndedirler $\vec{\mathbf{F}}_G$ aşağı, $\vec{\mathbf{d}}$ ise yukarı doğru olduğundan W_G negatiftir. Cisim Şek. 8-1b'deki gibi rasgele bir yol izlese bile yerçekiminin yaptığı iş sadece düşey yükseklikteki değişime bağlı olacaktır (Dnk. 8-1): $W_G = -mg(y_2 - y_1) = -mgh$.

Şimdi, eğer parçacığın durgun halden harekete başlayıp yerçekimi kuvvetinin etkisi altında serbest düşme yapmasına izin verirsek, bir h mesafesi kadar düştükten sonra $v^2 = 2gh$ hızına sahip olacaktır (Dnk.2-12c). Sahip olacağı kinetik enerji $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2gh) = mgh$ olacaktır ve eğer bir kazığa çarparsa kazık üzerine mgh kadar iş yapabilir.

Özetleyecek olursak, m kütleli bir cismi bir h yüksekliğine çıkarmak için mgh kadar bir iş yapmamız gerekecektir. Cisim bir kez h yüksekliğine çıktığında, artık mgh kadar iş yapabilme yeteneğine sahiptir. Dolayısıyla cismi yukarı kaldırmak için yaptığımız iş yerçekimi potansiyel enerjisi olarak depolanacaktır.

Gerçekten de bir cisim y_1 yüksekliğinden y_2, yüksekliğine gittiğinde *yerçekimi potansiyel enerjisi U'daki değişimi*, cisim üzerindeki net dış kuvvetin cismi ivmesiz olarak bu iki nokta arasında götürürken yaptığı iş olarak tanımlayabiliriz:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = W_{dış} = mg(y_2 - y_1).$$

Eşdeğer olarak, yerçekimi potansiyel enerjisindeki değişimi, yerçekimi kuvvetinin kendisinin bu süreçte yaptığı işin ters işaretlisi olarak da tanımlayabiliriz:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -W_G = mg(y_2 - y_1). \qquad \textbf{(8–2)}$$

Dnk. 8-2, m kütleli bir cismin Dünya yüzeyine yakın bir noktadan diğer bir noktaya hareketi sırasında yerçekimi potansiyel enerjisindeki değişimi tanımlar. Yerçekimi potansiyel enerjisi, U, bir referans noktasına göre düşey bir y yüksekliğine sahip m kütleli bir cisim için şöyle tanımlanır.

$$U_G = mgy. \qquad \text{[sadece yerçekimi]} \quad \textbf{(8–3)}$$

Şunu unutmamalıyız ki yerçekimi potansiyel enerjisi, Dünya ile m kütleli cisim arasındaki kütle çekimi kuvveti ile alakalıdır. Dolayısıyla U_G sadece m kütleli cismin potansiyel enerjisini değil kütle-dünya sisteminin potansiyel enerjisini tanımlamaktadır.

[†]Kısım 8–7'de Newton'un evrensel çekim yasasının $1/r^2$ bağımlılığı inceleniyor.

Yerçekimi potansiyel enerjisi, b*ir referans noktasına göre olan düşey yüksekliğe* bağlıdır, $U = mgy$. Bazan y'yi nereden itibaren ölçeceğinizi merak edebilirsiniz. Örneğin, bir masa yüzeyine göre yukarıda tutulan bir kitabın yerçekimi potansiyel enerjisi, y'yi masanın üstünden mi, yerden mi yoksa başka bir referans noktasından mı ölçtüğümüze bağlı olarak değişir. Fiziksel olarak her durumda önemli olan potansiyel enerjideki değişim miktarı ΔU, 'dur. Çünkü yapılan iş ile bağlantılı olan bu değişim miktarıdır. Dolayısıyla y'yi bizim için uygun olan herhangi bir referans noktasından itibaren ölçebiliriz. Ama başlangıçta seçtiğimiz bu referans noktasına tüm hesabımız boyunca bağlı kalmalıyız. Herhangi iki nokta arasındaki potansiyel enerjideki *değişim* bu seçime bağlı değildir.

⚠ DİKKAT

Fiziksel olarak anlamlı olan potansiyel enerjideki değişikliktir

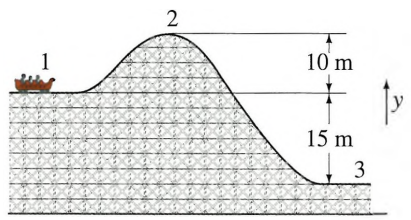
Potansiyel enerji tek başına bir cismin değil bir sistemin potansiyel enerjisini tanımlamaktadır. Potansiyel enerji bir kuvvet ile alakalıdır ve bir cismin üzerindeki bu kuvvet her zaman diğer cisimler tarafından uygulanır. Böylece potansiyel enerjinin bir sistemin özelliği olduğunu söyleyebiliriz, sadece bir cismin değil. Dünya yüzeyinden bir h kadar yüksekteki bir cismin potansiyel enerjisindeki değişim mgy'dir. Burada sistem cisim ve Dünyadır ve her ikisinin de özellikleri potansiyel enerji ifadesinde görünmektedir: cisim (m) ve Dünya (g). Genel olarak sistem çalışmak istediğimiz bir veya daha fazla cisimden oluşur. Sistemin nelerden oluştuğu tamamen bize bağlıdır ve genel olarak basit bir sistem seçmeye gayret ederiz. Aşağıda bir yay ile temas halinde olan bir cisimden söz ederken sistemimiz yay ve kütle olacaktır.

⚠ DİKKAT

Potansiyel enerji tek bir cisme değil bir sisteme aittir.

ALIŞTIRMA A Sayfa 183'teki Bölüm Açılış Sorusuna tekrar dönün ve bu soruyu şimdi tekrar cevaplayın. Niye ilkinde farklı bir şekilde cevapladığınızı açıklamaya çalışın.

ÖRNEK 8–1 Lunaparktaki hız treni için potansiyel enerji değişimi. Lunaparktaki 1000 kg'lık bir hız treni Şek.8-5'teki gibi 1 noktasından önce 2 noktasına ve daha sonra 3 noktasına hareket ediyor. (*a*) 1 noktasına göre 2 ve 3 noktalarındaki yerçekimi potansiyel enerjisi nedir? Yani, 1 noktasında $y = 0$ olsun. (*b*) Hız treni 2 noktasından 3 noktasına gittiğinde potansiyel enerjideki değişim ne olur? (*c*) 3 noktasını referans noktası olarak alıp (*a*) ve (*b*) şıklarını tekrar cevaplayın.



ŞEKİL 8–5 Örnek 8–1.

YAKLAŞIM Biz hız treni + dünya sisteminin potansiyel enerjisi ile ilgileniyoruz. Yukarı yönü pozitif y yönü alıp yerçekimi potansiyel enerjisinin tanımını kullanarak potansiyel enerjiyi bulmaya çalışalım.

ÇÖZÜM (*a*) Yükseklikleri 1 noktasından $(y_1 = 0)$, itibaren ölçeceğiz. Bu başlangıçta yerçekimi potansiyel enerjisinin sıfır olması demektir. $y_2 = 10\,\text{m}$ olan 2 noktasında

$$U_2 = mgy_2 = (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(10\,\text{m}) = 9.8 \times 10^4\,\text{J}.$$

3 noktasında $y_3 = -15\,\text{m}$, (çünkü 3 noktası 1 noktasından daha aşağıda). Dolayısıyla

$$U_3 = mgy_3 = (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(-15\,\text{m}) = -1.5 \times 10^5\,\text{J}.$$

(*b*) 2 noktasından 3 noktasına giderken potansiyel enerjideki değişim ($U_{\text{son}} - U_{\text{ilk}}$) şöyle olur;

$$U_3 - U_2 = (-1.5 \times 10^5\,\text{J}) - (9.8 \times 10^4\,\text{J}) = -2.5 \times 10^5\,\text{J}.$$

Yerçekimi potansiyel enerjisi $2.5 \times 10^5\,\text{J}$ kadar azalır.

(*c*) Şimdi $y_3 = 0$ alıyoruz. Bu $y_1 = +15\,\text{m}$ demek. Dolayısıyla başlangıçta (1 noktasında) potansiyel enerji

$$U_1 = (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(15\,\text{m}) = 1.5 \times 10^5\,\text{J}\text{ 'dur.}$$

2 noktasında $y_2 = 25\,\text{m}$ olduğundan potansiyel enerji

$$U_2 = 2.5 \times 10^5\,\text{J}\text{ 'dur.}$$

3 noktasında $y_3 = 0$ olduğundan potansiyel enerji sıfırdır. 2 noktasından 3 noktasına giderken potansiyel enerjide meydana gelen değişim

$$U_3 - U_2 = 0 - 2.5 \times 10^5\,\text{J} = -2.5 \times 10^5\,\text{J}\text{ olur.}$$

Bu da (*b*)'de bulduğumuz sonuç ile aynıdır.

NOT Yerçekimi tarafından yapılan iş sadece düşey yüksekliğe bağlıdır, dolayısıyla potansiyel enerjideki değişim alınan yola bağlı değildir.

ALIŞTIRMA B 1200 kg'lık bir araba 300 m yüksekliğindeki bir tepeye tırmandığında potansiyel enerjideki değişim ne kadar olur? (*a*) 3.6×10^5 J; (*b*) 3.5×10^6 J; (*c*) 4 J; (*d*) 40 J; (*e*) 39.2 J.

Genel Olarak Potansiyel Enerji

Dnk.8-2 ile verilen potansiyel enerjideki değişimin y_1 yüksekliğinden y_2 yüksekliğine hareket eden bir cisim üzerine yerçekiminin yaptığı işin ters işaretlisine eşit olduğunu gördük. Bunu şimdi şu şekilde yazacağız:

$$\Delta U = -W_G = -\int_1^2 \vec{\mathbf{F}}_G \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}.$$

Yerçekimi potansiyel enerjisinin yanı sıra başka çeşit potansiyel enerjiler de vardır. Genel olarak *korunumlu bir kuvvet* $\vec{\mathbf{F}}$ *ile alakalı potansiyel enerjideki değişimi bu kuvvetin yaptığı işin ters işaretlisi* olarak tanımlarız:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -W. \qquad \textbf{(8–4)}$$

DİKKAT

Potansiyel enerji sadece korunumlu kuvvetler için tanımlanır.

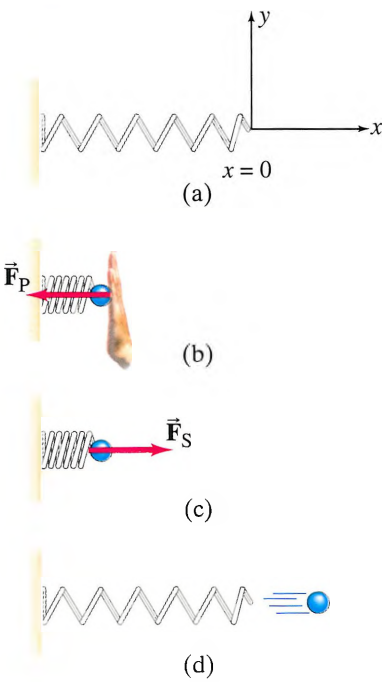
Bununla beraber potansiyel enerjideki değişimi gösteren bu tanımı bütün kuvvetler için kullanamayız. Bu sadece yerçekimi kuvveti gibi, integralin alınan yola değil de başlangıç ve bitiş noktalarına bağlı olduğu korunumlu kuvvetler için anlamlı olabilir. Kesinlikle sürtünme gibi korunumlu olmayan kuvvetlere uygulanamaz. Çünkü Dnk.8-4'teki integral başlangıç ve bitiş noktalarına bağlı tek bir değere sahip olmayacaktır. Dolayısıyla potansiyel enerji kavramı korunumlu olmayan kuvvetler için tanımlanamaz ve anlamsızdır.

Esneklik Potansiyel Enerjisi

Şimdi birçok pratik uygulamada kullanılan esnek materyallerin potansiyel enerjisini inceleyeceğiz.

Şek.8-6'daki gibi kütlesi ihmal edilebilen bir spiral yay düşünün. Yay sıkıştırılıp bırakıldığında kütlesi m olan top üzerine bir iş yapar. Dolayısıyla yay-top sistemi sıkıştırıldığında (veya gerildiğinde) bir potansiyel enerjiye sahip olacaktır. Diğer esnek malzemeler gibi, denge konumundan itibaren yerdeğiştirme (x) çok fazla olmadığı sürece, yay Hooke yasasına uyacaktır. Koordinat sistemimizi Şek.8-6a'daki gibi sıkıştırılmamış yayın ucu $x = 0$ ve x sağa doğru pozitif olacak şekilde yerleştirelim. Yayı doğal uzunluğundan bir x miktarı kadar sıkıştırmak (veya germek) için bir kişinin eliyle yay üzerine $F_P = kx$ kadar bir kuvvet uygulaması gerekir (Şek.8-6b).

ŞEKİL 8–6 Yay Bir yay (a) sıkıştırıldığında enerji depolar (esneklik potansiyel enerjisi) (b) ve serbest bırakıldığında depo edilen bu enerji, iş yapmak için kullanılır (c) ve (d).



Burada k yayın esneklik sabitidir. Yay $F_s = -kx$ (Şek. 8-6c) kadarlık bir kuvvet ile geri iter (Newton'un 3.yasası). Buradaki negatif işaret F_s'nin x ile ters yönde olmasındandır. Yay $x_1 = 0$ noktasından bir $x_2 = x$ (burada x + veya – olabilir) konumuna sıkıştırıldığında (veya gerildiğinde) potansiyel enerjideki değişim miktarı Dnk.8-4 kullanılarak şu şekilde verilir;

$$\Delta U = U(x) - U(0) = -\int_1^2 \vec{\mathbf{F}}_S \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -\int_0^x (-kx)\, dx = \tfrac{1}{2}kx^2.$$

Burada, $U(x)$, x noktasındaki potansiyel enerji, $U(0)$ ise $x = 0$ noktasındaki U demektir. Genel olarak $x = 0$ noktasında potansiyel enerji sıfır alınır: $U(0) = 0$, böylelikle denge konumundan itibaren x kadar sıkıştırılan veya gerilen bir yayın potansiyel enerjisi

$$U_{esn}(x) = \tfrac{1}{2}kx^2 \text{ ile verilir.} \qquad \text{[esnek yay]} \quad \textbf{(8–5)}$$

Kuvvet ile Potansiyel Enerji Arasındaki İlişki (1 Boyutta)

Bir boyutta, eğer korunumlu kuvvet x'in fonksiyonu şeklinde yazılabiliyorsa, potansiyel enerji bir belirsiz integral şeklinde yazılabilir

$$U(x) = -\int F(x)\, dx + C, \qquad \textbf{(8–6)}$$

Burada C integral sabitidir ve U'nun $x = 0$ 'daki değerine eşittir. Bazan seçebiliriz.

Dnk. 8-6 $F(x)$ verildiğinde $U(x)$'i nasıl elde edeceğimizi gösteriyor. Bunun tersi de mümkündür yani $U(x)$ fonksiyonu verilirse yukarıdaki denklemi ters çevirerek $F(x)$ 'i bulabiliriz: integral ve türev almanın birbirinin tersi olduğunu düşünerek Dnk. 8-6'nın her iki tarafının türevini alacak olursak:

$$\frac{d}{dx}\int F(x)\,dx = F(x).$$

Böylelikle

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}. \qquad \textbf{(8–7)}$$

ÖRNEK 8–2 ***U*'yu kullanarak F'yi bulun.** $U(x) = -ax/(b^2 + x^2)$ olsun, burada a ve b sabitlerdir. x'in fonksiyonu olarak F'yi bulun.

YAKLAŞIM $U(x)$ sadece x'in fonksiyonu olduğundan bu problem bir boyutlu bir problemdir.

ÇÖZÜM Dnk. 8-7'yi kullanarak

$$F(x) = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left[-\frac{ax}{b^2 + x^2}\right] = \frac{a}{b^2 + x^2} - \frac{ax}{(b^2 + x^2)^2}2x = \frac{a(b^2 - x^2)}{(b^2 + x^2)^2}.$$

*Üç Boyutta Potansiyel Enerji

Üç boyutta $\vec{\mathbf{F}}(x, y, z)$ ile U arasındaki ilişkiyi şu şekilde yazabiliriz:

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z},$$

veya

$$\vec{\mathbf{F}}(x, y, z) = -\hat{\mathbf{i}}\frac{\partial U}{\partial x} - \hat{\mathbf{j}}\frac{\partial U}{\partial y} - \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial U}{\partial z}.$$

Burada, $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$ ve $\partial/\partial z$ kısmi türev olarak adlandırılır; Örneğin $\partial/\partial x$, $U(x, y, z)$ şeklinde yazıldığı ve x, y, ve z'nin fonksiyonu olduğu halde diğer değişkenlerin sabit tutularak sadece x'e göre türev alınacağını gösterir.

8–3 Mekanik Enerji ve Korunumu

Şimdi kinetik enerjinin potansiyele dönüştüğü veya tersinin gerçekleştiği korunumlu (sadece korunumlu kuvvetlerin iş yaptığı) bir sistem düşünelim. Potansiyel enerji tek bir cisim için anlamlı olmadığından bir sistem düşünmeliyiz. Örneğin sistemimiz bir yay ucunda salınım yapan veya Dünya'nın yerçekimi alanında hareket eden bir m kütlesi olabilir.

İş-enerji ilkesine göre (Dnk.7-11), bir cisim üzerinde yapılan net iş, W_{net} o cismin kinetik enerjisindeki değişime eşittir:

$$W_{\text{net}} = \Delta K.$$

(Eğer sistemde üzerinde iş yapılan birden fazla cisim var ise W_{net} ve ΔK bunların hepsinin toplamını temsil eder.) Korunumlu bir sistem düşündüğümüz için, cisim veya cisimler üzerinde yapılan net işi 1 ve 2 noktaları arasında potansiyel enerjideki değişim olarak yazabiliriz:

$$\Delta U_{\text{toplam}} = -\int_1^2 \vec{\mathbf{F}}_{\text{net}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -W_{\text{net}}. \qquad \textbf{(8–8)}$$

U'yu toplam potansiyel enerji olarak alıp son iki denklemi birleştirecek olursak:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad \text{[sadece korunumlu kuvvetler]} \qquad \textbf{(8–9a)}$$

veya

$$(K_2 - K_1) + (U_2 - U_1) = 0. \quad \text{[sadece korunumlu kuvvetler]} \qquad \textbf{(8–9b)}$$

Şimdi sistemimizin **toplam mekanik enerjisi,** E, adında yeni bir nicelik tanımlayalım. Toplam mekanik enerji sistemin herhangi bir andaki kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamına eşittir.

$$E = K + U.$$

Dnk.8-9b'yi yeniden aşağıdaki gibi yeniden yazabiliriz:

MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \qquad \text{[sadece korunumlu kuvvetler]} \quad \textbf{(8–10a)}$$

veya

$$E_2 = E_1 \text{ sabit} \qquad \text{[sadece korunumlu kuvvetler]} \quad \textbf{(8–10b)}$$

Dnk.8-10 toplam mekanik enerji ile ilgili çok faydalı ve son derece önemli bir ilkeyi, korunumlu kuvvetler etki etmediği sürece onun **korunan bir büyüklük** olduğunu ifade etmektedir: herhangi bir 1 başlangıç zamanındaki $E = K + U$ niceliği daha sonraki bir 2 zamanındaki $K + U$ ile aynı olacaktır.

Başka bir deyişle, Dnk.8-9a bize $\Delta U = -\Delta K$ olduğunu söylüyor. Yani kinetik enerji K arttığında potansiyel enerji U aynı miktarda azalacaktır. Böylece, $K + U$, sabit kalacaktır. Bu da korunumlu kuvvetler için **mekanik enerjinin korunumu ilkesi**dir:

MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU

Eğer bir sistemde sadece korunumlu kuvvetler iş yapıyorsa, sistemde toplam mekanik enerji ne azalır ne de artar. Sabit kalır yani korunur.

Şimdi "korunumlu kuvvet" terimini kullanmamızdaki sebebi görüyoruz. Çünkü böyle kuvvetler için mekanik enerji korunur.

Eğer sistemdeki bir cismin ihmal edilemeyecek bir kinetik enerjisi var ise† Dnk. 8-10 şöyle olur:

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + U = \text{sabit} \qquad \text{[sadece korunumlu kuvvetler]} \quad \textbf{(8–11a)}$$

Eğer v_1 ve U_1 cismin herhangi bir andaki hızını ve potansiyel enerjisini ve v_2 ile U_2 başka bir andaki hızını ve potansiyel enerjisini temsil ediyorsa yukarıdaki denklemi şu şekilde yeniden yazabiliriz

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + U_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + U_2. \qquad \text{[korunumlu sistem]} \quad \textbf{(8–11b)}$$

Bu denklemden görüyoruz ki, potansiyel enerjiyi nerede sıfır seçtiğimiz fark etmiyor: çünkü U'ya bir sabit eklemek, Dnk.8-11b'nin her iki tarafına bu sabiti ekleyecek ve bunlar birbirini yok edecektir. Bu sabit $F = -dU/dx$, denkleminden elde edilen korunumlu kuvveti de etkilemeyecektir, çünkü bir sabitin türevi her zaman sıfırdır. Önemli olan sadece potansiyel enerjideki değişikliktir.

8–4 Mekanik Enerjinin Korunumunu Kullanarak Problem Çözme

Mekanik enerjinin korunumuna basit bir örnek Şek.8-7'de gösterildiği gibi yerden h kadar bir yükseklikten yerçekimi kuvveti etkisi altında düşmeye bırakılan bir taştır. Taş harekete durgun halden başlarsa, başlangıç enerjisinin hepsi potansiyel enerjidir. Taş düşmeye başladığında potansiyel enerjisi, mgy, azalmaya ama kinetik enerjisi bu kaybı karşılamak içim artmaya başlayacaktır. Bu ikisinin toplamı sabit kalacaktır. Herhangi bir noktada toplam mekanik enerji

$$E = K + U = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy$$

ile verilir. Burada y, taşın herhangi bir anda yerden yüksekliğini, v ise bu noktadaki hızını verir. Taşın her hangi bir andaki yerini 1 ile başka bir zamandaki yerini de 2 ile gösterecek olursak

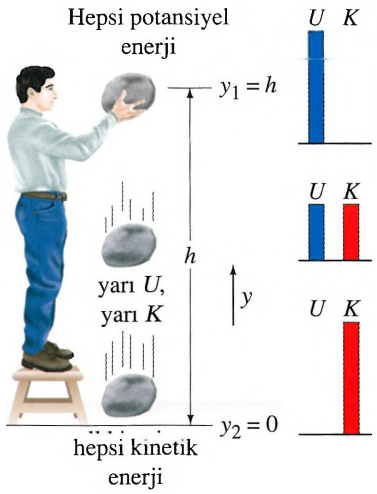
1 noktasındaki toplam mekanik enerji = 2 noktasında toplam mekanik enerji

veya (Bknz. Dnk. 8-11b)

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 \qquad \text{[sadece yerçekimi]} \quad \textbf{(8–12)}$$

olur. Taşın yere çarpmadan hemen önce (bu noktayı olarak seçeceğiz], potansiyel enerjisinin tamamı kinetik enerjiye dönüşecektir.

ŞEKİL 8–7 Taşın potansiyel enerjisi taş yere düşerken kinetik enerjiye çevrilir. Çubuk grafikleri 3 ayrı nokta için potansiyel enerji U ve kinetik enerjiyi K temsil etmektedir.



†Dünya'nın kütleçekiminin etkisi altında hareket eden bir cisim için, Dünya'nın kinetik enerjisi genellikle ihmal edilebilir. Bir yayın ucunda salınım yapan bir cisim için, yayın kütlesi, dolayısıyla kinetik enerjisi genellikle ihmal edilebilir.

ÖRNEK 8–3 **Düşen taş.** Şek.8-7'deki taş için $y_1 = h = 3.0$ m olsun, taşın yere çarpmadan önceki hızını bulun.

YAKLAŞIM Dnk.8-12'deki mekanik enerjinin korunumu ilkesini kullanacağız. Burada taş üzerine etkiyen tek kuvvet yerçekimi kuvvetidir. Yeri referans noktası olarak seçeceğiz ($y = 0$).

ÇÖZÜM Taş bırakıldığı anda $y_1 = 3.0$ m ve durgun; $v_1 = 0$. Taş $y_2 = 1.0$ m 'de iken hızını (v_2) bulmak istiyoruz. Dnk.8-12'yi kullanır:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$

ve m'leri sadeleştirip $v_1 = 0$ yazarsak v_2'yi bulabiliriz.

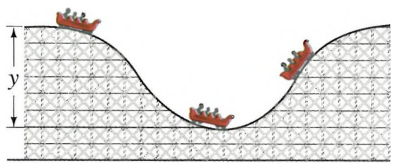
$$v_2 = \sqrt{2g(y_1 - y_2)} = \sqrt{2(9.8\,\text{m/s}^2)[(3.0\,\text{m}) - (1.0\,\text{m})]} = 6.3\,\text{m/s}.$$

Yerden 1 m yükseklikte taşın hızı 6.3 m/s ve aşağıya doğrudur.

NOT Taşın hızı taşın kütlesinden bağımsızdır.

ALIŞTIRMA C Örnek 8-3'teki taşın yere çarpmadan hemen önceki hızı nedir? (*a*) 6.5 m/s; (*b*) 7.0 m/s; (*c*) 7.7 m/s; (*d*) 8.3 m/s; (*e*) 9.8 m/s.

Dnk.8-12 yerçekimi altında sürtünme olmadan hareket eden herhangi bir cisme uygulanabilir. Örneğin, Şek.8-8'deki hız treni vagonu tepede, durgun halden harekete başlıyor, sürtünme olmaksızın önce yokuş aşağı iniyor ve sonra öbür taraftaki tepeye tırmanıyor. Araba üzerine yerçekimi kuvveti haricinde etkiyen bir de normal kuvvet var. Yalnız bu "kısıtlayıcı" kuvvet her noktada parçacık hareketine dik yönde olduğundan iş yapmaz. Araba tekerlerinin dönmesinden kaynaklanan hareketi ihmal ediyoruz ve arabanın hareketini bir noktasal parçacığın yaptığı basit bir öteleme hareketi gibi kabul ediyoruz. Başlangıçta araba sadece potansiyel enerjiye sahiptir.Yokuş aşağı inmeye başladığında potansiyel enerjisi azalacak ve kinetik enerjisi artacaktır. Fakat bu ikisinin toplamı sabit kalacaktır. En dipte maksimum kinetik enerjiye sahip olacak ve diğer tepeye tırmanmaya başladığında kinetik enerjisi tekrar potansiyel enerjiye dönüşmeye başlayacaktır. Araba tekrar başladığı noktadaki yüksekliğe çıkıp durgun hale geldiğinde tüm enerjisi potansiyel enerjiden oluşacaktır. Potansiyel enerji düşey yüksekliğe bağlı olduğundan, korunum yasası arabanın durgun hale geleceği yüksekliğin harekete başladığı yüksekliğin aynı olacağını söylemektedir (sürtünmenin olmadığı durumda). Eğer iki tepe de aynı yüksekliğe sahip ise araba ikinci tepeye ulaştığında duracaktır. Eğer ikinci tepe birinci tepeden daha alçak ise tüm kinetik enerjisi potansiyel enerjiye çevrilmiş olmayacak ve araba tepeye çıktıktan sonra tekrar aşağıya doğru hareketini sürdürecektir. Eğer ikinci tepe birinci tepeden daha yüksek ise araba ancak birinci tepenin yüksekliği kadar tırmanabilecektir. Potansiyel enerji sadece düşey yüksekliğe bağlı olduğundan tepe ne kadar dik olursa olsun bu doğru olacaktır (sürtünme yoksa).



ŞEKİL 8–8 Lunaparktaki bir hız treni vagonu sürtünmesiz bir şekilde hareket ederek mekanik enerjinin korunumunu gösteriyor.

ÖRNEK 8–4 **Enerji korunumunu kullanarak vagonun hızının tayin edilmesi.** Şek.8-8'deki tepenin yüksekliğinin 40 m olduğunu ve vagonun durgun halden harekete başladığını farz edin. (*a*) Vagonun en dip noktadaki hızını (*b*) ve hangi yükseklikte bu hızın yarısına sahip olacağını hesaplayın. Dipte $y = 0$ alın.

YAKLAŞIM Arabanın durgun halden harekete başladığı noktayı 1 noktası olarak seçelim ($v_1 = 0$ ve $y_1 = 40$ m). Referans noktası olarak seçtiğimiz $y_2 = 0$ noktası ise 2. noktamız olsun. Mekanik enerjinin korunumu kullanacağız.

ÇÖZÜM (*a*) Dnk.8-12'de $v_1 = 0$ ve $y_2 = 0$, koyacak olursak,

$$mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2$$

veya

$$v_2 = \sqrt{2gy_1} = \sqrt{2(9.8\,\text{m/s}^2)(40\,\text{m})} = 28\,\text{m/s}.$$

(*b*) Tekrar enerjinin korunumunu kullanacağız,

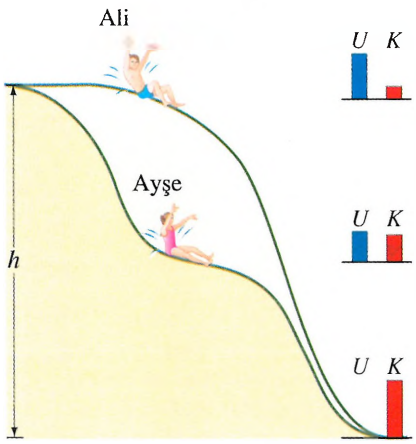
$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2,$$

$v_2 = \frac{1}{2}(28\,\text{m/s}) = 14\,\text{m/s}$, $v_1 = 0$ ve y_2 bilinmiyor. Bunları yukarıdaki denklemde yerine yazacak olursak

$$y_2 = y_1 - \frac{v_2^2}{2g} = 30\,\text{m}\ \text{olur.}$$

Yani, vagon en dipteki noktadan 30 *düşey* metre yukardayken (hem sol taraftaki tepeden inerken hem de sağ taraftaki tepeye çıkarken) 14 m/s hıza sahip olacaktır

Örnek 8-4'teki hız treni sorusunun matematiği ile Örnek 8-3'ünkü tamamen aynı olmakla birlikte bu ikisi arasında önemli bir fark vardır. Örnek 8-3'te hareket tamamen düşey doğrultudadır ve kuvvet, ivme ve Dnk.2-12'deki kinematik eşitlikler kullanılarak çözülebilir. Fakat Örnek 8-4'teki vagon örneğinde hareket tamamen düşey doğrultuda olmadığından Dnk.2-12 kullanılamaz. Çünkü eğri yol boyunca a sabit değildir. Ancak enerjinin korunumu kolayca bize cevabı verir.



ŞEKİL 8–9 Örnek 8–5.

KAVRAMSAL ÖRNEK 8–5 **İki su kaydırağındaki hızlar.** Bir havuzdaki iki su kaydırağı aynı h yüksekliğine sahiptir ancak farklı biçimdedirler (Şek.8-9). İki çocuk, Ali ve Ayşe farklı kaydıraklardan aynı anda durgun halden harekete başlıyorlar. (*a*) En altta hangi çocuk daha hızlıdır? (*b*) Hangi çocuk en alt noktaya daha çabuk gelir? Sürtünmeyi yok sayın ve her iki kaydırağın da aynı uzunluğa sahip olduğunu farzedin.

CEVAP (*a*) Her iki çocuğun potansiyel enerjisi, mgh , kinetik enerjiye dönüşecektir. En alt noktadaki hızlar $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ bağıntısından elde edilecektir. Kütleler birbirini yok edecek ve kütle ne olursa olsun hız aynı olacaktır. Ayrıca her iki çocuk aynı düşey yükseklikten (h) kaymaya başladıkları için en alt noktada hızlar aynı olacaktır. (*b*) Ayşe hep Ali'den daha aşağıda olduğu için potansiyel enerjisi Ali'ye göre daha erken kinetik enerjiye çevrilecektir. Sonuç olarak tüm yolculuk boyunca Ayşe Ali'ye göre daha hızlı hareket edecektir. Alınan yol aynı olduğu için Ayşe en alt noktaya daha çabuk varacaktır.

ALIŞTIRMA D İki top yerden aynı yükseklikte bir noktadan serbest bırakılıyor. A topu havada serbestçe düşüyor. B topu ise sürtünmesiz eğri bir yol boyunca düşüyor. Topların her ikisi de yere ulaştığında hızları nasıl olur?

PROBLEM ÇÖZME
Enerjiyi mi yoksa Newton yasalarını mı kullanmalı

Bazan bir problemi çözmek için iş ve enerjiyi mi yoksa Newton yasalarını mı kullanmanız gerektiği konusunda tereddüt edebilirsiniz. Kabaca şöyle bir kural verebiliriz; eğer problemdeki kuvvet(ler) sabit ise her iki yaklaşım da kullanılabilir. Eğer kuvvetler sabit değilse ve/veya izlenen yol basit değilse enerji yaklaşımı daha iyi bir yaklaşımdır.

FİZİK UYGULAMALARI
Spor örnekleri

Enerjinin korunumuna spor dalları içerisinden bir çok örnek verebiliriz, örneğin Şek. 8-10'da gösterilen sırıkla yüksek atlama gibi. Çoğunlukla bazı yaklaşıklıklar yapmak zorundayız, fakat sırıkla yüksek atlama için olaylar dizisinin kaba bir özeti şöyledir. Koşan atletin başlangıçtaki kinetik enerjisi, eğilen sırığın esneklik potansiyel enerjisine ve atlet yeri terk ederken yerçekimi potansiyel enerjisine dönüşür. Atlet en üst noktaya ulaştığında ve sırık tekrar doğrulduğunda tüm enerji atletin yerçekimi potansiyel enerjisine eşit olacaktır (atletin düşük olan yatay hızını ihmal edersek). Sırık enerji üretmez ancak enerji *depolayan* bir alet gibi davranır ve net sonuç olan kinetik enerjinin potansiyel enerjiye dönüşümüne yardımcı olur. Atletin yatay çubuğu geçebilmesi için gerekli enerji miktarı, atletin kütle merkezinin (KM) ne kadar yukarı kalkması gerektiğine bağlıdır. Sırıkla atlayanlar, gövdelerini eğerek KM'lerini çubuğun hafifçe altından geçebilecek kadar aşağıda tutarlar (Şek.8-11), böylece başka türlü mümkün olamayacak yükseklikte bir çubuktan atlayabilirler. Kütle merkezi konusu Bölüm 9'da işlenecektir.)

ŞEKİL 8–10 Sırıkla atlama sürecinde enerji dönüşümü





ŞEKİL 8–11 Sırıkla atlayan atletler gövdelerini eğerek kütle merkezlerini çubuğun hafifçe altından geçebilecek kadar aşağıda tutarlar. Kinetik enerjilerini (koşma) yerçekimi potansiyel enerjisine $(= mgy)$ bu şekilde çevirerek, potansiyel enerjideki değişiklik gövdeyi dikkatli bir biçimde eğmeden gerçekleştirilseydi mümkün olamayacak yükseklikteki bir çubuktan atlayabilirler

ÖRNEK 8–6 **TAHMİN EDİN** **Sırıkla atlama.** 70 kg'lık bir sırıkla atlama atletinin 5 m yükseklikteki çubuğu tam geçebilmesi için gerekli olan kinetik enerjiyi ve hızı hesaplayın. Atletin kütle merkezinin başlangıçta yerden 0.90 m yükseklikte olduğunu ve maksimum yüksekliğe tam çubuk hizasında sahip olacağını farz edin.

YAKLAŞIM Atletin sırığın ucunu yere koymadan (sırık eğilmeye ve potansiyel enerjiyi depo etmeye başlamadan) hemen önceki toplam enerjisi ile yatay çubuğu tam geçerken sahip olduğu (tam bu noktada atletin sahip olduğu bir miktar kinetik enerjiyi ihmal ederiz) toplam enerjiyi birbirine eşitleriz. Atletin kütle merkezinin başlangıç koordinatını $y_1 = 0$ olarak seçeriz. Dolayısıyla atletin vücudunun $y_2 = 5.0\,\text{m} - 0.9\,\text{m} = 4.1\,\text{m}$. yükselmesi gerekir.

ÇÖZÜM Dnk. 8-12'yi kullanırsak

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + 0 = 0 + mgy_2$$

dolayısıyla,

$$K_1 = \tfrac{1}{2}mv_1^2 = mgy_2 = (70\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(4.1\,\text{m}) = 2.8 \times 10^3\,\text{J}.$$

Hız ise

$$v_1 = \sqrt{\frac{2K_1}{m}} = \sqrt{\frac{2(2800\,\text{J})}{70\,\text{kg}}} = 8.9\,\text{m/s} \approx 9\,\text{m/s}.$$

NOT Bu yaklaşık bir çözümdür. Çünkü atletin tam çubuğu geçerkenki hızını, sırık yere konulduğunda aktarılan mekanik enerjiyi ve de atletin sırık üzerine yaptığı işi ihmal ediyoruz. Bunların hepsi gerekli başlangıç kinetik enerjisinin değerini artıracaktır.

Mekanik enerjinin korunumuna başka bir örnek olarak kütlesi ihmal edilebilen ve yay sabiti k olan yatay bir yayın ucuna takılı bir m kütlesini düşünelim (Şek.8-6). Herhangi bir anda m kütleli cisim v hızına sahip olacaktır. Sistemin (kütle artı yay) potansiyel enerjisi $\frac{1}{2}kx^2$,'dir. Burada x yayın uzamamış halinden olan yerdeğiştirmedir. Şayet sürtünme veya sisteme etki eden başka bir kuvvet yoksa mekanik enerjinin korunumu bize

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \tfrac{1}{2}kx_1^2 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + \tfrac{1}{2}kx_2^2 \qquad \text{[sadece esneklik P]} \quad \textbf{(8–13)}$$

bağıntısını verir, burada 1, 2 alt indisleri farklı iki andaki hız ve yerdeğiştirmeye işaret etmektedir.

ÖRNEK 8–7 **Oyuncak dart tüfeği.** 0.100 kg'lık dart oku Şek.8-12a'da gösterildiği gibi oyuncak bir dart tüfeğinin yayını sıkıştırıyor. Yay (yay sabiti k = 250 N/m ve kütlesi ihmal edilebilir) 6.0 m sıkıştırıldıktan sonra serbest bırakılıyor. Eğer ok tabancadan yay kendi doğal uzunluğuna eriştikten sonra ayrılırsa hızı ne olur?

YAKLAŞIM Ok başlangıçta durgun, yani $K_1 = 0$. Sürtünmeyi ihmal ediyor ve mekanik enerjinin korunumunu kullanıyoruz. Sadece esneklik potansiyel enerjisi var.

ÇÖZÜM 1. noktayı yayın maksimum sıkışmış olduğu durum olarak seçiyoruz ve Dnk.8-13'ü kullanıyoruz. Bu noktada okun hızı sıfırdır, $v_1 = 0$ ve $x_1 = -0.060\,\text{m}$. 2. noktayı da okun yayı terk ettiği an olarak seçiyoruz (Şek.8-12b). Bu noktada $x_2 = 0$ ve v_2'yi bulmak istiyoruz. Dnk.8-13'ü kullanacak olursak

$$0 + \tfrac{1}{2}kx_1^2 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0.$$

Buradan

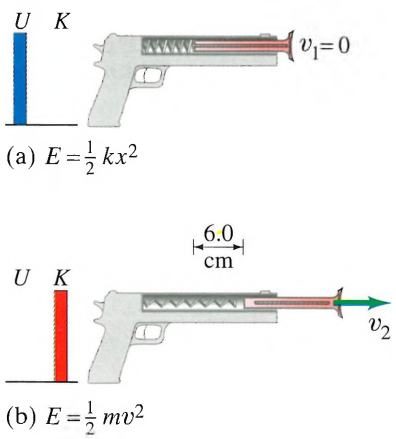
$$v_2^2 = \frac{kx_1^2}{m}$$

ve

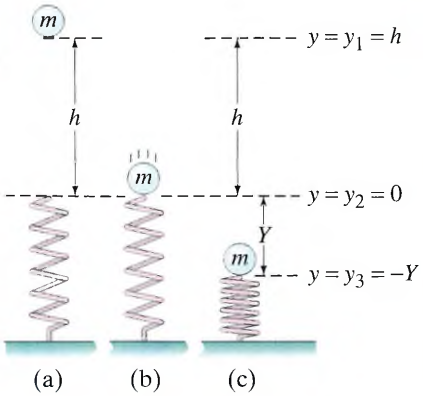
$$v_2 = \sqrt{\frac{(250\,\text{N/m})(-0.060\,\text{m})^2}{(0.100\,\text{kg})}} = 3.0\,\text{m/s}$$

bulunur

NOT Yatay doğrultuda ok üzerine etkiyen tek kuvvet (sürtünmeyi ihmal ediyoruz) yayın oka uyguladığı kuvvettir. Düşey doğrultudaki yerçekimi kuvveti tüfek namlusu tarafından oka uygulanan normal kuvvet ile dengelenmektedir. Namluyu terk ettikten sonra ok yerçekimi etkisi altında bir eğik atış yörüngesi izleyecektir.



ŞEKİL 8–12 Örnek 8-7. (a) Dart oku bir yayı 6.0 cm sıkıştırıyor. Daha sonra ok serbest bırakılıyor ve (b) yayı v_2 hızı ile terkediyor.



ŞEKİL 8–13 Örnek 8–8.

ÖRNEK 8–8 **İki çeşit potansiyel enerji .** Kütlesi $m = 2.60$ kg olan bir top, durgun halden başlayarak düşey yay üzerine çarpmadan önce $h = 55.0$ cm düşüyor. Yaya çarptığında yayı $Y = 15.0$ cm sıkıştırıyor (Şek.8-13). Yayın yay sabitini hesap ediniz. Yayın ihmal edilebilir bir kütleye sahip olduğunu farz edin ve hava direncini de ihmal edin. Tüm uzaklıkları topun sıkıştırılmamış yaya ilk dokunduğu konumdan itibaren alın (Bu noktada $y = 0$'dır).

YAKLAŞIM Top üzerine etkiyen kuvvetler yerin çekim kuvveti ve yay tarafından uygulanan esneklik kuvvetidir. Her iki kuvvet de korunumlu kuvvettir, dolayısı ile iki tip potansiyel enerjiyi de içine alacak şekilde mekanik enerjin korunumu ilkesini kullanabiliriz. Bununla beraber dikkatli olmamız gereken şu nokta vardır: yerçekimi kuvveti cisme düştüğü süre boyunca etki ederken (Şek.8-13) esneklik kuvveti top yaya çarpıncaya kadar etki etmeyecektir (Şek.8-13b). Yukarı yönü pozitif y olarak seçelim ve $y = 0$ sıkışmamış yayın üst ucu olsun.

ÇÖZÜM Bu çözümü iki kısma böleceğiz. (Alternatif bir çözüm aşağıda verilecek.)

1.kısım: Önce topun $y_1 = h = 0.55$ m yüksekliğinden (Şek. 8-13a) $y_2 = 0$ (topun yaya çarptığı an) noktasına gelene kadar (Şek.8-13b) olan enerji dönüşümlerini dikkate alalım. Sistemimiz yerçekimi etkisi altındaki top ile yaydan oluşmaktadır (buraya kadar yayın hiçbir etkisi yok). Dolayısıyla

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 &= \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 \\ 0 + mgh &= \tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0. \end{aligned}$$

Buradan $v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.80\,\text{m/s}^2)(0.550\,\text{m})} = 3.283\,\text{m/s} \approx 3.28\,\text{m/s}$ olur. Bu topun yaya çarpmadan hemen önceki hızıdır (Şek.8-13b).

2.kısım: Top yayı sıkıştırdığında (Şek.8-13c) top üzerine etkiyen iki kuvvet vardır; yerçekimi ve yay kuvveti. Şimdi enerjinin korunumu denklemini şu şekilde yazabiliriz:

$$E_2\,(\text{topun yaya çarptığı an}) = E_3\,(\text{yayın tamamen sıkışmış hali})$$
$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 + \tfrac{1}{2}ky_2^2 = \tfrac{1}{2}mv_3^2 + mgy_3 + \tfrac{1}{2}ky_3^2.$$

$y_2 = 0$, $v_2 = 3.283$ m/s, $v_3 = 0$ (topun durgun hale geldiği an) $y_3 = -Y = -0.150$ m, değerlerini yerine yazacak olursak;

$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0 + 0 = 0 - mgY + \tfrac{1}{2}k(-Y)^2.$$

m, v_2, ve Y değerlerini biliyoruz, böylelikle k değerini bulabiliriz:

$$k = \frac{2}{Y^2}\left[\tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgY\right] = \frac{m}{Y^2}\left[v_2^2 + 2gY\right]$$
$$= \frac{(2.60\,\text{kg})}{(0.150\,\text{m})^2}\left[(3.283\,\text{m/s})^2 + 2(9.80\,\text{m/s}^2)(0.150\,\text{m})\right] = 1590\,\text{N/m}.$$

PROBLEM ÇÖZME

Alternatif çözüm

Alternatif Çözüm: Çözümü iki kısma ayırmadan, hepsini bir kerede yapalım. Enerji denkleminin solunda ve sağında kullanacağımız noktaları belirlemeliyiz. Şek.8-13'te verilen 1 ve 3 noktaları için enerjinin korunumunu yazalım. 1 noktası topun tam düşmeye başladığı an (Şek.8-13a) yani $v_1 = 0$, ve $y_1 = h = 0.550$ m; 3 noktası ise yayın tamamen sıkışmış olduğu durum (Şek.8-13c) yani $v_3 = 0$ ve $y_3 = -Y = -0.150$ m olsun. Bu süreçte top üzerin etkiyen kuvvetler yerçekimi ve (zamanın bir kısmında) yay kuvvetidir. Enerjinin korunumu bize

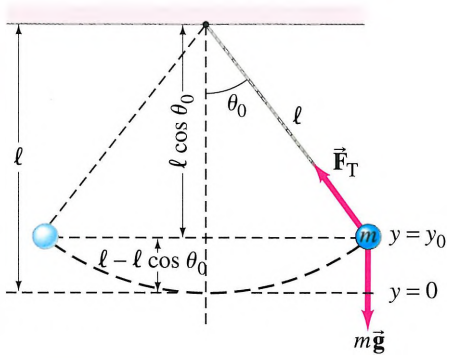
$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 + \tfrac{1}{2}k(0)^2 &= \tfrac{1}{2}mv_3^2 + mgy_3 + \tfrac{1}{2}ky_3^2 \\ 0 + mgh + 0 &= 0 - mgY + \tfrac{1}{2}kY^2 \end{aligned}$$

Burada 1 noktasında yay için $y = 0$ alındı, çünkü burada yay ne sıkıştırılıyor ne de uzatılıyor. Şimdi k'yı çözecek olursak;

$$k = \frac{2mg(h + y)}{Y^2} = \frac{2(2.60\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)(0.550\,\text{m} + 0.150\,\text{m})}{(0.150\,\text{m})^2} = 1590\,\text{N/m}$$

buluruz. Bu bir önceki çözümde bulduğumuz sonuç ile aynıdır.

ÖRNEK 8–9 **Sallanan bir sarkaç.** Şek.8-14'te gösterilen basit bir sarkaç uzunluğu ℓ olan kütlesiz bir ipe *asılı* m kütleli bir toptan oluşmuştur $t = 0$ anında düşeyle $\theta = \theta_0$ açısı yaparken top itmeksizin serbest bırakılıyor. (*a*) m kütleli topun hareketini kinetik enerji ve potansiyel enerjiyi kullanarak betimleyin. Daha sonra topun hızını (*b*) sarkaç ileri geri sallanırken θ'nın fonksiyonu cinsinden ve (*c*) en alt noktada bulun. (*d*) İpteki gerilme kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_T$ 'yi bulun. Sürtünme ve hava direncini ihmal edin.



ŞEKİL 8–14 Örnek 8-9 : bir basit sarkaç; y yukarıya doğru pozitif alınıyor.

YAKLAŞIM Newton yasalarını kullanacağımız (*d*) şıkkı hariç, mekanik enerjinin korunumunu kullanacağız (sadece korunumlu bir kuvvet olan yerçekimi kuvveti iş yapar).

ÇÖZÜM (*a*) Tam bırakılma anında sarkacın topu durgundur, dolayısıyla $K = 0$. Top aşağıya doğru hareket ederken potansiyel enerjisinden kaybedecek ancak kinetik enerjisi artacaktır. En alt noktada kinetik enerji maksimum, potansiyel enerji ise minimum olacaktır. Top diğer tarafta eşit yükseklik ve eşit açıya (θ_0) ulaşana kadar salınacak ve tam bu noktada potansiyel enerjisi tekrar maksimum ve $K = 0$ olacaktır. Bu şekilde salınmaya devam edecek ancak yüksekliği hiçbir zaman $\theta = \pm\theta_0$'ı geçmeyecektir (mekanik enerjinin korunumu).

(*b*) İp kütlesiz kabul edildiğinden sadece ipin ucuna asılı topun kinetik ve potansiyel enerjisini dikkate alacağız. Top üzerine sürekli etkiyen iki kuvvet var: yerçekimi ve ipin uyguladığı gerilme kuvveti, $\vec{\mathbf{F}}_T$ Bunlardan ikincisi (kısıtlayıcı kuvvet) her zaman hareket yönüne diktir, dolayısıyla bir iş yapmaz. Sadece yerçekimi kuvvetini düşünüp potansiyel enerjiyi yazmamız gerekir. Sistemin mekanik enerjisi

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy$$

olacaktır, burada y topun herhangi bir anda sahip olduğu düşey yükseklikliktir. Topun salınım hareketi yaparken geçeceği en alt noktayı $y = 0$ olarak alacağız. Resimden görüleceği üzere $t = 0$ anında

$$y = y_0 = \ell - \ell\cos\theta_0 = \ell(1 - \cos\theta_0)$$

olacaktır. Tam bırakılma anında $v = v_o = 0$ olduğundan

$$E = mgy_0$$

ile verilir. Sallanma sırasında herhangi bir anda

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy = mgy_0$$

olacaktır. Buradan v'yi çözecek olursak

$$v = \sqrt{2g(y_0 - y)}$$

olur. θ cinsinden yazacak olursak,

$$(y_0 - y) = (\ell - \ell\cos\theta_0) - (\ell - \ell\cos\theta) = \ell(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

ve

$$v = \sqrt{2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_0)}.$$

(*c*) En alt noktada $y = 0$'dır. Dolayısıyla

$$v = \sqrt{2gy_0}$$

veya

$$v = \sqrt{2g\ell(1 - \cos\theta_0)}.$$

(*d*) İpteki gerilme kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_T$ top üzerine bir kuvvet uygular. Biliyoruz ki bu kuvvet iş yapmaz, fakat bu kuvveti Newton'un 2. yasasını $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ kullanarak bulabiliriz. Top ℓ yarıçaplı bir daire yayı üzerinde hareket etmeye zorlandığından topun herhangi bir andaki ivmesi v^2/ℓ'dir ve yarıçap boyunca içeri doğrudur. $\vec{\mathbf{F}}_T$ radyal yönde içe doğru etkirken, yerçekimi kuvvetinin $mg\cos\theta$ bileşeni dışa doğru etkir. Böylece

$$m\frac{v^2}{\ell} = F_T - mg\cos\theta$$

olur. (*b*) şıkkının sonucunu kullanarak F_T 'yi çözebiliriz:

$$F_T = m\left(\frac{v^2}{\ell} + g\cos\theta\right) = 2mg(\cos\theta - \cos\theta_0) + mg\cos\theta$$
$$= (3\cos\theta - 2\cos\theta_0)mg.$$

8–5 Enerjinin Korunumu Yasası

Şimdi gerçek hayatta önemli olan, sürtünme gibi, korunumlu olmayan kuvvetleri dikkate alacağız. Şek.8-8'de verilen treni hatırlayalım. Fakat şimdi sürtünmeyi de gözönüne alalım. Bu durumda, araba sürtünmeden dolayı birinci tepedeyken sahip olduğu yüksekliğe ikinci tepede erişemeyecektir

Bu ve bunun gibi doğal süreçlerde mekanik enerji (kinetik ve potansiyel enerjinin toplamı) sabit kalmayacak, azalacaktır. Çünkü sürtünme kuvvetleri mekanik enerjiyi (toplam enerjiyi değil) azaltır. Bu nedenle bunlara **yitirgen kuvvetler** denir. Tarihsel olarak, yitirgen kuvvetlerin varlığı, kapsamlı bir enerjinin korunumu yasasının ortaya konmasını 19. yüzyıla kadar engellemiştir. Ancak bu tarihten sonra, sürtünmenin olduğu her yerde ortaya çıkan ısı (ellerinizi birbirine sürtmeyi deneyin), enerji olarak yorumlanmaya başlamıştır. 19. yüzyılda yapılan nicel çalışmalar (Bölüm 19) ısı, enerjinin transferi (bazen **ısı enerjisi** denir) olarak düşünülürse, her süreçte toplam enerjinin korunacağını göstermiştir. Örneğin Şek.8-8'deki trenin üstüne sürtünme kuvvetleri etki ediyorsa, trenin başlangıçtaki toplam enerjisi, trenin yolu üstünde daha sonraki bir noktadaki kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı ile bu süreçte üretilen ısı enerjisinin toplamına eşit olacaktır. Örneğin bir masa üzerinde serbestçe kayan bir blok sürtünmeden dolayı belli bir zaman sonra durgun hale gelecektir. Bloğun başlangıçtaki tüm kinetik enerjisi ısı enerjisine dönüşecektir. Blok ve masanın her ikisi de açığa çıkan ısı enerjisini soğurarak bir miktar ısınacaktır. Kinetik enerjinin ısı enerjisine dönüştüğünü gösteren bir başka örnek olarak şunu verebiliriz: bir çekiç ile bir çiviye bir iki kez kuvvetlice vurun ve daha sonra yavaşça parmağınızı çiviye dokundurmayı deneyin.

Atomik teoriye göre ısı enerjisi aslında hızlıca hareket eden moleküllerin kinetik enerjisini temsil etmektedir. Bölüm 18'de sıcaklık artışının moleküllerin ortalama kinetik enerjilerindeki bir yükselmeye karşılık geldiğini göreceğiz. Isı enerjisi, bir cismi yapan atom ve moleküllerin enerjilerini temsil ettiği için sıklıkla **iç enerji** olarak adlandırılır. Atomik açıdan düşünecek olursak, iç enerji sadece moleküllerin kinetik enerjisini değil aynı zamanda moleküller içerisindeki atomların bağıl konumlarından kaynaklanan potansiyel enerjiyi (genellikle elektriksel) de içerir. Makroskopik düzeyde, ısı enerjisi veya iç enerji, sürtünme gibi korunumlu olmayan kuvvetlere karşılık gelmektedir. Fakat atomik boyutta, enerji kısmen kinetik, kısmen de korunumlu kuvvetlere karşılık gelen potansiyel enerjidir. Örneğin, besin veya benzin gibi yakıtlarda depo edilen enerji, atomlar arasındaki elektrik kuvvetinden (kimyasal bağlar) doğan ve moleküller içerisindeki atomların birbirlerine göre olan bağıl konumlarına bağlı olan potansiyel enerji gibi düşünülebilir. Bir iş yapmak için kullanılacak olan bu enerji genellikle kimyasal reaksiyonlar yoluyla açığa çıkar (Şek.8-15). Bunu sıkıştırılmış bir yayın serbest bırakıldığında yaptığı işe benzetebiliriz.

ŞEKİL 8–15 Bu buhar makinesinde yakıtın yanması (bir kimyasal tepkime) ile açığa çıkan enerji suyun kaynamasını sağlar. Üretilen buhar bir pistona karşı genişleyerek yaptığı işle tekerlerin dönmesini sağlıyor.



Daha genel bir enerji korunumu yasası inşa etmek için, 19. yüzyıl fizikçilerinin ısı enerjisinin yanı sıra elektriksel, kimyasal ve diğer formadaki enerjileri de tanımaları ve bunların da bir korunum yasası ile uyum gösterdiklerini araştırmaları gerekiyordu. Korunumlu olsun olmasın her çeşit kuvvet için, bu kuvvetin yaptığı işe karşılık gelen bir enerji çeşidi tanımlamak her zaman mümkün olmuştur. Ve deneysel olarak gösterilmiştir ki, toplam enerji E her zaman sabit kalmaktadır. Yani, toplam enerjideki değişim, kinetik, potansiyel ve diğer tüm enerji çeşitleri için, sıfıra eşittir.

ENERJİNİN KORUNUMU YASASI

$$\Delta K + \Delta U + \quad [\text{diğer bütün enerji çeşitlerindeki değişim}] = 0 \qquad \textbf{(8–14)}$$

Bu, fizikteki en önemli ilkelerden birisidir. **Enerjinin korunum yasası** olarak adlandırılır ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

ENERJİNİN KORUNUMU YASASI

Toplam enerji herhangi bir süreçte ne artar ne de azalır. Enerji bir formdan diğer bir forma dönüşebilir, bir cisimden diğerine aktarılabilir, ama toplam miktar her zaman sabit kalır.

Korunumlu mekanik sistemlerde bu yasa Newton yasalarından (Kısım 8-3) çıkarılabilir ve dolayısıyla bunlara eşdeğerdir. Fakat en genel haliyle bu yasasının geçerliliği deneysel gözlemlere dayanmaktadır.

Her ne kadar atomların mikroskop-altı ölçekteki dünyalarında Newton yasaları geçersiz kalsa da, enerjinin korunumu yasasının, orada ve şimdiye kadar test edilen her deneysel durumda geçerliliğini sürdürdüğü bulunmuştur.

8–6 Yitirgen Kuvvetlerin Olduğu Durumlarda Enerji Korunumu: Problem Çözme

Kısım 8-4'te korunumlu sistemler için enerjinin korunumu yasasını örneklerle tartıştık. Şimdi korunumsuz kuvvetleri içeren bazı örnekleri ayrıntılı bir şekilde inceleyelim.

Örneğin, Şek.8-8'deki hız treni vagonuna sürtünme kuvvetlerinin etkidiğini farz edelim. Araba (bir parçacık gibi düşünüyoruz) bir 1 noktasından diğer bir 2 noktasına hareket ederken üzerine etkiyen sürtünme kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_{\text{sür}}$'den dolayı kaybolan enerji $\int_1^2 \vec{\mathbf{F}}_{\text{sür}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$.'dir. Eğer $\vec{\mathbf{F}}_{\text{sür}}$'nin büyüklüğü sabitse, kayıp enerji basitçe $F_{\text{sür}}\ell$'dir, burada ℓ arabanın 1 noktasından 2 noktasına giderken aldığı toplam yoldur. Böylece enerjinin korunumu eşitliğimizi (Dnk.8-14) şu şekilde yazabiliriz:

$$\Delta K + \Delta U + F_{\text{sür}}\ell = 0,$$

veya

$$\tfrac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg(y_2 - y_1) + F_{\text{sür}}\ell = 0.$$

Bu eşitliği başlangıç enerjisi E_1'i son enerji E_2 ile karşılaştırarak yeniden yazabiliriz:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 + F_{\text{sür}}\ell. \quad \left[\begin{array}{c}\text{yerçekimi ve}\\ \text{sürtünme etkiyor}\end{array}\right] \qquad \textbf{(8–15)}$$

Yani

$$E_1 = E_2$$

Başlangıçtaki enerji = Son enerji (ısı enerjisini de hesaba katarak).

Solda sistemin başlangıçtaki mekanik enerjisi var. Bu ise arabanın yolu üzerindeki herhangi bir noktadaki mekanik enerji ile süreçte üretilen ısı (veya iç) enerjisinin toplamına eşittir.

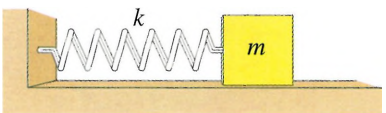
Diğer korunumlu olmayan kuvvetler de aynı şekilde düşünülebilir. Şayet sağ taraftaki son terimin $\left(\int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}\right)$ işareti konusunda emin değilseniz, sezgilerinizi kullanın: söz konusu süreçte mekanik enerji artıyor mu yoksa azalıyor mu?

İş-Enerjiye karşı Enerji Korunumu

Enerjinin korunumu yasası, iş-enerji ilkesine göre çok daha genel ve güçlüdür. Hatta, iş-enerji ilkesine enerji korunumunun bir ifadesi gibi *bakılmamalıdır*. Bununla birlikte bazı mekanik problemlerde fayda sağlamaktadır; bu ilkeyi veya enerjinin korunumu yasasını kullanmak tamamen sizin çalışacağınız *sistemin seçimine* bağlıdır. Eğer sisteminizi üzerine dış kuvvetlerin iş yaptığı bir parçacık veya rijit cisim olarak seçerseniz iş-enerji ilkesini kullanabilirsiniz: dış kuvvetlerin cisminiz üzerinde yaptığı iş cismin kinetik enerjisindeki değişime eşittir.

Diğer taraftan üzerinde hiçbir dış kuvvetin iş yapmadığı bir sistem seçerseniz enerjinin korunumu yasasını doğrudan uygulamaya ihtiyacınız olacaktır.

Şeki.8-16'daki gibi sürtünmesiz bir masa üzerinde bir bloğa bağlı bir yay düşünün. Eğer sisteminizi blok olarak seçerseniz yay tarafından blok üzerinde yapılan iş bloğun kinetik enerjisindeki değişime eşit olacaktır. Yani iş-enerji ilkesini kullanabilirsiniz (enerjinin korunumu yasasını bu sisteme uygulamazsınız, çünkü bloğun enerjisi değişiyor). Şayet blok ve yayı sisteminiz olarak seçerseniz sistem üzerinde iş yapan bir dış kuvvet olmayacaktır (yay artık seçtiğimiz sistemin bir parçasıdır). Bu sisteme enerjinin korunumu yasasını uygulamak zorundasınız: yayı sıkıştırıp bıraktığınızda yay blok üzerine hala bir kuvvet uygulamaktadır, ancak bundan sonraki hareket tamamen kinetik $(\frac{1}{2}mv^2)$ve potansiyel $(\frac{1}{2}kx^2)$ enerji terimleri cinsinden ifade edilebilir ki bunların toplamı her zaman sabittir.



ŞEKİL 8–16 Sürtünmesiz bir masa üzerindeki kütle-yay sistemi. Eğer sisteminizi blok artı yay olarak seçerseniz toplam enerji,

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2$$

korunur.

Problem çözme sadece basit kuralları takip ederek yapılabilecek bir işlem değildir. Aşağıdaki problem çözme stratejisi, diğerleri gibi, bir reçete değildir, ama enerjiyi içeren problemleri çözmeye başlamak için size yardımcı olacaktır.

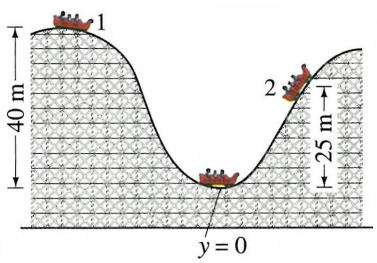
PROBLEM ÇÖZME

Enerjinin Korunumu

1. Fiziksel durumun **resmini çizin**
2. Enerjinin korunumu yasasını uygulayacağınız **sistemini** seçin: cisim veya cisimler ve bunların üzerine etkiyen kuvvetler.
3. Ne tür nicelikleri aradığınızı kendinize sorun ve **başlangıç** (1 noktası) ve **son** (2 noktası) **konumlarını** seçin.
4. Alakadar olduğunuz cismin yüksekliği problem içerisinde değişiyorsa, yerçekimi potansiyel enerjisi için uygun bir $y = 0$ düzeyi olan bir **referans çerçevesi seçin.** Problemdeki en alçak nokta her zaman iyi bir seçimdir.

   Şayet problemde yaylar var ise uzamamış yayın konumunu x (veya y) $= 0$ olarak alın.
5. **Mekanik enerji korunuyor mu?** Eğer sürtünme veya korunumlu olmayan herhangi bir kuvvet yok ise enerjinin korunumu sağlanıyor demektir:
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2.$$
6. **Enerjinin korunumu uygula.** Eğer sürtünme (veya başka korunumlu olmayan bir kuvvet) mevcut ise $\int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\ell}$ şeklinde ekstra bir terime daha ihtiyacın olacaktır. uzunluğu boyunca etkiyen sabit bir sürtünme kuvveti için ℓ
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + F_{sür}\ell.$$
olacaktır. Diğer korunumlu olmayan kuvvetler için $\int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\ell}$ 'nin işaretine sezgilerinizi kullanarak karar verin: süreçte toplam mekanik enerji artıyor mu azalıyor mu?
7. Bilinmeyen niceliği bulmak için kurduğunuz eşitlikleri **çözün**.

ŞEKİL 8–17 Örnek 8-10. Sürtünmeden dolayı hız treni vagonu ikinci tepede, harekete başladığı noktadaki yüksekliğe erişemez.



ÖRNEK 8–10 **TAHMİN EDİN** **Hız treni vagonu üzerinde sürtünme.** Örnek 8-4'teki vagon ikinci tepe üzerinde durmadan hemen önce 25 m dik yükseklige ulaşıyor (Şek.8-17). Toplam 400 m yol alıyor. Üretilen ısı enerjisini ve vagon üzerindeki ortalama sürtünme kuvvetini (kabaca sabit olduğunu farz edip) hesaplayın. Arabanın kütlesi 1000 kg'dır.

YAKLAŞIM Yukarıdaki problem çözme stratejisini takip edeceğiz.

ÇÖZÜM

1. **Şekil çizin.** Bknz. Şek.8-17.
2. **Sistem.** Sistem vagon ve (yerçekimi kuvvetini uyguluyan) Dünya'dır. Araba üzerine etkiyen kuvvetler yerçekimi ve sürtünmedir. (Araba üzerine aynı zamanda normal kuvvet de etki etmektedir, fakat bir iş yapmaz ve dolayısıyla enerjiyi etkilemez.)
3. **İlk ve son konumları belirle.** 1 noktasını arabanın yokuş aşağı inmeye başladığı andaki konum (1. tepenin en üst noktası), ve 2 noktasını da arabanın ikinci tepe üzerinde çıkıp durduğu andaki konum olarak alıyoruz.
4. **Referans çerçevesini belirle.** Yerçekimi potansiyel enerjisi için hareketin en alçak noktasını $y = 0$ olarak seçiyoruz.
5. **Mekanik enerji korunuyor mu?** Hayır, Çünkü sürtünme var.
6. **Enerjinin korunumunu uygula.** Araba üzerine etkiyen sürtünme kuvveti olduğundan enerjinin korunumu yasasını Dnk.8-15'teki formuyla kullanırız. Burada $v_1 = 0$, $y_1 = 40\,\text{m}$, $v_2 = 0$, $y_2 = 25\,\text{m}$, ve $\ell = 400\,\text{m}$ 'dir. Dolayısıyla
$$0 + (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(40\,\text{m}) = 0 + (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(25\,\text{m}) + F_{sür}\ell$$
7. **Çöz.** Yukarıdaki eşitliği $F_{sür}\ell$ ısı enerjisine dönüşen enerji için çözeriz: $F_{sür}\ell = (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(40\,\text{m} - 25\,\text{m}) = 147{,}000\,\text{J}$. Ortalama sürtünme kuvveti $F_{sür} = (1.47 \times 10^5\,\text{J})/400\,\text{m} = 370\,\text{N}$. [Bu sonuç aslında kaba bir ortalama değerdir. Çünkü sürtünme kuvveti, her noktada yolun eğimine bağlı olan normal kuvvete bağlı olarak değişir.]

ÖRNEK 8–11 Sürtünme ve yay. Kütlesi m olan bir blok pürüzlü bir yüzey üzerinde kaymaktadır. Blok hızı v_o olduğunda Şek.8-18'deki gibi yaya çarpıyor ve yayı maksimum X mesafesi kadar sıkıştırıyor. Eğer yay k yay sabitine sahipse, blok ve yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulun.

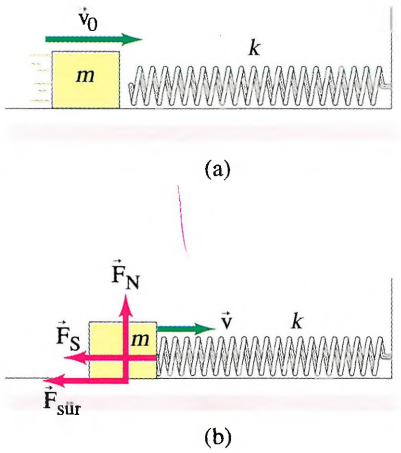
YAKLAŞIM Çarpışma anında blok $K = \frac{1}{2}mv_0^2$ kinetik enerjisine sahip ve yay tahminen sıkışmamış doğal halinde yani $U = 0$. Başlangıçta sistemin mekanik enerjisi $\frac{1}{2}mv_0^2$.'dir. Yay maksimum sıkışmaya sahip olduğunda ve $K = 0$ ve $U = \frac{1}{2}kX^2$ olacaktır. Bu sırada sürtünme kuvveti $(= \mu_k F_N = \mu_k mg)$ $F_{sür}X = \mu_k mgX$ enerjisini ısı enerjisine dönüştürecektir.

ÇÖZÜM Enerjinin korunumu aşağıdaki eşitliği yazmamıza izin verir:

$$\text{Başlangıç enerjisi} = \text{Son enerji}$$
$$\tfrac{1}{2}mv_0^2 = \tfrac{1}{2}kX^2 + \mu_k mgX.$$

Buradan μ_k'yı çözecek olursak:

$$\mu_k = \frac{v_0^2}{2gX} - \frac{kX}{2mg}.$$



ŞEKİL 8–18 Örnek 8-11.

8–7 Yerçekimi Potansiyel Enerjisi ve Kaçış Hızı

Bu Bölümde şimdiye kadar yerçekimi potansiyel enerjisinden bahsederken yerçekimi kuvvetinin, $\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{g}}$ sabit olduğunu farz ettik. Bu, dünya yüzeyine yakın cisimler için doğru bir yaklaşıklıktır. Fakat yerçekiminden daha genel bir biçimde, örneğin Dünya yüzeyine yakın olmayan cisimler için bahsetmek istersek, dünya tarafından m kütleli cisme etkiyen yerçekimi kuvvetinin cismin dünyanın merkezinden olan r uzaklığının, karesi ile ters orantılı olarak değiştiğini dikkate almalıyız. Bununla ilgili kesin bağıntı Newton'un evrensel kütle çekimi yasası ile verilir (Kısım 6-1 ve 6-2):

$$\vec{\mathbf{F}} = -G\frac{mM_D}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad [r > r_D]$$

Burada M_D dünyanın kütlesi, $\hat{\mathbf{r}}$ ise Dünya'nın merkezinden dışa doğru radyal olarak yönelen birim vektördür (m'nin konumunda). Eksi işareti ise m üzerine etkiyen kuvvetin dünyanın merkezine doğru, yani $\hat{\mathbf{r}}$ ile ters yönde olduğunu gösterir. Bu eşitlik aynı zamanda gökyüzündeki Ay, gezegenler gibi diğer gök cisimlerinin yakınında olan m kütleli bir cisim üzerine etkiyen kütle çekimi kuvvetini belirlemek için de kullanılır, yalnız bu durumda M_D söz konusu gök cisminin kütlesi ile değiştirilmelidir

Bir konumdan bir başka konuma keyfi bir yörünge boyunca giden ve bu sırada Dünya merkezinden uzaklığı r_1'den r_2'ye değişen m kütleli bir cisim düşünün (Şek.8-19). Yer çekimi kuvveti tarafından yapılan iş

$$W = \int_1^2 \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -GmM_D \int_1^2 \frac{\hat{\mathbf{r}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}}{r^2}$$

ile verilir. Burada $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ çok küçük bir yerdeğiştirme. $\hat{\mathbf{r}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = dr$ olduğundan (Şek.8-19)

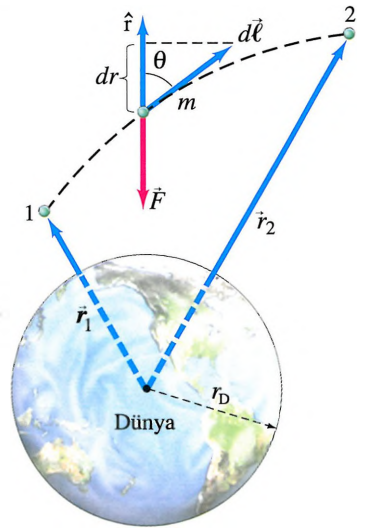
$$W = -GmM_D \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = GmM_D\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

veya

$$W = \frac{GmM_D}{r_2} - \frac{GmM_D}{r_1}$$

olur. İntegralin değeri alınan yola bağlı olmayıp sadece ilk ve son noktalardaki konuma bağlı olduğundan yerçekimi kuvveti korunumlu bir kuvvettir. Dolayısıyla yerçekimi

ŞEKİL 8–19 1 noktasından 2 noktasına hareket eden m kütleli cisim için rasgele bir yörünge



kuvveti için potansiyel enerji kavramını kullanabiliriz. Potansiyel enerjideki değişim her zaman kuvvet tarafından yapılan işin ters işaretlisi olarak tanımlandığından (Kısım 8-2)

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\frac{GmM_D}{r_2} + \frac{GmM_D}{r_1} \qquad \textbf{(8–16)}$$

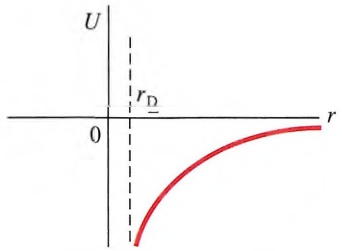
yazabiliriz. Dnk.8-16'yı kullanarak dünya merkezinden r kadar uzaklıktaki herhangi bir noktada potansiyel enerji şu şekilde yazılabilir:

$$U(r) = -\frac{GmM_D}{r} + C.$$

Burada C bir sabittir. Genelde $C = 0$ seçilir, dolayısıyla

$$U(r) = -\frac{GmM_D}{r}. \qquad \text{[yerçekimi } r > r_D \text{]} \qquad \textbf{(8–17)}$$

olur. C'nin bu seçimi ile $r = \infty$ 'da $U = 0$ olur. Cismin potansiyel enerjisi, cisim dünya yüzeyine yaklaşırken azalır ve her zaman negatiftir (Şek.8-20).



ŞEKİL 8–20 Dünya'nın merkezinden olan r uzaklığının fonksiyonu olarak yerçekimi potansiyel enerjisi. Sadece $r > r_D$ noktaları için geçerli.

Dünya yüzeyine yakın cisimler için Dnk.8-16, Dnk.8-2'ye, $\Delta U = mg\,(y_2 - y_1)$, indirgenir (bknz. Problem 48).

Kütlesi m olan ve sadece yerçekimi kuvvetinin etkisinde olan bir cisim için toplam enerji korunur. Çünkü yerçekimi korunumlu bir kuvvettir. Dolayısıyla şunu yazabiliriz:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 - G\frac{mM_D}{r_1} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{mM_D}{r_2} = \text{sabit [sadece yerçekimi]} \qquad \textbf{(8–18)}$$

ÖRNEK 8–12 Yüksek hızlı bir roketten düşen paket. Dünya yüzeyinden yukarı doğru hareket etmekte olan bir roketten, Dünya yüzeyinden 1600 km yukarıda ve hızı 1800 m/s iken boş bir film kutusu serbest bırakılıyor. Kutu, Dünya yüzeyine doğru düşmeye başlıyor. Kutunun Dünya yüzeyine çarpmadan hemen önceki hızını bulun. Hava direncini ihmal edin.

YAKLAŞIM Enerjinin korunumunu kullanacağız. Kutunun Dünya'ya göre hızı kutu tam düşmeye başladığında roketin sahip olduğu hızdır.

ÇÖZÜM Burada Dnk. 8-18'deki enerjinin korunumu ifadesini kullanacağız:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 - G\frac{mM_D}{r_1} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{mM_D}{r_2}$$

Burada $v_1 = 1.80 \times 10^3\,\text{m/s}$, $r_1 = (1.60 \times 10^6\,\text{m}) + (6.38 \times 10^6\,\text{m}) = 7.98 \times 10^6\,\text{m}$, ve $r_2 = 6.38 \times 10^6\,\text{m}$ (dünyanın yarıçapı)'dir. v_2 için eşitliği çözecek olursak:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2GM_D\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

$$= \sqrt{(1.80 \times 10^3\,\text{m/s})^2 - 2(6.67 \times 10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24}\,\text{kg}) \times \left(\frac{1}{7.98 \times 10^6\,\text{m}} - \frac{1}{6.38 \times 10^6\,\text{m}}\right)}$$

$$= 5320\,\text{m/s}.$$

NOT Gerçek hız hava direncinden dolayı bu değerden oldukça az olacaktır. Ayrıca hızın yönü bu hesaplamanın içine kesinlikle girmemiştir ki bu enerji metodunun avantajlarından biridir. Roketin yönü Dünya'ya doğru veya diğer başka açılarda da olsa sonuç aynı olacaktır.

Kaçış Hızı

Bir cisim Dünya üzerinden havaya fırlatıldıktan sonra hızı çok yüksek değilse tekrar Dünya'ya dönecektir. Fakat hızı yeteri kadar büyükse uzaya doğru hareketine devam edecek ve Dünya'ya asla geri dönmeyecektir (başka kuvvetler ve çarpışmalar yoksa). Bir cismin Dünya'ya dönüşünü engellemek için gerekli minimum başlangıç hızına Dünya'dan **kaçış hızı** denir ve v_k ile gösterilir. Dünya yüzeyinden v_k'ı belirlemek için (hava direncini ihmal ederek) Dnk. 8-18'de $v_1 = v_k$ ve $r_1 = r_D = 6.3 \times 10^6$ m kullanırız, burada r_D Dünya'nın yarıçapıdır. Biz kaçış hızının minimum değerini istediğimizden cisim $r_2 = \infty$ mesafesine yaklaşık $v_2 = 0$ hızı ile ulaşmalıdır. Dnk.8-18'i uygulayacak olursak

$$\tfrac{1}{2}mv_k^2 - G\frac{mM_D}{r_D} = 0 + 0$$

eşitliğinden

$$v_k = \sqrt{2GM_D/r_D} = 1.12 \times 10^4 \text{ m/s} \qquad \textbf{(8–19)}$$

veya 11.2 km/s buluruz. Burada şunu belirtmek gerekir ki her ne kadar bir cisim Dünya'dan (veya güneş sisteminden) geri dönmemek üzere kaçsa da cisim üzerindeki yerçekimi kuvvetinin değeri sonlu r değerleri için asla sıfır değildir.

ÖRNEK 8–13 **Dünya'dan veya Ay'dan kaçış.** (*a*) Bir roketin Dünya'dan ve Ay'dan kaçış hızların karşılaştırın. (*b*) Roketleri havaya fırlatmak için gerekli enerji değerlerini karşılaştırın. Burada Ay için $M_A = 7.35 \times 10^{22}$ kg ve $r_A = 1.74 \times 10^6$ m, Dünya için $M_D = 5.98 \times 10^{24}$ kg ve r_D'dir.

YAKLAŞIM Dnk.8-19'da M_D ve r_D 'yi M_A ve r_A ile değiştirerek Ay'dan kaçış hızını buluruz.

ÇÖZÜM (*a*) Dnk. 8–19'u kullanarak kaçış hızlarının oranını buluruz:

$$\frac{v_k \text{ (Dünya)}}{v_k \text{ (Ay)}} = \sqrt{\frac{m_D r_A}{m_A r_D}} = 4.7.$$

Dünya'dan kaçış, Ay'dan kaçıştan 4.7 kere daha büyük hız gerektirir.

(*b*) Yakılması gereken yakıt $v^2 \left(K = \tfrac{1}{2}mv^2\right)$ ile orantılı bir enerji sağlar, dolayısıyla roketi Dünya'dan kaçacak şekilde fırlatmak için gereken enerji, Ay'dan kaçacak şekilde fırlatmak için gereken enerjiden $(4.7)^2 = 22$ kez daha büyüktür.

8–8 Güç

Güç *işin yapılma hızı* olarak tanımlanır. *Ortalama güç*, $\overline{P}$, yapılan işin, W, bu işin yapılma zamanı t'ye bölümüne eşittir:

$$\overline{P} = \frac{W}{t}. \qquad \textbf{(8–20a)}$$

Bir süreçteki iş bir enerjinin bir türden (veya bir cisimden) bir diğerine dönüşümünü içerdiğinden, güç te aynı şekilde *enerjinin dönüşüm hızı* olarak verilebilir:

$$\overline{P} = \frac{W}{t} = \frac{\text{enerji dönüşümü}}{\text{zaman}}.$$

Anlık güç P ise

$$P = \frac{dW}{dt} \text{ şeklinde verilir.} \qquad \textbf{(8–20b)}$$

Bir süreçte yapılan iş bir cisimden diğerine aktarılan enerjiye eşittir. Örneğin, Şek.8-6c'deki yayda depo edilen enerji topun kinetik enerjisine dönüşür. Burada yay top üzerine bir iş yapıyor. Aynı şekilde bir topu fırlattığınızda veya bir market arabasını ittiğinizde *yapılan iş bir cismin diğerine transfer ettiği enerjiye eşittir.* Böylelikle söyleyebiliriz ki güç aynı zamanda enerjinin transfer edilme hızıdır:

$$P = \frac{dE}{dt}. \qquad \textbf{(8–20c)}$$

Bir atın gücü birim zamanda ne kadar iş yapabildiğinin bir ölçüsüdür. Bir motorun

gücü, birim zamanda ne kadar kimyasal ya da elektriksel enerjiyi mekanik enerjiye çevirdiğini gösterir. SI birim sisteminde güç, saniye başına joule olarak ölçülür ve bu birim özel olarak **watt** (W) ismini alır. 1W = 1J/s. Bu birime en çok elektrik devrelerinden aşinayız: bir elektrik ampulü veya elektrik sobasının elektrik enerjisini ışık enerjisine veya ısı enerjisine çevirme hızı hep watt ile birimlendirilir. Fakat watt diğer tip enerji dönüşümleri içinde kullanılır. İngiliz birim sisteminde güç birimi saniye başına foot-pound olarak kullanılır. Genellikle pratik olsun diye **beygir gücü** gibi daha büyük birimler kullanılır. Bir beygirgücü[†] (hp) 550 ft.lb/s'dir ve 746 watt'a eşittir. Bir motorun gücü genelde hp veya kW ile verilir kW $(1\,\text{kW} \approx 1\frac{1}{3}\,\text{hp})$.

Güç ve enerji arasındaki farkı görmek için şu örneği dikkate alın. Bir kişi yapacağı işte sadece gerekli olan toplam enerji açısından kısıtlanmış değildir. Aynı zamanda bu enerjinin ne kadar hızlı dönüştürüldüğü de önemlidir. İşte buna güç denir. Örneğin bir kişi belli bir miktarda enerji harcadığından dolayı durmak zorunda kalıncaya kadar uzunca bir yol yürüyebilir ya da birçok merdiven basamağı çıkabilir. Öte yandan, çok hızlı bir şekilde merdivenleri tırmanan birisi birkaç basamak sonra yorulup durabilir. Bu durumda kişi güç, yani kişinin kendi kimyasal enerjisini mekanik enerjiye çevirme hızı tarafından kısıtlanmıştır



ŞEKİL 8–21 Örnek 8-14.

ÖRNEK 8–14 Merdiven tırmanma gücü. 60 kg'lık bir koşucu uzunca bir merdivenin basamaklarını 4.0 s içinde çıkıyor. Merdivenin yüksekliği 4.5 m'dir. (*a*) Koşucunun gücünü watt ve beygir gücü olarak bulun. (*b*) Bu, ne kadarlık bir enerji gerektirir.

YAKLAŞIM Koşucu burada sadece yerçekimine karşı iş yapar ve o da $W = mgy$'ye eşittir. Ortalama gücü bulmak için W'yi t zamanına böleriz.

ÇÖZÜM (*a*) Ortalama güç:

$$\overline{P} = \frac{W}{t} = \frac{mgy}{t} = \frac{(60\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(4.5\,\text{m})}{4.0\,\text{s}} = 660\,\text{W}.$$

1 beygir gücü 746 W olduğundan, koşucunun iş yapma hızı 1 hp'nin hemen altındadır. Bir insan bu hızda uzun bir süre iş yapamaz.

(*b*) Gerekli enerji: $E = \overline{P}t = (660\,\text{J/s})(4.0\,\text{s}) = 2600\,\text{J}$. Bu sonuç $W = mgy$ değerine eşittir.

NOT Bu kişi 2600 J'den daha fazla miktarda enerjiyi dönüştürmelidir. Çünkü bir kişi veya bir motor tarafından dönüştürülen toplam enerji her zaman bir miktar ısı enerjisini içerir. (bir merdiveni koşarak çıkarken ne kadar sıcak hissettiğinizi hatırlayın).

FİZİK UYGULAMALARI

Arabanın ihtiyaç duyduğu güç

Otomobiller bir tepeye tırmanmak ve hızlanmak için sürtünme kuvvetlerine (ve hava direncine) karşı iş yaparlar. Bir arabanın iş yapabilme hızı gücü ile sınırlıdır. Bu nedenledir ki araba motorlarının beygir gücü birbirinden farklıdır. Bir araba en fazla güce bir tepeyi tırmanırken ve hızlanırken ihtiyaç duyar. Bir sonraki örnekte ortalama boyutlardaki bir arabanın bu durumlarda ne kadarlık bir güce ihtiyaç duyduğunu hesaplayacağız. Araba düz bir yolda sabit bir hızla ilerlerken bile yavaşlatıcı iç sürtünme kuvvetlerine ve hava direncine karşı yapacağı işten dolayı bir miktar güce ihtiyaç duyacaktır. Bu kuvvetler arabanın hızına ve genel durumuna bağlıdır. Fakat tipik olarak 400 N ile 1000 N arasında değişmektedir.

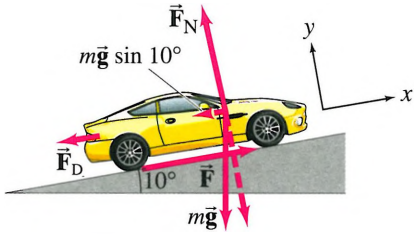
Genellikle gücü cisme uygulanan net kuvvet $\vec{\mathbf{F}}$ ile cismin hızı $\vec{\mathbf{v}}$ cinsinden ifade etmek uygundur. $P = dW/dt$ ve $dW = \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\ell}$ (Dnk. 7-7) olduğundan

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\ell}}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}} \qquad \textbf{(8–21)}$$

bulunur.

[†]Birim, yeni geliştirdiği buhar makinelerinin gücünü belirlemek isteyen James Watt (1736-1819) tarafından seçilmiştir. Deneyle, iyi bir atın bütün gün ortalama 360 ft·℔/s gücüyle çalışabileceğini buldu. Buhar makinelerinin satışında abartıyla suçlanmamak için, hp'yi tanımlarken bunu kabaca $1\frac{1}{2}$ ile çarptı.

ÖRNEK 8–15 Arabanın ihtiyaç duyduğu güç. 1400 kg'lık bir arabanın aşağıdaki koşullar altında ihtiyaç duyduğu gücü hesaplayınız: (*a*)10^0'lik bir tepeyi 80 km/sa'lik sabit bir hızla tırmanan bir araba; (*b*) Düz bir yolda öndeki arabayı geçmek için hızını 6 saniye içerisinde 90 km/sa'ten 110 km/sa'e çıkaran bir araba. Araba üzerindeki yavaşlatıcı kuvvetin değeri F_D = 700N'dur (Şek.8-22'ye bakınız).



ŞEKİL 8–22 Örnek 8-15: Arabanın tepeye çıkabilmesi için gerekli güç.

YAKLAŞIM Öncelikle $\vec{F}_D$'yi (hava direnci ve hareketi yavaşlatıcı sürtünme kuvvetleri) arabayı ivmelendirmek için gerekli ve yolun lastiklere uyguladığı sürtünme kuvveti (motorun döndürdüğü lastiklerin yola uyguladıkları itmenin tepkisi) olan $\vec{F}$ kuvveti ile karıştırmamalıyız. İkincisi, gücü hesaplamadan önce F'yi belirlemeliyiz.

ÇÖZÜM (*a*) Arabanın sabit bir hızla tepeyi tırmanması için arabanın uygulayacağı F kuvvetinin büyüklüğü 700 N'luk yavaşlatıcı kuvvet ile yerçekimi kuvvetinin tepeye paralel bileşenlerinin toplamına eşit olmalıdır (Newton'un 2. yasası). Dolayısıyla

$$F = 700\,\text{N} + mg\sin 10^\circ$$
$$= 700\,\text{N} + (1400\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)(0.174) = 3100\,\text{N}.$$

$\bar{v}$ = 80 km/sa = 22 m/s ve $\vec{F}$ 'ye paralel olduğundan, Dnk.8-21'den güç

$$\bar{P} = F\bar{v} = (3100\,\text{N})(22\,\text{m/s}) = 6.80 \times 10^4\,\text{W} = 68.0\,\text{kW} = 91\,\text{hp}.$$

(*b*) Araba 25.0 m/s'den 30.6 m/s'ye hızlanıyor (90 km/sa'ten 110 km/sa'e). Dolayısıyla araba 700 N'luk yavaşlatıcı kuvvete ek olarak bu ivmelenmeyi de sağlayacak ekstra bir kuvvet uygulamalıdır.

$$\bar{a}_x = \frac{(30.6\,\text{m/s} - 25.0\,\text{m/s})}{6.0\,\text{s}} = 0.93\,\text{m/s}^2.$$

Newton'un ikinci yasasını x'i hareket yönünde alarak uygulayacak olursak :

$$ma_x = \Sigma F_x = F - F_D.$$

F'yi bulmak için bu denklemi çözecek olursak;

$$F = ma_x + F_D$$
$$= (1400\,\text{kg})(0.93\,\text{m/s}^2) + 700\,\text{N} = 1300\,\text{N} + 700\,\text{N} = 2000\,\text{N}.$$

$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ olduğundan, gerekli olan güç hız arttıkça artmaktadır. Motor maksimum $\bar{P}$ = (2000 N)(30.6 m/s) = 6.12×10^4 W = 61.2 kW = 82 hp 'lık bir güç sağlamalıdır.

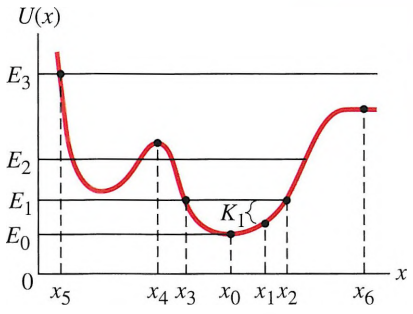
NOT Motor çıkış gücünün yalnız %60-%80 arasının arabanın tekerlerine ulaştığını dikkate alsak bile yukarıdaki hesaplamalardan açıkça görülüyor ki 75-100 kW'lık (100-130 hp) bir motor yeterli gelmektedir.

Yukarıdaki örnekte bir araba motorunun enerji çıkışının sadece bir kısmının arabanın tekerleklerine ulaştığından bahsettik. Enerji yalnız motordan tekerleklere giderken kaybolmamaktadır. Aynı zamanda motorun kendi içerisinde de giren enerjinin (benzinden) bir kısmı yararlı bir işe dönüşmemektedir. Tüm motorların önemli bir karakteristiği olan verimlilik (*e*) motorun çıkış gücünün $P_ç$ giren güce oranı olarak tanımlanır (P_g)

$$e = \frac{P_ç}{P_g}.$$

Verimlilik her zaman 1.0'den küçüktür çünkü hiçbir motor enerji üretemez ve hatta enerjinin bir kısmı sürtünmeden dolayı kaybolmadan veya bir kısmı ısı enerjisine ve faydalı olmayan enerji çeşitlerine dönüşmeden, enerjiyi bir formdan diğerine dönüştüremez. Örneğin bir araba motoru, benzinin yanmasından dolayı açığa çıkan kimyasal enerjiyi mekanik enerjiye dönüştürür ve bu enerji sayesinde pistonlar ve de daha sonra tekerlekler hareket eder. Fakat başlangıç enerjisinin hemen hemen % 85'i ısı enerjisine veya arabanın hareketli parçalarındaki sürtünmeye harcanır. Dolayısıyla araba motorlarının verimlilikleri kabaca % 15 civarındadır. Bölüm 20'de verimliliği daha detaylı tartışacağız.

*8–9 Potansiyel Enerji Diyagramları; Kararlı ve Kararsız denge durumları



ŞEKİL 8–23 Potansiyel enerji diyagramı

Eğer sadece korunumlu kuvvetler bir cisim üzerinde iş yaparsa, bu cismin hareketi hakkında sadece potansiyel enerji diyagramını ($U(x)$'in x'e karşı grafiği) inceleyerek bir çok bilgiye sahip olabiliriz. Potansiyel enerji diyagramına bir örnek Şek. 8-23'te verilmiştir. Oldukça karmaşık eğri, karmaşık bir potansiyel enerjiyi temsil etmektedir. Toplam enerji, $E = K + U$ sabittir ve grafik üzerinde yatay bir çizgi olarak gösterilebilir. Grafikte dört farklı E değeri gösterilmiştir ; E_0, E_1, E_2, ve E_3. Verilen bir sitem için E'nin gerçek değeri başlangıç koşullarına bağlıdır. (Örneğin bir yay ucuna takılı bir şekilde salınım yapan bir kütlenin toplam enerjisi, E, başlangıçta yayın ne kadar sıkıştırıldığına veya gerildiğine bağlıdır. Kinetik enerji $K = \frac{1}{2}mv^2$ sıfırdan küçük olamaz (bu durumda v sanal olurdu), toplam enerji $E = U + K$ sabit olduğundan $U(x)$ her zaman ya E'den küçük veya E'ye eşit olmalıdır: $U(x) \leq E$. Şek.8-23'te verilen potansiyel enerji için toplam enerjinin alabileceği minimum değer E_o olarak gösterilmiştir. E 'nin bu değeri için kütle ancak $x = x_o$ noktasında duruyor olabilir. Yani bu durumda sistem bir potansiyel enerjiye sahiptir, fakat kinetik enerjisi yoktur.

Eğer sistemin toplam enerjisi E , E_0'dan büyük ise, örneğin grafikteki E_1 olsun, sistemin hem kinetik hem de potansiyel enerjisi olacaktır. Enerji korunduğu için:

$$K = E - U(x).$$

Grafikteki eğri her x noktasında $U(x)$'i gösterdiğinden, herhangi bir x noktasındaki kinetik enerji, E çizgisi ile istenen x noktasındaki $U(x)$ değeri arasındaki farktır. Örneğin, grafikte x_1 noktasındaki cismin toplam enerjisi E_1 olduğundaki kinetik enerjisi K_1 ile gösterilmiştir.

Toplam enerjisi E_1 olan cisim yalnızca x_2 ve x_3 noktaları arasında gidip gelebilir. Çünkü $x > x_2$ veya $x > x_3$ durumunda potansiyel enerji E'den daha büyük olur ve bu da kinetik enerjinin $x > x_2$, $x < x_3$, negatif olması demektir. Bu durumda v sanal olacaktır ki bu imkansızdır. x_2 ve x_3 noktalarında hız sıfırdır. Çünkü bu noktalarda 'dur. Dolayısıyla x_2 ve x_3 hareketin **dönüm noktaları** olarak adlandırılır. Eğer cisim x_0 noktasında ve sağa doğru ilerliyorsa kinetik enerjisi (ve hızı) azalır ve $x = x_2$ noktasında sıfır olur. Cisim daha sonra yönünü değiştirip sola doğru hareket etmeye başlar, hızı x_0 noktasına kadar artmaya devam eder. Bu noktadan sonra tekrar hızı düşmeye başlar, $x = x_3$ noktasında tekrar $v = 0$ olur ve tekrar yön değiştirir.

Şek.8-23'te cismin toplam enerjisi E_2 ise dört tane dönüm noktası vardır. Bu durumda cisim ilk konumuna bağlı olarak iki potansiyel enerji "vadi"sinden birinin içerisinde hareket eder. Bir vadiden diğerine aralarındaki bariyerden dolayı geçemez. Örneğin x_4 noktasında $U > E_2$ olur ve bu da yine v'nin sanal[†] olması demektir. Tüm $x > x_5$ değerleri için $U(x) < E_3$ olduğundan E_3 için tek bir tane dönüm noktası vardır. Dolayısıyla cismimiz başlangıçta sola doğru hareket ediyorsa potansiyel vadilerini geçerken hızı değişir, sonunda $x = x_5$ noktasında durur ve geri döner. Bundan sonra, sonsuza kadar geri dönmemek üzere sağa doğru ilerler.

Cismin dönüm noktalarında yönünü değiştirdiğini nasıl biliyoruz? Üzerine etki eden kuvvetten. F ile potansiyel enerji U arasındaki bağıntı Dnk.8-7 ile verilir, $F = -dU/dx$. F kuvveti, U'nun x'e karşı grafiğinin herhangi bir noktasındaki eğiminin negatifine eşittir. Örneğin $x = x_2$ noktasında eğim pozitif ve dolayısıyla kuvvet negatiftir. Yani sola doğru etki ediyor demektir (azalan yönüne doğru).

$x = x_0$ noktasında eğim sıfır, dolayısıyla F = 0'dır. Bu noktada parçacık **dengede**dir denir. Bu aslında cisim üzerine etki eden net kuvvetin sıfır olması demektir. Bu durumda ivme sıfır olacak ve şayet başlangıçta durgun ise durgun kalmaya devam

[†]Newton fiziğine göre bu doğru olmakla birlikte, modern kuantum mekaniği, nesnelerin böyle bir engelden "tünelleme" yapabileceğini öngörür. Atom ve atom altı düzeylerinde böyle süreçler gözlenmiştir.

edecektir. Eğer $x = x_0$ noktasında dengede olan cisim hafifçe sola ya da sağa doğru hareket edecek olursa üzerine onu tekrar x_0 noktasına hareket ettirecek yönde sıfır olmayan bir kuvvet etki eder. Hafifçe hareket ettikten sonra tekrar denge durumuna dönen cisim için **kararlı denge** noktasındadır denir. Potansiyel enerji eğrisindeki her *minimum* bir kararlı denge noktasını temsil eder.

$x = x_4$ noktasındaki cisim de dengededir, çünkü $F = -dU/dx = 0$ 'dır. Eğer cisim x_4'ün herhangi bir tarafına doğru biraz hareket edecek olursa bu cismi denge noktasından *uzaklaştıracak* bir kuvvet etki eder. x_4, gibi potansiyel enerji eğrisinin maksimum noktaları **kararsız denge** noktaları olarak adlandırılır. Bu durumlarda denge noktasından hafifçe hareket eden cisim tekrar denge noktasına *dönmeyecek*, bunun yerine daha da uzaklaşacaktır.

Eğer cisim $x = x_6$ noktası gibi potansiyel enerjinin sabit olduğu bir bölgede ise kuvvet sıfır olacaktır. Cisim bu durumda dengede olacaktır ve eğer bu denge noktasından hafifçe hareket edecek olsa kuvvet yine sıfır olacaktır. Bu bölgede cisim için **nötr dengededir** denir.

Özet

Bir cismi bir yerden bir başka yere hareket ettirmek için bir kuvvetin yaptığı iş alınan yola değil de sadece ilk ve son noktalara bağlı ise bu kuvvete **korunumlu kuvvet** denir. Korunumlu kuvvetin yaptığı iş geri kazanılabilir ama sürtünme gibi korunumsuz kuvvetlerin yaptığı iş için aynı şeyi söyleyemeyiz.

Potansiyel enerji korunumlu kuvvetlerle ilişkili olup cismin konumuna veya konfigürasyonuna bağlıdır. Yerçekimi potansiyel enerjisi

$$U_G = mgy \qquad \textbf{(8–3)}$$

ile verilir, burada m dünya yüzeyine yakın bir kütle ve y ise bir referans noktasından olan yüksekliktir. Elastik potansiyel enerji

$$U_{el} = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad \textbf{(8–5)}$$

ile verilir, k yayın esneklik katsayısı, x ise denge konumundan olan yer değişmedir. Kimyasal, elektriksel ve nükleer enerji gibi başka potansiyel enerji çeşitleri de vardır.

Potansiyel enerji her zaman korunumlu kuvvetlerle ilişkilidir ve ΔU, gibi korunumlu bir kuvvetin etkisi altında, iki nokta arasındaki potansiyel enerji değişimi, $\vec{\mathbf{F}}$ bu kuvvetin yaptığı işin ters işaretlisi olarak tanımlanır:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\ell}. \qquad \textbf{(8–4)}$$

Tersinden yazacak olursak (bir boyut için)

$$F = -\frac{dU(x)}{dx}. \qquad \textbf{(8–7)}$$

Sadece potansiyel enerjideki *değişiklikler* fiziksel olarak anlamlıdır, dolayısıyla olan konum uygun herhangi bir yerde seçilebilir.

Potansiyel enerji bir cisme ait bir şey değildir. İki veya daha çok cismim etkileşmesi ile alakalıdır.

Sadece korunumlu kuvvetler söz konusu olduğunda toplam **mekanik enerji** korunur:

$$E = K + U \text{ sabit.} \qquad \textbf{(8–10)}$$

Eğer korunumsuz kuvvetler de var ise o zaman ısı enerjisi gibi diğer enerji çeşitleri ortaya çıkar. Deneysel olarak gösterilmiştir ki tüm enerji çeşitleri dikkate alındığında toplam enerji korunur. Buna **enerjinin korunumu yasası** denir:

$$\Delta K + \Delta U + \Delta [\text{diğer enerji çeşitleri}] = 0 \qquad \textbf{(8–14)}$$

Newton'un evrensel kütle-çekim yasası ile tanımlanan yerçekimi kuvveti, korunumlu bir kuvvettir. m kütleli bir cismin Dünya'nın uyguladığı yerçekimi kuvvetinden dolayı sahip olduğu potansiyel enerji aşağıdaki şekilde verilir;

$$U(r) = -\frac{GmM_D}{r}. \qquad \textbf{(8–17)}$$

Burada M_D Dünya'nın kütlesi r ise dünya merkezinden itibaren olan uzaklıktır ($r \geq$ Dünya'nın yarıçapı).

Güç işin yapılma hızı olarak veya bir enerjinin başka bir tür enerjiye dönüşüm hızı olarak tanımlanır:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt} \qquad \textbf{(8–20)}$$

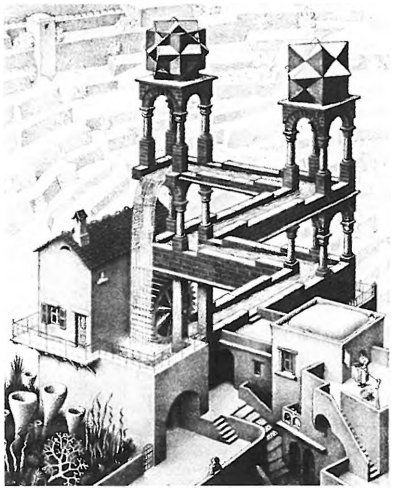
veya

$$P = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}}. \qquad \textbf{(8–21)}$$

Sorular

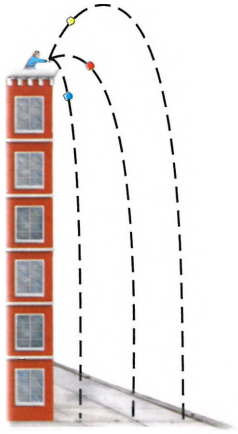
1. Günlük hayatta karşılaştığımız korunumlu olmayan bazı kuvvetleri yazınız ve bunların niçin korunumsuz olduğunu açıklayınız.
2. Ağır bir kitabı masadan yüksek bir rafa kaldırıyorsunuz. Bu işlem süresince kitap üzerine etki eden kuvvetleri yazınız ve her birinin korunumlu veya korunumsuz olup olmadıklarını belirtiniz.
3. Bir parçacık üzerine etki eden net kuvvet korunumludur ve parçacığın kinetik enerjisini 300 J artırmaktadır. Parçacığın, (*a*) potansiyel enerji ve (*b*) toplam enerjisindeki değişim nedir?
4. Bir "süper top" bırakıldığında, asıl yüksekliğinden daha büyük bir yüksekliğe sıçrayabilir mi?
5. Bir tepe h yüksekliğine sahiptir. Kızak üzerinde bir çocuk (toplam kütle m) tepeden durgun halden aşağıya kaymaya başlıyor. (*a*) Eğer, yüzey buzlu ve sürtünme yoksa, (*b*) sürtünme varsa (derin kar), alttaki hız tepenin açısına bağlı mıdır?
6. İş yapılmamasına rağmen, katı bir duvara karşı uygulanan itme niçin yorucudur?
7. Basit sarkacın hareketini (*a*) sürtünmeyi ihmal ederek (*b*) sürtünmeyi dikkate alarak, enerji cinsinden analiz ediniz. Sarkaçlı duvar saatlerinin niçin kurulması gerektiğini açıklayınız.

8. Şek.8-24'te gösterilen ünlü Escher çiziminde fiziksel olarak "yanlış" olan şeyi tam olarak belirleyiniz.



ŞEKİL 8–24
Soru 8.

9. Şeki.8-25'te, balonlar bir binanın çatısından aynı hız, fakat farklı açılar ile havaya fırlatılıyor. Hangisi, yere çarptığında daha yüksek hıza sahiptir? Hava sürtünmesini ihmal ediniz.



ŞEKİL 8–25
Soru 9.

10. Kütlesi m olan bir yay, düşey olarak bir masa üzerinde hareketsiz durmaktadır. Eğer eliniz ile yayı bastırarak sıkıştırıp daha sonra serbest bırakırsanız, yay masadan ayrılabilir mi? Enerjinin korunumu yasasını kullanarak açıklayınız.

11. Su, şelalenin tepesinden, aşağıdaki havuza döküldüğünde yerçekimi potansiyel enerjisi ne olur?

12. Deneyimli yürüyüşçüler, önlerine çıkan bir kütüğün üstüne çıkıp, diğer tarafa atlamak yerine üzerinden atlayıp geçmeyi tercih ederler. Açıklayınız.

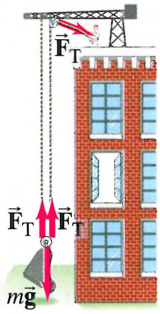
13. (*a*) Bir araba durgun halden düzenli bir şekilde ivmelenmeye başladığında, kazandığı kinetik enerji nereden gelir? (*b*) Kinetik enerjideki artış yolun lastikler üzerine uyguladığı sürtünme kuvvetine nasıl bağlıdır?

14. Dünya, kışın güneşe en yakındır (Kuzey Yarıküre). Yerçekimi potansiyel enerjisi ne zaman en büyüktür?

15. Toplam mekaniksel enerji $E = K + U$ hiç negatif olabilir mi? Açıklayınız.

16. Dünya yüzeyinden Dünya'nın yerçekimi alanından kurtulacak şekilde bir roket fırlatmak istediğinizi farzedin. Bunu yaparken minimum yakıt kullanmak istiyorsunuz. Dünya yüzeyi üzerindeki hangi noktadan ve hangi açı ile fırlatmayı yapmalısınız? Fırlatmanın yeri ve yönü önemlimidir? Açıklayınız.

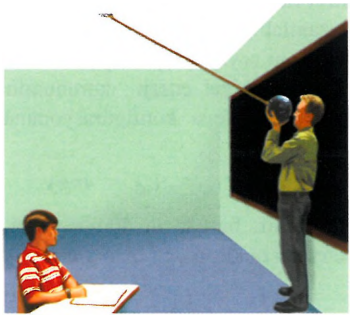
17. Bölüm 4'teki, Örnek 4-14' te, ağır bir yükü kaldırmak için ihtiyaç duyulan kuvveti azaltmak için bir makara ve ip kullanabileceğinizi hatırlayın (Bknz. Şek.8-26). Yükün her bir metre yükselmesi için ne kadar ip yukarı çekilmelidir? Enerji kavramlarını kullanarak bunu açıklayınız.



ŞEKİL 8–26
Soru 17.

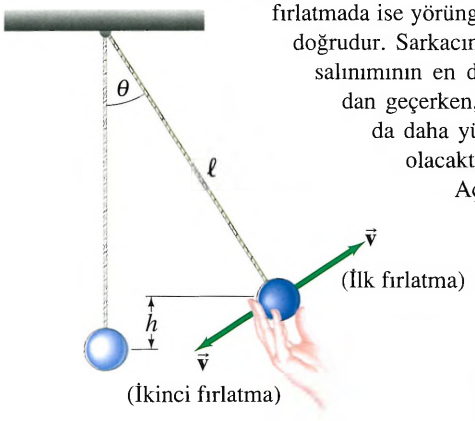
18. Biri diğerinin iki katı hıza sahip iki özdeş ok bir saman balyasına doğru fırlatılıyor. Samanın oklar üzerine sabit bir sürtünme kuvveti uyguladığını farz ederek, daha hızlı olan okun, yavaş oktan daha ne kadar fazla içeri gireceğini bulunuz. Açıklayınız.

19. Bir bowling topu çelik tel ile tavana asılıyor (Şek. 8-27). Öğretmen topu geri çekip burnunun hizasında tutarak duvarın önünde ayakta duruyor. Öğretmenin incinmemesi için topa itme vermeksizin serbest bırakılması öneriliyor. Niçin?



ŞEKİL 8–27
Soru 19.

20. Sarkaç, en düşük noktasının h kadar yükseğindeki bir noktadan iki farklı biçimde fırlatılıyor (Şek. 8-28). Her iki fırlatma sürecinde, sarkaca 3 m/s' lik bir ilk hız veriliyor. İlk fırlatmada, sarkacın ilk hızı yörünge boyunca yukarı doğrudur. İkinci fırlatmada ise yörünge boyunca aşağı doğrudur. Sarkacın ucundaki kütle salınımının en düşük noktasından geçerken, hangi fırlatmada daha yüksek hıza sahip olacaktır? Neden? Açıklayınız.



ŞEKİL 8–28
Soru 20.

21. Bir çocuk yaylı sıçrama çubuğu ile sıçrarken enerji dönüşümlerini betimleyiniz.

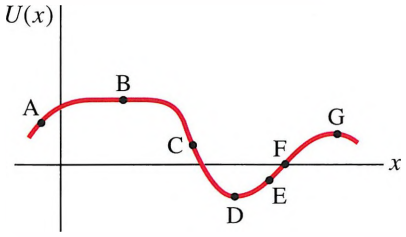
22. Bir kayakçının, bir tepeden aşağıya doğru kayması ve bir süre sonra kar yığınına çarparak durması sürecinde meydana gelen enerji dönüşümlerini betimleyiniz.

23. Bir valizi yerden masaya kaldırdığınızı farz edin. Valiz üzerinde yaptığınız iş aşağıda verilenlerden hangisine bağlıdır: (*a*) dümdüz yukarı kaldırma veya daha karmaşık bir yol izleyerek kaldırma, (*b*) kaldırma süresi, (*c*) masanın yüksekliği, (*d*) valizin ağırlığı?

24. İş yerine, ihtiyaç duyulan güç için 23. soruyu tekrarlayınız.

25. Zigzag çizerek dağa tırmanmak düz bir şekilde tırmanmaktan niçin daha kolaydır.?

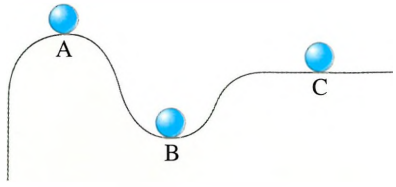
***26.** Şek. 8-29 bir $U(x)$ potansiyel enerji eğrisini gösteriyor. (*a*) Kuvvet hangi noktada en büyük değere sahiptir? (*b*) Her bir belirtilen nokta için kuvvet sağa mı yoksa sola mı doğrudur yoksa sıfır mıdır? (*c*) Denge noktası neresidir ve ne tip bir denge noktasıdır?



ŞEKİL 8–29
Problem 26.

***27.** (*a*) Şek. 8-23'te gösterilen, E_3 enerjisine sahip parçacık x_6 'dan x_5'e gidip tekrar x_6'ya döndüğünde hızındaki değişiklikleri ayrıntılı bir biçimde betimleyiniz. (*b*) Kinetik enerjisi nerede en büyük ve en düşüktür?

***28.** Şek. 8-30'da topların her bir pozisyonu için denge tipini belirtiniz.



ŞEKİL 8–30
Problem 28.

Problemler

8-1 ve 8-2 Korunumlu Kuvvetler ve Potansiyel Enerji

1. (I) Bir yay 82.0 N/m'lik yay sabitine (k) sahiptir. Bu yay, 35.0 J'lük potansiyel enerji depolaması için ne kadar sıkıştırılmalıdır?

2. (I) 6 kg'lık maymun bir daldan 1.3 m yükseklikteki diğer bir dala atlamaktadır. Yerçekimi potansiyel enerjideki değişim nedir?

3. (II) Yay sabiti k = 63 N/m olan bir yay bir cetvelin yanında düşey olarak asılıdır. Yayın sonu cetvel üzerindeki 15 cm işaretini göstermektedir. Eğer 2.5 kg'lık bir kütle, yayın ucuna asılırsa, yayın sonu cetvel üzerinde nereyi gösterecektir?

4. (II) 56.5 kg'lık yürüyüşçü 1270 m yükseklikten tırmanmaya başlıyor ve 2660 m'lik tepeye tırmanıyor. (*a*) Yürüyüşçünün potansiyel enerjisindeki değişim nedir? (*b*) Yürüyüşçünün yapması beklenen minimum iş nedir? (*c*) Gerçekte yapılan iş bundan daha büyük olabilir mi? Açıklayınız.

5. (II) 1.60 m boyundaki bir adam 1.95 kg'lık bir kitabı yerden 2.20 m yükseğe kaldırıyor. Kitabın potansiyel enerjisi, (*a*) yere göre, (*b*) adamın başının tepe noktasına göre nedir? (*c*) Adamın yaptığı iş ile (*a*) ve (*b*) şıkkındaki cevapların ilişkisi nedir?

6. (II) Yatay yüzey üzerinde 1200 kg'lık araba v = 75 km/sa'lik hıza sahipken bir yatay yaya çarpıyor ve 2.2 m'lik bir mesafede duruyor. Yay sabiti nedir?

7. (II) Bir yay $\vec{\mathbf{F}} = (-kx + ax^3 + bx^4)\hat{\mathbf{i}}$ kuvvetinin etkisi altındadır. (*a*) Bu kuvvet korunumlu mudur? Niçin korunumlu veya korunumsuz olduğunu açıklayınız. (*b*) Eğer kuvvet korunumlu ise potansiyel enerji fonksiyonunun biçimini belirleyiniz.

8. (II) Eğer $U = 3x^2 + 2xy + 4y^2z$ ise kuvvet $\vec{\mathbf{F}}$ nedir?

9. (II) x-ekseni boyunca bir boyutta hareket eden bir parçacık aşağıda verilen kuvvetin etkisi altındadır:

$$\vec{\mathbf{F}}(x) = -\frac{k}{x^3}\hat{\mathbf{i}}.$$

Burada, k SI birim sisteminde uygun bir birime sahip olan bir sabittir. Eğer U, x = 2.0 m'de sıfır olarak tanımlanırsa yani U (2.0 m) = 0 ise, potansiyel enerji fonksiyonu U(x) m'i bulunuz.

10. (II) Bir boyutta hareket eden bir parçacık x'e bağlı olarak değişen $F(x)$ kuvvetine maruz kalmaktadır.

$$\vec{\mathbf{F}}(x) = A\sin(kx)\hat{\mathbf{i}}.$$

Burada, A ve k sabitlerdir. x = 0 noktasında U = 0 alırsak $U(x)$ potansiyel enerji fonksiyonu ne olur?

8–3 ve 8–4 Mekanik enerjinin Korunumu

11. (I) Bir acemi kayakçı düşey yüksekliği 125 m ve 13.0° derece eğimli sürtünmesiz bir düzlemde durgun halden aşağıya doğru kaymaya başlıyor. Dibe vardığında hızı ne olacaktır?

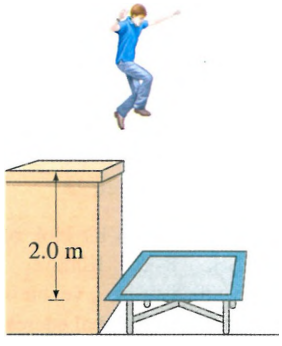
12. (I) Tarzan'ı arayan Jane, çok hızlı (5 m/s) koşup ormandaki yüksek bir ağaçtan düşey olarak sarkan bir dalı yakalıyor. Hangi yüksekliğe çıkar? Cevabınıza, dalın uzunluğu etki eder mi?

13. (II) Yüksek atlamada, bir atletin kinetik enerjisi sırığın yardımı olmadan yerçekimi potansiyel enerjisine dönüşür. Atletin kütle merkezini 2.10 m yükseltmesi ve 0.70 m/s'lik hız ile çubuğu geçmesi için yerden ayrılırken sahip olması gereken minimum hız nedir?

14. (II) Bir kızağa, başlangıç olarak, sürtünmesiz 23.0° eğimli düzlemde yukarı doğru bir itme veriliyor. Kızak, başladığı yerden 1.12 m yüksekliğe ulaşıyor. Kızağın ilk hızı nedir?

15. (II) 55 kg'lık bir bungee jumper bir köprüden atlıyor. Gerilmediğinde 12 m uzunluğunda olan bir bungee teline bağlı olan atlayıcı toplam 31 m düşüyor. (*a*) Hooke yasasının geçerli olduğunu kabul ederek bungee telinin yay sabiti k'yı hesaplayınız. (*b*) Atlayıcının maksimum ivmesi ne olur?.

16. (II) 72 kg'lık bir trampolin cambazı 4.5 m/s'lik hız ile Şek. 8-31'de gösterilen platformun üstünden düşey olarak yukarı doğru atlıyor. (*a*) Cambaz, platformdan 2 m aşağıda olan trampolinin üzerine indiğinde ne kadarlık bir hıza sahip olacaktır? (*b*) Eğer trampolin, yay sabiti 5.8 × 10^4 N/m olan bir yay gibi davranırsa, cambaz onu yere doğru ne kadar yaklaştıracaktır?



ŞEKİL 8–31
Problem 16.

17. (II) Bir boyutta yalnız korunumlu kuvvetlerin etkisi altında hareket eden m kütleli bir cismin toplam enerjisi E aşağıdaki gibi yazılabilir.

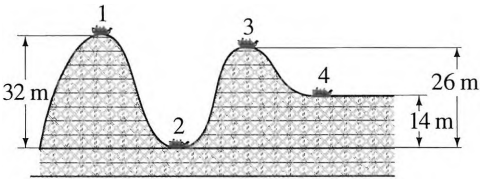
$$E = \frac{1}{2}mv^2 + U.$$

Newton'un II. Yasasını öngörmek için enerjinin korunumunu, $dE/dt = 0$ kullanınız.

18. (II) 0.40 kg'lık bir top 36°'lik bir açıda 8.5 m/s'lik hız ile yukarı doğru fırlatılıyor. (*a*) En üst noktada topun hızı nedir? ve (*b*) top ne kadar yükseğe çıkar? (enerjinin korunumunu kullanın).

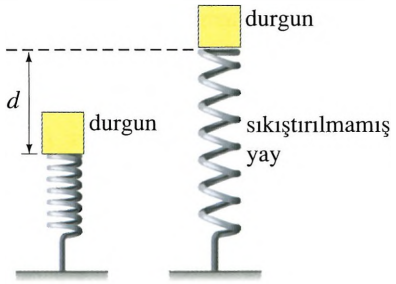
19. (II) 875 N/m'lik yay sabitine sahip düşey bir yay masaya bağlanıyor ve 0.160 m sıkıştırılıyor (yayın kütlesini ihmal edin). (*a*) Serbest bırakıldığında 0.380 kg'lık bir topa yukarı doğru verebileceği hız hedir? (*b*) top, ilk pozisyonunun (yay sıkıştırılmış) ne kadar üzerinde bir yüksekliğe uçacaktır?

20. (II) Şek. 8-32'de gösterilen hız treni vagonu 1 noktasında durgun halden harekete başlıyor. Sürtünme olmadığını farz ederek 2, 3 ve 4 noktalarındaki hızını hesaplayınız.



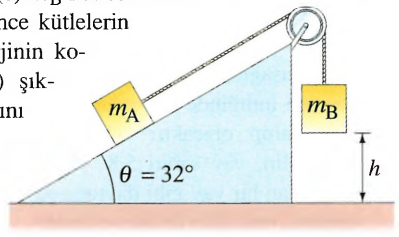
ŞEKİL 8–32
20 ve 34. Problemler

21. (II) m kütlesi, bir yay üzerinde hareketsiz dururken, yay, sıkıştırılmamış uzunluğundan d kadar kısalmıştır (Şek. 8-33a). Şimdi de kütlenin sıkıştırılmamış yaya hemen hemen dokunurken durgun halden bırakıldığını farzedin (Şek. 8-33b). Kütle durduğunda yay hangi D mesafesi kadar sıkışmıştır? $D = d$ 'midir? Değilse neden değildir?



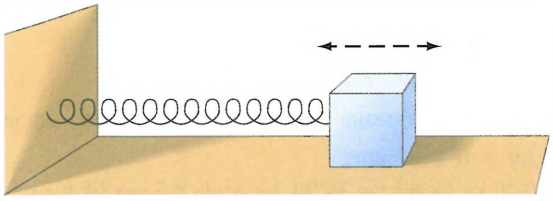
ŞEKİL 8–33
Problem 21.

22. (II) İki kütle Şek. 8.34'te gösterildiği gibi bir tel ile bağlanıyor. $m_A = 4.0\,\text{kg}$'lık kütle başlangıçta zeminin $h = 0.75$ m yukarısında tutulurken $m_B = 5.0\,\text{kg}$'lık kütle sürtünmesiz eğik düzlem üzerinde hareketsiz durmaktadır. (*a*) Eğer m_B'nin düşmesine izin verilirse, kütlelerin ivmesi ne olacaktır? (*b*) Eğer başlangıçta kütleler hareketsiz olursa kütlelerin hızlarını m_B kütlesi zemine çarpmadan hemen önce bulmak için kinematik denklemleri (Dnk. 2-12) kullanın. (*c*) m_B kütlesi zemine çarpmadan hemen önce kütlelerin hızını bulmak için enerjinin korunumunu kullanın. (*b*) şıkkındaki cevabın aynını bulmalısınız.



ŞEKİL 8–34
Problem 22.

23. (II) m kütleli bir blok bir yayın ucuna tutturuluyor (yay sabiti k), Şek. 8-35. Kütleye, denge konumundan itibaren bir x_0 yerdeğiştirmesi ve bir v_0 ilk hızı veriliyor. Yayın kütlesini ve sürtünmeyi ihmal ederek m kütlesinin (*a*) maksimum hızını ve (*b*) verilen nicelikler cinsinden, denge durumundan ne kadar uzaklaşabileceğini bulmak için enerji yöntemlerini kullanın.



ŞEKİL 8–35 23, 37 ve 38. Problemler

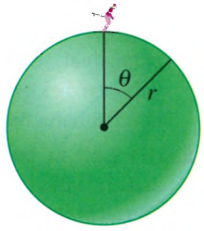
24. (II) Bir bisikletçi, 125 m düşey yüksekliğe sahip 9.50°'lik tepeye çıkmaya niyet ediyor. Pedallar 36.0 cm yarıçaplı bir dairede dönüyor. Bisiklet ile binicinin toplam kütlesinin 75.0 kg olduğunu farz ederek; (*a*) yerçekimine karşı yapılması gereken işi hesaplayın. (*b*) Pedalların her bir tam dönmesi bisikleti yörüngesi boyunca 5.10 m hareket ettirirse, pedalların dairesel yörüngelerine teğet olarak etki ettirilmesi gereken ortalama kuvveti bulun. Sürtünmenin yaptığı işi ve diğer kayıpları ihmal edin.

25. (II) 2.00 m uzunluğunda bir sarkaç durgun halden $\theta_0 = 30.0°$ 'lik açıda serbest bırakılıyor (Şek. 8-14). Sarkacın ucundaki 70.0 g'lık kütlenin hızını (*a*) en aşağı noktada ($\theta = 0$); (*b*) $\theta = 15.0°$, (*c*) $\theta = -15.0°$'de (ters tarafta) belirleyiniz. (*d*) Bu üç noktanın her birinde ipteki gerilmeyi bulunuz. (*e*) Sarkaç $v_0 = 1.20\,\text{m/s}$'lik bir ilk hıza sahip ise (*a*), (*b*) ve (*c*) şıkları için hızları yeniden hesaplayınız.

26. (II) 1200 kg'lık arabayı 95 km/sa'lik bir hızdan durgun hale getirmek için tasarlanan bir yayın yay sabiti k ne olmalıdır ki arabadakiler maksimum 5.0 g'lik bir ivmeye maruz kalsınlar?

27. (III) Bir mühendis asansör boşluğunun dibine yerleştirilmesi için bir yay tasarlıyor. Asansör, yayın üst ucundan h kadar yukardayken asansör kablosu koparsa, asansörün durması sırasında, asansördekilerin $5.0g$'den daha fazla bir ivmeye maruz kalmamaları için yay sabiti k ne olmalıdır? Asansördekilerin ve asansörün toplam kütlesini M alalım.

28. (III) Kütlesi m olan bir kayakçı, yarıçapı r olan katı bir kürenin tepesinden durgun halden başlayarak sürtünmesiz yüzey boyunca aşağıya doğru kayıyor. (a) Kayakçının küreyi terk edeceği θ açısını bulunuz. (b) Eğer sürtünme olsaydı, kayakçı küreyi daha büyük yoksa daha küçük bir açıyla mı terk edecekti?



ŞEKİL 8–36
Problem 28.

8-5 ve 8-6 Enerjinin Korunumu Yasası

29. (I) Kütleleri 56,000 kg olan iki demiryolu vagonu birbirlerine doğru 95 km/sa'lik hızlarla hareket ediyorlar. Arabalar kafa kafaya çarpışıp duruyorlar. Bu çarpışmada üretilen ısı enerjisi ne kadardır?

30. (I) 16.0 kg'lık bir çocuk 2.20 m yükseklikten kayarak iniyor ve 1.25 m/s'lik hız ile dibe ulaşıyor. Bu süreçte sürtünmeden dolayı ne kadar ısı enerjisi üretilmiştir.

31. (II) Bir kayak, durgun halden başlayarak 85 m uzunluğunda 28°'lik bir yokuştan aşağıya doğru kayıyor. (*a*) Sürtünme katsayısı 0.090 ise, yokuşun tabanında kayağın hızı ne olur? (*b*) Eğer yokuşun dibindeki kar yatay ve sürtünme katsayısı da aynı ise, kayak yatay düzlemde ne kadar uzağa gidecektir? Enerji metotlarını kullanın.

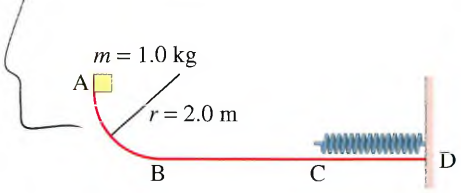
32. (II) 145g'lık bir beyzbol topu yerden 14.0 m yükseklikteki bir ağaçtan düşüyor. (*a*) Eğer hava direnci ihmal edilirse, yere çarpma hızı ne olur? (*b*) Eğer yere 8.00 m/s'lik hız ile çarparsa hava direncinin beyzbol topu üzerine uyguladığı ortalama kuvvet nedir?

33. (II) Başlangıçta durgun olan 96 kg'lık sandık, 350 N'luk sabit yatay bir kuvvet ile zemin boyunca çekiliyor. Zeminin ilk 15 metresi sürtünmesizdir ve bundan sonra gelen 15 metrenin sürtünme katsayısı 0.25 'tir. Sandığın son hızı nedir?

34. (II) Şek. 8-32'deki hız treni vagonunun 1 noktasını 1.70 m/s'lik hız ile geçtiğini farz edin. Ortalama sürtünme kuvveti, arabanın ağırlığının 0.23'üne eşitse, 2 noktasına varacağı hız nedir? Gidilen mesafe 45.0 m'dir.

35. (II) Saniyede hızla giden bir kayakçı 19^0 eğimli bir dağın eteğine ulaşıyor. Duruncaya kadar bu eğim boyunca yukarıya doğru kayıyor. Ortalama sürtünme katsayısı nedir?

36. (II) Şek. 8.37'de gösterilen yolu düşünün. AB bölümü yarıçaplı bir dairenin 1/4'üdür ve bu bölge sürtünmesizdir. BC kısmı ise uzunluğunda ve kinetik sürtünmekatsayısı $\mu_k = 0.25$ 'tir. Yayın altındaki CD bölümü sürtünmesizdir. Kütlesi 1 kg olan bir blok A noktasından ilk hızsız serbest bırakılıyor. Blok, yol boyunca kaydıktan sonra yayı sıkıştırıyor. (*a*) Bloğun B noktasındaki hızını belirleyiniz; (*b*) bloğun B'den C'ye hareketi esnasında üretilen ısı enerjisini hesaplayınız. (*c*) C noktasında bloğun hızı nedir? (*d*) k yay sabitini bulunuz.



ŞEKİL 8–37
Problem 36.

37. (II) 0.620 kg'lık tahta bir blok Şek.8-35'te gösterildiği gibi, hafif yatay bir yaya $(k = 180\,\text{N/m})$ sıkı bir şekilde bağlanıyor. Bu yay-blok sistemi 5 cm sıkıştırılıp serbest bırakıldığında durup geriye dönmeden önce denge pozisyonundan 2.3 cm uzaklaşıyor. Blok ve masa arasındaki kinetik sürtünme katsayısı nedir?

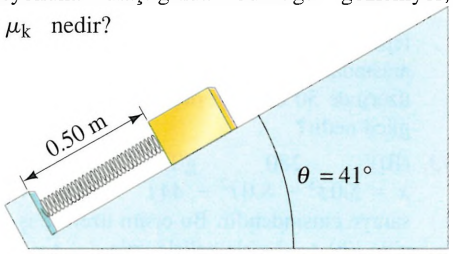
38. (II) 180 g'lık bir tahta blok yatay düzlemdeki hafif bir yaya sıkıca bağlanıyor (Şek. 8-35). Blok sürtünme katsayısı 0.30 olan masada kayabiliyor. 25 N'luk bir kuvvet yayı 18 cm sıkıştırıyor. Yay bu pozisyondan serbest bırakılırsa, ilk devrinde denge noktasından ne kadar ayrılır?

39. (II) yükseklikten bir topu düşürüyorsunuz ve top 1.5 m yüksekliğe geri sıçrıyor. (*a*) Sıçrama boyunca ilk enerjisinin ne kadarlık bir kesri kaybolmuştur? (*b*) Topun sıçramadan hemen önceki ve hemen sonraki hızları nedir? (*c*) Enerjisi nereye gitmiştir?

40. (II) 56 kg'lık bir kayakçı, tepesinden dibine kadar 230 m düşen 1200 m toplam uzunluğa sahip bir kayak pistinin en üst noktasından durgun halden kaymaya başlıyor. Dipte kayakçının hızı 11.0 m/s'dir. Sürtünmenin harcadığı enerji ne kadardır?

41. (II) Sıçrayabildiğiniz kadar sıçradığınızda (örneğin 1 m alın) yerçekimi potansiyel enerjiniz ne kadar değişir?

42. (III) Bir yayın denge uzunluğu 1 m'dir $(k = 75\,\text{N/m})$ Yatayla 41^0 açı yapan sürtünmesiz bir eğik düzlem üzerinde bulunan yayın serbest ucuna yerleştirilen 2.0 kg'lık bir kütle yayı 0.50 m sıkıştırıyor (Şekil 8-38). Yay serbest bırakıldığında; (*a*) eğer kütle yaya bağlı değilse, durmadan önce yukarı doğru ne kadar yol alır. (*b*) Eğer kütle yaya bağlanırsa, kütle durmadan önce yokuş yukarı ne kadar hareket eder? (*c*) Şimdi eğik düzlem kinetik sürtünme katsayısına sahip olsun. Yaya bağlı bloğun yay tam denge pozisyonuna ulaştığında durduğu gözleniyor, sürtünme katsayısı μ_k nedir?



ŞEKİL 8–38
Problem 42.

43. (III) 2.0 kg'lık bir blok, kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0.30$ olan yatay bir düzlem üzerinde kaymaktadır. Bloğun kütlesiz bir yaya çarptığı andaki hız $v = 1.3\,\text{m/s}$'dir. (Şek. 8-18'de gösterildiği gibi). (*a*) Eğer $k = 120\,\text{N/m}$, ise yay ne kadar sıkışır? (*b*) Yayın maksimum sıkışma durumunda kalması için minimum statik sürtünme μ_s katsayısı ne olmalıdır? (*c*) Eğer μ_S, bu değerden daha küçük ise, blok yaydan ayrıldığında hızı ne olur?

[*İpucu*: Yay ilk uzunluğuna ulaştığında ($x = 0$'da); blok yaydan ayrılır niçin? Açıklayınız.]

44. (III) Uzay istasyonunun test uçuşlarında ilk zamanlarda bir planör (pilot dahil kütlesi 980 kg) kullanılırdı. Planör 3500 m yükseklikten yatay olarak saatte 480 km'lik bir hızla fırlatılıyor ve 210 km/sa'lik hızla iniş alanına ulaşıyor. (*a*) Hava direnci olmasaydı indiği andaki hızı ne olurdu? (*b*) Dünya yüzeyine doğru, yüzeyle 12^0'lik sabit bir açıyla inerse, planör üzerine uygulanan ortalama hava direnci kuvveti nedir?

8–7 Gravitasyonel Potansiyel Enerji

45. (I) Dünya etrafında yarıçapı r_U olan dairesel bir yörüngede dolanan m_U kütleli uydu için); (*a*) kinetik enerji K'yı hesaplayınız; (*b*) potansiyel enerji U'yu hesaplayınız. (sonsuzda $U = 0$) (*c*) K/U nedir?

46. (I) Jale ve arkadaşları, kalktıktan çok kısa bir süre içinde hızı 850 m/s olan küçük bir roket inşa ettiler. Roket Dünya yüzeyinden ne kadar yükselir? Hava direncini ihmal ediniz.

47. (I) Gezegen A'dan kaçış hızı, gezegen B'den kaçış hızının iki katıdır. İki gezegen aynı kütleye sahiptir. Yarıçaplarının oranı r_A/r_B nedir?

48. (II) Yerçekimi potansiyel enerjisi için Dnk. 8-16'nın Dnk. 8-2'ye indirgendiğini gösteriniz. Dünya'nın yüzeyine yakın cisimler için $\Delta U = mg(y_2 - y_1)$ 'dir.

49. (II) Bir cismin Güneş'ten kurtulma hızını; (*a*) Güneş'in yüzeyinde $(r = 7.0 \times 10^5\,\text{km},\ M = 2.0 \times 10^{30}\,\text{kg})$, (*b*) Dünya'nın ortalama uzaklığında (1.50×10^8) hesaplayınız. Bunu Dünya'nın yörüngedeki hızıyla kıyaslayınız.

50. (II) Her birinin kütlesi $m = 950$ kg olan iki Dünya uydusu, A ve B, Dünya'nın merkezi etrafındaki dairesel yörüngelere fırlatılıyor. A uydusu 4200 km yükseklikte ve B uydusu da 12.600 km yükseklikte dolanıyor. (*a*) Uyduların potansiyel enerjileri nedir? (*b*) Uyduların kinetik enerjileri nedir? (*c*) A uydusunun yörüngesini B uydusunun yörüngesine denk gelecek şekilde değiştirmek için ne kadarlık iş yapılması gereklidir?

51. (II) Dairesel bir yörüngedeki herhangi bir uydu için kaçma hızının $\sqrt{2}$ kere uydunun hızı olduğunu gösteriniz.

52. (II) (*a*) $r = \infty$'da $U = 0$ ise, Dünya'nın (kütlesi M_D) merkezinden r kadar uzaklıktaki bir yörüngede bulunan bir uydunun (kütlesi m) toplam mekanik enerjisinin

$$E = -\frac{1}{2}\frac{GmM_D}{r},$$

olduğunu gösteriniz. (*b*) Sürtünme, E değerinin yavaş yavaş azalmasına neden olsa da, yörünge dairesel bir halde kalıyorsa, kinetik enerjinin yükseldiğini gösteriniz.

53. (II) Dünya'nın dönme hızının 1 dolanım/gün olduğunu göz önüne alınız. Dünya üzerinde ekvatordan (*a*) doğuya; (*b*) batıya; (*c*) düşeyde yukarı doğru fırlatılan bir roket için gerekli olan kaçış hızını Dünya'ya göre hesaplayınız.

54. (II) (*a*) Dünya'nın yüzeyinden düşey doğrultuda v_o hızıyla fırlatılan bir roketin ulaşacağı maksimum yükseklik h için bir formül belirleyiniz $v_0(<v_k)$ Bunu v_0, r_D, M_D ve G cinsinden ifade ediniz. (*b*) Eğer $v_0 = 8.35$ km/s ise roket ne kadar yükselir? Hava direncini ve Dünya'nın dönmesini ihmal ediniz.

55. (II) (*a*) Dünya'dan kurtulma hızının, Dünya'nın merkezinden olan uzaklıkla nasıl değiştiğini, $\Delta v \approx (dv/dr)\Delta r$ belirleyiniz. (*b*) 320 km yükseklikle Dünya yörüngesinde dönen bir uzay gemisinin kaçış hızını belirlemek için $\Delta v \approx (dv/dr)\Delta r$ yaklaşımını kullanınız.

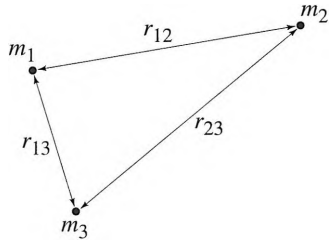
56. (II) Dünya'dan 850 km yükseklikteki bir meteorun hızı 90.0 m/s'dir. Düşey doğrultuda düşerken (hava direncini ihmal ediniz) bir kum yığınına çarpıp 3.25 m içinde durmaktadır. (*a*) Kum yığınına çarpmadan hemen önceki hızı nedir? (*b*) Meteor duruncaya kadar kum yığınının yaptığı iş ne kadardır? (meteorun kütlesi = 575 kg) (*c*) Meteor üzerine kum yığını tarafından uygulanan ortalama kuvvet nedir? (*d*) Ne kadar ısı enerjisi üretilir?

57. (II)Dünya etrafında dairesel bir yörüngede dolanan bir uyduyu $r_1 = 2r_D$ yarıçaplı başka bir dairesel yörüngeye hareket ettirmek için ne kadar iş yapılmalıdır? $r_2 = 3r_D$ (r_D Dünya'nın yarıçapıdır).

58. (II) (*a*) Başlangıçta her biri birbirinden sonsuz uzaklıkta olan m_1 m_2 ve m_3 gibi üç kütleye sahip olduğumuzu varsayalım. Bunları Şek. 8-39'daki pozisyona getirmek için yapılması gerekli olan işin

$$W = -G\left(\frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{m_1 m_3}{r_{13}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}}\right)$$

olduğunu gösteriniz. (*b*) Bu formülün, aynı zamanda sistemin veya cisimlerden bir veya ikisinin potansiyel enerjisini verdiğini söyleyebilir miyiz? (*c*) W sistemin bağlanma enerjisine eşit midir? Yani, bu bileşenleri birbirinden sonsuz uzaklığa ayırmak için gerekli enerjiye eşit midir? Açıklayınız.



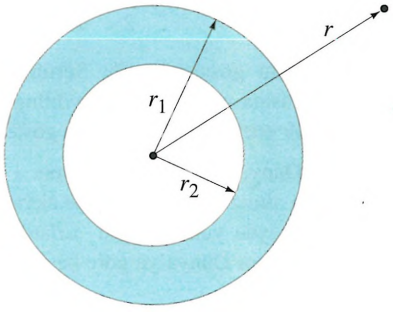
ŞEKİL 8–39
Problem 58.

59. (II) NASA uydusu, bir asteroitin Dünya ile çarpışma rotası üzerinde olduğunu gözlemliyor. Asteroitin kütlesinin 5×10^9 kg olduğu, büyüklüğüne dayanarak tahmin ediliyor. Asteroit, Dünya'ya 660 m/s bir hızla yaklaşmakta olup şimdi 5.0×10^6 km uzaklıktadır. Atmosferin sürtünmesini ihmal edersek hangi hızla Dünya'nın yüzeyine çarpacaktır?

60. (II) r_1 yarıçaplı bir küre içinde r_2 yarıçaplı küresel bir boşluk vardır (Şek. 8-40). Bu küre kabuğunun kalınlığını $(r_1 - r_2)$ düzgün olduğunu, toplam kütlesinin M olduğunu varsayalım. Kabuğun merkezinden r kadar uzaklıktaki bir m kütlesinin kütle çekimi potansiyel enerjisinin $(r > r_1)$ için

$$U = -\frac{GmM}{r}$$

olduğunu gösteriniz.



ŞEKİL 8–40
Problem 60.

61. (III) Güneş sisteminden kaçmak için, bir yıldızlararası uzay aracı hem Dünya'nın hem de Güneş'in çekiminin üstesinden gelmek zorundadır. Güneş sistemindeki diğer gezegenlerin etkisini ihmal ederek; (*a*) Kaçış hızının

$$v = \sqrt{v_D^2 + (v_G - v_0)^2} = 16.7\,\text{km/s}$$

olduğunu gösterin. Burada v_0 Dünya'dan kaçış hızıdır (Dnk. 8-19); $v_G = \sqrt{2GM_S/r_{GD}}$ Dünya'nın yörüngesinde, fakat Dünyanın etkisinden oldukça uzakta Güneş'in çekim alanından kaçış hızıdır, (r_{GD} Dünya-Güneş arası uzaklıktır); v_0 da Dünya'nın Güneş etrafındaki yörünge hızıdır. (*b*) Uzay aracının kütlesinin her bir kg'ı için 1.40×10^8 J enerji gerektiğini gösterin. [*İpucu*: Dünya'dan kaçış için enerji eşitliğini, Dünya'dan uzakta Dünya'ya göre hızı v' alarak yazınız. Sonra Güneş'ten kurtulma hızı olarak $v' + v_0$ alınız.]

8–8 Güç

62. (I)1750 W'lık bir motorun, 335 kg'lık bir piyanoyu 16 m yükseklikteki 60. katın penceresine çıkarması için ne kadar süre geçer.

63. (I) Bir araba saatte 95 km/sa sabit bir hızla giderken 18 hp'lık güç harcıyorsa, sürtünme ve hava direncine bağlı olarak araba üzerine uygulanan ortalama kuvvet nedir?

64. (I) 5.0 m/s hızla hareket eden 85 kg'lık bir futbol oyuncusu 1 s içinde bir savunma oyuncusu tarafından durdurulmaktadır. (*a*) Oyuncunun ilk kinetik enerjisi ne kadardır? (*b*) Oyuncuyu durdurmak için ortalama ne kadar güç gerekir?

65. (II) Bir sürücü, 1080 kg'lık arabanın vites boştayken 7.0 s içinde 95 km/sa'ten 65 km/sa'e yavaşladığını fark ediyor. Arabanın 80 km/sa'lik sabit hızla hareket etmesi için yaklaşık ne kadarlık güce ihtiyaç vardır? (watt ve hp cinsinden).

66. (II) 1 saat içinde 3.0 hp'lik bir motor ne kadar iş yapabilir?

67. (II) Bir botun motorunun gücü 55 hp'dir. 35 km/sa sabit bir hızla hareket ettiğini düşünürsek, botun hareketine karşı koyan toplam kuvvet nedir?

68. (II) 1400-kg'lık bir spor araba, 7.4 s içinde durgun halden 95 km/sa hıza ulaşıyor. Motor tarafından verilen ortalama güç nedir?

69. (II) Çalışma boyunca, futbol oyuncuları stadyum basamaklarını 75 s içinde koşarak çıkarlar. Basamaklar 78 m uzunluğa ve 33^0 eğime sahiptirler. Eğer 92 kg'lık bir oyuncu, yukarı doğru koşarsa harcadığı gücü bulunuz. Hava direncini ve sürtünmeyi ihmal ediniz.

70. (II) Bir pompa 3.50 m yüksekliğe dakikada 21.0 kg su çekmektedir. Pompa motorunun sahip olması gereken minimum güç ne olmalıdır?

71. (II) Bir kayak alanındaki teleferiğin saatte 47,000 insan taşıyabildiği iddia edilmektedir. Eğer ortalama olarak, insanları düşey doğrultuda yaklaşık 200 m yüksekliğe taşıyorsa gerekli maksimum gücü hesaplayın.

72. (II) 75 kg'lık bir kayakçı bir motor tarafından güç verilen hareketli bir ipe tutunmuştur ve 230 eğimli tepenin zirvesine sabit hızla çekilmektedir. Kayakçı, eğim boyunca $x = 220$ m çekiliyor ve tepenin zirvesine varması 2.0 dakika sürüyor. Kar ve kayak arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0.10$ ise, aynı anda ip üzerinde 30 kayakçı olduğunda motorun gerek duyacağı beygir gücü nedir?

73. (III) 280 g'lık bir cismin konumu $x = 5.0t^3 - 8.0t^2 - 44t$ olarak verilmektedir, burada t saniye cinsindendir. Bu cisim üzerine iş yapılma hızını; (a) $t = 2$ s'de (b) $t = 2$ s'de belirleyiniz. (c) $t = 0$ s'dan $t = 2$ s'ye ve $t = 2$ s'den $t = 4$ s'ye olan zaman aralıklarında harcanan ortalama güç nedir?

74. (III) Bir bisikletli 6.0°'lik eğimli bir tepeden 4.0 m/s'lik sabit bir hızla aşağı doğru inmektedir. Bisiklet ve sürücünün toplam kütlesinin 75 kg olduğunu varsayarsak aynı tepeye aynı hızla tırmanmak için bisikletlinin harcaması gereken güç nedir?

8–9 Potansiyel Enerji Diyagramları

75. (II) Sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde duran ve yay sabiti k olan bir yaya bağlı m kütleli bir cismin U potansiyel enerjisinin x'e göre diyagramını çizin ve bu kütlenin hareketini inceleyiniz. Kütle, yay x_0 kadar uzayacak şekilde sağa doğru çekilip hareketsiz halden serbest bırakılıyor.

*76. (II) 75. problemdeki yayın yay sabiti $k = 160\,\text{N/m}$ 'lık kütle, yay denge konumundan $x_0 = 1.0$ m çekildikten sonra hareketsiz halden serbest bırakılıyor. (*a*) Sistemin toplam enerjisini; (*b*) $x = \frac{1}{2}x_0$ olduğunda kinetik enerjisini; (*c*) Maksimum kinetik enerjisini; (*d*) maksimum hızını ve maksimum hıza hangi noktada ulaştığını; (*e*) maksimum ivmeyi ve maksimum ivmeye hangi noktada ulaştığını bulunuz.

*77. (III) İki atomlu bir molekülün potansiyel enerjisi

$$U(r) = -\frac{a}{r^6} + \frac{b}{r^{12}},$$

olarak verilmektedir. Burada, r iki atom arasındaki uzaklıktır, a ve b pozitif sabitlerdir. (*a*) r'nin hangi değerlerinde $U(r)$ minimum ve maksimum noktalara sahip olur? (*b*) r'nin hangi değerinde $U(r) = 0$ olur? (*c*) $U(r)$ yi r'nin bir fonksiyonu olarak çizin ve r'yi $r = 0$'dan r'nin (*a*) ve (*b*) şıklarındaki bütün özellikleri gösterecek bir değerine kadar alınız. (*d*) $E < 0$ ve $E > 0$ durumları için bir atomun hareketini ikinci atoma göre tanımlayınız. (*e*) F bir atomun diğer atom üzerine etki ettiği kuvvet olsun. r'nin hangi değerlerinde $F < 0$, $F > 0$, $F = 0$ olur? (*f*) F'yi r'nin bir fonksiyonu olarak belirleyiniz.

*78. (III) İki parçacıklı bir sistemin *bağlanma enerjisi*, iki parçacığı en küçük enerjili durumdan $r = \infty$'a kadar birbirinden uzaklaştırmak için gerekli enerji şeklinde tanımlanır. Problem 77'de tartışılan molekül için bağlanma enerjisini belirleyiniz.

Genel Problemler

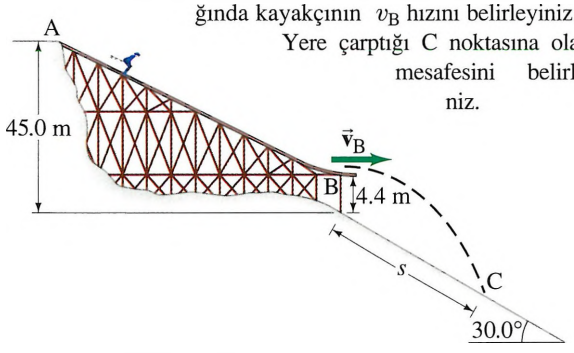
79. 885 kg yükü 11.0 s'de 32.0 m yüksekliğe çıkartan bir asansörün ortalama gücü nedir?

80. Bir mermi 165 m/s'lik hızla 135 m yükseklikteki bir uçurumun tepesinden 48.0°'lik bir açıyla yukarıya doğru ateşleniyor. Mermi zemine çarptığında hızı ne olur? (Enerjinin korunumunu kullanınız).

81. Saniyede 580 kg su bir baraja akmaktadır ve türbinlerin pervanelerine çarpmadan önce düşey olarak 88 m yükseklikten düşmektedir. (*a*) Suyun türbinlerin pervanelerine çarpmadan hemen önceki hızını bulunuz (hava direcini ihmal ediniz) ve (*b*) % 55 verimlilik olduğunu farz ederek türbinlerin pervanelerine transfer edilen mekanik enerjinin oranını hesaplayınız.

82. Kütlesi 75 kg olan bir bisikletçi (bisiklet dahil) pedal çevirmeden 4.0°'lik bir tepeden aşağı 12 km/sa'lik düzgün bir hızla sıkı bir şekilde pedal çevirdiğinde ise 32 km/sa'lik hızla iniyor. Bisikletçi, aynı gücü kullanarak aynı tepeyi hangi hızla tırmanır? Sürtünme kuvvetinin, v hızının karesi ile orantılı olduğunu varsayın, yani $F_{\text{sür}} = bv^2$ $F_{\text{fr}} = bv^2$, burada b bir sabittir.

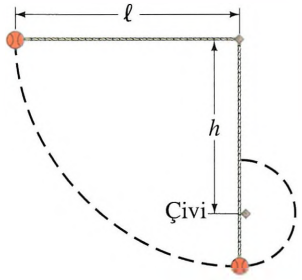
83. 62 kg'lık bir kayakçı Şek. 8-41'deki atlama rampasının A noktasından durgun halden harekete başlıyor ve rampadan aşağıya doğru hareketine devam ediyor. Eğer sürtünme ve hava direnci ihmal edilirse; (*a*) B'deki rampanın sonuna ulaştığında kayakçının v_B hızını belirleyiniz. (*b*) Yere çarptığı C noktasına olan s mesafesini belirleyiniz.



ŞEKİL 8–41 Problem 83 ve 84.

84. Problem 83'ü, B noktasında atlama rampasının yukarı doğru döndüğünü ve bunun, kayakçıya düşey bileşeni (B'de) 3.0 m/s olan bir hız verdiğini varsayarak tekrar çözünüz.

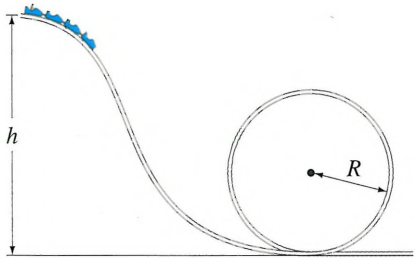
85. Şek. 8-42'de görüldüğü gibi, uzunluğu ℓ olan ipin ucuna bir top bağlanmıştır, ipin diğer ucu sabitlenmiştir. (*a*) Eğer top serbest bırakılırsa, yörüngesinin en alt noktasında hızı ne olacaktır? (*b*) Bağlantı noktasından düşey olarak h kadar aşağıda bir çivi vardır. Eğer $h = 0.80\ell$ ise, top çivi etrafındaki dairesel yörüngesinin tepesine ulaştığında hızı ne olacaktır?



ŞEKİL 8–42
Problem 85 ve 86.

86. Şek. 8-42'deki topun çivi etrafında tam bir daire yapması için h'nin 0.60l'den daha büyük olması gerektiğini gösteriniz.

87. Düşey dairesel bir çemberi olan bir hız treninde (Şek. 8-43), çemberin tepesinde ve dibinde hissettiğiniz ağırlıklarınız arasındaki farkın $6g$, yani ağırlığınızın 6 katı olduğunu gösteriniz. Sürtünmeyi ihmal ediniz. Hızınız, ihtiyaç duyulan minimum hızın üzerinde olduğu sürece bu cevabın, çemberin boyutuna ve sizin ne kadar hızlı gittiğinize bağlı olmadığını gösteriniz.

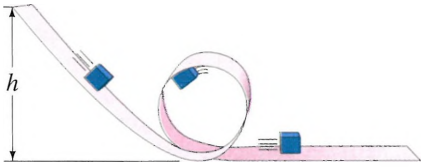


ŞEKİL 8–43
Problem 87.

88. Eğer banyo terazisinde ayaktaysanız, yay, terazi içerisinde 0.50 mm sıkışır ve o size ağırlığınızın 760 N olduğunu söyler. 1.0 m yükseklikten teraziye atlarsanız terazide okunan değer ne olur?

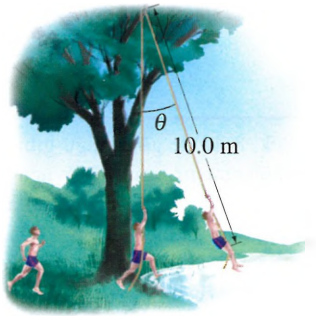
89. 65 kg'lık bir dağcı 4200 m yükseklikteki bir dağın tepesine tırmanmaktadır. Bu tırmanış 5.0 saat sürmektedir ve 2800 m lik bir yükseklikten başlamıştır. (*a*) Dağcının yerçekimine karşı yaptığı işi hesaplayınız. (*b*) Ortalama güç çıkışını watt ve beygirgücü cinsinden hesaplayınız. (*c*) Vücudun %15 verimli olduğunu varsayarak ne kadarlık bir enerji giriş hızı gereklidir?

90. Şek. 8-44'te gösterilen çemberli yol boyunca sürtünme olmaksızın kayan küçük m kütlesi, tüm yol boyunca hatta r yarıçaplı çemberin tepesinde bile her zaman yol üzerinde kalıyor. (*a*) Verilen nicelikleri kullanarak minimum bırakılma yüksekliği h'yi belirleyiniz. Sonra, eğer gerçek bırakılma yüksekliği $2h$ ise, (*b*) çemberin en alt noktasında yolun uyguladığı; (*c*) çemberin en üst noktasında yolun uyguladığı; (*d*) kütlenin çemberden çıkıp düz kısma geçtikten sonra yolun uyguladığı normal kuvveti hesaplayınız.



ŞEKİL 8–44
Problem 90.

91. 5 m/s hızla koşan 56 kg'lık bir öğrenci asılı bir ipi yakalıyor ve göl üzerinde sallanıyor (Şek. 8-45). Hızı sıfır olduğu anda ipi bırakıyor. (*a*) İpi bıraktığı andaki θ açısı nedir? (*b*) İpi bırakmadan hemen önce ipteki gerilme nedir? (*c*) İpteki maksimum gerilme nedir?



ŞEKİL 8–45
Problem 91.

92. Bir çekirdekteki iki nötron arasındaki nükleer kuvvet kabaca Yukawa potansiyeli

$$U(r) = -U_0 \frac{r_0}{r} e^{-r/r_0}$$

ile tanımlanır. Burada, r nötronlar arasındaki uzaklık ve U_0 $r_0 (\approx 10^{-15}\,\text{m})$ sabitlerdir. (a) $F(r)$ kuvvetini bulunuz. (*b*) (*b*) $F(3r_0)/F(r_0)$ oranı nedir? (*c*) Aynı oranı, elektrik yüklü iki parçacık arasındaki kuvvet için, ($U(r) = -C/r$, C sabit) hesaplayınız. Yukawa potansiyeli neden "kısa menzilli" olarak nitelendirilir?

93. Kentsel alanlarda kullanılan bir yangın hortumunun, suyu maksimum 33 m'lik bir yüksekliğe fırlatması gerekir. Su, hortumu toprak seviyesinde 3.0 cm çapındaki bir dairesel akış ile terk etmektedir. Böyle bir su akışı yaratmak için minimum ne kadarlık bir güç gereklidir? Suyun her metre kübü 1.00×10^3 kg'lık bir kütleye sahiptir.

94. 16 kg'lık bir kızak 2.4 m/s hızla 28°'lik eğime sahip yokuşta yukarı doğru kaymaya başlıyor. Kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0.25$ 'tir. (*a*) Kızak yokuş üzerinde ne kadar yol alır. (*b*) Kızağın (a)'da belirlenen noktada takılıp kalmaması için statik sürtünme katsayısına nasıl bir koşul koymanız gerekir? (*c*) Eğer kızak geri kayarsa başlangıç noktasına döndüğü zaman hızı ne olur?

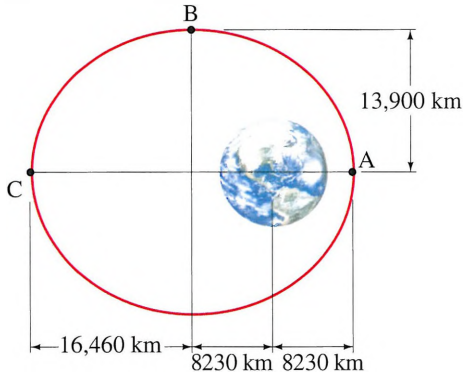
95. Bir ay modülü, çarpma anında düşey hızı 3.0 m/s veya daha az olduğunda, güvenilir bir iniş yapabilir. Eğer ay modülünün yere göre bağıl hızı (*a*) 0; (*b*) 2.0 m/s aşağıya doğru; (*c*) 2.0 m/s yukarıya doğru ise, pilotun, motoru durduracağı en büyük yükseklik h'yi belirlemek istediğinizi varsayınız. Her durumda h'yi belirlemek için enerjinin korunumunu kullanınız. Ay'ın yüzeyinde kütle çekiminden kaynaklanan ivme 1.62 m/s²'dir.

96. Otomobil fren sistemleri düzenlenirken, sert bir frende ısı oluşumunu hesaba katmak gerekir. 17°'lik bir tepeden aşağı inen, 1500 kg'lık arabanın frenlerinde oluşan ısısal enerjiyi hesaplayınız. Arabanın hızı 95 km/sa iken fren yapılıyor ve yol boyunca 0.30 km'lik bir mesafede 35 km/sa'lik bir hıza yavaşlıyor.

97. Bazı elektrik güç şirketleri enerji depolamak için suyu kullanır. Su aşağıdaki su deposundan yukarıdaki su deposuna tersine çevrilebilir türbin pompalarıyla pompalanır. 180 MW güce sahip bir elektrik santralinde 1.0 saat boyunca enerji depolamak için aşağıdaki depodan yukarıdakine kaç metre küp su pompalamak gerekir? Yukarıdaki depo ile aşağıdaki deponun arasının 380 m olduğunu varsayınız. Su, her 1.0 m³ için 1.00×10^3 kg kütleye sahiptir.

98. 1465 kg'lık bir uyduyu, dünyanın yüzeyinden 1375 km uzaklıktaki bir yörüngeye fırlatmak için gerekli olan yakıt enerjisini belirleyiniz. İki durumu ele alınız: (*a*) Uydu Dünya'nın ekvatoru üzerindeki bir noktadan ekvatoral yörüngeye fırlatma ve (*b*) Kuzey Kutbu'ndan kutupsal bir yörüngeye fırlatma.

99. Bir uydu Dünya etrafında eliptik bir yörüngededir (Şek. 8-46). Güneşe en yakın A noktasındaki hızı 8650 m/s'dir. (*a*) B'deki hızını belirlemek için enerjinin korunumunu kullanın. Dünya'nın yarıçapı 6380 km'dir. (*b*) Güneşe en uzak C noktasındaki hızını belirlemek için enerjinin korunumunu kullanınız.



ŞEKİL 8–46
Problem 99.

100. Dünya'nın merkezinden r kadar uzaklıkta m kütleli bir cismin yerçekimi potansiyel enerjisinin

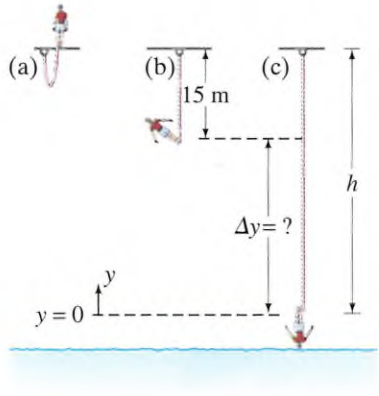
$$U(r) = -\frac{GMm}{r} e^{-\alpha r}$$

ile verildiğini farz edin. Burada α pozitif bir sabit ve e eksponansiyel fonksiyondur. (Newton'un evrensel çekim yasasına göre $\alpha = 0$). (*a*) Cisme etki eden kuvvet, r'nin bir fonksiyonu olarak ne olabilir? (*b*) Dünya'nın yarıçapı R_D cinsinden cismin kaçış hızı ne olabilir?

101. (*a*) Eğer insan vücudu, bir gofreti doğrudan işe dönüştürse, bir gofret (= 1100 kJ) yiyen 76 kg'lık adam bir merdivende ne kadar yüksekliğe çıkabilir? (*b*) Eğer adam merdivenden atlarsa, yere ulaştığında hızı ne olur?

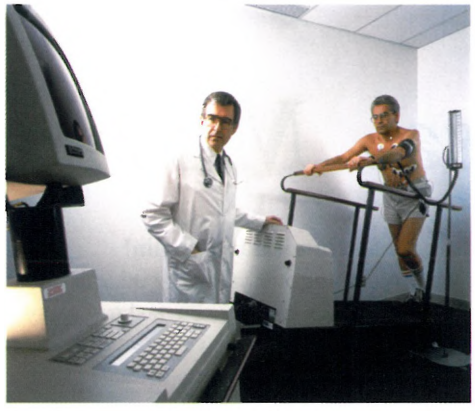
102. Elektrik enerjisi birimi genellikle kilowatt-saat cinsinden ifade edilir. (*a*) Bir kilowattsaat'in (kWh) 3.6×10^6 J olduğunu gösteriniz. (*b*) Eğer dört kişilik bir aile ortalama 580 W elektrik enerjisi tüketiyorsa, bir aylık elektrik faturası kaç kilowatt-saati gösterir? (*c*) Bu kaç joule eder? (*d*) Kilowatt-saat başına 0.15 TL'lik bir fiat için aylık faturaları kaç TL olur? Aylık faturalar elektrik enerjisi kullanma *hızına* bağlı mıdır?

103. Kemal bileğine bağlı bungee kablosu (ağır, esneyebilen bir kablo) ile bir köprüden atlıyor, Şek. 8-47. Kablo esnemeye başlamadan önce 15 m düşüyor. Kemal'in kütlesi 75 kg ve kablo $k = 50\,\text{N/m}$ ile $F = -kx$, Hooke yasasına uyuyor. Eğer hava direncini ihmal edersek, durmadan hemen önce Kemal'in ayağının köprüden ne kadar aşağıda olacağını tahmin ediniz. Kablonun kütlesini ihmal ediniz ve Kemal'i bir parçacıkmış gibi ele alınız.



ŞEKİL 8–47 Problem 103. (a) Bungee atlayıcısı atlamak üzere (b) Bungee Kablosu uzamamış haliyle (c) Kablonun en uzun hali.

104. Kalbin fonksiyonu ile ilgili yaygın olarak uygulanan bir testte ("stres testi") hasta, eğimli bir koşu bandında yürüyor (Şek. 8-48). Koşu bandı 12^0'lik eğime ve 3.3 km/sa'lik hıza sahip olduğunda 75kg'lık hastaya gerekli olan gücü belirleyiniz. (Bu güç, bir lambanın gücü ile karşılaştırıldığında nasıldır?)



ŞEKİL 8–48
Problem 104.

105. (*a*) Eğer bir volkan 450 kg'lık kayayı düşey olarak yukarı doğru 320 m uzaklığa püskürtürse, kayanın volkandan ayrıldığı zamanki hızı nedir? (*b*) Eğer volkan her bir dakikada bu boyutta 1000 kayayı püskürtürse volkanın gücünü tahmin ediniz.

106. 1936 Olimpiyatlarının ünlü uzun atlamacısı Jesse Owen'ın bir filminde (Şek. 8-49), atlama sırasında kütle merkezinin, atlama noktasından 1.1 m yukarıya (yörüngenin tepesi) yükseldiği görülmektedir. Yörüngenin en tepesini 6.5 m/s hızla geçiyorsa, atlamada ihtiyaç duyduğu minimum hız nedir?



ŞEKİL 8–49
Problem 106.

107. 920 kg'lık bir asansörü taşıyan kablo asansör boşluğunda bulunan büyük bir yayın $(k = 2.2 \times 10^5\,\text{N/m})$ üzerindeyken kopuyor. (*a*) Asansör yaya çarpmadan hemen önce yerçekiminin asansör üzerinde yaptığı işi hesaplayınız. (*b*) Yaya çarpmadan hemen önce asansörün hızını hesaplayınız. (*c*) Yayın sıkışma miktarını hesaplayınız (bu kısımda hem yay hem de yerçekimi tarafından iş yapıldığını unutmayınız).

108. Potansiyel enerjisi $U(r) = U_0\left[(2/r^2) - (1/r)\right]$ ile verilen bir parçacık hareket ediyor. (*a*) $U(r)$ 'nin r'ye karşı grafiğini çiziniz. Eğri $U(r) = 0$ eksenini nerede keser? r'nin hangi değerinde $U(r)$'nin minimum değeri oluşur? (*b*) Parçacığın $E = -0.050U_0$ enerjisine sahip olduğunu varsayınız. Potansiyel enerji diyagramınızda hareketin dönüm noktalarını gösteriniz. Parçacığın maksimum kinetik enerjisi nedir ve r'nin hangi değerinde parçacık bu kinetik enerjiye sahip olur ?

109. m kütleli bir parçacık

$$U(x) = \frac{a}{x} + bx$$

potansiyel enerjisi altında hareket ediyor. Burada a ve b pozitif sabitlerdir ve parçacık $x > 0$ bölgesine sınırlandırılmıştır. Parçacık için denge noktasını bulunuz ve bu noktanın kararlı olduğunu gösteriniz.

*Sayısal/ Bilgisayar

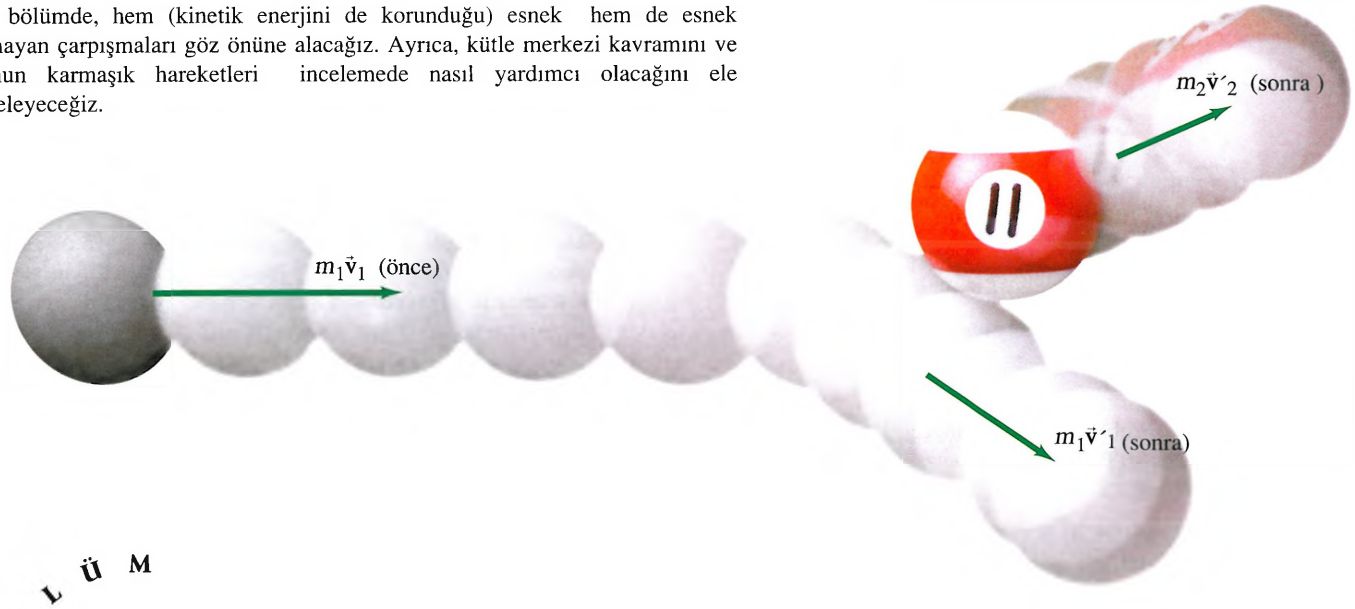
***110.** (III) İki atomlu bir moleküldeki iki atom, uzun mesafelerde birbirine çekici kuvvet ve kısa mesafelerde itici kuvvet uygular. İki atomlu moleküldeki iki atom arasındaki kuvvetin büyüklüğü Lennard-Jones kuvveti veya $F(r) = F_0\left[2(\sigma/r)^{13} - (\sigma/r)^7\right]$ ile yaklaşık olarak hesaplanabilir. Burada r iki atom arasındaki mesafe F_0 ve σ sabitlerdir. Bir oksijen molekülü için $F_0 = 9.60 \times 10^{-11}\,\text{N}$ ve $\sigma = 3.50 \times 10^{-11}\,\text{m}$ 'dir. (*a*) Oksijen molekülünün $U(r)$ potansiyel enerjisini belirlemek için $F(r)$ denkleminin integralini alınız. (*b*) İki atom arasındaki denge uzaklığını, r_o, bulunuz. (*c*) $0.9\,r_0$ ve $2.5\,r_0$ arasında $F(r)$ ve $U(r)$ grafiklerini çiziniz.

Alıştırmaların Cevapları

A: (*e*), (*e*); (*e*), (*c*).
B: (*b*).
C: (*c*).
D: Eşit hızlarda

Doğrusal momentumun korunumu, fizikteki diğer büyük korunum yasasıdır. Bilardo ve benzeri 'yeşil masa' oyunlarındaki topların çarpışmaları bu vektörsel yasayı çok güzel şekilde gözler önüne sererler. Toplam vektörsel momentumun çarpışmadan önceki ve sonraki değerleri birbirlerine eşittirler. Bu sayfada verilen, eşit-aralıklı çok-zamanlı fotoğrafta, bir istaka darbesi ile harekete geçirilmiş olan soldaki gri top, durmakta olan turuncu bantlı 11 numaralı topa çarpmaktadır. Çarpışmadan sonra her iki top ta, aralarında bir açı yaparak harekete geçmişlerdir. Fakat, vektörsel momentumlarının toplamı, çarpışmayı başlatan istaka topunun momentumuna eşittir.

Bu bölümde, hem (kinetik enerjini de korunduğu) esnek hem de esnek olmayan çarpışmaları göz önüne alacağız. Ayrıca, kütle merkezi kavramını ve bunun karmaşık hareketleri incelemede nasıl yardımcı olacağını ele inceleyeceğiz.



BÖLÜM 9

Doğrusal Momentum

İÇERİK

9–1 Momentum ve Kuvvetle İlişkisi
9–2 Momentumun Korunumu
9–3 Çarpışmalar ve İtme (İmpuls)
9–4 Çarpışmalarda Enerji ve Momentumun Korunumu
9–5 Bir Boyutta Esnek Çarpışmalar yanıtlardan
9–6 Esnek Olmayan Çarpışmalar
9–7 İki ve Üç Boyutta Çarpışmalar
9–8 Kütle Merkezi (KM)
9–9 Kütle Merkezi ve Öteleme Hareketi
*9–10 Değişken Kütleli Sistemler ve Roket Hareketi

BÖLÜM AÇILIŞ SORULARI —Şimdi tahmin edin!

1. Taşlarla doldurulmuş bir demiryolu vagonu yatay ve düz raylar üzerinde sürtünmesiz olarak yol almaktadır. Vagon üzerindeki bir işçi, bu taşları, yatay olarak geriye doğru atmaya başlar. Bu durumda aşağıdakilerden hangisi olur?
   (a) Vagon yavaşlar.
   (b) Vagon hızlanır.
   (c) Vagon önce hızlanır, ve sonra yavaşlar.
   (d) Vagonun hızı değişmeden kalır..
   (e) Bunlardan hiç birisi.

2. Taşlar vagonun tabanından birer birer aşağıya düşmeğe başlarsa bu yanıtlardan hangisini seçerdiniz?

Önceki bölümde incelediğimiz enerjini korunumu yasası, fizikteki önemli korunum yasalarından biridir. Korunduğu anlaşılan diğer büyüklükler arasında doğrusal momentum, açısal momentum ve elektrik yükü vardır. Bilimdeki en önemli düşünceler arasında sayılan bu yasaları teker teker ele alacağız. Bu Bölümde doğrusal momentumu ve onun korunumunu ele alacağız. Momentumun korunumu temelde, fiziğe derinliğine anlayış ve problem çözme gücü veren Newton yasalarının yeniden işlenişidir. [*ç.n.Latince bir kelime olan 'momentum'un Türkçe karşılığı 'hareket miktarı' olarak verilmektedir. Bu kitapta, dilimize de yerleşmiş bulunan momentum kelimesi kullanılacaktır.*]

Doğrusal momentumun ve enerjinin korunumu yasalarını çarpışmaların çözümlenmesi için kullanacağız. Gerçekten de, momentumun korunumu yasası, günlük yaşamda karşılaşacağımız iki veya daha fazla sayıda cisim arasındaki çarpışmaların veya atom ve atom-altı düzeydeki parçacıkların çarpışmalarının anlaşılmasında çok yararlıdır.

Şimdiye kadar, odak noktamız, içsel hareketlerini ve olası dönme hareketlerini yoksadığımız anlamında bir "parçacık" olarak kabul ettiğimiz tek bir cismin hareketiydi. Bu Bölüm'de, iki veya daha fazla cismin hareketini ve Bölüm sonuna doğru da kütle merkezi kavramını ele alacağız.

9–1 Momentum ve Kuvvetle İlişkisi

Doğrusal momentum (veya kısaca, "momentum") bir cismin kütlesi ile hızının çarpımı olarak tanımlanır. Momentum bir vektörsel büyüklük olarak $\vec{\mathbf{p}}$ ile gösterilir. Kütlesini m ve hızını $\vec{\mathbf{v}}$ ile temsil edersek, bir cismin momentumu

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}. \qquad (9\text{–}1)$$

olarak tanımlanır. Hız bir vektör olduğundan, momentum da bir vektördür. Momentumun yönü hızın yönü ile aynıdır ve momentumun büyüklüğü $p = mv$ ifadesi ile verilir. Hız gibi, momentum da gözlem çerçevesine bağlıdır; bu nedenle bir gözlem çerçevesi tanımlanmalıdır. Momentumun birimi kütle × hız ile aynı olmalıdır ve SI birimlerinde bu kg ·m/s olacaktır. Bu birim için herhangi bir özel isimlendirme yoktur.

Momentum teriminin günlük yaşamdaki kullanımı da bu tanımla uyum içindedir. Dnk. 9-1'e göre, daha yüksek hızla hareket eden bir araba, aynı kütleli fakat daha yavaş hareket eden bir arabadan daha fazla momentuma sahiptir. Ağır bir yük kamyonunun momentumu, aynı hızdaki bir otomobilden fazladır. Bir cismin momentum değeri ne kadar yüksekse onu durdurmak o kadar zor olacaktır. Böyle bir cisim, diğer bir cisme çarparak durdurulursa, çarptığı cisim çok daha fazla bir etki ile karşılaşacaktır. Hızla koşmakta olan bir futbolcu, koşmakta olan cüsseli bir oyuncu ile çarpışırsa, daha hafif veya yavaş olan biriyle çarpışmasına göre daha fazla etkilenecektir. Hızlı ve yüklü bir kamyon, çarptığı nesneye, bir motosikletten çok daha fazla zarar verebilir.

Bir cismin momentumunu değiştirmek, arttırmak, azaltmak veya yönünü değiştirmek için, mutlaka bir kuvvet gerekir. Newton, ikinci yasasını, özgün şeklinde (mv çarpanına 'hareket miktarı' anlamı vererek) momentum cinsinden ifade etmiştir. Newton'un **ikinci hareket yasası**, bugünkü dile çevrildiğinde:

Bir cismin momentumunun değişme hızı, cisme uygulanan kuvvete eşittir.

şeklinde ifade edilebilir. Bu ifadeyi, bir denklem olarak şu şekilde yazabiliriz:

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}. \qquad (9\text{–}2)$$

NEWTON'UN İKİNCİ YASASI

Burada, $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ cisim üzerine uygulanan net kuvveti (etki eden kuvvetlerin vektör toplamını) göstermektedir. İkinci yasanın daha tanışık olduğumuz şeklini, Dnk. 9-2'den sabit kütle durumu için, kolayca elde edebiliriz. Bir cismin herhangi bir andaki hızı $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$, ise, Dnk. 9-2'den

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt} = \frac{d(m\vec{\mathbf{v}})}{dt} = m\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = m\vec{\mathbf{a}} \qquad \text{[kütle sabit]}$$

yazabiliriz, çünkü, $\vec{\mathbf{a}} = d\vec{\mathbf{v}}/dt$ olarak tanımlanır ve m = sabit olduğunu kabul ediyoruz. Dnk. 9-2, tanışık olduğumuz şeklinden daha geneldir, çünkü, değişken kütle durumlarını da içermektedir. Bazı durumlarda, örneğin roketler için (Kısım 9-10) veya görelilik kuramında (Bölüm 36), bu şekildeki daha genel ifade yararlı ve önemlidir.

DİKKAT

Momentum vektöründeki değişim net kuvvet yönündedir

ALIŞTIRMA Işık ta momentuma sahiptir. Bir ışık hüzmesi bir yüzeye çarptığında o yüzeye bir kuvvet uygular. Işık soğurulma yerine, aynen yansıtılırsa, bu kuvvet (*a*) aynı kalır, (*b*) daha azalır, (*c*) daha da büyür, (*d*) söylemek mümkün değil, (*e*) bunlardan hiç birisi.



ŞEKİL 9–1 Örnek 9–1.

ÖRNEK 9–1 TAHMİN EDİN **Bir tenis topu servisindeki kuvvet,** En iyi tenis oyuncularının servis atışlarında topun raketi terk ediş hızı 55 m/s (yaklaşık 190 km/sa) olabilir. Topun kütlesi 60 g ve raketle temas süresi 4 milisaniye (4 ms $= 4 \times 10^{-3}$ s) ise, top üzerindeki ortalama kuvveti kestiriniz. Bu kuvvet 60 kg kütleli bir kişiyi kaldırmaya yeter mi?

YAKLAŞIM Ortalama kuvvet için Newton'un 2. yasası olan Dnk 9-2'yi şu şekilde yazarız:

$$F_{\text{ort}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t},$$

Burada mv_1 ve mv_2 ilk ve son momentum değerleridir. Tenis topu, ilk hız v_1 hemen hemen sıfır değerinde iken topa dokunmaktadır; bu nedenle $v_1 = 0$ ve $v_2 = 55$ m/s alabiliriz. Tenis topu üzerindeki yerçekimi gibi diğer bütün kuvvetleri raketin uyguladığı ile karşılaştırdığımızda yoksayabiliriz.

ÇÖZÜM Raket tarafından topa uygulanan kuvvet şudur:

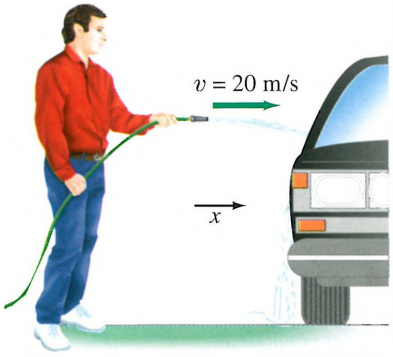
$$F_{\text{ort}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t} = \frac{(0.060\,\text{kg})(55\,\text{m/s}) - 0}{0.004\,\text{s}}$$
$$\approx 800\,\text{N}.$$

Bu oldukça büyük bir kuvvettir ve 60 kg'lık bir kişiyi kaldırmaya yeter. Çünkü bu kişiyi kaldırma için gerekli kuvvet $mg = 60$ kg $(9.8\ \text{m/s}^2) = 590$ N değerindedir.

NOT Tenis topu üzerindeki yerçekimi kuvveti, tahmin edildiği gibi, $mg = (0.060\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) \approx 0.59$ N olup tenis topu üzerine raket tarafından uygulanan kuvvetten çok düşüktür ve bu nedenle ihmal edilebilir.

NOT Yüksek hızlı fotoğraflama ve radar teknikleri, topun rakete temas süresini ve ayrılış hızını ölçmemize olanak verir. Fakat kuvvetin doğrudan ölçülmesi pek pratik değildir. Buradaki hesap şekli, gerçek dünyada bilinmeyen bir kuvveti hesaplamak için kullanışlı bir tekniktir.

ŞEKİL 9–2 Örnek 9–2.



ÖRNEK 9–2 **Bir arabayı yıkamak: momentum değişimi ve kuvvet.** Bir arabanın yan tarafına yönlendirilmiş (Şek. 9-2) bir hortumdan çıkan suyun akış hızı 1.5 kg/s ve terk ediş hızı 20 m/s'dir. Su arabaya çarptıktan sonra durmaktadır. (Yani, suyun geriye saçılmasını yok saymaktayız). Suyun arabaya uyguladığı kuvveti hesaplayınız.

YAKLAŞIM Hortumu terk eden suyun kütlesi ve hızı, yani yatay (x) yönünde bir p_{ilk} vardır. Yerçekiminin hortumdan çıkan suyu aşağıya çekme miktarı ihmal edilebilecek kadar azdır. Su arabaya çarptığında momentumunu kaybeder, yani ($p_{\text{son}} = 0$). Arabanın suyu durdurmak için kullandığı kuvveti bulmada Newton'un 2. yasasını momentum değişmesi formunda kullanacağız. Newton'un 3. yasasına göre ise, su tarafından arabaya uygulanan kuvvet buna eşit fakat ters yöndedir. Burada sürekli bir süreç söz konusudur. Her 1.0 s'lik zaman aralığında hortumu 1.5 kg kütleye sahip su terk etmektedir. Öyleyse, $F = \Delta p/\Delta t$ 'de $\Delta t = 1.0$ s, ve $mv_{\text{ilk}} = (1.5\ \text{kg})(20\ \text{m/s})$'dir.

ÇÖZÜM Arabanın suyun momentumunu (sabit varsayıyoruz) kesmek için uygulayacağı kuvvet

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_{\text{son}} - p_{\text{ilk}}}{\Delta t} = \frac{0 - 30\,\text{kg}\cdot\text{m/s}}{1.0\,\text{s}} = -30\,\text{N}.$$

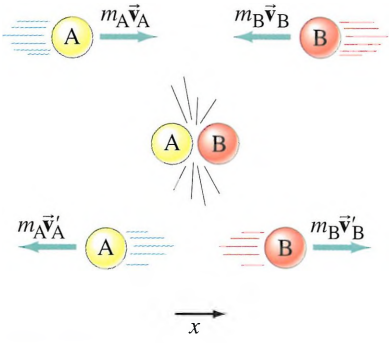
Sonuçtaki – işareti arabanın suya uyguladığı kuvvetin, suyun arabaya uyguladığının tersi yönde olduğunu gösteriyor. Araba suyu durdurmak için sola doğru 30 N'luk bir kuvvet uygularken, Newton'un 3. yasası nedeniyle, su da sağa doğru ve arabanın üzerine 30 N'luk bir kuvvet uygulamaktadır.

NOT Denklemdeki terimlerin işaretlerini takip etmelisiniz. Bunu takipte mantığın da yardımı olacaktır. Su sağa doğru aktığına göre, arabanın üzerine uygulanan kuvvet te sağa doğru olmalıdır.

ALIŞTIRMA B Örnek 9-2'de su geriye sıçrasaydı araba üzerindeki kuvvet daha mı fazla yoksa daha mı az olurdu?

9–2 Momentumun Korunumu

Momentum özellikle önemli bir kavramdır, çünkü bir sistemin üzerine etki eden net kuvvet sıfır ise, sistemin toplam momentumu korunan bir büyüklüktür. Şek. 9-3'te gösterildiği gibi, 2 bilardo topunun kafa kafaya çarpışmasını düşünelim. İki toptan oluşan bu sistem üzerindeki net dış kuvvetlerin toplamı sıfır olsun. Yani, çarpışma sırasında etki eden önemli kuvvetler, her topun birbiri üzerine uyguladığı kuvvetlerdir. İki toptan her birinin momentumu çarpışma nedeniyle değişmekteyse de, momentumlarının toplamı çarpışmadan önce ve sonra aynı kalmaktadır. A topunun momentumu $m_A\vec{v}_A$ ve B topunun momentumu $m_B\vec{v}_B$ ise, iki topun çarpışmadan önceki momentumu $m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B$ vektör toplamıdır. Çarpışmadan hemen sonra, topların her biri öncekilerden farklı hızlara ve momentumlara sahip olacaklardır, ki bunları hız üzerine "üssü" koyarak $m_A\vec{v}'_A$ ve $m_B\vec{v}'_B$ ile gösterelim. Bu durumda çarpışmadan sonraki toplam momentum, $m_A\vec{v}'_A + m_B\vec{v}'_B$ vektör toplamı olacaktır. Hızlar ve kütleler ne olursa olsun, deneyler şunu gösteriyor: çarpışmadan önceki toplam momentum, çarpışmadan sonraki toplam momentuma eşittir. Bu eşitlik, sisteme dışardan etki eden bir net kuvvet yoksa, çarpışmalar kafa kafaya olsa da olmasa da sağlanmaktadır:



ŞEKİL 9–3 A ve B toplarının çarpışmasında momentum korunur.

önceki momentumlar toplamı = sonraki momentumlar toplamı

$$m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = m_A\vec{v}'_A + m_B\vec{v}'_B. \qquad [\Sigma\vec{F}_{\text{dış}} = 0] \quad \textbf{(9–3)}$$

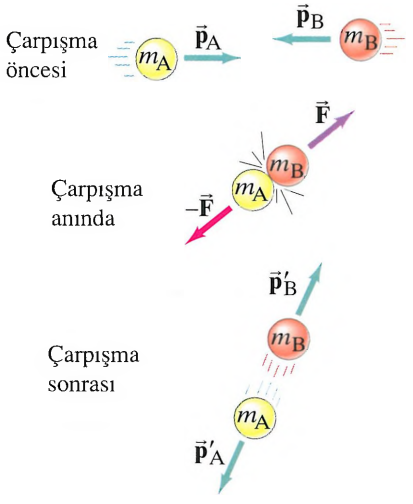
MOMENTUMUN KORUNUMU (İki cismin çarpışması)

Diğer bir deyişle, çarpışan iki top sisteminin toplam vektör momentumu korunur, yani sabit kalır.

Momentumun korunumu yasası deneysel olarak keşfedilmiş olmakla beraber, şimdi göstereceğimiz gibi, Newton'un hareket yasalarından da elde edilebilir.

Kütleleri m_A ve m_B olan iki cisim göz önüne alalım. Bunların momentumları çarpışmanın öncesinde $\vec{p}_A$ ve $\vec{p}_B$ çarpışma sonunda $\vec{p}'_A$ ve $\vec{p}'_B$ olsun (Şek. 9-4). Çarpışma sırasında her hangi bir anda A cismi tarafından B cismi üzerine etkiyen kuvvet $\vec{F}$ olsun. Bu durumda, Newton'un 3. yasası uyarınca, B cismi tarafından A üzerine etkiyen kuvvet $-\vec{F}$ olur. Kısa süren çarpışma anında, başka hiçbir (dış) kuvvetin etki etmediğini (veya, $\vec{F}$'nin etkiyen diğer dış kuvvetlerden çok büyük olduğunu) varsayalım. Böylece,

ŞEKİL 9–4 Çarpışan iki cisim. Bunların çarpışmadan önceki momentumları $\vec{p}_A$ ve $\vec{p}_B$, sonrakileri $\vec{p}'_A$ ve $\vec{p}'_B$ dir. Çarpışma sırasında her hangi bir anda, her biri diğeri üzerinde eşit büyüklükte fakat ters yönde kuvvetler etkir.



$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}_B}{dt}$$

ve

$$-\vec{F} = \frac{d\vec{p}_A}{dt}$$

yazabiliriz. Bu iki denklemi birbirine ekleyelim:

$$0 = \frac{d(\vec{p}_A + \vec{p}_B)}{dt}$$

Bu ise bize

$$\vec{p}_A + \vec{p}_B = \text{sabit}$$

olduğunu, yani toplam momentumun değişmediğini gösterir.

Bu türetmeyi bir çarpışma olayı çerçevesinde gösterdik. Bu sonuç herhangi bir dış kuvvetin etkimediği tüm zaman aralıklarında ve momentumun korunumu herhangi bir dış kuvvetin olmadığı tüm durumlarda geçerlidir. Ancak, dış dünyada dış kuvvetlerin etkilerini her an görebiliriz: bilardo topları üzerindeki sürtünme kuvvetleri, bir tenis topuna etki etmekte olan kütleçekimi kuvveti ve diğerleri. Öyleyse momentumun korunumu hemen hemen uygulanamaz durumda görünüyor. Acaba öyle mi? Bir çarpışma sırasında, (çoğu durumda) çarpışan cisimler birbirleri üzerinde çok kısa bir süre etki ederler ve diğer kuvvetlerle karşılaştırıldıklarında çok büyüktürler. Momentumları, çarpışmadan hemen önce ve hemen sonra ölçebilirsek, momentumun hemen hemen korunduğunu görürüz. Diğer dış kuvvetlerin etkileri büyüyünceye kadar beklemeden $\vec{p}'_A$ ve $\vec{p}'_B$ ölçülmelidir.

Örneğin, bir raket bir tenis topuna çarptığında, hem çarpışmadan önce hem de çarpışmadan sonra, tenis topu, yerçekimi ve hava direnci gibi dış etkiler altında eğik atış hareketi yapmakta olan bir top mermisi gibidir. Ancak, raketin topa vurduğu kısa çarpışma anı süresince, bu dış etkiler, raketin topa uyguladığı çarpışma kuvvetinden çok küçüktürler. Dnk 9-3'teki $\vec{\mathbf{p}}_A$ ve $\vec{\mathbf{p}}_B$ değerlerini çarpışmadan hemen önce, $\vec{\mathbf{p}}'_A$ ve $\vec{\mathbf{p}}'_B$ değerlerini çarpışmadan hemen sonra ölçersek, momentum (hemen hemen) korunur.

Momentumun korunması yasasını, birbiriyle aynı anda etkileşmekte olan çok daha fazla sayıda cisimlere genişletebiliriz. 1'den n'ye kadar sıralayacağımız n tane cismin toplam momentumunu $\vec{\mathbf{P}}$ ile gösterelim:

$$\vec{\mathbf{P}} = m_1\vec{\mathbf{v}}_1 + m_2\vec{\mathbf{v}}_2 + \cdots + m_n\vec{\mathbf{v}}_n = \Sigma\vec{\mathbf{p}}_i .$$

Bu ifadenin zamana göre türevini aldığımızda,

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = \Sigma\frac{d\vec{\mathbf{p}}_i}{dt} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_i . \qquad \textbf{(9–4)}$$

Burada $\vec{\mathbf{F}}_i$, i'yinci cisim üzerindeki net kuvveti gösterir. Bu kuvvetler iki farklı şekilde olabilirler: (1) sistemi oluşturan cisimler üzerinde sistem dışındaki cisimlerin uyguladıkları *dış kuvvetler* ve (2) sistem içi cisimlerin birbirlerine uyguladıkları *iç kuvvetler.* Newton'un 3. yasası gereği, iç kuvvetler çiftler halindedirler: Sisteme ait bir cisim, sistemin diğer bir cismine bir kuvvet uyguladığında, diğer cisim de ilk cisme eşit fakat zıt yönde bir kuvvet uygulayacaktır. Dnk 9-4'te tüm kuvvetlerin toplamı ifadesinde, tüm iç kuvvet çiftleri birbirini götürür. Böylece:

NEWTONUN İKİNCİ YASASI (Bir çoklu cisimler sistemi için)

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}} . \qquad \textbf{(9–5)}$$

Burada $\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$ sistem üzerine etki etmekte olan tüm dış kuvvetlerin toplamıdır. Eğer net dış kuvvetlerin toplamı sıfır ise, $d\vec{\mathbf{P}}/dt = 0$, yani $\Delta\vec{\mathbf{P}} = 0$ veya $\vec{\mathbf{P}}$ = sabit demektir. Bu durumda, görüyoruz ki,

DOĞRUSAL MOMENTUMUN KORUNUMU YASASI

ayrı ayrı cisimlerden oluşan bir sistemde, sisteme etki eden dış kuvvetlerin vektör toplamı sıfır olduğunda, sistemin toplam momentumu sabit kalır.

Bu, **doğrusal momentumun korunumu yasası**dır ve şu şekilde de ifade edilebilir:

dış etkilerden soyutlanmış bir cisimler sisteminin toplam momentumu sabittir.

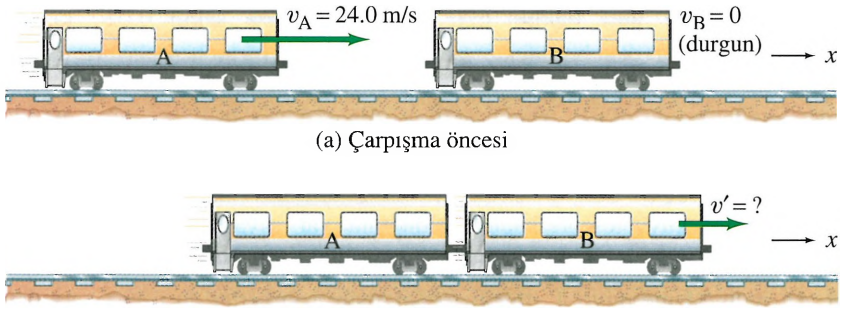
Soyutlanmış bir sistemden kastımız, üzerine hiçbir dış kuvvetin etki etmediği ve sadece sistemi oluşturan cisimlerin birbirlerine etkilerinin söz konusu olduğu bir sistemdir.

Bir sistem üzerine net bir kuvvet etkiyorsa, momentumun korunumu yasası uygulanamaz. Bununla birlikte, sistem, net kuvveti uygulayan cisimleri de içerecek şekilde yeniden tanımlanırsa, momentumun korunumu ilkesi uygulanabilir. Örneğin serbest düşen bir taşta, bir dış kuvvet olan yerçekiminin varlığı nedeniyle, momentum korunmayacaktır. Ancak, bu sistemin içine, dış kuvvetin kaynağı olan Dünya'yı da alırsak, taş + Dünya sisteminin momentumu korunacaktır. (Bu, doğal olarak, Dünya'nın da taşla çarpışmak üzere ona doğru hareketini göz önüne almamızı gerektirir. Fakat, Dünya'nın kütlesi çok büyük olduğundan, onun taşa doğru yukarı hareketi çok çok küçük bir miktarda olacak ve ihmal edilebilecektir.)

Momentumun korunumu, Newton'un 2. yasasının sonucu olmasına karşılık, gerçekte Newton yasalarından daha geneldir. Örneğin, atomlar gibi çok küçükler dünyasında, Newton yasaları geçerliliğini yitirirken, büyük korunum yasaları denen enerjinin, doğrusal ve açısal momentumun ve elektrik yükünün korunumu, şimdiye kadar karşılaşılan tüm deneysel durum ve ortamlarda geçerliliklerini korumuşlardır. Korunum yasaları, bu nedenle, Newton yasalarından daha temel sayılırlar.

ÖRNEK 9–3 Demiryolu vagonlarının çarpışmasında, momentumun korunumu: Kütlesi 10,000 kg olan bir A vagonu, 24.0 m/s'lik bir hızla giderken, durmakta olan (hızı sıfır) kendisi gibi bir B vagonu ile çarpışmaktadır. Vagonlar çarpışmadan sonra, ortak hareket etmeye başlarlarsa, çarpışmadan hemen sonraki ortak hızları ne olur? (Şek. 9-5).

YAKLAŞIM Sistemimiz 2 demiryolu vagonundan oluşsun. Çarpışmadan çok bir süre öncesini ve çok kısa bir süre sonrasını göz önüne alalım, öyle ki sürtünme kuvvetinin etkisi



ŞEKİL 9–5 Örnek 9–3.

yoksanabilsin. O zaman momentumun korunumu ilkesini uygulayabiliriz:

$$P_{\text{ilk}} = P_{\text{son}}.$$

ÇÖZÜM Başlangıçtaki momentum, B vagonunun durduğunu göz önüne alırsak:

$$P_{\text{ilk}} = m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A.$$

Çünkü $v_B = 0$'dır. Hareket sağa doğru $+x$ yönündedir. Çarpışmadan sonra iki vagon birbirine yapışmıştır ve aynı hıza sahip olarak hareket etmektedirler. Bu durumda, çarpışmadan sonraki toplam momentum:

$$P_{\text{son}} = (m_A + m_B)v'.$$

Hiçbir dış kuvvetin olmadığı, bu nedenle momentumun korunduğu düşünülürse:

$$P_{\text{ilk}} = P_{\text{son}}$$
$$m_A v_A = (m_A + m_B)v'.$$

Bunları v' için çözersek, bu hız değerini, sağa doğru

$$v' = \frac{m_A}{m_A + m_B} v_A = \left(\frac{10{,}000\ \text{kg}}{10{,}000\ \text{kg} + 10{,}000\ \text{kg}}\right)(24.0\ \text{m/s}) = 12.0\ \text{m/s}$$

buluruz. Vagonların çarpışmadan sonraki ortak hızı A vagonunukininn yarısıdır, çünkü vagonların kütleleri eşittir ve toplam kütle 2 katına çıkmıştır.

NOT$_1$ Bundan sonraki benzer durumlarda da kullanabilmek için son denkleme kadar simgeleri koruduk.

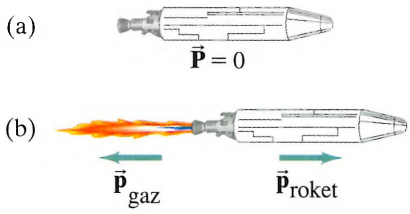
NOT$_2$ Burada sürtünme göz önüne alınmadı. Neden? Çünkü çarpışmadan hemen önceki ve hemen sonraki hızları düşünüyoruz ve bu kısa süre boyunca sürtünme fazla bir şey yapamaz, yani ihmal edilebilir. (Ancak bu çok sürmez, vagonlar bir süre sonra sürtünme nedeniyle yavaşlayacaklardır.)

ALIŞTIRMA C 50 kg'lık bir çocuk, bir rıhtımın kıyısına kadar koşarak, orada bekleyen bir bota yatay olarak atlamaktadır. Botun kütlesi 150 kg'dır. Bot kıyıdan hangi hızla uzaklaşır?

ALIŞTIRMA D Örnek 9-3'te şu durumlarda hangi sonuçlar elde edilirdi? (*a*) $m_B = 3m_A$, (*b*) m_B kütlesi çok büyük $m_A (m_B \gg m_A)$, (c) $m_B \ll m_A$.

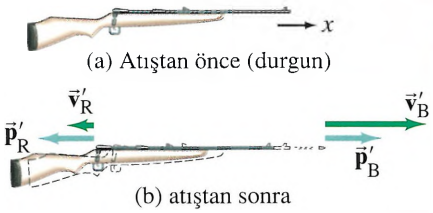
Momentumun korunumu yasası, çarpışan cisimler ve bazı tip patlamalar gibi basit sistemlerle ilgileniyorsak, özellikle yararlıdır. Örneğin, Bölüm 4'te gördüğümüz *roket hareketi,* etki ve tepki temelinde anlaşılabileceği gibi, momentumun korunumu yasası çerçevesinde de açıklanabilir. (Roket + yakıt) sistemi, uzayda (dış kuvvetlerin olmadığı) uzak bir noktada isek, ayrık (izole) bir sistem olarak alınabilir. Roketin gözlem çerçevesinde, henüz hiçbir yakıtın püskürtülmediği durumda, (roket + yakıt)ın toplam momentumu sıfırdır. Yakıt yanmaya başladığında, toplam momentum değişmez: fırlatılan gazların geriye doğru momentumu roketin ileriye doğru elde ettiği momentumla dengelenir ve (roket + yakıt)'ın toplam momentumu sıfırdır (bkz. Şek.9-6). Roket boş uzayda bu şekilde ivmelenir. Fırlatılan gazların (bazen hatalı şekilde varsayıldığı gibi) yeryüzüne veya havaya karşı itmesine gerek yoktur. Momentumun korunduğu (hemen hemen) ayrık sistemlerin diğer örnekleri arasında bir mermi ateşlendiğinde silahın geri tepmesi ve bir bottan dışarı bir paket atıldığında botun hareketlenmesi gösterilebilir.

ŞEKİL 9–6 (a) Yakıtı yüklü bir roket, kendi gözlem çerçevesinde durgun halde. (b) Aynı gözlem çerçevesinde roket ateşlenir ve gazlar arkadan yüksek hızlarda fırlatılırlar. Toplam vektörel momentum $\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{p}}_{\text{gaz}} + \vec{\mathbf{p}}_{\text{roket}}$, yine sıfırdır.



FİZİK UYGULAMASI
Roket hareketi

DİKKAT
Bir roket, Dünya veya diğer sistemleri iterek değil kendi saldığı gazları iterek ilerler.



ŞEKİL 9–7 Örnek 9–4.

ÖRNEK 9–4 **Tüfekte geri tepme.** 620 m/s'lik bir hıza sahip 0.020 kg'lık bir merminin, kütlesi 5.0 kg olan bir tüfekte yarattığı geri tepme hızını hesaplayınız (Şek. 9-4).

YAKLAŞIM Sistemimiz başlangıçta, yani tetik çekilmezden önce, her ikisi de durgun halde olan tüfek ve mermidir. Tetik çekilince bir patlama olur ve mermi tüfeği terk eder. Bu sırada tüfek ve mermiyi izleyelim. Mermi sağa (+ x) hareket ederken, tüfek de sola doğru geri teper. Çok kısa süreli patlama sırasında, dış kuvvetlerin, patlayan barutun uyguladığı kuvvete göre küçük olduğunu var sayabiliriz. Bu nedenle, en azından yaklaşık olarak, momentumun korunumu ilkesini uygulayabiliriz.

ÇÖZÜM Alt indis M mermiyi, T tüfeği temsil etsin; son hızlar da üslü (′) yazılsın. O zaman, x yönündeki momentum korunumu şunu verir:

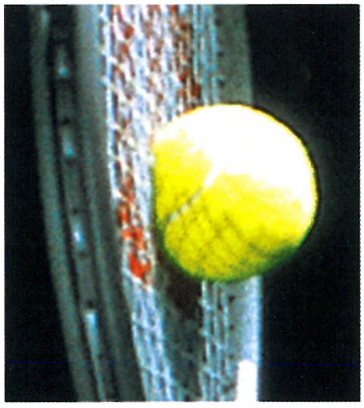
(çarpışmadan) önceki momentum = sonraki momentum

$$m_M v_M + m_T v_T = m_M v'_M + m_T v_T$$
$$0 + 0 = m_M v'_M + m_T v'_T$$

veya

$$v'_T = -\frac{m_M v'_M}{m_T} = -\frac{(0.020\,\text{kg})(620\,\text{m/s})}{(5.0\,\text{kg})} = -2.5\,\text{m/s}.$$

Tüfek kütle olarak mermiden çok daha büyük olduğundan, geri tepme hızı mermiden çok daha küçük olur. Eksi işareti tüfeğin hızının (ve momentumunun) $-x$ yönünde, mermiye ters olduğunu gösterir.



ŞEKİL 9–8 Tenis raketi bir topa çarptığında, top da raket iplikleri de uygulanan büyük kuvvetler yüzünden deforme olurlar.

KAVRAMSAL ÖRNEK 9–5 **Bir kızağa veya bir kızaktan atlamak.** (*a*) Bir boş kızak sürtünmesiz bir kar yüzeyinde kaymakta iken Suzan bir ağaçtan düşey olarak kızağın üstüne inmektedir. Kızağa ulaştığında kızak hızlanır mı, yavaşlar mı, hızı aynı mı kalır? (*b*) Daha sonrasında kızaktan yan tarafa düşer. Suzan kızağı terk ettiğinde kızak hızlanır mı, yavaşlar mı, hızı aynı mı kalır?

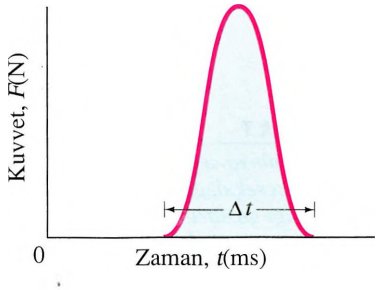
YANIT (*a*) Kızak üzerine düşey yönde indiğinden Suzan'ın başlangıçta yatay momentumu sıfırdır. Kızağın inme sonrasındaki toplam yatay momentumu başlangıçtakine eşittir. Sistemin (kızak + kişi) toplam kütlesi arttığından, hız düşecektir. (*b*) Suzan kızaktan düştüğü anda kızakla birlikteyken sahip olduğu hızla ilerlemeyi sürdürecektir. Kızağı terk ettiği anda, biraz önce sahip olduğu momentuma sahip olmaya devam edecektir. Momentum korunduğu için, kızak ta aynı hızla yoluna devam eder.

ALIŞTIRMA E Bu Bölüm'ün kapak sayfasındaki Bölüm-Açılış Soruları'na dönün ve onları şimdi tekrar yanıtlayın. İlk yanıtlarınızın neden farklı olmuş olabileceğini açıklamağa çalışın.

9–3 Çarpışmalar ve İtme (İmpuls)

Momentumun korunumu ilkesi, bir tenis raketinin veya beyzbol sopasının topa çarpması, iki bilardo topunun çarpışması, bir çekicin çiviye vurması gibi günlük yaşamda karşılaştığımız çarpışma süreçleri için çok yararlı bir araçtır. Atom-altı büyüklükler düzeyinde, bilimciler, çekirdeğin yapısını ve içeriğini ve burada etkili olan kuvvetlerin doğasını, atom çekirdekleri ve/veya temel parçacıklar arasındaki çarpışmaları dikkatle çözümleyerek öğrenmektedirler.

İki olağan cismin çarpışması sırasında, bu sırada söz konusu olan kuvvetlerin büyüklüğü nedeniyle her iki cisim de, bazen önemli ölçülerde deforme olurlar (Şek 9-8). Çarpışma başladığında her bir cismin diğeri üzerine uyguladığı kuvvet değme anındaki sıfır değerinden çok kısa bir sürede çok yüksek bir değere ulaşır ve yine çok kısa bir sürede sıfıra düşer. Çarpışma sırasında bir cismin diğerine zamanın fonksiyonu olarak uyguladığı kuvvet Şek. 9-9'daki eğri gibidir Δt zaman aralığı genelde çok belirgin ve çok kısadır.



ŞEKİL 9–9 Tipik bir çarpışma sırasında zamanın fonksiyonu olarak kuvvet: F çok büyük değerlere ulaşabilir; Δt ise makroskopik çarpışmalarda milisaniye mertebesindedir.

Newton'un 2. yasası, Dnk. 9-2, bize bir cisim üzerine olan *net* kuvveti, o cismin momentumundaki değişim hızı olarak vermektedir:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

(Burada çarpışma sırasında etki eden net kuvvet için, $\vec{F}$ yerine $\Sigma\vec{F}$ yazdık.) Bu denklem çarpışmaya giren cisimlerin *her biri* için ayrı ayrı geçerlidir. Sonsuz küçük

zaman aralığı dt sırasında momentumun değişimi

$$d\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{F}}\,dt$$

ile gösterilebilir. Bunu çarpışma süresince integre edersek, çarpışmadan önceki (ilk) ve sonrası (son) momentumlar, $\vec{\mathbf{p}}_i$ ve $\vec{\mathbf{p}}_S$ çarpışma öncesi ve sonrası anlar t_i ve t_s ise,

$$\int_i^S d\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_S - \vec{\mathbf{p}}_i = \int_{t_i}^{t_s} \vec{\mathbf{F}}\,dt$$

yazabiliriz. Net kuvvetin, etkili olduğu zaman aralığı boyunca olan integraline itme (impuls) $\vec{\mathbf{J}}$ ismi verilir:

$$\vec{\mathbf{J}} = \int_{t_i}^{t_s} \vec{\mathbf{F}}\,dt.$$

Böylece, bir cismin momentumundaki değişim $\Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_s - \vec{\mathbf{p}}_i$, onun üzerine etki eden itmeye eşit olur

$$\Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_s - \vec{\mathbf{p}}_i = \int_{t_i}^{t_s} \vec{\mathbf{F}}\,dt = \vec{\mathbf{J}}. \qquad \textbf{(9–6)}$$

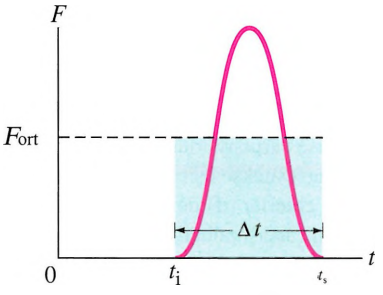
İtmenin birimi SI'de momentumla aynıdır : kg·m/s (veya N·s). İmpuls kuvvetin zamana göre integrali, $\vec{\mathbf{J}} = \int \vec{\mathbf{F}}\,dt$, olduğundan, bir kuvvetin $\vec{\mathbf{J}}$ impulsu, Şek. 9-9'da gölgelendirme ile işaret edildiği gibi, F'ye karşı t grafiğinin altında kalan alandır.

Dnk.9-6 sadece cismin üstündeki net kuvvet ise doğrudur. Bu ifade, $\vec{\mathbf{F}}$'nin t_i ve t_s anlarına karşılık geldiği herhangi bir $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti için geçerlidir. Fakat impuls kavramının en yaralı olduğu durumlar, itme kuvvetlerinin, Şek. 9-9'da gösterilen türden, çok kısa bir zaman aralığında çok yüksek bir değer aldığı ve bu aralık dışında hemen hemen sıfır olduğu durumlardır. Çoğu çarpışma olayında itme kuvveti, etkilemekte olan diğer bütün kuvvetlerden çok daha büyüktür ve diğer kuvvetler ihmal edilebilir. Bu tür bir impuls kuvveti için Dnk. 9-9'un etki ettiği aralığın uzunluğu da, t_i 'den önce başlamak ve t_s 'den sonra sona ermek koşulu ile, pek önemli değildir, çünkü F bu aralığın dışında hemen hemen sıfırdır. (Doğal olarak, bu aralığın çok uzun tutulması, diğer etkilerin büyümesine ve önemli hale gelmesine yol açabilir. Örneğin, raket tarafından impuls kuvvetiyle tenis topunun uçuşunda, bir süre sonra yer çekimi etkisinde düşme hareketi başlar.

Bazen, bir çarpışmada, gerçek kuvvetle aynı zaman süresince, $\Delta t = t_s - t_i$, etki ettiğinde aynı itmeyi ve momentum değişikliği doğuracak sabit bir ortamda $\vec{\mathbf{F}}_{ort}$ kuvvetinden bahsetmek yararlı olabilir; öyle ki

$$\vec{\mathbf{F}}_{ort}\,\Delta t = \int_{t_i}^{t_s} \vec{\mathbf{F}}\,dt.$$

Şek. 9-10, Şek. 9-9'daki itme kuvveti için, ortalama kuvvet $\vec{\mathbf{F}}_{ort}$'ın büyüklüğünü göstermektedir $\vec{\mathbf{F}}_{ort}\,\Delta t$ ile tanımlanan dikdörtgenin alanı itme kuvveti eğrisi altındaki alana eşittir.



ŞEKİL 9–10 Ortalama kuvvet F_{ort} çok küçük bir Δt aralığında etki ederek $(F_{ort}\,\Delta t)$ gerçek kuvvetle aynı itme etkisini yaratır.

ÖRNEK 9–6 TAHMİN EDİN **Karate Vuruşu.** Şek. 9-11'deki gibi birkaç cm kalınlığındaki tahta parçalarını kırabilen bir karate vuruşunda uygulanan ortama kuvveti ve itmeyi hesaplayınız. Elin yaklaşık 10 m/s'lik bir hızla tahtaya çarptığını varsayınız.

YAKLAŞIM Dnk 9-6'da verilen momentum-itme eşitliğini kullanacağız. Yaklaşık 1 cm'lik bir mesafe içinde, elin hızı 10 m/s'den 0 m/s'ye iner (Eliniz duruncaya ve tahta kırılmaya başlayıncaya kadar yaklaşık el ve tahtanın sıkıştığı miktar). Elin kütlesi kolu da içerebilir ve yaklaşık $m \sim 1$ kg alınabilir.

ÇÖZÜM J impulsu, momentumdaki değişime eşittir:

$$J = \Delta p = (1\,\text{kg})(10\,\text{m/s} - 0) = 10\,\text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

Kuvveti impulsun tanımından elde edeceğiz: $F_{ort} = J/\Delta t$; fakat Δt'nin değeri nedir? El yaklaşık $\Delta x \approx 1$ cm. içinde durmaktadır. Vurma sırasındaki ortalama hız $< v > = (10$ m/s $- 0)$ / 2 = 5 m/s olup $\Delta x/\Delta t$ 'ye eşittir. Böylece $\Delta t = \Delta x/\bar{v} \approx (10^{-2}\,\text{m})/(5\,\text{m/s}) = 2 \times 10^{-3}$ s yani yaklaşık 2ms'dir. Bu nedenle kuvvet, (Dnk 9-6) yardımıyla yaklaşık şöyle bulunur:

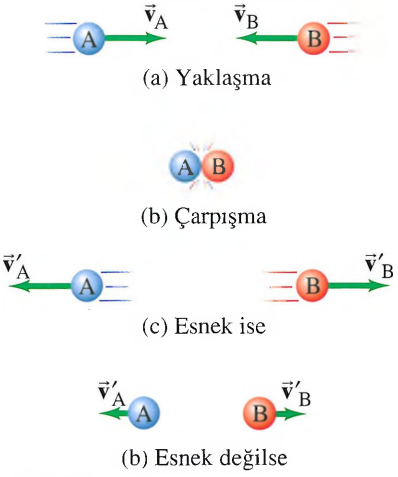
$$F_{ort} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{10\,\text{kg}\cdot\text{m/s}}{2 \times 10^{-3}\,\text{s}} \approx 5000\,\text{N} = 5\,\text{kN}.$$

ŞEKİL 9–11 Örnek 9–6.



9–4 Çarpışmalarda Enerji ve Momentumun Korunumu

Çoğu çarpışmalar sırasında çarpma kuvvetinin zamanla değişimini bilmeyiz, öyle ki Newton'un 2. yasasını kullanarak bir çözümleme yapmak çok zor veya olanaksızdır. Ancak enerji ve momentumun korunumu yasalarını ve çarpışma öncesi bilgileri kullanarak çarpışma sonrasına ait bir dizi parametreyi hesaplayabiliriz. Kısım 9-2'de gördük ki, bilardo topları gibi iki cismin çarpışmasında toplam momentum korunmaktadır. İki cisim çok sert ise ve çarpışmada herhangi bir ısı veya başka bir enerji şekli oluşmuyorsa iki cismin kinetik enerjileri çarpışma öncesi ve sonrasında aynıdır. İki cismin temasta olduğu kısa süre zarfında, enerjinin bir bölümü veya tamamı esneklik potansiyel enerjisi olarak saklanır. Fakat çarpışmadan hemen önceki kinetik enerji ile hemen sonrakini karşılaştırsak ve bunların eşit olduğu görülürse, o çarpışmalara **esnek çarpışma** adını veririz. İki cismi temsil etmek üzere A ve B alt indislerini kullanırsak toplam kinetik enerjinin korunması denklemini şu şekilde yazabiliriz:



ŞEKİL 9–12 Eşit kütleli iki cisim (a)'da birbirine eşit hızlarla yaklaşıyor, (b)'de ise çarpışıyorlar. (c)'de çarpışma esnekse eşit hızlarla ters yönlere giderler (d)'de ise esnek olmayan çarpışma halinde çok daha az bir geri sıçrama veya hiç sıçramama söz konusudur.

Çarpışma öncesi toplam kinetik enerji = Çarpışma sonrası toplam kinetik enerji

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_A'^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B'^2. \quad \left[\begin{matrix}\text{Esnek}\\ \text{Çarpışma}\end{matrix}\right] \qquad (9\text{–}7)$$

Momentumun korunumuna ait Dnk 9-3'tekine benzer şekilde, üslü (′) terimler çarpışmadan sonraki, üssüz terimler ise çarpışmadan önceki büyüklükleri göstermektedir.

Atomik düzeyde, atomların ve moleküllerin çarpışmaları çoğunlukla esnektirler. Sıradan cisimlerin "makroskopik" dünyasında ise, esnek çarpışma, hiçbir zaman tam olarak ulaşılamayan ideal bir durumdur, çünkü, çarpışmalar sırasında, mutlaka bir miktar ısı enerjisi (ve belki de ses veya başka bir formda enerji) kaybı söz konusudur. Bilardo topları gibi sert ve esnek topların çarpışmaları mükemmel şekilde olmaya çok yakındırlar ve ekseriya öyle kabul edilirler.

Şunu unutmamalıyız ki, kinetik enerjinin korunmadığı zamanlarda bile *toplam* enerji her zaman korunur.

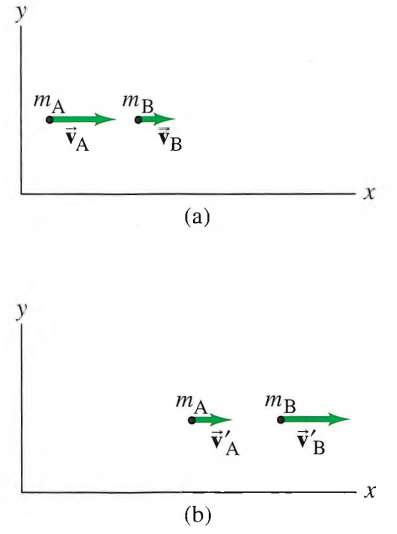
Kinetik enerjinin korunmadığı çarpışmalara **esnek olmayan çarpışmalar** denir. Kaybolan kinetik enerji, çoğunlukla ısıl enerji olmak üzere, başka bir enerji şekline dönüşür, öyle ki toplam enerji her zaman korunmuş olur. Bu durumda

$$K_A + K_B = K'_A + K'_B + \text{ısısal veya başka türde enerjiler}$$

yazılabilir. Şek. 9-12 ve açıklamasını inceleyiniz. Esnek olmayan çarpışmalar Kısım 9-6'da ele alınacaktır.

9–5 Bir Boyutta Esnek Çarpışmalar

Şimdi momentumun ve kinetik enerjinin korunumu yasalarını bir doğru üzerinde kafa kafaya çarpışan 2 küçük cismin çarpışmasına uygulayalım. Bu iki cismin, Şek. 9-13a'daki gibi, çarpışmadan önce v_A ve v_B hızları ile x-ekseni boyunca hareket ettiğini varsayalım. Çarpışmadan sonra, kütlelerin hızları, Şek. 9-13b'deki gibi, v'_A ve v'_B olsun. $v > 0$ koşulunu sağlayan durumlarda cisim sağa doğru (x'in artan değerleri yönünde), $v < 0$ olan durumlarda da cisim sola doğru (azalan x değerleri yönünde) hareket ediyor olacaktır.



ŞEKİL 9–13 Kütleleri m_A m_B olan 2 küçük cisim (a) çarpışmadan önce, (b) çarpışmadan sonra.

Momentumun korunumundan şunu yazabiliriz:

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B.$$

Çarpışmanın esnek olduğu varsayıldığından, kinetik enerji de korunmaktadır:

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_A'^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B'^2.$$

Kütleleri ve çarpışma öncesi hızları bilirsek, bu 2 denklemi çarpışmadan sonraki hızlar v'_A ve v'_B için çözebiliriz. Momentum denklemini yeniden yazarak şöyle yardımcı bir sonuç elde edebiliriz:

$$m_A(v_A - v'_A) = m_B(v'_B - v_B). \qquad \text{(i)}$$

Kinetik enerji denklemini de şu şekilde yeniden yazarsak,

$$m_A(v_A^2 - v_A'^2) = m_B(v_B'^2 - v_B^2).$$

Cebirsel olarak $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ yazılabildiğine göre, son denklemi

$$m_A(v_A - v'_A)(v_A + v'_A) = m_B(v'_B - v_B)(v'_B + v_B) \qquad \textbf{(ii)}$$

şeklinde açalım. Dnk (ii)'yi Dnk (i)'e bölelim ($v_A \neq v'_A$ ve $v_B \neq v'_B$ varsayıyoruz).†

$$v_A + v'_A = v'_B + v_B$$

elde ederiz. Bunu tekrar $v_A - v_B = v'_B - v'_A$. şeklinde veya şöyle yazalım:

$$v_A - v_B = -(v'_A - v'_B). \quad \text{[(1-B'ta) kafa-kafaya esnek çarpışma]} \quad \textbf{(9–8)}$$

Bağıl hızlar(Sadece 1-B)

Bu ilginç sonuç bize şunu söylemektedir: Kütleleri ne olursa olsun, iki cismin kafa kafaya esnek çarpışmasında, iki cismin çarpışmadan sonraki bağıl hızları, çarpışmadan önceki ile aynı, fakat ters yöndedir.

Dnk 9-8, esnek çarpışmalarda, kinetik enerjinin korunmasından elde edilmiştir ve gereğinde onun yerine kullanılabilir. Hızların karelerini içermediğinden, hesaplamalarda, doğrudan kinetik enerjinin korunması denklemi (Dnk 9-7)'den daha kullanışlıdır.

ÖRNEK 9–7 **Eşit kütleler.** Kütlesi m olan bilardo topu A, v hızı ile hareket ederken eşit kütleli B topu ile kafa kafaya çarpışmaktadır. Çarpışmanın esnek olduğunu varsayarsak, iki topun çarpışmadan sonraki hızları ne olur? Önce (*a*) başlangıçta her iki topun da v_A ve v_B hızları ile hareket etmekte olduklarını varsayın. Sonra (*b*) B topunun başlangıçta durmakta olduğunu ($v_B = 0$) varsayın.

YAKLAŞIM v'_A ve v'_B olmak üzere 2 bilinmeyenimiz var. O zaman en az 2 denkleme gereksinimimiz bulunmaktadır. Çarpışmanın hemen öncesinden hemen sonrasına kadar olan zaman aralığını göz önüne alalım. İki toptan oluşan sistemimiz üzerinde etki eden hiçbir net dış kuvvet yoktur (*mg* ağırlıkları ve normal kuvvetler birbirini götürmektedirler), dolayısıyla momentum korunur. Çarpışmanın esnek olduğu söylendiğine göre, kinetik enerji de korunmaktadır.

ÇÖZÜM (*a*) Kütleler eşit ($m_A = m_B = m$) olduğunda momentumun korunumu şu denklemi verir:

$$v_A + v_B = v'_A + v'_B.$$

İkinci bir denkleme gereksinimimiz var, çünkü 2 bilinmeyen var. Bunun için kinetik enerjinin korunumu eşitliğini veya ondan çıkarılan ve daha basit olan Dnk 9-8'i kullanabiliriz:

$$v_A - v_B = v'_B - v'_A.$$

Bu iki denklemi toplarsak

$$v'_B = v_A$$

elde edilir. Bu iki denklemin farkından ise

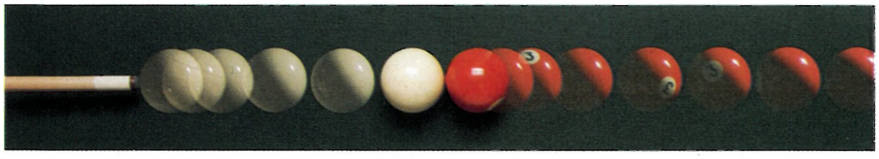
$$v'_A = v_B$$

yazabiliriz. Yani, toplar, çarpışma sonunda hızlarını birbirleri ile değiştirmişlerdir: A topu B topunun çarpışma öncesi hızına, B topu da A topunun çarpışma öncesi hızına sahip olmaktadır.

(*b*) B topu başlangıçta durgun halde, yani $v_B = 0$ iken,

$$v'_B = v_A \quad \text{and} \quad v'_A = 0.$$

Yani, A topu çarpışma ile durgun hale geçmekte, B topu ise A topunun başlangıçtaki hızını kazanmaktadır. Bu sonuç, bilardo oyuncularınca sık sık gözlenebilmektedir ve sadece her iki topun da aynı kütleye sahip olduğu (ve toplara dönü –spin– verilmediği) durumlarda ortaya çıkmaktadır. Şek. 9-14'e bakınız.



ŞEKİL 9–14 Eşit kütleli 2 top arasındaki bu kafa kafaya çarpışmanın peşpeşe flaşlı çekiminde beyaz istaka topu istakanın vuruşu ile durgun halden ivmelenmeye başlar ve durgun haldeki kırmızı topa çarpar. Beyaz top o noktada hareketsiz kalırken (eşit kütleli) kırmızı top, beyaz topun çarpışma öncesi hızıyla uzaklaşır. Bknz. Örnek 9-7

†Dikkat ederseniz, momentumun ve kinetik enerjinin korunumu denklemleri olan (i) ve (ii) için, $v'_1 = v_2$ ve $v'_2 = v_2$ çözümleri de mümkündür. Bu çözüm geçerli ise de hiçbir ilginç yanı yoktur ve bir çarpışmanın olmadığı ve cisimlerin birbirlerini ıskaladıkları duruma karşılık gelmektedir.

ÖRNEK 9–8 **Eşit olmayan kütleler, durağan hedef.** Pratikte çok yaygın olarak karşılaşılan bir durumda, hareketli bir cisim (m_A), hedef durumundaki ikinci bir cisme (m_B) durgun halde iken ($v_B = 0$) çarpmaktadır. Cisimlerin eşit olmayan kütleleri olduğunu, çarpışmanın esnek olduğunu ve bir doğru üzerinde (kafa kafaya) gerçekleştiğini varsayınız. Bu durumda (*a*) v'_B ve v'_A için, m_A kütlesinin ilk hızı v_A, m_A ve m_B cinsinden denklemleri elde ediniz. (*b*) Hareketli cisim çok daha yüksek kütleye ($m_A >> m_B$) sahipse, son hızları hesaplayınız. (*c*) Hareketli cisim diğerinden çok daha az bir kütleye ($m_A << m_B$) sahipse, son hızları hesaplayınız.

YAKLAŞIM Momentum denklemi ($v_B = 0$ koşuluyla) şöyle yazılabilir:

$$m_B v'_B = m_A(v_A - v'_A).$$

Kinetik enerji de korunduğu için, Dnk 9-8'i

$$v'_A = v'_B - v_A$$

şeklinde yazarız.

ÇÖZÜM *a*) Yukardaki v'_A denklemini momentum denkleminin içine yerleştirelim ve yeniden düzenleyerek

$$v'_B = v_A\left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right)$$

elde edelim. v'_B için elde ettiğimiz bu değeri $v'_A = v'_B - v_A$ denklemine koyarak

$$v'_A = v_A\left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right)$$

elde edelim. Bu türettiğimiz denklemleri denetlemek için, $m_A = m_B$ koyalım ve

$$v'_B = v_A \quad \text{ve} \quad v'_A = 0$$

olduğunu görelim. Bu, Örnek 9-7'de ele aldığımızla aynı durumdur ve aynı sonucu elde ettik: Biri duran eşit iki kütle için başlangıçta hareket etmekte olanın hızı tümüyle başlangıçta duran cisme aktarılmaktadır.

(*b*) $v_B = 0$ ve $m_A >> m_B$ olarak verilmiştir. Çok ağır ve hareketli bir cisim, durmakta olan hafif bir cisme çarpmaktadır ve yukarda verilen v'_A ve v'_B ilişkilerini kullanarak

$$v'_B \approx 2\, v_A$$
$$v'_A \approx v_A$$

elde ederiz. Yani, çarpışmaya gelen çok ağır cismin hızı hemen hemen hiç değişmemişken, hafif cisim ağır cismin hızının 2 katıyla uzaklaşmaktadır. Örneğin, bovling oyununda, çok ağır olan 'bovling topu', çok daha hafif olah çarpma lobutlarına çarptığında hemen hemen hiç etkilenmez.

(*c*) Bu durumda $v_B = 0$ ve $m_A << m_B$ olarak verilmiştir. Hareketli ve çok hafif bir cisim durgun haldeki çok ağır bir cisme çarpmaktadır. Bölüm (*a*) denklemlerini kullanarak

$$v'_B \approx 0$$
$$v'_A \approx -\, v_A$$

elde edilir. Ağır cisim yerinden oynamazken, çok hafif olan hareketli cisim hemen hemen aynı hızla fakat ters yönde geri gider. Örneğin, bir tenis topu, durmakta olan gülleye kafa kafaya gelecek şekilde çarptığında, gülleyi hemen hemen hiç etkilemezken, kendisi sabit ve sert bir duvara çarpmış gibi aynı hızla geri tepecektir.

Kolayca gösterilebileceği gibi (bknz. Problem 40) herhangi bir esnek kafa kafaya çarpışmada, çarpışma sonrası hızlar

$$v'_B = v_A\left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right) + v_B\left(\frac{m_B - m_A}{m_A + m_B}\right)$$

ve

$$v'_A = v_A\left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) + v_B\left(\frac{2m_B}{m_A + m_B}\right)$$

genel ifadeleriyle verilir. Ancak, bu genel denklemleri ezberlemeye gerek yoktur, çünkü korunum yasalarından kolayca elde edilebilirler. Bir çok problem için, yukarıdaki özel durumlarda ve bir sonraki örnekte gösterildiği gibi, en basit ve kolayı sıfırdan başlamaktır.

ÖRNEK 9–9 **Çekirdekler arası bir çarpışma.** Kütlesi 1.01 u (u: birleştirilmiş atomik kütle birimi) ve hızı 3.60×10^4 m/s olan bir proton (p), kütlesi $m_{He} = 4.00$ u olan bir helyum (He) çekirdeği ile kafa kafaya bir esnek çarpışma yapmaktadır. Proton ve He çekirdeğinin çarpışma sonrasındaki hızlarını hesaplayınız. (Bölüm 1'de belirtildiği gibi, $1u = 1.66 \times 10^{-27}$ kg; ancak bizim buna gereksinimimiz olmayacaktır.) Çarpışmanın hemen hemen boş uzayda olduğunu varsayınız.

YAKLAŞIM Bu, esnek bir kafa kafaya çarpışmadır. Tek dış kuvvet yerçekimidir, fakat bu çarpışma sırasında ortaya çıkan kuvvetlere göre ihmal edilebilir. Öyleyse, momentumun ve kinetik enerjinin korunumu yasalarını kullanacağız ve bunları iki parçacıktan oluşan sistemimize uygulayacağız.

ÇÖZÜM Proton (p) A parçacığı, helyum çekirdeği (He) de B parçacığı olsun. $v_B = v_{He} = 0$ ve $v_A = v_p = 3.60 \times 10^4$ m/s olarak verilmektedir ve çarpışma sonrası v'_p ve v'_{He} hızlarını bulmak istiyoruz. Momentumun korunumundan,

$$m_p v_p + 0 = m_p v'_p + m_{He} v'_{He}.$$

Çarpışma esnek olduğundan, kinetik enerji de iki parçacıklı sistemimizde korunur ve aşağıdaki hale gelen Dnk. 9-8'i kullanabiliriz:

$$v_p - 0 = v'_{He} - v'_p.$$

Böylece

$$v'_p = v'_{He} - v_p.$$

Bunları yukarda verdiğimiz momentum denklemine yerleştirirsek

$$m_p v_p = m_p v'_{He} - m_p v_p + m_{He} v'_{He}.$$

Bunu v'_{He} için çözersek,

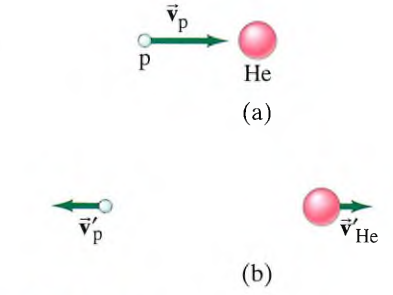
$$v'_{He} = \frac{2m_p v_p}{m_p + m_{He}} = \frac{2(1.01\text{ u})(3.60 \times 10^4\text{ m/s})}{5.01\text{ u}} = 1.45 \times 10^4\text{ m/s}.$$

Diğer bilinmeyen olan v'_p şu şekilde elde edilebilir:

$$v'_p = v'_{He} - v_p = (1.45 \times 10^4\text{ m/s}) - (3.60 \times 10^4\text{ m/s}) = -2.15 \times 10^4\text{ m/s}.$$

v'_p değerinin önündeki – işareti protonun çarpışma sonrasında yönünü değiştirdiğini göstermektedir ve hızı başlangıçtaki hızından daha azdır (Şek. 9-15'e bakınız).

NOT Bu sonucun anlamlı olduğunu görebiliriz: Hafif olan protonun daha kütleli helyum çekirdeğinden geri tepmesini bekleriz. Fakat bu sabit bir duvardan (çok yüksek veya sonsuz kütleye karşılık gelen) olacağı gibi başlangıç hızıyla değil, daha düşük bir hızla gerçekleşir.



ŞEKİL 9–15 Örnek 9-9. (a) çarpışmadan önce (b) çarpışmadan sonra.

9–6 Esnek Olmayan Çarpışmalar

Kinetik enerjinin korunmadığı çarpışmalara esnek olmayan çarpışmalar denir. Başlangıçtaki kinetik enerjinin bir kısmı ısıl veya potansiyel enerji gibi başka türden enerjilere dönüştüğünden çarpışma sonrasındaki kinetik enerji başlangıçtaki toplam kinetik enerjiden daha düşüktür. Serbest kalan (kimyasal veya nükleer) bir potansiyel enerji söz konusu olduğunda bunun tersi de söz konusu olabilir; bu durumda çarpışma sonrasındaki toplam kinetik enerji başlangıçtaki değerinden daha yüksek olabilir. Patlama olayları buna güzel bir örnek oluşturur.

Tipik makroskopik çarpışmalar bazen bir dereceye kadar veya çoğu kez büyük ölçüde esnek değildirler. İki cisim çarpışma sonucunda birbirine yapışmışsa, bu çarpışma tümüyle esnek değildir. Cam macunundan yapılmış ve çarpışma ile birbirine yapışmış iki top veya bir çarpışmada birbirine bağlı kalan iki demiryolu vagonu tümüyle esnek olmayan çarpışmalara örnektirler. Kinetik enerji bazen tümüyle, bazen de kısmen diğer enerji türlerine dönüşür. Örneğin, Örnek 9-3'te hareket halindeki bir vagon duran bir vagonla çarpışarak birbirine yapışık duruma geldiklerinde bir miktar ortak kinetik enerjiye sahip olarak hareketi sürdürürler. Tümüyle esnek olmayan bir çarpışmada, en yüksek oranda kinetik enerji, momentumun korunumuyla uyumlu bir şekilde, diğer enerji şekillerine dönüşür. Esnek olmayan çarpışmalarda kinetik enerjinin korunmamasına rağmen, toplam enerji her zaman korunur ve toplam açısal hız da koruma altındadır.

ÖRNEK 9–10 **Yine, demiryolu vagonları.** Örnek 9-3'teki iki demiryolu vagonunun tümüyle esnek olmayan çarpışmasında başlangıçtaki kinetik enerjinin ne kadarının ısıl veya diğer enerji türlerine dönüştüğünü hesaplayınız.

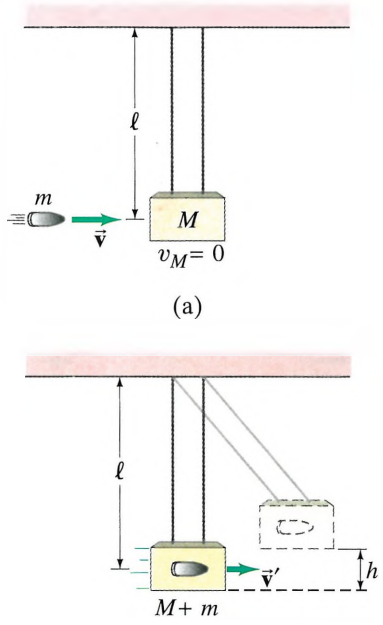
YAKLAŞIM Çarpışma sonrasında vagonlar birbirlerine yapışık hareket ettiklerinden, durum tümüyle esnek olmayan çarpışmadır. Çarpışmadan sonraki toplam kinetik enerjiyi başlangıçtaki toplam kinetik enerjiden çıkarırsak, diğer enerji şekillerine dönüşen enerji miktarını buluruz.

ÇÖZÜM Çarpışmadan önce sadece A arabası hareketlidir, yani çarpışmadan önce toplam kinetik enerji $\frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2}(10{,}000\,\text{kg})(24.0\,\text{m/s})^2 = 2.88 \times 10^6\,\text{J}$. Çarpışmadan sonra, momentumun korunumu (Örnek 9-3) nedeniyle, her iki araba 12.0 m/s'lik ortak bir hızla hareket etmektedir. Bu durumda, çarpışma sonrası toplam kinetik enerji $\frac{1}{2}(20{,}000\,\text{kg})(12.0\,\text{m/s})^2 = 1.44 \times 10^6\,\text{J}$ olur. Diğer enerji şekillerine dönüşmüş enerji miktarı

$$(2.88 \times 10^6\,\text{J}) - (1.44 \times 10^6\,\text{J}) = 1.44 \times 10^6\,\text{J},$$

olup, bu başlangıçtaki kinetik enerjinin yarısına karşılık gelir.

ÖRNEK 9–11 **Balistik sarkaç.** *Balistik sarkaç,* yatay hızlı bir cismin, mesela bir merminin hızını bulmakta kullanılan bir araçtır. Kütlesi m olan bir mermi (tahtadan veya diğer uygun malzemeden) kütlesi M olan büyükçe bir bloğa doğru ateşlenmiştir (genelde M her zaman m'den büyüktür. Çarpışma sonunda mermi ve sarkaç birlikte bir h maksimum yüksekliğine kadar yükselirler (Şek. 9-16). Merminin başlangıçtaki yatay hızı v ile maksimum yükseklik h arasındaki ilişkiyi bulunuz..



ŞEKİL 9–16 Balistik sarkaç. Örnek 9–11.

YAKLAŞIM Bu süreci iki parçaya, yani iki zaman aralığına bölerek çözümleyebiliriz. (1) Çarpışmanın hemen öncesinden hemen sonrasına kadar olan zaman aralığı ve (2) bunu takip eden, sarkacın düşey olarak asılı durduğu durumdan h maksimum yüksekliğine ulaştığı zaman aralığı.

Aralık (1)'de, Şek. 9-16a, çarpışma süresinin çok kısa olduğunu varsayarız, öyle ki mermi, sarkaç başlangıçtaki asılı durumundan çok fazla hareket edemeden sarkaç içinde durgun hale ulaşır. Böylece bundan sonra hemen hemen hiçbir dış kuvvet söz konusu edilemez ve bu tümüyle esnek olmayan çarpışmaya momentumun korunumu yasasını uygulayabiliriz. Aralık (2)'de sarkaç, bir dış kuvvet (onu geriye düşey konumuna çekmeğe çalışan yerçekimi) etkisinde hareket etmeğe başlar. Bu nedenle aralık (2)'de momentumun korunumu yasasını uygulayamayız; fakat, yerçekimi korunumlu bir kuvvet olduğu için (Bölüm 8), mekanik enerjinin korunumu ilkesini uygulayabiliriz. Çarpışmadan hemen sonraki kinetik enerji, sarkaç maksimum yükseklik h'ye ulaştığında, tümüyle kütle çekimsel potansiyel enerjiye çevrilmiş olur.

ÇÖZÜM Aralık (1)'de momentum korunur:

$$\text{Çarpışmadan önceki toplam } P = \text{Çarpışmadan sonraki toplam } P$$

$$mv = (m + M)v' \qquad \textbf{(i)}$$

Burada v', blok ve içinde gömülü merminin çarpışmadan hemen sonraki, henüz pek fazla hareket edemedikleri evredeki hızlarıdır.

Aralık (2)'de mekanik enerji korunumludur.Sarkacın düşey olarak durduğu anı $y = 0$ ve sarkaç + mermi sisteminin en yükseğe ulaştığı konumu $y = h$ olarak seçeriz. Böylece

Çarpışmadan hemen sonraki $(K + U)$ = Sarkacın en yüksekte olduğu anki $(K + U)$

veya

$$\tfrac{1}{2}(m + M)v'^2 + 0 = 0 + (m + M)gh \qquad \textbf{(ii)}$$

olur. Bunu v' için çözersek:

$$v' = \sqrt{2gh}.$$

v' için bu sonucu yukardaki (i) denkleminde yerine koyar ve v için çözersek:

$$v = \frac{m + M}{m}v' = \frac{m + M}{m}\sqrt{2gh}$$

olur ki bu ulaşmak istediğimiz sonuçtur.

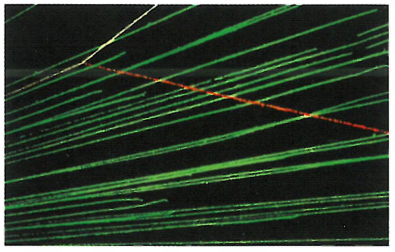
NOT Süreci iki aralığa ayırmak kritik bir adımdı. Bu tür bir çözümleme güçlü bir problem çözme aracıdır. Fakat böyle bir bölme yapmaya nasıl karar veririz? Korunum yasalarını düşününüz. Bunlar sizin *araçlarınız*dır. Herhangi bir durum için korunum yasalarının geçerli olup olmadığını kendinize sorarak işe başlayınız. Burada momentumun sadece kısa bir süre için korunduğunu gördük ve buna aralık (1) dedik. Ancak, çarpışma esnek olmadığı için, aralık (1)'de mekanik enerjinin korunumu geçerli değildir. Aralık (2)'de ise, bir dış kuvvet nedeniyle, mekanik enerjinin korunumu geçerli iken momentumun korunumu geçersizdir

Bununla birlikte, şuna dikkat etmeliyiz: merminin blok içindeki negatif ivmelenmesi (yavaşlaması) sırasında sarkacımız önemli miktarda hareket ediyor olsaydı, çarpışma sırasında bir dış kuvvet (**yerçekimi**) söz konusu olacak ve momentumun korunumu aralık (1)'de de geçerli olmayacaktı.

PROBLEM ÇÖZME

Bir problemi çözümlerken korunum yasalarının kullanınız.

9–7 İki veya Üç Boyutta Çarpışmalar



ŞEKİL 9–17 Nükleer fiziğin ilk günlerinde (1920ler) alınmış, sonra renklendirilmiş bir bulut odası fotoğrafı. Yeşil çizgiler soldan gelen helyum (He) çekirdeklerinin izleri. Bir He (sarı) ile odadaki bir H gazı protonu çarpışıyor ve her ikisi de bir açı yaparak saçılıyorlar; saçılan protonun yolu kırmızı ile gösterilmiş.

Momentumun ve enerjinin korunumu, momentumun vektörsel doğasının özellikle önemli olduğu iki ve üç boyut (2B ve 3B)'taki çarpışmalarda da uygulanabilir. Sık görülen kafa kafaya olmayan bır çarpışma, ('mermi' olarak isimlendirilen) hareketli bir cismin, ('hedef' olarak isimlendirilen) duran bir cisme çarpmasıdır. Bu bilardo veya polo gibi oyunlarda veya atom ve çekirdek fiziği deneylerinde (Şek. 9-17'deki gibi, radyoaktif bozunumlardan çıkan veya yüksek enerji hızlandırıcısı olarak isimlendirilen makinelerde oluşturulan mermiler hedef çekirdeğe çarpar) yaygın bir durumdur.

Şek. 9-18'de bir m_A gelen parçacığı, x-ekseni boyunca, başlangıçta hareketsiz bir m_B hedefine doğru hareket etmektedir. Bunlar bilardo toplarıysa, m_A, m_B'ye, tam kafa kafaya olmayan bir şekilde çarpmakta ve m_A'nın ilk hareket doğrultusu ile (x-ekseni) sırasıyla θ'_A ve θ'_B açıları yapacak şekilde saçılmaktadırlar.†

Şekil 9-18'deki gibi bir çarpışmaya momentumun korunumu yasasını uygulayalım. İlk ve son momentumların bulunduğu düzlem xy düzlemi olsun. Momentum bir vektör olduğundan ve momentum korunduğundan, onun x ve y yönündeki bileşenleri de ayrı ayrı korunur. Momentum korunumunun x bileşeni şunu verir:

$$p_{Ax} + p_{Bx} = p'_{Ax} + p'_{Bx}$$

veya $p_{Bx} = m_B v_{Bx} = 0$ olduğundan, üsler (′) çarpışma sonrası büyüklükler olmak üzere

$$m_A v_A = m_A v'_A \cos\theta'_A + m_B v'_B \cos\theta'_B \qquad \textbf{(9–9a)}$$

px korunuyor

Başlangıçta y yönünde herhangi bir hareket olmadığı için, toplam momentumun y bileşeni çarpışmadan önce sıfırdır. Momentumun korunumu denkleminin y bileşeni

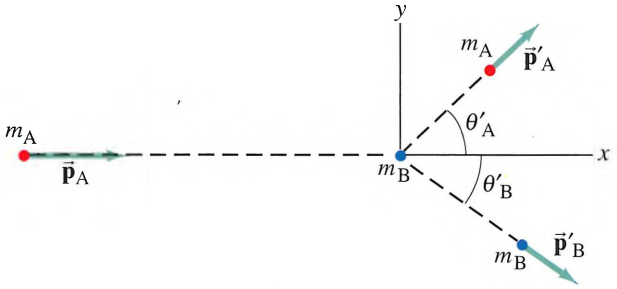
$$p_{Ay} + p_{By} = p'_{Ay} + p'_{By}$$

veya

$$0 = m_A v'_A \sin\theta'_A + m_B v'_B \sin\theta'_B. \qquad \textbf{(9–9b)}$$

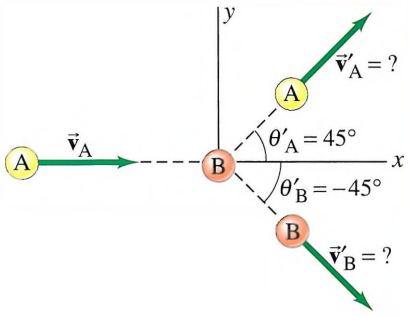
py korunuyor

İki bağımsız denkleme sahip olduğumuzda en fazla 2 bilinmeyeni çözebiliriz.



ŞEKİL 9–18 Mermi durumundaki A cismi hedef durumundaki B cismi ile çarpışmaktadır. Çarpışmadan sonra, cisimler $\vec{p}'_A$ ve $\vec{p}'_B$ momentumları ile s θ'_A ve θ'_B. açıları yaparak uzaklaşırlar. Burada cisimler atom ve çekirdek fiziğindeki gibi, parçacıklar olarak gösterilmiştir. Fakat makroskopik bilardo topları da olabilirlerdi.

†Cisimler arasında, elektrik, manyetik veya çekirdek kuvvetleri etki ediyorsa, parçacıklar birbirlerine dokunmadan önce sapmaya başlayabilirler. Örneğin, birbirlerini itecek şekilde yönlendirilmiş iki mıknatısı düşünürseniz, birisi diğerine doğru hareket ettiğinde, ikincisi birinciden, birbirlerine dokunmadan önce uzaklaşacaktır.



ŞEKİL 9–19 Örnek 9–12.

ÖRNEK 9–12 **2-B'de (iki boyutta) bilardo toplarının çarpışması.** Bilardo topu A $v_A = 3.0$ m/s hızı ile $+x$ yönünde hareket ederken (Şek. 9-19) eşit kütleli ve başlangıçta durmakta olan B topu ile çarpışıyor. A topu x ekseninin yukarısına ve B topu x ekseninin aşağısına doğru olmak üzere toplar x ekseninden 45^0'lik açılar yaparak uzaklaşıyorlar. Yani Şek. 9-19'da gösterildiği gibi, $\theta'_A = 45°$ ve $\theta'_B = -45°$ Bu iki topun çarpışmadan sonraki hızları nedir?

YAKLAŞIM Masanın yere paralel olduğunu (normal kuvvetin kütle çekimini dengelediğini) varsayarsak, iki toplu sistemimizin üzerinde hiçbir dış kuvvet yoktur. Bu durumda momentumun korunmasını uygulayabiliriz ve bunu Şek. 9-19'da gösterilen xy düzlemi içinde, x ve y bileşkeleri için ayrı ayrı yazabiliriz. İki denklemimiz ve v'_A ve v'_B gibi iki bilinmeyenimiz var. Simetri nedeniyle, iki topun aynı hıza sahip olduklarını tahmin edebiliriz. Fakat, şimdilik bu varsayımı yapmayalım. Çarpışmanın esnek olup olmadığının söylenmemesine rağmen, momentumun korunumu yasasını kullanabiliriz.

ÇÖZÜM Dnk. 9-9a ve b'deki gibi, momentumun korunumunu x ve y bileşenleri için yazabilir ve v'_A ve v'_B için çözebiliriz. $m_A = m_B$ $(=m)$ verildiğine göre,

$$(x \text{ için}) \qquad mv_A = mv'_A \cos(45°) + mv'_B \cos(-45°)$$

ve

$$(y \text{ için}) \qquad 0 = mv'_A \sin(45°) + mv'_B \sin(-45°).$$

Her iki denklemdeki m'ler (kütleler eşit olduğundan) birbirlerini götürürler. İkinci denklemden $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ olduğunu hatırlarsak):

$$v'_B = -v'_A \frac{\sin(45°)}{\sin(-45°)} = -v'_A \left(\frac{\sin 45°}{-\sin 45°}\right) = v'_A.$$

Bu durumda, ilk tahminimize uygun olarak, toplar gerçekten eşit hızlara sahiptirler. x bileşeni için olan denklemden de $\cos(-\theta) = \cos\theta$ olduğunu hatırlarsak]:

$$v_A = v'_A \cos(45°) + v'_B \cos(45°) = 2v'_A \cos(45°),$$

bu durumda

$$v'_A = v'_B = \frac{v_A}{2\cos(45°)} = \frac{3.0 \text{ m/s}}{2(0.707)} = 2.1 \text{ m/s}.$$

Bir çarpışmanın esnek olduğu biliniyorsa, kinetik enerjinin korunumunu yazarak, Dnk. 9-9a ve b'ye ek olarak, üçüncü bir denklem elde ederiz:

$$K_A + K_B = K'_A + K'_B$$

veya, Şek. 9-18 veya 9-19'da temsil edilen çarpışma için

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_A'^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B'^2. \qquad \text{[esnek çarpışma]} \quad \textbf{(9–9c)}$$

Çarpışma esnek ise üç bağımsız denkleme sahip oluruz ve bunları üç bilinmeyen için çözebiliriz. Bize m_A, m_B, v_A (ve, sıfırdan farklı ise, v_B) verildiğinde, örneğin, çarpışmadan sonraki değişkenler v'_A, v'_B, θ'_A, ve θ'_B,'yi çözemeyiz, çünkü bunların sayısı 4'tür. Fakat bu değişkenlerden biri, örneğin θ'_A, ölçülebilirse, geri kalan 3 değişken (v'_A, v'_B, ve θ'_B) Dnk 9-9a, b, c kullanılarak çözülebilirler.

⚠ DİKKAT
Dnk 9-8 sadece 1-B için geçerlidir

Bir uyarı notu: Dnk. 9-8 iki boyutlu çarpışmalara *uygun değildir.* Ancak, bir çizgi üzerinde olan tek boyuttaki (1-B) çarpışmalar için geçerlidir.

ÖRNEK 9–13 **Proton-proton çarpışması.** 8.2×10^5 m/s'lik bir hızla hareket etmekte olan bir proton, hidrojen atomlarından oluşan bir hedef içinde, Şek. 9-18'de gösterildiği biçimde, durağan bir protonla çarpışıyor. Protonlardan birisi 60^0'lik bir açı ile saçılıyor. İkinci proton hangi açıda saçılır ve iki protonun çarpışma sonrasındaki hızları nedir?

YAKLAŞIM Sadece momentumun korunmasının kullanıldığı iki boyutlu bir çarpışmayı Örnek 9-12'de gördük. Şimdi daha az bilgi verilmektedir: şimdi iki yerine üç bilinmeyenimiz vardır. Fakat, çarpışma esnek olduğundan, iki momentum denklemine ek olarak kinetik enerji denklemini de kullanabiliriz.

ÇÖZÜM Kütleler eşit ($m_A = m_B$) olduğundan, Dnk. 9-9a, b ve c şu şekle dönüşür:

$$v_A = v'_A \cos\theta'_A + v'_B \cos\theta'_B \quad \text{(i)}$$
$$0 = v'_A \sin\theta'_A + v'_B \sin\theta'_B \quad \text{(ii)}$$
$$v_A^2 = v_A'^2 + v_B'^2, \quad \text{(iii)}$$

Burada, $v_A = 8.2 \times 10^5$ m/s ve $\theta'_A = 6^0$ verilmiştir. (i) ve (ii) denklemlerinde v'_A terimlerini sol tarafa taşıyıp her iki tarafın da karesini alırsak:

$$v_A^2 - 2v_A v'_A \cos\theta'_A + v_A'^2 \cos^2\theta'_A = v_B'^2 \cos^2\theta'_B$$
$$v_A'^2 \sin^2\theta'_A = v_B'^2 \sin^2\theta'_B.$$

Bu iki denklemi toplayıp $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ eşitliğini de kullanırsak,

$$v_A^2 - 2v_A v'_A \cos\theta'_A + v_A'^2 = v_B'^2.$$

Bu denkleme, denklem (iii)'ten $v_B'^2 = v_A^2 - v_A'^2$, eşitliğini yerleştirirsek,

$$2v_A'^2 = 2v_A v'_A \cos\theta'_A$$

veya

$$v'_A = v_A \cos\theta'_A = (8.2 \times 10^5 \text{ m/s})(\cos 60°) = 4.1 \times 10^5 \text{ m/s}.$$

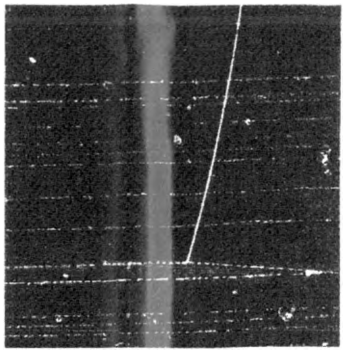
v'_B için, (yukardaki) (iii) nolu denklemi (kinetik enerjinin korunumu) kullanırız:

$$v'_B = \sqrt{v_A^2 - v_A'^2} = 7.1 \times 10^5 \text{ m/s}.$$

Son olarak, denklem (ii)'den,

$$\sin\theta'_B = -\frac{v'_A}{v'_B}\sin\theta'_A = -\left(\frac{4.1 \times 10^5 \text{ m/s}}{7.1 \times 10^5 \text{ m/s}}\right)(0.866) = -0.50,$$

yani $\theta'_B = -30°$. (θ işareti, Şek. 9-19'daki gibi, A parçacığı x-eksenin üstündeyse, B parçacığının eksenin altına doğru olan bir açıda hareket ettiğini göstermektedir.) Böyle bir çarpışma örneği, Şek. 9-20'deki gibi bir kabarcık odacığı resminde görülmektedir. Dikkat edilirse, çarpışma sonrasında, parçacıklar, birbirine dik yörüngelerde hareket etmektedirler. Bu davranışın, eşit kütleli ve başlangıçta birisi durağan 2 parçacığın kafa kafaya olmayan esnek çarpışmalarında her zaman geçerli bir sonuç olduğu gösterilebilir (bknz. Problem 61).



ŞEKİL 9–20 Bir hidrojen kabarcık odasındaki (temel parçacıkların izlerini görünür yapan bir aygıt) bir proton-proton çarpışmasının fotoğrafı. Çok sayıdaki çizgi gelen protonları göstermektedir. Bunlar, odadaki hidrojenin protonlarıyla çarpışmalara girebilirler.

PROBLEM ÇÖZME

Momentumun korunumu ve Çarpışmalar

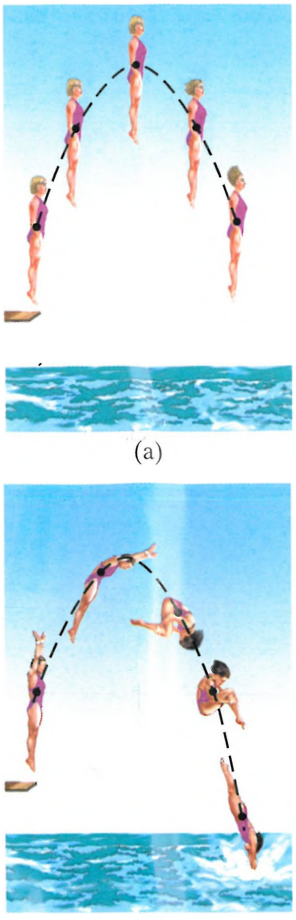
1. **Sistem**inizi seçiniz. Durum karmaşık ise bunu bir veya daha fazla korunum yasasının geçerli olduğu farklı parçalara nasıl ayırabileceğinizi düşününüz.
2. Seçtiğiniz sistemin üzerine önemli miktarda **dış net kuvvet** varsa, momentumun üzerindeki etkisi ihmal edilebilsin diye Δt zaman aralığının kısa seçiniz. Yani momentum korunumu yasasını kullanacaksak, göz önüne alınacak kuvvetler sadece etkileşen cisimler arasındaki kuvvetler olsun. [Not: Bu durum problemin yalnızca bir bölümü için geçerli ise momentumun korunumu sadece o kısımda uygulayabilirsiniz.]
3. Etkileşimin (çarpışma, patlama.) hemen öncesindeki durumu gösteren bir **şekil** çizin ve her cismin momentumunu bir ok ve bir etiketle belirtin. Etkileşmenin hemen sonrası için de aynı işlemleri tekrarlayın.
4. Bir **koordinat sistemi** ve "+" ve "–" yönleri seçin (kafa kafaya çarpışmalar için sadece bir x-ekseni yeterlidir.) Genelde, $+x$ eksenini cismin ilk hızı yönünde seçiniz.
5. **Momentumun korunumu** denklemlerini

   toplam ilk momentum = toplam son momentum

   şeklinde uygulayınız. Her bileşen (x, y, z) için bir denklem ve kafa kafaya çarpışmalar için sadece bir tek denklem söz konusudur.
6. Çarpışma esnek ise, **kinetik enerjinin korunumu** denklemini de yazabilirsiniz:

   toplam ilk kinetik enerji = toplam son kinetik enerji

   [Alternatif olarak, bir boyuttaki kafa kafaya çarpışmalarda $v_A - v_B = v'_A - v'_B$ şeklinde verilen Dnk 9-8'i kullanabilirsiniz.]
7. Denklem(ler)i **bilinmeyen**(ler) için çözünüz.
8. Çalışmanı **kontrol et,** birimleri kontrol et. Sonuçların anlamlı görünüp görünmediğini kendine sor.



(a)

(b)

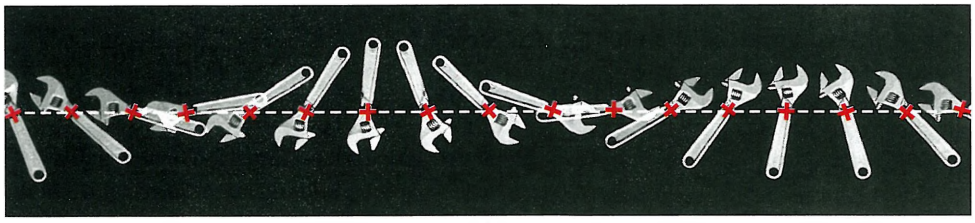
ŞEKİL 9–21 Atlayıcının atlayışı (a)'da sadece bir öteleme hareketi iken (b) durumunda öteleme artı dönmedir. Siyah nokta dalıcının KM'dir.

9–8 Kütle Merkezi (KM)

Momentum sadece çarpışmaları çözümlemek için değil, boyutlu gerçek cisimlerin öteleme hareketlerini çözümlemek için de çok güçlü bir kavramdır. Ancak, şimdiye kadar, boyutlu (yani bir büyüklüğü olan) bir cismin hareketini ele aldığımızda hep onun bir nokta parçacık olarak ele alınması yaklaşıklığını kullandık ve onun sadece öteleme hareketi yaptığını varsaydık. Fakat boyutlu gerçek cisimler dönme ve diğer türden hareketler de yaparlar. Örneğin, Şek. 9-21 a'daki tramplen atlayıcısı sadece öteleme hareketi yapmakta (cismin bütün parçaları aynı yörüngeyi izlemekte) iken, Şek. 21 b'deki atlayıcı, hem öteleme hem de dönme hareketi yapmaktadır. Sadece öteleme olmayan hareketi *genel hareket* olarak isimlendireceğiz.

Gözlemler şunu gösteriyor: Bir cisim dönme hareketi yapıyor veya bir sisteminin farklı parçaları birbirine göre hareket ediyor da olsalar, aynı net uygulandığında bir parçacığın takip edeceği yörüngeyi takip eden bir nokta vardır. Bu nokta **kütle merkezi** (kısaltması KM) olarak isimlendirilir. Boyutlu bir cismin (veya cisimler sisteminin) genel hareketi kütle merkezinin öteleme hareketi ve *kütle merkezine göre olan dönme, titreşim veya diğer hareketlerinin toplamı* olarak düşünülebilir.

Bir örnek olmak üzere, Şek. 9.21'deki atlayıcının kütle merkezinin hareketini ele alalım. Atlayıcı dönerken bile, Şek. 9-21b'de görüldüğü gibi, KM parabol şeklinde bir yörünge takip eder. Bu, sadece yerçekiminin etkisi altında iken KM konumundaki bir parçacığın takip edeceği parabol şeklindeki yörüngenin aynıdır (eğik atış hareketi, Kısım 3-7). Dönmekte olan dalıcının diğer kısımları, örneğin kafası veya bacakları, daha karmaşık yörüngeler takip eder.



ŞEKİL 9–22 Öteleme artı dönme hareketleri: bir ingiliz anahtarı düşey düzlemde hareket ediyor. Çarpı ile işaretli KM düz bir doğru üzerinde hareket etmektedir.

Kısım 9-9'da göstereceğiz ki KM aşağıdaki gibi tanımlanırsa, KM'nin önemli özelliklerini Newton yasalarından çıkarabiliriz. Boyutlu herhangi bir cisim bir çok küçük parçacıktan meydana gelmiştir. Fakat, önce, sadece m_A ve m_B kütleli iki parçacıktan (veya küçük cisimden) oluşan bir sistem göz önüne alalım. Bunların x- ekseni üzerinde x_A ve x_B noktalarında olduğu bir koordinat sistemi (Şek.9-23) seçelim.

Sistemin kütle merkezi x_{KM} şu şekilde tanımlansın:

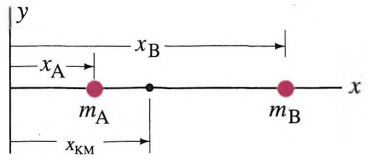
$$x_{KM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{M}.$$

Burada, $M = m_A + m_B$ sistemin toplam kütlesidir. KM, m_A ve m_B kütlelerini birleştiren hat üzerindedir. Kütlelerimiz eşitse ($m_A = m_B = m$), KM'nin koordinatı x_{KM}, kütlelerin arasındaki orta noktadır, çünkü, bu durumda

$$x_{KM} = \frac{m(x_A + x_B)}{2m} = \frac{(x_A + x_B)}{2}.$$

Kütlelerden biri diğerinden daha büyük, örneğin $m_A > m_B$ ise, KM büyük kütleye daha yakın olacaktır. Eğer tüm kütle x_B noktasında yoğunlaşmışsa ($m_A = 0$) o zaman, bekleyeceğimiz gibi, $x_{KM} = (0\ x_A + m_B\ x_B\ ) / (0 + m_B\ ) = x_B$ olur.

ŞEKİL 9–23 İki parçacık sisteminin kütle merkezi onları birleştiren hattın üzerindedir. Burada $m_A > m_B$ olduğundan KM, m_A'ya daha yakındır.

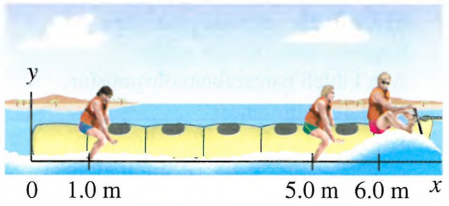


Şimdi n sayısı çok büyük olmak üzere, n parçacıktan oluşan bir sistemi göz önüne alalım. Bu sistem n tane parçacıktan yapılma boyutlu bir cisim olabilir. Bu parçacıkların hepsi (x-ekseni olarak alabileceğimiz) düz bir çizgi üzerindeyse, sistemin KM'i şu şekilde tanımlanabilir:

$$x_{KM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{M}, \qquad \textbf{(9–10)}$$

Burada m_1, m_2, ... m_n her bir parçacığın kütlesi ve x_1, x_2, ... x_n onların konumlarıdır. $\sum_{i=1}^{n}$ i=1'den n'ye kadar tam sayı değerler alırken bütün parçacıklar üzerinden toplama yapılacağını gösterir. (Çoğu kez, basitçe $\Sigma m_i x_i$, şeklinde kısa bir yazımı tercih ederek i =1'den n'ye bölümünü yazmayabiliriz.) Sistemin toplam kütlesi $M = \Sigma m_i$ 'dir.

ÖRNEK 9–14 Sal üzerindeki 3 kişinin KM'i Kütleleri hemen hemen aynı ve m değerinde 3 kişi, bir muza (hafif şişme bot) binmişlerdir. Kişilerin x-ekseni boyunca konumları, Şek. 9-24'teki gibi, sol uçtan ölçülmek üzere, x_A = 1.0 m, x_B = 5.0 m ve x_C = 6.0 m'dir. KM'nin konumunu bulunuz. Botun kütlesini yok sayınız.



ŞEKİL 9–24 Örnek 9–14.

YAKLAŞIM Bize 3 kişinin kütleleri ve konumları verilmiştir, öyleyse Dnk 9-10'da 3 terim vardır. Her bir kişiyi verilen konumda bir nokta-parçacık olarak ele alırız. Yani her kişinin konumu o kişinin KM'dir.

ÇÖZÜM Dnk 9-10, 3 terim için yazılırsa

$$x_{KM} = \frac{mx_A + mx_B + mx_C}{m + m + m} = \frac{m(x_A + x_B + x_C)}{3m}$$
$$= \frac{(1.0\,\text{m} + 5.0\,\text{m} + 6.0\,\text{m})}{3} = \frac{12.0\,\text{m}}{3} = 4.0\,\text{m}.$$

KM botun sol ucuna 4.0 m uzaklıktadır. Bu akla yakındır. Çünkü KM öndeki 2 kişiye arkadaki kişiye göre daha yakın olmalıdır.

KM'nin koordinatlarının seçilen gözlem çerçevesi veya koordinat sistemine bağlı olduğuna dikkat ediniz. Ancak, KM'nin fiziksel konumu bu seçimden bağımsızdır.

ALIŞTIRMA F Örnek 9-14'teki 3 kişinin KM'ni, koordinat merkezini en sağda direksiyondaki kişinin konumunda (x_C = 0) alarak hesaplayınız. KM'nin fiziksel konumu aynı mı?

Tipik bir boyutlu cisimde olduğu gibi, cismi meydana getiren parçacıklar 2 veya 3 boyuta dağılmışlarsa, KM'nin koordinatlarını şu şekilde tanımlarız:

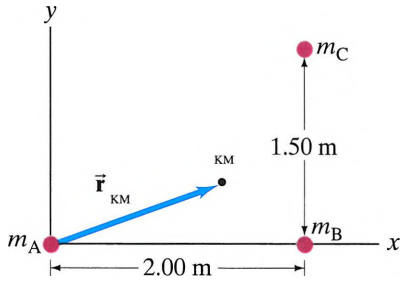
$$x_{KM} = \frac{\Sigma m_i x_i}{M}, \quad y_{KM} = \frac{\Sigma m_i y_i}{M}, \quad z_{KM} = \frac{\Sigma m_i z_i}{M}, \qquad \textbf{(9–11)}$$

Burada x_i, y_i, z_i kütlesi m_i olan parçacığın koordinatları ve $M = \Sigma m_i$ toplam kütledir.

Çoğu zaman, pratik nedenlerle, KM'nin koordinatlarını Dnk (9-11)'den hesaplasak da bazen (mesela türetimlerde) Dnk (9-11)'in vektör olarak yazılması daha uygun olabilir. Eğer $\vec{\mathbf{r}}_i = x_i\hat{\mathbf{i}} + y_i\hat{\mathbf{j}} + z_i\hat{\mathbf{k}}$, i'yinci parçacığın konum vektörü ve $\vec{\mathbf{r}}_{KM} = x_{KM}\hat{\mathbf{i}} + y_{KM}\hat{\mathbf{j}} + z_{KM}\hat{\mathbf{k}}$ kütle merkezinin konum vektörü ise:

$$\vec{\mathbf{r}}_{KM} = \frac{\Sigma m_i \vec{\mathbf{r}}_i}{M}. \qquad \textbf{(9–12)}$$

ÖRNEK 9–15 2-Boyut'ta üç parçacık. Her birinin kütlesi 2.50 kg olan 3 parçacık, kenar uzunlukları 2.00 m ve 1.50 m olan bir dik üçgenin köşelerine, Şek. 9-25'teki gibi yerleştirilmişlerdir. Kütle merkezini bulunuz.



ŞEKİL 9–25 Örnek 9–15.

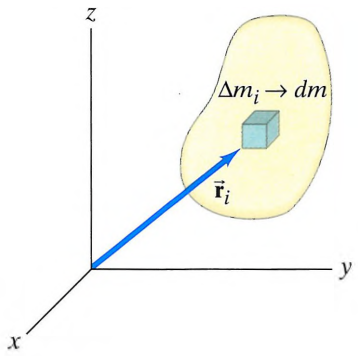
YAKLAŞIM Hesapları kolaylaştırmak için, koordinat sistemimizi, Şek. 9-25'teki gibi, m_A orijinde m_B x-ekseni üzerinde olacak şekilde seçiyoruz. Bu durumda $x_A = y_A = 0$, m_B'nin koordinatları x_B = 2.0 m, y_B = 0 , ve m_C'nin koordinatları x_C = 2.0 m, y_C = 1.5 m'dir.

ÇÖZÜM Dnk 9-11'den

$$x_{KM} = \frac{(2.50\,\text{kg})(0) + (2.50\,\text{kg})(2.00\,\text{m}) + (2.50\,\text{kg})(2.00\,\text{m})}{3(2.50\,\text{kg})} = 1.33\,\text{m}$$

$$y_{KM} = \frac{(2.50\,\text{kg})(0) + (2.50\,\text{kg})(0) + (2.50\,\text{kg})(1.50\,\text{m})}{7.50\,\text{kg}} = 0.50\,\text{m}.$$

KM ve konum vektörü $\vec{\mathbf{r}}_{KM}$ Şek. 9-25'te görülmektedir ve beklendiği gibi, "üçgen"in içindedir.



ŞEKİL 9–26 Burada gösterilen boyutlu cisim (n) tane minik Δm_i kütleli parçacıktan oluşmuştur. Bunlardan bir tanesi $\vec{\mathbf{r}}_i = x_i\hat{\mathbf{i}} + y_i\hat{\mathbf{j}} + z_i\hat{\mathbf{k}}$ noktasında gösterilmiştir. $n \to \infty$ limiti alınırsa Δm_i sonsuz küçük dm haline dönüşür.

ALIŞTIRMA G Bir tramplen atlayıcısı, bir dönme ve bir yarım-pike (kollar ve bacaklar düz fakat gövde yarısından bükülmüş) içeren bir dalış yapmaktadır. Dalıcının kütle merkezi hakkında ne söylenebilir? (*a*) 9.8 m/s^2 ile ivmelenir (havanın sürtünmesini ihmal edersek). (*b*) Dalıcının dönmesi nedeniyle dairesel bir yörünge üzerinde hareket eder. (*c*) Her zaman dalıcının vücudu içinde, geometrik merkezinde konumlanmalıdır. (*d*) Yukarıdakilerin hepsi doğrudur.

Boyutlu bir cismi, çoğu kez, maddenin sürekli bir dağılımı olarak göz önüne almak uygun olur. Diğer bir deyişle, o cismi, her biri x_i, y_i, z_i noktası etrafında küçük bir hacımda konuşlanmış olan Δm_i kütlesinde n tane çok küçük parçacıktan oluşmuş varsayabiliriz ve n'nin sonsuza gittiği bir limit alırız (Şek. 9-26). Bu durumda Δm_i kütlesi, herhangi bir (x, y, z) noktasında konuşlanmış sonsuz küçük kütle demek olan dm olur. Dnk 9-11 ve 9-12'deki toplam işaretleri de integraller haline dönüşür:

$$x_{\text{KM}} = \frac{1}{M}\int x\,dm, \quad y_{\text{KM}} = \frac{1}{M}\int y\,dm, \quad z_{\text{KM}} = \frac{1}{M}\int z\,dm. \qquad \textbf{(9–13)}$$

Burada, tüm kütle elemanları üzerinden olan toplam $\int dm = M$, cismin toplam kütlesini gösterir. Vektör gösterimi kullanıldığında bu ifadeler şu şekilde birleştirilebilirler:

$$\vec{\mathbf{r}}_{\text{KM}} = \frac{1}{M}\int \vec{\mathbf{r}}\,dm. \qquad \textbf{(9–14)}$$

Kütle merkezi kavramına benzer bir kavram **çekim (ağırlık) merkezi** ÇM'dir Bir cismin ağırlık merkezi, kütle çekim kuvvetinin etki ettiği nokta olarak düşünülebilir. Kütle çekim kuvveti aslında, bir cismin farklı noktalarının veya parçacıklarının tümüne ayrı ayrı etki eder; fakat öteleme hareketini belirleme açısından cismin tüm ağırlığı (ki bu cismin parçalarının ağırlıklarının toplamına eşittir) ÇM noktasında etki ediyor diye düşünebiliriz. Kütle merkezi ile ağırlık merkezi arasında bir kavramsal fark bulunmakla birlikte† hemen hemen tüm pratik sonuçlar açısından, bir cisme ait bu iki nokta birbiri ile çakışır, yani aynı noktadır.†

ÖRNEK 9–16 **İnce bir çubuk için KM** (*a*) Düzgün dağılımlı ℓ uzunluğunda ve M kütleli bir ince çubuk için KM'nin cismin merkezi olduğunu gösterin. (*b*) Kütle yoğunluğu λ (birim uzunluk başına kütle,) sol uçtaki $\lambda = \lambda_0$ değerinden sağ uçtaki $\lambda = 2\lambda_0$, değerine düzgün artımlı olarak değişiyorsa, bu çubuk için KM'nin yerini bulunuz.

YAKLAŞIM Koordinat sistemini çubuk x ekseni boyunca uzanacak ve sol ucu $x = 0$'da olacak şekilde seçersek, (Şek. 9-16) $y_{\text{KM}} = 0$ ve $z_{\text{KM}} = 0$ olur.

ÇÖZÜM (*a*) Çubuk düzgün dağılımlı olduğundan birim uzunluk başına kütle (doğrusal kütle yoğunluğu λ) sabittir ve $\lambda = M/\ell$ yazabiliriz. Şimdi çubuğu her biri dx uzunluğunda ve $dm = \lambda dx$ kütlesine sahip sonsuz küçük elemanlara bölünmüş sayabiliriz. Dnk 9-13'ü kullanırsak:

$$x_{\text{CM}} = \frac{1}{M}\int_{x=0}^{\ell} x\,dm = \frac{1}{M}\int_0^{\ell}\lambda x\,dx = \frac{\lambda}{M}\frac{x^2}{2}\bigg|_0^{\ell} = \frac{\lambda\ell^2}{2M} = \frac{\ell}{2}$$

Bu sonuca ulaşmak için $\lambda = M/\ell$ olduğunu göz önüne aldık. Bu sonuçla, x_{KM}'nin merkezde olduğunu göstermiş olduk. (*b*) Şimdi $x = 0$ 'da $\lambda = \lambda_0$'dır ve $x = \ell$ 'de $\lambda = 2\lambda_0$ oluncaya kadar λ doğrusal olarak artmaktadır. O zaman şunu yazabiliriz:

$$\lambda = \lambda_0(1 + \alpha x),$$

Bu fonksiyon $x = 0$'da $\lambda = \lambda_0$ koşulunu sağlamakta ve doğrusal şekilde artarak, $(1 + \alpha\ell) = 2$. ise, $x = \ell$ 'de $\lambda = 2\lambda_0$ vermektedir. Diğer bir deyişle $\alpha = 1/\ell$ olmalıdır. Dnk 9-13'ü, bu kez $\lambda = \lambda_0(1 + x/\ell)$ koşulu ile birlikte kullanırsak:

$$x_{\text{KM}} = \frac{1}{M}\int_{x=0}^{\ell}\lambda x\,dx = \frac{1}{M}\lambda_0\int_0^{\ell}\left(1 + \frac{x}{\ell}\right)x\,dx = \frac{\lambda_0}{M}\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3\ell}\right)\bigg|_0^{\ell} = \frac{5}{6}\frac{\lambda_0}{M}\ell^2.$$

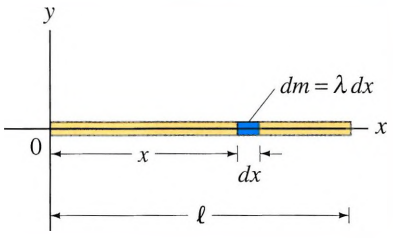
Şimdi M'yi λ_0 ve ℓ cinsinden yazalım:

$$M = \int_{x=0}^{\ell} dm = \int_0^{\ell}\lambda\,dx = \lambda_0\int_0^{\ell}\left(1 + \frac{x}{\ell}\right)dx = \lambda_0\left(x + \frac{x^2}{2\ell}\right)\bigg|_0^{\ell} = \frac{3}{2}\lambda_0\ell.$$

O zaman,

$$x_{\text{KM}} = \frac{5}{6}\frac{\lambda_0}{M}\ell^2 = \frac{5}{9}\ell$$

bulunur, yani, beklediğimiz gibi, çubuk üzerinde ve yarı uzunluktan daha ötededir, çünkü sağ tarafta daha fazla kütle vardır.

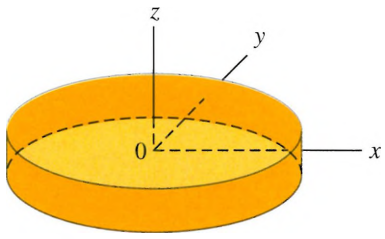


ŞEKİL 9–27 Örnek 9–16.

†KM ile ÇM arasında bir fark ancak, g yerçekimi ivmesinin farklı kısımlarında değişik olacağı kadar büyük bir cisim gibi az görülen bir kütle dağılımı için olabilir.

Düzgün kütle dağılımlı, simetrik cisimler, örneğin küreler, silindirler ve dikdörtgen prizması şeklindeki katılar için, KM cismin geometrik merkezindedir. Düzgün kütle dağılımlı, katı bir silindirik disk göz önüne alalım. KM'nin çemberin merkezinde olmasını bekleriz. Bunu göstermek için, z-ekseni diske dik ve orijini çemberin merkezinde olan bir koordinat sistemi seçelim (Şek. 9-28). Dnk 9-11'deki $\Sigma m_i x_i$ toplamını hesaplarsak, her bir $+x_i$ konumunda $-x_i$ konumundaki kadar kütle olduğunu görürüz. Böylece her nokta çifti birbirini götürür ve $x_{KM} = 0$ olur. Aynı durum y_i için de geçerlidir. Düşey (z) doğrultuda, KM dairesel yüzeyler arasındaki uzaklığın tam yarısında olmalıdır. Koordinat sisteminin orijinini orada seçersek, her bir noktasında $+z_i$ noktasında, $-z_i$ 'deki kadar kütle olacaktır, öyle ki $z_{KM} = 0$. Diğer düzgün dağılımlı ve simetrik şekillere sahip cisimler için de kütle merkezinin simetri ekseni üzerinde olacağını göstermede benzeri akıl yürütmeler kullanabiliriz. Ancak, şekil olarak simetrik olmakla birlikte maddesinin dağılımı düzgün *olmayan* cisimlerde bu düşünce her zaman geçerli olmayabilir. Örneğin bir tarafı daha ağır bir tekerlek veya disk için KM cismin geometrik merkezinde olmayacak fakat ağırlığın fazla olduğu tarafa doğru kayacaktır.

Boyutlu cisimlerden oluşan bir grup cismin kütle merkezini belirlemek için ise, m_i söz konusu cisimlerden i'yincisinin kütlesi ve x_i , y_i , z_i de aynı parçacığın KM'nin koordinatları olmak üzere, Dnk 9-11'i kullanabiliriz.



ŞEKİL 9–28 Koordinat merkezinin geometrik merkezle aynı yerde olduğu bir silindir.

ÖRNEK 9–17 **L-Şekilli düz bir cismin KM'i.** Şek. 9-29'da çizimi verilen L-şeklindeki köşebentin KM'ni bulunuz.

YAKLAŞIM Bu cismi 2 adet dikdörtgen olarak kabul edebiliriz: 2.06 m × 0.20 m boyutlarındaki dikdörtgen A ve 1.48 m × 0.20 m boyutlarındaki dikdörtgen B. Koordinat merkezi ise, Şekildeki gibi O'dadır. Cismin t kalınlığı düzgün şekilde dağılmıştır.

ÇÖZÜM A dikdörtgeninin KM koordinatları

$$x_A = 1.03\,\text{m},\ y_A = 0.10\,\text{m}.$$

B dikdörtgeninin ise

$$x_B = 1.96\,\text{m},\ y_B = -0.74\,\text{m}.$$

A'nın kütlesi, kalınlığı t ise,

$$M_A = (2.06\,\text{m})(0.20\,\text{m})(t)(\rho) = (0.412\,\text{m}^2)(\rho t).$$

Burada ρ yoğunluk (birim hacım başına kütle) olarak tanımlıdır. B'nin kütlesi de

$$M_B = (1.48\,\text{m})(0.20\,\text{m})(\rho t) = (0.296\,\text{m}^2)(\rho t)$$

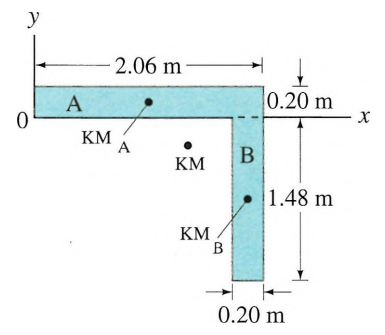
ve toplam kütle $M = (0.708\,\text{m}^2)(\rho t)$. Böylece

$$x_{KM} = \frac{M_A x_A + M_B x_B}{M} = \frac{(0.412\,\text{m}^2)(1.03\,\text{m}) + (0.296\,\text{m}^2)(1.96\,\text{m})}{(0.708\,\text{m}^2)} = 1.42\,\text{m}.$$

Burada pay ve paydada bulunan ρt terimi birbirini götürmüştür. Aynı şekilde,

$$y_{KM} = \frac{(0.412\,\text{m}^2)(0.10\,\text{m}) + (0.296\,\text{m}^2)(-0.74\,\text{m})}{(0.708\,\text{m}^2)} = -0.25\,\text{m}.$$

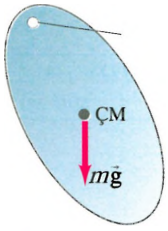
Böylece, KM yaklaşık olarak Şek. 9-29'da "KM" ile gösterilen noktadadır. Kalınlık olarak ise, cisim düzgün dağılımlı kabul edildiğinden, $z_{KM} = t/2$.



ŞEKİL 9–29 Örnek 9–17. Bu L-şekilli cisim (şekilde gösterilmeyen) t kalınlığına sahiptir.

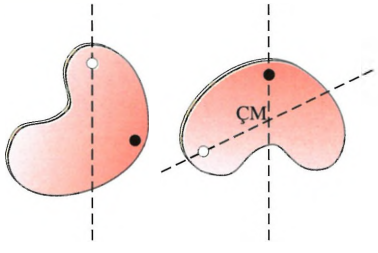
Bu son örnek, KM'nin cismin *dışında* bir noktada olabileceğini göstermektedir.Diğer örnek KM'nin cismin ortasındaki boşluğun merkezinde olacağı düzgün kütle dağılımlı simit'tir.

Boyutlu bir cismin KM ve ÇM noktalarını deneysel olarak belirlemek, çoğu kez bunu analitik olarak belirlemekten çok daha kolaydır. Eğer böyle bir cisim herhangi bir noktasından asılırsa, cismin ÇM'i o noktadan çizilecek düşey hat üzerinde olmadıkça, o cisim yerçekimi nedeniyle sallanacaktır (Şek. 9-30). Cisim iki boyutlu ise veya bir simetri düzlemine sahipse, sadece iki dönme noktasından asılması ve bu sırada düşey doğrultuyu gösteren çizgilerin çizilmesi yeterli olacaktır. Bu durumda ÇM, Şek. 9-31'de gösterildiği üzere, iki hattın kesişme noktasında olacaktır. Cismin bir simetri düzlemi yoksa, ÇM üçüncü boyuta göre, hepsi aynı düzlem üzerinde olmayacak şekilde en az 3 ayrı noktasından asılarak bulunabilir. Simetrik şekilli cisimlerde ÇM cismin geometrik merkezindedir.



ŞEKİL 9–30 Düzgün dağılımlı düz bir cismin KM'nin belirlenmesi.

ŞEKİL 9–31 ÇM'nin bulunması.



9–9 Kütle Merkezi ve Öteleme Hareketi

Kısım 9-8'de belirtildiği üzere, kütle merkezi kavramını önemli kılan ana neden, bir parçacıklar sisteminin (veya boyutlu bir cismin) KM'nin öteleme hareketinin, sistemin bütününe etki eden net kuvvetle doğrudan ilişkili olmasıdır. Toplam kütlesi M olan ve n parçacıktan oluşan sistemin hareketini inceleyerek bunun böyle olduğunu göstereceğiz. Bu sırada bütün kütlelerin sabit kaldığını varsayacağız. İşe Dnk. 9-12'yi yeniden şu şekilde yazarak başlayacağız:

$$M\vec{\mathbf{r}}_{\text{KM}} = \Sigma m_i \vec{\mathbf{r}}_i .$$

Bunun zamana göre türevini alalım:

$$M\frac{d\vec{\mathbf{r}}_{\text{KM}}}{dt} = \Sigma m_i \frac{d\vec{\mathbf{r}}_i}{dt}$$

veya

$$M\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}} = \Sigma m_i \vec{\mathbf{v}}_i . \qquad \textbf{(9–15)}$$

Burada, $\vec{\mathbf{v}}_i = d\vec{\mathbf{r}}_i/dt$ kütlesi m_i olan i (i'yinci) parçacığın hızı ve $\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}$ vektörel hızıdır. Zamana göre bir kez daha türev alarak,

$$M\frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}}{dt} = \Sigma m_i \vec{\mathbf{a}}_i ,$$

buluruz. Burada $\vec{\mathbf{a}}_i = d\vec{\mathbf{v}}_i/dt$, i parçacığının ivmesidir. $d\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}/dt$ ise KM'nin ivmesi, $\vec{\mathbf{a}}_{\text{KM}}$'dir. Newton'un ikinci yasasından i parçacığı üzerindeki net kuvveti, $m_i\vec{\mathbf{a}}_i = \vec{\mathbf{F}}_i$ şeklinde yazabiliriz. Bu nedenle,

$$M\vec{\mathbf{a}}_{\text{KM}} = \vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 + \cdots + \vec{\mathbf{F}}_n = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_i . \qquad \textbf{(9–16)}$$

Yani sistem üzerine etki eden tüm kuvvetlerin vektörel toplamı, sistemin toplam kütlesi ile kütle merkezinin ivmesinin çarpılmasına eşittir. n parçacıktan oluşan sistemimiz, bir veya daha fazla sayıda boyutlu cismi oluşturan n parçacık da olabilir.

Sistemin parçacıkları üzerine etki eden $\vec{\mathbf{F}}_i$ kuvvetleri 2 ayrı türe ayrılabilir: (1) sistem dışındaki cisimler tarafından uygulanan *dış kuvvetler* ve (2) sistemin içindeki parçacıkların birbirlerine uyguladıkları *iç kuvvetler*. Newton'un 3. yasası nedeniyle, iç kuvvetler çiftler halinde ortaya çıkarlar: sistemimizdeki bir parçacık ikincisine bir kuvvet uygularsa, ikinci de ilki üzerine eşit ve zıt yönde bir kuvvet uygulamak zorundadır. Böylece, Dnk. 9-16'daki toplamda, bu iç kuvvetler birbirlerini çiftler olarak yok ederler. Dnk. 9-16'da sağ tarafta sadece dış kuvvetler kalır:

NEWTON'UN 2. YASASI (bir sistem için)

$$M\vec{\mathbf{a}}_{\text{KM}} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}} . \qquad [\text{sabit } M] \quad \textbf{(9–17)}$$

Burada $\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$ sistemimiz üzerine etki eden tüm dış kuvvetlerin toplamıdır dolayısıyla sistemin üzerine etki eden *net kuvvet* budur. Yani

Bir sistem üzerine etki eden net kuvvetlerin toplamı, sistemin toplam kütlesi ile kütle merkezinin ivmesinin çarpımına eşittir.

Bir parçacıklar sistemi için **Newton'un ikinci yasası** budur. Bu yasa aynı zamanda (bir parçacıklar toplamı olarak düşünülebilecek olan) boyutlu cisimler veya bir cisimler sistemi için de geçerlidir. Özetle şu sonucu yazabiliriz:

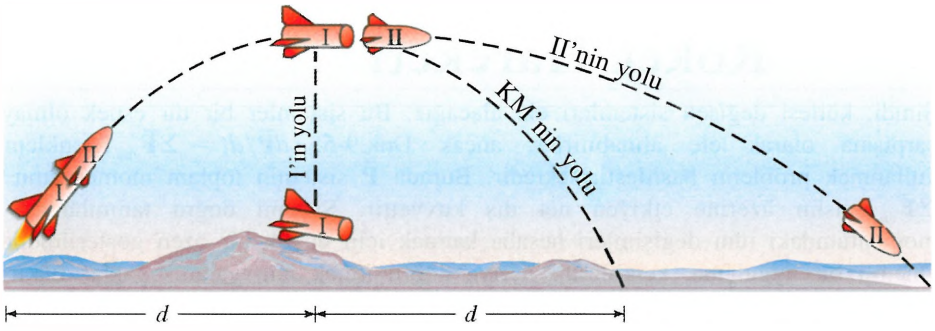
KÜTLE MERKEZİNİN ÖTELEME HAREKETİ

Toplam kütlesi M olan bir parçacıklar (veya cisimler) sisteminin kütle merkezi aynı dış kuvvetin etkisinde ve toplam kütlesi M olan tek bir parçacık gibi hareket eder.

Yani sistem tüm kütlesi KM'inde yoğunlaşmış ve tüm dış kuvvetler o noktada etki ediyormuş gibi hareket eder. Böylece, bir cismin veya bir cisimler sisteminin *öteleme hareketi* tek bir parçacığın hareketi gibi ele alınabilir (Şek. 9-21 ve 9-22'ye bakınız.). Bu

sonuç, karmaşık sistemler veya boyutlu cisimlerin hareketlerinin analizini çok açık şekilde kolaylaştırmaktadır. Sistemin bazı bölümlerinin hareketleri karışık olsa da çoğu zaman kütle merkezinin hareketini bilmekle tatmin olabiliriz. Bu sonuç, aşağıdaki Örnek problemin de göstereceği gibi, belli türdeki problemleri çok kolaylıkla çözmemize olanak verir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 9–18 **İki kademeli bir roket.** Bir roket, Şek. 9-32'de görüldüğü gibi, havaya fırlatılıyor. En yüksek noktasına ulaştığı anda, başlangıç noktasından yatay olarak d uzaklığındayken önceden ayarlı bir patlama ile 2 eşit parçaya ayrılıyor. Patlamayla parça I havada durdurulduğundan yeryüzüne serbest düşme yapmaktadır. Parça II nereye konuşlanır? Yerçekimi ivmesi $\vec{\mathbf{g}}$ sabittir.



ŞEKİL 9–32 Örnek 9–18.

YANIT Roket ateşlendikten sonra sistemin KM'nin yolu, sadece sabit bir yerçekimi kuvvetinin etkisinde hareket eden bir parçacığın çizeceği parabolik yörüngeyi takip eder. KM başlangıçtan $2d$ uzaklığındaki bir noktaya ulaşacaktır. I ve II parçalarının kütleleri eşit verildiğine göre, KM, onların tam ortasında olmalıdır. Bu nedenle, parça II, başlama noktasından $3d$ uzaklığında olacaktır.

NOT Eğer parça I, sadece serbest düşmek yerine aşağıya veya yukarıya doğru bir itme alsaydı, çözüm daha da karmaşık olurdu.

ALIŞTIRMA H Bir kadın, kürekle çekilen bir kayıkta ayağa kalkarak bir uçtan diğerine yürüyor. Sahilden bakıldığında kayık nasıl hareket eder?

Dnk. 9-17'yi $M\vec{\mathbf{a}}_{\text{KM}} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$, şeklinde değil, bir parçacıklar sisteminin toplam momentumu $\vec{\mathbf{P}}$ cinsinden de yazabiliriz. Kısım 9-2'de gördüğümüz gibi, $\vec{\mathbf{P}}$ şöyle tanımlanır:

$$\vec{\mathbf{P}} = m_1\vec{\mathbf{v}}_1 + m_2\vec{\mathbf{v}}_2 + \cdots + m_n\vec{\mathbf{v}}_n = \Sigma\vec{\mathbf{p}}_i.$$

Dnk. 9-15 $\left(M\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}} = \Sigma m_i\vec{\mathbf{v}}_i\right)$ yardımıyla, şunu yazabiliriz:

$$\vec{\mathbf{P}} = M\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}. \qquad \textbf{(9–18)}$$

Böylece, *bir parçacıklar sisteminin toplam doğrusal momentumu, toplam kütle M ile sistemin kütle merkezinin hızının çarpımına eşittir.* Veya, b*oyutlu bir cismin doğrusal momentumu, cismin kütlesi ile KM'nin hızının çarpımına eşittir.*

Dnk. 9-18'in zamana göre türevini alırsak (toplam kütle M sabit varsayılsın),

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = M\frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}}{dt} = M\vec{\mathbf{a}}_{\text{KM}}.$$

Dnk. 9-17'den ise

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}} \qquad \text{[Dnk 9-5'in aynısı]}$$

NEWTON'UN 2. YASASI (bir parçacıklar sistemi için)

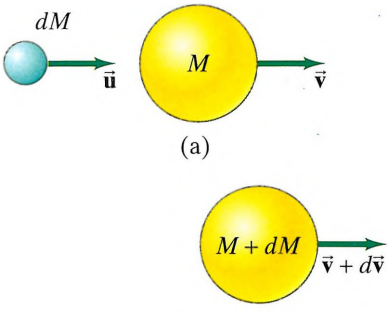
olduğunu görürüz. Burada $\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$ sistem üzerine etkiyen net dış kuvvettir. Bu daha önce elde ettiğimiz Dnk. 9-5, yani **bir cisimler sistemi için Newton'un ikinci yasası**'dır. Bu yasa, herhangi bir belirli parçacıklar veya cisimler sistemi için geçerlidir. $\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$ biliniyorsa toplam momentumun nasıl değiştiğini belirleyebiliriz.

FİZİK UYGULAMASI
Uzak gezegenlerin keşfi

İlginç bir uygulama, "sallanıyor" görünen bazı yakın yıldızların (Kısım 6-5'e bknz) keşfidir. Böyle bir sallanmanın nedeni ne olabilir? Bunun en olası nedeni yıldızın çevresinde dolanan bir gezegen olabilir. Yıldız ve gezegeni, birbirlerine kütle çekimi kuvvetleri uygulayacaklardır. Ancak, gezegenler var olan teleskoplarla gözlenemeyecek kadar küçük ve uzaktırlar. Ancak, yıldızın hareketindeki küçük sallanma, gezegen ve yıldızın (yani gezegenin güneşinin) ortak kütle merkezlerinin çevresinde dolanmaları nedeniyle, yıldızın, çok küçük te olsa, ritmik şekilde yer değiştiriyor görünmesidir. Artık bazı yıldızların hareketlerindeki düzensizlikler yüksek duyarlılıkla belirlenebilmekte, bu verilerden de, gezegenlerinin yörüngeleri ve kütleleri hesaplanabilmektedir. (Bölüm 6'daki Şek. 6-18'e ve bu bölümde, 'Genel Problemler' kesiminde Problem 112'ye bakınız.)

*9–10 Değişken Kütleli Sistemler; Roket Hareketi

Şimdi, kütlesi değişen sistemleri ele alacağız. Bu sistemler bir tür esnek olmayan çarpışma olarak ele alınabilirler, ancak Dnk.9-5, $d\vec{\mathbf{P}}/dt = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$, denklemini kullanmak problemi basitleştirmektedir. Burada $\vec{\mathbf{P}}$ sistemin toplam momentumu ve $\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$ cisim üzerine etkiyen net dış kuvvettir. Sistemi doğru tanımlamak ve momentumdaki tüm değişimleri hesaba katmak için büyük bir özen gösterilmelidir. Önemli bir uygulama, kendilerini ileriye doğru itmek için yanmış gazlar fışkırtan roketler üzerinedir: gazlar tarafından roket üzerine uygulanan kuvvet, roketi ivmelendirir. Roketin M kütlesi, roket gaz fırlattıkça azalır; yani roket için $dM/dt < 0$ söz konusudur. Diğer bir uygulama, bir taşıyıcı bant üzerine malzeme (çakıl taşları, paketlenmiş ürünler...) düşürmektir. Bu durumda yüklü taşıyıcı bandın kütlesi M artacak ve $dM/dt > 0$ koşulu sağlanacaktır.



ŞEKİL 9–33 (a) t anında bir dM kütlesi M kütleli sistemimize eklenmek üzeredir. (b) $t + dt$ anında dM kütlesi sistemimize eklenmiştir.

Değişken kütleli genel durumu ele almak için Şek. 9-33'te gösterilen sistemi göz önüne alalım. Bir t zamanında kütlesi M ve momentumu $M\vec{\mathbf{v}}$ olan bir sistemimiz olsun. Aynı zamanda, birazdan sistemimize katılacak olan $\vec{\mathbf{u}}$ hızında ve çok küçük (sonsuz küçük) bir dM kütlesi olsun. Sonsuz küçük bir dt zamanı sonrasında, dM kütlesi sistemimizle birleşir. Basitlik için bu olayı bir "çarpışma" olarak ele alacağız. Böylece, dt zamanı içinde sistemimizin kütlesi M değerinden $M + dM$ değerine değişmiş olur. Dikkat edersek, hareketini sağlamak amacıyla fırlatılan gazlar nedeniyle M kütlesi azalmakta olan bir roket için dM sıfırdan küçüktür.

$d\vec{\mathbf{P}}/dt = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$, şeklindeki Dnk.9-5'i uygulayabilmek için üyeleri belirli bir parçacıklar sistemini göz önüne almalıyız. Yani, momentumdaki değişim olan $d\vec{\mathbf{P}}$, 'yi hesaplarken aynı parçacıkların ilk ve son durumlardaki momentumlarını göz önüne almalıyız. Toplam sistemimizi M artı dM kütleleri olarak tanımlayacağız. O zaman, başlangıçta, yani t anında, toplam momentum ifadesi $M\vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{u}}\,dM$ olarak yazılabilir (Şek. 9-33). Takip eden $t + dt$ anında, dM ve M birleştiğinde toplamın hızı $\vec{\mathbf{v}} + d\vec{\mathbf{v}}$, toplam momentum ise $(M+dM)$ $(\vec{\mathbf{v}} + d\vec{\mathbf{v}})$ olur. O zaman, toplam momentumdaki değişim $d\vec{\mathbf{P}}$ şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned} d\vec{\mathbf{P}}, &= (M+dM)\,(\vec{\mathbf{v}} + d\vec{\mathbf{v}}\,) - (M\vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{u}}\,dM) \\ &= M\,d\vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{v}}\,dM + dM\,d\vec{\mathbf{v}} - \mathbf{u}dM. \end{aligned}$$

Buradaki $dM\,d\vec{\mathbf{v}}$ iki sonsuz küçük terimin çarpımıdır ve "dt ile bölme işleminden sonra da sıfırdır. Bu işlemi yapar, Dnk. 9-5'i uygularsak,

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}} = \frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = \frac{M\,d\vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{v}}\,dM - \vec{\mathbf{u}}\,dM}{dt}$$

yazabiliriz. Buradan

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}} = M\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} - (\vec{\mathbf{u}} - \vec{\mathbf{v}})\frac{dM}{dt} \qquad \textbf{(9–19a)}$$

elde ederiz. Dikkat edilirse, $(\vec{\mathbf{u}} - \vec{\mathbf{v}})$ terimi, dM'nin M'ye göre bağıl hızı $\vec{\mathbf{v}}_{\text{bağıl}}$'dır.

Yani,

$$\vec{\mathbf{v}}_{\text{bağıl}} = \vec{\mathbf{u}} - \vec{\mathbf{v}}$$

gelmekte olan dM kütlesinin M üzerindeki bir gözlemci tarafından ölçülecek hızıdır. Dnk.9-19a'yı yeniden düzenleyelim:

$$M\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}} + \vec{\mathbf{v}}_{\text{bağıl}}\frac{dM}{dt}. \qquad \textbf{(9–19b)}$$

Bu denklemi şu şekilde yorumlayabiliriz: $Md\vec{\mathbf{v}}/dt$ terimi M'nin kütle ve ivmesinin çarpımıdır. Sağdaki ilk terim olan $\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$, M kütlesi üzerindeki dış kuvveti temsil etmektedir (bir roket için bu terim yerçekimini ve hava direncini içerecektir). Bu, dM'nin M'ye çarpışmaları nedeniyle uyguladığı kuvveti içermez. Söz konusu kuvvet, sağdaki ikinci terim olan ve M kütlesine kütle eklenmesi (veya çıkarılması) nedeniyle oluşan momentum ilavesine (veya çıkarılmasına) karşılık gelen $\vec{\mathbf{v}}_{\text{bağıl}}\,(dM/dt)$ ile temsil edilmektedir. Bu terim, M kütlesi üzerine bir kütle eklenmesinden (veya çıkarılmasından) oluşan kuvvet olarak yorumlanabilir. Fırlatılan gazların roket üzerine uyguladığı kuvveti temsil ettiğinden, bu terim bir roket için itki olarak adlandırılır. Yanmış gazları fırlatarak hareket eden bir roket için $dM/dt < 0$, fakat $\vec{\mathbf{v}}_{\text{bağıl}}$ da aynı koşulu sağladığından (gazlar geriye doğru atılırlar), Dnk.19-9b'deki ikinci terim $\vec{\mathbf{v}}$'yi arttırma yönünde etki eder.

ÖRNEK 9–19 **Taşıma bandı.** Bir çakıl taşı hazırlama atölyesi için gerekli bir taşıma bandı tasarlamaktasınız. Bir boşaltma hunisi, $v = 2.20$ m/s hızıyla hareket eden bir taşıma bandı üzerine 75.0 kg/s hızıyla çakıl taşları bırakmaktadır (Şek. 9-34). (*a*) Üzerine çakıl taşları boşaltılırken taşıma bandını harekette tutabilecek (iç sürtünmeyi aşan) ek kuvvetin büyüklüğünü hesaplayınız. (*b*) Taşıma bandını hareket ettiren motorun verdiği gücü hesaplayınız.

YAKLAŞIM Boşaltma hunisinin durgun olduğunu varsayalım, yani $u = 0$ ve hunimiz çakıl taşı düşürmeye yeni başlamış olsun, dolayısıyla $dM/dt = 75.0\,\text{kg/s}$.

ÇÖZÜM (*a*) Taşıma bandı sabit bir hızla $(dv/dt = 0)$ hareket etmektedir. Bu durumda Dnk.9-19 bir boyutta yazıldığında,

$$\begin{aligned} F_{\text{dış}} &= M\frac{dv}{dt} - (u - v)\frac{dM}{dt} \\ &= 0 - (0 - v)\frac{dM}{dt} \\ &= v\frac{dM}{dt} = (2.20\,\text{m/s})(75.0\,\text{kg/s}) = 165\,\text{N}. \end{aligned}$$

(*b*) Bu kuvvet Dnk.8-21'de verilen hızda iş yapar:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= \vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}} \cdot \vec{\mathbf{v}} = v^2\frac{dM}{dt} \\ &= 363\,\text{W} \end{aligned}$$

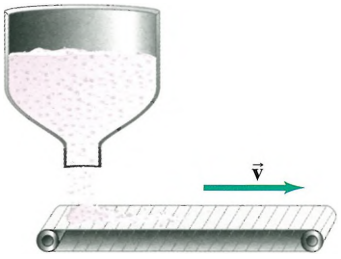
motorun vermesi gereken güç miktarıdır.

NOT Bu işin tamamı çakıl taşlarının kinetik enerjisine dönüşmez, çünkü

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Mv^2\right) = \frac{1}{2}\frac{dM}{dt}v^2.$$

$\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$ tarafından yapılan işin sadece yarısıdır. Dış kuvvetin yaptığı işin yarısı, çakıl taşları ile taşıma bandı arasındaki sürtünmenin (çakıl taşlarını ivmelendiren sürtünme kuvvetinin) yarattığı ısı enerjisine gider.

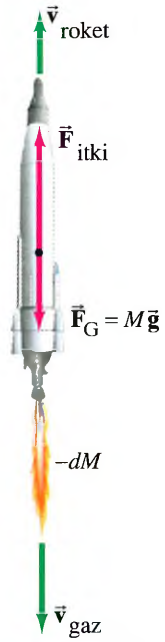
FİZİK UYGULAMASI
Hareketli taşıma bandı



ŞEKİL 9–34 Örnek 9–19. Taşlar boşaltma hunisinden taşıma bandına düşerken.

FİZİK UYGULAMASI

Roket hareketi



ŞEKİL 9–35 Örnek 9–20; $\vec{\mathbf{v}}_{\text{bağıl}} = \vec{\mathbf{v}}_{\text{gaz}} - \vec{\mathbf{v}}_{\text{roket}}$. M roketin herhangi bir andaki kütlesi olup yakıt bitene kadar azalır.

ÖRNEK 9–20 **Roket hareketi.** Yakıtını yüklemiş bir roketin 21,000 kg'lık kütlesinin 15,000kg'lık bölümü yakıttır. Yakılan yakıt 190 kg/s'lik tüketilme oranı ile roketin gerisinden, rokete göre 2800 m/s'lik bir hızla fırlatılmaktadır. Roket yukarı doğru dik olarak ateşlendiğine göre (Şek. 9-35) şunları hesaplayınız: (*a*) Roketin itki kuvvetini; (*b*) fırlatmada ve yakıt bitmeden hemen önce roketin üzerindeki net kuvveti; (*c*) zamanın bir fonksiyonu olarak roketin hızını ve (*d*) yakıt bittiğindeki hızını. Hava direncini yok sayınız ve yerçekimi ivmesini $g = 9.80\ \text{m/s}^2$ olarak alınız.

YAKLAŞIM İtkinin tanımı (Dnk. 19-9 b'den sonraki tartışmaya bakınız) olan Dnk. 19-9 b'deki son terim, $\vec{\mathbf{v}}_{\text{bağıl}}\,(dM/dt)$ ile başlayalım. Net kuvvet [(*b*) şıkkı için] itki ve yerçekiminin vektörel toplamıdır. Hız Dnk.9-19b kullanılarak bulunur.

ÇÖZÜM (*a*) İtki

$$F_{\text{itki}} = v_{\text{bağıl}}\frac{dM}{dt} = (-2800\ \text{m/s})(-190\ \text{kg/s}) = 5.3 \times 10^5\ \text{N}$$

ile tanımlanır. Burada yukarı yön pozitif alınmıştır. Ancak, $\vec{\mathbf{v}}_{\text{bağıl}}$ aşağı doğru olduğundan negatif, ayrıca, dM/dt, roketin kütlesi azalmakta olduğundan, negatiftir.

(*b*) Başlangıçta $F_{\text{dış}} = Mg = (2.1 \times 10^4\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) = 2.1 \times 10^5\ \text{N}$ ve yanma sonunda $F_{\text{dış}} = (6.0 \times 10^3\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) = 5.9 \times 10^4\ \text{N}$'dir. Böylece, fırlatmada roketin üzerindeki net kuvvet

$$F_{\text{net}} = 5.3 \times 10^5\ \text{N} - 2.1 \times 10^5\ \text{N} = 3.2 \times 10^5\ \text{N}, \qquad \text{[fırlatma]}$$

ve yakıt bitmeden hemen önce

$$F_{\text{net}} = 5.3 \times 10^5\ \text{N} - 5.9 \times 10^4\ \text{N} = 4.7 \times 10^5\ \text{N}. \text{ [yanma sonu]}$$

Yakıt bittikten *sonra* doğaldır ki net kuvvet yerçekimidir: $-5.9 \times 10^4\ \text{N}$.

(*c*) Dnk. 9-19b'den

$$dv = \frac{F_{\text{dış}}}{M}\,dt + v_{\text{bağıl}}\frac{dM}{M}$$

bulunur ki burada $F_{\text{dış}} = -Mg$, ve M zamanın bir fonksiyonu olan roketin kütlesidir. $\vec{\mathbf{v}}_{\text{bağıl}}$ sabit olduğundan, yukardaki ifadenin kolayca integrali alınabilir:

$$\int_{v_0}^{v} dv = -\int_0^t g\,dt + v_{\text{bağıl}}\int_{M_0}^{M}\frac{dM}{M}$$

veya

$$v(t) = v_0 - gt + v_{\text{bağıl}}\ln\frac{M}{M_0}.$$

Burada $v(t)$ roketin hızı ve M herhangi bir t anındaki kütlesidir. Dikkat edersek, harekete ters yönde olduğundan, $\vec{\mathbf{v}}_{\text{bağıl}}$ negatif bir değere (bizim durumda –2800 m/s) sahiptir ve $M_0 > M$ olduğundan ln (M/M_0) terimi de negatiftir. Böylece, itkiyi temsil eden son terim pozitif olur ve hızı arttırma yönünde etki eder. (*d*) Yanma sonuna ulaşmak için gerekli zaman, tüm yakıtın (15,000kg) 190 kg/s hızıyla tükenmesi için gereken zamandır; öyleyse yanma sonunda,

$$t = \frac{1.50 \times 10^4\ \text{kg}}{190\ \text{kg/s}} = 79\ \text{s}$$

olur. Başlangıç hızı $v_0 = 0$ alınırsa, (*c*) şıkkına ait sonucu kullanarak

$$v = -(9.80\ \text{m/s}^2)(79\ \text{s}) + (-2800\ \text{m/s})\left(\ln\frac{6000\ \text{kg}}{21{,}000\ \text{kg}}\right) = 2700\ \text{m/s}$$

bulunur.

Özet

Bir cismin **doğrusal momentumu** $\vec{\mathbf{p}}$, cismin kütlesi ile hızının çarpımı olarak tanımlanır:

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}. \qquad \textbf{(9–1)}$$

Momentum cinsinden **Newton'un ikinci yasası** şu şekilde yazılabilir:

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}. \qquad \textbf{(9–2)}$$

Yani, bir cismin momentumunun değişim hızı cisim üzerine etki eden net kuvvete eşittir.

Bir cisimler sistemine etki eden net kuvvet sıfır ise toplam momentum sabit kalır. Bu **momentumun korunumu** yasası olarak bilinir. Başka bir şekilde ifade edersek, izole bir cisimler sisteminin toplam momentumu sabit kalır.

Momentumun korunması yasası, **çarpışmalar** olarak bilinen bir sınıf olayın ele alınmasında çok yararlıdır. Bir çarpışmada iki (veya daha fazla) cisim birbiri ile çok kısa bir süre etkileşir ve bu sürede biri tarafından diğeri üzerine yapılan etki, o cisme etkimekte olan diğer kuvvetlere göre çok daha büyüktür. Böyle bir kuvvetin cisim üzerine uyguladığı **itme** şu şekilde tanımlanır:

$$\vec{\mathbf{J}} = \int \vec{\mathbf{F}}\, dt$$

ve $\vec{\mathbf{F}}$ cismin üzerine etkiyen net kuvvet ise, değeri cismin momentumundaki değişime eşittir:

$$\Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_s - \vec{\mathbf{p}}_i = \int_{t_i}^{t_s} \vec{\mathbf{F}}\, dt = \vec{\mathbf{J}}. \qquad \textbf{(9–6)}$$

Toplam momentum tüm çarpışmalarda korunur:

$$\vec{\mathbf{p}}_A + \vec{\mathbf{p}}_B = \vec{\mathbf{p}}'_A + \vec{\mathbf{p}}'_B.$$

Toplam enerji de korunur. Ancak, bu bilgi, çoğu kez, kinetik enerjinin de korunduğu durumlarda yararlıdır. **Esnek çarpışmalar** olarak bilinen böyle durumlarda:

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_A'^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B'^2. \qquad \textbf{(9–7)}$$

Kinetik enerji korunmuyorsa, çarpışma esnek olmayan bir çarpışmadır. Çarpışmadan sonra cisimler birbirlerine yapışarak hareket ederlerse bu çarpışma **tümüyle esnek olmayan** bir çarpışma olarak nitelendirilir.

Bir parçacıklar sistemi veya sürekli bir madde dağılımına sahip boyutlu bir cisim için **kütle merkezi** (KM) şu şekilde tanımlanır:

$$x_{KM} = \frac{\Sigma m_i x_i}{M}, \quad y_{KM} = \frac{\Sigma m_i y_i}{M}, \quad z_{KM} = \frac{\Sigma m_i z_i}{M} \qquad \textbf{(9–11)}$$

veya

$$x_{KM} = \frac{1}{M}\int x\, dm, \quad y_{KM} = \frac{1}{M}\int y\, dm, \quad z_{KM} = \frac{1}{M}\int z\, dm, \qquad \textbf{(9–13)}$$

Burada M sistemin toplam kütlesidir.

Bir sistemin kütle merkezi şu nedenle önemlidir: Bu nokta, kütlesi M olan ve üzerine aynı net kuvvet $\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{dış}$. dış'ın etki ettiği tek bir parçacık gibi hareket eder. Denklem olarak yazıldığında, bu bir parçacıklar sistemi (veya boyutlu cisim) için Newton'un ikinci yasasıdır:

$$M\vec{\mathbf{a}}_{KM} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{dış}, \qquad \textbf{(9–17)}$$

Burada, M sistemin toplam kütlesi, $\vec{\mathbf{a}}_{KM}$ sistemin KM'nin ivmesi ve $\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{dış}$ sistemin tüm parçacıkları üzerine etki eden toplam (net) dış kuvvettir.

Toplam momentumu $\vec{\mathbf{P}} = \Sigma m_i\vec{\mathbf{v}}_i = M\vec{\mathbf{v}}_{KM}$ olan bir parçacıklar sistemi için Newton'un ikinci yasası

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{dış}. \qquad \textbf{(9–5)}$$

[*Cismin kütlesi M sabit değilse, bu durumda

$$M\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{dış} + \vec{\mathbf{v}}_{bağıl}\frac{dM}{dt} \qquad \textbf{(9–19b)}$$

Burada $\vec{\mathbf{v}}$ cismin herhangi bir andaki hızı ve $\vec{\mathbf{v}}_{bağıl}$ cisme giren (veya cismi terk eden) kütlenin bağıl hızıdır.]

Sorular

1. Momentumun korunduğunu iddia ediyoruz. Ancak hareket eden cisimlerin çoğu eninde sonunda yavaşlayıp duruyor. Açıklayınız.
2. Kütleleri m_1 ve m_2 olan iki blok birbirlerine bir yayla bağlıdır ve sürtünmesiz bir masa üzerinde durmaktadırlar. Bloklar çekilerek aralarındaki yay geriliyor ve tekrar bırakılıyor. İki bloğun bundan sonraki hareketini tanımlayınız.
3. Bir ağır cisim ve bir hafif cisim aynı kinetik enerjiye sahiptirler. Hangisinin momentumu daha büyüktür? Açıklayınız.
4. Bir kişi bir ağaçtan atlayıp yere çarptığında momentumuna ne olur? Açıklayınız.
5. Momentumun korunumu kavramı çerçevesinde, bir balığın kuyruğunu sağa sola oynatarak ileri doğru nasıl hareket edebildiğini açıklayınız.
6. İki küçük çocuk bir uzay istasyonunda hareketsiz durmaktadırlar. 20 kg kütleli kız 40 kg gelen oğlanı iter ve oğlana 1.0 m/s'lik bir hız verir. Kız (*a*) hareketsiz kalır; (*b*) aynı yönde 1.0 m/s'lik bir hızla hareket eder; (*c*) 1.0 m/s'lik bir hızla ters yönde hareket eder.
7. 15km/sa hızla hareket eden bir kamyon 30 km/sa hızla hareket eden daha küçük bir otomobille kafa kafaya çarpışmaktadır. Aşağıdaki ifadelerden hangisi durumu en iyi şekilde ifade etmektedir? (*a*) Kamyonun kütlesi daha büyük olduğundan kamyondaki momentum değişimi daha büyüktür. (*b*) hızı daha büyük olan otomobil daha büyük bir momentum değişimine sahiptir. (*c*) momentum korunduğu için otomobil de kamyon da momentumunu değiştirmez. (*d*) momentum korunduğu için, her iki aracın momentumlarının büyüklüğü değişmez. (*e*) Yukarıdakilerden hiç biri doğru olmak zorunda değildir.
8. Düşen bir top oda tabanı ile mükemmel bir esnek çarpışma yapsa, başlangıç yüksekliğine erişebilir mi? Açıklayınız.
9. Bir genç, kürekle çekilen bir şişme botun kenarından suya atlamaktadır. Genç şişme botu terk ederken şişme bota ne olur? Açıklayınız.
10. Anlatıldığı kadarı ile, antik dönemde zengin bir adam elinde bir altın para torbası ile donmuş bir gölün üstünde çaresiz kalakalmış. Buz sürtünmesiz olduğundan kendini sahile yaklaştıramıyormuş ve donarak ölmek üzereymiş. Bu durumdan kendisini kurtarabilmesi için ne yapmasını önerirdiniz?

11. Bir tenis topu, servis vuruşunun dönüşünde, raket çok hızla vurmasa bile, servis atışının başındaki kadar hızlı olabilir. Bu nasıl mümkün olabilir?

12. Bir cisim için küçük bir kuvvetten kazanacağı itme, büyük bir kuvvetten kazanacağından fazla olabilir mi? Nasıl?

13. Bir kuvvet, sıfırdan farklı bir zaman aralığında, bu aralığın en az bir bölümünde sıfırdan farklı ise nasıl olur da sıfır itme verebilir? Açıklayınız.

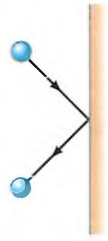
14. İki araba arasındaki bir çarpışmada bunlardan hangisinin yolculara daha çok zarar vermesini beklersiniz? (*a*) arabalar çarpışıyorlar ve yapışıyorlar. (*b*) arabalar çarpışıyor ve her ikisi de geriye zıplıyorlar. Açıklayınız.

15. Bir süper top h yüksekliğinden sert bir çelik yüzeye (Dünya üzerinde sabit) düşürülüyor ve hemen hemen bırakıldığı yüksekliğe kadar geri zıplıyor. (*a*) Bu sürecin herhangi bir kısmında topun momentumu korunuyor mu? (*b*) Top ve Dünya'yı sistemmiz olarak kabul edersek bu sürecin hangi bölümlerinde momentum korunmaktadır? (*c*) Çelik plakaya düşen ve yapışan bir macun parçası için bölüm (*b*)'deki yanıt ne olurdu?

16. Çarpışmalara dayanıklı olsun diye, otomobiller olabildiğinde sert ve katı yapılmaya çalışılırdı. Bugün, otomobiller, çarpıştığında içe çöken parçaları bulunacak şekilde imal edilirler. Bu yeni imalat şeklinin avantajı nedir?

17. Bir hidroelektrik enerji santralinde su, bir elektrik jeneratörünü çeviren bir eksene bağlı türbin bıçaklarına yüksek hızla yönlendirilmektedir. Maksimum güç yaratılması için türbin bıçakları suyu tümüyle durduracak bir şekilde mi, çarpıp geriye dönecek şekilde mi tasarlanmalıdır?

18. Bir topu duvara çarptırma oyunu olan sukuaş'ta top duvara Şek. 9-36'daki gibi, 45 derecelik bir açı ile çarpmaktadır. (*a*) Topun momentumunun değişim yönü nedir? (*b*) Duvar üzerine olan kuvvetin yönü nedir?



ŞEKİL 9–36
Soru 18.

19. Bir vurucu, başka bir oyuncunun attığı beyzbol topunu, kendisinin havaya atığ vurduğu toptan daha ileriye gönderebilir. Neden?

20. Tüm kinetik enerjinin kaybolduğu bir çarpışma olayı tanımlayın.

21. .Esnek ve esnek olmayan çarpışmaların benzeyen yönü şu durumlardan hangisidir? (a) momentum ve kinetik enerji her ikisinde de korunur. (*b*) momentum her ikisinde de korunur. (*c*) momentum ve potansiyel enerji her ikisinde de korunur. (*d*) kinetik enerji her ikisinde de korunur.

22. 20 kişilik bir uçak tamamen dolu değilse, bazan yolcuların belli koltuklarda oturmaları ve boş koltuklara geçmemeleri istenir. Bunun gerekçesi ne olabilir?

23. Kollarımızda ağır yükler taşırken neden geriye doğru eğilme eğilimindeyiz?

24. 1 m uzunluktaki bir borunun KM tam ortasındayken kolumuz veya bacağımız için bu neden geçerli değildir?

25. Bir şekil çizerek, yere uzanmış konumdan oturma konumuna geçildiğinde KM'nin değişimini gösteriniz.

26. Üçgen şeklinde, ince ve düzgün kütle dağılımlı plakanın KM'ni bulmak için analitik bir yol bulunuz.

27. Açık bir kapının kenarının karşısında durunuz. Ayaklarınızı kapının iki yanına uzatmışken burnunuz ve göbeğiniz kapının kenarına dokunsun. Bu durumda ayak başparmağınızın ucunda yükselmeye çalışın. Yapamadığınızı göreceksiniz. Neden?

28. Bir cismin KM'nin momentumunu sadece bir dış kuvvet değiştirebilirse, bir iç kuvvet kaynağı durumundaki roket motoru arabayı nasıl ivmelendirilebiliyor?

29. Hava içinde parabolik bir yörüngede hareket etmekte olan bir roket aniden patlayarak bir çok parçaya ayrılıyor. Bu parçalar sisteminin hareketi hakkında ne söylenebilir?

30. Çok uzakta, hemen hemen boş uzayda hareket etmekte olan bir roket nasıl yön değiştirebilir?

31. Bir nükleer β bozunumu gözleminde bir elektron ve geri tepen çekirdek çoğu zaman aynı doğrultuda ortaya çıkmazlar. Momentumun korunumunu 2 boyutta kullanarak, bozunum sırasında, en azından bir parçacığa daha gereksinim duyulduğunu gösteriniz.

32. Buzlu ve sürtünmesiz bir yüzey üzerinde Can ve Ali birbirlerini bir ipin karşılıklı uçlarından çekmeğe çalışmaktadır. Ali, Can'dan daha güçlü olmakla birlikte Can 800 N ve Ali 720 N ağırlığındadır. Kim rakibini orta çizgiden kendi tarafına çekmeyi başaracaktır?

33. Bir panayır oyununda ağır bir silindir atılan küçük toplarla yıkılmaya çalışılmaktadır. Sizin eşit kütleli ve eşit hıza sahip toplar arasından silindire yapışan türden veya silindirden geriye yansıyan türden toplar seçme hakkınız bulunmaktadır. Bu toplardan hangisi silindiri harekete geçirme şansına sahiptir?

Problemler

9–1 Momentum

1. (I) Bir roket üzerine 1300 kg/s miktarında ve 4.5×10^4 m/s'lik bir hızla fırlatılan gazların oluşturduğu kuvveti hesaplayınız.

2. (I) 65 kg gelen bir kayakçı 15 s süreyle 25N'luk sabit bir sürtünme altında kalmaktadır. Kayakçının hızındaki değişim nedir?

3. (II) Bir parçacığın momentumu, SI birimlerinde şöyle verilmektedir: $\vec{\mathbf{p}} = 4.8t^2\hat{\mathbf{i}} - 8.0\hat{\mathbf{j}} - 8.9t\hat{\mathbf{k}}$. Zamanın bir fonksiyonu olarak kuvvet nedir?

4. (II) Kütlesi m olan bir parçacık üzerindeki kuvvet $\vec{\mathbf{F}} = 26\hat{\mathbf{i}} - 12t^2\hat{\mathbf{j}}$ (F, N; t de s cinsinden) olarak verilmektedir. $t = 1.0$ s ile $t = 2.0$ s arasında parçacığın momentumundaki değişim ne olacaktır?

5. (II) 145 g'lık bir beyzbol topu x ekseni boyunca 30.0 m/s'lik bir hızla ve 45°'lik bir açıyla bir çite çarpmakta ve y-ekseni boyunca değişmeyen bir hızla geriye dönmektedir.

6. (II) 0.145 g'lık bir beyzbol topu 32.0 m/s'lik bir hızla sopaya doğru fırlatılmakta ve vuruş sonunda 36.5 m yükseğe ulaşmaktadır. Sopa ve top arasındaki temas süresi 2.5 ms ise, bu temas sırasında top ve sopa arasındaki kuvvet nedir?

7. .(II) Toplam kütlesi 3180 kg olan bir roket dış uzayda 115 m/s'lik bir hızla hareket etmektedir. Yönünü değiştirmek için yönlendirme roketleri ilk harekete dik bir yönde kısa bir süre ateşlenmiştir. Roket gazlarının çıkış hızları 1750 m/s ise, ne kadar kütle atılmıştır?

8. (III) 120 km/saat hıza sahip olan bir rüzgarın taşıdığı hava, 45 m genişliğinde ve 65 m yüksekliğinde bir binanın yüzeyine kafa kafaya çarpmakta ve durgun hale gelmektedir. Hava metreküp başına 1.3 kg'lık bir kütleye sahipse, rüzgarın bina üzerine uyguladığı ortalama kuvveti belirleyiniz.

9–2 Momentumun Korunumu

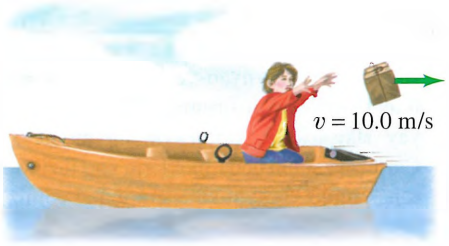
9. (I) 7700 kg'lık bir kapalı yük vagonu 18 m/s'lik bir hızla hareket ederken ikinci bir vagona çarpmaktadır ve iki vagon birbirine yapışarak 5.0 m/s'lik bir hızla hareket etmektedir. İkinci arabanın kütlesi nedir?

10. (I) 9150 kg'lık bir açık vagon, eğimsiz düz bir demir yolu üzerinde 15.0 m/s'lik bir hızla sürtünmesiz olarak kaymaktadır. Başlangıçta durgun haldeki 4350 kg'lık yük vagon üzerine düşürülüyor. Vagonun yeni hızı nedir?

11. (I) Durgun haldeki bir atom çekirdeği radyoaktif bozunmaya uğrayarak bir alfa parçacığı ve daha küçük bir çekirdeğe dönüşüyor. Alfa parçacığının hızının 2.8×105 m/s olduğu durumda bozunma sırasında geri tepen çekirdeğin hızını hesaplayınız. Geri tepen çekirdeğin kütlesinin alfa parçacığından 57 kere daha büyük olduğunu varsayınız.

12. (I) 2.5 m/s'lik bir hızla hareket eden 130 kg'lık bir orta saha oyuncusu 5.0 m/s'lik hızla hareket eden 82 kg'lık savunma oyuncusu ile kafa kafaya çarpışıyor ve birlikte yuvarlanıyorlar. Çarpışmadan sonra oyuncuların ortak hızı ne olacaktır?

13. (II) Bir botta bulunan bir çocuk, 5.70 kg'lık bir paketi yatay olarak ve 10.0 m/s'lik bir hızla fırlatıyor (Şek. 9-37). Botun başlangıçta hareketsiz olduğunu bilerek, fırlatmadan hemen sonraki hızını hesaplayınız. Çocuğun kütlesi 24.0 kg ve botun kütlesi 35.0 kg'dır.



ŞEKİL 9–37
Problem 13.

14. II) Başlangıçta 420 m/s'lik bir hızla hareket etmekte olan bir atom çekirdeği, kendisi ile aynı yönde hareket eden bir alfa parçacığı yayınlar. Geride kalan çekirdek 350 m/s'lik bir hıza yavaşlar. Alfa parçacığının kütlesi 4.0 u ve çekirdeğin ilk kütlesi 222 u ise, yayınlandığında alfa parçacığının hızı nedir?

15. (II) Duran bir cisim bir patlama ile iki parçaya ayrılır. Bir parça diğerinin 2 katı kinetik enerjiye sahiptir. Bunların kütlelerinin oranı nedir?

16. (II) 210 m/s'lik hıza sahip 22 g'lık bir kurşun 2.0 kg'lık bir odun bloğunu deler ve diğer taraftan 150 m/s'lik bir hızla çıkar. Vurulduğunda blok sürtünmesiz bir yüzey üzerinde durgundur. Bloğun merminin çıktıktan sonraki hızı nedir?

17. II) Kütlesi m olan ve x ekseni boyunca v_0 hızıyla hareket eden bir roket aniden kütlesinin üçte biri kadar bir yakıtı x eksenine dik yönde (y yönünde) v_0 hızıyla fırlatıyor. Roketin son hızını $2v_0$ gösteriminde ifade ediniz.

18. (II) Bir nötronun bir proton, bir elektron ve bir nötrinoya dönüşmesi 3 parçacıklı bozunum sürecine bir örnektir. Momentumun vektör karakterini kullanarak nötronun durgun olması durumunda 3 parçacığın hız vektörlerinin aynı düzlem içersinde olduğunu gösteriniz. Bu durum 3'ten fazla parçacuklı bozunumlarda geçerli değildir.

19. (II) A = 4.0 + 5.0 – 2.0 m/s hızıyla hareket eden $m_A = 2.0$ kg kütlesi durgun haldeki m_B =3.0 kg kütlesi ile çarpışıyor. Çarpışmadan hemen sonra m_A kütlesi A = (– 2.0 + 3.0) m/s hızıyla hareket etmektedir. m_B kütlesinin çarpışmadan sonraki hızını hesaplayınız. Çarpışma sırasında iki kütleye başka hiçbir dış kuvvetin etkisinin olmadığını varsayınız.

20. (II) 925 kg'lık iki kademeli bir roket Dünya'dan uzakta 6.60×10^3 m/s'lik bir sürat ile hareket etmekte iken, daha önceden planlandığı şekilde, roket iki eşit parçaya ayrılır ve bu parçalar ilk yöne paralel şekilde ve birbirlerine göre 2.80×10^3 m/s'lik bir hızla hareket etmeye başlarlar. (*a*) Patlamadan sonra her parçanın (Dünya'ya göre) sürati ve yönü nedir? (*b*) Patlama ile temin edilen enerji miktarı ne kadardır? [*İpucu:* Patlama sonucunda kinetik enerjideki değişim ne kadardır?]

21. (III) 60.0^0'lik bir açıyla fırlatılan ve 116 m/s'lik bir hızla hareket etmekte olan 224 kg'lık bir mermi, yörüngesinin en tepesinde (hızının yatay olduğu noktada) 3 eşit parçaya ayrılır. Parçalardan ikisi patlamadan sonra, patlamadan önceki merminin sürati ile aynı sürate sahip olup, bunlardan bir tanesi aşağıya doğru düşey olarak ve diğeri ise yatay olarak hareket etmektedir. (*a*) Patlamadan hemen sonra üçüncü parçanın hızını (yön ve büyüklük) ve (*b*) patlamada serbest bırakılan enerji miktarını hesaplayınız.

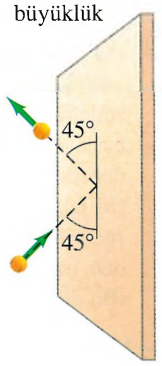
9–3 Çarpışmalar ve İtme

22. (I) 0.145 kg'lık bir beyzbol topu 35.0 m/s'lik hızla hareket ederken yatay olarak bir beyzbol sopası tarafından 56.0 m/s'lik bir hızla geriye gönderiliyor. Sopa ile top arasındaki temas süresi 5.00×10^{-3} s ise, top ile sopa arasındaki kuvveti (bu süre içinde sabit olduğunu varsayarak) hesaplayınız.

23. (II) 0.045 kg'lık bir golf topu vurulduktan sonra 45 m/s'lik bir hızla uzaklaşıyor. Golf sopasının topla temas süresi 3.5×10^{-3} s'dir. (*a*) golf topuna iletilen itmeyi, (*b*) golf sopasının topa uyguladığı ortalama kuvveti bulunuz.

24. (II) 12 kg'lık bir çekiç bir çiviye 8.5 m/s'lik bir hızla çarpmakta ve 8.0 ms içinde durgun hale geçmektedir. (*a*) Çiviye verilen itme nedir? (*b*) Çivi üzerinde etkili olan ortalama kuvveti hesaplayınız.

25. (II) Kütlesi $m = 0.060$ kg ve sürati $v = 25$ m/s olan bir tenis topu bir duvara 25^0 açı yaparak çarpıyor ve aynı süratle geri yansıyor (Şek. 9-38). Topa aktarılan itmeyi (yön ve büyüklük olarak) değeri nedir?

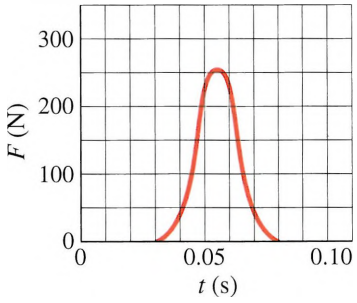


ŞEKİL 9–38
Problem 25.

26. (II) (Elbisesi dahil) 130 kg gelen bir astronot 1700 kg'lık uzay kapsülünü ayaklarıyla iterek 2.50 m/s'lik bir hız kazanmaktadır. (*a*) Uzay kapsulünün hızındaki değişim ne olur? (*b*) İtmenin süresi 0.500 s ise, herbirinin diğeri üzerine uyguladığı kuvvet nedir? Gözlem çerçevesi olarak kapsulün itilmeden önceki konumunu kullanınız. (*c*) İtme sonrasında her birinin kinetik enerjisi nedir?

27. (II) Yağmur 5.0 cm/sa hızıyla yağmakta ve bir kapta toplanmaktadır. Yağmur damlaları 8.0 m/s'lik bir hızla çarpıyorlarsa, 1.0 m^2 alana sahip bir tabanı olan bir kabın tabanında yağmur damlası çarpmalarından oluşan kuvveti, damlaların geri tepmesi olmadığını varsayarak hesaplayınız. Suyun kütlesi m^3 başına 1.00×10^3 kg'dır.

28. (II) Bir tenis topu (kütlesi 0.060 kg) üzerine etkimekte olan kuvvet $+x$ yönündedir ve zamanın bir fonksiyonu olarak Şek. 9-39'da verilmektedir. Grafiksel yöntemi kullanarak (*a*) topa verilen toplam itkeyi ve (*b*) servisle başlayan topun başlangıçta durgun olduğunu varsayarak, raketle vurulduktan sonraki hızını hesaplayınız.



ŞEKİL 9–39
Problem 28.

29. II) 0.50 kg'lık bir gazetenin 3.0 m/s'lik bir hızla atılabilmesi için hangi itmeye sahip olması gerekir?

30. II) Bir mermi üzerindeki kuvvet $t = 0$ ile $t = 3.0 \times 10^{-3}$s aralığında $F = [\,740 - (2.3 \times 10^5\ \text{s}^{-1})\,t\,]$ N formülü ile verilmektedir. (*a*) F'ye karşı t grafiğini bu zaman aralığında çiziniz. (*b*) Grafiği kullanarak mermiye verilen itmeyi belirleyiniz. (*c*) İmpulsu integral alarak belirleyiniz. (*d*) İtme sonucu mermi 260 m/s hızına ulaşmışsa, merminin kütlesi ne olmalıdır? (*e*) 4.5 kg'lık tüfeğin geri tepme hızı nedir?

31. (II) (*a*) Kütlesi m ve hızı v olan bir molekül bir duvara dik açı ile çarpmakta ve aynı hızla geri yansımaktadır. Çarpışma süresi Δt ise, duvar üzerine olan ortalama kuvvet nedir? (*b*) Eğer hepsi aynı türden moleküller, (ortalamada) t zaman aralıkları ile duvara çarpıyorlarsa, uzun bir zaman aralığı üzerinden ortalaması alınmış ortalama kuvvet nedir?

32. (III) (*a*) Sert bir platforma 3.0m yüksekten 65.0 kg'lık bir kişi atladığında ortaya çıkan impulsu hesaplayınız. (*b*) Kişinin ayağı tarafından platforma uygulanan ortalama kuvveti, bu inişin bacakların dik olması (*c*) bacaklarının bükülmüş olması durumlarında hesaplayınız. Gövdenin, bükülmemiş bacaklarla 1.0 cm, bükülmüş bacaklar durumunda 50 cm kadar yer değiştirdiğini varsayınız. [*İpucu:* İmpulsu veren net kuvvet, kütle çekimi ile platformca uygulanan kuvvetin vektör toplamıdır.]

33. (III) Bir terazi, üzerine yatay ve sığ bir kap konulduğunda sıfır okuyacak şekilde ayarlanmıştır. 2.5 m yükseklikte bir musluk açılmakta ve kaba, $R = 0.14$ kg/s hızıyla su dolmaya başlamaktadır. Şunları belirleyiniz: (*a*) Terazinin okuyacağı değerleri, t zamanının bir fonksiyonu olarak veren bir formül, (*b*) terazinin $t = 9.0$ s anında okuyacağı değer, (*c*) (*a*) ve (*b*) şıklarında yaptığınız hesabı, sığ kabın, taban alanı $A = 20$ cm^2 olan uzun ve dar bir kapla değiştirildiği durum için tekrarlayınız (Bu durumda su seviyesi yükselmektedir).

9–4 ve 9-5 Esnek Çarpışmalar

34. (II) 0.060 kg'lık bir tenis topu 4.50 m/s'lik bir hız ile hareket ederken, aynı yönde 3.00 m/s hızıyla hareket etmekte olan 0.090 kg'lık bir topla kafa kafaya çarpışıyor. Tümüyle esnek bir çarpışma varsayarak, her topun çarpışma sonrasındaki hız ve yönünü bulunuz.

35. (II) 0.45 kg'lık bir hokey topu, 4.80 m/s hızıyla doğuya doğru hareket ederken, durmakta olan 0.900 kg'lık bir top ile kafa kafaya çarpışıyor.Tümüyle esnek bir çarpışma olduğunu varsayarsak, çarpışma sonrasında her bir cismin sürati ve yönü ne olacaktır?

36. (II) 0.280 kg'lık bir kriket topu, hareketsiz durumdaki ikinci bir topla kafa kafaya esnek bir çarpışma yapıyor. İkinci top birincinin ilk hızının yarısına eşit bir süratle uzaklaşıyor. (*a*) İkinci topun kütlesi nedir? (*b*) İlk kinetik enerjinin hangi kesri $(\Delta K/K)$ ikinci topa aktarılmıştır?

37. (II) Kütlesi 0.220 kg olan bir top 7.5 m/s'lik bir hızla hareket etmekte iken, başlangıçta durgun bir topla kafa kafaya çarpışıyor. Çarpışmadan hemen sonra, hareketli top 3.8 m/s hızıyla geriye dönüyor. (*a*) Hedef durumundaki topun çarpışma sonrasındaki hızını ve (*b*) bu topun kütlesini hesaplayınız.

38. (II) Kütlesi m olan bir top durmakta olan ikinci bir topla kafa kafaya çarpışıyor ve ilk süratinin 0.350'i bir süratle geri dönüyor. İkinci topun kütlesini hesaplayınız.

39. (II) Şu durumlarda, duran bir hedef parçacıkla kafa kafaya ve esnek bir çarpışma yapan bir nötron ($m_1 = 1.01$ u) tarafından kaybedilen kinetik enerji kesrini hesaplayınız. (*a*) ^1_1H ($m = 1.01$ u); (*b*) ^2_1H (ağır hidrojen, $m = 2.01$ u); (*c*) $^{12}_{6}\text{C}$ ($m = 12.00$ u); (*d*) $^{208}_{82}\text{Pb}$ (kurşun, $m = 208$ u).

40. (II) Genel olarak, bir boyutlu ve esnek olan tüm kafa kafaya çarpışmalarda, çarpışma sonrası hızların şu ifadelerle verileceğini gösteriniz:

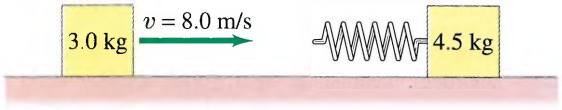
$$v'_B = v_A\left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right) + v_B\left(\frac{m_B - m_A}{m_A + m_B}\right)$$

ve

$$v'_A = v_A\left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) + v_B\left(\frac{2m_B}{m_A + m_B}\right).$$

Burada v_A ve v_B, kütleleri sırasıyla m_A ve m_B olan cisimlerin ilk hızlarıdır.

41. (III) 3.0 kg'lık bir blok sürtünmesiz bir masa üstünde, kütlesi 4.5 kg olan durgun ikinci bir kütleye doğru hareket etmektedir. Hooke yasasına uyan ve yay sabiti $k = 850$ N/m olan bir yay ikinci kütleye iliştirilmiştir ve hareketli kütle buna çarptığında yay sıkışacaktır. (*a*) Yayın en büyük sıkışması ne olur? (*b*) Çarpışma sonrasında blokların son hızları ne olur? (*c*) Çarpışma esnek midir? (yayın kütlesini ihmal ediniz).



ŞEKİL 9–40 Problem 41.

9–6 Esnek Olmayan Çarpışmalar

42. (I) Bir balistik sarkaç deneyinde, 1 numaralı mermide h maksimum yüksekliği 2.6 cm'ye eşittir. Aynı kütlede ikinci bir mermi, sarkacı bunun 2 katı olan $h_2 = 5.2$ cm'ye yükseltmektedir. İkinci mermi birinciden ne kadar hızlıdır?

43. (II) (*a*) Örnek 9-11'deki balistik sarkaçta kaybedilen kinetik enerjinin $\Delta K/K$ oranı için m ve M cinsinden bir formül elde ediniz. (*b*) $m = 16.0$ g ve $M = 380$ g için hesaplayınız.

44. (II) 28 g'lık bir mermi 210 m/s hızıyla 3.6 kg'lık bir balistik sarkacın içine gömülmektedir. Sarkaç tavana 2.8 m uzunluğunda bir iple asılıdır ve çarpma sonrası sarkaç bir yay çizmektedir. Sarkacın en büyük yer değiştirmesinin yatay ve düşey bileşenlerini hesaplayınız.

45. (II) Bir patlamada başlangıçta durağan bir cisim 2 parçaya ayrılmaktadır ve parçalardan biri diğerinin 1.5 katı kütleye sahiptir. Patlamada 7500 J enerji salındıysa, her bir parçanın kinetik enerjilerini hesaplayınız.

46. (II) 920 kg'lık bir spor araba kırmızı ışıkta durmakta olan 2300 kg'lık bir kamyona arkadan çarpıyor. İki araba, çamurluklar ve frenler kilitlenmiş olarak, öne doğru 2.8 m kaydıktan sonra duruyorlar. Lastiklerle yol arasındaki sürtünme katsayısını 0.80 olarak alan görevli polis, spor arabanın çarpma anındaki hızını hesaplıyor. Bu hızın değeri nedir?

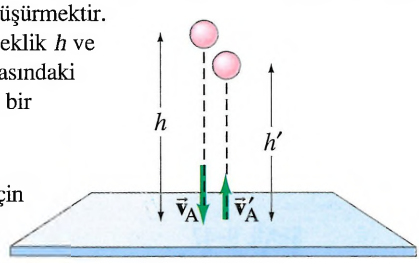
47. (II) 12 g'lık bir topu 1.5 m yukardan bıraktığınızda top geriye 0.75 cm'ye kadar sıçramaktadır. Yere çarptığında topa verilen toplam impuls nedir? (hava sürtünmesini yok sayınız).

48. (II) 35 m/s hızıyla gitmekte olan A arabası, başlangıçta durmakta olan aynı kütledeki B arabasına arkadan çarpıyor. Çarpışmadan hemen sonra B arabası ileri doğru 25 m/s hızıyla ilerlerken A arabası durgun kalıyor. Bu çarpışmada kinetik enerjinin ne kadarlık bir kesri kaybolmuştur?

49. (II) İki cismin kafa kafaya çarpışmasında esnek olmamanın bir ölçüsü olarak *geri dönme* (*restitüsyon*) katsayısı e şu şekilde tanımlanır:

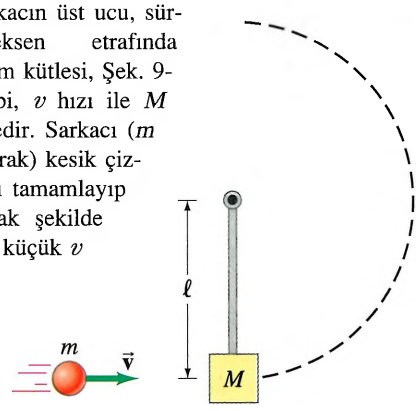
$$e = \frac{v'_A - v'_B}{v_B - v_A},$$

Burada paydaki terim iki cismin çarpışmadan sonraki bağıl hızları, paydadaki terim ise önceki bağıl hızlarıdır. (*a*) mükemmel esnek bir çarpışma için $e = 1$ ve tümüyle esnek olmayan bir çarpışma için ise $e = 0$ olduğunu gösteriniz. (*b*) Çelik gibi çok sert bir yüzeyle çarpışan bir cisim için geri dönme katsayısını ölçmenin basit bir yöntemi cismi ağır bir çelik plakanın üzerine, Şek. 9-41'de gösterildiği gibi düşürmektir. Katsayı e için ilk yükseklik h ve yüzeyle çarpışma sonrasındaki yükseklik h' cinsinden bir formül belirleyiniz.



ŞEKİL 9–41 Problem 49 için onarma katsayısı belirleme ölçümü

50. (II) Kütlesiz, ℓ uzunluğunda bir çubuğun ucuna bağlı M kütlesinden oluşan bir sarkacın üst ucu, sürtünmesiz bir eksen etrafında dönebilmektedir. Bir m kütlesi, Şek. 9-42'de gösterildiği gibi, v hızı ile M kütlesine gömülmektedir. Sarkacı (m kütlesi gömülmüş olarak) kesik çizgilerle gösterilen yayı tamamlayıp en üst noktayı aşacak şekilde harekete geçirecek en küçük v değerini hesaplayınız.



ŞEKİL 9–42 Problem 50.

51. (II) Kütlesi m = 0.0010 kg olan bir mermi, kütlesi M olarak verilen bir bloğa gömmekte, bu sırada blok ta bir yayı (k = 120 N/m) x = 0.050 m sıkıştırdıktan sonra durmaktadır. Masa ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ = 0.50. ise (*a*) merminin ilk hızı nedir? (*b*) Merminin ilk kinetik enerjisinin hangi kesri blokla mermi arasındaki çarpışmada kaybedilmiştir (tahta'ya zarar verme, ısının artması vs. için kullanılan) ?

52. (II)144 g'lık bir beyzbol topu 28.0 m/s'lik bir hızla, hemen hemen sürtünmesiz hareket edebilen tekerlekli bir platformda durmakta olan 5.25 kg'lık bir tuğlaya çarpıyor. Tuğlaya çarpan top aynı şekilde geriye yansıyor ve tuğla 1.10 m/s hızla ileriye doğru hareket ediyor. (*a*) Çarpışma sonrasında beyzbolun hızı nedir? (*b*) Çarpışmadan önceki ve sonraki toplam kinetik enerjiyi bulunuz

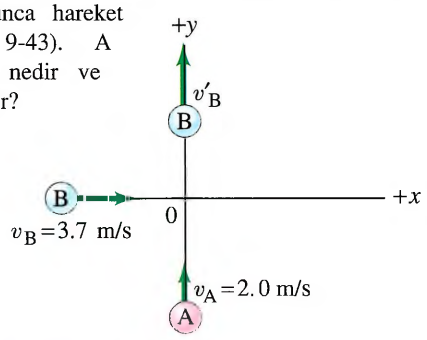
53. (II) 6.0 kg'lık bir cisim $+x$ yönünde 5.5 m/s'lik bir hızla hareket ederken, $-x$ yönünde 4.0 m/s hızla hareket eden 8.0 kg'lık bir cisimle kafa kafaya çarpışıyor.Şu durumlarda her kütlenin son hızını bulunuz. (*a*) cisimler birbirlerine yapıştıklarında, (*b*) çarpışma esnek olduğunda, (*c*) çarpışmadan sonra 6.0 kg'lık cisim hareketsiz ise, (*d*) çarpışma sonunda 8.0 kg'lık cisim hareketsiz kalıyorsa, (*e*) çarpışma sonunda 6.0 kg'lık cismin $-x$ yönünde 4.0 m/s'lik bir hızı varsa. Bulduğunuz (*c*), (*d*) ve (*e*)'de elde edilen sonuçlar sizce makul mü? Açıklayınız.

9–7 İki Boyuttaki Çarpışmalar

54. (II) Kütlesi m_A= 0,120 kg olan bilardo topu *A*, v_A = 2.80 m/s hızıyla, başlangıçta durgun ve kütlesi m_B = 0,140 kg olan B bilardo topu ile çarpışıyor. Çarpışma sonunda A topu 30.0°'lik bir açıyla saçılarak v_A'= 2.10 m/s hızıyla uzaklaşıyor. (*a*) *x*-ekseni A'nın ilk yönü olduğuna göre, açısal momentumun x ve y yönlerindeki bileşenlerini veren denklemleri yazınız. (*b*) Bu denklemleri B topunun v_B' hızı ve θ'_B açısı için çözünüz. Çarpışmanın esnek olduğu varsayımını yapmayınız!

55. (II) Durgun haldeki bir radyoaktif çekirdek ikinci bir çekirdek, bir elektron ve bir nötrino'ya bozunmaktadır. Elektron ve nötrino birbirlerine dik açılarda olup sırasıyla 9.6 × 10^{-23}kg-m/s ve 6.2 × 10^{-23}kgm/s momentumlarına sahiptirler. İkinci (geri tepen) çekirdeğin momentumunun büyüklüğünü ve yönünü hesaplayınız.

56. (II) Eşit kütlelere sahip iki bilardo topu birbirlerine dik açıda hareket ediyorlar ve xy koordinat sisteminin merkezinde karşılaşıyorlar. Başlangıçta A topu y ekseni boyunca 2.0 m/s hızıyla, B topu x ekseni boyunca 3.7 m/s hızı ile hareket etmektedirler. Çarpışmadan (esnek olduğu varsayılacaktır) sonra ikinci top $+y$ boyunca hareket etmektedir (Şek. 9-43). A topunun son yönü nedir ve topların süratleri nedir?



ŞEKİL 9–43 Problem 56
(A topu çarpışma sonrasında gösterilmemiştir.)

57. (II) Kütlesi m olan ve v hızında bir atom çekirdeği kütlesi $2m$ olan başlangıçta durgun bir hedef parçacıkla çarpışıyor ve 90º'lik bir açı ile saçılıyor. (*a*) Hedef parçacık hangi açı ile hareket eder? (*b*) Her iki parçacığın son süratleri nedir? (*c*) İlk kinetik enerjinin hangi kesri hedef parçacığa geçmiştir?

58. II) Bir nötron, kütlesi 4 nötronun kütlesine eşit olan, başlangıçta durgun bir helyum çekirdeği ile esnek bir çarpışma yapıyor. Helyum çekirdeği $\theta'_2 = 45°$ açı yaparak uzaklaşıyor. Çarpışma sonrasında, nötronun saçılma açısı θ'_1 ve iki parçacığın v'_n ve v'_{He}, süratlerini hesaplayınız. Nötronun başlangıç hızı 6.2 × 10^5 m/s.

59. (III) Bir Neon atomu (m =20.0 u), durmakta olan bir başka atomla esnek bir çarpışma yapıyor. Çarpışma sonrasında neon atomu başlangıçtaki yönünden 55.6° saparak hareketini sürdürürken, bilinmeyen atom –50.0° açı yaparak uzaklaşıyor. Bilinmeyen atomun kütlesini (u cinsinden) hesaplayınız. (*İpucu:* burada sinüs yasasını kullanabilirsiniz.)

60. (III) Eğik atış yapmakta olan m_1 kütleli bir parçacık, durmakta olan m_2 kütleli bir hedef parçacıkla esnek çarpışma yaptığında, başlangıçta hareketli parçacığın saçılma açısı θ'_1, (*a*) $m_1 < m_2$, için 0° ile (*b*) $m_1 > m_2$. için $\cos^2\phi = 1 - (m_2/m_1)^2$ koşulunu sağlayan bir ϕ açısından küçük olacağını gösteriniz.

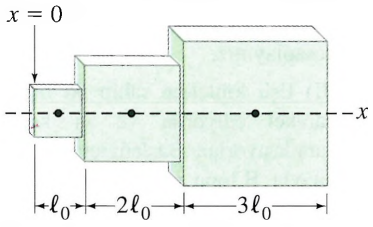
61. (III) Bir tanesi durgun olan iki özdeş kütleli cismin esnek çarpışmasında son durum hız vektörleri arasındaki açının her zaman 90º olduğunu gösteriniz.

9–8 Kütle Merkezi (KM)

62. (I) 1250 kg'lık boş bir aracın KM, arabanın ön çizgisinin 2.50 m gerisindedir. Arabanın başlangıcından 2.80 m uzaktaki ön sırasına 2 kişi ve başlangıçtan 3.90 m uzaklıktaki arka sırasına 3 kişi oturmuş olsalar kütle merkezi arabanın başlangıcından itibaren nereye taşınır? Her kişinin kütlesinin 70.0 kg olduğunu varsayınız.

63. (I) Bir CO molekülünde karbon atomu (m = 12 u) ve bir oksijen atomu (m = 16 u) arasındaki uzaklık 1.13×10^{-10}m'dir. Karbon atomunun molekülün kütle merkezinden uzaklığı nedir?

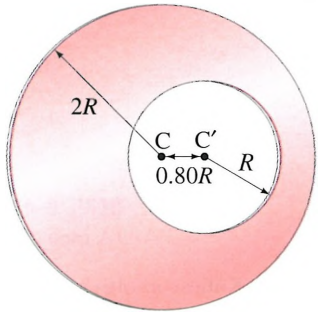
64. (II) Kenar uzaklıkları ℓ_0, $2\ell_0$, ve $3\ell_0$ olan üç küp birbirlerine dokunacak şekilde ve merkezleri aynı hat üzerine (Şek. 9-44) yerleştirilmiştir. Bu sistemin KM, bu hat boyunca nereye yerleşir? Küplerin aynı tekdüze malzemeden yapıldığını varsayınız.



ŞEKİL 9–44
Problem 64.

65. (II) 18 m × 18 m boyutlarında 6200 kg'lık kare şeklinde bir sal bir feribot olarak kullanılmaktadır. Her birinin kütlesi 1350 kg olan 3 araba salın KD, GD ve GB köşelerine yerleştirilirse, salın merkezine göre, yüklü haldeki feribotun KM'ni hesaplayınız.

66. (II) Yarıçapı $2R$ olan dairesel bir plakanın içinde R yarıçaplı bir bölüm kesilerek alınmıştır. Daha küçük çemberin C′ merkezi, büyük çemberin C merkezinden 0.80R uzaktadır (Şek. 9-45). Plakanın KM'nin konumu nedir? (*İpucu:* Çıkarmayı deneyiniz.)

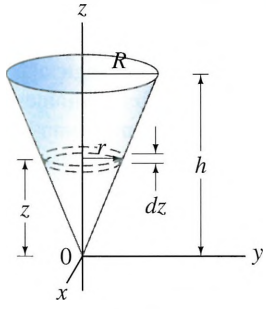


ŞEKİL 9–45
Problem 66.

67. (II) Düzgün ince bir tel yarıçapı r olan bir yarım çember şeklinde bükülmüştür. Kütle merkezinin koordinatlarını "tam" çemberin merkezindeki orijine göre hesaplayınız.

68. (II) Amonyum molekülünün kütle merkezini bulunuz. Kimyasal formül NH_3'tür. Hidrojenler, tepesinde azot atomu olan bir piramidin, bir eşkenar üçgen (kenarı 0.16 nm) teşkil eden tabanının köşelerindedir. Azot üçgenin düzleminden 0.037 nm uzaktaki tepededir.

69. (III) R yarıçaplı ve h yüksekliğindeki düzgün bir koniden oluşan makine parçasının KM'ni (Şek. 9-46) hesaplayınız. [*İpucu:* Koniyi, şekildeki gibi, dz kalınlığında sonsuz sayıda ince disklere bölünüz.)



ŞEKİL 9–46
Problem 69.

70. (III) Tabanı bütün kenarları s büyüklüğünde bir kare olan ve üçgen yanal yüzeylere sahip düzgün bir piramidin KM'ni hesaplayınız. (*İpucu*: Problem 69'a bakınız.)

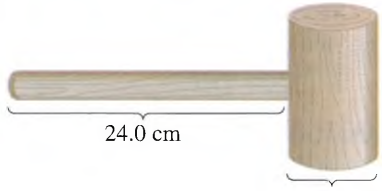
71. (II) Düzgün ve ince, yarım daire şeklindeki bir plakanın KM'ni belirleyiniz.

9–9 KM ve Öteleme Hareketi

72. (II) MA = 35 kg ve MB = 25 kg olarak veriliyor. Hızları (m/s olarak) $\vec{\mathbf{v}}_A = 12\hat{\mathbf{i}} - 16\hat{\mathbf{j}}$ ve $\vec{\mathbf{v}}_B = -20\hat{\mathbf{i}} + 14\hat{\mathbf{j}}$. Sistemin kütle merkezinin hızını hesaplayınız.

73. (II) Dünya ve Ay'ın kütleleri sırasıyla 5.98×10^{24} kg ve 7.351×10^{22} kg ve merkezleri arasındaki uzaklık 3.84×10^{8} m'dir. (*a*) Bu sistemin KM nerededir? (*b*) Dünya-Ay sisteminin Güneş etrafındaki ve Dünya'nın ve Ay'ın ayrı ayrı Güneş etrafındaki hareketleri hakkında ne söyleyebilirsiniz?

74. (II) Tahta bir çekicin kafası, kütle olarak 2.80 kg olan 0.0800 m çapında bir silindir olup kütlesi 0.500 kg olan 0.240 m uzunluğunda silindirik bir sapı vardır (Şek. 9-47). Eğer çekiç kütle merkezi çevresinde dönecek şekilde havaya fırlatılırsa, parabolik bir yörünge takip eden nokta, sapın alt ucundan ne kadar yukardadır?



ŞEKİL 9–47
Problem 74.

75. II) 55 kg'lık bir kadın ve 72 kg'lık erkek sürtünmesiz buz bir yüzey üzerinde 10.0 m uzakta ayaktadırlar. (*a*) Kütle merkezinin kadından uzaklığı ne kadardır? (*b*) Her biri aynı ipin iki ucunu tutuyor olsalar ve adam ipi çekerek 2.5 m hareket etmiş olsa şimdi kadından uzaklığı ne olur? (*c*) Kadınla çarpıştığında adam ne kadar hareket etmiş olur?

76. (II) Örnek 9-18'de (Şek. 9-32), $m_{II} = 3m_I$ olduğunu var sayalım. (*a*) m_{II} nereye düşer? (*b*) $m_I = 3m_{II}$ ise durum nedir?

77. (II) Biri 85 kg diğeri 55 kg olan 2 kişi kütlesi 78 kg olan bir kayıkta oturmaktadırlar. Kayık başlangıçta durgun iken, kayığın iki ucunda 3 m aralıkla oturmakta olan iki kişi yerlerini değiştirirler. Kayık hangi yönde ne kadar hareket edecektir?

78. (III) 25 m uzunlukta 280 kg'lık düz bir vagon 6.0 m/s'lik bir hızla yatay ve sürtünmesiz raylar üzerinde hareket etmektedir. 95 kg'lık bir işçi, vagonun bir ucundan diğer ucuna hareket yönünde, vagona göre 2.0 m/s'lik bir hızla yürümektedir. Adamın diğer uca ulaşmasına kadar geçen sürede vagon ne kadar yol kateder?

79. (III) Kütlesi M olan büyük bir balon ve sepeti, havada yere göre hareketsiz olarak durmaktadır. m kütlesinde bir kişi sepetten çıkıp bir ip boyunca balona göre v hızı ile kayarak aşağıya iner. Bunun sonrasında, balon yere göre hangi yönde ve ne hızla hareket eder? Yolcu yere ulaşmadan durursa ne olur?

9–10 Değişken Kütle

*80. (II) 3500 kg'lık bir roket yerden ayrılırken $3.0g$ ile ivmelenmektedir. Gazlar roketten 27 kg/s oranında fırlatılıyorsa gazlar egsozdan çıkan gazların hızı nedir?

*81. (II) Örnek 9-19'daki taşıma bandı 150 N'luk bir sürtünme ile yavaşlamaktadır. Gereken motor çıkış gücünü (beygir gücü, hp, olarak), çakılların banda düşmeye başlamasından (t = 0), 22 m uzunluğundaki taşıma bandının sonundan yere düşmeye başlamalarından 3.0 s sonrasına kadar olan süre için zamanın bir * fonksiyonu olarak belirleyin.

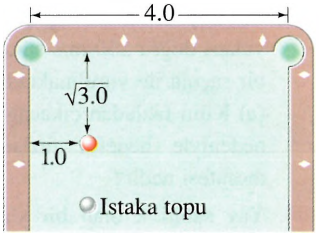
82. Bir uçağın jet motoru 1 saniyede içine çektiği 120 kg havayı saniyede 4.2 kg yakıtla yakmaktadır. Yanan gazlar uçağı 550 m/s hızla (uçağa göre) terk etmektedirler. Uçak 270 m/s (600 mi/sa) hızla yolculuk yapıyorsa, şunları belirleyiniz: (*a*) Fırlatılan yakıt nedeniyle oluşan itki; (*b*) motordan geçen ivmelenmiş hava nedeniyle oluşan itki; ve (*c*) uçağa verilen güç (beygir gücü, hp, olarak).

*83. (II) 1850 m/s hızla yerden uzaklaşmakta olan bir roket, yerden 6400 km yukarda roketlerini ateşlerken fırlatılan gazlar (rokete göre) 1300 m/s sürate sahiptirler. O anki roket kütlesi 25,000 kg olduğuna ve 1.5 m/s^2 değerinde bir ivme istendiğine göre, gazlar hangi hızla fırlatılmalıdır?

*84. (III) Bir kızak kumla doldurulmuş olup eğimi 32^0 olan bir yokuştan kaymaktadır. Kumlar kızaktaki bir delikten 2.0 kg/s hızıyla akmaktadır. Kızak durgun halden 40.0 kg toplam kütle ile başlamışsa, eğim boyunca 120 m yol alması için ne kadar süre geçecektir?

Genel Problemler

85. Acemi bir bilardo oyuncusu Şek. 9-48'de gösterildiği gibi, bir köşe vuruşu ile karşı karşıyadır. Oyun alanının bağıl boyutları da gösterilmiştir. Oyuncumuz bunun ıstaka topunun da deliğe düşeceği boş bir vuruş olabileceğinden endişe etmeli midir? Ayrıntılı bilgi veriniz (Topların eşit kütleli olduklarını ve esnek çarpıştıklarını varsayınız.)

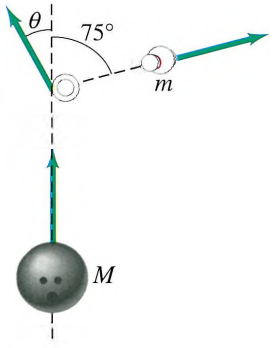


ŞEKİL 9–48
Problem 85.

86. Bir Mersin fırtınasında, rüzgarlar camları yatay olarak 120 km/sa hızında dövebilirler. Hava, bir kişiye metrekare başına 45 kg/s hızında çarparak durgun hale geliyorsa kişi üzerindeki rüzgar kuvvetini hesaplayınız. Kişiyi 1.60 m boyunda ve 0.50 m eninde varsayınız. Kişinin kütlesini 75 kg varsayarak, onunla yeryüzü arasındaki tipik en yüksek sürtünme kuvveti ($\mu \approx 1.0$) ile karşılaştırınız.

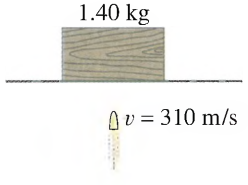
87. Bir top 1.50 m yüksekten bırakılmakta ve top, geriye 1.20 m yükseğe ulaşmaktadır. Enerjisinin %90'ını kaybetmeden önce topumuz yaklaşık kaç kez zıplar?

88. Bovling oyununda sert bir devrilme sağlamak için, bovling topu lobutlarla bir yanak vuruşu yapmalıdır (Şek. 9-49). Lobutun 5 katı kütleye sahip olan bovling topu başlangıçta 13.0 m/s ile hareket etmektedir. Lobut topun ilk yönünden 75^0 açıyla devrilir. Şunları hesaplayınız: (*a*) lobut'un ve (*b*) topun çarpışmadan hemen sonraki süratlerini ve (*c*) topun saptırılacağı açıyı. Çarpışmanın esnek olduğunu varsayınız ve topun dönmesini ihmal ediniz.



ŞEKİL 9–49
Problem 88.

89. Bir mermi, ince ve yatay bir tabaka üzerine durmakta olan 1.40 kg'lık tahta bloğa doğru düşey olarak (Şek.9-50) ateşlenmiştir. Eğerkütlesi 24.0 g olan mermi 310 m/s süratindeyse, mermi içine girdikten sonra blok havada ne kadar yükselir?



ŞEKİL 9–50
Problem 89.

90. Bir hokey topu $4m$ kütleye sahiptir ve bir şakanın parçası olarak patlatılmaktadır. Başlangıçta top durgundur ve sürtünmesiz buz yüzeyi üzerindedir. Bu sırada patlayan top 3 parçaya ayrılır. Kütlesi m olan parça buz üzerinde v hızıyla kayar. 2 m kütlesindeki diğer parça, $2v$ hızıyla kayar. 3. parçanın hızını hesaplayınız.

91. Örnek 9-3'te göz önüne aldığımız iki demiryolu vagonu tümüyle esnek şekilde çarpışırlar. Bu durumda, başlangıçtaki kinetik enerjinin ne kadarı ısı ve diğer enerji şekillerine dönüşür?

92. 4800 kg'lık bir açık demiryolu arabası, sabitlenmiş 8.60 m/s süratiyle yatay bir ray hattında hareket etmektedir. Ani ve yoğun bir kar bastırır ve araba 3.80 kg/dak hızıyla karla dolmaya başlar. Raylardaki sürtünme yok sayılabilirse 60.0 dak sonra arabanın sürati nedir? (Kısım 9-2'ye bknz.)

*93. Yavaş yavaş karla dolmakta olan Problem 92'deki vagonu göz önüne alalım. (*a*) Dnk.9-19'u kullanırsak, vagonun sürati zamanın bir fonksiyonu olarak nedir? (*b*) 60.0 dak sonra vagonun hızı nedir? Bu Problem 92'deki daha basit hesaplama, ile uyuşmakta mıdır?

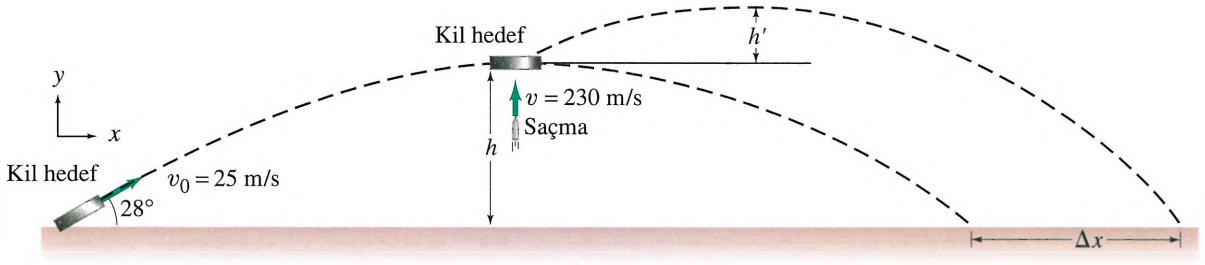
94. Sürtünmesiz bir masa üzerinde durmakta olan m_A ve m_B gibi iki kütle gergin bir yayla birbirine bağlanmış ve serbest bırakılmıştır (Şek. 9-51). (*a*) Sistem üzerinde net bir kuvvet var mıdır? (*b*) Süratlerinin v_A/v_B oranını belirleyiniz. (*c*) Kinetik enerjilerinin oranı nedir? (d) Bu sistemin KM'nin hareketini tanımlayınız. (e) Sürtünmenin varlığı bu sonuçları nasıl etkilerdi?



ŞEKİL 9–51 Problem 94.

95. Bir otomobil kazasında mahkemede bir fizik uzmanı olarak dinleniyorsunuz. Kaza, 1500 kg'lık bir A arabasının, duran 1100 kg'lık bir B arabasına çarpmasını içermektedir. A arabasının sürücüsü frene basmış ve 15 m gittikten sonra kayarak B'ye çarpmıştır. Çarpışmadan sonra A arabası 18 m ve B arabası 30 m kaymıştır. Yol ve kilitlenmiş frenler arasındaki sürtünme katsayısının 0.60 olduğu ölçülmüştür. A arabası sürücüsünün kazadan önce 90 km/sa olan hız limitini aşmış olduğunu gösteriniz.

96. Kütlesi yaklaşık 2.0 $\times$ 10^8 kg olan bir meteor 25 km/s hızıyla Dünya'ya (m_D = 6.0 $\times$ 10^{24} kg) çarpar ve yeryüzünde bir çukur açarak durur. (*a*) Dünyanın geri tepme sürati (Dünya'nın çarpışmadan önce durgun haline göre) nedir? (*b*) Meteorun kinetik enerjisinin hangi kesri Dünya'nın kinetik enerjisine aktarılmıştır? (*c*) Bu çarpışma sonucunda Dünya'nın kinetik enerjisi ne kadar değişir?

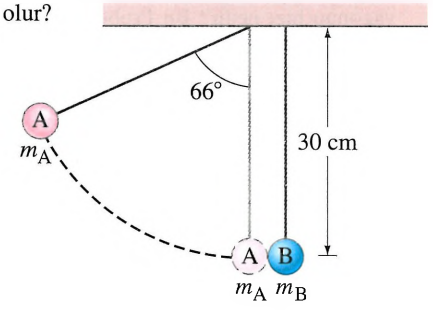


ŞEKİL 9–54
Problem 103.

97. Kütleleri 65 kg ve 85 kg olan iki astronot dış uzayda başlangıçta durgun haldedirler. Daha sonra birbirlerini iterek ayrılırlar. Daha küçük olan astronot 12 m gittiyse, astronotlar arasındaki uzaklık ne kadardır?

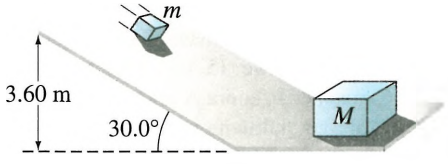
98. 22 g'lık bir mermi, yatay düzlemde hemen silahın önünde durmakta olan 1.35 kg'lık bir tahta bloğa çarpar ve gömülür. Blokla yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.28 olduğu ve çarpmann bloğu 8.5 m öteye götürdüğü bilindiğine göre, merminin namludan çıkış hızı neydi?

99. Kütleleri $m_A = 45$ g ve $m_B =$ 65g olan 2 top, Şek. 9-52'de görüldüğü gibi birer iple tavana asılıdırlar. Hafif top düşeyle 66^0 açı yapacak şekilde ayrılır ve serbest bırakılır. (*a*) Hafif topun çarpışmadan hemen önceki hızı nedir? (*b*) Çarpışma sonrasında her bir topun hızları ne olur? (*c*) Bu esnek çarpışmadan sonra her topun ulaşacağı en yüksek noktalar ne olur?



ŞEKİL 9–52
Problem 99.

100. Kütlesi m = 2.20 kg olan bir kütle, eğimi 30.0^0 ve yüksekliği 3.60 m olan bir eğik düzlemden kaymakta ve taban düzlemi üzerinde durgun haldeki M = 7.00 kg'lık blokla (Şek. 9-53) çarpışmaktadır. (Eğimin dibinde yumuşak bir geçiş olduğunu varsayınız.) Çarpışma esnekse ve sürtünme yok sayılabilirse, (*a*) blokların çarpışma sonrasındaki süratlerini ve (*b*) küçük kütlenin eğik düzlemde ne kadar geriye yükseleceğini belirleyiniz.



ŞEKİL 9–53 Problems 100 and 101.

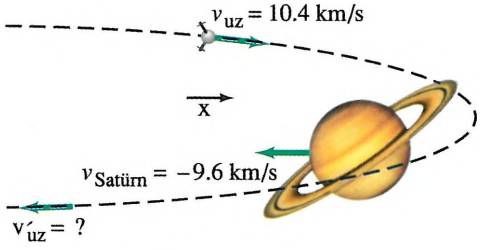
101. Problem 100'de (Şek. 9-53), m'nin, M'ye çarptıktan sonra eğimi tırmanması, durması ve M ile tekrar çarpışabilmesi için üst kütle sınırı nedir?

102. İlk hızları v olan eşit kütleli iki cisim arasındaki esnek bir çarpışma sonrasında birbirlerinden uzaklaşma hızları $v/3$'tür. Bunların ilk yönleri arasındaki açı neydi?

103. 0.25 kg'lık bir kil hedef yatayla 28^0 açıda 25 m/s süratiyle fırlatılıyor. Tam en tepeye, h yüksekliğine ulaştığında bu hedef, yukarı doğru 230 m/s süratiyle aşağıdan gelmekte olan 15g'lık bir saçma ile vurulmaktadır. Saçma kil hedefe gömülmektedir. (*a*) Kilin fazladan çıkacağı h' yüksekliği nedir? (*b*) Çarpma nedeniyle hedefin fazladan gitmek zorunda kalacağı Δx mesafesi nedir?

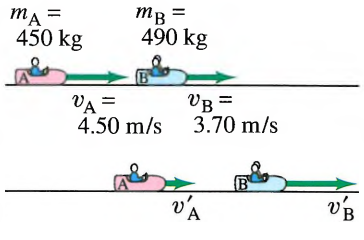
104. Yay sabiti k olan bir yay m ve $3m$ kütleli 2 blok arasına (bağlanmaksızın) yerleştirilmiştir. Başlangıçta bloklar sürtünmesiz bir yüzeyde durgun halde ve yayın denge durumundan D kadar sıkıştırıldığı konumda bulunmaktadırlar. Bloklar serbest bırakılınca yay tarafından ters yönlere itilirler. Yaydan ayrıldıktan sonra blokların süratlerini hesaplayınız.

105. *Kütle çekimsel sapan taşı etkisi.* Şek. 9-55'te Satürn gezegeni Güneş'e göre $-x$ yönünde 9.6 km/s yörünge hızı ile hareket etmektedir. Satürn'ün kütlesi 5.69×10^{26} kg'dır. 825 kg kütleye sahip bir uzay aracı Satürn'e yaklaşmaktadır. Satürn'den uzaklarda iken uzay aracı $+x$ yönünde 10.4 km/s hızıyla hareket etmektedir. Korunumlu bir kuvvet olan Satürn'ün kütle çekim kuvveti uzay aracını etkileyerek yörüngesini (şekilde kesikli çizgi) değiştirmekte ve tam ters yönde hareket etmesini sağlamaktadır. Uzay aracının, Satürn'ün çekiminden kurtulacak kadar uzakta ulaşacağı son sürati hesaplayınız.



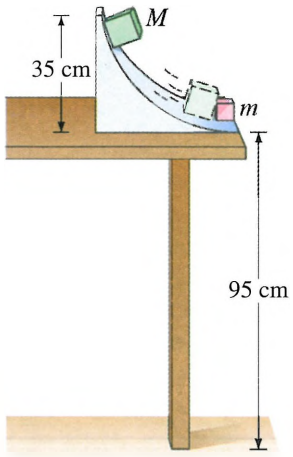
ŞEKİL 9–55 Problem 105.

106. Bir lunaparktaki çarpışan otolar biri diğerinin tam gerisinden gelecek şekilde (Şek. 9-56) esnek çarpışma yaparlar. Yolcuların farklı kütleleri nedeniyle, A arabasının kütlesi 450 kg, B'ninki 490 kg'dır. A arabası 4.50 m/s ile yaklaşırken B 3.70 m/s ile hareket ediyorsa, (a) arabaların çarpışma sonrasındaki hızlarını ve (b) her biri için momentum değişimlerini hesaplayınız.



ŞEKİL 9–56
Problem 106:
(a) çarpışmadan önce,
(b) çarpışmadan sonra.

107. Bir fizik laboratuarında bir küp, sürtünmesiz bir eğik düzlemde Şek. 9-57'de gösterildiği gibi kayarken, eğik düzlemin dibinde durmakta olan kendisinin yarı kütlesindeki diğer bir kübe esnek olarak çarpar. Eğik düzlemin yüksekliği 35 cm iken masa da yerden 0.95 m yukarıda ise her bir küpün düşeceği yeri hesaplayınız. [*İpucu:* Küpler masayı yatay hızlarla terk ederler.]



ŞEKİL 9–57
Problem 107.

108. Uzay Mekiği 850 kg'lık bir uyduyu yük bölümünden fırlatarak yörüngeye oturtacaktır. Fırlatma mekanizması etkinleştirilir ve uydu ile 4.0 s temasta kalarak, uyduya, Mekiğe göre $+z$ yönünde 0.30 m/s'lik bir hız verilir. Mekik 92,000 kg'lık bir kütleye sahiptir. (*a*) Fırlatma nedeniyle $-z$ yönünde oluşan Mekik hızı bileşeni vs nedir? (*b*) Fırlatma sırasında Mekik tarafından uyduya uygulanan ortama kuvvet nedir?

109. Yeni otomobil modellerinin çarpışma davranışını ölçme görevinde bir tasarım mühendisisiniz. Arabalar, sabit ve masif bir engele 45 km/sa hızıyla çarptırılarak test edilmektedirler. Yeni bir model 1500 kg olup çarpışma sonrasında durması için 0.15 s geçmektedir. (*a*) Engel tarafından otomobile uygulanan ortalama kuvvet nedir? (*b*) Arabanın ortama yavaşlamasını (negatif ivme) hesaplayınız.

110. Astronomlar, ortalama her milyon yılda bir 2.0 km genişliğinde bir göktaşının dünyaya çarptığını hesaplamaktadırlar. Bu türden çarpışmalar yeryüzündeki yaşam için büyük bir tehlike oluşturabilir. (*a*) Hacminin her metreküpünün 3200 kg geldiği hesaplanan küresel bir göktaşı Dünya'ya doğru 15 km/s hızıyla yaklaşıyor olsa, göktaşı kendini Dünya'ya gömdüğünde ortaya çıkacak yıkıcı enerjinin miktarı ne olur? (*b*) Karşılaştırma için bir atom bombasının 4.0×10^{16} J enerji saldığını göz önüne alınız. Göktaşının çarpmasıyla salınan enerjinin salınabilmesi için kaç bombanın aynı anda patlatılması gerekir?

111. Uzay elbisesi ve uçuş jeti paketi ile kütlesi 210 kg olan bir astronot, geriye uzay mekiğine gidebilmek için 2.0 m/s'lik hıza erişmek ister. Jet paketinin gazları 35 m/s hızıyla fırlatabildiğini varsayarak atılması gereken gaz kütlesi ne olmalıdır?

112. Güneşötesi bir gezegen, etrafında döndüğü yıldız üzerinde yarattığı yalpalama ile gözlenebilir. Kütlesi m_B olan bir güneşötesi gezegen m_A kütleli yıldızının çevresinde dönmektedir. Bu basit 2 cisimli sistem üzerinde etkiyen başka bir kuvvet yoksa KM sabittir. m_A ve m_B'nin, sistemin KM çevresinde r_A ve r_B yarıçaplı dairesel yörüngelerde olduğunu varsayınız. Bu durumda (*a*)

$$r_A = \frac{m_B}{m_A} r_B$$

olduğunu gösteriniz. (*b*) Şimdi bir Güneş benzeri yıldız ve Jüpiter'le aynı özelliklerde bir tek gezegen göz önüne alınız. Yani $m_B = 1.0 \times 10^{-3} m_A$ ve $r_B = 8.0 \times 10^{11}$m ise, sistemin KM çevresinde yıldızın yörünge yarıçapı r_A nedir? (*c*) Dünyadan gözlendiğinde bu uzak sistem, $2r_A$ mesafesi üzerinde yalpalıyor, yani gidip geliyor görünür. Astronomlar $\theta \approx 1$ miliyay saniyesi mertebesinde açısal yer değiştirmeleri görebiliyorlarsa (1 yay saniyesi = 1 derecenin 3600'de 1'i), yıldızın bu yalpalaması hangi d uzaklığından (ışık yılı cinsinden) gözlenebilir (1 ıy = 9.461×10^{15}m)? (*d*) Güneş'e en yakın yıldız yaklaşık 4 ıy uzaklıktadır. Yıldızlar bizim bulunduğumuz Samanyolu bölgesinde düzgün olarak dağılmışlarsa, bu teknik uygulanarak kaç yıldızda güneşötesi gezegen araması yapılabilir?

113. (Asteroitler, Mars'la Jüpiter arasındaki uzaklıklarda, Güneş çevresinde dolanan büyük boy göktaşlarıdır). İki asteroitin kafa kafaya çarpıştığını varsayalım. Kütlesi $m_A = 7.51 \times 10^{12}$kg olan A asteroitinin çarpışma öncesindeki hızı 3.3km/s, $m_B = 1.45 \times 10^{13}$kg olan B asteroitinin hızı ise tam ters yönde ve 1.4 km/s'dir. Çarpışma sonrasında asteroitler birbirinden ayrılmaz, tek bir gökcismi durumuna gelirse, yeni asteroitin hızını (yön ve büyüklük olarak) hesaplayınız.

*Sayısal/Bilgisayar

***114.** (III) Kütlesi m_A olan bir parçacık v_A hızı ile hareket etmekteyken daha küçük bir m_B kütlesinde ve durgun bir parçacıkla kafa kafaya esnek bir çarpışma yapar. (*a*) Çarpışmadan sonra m_B'nin süratinin

$$v'_B = \frac{2v_A}{1 + m_B/m_A}.$$

ile verildiğini gösteriniz. (*b*) Şimdi m_A ve m_B arasında durgun halde üçüncü bir m_C parçacığı olsun, öyle ki önce m_A, m_C ile kafa kafaya, daha sonra m_C, m_B ile kafa kafaya çarpışsın. Her iki çarpışma da esnek olsun.

$$v'_B = 4v_A \frac{m_C m_A}{(m_C + m_A)(m_B + m_C)}$$

olduğunu gösteriniz. (*c*) Şık (*b*)'nin sonucundan, maksimum v'_B için, $m_C = \sqrt{m_A m_B}$ olduğunu gösteriniz. (*d*) $m_B = 2.0$ kg, $m_A = 18$ kg ve $v_A = 2.0$ m/s verildiğinde, bir 'Tablolama' (spreadsheet) yazılımı kullanarak $m_C = 0.0$ kg'dan $m_C = 50.0$ kg'a kadar, 1.0 kg'lık adımlar halinde v'_B değerlerini hesapla ve grafiğini çiz. Sayısal sonuç, (*c*) ile uyumlu mu?

Alıştırmaların Yanıtları

A: (*c*) Çünkü momentum değişimi daha büyüktür.

B: Daha büyük (Δp daha büyüktür).

C: 0.50 m/s.

D: (*a*) 6.0 m/s; (*b*) hemen hemen sıfır; (*c*) hemen hemen 24.0 m/s.

E: (*b*); (*d*).

F: $x_{KM} = -2.0$ m; evet.

G: (*a*).

H: Kayık ters yönde hareket eder.

Siz de, hızlı dönüşü deneyebilirsiniz - eğer mideniz hızlı eğlence parkı araçlarının bir çoğunun yüksek açısal hızı ve merkezcil ivmesini kaldırabilirse. Kaldıramazsa, daha yavaş olan atlıkarınca ya da dönme dolabı deneyin. Dönen lunapark araçları açısal momentuma ve aynı zamanda dönme kinetik enerjisine sahiptirler. Açısal ivme bir net tork tarafından üretilir, ve dönen cisimler dönme kinetik enerjisine sahip olur.



BÖLÜM 10

Dönme Hareketi

İÇERİK

10–1 Açısal Nicelikler
10–2 Açısal Niceliklerin Vektör Doğası
10–3 Sabit Açısal İvme
10–4 Dönme Momenti
10–5 Dönme Dinamiği; Tork ve Dönme Eylemsizliği
10–6 Dönme Dinamiğinde Problem Çözümü
10–7 Eylemsizlik Momentinin Belirlenmesi
10–8 Dönme Kinetik Enerjisi
10–9 Dönme Artı Öteleme Hareketi: Yuvarlanma
*10–10 Neden Yuvarlanan Bir Küre Yavaşlar?

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Tahmin edin!

İçi dolu bir top ve içi dolu bir silindir bir rampadan aşağıya yuvarlanıyorlar. Her ikisi de hareketsiz durumdan aynı zamanda harekete başlıyorlar. Hangisi aşağıya ilk ulaşır.

(a) Aynı zamanda ulaşırlar.
(b) Sürtünme farklılıkları haricinde, neredeyse aynı zamanda ulaşırlar.
(c) Top ilk olarak ulaşır.
(d) Silindir ilk olarak ulaşır.
(e) İkisinin de kütlelerini ve yarıçaplarını bilmedensöylenemez.

Şimdiye kadar, temel olarak öteleme hareketi ile ilgilendik. Öteleme hareketinin kinematik ve dinamiğini (kuvvetin rolü), ve bununla ilişkili olarak enerji ve momentumu tartıştık. Bu ve bir sonraki bölümde dönme hareketi ile ilgileneceğiz. Dönme hareketinin kinematiği ve onun dinamiğini (tork dahil), ve daha sonra dönme kinetik enerjisi ve açısal momentumu (çizgisel momentumun açısal karşılığı) tartışacağız. Etrafımızdaki olayları anlamamız önemli ölçüde artacak - dönen bisiklet tekerleri ve kompakt disklerden eğlence parkı araçlarına, dönen bir patenciye, dönen Dünya'ya, ve bir santrifüje kadar - ve bir kaç sürpriz de olacak.

Bu bölümde asıl olarak rijit cisimlerin dönüşünü ele alacağız. Bir **rijit cisim**, değişmeyen belirli bir biçimi olan bir cisimdir, öyle ki onu meydana getiren parçacıklar birbirlerine göre sabit konumlarda kalırlar. Herhangi gerçek bir cisim üzerine bir kuvvet uygulandığında titreşme ya da şeklinde bozulmalara uğrama eğilimindedir. Fakat bu etkiler çoğunlukla çok küçüktür, öyleyse ideal bir rijit cisim kavramı iyi bir yaklaşıklık olarak kullanışlı olacaktır.

Dönme hareketini çalışmamız öteleme hareketi hakkındaki tartışmamıza paralel olacaktır: dönme hareketi, açısal hız, açısal ivme, dönme eylemsizliği, ve kuvvetin dönme karşılığı, "tork".

10–1 Açısal Nicelikler

Katı bir cisimin hareketi kütle merkezinin öteleme hareketi artı kütle merkezi *etrafında* dönme hareketi olarak analiz edilebilir (9-8 ve 9-9 Kısımları). Öteleme hareketini zaten detaylı bir şekilde işledik, o halde bütün dikkatimizi saf dönme hareketine veriyoruz. Bir cisimin sabit eksen etrafında *saf dönme hareketi* ile, bir cisimdeki bütün noktaların, örneğin Şek. 10-1'deki dönen teker üzerindeki noktası, birer daire üzerinde hareket ettiklerini ve bu dairelerin merkezlerinin tamamının dönme ekseni adı verilen bir çizgide olduğunu anlatmak istiyoruz. Şek. 10-1'de **dönme ekseni** sayfaya dik ve noktasından geçiyor. Eksenin eylemsiz bir referans çerçevesinde sabit olduğunu kabul ediyoruz, ama eksenin her zaman kütle merkezinden geçmesinde ısrar etmiyoruz.

Sabit bir eksen etrafında dönen üç boyutlu rijit bir cisim için, R sembolünü bir noktanın veya parçacığın dönme eksenine olan dik uzaklığını göstermek için kullanacağız. Bunu bazı koordinat sistemlerinin orijinini (nokta) referans alarak bir parçacığın konumunu belirtmek için kullanacağımız r ile R 'yi birbirinden ayırt etmek için yapacağız. Bu farklılık Şek. 10-2'de gösterilmiştir. Bu farklılık önemsiz bir nokta gibi görünebilir, fakat dönme hareketi ile çalışırken çok büyük hatalara neden olabilir. Orijinin cisim düzleminde olduğu (örneğin bir tekerin merkezinde) düz, çok ince bir cisim için R ve r hemen hemen aynı olacaktır.

Sabit bir eksen etrafında dönen bir cisim üzerindeki her nokta, merkezi dönme ekseni üzerinde olan ve yarıçapı R yani dönme ekseninden o noktaya olan uzaklık olan (Şek. 10-1'de P noktası için kesikli çizgi ile gösterilen) bir dairede hareket eder. Merkezden cisim üzerindeki herhangi bir noktaya çizilen düz bir çizgi aynı zaman aralığında aynı θ açısını süpürür. Cismin açısal konumunu veya ne kadar döndüğünü, cisim üzerindeki belli bir çizginin (Şek. 10-1'deki kırmızı) başka bir referans çizgisiyle, mesela Şek. 10-1'deki ekseniyle yaptığı ℓ mesafesi kadar hareket ettiği zaman, θ açısı kadar bir açısal yol gider. Açı genellikle derece cinsinden ifade edilir, fakat açısal ölçülerde *radyan* kullanılırsa dairesel hareketin matematiği daha kolay olur. Bir **radyan** (kısaca rad) uzunluğu yarıçapa eşit olan yay parçasına karşılık gelen açı olarak tanımlanır. Örneğin, Şek. 10-1'de P noktası dönme ekseninden kadar uzaktadır, ve daire yayı üzerinde ℓ mesafesi kadar hareket eder. ℓ yay uzunluğunun θ açısına karşılık geldiği söylenir. Genel olarak açısı θ

$$\theta = \frac{\ell}{R} \qquad [\theta \text{ radyan cinsinden}] \quad \textbf{(10–1a)}$$

olarak verilir, burada R dairenin yarıçapı ve ℓ, θ açısının karşısındaki yay uzunluğudur, ve radyan olarak ifade edilir. Eğer $\ell = R$, olursa $\theta = 1$ rad. olur.

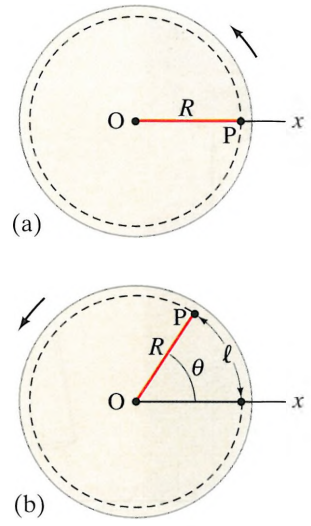
Radyan, iki uzunluğun oranı olduğundan dolayı boyutsuzdur. Bu yüzden hesaplamalarda bundan bahsetmek zorunluluğu yoktur, yine de açının derece değil radyan olduğunu hatırlatması amacıyla belirtmek en iyisidir. Dnk. 10-1a'yı yay uzunluğu ℓ cinsinden şu şekilde yeniden yazabiliriz:

$$\ell = R\theta. \qquad \textbf{(10–1b)}$$

Radyanın derece ile olan bağlantısı şu şekilde verilebilir. Bir tam dairede vardır ve bu dairenin çevresine eşit olan bir yay uzunluğuna karşılık gelir, $\ell = 2\pi R$. Bu nedenle tam bir dairede $\theta = \ell/R = 2\pi R/R = 2\pi$ rad böylece

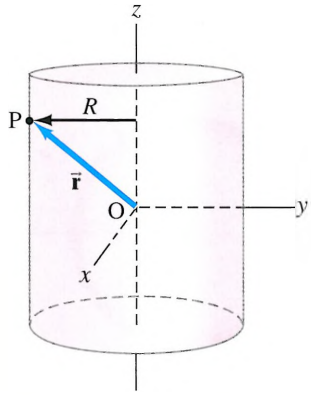
$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

olur. Bir radyan bu yüzden $360^\circ/2\pi \approx 360^\circ/6.28 \approx 57.3^\circ$ 'dir. Bir tam devir (dev) yapan bir cisim veya 2π radyan kadar döner: $1\,\text{dev} = 360^\circ = 2\pi$ rad.



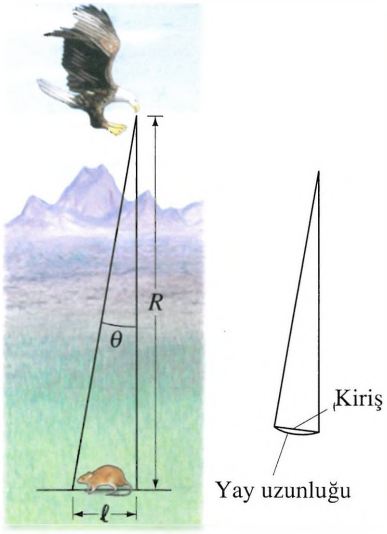
ŞEKİL 10–1 O noktasındaki merkezinden geçen bir eksen (eksen sayfa düzlemine dik) etrafında saatin aksi yönünde dönen bir tekere bakış. Her nokta, örneğin noktası, dairesel bir yolda hareket ederler; ℓ P noktasının, tekerin θ açısı kadar dönmesiyle aldığı yoldur.

ŞEKİL 10–2 Ekseni etrafında dönen bir silindirin kenarındaki P noktası için $\vec{\mathbf{r}}$ (yer vektörü) ve (dönme ekseninden olan uzaklık) arasındaki farklılığın gösterimi.



DİKKAT

Hesaplamalarda derece değil radyan kullanın



(a) (b)

ŞEKİL 10–3 (a) Örnek 10-1. (b) Küçük açılar için, yay uzunluğu ve kiriş uzunluğu (düz çizgi) hemen hemen eşittir. 15^0'ye kadar büyük açılar için, bu yaklaşımı kullanmaktaki hata sadece %1'dir. Daha büyük açılar için hata hızlı bir şekilde artar.

ÖRNEK 10–1 Avcı kuşlar - radyan cinsinden. Bazı özel kuşların gözleri 3×10^{-4} rad'lık açılar ile görülebilecek kadar küçük cisimleri ayırt edebilir. (*a*) Bu değer derece cinsinden nedir? (*b*) Kuş 100 m'lik bir yükseklikte uçarken ne kadar küçük bir cisimi ayırt edebilir (Şekil 10-3a)?

YAKLAŞIM (*a*) için $360° = 2\pi$ rad bağıntısını kullanırız. (*b*) için Dnk. 10-1b, $\ell = R\theta$ 'yı yay uzunluğunu bulmak için kullanırız.

ÇÖZÜM (*a*) 3×10^{-4} rad 'ı dereceye çevirirız:

$$(3 \times 10^{-4}\ \text{rad})\left(\frac{360°}{2\pi\ \text{rad}}\right) = 0.017°$$

veya yaklaşık $0.02°$.

(*b*) Dnk. 10-1b, $\ell = R\theta$ 'yı kullanırız. Küçük açılar için yay uzunluğu ℓ ve kiriş uzunluğu yaklaşık olarak eşittir (Şek. 10-3b). $R = 100$ m ve $\theta = 3 \times 10^{-4}$ rad olduğuna göre,

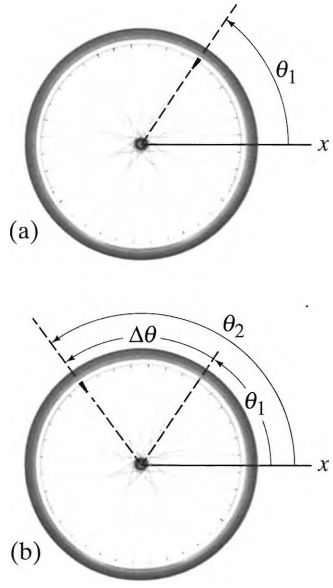
$$\ell = (100\ \text{m})(3 \times 10^{-4}\ \text{rad}) = 3 \times 10^{-2}\ \text{m} = 3\ \text{cm}$$

olarak buluruz. Bir kuş, 100 m'lik bir yükseklikten küçük bir fareyi (yaklaşık 3 cm uzunluğunda) ayırt edebilir. Bu iyi bir görüş açısıdır.

NOT Açı derece cinsinden verilmiş olsaydı, bu hesaplamayı yapabilmek için ilk önce radyana çevirmek zorunda olacaktık. Dnk.10-1 *sadece* açının radyan olarak verildiği durumlarda geçerlidir. Derece (veya tur sayısı) işe yaramayacaktır.

Dönme hareketini tarif etmek için, açısal ivme ve açısal hız gibi, açısal niceliklerden yararlanırız. Bunlar, çizgisel hareketteki niceliklere karşılık gelen benzerliklerle tanımlanır, ve dönen bir cisimi bir bütün olarak betimleyecek şekilde seçilir, böylece dönen cisim üzerindeki her nokta için aynı değere sahip olurlar. Dönen cisim üzerindeki her nokta ayrıca öteleme hızı ve ivmesine de sahiptir, fakat bunlar cisim üzerindeki farklı her nokta için farklı değerlere sahip olur.

ŞEKİL 10–4 Bir teker, (a) ilk konum θ_1 'den (b) son konum θ_2'ye dönüyor. Açısal yerdeğiştirme $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$. 'dir.



Şek. 10-4'teki bisiklet tekeri gibi bir cisim θ_1 ile tanımlanan bir başlangıç konumundan bir bitiş konumuna, θ_2 döndüğünde **açısal yerdeğiştirmesi**

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \text{ olur.}$$

Açısal hız (Yunan alfabesindeki küçük omega harfi ω ile gösterilir.) Bölüm 2'de tartışılan çizgisel (öteleme) hıza benzer şekilde tanımlanır. Çizgisel yerdeğiştirmenin yerine, açısal yerdeğiştirme kullanılır. Bu şekilde sabit bir eksen etrafında dönen bir cisimin **ortalama açısal hızı,** açısal konumdaki değişikliğin zamana oranı olarak tanımlanır:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \qquad \textbf{(10–2a)}$$

burada $\Delta\theta$ cisimin Δt zaman aralığında döndüğü açıdır. **Anlık açısal hız** bu oranın, Δt sıfıra yaklaştığındaki limit değeridir:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}. \qquad \textbf{(10–2b)}$$

Açısal hız radyan bölü saniye birimine sahiptir (rad/s). *Rijit bir cisimde bütün noktaların aynı açısal hız ile döndüğüne* dikkat edilmelidir, çünkü cisimdeki her nokta aynı zaman aralığında aynı miktarda açı boyunca döner.

Şek. 10-4 'teki tekerlek gibi bir cisim sabit bir eksen etrafında saat yönünde ya da saatin tersi yönünde dönebilir. Bölüm 2'de çizgisel hareket için $+x$ veya $-x$ yönünde olarak belirttiğimiz gibi, yönümüzü + veya – işareti ile belirtebiliriz. Genel kural olarak açısal yerdeğiştirme $\Delta\theta$ ve açısal hız ω tekerlek saat yönünün tersine döndüğünde pozitif olarak seçilir. Eğer dönme saat yönünde olursa θ azalacak, böylece $\Delta\theta$ and ω negatif olacaktır.

Açısal ivme (α ile gösterilir, Yunan alfabesindeki küçük alfa harfi), çizgisel ivmeye benzer şekilde, açısal hızdaki değişimin, bu değişimi yapmak için gereken zamana bölümü olarak tanımlanır. Ortalama açısal ivme

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad \textbf{(10–3a)}$$

olarak tanımlanır, burada ω_1 başlangıç açısal hızı, ve ω_2 ise bir Δtzaman aralığı kadar sonraki açısal hızı gösterir. **Anlık açısal ivme,** bu oranın Δt sıfıra giderkenki limiti olarak tanımlanır:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \qquad \textbf{(10–3b)}$$

ω dönen bir cisimin bütün noktaları için aynı olduğundan, Dnk. 10-3 bize α 'nında bütün noktalar için aynı olduğunu söyler. Bu nedenle ω ve α dönen cisimin bir bütün halindeki özellikleridir. α radyan bölü saniye ve t saniye olarak alınınca, α nın birimi radyan bölü saniye kare olur (rad/s^2).

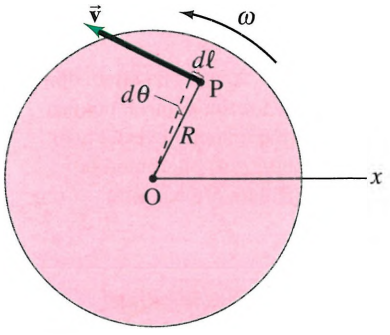
Dönen bir rijit cisimin her noktası ya da parçacığı, herhangi bir anda, v çizgisel hızına ve a çizgisel ivmesine sahiptir. Dönen cisimin her noktasındaki v ve a çizgisel niceliklerinin, ω ve α açısal nicelikleriyle bağlantısını kurabiliriz. Şek. 10-5'teki gibi, dönme ekseninden uzaklığında bulunan bir P noktasını ele alalım. Eğer cisim ω açısal hızı ile dönüyorsa, her nokta dairesel hareket yoluna teğet bir çizgisel hıza sahip olur. Bu noktanın çizgisel hızının büyüklüğü $v = d\ell/dt$ olur. Dnk. 10-1b'den, dönme açısındaki bir $d\theta$ değişimi (radyan olarak) çizgisel olarak alınan yola $d\ell = R\,d\theta$ ile bağlıdır. Buradan

$$v = \frac{d\ell}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}$$

veya

$$v = R\omega \qquad \textbf{(10–4)}$$

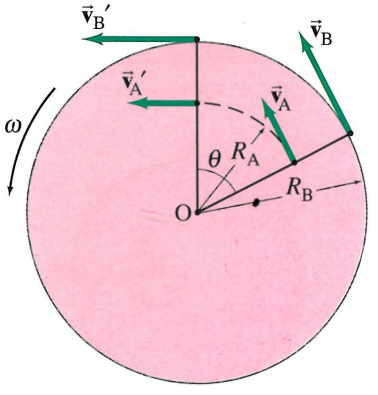
olur, burada R dönme ekseninden olan sabit uzaklıktır ve ω rad/s cinsindendir. Bu nedenle, dönen cisim üzerindeki her nokta için ω aynı olduğu halde, çizgisel hızı merkezden uzaklaştıkça daha büyük olur (Şek. 10-4). Dnk. 10-4'ün hem anlık hem de ortalama durumunda geçerli olduğuna dikkat edin.



ŞEKİL 10–5 Dönen bir teker üzerindeki P noktası herhangi bir anda $\vec{v}$ çizgisel hızına sahip olur.

KAVRAMSAL ÖRNEK 10–2 **Bir aslan bir attan daha mı hızlıdır?** Dönen bir atlıkarınca üzerinde, bir çocuk dış tarafa yakın duran bir atın üzerinde oturuyor, bir diğer çocuk ise merkezden yarı uzaklıktaki bir aslanın üzerinde oturuyor. (*a*) Hangi çocuk daha büyük çizgisel hıza sahiptir? (*b*) Hangi çocuk daha büyük açısal hıza sahiptir?

YANIT (*a*) *Çizgisel* hız alınan mesafenin zaman aralığına bölümüdür. Bir tur dönüşte dış kenardaki çocuk merkeze yakın olan çocuktan daha uzun bir mesafe yol alır, fakat zaman aralığı ikisi için de aynıdır. Bu nedenle dış tarafta, atın üzerindeki çocuk daha büyük çizgisel hıza sahip olur. (*b*) *Açısal* hız dönme açısının zaman aralığına bölümüdür. Bir tur dönüşte her iki çocuk ta aynı açı kadar dönerler ($360° = 2\pi$ rad). İki çocuk ta aynı açısal hıza sahip olurlar.



ŞEKİL 10–6 Saatin tersi yönde düzgün şekilde dönen teker. Teker üzerindeki iki nokta, merkezden R_A ve R_B mesafelerde, aynı açısal hız ω'ya sahip olur çünkü aynı zaman aralığında aynı açı boyunca seyahat ederler. Fakat iki nokta farklı çizgisel hızlara sahip olur çünkü aynı zaman aralığında farklı mesafeleri yol alırlar. $R_B > R_A$, olduğundan $v_B > v_A$ olur, (çünkü $v = R\omega$).

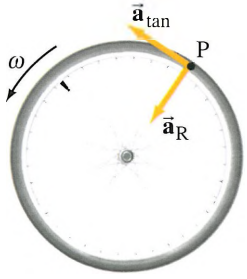
Eğer dönen bir cisimin açısal hızı değişiyorsa, cisimin tamamı - ve üzerindeki her nokta - bir açısal ivmeye sahip olur. Her nokta aynı zamanda yönü o noktanın dairesel yoluna teğet olan bir çizgisel ivmeye de sahip olur. Dnk. 10-4 ($v = R\omega$) t'ü kullanarak, dönen cisim üzerindeki bir noktanın açısal ivmesi α'nın çizgisel teğet ivme $a_{teğ}$ ile olan bağlantısını

$$a_{teğ} = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}$$

veya

$$a_{teğ} = R\alpha \qquad \textbf{(10–5)}$$

olarak gösterebiliriz. Bu denklemde, R parçacığın hareket ettiği dairenin yarıçapı, ve $a_{teğ}$ 'daki "teğ" altsimgesi 'teğetsel' anlamındadır.



ŞEKİL 10–7 Açısal hızı artan, dönen bir tekerlek üzerinde, bir P noktası çizgisel ivmenin hem teğetsel hem radyal (merkezcil) bileşenlerine sahiptir. (Bölüm 5'e bakınız).

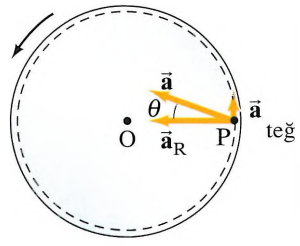
TABLO10–1
Çizgisel ve Açısal Nicelikler

Çizgisel	Tür	Açısal	Bağıntı (θ radyan cinsinden)
x	yerdeğiştirme	θ	$x = R\theta$
v	hız	ω	$v = R\omega$
$a_{teğ}$	ivme	α	$a_{teğ} = R\alpha$

ŞEKİL 10–8 Örnek 10–3. $t = 8.0\ s$ anında toplam ivme vektörü $\vec{a} = \vec{a}_{teğ} + \vec{a}_R$.



(a)



(b)

Bir noktanın herhangi bir andaki toplam çizgisel ivmesi iki bileşenin vektörel toplamıdır:

$$\vec{a} = \vec{a}_{teğ} + \vec{a}_R,$$

burada radyal bileşen, $\vec{a}_R$ radyal veya "merkezcil" ivme olup yönü noktanın dairesel hareketinin merkezine doğrudur; bakınız Şek. 10-7. Bölüm 5'te (Dnk. 5-1) yarıçaplı bir daire üzerinde çizgisel hızıyla hareket eden bir parçacığın radyal ivmesinin $a_R = v^2/R$ olduğunu görmüştük; bunu Dnk. 10-4'ü kullanarak ω cinsinden yeniden yazabiliriz:

$$a_R = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R} = \omega^2 R. \qquad \textbf{(10–6)}$$

Dnk. 10-6, dönen bir cisimin her parçasına uygulanabilir. Bu yüzden merkezcil ivme dönme ekseninden uzaklaştıkça daha büyük olur: bir atlı karıncanın en dışındaki bir çocuk en büyük ivmeyi hisseder.

Tablo 10-1 bir cisimin dönmesini tanımlayan açısal nicelikler ile o cisimin üzerindeki her noktanın çizgisel niceliklikleri arasında ilişkileri özetler.

ÖRNEK 10–3 **Açısal ve çizgisel hızlar ve ivmeler.** Bir atlıkarınca, başlangıçta hareketsizdir. $t = 0$ anında verilen sabit Açısal hız ω ve dönme frekansı f arasında bir bağıntı kurabiliriz. Frekans, Bölüm 5'te gördüğümüz gibi, saniyedeki tam devir (dev) sayısıdır. Bir devir (örneğin tekerin) radyanlık bir açıya karşılık gelir, ve bu nedenle $\alpha = 0.060\ \text{rad/s}^2$ açısal ivmesi, açısal hızı 8.0 s boyunca arttırıyor. Şu niceliklerin $t = 8.0\ \text{s}$ 'deki değerlerini bulunuz: (*a*) atlıkarıncanın açısal hızı; (*b*) merkezden 2.5 m uzaklıkta bulunan çocuğun (Şek. 10-8a, Şek. 10-8b deki P noktası,) çizgisel hızı; (*c*) aynı çocuğun teğetsel (çizgisel) ivmesi; (*d*) çocuğun merkezcil ivmesi; ve (*e*) çocuğun toplam çizgisel ivmesi.

YAKLAŞIM Açısal ivme α, sabittir. $t = 8.0$ saniye sonraki ω'yı çözmek için $\alpha = \Delta\omega/\Delta t$'yi kullanabiliriz. Bu ω ve verilen a ile, yeni türettiğimiz bağıntıları, Dnk. 10-4, 10-5, ve 10-6'yı kullanarak diğer nicelikleri bulabiliriz.

ÇÖZÜM (*a*) Dnk. 10-3a, $\bar{\alpha} = (\omega_2 - \omega_1)/\Delta t$ 'de $\Delta t = 8.0\ \text{s}$, $\bar{\alpha} = 0.060\ \text{rad/s}^2$ ve $\omega_1 = 0$ kullanırız. ω_2 'yi çözersek,

$$\omega_2 = \omega_1 + \bar{\alpha}\,\Delta t = 0 + (0.060\ \text{rad/s}^2)(8.0\ \text{s}) = 0.48\ \text{rad/s}$$

buluruz. 8.0 s aralık boyunca, atlıkarınca $\omega_1 = 0$'dan (durgun) $\omega_2 = 0.48\ \text{rad/s}$ 'ye hızlanmıştır.

(*b*) Çocuğun çizgisel hızı, $R = 2.5\ \text{m}$, $t = 8.0\ \text{s}$ ile, Dnk.10-4 ü kullanarak bulunur:

$$v = R\omega = (2.5\ \text{m})(0.48\ \text{rad/s}) = 1.2\ \text{m/s}.$$

Burada "rad" iki mesafenin oranı (Dnk. 10-1a.) olması nedeniyle boyutsuz olduğu (sadece bir hatırlatmadır) için yazılmamıştır.

(*c*) Çocuğun teğetsel ivmesi Dnk. 10-5 tarafından verilir:

$$a_{teğ} = R\alpha = (2.5\ \text{m})(0.060\ \text{rad/s}^2) = 0.15\ \text{m/s}^2$$

ve 8.0 s'lik ivme aralığı boyunca sabittir.

(*d*) Çocuğun $t = 8.0\ \text{s}$ 'deki merkezcil ivmesi Dnk. 10-6 tarafından verilir:

$$a_R = \frac{v^2}{R} = \frac{(1.2\ \text{m/s})^2}{(2.5\ \text{m})} = 0.58\ \text{m/s}^2.$$

(*e*) (*c*) ve (*d*) bölümlerinde hesaplanan çizgisel ivmenin iki bileşeni birbirlerine diktir. Bu nedenle $t = 8.0\ \text{s}$'deki toplam çizgisel ivmenin büyüklüğü

$$a = \sqrt{a_{teğ}^2 + a_R^2} = \sqrt{(0.15\ \text{m/s}^2)^2 + (0.58\ \text{m/s}^2)^2} = 0.60\ \text{m/s}^2$$

olur. Yönü (Şek. 10-8b)

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_{teğ}}{a_R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0.15\ \text{m/s}^2}{0.58\ \text{m/s}^2}\right) = 0.25\ \text{rad}$$

yani $\theta \approx 15°$ olur.

NOT Bu seçilen anda çizgisel ivme, çocuğu atlıkarınca ile birlikte bir dairede hareket halinde tutacak şekilde, büyük ölçüde merkezcildir. Hızı arttıran teğetsel bileşen daha küçüktür.

ω açısal hızını, f dönme frekaknsı ile ilişkilendirebiliriz. **Frekans**, Bölüm 5'te gördüğümüz gibi saniyedeki tam devir (dev) sayısıdır. Bir devir (örneğin bir tekerleğin) 2π radyanlık bir açıya karşılık gelir, ve bu nedenle 1 dev/s = 2π rad/s olur Bundan dolayı, genel olarak, f açısal hız ω ile

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

veya

$$\omega = 2\pi f. \qquad \textbf{(10–7)}$$

şeklinde ilişkilidir. Frekansın birimi, devir bölü saniye (dev/s), özel olarak hertz (Hz) olarak adlandırılır. 1 Hz = 1 dev/s'dir. "Devir"in gerçek bir birim olmadığına dikkat edilmelidir, böylece 1 Hz = $1s^{-1}$ dev/s yazabiliriz. Bir tam devir için gereken süre **periyod** T'dir, ve frekansa şu şekilde bağlıdır

$$T = \frac{1}{f}. \qquad \textbf{(10–8)}$$

Eğer bir parçacık saniyede 3 devirlik bir frekans ile dönüyorsa, o zaman her bir devirin periyodu $\frac{1}{3}$s olur

ALIŞTIRMA A Örnek 10-3'te, atlıkarıncanın 8.0 s sonra ω= 0.48 rad/s'lik bir açısal hız ile döndüğünü, t = 8.0 s'den sonra ivmenin bittiğini ve bu hızla devam ettiğini bulmuştuk. Atlıkarıncanın sabit açısal hıza ulaştıktan sonraki frekans ve periyodunu bulun.

ÖRNEK 10–4 **Sabit disk.** Bir bilgisayarın sabit diskinin kursu ile dönüyor (dds = dakikada devir sayısı = dev/dak). (*a*) kursun açısal hızı (rad/s) nedir? (*b*) Eğer diskin okuma kafası dönme ekseninden 3 cm uzaklıkta ise, onun hemen altında yer alan kurs üzerindeki bir noktanın çizgisel hızı nedir? (*c*) eğer tek bir bit hareket yönü boyunca 0.50 mμ lik bir uzunluğa ihtiyaç duyuyorsa, yazma kafası merkezden 3.00 cm uzaklıktayken saniyede kaç bit yazabilir?

FİZİK UYGULAMASI
Sabit disk ve bit hızı

YAKLAŞIM Verilen f frekansını tabakanın açısal hızı ω'yı bulmak için kullanırız ve sonra tabaka üzerindeki bir noktanın çizgisel hızını hesaplarız ($v = R\omega$). Bit hızı çizgisel hızın bir bitin uzunluğuna bölünmesiyle bulunur (v = uzunluk/zaman).

ÇÖZÜM (*a*) İlk olarak f = 7200 dev/dak olarak verilen frekansı "dev/s" olarak buluruz:

$$f = \frac{(7200 \text{ dev/dak})}{(60 \text{ s/dak})} = 120 \text{ dev/s} = 120 \text{ Hz}$$

Bu durumda açısal hız:

$$\omega = 2\pi f = 754 \text{ rad/s}.$$

(*b*) Eksenden 3.00 cm dışarıdaki bir noktanın çizgisel hızı, Dnk. 10-4 denklemi ile verilir:

$$v = R\omega = (3.00 \times 10^{-2} \text{ m})(754 \text{ rad/s}) = 22.6 \text{ m/s}.$$

(c) Her bit için 0.50×10^{-6} m, gereklidir, o halde 22.6 m/s'lik bir hızda, saniye başına kafadan geçen bit sayısı

$$\frac{22.6 \text{ m/s}}{0.50 \times 10^{-6} \text{ m/bit}} = 45 \times 10^{6} \text{ bit/s}$$

veya 45 megabit/s (Mbps) olur.

ÖRNEK 10–5 **Zamanın fonksiyonu olarak veriliyor.** $R = 3.0\,\text{m}$ yarıçaplı bir disk $\omega = (1.6 + 1.2t)\,\text{rad/s}$ açısal hızı ile dönmektedir. Burada t saniye olarak veriliyor. $t = 2.0\,\text{s}$, anında (*a*) açısal ivmeyi ve (*b*) diskin kenarındaki bir noktanın hızını ve ivmesinin bileşenlerini bulun.

YAKLAŞIM $\alpha = d\omega/dt$, $v = R\omega$, $a_{\text{teğ}} = R\alpha$, ve $a_{\text{R}} = \omega^2 R$, yani Dnk. 10-3b, 10-4, 10-5 ve 10-3b'yi kullanırız. ω 'yı sabitlerin birimlerini gösterecek şekilde açıkça yazabiliriz (daha sonra kontrol etmemiz gerekebilir): $\omega = [1.6\,\text{s}^{-1} + (1.2\,\text{s}^{-2})t]$ bu bize her terim için s^{-1} $(= \text{rad/s})$ verir.

ÇÖZÜM (*a*) Açısal ivme

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(1.6 + 1.2t)\text{s}^{-1} = 1.2\,\text{rad/s}^2 \text{ bulunur.}$$

(*b*) $t = 2.0$ anında dönen diskin merkezinde 3.0 m uzaklıktaki bir noktanın hızı Dnk.10-4 kullanılarak

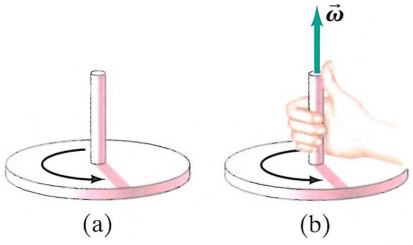
$v = R\omega = (3.0\,\text{m})(1.6 + 1.2t)\text{s}^{-1} = (3.0\,\text{m})(4.0\,\text{s}^{-1}) = 12.0\,\text{m/s}$ bulunur.

Bu noktanın $t = 2.0\,\text{s}$ anındaki çizgisel ivmesinin bileşenleri şunlardır.

$$a_{\text{teğ}} = R\alpha = (3.0\,\text{m})(1.2\,\text{rad/s}^2) = 3.6\,\text{m/s}^2$$
$$a_{\text{R}} = \omega^2 R = [(1.6 + 1.2t)\text{s}^{-1}]^2(3.0\,\text{m}) = (4.0\,\text{s}^{-1})^2(3.0\,\text{m}) = 48\,\text{m/s}^2.$$

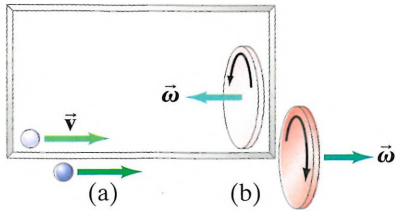
10–2 Açısal Niceliklerin Vektör Doğası

$\vec{\boldsymbol{\omega}}$ ve $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$'nın her ikisi de vektör olarak kabul edilebilirler, yönlerini şu şekilde tanımlarız: Şek. 10-9a'da görülen dönen tekerleği ele alalım. Tekerleğin farklı parçacıklarının çizgisel hızlarının hepsi farklı yönlere yönelmiştir. Uzayda dönme ile ilişkili tek yön dönme ekseni boyuncadır ve asıl harekete diktir. Bu nedenle dönme eksenini, $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ açısal hız vektörünün yönünde seçeriz. Aslında $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ dönme ekseni boyunca her iki yönü de gösterebileceğinden, bir belirsizlik vardır (Şek. 10-9a'daki gibi aşağı veya yukarı). Kullandığımız kural, sağ-el kuralı olarak adlandırılır, şöyle ki: sağ elin parmakları dönme ekseni çevresinde dönme yönünü gösterecek şekilde büküldüğünde, baş parmak $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ vektörünün yönünü gösterir. Bu durum Şek. 10-9b'de görülmektedir. $\vec{\boldsymbol{\omega}}$'nın, sağ-elli bir vidanın dönme yönünde döndürüldüğünde hareket ettiği yöne doğru olduğuna dikkat edin. Bu nedenle, eğer Şek. 10-9a'daki tekerin dönmesi saat yönünün tersine ise, $\vec{\boldsymbol{\omega}}$'nın yönü Şek. 10-9b'deki gibi yukarıya doğru olacaktır. Eğer teker saat yönünde dönerse, o zaman $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ tersine yani aşağıya doğru yönelecektir.† Dönen cisimin hiçbir parçasının $\vec{\boldsymbol{\omega}}$'nın yönünde hareket etmediğine dikkat edilmelidir.



ŞEKİL 10–9 a) Dönen tekerlek. (b) $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ 'nın yönünü bulmak için sağ el kuralı.

Eğer dönme ekseni bir yönde sabit tutulursa, o zaman $\vec{\boldsymbol{\omega}}$'nın sadece değeri değişir. Bu nedenle aynı şekilde $\vec{\boldsymbol{\alpha}} = d\vec{\boldsymbol{\omega}}/dt$ dönme ekseni boyunca yönelir. Eğer dönme Şek. 10-9a'daki gibi saat yönünün tersine ise ve $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$'nın değeri artıyorsa, o zaman ω yukarı doğru yönelir; fakat $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$'nın değeri azalıyorsa (tekerlek yavaşlıyor) $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ aşağıya yönelir. Eğer dönme saat yönünde ise, ω artıyorsa $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ aşağıya ve ω azalıyorsa yukarıya yönelir.



ŞEKİL 10–10 (a) Hız, gerçek bir vektördür. $\vec{\mathbf{v}}$'nin yansıması aynı yönü işaret eder. (b) Açısal hız, bu kurala uymadığı için, bir sözde-vektördür. Görüldüğü gibi, tekerin yansıması ters yönde döner, yani $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ ' nın yönü yansımanınkinin tam tersinedir.

†Kesin konuşmak gerekirse, $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ ve $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ tam bir vektör değildir. Problem bunların yansıma altında vektörler gibi davranmamasıdır. Doğrudan bir aynaya baktığımızı düşünerek, $\vec{\mathbf{v}}$ hızındaki bir parçacığın bir aynanın önünden ve paralel bir şekilde sağa doğru hareket ettiğini varsayalım. Ayna yansımasında $\vec{\mathbf{v}}$ yine sağa doğru yönelir, Şek. 10-10a. Bu nedenle, hız gibi gerçek bir vektör, ayna yüzeyine paralel yöneldiğinde, gerçekte olduğu gibi yansımasında da aynı yöne sahiptir. Şimdi aynanın önünde, $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ sağa yönelecek şekilde, dönen bir tekerlek düşünelim. (tekerleğin kenarından bakacağız). Aynadan görünen şekliyle, Şek. 10-10b, tekerlek ters yönde dönecektir. Yani $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ aynada aksi tarafa (sola) yönelecektir. $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ yansıma koşullarında gerçek bir vektörden farklı olduğu için, $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ *sözde-vektör* veya eksenel vektör olarak adlandırılır Açısal ivme $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ ve ayrıca bütün gerçek vektörlerin vektörel çarpımları da, birer sözde-vektördür (Kısım 11-2). gerçek vektörler ve sözde-vektörler arasındaki farklılık temel parçacık fiziğinde önemlidir, fakat bu kitapta bizi ilgilendirmeyecektir.

10–3 Sabit Açısal İvme

Bölüm 2'de, düzgün doğrusal hareket özel durumu için, ivme, hız, uzaklık, ve zamanı birbirlerine bağlayan, faydalı kinematik denklemleri (Dnk. 2-12) çıkardık. O denklemler, ivmeyi sabit varsayarak, çizgisel hız ve ivmenin tanımlarından çıkarıldı. Açısal hız ve açısal ivmenin tanımları, doğrusal karşılıkları ile aynıdır, sadece x, θ ile; v, ω ile; a, α ile değiştirilmelidir.Bu nedenle, **sabit açısal ivme** için açısal denklemler, Dnk. 2-12'ye benzer şekilde, x ile θ, v ile ω, ve a ile α değiştirilerek, tamamen aynı yoldan çıkarılabilir. Bunları burada çizgisel eşdeğerlerinin karşısında özetleyebiliriz ($t = 0$ ilk anında $x_0 = 0$ ve $\theta_0 = 0$ olarak seçilmiştir):

Sabit açısal ivmelenme için kinematik eşitlikler

$(x_0 = 0,\ \theta_0 = 0)$

Açısal	Çizgisel		
$\omega = \omega_0 + \alpha t$	$v = v_0 + at$	[sabit α, a]	**(10–9a)**
$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	[sabit α, a]	**(10–9b)**
$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$	$v^2 = v_0^2 + 2ax$	[sabit α, a]	**(10–9c)**
$\bar{\omega} = \dfrac{\omega + \omega_0}{2}$	$\bar{v} = \dfrac{v + v_0}{2}$	[sabit α, a]	**(10–9d)**

ω_0, $t = 0$ anındaki açısal hızı gösterirken, θ ve ω'nın sırasıyla t anındaki açısal konumu ve hızı gösterdiğine dikkat edilmelidir. Açısal ivme sabit olduğundan, $\alpha = \bar{\alpha}$ 'dır.

ÖRNEK 10–6 **Santrifüj ivmesi.** Bir santrifüj rotoru, 30 saniyede durgun halde 20,000 dds'ye ivmelendiriliyor. (*a*) Ortalama açısal ivmesi ne olur? (*b*) Açısal ivmeyi sabit sayarak, ivmelenme süresinde santrifüjün rotoru kaç devir dönmüştür?

FİZİK UYGULAMASI
Santrifüj

YAKLAŞIM $\bar{\alpha} = \Delta\omega/\Delta t$ 'yı bulmak için, ilk ve son açısal hızlara ihtiyaç duyarız. (*b*) için Dnk. 10-9 'u kullanırız (bir devrin $\theta = 2\pi$ rad'a karşılık geldiğini hatırlayın).

ÇÖZÜM (a) İlk açısal hız $\omega = 0$ 'dır. Son açısal hız:

$$\omega = 2\pi f = (2\pi \text{ rad/dev})\frac{(20{,}000 \text{ dev/dak})}{(60 \text{ s/dak})} = 2100 \text{ rad/s}.$$

O halde, $\bar{\alpha} = \Delta\omega/\Delta t$ ve $\Delta t = 30\,\text{s}$ olduğundan

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{2100\,\text{rad/s} - 0}{30\,\text{s}} = 70\,\text{rad/s}^2 \text{ bulunur.}$$

Bu şekilde, rotorun açısal hızı her saniyede 70 rad/s veya saniyede $(70/2\pi) = 11$ devir artar.

(*b*) θ 'yı bulmak için, ya Dnk. 10-9b veya Dnk. 10-9c, veya kontrol için her ikisini de kullanırız. İlkini kullanırsak

$$\theta = 0 + \tfrac{1}{2}(70\,\text{rad/s}^2)(30\,\text{s})^2 = 3.15 \times 10^4\,\text{rad},$$

bulunur, burada fazladan bir sayı hanesini sakladık çünkü bu bir ara sonuçtur. Toplam devir sayısını bulmak için, 2π rad/dev ile bölersek

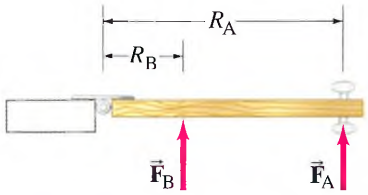
$$\frac{3.15 \times 10^4\,\text{rad}}{2\pi\,\text{rad/dev}} = 5.0 \times 10^3 \text{ dev} \quad \text{buluruz.}$$

NOT θ 'yı Dnk. 10-9c 'yi kullanarak hesaplarsak

$$\theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha} = \frac{(2100\,\text{rad/s})^2 - 0}{2(70\,\text{rad/s}^2)} = 3.15 \times 10^4\,\text{rad}$$

buluruz, ve bu Dnk. 10-9b ile bulduğumuz sonuca tam olarak uymaktadır.

10–4 Dönme Momenti (Tork)



ŞEKİL 10–11 Bir kapının üstten görünüşü. Aynı kuvveti farklı kuvvet kollarında, R_A ve R_B uygulamak. Eğer $R_A = 3R_B$ ise, aynı etkiyi (açısal ivmeyi) yaratabilmek için, F_B , F_A 'nın 3 katı olmalıdır. $F_A = \frac{1}{3}F_B$.

ŞEKİL 10–12 (a) Bir teker demiri de uzun bir kuvvet koluna sahip olabilir. (b) Bir su tesisatçısı, uzun bir kuvvet kolu olan bir İngiliz anahtarı ile daha büyük tork uygulayabilir.

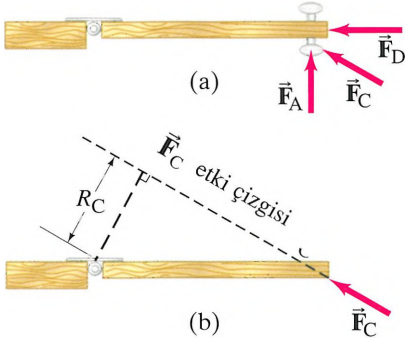


Dönme ekseni
(a)



Dönme ekseni
(b)

ŞEKİL 10–13 (a) Kapı tokmağına farklı açılarda etkiyen kuvvetler. (b) Kuvvet kolu, dönme ekseninden (menteşe) kuvvetin etki çizgisine olan dik uzaklıktır.



Şu ana kadar açısal kinematiği - dönme hareketinin açısal konum, açısal hız ve açısal ivme terimleriyle tanımlanması - tartıştık. Şimdi dönme hareketinin dinamiklerini, veya sebeplerini, tartışacağız. Hareketin tanımı için, çizgisel ve açısal harekette bulduğumuz benzerlikler olduğu gibi, dinamik için de dönmenin denklikleri vardır.

Bir cisimin bir eksen etrafında dönmesini sağlamak açık bir şekilde bir kuvvet gerektirir. Fakat bu kuvvetin yönü, ve nereye uygulandığı, ayrıca önemlidir. Mesela, Şek. 10-11'deki gibi sıradan bir durum olan bir kapının yukarıdan görünüşünü ele alalım. Kapıya görüldüğü gibi bir $\vec{F}_A$ kuvveti uygulandığında, F_A ne kadar büyük olursa kapının o kadar çabuk açıldığını göreceksiniz. Fakat şimdi aynı büyüklükteki bir kuvveti menteşeye daha yakın bir noktaya uygularsanız, mesela Şek. 10-11'deki $\vec{F}_B$, kapı aynı kolaylıkla açılmayacaktır. Kuvvetin etkisi daha azdır: kuvvetin boyu ve yönü kadar *nereye* etki ettiği, kapının ne kadar çabuk açılacağını etkiler. Gerçekten de, eğer sadece bu kuvvet etkiliyorsa, kapının açısal ivmesi, kuvvetin büyüklüğü ile orantılı olduğu gibi, ayrıca *dönme ekseninden kuvvetin etki ettiği çizgiye dik uzaklıkla* da doğrudan orantılıdır. Bu uzaklık kuvvetin **kuvvet kolu**, veya **moment kolu**, olarak adlandırılır, ve Şek. 10-11'deki iki kuvvet için R_A ve R_B olarak adlandırılmıştır. Bu yüzden eğer Şek. 10-11'deki R_A R_B'den 3 kat daha büyük ise, kuvvetlerin büyüklüklerini aynı kabul edersek, o zaman kapının açısal ivmesi 3 kat daha büyük olacaktır. Başka bir şekilde söylemek istersek, eğer $R_A = 3R_B$ ise, aynı açısal ivmeyi vermesi için F_B'dan 3 kat daha büyük olmalıdır. (Şek. 10-12, uzun kuvvet kollarının çok etkili olduğunu gösteren iki örnek aracı göstermektedir.)

Bu durumda açısal ivme, *kuvvet çarpı kuvvet koluyla* orantılı olur. Bu çarpım bir eksen etrafındaki kuvvetin momenti, veya, daha yaygın olarak, **tork** olarak adlandırılır, ve τ (Yunan alfabesindeki küçük tau harfi) ile gösterilir. Bu durumda bir cisimin α açısal ivmesi, uygulanan net tork τ ile doğrudan orantılıdır:

$$\alpha \propto \tau$$

ve açısal ivmeyi tork belirler. Bu çizgisel hareket için Newton'un ikinci yasasının, $\alpha \propto \tau$, dönme hareketindeki karşılığıdır.

Kuvvet kolunu, dönme ekseninden kuvvetin etki çizgisine olan *dik* uzaklık - yani hem dönme eksenine hem de kuvvetin yönü boyunca çizilen hayali bir çizgiye dik uzaklık - olarak tanımladık. Bunu yapma sebebimiz belli bir açı ile etki eden kuvvetleri de hesaba alabilmektir. Şek. 10-13'teki $\vec{F}_C$ gibi, belli bir açı ile uygulanan kuvvetin, aynı büyüklükte ancak kapıya dik olarak uygulanan, $\vec{F}_A$ gibi bir kuvvetten daha az etkili olacağı açıktır (Şek. 10-13a). Eğer kapıyı uç tarafından menteşeye (dönme ekseni) doğru, $\vec{F}_D$ ile gösterilen, bir kuvvetle itersek kapı dönmeyecektir.

$\vec{F}_C$ gibi bir kuvvetin kuvvet kolu $\vec{F}_C$ doğrultusunda bir çizgi çizilerek bulunur (bu $\vec{F}_C$ nin "etki çizgisi"dir). Sonra bu etki çizgisine dik ve dönme ekseninden geçen ayrıca buna da dik olan bir başka çizgi çizeriz. Bu ikinci çizginin uzunluğu $\vec{F}_C$ için kuvvet koludur ve Şek. 10-13b'de R_C olarak isimlendirilmiştir. $\vec{F}_A$ için kuvvet kolu, menteşeden kapı koluna olan tüm uzaklıktır, R_A sonuç olarak R_C'den çok daha küçüktür.

Bu durumda $\vec{F}_C$'nin torkunun büyükküğü $R_C F_C$ olur. Bu kısa kuvvet kolu R_C ve $\vec{F}_C$ 'nin buna karşılık gelen küçük torku, $\vec{F}_C$'nin kapıyı ivmelendirmede $\vec{F}_A$'dan daha az etkili olması gözlemiyle tutarlıdır. Kuvvet kolu bu şekilde tanımladığında, deney $\alpha \propto \tau$ bağıntısının genel olarak geçerli olduğunu gösterir. Şek. 10-13'te $\vec{F}_D$ kuvvetinin etki çizgisinin menteşeden geçtiğine, ve bu nedenle kuvvet kolunun sıfır olduğuna dikkat edilmelidir. Dolayısıyla, $\vec{F}_D$'nin torku sıfırdır ve günlük deneyimle uyumlu olarak, açısal ivmeye sebep olmaz.

Bu durumda, genel olarak, verilen bir eksen etrafındaki torkun büyüklüğünü

$$\tau = R_\perp F, \qquad \textbf{(10–10a)}$$

olarak yazabiliriz, burada $R_\perp$ kuvvet koludur, ve diklik simgesi ($\perp$) bize dönme ekseninden kuvvetin etki çizgisine dik olan uzaklığı kullanmamız gerektiğini hatırlatır (Şek. 10-14a).

Bir kuvvet ile ilişkili olan torku bulmanın eşdeğer bir yolu kuvveti, Şek. 10-14b'de görüldüğü gibi, dönme eksenini kuvvetin uygulandığı noktaya bağlayan çizgiye paralel ve dik bileşenlerine ayırmaktır. $F_\parallel$ bileşeni dönme eksenine yöneldiğinden tork uygulamaz (moment kolu sıfır). Böylece tork, $F_\perp$ ile eksenden kuvvetin uygulama noktasına olan R uzaklığının çarpımına eşit olur:

$$\tau = RF_\perp. \qquad \textbf{(10–10b)}$$

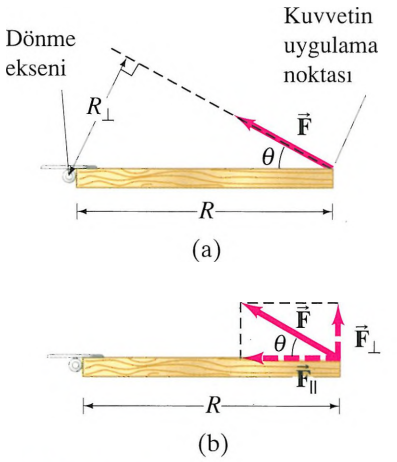
Bu Dnk. 10-10a ile aynı sonucu verir çünkü $F_\perp = F\sin\theta$ ve $R_\perp = R\sin\theta$ olduğundan her iki durumda da

$$\tau = RF\sin\theta \qquad \textbf{(10–10c)}$$

bulunur. [θ'nın $\vec{\mathbf{F}}$ ve R'nin (eksende $\vec{\mathbf{F}}$'nin etki ettiği noktaya olan radyal uzaklık) yönleri arasındaki açı olduğuna dikkat edin]. Torku hesaplamak için Dnk. 10-10'dan hangisi kolay ise onu kullanabiliriz.

Tork mesafe çarpı kuvvet olduğu için, SI[†] birimlerinde m·N, cgs sisteminde cm·din, ve İngiliz sisteminde ft·ℓb birimleri ile ölçülür.

Bir cisim üzerine birden fazla tork etki ettiğinde, α açısal ivmesnini net torka orantılı olduğu bulunmuştur. Eğer cisim üzerinde etkiyen bütün torklar onu sabit bir dönme ekseninde aynı yönde döndürmeye çalışırsa, net tork bu torkların toplamıdır. Fakat, diyelim ki, eğer bir tork cismi bir yönde döndürmeye çalışırken, ikinci bir tork cismi tersi yönde çevirmeye çalışıyorsa (Şek. 10-15'te görüldüğü gibi), net tork iki torkun farkı olur. Normal olarak, dönme ekseni sabit olduğunda, bir cismi saatin tersi yönde çevirecek şekilde etkiyen torklara pozitif işaret (θ'nın genel olarak saatin tersi yönde pozitif olması gibi), ve cismi saat yönünde çevirecek şekilde etkiyen torklara negatif işaret veririz.



ŞEKİL 10–14 Tork $= R_\perp F = RF_\perp$.

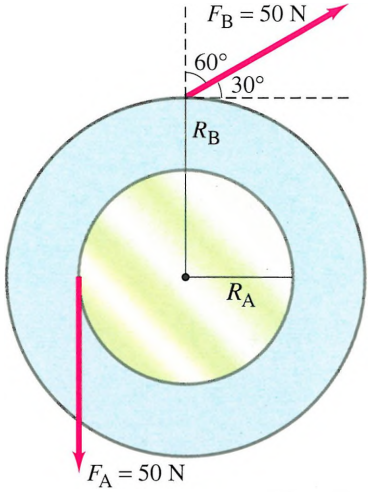
ÖRNEK 10–7 **Bir bileşik tekerlekte tork.** Yarıçapları $R_A = 30\,\text{cm}$ ve $R_B = 50\,\text{cm}$ olan iki ince disk şeklindeki tekerleğin, her ikisi de merkezlerinden geçen bir aks yardımı ile, Şek. 10-15'te görüldüğü gibi, birbirine tutturulmuştur. Görüldüğü gibi her biri 50 N olan iki kuvvetin etkisindeyken bu bileşik tekerleğin net torkunu hesaplayın.

YAKLAŞIM $\vec{\mathbf{F}}_A$ kuvveti sistemi saatin tersi yönde döndürmeye çalışırken $\vec{\mathbf{F}}_B$ saat yönünde döndürmeye çalışır. Yani iki kuvvet birbirlerine ters yönde etki eder. Dönme hareketinin bir yönünü - mesela saat yönünün tersi - pozitif olarak almalıyız. Bu durumda $\vec{\mathbf{F}}_A$ pozitif bir tork, $\tau_A = R_A F_A$ uygular çünkü kuvvet kolu R_A'dır. Diğer taraftan, $\vec{\mathbf{F}}_B$ negatif (saat yönünde) bir tork üretir, R_B'ye dik olarak etki etmez, yani ürettiği torku hesaplamak için dik bileşenini kullanmak zorundayız: $\tau_B = -R_B F_{B\perp} = -R_B F_B \sin\theta$, burada $\theta = 60°$. (θ 'nın $\vec{\mathbf{F}}_B$ ile eksenden olan radyal uzaklık arasındaki açı olması gerektiğine dikkat edin.)

ÇÖZÜM Net tork

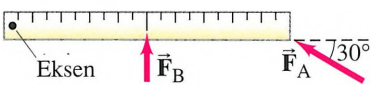
$$\tau = R_A F_A - R_B F_B \sin 60°$$
$$= (0.30\,\text{m})(50\,\text{N}) - (0.50\,\text{m})(50\,\text{N})(0.866) = -6.7\,\text{m}\cdot\text{N}$$

olarak bulunur. Bu net tork tekerin dönmesini saat yönünde hızlandıracak şekilde etki yapar.



ŞEKİL 10–15 Örnek 10–7. $\vec{\mathbf{F}}_A$'dan kaynaklanan tork, tekeri saatin tersi yönde hızlandırmaya çalışırken, $\vec{\mathbf{F}}_B$'den kaynaklanan tork tekeri saat yönünde döndürmeye çalışır.

ALIŞTIRMA B İki kuvvet (($F_B = 20\,\text{N}$ ve $F_A = 30\,\text{N}$) bir metre çubuğunu sol ucu etrafında döndürecek şekilde uygulanıyor, Şek. 10-16. $\vec{\mathbf{F}}_B$ kuvveti orta noktaya dik olarak uygulanıyor. Hangi kuvvet en büyük torku uygular: F_A, F_B, veya ikisi de aynı mıdır?



ŞEKİL 10–16 Alıştırma B

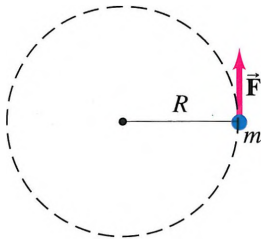
[†]Torkun biriminin enerji ile aynı olduğuna dikkat edin. Burada torkun birimini enerjiden m·N ayırt etmek için (N·m) olarak ("SI") yazdık çünkü iki nicelik birbirinden çok farklıdır. Açık bir faklılık, enerjinin yönsüz olduğu, ama torkun bir yönü bulunduğu ve vektör olduğudur (Bölüm 11'de göreceğimiz gibi). Özel isim olan *joule* (1 J = 1 N·m) sadece enerji (ve iş) için kullanılır, ama *asla* tork için kullanılmaz.

10–5 Dönme Dinamiği: Tork ve Dönme Eylemsizliği

Kısım 10-4'te dönen bir cisimin α açısal ivmesinin ona uygulanan toplam τ torkuna orantılı olduğunu tartıştık:

$$\alpha \propto \Sigma\tau .$$

Burada $\Sigma\tau$ yi bunun, α ile orantılı olan, net tork (cisme etkiyen tüm torkların toplamı) olduğunu hatırlatması için yazıyoruz. Bu, çizgisel hareket için Newton'un ikinci yasasına, $a \propto \Sigma F$, karşılık gelir, fakat burada tork kuvvetin yerini ve benzer şekilde α açısal ivmesi a çizgisel ivmesinin yerini alır. Çizgisel durum için, ivme sadece toplam kuvvetle orantılı olmayıp, ayrıca kütle, m, olarak adlandırdığımız cismin eylemsizliği ile de ters orantılıdır. Bu durumda $a = \Sigma F/m$ yazabiliriz. Fakat dönme durumu için kütlenin işlevini ne yapar? Şimdi bulacağımız şey budur. Aynı zamanda, $\alpha \propto \Sigma\tau$ bağıntısının Newton'un ikinci yasasına, $\Sigma F = ma$ doğrudan uyduğunu göreceğiz. İlk olarak, oldukça basit bir durumu, kütleli bir parçacığın, kütlesi m'ye göre ihmal edilebilir bir ip veya çubuğun ucunda, R yarıçaplı bir dairede dönmesini ele alacağız (Şek. 10-17). m üzerinde etkiyen tek bir F kuvvetinin görüldüğü gibi daireye teğet olduğunu varsayacağız. Açısal hızlanmayı arttıran tork $\tau = RF$'dir. Eğer çizgisel nicelikler için Newton'un ikinci yasasını, $\Sigma F = ma$ ve açısal ivmeyi teğet çizgisel ivmeyebağlayan Dnk. 10-5'i, $a_{teğ} = R\alpha$, kullanırsak, bu durumda



ŞEKİL 10–17 Sabit bir eksen etrafındaki R yarıçaplı daire üzerinde dönen bir m kütlesi.

$$\begin{aligned} F &= ma \\ &= mR\alpha, \end{aligned}$$

elde ederiz, burada α rad/s^2 olarak verilmiştir. Daha sonra eşitliğin her iki tarafını R ile çarparsak torku $\tau = RF = R(mR\alpha)$ ya da

$$\tau = mR^2\alpha \qquad \text{[parçacık]} \quad \textbf{(10–11)}$$

olarak buluruz.

Burada en sonunda açısal ivme ile uygulanan tork τ arasında doğrudan bir ilişki kurduk. mR^2 niceliği parçacığın *dönme eylemsizliği*ni gösterir ve *eylemsizlik momenti* olarak adlandırılır.

Şimdi dönen rijit bir cismi, mesela merkezinden geçen sabit bir eksen örneğin bir mil etrafında, dönen bir tekerleği ele alalım. Tekerleğin dönme ekseninden değişik uzaklıklarda konumlanmış bir çok parçacıktan oluştuğunu düşünebiliriz. Dnk. 10-11'i cismin bütün parçacıkları için uygulayabiliriz; yani cismin i'inci parçacığı için $\tau_i = m_i R_i^2 \alpha$ yazabiliriz. Sonra tüm parçacıklar üzerinden toplam alırız. Çeşitli torkların toplamı zaten toplam torku, $\Sigma\tau$ verir, böylece:

$$\Sigma\tau_i = (\Sigma m_i R_i^2)\alpha \qquad \text{[sabit eksen]} \quad \textbf{(10–12)}$$

buluruz, burada α'yı parantez dışına aldık çünkü rijit bir cismin bütün parçacıkları için aynıdır. Bileşke tork, $\Sigma\tau$, her parçacığın bir diğerine uyguladığı bütün iç torkların toplamı, artı dışarıdan uygulanan bütün dış torkları temsil eder: $\Sigma\tau = \Sigma\tau_{dış} + \Sigma\tau_{iç}$ Newton'un 3. yasasından iç torkların toplamı sıfırdır. Bu nedenle $\Sigma\tau$ sonuçta *dış* torkların bileşkesini temsil eder.

Dnk. 10-12'deki $\Sigma m_i R_i^2$ toplamı, cismin her parçacığının kütlesinin, o parçacığın dönme ekseninden olan uzaklığının karesi ile çarpımlarının toplamını temsil eder. Eğer her parçacığa numara verirsek (1, 2, 3, ...) o zaman

$$\Sigma m_i R_i^2 = m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + m_3 R_3^2 + \cdots .$$

Bu toplam, cismin **eylemsizlik momenti** (veya *dönme eylemsizliği*) olarak adlandırılır:

$$I = \Sigma m_i R_i^2 = m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + \cdots. \quad \textbf{(10–13)}$$

Dnk. 10-12 ve 10-1' ü birleştirirsek

$$\Sigma\tau = I\alpha. \quad \text{[eylemsiz referans çerçevesinde sabit eksen]} \quad \textbf{(10–14)}$$

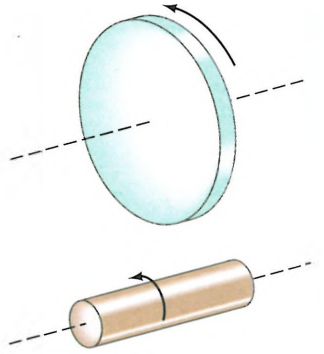
DÖNME İÇİN NEWTON'UN İKİNCİ YASASI

Bu, Newton'un ikinci yasasının dönme dutumundaki eşdeğeridir. Rijit bir cismin sabit eksen etrafınki dönüşü için geçerlidir.† I ve α cismin kütle merkezine göre hesaplandığında, ve KM'ndeki dönme ekseni yön değiştirmiyorsa, Dnk. 10-14'ün cisim ivmeli olarak öteleniyorsa bile geçerli olduğu gösterilebilir (Bölüm 11). (Bir rampadan aşağıya yuvarlanan bir top buna örnektir). Bu durumda

$$(\Sigma\tau)_{KM} = I_{KM}\alpha_{KM} \quad \text{[eksenin yönü sabit, fakat ivmeli olabilir]} \quad \textbf{(10–15)}$$

burada KM altsimgesi "kütle merkezine göre hesaplandığı"nı anlatıyor.

Bir cismin dönme eylemsizliğinin bir ölçüsü olan eylemsizlik momentinin, dönme hareketi için, kütlenin öteleme hareketi için oynadığı rolün aynını oynadığını görüyoruz. Dnk. 10-13'ten görüleceği gibi, bir cismin dönme eylemsizliği sadece kütlesine değil, ayrıca o kütlenin eksene göre nasıl dağıldığına da bağlıdır. Örneğin büyük çaplı bir silindir, aynı kütleli fakat daha küçük yarıçaplı (ve bu nedenle daha uzun) bir silindirden daha fazla dönme eylemsizliğine sahip olacaktır, Şek. 10-18. Birincinin dönmeye başlaması ve durması daha zor olacaktır. Kütle merkezden daha uzakta yoğunlaştığı zaman, dönme eylemsizliği daha büyüktür. Dönme hareketi için, bir cismin kütlesi, onun kütle merkezinde yoğunlaşmış olarak *düşünülemez.*



ŞEKİL 10–18 Büyük-yarıçaplı bir silindir, aynı kütleli fakat daha küçük yarıçaplı bir silindirden daha büyük bir eylemsizlik momentine sahiptir.

DİKKAT

Kütle, dönme hareketi için, KM'de yoğunlaşmış olarak düşünülemez

ÖRNEK 10–8 **Bir çubuk üzerinde iki ağırlık: farklı eksenler, farklı *I*.** 5.0 kg ve 7.0 kg kütleli iki küçük "ağırlık", hafif bir çubuğun (kütlesi ihmal edilebilir) üzerinde, Şek. 10-19'da görüldüğü gibi, birbirlerinden 4.0 m uzakta olacak şekilde tutturulmuştur. Sistemin eylemsizlik momentini, (*a*) kütleler arası yarı mesafedeki eksende döndüğünde, Şek. 10-19a, (*b*) 5.0 kg'lık kütlenin soluna doğru 0.50 m mesafedeki eksende döndüğünde (Şek. 10-19b) hesaplayınız.

YAKLAŞIM Her iki durumda da, sistemin eylemsizlik momenti, Dnk. 10-13 kullanılarak, iki parça üzerinden toplam alınarak bulunur.

ÇÖZÜM (*a*) Her iki ağırlık ta dönme ekseninden aynı uzaklıktadır, 2.0 m. Bu durumda

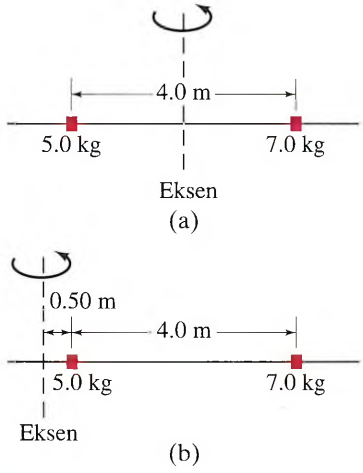
$$I = \Sigma mR^2 = (5.0\,\text{kg})(2.0\,\text{m})^2 + (7.0\,\text{kg})(2.0\,\text{m})^2$$
$$= 20\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 + 28\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 = 48\,\text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

(*b*) 5.0 kg'lık kütle şimdi eksenden 0.50 m uzaklıkta, ve 7.0 kg'lık kütle eksenden 4.50 m uzaktadır. Bu durumda

$$I = \Sigma mR^2 = (5.0\,\text{kg})(0.50\,\text{m})^2 + (7.0\,\text{kg})(4.5\,\text{m})^2$$
$$= 1.3\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 + 142\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 = 143\,\text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

NOT Bu örnek iki önemli noktayı açıklar. İlk olarak, verilen bir sistemin eylemsizlik momenti, farklı dönme eksenleri için farklıdır. İkincisi, (*b*)'de gördüğümüz gibi, dönme eksenine yakın olan kütle toplam eylemsizlik momentine daha az katkıda bulunur; burada 5.0 kg'lık cisim toplama 1% 'den daha az katkıda bulunur.

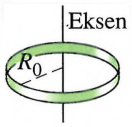
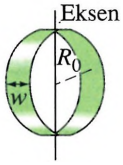
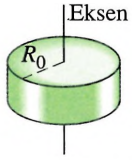
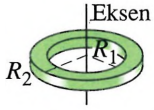
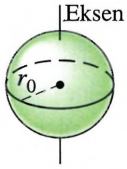
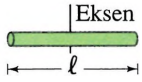
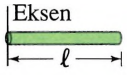
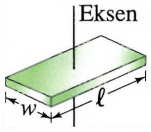
ŞEKİL 10–19 Örnek 10-8. Eylemsizlik momentinin hesaplanması.



DİKKAT

I, dönme merkezine ve kütlenin dağılımına bağlıdır

†Eksen cisme göre sabittir ve bir eylemsiz referans çerçevesinde sabitlenmiştir. Bu, bir eylemsiz çerçevede düzgün hızla hareket eden ekseni de içine alır, çünkü eksen, birinciye göre hareketli olan ikinci bir eylemsiz çerçevede sabitlenmiş olarak kabul edilebilir.

	Cisim	Eksen konumu		Eylemsizlik momenti
(a)	**İnce çember** yarıçap R_0	Merkezden		MR_0^2
(b)	**İnce çember** yarıçap R_0 genişlik w	Merkezsel çap		$\frac{1}{2}MR_0^2 + \frac{1}{12}Mw^2$
(c)	**İçi dolu silindir,** yarıçap R_0	Merkezden		$\frac{1}{2}MR_0^2$
(d)	**İçi boş silindir,** iç yarıçap R_1 dış yarıçap R_2	Merkezden		$\frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
(e)	**Düzgün küre** yarıçap r_0	Merkezden		$\frac{2}{5}Mr_0^2$
(f)	**Uzun düzgün çubuk,** uzunluk ℓ	Merkezden		$\frac{1}{12}M\ell^2$
(g)	**Uzun düzgün çubuk,** uzunluk ℓ	Merkezden		$\frac{1}{3}M\ell^2$
(h)	**İnce dikdörtgen tabaka,** uzunluk ℓ genişlik w	Merkezden		$\frac{1}{12}M(\ell^2 + w^2)$

ŞEKİL 10–20 Düzgün bileşime sahip çeşitli cisimler için eylemsizlik momentleri. [Şek. 10-2'de tartışıldığı gibi, eksenden olan radyal uzaklık için "R", ve bir noktadan olan uzaklık olarak "r" (sadece e'de, küre için) kullanırız.]

Sıradan cisimlerin çoğu için, kütle sürekli bir şekilde dağılmıştır, ve eylemsizlik momentinin hesaplanması, ΣmR^2, zor olabilir. Ancak, Kısım 10-7'de tartışacağımız gibi, düzgün şekilli cisimler için, eylemsizlik momentini cismin boyutları cinsinden veren ifadeler çıkartılabilir (matematik kullanarak). Şek. 10-20, belirlenen eksenler etrafında dönen bazı rijit cicimler için bu ifadeleri vermektedir. Çember düzlemine dik ve merkezinden geçen eksen etrafında dönen ince bir çember veya halka, sonucun açık olduğu tek durumdur (Şek. 10-20a). Bu çember için, bütün kütle eksenden aynı uzaklıkta, "R_0", yoğunlaşmıştır. Bu nedenle $\Sigma mR^2 = (\Sigma m)R_0^2 = MR_0^2$ 'dir, burada M çemberin toplam kütlesidir

Hesaplama zor olduğunda, I, deneysel olarak, bilinen bir $\Sigma\tau$, net torkuna göre, sabit eksen etrafındaki α açısal ivmesini ölçerek ve Newton'un ikinci yasasını uygulayarak, $I = \Sigma\tau/\alpha$, Dnk. 10-14, belirlenebilir.

10–6 Dönme Dinamiğinde Problem Çözümü

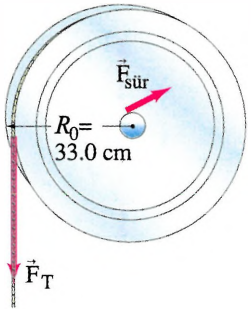
Tork ve açısal ivme ile çalışırken (Dnk. 10-14), tutarlı bir birim kümesinin kullanılması önemlidir, SI sisteminde α için rad/s^2; τ için $\text{m}\cdot\text{N}$; ve eylemsizlik momenti, I, için $\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

PROBLEM ÇÖZME

Dönme Hareketi

1. Her zaman olduğu gibi, açık ve eksiksiz bir **diyagram** çizin.
2. Üzerinde çalışılacak **sistemin** cisim veya cisimlerini seçin.
3. Üzerinde çalışılacak cisim (ya da birden fazla ise her bir cisim) için üzerine etkiyen bütün kuvvetleri (ve sadece bunları) ve tam olarak nereye etkidiklerini gösteren, bir **serbest cisim diyagramı** çizin, böylece her birinden kaynaklanan torku bulabilirsiniz. Yer çekimi cismin "ÇM" ne etki eder (Kısım 9-8).
4. Dönme eksenini tanımlayın ve onun etrafındaki **torkları** belirleyin. Dönmenin pozitif ve negatif yönlerini seçin (saat yönünün tersi ve saat yönü), her bir torka doğru işareti verin.
5. **Dönme için Newton'un ikinci yasasını** uygulayın, $\Sigma\tau = I\alpha$. Eğer eylemsizlik momenti verilmemiş ise, ve aranan bilinmeyen değilse, ilk önce onu belirleyin. Tutarlı birimler kullanın, mesela SI cinsinden: α için rad/s^2; τ için $\text{m}\cdot\text{N}$ ve I için $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ kullanın.
6. **Öteleme için** Newton'un ikinci yasasını, $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$, ve gerekiyorsa **diğer** yasa ve prensipleri uygulayın.
7. Sonuçtaki denklem(ler)i bilinmeyen(ler)i bulmak için **çözün.**
8. Cevabınızın makul olduğunu belirlemek için kaba **tahminlerde** bulunun.

ÖRNEK 10–9 **Ağır makara.** 15.0 N'luk bir kuvvet ($\vec{\mathbf{F}}_T$ ile gösteriliyor), $M = 4.00\,\text{kg}$ kütleli ve $R_0 = 33.0\,\text{cm}$, yarıçaplı bir makaraya sarılmış bir ipe uygulanıyor, (Şek. 10-21). Makara 3.00 s 'de hareketsiz halden 30.0 rad/s'lik bir açısal hıza düzgün olarak ivmeleniyor. Eğer aks üzerinde $\tau_{\text{sür}} = 1.10\,\text{m}\cdot\text{N}$'luk bir sürtünme torku varsa, makaranın eylemsizlik momentini belirleyin. Makara kendi ekseninde dönüyor.



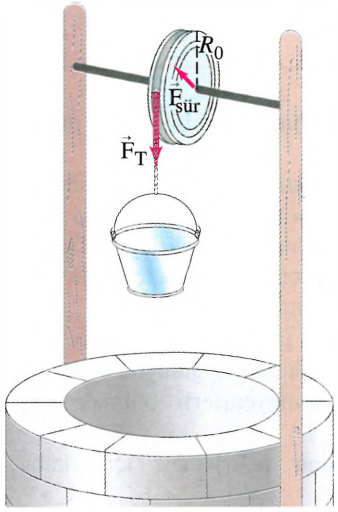
ŞEKİL 10–21 Örnek 10–9.

YAKLAŞIM Yukarıdaki problem çözme stratejisindeki adımları takip ederiz.

ÇÖZÜM

1. **Bir diyagram çizin.** Makara ve ona bağlı ip Şek. 10-21'de görülüyor.
2. **Sistemi seçin:** Makara.
3. **Bir serbest cisim diyagramı çizin.** İp, makara üzerine, Şek. 10-21'de görüldüğü gibi bir F_T kuvveti uyguluyor. Sürtünme kuvveti hareketi yavaşlatıyor, ve Şek. 10-21'deki $\vec{\mathbf{F}}_{\text{sür}}$, ok ile belirtildiği gibi, eksenin etrafında saat yönünde etki ediyor; bunun ihtiyacımız olan tork değeri verilmiş. Diyagrama eklenmesi gereken diğer iki kuvvet şunlardır: aşağıya doğru yerçekimi kuvveti mg ve, eksenin yerinde durmasını sağlayan kuvvet. Bunlar torka katkıda bulunmazlar (kuvvet kolları sıfırdır) ve bu yüzden kolaylık olması (ve düzenlilik) için göstermeyiz.
4. **Torkları belirleyin** . İpin uyguladığı tork $R_0 F_T$'dir ve pozitif olarak seçtiğimiz saat yönünün tersinedir. Sürtünme torku $\tau_{\text{sür}} = 1.10\,\text{m}\cdot\text{N}$; olarak veriliyor; bu, harekete karşı koyar ve negatiftir.
5. **Dönme için Newton'un ikinci yasasını uygulayın.** Net tork
$$\Sigma\tau = R_0 F_T - \tau_{\text{sür}} = (0.330\,\text{m})(15.0\,\text{N}) - 1.10\,\text{m}\cdot\text{N} = 3.85\,\text{m}\cdot\text{N}$$
bulunur. Makarayı hareketsiz durumdan $\omega = 30.0\,\text{rad/s}$ 'ye ivmelendirmek için 3.0 s gerektiği verisi kullanılarak, açısal ivme α bulunur:
$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{30.0\,\text{rad/s} - 0}{3.00\,\text{s}} = 10.0\,\text{rad/s}^2.$$
Şimdi, Newton'un ikinci yasası ile I hesaplanabilir (bknz. adım 7).
6. **Diğer hesaplamalar:** Hiçbirisi gerekmiyor.
7. **Bilinmeyenleri çözün.** Dönme için Newton'un ikinci yasası, $\Sigma\tau = I\alpha$, ile I 'yı çözmek için, $\Sigma\tau$ ve α değerlerini yerine koyarız:
$$I = \frac{\Sigma\tau}{\alpha} = \frac{3.85\,\text{m}\cdot\text{N}}{10.0\,\text{rad/s}^2} = 0.385\,\text{kg}\cdot\text{m}^2.$$
8. **Kabaca tahminde bulunun.** Makarayı düzgün bir silindir olarak varsayarak ve Şek. 10-20c'yi kullanarak, eylemsizlik momentinin kaba bir değerini bulabiliriz:
$$I \approx \tfrac{1}{2}MR_0^2 = \tfrac{1}{2}(4.00\,\text{kg})(0.330\,\text{m})^2 = 0.218\,\text{kg}\cdot\text{m}^2.$$
Bu bizim sonucumuzla aynı büyüklüktedir, ama sayısal olarak biraz daha azdır. Bu mantıklıdır, çünkü makara genellikle düzgün bir silindir değildir, bunun yerine kütlesinin çoğunluğu kenarlarına doğru yoğunlaşmıştır. Böyle bir makaranın, aynı kütleli içi dolu bir silindirden daha büyük eylemsizlik momentine sahip olması beklenir. İnce bir çember, Şek. 10-20a, bizim makaramızdan daha büyük I'ya sahip olmalıdır, ve gerçekten de öyledir: $I = MR_0^2 = 0.436\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

PROBLEM ÇÖZME
Kaba tahminlerin yararlılığı ve gücü



(a)



(b)

ŞEKİL 10–22 Örnek 10-10. (a) Makara ve kütleli düşen kova. (b) Kova için serbest-cisim diyagramı.

ÖRNEK 10–10 Makara ve kova. Şek. 10-21 ve Örnek 10-9'daki makarayı aynı sürtünme ile tekrar ele alalım. Fakat bu kez, ipe uygulanan kuvvet sabit bir 15.0 N yerine, ipten sarkan $w = 15.0\,\text{N}$ ağırlıklı (kütlesi $m = w/g = 1.53\,\text{kg}$) bir kovamız var. (Bknz Şek. 10-22a). İpin ihmal edilebilir kütleye sahip olduğunu, uzamadığını ve makaradan kaymadığını varsayıyoruz. (*a*) Makaranın açısal ivmesi α'yı ve kovanın *a lineer* ivmesini hesaplayın. (*b*) Eğer makara (ve kova) $t = 0$ anında durgun halden başlıyorsa, $t = 3.00\,\text{s}$ 'de makaranın açısal hızı ω ve kovanın çizgisel hızı v'yi belirleyin.

YAKLAŞIM Bu durum, Örnek 10-9, Şek. 10-21'e oldukça çok benziyor. Fakat büyük bir farklılık var: şimdi ipteki gerilme bilinmiyor ve kova ivmelendiğinden artık kovanın ağırlığına eşit değil. Sistemimiz iki parçaya sahiptir: öteleme hareketi yapabilen kova (Şek. 10-22b'de serbest-cisim diyagramı görülüyor) ve makara. Makara ötelenmez, fakat dönebilir. Makara için Newton'un ikinci yasasının dönme uyarlamasını, $\Sigma\tau = I\alpha$ ve kova için çizgisel uyarlamasını, $\Sigma F = ma$ kullanırız.

ÇÖZÜM (*a*) F_T, ipteki gerilim olsun. Bu durumda makaranın kenarında bir F_T kuvveti etki eder ve makaranın dönmesi için Newton'un ikinci yasasını, Dnk. 10-14 uygularız:

$$I\alpha = \Sigma\tau = R_0 F_T - \tau_{sür}. \qquad \text{[makara]}$$

Şimdi de m kütleli kovanın (çizgisel) hareketine bakalım. Şek. 10-22b, kova için serbest cisim diyagramı, kova üzerinde iki kuvvetin etkidiğini gösteriyor: yerçekimi kuvveti mg aşağıya etki ediyor, ve ipteki gerilme kuvveti F_T yukarıya çekiyor. Newton'un ikinci yasasını, $\Sigma F = ma$, kova için uygulayarak (aşağı yönü pozitif alarak):

$$mg - F_T = ma \qquad \text{[kova]}$$

buluruz. Makaranın kenarında etki eden kuvvet olan F_T gerilmesinin kovanın ağırlığına $(= mg = 15.0\,\text{N})$ eşit olmadığına dikkat edin. Eğer ivmeleniyorsa, kova üzerinde net bir kuvvet olmak zorundadır, yani $F_T < mg$ Gerçekten yukarıdaki son denklemden, $F_T = mg - ma$.

α'yı bulmak için, ip uzamıyor ya da kaymıyorsa, makaranın kenarındaki bir noktanın teğetsel ivmesinin kovanın ivmesi ile aynı olduğuna dikkat edelim. Bu nedenle Dnk. 10-5'i, $F_T = mg - ma = mg - mR_0\alpha$ yerine yazarsak (makaranın dönmesi için Newton'un ikinci yasası) şunu buluruz:

$$I\alpha = \Sigma\tau = R_0 F_T - \tau_{sür} = R_0(mg - mR_0\alpha) - \tau_{sür} = mgR_0 - mR_0^2\alpha - \tau_{sür}.$$

α değişkeni sol tarafta ve sağdaki ikinci terimde görülüyor, bu terimi sol tarafa alırsak ve α için çözersek:

$$\alpha = \frac{mgR_0 - \tau_{sür}}{I + mR_0^2}.$$

Pay $(mgR_0 - \tau_{sür})$ net tork, ve payda $(I + mR_0^2)$ sistemin toplam dönme eylemsizliğidir. Bu durumda, $I = 0.385\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $m = 1.53\,\text{kg}$ ve $\tau_{sür} = 1.10\,\text{m}\cdot\text{N}$ olduğu için (Örnek 10-9'dan)

$$\alpha = \frac{(15.0\,\text{N})(0.330\,\text{m}) - 1.10\,\text{m}\cdot\text{N}}{0.385\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 + (1.53\,\text{kg})(0.330\,\text{m})^2} = 6.98\,\text{rad/s}^2.$$

Açısal ivme, bu durum için, Örnek 10-9'daki $10.0\,\text{rad/s}^2$ 'den biraz daha azdır. Neden? Çünkü $F_T\,(= mg - ma)$ kovanın mg=15.0 N ağırlığından daha azdır, Kovanın çizgisel ivmesi

$$a = R_0\alpha = (0.330\,\text{m})(6.98\,\text{rad/s}^2) = 2.30\,\text{m/s}^2.$$

NOT İpteki F_T gerilimi mg'den daha azdır çünkü kova ivmeleniyor.

(*b*) Açısal ivme sabit olduğundan, 3.00 s sonra

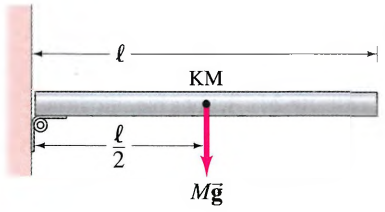
$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + (6.98\,\text{rad/s}^2)(3.00\,\text{s}) = 20.9\,\text{rad/s}.$$

Kovanın hızı, makaranın kenarındaki bir noktanın hızı ile aynıdır:

$$v = R_0\omega = (0.330\,\text{m})(20.9\,\text{rad/s}) = 6.91\,\text{m/s}.$$

Aynı sonuç ayrıca çizgisel denklem kullanılarak da elde edilebilir. $v = v_0 + at = 0 + (2.30\,\text{m/s}^2)(3.00\,\text{s}) = 6.90\,\text{m/s}$. (Farklılık, dönmeden kaynaklanıyor.)

ÖRNEK 10–11 **Dönen çubuk** M kütleli ve ℓ uzunluğunda düzgün bir çubuk, Şek. 10.23'teki gibi, büyük bir makinenin kasasına tutturulmuş bir menteşe ya da mil çevresinde serbestçe dönebilmektedir (sürtünmeyi ihmal ediyoruz). Çubuk yatay konumda tutuluyor ve sonra bırakılıyor. Çubuğun bırakma anındaki (artık onu yukarda tutacak bir kuvvet uygulamadığımız zaman) (*a*) açısal ivmesini ve (*b*) ucunun çizgisel ivmesini belirleyin. Yerçekimi kuvvetinin, görüldüğü gibi, çubuğun kütle merkezine etki ettiğini varsayın.



ŞEKİL 10–23 Örnek 10–11.

YAKLAŞIM (*a*) Çubuğa menteşe etrafında etkiyen tek tork, bırakılma anında $\ell/2$ kuvvet koluyla aşağıya doğru bir $F = Mg$ kuvveti ile etkiyen yerçekiminden kaynaklanır (KM düzgün bir çubuğun ortasındadır). Ayrıca çubuğa menteşede etkiyen bir kuvvet daha vardır, fakat dönme ekseni menteşe olduğundan, bu kuvvetin kuvvet kolu sıfırdır. Kendi ucunda dönen düzgün bir çubuğun (Şek. 10-20g) eylemsizlik momenti $I = \frac{1}{3}M\ell^2$ 'dir. (*b*) Bölümünde $a_{\text{teğ}} = R\alpha$ kullanırız.

ÇÖZÜM Çubuğun ilk açısal ivmesini belirlemek için, Dnk. 10-14'ü kullanarak α'yı çözersek:

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{Mg\frac{\ell}{2}}{\frac{1}{3}M\ell^2} = \frac{3}{2}\frac{g}{\ell}.$$

Çubuk düşerken, üzerindeki yerçekimi kuvveti sabittir fakat bu kuvvetten kaynaklanan tork sabit değildir, çünkü kuvvet kolu değişir. Bu yüzden çubuğun açısal ivmesi sabit değildir.

(*b*) Çubuğun ucunun çizgisel ivmesi, $R = \ell$ ve $a_{\text{teğ}} = R\alpha$ (Dnk. 10-5) ilişkisinden bulunur:

$$a_{\text{teğ}} = \ell\alpha = \tfrac{3}{2}g.$$

NOT Çubuğun ucu g'den daha büyük bir ivme ile düşer! Çubuğun ucunda dengede duran küçük bir cisim, çubuk bırakıldığında geride kalır. Aksine, çubuğun KM'i eksenden $\ell/2$ uzaklıktadır ve $a_{\text{teğ}} = (\ell/2)\alpha = \frac{3}{4}g$ ivmesine sahiptir.

10–7 Eylemsizlik Momentinin Belirlenmesi

Deneme yoluyla

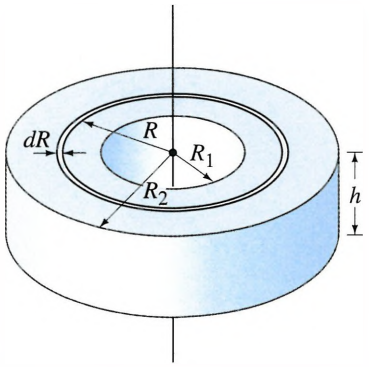
Herhangi bir eksen etrafındaki herhangi bir cismin eylemsizlik momenti, cisme α açısal ivmesini vermek için gereken $\Sigma\tau$ net torkunu ölçerek, deneysel olarak belirlenebilir. Böylece, Dnk. 10-14'ten, $I = \Sigma\tau/\alpha$. Bknz. Örnek 10-9.

Hesap Kullanarak

Basit parçacıklar yada kütleler sistemleri için, eylemsizlik momenti, Örnek 10-8'de olduğu gibi, doğrudan hesaplanabilir. Bir çok cisim sürekli kütle dağılımına sahip olarak düşünülebilir. Bu durumda, eylemsizlik momentini tanımlayan Dnk. 10-13

$$I = \int R^2\,dm, \qquad \textbf{(10–16)}$$

şeklini alır, burada dm cismin sonsuz derecede küçük parçasının kütlesini tanımlar ve bu parçanın dönme ekseninden olan dik uzaklığıdır. İntegral cismin bütünü üzerinden alınır. Bu sadece basit geometrik şekilli cisimler için kolaylıkla yapılabilir.



ŞEKİL 10–24 İçi boş bir silindirin eylemsizlik momentini belirlemek (Örnek 10-12).

ÖRNEK 10–12 **Silindir, içi dolu ya da boş.** (*a*) Şek. 10-20d'de gösterildiği gibi, iç yarıçapı R_1, dış yarıçapı R_2 ve kütlesi M olan içi boş düzgün bir silindirin, eğer dönme ekseni simetri ekseni boyunca merkezden geçiyorsa, eylemsizlik momentinin $I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$ olduğunu gösterin. (*b*) İçi dolu silindir için eylemsizlik momentini elde edin.

YAKLAŞIM R yarıçaplı ince bir halkanın eylemsizlik momentinin mR^2 olduğunu biliyoruz. Öyleyse silindiri, kalınlıkları dR olan iç içe geçmiş ince silindirik halka veya çembere bölebiliriz, parçalardan biri Şek. 10-24'te görülüyor. Eğer yoğunluk (hacim başına kütle) ρ ise, o zaman

$$dm = \rho\, dV$$

olur, burada dV, R yarıçaplı, dR kalınlığında, ve h yüksekliğindeki ince halkanın hacmidir. $dV = (2\pi R)(dR)(h)$ olduğu için, şunu elde ederiz:

$$dm = 2\pi\rho h R\, dR.$$

ÇÖZÜM (*a*) Eylemsizlik momenti, bu halkaların hepsi üzerinden integral alınarak (toplanarak) elde edilir:

$$I = \int R^2\, dm = \int_{R_1}^{R_2} 2\pi\rho h R^3\, dR = 2\pi\rho h\left[\frac{R_2^4 - R_1^4}{4}\right] = \frac{\pi\rho h}{2}(R_2^4 - R_1^4),$$

burada bize silindirin düzgün yoğunluğa sahip olduğu, ρ = sabit veriliyor. (Eğer böyle olmasaydı, integral işleminden önce ρ'yu R'nin fonksiyonu olarak bilmek zorunda olurduk.) Bu içi boş silindirin hacmi $V = (\pi R_2^2 - \pi R_1^2)h$ olduğuna göre kütlesi M

$$M = \rho V = \rho\pi(R_2^2 - R_1^2)h$$

olur. $(R_2^4 - R_1^4) = (R_2^2 - R_1^2)(R_2^2 + R_1^2)$, olduğu için, Şek. 10-20d'de belirtildiği gibi

$$I = \frac{\pi\rho h}{2}(R_2^2 - R_1^2)(R_2^2 + R_1^2) = \tfrac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$$

elde ederiz.

(*b*) İçi dolu silindir için, $R_1 = 0$'dır, ve $R_2 = R_0$ olarak alırsak, Şek. 10-20c'deki M kütleli ve R_0 yarıçaplı içi dolu silindir için verildiği gibi,

$$I = \tfrac{1}{2}MR_0^2,$$

elde ederiz.

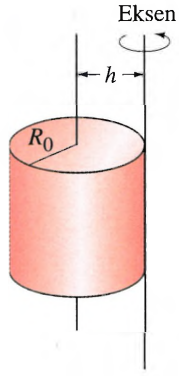
Paralel Eksen Teoremi

Eylemsizlik momentini elde etmek için iki basit yöntem vardır. Bunlardan birincisi **paralel eksen teoremi** olarak adlandırılır. Toplam M kütleli bir cismin herhangi bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti I ile kütle merkezinden geçen ve ilk eksene paralel olan bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti I_{KM} arasında bir bağlantı kurar. Eğer iki eksen birbirinden h mesafesi kadar ayrı ise, o zaman

$$I = I_{KM} + Mh^2. \qquad \text{[paralel eksen]} \quad \textbf{(10–17)}$$

Böylece, örneğin, eğer KM'den geçen bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti biliniyorsa, bu eksene paralel herhangi bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti kolayca elde edilebilir.

ŞEKİL 10–25 Örnek 10–13.



ÖRNEK 10–13 **Paralel eksen.** R_0 yarıçaplı ve M kütleli içi dolu bir silindirin kenarına teğet ve simetri eksenine paralel olan bir eksen etrafındaki eylemsizlik momentini bulun, Şek. 10-25.

YAKLAŞIM $I_{KM} = \frac{1}{2}MR_0^2$ (Fig. 10–20c) ile paralel-eksen teoremini kullanırız (Şek. 10-20c).

ÇÖZÜM $h = R_0$ olduğu için, Dnk. 10-17'den

$$I = I_{KM} + Mh^2 = \tfrac{3}{2}MR_0^2.$$

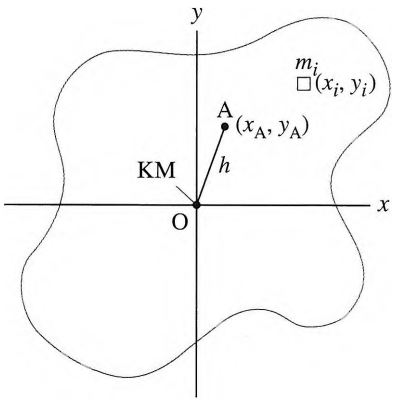
ALIŞTIRMA C Şek. 10-20f ve g'de, ince bir çubuğun iki farklı eksen etrafındaki eylemsizlik momenti veriliyor. Bunlar birbirine paralel-eksen teoremi ile bağlı mıdır? Lütfen nasıl olduğunu gösterin.

*Paralel-Eksen Teoreminin İspatı

Paralel-eksen teoreminin ispatı şu şekildedir. Koordinat sistemimizi, orijini KM'den geçecek şekilde seçeriz ve I_{KM}, z ekseni etrafındaki eylemsizlik momenti olur. Şek. 10-26, keyfi biçimli bir cismin xy düzlemindeki kesitini gösteriyor. I'yı, Şek. 10-26 'daki gibi, A noktasından geçen ve z eksenine paralel bir eksen etrafındaki eylemsizlik momentini temsil edecek şekilde seçtik, burada A noktası, x_A ve y_A koordinatlarına sahiptir. x_i, y_i ve m_i cismin keyfi bir parçacığının koordinatları ve kütlesini temsil etsin. Bu noktanın A'ya uzaklığının karesi $[(x_i - x_A)^2 + (y_i - y_A)^2]$ olur. Bu durumda A'daki eksen etrafındaki eylemsizlik momenti

$$\begin{aligned} I &= \Sigma m_i[(x_i - x_A)^2 + (y_i - y_A)^2] \\ &= \Sigma m_i(x_i^2 + y_i^2) - 2x_A\Sigma m_i x_i - 2y_A\Sigma m_i y_i + (\Sigma m_i)(x_A^2 + y_A^2). \end{aligned}$$

olur. Sağdaki ilk terim $I_{KM} = \Sigma m_i(x_i^2 + y_i^2)$'dir çünkü KM orijindedir. İkinci ve üçüncü terimler sıfırdır çünkü, KM tanımına göre, $x_{KM} = y_{KM} = 0$ olduğu için $\Sigma m_i x_i = \Sigma m_i y_i = 0$'dır. $\Sigma m_i = M$ ve $(x_A^2 + y_A^2) = h^2$ olduğu için, son terim Mh^2 olur, burada h, kütle merkezinden A'ya olan uzaklıktır. Böylece $I = I_{CM} + Mh^2$ olduğunu, yani Dnk. 10-17'yi kanıtlamış olduk.



ŞEKİL 10–26 Paralel eksen teoreminin türetilmesi.

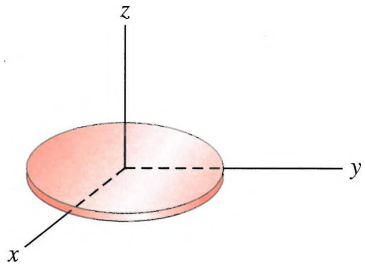
*Dik Eksen Teoremi

Paralel eksen teoremi, bütün cisimlere uygulanabilir. İkinci teorem, **dik eksen teoremi,** sadece düzlemsel (yassı) cisimlere - yani, iki boyutlu cisimlere, ya da kalınlığı diğer boyutlarıyla karşılaştırıldığında ihmal edilebilen düzgün kalınlıklı cisimlere - uygulanabilir. Bu teorem, düzlemsel cismin, cisim düzlemindeki birbirine dik herhangi iki eksen etrafındaki eylemsizlik momentlerinin toplamının, bu eksenlerin kesişme noktasında bulunan, cisim düzlemine dik olan bir eksen etrafındaki eylemsizlik momentine eşit olduğunu ifade eder. Yani cisim düzleminde ise (Şek. 10-27)

$$I_z = I_x + I_y. \qquad \text{[cisim düzleminde]} \quad \textbf{(10–18)}$$

Burada I_z, I_x, I_y; x, y, z eksenlerine göre eylemsizlik momentleridir. Kanıt basittir: $I_x = \Sigma m_i y_i^2$, $I_y = \Sigma m_i x_i^2$ ve $I_z = \Sigma m_i(x_i^2 + y_i^2)$, olduğundan, doğrudan Dnk. 10-18 elde edilir.

ŞEKİL 10–27 Dik eksen teoremi.



10–8 Dönme Kinetik Enerjisi

$\frac{1}{2}mv^2$ niceliği öteleme hareketi altındaki bir cismin kinetik enerjisidir. Bir eksen etrafında dönen bir cismin dönme kinetik enerjisine sahip olduğu söylenebilir. Öteleme hareketi ile benzerlikten, bunun $\frac{1}{2}I\omega^2$ ifadesi ile verilmesini bekleriz, burada I cismin eylemsizlik momenti ve ω onun açısal hızıdır. Bunun gerçekten de doğru olduğunu gösterebiliriz.

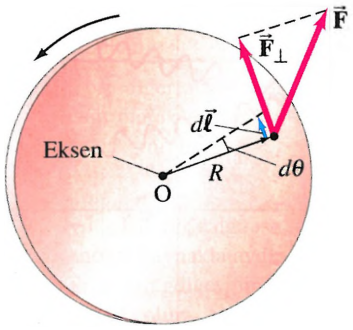
Dönen rijit bir cismin, her birinin kütlesi m_i olan bir çok küçük parçacıktan oluştuğunu düşünelim. Eğer R_i her bir parçacığın dönme ekseninden uzaklığı olarak seçilirse, bu durumda bunun çizgisel hızı $v_i = R_i\omega$ olur. Bütün cismin toplam kinetik enerjisi, bütün parçacıklarının kinetik enerjilerinin toplamına eşit olacaktır:

$$\begin{aligned} K &= \Sigma\left(\tfrac{1}{2}m_i v_i^2\right) = \Sigma\left(\tfrac{1}{2}m_i R_i^2\omega^2\right) \\ &= \tfrac{1}{2}\Sigma(m_i R_i^2)\omega^2. \end{aligned}$$

$\frac{1}{2}$ ve ω^2'yi parantez dışına aldık, çünkü bunlar rijit bir cismin her parçacığı için aynıdır. $\Sigma m_i R_i^2 = I$, eylemsizlik momenti, olduğu için sabit bir eksen etrafında dönen bir cismin kinetik enerjisi, K, beklenildiği gibi

$$K = \tfrac{1}{2}I\omega^2 \qquad \text{[sabit eksende dönme]} \quad \textbf{(10–19)}$$

olduğunu görürüz. Eğer eksen uzayda sabit değilse, dönme kinetik enerjisi çok daha karmaşık bir şekli alabilir.



ŞEKİL 10–28 Sabit bir eksen etrafında dönen rijit bir cisim üzerine etkiyen tork tarafından yapılan işin hesaplanması.

Sabit bir eksen etrafında dönen bir cisim üzerinde yapılan iş açısal nicelikler cinsinden yazılabilir. Şek. 10-28'deki gibi, dönme ekseninden R uzaklıktaki bir noktaya, bir $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin etki ettiğini varsayalım. Bu kuvvet tarafından yapılan iş

$$W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\ell} = \int F_\perp R \, d\theta$$

olur, burada $d\vec{\ell}$ boyu $d\ell = R\,d\theta$ olan R'ye dik sonsuz küçük uzunluk ve $F_\perp$, $\vec{\mathbf{F}}$'nin R'ye dik ve $d\vec{\ell}$'ye paralel olan bileşenidir (Şek. 10-28). Fakat $F_\perp R$ eksen etrafındaki torktur, böylece τ torku tarafından, bir cismi $\theta_2 - \theta_1$ açısı boyunca döndürmek için yapılan iş

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \, d\theta \qquad \textbf{(10–20)}$$

olur. Herhangi bir anda yapılan işin oranı, ya da güç:

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} = \tau\omega. \qquad \textbf{(10–21)}$$

İş-enerji prensibi, sabit eksen etrafında rijit bir cismin dönmesi içinde geçerlidir. Dnk. 10-14' ten

$$\tau = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt} = I\frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = I\omega\frac{d\omega}{d\theta}$$

buluruz, burada zincir kuralını ve $\omega = d\theta/dt$ kullandık. Bu durumda $\tau\,d\theta = I\omega\,d\omega$ ve

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \, d\theta = \int_{\omega_1}^{\omega_2} I\omega \, d\omega = \tfrac{1}{2}I\omega_2^2 - \tfrac{1}{2}I\omega_1^2. \qquad \textbf{(10–22)}$$

Bu, sabit bir eksen etrafında dönen rijit bir cisim için iş-enerji prensibidir ve bir cismi $\theta_2 - \theta_1$ açısı boyunca döndürmek için yapılan işin, cismin dönme kinetik enerjisindeki değişime eşit olduğunu belirtir.

FİZİK UYGULAMASI
Bir volandan enerji

ÖRNEK 10–14 TAHMİN EDİNİZ **Volan.** Volanlar, yani dönen büyük diskler, güneş enejisiyle üretim yapan sistemler için, enerjiyi depolamanın bir yolu olarak önerilmişlerdir. 10 m çapı olan (üç kat yüksekliğindeki bir yapı) 80,000 kg (80 ton) 'lık bir volanda depolanabilecek kinetik enerjiyi tahmin edin. 100 dds'de bir arada kalabildiğini (iç gerilimden dolayı parçalara ayrılmadığını) varsayın.

YAKLAŞIM Dnk. 10-19'u, $K = \frac{1}{2}I\omega^2$ kullanırız, fakat bunu 100 dds'yi ω'ya rad/s cinsinden çevirdikten sonra yaparız.

ÇÖZÜM

$$\omega = 100 \text{ dds} = \left(100\frac{\text{dev}}{\text{dak}}\right)\left(\frac{1 \text{ dak}}{60 \text{ s}}\right)\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\text{dev}}\right) = 10.5 \text{ rad/s}$$ veriliyor.

Diskte ($I = \frac{1}{2}MR_0^2$) depolanmış kinetik enerji

$$K = \tfrac{1}{2}I\omega^2 = \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{1}{2}MR_0^2\right)\omega^2$$
$$= \tfrac{1}{4}(8.0 \times 10^4 \text{ kg})(5 \text{ m})^2(10.5 \text{ rad/s})^2 = 5.5 \times 10^7 \text{ J}.$$

NOT Kilowatt-saat cinsinden [1kW-saat=(1000J/S)(3600s/sa)(1sa)=3.6 $\times$ 10^6 s] bu enerji sadece 15 kW-saat'tir ve çok fazla bir şey değildir (3 kW lik bir fırın bu enerjinin tamamını 5 saatte tüketebilir). Bu nedenle volanların, bu uygulama için başarılı olması mümkün görünmüyor.

ÖRNEK 10–15 **Dönen çubuk.** M kütleli bir çubuk, Şek. 10-29'da görüldüğü gibi, bir ucundan sürtünmesiz bir menteşeyle eksenlenmiştir. Çubuk yatay konumda hareketsiz tutulduktan sonra bırakılıyor. Çubuğun düşey konuma ulaştığındaki açısal hızını ve bu anda çubuğun tepesinin hızını belirleyin.

YAKLAŞIM Burada iş-enerji prensibini kullanabiliriz. Yerçekiminden kaynaklanan iş, çubuğun yerçekimsel potansiyel enerjisindeki değişime eşittir.

ÇÖZÜM Çubuğun KM, düşey $\ell/2$ mesafesini düştüğü için, yerçekimi tarafından yapılan iş

$$W = Mg\frac{\ell}{2}$$

olur. İlk kinetik enerji sıfırdır. Bu yüzden, iş-enerji prensibinden,

$$\tfrac{1}{2}I\omega^2 = Mg\frac{\ell}{2}.$$

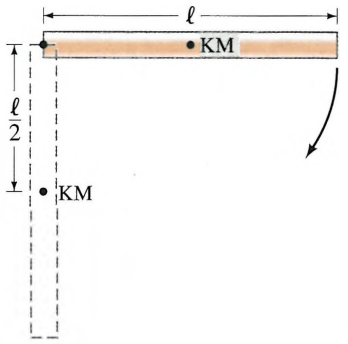
Kendi ucu etrafında dönen bir çubuk için $I = \frac{1}{3}M\ell^2$ olduğu için (Şek. 10-20g), ω'yı çözebiliriz:

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}}.$$

Çubuğun tepesi çizgisel bir hıza sahip olacaktır (Dnk. 10-4):

$$v = \ell\omega = \sqrt{3g\ell}.$$

NOT Karşılaştırma yapılırsa, düşey olarak bir ℓ yüksekliği düşen bir cisim $v = \sqrt{2g\ell}$ hızına sahiptir.



ŞEKİL 10–29 Örnek 10–15.

ALIŞTIRMA D Bir siklonun dönme hareketinde depolanan enerjinin tahmini. Siklonu, 300 km çaplı ve 5 km yüksekliğinde, kütlesi m^3'te 1.3 kg olan havadan oluşan, düzgün bir silindir olarak modelleyelim. Siklonun en dış kenarının 200 km/saat hızda hareket ettiğini kabul edin.

10–9 Dönme Artı Öteleme Hareketi: Yuvarlanma

Kaymadan yuvarlanma

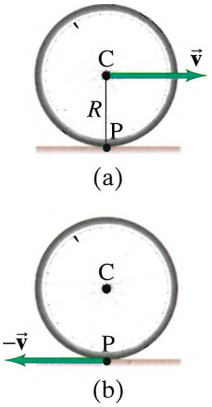
Bir top ya da tekerleğin dönme hareketi günlük hayatta tanıdık şeylerdir: yerde yuvarlanan bir top, ya da kaldırım boyunca yuvarlanan bir bisiklet veya araba tekeri ya da lastiği. *Kaymadan* yuvarlanma, yuvarlanan cisim ve yer arasındaki statik sürtünmeye bağlıdır. Sürtünme statiktir çünkü yuvarlanan cismin yerle temas noktası her an durgun haldedir.

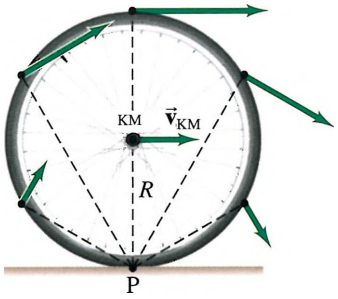
Kaymadan yuvarlanma hem dönme hem de ötelemeyi içerir. Eksenin çizgisel hızı ile dönen tekerlek veya kürenin açısal hızı ω arasında basit bir bağıntı vardır: yani, şimdi göstereceğimiz gibi, R'yi yarıçap olarak alırsak, $v = R\omega$. Şek. 10-30a sağa doğru kaymadan yuvarlanan bir tekeri gösteriyor. Gösterilen anda, tekerlek üzerindeki P noktası yerle temas halindedir ve anlık olarak durgun haldedir. Tekerin merkezi C'deki ekseninin hızı $\vec{\mathbf{v}}$ 'dir. Şek. 10-30b'de, kendimizi tekerleğin referans çerçevesine koyduk - yani, yere göre $\vec{\mathbf{v}}$ hızıyla sağa doğru hareket ediyoruz. Bu referans çerçevesinde C ekseni durgun halde iken, yer ve P noktası görüldüğü gibi sola $-\vec{\mathbf{v}}$ hızıyla hareket ediyorlar. Burada saf dönme hareketini görüyoruz. Bu durumda $v = R\omega$'yi bulmak için Dnk. 10-4'ü kullanabiliriz, burada R tekerin yarıçapıdır. Bu Şek. 10-30a'daki aynı v hızıdır, böylece eksenin yere göre v çizgisel hızının ω açısal hızına

$$v = R\omega \qquad \text{[kaymadan yuvarlanma]}$$

şeklinde bağlantılı olduğunu görüyoruz. Bu sadece kaymanın olmadığı durumlar için geçerlidir.

ŞEKİL 10–30 (a) Sağa doğru yuvarlanan bir tekerlek. Merkezi C, $\vec{\mathbf{v}}$ hızı ile hareket ediyor. P noktası bu anda hareketsiz durumda. (b) Aynı tekerleğin, tekerleğin ekseninin C'nin hareketsiz olduğu bir başvuru çerçevesinden görünüşü - yani, biz yere göre bağıl hızı ile sağa doğru hareket ediyoruz. (a)'da hareketsiz olan P noktası, burada (b)'de görüldüğü gibi sola doğru $\vec{\mathbf{v}}$ hızı ile hareket ediyor. (Bağıl hız için Kısım 3-9'a bakın.)





(a)



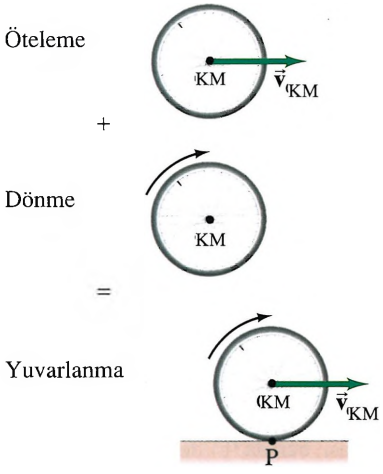
(b)

ŞEKİL 10–31 (a) Yuvarlanan bir tekerlek, yerle temas noktası olan P noktasından geçen anlık bir eksen etrafında dönüyor. Oklar her noktanın anlık hızlarını temsil ediyor. (b) Yuvarlanan bir tekerleğin fotoğrafı. Jant telleri hız yüksek olduğunda daha fazla bulanıklaşırlar.

Anlık Eksen

Bir teker kaymadan yuvarlandığında, tekerleğin yer ile temas noktası anlık olarak durgun haldedir. Bazen, tekerin hareketini, P noktasından geçen bu "anlık eksen" etrafındaki saf dönme hareketi olarak düşünmek yararlıdır (Şek. 10-31a). Yere yakın noktalar, bu anlık eksene yakın olduklarından, küçük çizgisel hızlara sahipken, daha uzaktaki noktalar daha büyük çizgisel hızlara sahiptirler. Bu dönen gerçek bir tekerleğin fotoğrafında daha iyi görülebilir (Şek. 10-31b): tekerleğin üst tarafına yakın olan jant telleri daha bulanık görünüyorlar çünkü tekerleğin alt tarafına yakın olan noktalara göre daha hızlı hareket ediyorlar.

ŞEKİL 10–32 Kaymadan yuvarlanan bir tekerlek, tekerleğin bir bütün olarak v_{KM} hızıyla ötelenmesi artı KM etrafında dönmesi olarak ele alınabilir.



Toplam Kinetik Enerji = $K_{KM} + K_{dön}$

Kütle merkezi (KM) öteleme hareketi altındayken dönen bir cisim hem öteleme hem de dönme kinetik enerjilerine sahip olacaktır. Dnk. 10-19, $K = \frac{1}{2}I\omega^2$, dönme ekseni sabit olduğunda, dönme kinetik enerjisini verir. Eğer cisim hareket ediyorsa, (yerde yuvarlanan bir tekerlek gibi, Şek. 10-32), dönme eksenin yönü sabit olduğu sürece bu eşitlik doğru olacaktır. Toplam kinetik enerjiyi bulmak için, yuvarlanan tekerleğin anlık temas noktası P etrafında saf dönme hareketi yaptığına dikkat edelim, Şek. 10-31. Yukarıda Şek. 10-30'a bağlı tartışmamızda gördüğümüz gibi, KM'nin yere göre hızı v, tekerin kenarındaki bir noktanın merkezine göre olan hızına eşittir. Bu hızların her kisi de yarıçap R'ye $v = \omega R$ ile bağlıdır. Bu nedenle P noktası etrafındaki ω açısal hızı, tekerleğin merkezi etrafındaki açısal hızıyla aynı ω'dır ve toplam kinetik enerji

$$K_{top} = \tfrac{1}{2}I_P\omega^2$$

olur, burada I_P dönen cismin P'deki anlık ekseni etrafındaki eylemsizlik momentidir. K_{top} paralel eksen teoremini kullanarak kütle merkezi terimleriyle yeniden yazabiliriz: $I_P = I_{KM} + MR^2$ burada Dnk. 10-1'de $h = R$ kullandık. Böylece

$$K_{top} = \tfrac{1}{2}I_{KM}\omega^2 + \tfrac{1}{2}MR^2\omega^2$$

olur. Fakat $R\omega = v_{KM}$, kütle merkezinin hızıdır. Öyleyse yuvarlanan cismin toplam kinetik enerjisi

$$K_{top} = \tfrac{1}{2}I_{KM}\omega^2 + \tfrac{1}{2}Mv_{KM}^2 \qquad \textbf{(10–23)}$$

olur, burada v_{KM}, KM'nin çizgisel hızı; I_{KM}, KM'nden geçen eksen etrafındaki eylemsizlik momenti; ω bu eksen etrafındaki açısal hız ve M cismin toplam kütlesidir.

ÖRNEK 10–16 **Bir yokuştan aşağıya yuvarlanan küre.** M kütleli ve r_o yarıçaplı içi dolu bir küre, bir H yüksekliğinde durgun halden harekete başlıyor ve kaymadan yuvarlanıyorsa, yokuşun en altına ulaştığında hızı ne olur? Şek. 10-33'e bakınız. (İş yapmayan statik sürtünmeden dolayı kaymanın olmadığını varsayın.) Sonucunuzu sürtünmesiz bir yokuştan aşağıya *kayan* bir cisminki ile karşılaştırın.

YAKLAŞIM Yerçekimi potansiyel enerjisi ile, şimdi öteleme kadar dönme kinetik enerjisini de içeren, enerjinin korunumu yasasını kullanırız.

ÇÖZÜM Yokuş üzerinde bir y düşey yüksekliğindeki bir noktadaki toplam enerji

$$\tfrac{1}{2}Mv^2 + \tfrac{1}{2}I_{KM}\omega^2 + Mgy,$$

olur, burada v kütle merkezinin hızı, ve Mgy yerçekimsel potansiyel enerjidir. Enerjinin korunumunu uygulayarak, en tepedeki enerjiyi($y = H$, $v = 0$, $\omega = 0$) en aşağıdaki enerjiye ($y = 0$) eşitleriz:

$$0 + 0 + MgH = \tfrac{1}{2}Mv^2 + \tfrac{1}{2}I_{KM}\omega^2 + 0.$$

İçi dolu bir kürenin kütle merkezinden geçen bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti $I_{CM} = \frac{2}{5}Mr_0^2$, 'dir, Şek. 10-20e. Küre kaymadan yuvarlandığı için, $\omega = v/r_0$ kullanırız (Şek. 10-30'u hatırlayın). Bu durumda

$$MgH = \tfrac{1}{2}Mv^2 + \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{2}{5}Mr_0^2\right)\left(\frac{v^2}{r_0^2}\right)$$

olur. M'leri ve r_0'ları yok edersek

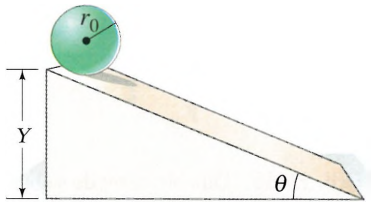
$$\left(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{5}\right)v^2 = gH,$$

yada

$$v = \sqrt{\tfrac{10}{7}gH}$$ buluruz.

Yuvarlanan bir kürenin hızı için bulduğumuz bu sonucu, bir düzlemden aşağıya dönmeden ve sürtünmesiz olarak kayan bir cisim için olanla, $\frac{1}{2}mv^2 = mgH$ karşılaştırabiliriz (yukarıdaki enerji eşitliğimizin, dönme teriminin çıkartılmış hali). Kayan bir cisim için, $v = \sqrt{2gH}$, olur, bu yuvarlanan cisim için olandan daha büyüktür. Sürtünme ya da dönme olmadan kayan bir cisim başlangıçtaki potansiyel enerjisinin tamamını kinetik enerjiye dönüştürür (dönme kinetik enerjisine dönüşüm hiç olmaz), bu nedenle kütle merkezinin hızı daha büyüktür.

NOT Yuvarlanan küre için sonucumuz, M'nin hem kürenin kütlesi M'den hem de yarıçapı r_0'dan (belki de şaşırtıcı şekilde) bağımsız olduğunu gösteriyor.



ŞEKİL 10–33 Bir tepeden aşağıya yuvarlanan bir küre hem öteleme hem de dönme kinetik enerjisine sahiptir.

DİKKAT

Dönme kinetik enerjisinden dolayı yuvarlanan cisimler kayan cisimlerden daha yavaş giderler.

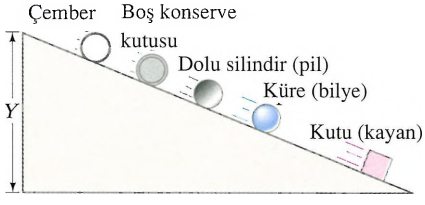
KAVRAMSAL ÖRNEK 10–17 **Hangisi en hızlıdır?** Birkaç cisim, hepsi durgun halden aynı anda başlayarak, düşey H yüksekliğindeki bir yokuştan kaymadan yuvarlanıyorlar. Cisimler ince bir çember (veya sade bir evlilik yüzüğü), küresel bir bilye, içi dolu bir silindir (pil), ve boş bir çorba konserve kutusu. Yokuşun en altına hangi sıra ile ulaşırlar? Ayrıca, sürtünmeyi ihmal ederek, aynı açıyla yokuştan aşağıya kayan yağlanmış bir kutuyla karşılaştırın.

YANIT Enerjinin korunumunda, yerçekimi potansiyel enerjisini artı dönme ve öteleme kinetik enerjisini kullanırız. Kayan kutu en hızlı olacaktır çünkü potansiyel enerji kaybı (MgH) tamamen kutunun öteleme kinetik enerjisine dönüştürülürken, yuvarlanan cisimler için başlangıçtaki potansiyel enerji öteleme ve dönme kinetik enerjileri arasında paylaşılır, böylece KM'nin hızı daha az olur. Yuvarlanan cisimlerin her biri için, potansiyel enerjideki kayıbın kinetik enerjideki artışa eşit olduğunu ifade edebiliriz.

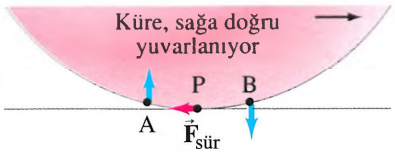
$$MgH = \tfrac{1}{2}Mv^2 + \tfrac{1}{2}I_{CM}\omega^2.$$

Yuvarlanan cisimlerimizin hepsi için KM eylemsizlik momenti I_{KM} sayısal bir katsayı çarpı kütle M ve yarıçap R^2'dir (Şek. 10-20). Kütle M her terimde vardır, bu nedenle öteleme hızı v_{KM}, M'den bağımsız olur; yarıçap R'ye de bağımlı değildir, çünkü $\omega = v/R$,'dir. Bu nedenle yuvarlanan bütün cisimler için R^2 iptal olur. Böylece en aşağıdaki hız v, sadece I_{KM} 'deki, kütlenin nasıl dağıldığını ifade eden katsayıya bağlı olur. Çember, bütün kütlesi yarıçap $R(I_{KM} = MR^2)$ üzerinde toplanmış olarak, en büyük eylemsizlik momentine sahiptir; bu yüzden en düşük v_{KM}'ye sahip olur ve en aşağıya pilin $(I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2)$, ardından varır. O da bilyenin $(I_{KM} = \frac{2}{5}MR^2)$ arkasından gelir. Boş konserve kutusu esas olarak bir çember artı küçük bir diskten oluşur, kütlesinin çoğunluğu R'de yoğunlaşmıştır; Bu yüzden saf çemberden biraz daha hızlı fakat pilden daha yavaş olacaktır. Bknz. Şek. 10-34.

NOT Cisimler aynı yarıçapa sahip olmak zorunda değiller: en aşağıdaki hız cismin kütlesi M'ye veya yarıçapı R'ye değil, sadece onun şekline bağlıdır (ve tepenin yüksekliği H'ye).



ŞEKİL 10–34 Örnek 10–17.



ŞEKİL 10–35 Düz bir yüzeyde sağa yuvarlanan bir küre. Herhangi bir anda yer ile temas halindeki bir nokta, P noktası, anlık olarak durgun haldedir. P'nin solundaki A noktası, görülen anda neredeyse düşey doğrultuda yukarıya doğru hareket ediyor ve sağdaki B noktası, neredeyse düşey doğrultuda aşağıya doğru hareket ediyor. Bir an sonra, B noktası yüzeye dokunacak ve anlık olarak durgun hale gelecektir. Böylece statik sürtünme kuvveti tarafından bir iş yapılmaz.

Eğer bu Örneklerdeki yuvarlanan cisimler ve yüzey arasındaki statik sürtünme küçük olsaydı ya da hiç olmasaydı, yuvarlak cisimler yuvarlanmak yerine kayar, ya da ikisinin birleşimi bir hareket yaparlardı. Yuvarlak bir cismi yuvarlamak için statik sürtünme olmak zorundadır. Enerji denkleminde yuvarlanan cisimler için sürtünmeyi hesaba koymamız gerekli değildir, çünkü bu statik sürtünmedir ve iş yapmaz - Bir küre yuvarlanırken, her andaki temas noktası kaymaz, fakat yüzeye dik olarak hareket eder (Şek. 10-35'te görüldüğü gibi, ilk olarak aşağıya ve sonra yukarıya). Bu nedenle statik sürtünme kuvveti tarafından hiç iş yapılmaz çünkü kuvvet ve hareket (yerdeğiştirme) diktir. Örnek 10-16 ve 10-17'deki yuvarlanan cisimlerin eğik düzlemden aşağıya, kayarken olduğundan daha yavaş hareket etmelerinin sebebi sürtünmenin onları yavaşlatması değildir. Bu daha çok, yerçekimi potansiyel enerjisinin bir kısmının dönme kinetik enerjisine çevrilmesi, daha az miktarın öteleme kinetik enerjisine kalmasındandır.

ALIŞTIRMA E S.248'deki Bölüm Açılış sorusuna dönün, ve onu şimdi tekrar cevaplayın. İlk seferinde neden farklı cevaplamış olabileceğinizi açıklamaya çalışın.

$\Sigma\tau_{KM} = I_{KM}\alpha_{KM}$ denklemini kullanmak

Bir yüzeyden aşağıya yuvarlanan cisimleri, Örnek 10-16 ve 10-17'de yaptığımız gibi, sadece kinetik enerji bakış açısından değil, ayrıca kuvvet ve tork açısından da inceleyebiliriz. Eğer yuvarlanan bir kürenin kütle merkezinden geçen bir sabitlenmiş eksen etrafındaki (hatta eksen ivmeli olabilir) torku hesaplayabilirsek, o zaman, Bölüm 10-5'te tartıştığımız gibi,

$$\Sigma\tau_{KM} = I_{KM}\alpha_{KM}$$

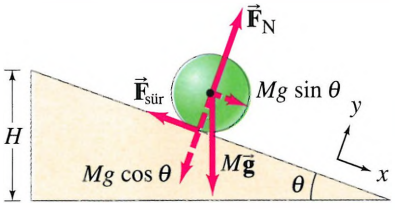
geçerli olacaktır. Bölüm 11'de geçerliliğini göstereceğimiz Dnk. 10-15'e bakın. Yine de dikkatli olun; $\Sigma\tau = I\alpha$'nın her zaman geçerli olduğunu varsaymayın. τ, I, ve α'yı (1) eylemsiz bir başvuru çerçevesinde sabit olmayan veya (2) yönü sabit olan fakat cismin KM'inden geçmeyen bir eksen etrafında hesaplayamazsınız.

⚠ DİKKAT

$\Sigma\tau = I\alpha$ ne zaman geçerlidir?

ÖRNEK 10–18 **Kuvvetleri kullanarak eğik düzlem üzerindeki bir kürenin çözümlenmesi.** Örnek 10-16'daki, Şek. 10-33, yuvarlanan küreyi, kuvvet ve torkları kullanarak çözümleyin. Özellikle, v hızını ve sürtünme kuvvetinin büyüklüğünü, $F_{sür}$ bulun, Şek. 10-36.

ŞEKİL 10–36 Örnek 10–18.



YAKLAŞIM Hareketi KM'nin ötelenmesi ve KM etrafında dönme şeklinde çözümleriz. $F_{sür}$ statik sürtünmeden kaynaklanır ve $F_{sür} = \mu_S F_N$ olduğunu varsayamayız, sadece $F_{sür} \leq \mu_s F_N$ varsayabiliriz.

ÇÖZÜM x doğrultusundaki öteleme için $\Sigma F = ma$'dan,

$$Mg\sin\theta - F_{sür} = Ma,$$

buluruz ve y yönünde

$$F_N - Mg\cos\theta = 0$$

olur çünkü yüzeye dik olan ivme yoktur. Ancak bu son denklem bize normal kuvvetin büyüklüğünü söyler,

$$F_N = Mg\cos\theta.$$

KM etrafında dönme hareketi için, Newton'un dönme için olan ikinci yasasını kullanırız, $\Sigma\tau_{KM} = I_{KM}\alpha_{KM}$ ((Dnk. 10-15), KM'den geçen fakat yönü sabit olan bir eksen etrafında hesaplarsak:

$$F_{sür}r_0 = \left(\tfrac{2}{5}Mr_0^2\right)\alpha.$$

Diğer kuvvetler, $\vec{F}_N$ ve $M\vec{g}$, dönme ekseni (KM) üzerinde yönelirler, böylece kuvvet kolları sıfıra eşittir ve burada görünmezler. Örnek 10-16 ve Şek. 10-30'da gördüğümüz gibi $\omega = v/r_0$'dır, burada v KM'nin hızıdır. $\omega = v/r_0$'ın zamana göre türevini alırsak $\alpha = a/r_0$; elde ederiz; son eşitlikte yerine koyarsak

$$F_{sür} = \tfrac{2}{5}Ma$$

buluruz. Bunu en üstteki eşitlikte yerine koyarsak

$$Mg\sin\theta - \tfrac{2}{5}Ma = Ma$$

ve buradan

$$a = \tfrac{5}{7}g\sin\theta$$

buluruz. Böylece yuvarlanan bir kürenin KM'nin ivmesinin sürtünme olmadan kayan bir cismin ivmesinden $(a = g\sin\theta)$ daha az olduğunu görürüz. Küre,

yokuşun tepesinden (H yüksekliği) durgun halden başlıyor. En aşağıdaki v hızını bulmak için Dnk. 2-12c'yi kullanırız, burada yüzey üzerinde yol alınan toplam mesafe $x = H/\sin\theta$ 'dır (Şek. 10-36). Böylece

$$v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2\left(\frac{5}{7}g\sin\theta\right)\left(\frac{H}{\sin\theta}\right)} = \sqrt{\frac{10}{7}gH}.$$

Bu Örnek 10-16'da elde ettiğimiz sonuç ile aynıdır ancak orada daha az çaba gerekmişti. Sürtünme kuvvetinin büyüklüğünü bulmak için, yukarıda elde ettiğimiz denklemleri kullanırız:

$$F_{\text{sür}} = \tfrac{2}{5}Ma = \tfrac{2}{5}M(\tfrac{5}{7}g\sin\theta) = \tfrac{2}{7}Mg\sin\theta.$$

NOT Eğer statik sürtünme katsayısı yeterince küçükse, ya da θ $F_{\text{sür}} > \mu_S F_N$ olacak şekilde yeterince büyükse (yani, eğer[†] $\tan\theta > \frac{7}{2}\mu_s$ ise), küre basit bir şekilde yuvarlanmayacak fakat yüzeyden aşağıya hareket ederken kayacaktır.

*İleri Seviyede Örnekler

Burada eğlenceli ve ilginç 3 Örnek daha yapacağız. $\Sigma\tau = I\alpha$, kullanıldığında, bu eşitliğin sadece τ, α, ve I 'yı, ya (1) eylemsiz bir başvuru çerçevesinde sabitlenmiş, ya da (2) cismin KM'inden geçen ve yönü sabit kalan bir eksen etrafında hesaplandığında geçerli olacağını hatırlamalıyız.

ÖRNEK 10–19 **Düşen yo-yo.** Bir ip, M kütleli ve R yarıçaplı içi dolu düzgün bir silindirin etrafına sarılıdır (bir yo-yo gibi) ve silindir durgun halden düşmeye başlar, Şek. 10-37a. Silindirin düşmesi sırasındaki (*a*) ivmesini ve (*b*) ipteki gerilimi bulun.

YAKLAŞIM Her zaman ki gibi, serbest cisim diyagramı ile başlayalım, Şek. 10-37b KM'inde etkiyen silindirin ağırlığını ve silindirin kenarında etkiyen ipteki $\vec{\mathbf{F}}_T$ gerilimini gösteriyor. Newton'un ikinci yasasını çizgisel hareket için yazalım (aşağıya doğru pozitif).

$$Ma = \Sigma F$$
$$= Mg - F_T.$$

İpteki gerilimi bilmediğimiz için, a'yı hemen çözemeyiz. Bu nedenle Newton'un ikinci yasasını dönme hareketi için, kütle merkezi etrafında hesaplamayı deneriz:

$$\Sigma\tau_{KM} = I_{KM}\alpha_{KM}$$
$$F_T R = \tfrac{1}{2}MR^2\alpha.$$

Silindir ip boyunca "kaymadan yuvarlandığı" için, ek olarak $a = \alpha R$ (Dnk. 10–5).bağıntısına sahibiz.

ÇÖZÜM Tork eşitliği

$$F_T R = \tfrac{1}{2}MR^2\left(\frac{a}{R}\right) = \tfrac{1}{2}MRa$$

olur, böylece

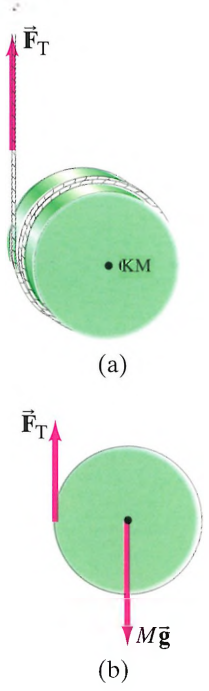
$$F_T = \tfrac{1}{2}Ma.$$

Bunu kuvvet eşitliğinde yerine koyarsak,

$$Ma = Mg - F_T$$
$$= Mg - \tfrac{1}{2}Ma$$

elde ederiz. a, için çözersek, $a = \frac{2}{3}g$ olduğunu buluruz. Yani, çizgisel ivme, silindirin basitce düşmesi halinde olandan daha azdır. Bu mantıklıdır çünkü yerçekimi düşey olarak etkiyen tek kuvvet değildir; bununla birlikte ipteki gerilme de etki etmektedir.

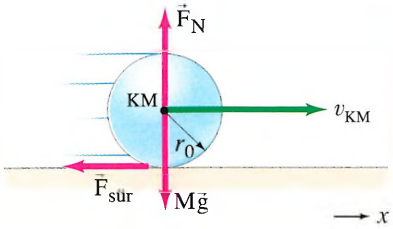
(*b*) $a = \frac{2}{3}g$ olduğundan, $F_T = \frac{1}{2}Ma = \frac{1}{3}Mg$ olur.



ŞEKİL 10–37 Örnek 10–19.

ALIŞTIRMA F Dingili $\frac{1}{2}R$ yarıçaplı bir yo-yonun ivmesini bulun. Eylemsizlik momentinin $\frac{1}{2}MR^2$ olarak kaldığını varsayın (dingilin kütlesini ihmal edin).

[†] $F_{\text{sür}} > \mu_S F_N$, $\tan\theta > \frac{7}{2}\mu_s$'e denktir, çünkü $F_{\text{sür}} = \frac{2}{7}Mg\sin\theta$ ve $\mu_s F_N = \mu_s Mg\cos\theta$.



ŞEKİL 10–38 Örnek 10–20.

ÖRNEK 10–20 **Yuvarlanan bir top kayarsa ne olur?** M kütleli ve r_0 yarıçaplı bir bovling topu yatay bir yüzey boyunca, başlangıçta $(t = 0)$ v_0 çizgisel hızı ile kayacak fakat dönmeyecek bir şekilde fırlatılıyor. Kayarken, dönmeye başlıyor ve sonunda kaymadan yuvarlanıyor. Kaymadan yuvarlanmaya başlaması ne kadar zaman alır?

YAKLAŞIM Serbest cisim diyagramı Şek. 10-38'de görülüyor, top sağa doğru hareket ediyor. Sürtünme kuvveti iki iş yapıyor: KM'nin öteleme hareketini yavaşlatacak şekilde etki ediyor ve hemen arkasından topu saat yönünde çevirmeye başlayacak şekilde davranıyor.

ÇÖZÜM Öteleme için Newton'un ikinci yasası

$$Ma_x = \Sigma F_x = -F_{sür} = -\mu_k F_N = -\mu_k Mg$$

verir, burada μ_k kinetik sürtünme katsayısıdır çünkü top kayıyor. Böylece $a_x = -\mu_k g$ olur. KM'nin hızı:

$$v_{KM} = v_0 + a_x t = v_0 - \mu_k g t.$$

Daha sonra dönme için Newton'un ikinci yasasını, $I_{KM}\,\alpha_{KM} = \Sigma\tau_{KM}$, KM etrafında uygularız,

$$\tfrac{2}{5} M r_0^2 \alpha_{KM} = F_{sür} r_0$$
$$= \mu_k M g r_0.$$

Böylece açısal ivme $\alpha_{KM} = 5\mu_k g/2r_0$ olur, yani sabittir. Buradan topun açısal hızı (Dnk. 10-9a):

$$\omega_{KM} = \omega_{KM} + \alpha_{KM} t = 0 + \frac{5\,\mu_k g t}{2r_0}.$$

Top yere dokunduktan hemen sonra yuvarlanmaya başlıyor, fakat başlangıç olarak aynı anda hem yuvarlanıyor hem de kayıyor. Kaymadan yuvarlanma için gerekli koşul

$$v_{KM} = \omega_o r_0,$$

yani Dnk. 10-4'tür ve kayma varsa geçerli değildir. Bu $v_{KM} = \omega_{KM} r_0$ ile verilen kaymadan yuvarlanma $t = t_1$ zamanında başlar. v_{KM} ve ω_{KM} için yukarıdaki eşitlikleri uygularız.

$$v_0 - \mu_k g t_1 = \frac{5\,\mu_k g t_1}{2r_0} r_0$$

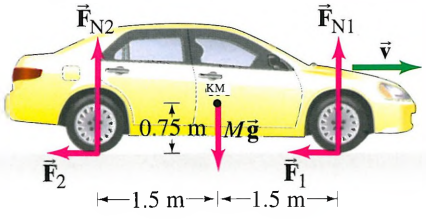
ve buradan

$$t_1 = \frac{2v_0}{7\,\mu_k g}$$

bulunur.

FİZİK UYGULAMASI
Bir arabanın fren dağılımı

ŞEKİL 10–39 Fren yapan bir araba üzerindeki kuvvetler (Örnek 10-21).



ÖRNEK 10–21 **TAHMİN EDİN** **Bir arabayı frenlemek.** Bir araba fren yaptığında, arabanın ön tarafı biraz aşağıya iner; ve ön tekerlerin üzerindeki kuvvet arka tekerlerden daha fazladır. Nedenini görmek için, arabanın frenleyip $a = 0.50g$ oranında yavaşlaması sırasında, Şek. 10-39'da görüldüğü gibi arabanın ön ve arka tekerleri üzerindeki normal kuvvetleri, F_{N1} ve F_{N2}, tahmin edin. Arabanın kütlesi M =1200 kg, ön ve arka aksları arasındaki mesafe 3.0 m ve KM'i (yerçekimi kuvvetinin etki noktası) akslar arasında orta noktada ve yerden 75 cm yukarıdadır.

YAKLAŞIM Şek. 10-39 arabanın üzerinde etki eden kuvvetleri gösteren serbest cisim diyagramıdır. F_1 ve F_2 arabayı yavaşlatan sürtünme kuvvetleridir. F_1'i her iki ön teker üzerinde kuvvetlerin toplamı ve F_2'yi aynı şekilde iki arka teker için seçeriz. F_{N1} ve F_{N2} yolun tekerleklere uyguladığı normal kuvvetlerdir ve kaba tahmin için, statik sürtünmenin bütün tekerler için aynı şekilde davrandığını kabul ediyoruz, böylece F_1 ve F_2 sırasıyla F_{N1} ve F_{N2} ile orantılı olur:

$$F_1 = \mu F_{N1} \quad \text{ve} \quad F_2 = \mu F_{N2}.$$

ÇÖZÜM F_1 veF_2 sürtünme kuvvetleri arabayı yavaşlatır. Newton'un ikinci yasası

$$F_1 + F_2 = Ma$$
$$= (1200\,\text{kg})(0.50)(9.8\,\text{m/s}^2) = 5900\,\text{N}. \quad \textbf{(i)}$$

verir. Araba fren yaparken hareketi sadece ötelenme olduğundan araba üzerindeki tork sıfırdır. Eğer KM'den geçen bir eksen etrafındaki torku hesaplarsak, F_1, F_2 ve F_{N2} kuvvetlerinin hepsi arabayı saat yönünde çevirecek şekilde etki eder ve sadece F_{N1} saat yönünün tersine çevirmek için etki eder; bu yüzden F_{N1} diğer üçünü dengelemek zorundadır. Dolayısıyla F_{N1}, F_{N2}'den belirgin olarak büyük olmak zorundadır. Matematiksel olarak, KM etrafında hesaplanan torklar için:

$$(1.5\,\text{m})F_{N1} - (1.5\,\text{m})F_{N2} - (0.75\,\text{m})F_1 - (0.75\,\text{m})F_2 = 0.$$

F_1 ve F_2 , F_{N1} ve F_{N2} 'yle orantılı[†] olduğu için $(F_1 = \mu F_{N1},\ F_2 = \mu F_{N2})$, bunu şu şekilde yazabiliriz.

$$(1.5\,\text{m})(F_{N1} - F_{N2}) - (0.75\,\text{m})(\mu)(F_{N1} + F_{N2}) = 0. \quad \textbf{(ii)}$$

Ayrıca, araba düşey doğrultuda ivmelenmediği için,

$$Mg = F_{N1} + F_{N2} = \frac{F_1 + F_2}{\mu}. \quad \textbf{(iii)}$$

(iii)' ü (i) ile karşılaştırırsak, $\mu = a/g = 0.50.$ olduğunu görürüz. Şimdi (ii)'yi F_{N1} için çözeriz ve $\mu = 0.50$ kullanarak şunu elde ederiz

$$F_{N1} = F_{N2}\left(\frac{2 + \mu}{2 - \mu}\right) = \frac{5}{3}F_{N2}.$$

Böylece F_{N1}, F_{N2}'den $1\frac{2}{3}$ kez daha büyüktür. Asıl büyüklükler (iii) ve (i)'den bulunur: $F_{N1} + F_{N2} = (5900\,\text{N})/(0.50) = 11{,}800\,\text{N}$, bu da $F_{N2}(1 + \frac{5}{3})$,'e eşittir; böylece $F_{N2} = 4400\,\text{N}$ ve $F_{N1} = 7400\,\text{N}$.

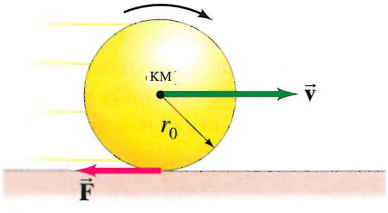
NOT Genel olarak ön tekerlerdeki kuvvet arkadakilerden büyük olduğu için, arabalar çoğunlukla ön tekerlerinde arka tekerlerinden daha büyük fren yastıkları ile tasarlanırlar. Veya, başka şekilde söylenirse, fren yastıkları eşit olsaydı, ön taraftakiler çok daha erken eskirlerdi.

*10–10 Yuvarlanan Bir Küre Neden Yavaşlar?

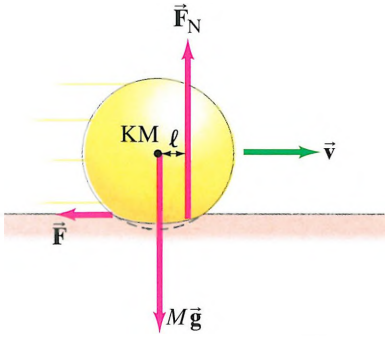
Yatay düz bir yüzeyde yuvarlanan M kütleli ve r_0 yarıçaplı bir küre en sonunda hareketsiz duruma gelir. Onun hareketsiz hale gelmesine hangi kuvvet sebep olur? Bunun sürtünme kuvveti olduğunu düşünebilirsiniz, fakat problemi basit, yalın bir bakış açısından değerlendirirsek, bu bir paradoksa yol açar.

Bir kürenin Şek. 10-40'ta görüldüğü gibi sağa doğru yuvarlandığını, ve yavaşladığını varsayalım. Newton'un ikinci yasasından, $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = M\vec{\mathbf{a}}$, görüldüğü gibi sola doğru etkiyen bir $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti (tahminen sürtünme) bulunmalıdır, dolayısıyla $\vec{\mathbf{a}}$ ivmesi de sola doğru yönelmelidir ve v azalmalıdır. Tuhaftır ki, eğer tork eşitliğine bakarsak (kütle merkezi etrafında hesaplanan), $\Sigma\tau_{KM} = I_{KM}\,\alpha$, $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin açısal ivme α'yı arttıran, ve bu şekilde kürenin *hızını arttıran* bir etki yaptığını görürüz. Paradoks buradan geliyor. Eğer öteleme hareketine bakarsak $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti küreyi yavaşlatacak şekilde davranıyor, fakat dönme hareketine bakarsak onu hızlandırıyor.

ŞEKİL 10–40 Sağa yuvarlanan küre.



[†]Orantı katsayımız μ araba kaymak üzere değilse statik sürtünme katsayısı μ_s'ye eşit değildir. $(F_{sür} \leq \mu_s F_N)$,



ŞEKİL 10–41 Normal kuvvet, $\vec{F}_N$, küreyi yavaşlatan bir tork uygular. Kürenin ve hareket ettiği yüzeyin şeklinin bozulması detaylar için abartılmıştır.

Bu açık paradoksun çözümlenmesi, başka etken kuvvetlerin de olmasını gerektirir. Etkili olan diğer kuvvetler yalnızca yerçekimi, $M\vec{g}$ ve normal kuvvettir $\vec{F}_N$ $(= -M\vec{g})$. Bunlar düşey olarak etki eder ve bu nedenle yatay öteleme hareketine etki etmezler. Eğer küreyi ve yüzeyi rijit olarak düşünürsek, yani küre sadece tek bir noktada temas halindeyse, bu kuvvetlerin ikisi de KM etrafında herhangi bir torka sebep olmazlar, çünkü KM yönünde etki ederler.

Bu oluşan paradoksun çözümlenmesi için tek yolumuz, cismin rijit olduğu idealleştirmemizden vazgeçmektir. Aslında, bütün cisimlerin şekilleri bir miktar bozulabilir. İkisinin temas ettikleri yerde, küremiz az miktarda düzleşiyor ve düz yüzey bir miktar çökmeye uğruyor. Bir nokta değil, bir temas *alanı* oluşuyor. Bu yüzden bu temas alanında $\vec{F}$ ile ilişkili olan torka ters yönde etkiyen ve böylece kürenin dönme hareketini yavaşlatan, bir tork meydana gelebilir. Bu tork, masanın bütün temas alanı boyunca küreye uyguladığı, $\vec{F}_N$ normal kuvveti ile ilişkilidir. Net etki olarak, Şek. 10-41'de (şekil bozulması büyük ölçüde abartıldı) görüldüğü gibi $\vec{F}_N$'nin KM'nin önündeki ℓ mesafesinde düşey olarak etki ettiğini düşünebiliriz.

Normal kuvvet $\vec{F}_N$'nin, Şek. 10-41'de görüldüğü gibi, etkin olarak KM'nin *önünde* etki etmesi gerektiği kabul edilebilir mi? Evet. Küre yuvarlanırken önde giden kenarı masa yüzeyine hafif bir darbe ile çarpar. Bu nedenle masa, küreyi, ön tarafında, geri kalan kısımlarında olacağından birazcık daha güçlü bir şekilde yukarıya doğru iter. Temas alanının arka tarafında, küre yukarıya doğru hareket etmeye başladığından masa, küreyi , durgun olduğu zamankinden daha az bir kuvvetle yukarıya iter. Temas alanının ön kısmında daha güçlü itme yapan masa, torkta gerekli artışı sağlar ve $\vec{F}_N$'nin etki noktasının KM'nin ön tarafında olacağını doğrular.

Diğer kuvvetler etkin olduğunda, $\vec{F}_N$'den gelen oldukca küçük τ_N torku genel olarak ihmal edilebilir. Örneğin, küre ya da silindir bir yokuştan aşağıya yuvarlanıyorsa, yerçekimi kuvveti τ_N'den daha fazla etkiye sahip olur, böylece bu ikinci etki ihmal edilebilir. Birçok nedenden dolayı (her zaman değil), sert bir kürenin sert bir yüzeyle bir noktada temas ettiğini varsayabiliriz.

Özet

Rijit bir cisim sabit bir eksen etrafında döndüğünde, cismin her noktası dairesel bir yolda hareket eder. Dönme ekseninden cisim üzerindeki farklı noktalara dik olarak çizilen çizgilerin hepsi, verilen herhangi bir zaman aralığı için aynı "θ" açısını süpürür.

Açılar kolaylık için **radyan** cinsinden ölçülür. Bir radyan, yarıçapa eşit bir yay uzunluğuna karşılık gelen açıdır, ya da

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ \text{ ve buradan } 1 \text{ rad} \approx 57.3^\circ.$$

Sabit bir eksen etrafında dönen rijit bir cismin bütün parçaları, herhangi bir anda,

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad \textbf{(10–2b)}$$

ve

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \qquad \textbf{(10–3b)}$$

şeklinde ifade edilen, aynı **açısal hıza** (ω) ve aynı **açısal ivmeye** (α) sahiptir. ω ve α'nın birimleri rad/s ve rad/s^2'dir.

Sabit bir eksen etrafında dönen bir cisim üzerinde herhangi bir noktanın çizgisel hızı ve ivmesi, açısal niceliklerle şu şekilde bağlıdır:

$$v = R\omega \qquad \textbf{(10–4)}$$

$$a_{teğ} = R\alpha \qquad \textbf{(10–5)}$$

$$a_R = \omega^2 R \qquad \textbf{(10–6)}$$

Burada R dönme ekseninden noktaya olan dik uzaklık, ve $a_{teğ}$ ve a_R ise çizgisel ivmenin teğetsel ve radyal bileşenleridir. Frekans f ve periyot T, ω (rad/s) ile şu şekilde bağlıdır:

$$\omega = 2\pi f \qquad \textbf{(10–7)}$$

$$T = 1/f. \qquad \textbf{(10–8)}$$

Açısal hız ve açısal ivme birer vektördür. Sabit bir eksen etrafında dönen rijit bir cisim için, hem $\vec{\omega}$ hem de $\vec{\alpha}$ dönme ekseni boyunca yönelir. $\vec{\omega}$ 'nin yönü **sağ-el kuralı** ile verilir.

Eğer rijit bir cisim, düzgün ivmeli dönme hareketi yapıyorsa (α = sabit), çizgisel harekete benzeyen şu denklemler geçerli olurlar:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t; \qquad \theta = \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2;$$
$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta; \qquad \bar{\omega} = \frac{\omega + \omega_0}{2}. \qquad \textbf{(10–9)}$$

Rijit bir cisme uygulanan $\vec{F}$ kuvvetinden kaynaklanan **tork**

$$\tau = R_\perp F = RF_\perp = RF\sin\theta \qquad \textbf{(10–10)}$$

olarak gösterilir, burada $R_\perp$, kuvvet kolu olarak adlandırılır ve dönme ekseninden kuvvetin etki ettiği çizgiye olan dik uzaklıktır, ve θ ; $\vec{F}$ ve R arasındaki açıdır.

Newton'un ikinci yasasının dönme karşılığı

$$\Sigma\tau = I\alpha, \qquad \textbf{(10–14)}$$

şeklindedir, burada $I = \Sigma m_i R_i^2$ cismin dönme ekseni etrafındaki **eylemsizlik momenti**'dir Bu ilişki, eylemsiz bir başvuru çerçevesinde sabit olan bir eksen etrafında dönen rijit cisim için, hatta KM hareket etse bile, τ, I, ve α'nın cismin kütle merkezi etrafında hesaplandığı durumda da geçerlidir.

Sabit bir eksen etrafında ω açısal hızı ile dönen bir cismin **dönme kinetik enerjisi**

$$K = \tfrac{1}{2} I\omega^2 \qquad \textbf{(10–19)}$$

ile verilir.

Hem öteleme hem de dönme hareketi altındaki bir cisim için, toplam kinetik enerji, dönme ekseni bir yönde sabit olduğu sürece, cismin KM'nin öteleme kinetik enerjisi artı cismin KM'i etrafındaki dönme kinetik enerjisinin toplamıdır:

$$K_{\text{top}} = \tfrac{1}{2} M v_{\text{KM}}^2 + \tfrac{1}{2} I_{\text{KM}} \omega^2 \qquad \textbf{(10–23)}$$

Aşağıdaki Tablo açısal (ya da dönme) nicelikleri, öteleme benzerleri ile karşılaştırarak özetler.

Öteleme	Dönme	Bağlantı
x	θ	$x = R\theta$
v	ω	$v = R\omega$
a	α	$a = R\alpha$
m	I	$I = \Sigma mR^2$
F	τ	$\tau = RF \sin\theta$
$K = \tfrac{1}{2}mv^2$	$\tfrac{1}{2}I\omega^2$	
$W = Fd$	$W = \tau\theta$	
$\Sigma F = ma$	$\Sigma\tau = I\alpha$	

Sorular

1. Bir bisiklet odometresi (devirleri sayar ve alınan mesafeyi göstermek için kalibre edilmiştir) tekerleğin göbeğine yakın bir yere tutturulmuştur ve 27 inç'lik bir tekerleğe göre ayarlıdır. Eğer bunu 24 inç'lik tekerleği olan bir bisiklette kullanırsanız ne olur?
2. Bir diskin sabit bir açısal hız ile döndüğünü varsayın. Kenarındaki bir nokta radyal ve/veya teğetsel ivmeye sahip midir? Diskin açısal hızı düzgün olarak artıyorsa, radyal ve/veya teğetsel ivmeye sahip midir? Hangi durumda çizgisel ivmenin bileşenlerinden birinin veya her ikisinin değeri değişecektir?
3. Rijit olmayan bir cisim tek bir ω açısal hız değeri ile tanımlanabilir mi? Açıklayın.
4. Küçük bir kuvvet, daha büyük bir kuvvetten daha fazla tork uygulayabilir mi? Açıklayın.
5. Neden, kollarınız başınızın arkasındayken mekik çekmek, kollarınızı önünüze uzattığınızda olduğundan daha zordur? Bunu cevaplamak için bir diyagram işinize yarayacaktır.
6. Hızlı koşabilen memeliler, et ve kasların yukarılarda bedene yakın yerlerde yoğunlaştığı zayıf arka bacaklara sahiptirler (Şek. 10-42). Dönme dinamiğini temel alarak, bu kütle dağılımının neden avantajlı olduğunu açıklayın.



ŞEKİL 10–42
Soru 6. Bir ceylan.

7. Eğer bir sistem üzerindeki net kuvvet sıfırsa, net tork da sıfır mıdır? Eğer bir sistemdeki net tork sıfırsa, net kuvvet de sıfır mıdır?
8. İki eğik düzlem aynı yükseklikteydir fakat yatayla olan açıları farklıdır. Aynı çelik top her iki eğik düzlemden aşağıya yuvarlanıyor. Hangi yokuşta topun en alttaki hızı daha büyük olur? Açıklayın.
9. Özdeş görünümde iki küre aynı kütleye sahipler. Fakat birinin içi boş ve diğerinin içi dolu. Hangisinin hangisi olduğunu bulacak deneyi tarif edin.
10. İçi dolu iki küre bir yokuştan aynı anda (durgun halden) yuvarlanmaya başlıyorlar. Kürelerden biri diğerinden iki kat yarıçapa ve iki kat kütleye sahiptir. Yokuşun en aşağısına hangisi ilk önce ulaşır? Aşağıda hangisinin hızı daha büyük olur? Aşağıda hangisi daha büyük kinetik enerjiye sahiptir.
11. İp cambazları neden uzun, ince bir çubuk taşırlar (Şek. 10-43)?



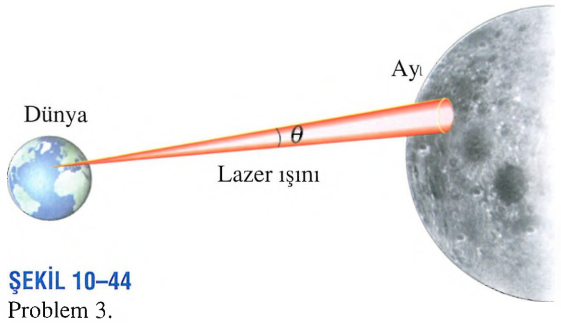
ŞEKİL 10–43 Soru 11.

12. Bir küre ve bir silindir aynı yarıçap ve aynı kütleye sahipler. Bir yokuşun tepesinden aynı anda durgun halden başlıyorlar. En aşağıya ilk hangisi ulaşır? En aşağıda hangisinin hızı daha büyüktür? En aşağıda hangisi daha büyük toplam kinetik enerjiye sahip olur? Hangisi en büyük dönme kinetik enerjisine sahip olur?
13. Bu kitabın eylemsizlik momenti, merkezinden geçen simetri eksenlerinden hangisine göre en az olur?
14. Kütle merkezinden geçen bir eksen etrafında dönen içi dolu bir diskin eylemsizlik momenti $\tfrac{1}{2}MR^2$ 'dir (Şek. 10-20c). Bunun yerine diskin kenarındaki bir noktadan geçen paralel bir dönme ekseni düşünelim. Eylemsizlik momenti aynı mı, daha büyük mü, daha küçük mü olur?
15. Yatay bir eksen üzerinde dönen bir tekerleğin açısal hızı batıya yöneliyor. Tekerleğin tepesindeki bir noktanın çizgisel hızı hangi tarafa yönelir? Açısal ivme doğuya yöneliyorsa, tekerleğin tepesindeki bu noktanın teğetsel çizgisel ivmesini tarif edin. Açısal hız artıyor mu yoksa azalıyor mu?

Problemler

10–1 Açısal Nicelikler

1. (I) Verilen açıları radyan cinsinden ifade edin: (*a*) 45.0°, (*b*) 60.0°, (*c*) 90.0°, (*d*) 360.0° ve (*e*) 445°. Sayısal değerler ve π 'nin katları olarak cevaplayın.
2. (I) Güneş, 150 milyon km uzaklıktan bize Dünya'da yaklaşık 0.5°'lik bir açıya karşılık gelir. Güneşin yarıçapını tahmin edin.
3. (I) Bir lazer ışını, Dünya'dan 380,000 km uzaklıktaki, Ay'a yönlendiriliyor. Işın 1.4 × 10^{-5} lık bir θ' açısı kadar dağılıyor. Ay üzerinde oluşturacağı beneğin çapı ne olur?



ŞEKİL 10–44
Problem 3.

4. (I) Bir karıştırıcının bıçakları, 6500 dds'lik bir hızla dönüyor. İşlem sırasında motor durdurulduğunda, bıçakların yavaşlayıp durması 4.0 s sürüyor. Bıçakların yavaşlaması sırasındaki açısal ivmesi nedir?
5. (II) (*a*) 0.35 m çapındaki bir değirmen taşı 2500 rpm ile dönüyor. Açısal hızını rad/s olarak hesaplayın. (*b*) Değirmen taşının dış kenarındaki bir noktanın çizgisel hızı ve ivmesi nedir?
6. (II) 68 cm yarıçaplı tekerlekleri olan bir bisiklet 7.2 km yol alıyor. Tekerlekler kaç devir dönerler?
7. (II) Bir saatin (*a*) saniye kolu, (*b*) yelkovan kolu, ve (*c*) akrep kolunun açısal hızını hesaplayın. rad/s olarak ifade edin. (*d*) Her durum için açısal ivme nedir?
8. (II) Dönen bir atlıkarınca 4.0 s'de bir tam devir yapmaktadır (Şek. 10-45). (*a*) Merkezden 1.2 m uzaklıkta oturan bir çocuğun çizgisel hızı nedir? (*b*) Çocuğun ivmesi ne olur (bileşenleri verin)?

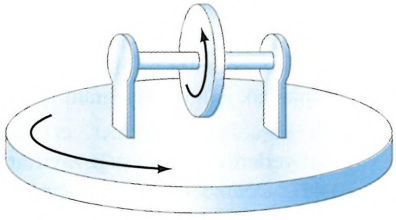


ŞEKİL 10–45
Problem 8.

9. (II) (*a*) ekvatordaki, (*b*) Arktik daire üzerindeki (66.5° K enlemi), ve (*c*) 45.0° K enlemindeki bir noktanın Dünya'nın dönmesinden kaynaklanan çizgisel hızı nedir?
10. (II) Dünya'nın (*a*) Güneş etrafındaki yörüngesindeki ve (*b*) kendi ekseni etrafındaki açısal hızını hesaplayın.
11. (II) Dönme merkezinden uzaklığı 7.0 cm olan bir parçacığın hissettiği ivmenin 100,000*g* olabilmesi için santrifüj hangi hızla (dds olarak) dönmelidir?
12. (II) 64 cm yarıçaplı bir tekerlek merkezi etrafında 4.0 s'de düzgün olarak 130 dds'den 280 dds'ye hızlanıyor. Tekerin kenarındaki bir noktanın, hızlanmaya başladıktan 2.0 s sonraki (*a*) açısal ivmesini, ve (*b*) çizgisel ivmesinin radyal ve teğetsel bileşenlerini bulun.
13. (II) Ay'a yapılan seyahatlerde, Apollo uzay mekiğindeki astronotlar, Güneş enerjisini düzgün bir şekilde dağıtmak amacıyla, mekiğe yavaş bir dönme verirler. Yolculuklarının başlangıcında, 12 dak'lık bir zaman aralığında, hareketsiz durumdan başlayarak her dakikada 1.0 devir hızlanıyorlar. Uzay mekiği çapı 8.5 m olan bir silindir olarak düşünülebilir. Hızlanmaya başladıktan 7.0 dak sonra mekiğin yüzeyindeki bir noktanın (*a*) açısal ivmesini, ve (*b*) çizgisel ivmesinin radyal ve teğetsel bileşenlerini bulun.
14. (II) R_1 yarıçaplı bir döner-tabla, onunla dış kenarlarından temas halindeki R_2 yarıçaplı dairesel lastik bir kasnak tarafından döndürülüyor. Açısal hızlarının oranı ω_1 / ω_2 nedir?

10–2 $\vec{\omega}$ ve $\vec{\alpha}$ 'nın Vektör Doğası

15. (II) Bir tekerleğin aksı Şek. 10-46'da görüldüğü gibi dönmekte olan bir döner-tablanın üzerine sabitlenmiş desteklere tutturulmuştur. Teker kendi ekseni etrafında $\omega_1 = 44.0\,\text{rad/s}$ 'lik bir açısal hıza, ve döner-tabla düşey eksende $\omega_2 = 35.0\,\text{rad/s}$ 'lik bir açısal hıza sahiptir. (bu hareketleri gösteren, şekil üzerindeki oklara dikkat edin.) (*a*) Görülen andaki $\vec{\omega}_1$ ve $\vec{\omega}_2$ 'nin yönleri nedir? (*b*) Dışarıdan bakan bir gözlemci için, tekerleğin görülen andaki toplam açısal hızı nedir? Büyüklüğü ve yönünü belirtin. (*c*) Tekerleğin görülen andaki açısal ivmesinin büyüklüğü ve yönü nedir? *z* eksenini yukarıya doğru ve aksın görülen andaki yönünü sağa doğru olan ekseni olarak alın.



ŞEKİL 10–46
Problem 15.

10–3 Sabit Açısal İvme

16. (I) Bir otomobil motoru 3500 dds'den 1200 dds'ye 2.5 s'de yavaşlıyor. (*a*) Sabit kabul ettiğiniz açısal ivmesini, ve (*b*) motorun bu süre içerisinde yaptığı toplam devir sayısını hesaplayın.
17. (I) Bir santrifüj düzgün olarak 220 s'de durgun halden 15.000 dds'ye hızlanıyor. Bu süre içerisinde kaç tur dönmüştür.
18. (I) Pilotlar, yüksek hızlı jet uçaklarında uçarken maruz kalacakları stres için, son hızına ulaşıncaya kadar 1 dak'da 20 tam tur dönen hızlı "insan santrifüjü"nde test edilebilirler. (*a*) Bunun açısal ivmesi (sabit kabul edin), ve (*b*) dds cinsinden son açısal hızı nedir?
19. (II) Bir vantilatör 850 dev/dak ile çalışırken kapatılıyor. Durmadan önce 1350 devir dönüyor. (*a*) Vantilatörün açısal ivmesi (sabit kabul edin) nedir? (*b*) Pervane tamamen durana kadar geçen süre ne kadardır?
20. (II) Matematik kullanarak, sabit açısal ivme için, 10-9a ve 10-9b açısal kinematik denklemlerini çıkarın. $\alpha = d\omega/dt$ ile başlayın.

21. (II) Küçük bir lastik tekerlek, büyük bir çömlekçi döner tablasını döndürmek için kullanılıyor. İki teker dairesel kenarları birbirlerine dokunacak şekilde yerleştirilmiştir. Küçük tekerlek 2.0 cm yarıçapında ve $7.2\,\text{rad/s}^2$ hızla dönmekte olup çömlekçi tablası (yarıçapı 21 cm) ile kaymadan temas halindedir. (*a*) çömlekçi tablasının açısal ivmesini, (*b*) çömlekçi tablasının gerekli 65 dds'lik hıza ulaşması için geçen süreyi hesaplayın.

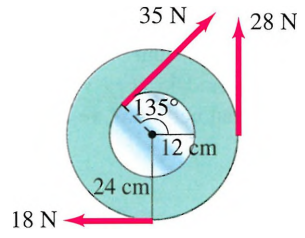
22. (II) Dönen bir bir tekerin t zamanında döndüğü açı $\theta = 8.5t - 15.0t^2 + 1.6t^4$ olarak veriliyor, burada θ radyan ve t saniyedir. (*a*) Anlık açısal hız ω ve (*b*) anlık açısal ivme α ifadelerini bulun. (*c*) ω ve α'yı $t = 3.0$ s için hesaplayın. $t = 2.0$ s ve $t = 3.0$ s aralığındaki (*d*) ortalama açısal hız, ve (*e*) ortalama açısal ivme nedir?

23. (II) Bir tekerleğin açısal ivmesi, zamanın fonksiyonu olarak, $\alpha = 5.0t^2 - 8.5t$ şeklinde veriliyor, burada α rad/s^2 ve t saniye cinsindendir. Eğer tekerlek harekete durgun halden başlıyorsa ($t = 0$ anında $\theta = 0$, $\omega = 0$) (*a*) açısal hız ω ve (*b*) açısal konum θ için, her ikisi de zamanın fonksiyonu olacak şekilde, birer denklem bulun. (*c*) $t = 2.0$ s için ω ve θ'yı bulun.

10–4 Tork

24. (I) Bisiklet kullanan 62 kg kütleli bir kişi, bir tepeye tırmanırken ağırlığının tamamını sırayla her bir pedala veriyor. Pedallar 17 cm yarıçaplı bir dairede dönüyorlar. (*a*) Uyguladığı en yüksek tork ne olur? (*b*) Daha fazla tork nasıl uygulayabilir?

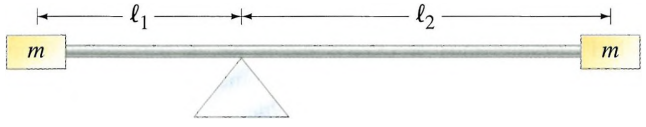
25. (I) Şek. 10-47'deki tekerleğin ekseni çevresindeki net torku hesaplayın. 0.40 mN'luk bir sürtünme torkunun harekete karşı koyduğunu varsayın.



ŞEKİL 10–47
Problem 25.

26. (II) Bir kişi 96 cm genişliğindeki bir kapının uç tarafına 32 N'luk yatay bir kuvvet uyguluyor. Eğer kuvvet (*a*) kapıya dik olarak ve (*b*) kapı yüzeyine 60.0°'lik bir açıyla uygulanırsa, torkun büyüklüğü ne olur?

27. (II) Her biri m kütleli iki blok, Şek. 10-48'de görüldüğü gibi desteklenmiş kütlesiz bir çubuğun uçlarına tutturulmuşlardır. Çubuk başlangıçta yatay konuma tutuluyor ve sonra bırakılıyor. Bu sistemin ilk bırakıldığı an sahip olduğu net torkun büyüklüğünü ve yönünü hesaplayın.



ŞEKİL 10–48 Problem 27.

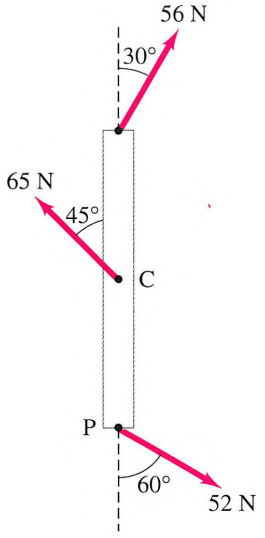
28. (II) 27.0 cm çaplı bir tekerlek, xy düzleminde ve merkezinden geçen z ekseni etrafında dönmeye zorlanmıştır. Tekerleğin kenarındaki, belirli bir anda x ekseni üzerinde bulunan bir noktaya, $\vec{\mathbf{F}} = (-31.0\hat{\mathbf{i}} + 43.4\hat{\mathbf{j}})$ N'luk bir kuvvet etki ediyor. Bu anda dönme ekseninin etrafındaki net tork ne olur?

29. (II) Bir motorun silindir kafasında bulunan civatalar 75 mN'luk bir tork altında sıkılmak zorundadırlar. Eğer anahtarın uzunluğu 28 cm ise, tamirci anahtarın ucuna ne kadarlık dik bir kuvvet uygulamalıdır? Eğer altı kenarlı civatanın başı 15 mm uzunluğunda ise (Şek. 10-49), lokma anahtarının altı noktanın her birinin civarına uyguladığı kuvveti tahmin edin.



ŞEKİL 10–49 Problem 29.

30. (II) Şek. 10-50'de görülen düzgün kalas üzerindeki net torku bulun. (*a*) C noktası, kütle merkezi, ve (*b*) bir ucundaki P noktası için hesaplayın.



ŞEKİL 10–50
Problem 30.

10–5 ve 10–6 Dönme Dinamiği

31. (I) Dönme ekseni kendi merkezinden geçen 0.648 m yarıçaplı 10.8 kg'lık bir kürenin eylemsizlik momentini bulun.

32. (I) Çapı 67 cm olan bir bisiklet tekerleğinin eylemsizlik momentini tahmin edin. Kasnak ve lastik birleşik 1.1 kg kütlesine sahiptir. Göbeğin ağırlığı ihmal edilebilir (neden?).

33. (II) Bir çömlekçi, sabit açısal hızda dönen bir çömlekçi tekerinde bir çanak şekillendiriyor (Şek. 10-51). Kil ve elleri arasındaki sürtünme kuvveti toplam 1.5 N'dur. (*a*) Eğer çanağın çapı 12 cm ise tekere uyguladığı tork ne kadardır? (*b*) Eğer üzerine etkiyen tek kuvvet çömlekçinin ellerinden kaynaklanıyorsa, çömlekçi tekerinin durması için geçecek süre ne kadar olur? Tekerin ilk açısal hızı 1.6 dev/s ve tekerle çanağın eylemsizlik momenti 0.11 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$'dir.



ŞEKİL 10–51
Problem 33.

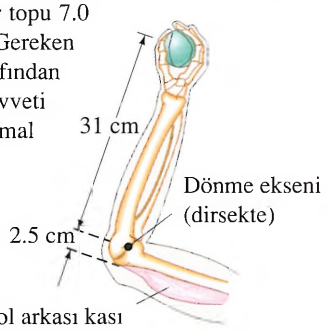
34. (II) Bir oksijen molekülü, toplam kütlesi 5.3×10^{-26} kg ve iki atomu birbirine bağlayan çizgiye dik, ikisinin tam ortasında bulunan, bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti 1.9×10^{-46} kg·m^2 olan iki oksijen atomundan oluşur. Bu verilerden yola çıkarak, atomlar arasındaki etkin uzaklığı tahmin edin.

35. (II) Bir softball oyuncusu, bir sopayı, durgun halden 0.20 s'lik sürede 2.7 dev/s'ye hızlandıracak şekilde sallıyor. Sopayı 0.095 m uzunluğunda 2.2 kg'lık düzgün bir çubuk olarak düşünün, ve oyuncunun sopanın bir ucuna uyguladığı torku hesaplayın.

36. (II) Bir değirmen taşı, yarıçapı 8.50 cm ve kütlesi 0.380 kg olan düzgün bir silindirdir. (*a*) Merkezi etrafındaki eylemsizlik momentini, ve (*b*) eğer 1500 dds'den durgun hale 55.0 s'de geldiği biliniyorsa, onu durgun halden 1750 dds'ye 5.00 s'de hızlandırmak için uygulanması gereken torku hesaplayın.

37. (II) İnce hafif bir çubuğun ucundaki 650 g'lık küçük bir top 1.2 m yarıçaplı yatay bir dairede dönüyor. (*a*) Topun dairenin merkezine göre eylemsizlik momentini, ve (*b*) eğer hava direnci top üzerinde 0.020 N'luk bir kuvvet uyguluyorsa, topun sabit açısal bir hız ile dönmeye devam edebilmesi için gereken torku hesaplayın. Çubuğun eylemsizlik momentini ve hava direncini ihmal edin.

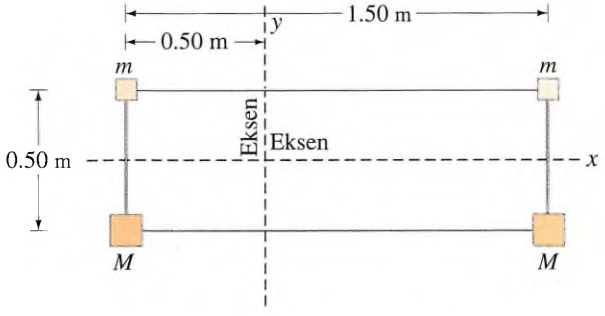
38. (II) Şek. 10-52'deki ön kol, şekilde görüldüğü gibi, arka kol kasını kullanarak 3.6 kg'lık bir topu 7.0 m/s^2 ile ivmelendiriyor. (*a*) Gereken torku ve (*b*) arka kol kası tarafından uygulanması gereken kuvveti hesaplayın. Kolun ağırlığını ihmal edin.



ŞEKİL 10–52
Problem 38 ve 39.

39. (II) 1.00-kg'lık bir topun Şek. 10-52'de görüldüğü gibi, sadece, arka kol kasının etkisi altında, dirsekle olan bağlantı etrafında dönen ön kolun hareketiyle atıldığını varsayın. Top durgun halden 8.5 m/s^2'ye, bırakıldığı noktadaki hızı, 0.35 s'de düzgün olarak hızlanıyor. (*a*) Kolun açısal ivmesini ve (*b*) arka kol kası için gereken kuvveti hesaplayın. Ön kolun ağırlığının 3.7 kg olduğunu ve düzgün bir çubuk gibi uç tarafındaki bir eksen etrafında döndüğünü varsayın.

40. (II) Şek. 10-53'te görülen noktasal cisimlerden oluşan dizinin (*a*) düşey eksen, ve (*b*) yatay eksen etrafındaki eylemsizlik momentlerini hesaplayın. m = 2.2 kg, m = 3.1 kg ve cisimlerin çok hafif rijit tel parçaları ile birbirlerine bağlandıklarını varsayın. Dizi dikdörtgen şeklindedir ve yatay eksen tarafından ortasından bölünmüştür. (*c*) Bu diziyi hangi eksen etrafında hızlandırmak daha zor olurdu?



ŞEKİL 10–53 Problem 40.

41. (II) Bir atlıkarınca durgun halden 0.68 rad/s'ye 24 s'de hızlanıyor. Atlıkarıncanın 7.0 m yarıçaplı ve 31.0000 kg kütleli düzgün bir disk olduğunu varsayarak, hızlandırmak için gereken net torku hesaplayın.

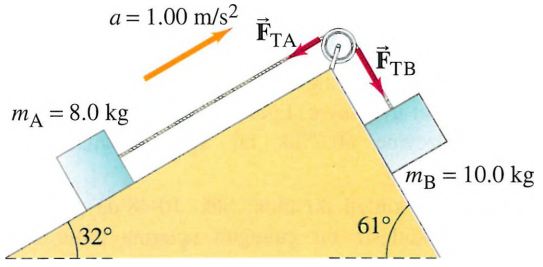
42. (II) 0.72 m yarıçaplı içi dolu bir küre, merkezinden geçen bir eksen etrafında, 10.8 m·N'luk bir tork tarafından düzgün ivme verecek şekilde döndürülüyor. Durgun halden başlayarak 15.0 s'de toplam180 devir yapıyor Kürenin kütlesi nedir?

43. ((III) Örnek 10-9, Şek. 10-21'deki makaradan sarkan ipteki F_T kuvvetinin, $F_T = 3.00\,t - 0.20\,t^2$ (newton) ilişkisi ile verildiğini varsayın, t, saniye cinsinden veriliyor. Eğer makara durgun halden başlıyorsa, kenarındaki bir noktanın 8.0 s sonraki çizgisel hızı ne olur? Sürtünmeyi ihmal edin.

44. (II) Bir baba elle sürülen küçük bir atlıkarıncayı teğet olarak itiyor ve onu durgun halden 15 dds'lik bir frekansa 10.0 s'de hızlandırabiliyor. Atlıkarıncanın 2.5 m yarıçaplı ve 760 kg kütleli düzgün bir disk olduğunu ve iki çocuğun (her biri 25 kg kütleli) kenarlarda ve karşılıklı oturduklarını varsayın. Sürtünme torkunu ihmal ederek, hızlanmayı üretmek için gereken torku hesaplayın. Kenarlarda hangi kuvvet gereklidir?

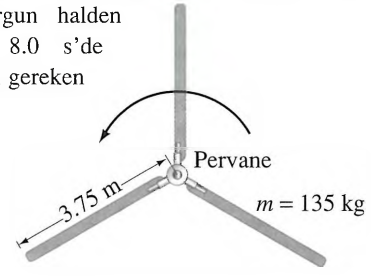
45. (II) Dört eşit M kütlesi, kütlesi ihmal edilebilen yatay düz bir çubuk boyunca eşit ℓ aralıklarıyla dizilmiştir. Sistem, çubuğun sol ucundaki kütle boyunca uzanan ve ona dik olan düşey bir eksen etrafında dönecektir. (*a*) Sistemin bu eksen etrafındaki eylemsizlik momenti nedir? (*b*) Sisteme α açısal ivmesini kazandırmak için, en uzaktaki kütleye uygulanması gereken en küçük kuvvet nedir? (*c*) Bu kuvvetin yönü nedir?

46. (II) İki blok, 0.15 m yarıçaplı ve I eylemsizlik momentine sahip bir makaranın üzerinden geçen hafif bir tel ile bağlıdır. Bloklar, sürtünmesiz eğik düzlemler üzerinde (Şek. 10-54) 1.00 m/s^2'lik bir ivme ile (sağa doğru) hareket ediyorlar. (*a*) Her iki blok ve makara için serbest cisim diyagramı çizin. (*b*) Telin iki tarafındaki F_{TA} ve F_{TB} gerilmelerini bulun. (*c*) Makaraya uygulanan net torku, ve onun I eylemsizlik momentini bulun.



ŞEKİL 10–54 Problem 46.

47. (II) Bir helikopter pervanesi, Şek. 10-55'te görüldüğü gibi, uzun ince bir çubuk olarak düşünülebilir. (*a*) Eğer üç pervaneden her biri uzunluğunda ve 135 kg kütleli ise, üç pervanenin dönme ekseni etrafındaki eylemsizlik momentini hesaplayın. (*b*) Motorun, pervaneleri durgun halden 5.0 dev/s'lik bir hıza 8.0 s'de ulaştırması için uygulaması gereken tork ne kadar olmalıdır?

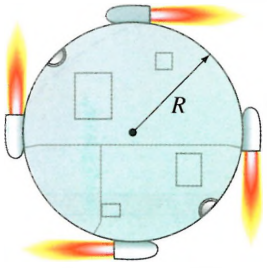


ŞEKİL 10–55
Problem 47.

48. (II) 10,300 dds ile dönen bir santrifüj rotoru kapatılıyor ve sonuçta 1.20 mN'luk bir sürtünme torku ile düzgün olarak durgun hale getiriliyor. Eğer rotorun kütlesi 3.80 kg ise ve yarıçapı 0.0710 m olan içi dolu bir silindir olarak düşünülebiliyorsa, rotor durgun hale gelmeden önce kaç devir boyunca döner, ve bu ne kadar zaman alır?

49. (II) Eylemsizlik momentini tartışırken, özellikle alışılmadık veya düzgün olmayan şekilli cisimler için, **jirasyon yarıçapı,** k, ile çalışmak bazen daha uygundur. Bu yarıçap öyle tanımlanır ki, eğer cismin bütün kütlesi eksenden bu uzaklıkta yoğunlaşmış olsaydı, bunun eylemsizlik momenti asıl cisim ile aynı olurdu. Bu nedenle, herhangi bir cismin eylemsizlik momenti, kütlesi M ve jirasyon yarıçapı cinsinden, $I = Mk^2$ olarak yazılabilir. Şek. 10-20'de görülen cisimlerin her biri için (halka, silindir, küre, vb.) jirasyon yarıçapını belirleyin.

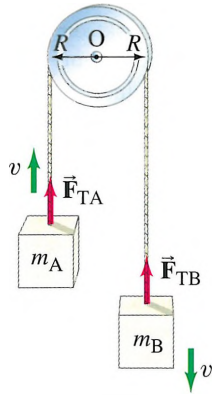
50. İstenen hızla dönen, yassı, düzgün silindirik bir uydu elde etmek için, mühendisler Şek. 10-56'da görüldüğü gibi dört teğetsel roket ateşliyor. Eğer uydunun kütlesi 3600 kg yarıçapı 4.0 m ve roketlerin her biri 250 kg'lık bir kütle ekliyorsa, uydunun durgun halden başlayarak 5.0 dak'da 32 dds'ye ulaşabilmesi için, her rokete uygulanması gereken sabit kuvvet nedir?



Silindirik uydunun üst görüntüsü

ŞEKİL 10–56
Problem 50.

51. (III) Bir Atwood makinesi, bir makara üzerinden geçen kütlesiz esnek olmayan bir ip ile bağlı olan iki kütleden, m_A ve m_B oluşur. Eğer makaranın yarıçapı R ve I ve ekseni etrafındaki eylemsizlik momenti ise, m_A ve m_B ve bunu makaranın eylemsizlik momentinin ihmal edildiği durum ile karşılaştırın. [*İpucu:* F_{TA} ve F_{TB} gerilimleri eşit değil. Atwood makinesini Örnek 4-13'te, makara için $I = 0$ varsayarak, tartıştık.]



ŞEKİL 10–57 Problem 51. Atwood makinesi.

52. (III) Bir makaranın üzerinden geçen bir ipin bir ucunda 3.80 kg'lık kütle ve diğer ucunda 3.15 kg'lık bir kütle asılıdır. Makara yarıçapı4.0 cm ve kütlesi 0.80 kg olan düzgün içi dolu bir silindirdir. (*a*) Eğer makaranın rulmanları sürtünmesiz olsaydı, iki kütlenin ivmesi ne olurdur? (*b*) Aslında, ağır olan kütleye aşağıya doğru 0.20 m/s'lik bir hız verildiğinde, 6.2 s'de durgun hale geldiği gözleniyor. Makara üzerinde etkiyen ortalama sürtünme kuvveti nedir?

53. (III) Bir çekiç atıcı, çekici (kütle = 7.30 kg) durgun halden dört tam dönüşte (devir) hızlandırıyor ve 26.5 m/s'lik bir hızla serbest bırakıyor. Açısal hızın artış oranının düzgün olduğunu ve yatay dairesel yolun yarıçapının 1.20 m, olduğunu varsayarak, (*a*) açısal ivmeyi, (*b*) (çizgisel) teğetsel ivmeyi, (*c*) bırakılmadan hemen önceki merkezcil ivmeyi, (*d*) bırakılmadan hemen önce, atletin çekiç üzerinde uyguladığı toplam kuvveti, ve (*e*) bu kuvvetin dairesel hareketin yarıçapına göre açısını hesaplayın. Yer çekimini ihmal edin.

54. (III) ℓ uzunluklu ince bir çubuk masanın üzerinde düşey olarak duruyor. Çubuk düşmeye başlıyor, fakat alt ucu kaymıyor. (*a*) Çubuğun açısal hızını, masaüstü ile yaptığı ϕ açısının fonksiyonu olarak belirleyin. (*b*) Çubuğun tepesinin, masaya çarpmadan hemen önceki hızı nedir?

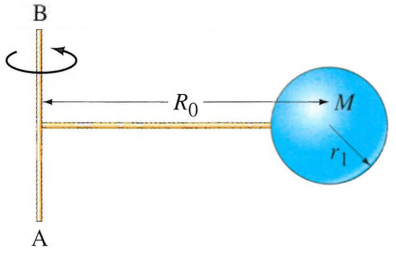
10–7 Eylemsizlik Momenti

55. (I) İnce bir çubuğun eylemsizlik momentinin, merkezden geçen bir eksen için $I = \frac{1}{3}M\ell^2$ olduğu verilirse, çubuğun bir ucundan geçen ve dik olan bir eksen etrafında $I = \frac{1}{12}M\ell^2$ (olduğunu göstermek için paralel eksen teoremini kullanın (Şek. 10-20f ve g).

56. (II) Yüksekliği 2.5 m ve genişliği 1.0 m olan ve bir kenarından menteşelenmiş 19 kg'lık bir kapının eylemsizlik momentini belirleyin. Kapının kalınlığını ihmal edin.

57. (II) M kütleli ve r_0 yarıçaplı düzgün içi dolu iki küre, merkezlerini r_0 kadar ayıracak şekilde, uzunluğu $3r_0$ olan ince (kütlesiz) bir çubuk ile bağlıdır. (*a*) Bu sistemin çubuğun merkezine dik olan bir eksen etrafındaki eylemsizlik momentini belirleyin. (*b*) Eğer kürelerin her birinin kütlesi merkezlerinde yoğunlaşmış varsayılsa ve basit hesaplamalar yapılsaydı, hata yüzde kaç olurdu?

58. (II) İnce kütlesiz bir çubuğun ucundaki M kütleli ve r_1 yarıçaplı bir top, Şek. 10-58'de görüldüğü gibi, bir AB dönme ekseni etrafında R_0 yarıçaplı yatay bir dairede dönmektedir. (*a*) Topun kütlesinin kütle merkezinde yoğunlaştığını göz önüne alarak, AB etrafındaki eylemsizlik momentini hesaplayın. (*b*) Paralel eksen teoremini kullanarak ve topun sonlu yarıçapını göz önüne alarak, topun AB etrafındaki eylemsizlik momentini hesaplayın. (*c*) $r_1 = 9.0\,\text{cm}$ ve $R_0 = 1.0\,\text{m}$ için, noktasal kütle yaklaşımı ile gelen yüzde hatayı hesaplayın.



ŞEKİL 10–58
Problem 58.

59. (II) 32 cm yarıçaplı 7.0 kg'lık ince bir tekerleğin bir yüzüne, tekerin merkezinden 22 cm uzaklığa küçük boyutlu 1.50 kg'lık bir ağırlık yerleştiriliyor. (*a*) Ağırlıklı tekerleğin kütle merkezinin konumunu ve (*b*) kütle merkezinden geçen, yüzeyine dik bir eksen etrafındaki eylemsizlik momentini hesaplayın.

60. (III) ℓ uzunluğundaki düzgün ince bir çubuğun, merkezinden geçen ve çubuğa dik olan bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti için bir formül çıkarın (bknz Şek. 10-20f).

61. (III) (*a*) Şek. 10-20h'de görülen, boyutları $\ell \times w$ olan düzgün, yassı, dikdörtgen bir levhanın, merkezinden geçen ve levhaya dik olan bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti için bir formül çıkarın. (*b*) Levhanın merkezinden geçen ve kenarlarına paralel olan eksenlerden her biri için eylemsizlik momenti ne olur?

10–8 Dönme Kinetik Enerjisi

62. (I) Bir otomobil motoru 3750 dds'de 255 m·N'luk bir tork üretiyor. Bu motorun beygir gücü nedir?

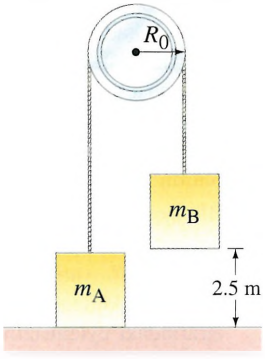
63. (I) Bir santrifüj rotorunun eylemsizlik momenti 4.25×10^{-2} kg·m^2'dir. Bunu durgun halden 9750 dds'ye getirmek için ne kadar enerji gereklidir?

64. (II) 220 kg kütleli ve 5.5 m yarıçaplı dönen düzgün silindirik bir platform, sürücü motoru bağlantısı kesildiğinde 3.8 dev/s'den durgun hale 16 s'de yavaşlıyor. Motorun, 3.8 dev/s'lik kararlı bir hız sağlaması için gereken güç çıkışını hesaplayın.

65. (II) (II) Bir atlıkarınca 1640 kg kütle ve 7.50 m yarıçapa sahiptir. Durgun halden, 8.00 s'de 1.00 devirlik bir dönme hızına erişmek için gereken net iş ne kadardır? Atlıkarıncayı içi dolu bir silindir olarak düşünün.

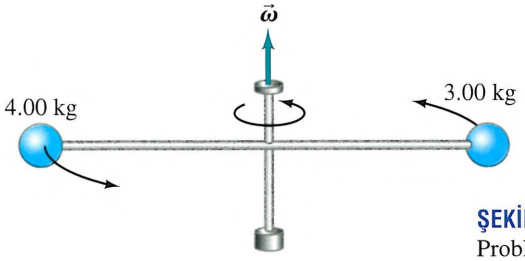
66. (II) Uzunluğu ℓ ve kütlesi M olan düzgün ince bir çubuk bir ucundan serbest olarak asılmıştır. Bir kenara doğru bir θ açısı kadar çekiliyor ve bırakılıyor. Eğer sürtünme ihmal edilebilirse, en alt noktadaki çubuğun açısal hızı, ve serbest ucunun hızı ne olur?

67. (II) İki kütle, $m_A = 35.0$ kg ve $m_B = 38.0$ kg, bir makaraya asılı olan bir ip ile birbirlerine bağlıdır (Şek. 10-59'daki gibi). Makara yarıçapı 0.381 m ve kütlesi 3.1 kg olan düzgün bir silindirdir. Başlangıçta m_A yerde ve m_B yerden 2.5 m yukarıda durmaktadır. Eğer sistem bırakılırsa, enerjinin korunumunu kullanarak m_B'nin yere çarpmadan hemen önceki hızını belirleyin. Makaranın rulmanlarının sürtünmesiz olduğunu kabul edin.



ŞEKİL 10–59
Problem 67.

68. (III) Kütleleri 4.00 kg ve 3.00 kg olan iki cisim 42.0 cm uzunluklu ince yatay bir çubuğun ters uçlarına bağlanmıştır (Şek. 10-60). Sistem $\omega = 5.60$ rad/s 'lik açısal bir hızla çubuğun merkezinden geçen düşey bir eksen etrafında dönmektedir. (*a*) Sistemin K kinetik enerjisini, ve (*b*) her kütlenin üzerindeki toplam kuvveti belirleyin. (*c*) Eksenin sistemin kütle merkezinden geçtiğini kabul ederek (*a*) ve (*b*) kısımlarını tekrar edin.



ŞEKİL 10–60
Problem 68.

69. (III) 2.30 m uzunluğunda bir direk bir ucu üzerinde düşey olarak dengede dururken düşmeye başlıyor ve alt ucu yerde kaymıyor. Direğin tepesinin yere çarpmadan hemen önceki hızı ne olur? [*İpucu*: Enerjinin korunumunu kullanın.]

10–9 Dönme Artı Öteleme Hareketi

70. (I) Bir silindirin, 7.20 m yüksekliğindeki bir yokuşun dibine ulaştığındaki öteleme hızını hesaplayın. Durgun halden başladığını ve kaymadan yuvarlandığını kabul edin.

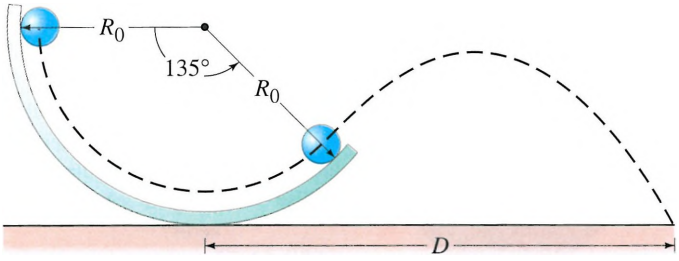
71. (I) 7.3 kg kütleli ve 9.0 cm yarıçaplı bir bovling topu bir yoldan aşağıya 3.7 m/s ile kaymadan yuvarlanıyor. Toplam kinetik enerjisini hesaplayın.

72. (I) Dünya'nın güneşe göre kinetik enerjisini (*a*) kendi ekseni etrafındaki günlük dönmesinden kaynaklanan, ve (*b*) Güneş etrafındaki yıllık dönmesinden kaynaklanan iki terimin toplamı olarak tahmin edin. [Dünya'yı, kütle = 6.0×10^{24} kg, yarıçap = 6.4×10^6 ve Güneş'ten 1.5×10^8 km uzaklıktaki düzgün bir küre olarak kabul edin.]

73. (II) Yarıçapı $r_0 = 24.5$ cm ve kütlesi $m = 1.20$ kg olan bir küre durgun halden başlıyor ve 10.0 m uzunluğundaki 30.0° 'lik bir yokuştan aşağıya kaymadan yuvarlanıyor. (*a*) En aşağıya ulaştığındaki öteleme ve dönme hızlarını hesaplayın. (*b*) En aşağıdaki öteleme ve dönme kinetik enerjisinin oranı nedir? Cevabı bulabilmek için, en sonuna kadar sayıları yerine koymaktan kaçının: (*c*) (*a*) ve (*b*) şıklarındaki cevaplarınız kürenin yarıçapına veya kütlesine bağlı mıdır?

74. (II) Dar fakat içi dolu bir iplik makarası R yarıçapı ve M kütlesine sahiptir. İpliği çekmeye başladığımızda, iplik çözülürken makaranın kütle merkezinin havada çözülmeden önceki noktada kalması için (*a*) ipliğe ne kadar kuvvet uygulamalısınız? (*b*) makara ω açısal hızı ile dönünceye kadar ne kadar iş yaparsınız?

75. (II) r_0 yarıçaplı bir top, R_0 yarıçaplı dairesel bir rayın içinde yuvarlanıyor (bknz Şek. 10-61). Eğer top, yolun düşey ucundan durgun halden başlıyorsa ve kaymadan yuvarlanıyorsa, yolun en alt noktasına ulaştığında hızı ne olur?



ŞEKİL 10–61 Problem 75 ve81.

76. (II) Bir demiryolu arabasının tabanında, içi dolu lastik bir top, araba a ivmesi ile harekete başladığı anda, hareketsiz durmaktadır. Topun kaymadan yuvarlandığını varsayarak, (*a*) arabaya göre (*b*) yere göre ivmesi ne olur?

*77. (II) İnce, içi boş 10.0 cm yarıçapındaki 0.545 kg'lık bir boru parçası 5.60 m uzunluğundaki 17.5°'lik bir yokuştan aşağıya yuvarlanmaya (durgun halden) başlıyor. (*a*) Eğer boru kaymadan yuvarlanıyorsa, yokuşun tabanındaki hızı ne olur? (*b*) Yokuşun tabanında toplam kinetik enerjisi ne olur? (*c*) Borunun kaymaması için statik sürtünme katsayısı en az ne olmalıdır?

*78. (II) Örnek 10-20'de, (*a*) Kaymadan yuvarlanmaya başladığı anda, top yolun aşağısına ne kadar mesafe almıştır? (*b*) Topun en sonundaki çizgisel ve açısal hızları ne olur?

79. (III) 1100 kg'lık bir araba her biri 35 kg kütleli ve 0.80 m yarıçaplı dört lastikten (tekerlek dahil) oluşur. Lastik ve tekerlek bileşiminin içi dolu bir silindir gibi davrandığını kabul edin. (*a*) Arabanın, 95 km/saat ile seyahatindeki toplam kinetik enerjiyi ve (*b*) kinetik enerjinin lastikler ve tekerleklerdeki paylaşımını belirleyin. (*c*) Eğer araba başlangıçta durgunsa ve sonra bir çekme kamyonu tarafından 1500 N'luk bir kuvvet ile çekiliyorsa, arabanın ivmesi ne olur? Sürtünme kayıplarını ihmal edin. (*d*) Eğer (*c*) bölümünde lastikler ve tekerleklerin dönme eylemsizliğini ihmal etseydiniz yapacağınız yüzde hata ne olurdu?

*80. (III) Merkezinden geçen eksen etrafındaki dönme eylemsizliği $I = \frac{1}{2}MR^2$ olan bir tekerlek ω_0 ilk açısal hızı ile dönmeye ayarlanıyor ve sonra yere dokunduğunda yatay bir hızı olmayacak şekilde aşağı indiriliyor. Başlangıçta kayıyor, fakat sonra ileri doğru hareket etmeye başlıyor ve ardından kaymadan yuvarlanmaya başlıyor. (*a*) Kayan tekerin üzerine etki eden sürtünme kuvveti hangi yöndedir? (*b*) Teker kaymadan yuvarlanmaya başlamadan önce ne kadar kayar? (*c*) Tekerin son öteleme hızı nedir? [*İpucu:* $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$, $\Sigma\tau_{KM} = I_{KM}\alpha_{KM}$ kullanın, ve sadece kaymadan yuvarlanma durumunda $v_{KM} = \omega R$] olduğunu hatırlayın.]

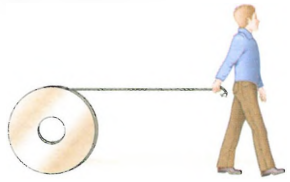
81. (III) $r_0 = 1.5\,\text{cm}$ yarıçaplı küçük bir küre, Şek. 10-61'deki $R_0 = 26.0\,\text{cm}$ yarıçaplı yolda kaymadan yuvarlanıyor. Küre yolun alt noktasından R_0 kadar yukarıdaki bir yükseklikten yuvarlanmaya başlıyor. Görüldüğü gibi 135°'lik bir açı sonrasında yoldan ayrıldığında, (*a*) hızı ne olur, ve (*b*) küre, yolun tabanından hangi D uzaklığında yere çarpacaktır?

*10–10 Yuvarlanan Küre Yavaşlar

***82.** (I) Yuvarlanan bir top yavaşlar çünkü normal kuvvet tam olarak topun KM'inden değil, KM'nin önünden geçer. Şek. 10-41'i kullanarak, normal kuvvetten kaynaklanan torkun (Şek. 10-41'de ($\tau_N = \ell F_N$) sürtünme kuvvetinden kaynaklanan torkun, $\tau_{sür} = r_0 F$ (r_0 topun yarıçapı), $\frac{7}{5}$'i olduğunu; yani $\tau_N = \frac{7}{5}\tau_{sür}$ olduğunu gösterin.

Genel Problemler

83. Büyük bir ip makarası, ipin ucu makaranın üst tarafında kalacak şekilde yerde yuvarlanıyor. Bir adam ipin ucunu tutuyor ve bırakmadan bir ℓ mesafesini yürüyor, Şek. 10-62. Makara adamın arkasında kaymadan yuvarlanıyor. Makaradan açılan ipin uzunluğu nedir? Makaranın kütle merkezi ne kadar uzağa hareket eder?

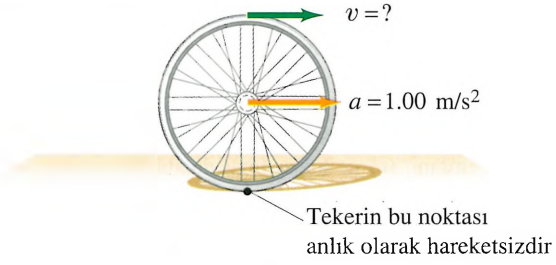


ŞEKİL 10–62
Problem 83.

84. 12.0 cm çaplı bir ses kompakt diskte (CD) sayısal bilgi bitleri, dışarıya doğru bir sarmal yol üzerinde sıralı olarak kodlanmışlardır. Sarmal $R_1 = 2.5\,\text{cm}$ yarıçapında başlıyor ve $R_2 = 5.8\,\text{cm}$ yarıçapına kadar devam ediyor. Sayısal bilgiyi okumak için, bir CD çalar, CD'yi, okuma lazerinin sarmal boyunca sıralanmış bitleri sabit bir çizgisel 1.25 m/s hızı ile taramasını sağlayacak şekilde döndürüyor. Bu nedenle oynatıcı, CD'nin f dönme frekansını, lazer dışarıya doğru hareket ederken, doğru bir şekilde ayarlamak zorundadır. Lazerin R_1 üzerinde ve R_2 üzerinde konumlandığı zamanlardaki f değerlerini (dds cinsinden) belirleyiniz.

85. (*a*) Bir yo-yo, kütlesi 0.0050 kg ve yarıçapı 0.010 m olan ince, içi dolu silindirik bir mil ile birbirilerine birleşen, (iç içe geçmiş) her birinin kütlesi 0.0050 kg ve yarıçapı 0.075 m olan içi dolu silindirik iki diskten yapılır. Enerjinin korunumunu kullanarak, eğer durgun halden bırakılıyorsa, yo-yo'nun 1.0 m uzunluklu ipinin ucuna ulaşmadan hemen önceki çizgisel hızını hesaplayın. (*b*) Kinetik enerjisinin hangi kesri dönmeden gelir?

86. Bir bisikletçi, 1.00 m/s^2 oranıyla durgun halden ivmeleniyor. Tekerleğin kasnağının (yarıçap = 68 cm) tepesindeki bir nokta, 2.5 s sonra ne kadar hızlı hareket ediyor olacaktır? [*İpucu*: Herhangi bir anda, tekerleğin en alt noktası yerle temas halindedir ve hareketsizdir – bknz Şek. 10-63.]

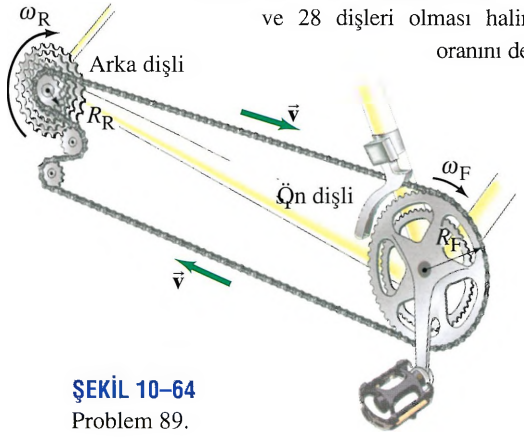


ŞEKİL 10–63 Problem 86.

87. Demir, 0.50 kg'lık bir taşı, 1.5 m uzunluğundaki bir ipin ucuna bağlayıp neredeyse yatay bir daire üzerinde, 85 dds'de durgun halden 5.0 s'lik bir hıza ivmelenecek şekilde, döndürmeye başlıyor. Bunun için gereken tork nedir, ve bu tork nereden geliyor?

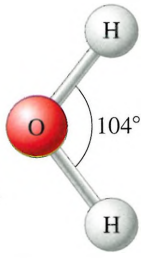
88. Yarıçapı 0.20 m olan düzgün bir silindir şeklindeki 1.4 kg'lık bir değirmen taşı, sabit açısal ivme ile, durgun halden 6.0 s aralığında1800 dev/s'lik bir dönme hızı kazanıyor. Motorun uyguladığı torku hesaplayın.

89. Bisiklet vitesleri: (*a*) Bir bisikletin arka tekerinin ω_R açısal hızı, ön dişlilerin ve pedalların ω_F açısal hızıyla nasıl ilişkilidir? N_F ve N_R sırasıyla, ön ve arka dişlilerdeki diş sayıları olsun, Şek. 10-64. Her iki dişlinin dişleri de aynı aralıkta dizilmiştir ve arka dişli arka tekere sıkı bir şekilde tutturulmuştur. (*b*) Ön ve arka dişlilerin sırasıyla 52 ve 13 dişleri olduğunda, ve (*c*) 42 ve 28 dişleri olması halinde ω_R/ω_F oranını değerlendirin.



ŞEKİL 10–64
Problem 89.

90. Şekil 10-65 bir H_2O molekülünü göstermektedir. O—H bağının uzunluğu 0.96 m'dir ve H—O—H bağı 104°'lik bir açı yapmaktadır. H_2O molekülünün, oksijen atomunun merkezinden geçen ve (*a*) molekül düzlemine dik olan, ve (*b*) molekül düzleminde olup, H—O—H bağını ortadan ikiye ayıran bir eksen etrafındaki eylemsizlik momentlerini hesaplayın.

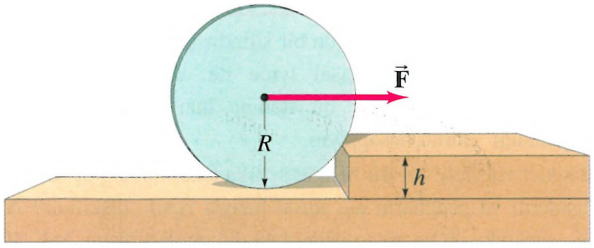


ŞEKİL 10–65
Problem 90.

91. Çevreyi az kirleten bir otomobil için bir olasılık, dönen ağır bir volanda depolanan enerjiyi kullanmasıdır. Böyle bir arabanın toplam kütlesinin 1100 kg olduğunu, yarıçapı 1.50 m ve kütlesi 240 kg olan düzgün silindirik bir volan kullandığını ve volanı "kurma" ihtiyacı olmadan 350 km yol alabilmesi gerektiğini düşünün. (*a*) Makul kabullerde bulunun (ortalama frenleyici sürtünme kuvveti = 450 N yokuş aşağı ve yukarı eşit olmak üzere, durgun halden 95 km/saat'e 20 ivmelenme periyodu, ve araba yokuş aşağı giderken enerjinin tekrar volana aktarılabilmesi) ve volanda depolanması gereken toplam enerjiyi hesaplayın. (*b*) Volana tam "enerji yüklemesi" yapıldığında sahip olacağı açısal hız nedir? (*c*) 150 hp gücünde bir motorun, yolculuk öncesi volana tam enerji yüklemesi yapması yaklaşık ne kadar zaman alır?

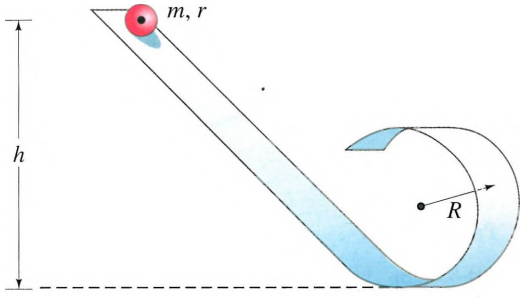
92. İçi boş bir silindir (çember) yatay bir yüzeyde $v = 3.3\ \text{m/s}$ hızla yuvarlanırken 15°'lik bir yokuşa geliyor. (*a*) Yokuştan yukarıya ne kadar yol alabilir? (*b*) Tekrar en aşağıya gelene kadar, yokuş üzerinde ne kadar süre kalır?

93. M kütleli bir teker R yarıçapına sahiptir. Yerde dik olarak durmaktadır. Yaslandığı bir basamağı tırmanması için eksenine yatay bir F kuvveti uygulamak istiyoruz (Şek. 10-66). Basamak h yüksekliğinde, ve $h < R$'dir. Gereken en küçük F kuvveti nedir?



ŞEKİL 10–66 Problem 93.

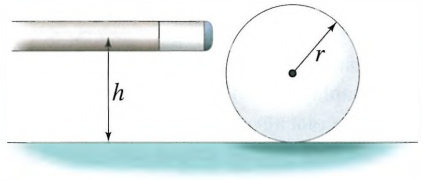
94. m kütleli ve r yarıçaplı bir mermer Şek.10-67'deki halka şekilli pürüzlü yol boyunca yuvarlanıyor. Eğer mermer yoldan ayrılmadan halkanın en yüksek noktasına ulaşacaksa, düşmesi gereken düşey h yüksekliğinin en küçük değeri nedir? (*a*) $r \ll R$ olduğunu kabul edin; (*b*) bu yaklaşıklığı yapmayın. Sürtünme kayıplarını ihmal edin.



ŞEKİL 10–67 Problem 94.

95. ℓ uzunluklu ince bir çubuğun yoğunluğu (uzunluk başına kütle) bir ucunda λ_0'dan diğer ucunda $3\lambda_0$'a düzgün olarak artıyor. Çubuğun geometrik merkezinden geçen dik bir eksen etrafındaki eylemsizlik momentini belirleyin.

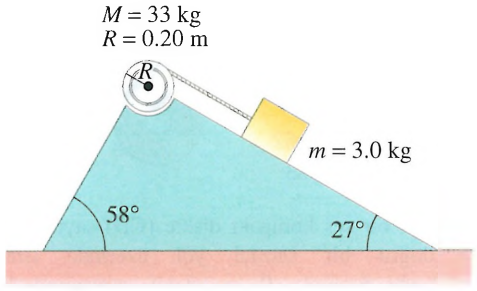
96. Bir bilardo topuna, ıstaka ile doğru bir şekilde vurulursa, top ıstaka ile teması kesildikten hemen sonra kaymadan yuvarlanmaya başlayacaktır. Topun (yarıçapı r, kütlesi M) yatay bir bilardo masasının üzerinde hareketsiz durduğunu kabul edin. Bir ıstaka, top üzerine, masanın yüzeyinde h yüksekliğindeki bir noktadan t süresi boyunca sabit yatay bir F kuvveti uyguluyor (bknz Şek. 10-68). Top ve masa arasındaki kinetik sürtünme katsayısını μ_k olarak kabul edin. Topun ıstaka ile teması kesildikten hemen sonra kaymadan yuvarlanabilmesi için gerekli h değerini belirleyin.



ŞEKİL 10–68
Problem 96.

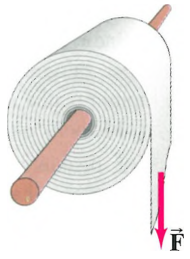
97. Eğer tekerler ve asfalt arasında statik sürtünme katsayısı 0.65 ise, 950 kg'lık bir otomobilin 66 cm çaplı tekerleklerine, "patinaj" yaptırmak (araba ivmelenirken tekerleklerin dönüp kayması) için, uygulanması gereken en küçük torku hesaplayın. Tekerlerin ağırlığı eşit şekilde paylaştığını kabul edin.

98. Bir ucu eğimli bir yüzeyde kayabilen bir kütüğe bağlı olan bir ipin diğer ucu, Şek. 10-69'da görüldüğü gibi, yüzeyin tepesindeki bir oyukta bulunan bir silindirin çevresine sarılmıştır. Kütüğün durgun halden başlayıp yüzey boyunca 1.80 m yol aldıktan sonraki hızını belirleyiniz. (*a*) Sürtünme olmadığını (*b*) bütün yüzeyler arasındaki sürtünme katsayısının $\mu = 0.055$ olduğunu kabul edin. [*İpucu:* "*b*" şıkkı için önce silindir üzerindeki normal kuvveti belirleyin, ve kabul edilebilir gerekli yaklaşıklıkları yapın.]



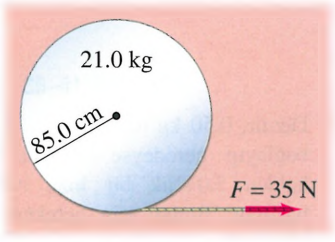
ŞEKİL 10–69 Problem 98.

99. Şek. 10-70'de görülen kağıt rulosunun yarıçapı 7.6 cm ve eylemsizlik momenti $I = 3.3 \times 10^{-3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$'dir. 2.5 N'luk bir kuvvet, rulonun ucuna boyunca uygulanıyor, fakat kağıt yırtılmıyor ve açılmaya başlıyor. Rulo üzerinde, yavaş yavaş durmasını sağlayan, sabit 0.11 m·N 'luk bir sürtünme torku etki ediyor. Kağıdın kalınlığının ihmal edilebileceğini kabul ederek, (*a*) kuvvetin uygulandığı süre boyunca (1.3 s) açılan kağıdın uzunluğunu ve (*b*) kuvvetin sona ermesinden, rulonun hareketinin durmasına kadar geçen sürede açılan kağıdın uzunluğunu hesaplayın.



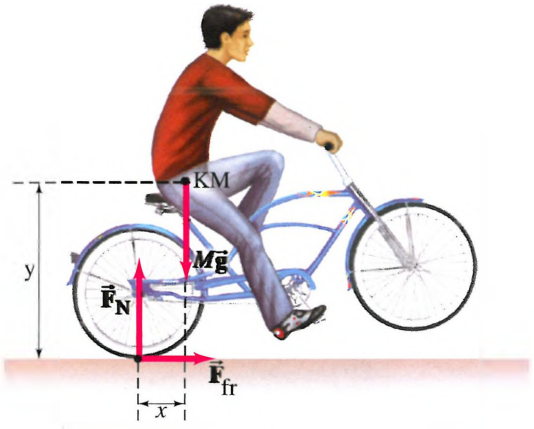
ŞEKİL 10–70
Problem 99.

100. Kütlesi 21.0 kg ve yarıçapı 85.0 cm olan içi dolu düzgün bir disk sürtünmesiz bir yüzeyde tamamen hareketsiz duruyor. Şek. 10-71'de üstten görüntüsü görülmektedir. Diskin çevresi boyunca bir ip sarılıyor ve ipe 35.0 N 'luk sabit bir kuvvet uygulanıyor. İp çevre üzerinde kaymıyor. (*a*) KM hangi yönde hareket eder? Disk 5.5 m'lik bir mesafe hareket ettiğinde, (*b*) ne kadar hızlı hareket ettiğini, (*c*) ne kadar hızlı döndüğünü (saniye başına radyan), ve (*d*) çevresinden ne kadar ip çözüldüğünü hesaplayın.



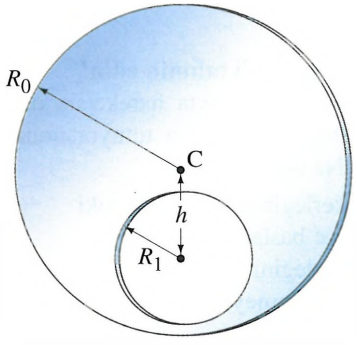
ŞEKİL 10–71
Problem 100, looking

101. Bir bisiklet ya da motosiklet sürücüsü ön tekerlek kaldırma hareketi yaptığında, büyük bir ivme bisikletin ön tekerleğinin yerden ayrılmasına sebep olur. Bisiklet-artı-sürücü sisteminin toplam kütlesi M olsun: x ve y bu sistemin KM'nin, arka tekerleğin yerle temas noktasından olan yatay ve düşey uzaklıkları olsun (Şek. 10-72). (*a*) Bisikletin ön tekerleğini yerden temasını keserek kaldırmak için gereken yatay a ivmesini belirleyin. (*b*) Bir tekeri kaldırmak için gerekli ivmeyi en küçük yapmak için, x mümkün olduğunca küçük mü yoksa büyük mü olmalıdır? y nasıl olmalıdır? Sürücü kendi bedenini, x ve y değerlerini en uygun yapmak için, nasıl konumlandırmalıdır? (c) Eğer $x = 35$ cm ve $y = 95$ cm ise a'yı bulun.



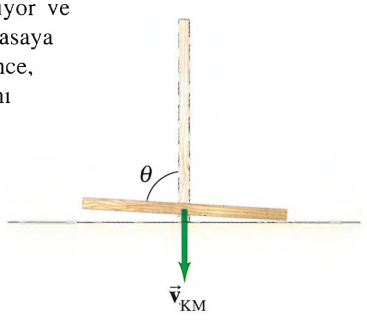
ŞEKİL 10–72 Problem 101.

102. Bir mekanizma parçasının önemli bir kısmı, yarıçapı R_0 ve kütlesi M olan yassı düzgün bir disk olarak başlıyor. Daha sonra üzerine R_1 yarıçaplı dairesel bir delik açılıyor (Şek. 10-73). Deliğin merkezi, diskin merkezinden h uzaklığındadır. Bu diskin, kendi ekseni, C, etrafında dönmesi durumundaki (delikle birlikte) eylemsizlik momentini bulunuz. *[İpucu:* İçi dolu bir disk düşünün ve deliği "çıkarın"; paralel eksen teoremini kullanın.]



ŞEKİL 10–73
Problem 102.

103. Kütlesi M ve uzunluğu ℓ olan ince düzgün bir çubuk, bir ucu sürtünmesiz bir masanın üzerinde, düşey olarak konumlanmıştır. Serbest bırakılıyor ve düşmeye başlıyor. Masaya çarpmadan hemen önce, çubuğun KM'nin hızını belirleyin (Şek. 10-74).

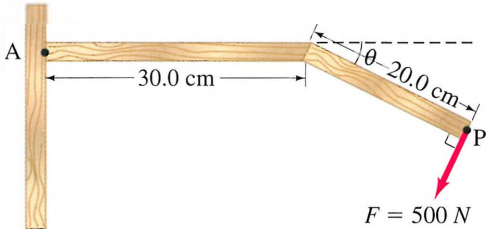


ŞEKİL 10–74
Problem 103.

* **104.** (*a*) Örnek 10-19'daki yo-yo benzeri silindir için, onun KM'nin aşağı doğru ivmesinin $a = \frac{2}{3}g$ olduğunu görmüştük. Eğer durgun halden başlıyorsa, bir h yüksekliğini düştükten sonraki KM hızı ne olur? (*b*) Şimdi, silindirin, durgun halden başlayarak bir h mesafesini düştükten sonraki KM hızını belirlemek için, enerjinin korunumu yasasını kullanın.

* Sayısal/Bilgisayar

* **105.** (II) Şek. 10-75'te görülen rijit yapıda, bacağın ucundaki P noktasına dik olarak bir $F = 500$ N kuvveti uygulanması durumunda, A desteği etrafında üretilen torku, bacak açısı θ'nın fonksiyonu olarak belirleyin. τ torkunun değerinin, θ'nın fonksiyonu olarak, $\theta = 0°$'dan 90° 'ye kadar, 1°'lik artışlarla grafiğini çizin.



ŞEKİL 10–75 Problem 105.

* **106.** (II) Problem 51'de Atwood makinesindeki kütlelerin ivmesi için türetilen ifadeyi, makaranın eylemsizlik momentinin hangi noktada ihmal edilebilir hale geldiğini incelemek için kullanın. $m_A = 0.150$ kg, $m_B = 0.350$ kg ve $R = 0.040$ m olduğunu kabul edin. (*a*) İvmenin, eylemsizlik momentinin bir fonksiyonu olarak grafiğini çizin. (*b*) Eylemsizlik momentinin sıfıra gitmesi durumunda kütlelerin ivmesini bulun. (*c*) Grafiğinizden faydalanarak, hangi en küçük I değerinde, hesaplanan ivme, (b) şıkkında bulunan ivmeden 2.0% sapma gösterir? (*d*) Eğer makara düzgün bir disk olarak düşünülebilirse, (*c*) şıkkında bulunan I'yı kullanarak makaranın kütlesini bulunuz.

Alıştırmalara Yanıtlar

A: $f = 0.076$ Hz; $T = 13$ s.
B: $\vec{F}_A$.
C: Evet; $\frac{1}{12}M\ell^2 + M(\frac{1}{2}\ell)^2 = \frac{1}{3}M\ell^2$.
D: 4×10^{17} J.
E: (*c*).
F: $a = \frac{1}{3}g$.

Bu patenci bir spin atıyor. Kolları dışarı doğru yatay olarak uzandığında, kollarını dönme eksenine yakın tuttuğu duruma göre daha yavaş döner. Bu açısal momentumun korunumuna bir örnektir.
Bu Bölümde inceleyeceğimiz açısal momentum, sadece cisme veya sisteme net bir tork etki etmediği zaman korunur. Öbür türlü, açısal momentumun değişim hızı uygulanan net torkla orantılıdır ve eğer net tork sıfır ise açısal momentumun *korunduğu* anlamına gelir. Bu Bölümde dönme hareketinin daha karmaşık taraflarını da inceleyeceğiz.



BÖLÜM 11

Açısal Momentum; Genel Dönme Hareketi

İÇERİK

11–1 Açısal Momentum-Sabit bir Eksen Etrafında Dönen Cisimler
11–2 Vektörlerin Vektörel Çarpımı; Vektör Olarak Tork
11–3 Bir Parçacığın Açısal Momentumu
11–4 Bir Parçacıklar Sistemi İçin Açısal Momentum ve Tork; Genel Hareket
11–5 Rijit bir Cisim İçin Açısal Momentum ve Tork
11–6 Açısal Momentumun Korunumu
*11–7 Dönen Topaç ve Jiroskop
*11–8 Dönen Gözlem Çerçeveleri; Eylemsiz Kuvvetler
*11–9 Coriolis Etkisi

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!
Serbestçe dönebilen bir platformda ayakta hareketsiz duruyorsunuz. Şekilde görüldüğü gibi dönen bir bisiklet tekerleğini milinden tutuyorsunuz. Tekerleği mili aşağı gelecek şekilde ters çeviriyorsunuz. Ne olur?

(a) Platform bisiklet tekerleğinin başlangıçtaki dönüş yönünde dönmeye başlar.
(b) Platform bisiklet tekerleğinin başlangıçtaki dönüş yönüne zıt yönde dönmeye başlar.
(c) Platform durgun kalır.
(d) Platform sadece tekerleğin milini ters çevirirken döner.
(e) Bunların hiç birisi doğru değildir.



Bölüm 10'da, eylemsiz bir referans sisteminde sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cismin kinematiği ve dinamiği ile uğraştık. Hareketi, dönme kinetik enerjisi yanında, Newton yasalarının dönme hareketine karşılık gelen eşdeğer ifadeleri cinsinden inceledik (tork, öteleme hareketi için kuvvetin sahip olduğu role sahiptir).

Dönen bir cismin eksenini sabit tutabilmek için cisim genellikle dış desteklerle (bir milin ucundaki mil yatağı gibi) kısıtlanmalıdır. Sabit bir eksen etrafında dönmeye zorlanmamış cisimlerin hareketini tanımlamak ve analiz etmek çok daha zordur. Gerçekte bir cismin (veya cisimler sisteminin) genel dönme hareketinin tam bir analizi çok karmaşıktır ve bu bölümde genel dönme hareketinin sadece belirli bazı yönlerini inceleyeceğiz.

Bu bölüme, doğrusal momentumun dönme hareketindeki benzeri olan açısal momentum kavramını tanıtarak başlayacağız. İlk olarak sabit bir eksen etrafında dönen bir cisim için açısal momentumu ve korunumunu ele alacağız. Ardından, torkun ve açısal momentumun vektörel yapısını inceleyeceğiz. Bazı genel teoremler çıkaracağız ve bunları ilginç hareket biçimlerine uygulayacağız.

11–1 Açısal Momentum – Sabit bir Eksen Etrafında Dönen Cisimler

Bölüm 10'da, uygun açısal değişkenleri kullanırsak, dönme hareketi için olan kinematik ve dinamik denklemlerinin doğrusal hareketteki denklemlerle benzerlikler taşıdığını gördük. Aynı şekilde doğrusal momemtumun ($p = mv$) dönme hareketine karşılık gelen bir benzeri vardır. Bu **açısal momentum** (L) olarak bilinir ve sabit bir eksen etrafında hızı ile dönen . bir cisim için

$$L = I\omega, \qquad \textbf{(11–1)}$$

olarak tanımlanır, burada I eylemsizlik momentidir. SI birim sisteminde L'nin birimi kg·m^2/s'dir ve bu birim için özel bir isim yoktur.

Bölüm 9'da (Kısım 9-1) Newton'nun ikinci yasasının sadece $\Sigma F = ma$ şeklinde değil fakat daha genel olarak momentum cinsinden $\Sigma F = dp/dt$ (Dnk.9-2) şeklinde yazılabileceğini gördük. Benzeri bir yolla, 10-14 ve 10-15 denklemlerinden $\Sigma\tau = I\alpha$, şeklinde yazılabileceğini gördüğümüz Newton'un ikinci yasasının dönme hareketine karşılık gelen eşdeğeri, açısal momentum cinsinden de yazılabilir: açısal ivme $\alpha = d\omega/dt$ Dnk. 10-3) olduğundan, $I\alpha = I(d\omega/dt) = d(I\omega)/dt = dL/dt$ olur ve böylece

$$\Sigma\tau = \frac{dL}{dt} \qquad \textbf{(11–2)}$$

DÖNME İÇİN NEWTON'UN İKİNCİ YASASI

elde edilir. Bu çıkarımda eylemsizlik momenti I'nın sabit kaldığı kabul edilmiştir. Bununla birlikte, Dnk.11-2 eylemsizlik momenti değişiyor olsa da geçerlidir ve $\Sigma\tau$ net dış tork (Kısım11-4'te tartışılmıştır) olmak üzere sabit bir eksen etrafında dönen cisimlere de uygulanabilir. Dnk.11-2 sabit bir eksen etrafında dönme hareketi için Newton'un ikinci yasasıdır ve aynı zamanda kütle merkezinden geçen bir eksen etrafında dönen hareket halindeki bir cisim için de geçerlidir (Dnk.10-15 gibi).

Açısal Momentumun Korunumu

Açısal momentum fizikte önemli bir kavramdır çünkü özel koşullar altında korunan bir niceliktir. Açısal momentumun korunması için koşullar nelerdir? Dnk.11-2'den görüldüğü üzere bir cismin (veya cisimler sisteminin) üzerindeki net dış tork $\Sigma\tau$ sıfırsa, bu durumda
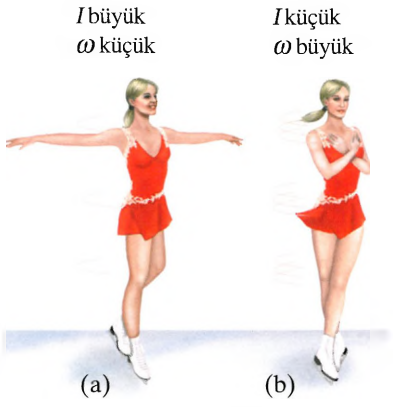
$$\frac{dL}{dt} = 0 \quad \text{ve} \quad L = I\omega = \text{sabit} \qquad [\Sigma\tau = 0]$$

olur. Öyleyse, bu, dönen bir cisim için **açısal momentumun korunumu yasasıdır:**

Dönen bir cisim üzerine etki eden net dış tork sıfır ise dönen cismin toplam açısal momentumu sabit kalır.

AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU

Açısal momentumun korunumu yasası, enerji ve doğrusal momentumun korunumu yanında fiziğin önemli korunum yasalarından biridir.

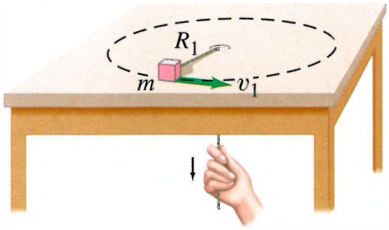


ŞEKİL 11–1 Açısal momentumun korunumunu gösteren, buz üzerinde bir dönüş yapan patenci: (a) I büyük ve ω küçüktür; (b) I daha küçük ve dolayısı ile ω daha büyüktür.

ŞEKİL 11–2 Bir dalıcı el ve ayakları kapalı olduğunda açık olduğundan daha hızlı döner. Açısal momentum korunur.



ŞEKİL 11–3 Örnek 11–1.



Bir cismin üzerine etki eden net dış tork sıfır olduğunda ve cisim sabit bir eksen veya kütle merkezinden geçen ve yönü değişmeyen bir eksen etrafında döndüğünde

$$I\omega = I_0\,\omega_0 = \text{sabit}$$

yazabiliriz. I_0 ve ω_0 sırasıyla belirli bir başlangıç anındaki ($t = 0$) eylemsizlik momenti ve açısal momentumu, I ve ω ise bunların daha başka bir zamandaki değerleridir. Cismi oluşturan parçalar birbirlerine göre konumlarını değiştirebilir, böylece eylemsizlik momenti I da değişir. Fakat bu durumda ω da değişir ve $I\omega$ çarpımı sabit kalır.

Bir çok ilginç olgu açısal momentumun korunumu temelinde anlaşılabilir. Patenlerinin ucunda spin atan bir patenciyi göz önüne alalım (Şek.11-1). Kolları dışarıya doğru açıkken daha düşük bir hızda döner fakat kollarını vücuduna yakın şekilde tutarsa aniden çok daha hızlı dönmeye başlar. Eylemsizlik momentinin tanımından $I = \Sigma mR^2$, açıkça görüldüğü gibi, kollarını dönme ekseninin yakınına çektiğinde kollar için R değeri azalır ve böylece patencinin eylemsizlik momenti de azalır. Açısal momentum $I\omega$ sabit kaldığından (sürtünmeden kaynaklanan küçük torku ihmal ediyoruz), I azalırsa ω açısal hızı artmalıdır. Eğer patenci eylemsizlik momentini iki kat azaltırsa, açısal hızının iki katı hızda dönecektir.

Benzer bir örnek Şek.11-2'de gösterilen dalıcıdır. Tramplenden ayrılırken aldığı itme ona kütle merkezi etrafında bir başlangıç açısal momentumu kazandırır. Kol ve bacakları içeri çekerek kıvrımlı konuma geldiğinde çabucak bir veya daha çok kez döner. Daha sonra tekrar kol ve bacaklarını uzatarak eylemsizlik momentini artırır ve böylece açısal hızını küçük bir değere düşürür ve ardından suya dalar. Kol ve bacakların açık olması ile kapalı olması arasında eylemsiz momentindeki değişim miktarı 3.5 kata kadar çıkabilir.

Açısal momentumun korunması için net tork sıfır olmalıdır fakat net kuvvet mutlaka sıfır olmak zorunda değildir. Örneğin Şek.11-2'deki dalıcı üzerindeki net kuvvet sıfır değildir (kütle çekim kuvveti etki ediyor) fakat kütle merkezine (KM) göre net tork sıfırdır çünkü kütle çekim kuvveti onun kütle merkezine etki etmektedir.

ÖRNEK 11–1 Uzunluğu değişen bir ip ucunda dönen cisim. Bir ipin ucuna bağlanan küçük bir m kütlesi sürtünmesiz bir masa üzerinde bir daire üzerinde dönmektedir. İpin diğer ucu masadaki bir delikten geçmektedir (Şek.11-3). Başlangıçta kütle $R_1 = 0.80$ m yarıçaplı bir daire üzerinde $v_1 = 2.4$ m/s hızı ile dönmektedir. Daha sonra ip yavaş yavaş çekilerek yarıçap $R_2 = 0.48$ m'ye düşürülmüştür. Şimdi kütlenin v_2 hızı nedir?

YAKLAŞIM m kütlesi üzerindeki net tork sıfırdır çünkü onu dairesel yörüngede tutmak için ipin uyguladığı kuvvet eksen yönündedir ve bu nedenle kuvvet kolu sıfırdır. Bu nedenle açısal momentumun korunumunu kullanabiliriz.

ÇÖZÜM Açısal momentumun korunumu

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

denklemini verir. Küçük kütlemiz aslında bir parçacık gibi alınabilir ve masadaki deliğe göre eylemsizlik momenti $I = mR^2$ olur (Dnk.10-11). Böylece

$$mR_1^2\omega_1 = mR_2^2\omega_2$$

veya

$$\omega_2 = \omega_1\left(\frac{R_1^2}{R_2^2}\right)$$

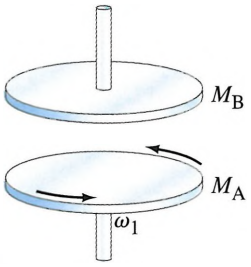
yazabiliriz. $v = R\omega$ olduğundan

$$v_2 = R_2\omega_2 = R_2\omega_1\left(\frac{R_1^2}{R_2^2}\right) = R_2\frac{v_1}{R_1}\left(\frac{R_1^2}{R_2^2}\right) = v_1\frac{R_1}{R_2}$$

$$= (2.4\text{ m/s})\left(\frac{0.80\text{ m}}{0.48\text{ m}}\right) = 4.0\text{ m/s}$$

elde ederiz. Yarıçap azaldıkça sürat artar.

ÖRNEK 11–2 **Debriyaj.** Bir makine parçasındaki basit bir debriyaj, bir milin iki ayrı kısmını gerektikçe birleştirmek için karşılıklı bastırılabilecek iki silindirik tabakadan oluşur. İki plaka $M_A = 6.0\,\text{kg}$ ve $M_B = 9.0\,\text{kg}$ kütlelerine ve eşit $R_0 = 0.60\,\text{m}$ yarıçapına sahiptir. Plakalar başlangıçta ayrılmış vaziyettedir (Şek.11-4). M_A plakası durgun halden $\Delta t = 2.0\,\text{s}$ içerisinde $\omega_1 = 7.2\,\text{rad/s}$'ye ivmelenmiştir. (*a*) M_A'nın açısal momentumunu ve (*b*) M_A'nın durgun halden ω_1'e ivmelenmesi için gereken torku bulunuz. (*c*) Daha sonra sürtünmesiz ve serbestçe dönebilen fakat başlangıçta durgun olan M_B plakası, serbestçe dönen M_A plakası ile sıkı bir şekilde temas haline getirilmiş ve her ikisi beraber ω_1'den önemli miktarda daha küçük sabit bir ω_2 hızı ile dönmeye başlamıştır. Bu neden olmaktadır ve ω_2 nedir?



ŞEKİL 11–4 Örnek 11–2.

YAKLAŞIM Açısal momentumun $L = I\omega$ tanımını (Dnk.11-1) ve dönme hareketi için Newton'un ikinci yasasını (Dnk.11-2) kullanıyoruz.

ÇÖZÜM (*a*) M_A'nın açısal momentumu

$$L_A = I_A\omega_1 = \tfrac{1}{2}M_A R_0^2\omega_1 = \tfrac{1}{2}(6.0\,\text{kg})(0.60\,\text{m})^2(7.2\,\text{rad/s}) = 7.8\,\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}.$$

(*b*) Plaka durgun halden dönmeye başlamıştır, bu nedenle sabit kabul edilen tork

$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{7.8\,\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s} - 0}{2.0\,\text{s}} = 3.9\,\text{m}\cdot\text{N}\ \text{olacaktır.}$$

(*c*) M_A başlangıçta sabit ω_1 hızı ile dönmektedir (sürtünmeyi ihmal ediyoruz). B plakası ile temasa geçtiğinde ikisinin ortak dönme hızları neden daha küçüktür? Temas sonucu her birinin diğeri üzerine uyguladığı tork cinsinden düşünebilirsiniz. Fakat hesaplama açısından herhangi bir dış torkun etki etmediği kabul edildiğinden açısal momentumun korunumunu kullanmak daha kolaydır. Böylece

temastan önceki açısal momentum = temastan sonraki açısal momentum

$$I_A\omega_1 = (I_A + I_B)\omega_2$$

yazabiliriz. ω_2 için çözüm yapılırsa

$$\omega_2 = \left(\frac{I_A}{I_A + I_B}\right)\omega_1 = \left(\frac{M_A}{M_A + M_B}\right)\omega_1 = \left(\frac{6.0\,\text{kg}}{15.0\,\text{kg}}\right)(7.2\,\text{rad/s}) = 2.9\,\text{rad/s}$$

bulunur.

ÖRNEK 11–3 **TAHMİN ETME** **Nötron yıldızı.** Astronomlar nötron yıldızı olarak bilinen çok hızlı dönen yıldızları belirlerler. Bir nötron yıldızının, kendi kütle çekim kuvveti altında çok küçük bir yarıçapa ve çok büyük bir yoğunluğa çökmüş olan daha büyük bir yıldızın iç çekirdeğinden oluştuğuna inanılır. Çökmeden önce böyle bir yıldızın, kütlesi Güneş'in iki katı olmak üzere çekirdeğinin Güneş'imiz kadar olduğunu $(r \approx 7 \times 10^5\,\text{km})$ ve her 100 günde bir dönüş frekansı ile döndüğünü kabul edelim. Bu yıldız10 km yarıçaplı bir nötron yıldızına çökecek olsaydı, dönüş frekansı ne olurdu? Yıldızın her zaman düzgün kütle dağılımına sahip bir küre olduğunu ve kütle kaybı olmadığını kabul ediniz.

FİZİK UYGULAMALARI
Nötron yıldızı

YAKLAŞIM Yıldızın yalıtılmış olduğunu (dış kuvvetler yok) kabul ediyoruz, böylece bu işlem için açısal momentumun korunumunu kullanabiliriz. Dönme eksenine uzaklık veya silindirik simetri için kullandığımız R'den farklı olarak kürenin yarıçapı için r kullanıyoruz. (Şek.10-2'ye bakınız).

ÇÖZÜM Açısal momentumun korunumundan, 1 ve 2 alt indisleri sırasıyla başlangıçtaki (normal) ve son durumdaki (nötron) yıldızları temsil etmek üzere,

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2,$$

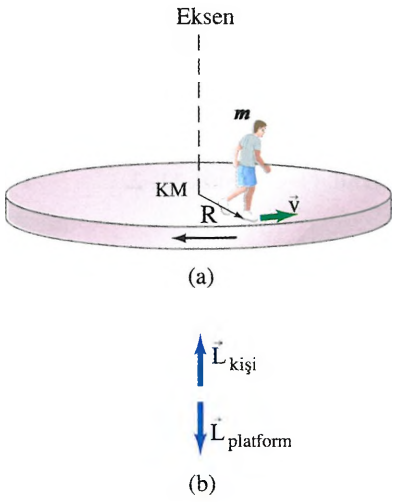
yazabiliriz. Bu işlem esnasında kütle kaybının olmadığını kabul ederek

$$\omega_2 = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)\omega_1 = \left(\frac{\frac{2}{5}m_1r_1^2}{\frac{2}{5}m_2r_2^2}\right)\omega_1 = \frac{r_1^2}{r_2^2}\omega_1.$$

Frekans $f = \omega/2\pi$, olduğundan

$$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{r_1^2}{r_2^2}f_1$$

$$= \left(\frac{7 \times 10^5\,\text{km}}{10\,\text{km}}\right)^2\left(\frac{1.0\ \text{dev}}{100\ \text{gün}\,(24\text{saat/gün})(3600\text{s/sa})}\right) \approx 6 \times 10^2\ \text{devir/s}$$



ŞEKİL 11–5 (a) Durgun haldeki dairesel bir platform üzerinde duran bir kişi platformun kenarı boyunca v sürati ile yürümeye başlıyor. Sürtünmesiz bir mil yatağına sahip olduğu kabul edilen platform ters yönde dönmeye başlar ve böylece (b)'de gösterildiği gibi toplam açısal momentum sıfır kalır.

Açısal Momentumun Yönlülüğü

Bu Bölümde daha sonra tartışacağımız gibi açısal momentum bir vektördür. Şimdilik bir cismin sabit bir eksen etrafında dönmesi basit durumunu göz önüne alıyoruz ve Bölüm 2'de bir boyutlu doğrusal hareket için yaptığımıza benzer şekilde $\vec{\mathbf{L}}$ 'nin yönü bir artı veya eksi işareti ile tanımlıdır.

(Bir silindir veya tekerlek) gibi bir simetri ekseni etrafında dönen simetrik bir cisim için açısal momentumun yönü[†] açısal hızın $\vec{\omega}$ yönü olarak seçilebilir. Yani

$$\vec{\mathbf{L}} = I\vec{\omega}$$

yazılabilir. Basit bir örnek olarak, merkezinden geçen bir eksen etrafında sürtünmesiz dönebilen dairesel bir platform (basitleştirilmiş bir atlı karınca) üzerinde hareketsiz duran bir kişiyi göz önüne alalım. Kişi platformun kenarı boyunca yürümeye başlarsa (Şek.11-5a), platform ters yönde dönmeye başlar. Neden? Bir açıklama kişinin ayağının platforma bir kuvvet uyguladığıdır. Diğer bir açıklama (ve buradaki en faydalı analizdir) ise açısal momentumun korunmasıdır. Kişi saat dönüş yönünün tersine dönmeye başlarsa, kişinin açısal momentumu dönme ekseni boyunca yukarı doğru olacaktır (Kısım 10-2'de sağ el kuralını kullanarak $\vec{\omega}$ 'nın yönünü nasıl tanımladığımızı hatırlayalım). Kişinin açısal momentumunun büyüklüğü, kişinin yere göre (platforma göre değil) hızı, R dönme eksenine olan uzaklığı, m kütlesi ve kişiyi bir parçacık gibi düşünürsek (bütün kütle bir noktada yoğunlaşmış) mR^2 eylemsizlik momenti olmak üzere, $L = I\omega = (mR^2)(v/R)$ olarak yazılabilir. Platform ters yönde döner ve böylece açısal momentumu aşağı yöndedir. Başlangıçtaki toplam açısal momentum sıfır ise (kişi ve platform durgun) kişi yürümeye başladıktan sonra da sıfır kalacaktır. Yani kişinin yukarı doğru olan açısal momentumu platformun aşağı doğru yönelmiş açısal momentumu tarafından dengelenir (Şek.11-5b), böylece toplam açısal momentum sıfır kalır. Kişi platforma bir kuvvet (ve tork) uygular fakat platformda eşit ve zıt yönlü bir kuvveti kişiye uygular. Bu nedenle kişi ve platformdan oluşan *sistem* üzerindeki net tork (sürtünme ihmal edilirse) sıfırdır ve toplam açısal momentum sabit kalır.

ÖRNEK 11–4 **Dönen bir platform üzerinde koşma.** 60 kg'lık bir kişinin, 6.0 m çapında, sürtünmesiz bir mil yatağına monte edilmiş ve1800 kg·m^2'lik eylemsizlik momentine sahip dairesel bir platformun kenarında ayakta durduğunu farz edelim. Platform başlangıçta hareketsizdir, fakat kişi platformun kenarı boyunca 4.2 m/s (dünyaya göre) hızla koşmaya başladığında, platform Şek.11-5'te görüldüğü gibi ters yönde dönmeye başlar. Platformun hızını hesap ediniz.

YAKLAŞIM Açısal momentumun korunumunu kullanıyoruz. Başlangıçta toplam açısal momentum sıfırdır. Net tork olmadığı için, $\vec{\mathbf{L}}$ korunur ve Şek.11-5'te görüldüğü gibi sıfır olarak kalacaktır. Kişinin açısal momentumu $L_{kişi} = (mR^2)(v/R)$ olacaktır ve bunu pozitif olarak alacağız. Platformun açısal momentumu ise $L_{plat} = -I\omega$ olacaktır.

ÇÖZÜM Açısal momentumun korunumu sonucu

$$L = L_{kişi} + L_{plat}$$

$$0 = mR^2\left(\frac{v}{R}\right) - I\omega$$

olur. Böylece

$$\omega = \frac{mRv}{I} = \frac{(60\,\text{kg})(3.0\,\text{m})(4.2\,\text{m/s})}{1800\,\text{kg}\cdot\text{m}^2} = 0.42\,\text{rad/s}.$$

NOT Dönüş frekansı $f = \omega/2\pi = 0.067$ dev/s ve periyot $T = 1/f = 15$ s olup dönüş başına 5 s'dir.

[†]Sabit bir eksen etrafında dönen cisimlerin daha karmaşık durumlarında, $\vec{\mathbf{L}}$ nin $\vec{\omega}$ yönünde bir bileşeni olacak ve onun büyüklüğü $I\vec{\omega}$, olacaktır, fakat başka bileşenler de olabilecektir. Toplam açısal momentum korunuyorsa, $I\vec{\omega}$ bileşeni de korunacaktır. Bu nedenle buradaki bizim sonuçlarımız sabit bir eksen etrafındaki her dönüş hareketine uygulanabilir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 11–5 **Dönen bisiklet tekerleği.** Fizik öğretmeniniz sürtünmesiz durgun döner tablanın üzerindeyken dönen bisiklet tekerleğini tutuyor (Şek.11-6). Fizik öğretmeniniz bisiklet tekerleğini ters yönde dönecek şekilde aniden ters çevirirse ne olacaktır?

YANIT Bisiklet tekerleği, öğretmen ve döner tabla sistemini göz önüne alalım. Toplam açısal momentum $\vec{\mathbf{L}}$ başlangıçta düşey doğrultuda yukarı yöndedir. Bu, aynı zamanda sistemin daha sonra sahip olması gereken momentumdur, çünkü net tork olmadığı için açısal momentum korunur. Böylece, eğer bisiklet tekerleğinin ters çevrildikten sonra açısal momentumu $-\vec{\mathbf{L}}$ aşağı yönde ise, öğretmen ve döner levhanın açısal momentumlarının toplamı $+2\vec{\mathbf{L}}$ yukarı yönde olacaktır. Öğretmenin tekerleğin ilk dönüş yönünde dönmeye başlayacağını rahatlıkla söyleyebiliriz.



ŞEKİL 11–6 Örnek 11–5.

ALIŞTIRMA A Örnek 11-5'te ekseni sadece 90° döndürerek yatay hale getirirse ne olur? (*a*) Yukarıdaki gibi aynı yön ve hız; (*b*) aynı yukarıdaki gibi fakat daha yavaş; (*c*) tam tersi bir sonuç.

ALIŞTIRMA B Sayfa 284'teki Bölüm Açılış Sorusuna dönünüz ve şimdi tekrar cevaplayınız. Başlangıçta neden daha farklı cevap vermiş olabileceğinizi açıklamaya çalışınız.

ALIŞTIRMA C Serbestçe dönen bir döner tablanın kenarında durduğunuzu varsayalım. Merkeze doğru yürürseniz (*a*) tabla yavaşlar; (*b*) tabla hızlanır ; (*c*) dönme hızı değişmez; (*d*) cevaplamak için yürüme hızını bilmeniz gerekir.

11–2 Vektörlerin Vektörel Çarpımı; Vektör Olarak Tork

Vektörlerin Vektörel Çarpımı

Açısal momentum ve torkun genel olarak vektörel yapısıyla uğraşabilmek için, v*ektörlerin vektörel çarpımına* (genellikle basitçe **vektörel çarpım** veya **kros çarpım** olarak adlandırılır) ihtiyacımız olacak. Genel olarak, iki $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ vektörünün vektör çarpımı $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ şeklinde başka bir vektör olarak tanımlanır ve bu vektörün *büyüklüğü*

$$C = |\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = AB \sin\theta \qquad \textbf{(11–3a)}$$

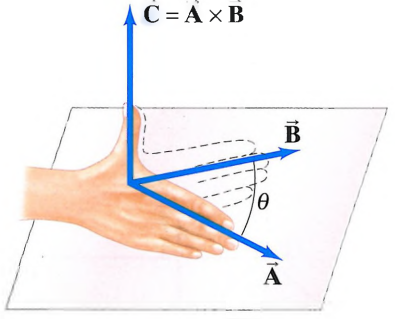
ile verilir. Burada θ, $\vec{\mathbf{A}}$ *ve* $\vec{\mathbf{B}}$ *vektörleri arasındaki küçük açı* ($< 180°$)'dır. $\vec{\mathbf{C}}$ 'nin yönü hem $\vec{\mathbf{A}}$ *ve hem de* $\vec{\mathbf{B}}$ *vektörlerine diktir* ve *sağ el kuralı ile bulunur* (Şek.11-7). θ açısı $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$, vektörlerinin başlangıç noktaları aynı noktada iken ölçülür. Şek.11-7'de görüldüğü gibi sağ el kuralına göre sağ elinizi parmaklarınız $\vec{\mathbf{A}}$ yönünde olacak şekilde yerleştiririrsiniz ve parmaklarınızı eğdiğinizde $\vec{\mathbf{B}}$ yönünde uzanırlar. Elinizi bu şekilde doğru yerleştirdiyseniz, baş parmağınız $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$. vektörünün yönünü gösterecektir.

$\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$, ve $\vec{\mathbf{B}} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$, gibi iki vektörün vektörel çarpımı bileşenleri cinsinden aşağıda verildiği gibi yazılabilir (Problem 26'ya bakınız):

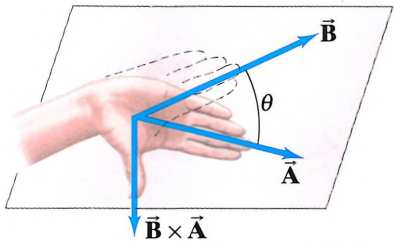
$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \qquad \textbf{(11–3b)}$$

$$= (A_yB_z - A_zB_y)\hat{\mathbf{i}} + (A_zB_x - A_xB_z)\hat{\mathbf{j}} + (A_xB_y - A_yB_x)\hat{\mathbf{k}} \qquad \textbf{(11–3c)}$$

Dnk.11-3b'nin sonucu determinantın özellikleri kullanılarak bulunursa Dnk.11-3c elde edilir.



ŞEKİL 11–7 $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ vektörü $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ vektörlerinin üzerinde bulunduğu düzleme diktir; yönü sağ el kuralı ile bulunur.



ŞEKİL 11–8 $\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}}$ vektörü $-\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ vektörüne eşittir: Şek.11-7 ile karşılaştırınız.

ŞEKİL 11–9 Alıştırma D.



Vektörel çarpımın bazı özellikleri aşağıda verilmiştir:

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{A}} = 0 \qquad \textbf{(11–4a)}$$

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = -\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}} \qquad \textbf{(11–4b)}$$

$$\vec{\mathbf{A}} \times (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}) = (\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}) + (\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{C}}) \quad \text{[dağılma özelliği]} \qquad \textbf{(11–4c)}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}) = \frac{d\vec{\mathbf{A}}}{dt} \times \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}} \times \frac{d\vec{\mathbf{B}}}{dt}. \qquad \textbf{(11–4d)}$$

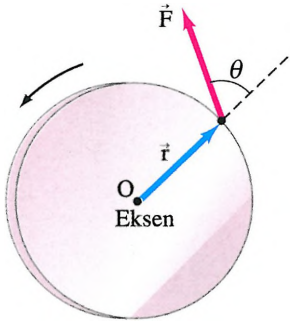
Dnk.11-4a, Dnk.11-3'ün sonucudur (çünkü $\theta = 0$). Benzer biçimde, Dnk.11-4b de Dnk.11-3'ün sonucudur, $\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}}$ vektörünün büyüklüğü $\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}}$ vektörünün büyüklüğü ile aynıdır, fakat sağ el kuralı gereğince yönleri terstir (Şek.11-8'e bakınız). Sonuçta vektörlerin sırası çok önemlidir. Eğer vektörlerin sırasını değiştirirseniz sonucu değiştirirsiniz. Yani, yer değiştirme özelliği vektör çarpımı için geçerli değildir $(\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} \neq \vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}})$, fakat iki vektörün skaler çarpımı ve iki skalerin çarpımı için geçerlidir. Dnk.11-4d'de sağ taraftaki iki çarpımı oluşturan vektörlerin sırası değiştirilemez (Dnk.11-4b'den dolayı).

ALIŞTIRMA D Şek.11-9'da gösterilen sayfa düzlemindeki $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ vektörleri için (i) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$, (ii) $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$, (iii) $\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}}$ hangi yöndedir? (*a*) sayfanın içine doğru; (*b*) sayfadan dışarı doğru; (*c*) $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ arasında; (*d*) bir sabittir ve yönü yoktur; (*e*) sıfırdır ve yönü yoktur.

Tork Vektörü

Tork, vektörel çarpım olarak ifade edilebilen bir büyüklük örneğidir. Bunu görmek için basit bir örnek yapalım: Şek.11-10'da, O noktasındaki kütle merkezinden geçen eksen etrafında serbestçe dönebilen ince bir tekerlek görülmektedir. Bir $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti, O kütle merkezine göre, şekilde görüldüğü gibi, konum vektörü $\vec{\mathbf{r}}$ olan tekerleğin kenarındaki bir noktaya etki ediyor. Kuvvet, tekerleği (başlangıçta hareketsiz olduğunu kabul edin) saatin ters yönünde döndürme eğilimindedir, dolayısıyla açısal hız $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ sayfanın dışına gözlemciye doğrudur (Kısım 10-2'de verilen sağ el kuralını hatırlayınız). $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti sonucu oluşan tork açısal hız $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ 'yı artırma eğilimindedir, dolayısıyla açısal ivme $\vec{\alpha}$ dönme ekseni doğrultusunda dışarı doğru yönelecektir. Bölüm 10'da geliştirilen sabit bir eksen etrafında dönen bir cisim için açısal ivme ve tork arasındaki bağıntı şöyledir:

ŞEKİL 11–10 Teker düzlemi içinde bulunan $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinden kaynaklanan tork, tekeri saat dönüş yönünün tersi yönünde döndürmeye başlar ve bu nedenle $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ ve $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ sayfa düzleminin dışına doğrudur.



$$\Sigma\tau = I\alpha,$$

(Dnk.10-14) burada I eylemsizlik momentidir. Bu skaler denklem $\Sigma F = ma$ denkleminin dönme hareketine karşılık gelen eşdeğeridir ve biz bu denklemi $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ 'ya benzer şekilde vektörel bir denklem olarak yazmak istiyoruz. Şek.11-10'daki duruma göre böyle bir denklemi elde edebilmemiz için sayfadan dışarı doğru ve dönme ekseni boyunca yönelmiş torka $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ sahip olmalıyız, çünkü $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ $(= d\vec{\boldsymbol{\omega}}/dt)$ bu yöne sahiptir; ve torkun büyüklüğü (Dnk.10-19 ve Şek.11-10'a bakınız) $\tau = rF_\perp = rF\sin\theta$ olmalıdır. Bunu tork vektörünü $\vec{\mathbf{r}}$ ve $\vec{\mathbf{F}}$ vektörlerinin vektörel çarpımı olarak tanımlayarak elde edebiliriz:

$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}. \qquad \textbf{(11–5)}$$

Yukarıdaki (Dnk.11-3a) vektörel çarpımın tanımından, $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ vektörünün büyüklüğü $rF\sin\theta$ ve yönü incelenen bu özel durum için eksen boyunca olacaktır.

Kısım11-3 ve 11-5 boyunca göreceğimiz gibi Dnk.11-5'i *torkun genel tanımı* olarak alırsak bu durumda $\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}} = I\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ vektör bağıntısı genel olarak doğru olacaktır. Dolayısıyla şimdi Dnk.11-5'in torkun genel tanımı olduğunu söylüyoruz. Bu denklem hem büyüklük hem de yön bilgisini içermektedir. Tanımın aynı zamanda konum vektörü $\vec{\mathbf{r}}$ 'ye gereksinim duyduğuna dikkat edin. Dolayısıyla tork bir noktaya göre hesap edilir. Bahsedilen O noktasını dilediğimiz şekilde seçebiliriz. Üzerine $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin etki ettiği ve kütlesi m olan bir parçacık için O noktası etrafındaki torku aşağıda verildiği şekilde tanımlarız:

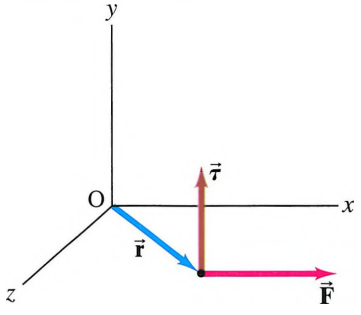
$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}},$$

burada $\vec{\mathbf{r}}$, O noktasına göre konum vektörüdür (Şek.11-11). Eğer bir parçacıklar sistemine (parçacıkların oluşturduğu bir katı cisim de olabilir) sahipsek, sistemin üzerindeki toplam tork tek tek parçacıkların üzerindeki torkların toplamına eşit olacaktır:

$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \Sigma(\vec{\mathbf{r}}_i \times \vec{\mathbf{F}}_i)$$

burada $\vec{\mathbf{r}}_i$ i'nci parçacığın konum vektörü ve $\vec{\mathbf{F}}_i$, i'nci parçacığın üzerindeki net kuvvettir.

ŞEKİL 11–11 $\vec{\mathbf{r}}$ konum vektörü olmak üzere $\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$, ile verilir.



ÖRNEK 11–6 **Tork vektörü.** $\vec{\mathbf{r}}$ vektörünün Şek.11-11'deki gibi xz düzleminde olduğunu ve $\vec{\mathbf{r}} = (1.2\,\mathrm{m})\hat{\mathbf{i}} + (1.2\,\mathrm{m})\hat{\mathbf{k}}$ ile verildiğini kabul edelim. Eğer $\vec{\mathbf{F}} = (150\,\mathrm{N})\hat{\mathbf{i}}$ ise $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ tork vektörünü hesap ediniz.

YAKLAŞIM Determinant formunu kullanalım, Dnk.11-3b.

ÇÖZÜM
$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ 1.2\,\mathrm{m} & 0 & 1.2\,\mathrm{m} \\ 150\,\mathrm{N} & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0\hat{\mathbf{i}} + (180\,\mathrm{m\cdot N})\hat{\mathbf{j}} + 0\hat{\mathbf{k}}.$$

Böylece τ, 180 m·N büyüklüğüne sahip ve pozitif y yönündedir.

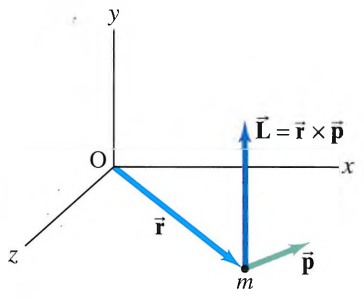
ALIŞTIRMA E Eğer $\vec{\mathbf{F}} = 5.0\,\mathrm{N}\,\hat{\mathbf{i}}$ ve $\vec{\mathbf{r}} = 2.0\,\mathrm{m}\,\hat{\mathbf{j}}$ ise $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ nedir? (*a*) 10 mN, (*b*) −10 mN, (*c*) $10\,\mathrm{mN}\,\hat{\mathbf{k}}$, (*d*) $-10\,\mathrm{mN}\,\hat{\mathbf{j}}$, (*e*) $-10\,\mathrm{mN}\,\hat{\mathbf{k}}$.

11–3 Bir Parçacığın Açısal Momentumu

Bir parçacık (veya parçacıklar sistemi) için Newton'un ikinci yasasını öteleme hareketi için en genel haliyle yazmanın yolu Dnk.9-2 (veya Dnk.9-5) ile verildiği gibi doğrusal momentumu $\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}$ kullanmaktır:

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}.$$

Doğrusal momentumun dönme hareketine karşılık gelen benzer niceliği açısal momentumdur. $\vec{\mathbf{p}}$ momentumunun değişim hızının $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ net kuvvetiyle ilişkili olması gibi, açısal mometumun değişim oranının net tork ile ilişkili olmasını bekleyebiliriz. Gerçekte bunun, Kısım11-1'de sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cisim özel örneği için doğru olduğunu görmüştük. Şimdi bunun genelde doğru olduğunu göreceğiz. Önce sadece bir parçacık göz önüne alıyoruz.



ŞEKİL 11–12 m kütleli bir parçacığın açısal momentumu $\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{r}} \times m\vec{\mathbf{v}}$. ile verilir.

m kütleli bir parçacığın seçilen eylemsiz bir gözlem çerçevesinin O merkezine göre $\vec{\mathbf{p}}$ momentumuna ve $\vec{\mathbf{r}}$ konum vektörüne sahip olduğunu kabul edelim. Parçacığın **açısal momentumu** $\vec{\mathbf{L}}$'nin O merkezine göre genel tanımı $\vec{\mathbf{r}}$ ve $\vec{\mathbf{p}}$ 'nin vektörel çarpımı ile verilir:

$$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}. \qquad \text{[parçacık]} \quad \textbf{(11–6)}$$

Açısal momentum bir vektördür.† Sağ el kuralı (Şek.11-12) ile verildiği gibi onun yönü $\vec{\mathbf{r}}$ ve $\vec{\mathbf{p}}$ 'nin her ikisine de diktir ve büyüklüğü

$$L = rp\sin\theta$$

veya

$$L = rp_\perp = r_\perp p$$

ile verilir. Burada θ $\vec{\mathbf{r}}$ ve $\vec{\mathbf{p}}$ arasındaki açı olup $p_\perp (= p\sin\theta)$ ve $r_\perp (= r\sin\theta)$ $\vec{\mathbf{p}}$ ve $\vec{\mathbf{r}}$ 'nin sırası ile $\vec{\mathbf{r}}$ ve $\vec{\mathbf{p}}$'ye dik olan bileşenleridir.

Şimdi bir parçacık için açısal momentum ve tork arasındaki ilişkiyi bulalım. $\vec{\mathbf{L}}$'nin zamana göre türevini alırsak

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}) = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} \times \vec{\mathbf{p}} + \vec{\mathbf{r}} \times \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}$$

elde ederiz. Fakat

$$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} \times \vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{v}} \times m\vec{\mathbf{v}} = m(\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{v}}) = 0,$$

olur çünkü bu durum için $\sin\theta = 0$'dır. Böylece

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \vec{\mathbf{r}} \times \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}$$

bulunur. Parçacık üzerindeki toplam kuvveti $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ ile temsil edersek, eylemsiz bir gözlem çerçevesinde $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = d\vec{\mathbf{p}}/dt$ olur ve

$$\vec{\mathbf{r}} \times \Sigma\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{r}} \times \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt}$$

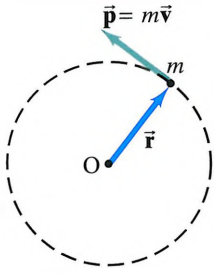
elde edilir. Fakat $\vec{\mathbf{r}} \times \Sigma\vec{\mathbf{F}} = \Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}}$ parçacığımız üzerindeki net torktur. Böylece

$$\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} \qquad \text{[parçacık, eylemsiz gözlem çerçevesi]} \quad \textbf{(11–7)}$$

olur. Bir parçacığın açısal momentumunun zamana göre değişim hızı ona uygulanan net

†Gerçekte bir sözde-vektör ; Kısım 10-2'deki dip nota bakınız.

torka eşittir. Dnk.11-7 bir parçacık için en genel haliyle yazılmış Newton'un ikinci yasasının dönmeye karşılık gelen eşdeğeridir. Dnk.11-7 sadece eylemsiz bir gözlem çerçevesinde geçerlidir çünkü ispatta kullanılan $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = d\vec{\mathbf{p}}/dt$ sadece o zaman geçerlidir.



ŞEKİL 11–13 $\vec{\mathbf{r}}$ yarıçaplı bir daire üzerinde $\vec{\mathbf{v}}$ hızı ile dönen m kütleli bir parçacığın açısal momentumu $\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times m\vec{\mathbf{v}}$ ile verilir (Örnek 11-7).

KAVRAMSAL ÖRNEK 11–7 **Bir parçacığın açısal momentumu.** r yarıçaplı bir dairede saat dönüş yönünün tersine hızı ile dönen m kütleli bir parçacığın açısal momentumu nedir?

YANIT Açısal momentumun değeri O noktasını seçimine bağlıdır. $\vec{\mathbf{L}}$'yi dairenin merkezine göre hesaplayalım (Şek.11-13). Bu durumda $\vec{\mathbf{r}}$, $\vec{\mathbf{p}}$'ye dik olur ve böylece $L = |\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}| = rmv$ olur. Sağ el kuralına göre $\vec{\mathbf{L}}$ daire düzlemine dik ve dışarıya, gözlemciye doğrudur. Bir eksenden (r) uzaklığında dönen bir parçacık için $v = \omega r$ ve $I = mr^2$ olduğundan

$$L = mvr = mr^2\omega = I\omega \text{ yazabiliriz.}$$

11–4 Bir Parçacıklar Sistemi İçin Açısal Momentum ve Tork; Genel Hareket

Açısal Momentum ve Tork Arasındaki İlişki

Açısal momentumları $\vec{\mathbf{L}}_1, \vec{\mathbf{L}}_2, \ldots, \vec{\mathbf{L}}_n$ olan n parçacıktan oluşan bir sistem göz önüne alalım. Sistem, rijit bir cisimden birbirlerine göre konumları sabit olmayan gevşek yapıdaki bir parçacıklar topluluğuna kadar herhangi bir şey olabilir. Sistemin toplam açısal vektörü $\vec{\mathbf{L}}$, sistemdeki bütün parçacıkların açısal momentumlarının vektörel toplamı olarak tanımlanır:

$$\vec{\mathbf{L}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\mathbf{L}}_i. \qquad \textbf{(11–8)}$$

Sistem üzerine etki eden net tork, bütün parçacıklar üzerine etki eden net torkların toplamına eşittir:

$$\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{net}} = \sum \vec{\boldsymbol{\tau}}_i.$$

Bu toplam (1) sistemdeki parçacıkların sistem içindeki diğer parçacıklara uyguladıkları kuvvetlerden kaynaklanan iç torkları ve (2) sistemimiz dışındaki cisimler tarafından uygulanan kuvvetlerden kaynaklanan dış torkları içerir. Newton'un üçüncü yasasına göre, her parçacığın diğerine uyguladığı kuvvet, ikinci parçacığın birinciye uyguladığı kuvvete eşit ve zıt yönlüdür (ve aynı doğrultudadır). Bu nedenle iç torkların toplamı sıfır olur ve

$$\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{net}} = \sum_i \vec{\boldsymbol{\tau}}_i = \sum \vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{dış}}.$$

Şimdi Dnk.11-8'in zamana göre türevini alalım ve her parçacık için Dnk.11-7'yi kullanarak

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \sum_i \frac{d\vec{\mathbf{L}}_i}{dt} = \sum \vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{dış}}$$

veya

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \sum_{\text{dış}} \vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{ext}}. \qquad \text{[eylemsiz gözlem çerçevesi]} \quad \textbf{(11–9a)}$$

NEWTON'UN İKİNCİ YASASI (Dönme, parçacık sistemi)

elde edelim. Bu temel yasa bir parçacıklar sisteminin (veya rijit bir cismin) toplam açısal momentumunun zamana göre değişiminin, sistem üzerine etkiyen net dış torka eşit olduğunu söyler. Bu öteleme hareketi için olan Dnk. 9-5'in $d\vec{\mathbf{P}}/dt = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$ dönme için olan eşdeğeridir. $\vec{\mathbf{L}}$ ve $\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}}$'nin aynı O merkezine göre hesaplanması gerektiği unutulmamalıdır.

Dnk.11-9a $\vec{\mathbf{L}}$ ve $\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{dış}}$ eylemsiz bir gözlem çerçevesindeki sabit bir noktaya göre hesaplandıklarında geçerlidir. (Denklemin çıkartılmasında sadece bu durum için geçerli olan

Dnk.11-7'yi kullandık). Aynı denklem, $\vec{\mathbf{L}}$ ve $\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{dış}}$ eylemsiz bir gözlem çerçevesinde sabit hızla giden bir noktaya göre hesaplandıklarında da geçerlidir çünkü böyle bir nokta ikinci bir eylemsiz gözlem çerçevesinin merkezi olarak alınabilir. Özel (ve çok önemli) bir durum haricinde bu denklem genelde $\vec{\mathbf{L}}$ ve $\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{dış}}$ ivmelenen bir noktaya göre hesaplandığında geçerli değildir. Bu özel durum $\vec{\mathbf{L}}$ ve $\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{dış}}$ 'nin hesaplandığı noktanın sistemin kütle merkezi olduğu durumdur:

NEWTON'UN İKİNCİ YASASI (ivmelense bile KM *için)*

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}_{\text{KM}}}{dt} = \sum \vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{KM}}, \qquad \text{[ivmelense bile]} \quad \textbf{(11–9b)}$$

KM merkezi nasıl hareket ederse etsin Dnk.11-9b geçerlidir $\Sigma\tau_{\text{KM}}$ kütle merkezine göre hesaplanan net dış torktur. Denklemin çıkartılması aşağıda seçmeli alt kısımda verilmiştir.

Bir parçacıklar sisteminin genel hareketini, kütle merkezinin ötelenmesi ve kütle merkezi etrafında dönme olarak Bölüm 10'da yaptığımız gibi tanımlamamızın doğruluğu Dnk.11-9b'nin geçerliliğinden kaynaklanır. 11-9b ve 9-5 $\left(d\vec{\mathbf{P}}_{\text{KM}}/dt = \Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}\right)$ denklemleri bu ilkenin daha genel bir ifadesini verirler. (Kısım 9-8'e de bakınız).

* $d\vec{\mathbf{L}}_{\text{KM}}/dt = \Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{KM}}$ denkleminin çıkartılması

Dnk.11-9b'nin ispatı şöyledir: Bir eylemsiz gözlem çerçevesinde i'nci parçacığın konum vektörü $\vec{\mathbf{r}}_i$ ve bu sistemde kütle merkezinin konumu $\vec{\mathbf{r}}_{\text{KM}}$ olsun. i'nci parçacığın kütle merkezine göre konumu $\vec{\mathbf{r}}_i^*$ şu bağıntıyı sağlar (Şek.11-14'e bakınız):

$$\vec{\mathbf{r}}_i = \vec{\mathbf{r}}_{\text{KM}} + \vec{\mathbf{r}}_i^*.$$

olur. Her terimi m_i ile çarpar ve bu denklemin türevini alırsak

$$\vec{\mathbf{p}}_i = m_i\frac{d\vec{\mathbf{r}}_i}{dt} = m_i\frac{d}{dt}\left(\vec{\mathbf{r}}_i^* + \vec{\mathbf{r}}_{\text{KM}}\right) = m_i\vec{\mathbf{v}}_i^* + m_i\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}} = \vec{\mathbf{p}}_i^* + m_i\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}$$

elde ederiz. Kütle merkezine göre açısal momentum

$$\vec{\mathbf{L}}_{\text{KM}} = \sum_i\left(\vec{\mathbf{r}}_i^* \times \vec{\mathbf{p}}_i^*\right) = \sum_i \vec{\mathbf{r}}_i^* \times \left(\vec{\mathbf{p}}_i - m_i\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}\right)$$

olur. Şimdi zamana göre türev alınırsa

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}_{\text{KM}}}{dt} = \sum_i\left(\frac{d\vec{\mathbf{r}}_i^*}{dt} \times \vec{\mathbf{p}}_i^*\right) + \sum_i\left(\vec{\mathbf{r}}_i^* \times \frac{d\vec{\mathbf{p}}_i^*}{dt}\right)$$

elde edilir. Sağdaki ilk terim $\vec{\mathbf{v}}_i^* \times m\vec{\mathbf{v}}_i^*$ olur ve sıfırdır çünkü $\vec{\mathbf{v}}_i^*$ kendi kendisine paraleldir $(\sin\theta = 0)$. Böylece

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{\mathbf{L}}_{\text{KM}}}{dt} &= \sum_i \vec{\mathbf{r}}_i^* \times \frac{d}{dt}\left(\vec{\mathbf{p}}_i - m_i\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}\right)\\ &= \sum_i \vec{\mathbf{r}}_i^* \times \frac{d\vec{\mathbf{p}}_i}{dt} - \left(\sum_i m_i\vec{\mathbf{r}}_i^*\right) \times \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}}{dt}\end{aligned}$$

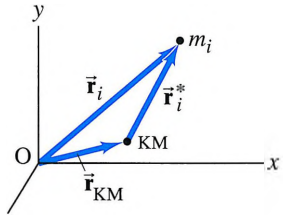
elde edilir. Dnk. 9-12'den $\Sigma m_i\vec{\mathbf{r}}_i^* = M\vec{\mathbf{r}}_{\text{KM}}^*$ ve tanım gereği $\vec{\mathbf{r}}_{\text{KM}}^* = 0$ (kütle merkezinin konumu, KM gözlem çerçevesinin orijinindedir) olduğundan sağdaki ikinci terim sıfırdır. Dahası Newton'un ikinci yasası gereği $\vec{\mathbf{F}}_i$, m_i üzerindeki net kuvvet olmak üzere

$$\frac{d\vec{\mathbf{p}}_i}{dt} = \vec{\mathbf{F}}_i$$

yazabiliriz. (KM ivmeleniyor olabileceği ve Newton'un ikinci yasası eylemli gözlem çerçevelerinde geçerli olmadığından $d\vec{\mathbf{p}}_i^*/dt \neq \vec{\mathbf{F}}_i$ olduğuna dikkat ediniz.) Sonuç olarak, $\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\text{KM}}$ kütle merkezine göre hesaplanan bütün sistem üzerindeki net dış tork olmak üzere

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}_{\text{KM}}}{dt} = \sum_i \vec{\mathbf{r}}_i^* \times \vec{\mathbf{F}}_i = \sum_i\left(\vec{\boldsymbol{\tau}}_i\right)_{\overline{\text{KM}}} = \Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}}_{\overline{\text{KM}}},$$

elde edilir. (Sayfa 292'de gördüğüz gibi, Newton'un üçüncü yasası gereği bütün $\vec{\boldsymbol{\tau}}_i$ 'ler üzerinden toplam iç kuvvetlerden kaynaklanan net torku yok eder). Bu son denklem, Dnk.11-9b olup ispatın sonudur.



ŞEKİL 11–14 m_i'nin eylemsiz gözlem çerçevesindeki konumu $\vec{\mathbf{r}}_i$; (ivmeleniyor olabilen) kütle merkezine göre konumu ise $\vec{\mathbf{r}}_i^*$ 'dir ve $\vec{\mathbf{r}}_{\text{KM}}$ eylemsiz gözlem çerçevesine göre KM'nin konumu olmak üzere $\vec{\mathbf{r}}_i = \vec{\mathbf{r}}_i^* + \vec{\mathbf{r}}_{\text{KM}}$ olur.

Özet

Özetlemek gerekirse,

$$\sum \vec{\tau}_{\text{dış}} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt}$$

ilişkisi sadece $\vec{\tau}_{\text{dış}}$ ve $\vec{\mathbf{L}}$, ya (1) eylemsiz bir gözlem çerçevesinin merkezine veya (2) bir parçacıklar sisteminin (veya katı bir cismin) kütle merkezine göre hesaplandıklarında geçerlidir.

11–5 Rijit bir Cisim İçin Açısal Momentum ve Tork

Şimdi rijit bir cismin uzayda sabit bir yönü olan bir eksen etrafında dönüşünü yukarıda geliştirilen ilkeleri kullanarak ele alalım.

Açısal momentumun dönen cismin dönme ekseni boyunca bileşenini hesaplayalım. Açısal momentum vektörü L_ω dönme ekseni doğrultusunda olduğundan bu bileşene $\vec{\omega}$ diyeceğiz. Katı cismin her parçacığı için

$$\vec{\mathbf{L}}_i = \vec{\mathbf{r}}_i \times \vec{\mathbf{p}}_i$$

yazabiliriz. Dönme ekseni ile $\vec{\mathbf{L}}_i$ arasındaki açı ϕ olsun. (Şek.11-15' bakınız; ϕ $\vec{\mathbf{r}}_i$ ile $\vec{\mathbf{p}}_i$, arasındaki açı değildir, ikisi arasındaki açı 90°'dir). Böylece $\vec{\mathbf{L}}_i$'nin dönme ekseni boyunca bileşeni, i'nci parçacığın kütlesi m_i ve hızı v_i olmak üzere

$$L_{i\omega} = r_i p_i \cos\phi = m_i v_i r_i \cos\phi$$

olarak yazılabilir. m_i kütlesinin dönme eksenine olan dik uzaklığı R_i ve cismin açısal hızı ω olmak üzere $v_i = R_i\omega$ bağıntısı vardır. Ayrıca Şek. 11-15'te görüldüğü gibi $R_i = r_i \cos\phi$ olduğundan

$$L_{i\omega} = m_i v_i (r_i \cos\phi) = m_i R_i^2 \omega$$

bulunur. Bütün parçacıklar üzerinden toplam alınırsa

$$L_\omega = \sum_i L_{i\omega} = \left(\sum_i m_i R_i^2 \right) \omega$$

elde edilir. Burada $\Sigma m_i R_i^2$ terimi cismin dönme eksenine göre I eylemsizlik momentidir. Bu nedenle açısal momentumun dönme ekseni boyunca bileşeni

$$L_\omega = I\omega \qquad \textbf{(11–10)}$$

ile verilir. Dönme ekseni üzerinde olduğu sürece ($\vec{\mathbf{r}}_i$'yi ölçmek için) O noktası olarak nereyi seçersek seçelim yine Dnk.11-10'u elde ederiz. Dnk.11-10, Dnk.11-1 ile aynıdır, Dnk.11-1'i açısal momentumun genel tanımından ispatlamış olduk.

Şimdi göstereceğimiz gibi eğer cisim kütle merkezinden geçen bir eksen etrafında dönüyorsa bu durumda $\vec{\mathbf{L}}$'nin bir tek bileşeni vardır ve o da L_ω'dır. Eksenin bir tarafındaki her nokta için ona karşılık gelen bir nokta diğer tarafta bulunacaktır. Şek.11-15'te görebileceğimiz gibi her $\vec{\mathbf{L}}_i$'nin eksene paralel $(L_{i\omega})$ ve eksene dik bir bileşeni vardır. Eksene paralel bileşenler, her karşılıklı nokta çifti için birbirlerine eklenirler fakat eksene dik bileşenler, karşılıklı noktalarda aynı büyüklüğe fakat ters yönlere sahip olacak ve böylece birbirlerini yok edecektir. Bu nedenle simetri ekseni etrafında dönen bir cisim için açısal momentum vektörü eksene paralel olur ve böylece $\vec{\mathbf{L}}$, kütle merkezine göre ölçülmek üzere

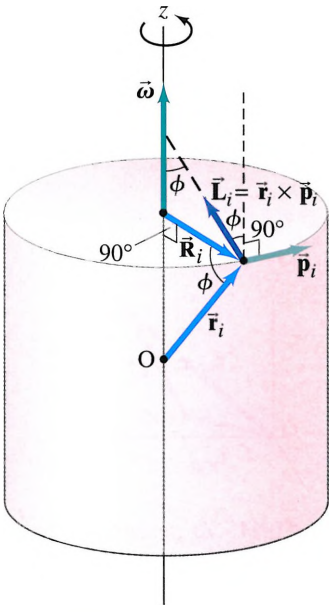
$$\vec{\mathbf{L}} = I\vec{\omega} \quad \text{[dönme ekseni= KM'nden geçen simetri ekseni]} \qquad \textbf{(11–11)}$$

yazabiliriz.

Açısal momentum ile tork arasındaki genel ilişki Dnk.11-9 ile verilir:

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt}$$

Burada $\Sigma\vec{\tau}$ ve $\vec{\mathbf{L}}$ ya (1) eylemsiz bir gözlem çerçevesinin merkezine, ya da (2) sistemin kütle merkezine göre hesaplanır. Bu bir vektörel denklemdir ve dolayısıyla her bileşen



ŞEKİL 11–15
$L_\omega = L_z = \Sigma L_{iz}$ 'nin hesaplanması. $\vec{\mathbf{L}}_i$ 'nin $\vec{\mathbf{r}}_i$ 'ye ve $\vec{\mathbf{R}}_i$ 'nin z eksenine dik olduğuna dikkat ediniz, bu nedenle ϕ ile gösterilen üç açı eşittir.

için doğru olmalıdır. Bu nedenle katı bir cisim için dönme ekseni boyunca bileşen

$$\Sigma\tau_{\text{eksen}} = \frac{dL_\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega) = I\frac{d\omega}{dt} = I\alpha,$$

olacaktır. Bu denklem cisme göre sabit olan bir eksen etrafında dönen katı bir cisim için geçerlidir ve ayrıca dönme ekseni ya (1) eylemsiz bir sistemde sabit, ya da (2) KM 'nden geçiyor olmalıdır. Bu Dnk.11-9'un ($\Sigma\vec{\tau} = d\vec{\mathbf{L}}/dt$) özel halleri olduğunu gördüğümüz Dnk.10-14 ve Dnk.10-15'e eşdeğerdir.

ÖRNEK 11–8 **Atwood makinesi.** Bir *Atwood makinesi* bir makaradan geçen kütlesi ihmal edilebilir esnek olmayan bir ipin uçlarına bağlı m_A ve m_B kütlelerinden oluşur (Şek.11-16). Makaranın yarıçapı R_0 ve eksenine göre eylemsizlik momenti I ise m_A ve m_B'nin ivmelerini bulunuz ve makaranın eylemsizlik momentinin ihmal edildiği durum ile karşılaştırınız.

YAKLAŞIM Önce sistemin açısal momentumunu bulup daha sonra Newton'un ikinci yasasını $\tau = dL/dt$ uyguluyoruz.

ÇÖZÜM Açısal momentum makaranın O merkezinden geçen mil boyunca bir eksene göre hesaplanır. m_A ve m_B kütlelerinin herhangi bir andaki hızı olmak üzere $\omega = v/R_0$ yazılabilir ve makaranın açısal momentumu bu durumda $I\omega$ olur. m_A'nın açısal momentumu $R_0 m_B v$ olur. *Toplam açısal momentum*

$$L = (m_A + m_B)vR_0 + I\frac{v}{R_0}$$

ile verilir. O noktasına göre sistem üzerine etki eden tork (saat dönüş yönü pozitif alınarak)

$$\tau = m_B gR_0 - m_A gR_0$$

bulunur. (Makaranın milinin bağlı olduğu destek tarafından uygulanan kuvvet herhangi bir tork yaratmaz çünkü kuvvet kolu sıfırdır.) Dnk. 11-9a'yı kullanalım:

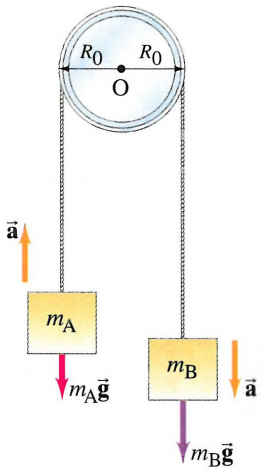
$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

$$(m_B - m_A)gR_0 = (m_A + m_B)R_0\frac{dv}{dt} + \frac{I}{R_0}\frac{dv}{dt}.$$

$a = dv/dt$ için çözüm yapılırsa,

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{(m_B - m_A)g}{(m_A + m_B) + I/R_0^2}$$

elde edilir. I'yı ihmal edecek olursak, $a = (m_B - m_A)g/(m_B + m_A)$ bulunur ve görüldüğü gibi makaranın eylemsizlik momentinin etkisi sistemi yavaşlatma yönündedir. Bu da tam beklediğimiz şeydir.



ŞEKİL 11–16 Örnek 11-8, Atwood makinesi. Bu konuyu aynı zamanda Örnek 4-13'te tartıştık.

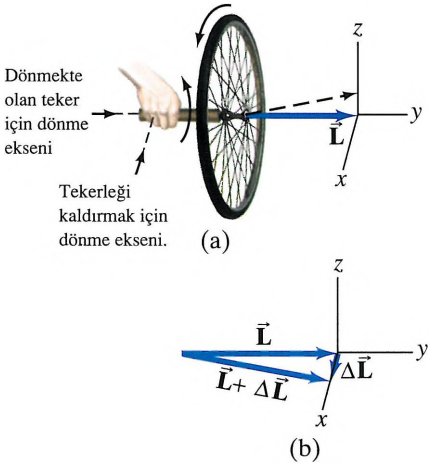
KAVRAMSAL ÖRNEK 11–9 **Bisiklet tekeri.** Şek.11-17a'da gösterildiği gibi bir bisikletin miline bağlı bir tutacaktan bisiklet tekerini tuttuğunuzu kabul edelim. Teker hızla döndüğü için $\vec{\mathbf{L}}$ açısal momentumu şekilde gösterildiği gibi yatay yöndedir. Şimdi bisikletin milini Şek.11-17a'da kesikli çizgilerle gösterilen doğrultuya doğru eğmeye çalışalım (böylece KM yukarı doğru kalkar). Tekerin yukarı gitmesini beklersiniz (ve dönmüyor olsaydı giderdi) fakat beklenmedik bir şekilde aniden sağa doğru sapar! Açıklayınız

YANIT Bu garip davranışı (inanmak için kendi kendinize denemeniz gerekebilir) açıklamak için sadece $\vec{\tau}_{\text{net}} = d\vec{\mathbf{L}}/dt$ ilişkisini kullanmamız yeterlidir. Kısa bir Δt, süresi içerisinde (bileğinizden geçen bir eksen boyunca) x ekseni yönünde ve $\vec{\mathbf{L}}$ 'ye dik net bir tork uyguluyorsunuz. Böylece $\vec{\mathbf{L}}$ 'de meydana gelen değişim

$$\Delta\vec{\mathbf{L}} \approx \vec{\tau}_{\text{net}}\,\Delta t$$

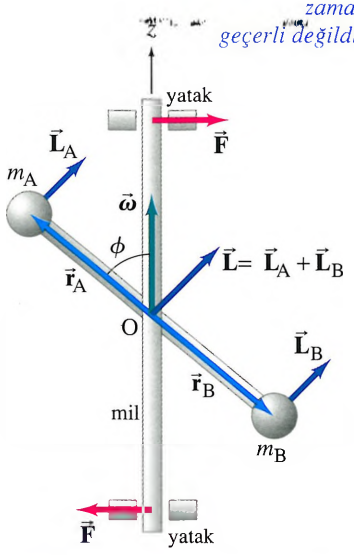
olur ve bu nedenle $\Delta\vec{\mathbf{L}}$ de (yaklaşık olarak) x yönünde olmalıdır çünkü $\vec{\tau}_{\text{net}}$, x yönündedir (Şek.11-17b). Sonuç olarak yeni açısal momentum $\vec{\mathbf{L}} + \Delta\vec{\mathbf{L}}$, bisikletin ekseninden bakıldığında Şek.11-17b'de gösterildiği gibi sağa doğru yönelir. Açısal momentum tekerin mili doğrultusunda olduğundan, şimdi $\vec{\mathbf{L}} + \Delta\vec{\mathbf{L}}$ yönünde olan mil sağ yana doğru hareket etmelidir ve gözlediğimiz de budur.

ŞEKİL 11–17 Dönmekte olan bir bisiklet tekerini yukarı doğru eğmeye çalışırsanız eğilmek yerine yana doğru sapar.



DİKKAT

$\vec{L} = I\vec{\omega}$ her zaman geçerli değildir



ŞEKİL 11–18 Bu sistemde $\vec{L}$ ve $\vec{\omega}$ paralel değildir. Bu dönüşsel dengesizliğe bir örnektir.

Dnk. 11-11, $\vec{L} = I\vec{\omega}$, çok yararlı olmasına rağmen dönme ekseni kütle merkezinden geçen simetri ekseni boyunca değilse genel olarak geçerli değildir. Buna rağmen şekli ne olursa olsun rijit bir cismin Dnk. 11-11'in geçerli olduğu üç "asal ekseni" olduğu gösterilebilir (bu detaylara burada girilmeyecektir). Dnk. 11-11'in geçerli olmadığı bir duruma örnek için Şek.11-18'de gösterilen simetrik olmayan cismi göz önüne alalım. Sistem dönme ekseni ile ϕ açısı yapan kütlesiz rijit bir çubuğun iki ucuna bağlı eşit m_A ve m_B kütlelerinden oluşuyor. Açısal momentumu O noktasındaki kütle merkezine göre hesaplayalım. Şekilde gösterilen anda m_A gözlemciye doğru gelirken m_B uzaklaşır, bu nedenle şekilde gösterildiği gibi $\vec{L}_A = \vec{r}_A \times \vec{p}_A$ ve $\vec{L}_B = \vec{r}_B \times \vec{p}_B$ olacaktır. Toplam açısal momentum $\vec{L} = \vec{L}_A + \vec{L}_B$ olur ve bariz şekilde görülüyor ki, eğer $\phi \neq 90°$ değilse $\vec{\omega}$ yönünde *değildir.*

*Dönüşsel Dengesizlik

$\Sigma\vec{\tau} = d\vec{L}/dt$ denkleminin güzel bir gösterimi olduğundan Şek.11-18'de gösterilen sistemde bir adım daha detaya girelim. Eğer sistem sabit bir ω açısı ile dönerse $\vec{L}$ 'nin büyüklüğü değişmeyecek fakat yönü değişecektir. Çubuk ve kütleler z ekseni etrafında döndükçe $\vec{L}$ de eksen etrafında döner. Şek.11-18'de gösterildiği anda $\vec{L}$ kağıt düzleminin üzerindedir. dt süresi sonunda çubuk $d\theta = \omega dt$, açısı kadar döndüğünde, $\vec{L}$ de $d\theta$ açısı kadar döner. $d\vec{L}$ sayfanın içine doğrudur ve dolayısıyla $d\vec{L}/dt$ de öyledir.

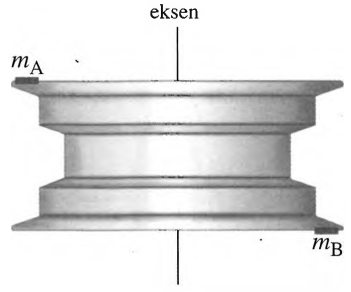
$$\sum\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

olduğundan gösterilen anda sayfanın içine doğru olan net bir tork çubuğun bağlı olduğu mile uygulanmalıdır. Tork milin uçlarındaki mil yatakları (veya benzeri sınırlamalar) tarafından sağlanır. Mil yataklarının uyguladığı $\vec{F}$ kuvvetleri Şek.11-18'de gösterilmiştir. Sistem döndükçe her $\vec{F}$ kuvvetinin yönü döner fakat bu sistem için her zaman $\vec{L}$ ve $\vec{\omega}$ 'nın düzlemi üzerinde kalır. Bu kuvvetlerden kaynaklanan tork olmasaydı sistem sabit eksen etrafında istenildiği şekilde dönmezdi.

FİZİK UYGULAMASI

Otomobil tekeri balans ayarı

ŞEKİL 11–19 Dengesiz araba tekerleği.



Mil, $\vec{F}$ kuvveti yönünde hareket etme eğilimindedir ve bu nedenle döndükçe sallanır. Tekerleklerinin balansı yapılmamış bir arabada hissedilen titreşimler gibi, bunun bir çok pratik uygulaması vardır. Bir kenarındaki fazladan bir m_A ve Şek.11-19'da gösterildiği gibi diğer kenarında ters tarafta bulunan fazladan bir m_B kütlesi hariç simetrik olan bir araba tekeri göz önüne alalım. m_A ve m_B'nin simetrik olmaması nedeniyle aynı Şek.11-18'de gösterildiği gibi, tekerin dönmesini devam ettirmek için tekerin mil yatakları her zaman tekerin miline dik bir kuvvet uygulamak durumundadır. Mil yatakları aşırı yıpranır ve tekerin sallanması arabada oturanlar tarafından hissedilir. Tekerlekler dengelendiğinde sallanmadan yumuşak şekilde dönerler. Arabaların tekerleklerinin ve tekerlerinin "dinamik balansı" bu nedenle önemlidir. Şek.11-19'daki tekerlek statik olarak dengededir. m_A'nın altına ve m_B'nin üstüne simetrik olarak eşit m_C ve m_D kütleleri eklenirse tekerlek dinamik olarak dengelenmiş (balansı yapılmış) olur ($\vec{L}$, $\vec{\omega}$'ya paralel ve $\vec{\tau}_{dış} = 0$) olur).

ÖRNEK 11–10 **Dengelenmemiş sistemde tork.** Şek.11-18'de sistemin dönmesinin devam etmesi için gerekli net torkun τ_{net} büyüklüğünü bulunuz.

YAKLAŞIM Şek.11-20, Şek.11-18'de gösterilen cisim dönerken, dönme eksenine (z ekseni) üstten bakıldığında görülecek açısal momentum vektörünün bir görüntüsüdür. $L\cos\phi$, $\vec{L}$'nin mile dik bileşenidir (ve Şek.11-18'de sağa doğru yönelmiştir). dL'yi Şek.11-20'den buluruz ve $\tau_{net} = dL/dt$ 'yi kullanırız.

ÇÖZÜM Bir dt süresi içinde $\vec{\mathbf{L}}$'deki değişim miktarı (Şek.11-20 ve Dnk.10-2b), $\omega = d\theta/dt$ olmak üzere,

$$dL = (L\cos\phi)\,d\theta = L\cos\phi\,\omega\,dt$$

ile verilir, $\omega = d\theta/dt$. Dolayısıyla

$$\tau_{\text{net}} = \frac{dL}{dt} = \omega L\cos\phi.$$

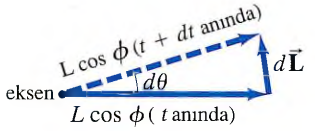
olur. Ayrıca

$$L = L_A + L_B = r_A m_A v_A + r_B m_B v_B = r_A m_A(\omega r_A \sin\phi) + r_B m_B(\omega r_B \sin\phi) = (m_A r^2{}_A + m_B r^2{}_B)\,\omega\sin\phi$$

yazılabilir. Dönme eksenine göre eylemsizlik momenti $I = (m_A r_A^2 + m_B r_B^2)\sin^2\phi$ olduğundan $L = I\omega/\sin\phi$. Böylece

$$\tau_{\text{net}} = \omega L\cos\phi = (m_A r_A^2 + m_B r_B^2)\omega^2 \sin\phi\cos\phi = I\omega^2/\tan\phi$$

elde edilir.



ŞEKİL 11–20 Şekil 11-18'de gösterilen sisteme dönme ekseni boyunca üstten bakıldığında, dt süresince dönen sistemin açısal momentum vektörü.

Şek.11-18'deki durum tork ve açısal momentumun vektörel olmasının kullanışlılığını göstermektedir. Açısal momentum ve torkun sadece dönme ekseni boyunca olan bileşenlerini göz önüne almış olsaydık mil yataklarından kaynaklanan torku hesaplayamazdık (çünkü $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetleri mile etki ederler ve bu nedenle bu eksen boyunca tork oluşturmazlar). Vektörel açısal momentum kavramını kullanarak problemleri anlamak ve çözmek için çok daha güçlü bir tekniğe kavuşmuş oluyoruz.

11–6 Açısal Momentumun Korunumu

Bölüm 9'da bir parçacığın veya parçacıklar sisteminin hareketi için Newton'un ikinci yasasının en genel biçiminin

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}} = \frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt}$$

şeklinde olacağını görmüştük. Burada $\vec{\mathbf{P}}$, bir parçacık için $m\vec{\mathbf{v}}$ ve toplam kütlesi M olan ve kütle merkezi $\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}$ hızı ile hareket eden bir parçacıklar sistemi için $M\vec{\mathbf{v}}_{\text{KM}}$ olarak tanımlanan (doğrusal) momentum ve $\Sigma\vec{\mathbf{F}}_{\text{dış}}$ parçacığa veya sisteme dışarıdan etki eden net kuvvettir. Bu ilişki sadece eylemsiz bir gözlem çerçevesinde geçerlidir.

Bu Bölümde, bir parçacıklar sisteminin (rijit cisimler de dahil olmak üzere) dönmesini açıklamak üzere benzer bir ilişki bulduk:

$$\sum \vec{\boldsymbol{\tau}} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt}.$$

Burada $\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}}$ sisteme etki eden net dış tork ve $\vec{\mathbf{L}}$ toplam açısal momentumdur. Bu ilişki ancak $\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}}$ ve $\vec{\mathbf{L}}$ eylemsiz bir gözlem çerçevesinde sabit bir noktaya göre veya kütle merkezine göre hesaplandığında geçerlidir.

Öteleme hareketi için sistem üzerindeki net kuvvet sıfır ise $d\vec{\mathbf{P}}/dt = 0$ olur ve böylece sistemin toplam doğrusal momentumu sabit kalır. Bu doğrusal momentumun korunumu yasasıdır. Dönme hareketi için sistem üzerindeki net tork sıfır ise

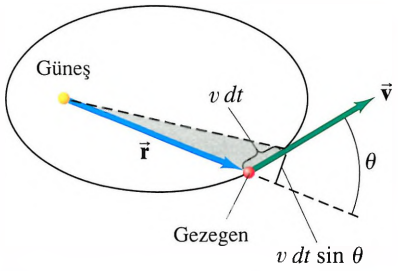
$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = 0 \qquad \vec{\mathbf{L}} = \text{sabit} \qquad [\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}} = 0] \qquad \textbf{(11 – 12)}$$

olur. Başka bir ifade ile:

AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU

Sistem üzerine etki eden net dış tork sıfır ise sistemin toplam açısal momentumu sabit kalır

Bu, vektörel **açısal momentumun korunumu yasası** olup enerji ve doğrusal momentumun (ve daha sonra tartışılacak diğerlerinin) korunumu yasaları ile aynı öneme sahip, fiziğin önemli yasalarından biridir. Kısım 11-1'de bu önemli yasanın sabit bir eksen etrafında dönen rijit cisim gibi özel bir duruma uygulandığı bazı Örnekleri gördük. Burada yasa genel haliyle elimizde. Şimdi onu ilginç Örneklerde kullanacağız.



ŞEKİL 11–21 Gezegenlerle ilgili Kepler'in ikinci yasası (Örnek 11-11).

ÖRNEK 11–11 **Kepler'in ikinci yasasının çıkarılması.** Keplerin ikinci yasası her gezegenin Güneş'ten gezegene çizilen bir doğrunun eşit zamanlarda eşit alanlar tarayarak hareket edeceğini söyler (Kısım 6-5). Bunu göstermek için açısal momentumun korunumu yasasını kullanınız.

YAKLAŞIM Şek.11-21'in yardımı ile bir gezegenin açısal momentumunu taranan alan cinsinden bulalım.

ÇÖZÜM Gezegen Şek.11-21'de gösterildiği gibi bir elips üzerinde hareket eder. Bir dt süresince gezegen vdt kadar bir yol alır ve tabanı r yüksekliği $v\,dt\sin\theta$ olan bir üçgenin alanına eşit bir dA alanını tarar (abartılmış olarak Şek.11-21'de gösteriliyor). Böylece

$$dA = \tfrac{1}{2}(r)(v\,dt\sin\theta)$$

yazabiliriz ve buradan

$$\frac{dA}{dt} = \tfrac{1}{2}rv\sin\theta$$

elde edilir. Güneşe göre açısal momentumun büyüklüğü

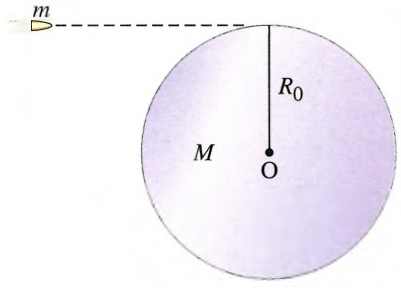
$$L = |\vec{\mathbf{r}} \times m\vec{\mathbf{v}}| = mrv\sin\theta$$

olarak yazılabilir ve böylece

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2m}L$$

elde edilir. Fakat kütle çekim kuvveti $\vec{\mathbf{F}}$ Güneş'e doğru yöneldiğinden onun yarattığı tork sıfırdır (diğer gezegenlerin çekimini ihmal ediyoruz), bu nedenle L = sabit olur. Dolayısıyla dA/dt = sabit olur. Bizim göstermek istediğimiz de bu idi.

ŞEKİL 11–22 Kurşun silindirin kenarına çarpıp silindirin içinde kalıyor (Örnek 11-12).



ÖRNEK 11–12 **Silindirin kenarına çarpan mermi.** v hızı ile giden m kütleli bir mermi Şek.11-22'de gösterildiği gibi R_0 yarıçaplı ve M kütleli bir silindirin kenarına çarpıyor ve içinde kalıyor. Başlangıçta durgun olan silindir yerinde sabit kalan simetri ekseni etrafında dönmeye başlıyor. Sürtünmeden kaynaklanan tork olmadığını kabul ederek bu çarpışmadan sonra silindirin açısal hızını bulun. Kinetik enerji korunur mu?

YAKLAŞIM Sistemimiz olarak üzerlerinde net bir dış torkun etki etmediği mermi ve silindiri alıyoruz. Bu nedenle açısal momentumun korunumunu kullanabiliriz. Bütün momentumları silindirin merkezindeki O noktasına göre hesaplıyoruz.

ÇÖZÜM Başlangıçta silindir durgun olduğundan O noktasına göre toplam açısal momentum sadece mermiden kaynaklanır: R_0, $\vec{\mathbf{p}}$'nin O noktasından olan dik uzaklığı olduğundan

$$L = |\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}| = R_0 mv$$

yazabiliriz. Çarpışmadan sonra silindir $\left(I_{\text{sil}} = \tfrac{1}{2}MR_0^2\right)$ içine saplanan mermi $\left(I_{\text{m}} = mR_0^2\right)$ ile beraber ω açısal hızı ile döner:

$$L = I\omega = \left(I_{\text{sil}} + mR_0^2\right)\omega = \left(\tfrac{1}{2}M + m\right)R_0^2\omega.$$

Böylece açısal momentum korunduğundan ω için çözüm yapılırsa

$$\omega = \frac{L}{\left(\frac{1}{2}M + m\right)R_0^2} = \frac{mvR_0}{\left(\frac{1}{2}M + m\right)R_0^2} = \frac{mv}{\left(\frac{1}{2}M + m\right)R_0}.$$

elde edilir. Bu çarpışmada açısal momentum korunur fakat kinetik enerji korunmaz:

$$\begin{aligned} K_{\text{s}} - K_{\text{i}} &= \tfrac{1}{2}I_{\text{sil}}\omega^2 + \tfrac{1}{2}(mR_0^2)\omega^2 - \tfrac{1}{2}mv^2 \\ &= \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{1}{2}MR_0^2\right)\omega^2 + \tfrac{1}{2}(mR_0^2)\omega^2 - \tfrac{1}{2}mv^2 \\ &= \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{1}{2}M + m\right)\left(\frac{mv}{\frac{1}{2}M + m}\right)^2 - \tfrac{1}{2}mv^2 \\ &= -\frac{mM}{2M + 4m}v^2. \end{aligned}$$

Bu sonuç negatiftir. Bu nedenle $K_{\text{s}} < K_{\text{i}}$ olur. Enerji esnek olmayan çarpışma sonucu ısı enerjisine dönüşmüştür.

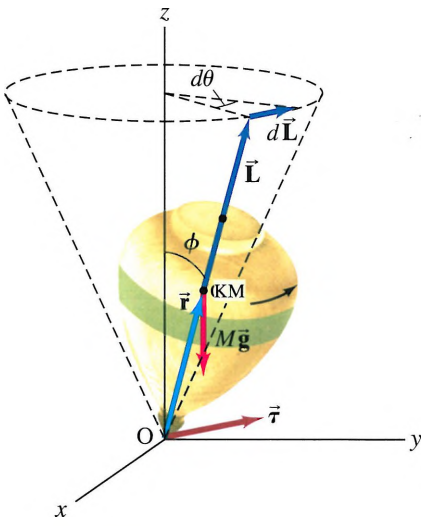
*11–7 Dönen Topaç ve Jiroskop

FİZİK UYGULAMASI
A spinning top

Hızla dönen bir topacın veya bir jiroskopun hareketi dönme hareketinin ve aşağıdaki vektör denklemini kullanmanın ilginç bir örneğidir.

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt}.$$

Şek.11-23'te gösterildiği gibi simetri ekseni etrafında hızla dönen M kütleli simetrik bir topaç göz önüne alınız. Topaç eylemsiz bir gözlem çerçevesinde O noktasındaki ucu üzerinde dengelenmiştir. Topacın ekseni düşey eksen (z ekseni) ile ϕ açısı yapıyorsa, topaç dikkatlice bırakıldığında, Şek.11-23'de kesikli çizgilerle gösterildiği gibi ekseni düşey doğrultu etrafında bir koni tarayarak hareket edecektir. Bir torkun dönme ekseni yönünde değişiklik meydana getirdiği bu tip harekete presesyon (yalpalama) denir. Dönme ekseninin düşey eksen (z) etrafında hareket hızına presesyonun açısal hızı denir ve Ω ile gösterilir. Şimdi bu tür bir hareketin sebeplerini anlamaya çalışalım ve Ω'yı hesaplayalım.



ŞEKİL 11–23 Dönen topaç.

Topaç dönmüyor olsaydı, bırakıldığında kütle çekim kuvveti nedeniyle hemen yere düşerdi. Topacın görünüşteki gizemi, döndüğü zaman hemen yere düşmek yerine presesyon yapmasıdır yani yavaşça yana doğru hareket etmesidir. Fakat bu durum O noktasına göre hesaplanan açısal momentum ve tork açısından incelenirse gerçekte çok ta gizemli değildir. Topaç simetri ekseni etrafında ω açısal hızı ile döndüğünde Şek.11-23'te gösterildiği gibi ekseni boyunca yönelen $\vec{\mathbf{L}}$ açısal momentumuna sahiptir. (Presesyon hareketinden kaynaklanan açısal momentum da olduğundan toplam $\vec{\mathbf{L}}$ tam olarak topacın ekseni doğrultusunda değildir; fakat çoğunlukla olduğu gibi $\Omega \ll \omega$, ise bu etkiyi ihmal edebiliriz.) Açısal momentumun değişmesi için bir tork gerekir. Topaca hiç tork uygulanmamış olsaydı $\vec{\mathbf{L}}$'nin yönü ve büyüklüğü sabit kalırdı; topaç ne düşerdi, ne de presesyon yapardı. Fakat yana doğru en küçük bir sapma olduğunda O noktasına göre net bir tork oluşur ve bu tork $\vec{\tau}_{\text{net}} = \vec{\mathbf{r}} \times M\vec{\mathbf{g}}$ ile verilir. Burada $\vec{\mathbf{r}}$ topacın kütle merkezinin O'ya göre konum vektörü ve M topacın kütlesidir. $\vec{\tau}_{\text{net}}$'in yönü sağ el kuralı gereği hem $\vec{\mathbf{r}}$ hem de $M\vec{\mathbf{g}}$ 'ye diktir ve Şek.11-23'te gösterildiği gibi yatay düzlemi (xy) üzerindedir. Bir dt süresinde $\vec{\mathbf{L}}$ 'de meydana gelen değişim

$$d\vec{\mathbf{L}} = \vec{\tau}_{\text{net}}\, dt$$

ile verilir ve Şek.11-23'te gösterildiği gibi bu değişim $\vec{\mathbf{L}}$'ye dik ve yatay yöndedir ($\vec{\tau}_{\text{net}}$)'e paraleldir). $d\vec{\mathbf{L}}$, $\vec{\mathbf{L}}$'ye dik olduğundan $\vec{\mathbf{L}}$'nin büyüklüğü değişmez. Sadece $\vec{\mathbf{L}}$ 'nin yönü değişir. $\vec{\mathbf{L}}$ topacın ekseni doğrultusunda olduğundan Şek.11-23'te bu eksenin sağa kaydığını görüyoruz. Yani topacın ekseninin üst ucu yatay yönde $\vec{\mathbf{L}}$'ye dik olarak hareket eder. Bu topacın düşmek yerine neden presesyon yaptığını açıklar. $\vec{\mathbf{L}}$ vektörü ve topacın ekseni yatay bir daire üzerinde beraber dönerler. Onlar bu şekilde dönerken, $\vec{\tau}_{\text{net}}$ ve $d\vec{\mathbf{L}}$ de yatay kalacak ve $\vec{\mathbf{L}}$'ye dik olacak şekilde dönerler.

Ω'yı bulmak üzere, $\vec{\mathbf{L}}$ z-ekseni ile ϕ açısı yaptığından Şek.11-23'ten $d\theta$ açısı ile dL

$$dL = L \sin\phi\, d\theta,$$

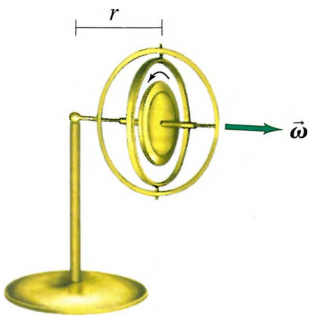
ilişkisi ile bir birlerine bağlıdır. Presesyonun açısal hızı $\Omega = d\theta/dt$ olduğundan bu hız

$$\Omega = \frac{1}{L \sin\phi}\frac{dL}{dt} = \frac{\tau}{L \sin\phi} \qquad \text{[dönen topaç]} \quad \textbf{(11–13a)}$$

şeklinde yazılabilir. Fakat $\tau_{\text{net}} = |\vec{\mathbf{r}} \times M\vec{\mathbf{g}}| = rMg \sin\phi$ [çünkü $\sin(\pi - \phi) = \sin\phi$] olduğundan

$$\Omega = \frac{Mgr}{L} \qquad \text{[dönen topaç]} \quad \textbf{(11–13b)}$$

yazılabilir. Dolayısıyla presesyon hızı ϕaçısının değerine bağlı değildir; fakat topacın açısal momentumu ile ters orantılıdır. Topaç ne kadar hızlı dönerse L o kadar büyük ve topacın presesyonu o kadar yavaştır.



ŞEKİL 11–24 Oyuncak bir jiroskop.

Dnk. 11-1 (veya Dnk.11-11)'den, I ve ω sırası ile topacın dönme eksenine göre eylemsizlik momenti ve açısal hızı olmak üzere $L = I\omega$, yazılabilir. Böylece topacın presesyon açısal hızını veren Dnk.11-13b

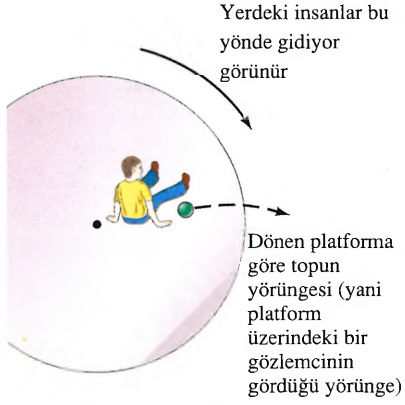
$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega} \text{ olur.} \qquad \textbf{(11–13c)}$$

11-13 denklemleri bir eksene takılı hızla dönen bir tekerden oluşan oyuncak jiroskoplara da uygulanır (Şek.11-24). Eksenin bir ucu bir desteğe bağlıdır. Eksenin diğer ucu serbesttir ve eğer dönme açısal hızı ω presesyon hızına göre büyük ise $(\omega \gg \Omega)$ bir topaç gibi presesyon yapacaktır. Hava direnci ve sürtünme nedeniyle ω azaldıkça topaçta olduğu gibi jiroskop düşmeye başlayacaktır.

*11–8 Dönen Gözlem Çerçeveleri; Eylemsiz Kuvvetler

Eylemsiz ve Eylemli Gözlem Çerçeveleri

ŞEKİL 11–25 Dönen atlı karıncada bırakılan topun (a) atlı karıncada bulunan gözlem çerçevesindeki ve (b) yere sabitlenmiş bir gözlem çerçevesindeki yörüngesi.



(a) Dönen gözlem çerçevesi



(b) Eylemsiz gözlem çerçevesi

Şimdiye kadar, dairesel ve dönme hareketleri de dahil olmak üzere cisimlerin hareketini dışarıdan, Dünya üzerinde sabit gözlemciler olarak inceledik. Bazen kendimizi dönen gözlem çerçevelerine yerleştirmemiz (fiziksel olarak değilse de, teoride) uygun bir yoldur. Cisimlerin hareketini atlı karınca gibi dönen bir platformda oturan kişilerin bakış açısından veya gözlem çerçevesinden inceleyelim. Onlara Dünya'nın geri kalan kısmı *onların* etrafında dönüyor gibi gözükecektir. Sürtünmesiz kabul ettiğimiz dönen platform üzerine bir tenis topu yerleştirildiğinde ne gözleyeceklerine dikkatimizi yoğunlaştıralım. Herhangi bir ilk hız vermeden topu yavaşça platforma bıraktıklarında, topun durgun halden ivmelendiğini ve Şek.11-25a'da gösterildiği gibi dışarı doğru hareket ettiğini gözleyeceklerdir. Newton'un ikinci yasasına göre bir cisim üzerine net bir kuvvet etki etmiyorsa, başlangıçta durgun ise cisim durgun kalmaya devam etmelidir. Fakat dönen platform üzerindeki gözlemcilere göre, üzerine etki eden net bir kuvvet olmamasına rağmen top hareket etmeye başlayacaktır. Yerdeki gözlemcilere göre her şey gayet açıktır: top bırakıldığında bir başlangıç hızına sahiptir (çünkü platform dönmektedir) ve top Newton'un birinci yasası ile uyumlu şekilde Şek.11-25b'de gösterildiği gibi düz çizgisel bir yörüngede hareket etmeye devam eder.

Fakat dönen platform üstündeki gözlemcilerin gözlem çerçeveleri konusunda ne yapacağız? Üzerinde net bir kuvvet olmadığı halde top hareket ettiğinden, Newton'un birinci yasası, eylemsizlik yasası, dönen bu gözlem çerçevesinde geçerli değildir. Bu nedenle böyle bir çerçeve **eylemli gözlem çerçevesi** olarak adlandırılır. **Eylemsiz gözlem çerçevesi** (Bölüm 4'te tartıştığımız gibi) eylemsizlik yasasının (Newton'un birinci yasası) ve dolayısı ile Newton'un ikinci ve üçüncü yasalarının geçerli olduğu çerçevedir. Bizim dönen platformumuz gibi eylemli bir referans çerçevesinde Newton'un ikinci yasası da geçerli değildir. Örneğin yukarıda açıklanan durumda, top üzerinde net bir kuvvet yoktur; buna rağmen dönen platforma göre top ivmelenir.

Sözde (Eylemsiz) Kuvvetler

Gözlemler dönen bir gözlem çerçevesine göre yapıldığında Newton'un yasaları geçersiz olduğundan, hareketin hesaplanması karmaşık olabilir. Fakat küçük bir hile ile Newton'un yasalarını böyle bir gözlem çerçevesinde kullanmaya devam edebiliriz. Şek.11-25a'daki dönen platformdaki top bırakıldığında dışarı doğru gider (üzerine etki eden net bir kuvvet yoksa da). Burada kullandığımız hile, etki etmesi olası kuvvetlere ek olarak radyal olarak dışarı doğru (mv^2/r'ye eşit bir kuvvet etki ediyormuş gibi $\Sigma F = ma$ hareket denklemini yazmaktır. Dışarı doğru etki ediyor gibi göründüğünden bu ekstra kuvvet "merkezkaç kuvveti" olarak adlandırılabilir ve bu kuvvet **zahiri kuvvet** veya **sözde kuvvet** olarak adlandırılır. Bu sözde bir kuvvettir çünkü onu uygulayan bir cisim yoktur. Dahası eylemsiz bir gözlem çerçevesinden gözlendiğinde, bu etki hiçbir şekilde mevcut değildir. Bu sahte kuvveti, Newton'un ikinci yasasını $\Sigma F = ma$ kullanarak eylemli bir gözlem çerçevesinde hesaplamalar yapabilmek için kendimiz uydurduk. Böylece Şek.11-25a'daki eylemli çerçevedeki gözlemci, top üzerine mv^2/r'ye eşit bir kuvvetin etki ettiğini varsayarak topun dışarı doğru hareketi için Newton'un ikinci yasasını kullanıyor. Böyle sözde (zahiri) kuvvetler sadece gözlem çerçevesinin eylemsiz olmamasından kaynaklandığından aynı zamanda eylemsiz kuvvetler olarak da bilinirler.

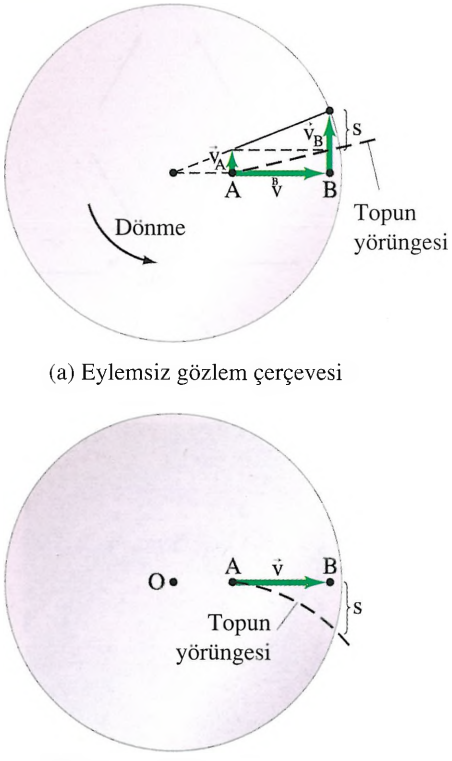
Dünya'nın kendisi ekseni etrafında dönmektedir. Bu nedenle, tam olarak ifade etmek gerekirse, Newton yasaları Dünya'da geçerli değildir. Fakat, okyanus akıntılarını ve büyük hava kütlelerinin hareketini etkiliyor olsa da, Dünya'nın dönmesinin etkisi çoğunlukla o kadar küçüktür ki ihmal edilebilir. Dünya'nın dönmesinden dolayı Dünya'nın kütlesi ekvatorda biraz daha fazla yoğunlaşmıştır. Bu nedenle Dünya tam bir küre olmayıp kutuplardan hafif basık ve ekvatorda hafif şişkindir.

*11–9 Coriolis Etkisi

Eylemsiz bir referans sistemine göre sabit ω açısal hızı ile dönen bir referans sisteminde *Coriolis kuvveti* olarak bilinen başka bir sözde kuvvet ortaya çıkar. Bu kuvvet sadece dönen koordinat sistemine göre hareket halinde olan cisme, dönen koordinat sisteminde etki etmektedir ve cismi yana doğru saptıracak şekilde etkir. Bu kuvvet de dönen koordinat sisteminin eylemli olmasının bir etkisidir ve bu nedenle *eylemsiz kuvvet* olarak bilinir. Bu kuvvet de hava durumunu etkiler.

Coriolis kuvvetinin nasıl ortaya çıktığını görmek için Şek.11-26a'da gösterildiği gibi ω, açısal hızı ile dönen bir platform üzerinde hareketsiz duran iki kişiyi (A ve B) göz önüne alalım. Bu kişilerin O'dan geçen dönme eksenine uzaklıkları r_A ve r_B 'dir. A'da duran kadın bir topu $\vec{\mathbf{v}}$ yatay hızı ile radyal yönde dışarı doğru (kendi referans sistemine göre) platformun dış tarafında B'de duran adama fırlatıyor. Şek.11-26a'da biz olayı eylemsiz bir referans sisteminden gözlüyoruz. Başlangıçta top sadece radyal yönde dışarı doğru $\vec{\mathbf{v}}$ hızına değil aynı zamanda platformun dönmesinden dolayı teğetsel $\vec{\mathbf{v}}_A$ hızına da sahiptir. Dnk. 10-4 bize, r_A kadının O dönme merkezine olan uzaklığını göstermek üzere, $v_A = r_A\omega$ olduğunu söyler. B'de bulunan adam bu v_A hızının aynısına sahip olsaydı, top ona tam olarak ulaşırdı. Fakat onun hızı $v_B = r_B\omega$ ile verilir ve v_A'dan büyüktür çünkü $r_B > r_A$. Bu nedenle top platformun dış kenarına ulaştığında B'deki adamın zaten daha önceden geçmiş olduğu bir noktadan geçer çünkü adamın bu yöndeki hızı topunkinden daha büyüktür. Böylece top onun arkasından geçer.

Şek.11-26b gözlem çerçevesi olarak dönen platformdan görüldüğü haliyle durumu göstermektedir. A ve B'nin her ikisi de durgundur ve top $\vec{\mathbf{v}}$ hızı ile B'ye doğru fırlatılmıştır, fakat gösterildiği gibi top sağa doğru sapar ve daha önce anlatıldığı gibi B'den sonra geçer. Bu bir merkezkaç kuvveti etkisi değildir, zaten merkezkaç kuvveti radyal olarak dışarı doğru etkir. Tersine bu etki yanlara doğru etkir, $\vec{\mathbf{v}}$'ye diktir ve Coriolis ivmesi olarak adlandırılır. Bu sözde bir eylemsiz kuvvet olan Coriolis kuvvetinden kaynaklanır. Eylemsiz bir referans sisteminden görüldüğü haliyle bunun açıklaması yukarıda verilmişti: Bu, dönme ekseninden daha uzakta bulunan bir noktanın daha büyük doğrusal bir hıza sahip olduğu dönen bir sistemde bulunulmasından kaynaklanan bir etkidir. Diğer taraftan, Coriolis etkisine karşılık gelen sözde bir kuvvet ekleyerek, dönen sistemden gözlendiğinde hareketi Newton'un ikinci yasasını kullanarak $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$, tanımlayabiliriz.



ŞEKİL 11–26 Coriolis kuvvetinin kaynağı. Dönen bir platforma üstten bakıldığında (a) dönmeyen eylemsiz bir gözlem çerçevesinden görülen ve (b) gözlem çerçevesi olarak dönen platformdan görülen.

Yukarıda anlatılan basit durum için Corilois ivmesinin büyüklüğünü belirleyelim. (v'nin büyük ve mesafelerin kısa olduğunu kabul ediyoruz, dolayısıyla kütle çekiminin etkisini ihmal edebiliriz.) Hesaplamayı eylemsiz gözlem çerçevesinde yapıyoruz (Şek.11-26a). Top hızı ile radyal yönde $r_B - r_A$ mesafesini kısa bir t süresinde almaktadır:

$$r_B - r_A = vt.$$

Bu süre içerisinde top yana doğru

$$s_A = v_A t$$

ile verilen s_A yolunu alır. B'de bulunan adam bu sürede

$$s_B = v_B t$$

yolunu alır. Bu nedenle top onun arkasından

$$s = s_B - s_A = (v_B - v_A)t$$

ile verilen s yolunu alır (Şek.11-26a). Daha önce $v_A = r_A\omega$ ve $v_B = r_B\omega$ olduğunu görmüştük, bunları kullanarak

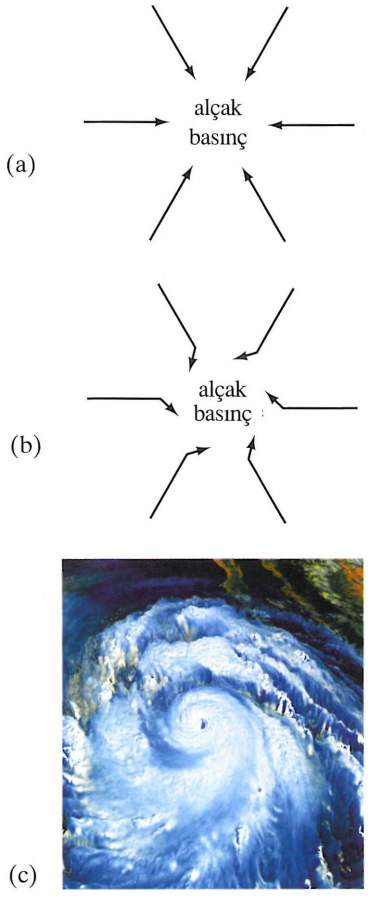
$$s = (r_B - r_A)\omega t$$

yazabiliriz. Yukarıdaki $r_B - r_A = vt$ denklemini yerine yazarak

$$s = \omega v t^2 \qquad \textbf{(11–14)}$$

elde ederiz. Burada elde edilen s değeri dönen eylemli sistemden görüldüğü haliyle (Şek.11-26b) platformun kenarı boyunca olan yer değiştirmeye eşittir.

ŞEKİL 11–27 (a) Dünya dönmeseydi rüzgarlar (hareketli hava kütleleri) alçak basınç alanlarına doğru, doğrudan akabilirlerdi. (b) ve (c): Dünya'nın dönmesinden dolayı Kuzey Yarımküredeki rüzgarlar sanki bir kuvvet (Coriolis) etki ediyormuş gibi sağa doğru saparlar (Şekil 11-26'daki gibi)



Hemen görüleceği gibi Dnk.11-14 sabit ivme ile harekete karşılık gelir. Bölüm 2'de (Dnk.2-12b) gördüğümüz gibi sabit ivmeli hareket için (y yönünde ilk hız sıfır ise) $y = \frac{1}{2}at^2$ olur. Bu nedenle Dnk.11-14'ü $s = \frac{1}{2}a_{\text{Cor}}t^2$, şeklinde yazarsak, Corilois ivmesinin

$$a_{\text{Cor}} = 2\omega v \qquad \textbf{(11–15)}$$

olduğu görülür. Bu son ilişki dönme düzlemi üzerinde, dönme eksenine dik her hareket için geçerlidir† (Şek.11-26'da O noktasından geçen eksen sayfa düzlemine diktir).

Dünya döndüğünden, Dünya'da Corilois etkisinin bazı ilginç belirtileri vardır. Hava kütlelerinin hareketini etkiler ve bu nedenle hava durumu üzerine etkisi vardır. Corilois etkisinin yokluğunda Şek.11-27a'da gösterildiği gibi hava düşük basınçlı bir bölgeye doğrudan hücum eder. Fakat Dünya batıdan doğuya doğru döndüğünden Coriolis etkisi nedeniyle Kuzey Yarımkürede rüzgarlar sağa doğru sapar (Şek.11-27b). Böylece bir düşük basınç bölgesi civarında saat yönünün tersine dönen bir rüzgar deseni eğilimi oluşur. Güney Yarımküre'de tersi durum söz konusudur. Bu nedenle kasırgalar Kuzey Yarımküre'de saat yönünün tersine, Güney Yarımküre'de saat yönünde döner. Aynı etki ekvator yakınlarındaki doğudan gelen rüzgar sistemlerini de açıklar: ekvatora doğru güneye yönelen herhangi bir rüzgar batıya doğru sapacaktır (yani doğudan geliyor gibi).

Corilois etkisi düşen cisimlerin üzerinde de etkilidir. Yüksek bir kulenin tepesinden bırakılan bir cisim doğrudan bırakılma noktasının altına çarpmayacak hafifçe doğuya doğru sapacaktır. Eylemsiz bir çerçeveden izlendiğinde, bu olay meydana gelmektedir çünkü kulenin tepesi tabanına göre biraz daha hızlı dönmektedir.

†Corilois ivmesi genel olarak vektörel çarpım cinsinden $\vec{\mathbf{a}}_{\text{Cor}} = -2\vec{\boldsymbol{\omega}} \times \vec{\mathbf{v}}$ şeklinde ifade edilebilir. Burada $\vec{\boldsymbol{\omega}}$'nın yönü dönme ekseni boyuncadır. İvmenin büyüklüğü, $v_\perp$ hızın dönme eksenine dik bileşeni olmak üzere, $a_{\text{Cor}} = 2wv_\perp$ ile verilir.

Özet

Sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cismin **açısal momentumu** $\vec{\mathbf{L}}$

$$L = I\omega \quad \text{ile verilir.} \qquad \textbf{(11–1)}$$

Açısal momentum cinsinden Newton'un ikinci yasası

$$\Sigma\tau = \frac{dL}{dt} \quad \text{olur.} \qquad \textbf{(11–2)}$$

Bir cisim üzerindeki net tork sıfır ise yani $dL/dt = 0$, ise, bu durumda L = sabit olur. Bu **açısal momentumun korunumu** yasasıdır.

$\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ gibi iki vektörün vektörel çarpımı $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ büyüklüğü $AB\sin\theta$ ve yönü hem $\vec{\mathbf{A}}$ hem $\vec{\mathbf{B}}$ vektörlerine sağ el kuralı çerçevesinde dik olan bir başka vektördür.

Bir $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinden kaynaklanan tork $\vec{\boldsymbol{\tau}}$, vektörel bir büyüklüktür ve her zaman bir O noktasına (örneğin koordinat sisteminin orijini) göre aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}. \qquad \textbf{(11–5)}$$

Burada $\vec{\mathbf{r}}$ vektörü $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin etki ettiği noktanın konum vektörüdür.

Açısal momentum da bir vektördür. $\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}$, momentumuna sahip bir parçacığın bir O noktasına göre açısal momentumu $\vec{\mathbf{L}}$

$$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}, \qquad \textbf{(11–6)}$$

ile verilir. Burada $\vec{\mathbf{r}}$ parçacığın O noktasına göre herhangi bir andaki konum vektörüdür. Bir parçacığın üzerine etki eden net tork $\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}}$ ile açısal momentumu arasındaki ilişki şöyledir:

$$\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt}. \qquad \textbf{(11–7)}$$

Bir parçacıklar sistemi için toplam açısal momentum $\vec{\mathbf{L}} = \Sigma\vec{\mathbf{L}}_i$ olur. Sistemin toplam açısal momentumu sistem üzerine etkiyen net torka

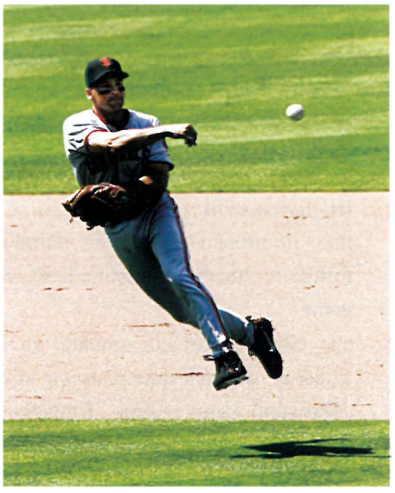
$$\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} \qquad \textbf{(11–9)}$$

şeklinde bağlıdır. Bu son denklem Newton'un ikinci yasasının dönme hareketine karşılık gelen eşdeğeridir. Bu yasa $\vec{\mathbf{L}}$ ve $\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}}$, (1) eylemsiz bir referans sisteminde sabit olan veya (2) kütle merkezinde bulunan bir orijine göre hesaplandığında geçerlidir. Sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cisim için, açısal momentumun dönme ekseni yönündeki bileşeni $L_\omega = I\omega$ ile verilir. Cisim bir simetri ekseni etrafında dönüyorsa $\vec{\mathbf{L}} = I\vec{\boldsymbol{\omega}}$ vektörel ilişkisi geçerlidir fakat bu genelde doğru değildir.

Bir sistem üzerine etki eden net tork sıfır ise vektörel açısal momentum $\vec{\mathbf{L}}$ sabit kalır. Bu önemli olan **açısal momentumun korunumu yasası**dır. Bu vektörel $\vec{\mathbf{L}}$ için ve dolayısı ile onun her bileşeni için de geçerlidir.

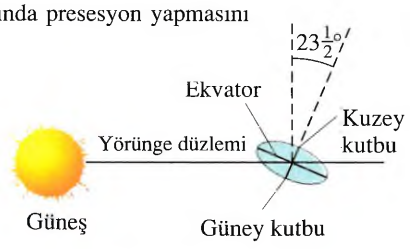
Sorular

1. Dünya ekvatoruna doğru büyük bir insan göçü olsa, bir günün uzunluğu (*a*) açısal momentumun korunumu nedeniyle uzar mı; (*b*) açısal momentumun korunumu nedeniyle kısalır mı; (*c*) enerjinin korunumu nedeniyle kısalır mı; (*d*) enerjinin korunumu nedeniyle uzar mı; (*e*) değişmeden mi kalır?
2. Şek.11-2'deki sporcu, tramplenden ayrılırken bir başlangıç dönmesine sahip olmaksızın takla atabilir mi?
3. Yana doğru açtığınız her elinizde 2 kg'lık birer kütle tutarak dönen bir taburede oturduğunuzu varsayalım. Kütleleri aniden bırakırsanız açısal momentumunuz artar, azalır veya aynı mı kalır? Açıklayınız.
4. Atlama yapan bir motosiklet sürücüsü yerden ayrıldıktan sonra gaz vermeye devam ederse (böylece arka teker dönmeye devam eder), motosikletin önü neden yükselir?
5. Serbestçe dönen büyük bir platformun kenarında durduğunuzu varsayınız. Merkeze doğru yürümeye başlarsanız ne olur?
6. Bir beyzbol oyuncusu topu yakalamak için havaya zıplar ve topu hızla fırlatır. Topu fırlatırken vücudunun üst kısmı döner. Eğer hızlı bakarsanız kalça ve bacaklarının ters yönde döndüğünü göreceksiniz (Şek.11-28). Açıklayınız.



ŞEKİL 11–28 Soru 6. Topu fırlatan havadaki bir beyzbolcu.

7. $\vec{\mathbf{V}}_1$ ve $\vec{\mathbf{V}}_2$ vektörlerinin bütün bileşenlerinin yönü ters çevrilirse, bu durum $\vec{\mathbf{V}}_1 \times \vec{\mathbf{V}}_2$ 'yi nasıl değiştirir?
8. $\vec{\mathbf{V}}_1 \times \vec{\mathbf{V}}_2 = 0$ şartını sağlayacak dört farklı koşulu sayınız.
9. Merkezi kütle merkezinde bulunan bir koordinat sistemine göre konumu $\vec{\mathbf{r}} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}}$ olan bir cisme $\vec{\mathbf{F}} = F\hat{\mathbf{j}}$ kuvveti uygulanıyor. Kütle merkezine göre tork x'e bağlı mıdır? y'ye? z'ye?
10. Bir parçacık düz bir çizgi boyunca sabit sürat ile gitmektedir. Parçacığın yolu üzerinde bulunmayan herhangi bir noktaya göre hesaplanan açısal momentumu zamanla nasıl değişir?
11. Bir sistemin üzerindeki net kuvvet sıfırsa, net tork ta sıfır mıdır? Bir sistemin üzerindeki net tork sıfır ise, net kuvvet sıfır mıdır? Örnekler veriniz.
12. Bir çocuğun salıncağı daha yükseğe çıkarmak için nasıl "pompaladığını" açıklayınız.
13. Şek.11-17'deki kişinin, dönen tekerin eksenini yana sapmadan doğrudan yukarı çevirmesi için gereken torku tanımlayınız.
14. Bir astronot ağırlıksız ortamda serbestçe yüzer. Astronotun (*a*) vücudunu (yukarıdan aşağıya) ters çevirmek, (*b*) vücudunu yüzüne göre ters döndürmek için kol ve bacaklarını nasıl hareket ettireceğini anlatınız.
15. Açısal momentumun korunumuna dayanarak bir helikopterin neden birden fazla pervanesi olması gerektiğini tartışınız. İkinci pervanenin helikopteri kararlı tutmak için nasıl çalışabileceğinin bir veya daha çok yolunu tartışınız.
16. Bir teker bir eksen etrafında sabit bir açısal hız ile dönmektedir. Tekerin bazı küçük parçaları gevşer ve dışarı fırlar. Bu durum tekerin dönme hızını nasıl etkiler? Açısal momentum korunur mu? Kinetik enerji korunur mu? Açıklayınız.
17. Aşağıdaki vektörel nicelikleri göz önüne alınız: yer değiştirme, hız, ivme, momentum, açısal momentum, tork. (*a*) Bunlardan hangileri koordinat merkezinin seçiminden bağımsızdır? (Bir birlerine göre sabit olan farklı noktaları merkez olarak seçiniz.) (*b*) Hangileri koordinat sisteminin hızından bağımsızdır?
18. Bir araba sağa dönüşü nasıl yapar? Açısal momentumun değişmesi için gereken tork nereden gelmektedir?
19. Dünya'nın ekseni yaklaşık 25,000 yıl civarında bir periyotla presesyon yapar. Bu, bir topacın presesyonuna çok benzer. Dünya'nın ekvatorundaki şişkinliğin, Güneş ve Ay tarafından Dünya'ya uygulanan bir torka nasıl yol açtığını açıklayınız. Kış gündönümü için (21 Aralık) çizilmiş olan Şek.11-29'a bakınız. Güneş'in uyguladığı torkun sonucunda Dünya'nın dönme ekseninin hangi eksen etrafında presesyon yapmasını beklersiniz?



ŞEKİL 11–29 Soru 19. (Ölçeğe uygun değil.)

*20. Dünya'da bir çok yerde bir çekül neden tam olarak Dünya'nın merkezine doğru yönelmez?
*21. Dönen bir referans sisteminde $m\omega^2 r$ 'ye eşit bir sözde kuvvetin etkidiğini kabul edersek Newton'un birinci ve ikinci yasaları kullanışlı olmaya devam eder. Bu varsayımın Newton'un üçüncü yasasının geçerliliğine etkisi nedir?
*22. 1914'teki Falkland Adaları savaşında İngiliz topçuların atışları başlangıçta hedeflerinin çok uzağına düştü çünkü hesaplamaları Kuzey Yarımküresi'nde yapılan deniz savaşlarına dayanıyordu. Falklandlar Güney Yarımküresi'ndedir. Sorunlarının kaynağını anlatınız.

Problemler

11–1 Açısal Momentum

1. (I) 1.35 m yarıçaplı ince bir ipin ucunda 10.4 rad/s açısal hızı ile dönen 0.210 kg'lık bir topun açısal momentumu nedir?
2. (I) (*a*) 1300 dev/da ile dönen 2.8 kg'lık 18 cm yarıçaplı öğütücü düzgün bir silindir tekerin açısal momentumu nedir? (*b*) Silindiri 6.0 s'de durdurmak için ne kadar tork gerekir?

3. Bir kişi elleri aşağı sarkık şekilde 0.90 dev/s ile dönen bir platformun üzerinde duruyor. Ellerini yatay olacak şekilde yana açtığında (Şek.11-30) dönme hızı 0.70 dev/s'ye ye azalıyor. (*a*) Neden? (*b*) Kişinin eylemsizlik momenti hangi oranda değişmiştir?



ŞEKİL 11–30
Problem 3.

4. (II) Bir buz patencisi kendi ekseni etrafındaki dönme hızını başlangıçtaki 1.5 s'de 1 devir değerinden 2.5 dev/s son değerine artırıyor. Patencinin başlangıçtaki eylemsizlik momenti 4.6 kg·m^2 ise, son değeri nedir? Patenci bu değişimi fiziksel olarak nasıl başarıyor?

5. (II) Tramplenden atlayan bir sporcu (Şek.11-2'de gösterilen gibi) eylemsizlik momentini dik konumdan el ve ayaklarını içeri çekerek bükülmüş konuma geçerken 3.5 kat azaltabilir. Bükülmüş konumda 1.5 s'de 2.0 dönme yapıyorsa, dik konumdaki açısal hızı (dev/s) nedir?

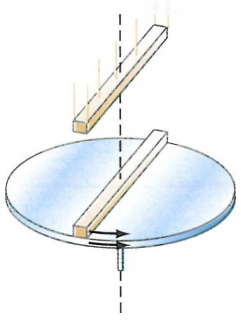
6. (II) Düzgün kütle dağılımına sahip M kütleli ℓ uzunluklu yatay konumdaki bir çubuk, orta noktasından dik olarak geçen bir eksen etrafında ω hızı ile dönüyor. Çubuğun iki ucuna m kütleli birer küçük kütle tutturulmuştur. Verilen eksene göre sistemin eylemsizlik momentini bulunuz.

7. (II) Dünya'nın açısal momentumunu (*a*) kendi dönme eksenine göre (Dünya'nın düzgün kütle dağılımına sahip bir küre olduğunu kabul ediniz), ve (*b*) Güneş etrafındaki yörüngesine göre (Dünya'yı Güneş etrafında dönen bir parçacık gibi düşününüz) bulunuz. Dünya'nın kütlesi = 6.0×10^{24} kg, yarıçapı = 6.4×10^6 m ve Güneş'e uzaklığı 1.5×10^8 km'dir.

8. (II) (*a*) Kendi ekseni etrafında 2.8 dev/s ile dönen ellerini vücuduna kavuşturmuş bir buz patencisinin açısal momentumunu patenciyi 48 kg kütleli 1.5 m yüksekliğinde 15 cm yarıçaplı bir silindir gibi düşünerek bulunuz. (*b*) Kollarını hareket ettirmediğini kabul ederek, patenciyi 5.0 s içinde durdurmak için ne kadar tork gerekir?

9. (II) Bir adam, sürtünmesiz serbestçe dönebilen, başlangıçta durgun bir platform üzerinde duruyor. Platformun ve kişinin toplam eylemsizlik momenti I_P'dir. Adam ekseni yatay konumda olan dönen bir bisiklet tekeri tutmaktadır. Tekerin eylemsizlik momenti I_W ve açısal hız ω_W 'dir. Adam tekerin eksenini (*a*) yukarı doğru dik olacak şekilde, (*b*) yatayla 60^0 açı yapacak şekilde, (*c*) aşağı doğru dik olacak şekilde döndürürse platformun açısal hızı ω_P ne olur? (*d*) Adam (*a*) şıkkında uzanıp tekerin dönmesini durdurursa ω_P ne olur?

10. (II) Düzgün kütle dağılımına sahip bir disk sürtünmesiz bir mil etrafında 3.7 dev/s hızla dönüyor. Disk ile aynı kütleye sahip ve uzunluğu diskin çapına eşit durgun bir çubuk serbestçe dönen diskin üzerine düşüyor (Şek.11-31). İki cisim kütle merkezleri çakışacak şekilde beraber dönüyor. Birleşik sistemin dev/s cinsinden açısal frekansı nedir?



ŞEKİL 11–31
Problem 10.

11. (II) 75 kg kütleli bir adam yarıçapı 3.0 m ve eylemsizlik momenti 920 kg·m^2 olan dönen bir atlı karınca merkezinde duruyor. Platform sürtünmesiz 0.95 rad/s açısal hızı ile dönüyor. Adam radyal yönde platformun kenarına doğru yürüyor. (*a*) Adam kenara ulaştığında açısal hızı hesaplayınız? (*b*) Platform ve adamdan oluşan sistemin dönme kinetik enerjisini adamın yürümesinden önce ve sonra hesaplayınız.

12. (II) Bir çömlekçinin tekeri, merkezden geçen dik bir eksen etrafında 1.5 dev/s frekansı ile dönmektedir. Teker 5.0 kg kütleli, 0.40 m çaplı düzgün kütle dağılımına sahip bir disk gibi düşünülebilir. Çömlekçi yaklaşık yassı bir diske benzeyen 2.6 kg kütleli, 8.0 cm yarıçaplı bir kil parçasını dönen tekerin merkezine atıyor. Kil tekere yapıştıktan sonra tekerin frekansı nedir?

13. (II) 4.2 m çaplı bir atlı karınca 0.80 rad/s açısal hızı ile serbestçe dönmektedir. Toplam eylemsizlik momenti 1760 kg·m^2'dir. Her birinin kütlesi 65 kg olan yerdeki dört kişi aniden dönen tablanın kenarına atlıyorlar. Şimdi atlı karıncanın açısal hızı ne olur? Bu kişiler başlangıçta atlı karıncanın üzerinde olup daha sonra (atlı karıncaya göre) radyal yönde yere atlamış olsalardı ne olurdu?

14. (II) m kütleli bir kadın, M kütleli R yarıçaplı silindirik bir platformun kenarında duruyor. $t = 0$'da platform merkezinden geçen dik bir eksen etrafında ω_0 açısal hızı ile ihmal edilebilecek bir sürtünme ile dönüyor ve kadın platforma göre v hızı ile platformun merkezine doğru yürümeye başlıyor. (*a*) Sistemin açısal hızını zamanın bir fonksiyonu olarak bulunuz, (*b*) Kadın merkeze ulaştığında açısal hızın değeri ne olur?

15. (II) Eylemsizlik momenti I olan ve dönmeyen bir silindir açısal hızı ile dönen özdeş bir silindirin üzerine bırakılıyor. Dış torkların olmadığını kabul ederek, iki diskin son ortak açısal hızı nedir?

16. (II) Güneşimizin en sonunda şu andaki yarıçapının %1.0'ine azalarak ve kütlesinin yarısını kayıp ederek beyaz bir cüceye çöktüğünü kabul ediniz. Kaybolan kütlenin açısal momentum kaybettirmediğini varsayarak, Güneşin yeni dönüş hızı ne olur? (Güneşin doğru periyotunun yaklaşık 30 gün olduğunu kabul ediniz.) Güneşin son kinetik enerjisi başlangıçtaki bu günkü kinetik enerjisi cinsinden ne olur?

17. (III) Tropik siklonların en dış kenarında 120 km/sa'in üzerinde hızlara ulaşılabilir. Bir siklonu yaklaşık olarak hava yoğunluğuna (yoğunluk 1.3 kg/m^3) sahip 4.5 km yüksekliğinde ve 85 km yarıçaplı rijit olarak dönen bir silindir olarak alıp (*a*) enerjisinin, (*b*) açısal momentumunun değerini kabaca tahmin ediniz.

18. (III) Dünya'ya göre 35 km/s hızla giden 1.0×10^5 kg kütleli bir asteroid Dünya'nın dönüş yönü ile aynı yönde Dünya ekvatoruna teğet olarak çarpıyor. Çarpışma sonucunda Dünya'nın açısal hızında yüzde olarak meydana gelen değişimi bulmak için açısal momentumu kullanınız.

19. (III) 65 kg'lık bir kişi sürtünmesiz millere tutturulmuş 6.5 m çaplı ve eylemsizlik momenti 1850 kg·m^2 olan bir atlı karıncanın kenarında duruyor. Platform başlangıçta durgun haldedir fakat adam platforma göre 3.8 m/s hızla platform kenarında koşmaya başlayınca, platform ters yönde dönmeye başlıyor. Platformun açısal hızını hesaplayınız.

11–2 Vektörel Çarpım ve Tork

20. (I) $\vec{\mathbf{A}}$ vektörü negatif x yönünde ve $\vec{\mathbf{B}}$ vektörü pozitif z yönünde ise (*a*) $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ ve (*b*) $\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}}$ hangi yöndedir? $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ ve $\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}}$ 'nın büyüklüğü nedir?

21. (I) (*a*) $\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{k}} = 0$, (*b*) $\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}}$, $\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{k}} = -\hat{\mathbf{j}}$, ve $\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{i}}$ olduğunu gösteriniz.

22. (I) $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ vektörlerinin yönleri farklı durumlar için aşağıda verilmiştir. Her durum için $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ 'nin yönünü belirtiniz. (a) (*a*) $\vec{\mathbf{A}}$ doğu $\vec{\mathbf{B}}$ güney, (*b*) $\vec{\mathbf{A}}$ doğu, $\vec{\mathbf{B}}$ aşağı, (*c*) $\vec{\mathbf{A}}$ yukarı, $\vec{\mathbf{B}}$ kuzey, (*d*) $\vec{\mathbf{A}}$ yukarı, $\vec{\mathbf{B}}$ aşağı.

23. (II) Eğer $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$, ise $|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ vektörleri arasındaki θ açısı nedir?

24. (II) Bir parçacığın konumu $\vec{\mathbf{r}} = (4.0\hat{\mathbf{i}} + 3.5\hat{\mathbf{j}} + 6.0\hat{\mathbf{k}})$ m ile verilmektedir. Parçacık üzerine $\vec{\mathbf{F}} = (9.0\hat{\mathbf{j}} - 4.0\hat{\mathbf{k}})$ N 'luk bir kuvvet etki etmektedir. Orijine göre tork nedir?

25. (II) Sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cismin bir parçacığını göz önüne alınız. İvmenin teğetsel ve radyal bileşenlerinin aşağıdaki şekilde verildiğini gösteriniz:

$$\vec{\mathbf{a}}_{\text{teğ}} = \vec{\alpha} \times \vec{\mathbf{r}} \quad \text{ve} \quad \vec{\mathbf{a}}_{\text{R}} = \vec{\omega} \times \vec{\mathbf{v}}.$$

26. (II)(*a*) $\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$, ve $\vec{\mathbf{B}} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$ vektörlerinin vektörel çarpımının

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = (A_yB_z - A_zB_y)\hat{\mathbf{i}} + (A_zB_x - A_xB_z)\hat{\mathbf{j}} + (A_xB_y - A_yB_x)\hat{\mathbf{k}}$$

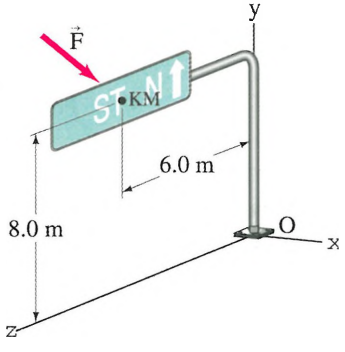
olduğunu gösteriniz.

(*b*) Buradan faydalanarak vektörel çarpımın

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

şeklinde yazılabileceğini gösteriniz. Burada determinant kurallarını kullanıyoruz fakat bu gerçek bir determinant değil, sadece kolay hatırlamak için kullanılan bir yöntemdir.

27. (II) Bir mühendis en kötü hava koşullarında Şek.11-32'de gösterilen karayolları işaret levhasının kütle merkezi üzerine etki edecek kuvvetin $\vec{\mathbf{F}} = (\pm 2.4\hat{\mathbf{i}} - 4.1\hat{\mathbf{j}})$ kN olacağını tahmin etmektedir. Bu kuvvet O noktasına göre ne kadar tork uygular?



ŞEKİL 11–32
Problem 27.

28. (II) Bir koordinat sisteminin orijini, merkezinden geçen ve z yönünde olan bir eksen etrafında xy düzlemi üzerinde dönen bir tekerin merkezindedir. xy düzlemi üzerinde bulunan $F = 215$ N'luk bir kuvvet, $x = 28.0$ cm ve $y = 33.5$ cm noktasında x ekseni ile $+33.0^\circ$ yapacak şekilde etki etmektedir. Bu kuvvet tarafından eksene göre yaratılan torkun büyüklük ve yönünü bulunuz.

29. (II) $\vec{\mathbf{A}} = 5.4\hat{\mathbf{i}} - 3.5\hat{\mathbf{j}}$ ve $\vec{\mathbf{B}} = -8.5\hat{\mathbf{i}} + 5.6\hat{\mathbf{j}} + 2.0\hat{\mathbf{k}}$ vektörleri verilmiş olsun. Problem 26'nın sonucunu kullanarak (a) $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ vektörel çarpımını ve (*b*) $\vec{\mathbf{A}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ vektörleri arasındaki açıyı belirleyiniz.

30. (III) $\vec{\omega}$ açısal hızı ile sabit bir eksen etrafında dönen bir cismin üzerindeki herhangi bir noktanın $\vec{\mathbf{v}}$ hızının, $\vec{\mathbf{r}}$ dönme ekseni üzerinde bulunan bir O orijinine göre noktanın konum vektörü olmak üzere,

$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\omega} \times \vec{\mathbf{r}}$$

şeklinde yazılabileceğini gösteriniz. O dönme ekseni üzerinde herhangi bir yerde olabilir mi? O dönme ekseni üzerinde değilse $\vec{\mathbf{v}} = \vec{\omega} \times \vec{\mathbf{r}}$ yazılabilir mi?

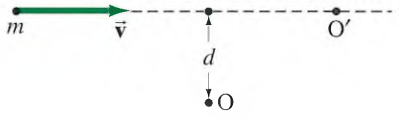
31. (III) $\vec{\mathbf{A}}$, $\vec{\mathbf{B}}$, ve $\vec{\mathbf{C}}$ aynı düzlem üzerinde bulunmayan üç vektör olsun. $\vec{\mathbf{A}} \cdot (\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{B}} \cdot (\vec{\mathbf{C}} \times \vec{\mathbf{A}}) = \vec{\mathbf{C}} \cdot (\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}})$ olduğunu gösteriniz.

11–3 Bir Parçacığın Açısal Momentumu

32. (I) konumu $\vec{\mathbf{r}} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}}$ ve momentumu $\vec{\mathbf{p}} = p_x\hat{\mathbf{i}} + p_y\hat{\mathbf{j}} + p_z\hat{\mathbf{k}}$? olan bir parçacığın açısal momentumunun x, y ve z bileşenleri nedir?

33. (I) Dairesel bir yörüngede dönen m kütleli bir parçacığın kinetik enerjisi K'nin, L parçacığın dairenin merkezine göre açısal momentumu ve I eylemsizlik momenti olmak üzere $K = L^2/2I$ olduğunu gösteriniz.

34. (I) Sabit v hızıyla giden m kütleli bir parçacığın açısal momentumunu (a) O'ya, (b) O`'ne göre bulunuz (Şek.11-33).



ŞEKİL 11–33
Problem 34.

35. (II) Özdeş iki parçacık eşit fakat zıt yönlü momentumlara sahiptir $\vec{\mathbf{p}}$ ve $-\vec{\mathbf{p}}$, fakat parçacıklar aynı doğru boyunca hareket etmemektedir. Bu sistemin toplam açısal momentumunun orijinin seçimine bağlı olmadığını gösteriniz.

36. (II) 75 g'lık bir parçacık $v = (3.2\hat{\mathbf{i}} - 8.0\hat{\mathbf{k}})$ m/s hızına ve $x = 4.4$ m, $y = -6.0$ m konumuna sahiptir. Parçacığın açısal momentumunu koordinat sisteminin merkezine göre bulunuz.

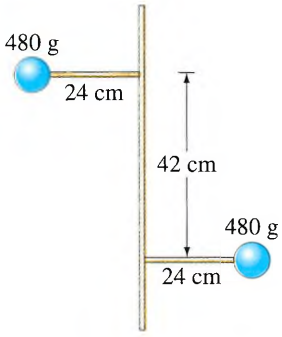
37. (II) Bir parçacık (x ,y, z) = (1.0, 2.0, 3.0) m konumundadır. Parçacık (–5.0, +2.8, –3.1) m/s vektörel hızına sahiptir. Kütlesi 3.8 kg'dır. Merkeze göre açısal momentumu vektörel olarak nedir?

11–4 ve 11–5 Açısal Momentum ve Tork: Genel Hareket; Katı Cisimler

38. (II) Bir Atwood makinesi (Şek.11-16) sabit bir eksen etrafında serbestçe dönen bir makaradan geçen bir ipe bağlı $m_A = 7.0$ kg ve $m_B = 8.2$ kg'lık iki kütleden oluşur. Makara yarıçapı $R_0 = 0.40$ m ve kütlesi 0.80 kg olan katı bir silindirdir. (*a*) Her kütlenin *a* ivmesini bulunuz. (*b*) Makaranın eylemsizlik momenti ihmal edilseydi *a* ivmensin hesabında yüzde kaç hata yapılırdı? Makaranın dingilindeki sürtünmeleri ihmal ediniz.

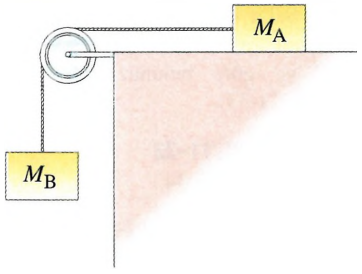
39. (II) m kütleli dört özdeş parçacık her iki uçta birer tane olmak üzere uzunluklu M kütleli ince bir çubuğa eşit aralıklarla diziliyor. Sistem parçacıkların birinin bulunduğu uçlardan birinden dik olarak geçen bir eksen etrafında ω açısal hızı ile döndürülürse, sistemin (*a*) kinetik enerjisini ve (*b*) açısal momentumunu bulunuz.

40. (II) 24 cm uzunluklu iki hafif çubuk bir birleri ile 180^0 açı yapacak şekilde bir mile dik olarak takılıyor (Şek.11-34). Her çubuğun ucunda 480 g'lık bir kütle vardır. Çubuklar mil üzerinde bir birlerinden 42 cm uzaktadır. Mil 4.5 rad/s hızla dönmektedir. (*a*) Toplam açısal momentumun eksen yönündeki bileşeni nedir? (*b*) Vektörel açısal momentumun mil ile yaptığı açı nedir? [*İpucu:* Vektörel açısal momentum her iki kütle için de *aynı noktaya* göre hesaplanmalıdır. Bu nokta kütle merkezi (KM) olabilir.]



ŞEKİL 11–34
Problem 40.

41. (II) Şek.11-35 yarıçapı R_0 ve eylemsizlik momenti I olan bir makaradan geçen bir iple birbirlerine bağlanan iki kütleyi göstermektedir. M_A kütlesi sürtünmesiz bir masada kaymakta, M_B ise serbestçe asılıdır. (a) Makaranın merkezine göre sistemin açısal momentumunu M_A veya M_B kütlesinin v hızının bir fonksiyonu olarak bulunuz. (*b*) Kütlelerin ivmesini bulunuz.



ŞEKİL 11–35
Problem 41.

42. (III) Uzunluğu ℓ kütlesi M olan ince bir çubuk ortasından geçen bir eksen etrafında ω açısal hızı ile dönmektedir. Çubuk dönme ekseni ile ϕ açısı yapmaktadır. $\vec{\mathbf{L}}$'nin yönünü ve büyüklüğünü bulunuz.

43. (III) Eylemsiz bir referans sisteminin merkezine göre bir parçacıklar sisteminin $\vec{\mathbf{L}} = \Sigma \vec{\mathbf{r}}_i \times \vec{\mathbf{p}}_i$ toplam açısal momentumunun kütle merkezine göre açısal momentum $\vec{\mathbf{L}}^*$ (spin açısal momentumu) ile kütle merkezinin merkeze göre açısal momentumlarının (yörüngesel açısal momentum) toplamı olduğunu gösteriniz: $\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{L}}^* + \vec{\mathbf{r}}_{KM} \times M\vec{\mathbf{v}}_{KM}$ [*İpucu*: Dnk.19-11b'nin çıkartılmasına bakınız.]

***44.** (III) Şek.11-18'de (Örnek 11-10) her destek (mil yatağı) tarafından uygulanan $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin büyüklüğü nedir? Destekler O noktasından d uzaklığındadır. Yerçekiminin etkisini ihmal ediniz.

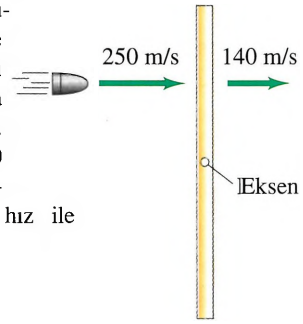
***45.** (III) Şek.11-18'de $m_B = 0$ olduğunu kabul ediniz; yani sadece m_A kütlesi var olsun. Her destek (mil yatağı) O noktasından d uzaklığında ise sırası ile üst ve alt desteklerdeki F_A ve F_B kuvvetlerini bulunuz. [*İpucu*: Şekil 11-18'de O'dan farklı ve $\vec{\mathbf{L}}$ ile $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ 'nın farklı olduğu bir orijin seçiniz. Yerçekiminin etkisini ihmal ediniz.]

***46.** (III) Şek.11-18'de $m_A = m_B = 0.60$ kg, $r_A = r_B = 0.30$ m ve destekler (mil yatakları) arasındaki uzaklık 0.23 m olsun. $\phi = 34.0°$, $\omega = 11.0$ rad/s ise, her desteğin (mil yatağının) mile uygulayacağı kuvveti bulunuz.

11–6 Açısal Momentumun Korunumu

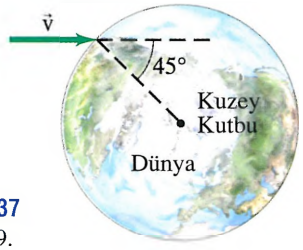
47. (II) Uzunluğu ℓ kütlesi M olan ince bir çubuk düşey olarak üst ucundan sürtünmesiz bir eksene takılıyor. Yatay yönde v hızı ile giden m kütleli bir parça cam macunu çubuğa kütle merkezinde çarpıyor ve yapışıyor. Çubuğun alt ucu ne kadar yükseğe salınacaktır?

48. (II) Düzgün kütle dağılımına sahip 270 g'lık 1.0 m uzunluğundaki bir çubuk orta noktasından bir eksene tutturulmuştur. 3.0 g'lık bir mermi eksen ile metrenin ucunun orta noktasına ateşleniyor (Şek.11-36). Mermi 250 m/s hızla yaklaşıp, 140 m/s hızla uzaklaşıyor. Çarpışmadan sonra çubuk hangi açısal hız ile döner?



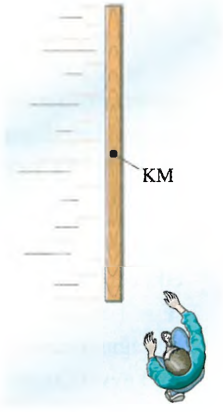
ŞEKİL 11–36
48 ve 83. problemler.

49. (II) 5.8×10^{10} kg'lık bir meteorun Şek.11-37'de gösterildiği gibi $v = 2.2 \times 10^4$ m/s hızı ile Dünya'ya çarptığını ve saplanıp kaldığını varsayalım. Bu Dünya'nin dönüş frekansına (1 dev/gün) ne kadar etki eder?



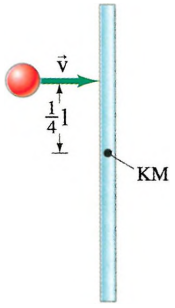
ŞEKİL 11–37
Problem 49.

50. (III) 230 kg'lık bir kalas buz üzerinde 18 m/s'lik bir hız ile geniş yüzü üzerinde kaymaktadır (Şek.11-38). 65 kg'lık bir adam geçerken kalasın bir ucunu tutuyor ve bırakmadan kendisi ve kalas dönerek buzda kayıyor. Hareketin sürtünmesiz olduğunu kabul ediniz. (*a*) Çarpışmadan sonra kütle merkezi hangi hızda hareket eder? (*b*) Sistem kütle merkezi etrafında hangi açısal hız ile döner?



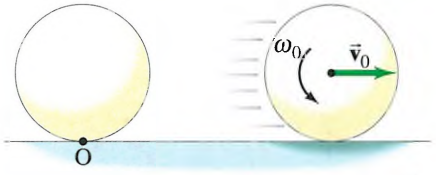
ŞEKİL 11–38
Problem 50.

51. (III) Uzunluğu ℓ kütlesi M olan ince bir çubuk sürtünmesiz bir masa üzerinde durgun halde beklerken, v hızı giden m kütleli kilden bir top kütle merkezinden $\ell/4$ uzaklığında bir noktada çubuğa çarpıyor (Şek.11-39). Top çubuğa yapışıyor. Çarpışmadan sonra çubuğun dönme ve ötelenme hareketini belirleyiniz.



ŞEKİL 11–39
51 ve 84. problemler.

52. (III) Bir bilardo masasında başlangıçta O noktasında durgun olan başlama topuna vuruluyor ve top istakayı v_0 kütle merkezi hızı ve ω_0 "ters" açısal dönme hızı ile terk ediyor (Şek.11-40). Başlangıçta masa boyunca kayarken top üzerine kinetik bir sürtünme kuvveti etki eder. (*a*) O noktasına göre topun açısal momentumunun neden korunduğunu açıklayınız. (*b*) Açısal momentumun korunumunu kullanarak, $\omega_0 = \omega_C$, olduğunda Kinetik sürtünmenin topu (anlık değil) tam olarak durduracağı kriti ω_C, açısal hızını bulunuz. (*c*) ω_0'ın ω_C'den %10 daha küçük olduğu durumda, yani $\omega_0 = 0.90\,\omega_C$, olduğunda, top kaymadan yuvarlanmaya başladığında kütle merkezi hızı v_{KM}'yi bulunuz. (*d*) ω_0'ın ω_C'den %10 daha büyük olduğu durumda, yani $\omega_0 = 1.10\,\omega_C$, olduğunda, top kaymadan yuvarlanmaya başladığında kütle merkezi hızı v_{KM}'yi bulunuz. [*İpucu*: Top iki türlü açısal momentuma sahiptir, birincisi kütle merkezinin O noktasına göre hızı v_{KM}'den, ikincisi topun kendi kütle merkezi etrafında ω hızı ile dönmesinden kaynaklanır. Topun O'ya göre toplam L'si bu iki açısal momentumun toplamından oluşur.]

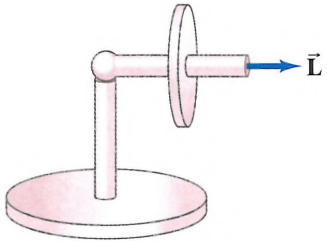


ŞEKİL 11–40
Problem 52.

11–7 Dönen Topaç

53. (II) 15 dev/s ile dönen 220 g'lık bir topaç düşey ile 25°'lik bir açıdadır ve 6.5 s'de 1 devir ile presesyon yapıyor. Kütle merkezi simetri ekseni boyunca topacın ucundan 3.5 cm uzaklıkta ise topacın eylemsizlik momenti nedir?

54. (II) Oyuncak bir jiroskop 21 cm uzunluğunda ince bir mile takılan 170 g'lık 5.5 cm yarıçaplı bir diskten oluşmaktadır (Şek.11-41). Jiroskop 45 dev/s'de dönmektedir. Jiroskopun bir ucu bir destek üzerinde duruyor ve diğer ucu destek etrafında yatay olarak presesyon yapıyor. (*a*) Jiroskopun bir dönüşü ne kazar zaman alır? (*b*) Jiroskopun bütün boyutları ikiye katlanırsa (yarıçap = 11 cm, mil = 42 cm), bir defa dönmesi ne kadar zaman alır?



ŞEKİL 11–41 Bir ucundan destekli yatay bir mil etrafında dönen bir teker presesyon yapar. 54, 55 ve 56. problemler.

55. (II) Şek.11-41'deki diskin 300 g olduğunu ve 85 rad/s'de döndüğünü kabul ediniz. Diskin yarıçapı 6.0 cm ve 25 cm uzunluğundaki milin orta noktasına takılmıştır. Mil hangi hızda presesyon yapar?

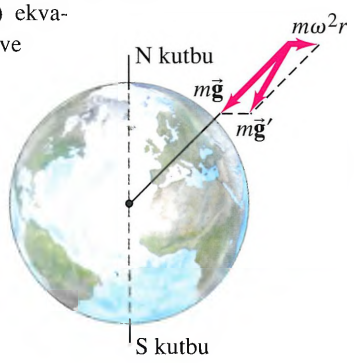
56. (II) Kütlesi Problem 55'teki diskin yarı kütlesine eşit bir cisim milin boş ucuna takılırsa presesyon hızı şimdi ne kadar olur? Ekstra kütlenin boyutlarının önemli olmadığı kabul ediniz.

57. (II) m kütleli 65 cm çaplı bir bisiklet tekeri kendi ekseni etrafında dönüyor; tekerin iki yanında bulunan 20 cm uzunluğundaki iki tahta kol eksen görevi görmektedir. Kolların birinin ucunda bulunan küçük bir çengele ip bağlanıyor ve teker hafif bir vuruş ile döndürülüyor. Dönen teker bırakıldığında, teker yere düşmektense (dönmeseydi olması gerektiği gibi) ip tarafından tanımlanan düşey eksen etrafında presesyon yapmaya başlıyor. Teker saat dönüş yönünün tersine 2.0 dev/s ile dönüyor ve ekseni yatay konumda kalıyorsa, presesyonun yönünü ve hızını yaklaşık olarak bulunuz.

11–8 Dönen Referans Sistemleri

58. (II) Dönen bir platform üzerinde bir bitkinin tohumdan büyümesi sağlanırsa, içeri doğru eğilerek bir açı ile büyüyecektir. Bu açıyı (kendinizi dönen platformda düşünerek) g, r, ve ω cinsinden bulunuz. Bitki dışarı doğru değil de neden içeri doğru büyümektedir?

59. (III) Dönen Dünya üzerindeki bir noktadaki etkin kütle çekim ivmesi $\vec{\mathbf{g}}'$, "gerçek" $\vec{\mathbf{g}}$ ile dönen gözlem çerçevesinin etkisinin ($m\omega^2 r$ terimi) vektörel toplamıdır. Şek.11-42'ye bakınız. $\vec{\mathbf{g}}'$'nün yönünü ve büyüklüğünü Dünya merkezinden çizilen radyal bir doğruya göre (*a*) Kuzey Kutbunda, (*b*) 45.0° kuzeyde bir enlemde ve (*c*) ekvatorda bulunuz. g'nin sabit ve 9.80 m/s^2 olduğunu (ω sıfır olsaydı) kabul ediniz.



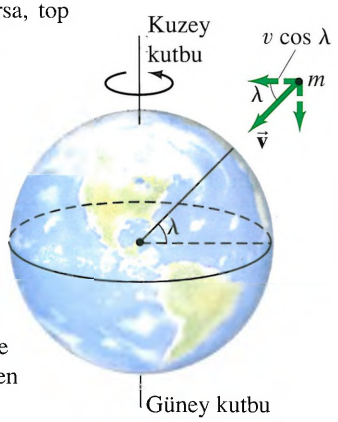
ŞEKİL 11–42
Problem 59.

11–9 Coriolis Etkisi

60. (II) Şek.11-26'da, B'deki adamın A'daki kadına doğru bir top fırlattığını kabul ediniz. (a) Eylemsiz olmayan sistemden gözlendiğinde top hangi yönde sapar? (b) Sapma miktarı ve (Coriolis) ivmesi için bir formül bulunuz.

61. (II) Dünya ekvatorunda hareket eden bir cisim gözönüne alındığında hangi yönlerdeki hızlar için Coriolis etkisi sıfırdır?

62. (III) 11-14 ve 11-15 denklemleri $\vec{\mathbf{v}}$'nin sadece dönme eksenine dik olan bileşeni göz önüne alınarak Dünya'da kullanmak üzere değiştirilebilir. Şekil 11-43'den, dikey düşen bir cisim için, λ olduğu görüyoruz. İtalya'nın Floransa şehrinde (enlem = 44°) kurşun bir top 110 m yüksekliğindeki bir kuleden düşey olarak bırakılırsa, top Coriolis kuvvetinin etkisiyle kulenin tabanından ne kadar uzağa sapar?



ŞEKİL 11–43
Problem 62. λ enleminde Dünya'ya dik olarak düşen m kütleli cisim.

63. (III) Dik bir eksen etrafında sabit ω açısal hızı ile dönen bir tekerin radyal jant teli boyunca dışarı doğru bir karınca ağır ağır yürümektedir. Karınca üzerine etki eden bütün kuvvetler (eylemsiz kuvvetlerde dahil olmak üzere) için bir vektör denklemi yazınız. x eksenini jant teli boyunca, y eksenini karıncanın soluna doğru olma üzere jant teline dik ve z eksenini yukarı doğru dik olarak seçiniz. Teker yukarıdan bakıldığında saat dönüş yönünün tersine doğru dönmektedir.

Genel Problemler

64. R yarıçaplı M kütleli bir çemberin etrafına ince bir ip sarılmıştır. İpin bir ucu sabitlenmiş ve durgun halden başlayarak ip çözüldükçe çemberin dik olarak aşağıya düşmesine izin verilmiştir. (*a*) Çemberin kütle merkezine göre açısal momentumunu zamanın bir fonksiyonu olarak belirleyiniz. (*b*) Zamanın bir fonksiyonu olarak ipteki gerilme nedir?

65. Kütlesi 1.00 kg olan bir parçacık $\vec{\mathbf{v}} = (7.0\hat{\mathbf{i}} + 6.0\hat{\mathbf{j}})$ m/s hızı ile gitmektedir. (a) Parçacık $\vec{\mathbf{r}} = (2.0\hat{\mathbf{j}} + 4.0\hat{\mathbf{k}})$ m konumunda iken açısal momentum $\vec{\mathbf{L}}$ 'yi orijine göre bulunuz. (*b*) $\vec{\mathbf{r}}$ konumunda bir $\vec{\mathbf{F}} = 4.0\,\text{N}\hat{\mathbf{i}}$ kuvveti parçacık üzerine etki ediyor. Orijine göre torku bulunuz.

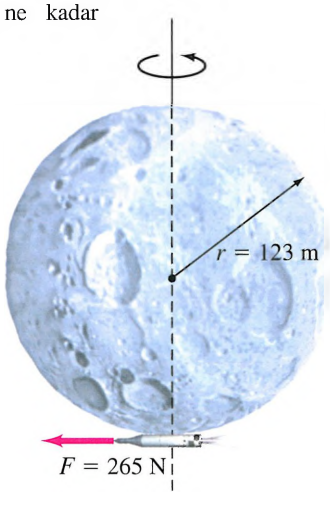
66. Eylemsizlik momenti 1260 kg·m^2, yarıçapı 2.5 m olan bir atlı karınca ihmal edilebilir bir sürtünme altında 1.70 rad/s hızla dönmektedir. Atlı karıncanın yanında duran bir çocuk dönme ekseni yönünde aniden platformun kenarına atlıyor ve platformun 1.25 rad/s'ye yavaşlamasına neden oluyor. Çocuğun kütlesi nedir?

67. Uzun dar jipler ve otobüsler devrilmeye neden daha eğimli olabilirler? Yatay bir yolda R yarıçaplı bir virajı alan bir araç göz önüne alınız. Tam devrilme anında eğimin iç tarafında bulunan iki teker tam yeri terk etmek üzeredir ve bu nedenle bu iki teker üzerindeki normal ve sürtünme kuvveti sıfırdır. Dış tekerler üzerinden toplam normal kuvvet F_N, toplam sürtünme kuvveti F_s'dir. Aracın kaymadığını kabul ediniz. (*a*) Analistler, w aracın "iz genişliği" olarak tanımlanan aynı dingile bağlı tekerler arasındaki uzaklık ve h kütle merkezinin yerden yüksekliği olmak üzere, bir statik stabilite (kararlılık) faktörü (SSF) tanımlarlar, SSF = $w/2h$. Kritik devrilme hızının

$$v_K = \sqrt{Rg\left(\frac{w}{2h}\right)}$$

olduğunu gösteriniz. [*İpucu*: Torkları jipin kütle merkezinden geçen ve hareket yönüne paralel olan bir eksene göre hesaplayınız.] (*b*) 90 km/sa hızla giden ve SSF = 1.40 olan tipik binek bir araba ile SSF = 1.05 olan bir jip için olası en küçük otoban yarıçaplarının oranını bulunuz.

68. $r = 123$ m yarıçaplı ve $M = 2.25 \times 10^{10}$ kg kütleli küresel bir astroid bir eksen etrafında günde dört dönüş yapıyor. Bir "çekici" uzay aracı astroidin (dönüş ekseni ile tanımlanan) güney kutbuna ilişiyor ve motorunu ateşleyerek Şek.11-44'te gösterildiği gibi astroidin yüzeyine teğetsel bir F kuvveti uyguluyor. $F = 265$ N ise bu yolla çekicinin astroidin dönüş eksenini 10.0° değiştirmesi ne kadar zaman alacaktır?



ŞEKİL 11–44
Problem 68.

69. xy düzlemi üzerinde bulunan (R yarıçaplı) bir daire üzerinde saat dönüş yönünün tersine v sabit hızı ile dönen noktasal bir parçacığın zamana bağlı konum vektörü

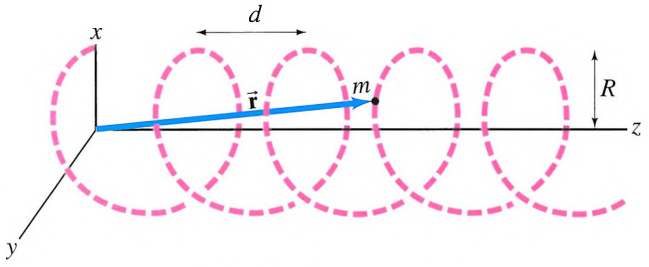
$$\vec{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{i}}R\cos\omega t + \hat{\mathbf{j}}R\sin\omega t$$

ile verilir. Burada $\omega = v/R$ sabitidir. Bu cismin $\vec{\mathbf{v}}$ hızını ve $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ açısal hızını bulunuz ve daha sonra bu üç vektörün $\vec{\mathbf{v}} = \vec{\boldsymbol{\omega}} \times \vec{\mathbf{r}}$ ilişkisini sağladığını gösteriniz.

70. Heliks şeklinde bir yörüngede dönen m kütleli bir parçacığın konumu (Şek.11-45)

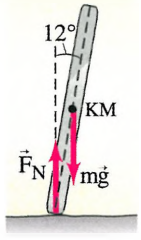
$$\vec{\mathbf{r}} = R\cos\left(\frac{2\pi z}{d}\right)\hat{\mathbf{i}} + R\sin\left(\frac{2\pi z}{d}\right)\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}}$$

ile verilir. Burada R helisin yarıçapı, d iki dönüş arasındaki mesafe ve v_z hızın z yönündeki sabit bileşeni olmak üzere z'nin zamana bağımlılığı $z = v_z t$ ile verilmektedir. Parçacığın orijine göre zamana bağlı açısal momentumunu bulunuz.



ŞEKİL 11–45 Problem 70.

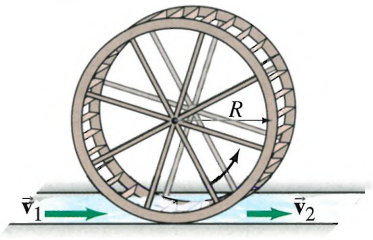
71. Bir çocuk düz bir yolda bir teker yuvarlıyor. Tekerin kütlesi 8 kg, yarıçapı 0.32 m ve merkezi simetri eksenine göre eylemsizlik momenti 0.83 kg·m^2'dir. Çocuk tekeri ileri doğru 2.1 m/s hızla itiyor ve tekerin 12° sağa doğru yattığını görüyor (Şek.11-46). (*a*) Ortaya çıkan tork tekerin bundan sonraki hareketini nasıl etkiler? (*b*) Bu torkun sebep olduğu 0.20 s'de açısal momentumda meydana gelen değişikliği başlangıçtaki açısal momentumun büyüklüğü ile karşılaştırınız.



ŞEKİL 11–46
Problem 71.

72. 70 kg'lık bir kişi çok küçük dönen bir platform üzerinde kolları yana açılmış olarak duruyor. (*a*) Kişinin eylemsizlik momentini aşağıdaki yaklaşıklıkları kullanarak bulunuz: vücut (baş ve bacaklar dahil olmak üzere) yarıçapı 12 cm, yüksekliği 1.70 m olan 60 kg kütleli bir silindirdir; her kol silindire bağlı 5 kg kütleli 60 cm uzunluklu ince bir çubuktur. (*b*) Aynı yaklaşıklıkları kullanarak kişinin kolları aşağıda olduğunda eylemsizlik momentini bulunuz. (*c*) Kollar yanda olduğunda bir devir 1.5 s alıyorsa, kollar aşağıda olduğunda her dönüş ne kadar zaman alır? Hafif platformun eylemsizlik momentini ihmal ediniz. (*d*) Kollar aşağıda dururken yana doğru yatay açıldığında kinetik enerjide meydana gelen değişimi bulunuz. (*e*) (*d*) şıkkına verdiğiniz cevaptan, kollarınızı yana doğru açmanın dönerken mi yoksa durgunken mi daha kolay veya daha zor olmasını beklersiniz?

73. Yarıçapı R = 3.0 m olan bir su çarkını (veya türbünü) Şek.11-47'de gösterildiği gibi su döndürmektedir. Su çarka 7.0 m/s hızı ile giriyor ve 38 m/s hızı ile terk ediyor. (*a*) Çarktan saniyede 85 kg su geçiyorsa, suyun çarka açısal momentum aktarma oranı nedir? (*b*) Suyun çarka uyguladığı tork nedir? (*c*) Su çarkın 5.5 saniyede bir defa dönmesini sağlıyorsa, çarka aktarılan güç ne kadardır?



ŞEKİL 11–47
Problem 73.

74. Ay her zaman aynı yüzeyi Dünya'ya dönük olarak Dünya etrafında döner. Ay'ın kendi ekseni etrafında dönmesinden kaynaklanan açısal momentumun yörüngesel momentumuna (bu durum için Ay'ı Dünya etrafında dönen bir parçacık gibi alınız) oranını bulunuz.

75. m kütleli bir parçacık R yarıçaplı bir daire etrafında saat dönüş yönünün tersine dönerken düzgün olarak ivmeleniyor:

$$\vec{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{i}} R\cos\theta + \hat{\mathbf{j}} R\sin\theta.$$

Burada ω_0 ve α sabitleri başlangıçtaki açısal hız ve açısal ivme olmak üzere $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ ile verilmektedir. Cismin teğetsel ivmesi $\vec{\mathbf{a}}$ 'yı bulunuz ve cisme etkiyen torku aşağıdaki iki yolla belirleyiniz: (*a*) $\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$, (*b*) $\vec{\boldsymbol{\tau}} = I\vec{\boldsymbol{\alpha}}$.

76. Yerden fırlatılan m kütleli bir roket

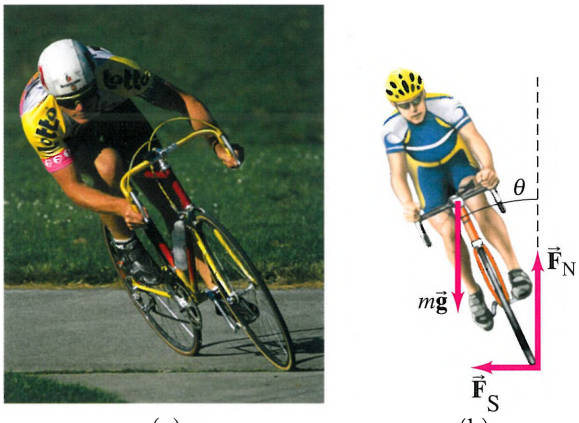
$$\vec{\mathbf{r}} = (v_{x0}t)\hat{\mathbf{i}} + \left(v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2\right)\hat{\mathbf{j}}$$

ile verilen bir yörünge izlemektedir. Burada v_{x0} ve v_{y0} sırası ile x ve y yönündeki ilk hızlar ve g yerçekiminden kaynaklanan ivmedir. Fırlatma noktası koordinat sisteminin orijini olarak tanımlanmıştır. Orijine göre roket üzerine etkiyen torku (a) $\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$, (*b*) $\vec{\boldsymbol{\tau}} = d\vec{\mathbf{L}}/dt$ kullanarak hesaplayınız.

77. Güneş sistemimizin hemen hemen bütün kütlesi Güneş'te bulunur ve gezegenler Güneş sisteminin hemen hemen bütün açısal momentumuna sahiptir. Bu gözlem Güneş Sisteminin oluşmasını açıklamaya çalışan teorilerde anahtar role sahiptir. Güneş Sisteminin toplam açısal momentumunun hangi kesrinin gezegenlere ait olduğunu, sadece en büyük açısal momentuma sahip en dıştaki büyük gezegenleri hesaba katan basitleştirilmiş bir model kullanarak yaklaşık olarak bulunuz. Merkezdeki Güneş (kütlesi 1.99 $\times$ 10^{30} kg, yarıçapı 6.96 $\times$ 10^8 m) kendi ekseni etrafında 25 günde bir döner ve Jüpiter, Satürn, Uranüs ve Neptün gezegenleri aşağıdaki tabloda gösterilen yörünge verilerine göre Güneş etrafında yaklaşık dairesel yörüngelerde dönerler. Her gezegenin kendi ekseni etrafında dönmesini ihmal ediniz.

Gezegen	Güneş'ten ortalama uzaklık ($\times$ 10^6 km)	Yörünge Periyotu (Dünya Yılı)	Kütle ($\times$ 10^{25} kg)
Jüpiter	778	11.9	190
Satürn	1427	29.5	56.8
Uranüs	2870	84.0	8.68
Neptün	4500	165	10.2

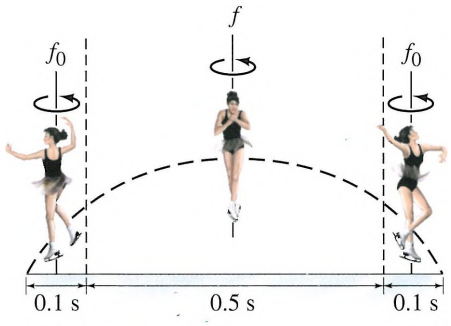
78. Yatay bir yolda v = 9.2 m/s hızla giden bir bisikletli yarıçapı r = 12 m olan bir virajı alıyor. Bisikletliye ve bisiklete etki eden kuvvetler: normal kuvvet $(\vec{\mathbf{F}}_N)$ yerin tekerlere uyguladığı sürtünme kuvveti $(\vec{\mathbf{F}}_{sür})$ ve bisikletli ve bisikletin toplam ağırlığı $m\vec{\mathbf{g}}$'dir. Tekerlerin kütlesini ihmal ediniz. (*a*) Bisikletlinin dengesini koruması için bisikletin düşey ile yaptığı θ açısının (Şek.11-48) neden $\tan\theta = F_{sür}/F_N$ ile verilmesi gerektiğini dikkatlice açıklayınız. (*b*) Verilen değerleri kullanarak θ'yı bulunuz. [*İpucu*: Bisiklet ve sürücüsünün "dairesel" ötelenme hareketini göz önüne alınız.] (*c*) Teker ve yol arasındaki statik sürtünme katsayısı μ_s = 0.65 ise, dönülebilecek en küçük yarıçap nedir?



(a) (b)

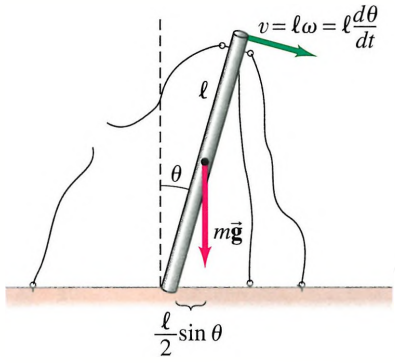
ŞEKİL 11–48 Problem 78.

79. Profesyonel buz patencileri sık sık düşey bir eksen etrafında havada iken sırası ile $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, ve $3\frac{1}{2}$ dönüş yaptıkları tek, duble ve üçlü eksenel sıçramalar yaparlar. Bütün bu atlamalar için patenci yaklaşık olarak 0.70 s havada kalır. Bir patencinin "açık" bir pozisyonda (eller yana açık) I_0 eylemsizlik momenti ve f_0 = 1.2 devir/s dönme frekansı ile yerden ayrıldığını ve bu konumunu 0.10 s koruduğunu kabul edelim. Patenci daha sonra "kapalı" bir pozisyona (eller vücuda daha yakın çekilir) f açısal frekansı kazanarak I eylemsizlik momenti ile geçer ve bu konumda 0.50 s kalır. Sonunda, patenci aniden "açık" pozisyonuna dönerek yere basana kadar 0.10 s bu konumda kalır (Şek.11-49). (*a*) Patencinin atlayışı sırasında açısal momentum neden korunur? Hava sürtünmesini ihmal ediniz. (*b*) Orta bölümde patencinin başarılı bir şekilde bir tek ve üçlü eksenel dönüş yapması için dönüş frekansı f'nin minimum değerini bulunuz. (*c*) Bu modele göre patencinin orta bölümde bir tek ve üçlü eksenel dönüş yapması için eylemsizlik momentini sırası ile 2 ve 5 kat azaltması gerektiğini gösteriniz.



ŞEKİL 11–49 Problem 79.

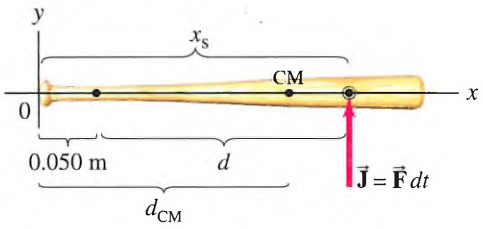
80. Bir radyo verici kulesi 12 m yüksekliğinde ve 80 kg kütleye sahiptir. Kule esnek bir eklem ile yere sıkıca bağlanmış ve 120° açılarla ayrılan üç halat ile sabitlenmiştir (Şek.11-50). Olası bir yetersizliğin analizi için bir makine mühendisi halatlardan biri koptuğunda kulenin nasıl davranacağını belirlemek istiyor. Kule kopan halattan uzağa tabanı üzerinde dönerek düşecektir. Kulenin tepesinin hızını dönme açısı θ'nın bir fonksiyonu olarak bulunuz. Analizinize dönme dinamiğinin hareket denklem $d\vec{\mathbf{L}}/dt = \vec{\tau}_{\text{net}}$ ile başlayınız. Kuleyi ince uzun bir çubuk gibi düşününüz.



ŞEKİL 11–50 Problem 80.

81. Güneş büyüklüğünde fakat kütlesi 8 kat daha büyük bir yıldızın 9.0 günde 1.0 dönüş yaptığını kabul ediniz. Yıldız kütle çekim altında 12 km yarıçaplı bir nötron yıldızına çöker ve bu işlem esnasında kütlesinin $\frac{3}{4}$'nü kaybederse dönme hızı ne olur? Yıldızın her zaman düzgün kütle dağılımına sahip bir küre olduğunu kabul ediniz. Dışarı atılan kütlenin ya (*a*) hiç açısal momentum taşımadığını veya (*b*) başlangıçtaki açısal momentumun $(\frac{3}{4})$'nü paylaştığını kabul ediniz.

82. Bir beyzbol sopasının topa vurulduğunda hemen hemen hiç efor sarf etmeden enerjinin aktarılabileceği "tatlı nokta"sı vardır. Beyzbol dinamiğinin dikkatli bir analizi bu özel noktanın, bir kuvvet uygulandığında sopanın tutacak yeri etrafında sadece dönme hareketi yapacağı noktaya karşılık geldiğini göstermektedir. Şek.11-51'de gösterilen beyzbol sopasının tatlı noktasının konumunu bulunuz. Sopanın kütle yoğunluğu, x sopanın tutulan ucundan metre cinsinden ölçülmek üzere, $(0.61 + 3.3x^2)$ kg/m, ile verilmektedir. Beyzbol sopasının toplam uzunluğu 0.84 m'dir. Arzulanan dönme noktası sopanın tutulan ucundan 5.0 cm uzakta olmalıdır. [*İpucu:* Sopanın kütle merkezi neredir?]



ŞEKİL 11–51 Problem 82.

*Sayısal/Bilgisayar

***83.** (II) Toplam kütlesi 330 g olan 1.0 uzunluğundaki düzgün bir çubuk orta noktasından bir mile tutturulmuştur. 3.0 g'lık bir mermi ateşlenmiş ve mile x kadar uzaklıktaki bir noktadan çubuğu delip geçmiştir. Mermi 250 m/s hız ile yaklaşıp 140 m/s hız ile uzaklaşmıştır (Şek.11-36). (*a*) Çarpışmadan sonra çubuğun dönme hızını x'in bir fonksiyonu olarak veren bir formül bulunuz. (*b*) Açısal hızı x = 0'dan x = 0.50 m'ye x'in bir fonksiyonu olarak çiziniz.

***84.** (III) Şek.11-39'da sürtünmesiz bir masa üzerinde duran M kütleli ℓ uzunluklu ince bir çubuk görülmektedir. Çubuğa, kütle merkezinden x kadar uzaklıkta, v hızı ile giden m kütleli bir kil topu çarpıyor. Top çubuğa yapışıyor. (*a*) Çarpışmadan sonra sistemin dönüş hareketini veren bir formül bulunuz. (*b*) Sistemin dönüş hareketinin grafiğini M = 450 g, m = 15 g, ℓ = 1.20 m, ve v = 12 m/s. değerlerini kullanarak x = 0'dan x = ℓ/2'ye kadar x'in bir fonksiyonu olarak çiziniz. (*c*) Öteleme hareketi x'e bağlı mıdır? Açıklayınız.

Alıştırmaların Cevapları

A: (*b*).
B: (*a*).
C: (*b*).
D: (i) (*d*); (ii) (*a*); (iii) (*b*).
E: (*e*).



Çevremizdeki modern köprülerden gökdelenlere kadar tüm yapılarda bulunan kuvvetler ve streslerinin doğru hesaplanması için mimar ve mühendislere ihtiyaç vardır. Temel amaç bu yapıları kararlı, statik tutmak yani hareket etmelerine ve özellikle binalardan yıkılmalarına engel olmaktır.

İÇERİK

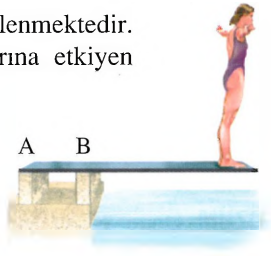
12–1 Denge Koşulları
12–2 Statik Problemlerin Çözümü
12–3 Kararlılık ve Denge
12–4 Esneklik; Zor ve Zorlanma
12–5 Kırılma
*12–6 Kafes Kirişli Yapılar ve Köprüler
*12–7 Kemerler ve Kubbeler

BÖLÜM 12

Statik Denge; Esneklik ve Kırılma

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin

Şekilde gösterilen dalma tahtası A ve B noktalarından desteklenmektedir. Hangi durumda dalma tahtası üzerindeki A ve B noktalarına etkiyen kuvvetler doğru gösterilmiştir?



(a) $\vec{\mathbf{F}}_A$ aşağı, $\vec{\mathbf{F}}_B$ yukarı ve F_B F_A'dan daha büyük.
(b) Her iki kuvvet de yukarı ve F_B F_A'dan daha büyük.
(c) $\vec{\mathbf{F}}_A$ aşağı, $\vec{\mathbf{F}}_B$ yukarı ve F_A, F_B'den daha büyük.
(d) Her iki kuvvet te aşağı ve hemen hemen eşit.
(e) $\vec{\mathbf{F}}_B$ aşağı, $\vec{\mathbf{F}}_A$ yukarı ve iki kuvvete birbirine eşit.

Şimdi mekanikteki özel bir durum çalışacağız - sistem veya cisimlerin net kuvvetlerinin ve net torklarının her ikisinin de sıfır olduğu durum. Bu durumda; sistemin veya cismin, açısal ve lineer ivmelerinin ikisi de sıfırdır. Cisim, ya durgun ya da kütle merkezi sabit hızla hareket etmektedir. Biz temel olarak ilk durumla, yani cismin veya sistemin sabit olduğu durumla ilgileneceğiz.

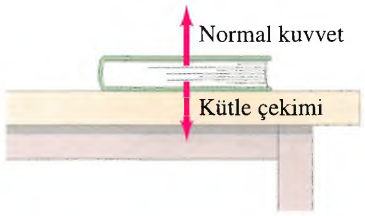
Bir yapı içerisinde etki eden kuvvetlerin (ve torkların) nasıl elde edileceğini göreceğiz. Binalar, köprüler, diğer yapılar ve insan vücudunda bu kuvvetlerin nereye ve nasıl etki ettiklerini göreceğiz.

Statik, *denge* durumunda bulunan yapılar içerisindeki ve bu yapılar üzerine etkiyen kuvvetlerin hesaplamaları ile ilgilenir. Bu Bölümün ilk kısmında bu kuvvetlerin belirlenmesiyle, daha sonraki kısmında da, yapıların önemli bir deformasyon veya kırılma olmadan bu kuvvetlere dayanıp dayanamayacağıyla ilgileneceğiz, çünkü tüm materyaller fazla kuvvet uygulandığında kırılır veya bükülür (Şek. 12-1).



ŞEKİL 12–1 Kansas şehrindeki bir otelde 1981 yılında çöken üst geçit. Basit bir fizik hesabının,100'den fazla insanın trajik kaybını nasıl önleyebileceği Örnek 12-9'da gösterilmiştir.

12–1 Denge Koşulları



ŞEKİL 12–2 Kitap dengededir; üzerine etkiyen net kuvvet sıfırdır.

Günlük hayatta cisimler üzerine en az bir kuvvet etki eder (yerçekimi kuvveti). Eğer cisimler durgunsa, onlara etki eden başka kuvvetler olmalı ki net kuvvet sıfır olsun. Örneğin masanın üzerindeki kitaba iki kuvvet etki etmektedir, biri aşağı yönde yerçekimi kuvveti diğeri ise masanın uygulamış olduğu yukarı yöndeki normal kuvvettir (Şek. 12-2). Kitap durgun olduğu için Newton'un ikinci yasasına göre net kuvvet sıfırdır. Böylece masanın, kitap üzerine uygulamış olduğu kuvvet ile aşağı yöndeki yerçekimi kuvvetinin büyüklüğü eşittir. Bu cisim bu iki kuvvetin etkisi altında **dengededir** (equilibrium-Latince'de "eşit kuvvet" veya "denge").

Şek. 12-2'de gösterilen bu iki kuvveti Newton'un 3. yasasındaki iki farklı cisme etki eden eşit ve zıt kuvvetlerle karıştırmayın. Burada her iki kuvvet te aynı cismin üzerine etki eder ve toplamları sıfırdır.

Dengenin Birinci Koşulu

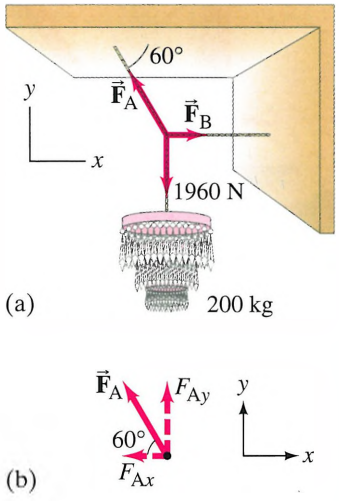
Durgun haldeki cisimler için, Newton'un ikinci yasasına göre cisme etki eden kuvvetlerin toplamı sıfır olmak zorundadır. Kuvvet bir vektör olduğu için, net kuvvetin bileşenlerinin her biri sıfır olmalıdır. Böylece denge koşulu aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\Sigma F_x = 0, \qquad \Sigma F_y = 0, \qquad \Sigma F_z = 0. \tag{12–1}$$

Çoğunlukla bir düzlem içindeki kuvvetlerle çalışacağımız için yalnızca x ve y bileşenlerine ihtiyacımız olacak. Eğer belirli bir kuvvet bileşeni negatif x ve y yönlerinde ise negatif işaret almak zorundadır. Dnk. 12-1 **dengenin birinci koşulu** olarak adlandırılır.

ÖRNEK 12–1 **Avize kablosunun gerilimi.** Şek.12-3'teki 200 kg'lık avizeyi taşıyan düşey kabloya bağlı iki kablodaki $\vec{\mathbf{F}}_A$ ve $\vec{\mathbf{F}}_B$ gerilimlerinin hesaplanması. Kablonun kütlesini ihmal edin.

ŞEKİL 12–3 Örnek 12–1.



YAKLAŞIM Serbest cisim diyagramına ihtiyacımız var, fakat hangi cisim için? Eğer avizeyi seçersek, kablo avizenin ağırlığını $mg = (200\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 1960\,\text{N}$ karşılamalıdır. Fakat $\vec{\mathbf{F}}_A$ ve $\vec{\mathbf{F}}_B$ kuvvetlerini almaya gerek yoktur. Bunun yerine cismimiz üç kablonun birleştiği yerdeki noktada olsun (o nokta bir düğüm noktası olabilir). Serbest cisim diyagramı Şek. 12-3a'da gösterilmiştir. Üç kuvvet, yani $\vec{\mathbf{F}}_A$, $\vec{\mathbf{F}}_B$ ve düşey ipteki avizenin ağırlığına eşit gerilim kuvveti, üç kablonun birleştiği noktaya etki ederler. Bu bağlantı noktası için $\Sigma F_x = 0$ ve $\Sigma F_y = 0$ yazarız, çünkü problem iki boyuta indirgenmiştir. $\vec{\mathbf{F}}_A$ ve $\vec{\mathbf{F}}_B$ 'nin yönleri biliniyor, çünkü bir kablodaki gerilim sadece o kablo doğrultusunda olabilir, Bölüm 4'te belirtildiği gibi farklı herhangi bir yön telin bükülmesine neden olacaktır. Bu durumda bilinmeyenlerimiz F_A ve F_B büyüklükleridir.

ÇÖZÜM Önce $\vec{\mathbf{F}}_A$'yı yatay (x) ve düşey (y) bileşenlerine ayırırız. F_A'nın değerini bilmesek te (bknz Şek. 12-3b), $F_{Ax} = -F_A \cos 60°$ ve $F_{Ay} = F_A \sin 60°$ yazabiliriz. $\vec{\mathbf{F}}_B$ yalnızca x bileşenine sahiptir. Düşey doğrultuda ise düşey kablonun aşağı doğru uyguladığı ve avizenin ağırlığına eşit = (200 kg) (g) bir kuvvete ve $\vec{\mathbf{F}}_A$'nın yukarı yöndeki bileşenine sahibiz:

$$\Sigma F_y = 0$$
$$F_A \sin 60° - (200\,\text{kg})(g) = 0$$

böylece

$$F_A = \frac{(200\,\text{kg})g}{\sin 60°} = (231\,\text{kg})g = 2260\,\text{N}.$$

Yatay yönde $\Sigma F_x = 0$, olduğundan,

$$\Sigma F_x = F_B - F_A \cos 60° = 0.$$

böylece

$$F_B = F_A \cos 60° = (231\,\text{kg})(g)(0.500) = (115\,\text{kg})g = 1130\,\text{N}.$$

$\vec{\mathbf{F}}_A$ ve $\vec{\mathbf{F}}_B$ 'nin büyüklükleri, kullanılması gereken kablonun veya telin dayanma gücünü belirler. Bu durumda kablo 230 kg'dan daha fazlasını kaldırabilmelidir.

ALIŞTIRMA A Örnek 12-1'de F_A avizenin ağırlığı, mg'den daha büyük olmalıdır. Neden?

Dengenin İkinci Koşulu

Her ne kadar cismin dengede olabilmesi için Dnk.12-1 gerekli şart olsa da her zaman yeterli değildir. Şek.12-4'te gösterilen cisim üzerine etki eden net kuvvet sıfırdır. Cisim üzerine etki eden ve $\vec{\mathbf{F}}$ olarak gösterilen iki kuvvetin toplamı sıfır olsa da bunlar cismi döndürecek olan bir net torka yol açarlar. Dnk.10-14, $\Sigma\tau = I\alpha$ 'ya göre eğer cisim durgunsa bu cisim üzerine etkiyen net tork (*herhangi* bir eksen etrafında) sıfır olmalıdır. Böylece **denge için ikinci koşul** elde edilmiştir: bir cisim üzerine etki eden torkların herhangi bir eksen etrafında hesaplanan toplamı sıfır olmalıdır:

$$\Sigma\tau = 0. \qquad \textbf{(12–2)}$$

Bu koşul, açısal ivme α 'nın herhangi bir eksen etrafındaki değerinin sıfır olmasını garantileyecektir. Eğer cisim başlangıçta dönmüyorsa $(\omega = 0)$, dönmeye başlamaz. Nesnenin dengede olabilmesi için tek gereklilik 12-1 ve 12-2 denklemlerinin sağlanmasıdır.

Çoğunlukla bütün kuvvetlerin bir düzlem (xy-düzlemi olarak adlandıracağız) içinde etki ettiği durumları göz önüne alacağız. Bu durumda tork düzlemine dik bir eksen etrafında hesaplanır. *Bu eksenin seçimi keyfidir.* Eğer cisim durgunsa herhangi bir eksen için $\Sigma\tau = 0$ 'dır. Dolayısıyla hesaplarımızı kolaylaştıran bir ekseni seçebiliriz. Eksen bir kez seçildikten sonra bütün torklar bu eksene göre hesaplanmalıdır.

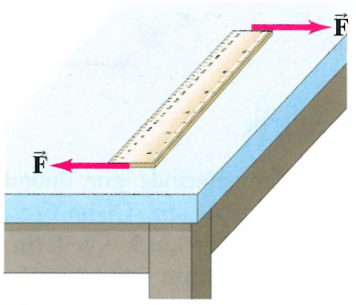
KAVRAMSAL ÖRNEK 12–2 **Bir kaldıraç.** Şek. 12-5'te görülen çubuk, büyük bir kayayı kaldırmak için bir kaldıraç olarak kullanılıyor. Küçük kaya destek noktası görevi yapıyor. Destek noktası etrafındaki dönmeyi dengeleyen *torklar* olduğu için çubuğun uzun kısmının ucuna uygulanması gereken F_P kuvveti kayanın mg ağırlığından hayli küçük olabilir. Eğer, kaldıraç gücü yeterli değilse ve kaya hareket ettirilemiyorsa, kaldıraç düzeneğinin etkisini artıracak iki yöntem nedir?

YANIT Bir yol, çubuğun ucuna bir boru geçirip F_P kuvvetinin kaldıraç kolunu uzatmak ve böylece daha uzun bir kaldıraç koluyla itmektir. İkinci yol ise; destek noktasını büyük kayaya daha yakın bir noktaya kaydırmaktadır. Bu, uzun kaldıraç kolu R'yi az miktarda değiştirir; fakat kısa kaldıraç kolu olan r'yi değiştirme oranı büyük olduğundan R/r oranını önemli ölçüde değiştirir. Kayayı kaldırmak için F_p'den kaynaklanan tork, cismin ağırlığı olan mg'nin torkunu dengelemelidir, yani: $mgr = F_pR$'dir veya

$$\frac{r}{R} = \frac{F_P}{mg}$$

olur. Dolayısıyla daha küçük r ile, mg ağırlığı daha küçük bir F_P kuvveti ile dengelenebilir. Yük kuvvetinin uyguladığınız kuvvete oranı sistemin **mekanik avantajıdır** ve burada R/r'ye eşittir. Kaldıraç bir "basit makine"dir. Diğer bir basit makine olan makarayı Bölüm 4'teki Örnek 4-14'te tartışmıştık.

ALIŞTIRMA B Basitleştirmek için Örnek 12-2'deki eşitliği yazarken kuvvetleri kaldıraca dik olarak aldık. Bu eşitlik kaldıracın Şekil 12-5'te gösterildiği gibi bir açıya sahip olması durumunda da geçerli olabilecek mi?



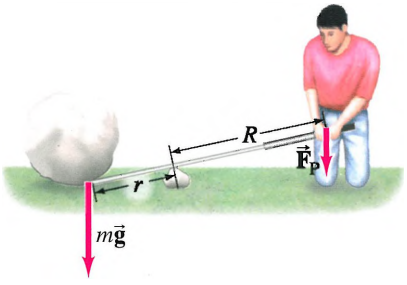
ŞEKİL 12–4 Üzerine etkiyen net kuvvet sıfır olsa da cetvel hareket eder (döner). Bir çift eşit, fakat cismin farklı noktalarına zıt yönde etkiyen kuvvet (burada gösterildiği gibi) *kuvvet çifti* olarak anılır.

DİKKAT

$\Sigma\tau = 0$ için eksen seçimi keyfidir. Bütün torklar aynı eksen etrafında hesaplanmalıdır.

FİZİK UYGULAMASI

Kaldıraç



ŞEKİL 12–5 Örnek 12-2. Bir kaldıraç uyguladığınız kuvveti "çoğaltır".

12–2 Statik Problemlerinin Çözümü

Statik konusu önemlidir, çünkü herhangi bir yapı üzerine etki eden bazı kuvvetler bilindiğinde o yapı üzerindeki (veya içindeki) belirli kuvvetlerin hesaplanmasını sağlar. Esas olarak, bütün kuvvetlerin bir düzlem içinde etki ettiği durumları göz önünde bulunduracağız. Bu durumda iki kuvvet denklemi (x ve y bileşenleri) ve bir tork denklemi olmak üzere üç denklem vardır. Elbette eğer ihtiyaç yoksa bu üç denklemi kullanmak zorunda değilsiniz. Tork denklemini kullanırken, cismi saat yönünün tersine döndürmeye çalışan bir tork genellikle pozitif olarak ele alınır, öte yandan saat yönünde döndürmeye çalışan tork negatif olarak alınır. (Fakat bunun tersi de kullanılabilir.)

Cisim üzerine etki eden kuvvetlerden biri yerçekimi kuvvetidir, Kısım 9-8'de tartıştığımız gibi nesne üzerine etki eden yerçekimi kuvvetini pratik olması amacıyla çekim merkezi (ÇM) veya kütle merkezinde (KM) alabiliriz. Şekilleri simetrik olan nesnelerde (ÇM) o nesnenin geometrik merkezdir. Daha karmaşık nesnelerde ise (ÇM) Kısım 9-8'de tartışıldığı gibi tayin edilebilir.

Statik problemlerin çözümü için tek bir yöntem yoktur, fakat aşağıda belirtilen adımlar yardımcı olabilir:

PROBLEM ÇÖZME

$\tau > 0$ saat yönünün tersi
$\tau < 0$ saat yönü

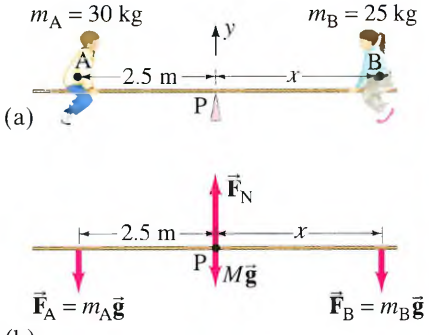
PROBLEM ÇÖZME

Statik

1. Her seferinde göz önünde bulundurmak için ayrı bir cisim seçiniz. Cisim üzerine etkiyen yerçekimi kuvveti de dahil tüm kuvvetlerin gösterildiği bir **serbest cisim diyagramını** dikkatlice çiziniz. Eğer bir kuvvetin yönünden emin değilseniz bir yön seçiniz. Seçtiğiniz yön doğru değilse sonuçlar (–) işaretli olarak çıkacaktır.
2. Uygun bir **koordinat sistemi** seçiniz ve kuvvetleri bileşenlerine ayırınız.
3. Bilinmeyenler için harfler kullanarak ve kuvvetlerin hepsinin aynı düzlemde bulunduğunu kabul ederek **kuvvetler** için **denge denklemlerini** yazınız:
$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{ve} \quad \Sigma F_y = 0,$$
4. **Tork eşitliği**
$$\Sigma \tau = 0,$$
için xy düzlemine dik, hesaplamaları kolaylaştırabilecek bir eksen seçiniz. (Örneğin ekseni, bilinmeyen kuvvetlerden birisi eksen üzerine etki edecek şekilde seçersek bu kuvvetin kuvvet kolu sıfır olur ve sıfır tork üretir, böylece tork eşitliğinde görülmez ve yazdığınız denklemlerdeki bilinmeyen sayısı azalmış olur.) Her bir kuvvetin kuvvet kolunu doğru tayin edebilmeye dikkat ediniz. Torkun yönünü belirlemek için her torka + veya – işaret veriniz. Örneğin torklar cismi saat yönünün tersine döndürmeye çalışırsa pozitif, saat yönünde döndürürse de negatif olur.
5. Bilinmeyenler için bu denklemleri **çözünüz**. Üç denklem en fazla üç bilinmeyenin bulunmasına izin verir. Bunlar kuvvetler, uzaklıklar, hatta açılar olabilir.

FİZİK UYGULAMASI

Tahterevallinin Dengesi



ŞEKİL 12–6 (a) İki çocuk bir tahterevallide, Örnek 12-3. (b) Kalasın serbest cisim diyagramı.

ÖRNEK 12–3 **Tahteravallinin dengesi.** Şekil 12-6a da gösterilen kütlesi $M = 20$ kg olan kalas iki çocuk için tahterevalli olarak kullanılmaktadır. A çocuğunun kütlesi 30 kg ve destek noktasından (P) 2.5 m uzakta oturmaktadır (A çocuğunun CM'si destek noktasından 2.5 m uzaktadır). Kütlesi 25 kg olan B çocuğunun A çocuğuyla dengede olabilmesi için destek noktasına olan uzaklığı x ne olmalıdır? Kalasın düz olduğunu ve destek üzerine yerleştirildiğini varsayın.

YAKLAŞIM Problemin çözümünde yukarıdaki adımları takip edeceğiz.

ÇÖZÜM

1. **Serbest cisim diyagramı:** Cismimizi kalas olarak seçtik ve onun yatay olduğunu varsaydık. Cismin serbest cisim diyagramı Şek.12-6b'de gösterilmektedir. Kalasın üstüne etki eden kuvvetler, iki çocuğun aşağı yönde uyguladığı $\vec{F}_A$ ve $\vec{F}_B$, kuvvetleri ve destek noktasının uyguladığı yukarı yöndeki $\vec{F}_N$ kuvveti ve kalasın orta noktasına etki eden yerçekimi kuvveti $(= M\vec{g})$'dir.
2. **Koordinat sistemi.** y'yi düşey ve yukarı yönde pozitif, x'i yatay ve sağa doğru, orijini destekte seçelim.
3. **Kuvvet eşitliği:** Tüm kuvvetler y (düşey) doğrultusunda olduğu için:
$$\Sigma F_y = 0,$$
$$F_N - m_A g - m_B g - Mg = 0.$$
Burada $F_A = m_A g$ ve $F_B = m_B g$'dir, çünkü tahterevalli dengede olduğu zaman her bir çocuk dengededir.
4. **Tork eşitliği:** Torkları, destek noktası P'den geçen bir eksene göre hesaplayalım. F_N ve kalasın ağırlığı için kuvvet kolu sıfırdır ve bunlar P noktası etrafındaki torka sıfır katkı getirecektir. Böylece tork eşitliği sadece çocukların ağırlıklarına eşit olan $\vec{F}_A$ ve $\vec{F}_B$ kuvvetlerini içerecektir. Her çocuğun uyguladığı tork, mg ile uygun kuvvet kolunun, yani çocuğun destek noktasına olan uzaklığının çarpımına eşit olacatır:
$$\Sigma \tau = 0$$
$$m_A g(2.5\,\text{m}) - m_B g x + Mg(0\,\text{m}) + F_N(0\,\text{m}) = 0$$
veya
$$m_A g(2.5\,\text{m}) - m_B g x = 0.$$
Burada kuvvet kolları sıfır olduğundan dolayı iki terim eşitlikten çıkarıldı.

5. Çözüm: x için tork eşitliğini çözelim

$$x = \frac{m_A}{m_B}(2.5\,\text{m}) = \frac{30\,\text{kg}}{25\,\text{kg}}(2.5\,\text{m}) = 3.0\,\text{m}.$$

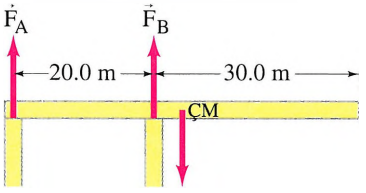
Tahterevallinin dengede olabilmesi için B çocuğu destek noktasından 3.0 m uzakta oturmalıdır. Bu akla yatan bir sonuçtur: bu çocuk daha hafif olduğundan, eşit tork uygulayabilmesi için daha ağır olan çocuktan daha uzağa oturması gerekir.

ALIŞTIRMA C Seçmiş olduğumuz eksenden dolayı Örnek 12-3'ü çözmek için kuvvet eşitliğini kullanmamıza gerek kalmadı. Kuvvet eşitliğini kullanarak destek noktasının uyguladığı kuvveti bulunuz.

FİZİK UYGULAMASI
Çıkma kiriş

PROBLEM ÇÖZME
Kuvvet negatif çıkarsa

Şek.12-7, desteğinden öteye bir dalma tahtası gibi uzanan düzgün bir kirişi göstermektedir. Böyle kirişler çıkma kiriş olarak adlandırılır. Şek. 12- 7' de gösterilen kirişe etki eden kuvvetler, desteklerdeki $\vec{\mathbf{F}}_A$ ve $\vec{\mathbf{F}}_B$ ve sağdaki destek noktasının 5 m sağındaki ÇM'ne etki eden yerçekimi kuvvetidir. Bir önceki örnekteki adımları takip edip Şek. 12-7'deki gibi yukarı yönde olduklarını varsaydığınız F_A ve F_B'yi hesaplarsanız, F_A'yı negatif bulacaksınız. Çubuğun kütlesi 1200 kg ve ağırlığ mg = 12,000 N ise F_B=15,000N ve F_A= –3000 N olur (bknz. Problem 9). Bilinmeyen kuvvetin negatif çıkmasının anlamı; kuvvetin gerçek yönünün sizin seçtiğiniz yönün zıt yönünde olmasıdır. Bundan dolayı Şek. 12-7'deki $\vec{\mathbf{F}}_A$'nın gerçek yönü aşağıya doğrudur. Biraz düşünülürse; kirişin dengede olabilmesi için, soldaki destek noktasının vida, civata veya yapıştırıcı vasıtasıyla aşağı doğru bir kuvvet uygulaması gerektiği açıkça görülebilir. Aksi takdirde ÇM (veya $\vec{\mathbf{F}}_B$'nin etki ettiği nokta) etrafındaki toplam tork sıfır olmaz.



ŞEKİL 12–7 Bir çıkma kirişi. Üzerinde gösterilen kuvvet vektörleri keyfi seçilmiştir, birisi farklı yönde de olabilir.

ALIŞTIRMA D Sayfa 311 deki Bölüm Açılış Sorusuna dönünüz ve şimdi yeniden aynı soruyu cevaplayınız. İlk seferde neden farklı cevapladığınızı açıklamaya çalışınız.

ÖRNEK 12–4 **Pazu kası tarafından uygulanan kuvvet:** 5.0 kg'lık bir top elde tutulduğu zaman pazu kasının uygulayacağı kuvvet, (a) Şek.12-8a'da gösterildiği gibi kol yatay doğrultuda olduğu zaman ne olmalıdır? (b) Şek.12-8b'de gösterildiği gibi kol 45°'lik açı yaptığı zaman ne olmalıdır? Pazu kası dirsekten 5.0 cm uzaklıktaki tendon vasıtasıyla önkolla bağlantılıdır. Dirsekle birlikte elin kütlesinin 2.0 kg olduğunu ve ÇM'nin şekilde gösterildiği gibi olduğunu varsayınız.

YAKLAŞIM Önkolun serbest cisim diyagramı Şek.12-8'de gösterilmiştir. Kuvvetler; topun ve kolun ağırlıkları, kasın yukarı doğru uyguladığı $\vec{\mathbf{F}}_M$ kuvveti ve üst koldaki kemik tarafından ekleme uygulanan $\vec{\mathbf{F}}_J$ kuvvetidir. (Tüm kuvvetlerin düşey doğrultuda olduğunu varsayınız.) $\vec{\mathbf{F}}_M$ 'nin büyüklüğü, tork eşitliğini ve eklemden geçen bir ekseni kullanarak kolayca bulunabilir. Böylece $\vec{\mathbf{F}}_J$ 'nin torka katkısı sıfır olur.

ÇÖZÜM (*a*) Şek. 12-8a'da gösterildiği gibi $\vec{\mathbf{F}}_J$'nin uygulandığı noktaya göre torku hesaplayalım. $\Sigma\tau = 0$ eşitliği şu bağıntıyı verir:

$$(0.050\,\text{m})F_M - (0.15\,\text{m})(2.0\,\text{kg})g - (0.35\,\text{m})(5.0\,\text{kg})g = 0.$$

F_M için çözüm;

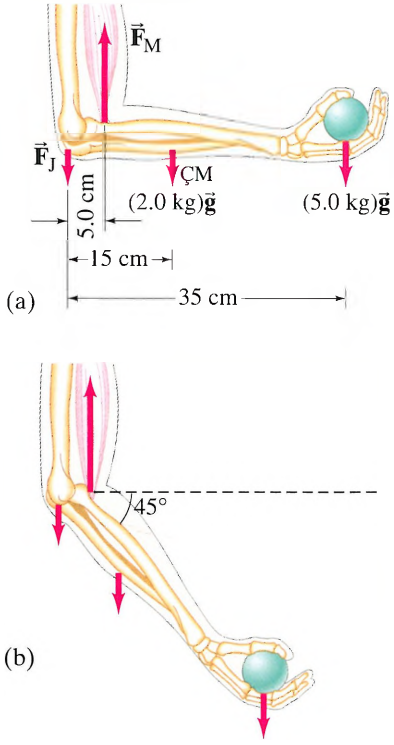
$$F_M = \frac{(0.15\,\text{m})(2.0\,\text{kg})g + (0.35\,\text{m})(5.0\,\text{kg})g}{0.050\,\text{m}} = (41\,\text{kg})g = 400\,\text{N}.$$

(*b*) Destek noktasına göre hesaplanan kuvvet kolları her üç kuvvet için de cos45° faktörüyle azalır. Tork eşitliğimiz yukarıdaki eşitliğe benzeyecek, fakat her terimdeki kuvvet kolu aynı faktörle azalacaktır. Azalma aynı oranda olduğundan bu etki sonuca yansımayacaktır. Böylece aynı sonuç elde edilir, F_M = 400 N.

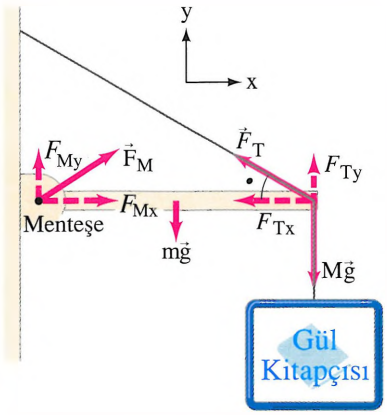
NOT Kasın uygulaması gereken kuvvet (400 N), kaldırılan nesnenin ağırlığı (= mg = 49 N) ile karşılaştırıldığında oldukça büyüktür. Gerçekten kaslar ve eklemler genellikle oldukça büyük kuvvetlere maruzdur.

FİZİK UYGULAMASI
Kaslar ve eklemlerdeki kuvvetler

ŞEKİL 12–8 Örnek 12–4.



ALIŞTIRMA E Örnek 12-4'teki tendon dirsekten 5 cm yerine 6 cm uzakta olursa, pazu kası 450 N kuvvet uyguladığında bu kişi elinde ne kadarlık bir kütle taşıyabilir?



ŞEKİL 12–9 Örnek 12–5.

Bir sonraki örneğimiz, bir menteşe vasıtasıyla duvara bağlanmış ve bir kablo veya ip ile desteklenmiş bir kiriş içermektedir (Şek.12-9). Bükülebilen kablonun yalnızca uzunluğu boyunca bir kuvveti destekleyebildiğinin hatırlanması önemlidir. (Eğer, kabloya uygulanan düşey kuvvet varsa, bükülebilir olduğundan dolayı kablo eğilir.). Fakat Şek.12-9'daki menteşe gibi rijit bir düzenek için kuvvet herhangi bir yönde olabilir ve biz yönünü ancak problemi çözdükten sonra bilebiliriz. Menteşenin küçük ve sürtünmesiz olduğu varsayılırsa kiriş üzerine (kendi merkezi etrafında) bir iç tork uygulayamaz.

ÖRNEK 12–5 **Menteşelenmiş kiriş ve kablo:** Kütlesi $m = 25.0$ kg ve uzunluğu 2.20 m olan düzgün bir kiriş; Şek. 12-9'da gösterildiği gibi küçük bir menteşe vasıtasıyla bir duvara monte edilmiştir. Kiriş, $\theta = 30.0^0$'lik bir açı yapan bir kablo vasıtasıyla yatay konumda tutulmaktadır. Kiriş, ucuna asılmış ve kütlesi $M = 28.0$ kg olan bir tabelayı desteklemektedir. Menteşenin, kiriş üzerine etki ettirdiği $\vec{\mathbf{F}}_M$ kuvvetinin bileşenlerini ve destekleyici kablodaki F_T gerilimini belirleyiniz.

YAKLAŞIM Şek.12-9 kirişin üzerine etki eden tüm kuvvetlerin gösterildiği bir serbest cisim diyagramıdır. $\vec{\mathbf{F}}_T$'nin bileşenlerini ve $\vec{\mathbf{F}}_M$'nin de tahmini bileşenlerini göstermektedir. Üç tane bilinmeyenimiz var: F_{Mx}, F_{My}, F_T (θ verildi), böylece üç tane denkleme ihtiyacımız olacak:),

ÇÖZÜM Düşey yöndeki (y) kuvvetlerin toplamı:

$$\Sigma F_y = 0$$
$$F_{My} + F_{Ty} - mg - Mg = 0. \quad \textbf{(i)}$$

Yatay yöndeki (x) kuvvetlerin toplamı

$$\Sigma F_x = 0$$
$$F_{Mx} - F_{Tx} = 0. \quad \textbf{(ii)}$$

Tork denklemi için $\vec{\mathbf{F}}_T$ ve $M\vec{\mathbf{g}}$ 'nin etki ettiği noktadan geçen bir eksen seçeceğiz. (Böylece eşitliğimiz yalnızca bir bilinmeyen içerir: F_{Hy}). Kirişi saat yönünün tersine döndürmeye çalışan torkları pozitif seçeriz. Kirişin (düzgün) mg ağırlığı onun merkezine etki eder. Böylece;

$$\Sigma\tau = 0$$
$$-(F_{My})(2.20\,\text{m}) + mg(1.10\,\text{m}) = 0.$$

eşitliklerini elde ederiz
F_{My} için çözümümüz

$$F_{My} = \left(\frac{1.10\,\text{m}}{2.20\,\text{m}}\right)mg = (0.500)(25.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 123\,\text{N}. \quad \textbf{(iii)}$$

Daha sonra, kablodaki $\vec{\mathbf{F}}_T$ gerilimi kablo boyunca ($\theta = 30.0°$), etki ettiği için Şek.12-9'dan, görüyoruz ki: $\tan\theta = F_{Ty}/F_{Tx}$, veya

$$F_{Ty} = F_{Tx}\tan\theta = F_{Tx}(\tan 30.0°) = 0.577\,F_{Tx}. \quad \textbf{(iv)}$$

Yukarıdaki (i) eşitliği şunu verir:

$$F_{Ty} = (m + M)g - F_{My} = (53.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) - 123\,\text{N} = 396\,\text{N};$$

(iv) ve (ii) eşitlikleri ise şunları verir

$$F_{Tx} = F_{Ty}/0.577 = 687\,\text{N};$$
$$F_{Mx} = F_{Tx} = 687\,\text{N}.$$

$\vec{\mathbf{F}}_M$'nin bileşenleri; $F_{My} = 123$ N ve $F_{Mx} = 687$ N'dur. Kablodaki gerilim ise $F_T = \sqrt{F_{Tx}^2 + F_{Ty}^2} = 793$ N 'dur.

Alternatif çözüm: Torkların hesaplanması için, örneğin menteşeden geçen eksen gibi farklı bir eksen seçmenin etkisini gösterelim. Bu durumda F_M için kuvvet kolu sıfırdır ve tork eşitliği ($\Sigma\tau = 0$) şöyle olur:

$$-mg(1.10\,\text{m}) - Mg(2.20\,\text{m}) + F_{Ty}(2.20\,\text{m}) = 0.$$

F_{Ty} için çözülürse aşağıdaki sonucu elde edilir:

$$F_{Ty} = \frac{m}{2}g + Mg = (12.5\,\text{kg} + 28.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 397\,\text{N}.$$

Kullandığımız anlamlı rakam sayısının hassasiyeti içinde, aynı sonucu elde ettik.

NOT $\Sigma\tau = 0$ için hangi ekseni seçtiğimiz önemli değildir. İkinci eksenin kullanılması kontrol amaçlıdır.

ÖRNEK 12–6 **Merdiven.** Şek.12-10'da gösterilen 5.0 m uzunluğundaki merdiven beton zemin üzerinde yerden yüksekliği 4.0 m olan noktada sürtünmesiz bir duvara yaslanmıştır. Merdiven düz ve kütlesi m = 12 kg'dır. Duvar sürtünmesiz kabul edilecektir fakat zemin sürtünmelidir. Merdiven üzerine zemin ve duvar tarafından uygulanan kuvvetleri tayin ediniz?

YAKLAŞIM Şek. 12-10, merdiven üzerine etkiyen tüm kuvvetlerin gösterildiği serbest cisim diyagramıdır. Duvar sürtünmesiz olduğu için sadece düşey yönde bir kuvvet uygulayabilir ve bunu $\vec{\mathbf{F}}_D$ ile gösteririz. Beton zeminin uygulamış olduğu kuvvet $\vec{\mathbf{F}}_B$ hem yatay hem de düşey bileşenleriyle etki eder: F_{Cx}, sürtünme kuvveti ve F_{Cy} ise normal kuvvettir. Merdiven düzgün olduğu için, yerçekimi kuvveti mg = (12.0 kg)(9.80 m/s^2) = 118 N orta noktasında etki eder.

ÇÖZÜM Yine denge koşullarını kullanırız. $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma\tau = 0$. Üç bilinmeyen (F_D, F_{Bx} ve F_{By}) olduğu için bu denklemlerin üçüne de ihtiyacımız vardır.
Kuvvet denkleminin y bileşeni

$$\Sigma F_y = F_{By} - mg = 0,$$

Böylece hemen

$$F_{By} = mg = 118\,\text{N}.$$

bulunur. Kuvvet denkleminin x bileşeni ise

$$\Sigma F_x = F_{Bx} - F_D = 0.$$

F_{Bx} ve F_D'nın her ikisini de hesaplamak için tork denklemine ihtiyacımız vardır. Beton zeminin merdivenle temas ettiği noktadaki eksen etrafındaki torkları hesaplamayı seçersek, bu noktada etki eden $\vec{\mathbf{F}}_B$'nin kuvvet kolu sıfır olacak ve dolayısıyla denkleme girmeyecektir. Merdivenin zemine temas ettiği noktanın duvardan uzaklığı $x_0 = \sqrt{(5.0\,\text{m})^2 - (4.0\,\text{m})^2} = 3.0\,\text{m}$'dir (dik üçgenden $c^2 = a^2+b^2$) mg için kuvvet kolu bunun yarısı, yani 1.5 m ve F_D için kuvvet kolu 4 m'dir, (Şek. 12-10). Tork denklemi:

$$\Sigma\tau = (4.0\,\text{m})F_D - (1.5\,\text{m})mg = 0.$$

Buradan

$$F_D = \frac{(1.5\,\text{m})(12.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)}{4.0\,\text{m}} = 44\,\text{N}$$

bulunur. Kuvvet denkleminin x bileşeninden;

$$F_{Bx} = F_D = 44\,\text{N}.$$

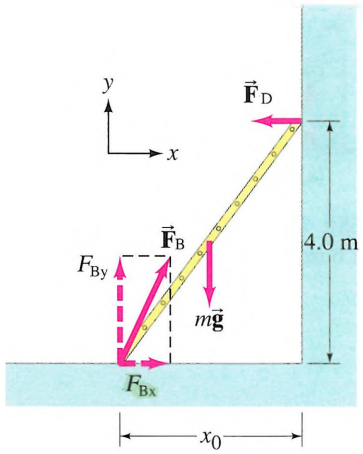
$\vec{\mathbf{F}}_B$'nin bileşenleri F_{Bx}= 44 N ve F_{By} =118 N olduğundan, dolayı

$$F_B = \sqrt{(44\,\text{N})^2 + (118\,\text{N})^2} = 126\,\text{N} \approx 130\,\text{N}\ \text{olur.}$$

(iki anlamlı rakama yuvarlandı), $\vec{\mathbf{F}}_B$'nin zeminle yapmış olduğu açı:

$$\theta = \tan^{-1}(118\,\text{N}/44\,\text{N}) = 70°.$$

NOT $\vec{\mathbf{F}}_B$ kuvveti merdiven ile aynı yönde olmak zorunda değildir. Çünkü merdiven rijittir, kablo veya ip gibi bükülebilir değildir



ŞEKİL 12–10 Duvara dayanan bir merdiven. Örnek 12-6.

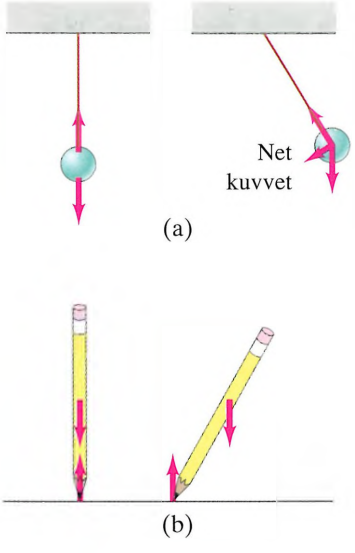
ALIŞTIRMA F Niçin duvardaki sürtünmenin ihmal edilmesi uygunken, zemindeki sürtünmenin ihmal edilmesi uygun değildir.

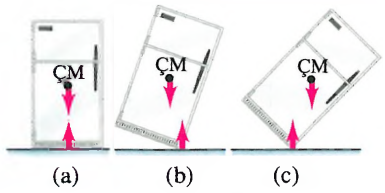
12–3 Kararlılık ve Denge

Statik dengedeki bir cisim, denge durumundan oynatılmazsa, üzerine etki eden toplam kuvvetler ve toplam torklar sıfır olduğu için herhangi bir kayma veya dönme ivmesine sahip olmayacaktır. Bununla birlikte cisim hafifçe yerinden oynatılırsa mümkün olan üç sonuç vardır: 1. Cisim ilk yerine döner. Bu durumda cismin **kararlı dengede** olduğu söylenir. 2. Cisim başlangıçtaki konumundan daha da uzaklaşır. Bu durumda cismin **kararsız dengede** olduğu söylenir. 3. Cisim yeni konumunda kalır ve **nötr dengede** olduğu söylenebilir.

Aşağıdaki örneklere göz atınız. İpin ucuna asılı bir top kararlı dengededir, çünkü, bir tarafa doğru çekilirse (Şek.12-11a) net kuvvet ve net torkun etkisinden dolayı önceki konumuna geri dönecektir. Diğer taraftan ucu üzerinde duran bir kalem karasızdır. Eğer çekim merkezi tam ucun üzerindeyse(Şek.12-11b) , net kuvvet ve net tork sıfır olacaktır. Fakat gösterildiği gibi küçük bir miktarda yer değiştirirse (küçük bir titreşim veya hava akımı yoluyla) üzerine etkiyen bir tork olacaktır ve bu tork kalemin yere doğru düşmesine sebep olacaktır. Nötr dengedeki bir cisme örnek, masa üzerinde duran durgun bir küredir. Eğer bir tarafa doğru hafifçe yeri değiştirilirse yeni konumunda kalacaktır, üzerine etkiyen net tork yoktur.

ŞEKİL 12–11 (a) Kararlı denge, ve (b) kararsız denge





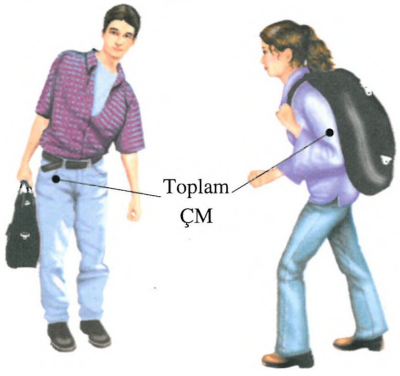
ŞEKİL 12–12 Düz bir zeminde duran bir buzdolabının dengesi.

Yapıların dizaynı ve insan vücudu üzerindeki çalışmalar gibi durumların çoğunda kararlı dengeyi korumak isteriz. Genelde çekim merkezi (ÇM), destek noktasından aşağıda olan cisim, örneğin ipin ucundaki top, kararlı dengededir. ÇM, desteğin üzerinde ise, durum daha karışıktır. Şek.12-12a'daki ayakta duran buzdolabını göz önüne alalım. Eğer buzdolabı birazcık yana yatırılırsa (Şek.12-12b)'de gösterildiği gibi üzerine etkiyen torktan dolayı orijinal pozisyonuna geri dönecektir. Eğer biraz daha fazla yatırılırsa (Şek. 12-12c) buzdolabı düşecektir. Kritik noktaya ÇM'nin, destek noktasının bir tarafından diğer tarafına geçtiğinde ulaşılır. ÇM, bir tarafta iken tork, cismi başlangıçtaki destek tabanına geri çeker (Şek.12-12b). Eğer cisim daha fazla eğilirse, ÇM destek noktasının diğer tarafına geçer ve tork cismin devrilmesine neden olur, (Şek. 12-12c). Genellikle, *çekim (ağırlık) merkezi destek noktasının üzerinde olan bir cisim, ÇM'den geçen düşey bir çizgi destek tabanının içine düşerse, kararlı olur.* Bunun nedeni cisme yukarıya doğru etkiyen (kütle çekim kuvvetini dengeleyen) kuvvetin sadece temas alanı içinde etki edebilmesidir. Dolayısıyla eğer kütle çekim kuvveti bu alanın dışında etki ederse net tork cismi devirir.

O halde kararlılık rölatiftir. Bir tuğlanın geniş yüzeyi üzerinde oturması bir ucu üzerinde durmasından daha kararlıdır, çünkü devirmek için daha fazla çaba sarf etmek gerekir. Bir uç durum olan Şek.12-11b'de verilen kalem örneğinde kalemin yerle temas ettiği taban hemen hemen bir nokta olduğundan en küçük bir etki kalemin düşmesine neden olacaktır. Genelde, geniş bir taban ve ÇM'nin aşağıda olması cismi daha kararlı yapar.

Bu anlamda, insanlar dört bacaklı memelilere göre daha az kararlıdırlar, çünkü dört bacak daha geniş bir destek tabanı sağlar ve ağırlık merkezleri de daha düşüktür. Yürürken veya başka türlü hareket ederken insanlar ÇM'leri ayaklarının üzerinde kalacak şekilde vücutlarını oynatırlar. Normal bir yetişkinde bunun için bilinçli düşünce gerekmez. Basit bir eğilme hareketinde bile, ÇM'nin ayakların üzerinde kalabilmesi için kalçalar arkaya doğru gider, insanlar bunu düşünmeden bir yer değiştirme yaparak gerçekleştirir. Bunu görmek için, topuklarınız ve sırtınız bir duvara gelecek şekilde durun ve ayak parmaklarınıza dokunmaya çalışın. Bu işi düşmeden başaramayacağınızı göreceksiniz. Ağır yükler taşıyan insanlar, toplam kütlenin ÇM'i ayaklarının üzerinde kalacak şekilde duruşlarını otomatik olarak ayarlarlar.

ŞEKİL 12–13 İnsanlar yük taşıdıklarında kararlılığı sağlayabilmek için duruşlarını ayarlarlar.

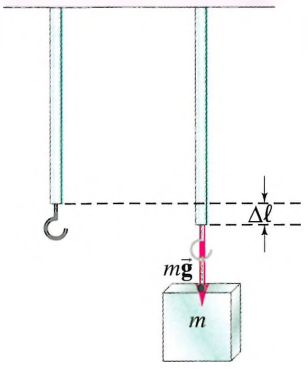


12–4 Esneklik, Zor ve Zorlanma

Bu Bölümün ilk kısmında, dengedeki cisimlerin üzerindeki kuvvetlerin nasıl hesaplandığını gördük. Bu kısımda ise bu kuvvetlerin etkilerini çalışacağız: uygulanan kuvvetlerin etkisiyle her cisim şekil değiştirir. Eğer kuvvetler yeterince büyükse Kısım12-5 'te tartışacağımız gibi cisim kırılacak veya çatlayacaktır.

Esneklik ve Hook Yasası

ŞEKİL 12–14 Hooke yasası: $\Delta\ell \propto$ uygulanan kuvvet



Örneğin Şek.12-14'te gösterilen düşey asılmış metal çubuk üzerine bir kuvvet uygulanırsa boyu değişecektir. Uzama miktarı $\Delta\ell$, cismin boyu ile karşılaştırıldığında küçükse; $\Delta\ell$ 'nin cisim üzerine uygulanan kuvvetle orantılı olduğu deneysel olarak bulunur. Bu orantı Kısım 7-3'te gördüğümüz gibi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

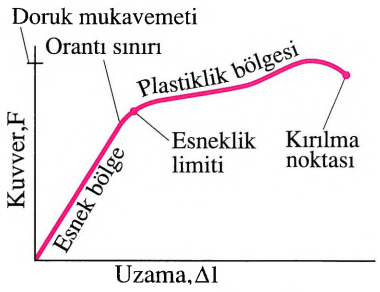
$$F = k\,\Delta\ell. \qquad \textbf{(12–3)}$$

Burada F cismi çeken kuvveti temsil ederken, $\Delta\ell$ boydaki değişim ve k orantı sabitidir. Dnk.12-13, Robert Hooke (1635-1703)'a atfen **Hook yasası**† olarak adlandırılır, bu yasa demirden kemiğe kadar hemen hemen tüm katı malzemeler için geçerlidir, fakat ancak bir noktaya kadar. Eğer kuvvet çok büyükse cisim çok uzar ve hatta kırılır.

Şek.12-15 bir cisme etki eden bir kuvvetin uzamaya karşı tipik bir grafiğini göstermektedir. **Orantı sınırı** olarak adlandırılan noktaya kadar Dnk. 12-3 çoğu malzeme için iyi bir yaklaşıklıktır ve grafik düz bir çizgidir. Bu noktadan sonra grafik düz çizgiden sapar ve artık F ile $\Delta\ell$ arasında basit bir ilişki olmaz. Yine de eğri üzerinde daha ilerdeki

†Bu ilişkinin "yasa" olarak nitelendirilmesi aslında çok doğru değildir, çünkü bu ilişki yaklaşıktır ve geçerli olduğu durumlar sınırlıdır. Fizikçilerin çoğu "yasa" kelimesini, Newton'un hareket yasaları veya enerjinin korunumu yasası gibi daha derin, daha kapsamlı ve daha kesin durumlar için kullanmayı yeğler.

esneklik sınırı olarak adlandırılan bir noktaya kadar etkiyen kuvvet ortadan kaldırıldığında cisim ilk uzaklığına döner. Orijinden esneklik limiti noktasına kadar olan kısım esnek bölge olarak adlandırılır. Eğer cisim esnek bölgenin ötesine uzatılırsa plastiklik bölgesine girer: uygulanan kuvvet ortadan kaldırılsa bile cisim artık orijinal uzunluğuna dönmez, deforme olmuş şekilde kalır (bükülmüş bir ataç gibi). Maksimum uzunluğa, **kırılma noktası**nda ulaşılır. Kırılmaksızın uygulanabilen maksimum kuvvet, malzemenin **doruk mukavemeti** olarak adlandırılır (aslında, Kısım 12-5'te tartışıldığı gibi birim alan başına düşen kuvvettir.)



ŞEKİL 12–15 Uygulanan kuvvetin, gerilim altındaki tipik bir metalin uzamasına karşı grafiği.

Young Modülü

Bir cismin uzama miktarı, Şek.12-14'teki kalas örneğindeki gibi sadece ona uygulanan kuvvete değil aynı zamanda o cismin hangi malzemeden yapıldığına ve boyutuna da bağlıdır. Dnk. 12-3'teki k sabiti bu faktörler cinsinden yazılabilir.

Aynı malzemeden yapılan, uzunluk ve kesit alanları farklı çubukları karşılaştırırsak, uygulanan aynı kuvvet için uzama miktarının (yine, toplam uzunluk ile karşılaştırıldığında küçük olduğunu kabul ediyoruz); ilk uzunlukla doğru ve kesit alanı ile ters orantılı olduğunu buluruz. Yani, cisim ne kadar uzunsa, uygulanan belli bir kuvvet için uzaması o kadar fazla, ve ne kadar kalınsa uzaması o kadar azdır. Elde edilen bu bulgular Dnk.12-3 ile birleştirilirse şu ifade elde edilir:

$$\Delta \ell = \frac{1}{E}\frac{F}{A}\ell_0. \qquad \textbf{(12–4)}$$

Burada ℓ_0 cismin orijinal uzunluğu, A kesit alanı ve $\Delta\ell$ ise uygulanan F kuvvetinden dolayı uzunluktaki değişimdir, E esneklik modülü veya Young modülü olarak bilinen bir orantı sabitidir[†] değeri sadece malzemeye bağlıdır. Çeşitli malzemeler için Young modülü değerleri Tablo 12-1'de verilmiştir (aynı tabloda verilen kayma modülü ve hacim modülü sonraki kısımlarda tartışılacaktır). E sadece malzemenin bir özelliği olduğu ve cismin boyutundan veya şeklinden bağımsız olduğu için Dnk.12-4 pratik hesaplamalar için Dnk.12-3'ten daha kullanışlıdır.

[†] E'nin bu ifadede paydada olup gerçek orantı sabitinin $1/E$ olması genel olarak kabul edilen bir durumdur. Dnk. 12-4, Dnk. 12-5'i elde etmek üzere yeniden yazılırsa E paya geçer.

TABLO 12-1 Esneklik modülleri

Malzeme	Young Modülü, E (N/m^2)	Kayma Modülü, G (N/m^2)	Hacim Modülü B (N/m^2)
Katılar			
Demir, dökme	100×10^9	40×10^9	90×10^9
Çelik	200×10^9	80×10^9	140×10^9
Pirinç	100×10^9	35×10^9	80×10^9
Alüminyum	70×10^9	25×10^9	70×10^9
Beton	20×10^9		
Tuğla	14×10^9		
Mermer	50×10^9		70×10^9
Granit	45×10^9		45×10^9
Tahta (çam) (damarlarına paralel)	10×10^9		
(damarlarına dik)	1×10^9		
Naylon	5×10^9		
Kemik (bacak)	15×10^9	80×10^9	
Sıvılar			
Su			2.0×10^9
Alkol (etil)			1.0×10^9
Civa			2.5×10^9
Gazlar[†]			
Hava, H_2, He, CO_2			1.01×10^5

[†]Normal atmosfer basıncında; süreç sırasında sıcaklık değişikliği yok.

ÖRNEK 12–7 **Piyano telindeki gerilim.** Uzunluğu 1.60 m olan çelik bir piyano telinin çapı 0.20 cm'dir. Tel gerildiğinde 0.25 cm uzarsa teldeki gerilimin büyüklüğü nedir?

YAKLAŞIM Hook yasasından faydalanalım ve Dnk.12-4'ü kullanarak, Tablo 12-1'den çelik için E değerini bulalım.

ÇÖZÜM Dnk.12-4'ten F'yi çözelim ve telin kesit alanını $A = \pi r^2 = (3.14)(0.0010\,\text{m})^2 = 3.14 \times 10^{-6}\,\text{m}^2$ olarak kullanalım:

$$F = E\frac{\Delta\ell}{\ell_0}A = (2.0 \times 10^{11}\,\text{N/m}^2)\left(\frac{0.0025\,\text{m}}{1.60\,\text{m}}\right)(3.14 \times 10^{-6}\,\text{m}^2) = 980\,\text{N}.$$

NOT Piyano tellerindeki büyük gerilim güçlü bir çerçeve ile desteklenmelidir.

ALIŞTIRMA G Aynı uzunluktaki iki çelik tel aynı gerilim altındadır. Fakat A telinin çapı B telinin iki katıdır. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur. (*a*) B teli A'nın iki katı kadar uzar. (*b*) B teli A'nın dört katı kadar uzar. (*c*) A teli B'nin iki katı kadar uzar. (*d*) A teli B'nin dört katı kadar uzar. (*e*) Her iki tel aynı aynı miktarda uzar.

Zor ve Zorlanma

Dnk. 12-4'ten, cismin uzunluğundaki değişimin cismin başlangıçtaki uzunluğu ℓ_0 ve uygulanan birim alan başına düşen kuvvetle (F/A) doğrudan orantılı olduğunu görürüz. Birim alan başına düşen kuvveti **zor** olarak tanımlamak genel bir uygulamadır:

$$\text{Zor} = \frac{\text{Kuvvet}}{\text{Alan}} = \frac{F}{A}$$

SI birim sistemindeki birimi N/m^2'dir. Zorlanma, uzunluktaki değişimin, ilk uzunluğa oranı olarak tanımlanır,

$$\text{Zorlanma} = \frac{\text{uzunluktaki değişim}}{\text{ilk uzunluk}} = \frac{\Delta\ell}{\ell_0}$$

ve boyutsuzdur (birimi yoktur). Dolayısıyla zorlanma cismin uzunluğundaki kesirsel değişimdir ve çubuğun ne kadar deforme olduğunun bir ölçüsüdür. Zor, malzemeye bir dış etmen tarafından uygulanır oysa zorlanma malzemenin zora verdiği cevaptır. Dnk.12-4 şöyle yazılabilir:

$$\frac{F}{A} = E\frac{\Delta\ell}{\ell_0} \qquad \textbf{(12–5)}$$

veya

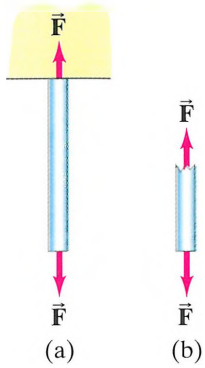
$$E = \frac{F/A}{\Delta\ell/\ell_0} = \frac{\text{zor}}{\text{zorlanma}}.$$

Böylece Şek.12-15'in lineer (esnek) bölgesinde zorlanmanın zor ile doğru orantılı olduğunu gördük.

Germe, Baskı ve Kayma Zoru

Şek.12-16 da gösterilen çubuğun *gerilim* veya **germe zoru** altında olduğu söylenir. Çubuk dengede olduğu için, üstündeki tek kuvvet, alt ucundaki aşağı doğru çeken kuvvet değildir. Üstündeki desteğin, çubuğun üst ucuna yukarı doğru eşit[†] bir kuvvet uyguladığını biliyoruz (Şek.12-16a). Gerçekte bu germe zoru malzemenin her yerinde mevcuttur. Asılı çubuğun Şek.12-16b'de gösterildiği gibi alt yarısını düşünün, bu alt yarı dengededir, bu nedenle alt uçtaki aşağı yöndeki kuvveti dengelemek için yukarı yönde bir kuvvet olmalıdır. Bu kuvveti kim uygular? Bu çubuğun üst kısmı olmalıdır. Böylece cisme uygulanan dış kuvvetlerin, malzemenin kendi içinde iç kuvvetlere veya zora neden olduğunu görürüz.

ŞEKİL 12–16 Zor malzemenin *içinde* de vardır.

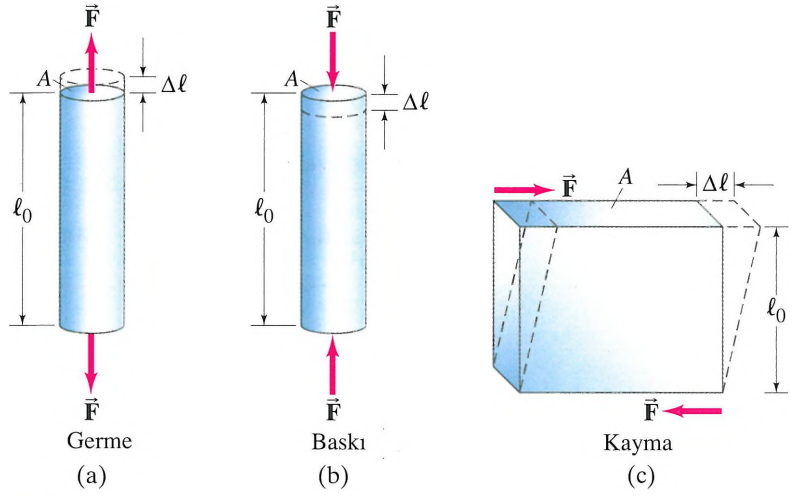


[†]Veya, çubuğun ağırlığı uygulanan kuvvete göre ihmal edilemezse daha büyük bir kuvvet.

Germe zorunun yol açtığı zorlanma veya deformasyon malzemelerin maruz kalabileceği zorların sadece bir çeşididir. İki başka tip zor vardır: baskı zoru ve kayma zoru. **Baskı zoru,** germe zorunun tam zıttıdır. Malzeme gerilme yerine sıkıştırılır, kuvvetler cisim üzerine içeriye doğru etki eder. Şek.12–17'deki Yunan tapınağında olduğu gibi bir ağırlığı taşıyan sütunlar baskı zoruna maruzdur. Dnk.12-4 ve 12-5 germe ve baskı için aynı şekilde uygulanabilir ve E modülünün değerleri genellikle aynıdır.



ŞEKİL 12–17 2500 yıl kadar önce Sicilya'da Agrigento'da inşa edilmiş olan bu Yunan tapınağı, sütün ve kirişlerin kullanıldığı bir yapıdır. Sütunlar baskı zoru altındadır.



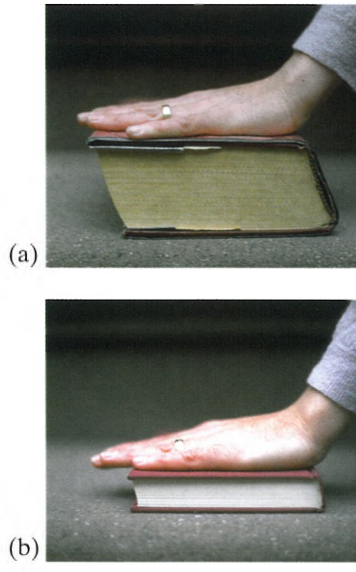
ŞEKİL 12–18 Rijit cisimlerdeki üç farklı zor türü.

Şek.12–18, baskı, germe ve üçüncü tip olan kayma zorlarını karşılaştırmaktadır. **Kayma zoru** altındaki bir cismin zıt yüzleri *boyunca* eşit ve zıt yönlü kuvvetler uygulanır. Basit bir örnek, bir masanın üzerine tespit edilmiş ve üst yüzeyine paralel bir kuvvet uygulanan, bir kitap veya tuğladır. Masa alt yüzeyi boyunca eşit ve zıt yönlü bir kuvvet uygular. Cismin boyutları önemli ölçüde değişmese de şekli değişir, (Şek.12-18c). Dnk. 12–14'e benzeyen bir eşitlik kayma zorunu hesaplamak için de kullanılabilir.

$$\Delta\ell = \frac{1}{G}\frac{F}{A}\ell_0. \qquad \textbf{(12–6)}$$

Fakat $\Delta\ell$, ℓ_0, ve A Şek.12-18c'de belirtildiği gibi yeniden yorumlanmalıdır. A'nın uygulanan kuvvete paralel yüzeyin alanı olduğuna (germe ve baskı için olduğu gibi dik olmadığına) ve $\Delta\ell$'nin ℓ_0 'a dik olduğuna dikkat ediniz. Orantı sabiti G kayma modülü olarak adlandırılır ve genellikle Young modülü E'nin değerinin yarısı ile üçte biri arasındadır (bknz. Tablo 12-1). Şek.12-19, $\Delta\ell \propto \ell_0$ orantısının sebebini göstermektedir: aynı kayma kuvvetine maruz kalan kalın kitap daha fazla şekil değiştirir.

ŞEKİL 12–19 Aynı kayma kuvveti uygulandığında, kalın kitap (a) ince kitaptan (b) daha fazla kayar.



Hacim Değişimi-Hacim Modülü

Eğer cisim, her tarafından içeri doğru kuvvetlere maruz kalırsa, hacmi azalacaktır. Yaygın bir örnek bir sıvı içine batırılmış bir cisimdir; bu durumda, Bölüm 13'te görüleceği gibi sıvı cisim üzerine her yönden basınç uygular. *Basınç,* birim alana düşen kuvvet olarak tanımlanır, dolayısıyla zora eşdeğerdir. Bu durum için hacimdeki değişiklik ΔV, ilk hacim Vo ve basınçtaki değişim ΔP ile orantılıdır. Böylece Dnk.12-4'ün benzeri bir bağıntı elde ederiz; yalnız orantı sabiti, hacim sabiti B olarak olarak adlandırılır:

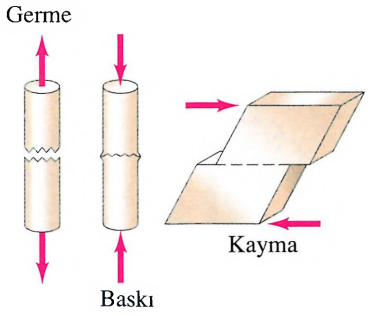
$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{1}{B}\Delta P \qquad \textbf{(12–7)}$$

veya

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V_0}.$$

Buradaki (–) işaretinin anlamı; basıncın artmasıyla hacmin *azalmasıdır*.

Hacim sabitleri için değerler Tablo 12-1'de verilmektedir. Sıvılar ve gazlar sabit bir şekle sahip olmadığı için sadece hacim sabitleri vardır (Young ve kayma sabitleri yoktur).



ŞEKİL 12–20 Üç farklı zor türü sonucu oluşan kırılma.

12–5 Kırılma

Katı bir cisim üzerindeki zor çok fazla olursa, cisim çatlar veya kırılır (Şek. 12-20). Tablo 12-2, çeşitli malzemelerin germe, baskı ve kayma için doruk mukavemet değerlerini listelemektedir. Bu değerler, bir cismin bu üç zor türü altında dayanabilecekleri birim alan başına maksimum kuvveti farklı malzemeler için vermektedir. Bunlar aslında sadece temsili değerlerdir, verilen bir örneğin asıl değeri oldukça farklılaşabilir, bu nedenle 3 ile 10 arasında, belki de daha büyük bir *güvenlik faktörü* kullanmak gerekir, yani bir yapıdaki gerçek zorlar tablodaki değerlerin onda biri ile onda üçünü aşmamalıdır. Güvenlik faktörlerinin hesaba katıldığı "izin verilen zorlar" tabloları vardır.

TABLO 12-2 Malzemelerin Doruk Mukavemetleri (kuvvet/alan)

Malzeme	Germe Mukavemeti, (N/m^2)	Baskı Mukavemeti, (N/m^2)	Kayma Mukavemeti, (N/m^2)
Katılar			
Demir, dökme	170×10^6	550×10^6	170×10^6
Çelik	500×10^6	500×10^6	250×10^6
Pirinç	250×10^6	250×10^6	200×10^6
Alüminyum	200×10^6	200×10^6	200×10^6
Beton	2×10^6	20×10^6	2×10^6
Tuğla		35×10^6	
Mermer		80×10^6	
Granit		170×10^6	
Tahta (çam) (damarlarına paralel) (damarlarına dik)	40×10^6	35×10^6 10×10^6	5×10^6
Naylon	500×10^6		
Kemik (bacak)	130×10^6	170×10^6	

ÖRNEK 12–8 TAHMİN EDİN Piyano Telini Koparma. Örnek 12-7'de bahsettiğimiz çelikten yapılmış piyano teli 0.20 cm çapında ve 1.60 m uzunluğundaydı. Yaklaşık olarak ne kadarlık bir gerilim kuvveti piyano telini koparır?

YAKLAŞIM F/A germe zorunu Tablo 12-2'de verilmiş olan çeliğin germe mukavemetine eşitleriz.

ÇÖZÜM Telin kesit alanı $A = \pi r^2$, burada $r = 0.010\ \text{cm} = 1.0 \times 10^{-3}\ \text{m}$ Tablo 12-2 gösteriyor ki ;

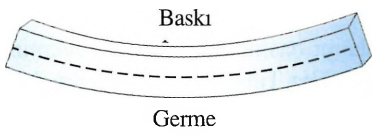
$$\frac{F}{A} = 500 \times 10^6\ \text{N/m}^2$$

Eğer kuvvet bu değeri aşarsa tel kırılabilir

$$F = (500 \times 10^6\ \text{N/m}^2)(\pi)(1.0 \times 10^{-3}\ \text{m})^2 = 1600\ \text{N}.$$

Tablo 12-2'de görüldüğü üzere, beton (taş veya tuğla gibi) baskı altında epeyce güçlü, ancak germeye karşı zayıftır. Bu nedenle beton, baskı altındaki düşey kolonlar halinde kullanılabilir, fakat kiriş olarak kullanışlı değildir, çünkü kirişin alt kısmının kaçınılmaz sarkışından kaynaklanan germe kuvvetine dayanamaz (Şek. 12-21).

ŞEKİL 12–21 Bir kiriş kendi ağırlığı altında bile hafifçe de (burada biraz abartılmış) olsa sarkar. Dolayısıyla kiriş şekil değiştirir: üst kısmı baskı alt kısmı germe (uzar) altında olur. Kiriş içerisinde aynı zamanda kayma zoru da olur.



İçerisine demir çubukların yerleştirildiği betonarme daha dayanıklıdır (Şek. 1-22). Daha da dayanıklısı yine demir çubuklar veya bir tel örgü içeren öngerilmeli betondur, fakat betonun dökümü sırasında çubuk veya teller gerilim altında tutulurlar. Beton kuruyunca, demirin üzerindeki gerilim kalkar, beton baskı altına girer. Baskı zorunun miktarı, kirişe yük uygulandığında, alt kısımdaki baskı azalacak fakat betona germe uygulamayacak şekilde önceden dikkatli bir şekilde belirlenir.



ŞEKİL 12–22 Beton, mukavemet için çelik çubukların arasına dökülür.

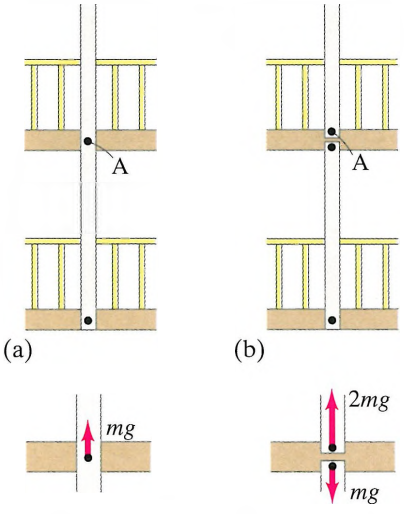
KAVRAMSAL ÖRNEK 12–9 **Trajik Değişiklik:** Biri diğerinin üzerinde olan iki yürüyüş köprüsü yüksek bir otel lobisinin yüksek tavanına bağlı düşey çubuklara asılmıştır (Şek.12-23a). Orijinal tasarımdaki 14 m uzunluğundaki tek çubukların uygulanması zor bulununca, her uzun çubuk yerine, Sek.12-23b'de gösterildiği gibi iki kısa çubuk konulması kararı alınmıştır. Her bir tasarım için, çubukların A milinin (iki tasarımda da aynı boyutta) üzerine uyguladığı net kuvveti belirleyin. Her düşey çubuğun m kütleli bir köprünün ağırlığını taşıdığını varsayın.

YANIT Şek.12-23a'daki tek uzun düşey çubuk, üstteki köprünün ağırlığını taşımak için A miline mg'ye eşit yukarı yönlü bir kuvvet uygular, neden? Çünkü mil dengededir ve bunu dengeleyen diğer kuvvet üstteki köprü tarafından onun üzerine uygulanan aşağı yönlü mg kuvvetidir (Şek.12-23c). Bu yüzden milde bir kayma zoru vardır. Çünkü çubuk mili bir taraftan yukarı doğru çekerken köprü diğer taraftan aşağı çeker. Köprüleri daha kısa iki çubuğun tuttuğu durumda, sadece üst köprüdeki bağlar Şek.12-23d'de gösterilmektedir. Alt çubuk, alt köprüyü tuttuğu için iki milden altta olana aşağı yönlü bir mg kuvveti uygular. Üst çubuk her iki üst köprüyü de desteklediği için üstteki mile (A olarak adlandırılan) $2mg$'lik bir kuvvet uygular. İnşaat işçileri, bir uzun çubuk yerine iki tane kısa çubuk kullandığında, A milindeki zor *ikiye katlanır.* Basit gibi görünen bu tür bir değiştirme, 1981'de Şek.12-1'de gösterilen 100'den fazla insanın hayatını kaybettiği feci bir çöküntüye yol açtı. Fizikte deneyimli olmanın ve fiziğe dayalı basit hesaplar yapabilmenin insanların hayatları üzerinde çok büyük bir etkisi vardır.

FİZİK UYGULAMASI

Trajik çöküş

ŞEKİL 12–23 Örnek 12–9.



(c) A miline düşey çubuğun etki ettirdiği kuvvet.

(d) Düşey çubukların A'daki millere etki ettirdiği kuvvetler.

ÖRNEK 12–10 **Kirişte Kayma.** Kesit alanı 9.5 cm × 14 cm ve uzunluğu 3.6 m olan homojen bir çam kiriş Şek.12-24'te gösterildiği gibi iki ucuna yakın noktalardaki desteklere dayanmaktadır. Kirişin ağırlığı 25 kg'dır ve uçlardan uzunluğunun1/3'ü kadar uzaklıktaki iki noktada düşey çatı destekleri durmaktadır. Her bir çatı desteği, çam kirişinin desteklerinde kaymaya yol açmadan en fazla ne kadarlık bir yük kuvveti F_L uygulayabilir? Güvenlik faktörünü 5.0 olarak alın.

YAKLAŞIM Simetri hesaplarımızı kolaylaştırır. İlk olarak Tablo 12-2' deki çamın kayma mukavemetini alır ve 5.0 güvenlik faktörü kullanarak $F/A \leq \frac{1}{5}$ $\Sigma\tau = 0$ (kayma mukavemeti) bağıntısından Fyi buluruz:

ÇÖZÜM Her desteğin yukarıya doğru uyguladığı $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin (durum simetriktir) alabileceği en büyük değer:

$$F = \frac{1}{5}A(5 \times 10^6\,\mathrm{N/m^2}) = \frac{1}{5}(0.095\,\mathrm{m})(0.14\,\mathrm{m})(5 \times 10^6\,\mathrm{N/m^2}) = 13{,}000\,\mathrm{N}.$$

Maksimum yük kuvvetini (F_L) belirlemek için, kirişin sol ucuna göre torku hesaplarız (saat yönünün tersi pozitif):

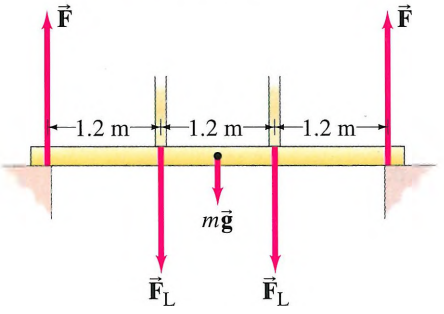
$$\Sigma\tau = -F_L(1.2\,\mathrm{m}) - (25\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2})(1.8\,\mathrm{m}) - F_L(2.4\,\mathrm{m}) + F(3.6\,\mathrm{m}) = 0$$

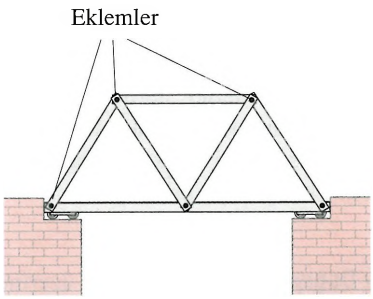
Böylece her bir çatı desteği için

$$F_L = \frac{(13{,}000\,\mathrm{N})(3.6\,\mathrm{m}) - (250\,\mathrm{N})(1.8\,\mathrm{m})}{(1.2 + 2.4)} = 13{,}000\,\mathrm{N}.$$

Kirişin taşıyabileceği çatının toplam kütlesi $(2)(13{,}000\,\mathrm{N})/(9.8\,\mathrm{m/s^2}) = 2600\,\mathrm{kg}$ 'dır.

ŞEKİL 12–24 Örnek 12–10.





ŞEKİL 12–25 Bir kafes kirişli köprü.

*12–6 Kafes Kirişli Yapılar ve Köprüler

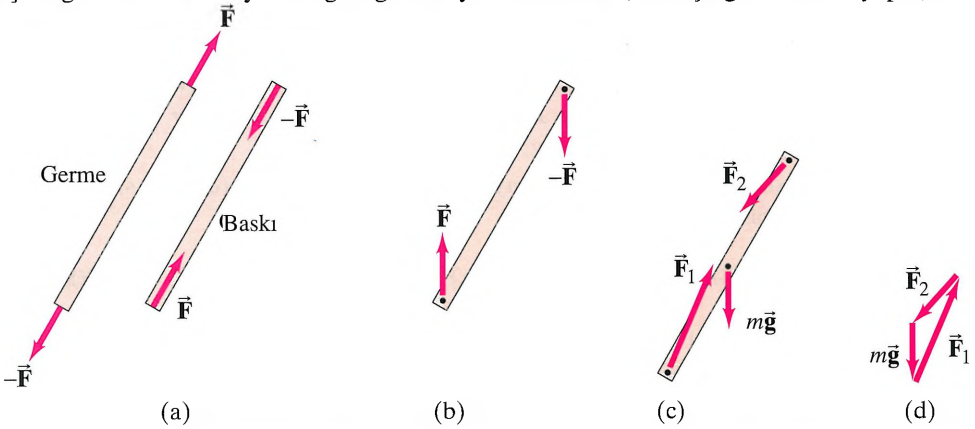
Şek.12-21'de gördüğümüz gibi geniş bir açıklık üzerinde duran bir kiriş (bir köprüde olduğu gibi) baskı, germe ve kayma gibi üç çeşit zorla da karşı karşıyadır. Böyle geniş açıklıklar üzerine köprü kurmak için geliştirilen temel bir mühendislik düzeneği, bir örneği Şek.12-25'te gösterilen kafes kirişli yapılardır. Ahşap kafes kirişli köprüler ilk olarak kamu binaları ve villa tasarımları ile ünlü mimar Andrea Palladio (1518-1580) tarafından tasarlanmıştır. On dokuzuncu yüzyılda çeliğin devreye girmesiyle, çok daha güçlü çelik kafes kirişli yapılar kullanılmaya başlandı. Bununla birlikte ahşap kafes kirişli yapılar hala evlerin veya dağ evlerinin çatılarında kullanılmaktadır (Şek.12-26).



ŞEKİL 12–26 Bir kafes kirişli çatı.

Temelde **kafes kirişli yapı,** çubuk veya direklerin her zaman üçgenler oluşturacak şekilde uçlarından mil veya perçinle birleştirildikleri bir iskelettir. (Üçgenler, yan kuvvetlere maruz kaldıklarında kolaylıkla paralelkenara dönüşen ve sonra çöken dikdörtgenlerle karşılaştırıldığında daha kararlıdır.) Çubukların mille birleştirildiği yer **eklem** olarak adlandırılır.

Kafes kirişli bir yapının çubuklarının saf baskı veya saf germe altında olduğu genel olarak kabul edilir, yani kuvvetler çubuğun uzunluğu boyunca etki etmektedir (Şek.12-27a). Bu ideal bir durumdur, sadece çubuğun kütlesinin olmadığı ve bir ağırlık taşımadığı durumlarda geçerlidir. O zaman çubuğun üzerinde Şek.12-27'de gösterildiği gibi sadece uçlardaki iki kuvvet bulunur. Eğer çubuk dengedeyse, bu iki kuvvet eşit ve zıt yönde olmalıdırlar $(\Sigma\vec{\mathbf{F}} = 0)$. Peki, Şek.12-27b'deki gibi bu kuvvetler belli bir açıda olamazlar mı? Hayır, çünkü o zaman $\Sigma\vec{\boldsymbol{\tau}}$ sıfır olmaz. Eğer çubuk dengedeyse, iki kuvvet çubuk boyunca etki etmelidirler. Fakat çubuğun kütleli olduğu gerçek bir durumda Şek. 12-27c' de gösterildiği gibi çubuk üzerinde üç kuvvet vardır ve $\vec{\mathbf{F}}_1$ ve $\vec{\mathbf{F}}_2$ çubuk boyunca etki etmezler; Şek.12-27d'deki vektör diyagramı $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 + m\vec{\mathbf{g}} = 0$ olduğunu gösteriyor $\vec{\mathbf{F}}_1$ ve $\vec{\mathbf{F}}_2$'nin her ikisinin de neden çubuğun üst kısmına yöneldiğini görebiliyor musunuz? (Her uça göre $\Sigma\tau = 0$ yapın).



ŞEKİL 12–27 (*a*) Bir kafes kirişli yapının kütlesiz çubuklarının her birisi baskı veya germe altındadır. (b) Eşit ve zıt yönlü iki kuvvet aynı doğrultuda olmalı, yoksa bir net tork oluşurdu. (*c*) Gerçek bağlantı çubuklarının kütleleri vardır. Dolayısıyla eklemlerdeki $\vec{\mathbf{F}}_1$ ve $\vec{\mathbf{F}}_2$ kuvvetleri tam çubuklar boyunca etki etmezler. (*d*) (*c*)'nin vektör diyagramı.

Örnek 12-5'te gösterilen Şek.12-9'daki basit kirişi tekrar düşünün. Mildeki kuvveti kiriş boyunca değil, yukarıya doğru bir açıyla etki ediyordu. Eğer o kiriş ağırlıksız olsaydı, Örnek 12-5'teki Dnk.(iii)'e $m = 0$ koyduğumuzda $F_{My} = 0$ ve $\vec{\mathbf{F}}_M$ kiriş boyunca olurdu.

Kafes kirişli bir yapının her çubuğundaki kuvvetlerin sadece çubuk boyunca etki ettikleri kabulü, yükler sadece eklem yerlerinde etki ettikleri ve çubukların kendi ağırlıklarından çok büyük olduklarında hala çok yararlıdır.

ÖRNEK 12–11 **Bir Kafes Kirişli Köprü.** Şek.12-28a'daki kafes kirişli köprünün her bir çubuğundaki germe veya baskıyı belirleyin. Köprü 64 m uzunluğundadır ve toplam kütlesi 1.40×10^6 kg olan homojen, yatay bir beton yolu taşımaktadır. Eklemler yöntemini kullanın: (1) kafes kirişli yapının bir bütün halinde serbest cisim diyagramını çizin; (2) tek tek her bir mil (eklem) için bir serbest cisim diyagramı çizin ve her mil için $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = 0$ yapın. Çubukların ağırlıklarını ihmal edin. Bütün üçgenlerin eşkenar olduğunu varsayın.

YAKLAŞIM Her köprünün, yolun iki yanında birer tane olmak üzere iki üçgen kirişli yapısı olur. Yolun ağırlığının yarısını taşıyacak olan Şek.12-28a'daki kafes kirişli yapıyı düşünün. Yani bu yapı toplam $M = 7.0 \times 105$ kg'lık bir toplam kütleyi taşımaktadır. İlk olarak, yukarıya doğru $\vec{\mathbf{F}}_1$ ve $\vec{\mathbf{F}}_2$ kuvvetlerini uygulayan iki uçtaki desteklerin üzerinde duran kafes kirişli yapının tümünü tek bir birim olarak alıp serbest cisim diyagramını çizelim: Şek.12-28b. Gösterildiği gibi, yolun ağırlığının tamamen merkezdeki C miline etki ettiğini kabul ediyoruz. Simetriden dolayı [veya örneğin A noktası etrafında bir tork denklemi yazın: $(F_2)(\ell) - Mg(\ell/2) = 0$] iki uçtaki desteklerin ağırlığın yarısını taşıdığını söyleyebiliriz:

$$F_1 = F_2 = \tfrac{1}{2}Mg.$$

ÇÖZÜM A miline bakıp $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = 0$ uygulayalım. A miline her bir çubuğun etki ettirdiği kuvvetleri iki alt indisle işaretleyeceğiz: $\vec{\mathbf{F}}_{AB}$ çubuğunun uyguladığı kuvvet anlamına gelir ve $\vec{\mathbf{F}}_{AC}$, çubuğunun uyguladığı kuvvettir. $\vec{\mathbf{F}}_{AB}$ ve $\vec{\mathbf{F}}_{AC}$ kuvvetleri kendi çubukları boyunca etki ederler; her birinin baskı mı yoksa germe mi uyguladığını bilmeyiz: Şek.12-28c'de gösterildiği gibi dört farklı serbest cisim diyagramı çizeriz. Bunlardan yalnızca soldaki $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = 0$, koşulunu sağlayabilir. Bu nedenle $\vec{\mathbf{F}}_{AB}$ ve $\vec{\mathbf{F}}_{AC}$ 'nin yönlerini hemen biliriz.† Bu kuvvetler mil üzerine etki ederler. A milinin AB çubuğuna etki ettirdiği kuvvet $\vec{\mathbf{F}}_{AB}$ 'ya ters yöndedir (Newton' un 3. yasası), bu yüzden AB çubuğu baskı ve AC çubuğu germe altındadır. Şimdi $\vec{\mathbf{F}}_{AB}$ ve $\vec{\mathbf{F}}_{AC}$ 'nin büyüklüklerini hesaplayalım. A milinde:

$$\Sigma F_x = F_{AC} - F_{AB}\cos 60^\circ = 0$$
$$\Sigma F_y = F_1 - F_{AB}\sin 60^\circ = 0.$$

Böylece

$$F_{AB} = \frac{F_1}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{1}{2}Mg}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}Mg$$

bulunur ve bu da $(7.0 \times 10^5\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)/\sqrt{3} = 4.0 \times 10^6\,\text{N}$ 'a eşittir; ve

$$F_{AC} = F_{AB}\cos 60^\circ = \frac{1}{2\sqrt{3}}Mg.$$

Daha sonra B miline ve Şek.12-28d'deki serbest cisim diyagramına bakıyoruz. [Eğer $\vec{\mathbf{F}}_{BD}$ veya $\vec{\mathbf{F}}_{BC}$ zıt yönde olsaydı $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ 'nin sıfır olamayacağını kendinizi ikna ediniz. Şimdi AB çubuğunun karşı ucunda bulunduğumuzdan $\vec{\mathbf{F}}_{BA} = -\vec{\mathbf{F}}_{AB}$ (ve $F_{BA} = F_{AB}$) olduğuna dikkat edin.] BC'nin germe ve BD' nin baskı altında olduğunu görüyoruz. (Çubuklardaki kuvvetlerin, burada gösterilen mil üzerindeki kuvvetlere zıt yönde olduğunu hatırlayın.) $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = 0$ yapalım:

$$\Sigma F_x = F_{BA}\cos 60^\circ + F_{BC}\cos 60^\circ - F_{BD} = 0,$$
$$\Sigma F_y = F_{BA}\sin 60^\circ - F_{BC}\sin 60^\circ = 0.$$

$F_{BA} = F_{AB}$ olduğundan aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$F_{BC} = F_{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}}Mg,$$

ve

$$F_{BD} = F_{AB}\cos 60^\circ + F_{BC}\cos 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}Mg\left(\tfrac{1}{2}\right) + \frac{1}{\sqrt{3}}Mg\left(\tfrac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}Mg.$$

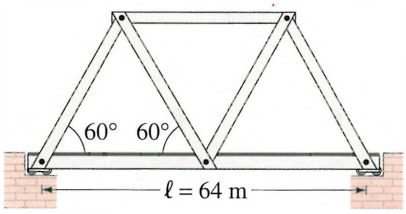
Çözüm tamamlandı. Simetriden dolayı $F_{DE} = F_{AB}$, $F_{CE} = F_{AC}$, and $F_{CD} = F_{BC}$.

NOT Kontrol amaçlı C mili için ΣF_x ve ΣF_y'yi hesaplayınız ve sıfıra eşit olup olmadıklarını görünüz. Şek. 12-28e serbest cisim diyagramını göstermektedir.

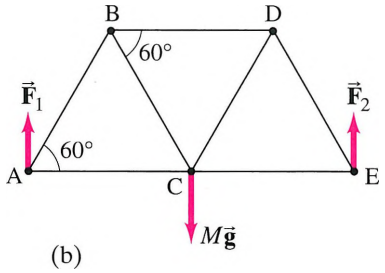
†Diyagram üzerindeki bir kuvvetin yönünü gerçekte olduğunun tersine alırsak sonuç eksi işaretli olur.

FİZİK UYGULAMASI
Kafes kirişli bir köprü

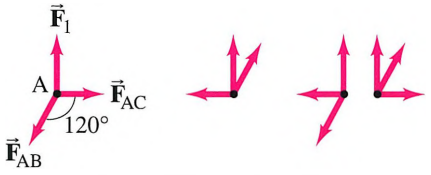
PROBLEM ÇÖZME
Eklemler yöntemi



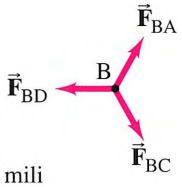
(a)



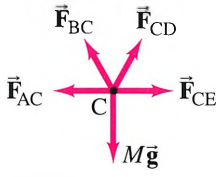
(b)



(c) A mili (farklı tahminler)

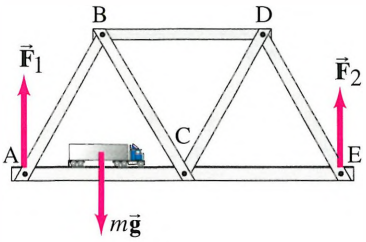


(d) B mili

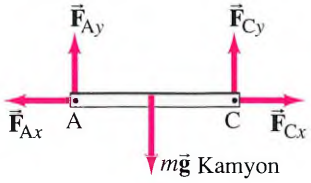


(e) C mili

ŞEKİL 12–28
Örnek 12-11. (a) Bir kafes kirişli köprü. Serbest cisim diyagramları (b) tüm kafes için, (c) A mili için (farklı tahminler), (d) B mili için, (e) C mili için.



(a)



(b)

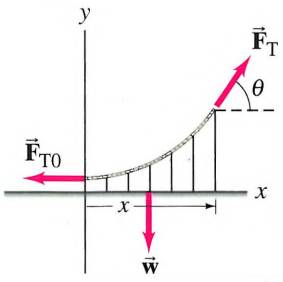
ŞEKİL 12–29 a) AC kirişinin merkezinde m kütleli bir kamyon bulunan kafes kirişli yapı. (b) AC kirişi üzerine etkiyen kuvvetler.

FİZİK UYGULAMASI
Asma köprü



ŞEKİL 12–30 Asma köprüler (Brooklyn ve Manhattan köprüleri, Newyork).

ŞEKİL 12–31 Örnek 12–12.



Örnek 12-11'de yolun yükü merkez C'de taşınıyordu. Şimdi AC çubuğunun ağır bir kamyon gibi bir yükü Şek.12-29a'da gösterildiği gibi tam orta noktasında desteklediğini düşünelim. AC çubuğu bu yükten dolayı sarkar, bu da AC çubuğunda bir kayma zoru bulunduğuna işaret eder. Şekil 12-29b, AC çubuğundaki kuvvetleri göstermektedir. Kamyonun ağırlığı mg ve ve A ve C millerinin çubuğa etki ettirdikleri $\vec{F}_A$ ve $\vec{F}_C$ kuvvetleridir. [$\vec{F}_1$ kuvveti yok, çünkü o AC çubuğuna değil A miline etki eden (dış destekler tarafından uygulanan) bir kuvvettir.] A ve C millerinin AC çubuğuna etki ettirdikleri kuvvetler sadece çubuk boyunca etki etmezler; kamyonun mg ağırlığını dengelemek için çubuğa dik bileşenleri de vardır. Bunlar kayma zoru yaratır. Ağırlık taşımayan diğer çubuklar sadece germe ve baskı altında kalırlar. 53 ve 54. problemler bu durumla ilgilidir ve çözümlerindeki ilk adımlardan birisi, çubuk için tork denklemlerini kullanarak $\vec{F}_A$ ve $\vec{F}_C$ kuvvetlerini hesaplamaktır.

Çok büyük köprüler için kafes kirişli yapılar çok ağır olur. Bir çözüm, yükün, gerilim altındaki nisbeten hafif askı kablolarıyla taşındığı asma köprüler inşa etmektir. Bu Bölümün ilk sayfasındaki fotoğrafta ve Şek.12-31'de gösterildiği gibi, birbirlerine yakın yerleştirilen düşey teller yolu taşırlar.

ÖRNEK 12–12 Asma köprü: Yolun ağırlığının, uzunluğu boyunca düzgün bir şekilde taşındığını varsayarak, bir asma köprünün iki kulesi arasındaki kablonun şeklini belirleyin (Şek.12-30'daki gibi). Kablonun ağırlığını yoksayın.

YAKLAŞIM Şek.12-31'de gösterildiği gibi $x = 0$, $y = 0$ yolun tam ortasında alınır. $\vec{F}_{T0}$'ı $x = 0$'daki kablodaki gerilim olarak alın; gösterildiği gibi yatay olarak etki eder. F_T, gösterildiği gibi kablonun yatay koordinatı x olan bir noktasındaki gerilimdir. Kablonun bu bölümü, yolun w ağırlığı x mesafesiyle orantılı olan bir bölümünü taşımaktadır (düzgün ağırlık dağılımı varsayıldığı için):

$$w = \lambda x,$$

burada λ birim uzunluğun ağırlığıdır.

ÇÖZÜM $\Sigma\vec{F} = 0$ yapalım:

$$\Sigma F_x = F_T \cos\theta - F_{T0} = 0,$$
$$\Sigma F_y = F_T \sin\theta - w = 0.$$

İki denklemi birbirine bölersek

$$\tan\theta = \frac{w}{F_{T0}} = \frac{\lambda x}{F_{T0}}.$$

Eğrimizin (kablonun) herhangi bir noktadaki eğimi

$$\frac{dy}{dx} = \tan\theta$$

veya

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\lambda}{F_{T0}} x$$

bulunur. Bunun integralini alalım:

$$\int dy = \frac{\lambda}{F_{T0}} \int x\, dx$$
$$y = Ax^2 + B$$

Burada $A = \lambda/F_{T0}$ ve B integral sabitleridir. Bu bir parabol eşitliğidir.

NOT Gerçek köprülerde kullanılan kabloların ağırlıkları vardır, bu yüzden kablolar oldukça yakın olmakla birlikte, sadece yaklaşık bir parabol şeklindedir.

*12–7 Kemerler ve Kubbeler

Mühendisler ve mimarlar, açıklıkların üstüne kirişler, kafes yapılar ve asma köprüler gibi farklı yapılar kurarlar. Bu bölümde kemerler ve barajları tartışacağız.



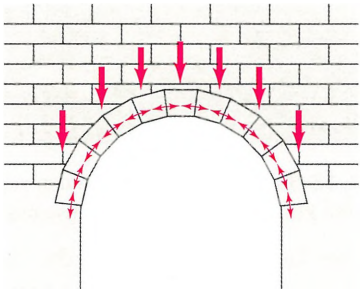
ŞEKİL 12–32 Roma Forumunda yuvarlak kemerler. Arkadaki Titus Kemeri'dir.



ŞEKİL 12–33 Kaliforniya sahilinde iki tepeyi birbirine bağlamak için kullanılan bir kemer.

Şek. 12-32 ve 12-33'teki yarım dairesel **kemer** ilk kez 2000 yıl önce eski Romalılar tarafından kullanıldı. Estetik albenisinin yanı sıra, muazzam bir teknolojik yenilikti. Yarım dairesel veya "gerçek" kemerin avantajı şudur: iyi tasarlanırsa, kama şekilli taşlar, büyük bir katedralin duvarı veya çatısı gibi büyük bir yükü taşırken bile büyük ölçüde baskı zoru altındadırlar. Taşlar birbirini sıkıştırdıkları için, esas olarak baskı altındadırlar, (bknz. Şek. 12–34). Ancak kemerlerin desteklere düşey kuvvetlere ek olarak yatay kuvvetler de ilettiğine dikkat edin. İyi şekil verilmiş taşlardan oluşan yuvarlak bir kemer, çok geniş bir boşluğun üstünü örtebilir. Bununla birlikte, kuvvetlerin yatay bileşenlerini taşımak için kenarların iyi desteklenmesi gerekir.

FİZİK UYGULAMASI
Mimarlık: Kirişler, kemerler ve kubbeler

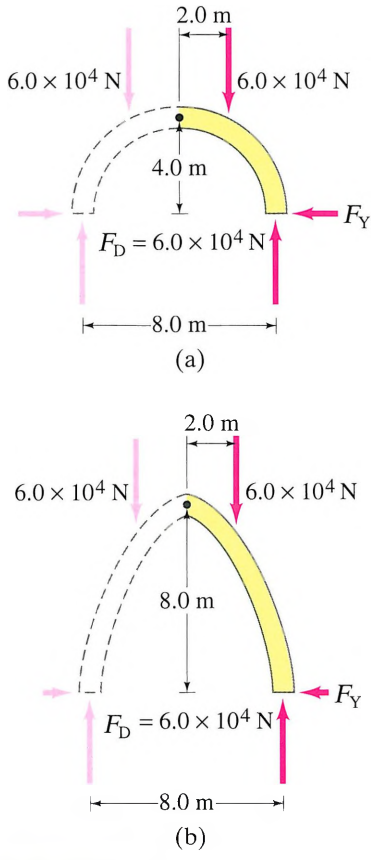


ŞEKİL 12–34 Yuvarlak bir kemerdeki taşlar (bknz. Şek.12-32) genellikle baskı altındadır.

Sivri kemer, hemen hemen M.Ö 1100 yılında kullanılmaya başlandı ve büyük Gotik katedrallerinin ayırıcı özelliği oldu. O da önemli bir teknolojik yenilikti ve ilk olarak katedrallerin kemer ve kule gibi ağır yüklerini taşımak için kullanıldı. Öyle görünüyor ki, inşaatçılar, sivri kemerin dikliğinden dolayı üstteki ağırlıktan doğan kuvvetleri aşağıya daha düşeye yakın bir biçimde ileteceğini, böylece daha az yatay desteğe ihtiyaç duyulacağını fark ettiler. Sivri kemer, duvarlardaki yükü azalttı, böylece daha açık ve aydınlık ortamlar oluşturdu. İhtiyaç duyulan daha küçük destek, dışarıdan zarif görünüşlü payandalarla karşılandı (Şek.12-35).



ŞEKİL 12–35 Uçan payandalar (Paris'teki Notre Dame katedralinde).



ŞEKİL 12–36 (a) Yuvarlak bir kemerdeki kuvvetler ile, (b) sivri kemerdekilerin karşılaştırması.

Taş bir kemerin doğru bir analizini yapmak pratikte oldukça zordur. Bazı basitleştirici kabuller yaparsak, kuvvetin tabandaki yatay bileşeninin sivri kemerde neden yuvarlak kemere göre daha az olduğunu gösterebiliriz. Şek. 12-36, bize her biri 8.0 m'lik bir açıklık üzerine kurulmuş bir sivri bir de yuvarlak kemer gösteriyor. Dolayısıyla yuvarlak olanın yüksekliği 4.0 m'dir. Sivri kemer daha yüksek olup, yüksekliği 8.0 m olarak seçilmiştir. İki kemer de 12 × 104 N (=12,000 kg)'luk bir ağırlık taşımaktadır. Bu ağırlığı, gösterildiği gibi, her kemerin her iki yarısına etki eden iki parçaya (her biri 6 × 10^4 N) bölünmüş olarak düşüneceğiz. Dengede olması için, desteklerin her biri 6 × 10^4 N'luk yukarı yönlü bir kuvvet uygulamalıdır. Dönme dengesi için her destek aynı zamanda kemerin tabanında yatay bir kuvvet (F_Y) te uygulamalıdır ve işte bu bizim hesaplamak istediğimiz kuvvettir. Her kemerin sadece sağ yarısına odaklanalım, kemerin o yarısına etki eden kuvvetlerin kemerin tepe noktasına göre hesaplanan toplam torkunu sıfıra eşitleyelim. Yuvarlak kemer için, tork denklemi $(\Sigma\tau = 0)$ şöyledir (bknz. Şek. 12-36a):

$$(4.0\,\text{m})(6.0 \times 10^4\,\text{N}) - (2.0\,\text{m})(6.0 \times 10^4\,\text{N}) - (4.0\,\text{m})(F_Y) = 0.$$

Böylece yuvarlak kemerde F_Y=3 × 10^4 N'dur. Sivri kemer için, ise tork denklemi (bknz. Şek. 12-36b):

$$(4.0\,\text{m})(6.0 \times 10^4\,\text{N}) - (2.0\,\text{m})(6.0 \times 10^4\,\text{N}) - (8.0\,\text{m})(F_Y) = 0.$$

Çözünce bulduğumuz F_Y = 1.5 × 104 N yuvarlak kemer için olanın sadece yarısı kadardır. Bu hesaptan, sivri kemer için ihtiyaç duyulan yatay destek kuvvetinin daha az olmasının sebebini anlıyoruz: kemer daha yüksek olduğu için bu kuvvetin kaldıraç kolu daha uzundur. Gerçekten, kemer ne kadar dikse, ihtiyaç duyulan yatay kuvvet o kadar azdır ve bu nedenle kemerin tabanına uygulanan kuvvet, düşeye daha yakındır.

Kemerin iki boyutlu bir yapı olmasına karşın, kemerin düşey bir eksen etrafında döndürülmüş hali olan **kubb**e üç boyutludur. İlk büyük kubbeleri Romalılar inşa etmiştir. Şekilleri yarım küre biçiminde olup Roma'da 2000 yıl önce inşa edilmiş Pantheon gibi bazıları hala ayaktadır (Şek. 12-37).



ŞEKİL 12–37 Roma'daki Pantheon'un içi, 2000 yıl kadar önce inşa edildi. Büyük kubbeyi ve ışık alması için onun merkezinde açılmış deliği gösteren bu tablo, 1740 yılı civarında Panini tarafından yapılmıştır. Fotoğraflar, ihtişamını bu tablo kadar iyi yansıtmamaktadır.



ŞEKİL 12–38 Brunelleshi tarafından yapılan katedral kubbesini gösteren Floransa manzarası.

On dört yüzyıl sonra, Floransa'da yeni bir katedral inşa ediliyordu. İnşaatı bir sır olarak kalan Pantheon'a rakip olmak üzere kubbesinin çapı 43 m olacaktı. Bu kubbe yan dayanakları olmayan bir "çember"in üstüne oturtuldu. Sivri kemer gibi sivri bir kubbe de tabanının yanlarına daha küçük bir kuvvet uygulayacağı için, Filippo Brunelleschi (1377-1446) sivri bir kubbe (Şek.12-38) dizayn etti. Kemer gibi, kubbe de bütün taşlar yerine yerleşene kadar kararlı değildir. İnşaat sırasında daha küçük kubbeleri taşımak için ahşap iskeleler kullanılırdı. Fakat 43 m'yi kaplayacak kadar büyük ve yeteri kadar güçlü ağaçlar bulunamadı. Brunelleschi kubbeyi yatay tabakalar halinde inşa etmeye karar verdi, dairenin son taşı yerleşene kadar onu yerinde tutarak her biri bir öncekine bağlandı. Her kapalı halka bir sonraki tabakayı taşımak için yeteri kadar sağlamdı. Bu mükemmel bir ustalıktı. Sadece 20. yüzyılda daha büyük kubbeler inşa edildi, en büyüğü olan New Orleans'daki Superdome 1975'te tamamlandı. Onun 200 m çapındaki kubbesi çelik üçgenler ve betondan yapılmıştır.

Özet

Duran bir cismin **dengede** olduğu söylenir. Durgun bir yapıdaki tüm kuvvetlerin tayini **statik** olarak adlandırılır.

Bir cismin dengede olabilmesi için gerekli iki koşul vardır. (1) Cisim üzerine etkiyen tüm kuvvetlerin vektörel toplamı sıfır olmalıdır, ve (2) tüm torkların (herhangi bir eksene göre hesaplanan) toplamı da sıfır olmalıdır. İki boyutlu problem için, aşağıdaki ifadeleri yazarız;

$$\Sigma F_x = 0, \qquad \Sigma F_y = 0, \qquad \Sigma\tau = 0. \qquad \textbf{(12–1, 12–2)}$$

IDenge koşullarının statik problemleri için her seferinde yalnızca bir cisme uygulanması önemlidir. Statik denge halinde bulunan bir cisim, (*a*) **kararlı,** (*b*) **kararsız**, (*c*) **nötr dengededir**. Eğer küçük bir yer değiştirme gerçekleşirse, nesne; (*a*) orijinal konumuna geri döner, (*b*) orijinal konumundan uzaklaşır, veya (*c*) yeni konumunda kalır. Kararlı denge halindeki bir nesnenin statik olduğu söylenir.

Hook yasası pek çok esnek katı için geçerlidir ve cismin uzunluğundaki değişimin uygulanan kuvvetle orantılı olduğunu söyler:

$$F = k\,\Delta\ell. \qquad \textbf{(12–3)}$$

Eğer kuvvet çok büyükse cisim **esneklik limiti**ni aşacaktır, bunun anlamı, etkin olan kuvvet ortadan kaldırılsa dahi cismin artık orijinal şekline dönmeyecek olmasıdır. Kuvvet daha da büyük olursa malzemenin **doruk mukavemeti** aşılır ve cisim **kırılır**. Cisim üzerine uygulanan birim alan başına düşen kuvvet zordur ve uzunlukta meydana gelen kesirsel değişim **zorlama**dır. Cisim üzerindeki zor üç tipte olabilir: **baskı, germe** ve **kayma**. Zorun, zorlamaya oranı, malzemenin **esneklik modülü** olarak adlandırılır. **Young modülü**, baskı ve germe için ve **kayma modülü** kayma için uygulanır. **Hacim modülü;** her taraftan gördüğü basınç sonucunda hacmi değişen cisimlere uygulanır. Bu üç modül de belli bir malzeme için şekil bozukluğu esnek bölgede kaldığı sürece sabittir.

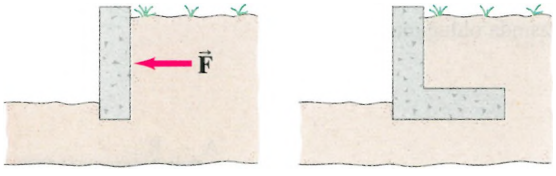
Sorular

1. Üzerine etkiyen net kuvvet sıfır olmasına rağmen cismin dengede olmadığı birkaç durum betimleyin.
2. Bir bungee atlayıcısı en alt noktada, yukarı doğru yaylanmadan önce bir an için sabit kalır. O anda atlayıcı dengede midir? Açıklayın.
3. Bir çubuk metrenin ağırlık merkezini iki işaret parmağının üzerinde yatay olarak durdurarak ve sonra parmaklarınızı birlikte yavaşça birbirine yaklaştırarak bulabilirsiniz. Çubuk metre önce parmağın biri üzerinde daha sonra diğeri üzerinde kayacaktır. Sonunda parmaklar ÇM'de buluşur. Neden bu yolla sonuç elde edilir?
4. Doktor tartısında, ağırlığınızı dengelemek amacıyla, üzerinde ağırlıkların kaydığı kollar vardır (Şek.12-39). Bu ağırlıklar sizden çok hafiftir. Bu nasıl çalışır?



ŞEKİL 12–39
Soru 4.

5. Şek.12-40a'da bir istinat duvarı gösterilmektedir. Yer, özellikle ıslakken duvara oldukça büyük yer bir F kuvveti etki ettirir (*a*) Duvarı dik tutacak torku hangi kuvvet oluşturur? (*b*) Şek.12-40b'deki istinat duvarının devrilme olasılığının Şek.12-40a'dakinden niçin daha az olduğunu açıklayın?



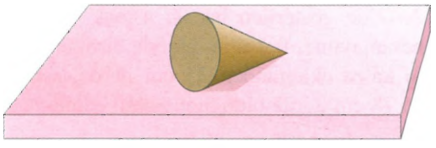
ŞEKİL 12–40 Soru 5.

6. Cisim üzerine etkiyen net kuvvet sıfır değilken, cisim üzerine etkiyen toplam tork sıfır olabilir mi? Açıklayınız?
7. Zeminle 60^0 derecelik açı yaparak duvara dayanmış bir merdivenin hangi durumda kayması daha olasıdır: bir insan merdiven üzerinde üst kısma daha yakın durduğunda mı, yoksa alt kısma daha yakın durduğunda mı? Açıklayınız?
8. Bir çubuk metre, 0 cm ucuna 1 kg'lık bir taş asılınca, 25 cm noktasında desteklenirse dengede kalıyor. (Şek.12–41'de gösterildiği gibi) Çubuk metrenin kütlesi, taşın kütlesinden daha mı fazla, eşit mi yoksa daha mı azdır? Açıklayınız?



ŞEKİL 12–41 Soru 8.

9. Ağır bir yükü kollarınızda taşıdığınız zaman neden arkaya doğru yaslanırsınız?
10. Şek.12-42'de bir koni gösterilmektedir. (*a*) Kararlı, (*b*) kararsız, (*c*) nötr denge durumlarında kalması için düz bir masa üzerine nasıl koyarsınız?

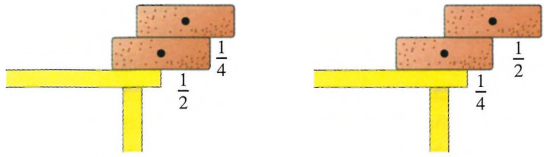


ŞEKİL 12–42 Soru 10.

11. Açık kapının kenarına yüzünüzü dönün. Burnunuz ve karnınızı kapının kenarına dokundurarak bacaklarınızı iyice açınız. Ayak parmak uçlarında yükselmeye çalışınız. Niçin böyle bir şey yapılamaz?
12. Bir sandalyede dik otururken önce öne eğilmeksizin ayağa kalkmak niçin mümkün değildir?

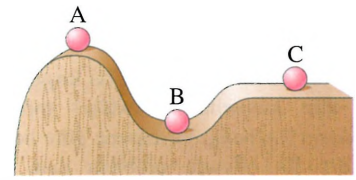
13. Dizler kırık olarak mekik yapmak, neden bacakların gergin olduğu durumdan daha zordur?

14. Şek.12–43'teki tuğla dizilişlerinden (*a*)'dakinin mi yoksa (*b*)'dekinin mi kararlı olması daha olasıdır? Niçin?



ŞEKİL 12–43 Soru 14. Noktalar, her tuğlanın ÇM'ni göstermektedir. $\frac{1}{4}$ ve $\frac{1}{2}$ kesirleri her tuğlanın ne kadarının desteğin dışında olduğunu göstermektedir.

15. Şek.12–44'teki her topun pozisyonu için denge türü nedir?



ŞEKİL 12–44 Soru 15.

16. Bungee (atlama) ipi için Young sabiti sıradan bir ipinkinden küçük müdür, yoksa büyük müdür?

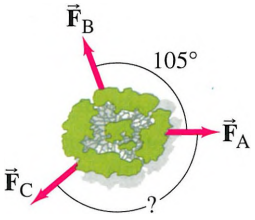
17. Bir makas ile bir parça kartonu nasıl kestiğinizi inceleyiniz. Uyguladığınız zor hangi türdendir? Açıklayınız?

18. Sıradan beton ve taş gibi materyaller, germe veya kayma altında çok zayıftır. Şek.12-7'de gösterilen çıkma kirişin destek noktalarının her hangi biri için bu materyallerden birini kullanmak akıllıca olur mu? Olursa hangisi(leri) açıklayın?

Problemler

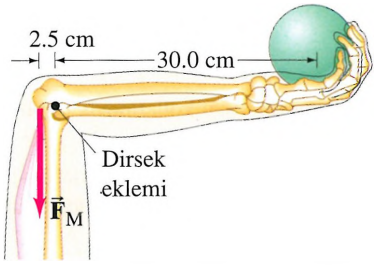
12–1 ve 12–2 Denge

1. (I) Şek.12–45'te gösterilen ağaç fidanın kararlı dengede olması için üç kuvvet uygulanmaktadır. Eğer $\vec{\mathbf{F}}_A = 385\ \text{N}$ ve $\vec{\mathbf{F}}_B = 475\ \text{N}$, $\vec{\mathbf{F}}_C$'nin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz?



ŞEKİL 12–45 Problem 1.

2. (I) 7.3 kg'lık gülle tutulduğunda kolun üstündeki gerici kasın, kolun alt tarafına uyguladığı kuvvetin F_M büyüklüğü yaklaşık olarak nedir? Alt kolun kütlesi 2.3 kg ve çekim merkezi ÇM'nin, dirsek eklemi desteğinden 12 cm ilerde olduğunu kabul ediniz.



ŞEKİL 12–46 Problem 2.

3. (I) Şek.12–47'de gösterilen bacağı asmak için gerekli olan m kütlesini hesaplayınız. Bacağın (alçıyla birlikte) kütlesinin 15 kg ve ÇM'nin kalça ekleminden 35 cm ilerde, askının ise kalça ekleminden 78 cm ilerde olduğunu kabul ediniz.

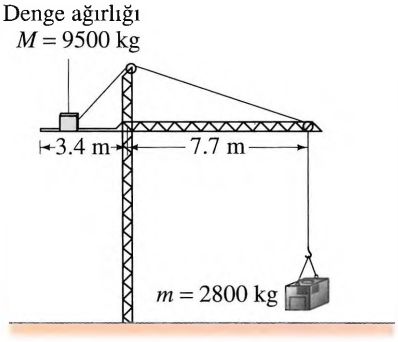


ŞEKİL 12–47 Problem 3.

4. (I) Şek.12-48a'deki kule vinci, üzerinde onu düşürecek net bir tork olmaması için dikkatli bir şekilde dengelenmelidir. Bir inşaat alanındaki belli bir vinç 2800 kg'lık bir klima birimini kaldırmak üzeredir. Kule vincinin boyutları Şek.12-48b'de gösterilmektedir. (*a*) Yük yerden kaldırıldığı zaman, vincin 9500 kg'lık denge ağırlığı nerede olmalıdır. (Denge ağırlığının, yükü tam olarak dengelemek için sensörler ve motorlar aracılığıyla otomatik olarak hareket ettirildiğine dikkat ediniz.) (*b*) Denge ağırlığı en uca yerleştirildiğinde kaldırılabilecek maksimum yükü tayin ediniz. Çubuğun ağırlığını ihmal ediniz.



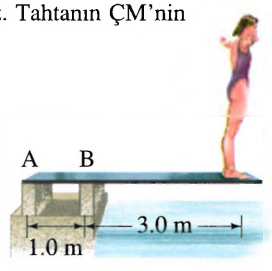
(a)



(b)

ŞEKİL 12–48 Problem 4.

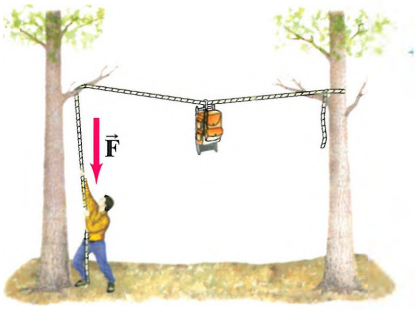
5. (II) Şek.12-49'daki dalma tahtasının üzerinde 52 kg'lık bir kişi durduğu zaman desteklerin tahtaya uyguladığı F_A ve F_B kuvvetlerini hesaplayınız. (*a*) Dalma tahtasının ağırlığını ihmal ediniz. (*b*) Tahtanın kütlesini 28 kg alınız. Tahtanın ÇM'nin ortasında olduğunu kabul ediniz.



ŞEKİL 12–49 Problem 5.

6. (II) İki kablo bir avizeyi Şek.12-3'te gösterildiği gibi taşımaktadır. Sadece, üstteki kablo tavanla 450'lik açı yapmaktadır. Kablolar kopmaksızın 1600 N'luk kuvvete dayanabilirse avizenin maksimum ağırlığı ne olabilir?

7. (II) Şek.12-50'de gösterilen iki ağaç birbirinden 6.6 m uzaklıktadır. Bir sırt çantalı adam, çantasını ayıların ulaşamayacağı yüksekliğe kaldırmaya çalışıyor. 19 kg'lık sırt çantasının havada kalması için uygulaması gereken kuvvetinin büyüklüğünü ipin orta noktasında (*a*) 1.5 m sarktığı, (*b*) 0.15 m sarktığı durumlar için bulunuz?



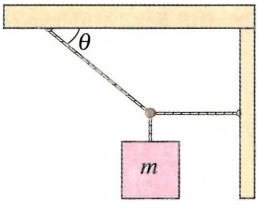
ŞEKİL 12–50
Problems 7 and 83.

8. (II) 110 kg'lık yatay bir kalas her iki ucundan desteklenmektedir. Kalasın bir ucundan itibaren 1/4'lük kısmında 320 kg'lık bir piyano durmaktadır. Her bir destekteki düşey kuvvet nedir?

9. (II) Şek.12–7'de gösterilen ve kütlesi 1200 kg olan homojen çıkma kirişi için F_A ve F_B'yi hesaplayınız.

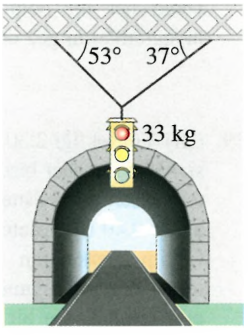
10. (II) 9.0 m uzunluğundaki tahtanın bir ucunda 75 kg ağırlığında bir yetişkin oturmaktadır. 25 kg'lık çocuğu tahtanın diğer ucuna oturmuştur. (*a*) Tahtanın kütlesini ihmal ederseniz, tahtayı dengelemek için destek noktası nerede olmalıdır? (*b*) Eğer tahta homojen ve 15 kg kütleli ise destek noktasının yerini bulunuz?

11. (II) Şek.12–51'de gösterilen iki ipteki gerilimi bulun. İplerin kütlesini ihmal edin ve θ açısını 33° ve m kütlesini 190 kg kabul ediniz.



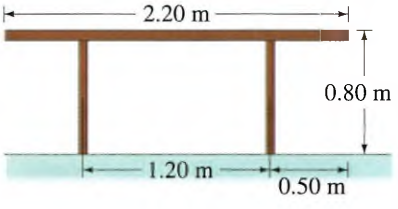
ŞEKİL 12–51
Problem 11.

12. (II) Şek.12–52'de gösterilen trafik ışığını destekleyen iki kablodaki gerilimi bulunuz?



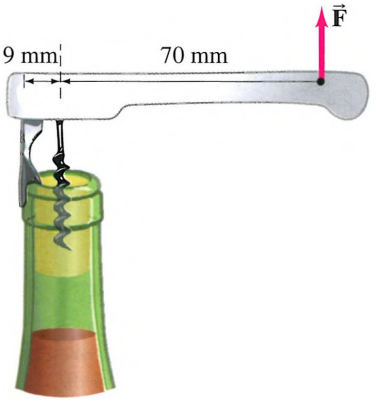
ŞEKİL 12–52
Problem 12.

13. (II) 66.0 kg ağırlığındaki bir kişi Şek.12-53'te gösterilen 24.0 kg ağırlığındaki masayı devirmeksizin, kenarının ne kadar yakınına oturabilir?



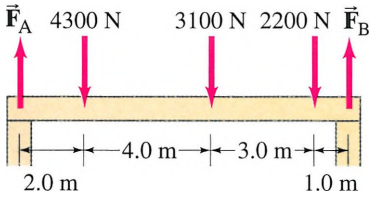
ŞEKİL 12–53
Problem 13.

14. (II) Bir şarap şişesinin üzerindeki tıpayı çıkarmak için gereken kuvvet 200 ile 400 N arasındadır. Yaygın kullanılan bir şişe açacağı Şek.12–54'te gösterilmektedir. Bu aletle şarap şişesini açmak için gereken kuvvet hangi aralıkta değişir?



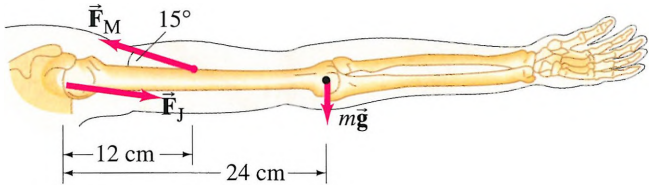
ŞEKİL 12–54
Problem 14.

15. (II) Şek.12–55'de gösterilen kalas için F_A ve F_B kuvvetlerini hesaplayınız. Aşağı yöndeki kuvvetler, kalas üzerindeki mekanizmaların ağırlıklarını göstermektedir. Kalasın düz ve kütlesinin 280 kg olduğunu kabul ediniz.



ŞEKİL 12–55
Problem 15.

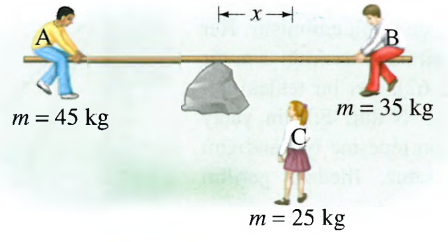
16. (II) (*a*) Şek.12–56'da gösterilen gergin şekilde duran kolu tutan "deltoid" kasının uygulaması gereken F_M kuvvetini hesaplayınız. Kolun toplam ağırlığı 3.3 kg'dır. (*b*) Omuz eklemi tarafından üst kola uygulanan F_J kuvvetinin büyüklüğünü ve yatay doğrultuyla yaptığı açıyı hesaplayın.



ŞEKİL 12–56 Problems 16 ve 17.

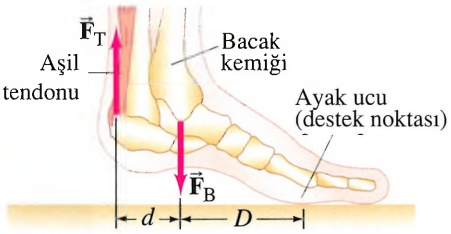
17. (II) Problem 16'daki elin 8.5 kg'lık bir kütle tuttuğunu farz edin. Kütlenin omuzdan 52 cm ilerde ise deltoid kası ne kadarlık bir F_M kuvveti uygulamalıdır?

18. (II) Merkezindeki bir kaya destek görevi gören, 3.2 m uzunluğundaki çok hafif bir kalas olan tahterevalliyi 3 çocuk dengelemeye çalışıyor (Şek.12–57). İki oyun arkadaşı zaten her iki ucundadır. A çocuğunun kütlesi 45 kg ve B çocuğunun kütlesi 35 kg'dır. Tahtayı dengelemek için kütlesi 25 kg olan C kızının yeri neresi olmalıdır?



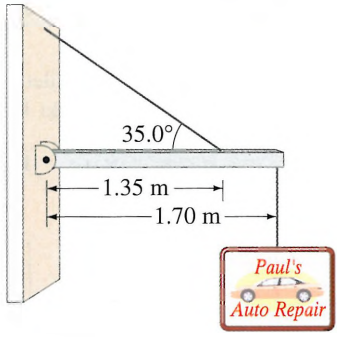
ŞEKİL 12–57 Problem 18.

19. (II) Aşil tendonu Şek.12–58'de gösterildiği gibi ayağın arkasına bağlıdır. Bir kişi ayakucu üzerinde yükseldiği zaman, Aşil tendonunda meydana gelen gerilimi (yukarı doğru) ve alt bacak kemiğinin ayağa uyguladığı (aşağı yöndeki) F_B kuvvetini bulunuz? Kişinin kütlesi 72 kg ve D uzunluğu d uzunluğunun iki katıdır.



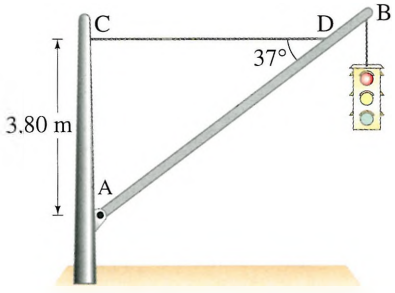
ŞEKİL 12–58
Problem 19.

20. (II) 215 N ağırlığındaki bir işyeri tabelası 155 N'luk düz bir kalas tarafından Şek.12–59'da gösterildiği gibi desteklenmiştir. Çelik teldeki gerilimi ve kalas üzerine menteşe tarafından uygulanan yatay ve düşey kuvvetleri bulunuz.



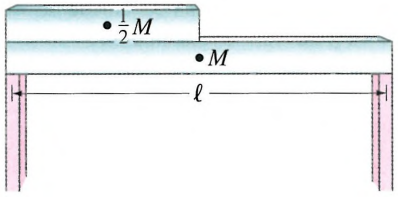
ŞEKİL 12–59
Problem 20.

21. (II) Bir trafik lambası Şek.12–60'ta gösterildiği gibi direğe asılmıştır. Düz alüminyum AB direği 7.20 m uzunluğunda ve kütlesi 12.0 kg'dır. Trafik lambasının kütlesi 21.5 kg'dır. (a) Yatay doğrultudaki kütlesiz CD kablosundaki gerilimi, (b) alüminyum direk üzerindeki A ekseni tarafından uygulanan kuvvetin yatay ve düşey bileşenlerini belirleyiniz.



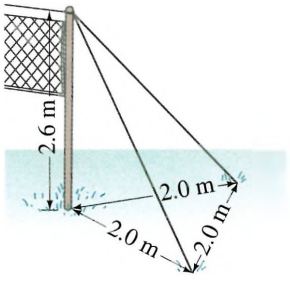
ŞEKİL 12–60
Problem 21.

22. (II) Düzgün bir çelik kirişin kütlesi 940 kg'dır. Üzerine özdeş bir kirişin yarısı Şek.12–61'de gösterildiği gibi yerleştirilmiştir. Her iki uçtaki düşey destek kuvvetlerini bulun.



ŞEKİL 12–61
Problem 22.

23. (II) Voleybol filesini destekleyen 2.6 m uzunluğundaki direğin tepesinden uzanan iki kablo, yere aralarındaki mesafe 2 m olacak şekilde tesbit edilmiştir. Her birinin direkten uzaklığı 2 m dir (Şek.12–62). Her bir teldeki gerilim 115 N'dur. Filenin yatay ve direğin tepesine bağlandığını varsayarsanız, filedeki gerilim ne olur?

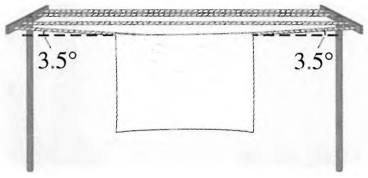


ŞEKİL 12–62
Problem 23.

24. (II) Kütlesi 62.0 kg olan büyük bir tahta 2.6 m genişliğindeki çiftlik kapısını 45°'lik bir açıyla dayanarak desteklemektedir. Kapının arkasında duran bir kişinin kapıyı açmak için yatay yönde uygulayacağı (kapının kenarına) kuvvetin büyüklüğü ne olmalıdır? Kapı ile tahta arasında sürtünme kuvvetinin olmadığını varsayınız, fakat tahta zemine sıkı bir biçimde oturtulmuştur.

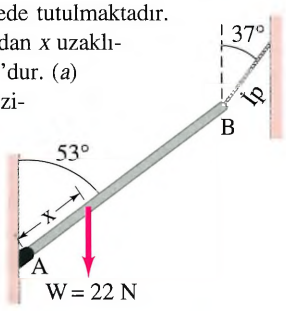
25. (II) Problem 24'ü kapı ile tahta arasındaki sürtünme katsayısını 0.45 varsayarak tekrarlayınız?

26. (II) Kütlesi 0.75 kg olan bir çarşaf kütlesiz bir çamaşır ipine Şek.12–63'teki gibi asılmıştır. Çamaşır ipi çarşafın her iki yanında yatay doğrultuyla 3.5°'lik açı yapmaktadır. Çarşafın her iki yanındaki çamaşır ipi üzerindeki gerilimi hesaplayınız. Neden gerilim çarşafın ağırlığından çok fazladır?



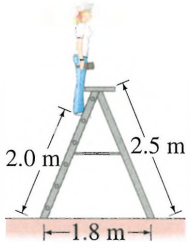
ŞEKİL 12–63
Problem 26.

27. (II) Uzunluğu 5.0 m ve kütlesi M = 3.8 kg olan düz bir kalas A noktasından menteşelenmiştir ve hafif bir ip tarafından Şek.12–64'te gösterildiği gibi dengede tutulmaktadır. W = 22 N'luk bir yük, kalasın ucundan x uzaklığına asıldığında ipteki gerilim 85 N'dur. (*a*) Kalasın serbest cisim diyagramını çiziniz. (*b*) Kalas üzerine menteşe tarafından uygulanan yatay ve düşey kuvvetleri belirleyin. (*c*) Tork denkleminden x'i tayin edin.



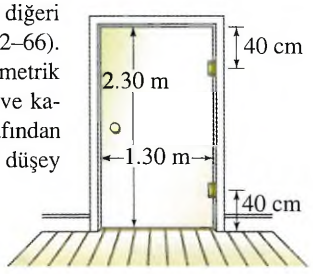
ŞEKİL 12–64
Problem 27.

28. (III) Şek.12–65'te gösterilen ayaklı merdivenin alt kısmından 2.0 m uzaklıkta 56.0 kg'lık bir kişi ayakta durmaktadır. Aşağıdakileri hesaplayın. (*a*) merdivenin yarısındaki yatay bağ çubuğundaki gerilim, (*b*) merdivenin her iki yanında zeminin uyguladığı normal kuvvet, (*c*) merdivenin sol yanının, sağ tarafına tepedeki menteşede uyguladığı kuvvetin yönü ve büyüklüğü. Merdivenin kütlesini ihmal ediniz ve zeminin sürtünmesiz olduğunu varsayınız.(*İpucu:* Merdivenin her bir bölümü için serbest cisim diyagramlarını göz önünde bulundurun.)



ŞEKİL 12–65
Problem 28.

29. (III) Yüksekliği 2.30 m ve genişliği 1.30 m olan bir kapının kütlesi 13 kg'dır. Her biri kapının ağırlığının yarısını destekleyen menteşelerden birisi üstten 0.40 m ve diğeri alttan 0.40 m mesafededir (Şek.12–66). Çekim merkezinin kapının geometrik merkezinde olduğunu varsayınız ve kapı üzerindeki her bir menteşe tarafından uygulanan kuvvetlerin yatay ve düşey bileşenlerini tayin ediniz?

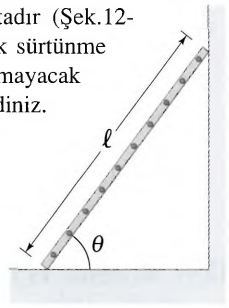


ŞEKİL 12–66
Problem 29.

30. (III) Bir kenarı s = 2 m olan kübik bir sandığın yükü üst kısmında yoğunlaşmıştır. Sandığın kütle merkezi gerçek merkezinin 18 cm yukarısındadır. Sandık devrilmeksizin hangi diklikte bir eğik düzlem üzerinde durabilir? Eğer sandık devrilmeksizin eğik düzlem üzerinde sabit hızla aşağı kayarsa cevabınız ne olur? (*İpucu:* Normal kuvvet en alt köşede etki eder.)

31. (III) Bir buzdolabı yaklaşık olarak 1.9 m uzunluğunda 1.0 m genişliğinde ve 0.75 m derinliğinde düzgün dikdörtgenler prizması şekildedir. Buzdolabı bir kamyonun üzerinde 1.0 m'lik boyutu kamyonun hareketi yönünde olacak şekilde duruyor ve kaymıyorsa, buzdolabı devrilmeksizin kamyon hangi ivmeyle gidebilir? (*İpucu*: Normal kuvvet bir köşeye etki etmektedir)

32. (III) Kütlesi m ve uzunluğu l olan düzgün bir merdiven sürtünmesiz bir duvara θ açısı ile dayanmaktadır (Şek.12-67). Merdiven ile zemin arasındaki statik sürtünme katsayısı μ_s ise, merdiveni kaydırmayacak minimum açı için gerekli formülü elde ediniz.



ŞEKİL 12–67
Problem 32.

12–3 Kararlılık ve Denge

33. (II) Pizza Kulesi'nin uzunluğu 55 m ve çapı 7.0 m civarındadır. Tepesi merkezden 4.5 m uzaktadır. Kule kararlı dengede midir? Eğer öyle ise, kararsızlaşmadan önce ne kadar daha eğilebilir? Kulenin tekdüze (homojen) olduğunu varsayın.

12–4 Esneklik; Zor ve Zorlanma

34. (I) Tenis raketindeki naylon ip 275 N'luk gerilim altındadır. Eğer ipin çapı 1.00 mm ise gerilmeden önce boyu 30.0 cm olan ip ne kadar uzatılabilir?

35. (I) Kesit alanı 1.4 m^2 olan bir mermer kolon 25,000 kg'lık bir kütleyi desteklemektedir. (*a*) Kolon üzerindeki zor nedir? (*b*) Zorlanma nedir?

36. (I) Problem 35'teki kolonun yüksekliği 8.6 m ise boyu ne kadar kısalır?

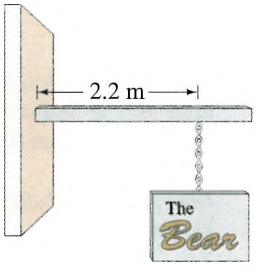
37. (I) Kütlesi 1700 kg olan tabela, kesit alanı 0.012 m^2'lik düşey çelik direğin ucuna asılıyor. (*a*) Direkteki zor nedir? (*b*) Direkteki zorlanma nedir? (*c*) Eğer direk 9.50 m uzunluğundaysa ne kadar uzar? (Direğin kendi kütlesini ihmal ediniz)

38. (II) Bir demir bloğun hacmini % 0.10 kadar sıkıştırmak için ne kadarlık bir basınca ihtiyaç vardır? Cevaplarınızı N/m^2 cinsinden ifade ediniz ve bunu atmosferik basınçla (1 atm = 1.0 × 105 N/m^2) karşılaştırınız?

39. (II) Uzunluğu 15 cm olan bir tendon 13.4 N'luk bir kuvvetin etkisiyle 3.7 mm uzamaktadır. Tendonun ortalama çap(*b*) yaklaşık olarak 8.5 mm'dir. Bu tendonun Young modülünü hesaplayın?

40. (II) Denizde 2000 m derinlikteki basınç, atmosfer basıncının 200 katıdır. (1atm = 1 × 10^5 N/m^2). Bu derinlikte, bir demir batisferin iç hacmi hangi yüzdeyle değişir?

41. (III) Bir direk mağazanın ön duvarından yatay olarak çıkmaktadır. Duvardan 2.2 m uzaklıkta 6.1 kg ağırlığındaki tabela bu direğe asılmıştır (Şek.12–68). (*a*) Bu tabelanın direğin duvarla birleştiği nokta etrafında oluşturduğu torku hesaplayın. (*b*) Eğer direk düşmüyorsa bunu dengeleyen başka bir tork uygulanıyor olmalıdır. Bu torku kim uygular? Bu torkun nasıl etki etmesi gerektiğini göstermek için bir diyagram kullanın. (*c*) (*b*) şıkkında baskı, germe veya kaymadan hangilerinin rol oynadığını tartışın.



ŞEKİL 12–68
Problem 41.

12–5 Kırılma

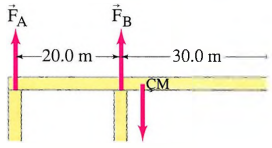
42. (I) İnsan bacağındaki uyluk kemiği yaklaşık 3.0 cm^2 (=3.0 × $10^{-4}m^2$) minimum etkin kesit alanına sahiptir. Kırılmadan önce ne kadarlık bir baskı kuvvetine dayanabilir?

43. (II) (*a*) Çapı 1.00 mm olan naylon tenis raketi ipinin mümkün olan maksimum gerilimi nedir? (*b*) Eğer daha gergin bir ip istiyorsanız, kopma riskini önlemek için ne yaparsınız: daha ince mi yoksa daha kalın mı ip kullanırsınız? Neden? Topa vurulduğu zaman ipin kopmasına ne sebep olur?

44. (II) Eğer kesit alanı 3.6 cm^2'lik 22 cm uzunluğunda bir kemik üzerine 3.3 × 10^{-4} N'luk bir baskı kuvveti uygulanırsa (*a*) kemik kırılır mı? (*b*) eğer kırılmazsa, ne kadar kısalır?

45. (II) (*a*) 270 kg'lık bir avize düşey bir çelik kabloya asıldığında gerekli olan minimum kesit alanı nedir? Güvenlik faktörünü 7 kabul edin. (*b*) Kablo 7.5 m uzunluğundaysa ne kadar uzar?

46. (II) Şek.12-69'da gösterilen m = 2900 kg'lık çıkma kirişin desteklerinin tahtadan yapıldığını kabul ediniz. Her biri için minimum kesit alanını hesaplayınız. Güvenlik faktörünü 9 olarak kullanın.



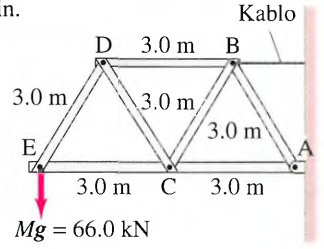
ŞEKİL 12–69
Problem 46.

47. (II) Bir demir cıvata iki demir levhayı birleştirmek için kullanılıyor. Cıvatanın dayanabileceği kuvvet yaklaşık 3300 N kadardır. Cıvatanın minimum çapını hesaplayınız. Güvenlik faktörünü 7 kullanın.

48. (III) Bir çelik kablo bir asansörü taşımaktadır. Asansörün toplam (yüklü haldeki) kütlesi 3100 kg'ı aşmamaktadır. Asansörün maksimum ivmesi 1.2 m/s^2 ise kablonun çapı ne olmalıdır. Güvenlik faktörünü 8 kullanın.

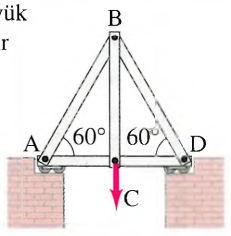
*12–6 Kafes Kirişli Yapılar ve Köprüler

***49.** (I) Mg = 66.0 kN'luk ağır bir yük Şek.12-70'de gösterilen tek bir çıkma kafes kirişli yapının E noktasına asılmıştır. (*a*) Destek kablosundaki FT gerilimini bulmak için kafes kirişli yapının tümü için tork eşitliğini kullanın ve sonra A milinde yapı üzerindeki $\vec{F}_A$ kuvvetini tayin edin. (*b*) Yapının her bir elemanındaki kuvveti bulun. Kirişlerin yükle karşılaştırıldığında küçük olan ağırlıklarını ihmal edin.



ŞEKİL 12–70
Problem 49.

***50.** (II) Şek.12-71'de gösterilen basit bir kafes kirişli yapı merkezinde (C) 1.35 × 10^4 N'luk bir yük taşıyor. (*a*) A, B, C, D millerinde her bir direk üzerindeki kuvveti hesaplayın. (*b*) Direklerin hangilerinin germe, hangilerinin baskı altında olduğunu bulun. (Kütlelerini ihmal edin.)

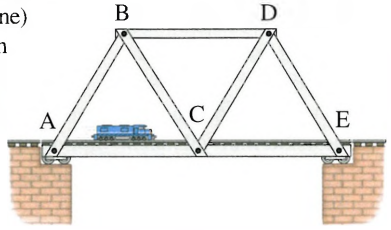


ŞEKİL 12–71
Problem 50.

***51.** (II) (*a*) Eğer Örnek 12-11'deki kafes kirişli yapının elemanları çelikse (hepsi aynı büyüklükte), minimum kesit alanlarının ne olması gerekir? Güvenlik faktörünü 7 olarak kullanın (*b*) Eğer köprü üzerinden ortalama kütleleri 1.3 × 10^4 kg olan 60 tane kamyon aynı anda geçecekse yapı elemanlarının kesit alanlarının ne olması gerektiğini tahmin edin?

*52. (I) Örnek12-11'i tekrar göz önüne alın fakat bu kez yolun düzgün bir biçimde taşındığını, dolayısıyla M (=7.0 $\times 10^5$ kg) kütlesinin $\frac{1}{2}$'sinin merkezde ve $\frac{1}{4}M$'in iki uçta desteklendiğini kabul edin (köprü iki kısımdan, AC ve CE oluşmakta ve ortadaki mil bunların birer uçlarını desteklemektedir). Her bir yapı elemanındaki kuvvetin büyüklüğünü hesaplayınız ve Örnek 12-11 ile karşılaştırınız.

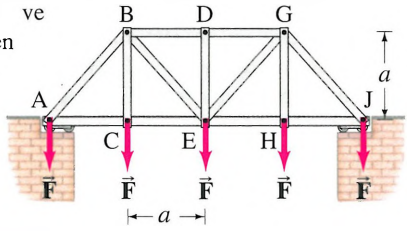
*53. (III) Şek.12-72'de gösterilen kafes kirişli yapı bir demiryolu köprüsünü taşımaktadır. Kütlesi 53 ton (1 ton = 10^3 kg) olan bir lokomotifin merkez ile bir ucun orta noktasında durduğunu varsayarak her bir elemandaki baskı veya germe kuvvetini bulunuz. Yapı elemanlarının ve demiryolunun kütlelerini ihmal edin ve trenin kütlesinin yarısını alın, çünkü iki yapı (trenin iki tarafında birer tane) vardır. Bütün üçgenlerin eşkenar olduğunu kabul edin. [*İpucu:* Şek.12-29a'ya bakınız.]



ŞEKİL 12–72
Problem 53.

*54. (III) Örnek 12-11'de, 23 tonluk (m = 23 $\times$ 10^3 kg) bir kamyonun KM'i köprünün sol ucundan (A noktası) itibaren 22 m ilerdedir. Her bir eleman üzerindeki kuvvetin büyüklük ve cinsini bulunuz. [*İpucu*: Şek.12-29'a bakınız.]

*55. (III) Şek.12-73'te gösterilen "Pratt kafes kirişli yapısı" için, her bir elemanın üzerindeki kuvveti ve germe mi yoksa baskı mı olduğunu belirleyiniz. Desteğin şekilde gösterildiği gibi yüklendiğini kabul edin ve sonuçları F cinsinden verin. Düşey yükseklik ve her bir yatay aralık a kadardır.



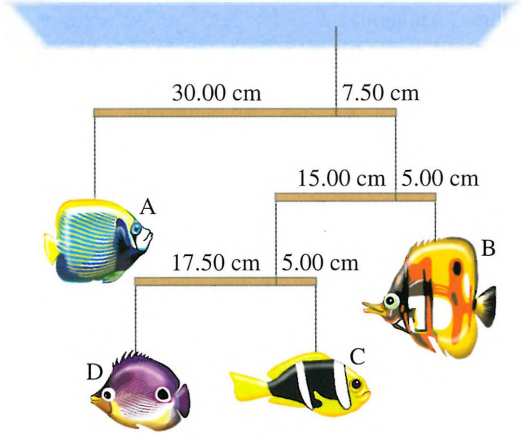
ŞEKİL 12–73
Problem 55.

*12–7 Kemerler ve Kubbeler

*56. (II) Genişliği 8 m olan ve tabanına yuvarlak bir kemerin uygulayacağı kuvvetin üçte biri kadar bir yatay kuvvet uygulayan sivri kemerin yüksekliği ne kadardır?

Genel Problemler

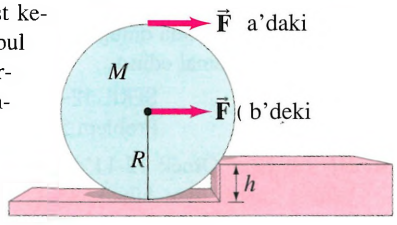
57. Şek.12-74'te görülen askı sistemi dengededir. B cisminin kütlesi 0.78 kg'dır. A, C ve D cisimlerinin kütlelerini hesaplayınız. (Askının çubuklarının ağırlığını ihmal ediniz).



ŞEKİL 12–74 Problem 57.

58. Sıkıca gerilmiş yüksek yürüme teli 36 m uzunluğundadır. 60.0 kg'lık bir ip cambazı telin ortasında durduğunda tel 2.1 m sarkıyor. Teldeki gerilim ne kadardır? Teldeki gerilimi artırarak kablonun sarkması önlenebilir mi?

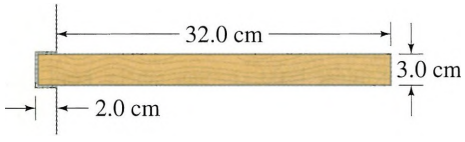
59. Şek.12-75'te gösterilen kütlesi M, yarıçapı R olan bir tekerleğin h yüksekliğindeki basamağa ($R > h$) çıkabilmesi için yatay yönde uygulanması gereken minimum F kuvveti ne olmalıdır? (*a*) Kuvvetin gösterildiği gibi üst kenara uygulandığını kabul edin. (*b*) Kuvvetin tekerleğin merkezine uygulandığını kabul edin..



ŞEKİL 12–75
Problem 59.

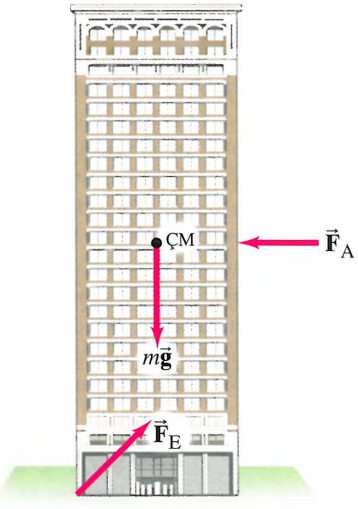
60. Kütlesi 28 kg olan bir yuvarlak masa, kenarlarındaki eşit uzaklıkta üç ayak tarafından desteklenmektedir. Masanın kenarına konularak devrilmesine neden olacak minimum kütle nedir?

61. Kütlesi 6.6 kg olan bir tahta raf Şek.12-76'da gösterildiği gibi düşey bir destekteki bir yive bağlanmıştır. Destek raf üstüne bir tork uygular. (*a*) Bu rafın serbest cisim diyagramını üç düşey kuvvetin etkidiğini varsayarak (iki kuvvet destekteki yiv tarafından uygulanmaktadır, neden açıklayınız.) çiziniz. (*b*) Bu kuvvetlerin büyüklüklerini ve (*c*) desteğin uyguladığı torku (rafın sol ucu etrafında) hesaplayınız?



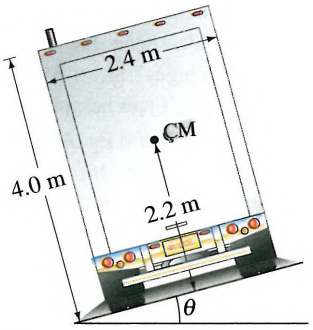
ŞEKİL 12–76
Problem 61.

62. Elli katlık bir bina tasarlanmaktadır. Tabanı 76.0 m'ye 46.0 m ve yüksekliği 180.0 m olarak planlanmıştır. Binanın toplam kütlesi 1.8 $\times$ 107 kg ve ağırlığı 1.8 $\times$ 108 N'dur. Binanın 76.0 m'lik geniş yüzüne hızı 200 km/saat olan rüzgar etki etmekte ve 950 N/m^2'lik bir kuvvet uygulamaktadır (Şek. 12-77). Binanın arka kenarındaki destek noktasında (Şek. 12-77'de $\vec{\mathbf{F}}_E$ 'nin etki ettiği yer) oluşacak torku hesaplayınız ve binanın devrilip devrilmeyeceğini belirleyiniz. Binaya etkiyen rüzgarın oluşturduğu kuvvetin binanın yüzünün orta noktasına etkidiğini ve binanın yere tespitlenmediğini varsayınız. [*İpucu:* Şek.12-77'deki $\vec{\mathbf{F}}_E$, Dünya'nın tam devrileceği sırada binaya uyguladığı kuvveti temsil eder].



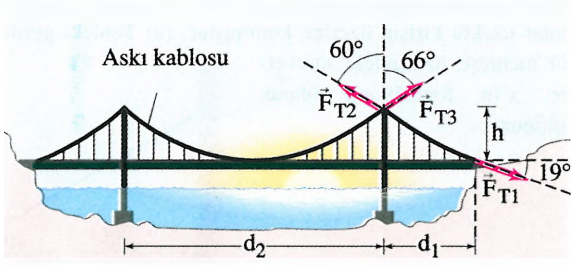
ŞEKİL 12–77 Devrilmek üzere olan bir binaya etki eden rüzgar kuvveti ($\vec{\mathbf{F}}_A$), yerçekimi mg ve Dünya'nın uyguladığı kuvvet $\vec{\mathbf{F}}_E$ Problem 62.

63. Yüklü bir kamyonun çekim merkezi (ÇM) yükün nasıl yüklendiğine bağlı olarak değişir. Eğer kamyonun genişliği 2.4 m, yüksekliği 4.0 m ve ÇM yerden 2.2 m yukarıda ise, kamyon hangi diklikte bir yokuşa devrilmeden park edilebilir (Şek.12-78)?



ŞEKİL 12–78
Problem 63.

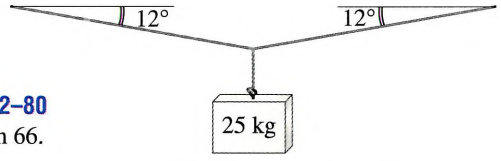
64. Şek.12-79'da gösterildiği gibi Golden Gate köprüsünün sağ taraftaki (en kuzeydeki) bölümünün uzunluğu $d_1 = 343$ m'dir. Asma köprünün bu bölümünün ÇM'nin kule ile bağlantı noktasının ortasında olduğunu varsayınız. Köprünün en kuzeydeki kablosunun üzerine etki eden F_{T1} ve F_{T2} kuvvetlerini köprünün bu bölümünün mg ağırlığı cinsinden hesaplayınız ve denge için gerekli h kule yüksekliğini bulunuz. Köprünün sadece destek kablolarıyla taşındığını varsayınız ve kablolarının ve düşey tellerinin ağırlığını ihmal ediniz. [*İpucu:* F_{T3} bu bölümde etki etmez].



ŞEKİL 12–79 Problems 64 and 65.

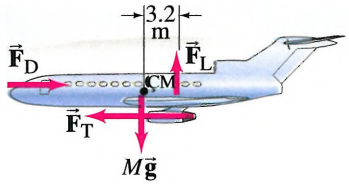
65. Golden Gate köprüsü gibi tek aralıklı bir asma köprü Şek.12-79'da gösterilen simetrik konfigürasyona sahiptir. Yolun köprü boyunca homojen olduğunu ve askı kablosunun her bir parçasının tam altındaki yol için tek destek olduğunu varsayınız. Taşıyıcı kablonun uçları köprüdeki yola değil yere bağlanmıştır. Taşıyıcı kablonun kulelere yatay bir kuvvet uygulamaması için d_2'nin d_1'e oranı ne olmalıdır? Kabloların kütlesini ve yolun tamamen yatay olmamasını ihmal ediniz.

66. 25 kg'lık bir yük, sabitlenmiş düz bir alüminyum telin ortasına asıldığında Şek.12-80'de gösterildiği gibi tel yatayla 12°'lik açı yapacak şekilde sarkıyor. Alüminyum telin yarıçapını hesaplayınız.



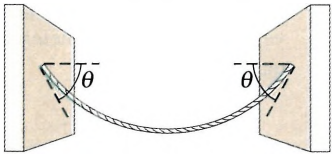
ŞEKİL 12–80
Problem 66.

67. Şek.12-81'de kütlesi 77,000 kg olan ve sabit hızla hareket eden bir uçağa etki eden kuvvetler gösterilmiştir. Motorun itkisi $F_T = 5.0 \times 10^5$ N, KM'nin 1.6 m altındaki bir çizgi üzerine etki etmektedir. Karşı koyucu F_D kuvvetini ve etki ettiği doğrultunun KM'nin ne kadar üzerinde olduğunu bulunuz. $\vec{F}_D$ ve $\vec{F}_T$ kuvvetlerinin yatay olduğunu varsayınız, kanatlara etkiyen (F_L kaldırma" kuvvetidir).



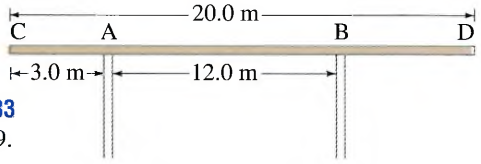
ŞEKİL 12–81
Problem 67.

68. Şek.12-82'de aynı yükseklikte iki nokta arasına asılmış, mg ağırlıklı, esnek bir düzgün çelik kablo gösterilmektedir, $\theta = 56°$'dir. Kablodaki gerilimi (*a*) kablonun en alçak noktasında, (*b*) bağlantı noktalarında bulunuz. (*c*) Her durumdaki gerilim kuvvetinin yönü nedir?



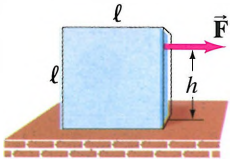
ŞEKİL 12–82
Problem 68.

69. Şek.12-83'de A ve B duvarlarının üzerinde duran, uzunluğu 20.0 m ve ağırlığı 650 N olan homojen bir kiriş gösterilmektedir. (*a*) Kirişin en sondaki D ucuna kirişi devirmeden gidebilen bir kişinin maksimum ağırlığı ne olmalıdır? A ve B duvarlarının kirişe uyguladığı kuvvetleri, kirişin üzerindeki kişinin (*b*) D noktasında durduğu, (*c*) B'nin 2.0 m sağında durduğu, (*d*) A'nın 2.0 m sağında olduğu durumda bulunuz.



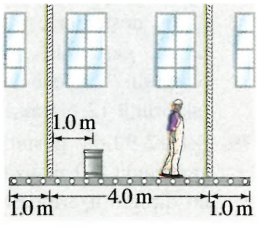
ŞEKİL 12–83
Problem 69.

70. Kenar uzunluğu ℓ olan bir küp sürtünmeli bir yüzey üzerinde durmaktadır. Şek.12-84'te gösterildiği gibi yerden h yüksekliğinde yatay olarak uygulanan bir F kuvvetinin etkisindedir. Eğer F kuvveti artırılırsa küp blok ya ileri doğru kaymakta ya da devrilmektedir. Blok ile yer arasındaki μ_s statik sürtünme katsayısını (*a*) bloğun devrilmek yerine kaymaya başladığı durum ve (*b*) bloğun devrilmeye başladığı durum için hesaplayınız. [*İpucu:* Devrilirken normal kuvvet bloğun neresine etki eder?]



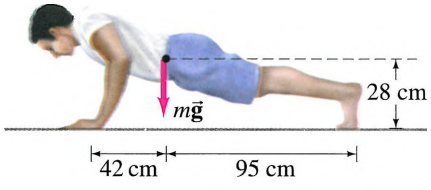
ŞEKİL 12–84
Problem 70.

71. Kütlesi 65.0 kg olan bir boyacı, kütlesi 25 kg olan ve iplere asılmış bir iskele üzerinde durmaktadır (Şek.12-85). Bir tarafında gösterildiği gibi 4.0 kg'lık bir boya kovası vardır. Boyacı iskelenin her iki ucuna da güvenle yürüyebilir mi? Eğer yürüyemezse, hangi taraf daha tehlikelidir ve o uca güvenli bir şekilde ne kadar yaklaşabilir?



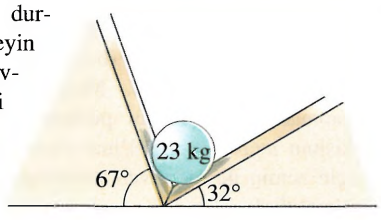
ŞEKİL 12–85
Problem 71.

72. Şınav çeken bir adam Şek.12-86'da gösterilen konumda durmaktadır. Adamın kütlesi $m = 68$ kg'dır. Yerin adamın (*a*) her bir eline (*b*) her bir ayağına uyguladığı normal kuvvetleri bulunuz.



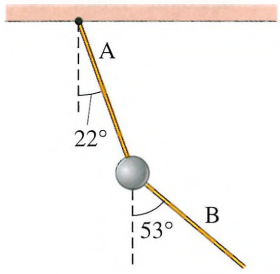
ŞEKİL 12–86
Problem 72.

73. 23.0 kg'lık bir küre iki sürtünmesiz düzlem arasında Şek.12-87'de görüldüğü gibi durmaktadır. Her bir yüzeyin küreye uyguladığı kuvvetlerin büyüklüklerini bulunuz.



ŞEKİL 12–87
Problem 73.

74. Kütlesi 15.0 kg olan bir top A ipi ile tavana asılmış ve bir B ipiyle aşağı ve yana doğru çekilmektedir. Eğer A düşeyle 220 derece ve B düşeyle 53^0 derecelik (Şek.12-88) bir açı yaparsa A ve B iplerindeki gerilmeleri bulunuz.

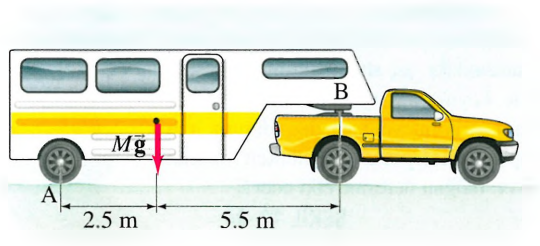


ŞEKİL 12–88
Problem 74.

75. Paraşütleri açılmayan paraşütçülerin derin bir kar tabakasına inerlerse kurtulabilecekleri bilinmektedir. Kütlesi 75 kg, hızı 55 m/s olan bir paraşütçünün yere çarpma alanının 0.30 m^2 ve vücut dokusunun doruk mukavemetinin 5×105 N/m^2 olduğunu varsayınız. Paraşütçü 1 m'lik kar içinde durduğunda ciddi bir yaralanmaya maruz kalmadan kurtulacağını gösteriniz.

76. Yarıçapı 2.3 mm olan çelik bir tele bir kütle asıldığında 0.030% oranında uzatmaktadır. Asılan kütle ne kadardır?

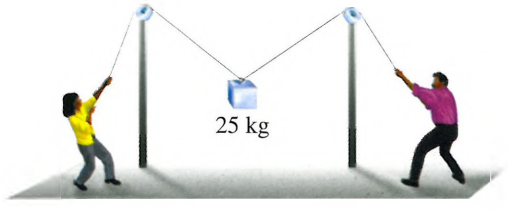
77. Şek.12-89, durgun bir aracın B noktasına bağlanan 2500 kg'lık bir karavanı göstermektedir. Yolun, karavanın arka tekerleklerine A noktasında uyguladığı normal kuvvet ve B noktasındaki desteğin karavana uyguladığı düşey kuvvet nedir?



ŞEKİL 12–89 Problem 77.

78. Ebatları 9 m × 10 m olan bir okulun çatısının kütlesi 13,600 kg'dır. Çatı 10 m'lik kenarlarındaki eşit aralıklı 4 cm × 9 cm'lik düşey desteklerle desteklenmektedir. Çatının her kenarına kaç destek gereklidir ve iki desteğin arasındaki aralık ne kadar olmalıdır? Sadece baskı olduğunu kabul edin ve ve güvenlik faktörünü 12 olarak kullanın

79. Şek.12-90'da gösterildiği gibi kütlesi 25 kg olan bir kütle, aralarında 4.0 m uzaklık bulunan ve yükseklikleri 3.00 m olan iki direğin üzerinden geçirilen ve yarıçapı 1.15 mm olan naylon kablonun iki ucundan çekilerek kaldırılacaktır. Kablo kırıldığında cisim yerden ne kadar yüksektedir?



ŞEKİL 12–90 Problem 79.

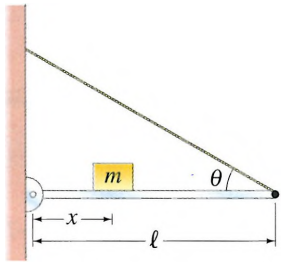
80. Uzunluğu 6.0 m, kütlesi 16.0 kg olan bir merdiven sürtünmesiz bir duvara yaslanmıştır (bu yüzden duvar sadece duvara dik bir $\vec{\mathbf{F}}_D$ kuvveti uygular). Merdiven düşey duvarla 20.00 açı yapmakta olup zemin pürüzlüdür. Kütlesi 76.0 kg olan bir kişinin merdivenin 3/4'üne merdiven kaymadan tırmanabilmesi için zemin ile merdiven arasındaki statik sürtünme katsayısı ne olmalıdır?

81. Herhangi bir malzemeden yapılmış düzgün, düşey bir sütunun yıkılmamaması için bir maksimum yükseklik vardır ve bu değer kesit alanından bağımsızdır (neden?). Bu yüksekliği (*a*) çelik (yoğunluğu 7.81×10^3 kg/m^3), ve (*b*) granit (yoğunluğu 2.7×10^3 kg/m^3) için hesaplayınız.

82. Kütlesi 95,000 kg olan bir tren lokomotifi $t = 0$ anında uzunluğu 280 m olan bir köprüden geçmeye başlıyor. Tren 80.0 km/saat'lik sabit hızla hareket etmekte olup köprünün kütlesi 23,000 kg'dır. Trenin geçişi sırasında, köprünün her iki ucundaki desteklerdeki düşey $F_A(t)$ ve $F_B(t)$ kuvvetlerinin büyüklüklerini zamanın fonksiyonu olarak yazınız.

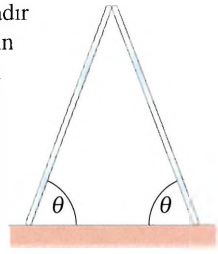
83. Şek.12-50'de gösterilen 23.0 kg'lık sırt çantası hafif bir kabloyla iki ağacın ortasında asılıdır. Bir ayı sırt çantasını yakalayıp kablonun iki tarafı da yatayla 27^0'lik açı yapacak şekilde sabit bir kuvvetle düşey olarak aşağı doğru çekiyor. Ayı kabloyu çekmeden önce kablo yatayla 15^0 açı yapıyor ve ayı çektiğinde kablodaki gerilim iki katına çıkıyor. Ayının sırt çantasına uyguladığı kuvvet nedir?.

84. Kütlesi M ve uzunluğu l olan bir kiriş Şek.12-91'de gösterildiği gibi bir menteşe ve yatayla θ açısı yapan bir tel yardımıyla duvara tutturulmuştur. Kütlesi m olan bir cisim duvardan x kadar uzakta kirişin üzerine konmuştur. (*a*) Teldeki gerilimi ve (*b*) menteşe üzerindeki kuvvetleri x'in fonksiyonu olarak bulunuz.



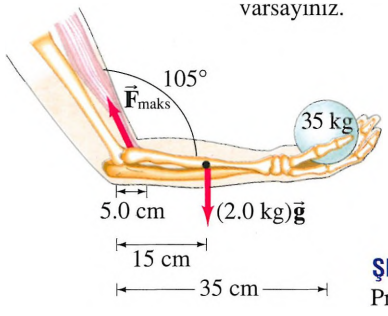
ŞEKİL 12–91
Problem 84.

85. Statik sürtünme katsayısı $\mu_s = 0.50$. olan bir yüzey üzerinde, özdeş ve homojen iki kiriş simetrik bir biçimde birbirine dayanmaktadır (Şek.12-92). Bu iki kirişin düşmemesi için yüzeyle yapmaları gereken minimum açı nedir?



ŞEKİL 12–92
Problem 85.

86. Kol dirsekte Şek.12-93'te gösterildiği gibi 105^0'lik bir açı yaptığında elde taşınabilen maksimum m kütlesi 35 kg ise, pazı kasının önkola uyguladığı maksimum kuvvet F_{maks} nedir? Önkol ve elin toplam ağırlığının 2.0 kg olduğunu ve pazı kasının dirsekten 5 cm uzakta önkola birleştiğini varsayınız.

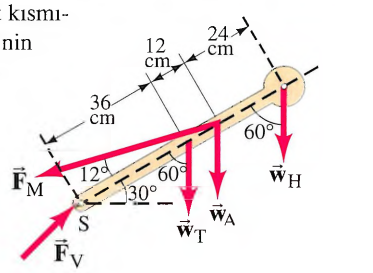


ŞEKİL 12–93
Problem 86.

87. (*a*) Bir kişi öne eğildiğinde, vücudun üst kısmını desteklemek için, kasların sırta uygulaması gereken $\vec{F}_M$ kuvveti ne olmalıdır. Şek.12-94b'de gösterilen modeli kullanınız. (*b*) beşinci bel omuruna etki eden (omurganın alt kısmının uyguladığı) $\vec{F}_V$ kuvvetinin büyüklüğünü ve yönünü belirleyiniz.



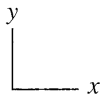
(a)



$w_H = 0.07w$ baş

$w_A = 0.12w$ kollar

$w_T = 0.46w$ gövde

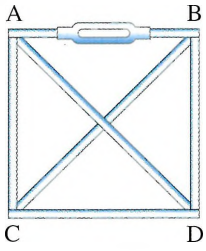


w = Kişinin toplam ağırlığı

(b)

ŞEKİL 12–94 Problem 87.

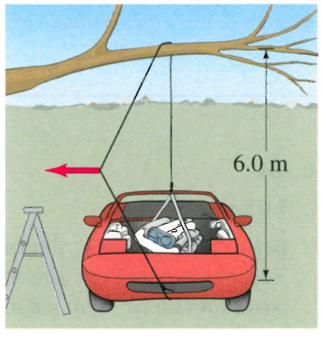
88. Şek.12-95'te gösterilen kare çerçevenin bir çubuğu, çevrildiği zaman çubuğu germe veya baskı altına koyan bir mekanizma içermektedir. Bu mekanizma AB çubuğuna bir F baskı kuvveti uyguluyorsa, diğer çubuklarda üretilen kuvvetleri bulunuz. Çubukların kütlelerini ihmal ediniz ve köşegen çubukların merkezde birbirini serbestçe, sürtünmesiz geçtiklerini varsayınız. [*İpucu:* Durumun simetrisini kullanınız].



ŞEKİL 12–95
Problem 88.

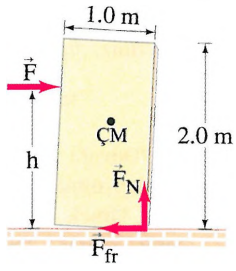
89. Yarıçapı R = 15 cm ve uzunluğu ℓ_o olan çelik bir direk yere dikine monte edilmiştir. Kütlesi 65 kg olan bir adam direğe tırmanmaktadır. (*a*) Direğin boyundaki azalmayı yüzde olarak bulunuz. (*b*) Metal bir malzemeye baskı uygulandığında metal içindeki her atom komşusuna aynı aynı kesirsel miktarda yaklaşır. Çelik içindeki demir atomlarının birbirine uzaklığı 2.0 $\times$ 10^{-10} m ise, boruya tırmanan adamı destekleyecek normal kuvvetin oluşabilmesi için bu atomlar arası uzaklık ne kadar değişir? [Not: komşu atomların birbirini itmesi gözlenen normal kuvveti doğurur.]

90. Bir araba tamircisi, arabanın motorunu yukarı kaldırmak istemektedir. Yaptığı plan, motora bağlı bir ipi düşey olarak yerden 6.0 m yüksekteki bir ağaç dalından geçirdikten sonra tampona bağlamaktır (Şek.12-96). Tamirci bir merdivene tırmanıp ipi orta noktasından yatay olarak çektiğinde motorun yukarı çıkmaktadır. (a) Motoru normal konumundan 0.5 m yukarıda tutabilmesi için tamirci ne kadarlık bir kuvvet uygulamalıdır? (b) Bu sistemin mekanik avantajı nedir?



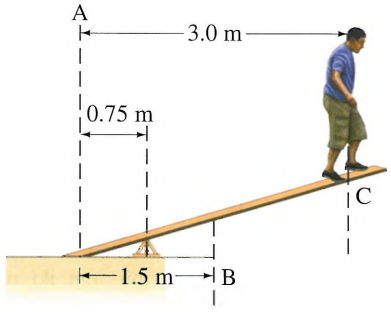
ŞEKİL 12–96
Problem 90.

91. Yüksekliği 2.0 m ve taban alanı 1.0 m^2 olan bir kutu Şek. 12-97'de gösterildiği gibi sürtünmeli bir yüzey üstünde hareket ettiriliyor. Homojen kutunun ağırlığı 240 N ve yüzeyle arasındaki statik sürünme katsayısı 0.60'tır. Kutunun yüzey üzerinde kaydırılabilmesi için uygulanması gereken minimum kuvvet ne olmalıdır. Uygulanan F kuvveti kutuyu devirmeden yüzeyden hangi maksimum h yüksekliğinde uygulanabilir? Kutu devrilirken sürtünme ve normal kuvvetin en alt köşeye etkidiğini dikkate alın.



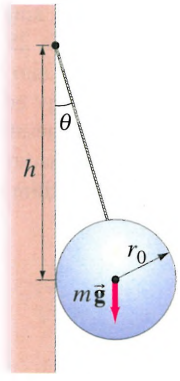
ŞEKİL 12–97
Problem 91.

92. Bir korsan gemisinde, gemiden uzatılmış bir kalas üzerinde yürümeye zorlanıyorsunuz (Şek.12-98). C noktasında ayakta duruyorsunuz. Kalas geminin güvertesindeki A noktasına çivilenmiş ve A noktasından 0.75 cm uzaklıktaki bir noktada desteklenmiştir. Homojen kalasın kütle merkezi B noktasındadır. Kalasın kütlesi 45 kg ve sizin kütleniz 65 kg'dır. Çivilerin kalasa aşağı doğru uygulaması gereken minimum kuvvet nedir?



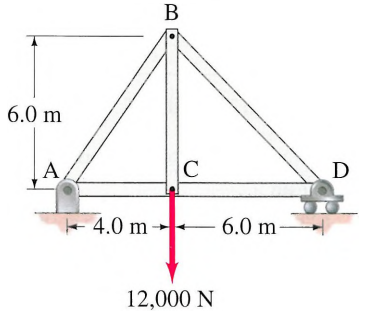
ŞEKİL 12–98
Problem 92.

93. Yarıçapı r_0, kütlesi mg olan homojen bir küre ℓ uzunluğundaki bir ipe asılmıştır. İp, Şek.12-99'da gösterildiği gibi kürenin duvara değdiği noktadan h kadar yüksekte bir noktaya bağlanmıştır. İp duvarla θ açısı yapmaktadır ve kürenin merkeziyle aynı hizada değil. Küre ile duvar arasındaki sürtünme katsayısı μ ise, (*a*) duvar tarafından küreye uygulanan sürtünme kuvvetini bulunuz. [*İpucu:* Akıllıca seçilen bir eksen bu çözümü kolaylaştırır.] (*b*) Kürenin kaymak üzere olduğunu düşünün ve μ'yu h yüksekliği ve θ açısı cinsinden hesaplayınız.



ŞEKİL 12–99
Problem 93.

*__94.__ Şek.12-100'de gösterilen üçgen kafes sisteminin her elemanındaki kuvveti belirlemek için eklemler yöntemini kullanın. Her bir elemanın baskı mı yoksa germeye mi maruz kaldığını belirtin.

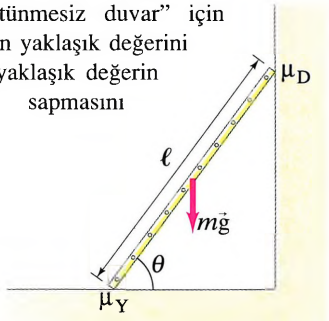


ŞEKİL 12–100
Problem 94.

95. Kütlesi m uzunluğu ℓ olan bir merdiven duvara θ against a wall, açısıyla dayanmaktadır, Şek.12-101. Merdivenle yer ve merdivenle duvar arasındaki statik sürtünme katsayıları sırasıyla μ_Y ve μ_D'dur. Yer ve duvardan kaynaklanan sürtünme kuvvetlerinin her ikisi de maksimum olduğunda merdiven düşme sınırına gelmektedir. (*a*) $\theta \geq \theta_{min}$, ise merdivenin kararlı olacağını gösteriniz. θ_{min} şöyle verilmektedir:

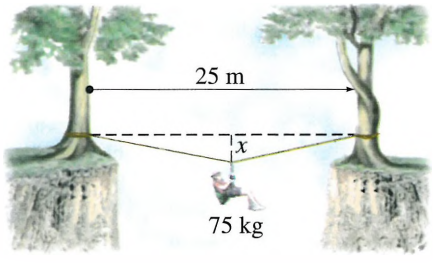
$$\tan\theta_{min} = \frac{1}{2\mu_Y}(1 - \mu_Y\mu_D).$$

(*b*) "Duvara dayanan merdiven problemleri" genellikle pek gerçekçi olmayan sürtünmesiz duvar kabulü yapılarak çözülür (bknz. Örnek 12-6). Gerçekte sürtünmeli olan bir duvarı, sürtünmesiz olarak modelleyerek yapılan hatanın büyüklüğünü araştırmak istiyorsunuz. (*a*) kısmında verilen bağıntıyı kullanarak, sürtünmeli bir duvar için $\mu_Y = \mu_D = 0.40$ değerini hesaplayın. Daha sonra "sürtünmesiz duvar" için $\mu_Y = 0.40$ ve $\mu_D = 0.40$ θmin'in yaklaşık değerini bulun. θmin için elde edilen yaklaşık değerin gerçek değerden yüzde sapmasını hesaplayın.



ŞEKİL 12–101
Problem 95.

96. "Tirol geçişi" adı verilen bir dağ tırmanış tekniğinde, bir uçurumun üzerinde, bir ipin iki ucu kaya veya sağlam ağaca tespit edilir. Dağcı Şek.12-102'de gösterildiği gibi bir askıyla ipi geçer. Bu teknik, ipte ve bağlandığı noktalarda çok büyük kuvvetler oluşturur, dolayısıyla güvenlik için bir temel fizik anlayışı şarttır. Tipik bir tırmanma ipi kırılmadan önce 29 *k*N'luk gerilime dayanır, genellikle güvenlik faktörü 10 olarak tavsiye edilir. Tirol geçişinde kullanılan ipin uzunluğu, tavsiye edilen güvenlik aralığında kalmak için bir miktar "sarkma"ya izin vermelidir. 25 m genişliğindeki bir uçurumun üzerindeki bir Tirol geçişinin tam ortasındaki 75 kg kütleli bir dağcıyı gözönüne alın. (*a*) Tavsiye edilen güvenlik aralığında kalmak için ipin minimum sarkma mesafesi *x* nedir? (*b*) Eğer Tyrol geçişi yanlış bağlanmış ve ipin sarkması (*a*) şıkkında bulunanın ancak dörtte biri ise, ipteki gerilim ne olur? İp kırılır mı?



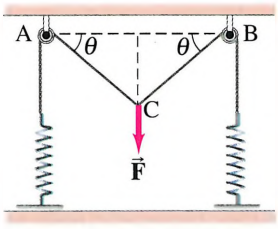
ŞEKİL 12–102
Problem 96.

*Sayısal/Bilgisayar

***97.** (III) Metal bir silindirin yarıçapı 1.00 m ve uzunluğu 5.00 m'dir. Bu örnek üzerinde yapılan bir gerilim testinin verileri aşağıdaki Tabloda listelenmektedir. (*a*) Örnek üzerindeki zorun zorlanmaya karşı grafiğini çiziniz. (*b*) Sadece esnek bölgeyi dikkate alarak verilere en iyi uyumu sağlayan doğru çizginin eğimini bulun ve metalin esneklik modülünü hesaplayınız.

Yük (kN)	Uzama (cm)
0	0
1.50	0.0005
4.60	0.0015
8.00	0.0025
11.00	0.0035
11.70	0.0050
11.80	0.0080
12.00	0.0200
16.60	0.0400
20.00	0.1000
21.50	0.2800
19.50	0.4000
18.50	0.4600

***98.** (III) İki yay bir iple Şek.12-103' gösterildiği şekilde bağlanmıştır. AB uzunluğu 4.0 m ve AC = BC'dir. Her iki yayın yay sabiti k = 20.0 N/m'dir. Bir *F* kuvveti ipin C noktasına aşağıya doğru etki etmektedir. *F* kuvvetini θ = 0'dan θ = 75°'ye kadar θ'nın fonksiyonu olarak çiziniz, yayların θ = 0 durumunda gerilmediğini varsayınız.



ŞEKİL 12–103 Problem 98.

Alıştırmalara Cevaplar

A: F_A'nın, yana doğru F_B kuvvetini dengeleyecek bir bileşeni de vardır.

B: Evet: cos θ (çubuğun yerle olan açısı) her iki tarafta da olduğundan birbirini götürür.

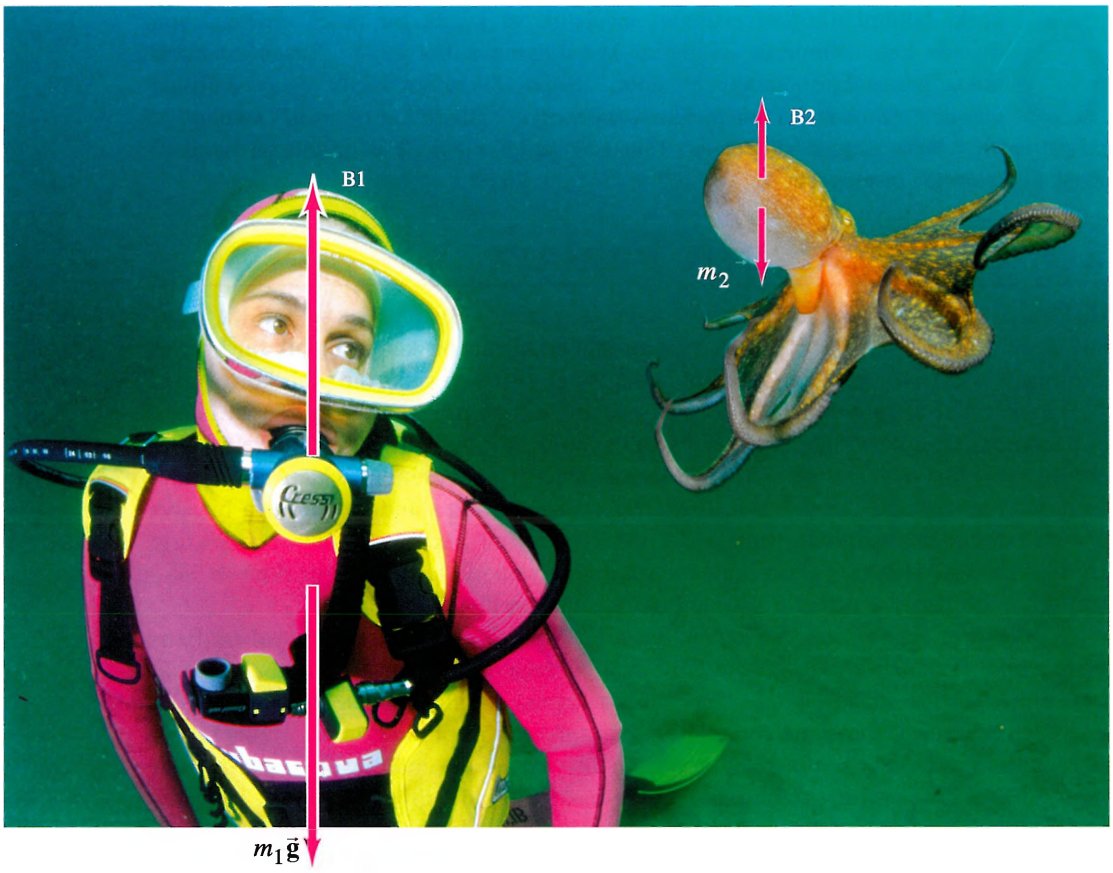
C: $F_N = m_A g + m_B g + Mg = 560$ N.

D: (*a*).

E: 7.0 kg.

F: Beton zeminde statik sürtünme ($=F_{Cx}$) olmazsa merdiven kayar. Yukarıda ise merdiven hareket edip kendini ayarlayabilir, dolayısıyla orada kuvvetli bir statik sürtünmeye gerek yoktur.

G: (*b*).



Sualtı dalgıçları ve deniz yaratıkları ağırlıkları mg'yi dengeleyen bir kaldırma kuvveti $(\vec{F}_B)$ hissederler. Bu kaldırma kuvveti yer değiştiren akışkan hacminin ağırlığına eşittir (Arşimet ilkesi) ve akışkan içinde derinlik arttıkça basıncın yükselmesinden dolayı ortaya çıkar. Deniz yaratıkları suyun yoğunluğuna çok yakın yoğunluğa sahiptir, dolayısıyla ağırlıkları kaldırma kuvvetine çok yakındır. İnsanlar suyun yoğunluğundan biraz daha az yoğunluğa sahiptir, dolayısıyla su yüzeyinde kalabilirler.

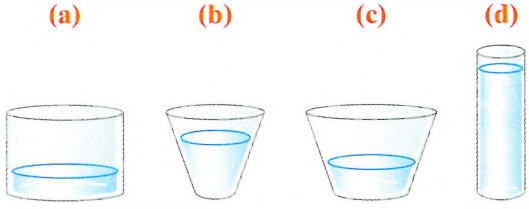
Akışkanların akışı sırasında, akışkan hızının yüksek olduğu yerde akışkan içindeki basıncın düşük olması nedeniyle ilginç etkiler meydana gelir (Bernoulli prensibi).

BÖLÜM 13

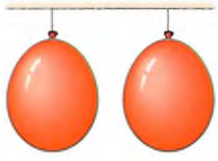
Akışkanlar

BÖLÜM-AÇILIŞ SORULARI—Şimdi tahmin edin!

1. Hangi kap, tabanında en fazla basınca sahiptir? Her kabın eşit hacimde su bulundurduğunu kabul edin.



2. İki balon bağlanmış ve birbirine en yakın kenarları arasındaki uzaklık 3 cm olacak şekilde asılmışlardır. Eğer balonlar arasından üflerseniz (balonlara değil, aralarındaki boşluğa), ne olur?
   (a) Hiçbir şey.
   (b) Balonlar birbirine yaklaşır.
   (c) Balonlar birbirinden uzaklaşır.



İÇERİK

13–1 Maddenin Fazları
13–2 Yoğunluk ve Özgül Ağırlık
13–3 Akışkanlarda Basınç
13–4 Atmosfer Basıncı ve Ayar Basıncı
13–5 Pascal Prensibi
13–6 Basınç Ölçümü; Manometreler ve Barometre
13–7 Kaldırma ve Arşimet İlkesi
13–8 Akışkanlarda Hareket; Akış Hızı ve Süreklilik Denklemi
13–9 Bernoulli Denklemi
13–10 Bernoulli İlkesini Uygulamaları: Torricelli, Uçaklar, Beyzbol, GİA
*13–11 Viskozite
*13–12 Boru İçinde Akış: Poiseuille Denklemi, Kan Akışı
*13–13 Yüzey Gerilimi ve Kılcallık
*13–14 Pompalar ve Kalp

Önceki bölümlerde katı cisimleri inceledik ve küçük bir esnek deformasyon dışında katı cisimlerin şekillerini koruduğunu kabul ettik. Bazen cisimleri nokta parçacıklar olarak ele aldık. Şimdi dikkatimizi çok kolay deforme olabilen ve akabilen maddelere çevireceğiz. Böyle "akışkanlar" sıvıları ve gazları içerir. Hem durgun akışkanları (akışkan statiği) hem de akışkanlarda hareketi (akışkan dinamiği) inceleyeceğiz.

13–1 Maddenin Fazları

Maddenin üç **fazı** ya da **durumu**, katı, sıvı ve gazdır. Bu üç fazı şu şekilde ayırt edebiliriz. Bir **katı** sabit şekil ve sabit büyüklüğünü korur; bir katıya büyük bir kuvvet uygulansa bile, şekli ve hacmi kolaylıkla değişmez. Bir sıvı sabit bir şekli koruyamaz — içinde bulunduğu kabın şeklini alır — ama bir katı gibi kolaylıkla sıkıştırılamaz ve hacminin önemli oranda değiştirilebilmesi için çok büyük bir kuvvet gerekir. Bir **gaz** ne sabit bir şekle ne de sabit bir hacme sahiptir — bulunduğu kabı doldurmak üzere yayılır. Örneğin, bir otomobil tekerleğine hava pompalandığında, hava bir sıvı gibi tekerleğin alt kısmında toplanmaz; tekerleğin tüm hacmini dolduracak şekilde yayılır. Tüm sıvılar ve gazlar sabit bir şekli koruyamadıklarından, her ikisi de akış özelliğine sahiptir; bu nedenle ikisine birlikte **akışkan** denir.

Maddeyi üç faza ayırma her zaman basit değildir. Örneğin, tereyağı nasıl sınıflandırılmalıdır? Bundan başka, madde dördüncü bir faza ayrılabilir, plazma fazı; bu faz, sadece çok yüksek sıcaklıklarda oluşur ve iyonlaşmış atomlardan (elektronların çekirdeklerden ayrılması) meydana gelir. Bazı bilim insanları kolloidlerin de (sıvıda küçük parçacıkların asılı kalması) maddenin ayrı bir fazı olarak düşünülmesi gerektiğine inanırlar. TV'de, bilgisayar ekranlarında, hesap makinelerinde, dijital saatlerde, vb., kullanılan sıvı **kristaller,** katılar ve sıvılar arasındaki bölgede maddenin bir fazı olarak düşünülebilir. Ama burada yalnızca, maddenin üç ana fazıyla ilgileneceğiz.

TABLO 13–1
Maddelerin Yoğunlukları†

Madde	Yoğunluk, ρ (kg/m^3)
Katılar	
Alüminyum	2.70×10^3
Demir ve çelik	7.8×10^3
Bakır	8.9×10^3
Kurşun	11.3×10^3
Altın	19.3×10^3
Beton	2.3×10^3
Granit	2.7×10^3
Ağaç (tipik)	$0.3 - 0.9 \times 10^3$
Cam, sıradan	$2.4 - 2.8 \times 10^3$
Buz (H_2O)	0.917×10^3
Kemik	$1.7 - 2.0 \times 10^3$
Sıvılar	
Su (4°C)	1.00×10^3
Kan, plazma	1.03×10^3
Kan, tümü	1.05×10^3
Deniz suyu	1.025×10^3
Civa	13.6×10^3
Alkol, etil	0.79×10^3
Benzin	0.68×10^3
Gazlar	
Hava	1.29
Helyum	0.179
Karbon dioksid	1.98
Buhar (su, 100°C)	0.598

†Yoğunluklar tersi söylenmedikçe 0°C'de ve 1 atm basınçta verilmiştir.

13–2 Yoğunluk ve Özgül Ağırlık

Bazen demirin ağaçtan daha "ağır" olduğu söylenir. Bu gerçekte doğru olamaz, çünkü büyük bir ağaç kütüğü, demir bir çividen daha ağırdır. Söylememiz gereken, demirin ağaçtan daha yoğun olduğudur.

Bir maddenin yoğunluğu, ρ, (ρ Yunanca'da küçük harf ro) maddenin birim hacimdeki kütlesi olarak tanımlanır:

$$\rho = \frac{m}{V}, \qquad \textbf{(13–1)}$$

burada m maddenin kütlesi ve V ise hacmidir. Yoğunluk herhangi saf bir maddenin karakteristik bir özelliğidir. Belirli bir saf maddeden yapılan cisimler, örneğin saf altın, farklı şekle ve kütleye sahip olabilir, ama yoğunluk her biri için aynı olacaktır.

Bazen bir cismin kütlesini,

$$m = \rho V$$

ve cismin ağırlığını

$$mg = \rho V g$$

yazarken yoğunluk kavramını kullanacağız, Dnk. 13 – 1.

Yoğunluğun SI birim sistemindeki birimi kg/m^3'tür. Bazen yoğunluklar g/cm^3 cinsinden verilir. 1 kg/m^3 = 1000 g / (100 cm)^3 = 10^3 g /10^6 cm^3 = 10^{-3} g/cm^3 olduğundan g/cm^3 biriminde verilen yoğunluk 1000 ile çarpılarak kg/m^3 birimine çevrilir. Dolayısıyla alüminyumun yoğunluğu ρ = 2.70 g/cm^3 = 2700 kg/m^3' tür. Birçok maddenin yoğunlukları Tablo 13–1'de verilmiştir. Sıcaklık ve atmosfer basıncı, maddelerin yoğunluklarını etkilediğinden (bu etki sıvılar ve katılar için çok küçük olmasına rağmen) Tabloda ayrıca belirtilmiştir. Havanın, sudan yaklaşık olarak 1000 kat daha az yoğun olduğuna dikkat edin.

ÖRNEK 13–1 **Belirli bir hacim ve yoğunluk için kütle.** Yarıçapı 18 cm olan bir demir topun kütlesi nedir?

YAKLAŞIM İlk olarak kürenin hacmini hesaplamak için $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ standart formülünü (kitabın arka kapağının iç yüzüne bakın) kullanalım. Buradan Dnk. 13–1 ve Tablo 13–1 bize m kütlesini verir.

ÇÖZÜM Kürenin hacmi $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}(3.14)(0.18\,\text{m})^3 = 0.024\,\text{m}^3$ bulunur. Tablo 13-1'den, demirin yoğunluğu $\rho = 7800\,\text{kg/m}^3$ tür, dolayısıyla Dnk. 13–1'den

$$m = \rho V = (7800\,\text{kg/m}^3)(0.024\,\text{m}^3) = 190\,\text{kg}$$ bulunur.

Bir maddenin *özgül ağırlığı*, o maddenin yoğunluğunun 4.0°C'deki suyun yoğunluğuna oranı olarak tanımlanır. Özgül ağırlık bir oran olduğundan (kısaca ÖA), boyutsuz ve birimsiz basit bir rakamdır. Suyun yoğunluğu $1.00\,\text{g/cm}^3 = 1.00\,10^3\,\text{kg/m}^3$' tür, dolayısıyla bir maddenin özgül ağırlığı nümerik olarak g/cm^3 cinsinden yoğunluğuna eşit olacaktır, ya da kg/m^3 cinsinden yoğunluğunun 10^{-3} katı olacaktır. Örneğin (Tablo 13–1'e bakın), kurşunun özgül ağırlığı 11.3, alkolünki ise 0.79' dur.

Her zaman sabit hacim ve kütle ile ilgilenmediğimizden, yoğunluk ve özgül ağırlık kavramları akışkanları çalışırken oldukça yararlıdır.

13–3 Akışkanlarda Basınç

Basınç ve kuvvet birbiriyle ilişkilidir, ama aynı şey değillerdir. **Basınç** birim alandaki kuvvet olarak tanımlanır; burada kuvvet F yüzey alanı A'ya dik olarak etkiyen kuvvetin büyüklüğüdür:

$$\text{basınç} = P = \frac{F}{A}. \qquad \textbf{(13–2)}$$

Kuvvet vektör olmasına rağmen, basınç skalerdir. Basınç sadece büyüklüğe sahiptir. Basıncın SI birim sistemindeki birimi N/m^2'dir. Blaise Pascal anısına bu birime pascal (Pa) denmiştir, (Kısım 13–5'e bakın); yani $1\,\text{Pa} = 1\,\text{N/m}^2$'dir. Ama basit olarak, sık sık N/m^2'yi kullanacağız. Zaman zaman kullanılan diğer birimler dyne/cm^2 ve lb/in^2'dir (kısaca psi). Basınçla ilgili diğer birçok birim, bunlar arasındaki dönüşümler Kısım 13–6' da anlatılmıştır (ayrıca ön kapağın iç sayfasındaki Tablo'ya bakın).

DİKKAT
Basınç vektör değil, bir skalerdir.

ÖRNEK 13–2 **Basınç hesabı.** 60 kg olan bir insanın iki ayağı $500\,\text{cm}^2$'lik bir alan kaplar. (*a*) İki ayağın yere uyguladığı basıncı bulun. (*b*) Tek ayağı üzerinde durursa, ayağının altındaki basınç ne olur?

YAKLAŞIM İnsanın hareketsiz olduğunu kabul edin. O halde yer insanın mg ağırlığına eşit yukarı doğru bir kuvvet uygular, insan ayaklarının (ayağının) yerle temas ettiği bölgede yere bir mg kuvveti uygular. $1\,\text{cm}^2 = (10^{-2}\,\text{m})^2 = 10^{-4}\,\text{m}^2$ olduğundan, $500\,\text{cm}^2 = 0.050\,\text{m}^2$'dir.

ÇÖZÜM (*a*) İki ayağın yere uyguladığı basınç

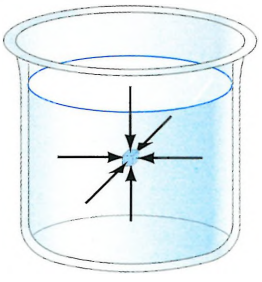
$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{(60\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)}{(0.050\,\text{m}^2)} = 12 \times 10^3\,\text{N/m}^2$$

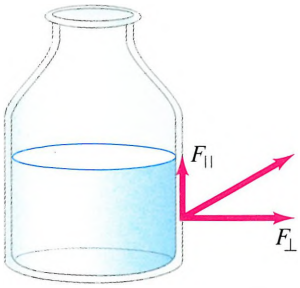
olarak bulunur.

(*b*) Eğer insan tek ayağının üzerinde durursa, kuvvet yine insanın ağırlığına eşittir, ama alan yarıya düştüğü için basınç ikiye katlanır: $24\,\text{N/m}^2$.

Basınç, akışkanlarla ilgilenirken özellikle faydalıdır. *Bir akışkanın her yönde basınç uyguladığı* deneysel olarak gözlenmiştir. Bu gözlemlenmiş olgu, vücutlarının her yerinde su basıncını hisseden yüzücüler ve dalgıçlar tarafından iyi bilinir. Durgun bir akışkanın belirli bir derinliğinde, bütün yönlerdeki basınç aynıdır. Bunun nedenini anlamak için, akışkanın çok küçük bir küpünü ele alalım (Şek. 13–1). Bu küp o kadar küçük olsun ki, kübü nokta olarak kabul edelim ve üzerindeki yerçekimi kuvvetini ihmal edelim. Kübün bir kenarındaki basınç karşı kenarındaki basınca eşit olmalıdır. Eğer bu doğru olmasaydı, küp üzerinde bir net kuvvet olurdu ve küp hareket etmeye başlardı. Eğer akışkan akmıyorsa, o zaman basınçlar birbirine eşit olmalıdır.

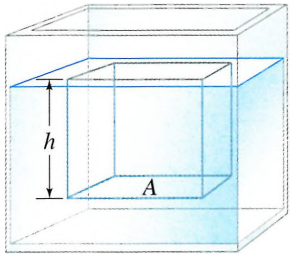
ŞEKİL 13–1 Durgun bir akışkanın belirli bir derinliğinde, basınç her yönde aynıdır. Eğer bu doğru olmasaydı, akışkan hareket halinde olurdu.



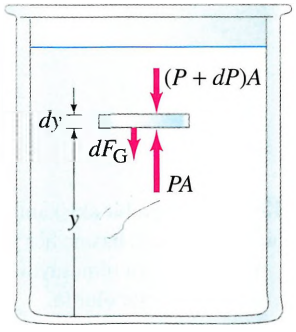


ŞEKİL 13–2 Eğer kabın yüzeyine paralel bir kuvvet bileşeni olsaydı, ona cevap olarak sıvı hareket ederdi. Durgun sıvılar için $F_{||} = 0$'dır.

ŞEKİL 13–3 Bir sıvının bir h derinliğinde basınç hesabı.



ŞEKİL 13–4 Akışkanın bir y derinliğinde basınç P' yi belirlerken kullandığımız, düz bir levha şeklindeki akışkan hacmi üzerindeki kuvvetler.



Durgun haldeki bir akışkanda, akışkan basıncının neden olduğu kuvvet her zaman akışkanın kap ile temas ettiği yüzeye *diktir*. Şek. 13–2'de görüldüğü gibi, yüzeye paralel bir kuvvet bileşeni olsaydı, Newton'un üçüncü yasasına göre kap yüzeyi, akışkan üzerine geri bir kuvvet uygulardı ki bu kuvvet yine kap yüzeyine paralel bir kuvvet bileşenine sahip olurdu. Bu bileşen, akışkanın durgun olduğu varsayımımıza ters olarak akışkanın akmasına neden olurdu. Dolayısıyla, durgun bir akışkandaki basıncın neden olduğu kuvvet, her zaman kap yüzeyine diktir.

Şimdi düzgün yoğunluğa sahip bir sıvıda basıncın derinlikle nasıl değiştiğini nicelik olarak hesaplayalım. Şek.13–3'te görüldüğü gibi, sıvı yüzeyinin altında bir h derinliğindeki bir noktayı ele alalım (yani, yüzey bu noktanın üzerinde bir h yüksekliğindedir). Bu h derinliğindeki sıvının neden olduğu basınç, üzerindeki sıvı kolonunun ağırlığından kaynaklanır. Dolayısıyla sıvı ağırlığından dolayı bir A alanının üzerine etkiyen kuvvet, $F = mg = (\rho V)g = \rho Ahg$ 'dir; burada Ah sıvı kolonunun hacmi, ρ sıvının yoğunluğu (sabit kabul edildi) ve g yerçekimi ivmesidir. Sıvı ağırlığının neden olduğu basınç P şöyle bulunur:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\rho Ahg}{A}$$

$$P = \rho gh. \qquad \text{[SIVI]} \quad \textbf{(13–3)}$$

A alanının belirli bir derinlikte basıncı etkilemediğine dikkat edin. Akışkan basıncı, sıvı yoğunluğuyla ve sıvı içindeki derinlikle doğrudan orantılıdır. Genel olarak, düzgün bir sıvının eşit derinliklerindeki basınç aynıdır.

ALIŞTIRMA A Bölüm-Açılış Sorusu 1'e geri dönün, sayfa 339 ve şimdi tekrar cevaplayın. Daha önce farklı olarak cevapladıysanız bunun nedenini açıklamaya çalışın.

Denklem 13–3 bize sıvının bir h derinliğindeki basıncın ne olduğunu verir. Ama sıvı yüzeyine ilave bir basınç daha uygulansaydı ne olurdu, örneğin atmosfer basıncı veya aşağı doğru bastıran bir piston? Akışkan yoğunluğu sabit olmasaydı ne olurdu? Gazlar oldukça sıkıştırılabilirler ve bu nedenle yoğunlukları derinlikle önemli ölçüde değişebilir. Sıvıların yoğunluklarındaki değişimleri genellikle ihmal etmemize rağmen, sıvılar da sıkıştırılabilir. (Bir istisna okyanusların derinlikleridir; burada, yukarıda kalan suyun büyük ağırlığı, suyu büyük oranda sıkıştırır ve yoğunluğunu artırır.) Şimdi, bu ve buna benzer diğer durumları örtmek için, sıvı içindeki basıncın derinlikle nasıl değiştiğini genel olarak inceleyelim.

Şek. 13–4'te görüldüğü gibi, bir referans noktasının (okyanus tabanı, su tankının ya da yüzme havuzunun tabanı gibi) üzerinde belirli bir y yüksekliğindeki† basıncı belirleyelim. Bu akışkanın içinde, y yüksekliğinde, alanı A, (çok küçük) kalınlığı dy olan küçük, ince ve levha şeklinde bir akışkan hacmi ele alalım. Alt yüzeyin (y yüksekliğinde) üzerinde yukarı doğru etki eden basınç P olsun. Küçük levhamızın üst yüzeyi ($y+dy$ yüksekliğinde) üzerinde aşağı doğru etkiyen basınç $P+dP$ ile gösterilmiştir. Levhamız üzerine etkiyen akışkan basıncı böylece, levha üzerine yukarı doğru PA' ya eşit ve aşağı doğru $(P+dP)A$'ya eşit bir kuvvet uygular. Levha üzerine dik olarak etkiyen diğer tek bir kuvvet (çok küçük) yerçekimi kuvveti dF_G'dir. Levhanın dm kütlesi üzerindeki yerçekimi kuvveti

$$dF_G = (dm)g = \rho g\, dV = \rho g A\, dy$$

burada ρ akışkanın y yüksekliğindeki yoğunluğudur. Akışkan durgun kabul edildiği için, levhamız dengededir, bu nedenle üzerindeki net kuvvet sıfır olmalıdır. Böylece

$$PA - (P + dP)A - \rho g A\, dy = 0,$$

olur. Bu denklem basitleştirilirse

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g \qquad \textbf{(13–4)}$$

elde edilir. Bu eşitlik bize akışkan içindeki basıncın bir referans noktası üzerindeki yükseklikle nasıl değiştiğini açıklar. Eksi işareti, yükseklik arttıkça basıncın azaldığını; ya da basıncın derinlikle (azalan yükseklik) arttığını gösterir.

†Şimdi y'yi yukarı doğru pozitif ölçüyoruz, yani bu derinliği ölçtüğümüz Dnk. 13–3'ü elde ederken yaptığımızın tersinedir (orada aşağı doğru pozitifti).

Eğer akışkan içinde bir y_1 derinliğindeki basınç P_1, y_2 derinliğindeki basınç P_2 ise, Dnk. 13–4' ün integralini alarak

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g \, dy$$

$$P_2 - P_1 = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g \, dy, \qquad \textbf{(13–5)}$$

burada ρ'nun y yüksekliğinin bir fonksiyonu olduğunu kabul ediyoruz: $\rho = \rho$ (y). Bu genel bir ifadedir ve şimdi bunu iki özel duruma uygulayalım: (1) düzgün yoğunluklu sıvılarda basınç ve (2) dünya atmosferindeki basınç değişmeleri.

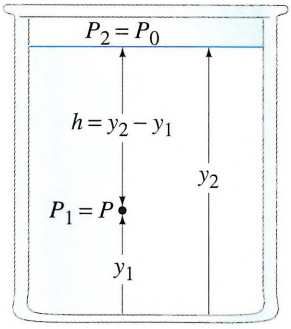
Sıvılar için yoğunluktaki değişmeler ihmal edilirse ρ = sabit olur ve Dnk. 13–5' teki integral kolaylıkla alınabilir:

$$P_2 - P_1 = -\rho g(y_2 - y_1). \qquad \textbf{(13–6a)}$$

Üzeri açık bir kaptaki sıvı için – bir bardaktaki, bir yüzme havuzundaki, göldeki ya da okyanustaki su gibi – atmosfere maruz kalan serbest bir üst yüzey vardır. Uzaklıkları bu üst yüzeyden ölçmek uygun olur. Yani, Şek.13–5'te görüldüğü gibi, $h = y_2 - y_1$ olmak üzere sıvı içindeki derinliği h ile gösterelim. Üst yüzeyin konumunu y_2 ile gösterirsek, P_2 üst yüzeydeki atmosfer basıncı P_0'ı temsil eder. Dnk. 13–6a'dan yararlanarak sıvının h derinliğindeki $P\,(= P_1)$ basıncı

$$P = P_0 + \rho g h \qquad [h \text{ sıvı içindeki derinliktir}] \qquad \textbf{(13–6b)}$$

olarak elde edilir. Dnk. 13–6b basit olarak, sıvı basıncı (Dnk. 13–3) ile yüzey üzerindeki atmosfer basıncı P_0'nin toplamıdır.



ŞEKİL 13–5 Yoğunluğu ρ olan bir sıvının $h = (y_2 - y_1)$ derinliğindeki basınç $P = P_0 + \rho g h$ 'dır; burada P_0 sıvının üst yüzeyindeki dış basınçtır.

ÖRNEK 13–3 **Musluktaki basınç.** Bir su deposundaki su yüzeyi, bir evin mutfağındaki musluktan 30 m yukarıdadır, Şek. 13–6. Musluk ile tank içindeki su yüzeyi arasındaki su basıncı farkını hesaplayınız.

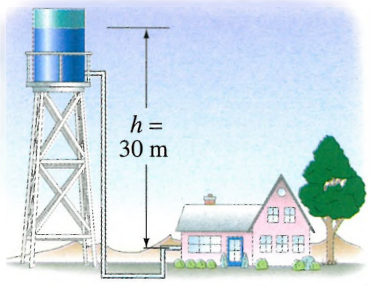
YAKLAŞIM Pratik olarak su sıkıştırılamazdır, bu nedenle Dnk. 13–6b'de kullanılan h = 30 m yüksekliğinde bile ρ sabittir. Sadece h önemlidir; su borusunun "gittiği yolu" ve borunun bükülmelerini görmezden gelebiliriz.

ÇÖZÜM Su deposundaki su yüzeyi üzerindeki atmosfer basıncının musluktakiyle aynı olduğunu kabul edersek, musluk ile tanktaki su yüzeyi arasındaki su basıncı farkı

$\Delta P = \rho g h = (1.0 \times 10^3\,\text{kg/m}^3)(9.8\,\text{m/s}^2)(30\,\text{m}) = 2.9 \times 10^5\,\text{N/m}^2$ olur.

NOT h yüksekliğine bazen **basınç başı** denir. Bu Örnek'te suyun başı musluktan 30 m uzaklıktadır. Musluk ve tankın çok farklı çapları, sonucu etkilemez – sadece basınç etkiler.

ŞEKİL 13–6 Örnek 13–3.



ÖRNEK 13–4 **Akvaryum penceresindeki kuvvet.** Üst kenarı su yüzeyinin 1.0 m altında olan 1.0 m × 3.0 m boyutlarındaki akvaryum izleme penceresi üzerindeki, su basıncının neden olduğu kuvveti hesaplayınız, Şek. 13–7.

YAKLAŞIM h derinliğindeki su basıncı Dnk. 13–6b ile verilir. Şek.13–7'de görüldüğü gibi pencereyi, uzunluğu ℓ = 3.0 m kalınlığı dy olan ince yatay şeritlere bölelim. Su yüzeyinde $y = 0$ (aşağı yönde y pozitif) olan bir koordinat sistemi seçelim. (Bu seçimle, Dnk. 13–6a'daki eksi işareti artı olur, ya da Dnk. 13–6b' de $y = h$ alırız.) Her şerit üzerindeki su basıncının neden olduğu kuvvet $dF = PdA = \rho g y \ell \, dy$ olur.

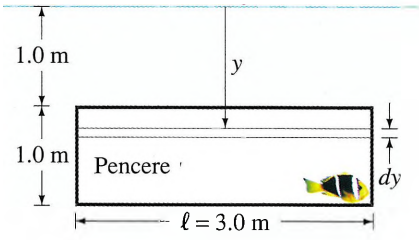
ÇÖZÜM Penceredeki toplam kuvvet integral alınarak bulunur:

$$\int_{y_1 = 1.0\,\text{m}}^{y_2 = 2.0\,\text{m}} \rho g y \ell \, dy = \tfrac{1}{2}\rho g \ell (y_2^2 - y_1^2)$$

$$= \tfrac{1}{2}(1000\,\text{kg/m}^3)(9.8\,\text{m/s}^2)(3.0\,\text{m})[(2.0\,\text{m})^2 - (1.0\,\text{m})^2] = 44{,}000\,\text{N}.$$

NOT Sonucu kontrol etmek için, kaba bir tahminde bulunabiliriz: Dnk. 13–3' ü kullanarak pencere alanı (3.0 m^2) ile pencerenin ortasındaki (h = 1.5 m) basıncı çarpalım, $P = \rho g h = (1000\,\text{kg/m}^3)(9.8\,\text{m/s}^2)(1.5\,\text{m}) \approx 1.5 \times 10^4\,\text{N/m}^2$. Böylece $F = PA \approx (1.5 \times 10^4\,\text{N/m}^2)(3.0\,\text{m})(1.0\,\text{m}) \approx 4.5 \times 10^4\,\text{N}$. Güzel!

ŞEKİL 13–7 Örnek 13–4.



ALIŞTIRMA B Bir baraj 85 m derinliğindeki bir gölü tutuyor. Uzunluğu 20 km olan bir gölü tutan barajın kalınlığı, uzunluğu 1.0 km olan küçük bir gölü tutan baraj kalınlığına göre ne kadar daha fazla olmalıdır?

Şimdi Dnk. 13–4 ya da 13–5'i gazlara uygulayalım. Gazların yoğunluğu normal olarak oldukça küçüktür, o nedenle farklı yüksekliklerdeki basınç farkları eğer çok büyük değilse genellikle ihmal edilebilir (Örnek 13–3'te musluk ve deponun üzerindeki hava basıncı farkını ihmal etmemizin nedeni budur). Gerçekten de, en sıradan gaz kapları için, basıncın her yerde aynı olduğunu kabul edebiliriz. Ama eğer çok büyükse, bu varsayımı yapamayız. İlginç bir örnek, dünya atmosferindeki havadır. Bu havanın basıncı, deniz seviyesinde yaklaşık $1.013 \times 10^5\ \mathrm{N/m^2}$'dir ve yükseklikle yavaşça azalır.

ÖRNEK 13–5 **Yüksekliğin atmosfer basıncına etkisi.** (*a*) g'nin sabit ve hava yoğunluğunun basınç ile orantılı olduğunu varsayarak, dünya atmosferindeki basınç değişimini, y yüksekliğinin (deniz seviyesinden) fonksiyonu olarak belirleyiniz. (Burada ikinci varsayım çok kesin değildir. Bunun kısmen nedeni sıcaklık ve diğer hava şartlarının etkileridir.) (*b*) Hangi yükseklikte hava basıncı deniz seviyesindeki basıncın yarısına eşit olur?

YAKLAŞIM (*a*) Dnk. 13–4 ile başlarız ve bu denklemin $y = 0$ ve $P = P_0$ olan dünyanın yüzeyinden, basıncın P olduğu bir y yüksekliğine kadar integralini alırız. (*b*)'de $P = \frac{1}{2}P_0$ seçeriz.

ÇÖZÜM (*a*) ρ nun P ile orantılı olduğunu kabul ediyoruz, o nedenle

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{P}{P_0},$$

yazabiliriz; burada $P_0 = 1.013 \times 10^5\ \mathrm{N/m^2}$ deniz seviyesindeki atmosfer basıncıdır ve $\rho_0 = 1.29\ \mathrm{kg/m^3}$ deniz seviyesinde 0°C'de havanın yoğunluğudur (Tablo 13–1). Basıncın yükseklikle olan diferansiyel değişiminden, Dnk. 13–4,

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g = -P\left(\frac{\rho_0}{P_0}\right)g,$$

böylece

$$\frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0}{P_0}\,g\,dy.$$

elde edilir. Bu denklemde $y = 0$ (dünya yüzeyi) ve $P = P_0$ 'dan, basıncın P olduğu bir y yüksekliğine kadar integral alırız:

$$\int_{P_0}^{P}\frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0}{P_0}g\int_0^y dy$$

$$\ln\frac{P}{P_0} = -\frac{\rho_0}{P_0}gy,$$

elde edilir. Burada $\ln P - \ln P_0 = \ln(P/P_0)$ özelliği kullanıldı. Buradan

$$P = P_0 e^{-(\rho_0 g/P_0)y}$$

elde edilir. Böylece varsayımlarımıza dayanarak, atmosferimizdeki hava basıncının yükseklikle yaklaşık üstel olarak azaldığını buluruz.

NOT Atmosfer belli bir üst yüzeye sahip değildir, dolayısıyla bir sıvıda yaptığımız gibi, atmosferdeki derinliği ölçerken kullanacağımız doğal bir nokta yoktur.

(*b*) $(\rho_0 g/P_0)$ sabiti

$$\frac{\rho_0 g}{P_0} = \frac{(1.29\ \mathrm{kg/m^3})(9.80\ \mathrm{m/s^2})}{(1.013 \times 10^5\ \mathrm{N/m^2})} = 1.25 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^{-1}}$$

değerine sahiptir. Dolayısıyla (*a*)'da elde ettiğimiz ifadede $P = \frac{1}{2}P_0$ alırsak,

$$\tfrac{1}{2} = e^{-(1.25\times10^{-4}\ \mathrm{m^{-1}})y}$$

elde ederiz, ya da iki tarafın doğal logaritmasını alırsak,

$$\ln\tfrac{1}{2} = (-1.25 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^{-1}})y$$

olur, dolayısıyla ($\ln\frac{1}{2} = -\ln 2$, olduğunu hatırlayın, Ek A–7, Dnk. ii)

$$y = (\ln 2.00)/(1.25 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^{-1}}) = 5550\ \mathrm{m}$$

olur. Dolayısıyla, yaklaşık 5500 m yüksekliğinde (yaklaşık 18,000 ft), atmosfer basıncı deniz seviyesindekinin yarısına düşer. Bu şaşırtıcı değildir, dağ tırmanıcıları çok yükseklerde sık sık oksijen tüpleri kullanırlar.

13–4 Atmosfer Basıncı ve Ayar Basıncı

Atmosfer Basıncı

Dünyanın belli bir yerindeki hava basıncı hava şartlarına bağlı olarak yavaşça değişir. Deniz seviyesinde, atmosfer basıncı ortalama olarak $1.013 \times 10^5\,\mathrm{N/m^2}$ (ya da 14.7 Ib/in ^{2})'dir. Bu değer, yaygın olarak kullanılan basınç birimi **atmosfer**'i (kısaca atm) tanımlamamızı sağlar:

$$1\,\mathrm{atm} = 1.013 \times 10^5\,\mathrm{N/m^2} = 101.3\,\mathrm{kPa}.$$

Bazen kullanılan (meteorolojide ve hava haritalarında) bir diğer basınç birimi ise **bar**'dır ve

$$1\,\mathrm{bar} = 1.000 \times 10^5\,\mathrm{N/m^2}$$

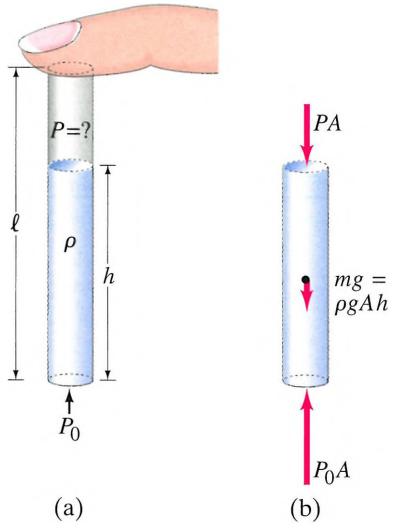
şeklinde tanımlanır. Dolayısıyla standart atmosfer basıncı, 1 bar'dan biraz daha fazladır.

Atmosferin ağırlığından kaynaklanan basınç, etrafı hava ile sarılmış bulunan, vücudumuz da dâhil olmak üzere, bütün cisimler üzerine uygulanır. İnsan vücudu nasıl olur da yüzeyindeki bu kadar büyük basınca dayanabilir? Bunun nedeni canlı hücrelerin bu dış basınca çok yakın bir iç basınca sahip olmalarıdır. Bir balon içindeki basınç ta dışarıdaki atmosfer basıncına yaklaşık eşittir. Bir otomobil tekerleği, sert olmasından dolayı dış basınçtan çok daha büyük bir iç basınca sahip olabilir.

FİZİK UYGULAMASI
Canlı hücreler üzerindeki basınç

KAVRAMSAL ÖRNEK 13–6 **Parmağın pipetteki suyu tutması.** Uzunluğu ℓ olan bir pipeti uzun bir cam bardağa daldırın. Parmağınızı pipetin üzerine, suyun üzerindeki bir miktar havayı yakalayacak ama başka havanın girip çıkmasına engel olacak şekilde yerleştirin, sonra pipeti suyun dışına doğru kaldırın. Pipetin suyun çoğunu tuttuğunu göreceksiniz (Şek. 13–8a). Parmağınızla pipet içindeki su yüzeyi arasındaki boşlukta bulunan havanın basıncı, pipet dışındaki atmosfer basıncı P_0 dan büyük müdür, küçük müdür yoksa ona eşit midir?

YANIT Su kolonu üzerindeki kuvvetleri düşünelim (Şek. 13–8b). Pipet dışındaki atmosfer basıncı pipetin tabanındaki suyu yukarı doğru ittirir, yerçekimi suyu aşağı doğru çeker ve pipet içindeki üst kısımda kalan hava basıncı suyu aşağı doğru ittirir. Su dengede olduğundan yukarı doğru atmosfer basıncı P_0'dan kaynaklanan kuvvet, aşağı doğru olan kuvvetleri dengelemelidir. Bu ancak, pipet içindeki hava basıncının pipet dışındaki atmosfer basıncından daha az olmasıyla mümkün olur. (Pipeti su bardağından çıkarmaya başladığınızda, bir miktar su pipetin altından ayrılabilir; bu durum, içeride yakalanan havanın hacmini artırarak onun yoğunluğunu ve basıncını azaltır.)



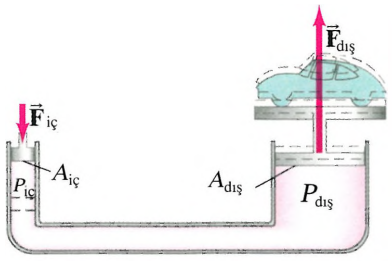
ŞEKİL 13–8 Örnek 13–6.

Ayar basıncı

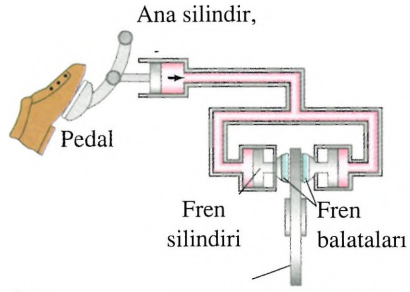
Tekerlek basınç ölçerleri ve diğer birçok basınç göstergelerinin, atmosfer basıncının üzerindeki ve ötesindeki basınçları gösterdiklerini bilmek önemlidir. Buna **ayar basıncı** denir. Dolayısıyla **mutlak basınç** P'yi elde etmek için ayar basıncı P_G'ye atmosfer basıncı P_0' ı eklememiz gerekir:

$$P = P_0 + P_G.$$

Tekerlek göstergesi 220 kPa kaydederse, tekerlek içindeki mutlak basınç 220 kPa + 101 kPa = 321 kPa olur. Bu da 3.2 atm' e eşit olur (2.2 atm ayar basıncı).



(a)



(b)

ŞEKİL 13–9 Pascal ilkesinin uygulamaları: (a) hidrolik kaldırıcı; (b) arabadaki hidrolik frenler.

FİZİK UYGULAMASI
Hidrolik kaldırıcı

FİZİK UYGULAMASI
Hidrolik fren

13–5 Pascal İlkesi

Dünya atmosferi, kendisiyle temas halinde olan bütün cisimler üzerine – buna diğer akışkanlar da dâhildir – bir basınç uygular. Bir akışkan üzerine etkiyen dış basınç, akışkan boyunca iletilir. Örneğin, Dnk. 13–3' e göre bir gölün yüzeyinin 100 m derinliğindeki su basıncı $P = \rho gh = (1000\ \text{kg/m}^3)(9.8\ \text{m/s}^2)(100\ \text{m}) = 9.8 \times 10^5\ \text{N/m}^2$, ya da 9.7 atm'dir. Ama bu noktadaki toplam basınç, su basıncı ile yukarıdaki hava basıncının toplamından kaynaklanır. Dolayısıyla toplam basınç (göl, deniz seviyesinde ise) 9.7 atm + 1.0 atm = 10.7 atm'dir. Bu, Fransız filozof ve bilim adamı Blaise Pascal'a (1623 – 1662) atfedilmiş olan genel ilkeye sadece bir örnektir. **Pascal ilkesi** '*sınırlanmış bir akışkana bir dış basınç uygulanırsa, akışkan içinde her noktadaki basınç aynı miktarda artar*' şeklinde ifade edilir. Pratikte birçok cihazın çalışma prensibi Pascal ilkesine dayanır. Şek. 13–9a' da gösterilen hidrolik kaldırıcı buna bir örnektir. Burada giriş piston alanı çıkış piston alanından daha büyük yapılarak, küçük bir giriş kuvveti uygulayarak büyük bir çıkış kuvveti elde edilir. Bunun nasıl çalıştığını anlamak için, giriş ve çıkış pistonlarının aynı yükseklikte (en azından yaklaşık olarak) olduğunu kabul edelim. Dış giriş kuvveti $F_{iç}$, Pascal ilkesi nedeniyle, basıncı her tarafta eşit olarak artırır (Şek. 13–9a'ya bakın),

$$P_{dış} = P_{iç}$$

burada giriş nicelikleri alt indis "iç", çıkış nicelikleri ise "dış" ile gösterilmiştir. $P = F/A$ olduğundan yukarıdaki eşitliği

$$\frac{F_{dış}}{A_{dış}} = \frac{F_{iç}}{A_{iç}},$$

ya da

$$\frac{F_{dış}}{F_{iç}} = \frac{A_{dış}}{A_{iç}},$$

şeklinde yazabiliriz. $F_{dış}/F_{iç}$ niceliğine hidrolik kaldırıcının **mekanik avantajı** denir, ve alanların oranına eşittir. Örneğin, çıkış piston alanı giriş silindirinkinin 20 katı ise, kuvvet 20 faktörüyle çarpılır. Bu yüzden 200 N' lik bir kuvvet 4.000 N' lik bir arabayı kaldırabilir.

Şek. 13–9b bir arabanın fren sistemini gösteriyor. Sürücü fren pedalına bastığında, ana silindirdeki basınç artar. Bu basınç artması fren akışkanının her tarafında oluşur, böylece arabanın tekerleğine bağlı bulunan diske karşı fren balatalarını ittirir.

13–6 Basınç Ölçümü; Manometreler ve Barometre

Basınç ölçmek için birçok cihaz icat edilmiştir, bunlardan bazıları Şek. 13–10'da gösterilmiştir. En basiti açık tüp manometresi (Şek. 13–10a), bir sıvı ile – genellikle cıva veya su – kısmen doldurulmuş U şeklinde bir tüptür. Ölçülen P basıncı, sıvının iki seviyesinin Δh yükseklik farkı ile orantılıdır:

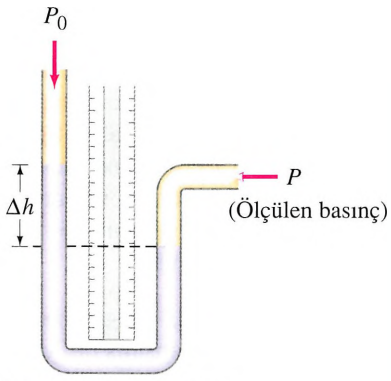
$$P = P_0 + \rho g\,\Delta h,$$

burada P_0 atmosfer basıncı (soldaki tüpteki sıvının üzerine etkiyen), ρ sıvının yoğunluğudur. $\rho g\,\Delta h$ niceliği ayar basıncıdır — P'nin, atmosfer basıncı P_0 'ı geçtiği miktar. Sol kolondaki sıvı, sağ kolondakinden daha aşağıda ise P, atmosfer basıncından daha az olmalıdır (ve Δh negatif olur).

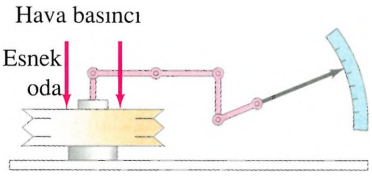
$\rho g\,\Delta h$, çarpımını hesaplamak yerine, bazen sadece yükseklikteki değişim Δh belirtilir. Gerçekten, basınçlar bazen belli bir miktar kadar "milimetre cıva" (mm Hg) ya da "mm su" (mm H_2O) olarak belirtilir. Civanın 1 mm = 1.0×10^{-3} m'si için $\rho g\,\Delta h$

$$\rho g\,\Delta h = (13.6 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)(1.00 \times 10^{-3}\ \text{m}) = 1.33 \times 10^2\ \text{N/m}^2$$

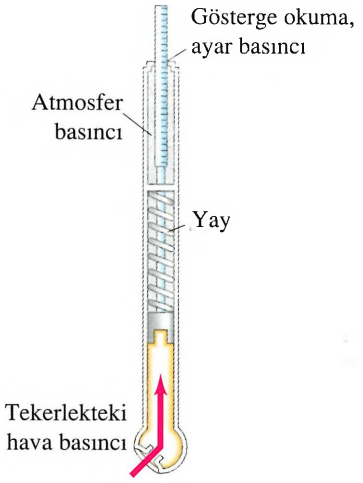
olduğu için mm Hg birimi 133 N/m^2' lik bir basınca denktir. *mm* Hg birimine Evangelista Torricelli (1608–1647) anısına **torr** da denir; Torricelli, barometreyi icat eden Galileo'nun bir öğrencisidir (sonraki sayfaya bakın).



(a) Açık tüp manometresi,



(b) Kadranlı gösterge (genellikle hava basıncı için kullanılır ve kadranlı barometre olarak bilinir)



(c) Tekerlek basıncı göstergesi

ŞEKİL 13–10 Basınç ölçerler: (a) açık tüp manometresi, (b) kadranlı gösterge (genellikle hava basıncı için kullanılır ve kadranlı barometre olarak bilinir) ve (c) tekerlek basıncı göstergesi.

Birçok basınç birimleri arasındaki dönüştürme faktörleri Tablo 13–2'de verilmiştir (oldukça sıkıcı!). Diğer niceliklerin SI birimleriyle verildiği hesaplarda, sadece N/m^2 = Pa, SI birimini kullanmak uygundur.

PROBLEM ÇÖZME

Hesaplarda SI birimlerini kullanın:
1 Pa = 1 N/m²

TABLO 13–2 Farklı Basınç Birimleri Arasında Dönüştürme Faktörleri

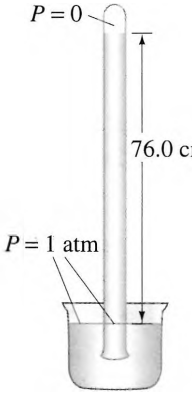
1 Pa = 1 N/m² cinsinden	Farklı birimlerde 1 atm
$1\ \text{atm} = 1.013 \times 10^5\ \text{N/m}^2$	$1\ \text{atm} = 1.013 \times 10^5\ \text{N/m}^2$
$= 1.013 \times 10^5\ \text{Pa} = 101.3\ \text{kPa}$	
$1\ \text{bar} = 1.000 \times 10^5\ \text{N/m}^2$	$1\ \text{atm} = 1.013\ \text{bar}$
$1\ \text{dyne/cm}^2 = 0.1\ \text{N/m}^2$	$1\ \text{atm} = 1.013 \times 10^6\ \text{dyne/cm}^2$
$1\ \text{lb/in.}^2 = 6.90 \times 10^3\ \text{N/m}^2$	$1\ \text{atm} = 14.7\ \text{lb/in.}^2$
$1\ \text{lb/ft}^2 = 47.9\ \text{N/m}^2$	$1\ \text{atm} = 2.12 \times 10^3\ \text{lb/ft}^2$
$1\ \text{cm-Hg} = 1.33 \times 10^3\ \text{N/m}^2$	$1\ \text{atm} = 76.0\ \text{cm-Hg}$
$1\ \text{mm-Hg} = 133\ \text{N/m}^2$	$1\ \text{atm} = 760\ \text{mm-Hg}$
$1\ \text{torr} = 133\ \text{N/m}^2$	$1\ \text{atm} = 760\ \text{torr}$
$1\ \text{mm-H}_2\text{O}\ (4°\text{C}) = 9.80\ \text{N/m}^2$	$1\ \text{atm} = 1.03 \times 10^4\ \text{mm-H}_2\text{O}\ (4°\text{C})$

Ayar basıncı ölçen cihazların bir diğer tipi kadranlı göstergedir (Şek. 13–10b); bu cihaz boşaltılmış, ince metalden bir odacığın esnek uçlarına bağlanmış bir göstergeden oluşur. Elektronik bir göstergede, basınç ince bir metal diyaframa uygulanır. Sonuçta meydana gelen şekil değişimi, bir çevirici tarafından elektrik sinyaline çevrilir. Yaygın olarak kullanılan bir tekerlek basıncı göstergesi Şek. 13–10c' de gösterilmiştir.

Atmosfer basıncı, cıva manometresinin bir ucu kapatılarak biraz değiştirilmiş bir tipi olan, cıva barometresi ile ölçülebilir (Şek. 13–11). Cam tüp tümüyle cıva ile doldurulur ve cıva kabına ters çevrilir. Tüp yeterince uzun ise, tüpün üst kısmında boşluk bırakacak şekilde cıva seviyesi düşecektir. Çünkü atmosfer basıncı, sadece yaklaşık 76 cm yüksekliğinde (standart atmosfer basıncında tam olarak 76.0 cm) olan bir cıva kolonunu destekleyecektir. Yani, 76 cm yüksekliğindeki bir cıva kolonu atmosfer basıncına eşit bir basınç uygular[†]:

$$P = \rho g\,\Delta h$$
$$= (13.6 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)(0.760\ \text{m}) = 1.013 \times 10^5\ \text{N/m}^2 = 1.00\ \text{atm}.$$

ŞEKİL 13–11 Torricelli tarafından icat edilen cıva barometresi görülmektedir. Burada hava basıncı, standart atmosfer basıncı 76.0 cm Hg'ya eşittir.



[†]Bu hesaplama Tablo 13–2' deki değeri doğrular, 1 atm = 76.0 cm Hg.



ŞEKİL 13–12 Bir su barometresi: su dolu tüp üst kısmındaki musluğu kapalı tutularak su küvetine batırılır. Tüpün alt ucu açık iken, bir miktar su tüpten küvet içine akarak suyun üst yüzeyi ile musluk arasında vakum oluşturur. Neden? Çünkü hava basıncı 10 m'den daha yüksek bir su kolonunu destekleyemez.

Yukarıda yaptığımıza benzer bir hesaplama, atmosfer basıncının, üst yüzeyinin üstünde vakum bulunan bir tüpteki 10.3 m yüksekliğindeki bir su kolonunu ayakta tutabildiğini gösterir (Şek. 13-12). Vakum pompası ne kadar iyi olursa olsun, normal atmosfer basıncı kullanılarak suyun yaklaşık 10 m' den daha fazla yükselmesi sağlanamaz. Bir vakum pompasıyla derin maden kuyularından su pompalamak için, 10 m'den daha fazla derinlikler için çok sayıda aşama gereklidir. Galileo bu problemi çalışmıştır ve öğrencisi Torricelli bunu açıklayan ilk kişidir. Burada önemli nokta, bir pompanın aslında tüpten suyu emmediğidir – pompa sadece tüpün üst kısmındaki basıncı azaltır. Eğer tüpün üst ucu düşük basınç altında ise (vakum altında), atmosferdeki hava basıncı tüpteki suyu yukarı ittirir, hava basıncının barometredeki 76 cm yüksekliğindeki cıvayı ittirmesi (ya da ayakta tutması) gibi. Aşağıdan yukarı doğru ittiren kuvvet pompaları (Kısım 13–14), suyu 10 m'den daha fazla yükseltebilmek için daha fazla basınç uygulayabilir.]

KAVRAMSAL ÖRNEK 13–7 **Vantuz.** Bir öğrenci uzay aracı dışında çalışan Uzay Mekiği astronotları için vantuzlu ayakkabılar öneriyor. Bu bölümü yeni çalışmış biri olarak, bu planın neden işe yaramayacağını kibarca ona hatırlatın.

YANIT Vantuzlar, vantuzun altındaki havayı dışarı ittirme yoluyla çalışırlar. Vantuzu yerinde tutan, dışarıdaki hava basıncıdır. (Dünyadayken bu çok büyük bir kuvvettir. Örneğin, 10 cm'lik bir vantuz $7.9 \times 10^{-3}\,\text{m}^2$.'lik bir alana sahiptir. Atmosferin ona uyguladığı kuvvet $(7.9 \times 10^{-3}\,\text{m}^2)(1.0 \times 10^5\,\text{N/m}^2) \approx 800\,\text{N}$, yaklaşık 180 lb!' dir) Ama uzayda, vantuzu uzay aracına itecek hava basıncı yoktur.

Bazen sürekli olarak yaptığımız bazı şeylerde emme olayını hatalı olarak düşünürüz. Örneğin, bir pipet içinden sodayı çektiğimizi düşünürüz. Aslında yaptığımız pipetin üst kısmındaki basıncı azaltmaktır ve atmosfer sodayı yukarı doğru *iter*

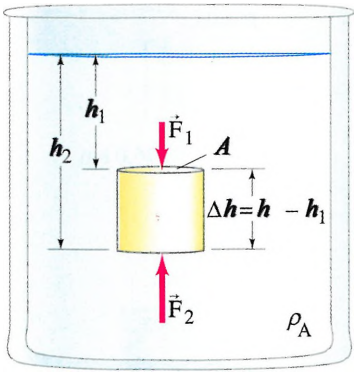
13–7 Kaldırma ve Arşimet İlkesi

Bir akışkan içine batırılan cisimlerin ağırlığı, akışkan dışında bulundukları zamankine göre daha az görünür. Örneğin, yerden kaldırırken zorluk çekeceğiniz büyük bir kayayı, bir derenin tabanından daha kolay kaldırırsınız. Kaya su yüzeyinden kurtulurken, birdenbire çok daha ağır olmaya başlar. Birçok cisim, örneğin tahta, su yüzeyinde yüzer. Bunlar *kaldırma etkisine* verilecek iki örnektir. Her iki örnekte de yerçekimi kuvveti aşağı doğru etkir. Ama ek olarak, sıvı tarafından yukarı doğru bir kaldırma kuvveti uygulanır. Balıklar ve sualtı dalgıçları üzerindeki *kaldırma kuvveti* (Bölüm-Açılış fotoğrafındaki gibi), hemen hemen tamamıyla aşağı doğru olan yerçekimi kuvvetini dengeler ve onların denge durumunda kalmasına izin verir.

Akışkan içindeki basınç derinlikle arttığı için kaldırma kuvveti oluşur. Bu nedenle batırılmış bir cismin alt yüzeyindeki yukarı yöndeki basınç, üst yüzeyindeki aşağı yöndeki basınçtan daha büyüktür. Bu etkiyi görebilmek için, üst ve alt yüzeyleri A alanına sahip Δh yüksekliğinde bir silindir düşünelim. Bu silindir, Şekil 13–13'te görüldüğü gibi, yoğunluğu olan bir akışkan içine tamamıyla batırılmış olsun. Akışkan silindirin üst yüzeyine bir $P_1 = \rho_F g h_1$ basıncı uygular (Dnk. 13–13). Silindirin üzerindeki bu basınçtan kaynaklanan kuvvet $F_1 = P_1 A = \rho_F g h_1 A$, aşağı yöndedir. Benzer şekilde akışkan, silindir tabanına yukarı doğru $F_2 = P_2 A = \rho_F g h_2 A$ kuvvetini uygular. Akışkan basıncı tarafından silindir üzerine uygulanan net kuvvet, bu **kaldırma kuvveti** $\vec{\mathbf{F}}_B$ 'dır, yukarı doğru etkir ve büyüklüğü

$$\begin{aligned} F_B &= F_2 - F_1 = \rho_F g A(h_2 - h_1) \\ &= \rho_F g A\,\Delta h \\ &= \rho_F V g \\ &= m_F g, \end{aligned}$$

ile bulunur; burada $V = A\,\Delta h$ silindirin hacmidir, $\rho_F V$ çarpımı yer değiştiren akışkanın kütlesidir ve $\rho_F V g = m_F g$ ise silindir hacmine eşit hacmi kaplayan akışkanın ağırlığıdır. Dolayısıyla silindir üzerindeki kaldırma kuvveti silindir nedeniyle yer değiştiren akışkanın ağırlığına eşittir.



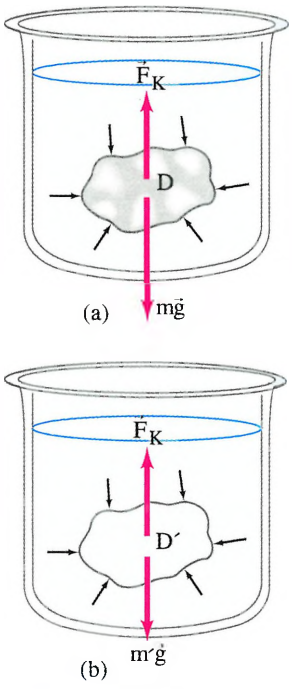
ŞEKİL 13–13 Kaldırma kuvvetinin belirlenmesi.

Bu sonuç cismin şekli ne olursa olsun geçerlidir. Bu icadın kredisi Arşimet'e (287?-212 M.Ö.) verilmiştir ve buna Arşimet ilkesi denir: *bir akışkan içine batırılan bir cismin üzerindeki kaldırma kuvveti o cisim nedeniyle yer değiştiren akışkanın ağırlığına eşittir.*

"Yer değiştiren akışkan" ile batan cismin (ya da cismin batmış kısmının) hacmine eşit hacimde akışkan demek istiyoruz. Eğer cisim ağzına kadar dolu olan bardak veya küvet içine konursa, taşan su cisim nedeniyle yer değiştiren suyu temsil eder.

Arşimet ilkesini aşağıdaki basit ama şık akıl yürütme ile elde edebiliriz. Şek. 13-14a' da gösterilen gelişigüzel bir şekle sahip D cismi üzerineki yerçekimi kuvveti (aşağı yönde ağırlığı) ve yukarı yönde kaldırma kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_K$ etkir. $\vec{\mathbf{F}}_K$ 'yı bulmak istiyoruz. Bunun için, D cismi ile aynı şekil ve büyüklüğe sahip ama akışkandan yapılmış bir cisim düşünelim (Şek. 13-14b'deki D′), bu cisim de aynı derinlikte bulunsun. Bunu, diğer akışkandan hayali bir zar ile ayrılmış bir akışkan kütlesi olarak düşünebiliriz. Bu hayali cisim üzerindeki kaldırma kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_K$, D cismi üzerindekiyle aynı olacaktır, çünkü kaldırma kuvvetini uygulayan etrafındaki akışkan tam olarak aynı yapıya sahiptir. Bu D′ cismi dengededir (tüm akışkan durgundur). Bu nedenle, $\vec{\mathbf{F}}_K = m'g$'dir, bu da, D′ cisminin ağırlığıdır. Dolayısıyla kaldırma kuvveti $\vec{\mathbf{F}}_K$, batan cismin hacmine eşit akışkanın ağırlığına eşittir ki bu Arşimet ilkesidir.

Arşimet'in bu buluşu deneysel gözlemlere dayanır. Son iki paragrafta yaptığımız ise, Arşimet ilkesinin Newton kanunlarından elde edilebileceğini göstermekti.



ŞEKİL 13–14
Arşimet ilkesi.

KAVRAMSAL ÖRNEK 13–8 **İki tane su kovası.** Birbiriyle aynı olan ağzına kadar su dolu iki su kovası ele alalım. Bir kova sadece su içeriyor, diğeri ise su içinde yüzen bir odun parçası bulunduruyor. Hangi kova daha ağır gelir?

YANIT İki kovanın da ağırlığı aynıdır. Arşimet ilkesini hatırlayın: odun, kendisinin ağırlığına eşit ağırlıkta bir su hacminin yerdeğiştirmesine neden olur. Bir miktar su kovanın dışına taşacaktır, ama Arşimet ilkesi bize taşan suyun ağırlığının odunun ağırlığına eşit olduğunu söyler; dolayısıyla iki kova da aynı ağırlığa sahip olur.

ÖRNEK 13–9 **Batık bir heykelin çıkarılması.** 70 kg'lık tarihi bir heykel denizin dibinde bulunmaktadır. Hacmi 3.0×10^4 cm^3'tür. Heykeli kaldırmak için ne kadar bir kuvvet gereklidir?

YAKLAŞIM Heykeli kaldırmak için gerekli kuvvet, heykelin ağırlığından kaldırma kuvveti F_K'nın çıkarılmasıyla elde edilir. Şek. 13–15 serbest cisim diyagramını göstermektedir.

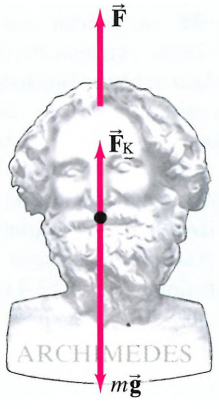
ÇÖZÜM Heykel üzerindeki suyun kaldırma kuvveti 3.0×10^4 cm^3 = 3.0×10^{-2} m^3 hacmindeki suyun ağırlığına eşittir (deniz suyu için $\rho = 1.025 \times 10^3$ kg/m^3)'tür.

$$\begin{aligned} F_B &= m_{H_2O}g = \rho_{H_2O}Vg \\ &= (1.025 \times 10^3\,\text{kg/m}^3)(3.0 \times 10^{-2}\,\text{m}^3)(9.8\,\text{m/s}^2) \\ &= 3.0 \times 10^2\,\text{N}. \end{aligned}$$

Heykelin ağırlığı $mg = (70\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 6.9 \times 10^2$ N 'dir. Dolayısıyla onu kaldırmak için gerekli kuvvet 690 N – 300 N =390 N'dır. Bu heykelin sanki (390 N)/(9.8 m/s2)= 40 kg ağırlığına sahip olması durumu gibidir.

NOT Burada F = 390 N kuvveti, heykeli suyun içindeyken ivmesiz olarak kaldırmak için gerekli kuvvettir. Heykel suyun dışına çıkmaya başladığında, bu kuvvet artar ve tamamıyla suyun dışına çıktığında kuvvet 690 N'a ulaşır.

ŞEKİL 13–15 Örnek 13–9. Heykeli kaldırmak için gerekli kuvvet $\vec{\mathbf{F}}$ 'dir.



Arşimet'in, ilkesini banyo yaparken, kralın tacının saf altından mı yoksa sahte mi olduğunu nasıl tespit edebileceğini düşünürken bulduğu söylenir. Altının özgül ağırlığı 19.3'tür, bu birçok metalinkinden biraz daha yüksektir, ama özgül ağırlığı ya da yoğunluğu belirlemek kolaylıkla doğrudan yapılamaz, çünkü kütle bilinse bile gelişigüzel şekildeki bir cismin hacmi, kolayca hesaplanamaz. Ama bir sonraki örnekte gösterildiği gibi, cisim hem havada tartılırsa $(=w)$ ve hem de suyun altında "tartılırsa" $(=w')$, yoğunluğu Arşimet prensibi kullanılarak belirlenebilir. w' niceliğine sudaki görünür ağırlık denir ve bu, su içinde batırılmışken tartının okuduğudur (Şek. 13–16'ya bakınız); w', gerçek ağırlıktan $(w = mg)$ kaldırma kuvveti çıkarılarak bulunur.

ÖRNEK 13–10 **Arşimet: Taç altın mı?** 14.7 kg olan taç, su içine batırıldığı zaman hassas terazi 13.4 kg okuyor. Taç altından mı yapılmıştır?

YAKLAŞIM Eğer taç altın ise yoğunluğu ve özgül ağırlığı çok yüksek olmalıdır, ÖA=19.3 (Şek. 13–2 ve Tablo 13–1'e bakınız). Özgül ağırlığı Arşimet ilkesini ve Şek. 13–16'daki serbest cisim diyagramını kullanarak belirleriz.

ÇÖZÜM Batık cismin (taç) görünür ağırlığı w' (tartının okuduğu)'dür ve bu tartının kancasını aşağı doğru çeken kuvvettir. Newton' un üçüncü kanununa göre , w' , Şek. 13–16b'deki tartının taç üzerine uyguladığı F'_T kuvvetine eşittir. Taç üzerindeki kuvvetlerin toplamı sıfırdır, dolayısıyla w', gerçek ağırlık $w\,(=mg)$ eksi kaldırma kuvveti F_K 'ya eşittir:

$$w' = F'_T = w - F_B$$

ya da

$$w - w' = F_B.$$

Tamamıyla batan cismin hacmi V, yoğunluğu ρ_O (böylece $\rho_O V$ kütledir), ve akışkanın (su) yoğunluğu ρ_A olsun. O zaman ($\rho_A V$) g yer değiştiren akışkanın ağırlığıdır $(= F_K)$ Şimdi

$$w = mg = \rho_O Vg$$
$$w - w' = F_K = \rho_F Vg.$$

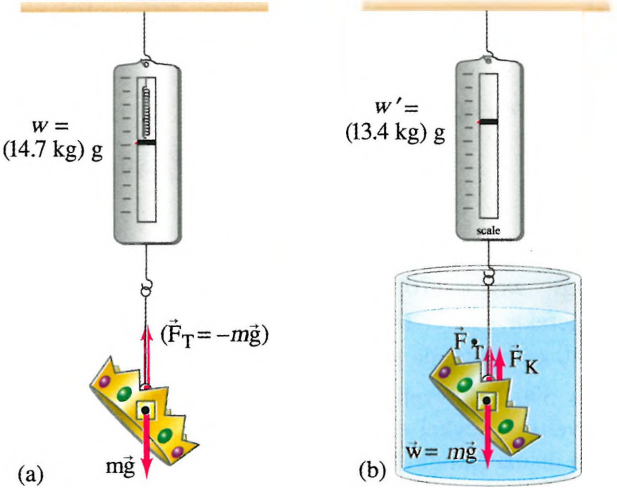
yazabiliriz. Bu iki denklemi taraf tarafa bölersek

$$\frac{w}{w - w'} = \frac{\rho_O Vg}{\rho_K Vg} = \frac{\rho_O}{\rho_K}.$$

elde ederiz. $w/(w - w')$ oranı, eğer akışkan su $(\rho_F = 1.00 \times 10^3\,\text{kg/m}^3)$ ise cismin özgül ağırlığına eşittir. Dolayısıyla

$$\frac{\rho_O}{\rho_{H_2O}} = \frac{w}{w - w'} = \frac{(14.7\,\text{kg})g}{(14.7\,\text{kg} - 13.4\,\text{kg})g} = \frac{14.7\,\text{kg}}{1.3\,\text{kg}} = 11.3$$

elde edilir. Bu 11,300 kg/m^3 yoğunluğa karşılık gelir. Taç altın değildir, ama kurşundan yapılmış olabilir (Tablo 13–1'e bakınız).



ŞEKİL 13–16 (a) Tartı bir cismin – bu durumda Örnek 13–10'daki tacın – kütlesini havada tartıyor. Tüm cisimler durgun halded ir, böylece kablodaki gerilim F_T cismin w ağırlığına eşittir: $F_T = mg$. Tacın serbest cisim diyagramını gösteriyoruz. F_T tartının okuduğu kuvvettir (bu kuvvet Newton' un üçüncü kanununa göre tartı üzerindeki aşağı yöndeki net kuvvete eşittir). (b) Batan taç üzerinde ilave bir kuvvet vardır, kaldırma kuvveti F_B. Net kuvvet sıfırdır, dolayısıyla $F'_T + F_B = mg\ (=w)$. olur. Tartı şimdi $m' = 13.4$ kg okur, burada m' etkin ağırlıkla $w' = m'g$ şeklinde orantılıdır. Dolayısıyla $F'_T = w' = w - F_B$ olur.

Arşimet ilkesi tahta gibi yüzen bütün cisimler üzerine aynı şekilde uygulanır. Genel olarak, bir cisim yoğunluğu (ρ_O) *akışkanın yoğunluğundan* (ρ_A) *daha az ise akışkan içinde yüzer.* Bu Şek. 13-17a'da açık bir şekilde görülmektedir; burada batan bir tahta yukarı doğru bir net kuvvet hissedecektir ve eğer $F_B > mg$; yani $\rho_A Vg > \rho_O Vg$ veya $\rho_A > \rho_O$ ise yüzeye doğru yüzecektir. Denge durumunda – yani yüzerken – bir cisim üzerindeki kaldırma kuvveti, o cismin ağırlığına eşittir. Örneğin, özgül ağırlığı 0.60 ve hacmi 2.0 m^3 olan bir kütük, $m = \rho_O V = (0.60 \times 10^3\ kg/m^3)(2.0\ m^3) = 1200\ kg$ kütleye sahiptir. Eğer kütüğün tamamı batmış ise bu, kütlesi $m_A = \rho_A V = (1000\ kg/m^3)(2.0\ m^3) = 2000$ kg olan bir su kütlesini yer değiştirtecektir. Dolayısıyla kütük üzerindeki kaldırma kuvveti ağırlığından daha fazla olacaktır ve yüzeye doğru yüzecektir (Şek. 13–17). Kütük 1200 kg ağırlığında suyu yer değiştirdikten sonra denge durumuna gelecektir, bu da hacminin 1.2 m^3'lük kısmının batmış olacağı anlamına gelir. Bu 1.2 m^3 hacmi kütüğün hacminin %60'ına (1.2/2.0 = 0.60) karşılık gelir, dolayısıyla kütüğün %60'ı batar.

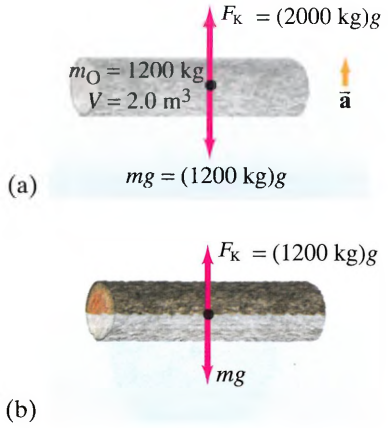
Genellikle bir cisim yüzdüğü zaman, $F_K = mg$ 'dir, bunu (Şekil 13–18'e bakın)

$$F_K = mg$$
$$\rho_A V_{yerdeğ}\, g = \rho_O V_O g,$$

şeklinde yazabiliriz, burada V_O cismin tüm hacmidir ve $V_{yerdeğ}$, yer değiştiren akışkanın hacmidir (= batan hacim). Böylece

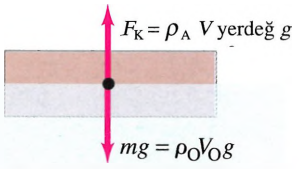
$$\frac{V_{yerdeğ}}{V_O} = \frac{\rho_O}{\rho_A}$$

elde edilir. Yani cismin batan kısmının kesri, cismin yoğunluğunun akışkanın yoğunluğuna oranıdır. Eğer akışkan su ise, bu oran cismin özgül ağırlığına eşittir.



ŞEKİL 13–17 17 (a) Tümüyle batan bir kütük yukarı doğru hızlanır çünkü $F_B > mg$ 'dir. (b) $\Sigma F = 0$, yani $F_B = mg = (1200\ kg)g$ olduğunda dengeye gelir. Dolayısıyla 1200 kg veya 1.2 m^3 su yer değiştirir.

ŞEKİL 13–18 Denge durumunda yüzen bir cisim: $F_B = mg$.



ÖRNEK 13–11 Hidrometre kalibrasyonu. Bir **hidrometre** bir sıvının özgül ağırlığını ölçmede kullanılan basit bir alet olup, aletin sıvı içinde battığı derinliği gösterir. Tipik bir hidrometre (Şek. 13–19) alt ucu ağırlaştırılmış, 25.0 cm uzunluğunda, 2.00 cm^2 kesit alanına sahip ve kütlesi 45.0 g olan bir cam tüpten oluşur. 1.000 işareti hangi yükseklikte (alt ucundan ölçülürse) yerleştirilmelidir?

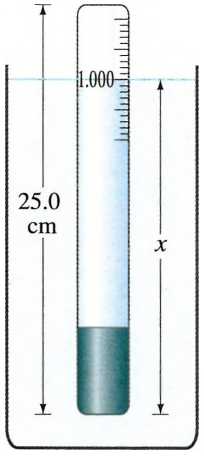
YAKLAŞIM Hidrometrenin yoğunluğu ρ, suyun yoğunluğu $\rho_{su} = 1.000\ g/cm^3$'ten küçük ise hidrometre suyun içinde yüzer. Hidrometrenin batan kısmı($V_{yerdeğ}/V_{toplam}$) tyoğunluk oranına $\rho = \rho_{su}$ eşittir.

ÇÖZÜM Hidrometrenin ortalama yoğunluğu

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{45.0\ g}{(2.00\ cm^2)(25.0\ cm)} = 0.900\ g/cm^3$$

bulunur. Dolayısıyla suyun içine yerleştirildiğinde, hacminin 0.900'u battığında denge durumuna gelir. Kesit alanı düzgün olduğundan, uzunluğunun (0.900)(25.0 cm) = 22.5 cm'si batacaktır. Suyun özgül ağırlığı 1.000 olarak tanımlanır, dolayısıyla işaret, tüpün ağır ucundan 22.5 cm yukarıya yerleştirilmelidir.

ŞEKİL 13–19 Bir hidrometre. Örnek 13–11.



ALIŞTIRMA C Örnek 13–11'deki hidrometrede, 1,000 işareti üzerindeki işaretler, hidrometrenin içine batırıldığı sıvının yoğunluğunun daha yüksek mi yoksa daha alçak mı değerlerini temsil eder?

Arşimet ilkesi jeolojide de önemlidir. Tabaka tektoniği ve kıta sürüklenmesi teorilerine göre kıtalar, biraz deforme olabilen kayaların (kabuk kaya) oluşturduğu akışkan bir "deniz"in üzerinde yüzerler. Çok basit modeller kullanılarak bazı ilginç hesaplamalar yapılabilir. Bu modelleri Bölüm sonundaki Problemlerde ele alacağız.

Hava bir akışkandır ve o da bir kaldırma kuvveti uygular. Sıradan cisimler havada iken vakum içindekinden daha az ağır gelirler. Havanın yoğunluğu çok az olduğundan sıradan katılar için bu etki çok küçüktür. Yalnız bazı cisimler vardır ki bunlar havada *yüzerler* – örneğin helyum doldurulmuş balonlar, çünkü helyumun yoğunluğu havanınkinden daha azdır.

ALIŞTIRMA D Aşağıdaki cisimlerden hangisi suya batırıldığında en fazla büyüklükte kaldırma kuvvetine maruz kalır? (*a*) 1 kg helyum balonu; (*b*) 1 kg tahta; (*c*) 1 kg buz; (*d*) 1 kg demir; (*e*) hepsi aynı.

FİZİK UYGULAMASI
Kıta sürüklenmesi –tabaka tektoniği

ALIŞTIRMA E Aşağıdaki cisimlerden hangisi suya batırıldığında en fazla büyüklükte kaldırma kuvvetine maruz kalır? (*a*) 1 m^3 helyum balonu, (*b*) 1 m^3 tahta, (*c*) 1 m^3 buz, (*d*) 1 m^3 demir, (*e*) hepsi aynı.

ÖRNEK 13–12 **Helyum balonu.** Bir helyum balonunun 180 kg'lık bir yükü (boş balonun ağırlığı dâhil) kaldırması için hangi V hacminde helyum gereklidir?

YAKLAŞIM Helyum balonu üzerindeki kaldırma kuvveti F_K (bu kuvvet yer değiştiren havanın ağırlığına eşittir), en azından helyumun ağırlığı artı balon ve yükün toplam ağırlığına eşit olmalıdır (Şek. 13–20). Tablo 13–1'den helyumun yoğunluğunun 0.179 kg/m3 olduğu görülür.

ÇÖZÜM Kaldırma kuvvetinin minimum değeri

$$F_K = (m_{HE} + 180\ \text{kg})g$$

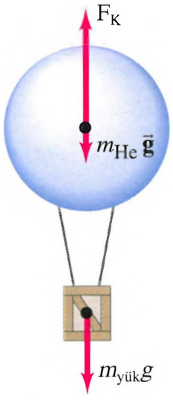
bulunur. Bu denklem Arşimet ilkesi kullanılarak yoğunluk cinsinden yazılabilir:

$$\rho_{\text{hava}}\, Vg = (\rho_{HE} + 180\ \text{kg})g$$

Buradan V çekilirse

$$V = \frac{180\ \text{kg}}{\rho_{\text{hava}} - \rho_{He}} = \frac{180\ \text{kg}}{(1.29\ \text{kg/m}^3 - 0.179\ \text{kg/m}^3)} = 160\ \text{m}^3 \text{ bulunur.}$$

NOT Bu, dünya yüzeyine yakın yerlerde, $\rho_{\text{hava}} = 1.29\ \text{kg/m}^3$ gerekli olan minimum hacimdir. Havanın yoğunluğu yükseklikle azaldığından, daha fazla yüksekliğe ulaşmak için daha fazla hacme gerek vardır.



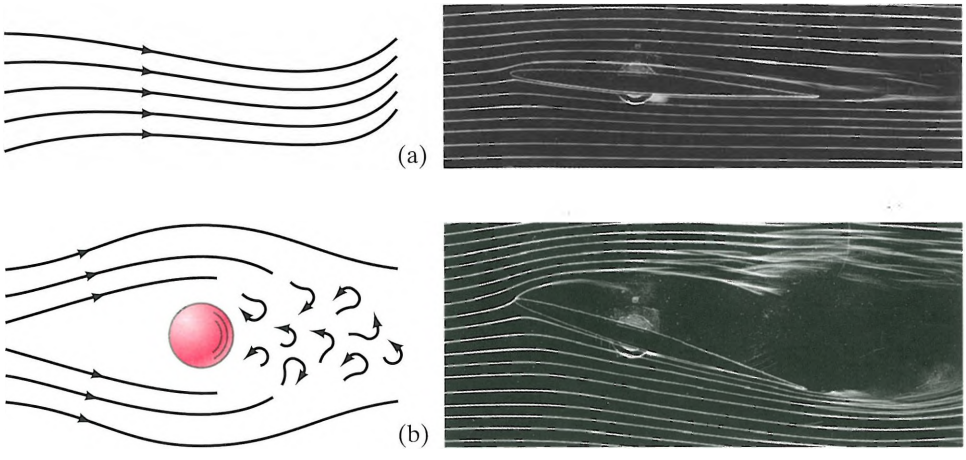
ŞEKİL 13–20 Örnek 13–12.

13–8 Akışkanlarda Hareket; Akış Hızı ve Süreklilik Denklemi

Şimdi akışkanlarda hareket konusuna dönüyoruz, buna **akışkan dinamiği** ya da (özellikle eğer akışkan su ise) **hidrodinamik** denir

Akışkanların iki ana akış tipini ayırt edebiliriz. Eğer akış düzgün ise, yani komşu akış tabakaları yan yana düzgün olarak kayıyorsa, bu akışa **laminer**† **akış** denir. Bu akışta akışkanın her parçacığı **akış çizgisi** denilen düzgün bir yol takip eder ve bu yollar birbirini kesmez (Şek. 13-21a). Belirli bir hızın üzerinde akış türbülanslı hale gelir. **Türbülanslı akış**, *girdap akımları* denilen küçük düzensiz anaforlar ile karakterize edilir (Şek. 13-21b). Girdap akımları çok büyük miktarda enerji soğururlar ve laminer akış sırasında, belirli bir miktarda **vizkozite** denilen iç sürtünme mevcut olmasına rağmen, akış türbülanslı olduğunda bu enerji soğrulması çok daha büyüktür. Hareket halindeki sıvıya damlatılan birkaç damla mürekkep ya da yiyecek tatlandırıcısı, akışın laminer mi yoksa türbülanslı mı olduğunu hemen gösterebilir.

†Laminer kelimesi "tabakalar halinde" anlamına gelir.



ŞEKİL 13–21 (a) Laminer akış; (b) Türbülanslı akış. Fotoğraflar uçak kanadı etrafındaki hava akışını gösterir (Kısım 13-10'da daha ayrıntılı görülecektir).

Şek. 13-22'de görüldüğü gibi kapalı bir tüp veya boru içindeki bir akışkanın düzgün laminer akışını ele alalım. İlk olarak akışkan hızının borunun büyüklüğüyle nasıl değiştiğini belirleyelim. Kütle akış hızı, belirli bir Δt süresinde belirli bir noktadan geçen akışkanın Δm kütlesi olarak tanımlanır:

$$\text{kütle akış hızı} = \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

Şekil 13-22'de bir Δt süresinde, 1 noktasından (yani A_1 alanı içinden) geçen akışkanın hacmi $A_1\,\Delta\ell_1$ 'dir; burada $\Delta\ell_1\ \Delta t$ süresinde akışkanın aldığı yoldur. 1 noktasından geçen akışkanın hızı† $v_1 = \Delta\ell_1/\Delta t$, olduğundan A_1 alanından geçen kütle akış hızı

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\rho_1 \Delta V_1}{\Delta t} = \frac{\rho_1 A_1 \Delta\ell_1}{\Delta t} = \rho_1 A_1 v_1,$$

olur, burada $\Delta V_1 = A_1\,\Delta\ell_1$ kütlesinin hacmidir, Δm_1, and ρ_1 akışkan yoğunluğudur. Benzer şekilde 2 noktasında (A_2 alanı içinden), akış hızı $\rho_2 A_2 v_2$ 'dir. Kenarlardan içeriye giren ya da dışarıya çıkan akışkan olmadığından, A_1 ve A_2 içinden geçen akış hızları birbirine eşit olmalıdır. Dolayısıyla,

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\Delta m_2}{\Delta t}$$

olduğundan

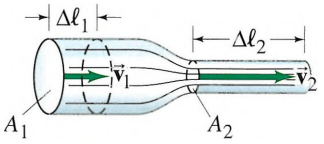
$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \qquad \textbf{(13–7a)}$$

olur. Buna **süreklilik denklemi** denir.

Eğer akışkan sıkıştırılamaz ise (ρ basınçla değişmez) ki bu birçok durumda sıvılar için (ve bazen gazlar için de) mükemmel bir yaklaşıklıktır, $\rho_1 = \rho_2$ 'dir ve süreklilik denklemi

$$A_1 v_1 = A_2 v_2. \qquad [\rho = \text{sabit}] \quad \textbf{(13–7b)}$$

halini alır. $\Delta V/\Delta t = A\,\Delta\ell/\Delta t = Av$, ve bunun SI birim sistemindeki birimi m^3/s olduğundan, Av çarpımı *hacim akış hızını* (bir saniyede belirli bir noktadan geçen akışkan hacmi) temsil eder. Dnk. 13-7b, tesir kesit alanı büyük olduğunda hızın küçük, kesit alanı küçük olduğunda ise hızın büyük olduğunu ifade eder. Bunun makul olduğu bir nehre bakılarak ta görülebilir. Bir nehir geniş bir çayır içinden yavaşça akar, ama dar bir boğazdan geçerken çok büyük bir hıza ulaşır.



ŞEKİL 13–22 Çapı değişen bir boru içinden akan akışkan.

ÖRNEK 13–13 TAHMİN EDİN **Kan akışı.** İnsanlarda kan, kalpten ana atardamara (aort) ve oradan da büyük damarlara akar. Bunlar dallara ayrılarak daha küçük damarlara (arteriyoller) ve onlar da sayısız çok küçük kılcal damarlara ayrılır, Şek. 13–23. Kan kalbe toplardamarlar aracılığıyla geri döner. Aortun yarıçapı yaklaşık 1.2 cm'dir ve içinden geçen kan yaklaşık 40 cm/s hızına sahiptir. Tipik bir kılcal damar yaklaşık 4×10^{-4} cm yarıçapa ve içinden geçen kan ise yaklaşık 5×10^{-4} m/s hıza sahiptir. Vücut içindeki kılcal damarların sayısını kestirin.

YAKLAŞIM Kanın yoğunluğunun ana atardamardan (aort) kılcal damara çok değişmediğini kabul edelim. Süreklilik denkleminde, aort'taki hacim akış hızı *bütün* kılcal damarlardaki hacim akış hızına eşit olacaktır. Bütün kılcal damarların toplam alanı, bir tek kılcal damarın alanıyla kılcal damarların toplam N sayısı çarpılarak bulunur.

ÇÖZÜM A_1 aort'un alanı ve A_2 kanın aktığı bütün kılcal damarların alanı olsun. O zaman, burada $r_k \approx 4 \times 10^{-4}$cm bir kılcal damarın ortalama yarıçapı olmak üzere $A_2 = N\pi r_k^2$ elde edilir. Süreklilik denkleminden (Dnk. 13-7b),

$$v_2 A_2 = v_1 A_1$$

$$v_2 N \pi r_{\text{kıl}}^2 = v_1 \pi r_{\text{aort}}^2$$

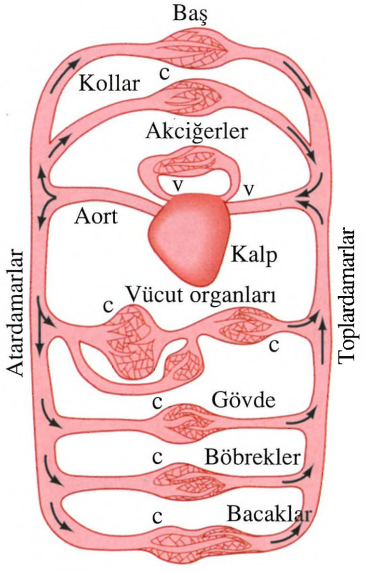
elde edilir. Buradan

$$N = \frac{v_1}{v_2}\frac{r_{\text{aorta}}^2}{r_{\text{kıl damarı}}^2} = \left(\frac{0.40\ \text{m/s}}{5 \times 10^{-4}\ \text{m/s}}\right)\left(\frac{1.2 \times 10^{-2}\ \text{m}}{4 \times 10^{-6}\ \text{m}}\right)^2 \approx 7 \times 10^9,$$

ya da 10 milyar mertebesinde kılcal damar bulunur.

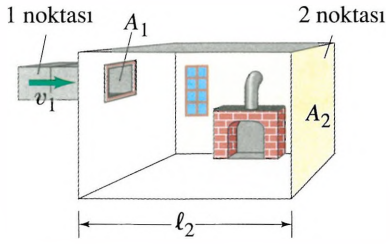
FİZİK UYGULAMASI
Kan akışı

ŞEKİL 13–23
İnsan dolaşım sistemi.



v =kapakçıklar
c =kılcal damarlar

†Eğer viskozite olmasaydı, borunun kesit alanının bir ucundan diğer ucuna hız değişmezdi. Gerçek akışkanlar viskoziteye sahiptir ve iç sürtünme akışkanın farklı tabakalarının farklı hızlarda akmasına neden olur. Bu durumda v_1 ve v_2 her bir kesit alanındaki ortalama hızları temsil eder.



ŞEKİL 13–24 Örnek 13–14.

ÖRNEK 13–14 Bir odaya bağlı ısıtma borusu. İçinde 3.0 m/s hızla hareket eden hava bulunan bir ısıtma borusunun, hacmi 300 m^3 olan bir odayı, her 15 dakikada bir yeniden sıcak hava ile doldurması için bu ısıtma borusunun alanı ne olmalıdır? Havanın yoğunluğunun sabit kaldığını kabul edin.

YAKLAŞIM Önce boru içinden geçen havaya (Şek. 13-24'teki 1 noktası) ve sonra da odaya (2 noktası) sabit yoğunlukta süreklilik denklemini, Dnk. 13-7b, uygulayalım. Odadaki hacim akış hızı, oda hacminin dolma süresi 15 dakikaya bölünmesiyle elde edilir.

ÇÖZÜM Odayı borunun geniş bir parçası gibi ele alalım, Şek. 13–24, ve havayı t = 15 dakika = 900 s'de 2 noktasından geçen oda hacmine eşit olarak düşünelim. Dnk. 13-7a'yı elde ederken yaptığımız gibi (Δt yerine t yazarsak) $v_2 = \ell_2/t$ yazabiliriz, dolayısıyla $A_2 v_2 = A_2 \ell_2/t = V_2/t$, olur, burada V_2 odanın hacmidir. O zaman süreklilik denklemi $A_1 v_1 = A_2 v_2 = V_2/t$ halini alır ve

$$A_1 = \frac{V_2}{v_1 t} = \frac{300\ \text{m}^3}{(3.0\ \text{m/s})(900\ \text{s})} = 0.11\ \text{m}^2$$

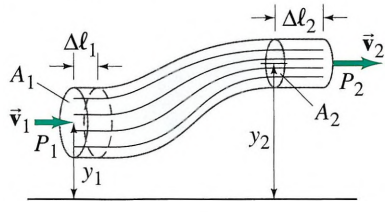
olur. Eğer boru kare ise, her kenarı $\ell = \sqrt{A} = 0.33$ m uzunluğa sahiptir, ya da 33 cm'dir. 20 cm × 55 cm boyutlarındaki dikdörtgen bir boru da aynı işi görür.

13–9 Bernoulli Denklemi

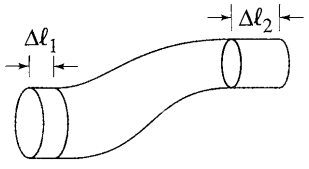
Bir uçağın nasıl uçabildiğini ya da bir yelkenin rüzgâra karşı nasıl hareket edebildiğini hiç merak ettiniz mi? Bunlar, akışkanlarda hareketi ilgilendiren ve Daniel Bernoulli (1700–1782) tarafından kurulmuş olan bir ilkeye örneklerdir. Aslında, **Bernoulli prensibi**, *bir akışkanın hızının yüksek olduğu yerde basıncın az, hızının düşük olduğu yerde ise basıncının yüksek olduğunu* ifade eder. Örneğin, Şek. 13-22'deki 1 ve 2 noktalarındaki akışkan basınçları ölçülürse, 2 noktasındaki yani hızın büyük olduğu yerdeki basıncın, hızın daha küçük olduğu 1 noktasındakinden daha az olduğu bulunur. İlk bakışta, bu tuhaf gelebilir; 2 noktasındaki fazla hızın daha fazla basınca işaret ettiğini bekleyebilirsiniz. Ama böyle bir durum söz konusu olamaz. Eğer 2 noktasındaki akışkan basıncı 1 noktasındakinden daha büyük olsaydı, bu yüksek basınç akışkanı yavaşlatırdı, tam aksine 1 noktasından 2 noktasına giderken akışkan hızlanmıştır. Dolayısıyla 2 noktasındaki basınç 1 noktasındakinden daha az olmalıdır ki akışkanın hızlandığı gerçeğiyle uyumlu olsun.

Buna daha fazla açıklık getirirsek, hızlı bir akışkan, karşısına yerleştirilen bir engele daha fazla kuvvet *uygular.* Ama bir akışkandaki basınçtan kastettiğimiz bu değildir, ayrıca akışı kesen engellerle de ilgilenmiyoruz. Düzgün laminer akışı inceliyoruz. Akışkan basıncı, bir tüp veya borunun duvarlarına ya da akışkanın üzerinden geçtiği herhangi bir materyalin yüzeyine uygulanır.

ŞEKİL 13–25 Akışkan akışı: Bernoulli denklemini elde ederken yararlanıyoruz.



(a)



(b)

Bernoulli, bu prensibi nicelik olarak ifade eden bir denklem geliştirdi. Bernoulli denklemini elde etmek için, akışın düzgün ve laminer, akışkanın sıkıştırılamaz olduğunu, ayrıca viskozitenin ihmal edilebilecek kadar küçük olduğunu kabul edelim. Genel olarak, akışkanın, bir referans seviyesinin üzerindeki yükseklikle değişen düzgün olmayan kesit alanına sahip bir boru içinden aktığını kabul edelim, Şek. 13–25. Renkli olarak gösterilen akışkan hacmini ele alacağız ve bu akışkanın Şek. 13-25a'da gösterilen konumdan Şek. 13-25b'de gösterilen konuma hareket etmesi için yapılan işi hesaplayacağız. Bu süreçte, A_1 alanına giren akışkan $\Delta\ell_1$ yolunu alır ve A_2 alanındaki akışkana $\Delta\ell_2$ yolunu alması için kuvvet uygular. A_1 alanının solundaki akışkan, akışkan bölgemiz üzerine P_1 basıncı uygular ve iş yapar:

$$W_1 = F_1 \Delta\ell_1 = P_1 A_1 \Delta\ell_1.$$

A_2 alanında, akışkan kesit alanımızda yapılan iş

$$W_2 = -P_2 A_2 \Delta\ell_2$$

olur. Eksi işareti akışkan üzerine uygulanan kuvvetin harekete ters yönde olmasından kaynaklanır (dolayısıyla renkli gösterilen akışkan, 2 noktasının sağındaki akışkan üzerinde iş yapar). Akışkan üzerine yerçekimi kuvveti tarafından da iş yapılır. Şek. 13-25'te gösterilen sürecin net etkisi $A_1 \Delta\ell_1$ (= $A_2 \Delta\ell_2$, akışkan sıkıştırılamaz olduğundan bunlar eşittir) hacmine sahip bir kütlenin 1 noktasından 2 noktasına hareket etmesini sağlar,

dolayısıyla yerçekimi tarafından yapılan iş

$$W_3 = -mg(y_2 - y_1),$$

olur; burada y_1 ve y_2 bir referans noktasından (rasgele seçilen) boru merkezine olan yüksekliklerdir. Şek. 13-25'te gösterilen durumda, bu terim negatiftir çünkü hareket yukarıya doğru plup yerçekimi kuvvetine terstir. Dolayısıyla, akışkan üzerinde yapılan iş

$$W = W_1 + W_2 + W_3$$
$$W = P_1 A_1 \Delta\ell_1 - P_2 A_2 \Delta\ell_2 - mgy_2 + mgy_1$$

olur. İş-enerji prensibine göre (Kısım 7–4), bir sistem üzerinde yapılan net iş kinetik enerjisindeki değişime eşittir:

$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 = P_1 A_1 \Delta\ell_1 - P_2 A_2 \Delta\ell_2 - mgy_2 + mgy_1.$$

Kütle m, sıkıştırılamayan bir akışkan için $A_1 \Delta\ell_1 = A_2 \Delta\ell_2$ hacmine sahiptir. Dolayısıyla $m = \rho A_1 \Delta\ell_1 = \rho A_2 \Delta\ell_2$, yerine koyabiliriz ve sonra $A_1 \Delta\ell_1 = A_2 \Delta\ell_2$ ile bölerek

$$\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_1 - P_2 - \rho gy_2 + \rho gy_1,$$

elde ederiz. Bunu düzenleyerek yazarsak

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gy_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gy_2. \qquad \textbf{(13–8)}$$

Bernoulli denklemi

Bernoulli denklemini elde ederiz. 1 ve 2 noktaları akış borusu boyunca herhangi iki nokta olabileceğinden, Bernoulli denklemi daha genel olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$P + \tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho gy = \text{sabit}$$

Bu denklem akışkan içindeki her noktada sabittir, burada y, sabit bir referans seviyesi üzerinde boru merkezinin yüksekliğidir. [Eğer hiç akış yoksa $(v_1 = v_2 = 0)$, o zaman Dnk. 13–8 hidrostatik denklemine indirgenir, Dnk. 13-6a: $P_2 - P_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$.]

Bernoulli denklemi, enerji korunumu kanununun bir ifadesidir, çünkü onu iş-enerji prensibinden yola çıkarak elde ettik.

ALIŞTIRMA F Yatay bir borudaki su, borunun dar bir kesit alanından daha geniş bir kesit alanına doğru geçerken, duvarlardaki basınç nasıl değişir?

ÖRNEK 13–15 **Sıcak sulu ısıtma sistemindeki akış ve basınç.** Sıcak sulu ısıtma sistemindeki su bir evin içinde baştanbaşa dolaşır. Eğer su, 4.0 cm çaplı bir borudan 0.50 m/s hız ile, zeminden 3.0 atm basınç altında pompalanırsa, 5.0 m yukarıdaki ikinci kattaki 2.6 cm çaplı boruda akış hızı ve basıncı ne olur? Boruların kollara ayrılmadığını kabul ediniz.

YAKLAŞIM İkinci kattaki akış hızını hesaplamak için sabit yoğunlukta süreklilik denklemini, basıncı bulmak için ise Bernoulli denklemini kullanırız.

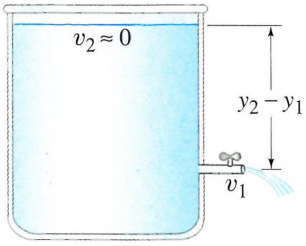
ÇÖZÜM Süreklilik denkleminde, Dnk. 13–7, ikinci kattaki akış hızı için v_2, zemindeki akış hızı için v_1 alırız. Alanlar, yarıçapların kareleriyle orantılı olduğuna göre $(A = \pi r^2)$,

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = \frac{v_1 \pi r_1^2}{\pi r_2^2} = (0.50\,\text{m/s})\frac{(0.020\,\text{m})^2}{(0.013\,\text{m})^2} = 1.2\,\text{m/s}$$

elde ederiz. İkinci kattaki basıncı bulmak için Bernoulli denklemini (Dnk. 13–8) kullanırız:

$$\begin{aligned} P_2 &= P_1 + \rho g(y_1 - y_2) + \tfrac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) \\ &= (3.0 \times 10^5\,\text{N/m}^2) + (1.0 \times 10^3\,\text{kg/m}^3)(9.8\,\text{m/s}^2)(-5.0\,\text{m}) \\ &\quad + \tfrac{1}{2}(1.0 \times 10^3\,\text{kg/m}^3)[(0.50\,\text{m/s})^2 - (1.2\,\text{m/s})^2] \\ &= (3.0 \times 10^5\,\text{N/m}^2) - (4.9 \times 10^4\,\text{N/m}^2) - (6.0 \times 10^2\,\text{N/m}^2) \\ &= 2.5 \times 10^5\,\text{N/m}^2 = 2.5\,\text{atm}. \end{aligned}$$

NOT Hız teriminin bu durumda katkısı çok küçüktür.



ŞEKİL 13–26 Torricelli teoremi: $v_1 = \sqrt{2g(y_2 - y_1)}$.

13–10 Bernoulli Denkleminin Uygulamaları: Torricelli, Uçaklar, Beyzbol, GIA

Bernoulli denklemi birçok duruma uygulanabilir. Bir haznenin altında bulunan musluktan akan sıvının v_1 hızını hesaplamak buna bir örnektir, Şek. 13–26. Sıvının üst yüzeyini Dnk. 13-18'deki 2 noktası olarak alalım. Haznenin çapının musluğunkinden çok daha geniş olduğu kabul edilirse, v_2 hemen hemen sıfır olacaktır. 1 noktası (musluk) ve 2 noktası (üst yüzey) atmosfere açıktır, dolayısıyla her iki noktadaki basınç ta atmosfer basıncına eşit olacaktır: $P_1 = P_2$. O zaman Bernoulli denklemi

$$\tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = \rho g y_2$$

ya da

$$v_1 = \sqrt{2g(y_2 - y_1)}. \qquad \textbf{(13–9)}$$

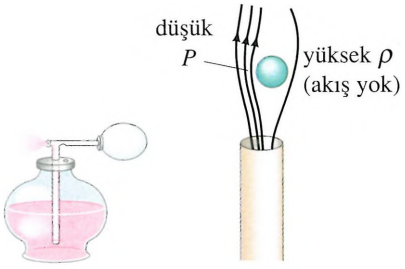
haline gelir. Bu sonuca **Torricelli teoremi** denir. Bernoulli denkleminin özel bir durumu gibi görünse de, bu Evangelista Torricelli tarafından bir asır öncesinde keşfedilmişti. Dnk. 13–9, sıvının aynı yükseklikten serbest düşen bir cismin sahip olacağı hıza eşit hız ile musluktan ayrıldığını ifade eder. Bernoulli denklemi enerji korunumuna dayandığından bu şaşırtıcı değildir.

Bernoulli denkleminin bir diğer özel durumu, bir akışkanın yatay olarak yani akış yüksekliğinde önemli bir değişiklik olmadan akması durumunda ortaya çıkar, yani $y_1 = y_2$ olduğu zaman Dnk. 13–8

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad \textbf{(13–10)}$$

olur. Bu denklem bize nicelik olarak hızın, basıncın az olduğu yerde yüksek olduğunu söyler. Bu birçok günlük olayı da açıklar, bunlardan bazıları Şek. 13–27 ile 13–32 arasında gösterilmiştir. Dik tutulan bir parfüm şişesi üzerinde yüksek bir hızla püskürtülen hava basıncı, kap içindeki sıvı yüzeyi üzerine etkiyen normal hava basıncından daha azdır. Dolayısıyla kap içindeki atmosfer basıncı, yukarıdaki basıncın az olması nedeniyle şişedeki parfümü yukarı ittirir. Bir ping pong topu, püskürtülen bir hava jeti (bazı elektrikli süpürgeler hava püskürtebilir) üzerinde yüzdürülebilir, Şek. 13-27b; eğer top hava jetinden ayrılmaya başlarsa jetin dışındaki durgun havadaki daha yüksek basınç topu içeriye geri iter.

ŞEKİL 13–27 Bernoulli prensibinin örnekleri: (a) Püskürteç, (b) Hava jeti üzerindeki ping pong topu.

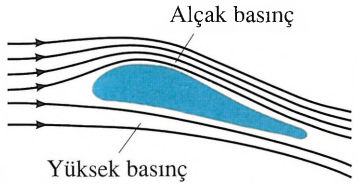


ALIŞTIRMA G Bölüm Açılış Sorusu 2'ye geri dönün ve onu şimdi cevaplayın. İlk durumda farklı cevapladıysanız, bunun nedenini açıklamaya ve anlamaya çalışın.

Uçak Kanatları ve Dinamik Kaldırma

Uçaklar eğer havaya göre yeterince yüksek hızla hareket ediyorlarsa ve kanatları yukarı doğru küçük bir açı ("hamle açısı") yapıyorsa, kanatlarında bir "kaldırma" kuvveti hissederler, bu onları havada tutar. Şek. 13-28'de kanadın hava çizgileri içinden geçmesi görülmektedir. (Biz burada kanat üzerinde oturuyormuş gibi kanat referans sisteminde bulunuyoruz.) Yukarı doğru eğim ve kanadın yuvarlak üst yüzeyi, çizgilere yukarı doğru kuvvet uygulanmasına ve bunların kanat üzerinde sıklaşmasına neden olur. Herhangi iki akış çizgisi arasındaki hava akışının alanı, akış çizgileri birbirine yaklaştıkça azalır. Dolayısıyla süreklilik denklemine göre, ($A_1 v_1 = A_2 v_2$) havanın hızı akış çizgilerinin sıklaştığı kanat üzerinde artar. (Şek. 13-22'de boru daralmasında akış çizgilerinin sıklaşmasının, daralmanın olduğu yerde hızın arttığını gösterdiğini hatırlayın.) Havanın hızı kanat üzerinde kanadın altındakinden daha büyük olduğu için, kanat üzerindeki basınç kanat altındaki basınçtan daha azdır (Bernoulli ilkesi). Bu nedenle kanat üzerinde dinamik kaldırma denilen yukarı doğru net bir kuvvet vardır. Deneyler kanat üzerindeki hava hızının, kanat altındaki hava hızından iki kat daha fazla olabileceğini göstermektedir. (Kanat ve hava arasındaki sürtünme, uçak motorunun üstesinden gelmesi gereken geriye doğru bir *sürüklenme* kuvveti uygular.)

ŞEKİL 13–28 Uçak kanadındaki kaldırma. Kanat üzerindeki referans sisteminden hava akışına bakıyoruz.



FİZİK UYGULAMASI
Uçaklar ve dinamik kaldırma

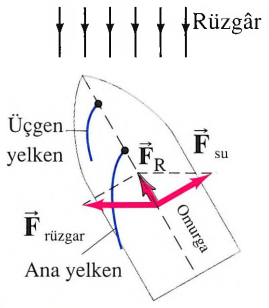
Düz bir kanat ya da simetrik kesit alanına sahip bir kanat, ön tarafı yukarı doğru eğimli (hamle açısı) olduğu sürece bir yükselme hissedecektir. Şek. 13-28'de gösterilen kanat, vuruş açısı sıfır olsa bile bir yükselme hissedecektir, çünkü yuvarlak üst yüzey havanın yukarı doğru yön değiştirip sıklaşmasına neden olur. Uçaklar eğer hamle açısı, akış çizgilerinin yönünü değiştirip sıklaşmasını sağlamaya yetecek kadarsa, ters olarak ta uçabilir ve yükselmeyi hissedebilir.

Şeklimizde akış çizgilerini ele aldık; ama eğer hamle açısı yaklaşık 15°'den daha büyük ise, daha büyük sürüklenmeye ve daha az yükselmeye neden olan türbülans başlar (Şek. 13-21b), bu da kanadın arızalanarak durmasına ve uçağın düşmesine neden olur.

Farklı bir bakış açısından, kanadın yukarı doğru eğimi kanadın önünde yatay olarak hareket eden havanın aşağı doğru yön değiştirmesi anlamına gelir; geri seken hava moleküllerinin momentumundaki değişme kanat üzerinde yukarı yönde bir kuvvetin oluşmasıyla sonuçlanır (Newton'un üçüncü yasası).

Yelkenli Tekne

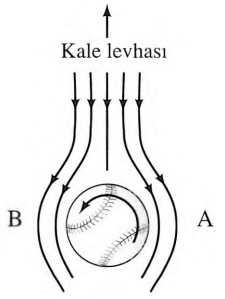
Bir yelkenli tekne rüzgâra karşı hareket edebilir. Bernoulli etkisi yardımıyla yelkenler, Şek. 13-29'da görülen bir açıya getirilerek bu mümkün olur. Yelkenin genişleyen ön yüzeyi üzerinden hava hızlı olarak hareket eder ve yelkeni dolduran durgun hava, yelkenin arkasına daha fazla bir basınç uygular ve yelken üzerinde net bir kuvvetin, $\vec{\mathbf{F}}_{\text{rüzgar}}$ oluşmasına neden olur. Bu kuvvet, suyun altında aşağı doğru dik olarak uzanan tekne omurgası olmasaydı tekneyi yana doğru hareket ettirirdi: su, omurgaya neredeyse dik olarak bir kuvvet $\vec{\mathbf{F}}_{\text{su}}$ uygular. Bu iki kuvvetin bileşkesi $(\vec{\mathbf{F}}_{\text{R}})$ görüldüğü gibi ileri yöndedir.



ŞEKİL 13–29 Rüzgâra karşı giden yelkenli tekne.

Beyzbol topunun dönmesi

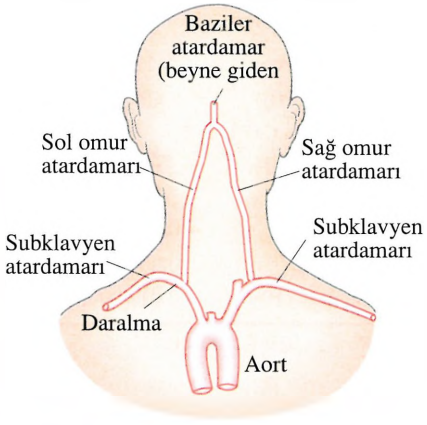
Fırlatılmış dönen bir beyzbol topunun (ya da tenis topu) yörüngesinin eğilmesi Bernoulli ilkesi kullanılarak açıklanabilir. Eğer uçak kanadını incelerken yaptığımız gibi kendimizi top üzerindeki bir referans sitemine koyarsak, bunu açıklamak çok basittir. Yukarıdan bakıldığında topun saat yönünün tersine döndüğünü kabul edelim, Şek. 13–30. Havanın ince bir tabakası ("sınırdaki tabaka") top tarafından sürüklenmektedir. Şek. 13-30'da, top üzerinde A noktasından aşağı baktığımızda, bu sınır tabakası gelen havayı yavaşlatır. B noktasında, top ile birlikte dönen hava, kendi hızına gelen havanın hızını ekler, bu nedenle B noktasındaki havanın hızı A noktasındakinden daha fazladır. B'deki yüksek hız, B'deki basıncın A'dakinden daha az olduğu anlamına gelir. Bu da B'ye doğru bir net kuvvetin oluşmasına neden olur. Top sola doğru eğilen bir yol izler (topu fırlatan oyuncuya göre).



ŞEKİL 13–30 Kale levhasına doğru fırlatılan beyzbol topundan aşağı bakma. Top üzerinde, yanımızdan havanın aktığı bir referans sisteminde bulunuyoruz.

Beyinde Kansızlık - GİA

Tıpta GİA, yani geçici iskemik atağın (geçici olarak beyine kan gitmemesi) açıklanması Bernoulli prensibinin birçok uygulamalarından biridir. GİA'ya sahip bir kişi, baş dönmesi, çift görme, baş ağrısı ve eklemlerde zayıflık gibi birçok belirti hisseder. Bir GİA aşağıdaki gibi meydana gelir. Kan normal olarak iki omur (vertebral) atardamarı yoluyla – her biri boynun iki yanından yukarı giden - başın arkasından beyne doğru akar. Bu iki atardamar beynin hemen altında bulunan baziler atardamarı oluşturmak üzere birleşir, Şek. 13–31. Omur atardamarları şekilde gösterildiği gibi kollara doğru giden subklavyen atardamarlardan ayrılır. Bir kol kuvvetli bir şekilde egzersiz yaptığında, kan akışı, kol kaslarının ihtiyacını karşılamak üzere artar. Eğer vücudun bir tarafındaki subklavyen atardamarı kısmen kapalıysa, arteriyosklerozda (atardamarların sertleşmesi) olduğu gibi, o taraftaki kan hızı gerekli kanı sağlamak için daha yüksek olmak zorunda olacaktır. (Süreklilik denklemini hatırlayın: aynı akış hızı için, küçük alan daha fazla hız demektir, Dnk. 13–7.) Omur atardamar girişini geçerken artan kan hızı daha düşük basınca neden olur (Bernoulli prensibi) Dolayısıyla "sağlıklı" tarafta bulunan omur atardamarında normal basınç altında yükselen kan, beyne doğru yukarı gitmek yerine diğer omur atardamarındaki düşük basınç nedeniyle aşağı doğru yön değiştirir. Böylece beyindeki kan miktarı düşer.

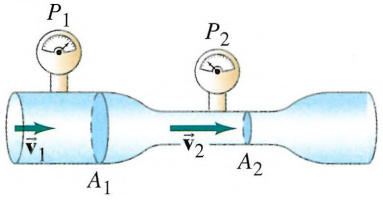


ŞEKİL 13–31 Beyne ve kollara doğru giden atardamarları gösteren kafanın arkası ve omuzlar. Sol subklavyen atardamarındaki daralma sonrası yükselen kan hızı, sol omur atardamarında basınç düşmesine neden olur; burada ters (aşağı doğru) kan akışı meydana gelir ve bu beyne giden kan akışı kaybıyla, GİA ile, sonuçlanır.

Diğer Uygulamalar

Bir **Ventüri tübü** (debi ölçer) esas olarak dar bir boğaza sahip bir borudur. Akışkan, bu dar boğazı geçerken hızlanır, dolayısıyla boğazdaki basınç daha azdır. *Debi ölçer*, Şekil 13–32, gazların ve sıvıların akış hızlarını, atardamarlardaki kan hızı da dâhil olmak üzere, ölçmek için kullanılır.

ŞEKİL 13–32 Debi ölçer.

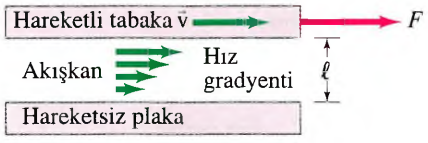


Bir bacadaki duman neden yukarı doğru gider? Bunu nedeni kısmen sıcak havanın yükselmesidir (daha az yoğun ve bu nedenle kaldırma kuvveti mevcut). Burada Bernoulli prensibi de rol oynar. Bacanın üzerinden rüzgâr estiği zaman, baca üzerindeki basınç ev içindekinden daha azdır. Böylece, hava ve duman, içerideki yüksek basınç nedeniyle baca içinde yukarı doğru ittirilir. Rüzgârsız bir gece de bile genellikle baca üzerinde, dumanın yukarı doğru akışına yardım eden yeterli bir hava akışı mevcuttur.

Bernoulli denklemi sürtünme (viskozite) ve akışkanın sıkıştırılabilirliği etkilerini ihmal eder. Sıkıştırmadan kaynaklanan iç (ya da potansiyel) enerjiye ve sürtünme yoluyla ısı enerjisine dönüşen enerji, Dnk. 13-8'e terimler eklenerek dâhil edilebilir. Bu terimlerin teorik olarak hesabı zordur ve genellikle deneye dayalı olarak belirlenir. Bunlar, yukarıda verilen olayların açıklanmasını çok değiştirmezler.

*13–11 Viskozite

Gerçek akışkanlar, Kısım 13-8'de bahsedildiği gibi, viskozite denilen belirli bir miktar iç sürtünmeye sahiptirler. Viskozite hem sıvılarda hem de gazlarda mevcuttur ve esas olarak akışkanın birbirine göre hareket eden bitişik tabakaları arasındaki sürtünme kuvvetidir. Sıvılarda, molekülleri birbirine bağlayan elektriksel kuvvetlerden kaynaklanır. Gazlarda, moleküller arasındaki çarpışmalardan doğar.



ŞEKİL 13–33
Viskozitenin belirlenmesi.

Farklı akışkanların viskoziteleri nicelik olarak *viskozite katsayısı*, η: (Yunancada küçük harf eta), ile ifade edilebilir. Bu da şu şekilde tanımlanır. Akışkanın ince bir tabakası iki düz levha arasına yerleştirilir. Levhalardan biri hareketsiz ve diğeri ise hareketlidir, Şek. 13–33. İki levha ile doğrudan temas halinde olan akışkan, sıvı ve levha molekülleri arasındaki çekim kuvveti tarafından yüzeyde tutulur. Dolayısıyla akışkanın üst yüzeyi yukarıdaki levha ile aynı hızda, v, hareket eder, buna rağmen hareketsiz levha ile temas halindeki akışkan durgun kalır. Akışkanın durgun tabakası hemen üzerindeki akış tabakasından geride kalır, bu tabaka da bir üstteki akış tabakasına göre geride kalır ve bu böylece devam eder. Dolayısıyla hız 0'dan v'ye şekilde görüldüğü gibi sürekli olarak değişir. Hızdaki artış ile hızdaki değişikliğin meydana geldiği uzaklık bölünürse – eşittir v/ℓ— buna *hız gradyantı* denir. Üst levhayı hareket ettirmek bir kuvvet gerektirir, bunu bir masa üzerindeki şurup birikintisinin üzerinden düz bir levhayı hareket ettirerek doğrulayabilirsiniz. Belirli bir akışkan için gerekli olan kuvvet, F, levha ile temas eden akışkan yüzeyi, A, ve hızı, v, ile doğru orantılı ve levhalar arasındaki uzaklık, ℓ, ile ters orantılıdır: $F \propto vA/\ell$. Daha fazla viskoziteye sahip akışkan için daha fazla kuvvet gereklidir. Bu denklemin orantı sabiti, viskozite katsayısı olarak tanımlanır, η:

$$F = \eta A \frac{v}{\ell}. \qquad \textbf{(13–11)}$$

η için denklem çözülürse, $\eta = F\ell/vA$. bulunur. SI birim sisteminde η'nün birimi $N \cdot s/m^2 = Pa \cdot s$ (pascal.saniye)'dir. Cgs'deki birimi poise (P) adı verilen dyne.s/cm^2 'dir. Viskoziteler genellikle centipoise biriminde verilir $(1\ cP = 10^{-2}\ P)$. Tablo 13–3'de birçok akışkanın viskozite katsayıları görülmektedir. Sıcaklığın viskoziteye etkisi oldukça fazla olduğundan ayrıca belirtilmiştir; motor yağı gibi sıvıların viskozitesi, örneğin, sıcaklık artışıyla hızla düşer.†

TABLO 13–3
Viskozite Katsayıları

Akışkan	sıcaklık, °C)	Viskozite sabiti, η (Pa · s)†
Su	(0°)	1.8×10^{-3}
	(20°)	1.0×10^{-3}
	(100°)	0.3×10^{-3}
Kan	(37°)	$\approx 4 \times 10^{-3}$
Kan plazması	(37°)	$\approx 1.5 \times 10^{-3}$
Etil alkol	(20°)	1.2×10^{-3}
Motor yağı (SAE 10)	(30°)	200×10^{-3}
Gliserin	(20°)	1500×10^{-3}
Hava	(20°)	0.018×10^{-3}
Hidrojen	(0°)	0.009×10^{-3}
Su buharı	(100°)	0.013×10^{-3}

† 1 Pa · s = 10 P = 1000 cP.

*13–12 Borularda Akış: Poiseuille Denklemi, Kan Akışı

Akışkan viskoziteye sahip olmasaydı, üzerine uygulanan hiçbir kuvvet olmaksızın boru içinden akardı. Viskozite bir çeşit sürtünme gibi rol oynar (çok az farklı hızlarla hareket eden akışkan tabakaları arasında), dolayısıyla borunun uçları arasındaki basınç farkı, gerçek bir akışkanın düzgün akışı için gereklidir, bu su, yağ ya da insanın dolaşım sistemindeki kan olabilir.

Kan dolaşımının fiziğiyle ilgilenen Fransız bilim adamı J.L. Poiseuille (1799–1869), değişkenlerin, silindirik bir boru içinde laminer akışa sahip, sıkıştırılamayan bir akışkanın akış hızını nasıl etkilediğini belirledi. *Poiseuille denklemi* olarak bilinen sonucu şöyledir.

$$Q = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8\eta\ell}, \qquad \textbf{(13–12)}$$

Burada R tübün iç yarıçapı, ℓ tübün uzunluğu, $P_1 - P_2$ uçlar arasındaki basınç farkı akış hızıdır. η viskozite katsayısı ve Q hacim belli bir noktadan birim zamanda geçen akışkan hızı SI'da birimi m^3/s'dir.) Dnk.13-12 sadece laminer akış için geçerlidir.

†Otomotiv Mühendisleri Derneği yağların viskozitesini temsil etmek için numaralar tayin eder: Ağırlık 30 (SAE 30) ağırlık 10'a göre daha fazla viskoziteye sahiptir. Çok numaralı yağlar, örneğin 20–30, sıcaklık arttıkça viskoziteyi korumak için tasarlanmıştır; 20–50, soğuk iken ağırlığın 20 olduğu, ama sıcak iken (motorun çalıştığı sıcaklık) 50 ağırlıklı saf yağ gibi davrandığı anlamına gelir.

Poiseuille denklemi, Q akış hızının "basınç gradyenti" olan $(P_1 - P_2)/\ell$, ile doğrudan orantılı, akışkanın viskozitesi ile ters orantılı olduğunu ifade eder. Bu beklenen bir sonuçtur. Bu arada Q'nun, boru yarıçapının *dördüncü* kuvvetine bağlı olması ayrıca şaşırtıcı olabilir. Bu, belli bir basınç gradyenti için, eğer tüpün yarıçapı yarıya düşerse akış hızının 16 kat azalacağı anlamına gelir! Bu nedenle, belirli bir akış hızını korumak için gerekli olan basınç veya akış hızı, boru yarıçapındaki çok küçük bir değişiklikten bile büyük oranda etkilenmektedir.

İnsan vücudundaki kan akışı, Q'nun R^4 ile orantılı olmasına ilginç bir örnektir. Poiseuille denklemi, yalnızca sıkıştırılamayan bir akışkanın laminer akışı için geçerlidir. Akış türbülanslı olduğundan, kan hücrelerini barındıran kan için bu çok kesin sonuçlar vermez (kan hücrelerinin çapı kılcal damarlarınkine hemen hemen eşittir). Yine de, Poiseuille denklemi ilk yaklaşıklıkta makul sonuç verir. Çünkü atardamarların yarıçapı arteriyoskleroz (atardamar çeperlerinin kalınlaşma ve sertleşmesi) ve kolestrol birikimi sonucu azalır, basınç gradyenti aynı akış hızını korumak için yükselmek zorundadır. Eğer yarıçap yarıya düşerse kalp, kanın akış hızını sabit tutmak için basıncı $2^4 = 16$ kat artırmak zorunda kalacaktır. Bu koşullar altında kalp çok daha fazla çalışmak zorundadır, ama genellikle normal akış hızını koruyamaz. Dolayısıyla yüksek kan basıncı, kalbin çok fazla çalışmasının ve kan akış hızının azalmasının bir göstergesidir.

FİZİK UYGULAMASI
Kan akışı.

*13–13 Yüzey Gerilimi ve Kılcal Damar

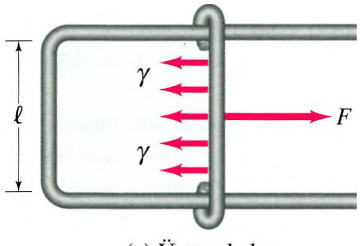
Durgun bir sıvının yüzeyi, gerilim kuvveti altında esnemiş bir zar gibi davranır. Örneğin, su damlatan bir musluğun ucundaki bir su damlası ya da sabahın erken saatlerinde ince bir dala asılı bir çiy damlası (Şek. 13–34), su ile dolu küçük bir balon gibi yaklaşık küresel bir şekle sahiptir. Sudan daha yoğun olmasına karşın çelik bir iğnenin su yüzeyinde yüzmesi sağlanabilir. Sıvı yüzeyi sanki gerilim altındaymış gibi davranır ve yüzey boyunca etkiyen bu gerilim, moleküller arasındaki çekim kuvvetinden kaynaklanır. Bu etkiye yüzey gerilimi denir. Çok daha özel olarak yüzey gerilimi denilen nicelik, γ (Yunancada gama harfi), ℓ birim uzunluğuna etkiyen F kuvveti olarak tanımlanır. Bu kuvvet sıvı yüzeyindeki herhangi bir çizgiye dik olarak etkiyerek yüzeyi kapatmaya çalışır:

$$\gamma = \frac{F}{\ell}. \qquad \textbf{(13–13)}$$

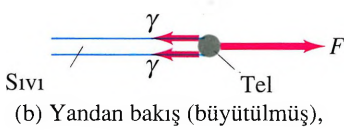


ŞEKİL 13–34 Küresel su damlaları, bir otun üzerindeki çiğ.

Bunu daha iyi anlamak için, Şek. 13-35'de verilen ince bir sıvı filmini çevreleyen U şeklindeki aygıtı ele alalım. Yüzey gerilimi nedeniyle, hareketli teli çekmek ve dolayısıyla sıvının yüzey alanını artırmak için bir F kuvveti gereklidir. Bu tel aygıt tarafından tutulan sıvı, hem alt hem de üst yüzeye sahip ince bir filmdir. Böylece yüzeyin toplam artırılan uzunluğu 2ℓ'dir ve yüzey gerilimi $\gamma = F/2\ell$ olur. Böyle hassas bir aygıt birçok sıvının yüzey gerilimini ölçmek için kullanılabilir. Suyun yüzey gerilimi 20 °C'de 0.072 N/m'dir. Tablo 13–4 birçok madde için değerleri verir. Sıcaklığın yüzey gerilimi üzerinde önemli derecede etkiye sahip olduğuna dikkat edin.



(a) Üstten bakış,



(b) Yandan bakış (büyütülmüş),

ŞEKİL 13–35 Yüzey gerilimini ölçerken bir sıvı filmini tutan U şeklinde telli aygıt ($\gamma = F/2\ell$).

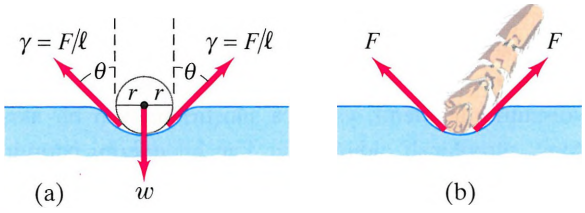
TABLO 13–4
Bazı Maddelerin Yüzey Gerilimleri

Madde (sıcaklık, °C)	Yüzey Gerilimi (N/m)
Cıva (20°)	0.44
Kan, tümüyle (37°)	0.058
Kan, plazma (37°)	0.073
Alkol, etil (20°)	0.023
Su (0°)	0.076
(20°)	0.072
(100°)	0.059
Benzene (20°)	0.029
Sabun çözeltisi (20°)	≈0.025
Oksijen (−193°)	0.016



ŞEKİL 13–36 Su üzerinde yürüyen böcek.

Yüzey gerilimi nedeniyle, bazı böcekler (Şek. 13–36) su üzerinde yürüyebilirler ve sudan daha yoğun olan cisimler, çelik iğne gibi, yüzeyde yüzebilirler. Şek. 13-37a'da yüzey geriliminin, ağırlığı w olan bir cismi nasıl desteklediği görülmektedir. Aslında, cisim akışkan içine biraz batar, dolayısıyla w, o cismin "etkin ağırlığı"dır – yani gerçek ağırlığından kaldırma kuvveti kadar az olan ağırlığıdır.



ŞEKİL 13–37 a) Küre ve (b) böcek bacağı üzerine etkiyen yüzey gerilimi. Örnek 13– 6.

ÖRNEK 13–16 **TAHMİN EDİN** **Su üzerinde yürüyen böcek.** Böcek bacağının tabanı, yaklaşık olarak yarıçapı 2.0×10^{-5} olan bir küre şeklindedir. 0.0030 g kütleli bir böcek, altı bacağıyla eşit olarak desteklenir. Su yüzeyinde durabilen bir böcek için θ açısını (Şek. 13-37'ye bakın) kestirin. Suyun sıcaklığını 20 ^{0}C olarak alın.

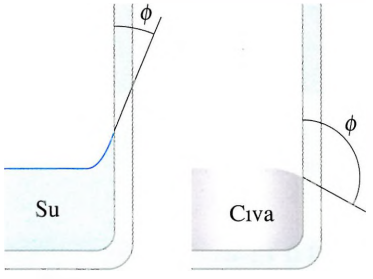
YAKLAŞIM Böcek dengede olduğundan yukarı doğru yüzey gerilim kuvveti, her bir bacaktaki aşağı yöndeki yerçekimi kuvvetine eşittir. Burada kaldırma kuvvetini ihmal ediyoruz.

ÇÖZÜM Her bir bacak için, yüzey gerilim kuvvetinin Şek. 13-37a'da gösterildiği gibi r yarıçaplı daire etrafında θ açısında etkidiğini kabul edelim. Bir tek dik bileşen olan $\gamma \cos\theta$, kuvveti, mg ağırlığını dengelemek üzere etkir. Bu nedenle Dnk. 13-13'deki ℓ uzunluğunu dairenin çevresi, $\ell \approx 2\pi r$ olarak alırız. O zaman yüzey geriliminden kaynaklanan yukarı doğru net kuvvet $F_y \approx (\gamma \cos\theta)\ell \approx 2\pi r\gamma \cos\theta$ olur. Böceğin altı bacağı olduğundan, bu yüzey gerilimi kuvvetini böceğin ağırlığının altıda birine eşitleriz:

$$\begin{aligned} 2\pi r\gamma \cos\theta &\approx \tfrac{1}{6}mg \\ (6.28)(2.0 \times 10^{-5}\,\text{m})(0.072\,\text{N/m})\cos\theta &\approx \tfrac{1}{6}(3.0 \times 10^{-6}\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) \\ \cos\theta &\approx \frac{0.49}{0.90} = 0.54. \end{aligned}$$

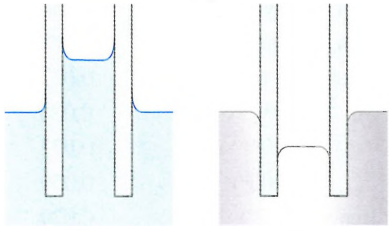
Böylece $\theta \approx 57°$ elde edilir. Eğer $\cos\theta$, 1'den büyük olsaydı, yüzey gerilimi böceğin ağırlığını desteklemeye yetecek kadar büyük olmamış olurdu.

NOT Burada kaldırma kuvvetini ihmal ettik, ayrıca böceğin "ayak" yarıçapı ile yüzeyde ayağın sebep olduğu çukurun yarıçapı arasındaki farkı ihmal ettik.



ŞEKİL 13–38 (a) Su, cam yüzeyi "ıslatır"; buna karşılık (b) cıva, camı "ıslatmaz".

ŞEKİL 13–39 Kılcallık etkisi.



(a) Su içindeki cam tüp

(b) Cıva içindeki cam tüp

Sabun ve deterjanlar suyun yüzey gerilimini azaltırlar. Bu yıkama ve temizleme açısından istenen bir özelliktir, çünkü saf suyun yüksek yüzey gerilimi onun, yarıklara ve materyallerin fiberleri arasına kolaylıkla işlemesine engel olur. Bir sıvının yüzey gerilimini azaltan maddelere *sürfaktan* denir.

Yüzey gerilimi, kılcallıkta da ilginç bir role sahiptir. Bir cam kap içindeki suyun cama dokunduğu yerde az bir yükselme meydana gelir, Şek. 13-38a. Bu durumda suyun camı "ıslattığı" söylenir. Cıva, diğer yandan, cama dokunduğunda camın çeperlerine yapışmaz, Şek. 13-38b, yani cıva camı ıslatmaz. Bir sıvının katı bir yüzeyi ıslatıp ıslatmayacağı, sıvı molekülleri arasındaki kohezyon kuvvetleriyle, sıvı molekülleri ile kabı oluşturan moleküller arasındaki adhezyon kuvvetlerinin bağıl büyüklüğü ile belirlenir. *Kohezyon* aynı tip moleküller arasındaki kuvveti ifade ederken, *adhezyon* farklı tip moleküller arasındaki kuvveti ifade eder. Su camı ıslatır çünkü su molekülleri cam moleküllerine, diğer su moleküllerine oranla daha güçlü bir şekilde çekilir. Cıva için bunun tam tersi doğrudur: Kohezyon kuvvetleri adhezyon kuvvetlerinden daha güçlüdür.

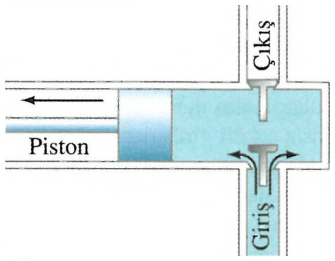
Şek. 13–39'da görüldüğü gibi çok küçük çaplı borularda, çevresindeki sıvı yüksekliğine göre sıvının yükseldiği veya alçaldığı gözlenir. Bu olaya **kılcallık** denir, böyle ince borulara **kılcal borular** denir. Sıvının yükselip (alçalıp) yükselmeyeceği (alçalmayacağı) (Şek. 13–39) adhezyon ve kohezyon kuvvetlerinin bağıl şiddetine bağlıdır. Su cam boruda yükselirken cıva seviyesi düşer. Yükselmenin (veya düşmenin) miktarı sıvı yüzeyinin parçalanıp dağılmasına engel olan yüzey gerilimine bağlıdır.

*13–14 Pompalar ve Kalp

Bu Bölümü, kalp de dâhil olmak üzere pompalar hakkında kısa bir tartışma ile kapatacağız. Pompalar fonksiyonlarına göre kategorilere ayrılıp sınıflandırılabilir. Bir *vakum pompası*, belirli bir kapta basıncı (genellikle hava) düşürmek için tasarlanmıştır. Diğer yandan, bir *kuvvet pompası*, basıncı artırmaya yarayan bir pompadır – örneğin bir sıvıyı kaldırmak (kuyudan suyu çekmek gibi) ya da bir boru boyunca akışkanı ittirmek. Şek. 13-40'da, böyle basit bir pompanın çalışma prensibi görülmektedir. Bu bir vakum pompası olabilir, bu durumda giriş vanası boşaltılacak olan kaba bağlıdır. Benzer bir mekanizma bazı kuvvet pompalarında kullanılmaktadır ve bu durumda akışkan artan basınç altında çıkışa doğru zorlanır.

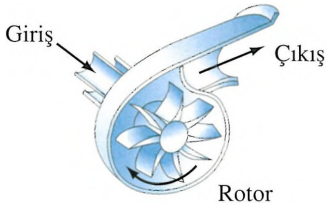
Merkezkaç pompası (Şek. 13–41), ya da herhangi bir kuvvet pompası, sirkülasyon pompası olarak kullanılabilir – yani bir akışkanı kapalı bir yol etrafında dolaştırmak için, otomobillerdeki soğutma suyu, ya da motor yağı döngüleri gibi.

Bir insan kalbi (hayvanların kalbi de dâhil) esas olarak bir sirkülasyon pompasıdır. Bir insan kalbinin davranışı Şek. 13-42'de görülmektedir. Kan akışının gerçekleştiği iki farklı yol vardır. Uzun olan yol kanı atardamarlar yoluyla, vücudun parçalarına taşır. Böylece vücut dokularına oksijen getirilip karbondioksit toplanır ve bu kan toplardamarlar ile kalbe geri taşınır. Bu kan daha sonra akciğerlere pompalanır (ikinci yol), burada karbondioksit salınır ve oksijen alınır. Oksijen yüklü kan kalbe geri döner ve buradan tekrar vücut dokularına pompalanır.

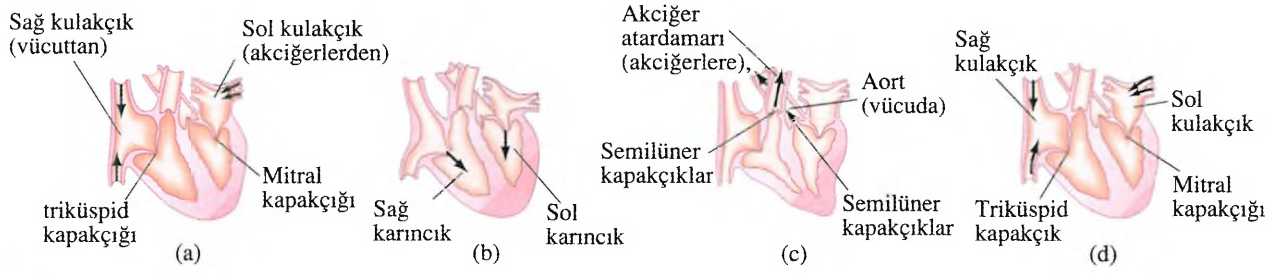


ŞEKİL 13–40 Bir çeşit pompa: piston sola hareket edince, giriş vanası açılır ve hava (ya da pompalanacak akışkan) boş olan ortama dolar. Piston sağa hareket edince (şekilde gösterilmiyor), çıkış vanası açılır ve akışkan dışarıya zorlanır.

ŞEKİL 13–41 Merkezkaç pompası: dönen bıçaklar akışkanı çıkış borusuna zorlar; bu çeşit bir pompa elektrikli süpürgelerde ve otomobillerin su pompalarında kullanılır.



ŞEKİL 13–42 (a) Diyastol fazında kalp, atışlar arasında rahatlar. Kan kalbe girer; her iki kulakçık hızlıca dolar. (b) Kulakçıklar kasıldığında, sistol ya da pompa fazı başlar. Kasılma, kanı mitral ve triküspid kapakçıklarından doğru karıncıklara ittirir. (c) Karıncıkların kasılması kanı semilüner kapakçığı boyunca akciğer atardamarına doğru zorlar, buradan kan akciğerlere ve aorta (vücudun en büyük atardamarı) ulaşır, buradan da vücuda hizmet eden tüm atardamarlara gider. (d) Kalp rahatladığında, semilüner vanaları kapanır; kan döngüyü tekrar başlatacak olan kulakçıklara dolar.



Özet

Maddenin üç yaygın fazı **katı, sıvı** ve **gazdır**. Sıvılar ve gazlar birlikte **akışkanlar** olarak tanımlanır; bu, akma yeteneğine sahip oldukları anlamına gelir. Bir maddenin **yoğunluğu,** onun birim hacimdeki kütlesi olarak tanımlanır:

$$\rho = \frac{m}{V}. \qquad \textbf{(13–1)}$$

Özgül ağırlık, maddenin yoğunluğunun suyun yoğunluğuna oranıdır (4°C'de).

Basınç birim alandaki kuvvet olarak tanımlanır:

$$P = \frac{F}{A}. \qquad \textbf{(13–2)}$$

Bir sıvının belirli bir h derinliğindeki P basıncı

$$P = \rho g h, \qquad \textbf{(13–3)}$$

ile verilir, burada ρ sıvının yoğunluğu ve g yerçekimi ivmesidir. Akışkanın yoğunluğu düzgün değilse, P basıncı, y yüksekliğiyle değişir:

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g. \qquad \textbf{(13–4)}$$

Pascal ilkesi, sınırlanmış bir akışkana uygulanan dış basıncın akışkan boyunca taşındığını ifade eder.

Basınç manometre veya diğer tip göstergelerle ölçülür. Barometre atmosfer basıncını ölçmede kullanılır. Standart atmosfer basıncı (ortalama deniz seviyesinde) $1.013 \times 10^5\ \text{N/m}^2$'dir. **Ayar basıncı** toplam (mutlak) basınç ile atmosfer basıncı arasındaki farktır.

Arşimet ilkesi, bir akışkan içine tümüyle ya da kısmen batan bir cismin yer değiştiren akışkanın ağırlığına eşit bir kuvvetle kaldırıldığını ifade eder $(F_B = m_F g = \rho_F V_{\text{yerdeğ}} g)$.

Akışkanların akışı ya **laminer** ya da **türbülanslı** akış şeklinde karakterize edilebilir. Laminer akışta akışkan tabakaları düzgün ve akış çizgileri denilen yolları boyunca düzenli hareket ederler. Türbülanslı akış durumunda **akış çizgileri** düzgün ve düzenli değildir, düzensiz şekilli girdaplar ile karakterize edilirler.

Akışkan akış hızı, birim zamanda belirli bir noktadan geçen akışkanın hacmi veya kütlesidir. **Süreklilik denklemi,** kapalı bir boru içinde akan sıkıştırılamayan bir akışkan için, akış hızı ile borunun kesit alanının çarpımının sabit kaldığını ifade eder:

$$Av = \text{Sabit} \qquad \textbf{(13–7b)}$$

Bernoulli ilkesi, akışkan hızının yüksek olduğu yerde basıncın düşük, hızın düşük olduğu yerde ise basıncın yüksek olduğunu ifade eder. Sıkıştırılamayan ve viskozsuz bir akışkanın düzgün laminer akışı için, enerjinin korunumu kanununa göre **Bernoulli denklemi,** akış üzerindeki iki nokta için:

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2, \qquad \textbf{(13–8)}$$

şeklinde yazılır.

[*__Viskozite__, akışkan içindeki sürtünmeyi ifade eder ve esas olarak birbirini geçen bitişik akışkan tabakaları arasındaki sürtünme kuvvetidir.]

[*Sıvı yüzeyleri, gerilim (**yüzey gerilimi**) altındaymış gibi bir arada tutulurlar; bu gerilim damlaların oluşmasını ve iğne gibi cisimler ile böceklerin yüzeyde durmalarını sağlar.]

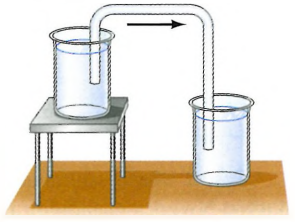
Sorular

1. Bir madde bir diğer maddeden daha büyük bir yoğunluğa sahipse, ilkinin molekülleri ikinci maddenin moleküllerinden daha mı ağırdır? Açıklayınız.
2. Uçak yolcuları bazen uçuş sırasında kozmetik şişelerinden sızıntı olduğunu fark ederler. Bunun nedeni ne olabilir?
3. Şek.13–43'te görülen üç kap aynı yüksekliğe kadar su ile doldurulmuşlardır ve hepsi de aynı taban alanına sahiptir. Böylece her bir taban üzerindeki su basıncı ve toplam kuvvet aynıdır. Ama suyun toplam ağırlığı her birinde farklıdır. Bu "hidrostatik paradoks"u açıklayınız.



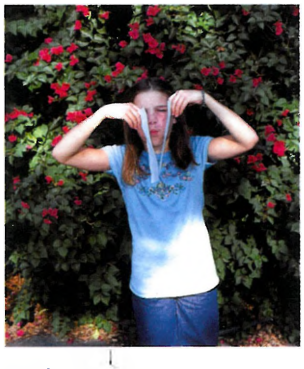
ŞEKİL 13–43
Soru 3.

4. Bir kalemin sivri ucuyla diğer kör ucunu derinizin üzerine aynı kuvvetle bastırdığınızda ne olacağını düşünün. Derinin üzerine uygulanan net kuvvetin mi yoksa basıncın mı, derinin delinip delinmeyeceğini belirlediğine karar verin.
5. Küçük bir miktar su, 1 galonluk metal bir kap içinde kaynatılıyor. Kap ateşten alınıp üzerine kapak örtülüyor. Kabın soğurken içeri çöktüğü görülüyor. Nedenini açıklayınız.
6. Kan basıncı ölçüldüğünde, kolluk neden kalp seviyesinde tutulur?
7. Bir buz küpü ağzına kadar dolu bir cam bardakta yüzüyor. Buzun yoğunluğuyla ilgili ne söyleyebilirsiniz? Buz erirken su taşar mı? Açıklayınız.
8. Bir buz küpü bir alkol bardağında yüzer mi? Neden?
9. Bir kola kutusu batar, ama bir diyet kola kutusu yüzer. (Deneyin!) Açıklayınız.
10. Demirden yapılan gemiler neden batmaz?
11. Şek. 13–44'teki sifon olarak bilinen borunun, suyu bir kaptan daha alt seviyede bulunan bir başka kaba (yolu boyunca yukarı doğru bir yola da sahip olmasına rağmen) nasıl taşıdığını açıklayınız. Başlangıçta borunun sıvı ile dolu olması gerektiğini unutmayın.



ŞEKİL 13–44
Soru 11. Bir sifon.

12. Kum ile dolu bir yük gemisi, bir nehir üzerindeki çok yüksek olmayan bir köprüye doğru yaklaşıyor ve altından geçemiyor. Gemiye daha fazla kum mu eklenmelidir yoksa gemiden kum mu boşaltılmalıdır? [*İpucu:* Arşimet ilkesini düşünün.]
13. Yüksek yerlerdeki atmosfer şartlarını ölçmede kullanılan helyum hava balonlarının, niçin maksimum hacimlerinin sadece %10–20'sine kadar doldurulup serbest bırakıldığını açıklayınız.
14. Bir sandal bir yüzme havuzunda yüzüyor ve su seviyesi havuzun kenarında işaretleniyor. Aşağıdaki durumları ele alın ve su seviyesinin nasıl değişeceğini açıklayın. (*a*) Sandal sudan çıkarılıyor. (*b*) Su içindeki sandal demir çapa bulunduruyor, bu çapa sandaldan çıkarılıp kıyıya konuluyor. (*c*) Demir çapa sandaldan çıkarılıp havuza düşürülüyor.
15. Boş bir balon, hava ile doldurulmuş bir balon ile tartı üzerinde aynı ağırlığa mı sahip olur? Açıklayınız.
16. Neden tuzlu su üzerindeyken tatlı su üzerindekinden daha yukarıda yüzersiniz?
17. İki kâğıt parçasını birbirinden birkaç cm uzakta olacak şekilde dik olarak asılı tutarsanız (Şek. 13–45) ve aralarından üflerseniz, kağıtlar nasıl hareket eder? Deneyin ve açıklayın.



ŞEKİL 13–45
Soru 17.



ŞEKİL 13–46
Soru 18. Musluktan akan su.

18. Bir musluktan akan su, akma sırasında neden daralır?
19. Çocukların çok hızlı hareket eden trenlerin çok yakınında durmamaları söylenir, çünkü trenin altına doğru çekilebilirler. Bu mümkün müdür? Açıklayınız.
20. Strafordan yapılmış uzun bir kap su ile doldurulur. Kabın altına yakın bir yerde iki delik açılır ve suyun akması sağlanır. Eğer kap serbest düşmeye bırakılırsa, su deliklerden akmaya devam eder mi? Açıklayınız.
21. Uçaklar normal olarak neden rüzgâra doğru kalkış yaparlar?
22. Birbirine paralel ve yakın olarak hareket eden iki geminin birbirine çarpma riski vardır. Neden?
23. Üstü açılabilen bir otomobil yüksek bir hızla hareket ederken, neden tavan brandası şişer? [*İpucu:* Arabanın ön camı havanın yukarı doğru yön değiştirmesine ve akış çizgilerinin birbirine yakınlaşmasına neden olur.]
24. Evlerin çatıları bazen fırtına veya kasırga sırasında "uçar". Bunun nedenini Bernoulli ilkesinden yararlanarak açıklayınız.

Problemler

13–2 Yoğunluk ve Özgül Ağırlık

1. (I) Yosemite Milli Parkında El Captian olarak bilinen granit kayasının hacmi yaklaşık 108 m^3'tür. Kütlesi yaklaşık olarak nedir?



ŞEKİL 13–47 Problem 1.

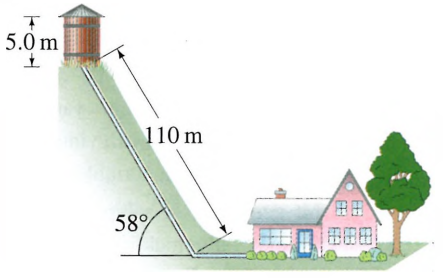
2. (I) Boyutları 5.6 m × 3.8 m × 2.8 m olan bir odadaki havanın yaklaşık kütlesi nedir?
3. (I) Boyutları 56 cm × 28 cm × 22 cm olan sırt çantanıza altın tuğlaları doldurup kaçakçılık yapmayı deneseydiniz, çantanın kütlesi ne olurdu?
4. (I) Kütlenizi ve sonra da yaklaşık hacminizi hesaplayın. [*İpucu*: Yüzme havuzunda su yüzeyinde veya suyun hemen altında yüzebildiğinize göre, yoğunluğunuz hakkında iyi bir fikre sahipsinizdir.]
5. (II) Bir şişe boş olduğunda 35.00 gram ve su ile doldurulduğunda 98.44 gram gelmektedir. Bir başka sıvı ile doldurulduğunda kütlesi 89.22 gramdır. Bu son sıvının özgül ağırlığı nedir?
6. (II) 5 litre antifriz çözeltisi (özgül ağırlığı = 0.80) 4.0 litre suya eklenerek 9.0 litrelik bir karışım yapılıyor. Karışımın özgül ağırlığı ne olur?
7. (III) Yerküre düzgün bir küre değildir, fakat yoğunluğun değiştiği farklı bölgelere sahiptir. Yerküreyi üç bölgeye ayıran basit bir model düşünün – iç çekirdek, dış çekirdek ve kabuk. Her bölge ayrı ayrı sabit bir yoğunluğa sahiptir (bu gerçek yerkürede o bölgenin ortalama yoğunluğudur):

Bölge	Yarıçap (km)	Yoğunluk (kg/m^3)
İç çekirdek	0–1220	13,000
Dış çekirdek	1220–3480	11,100
Kabuk	3480–6371	4,400

(*a*) Bu modeli kullanarak, bütün yerkürenin ortalama yoğunluğunu hesaplayın. (*b*) Yerkürenin ölçülen yarıçapı 6371 km'dir ve kütlesi 5.98×10^{24} kg'dır. Bu verileri kullanarak yerkürenin gerçek ortalama yoğunluğunu bulunuz ve bu yoğunluğu (yüzde fark olarak) (*a*)'da bulduğunuz değerle kıyaslayınız.

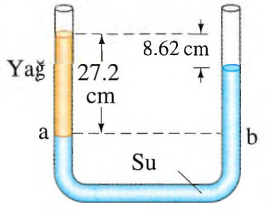
13–3 to 13–6 Pressure; Pascal's Principle

8. (I) 35 m uzunluğundaki meşe ağacıyla aynı yüksekliğe bir su kolonunu yükseltmek için gerekli olan basıncı bulun.
9. (I) (*a*) Alanı 0.020 cm^2 olan bir sandalye bacağının (dört bacağının üzerindeki kütle 66 kg'dır)ve (*b*) bir ayağının üzerinde duran 1300 kg'lık filin (alan = 800 cm^2) zemine uyguladığı basıncı hesaplayın.
10. (I) 1.70 m uzunluğundaki bir kişinin dik olarak dururken başının üstü ile ayaklarının altı arasındaki kan basıncı farkını (mm Hg) hesaplayın.
11. (II) Normal atmosfer basıncında bir alkol barometresinin seviyesi hangi yükseklikte bulunur?
12. (II) Bir filmde Tarzan, takipçilerinden suyun altında uzun ince bir kamışla nefes alıp dakikalarca saklanarak kurtulur. Akciğerlerinin dayanabileceği ve nefes alabileceği maksimum basınç farkının – 85 mm Hg olduğu kabul edilirse bulunabileceği maksimum derinlik nedir?
13. (II) Hidrolik kaldıraçtaki maksimum ayar basıncı 17.0 atm'dir. Eğer çıkış hattının çapı 22.5 cm ise, kaldıracın kaldırabileceği en ağır araç kaç kg olmalıdır?
14. (II) Bir otomobilin dört tekerleğinin her birinin ölçülen ayar basıncı, 240 kPa'dır. Tekerleklerin her birinin "yerde bıraktığı iz" 220 cm^2 alan kaplıyorsa arabanın kütlesini hesaplayın.
15. (II) (*a*) 28.0 m × 8.5m boyutlarında ve 1.8 m derinliğindeki bir yüzme havuzunun tabanındaki mutlak basıncı ve toplam kuvveti bulunuz. (*b*) Tabana yakın seviyede havuz *kenarına* yapılan basınç ne olur?
16. (II) Bir tepenin dibinde bulunan bir ev, 5 m derinliğinde su dolu depo ile beslenmektedir ve bu depo yatayla 58°'lik açı yapan 110 m uzunluğundaki bir boruyla eve bağlanmıştır (Şek. 13–48). (*a*) Evdeki su basıncını bulunuz. (*b*) Su, evin önünde kırılan borudan düşey olarak dışarı aksaydı ne kadar yükseğe çıkabilirdi?



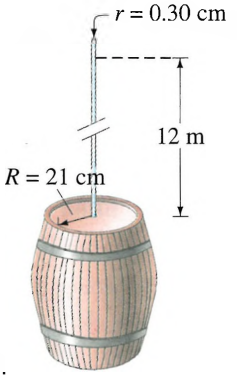
ŞEKİL 13–48
Problem 16.

17. (II) Su ve sonra yağ (birbirlerine karışmazlar) iki ucu açık U şeklindeki bir tüpe doldurulmuş olup Şek. 13 – 49'da görüldüğü gibi dengededirler. Yağın yoğunluğu nedir? (*İpucu:* a ve b noktalarında basınçlar birbirine eşittir. Neden?)



ŞEKİL 13–49
Problem 17.

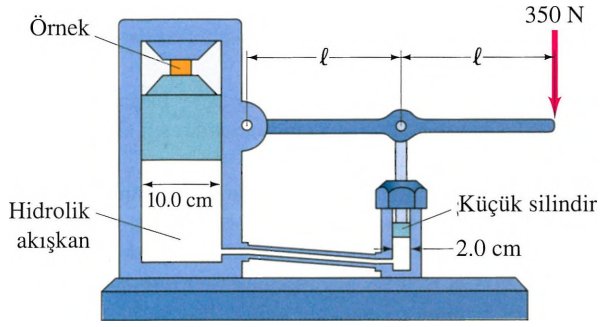
18. 18. (II) Pascal kendi adıyla anılan ilkeyi bulurken, kuvvetin sıvı basıncı ile çarpılacağını çarpıcı bir şekilde gösterdi. Yarıçapı R = 21 cm olan bir şarap fıçısına dik olarak yarıçapı r = 0.30 cm olan ince uzun bir tüp yerleştirdi, Şek. 13–50. Pascal, fıçı su ile doldurulduğunda ve tüp 12 m yüksekliğe kadar dolu olduğunda, fıçının patladığını gördü. (*a*) Tüpteki suyun kütlesini ve (*b*) Fıçı patlamadan önce su tarafından fıçı kapağına uygulanan net kuvveti hesaplayınız.



ŞEKİL 13–50
Problem 18 (ölçekli değildir).

19. (II) Deniz seviyesinden yüksekliği 8850 m olan Everest Dağı'nın zirvesindeki normal atmosfer basıncı nedir?

20. (II) Toz haline getirilmiş örnekleri sıkılaştırmada kullanılan hidrolik pres, çapı 2 cm olan küçük bir silindir ile 10.0 cm çaplı büyük silindire sahiptir (Şek. 13–51). Bir kaldıraç görüldüğü gibi küçük silindire bağlıdır. Büyük silindirin üzerine yerleştirilen bu örnek 4.0 cm^2 alana sahiptir. Kaldıraç üzerine 350 N uygulanırsa bu örnek üzerindeki basınç ne olur?



ŞEKİL 13–51 Problem 20.

21. (II) Açık tüplü cıva manometresi bir oksijen deposundaki basıncı ölçmek için kullanılır. Atmosfer basıncı 1040 mbar olduğunda, açık tüpteki cıva yüksekliği, depoya bağlı tüpteki cıva seviyesinden (*a*) 21.0 cm daha yüksek ve (*b*) 5.2 cm daha düşük ise depodaki mutlak basınç ne olur?

22. (III) Sıvı beheri yatay yüzeyde durgun halden bir a ivmesiyle hızlanıyor.(*a*) Sıvı yüzeyinin yatayla $\theta = \tan^{-1}(a/g)$ açısı yaptığını gösterin. (*b*) Su yüzeyinin hangi kenarı daha yüksektir? (*c*) Basınç, yüzey altında derinlikle nasıl değişir?

23. (III) Sabit genişliğe, b, sahip düşey bir barajın arkasında su, h yüksekliğinde bulunmaktadır. (*a*) Suyun baraja uyguladığı toplam kuvvetin $F = \frac{1}{2}\rho g h^2 b$ olduğunu integral kullanarak gösterin. (*b*) Bu kuvvetin neden olduğu baraj tabanı etrafındaki torkun, $h/3$'e eşit bir kaldıraç kolu ile etkiyormuş gibi düşünülebileceğini gösterin. (*c*) Serbest olarak duran yüksekliği ve sabit t kalınlığındaki betondan yapılmış bir barajın, devrilmemesi için hangi kalınlıkta olması gerekir? Bu son kısımda atmosfer basıncını eklemek gerekli midir? Açıklayınız.

24. (III) Denizde 5.4 km derinliğindeki suyun yoğunluğunu hesaplayın.(Tablo 12–1 ve Kısım 12–4'e bakın). Bulduğunuz sonuçla yüzeydeki yoğunluk arasındaki farkı kesir olarak ifade edin.

25. (III) Silindirik bir sıvı (yoğunluğu ρ) kovası, simetri ekseni (dik olarak) etrafında döndürülüyor. Eğer açısal hızı ω ise, dönme ekseninden r uzaklığındaki basıncın

$$P = P_0 + \tfrac{1}{2}\rho\omega^2 r^2,$$

olduğunu gösterin; burada P_0, $r = 0$ 'daki basınçtır.

13–7 Kaldırma ve Arşimet İlkesi

26. (I) Bir demir parçası cıva içinde yüzerken ne kadarı batacaktır?

27. (I) Bir jeolog, kütlesi 9.28 kg olan aya ait bir kayanın, su altında ölçülen kütlesinin 6.18 kg olduğunu buluyor. Kayanın yoğunluğu nedir?

28. (II) Bir vinç, batan bir geminin 16.00 kg olan çelik gövdesini sudan çıkarıyor. (*a*) Gövde tamamen suyun altında olduğunda ve (*b*) gövde suyun tamamen dışına çıkarıldığında vinç kablosundaki gerilim kuvvetini hesaplayınız.

29. (II) Helyumla doldurulmuş küre şeklindeki bir balonun yarıçapı 7.35 m'dir. Balonun derisi ve diğer parçalarının 930 kg. kütleye sahip olduğunu varsayarsak, balon ne kadar büyüklükte bir yük kaldırılabilir?

30. (II) 74 kg olan bir kişi, kalçalarına kadar gelen suyun içinde durduğunda ölçülen kütlesi 54 kg'dır (kaldırma nedeniyle). Her bir bacağının kütlesini bulun. Vücudun 1.00 özgül ağırlığa sahip olduğunu varsayın.

31. (II) Eğer bir örneğin suda ölçülen kütlesi 55.4 gram ve havada ölçülen kütlesi 63.5 gram ise bu örneğin hangi metalden yapıldığını bulunuz. (Tablo13–1'e bakın).

32. (II) Bir alüminyum parçasının havada tartılan kütlesi 3.0000 kg olduğuna göre bu alüminyum parçasının gerçek kütlesini (vakum altındaki) hesaplayın.

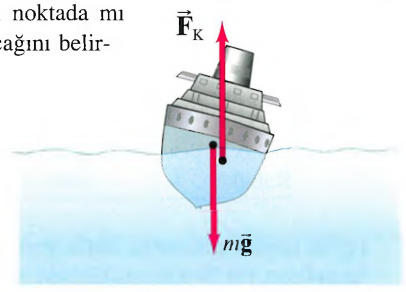
33. (II) Benzin sudan daha az yoğun olduğundan, benzin içeren variller suda yüzecektir. 230 litrelik çelik bir varilin tamamıyla benzin doldurulduğunu varsayın. Varilin temiz su içinde yüzebilmesi için, varilin yapılmasında kullanılan çeliğin toplam hacmi ne olmalıdır?

34. (II) Bir dalgıç ve giysi takımlarının toplam kütlesi 68 kg'dır ve 65.0 litre hacminde suyu yerdeğiştirmektedir. (*a*) Deniz suyundaki dalgıç üzerindeki kaldırma kuvveti nedir? (*b*) Dalgıç batacak mıdır yoksa yüzecek midir?

35. (II) Buzun özgül ağırlığı 0.917 iken, deniz suyununki 1.025'dir. Buzdağının yüzde kaçı su yüzeyinin üzerinde kalır?

36. (II)Arşimet ilkesi, bilinen bir sıvı kullanılarak bir katının özgül ağırlığını belirlemede kullanıldığı gibi (Örnek 13–10), bunun tersi de yapılabilir. (*a*) Örnek olarak, 3.80 kg olan bir alüminyum topun belirli bir sıvıya batırıldığında ölçülen kütlesi 2.10 kg'dır: sıvının yoğunluğunu hesaplayın. (*b*) Bu yöntemi kullanarak bir sıvının yoğunluğunu belirlemek için bir formül türetin.

37. (II) (*a*) Kısmen batmış bir cisim (örneğin gemi) üzerindeki kaldırma kuvvetinin F_K akışkanın yerdeğiştirmeden önceki ağırlık merkezine etkidiğini gösterin. Bu noktaya kaldırma merkezi denir. (*b*) Geminin kararlı bir dengede bulunmasını temin etmek için, kaldırma merkezinin ağırlık merkezine göre yukarıda mı, aşağıda mı yoksa aynı noktada mı olmasının daha iyi olacağını belirleyiniz ve açıklayınız.



ŞEKİL 13–52
Problem 37.

38. (II) Kenar uzunluğu 10.0 cm olan ve bilinmeyen bir maddeden yapılmış bir küp, su ve yağ arasındaki yüzeyde yüzmektedir. Yağın yoğunluğu 810 kg/m^3'tür. Eğer kübün %28'i yağ içinde ve %72'si su içinde yüzüyorsa, kübün kütlesi ve küp üzerindeki kaldırma kuvveti nedir?

39. (II) Bir insanı kaldırabilmek için kaç tane helyumla dolu balon kullanılmalıdır? Bir insanın 75 kg ve helyumla dolu her bir balonun 33 cm çaplı bir küre olduğunu kabul edin.

40. (II) Bir dalgıç oksijen tüpü tamamen su altındayken 15.7 litre deniz suyunu yer değiştiriyor. Tüpün kendisi 14.0 kg kütleye sahiptir ve dolu olduğunda 3.00 kg hava içerir. Sadece ağırlığın ve kaldırma kuvvetinin etkidiğini varsayarak, dalmanın başladığı anda (tamamen havayla dolu olduğunda) ve dalma sonunda (hiç hava bulunmuyorken) tamamen batmış olan tüp üzerindeki net kuvveti (büyüklük ve yönünü) bulunuz.

41. (III) Suda yüzebilen bir cismin yoğunluğu, cisme kurşun bağlayıp cismi ve kurşunu suya batırarak belirlenebilir. Özgül ağırlığın $w/(w_1 - w_2)$ ile verildiğini gösteriniz; burada w cismin havadaki ağırlığı, w_1, kurşun bağlandığında ve yalnızca kurşun battığında ölçülen ağırlık ve w_2 hem cisim hem de kurşun battığında ölçülen ağırlıktır.

42. (III) 3.25 kg olan bir tahta parçası (özgül ağırlığı = 0.50) suda yüzüyor. Bir kurşun, tahta parçasına iple bağlanıp asıldığında tahtayı batırabilmesi için kurşunun sahip olması gereken minimum kütle ne olur?

13–8 ile 13–10 Sıvı Akışı, Bernoulli Denklemi

43. (I) 15 cm yarıçaplı hava borusu her 12dk'da 8.2 m × 5.0 m × 3.5m boyutlarındaki odayı havalandırmak için kullanılıyor. Borudaki hava hangi hızla akar?

44. (I) Örnek 13–13'teki verileri kullanarak, yaklaşık 2 cm^2'lik kesit alanına sahip olan vücudun ana atardamarlarındaki kanın ortalama akış hızını hesaplayınız.

45. (I) 5.3 m deriliğinde suyla dolu olan çok geniş bir deponun altındaki bir delikten su hangi hızla akar? Viskoziteyi ihmal edin.

46. (II) Bir balık deposu 0.60 m yüksekliğinde 1.0 m uzunluğunda 36 cm genişliğinde boyutlara sahiptir. Eğer filtre her 4 saatte bir depodaki suyun hepsini işleme tabi tutsaydı, filtrenin 3.0 cm çaplı giriş tübündeki akış hızı ne olurdu?

47. (II) İtfaiye hortumunun, suyu 18 m yüksekliğe püskürtmesi için su şebekesindeki ayar basıncı ne olmalıdır?

48. (II) $\frac{5}{8}$ inç çaplı (iç) bahçe hortumu, 6.1m çaplı yuvarlak bir yüzme havuzunu doldurmak için kullanılıyor. Hortumdan akan suyun hızı 0.40 m/s ise, havuzu 1.2 m derinliğine kadar doldurmak ne kadar sürer?

49. (II) Bir evin düz çatısı üzerinden 180 km/saat hızla esen bir rüzgâr, evdeki çatının uçmasına neden olur. Ev 6.2 m × 12.4 m boyutlarında ise, çatının ağırlığını hesaplayın. Çatının eve çivilenmediğini varsayın.

50. (II) 6.0 cm çaplı yatay bir boru yavaş yavaş daralarak 4.5 cm oluyor. Su, belirli bir hızla boru içinde aktığında iki uçtaki ayar basınçları sırasıyla 32.0 kPa ve 24.0 kPa'dır. Akışın hacim hızı nedir?

51. (II) Rüzgâr hızı 300 km/saat olan kategori 5 kasırgası içindeki hava basıncını hesaplayın. (Şek. 13–53)

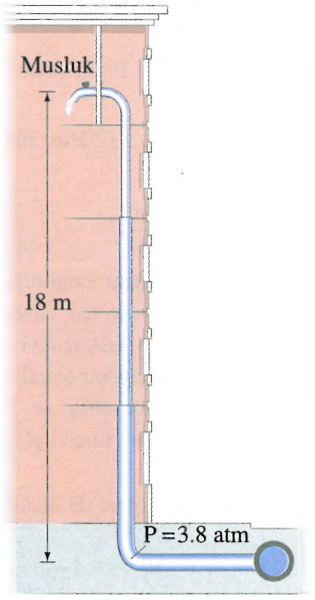


ŞEKİL 13–53 Problem 51.

52. (II) Alanı 88 m^2 olan bir kanadın üst ve alt yüzeylerinden geçen havanın hızları sırasıyla 280 m/s ve 150 m/s olduğuna göre, Bernoulli ilkesinden kaynaklanan kaldırma (newton cinsinden) ne kadardır?

53. (II) Sabit kesit alanına sahip bir boru içinden bir akışkanı yürütmek için gerekli olan gücün, akış hacim hızı Q ile basınç farkının $P_1 - P_2$ çarpımına eşit olduğunu gösterin.

54. (II) Su, cadde seviyesinde 3.8 atm basınçta, 5.0 cm çaplı boru boyunca 0.68 m/s hızla bir yüksek binaya akıyor. Bu boru gitgide incelerek 18 m yukarıdaki üst kata vardığında 2.8 cm çapa sahip oluyor (Şek. 13–54). Buradaki musluk açık bırakılmıştır. Üst kattaki borudaki ayar basıncını ve akış hızını hesaplayınız. Borunun kollara ayrılmadığını kabul edin ve viskoziteyi ihmal ediniz.

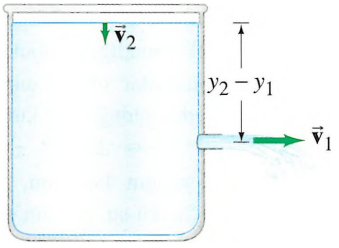


ŞEKİL 13–54
Problem 54.

55. (II) Şek. 13–55'teki depodaki üst yüzeyin hızını hesaba katın ve alttaki delikten depoyu terk eden akışkanın hızının

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{(1 - A_1^2/A_2^2)}},$$

olduğunu ispatlayınız. Burada $h = y_2 - y_1$, A_1 ve A_2 sırasıyla delik ve üst yüzeyin alanlarıdır. $A_1 \ll A_2$ olduğunu kabul edin, böylece akış hemen hemen düzgün ve laminer kalacaktır.

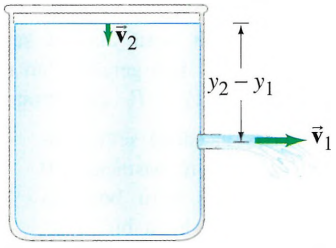


ŞEKİL 13–55
Problemler 55, 56, 58 ve 59.

56. (II) Şekil 13–55'teki deponun üst yüzeyinin bir dış ayar basıncına P_2 maruz kaldığını kabul edin. (*a*) Alttaki açıklıktan akan sıvının P_0 atmosfer basıncına doğru akması sırasındaki v_1 hızı için formül türetin. Sıvı yüzeyinin hızını, v_2, yaklaşık sıfır kabul edin. (*b*) Eğer $P_2 = 0.85$ atm ve $y_2 - y_1 = 2.4$ m ise su için v_1 hızını bulunuz.

57. (II) Çimlerinizi hortumla sularken, parmağınızı hortum deliği üzerine koyarak suyun ulaşabileceği mesafeyi artırırsınız. Hortumu aynı açıyla tutarak, suyun ulaştığı mesafeyi 4 kat artırdıysanız, hortum deliği kesitinin ne kadarını kapatmış olursunuz?

58. (III) Şek. 13–55'teki deponun açıklığının tabandan h_1 yüksekliğinde ve sıvı yüzeyinin tabandan h_2 yüksekliğinde olduğunu kabul edin. Depo zemin seviyesinde durmaktadır. (*a*) Deponun tabanından ne kadar yatay uzaklıkta akışkan yere çarpacaktır? (*b*) Hangi h_1' yüksekliğinde açılan bir delikten çıkan sıvı aynı menzile sahip olacaktır? $v_2 \approx 0$ kabul ediniz.



ŞEKİL 13–55 Problemler 55, 56, 58 ve 59.

59. (III) (a) Şek. 13-55'te, Bernoulli İlkesinin, $h = y_2 - y_1$, sıvı seviyesinin,

$$\frac{dh}{dt} = -\sqrt{\frac{2ghA_1^2}{A_2^2 - A_1^2}}$$

hızıyla azaldığını öngördüğünü gösterin. Burada A_1 ve A_2 sırasıyla delik ve üst yüzeyin alanlarıdır; $A_1 \ll A_2$, olduğunu kabul edin ve viskoziteyi ihmal edin. (b) h'yi integral alarak zamanın fonksiyonu olarak belirleyiniz. $h = h_0$'da $t = 0$ alınız. (*c*) Eğer delik altta ve 0.50 cm çapa sahip ise, 10.6 cm uzunluğunda 1.3 litre suyla dolu olan bir silindir ne kadar sürede boşalacaktır?

60. (III) (*a*) Debi ölçer ile ölçülen akış hızının (Şek. 13–32'ye bakın)

$$v_1 = A_2\sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}.$$

ile verildiğini gösterin. (*b*) Bir debi ölçer suyun akışını ölçüyor; 3.00 cm olan ana çapı daralarak boğazında 1.0 cm oluyor. Eğer basınç farkı 18 mm Hg olarak ölçülüyorsa, Venturi tübünün boğazına giren suyun hızı ne olur?

61. (III) *Bir roketin itkisi* (*a*) Bernoulli denklemini ve süreklilik denklemini kullanarak bir roketi iten gazların salındığı hızın

$$v = \sqrt{2(P - P_0)/\rho}$$

olduğunu gösterin. Burada ρ gazın yoğunluğu, p roket içindeki gazın basıncı ve P_0 çıkış ağzı dışındaki atmosfer basıncıdır. Gaz yoğunluğunun yaklaşık sabit kaldığını, çıkış ağzı alanının, A_0, roket içinin kesit alanından, A, (bunu geniş bir silindir olarak ele alın) çok daha küçük olduğunu kabul edin. Ayrıca gaz hızının çok yüksek olmadığını kabul edin; böylece düzgün olmayan akış veya türbülanslar ortaya çıkmaz. (*b*) Roket üzerinde emisyon gazının neden olduğu itki kuvvetinin

$F = 2A_0(P - P_0)$ olduğunu gösteriniz.

62. (III) Bir yangın hortumu, hortumu tutan kişiye bir kuvvet uygular. Çünkü su, hortum ağzından akarken hızlanır. 0.75 cm çaplı ağzından suyun 450 litre/dak hızla aktığı 7.0 cm çaplı bir hortumu tutmak için ne kadar bir kuvvet gerekir?

*13–11 Viskozite

*63. (II) Bir viskozimetre, 10.20 cm ve 10.60 cm çaplı iki eş merkezli silindirlerden oluşur. Bir sıvı, silindirler arası boşluğu 12.0 cm yüksekliğe kadar doldurmaktadır. Dış silindir sabitlenmiştir ve 0.024 m.N büyüklüğündeki tork, iç silindirin 57 dönme/dak sabit bir hızla dönmesini sağlar. Sıvının viskozitesi nedir?

*64. (III) İç çapı 1.00 cm olan, uzun, dik ve boş bir tüp SAE 10 motor yağı ile dolduruluyor. 0.900 cm çapa, 30 cm uzunluğa ve 150 g kütleye sahip bir çubuk, tüp içindeki yağa dik olarak daldırılıyor. Çubuğun yağ içinde düşerken sahip olacağı maksimum hız ne olur?

*13–12 Borularda Akış; Poiseuille Denklemi

*65. (I) Makine yağı (SAE 10 kabul edin, Tablo 13–3), 8.6 cm uzunluğunda, 1.80 mm çaplı ince bir tüp içinden geçiyor. 6.2 mL/dak akış hızını koruyabilmek için gerekli olan basınç farkı nedir?

*66. ((I) Bir bahçıvan 3/8 inç çaplı hortumla bahçeyi sulamanın çok uzun sürdüğünü düşünüyor. Onun yerine 5/8 inç çaplı hortum kullanarak, sulama zamanının ne kadarını azaltır? Bunun dışında hiçbir şeyin değişmediğini kabul edin.

*67. (II) Havalandırma ve ısıtma sistemi her 12 dakikada 8.0 m × 14.0 m × 4.0 m boyutlarında olan odadaki havayı yeniliyorsa, 15.5 m uzunluğundaki havalandırma borusunun çapı ne olmalıdır?

*68. (II) 29 cm çaplı bir boru, 650 cm^3/s oranında yağ taşıyorsa $(\rho = 950\,kg/m^3, \eta = 0.20\,Pa\cdot s)$ bu borunun 1.9 km uzunluğundaki kesitinin iki ucu arasındaki basınç farkı ne olmalıdır?

*69. (II) Akış hızının yüksek olup türbülansların oluştuğu durumlarda Poiseuilles denklemi geçerli değildir. Türbülans, **Reynolds sayısı** ***Re*** yaklaşık 2000'i aştığında meydana gelir.
Re sayısı

$$Re = \frac{2\bar{v}r\rho}{\eta}$$

olarak tanımlanır. Buradaki $\bar{v}$ akışkanın ortalama hızıdır, ρ akışkanın yoğunluğu, η viskozitesi ve r tüpün yarıçapıdır. (*a*) Kalp döngüsünün dinlenme bölgesinde, ana atardamardaki ($r = 0.80$ cm) kanın ortalama hızı 35 cm/s olduğunda, ana atardamar içindeki kan akışının laminer mi yoksa türbülanslı mı olduğunu belirleyiniz. (*b*) Eksersiz sırasında, kanın akış hızı yaklaşık ikiye katlanır. Bu durumda Reynolds sayısını hesaplayın ve akışın laminer mı yoksa türbülanslı mı olduğunu belirleyiniz.

*70. (II) Basınç gradyentinin sabit olduğunu varsayarak, kan akışının % 85 azalması durumunda, bir kan damarının yarıçapı ne kadar azalır?

*71. (III) Bir hastaya kan nakli yapılmaktadır. Kan, asılı bir şişeye bağlı bir boru içinden damara giren iğneye doğru akıyor (Şek. 13–56). 25 mm uzunluğundaki iğnenin iç yarıçapı 0.80 mm'dir ve gerekli akış hızı 2.0 cm^3 kan/dakikadır. Şişe, iğnenin üzerinde hangi yüksekliğine yerleştirilmelidir? Tablolardan η ve ρ 'ya bakın. Kan basıncının, atmosfer basıncından 78 torr fazla olduğunu kabul edin.



ŞEKİL 13–56 Problemler 71 ve 79.

*13–13 Yüzey Gerilimi ve Kılcallık

*72. (I) Şek. 13–35'deki teli hareket ettirmek için gerekli kuvvet 3.4×10^{-3} N olduğuna göre içerde tutulan akışkanı γ yüzey gerilimini hesaplayın. $\ell = 0.070$ m alın.

*73. (I) Eğer tel sabunlu bir eriyiğe daldırılmış ve 24.5 cm uzunluğunda ise, Şek. 13–35'teki kabloyu hareket ettirmek için gerekli olan kuvveti hesaplayın.

*74. (II) Bir sıvının yüzey gerilimi, yalnızca sıvı yüzeyinden r yarıçaplı dairesel bir platin halkayı kaldırmak için gerekli olan kuvvet F ölçülerek bulunabilir. (*a*)γ için F ve r'ye bağlı bir formül bulunuz. (*b*) 30°C'de $F = 5.80 \times 10^{-3}$ N ve $r = 2.8$ cm, ise test edilen sıvı için γ'yı hesaplayın.

*75. (III) Yüzey gerilimiyle suda yaklaşık olarak "yüzebilen" çelik iğnenin çapını kestirin.

*76. (III) Bir sabun baloncuğu içinde, dışarıdaki basınçtan $\Delta P = 4\gamma/r$ kadar daha fazla bir ΔP basıncı olması gerektiğini gösterin; burada r baloncuk yarıçapı ve γ yüzey gerilimidir. [*İpucu*: Baloncuğu birbirleri ile temas halinde olan iki yarım küre olarak düşünün ve baloncuğun iki yüzeyi olduğunu hatırlayın. Bu sonuç, her türlü zar için uygulanabilir, 2γ zarın birim uzunluktaki gerilimidir.]

*77. (III) Yüzey geriliminin en bilinen etkisi, kılcallık eyleminde, yani dar bir tüpte sıvı yükselmesi olayında görülür. Yoğunluğu ρ ve yüzey gerilimi γ olan bir sıvı içine yerleştirilen r yarıçaplı dar bir tüp için, tüpteki sıvının tüp dışındaki sıvı seviyesinden $h = 2\gamma/\rho g r$ olan bir yüksekliğe ulaşacağını gösterin; burada g yerçekimi ivmesidir. Sıvının ince boruyu "ıslattığını" (sıvı yüzeyi tüp içiyle dik olarak temastadır) kabul edin.

Genel Problemler

78. 2.8 N'luk kuvvet, enjeksiyon iğnesinin pompasına uygulanıyor. Eğer pompanın çapı 1.3 cm ve iğnenin çapı 0.20 mm ise (*a*) akışkan iğneden hangi kuvvetle ayrılır? (*b*) Ayar basıncının 75 mm Hg olduğu bir damar içine akışkanı itmek için pompa üzerine uygulanması gerekli kuvvet nedir? Akışkan hareket etmeye başlamadan hemen önceki an için cevaplayın.

79. Damar içine zerk, Şek. 13–56'da görüldüğü gibi, genellikle yerçekimi altında yapılır. Akışkanın 1.00 g/cm^3 yoğunluğa sahip olduğu kabul ederek, sıvı basıncının (*a*) 55 mm Hg ve (*b*) 650 mm H_2O olması için şişe hangi yüksekliğine yerleştirilmelidir? (*c*) Kan basıncı, atmosfer basıncının üzerinde 78 mm Hg ise akışkanın damara girebilmesi için şişe hangi yüksekliğe yerleştirilmelidir?

80. Su beheri, elektronik terazi üzerinde 998.0 g geliyor. İple bağlı 2.6 cm çaplı katı bir bakır bilye tabana değmeyecek şekilde sıvı içine batırılmıştır. İpteki gerilim kuvveti ve terazide okunan yeni değer nedir?

81. New York şehrindeki Empire State binasının en üst noktası ile en alt noktası arasındaki hava basıncı farkını hesaplayın. Bu bina, 380 m uzunluğunda ve deniz seviyesindedir. Sonucu deniz seviyesindeki atmosfer basıncı cinsinden ifade edin.

82. Bir hidrolik kaldıraç, 920 kg'lık arabayı zeminden 42 cm yukarıya kaldırmakta kullanılıyor. Çıkış pistonunun çapı 18 cm ve giriş kuvveti 350 N'dur. (*a*) Giriş pistonunun alanı nedir? (*b*) Arabayı 42 cm kaldırmakla yapılan iş nedir? (*c*) Giriş pistonu her vuruşta 13 cm hareket ederse, her vuruş için araba hangi yüksekliğe çıkar? (*d*) Arabayı 42 cm kaldırmak için kaç tane vuruş gereklidir? (*e*) Enerjinin korunduğunu gösterin.

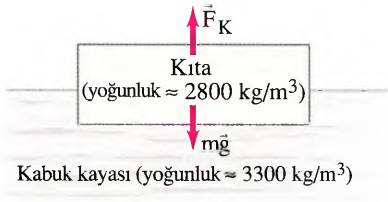
83. Araba kullanırken, aşırı yükseğe çıkarken veya aşağıya inerken, kulaklarınız "patlayacak" gibi olur; bu kulak zarı arkasındaki basıncın dışarıdakiyle dengelendiği anlamına gelir. Böyle olmamış olsaydı, 950 m yükseklik değişiminde, alanı 0.20 cm^2 olan kulak zarı üzerindeki kuvvet yaklaşık ne olurdu?

84. Zürafalar, kardiyovasküler mühendisliğinin harikalarındandır. Bir zürafanın kafasını su içmek için, tam düşey durumdan zemin seviyesine alçaltması sırasında, kafasındaki kan damarlarının barındırabileceği basınç farkını (atmosfer cinsinden) hesaplayın. Ortalama bir zürafanın uzunluğu 6 m'dir.

85. Bir kişinin akciğerlerindeki basıncı –75 mm Hg ayar basıncına azaltabileceğini varsayın. Bir pipetteki su içe çekildiğinde hangi yüksekliğe çıkabilir?

86. Hava yolları, oksijen azalması yüzünden yolcularda meydana gelebilecek sağlık sorunlarından kaçınmak için, uçak yolcu kabini içindeki basıncın minimum 8000 ft (2400 m) yükseklikteki hava basıncına eşit olmasını sağlamakla yükümlüdürler. Bu minimum basıncı (atm cinsinden) bulun.

87. Basit bir model (Şek. 13–57) bir kıtayı, kabuk (yoğunluk ≈ 3300 kg/m^3) içinde yüzen bir blok gibi (yoğunluk ≈ 2800 kg/m^3) ele alır. Kıtanın 35 km kalınlıkta (dünya kabuğunun ortalama kalınlığı) olduğunu kabul edin, çevreleyen kaya üzerindeki kıtanın yüksekliğini kestirin.



ŞEKİL 13–57
Problem 87.

88. Karaipler'deki bir çöl adasına temiz su taşıyan bir gemi, su düzeyinde 2240 m^2'lik yatay kesit alanına sahiptir. Yüklü olmadığında gemi, denizde 8.50 m daha fazla yükselir. Kaç m^3 su taşınmıştır?

89. Yükselme ve özellikle de alçalma sırasında, orta kulakta yakalanan havanın hacim değişikliği, orta kulaktaki basınç ile dış basınç eşit olana kadar kulakta rahatsızlığa neden olabilir. (a) Eğer 7.0 m/s veya daha fazla olan hızlardaki alçalma, genellikle kulak rahatsızlığına neden oluyorsa, çoğu insanın dayanabileceği dP/dt) atmosfer basıncındaki maksimum azalma hızı nedir? (*b*) 350 m yükseklikteki binada, asansörün üst kattan zemin kata gelirken mümkün olan en hızlı alçalma zamanı ne olacaktır? Asansörün, insan fizyolojisini hesaba katarak tasarlandığını varsayın.

90. Bir sal, 12 kütüğün bağlanmasıyla yapılmıştır. Her biri 45 cm çapa ve 6.1 m uzunluğa sahiptir. Ortalama bir kişinin 68 kg kütleye sahip olduğu varsayılırsa, ayakları ıslanmaya başlamadan önceye kadar, sandal kaç kişi alabilir? Kütüklerin ağırlığını *ihmal etmeyin*. Ağacın özgül ağırlığı 0.60'tır.

91. Deniz seviyesindeki atmosfer basıncının bilinen değerini kullanarak, dünya atmosferinin toplam kütlesini kestirin.

92. Her bir kalp atışı sırasında yaklaşık 70 cm^3 kan, ortalama 105 mm Hg basıncıyla kalpten itilir. Dakikada 70 kalp atışı olduğunu kabul ederek kalbin çıkış gücünü watt cinsinden hesaplayın.

93. Dört çimen fıskiyesinin başı, 1.9 cm çaplı boru ile besleniyor. Su, fıskiye ucundan yatayla 350'lik açı yaparak çıkıyor ve 7 m yarıçapı kaplıyor. (*a*) Her bir fıskiye başından çıkan suyun hızı nedir? (Hava direncini sıfır kabul edin.) (*b*) Her bir başın dış çapı 3.0 mm ise, dört fıskiye başından saniyede kaç litre su açığa çıkar? (*c*) 1.9 cm çapındaki borunun içinde akan suyun hızı nedir?

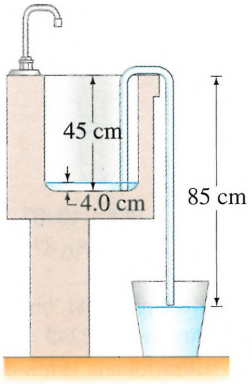
94. Bir su kovası $1.8g$ ivmesiyle yukarıya doğru hızlandırılmıştır. Suya batırılmış 3.0 kg kütleli granit kaya (özgül ağırlık = 2.7) üzerindeki kaldırma kuvveti nedir?

95. Musluktan gelen suyun çapı akarken azalır (Şek. 13–58). Çapı d olan musluğu terk ederken su v_0 hızına sahip ise, akan suyun çapı için, y mesafesinin (musluktan itibaren) fonksiyonu olarak bir denklem türetiniz.



ŞEKİL 13-58 Problem 95. Musluktan akan su.

96. Tıkalı bir lavabodaki suyu sifonla çekmeniz gerekiyor. Lavabo 0.38 m^2 alana sahiptir ve 4.0 cm yüksekliğe kadar doludur. Sifon borusu lavabo tabanından 45 cm yukarıya yükseliyor ve daha sonra Şek. 13–59'da görüldüğü gibi 85 cm aşağıdaki bir kovaya iniyor. Sifon borusu 2.0 cm çapa sahiptir. (*a*) Lavabodaki su seviyesinin yaklaşık sıfır hıza sahip olduğunu kabul ederek, kovaya girdiğinde suyun hızını hesaplayın. (*b*) Lavaboyu boşaltmak ne kadar zaman alır?



ŞEKİL 13-59 Problem 96.

97. Bir uçak 1.7×10^6 kg kütleye sahiptir ve hava 95 m/s hızla kanatların alt yüzeylerinden geçerek akar. Eğer kanatlar 1200 m^2 yüzey alanına sahipse, uçak havadayken kanadın üst yüzeyi üzerinden akan havanın hızı nedir?

98. Bir su içme fıskiyesi, 0.60 cm çaplı deliğinden suyu havada 14 cm yüksekliğe fışkırtıyor. Bu aygıtın tabanındaki pompa (fıskiye ağzının 1.1 m altında) suyu, fıskiyeye doğru yükselen 1.2 cm çaplı bir boruya itiyor. Pompanın sağlamak zorunda olduğu basınç nedir? Viskoziteyi ihmal edin, bu nedenle cevabınız gerçek değerinin altında olacaktır.

99. 200 km/saat hıza sahip kasırga, bir mağaza penceresinin ön yüzü boyunca esiyor. Pencerenin içinde ve dışındaki farklı hava basıncından dolayı, 2.0 m $\times$ 3.0 m boyutlarındaki pencere üzerindeki kuvveti hesaplayın. Mağazanın hava geçirmez olduğunu ve bu nedenle iç basıncın 1 atm'de kaldığını kabul edin. (Bu nedenle bir binayı kasırgaya hazırlarken onu sıkı bir şekilde hava geçirmez yapmamalısınız.)

100. Bir hayvanın kanı 3,8 cm uzunluğunda, iç çapı 0.40 mm olan bir iğnenin 1.30 m üzerindeki bir şişeye yerleştiriliyor. Bu iğneden dakikada 4.1 cm^3 kan akıyor. Kanın viskozitesi nedir?

101. Helyumla doldurulmuş ve serbest bırakılmış bir balon üzerine üç kuvvet etkir: yerçekimi, hava direnci (ya da engelleyici kuvvet) ve kaldırma kuvveti. 0°C'deki havada yukarı yükselen helyumla doldurulmuş balonun yarıçapını r = 15 cm alın. Bu balonun (içi boşken) kütlesi m = 2.8 gramdır. Bütün v hızları için, yalnızca en yavaş olanları hariç, yükselen balonun etrafından geçen hava akışı türbülanslıdır ve F_D sürüklenme kuvveti

$$F_D = \tfrac{1}{2} C_D \rho_{hava} \pi r^2 v^2$$

bağıntısıyla verilir. Buradaki $C_D = 0.47$ sabiti r yarıçaplı düzgün kürenin "sürüklenme katsayısı"dır. Eğer balon durgun halden serbest bırakılırsa çok hızlı bir şekilde (saniyenin 20 veya 30'da biri kadar) limit hıza v_{lim} ulaşır. Bu durumda kaldırma kuvveti, sürüklenme kuvveti ve balonun toplam ağırlığı tarafından yok edilir. Balonun ivmelenmesinin ihmal edilebilecek bir zaman ve mesafede meydana geldiği kabul edilirse, serbest bırakılan balonun h = 12 m mesafeye yükselmesi ne kadar zaman alır?

102. Kolesterol birikmesi bir atardamar çapını %15 azaltırsa, aynı basınç farkında kan akışı miktarının azalma yüzdesi ne olur?

103. İnsan vücudundaki yağ yüzdesini belirlemede kullanılan iki bileşenli bir model, vücudun toplam m kütlesinin $f(<1)$ kesrinin, yoğunluğu 0.90 g/cm^3 olan yağdan ve geriye kalan vücut kütlesinin ise yoğunluğu 1.10 g/cm3 olan yağsız dokudan oluştuğunu kabul eder. Eğer tüm vücut yoğunluğunun özgül ağırlığı $\times$ ise, vücut yağı yüzdesinin $(= f \times 100)$

$$\%\ \text{Vücut yağı} = \frac{495}{X} - 450$$

olduğunu gösterin.

Sayısal / Bilgisayar

* **104.** (III) Hava basıncı yükseklikle azalır. Aşağıdaki veriler, farklı yükseklikteki hava basıncını gösterir.

Yükseklik (m)	Basınç (kPa)
0	101.3
1000	89.88
2000	79.50
3000	70.12
4000	61.66
5000	54.05
6000	47.22
7000	41.11
8000	35.65
9000	30.80
10,000	26.50

(*a*) Yükseklikle hava basıncının nasıl değiştiğini veren, bu verilere en uygun ikinci dereceden denklemi belirleyin. (*b*) Yükseklikle hava basınç değişimini tanımlayan en uygun üstel denklemi belirleyin. (*c*) Her iki sonucu da kullanarak 8611 m yüksekliğe sahip K2 dağının zirvesindeki hava basıncını bulun ve yüzde farkını verin.

Alıştırmaların Cevapları

A: (*d*).

B: Aynı. Basınç derinliğe bağlıdır, uzunluğa değil.

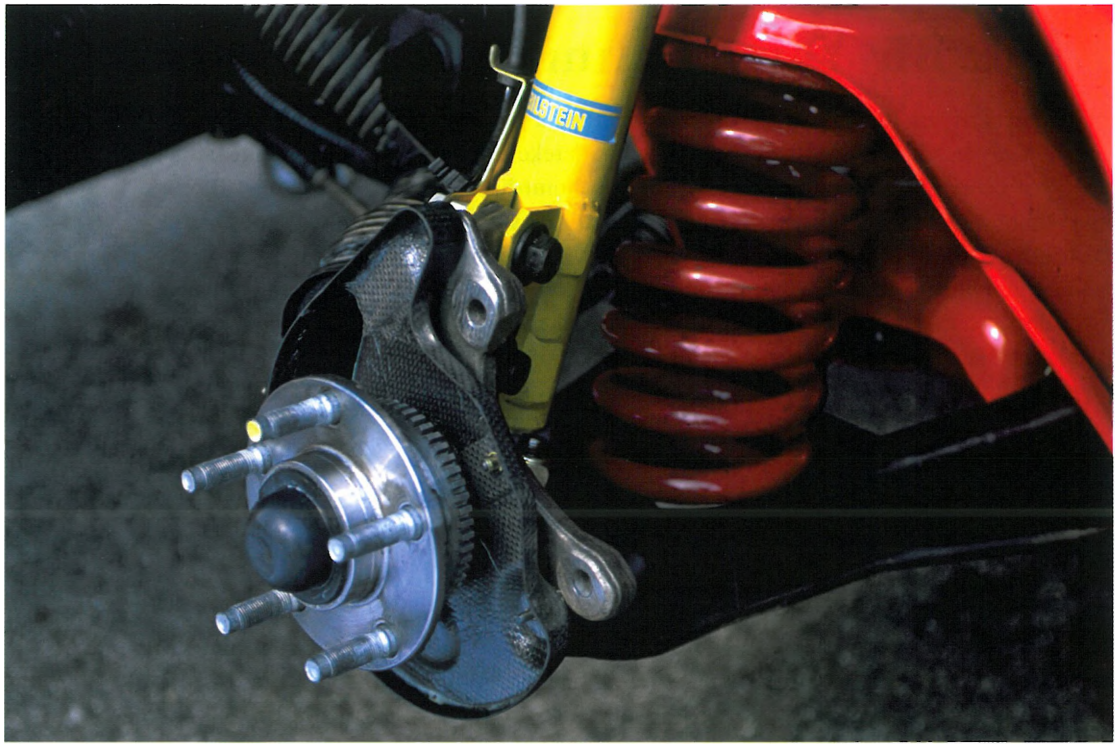
C: Daha alçak.

D: (*a*).

E: (*e*).

F: Artar.

G: (*b*).



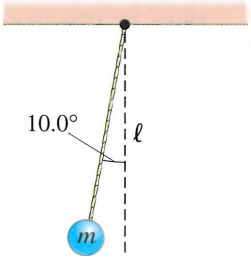
Sarmal bir yaya bağlı bir cisim salınım hareketi yapabilir. Salınım hareketinin birçok çeşidi zamanla sinüzoidal olarak değişir ya da yaklaşık olarak öyledir, ve basit harmonik hareket olarak nitelendirilir. Gerçek sistemler genellikle hareketi durdurmaya neden olan, az da olsa bir sürtünmeye sahiptirler. Burada gösterilen otomobil yayı, salınımı güçlü bir şekilde azaltıp sürüşü sarsıntısız hale getiren bir amortisöre (sarı renkte) sahiptir. Sistemi titreştirebilecek şekilde dışarıdan bir sinüzoidal kuvvet uygulandığında, sürücü kuvvet doğal titreşim frekansında, ya da bu frekansa yakın bir değerde ise rezonans meydana gelir.

BÖLÜM 14

Salınımlar

BÖLÜM – AÇILIŞ SORUSU — Şimdi tahmin edin!
Bir basit sarkaç, kütlesi ihmal edilebilen ℓ uzunluğundaki ince bir ipin ucuna asılmış bir m kütlesinden (ağırlık) oluşur. Ağırlık, düşey doğrultuda 5.0°'lik bir açı ile yana doğru açılıp bırakıldığında f frekansı ile ileri geri salınım hareketi yapar. Eğer sarkaç 10.0°'lik açı ile salınıma bırakılmış olsaydı, frekansı önceki frekansının;

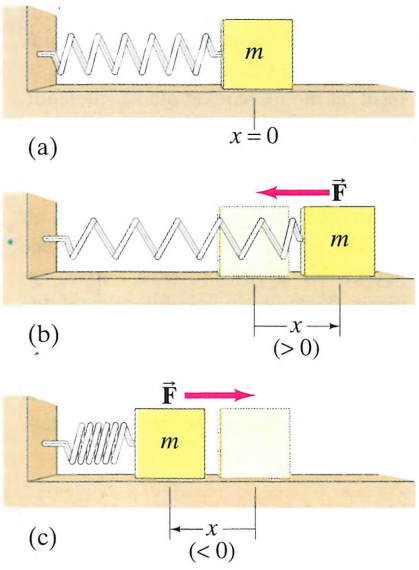
(a) iki katı
(b) yarısı
(c) aynı veya çok yakın bir değeri
(d) iki katına yakın
(e) yarısından biraz daha büyük olurdu.



Birçok cisim titreşir veya salınır: yayın ucuna bağlı bir cisim, diyapazon, eski bir saatin rakkası, bir sarkaç, bir masanın kenarına sıkıca tutulup titreştirilen plastik bir cetvel, bir gitarın veya piyanonun telleri bunlara örnektir. Örümcekler avlarını ağlarındaki titreşimler aracılığı ile tespit ederler, arabalar bir tümsekten geçtikler zaman aşağı yukarı sallanırlar, binalar ve köprüler ağır kamyonlar geçtiğinde veya şiddetli rüzgar estiğinde titreşirler. Gerçekte, katıların çoğu esnek olduğundan (bkz. Bölüm 12), bir impuls verildiğinde kısa süre de olsa titreşirler. Elektriksel salınımlar radyo ve televizyon için gereklidir. Atomik düzeyde bir moleküldeki atomlar titreşir ve bir katının atomları bulundukları nispeten sabit olan konumları civarında titreşirler. Salınım hareketi büyük bir öneme sahiptir, çünkü günlük yaşamda oldukça yaygın olup, fiziğin birçok alanında karşımıza çıkar. Mekaniksel salınımlar Newton mekaniğinin temelleri ile tamamen açıklanabilir.

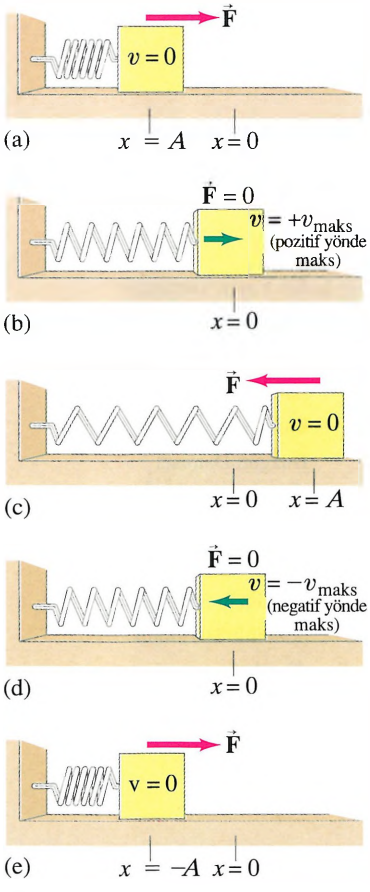
İÇERİK

14–1 Bir Yayın Salınımları
14–2 Basit Harmonik Hareket
14–3 Basit Harmonik Salınıcının Enerjisi
14–4 Basit Harmonik Hareketin Düzgün Dairesel Hareket İle İlişkisi
14–5 Basit Sarkaç
*14–6 Fiziksel Sarkaç ve Burulmalı Sarkaç
14–7 Sönümlü Harmonik Hareket
14–8 Zorlamalı Salınımlar: Rezonans



ŞEKİL 14–1 Homojen bir yayın ucunda salınım yapan bir kütle

ŞEKİL 14–2 Sürtünmesiz bir yüzeyde salınım yapan kütlenin farklı konumlarda üzerine etki eden kuvvet ve hız vektörleri



14–1 Bir Yayın Salınımları

Bir cisim ileri-geri titreştiği veya salınım yaptığında her bir salınımda, aynı yolu aynı zamanda alıyorsa hareket **periyodiktir**. Periyodik hareketin en basit şekli, homojen sarmal bir yayın ucuna bağlanmış bir cismin yaptığı salınım hareketi ile temsil edilir. Birçok diğer salınım hareketi bu sisteme oldukça benzerlik gösterdiği için, buna ayrıntılı olarak bakacağız. Kütlesi ihmal edilebilir bir yayın Şek. 14-1a'da görüldüğü gibi yatay olarak bağlandığını düşünelim. Böylece m kütleli cisim yatay düzlemde sürtünme olmadan kayacaktır. Herhangi bir yay doğal uzunluğundayken m kütlesi üzerine hiçbir kuvvet uygulamaz. Bu noktada kütlenin konumu **denge konumu** olarak isimlendirilir. Eğer kütle yayı sıkıştıracak biçimde sola veya yayı gerecek biçimde sağa doğru çekilirse, yay kütleye onu tekrar denge konumuna getirecek yönde bir kuvvet uygular, bu nedenle bu kuvvet *geri çağırıcı* kuvvet olarak adlandırılır. Denge konumundaki yayın gerildiği (Şek. 14-1b) ya da sıkıştırıldığı (Şek. 14-1c) miktar olan x yerdeğiştirme mesafesinin geri çağırıcı F kuvveti ile doğrudan orantılı olduğunu düşünebildiğimiz genel durumu göz önüne alacağız:

$$F = -kx. \qquad \text{[yaya uygulanan kuvvet]} \quad \textbf{(14–1)}$$

Denge konumu $x = 0$'da seçilir ve Dnk. 14-1'deki eksi işareti, geri çağırıcı kuvvetin yönünün daima x yerdeğiştirmesi yönüne ters olduğunu gösterir. Örneğin, Şek. 14-1'de sağ tarafı pozitif yön seçersek, yay gerildiğinde (Şek. 14-1b) geri çağırıcı kuvvetin yönü sola doğrudur (negatif yön). Eğer yay sıkıştırılırsa x negatiftir (sola doğru), fakat geri çağırıcı kuvvet F sağa doğru etki eder (Şek. 14-1c).

Dnk. 14-1 genellikle Hooke Yasası olarak bilinir (Kısım 7-3, 8-2 ve 12-4), ve yayın halkalarının birbirine değecek kadar sıkıştırılmadığı veya yayın esneklik sınırı aşılacak kadar gerilmediği durumlarda geçerlidir (bkz Şek. 12-15). Hooke Yasası sadece yaylar için değil, diğer salınım yapan katılar için de geçerlidir. Yasa F ve x değerlerinin belirli bir aralığında geçerli olsa da geniş bir uygulanabilirliğe sahiptir.

Dnk. 14-1'de orantı sabiti olan k, yaya özgü yay sabiti veya yay *kuvvet sabiti* olarak adlandırılır. Yayı bir x mesafesine kadar germek için yayın serbest ucuna en az aşağıda verilen kuvvete eşit büyüklüktebir kuvvet uygulanmalıdır:

$$F_{\text{dış}} = +kx \qquad \text{[yay üzerine etkiyen dış kuvvet]}$$

k'nın değeri büyüdükçe, yayı verilen bir mesafeye kadar germek için gerekli kuvvet de artacaktır. Yani, yay daha sert oldukça yay sabiti de daha büyük olmaktadır.

Dnk. 14-1'de F'nin bir sabit *olmadığı* fakat konum ile değiştiğini belirtelim. Bu nedenle m kütlesinin ivmesi sabit değildir, öyleyse sabit ivme için Bölüm 2'de geliştirilen denklemleri *kullanamayız.*

Homojen yayımızın Şek. 14-2a'da görüldüğü gibi başlangıçta bir sürtünmesiz yüzey üzerinde mesafesi kadar sıkıştırılıp harekete bırakıldığında ne olacağını inceleyelim. Yay, kütleye onu denge konumuna doğru iteleyen bir kuvvet uygular. Fakat kütle eylemsizliğe sahip olduğu için, denge konumundan oldukça büyük bir hızla geçer. Aslında kütle denge konumuna doğru yaklaştıkça, üzerine etkiyen kuvvet sıfıra gider, fakat bu noktada hızı en yüksek değerindedir, v_{maks} (Şek. 14-2b). Kütle sağ tarafa doğru ilerlemeye devam ettikçe, kuvvet onu yavaşlatacak şekilde etki eder ve $x = A$ noktasında kütle bir an durur (Şek.14-2c). Daha sonra kütle ters yönde hareket etmeye başlar, denge konumundan geçene kadar ivmelenir (Şek. 14-2d), ve sonra başlangıç noktasında hızı sıfır olana kadar yavaşlar (Şek. 14-2e). Daha sonra kütle, $x = A$ ile $x = -A$ noktaları arasında simetrik olarak ileri geri giderek hareketi tekrarlar.

ALIŞTIRMA A Bir cisim ileri geri salınım yapıyor. Bu hareket esnasında aşağıdaki ifadelerden hangileri geçerlidir? (*a*) Cismin ivmesi sıfırdan farklı iken hızı sıfır olabilir. (*b*) Cismin ivmesi sıfır iken hızı sıfır olabilir. (*c*) Cismin hızı sıfırdan farklı iken ivmesi sıfır olabilir. (*d*) Cismin ivmesi sıfırdan farklı iken hızı da sıfırdan farklı olabilir.

ALIŞTIRMA B Yatay bir yayın ucundaki bir kütle, sürtünmesiz yüzey üzerinde salınım yapıyor. Kütlenin ivmesinin sıfır olduğu yer varsa neresidir (bkz. Şek. 14-2)? (*a*) At $x = -A$;'da (*b*) $x = 0$; da (*c*) $x = +A$; da (*d*) $x = -A$ ve $x = +A$; (*e*) hiçbir yerde

Salınım hareketini tartışmak için bazı yeni terimleri tanımlamamız gerekir. Kütlenin herhangi bir anda denge konumundan olan x uzaklığına **yerdeğiştirme** denir. Maksimum yerdeğiştirme, yani, denge konumundan itibaren en büyük uzaklık A **genliği** olarak adlandırılır. Bir devir, bir noktadan başlayan hareketin ileri geri gidip tekrar aynı noktaya gelerek tamamlanması demektir, yani $x = -A$ dan $x = A$'ya gidiş ve sonra tekrar $x = -A$ 'ya dönüş gibi. T **periyodu,** bir tam devir yapmak için gerekli süre olarak tanımlanır. Son olarak f, frekansı, bir saniye içerisinde tamamlanmış devir sayısıdır. Frekans genellikle hertz (Hz) cinsinden ifade edilir ve 1 Hz = 1 devir/saniye (s^{-1})'dir. Tanımlarından kolaylıkla görüleceği gibi, frekans ve periyot birbiri ile ters orantılıdır (daha önce Dnk. 5-2 ve 10-8'de görmüştük):

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ve} \quad T = \frac{1}{f}. \tag{14–2}$$

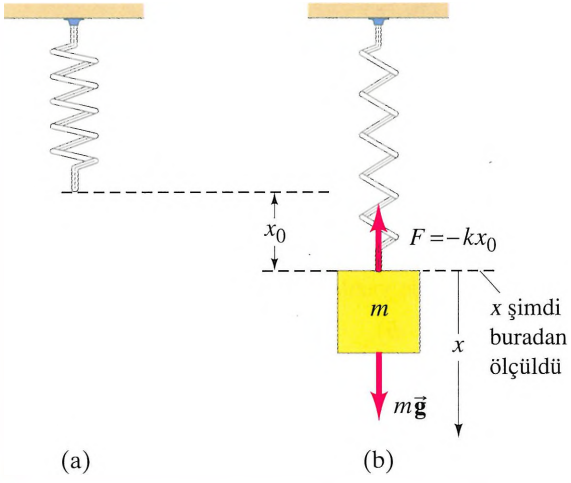
Örneğin, frekans bir saniye başına 5 devir ise, her bir devir $\frac{1}{5}$ s sürer

Düşey olarak asılan bir yayın salınımı temel olarak yatay yayınki ile aynıdır. Yerçekimi nedeniyle, ucuna m kütlesi asılı düşey bir yayın denge konumundaki uzunluğu, aynı yayın yataydaki uzunluğundan daha fazla olacaktır (Şek. 14-3). Yay $\Sigma F = 0 = mg - kx_0$, olduğunda dengededir, böylece yay denge konumunda olmak için ilave bir $x_0 = mg/k$ miktarı uzar. Eğer bu yeni denge konumundan itibaren x ölçülürse, aynı k değeri ile Dnk. 14-1 doğrudan kullanılabilir.

DİKKAT

Düşey yay için, yerdeğiştirmeyi (x veya y) düşey denge konumundan ölçün

ALIŞTIRMA C Salınım yapan bir kütlenin frekansı 1.25 Hz ise, (*a*) 12.5 s, (*b*) 125 s, (*c*) 80 s, (*d*) 8.0 s. de yapar.



ŞEKİL 14–3
a) Düşey olarak asılmış serbest yay
(b) Yaya m kütlesi bağlandığında yeni denge konumu, $\Sigma F = 0 = mg - kx_0$ durumunda gerçekleşir.

ÖRNEK 14–1 Araba yayları. Toplam kütlesi 200 kg olan 4 kişilik bir aile, 1200 kg'lık arabalarına bindiği zaman arabanın yayları 3.0 cm sıkışıyor. (*a*) Etkinin sadece bir yay üzerinde olduğunu düşünerek, arabanın yaylarının yay sabitini bulunuz (Şek. 14-4). (*b*) Eğer araba 200 kg ile değil de 300 kg ile yüklenmiş olsaydı ne kadar aşağı inerdi?

YAKLAŞIM Hooke yasasını kullanırız: insanların ağırlığı (mg), 3.0 cm'lik bir yerdeğiştirmeye neden olur.

ÇÖZÜM (*a*) $(200\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 1960\,\text{N}$ değerindeki ilave kuvvet yayların $3.0 \times 10^{-2}\,\text{m}$ sıkışmasına neden olur. Bu nedenle Dnk. 14-1'den yay sabiti;

$$k = \frac{F}{x} = \frac{1960\,\text{N}}{3.0 \times 10^{-2}\,\text{m}} = 6.5 \times 10^4\,\text{N/m}.$$

(*b*) Araba 300 kg ile yüklenirse, Hooke yasasından;

$$x = \frac{F}{k} = \frac{(300\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)}{(6.5 \times 10^4\,\text{N/m})} = 4.5 \times 10^{-2}\,\text{m},$$

veya 4.5 cm olacaktır.

NOT (*b*) şıkkında, x'i, k'yı çözmeden elde edebilirdik: x, F ile orantılı olduğu için, 200 kg yayı 3.0 cm sıkıştırıyorsa, kuvvetin 1.5 katı da yayı 1.5 kat daha fazla yani 4.5 cm sıkıştıracaktır.

ŞEKİL 14–4 Bir araba yayının fotoğrafı. (Mavi renkteki amortisör de görülmektedir-bkz. Kısım 14-7).



14–2 Basit Harmonik Hareket

Salınım yapan herhangi bir sistem için, net geri çağırıcı kuvvetin negatif yerdeğiştirme ile doğru orantılı olması durumunda (Dnk. 14-1'deki gibi, $F = -kx$) sistemin **basit harmonik hareket** (BHH) yaptığı söylenir. Böyle bir sistem genellikle bir **basit harmonik salınıcı** (BHS) olarak isimlendirilir. Bölüm 12' de (Kısım 12-4), yerdeğiştirme çok büyük olmadıkça, birçok katı malzemedeki gerilme veya sıkışmanın Dnk. 14-1'e uygun olduğunu gördük. Bu yüzden doğal salınımların birçoğu basit harmonik veya ona yakın hareket şeklindedir.

ALIŞTIRMA D Verilen şıklardan hangisi bir basit harmonik salınıcıyı temsil eder: (*a*) $F = -0.5x^2$, (*b*) $F = -2.3y$, (*c*) $F = 8.6x$, (*d*) $F = -4\theta$?

Şimdi yay sabiti k olan bir yayın ucuna bağlanmış bir kütlenin x konumunu zamanın fonksiyonu olarak belirleyelim. Bunun için Newton'un ikinci yasası $F = ma$'dan faydalanırız. İvme $a = d^2x/dt^2$ olduğundan

$$ma = \Sigma F$$
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx,$$

elde ederiz, burada m titreşim hareketi yapan cismin kütlesidir† Bunu tekrar düzenlersek;

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0, \qquad \text{[SHM]} \quad \textbf{(14–3)}$$

basit harmonik salınıcı için **hareket denklemi** olarak bilinen ifadeyi elde ederiz. Denklem türevleri içerdiğinden, matematiksel olarak bir *diferansiyel denklem* olarak isimlendirilir. Bu denklemi zamanın hangi fonksiyonunun, *x(t)*, sağladığını belirlemek istiyoruz. Bir kalem salınım hareketi yapan bir kütleye bağlanır (Şek. 14-5) ve bir kağıt kalemin altında sabit bir hızla hareket ettirilse, kalemin çizdiği eğriden çözümün formunu tahmin edebiliriz. Bu eğrinin şekli, zamanın fonksiyonu olarak onun, **sinüzoidal** (sinüs veya kosinüs gibi) bir yapıda olabileceğini gösteriyor, eğrinin yüksekliği A genliğidir. O halde Dnk. 14-3' ün genel çözümünün aşağıdaki biçimde yazılabileceğini tahmin edelim:

$$x = A\cos(\omega t + \phi), \qquad \textbf{(14–4)}$$

ϕ sabitini argüment içerisine çözümün genel olması için ekledik‡ Şimdi bu deneme çözümünü Dnk. 14-3'te yerine koyalım ve gerçekten işe yarayıp yaramadığına bakalım. $x = x$ (t)'nin iki defa türevini almamız gerekir:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[A\cos(\omega t + \phi)] = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi).$$

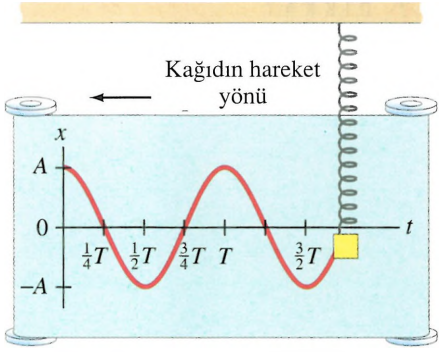
İkinci denklemi Dnk. 14-3'te yerine yazıp, x yerinede Dnk. 14-4'ü yazarsak;

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$
$$-\omega^2 A\cos(\omega t + \phi) + \frac{k}{m}A\cos(\omega t + \phi) = 0$$

veya

$$\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)A\cos(\omega t + \phi) = 0$$

elde ederiz. Dnk. 14-4'teki çözümümüz Dnk. 14-3 ile verilen hareket denklemini



ŞEKİL 14–5 Zamanın fonksiyonu olarak BHH' in sinüzoidal yapısı. Bu durumda $x = A\cos(2\pi t/T)$ şeklindedir.

†Yayın ucundaki bir m' kütlesi için, yayın kendisi de salınım yapar ve kütlesinin hiç değilse bir kısmı hesaba katılmalıdır. Yaklaşık olarak yayın m_y kütlesinin üçte birinin eklenmesi gerektiği gösterilebilir (Bknz. Problemler) Dolayısıyla denklemimizde $m = m' + \frac{1}{3}m_y$ Genellikle m_y yoksanabilecek kadar küçüktür.

‡Çözümü yazmanın diğer bir yolu ise a ve b'nin birer sabit olduğu $x = a\cos\omega t + b\sin\omega t$, kombinasyonunu kullanmaktır. Trigonometrik özdeşlik kullanılarak bunun Dnk. 14-4'e eşit olduğu görülebilir; $\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$.

herhangi bir t anında ancak $(k/m - \omega^2) = 0$. koşulu ile sağlar. Buradan,

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \text{ bulunur.} \qquad \textbf{(14–5)}$$

Dnk. 14-4, Dnk. 14-3 için A ve ϕ gibi iki keyfi sabit içeren genel bir çözümdür. Burada Dnk. 14-3'teki ikinci türevin, iki integral gerektirdiğini ve her integralden bir sabit geleceğini beklemeliyiz. Bu sabitler sadece matematiksel anlamda "keyfi"dirler, yani, herhangi bir değeri alabilirler ve Dnk. 14-3 ile verilen diferansiyel denklemi sağlarlar. Bununla birlikte, gerçek fiziksel durumlarda A ve ϕ **başlangıç şartları**ndan belirlenirler. Örnek olarak kütlenin maksimum yerdeğiştirmeye sahip olduğu noktada durgun olarak bulunurken, serbest bırakılarak harekete başlatıldığını var sayalım. Bu aslında Şek. 14-5'te gösterilmektedir ve bu durum için $x = A\cos\omega t$ 'dir. Bunu doğrulayalım: Bize $v = 0$'da $t = 0$, verilmiş;

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[A\cos(\omega t + \phi)] = -\omega A\sin(\omega t + \phi) = 0. \quad [t = 0 \text{ anında}]$$

$t = 0$ anında v'nin sıfır olması için, $\sin(\omega t + \phi) = \sin(0 + \phi)$ sıfır olmalıdır. Bu ise $\phi = 0$ durumunda gerçekleşir (veya $\pi, 2\pi$, v.b. de olabilir), ve $\phi = 0$ ise, yerdeğiştirme beklediğimiz gibi

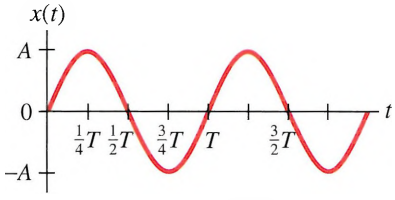
$$x = A\cos\omega t$$

şeklinde olacaktır. Burada A'nın hareketin genliği olduğunu hemen görüyoruz, ve bu değer başlangıçta m kütlesini serbest bırakmadan önce denge konumundan ne kadar çektiğinize bakarak belirlenir.

Diğer bir ilginç durumu düşünelim: $t = 0$ anında m kütlesi $x = 0$ konumundadır ve kütleye hafifçe vurarak x'i arttıracak şekilde bir başlangıç hızı verilir. Burada $t = 0$'da $x = 0$ olduğundan $x = A\cos(\omega t + \phi) = A\cos\phi = 0$ yazabiliriz. Bu durum sadece $\phi = \pm\pi/2$ veya $(\pm 90^0)$ olursa gerçekleşebilir. $t = 0$ anındaki $\phi = +\pi/2$ ya da $-\pi/2$ oluşu $t = 0$ anındaki $v = dx/dt = -\omega A\sin(\omega t + \phi) = -\omega A\sin\phi$'ye bağlıdır. Burada hız pozitif (t = 0'da $v > 0$) olarak verilmiş; dolayısıyla $\sin(-90°) = -1$ olduğuna göre $\phi = -\pi/2$ olmalı. Sonuç olarak böyle bir durum için çözümümüz, $\cos(\theta - \pi/2) = \theta$ trigonometrik eşitliğini kullanarak.

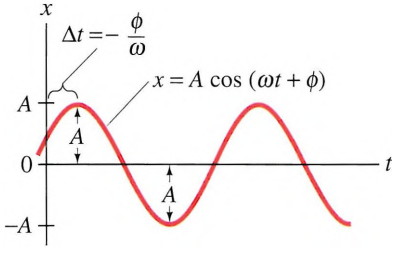
$$x = A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$
$$= A\sin\omega t$$

şeklinde olacaktır. Bu durum için çözüm, Şek. 14-6'da görüldüğü gibi tam bir sinüs dalgasıdır ve burada A yine genliktir.



ŞEKİL 14–6 $t = 0$, anında, $x = 0$ denge konumundan bir başlangıç hızı ile x ($t = 0$ anında $v > 0$) pozitif x yönüne doğru harekete başlayan m kütlesinin yaptığı BHHin özel durumu

Şek. 14-7'de gösterildiği gibi, başka birçok durum mümkündür ϕ sabitine **faz açısı** denir ve bize $t = 0$ başlangıç anından ne kadar sonra (veya önce) $x = A$ A'daki tepe noktasına ulaşılacağını söyler. ϕ'nin değerinin $x(t)$ eğrisinin şeklini değiştirmediğini, fakat sadece keyfi bir $t = 0$ başlangıç zamanındaki yerdeğiştirmeyi etkilediğini belirtelim. Bu nedenle basit harmonik hareket daima *sinüzoidal*dır. Gerçekten de, basit harmonik hareket, saf bir sinüzoidal hareket olarak *tanımlanır.*



ŞEKİL 14–7 $\phi < 0$ olduğunda $x = A\cos(\omega t + \phi)$ 'in zamana göre grafiği

Salınım yapan kütlemiz T periyodu kadar bir zaman sonra hareketini tekrarladığı için, kütle $t = T$ anında, $t = 0$'da olduğu gibi, yine aynı yerde ve aynı yöne hareket ediyor olacaktır. Bir sinüs veya kosinüs fonksiyonu her 2π radyan sonunda kendisini tekrar edeceğinden, Dnk. 14-4'ten

$$\omega T = 2\pi$$

olmalıdır. Böylece,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

olur, burada f hareketin frekansıdır. Kural olarak, f frekansından (s^{-1}= Hertz biriminde) ayırt edebilmesi için ω'yı **açısal frekans** (rad/s biriminde) olarak adlandırırız; "açısal" kelimesi söylenmediği zamanlarda, birbirinden ayırt edilebilmesi için ω veya f sembolleri belirtilmelidir. $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$, olduğundan, Dnk. 14-4'ü

$$x = A\cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \phi\right) \qquad \textbf{(14–6a)}$$

veya

$$x = A\cos(2\pi f t + \phi). \qquad \textbf{(14–6b)}$$

olarak yazabiliriz. $\omega = 2\pi f = \sqrt{k/m}$ (Dnk. 14-5) olduğundan,

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}, \tag{14–7a}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{14–7b}$$

yazılabilir. *Frekans ve periyodun genliğe bağlı olmadığına* dikkat ediniz. Basit harmonik salınıcının genliğinin değişimi frekansını etkilemez. Dnk. 14-7a bize, kütledeki artışın frekansı küçülteceğini, ve yayın sertliğindeki artışın ise frekansı arttıracağını söylemektedir. Bu durum mantıklıdır çünkü kütlenin büyüklüğü demek büyük eylemsizlik dolayısıyla daha yavaş tepki (veya ivmelenme) demektir, ve aynı şekilde daha büyük k daha büyük kuvvet demektir ve dolayısıyla daha çabuk tepki (veya ivmelenme) olacaktır. Bir basit harmonik salınıcının doğal olarak titreştiği f frekansına (Dnk. 14-7a) **doğal frekans** denir (Kısım 14-8'de tartışılacağı gibi, bir dış kuvvet etkisi ile salınıma zorlanan sistemin salınım frekansından ayırmak için).

Basit harmonik salınıcı fizikte önemlidir, çünkü ne zaman yerdeğiştirme ile orantılı net bir geri çağırıcı kuvvete sahip olsak ($F = -kx$), hareket basit harmoniktir, yani sinüzoidaldır. Bu orantılılık farklı sistemler için en azından iyi bir yaklaşıklıktır.

FİZİK UYGULAMASI
Araba yayları

ÖRNEK 14–2 Tekrar araba yayları. Örnek 14-1a'daki arabanın bir tümseğe çarpmasından sonraki periyodunu ve frekansını belirleyiniz. Amortisörlerin zayıf olduğunu kabul edersek, araba gerçekte aşağı yukarı yönde bir salınım hareketi yapacaktır.

YAKLAŞIM Alıştırma 14-1a'daki $m = 1400$ kg ve $k = 6.5 \times 10^4$ N/m değerlerini Dnk. 14-7'de yerine koyarız.

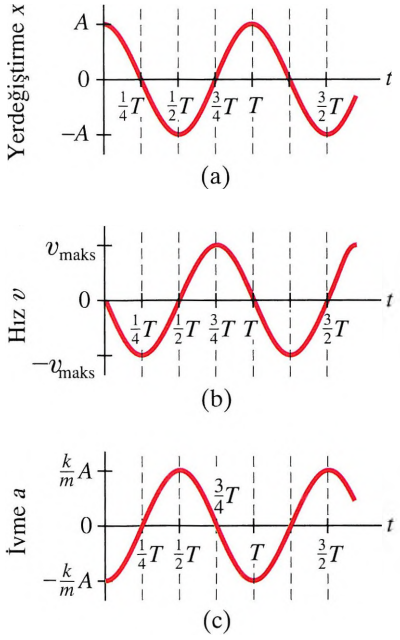
ÇÖZÜM Dnk. 14-7b' den

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1400\text{ kg}}{6.5 \times 10^4\text{ N/m}}} = 0.92\text{ s},$$

veya bir saniyeden birazcık küçüktür. Frekans $f = 1/T = 1.09$ Hz 'dir.

ALIŞTIRMA E Salınımın frekansını yarıya düşürmek için, yayın ucunda bulunan kütleyi ne kadar değiştirmek gerekir? (*a*) Değiştirilmez, (*b*) iki katı, (*c*) dört katı, (*d*) yarısı, (*e*) dörtte biri.

ŞEKİL 14–8 Bir basit harmonik salınıcının $\phi = 0$ durumundaki, x yerdeğiştirmesi, dx/dt hızı ve d^2x/dt^2 ivmesi



ALIŞTIRMA F Bir basit harmonik salınıcı için konum $x = (0.80\text{ m})\cos(3.14t - 0.25)$ ile verilmektedir. Salınım frekansı (*a*) 3.14 Hz, (*b*) 1.0 Hz, (*c*) 0.50 Hz, (*d*) 9.88 Hz, (*e*) 19.8 Hz dir.

Bir basit harmonik salınıcının (BHS) analizine devam edelim. Salınım yapan kütlenin hızı ve ivmesi Dnk. 14-4'ün türevleri alınarak elde edilebilir. $x = A\cos(\omega t + \phi)$:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \phi) \tag{14–8a}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi). \tag{14–8b}$$

BHS'nın hızı ve ivmesi de sinüzoidal olarak değişir. Şek. 14-8'de, $\phi = 0$ olduğunda bir BHS'nın yerdeğiştirmesi, hızı ve ivmesi zamanın fonksiyonu olarak görülmektedir. Görülebileceği gibi salınım yapan cisim denge konumundan $x = 0$ geçerken hızı maksimum değerine ulaşır:

$$v_{\text{maks}} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}}\,A \tag{14–9a}$$

Yerdeğiştirmenin maksimum olduğu ($x = \pm A$) noktalarında hızı sıfır olmaktadır. Bu, Şek. 14-2'deki tartışmamıza uygundur. Benzer olarak, ivme maksimum değerine $x = \pm A$ noktalarında ulaşır:

$$a_{\text{maks}} = \omega^2 A = \frac{k}{m}A. \tag{14–9b}$$

$ma = F = -kx$ olduğu için kütlenin $x = 0$, noktasından geçerken ivmesinin sıfır olmasını bekleriz.

$\phi \neq 0$ olduğu genel durum için, 14-4, 14-8a ve 14-8b denklemlerinde $t = 0$ koyarak A ve ϕ sabitleri ile x, v ve a a'nın başlangıç değerleri arasında bir ilişki kurabiliriz:

$$x_0 = x(0) = A\cos\phi$$

$$v_0 = v(0) = -\omega A\sin\phi = -v_{\text{maks}}\sin\phi$$

$$a_0 = a(0) = -\omega^2 A\cos\phi = -a_{\text{maks}}\cos\phi.$$

ÖRNEK 14–3 TAHMİN EDİN **Titreşen bir zemin.** Bir fabrikadaki büyük bir motor zeminin 10 Hz'lik frekansta titreşmesine neden oluyor. Motorun civarında zeminin hareketinin genliği yaklaşık 3.0 mm'dir. Motorun civarındaki maksimum ivmeyi tahmin ediniz.

YAKLAŞIM Zeminin hareketini kabaca basit harmonik hareket olarak kabul ederek, Dnk. 14-9b'yi kullanarak maksimum ivme için bir tahmin yapabiliriz.

ÇÖZÜM Verilen $\omega = 2\pi f = (2\pi)(10\,\text{s}^{-1}) = 62.8\,\text{rad/s}$, o halde maksimum ivme Dnk. 14-9b'den;

$$a_{\text{maks}} = \omega^2 A = (62.8\,\text{rad/s})^2(0.0030\,\text{m}) = 12\,\text{m/s}^2.$$

NOT Maksimum ivme g' den biraz fazladır, bu yüzden zemin aşağı doğru ivmelenirken zeminin üzerinde bulunan malzemeler kısa bir süre için yüzey ile temasını kaybedecektir ve bu da gürültü ile birlikte ciddi bir aşınmaya neden olacaktır.

FİZİK UYGULAMASI
İstenmeyen zemin titreşimleri

ÖRNEK 14–4 **Hoparlör.** Bir hoparlörün konisi (Şek. 14-9) BHH yaparak 262 Hz'lik frekans ile titreşmektedir. Koninin merkezindeki genlik $A = 1.5 \times 10^{-4}\,\text{m}$, ve $t = 0, x = A$ 'dır. (*a*) Koninin merkezindeki hareketi hangi denklem tanımlar? (*b*) Zamanın fonksiyonu olarak hız ve ivme nedir? (*c*) $t = 1.00\,\text{ms}\,(= 1.00 \times 10^{-3}\,\text{s})$ anında koninin konumu nedir?

YAKLAŞIM Hareket başladığı anda ($t = 0$) koni maksimum yerdeğiştirme yapmış haldedir ($t = 0$'da). Bu yüzden kosinüs fonksiyonunu kullanınız, $x = A\cos\omega t$, olmak üzere $\phi = 0$ 'dir.

ÇÖZÜM (*a*) Genlik $A = 1.5 \times 10^{-4}\,\text{m}$ ve

$$\omega = 2\pi f = (6.28\,\text{rad})(262\,\text{s}^{-1}) = 1650\,\text{rad/s}.$$

Hareket;

$$x = A\cos\omega t = (1.5 \times 10^{-4}\,\text{m})\cos(1650t),$$

olarak tanımlanır, burada t saniye cinsindendir.

(*b*) Dnk. 14-9a'dan maksimum hız,

$$v_{\text{maks}} = \omega A = (1650\,\text{rad/s})(1.5 \times 10^{-4}\,\text{m}) = 0.25\,\text{m/s},$$

olmak üzere hız:

$$v = -(0.25\,\text{m/s})\sin(1650t).$$

Dnk. 14-9b'den maksimum ivme, $a_{\text{maks}} = \omega^2 A = (1650\,\text{rad/s})^2(1.5 \times 10^{-4}\,\text{m}) = 410\,\text{m/s}^2$ olacaktır, bu g yerçekimi ivmesinin 40 katından büyüktür. İvme ifadesi zamana bağlı olarak; $a = -(410\,\text{m/s}^2)\cos(1650t)$ şeklindedir.

(*c*) $t = 1.00 \times 10^{-3}\,\text{s}$ anında;

$$x = A\cos\omega t = (1.5 \times 10^{-4}\,\text{m})\cos[(1650\,\text{rad/s})(1.00 \times 10^{-3}\,\text{s})]$$
$$= (1.5 \times 10^{-4}\,\text{m})\cos(1.65\,\text{rad}) = -1.2 \times 10^{-5}\,\text{m}.$$ olarak elde edilir.

NOT $\cos\omega t$ hesaplamaları için hesap makinenizin DEG modunda değil RAD modunda olduğuna emin olunuz.



ŞEKİL 14–9 Örnek 14-4. Bir hoparlör konisi

DİKKAT
Hesap makinenizin daima doğru açı modunda olduğundan emin olunuz.

ÖRNEK 14–5 **Yay hesaplamaları.** Şek. 14-3b'de olduğu gibi, 0.300 kg'lık bir kütle bir yayın ucuna yavaşça asıldığında yay 0.150 m uzuyor. Yay daha sonra Şek. 14-2'deki gibi sürtünmesiz bir masa üzerine yerleştirilerek ucuna 0.300 kg'lık kütle bağlanıyor. Kütle itelenerek yay denge konumundan 0.100 m sıkıştırılıyor ve serbest bırakılarak harekete başlatılıyor. (*a*) k yay sabitini ve ω açısal frekansını, (*b*) yatay salınım için A genliğini, (*c*) maksimum hızın büyüklüğünü v_{maks} (*d*) kütlenin sahip olabileceği maksimum ivmenin büyüklüğünü a_{maks} (*e*) T periyodunu ve f frekansını, (*f*) x yerdeğiştirmesini zamanın fonksiyonu olarak, ve (*g*) $t = 0.150$ s anındaki hızını bulunuz.

YAKLAŞIM Şek. 14-3b'deki gibi yayın ucuna 0.300 kg kütle asıldığında, düşey kuvvetler için Newton'un ikinci yasasını uygulayınız: $\Sigma F = 0 = mg - kx_0$, buradan $k = mg/x_0$ elde edilir. Yatay salınımlar için genlik verilmiştir, diğer nicelikler ise Dnk. 14-4, 14-5, 14-7 ve 14-9'dan bulunabilir. Sağa doğru harekette x'i pozitif seçeriz.

ÇÖZÜM ve Dnk. 14-5'ten açısal frekansı,

$$k = \frac{F}{x_0} = \frac{mg}{x_0} = \frac{(0.300\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)}{0.150\,\text{m}} = 19.6\,\text{N/m}$$

olarak bulunur.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{19.6\,\text{N/m}}{0.300\,\text{kg}}} = 8.08\,\text{s}^{-1}.$$

(*b*) Şimdi yay yatay konumda (masanın üzerinde). Yay denge konumundan 0.100 m sıkıştırılmış ve başlangıç hızı yok, bu nedenle A = 0.100 m olur.

(*c*) Dnk. 14-9a'dan maksimum hızın büyüklüğü,

$$v_{\text{maks}} = \omega A = (8.08\,\text{s}^{-1})(0.100\,\text{m}) = 0.808\,\text{m/s}\ \text{bulunur.}$$

(*d*) $F = ma$, olduğu için, maksimum ivme kuvvetin en büyük olduğu yerde olur, bu da $x = \pm A = \pm 0.100$ m olduğunda gerçekleşir. Böylece maksimum ivmenin büyüklüğü,

$$a_{\text{maks}} = \frac{F}{m} = \frac{kA}{m} = \frac{(19.6\,\text{N/m})(0.100\,\text{m})}{0.300\,\text{kg}} = 6.53\,\text{m/s}^2$$

bulunur. [Bu sonuç aynı zamanda doğrudan Dnk. 14-9b kullanılarak elde edilebilirdi, ama genellikle bizim burada yaptığımız gibi temel ifadeleri kullanarak sonuca ulaşmak daha faydalıdır.]

(*e*) Dnk. 14-7b ve 14-2'den periyod ve frekans,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.300\,\text{kg}}{19.6\,\text{N/m}}} = 0.777\,\text{s}$$

$$f = \frac{1}{T} = 1.29\,\text{Hz}.$$

(*f*) Hareket sıkışmanın maksimum olduğu noktada başlar. Şek. 14-2'de sağa doğru harekette x'i pozitif alırsak, bu durumda $t = 0$ anında $x = -A = 0.100$ m olur. Böylece bize $t = 0$' da maksimum negatif değere sahip sinüzoidal bir eğri gerekir ve bu negatif kosinüs eğrisidir.

$$x = -A\cos\omega t.$$

Bunu Dnk. 14-4 formunda yazmak için (eksi işareti olmadan), tekrar $\cos\theta = -\cos(\theta - \pi)$ ifadesini hatırlayalım. Bu durumda $-\cos\theta = \cos(\pi - \theta) = \cos(\theta - \pi)$, olup, değerler denklemde yerine konulduğunda,

$$\begin{aligned} x &= -(0.100\,\text{m})\cos 8.08t \\ &= (0.100\,\text{m})\cos(8.08t - \pi), \end{aligned}$$

elde ederiz, burada t saniye ve x metre cinsindendir. Faz açısının (Dnk. 14-4) $\phi = -\pi$ yani –180° olduğunu belirtelim.

(*g*) Herhangi bir t anındaki hız dx/dt (*c* şıkkına da bakınız);

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A\sin\omega t = (0.808\,\text{m/s})\sin 8.08t.$$

$t = 0.150$ s'de, $v = (0.808\,\text{m/s})\sin(1.21\,\text{rad}) = 0.756\,\text{m/s}$, ve yönü sağa doğrudur (+).

ÖRNEK 14–6 **İtme ile harekete başlatılan yay.** Örnek 14-5'teki yay denge konumundan yukarıya doğru 0.100 m sıkıştırıldığını $(x_0 = -0.100\,\text{m})$ ve $+x$ yönünde $v_0 = 0.400\,\text{m/s}$ 'lik bir hız oluşturmak için aşağıya doğru sert bir şekilde itildiğini farzedin. (*a*) ϕ, faz açısını, (*b*) A genliğini, (*c*) x yerdeğiştirmesini zamanın fonksiyonu olarak (xt) bulunuz.

YAKLAŞIM $t = 0$ 'da $v_0 = -\omega A \sin\phi$, yazmak için Dnk. 14-8a'yı ve $x_0 = A\cos\phi$ yazmak için Dnk. 14-4'ü kullanırız. Bu iki denklemi birlikte kullanarak ϕ'yi elde edebiliriz. Yine $t = 0$'da Dnk. 14-4'ü kullanarak A'yı elde ederiz. Örnek 14-5'te $\omega = 8.08\,\text{s}^{-1}$ olarak hesaplanmıştı.

ÇÖZÜM $t = 0$'da Dnk. 14-8a ve 14-4'ü birlikte kullanarak tanjantı bulalım;

$$\tan\phi = \frac{\sin\phi}{\cos\phi} = \frac{(v_0/-\omega A)}{(x_0/A)} = -\frac{v_0}{\omega x_0} = -\frac{0.400\,\text{m/s}}{(8.08\,\text{s}^{-1})(-0.100\,\text{m})} = 0.495.$$

Hesap makinesi bu açıyı 26.3^0 olarak verir, ancak bu denklemde hem sinüs hem kosinüs negatif olduğundan, açımız üçüncü bölgededir;

$$\phi = 26.3^\circ + 180^\circ = 206.3^\circ = 3.60\,\text{rad}.$$

(*b*) $t = 0$, 0'da Dnk. 14-4'ün tekrar kullanılmasıyla, yukarıdaki Yaklaşımda verildiği gibi,

$$A = \frac{x_0}{\cos\phi} = \frac{(-0.100\,\text{m})}{\cos(3.60\,\text{rad})} = 0.112\,\text{m}\ \text{bulunur.}$$

(*c*) $x = A\cos(\omega t + \phi) = (0.112\,\text{m})\cos(8.08t + 3.60)$.

14–3 Basit Harmonik Salınıcının Enerjisi

Basit harmonik harekette kuvvetler sabit değildir. Böyle durumlarda 7. ve 8. Bölümlerde görmüş olduğumuz enerji yaklaşımını kullanmak uygundur.

Kütlesiz bir yayın ucunda salınım hareketi yapan bir m kütlesi gibi bir basit harmonik salınıcı için geri çağırıcı kuvvet

$$F = -kx.$$

ile verilir. Potansiyel enerji fonksiyonu Bölüm 8'de gördüğümüz gibi

$$U = -\int F\,dx = \tfrac{1}{2}kx^2,$$

şeklinde verilir. Burada integral sabiti sıfıra eşitlenerek $x = 0$'da $U = 0$ olur (denge konumu).

Toplam mekanik enerji, kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamıdır:

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2,$$

burada v m kütlesinin denge konumundan x kadar uzak olduğu noktadaki hızıdır. BHH ancak sürtünmenin olmadığı ve toplam E mekanik enerjisinin sabit kaldığı durumlarda gerçekleşir. Kütle ileri geri salınırken enerjide sürekli olarak potansiyelden kinetiğe, kinetikten potansiyele dönüşüm gerçekleşir (Şek. 14-10). Salınımın en uç noktalarında yani $x = A$ ve $x = -A$ iken tüm enerji yayda potansiyel enerji olarak depolanır (depolanan enerji yayın tam genlikle sıkışmış veya gerilmiş durumları için aynı değerdedir). Bu en uç noktalarda kütle hareket yönünü değiştirmek için çok kısa bir süre durur, bu nedenle kütlenin hızı $v = 0$ olur ve:

$$E = \tfrac{1}{2}m(0)^2 + \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}kA^2 \qquad \textbf{(14–10a)}$$

yazılabilir. Bu nedenle, *bir basit harmonik salınıcı için toplam mekanik enerji salınım genliğinin karesi ile orantılıdır* sonucuna ulaşılır. $x = 0$ denge konumunda enerjinin tamamı kinetiktir:

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}k(0)^2 = \tfrac{1}{2}mv_{\text{maks}}^2 \qquad \textbf{(14–10b)}$$

burada v_{maks} hareket esnasında sahip olunan maksimum hızdır. Ara noktalarda ise enerjinin bir kısmı kinetik bir kısmı potansiyeldir ve enerji korunacağı için

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad \textbf{(14–10c)}$$

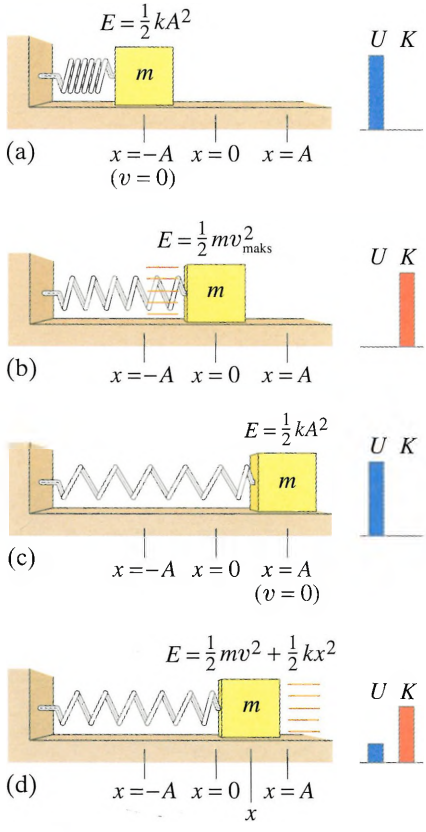
olacaktır. Dnk. 14-4 ve 14-8a'yı son bağıntı içerisine koyarak Dnk. 14-10a ve b'yi açık bir şekilde sağlayabiliriz:

$$E = \tfrac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \phi) + \tfrac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \phi).$$

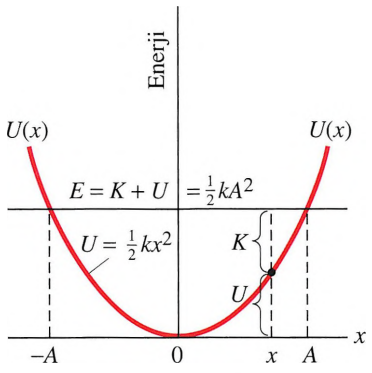
$\omega^2 = k/m$, veya $kA^2 = m\omega^2A^2 = mv_{\text{maks}}^2$ ifadelerini yerine koyup, $\sin^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi) = 1$, trigonometrik özdeşliğini hatırlayarak Dnk. 14-10a ve b'yi elde ederiz:

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}mv_{\text{maks}}^2$$

[Tutarlılığı kontrol edebilmek amacı ile, bu eşitliği v_{maks} için çözerek Dnk. 14-9a'yı elde edeceğimizi not edelim.]



ŞEKİL 14–10 İleri geri titreşen yayda potansiyel enerjinin kinetik enerjiye dönüşümü. Enerji seviyesi çubukları (sağda) Kısım 8-4'te açıklanmaktadır



ŞEKİL 14–11 $U = \frac{1}{2}kx^2$. Potansiyel enerji grafiği. $-A \le x \le A$ aralığında herhangi bir x noktası için $K + U = E =$ sabittir. K ve U değerleri herhangi bir keyfi x konumunda gösterilmektedir.

Dnk. 14-10c'yi v için çözerek, x'in bir fonksiyonu olarak v hızı için bir eşitlik elde edebiliriz:

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} \qquad \textbf{(14–11a)}$$

veya $v_{\text{maks}} = A\sqrt{k/m}$, olduğu için,

$$v = \pm v_{\text{maks}}\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}. \qquad \textbf{(14–11b)}$$

olarak verilebilir. Yine $x = 0$'da v 'nin maksimum, $x = \pm A$ 'da sıfır olduğunu görürüz.

Potansiyel enerjinin x'e bağlı değişimi $U = \frac{1}{2}kx^2$, Şek. 14-11'te çizilmiştir (Kısım 8-9'a da bakınız). Üstteki düz çizgi toplam enerji $E = \frac{1}{2}kA^2$ 'nin belirli bir değerini gösterir. E çizgisi ile U eğrisi arasındaki mesafe ise K kinetik enerjisini temsil eder. Bu hareket x in $-A$ ile $+A$ arasındaki değeri ile sınırlıdır. Bu sonuçlar doğal olarak önceki bölümdeki tüm çözümlerimiz ile uyumludur.

Zamandan bağımsız durumlarda, örneğin x'in verilip v'nin elde edilmesi (veya tersi) gibi hesaplamalar için enerji korunumu en uygun yoldur.

ÖRNEK 14–7 **Enerji hesaplamaları.** Örnek 14-5'te verilen bir basit harmonik salınım için, (*a*) toplam enerjiyi, (*b*) zamanın fonksiyonu olarak kinetik ve potansiyel enerjileri, (*c*) kütlenin denge konumundan 0.050 m uzaklıkta iken hızını, (*d*) yarı genlikte $(x = \pm A/2)$ kinetik ve potansiyel enerjileri bulunuz.

YAKLAŞIM Bir kütle-yay sistemi için Dnk. 14-10 ve 14-11'de verilmiş enerji korunumu ifadelerini kullanınız.

ÇÖZÜM (*a*) Örnek 14-5'den, k = 19.6 N/m ve A = 0.100 m, böylece Dnk. 14-10a'dan toplam enerji bulunur:

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}(19.6\,\text{N/m})(0.100\,\text{m})^2 = 9.80 \times 10^{-2}\,\text{J}.$$

(*b*) Örnek 14-5'in (*f*) ve (*g*) şıklarından, $x = -(0.100\,\text{m})\cos 8.08t$ ve $v = (0.808\,\text{m/s})\sin 8.08t$, olduğunu biliyoruz, böylece

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}(19.6\,\text{N/m})(0.100\,\text{m})^2\cos^2 8.08t = (9.80 \times 10^{-2}\,\text{J})\cos^2 8.08t$$

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(0.300\,\text{kg})(0.808\,\text{m/s})^2\sin^2 8.08t = (9.80 \times 10^{-2}\,\text{J})\sin^2 8.08t.$$

(*c*) Dnk. 14-11b'yi kullanarak

$$v = v_{\text{maks}}\sqrt{1 - x^2/A^2} = (0.808\,\text{m/s})\sqrt{1 - (\tfrac{1}{2})^2} = 0.70\,\text{m/s}\ \text{buluruz.}$$

(d) x = A/2 = 0.050 m için sahip olunan enerjiler

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}(19.6\,\text{N/m})(0.050\,\text{m})^2 = 2.5 \times 10^{-2}\,\text{J}$$

$$K = E - U = 7.3 \times 10^{-2}\,\text{J}.$$

KAVRAMSAL ÖRNEK 14–8 **Genliğin iki katına çıkartılması.** Şek. 14-10'daki yayın iki katı daha uzağa ($x = 2A$) gerildiğini düşünün. Bu durumda (*a*) sistemin enerjisi, (*b*) salınım yapan kütlenin maksimum hızı, (*c*) kütlenin maksimum ivmesi ne olur?

YANIT (*a*) Dnk. 14-10a'dan, toplam enerji A genliğinin karesi ile orantılıdır. Bu nedenle yayın iki katı gerilmesi enerjiyi dört katına çıkartır ($2^2 = 4$). Bu sonuca "Yayı x = 0'dan x = A'ya kadar germek için yaptığım aynı miktardaki işi, onu x = A'dan $x = 2A$'ya kadar gererken de yapmaz mıyım? diyerek karşı çıkabilirsiniz. Hayır. Harcadığınız kuvvet x yerdeğiştirmesi ile orantılıdır, bu nedenle x = A'dan $x = 2A$'ya kadar olan ikinci yerdeğiştirme esnasında yaptığınız iş birinci yerdeğiştirme (x = 0'dan x = A'ya) esnasında yaptığınızdan daha fazladır. (*b*) Dnk. 14-10b'den, enerjinin dört katına çıkması ile maksimum hızın iki katına çıkması gerektiğini görebiliriz. $[v_{\text{maks}} \propto \sqrt{E} \propto A]$ (*c*) Yay iki katına gerildiğinde kuvvet iki katına çıktığı için, ivme de iki katı büyük olacaktır: $a \propto F \propto x$.

ALIŞTIRMA G Şek. 14-10'da verilen yayın x = –A'ya sıkıştırılmış, fakat sağ tarafa doğru uygulanan bir itme ile m kütlesinin bir v_0 başlangıç hızı olduğunu düşünün. Bu itmenin (*a*) sistemin enerjisi, (*b*) kütlenin maksimum hızı, (*c*) kütlenin maksimum ivmesi üzerine etkisi nedir?

14–4 Basit Harmonik Hareketin Düzgün Dairesel Hareketle İlişkisi

Basit harmonik hareket ile dairenin çevresinde sabit hızla dönen bir parçacık arasında basit bir ilişki vardır. Şek. 14-12'de görüldüğü gibi, bir masanın üzerindeki A yarıçaplı bir daire üzerinde v_M hızı dönmekte olan bir kütle düşünelim. Üstten bakıldığında hareket daireseldir. Fakat birisi masanın kenarından baktığında aynı hareketi ileri-geri salınımlar olarak görecektir ve bu hareket birazdan göreceğimiz gibi tam bir BHH'tir. Bu kişinin gördüğü ve bizim ilgilendiğimiz şey dairesel hareketin x ekseni üzerindeki görüntüsüdür, Şek. 14-12. Bu hareketin BHH'in bir benzeri olduğunu görmek için, v_M hızının x bileşenini hesaplayalım ve bu bileşeni olarak adlandıralım. Şek. 14-12'de görülen iki dik üçgen benzerdirler, buradan

$$\frac{v}{v_M} = \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{A}$$

veya

$$v = v_M\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}.$$

elde edilir. Bu v_M=v_{maks} olduğunda, BHH yaparak salınan bir kütlenin hız ifadesi olan Dnk. 14-11b'nin kendisidir. Dahası, $t = 0$ anındaki açısal yerdeğiştirme ϕ iken t süresi sonunda parçacığın $\theta = \omega t$ kadar dönmüş olduğunu Şek. 14-12'de görebiliriz. Bu durumda

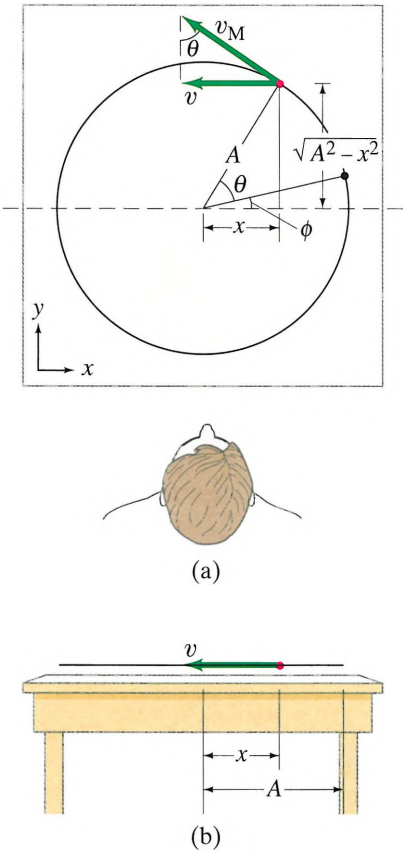
$$x = A\cos(\theta + \phi) = A\cos(\omega t + \phi)$$

olarak verilir, fakat burada ω nedir? Dönme hareketi yapan parçacığın çizgisel hızı v_M ile ω arasında $v = \omega A$ bağıntısı vardır, burada A dairenin yarıçapıdır (bknz. Dnk. 10-4, $v = R\omega$) Çevresi $2\pi A$ olan dairenin çevresinde parçacığın tam bir devir yapması için gereken zaman T olmak üzere, parçacığın çizgisel hızı $v_M = 2\pi A/T$ olarak elde edilir. Böylece

$$\omega = \frac{v_M}{A} = \frac{2\pi A/T}{A} = 2\pi/T = 2\pi f$$

yazılabilir. Burada T tam bir dönme için geçen zaman, f frekanstır. Bu durum tam olarak bir basit harmonik salınıcın ileri geri salınım hareketine uyar. Sonuç olarak bir dairesel yörüngede hareket eden parçacığın x ekseni üzerindeki görüntüsü, BHH yapan bir kütle ile aynı karaktere sahiptir. Gerçektende, dairesel hareketin düz bir çizgi üzerindeki görünümü basit harmonik harekettir diyebiliriz.

Düzgün dairesel hareketin y ekseni üzerindeki görünümü de basit harmonik harekettir. Bundan dolayı, düzgün dairesel hareket birbirine dik iki harmonik hareket olarak düşünülebilir.

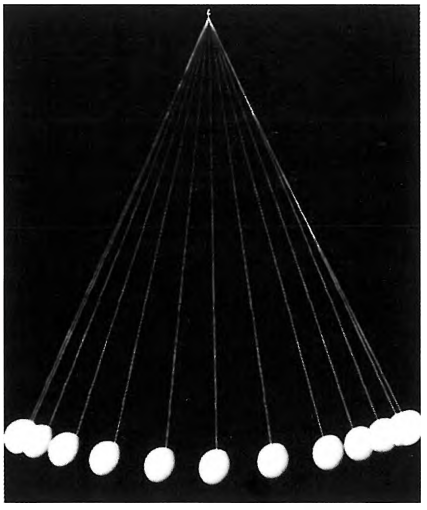


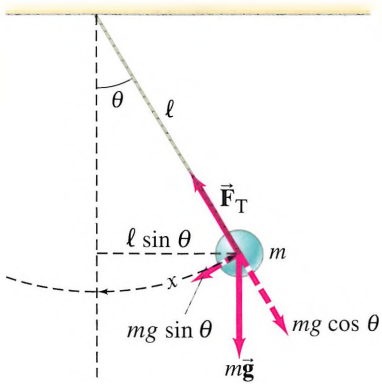
ŞEKİL 14–12 (a) Dairesel hareketin (b) yandan görünüşü şeklinde incelenerek, Basit harmonik hareketin analiz edilmesi

14–5 Basit Sarkaç

Basit sarkaç, bir ipin ucuna küçük bir cismin (sarkaç ağırlığı) asılması ile oluşur, Şek. 14-13. İpin gerilmediğini ve kütlesinin sarkacın kütlesi yanında ihmal edilebilir olduğunu var sayalım. Basit sarkacın ihmal edilebilir bir sürtünme ile ileri geri hareketi basit harmonik hareketi hatırlatır: sarkaç her iki tarafa da eşit genlikli olarak dairesel bir yay boyunca salınım yapar ve denge konumundan geçerken (dik olarak asıldığında) maksimum hıza sahiptir. Fakat bu hareket gerçekten bir BHH midir? Yani, geri çağırıcı kuvvet yerdeğiştirme miktarı ile orantılı mıdır? Bunu araştıralım.

ŞEKİL 14–13 Bir sarkacın hareketinin eşit zaman aralıklarında çekilmiş fotoğrafı.





ŞEKİL 14–14 Basit Sarkaç

Sarkacın yay boyunca yaptığı yerdeğiştirme miktarı $x = \ell\theta$ ile verilir; burada θ ipin düşey ile yaptığı açı (radyan cinsinden), ℓ ise ipin uzunluğudur (Şek. 14-14). Eğer geri çağırıcı kuvvet, x veya θ ile orantılı ise hareket basit harmonik olacaktır. Geri çağırıcı kuvvet kütleye etki eden net kuvvettir. Bu kuvvet kütlenin mg ağırlığının yaya teğet olan bileşenine eşittir:

$$F = -mg \sin\theta,$$

burada g yer çekim ivmesidir. Dnk. 14-1'de olduğu gibi buradaki – işaretinin nedeni, kuvvetin yönünün açısal yerdeğiştirme θ ile zıt olmasıdır. F kuvvetinin, θ'nın kendisi ile değil de sinüsü ile orantılı olması nedeni ile hareket BHH değildir. Ancak, radyan cinsinden ifade edilen θ açısı çok küçükse sin θ yaklaşık θ'ya eşit olur. Böyle olduğu sin θ'nın seri açılımından[†] (veya Ek A'da verilen trigonometrik tablodan) görülebilir. Veya Şek. 14-14'ten de, küçük θ açısında, $x\ (=\ell\theta)$ yay uzunluğunun kesikli düz çizgi ile gösterilmiş $(=\ell \sin\theta)$ uzunluğu ile neredeyse aynı olduğu görülebilir. 15°'den küçük açılar için, θ (radyan cinsinden) ile sin θ arasındaki fark % 1 den küçüktür. Böylece, küçük açılar için çok iyi bir yaklaşıklıkla,

$$F = -mg \sin\theta \approx -mg\theta$$

yazılabilir. $x = \ell\theta$ olmak üzere $\theta = x/\ell$'yi ifadede yerine koyarak,

$$F \approx -\frac{mg}{\ell}x$$

elde edilir. Bu eşitlik Hooke yasası'na $F = -kx$ uyduğu için, küçük yerdeğiştirmelerde hareket temel olarak basit harmoniktir. Etkin kuvvet sabiti $k = mg/\ell$'dir. Böylece

$$\theta = \theta_{\text{maks}} \cos(\omega t + \phi)$$

yazabiliriz, burada θ_{maks} maksimum açısal yerdeğiştirme ve $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$'dir. ω'yı elde etmek için Dnk. 14-5'i kullanırız, burada k yerine mg/ℓ: koyarsal[‡] $\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{(mg/\ell)/m}$, veya

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \qquad [\theta \text{ küçük}] \quad \textbf{(14–12a)}$$

olacaktır. Buradan f frekansı

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}} \qquad [\theta \text{ küçük}] \quad \textbf{(14–12b)}$$

ve T periyodu

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \qquad [\theta \text{ küçük}] \quad \textbf{(14–12c)}$$

olmaktadır. T ve f için verilen bu formüllerde sarkacın m kütlesi bulunmaz. Buradan, bir basit sarkacın periyod ve frekansının, sarkacın kütlesinden bağımsız olduğu şaşırtıcı sonucuna ulaşırız. Bu durumu, önce küçük bir çocuğu sonra da büyük bir çocuğu aynı salıncakta iteledığinizde fark edebilirsiniz.

Dnk. 14-12c'den de görebileceğimiz gibi, bir sarkacın periyodu θ genliğinin küçük olduğu durumlarda genliğe bağlı değildir (herhangi bir BHH'te olduğu gibi, Kısım 14-2). Bu gerçeğin ilk defa Galileo tarafından, Pisa'daki katedralin sallanan lambasının gözlemlenerek not edildiği söylenir (Şek. 14-15). Bu buluş, ilk gerçekten hassas zaman ölçer olan sarkaçlı saatin icadına yol açmış ve yüzyıllar boyunca standart olmuştur.

Sarkaç *tam olarak bir* BHH yapmaz çünkü periyodu az da olsa genliğe bağlıdır ve bu bağımlılık büyük genliklerde daha fazladır. Sarkaçlı saatin hassasiyeti, birçok kez salınımından sonra sarkaç genliğinin sürtünme nedeniyle azalması ile etkilenebilir. Fakat sarkaçlı saatlerde bulunan ana yay (veya daha eski sarkaçlı saatlerde bulunan sarkan ağırlık) sürtünmeyi telafi edecek ve genliği sabit tutacak enerjiyi sağlar, böylece zamanlama ayarı değişmeden kalır.

ŞEKİL 14–15 Galileo'nun Pisa katedrali'nin tavanına çok uzun bir sicimle asılmış lambanın salınım hareketini gözlemlediği ve bundan esinlenerek, basit sarkacın periyodunun genliğe bağlı olmadığı sonucuna ulaştığı söylenir.



FİZİK UYGULAMASI

Sarkaçlı saat

[†] $\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \cdots$.

[‡] Dikkatli olun, buradaki $\omega = d\theta/dt$'yı dönme hareketindeki gibi düşünmeyin. Burada θ sarkacın herhangi bir andaki açısıdır (Şek. 14-14), fakat biz burada ω'yı θ açısındaki değişme oranının bir ifadesi olarak değil, periyotla orantılı bir sabit olarak kullanacağız, $\omega = 2\pi f = \sqrt{g/\ell}$.

ALIŞTIRMA H Deniz seviyesinde 5°'lik açı ile harekete başlatılan bir basit sarkaç, yüksek bir dağın zirvesine çıkartılırsa salınımı nasıl olabilir? (*a*) Biraz daha yavaş, (*b*) biraz daha hızlı, (*c*) tam aynı frekansta, (*d*) hiç salınım yapmaz, durur (*e*) hiçbirisi.

ALIŞTIRMA I Sayfa 369'daki Bölüm Açılış Sorusuna geri dönün ve onu tekrar cevaplayın. İlk defasında neden farklı bir cevap vermiş olabileceğinizi açıklayınız.

ÖRNEK 14–9 ***g*'nin ölçülmesi** Bir jeolog 37.10 cm uzunluğuna sahip bir basit sarkaç kullanıyor. Bu sarkaç Dünya'nın belirli bir bölgesinde 0.8190 Hz frekansla salınım yapıyorsa, bu bölgedeki yerçekimi ivmesi nedir?

YAKLAŞIM ℓ uzunluğunu, f frekansını ve bulmak istediğimiz g'yi içeren Dnk. 14-12b'yi kullanabiliriz.

ÇÖZÜM Dnk. 14-12b'den g'yi çekerek

$$g = (2\pi f)^2\ell = (6.283 \times 0.8190\,\text{s}^{-1})^2(0.3710\,\text{m}) = 9.824\,\text{m/s}^2$$ elde ederiz.

ALIŞTIRMA J (*a*) Saniyede bir defa ileri geri salınım yapan bir basit sarkacın uzunluğunu tahmin ediniz. (*b*) 1.0 m uzunluğundaki bir sarkacın periyodu ne olur?

*14–6 Fiziksel Sarkaç ve Burulmalı Sarkaç

Fiziksel Sarkaç

Fiziksel sarkaç terimi, kütlesinin tamamı ipin ucuna asılmış olan cisimde yoğunlaştığı düşünülerek idealize edilmiş basit sarkacın yerine, belirli bir uzunluğa sahip, ileri geri salınım yapan herhangi gerçek bir cismi ifade eder. Fiziksel sarkaca bir örnek olarak, Şek. 14-16'da görülen O noktasından asılmış bir beyzbol sopası verilebilir. Çekim kuvveti, O dönme noktasından h kadar uzaklıktaki ağırlık merkezine (ÇM) etki eder. Fiziksel sarkaç dönme hareketi eşitlikleri kullanılarak en iyi bir şekilde analiz edilebilir. O noktasına göre hesaplandığında, fiziksel sarkaç üzerine etkiyen tork

$$\tau = -mgh\sin\theta$$

şeklindedir. Dönme hareketi için Newton'un ikinci yasası Dnk. 10-14'ten

$$\Sigma\tau = I\alpha = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

olup burada I cismin dönme noktasına göre eylemsizlik momenti, $\alpha = d^2\theta/dt^2$ ise açısal ivmedir. Buradan

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgh\sin\theta$$

veya

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgh}{I}\sin\theta = 0$$

elde ederiz, I burada O noktasından geçen bir eksene göre hesaplanır. Küçük açısal genlik için $\sin\theta \approx \theta$, olur ve böylece

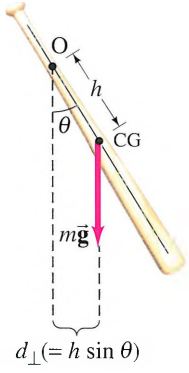
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{mgh}{I}\right)\theta = 0 \quad \text{[küçük açısal yerdeğiştirmeler için]} \quad \textbf{(14–13)}$$

elde ederiz. Bu eşitlik tam olarak BHH'e aittir, Dnk. 14-3'ten farkı x'in yerine θ'nın, k/m'nin yerine mgh/I'nın gelmiş olmasıdır. Böylece küçük açısal yerdeğiştirmeler altında fiziksel sarkaç BHH yapar ve

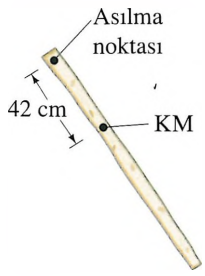
$$\theta = \theta_{\text{maks}}\cos(\omega t + \phi)$$

ile verilir, burada θ_{maks} maksimum açısal yerdeğiştirme ve $\omega = 2\pi/T$ 'dir. T periyodu (Dnk. 14-7b'den, m/k'yı I/mgh ile yer değiştirerek) ise aşağıdaki şekilde verilir:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}. \quad \text{[küçük açısal yerdeğiştirmeler için]} \quad \textbf{(14–14)}$$



ŞEKİL 14–16 O noktasından asılmış bir fiziksel sarkaç.



ŞEKİL 14–17 Örnek 14–10.

ÖRNEK 14–10 **Eylemsizlik momentinin ölçülmesi.** Bir cismin herhangi bir eksene göre eylemsizlik momentini ölçmenin kolay yolu, bu eksen etrafında yaptığı salınımın periyodunu ölçmektir. (*a*) Homojen olmayan 1.0 kg'lık bir çubuğun bir ucundan 42 cm uzaklıkta dengede olduğunu düşünün. Çubuk bu uçtan asıldığında (Şek. 14-17) 16 s'lik bir periyod ile salınım yapıyor. Bu uç etrafındaki eylemsizlik momenti nedir? (*b*) Kütle merkezine göre çubuğa dik bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti nedir?

YAKLAŞIM Verilen değerler Dnk. 14-14'te yerine konularak I çözülür. (*b*) şıkkı için paralel eksen teoremini kullanırız (Kısım 10-7).

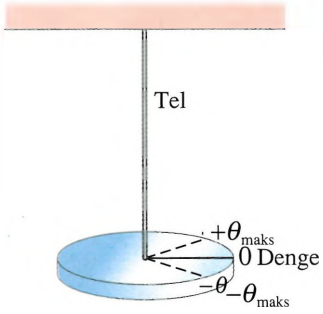
ÇÖZÜM (*a*) Verilen $T = 16$ s ve $h = 0.42$ m için, Dnk. 14-14

$$I = mghT^2/4\pi^2 = 0.27\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

verir. (*b*) Dnk. 10-17 ile verilen paralel eksen teoremini kullanırız. KM çubuğun ucundan 42 cm uzaklıktaki dengede durduğu noktadır. Bu nedenle

$$I_{\text{KM}} = I - mh^2 = 0.27\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 - (1.0\,\text{kg})(0.42\,\text{m})^2 = 0.09\,\text{kg}\cdot\text{m}^2\text{'dir.}$$

NOT Cisim KM etrafında salınım yapmadığı için I_{KM} doğrudan ölçülemez, fakat paralel eksen teoremi I_{KM} 'nin bulunması için uygun bir yöntemdir.



ŞEKİL 14–18 Burulmalı sarkaç. Disk θ_{maks} ile $-\theta_{\text{maks}}$ arasında salınarak BHH yapar.

Burulmalı Sarkaç

Diğer bir salınım hareketi çeşidi **burulmalı sarkaç**ta gerçekleşir, bu sarkaçlar bir diskin (Şek. 14-18) ya da bir çubuğun (Şek. 6-3'teki Cavendish aleti gibi) bir tele asılması ile oluşur. Teldeki burulma bir esnek kuvvet oluşturur. Bu hareket BHH olacaktır çünkü geri çağırıcı tork negatif açısal yerdeğiştirme ile orantılıdır:

$$\tau = -K\theta,$$

burada K telin burulmaya karşı gösterdiği dirence bağlı olan bir sabittir. Böylece

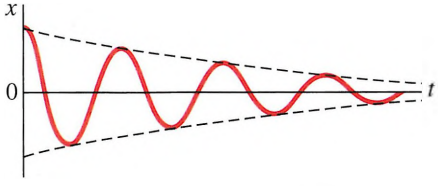
$$\omega = \sqrt{K/I}$$

yazılabilir. Burada tel Hooke yasasına uygun olarak lineer tepki verdiği sürece, yerçekiminin etkidiği fiziksel sarkaçta olan küçük açı sınırlaması yoktur.

14–7 Sönümlü Harmonik Hareket

Titreşen gerçek bir yayın veya salınım yapan bir sarkacın genliği zamanla yavaş yavaş azalır. Bu azalma salınım tamamen yok olana kadar sürer. Şek. 14-19, yerdeğiştirmenin zamana göre değişiminin tipik bir grafiğini göstermektedir. Bu, **sönümlü harmonik hareket** olarak adlandırılır. Sönüm[†] genellikle hava direncinden ve salınım sisteminin iç sürtünmesinden kaynaklanır. Salınım genliğinin azalması, enerjinin ısı enerjisine dönüşmesinin bir yansımasıdır.

ŞEKİL 14–19 Sönümlü harmonik hareket. Sürekli kırmızı çizgi, bir kosinüs eğrisiyle azalan bir üstel fonksiyonunun (kesikli çizgiler) çarpımını temsil etmektedir.



Doğal salınım yapan sistemler genellikle sönümlü oldukları halde, neden (sönümsüz) basit harmonik hareketten bahsediyoruz? Cevap BHH'in matematiksel olarak çok daha kolay ifade edilebilmesidir. Eğer sönüm çok büyük değilse, salınımlar basit harmonik hareket ile Şek. 14-19'da kesikli eğri ile gösterildiği gibi, hareketin genliğini sınırlayan söndürücü bir fonksiyonun çarpımı olarak düşünülebilir. (Sönüm her ne kadar titreşim frekansını değiştirse de, sönüm küçük ise etkisi de genellikle küçüktür. Buna biraz daha detaylı bakalım.

Sönüm kuvveti salınan cismin hızına bağlıdır ve harekete karşı koyar. Bazı basit durumlarda sönüm kuvveti hızla doğru orantılı olarak değerlendirilebilir:

$$F_{\text{sönüm}} = -bv$$

burada b bir sabittir.[‡] Bir yayın ucunda salınan bir kütle için, yaydaki geri çağırıcı kuvvet $F = -kx$; olup Newton'un ikinci yasasından $(ma = \Sigma F)$ ifade,

$$ma = -kx - bv$$

olur. Tüm terimleri eşitliğin sol tarafına toplayıp $v = dx/dt$ ve $a = d^2x/dt^2$ olarak

[†] "sönmek"; azalmak, kısıtlanmak yok olmak demektir.

[‡] Hıza bağımlı bu tür kuvvetler Kısım 5-6'da tartışıldı.

yerine konulduğunda hareket denklemi

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0, \tag{14–15}$$

elde edilir. Bu denklemi çözmek için bir çözüm önerip, önerdiğimiz çözümün denklemi sağlayıp sağlamadığını kontrol ederiz. Eğer b sönüm katsayısı küçük ise, Şek. 14-19'da t'nin fonksiyonu olarak çizilen x, zamanla azalan bir bileşen ile bir kosinüs fonksiyonunun çarpımı gibi görülür (kesikli çizgilerle gösterilmiştir). Zamanla azalmayı veren fonksiyon üsteldir $e^{-\gamma t}$, Dnk. 14-15'i sağlayan çözüm

$$x = Ae^{-\gamma t}\cos\omega' t \tag{14–16}$$

olup burada A, γ, ve ω''nün sabit ve $t = 0$'da $x = A$ olduğu varsayılır. Burada açısal frekansı ω' olarak tanımlıyoruz (ω değil) çünkü sönümsüz BHH için tanımlanan ω ile $(\omega = \sqrt{k/m})$ aynı değildir.

Dnk. 14-16'yı Dnk. 14-15'te yerine koyduğumuzda (bunu aşağıda isteğe bağlı alt bölümde yaptık) γ ve ω' değerlerinin aşağıdaki şekilde olmak üzere Dnk. 14-16 'nın gerçekten bir çözüm olduğunu buluruz.

$$\gamma = \frac{b}{2m} \tag{14–17}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}. \tag{14–18}$$

Böylece, (hafif) sönümlü bir harmonik salınıcı için t'nin fonksiyonu olarak x

$$x = Ae^{(-b/2m)t}\cos\omega' t \tag{14–19}$$

şeklindedir. Tabii ki, Dnk. 14-19'da kosinüsün argümanına bir ϕ faz sabiti eklenebilir. $\phi = 0$, olarak kaldığında, Dnk. 14-19'daki sabit A'nın basitçe başlangıçtaki yerdeğiştirme miktarı, yani $t = 0$'da $x = A$, olduğu açıktır. Frekans ise

$$f' = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \text{ olacaktır.} \tag{14–20}$$

Burada sönümsüz BHH'e göre frekans daha küçük, periyot ise daha büyüktür. (Fakat hafif sönümün birçok uygulamasında $\omega = \sqrt{k/m}$.)'dan çok az bir farklılık gösterir.) Sönümün, hareketi yavaşlatacağını tahmin ettiğimiz için bu durum mantıklıdır. Sönüm olmadığında ($b = 0$) Dnk. 14-20, Dnk. 14-7a'ya indirgenir. $\gamma = b/2m$ sabiti salınım genliğinin zamanla ne kadar çabuk azalarak sıfıra gittiğinin bir ölçüsüdür (Şek. 14-19). $t_L = 2m/b$ zamanı salınımın orijinal genliğinin $1/e$'sine düşmesi için geçen süredir; bu t_L süresi salınımların "ortalama ömrü" olarak adlandırılır. Büyük b değerleri için, salınımların daha kısa süre içerisinde azalarak yok olduğu söylenebilir.

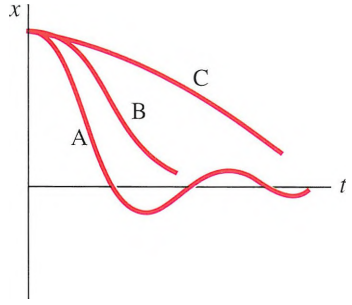
Dnk. 14-19 ile verilen çözüm, ω' (Dnk. 14-18) sanal olacağından dolayı, b'nin

$$b^2 > 4mk$$

değerleri için geçerli değildir. Bu durumda sistem hiç salınım yapmadan doğrudan denge konumuna geri döner, şimdi bunu tartışalım.

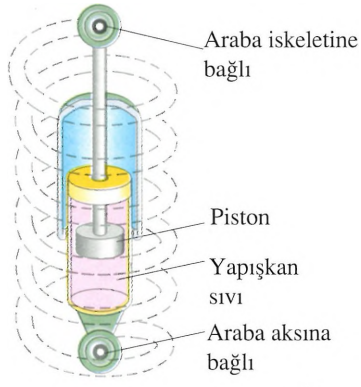
Şiddetli sönümlü sistemlerin sıkça rastlanan üç farklı durumu Şek. 14-20'de gösterilmiştir. C eğrisi sönümüm oldukça büyük olduğu durumu temsil eder $(b^2 \gg 4mk)$ yani sistem **aşırı sönümlüdür** ve sistemin denge konumuna gelişi uzun zaman alır. A eğrisi, sistemin durgun hale gelmeden önce birkaç kez salınım yaptığı **kritik altı sönüm** durumunu temsil eder $(b^2 < 4mk)$ ve Dnk. 14-19'un daha büyük sönümlü biçimine karşılık gelir. C eğrisi **kritik sönümü** temsil eder: $b^2 = 4mk$; bu durumdaki sistem en kısa sürede denge konumuna ulaşır. Bu terimler, kapı kapatma mekanizması veya arabalarda kullanılan amortisörler (Şek. 14-21) gibi genellikle kritik sönüm sağlayacak şekilde tasarlanan pratikte kullanilan sönümlü sistemlerden türetilmiştir. Aşırı kullanım bunları kritik altı sönümlü sistemlere dönüştürür, böylece kapılar çarpar, arabalar tümsekten geçişlerinde birkaç defa aşağı yukarı salınır.

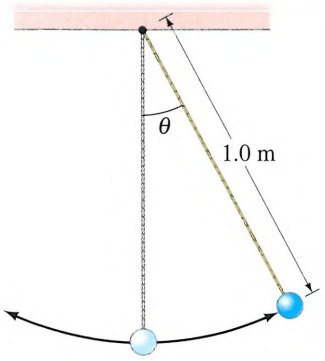
Birçok sistemdeki salınım hareketi dikkate alındığında (saatlerde olduğu gibi), sönümün çok küçük hale getirilmesine ihtiyaç vardır. Araba yaylarında olduğu gibi diğer sistemler için salınımlar sorun oluşturur, bu nedenle yeteri miktarda bir sönüm (yani kritik) tercih edilir. Güzel dizayn edilmiş sönüm sistemlerine tüm uygulama alanlarında ihtiyaç vardır. Özellikle Kaliforniya-ABD'deki yeni yapılan (veya modernize edilen) büyük binalara deprem hasarını azaltmak için devasa sönüm sistemleri yerleştirilmektedir.



ŞEKİL 14–20 (A) Kritik altı sönüm, (B) Kritik sönüm, (C) Aşırı sönüm hareketi.

ŞEKİL 14–21 Otomobil yayı ve amortisör arabanın sürekli olarak aşağı-yukarı sallanmasını engellemek için sönüm sağlarlar.





ŞEKİL 14–22 Örnek 14–11.

ÖRNEK 14–11 Sönümlü basit sarkaç. Bir basit sarkaç 1.0 m uzunluğuna sahiptir (Şek. 14-22). Küçük genlikli salınım yapacak şekilde harekete başlatılmıştır. 5.0 dakika sonra genliği başlangıçtaki değerinin %50'sine düşmüştür. (*a*) Bu hareket için γ'nın değeri nedir? (*b*) f' frekansı ile, sönümsüz haldeki f frekansı arasındaki fark ne kadardır?

YAKLAŞIM Sönüm kuvvetinin açısal hız $d\theta/dt$ ile orantılı olduğunu varsayalım. Sönümlü harmonik hareket için eşitlik

$$x = Ae^{-\gamma t}\cos\omega' t, \quad \text{olup burada} \quad \gamma = \frac{b}{2m} \quad \text{ve} \quad \omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}},$$

ifadeleri yayın ucundaki kütlenin hareketi içindir. Sönümsüz basit sarkaç için, Kısım 14-5'te küçük θ açısı için

$$F = -mg\theta$$

olduğunu gördük. $F = ma$ olup burada a, açısal ivme, $\alpha = d^2\theta/dt^2$ cinsinden $a = \ell\alpha = \ell\, d^2\theta/dt^2$ olarak yazılabileceği için $F = m\ell\, d^2\theta/dt^2$ olup

$$\ell\frac{d^2\theta}{dt^2} + g\theta = 0$$

yazılabilir. Sönüm terimi $b(d\theta/dt)$, ilave edilerek,

$$\ell\frac{d^2\theta}{dt^2} + b\frac{d\theta}{dt} + g\theta = 0,$$

elde ederiz. Bu ifade x'in yerine θ, ℓ'nin yerine m ve g'nin yerine k gelmiş haldeki Dnk. 14-15'in aynıdır

ÇÖZÜM (*a*) Yukarıda elde ettiğimiz eşitliği, Dnk. 14-15 ile karşılaştıralım ve $x = Ae^{-\gamma t}\cos\omega' t$ çözümünün

$$\gamma = \frac{b}{2\ell} \quad \text{ve} \quad \omega' = \sqrt{\frac{g}{\ell} - \frac{b^2}{4\ell^2}}.$$

olmak üzere θ için de bir çözüm olacağını görelim. $t = 0$'da Dnk. 14-16'yı x'in yerine θ koyup tekrar yazarsak,

$$\theta_0 = Ae^{-\gamma\cdot 0}\cos\omega'\cdot 0 = A.$$

olacaktır. t = 5.0 dakika = 300 s'de Dnk. 14-16 ile verilen genlik 0.50 A'ya düşeceği için

$$0.50A = Ae^{-\gamma(300\,\mathrm{s})}.$$

olacaktır. Burada γ 'yı çözdüğümüzde; $\gamma = \ln 2.0/(300\,\mathrm{s}) = 2.3\times10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$. olarak elde edilir.

(*b*) $\ell = 1.0\,\mathrm{m}$, olduğundan, $b = 2\gamma\ell = 2(2.3\times10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1})(1.0\,\mathrm{m}) = 4.6\times10^{-3}\,\mathrm{m/s}$ dir. Öyle ise $(b^2/4\ell^2)$ 'nin değeri $g/\ell\,(= 9.8\,\mathrm{s}^{-2})$, den çok daha küçük olur ve hareketin açısal frekansı sönümsüz haldeki hareket gibi neredeyse aynı kalır. Daha ayrıntılı bir şekilde (Bknz Dnk. 14-20), binom açılımını kullanarak

$$f' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}\left[1 - \frac{\ell}{g}\left(\frac{b^2}{4\ell^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \approx \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}\left[1 - \frac{1}{2}\frac{\ell}{g}\left(\frac{b^2}{4\ell^2}\right)\right]$$

yazılabilir. Daha sonra, $f = (1/2\pi)\sqrt{g/\ell}$ (Dnk. 14-12b) ile,

$$\frac{f - f'}{f} \approx \frac{1}{2}\frac{\ell}{g}\left(\frac{b^2}{4\ell^2}\right) = 2.7\times10^{-7}.$$

olarak elde edilir. Yani f''nün f'den farkı milyonda birden daha azdır.

* $x = Ae^{-\gamma t}\cos\omega' t$ 'nin bir Çözüm Olduğunun Gösterimi

Dnk. 14-15'e bir çözüm olup olmadığını görmek için, Dnk. 14-16 ile başlayalım. İlk olarak birinci ve ikinci türevleri alalım:

$$\frac{dx}{dt} = -\gamma Ae^{-\gamma t}\cos\omega' t - \omega' Ae^{-\gamma t}\sin\omega' t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \gamma^2 Ae^{-\gamma t}\cos\omega' t + \gamma A\omega' e^{-\gamma t}\sin\omega' t + \omega'\gamma Ae^{-\gamma t}\sin\omega' t - \omega'^2 Ae^{-\gamma t}\cos\omega' t.$$

Sonra bu bağıntıları Dnk.14-15'te yerine koyalım ve yeniden düzenleyerek

$$Ae^{-\gamma t}\left[(m\gamma^2 - m\omega'^2 - b\gamma + k)\cos\omega' t + (2\omega'\gamma m - b\omega')\sin\omega' t\right] = 0 \qquad \textbf{(i)}$$

elde edelim. Bu eşitliğin sol tarafı bütün t zamanları için sıfıra eşit olmalıdır, fakat ancak γ ve ω' 'nün belirli değerleri için böyle olabilmektedir. γ ve ω' 'nü belirlemek için, çözümlemeyi kolaylaştıracak iki t değeri seçeriz. İlk $t = 0$ değerinde $\sin\omega' t = 0$, olur, böylece yukarıdaki bağıntı $A(m\gamma^2 - m\omega'^2 - b\gamma + k) = 0$ 'a indirgenir ve bunun anlamı[†]

$$m\gamma^2 - m\omega'^2 - b\gamma + k = 0 \qquad \textbf{(ii)}$$

olmasıdır. İkinci $t = \pi/2\omega'$, değerinde $\cos\omega' t = 0$ olur ve Dnk. (i) ancak

$$2\gamma m - b = 0 \qquad \textbf{(iii)}$$

ise geçerli olur. Dnk. (iii)'ten

$$\gamma = \frac{b}{2m}$$

Dnk. (ii)'de yerine konulduğunda,

$$\omega' = \sqrt{\gamma^2 - \frac{b\gamma}{m} + \frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

elde edilir. Böylece γ ve ω''nün ancak yukarıdaki belirli değerleri (daha önce Dnk. 14-17 ve 14-18 olarak verilmişti) aldığı durumlarda, Dnk. 14-16'nın sönümlü harmonik salınıcıya ait hareket denkleminin bir çözümü olduğunu görürüz.

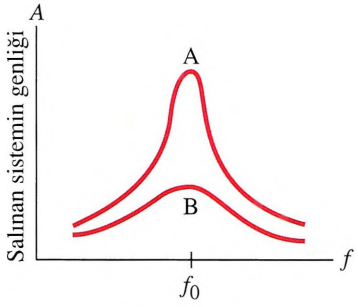
14–8 Zorlamalı Salınımlar; Rezonans

Bir salınıcı sistem harekete başlatıldığında, doğal frekansında salınım yapar (Dnk. 14-7a ve 14-12b). Bunun yanında, bir sistem dışarıdan üzerine uygulanan bir kuvvetin etkisi altında da belirli bir frekansta salınım yapabilir. Bu bir **zorlamalı salınımdır.**

Örneğin, Şek. 14-1'deki yaya bağlı kütleyi çekerek bir f frekansında ileri geri hareketini sağlayabiliriz. Bu durumda kütle, dış kuvvet etkisi ile yayın doğal frekansından (f_0 ile göstereceğiz) farklı bir f frekansında salınır, burada (bakınız Dnk. 14-5 ve 14-7a)

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Bir zorla salınımda, salınım genliğinin ve dolayısıyla salınan sisteme aktarılan enerjinin, hem f ile f_0 arasındaki farka hem de sönümün miktarına bağlı olduğu bulunur. $f = f_0$ iken yani, dış kuvvetin frekansı ile sistemin doğal frekansı eşit olduğunda salınım genliği maksimum değerine ulaşır. Şek. 14-23'te genlik dış f frekansının fonksiyonu olarak çizilmiştir. A eğrisi küçük sönümü, B eğrisi büyük sönümü temsil etmektedir. Sönüm aşırı büyük olmadıkça, f sürücü frekansı doğal frekans civarında iken, $f \approx f_0$, genlik yüksek değer alabilir. Sönümün küçük olduğu durumda, $f = f_0$ civarında genlikteki artış çok büyüktür (genellikle dramatiktir). Bu etki **rezonans** olarak bilinir. Sistemin doğal f_0 frekansı da **rezonans frekansı** olarak adlandırılır.



ŞEKİL 14–23 Hafif sönümlü (A) ve şiddetli sönümlü (B) sistemlerin rezonans eğrileri (daha detaylı bir grafik için Şek. 14-26' ya bakınız).

Salıncaktaki bir çocuğun itilmesi rezonansa basit bir örnektir. Salıncak aynı bir sarkaç gibi, ℓ uzunluğuna bağlı olarak bir doğal salınım frekansına sahiptir. Salıncağı gelişigüzel frekansta iterseniz, salıncak sağa sola yalpa yapar ve büyük genliğe ulaşamaz. Fakat salıncağı onun doğal frekansı ile iterseniz, genlik çok fazla artar. Rezonansta, yüksek bir genlik elde etmek için nispeten daha az çaba gerekir.

[†]$A = 0$ olduğunda da bu gerçekleşir, fakat bu saçma ve anlamsız bir çözümdür çünkü tüm t zamanları için $x = 0$'dır yani salınım yoktur.



ŞEKİL 14–24 Bir trompet sesinin rezonans frekansında titreştirdiği kadeh.

ŞEKİL 14–25 (a) 1940'ta şiddetli rüzgar, Tacoma Narrows Köprüsü'nde büyük genlikli titreşimlere ve sonunda köprünün çökmesine yol açtı. (b) 1989'daki depremde California' daki otoyolun çöküşü.



(a)



(b)

Ünlü tenor Enrico Caruso'nun uygun frekanstaki bir notayı yüksek sesle söyleyerek, kristal bir kadehi kırabildiği söylenir. Bu, insanın çıkardığı ses dalgaları tarafından, cama zorla salınınım yaptırılması sonucu oluşan rezonansa bir örnektir. Rezonans halinde, kadehin salınım yaptığı en son durumdaki genliği o kadar büyük olur ki, cam esneklik sınırını aşar ve kırılır (Şek. 14-24).

Cisimleri oluşturan malzemeler genellikle esnek oldukları için, rezonans birçok durumda önemli bir olaydır. Her ne kadar sonuçları daima önceden tahmin edilemese de rezonans, özellikle inşaat mühendisliğinde önemli bir durumdur. Örneğin, bir demiryolu köprüsünden geçen trenin tekerleklerinden bir tanesinde bulunan bir çentiğin köprüde rezonans salınımı oluşturup, onu yıktığı kayıtlara geçmiştir. Gerçekten de, bir köprüden uygun adımda geçen askerlerin yürüyüş ritminin, köprünün rezonans frekansına uymasından kaçınılmalıdır. 1940 yılında Tacoma Narrows Köprüsünün meşhur çöküşü (Şek. 14-25a), şiddetli rüzgarın köprüyü büyük genlikli salınım hareketi yaptıracak şekilde esmesi nedeniyledir. 1989 Kaliforniya depreminde Oakland otoyolunun sarsıntıyı kolayca ileten çamurlu gevşek zemin üzerine inşa edilmiş kısmı, rezonans salınımı yaparak çöktü (Şek. 14-25b).

Rezonansa ait önemli örneklerle daha sonra karşılaşacağız. Yine titreşen cisimlerin genellikle bir değil birden çok rezonans frekansına sahip olduklarını da göreceğiz.

*Hareket Denklemi ve Çözümü

Şimdi zorlamalı salınım için hareket denklemine ve çözümüne bakalım. Uygulanan dış kuvvetin sinüzoidal olduğunu ve

$$F_{\text{dış}} = F_0 \cos \omega t,$$

şeklinde tanımlandığını düşünelim, burada $\omega = 2\pi f$ salınıcıya dışarıdan uygulanan açısal frekanstır. Bu durumda hareket denklemi (sönümlü)

$$ma = -kx - bv + F_0 \cos \omega t$$

olup

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos \omega t \qquad \textbf{(14–21)}$$

şeklinde yazılabilir. Eşitliğin sağındaki dış kuvvet, x'i ya da türevlerini içermeyen tek terimdir. 68. problem sizden

$$x = A_0 \sin(\omega t + \phi_0) \qquad \textbf{(14–22)}$$

in Dnk. 14-21' in çözümü olduğunu doğrudan yerine koyarak göstermenizi istiyor, burada

$$A_0 = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + b^2\omega^2/m^2}} \qquad \textbf{(14–23)}$$

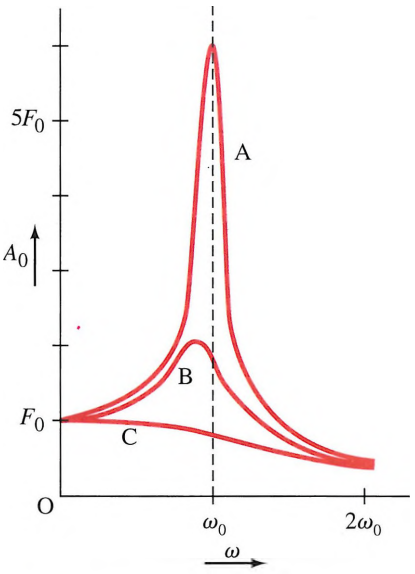
ve

$$\phi_0 = \tan^{-1}\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega(b/m)} \qquad \textbf{(14–24)}$$

dir. Aslında, Dnk. 14-21' in genel çözümü Dnk. 14-22 ile salınıcının doğal sönüm hareketini içeren Dnk. 14-19 formunda ek bir terimden oluşur; bu ek terim zamanla sıfır değerine yaklaşır, bu nedenle bir çok durumda yalnızca Dnk. 14-22' yi kullanmaya gerek duyarız.

Zorlamalı harmonik hareketin A_0 genliği, dışarıdan uygulanan frekans ile sistemin doğal frekansı arasındaki farka bağlıdır. A_0'ın (Dnk. 14-23) uygulanan ω frekansının fonksiyonu olarak değişimi, b sönüm katsayısının üç belirli değeri için Şek. 14-26' da (Şek. 14-23' ün daha detaylı hali) görülmektedir. A eğrisi hafif sönümü $\left(b = \frac{1}{6}m\omega_0\right)$ B eğrisi oldukça şiddetli sönümü $\left(b = \frac{1}{2}m\omega_0\right)$ ve C eğrisi ise aşırı sönümlü hareketi $\left(b = \sqrt{2}m\omega_0\right)$ temsil eder. Sönüm çok büyük olmamak kaydı ile, sürücü frekans doğal frekans civarında olduğunda $\omega \approx \omega_0$, genlik büyük değerlere ulaşır. Sönüm hafif

olduğunda, $\omega = \omega_0$ civarındaki genlik çok büyüktür ve daha önce gördüğümüz gibi *rezonans* olarak bilinir. Sistemin doğal salınım frekansı $f_0 (= \omega_0/2\pi)$ sistemin *rezonans frekansıdır.*[†] $b = 0$ ise, rezonans $\omega = \omega_0$ 'da gerçekleşir ve rezonans tepesi (A_0) sonsuz olur; Böyle bir durumda, enerji sisteme sürekli olarak aktarılır ve hiçbir enerji kaybı olmaz. Gerçek sistemlerde b hiçbir zaman tam sıfır olmaz ve rezonans tepesi sonludur. Sönüm çok büyük olmadıkça, tepe $\omega = \omega_0$ 'a yakın olsa da tam $b^2\omega^2/m^2$'de oluşmaz ω_0 teriminin Dnk. 14-13'teki belirleyiciliği nedeniyle). Eğer sönüm büyükse, ya çok küçük bir tepe vardır ya da hiç yoktur (Şek. 14-26'daki C eğrisi).



ŞEKİL 14–26 ω 'nın fonksiyonu olarak zorlamalı harmonik salınıcının genliği. A, B ve C eğrileri sırasıyla hafif sönümlü, büyük sönümlü ve aşırı sönümlü sistemlere karşılık gelmektedir $(Q = m\omega_0/b = 6, 2, 0.71)$.

*Q değeri

Bir rezonans tepesinin yüksekliği ve darlığı çoğu zaman tepenin **kalite faktörü** veya Q **değeri** ile belirlenir, ve

$$Q = \frac{m\omega_0}{b} \quad \text{olarak tanımlanır.} \qquad \textbf{(14–25)}$$

Şek. 14-26'da A eğrisi $Q = 6$, B eğrisi $Q = 2$, ve C eğrisi $Q = 1/\sqrt{2}$ değerlerine sahiptir. Daha küçük b sönüm sabiti değerlerinde, daha büyük Q değerleri ve daha yüksek rezonans tepeleri oluşur. Q değeri aynı zamanda tepe genişliğinin bir ölçüsüdür. Neden böyle olduğunu görmek için, ω_1 ve ω_2 frekansları A_0 genliğinin karesini maksimum değerinin yarısına sahip yapan frekanslar olsun (karesini kullanıyoruz çünkü sisteme aktarılan güç A_0^2); ile orantılıdır); bu durumda $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$, rezonans tepesinin genişliği olarak adlandırılır ve Q değerine şu şekilde bağlıdır:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q}. \qquad \textbf{(14–26)}$$

Bu bağıntı yalnızca zayıf sönümler için doğrudur. Q değeri büyüdükçe rezonans tepesi yüksekliğine oranla daralacaktır. Bu nedenle büyük Q değeri, yüksek ve dar rezonans tepesine sahip yüksek kaliteli sistemleri temsil eder.

[†]Rezonans frekansı bazen, genliğin maksimum değerine sahip olduğu durumdaki ω nın değeri olarak tanımlanır, ve bu değer sönüm sabitine bağlıdır. Çok büyük sönüm dışında bu değer ω_0. 'a oldukça yakındır.

Özet

Salınım yapan bir cisim **basit harmonik hareket** (BHH) yapar. Geri çağırıcı kuvvet yerdeğiştirme ile orantılı ise,

$$F = -kx. \qquad \textbf{(14–1)}$$

Denge konumundan olan maksimum yerdeğiştirme **genlik** olarak adlandırılır.

T **periyodu** bir tam devir (ileri ve geri) için gerekli zaman, ve f, **frekansı** bir saniye içerisinde gerçekleşen devir sayısı olmak üzere, aralarındaki bağımlılık

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ile verilir.} \qquad \textbf{(14–2)}$$

Kütlesiz ideal bir yayın ucunda salınım yapan bir m kütlesi için periyot

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{olarak verilir.} \qquad \textbf{(14–7b)}$$

BHH **sinüzoidaldir**, yani yerdeğiştirmenin zamana göre fonksiyonu sinüs veya kosinüs eğrisine uyar. Genel çözüm şu şekilde yazılabilir:

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(14–4)}$$

burada A genliktir, ϕ ise **faz açısıdır**, ve

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad \textbf{(14–5)}$$

A ve ϕ'nin değerleri **başlangıç koşullarına** bağlıdır (x ve v'nin $t = 0$'daki değerlerine).

BHH esnasında toplam enerji $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ sürekli olarak potansiyelden kinetiğe, kinetikten potansiyele dönüşür.

Uzunluğu ℓ olan bir **basit sarkacın** hareketi, genliğinin küçük ve sürtünmenin ihmal edilebildiği durumda BHH'e benzerlik gösterir. Küçük genliklerde periyodu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}, \qquad \textbf{(14–12c)}$$

olarak verilir, burada g yerçekimi ivmesidir.

Sürtünme varsa (tüm gerçek yaylarda ve sarkaçlarda olduğu gibi), harekete **sönümlüdür** denir. Zamanla maksimum yerdeğiştirme azalır ve sonunda mekanik enerji tamamen ısı enerjisine dönüşür. Sürtünme çok büyükse, salınım gerçekleşmez ve sisteme **aşırı sönümlüdür** denir. Sürtünmenin yeterince küçük olup salınımın gerçekleştiği durumda sistem **kritik altı sönümlüdür** ve yerdeğiştirme

$$x = Ae^{-\gamma t}\cos\omega' t, \qquad \textbf{(14–16)}$$

olarak verilir, burada γ ve ω' sabitlerdir. **Kritik sönümlü** sistemde salınım olmaz ve sistem en kısa sürede denge konumuna gelir.

Bir salınım kuvveti titreşim yapabilen bir sistem üzerine uygulandığında, uygulanan kuvvetin frekansı salınıcının **doğal** (veya **rezonans**) **frekansı** civarında ise titreşimin genliği çok büyük olabilir; buna **rezonans** denir.

Sorular

1. Günlük hayatta karşılaşılan titreşen cisimlerden bazı örnekler veriniz. Bu cisimlerden hangileri yaklaşık olarak bir BHH sergiler?
2. Bir basit harmonik salıcının ivmesi sıfır olur mu? Olursa nerede?
3. Neden bir otomobil motorundaki piston hareketinin basit harmonik harekete benzer olduğunu açıklayınız.
4. Gerçek yaylar kütleye sahiptir. Böyle bir yayın gerçek periyot ve frekansı, kütlesiz ideal bir yayın ucunda salınan bir kütle için denklemlerde verilen değerlerden küçük mü olur büyük mü? Açıklayınız.
5. Basit harmonik salınıcı (BHS)'nın maksimum hızını nasıl iki katına çıkartabilirsiniz?
6. Bir düşey yaya sahip tartının kancasına asılı bulunan 5.0 kg'lık bir alabalık kancadan kurtularak yere düşüyor. Tartının göstergesindeki değişimi zamanın fonksiyonu olarak tanımlayınız.
7. Bir sarkaçlı saat deniz kenarında ayarlanıyor. Bu saat yüksek bir yere çıkarıldığında ileri mi gider geri mi kalır? Niçin?
8. Bir dala asılmış lastik salıncak yere oldukça yakın bulunmaktadır (Şek. 14-27). Sadece bir kronometre kullanarak dalın yerden yüksekliğini nasıl hesaplayabilirsiniz?



ŞEKİL 14–27 Soru 8

9. Bir basit harmonik salınıcı için, ne zaman yerdeğiştirme ve hız vektörleri aynı doğrultuda olur eğer olursa)? Ne zaman yerdeğiştirme ve ivme vektörleri aynı doğrultuda olur?
10. 100 g'lık kütle uzun bir ipe asılarak sarkaç oluşturuluyor. Kütle bir tarafa doğru biraz çekilerek bırakılıyor. Kütlenin gidiş geliş süresi 2.0 s olarak ölçülüyor. 100 g'lık kütle yerine 200 g'lık kütle asılıp aynı mesafeye kadar çekilip bırakıldığında, kütlenin gidiş geliş süresi nedir? (*a*) 1.0 s, (*b*) 1.41 s, (*c*) 2.0 s, (*d*) 2.82 s, (*e*) 4.0 s.
11. İki eşit kütle, özdeş iki yayın ucuna ayrı ayrı bağlanmıştır. Kütlelerden bir tanesi denge konumundan 20 cm, diğeri ise 10 cm çekilerek aynı anda serbest bırakılıyor. Kütlelerden hangisi denge konumuna daha önce ulaşır?
12. Bir araba boşken mi yoksa iyice doluyken mi yayları üzerinde daha hızlı zıplar?
13. Yürürken attığınız adımların yaklaşık olarak periyodu nedir?
14. Bir salıncakta otururak sallanırken ayağa kalktığınızda periyot nasıl değişir?
15. m kütlesine sahip ince homojen bir çubuk bir ucundan asılarak f frekansında salınım yapıyor. $2m$ kütleli küçük bir küre diğer ucuna asıldığında frekansı artar mı azalır mı? Açıklayınız.
16. * Doğal frekansı 264 Hz olan bir diyapazon odanın ön tarafındaki bir masa üzerinde bulunmaktadır. Odanın arka tarafında doğal frekansları 260 Hz ve 420 Hz olan iki diyapazon başlangıçta sessiz olarak bulunmaktadır. Odanın ön tarafında bulunan diyapazon titreşime başlatıldığında 260 Hz frekansa sahip diyapazon kendiliğinden titreşmeye başlar, fakat 420 Hz'lik diyapazon titreşim yapmaz. Nedenini açıklayınız.
17. Bir tepsi içerisinde su sıçraması oluşturabilmek için neden tepsiyi belirli frekansta sallarsınız?
18. Günlük hayattan rezonans olayına birkaç örnek veriniz.
19. Arabanın içerisinde asılı bir çıngırak herhangi bir şekilde rezonansa gelir mi? Açıklayınız.
20. Binaların gittikçe daha hafif malzemelerden inşa ediliyor olması, binaların doğal titreşim frekansını nasıl etkiler? Bu durum, kamyon ve uçak geçişlerinin, rüzgar vb. doğal titreşim kaynaklarının neden olacağı rezonans problemlerini nasıl etkiler?

Problemler

14–1 ve 14–2 Basit Harmonik Hareket

1. (I) Bir parçacık 0.18 m genlikli BHH yaparsa, bir periyot boyunca alacağı toplam yol ne olur?
2. (I) Esnek bir ipin boyu 75 N'luk bir ağırlık asıldığında 65 cm, 180 N'luk bir ağırlık asıldığında 85 cm oluyor. Bu esnek ipin k "yay" sabiti nedir?
3. (I) 68 kg'lık bir sürücü 1500 kg'lık bir arabanın sürücü koltuğuna oturduğunda, arabanın yayları 5.0 mm sıkışmaktadır. Araba bir tümsekten geçerse salınım frekansı ne olacaktır? Sönümü ihmal ediniz.
4. (I) (*a*) Bir yayın ucundaki kütle, denge konumundan 8.8 cm gerilip serbest bırakıldığında 0.66 s'lik periyoda sahip olduğuna göre, bu hareketi tanımlayan denklem nedir? (*b*) Harekete başladıktan 1.8 s sonra kütlenin yapacağı yerdeğiştirme miktarı ne olacaktır?
5. (II) 35 kg'lık bir çocuk bir yaylı çubuk üzerinde her 2.0 s'de bir zıplarsa, çubuğun yayının kuvvet sabitini tahmin ediniz.
6. Bir balıkçı tartısına 2.4 kg'lık bir balık asıldığında 3.6 cm uzamaktadır. (*a*) Yayın kuvvet sabiti nedir ve (*b*) balık 2.5 cm daha aşağı çekilip bırakılırsa, yapacağı aşağı yukarı salınımın frekansı ve genliği ne olacaktır?

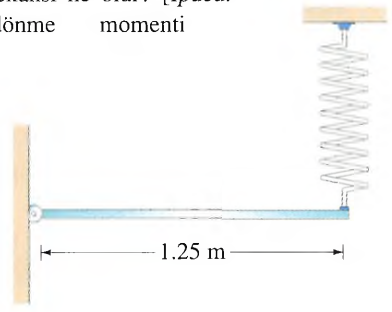
7. (II) Yüksek binalar rüzgar dikkate alınarak tasarlanırlar. Örneğin 110 katlı Sears Tower'ın en üst katı, 100 km/s'lik bir rüzgarda yatay olarak 15 cm genlikle salınır. Bina 7.0 s periyotlu doğal frekansında salınmaktadır. Hareketin BHH olduğunu varsayarak, binanın en üst katındaki masasında çalışan bir Sears çalışanı tarafından hissedilecek maksimum yatay hızı ve ivmeyi bulunuz. Maksimum ivmeyi (yüzde olarak) yerçekimi ivmesi ile karşılaştırınız.

8. (II) T salınımın periyodu olmak üzere, Şek. 14-2'de görülen kütlenin $t = 0, \frac{1}{4}T, \frac{1}{2}T, \frac{3}{4}T, T,$ ve $\frac{5}{4}T$, anlarında bulunacağı x konumlarını gösteren bir tablo oluşturunuz. Grafik kağıdı üzerinde, bu altı noktayı yumuşak bir eğri ile birleştirerek x'in t'ye göre değişimini çiziniz. Bu basit yaklaşım ışığında, eğriniz sinüs dalgasına mı yoksa kosinüs dalgasına mı benzemektedir?

9. (II) Kütlesi 0.25 g olan küçük bir sinek bir örümcek ağına yakalanmıştır. Ağ ağırlıklı olarak 4.0 Hz'lik bir frekansla salınmaktadır. (*a*) Ağın etkin yay kuvvet sabiti k' nın değeri nedir? (*b*) Yakalanan 0.50 g'lık bir böcek olsaydı ağın salınım frekansının ne olmasını beklerdiniz?

10. (II) Bir yayın ucunda bulunan m kütlesi 0.83 Hz' lik frekans ile salınmaktadır. m kütlesine 680 g'lık bir kütle eklendiğinde salınım frekansı 0.60 Hz olmaktadır. m kütlesinin değerini hesaplayınız.

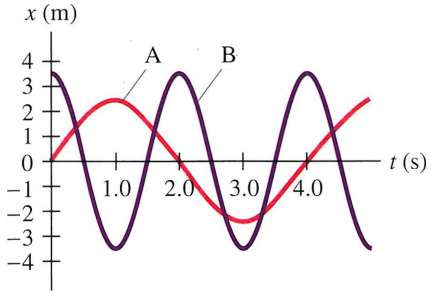
11. (II) M kütleli homojen bir çubuk bir ucundan duvara menteşelenmiş, diğer ucundan ise yatay kalacak şekilde yay sabiti k olan bir yaya bağlanmıştır (Şek. 14-28). Çubuk hafifçe aşağı yukarı salınırsa frekansı ne olur? [*İpucu*: Menteşeye göre dönme momenti denklemini yazınız.]



ŞEKİL 14–28
Problem 11.

12. (II) Bir gölde yüzmekte olan 55 g kütleli bir tahta blok, 3.0 Hz'lik frekansla suya batıp çıkmaktadır. (a) Suyun etkin yay sabitinin değeri nedir? (b) Tahta blok ile hemen hemen aynı boyut ve şekilde olan ve kısmen doldurulmuş 0.25 g'lık bir su şişesi göle atılsın. Şişenin hangi frekansta suya batıp çıkmasını beklersiniz. Hareketin basit harmonik olduğunu varsayınız.

13. (II) Şek. 14-29'da, A ve B gibi iki BHH örneği gösterilmektedir. Her biri için (*a*) genlik, (*b*) frekans, ve (*c*) periyot nedir? (*d*) A ve B için sinüs veya kosinüs formunda denklemler yazınız.

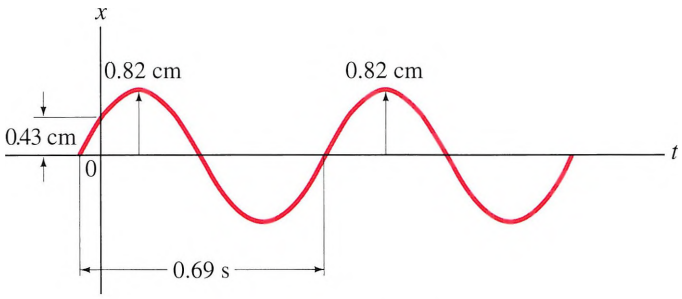


ŞEKİL 14–29 Problem 13.

14. (II) Salınım yapan bir kütle $t = 0$ anında, (*a*) $x = -A$, (*b*) $x = 0$, (*c*) $x = A$, (*d*) $x = \frac{1}{2}A$, (*e*) $x = -\frac{1}{2}A$, (*f*) $x = A/\sqrt{2}$. konumlarında bulunuyorsa, bu kütlenin verilen her bir durumu için Dnk. 14-4'teki ϕ faz sabitini belirleyiniz.

15. (II) Yay kuvvet sabiti 305 N/m olan düşey bir yayın ucuna 0.260 kg asıldığında yay 28.0 cm genlikle salınmaktadır. Kütle denge ($y = 0$) noktasından $t = 0$ anında pozitif bir hızla geçmektedir. (*a*) Bu hareketi zamanın fonksiyonu olarak hangi denklem tanımlar. (*b*) Yay ne zaman en kısa ve en uzun olacaktır?

16. (II) Şek. 14-30'da bir yayın ucunda bulunan küçük bir m kütlesinin zamana bağlı olarak yerdeğiştirme grafiği gösterilmektedir. $t = 0$ anında, $x = 0.43$ cm'dir. (*a*) $m = 0.95g$ ise k yay sabitini bulunuz. (*b*) Zamanın fonksiyonu olarak, x yerdeğiştirme denklemini yazınız.



ŞEKİL 14–30 Problem 16.

17. (II) Bir BHS'nın zamanın fonksiyonu olarak konumu $x = 3.8\cos(5\pi t/4 + \pi/6)$ ile verilmektedir, burada t saniye, x metre cinsindendir. (*a*) Periyot ve frekansı, (*b*) $t = 0$ anında konumu ve hızı, ve (*c*) $t = 2.0$. s' de hızı ve ivmeyi bulunuz.

18. (II) Bir diyapazon 441 Hz'lik frekansta titreşmektedir ve bu esnada çatalın uçları merkezden 1.5 mm diğer tarafa doğru hareket etmektedir. Çatalın ucundaki (*a*) maksimum hızı ve (*b*) maksimum ivmeyi hesaplayınız.

19. (II) m kütlesi bilinmeyen bir cisim, k yay sabiti bilinmeyen düşey bir yayın ucuna asılmıştır ve cismin yayı 14 cm uzatarak durgun hale geldiği gözlemlenmiştir. Cisme hafif bir itme uygulandığında BHH yapmaktadır. Bu salınımın T periyodunu belirleyiniz.

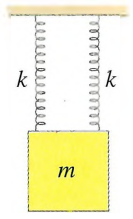
20. (II) 1.25 kg'lık bir kütle düşey bir yayı 0.215 m uzatmaktadır. Eğer yay 0.130 m daha gerilerek serbest bırakılırsa, tekrar (yeni) denge konumuna ulaşması ne kadar süre alır?

21. 21. (II) A ve B gibi iki cismin farklı frekanslarda BHH yaptığını düşünelim. Bu cisimlerin hareket denklemleri $x_A = (2.0\,\text{m})\sin(2.0\,t)$ ve $x_B = (5.0\,\text{m})\sin(3.0\,t)$, şeklinde olsun, burada t saniye cinsindendir. $t = 0$ anından itibaren, her iki cismin başlangıç noktasını birlikte geçtiği üç t zamanını bulunuz.

22. (II) 1.60 kg'lık bir cisim düşey bir yayın ucuna asılı olarak her 0.55 s'de bir tam salınım yapmaktadır. (*a*) Cismin denge konumundan ($y = 0$) 16 cm sıkıştırılıp serbest bırakılarak harekete başlatıldığını kabul ederek, y konumunu (+ yön yukarı doğru) t zamanının fonksiyonu olarak veren denklemi yazınız. (*b*) Cismin denge konumuna ilk ulaşması ne kadar süre alacaktır? (*c*) Cismin maksimum hızı ne olacaktır? (*d*) Cismin maksimum ivmesi ne olacaktır ve maksimum ivmeye nerede ulaşacaktır?

23. (II) Bungee jumping yapan 65 kg kütleli bir sporcu yüksek bir köprüden atlıyor. Sporcu en alt seviyeye kadar indikten sonra, aşağı yukarı salınım yapmaya başlıyor ve en alt noktaya 8. kez gelmesi için 43 s geçiyor. Salınımın sonunda köprü seviyesinden 25 m aşağıda duruyor. Bu salınımın bir BHH olduğunu varsayarak, bungee halatının yay kuvvet sabitini ve gerilmemiş haldeki uzunluğunu tahmin ediniz.

24. m kütleli bir blok, yay kuvvet sabitleri k olan iki özdeş paralel düşey yaya asılmıştır (Şek. 14-31). Düşey salınımın frekansı ne olacaktır?



ŞEKİL 14–31
Problem 24.

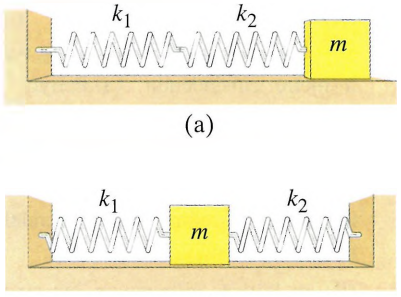
25. (III) Bir m kütlesi, yay sabitleri k_1 ve k_2 olan iki yaya Şek. 14-32a ve b'de gösterildiği gibi iki farklı şekilde bağlanmıştır. (*a*) durumunda periyodun

$$T = 2\pi\sqrt{m\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)}$$

ifadesi ile ve (*b*) durumunda ise

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}.$$

ifadesi ile verildiğini gösteriniz. Sürtünmeyi ihmal ediniz



ŞEKİL 14–32
Problem 25.

26. (III) Yay sabiti k olan bir yayın ucuna bağlı olan bir m kütlesi durmaktadır. Kütleye $t = 0$ anında bir çekiçle J itmesi veriliyor. Bu işlem sonunda gerçekleşen hareketin denklemini m, k, J ve t'ye bağlı olarak yazınız.

14–3 BHH'te Enerji

27. 27. (I) 1.15 kg'lık bir kütle $x = 0.650\cos 7.40t$ denklemine göre salınmaktadır, burada x metre ve t saniye cinsindendir. Kütlenin (*a*) genliğini, (*b*) frekansını, (*c*) toplam enerjisini ve (*d*) konumunda iken kinetik ve potansiyel enerjisini belirleyiniz.

28. (I) (a) Bir BHS'nın yerdeğiştirmesi hangi değerde iken enerjisinin yarısı kinetik diğer yarısı ise potansiyel olur? (*b*) BHS'nın yerdeğiştirmesi genliğinin üçte birine eşit olduğunda toplam enerjisindeki kinetik ve potansiyel oranı nedir?

29. (II) Yay sabiti 95 N/m olan yatay bir yay ve ucuna bağlanmış 55 g'lık kütleden oluşan bir sistem için Şek. 14-11'dekine benzer bir grafik çiziniz. Yayın 2.0 cm'lik bir başlangıç genliği ile harekete başladığını varsayınız. Yayın kütlesini ve yatay düzlemle yaptığı sürtünmeyi ihmal ediniz. Grafiğinizi $x = 1.5$ cm konumundaki (*a*) potansiyel enerjiyi, (*b*) kinetik enerjiyi ve (*c*) kütlenin hızını belirlemek için kullanınız.

30. (II) Bir yayın ucundaki 0.35 kg'lık kütle 0.15 m genlikle saniyede 2.5 defa salınım yapmaktadır. (*a*) Denge konumundan geçerken hızını, (*b*) denge konumundan 0.10 m ötede iken hızını, (*c*) sistemin toplam enerjisini ve (*d*) kütlenin hareket denklemini, $t = 0$ anında x'in maksimum olduğunu varsayarak belirleyiniz.

31. (II) Bir oyuncak tabancayı 0.160 kg'lık topla "doldurmak" için, 95.0 N kuvvet uygulayarak tabancanın yayını 0.175 m sıkıştırmak gerekmektedir. Silah yatay olarak ateşlendiğinde topun fırlatılma hızı ne olur?

32. (II) 0.0125 kg'lık bir mermi, yay sabiti 2.25×10^3 N/m olan sabitlenmiş yatay bir yaya tutturulmuş 0.240 kg' lık bir bloğa çarparak onu 1.24 cm genlikli salınıma başlatıyor. Çarpışmadan sonra iki cisim birlikte hareket ettiğine göre, merminin başlangıçtaki hızı ne olmalıdır?

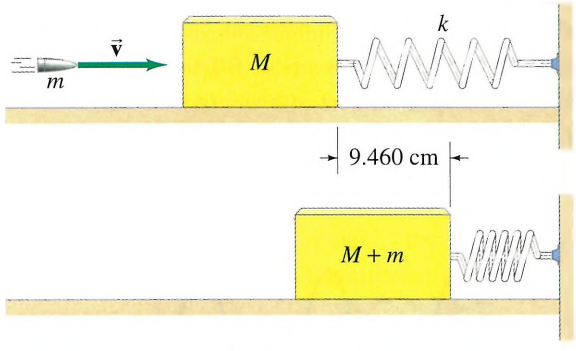
33. (II) Bir salınıcının enerjisi, aynı frekans ve kütledeki diğer salınıcının enerjisinden 5 kat büyük ise, iki salınıcının genlikleri oranı nedir?

34. (II) 240 g'lık bir kütle, sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde 3.0 Hz. frekans ve 4.5 cm genlikle salınm hareketi yapmaktadır. (*a*) Bu hareket için etkin yay sabiti nedir? (*b*) Bu hareket ne kadarlık bir enerji içerir?

35. (II) Sürtünmesiz yatay bir yüzey üzerindeki yayın bir ucuna durgun bir kütle bağlanmış diğer ise ucu duvara sabitlenmiştir. Yayı 0.13 m sıkıştırmak için 3.6 J'luk iş yapılmaktadır. Yay bu şekilde sıkıştırılıp durgun halden harekete başlatılırsa kütlenin ulaşabileceği maksimum ivme 15 m/s^2 dir. (*a*) Yay sabitini ve (*b*) kütleyi bulunuz.

36. (II) Yay sabiti $k = 280$ N/m olan bir yaya bağlı 2.7 kg kütleli bir cisim basit harmonik hareket yapmaktadır. Cisim denge konumundan 0.020 m ötede iken, 0.55 m/s hızla hareket etmektedir. (*a*) Hareketin genliğini hesaplayınız. (*b*) Cismin ulaştığı maksimum hızı hesaplayınız.

37. (II) Ajan Aytekin, bir kurşunun tüfeğin ucundan çıktığı andaki hızını ölçmek için aşağıdaki yöntemi tasarladı (Şek. 14-33). Yay sabiti k = 142.7 N/m olan bir yaya bağlanmış düz bir yüzey üzerinde duran 4.648 kg'lık tahta bloğa silahı ateşledi. Kütlesi 7.870 g olan kurşun, tahta bloğun içine saplanıp kaldı. Bloğun yayı sıkıştırdığı maksimum mesafeyi 9.460 cm olarak ölçtü. Merminin v hızı nedir?



ŞEKİL 14–33 Problem 37.

38. (II) Dnk. 14-10'da verilen enerjinin korunumu ifadesini kullanarak, basit harmonik salınıcını için x yerdeğiştirmesini zamanın fonksiyonu olarak elde ediniz. [*İpucu* $v = dx/dt$] olmak üzere Dnk. 14-11a'nın integralini alınız.]

39. (II) $t = 0$ anında, yatay bir yayın ($k = 184$ N/m) ucunda durgun halde bulunan 785 g'lık bir kütleye bir çekiçle vurularak, kütleye 2.26 m/s'lik bir ilk hız kazandırılıyor. (*a*) hareketin periyot ve frekansını, (*b*) genliğini, (*c*) maksimum ivmesini, (*d*) konumun zamana göre değişimini, (*e*) toplam enerjisini, (*f*) A genlik olmak üzere, $x = 0.40A$ iken kinetik enerjiyi belirleyiniz.

40. (II) Bir langırt makinesinde top, 6 cm sıkıştırılabilen fırlatıcı yayı bulunan rampa tarafından 15°'lik bir eğik düzlem üzerine fırlatılıyor. Kütlesi $m = 25$ g ve yarıçapı $r = 1.0$ cm top, kaymadan yuvarlanarak fırlatıcı rampayı terk ediyor. Eğer Kütlenin hızı 3.0 m/s ise rampada kullanılan fırlatıcı yayın yay sabitini bulunuz.

14–5 Basit Sarkaç

41. (I) Bir sarkaç Dünya'da 1.35 s periyoda sahiptir. Yerçekimi ivmesinin yaklaşık olarak dünyadakinin 0.37'si kadar olan Mars'ta bu sarkacın periyodu ne olur?

42. (I) Bir sarkaç 32 salınımı tam 50 s'de yapar. (*a*) Bu sarkacın periyodu ve (*b*) frekansı nedir?

43. (II) Bir basit sarkaç 0.30 m uzunluğundadır. $t = 0$ anında, 13°'lik açıyla durgun halden harekete başlatılıyor. Sürtünmeyi ihmal ederek, (*a*) $t = 0.35$ s, (*b*) $t = 3.45$ s ve (*c*) $t = 6.0$ s'de sarkacın açısal konumu ne olacaktır?

44. (II) 53 cm uzunluğundaki basit bir sarkacın periyodu (*a*) Dünya'da ve (*b*) serbest düşen bir asansör içerisinde nedir?

45. (II) Basit bir sarkaç 10.0°'lik genlikle salınım yapmaktadır. Kütlenin +5.0° ile –5.0° arasında harcadığı zamanın toplam periyoda oranı nedir? Sarkacın BHH yaptığını kabul ediniz.

46. (II) Bir ayaklı duvar saatinin sarkacı 0.9930 m uzunluğa sahiptir. Sarkaç günde 26 s geri kalırsa, sarkacın boyunu nasıl ayarlamalısınız?

47. (II) Bir basit sarkaç kütlesinin maksimum hızını v_{maks} veren formülü, g yerçekimi ivmesi, ℓ, uzunluğu ve θ_{maks} maksimum salınım açısı cinsinden elde ediniz.

*14–6 Fiziksel Sarkaç ve Burulmalı Sarkaç

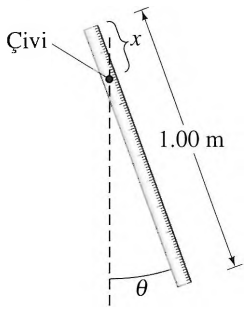
*48. Bir sarkaç küçük bir M kütlesi ile homojen ℓ. uzunluğunda ve m kütleli bir ipten oluşmaktadır. (a) Küçük açı yaklaşıklığını kullanarak periyot için bir denklem türetiniz. (b) Dnk. 14-12c ile verilen basit sarkaç formülünü kullandığınızda hata kesri ne olacaktır?

*49. (II) Bir saatin ayar çarkı, yarıçapı 0.95 cm olan ince bir halka şeklinde olup ve 3.10 Hz frekansla salınmaktadır 1.1×10^{-5} N.m'lik bir tork çarkı 45° döndürebildiğine göre ayar çarkının kütlesi nedir?

*50. (II) İnsan bacağı, normal bir yürüyüş esnasındaki "doğal" periyodu açısından bir fiziksel sarkaç ile kıyaslanabilir. Bacağı diz kapağından birbirine sıkıca birleştirilmiş iki çubuk olarak düşünün; bacağın hareket ekseni kalça ile birleşme noktasıdır. Her bir çubuğun uzunluğu aynı olup 55 cm'dir. Üstteki çubuk 7.0 kg, alttaki çubuk 4.0 kg'dır. (*a*) Sistemin doğal salınım frekansını hesaplayınız. (*b*) Bir sandalyenin üzerinde yakta durunuz ve bacağınızın ileri geri bir veya birkaç tam salınım yapması için geçen süreyi ölçerek cevabınızı kontrol ediniz. Bacağın kısa oluşu daha kısa periyoda, bu da doğal olarak daha hızlı yürüyüşe sebep olur.

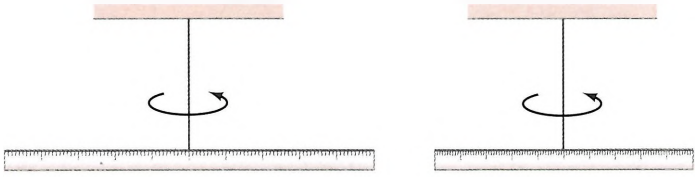
*51. (II) (*a*) Şek. 14-18' de görülen bir burulmalı sarkaç için hareket denklemini (θ'yı zamanın fonksiyonu olarak) belirleyiniz ve bu hareketin basit harmonik olduğunu gösteriniz. (*b*) T periyodunun T is $T = 2\pi\sqrt{I/K}$ olduğunu gösteriniz. [Bir mekanik saatin ayar çarkı bir burulmalı sarkaca örnektir, burada geri çağırıcı tork bir sarmal yay tarafından uygulanır.]

*52. (II) Bir öğrenci cetveli bir sarkaç olarak kullanmak istiyor. Bunun için cetvele küçük bir delik açıp çivi ile duvara asmayı planlıyor (Şek. 14-34). Olabilecek en küçük periyodu elde etmek için cetveli nereden delmelidir? Bu yöntemi kullanarak bir cetvel ile ne kadar küçük bir salınım periyodu elde edebilir?



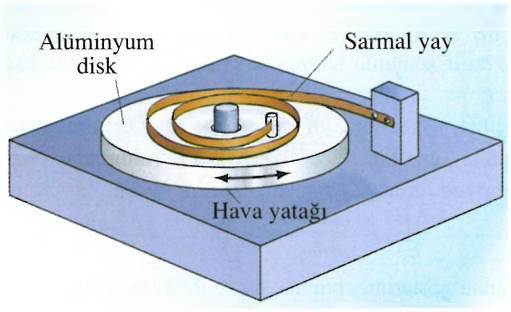
ŞEKİL 14–34
Problem 52.

*53. (II) Bir cetvel ortasından ince bir tel ile asılıyor (Şek. 14-35a). Burulup bırakıldığında 5.0 s'lik periyotla salınım yapıyor. Cetvel kesilerek boyu 70.0 cm'ye getiriliyor. Bu parça tekrar denge merkezinden asılarak salınım yaptırılıyor (Şek. 14-35b). Bu yeni salınımın periyodu nedir?



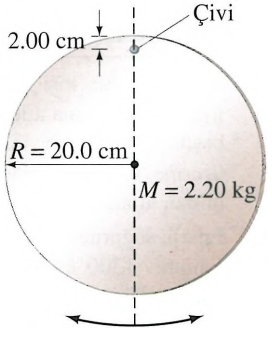
ŞEKİL 14–35 Problem 53.

*54. (II) 12.5 cm çapında ve 375 g kütleli bir alüminyum disk küçük bir sürtünmeye sahip düşey bir mil üzerine geçirilmiştir (Şek. 14-36). Yassı sarmal yayın bir ucu alüminyum diske, diğer ucu ise sistemin tabanına şekildeki gibi tutturulmuştur. Disk 0.331 Hz'lik frekans ile dairesel salınıma başlatılmıştır. Yay burulma sabiti $K (\tau = -K\theta)$ nedir?



ŞEKİL 14–36 Problem 54.

*55. (II) Yarıçapı 20.0 cm ve kütlesi 2.20 kg olan bir kontrplak diskin, kenarından 2.0 cm içeriye küçük bir delik delinmiştir (Şek. 14-37). Disk duvara çakılı bir çiviye bu delikten asılıyor ve bir sarkaç olarak kullanılıyor. Küçük salınımlar için bu sarkacın periyodu nedir?



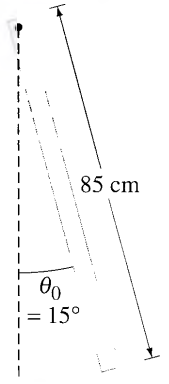
ŞEKİL 14–37
Problem 55.

14–7 Sönüm

56. (II) 0.835 kg kütleli bir blok yay sabiti k = 41.0 N/m olan bir yayın ucunda salınmaktadır. Kütle bu salınımını $F = -bv$ kuvveti ile harekete karşı koyan bir sıvı içerisinde yapmaktadır, burada b = 0.662 N.s/m'dir. (*a*) Hareketin periyodu nedir? (*b*) Devir başına genlikteki azalma oranı nedir? (*c*) t = 0'da x = 0 ve t = 1.0 s'de x = 0.120 m ise, yerdeğiştirmeyi zamanın fonksiyonu olarak yazınız.

57. (II) Amortisörü eskiyen bir araba, bir hız kesici tümseği geçtikten sonra 3 defa salınım yapıyorsa sönüm katsayısının nasıl değiştiğini tahmin ediniz.

58. (II) 85 cm uzunluğunda, 240 g kütleli, homojen tahta bir çubuktan oluşan fiziksel sarkaç bir ucundan bir çiviye asılmıştır (Şek. 14-38). Dönme noktasındaki sürtünme sebebiyle hareket sönümlüdür; sönüm kuvveti yaklaşık olarak $d\theta/dt$ ile orantılıdır. Çubuk denge konumundan 15° açılıp serbest bırakılarak salınıma başlatılıyor ve 8.0 s sonra salınımın genliği 5.5°'ye düşüyor. Açısal yerdeğiştirme $\theta = Ae^{-\gamma t}\cos\omega' t$, şeklinde yazılabildiğine göre (a) γ 'yı, (b) hareketin yaklaşık periyodunu, ve (*c*) genliğin ilk değerinin $\frac{1}{2}$'sine düşmesi için ne kadar süre geçmesi gerektiğini bulunuz.



ŞEKİL 14–38
Problem 58.

59. 59. (II) Bir sönümlü harmonik salınıcı, her bir devir sonunda mekanik enerjisinin % 6.0'sını kaybetmektedir. (*a*) Salınıcının frekansı, $f_0 = (1/2\pi)\sqrt{k/m}$, ile verilen doğal frekanstan yüzde kaçlık bir farklılık gösterir? (*b*) Kaç periyod sonra genliği ilk genliğinin 1 /e'sine düşecektir?

60. (II) 75 g'lık bir kütle yay sabiti 115 N/m olan düşey bir yaya tutturulmuştur. Kütle sıvı dolu bir tüp içinde salınmaktadır. Kütleye 5.0 cm'lik bir genlik verilerek harekete başlatıldığında, 3.5 s sonra bu genliğin 2.0 cm'ye düştüğü gözlenmiştir. b sönüm katsayısını tahmin ediniz. Sıvının kaldırma kuvvetini ihmal ediniz.

61. (III) (*a*) $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ ile verilen toplam mekanik enerjinin, hafif sönümlü harmonik salınıcı için zamana bağlı olarak

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2e^{-(b/m)t} = E_0e^{-(b/m)t},$$

olduğunu gösteriniz, burada E_0, $t = 0$ anındaki toplam mekanik enerjidir ($\omega' \gg b/2m$) olduğunu varsayınız). (*b*) Periyod başına kaybedilen enerji kesrinin

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2\pi b}{m\omega_0} = \frac{2\pi}{Q}$$

olduğunu gösteriniz, burada $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ve $Q = m\omega_0/b$ ile verilir. **Q sistemin kalite faktörü veya Q değeri** olarak adlandırılır. Q değerinin büyük olması, sistemin daha uzun süre salınım yapması anlamına gelir.

62. (III) Bir hava rayı üzerine yerleştirilmiş bir kızak her iki tarafından yay ile bağlanmıştır (Şek. 14-39). Her iki yay aynı k yay sabitine, kızak ise M kütlesine sahiptir. (*a*) k = 125 N/m ve M = 215 g olmak üzere, sönümün olmadığını varsayarak salınımın frekansını belirleyiniz. (*b*) 55 salınım sonra, salınımın genliğinin başlangıçtaki değerinin yarısına düştüğü görülmektedir. Dnk. 14-16'yı kullanarak değerini tahmin ediniz. (*c*) Genliğin başlangıçtaki değerinin dörtte birine düşmesi için ne kadar süre geçmelidir?



ŞEKİL 14–39
Problem 62.

14–8 Zorlamalı Salınımlar; Rezonans

63. (II) (*a*) Rezonans durumundaki $(\omega = \omega_0)$, bir zorlamalı salınım için, Dnkl. 14-22'de verilen ϕ_0 faz açısının değeri nedir? (*b*) $F_{dış}$ sürücü kuvvetin maksimum ve 0 olduğu bir zamanda yerdeğiştirme nedir? (*c*) Bu durumda, sürücü kuvvet ve yerdeğiştirme arasındaki faz farkı (derece cinsinden) nedir?

64. (II) Rezonans genliğinin

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{2m^2}}$$

'da tepe yaptığını göstermek için Dnk. 14-23'ün türevini alınız.

65. (II) 1150 kg'lık bir otomobil k = 16,000 N/m olan yaylara sahiptir. Tekerleklerden birisi uygun seçilmemiştir ve diğerleri ile karşılaştırıldığında fazladan bir kütleye sahiptir. Bu durum arabanın belirli hızlarda sallanmasına sebep olmaktadır. Tekerleğin yarıçapı 42 cm ise, tekerlek en çok hangi hızda sallanacaktır?

***66.** (II) Q = 6.0 için ω = 0'dan $\omega = 2\omega_0$'a kadar bir tam rezonans eğrisi oluşturunuz.

***67.** (II) Bir sürücü kuvvet etkisi altındaki harmonik salınıcı 382 Hz'lik rezonans frekansında, 23.7 F_0/m genlik değerine ulaşmaktadır. Bu sistemin Q değeri nedir?

68. (III) Dnk. 14-22'de, Dnk. 14-23 ve Dnk. 14-24'ü doğrudan yerine koyarak sonucun zorlamalı harmonik salınıcının hareket denkleminin (Dnk. 14-21) bir çözümü olduğunu gösteriniz. [*İpucu*: $\tan\phi_0$, dan $\sin\phi_0$ ve $\cos\phi_0$'yi bulmak için bir dik üçgen çiziniz.]

***69.** (III) Q değeri 350 olan 0.50 m uzunluğunda bir basit sarkaç (çok küçük kütleli) düşünün. (*a*) Sarkacın genliğinin (küçük olduğunu varsayalım) üçte ikisine düşmesi için ne kadar süre geçer? (*b*) Genlik 2.0 cm ve sarkaç kütlesi 0.27 kg ise, sarkacın başlangıç durumuna göre enerji kaybı oranı watt cinsinden nedir? (*c*) Sarkacı sinüzoidal bir sürücü kuvvet ile rezonansa getirirsek, sürücü frekans sarkacın doğal frekansına ne kadar yakın olmalıdır ($\Delta f = f - f_0$).

Genel Problemler

70. 62 kg'lık bir kişi pencereden 20.0 m aşağıda gerili bulunan itfaiye brandasına atlıyor ve branda 1.1 m esniyor. Brandanın bir basit yay gibi davrandığı düşünün. (*a*) Aynı kişi brandanın üzerine uzanırsa, branda ne kadar gerilir? (*b*) Aynı kişi 38 m'den atlarsa, branda ne kadar gerilir?

71. Enerji soğurucu araba tamponu 430 kN/m'lik bir yay sabitine sahiptir. 1300 kg' lık bir araba duvara 2.0 m/s hızla çarparsa tampondaki maksimum sıkışma miktarını bulunuz.

72. 0.63 m uzunluğundaki bir basit sarkaç, ipin ucuna asılı 295 g'lık kütleden oluşmaktadır. Kütle düşeyle 150 açı yapacak şekilde harekete başlatılıyor. (*a*) Sarkacın salınım frekansı nedir? (*b*) Sarkaç kütlesinin salınım esnasında en alçak noktadan geçerken sahip olduğu hız nedir? Hareketi BHH olduğunu varsayın. (*c*) Hiç kaybı olmadığını düşünülürse, salınımda depolanan toplam enerji miktarı nedir?

73. Bir basit sarkaç f frekansı ile salınım yapmaktadır. Sarkaç (*a*) yukarı doğru (*b*) aşağı doğru 0.50g büyüklüğünde ivmelendirilirse frekansı ne olur?

74. 0.650 kg'lık kütle $0.25\sin(5.50t)$ denklemine uygun olarak salınım yapmaktadır, burada x metre, t saniye cinsindendir. (*a*) Genliği, (*b*) frekansı, (*c*) periyodu, (*d*) toplam enerjiyi ve (*e*) x'in 15 cm olduğu durumda, kinetik ve potansiyel enerjileri belirleyiniz

75. (*a*) Bir vinç hurdalıkta 1350 kg'lık arabayı kaldırıyor. Vincin çelik kablosu 20 m uzunluğunda ve 6.4 mm çapındadır. Araba kablonun ucunda salınım yapmaya başlarsa, periyodu ne olur? [*İpucu*: Tablo 12-1'e bakınız]. (*b*) Salınımın genliği ne olduğunda kablo kopabilir? (Tablo 12-2'ye bakınız ve Hooke kanununun kablo kopana kadar geçerli olduğunu varsayınız.)

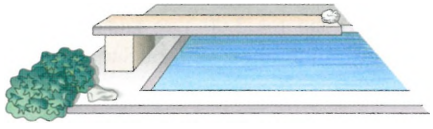
76. DNA molekülünün içerisinde belirli bir konumda bulunan bir oksijen atomu, kızılötesi ışıkla aydınlatıldığında basit harmonik hareket yapabilir. Oksijen atomu, yay-benzeri bir kimyasal bağ ile fosfor atomuna bağlıdır. Fosfor atomu ise sıkı bir şekilde DNA çatısına bağlıdır. Oksijen atomunun salınımı $f = 3.7 \times 10^{13}$ Hz frekans ile gerçekleşmektedir. Aynı konumda bulunan oksijen atomu kükürt atomu ile kimyasal olarak yer değiştirirse, kimyasal bağın yay sabiti değişir. (Kükürt periyodik tabloda oksijenin biraz altındadır). DNA molekülünün kükürt konulduktan sonraki frekansını tahmin ediniz.

77. Bir "saniyelik" sarkaç, tam olarak 2.000 s'lik periyoda sahiptir. Yani bir taraftan diğer tarafa her salınım 1.000 s alır. $g = 9.793$ m/s^2 olan Austin, Texas'ta bulunan saniyelik sarkacın uzunluğu nedir? Sarkaç, $g = 9.809$ m/s^2 olan Paris'e götürüldüğünde sarkacın boyu kaç mm uzatılmalıdır? Saniyelik sarkacın $g = 1.62$ m/s^2 olan Ay'daki uzunluğu ne olmalıdır?

78. 320 kg'lık tahta bir sal gölde yüzmektedir. 75 kg'lık bir adam sala bindiğinde, sal 3.5 cm batmaktadır. Adam sala adımını attığında, sal bir süre salınım yapıyor. (*a*) Salınımın frekansı nedir? (*b*) Salınımın (sönümü ihmal ederek) toplam enerjisi nedir?

79. Denge konumundan hangi uzaklıkta, bir BHS'nın hızı maksimum değerinin yarısı olur?

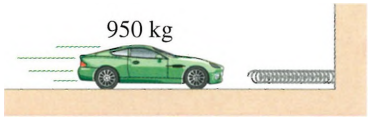
80. Bir suya atlama tahtası, saniyede 2.5 devirlik bir frekans ile basit harmonik hareket ile salınım yapmaktadır. Tahtanın ucuna konulmuş bir çakıl taşının (Şek. 14-40), salınım esnasında tahta zemini ile temasını kaybettirmeyecek maksimum genlik değeri nedir?



ŞEKİL 14–40
Problem 80.

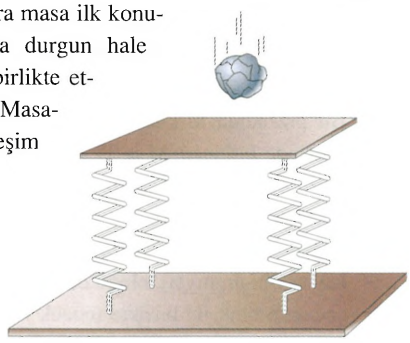
81. Bir tahta dikdörtgen blok sakin bir gölde yüzmektedir. Sürtünme ihmal edilirse, bloğun hafifçe suyun altına itelenip bırakıldığında BHH ile salınım yapacağını gösteriniz. Kuvvet sabiti için bir denklem belirleyiniz.

82. 950 kg'lık bir araba 25 m/s hızla büyük bir yaya çarparak onu 5.0 m sıkıştırmaktadır (Şek. 14-41). (*a*) Yayın kuvvet sabiti nedir? (*b*) Araba yay tarafından geri fırlatılırken, yay ile arabanın temasta kaldığı mesafe nedir?



ŞEKİL 14–41
Problem 82.

83. 1.60 kg'lık bir masa dört yay tarafından destekleniyor. 0.80 kg'lık bir çamur parçası masanın üzerinden bırakılıyor ve 1.65 m/s hızla masaya çarpıyor (Şek. 14-42). Çamur, masa ile esnek olmayan çarpışma yapıp ikisi birlikte aşağı yukarı salınım hareketine başlıyor. Uzun bir zaman sonra masa ilk konumundan 6.0 cm aşağıda durgun hale geliyor. (*a*) Dört yayın birlikte etkin yay sabiti nedir? (*b*) Masanın maksimum titreşim genliğini bulunuz

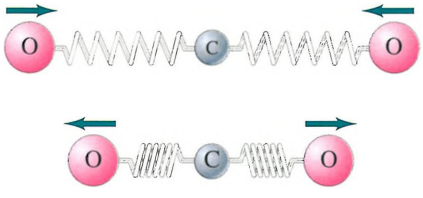


ŞEKİL 14–42
Problem 83.

84. Bazı çift atomlu moleküllerde her bir atomun diğerine uyguladığı kuvvet, yaklaşık olarak $F = -C/r^2 + D/r^3$, şeklindedir. Burada r atomlar arasındaki mesafe, C ve D ise pozitif sabitlerdir. (*a*) F' nin r'ye göre grafiğini $r = 0.8D/C$ 'den $r = 4D/C$ 'ye kadar çiziniz. (*b*) Dengenin $r = r_0 = D/C$ 'da gerçekleştiğini gösteriniz. (*c*) $\Delta r = r - r_0$ olmak üzere, $\Delta r \ll r_0$ denge konumundan küçük yerdeğiştirmeleri tanımlasın. Böyle küçük yerdeğiştirmeler için hareketin yaklaşık olarak basit harmonik olduğunu gösteriniz. (*d*) Kuvvet sabitini belirleyiniz. (*e*) Böyle bir hareketin periyodu nedir? [*İpucu*: Atomlardan birinin sabit tutulduğunu varsayınız.]

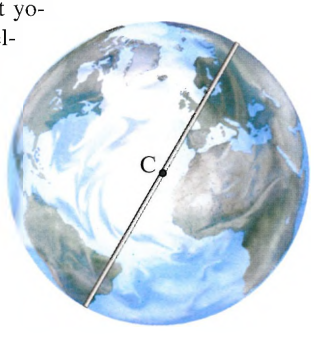
85. Bir yayın ucuna bağlanmış bir kütle denge konumundan x_0 kadar çekilip serbest bırakılıyor. Denge konumundan hangi uzaklıkta (*a*) hız maksimum değerinin yarısına, ve (*b*) ivme maksimum değerinin yarısına sahip olacaktır?

86. 86. Karbondioksit lineer bir moleküldür. Bir moleküldeki karbon ve oksijen bağları yaya çok benzer bir şekilde davranır. Şek. 14-43 bu moleküldeki oksijen atomunun muhtemel bir salınım şeklini göstermektedir: Karbon atomu ortada durgun halde kalırken, oksijen atomları simetrik olarak içeriye ve dışarıya doğru salınım yapar. Bu nedenle her bir oksijen atomu kütlesi oksijen atomunun kütlesine eşit bir basit harmonik salınıcı gibi davranır. Bu salınımın frekansının $f = 2.83 \times 10^{13}$ Hz olduğu gözlenmiştir. C – O bağının yay sabiti nedir?



ŞEKİL 14–43
Problem 86, CO_2 molekülü.

87. Dünyanın merkezinden geçen bir eksen boyunca 10 cm çapında bir delik açılmıştır (Şek. 14-44). Deliğin bir ucundan içeriye bir elma bırakılıyor. Dünyanın sabit yoğunlukta olduğunu varsayarak, elmanın hareketinin basit harmonik olduğunu gösteriniz. Elmanın diğer uca gidip geri dönme süresi nedir? Tüm sürtünme etkilerinin ihmal edildiğini varsayınız. [*İpucu:* Ek D'ye bakınız.]

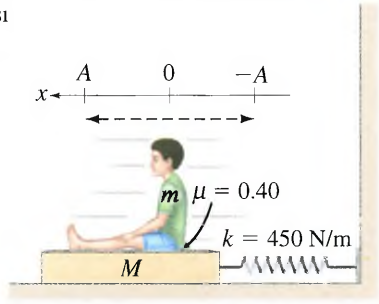


ŞEKİL 14–44
Problem 87.

88. ℓ = 1.00 m uzunluğunda ve m = 215 g kütlesinde ince, düz ve homojen bir çubuk, bir ucundan asılmıştır. (*a*) Küçük genlikli salınımlar için periyodu nedir? (*b*) Aynı periyoda sahip olacak bir basit sarkacın uzunluğu nedir?

89. Bir m kütlesi, asılı bir yayın ucuna bağlanıyor. Kütle durana kadar 32.0 cm düşüyor ve tekrar yükselmeye başlıyor. Salınımın frekansı nedir?

90. Bir pizzacıda m kütleli bir çocuk, sürtünmesiz yatay bir zemin üzerinde bulunan M = 35 kg kütleli dikdörtgen bir blok üzerine oturuyor. Blok yay sabiti k = 430 N/m olan bir yaya bağlıdır (yayın diğer ucu ise duvara bağlıdır, Şek. 14-45). Çocuk ile bloğun yüzeyi arasındaki statik sürtünme katsayısı μ = 0.40 'tır. Dükkan sahibinin niyeti, bloğu denge konumundan ayrılıp bırakıldığında çocuğun blok ile birlikte (çocuk blok üzerinde kaymadan) A = 0.50 m genlikli BHH yapmasıdır. Bu oyuncağa binmek için bir ağırlık sınırlaması olmalı mıdır? Varsa nedir?



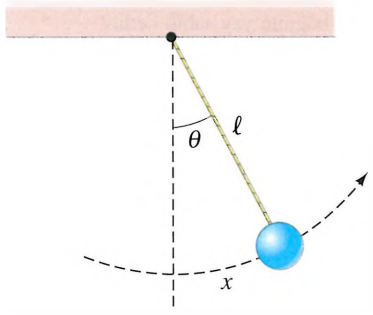
ŞEKİL 14–45
Problem 90.

91. Bir trambolinin etkin yay sabitini tahmin ediniz.

92. Kısım 14-5'te, bir basit sarkacın salınımı (Şek. 14-46) x uzunluğundaki bir çember yayı boyunca doğrusal hareket gibi ele alındı ve $F = ma$ ile analiz edildi. Alternatif olarak, sarkacın hareketi bağlanma noktası etrafında dairesel hareket olarak ta düşünülebilir ve $\tau = I\alpha$ kullanılarak analiz edilebilir. Bu alternatif analizi yaparak

$$\theta(t) = \theta_{\text{maks}} \cos\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}}\, t + \phi\right),$$

olduğunu gösteriniz, burada $\theta(t)$ maksimum değeri 150'den küçük olmak kaydı ile sarkacın t anında düşeyle yaptığı açısal yerdeğiştirmedir.



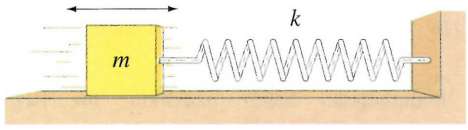
ŞEKİL 14–46
Problem 92.

*Sayısal/Bilgisayar

***93.** (II) Şek. 14-47'de gösterildiği gibi, sürtünmesiz bir yüzey üzerinde bulunan bir m kütlesi yay sabiti k olan bir yaya bağlanıyor. Bu kütle-yay sisteminin T periyotlu basit harmonik hareket yaptığı gözleniyor. m kütlesi birkaç kez değiştirilip, her bir yeni kütleye karşılık ölçülen T periyotları ile aşağıdaki veri tablosu oluşturuluyor:

Kütle m (kg)	Periyot T (s)
0.5	0.445
1.0	0.520
2.0	0.630
3.0	0.723
4.5	0.844

(*a*) Dnk. 14-7b'den başlayarak, neden T^2'nin m'ye göre değişim grafiğinin bir doğru vermesinin beklendiğini gösteriniz. Düz çizginin eğiminden k nasıl belirlenebilir? Çizginin y ekseni ile kesişiminin ne olması beklenir? (*b*) Tablodaki verileri kullanarak, T^2'nin m'ye göre değişimini çiziniz ve grafiğin bir doğru olduğunu gösteriniz. Eğimi ve y ekseni ile kesişim noktasını (sıfırdan farklı) belirleyiniz. (*c*) Çizimimizden elde edilecek y ekseni ile sıfırdan farklı kesişim noktasının, Dnk. 14-7b'de basitçe m kütlesi yerine $m+m_0$ kullanılması halinde (m_0 bir sabittir), teorik olarak tahmin edilebileceğini gösteriniz. Yani (*a*) şıkkını Dnk. 14-7b'de kütle için $m+m_0$ kullanarak tekrarlayınız. Daha sonra bu analiz sonuçlarınızı, grafiğinizin eğim ve y ekseni ile kesişim noktasından k ve m_0'ı belirlemek için kullanınız. (*d*) Yaya bağlanmış m kütlesine ilave olarak salınımda ortaya çıkan m_0 kütlesi için fiziksel bir yorum yapınız.



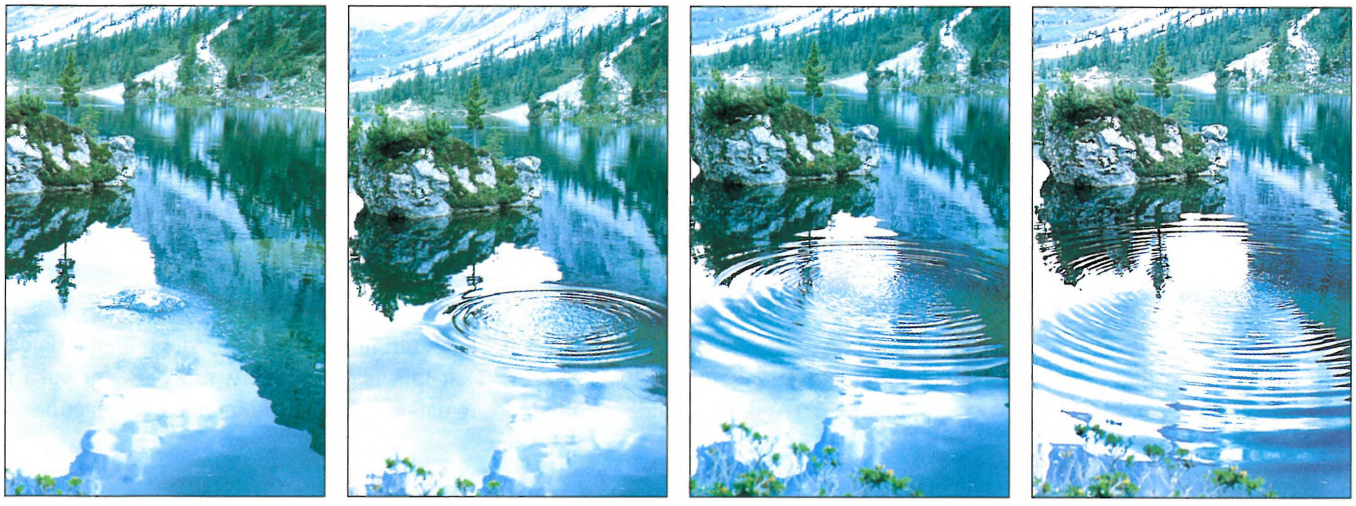
ŞEKİL 14–47 Problem 93.

***94.** (III) *Sönüm* v^2 ile orantılı. Örnek 14-5'te verilen salınıcının, hızın karesi ile orantılı bir kuvvet tarafından sönüme uğratıldığını varsayınız. $F_{\text{sönüm}} = -cv^2$ olmak üzere burada c = 0.275 kg/m olan bir sabittir. Diferansiyel denklemin t = 0'dan t = 2.00 s'ye kadar % 2 hassasiyetle sayısal olarak integralini† alınız ve sonuçlarınızın grafiğini çiziniz.

†Bknz. Kısım 2-9

Alıştırmaların Cevapları

A: (*a*), (*c*), (*d*).
B: (*b*).
C: (*c*).
D: (*b*), (*d*).
E: (*c*).
F: (*c*).
G: Hepsini arttırır.
H: (*a*).
I: (*c*).
J: (*a*) 25 cm; (*b*) 2.0 s.



Dalgalar -su dalgaları gibi- bir kaynaktan dışarıya doğru yayılır. Bu örnekteki kaynak, bir taşın fırlatıldığı yerde aşağı yukarı salınım yapan bir küçük su damlasıdır (soldaki fotoğraf). Diğer tür dalgalar arasında yine bir titreşim tarafından üretilen bir ip veya tel üzerindeki dalgalar vardır. Dalgalar kendi kaynaklarından uzaklaşır, fakat biz aynı zamanda duruyor gibi görünen dalgaları da çalışırız ("duran dalgalar"). Dalgalar yansır ve bazan herhangi bir noktadan geçerken diğerleriyle girişim yapabilirler.

BÖLÜM 15

Dalga Hareketi

BÖLÜM – AÇILIŞ SORUSU—Tahmin edin!

Bir gölcüğün içine bir taş atınız ve su dalgaları daireler şeklinde yayılsın.

(a) Dalgalar suyu taşın çarptığı yerden dışarı doğru taşır. Böylece hareket eden su dışarıya enerji taşır.

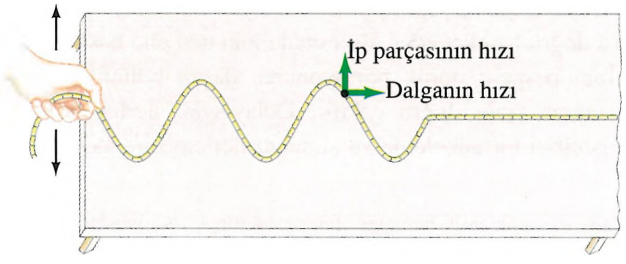
(b) Dalgalar yanlızca suya aşağı yukarı hareket yaptırır. Taşın çarptığı yerden dışarı taşınan enerji değildir.

(c) Dalgalar yanlızca suyu aşağı yukarı hareket ettirir fakat taşın çarptığı yerden dışarıya enerji taşır.

İÇERİK

15–1 Dalga Hareketinin Karakteristikleri
15–2 Dalgaların Tipi: Enine ve Boyuna
15–3 Dalgalar Tarafından Taşınan Enerji
*15–4 İlerleyen Bir Dalganın Matematiksel Temsili
15–5 Dalga Denklemi
15–6 Süperpozisyon İlkesi
15–7 Yansıma ve Geçme
15–8 Girişim
15–9 Duran Dalga; Rezonans
*15–10 Kırılma
*15–11 Kırınım

Bir göl veya su havuzunun içine bir taş fırlatınız, dairesel dalgalar oluşur ve yukarıdaki fotoğraflarda gösterildiği gibi dışarı doğru hareket ederler. Bir masa üzerinde yatay olarak uzanmış olan bir ipin bir ucu ileri geri titreştirilirse, dalgalar Şek.15-1'de gösterildiği gibi ip boyunca da hareket edecektir. Su dalgaları ve bir ip üzerindeki dalgalar maddenin salınımları olarak yayılan mekanik dalgaların iki yaygın örneğidir. Elektromanyetik dalgaları ve ışığı içeren başka dalga türlerini daha sonraki Bölümlerde tartışacağız.

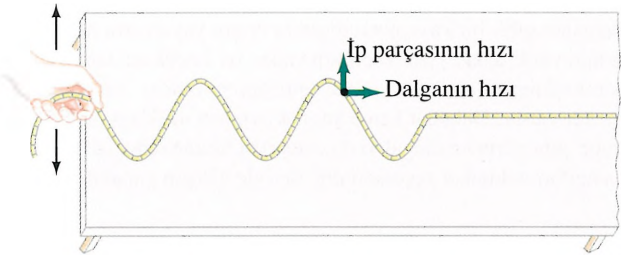


ŞEKİL 15–1 Bir ip üzerinde ilerleyen dalga. Dalga ip boyunca sağa doğru ilerlemektedir. Masa üzerindeki ipin parçaları ileri geri titreşir.

Kırılmadan önce sahile doğru ilerleyen okyanus dalgalarını izlediyseniz, dalgaların açık denizden suyu plaja taşıyıp taşımadığını merak etmiş olabilirsiniz. Taşımazlar.[†] Su dalgaları farkedilebilir bir hızla hareket ederler. Fakat her su parçacığı (veya molekülü) sadece bir denge noktası etrafında salınım yapar. Bu durum bir gölet üzerindeki yaprakları dalgalar geçerken gözlemekle açıkça görülebilir. Yapraklar (veya bir mantar parçası) dalga ile ileriye taşınmaz, fakat bir denge noktası civarında basit bir şekilde salınır, çünkü suyun kendi hareketi böyledir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 15–1 **Parçacık hızı ve dalga hızı.** Bir ip boyunca hareket eden dalganın hızı bir ip parçacığının hızıyla aynı mıdır? Şek. 15–1'e bakınız.

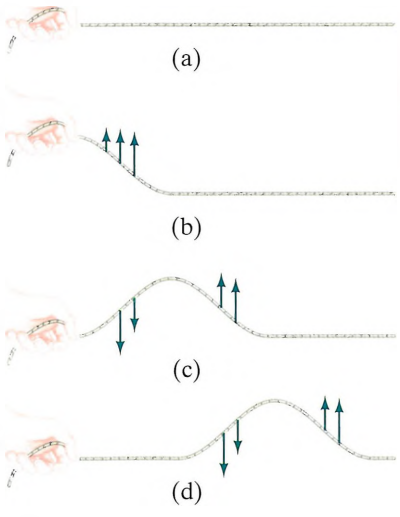
YANIT Hayır. İki hız büyüklük ve yönelimde farklıdır. Şek. 15–1'deki ipteki dalga masanın üstünde sağa doğru hareket eder, fakat ipin her bir parçası sadece aşağı yukarı salınım yapar. (Açık bir şekilde görülüyor ki ip dalganın ilerleme yönünde hareket etmez.)



ŞEKİL 15–1 (Tekrar). İp üzerinde ilerleyen dalga. Dalga ip boyunca sağa doğru ilerlemektedir. Masa üzerindeki ipin parçaları ileri geri titreşir.

Dalgalar uzun mesafeler boyunca hareket edebilir, fakat ortamın kendisi sadece (su veya ip) basit harmonik harekette olduğu gibi bir denge noktası civarında salınım yapan sınırlı bir harekete sahiptir. Dolayısıyla, dalga, madde olmamakla birlikte dalga deseni madde içinde hareket edebilir. Bir dalga, maddeyi birlikte taşımaksızın hareket eden salınımlardan ibarettir.

Dalgalar bir yerden diğerine enerji taşır. Enerji bir su dalgasına örneğin, suya atılan bir taş ile veya denizdeki rüzgar ile verilir. Enerji sahile dalgalar tarafından taşınır. Şek. 15–1'de eldeki titreşim enerjiyi ipe aktarır ve bu enerji ipte taşınır veya ipin sonundaki bir nesneye aktarılabilir. Hareket eden dalgaların tüm şekillerinde enerji taşınır.



ŞEKİL 15–2 Sağa doğru bir dalga atmasının hareketi. Oklar ip parçalarının hızını göstermektedir.

ALIŞTIRMA A Şimdi sayfa 395'teki Bölüm- Açılış Sorusuna geri dönün ve onu tekrar cevaplayın. Niçin ilk seferde farklı cevap verdiğinizi açıklamayı deneyiniz.

15–1 Dalga Hareketinin Karakteristiği

Bir dalganın nasıl şekillendiğine ve nasıl "yol aldığına" biraz daha yakından bakalım. Önce tek bir dalga vurusuna veya atmasına bakalım. Tek bir atma Şek. 15–2'deki gibi elin yukarı aşağı hızlı bir hareketiyle ip üzerinde oluşturulabilir. El bir uçta ipi yukarı doğru çeker. Son bölüm komşu bölümlere iliştirilmiş olduğundan bunlar da yukarı doğru bir kuvvet hisseder ve yükselme hareketine başlarlar. İpin birbirini izleyen bölümleri yükselirken dalga tepesi ip boyunca dışarıya doğru hareket eder. Bu esnada ipin ucu elle başlangıç pozisyonuna geri döndürülmüştür. İpin peşpeşe doruk pozisyonuna ulaşan bölümleri bitişik bölümlerden gelen gerilmeyle tekrar aşağı doğru çekilir. Dolayısıyla, ilerleyen bir dalga atmasının kaynağı, harekete geçirici bir silkeleme ve atmanın ilerlemesine neden olan da ipin bitişik

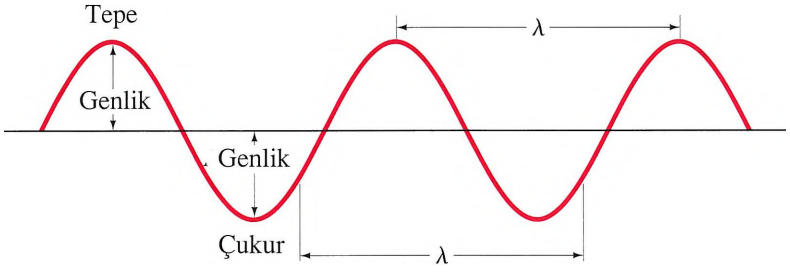
[†]Sığ suda yerle etkileştiği için artık basit bir dalga olmayan "kırılmış" okyanus dalgalarıyla karıştırmayın.

bölümlerinin birbirlerine uyguladığı kuvvetlerdir. Diğer ortamlardaki dalgalar da benzer bir biçimde oluşturulur ve dışarı doğru yayılır. Bir dalga atmasının dramatik örneği okyanusun altında yerin kabuğundaki bir depremle oluşturulan bir tsunami veya gelgit dalgasıdır. Bir kapı çarptığında duyduğunuz ses bir ses dalgası atmasıdır.

Şekil 15–1'de gösterilende olduğu gibi bir **sürekli** veya **periyodik dalganın** kaynağı sürekli ve titreşen bir yerdeğiştirmedir; yani kaynak bir *titreşim* veya *salınımdır*. Şek. 15–1'de bir el ipin bir ucuna salınım yaptırıyor. Su dalgaları, su yüzeyindeki herhangi bir titreşen cisim (eliniz gibi) tarafından üretilebilir veya suyun kendisi rüzgar estiğinde veya içine bir taş fırlatıldığında titreşir. Titreşen bir diyapazon veya davul derisi havada ses dalgalarına sebep olur. Titreşen elektrik yüklerinin ışık dalgalarına sebep olduğunu daha sonra göreceğiz. Gerçekten, titreşen nesnelerin hemen tamamı dalga yayımlarlar.

Demek ki dalganın kaynağı bir titreşimdir. Dışarı doğru yayılıp dalgayı oluşturan da bir *titreşimdir*. Kaynak BHH ile sinüzoidal titreşirse, dalganın kendisi de -ortam tamamen esnekse- uzay ve zamanda sinüzoidal bir şekle sahip olacaktır. (1) Uzayda: belli bir zaman anında uzayda dalganın resmi çekilirse, dalga konumun bir fonksiyonu olarak sinüs veya kosinüs şeklinde olacaktır. (2) Zamanda: belli bir noktada ortamın hareketine uzun bir zaman periyodu süresince bakılırsa –örneğin; bir iskeledeki iki yakın direk arasından veya bir geminin lombozundan, geçen su dalgalarına bakılırsa- o küçük su parçasının yukarı ve aşağı hareketi basit harmonik hareket olacaktır. Su, zaman içinde yukarı ve aşağı sinüzoidal olarak hareket eder.

Periyodik sinüzoidal bir dalgayı tasvir etmek için kullanılan önemli niceliklerin bazıları Şek. 15-3'te gösteriliyor. Bir dalga üzerindeki en yüksek noktalar *tepe*, düşük noktalar ise *çukur* olarak isimlendirilir. **Genlik**, A, normal (veya denge) seviyesine göre bir tepenin maksimum yüksekliği veya bir çukurun maksimum derinliğidir. Bir tepeden bir çukura toplam yerdeğiştirme genliğin iki katıdır. Ardışık iki tepe arasındaki mesafeye **dalgaboyu,** λ (Yunanca lamda harfi) denir. Dalgaboyu aynı zamanda dalga üzerinde *herhangi* ardışık iki özdeş nokta arasındaki mesafeye eşittir. **Frekans,** f, birim zamanda verilen bir noktadan geçen tepe –veya tam bir devir- sayısıdır. **Periyod**, T, $1/f$'ye eşitir ve uzayda aynı noktadan geçen ardışık iki tepe arasında geçen zamandır.



ŞEKİL 15–3 Uzayda ilerleyen tek frekanslı sürekli bir dalganın karakteristikleri.

Dalga hızı, v ileriye hareket eden dalga tepelerinin (veya dalga biçiminin herhangi diğer bir kısmının) hızıdır. Dalga hızı, örnek 15-1'de gördüğümüz ortamın bir parçacığının hızından ayırt edilmelidir.

Bir dalga tepesi bir T periyoduna eşit bir zamanda bir λ, dalgaboyu kadar yer değiştirir. Böylece dalga hızı $v = \lambda/T$ 'dir. $1/T = f$ olduğundan;

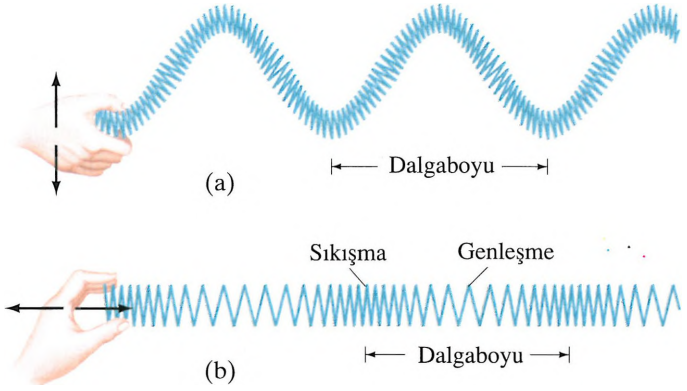
$$v = \lambda f. \qquad \textbf{(15–1)}$$

Örneğin; dalgaboyu 5 m ve frekansı 3 Hz olan bir dalga düşünün. Verilen bir noktadan saniyede üç tepe geçtiğinden ve tepeler 5 m aralıklı olduğundan ilk tepe (veya dalganın herhangi diğer bir kısmı) bir saniyelik sürede 15 m'lik mesafe gider. Böylece dalga hızı, olur.

ALIŞTIRMA B Bir su dalgasının tepelerinin bir iskelenin ucundan 0.5 s aralıklarla geçip gittiğini görüyorsunuz. Dolayısıyla (*a*) frekans 0.5 Hz; (*b*) hız 0.5 m/s; (*c*) dalgaboyu 0.5 m; (*d*) periyot 0.5 s olur.

15–2 Dalga Tipleri: Enine ve Boyuna

Bir dalga bir ip boyunca hareket ettiğinde – Şek. 15-1'deki gibi soldan sağa- ip parçacıkları dalganın kendi hareketine göre enine bir doğrultuda (dik olarak) aşağı ve yukarı titreşir. Böyle bir dalga **enine dalga** olarak isimlendirilir (Şek. 15-4a). Bir diğer dalga tipi ise **boyuna dalga** olarak isimlendirilir. Boyuna bir dalgada ortamın parçacıklarının titreşimi dalganın hareket doğrultusu *boyunca* olur. Boyuna dalgalar gerilmiş bir yayın bir ucunu peşpeşe sıkıştırıp gererek kolayca oluşturulabilir. Bu durum Şek. 15-4b'de gösterilmiştir ve Şek. 15-4a'daki enine dalgayla kıyaslanabilir.

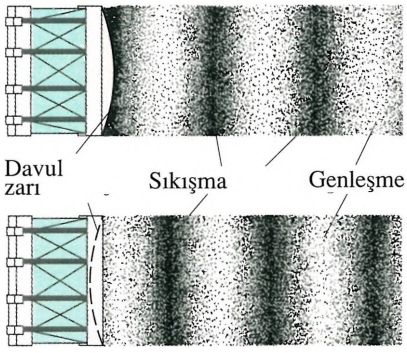


ŞEKİL 15–4 (a) Enine dalga; (b) boyuna dalga.

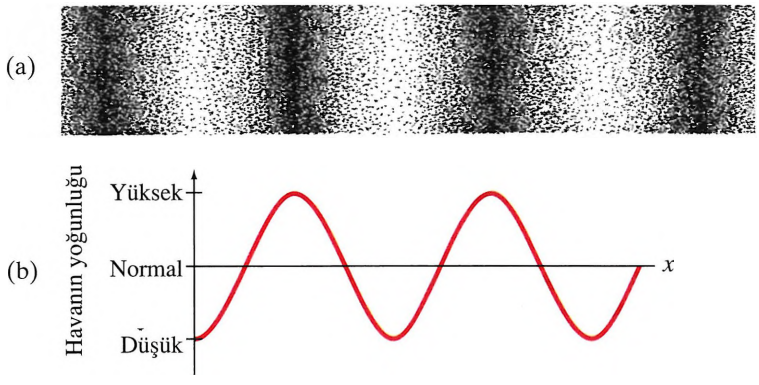
Bir dizi sıkışma ve genleşme yay boyunca yayılır. *Sıkışmalar* sarmalların bir an için birbirine yakın olduğu bölgelerdir. *Genleşmeler* (*seyrekleşmeler*) sarmalların anlık olarak birbirinden uzaklaştığı bölgelerdir. Sıkışma ve genleşmeler enine dalgaların tepelerine ve çukurlarına karşılık gelirler.

Boyuna bir dalgaya en önemli örnek havadaki ses dalgasıdır. Örneğin; Şek. 15-5'te gösterildiği gibi bir davul zarının titreşimi, kendisiyle temas halinde olan havayı dönüşümlü olarak sıkıştırıp seyrekleştirerek havada dışarı doğru yayılan bir boyuna dalga üretir. Enine dalgalarda olduğu gibi, boyuna dalganın geçtiği ortam bölgesi çok kısa mesafelerde titreşirken, dalganın kendisi uzun mesafeler boyunca hareket edebilir. Dalgaboyu, frekans ve dalga hızının, boyuna bir dalga için de anlamları vardır. Dalgaboyu ardışık sıkışmalar (veya ardışık genleşmeler) arasındaki mesafedir, frekans ise saniyede verilen bir noktadan geçen sıkışmaların sayısıdır. Dalga hızı hareketle ortaya çıkan her bir sıkışmanın hızıdır ve dalgaboyu ile frekansın çarpımına eşittir, $v = \lambda f$ (Dnk. 15-1).

ŞEKİL 15–5 Boyuna bir dalga olan ses dalgasının üretiminin aralarında yarım periyot $\left(\frac{1}{2}T\right)$ bulunan iki farklı andaki gösterimi.



Boyuna bir dalga, Şek. 15-6'da görüldüğü gibi, verilen bir anda konuma göre hava moleküllerinin (veya bir yayın sarmallarının) yoğunluğunu çizerek bir grafikle temsil edilebilir. Grafiksel temsil, ne olup bittiğini göstermede kolaylık sağlar. Grafiğin bir enine dalgaya çok benzediğine dikkat ediniz.



ŞEKİL 15–6 (a) Boyuna bir dalga (b) boyuna dalganın belli bir andaki grafiksel temsili.

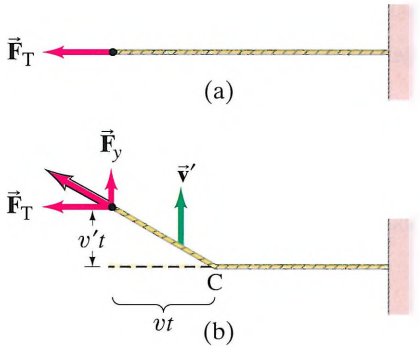
Enine Dalgaların Hızı

Bir dalganın hızı ilerlediği ortamın özelliklerine bağlıdır. Örneğin; gerilmiş bir sicim veya ipteki enine bir dalganın hızı ipteki F_T, gerilmesine ve ipin birim uzunluk başına düşen kütlesine μ (Yunancadaki mü harfi, burada $\mu = m/\ell$) bağlıdır. Küçük genlikli dalgalar için bağıntı

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \qquad \text{[bir ip üzerindeki enine dalga]} \quad \textbf{(15–2)}$$

ile gösterilir. Bu bağıntının elde edilişini vermeden önce onun en azından nitel olarak Newton mekaniği ile uyumlu olduğuna dikkat edelim. Payda gerilimin ve paydada birim uzunluk başına kütlenin bulunmasını bekleriz. Niçin? Çünkü, gerilim daha büyük olduğunda ipin her bir parçasının yakın komşusuyla daha sıkı bir temas halinde olmasından dolayı hızın da daha büyük olmasını bekleriz. Birim uzunluk başına kütle ne kadar büyük olursa, ipin eylemsizliği o kadar büyük olur ve dalganın yayılmasının o kadar yavaş olması beklenir.

ALIŞTIRMA C Birisinin ipin bir ucunu 2.0 Hz ile ileri ve geri sallamasıyla uzun bir ipin sol ucunda bir dalga başlıyor (Şek. 15-1'e bakınız). Dalganın 4.0 m/s hızla sağa doğru ilerlediği gözleniyor. Frekans 2.0 Hz'den 3.0 Hz'e artarsa, yeni dalganın hızı; (*a*) 1.0 m/s, (*b*) 2.0 m/s, (*c*) 4.0 m/s, (*d*) 8.0 m/s, (*e*) 16.0 m/s olur.



ŞEKİL 15–7 Dnk. 15-2'nin elde edilmesi için ipteki basit bir dalga atmasının diyagramı. İp esnek olduğundan $\vec{F}_T + \vec{F}_y$ 'nin sonucu olarak (b) de gösterilen vektör, ip boyunca yönelmek zorundadır. (Diyagram ölçekli değildir, $v' \ll v$ olduğunu kabul ediyoruz; ipin yukarı doğru olan açısı görülebilmesi için abartıldı.)

Şek. 15-7a'da gösterildiği gibi F_T gerilmesi altındaki bir ipin basit bir modelini kullanarak Dnk. 15-2'nin elde edilmesini sağlayabiliriz. İp F_y kuvvetiyle v' hızıyla yukarı çekilir. Şekil 15-7b'de gösterildiği gibi C noktasının solundaki ipin tüm noktaları v hızında yukarı hareket eder ve sağ taraf hala durgundur. Bu dalga atmasının yayılma hızı v atmaya öncülük eden C noktasının hızıdır. C noktası t zamanı içinde sağa doğru $v't$ mesafesi kadar hareket ederken ipin ucu $v't$ kadar yukarıya hareket eder. Üçgenlerin benzerliğinden;

$$\frac{F_T}{F_y} = \frac{vt}{v't} = \frac{v}{v'}$$

yaklaşık bağıntısını elde ederiz. Bağıntı, F_T 'nin fark edilebilir bir şekilde değişim göstermediği küçük yerdeğiştirmeler için $(v't \ll vt)$ geçerlidir. Bölüm 9'da gördüğümüz gibi bir nesneye verilen impuls onun momentumundaki değişime eşittir. t zamanı süresince toplam yukarı doğru impuls $F_y t = (v'/v)F_T t$ 'dir. İpin momentumundaki değişim Δp, yukarı hareket eden ipin kütlesi ile hızının çarpımıdır. İpin yukarı doğru hareket eden parçasının birim uzunluk başına kütlesi, μ ile onun uzunluğunun, vt çarpımına eşit olduğundan;

$$F_y t = \Delta p$$

$$\frac{v'}{v} F_T t = (\mu v t)v'$$

ifadelerini elde ederiz. $v = \sqrt{F_T/\mu}$ eşitliğinden bulduğumuz v için çözüm, Dnk. 15-2'dir. Özel bir durum için elde edilmesine rağmen, bu çözüm herhangi bir dalga şekli için geçerlidir, çünkü diğer şekiller böyle pek çok küçük uzunluktan oluşmuş gibi düşünülebilir. Fakat sadece küçük yerdeğiştirmeler (bizim türetimimizde farzedildiği gibi) için geçerlidir. Deney, Newton mekaniğinden elde edilen sonuçla uyumludur.

ÖRNEK 15–2 **Bir tel üzerindeki atma.** 80.0 m uzunluğunda ve 2.10 mm çapında bir bakır tel iki direk arasında geriliyor. Telin orta noktasına konan bir kuş her iki doğrultuda küçük dalga atmaları gönderiyor. Atmalar uçlardan yansıyor ve konmasından 0.750 sonra kuşun yerleştiği noktaya geri dönüyor. Tel üzerindeki gerilimi belirleyiniz.

YAKLAŞIM Dnk. 15–2'den, gerilim $F_T = \mu v^2$ ile verilir. Hız v mesafenin zamana bölünmesi ile elde edilir. Birim uzunluk başına kütle μ bakırın yoğunluğundan ve telin boyutlarından hesaplanır.

ÇÖZÜM Her bir dalga atması direğe kadar 40.0 m yol alır ve 0.750 s sonra geri döner $(= 80.0\,\text{m})$ Böylece hızı $v = (80.0\,\text{m})/(0.750\,\text{s}) = 107\,\text{m/s}$ olur. Tablo 13–1'den bakırın yoğunluğunu $8.90 \times 10^3\,\text{kg/m}^3$ olarak alırız. Teldeki bakırın hacmi kesit alanı (πr^2) ile ℓ uzunluğunun çarpımıdır ve telin kütlesi, telin yarıçapı r ve uzunluğu ℓ olarak alındığında yoğunlukla hacmin çarpımıdır: $m = \rho(\pi r^2)\,\ell$. $\mu = m/\ell$ ifadesi

$$\mu = \rho\pi r^2\ell/\ell = \rho\pi r^2 = (8.90 \times 10^3\,\text{kg/m}^3)\pi(1.05 \times 10^{-3}\,\text{m})^2 = 0.0308\,\text{kg/m}$$ olur.

Böylece gerilme $F_T = \mu v^2 = (0.0308\,\text{kg/m})(107\,\text{m/s})^2 = 353\,\text{N}$ olarak bulunur.

Boyuna Dalgaların Hızı

Boyuna bir dalganın hızı, Dnk. 15-2'deki ipteki enine dalgaya benzer bir şekle sahiptir:

$$v = \sqrt{\frac{\text{esnek kuvvet faktörü}}{\text{eylemsizlik faktörü}}}$$

Uzun, katı bir çubuk boyunca ilerleyen boyuna dalga için

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \qquad \text{[uzun bir çubuktaki boyuna dalga]} \qquad \textbf{(15–3)}$$

olur. Burada, E malzemenin esneklik modülü (Kısım 12-4) ve yoğunluğudur. Bir sıvı veya gaz içinde ilerleyen boyuna dalga için,

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}, \qquad \text{[bir sıvıdaki boyuna dalga]} \qquad \textbf{(15–4)}$$

olur. Burada, B hacim modülü (Kısım 12-4) ve ρ yine yoğunluktur.

FİZİK UYGULAMASI
Hayvanların ses dalgalarını kullanarak uzayı algılaması

ÖRNEK 15–3 **Ekolokasyon.** Ekolokasyon yarasalar, balinalar ve yunuslar gibi hayvanlar tarafından kullanılan bir duyusal algılama şeklidir. Hayvanın yaydığı ses atması (boyuna dalga), nesnelerden yansıdıktan sonra geri döner ve hayvan tarafından tekrar algılanır. Ekolokasyon dalgaları 100,000 Hz. civarındaki frekansları içerebilir. (*a*) Bir deniz hayvanının ekolokasyon dalgasının dalgaboyunu tahmin ediniz. (*b*) Bir engel hayvandan uzakta ise, hayvan bir dalga yayınladıktan ne kadar sonra yansımayı tekrar algılayabilir?

YAKLAŞIM İlk olarak Dnk. 15-4 ile Tablo 12-1 ve 13-1'i kullanarak sudaki boyuna dalgaların (ses) hızını hesaplayalım. Dalgaboyu $\lambda = v/f$. 'dir.

ÇÖZÜM (*a*) Saf sudan biraz daha yoğun olduğundan deniz suyundaki boyuna dalganın hızı,

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{2.0 \times 10^9\,\text{N/m}^2}{1.025 \times 10^3\,\text{kg/m}^3}} = 1.4 \times 10^3\,\text{m/s}.$$

olur. Dnk. 15-1'i kullanarak dalgaboyu şöyle bulunur:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{(1.4 \times 10^3\,\text{m/s})}{(1.0 \times 10^5\,\text{Hz})} = 14\,\text{mm}.$$

(*b*) Hayvan ve engel arasında gidiş geliş için gereken zaman,

$$t = \frac{\text{mesafe}}{\text{hız}} = \frac{2(100\,\text{m})}{1.4 \times 10^3\,\text{m/s}} = 0.14\,\text{s}.$$ olarak bulunur.

NOT Dalgaboyu cisimden daha küçük veya kıyas edilebilir boyutta ise cisimleri "ayırt etmede" (veya algılamada) dalgaların kullanılabildiğini daha sonra göreceğiz. Bu yüzden, bir yunus santimetre veya daha büyük boyuttaki cisimleri ayırt edebilir.

*Bir Akışkandaki Dalga Hızının Elde Edilmesi

Şimdi Dnk. 15-4'ü elde edelim. Dalga hareketi bir boyutlu olduğundan bir tüpteki sıvı içinde hareket eden bir dalga atması düşünelim. Tüp Şek. 15-8a'daki gibi bir uçta bir pistonla kapanmış ve $t = 0$ zamanında homojen ρ yoğunluğunda ve düzgün bir P_0 basıncında bir sıvıyla doldurulmuş olsun. Bu esnada piston v' hızıyla ani olarak sağa doğru harekete başlayıp önündeki sıvıyı sıkıştırsın. t gibi kısa bir sürede piston $v't$ mesafesini alır. Sıkışan sıvı da v' hızıyla hareket eder, fakat sıkıştırılmış bölgenin ön ucu sağa doğru sıkışma dalgalarının o akışkandaki v karakteristik hızıyla ilerler; v dalga hızının v' piston hızından çok daha büyük olduğunu kabul ediyoruz. Sıkışmanın ön ucu ($t = 0$ anında piston yüzeyinde idi) Şek. 15-8b'de görüldüğü gibi t süresi içinde vt mesafesini alır. Sıkışma bölgesindeki basınç $P_0 + \Delta P$, yani sıkışmamış bölgedekinden ΔP kadar büyük olsun. Pistonu sağa doğru hareket ettirmek, sağa doğru etkiyen $(P_0 + \Delta P)S$ büyüklüğünde bir kuvvet gerektirir. Burada S tübün kesit alanıdır (A'yı genlik için kullandığımızdan "yüzey alanı"nı S ile gösteriyoruz.). Sıkışmamış akışkan, sıkışmış bölgenin ön ucunu P_0S kuvveti ile sola ittiğinden dolayı akışkanın sıkıştırılmış bölgesi üzerindeki net kuvvet,

$$F_{\text{net}} = (P_0 + \Delta P)S - P_0 S = S\,\Delta P$$

olur. Dolayısıyla, sıkıştırılmış akışkana verilen itme $P_0 S$ momentumdaki değişime eşit olduğundan şöyle yazılabilir:

$$F_{\text{net}}\,t = \Delta m v'$$
$$S\,\Delta P\,t = (\rho S v t)v'$$

Burada; $(\rho S v t)$ v' hızı verilen akışkanın kütlesini temsil eder (S kesit alanlı sıkıştırılmış sıvı Şek. 15-8'deki gibi vt kadar mesafe kat eder, böylece hareket eden hacim Svt 'dir). Basınç değişimini, $\Delta P = \rho v v'$ olarak elde ederiz.
Hacim modülü B'nin tanımından (Dnk. 12-7);

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V_0} = -\frac{\rho v v'}{\Delta V/V_0}$$

yazabiliriz. Burada, $\Delta V/V_0$ sıkışma nedeniyle hacimde meydana gelen küçük oransal değişimdir. Sıkıştırılmış sıvının orijinal hacmi, $V_0 = Svt$ (bknz.Şek.15-8) ve sıkıştırılmadan sonraki hacim değişimi ise $\Delta V = -Sv't$ olur (Şek. 15-8b). Böylece,

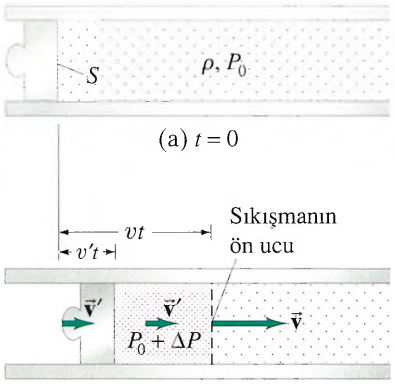
$$B = -\frac{\rho v v'}{\Delta V/V_0} = -\rho v v'\left(\frac{Svt}{-Sv't}\right) = \rho v^2$$

olur ve

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

elde edilir. Bu, elde etmek için yola çıktığımız Dnk. 15-4'tür.

Dnk. 15-3 benzer şekilde elde edilebilir, fakat bir ucu sıkıştırıldığında çubuğun kenarlarındaki genişleme hesaba katılmalıdır.

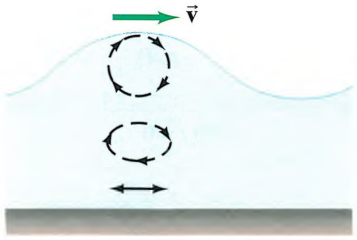


ŞEKİL 15–8 Uzun dar bir tüp içinde yer alan bir akışkandaki bir boyutlu boyuna bir dalganın hızının belirlenmesi.

Diğer Dalgalar

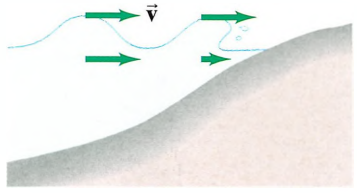
Depremlerde enine ve boyuna dalgaların her ikisi de üretilir. Yerküre üzerinde hareket eden enine dalgalar S dalgaları (Ç.N: S, kesme, kayma anlamındaki İngilizce "shear"kelimesinden gelmektedir) olarak ve boyuna dalgalar P dalgaları (P basıncı temsil eder) veya *sıkışma dalgaları* olarak isimlendirilir. Atom ve moleküllerin hemen hemen sabit bir konum etrafında herhangi bir doğrultuda titreşebilmelerinden dolayı boyuna ve enine dalgalar bir katı içinde ilerleyebilirler. Fakat bir akışkan içinde sadece boyuna dalgalar yayılabilirler, çünkü akışkan kolayca deforme olabildiğinden herhangi bir enine hareket sonunda geri çağırıcı bir kuvvet oluşmaz. Bu gerçek, jeofizikçiler tarafından Dünya'nın merkezinde bir bölgenin akışkan olması gerektiği sonucunu çıkarmakta kullanıldı: bir depremden sonra boyuna dalgalar Dünya'nın çapının diğer ucunda algılanır, fakat enine dalgalar algılanmaz.

FİZİK UYGULAMASI
Deprem dalgaları



ŞEKİL 15–9 Bir su dalgası enine ve boyuna dalga hareketinin kombinasyonu olan yüzey dalgalarına bir örnektir.

ŞEKİL 15–10 Bir dalga nasıl yok olur. Yeşil oklar su dalgalarının yerel hızını temsil eder.



Dünya'nın (veya diğer materyallerin) içinden geçebilen bu iki tip dalganın yanı sıra, iki materyal arasındaki sınır boyunca hareket eden *yüzey dalgaları* da vardır. Sudaki bir dalga, su ve hava arasındaki sınırda hareket ettiğinden gerçekte bir yüzey dalgasıdır. Su yüzeyindeki her bir parçacığın hareketi dairesel veya eliptiktir (Şek. 15-9), yani enine ve boyuna hareketlerin bir kombinasyonudur. Görüldüğü gibi,yüzeyin altında da hem enine hem de boyuna dalga hareketi vardır. Dipte, hareket sadece boyunadır (Bir dalga kıyıya yaklaştığında dipteki su sürtünme nedeniyle yavaşlarken tepeler daha yüksek hızla hareket eder (Şekil 15-10) ve tepeden dökülerek kırılırlar).Yüzey dalgaları yeryüzünde bir deprem meydana geldiğinde de oluşur. Depremlerin sebep oldukları hasarın ana sorumlusu yüzey boyunca hareket eden bu dalgalardır.

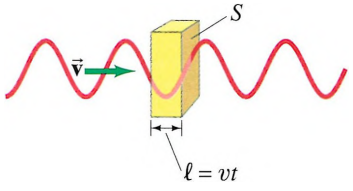
Gerilmiş bir sicim üzerindeki enine dalgalar veya bir çubuk veya akışkan ile dolu tüpteki boyuna dalgalar gibi bir boyutta bir çizgi boyunca hareket eden dalgalar, *doğrusal* veya *bir boyutlu dalgalar*dır. Bu Bölümün başında resimlenen su dalgaları gibi yüzey dalgaları iki boyutlu dalgalardır. Son olarak, hoparlörden yayılan ses veya Dünya'da yayılan deprem dalgaları gibi bir kaynaktan çıkıp tüm doğrultularda yayılan dalgalar, *üç boyutlu dalgalar*dır.

15–3 Dalgalar Tarafından Taşınan Enerji

Dalgalar enerjiyi bir yerden diğerine taşır. Dalgalar bir ortamda hareket ederken, enerji ortamın bir parçacığından diğer parçacığına titreşim enerjisi olarak transfer edilir. f frekanslı bir sinüzoidal dalga geçerken parçacıklar basit harmonik hareket (Bölüm 14) yapar. Her parçacığın enerjisi $E = \frac{1}{2}kA^2$ olup, A, ya boyuna veya enine hareketin maksimum yerdeğiştirmesidir (genlik) (Dnk. 14-10a). Dnk. 14-7a'yı kullanarak $k = 4\pi^2 mf^2$, yazabiliriz. Burada m ortamın bir parçacığının (veya küçük bir hacmin) kütlesidir. f frekans ve A genlik olmak üzere,

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2 = 2\pi^2 mf^2A^2.$$

ŞEKİL 15–11 v hızıyla hereket eden bir dalga tarafından taşınan enerjinin hesaplanması.



elde ederiz. Esnek bir ortamda hareket eden üç boyutlu dalgalar için ortamın yoğunluğu ρ ve ortamın küçük bir diliminin hacmi V ise, kütlesi $m = \rho V$ olur. Hacim $V = S\ell$ 'dir. Burada S dalganın geçtiği dik kesit alanıdır (Şek. 15-11). ℓ'yi dalganın t süresinde gittiği yol olarak alabiliriz: $\ell = vt$, dalganın hızıdır. Böylece, kütle $m = \rho V = \rho S\ell = \rho Svt$ ve enerji,

$$E = 2\pi^2 \rho Svtf^2A^2 \qquad \textbf{(15–5)}$$

olur. Bu denklemden çıkaracağımız önemli sonuç şudur: *bir dalga tarafından taşınan enerji, genliğin karesi ve frekansın karesiyle orantılıdır.*

Enerji transferinin ortalama hızı ortalama gücü verir $\overline{P}$:

$$\overline{P} = \frac{E}{t} = 2\pi^2 \rho Svf^2A^2. \qquad \textbf{(15–6)}$$

Sonuç olarak, bir dalganın şiddeti I, enerji akış doğrultusuna dik olan birim alandan geçen ortalama güç olarak tarif edilir:

$$I = \frac{\overline{P}}{S} = 2\pi^2 v\rho f^2A^2. \qquad \textbf{(15–7)}$$

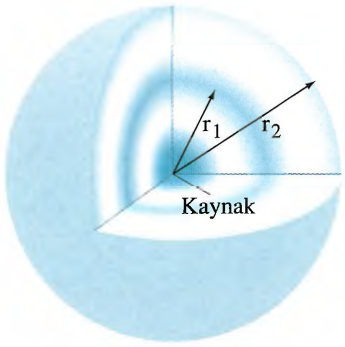
Bir dalga kaynaktan tüm doğrultularda yayılırsa, o dalga üç boyutlu dalgadır. Örneğin; açık havada yayılan ses, deprem dalgaları ve ışık dalgaları üç boyutlu dalgadır. Ortam

izotropik ise (tüm doğrultularda aynı), bir nokta kaynaktan yayılan dalga *küresel dalga*dır (Şek. 15-12). Dalga dışarı doğru yayılırken taşıdığı enerji, r yarıçaplı bir kürenin yüzey alanı $4\pi r^2$ olduğundan gittikçe daha büyük yüzeylere yayılır. Böylece bir dalganın şiddeti,

$$I = \frac{\overline{P}}{S} = \frac{\overline{P}}{4\pi r^2}.$$

olur. Çıkan ortalama güç $\overline{P}$ sabit ise, dalganın şiddeti kaynaktan olan uzaklığın karesiyle ters orantılı olarak azalır:

$$I \propto \frac{1}{r^2}. \qquad \text{[küresel dalga]} \quad \textbf{(15–8a)}$$



ŞEKİL 15–12 Bir nokta kaynaktan dışarıya yayılan dalga küresel dalgadır. Yarıçapları r_1 ve r_2 olan iki farklı tepe (veya sıkıştırma) gösterilmiştir.

Şek. 15-12'de görüldüğü gibi kaynaktan r_1 ve r_2 mesafede iki nokta göz önüne aldığımızda, bu noktalardaki şiddet sırasıyla $I_1 = \overline{P}/4\pi r_1^2$ ve $I_2 = \overline{P}/4\pi r_2^2$ olur ve şiddet oranları;

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\overline{P}/4\pi r_2^2}{\overline{P}/4\pi r_1^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad \textbf{(15–8b)}$$

şeklinde gösterilir. Böylece örnek olarak, mesafeler iki katı artarsa $(r_2/r_1 = 2)$, şiddet ilk değerinin dörtte birine azalır: $I_2/I_1 = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$. Bir dalganın genliği de mesafeyle azalır. Şiddet genliğin karesiyle orantılı olduğundan $I \propto A^2$, (Dnk. 15-7), şiddetin $1/r^2$ ile orantılı olması için A genliği $1/r$ ile azalmalıdır (Dnk. 15-8a). Dolayısıyla, genlik,

$$A \propto \frac{1}{r}$$

olur. Kaynaktan r_1 ve r_2 mesafelerinde iki nokta düşündüğümüzde bunu Dnk. 15-6'dan doğrudan görebiliriz. r_1 ve r_2 mesafelerinde dalganın genliğini sırasıyla A_1 ve A_2 alırsak ve kaynaktan sabit güç çıkıyorsa, $S_1 A_1^2 = S_2 A_2^2$ olur. Yüzeyler $S_1 = 4\pi r_1^2$ ve $S_2 = 4\pi r_2^2$ olduğundan, $(A_1^2 r_1^2) = (A_2^2 r_2^2)$, veya

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

elde ederiz. Bir dalga kaynaktan iki katı kadar uzakta olduğunda, genlik yarısı kadar azalır (sürtünme nedeniyle azalma ihmal edersek).

ÖRNEK 15–4 **Deprem şiddeti.** Dünyada ilerleyen bir deprem dalgasının şiddeti kaynaktan 100 km uzaklıkta $1.0 \times 10^6\ \text{W/m}^2$ olarak ölçülüyor. Kaynaktan 400 km uzaklıkta ölçülen dalganın şiddeti ne olur?

YAKLAŞIM Dalgayı küresel kabul ettiğimizden, dalganın şiddeti kaynaktan olan uzaklığın karesiyle azalır.

ÇÖZÜM 400 km'lik mesafe 100 km'lik mesafeden 4 kez büyüktür. Dolayısıyla şiddet; 100 km'lik durumunkinin $(\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{16}$'sı olacağından, $(1.0 \times 10^6\ \text{W/m}^2)/16 = 6.3 \times 10^4\ \text{W/m}^2$ olarak elde edilir.

NOT Dnk. 15-8b kullanılarak şiddet doğrudan elde edilebilir:

$$I_2 = I_1 r_1^2/r_2^2 = (1.0 \times 10^6\ \text{W/m}^2)(100\ \text{km})^2/(400\ \text{km})^2 = 6.3 \times 10^4\ \text{W/m}^2.$$

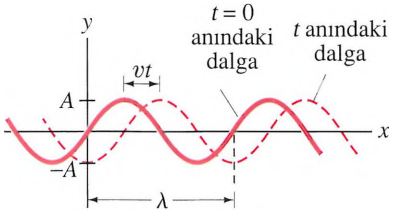
Durum, bir sicim üzerindeki enine dalga veya ince homojen metal bir çubukta ilerleyen boyuna dalga atması gibi bir boyutlu dalgalar için farklıdır. Alan sabit kalırsa, A genliği de sabit kalır (sürtünme ihmal edilmiştir). Bu durumda genlik ve şiddet mesafeyle azalmaz. Pratikte, sürtünmeden kaynaklanan azalma genellikle vardır ve enerjinin bir kısmı ısı enerjisine dönüşür. Bir boyutlu bir dalgada genlik ve şiddet kaynaktan uzaklaştıkça azalır. Üç boyutlu bir dalga için azalma, genelde küçük bir etki olmakla birlikte, yukarıda tartışılandan daha büyük olacaktır.

15–4 Hareket Eden Bir Dalganın Matamatiksel Temsili

Şimdi x ekseni boyunca hareket eden bir boyutlu bir dalga düşünelim. Örnek olarak, bir sicimdeki enine dalga, bir çubukta veya sıvı ile dolu bir tüpte ilerleyen boyuna dalga olabilir. Dalganın şeklini, dalgaboyu λ ve frekansı f olarak sinüzoidal kabul edelim. $t = 0$, anında, dalganın Şek. 15-13'teki sürekli eğri ile gösterildiği gibi

$$D(x) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \qquad \textbf{(15–9)}$$

formunda verildiğini düşünelim $D(x)$, x konumundaki dalganın *yerdeğiştirmesi*[†] ve A dalganın genliğidir (maksimum yerdeğiştirme). Bu bağıntı, kendisini her dalgaboyunda tekrarlayan bir şekil verir. Bu, $x = 0$, $x = \lambda$, $x = 2\lambda$ 'da yerdeğiştirmenin aynı olması için gereklidir ($\sin 4\pi = \sin 2\pi = \sin 0$).



ŞEKİL 15–13 İlerleyen bir dalga. t, zaman aralığında dalga vt mesafesini alır.

Şimdi v hızıyla sağa doğru hareket eden bir dalga düşünelim. t, süresi sonunda dalganın her bölümü (tümüyle dalga şekli) sağa doğru vt mesafesini alır (bknz. Şek. 15-3'teki kesikli eğri). $t = 0$ anında herhangi bir dalga noktasını, örneğin x konumundaki bir tepeyi gözönüne alalım. t süresi sonunda, tepe vt mesafesini alır, böylece yeni konumu eski konumundan vt kadar daha büyük olur. Dalga şekli üzerinde bu aynı noktayı betimlemek için sinüs fonksiyonunun argümanı aynı olmalıdır, dolayısıyla Dnk. 15-9'da x yerine $(x - vt)$ yerleştiriz:

Pozitif x yönünde ilerleyen 1-Boyutlu dalga

$$D(x,t) = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]. \qquad \textbf{(15–10a)}$$

Diğer bir ifadeyle, bir dalga tepesine bindiğimizde, sinüs fonksiyonunun argümanı $(2\pi/\lambda)(x - vt)$ aynı kalır ($= \pi/2, 5\pi/2$, vb). t artarken x de aynı oranda artmalı ki, $(x - vt)$ sabit kalsın.

Dnk. 15–10a sağa doğru ekseni boyunca (artan yönünde) ilerleyen sinüzoidal bir dalganın matematiksel gösterimidir. Bu denklem seçilen herhangi bir x noktasında ve t zamanında dalganın $D(x,t)$ yerdeğiştirmesini verir. $D(x,t)$ fonksiyonu, t zamanında uzayda dalganın gerçek şeklini temsil eden eğriyi betimler. $v = \lambda f$ olduğundan (Dnk. 15-1), Dnk. 15-10a'yı farklı bir biçimde de yazabiliriz:

Pozitif x yönünde ilerleyen 1-Boyutlu dalga

$$D(x,t) = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right), \qquad \textbf{(15–10b)}$$

burada $T = 1/f = \lambda/v$ periyottur ve

$$D(x,t) = A \sin(kx - \omega t), \qquad \textbf{(15–10c)}$$

olur. $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ açısal frekans ve

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \textbf{(15–11)}$$

ifadesi **dalga sayısı** olarak isimlendirilir (Dalga sayısı k ile yay sabiti k'yı karıştırmayınız; ikisi çok farklı büyüklüklerdir). Dnk. 15-10a,b ve c'deki üç ifade eşdeğerdir, Dnk. 15-10c en yazımı en basit olanı ve belki de en yaygın kullanılandır. $(kx - \omega t)$ niceliği ve onun diğer iki denklemdeki eşdeğerleri dalganın **fazı** olarak isimlendirilir. Dalganın v hızı, dalganın fazının (veya şeklinin) hızını temsil ettiğinden genelde **faz hızı** olarak isimlendirilir ve ω ve k cinsinden yazılabilir:

⚠ **DİKKAT**
Dalga sayısı k ile,yay sabiti k'yı karıştırmayın

$$v = \lambda f = \left(\frac{2\pi}{k}\right)\left(\frac{\omega}{2\pi}\right) = \frac{\omega}{k}. \qquad \textbf{(15–12)}$$

[†]Bazı kitaplar $D(x)$ yerine $y(x)$ kullanır. Karışıklıktan kaçınmak için y (ve z)'yi iki veya üç boyutlu dalganın koordinat konumları için kullanacağız. Bizim $D(x)$, basınç (boyuna dalgalarda), konumdaki yerdeğiştirme (enine mekanik dalgalarda) veya daha sonra göreceğimiz elektrik ve manyetik alanları (elektromanyetik dalgalar) gösterecek..

x ekseni boyunca (x değeri azalırken) sola doğru ilerleyen bir dalga için, yine Dnk. 15-9 ile başlarız ve hızın şimdi $-v$ olduğuna dikkat ederiz. Dalga üzerinde seçilen özel bir noktanın konum t zamanı içinde $-vt$ kadar değişir, bu nedenle Dnk. 15-9'daki x, $(x + vt)$ ile değiştirilir. Böylece,v hızı ile sola doğru ilerleyen bir dalga için,

Negatif x yönünde ilerleyen 1-Boyutlu dalga

$$D(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x + vt)\right] \quad \textbf{(15–13a)}$$

$$= A\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi t}{T}\right) \quad \textbf{(15–13b)}$$

$$= A\sin(kx + \omega t). \quad \textbf{(15–13c)}$$

yazılabilir. Diğer bir ifade ile, Dnk. 15-10'daki v 'yi $-v$ ile değiştiririz.

Dnk. 15-13c (veya Dnk. 15-10c)'yi göz önüne alalım. $t = 0$ 'da

$$D(x,0) = A\sin kx$$

olup bu başladığımız sinüzoidal dalga şeklidir. Daha sonraki bir t_1 zamanında, dalganın uzaydaki şekline bakarsak,

$$D(x,t_1) = A\sin(kx + \omega t_1).$$

elde ederiz. Yani, $t = t_1$'de dalganın resmini çekersek, ωt_1 faz sabitine sahip bir sinüs dalgası görürüz. Dolayısıyla sabit $t = t_1$, için dalganın uzaydaki şekli sinüzoidaldir. Diğer taraftan, uzayda sabit bir noktayı, örneğin $x = 0$, göz önüne alırsak, dalganın zamanla nasıl değiştiğini görebiliriz:

$$D(0,t) = A\sin\omega t$$

burada, Dnk. 15-13c'yi kullandık. Bu basit harmonik hareket denklemidir (Kısım 14-2). x'in başka sabit bir değeri örneğin $x = x_1$, için elde ettiğimiz $D = A\sin(\omega t + kx_1)$, sadece kx_1 faz sabiti kadar farklıdır. Böylece, uzayda herhangi bir sabir noktadaki yerdeğiştirme, zaman içinde basit harmonik hareket salınımları yapar. Dnk. 15-10 ve 15-13 bu iki özelliği birleştirerek bize **ilerleyen sinüzoidal** bir dalganın (**harmonik dalga** olarak ta isimlendirilir) temsilini verir.

Dnk. 15-10 ve 15-13'teki sinüsün argümanı genelde bir ϕ, faz açısını içerir ve Dnk. 15-10c, Kısım 14-2'de olduğu gibi (bknz. Şek. 14-7) $t = 0$, $x = 0$'da dalganın konumunu ayarlamak için

$$D(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

şeklinde verilir. Şek. 14-6'da (veya Şek. 15-13) $t = 0, x = 0$ 'da yerdeğiştirme sıfırdır. Bu nedenle $\phi = 0$ olur.

Şimdi, herhangi bir şekilde genel bir dalga (veya dalga atması) düşünelim. Sürtünmeden kaynaklanan kayıplar küçükse, deneyler dalganın şeklini koruyarak ilerlediğini gösterir. Bu nedenle, Dnk. 15-9'dan sonra yaptığımız akıl yürütmeleri tekrarlayabiliriz. Dalgamız $t = 0$'da

$$D(x,0) = D(x)$$

ile verilen bir şekle sahip olsun. Burada $D(x)$ dalganın x noktasındaki yerdeğiştirmesidir ve sinüzoidal olması şart değildir. Dalga x ekseni boyunca sağa doğru ilerliyorsa, bir süre sonra, dalganın şekli aynı kalacak, fakat bütün noktaları vt kadar yol gidecektir. Burada v dalganın faz hızıdır. Dolayısıyla t anındaki genliği elde etmek için x yerine $x - vt$ yerleştirmemiz gerekir:

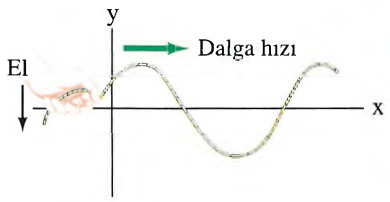
$$D(x,t) = D(x - vt). \quad \textbf{(15–14)}$$

Benzer şekilde, dalga sola doğru ilerlerse, x yerine $x + vt$, yerleştirmemiz gerekir, böylece

$$D(x,t) = D(x + vt). \quad \textbf{(15–15)}$$

elde ederiz. x ekseninde ilerleyen herhangi bir dalganın şekli Dnk. 15-14 veya 15-15 ile verilir.

ALIŞTIRMA D Dalga, $D(x,t) = (5.0\,\text{mm})\sin(2.0x - 20.0t)$ ile veriliyor, burada x metre ve t saniyedir. Dalganın hızı nedir? (*a*) 10 m/s, (*b*) 0.10 m/s, (*c*) 40 m/s, (*d*) 0.005 m/s, (*e*) 2.5×10^{-4} m/s.



ŞEKİL 15–14 Örnek 15–5. $t = 0$ 'daki dalga (el iniyor). Ölçekli değil.

ÖRNEK 15–5 **İlerleyen bir dalga.** Yatay olarak gerilmiş uzun bir ipin sol ucu $f = 250\,\text{Hz}$ frekansı ve $2.6\,\text{cm}$ genliği ile enine titreşerek BHH yapıyor. İp $140\,\text{N}$ 'luk gerilim altındadır ve $\mu = 0.12\,\text{kg/m}$ 'lik bir lineer yoğunluğa sahiptir. $t = 0$'da ipin ucundaki yukarı doğru yerdeğiştirme 1.6 'dir ve hız aşağı doğrudur (Şek. 15-14). (*a*) Üretilen dalganın dalgaboyunu (*b*) ilerleyen dalganın denklemini elde ediniz. **YAKLAŞIM** İlk olarak Dnk. 15–2'den enine dalganın faz hızını bulalım; sonra $\lambda = v/f$. (*b*)'de başlangıç şartlarını kullanarak fazı bulmamız gerekir.

ÇÖZÜM (*a*) Dalga hızı

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{140\,\text{N}}{0.12\,\text{kg/m}}} = 34\,\text{m/s}.$$

Böylece

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{34\,\text{m/s}}{250\,\text{Hz}} = 0.14\,\text{m} \quad \text{veya } 14\,\text{cm'dir}.$$

(*b*) $x = 0$ 'da dalga sol uçta olsun. $t = 0$'da dalganın fazı genelde Dnk. 15–9, 10 ve 13 kabul edildiği gibi sıfır değildir. Sağa doğru ilerleyen bir dalganın genel şekli şöyledir:

$$D(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

Burada ϕ faz açısıdır. Bizim durumda, genlik $A = 2.6\,\text{cm}$ ve $t = 0$, $x = 0$ 'da $D = 1.6\,\text{cm}$ 'dir. Böylece,

$$1.6 = 2.6\sin\phi,$$

olup, $\phi = \sin^{-1}(1.6/2.6) = 38° = 0.66\,\text{rad}$ bulunur. Aynı zamanda $\omega = 2\pi f = 1570\,\text{s}^{-1}$ ve $k = 2\pi/\lambda = 2\pi/0.14\,\text{m} = 45\,\text{m}^{-1}$ elde ederiz. Buradan

$$D = (0.026\,\text{m})\sin\left[(45\,\text{m}^{-1})x - (1570\,\text{s})t + 0.66\right]$$

elde edilir ve daha basitleştirirsek,

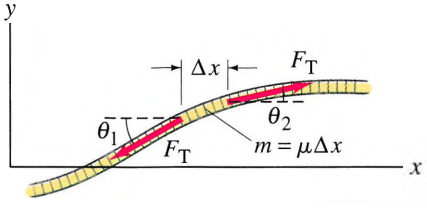
$$D = 0.026\sin(45x - 1570t + 0.66),$$

olur.

*15–5 Dalga Denklemi

Pek çok dalga türü, Newton'un parçacıkların hareketi için verdiği ikinci yasaya eşdeğer olan önemli bir genel denklemi sağlar. Bu "bir dalga için hareket denklemi", **dalga denklemi** olarak isimlendirilir. Bu denklemi yatay olarak gerilmiş bir sicim üzerinde hareket eden dalgalar için elde edeceğiz.

ŞEKİL 15–15 Newton'un ikinci yasasından dalga denkleminin elde edilmesi: F_T gerilmesi altında sicimin bir halkası



Dalganın genliğinin dalgaboyuna göre küçük olduğunuu kabul edeceğiz, dolayısıyla sicimdeki her bir nokta sadece düşey olarak hareket eder ve sicimdeki F_T, gerilmesi, salınım süresince değişmez. Şek. 15-15'te gösterildiği gibi sicimin küçük bir bölümündeki düşey hareket için $\Sigma F = ma$, şeklinde Newton'un ikinci yasasını uygularız. Dalganın genliği küçük ve böylece sicimin yatayla yaptığı θ_1 , θ_2 açıları da küçüktür. Bu kısmın uzunluğu yaklaşık olarak Δx ve kütlesi $\mu\,\Delta x$ 'dir (burada μ sicimin birim uzunluk başına kütlesidir). Sicimin bu kısmı üzerindeki net düşey kuvvet $F_T\sin\theta_2 - F_T\sin\theta_1$ 'dir. Bu nedenle düşey doğrultuya (y) uygulanan Newton'un ikinci kanunu

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$F_T\sin\theta_2 - F_T\sin\theta_1 = (\mu\,\Delta x)\frac{\partial^2 D}{\partial t^2}. \qquad \textbf{(i)}$$

verir. Hareket sadece düşey doğrultuda olduğundan ivme olarak $a_y = \partial^2 D/\partial t^2$ yazabiliriz ve yerdeğiştirme D, x ile t'nin fonksiyonu olduğundan kısmi türev notasyonu kullanırız. θ_1 ve θ_2

açıları küçük kabul edildiğinden, $\sin\theta \approx \tan\theta$ ve $\tan\theta$ sicimin her bir noktasında s eğimine eşittir:

$$\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{\partial D}{\partial x} = s.$$

Bu nedenle, denklem (i) şu şekli alır:

$$F_T(s_2 - s_1) = \mu \Delta x \frac{\partial^2 D}{\partial t^2}$$

veya

$$F_T \frac{\Delta s}{\Delta x} = \mu \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} \qquad \textbf{(ii)}$$

olur. Burada $\Delta s = s_2 - s_1$ küçük sicim parçamızın iki ucundaki eğimler arasındaki farktır. Şimdi $\Delta x \to 0$ limitini alırsak, böylece yukarıda yazdığımız parça için eğim $s = \partial D/\partial x$ olduğundan

$$F_T \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta x} = F_T \frac{\partial s}{\partial x}$$
$$= F_T \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial D}{\partial x}\right) = F_T \frac{\partial^2 D}{\partial x^2}$$

elde ederiz. (ii) denklemine bunu yerleştirirsek:

$$F_T \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial^2 D}{\partial t^2}$$

veya

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F_T} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2}$$

verir. Bu Bölümün başında (Dnk. 15-2) bir sicimdeki dalgaların hızının $v = \sqrt{F_T/\mu}$ ile verildiğini görmüştük. Bu nedenle bu son denklemi

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2}. \qquad \textbf{(15–16)}$$

şeklinde yazabiliriz. Bu bir boyutlu dalga denklemidir ve sadece gerilmiş bir sicim üzerindeki küçük genlikli dalgaları değil, aynı zamanda gazlar, sıvılar ve esnek katılardaki küçük genlikli boyuna dalgaları (ses dalgaları gibi) da tasvir eder, D basınç değişimlerini gösterir. Bu durumda, dalga denklemi Newton'un ikinci yasasının sürekli esnek ortama uygulanmasının doğrudan bir sonucudur. Dalga denklemi aynı zamanda, Bölüm 31'de göreceğimiz gibi, elektromanyetik dalgaları betimler, bu durumda D elektrik ve manyetik alanı temsil eder. Dnk. 15-16 sadece bir boyutlu dalgalara uygulanır. Üç boyutta yayılan dalgalar için dalga denklemi aynıdır, yalnız Dnk. 15-16'nın soluna $\partial^2 D/\partial y^2$ ve $\partial^2 D/\partial z^2$ terimlerinin eklenmesi gerekir.

Dalga denklemi doğrusal bir denklemdir: yerdeğiştirme D her terimde tek başına görülür. D^2 veya $D(\partial D/\partial x)$, içeren terimler yoktur. Bu nedenle, $D_1(x,t)$ ve $D_2(x,t)$ dalga denkleminin iki farklı çözümü ise, bunların lineer kombinasyonu

$$D_3(x,t) = aD_1(x,t) + bD_2(x,t)$$

de bir çözüm olur. Burada a ve b birer sabittir. Bu durum dalga denklemine yerleştirerek kolayca görülebilir. Bu, bir sonraki Kısımda tartışacağımız *süperpozisyon ilkesi*nin temelidir. Basit bir şekilde söylenilebilir ki, iki dalga aynı zamanda uzayın aynı bölgesinden geçerse, gerçek yerdeğiştirme ayrı ayrı yerdeğiştirmelerin toplamı olur. Bu yalızca, bir sicim üzerindeki dalgalar veya ses dalgaları gibi küçük genlikli dalgalar için geçerlidir. Genlik yeterince küçük değilse, dalga cephesi için denklemler doğrusal olmayabilir ve süperpozisyon ilkesi geçersiz olup, gözlenen etkiler daha karmaşık olabilir.

ÖRNEK 15–6 **Dalga denkleminin çözümü.** Dalga denklemini sağlayan Dnk. 15–10c'teki sinüzoidal dalgayı, $D(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$ elde ediniz.

YAKLAŞIM Dnk. 15-10c'yi Dnk. 15–16'daki dalga denklemine yerleştiririz.

ÇÖZÜM Dnk. 15–10c'nin 'ye göre iki defa türevini alırız:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\omega A\cos(kx - \omega t)$$
$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = -\omega^2 A\sin(kx - \omega t).$$

x'e göre iki defa türev alınırsa,

$$\frac{\partial D}{\partial x} = kA\cos(kx - \omega t)$$
$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = -k^2 A\sin(kx - \omega t)$$

elde edilir. İkinci türevleri oranlarsak,

$$\frac{\partial^2 D/\partial t^2}{\partial^2 D/\partial x^2} = \frac{-\omega^2 A\sin(kx - \omega t)}{-k^2 A\sin(kx - \omega t)} = \frac{\omega^2}{k^2}$$

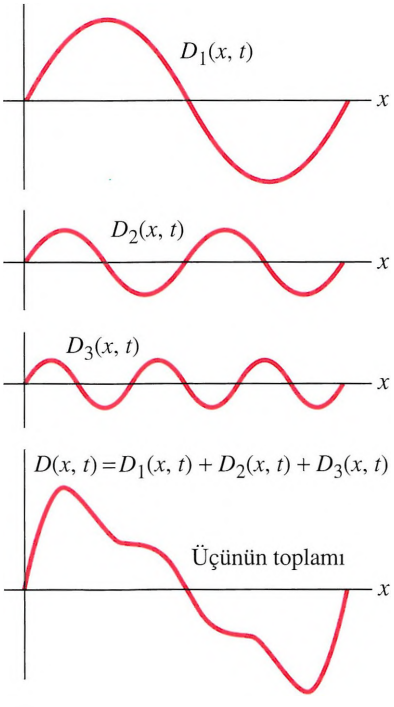
buluruz. Dnk. 15-12'de, $\omega^2/k^2 = v^2$, aldığımızda, Dnk. 15-10'daki dalga denklemini sağladığını görürüz (Dnk. 15-16).

15–6 Süperpozisyon İlkesi

İki veya daha fazla dalga aynı anda uzayın aynı bölgesinden geçtiğinde, pek çok dalga için *gerçek yerdeğiştirmenin, ayrı ayrı yerdeğiştirmelerin vektörel (veya cebirsel) toplamı* olduğu görülür. Buna **süperpozisyon (üst üste gelme) ilkesi** denir. Bu ilke, yerdeğiştirmelerin çok büyük olmaması ve yerdeğiştirme ile titreşen ortamın geri çağırıcı kuvveti arasında doğrusal bir ilişki olması koşuluyla mekanik dalgalar için geçerlidir[†]. Örneğin, mekanik dalganın genliği ortamın esneklik bölgesinin ötesine gidecek kadar büyükse ve artık Hooke yasası işlemiyorsa, süperpozisyon ilkesi tam geçerli değildir[‡] Biz büyük ölçüde süperpozisyon ilkesinin geçerli olduğu sistemleri göz önüne alacağız.

Süperpozisyon ilkesinin bir sonucu, uzayın aynı bölgesinden iki dalganın geçmesi durumunda, bunların biribirinden bağımsız bir şekilde hareket etmesidir. Örneğin, farklı noktalarda suya çarpan iki taşın su yüzeyinde oluşturduğu küçük dalgaların (iki boyutlu dalgalar) biribirinin içinden geçtiğini gözlemlemiş olabilirsiniz.

Şek. 15-16 süperpozisyon ilkesinin bir örneğini göstermektedir. Gerilmiş bir sicimde her birinin genlikleri ve frekansları farklı üç dalga vardır. Örnekte gösterilen an gibi herhangi bir zaman anında, herhangi bir x konumunda gerçek genlik, üç dalganın bu konumdaki genliklerinin cebirsel toplamıdır. Gerçek dalga sinüzoidal değildir ve *birleşik* (veya *kompleks)* dalga olarak isimlendirilir (Genlikler Şek. 15-16'da abartılı gösterilmiştir). Herhangi bir kompleks dalganın farklı genliklerde, dalgaboylarında ve frekanslardaki pek çok basit sinüzoidal dalganın karışımı olarak kabul edilebileceği gösterilebilir. Bu durum *Fourier teoremi* olarak bilinir. T periyotlu kompleks periyodik bir dalga, frekansları $f = 1/T$ 'nin integral katları olan saf sinüzoidal terimlerin toplamı olarak temsil edilebilir. Dalga periyodik değilse, toplam bir integraldir (Fourier integrali olarak isimlendirilir). Burada ayrıntıları vermeyeceğiz fakat, sinüzoidal dalgaları (ve basit harmonik hareketi) çalışmamızın neden önemli olduğuna dikkatinizi çekmek istiyoruz: çünkü; herhangi bir dalga şekli saf sinüzoidal dalgaların bir toplamı olarak düşünülebilir.



ŞEKİL 15–16 Bir boyutlu dalgalar için süperpozisyon (üst üste gelme) ilkesi. Belli bir zaman anında, farklı genlik ve frekanslara $(f_0, 2f_0, 3f_0)$ sahip üç sinüzoidal dalgadan oluşan bileşik dalga. Bileşik dalganın herhangi bir zamanda, herhangi bir noktadaki genliği, dalganın bileşenlerinin genliklerinin cebirsel toplamıdır. Genlikler abartılı olarak gösteriliyor; süperpozisyon ilkesinin geçerli olması için genliklerin dalgaboyuna göre küçük olması gerekir.

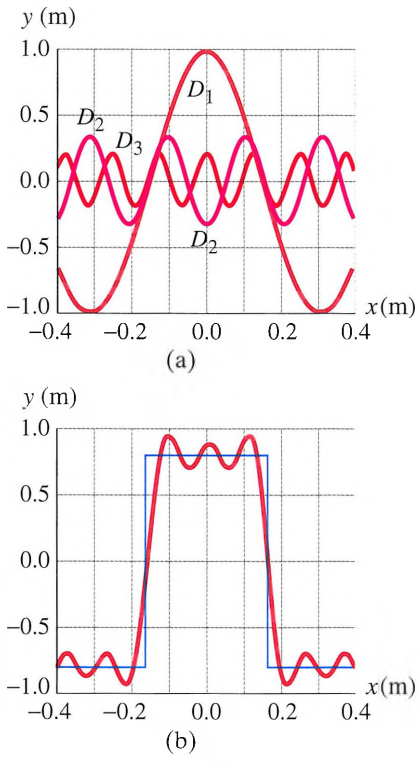
[†]Bölüm 31'de görülecek boşluktaki elektromanyetik dalgalar için süperpozisyon ilkesi daima geçerlidir.

[‡]Hi-fi elektronik aygıtlardaki aramodülasyon distorsiyonu, iki frekansın lineer olarak birleşmemesi halinde süperpozisyon ilkesinin geçerli olmamasına bir örnektir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 15–7 **Bir kare dalganın oluşturulması.** $t = 0$ anında $D_1 = A\cos kx$, $D_2 = -\frac{1}{3}A\cos 3kx$ ve $D_3 = \frac{1}{5}A\cos 5kx$ şeklinde üç dalga verilsin, burada $A = 1.0\,\text{m}$ ve $k = 10\,\text{m}^{-1}$'dir. $x = -0.4\,\text{m}$'den $+0.4\,\text{m}$'ye üç dalganın toplamını çiziniz (Bu üç dalga bir "kare dalganın" ilk üç Fourier bileşenleridir).

YANIT İlk dalga D_1, 1.0 m genliğinde ve $\lambda = 2\pi/k = (2\pi/10)\,\text{m} = 0.628\,\text{m}$ dalgaboyundadır. İkinci dalga D_2, 0.33 m genliğinde ve $\lambda = 2\pi/3k = (2\pi/30)\,\text{m} = 0.209\,\text{m}$ dalgaboyundadır. Üçüncü dalga D_3 genliğinde ve $\lambda = 2\pi/5k = (2\pi/50)\,\text{m} = 0.126\,\text{m}$ dalga boyundadır. Dalgaların üçü de Şek. 15-17a'da görülmektedir. Üç dalganın toplamı Şek. 15-17b'de verilmiştir. Toplam Şek. 15-17b'de mavi olarak gösterilen bir "kare dalgayı" anımsatmaya başlar.

FİZİK UYGULAMASI
Kare Dalga

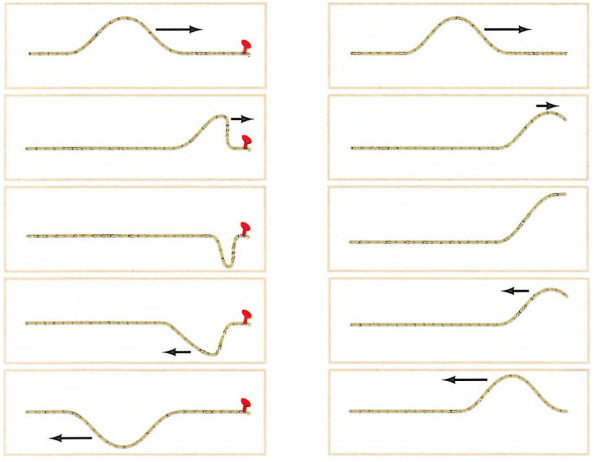


ŞEKİL 15–17 Örnek 15–7. Kare dalga oluşturma.

Geri çağırıcı kuvvetin mekanik dalgalardaki yerdeğiştirmeyle tam olarak orantılı olmadığı bazı sürekli ortamlarda, sinüzoidal dalganın hızı frekansa bağlıdır. Frekansla hızın değişimi **dispersiyon** (dağıtkanlık) olarak isimlendirilir. Bir kompleks dalganın bileşiminde bulunan farklı sinüzoidal dalgalar böyle bir durumda biraz farklı hızlarla hareket ederler. Bunun sonucu olarak, kompleks bir dalga içinde hareket ettiği "dispersif" ortamda şekil değiştirir. Fakat sürtünme veya yitirgen kuvvetler yoksa, saf bir sinüs dalgası bu şartlar altında şekil değiştirmez. Dispersiyon (veya sürtünme) yoksa, kompleks bir doğrusal dalga da şekil değiştirmez.

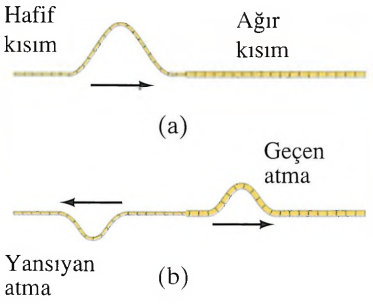
15–7 Yansıma ve Geçme

Bir dalga bir engele çarptığında veya içinde hareket ettiği ortamın sonuna geldiğinde, dalganın en az bir kısmı yansır. Muhtemelen kayalardan veya yüzme havuzunun kenarından yansıyan su dalgalarını görmüşsünüzdür. "Yankı" olarak isimlendirilen uzak bir kayalıktan yansıyan bağırışı duymuşunuzdur. Bir ip boyunca hareket eden bir dalga atması Şek. 15-18'de görüldüğü gibi yansır. İpin ucu sabitleştirilmişse, yansımış atma Şek. 15-18a'daki gibi ters dönerek geri gelir, ipin ucu serbestse, Şek. 15-1b'de gösterildiği gibi düz olarak geri döner. Şek. 15-18a'daki gibi uç bir desteğe tutturulmuşsa, sabit uca ulaşan atma desteğe bir kuvvet (yukarı) uygular. Destek ise (Newton'un üçüncü yasası) ipe ters yönde ve aşağı doğru eşit bir kuvvet uygular. İp üzerindeki bu aşağı yönlü kuvvet ters dönmüş yansımış atmayı "üreten" şeydir.

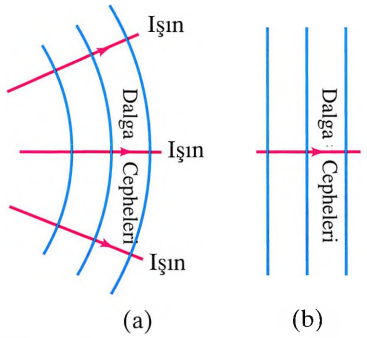


ŞEKİL 15–18 Bir masa üzerinde uzanan bir ipteki dalga atmasının yansıması. (a) İpin ucu çiviyle sabitlenmiş. (b) İpin ucu serbest hareket ediyor.

ŞEKİL 15–19 Bir dalga atması ince bir ip üzerinde sağa doğru ilerlerken (a) ipin kalınlaşıp ağırlaştığı bir süreksizliğe ulaştığında bir kısmı yansır ve bir kısmı yoluna devam eder (b).



Şek. 15-19'da gösterildiği gibi, hafif ve ağır kısımları içeren bir ip boyunca hareket eden bir atma düşünelim. Görüldüğü gibi dalga atması iki kısımın arasındaki sınıra ulaştığında, atmanın bir kısmı yansır ve bir kısmı geçer. İpin ikinci kısmı ne kadar kalın olursa, o kadar az enerji geçişi olur (Şek. 15-18a'daki gibi ikinci kısım bir duvar veya katı bir destek olduğunda, çok küçük bir kısmı geçer, çoğunluğu ise yansır). Periyodik bir dalga için, geçen dalganın frekansı, sınır noktası da aynı frekansta titreştiğiden sınırı geçerken değişmez. Bu yüzden geçen dalga daha düşük hızda ise, onun dalgabuyu da daha az olur ($\lambda = v/f$).



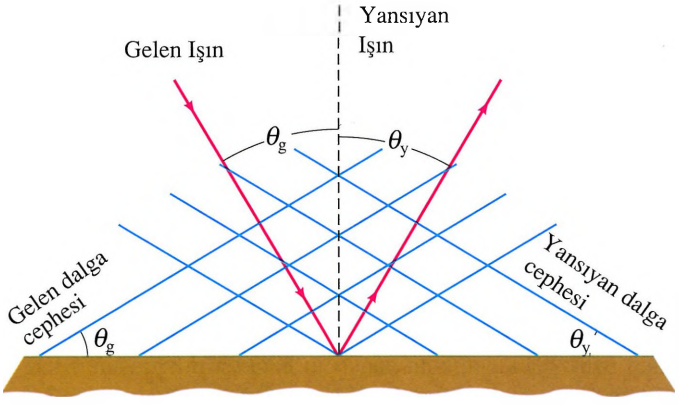
ŞEKİL 15–20 Hareket doğrultusunu belirten ışınlar daima dalga cephesine diktirler (dalga tepeleri). (a) Kaynak yakınında dairesel veya küresel dalgalar. (b) Kaynaktan uzakta dalga cepheleri hemen hemen doğrulaşır veya düzleşir ve düzlem dalga ismini alır.

Su dalgaları gibi iki veya üç boyutlu dalgalar için, dalga boyunca dalga tepelerini oluşturan tüm noktalar dalga cephesi olarak nitelendirilir (bu sahilde "dalga" olarak isimlendirdiğimiz şeydir). Şek. 15-20'de gösterildiği gibi hareket doğrultusunda dalga cephesine dik olarak çizilen doğruya **ışın** denir. Kaynaktan çok uzaktaki dalga cepheleri eğriliklerini hemen hemen kaybeder (Şek. 15-20b) ve okyanus dalgaları gibi düzleşirler, bunlar **düzlem dalgalar** olarak isimlendirilir.

Şek. 15-21'de gösterildiği gibi iki veya üç boyutlu düzlem dalganın yansıması için, *gelen dalganın* yansıtıcı yüzeyle yaptığı açı yansıyan dalganın yaptığı açıyla eşittir. Bu, **yansıma yasası** olarak adlandırılır:

Gelen açı yansıyan açıya eşittir

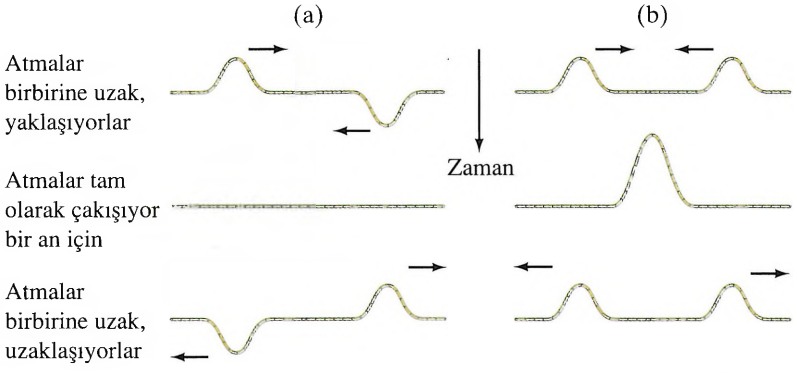
"Gelme açısı" (θ_g) gelen ışının yansıtıcı yüzeyin normaliyle (veya dalga cephesinin yüzeyin teğetiyle) yaptığı açı olarak tarif edilir, "yansıma açısı" yansıyan dalga için (θ_y) buna karşılık gelen açıdır.



ŞEKİL 15–21
Yansıma Yasası: ($\theta_y = \theta_g$)

15–8 Girişim

Girişim, iki dalga aynı zamanda uzayın aynı bölgesinden geçtiğinde oluşan şeyi ifade eder. Örneğin, Şek. 15-22'de gösterildiği gibi bir ip üzerinde birbirine doğru hareket eden iki dalga atması düşünün. Şek. 15-22a'da iki atma aynı genliktedir, fakat biri tepe diğeri çukur ve Şek. 15-22b'de her ikisi de çukurdur. İki durumda dalgalar karşılaşır ve birbirlerinin içinden geçerler. Çakıştıkları bölgede net yerdeğiştirme *ayrı ayrı yerdeğiştirmelerin cebirsel toplamıdır* (tepeler pozitif, çukurlar negatif kabul edilir). Bu durum süperpozisyon ilkesine diğer bir örnektir. Şek. 15-22a'da iki dalga biribini geçtiği anda yerdeğiştirmeleri zıttır ve toplamları sıfırdır. Sonuç **yıkıcı girişim** olarak isimlendirilir. Şek. 15-22b'de iki dalga üst üste geldiği anda, ayrı atmaların yerdeğiştirmelerinden daha büyük bir net yerdeğiştirme üretirler ve sonuç **yapıcı girişim** olarak isimlendirilir.

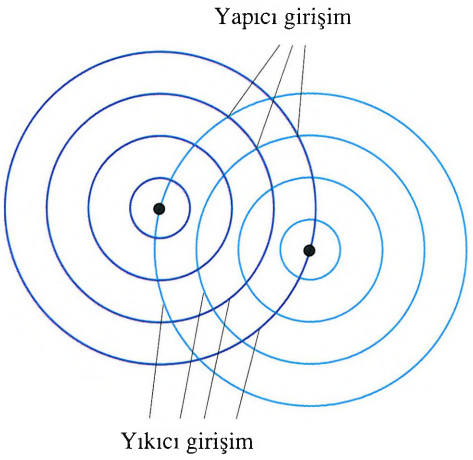


ŞEKİL 15–22 İki dalga atmasının birbirini geçmesi. Üst üste bindikleri yerde (a) yıkıcı (b) yapıcı girişim oluş

[Şek. 15-22a'da yıkıcı girişim oduğundaki enerjinin nerede olduğunu düşünebilirsiniz, ip bu sırada düz olabilir, fakat orta kısımları hala yukarı aşağı hareket etmektedir.]



(a)

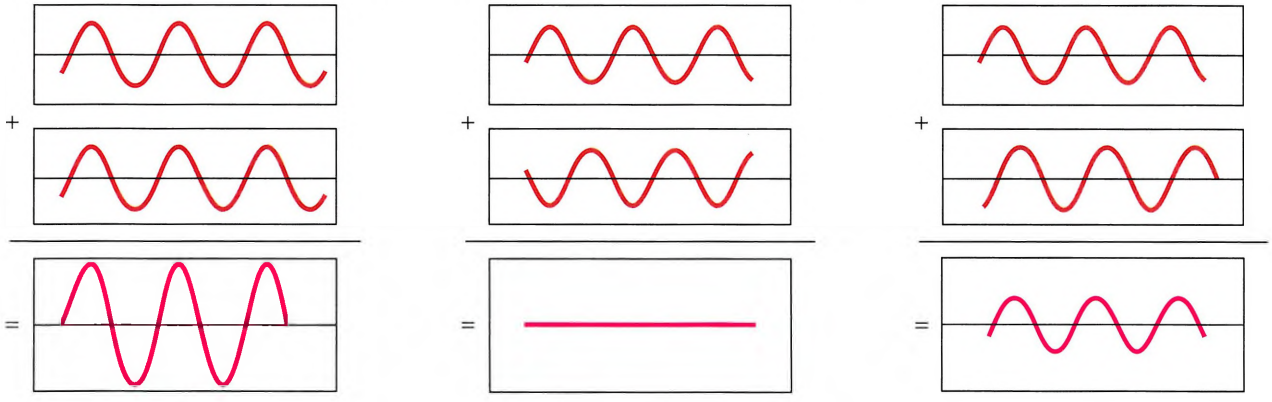


(b)

ŞEKİL 15–23 (a) Su dalgalarının girişimi (b) Bir dalga maksimumunun (bir tepe) diğerinin maksimumu ile karşılaştığı yerde yapıcı girişim oluşur. Bir dalga maksimumunun diğerinin minimumu (bir çukur) ile karşılaştığı yerde yıkıcı girişim "düz su" oluşur.

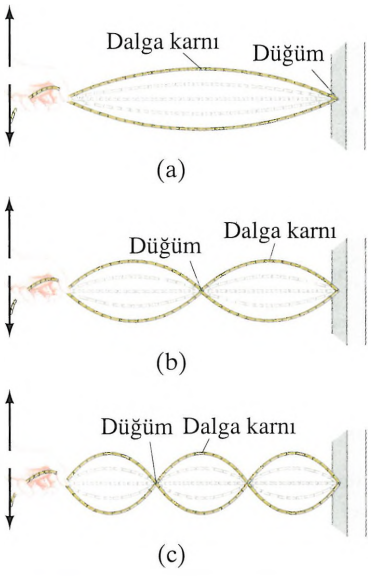
İki taş eşzamanlı olarak bir gölete fırlatıldığında, iki grup dairesel dalga Şek. 15-23a'da olduğu gibi biribiriyle girişim yapar. Üst üste gelen bazı alanlarda bir dalganın tepesi diğerinin tepesiyle (veya birinin çukuru diğerinin çukuruyla) karşılaşır, Şek. 15-23b. Yapıcı girişim bu noktalarda gözükür ve su her birinin ayrı ayrı genliğinden daha büyük genlikle, sürekli olarak aşağı ve yukarı doğru titreşir. Zaman içinde suyun aşağı ve yukarı hareket etmediği diğer alanlarda yıkıcı girişim vardır. Bu bölgeler bir dalganın tepesinin diğerinin çukuruyla (veya tam tersi) karşılaştığı yerlerdir. Şek. 15-24a iki özdeş dalganın ve yapıcı girişim durumu için onlarının toplamının yerdeğiştirmelerini zamanın bir fonksiyonu olarak grafikle göstermektedir. Yapıcı girişim için (Şek. 15-24a), iki dalga **aynı fazda**dır. Yıkıcı girşimin oluştuğu noktalarda (Şek. 15-24b), bir dalganın tepesi sürekli diğer dalganın çukuruyla karşılaşır. İki dalga, yarım dalgaboyu veya 180^0 faz farkına sahip olduklarından **zıt fazda** olarak nitelendirilir. Bir dalganın tepeleri diğer dalganın tepelerinin yarım dalgaboyu arkasından gelir. Şek. 15-23'teki iki su dalgasının bağıl fazı, çoğu alanlarda, bu iki ucun arasında bir yerde olup, Şek. 15-24c'de gösterildiği gibi *kısmi* yıkıcı girişimle sonuçlanır. Girişim yapan iki dalganın genlikleri eşit değilse tamamen yıkıcı girişim gözlenmez (Şek. 15-24b).

ŞEKİL 15–24 Üç ayrı yerde zamanın fonksiyonu olarak iki özdeş dalga ve toplamlarını gösteren grafikler. (a) İki dalga yapıcı girişim yapıyor, (b) yıkıcı girişim yapıyor, ve (c) kısmi yıkıcı girişim yapıyor.



(a) (b) (c)

15–9 Duran Dalgalar; Rezonans



ŞEKİL 15–25 Üç rezonans frekansına karşılık gelen duran dalgalar.

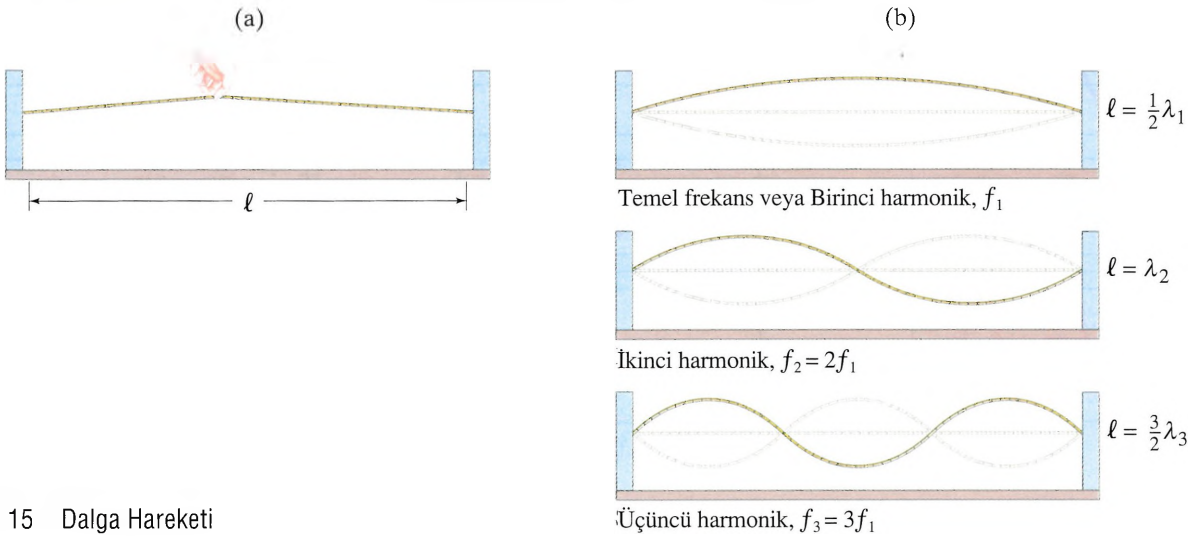
Diğer ucu sabit tutulan bir ipin bir ucunu sallarsak, sürekli bir dalga sabit uca doğru hareket eder ve Şek. 15-18a'da gördüğümüz gibi ters dönerek geri yansır. İpi titreştirmeye devam edersek, dalgalar her iki doğrultuda hareket eder ve elimizden uzağa doğru ip boyunca ilerleyen dalga ile geri dönen yansıyan dalga girişim yapar. Genellikle bir karışıklık olur. Fakat ipi tam doğru frekansta titreştirebilirseniz, iki ilerleyen dalga, büyük genlikli bir **duran dalga** üretecek şekilde girişim yaparlar (Şek. 15-25). Hareket etmiyor gibi gözüktüğü için "duran dalga" olarak isimlendirilir. İp, sabit bir desende yukarı ve aşağı doğru titreşen parçalardan yapılmış gibi görünür. İpin tüm zamanlarda hareketsiz kaldığı yıkıcı girişim noktaları **düğüm** noktaları olarak isimlendirilir. İpin maksimum genlikle titreştiği yapıcı girişim noktaları **karın** noktaları olarak isimlendirilir.

Düğüm ve karın noktalarının konumları belli bir frekans için sabittir. Duran dalgalar birden fazla frekansta oluşabilir. Bir duran dalga üreten en düşük frekanslı titreşim Şek. 15-25a'da gösterilen desene yol açar. Şek. 15-25b ve 15-25c'de gösterilen duran dalgalar, ipteki gerilim sabit kabul edilirse, en düşük frekansın sırasıyla tam iki ve üç katında üretilir. İp en düşük frekansın dört katında da dört karınla titreşir, vb.

Duran dalgaların üretildiği frekanslar **doğal frekanslar** veya ipin **rezonans frekansları**dır ve Şek. 15-25'te gösterilen farklı duran dalga desenleri farklı "rezonans titreşim modları'dır. İp üzerindeki bir duran dalga, zıt yönlerde ilerleyen iki dalganın girişiminin sonucudur. Duran bir dalga aynı zamanda rezonansta titreşen bir nesne olarak da düşünülebilir. Duran dalgalar, Bölüm 14'te tartışılan titreşen bir yay veya sarkacın rezonansıyla aynı fenomene karşılık gelirler. Yalnız, bir yay veya sarkaç yalnızca bir rezonans frekansına sahipken; ipin, her biri en düşük rezonans frekansının bir tamsayı katı olan sonsuz sayıda rezonans frekansı vardır.

Bir gitar veya kemandaki gibi, iki destek arasında gerilmiş bir tel düşünelim (Şek. 15-26a). Tel boyunca her iki yönde de hareket edecek olan çeşitli frekanslara sahip dalgalar uçlarda yansır ve ters yönde geri dönerler. Bu dalgaların çoğu birbirleriyle girişim yapar ve hızlı bir şekilde yok olurlar. Yalnız telin rezonans frekanslarına karşılık gelen dalgalar kalır. Telin uçları, sabit olduklarından düğüm noktaları oluştururlar. Başka düğümler de oluşabilir. Bazı olası rezonans titreşimin modları (duran dalgalar) Şek. 15-26b'de gösterilmiştir. Genel olarak, hareket bu farklı rezonans modlarının bir kombinasyonu olacaktır, fakat sadece bir rezonans frekansına karşılık gelen frekanslar gözlenecektir.

ŞEKİL 15–26 a) Çekilip bırakılan bir tel. (b) Sadece rezonans frekanslarına karşılık gelen duran dalgalar uzun bir süre kalırlar.



Rezonans frekanslarını belirlemek için, önce duran dalgaların dalgaboyları ile telin boyu ℓ arasında basit bir ilişkinin olduğuna dikkat ederiz. **Temel frekans** olarak isimlendirilen en düşük frekans, bir tek karına karşılık gelir. Şek. 15-26b'den görülebildiği gibi, uzunluğun tümü, dalgaboyunun yarısına karşılık gelir. Dolayısıyla $\ell = \frac{1}{2}\lambda_1$ 'dir. Burada λ_1 temel frekansın dalgaboyudur. Diğer doğal frekanslar, üst tonlar olarak isimlendirilirler; titreşen bir tel için bunlar, temel frekansın tamsayı katlarıdır; aynı zamanda harmonikler olarak adlandırılırlar. Temel frekans birinci harmonik olarak isimlendirilir.[†] Titreşimin temel frekanstan sonra gelen modunun iki karnı vardır ve ikinci harmonik (veya ilk üst ton) olarak isimlendirilir (Şek. 15-26b). İkinci harmonikte telin boyu ℓ, bir tam dalgaboyuna denk gelir: $\ell = \lambda_2$. Üçüncü ve dördüncü harmonikler, sırasıyla $\ell = \frac{3}{2}\lambda_3$ ve $\ell = 2\lambda_4$ olur. Genelde,

$$\ell = \frac{n\lambda_n}{2}$$

yazabiliriz. Burada, n = 1,2,3,..., şeklindeki tamsayılardır.

tamsayısı, harmoniğin sayısını gösterir: temel için $n = 1$ ikinci harmonik için $n = 2$ şeklinde devam eder. λ_n için çözersek

$$\lambda_n = \frac{2\ell}{n}, \qquad n = 1, 2, 3, \cdots. \text{ [iki ucu sabit olan sicim için]} \quad \textbf{(15–17a)}$$

buluruz. Her titreşimin f frekansını bulmak için Dnk. 15-1'i, $f = v/\lambda$, kullanırız:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\frac{v}{2\ell} = nf_1 \qquad n = 1, 2, 3, \cdots, \qquad \textbf{(15–17b)}$$

Burada $f_1 = v/\lambda_1 = v/2\ell$ temel frekanstır. Her rezonans frekansının, temel frekansın tamsayı katları olduğunu görüyoruz.

Duran bir dalga, zıt doğrultuda hareket eden iki ilerleyen dalgaya eşdeğer olduğu için, dalga hızı kavramı hala anlamlıdır ve teldeki F_T gerilimine ve telin birim uzunluk başına kütlesine $(\mu = m/\ell)$ bağlı olarak Dnk. 15-2 ile verilir. Yani, her iki doğrultuda ilerleyen dalgalar için hız ifadesi $v = \sqrt{F_T/\mu}$ olur.

ÖRNEK 15–8 **Piyano teli.** Bir piyano teli 1.10 m uzunluğunda ve 9.00 g kütleye sahiptir. (*a*) Tel 131 Hz temel frekans ile titreşmek için ne kadarlık bir gerilim altında olmalıdır? (*b*) İlk dört harmoniğin frekansları nedir?

YAKLAŞIM Gerilimi belirlemek için, Dnk. 15-2'yi $(v = \lambda f)$, kullanıp dalga hızını bulmalı ve Dnk. 15-1'i F_T için çözmeliyiz.

ÇÖZÜM (*a*) Temel dalgaboyu $\lambda = 2\ell = 2.20\,\text{m}$ (Dnk.15-17'de $n = 1$ kullanıldı). Teldeki dalga hızı $v = \lambda f = (2.20\,\text{m})(131\,\text{s}^{-1}) = 288\,\text{m/s}$ 'dir. Böylece Dnk. 15-2'den

$$F_T = \mu v^2 = \frac{m}{\ell}v^2 = \left(\frac{9.00 \times 10^{-3}\,\text{kg}}{1.10\,\text{m}}\right)(288\,\text{m/s})^2 = 679\,\text{N}$$ elde ederiz.

(*b*) İkinci, üçüncü ve dördüncü harmoniklerin frekansları srasıyla temel frekansın 2, 3, 4 katıdır: 262, 393 ve 524 Hz.

NOT Teldeki dalganın hızı, piyano telinin havada oluşturduğu ses dalgasının hızıyla aynı değildir. (Bölüm 16'da göreceğimiz gibi).

Duran bir dalga belli bir konumda duruyor görüntüsü verir (hareket eden dalga ise hareket ediyor gibi gözükür). "Duran" dalga terimi enerji bakış açısından da anlamlıdır. Tel düğümlerde durgun olduğundan bu noktalarda enerji akışı olmaz. Dolayısıyla, enerji tel boyunca taşınmaz fakat telde yerinde "durur".

Duran dalgalar yalnız tellerde üretilmez, aynı zamanda davul derisi ve metal veya tahtadan yapılmış cisimlere vurulduğunda da oluşur. Rezonans frekansı telin uzunluğuna bağlı olduğu gibi, cisimlerin boyutuna da bağlıdır. Büyük cisimler, küçük cisimlerden daha düşük rezonans frekansına sahiptir. Telli çalgılardan üflemeli çalgılara (bir hava sütunu duran dalga olarak titreşir), davullara ve diğer vurmalı çalgılara kadar tüm müzikal enstrümanlar Bölüm 16'da göreceğimiz gibi kendilerine özel müzikal sesleri üretmek için duran dalgaları kullanırlar.

[†]"Harmonik" terimi, müzikten gelir, çünkü frekansların tamsayı katları bir armoni (ahenk) yaratırlar.

Duran Dalgaların Matematiksel Temsili

Duran bir dalgayı zıt yönlerde hareket eden iki ilerleyen dalganın birleşimi olarak düşünebiliriz. Bunlar, sönüm yoksa, frekansları ve dalgaboyları yanında genlikleri de eşit olacağından

$$D_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t) \quad \text{ve} \quad D_2(x,t) = A\sin(kx + \omega t)$$

olarak yazılabilir. Duran dalgalar üreten bu iki ilerleyen dalganın toplamı matematiksel olarak şöyledir:

$$D = D_1 + D_2 = A[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)]$$

$\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 2\sin\frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2)\cos\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2)$, trigonometrik özdeşliğinden bu denklemi

$$D = 2A\sin kx\cos\omega t \qquad \textbf{(15–18)}$$

şeklinde yazabiliriz. Telin sol ucunu $x = 0$ alırsak, sağ ucu $x = \ell$ olur. Burada, ℓ telin boyudur. Tel iki ucundan sabitlendiğinden (Şek. 15-26), $D(x,t)$ ifadesi $x = 0$ ve $x = \ell$'de sıfır olmalıdır. Dnk. 15-18 zaten ilk koşulu sağlar ($D = 0$ 'da $x = 0$) ikinci koşulun sağlanması için $\sin k\ell = 0$ olmalıdır:

$$k\ell = \pi, 2\pi, 3\pi, \cdots, n\pi, \cdots$$

Burada n bir tamsayıdır. $k = 2\pi/\lambda$, olduğundan $\lambda = 2\ell/n$ elde edilir. Bu, Dnk. 15-17a'dır.

$\lambda = 2\ell/n$ koşulu ile birlikte Dnk. 15-18 duran bir dalganın matematiksel temsilidir. Herhangi bir x konumundaki parçacık, basit harmonik hareket ($\cos\omega t$ faktöründen dolayı) ile titreşir. Tel üzerindeki tüm parçacıklar aynı $f = \omega/2\pi$ frekansı ile titreşirler fakat genlik x'e bağlı olup $2A\sin kx$ 'e eşittir (bunu tüm parçacıkların aynı genlikle titreştiği ilerleyen dalgalarla kıyaslayınız). Genlik, $kx = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2,$ olduğunda, yani

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \cdots$$

için maksimumdur ve $2A$'ya eşittir. Bunlar tabi ki, karınların konumlarıdır (Şek. 15-26'ya bakınız).

ÖRNEK 15–9 **Dalga şekilleri.** $x = 0$'da sabitlenen bir telde zıt yönlerde ilerleyen iki dalga

$$D_1 = (0.20\,\text{m})\sin(2.0x - 4.0t) \quad \text{ve} \quad D_2 = (0.20\,\text{m})\sin(2.0x + 4.0t)$$

fonksiyonlarıyla betimleniyor (burada, x metre ve t saniye cinsindendir) ve bunlar bir duran dalga deseni üretiyor. (*a*) duran dalgayı temsil eden fonksiyonu, (*b*) $x = 0.45$ m, 'deki maksimum genliği, (*c*) diğer ucun nerede sabitlendiğini($x > 0$), (*d*) maksimum genliği belirleyiniz.

YAKLAŞIM İki dalgayı toplamak üzere süperpozisyon ilkesini kullanırız. Verilen dalgalar Dnk. 15-18'i elde etmek için kullanılan formda olduğundan bu denklemi kullanabiliriz.

ÇÖZÜM (*a*) İki dalga $D = A\sin(kx \pm \omega t)$ şeklindedir. Bu yüzden

$$k = 2.0\,\text{m}^{-1} \quad \text{ve} \quad \omega = 4.0\,\text{s}^{-1}$$

'dir. Bunlar toplandığında Dnk. 15-18'dekine benzer bir duran dalga verirler:

$$D = 2A\sin kx\cos\omega t = (0.40\,\text{m})\sin(2.0x)\cos(4.0t).$$

Burada, x metre ve t saniye cinsindendir.

(*b*) $x = 0.45$ m 'de:

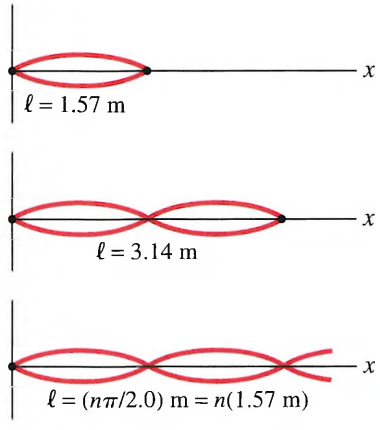
$$D = (0.40\,\text{m})\sin(0.90)\cos(4.0t) = (0.31\,\text{m})\cos(4.0t).$$

Bu noktadaki maksimum genlik $D = 0.31$ m'dir ve $\cos(4.0t) = 1$ olduğunda gözlenir.

(*c*) Bu dalgalar bir duran dalga deseni oluşturuyor, dolayısıyla telin her ucu bir düğüm noktası olmalıdır. Düğümler her yarım dalgada bir oluşur ve bu tel için

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2}\frac{2\pi}{k} = \frac{\pi}{2.0}\,\text{m} = 1.57\,\text{m}$$

'dir. Tel yalnızca bir karın noktası içeriyorsa boyu $\ell = 1.57$ m 'dir. Fakat daha fazla bilgi verilmemişse, iki misli, $\ell = 3.14$ m, veya 1.57 m'nin herhangi bir tamsayı katı olabilir ve hala bir duran dalga deseni sağlar (Şek. 15-27).

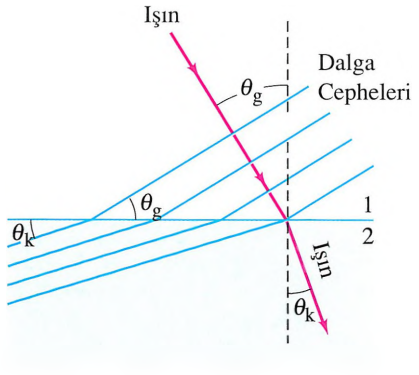


ŞEKİL 15–27 Örnek 15–9: telin olası uzunlukları.

(*d*)Düğümler $x = 0$, $x = 1.57$ m 'de ve eğer tel $\ell = 1.57$ m 'den daha uzun ise, $x = 3.14$ m, 4.71 m'de,.... gözlenir. Maksimum genlik (dalga karnı) [yukarıdaki kısım (b)'den] ve düğümler arasındaki orta noktada gözlenir. $\ell = 1.57$ m için sadece $x = 0.79$ m'da bir dalga karnı vardır.

*15–10 Kırılma†

Herhangi bir dalga bir ara yüzeye çarptığında, enerjinin bir kısmı yansır, bir kısmı geçer veya soğurulur. Bir ortamda ilerleyen iki veya üç boyutlu bir dalga, hızın farklı olduğu bir başka ortamla olan ara yüzeyi geçtiğinde, Şekil 15-28'de gösterildiği gibi gelen dalgadan farklı bir yönde hareket edebilir. Bu fenomen **kırılma** olarak bilinir. Bir örnek sudaki bir dalgadır: dalga hızı sığ suda azalır ve dalgalar Şekil 15-29'da gösterildiği gibi kırılır. [Şekil 15-29'da görüldüğü gibi dalga hızı, keskin bir sınır olmaksızın, yavaş yavaş değişirse, dalgalar da yönlerini yavaş yavaş değiştirir yani kırılırlar].



ŞEKİL 15–28 Ara yüzeyden geçen dalgaların kırılması.

Şek. 15-28'de dalganın ikinci ortamdaki hızı birinci ortamdakinden daha azdır. Bu durumda dalga cephesi ara yüze daha paralel hareket edecek şekilde bükülür. Kırılma açısı θ_k gelme açısı θ_g'den daha küçüktür. Bunun nedenini anlamak ve θ_k ile θ_g arasında niceliksel bir ilişki elde etmek için her bir dalga cephesini bir sıra asker olarak düşünelim. Askerler sağlam zeminden (birinci ortam) çamura uygun adımla yürüyor ve sınırı geçince yavaşlıyorlar. Çamura ilk ulaşan askerler ilk önce yavaşlıyor ve Şek. 15-30a'da olduğu gibi sıra bükülüyor. Şek. 15-30b'de A olarak isimlendirilen dalga cephesini (veya asker sırasını) düşünelim. A_1, t zamanda $\ell_1 = v_1 t$ yolunu aldığında, A_2'nin $\ell_2 = v_2 t$ kadar gittiğini görürüz. Şek. 15-30b'de sarı ve yeşil gölgeli iki dik üçgen, genellikle a ortak kenarına sahiptir. a hipotenüs olduğundan

$$\sin\theta_1 = \frac{\ell_1}{a} = \frac{v_1 t}{a}$$

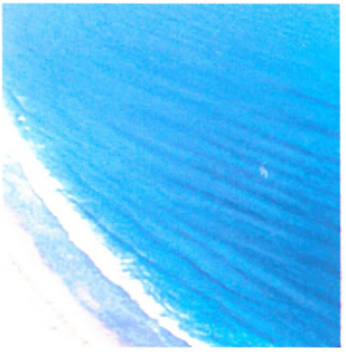
ve

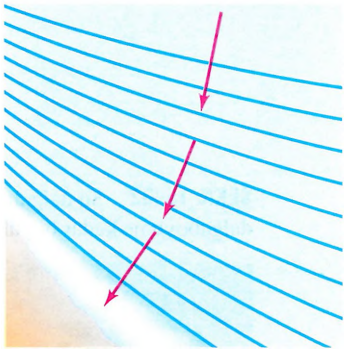
$$\sin\theta_2 = \frac{\ell_2}{a} = \frac{v_2 t}{a}$$

olur. Bu iki denklem taraf tarafa bölündüğünde

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \qquad \textbf{(15–19)}$$

şeklindeki **kırılma yasası**nı elde ederiz.

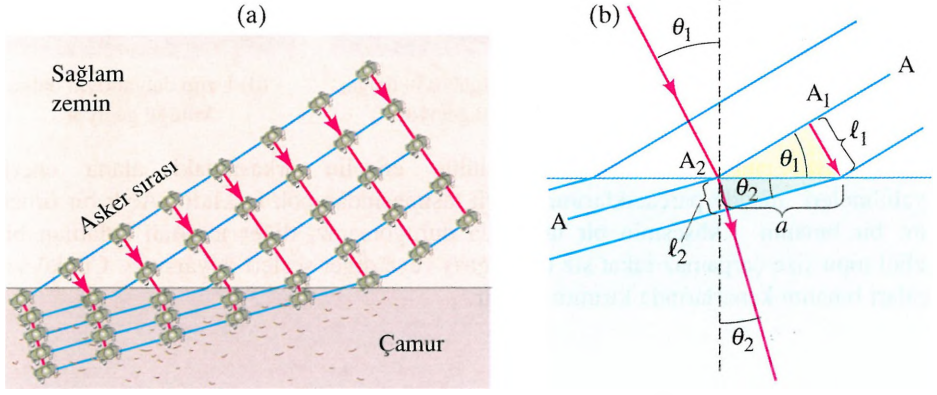




θ_1 gelme açısı (θ_g) ve θ_2 kırılma açısı (θ_k) olduğundan Dnk. 15-19 ikisi arasındaki niceliksel ilişkiyi verir. Dalgalar zıt yönde gidiyorsa, geometri değişmez, yalnızca θ_1 ve θ_2 'nin rolleri değişir: θ_1 kırılma açısı ve θ_2 gelme açısı olur. Açıkça görülüyor ki, dalga daha hızlı gideceği bir ortama girerse, ters yönde bükülür, ($\theta_k > \theta_g$) Dnk. 15-19'dan görüyoruz ki, hız artınca açı artar, tersi de doğrudur.

Deprem dalgaları Dünya içinde farklı yoğunluktaki katmanlarda ilerlerken (hızları farklı olacaktır) su dalgaları gibi kırılır. Işık dalgaları da ayını şekilde kırılır ve ışığı tartıştığımızda Dnk. 15-19'un çok faydasını göreceğiz.

†Bu ve bundan sonraki kısımlar, optik hakkındaki 32-35. Bölümlerde daha ayrıntılı ele alınacaktır.



ŞEKİL 15–30 a) Asker benzetmesi (b) dalgalar için kırılma yasası.

FİZİK UYGULAMASI
Deprem dalgalarının kırılması

ÖRNEK 15–10 **Bir deprem dalgasının kırılması.** Bir P deprem dalgası kaya içinde hızının 6.5 km/s den 8.0 km/s 'ye arttığı bir sınırı geçiyor. Bu sınıra 30°'de çarparsa, kırılma açısı ne olur?

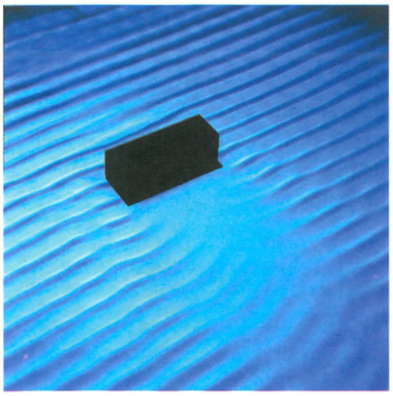
YAKLAŞIM Dnk. 15-19'daki kırılma yasasını uygulayalım, $\sin\theta_2/\sin\theta_1 = v_2/v_1$.

ÇÖZÜM $\sin 30° = 0.50$ olduğundan Dnk. 15–19'dan

$$\sin\theta_2 = \frac{(8.0\ \text{m/s})}{(6.5\ \text{m/s})}(0.50) = 0.62$$

bulunur. Buradan açı $\theta_2 = \sin^{-1}(0.62) = 38°$ olarak elde edilir.

NOT Gelme ve kırılma açılarına dikkat ediniz. Kısım 15-7'de tartıştığımız gibi (Şek. 15-21), bu açılar, dalga cephesi ile sınır çizgisi arasında veya buna eşdeğer olarak ışın (dalga hareketinin yönü) ile sınıra çizilen dik arasındadır. Şek. 15-30b'yi dikkatli inceleyiniz.



ŞEKİL 15–31 Dalga kırınımı. Dalgalar sol üstten geliyor. Dalgaların engeli geçerken etrafında nasıl bükülüp engelin arkasındaki "gölge bölgesi"ne girdiklerine dikkat ediniz.

*15–11 Kırınım

Dalgalar ilerledikçe yayılırlar. Bir engelle karşılaştıklarında, Şek. 15-31'de su dalgaları için gösterildiği gibi engelin etrafından bükülürerek engelin arkasındaki bölgeye geçerler. Bu fenomen **kırınım** diye isimlendirilir.

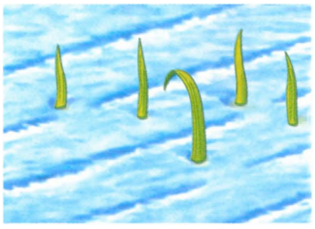
Kırınımın miktarı Şek. 15-32'de gösterildiği gibi, dalganın dalgaboyuna ve engelin büyüklüğüne bağlıdır. Şek.15-32a'daki otlarda olduğu gibi, dalgaboyu cisimden çok daha büyükse, dalga sanki orada bir şey yokmuş gibi tamamen otun etrafından bükülür. (b) ve (c)'de görülen daha büyük cisimler için, engelin arkasında dalganın sızmasını beklemediğimiz bölgede bir "gölge" vardır, fakat dalganın bir kısmı sızar. Engelin (c)'dekiyle aynı fakat dalgaboyunun daha uzun olduğu (d)'de gölge bölgesi içinde daha çok kırınım vardır. Kural şöyledir: *sadece dalgaboyu cismin boyundan daha küçükse önemli ölçüde bir gölge bölgesi olur.* Bu kural bir engelden yansımaya da uygulanabilir. Dalgaboyu engelin büyüklüğünden daha küçük olmadıkça dalganın pek az bir kısmı yansır.

Kırınımın miktarı kabaca

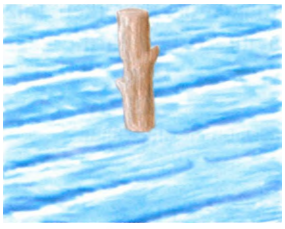
$$\theta(\text{ radyan }) \approx \frac{\lambda}{\ell}$$

ile verilir. Burada θ kabaca dalgalar ℓ genişliğinde bir yarıktan veya ℓ genişliğinde bir engelin etrafından geçtiklerinde dalganın uğradığı açısal yayılmadır.

ŞEKİL 15–32 Su dalgaları çeşitli büyüklükte cisimleri geçerken. Cismin büyüklüğüyle kıyaslandığında dalgaboyu ne kadar büyükse, "gölge bölgesine" kırınımın o kadar fazla olduğuna dikkat ediniz.



(a) Su dalgaları otları geçiyor



(b) Su içinde çubuk



(c) Kısa dalgaboylu dalga kütüğü geçiyor



(d) Uzun dalgaboylu dalga kütüğü geçiyor

Dalgaların engelin etrafından büklülüp engelin arkasındaki alana enerji taşıyabilmeleri madde parçacıklarının enerji taşımasından çok farklıdır. Açık bir örnek şudur: bir binanın köşesinin bir tarafında duruyorsanız, diğer taraftan fırlatılan bir beyzbol topu size çarpamaz fakat siz bir bağırış veya diğer sesleri duyarsınız. Çünkü ses dalgaları binanın kenarlarında kırınıma uğrar.

Özet

Bir kaynaktan dışarıya doğru yayılan **dalgaların** kaynağı titreşen cisimlerdir. Sudaki ve bir sicimdeki dalgalar buna örnektir. Dalga bir **atma** (tek bir tepe) halinde veya sürekli olabilir (pek çok tepe ve çukur).

Sürekli bir dalganın **dalgaboyu** ardışık iki tepe (veya dalga şekli üzerinde belirlenmiş herhangi iki özdeş nokta) arasındaki mesafedir.

Frekans, birim zamnda verilen bir noktadan geçen tam dalgaboylarının (veya tepelerin) sayısıdır. **Dalga hızı** (tepenin ilerleme hızı) dalgaboyu ve frekansın çarpımına eşitir.

$$v = \lambda f. \qquad \textbf{(15–1)}$$

Bir dalganın **genliği** normal seviyeye (denge seviyesi) göre bir tepenin maksimum yüksekliği veya bir çukurun maksimum derinliğidir.

Enine bir **dalgada,** salınımlar dalganın hareket doğrultusuna diktir. Örneğin, bir sicim üzerindeki dalga.

Boyuna bir **dalgada,** salınımlar hareket doğrultusu boyuncadır (paralel), örneğin ses dalgaları. Madde ortamında boyuna ve enine dalgaların her ikisinin de hızları, bir esnek kuvvet faktörünün bir eylemsizlik faktörüyle (veya yoğunluk) bölümünün kareköküyle orantılıdır.

Dalgalar, enerjiyi bir yerden bir yere, maddeyi taşımadan taşırlar. Bir dalganın **şiddeti** (birim zamanda birim kesitten taşınan enerji) dalga genliğinin karesiyle orantılıdır.

Noktasal bir kaynaktan üç boyutta dışarı doğru hareket eden bir dalga için şiddet (sürtünme ihmal edilirse) kaynaktan olan uzaklığın karesiyle azalır:

$$I \propto \frac{1}{r^2}. \qquad \textbf{(15–8a)}$$

Genlik kaynaktan olan mesafeyle doğrusal olarak azalır.

Bir ortamda, x ekseni boyunca sağa doğru (artan x yönünde) ilerleyen bir boyutlu enine bir dalga, herhangi bir x noktasında ortamın denge konumundan yerdeğiştirmesini x zamanının fonksiyonu olarak veren bir formülle temsil edilir:

$$D(x,t) = A\sin\left[\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)(x - vt)\right] \qquad \textbf{(15–10a)}$$

$$= A\sin(kx - \omega t). \qquad \textbf{(15–10c)}$$

Burada,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \textbf{(15–11)}$$

olur ve

$$\omega = 2\pi f$$

'tir. Bir dalga x'in azalan değerlerine doğru hareket ederse,

$$D(x,t) = A\sin(kx + \omega t). \qquad \textbf{(15–13c)}$$

[*Dalgalar, bir boyutta $\partial^2 D/\partial x^2 = (1/v^2)\,\partial^2 D/\partial t^2$, Dnk. 15-16, ile verilen **dalga denklemi** ile betimlenebilirler.]

İki veya daha fazla dalga aynı zamanda uzayın aynı bölgesinde ilerlediğinde, belli bir noktadaki yerdeğiştirme ayrı ayrı dalgaların yerdeğiştirmelerinin vektörel toplamı olacaktır. Bu **süperpozisyon ilkesi**dir. Bu ilke, genlikler geri çağırıcı kuvvetin yerdeğiştirmeye orantılığını bozmayacak kadar küçükse mekanik dalgalar için geçerlidir.

Dalgalar yolları üzerindeki cisimlerden yansırlar. İki veya üç boyutlu dalganın **dalga cephesi** bir cisme çarptığında, *yansıma açısı gelme açısına* eşittir. Buna **yansıma yasası** denir. Bir dalga hareket ederken iki materyalin arasındaki sınıra çarptığında, kısmen yansır, kısmen diğer tarafa geçer.

İki dalga aynı anda uzayın aynı bölgesinden geçtiğinde **girişim** olayı gerçekleşir. Süperpozisyon ilkesine göre, herhangi bir noktada ve zamandaki yerdeğiştirmelerin bileşkesi, iki farklı yerdeğiştirmenin toplamıdır. Bu , dalgaların genliklerine ve bağıl fazlarına bağlı olarak **yapıcı girişim, yıkıcı girişim** veya arada bir durumla sonuçlanabilir.

Sabit uzunluktaki bir ipin üzerinde ilerleyen dalgalar, uçtan yansıyıp geriye doğru hareket etmekte olan dalgalarla girişim yaparlar. Belli frekanslarda, hareket etmekten çok duruyor gibi gözüken **duran dalgalar** üretilir. İp (veya başka bir ortam) bir bütün olarak titreşir. Bu rezonans olayıdır ve duran dalgaların oluştuğu frekanslar, **rezonans frekansları** olarak isimlendirilir. Yıkıcı girişim noktaları (titreşmezler) **düğüm** olarak isimlendirilir. Yapıcı girişim noktaları (maksimum genlikli titreşim) **dalga karnı** olarak isimlendirilir. Her iki ucu sabit olan ℓ uzunluğundaki bir ipte, duran dalgaların dalgaboyları

$$\lambda_n = 2\ell/n \qquad \textbf{(15–17a)}$$

ile verilir. Burada n bir tamsayıdır.

[*Dalgalar, hızlarının farklı olduğu bir ortamdan diğerine geçerken yön değiştirir veya **kırılırlar.** Dalgalar seyahat ederken bir engelle karşılaştıklarında yayılır veya **kırınıma uğrarlar**. Kırınım miktarı kabaca $\theta \approx \lambda/\ell$ ile verilir.] Burada λ dalgaboyu ve ℓ açıklık veya engelin genişliğidir. Belirgin bir "gölge bölgesi" sadece λ dalgaboyu engelin büyüklüğünden küçükse olur.

Sorular

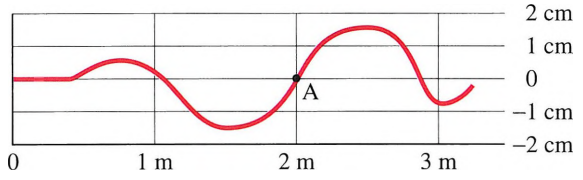
1. Basit periyodik bir dalganın frekansı, kaynağının frekansına eşit midir? Neden?
2. Bir ipte yol alan enine bir dalganın hızı ile ipin küçük bir parçasının hızı arasındaki farkı açıklayınız.
3. Dalgalı bir denizde bir tekneden daha yüksek bir tekneye tırmanmaya çalışıyorsunuz. Tırmanma mesafesi 2.5 m ile 4.3 m, arasında değişiyorsa, dalganın genliği nedir? İki teknenin merkezlerinin birbirinden yarım dalgaboyu mesafede olduğunu kabul ediniz.
4. Bir yatay metal çubuk üzerine (a) yukarıdan düşey doğrultuda, (b) yatay olarak uzunluğuna paralel bir şekilde vurduğunuzda çubuk boyunca hangi tür dalgaların ilerleyeceğini düşünüyorsunuz?
5. Havanın yoğunluğu sıcaklıkla azaldığına, fakat B hacim modülünün sıcaklıktan bağımsız olduğuna göre, ses dalgalarının havadaki hızının sıcaklıkla nasıl değişmesini beklersiniz?
6. Bir gölün yüzeyinde ilerleyen su dalgalarının hızını nasıl tahmin edebileceğinizi belirtiniz.
7. Çoğu katılarda sesin hızı, havadakinden büyüktür, halbuki katıların yoğunluğu çok daha fazladır (10^3, 10^4 kere). Açıklayınız.
8. Dairesel su dalgalarının kaynaktan uzaklara ilerlerken genliklerinin azalmasını açıklayan iki neden söyleyiniz.

9. İki doğrusal dalga aynı genlik ve hıza, fakat biri ötekinin yarı dalgaboyuna sahiptir. Hangisi daha fazla enerji taşır? Buna hangi faktör sebep olur?
10. $(x - vt)$'nin herhangi bir fonksiyonu (Dnk. 15-14'e bakınız) dalga hareketini temsil eder mi? Neden? Etmezse örnek veriniz.
11. Şek. 15-19'daki gibi ipin iki bölümü arasındaki sınırı sinüzoidal bir dalga geçtiğinde, frekansı değişmez (dalgaboyu ve hızı değişmesine rağmen). Sebebini açıklayınız.
12. İki kısımdan oluşan ipteki sinüzoidal dalga (Şek. 15-19) ters dönerek yansırsa, geçen dalganın dalgaboyu daha uzun mu yoksa daha kısa mı olur?
13. İki dalga girişim sergilediğinde enerji daima korunur mu? Açıklayınız.
14. Bir sicim üç parçalı bir duran dalga olarak titreşiyorsa, hareketi etkilemeksizin bir bıçakla dokunabileceğimiz yerler var mıdır?
15. Bir sicim üzerinde duran bir dalga oluştuğunda gelen ve yansıyan dalgaların titreşimleri düğüm noktalarında yok olur. Bunun anlamı enerjinin yok olması mıdır? Açıklayınız.
16. Şek. 15-25'teki duran dalgaların genliği, onların nedeni olan titreşimlerin (elin yukarı ve aşağı doğru hareketi) genliğinden daha büyük olabilir mi?
17. Şek. 15-29'da elle veya mekanik bir salınıcıyla bir ipte titreşim oluşturulduğunda düğümler tamamen gerçek düğüm değidir. Açıklayınız. [*İpucu:* Sönümü ve elden veya salınıcıdan olan enerjinin akımını düşünün].
18. Genlik modülasyonlu (AM) radyo sinyalleri genellikle bir tepenin arkasından duyulabilir, fakat frekans modülasyonlu (FM) sinyaller çoğunlukla duyulamaz. Bunun sebebi AM sinyallerinin FM sinyallerinden daha fazla bükülmesidir . Açıklayınız. (İleride göreceğimiz gibi radyo sinyalleri elektromanyetik dalgalarla taşınır ve onların AM için dalgaboyları tipik olarak 200 ile 600 m ve FM için 3 m civarındadır.)
19. Enerjinin bir yerden diğer bir yere taşındığını bilirsek, enerjinin parçacıklarla mı (maddesel cisimlerle mi), yoksa dalgalarla mı taşındığını nasıl belirleyebiliriz?

Problemler

15–1 ve 15–2 Dalgaların Karakteristikleri

1. (I) Bir balıkçı, dalga tepelerinin, demirlemiş teknesinin baş tarafından her 3.0 s'de bir geçtiğini görüyor. Balıkçı dalga tepeleri arasındaki mesafeyi 8.0 m olarak ölçüyor. Dalgaların ilerleme hızı nedir?
2. (I) Havadaki bir ses dalgası 262 Hz frekansına sahip olup 343 m/s hızla haraket ediyor. Dalga tepeleri (sıkışma bölgeleri) arasındaki mesafe ne kadardır?
3. (I) (*a*) Suda, (*b*) granitte ve (*c*) çelikte boyuna dalgaların hızını hesaplayınız.
4. (I) AM radyo sinyalleri 550 kHz (kilohertz) ve 1600 kHz arasında frekansa sahiptir ve 3.0×10^8 m/s 'lik hızla hareket eder. Bu sinyallerin dalgaboyu nedir? FM üzerindeki frekanslar 88 MHz (megahertz) ile 108 MHz arasında olup aynı hızla hareket ederler. Bunların dalgaboyu nedir?
5. (I) Demir bir çubuk üzerinde ilerleyen 5800-Hz'lik bir ses dalgasının dalgaboyunu belirleyiniz.
6. (II) 0.65 kg kütleli bir ip birbirinden 8.0 m mesafedeki iki destekle gerilmiştir. İpteki gerilme 140 N ise, bir atmanın bir destekten diğer desteğe ilerlemesi ne kadar vakit alacaktır?
7. (II) 0.40-kg kütleli bir ip birbirlerine 7.8 m mesafedeki iki destekle gerilmiştir. Desteğin birine bir çekiç ile vurulduğunda ip üzerinde enine bir dalga oluşuyor ve diğer desteğe 0.85 s'de ulaşıyor. İpteki gerilme ne kadardır?
8. (II) Bir gemici teknesinin yan tarafına deniz yüzeyinin biraz altında vuruyor. Okyanusun dibinden yansıyan dalgaların yankısını 2.8 s sonra duyuyor. Bu noktada derinlik ne kadardır?
9. (II) Bir kayak gondolu bir tepenin en yüksek noktasına 660 m uzunlukta ve 1.5 cm çapında bir çelik kablo ile bağlıdır. Gondol hareketin sonuna geldiğinde, terminale çarpar ve kablo boyunca bir dalga atması gönderir. Atmanın geri dönmesi için geçen sürenin 17 s olduğu gözlenir. (*a*) Atmanın hızı nedir? (*b*) Kablonun gerilimi ne kadardır?
10. (II) Bir depremden oluşan P ve S dalgaları farklı hızlarda ilerler ve bu fark deprem merkezini (kırılma yerini) bulmaya yardımcı olur. (*a*) P ve S dalgaları için tipik hızlar sırasıyla 8.5 km/s ve 5.5 km/s'dir. Bu iki dalga tipi özel sismik istasyonda 1.7 aralıkla algılanırsa, oluşan deprem ne kadar uzaklıktadırBir sismik istasyon deprem merkezinin yerini belirlemek için yeterli midir? Açıklayınız.
11. (II) Şek. 15-33'te gösterilen teldeki dalga sağa doğru 1.10 m/s'lik bir hızla ilerliyor. (*a*) Telin 1.10 m/s. sonraki şeklini çiziniz ve o anda telin hangi kısımlarının yukarıya, hangi kısımlarının aşağıya doğru ilerlediğini işaret ediniz. (*b*) A noktasının Şekilde gösterilen andaki düşey hızını tahmin ediniz.



ŞEKİL 15–33 Problem 11.

12. (II) 5.0 kg'lık bir top 1.00 mm çapında ve 5.00 m boyunda çelik bir telle asılıyor. Bir dalganın çelik teldeki hızı nedir?
13. (II) İki çocuk 0.50 kg'luk gerilme ile teneke kutular arasına gerilmiş toplam 35 N kütleli bir ip boyunca sinyal gönderiyorlar. Sicimdeki titreşimlerin bir çocuktan diğerine ulaşması 0.50 s alıyor. Çocuklar biribirinden ne kadar uzaklıktadır?
14. (II) **Boyutsal analiz**. Okyanus yüzeyindeki dalgalar, suyun yoğunluk ve yüzey gerilimi gibi özelliklerine önemli ölçüde bağlı değildir. Dalga tepelerinde yığılan su için "geri çağırıcı kuvvet" öncelikle Dünya'nın kütlesel çekim kuvvetidir. Bu yüzden okyanus dalgalarının v (m/s) hızı, yer çekimi ivmesi g'ye bağlıdır. v 'nin su derinliği h ve dalganın dalgaboyu λ'ya bağlı olması da beklenir. Dalga hızının $v = Cg^{\alpha}h^{\beta}\lambda^{\gamma}$ fonksiyonel formuyla verildiğini kabul edelim. Burada α, β, γ boyutsuz sayılardır. (*a*) Derin suda, suyun derin alt kısmı yüzeydeki dalgaların hareketini etkilemez. Bu yüzden v derinlikten bağımsız olmalıdır ($\beta = 0$). Sadece boyutsal analizi kullanarak (Kısım 1-7), derin sudaki yüzey dalgalarının hızı için bir formül belirleyiniz. (*b*) Sığ sularda, yüzey sularının hızının dalgaboyundan bağımsız olduğu deneysel olarak bulundu ($\gamma = 0$). Sadece boyutsal analizi kullanarak, sığ suda dalganın hızı için bir formül belirleyiniz.

15–3 Dalgayla Taşınan Enerji

15. (I) Aynı frekanslı iki deprem dalgası Dünyanın aynı bölgesinde ilerliyor, fakat biri diğerinin 3.0 katı enerji taşıyor. İki dalganın genliklerinin oranı nedir?

16. (II) Dünya üzerinde ilerleyen ve kaynaktan 15 km ve 45 km uzakta algılanan deprem dalgasının bu noktalardaki (a) şiddetlerinin (b) genliklerinin oranı nedir?

17. (II) Sürtünme ihmal edilirse dairesel bir su dalgasının genliği A'nın kaynaktan uzaklığının r'nin karekökü ile azaldığını gösteriniz. $A \propto 1/\sqrt{r}$.

18. (II) Dünya üzerinde ilerleyen bir deprem dalgasının şiddeti, kaynaktan 48 km uzaklıkta, 3.0×10^6 J/m^2.s olarak ölçülüyor. (*a*) Kaynaktan sadece 1.0 km uzaklıktaki bir noktadan geçerken şiddeti ne olur? (*b*) enerjinin 1.0 km'deki 2.0 m^2'lik bir alandan geçme hızı nedir?

19. (II) 1.0 mm çapında küçük çelik bir tel titreşim kaynağına bağlıdır ve 7.5 N'luk bir gerilim altındadır. Kaynağın frekansı 60.0 Hz ve çelik telin üzerindeki dalganın genliği 0.50 cm'dir. (*a*) Dalganın geri yansımadığını düşünürsek, kaynağın ürettiği güç nedir? (*b*) Güç çıkışı sabit kalır, fakat frekans ikiye katlanırsa, dalganın genliği ne olur?

20. (II) Dalganın şiddetinin dalga hızı ile dalganın enerji yoğunluğunun (birim hacimdeki enerji) çarpımına eşit olduğunu gösteriniz.

21. (II) (a) Frekansı f ve genliği A olan mekanik bir dalgayla bir ip boyunca enerjinin ortalama taşınma hızının

$$\overline{P} = 2\pi^2 \mu v f^2 A^2,$$

olduğunu gösteriniz. Burada, $v$dalganın hızı, μ ipin birim uzunluğu başına kütlesidir. (b) İp $F_T = 135$ N'luk bir gerilim altında ve birim uzunluk başına 0.10 kg/m kütleye sahipse, 2.0 cm genlikli ve 120 Hz frekanslı enine bir dalganın taşınması için gerekli güç ne kadardır?

15–4 İlerleyen Dalgaların Matematiksel Temsili

22. (I) Bir tel üzerindeki enine dalga $D(x,t) = 0.015 \sin(25x - 1200t)$ ile veriliyor. Burada, D ve x metre, t saniye cinsindendir. (*a*) Genliği, dalgaboyu ve frekansı aynı fakat zıt doğrultuda ilerleyen bir dalga için bir ifade yazınız. (*b*) Her bir dalganın hızı nedir?

23. (I) Dalga şekli $t = 0$'da $D = A\sin(2\pi x/\lambda + \phi)$ ile tanımlanan bir dalga düşünün; bu Dnk. 15-9'dan ϕ sabit faz faktörüyle farklıdır. x ekseni boyunca sola doğru ilerleyen bir dalganın x ve t'nin fonksiyonu olarak denklemi ne olacaktır?

24. ((II) Bir ipteki enine ilerleyen dalga $D = 0.22\sin(5.6x + 34t)$ ile verilmektedir. Burada, D ve x metre, t saniye cinsindendir. Bu dalganın (*a*) dalgaboyunu, (*b*) frekansını, (*c*) hızını (büyüklük ve yön), (*d*) genliğini ve (*e*) ip parçacıklarının maksimum ve minimum hızlarını belirleyiniz.

25. (II) Örnek 15-5'teki ipte $x = 1.00$ m noktasını göz önüne alınız. (*a*) Bu notanın maksimum hızını, (*b*) maksimum ivmesini belirleyiniz. (*c*) $t = 2.50$ s'de hız ve ivme nedir?

26. (II) Bir ipte enine ilerleyen dalga $D(x,t) = 0.12\sin(3.0x - 15t)$ ile verilmektedir. Burada, D ve x metre, t saniye cinsindendir. $t = 0.20$ s ve $x = 0.60$ m'de ipteki noktanın yerdeğiştirme ve hızı nedir?

27. (II) Enine bir dalga atması $v = 2.0$ m/s. hızıyla bir sicim boyunca sağa doğru ilerliyor. $t = 0$'da atmanın şekli

$$D = 0.45\cos(2.6x + 1.2)$$

fonksiyonuyla veriliyor. Burada, D ve x metre cinsindendir. (*a*) $t = 0$'da D'nin x'e göre grafiğini çiziniz. (*b*) Sürtünme kaybı olmadığını kabul ederek, herhangi bir t anında dalga atmasının formülünü belirleyiniz. (*c*) $t = 1.0$s'da $D(x,t)$'nin x'e göre grafiğini çiziniz. (*d*) Sola doğru ilerleyen bir dalga düşünerek (*a*) ve (*b*) şıklarını tekrarlayınız. Basit bir karşılaştırma için üç grafiği aynı eksenleri kullanarak çiziniz.

28. (II) Havada 524 Hz frekanslı boyuna bir dalga 345 m/s hızına sahiptir. (*a*) Dalgaboyu nedir? (*b*) Uzayda verilen bir noktada fazın 90° değişmesi için gereken zaman ne kadardır? (*c*) Özel bir anda 4.4 cm aralıklı iki dalga arasındaki faz farkı (derece olarak) nedir?

29. II) Problem 28'de sağa doğru ilerleyen bir dalganın $t = 0$ ve $x = 0$'daki genliği 0.020 cm ve D =-0.020 cm ise, dalganın denklemini yazınız.

30. (II) Negatif x doğrultusunda bir sicimde ilerleyen sinüzoidal bir dalganın genliği 1.00 cm, dalgaboyu 3.00 cm ve frekansı 245 Hz'dir. $t = 0$'da sicimin $x = 0$'daki parçacığı, orijinin üzerinde $D = 0.80$ cm'ye yer değiştirmiş olup yukarı doğru hareket ediyor. (*a*) Dalganın $t = 0$'daki şeklini kabaca çiziniz. (*b*) Dalgayı betimleyen x ve t'nin fonksiyonunu belirleyiniz.

*15–5 Dalga Denklemi

***31.** (II) $D = A\sin kx\cos\omega t$ fonksiyonunun dalga denkleminin çözümü olduğunu gösteriniz.

***32.** II) Aşağıdaki fonksiyonları dalga denklemine yerleştirerek denklemi sağladıklarını gösteriniz: (*a*) $D(x,t) = A\ln(x + vt)$; (*b*) $D(x,t) = (x - vt)^4$.

***33.** (II) Dnk. 15-13 ve 15-15'in dalga şekillerinin Dnk.15-16'daki dalga denklemini sağladığını gösteriniz.

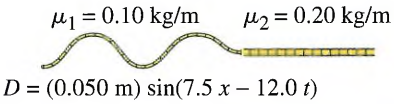
***34.** (II) İki doğrusal dalga $D_1 = f_1(x,t)$ ve $D_2 = f_2(x,t)$ ile temsil edilsin. Bu iki dalga Dnk. 15-16'daki dalga denklemini sağlıyorsa, herhangi bir $D = C_1 D_1 + C_2 D_2$ kombinasyonunun da sağlayacağını gösteriniz. Burada, C_1 ve C_2 sabittir.

***35.** (II) $D(x,t) = e^{-(kx-\omega t)^2}$ fonksiyonu dalga denklemini sağlar mı? Neden sağlar vyea sağlamaz?

***36.** (II) Bir tel üzerindeki enine bir dalganın hızını $v = \sqrt{F_T/\mu}$, olarak veren Dnk. 15-2'i çıkarırken dalga genliği A'nın dalgaboyu λ'dan daha küçük olduğu kabul edilmişti. $D = A\sin(kx - \omega t)$ şeklinde sinüzoidal bir dalga şekli kabul edip $v' = \partial D/\partial t$ kısmi türev alarak $A \ll \lambda$ kabulünün, telin maksimum enine hızının v'_{maks} dalganın hızından daha az olduğuna işaret ettiğini gösteriniz. $A = \lambda/100$ ise v'_{maks}/voranını belirleyiniz.

15–7 Yansıma ve Geçme

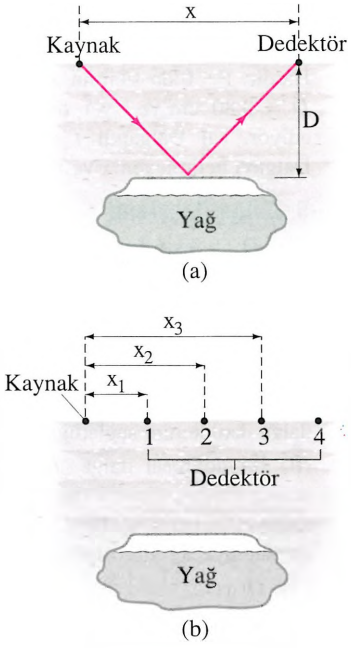
37. (II) Bir ipin, lineer yoğunlukları 0.10 kg/m ve 0.20 kg/m olan iki ayrı bölümü vardır (Fig. 15–34). $D = (0.050\text{ m})\sin(7.5x - 12.0t)$ ile verilen bir gelen dalga ipin hafif kısmı boyunca ilerliyor. Burada, x metre ve t saniye cinsindendir. (*a*) İpin hafif kesimindeki dalgaboyu nedir? (*b*) İpteki gerilim nedir? (*c*) Dalga daha ağır kesimde ilerlerken dalgaboyu ne olur?



ŞEKİL 15–34
Problem 37.

38. (II) Şek. 15-19'daki iki kısımlı gergin ipte ilerleyen bir sinüs dalgası düşünelim. (*a*) İki kısımdaki dalga hızlarının oranını v_A/v_H (*b*) iki kısımdaki dalgaboyların oranını veren bağıntılar bulunuz (Frekans iki kısımda da aynıdır. Niçin?). (*c*) Dalgaboyu ağır kesimde mi yoksa hafif kesimde mi daha büyüktür?

39. (II) Sismik yansıma, derindeki petrol yataklarını haritalamakta kullanılır. Bu teknikte, Dünya yüzeyinde üretilen sismik dalga (örneğin, bir patlama veya düşen ağırlık yoluyla) yüzeyin altındaki oluşumdan yansır ve yer seviyesinde dedekte edilir. Yüzeydeki dedektörleri kaynağa göre çeşitli konumlara yerleştirerek ve kaynak ile dedektör arasındaki hareket süresinin değişimini gözlemekle, yüzey altındaki oluşumların derinliği belirlenebilir. (*a*) Yer seviyesindeki dedektörün sismik dalga kaynağından x mesafesine yerleştirildiğini ve yüzeyaltı oluşumu ile üstünü örten kaya katmanı arasındaki D derinliğindeki sınırın yatay olduğunu kabul edelim (Şek. 15-35a). Sismik dalganın x sabit hızıyla yayıldığını kabul ederek, yansımış dalganın kaynaktan dedektöre gitmesi için geçen t zamanını veren ifadeyi bulunuz. (*b*) Şek. 15-35b'deki gibi kaynaktan farklı mesafelerinde bir çizgi boyunca yerleşmiş pek çok dedektör olduğunu düşünelim. Bir sismik dalga üretildiğinde, her dedektör için farklı seyahat süreleri t ölçülüyor. (*a*) şıkkında elde edilen sonuçla başlayarak, x^2'ye göre t^2'nin grafiğinden D'nin nasıl belirlenebileceğini açıklayınız.



ŞEKİL 15–35
Problem 39.

40. (III) Lineer yoğunluğu μ_1 ve μ_2 olan ve iki kısımdan oluşan bir ip F_T gerilimiyle geriliyor (Şek. 15-19). $x = 0$ 'ı bu iki kısmın birleştiği noktada (düğüm) alalım. İpin sola doğru olan kısmının younluğu μ_1, sağa doğru olan kısmınınki μ_2 olsun. Sinüzoidal bir dalga $D = A\sin[k_1(x - v_1 t)]$, ipin sol ucundan başlıyor. Dalga düğüme ulaştığında, bir kısmı yansıyor ve diğer kısmı geçiyor. Yansımış dalganın denklemini $D_Y = A_R\sin[k_1(x + v_1 t)]$ ve geçen dalganın denklemini $D_G = A_T\sin[k_2(x - v_2 t)]$ olarak alalım. Frekans her iki kısımda aynı olduğundan $\omega_1 = \omega_2$ veya $k_1 v_1 = k_2 v_2$ alırız. (a) İp sürekli olduğundan, düğümün solunda sonsuz küçük mesafedeki bir noktanın herhangi bir andaki yerdeğiştirmesi (gelen artı yansıyan dalgalar), ile düğümün hemen sağındaki noktanın yerdeğiştirmesi (yansıyan dalga) ile aynıdır. Dolayısıyla $A = A_G + A_Y$ olduğunu gösteriniz. (*b*) İpin hemen düğümün solundaki eğiminin $(\partial D/\partial x)$ düğümün hemen sağındaki eğimiyle aynı olduğunu kabul edip, yansımış dalganın genliğinin

$$A_Y = \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}\right)A = \left(\frac{k_2 - k_1}{k_2 + k_1}\right)A$$

ile verildiğini gösteriniz. (c)A_G, A cinsinden nedir?

15–8 Girişim

41. (I) Şekil 15-36'da gösterilen iki atma birbirine doğru hareket ediyor. (*a*) Telin tam bu atmalar üst üste geldiği andaki şeklini çiziniz. (*b*) Telin biraz sonraki şeklini çiziniz. (*c*) Şek. 15–22a'da, atmalar birbirini geçtiği anda tel bir doğru halindedir. Bu esnada enerjiye ne olmuştur?



ŞEKİL 15–36
Problem 41.

42. II) Eşit genlikte ve frekansta iki doğrusal dalganın aynı ortamda hareket ederlerken ϕ faz farkına sahip olduğunu kabul edelim. Bunlar

$$D_1 = A\sin(kx - \omega t)$$

ve

$$D_2 = A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

ile temsil ediliyor. (*a*) $\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 2\sin\frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2)\cos\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2)$ trigonometrik eşitliğini kullanarak, dalgaların bileşkesinin

$$D = \left(2A\cos\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right).$$

ifadesiyle temsil edildiğini gösteriniz. (*b*) Bileşke dalganın genliği nedir? Dalga saf sinüzoidal mi yosa değil mi? (*c*) Yapıcı girişmin $\phi = 0, 2\pi, 4\pi,...$ ve yıkıcı girişimin $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi,...$ ile oluşabileceğini gösteriniz. (*d*) $\phi = \pi/2$ ise, denklemle ve kelimelerle bileşke dalgayı betimleyiniz.

15–9 Duran Dalgalar; Rezonans

43. (I) Bir keman teli basılmadığında 441 Hz frekansı ile titreşiyor. Üst ucundan aşağı doğru üçte birine basıldığında titreşim frekansı nedir? (Duran dalga olarak sadece telin üçte ikisi titreşiyor).

44. (I) Bir keman teli temel frekans olarak 294 Hz 'de titreşiyorsa, ilk dört harmoniğin frekansları nedir?

45. (I) Bir depremde bir üstgeçidin bir karınlı desenle (temel duran dalga) her 1.5 s'de bir yukarı aşağı salındığı görülüyor. Bu köprünün hareketinde diğer olası rezonans periyotları hangileridir? Bunlar hangi frekanslara karşılık gelir?

46. (I) Bir tel 280 Hz rekansta dört karın ile rezonansa geliyor. Rezonansa geleceği en az üç diğer frekansı söyleyiniz.

47. (II) 1.0 m uzunluğundaki bir ip lineer yoğunlukları 0.50 kg/m ve 1.00 kg/m olan eşit uzunlukta iki kısımdan oluşuyor. İpin tümüde gerilim sabittir. İpin uçları öyle titreştiriliyor ki, iki kısmın karşılaştığı yerde tek bir düğümü olan bir duran dalga oluşuyor. Titreşim frekanslarının oranı nedir?

48. (II) Bir tel üzerindeki dalganın hızı 96 m/s'dir. Duran dalganın frekansı 445 Hz ise, iki ardışık düğüm birbirinden ne kadar uzaklıktadır?

49. (II) Titreşen bir telin iki ardışık harmoniğin frekansları 240 Hz ve 320 Hz ise temel frekansı nedir?

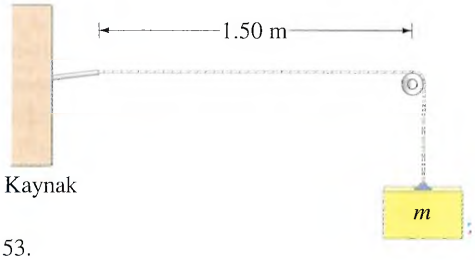
50. (II) Bir gitar teli 90.0 cm uzunluğunda ve 3.16 g kütleye sahiptir. Köprüden desteğe olan mesafe $(=\ell)$ 60.0 cm olup sicim 520 N'luk bir gerilim altındadır. Temel frekans ve ilk iki harmonik nedir?

51. (II) Uzunluğu ℓ, lineer yoğunluğu μ, ve maruz kaldığı gerilim kuvveti F_T olan bir ipteki duran dalganın frekansının

$$f = \frac{n}{2\ell}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

ile verileceğini gösteriniz. Burada n bir tamsayıdır.

52. (II) Lineer yoğunluğu 6.6×10^{-4} kg/m olan yatay bir telin bir ucu küçük genlikli ve 120-Hz frekanslı bir mekanik osilatöre bağlanmıştır. Tel, Şek. 15-37'de görüldüğü gibi, $\ell = 1.50$ m uzaklıktaki bir makara üzerinden geçtikten sonra bir ağırlığı taşıyor. (*a*) Bir (*b*) iki, (*c*) beş karınlı duran dalga üretilmesi için Telin ucundan asılan m kütlesinin ne olması gerekir? Osilatördeki telin düğüm olduğunu kabul ediniz. Bu hemen hemen doğrudur.



ŞEKİL 15–37
Problem 52 ve 53.

53. (II) Problem 52, Şek.15-37'deki telin uzunluğu hareketli bir makarayla ayarlanabiliyor. Asılan m kütlesi, 0.070 kg'da sabitse, ℓ'yi ve 10 cm ve 1.5 m arasında değiştirerek kaç tane farklı duran dalga deseni elde edilebilir?

54. (II) Bir teldeki duran dalganın yerdeğiştirmesi $D = 2.4\sin(0.60x)\cos(42t)$, ile veriliyor. Burada D ve x santimetre ve t saniye cinsindendir. (*a*) İki düğüm arasındaki mesafe (cm) nedir? (*b*) Bileşen dalgaların her birinin genliğini, frekansını ve hızını veriniz. (*c*) Telin $x = 3.20$ cm'deki parçacığının $t = 2.5$s'deki hızını bulunuz.

55. (II) Bir tel üzerindeki ilerleyen enine bir dalganın yerdeğiştirmesi $D_1 = 4.2\sin(0.84x - 47t + 2.1)$ ile temsil ediliyor. Burada D_1 ve x metre ve t saniyedir. (*a*) Bir dalgayı temsil eden öyle bir denklem bulun ki, zıt doğrultuda ilerlerken bu dalga ile birleştiğinde duran bir dalga üretebilsin. (*b*) Duran dalgayı betimleyen denklem ne olur?

56. (II) Doğru frekansla suyu bir banyo küveti içinde ileri geri çalkaladığımızda su iki uçta yukarı aşağı hareket ederken merkezde göreli olarak durgun kalır. 0.85 Hz genişliğindeki küvette böyle bir duran dalga üreten frekansın olduğunu farzedin. Su dalgasının hızı nedir?

57. (II) Bir keman teli 294 Hz frekansıyla çalınıyor. Gerilim % 15 artarsa, yeni frekans ne olur?

58. (II) İki ilerleyen dalga

$$D_1 = A\sin(kx - \omega t)$$

ve

$$D_2 = A\sin(kx + \omega t)$$

fonksiyonları ile betimleniyor. Burada $A = 0.15$ m, $k = 3.5\ \text{m}^{-1}$ ve $\omega = 1.8\ \text{s}^{-1}$'dir. (a) $x = 0$ ile tam bir dalgaboyunu içeren $x(>0)$ noktası arasında bu iki dalganın grafiğini çiziniz. $t = 1.0$ s alınız. (*b*) Bu iki dalganın toplamını çizip, düğümlerini ve dalga karınlarını üzerinde belirtiniz ve analitik (matematiksel) temsille karşılaştırınız.

59. (II) Problem 58'de verilen iki dalganın ve bu dalgaların toplamının grafiklerini $t = 0$'dan $t = T$'ye (bir periyot) zamanın fonksiyonu olarak çiziniz. (*a*) $x = 0$ ve (*b*) $x = \lambda/4$ seçiniz. Sonuçlarınızı yorumlayınız.

60. (II) 1.64-m-uzunluğundaki yatay te 120 Hz'lik frekans ile titreştiğinde oluşan duran dalga, üç karın gösteriyor. Her bir karın noktasında telin maksimum salınımı (yukarıdan aşağıya) 8.00 cm'dir. (*a*) Duran dalgayı betimleyen fonksiyon nedir? (*b*) Duran dalgayı oluşturan zıt yönde ilerleyen iki eşit genlikteki dalgayı betimleyen fonksiyonlar hangileridir?

61. (II) Elektronik bir gitarda, her bir telin altındaki "algılayıcı", telin titreşimlerini doğrudan elektronik sinyale dönüştürür. Algılayıcı, 16.25 cm uzunluğundaki telin sabit uclarının birinden 65.00-cm uzaklığa yerleştirilmişse, $n = 1$ 'den $n = 12$'ye olan harmoniklerden hangileri bu algılayıcı tarafından algılanmayacaktır?

62. (II) 65-cm uzunluğundaki bir gitar teli her iki ucundan sabitleştirilmiştir. 1.0 ile 2.0 kHz arasında değişen frekanslarda telin yalnızca 1.2, 1.5 ve 1.8 kHz frekanslarında rezonansa geldiği görülmüştür. Bu telde ilerleyen dalgaların hızı nedir?

63. (II) Zıt doğrultuda ilerleyen ve $D_1 = (5.0\ \text{mm})\cos[(2.0\ \text{m}^{-1})x - (3.0\ \text{rad/s})t]$ ve $D_2 = (5.0\ \text{mm})\cos[(2.0\ \text{m}^{-1})x + (3.0\ \text{rad/s})t]$ ile verilen iki dalga bir duran dalga oluşturuyorlar. Düğümlerin x ekseni boyunca konumlarını belirleyiniz.

64. (II) Bir tel, $\ell_1 = 0.600$ m uzunlukta ve $\mu_1 = 2.70$ g/m lineer yoğunlukta alüminyum ile $\ell_2 = 0.882$ m uzunlukta ve $\mu_2 = 7.80$ g/m lineer yoğunlukta çeliğin eklenmesinden oluşuyor. Bu bileşik tel uçlarından sabitleniyor ve 135 N'luk homojen gerilim altında tutuluyor. Bu telde oluşan en düşük frekanstaki duran dalgayı bulunuz. Alüminyum ve çelik arasındaki birleşim noktasının bir düğüm olduğunu kabul ediniz. Bu duran dalganın kaç tane düğümü (iki uctakileri de hesaba katarak) vardır?

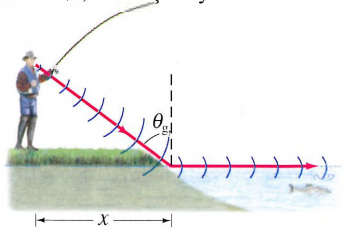
*15–10 Kırılma

***65.** (I) 8.0 km/s hızı ile ilerleyen bir P deprem dalgası Dünya'da iki tür malzeme arasındaki sınıra çarpıyor. Sınıra 52° gelme açısıyla yaklaşıyorsa ve kırılma açısı 31° ise, ikinci ortamdaki hızı ne olur?

***66.** (I) Bir su dalgası, hızının 2.8 m/s'den 2.5 m/s'ye değiştiği bir sualtı kıta sahanlığına yaklaşıyor. Gelen dalga tepeleri sahanlıkla 35° 'lik açı yapıyorsa, kırılma açısı ne olur?

***67.** (II) Bir ses dalgası (25°C) sıcaklıktaki havada hareket ederken (−15°C) 'deki yoğun soğuk havaya çarpıyor. Ses dalgası soğuk havanın arayüzeyine 33°, 'lik açıyla çarpıyorsa, kırılma açısı ne olur? Sıcaklığın fonksiyonu olarak sesin hızı yaklaşık olarak $v = (331 + 0.60T)$ m/s ile değişir. Burada T °C cinsindendir.

***68.** (II) Ötesinde hızının artacağı bir sınıra yaklaşan her çeşit dalganın kırılarak diğer ortama geçmesi için bir maksimum geliş açısı vardır. Bu maksimum geliş açısı θ_{gM} 90°'ye eşit olan kırılma açısına denk gelir. $\theta_g > \theta_{gM}$ için tüm dalga sınırda yansır ve kırılma olmaz, çünkü bu sin $\theta_k > 1$'e karşılık geleceğinden mümkün değildir (Burada θ_k kırılma açısıdır). Bu fenomen toplam iç yansıma olarak isimlendirilir. (*a*) Dnk. 15-19'daki kırılma yasasını kullanarak θ_{gM}'yi veren bir formül bulunuz. (*b*) Balıkçı kıyıdan ne kadar uzakta durmalı ki, alabalık onun sesinden ürkmesin (Şek. 15-38)? Sesin hızı yaklaşık havada 343 m/s suda ise 1440 m/s 'dir.



ŞEKİL 15–38
Problem 68b.

*69. (II) Boyuna bir deprem dalgası iki kaya türü arasındaki sınıra 38°'lik açıyla çarpıyor. Dalga sınırı geçtiğinde, kayanın özgül yerçekimi ivmesi 3.6'dan 2.8'e değişiyor. Esneklik modülünün her iki kaya için aynı olduğunu kabul ederek, kırılma açısını belirleyiniz.

15–11 Kırınım

*70. (II) Bir uydu anteni 0.5 m çapındadır. Kullanım klavuzuna göre, anten uydu doğrultusuna yönlendirilmelidir fakat alış kaybı olmaksızın her iki tarafında 2° civarında hataya müsaade edilir. Antenle alınan elektromanyetik dalganın dalgaboyunu tahmin ediniz (hız $= 3 \times 10^8$ m/s).

Genel Problemler

71. İlerleyen bir sinüzoial dalga 880 Hz frekansına ve 440 m/s faz hızına sahiptir. (*a*) Belli bir zamanda $\pi/6$ rad faz farkına sahip iki nokta arasındaki mesafeyi bulunuz. (*b*) Sabit bir noktada, 1.0×10^{-4}s zaman aralığında ne kadar faz değişimi olur?

72. Bir kahve fincanıyla (çapı 8 cm) doğru hızla (saniyede bir adım atarak) yürürken, kahve giderek daha çok çalkalanıp nihayet fincandan dökülüyor (Şek. 15-39). Kahvedeki dalganın hızını tahmin ediniz.

73. İki katı çubuk aynı hacim modülüne sahip fakat birisi diğerinden



ŞEKİL 15–39 Problem 72.

2.5 kez daha yoğundur. Hangi çubukta boyuna dalgaların hızı daha büyük olacaktır, hangi faktörle?

74. Gerilmiş bir sicim üzerinde ilerleyen iki dalga aynı frekansta, fakat birinin taşıdığı güç diğerinin 2.5 katıdır. İki dalganın genliklerinin oranı nedir?

75. Bir göl yüzeyindeki bir böcek, bir dalga geçerken en düşük ve en yüksek konumları arasında 0.10 m toplam düşey mesafe olacak şekilde aşağı yukarı hareket etmektedir. (*a*) Dalganın genliği nedir? (*b*) Genlik 0.15 m'ye yükselirse böceğin maksimum kinetik enerjisi hangi faktörle değişir?

76. Bir gitar telinin 247 Hz frekansıyla titreşmesi gerekiyor fakat gerçek frekans 255 Hz olarak ölçülüyor. Doğru değerde frekans elde etmek için teldeki gerilim hangi oranda değiştirilmelidir?

77. Bir depremin ürettiği yüzey dalgası sinüzoidal bir enine dalga ile tasvir edilmektedir. 0.60 Hz frekanslı (tipik bir değer, gerçek bir deprem dalgası bir frekansın karışımını içerir) bir dalga kabul edersek, cicimlerin zeminle teması kaybetmeye başlaması için gereken genlik nedir? [*İpucu:* ivmeyi $a > g$ alınız].

78. ℓ uzunluğunda ve m kütlesinde tekdüze bir ip düşey olarak bir destekten sarkıyor. (*a*) Bu ipteki enine dalgaların hızının $\sqrt{gh}$, olduğunu gösteriniz. Burada h alt uçtan olan yükseklikliktir. (*b*) Bir atmanın bir uçtan diğerine yukarı doğru hareketi ne kadar sürer?

79. Enine bir dalga atması bir tel boyunca sağa doğru $v = 2.4$ m/s hızıyla hareket ediyor. $t = 0$'da atmanın şekli

$$D = \frac{4.0\ \text{m}^3}{x^2 + 2.0\ \text{m}^2}$$

fonksiyonu ile veriliyor. Burada D ve x metre cinsindendir. (*a*) $t = 0$ 'da $x = -10$ m 'den $x = +10$ m 'ye D'nin x'e göre değişim grafiğini çiziniz. (*b*) Bir sürtünme kaybı olmadığını kabul ederek, dalga atmasının herhangi bir zamanadaki formülünü belirleyiniz. (*c*) $t = 1.00$ s 'de $D(x, t)$'nin x'e göre değişim grafiğini çiziniz. (*d*) (*b*) ve (*c*) şıklarını sola doğru ilerleyen bir atma için tekrarlayınız.

80. (a) Gerilmiş bir ipteki gerilim, ΔF_T miktarıyla değişiyorsa, temel frekansın $\Delta f = \frac{1}{2}(\Delta F_T/F_T)f$ ile değiştiğini gösteriniz. (*b*) Frekansın 436 Hz'den 442 Hz'e yükselmesi için bir piyano telinin gerilimi hangi oranda artmalı veya azalmalıdır? (*c*) (*a*) şıkkındaki formül harmoniklere de uygulanabilir mi?

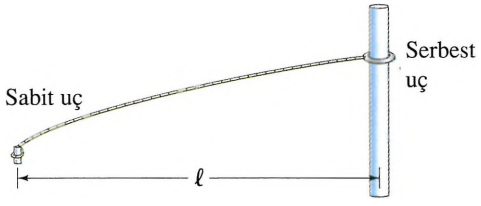
81. Bir müzikal çalgı aletindeki iki tel 392 Hz (sol) ile 494 Hz (si)'de çalmaya akort edilmiştir. (*a*) Her bir tel için ilk iki harmoniğin frekansı nedir? (*b*) İki tel aynı uzunluğa sahip ve aynı gerilim altında ise, kütlelerinin oranı (m_{sol}/m_{si}) ne olmalıdır? (*c*) Teller aynı lineer yoğunlukta ve aynı gerilim altındaysa uzunluklarının oranı (ℓ_{sol}/ℓ_{si}) ne olmalıdır? (*d*) Kütleleri ve uzunluklarının aynı ise iki telin gerilimlerinin oranı ne olmalıdır?

82. 33 dev/dak'lik bir gramofon plağının merkezinden 10.8 cm uzaktaki bir yivdeki dalgaların dalgaboyu 1.55 mm'dir. Yayılan sesin frekansı ne olur?

83. 10.0-m boyunda ve 152 g kütlesinde bir tel 255 N'luk bir gerilim altındadır. Bir uçtan bir atma üretildikten 20.0 ms sonra diğer uçtan bir atma üretiliyor. İki atma ilk nerede karşılaşır?

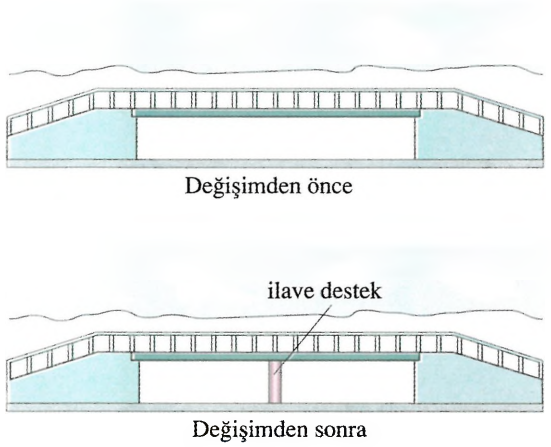
84. 220 Hz frekansında ve 10.0 cm dalgaboyunda bir dalga bir ip boyunca hareket ediyor. İp üzerindeki parçacıkların maksimum hızı dalga hızı ile aynıdır. Dalganın genliği nedir?

85. Bir telin "serbest" ucunun tutturulduğu halka sürtünmesiz olarak düşey bir çubuk üzerinde kayabiliyor (Şekil 15-40). Bir ucu sabit ve diğer ucu serbest olan böyle bir telin rezonans titreşimerinin dalgaboylarını belirleyiniz.



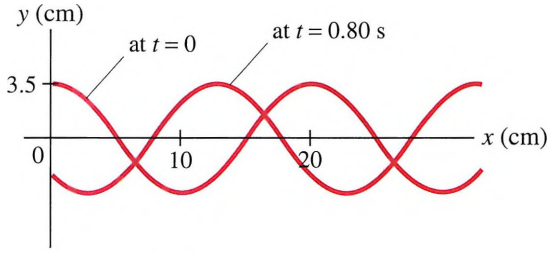
ŞEKİL 15–40 Problem 85.

86. Bir deprem, yeri 3.0 Hz frekansı ile düşey doğrultuda salladığında, bir otoyol viyadüğünün bir tam $\left(\frac{1}{2}\lambda\right)$ ilmek ile rezonansa geldiği gözleniyor. Karayolları, viyadüğün merkezine Şek. 15-41'de gösterildiği gibi yere bağlı ilave bir destek koyuyor. Şimdi viyadükten beklenen rezonans frekansı nedir? Depremlerin 5 ve 6 Hz. üzerinde bir frekansla ender olarak salladığı bilinir. Bu değişiklik işe yarar mı? Açıklayınız.



ŞEKİL 15–41 Problem 86.

87. Şek. 15-42 sağa doğru ilerleyen sinüzoidal bir dalganın iki zaman anındaki dalga şeklini gösteriyor. Bu dalganın matematiksel gösterimi nedir?

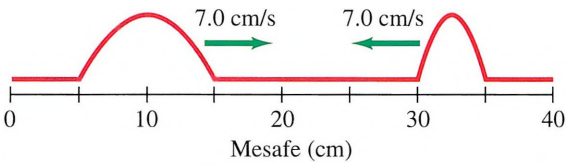


ŞEKİL 15–42 Problem 87.

88. Sahilde suda ayakta duran bir gencin göğsüne çarpan bir su dalgasının ortalama gücünü tahmin ediniz. Dalganın genliğini 0.50 m, dalgaboyunu 2.5 m ve periyodunu 4.0 s alınız.

89. Dalgaboyu 215 km ve hızı 550 km/sa olan bir tsumani Pasifik Okyanusu boyunca ilerliyor. Hawaii'ye yaklaşırken, halk limanda denizin seviyesinde beklenmedik bir azalma gözlüyor. Onların güvenli bir bölgeye kaçışı için yaklaşık ne kadar zaman gerekir? (Bilgisizlik ve uyarı yapılmaması yüzünden, kıyıya vuran balık ve tekneleri seyretmeye gelen insanların bazıları tsunami esnasında ölüyor)

90. İki dalga atması Şek. 15-43'te gösterildiği gibi aynı 7.0 cm/s hızı ile zıt doğrultularda ilerliyorlar. $t = 0$ anında iki dalga atmasının öncü ucları birbirinden 15 cm uzaktadır. $t = 1.0$, 2.0 ve 3.0 s'deki dalga atmalarını çiziniz.



ŞEKİL 15–43 Problem 90.

91. Bir nokta kaynaktan düzgün bir şekilde uzaklaşan küresel bir dalga için yerdeğiştirmenin

$$D = \left(\frac{A}{r}\right)\sin(kr - \omega t)$$

ile temsil edildiğini gösteriniz. Burada, r kaynaktan yarıçap doğrultusundaki uzaklık ve A bir sabittir.

92. Bir sesin, 1.0-m-genişlikteki bir pencere ile aynı büyüklükte bir dalgaboyuna sahip olması için frekansının değeri ne olmalıdır? (Ses hızı 20°C'de 344m/s'dir)

*Sayısal/Bilgisayar

***93.** (II) Bir kaynağın periyodik titreşimiyle üretilen ve $D(x,t) = A\sin^2 k(x - ct)$ ifadesiyle verilen bir dalga düşünün. Burada x metre olarak konumu, t saniye olarak zamanı ve C pozitif bir sabiti temsil ediyor. $A = 5.0$ m ve $c = 0.50$ m/s seçin. Bir tablolama programı kullanarak, $x = -5.0$ m'den $x = +5.0$ m'ye 0.05 m'lik adımlarla $D(x,t)$ 'nin $t = 0.0$, 1.0 ve 2.0 s anları için üç grafiğini oluşturunuz. Dalganın hızını, hareket doğrultusunu, periyodunu ve dalgaboyunu belirleyiniz.

***94.** (II) Çan şekilli dalga atmasının yerdeğiştirmesi üstel fonksiyon içeren

$$D(x,t) = Ae^{-\alpha(x-vt)^2}$$

bağıntısıyla verilir. Burada $A = 10.0$ m, $\alpha = 2.0\ \text{m}^{-2}$ ve $v = 3.0$ m/s sabittirler. (*a*) $-10.0\ \text{m} \le x \le +10.0$ m aralığında ve $t = 0$, $t = 1.0$, ve $t = 2.0$ s zamanlarının her biri için $D(x,t)$'yi bir grafikli hesap makinesi veya bilgisayar programını kullanarak çiziniz. Bu üç eğri, her 1.0 s'lik zaman aralığı için dalga atması şeklinin ekseni boyunca beklenen miktarda kaydığını gösteriyor mu? (*b*) (*a*) şıkkını $D(x,t) = Ae^{-\alpha(x+vt)^2}$ kabul ederek tekrarlayınız.

Alıştırmaların Cevapları

A: (*c*).
B: (*d*).
C: (*c*).
D: (*a*).

"Eğer müzik fiziğin gıdası ise çalmaya devam et". [Bknz. Shakespeare, *(Onikinci gece)*, 1.satır.]

Telli çalgılar, ahenkli sesler üretmek için, teller üzerindeki enine duran dalgalara dayanırlar. Üflemeli çalgıların sesi, bir hava sütunundaki boyuna duran dalgalardan kaynaklanır. Perküsyon çalgıları daha karmaşık duran dalgalar üretir.

Ses kaynaklarının yanında ses düzeyinin desibel ölçeğini, ses dalgalarının girişimini ve vuruları, Doppler etkisini, şok dalgalarını, ses duvarını aşan bir uçaktan duyulan ses patlamasını ve ultrasonik görüntülemeyi inceleyeceğiz.



BÖLÜM 16

Ses

İÇERİK

16–1 Sesin karakteristikleri
16–2 Boyuna Dalgaların Matematiksel Gösterimi
16–3 Sesin Şiddeti: Desibel
16–4 Sesin Kaynakları: Titreşen Teller ve Hava Sütunları
*16–5 Sesin Kalitesi ve Gürültü; Üst üste Gelme (Süperpozisyon)
16–6 Ses Dalgalarının Girişimi; Vurular
16–7 Doppler Etkisi
*16–8 Şok Dalgaları ve Ses Patlaması
*16–9 Uygulamalar: Sonar, Ultrasonik ve Medikal (Tıbbi) Görüntüleme

BÖLÜM – AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!

Bir piyanist, "do" notasını çalmaktadır. Ses, piyano telinin titreşimiyle üretilir ve havanın titreşimiyle dışarıya doğru yayılır (kulağınıza ulaşır). Telin titreşimi havanın titreşimiyle karşılaştırılacak olursa aşağıdakilerden hangisi doğru olur?

(a) Teldeki titreşim ve havadaki titreşimin dalga boyu aynıdır.
(b) Teldeki titreşim ve havadaki titreşimin frekansı aynıdır.
(c) Teldeki titreşim ve havadaki titreşimin hızı aynıdır.
(d) Teldeki titreşim ve havadaki titreşimin dalga boyu, frekansı ve hızı aynı değildir.

Ses, duyma duyusu, dolayısıyla kulaklarımızın duyma fizyolojisi ve kulaklarımıza ulaşan uyarımları yorumlayan beynimizin psikolojisiyle ilintilidir. *Ses* terimi, ayrıca kulaklarımızı uyaran fiziksel uyarımı, yani boyuna dalgaları da anlatır.

Herhangi bir sesle ilgili üç özellik göze çarpar. Birincisi, sesin bir *kaynağı* olmalıdır; örneğin, herhangi bir mekanik dalga durumunda ses dalgasının kaynağı, titreşen bir nesnedir. İkincisi, enerji kaynaktan boyuna *dalgalar* şeklinde aktarılır. Üçüncüsü, ses bir kulak veya mikrofon yardımıyla *tespit edilir.*

16–1 Sesin Karakteristikleri

Bölüm 15'teki Şek.15-5'te bir titreşen bir davul derisinin hava içinde ses dalgasını nasıl ürettiğini görmüştük. Gerçekten de, ses dalgalarının genellikle hava içinde ilerlediğini düşünürüz, normal koşullarda kulak zarlarımızı titreşim yapmaya zorlayan şey, havanın titreşimleridir. Fakat ses dalgaları diğer maddeler içinde de ilerleyebilir.

Su altında iki taşın birbirine çarpması, su yüzeyinin altındaki bir yüzücü tarafından duyulabilir, bu durumda titreşimler su yardımıyla kulağımıza taşınır. Kulağınızı yere yapıştırdığınızda, yaklaşan bir tren veya kamyonun sesini duyabilirsiniz. Bu durumda, yer tam olarak kulak zarımıza dokunmaz fakat yerin yardımıyla kulağımıza iletilen boyuna dalga yine ses dalgası diye adlandırılır, çünkü bu titreşimler dış kulağı uyarır ve dış kulak içindeki hava titreşir. Madde olmadığında ses ilerleyemez. Örneğin, havası boşaltılmış bir kavanoz içinde çalan bir zil işitilemez veya sesin dış uzayın boş derinliklerinde ilerlemesi mümkün değildir.

Sesin hızı, farklı maddeler içinde farklıdır. 0°C'de ve 1 atm'de bulunan hava içinde sesin hızı 331 m/s'dir. Dnk. (15-4)'te gördüğümüz gibi hız, maddenin esneklik modülü B 'ye ve yoğunluğu ρ 'ya bağlıdır $\left(v = \sqrt{B/\rho}\right)$. Dolayısıyla, yoğunluğu havanınkine göre çok küçük olan fakat esneklik modülü havanınkinden pek farklı olmayan helyumda sesin hızı, havadaki hızının üç katıdır. Çok daha zor sıkıştırılabilen ve dolayısıyla esneklik modülü çok daha büyük olan sıvılarda ve katılarda hız daha da yüksektir. Sesin çeşitli maddelerdeki hızı, Tablo 16-1'de verilmiştir. Değerler, sıcaklığa bir ölçüde bağımlı olmakla birlikte bu durum gazlarda daha belirgindir. Örneğin, normal sıcaklıklardaki havada, sıcaklıktaki her santigrat derecelik artışa karşılık sesin hızındaki artış yaklaşık olarak 0.60 m/s'dir:

$$v \approx (331 + 0.60\,T)\ \text{m/s}. \qquad \text{[sesin havadaki hızı]}$$

Burada, T, santigrat derecesi olarak sıcaklıktır. Aksi belirtilmedikçe bu bölümde $T = 20\ ^{0}\text{C}$ olduğunu varsayacağız, öyle ki† $v = \left[331 + (0.60)(20)\right]\ \text{m/s} = 343\ \text{m/s}$ 'dir.

TABLO 16–1 Çeşitli Maddeler İçerisinde Sesin Hızı
(20°C and 1 atm)

Madde	Hız (m/s)
Hava	343
Hava (0°C)	331
Helyum	1005
Hidrojen	1300
Su	1440
Deniz suyu	1560
Demir ve çelik	≈5000
Cam	≈4500
Alüminyum	≈5100
Sert tahta	≈4000
Beton	≈3000

KAVRAMSAL ÖRNEK 16–1 **Çakan şimşeğin uzaklığı.** Şimşek çakmasının gerçekleştiği yerin ne kadar yakın olduğunu bulmanın kolay bir yolu, "gök gürültüsünü duymadan önceki her 5 s için bir mil" hesabı yapmaktır. Işığın hızının sese göre çok yüksek ($3 \times 10^{8}\ \text{m/s}$, sesin hızının neredeyse bir milyon katı) olması sebebiyle ışığın bize ulaşması için geçen zamanın sesin bize ulaşması için geçen zamana göre önemsiz olduğunu göz önünde tutarak bu kuralın nasıl işlediğini açıklayın.

YANIT Sesin havadaki hızı yaklaşık 340 m/s'dir, o halde 1 km =1000 m'yi alma süresi yaklaşık olarak 3 s'dir.1 mil yaklaşık olarak 1.6 km olduğuna göre gök gürültüsünün 1 mili alma süresi $1.6 \times 3 = 5$ s civarındadır.

FİZİK UYGULAMASI
Şimşek ne kadar uzaktadır?

ALIŞTIRMA A Örnek 16-1 'deki kural km cinsinden ne olurdu?

Sesle ilgili olarak herhangi bir dinleyici tarafından kolayca ayırt edilebilecek iki özellik şudur:"yeğinlik" ve "yükseklik". Bunların her biri, dinleyicinin bilincinde bir algıyı işaret eder. Bu öznel algıların her birine fiziksel olarak ölçülebilir bir nicelik karşılık gelir. **Yeğinlik,** ses dalgasının şiddeti (birim zamanda birim yüzeyden geçen enerji) ile ilintili olup Kısım 16-3 'te tartışılacaktır.

Bir sesin **yüksekliği (perdesi),** bir pikolo (küçük flüt) veya kemanın sesinde olduğu gibi tizliği veya bir bas davul veya bas gitarda olduğu gibi pesliği anlatır. Yüksekliği belirleyen fiziksel nicelik, ilk kez Galileo tarafından belirtildiği gibi frekanstır. Düşük frekans, düşük perde anlamına gelir; frekans yüksek ise perde de yüksektir.‡ İnsan kulağı, yaklaşık 20 Hz ile yaklaşık 20,000 Hz arasındaki frekanslara tepki verir. (1 Hz'in 1 devir/s olduğunu hatırlayın.) Bu frekans aralığı, **işitilebilir bölge** diye adlandırılır. Bu sınırlar, bir bireyden diğerine göre değişir. Genel bir eğilim şudur: insanlar yaşlandıkça yüksek frekansları duymaları zorlaşır, dolayısıyla yüksek-frekans sınırı 10,000 Hz veya daha az olabilir.

†20°C 'ı (oda sıcaklığı) 2 anlamlı basamağa kadar hassas diye kabul ediyoruz.

‡Yükseklik esas olarak frekansla belirlense de az bir miktar yeğinliğe de bağlıdır. Örneğin, çok şiddetli bir ses, aynı frekanslı hafif bir sese göre hafifçe daha düşük perdeden algılanabilir.

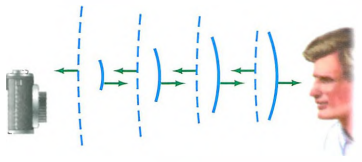
DİKKAT

Ultrasonik (yüksek frekans) ile süpersoniki (yüksek hız) karıştırmayın.

Frekansları işitilebilir bölgenin dışında olan ses dalgaları kulağa ulaşabilir fakat genellikle farkında olmayız. 20,000 Hz 'in üzerindeki frekanslar **ultrasonik** (sesten daha hızlı giden bir nesne için kullanılan *süpersonik* ile karıştırmayın) olarak adlandırılır. Çoğu hayvan, ultrasonik frekansları duyabilir; örneğin, köpekler 50,000 Hz frekanslı ve yarasalar, 100,000 Hz frekanslı sesleri duyabilir. Ultrasonik dalgaların tıpta ve diğer alanlarda birçok yararlı uygulaması vardır, bunları bu bölümde daha sonra tartışacağız.

FİZİK UYGULAMASI

Oto-odaklayıcı Fotoğraf Makinesi.



ŞEKİL 16–1 Örnek 16-2. Oto-odaklayıcı fotoğraf makinesi ultrasonik bir atma salar. Düz çizgiler, sağa doğru ilerleyen dalga atmasının dalga cephesini gösterir; noktalı çizgiler, kişinin yüzünden yansıyan ve makineye geri dönen atmanın dalga cephesini gösterir. Zaman hakkındaki bilgi, fotoğraf makinesi mekanizmasının mercekleri uygun uzaklığa odaklamasını sağlar.

ÖRNEK 16–2 **Ses Dalgaları ile Otomatik Odaklama.** Eski oto-odaklayıcı fotoğraf makineleri, Şek.16-1'de gösterildiği gibi uzaklığı, fotoğrafı çekilecek nesneye çok yüksek frekanslı (ultrasonik) bir ses atması göndererek belirlerlerdi; bu makineler, yansıyarak geri dönen sesi algılayan bir sensör içermekteydi. Algılayıcının zaman duyarlılığı konusunda bir fikir edinmek üzere (a) 1.0 m, (b) 20 m uzaklıkta bulunan bir cisim için atmanın hareket süresini hesaplayın.

YAKLAŞIM Sıcaklığın 20°C olduğu varsayılırsa sesin hızı 343 m/s'dir. Her iki durum için de bu hızı, v, ve gidip gelme uzaklığını, d, kullanarak zamanı bulabiliriz ($v = d/t$).

ÇÖZÜM (*a*) Atma nesneye doğru 1 m gider ve 1 m geri gelir, böylece toplam 2 m yol almış olur. $v = d/t$ 'den t'yi çekeriz:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{2.0\text{ m}}{343\text{ m/s}} = 0.0058\text{ s} = 5.8\text{ ms}.$$

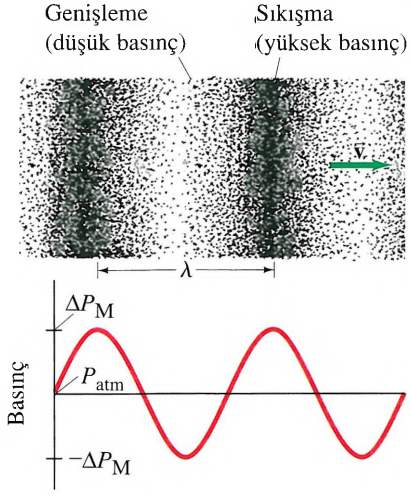
(b) Şimdi, toplam uzaklık 2×20 m = 40 m'dir, öyleyse

$$t = \frac{40\text{ m}}{343\text{ m/s}} = 0.12\text{ s} = 120\text{ ms}.$$

NOT Yeni oto-odaklayıcı fotoğraf makineleri, ultrason yerine kızıl ötesi ışık ($v = 3\times10^8$ m/s) ve/veya mercek otomatik şekilde ileri-geri giderken komşu algılayıcılar arasındaki ışık şiddeti farklarını algılayan bir dijital sensör dizisi kullanır ve en büyük şiddet farkını (en keskin odaklama) veren mercek konumunu seçerler.

Frekansları işitilebilir bölgenin altında olan ses dalgaları, **enfrasonik** olarak adlandırılır. Enfrasonik dalgaların kaynağı depremler, gök gürültüsü, volkanlar ve ağır makinelerin titreşimi yoluyla üretilen dalgalardır. Bu son kaynak, işitilmemesine rağmen insan vücuduna zarar veren enfrasonik dalgalardan dolayı işçiler için özellikle sorun yaratmaktadır. Bu düşük frekanslı dalgalar rezonans etkisi uyandırarak vücut organlarının hareketine ve aşırı şekilde uyarılmasına sebep olur.

ŞEKİL 16–2 Sağa doğru ilerleyen bir boyuna ses dalgası ve basınç cinsinden grafiksel gösterimi.



16–2 Boyuna Dalgaların Matematiksel Gösterimi

Kısım 15-4 'te, x ekseni boyunca ilerleyen bir boyutlu bir dalganın

$$D = A\sin(kx - \omega t), \qquad \textbf{(16–1)}$$

bağıntısı ile temsil edilebileceğini görmüştük. Burada D, x konumunda ve t anında dalganın yerdeğiştirmesi ve A, genliktir (en büyük yer değiştirme). k ile gösterilen dalga sayısı, λ dalga boyuna $k = 2\pi/\lambda$, ile bağlantılıdır ve f frekans olmak üzere $\omega = 2\pi f$ 'tir. Enine bir dalga için –örneğin, bir tel üzerindeki dalga- D yerdeğiştirmesi, x ekseni boyunca yayılan dalganın doğrultusuna diktir. Fakat boyuna bir dalga için D yerdeğiştirmesi, *dalga yayılımının doğrultusu boyuncadır.* Yani, D, x 'e paraleldir ve ortama ait sonsuz küçük bir hacim elemanının denge konumuna göre yer değiştirmesini gösterir.

Boyuna (ses) dalgaları, yerdeğiştirme yerine basınçtaki değişimler açısından da göz önüne alınabilir. Gerçekten de, boyuna dalgalar çoğunlukla basınç dalgaları diye adlandırılır. Basınç değişimi, yerdeğiştirmeye göre daha kolay ölçülür (Örnek 16-7 'ye bakın). Şek. 16-2'de görüldüğü gibi bir dalga "sıkışması"nda (moleküller bir araya sıkıştırılmıştır) basınç, normal duruma göre daha yüksek iken bir genişlemede basınç, normal duruma göre daha düşüktür.

Şek. 16-3, hava içindeki bir ses dalgasının (a) yerdeğiştirmeye ve (b) basınca bağlı

olarak grafiksel gösterimini sergilemektedir. Yerdeğiştirme dalgasıyla basınç dalgası arasında çeyrek dalga boyu veya 90^0 ($\pi/2$ rad)'lik bir faz farkı olduğuna, ikisinin aynı fazda olmadıklarına dikkat edin: basıncın en büyük veya en küçük olduğu noktalarda denge konumuna göre yer değiştirme sıfırdır ve basınç sıfır olduğunda yer değiştirme en büyüktür veya en küçüktür.

Basınç Dalgasının Türetilmesi

Şimdi, ilerleyen bir boyuna dalgadaki basınç değişiminin matematiksel gösterimini türetelim. ΔP normal basınç olan P'ye (dalga yok) göre farklılık ve $\Delta V/V$, ΔP ile gösterilen basınç değişiminden kaynaklanan ortamın hacmindeki kesirsel değişim olmak üzere hacim modülünün, B (Dnk. 12-7) tanımından

$$\Delta P = -B(\Delta V/V),$$

yazılabilir. Eksi işareti, basınç arttığında hacmin azaldığı ($\Delta V < 0$) gerçeğini yansıtır. İçinden boyuna bir dalganın geçtiği bir akışkan tabakasını göz önüne alalım(Şek. 16-4). Tabakanın kalınlığı Δx ve alanı S ise hacmi $V = S\,\Delta x$'tir. Dalgadaki basınç değişiminin sonucu olarak hacim, $\Delta V = S\,\Delta D$ kadar değişir; burada ΔD tabaka sıkıştığında veya genişlediğinde kalınlığındaki değişimdir. (D'nin ortamın yerdeğiştirmesini gösterdiğini hatırlayın.) Böylece,

$$\Delta P = -B\frac{S\,\Delta D}{S\,\Delta x}$$

buluruz. Daha kesin olması için $\Delta x \to 0$ limitini alarak

$$\Delta P = -B\frac{\partial D}{\partial x} \qquad \textbf{(16–2)}$$

elde ederiz. Burada, kısmi türev aldık, çünkü D hem x ve hem de t'nin fonksiyonudur. D, Dnk. 16-1 ile verildiği şekilde sinüs formunda ise Dnk. 16-2 yardımıyla

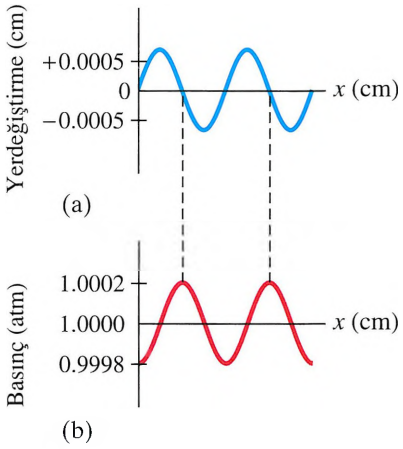
$$\Delta P = -(BAk)\cos(kx - \omega t) \qquad \textbf{(16–3)}$$

yazarız. (Burada, A alan olmayıp yerdeğiştirme genliğidir; alanı S ile gösteriyoruz.) O halde, basınç da sinüs formunda olacaktır, fakat Şek. 16-3 'te gösterildiği gibi yer değiştirmeye göre 90^0'lik veya çeyrek dalga boyluk bir faz farkına sahip olacaktır. BAk niceliği, basınç genliği, ΔP_M diye adlandırılır. Bu nicelik, basıncın normal ortam basıncına göre en büyük veya en küçük değişim miktarını gösterir. Böylece,

$$\Delta P = -\Delta P_M \cos(kx - \omega t) \qquad \textbf{(16–4)}$$

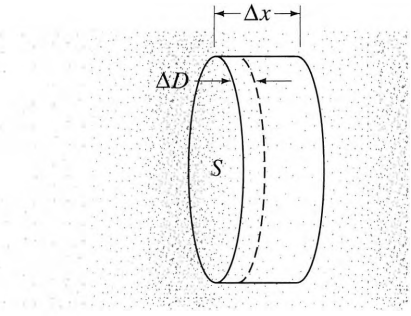
yazabiliriz. Burada $v = \sqrt{B/\rho}$ (Dnk. 15-4) ve $k = \omega/v = 2\pi f/v$ (Dnk. 15-12) bağıntılarını kullanarak

$$\begin{aligned}\Delta P_M &= BAk \\ &= \rho v^2 Ak \\ &= 2\pi\rho v\,Af \quad \text{yazabiliriz.}\end{aligned} \qquad \textbf{(16–5)}$$



ŞEKİL 16–3 Uzayda bir ses dalgasının verilen bir andaki (a) yer değiştirme ve (b) basınç cinsinden gösterimi.

ŞEKİL 16–4 Bir akışkanda sağa doğru hareket eden boyuna dalga. Alanı S ve kalınlığı Δx, olan bir silindirdeki ince bir akışkan tabakasının hacmi dalga geçerken basınç değişiminin sonucu olarak değişir. Gösterilen anda, dalga sağa doğru hareket ederken basınç artacak ve dolayısıyla, tabakanın kalınlığı ΔD kadar azalacaktır.



16–3 Sesin Şiddeti: Desibel

Yeğinlik, insanın bilincindeki bir algıdır ve dalganın şiddeti gibi fiziksel olarak ölçülebilir bir nicelikle ilintilidir. Bölüm 15'te gördüğümüz gibi şiddet, dalga genliğinin karesiyle doğru orantılıdır. Şiddetin birimi, birim alana düşen güç veya watt/m^2 (W/m^2)'dir.

İnsan kulağı, 10 W/m^2 gibi düşük şiddetli ve 1 W/m^2 gibi yüksek şiddetli (ve hatta daha yüksek, fakat bunun üzeri acı vericidir) sesleri algılayabilir. Bu, en düşükten en yükseğe kadar 10^{12} çarpanlık, inanılmaz ölçüde geniş bir aralıktır. Bu geniş aralık sebebiyle yeğinliği doğrudan şiddetle orantılı şekilde düşünemiyoruz. İki kat daha yeğin bir ses üretmek, 10 kat daha şiddetli bir ses dalgası gerektirir. Bu, işitilebilir bölgenin ortasına yakın frekanslar için herhangi bir ses düzeyinde kabaca geçerlidir. Örneğin, 10^{-2} W/m^2 şiddetine sahip bir ses dalgası, ortalama bir insana şiddeti 10^{-3}W/m^2 olan bir dalgaya göre iki kat ve 10^{-3} W/m şiddetindeki bir dalgaya göre dört kat daha yeğin ses verir.

FİZİK UYGULAMASI
İnsanın geniş işitme aralığı

Ses Düzeyi

Yeğinliğin öznel duyumu ve fiziksel olarak ölçülebilir nicelik olan "şiddet" arasındaki bu bağıntı sebebiyle sesin şiddet düzeyleri çoğunlukla logaritmik bir ölçekte ifade edilir. Bu ölçekteki birim, mucit Alexander Graham Bell'e atfen **bel** veya daha yaygın olarak belin onda biri olan **desibel**dir (10 dB=1 bel). Herhangi bir sesin β **ses düzeyi** I şiddeti cinsinden,

$$\beta(\text{dB biriminde}) = 10 \log \frac{I}{I_0} \qquad \textbf{(16–6)}$$

şeklinde tanımlanır. Burada I_0 seçilen bir referans düzeyinin şiddetidir ve logaritma 10 tabanına göredir. I_0 çoğunlukla iyi bir kulağın duyabileceği en düşük şiddet- $I_0 = 1.0 \times 10^{-12}\,\text{W/m}^2$ değerine sahip "duyma eşiği"- olarak alınır. Böylece, örneğin, şiddeti $I = 1.0 \times 10^{-10}\,\text{W/m}^2$ olan bir sesin ses düzeyi,

$$\beta = 10 \log\left(\frac{1.0 \times 10^{-10}\,\text{W/m}^2}{1.0 \times 10^{-12}\,\text{W/m}^2}\right) = 10 \log 100 = 20\,\text{dB}$$

olur, çünkü log 100 = 2.0 'dir. (Ek A'da logaritmalarla ilgili kısa bilgi bulabilirsiniz.) Duyma eşiğinde, ses düzeyinin 0 dB olduğuna dikkat edin. Yani, $\beta = 10 \log 10^{-12}/10^{-12} = 10 \log 1 = 0$ since $\log 1 = 0$ 'dır. Ayrıca, şiddetteki 10 çarpanlık bir artışın ses düzeyinde 10 dB'lik bir artışa karşılık geldiğini belirtelim. Böylece, 50 dB'lik bir ses 30 dB'lik bir sese göre 100 kat daha şiddetlidir.

Değişik seslerin şiddetleri ve ses düzeyleri Tablo 16-2'de listelenmiştir.

⚠ **DİKKAT**
0 desibel sıfır şiddet demek değildir.

TABLO 16–2
Çeşitli Seslerin Şiddeti

Ses kaynağı	Ses Seviyesi (dB)	Şiddet (W/m^2)
30 m deki Jet uçağı	140	100
Acı Eşiği	120	1
Rock gürültüsü	120	1
30 m deki siren	100	1×10^{-2}
Kamyon trafiği	90	1×10^{-3}
Yoğun cadde trafiği	80	1×10^{-4}
Gürültülü restoran	70	1×10^{-5}
50 cm deki konuşma	65	3×10^{-6}
Gürültüsüz radyo	40	1×10^{-8}
Fısıltı	30	1×10^{-9}
Yaprakların hışırtısı	10	1×10^{-11}
İşitme Eşiği	0	1×10^{-12}

ÖRNEK 16–3 **Caddedeki ses şiddeti.** İşlek bir cadde köşesinde ses düzeyi 75 dB'dir. Sesin şiddetini bulun.

YAKLAŞIM $I_0 = 1.0 \times 10^{-12}\,\text{W/m}^2$ olduğunu hatırlayarak Dnk.16-6'dan I'yı bulmamız gerekir.

ÇÖZÜM Dnk. 16-6'dan

$$\log \frac{I}{I_0} = \frac{\beta}{10}$$

buluruz. O halde,

$$\frac{I}{I_0} = 10^{\beta/10}$$

'dur. $\beta = 75$, olmak üzere

$$I = I_0 10^{\beta/10} = (1.0 \times 10^{-12}\,\text{W/m}^2)(10^{7.5}) = 3.2 \times 10^{-5}\,\text{W/m}^2$$

bulunur.

NOT $x = \log y$'nin $y = 10^x$ ile aynı olduğunu hatırlatalım (Ek A)

FİZİK UYGULAMASI
Hoparlörün tepkisi(±3 dB)

ÖRNEK 16–4 **Hoparlörün tepkisi.** Kaliteli bir hoparlör reklamında, sesi tam olarak açıkken ± 3 dB'lik ses düzeyine sahip olacak şekilde 30 Hz'den 18,000 Hz'e kadar olan frekansları üreteceği ileri sürülmektedir. Yani, bu frekans aralığının üzerinde verilen bir giriş ses düzeyi için çıkış düzeyi 3 dB'den daha fazla değişmemektedir. Çıkış ses düzeyinde 3 dB'lik en büyük değişim için şiddet değişimi hangi çarpanla değişir?

YAKLAŞIM Ortalama şiddeti I_1 ve ortalama ses düzeyini β_1 olarak adlandıralım. O zaman, en büyük şiddet olan I_2, $\beta_2 = \beta_1 + 3\,\text{dB}$ 'lik bir düzeye karşılık gelir. O zaman, şiddet ve ses düzeyi arasındaki bağıntıyı sağlayan Dnk. 16-6'yı kullanırız.

ÇÖZÜM Dnk. 16-6,

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$3\ \text{dB} = 10\left(\log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$= 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

verir, çünkü $(\log a - \log b) = \log a/b$ 'dir (Ek A 'ya bakın). Bu son denklemden

$$\log \frac{I_2}{I_1} = 0.30,$$

veya

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^{0.30} = 2.0$$

bulunur. Öyleyse ± 3 dB, şiddetin iki katına çıkmasına veya yarıya düşmesine karşılık gelir.

3 dB'lik bir ses düzeyi farkının (az önce gördüğümüz gibi iki kat şiddete karşılık gelmektedir) görünür yeğinliğin öznel duyumunda çok küçük bir değişime karşılık geldiğini belirtmek önemlidir. Gerçekten ortalama insan kulağı, ses düzeyindeki sadece 1 veya 2 dB'lik değişimi ayırt edebilir.

ALIŞTIRMA B 3 dB'lik bir artış "iki kat şiddet" anlamına geliyorsa 6 dB'lik artış ne anlama gelir?

KAVRAMSAL ÖRNEK 16–5 **Trompet çalgıcıları.** Bir trompet çalgıcısı, 75 dB'lik bir ses düzeyinde çalmaktadır. Eş yükseklikteki üç trompet çalgıcısı daha katıldığına göre yeni ses düzeyi ne olur?

YANIT Dört trompetin şiddeti, bir trompetin şiddetinin $(= I_1)$ dört katıdır veya $4I_1$'dir. Dört trompetin ses düzeyi,

$$\beta = 10 \log \frac{4I_1}{I_0} = 10 \log 4 + 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$= 6.0\ \text{dB} + 75\ \text{dB} = 81\ \text{dB}\ \text{olur.}$$

ALIŞTIRMA C Tablo 16-2'den normal konuşmanın yaklaşık 65 dB'lik bir ses düzeyine karşılık geldiğini görürüz. İki kişi aynı anda konuşuyorsa ses düzeyi (*a*) 65 dB, (*b*) 68 dB, (*c*) 75 dB, (*d*) 130 dB, (*e*) 62 dB.

Normal olarak sesin kaynağından uzaklaştığınızda sesin şiddeti veya yeğinliği azalır. Oda içlerinde, duvarlardan yansıma sebebiyle bu etki değişir. Bununla birlikte, ses tüm doğrultularda serbestçe yayılacak şekilde kaynak açıkta ise şiddet, Kısım 15-3'te gördüğümüz gibi uzaklığın karesiyle ters orantılı şekilde azalır:

$$I \propto \frac{1}{r^2}.$$

Büyük uzaklıklarda, şiddet $1/r^2$ 'den daha hızlı azalır, çünkü enerjinin bir kısmı hava moleküllerinin düzensiz hareketine aktarılır. Bu kayıp, yüksek frekanslar için daha fazladır, o halde karışık frekanslardan oluşan herhangi bir ses uzaklığa bağlı olarak daha az "berrak" olacaktır.

FİZİK UYGULAMASI
Jet uçağının gürültüsü



ŞEKİL 16–5 Örnek 16-6. Ses şiddetini azaltan kulaklık takmış bir havaalanı çalışanı.

ÖRNEK 16–6 **Uçak gürültüsü.** Bir jet uçağından 30 m uzakta ölçülen ses düzeyi 140 dB'dir. 300 m'deki ses düzeyi nedir? (Yerden yansımaları önemsemeyin.)

YAKLAŞIM Ses düzeyi verildiğine göre Dnk. 16-6'yı kullanarak şiddeti belirleyebiliriz. Şiddet uzaklığın karesiyle azaldığından yansımaları ihmal ederek 300 m'de I'yı bulabilir ve ses düzeyini bulmak için tekrar Dnk. 16-6 'yı uygulayabiliriz.

ÇÖZÜM 30 m'deki I şiddeti,

$$140\ \text{dB} = 10\log\left(\frac{I}{10^{-12}\ \text{W/m}^2}\right)$$

veya

$$14 = \log\left(\frac{I}{10^{-12}\ \text{W/m}^2}\right)$$

'dir. Bu denklemin iki tarafını 10'un kuvveti gibi yazarsak ($10^{\log x} = x$ olduğunu hatırlayın)

$$10^{14} = \frac{I}{10^{-12}\ \text{W/m}^2}$$

buluruz, öyleyse $I = (10^{14})(10^{-12}\ \text{W/m}^2) = 10^2\ \text{W/m}^2$ 'dir. 10 kez daha uzak olan 300 m'de şiddet, $\left(\frac{1}{10}\right)^2 = 1/100$ kadar, yani $1\ \text{W/m}^2$ olacaktır. Dolayısıyla ses düzeyi,

$$\beta = 10\log\left(\frac{1\ \text{W/m}^2}{10^{-12}\ \text{W/m}^2}\right) = 120\ \text{dB}$$

'dir. 300 m'de bile ses acı eşiğindedir. Hava alanlarındaki çalışanların kulaklarını korumak amacıyla kulaklık kullanmalarının sebebi budur (Şek.16-5).

NOT Burada, Dnk. 16-6'nın kullanılmadığı daha basit bir yaklaşım söz konusudur. Şiddet uzaklığın karesiyle azaldığından uzaklık 10 katına çıktığında şiddet, $\left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}$ kadar azalacaktır. 10 dB'in 10 çarpanlık bir şiddet değişimine karşılık geldiği sonucunu kullanabiliriz (Örnek 16-3 'ten hemen önceki metne bakın). O zaman 100 çarpanlık bir şiddet değişimi, (2)(10 dB) = 20 dB'lik bir ses düzeyi değişimine karşılık gelir. Bu, yukarıdaki sonucumuzu doğrular: 140 dB – 20 dB = 120 dB.

Genlikle İlintili Şiddet

Bölüm 15'te gördüğümüz gibi bir dalganın I şiddeti dalga genliğinin karesi ile orantılıdır. Dolayısıyla, aşağıdaki örnekte olduğu gibi genliği I şiddeti veya β düzeyi ile nicel olarak ilişkilendirebiliriz.

FİZİK UYGULAMASI
Kulağın inanılmaz duyarlılığı

ÖRNEK 16–7 **Yerdeğiştirme çok küçüktür.** (*a*) 1000 Hz frekansa sahip bir ses için hava moleküllerinin duyma eşiğindeki yerdeğiştirmesini hesaplayın. (*b*) Böyle bir ses dalgasındaki en büyük basınç değişimini belirleyin.

YAKLAŞIM Kısım 15-3 'te bir dalganın A ile gösterilen yerdeğiştirme genliği ile I şiddeti arasında Dnk.15-7 ile verilen bir bağıntı bulmuştuk. Çözmek istediğimiz şey, şiddet verildiğinde hava moleküllerinin titreşim genliğidir. Basınç, Dnk. 16-5'ten bulunur.

ÇÖZÜM (*a*) Duyma eşiğinde, $I = 1.0 \times 10^{-12}\ \text{W/m}^2$'dir (Tablo 16-2). Dnk. 15-7'yi A genliğini bulmak için çözeceğiz:

$$A = \frac{1}{\pi f}\sqrt{\frac{I}{2\rho v}}$$

$$= \frac{1}{(3.14)(1.0 \times 10^3\ \text{s}^{-1})}\sqrt{\frac{1.0 \times 10^{-12}\ \text{W/m}^2}{(2)(1.29\ \text{kg/m}^3)(343\ \text{m/s})}}$$

$$= 1.1 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

Burada, havanın yoğunluğunu $1.29\ \text{kg/m}^3$ ve sesin havadaki hızını 20°C) olduğunu varsayarak) 343 m/s aldık.

NOT İnsan kulağının inanılmaz ölçüde duyarlı olduğunu görüyoruz; insan kulağı, hava moleküllerinin atomların çapından (yaklaşık 10^{-10}m) daha küçük olan yerdeğiştirmelerini tespit edebilmektedir. (*b*) Şimdi, sesi bir basınç dalgası olarak ele alacağız (Kısım 16-2). Dnk. 16-5'ten

$$\Delta P_M = 2\pi\rho v A f$$

$$= 2\pi(1.29\ \text{kg/m}^3)(343\ \text{m/s})(1.1 \times 10^{-11}\ \text{m})(1.0 \times 10^3\ \text{s}^{-1}) = 3.1 \times 10^{-5}\ \text{Pa}$$

veya 3.1×10^{-10} atm. buluruz. İnsan kulağının epey duyarlı olduğunu tekrar vurgulayalım.

Dnk. 15-7 ve 16-5'i birleştirirsek şiddeti ΔP_M ile gösterilen basınç genliği cinsinden yazabiliriz:

$$I = 2\pi^2 v\rho f^2 A^2 = 2\pi^2 v\rho f^2 \left(\frac{\Delta P_M}{2\pi\rho v f}\right)^2$$

$$I = \frac{(\Delta P_M)^2}{2v\rho}. \qquad \textbf{(16–7)}$$

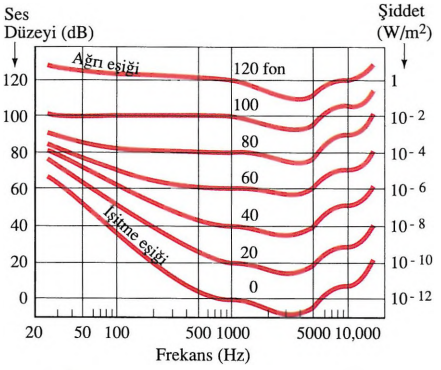
Şiddet, basınç genliği cinsinden verildiğinde, frekansa bağlı olmamaktadır.

Kulağın Tepkisi

Kulak, tüm frekanslara eşit ölçüde duyarlı değildir. Farklı frekanslara sahip sesler için aynı yeğinliği duymak, farklı şiddetler gerektirir. Çok sayıda insan tarafından yapılan çalışmaların ortalaması, Şek. 16-6'da gösterilen eğrileri üretmiştir. Bu çizimde, her bir eğri eşit yeğinliğe sahip gibi gözüken sesleri göstermektedir. Her bir eğriyi etiketleyen sayı, sayısal olarak 1000 Hz'de dB cinsinden ses düzeyine eşit olan **yeğinlik düzeyini** (birimler *fon* diye adlandırılır) temsil etmektedir. Örneğin, 40 ile etiketlenen eğri, 40 dB'lik bir ses düzeyine sahip 1000 Hz frekanslı bir sesle aynı yüksekliğe sahip olacak şekilde ortalama bir insan tarafından duyulan sesleri temsil etmektedir. Bu 40 fon eğrisi yardımıyla yaklaşık 62 dB düzeyinde olması gereken bir 100 Hz'lik sesin sadece 40 dB 'lik olan bir 1000 Hz'lik sesle aynı yeğinlikteymiş gibi algılandığını görürüz.

Şek. 16-6 'daki en düşük eğri (0 ile etiketlenmiştir) sadece çok iyi bir kulak tarafından duyulabilen en yumuşak sese karşılık gelen *duyma eşiği* için frekansın bir fonksiyonu olarak ses düzeyini göstermektedir. Kulağın, konuşma ve müzikte yaygın olan 2000-4000 Hz arasındaki frekansa sahip seslere karşı çok duyarlı olduğunu belirtmeliyiz. Ayrıca, 1000 Hz'lik bir ses 0 dB düzeyinde duyulabilirken 100 Hz'lik bir sesin neredeyse 40 dB olarak duyulduğunu da eklemeliyiz. Şek. 16-6 'daki en üst eğri 120 fonla etiketlenmiş olup *acı eşiğini* temsil etmektedir. Bu düzeyin üzerindeki sesler de hissedilir fakat acıya sebep olur.

Şek. 16-6, düşük ses düzeylerinde kulaklarımızın orta frekanslara göre düşük ve yüksek frekanslara karşı daha az duyarlı olduğunu göstermektedir. Bazı stereo sistemlerdeki "yeğinlik" kontrolü, bu düşük-ses düzeyi duyarsızlığını karşılamak üzere planlanmıştır. Ses düğmesi açıldığında yeğinlik kontrolü, orta frekanslara göre düşük ve yüksek frekansları arttırır, öyle ki ses daha "normal-duyulan" frekans dengesine sahip olur. Buna karşılık bazı dinleyiciler, yeğinlik kontrolü olmaksızın sesi daha eğlenceli ve doğal bulabilmektedir.



ŞEKİL 16–6 İnsan kulağının frekansın fonksiyonu olarak duyarlılığı. Frekans skalasının geniş bir frekans aralığını kapsayabilmesi için "logaritmik" olduğuna dikkat edin.

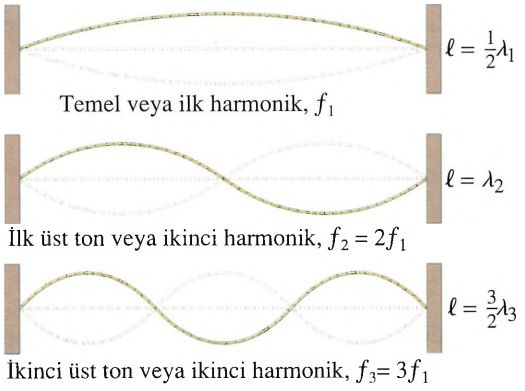
16–4 Sesin Kaynakları: Titreşen Teller ve Hava Sütunları

Herhangi bir sesin kaynağı titreşen bir nesnedir. Hemen her nesne titreşebilir ve dolayısıyla bir ses kaynağı olabilir. Şimdi bazı basit ses kaynaklarını, fakat özellikle müzik aletlerini inceleyeceğiz. Müzik aletlerinde kaynak; vurma, çekme, yaylandırma veya üfleme yoluyla titreşime başlatılır. Duran dalgalar, üretilir ve kaynak kendi doğal rezonans frekanslarında titreşir. Titreşen kaynak hava ile (veya başka bir ortamla) temas halindedir ve ortamı iterek dışa doğru ilerleyen ses dalgaları üretir. Dalgaların frekansları kaynağın frekansı ile aynıdır fakat hız ve dalga boyları farklı olabilir. Davul, titreşen bir gergin zara sahiptir. Ksilofonlar ve büyük ziller, titreştirilebilen metal veya ağaç çubuklara sahiptir. Çanlar, büyük ziller ve gonklarda da titreşen bir metal bulunur. Birçok müzik aleti; örneğin keman, gitar ve piyano titreşen tellere veya titreşen hava sütunlarına- örneğin, flüt, trompet ve akordeon- sahiptir. Daha önce gördüğümüz gibi saf bir sesin yüksekliği frekansla belirlenir. "Eşit şekilde dengelenmiş renk ölçeği" üzerindeki müzik notaları için tipik frekanslar, orta do ile başlayan oktav durumunda Tablo 16-3 'te verilmiştir. Oktavın frekansın iki katına çıkarılmasına karşılık geldiğini belirtelim. Örneğin, orta do (C) 262 Hz frekansa sahip iken C′ (orta do'nun üzerindeki do) bu frekansın iki katına eşit 524 Hz frekansa sahiptir. [Orta do, bir piyano tuş takımının ortasındaki do veya "C" notasıdır.]

TABLO 16–3 Eşit Ayarlı Renk Ölçeği†

Nota	Frekans (Hz)
C	262
C♯ veya D♭	277
D	294
D♯ veya E♭	311
E	330
F	349
F♯ veya G♭	370
G	392
G♯ veya A♭	415
A	440
A♯ veyaB♭	466
B	494
C′	524

†Sadece bir oktavı içeriyor.



ŞEKİL 16–7 Bir tel üzerindeki duran dalgalar sadece en düşük üç frekans gösterilmiştir.

Telli Çalgılar

FİZİK UYGULAMASI
Telli çalgılar



(a)



(b)

ŞEKİL 16–8 (a) Parmak konulmamış bir telin dalga boyu, (b) parmak konulmuş bir telin dalga boyundan uzundur. Dolayısıyla parmaklı telin frekansı daha yüksektir. Gitarda sadece bir tel ve sadece en basit duran dalga, temel dalga gösterilmiştir.

Bölüm 15, Şek. 15-26b'de bir tel üzerinde duran dalgaların nasıl oluşturulduğunu görmüştük, bu olayı burada Şek. 16-7'de tekrar gösteriyoruz. Bu tür duran dalgalar, tüm telli çalgıların temelidir. Yükseklik, normal olarak sadece uç noktalarda oluşan boğumlara karşılık gelen ve temel diye adlandırılan en düşük rezonans frekansı yardımıyla belirlenir. Bir bütün olarak yukarı ve aşağı doğru titreşen tel, Şek.16-7'nin üst tarafında gösterildiği gibi yarı dalga boyuna karşılık gelir; o halde, teldeki temel titreşimin dalga boyu telin uzunluğunun iki katıdır. Buna karşılık temel frekans, $f_1 = v/\lambda = v/2\ell$ 'dir, burada v dalganın tel üzerindeki hızıdır (havadaki hız değildir). Gergin bir tel üzerindeki olası frekanslar, temel frekansın tam sayı katlarıdır:

$$f_n = nf_1 = n\frac{v}{2\ell}, \qquad n = 1, 2, 3, \cdots$$

Burada, n =1 temeli ve n =1, 2, 3, ... üst tonları gösterir. n = 1, 2, 3, ... ile gösterilen tüm duran dalgalar, Kısım 15-9 'da gördüğümüz gibi harmonikler† diye adlandırılır.

Bir gitar veya keman telinin üzerine parmağımızı yerleştirdiğimizde telin etkin uzunluğu azalır. Böylece, bunun temel frekansı ve tam perdesi daha yüksek olur, çünkü temelin dalga boyu daha kısadır (Şek. 16-8). Bir gitar veya kemandaki teller eşit uzunluktadır. Bu teller, farklı frekansta ses verir, çünkü tel üzerindeki hız,

$$v = \sqrt{F_T/\mu}. \qquad \text{[gergin tel]}$$

ile verilen Dnk. 15-2'ye göre birim uzunluk başına kütle olan μ'dan etkilenmektedir. Böylece, ağır bir tel üzerindeki hız daha düşüktür ve aynı dalga boyu için frekans daha azdır. F_T gerilimi de farklı olabilir. Gerilimi ayarlamak, her bir telin frekansını ince ayar yapmak anlamını taşır. Piyano ve arplarda, tellerin uzunluğu farklıdır. Düşük tonlar için teller sadece uzun değil fakat aynı zamanda ağırdır. Bunu sebebi aşağıdaki örnekte gösterilmektedir.

ÖRNEK 16–8 **Piyano telleri.** Piyanodaki en yüksek tuş, en düşük tuşun frekansının yaklaşık 150 katına eşit bir frekansa karşılık gelir. En yüksek nota için telin uzunluğu 5.0 cm olsaydı birim uzunluk başına kütleye sahip olan ve aynı gerilme etkisinde bulunan en düşük nota için telin uzunluğu ne olurdu?

YAKLAŞIM $v = \sqrt{F_T/\mu}$, olduğundan her bir teldeki hız aynı olacaktır. Dolayısıyla frekans telin uzunluğuyla ters orantılı olacaktır $(f = v/\lambda = v/2\ell)$.

ÇÖZÜM Her bir telin temel frekansları için

$$\frac{\ell_D}{\ell_Y} = \frac{f_Y}{f_D},$$

yazabiliriz. Burada, D ve Y sırasıyla en düşük ve en yüksek notaları göstermektedir. Böylece, $\ell_D = \ell_Y(f_Y/f_D) = (5.0\text{ cm})(150) = 750\text{ cm}$, veya 7.5 m'dir. Bu sonuç, bir piyano için anlamsız derecede uzundur.

NOT Düşük frekanslı uzun teller birim uzunluk başına yüksek kütle kullanılarak daha ağır yapılabilir, böylece büyük piyanolarda bile teller 3 m'den daha kısadır.

†Temel üzerindeki rezonans frekansları (yani, üst tonlar) burada olduğu gibi temelin tam sayı katları olup harmonik diye adlandırılır. Fakat üst tonlar, titreşen davul derisinde olduğu gibi temelin tam sayı katı değilse harmonik değildir.

ALIŞTIRMA D İki tel aynı uzunluğa ve gerilime sahiptir, fakat birisi diğerinden daha ağırdır. Hangisi daha yüksek nota çalmaktadır?

DİKKAT

Bir teldeki duran dalganın hızı ≠ sesin havadaki hızı

ÖRNEK 16–9 **Kemanda frekanslar ve dalga boyları.** 0.32 m'lik bir keman teli 440 Hz'de orta do'nun üstündeki la notasını çalmak üzere ayarlanmıştır. (*a*) Temel tel titreşiminin dalga boyu nedir? (*b*) Üretilen ses dalgasının frekansı ve dalga boyu nedir? (*c*) Farklılığın sebebi nedir?

YAKLAŞIM Temel tel titreşiminin dalga boyu telin uzunluğunun iki katıdır (Şek. 16-7). Tel titreşirken havayı sıkıştırır ve telle aynı frekansta titreşim yapmaya zorlar.

ÇÖZÜM (*a*) Şek. 16-7'den temel titreşimin dalga boyu,

$$\lambda = 2\ell = 2(0.32\text{ m}) = 0.64\text{ m} = 64\text{ cm}.$$

Bu, teldeki duran dalganın dalga boyudur.

(*b*) Havada dışa doğru ilerleyen (kulaklarımıza ulaşan) ses dalgasının frekansı verilen frekansla aynıdır: 440 Hz. Dalga boyu,

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343\text{ m/s}}{440\text{ Hz}} = 0.78\text{ m} = 78\text{ cm}$$

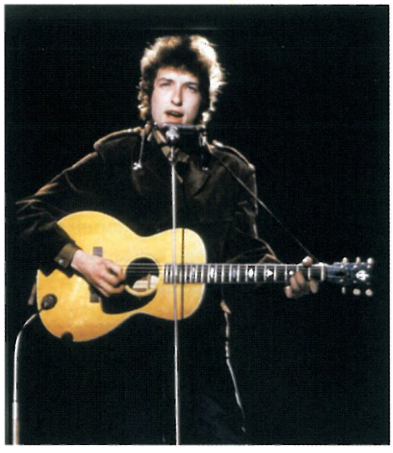
'dir. Burada, v sesin (20^0C)'de olduğu varsayılan) hava içindeki hızıdır (Kısım 16-1).

(c) Sesin dalga boyu teldeki duran dalganınkinden farklıdır, çünkü sesin havadaki hızı (20^0C'de 343m/s), teldeki gerilime ve birim uzunluk başına kütleye bağlı olan tel üzerindeki dalganın hızından ($= f\lambda = 440\text{ Hz} \times 0.64\text{ m} = 280\text{ m/s}$) farklıdır.

NOT Teldeki ve havadaki frekanslar aynıdır; tel ve hava temas halinde olduğundan tel havayı aynı frekansla titreşim yapmaya "zorlar". Fakat dalga boyları farklıdır, çünkü teldeki dalga hızı havadaki dalga hızından farklıdır.



(a)



(b)

ŞEKİL 16–9 (a) Tellerin tutturulduğu ses tahtasını gösteren bir piyano. (b) ses kutusu (gitar).

Telli çalgılar, ses dalgaları üretmek için sadece titreşen tellere bağlı kalırlarsa, tellerin çok miktarda havayı sıkıştıramayacak ve genişletemeyecek kadar ince olması sebebiyle çok yeğin ses vermeyebilir. Bu yüzden, telli çalgılar hava ile temas eden yüzeyi büyütmek amacıyla *ses tahtası* (piyano) veya *ses kutusu* (gitar, keman) diye bilinen bir tür mekanik yükseltici kullanır (Şek. 16-9). Teller titreşime başladığında ses tahtası veya ses kutusu da titreşmeye başlar. Havayla temasta bulunan daha büyük bir yüzey alanına sahip bu cihazlar daha şiddetli bir ses dalgası üretir. Bir elektrogitar için ses kutusunun o kadar önemi yoktur, çünkü tellerin titreşimleri elektronik şekilde yükseltilmektedir.

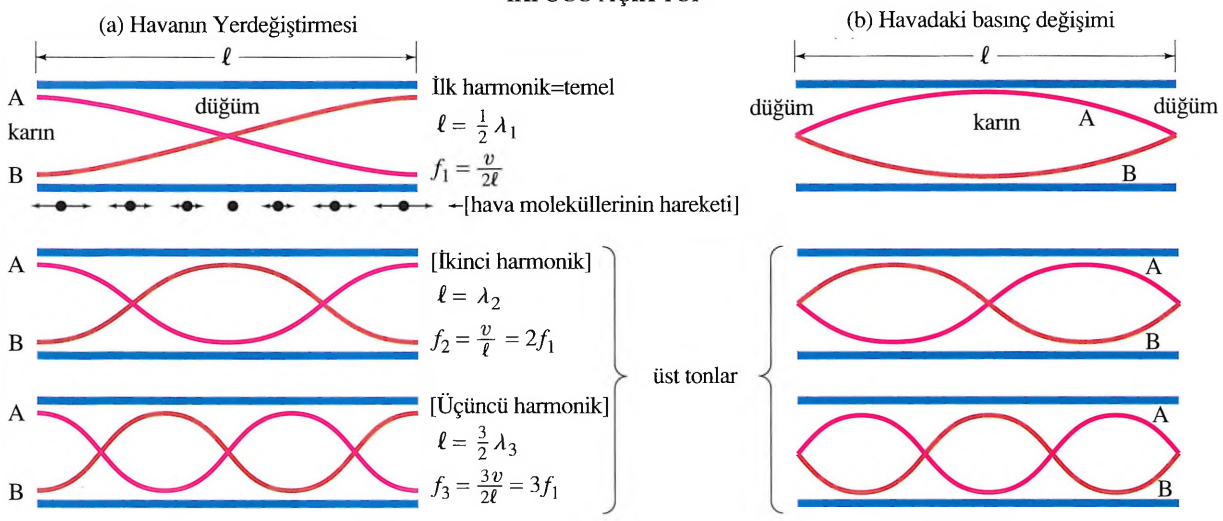
Nefesli Çalgılar

Tahta veya pirinçten yapılan nefesli çalgılar ve borulu org bir tüp içindeki hava sütununda duran dalgaların titreşiminden ses üretir (Şek. 16-10). Duran dalgalar herhangi bir kovuk içinde bulunan havada oluşabilir, fakat bir flüt veya borulu orgun tekdüze ve dar tüpü gibi basit şekillerin dışında mevcut frekanslar oldukça karmaşıktır. Bazı müzik aletlerinde, çalgıcının titreşen dili veya titreşen dudağı hava sütununun titreşmesini sağlar. Diğerlerinde, bir hava akıntısı bir açıklığın veya ağızlığın kenarına doğru yönlendirilerek titreşimlere yol açan bir girdap (türbulans) yaratılır. Kaynağı ne olursa olsun bir uyarı sebebiyle tüp içindeki hava çeşitli frekanslara sahip olacak şekilde titreşir, fakat sadece duran dalgalara karşılık gelen frekanslar varlığını sürdürür.

ŞEKİL 16–10 Üflemeli çalgılar; flüt (soldaki) ve klarnet.



Şek.16-7 'deki gibi iki ucu bağlı bir tel için iki uçta düğümler (hareketsiz) olduğunu ve bunların arasında bir veya daha fazla karın (büyük genlikli titreşim) olduğunu görmüştük. Peşpeşe gelen karınları bir düğüm ayırır. En düşük frekanslı duran dalga olan *temel* durum tek bir karına karşılık gelir. Daha yüksek frekanslı dalgalar, Kısım 15-9'da gördüğümüz gibi **üst tonlar** veya **harmonikler** diye adlandırılır. Özel olarak belirtmek gerekirse ilk harmonik temel durumdur, ikinci harmonik(= ilk üst-ton) temel frekansın iki katı frekansa sahiptir vb.



ŞEKİL 16–11 İki ucu açık bir düzgün tüp ("açık tüp") için titreşimin en basit üç kipine ait grafikler. Titreşimin en basit bu kipleri, (a) 'da sol tarafta havanın hareketi (yerdeğiştirme) cinsinden ve (b) 'de sağ tarafta hava basıncı cinsinden çizilmiştir. Her bir grafik, birbirinden yarım periyot uzaklıkta olan A ve B gibi iki zaman noktasındaki dalga şeklini göstermektedir. Durumlardan biri olan temel durum için moleküllerin gerçek hareketi sol üstteki tüpün hemen altında gösterilmiştir.

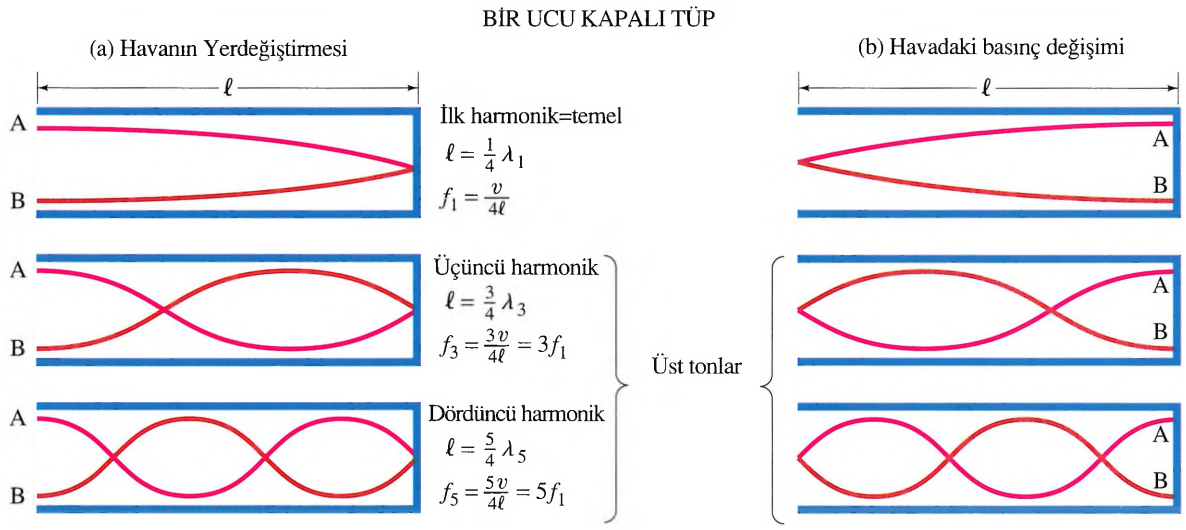
Durum, düzgün çapa sahip bir tüp içinde bulunan bir hava sütunu için de benzerdir, fakat bu durumda titreşen şeyin havanın kendisi olduğunu hatırlamamız gerekir. Dalgaları, ya havanın akışı cinsinden-yani, havanın *yerdeğiştirmesi* cinsinden- ya da havadaki *basınç* cinsinden betimleyebiliriz (Şek. 16-2 ve 16-3'e bakın). Yer değiştirme yardımıyla betimlemede, bir tüpün kapalı ucundaki hava bir yerdeğiştirme düğümüdür, çünkü orada hava hareket etme serbestliğine sahip değildir, buna karşılık bir tüpün açık ucunun civarı bir karındır, çünkü orada hava içeri ve dışarı doğru serbestçe hareket edebilmektedir. Tüp içindeki hava boyuna duran dalgalar şeklinde titreşir. İki ucu açık bir tüp (**açık tüp** diye adlandırılır) için olası titreşim kipleri Şek. 16-11'de grafik biçiminde gösterilmiştir. Bir ucu açık diğer ucu kapalı bir tüp (**kapalı tüp** diye adlandırılır) için söz konusu olan titreşim kipleri Şek. 16-12'de gösterilmektedir. [Dışarıdaki hava ile bağlantısı olmayan iki ucu kapalı bir tüp bir müzik aracı olarak kullanışsızdır.] Her bir şeklin (a) kısmındaki grafikler, tüpte titreşen havanın yer değiştirme genliğini temsil etmektedir. Bunların birer grafik olduğunu ve Şek. 16-11a'nın (solda) üst tarafında küçük oklarla gösterildiği gibi hava moleküllerinin tüp uzunluğuna paralel şekilde boyuna olarak titreştiğini belirtelim. Bir tüpün açık ucuna yakın karının kesin konumu, tüpün çapına bağlıdır, fakat tüpün çapı uzunluğuna göre küçük ise ki bu yaygın bir durumdur o zaman şekilde de gösterildiği gibi karın tüpün ucuna epeyi yakın olur. Bundan sonra olayın bu şekilde oluştuğunu varsayacağız. (Karının konumu az da olsa dalga boyu ve diğer etkenlere de bağlıdır.)

FİZİK UYGULAMASI
Nefesli çalgılar

Şek. 16-11a'da gösterilen ve bir borulu org veya flüte ait olan açık bir tüpteki duruma yakından bakalım. Açık bir tüp, her iki ucunda yer değiştirme karınlarına sahiptir, çünkü açık uçlardaki hava hareket etmekte özgürdür. Bir açık uç içinde bir duran dalga varsa en azından bir düğüm vardır. Tek bir düğüm, tüpün *temel frekansına* karşılık gelir. İki ardışık düğüm arasında veya iki ardışık karın arasındaki uzaklık $\lambda/2$ olduğundan en basit temel durum için tüpün uzunluğu içinde dalga boyunun bir yarısı bulunur (Şek. 16-11a'da üst grafik): $\ell = \frac{1}{2}\lambda$, veya $\lambda = 2\ell$. Öyleyse v sesin havadaki (tüp içindeki hava) hızı olmak üzere temel frekans, $f_1 = v/\lambda = v/2\ell$ 'dir. İki düğüme sahip duran dalga, ilk üst ton veya ikinci harmonik olup temel durumun frekansının iki katına ve dalga boyunun yarısına $(\ell = \lambda)$ sahiptir.

Gerçekten de iki ucu açık bir düzgün tüpte her bir üst tonun frekansı, Şek. 16-11a'da gösterildiği gibi temel frekansın tam sayı katlarıdır. Bu, tel için bulunanın tam olarak aynıdır.

Şek. 16-12a 'da gösterildiği gibi kapalı bir tüp -bir borulu org olabilir- için kapalı uçta her zaman bir yerdeğiştirme düğümü (çünkü hava hareket etme özgürlüğüne sahip değildir) ve açık uçta (hava özgürce hareket edebilmektedir) da her zaman bir karın bulunur. Bir düğüm ve en yakın karın arasındaki uzaklık $\lambda/4$ olduğundan kapalı bir tüpteki temel durum tüpün uzunluğunun sadece dörtte birine eşit bir dalga boyuna karşılık gelir: $\ell = \lambda/4$ veya $\lambda = 4\ell$ Böylece temel frekans $f_1 = v/4\ell$ 'dir veya aynı uzunluktaki bir boru için söz konusu olan frekansın yarısıdır. Şek. 16-12a'dan göre-



ŞEKİL 16–12 Bir ucu kapalı olan bir tüp ("kapalı tüp") için titreşim kipleri (duran dalgalar). Şek. 16-11'in başlığına bakın.

bileceğimiz gibi kapalı bir tüpte başka bir farklılık da söz konusudur: sadece tek harmonikler vardır. Üst tonların frekansı, temel frekansın 3, 5, 7, ...katıdır. Temel frekansın 2, 4, 6, ... katı frekanslı dalgalar durumunda bir uçta bir düğüm ve diğer uçta bir karın söz konusu değildir, bu dalgalar kapalı bir tüpte duran dalga şeklinde var olamaz.

Düzgün bir tüpteki titreşimleri incelemenin diğer bir yolu, Şek. 16-11 ve Şek. 16-12 'nin (sağ tarafta) (b) kısmında gösterildiği gibi havadaki *basınç* cinsinden bir betimleme düşünmektir. Bir dalgadaki havanın sıkıştırıldığı yerde basınç yükselir, buna karşılık dalganın genişlediği yerde basınç normale göre daha düşüktür. Bir tübün açık ucu atmosferin etkilerine açıktır. Dolayısıyla açık bir uçtaki basınç değişimi bir *düğüm* olmalıdır: basınç değişmez, dış atmosfer basıncında kalır. Tübün ucu kapalıysa bu uçtaki basınç atmosfer basıncının altında veya üzerinde olacak şekilde değişir. Dolayısıyla bir tübün kapalı ucunda bir basınç *karnı* vardır. Tüp içinde basınç düğümleri ve karınları bulunabilir. Basınç cinsinden bazı olası titreşimsel kipler, açık bir tüp için Şek. 16-11b'de ve kapalı bir tüp için Şek. 16-12b'de gösterilmiştir.

ÖRNEK 16–10 **Borulu orglar.** 20°C'de bulunan 26 cm uzunluğundaki bir borulu org için temel frekansı ve ilk üç üst tonu (*a*) borunun açık olması ve (*b*) borunun kapalı olması halinde bulun.

YAKLAŞIM Tüm hesaplarımızı Şek. 16-11a ve Şek. 16-12a 'yı temel alarak yapabiliriz.

ÇÖZÜM (*a*) Şek. 16-11a'daki açık boru için temel frekans,

$$f_1 = \frac{v}{2\ell} = \frac{343\ \text{m/s}}{2(0.26\ \text{m})} = 660\ \text{Hz}$$

'dir. v hızı, sesin havadaki (boru içinde titreşen hava) hızıdır. Üst tonlar tüm harmonikleri içerir: 1320 Hz, 1980 Hz, 2640 Hz vb.

(*b*) Şek. 16-12a'daki kapalı bir tüp için temel frekans,

$$f_1 = \frac{v}{4\ell} = \frac{343\ \text{m/s}}{4(0.26\ \text{m})} = 330\ \text{Hz}$$

'dir. Bu durumda sadece tek frekanslar söz konusu olur: İlk üç üst ton 990 Hz, 1650 Hz, ve 2310 Hz'dir.

NOT Kapalı boru 330 Hz çalar ki bu Tablo 16-3'e göre orta do'nun üstündeki mi'dir, buna karşılık aynı uzunluktaki açık bir boru bir oktav yüksek olan 660 Hz 'i çalar.

Borulu orglar hem açık ve hem kapalı boru kullanır, bu boruların uzunluğu birkaç cm'den 5 m veya daha fazlaya kadar gider. Bir flüt açık bir tüp gibi davranır, sadece üflediğiniz yer değil, diğer ucu da açıktır. Bir flütteki farklı notalar tüp boyunca sıralanan delikler kapatılmayarak titreşen hava sütununun kısaltılması yoluyla elde edilir (böylece delikte bir yer değiştirme karnı oluşur). Titreşen hava sütunu kısaldıkça temel frekans artar.

ÖRNEK 16–11 **Flüt.** Bir flüt, tüm delikleri kapatıldığında temel frekans olarak orta do 'yu (262 Hz) çalacak şekilde tasarlanmıştır. Flütün ağızlığıyla diğer ucu arasındaki uzaklık yaklaşık olarak nedir? (Karnın tam olarak ağızlıkta oluşmaması sebebiyle bu sadece yaklaşık bir sonuç olacaktır.)

YAKLAŞIM Tüm delikler kapatıldığında titreşen hava sütununun uzunluğu en büyük değerdedir. Sesin havadaki hızı 20 °C'de 343 m/s'dir. Flütün iki ucu açık olduğundan Şek. 16-11'i kullanabiliriz: Temel frekans f_1 titreşen hava sütununun ℓ uzunluğuna $f = v/2\ell$ bağıntısıyla bağlıdır.

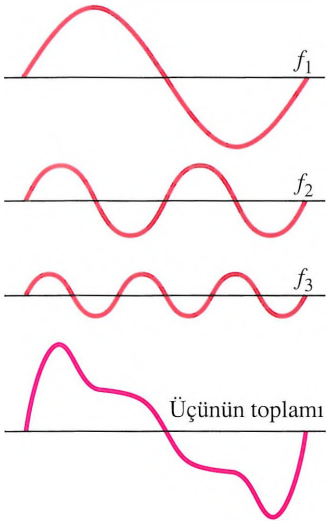
ÇÖZÜM ℓ için çözüm yaparsak

$$\ell = \frac{v}{2f} = \frac{343\ \text{m/s}}{2(262\ \text{s}^{-1})} = 0.655\ \text{m} \approx 0.66\ \text{m}$$

buluruz.

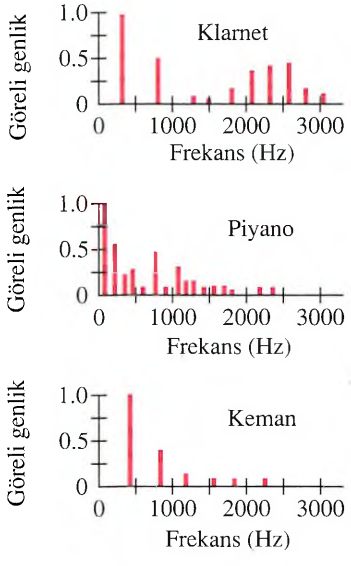
ALIŞTIRMA E Üflemeli çalgıları çalan müzisyenlerin müzik aletlerini niçin "ısıttığını" (böylece iyi ses verecektir) anlamak amacıyla Örnek 16-11'deki flütün temel frekansını, tüm delikler kapatıldığında ve sıcaklık 20°C yerine 10°C alarak belirleyin.

ALIŞTIRMA F Sayfa 424 'teki Bölüm Açılış Sorusuna geri dönün ve yeniden cevaplayın. İlk defasında niçin farklı yanıt verdiğinizi açıklamaya çalışın.



ŞEKİL 16–13 "Toplam" veya birleşik dalga şeklini elde etmek üzere her noktada eklenen temel ses ve ilk iki üst tonun genlikleri.

ŞEKİL 16–14 Farklı müzik aletleri için ses spektrumları. Aletler farklı nota çaldığında spektrumlar değişir. Klarnet birazcık daha karışıktır: Düşük frekanslarda sadece tek harmoniklere sahip olacak şekilde kapalı bir tüp gibi davranır, fakat yüksek frekanslarda açık bir tüpteki gibi tüm frekanslar oluşur.



* 16–5 Sesin Kalitesi ve Gürültü; Üst üste gelme

Bir ses ve özellikle müzik sesi duyduğumuzda yeğinliğinin, yüksekliğinin ve ayrıca *tını* veya "kalite" diye adlandırılan üçüncü özelliğinin ayırdında oluruz. Örneğin, bir piyano ve daha sonra bir flüt aynı yeğinlik ve yüksekliğe (diyelim ki orta do) sahip bir notayı çaldığında iki ses açıkça birbirinden farklıdır. Bu, sesin tınısı veya *kalitesi* derken kastettiğimiz şeydir. Müzik enstrümanları için *ton rengi* terimi de kullanılır.

Yeğinlik ve yükseklik fiziksel olarak ölçülebilen niceliklerle nasıl ilintiliyse kalite de öyledir. Sesin kalitesi, üst tonların varlığına- üst tonların sayısına ve bağıl genliklerine- bağlıdır. Genelde, bir müzik aletinde bir nota çalındığında temel ve üst tonlar eş zamanlı olarak var olur. Şek. 16-3, *üst üste gelme ilkesi*nin (Kısım 15-6) üç dalga şekline nasıl uygulandığını sergilemektedir, bu durumda temel ve ilk iki üst ton (belli genliklere sahip) söz konusudur: Bunlar, her noktada üstüste eklenerek birleşik bir *dalga-şekli* elde edilir. Normalde ikiden fazla üst-ton söz konusudur. [Herhangi bir karmaşık dalga, uygun genlik, dalgaboyu, ve frekansa sahip sinüs şekilli dalgaların üst üste gelmesi şeklinde incelenebilir- Kısım 15-6 'ya bakın. Böyle bir inceleme, *Fourier analizi* diye adlandırılır.]

Verilen bir nota için üst-tonların bağıl genlikleri farklı müzik aletleri için farklıdır; her bir müzik aletine karakteristik kalite veya tınıyı veren işte bu özelliktir. Bir müzik aleti tarafından üretilen bir nota için harmoniklerin bağıl genliklerini gösteren bir çizgi grafiği, *ses spektrumu* diye adlandırılır. Farklı müzik aletleri için birkaç tipik örnek Şek. 16-14'te gösterilmiştir. Temel ses çoğunlukla en büyük genliğe sahiptir ve yükseklik olarak temel sesin frekansı duyulur.

Müzik aletinin çalınma tarzı ses kalitesini büyük ölçüde etkiler. Örneğin, bir keman teline parmakla vurulduğunda elde edilen ses tele yayla dokunulduğunda elde edilen sesten çok farklıdır. Bir notanın (örneğin bir çekiçle piyano teline vurulduğunda) en başındaki (veya en sonundaki) ses spektrumu daha sonra sürüp giden tondan çok farklı olabilir. Bu da bir müzik aletinin öznel ton kalitesini etkiler.

İki taşı birbirine çarparak elde edilen ses örneğindeki gibi sıradan bir ses belirli bir kaliteye sahip bir gürültüdür, fakat net bir frekansın ayırdına varılamaz. Böyle bir gürültü, birbiriyle pek bir ilişkisi olmayan birçok frekansın bir karışımıdır. Bu tür bir gürültüden oluşan bir ses spektrumu Şek. 16-14'te gösterilen şekilde ayrık çizgiler sergilemez. Bunun yerine sürekli veya neredeyse sürekli bir frekans spektrumu söz konusu olur. Böyle bir sesi, temel sesin basit katlarına sahip daha ahenkli seslerle karşılaştırdığımızda "gürültü" diye adlandırırız.

16–6 Ses Dalgalarının Girişimi; Vurular

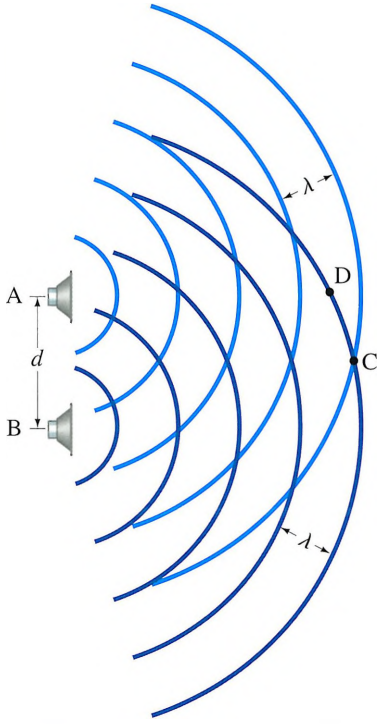
Uzayda Girişim

Kısım 15-8'de iki dalganın aynı uzay bölgesinden aynı anda geçmesi halinde birbiriyle girişim yaptıklarını görmüştük. Girişim olayı ses dalgalarında da gerçekleşir.

Şek. 16-15'te gösterildiği gibi bir konser salonundaki bir sahnede aralarındaki uzaklık d olan A ve B gibi iki büyük hoparlörü göz önüne alalım. İki hoparlörün aynı frekansa sahip ses dalgaları yaydığını ve bu dalgaların eş-fazlı olduğunu var sayalım: Yani, bir hoparlör bir sıkıştırma oluşturduğunda diğeri de oluştursun. (Duvar, taban, vb'den olan yansımaları önemsemiyoruz.) Çizimdeki eğri çizgiler, zamanın bir anında her bir hoparlörden gelen ses dalgalarının tepelerini temsil etmektedir. Bir ses dalgası için tepenin havadaki bir sıkışma olduğunu, buna karşılık -iki tepe arasında kalan- çukurun bir genişleme olduğunu hatırlayalım. Her iki hoparlöre eşit uzaklıkta olacak şekilde C gibi bir noktada bulunan bir insan kulağı veya algılayıcı, girişimin yapıcı - noktaya iki tepe aynı anda ulaşır ve bir müddet sonra da iki çukur ulaşır- olması sebebiyle yüksek bir ses duyacaktır. Diğer taraftan, çizimde D gibi bir noktada yıkıcı girişim -bir dalganın sıkışmaları diğer dalganın genişlemeleriyle buluşur veya tersi olur (Şek. 15-24'e ve Kısım 15-8'de su dalgalarındaki ilgili tartışmaya bakın)- sebebiyle çok az ses duyulacaktır. Bu durumun çözümlemesi, Şek. 16-16'da gösterildiği gibi dalga şekilleri çizimsel yolla temsil edilirse daha açık olacaktır. Şek. 16-16a 'da, her iki dalganın eş-zamanlı olarak tepeye veya eş-zamanlı olarak çukura sahip olması sebebiyle C'de yapıcı girişim oluştuğu görülebilir. Şek.16-6b'de, B hoparlöründen gelen sesin D'ye ulaşıncaya kadar A hoparlöründen gelen sese göre daha fazla yol aldığı görülebilir. Böylece, B'den gelen dalga A'dan gelen dalgaya göre gecikmiştir. Bu çizimde, ED uzaklığı AD'ye eşit olacak şekilde bir E noktası seçilebilir. Böylece, BE uzaklığı sesin dalga boyunun tam olarak yarısına eşit ise iki dalga D'ye ulaştığında eş fazlı olmayacak ve sonuçta yıkıcı girişim meydana gelecektir. O zaman bu, hangi noktalarda yıkıcı girişim olacağını belirlemek için bir kriterdir: Bir hoparlöre uzaklığı diğer hoparlöre olan uzaklığından yarım dalga boyu daha fazla olan noktalarda yıkıcı girişim oluşur. Bu ek uzunluğun (Şek. 16-16b'deki BE) tam bir dalga boyuna (veya 2, 3, ... dalga boyuna) eşit olması durumunda iki dalganın eş fazlı olacağına ve *yapıcı girişim* oluşacağına dikkat edin. BE uzaklığı dalga boyunun, $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$... katı ise *yıkıcı girişim* oluşur.

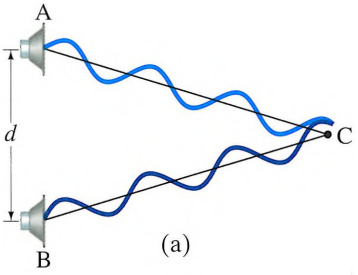
Şek. 16-15 veya Şek. 16-16'da D noktasında bulunan kişinin iki hoparlörden de ses gelmesine rağmen hiçbir şey duymayacağını (veya neredeyse hiçbir şey duymayacağını) anlamak önemlidir. Gerçekten de hoparlörlerden birisi kapatılırsa diğer hoparlörden gelen ses net olarak duyulur.

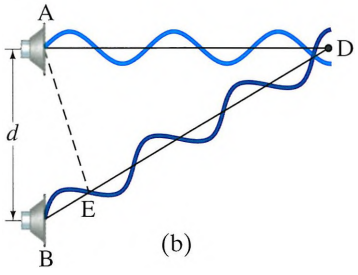
Bir hoparlör geniş bir frekans aralığında ses dalgaları yayıyorsa verilen bir noktada sadece belli dalga boyları tam olarak yıkıcı girişim yapar.



ŞEKİL 16–15 İki hoparlörden gelen ses dalgaları girişim yapar.

ŞEKİL 16–16 A ve B gibi iki hoparlörden gelen Tek frekanslı ses dalgaları (Şek. 16-15'e bakın) C'de yapıcı girişim ve D'de yıkıcı girişim yapar. [Burada gösterilenler çizimsel gösterim olup gerçek boyuna ses dalgaları değildir.]





ÖRNEK 16–12 **Hoparlörlerin Girişimi.** İki hoparlör 1.00 m uzaklıktadır. Bir kişi, hoparlörlerin birinden 4.00 m uzaklıktadır. Hoparlörler 1150 Hz frekanslı ses yayıyorsa bu kişinin yıkıcı girişi tespit edebilmesi için ikinci hoparlörden ne kadar uzakta olması gerekir? Sıcaklığın 2 °C olduğunu varsayın.

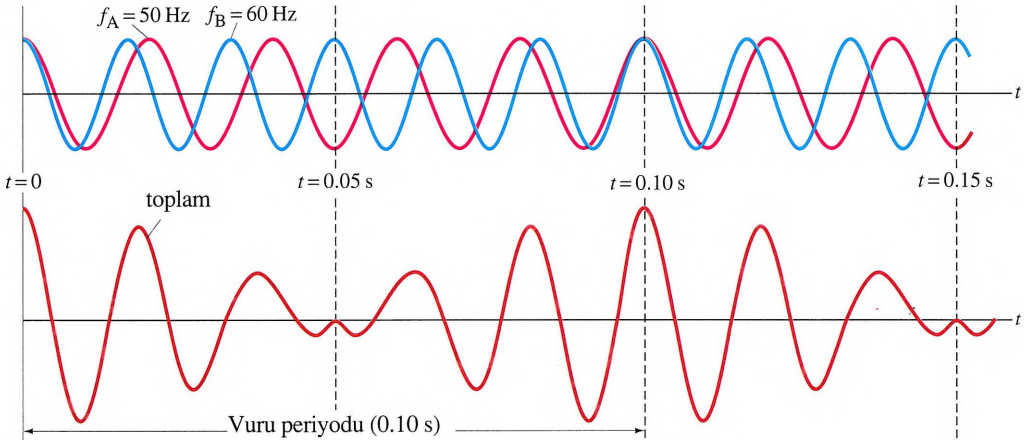
YAKLAŞIM Yıkıcı girişimi tespit edebilmesi için bu kişi bir hoparlöre, diğerine göre bir yarım dalga boyu daha uzak veya daha yakın olmalıdır -yani, uzaklık = 4.00 m = $\pm \lambda/2$ olmalıdır.

ÇÖZÜM Sesin 20°C'deki hızı 343 m/s'dir, öyleyse bu sesin dalga boyu,

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343\ \text{m/s}}{1150\ \text{Hz}} = 0.30\ \text{m}$$

'dir. Yıkıcı girişim için kişinin bir hoparlörden olan uzaklığı diğerine olandan yarım dalga boyu veya 0.15 m fazla olmalıdır. O halde, bu kişi ikinci hoparlörden 3.85 m veya 4.15 m uzaklıkta olmalıdır.

NOT Hoparlörler arasındaki uzaklık 1.15 m'den az ise bir hoparlöre olan uzaklığı diğerine olandan 0.15 m fazla olan hiçbir nokta olmayacak ve dolayısıyla yıkıcı girişimin meydana geldiği hiçbir nokta olmayacaktır.



ŞEKİL 16–17 Frekansları birazcık farklı iki ses dalgasının üst üste gelmesinin sonucu olarak vurular oluşur.

Vurular-Zamanda Girişim

Ses dalgalarının uzayda gerçekleşen girişim olayını tartışmaktayız. Zamanda oluşan girişimin ilginç ve önemli bir örneği, **vuru** diye bilinen olaydır: Eğer iki ses kaynağı - örneğin, iki diyapazon- birbirine yakın fakat tamamen aynı olmayan frekanslara sahip ise bu iki kaynaktan gelen dalgalar birbiriyle girişim yapar. Belli bir konumdaki ses düzeyi zaman içinde sırayla düşer ve yükselir, çünkü iki dalga farklı dalgaboylarından dolayı bazen aynı, bazen de zıt fazda olurlar. Düzgün aralıklı şiddet değişiklikleri vuru diye adlandırılır

Vurunun nasıl ortaya çıktığını görmek için frekansları sırasıyla $f_A = 50\,\text{Hz}$ ve $f_B = 60$ Hz olan eşit genlikli ses dalgalarını göz önüne alalım. 1.00 s içinde birinci kaynak 50 titreşim yaparken ikinci kaynak 60 titreşim yapacaktır. Şimdi, uzayda iki kaynaktan eşit uzaklıkta bulunan bir noktadaki dalgaları inceleyelim. Sabit bir noktada her bir dalga için zamanın fonksiyonu olarak dalga şekli Şek. 16-17 'nin üst grafiğinde gösterilmiştir; kırmızı dalga 50 Hz'lik dalgayı ve mavi çizgi 60 Hz'lik dalgayı temsil etmektedir. Şek. 16-17'deki alt grafik zamanın fonksiyonu olarak iki dalganın toplamını göstermektedir. t = 0'da iki dalganın eş fazlı olduğu ve yapıcı girişim yaptığı gösterilmiştir. t = 0.05 s anında iki dalganın farklı hızda titreşim yapması sebebiyle fazları tamamen farklıdır ve yıkıcı girişim söz konusudur. t = 0.10 s'de yine eş fazlıdırlar ve sonuçtaki genlik yine büyüktür. Böylece, bileşke genlik her 0.10 s 'de yükselir ve aralarda büyük ölçüde düşer. Şiddetteki bu düşüş ve yükselişler vuru[†] olarak duyulan seslerdir. Yani, vuru frekansı saniye başına 10 veya 10 Hz'dir. İki dalganın frekans farkına eşit vuru frekansının söz konusu olduğu bu sonuç, şimdi göstereceğimiz gibi genel olarak da geçerlidir.

Frekansları f_1 ve f_2 olan iki dalga uzayda sabit bir noktada,

$$D_1 = A \sin 2\pi f_1 t$$

ve

$$D_2 = A \sin 2\pi f_2 t.$$

şeklinde temsil ediliyor olsun. Bileşke yerdeğiştirme süperpozisyon ilkesi ile bulunur:

$$D = D_1 + D_2 = A(\sin 2\pi f_1 t + \sin 2\pi f_2 t).$$

$\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 2\sin\frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2)\cos\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2)$, şeklindeki trigonometrik bağıntı yardımıyla

$$D = \left[2A\cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]\sin 2\pi\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t \qquad \textbf{(16–8)}$$

elde ederiz. Dnk. 16-8'i şu şekilde yorumlayabiliriz: İki dalganın üst üste gelmesi, iki bileşenin ortak frekansı olan $(f_1 + f_2)/2$ frekansıyla titreşen bir dalga ile sonuçlanır. Bu titreşim, köşeli parantezle verilen bir genliğe sahiptir ve bu genlik $(f_1 - f_2)/2$ frekansıyla sıfırdan başlayıp $2A$ (farklı genliklerin toplamı)'ya erişecek şekilde zamanla değişir. Vuru olayı, $\cos 2\pi[(f_1 - f_2)/2]t$ ifadesi +1 veya –1'e eşit olduğunda gerçekleşir (Şek. 16-17 'ye bakın); yani, devir başına iki vuru oluşur, öyleyse vuru frekansı $(f_1 - f_2)/2$'nin iki katı olup $f_1 - f_2$ 'ye, yani bileşen dalgaların frekanslarının farkına eşittir.

[†]Vurular, genliklerdeki farklılık çok büyük olmadığı sürece genlikler eşit olmadığında da duyulur.

FİZİK UYGULAMASI
Piyano akordu

Vurular, herhangi bir tür dalgayla oluşabilir ve frekansları karşılaştırmanın epeyi duyarlı bir yöntemidir. Örneğin, bir piyanoyu doğru sese akort etmek için akort yapan kişi, diyapazon ve piyanodaki özel bir tel arasında üretilen vuruları dinler ve vurular kaybolduğunda akort olayının gerçekleştiğini bilir. Bir orkestranın üyeleri, kendi müzik aletleri ve bir piyano veya obua yardımıyla üretilen standart bir ton (çoğunlukla 440 Hz'de orta do'nun üstündeki la tonu) arasındaki vuruları dinleyerek akort yapar. Bir vuru frekansı, 20 Hz veya daha düşük vuru frekansları için bir şiddet modülasyonu (yüksek ve düşük arasında dalgalanma) olarak veya daha yüksek frekanslar (tonlar yeterince kuvvetli ise duyulabilir) için ayrı bir düşük ton olarak algılanır.

ÖRNEK 16–13 **Vurular.** Bir diyapazon, 400 Hz tona sahip kararlı bir ses üretmektedir. Diyapazona vuruluyor ve titreşen bir gitar telinin yakınına getiriliyor, bu durumda beş saniyede yirmi vuru sayılıyor. Gitar telinin ürettiği olası frekanslar nelerdir?

YAKLAŞIM Vuruların oluşması için gitar telinin vuru frekansı ne olursa olsun 400 Hz'den farklı bir frekansla titreşmesi gerekir.

ÇÖZÜM Vuru frekansı,

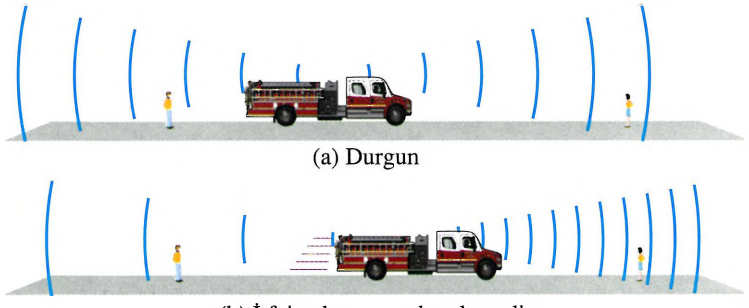
$$f_{\text{vuru}} = 20 / 5 \text{ s} = 4 \text{ Hz}$$

'dir. Bu, iki dalganın frekansları arasındaki farktır. Bir dalganın frekansının 400 Hz olduğu bilindiğine göre diğerinin frekansı ya 404 Hz ya da 396 Hz 'dir.

16–7 Doppler Etkisi

Hızlı bir itfaiye aracının duyduğunuz sireninin frekansının araç sizi geçtikten sonra aniden düştüğünü veya yanınızdan geçen hızlı bir arabanın korna sesinin frekansındaki değişimi fark etmişsinizdir. Sesin kaynağı bir gözlemciye doğru hareket ediyorsa gözlemcinin duyduğu frekans, kaynağın durgun olduğu durumdakine göre yüksektir; kaynak gözlemciden uzaklaşıyorsa frekans daha düşüktür. Bu olay, **Doppler etkisi**[†] diye bilinir ve tüm dalga tipleri için oluşur. Şimdi, bu olayın niçin oluştuğunu anlamaya çalışalım ve kaynak ile gözlemci arasında bağıl hareket olduğunda algılanan frekans ve kaynak frekansı arasındaki farkı hesaplayalım.

Şek. 16-18a'da gösterildiği gibi tüm doğrultularda belirli bir frekansa sahip ses yayan durgun bir itfaiye aracının sirenini göz önüne alalım. Ses dalgaları, kaynak veya gözlemcinin hızından bağımsız olarak havada ses hızıyla, v_{ses} ile ilerler. Bu durumda kaynağımız itfaiye aracıdır ve kaynak hareket ettiğinde de siren kaynağın durgun olduğu durumdaki frekansla ses yayacaktır. Fakat, sirenin ileri doğru yaydığı sesin dalga cepheleri, Şek. 16-18b'de gösterildiği gibi aracın durgun olduğu duruma göre birbirine daha yakındır. Bunun sebebi şudur: Araç hareket ettikçe daha önce yayılan dalga cephelerini "takip eder" ve daha önce salınan dalga tepesine daha yakın dalga tepesi yayar. Böylece aracın önündeki yaya yolunda bulunan bir gözlemci saniye başına daha çok sayıda dalga tepesinin geçtiğini tespit edecektir ki bu duyduğu frekansın daha yüksek olduğu anlamına gelir. Diğer taraftan, aracın arkasında yayılan dalga cepheleri aracın durgun olduğu duruma göre daha uzakta olacaktır, çünkü araç onlardan uzaklaşmaktadır. Dolayısıyla hareketli aracın arkasındaki bir gözlemciden daha az sayıda dalga tepesi geçecektir (Şek. 16-18b) ve algılanan perde daha düşüktür.

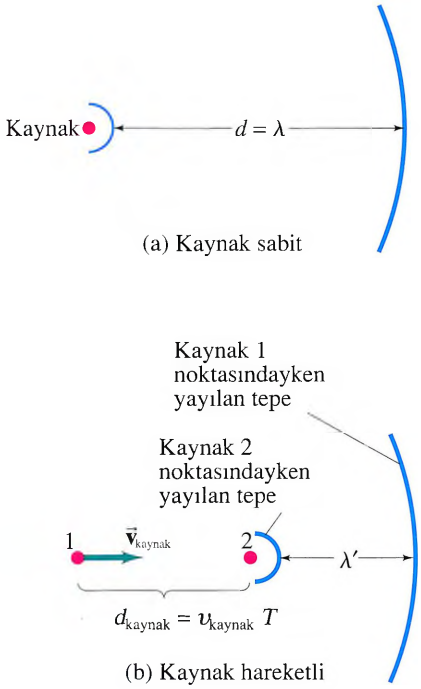


(a) Durgun

(b) İtfaiye kamyonu hareket ediyor

ŞEKİL 16–18 (a) Kaldırımdaki iki gözlemci durgun haldeki itfaiye aracından kaynaklanan aynı frekansı işitir. (b) Doppler etkisi: Aracın kendisine yaklaştığı gözlemci daha yüksek frekanslı ve aracın arkasında kalan gözlemci daha düşük frekanslı bir ses işitir.

[†]J.C.Doppler'e (1803-1853) atfen.



ŞEKİL 16–19 Doppler etkisindeki frekans kaymasının belirlenmesi (yazıya bakın). Kırmızı nokta kaynaktır.

Şek. 16-19 yardımıyla algılanan frekansı ölçebiliriz; gözlem çerçevemizde havanın (veya başka ortamın) durgun olduğunu varsayacağız. (Durgun gözlemci sağda bulunmaktadır.) Şek. 16-19a'da ses kaynağı kırmızı bir nokta ile gösterilmiş olup durgundur. Burada, iki ardışık dalga tepesi gösterilmiştir; ikinci cephe henüz salınmış olduğundan kaynağa hala yakındır. Bu tepeler arasındaki uzaklık, dalga boyu λ kadardır. Kaynağın frekansı f ise dalga tepelerinin salımı arasında geçen süre,

$$T = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{v_{\text{ses}}}.$$

'tir. Şek. 16-19b'de kaynak v_{ses} hızıyla gözlemciye doğru hareket etmektedir. T (az önce tanımlandı) süresi içinde, v_{ses} ses dalgasının havadaki hızı (kaynak hareketli olsa da olmasa da aynıdır) olmak üzere ilk dalga tepesi $d = v_{\text{ses}}\, T = \lambda$ kadar hareket eder. Bu süre içinde, kaynak $d_{\text{kaynak}} = v_{\text{kaynak}}\, T$ kadar yol alır. O zaman, λ' gözlemcinin algıladığı dalga boyu olmak üzere ardışık dalga tepeleri arasındaki uzaklık,

$$\begin{aligned}\lambda' &= d - d_{\text{kaynak}} \\ &= \lambda - v_{\text{kaynak}}\, T \\ &= \lambda - v_{\text{kaynak}} \frac{\lambda}{v_{\text{ses}}} \\ &= \lambda\left(1 - \frac{v_{\text{kaynak}}}{v_{\text{ses}}}\right).\end{aligned}$$

olur. İki taraftan λ 'yı çıkararak dalga boyundaki kaymayı, $\Delta\lambda$ buluruz:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = -\lambda \frac{v_{\text{kaynak}}}{v_{\text{ses}}}.$$

Dalga boyundaki kaymanın kaynağın hızıyla v_{kaynak} doğru orantılı olduğu açıktır. Yerde bulunan durgun gözlemcinin algıladığı f' frekansı,

$$f' = \frac{v_{\text{ses}}}{\lambda'} = \frac{v_{\text{ses}}}{\lambda\left(1 - \frac{v_{\text{kaynak}}}{v_{\text{ses}}}\right)}.$$

ile verilir. $v_{\text{kaynak}}/\lambda = f$ olduğundan

$$f' = \frac{f}{\left(1 - \frac{v_{\text{kaynak}}}{v_{\text{ses}}}\right)}. \qquad \left[\begin{array}{l}\text{kaynak, durgun gözlemciye} \\ \text{doğru hareket ediyor}\end{array}\right] \qquad \textbf{(16–9a)}$$

yazılabilir. Payda, 1'den küçük olduğu için, f' ile gösterilen gözlenen frekans, f kaynak frekansından büyüktür. Yani, $f' > f$ 'dir. Örneğin, durgun bir kaynak 400 Hz frekanslı ses yayıyor ise kaynak 30 m/s hızla sabit bir gözlemciye doğru hareket ettiğinde gözlemci,

$$f' = \frac{400\ \text{Hz}}{1 - \frac{30\ \text{m/s}}{343\ \text{m/s}}} = 438\ \text{Hz}.$$

frekanslı (20^{0}C'de) bir ses işitir.

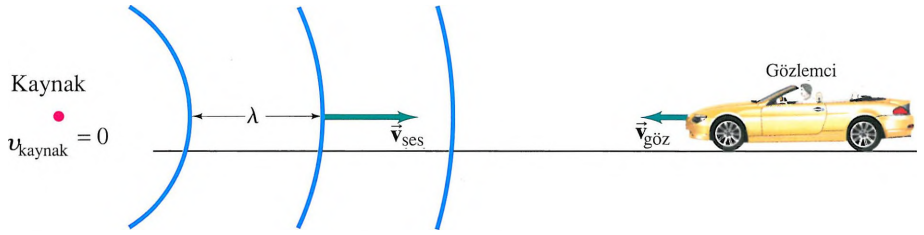
Şimdi, durgun bir gözlemciden v_{kaynak} hızıyla *uzaklaşan* bir kaynağı göz önüne alalım. Yukarıdaki savların aynını kullanırsak gözlemcinin algıladığı λ' dalga boyu ifadesindeki d_{kaynak} , bu sefer eksi işareti yerine + işareti ile gelecektir:

$$\begin{aligned}\lambda' &= d + d_{\text{kaynak}} \\ &= \lambda\left(1 + \frac{v_{\text{kaynak}}}{v_{\text{ses}}}\right).\end{aligned}$$

Gözlenen ve salınan dalga boyları arasındaki fark, $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = +\lambda'(v_{\text{kaynak}}/v_{\text{ses}})$ olacaktır. Dalganın gözlenen frekansı, $f = v_{\text{ses}}/\lambda$

$$f' = \frac{f}{\left(1 + \frac{v_{\text{kaynak}}}{v_{\text{ses}}}\right)}. \qquad \left[\begin{array}{l}\text{kaynak durgun gözlemciden} \\ \text{uzaklaşıyor}\end{array}\right] \qquad \textbf{(16–9b)}$$

olur. 400 Hz'de ses yayan bir kaynak sabit bir gözlemciden 30 m/s hızla uzaklaşıyorsa gözlemci, $f' = (400\ \text{Hz})/[1 + (30\ \text{m/s})/(343\ \text{m/s})] = 368\ \text{Hz}$ frekanslı bir ses işitir.



ŞEKİL 16–20 $v_{göz}$ hızıyla durgun bir kaynağa doğru hareket eden bir gözlemci, $v' = v_{ses} + v_{göz}$ hızıyla geçen dalga tepeleri tespit eder. Burada, v_{ses} ses dalgalarının havadaki hızıdır.

Kaynak durgun ve gözlemci hareketli olduğunda da Doppler etkisi görülür. Gözlemci kaynağa *doğru* hareket ediyorsa duyduğu frekans kaynağın frekansından daha yüksektir. Gözlemci kaynaktan *uzaklaşıyorsa* duyulan frekans daha düşüktür. Frekanstaki değişiklik hareketli kaynak durumundaki değişimden nicel olarak farklıdır. Sabit bir kaynak ve hareketli gözlemci durumunda, dalga tepeleri arasındaki uzaklık olan λ, değişmez. Fakat, tepelerin gözlemciye göre bağıl hızı değişir. Gözlemci, Şek. 16-20'deki gibi kaynağa doğru yaklaşıyorsa dalgaların gözlemciye göre bağıl hızı v' hızların basit olarak toplamına eşittir: $v' = v_{ses} + v_{göz}$ Burada, v_{ses} sesin havadaki hızıdır (havanın durgun olduğunu varsayıyoruz) ve $v_{göz}$ gözlemcinin hızıdır. Dolayısıyla işitilen frekans,

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v_{ses} + v_{göz}}{\lambda}$$

'dir. $\lambda = v_{ses}/f$ olduğundan

$$f' = \frac{(v_{ses} + v_{göz})\, f}{v_{ses}} \qquad \left[\begin{array}{l}\text{gözlemci durgun kaynağa}\\ \text{doğru hareket ediyor}\end{array}\right]$$

veya

$$f' = \left(1 + \frac{v_{ses}}{v_{göz}}\right) f \qquad \left[\begin{array}{l}\text{gözlemci durgun kaynaktan}\\ \text{uzaklaşıyor}\end{array}\right] \qquad \textbf{(16–10a)}$$

yazılabilir. Gözlemci kaynaktan uzaklaşıyorsa bağıl hız, $v' = v_{ses} - v_{göz}$ olur ve böylece,

$$f' = \left(1 - \frac{v_{ses}}{v_{göz}}\right) f \quad \text{elde edilir.} \qquad \textbf{(16–10b)}$$

ÖRNEK 16–14 **Hareketli siren.** Durgun bir polis arabasının sireni, baskın frekansı 1600 Hz olan ses dalgaları yayıyor. Siz durgunsanız ve polis arabası 25.0 m/s hızla (*a*) size yaklaşıyorsa ve (*b*) sizden uzaklaşıyorsa hangi frekansları duyarsınız?

YAKLAŞIM Gözlemci sabittir ve kaynak hareketlidir, o halde Dnk. 16-9 'u kullanabiliriz. f İşittiğiniz (gözlemci) frekans, yayılan f frekansının $(1 + v_{kaynak}/v_{ses})$ifadesine bölünmesiyle elde edilir. Burada, v_{kaynak} polis arabasının hızıdır. Araba size yaklaştığında eksi işaretini kullanın (bu, yüksek bir frekans verecektir); araba sizden uzaklaştığında artı işaretini kullanın (düşük frekans).

ÇÖZÜM (*a*) Araba size doğru hareket ediyor, o zaman (Dnk. 16-9a),

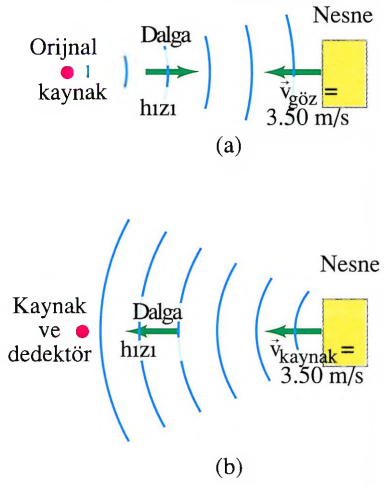
$$f' = \frac{f}{\left(1 - \dfrac{v_{kaynak}}{v_{göz}}\right)} = \frac{1600\ \text{Hz}}{\left(1 - \dfrac{25.0\ \text{m/s}}{343\ \text{m/s}}\right)} = 1726\ \text{Hz} \approx 1730\ \text{Hz}\ \text{bulunur.}$$

(*b*) Araba sizden uzaklaşıyor, öyleyse (Dnk. 16-9b)

$$f' = \frac{f}{\left(1 + \dfrac{v_{kaynak}}{v_{göz}}\right)} = \frac{1600\ \text{Hz}}{\left(1 + \dfrac{25.0\ \text{m/s}}{343\ \text{m/s}}\right)} = 1491\ \text{Hz} \approx 1490\ \text{Hz}.$$

ALIŞTIRMA G Örnek 16-14'teki polis arabasının durgun olduğunu ve 1600 Hz'de ses yaydığını varsayın. 25.0 m/s hızla (*a*) arabaya yaklaşıyorsanız ve (*b*) arabadan uzaklaşıyorsanız hangi frekansları duyarsınız?

Bir ses hareketli bir engelden yansıdığında yansıyan dalganın frekansı Doppler etkisi sebebiyle gelen dalganın frekansından farklı olacaktır. Bu durum, aşağıdaki örnekte sergilenmektedir.



ŞEKİL 16–21 Örnek 16–15.

ÖRNEK 16–15 **İki Doppler kayması.** Durgun bir kaynaktan 500 Hz frekanslı bir ses dalgası yayılıyor. Bu ses, kaynağa doğru 3.50 m/s hızla yaklaşan bir cisimden yansıyor (Şek.16-21). Hareketli cisimden yansıyan dalganın kaynak yakınında durgun bir detektör tarafından algılanan frekansı nedir?

YAKLAŞIM Bu durumda gerçekte iki Doppler kayması söz konusudur. Birincide, hareketli cisim kaynağa $v_{göz}$= 3.50 m/s hızla yaklaşan bir gözlemci gibi davranmaktadır (Şek. 16-21a) dolayısıyla, f'= [1 + ($v_{ses}/v_{göz}$)] (Dnk. 16-10a) frekanslı bir ses dalgası "algılar". İkincide, dalganın hareketli cisimden yansıması, cismin dalgayı yeniden yayımlamasına eşdeğerdir ve cisim etkin olarak hızı v_{kaynak}= 3.50 m/s olan hareketli bir kaynak gibi davranır (Şek. 16-21b). En son algılanan frekans, f'', Dnk. 16-9a, ile verilir:

ÇÖZÜM Hareketli cisim tarafından "algılanan" f' frekansı,

$$f' = \left(1 + \frac{v_{göz}}{v_{ses}}\right) f = \left(1 + \frac{3.50\ \text{m/s}}{343\ \text{m/s}}\right)(5000\ \text{Hz}) = 5051\ \text{Hz}$$

ile verilir(Dnk. 16-10a). Şimdi, hareketli cisim, frekansı

$$f'' = \frac{f'}{\left(1 - \frac{v_{kaynak}}{v_{ses}}\right)} = \frac{5051\ \text{Hz}}{\left(1 - \frac{3.50\ \text{m/s}}{343\ \text{m/s}}\right)} = 5103\ \text{Hz}$$

olan bir dalga "yayar" (yansıtır) (Dnk. 16-9a). Görüldüğü gibi frekans 103 Hz kadar kaymıştır.

NOT Yarasalar bu tekniği kullanarak çevrelerinden haberdar olurlar. Bu, ayrıca taşıtlar ve diğer cisimler için hız ölçüm cihazı olarak kullanılan Doppler radarının çalışma ilkesidir.

FİZİK UYGULAMASI
Doppler kan-akışı ölçeri ve başka tıbbi kullanımlar

Örnek 16-15'teki gelen ve yansıyan dalga birbiriyle karıştırılırsa (örneğin, elektronik şekilde) girişim yapar ve sonuçta vuru elde edilir. Vuru frekansı, iki frekans arasındaki farka, yani 103 Hz'e eşittir. Bu Doppler tekniği, çoğunlukla megahertz frekans bölgesindeki ultrasonik dalgalarla çeşitli tıbbi uygulamalarda kullanılır. Örneğin, kırmızı kan hücrelerinden gelen yansımış ultrason dalgaları, kanın akış hızını belirlemede kullanılabilir. Benzer şekilde, bu teknik genç bir fetüsün baş hareketini tespit etmek ve kalp atışlarını ekranda görüntülemek için de kullanılabilir.

Kolaylık olsun diye Dnk. 16-9 ve 16-10'u hem kaynağın ve hem gözlemcinin hareketli olduğu tüm durumları kapsayacak şekilde tek bir denklem olarak yazabiliriz:

$$f' = f\left(\frac{v_{ses} \pm v_{göz}}{v_{ses} \mp v_{kaynak}}\right). \quad \text{[kaynak ve gözlemci hareketli]} \qquad \textbf{(16–11)}$$

PROBLEM ÇÖZME
İşaretleri doğru koymak.

İşaretleri doğru kullanmak için kendi deneyiminizden, gözlemci ve kaynak birbirine yaklaşırken frekansın daha yüksek olduğunu ve uzaklaşırken daha düşük olduğunu hatırlayın. Kaynak ve/veya gözlemci birbirine yaklaşıyorsa pay ve paydadaki üst işaretleri; birbirinden uzaklaşıyorlarsa alt işaretleri kullanın.

ALIŞTIRMA H Gözlenen frekansın üretilen frekansa göre bir oktav yukarı (iki katı) olması durumunda bir gözlemci bir kaynağa ne kadar hızla yaklaşmalıdır? (*a*) $\frac{1}{2}v_{ses}$, (*b*) v_{ses}, (*c*) $2v_{ses}$, (*d*) $4v_{ses}$.

Işık İçin Doppler Etkisi

Doppler etkisi başka dalga tipleri için de söz konusudur. Işık ve diğer elektromanyetik dalga tipleri (örneğin radar) Doppler etkisi sergiler: Bölüm 44 'te tartışıldığı gibi frekans kayması formülleri Dnk. 16-9 ve 16-10'a eşdeğer olmamakla birlikte etki benzerdir. Önemli bir uygulama, radar kullanarak hava durumunu tahmin etmede ortaya çıkar. Frekanstaki Doppler kayması ölçülerek (Örnek 16-15 'te olduğu gibi) fırtınanın hangi hızla ve hangi doğrultuda hareket ettiği söylenebilir.

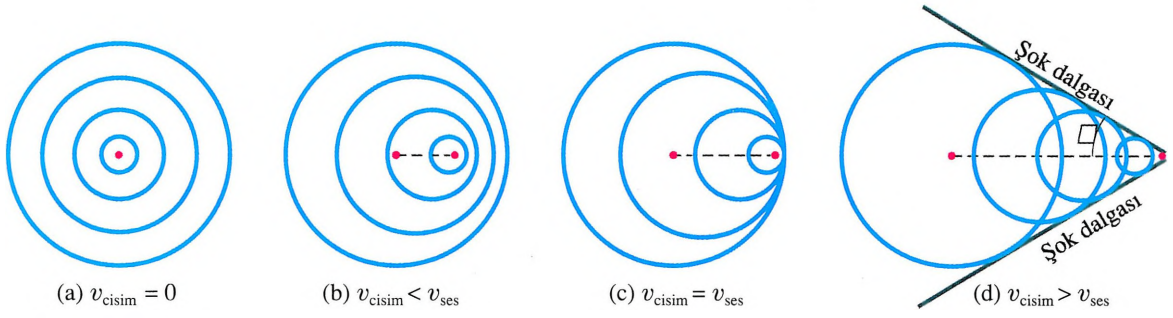
FİZİK UYGULAMASI
EM dalgalar içinDoppler etkisi ve hava tahmini

Diğer bir önemli uygulama astronomide söz konusu olur: Uzak galaksilerin hızı, Doppler kayması yardımıyla belirlenebilir. Uzak galaksilerden gelen ışığın düşük frekanslara kayması, galaksilerin bizden uzaklaştığını gösterir. Kırmızı ışığın görünür ışık içinde en düşük frekansa sahip olması sebebiyle bu olay **kırmızıya kayma** diye adlandırılır. Frekans kayması büyüdükçe uzaklaşma hızı artar. Daha uzaktaki galaksilerin bizden daha büyük hızla uzaklaştığı bulunmuştur. Bu gözlem, evrenin genişlediği ve evrenin "Büyük Patlama" diye adlandırılan büyük bir patlama ile başladığı şeklindeki düşüncelerin temelini oluşturur (Bölüm 44).

FİZİK UYGULAMASI
Kozmolojide kızıla kayma

*16–8 Şok Dalgaları ve Ses Patlaması

Sesten daha hızlı giden uçak gibi cisimlerin **süpersonik hıza** sahip olduğu söylenir. Böyle bir hız çoğunlukla bir **Mach**† sayısı ile verilir. Bu sayı, cismin hızının cismin hareket ettiği ortamda sesin hızına oranı olarak tanımlanır. Örneğin, ses hızının 300 m/s olduğu atmosferde 600 m/s hızla hareket eden bir uçağın Mach sayısı 2 'dir.



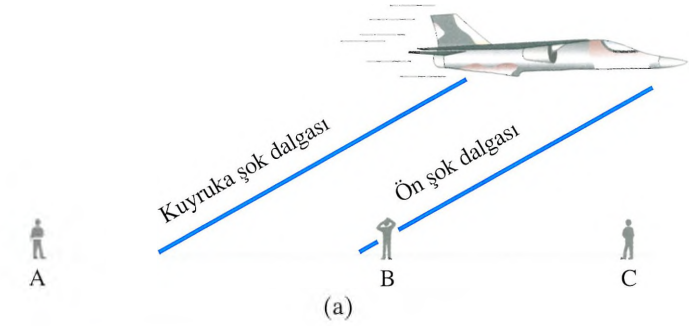
ŞEKİL 16–22 (a) Durgun veya (b, c ve d) hareketli bir cismin yaydığı ses dalgaları. (b) Cismin hızı ses hızından küçük ise Doppler etkisi oluşur; (d) cismin hızı ses hızından büyük ise şok dalgası üretilir.

Bir ses kaynağı ses-altı (sesin hızından küçük) hızlarda hareket ediyorsa daha önce görmüş olduğumuz gibi sesin frekansı değişir (Doppler etkisi); bknz. Şek. 22a ve b. Fakat, bir ses kaynağı ses hızından daha büyük bir hızla hareket ediyorsa şok dalgası diye bilinen daha çarpıcı bir etki ortaya çıkar. Bu durumda, kaynak gerçekte kendisinin ürettiği dalgaların "önüne geçmektedir". Şek. 16-22c'de gösterildiği gibi kaynak ses hızında hareket ederken ileri doğrultuda yaydığı dalga cepheleri doğrudan kaynağın önünde "birikir". Cisim, daha da hızlanıp ses-ötesi hızda hareket ettiğinde Şek. 16.22d'de gösterildiği gibi dalga cepheleri kenarlar boyunca üstüste birikir. Farklı dalga tepeleri birbiriyle örtüşür ve tek bir büyük tepe oluşturur ki bu şok dalgasıdır. Bu çok büyük dalga tepesinin arkasında çoğunlukla çok büyük bir çukur yer alır. Bir şok dalgası aslında çok sayıda dalga cephesinin yapıcı girişiminin sonucudur. Havadaki bir şok dalgası, ürettiği su dalgalarından daha hızlı giden bir kayığın pruva dalgalarına benzer, Şek. 16-23.

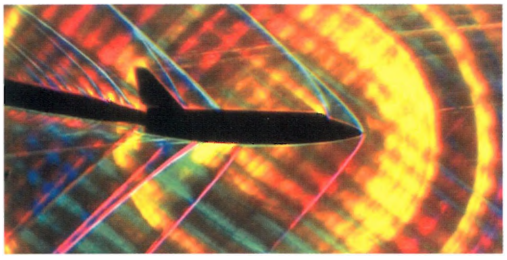
ŞEKİL 16–23 Bir kayığın pruva dalgaları.



†Avusturyalı fizikçi Ernst Mach'a (1838-1916) atfen.



(a)



(b)

ŞEKİL 16–24 (a) (Çift) Ses patlaması sol tarafta bulunan A kişisince zaten işitilmiştir. Ön şok dalgası, merkezde bulunan B kişisince henüz işitilmektedir. Sağdaki C kişisince kısa bir süre sonra işitilecektir. (b) Havada üretilen şok dalgalarını gösteren süpersonik bir uçağın özel bir resmi (uçağın farklı kısımlarının ürettiği birkaç birbirine yakın şok dalgası).

FİZİK UYGULAMASI
Ses patlaması

Bir uçak ses hızına ulaştığında ön tarafında bulunan ses dalgalarının oluşturduğu bir engelle karşılaşır (Şek. 16-22c'ye bakın). Ses hızını aşması için uçağın bu "ses engeli"nden geçmeye yetecek ek güce ihtiyacı vardır. Bu, "ses engelinin kırılması" diye adlandırılır. Süpersonik bir hıza erişildikten sonra bu engel hareketi artık engellemez. Bir ses patlamasının sadece uçağın ses engelini kırıp geçmesi anında üretildiği şeklinde yanlış bir düşünce söz konusudur. Gerçekte, bir şok dalgası süpersonik hızlarda hareket eden bir uçağı daima izler. Yerde bulunan bir dizi gözlemcinin her biri, Şek. 16-24 'te görüldüğü gibi şok dalgası geçerken yüksek bir "patlama" duyacaktır. Şok dalgaları, tepesi uçakta bulunan bir koniden oluşur. Bu koninin θ açısı (Şek. 16-22d 'ye bakın),

$$\sin\theta = \frac{v_{\text{ses}}}{v_{\text{cisim}}} \qquad \textbf{(16–12)}$$

ile verilir. Burada, v_{cisim} the cismin (uçağın) hızıdır ve v_{ses} ortamdaki sesin hızıdır. (İspat, Problem 75'e bırakılmıştır.)

*16–9 Uygulamalar: Sonar, Ultrason ve Tıbbi Görüntüleme

*Sonar

FİZİK UYGULAMASI
Sonar:derinlik bulma, Dünya seslendirmeleri

Sesin yansıması, uzaklığı belirlemek amacıyla birçok uygulamada kullanılır. **Sonar**[†] veya atma-eko tekniği, su altındaki cisimlerin yerini tespit etmek amacıyla kullanılır. Bir verici, su altında bir ses atması yayar ve kısa bir süre sonra bir detektör bu atmanın yansımasını veya ekosunu algılar. Bu zaman aralığı dikkatlice hesaplanır ve bu sonuç kullanılarak yansıtıcı cimse olan uzaklık belirlenebilir, çünkü sesin sudaki hızı bilinmektedir. Denizin derinliği, resiflerin, batık gemilerin, denizaltıların veya balık sürülerinin yeri bu yolla belirlenebilir. Dünya'nın iç yapısı, oluşturulan bir patlamadan ("seslendirme" olarak anılır) çıkan ve Dünya'nın içinden ilerleyen dalgaların yansımalarının tespit edilmesi yoluyla incelenebilir. Yerin alt yapısında bulunan çeşitli yapılardan ve sınırlardan yansıyan dalgaların çözümlemesi yapılarak petrol ve minerallerin keşfinde yararlı olabilecek karakteristik desenler ortaya çıkarılır.

[†]Sonar, "sonar navigation ranging (ses yardımıyla denizcilikte uzaklık tayini)" yerine kullanılmaktadır.

Sonar, genellikle **ultrasonik (ses-ötesi)** frekansları kullanır: Yani, insanın duyabileceği bölgenin ötesinde 20 kHz 'in yukarısındaki frekanslara sahip ses dalgalarını kullanır. Sonar için frekans aralığı tipik olarak 20 kHz-100 kHz'dir. İşitilemez olması gerçeğinin yanında ultrason dalgalarının kullanılmasının bir diğer sebebi şudur: Kısa dalga boylarında kırınım daha az olur (Kısım 15-11), böylece demet daha az genişleyeceğinden küçük cisimler tespit edilebilir.

*Ultrason Tıbbi Görüntüleme

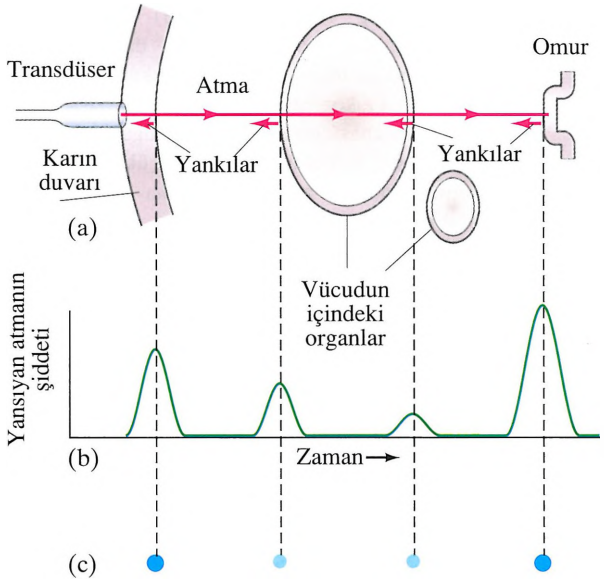
Ultrasonun tıpta görüntü (bazen, *sonogram* diye adlandırılır) şeklinde teşhis amacıyla kullanılması, fizik ilkelerinin önemli ve ilginç uygulamalarından birisidir. Sonara çok benzeyen atma-eko tekniği kullanılır, yalnız kullanılan frekanslar1-10 MHz (1 MHz = 10^6 Hz) aralığındadır. Yüksek frekanslı bir ses atması vücuda gönderilerek organlar ve diğer yapılar arasındaki sınırlardan veya ara yüzeylerden yansımalar yardımıyla vücuttaki lezyonlar tespit edilir. Tümörler ve diğer anormal oluşumlar veya sıvı cepleri fark edilebilir; kalp kapakçıklarının çalışması ve fetüsün gelişimi incelenebilir ve beyin, kalp, akciğer ve böbrek gibi vücuda ait çeşitli organlar hakkında bilgi edinilebilir. Ultrason X-ışınlarının yerini tutmasa da belirli tür teşhislerde daha yararlıdır. Belli doku veya sıvı türleri X-ışını fotoğraflarında tespit edilemezken ultrason dalgaları bunların sınırından yansıtılabilir. "Gerçek-zamanlı" ultrason görüntüleri, vücudun içindeki bir bölgenin filmi gibidir.

FİZİK UYGULAMASI
Ultrasonla tıbbi görüntüleme

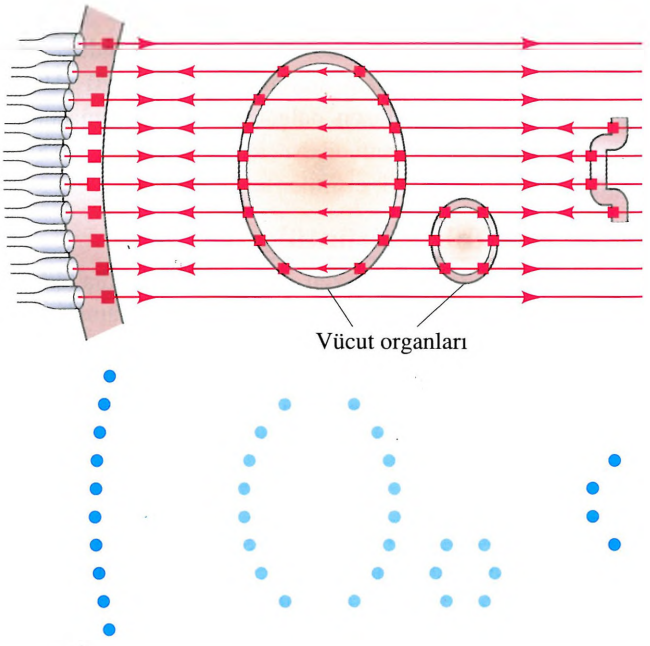
Tıbbi görüntüleme için atma-eko tekniği şu şekilde çalışır. Bir elektrik atmasını ses dalgası atmasına dönüştüren bir transdüser tarafından kısa bir ultrason atması, salınır. Şek. 16-25a 'daki gibi atmanın bir kısmı her bir ara yüzeyde eko şeklinde yansır ve atmanın çoğu (genellikle) ilerlemeye devam eder. Yansımış atmalar aynı transdüser tarafından alınır ve görüntü ekranında veya bir monitörde görüntülenebilir. Atmanın salınması ve her bir yansımanın (eko) alınması arasında geçen zaman, yansıtıcı yüzeye olan uzaklıkla doğru orantılıdır. Örneğin, transdüserden omurlara olan uzaklık 25 cm'dir, atma bir gidiş-dönüş yaptığından 2×25 cm = 0.50 m yol alır. Sesin insan dokusundaki hızı yaklaşık 1540 m/s (deniz suyundaki hıza yakın) olduğundan geçen zaman,

$$t = \frac{d}{v} = \frac{(0.50\ \text{m})}{(1540\ \text{m/s})} = 320\ \mu\text{s 'dir.}$$

Yansımış atmanın şiddeti, büyük ölçüde ara yüzeyin iki tarafındaki iki maddenin yoğunluk farkına bağlı olup bir atma veya bir nokta şeklinde görüntülenebilir (Şek. 16-25b ve c). Her bir eko noktası (Şek. 16-25c), konumu zaman farkıyla verilen ve parlaklığı ekonun şiddetine bağlı olan bir nokta ile temsil edilebilir.



ŞEKİL 16–25 (a) Ultrason atması, yolu üzerindeki yüzeylerden yansıyarak mideden geçiyor. (b) Transdüserin aldığı yansımış atmaların zamanın fonksiyonu olarak çizimi. Düşey noktalı çizgiler, hangi yansımış dalganın hangi yüzeyden yansıdığını göstermektedir. (c) Aynı ekolar için nokta görüntüsü: Her noktanın parlaklığı sinyal şiddetiyle ilintilidir.



ŞEKİL 16–26 (a) Transdüser hareket ettirilerek veya bir dizi transdüser kullanılarak mide boyunca on iz alınmıştır. b) Ekolar, görüntüyü oluşturmak için nokta şeklinde çizilmiştir. Daha sık yerleşen izler daha ayrıntılı bir görüntü vermektedir.

ŞEKİL 16–27 Uterustaki bir insan fetüsünün ultrason görüntüsü.



Bir dizi tarama sonucunda bu noktalardan iki-boyutlu bir görüntü oluşturulabilir. Şek. 16-26a 'da gösterildiği gibi transdüser hareket ettirilerek veya bir dizi transdüser kullanılarak her konumda bir atma gönderilir ve ekolar alınır. Her bir tarama alt alta sıralanarak Şek. 1-26b 'deki gibi bir monitör ekranında bir görüntü oluşturacak şekilde çizilebilir. Şek. 16-26'da sadece 10 çizgi gösterilmiştir, dolayısıyla görüntü kabadır. Daha çok sayıda çizgi daha keskin bir görüntü verir†. Bu şekilde elde edilen bir ultrason görüntüsü Şek. 16-27'de gösterilmiştir.

†Uçaklar için kullanılan *radar,* benzer bir atma-eko tekniği içerir. Tek farkı ışık gibi 3×10^8 m/s hızla hareket eden elektromanyetik dalgaları kullanmasıdır.

Özet

Ses, hava ve diğer maddelerde boyuna bir dalga olarak ilerler. Sesin havadaki hızı sıcaklıkla artar; 20 °C'ta yaklaşık 343 m/s'dir.

Bir sesin **yüksekliği** frekansla belirlenir; frekans arttıkça yükseklik de artar.

İnsanlar için frekans **işitme aralığı** 20 Hz - 20,000 Hz 'dir (1 Hz = 1 devir/s).

Bir sesin **yeğinlik** veya **şiddeti**, dalganın genliğinin karesiyle ilintilidir. İnsan kulağının 10^{-12} W/m^2 ile 1 W/m^2, aralığındaki ses şiddetlerini tespit edebilmesi sebebiyle ses düzeyleri logaritmik bir ölçekle gösterilir. βile gösterilen ve desibelle belirtilen **ses düzeyi**, I şiddeti cinsinden

$$\beta(db\ olarak) = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right), \qquad \textbf{(16–6)}$$

şeklinde tanımlanır. Bu ifadede, I_0 referans şiddeti çoğunlukla 10^{-12} W/m^2 olarak alınır.

Müzik aletleri, *duran dalgaların* üretildiği basit ses kaynaklarıdır.

Telli bir aletin telleri, uçlarda düğümler bulunmak üzere tüm olarak titreşir; bu duran dalganın oluştuğu frekans, **temel** diye adlandırılır. Temel frekans, telin uzunluğunun iki katına eşit bir dalga boyuna sahiptir: $\lambda_1 = 2\ell$. Teller, **üst-ton** veya **harmonik** diye adlandırılan daha yüksek frekanslarda da titreşebilir, bu durumda iki veya daha fazla ek düğüm söz konusudur. Her bir harmoniğin frekansı, temel frekansın bir tam sayı katıdır.

Açık tüpte (iki ucu açık) titreşen hava, her iki uçta yer değiştirme karınlarına sahiptir. Temel frekans, tüp uzunluğunun iki katına eşit bir dalga boyuna karşılık gelir: $\lambda_1 = 2\ell$. Harmonikler, tam olarak tellerde olduğu gibi temel frekansın 1, 2, 3, 4,...katına eşit frekanslara sahiptir.

Kapalı tüp (bir ucu kapalı) için temel frekans, tüpün uzunluğunun dört katına eşit bir dalga boyuna karşılık gelir: $\lambda_1 = 4\ell$. Sadece frekansları temel frekansın 1, 3, 5,... katına eşit tek harmonikler söz konusudur.

Farklı kaynaklardan gelen ses dalgaları bir biriyle girişim yapabilir. İki sesin frekansı arasında küçük bir fark varsa frekansı iki kaynağın frekansı arasındaki farka eşit bir frekansla **vuru**lar işitilebilir.

Doppler etkisi, kaynak veya dinleyiciden herhangi birinin hareketinden ileri gelen ses yüksekliğindeki değişimi işaret eder. Kaynak ve dinleyici bir birine yaklaşıyorsa sonuç frekansı yüksek olur; kaynak ve dinleyici bir birinden uzaklaşıyorsa sonuç frekansı düşük olur.

[*Bir cisim, süpersonik bir hızda -sesten hızlı- hareket ediyorsa şok dalgaları ve ses patlaması oluşur. Ultrasonik frekanslı (20 kHz'den yüksek) ses dalgaları, sonar ve tıbbi görüntülemeyi içeren bir çok uygulamada kullanılır.]

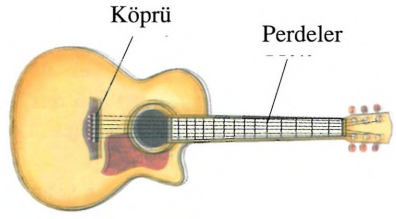
Sorular

1. Sesin bir dalga olarak hareket etmesinin kanıtı nedir?
2. Sesin bir enerji türü olduğunun kanıtı nedir?
3. Çocuklar, iki kağıt bardağın diplerini iple tutturarak ev yapımı bir "telefon"la oynarlar. İp gergin olduğu ve bir çocuk bir bardağın içine doğru konuştuğu zaman ses diğer bardaktan duyulabilir (Şek.16-28). Sesin bir bardaktan diğerine nasıl hareket ettiğini ayrıntılı şekilde açıklayın.



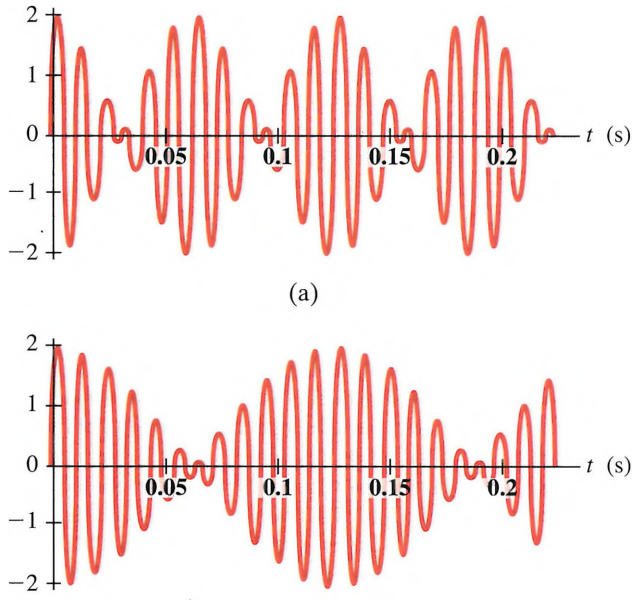
ŞEKİL 16–28 Soru 3.

4. Bir ses dalgası havadan suya geçtiğinde frekans veya dalga boyunun değişmesini bekler misiniz?
5. Sesin havadaki hızının frekansa önemli ölçüde bağlı olmadığı konusunda hangi kanıtı ileri sürersiniz?
6. Helyum soluyan bir insanın sesi çok tizdir. Neden?
7. Sesin hidrojendeki hızının havadaki hızından büyük olmasının başlıca sebebi nedir?
8. İki diyapazon aynı genlikte titreşmektedir fakat birinin frekansı diğerinin iki katıdır. Hangisi daha şiddetli ses üretir?
9. Bir odadaki hava sıcaklığı borulu orgun yüksekliğini nasıl etkiler?
10. Bir tübün çeşitli frekans aralıklarındaki sesin genliğini azaltan bir süzgeç olarak nasıl kullanılabileceğini açıklayın. (Bir örnek otomobillerdeki susturucudur.)
11. Bir gitarda sap üzerinde köprüye doğru yaklaşırken perdeler niçin birbirine daha yakındır?



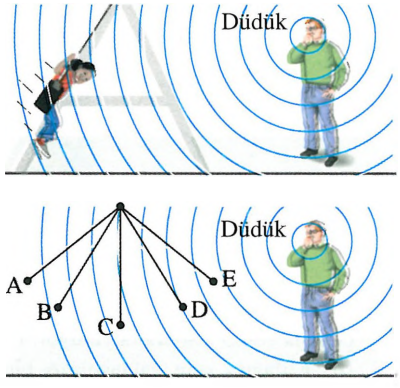
ŞEKİL 16–29
Soru 11.

12. Gürültülü bir kamyon bir binanın arkasından size doğru yaklaşmaktadır. Başlangıçta onu duyuyorsunuz fakat göremiyorsunuz. Ortaya çıkıp onu gördüğünüzde sesi aniden "parlaklaşır" – gürültünün yüksek frekanslı kısmını daha çok duyarsınız. Açıklayın. [*İpucu:* Kırınım konusunda Kısım 15-11'e bakın.]
13. Duran dalgaların "uzayda girişim"den kaynaklanırken vuruların "zamandaki girişim"den kaynaklandığı söylenir. Açıklayın.
14. Şek. 16-15 'te hoparlörlerin frekansı düşürülürse D ve C noktaları (yıkıcı ve yapıcı girişimin oluştuğu noktalar) birbirinden uzaklaşır mı yoksa birbirine yaklaşır mı?
15. Çok yüksek gürültü düzeylerinin söz konusu olduğu alanlarda çalışan insanların işitme sağlığını korumanın geleneksel yöntemleri, gürültü düzeylerini engelleme ve düşürme çabalarından oluşur. Görece daha yeni bir teknoloji yardımıyla ortamın gürültüsünü engellemeyen bir kulaklık kullanılmaktadır. Bir cihaz gürültüyü tespit edip, elektronik yolla ters çevirmekte ve ortamın gürültüsüne *ek olarak* kulaklıklara göndermektedir. *Daha fazla* gürültü eklemek kulaklara ulaşan ses düzeylerini nasıl azaltır?
16. Şek. 16-30 'da gösterilen iki dalgayı göz önüne alın. Her bir dalga, Şek. 16-17'de olduğu gibi birazcık farklı frekanslara sahip iki ses dalgasının üst üste gelmesi şeklinde düşünülebilir. (a) ve (b) 'de verilen dalgaların hangisinde birbirinden ayrık iki bileşen frekans vardır? Açıklayın.



ŞEKİL 16–30 Soru 16.

17. Kaynak ve gözlemci aynı doğrultuda ve aynı hızla hareket ederse Doppler etkisi söz konusu olur mu? Açıklayın.
18. Rüzgar estiğinde kaynağa göre durgun olan bir gözlemcinin duyduğu sesin frekansı değişir mi? Dalga boyu veya frekans değişir mi?
19. Şek. 16-31, yerde duran ve düdük çalan birine doğru hareket eden salıncaktaki bir çocuğun değişik konumlarını göstermektedir. A 'dan E 'ye kadar olan hangi konumda çocuk düdük sesi için en yüksek frekansı işitir? Sebebinizi açıklayın.



ŞEKİL 16–31
Soru 19.

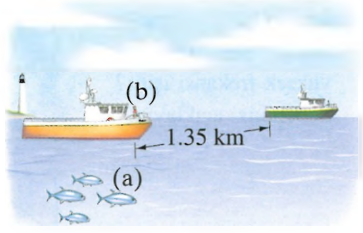
20. İnsanın işitilebilir bölgesinde yaklaşık olarak kaç oktav vardır?
21. Bir araba yarışında, yaklaşan ve uzaklaşan arabaların motor gürültüsü arasındaki yükseklik farkını dinleyerek arabaların hızını kestirebilirsiniz. Düz yolda giden belirli bir arabanın sesinin tam bir oktav (yarım frekans) kadar düştüğünü varsayın. Arabanın hızı nedir?

Problemler

[Aksi belirtilmedikçe $T = 20^0$C ve $v_{ses} = 343$ m/s olduğunu varsayın.]

16–1 Sesin Karakteristikleri

1. (I) Bir buz hokeycisi, gölün uzak ucundaki bir uçurumdan yansıyan sesinin ekosunu dinleyerek gölün uzunluğunu belirlemek istiyor. Haykırdıktan 2.0 s sonra ekoyu duyduğuna göre gölün uzunluğunu tahmin edin.
2. (I) Bir denizci, gemisinin kenarını su düzeyinin hemen altındaki kayaya çarpıyor. Okyanusun tabanından doğrudan yansıyıp gelen sesin ekosunu 2.5 s sonra duyuyor. O noktada okyanusun derinliği nedir? Deniz suyunda sesin hızının 1560 m/s (Tablo 16-1) olduğunu ve derinlikle pek fazla değişmediğini varsayın.
3. (I) (*a*) Ses dalgalarının, insanın maksimum işitme aralığında, 20 Hz – 20,000 Hz, 20°C'de havadaki dalga boylarını hesaplayın. (*b*) 15 MHz frekanslı bir ultrasonik (ses-ötesi) dalganın dalga boyu nedir?
4. (I) Sıcak bir yaz günü (27 °C), göl boyunca gidip bir kayadan yansıyan ekonun geri dönüşü 4.70 s sürüyor. Bir kış günü, 5.20 s sürüyor. Kış günündeki sıcaklık kaç derecedir?
5. (II) Bir hareket sensörü, Örnek 16-2'de kullanılan sonar tekniği yoluyla bir cisme olan d uzaklığını tekrar tekrar doğrulukla ölçebilmektedir. Kısa bir ses-ötesi atma salınır ve yolu üzerindeki herhangi bir cisimden yansıtılır, böylece sensöre geri dönen eko atmaları yaratılır. Sensör, ilk atmanın salınması ve ilk ekonun alınması arasındaki t zaman aralığını ölçer. (*a*) Yüksek bir doğrulukla ölçülebilen en küçük zaman aralığı 1.0 m/s'dir. Hareket sensörünce ölçülebilen (20°C) 'de) en küçük uzaklık nedir? (*b*) Hareket sensörü her saniyede 15 uzaklık ölçümü yapıyorsa (yani, birbirine yakın zaman aralıklarında saniye başına 15 ses atması yapıyorsa) t'nin ölçümü ardışık atmaların salınması arasındaki zaman aralığında tamamlanmak zorundadır. Hareket sensörüyle ölçülebilecek en büyük uzaklık (20°C)'de) nedir? (c) Bir turluk süre boyunca oda sıcaklığının 20°C'den 23°C'ye yükseldiğini varsayın. Bu, hareket sensörünün uzaklık ölçümüne yüzde kaçlık bir hata getirir?
6. (II) Sisli bir gün, bir okyanus balıkçı kayığı ton balığı sürüsünün tam üzerinde seyretmektedir. 1.35 km ötede bulunan başka bir kayıktan uyarı yapılmaksızın erken ateşleme gürültüsü meydana geliyor. Gürültünün (a) balık tarafından, (b) balıkçı tarafından duyulması için geçen süre nedir?



ŞEKİL 16–32
Problem 6.

7. (II) Bir taş bir uçurumun üstünden bırakılıyor. Taşın suya çarpma sesi 3 s sonra duyuluyor. Uçurumun yüksekliği nedir?
8. (II) Kulağını yere yaklaştırmış bir kişi, büyük bir taşın beton tabana çarptığını görüyor. Bir an sonra bu çarpışmadan iki ses duyuluyor: Seslerden biri havada diğeri betonda yayılmakta olup aralarında 0.75 s vardır. Çarpışma ne kadar uzakta gerçekleşmiştir? Tablo 16-1'e bakın.
9. (II) Sıcaklık, (*a*) 30°C, ve (*b*) 10°C ise "5-saniye kuralı" yardımıyla şimşek çakmasının uzaklığını kestirme işleminde 1 millik uzaklıkta yapılan yüzde hata nedir?

16–2 Dalgaların Matematiksel Gösterimi

10. (I) 0^0C'deki havada $(\rho = 1.29\ \text{kg/m}^3)$ bir ses dalgasının basınç genliği 3.0×10^{-3} Pa 'dır. Frekans, (*a*) 150 Hz ve (*b*) 15 Hz ise yerdeğiştirme genliği nedir?
11. (I) Hava moleküllerinin bir oksijen molekülünün yaklaşık 3.0×10^{-10}m olan çapına eşit bir en büyük yerdeğiştirmeye uğraması durumunda bir sesin havadaki (0°C) basınç genliği ne olmalıdır? Frekansı, (*a*) 55 Hz ve (*b*) 5.5 kHz olan bir dalgayı göz önüne alın.
12. (II) Problem 11'de betimlenen dalgalar için basınç değişimini x ve t'nin fonksiyonu olarak tanımlayan bir ifade yazın.
13. (II) Bir ses dalgasındaki basınç değişimi,
$$\Delta P = 0.0035 \sin(0.38\pi x - 1350\pi t)$$
ile veriliyor. Burada, ΔP pascal biriminde olup x m ve t saniyedir. Dalganın; (*a*) dalga boyunu, (*b*) frekansını, (*c*) hızını ve (d) yer değiştirme genliğini belirleyin. Ortamın yoğunluğunun $\rho = 2.3 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ olduğunu varsayın.

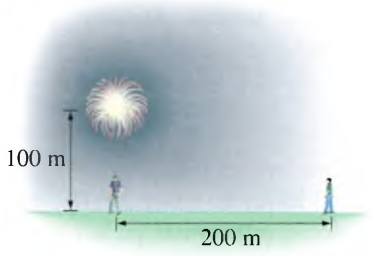
16–3 Sesin Şiddeti; Desibel

14. (I) 120 dB'lik bir ağrı seviyesindeki bir sesin şiddeti nedir? Sonucunuzu, 20 dB'deki fısıltı ile karşılaştırın.
15. (I) Şiddeti, $2.0 \times 10^{-6}\ \text{W/m}^2$ olan bir dalganın ses düzeyi nedir?
16. (I) Ses düzeyi 40 dB olduğunda bir kulağın duyabileceği en düşük ve en yüksek frekanslar nedir? (Şek. 16-6'ya bakın.)
17. (II) İşitme sisteminiz, çok geniş bir ses aralığına elverişlidir. (*a*) 100 Hz, (*b*) 5000 Hz 'de en yüksek şiddetin en düşük şiddete oranı nedir? (Şek. 16-6'ya bakın.)
18. (II) İki yeni stereo yükseltici arasında karar vermeye çalışıyorsunuz. Birisi kanal başına 100 W 'ta diğeri kanal başına 150 W'ta çalışmaktadır. İki yükseltici de maksimum düzeylerinde ses ürettiğinde daha güçlü olan yükseltici dB olarak ne kadar yüksektir?
19. (II) Ağrı verecek kadar yüksek bir konserde, 120 dB'lik ses dalgaları bir hoparlörden 343 m/s hızla yayılmaktadır. Bu hoparlöre civarındaki havanın her 1.0-cm^3 hacminde içerilen ses dalgası enerjisi nedir?
20. (II) Belirli bir yerde aynı anda ateşlenen iki kestane fişeği 95 dB düzeyinde bir ses üretiyorsa sadece birisi patladığında ses düzeyi ne olur?
21. (II) Bir insan, dört tane aynı düzeyde gürültüye sahip jet motoru olan bir uçaktan belirli bir uzaklıkta bulunmakta olup 130 dB'lik bir ses düzeyi algılamaktadır. Eğer çağın kaptanı biri hariç diğer tüm motorları durdurursa bu insanın algılayacağı ses düzeyi ne olur?
22. (II) Bir teybin (kasetli) sinyal/gürültü oranı 62 dB iken bir CD oynatıcısında bu oran 98 dB'dir. Bu cihazların her biri için sinyal ve geri-plan gürültüsüne ait şiddetlerin oranı nedir?
23. (II) (*a*) Normal bir konuşma yapan bir insandan gelen sesin güç çıkışını kestirin. Tablo 16-2'yi kullanın. Sesin, merkezi ağızda bulunan bir küre üzerinden düzgün şekilde yayıldığını varsayın. (*b*) Normal konuşmada 75 W'lık bir toplam ses çıkışı üretmek için kaç insan gerekir? [*İpucu:* dB'leri değil şiddetleri toplayın.]
24. (II) 50 dB'lik bir ses dalgası, alanı 5.0×10^{-5} m^2 olan bir kulak zarına çarpıyor. (*a*) Kulak zarının saniye başına aldığı enerji nedir? (*b*) Bu hızda, kulak zarınızın 1.0 J gibi toplam bir enerjiyi alması için geçen süre nedir?

25. (I) Pahalı bir A yükselticisi 250 W'ta ve fiyat olarak daha uygun bir B yükselticisi 45 W'ta çalışmaktadır. (*a*) Sırasıyla bu iki yükselticiye bağlanan bir hoparlörden 3.5 m uzakta bulunan bir noktadaki ses düzeyini dB olarak kestirin. (*b*) Pahalı yükseltici zayıf olana göre iki kat daha yüksek ses verecek midir?

26. (II) Bir rock konserinde, sahnedeki bir hoparlörün 2.2 m önüne konulan bir dB ölçer, 130 dB'i göstermektedir.(*a*) Sesin düzgün küresel şekilde yayıldığını varsayar ve havadaki soğurmayı önemsemezseniz hoparlörün güç çıkışı ne olur? (*b*) 85 dB gibi uygun bir ses düzeyinin söz konusu olduğu yerin uzaklığı nedir?

27. (II) Bir işaret fişeği yerden 100 m yukarıda renkli kıvılcımlar yaratarak patlıyor. Patlamanın olduğu noktanın hemen altında yerde duran bir kişinin kendisinden yatay olarak 200 m uzaklıkta bulunan birine göre algılayacağı ses düzeyi ne kadar büyüktür? (Şek. 16-33.)



ŞEKİL 16–33
Problem 27.

28. (II) Bir ses dalgasının genliği 2.5 kat arttırılırsa; (*a*) şiddeti kaç kat artar? (*b*) ses düzeyi kaç dB artar?

29. (II) İki ses dalgasının yer değiştirme genlikleri aynı olup birinin frekansı diğerinin 2.6 katıdır. (*a*) Hangisinin basınç genliği daha büyüktür ve kaç kat büyüktür? (*b*) Şiddetlerinin oranı nedir?

30. (II) Havadaki bir ses dalgasının titreşen hava moleküllerinin 380 Hz 'de 0.13 mm'lik yer değiştirme genliğine karşılık gelen ses düzeyi (dB olarak) nedir?

31. (II) (*a*) Şiddeti ağrı eşiğinde (120 dB) olan 330 Hz 'lik bir ses dalgasının en büyük yer değiştirmesini hesaplayın. (*b*) Bu dalgadaki basınç genliği nedir?

32. (II) Bir jet uçağı, saniyede 5.0×10^5 J'lük bir ses enerjisi yaymaktadır. (*a*) 25 m uzakta ses düzeyi nedir? Hava, sesi yaklaşık 7.0 dB/km hızında soğurduğuna göre; bu jet uçağından (*b*) 1.00 km, (*c*) 7.50 km uzakta ses düzeyinin ne olacağını hava soğurmasını hesaba katarak bulun.

16–4 Sesin Kaynakları: Teller ve Hava Sütunları

33. (I) Kapalı bir tüp şeklide modellendiğini ve çalabileceği en düşük notanın frekansı 69.3 Hz olan re bemol olduğunu varsayarak bir bas klarnetin uzunluğunu tahmin edin.

34. (I) Bir keman telinin temel frekansı 440 Hz'dir. Titreşen kısmın uzunluğu 32 cm olup kütlesi 0.35 g'dır. Teldeki gerilimi bulun.

35. (I) Borulu bir orgun uzunluğu 124 cm'dir. Borunun; (*a*) bir ucu kapalı ise, (*b*) iki ucu açık ise temel ve duyulabilir ilk üç üst-tonu belirleyin.

36. (*a*) Bir soda şişesini kapalı bir tüp gibi düşünürseniz derinliği 21 cm olan bir boş soda şişesinin ağzına üflediğinizde hangi rezonans frekansını beklersiniz? (*b*) Şişenin üçte biri soda ile dolu ise rezonans frekansı ne olur?

37. (I) İnsan kulağının işitme bölgesini (20 Hz-20 kHz) süpüren ve açık tüp borulara sahip bir borulu org yapıyor olsaydınız boruların gereken uzunlukları hangi aralıkta olurdu?

38. (II) 20 cm çaplı bir deniz kabuğunu kulağınıza yaklaştırdığınızda duyduğunuz "okyanusun ses"inin frekansını tahmin edin (Şek. 16-34).



ŞEKİL 16–34
Problem 38.

39. (II) Parmakların konulmadığı bir gitar telinin uzunluğu 0.73 m olup orta do'nun üstündeki bir mi notasını (330 Hz) çalacak şekilde akort edilmiştir. (*a*) Orta do 'nun üstündeki la notasını (440 Hz) çalmak için bu telin ucundan ne kadar uzağa bir perde (ve parmağınız) yerleştirilmelidir. (*b*) Tel üzerinde oluşturulan 440 Hz'lik bu dalganın dalga boyu nedir? (*c*) Parmağın basıldığı bu telle 25°C havada üretilen ses dalgasının dalgaboyu ve frekansı nedir?

40. (II) (*a*) Sıcaklık 15°C olduğunda orta do (262 Hz) sesi yayan açık bir borulu orgun uzunluğunu belirleyin. (*b*) Tüpteki temel duran dalganın dalga boyu ve frekansı nedir? (*c*) Dışarıdaki havada üretilen bir ilerleyen dalgada λ ve f nedir?

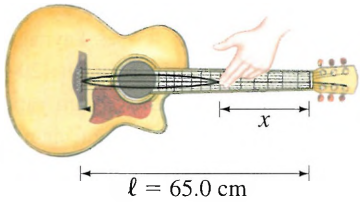
41. (II) Bir org 22.0°C'de akort edilmiştir. 5.0°C 'de frekans yüzde kaç oranında düşer?

42. Örnek 16-11'deki flütün ağızlığı, orta do'nun üstündeki 349 Hz frekanslı mi notasını çalmak için açık tutulan deliğe ne kadar uzaktadır?

43. (II) Bir boru (borazan), iki ucu açıkmış gibi davranan uzunluğu sabit bir tüptür. Bir borazancı, dudaklarını doğru şekilde yerleştirip uygun hava basıncı ile üflerse tüp içindeki hava sütununun ses düzeyi yüksek bir harmoniğine (çoğunlukla temel sesten farklı) sebep olabilir. Taps and Reveille gibi standart askeri melodiler sadece dört nota gerektirir: sol4 (392 Hz), do5 (523 Hz), mi5 (659 Hz) ve sol5 (784 Hz (a) Belirli bir ℓ uzunluğu için bir boru, frekansları sol4, do5, mi5 ve sol5 notalarının frekanslarına çok yakın olan frekanslara sahip dört ardışık harmonik üretir. ℓ'yi belirleyin. (b) Sol4, do5, mi5 ve sol5 notalarının her birisi borunun hangi harmoniğidir (yaklaşık)?

44. (II) Belli bir org borusu 264 Hz, 440 Hz ve 616 Hz 'de rezonans yapabilmekte fakat bunların arasındaki herhangi bir frekansta rezonans yapmamaktadır. (*a*) Bunun niçin açık veya kapalı bir boru olduğunu gösterin. (*b*) Bu borunun temel frekansı nedir?

45. (II) Bir çalgıcının parmağı, bir perde üzerinde aşağı doğru bastığında titreşen kısmın uzunluğu kısalır ve böylece telin temel frekansını arttırır (Şek. 16-35). Telin gerilimi ve birim uzunluk başına kütlesi değişmez. Telin parmak basılmayan kısmının uzunluğu $\ell = 65.0\,\text{cm}$ ise her bir perde temel sesin perdesini komşu perde ile karşılaştırıldığında bir müzik notası kadar yükselttiğine göre ilk altı perdenin x konumunu bulun. Eşit şekilde ayarlanmış renk ölçeğinde komşu notaların frekanslarının oranı $2^{1/12}$'dir.



ŞEKİL 16–35
Problem 45.

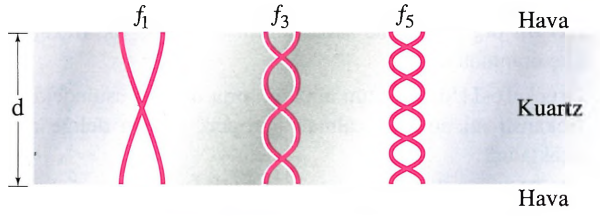
46. (II) Düzgün bir dar tüp 1.80 m uzunluğunda olup iki ucu açıktır. Tüp, 275 Hz ve 330 Hz frekanslarında iki ardışık harmonikte rezonans yapmaktadır. (*a*) Temel frekans nedir? (*b*) Tüpteki gazda sesin hızı nedir?

47. (II) 23.0°C'de havada bulunan bir boru, 240 Hz ve 280 Hz'de iki ardışık harmonik üretecek şekilde tasarlanmıştır. Borunun uzunluğu ne olmalıdır ve boru açık mıdır yoksa kapalı mıdır?

48. (II) 20°C 'de bulunan 2.48 m uzunluğundaki bir borulu org için; (*a*) boru açık ise ve (*b*) kapalı ise duyulabilir bölgede kaç üst-ton bulunur?

49. (II) Tüm kapıları kapalı olan 8.0 m uzunluğundaki bir koridor için temel ve ilk üst-ton frekansı belirleyin. Koridoru, iki ucu kapalı bir tüp gibi göz önüne alın.

50. (II) Elektronik cihazlarda kararlı bir saat olarak kullanılan bir kuartz salınıcıda enine (kesme) bir duran dalga kuartz bir diskin d kalınlığı boyunca uyarılır ve f frekansı elektronik olarak algılanır. Diskin paralel yüzeyleri desteklenmediğinden ses dalgası onlardan yansıdığında "serbest uç" gibi davranmaktadırlar (Şek. 1-36 'ya bakın). Salınıcı ilk harmonikte işleyecek şekilde tasarlanmışsa $f = 12.0\,\text{MHz}$ için gerekli disk kalınlığını belirleyin. Kuartzın yoğunluğu ve kesme modülü, $\rho = 2650\,\text{kg/m}^3$ ve $G = 2.95 \times 10^{10}\,\text{N/m}^2$ 'dir.



ŞEKİL 16–36 Problem 50.

51. (III) İnsanın kulak kanalının uzunluğu yaklaşık 2.5 cm'dir. Dışarıya açıktır fakat diğer uçta kulak zarı tarafından kapatılmıştır. Kulak kanalındaki duran dalgaların frekansını (duyulabilir aralıkta) tahmin edin. Yanıtınızla Şek. 16-6'daki grafik arasındaki bağıntı nedir?

16–5 Sesin Kalitesi Üst üste Gelme

52. (II) Temel frekans ile karşılaştırıldığında bir kemanın ilk iki üst tonunun yaklaşık şiddetleri nedir? Birinci ve ikinci üst ton temele göre kaç desibel daha düşüktür? (Şek. 16-14.)

16–6 Girişim; Vurular

53. (I) Bir piyano akortçusu, birisi 370 Hz ses veren iki teli akort etmeye çalıştığında her iki saniyede bir vuru işitiyor. Diğer telin frekansı ne olabilir?

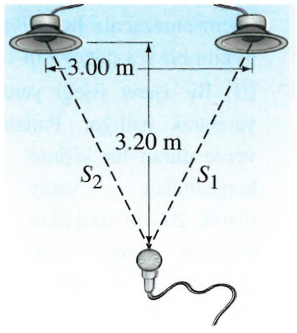
54. (I) Orta do (262 Hz) ve do diyez (277 Hz) birlikte çalınıyorsa vuru frekansı nedir? Her bir nota iki oktav aşağıdan (her birinin frekansı 4 çarpanı kadar azalır) çalınırsa vuru frekansı ne olur?

55. (II) Bir gitar teli, 350 Hz'lik bir diyapazonla ses verdiğinde 4 vuru/s üretiyor ve 355 Hz'lik bir diyapazonla ses verdiğinde 9 vuru/s üretiyor. Telin titreşim frekansı nedir? Sebebini açıklayın.

56. Şek. 16-15'teki iki ses kaynağının yüzü birbirine bakmakta ve eşit genlikli, eşit frekanslı (294 Hz) fakat faz farkı 180^0 olan sesler yaymaktadır. (*a*) tam yapıcı girişimin oluştuğu ve (*b*) tam yıkıcı girişimin oluştuğu bir noktada iki hoparlör arasındaki en az uzaklık nedir? ($T = 20$ olduğunu varsayın.

57. Her biri 0.66 m olan fakat biri 5.0°C ve diğeri 28°C 'de bulunan iki özdeş flüt orta do'yu (262 Hz) çalmaya çalışıyorsa kaç tane vuru duyulur.

58. (II) İki hoparlör, Şekil 16-37 'de gösterildiği gibi birbirinden 3 m uzaklığa yerleştiriliyor ve eş fazlı 494 Hz 'lik sesler yayıyor. İki hoparlörün arasındaki uzaklığın ortasından 3.20 m uzakta bulunan ve bir en büyük şiddetin kaydedildiği bir noktaya bir mikrofon yerleştiriliyor. (*a*) İlk en küçük şiddeti bulmak için mikrofon sağa doğru ne kadar kaydırılmalıdır? (*b*) Hoparlörlerin 494 Hz'lik sesleri aralarında faz farkı olacak şekilde yaydığı yeni bir bağlantı yaptığınızı varsayın. Şimdi, en büyük ve en küçük şiddetin konumu ne olur?



ŞEKİL 16–37
Problem 58.

59. (II) İki piyano telinin 220 Hz 'de titreştiği varsayılıyor fakat ikisi birden çalındığında piyano akortçusu her iki saniyede üç vuru işitiyor. (*a*) Tellerden birisi 22.0 Hz'de titreştiğinde diğerinin frekansı nedir (sadece bir yanıt mı vardır)? (*b*) Bu telleri akort etmek için gerilim ne kadar (yüzde olarak) arttırılmalı veya azaltılmalıdır?

60. (I) Bir kaynak, havada dalga boyları 2.64 m ve 2.72 m olan ses yayıyor. (*a*) Saniyede kaç vuru duyulur? (*b*) Şiddetin en büyük olduğu bölgeler uzayda birbirinden ne kadar uzaktadır?

16–7 Doppler Etkisi

61. (I) Durgun bir itfaiye arabasının sireninin baskın frekansı 1350 Hz 'dir. 30.0 m/s hızla; (*a*) arabaya doğru hareket ederseniz ve (*b*) abradan uzaklaşırsanız hangi frekansı tespit edersiniz?

62. (I) Durgun bir yarasa, 50.0 kHz'lik ultrasonik ses dalgaları gönderiyor ve kendisinden 30.0 m/s hızla uzaklaşan bir cisimden yansıyıp gelen dalgaları alıyor. Alınan sesin frekansı nedir?

63. (II) (*a*) 2300 Hz frekanslı bir kaynak size doğru 18 m/s hızla yaklaşırken siz de 18 m/s hızla ona yaklaşıyorsunuz. İki frekans tamamen aynı mıdır? Bu iki frekans birbirine yakın mıdır? (*b*) Hesabı 160 m/s için ve (*c*) 320 m/s için tekrarlayın. Doppler formüllerinin asimetrisi konusunda hangi sonuca varırısınız? (d) Düşük hızlarda (sesin hızına göre), iki formülün – kaynak yaklaşıyor ve algılayıcı yaklaşıyor- aynı sonucu verdiğini gösterin.

64. (II) İki taksi, aynı tek frekanslı kornayla donatılmıştır. Taksilerden biri durgun olduğunda ve diğeri birinciye doğru 15 m/s hızla hareket ettiğinde durgun taksideki sürücü 4.5 Hz'lik bir vuru frekansı işitiyor. Kornaların yaydığı frekans nedir? $T = 20^0$C olduğunu varsayın.

65. (II) 1280 Hz frekanslı bir sirene sahip bir polis arabası 120 km/sa hızla hareket etmektedir. (*a*) Yola yakın duran bir gözlemci araba yaklaşırken ve uzaklaşırken hangi frekansları duyar? (*b*) Zıt doğrultuda 90 km/sa hızla giden bir arabada polis arabasını geçmeden önce ve geçtikten sonra hangi frekanslar duyulur? (*c*) Polis arabası aynı doğrultuda 80 km/sa hızla giden bir arabayı geçtiğinde arabada hangi iki frekans duyulur?

66. (II) Bir yarasa, 7.0 m/s hızla bir duvara doğru uçmaktadır. Yarasa uçarken 30.0 kHz frekanslı bir ultrasonik ses dalgası yayıyor. Yansıyan dalgada yarasanın işittiği frekans nedir?

67. (II) İlk Doppler deneylerinin birinde, hareketli bir açık tren vagonundaki bir tuba 75 Hz frekansta çalınmaktadır ve ikinci bir özdeş tuba tren istasyonunda durgun olarak aynı tonda çalınmaktadır. Tren, istasyona 12 m/s hızla yaklaşırken istasyonda duyulan vuru frekansı nedir?

68. ((II) Bir taksiye takılan bir hoparlör bir şarkı çalarken taksideki sürücüye göre durgun bir gözlemcinin her bir müzik notayı bir nota yukarıya kaymış olarak duyması için taksinin gözlemciye doğru hangi hızla (km/sa olarak) hareket etmesi gerekir? Eşit şekilde ayarlanmış bir renk ölçeğinde komşu notaların frekanslarının oranı $2^{1/12}$'dir.

69. (II) Okyanus yüzeyinde 44 m dalgaboylu bir dalga, okyanus tabanına göre 18 m/s hızla hareket etmektedir. Okyanus yüzeyinin bu bölgesinde bir sürat motoru 15 m/s hızla (okyanus tabanına göre) hareket ediyorsa motor; (*a*) batıya doğru ve (*b*) doğuya doğru gittiğinde hangi sıklıkla bir dalga tepesiyle karşılaşır?

70. ((III) Bir fabrika düdüğü 720 Hz frekanslı bir ses yayıyor. Rüzgar kuzeyden 15.0 m/s hızla esiyorsa durgun duran gözlemciler düdüğün (*a*) güneyden, (*b*) doğudan, (*c*) batıdan gelmesi durumunda hangi frekansları işitir? $T = 20^{\circ}C$ olduğunu varsayın.

71. (III) Frekansı 2.25×10^6 Hzolan ultrasonik dalgalar kullanan Doppler etkisi, bir fetüsün kalp atışlarını görüntülemek için kullanılıyor. 260 Hz frekanslı bir (en büyük) vuru frekansı gözleniyor. Dokudaki sesin hızının 1.54×10^3 m/s olduğunu varsayarak atan kalbin yüzeyinin en büyük hızını hesaplayın.

*16–8 Şok Dalgaları; Ses Patlaması

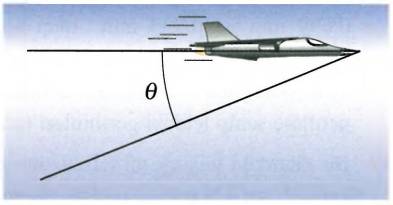
*72. (II) Bir uçak, sesin hızının 310 m/s olduğu Mach 2.0'de hareket etmektedir. (*a*) Şok dalgasının uçağın hareket doğrultusuyla yaptığı açı nedir? (*b*) Uçak 6500 m yükseklikte uçuyorsa uçağın tam altında yerde bulunan bir insan kaç s sonra şok dalgasını işitir?

*73. (II) Bir uzay araştırma aracı, bir gezegenin ses hızının sadece 45 m/s olduğu ince atmosferine giriyor. (*a*) İlk hızı 15,000 km/sa olan inceleme ucunun Mach sayısı kaçtır? (*b*) Şok dalgasının hareket doğrultusuna göre açısı nedir?

*74. ((II) 8800 m/s hızla hareket eden bir gök taşı okyanusa çarpıyor. Göktaşının ürettiği şok dalgasının açısını; (*a*) okyanusa girmeden hemen önce havada iken ve (*b*) girdikten hemen sonra su içinde bulun. $T = 20^{\circ}C$ olduğunu varsayın.

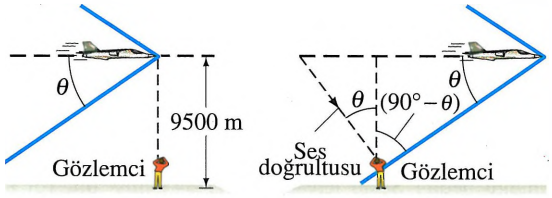
*75. (II) Bir ses patlamasının ses-ötesi hızla hareket eden bir cismin yoluyla yaptığı θ açısının Dnk. 16-12 ile verildiğini gösterin.

*76. (II) Doğrudan yukarı baktığınızı ve yerin 1.25 km yukarısında sesten daha hızlı giden bir uçak gördüğünüzü varsayın. Ses patlamasını duyduğunuz andan itibaren uçak yatayda 2.0 km yol almış olsun. Şek. 16-38 'e bakın. (*a*) Şok konisinin θ, açısını, (*b*) uçağın hızını (Mach sayısını) belirleyin. Ses hızının 330 m/s olduğunu varsayın.



ŞEKİL 16–38
Problem 76.

*77. (II) 9500 m yükseklikte Mach 2.2 'de uçan bir ses-ötesi uçak, yerdeki bir gözlemcinin tam yukarısından geçiyor. Gözlemci ses patlamasını duyduğunda gözlemciye göre uçağın konumu nedir? (Şek. 16-39 'a bakın.)



ŞEKİL 16–39 Problem 77.

Genel Problemler

78. Bir balık bulucu, kayığın altından aşağı doğru 20,000 Hz frekanslı ses atmaları gönderen ve sonra ekoları tespit eden bir sonar cihazı kullanmaktadır. Kayığın tasarlanan en büyük çalışma derinliği 75 m ise atmalar arasındaki en küçük süre nedir (taze suda)?

79. Bir bilim müzesi, kanalizasyon borusu senfonisi adı verilen bir gösteriye sahiptir. Bu gösteri, iki ucu açık olan bir çok plastik borudan oluşmaktadır. (*a*) Boruların uzunluğu, 3.0 m, 2.5 m, 2.0 m, 1.5 m ve 1.0 m ise boruların ucuna kulağını dayamış bir ziyaretçinin duyduğu frekanslar nelerdir? (*b*) Bu gösteri, sessiz bir güne göre gürültülü bir günde niçin daha iyi çalışır?

80. Bir insandan 5.0 m uzakta bulunan bir sivrisinek, insan kulağının işitme sınırına (0 dB) yakın bir ses çıkarmaktadır. Bu tür 100 sivrisineğin ses düzeyi nedir?

81. Bir 82 dB ve bir 89 dB'lik ses eş zamanlı olarak duyulduğunda ortaya çıkan ses düzeyi nedir?

82. Açık havaya bırakılan bir hoparlörden 9.00 m uzaklıktaki ses düzeyi 115 dB'dir. Tüm doğrultularda eşit yayım yaptığı varsayılırsa hoparlörün ses güç çıkışı (W) nedir?

83. Bir stereo yükseltici, 1000 Hz'de 175 W'lık bir çıkışa sahiptir. Güç çıkışı, 15 kHz'de 12 dB kadar düşüyor. 15 kHz'de watt olarak güç çıkışı nedir?

84. Jet üssünün yakınında çalışan işçiler, kulaklarına koruyucu cihazlar takarlar. 30 m uzaklıktaki bir jet uçağı motorunun ses düzeyinin 130 dB ve ortalama bir insan kulağının etkin çapının 2.0 cm olduğunu varsayın. Bir jet uçağı motorundan 30 m uzaklıkta bulunan korumasız bir insan kulağının algıladığı ses düzeyi nedir?

85. Dinleme ve iletişim sistemlerinde desibel olarak kazanç, β,

$$\beta = 10 \log\left(\frac{P_{\text{çıkış}}}{P_{\text{giriş}}}\right),$$

bağıntısıyla tanımlanır. Burada, $P_{\text{giriş}}$ sisteme giren güç ve $P_{\text{çıkış}}$ çıkan güçtür. Özel bir stereo yükseltici, bir 1.0 mW'lık giriş için 125 W'lık çıkışa sahip ise dB olarak kazanç nedir?

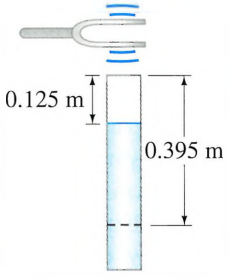
86. Büyük konserler için hoparlörler bir şarkıcının sesini yükseltmek için kullanılır. İnsan beyni, özgün sesle 50 ms içinde gelen sesleri aynı kaynaktan geliyormuş gibi yorumlar. Böylece, hoparlörden gelen ses dinleyiciye önce ulaşırsa sesin kaynağı hoparlörmüş gibi algılanır. Tersine, önce şarkıcının sesi duyulursa ve hoparlör 50 ms içinde sese ekleme yaparsa ses şarkıcıdan geliyormuş gibi algılanır ve böylece şarkıcının sesi yükselmiş olur. İstenen durum ikincisidir. Hoparlöre giden sinyal, sesin hızından çok büyük olan ışık hızında (3×10^8 m/s) hareket ettiğinden hoparlöre gönderilen sinyale bir gecikme eklenir. Hoparlör şarkıcının 3.0 m arkasında ise ve sesinin şarkıcının sesinden 30 ms sonra varmasını istiyorsak ne kadar gecikme eklenmelidir?

87. Gitaristlerin aletlerini tercih ettikleri bir tel gerilimiyle akort edebilmeleri için yapımcılar, özel bir gitar telini çaplar seçeneği ile sunarlar. Örneğin, naylon bir yüksek mi teli, çapları sırasıyla 0.699 mm ve 0.724 mm olan bir düşük- ve yüksek- gerilim modellerinde bulunur. Naylonun ρ yoğunluğunun her model için aynı olduğunu varsayarak akortlanmış bir yüksek ve düşük gerilime sahip teldeki gerilimleri (oran olarak) karşılaştırın.

88. Bir gitardaki yüksek-mi teli, uzunluğu $\ell = 65.0$ cm ve temel frekansı $f_1 = 329.6$ Hz olmak üzere iki ucundan tutturulmuştur. Akustik bir gitarda, bu telin çapı 0.33 mm 'dir ve çoğunlukla pirinçten $(7760\ \text{kg/m}^3)$ yapılır, buna karşılık elektrikli gitarda bu telin çapı 0.25 mm'dir ve nikel kaplamalı çelikten $(7990\ \text{kg/m}^3)$ yapılmıştır. Akustik gitarda yüksek-mi telindeki gerilimi elektrikli gitardaki gerilimle (oran olarak) karşılaştırın.

89. Bir kemanın la teli, sabit noktalar arasında 32 cm uzunlukta olup 440 Hz'lik temel frekansa ve 7.2×10^{-4} kg/m gibi birim uzunluk başına kütleye sahiptir. (*a*) Teldeki dalga hızını ve gerilimi bulun. (*b*) Temel frekansı 440 Hz olan basit bir üflemeli müzik aletinin (örneğin, borulu org) bir ucu kapalı tübünün uzunluğu nedir? Sesin havadaki hızı 343 m/s 'dir. (*c*) Her bir aletin ilk üst-tonunun frekansı nedir?

90. Bir diyapazon, suyla dolu düşey bir açık tüpün üzerinde titreşime bırakılmıştır (Şek. 16-40). Su düzeyinin yavaşça düşmesine izin verilmektedir. Tüpün ağzından su düzeyine olan uzaklık 0.125 m ve 0.395 m iken tüpte suyun üzerindeki havanın diyapazonla rezonans yaptığı duyuluyor. Diyapazonun frekansı nedir?



ŞEKİL 16–40
Problem 90.

91. Her birinin bir ucu kapalı iki özdeş tüp, 25.0°C'de 349 Hz'lik temel frekansa sahiptir. Bir tüpteki hava sıcaklığı 30.0°C'ye çıkarılıyor. Şimdi, iki tüp ses vermeye başlarsa vuru frekansı ne olur?

92. Bir kemandaki her tel komşu telin frekansının $1\frac{1}{2}$ katına eşit olacak şekilde akort edilmiştir. uzunluğu eşit dört tel, aynı gerilime sahiptir; en düşük telinkine göre her bir telin birim uzunluk başına kütlesi nedir?

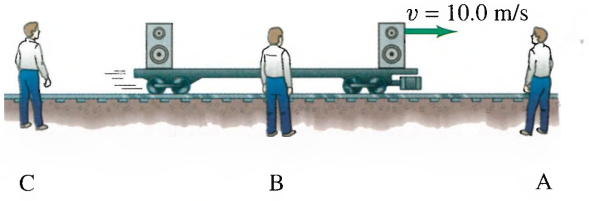
93. Bir tüpün D çapı tüpün açık ucundaki düğümü etkiler. Uç düzeltmesi yaklaşık tübün etkin uzunluğuna $D/3$ eklenerek, yapılabilir. Uzunluğu 0.60 m ve çapı 3.0 cm olan kapalı bir tüp için uç düzeltmesi dikkate alınırsa ilk dört harmonik ne olur?

94. Bir kişi, iki ses kaynağından gelen 500-1000 Hz aralığında saf bir ton duyuyor. İki kaynaktan eşit uzaklıkta bulunan noktalarda ses en yüksek değerdedir. Frekansın tam olarak ne olduğunu belirlemek için söz konusu kişi hareket ediyor ve bir kaynaktan diğerine göre 0.36 m uzakta ses düzeyinin en düşük olduğunu buluyor. Sesin frekansı nedir?

95. Size yaklaşan bir buharlı trenin düdüğünün frekansı 552 Hz'dir. Sizi geçtikten sonra ölçülen frekans 486 Hz oluyor. Trenin (sabit olduğunu varsaydığınız) hızı nedir?

96. İki tren 516 Hz'lik düdük sesi yayıyor. Trenlerden biri durgundur. Durgun trendeki kondüktör, diğer tren yaklaştığında 3.5 Hz 'lik vuru frekansı duyuyor. Hareketli trenin hızı nedir?

97. Şek. 16-41'de gösterildiği gibi durgun bir gözlemciyi 10 m/s hızla geçen bir demiryolu arabasının zıt uçlarına iki hoparlör yerleştirilmiştir. Hoparlörler 348 Hz'lik özdeş ses frekansına sahip ise; (*a*) arabanın önünde A noktasında dinleme yaptığında, (*b*) hoparlörler arasında B noktasında bulunduğunda, (*c*) araba geçtikten sonra C noktasında hoparlörleri duyduğunda gözlemcinin duyduğu vuru frekansı nedir?



ŞEKİL 16–41 Problem 97.

98. Birlikte ses veren iki borulu org 8.0 Hz'lik vuru frekansı üretiyor. Kısa olan 2.40 m uzunlukta ise diğerinin uzunluğu nedir?

99. Bir yarasa 7.5 m/s hızla bir pervaneye doğru uçarken pervane da yarasaya doğru 5.0 m/s hızla uçuyor. Yarasa, 51.35 kHz'lik bir ses dalgası yayıyor. Pervaneden yansıdıktan sonra yarasa tarafından tespit edilen dalganın frekansı nedir?

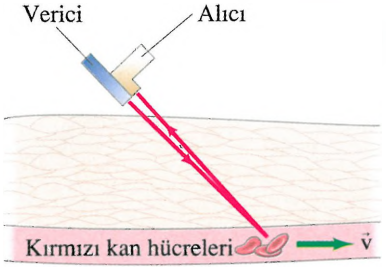
100. Aorttaki kan akış hızı normalde 0.32 m/s ise 3.80 MHz frekanslı ultrason dalgaları akış boyunca gönderildiğinde ve kırmızı kan hücrelerinden yansıdığında hangi vuru frekansını beklersiniz? Dalgaların hızının 1.54×10^3 m/s olduğunu varsayın.

101. Bir yarasa, bir pervaneye yaklaşırken bir dizi yüksek frekanslı ses atması yayıyor. Atmalar arasında 70.0 ms'lik zaman aralığı vardır ve her birinin uzunluğu 3.0 m civarındadır. Bir atmanın ekosu diğer atma yayımlanmadan önce geri geliyorsa yarasa pervaneyi ne kadar uzakta algılar?

102. (*a*) Binom açılımını kullanarak 16-9a ve 16-10a denklemlerinin kaynak ve gözlemci arasındaki küçük bağıl hızlar için aslında aynı olduğunu gösterin. (*b*) 18.0 m/s gibi bağıl bir hız için Dnk. 16-9a yerine Dnk. 16-10 kullanılsaydı yüzde kaç hata söz konusu olurdu?

103. İki hoparlör, bir koridorun zıt uçlarına yüz yüze gelecek şekilde yerleştirilmiştir. Hoparlörler, 282 Hz gibi saf bir frekans üreten aynı kaynağa bağlanmıştır. Bir insan, 1.4 m/s hızla bir hoparlörden diğerine doğru yürüyorsa duyacağı "vuru" frekansı nedir?

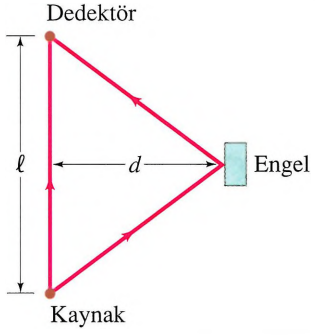
104. Bir *Doppler akış ölçeri* kanın akış hızını ölçmek için kullanılır. Verici ve alıcı elemanlar, Şek. 16-42 'deki gibi deri üzerine yerleştirilir. Yaklaşık 5.0 MHz'lik tipik ses dalgası frekansları kullanılır, çünkü bunların kırmızı kan hücrelerinden makul bir yansıma şansları söz konusudur. Kırmızı kan hücrelerinin hareketli olması sebebiyle Doppler kaymasına uğrayan yansımış dalgaların frekansı ölçülerek kan akışının hızı çıkarsama yoluyla elde edilir. "Normal" kanın akış hızı yaklaşık 0.1 m/s'dir. Bir atardamarın kan akış hızını arttıracak şekilde sıkıştırıldığını ve akış ölçerin 780 Hz'lik Doppler kaymasını ölçtüğünü varsayın. Sıkıştırılmış bölgede kan akış hızı nedir? Ses dalgaları (hem geçen hem yansıyan) ve kan akış doğrultusu arasındaki açı 45°'dir. Dokuda sesin hızının 1540 m/s olduğunu varsayın.



ŞEKİL 16–42
Problem 104.

105. Su dalgasının hızının 2.2 km/sa olduğu bir gölde bir sürat motorunun arkada bıraktığı izin açısı 15°'dir. Motorun hızı nedir?

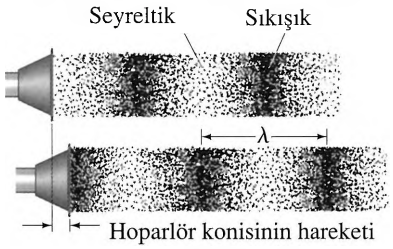
106. Ses dalgalarının (dalgaboyu λ) kaynağı bir detektörden ℓ kadar uzaktadır. Ses detektöre doğrudan ulaşıyor ve ayrıca Şek. 16-43 'teki gibi bir engelden yansıyor. Engel, kaynak ve detektörden eşit uzaklıktadır. Şekilde gösterildiği gibi engel, kaynak ve detektörü birleştiren çizginin sağına doğru d kadar uzaklıkta ise iki dalga eş fazlı olarak varmaktadır. İki dalga arasındaki faz farkının $\frac{1}{2}$ dalga boyu kadar olması ve böylece yıkıcı bir girişimin oluşması için engel sağa doğru ne kadar hareket ettirilmelidir? $\lambda \ll \ell, d$. olduğunu varsayın.



ŞEKİL 16–43
Problem 106.

107. "Şarkı söyleyen çubuklar" adı verilen bir gösteri, çubuğun ortasına yakın yerden elle tutulan uzun ve ince bir alüminyum çubuk gerektirir. Çubuğa diğer elle vurulur. Biraz alıştırma yaptıktan sonra çubuğun "şarkı söylediği", yani net, yüksek bir zil ses çıkardığı duyulur. 75 cm uzunluğundaki bir çubuk için; (*a*) sesin temel frekansı nedir? (*b*) çubuktaki sesin dalga boyu nedir? (*c*) 20 °C'de havadaki sesin dalga boyu nedir?

108. Bir ses dalgasındaki hava moleküllerinin en büyük yerdeğiştirmesinin sesi üreten hoparlör konisininkiyle aynı olduğunu varsayarak; oldukça yüksek bir ses düzeyindeki (105 dB) (*a*) 8.0 kHz ve (*b*) 35 Hz'lik ses için hoparlör konisinin ne kadar hareket edeceğini kestirin.



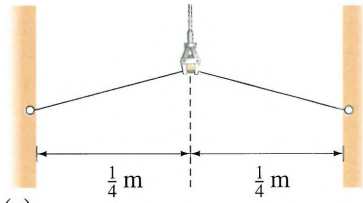
ŞEKİL 16–44
Problem 108.

*Sayısal/Bilgisayar

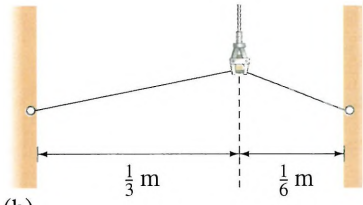
109. Bir telin çalınışı, ortaya çıkan dalgadaki harmonik genliklerin karışımını belirler. Tam olarak $\frac{1}{2}$ m uzunluktaki bir telin iki ucunun x = 0.0 ve x = 1/2 m noktalarında sabitlenmiş olduğunu göz önüne alın. Bu telin ilk beş harmoniği $\lambda_1 = 1.0$ m, $\lambda_2 = \frac{1}{2}$ m, $\lambda_3 = \frac{1}{3}$ m, $\lambda_4 = \frac{1}{4}$ m, ve $\lambda_5 = \frac{1}{5}$ m dalga boylarına sahiptir. Fourier teoremine göre herhangi şekilli bir tel, her bir harmoniğin kendine özgü A genliğine sahip olduğu harmoniklerin bir toplamı şeklinde ifade edilebilir. Toplamı, ilk beş harmonikle sınırlı tutarak

$$D(x) = A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}x\right) + A_2 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}x\right) + A_3 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_3}x\right) + A_4 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_4}x\right) + A_5 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_5}x\right),$$

ifadesi yazılabilir. Burada, D, $t = 0$ anında telin yer değiştirmesidir. Bu teli orta noktasından (Şek. 16-45a) veya sol ucundan üçte iki kadar uzakta olan bir noktadan çekip bıraktığımızı hayal edelim. Grafik çizebilen bir hesap makinesi veya bilgisayar programı kullanarak yukarıdaki ifadenin; (*a*) $A_1 = 1.00$, $A_2 = 0.00$, $A_3 = -0.11$, $A_4 = 0.00$, $A_5 = 0.040$ ise Şek. 16-45a 'da ve (*b*) $A_1 = 0.87$, $A_2 = -0.22$, $A_3 = 0.00$, $A_4 = 0.054$, $A_5 = -0.035$ ise Şek. 16-45b'deki şekli epeyi doğru bir şekilde temsil ettiğini gösterin.



(a)



(b)

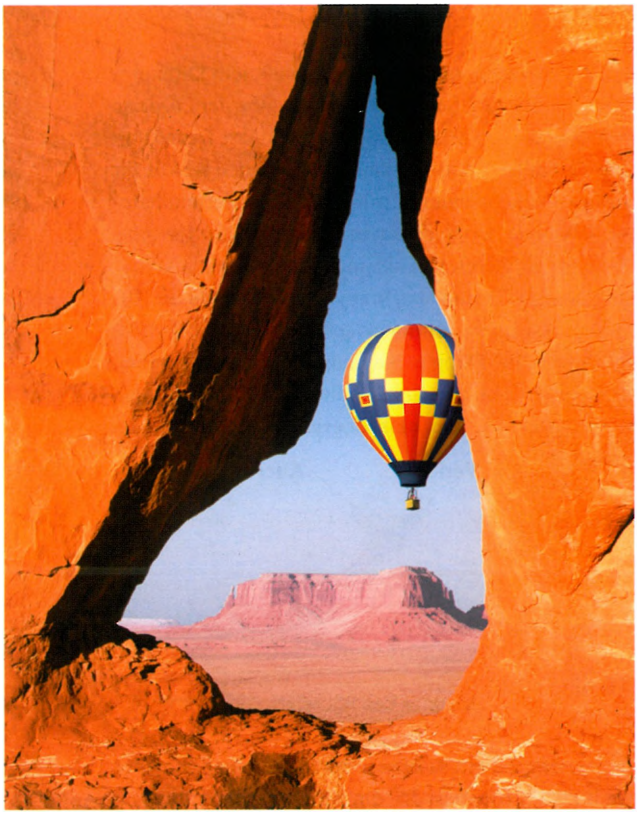
ŞEKİL 16–45
Problem 109.

Alıştırmaların Yanıtları

A: Yıldırım duyulmadan önce her 3 s için 1 km.
B: 4 kat daha şiddetli.
C: (*b*).
D: Az kütleli olan.
E: 257 Hz.
F: (*b*).
G: (*a*) 1717 Hz, (*b*) 1483 Hz.
H: (*a*).

Bir "sıcak hava" balonunun içindeki havayı ısıtmak havayı genleştirir ve havayı aşağıdaki açıklıktan dışarı iter. İçerideki havanın bu şekilde azalması yoğunluğunun dışarıdaki havadan daha düşük olmasını sağlar, böylece balonu yukarı doğru iten net bir kuvvet oluşur. Bu bölümde sıcaklık ve onun madde üzerindeki etkilerini yani ısısal genleşme ve gaz yasalarını göreceğiz.





BÖLÜM

17

Sıcaklık, Isısal Genleşme ve İdeal Gaz Yasası

İÇERİK

17–1 Maddenin Atom Teorisi
17–2 Sıcaklık ve Sıcaklık Ölçerler
17–3 Isısal Denge ve Termodinamiğin Sıfırıncı Yasası
17–4 Isısal Genleşme
*17–5 Isısal Zorlar
17–6 Gaz Yasaları ve Mutlak Sıcaklık
17–7 İdeal Gaz Yasası
17–8 İdeal Gaz Yasası ile Problem Çözme
17–9 Moleküller Cinsinden İdeal Gaz Yasası: Avogadro Sayısı
*17–10 İdeal Gaz Sıcaklık Ölçeği – Bir Standart

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!
Bir ucu açık bir sıcak hava balonu, (yukarıdaki resimlere bakınız) içindeki hava bir alev ile ısıtıldığında yükselir. Aşağıdaki özellikler için, balonun içindeki hava ile dışındaki havayı karşılaştırırsanız; hangi özellik içerideki hava için daha yüksek, daha düşük veya dışarıdaki havanınkiyle aynıdır?

(i) Sıcaklık,
(ii) Basınç,
(iii) Yoğunluk.

Bölüm 17'den Bölüm 20'ye kadar olan bundan sonraki dört bölümde, sıcaklık, ısı ve termodinamik ve gazların kinetik teorisini. çalışacağız.

Çoğu zaman belirli bir **sistemi** göz önüne alacağız sistem derken belirli bir cisim veya cisimler takımını kastederiz; evrende bunun dışında kalan her şey "çevre" olarak adlandırılır. Belirli bir sistemin- bir kabın içerisindeki gaz gibi - **durumunu** (veya koşullarını) mikroskobik veya makroskobik bakış açısından tanımlayabiliriz. **Mikroskopik** bir betimleme sistemi oluşturan tüm atomların veya moleküllerin hareketinin ayrıntılarını içerecektir ve bu çok karmaşık olabilir. **Makroskopik** bir betimleme ise hacim, kütle, basınç ve sıcaklık gibi bizim duyularımızla veya aletler

yardımıyla doğrudan algılanabilen nicelikler cinsinden verilir. Makroskopik nicelikler cinsinden süreçleri tanımlama **termodinamiğin** alanıdır. Bir sistemin durumunu tanımlamak için kullanılan nicelikler durum değişkenleri olarak adlandırılırlar. Örneğin, bir kap içerisindeki saf bir gazın durumunu tanımlamak sadece üç **durum değişkeni** gerektirir; bunlar tipik olarak hacim, basınç ve sıcaklıktır. Daha karmaşık sistemler, tanımlanmak için, üç durum değişkeninden daha fazlasına gereksinim duyar.

Bu bölümün vurgusu sıcaklık kavramı üzerinedir. Bununla birlikte, maddenin atomlardan oluştuğu ve bu atomların sürekli rasgele hareket halinde olduklarını söyleyen teorinin kısa bir tartışmasıyla başlıyoruz. Bu teori kinetik teori olarak adlandırılır ("kinetik" Yunancada "hareket eden" anlamındadır) ve Bölüm 18'de bu konuyu daha ayrıntılı bir biçimde tartışacağız.

17–1 Maddenin Atomik Teorisi

Maddenin atomlardan oluştuğu düşüncesi eski Yunanlılara kadar gider. Yunan düşünür Democritus'a göre, eğer saf bir madde- örneğin bir parça demir-gittikçe daha da küçülen parçalara bölünürse, sonunda daha fazla bölünemeyecek olan maddenin en küçük parçası elde edilecektir. Bu en küçük parça Yunanca'da "bölünemez"[†] anlamına gelen **atom** olarak adlandırılır.

Bugün atomik teori evrensel olarak kabul görmektedir . Teoriyi destekleyen deneysel kanıtlar esasen on sekizinci, on dokuzuncu ve yirminci yüzyıllarda ortaya çıktı ve bunların çoğu kimyasal tepkimelerin analizinden elde edildi.

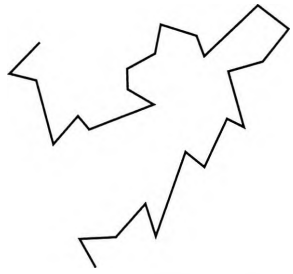
Sıklıkla, tek tek atomların ve moleküllerin, sırasıyla **atomik kütle** veya **moleküler kütle**[‡] olarak adlandırdığımız bağıl kütlelerinden söz ederiz. Bunlar, doğada çok bol bulunan 12^0C atomunun kütlesine keyfi olarak 12.0000 birleştirilmiş atomik kütle birimi (u) değerinin verilmesine dayanır. Kilogram cinsinden

$1u = 1.6605 \times 10^{-27}$kg'dır.

Buna göre hidrojenin atomik kütlesi 1.0078 u'dur ve diğer atomlar için değerler bu kitabın arka kapağının içinde ve aynı zamanda Ek F'de yer alan Periyodik Cetvel'de listelenmiştir. Bir bileşiğin moleküler kütlesi bileşiğin moleküllerini meydana getiren atomların atomik kütleleri toplamıdır.

Atomik teori için önemli bir parça kanıt, 1827'de biyolog Robert Brown tarafından keşfedilen **Brown hareketi**dir. Brown, suda asılı duran küçücük polen taneciklerini mikroskobuyla izlerken, bunların, su tam olarak hareketsiz olduğu halde zikzaklı yollarda (Şek. 17-1) hareket ettiklerine dikkat etti. Atomik teori, eğer herhangi bir maddenin atomlarının sürekli hareket halinde olduğu şeklindeki makul varsayım da kullanılırsa, kolayca Brown hareketini açıklar. Brown'ın küçük polen tanecikleri hızlıca hareket eden su molekülleri tarafından itilip kakılarak harekete zorlanırlar.[§]

1905'de, Albert Einstein, Brown hareketini teorik bakış açısından açıkladı ve deneysel verilerden atomların ve moleküllerin yaklaşık büyüklük ve kütlesini hesaplayabildi. Onun hesapları tipik bir atomun çapının yaklaşık 10^{-10}m olduğunu gösterdi.

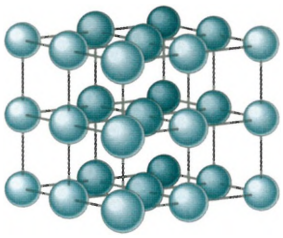


ŞEKİL 17–1 Su yüzeyinde duran küçük bir parçacığın (örneğin polen taneciği) yörüngesi. Düz çizgiler parçacığın eşit zaman aralıklarında gözlenen konumlarını birleştirmektedir.

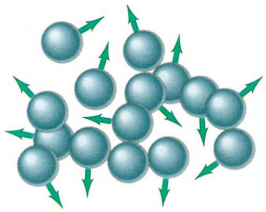
[†]Bugün atomu bölünemez olarak değil de, daha çok bir çekirdek (proton ve nötronları içeren) ve elektronlardan oluşmuş olarak düşünüyoruz.

[‡]Bu nicelikler için bazen *atomik ağırlık* ve *moleküler ağırlık* terimleri kullanılır, fakat tam doğru konuşursak karşılaştırdığımız nicelikler kütlelerdir.

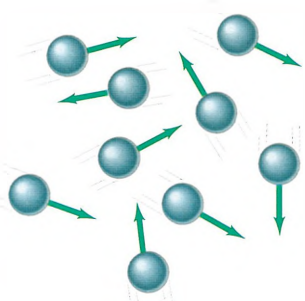
[§]Bir element altın, demir veya bakır gibi bir maddedir; kimyasal yollarla daha basit maddelere ayrıştırılamaz. Bileşikler, elementlerden oluşmuş maddelerdir ve bu maddelere ayrıştırılabilirler, örneğin karbondioksit ve su gibi. Bir elementin en küçük parçası bir atomdur; bir bileşiğin en küçük parçası bir moleküldür. Moleküller atomlardan meydana gelir; örneğin bir su molekülü iki hidrojen ve bir oksijen atomundan oluşur, kimyasal formülü H_2O' dur.



(a)



(b)



(c)

ŞEKİL 17–2
(a) Bir kristal katıda,
(b) bir sıvıda
(c) bir gazda
atomik düzenlemeler

Bölüm 13'ün başlangıcında, maddenin makroskobik veya "büyük ölçekli "özelliklerine dayanarak üç yaygın fazını (ya da durumunu) –katı, sıvı, gaz- ayırt ettik. Şimdi maddenin bu üç fazının atomik veya mikroskobik bakış açısından nasıl fark ettiğini görelim. Atomlar ve moleküller birbirlerine çekici kuvvetler uygulamalıdır. Bir tuğla ya da alüminyum blok başka nasıl tek parça halinde kalabilirdi? Moleküller arasındaki kuvvet elektriksel bir yapıdadır (sonraki bölümlerde, bundan daha fazla bahsedilecektir). Moleküller birbirlerine çok yaklaştığında, aralarındaki kuvvet itici olmalıdır, (dış yörünge elektronları arasındaki elektriksel itme nedeniyle) başka türlü maddenin bir hacme sahip olması mümkün değildir.Böylece moleküller birbirlerinden minimum bir uzaklığı korurlar. Katı bir malzemede, çekici kuvvetler, kristal örgü olarak bilinen bir düzende, atomlar veya moleküllerin hemen hemen sabit konumlar etrafında ancak hafifçe hareket etmelerine (titreşmelerine) izin verecek kadar güçlüdürler. Bu Şek.17-2a'da görülmektedir. Yine Şek.17- 2b'de görüldüğü gibi bir sıvıda; atomlar veya moleküller daha hızlı hareket ederler veya onlar arasındaki kuvvet birbirlerinin etrafından serbestçe geçebilecekleri kadar zayıftır. Bir gazda, kuvvetler öyle zayıf veya hızlar öyle yüksektir ki moleküller bir arada bile kalamazlar. Şek.17-2c'de görüldüğü gibi içinde bulundukları kabı dolduracak şekilde ve birbirleriyle sıkça çarpışarak her yönde hızlıca hareket ederler. Ortalama olarak bir gazdaki hızlar, iki molekül çarpıştığı zaman çekim kuvveti -onları birlikte tutmaya yetecek kadar güçlü olmayacak şekilde ve yeni yönlere savrulacakları şekilde- yeterince yüksektir.

ÖRNEK 17–1 TAHMİN EDİN **Atomlar arasındaki mesafe.** Bakırın yoğunluğu $8.9 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$, 'tür, ve her bir bakır atomu 63 u'luk bir kütleye sahiptir. Komşu bakır atomlarının merkezleri arasındaki ortalama mesafeyi tahmin edin.

YAKLAŞIM Bir kenarı 1m olan bir bakır küp göz önüne alalım. Verilen ρ yoğunluğunu kullanarak $V = 1\ \text{m}^3$ hacimli küpün kütlesi m'yi hesaplayabiliriz ($m = \rho V$) $1\ \text{m}^3$'teki atomların sayısını elde etmek için bunu bir atomun kütlesine (63 u) böleriz. Atomların düzgün biçimde sıralandıklarını varsayarak 1m'lik bir uzunluktaki atomların sayısına N dersek; o zaman $(N)(N)(N) = N^3$, 1m^3'deki atomların toplam sayısına eşit olur.

ÇÖZÜM 1 bakır atomunun kütlesi $63\ \text{u} = 63 \times 1.66 \times \text{kg} = 1.05 \times 10^{-25}$ kg'dır. Bu bir kenarı 1m olan bakırdan bir kübün içerisinde

$$\frac{8.9 \times 10^3\ \text{kg/m}^3}{1.05 \times 10^{-25}\ \text{kg/atom}} = 8.5 \times 10^{28}\ \text{atoms/m}^3.$$

var demektir. Kenarı ℓ olan bir kübün hacmi $V = \ell^3$, 'tür, dolayısıyla 1m uzunluklu kübün bir kenarında $(8.5 \times 10^{28})^{1/3}$ atom $= 4.4 \times 10^3$ atom vardır. Bu yüzden komşu atomlar arasındaki mesafe

$$\frac{1\ \text{m}}{4.4 \times 10^9\ \text{atoms}} = 2.3 \times 10^{-10}\ \text{m}.$$

NOT Birimlere dikkat edin. "Atom" bir birim olmamasına rağmen, doğru hesap yaptığınızdan emin olmak için onu göz önüne almak yararlıdır.

ŞEKİL17–3 Bir köprüdeki genleşme eklemi.



17–2 Sıcaklık ve Sıcaklık Ölçerler:

Günlük yaşamda, **sıcaklık** bir şeyin ne kadar sıcak veya soğuk olduğunun bir ölçüsüdür. Isınmış bir fırının yüksek bir sıcaklığa sahip olduğu söylenir, bu arada donmuş bir göldeki buz düşük bir sıcaklığa sahiptir.

Maddenin pek çok özelliği sıcaklıkla değişir. Örneğin, çoğu madde sıcaklığı artırıldığında genleşir.† Demir bir çubuk ısıtıldığı zaman soğukken olduğundan daha uzundur. Beton yollar ve kaldırımlar sıcaklığa bağlı olarak çok az miktarda genleşirler veya sıkışırlar. Bu yüzden bu tür yerlerde sıkışabilir ara parçaları veya genleşme eklemleri düzenli aralıklarla yerleştirilirler (Şek.17-3). Maddenin elektriksel direnci sıcaklıkla değişir (Bölüm 25). En azından yüksek sıcaklıklarda, cisimlerden yayımlanan renk de sıcaklığa bağlıdır; bir elektrikli fırının ısıtıcı elemanının ısıtıldığı zaman kırmızı renkte parladığına

†Çoğu malzeme sıcaklığı artırıldığında genleşir, fakat hepsi böyle değildir. Örneğin su 0^0C ve 4^0C aralığında, sıcaklıkta bir artışla sıkışır. (Kısım 17-4'e bakınız)

dikkat etmişsinizdir. Daha yüksek sıcaklıklarda, demir gibi katı maddeler turuncu ve hatta beyaz renkte parlarlar. Sıradan akkor bir ampulün beyaz ışığı çok sıcak bir tungsten telden yayılır. Güneşin ve diğer yıldızların yüzey sıcaklıkları yaydıkları ışığın baskın rengi (daha doğru bir deyimle dalga boyları) yardımıyla ölçülebilir.

Sıcaklık ölçmek için tasarlanan araçlar **termometre** olarak adlandırılır. Pek çok termometre çeşidi vardır, fakat hepsinin çalışma ilkesi daima maddenin bir takım özelliklerinin sıcaklıkla değişiyor olmasına dayanır. Kullanılan termometrelerin çoğu sıcaklıktaki bir artışla malzemenin genleşmesine dayanır. Bir termometre için Galileo tarafından geliştirilen ilk fikir bir gazın genleşmesini kullanmaktır. Bugün yaygın olarak kullanılan termometreler, kullanılan ilk termometreler gibi, cıvayla veya kırmızı boyayla renklendirilmiş alkolle dolu cam bir tüp içerir. (Şek.17-4)

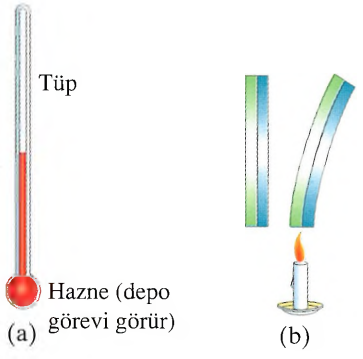
Sıradan bir cam- içinde- sıvı termometresinde, sıcaklık arttığı zaman sıvı camdan daha fazla genleşir, böylece tübün içerisindeki sıvı seviyesi yükselir. (Şek.17-5a) Metallerin de sıcaklıkla genleşiyor olmalarına rağmen, bir metal çubuğun uzunluğundaki değişim, sıcaklıktaki sıradan değişimleri doğrulukla ölçmek için genellikle çok küçüktür. Buna rağmen, genleşme oranları farklı olan iki farklı metali birbirine bağlayarak yararlı bir termometre yapılabilir (Şek.17-5b). Sıcaklık artırıldığı zaman, farklı genleşme miktarları iki metalli şeridin bükülmesine neden olur. Sıklıkla iki metalli şerit bir bobin şeklindedir, bu bobinin bir ucu sabitlenmiştir, diğeri Şek. 17-6'da görüldüğü gibi bir ibreye tutturulur. Bu çeşit termometreler sıradan hava termometreleri, fırın termometreleri, elektrikli kahve makinalarında otomatik kapama düğmeleri ve ısıtıcı veya klimanın açılması veya kapanmasını belirleyen oda termostatlarında kullanılırlar. Çok hassas termometreler elektriksel özellikleri (Bölüm 25) kullanarak yapılırlar. Bunlar direnç termometreleri, ısıl çiftler ve termistorlardır, sıklıkla dijital okuma sağlarlar.



ŞEKİL 17–4 İtalya, Floransadaki Accademia del Cimento'da (1657-1667) yapılan termometreler. Bunlar bilinen en eski termometreler arasındadır. Bunlar hassas ve üstün yapıda aygıtlardır, bugünkü pek çok termometre gibi bazen renkli olmak üzere alkol içerirler.

Sıcaklık Ölçekleri

Sıcaklığı nicel olarak ölçmek için bir takım sayısal ölçekler tanımlanmalıdır. Bugün en yaygın kullanılan ölçek Celsius ölçeğidir, bazen santigrad ölçeği olarak adlandırılır. Birleşmiş Devletlerde Fahrenheit ölçeği de yaygındır. Bilimsel çalışmada en önemli ölçek mutlak veya Kelvin ölçeğidir ve bu ölçek bu bölümde daha sonra tartışılacaktır. Bir sıcaklık ölçeği tanımlamanın bir yolu, iki tane kolayca yeniden üretilebilir sıcaklığa keyfi değerler vermektir. Hem Celsius hem de Fahrenheit ölçekleri için bu iki sabit nokta suyun donma noktası ve kaynama noktası[†] olarak seçilir. Celsius ölçeğinde, suyun donma noktası ("sıfır derece Celsius") ve kaynama noktası olarak seçilir. Fahrenheit ölçeğinde donma noktası olarak, kaynama noktası da olarak belirlenir. Pratik bir termometreyi kalibre etmek için, iki sıcaklığın her birinde dikkatlice hazırlanmış ortamlara yerleştirilir ve sıvının veya göstergenin konumunu işaretlenir. Bir Celcius ölçeği için iki işaret arasındaki mesafe 0°C ve 100°C arasındaki her bir dereceyi belirten 100 eşit aralığa bölünür. Bir Fahrenheit ölçeği için iki nokta 32°F ve 212°F olarak işaretlenir ve bunların arasındaki mesafe 180 eşit aralığa bölünür. Suyun donma noktası altındaki ve kaynama noktası üstündeki sıcaklıklar için, ölçekler aynı eşit aralıklar kullanılarak genişletilebilir. Buna rağmen, termometreler kendi sınırlılıkları nedeniyle sadece belli bir sıcaklık aralığında kullanılabilirler – örneğin, bir cam- içinde- cıva termometresindeki sıvı cıva bir noktada katılaşır, bu noktanın aşağısında termometre kullanışsız olacaktır. Alkol gibi sıvıların buharlaştığı sıcaklıkların üstünde de yararsız olacaktır. Çok düşük veya çok yüksek sıcaklıklar için- bir kısmından daha sonra bahsedeceğimiz -özel termometrelere gereksinim duyulur.



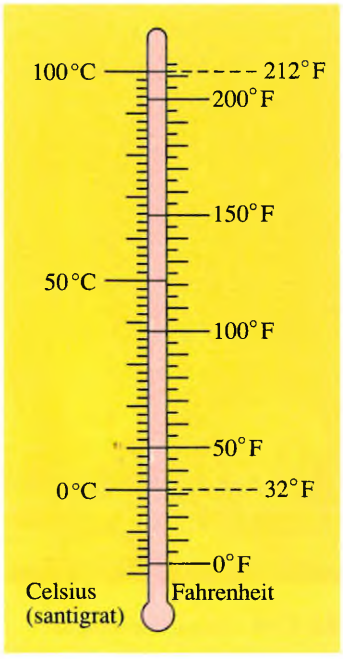
ŞEKİL 17–5 (a) Civa veya alkol içeren termometre (b) iki metalli şerit tüp



ŞEKİL 17–6 Sarılmış iki metalli bir şerit kullanarak yapılan bir termometrenin fotoğrafı

[†]Çoğu malzeme sıcaklığı artırıldığında genleşir, fakat hepsi böyle değildir. Örneğin su 0 °C ve 4 °C aralığında, sıcaklıkta bir artışla sıkışır. (Kısım 17-4'e bakınız)

[*]Bir maddenin donma noktası katı ve sıvı fazların denge halinde birlikte var oldukları sıcaklık olarak tanımlanır- yani sıvının katıya net bir değişimi olmaz, bunun tersi de olmaz. Verilen bir basınç için bunun sadece belirli bir sıcaklıkta gerçekleştiği deneysel olarak bulunmuştur. Benzer biçimde, kaynama noktası sıvı ve gaz fazlarının denge halinde birlikte var oldukları sıcaklık olarak tanımlanır. Tüm bu noktalar basınçla değiştiği için basınç (genellikle 1 atm olarak) belirlenmelidir.



ŞEKİL 17–7 Celcius ve Fahrenheit ölçeklerinin karşılaştırması

DİKKAT

Sıcaklık dönüşümleri yaparken $0^{\circ}C = 32^{\circ}F$ ve $5C^{\circ}$ lik bir değişimin $9F^{\circ}$ olduğunu hatırlayın

Şek.17-7 de görüldüğü gibi Celsius ölçeğindeki her sıcaklık Fahrenheit ölçeğindeki belirli bir sıcaklığa karşılık gelir. Eğer 0°C'nin 32°F'a karşılık geldiğini ve Celcius ölçeğindeki 100°'lik bir aralığın Fahrenheit ölçeğinde 180°'lik bir aralığa karşılık geldiğini hatırlarsanız, birinden diğerine geçiş (dönüşüm) kolaydır. Böylece, bir Fahrenheit derecesi (1F°) bir Celsius derecesinin 100/180=5/9'una karşılık gelir. Yani $1\,F^{\circ} = \frac{5}{9}C^{\circ}$.'dir (belirli bir sıcaklığa işaret ettiğimizde 20°C'deki gibi "derece Celsius" dediğimize; fakat bir sıcaklıktaki veya bir sıcaklık aralığındaki değişime işaret ettiğimizde 2C°'deki gibi "Celsius derecesi" dediğimize dikkat edin). İki sıcaklık ölçeği arasındaki dönüşüm

$$T(^{\circ}C) = \tfrac{5}{9}[T(^{\circ}F) - 32]$$

veya

$$T(^{\circ}F) = \tfrac{9}{5}T(^{\circ}C) + 32.$$

şeklinde yazılabilir. Bu bağıntıları hatırlamak yerine (bunları karıştırmak kolay olabilir), genellikle 0°C = 32°F olduğunu ve 5C° lik bir değişimin 9F°'lik bir değişime eşit olduğunu hatırlamak daha kolaydır.

ÖRNEK 17–2 **Sıcaklığınızı ölçün.** Normal vücut sıcaklığı 98.6°F'tır. Celsius ölçeğinde bu sıcaklığın karşılığı nedir?

YAKLAŞIM 0°C = 32°F olduğunu ve $5C^{\circ} = 9F^{\circ}$ olduğunu hatırlayalım.

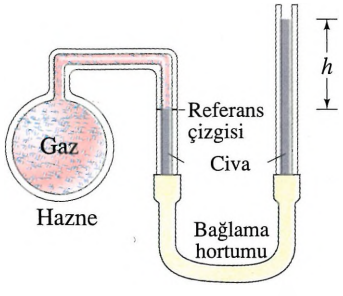
ÇÖZÜM Önce verilen sıcaklığı suyun donma sıcaklığı (0°C) ile ilişkilendirelim. Yani, 98.6 °F, suyun donma noktasının 98.6 – 32.0 = 66.6 °F üzerindedir. Her F^{0}, $\frac{5}{9}C^{\circ}$ 'ne eşit olduğundan,bu donma noktasının üzerinde $66.6 \times \frac{5}{9} = 37.0$ Celsius derecesine karşılık gelir. Donma noktası 0°C'dir, o halde vücut sıcaklığı 37.0 °C'tır.

ALIŞTIRMA A Her iki ölçeğin de aynı sayısal değeri verdiği (T_C=T_F) sıcaklığı belirleyin.

Farklı materyaller geniş bir sıcaklık aralığında aynı şekilde genleşmez. Dolayısıyla eğer farklı türdeki termometreleri tam olarak yukarıda anlatıldığı gibi kalibre edersek, birbirleriyle hassas bir biçimde uyuşmayacaklardır. Onları nasıl kalibre ettiğimize bağlı olarak, 0°C'ta ve 100°C'ta uyuşacaklardır. Fakat farklı genleşme özelliklerinden dolayı, aradaki sıcaklıklarda tam uyuşmayacaklardır (termometre ölçeğini 0°C ve 100°C arasında 100 eşit parçaya keyfi olarak böldüğümüzü hatırlayalım). Böylece dikkatlice kalibre edilmiş bir cam- içinde- civa termometresi 52.0°C'ı gösterirken, dikkatlice kalibre edilmiş bir diğer tip 52.6°C'ı gösterebilir.

Bu tür uyuşmazlıklar yüzünden, standart tipte termometreler seçilmelidir, böylece tüm sıcaklıklar doğrulukla belirlenebilir. Bu amaç için seçilmiş standart, **sabit-hacimli gaz termometresi**'dir. Şek. 17-8'deki basitleştirilmiş diyagramda gösterildiği gibi, bu termometre, seyreltik bir gazla doldurulmuş ve ince bir tüple bir cıva manometresine (Kısım 13-6) bağlanmış bir hazne içerir. Gazın hacmini sabit tutmak üzere, manometrenin ki sol taraftaki tübündeki cıva referans çizgisinin hizasında olacak şekilde, sağ taraftaki tüp alçaltılır veya yükseltilir. Sıcaklıktaki bir artış haznedeki basınçta orantılı bir artışa neden olur. Dolayısıyla tübün, gaz hacmini sabit tutmak için, daha yükseğe kaldırılması gerekir. Sağ taraftaki sütundaki cıvanın yüksekliği böylece sıcaklığın bir ölçüsü olur. Bu termometre, haznedeki gaz basıncının sıfıra doğru indiği limitte tüm gazlar için aynı sonucu verir. Sonuçta ölçek, standart sıcaklık ölçeği için bir baz oluşturur.

ŞEKİL 17–8 Sabit hacimli gaz termometresi



17–3 Isısal Denge ve Termodinamiğin Sıfırıncı Yasası

Hepimiz biliriz ki, farklı sıcaklıktaki iki cisim ısısal temastalarsa (ısı enerjisinin birinden diğerine geçişinin mümkün olması anlamına gelir), iki cisim sonuçta aynı sıcaklığa ulaşır. O halde bunların **ısısal denge** içerisinde olduğu söylenir. Örneğin, ateşinizi ölçmek için bir termometreyi çevresiyle (yani ağzınızla) ısısal dengeye gelene kadar ağzınıza koyarsınız ve daha sonra sonucu okursunuz. İki cisim ısısal temasta bulunacak şekilde yerleştirildiğinde, birinden diğerine net bir enerji akışı yoksa ve sıcaklıkları değişmiyorsa bu iki cismin ısısal dengede oldukları söylenir. Deneyler şunu gösterir:

> **eğer iki sistem üçüncü bir sistemle ısısal dengede iseler, o zaman birbirleriyle de ısısal dengededirler.**

Bu postüla **termodinamiğin sıfırıncı yasası** olarak adlandırılır. Bu ismin verilmesinin sebebi, termodinamiğin ilk ve ikinci büyük yasaları (19 ve 20. Bölümler) ortaya konduktan sonra, bilim insanlarının, bu görünüşte aşikar olan postülanın ilk önce dile getirilmesi gerektiğini anlamalarıdır.

Sıcaklık, sistemin diğer sistemlerle ısısal dengede olup olmadığını tanımlayan bir sistem özelliğidir. İki sistem ısısal dengede olduklarında, sistemlerin sıcaklıkları, tanım gereği, eşittir ve sistemler arasında herhangi bir net enerji değiş tokuşu olmaz. Bu bizim her günkü sıcaklık anlayışımızla uyumludur çünkü sıcak ve soğuk iki nesne birbirlerine temas ettirilirse sonuçta aynı sıcaklığa sahip olurlar. Böylece sıfırıncı yasanın önemi sıcaklığın yararlı bir tanımına izin vermesiyle ortaya çıkar.

17–4 Isısal Genleşme

Çoğu maddeler ısıtıldığı zaman genleşir ve soğutulduğunda büzülür. Buna rağmen genleşme veya büzülme miktarı maddenin cinsine bağlı olarak değişir.

Çizgisel Genleşme

Deneyler, hemen hemen tüm katıların uzunluklarındaki $\Delta\ell$ değişiminin, iyi bir yaklaşıklıkla, ΔT çok büyük olmadığı sürece doğrudan ΔT sıcaklık değişimiyle orantılı olduğuna işaret eder. Uzunluktaki değişim aynı zamanda cismin ℓ_0 orijinal uzunluğuyla da orantılıdır. Yani, aynı sıcaklık artışı için,4 m uzunluğundaki bir demir çubuk 2 m'lik bir demir çubuğun iki katı kadar uzunluk artışına sahip olacaktır. Bu orantılılığı bir denklem olarak

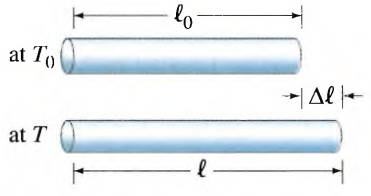
$$\Delta\ell = \alpha\ell_0\,\Delta T, \qquad \textbf{(17–1a)}$$

şeklinde yazabiliriz. Burada orantılılık katsayısı belirli bir malzeme için *çizgisel genleşme katsayısı* olarak adlandırılır ve $(\mathrm{C^o})^{-1}$ birimine sahiptir. Şek.17-9'da görüleceği gibi $\ell = \ell_0 + \Delta\ell$, yazar ve $\Delta\ell$ 'yi yerleştirirsek:

$$\ell = \ell_0 + \Delta\ell = \ell_0 + \alpha\ell_0\,\Delta T,$$

$$\ell = \ell_0(1 + \alpha\,\Delta T), \qquad \textbf{(17–1b)}$$

elde ederiz. Bu denklemde ℓ_0 başlangıçtaki T_0 sıcaklığındaki uzunluktur ve ℓ bir T sıcaklığına ısıtarak veya soğutarak ulaştıktan sonraki uzunluktur. Eğer sıcaklık değişimi $\Delta T = T - T_0$ negatif ise, o zaman $\Delta\ell = \ell - \ell_0$'da negatiftir; sıcaklık azalırken uzunluk kısalır.



ŞEKİL 17–9 T_0 sıcaklığında ℓ_0 uzunluğundaki ince bir çubuk yeni bir T sıcaklığına ısıtılırsa ℓ uzunluğuna, $\ell = \ell_0 + \Delta\ell$ sahip olur.

TABLO 17–1 20°C yakınında genleşme katsayıları

Madde	Çizgisel Genleşme Katsayısı, $\alpha\ (C°)^{-1}$	Hacimsel Genleşme katsayısı $\beta\ (C°)^{-1}$
Katılar		
Alüminyum	25×10^{-6}	75×10^{-6}
Pirinç	19×10^{-6}	56×10^{-6}
Bakır	17×10^{-6}	50×10^{-6}
Altın	14×10^{-6}	42×10^{-6}
Demir veya Çelik	12×10^{-6}	35×10^{-6}
Kurşun	29×10^{-6}	87×10^{-6}
Cam (Pyrex®)	3×10^{-6}	9×10^{-6}
Cam (Adi)	9×10^{-6}	27×10^{-6}
Kuartz	0.4×10^{-6}	1×10^{-6}
Beton ve Tuğla	$\approx 12 \times 10^{-6}$	$\approx 36 \times 10^{-6}$
Mermer	$1.4–3.5 \times 10^{-6}$	$4–10 \times 10^{-6}$
Sıvılar		
Benzin		950×10^{-6}
Civa		180×10^{-6}
Etil alkol		1100×10^{-6}
Gliserin		500×10^{-6}
Su		210×10^{-6}
Gazlar		
Hava (ve atmosferik basınçtaki başka gazlar)		3400×10^{-6}

α'nın 20°C'de çeşitli maddeler için değerleri Tablo 17-1'de listelenmiştir. sıcaklıkla çok yavaş değişir. (Bu, farklı maddelerden yapılan termometrelerin tam olarak uyuşmamasının nedenini açıklar). Buna rağmen, eğer sıcaklık aralığı çok büyük değilse, değişim genellikle ihmal edilebilir.

FİZİK UYGULAMASI
Yapılarda genleşme

ÖRNEK 17–3 **Köprü genleşmesi.** Bir asma köprünün çelik yatağı 20°C'de 200m uzunluğundadır. Eğer köprünün maruz kalacağı sıcaklık aralığının uç değerleri –30°C'tan +40 °C'a kadar ise, köprünün yatağı ne kadar genleşir ve büzülür?

YAKLAŞIM Köprü yatağının Dnk.17-1a'da verildiği gibi sıcaklıkla çizgisel olarak genleşeceğini ve büzüleceğini varsayarız.

ÇÖZÜM Tablo 17-1'den çelik için α'yı $\alpha = 12 \times 10^{-6}(C°)^{-1}$ buluruz

Sıcaklık 40 °C iken uzunluktaki artış

$$\Delta\ell = \alpha\ell_0\Delta T = (12 \times 10^{-6}/C°)(200\,\text{m})(40°C - 20°C) = 4.8 \times 10^{-2}\,\text{m},$$

veya 4.8 cm olacaktır. Ortam sıcaklığı –30 °C'ye düştüğünde, $\Delta T = -50°C$ 'dir. O zaman uzunlukta

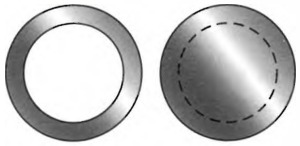
$$\Delta\ell = (12 \times 10^{-6}/C°)(200\,\text{m})(-50\,C°) = -12.0 \times 10^{-2}\,\text{m}$$

'lik veya 12 cm'lik azalma olacaktır. Genleşme bağlantılarının toplam aralığı 12 cm + 4.8 cm ≈ 17cm'i kapsamalıdır. (Şek.17-3).

KAVRAMSAL ÖRNEK 17–4 **Delikler genleşir mi büzülür mü?** İnce, dairesel bir halkayı (Şek.17-10a) fırında ısıtırsanız halkanın deliği genişler mi, daralır mı?

YANIT Metalin deliğe doğru genleşeceğini böylece deliğin daha küçüleceğini tahmin ediyor olabilirsiniz. Fakat durum öyle değildir. Halkanın bir bozuk para gibi katı olduğunu düşünün (Şek.17-10b). Üzerine bir kalemle, gösterildiği gibi bir çember çizin. Metal genleştiğinde, çemberin içindeki madde metalin geri kalanıyla birlikte genleşecektir; böylece çember genleşir. Çemberin olduğu yerde metali kesersek Şek.17-10a'daki deliğin çapının artacağını açıkça görürüz.

ŞEKİL 17–10 Örnek 17–4.



(a) (b)

ÖRNEK 17–5 **Bir çubuktaki halka.** Bir demir halka silindirik bir demir çubuğun üzerine rahatça geçiyor olsun. 20°C'de çubuğun çapı 6.445 cm dir ve halkanın iç çapı 6.420 cm'dir. Çubuğun üzerinde kayabilmesi için, halka çubuk çapından yaklaşık 0.008 cm daha geniş olmalıdır. Halkanın deliğinin çubuk üzerinde yeterince kayabilmesini sağlamak üzere, halka hangi sıcaklığa getirilmelidir?

YAKLAŞIM Halkadaki deliğin çapı 6.420 cm'den 6.445cm + 0.008cm = 6.453cm'ye artırılmalıdır. Delik çapı sıcaklıkla çizgisel olarak artacağından halka ısıtılmalıdır (Örnek 17-4).

ÇÖZÜM Dnk. 17-1a'daki ΔT'yi çeker ve

$$\Delta T = \frac{\Delta \ell}{\alpha \ell_0} = \frac{6.453\,\text{cm} - 6.420\,\text{cm}}{(12 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ)(6.420\,\text{cm})} = 430\,\text{C}^\circ$$

buluruz. Böylece sıcaklık en azından $T = (20°\text{C} + 430\,\text{C}^\circ) = 450°\text{C}$ 'a artırılmalıdır.

NOT Problemleri çözerken, son adımı, yani başlangıç sıcaklığını (burada 20^0C) eklemeyi unutmayın.

KAVRAMSAL ÖRNEK 17–6 **Sıkı kapatılmış bir kavanoz kapağını açmak.** Bir cam kavanozun kapağı sıkıca kapalı ise, kapağı sıcak suyun altına kısa bir süre tutarsanız açmak kolaylaşır (Şek. 17-11). Neden?

YANIT Sıcak su, camdan ziyade kapağa doğrudan çarpar ve böylece kapak daha hızlı genleşir. Böyle değilse bile, metaller genellikle aynı sıcaklık değişimi için camdan daha fazla genleşir (daha büyüktür, bknz Tablo 17-1).

NOT Eğer haşlanmış bir yumurtayı pişirdikten hemen sonra soğuk suya koyarsanız soymak çok kolaylaşır; kabuğun ve yumurtanın farklı ısısal genleşmeleri yumurtanın kolayca kabuktan ayrılmasına neden olur.

FİZİK UYGULAMASI
Sıkı bir kapağı açmak

FİZİK UYGULAMASI
Haşlanmış bir yumurtayı soymak



ŞEKİL 17–11 Örnek 17–6.

Hacimsel Genleşme

Bir sıcaklık değişimi altında bir maddenin hacmindeki değişim Dnk.17-1a'dakine benzer bir bağıntıyla verilir, yani

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T, \qquad \textbf{(17–2)}$$

olur. Burada ΔT sıcaklıktaki değişimdir, V_0 orijinal hacimdir, ΔV hacimdeki değişimdir ve β hacimsel genleşme katsayısıdır. β'nın birimi $(\text{C}^\circ)^{-1}$'dir.

Çeşitli maddeler için β değerleri Tablo 17-1'de verilmiştir. Katılar için β'nın normalde yaklaşık olarak 3α'ya eşit olduğu dikkat ediniz. Bunun neden böyle olduğunu görmek için, ℓ_0 uzunluklu W_0 genişlikli ve H_0 yüksekliğine sahip dikdörtgen şeklinde bir katı göz önüne alalım. Bunun sıcaklığı ΔT kadar değiştirildiğinde, hacmi $V_0 = \ell_0 W_0 H_0$ değerinden

$$V = \ell_0(1 + \alpha\,\Delta T)W_0(1 + \alpha\,\Delta T)H_0(1 + \alpha\,\Delta T),$$

değerine değişir. Burada Dnk. 17-1b kullanıldı ve α'nın tüm yönlerde aynı olduğu varsayıldı. Böylece

$$\Delta V = V - V_0 = V_0(1 + \alpha\,\Delta T)^3 - V_0 = V_0[3\alpha\,\Delta T + 3(\alpha\,\Delta T)^2 + (\alpha\,\Delta T)^3]$$

olur. Bu $\beta \approx 3\alpha$ olmak üzere Dnk. 17-2'dir. Buna rağmen izotropik (tüm yönlerde yanı özelliklere sahip) olmayan katılar için, bağıntısı doğru değildir. Sabit şekillere sahip olmadıkları için çizgisel genleşmenin sıvılar ve gazlar için bir anlamı olmadığına da dikkat ediniz.

ALIŞTIRMA B Alüminyumdan yapılmış ince uzun bir çubuğun 0°C'taki uzunluğu 1.0 m'dir. ve $1.0000 \times 10^{-3}\text{m}^3$ hacime sahiptir. Çubuk 100 °C'a ısıtıldığı zaman çubuğun uzunluğu 1.0025 m'dir. 100°C'ta çubuğun yaklaşık hacmi nedir? (a) $1.0000 \times 10^{-3}\text{m}^3$; (b)$1.0025 \times 10^{-3}\text{m}^3$; (c) $1.0050 \times 10^{-3}\text{m}^3$

17-1 ve 17-2 denklemleri sadece eğer $\Delta\ell$ (veya ΔV) ℓ_0'la (veya V_0'la) karşılaştırıldığında, küçükse doğrudur. Bu, sıvılar ve β'nın büyük değerlerinden dolayı daha da çok gazlar için önem kazanır. Ayrıca, β'nın kendisi gazlar için sıcaklıkla önemli bir miktarda değişir. Bu yüzden, gazları ele almanın daha uygun bir yoluna ihtiyaç vardır ve bu, Kısım 17-6'da tartışılacaktır.

ÖRNEK 17–7 **Güneşin altındaki benzin deposu**. Bir arabanın 70 litrelik (L) çelik deposu 20 °C'ta ağzına kadar benzinle doldurulyor. Araba güneşte kalıyor ve depo 40 °C'lık bir sıcaklığa ulaşıyor. Depodan ne kadar benzinin taştığını tahmin edersiniz?

FİZİK UYGULAMASI
Depodan benzin taşması

YAKLAŞIM Hem benzin hem de depo sıcaklık arttıkça genleşir ve bu genleşmenin Dnk. 17-2'de tanımlandığı gibi çizgisel olduğunu varsayıyoruz. Taşan benzinin hacmi benzindeki hacim artışından deponun hacmindeki artışı çıkardığınız zaman bulacağınız değere eşittir.

ÇÖZÜM Benzin

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T = (950 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ)(70\,\text{L})(40^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) = 1.3\,\text{L}$$

kadar genleşir. Depo da genleşir. Depoyu hacmi genleşen çelik bir kabuk gibi düşünebiliriz $(\beta \approx 3\alpha = 36 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ)$. Eğer depo katı olsaydı, yüzey tabakası (kabuk) tam da aynı şekilde genleşecekti. Böylece deponun hacmi

$$\Delta V = (36 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ)(70\,\text{L})(40^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) = 0.050\,\text{L}$$

kadar artar, dolayısıyla deponun genleşmesi az bir etkiye sahiptir. Bir litreden fazla benzin depodan taşar.

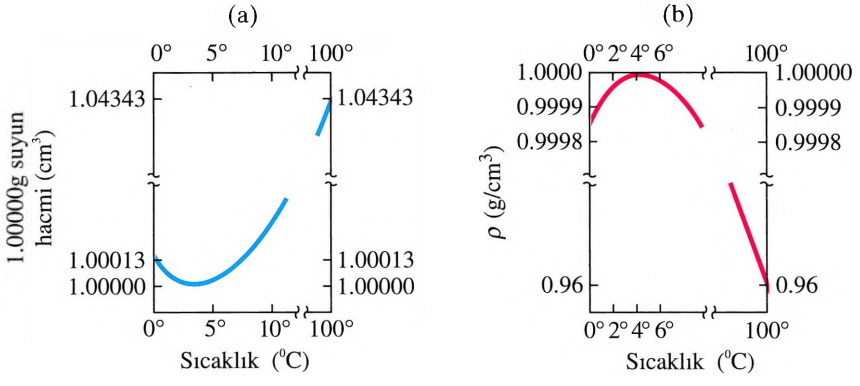
NOT Paradan tasarruf etmek ister misiniz? Hacmi kadar benzine para ödüyorsunuz, o halde depoyu soğukken ve benzin daha yoğunken doldurtun – aynı ücrete daha fazla molekül! Fakat depoyu ağzına kadar doldurmayın.

4°C'ın Altında Suyun Anormal Davranışı

Çoğu malzeme sıcaklıktaki bir artışla, faz değişikliği olmaması koşuluyla, az veya çok düzgün bir şekilde genleşir. Fakat su farklı davranır. Eğer 0°C'deki su ısıtılırsa, sıcaklığı 4°C'ye ulaşıncaya kadar hacmi azalır. 4°C'ın üstünde su normal davranır ve sıcaklık artarken hacmen genleşir (Şek.17-12). Böylece su en büyük yoğunluğuna 4°C'ta ulaşır. Suyun bu anormal davranışı soğuk kışlar esnasında su altındaki yaşamın devamı için büyük öneme sahiptir. Bir nehir veya göldeki su 4°C'ın üstünde bir sıcaklığa sahip olduğu zaman soğuk havayla temas ettiğinde soğumaya başlar, yüzeydeki su daha büyük yoğunluğa sahip olduğundan aşağıya doğru çöker. Aşağıdan gelen daha ılık su yüzeydeki suyun yerini alır. Bu karışım sıcaklık 4°C'ye ulaşana kadar devam eder. Yüzey suyu daha da soğudukça, yüzeyde kalır çünkü aşağıdaki 4°C'lik sudan daha az yoğundur. O yüzden önce yüzeyden başlayarak donar ve buz yüzeyde kalır, çünkü buz (özgül ağırlığı = 0.917) sudan daha az yoğundur. Dipteki su, böylece suyun tüm kütlesini donduracak kadar soğuk oluncaya kadar sıvı kalır. Eğer su diğer maddeler gibi olsaydı, soğudukça daha yoğun olurdu ve gölün altındaki su önce donardı. Göller daha kolayca katı hale geçerdi çünkü suyun dolanımı, daha etkin biçimde soğutmak üzere daha ılık suyu yüzeye getirirdi. Bir gölün tamamen donması göldeki bitki ve hayvan yaşamına zarar verir. 4°C'ın altındaki suyun alışılmamış davranışı yüzünden, büyük su kütlelerinin tamamının donması nadirdir ve bu sudaki ısının suyun üstündeki soğuk havaya geçişini azaltmak için bir yalıtıcı gibi davranan yüzeydeki buz tabakası yardımıyla sağlanır. Suyun bu özel fakat harikulade özelliği olmasaydı, bu gezegendeki yaşam bildiğimiz şekliyle olmayabilirdi.

FİZİK UYGULAMASI
Buzun altında Yaşam

Su sadece 4°C'den 0°C'ye soğutulduğunda genleşmez, donarken daha da genleşir. Bu nedenle buz küpleri suyun üzerinde yüzer ve içlerindeki su donduğunda borular patlar.



ŞEKİL 17–12 4 °C civarında sıcaklığın bir fonksiyonu olarak suyun davranışı. (a) 1.00000 g suyun sıcaklığın bir fonksiyonu olarak hacmi (b) Sıcaklığa karşı yoğunluk. [Eksenlerdeki kırılmalara dikkat edin.]

*17–5 Isısal Zorlar

İnşaatlarda ve yollarda olduğu gibi pek çok durumda bir kiriş veya plakanın uçları sabitlenir. Bu, genleşme ve büzülmeyi büyük ölçüde sınırlar. Sıcaklık değişirse, *ısısal zorlar* olarak adlandırılan büyük baskı ve germe zorları meydana gelir. Bu zorların büyüklüğü Bölüm 12'de geliştirilen esneklik modülü kavramı kullanılarak hesaplanabilir. İç zoru hesaplamak için bu sürecin iki adımda oluştuğunu düşünebiliriz: (1) kiriş Dnk. 17-1'de verildiği şekilde bir $\Delta\ell$ miktarı kadar genleşmeye (veya büzülmeye) çalışır; (2) kirişle temas halindeki katı başlangıçtaki (orijinal) uzunluğunu korumak üzere bir baskı (veya germe) kuvveti uygular. Gereken kuvvet Dnk. 12-4 ile verilir.

$$\Delta\ell = \frac{1}{E}\frac{F}{A}\ell_0.$$

Burada E maddenin Young modülüdür. İç zor yani F/A'yı hesaplamak için Dnk.17-1a'daki $\Delta\ell$ 'yi yukarıdaki denklemdeki $\Delta\ell$'ye eşitler ve

$$\alpha\ell_0\,\Delta T = \frac{1}{E}\frac{F}{A}\ell_0$$

elde ederiz. Böylece, zor

$$\frac{F}{A} = \alpha E\,\Delta T \text{ olur.}$$

ÖRNEK 17–8 **Sıcak bir günde betondaki gerilim.** Bir otoban, aralarında genleşmeye izin verecek boşluklar olmayan, uç uca eklenmiş 10 m uzunluğundaki beton bloklardan yapılacaktır. Eğer bloklar 10°C'lık bir dış ortam sıcaklığında yerleştirilmişlerse, sıcaklık 40°C'ye ulaştığında oluşacak n baskı zoru ne kadardır? Bloklar arasındaki temas alanı 0.20m^2 'dir. Kırılma oluşur mu?

FİZİK UYGULAMASI
Otoyolların eğilip kırılması

YAKLAŞIM Yeni türettiğimiz F/A zorunu veren formülü kullanırız ve E'nin değerini Tablo 12-1'den buluruz. Kırılmanın oluşup oluşmayacağını görmek için, bu gerilimi Tablo 12-2'deki betonun doruk mukavemeti ile karşılaştırırız.

ÇÖZÜM

$$\frac{F}{A} = \alpha E\,\Delta T = (12\times10^{-6}/\text{C}^\circ)(20\times10^{9}\,\text{N/m}^2)(30\,\text{C}^\circ) = 7.2\times10^{6}\,\text{N/m}^2.$$

Bu zor, baskı altındaki betonun doruk mukavemetinden (Tablo 12-2) uzak bir değer değildir ve germe ve kayma için onu aşar. Eğer beton tam olarak hizalanmamışsa kuvvetin bir kısmı kayma zoruna yol açar ve kırıklar olası hale gelir. Bu yüzden (Şek. 17-3) yumuşak ara parçaları veya genleşme eklemleri beton kaldırımlarda, otobanlarda ve köprülerde kullanılır.

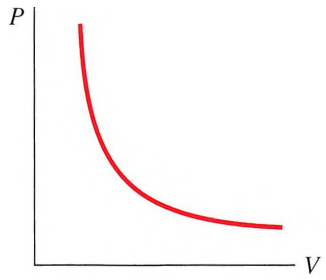
ALIŞTIRMA C Hava sıcaklığında 0°C'tan 10°C'a bir artış umuyorsanız 10 m uzunluğundaki beton bloklar arasında ne kadar boşluk bırakılmalıdır?

17–6 Gaz Yasaları ve Mutlak Sıcaklık

Dnk. 17-2 bir gazın genleşmesini tanımlamak için yararlı değildir, bunun sebebi kısmen genleşmenin çok büyük miktarda olabilmesi ve kısmen de gazların genellikle içinde bulundukları kabı doldurmak için genleşmeleridir. Gerçekten Dnk. 17-2, sadece basınç sabit tutulursa anlamlıdır. Bir gazın hacmi sıcaklığa olduğu kadar basınca da çok bağlıdır. Bu yüzden hacim, basınç, sıcaklık ve gazın kütlesi arasında bir bağıntı belirlemek önemlidir. Böyle bir bağıntı **durum denklemi** olarak adlandırılır. (*Durum* kelimesiyle sistemin fiziksel koşullarını kastediyoruz).

Bir sistemin durumu değişirse, daima hacim ve sıcaklık her tarafta aynı değerlere ulaşıncaya kadar bekleriz. Böylece, sadece, sistemi tanımlayan değişkenlerin (sıcaklık ve basınç gibi) sistemin her tarafında aynı değerde oldukları ve zamanla değişmedikleri-**denge durumlarını** göz önüne alırız.

Aynı zamanda bu Kısmın sonuçlarının, sadece çok yoğun olmayan (basınç çok yüksek değil, bir atmosfer yada daha düşük mertebede) ve sıvılaşma (kaynama) noktasına uzaktaki gazlar için doğru olduğuna dikkat etmeliyiz.



ŞEKİL 17–13 Sabit bir sıcaklıkta, belli miktardaki bir gazın hacme karşı basınç grafiği; Boyle yasasıyla verilen ters orantıyı gösteriyor; basınç azalırken hacim artıyor.

Belli bir gaz miktarı için deneysel olarak, iyi bir yaklaşıklıkla, *gazın hacminin, sıcaklık sabit tutulduğu zaman uygulanan mutlak basınçla ters orantılı olduğu* bulunur. Yani

$$V \propto \frac{1}{P} \qquad [\text{sabit } T]$$

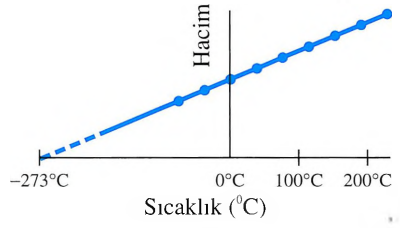
şeklindedir burada P mutlak basınçtır ("ayar basıncı" değildir – Kısım 13-4'e bakın). Örneğin, eğer bir gaz üzerindeki basınç iki katına çıkarılırsa hacmi orijinal değerinin yarısına düşer. Bu bağıntı, kendi deneylerine dayanarak bu bağıntıyı ilk dile getiren kişi Robert Boyle'a (1627-1691) ithafen Boyle yasası olarak bilinir. Belirli bir sıcaklık için P'nin V'ye karşı bir grafiği Şek. 17-13'te gösteriliyor. **Boyle'un yasası** aynı zamanda

$$PV = \text{sabit} \qquad [\text{sabit } T]$$

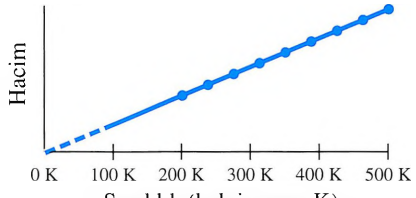
olarak yazılabilir. Yani, sabit sıcaklıkta, eğer belli miktardaki bir gazın basınç veya hacminden biri değiştirilirse diğer değişken de PV çarpımı sabit kalacak şekilde değişir.

Sıcaklık da bir gazın hacmini etkiler, fakat Boyle'un çalışmasından bir yüzyıldan daha fazla bir zaman sonrasına kadar V ve T arasında niceliksel bir bağıntı bulunamadı. Fransız Jacques Charles (1746 – 1823) basınç çok yüksek değilse ve sabit tutulursa, bir gazın hacminin sıcaklıkla Şek.17-14 a'da görüldüğü gibi hemen hemen çizgisel bir biçimde arttığını buldu. Bununla birlikte tüm gazlar düşük sıcaklıklarda (örneğin, oksijen –183°C'ta) sıvılaşır, dolayısıyla grafik sıvılaşma noktasının altına uzanamaz. Yine de, grafik hemen hemen düz bir çizgidir ve kesikli çizgiyle gösterildiği gibi düşük sıcaklıklara uzatılırsa, ekseni –273.15 °C civarında keser.

ŞEKİL 17–14 Basınç sabit tutulurken (a) Celsius sıcaklığının ve (b) Kelvin sıcaklığının bir fonksiyonu olarak belli bir miktardaki gazin hacmi.



(a)



(b)

Böyle bir grafik herhangi bir gaz için çizilebilir, ve düz çizgi sıfır hacimde daima -273°C'a iner.Bu, eğer bir gaz –273°C'a soğutulabilirse gazın sıfır hacime sahip olacağını ve bundan daha düşük sıcaklıklarda anlamsız bir şekilde negatif hacime sahip olacağını söyler. –273°C'ın olası en düşük sıcaklık olduğu iddia edildi. Gerçekten de son zamanlardaki pek çok deney bunun böyle olduğuna işaret eder. Bu sıcaklık sıcaklığın **mutlak sıfırı** olarak adlandırılır. Değeri –273.15°C olarak belirlenmiştir.

Mutlar sıfır, mutlak ölçek veya Kelvin ölçeği olarak bilinen bir sıcaklık ölçeğinin temelini oluşturur, ve bilimsel çalışmalarda geniş bir biçimde kullanılır. Bu ölçekte sıcaklık Kelvin derecesi veya basitçe derece işareti olmaksızın Kelvin (K) olarak belirtilir. Aralıklar Celsius ölçeğindekilerle aynıdır, suyun donma noktası (0°C) 273.15K'dir ve suyun kaynama noktası 373.15 K'dir. Gerçekten, Celsius ölçeğindeki herhangi bir sıcaklık bu sıcaklığa 273.15 ekleyerek kelvin'e değiştirilebilir.

$$T(\text{K}) = T(^\circ\text{C}) + 273.15.$$

Şimdi Şek.17-14b'ye bakalım, bu şekilde bir gazın hacminin mutlak sıcaklığa karşı grafiği, orijinden geçen düz bir çizgidir. Böylece, iyi bir yaklaşıklıkla, *basınç sabit tutulduğu zaman belirli bir miktar gazın hacmi doğrudan mutlak sıcaklıkla orantılıdır.* **Bu Charles yasası** olarak bilinir ve

$$V \propto T \qquad [\text{sabit } P]$$

şeklinde yazılır. Joseph Gay Lussac'a (1778-1850) ithafen **Gay Lussac yasası** diye bilinen üçüncü bir gaz yasası sabit hacimde, bir gazın mutlak basıncının mutlak sıcaklıkla doğru orantılı olduğunu ifade eder:

$$P \propto T. \qquad [\text{sabit } V]$$

Böyle, Charles ve Gay Lussac yasaları bugün kullandığımız anlamda gerçek yasalar (kesin, derin, geniş kapsamlı geçerlilik) değildir. Onlar gerçek gazlar için sadece gazın

basınç ve yoğunluğunun çok yüksek olmadığı ve sıvılaşmaya (yoğuşma) çok yakın olmadığı sürece doğrudur. Bu üç bağıntı için *yasa terimini* kullanmamızın nedeni geleneğe bağlı kalmak içindir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 17–9 **Kapalı bir cam kavanozu neden kamp ateşi içerisine fırlatmamalısınız.** Kapağı sıkıca kapalı boş bir cam kavanozu ateşe fırlatırsanız ne olabilir, neden?

YANIT Kavanozun içi boş değildir. Havayla doludur. Ateş, içerisindeki havayı ısıtırken, sıcaklığı artar, cam kavanozun hacmi ısıtmaya bağlı olarak çok az değişir. Gay Lussac yasasına göre kavanozun içindeki havanın P basıncı kavanozun patlamasına ve cam parçalarının etrafa saçılmasına sebep olmaya yetecek kadar çarpıcı bir biçimde artar.

17–7 İdeal Gaz Yasası

Boyle, Charles ve Gay Lussac gaz yasaları çok yararlı bir bilimsel tekniğin yardımıyla elde edildi; yani bir değişkeni değiştirmenin diğer bir değişken üzerindeki etkilerini açıkça görebilmek için bir veya daha fazla değişkeni sabit tutmak. Bu yasalar şimdi belirli bir miktardaki gazın mutlak basıncı, hacmi ve mutlak sıcaklığı arasında daha genel tek bir bağıntı şeklinde birleştirilebilir.

$$PV \propto T.$$

Bu bağıntı diğer iki nicelik değiştiği zaman P, V veya T niceliklerinden her hangi birinin nasıl değişeceğine işaret eder. Bu bağıntı T, P veya V sırasıyla sabit tutulduğunda Boyle'un, Charles'ın veya Gay Lussac'ın yasalarına indirgenir.

Mevcut gaz miktarının etkisini de hesaba katmalıyız. Bir balon şişiren herkes bilir ki, balonun içine ne kadar hava üflerseniz (Şek. 17-15) balon o kadar büyür. Gerçekten dikkatli deneyler sabit sıcaklık ve basınçta kapalı bir kaptaki gazın hacminin gazın m kütlesiyle doğru orantılı olarak arttığını gösterir. Bu yüzden

$$PV \propto mT$$

yazarız. Bu orantı bir orantılılık sabitini de devreye sokarak bir denklem şeklinde yazılabilir. Deneyler bu sabitin farklı gazlar için farklı değerlere sahip olduğunu gösterir. Buna rağmen, orantılılık katsayısı eğer denklemde gazın m kütlesi yerine *mol* sayısını kullanırsak tüm gazlar için aynı olacaktır.



ŞEKİL 17–15 Bir balonu şişirmek balonun içerisine daha fazla hava (daha fazla hava molekülleri) koymak demektir, bu hacmi artırır. Balonun esnekliğinin küçük etkisi hariç basınç hemen hemen sabittir (atmosferik).

Bir mol, tam 12 gram karbon 12'deki (atomik kütlesi tam olarak 12u olan) atom veya molekül kadar atom ve molekül ihtiva eden madde miktarı olarak tanımlanır. Daha basit fakat eşdeğer bir tanım şudur: 1 mol, gram cinsinden kütlesi sayısal olarak maddenin moleküler kütlesine (Kısım 17-1) eşit olan madde miktarıdır. Örneğin, hidrojen gazının (H_2) moleküler kütlesi 2.0 u'dur, (Çünkü her molekül iki hidrojen atomu, her bir atom da 1.0 u'luk bir atomik kütleye sahiptir). Böylece 1 mol H_2 2.0g'lık bir kütleye sahiptir. Benzer olarak, 1 mol neon gazı 20 g'lık bir kütleye sahiptir ve 1 mol CO_2 , oksijenin atomik kütlesi 16 olduğundan (arka kapağın içindeki periyodik tabloya bakın) $[12+(2 \times 16)] = 44$ g'lık bir kütleye sahiptir. Mol SI sisteminde madde miktarının resmi birimidir. Genelde verilen bir saf madde örneği için mol sayısı n, saf örneğin gram cinsinden kütlesinin, mol başına gram olarak belirlenen moleküler kütle ile bölünmesine eşittir:

$$n\,(\text{mol}) = \frac{\text{kütle (gram)}}{\text{moleküler kütle (g/mol)}}.$$

Örneğin, 132 g CO_2'teki (moleküler kütlesi 44 u) mol sayısı

$$n = \frac{132\ \text{g}}{44\ \text{g/mol}} = 3.0\ \text{mol}$$

İDEAL GAZ YASASI

olarak bulunur. Şimdi yukarıda tartışılan $(PV \propto mT)$ orantısını bir denklem olarak yazabiliriz:

$$PV = nRT. \qquad \textbf{(17–3)}$$

Burada n mol sayısı, R ise orantı sabitidir. R **evrensel gaz sabiti** olarak adlandırılır. Çünkü onun değeri deneysel olarak tüm gazlar için aynı bulunur. Çeşitli birim sistemleri için (sadece birincisi SI birimindedir) R'nin değeri

$$\begin{aligned} R &= 8.314\,\text{J/(mol}\cdot\text{K)} && \text{[SI birimi]} \\ &= 0.0821\,\text{(L}\cdot\text{atm)/(mol}\cdot\text{K)} \\ &= 1.99\,\text{calories/(mol}\cdot\text{K).}^{\dagger} \end{aligned}$$

Dnk. 17-3 **ideal gaz yasası** veya **ideal bir gaz için durum denklemi** olarak adlandırılır. "İdeal" terimini kullanıyoruz çünkü gerçek gazlar Dnk 17-3'ü tam olarak sağlamaz, özellikle yüksek basınçta (ve yoğunluk) veya gaz sıvılaşma noktası yakınlarında (= kaynama noktası) iken. Buna rağmen, 1 atmosferde veya daha yüksek basınçta ve T gazın sıvılaşma noktasına yakın olmadığı zaman Dnk. 17-3 gerçek gazlar için oldukça doğru ve yararlıdır.

⚠ DİKKAT

Daima T'yi Kelvin cinsinden ve P'yi de mutlak (ayar değil) basınç olarak alın

İdeal gaz yasasını kullandığımız zaman, sıcaklıkların Kelvin (K) cinsinden verilmesi gerektiğine ve P basıncının ayar basıncı (Kısım 13-4) değil, mutlak basınç olması gerektiğini daima hatırlayınız.

ALIŞTIRMA D Sayfa 454'deki Bölüm – Açılış Sorusuna dönün ve onu tekrar cevaplayın. İlk seferinde neden farklı yanıtladığınızı açıklamayı deneyin.

ALIŞTIRMA E İdeal bir gaz 27.0 °C'ta 1.00 atm mutlak basınçta çelik bir kürede muhafaza ediliyor. Eğer gazın dışarı çıkmasına izin verilmezse ve sıcaklık 127 °C'a yükseltilirse, yeni basınç ne olacaktır? (*a*) 1.33 atm; (*b*) 0.75 atm; (*c*) 4.7 atm; (*d*) 0.21 atm; (*e*) 1.00 atm.

17–8 İdeal Gaz Yasası ile Problem Çözme

İdeal gaz yasası oldukça yararlı bir araçtır, şimdi birkaç örnek göz önüne alacağız. Sık sık "standart koşullar" veya "standart sıcaklık ve basınç"tan (SSB) bahsedeceğiz. Bunun anlamı:

$$T = 273\,\text{K}\ (0°\text{C}) \qquad \text{ve} \qquad P = 1.00\,\text{atm} = 1.013 \times 10^5\,\text{N/m}^2 = 101.3\,\text{kPa}.$$

ÖRNEK 17–10 **SSB'taki bir molün hacmi.** SSB'ta ideal bir gaz gibi davrandığını varsayarak herhangi bir gazın 1.0 mol'ünün hacmini belirleyin.

YAKLAŞIM V için çözmek üzere ideal gaz yasasını kullanırız

ÇÖZÜM Dnk. 17-3'teki V'yi çekeriz:

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{(1.00\,\text{mol})(8.314\,\text{J/mol}\cdot\text{K})(273\,\text{K})}{(1.013 \times 10^5\,\text{N/m}^2)} = 22.4 \times 10^{-3}\,\text{m}^3.$$

PROBLEM ÇÖZME

SSB'taki bir mol gaz V=22.4 L hacmine sahiptir.

Çünkü 1 litre (L) 1000 cm^3'tür yani $1.00 \times 10^{-3}\text{m}^3$'tür. Herhangi bir (ideal) gazın 1.00 molü SSB'ta $V = 22.4$ L hacme sahiptir.

SSB'taki ideal bir gazın 1 molünün hacmi için elde edilen 22.4 L değeri hatırlamaya değerdir, çünkü bazen hesabı kolaylaştırır.

ALIŞTIRMA F 546 K'de (= 2 × 273) ve 2.0 atm mutlak basınçtaki ideal bir gazın 1.00 mol'ünün hacmi nedir? (*a*) 11.2 L, (*b*) 22.4 L, (*c*) 44.8 L, (*d*) 67.2 L, (*e*) 89.6 L.

[†]Kaloriden Kısım 19-1'de bahsedilecektir; bazen R'yi kalori cinsinden verilmiş haliyle kullanmak yararlıdır.

ÖRNEK 17–11 **Helyum balonu.** Düzgün bir küre olduğu varsayılan helyum dolu bir parti balonu 18.0 cm'lik bir yarıçapa sahiptir. Oda sıcaklığında (20 °C), iç basıncı 1.05 atm'dir. Balondaki helyumun mol olarak miktarı ve balonu bu değerlere genişletmek için ihtiyaç duyulan helyum kütlesini bulunuz.

YAKLAŞIM n'yi bulmak için ideal gaz yasasını kullanabiliriz çünkü P ve T veriliyor ve V'yi, verilen yarıçap yardımıyla bulabiliriz.

ÇÖZÜM V hacmini bir küre hacmi için yazılan formülden elde ederiz.

$$V = \tfrac{4}{3}\pi r^3$$
$$= \tfrac{4}{3}\pi\,(0.180\,\text{m})^3 = 0.0244\,\text{m}^3.$$

Basınç 1.05 atm = $1.064 \times 10^5 \text{N/m}^2$ olarak veriliyor. Sıcaklık Kelvin cinsinden ifade edilmelidir. O halde 20 °C'ı (20 + 273)K = 293K'le değiştiririz. Sonuç olarak SI birimlerini kullandığımız için R = 8.314J/(mol.K) değerini kullanırız. Böylece

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{(1.064 \times 10^5\,\text{N/m}^2)(0.0244\,\text{m}^3)}{(8.314\,\text{J/mol}\cdot\text{K})(293\,\text{K})} = 1.066\,\text{mol}$$

buluruz. Helyumun kütlesi (Periyodik Cetvelde veya Ek F'de verildiği gibi atomik kütle = 4.00 g/mol'dur)

Kütle = $n \times$ moleküler kütle= (1.066 mol)(4.00 g/mol) = 4.26 g

veya 4.26×10^{-3} kg olarak elde edilir.

ÖRNEK 17–12 **TAHMİN EDİN** **Bir odadaki havanın kütlesi.** SSB'ta boyutları 5m × 3m × 2.5m yükseklik olan bir odadaki havanın kütlesini tahmin edin.

YAKLAŞIM Önce verilen hacmi kullanarak n mol sayısını belirleriz. Daha sonra toplam kütleyi bulmak üzere bir molün kütlesiyle bu sayıyı çarparız.

ÇÖZÜM Örnek 17-10, 0 °C'ta bir mol gazın 22.4 L'lik bir hacme sahip olduğunu gösterdi. Odanın hacmi 5m × 3m × 2.5m'dir, öyleyse

$$n = \frac{(5\,\text{m})(3\,\text{m})(2.5\,\text{m})}{22.4 \times 10^{-3}\,\text{m}^3} \approx 1700\,\text{mol}.$$

Hava %20 oksijen (O_2) ve %80 azot (N_2) karışımdan oluşur. Moleküler kütleler sırasıyla 2 × 16u = 32u ve 2 × 14u = 28u olmak üzere ortalama yaklaşık 29 u kadardır. Böylece 1 mol hava yaklaşık 29g = 0.029kg'lık bir kütleye sahiptir, öyleyse odamızdaki havanın kütlesi:

$$m \approx (1700\,\text{mol})(0.029\,\text{kg/mol}) \approx 50\,\text{kg}.$$

NOT Bu kabaca 100 lb'lik hava demektir.

FİZİK UYGULAMASI
Bir odadaki havanın kütle (ve ağırlığı)

ALIŞTIRMA G Bir odadaki hava kütlesi, 20°C'ta, 0 °C'takinden (*a*) daha fazla (*b*) daha az (*c*) aynı miktarda mı olur?

Sıklıkla, hacim litre cinsinden ve basınç atmosfer cinsinden verilir. Bunları SI birimlerine çevirmekten ziyade, R'nin Kısım 17-7'de 0.0821 L.atm/mol.K şeklinde verilen değerini kullanabiliriz.

Çoğu durumda R'nin değerini kullanmak gerekli değildir. Örneğin çoğu problem belirli miktar gazın basıncı, sıcaklığı ve hacminde bir değişiklik içerir. Bu durumda $PV/T = nR$ = sabit'tir. Çünkü ve sabit kalır. Eğer P_1, V_1 ve T_1'in başlangıçtaki değişkenleri ve P_2, V_2 ve T_2'nin de değişiklik yapıldıktan sonraki değişkenleri temsil etmelerine izin verirsek, o zaman

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}.$$

yazabiliriz. Bu denklemdeki niceliklerinden herhangi beş tanesini bilirsek, altıncıyı bulabiliriz. Veya, eğer üç değişkenden biri sabit ise ($V_1 = V_2$, veya $P_1 = P_2$, veya $T_1 = T_2$) o zaman bu denklemi diğer üç nicelik verildiği zaman bir bilinmeyen için çözmekte kullanabiliriz.

PROBLEM ÇÖZME
İdeal gaz yasasını bir oran olarak kullanmak

FİZİK UYGULAMASI

Sıcak bir lastikteki basınç



ŞEKİL 17–16 Örnek 17–13.

ÖRNEK 17–13 Lastikleri soğukken kontrol edin. Bir otomobil tekerleği (Şek.17-16) 10 °C'ta 200kPa'lık bir ayar basıncına sahip havayla doludur. 100km'lik bir sürüşten sonra, lastik içindeki havanın sıcaklığı 40 °C'a yükseliyor. Bu anda lastiğin içindeki basınç nedir?

YAKLAŞIM Gaz moleküllerinin sayısını veya lastiğin hacmini bilmiyoruz, fakat bunların sabit olduğunu varsayarız. Oran şeklindeki ideal gaz yasasını kullanırız.

ÇÖZÜM $V_1 = V_2$ olduğundan dolayı

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

olur. Bu, Gay Lussac yasasının bir ifadesidir. Basınç ayar basıncı (Kısım 13-4) cinsinden verildiği için, mutlak basıncı elde etmek üzere atmosferik basıncı (= 101kPa) eklemek zorundayız: P = (200 kPa + 101kPa) = 301kPa 273 ekleyerek sıcaklıkları kelvin'e dönüştürürüz ve P_2'yi çekeriz:

$$P_2 = P_1\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = (3.01 \times 10^5\,\text{Pa})\left(\frac{313\,\text{K}}{283\,\text{K}}\right) = 333\,\text{kPa}.$$

Atmosferik basıncı çıkararak sonuçtaki ayar basıncını 232 kPa olarak buluruz ki bu %16'lık bir (ilk değerden) artış olmuş demektir. Bu örnek, araba kullanım kılavuzlarında tekerlek basıncının neden tekerleklerin soğuk oldukları zaman kontrol edilmesinin önerildiğini gösterir.

17–9 Moleküller cinsinden İdeal Gaz Yasası: Avogadro sayısı.

Gaz sabiti R'nin tüm gazlar için aynı değeri alması, doğadaki basitliğin dikkate değer bir yansımasıdır. Biraz farklı bir şekilde olmasına rağmen, ilk kez İtalyan bilimci Amedeo Avogadro (1776-1856) tarafından bunun farkına varıldı. Avogadro, *aynı basınç ve sıcaklıktaki eşit hacimdeki gazların, eşit sayıda moleküle sahip olacağını ifade etti.* Bu ifade bazen **Avogadro'nun hipotezi** olarak adlandırılır. Bunun R'nin tüm gazlar için aynı olmasıyla uyumlu olduğu aşağıdaki gibi görülebilir. Dnk. 17-3'ten yani $PV = nRT$'den, tüm gazlar için R aynı oldukça aynı n molekül sayısı ve aynı basınç ve sıcaklık için hacmin de aynı olacağını görürüz. İkincisi, 1moldeki moleküllerin sayısı tüm gazlar için aynıdır.† Dolayısıyla, Avogadro'nun hipotezi R'nin tüm gazlar için aynı olmasına eşdeğerdir.

Herhangi bir saf maddenin bir molündeki moleküllerin sayısı Avogadro sayısı, N_A olarak bilinir. Avogadro bu fikri düşünmesine ragmen N_A'nın değerini gerçekten tanımlamayı başaramadı. Gerçekten, yirminci yüzyıla kadar doğru ölçümler yapılamadı. N_A'yı ölçmek için bir çok metot geliştirildi, bugün kabul edilen değer

Avogadro sayısı

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \qquad \text{[molekül/mol]}$$

şeklindedir. Bir gazdaki moleküllerin toplam N sayısı, mol başına sayı ile mollerin sayısının çarpımına ($N = n\,N_A$) eşittir, ideal gaz yasası, yani Dnk. 17-3 varolan moleküllerin sayısı cinsinden

$$PV = nRT = \frac{N}{N_A}RT$$

İDEAL GAZ YASASI (moleküller cinsinden)

veya

$$PV = NkT \qquad \textbf{(17–4)}$$

şeklinde yazılabilir. $k = R/N_A$ **Boltzmann sabiti** olarak adlandırılır ve

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8.314\,\text{J/mol}\cdot\text{K}}{6.02 \times 10^{23}/\text{mol}} = 1.38 \times 10^{-23}\,\text{J/K}$$

değerine sahiptir.

†Örneğin, O_2 gazının kütlesi 32.0 atomik kütle birimi (u) iken H_2 gazının moleküler kütlesi 2.0 u'dur. Dolayısıyla H_2'nin 1 molü 0.0020 kg'lık bir kütleye O_2 gazının 1 molü 0.0320kg'lık kütleye sahiptir.

Bir moldeki moleküllerin sayısı bir molün toplam M kütlesinin bir tek molekülün M kütlesine bölümüne eşittir; çünkü bu oran (M/m) molün tanımı gereği tüm gazlar için aynıdır. Herhangi bir gazın bir molü aynı sayıda molekülü içermelidir.

ÖRNEK 17–14 **Hidrojen atomunun kütlesi.** Bir hidrojen atomunun kütlesini belirlemek için Avogadro sayısını kullanın.

YAKLAŞIM Bir atomun kütlesi 1 molün kütlesinin 1 moldeki atomların sayısına yani N_A'yla bölümüne eşittir.

ÇÖZÜM bir mol hidrojen atomu (Kısım 17-1'de veya Ek F'de belirtildiği gibi, atomik kütlesi = 1.008 u) 1.008×10^{-3} kg lık bir kütleye sahiptir ve 6.02×10^{23} atom içerir. Böylece bir atom

$$m = \frac{1.008 \times 10^{-3}\,\text{kg}}{6.02 \times 10^{23}}$$

$$= 1.67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$$ kadar bir kütleye sahiptir.

ÖRNEK 17–15 **TAHMİN EDİN** **Bir nefeste kaç molekül vardır?** 1.0 L hava içeren bir nefeste kaç tane molekül vardır?

FİZİK UYGULAMASI
Bir nefesteki moleküller

YAKLAŞIM SSB'ta 1 molün 22.4 L'lik bir hacimde bulunduğunu söyleyen Örnek 17-10'un sonucunu kullanarak 1.0 L'deki mol kesrini belirleriz ve bunu daha sonra bu sayıdaki mol içerisindeki moleküllerin sayısını bulmak üzere N_A ile çarparız.

ÇÖZÜM Bir mol SSB'ta 22.4 L'ye karşılık gelir, böylece 1.0 L'lik hava (1.0 L)/(22.4 L/mol) = 0.045 mol içerir. Sonra 1.0 L'lik havanın

$(0.045\ \text{mol})(6.02 \times 10^{23}\ \text{molekül/mol}) \approx 3 \times 10^{22}$ molekül içerdiğini buluruz.

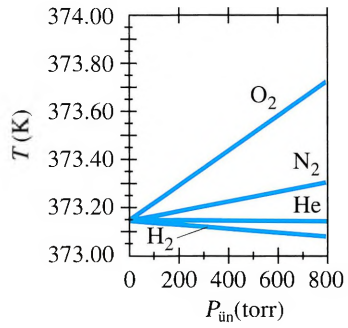
* 17–10 İdeal Gaz Sıcaklık Ölçeği- Bir Standart

Tüm dünyadaki farklı laboratuvarlarda yapılan sıcaklık ölçümlerinin hassasiyetle karşılaştırılabilmesi için çok titizce tanımlanmış bir sıcaklık ölçeğine sahip olmak önemlidir. Genel bilimsel topluluk tarafından kabul görmüş böyle bir ölçeği ele alacağız.

Bu ölçek için standart termometre Kısım 17-2'de bahsedilen sabit hacim gaz termometresidir. Ölçeğin kendisi **ideal gaz sıcaklık ölçeği** olarak adlandırılır, çünkü basıncın doğrudan mutlak sıcaklıkla orantılı olduğu (Gay Lussac Yasası) bir ideal gaz özelliğine dayanır. Herhangi bir gerçek sabit hacim gaz termometresinde kullanılmak için gereksinim duyulacak bir gerçek gaz, düşük yoğunlukta bu ideale yaklaşır. Diğer bir deyişle uzayda herhangi bir noktadaki sıcaklık bu termometrede kullanılan (hemen hemen) ideal gazdaki basınca orantılı olarak belirlenir. Bir ölçek oluşturmak için iki belirli noktaya ihtiyacımız vardır. Bir nokta $T = 0$K'deki $P = 0$ olacaktır. İkinci belirli nokta suyun **üçlü noktası** olarak seçilir, bu nokta suyun katı, sıvı, gaz durumlarının denge halinde birlikte varoldukları bir noktadır.

Bu durum sadece bir tek sıcaklık ve basınç değerinde varolur† Bu durum sadece bir tek sıcaklık ve basınç değerinde varolur†, ve farklı laboratuarlarda büyük doğrulukla yeniden üretilebilir. Suyun üçlü noktasındaki basınç 4.58 tor'dur ve bu noktadaki sıcaklık 0.01 °C'dir. Bu sıcaklık 273.16K'e karşılık gelir çünkü mutlak sıfır 273.15 °C yakınındadır. Gerçekten de, üçlü nokta şimdi tam olarak 273.16 K olarak *tanımlanmış*tır.

†Sıvı su ve buhar, basınca bağlı olarak bir sıcaklık aralığında birlikte varolabilirler (kaynama noktası). Dağlar gibi yüksek yerlerde olduğu gibi basınç daha az olduğu zaman su daha düşük bir sıcaklıkta kaynar. Üçlü nokta ise, suyun diyelim ki 1 atm'lik basınçtaki donma noktası veya kaynama noktasından daha hassas biçimde yeniden üretilebilir bir sabit nokta sunar. Daha fazla tartışma için Kısım 18-3'e bakınız.



ŞEKİL 17–17 Suyun 1.00 atm'deki kaynama noktası için bir sabit hacim gaz termometresinin sıcaklık okumalarının farklı gazlar için üçlü noktadaki termometrede okunan gaz basıncı, ($P_{ün}$)'ün bir fonksiyonu olarak grafiği çiziliyor. $P_{ün} \rightarrow 0$, olacak şekilde termometredeki gaz miktarı azalırken tüm gazlar aynı 373.15 K sonucunu veriyor. 0.10 atm'den (76 torr) daha az basınç için fark 0.07 K'den daha azdır.

O halde ideal bir gaz için bir sabit hacim gaz termometresi kullanarak herhangi bir noktadaki mutlak veya Kelvin cinsinden T sıcaklığı

$$T = (273.16\,\text{K})\left(\frac{P}{P_{ün}}\right). \qquad \text{[ideal gaz; sabit hacim]} \quad \textbf{(17–5a)}$$

olarak belirlenir. Bu bağıntıda $P_{ün}$ suyun üçlü nokta sıcaklığında tutulan termometredeki gaz basıncıdır, P ise T'nin belirlendiği bir noktada olduğu zamanki termometre basıncıdır. Eğer bu bağıntıda P = $P_{ün}$ alırsak, o zaman olması gerektiği gibi T = 273.16 K olduğuna dikkat edin. Gerçek bir gazla doldurulmuş bir sabit hacim gaz termometresiyle sıcaklığın Dnk. 17-5a ile belirlenmesi sadece bir yaklaşıklıktır çünkü termometrede kullanılan gazın türüne bağlı olarak sıcaklık için farklı sonuçlar elde ettiğimizi buluruz. Bu şekilde belirlenen sıcaklıklar aynı zamanda termometrenin gövdesindeki gaz miktarına bağlı olarak da değişir; örneğin gaz O_2 iken ve $P_{ün}$ = 1000 torr iken 1.00 atm'de suyun kaynama noktası Dnk. 17-5a'dan 373.87 K olarak bulunur. Eğer oksijenin yerine H_2 gazı kullanılırsa karşılık gelen değerler 373.07 K ve 373.11 K'dir (bknz. Şek.17-17'ye). Fakat şimdi belirli bir gerçek gaz kullandığımızı ve $P_{ün}$ daha azalacak şekilde termometre gövdesindeki gazın miktarının gitgide azaldığı bir seri ölçüm yaptığımızı varsayalım. Deneysel olarak böyle verilerin $P_{ün}$ = 0'a ekstrapolasyonunu daima Şek.17-17'de gösterildiği gibi verilen bir sistemin (1.00 atm'de suyun kaynama noktası için T = 373.15K olması gibi) sıcaklığı için aynı değeri verir. Dolayısıyla, bir gerçek gaz içeren bir sabit hacim gaz termometresi ile belirlenen, uzayda herhangi bir noktadaki T sıcaklığı, aşağıdaki limit alma süreci kullanılarak tanımlanır:

$$T = (273.16\,\text{K}) \lim_{P_{ün}\to 0}\left(\frac{P}{P_{ün}}\right). \qquad \text{[sabit hacim]} \quad \textbf{(17–5b)}$$

Bu bağıntı **ideal gaz sıcaklık** ölçeğini tanımlar. Bu ölçeğin büyük yararlarından biri, T için bulunan değerin kullanılan gaz çeşidine bağlı olmamasıdır. Fakat ölçek, gazların genel özelliklerine bağlıdır. Helyum tüm gazlar arasında en düşük yoğunlaşma noktasına sahiptir; çok düşük basınçlarda 1K civarında sıvılaşır, dolayısıyla bunun altındaki sıcaklıklar bu ölçekte belirlenemez.

Özet

Maddenin atomik teorisi tüm maddelerin, tipik olarak çapı 10^{-10} m olan ve **atom** olarak adlandırılan minik nesnelerden oluştuğunu öne sürer.

Atomik ve moleküler kütleler adi karbon'un (^{12}C) keyfi olarak 12.0000 u (atomik kütle birimi) değerini aldığı bir ölçekte belirlenirler

Katılar, sıvılar ve gazların arasındaki ayırım bunları oluşturan atomlar ve moleküller arasındaki çekici kuvvetlerin gücüne ve bunların ortalama hızına atfedilebilir.

Sıcaklık bir şeyin ne kadar sıcak veya soğuk olduğunun ölçüsüdür.

Termometreler Celsius (°C), **Fahrenheit** (°F) ve **Kelvin** (K) ölçeklerinde sıcaklığı ölçmek için kullanılırlar. Her bir ölçekte iki standart nokta suyun donma noktası (0°C, 32°F, 273.15 K) ve suyun kaynama noktasıdır (100°C, 212°F, 373.15 K). Sıcaklıktaki bir Kelvinlik değişim bir Celsius derecesi kadarlık veya - Fahrenheit derecesi kadarlık bir değişime eşittir. Kelvin dereceleri °C'a T(K) = T(°C) + 273.15 şeklinde bağlıdır.

Sıcaklığı ΔT kadar değiştiğinde bir katının uzunluğundaki $\Delta\ell$, değişimi doğrudan sıcaklık değişimiyle ve orijinal ℓ_0 uzunluğuyla orantılıdır. Yani

$$\Delta\ell = \alpha\ell_0\,\Delta T \qquad \textbf{(17–1a)}$$

şeklindedir. Bu bağıntıda α *çizgisel genleşme katsayısı*dır.

Çoğu katıların, sıvıların ve gazların hacmindeki değişim sıcaklık değişimiyle ve başlangıçtaki V_0 hacmiyle orantılıdır:

$$\Delta V = \beta V_0\,\Delta T. \qquad \textbf{(17–2)}$$

β, yani *hacimsel genleşme katsayısı* düzgün katılar için yaklaşık olarak 3α'ya eşittir.

Su istisnadır çünkü hacmi sıcaklıkla artan çoğu maddenin tersine, sıcaklık 0°C'tan 4°C'a artarken suyun hacmi gerçekten azalır.

İdeal gaz yasası veya **ideal bir gaz için durum denklemi** n mol gazın P basıncını, V hacmini ve T sıcaklığını (Kelvin cinsinden)

$$PV = nRT \qquad \textbf{(17–3)}$$

denklemiyle birbirine bağlar. Burada tüm gazlar için R = 8.314J/mol.K'dir. Gerçek gazlar eğer çok yüksek bir basınçta veya sıvılaşma noktasının yakınında değillerse ideal gaz yasasını oldukça doğru bir biçimde sağlarlar.

Kütlesi gram cinsinden olan bir maddenin bir molü sayısal olarak o maddenin atomik veya moleküler kütlesine eşittir.

Avogadro sayısı, $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ herhangi bir saf maddenin 1 molündeki atomlar veya molekülerin sayısıdır.

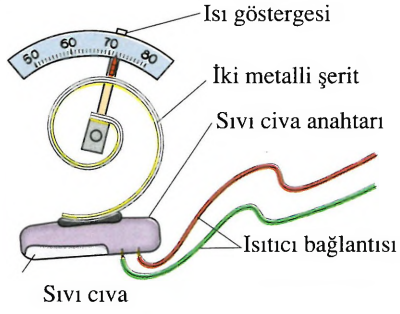
İdeal gaz yasası gazdaki N molekül sayısı cinsinden

$$PV = NkT \qquad \textbf{(17–4)}$$

olarak yazılabilir, bu bağıntıda $k = R/N_A = 1.38 \times 10^{23}$ J/K, Boltzman sabitidir.

Sorular

1. Hangisi daha fazla atoma sahiptir? 1kg demir mi yoksa 1kg alüminyum mu? Periyodik cetvele veya Ek F'ye bakınız.
2. Bir termometre yapmak için kullanılabilecek birkaç madde özelliği yazın.
3. Hangisi büyüktür, 1C°'mi yoksa 1F° mi?
4. Eğer A sistemi B sistemi ile dengedeyse fakat B, C sistemi ile dengede değilse A, B ve C'nin sıcaklıkları hakkında ne söyleyebilirsiniz?
5. C sisteminin ne A, ne de B ile dengede olmadığını varsayalım. Bu durum A ve B'nin dengede olmamasını anlamına gelir mi? A, B ve C'nin sıcaklıkları için nasıl bir çıkarımda bulunabilirsiniz?
6. $\Delta\ell = \alpha\ell_0\Delta T$, bağıntısında, ℓ_0 ilk uzunluk mu son uzunluk mu olmalı? Ya da bir şey fark eder mi?
7. Düz bir iki metalli şerit demirden bir şeritle perçinlenmiş bir alüminyum şeritten oluşmuştur. Isıtıldığı zaman şerit bükülecektir. Hangi metal eğrinin dışında olacaktır, neden?
8. Uçları sabitlenmiş uzun buhar borularının genellikle ∪ şeklinde bir bölümleri olur. Neden?
9. Kurşundan yapılmış düzgün bir silindir 0°C'ta cıva içerisinde yüzüyor; sıcaklık artırılırsa daha yüksekte mi veya daha alçakta mı yüzecektir?
10. Şek.17-18 bir fırını (veya diğer bir ısıtma veya soğutma sistemini) kontrol etmek için kullanılan basit bir **termostat** diyagramını gösteriyor. İki metalli şerit birbirine bağlanmış farklı metallerin iki şeridinden oluşuyor. Elektrik anahtarı (iki metalli şeride bağlanmıştır), cam bir kap içerisindeki, her iki bağlantı teline dokunmak üzere akabildiği zaman elektriği ileten sıvı cıvadır. Bu aracın fırını nasıl kontrol ettiğini ve farklı sıcaklıklara nasıl ayarlanabildiğini açıklayın.



ŞEKİL 17–18
Termostat
(Soru 10)

11. Aşırı ısınmış bir araba motoruna su ekleme işinin neden motor çalışırken ve yavaşça yapılması gerektiğini açıklayın.
12. α genleşme katsayısının birimi $(°C)^{-1}$'dir, metre gibi bir uzunluk biriminden de bahsedilmez. Eğer metre yerine foot veya milimetre kullansaydık genleşme katsayısı değişir miydi?
13. Soğuk bir cıvalı termometre sıcak su dolu bir küvete yerleştiriliyor, cıva seviyesi önce bir miktar iniyor sonra yükseliyor. Nedenini açıklayın.
14. Pyrex camının temel özelliği, çizgisel genleşme katsayısının sıradan camınkinden daha küçük olmasıdır. Bu durum Pyrex ısıtıldığında neden Pyrex'in ısıya dayanıklılığını artırır, açıklayın.
15. 20°C'ta doğru çalışan bir sarkaçlı saat sıcak bir günde (30°C) ileriye mi gider, geri mi kalır? Saat uzun ince pirinçten bir çubuğa bağlı bir sarkaca sahiptir.
16. Bir teneke kutudaki sodayı dondurmak kutunun üstünde ve altında öyle kötü şişkinlik yapar ki kutu ayakta duramaz. Ne olmuştur?
17. Alkollü bir termometrenin cıvalı termometreden daha doğrulukla ölçüm yapmasını neden bekleriz?
18. Suya daldırılan bir alüminyum kürenin kaldırma kuvveti eğer sıcaklık 20°C'tan 40°C'a artırılırsa artar mı, azalır mı, aynı mı kalır?
19. Eğer bir atomun kütlesi 6.7×10^{-27} kg olarak ölçülmüşse bu atomun ne atomu olduğunu düşünürsünüz?
20. Pratik bir bakış açısından, sabit hacimli bir gaz termometresinde hangi gazın kullanıldığı gerçekten fark eder mi? Eğer fark eder diyorsanız, açıklayın [*İpucu*: Şekil 17-17'ye bkz]
21. 4°C'lık deniz suyunda yüklenen bir gemi bir fırtınada battığı bir nehre giriyor. Geminin, tatlı suda açık denize göre neden daha büyük olasılıkla batabileceğini açıklayın. [*ipucu:* Suyun kaldırma kuvvetini göz önüne alın]

Problemler

17–1 Atomik Teori

1. (I) 21.5g'lık bir altın yüzükteki atomların sayısını aynı kütleli bir gümüş yüzükteki atomların sayısıyla karşılaştırın.
2. (I) 3.4g'lık bakır bir paradaki atomların sayısı ne kadardır?

17–2 Sıcaklık ve Termometreler

3. (I) (*a*) "Oda sıcaklığı" sıklıkla 68°F olarak alınır. Celsius ölçeğinde bunu karşılığı nedir? (*b*) bir ampuldeki filamentin sıcaklığı yaklaşık 1900°C'dır. Bunun Fahrenheit ölçeğinde karşılığı nedir?
4. (I) Dünya üzerinde en yüksek ve en düşük hava sıcaklıkları sırasıyla Libya çölünde 136°F ve Antarktika'da –129°F şeklinde ölçülmüştür. Bu sıcaklıkların Celsius ölçeğindeki karşılıkları nedir?
5. (I) bir termometreyle ateşinizi 39.4°C olarak ölçüyorsunuz. Fahrenheit cinsinden ateşiniz kaçtır?
6. (II) Alkollü bir termometrede 0.0°C'ta alkol sütunu 11.82 cm uzunluğundadır, 100.0°C'ta 21.85 cm uzunluğundadır. Eğer sütun yüksekliği (*a*) 18.70 cm ve (*b*) 14.60 cm ise sıcaklık nedir?

17–4 Isısal Genleşme

7. (I) Şek.17-19'daki Eyfel kulesi yaklaşık 300 m uzunluğunda dövme demirden inşa edilmiştir. Kulenin yüksekliğinin Ocak (ortalama sıcaklık 2°C) ve Temmuz (ortalama sıcaklık 25°C) ayları arasında ne kadar değiştiğini tahmin edin. Demir direklerin açılarını ihmal edin ve kuleyi düşey bir direk olarak alın.



ŞEKİL 17–19 Problem 7.
Paris'teki Eyfel Kulesi.

8. (I) Bir otoban 12 m uzunluğundaki (20 °C'ta) beton bloklardan yapılmıştır. Sıcaklık –30 °C ve 50 °C aralığında değişiyorsa kabarmalarını önlemek için bloklar arasındaki genleşme yarıklarının genişliği ne olmalıdır?

9. (I) Bir demir ve nikel alaşımı olan Süper Invar, ısısal genleşme katsayısı çok düşük olan (0.20×10^{-6}/C°) güçlü bir maddedir. Üzerinde, oldukça yüksek toleranslara gereksinim duyan hassas lazer ölçümlerinin yapılacağı 1.6 m uzunluğundaki bir masa bu alaşımdan yapılıyor. Eğer sıcaklık 5.0 C° artarsa bu masa uzunluğu boyunca ne kadar genleşir? Çelikten yapılmış bir masayla karşılaştırın.

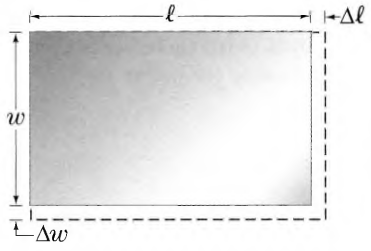
10. (II) 25 °C'ta sahip olduğu uzunluktan %1.0 daha uzun olması için bir pirinç çubuğu hangi sıcaklığa kadar ısıtmanız gerekir?

11. (II) 4 °C'taki suyun yoğunluğu 1.00×10^3 kg/m^3'tür. 94 °C'ta suyun yoğunluğu nedir? Sabit bir hacimsel genleşme katsayısı varsayın.

12. (II) Verilen belli bir enlemde "karışan tabaka" olarak adlandırılan okyanus suyu (yüzeyden 50m derinliğe kadar) dalga hareketinin karıştırmasına bağlı olarak yaklaşık aynı sıcaklıktadır. Küresel ısınma nedeniyle karışan tabakanın sıcaklığı her yerde 0.5 °C artıyor. Bu arada okyanusun daha derin kısımlarının sıcaklığı değişmeden kalıyor. Deniz seviyesindeki sonuçtaki artışı tahmin edin. Okyanuslar dünya yüzeyinin %70'ini kaplarlar.

13. (II) Güvenli bir uyum sağlamak için çivinin gireceği boşluktan daha büyük perçin çivileri kullanılır ve deliğe yerleştirilmeden önce çivi soğutulur (genellikle bu iş için kuru buz kullanılır). Bir metaldeki 1.870 cm çapındaki deliğe 20 °C sıcaklıkta çapı 1.872 cm olan bir çelik çivi çakılır. Deliğe tam olarak girmesi için çivi hangi sıcaklığa kadar ısıtılmalıdır?

14. Uzunluğu ℓ ve genişliği w olan düzgün bir dikdörtgen levha α. çizgisel genleşme katsayısına sahiptir. Eğer çok küçük nicelikleri ihmal edersek, bir ΔT sıcaklık değişimine bağlı olarak levhanın yüzey alanındaki değişimin $\Delta A = 2\alpha \ell w \Delta T$ olduğunu gösterin. Şek.17-20'ye bakınız.



ŞEKİL 17–20
Problem 14.
Dikdörtgen bir levha ısıtılıyor.

15. (II) Bir alüminyum kürenin çapı 8.75 cm'dir. Eğer küre 30 °C 'tan 180 °C'a kadar ısıtılırsa Problem 14. hacmindeki değişim ne olacaktır?

16. Sıradan bir araba motorunun soğutma sistemi, içerisinde 93 °C'lık bir sıcaklıkta dolaşan 17 L hacminde sıvı soğutucuya sahiptir. Bu normal koşulda, soğutucunun alüminyum radyatörün 3.5 L hacmini ve çelik motorun içerisindeki iç boşluklarda 13.5 L'lik hacmi doldurduğunu varsayalım. Bir otomobil aşırı ısındığında radyatör, motor ve soğutucu genleşir ve radyatöre bağlı küçük bir hazne sonuçta taşan soğutucuyu toplar. Sistem 93°C'tan 105°C'a ısıtılırsa ne kadar miktarda soğutucunun hazneye taşacağını tahmin edin. Radyatör ve motoru sırasıyla içi boş alüminyum ve çelikten kabuklar olarak tasarlayın. Soğutucu için hacimsel genleşme katsayısı $\beta = 410 \times 10^{-6}$/C° 'dir.

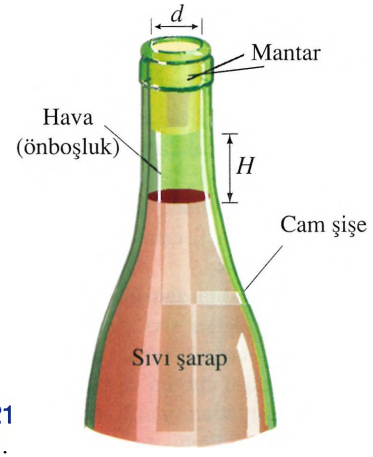
17. (II) 20 °C'ta 55.50 mL suyun bir kabı ağzına kadar doldurduğu gözleniyor. Kap ve su 60 °C'a kadar ısıtıldığı zaman 0.35 g su kayboluyor. (*a*) Kabın hacimsel genleşme katsayısı nedir? (*b*) Kabın yapımı için en uygun madde nedir? 60 °C'ta suyun yoğunluğu 0.98324 g/mL'dir.

18. (II) (*a*) Pirinçten yapılmış bir tıkaç demirden yapılmış bir halkaya yerleştiriliyor. 15 °C'ta tıkacın çapı 8.753 cm'dir ve halkanın iç tarafının çapı ise 8.743 cm'dir. Birbirlerine uymaları için her ikisi de hangi ortak sıcaklığa getirilmelidir? (*b*) Tıkaç demirden, halka da pirinçten olsaydı bu sıcaklık ne olurdu?

19. (II) Eğer bir akışkan sadece bir yönde genleşebileceği şekilde uzun dar bir kaba konulursa çizgisel genleşme etkin katsayısının yaklaşık olarak β hacimsel genleşme katsayısına eşit olacağını gösterin.α

20. (II) (*a*) Sıcaklık ΔT, kadar değiştirildiğinde bir maddenin ρ yoğunluğundaki değişimin $\Delta\rho = -\beta\rho\,\Delta T$ olduğunu gösterin. (*b*) Kurşun bir kürenin sıcaklığı 25 °C'tan –55 °C'a azaltıldığı zaman yoğunluğundaki kesirsel değişme nedir?

21. (II) Şarap şişeleri asla tam olarak doldurulmaz: Şarabın oldukça büyük katsayılı ısısal genleşmesine izin vermek üzere cam şişenin silindir şeklindeki boynunda (iç çapı d = 18.5 mm) küçük hacimli bir miktar hava bırakılır. Şişe mantarının alt tarafı ile sıvının yüzeyi arasındaki H mesafesi "ön boşluk yüksekliği"(Şek.17-21) olarak adlandırılır ve 20 °C'ta doldurulan 750 ml'lik bir şişe için H tipik olarak 1.5 cm'dir. İçerdiği alkole bağlı olarak şarabın hacimsel genleşme katsayısı yaklaşık olarak suyunkinin iki katıdır; karşılaştırma yaparsak camın ısısal genleşmesi ihmal edilebilir. Eğer şişe (*a*) 10 °C'ta, (*b*) 30 °C'ta kapatılmışsa H yüksekliğini tahmin edin.



ŞEKİL 17–21
Problem 21.

22. (III) (*a*) r yarıçaplı katı, düzgün bir kürenin çizgisel genleşme katsayısı ΔT ise (sabit varsayılıyor) ve sıcaklığı T kadar değişmişse kürenin yüzey alanındaki değişim için bir formül türetin. (*b*) 60.0 cm yarıçaplı demirden katı bir kürenin sıcaklığı 15 °C'tan 275 °C'a yükseltilirse yüzey alanındaki artış ne olur?

23. (III) Büyük bir duvar saatinin sarkacı pirinçten yapılmış ve 17 °C'ta tam zamanı gösteriyor. Eğer saat 28 °C'ta tutulursa bir yıldaki zaman kazancı ya da kaybı nedir? (Frekansın uzunluğa bağlılığını basit sarkaç gibi alın.)

24. (III) 28.4 kg'lık ve yarıçapı 0.41m olan bir katı alüminyum silindirik tekerlek sürtünmesiz mil yatağının içindeki milin etrafında ω = 32.8 rad/s'lik açısal hızla dönüyor. Eğer sıcaklığı 20.0 °C' tan 95.0 °C'a yükseltilirse ω 'daki kesirsel değişiklik ne olur?

*17–5 Isısal Gerilim

*25. (I) Alüminyum bir çubuk 18 °C'tayken istenilen uzunluktadır. Sıcaklık 35 °C'a artarsa çubuğu bu uzunlukta tutmak için ne kadar zora gereksinim vardır?

*26. (II) (*a*) Çelikten yapılmış, yatay, kesit alanı 0.041 m^2 olan bir I-kesitli kiriş iki düşey çelik putrele rijit bir biçimde tutturulmuştur. Eğer kiriş sıcaklık 25 °C iken kurulduysa sıcaklık –25 °C'a düştüğü zaman kirişte ne kadarlık bir zor gelişir? (*b*) Çeliğin doruk mukavemeti aşılır mı? (*c*) Eğer kiriş betondansa ve kesit alanı 0.13 m^2 ise çubukta ne kadarlık bir zor ortaya çıkar? Kırılır mı?

*27. (III) 20 °C'ta çapı 134.122 cm olan bir fıçı demirden bir bantla çevrilmiştir. Dairesel bandın iç çapı 20 °C'ta 134.110 cm'dir. Genişliği 9.4 cm, kalınlığı 0.65 cm'dir. (*a*) Bandın fıçıya geçmesi için bant hangi sıcaklığa kadar ısıtılmalıdır? (*b*) 20 °C'a soğutulduğu zaman banttaki gerilme ne olacaktır?

17–6 Gaz Yasaları; Mutlak Sıcaklık

28. (I) Aşağıdaki sıcaklıkların Kelvin ölçeğindeki karşılığı nedir: (*a*) 66°C, (*b*) 92°F, (*c*) −55°C, (*d*) 5500°C.

29. Mutlak sıfır Fahrenheit ölçeğinde neye karşılık gelir?

30. (II) Dünyanın ve Güneşin iç kısmındaki tipik sıcaklıklar sırasıyla yaklaşık 4000 °C ve15 × 10^6 °C 'tır. (*a*) Bu sıcaklıklar Kelvin cinsinden nedir? (*b*) Eğer bir kişi °C'ı K'e dönüştürmeyi unutursa her bir durumda yapılan hata yüzdesi nedir?

17–7 ve 17–8 İdeal Gaz Yasası

31. (I) SSB'ta başlangıç olarak hacmi 3.80 m^3 olan bir gaza 3.20 atm'lik bir basınç uygulanırsa gazın sıcaklığı 38.0 °C'a yükselir. Gazın son hacmi nedir?

32. I) İçten yanmalı bir motorda, atmosferik basınçta ve yaklaşık 20 °C sıcaklığına sahip hava bir piston yardımıyla bir silindirin içine, orijinal hacminin 1/8'i kadarlık bir hacime (sıkıştırma oranı = 8.0) sıkıştırılıyor. Basıncın 40 atm'e ulaştığını varsayarak sıkıştırılmış havanın sıcaklığını kestirin.

33. (II) İdeal gaz yasasını kullanarak SSB'daki azotun yoğunluğunu hesaplayın.

34. (II) Eğer 14.00 mol helyum gazı 10.0 °C'ta ve 0.350 atm'lik bir ayar basıncı altında ise (*a*) bu şartlar altında helyum gazının hacmini, (*b*) eğer gaz 1.00 atm'lik bir ayar basıncı altında hacminin yarısına titizlikle sıkıştırılırsa gazın sıcaklığını hesaplayın.

35. (II) Tıpalanmış bir test tüpü 1.00 atm basınç ve 18 °C sıcaklıktaki 25.0 cm^3 havayı hapsediyor. Test tübünün ağzındaki silindirik şekilli tıpa 1.50 cm çapa sahiptir ve eğer yukarı doğru 10.0 N'luk net bir kuvvet uygulanırsa fırlayacaktır. Tıpayı fırlatmak için tuzaklanmış havayı hangi sıcaklığa kadar ısıtmalıdır? Test tüpünü çevreleyen havanın daima 1 atm'lik bir basınçta olduğunu varsayın.

36. (II) Bir depolama tankı 3.85atm'lik bir mutlak basınçta 21.6 kg azot (N_2) içeriyor. Eğer azot aynı sıcaklıkta eşit kütlede CO_2 gazı ile değiştirilirse basınç ne olacaktır?

37. (II) SSB'taki bir depolama tankı 28.5 kg azot (N_2) içeriyor. (*a*) Tankın hacmi nedir? (*b*) Sıcaklığı değiştirmeksizin 25.0 kg azot eklenirse basınç ne olur?

38. (II) Bir dalış (skuba) tankı hava sıcaklığı 29 °C olduğu zaman 204 atm'lik bir basınca sahip havayla doludur. Bir dalgıç okyanusa atlıyor, okyanus yüzeyinde bir süre durduktan sonra, tankın basıncını kontrol ediyor ve sadece 194 atm olduğunu buluyor. Dalgıcın tanktan ihmal edilebilir bir miktarda hava solumuş olduğunu varsayarak, okyanus suyunun sıcaklığını bulun.

39. (II) 20.0 °C'da 105.0 kg argon gazı içeren 38.0 L'lik bir kabın içerisindeki basınç nedir?

40. (II) Bir tank 8.20 atm'lik bir ayar basıncındaki 30.0 kg O_2 gazı içeriyor. Eğer oksijen aynı sıcaklıktaki helyumla değiştirilirse, 7.00 atm'lik bir ayar basıncı üretmek için kaç kg helyum gerekecektir?

41. (II) Mühürlenmiş bir metal konteyner 1.00 atm ve 20.0 °C'taki bir gazı içeriyor. Basıncın iki katına yani 2.00 atm'ye çıkması için gaz hangi sıcaklığa kadar ısıtılmalıdır? (Konteynerin genleşmesini ihmal edin.)

42. (II) Bir tekerlek 15 °C'ta 250 kPa'lık bir ayar basıncında havayla dolduruluyor. Eğer tekerlek 38 °C'lık bir sıcaklığa ulaşırsa, 250 kPa'lık ilk basıncı muhafaza etmek üzere ilk havanın ne kadarlık bir kesri boşaltılmalıdır?

43. (II) 18.0 °C'ta 2.45 atm'lik mutlak bir basınca sahip 61.5 L oksijen 48.8 L'lik hacme sıkıştırılır ve aynı zamanda sıcaklık 56.0 °C'a yükseltilirse yeni basınç ne olacaktır?

44. (II) Helyum dolu bir balon deniz seviyesinde ve 20.0 °C'ta bir çocuğun elinden kurtuluyor. Balon sıcaklığın 5.0 °C ve basıncın sadece 0.68 atm olduğu bir yüksekliğe ulaştığı zaman, deniz seviyesindekiyle karşılaştırılırsa hacmi ne kadar olacaktır?

45. (II) Mühürlenmiş bir metal kap 0.50 atm'lik basınç farkına dayanabiliyor. Kap başlangıçta 1.0 atm'de ve 18 °C'ta ideal bir gazla dolduruluyor. Çökmeden önce kabı hangi sıcaklığa kadar soğutabilirsiniz? (Kabın hacmindeki ısısal genleşmeye bağlı olan herhangi bir değişikliği ihmal edin.)

46. (II) Deniz seviyesinde paketlenmiş, " hava geçirmez" bir paket patates cipsi satın alıyorsunuz ve uçakta cipsleri çıkarıyorsunuz. Patates cipslerini bagajınızdan çıkarırken, dikkate değer bir biçimde "şiştiklerini" fark ediyorsunuz. Uçak kabinleri tipik olarak 0.75 atm basınçtadırlar ve bir uçağın içindeki sıcaklığın patates cipsi işleme fabrikası içindeki sıcaklıkla aynı olduğunu varsayarsak, cips paketi paketlendiği zamanla karşılaştırılırsa ne kadarlık bir yüzdeyle şişmiştir?

47. (II) Tipik bir dalış tankı, tam olarak doluysa, 204 atm basınçta 12 L hava içerir. "Boş" bir tankın 34 atm basınçta hava içerdiğini ve deniz seviyesinde bir hava kompresörüne bağlı olduğunu varsayın. Hava kompresörü havayı atmosferden alır, yüksek basınca sıkıştırır, sonra bu yüksek basınçlı havayı dalış tankının içerisine iter. Havanın atmosferden kompresörün iç kısmına (ortalama) akış hızı dakikada 290 L ise, dalış tankını tam olarak doldurmak ne kadar zaman alır? Doldurma işlemi esnasında tankın sıcaklığının çevresindeki havayla aynı kaldığını varsayın.

48. (III) 4.0 mol gaz içeren kapalı bir kap sıkıştırılıyor, hacmi 0.020 m^3'ten 0.018 m^3'e değiştiriliyor. Bu işlem esnasında, basınç 450 Pa artarken sıcaklık 9.0 K kadar azalıyor. Kaptaki gazın ilk basıncı ve sıcaklığı nedir?

49. (III) Tam olarak 100 °C'daki ve 1 atm'deki (Tablo 13-1) su buharının yoğunluğunun değerini ideal gaz yasasıyla öngörülen değerle karşılaştırın. Neden bir fark bekliyorsunuz?

50. (III) Bir gölün dibinde 37.0 m derinlikte bir hava kabarcığı 1.00 cm^3'lük bir hacme sahiptir. Dipteki sıcaklık eğer 5.5 °C ve üstteki sıcaklık 18.5 °C ise, kabarcık gölün yüzeyine ulaşmadan az önce kabarcığın hacmi nedir?

17–9 Moleküller Cinsinden İdeal Gaz Yasası; Avogadro Sayısı

51. (I) SSB'taki bir ideal gazın m^3'e düşen molekül sayısını hesaplayın.

52. (I) SSB'taki 1.000lt'de kaç mol su vardır? Kaç tane molekül vardır?

53. (II) cm^3'ünde 1 molekül olan ve sıcaklığı 3K olan uzay boşluğundaki basınç nedir?

54. (II) Dünya okyanuslarındaki suyun (*a*) mol sayısını (*b*) molekül sayısını tahmin edin. Suyun dünya yüzeyinin, ortalama 3 km derinlikte olmak üzere, %75'ini kapladığını varsayın.

55. (II) Var olan vakum teknikleriyle ulaşılabilen en düşük basınç 10^{-12} N/ m^2'dir. Böyle bir basınçta, 0 °C'ta cm^3 başına kaç tane molekül vardır?

56. (II) Bir gaz çoğunlukla boşluktan mı ibarettir? Çoğunluk gaz moleküllerinin uzaysal boyutunun yaklaşık $\ell_0 = 0.3$ nm olduğunu böylece bir gaz molekülünün yaklaşık ℓ_0^3 kadar bir hacmi işgal ettiğini varsayarak kontrol edin. Şartların SSB olduğunu varsayın.

57. Aldığınız her 2.0 L'lik nefeste, Galileo'nun aldığı son nefestesi moleküllerden kaç tane olduğunu tahmin edin. (*İpucu*: Atmosferin 10 km yükseklikte olduğunu ve sabit yoğunluğa sahip olduğunu varsayın.)

17–10 İdeal Gaz Sıcaklık Ölçeği

*58. (I) Sabit hacimli bir gaz termometresinde 1 atm basınçtaki suyun kaynama noktasındaki basıncın, üçlü noktadaki basınca oranının limiti nedir? (Beş anlamlı basamak alın.)

*59. (I) Sülfürün kaynama noktasında (444.6 °C) sabit hacimli bir gaz termometresindeki basınç 187 torr'dur. (*a*) Suyun üçlü noktasındaki basıncı (*b*) termometredeki basınç 118 torr olduğu zamanki sıcaklığı tahmin edin.

*60. (II) Eğer oksijen kullanılan sabit-hacimli bir gaz termometresi, suyun kaynama noktasındaki basıncı 1 atm yerine $P = 268$ torr şeklinde gösteriyorsa bu termometrenin yanlışlığını belirlemek üzere Şek. 17-17'yi kullanın.Cevabı (*a*) Kelvin cinsinden ve (*b*) bir yüzde oranı olarak ifade edin.

*61. (III) Sabit hacimli bir gaz termometresi bir maddenin erime noktasını belirlemek için kullanılıyor. Bu sıcaklıktaki termometredeki basınç 218 torr'dur; suyun üçlü noktasında basınç 286 tor'dur. Şimdi termometrenin ampul şeklindeki gövdesinden bir miktar gaz salınıyor öyle ki suyun üçlü noktasındaki basınç 163 tor oluyor. Eriyen maddenin sıcaklığında basınç 128 tor'dur. Mümkün olduğu kadar doğru bir biçimde maddenin erime noktası sıcaklığını tahmin edin.

Genel Problemler

62. Pyrex'ten yapılmış bir ölçme kabı normal oda sıcaklığında kalibre edilmiştir. Eğer su ve kap oda sıcaklığı yerine 95 °C'ye ısıtılmış iseler 350 mL'lik soğuk su kullanılan bir tarifte ne kadar hata yapılacaktır? Camın genleşmesini ihmal edin.

63. Bir hassas çelik şerit metre 15 °C'da kalibre edilmiştir. 36 °C'ta (*a*) yüksek mi gösterecektir, düşük mü gösterecektir? (*b*) Hata yüzdesi ne olacaktır?

64. Hacmi 6.15×10^{-2} m^3 olan küp şeklinde bir kutu 15°C'ta atmosferik basınçta hava ile dolduruluyor. Kutu kapalıdır ve 185 °C'a kadar ısıtılıyor. Kutunun her bir kenarındaki net kuvvet nedir?

65. Bir Helyum gazı tankındaki ayar basıncı başlangıçta 32 atm'dir. Pek çok balon şişirildikten sonra, ayar basıncı 5 atm'e düşüyor. Tankta kalan gazın başlangıçtaki gaza oranı nedir?

66. Başlangıçtaki uzunluğu ℓ_1 olan bir çubuğun sıcaklığı T_1'den T_2 'ye değiştirilirse, yeni uzunluğu ℓ_2 için T_1, T_2, α cinsinden bir formül üretin. (*a*) α=sabit α. (*b*) $\alpha = \alpha(T)$ şeklinde sıcaklığın bir fonksiyonu olduğunu ve (*c*) α_0 ve $\alpha = \alpha_0 + bT$ olduğunu varsayın.

67. Eğer bir derin su dalgıcı yüzeyden 8.0 m aşağıda olduğu zaman ciğerlerini tam kapasite olmak üzere 5.5 L havayla doldurursa ve hızlı bir biçimde yüzeye çıkarsa ciğerleri hangi hacme genişler? Bu tavsiye edilecek bir şey midir?

68. (*a*) Sabit basınçtaki ideal bir gaz için hacimsel genleşme katsayısının, kelvin cinsinden sıcaklık olmak üzere, $\beta = 1/T$, olduğunu göstermek için ideal gaz yasasını kullanın. $T = 293$ K'deki gazlar için Tablo 17-1 ile karşılaştırın. (*b*) Sabit sıcaklıkta tutulan bir ideal gazın hacim modülünün (Kısım 12-4) P basınç olmak üzere $B = P$ olduğunu gösterin.

69. Bir evin hacmi 870 m^3'tür. (*a*) 15 °C'ta evin içindeki havanın toplam kütlesi nedir? (*b*) Eğer sıcaklık –15 °C'a düşerse ne kadarlık bir hava kütlesi evden çıkar veya eve girer?

70. Alternatif bir evrende fizik yasalarının bizimkilerden çok farklı olduğunu ve "ideal" gazların aşağıdaki gibi davrandığını varsayın: (i) Sabit sıcaklıkta, basınç hacmin karesiyle ters orantılıdır. (ii) Sabit basınçta, hacim sıcaklığın 2/3'üncü kuvvetiyle doğrudan değişmektedir. (iii) 273.15K sıcaklıkta ve 1.00 atm basınçta, 1.00 mol'lük bir ideal gazın 22.4 L'lik hacmi işgal ettiği bulunur. Gaz sabiti R'nin değerini de içerecek şekilde bu alternatif evrende ideal gaz yasasının yeni şeklini bulun.

71. Demirden bir küp, 0 °C'ta, bir kase sıvı cıva içerisinde yüzüyor. (*a*) Eğer sıcaklık 25 °C'a artırılırsa, küp civanın içerisinde ilkine nazaran daha alçakta mı, daha yüksekte mi yüzer? (*b*) Batan hacmin kesri hangi yüzdeyle değişir?

72. (*a*) Cıvalı bir termometrenin tüpü 0.140 mm'lik bir iç çapa sahiptir. Ampule benzeyen gövde 0.275 cm^3 hacme sahiptir. Sıcaklık 10.5 °C'tan 33.0 °C'a değiştiği zaman civa sütunu ne kadar yükselecektir? Pyrex camının genleşmesini dikkate alın. (*b*) Cıva diğer değişkenler cinsindensütununun uzunluğundaki değişim için bir formül türetin. Tüp hacmini gövde hacminin yanında ihmal edin.

73. Atmosferik basıncın dünya yüzeyindeki bilinen değerinden yararlanarak dünya atmosferindeki hava moleküllerinin toplam sayısını tahmin edin.

74. Demir elementinin SSB'ta, ve -sıcaklığın 2000 °C ve basıncın 5000 atm'nin altında olduğu- dünyanın katı kısmının derinliklerinde. Sahip olduğu yoğunluklar arasındaki fark yüzdesini tahmin edin. Hacim modülünün (90×10^9 N/m^2) ve hacimsel genleşme katsayısının sıcaklıkla değişmediğini ve SSB'takiyle aynı olduklarını varsayın.

75. SSB'taki azot molekülleri arasındaki ortalama mesafe nedir?

76. Düzgün bir küre olduğunu varsaydığımız bir helyum dolu balon 22.0 cm çapa sahiptir. Oda sıcaklığında (20 °C) iç basıncı 1.06 atm'dir. Balondaki helyum mollerinin sayısını ve balonu bu değerlere genişletmek için gereksinim duyulan helyum kütlesini belirleyin.

77. Bir hastanede kullanılan standart bir oksijen tüpü $T = 295$ K'de 2000 psi (13.800 kPa) kadarlık bir ayar basıncına ve 14 L (0.014 m^3)'lik bir hacme sahiptir. Eğer akış hızı, atmosferik basınçta ölçülmüşse ve 2.4 L/dakika hızında sabitlenmişse, tüpün bitmesi ne kadar sürecektir?

78. Pirinçten bir kapak 15 °C'da bir cam kavanoza sıkıca takılıyor. Kavanozu açmak için bir sıcak su banyosuna konuluyor. Bu işlemden sonra, kapağın ve kavanozun her ikisinin birden sıcaklığı 75 °C'dır. Kapağın iç çapı 8.0 cm'dir. Bu işlemle genişleyen boşluğun (yarıçaptaki fark) miktarını bulun.

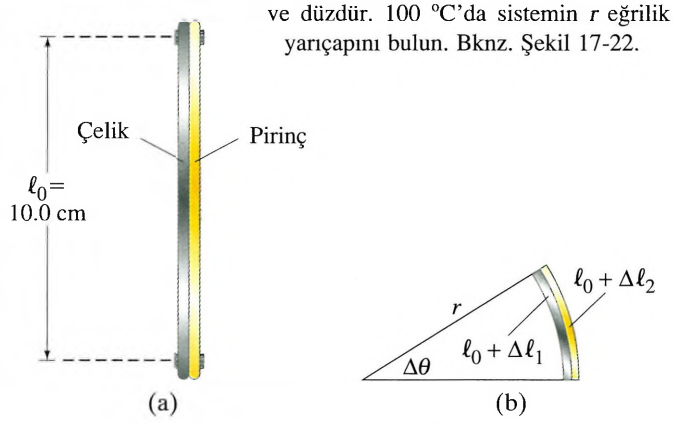
79. Gazyağının 0 °C'daki yoğunluğu 0.68×10^3 kg/ m^3'tür. (a) Sıcaklık 35 °C olduğu zaman yani sıcak bir gündeki yoğunluk nedir? (*b*) Yoğunluktaki değişim yüzdesi nedir?

80. Helyum dolu bir balon, basıncın P_0 ve hava yoğunluğunun ρ_0 olduğu deniz seviyesinde V_0 hacmine ve T_0 sıcaklığına sahiptir. Balonun havalanarak sıcaklığın T_1 olduğu y yüksekliğine çıkmasına izin veriliyor. (*a*) O halde $c = \rho_0 g/P_0 = 1.25 \times 10^{-4}\,\text{m}^{-1}$. olduğu yerde, balon tarafından kaplanan hacmi $V = V_0(T_1/T_0)e^{+cy}$ olduğunu gösterin. (*b*) Kaldırma kuvvetinin y yüksekliğine bağlı olmadığını gösterin. Balonun derisinin, helyum basıncını dış basınçtan 1.05 çarpanı kadar büyük bir değerde tuttuğunu varsayın. (*İpucu:* Yükseklikle orantılı olarak basınç değişiminin, Bölüm 13, Örnek 13-5'deki gibi, $P = P_0 e^{-cy}$, şeklinde olduğunu varsayın.

81. Yüzyılda benimsenen ilk uzunluk standartı aralarındaki mesafe kesin bir doğrulukla bir metre olarak tanımlanan, iki çok ince işaretle ayrılmış platin bir çubuktu. Eğer bu standart çubuk $\pm$ μm aralığında doğru kabul edildiyse, bu işi yapanların sıcaklığı ne kadar dikkatli kontrol etmeleri gerekmiştir? Platin için çizgisel genleşme katsayısı 9×10^{-6} /C°'dir.

82. Bir dalış tankı tam olarak doldurulduğu zaman 20 °C'ta 180 atm'lik bir basınca sahiptir. Tankın hacmi 11.3 L'dir. (*a*) 1.00 atm'de ve aynı sıcaklıkta havanın hacmi ne olacaktı? (*b*) Suya girmeden önce bir insan her bir nefeste 2.0 L hava içine alır ve bir dakikada 12 kere nefes alır. Bu oranlarla, tankın içindeki havanın bitmesi ne kadar sürer? (*c*) Deniz suyunda sıcaklığın 10 °C olduğu 20.0 m'lik bir derinlikte, nefes alma hızının değişmediğini varsayarsak, aynı tankın içindeki havanın bitmesi ne kadar sürer?

83. Buharlı bir çevrede çalışmak üzere tasarlanmış bir sıcaklık kontrol edici mekanizma, çelik ve pirinçten yapılmış, uçları perçinlenmiş iki metalli bir şeritten oluşuyor. Metallerin her biri 2.0 mm kalınlığındadır. 20 °C'ta şerit 10.0 cm uzunluğundadır ve düzdür. 100 °C'da sistemin r eğrilik yarıçapını bulun. Bknz. Şekil 17-22.



ŞEKİL 17–22 Problem 83.

84. Birbirinden 30.0 m uzakta iki elektrik direği arasındaki bakır bir tel sıcaklık –15 °C olduğu zaman 50.0 cm sarkıyor. Sıcaklık +35 °C olduğu zamanki sarkma miktarını bulun. (*İpucu:* Bir tahmin, telin şeklinin yaklaşık olarak bir daire yayı olduğunu varsayarak yapılabilir; zor denklemler bazen değerler tahmin etme yoluyla çözülebilir.)

85. Şnorkelli yüzücüler suyun altında yüzeye yakın yüzerken kısa boru şeklindeki 'şnorkeller' aracılığıyla nefes alırlar. Şnorkelin bir ucu, şnorkel kullananın ağzındadır, diğer ucu da su yüzeyinden yukarı çıkar. Maalesef şnorkeller büyük derinliklerde nefes desteği sağlayamaz: Suyun sadece 30 cm altında yüzen şnorkelli tipik bir yüzücünün şnorkel yardımıyla nefes alamayacağı söylenir. Bu iddiaya dayanarak, bir nefes aldığı zaman tipik bir insanın ciğer hacmindeki yaklaşık kesirsel değişiklik nedir? Denge halindeyken, şnorkelli bir yüzücünün ciğerlerindeki hava basıncının çevredeki suyun basıncıyla denk olduğunu varsayın.

* Sayısal/ Bilgisayar

*** 86.** (II) Bir ısıl çift sıcaklığa bağlı olarak bir voltaj üreten iki farklı tipte malzemenin bir kavşağını içerir. Farklı sıcaklıklarda kaydedilen ısıl çift voltajları aşağıdaki gibidir:

Sıcaklık (°C)	50	100	200	300
Voltaj (mV)	1.41	2.96	5.90	8.92

Bu verileri kübik bir denkleme uydurmak için bir tablolama programı kullanın ve ısıl çift 3.21 mV ürettiği zamanki sıcaklığı belirleyin. Verileri ikinci dereceden bir denkleme uydurarak sıcaklık için ikinci bir değer elde edin.

*** 87.** (III) Oktan (benzin), su, gliserin veya etil alkol olabilecek bilinmeyen bir sıvının olduğu ufak bir şişeniz olsun. Sıcaklık değiştiğinde bu bilinmeyen sıvının hacminin nasıl değiştiğini çalışarak ne olduğunu belirlemeyi deniyorsunuz. Sıvı ve silindir 0.000 °C'da iken bir Pyrex dereceli silindiri 100.00 mL sıvıyla dolduruyorsunuz. Her bir sıcaklıkta dereceli silindir ve sıvının dengeye gelmelerine izin vererek, sıcaklığı beş derecelik aralıklarla artırıyorsunuz. Her bir sıcaklıkta dereceli silindirden aşağıda listelenen hacim değerlerini okuyorsunuz. Pyrex cam silindirin genleşmesini dikkate alın. Mümkünse bir tablolama programı kullanarak verileri grafiğe dökün ve etkin (birleştirilmiş) hacimsel genleşme katsayısı β'yı bulmak için çizginin eğimini belirleyin. Daha sonra sıvı için β 'yı tayin edin ve böylece şişe içindeki sıvının ne olduğunu bulun.

Sıcaklık (°C)	Hacim okuma (mL cinsinden)
0.000	100.00
5.000	100.24
10.000	100.50
15.000	100.72
20.000	100.96
25.000	101.26
30.000	101.48
35.000	101.71
40.000	101.97
45.000	102.20
50.000	102.46

Alıştırmaların cevapları

A: $-40°$.
B: (*d*).
C: 8 mm.
D: (i)Daha yüksek (ii) aynı (iii) daha düşük
E: (*a*).
F: (*b*).
G: (*b*) Daha az.

Yellowstone parkındaki bu kış görüntüsünde, su için maddenin üç halini de görüyoruz: sıvı, katı (kar ve buz) ve gaz (buhar). Bu bölümde, kinetik teoride daima hareketli olan atomların veya moleküllerin mikroskopik teorisini açıklayacağız. Bir gazın sıcaklığının, onun moleküllerinin ortalama kinetik enerjisi ile ilgili olduğunu göreceğiz. İdeal gazları düşüneceğiz; ama gerçek gazlara, onların nasıl faz değiştirdiğine, buharlaşmasına, buhar basıncına ve neme bakacağız.



BÖLÜM 18

Gazların Kinetik Teorisi

BÖLÜM – AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!
Oda sıcaklığındaki (20 °C) havadaki bir molekülün tipik hızı

(a) durgun hale yakın (< 10 km/sa)
(b) 10 km/sa mertebesinde
(c) 100 km/sa mertebesinde
(d) 1000 km/sa mertebesinde
(e) Işık hızına yakın.

İÇERİK

18–1 İdeal Gaz Yasası ve Sıcaklığın Moleküler Yorumu
18–2 Moleküler Hız Dağılımı
18–3 Gerçek gazlar ve Faz Değişimleri
*18–4 Buhar Basıncı ve Nem
18–5 Van der Waals Hal Denklemi
*18–6 Ortalama Serbest Yol
*18–7 Yayılma (Difüzyon)

Maddenin, sürekli rastgele hareket halindeki atomlara dayanan analizi kinetik teori olarak adlandırılır. Şimdi klasik mekanik yasalarına dayanan kinetik teoriye bakış açısından, bir gazın özelliklerini araştıracağız. Fakat gazdaki büyük sayıdaki moleküllerin ($>10^{25}$ /m^3 SSB'ta) her birine Newton'un yasalarını uygulamak, şu anki bilgisayarların kapasitesinin ötesindedir. Bunun yerine, istatistiksel bir yaklaşım yaparız ve bir takım büyüklüklerin ortalamasını tanımlarız ve bu ortalamalar makroskopik değişkenlere karşılık gelir. Tabii ki, mikroskopik betimlemenin gazların makroskopik özelliklerine karşılık gelmesini isteyeceğiz; yoksa teorimizin değeri olamaz. En önemlisi, mutlak sıcaklık ile bir gazdaki moleküllerin ortalama kinetik enerjisi arasındaki önemli bağıntıya ulaşacağız.

18–1 İdeal Gaz Yasası ve Sıcaklığın Moleküler Yorumu

Gazdaki moleküller hakkında varsayımlar yaparız. Bu varsayımlar gaza basit bir bakış açısını yansıtır. Fakat, yine de öngördükleri sonuçlar, sıvılaşma noktasından uzak ve düşük basınçdaki gerçek gazların temel özelliklerine karşılık gelirler. Bu koşullar altındaki gerçek gazlar ideal gaz yasasına oldukça iyi uyarlar, gerçekten de şimdi betimleyeceğimiz gaz **ideal gaz** olarak anılır

Bir ideal gaz için kinetik teorinin temel postülaları:

1. Değişik hızlarda rastgele doğrultularda hareket eden, herbirinin kütlesi m olan çok sayıda (N tane) molekül olsun. Bu varsayım, bir gazın kabını doldurması ve Dünya üzerindeki havanın kaçıp kurtulmasına sadece yer çekiminin engel olması gibi gözlemlerimizle uyum içindedir.
2. Moleküller ortalama olarak birbirlerinden çok uzaktadırlar. Yani, birinden diğerine olan ortalama uzaklık her bir molekülün yarıçapından çok daha büyüktür.
3. Moleküllerin klasik mekanik yasalarına uydukları ve sadece çarpıştıklarında birbirleriyle etkileştikleri farz edilir. Moleküller çarpışmalar arasında birbirlerine zayıf çekici kuvvet uygulamakla birlikte, bu kuvvetlerle ilgili potansiyel enerji kinetik enerjilerine göre küçüktür ve ihmal edilebilir.
4. Bir molekülün diğerleri ile veya kabın duvarları ile olan çarpışmalarının bilardo toplarının çarpışması gibi (Bölüm 9) tam esnek olduğunu ve çarpışmalar arasındaki süreyle karşılaştırıldığında çarpışmanın süresinin çok kısa olduğunu farzederiz. Çarpışmalar arasındaki kinetik enerjiyle kıyaslandığında çarpışmanın potansiyel enerjisini ihmal edebiliriz.

Bir gaza kinetik bakış açısının Boyle Yasasını (Kısım 17-6) nasıl açıkladığını hemen görebiliriz.. Gaz dolu bir kabın duvarındaki basınç, moleküllerin sürekli bombardımanından dolayıdır. Eğer hacim mesela yarıya düşmüşse, moleküller birbirine daha yaklaşır ve her saniye duvarın verilen bir bölgesine çarpan molekül sayısı iki katına çıkar. Dolayısıyla, Boyle yasasına göre iki kat daha büyük bir basınç bekleriz.

Gazın, kabına uyguladığı basıncı kinetik teoriye dayanarak hesaplayalım. Şek.18-1a da gösterildiği gibi, moleküllerin ℓ uzunluklu ve A yüzeyine sahip dikdörtgenler prizması şeklindeki (durgun) bir kabın içinde olduğunu düşünelim. Modelimize göre, moleküllerin duvarlarla çarpışmasından dolayı kabın duvarlarına gaz tarafından bir basınç uygulanır. Dikkatimizi kabın sol ucundaki A yüzey alanlı duvara toplayalım ve Şek.18-1b'de gösterildiği gibi bu duvara bir molekül çarptığında ne olduğunu araştıralım. Bu molekül duvara bir kuvvet uyguladığında, Newton'un üçüncü yasasına göre, duvar da moleküle zıt yönde ve aynı büyüklükte bir kuvvet uygular. Newton'un ikinci hareket yasasına göre, molekül üzerine uygulanan bu kuvvetin büyüklüğü moleküllerin momentumlarının değişim hızına eşittir, $F = dp/dt$ (Dnk.9-2). Çarpışmaların esnek olduğu varsayılırsa sadece moleküllerin momentumlarının x bileşeni $-mv_x$'den (negatif x doğrultusunda hareket ediyor) + mv_x 'e kadar değişir. Böylece bir çarpışma için moleküllerin momentumundaki değişim son momentum eksi ilk momentumdur:

$$\Delta(mv) = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$$

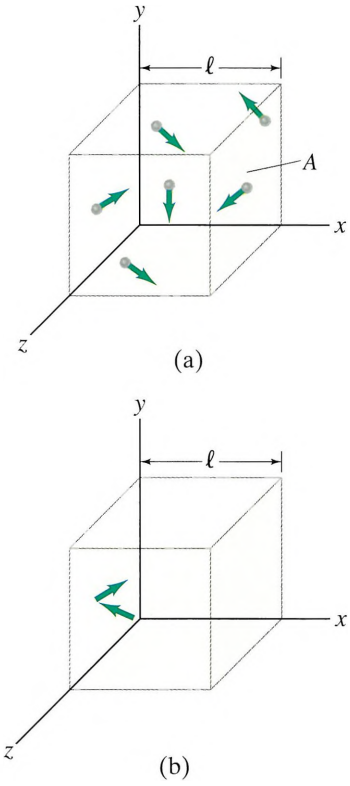
Duvarla bir çok kez çarpışacak olan molekül, kabın aynı duvarına ard arda iki kez çarpması arasında, 2ℓ (x-bileşeni) yolunu Δt zamanında alır. Böylece $2\ell = v_x\,\Delta t$, veya

$$\Delta t = \frac{2\ell}{v_x}$$

olur. Çarpışmalar arasındaki Δt zamanı çok küçüktür, dolayısıyla saniye başına çarpışma sayısı çok büyüktür. Bu yüzden ortalama kuvvet –bir çok çarpışma üzerinden ortalama- bir çarpışmada değişen momentumun çarpışmalar arasındaki zamana oranına eşittir (Newton'un ikinci yasası) :

$$F = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{2\ell/v_x} = \frac{mv_x^2}{\ell}. \qquad \text{[Bir molekülden dolayı]}$$

Kap boyunca ileri geri giderken, molekül kabın kenarları ve üstüyle çarpışır, ama bu onun momentumunun x bileşenini ve sonuçları değiştirmez. Molekül, v_x hızını değiştirebilecek diğer moleküllerle de çarpışır. Bununla birlikte, her momentum kaybı (veya kazancı) bir başka molekülün kazancı (kaybı) demektir. Tüm moleküller üzerinden toplam alındığından yukarıda elde edilen sonuçlar değişmez.



ŞEKİL 18–1 (a) Dikdörtgenler prizması şeklinde bir kapta hareket eden gaz molekülleri. (b) Oklar, duvara çarpıp geri dönen bir molekülün momentumunu göstermektedir.

Bir molekülden dolayı meydana gelen kuvvet kesiklidir, fakat çok büyük sayıda molekül her saniye duvara çarptığından ortalama kuvvet hemen hemen sabittir. Kaptaki bütün moleküllerden dolayı meydana gelen kuvveti hesaplamak için her birinin katkılarını eklemek zorundayız. Böylece duvarın üzerine etki eden net kuvvet

$$F = \frac{m}{\ell}\left(v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \cdots + v_{xN}^2\right),$$

olarak bulunr. Bu eşitlikte v_{x1},1 numaralı molekülün hızının x bileşenidir (her moleküle keyfi bir sayı veriyoruz) ve toplam kaptaki N tane molekül üzerinden alınır. Hızın x bileşeninin karesinin ortalama değeri

$$\overline{v_x^2} = \frac{v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \cdots + v_{xN}^2}{N}, \qquad \textbf{(18–1)}$$

şeklindedir. Burada üst çizgi $(\bar{})$ "ortalama" anlamındadır. Böylece kuvveti yazabiliriz:

$$F = \frac{m}{\ell} N\overline{v_x^2}.$$

Her vektörün karesinin onun bileşenlerinin karelerinin toplamına eşit olduğunu biliyoruz (Pisagor teoremine göre). Hızın karesinin ortalaması,

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

olur. Gazdaki moleküllerin hızları tamamen rastgele varsayıldığından dolayı, hızların ortalama değerleri birbirlerine eşittir. Bundan dolayı

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

alınır. Bu bağıntıyı, yukaridaki bağıntıyla birleştirirsek

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$$

şeklinde yazabiliriz. Net kuvvet F'i veren denkleme yerleştirirsek,

$$F = \frac{m}{\ell} N \frac{\overline{v^2}}{3}$$

olur. Böylece duvar üzerine uygulanan toplam basınç,

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{3}\frac{Nm\overline{v^2}}{A\ell}$$

veya

$$P = \frac{1}{3}\frac{Nm\overline{v^2}}{V} \qquad \textbf{(18–2)}$$

olarak bulunur. Burada $V = \ell A$ kabın hacmidir. Bu bizim aradığımız şeydir, çünkü gaz tarafından kaba uygulanan basınç moleküler özelliklere bağlı olarak ifade edilmiştir.
Dnk. 18-2 'yi V hacmi ile çarparak yeniden düzenlersek

$$PV = \tfrac{2}{3}N\left(\tfrac{1}{2}m\overline{v^2}\right) \qquad \textbf{(18–3)}$$

elde edilir. $\frac{1}{2}m\overline{v^2}$ terimi, gazdaki moleküllerin $\overline{K}$ ortalama öteleme kinetik enerjisidir. Eğer 17-4 eşitliğiyle 18-3 eşitliğini karşılaştırırsak, ideal gaz kanunu

$$\tfrac{2}{3}\left(\tfrac{1}{2}m\overline{v^2}\right) = kT$$

veya

$$\overline{K} = \tfrac{1}{2}m\overline{v^2} = \tfrac{3}{2}kT \qquad \text{[ideal gaz]} \quad \textbf{(18–4)}$$

olarak elde edilir. Bu denklemin bize ifade ettiği şey,

MOLEKÜLLERİN ORTALAMA KİNETİK ENERJİSİNİN SICAKLIĞA BAĞLILIĞI

bir ideal gazda rastgele hareket eden moleküllerin ortalama öteleme kinetik enerjileri gazın mutlak sıcaklığı ile doğru orantılıdır.

Kinetik teoriye göre, sıcaklık ne kadar yüksekse moleküllerin ortalama hareket hızı o kadar artar. Bu bağıntı kinetik teorinin başarılarından birisidir.

ÖRNEK 18–1 **Moleküler kinetik teori.** 37°C'taki ideal gazdaki moleküllerin ortalama öteleme kinetik enerjisi nedir?

YAKLAŞIM Dnk.18-4 'teki mutlak sıcaklığı kullanalım.

ÇÖZÜM 37 °C'ı 310 K'e çevirelim ve Dnk.18-4'te yerine koyalım.

$$\overline{K} = \tfrac{3}{2}kT = \tfrac{3}{2}(1.38 \times 10^{-23}\,\text{J/K})(310\,\text{K}) = 6.42 \times 10^{-21}\,\text{J}.$$

NOT Moleküllerin bir molündeki toplam öteleme kinetik enerji $(6.42 \times 10^{-21}\,\text{J})(6.02 \times 10^{23}) = 3860\,\text{J}$ 'e eşittir. Bu değer, 90m/s'lik hızla hareket eden 1 kg kütleli bir taşın kinetik enerjisine eşittir.

ALIŞTIRMA A Bir oksijen ve helyum gazı karışımında, hangi durum geçerlidir :(*a*) helyum molekülleri oksijen moleküllerinden daha hızlı hareket eder; (*b*) moleküllerin her iki çeşidi de aynı hızla hareket eder; (*c*) oksijen molekülü helyum molekülünden daha hızlı hareket eder; (*d*) helyumun kinetik enerjisi oksijeninkini geçer; (*e*)yukarıdakilerin hiç birisi.

Dnk.18-4, sadece gazlar değil sıvı ve katılar için de oldukça doğru sonuçlar verir. Böylece Örnek 18-1'in sonuçları, vücut sıcaklığında (37°C), yaşayan hücrelerdeki moleküllere de uygulanabilir.

Moleküllerin hızlarının ortalamasını hesaplayabilmek için Dnk.18-4'ü kullanabiliriz. Dnk.18-1'den 18-4'e kadar olan denklemlerdeki ortalamalar hızın karesi üzerinden alınmaktadır. $\overline{v^2}$ 'nin kare köküne, **kök-kare-ortalama** hız denir,

(Moleküllerin hızlarının *karelerinin ortalaması*nın kare kökü) :

$$v_{\text{kko}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \qquad \textbf{(18–5)}$$

ÖRNEK 18–2 **Hava moleküllerinin hızı.** Oda sıcaklığındaki (20°C) hava moleküllerinin (O_2 ve N_2) kko hızı nedir?

YAKLAŞIM Kko hızını $\overline{v^2}$ elde etmek için, O_2 ve N_2 moleküllerinin kütlelerine ihtiyacımız var. Kütleleri farklı olduğundan dolayı, oksijen ve azota Dnk.18-5 ayrı ayrı uygulanır.

ÇÖZÜM O_2 (moleküler kütlesi = 32 u) ve N_2 (moleküler kütlesi = 28 u) moleküllerinin kütleleri $1\,\text{u} = 1.66 \times 10^{-27}\,\text{kg}$)

$$m(O_2) = (32)(1.66 \times 10^{-27}\,\text{kg}) = 5.3 \times 10^{-26}\,\text{kg},$$
$$m(N_2) = (28)(1.66 \times 10^{-27}\,\text{kg}) = 4.6 \times 10^{-26}\,\text{kg}.$$

Böylece oksijen için kko hız,

$$v_{\text{kko}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{(3)(1.38 \times 10^{-23}\,\text{J/K})(293\,\text{K})}{(5.3 \times 10^{-26}\,\text{kg})}} = 480\,\text{m/s}$$

ve azot için sonuç $v_{\text{kko}} = 510$ m/s olarak hesaplanır. Bu hızlar 1700 km/sa veya 1000 mi/sa hızdan daha fazla ve (Bölüm 16), 20 °C'taki ses hızı ≈ 340 m/s'den daha büyüktür.

NOT Kko hız v_{kko} sadece bir büyüklüktür. Moleküllerin *hızlarının* ortalaması sıfıra gider: Hız doğrultuya sahiptir, moleküller sağa doğru hareket ettiği kadar sola da, yukarı kadar aşağıya da, içeri olduğu kadar dışarıya da hareket eder.

ALIŞTIRMA B Şimdi Bölüm-Açılış sorusuna geri dönebiliriz, ve daha doğru cevap verebiliriz. Neden ilk seferinde farklı cevap verdiğimizi açıklamaya çalışalım.

ALIŞTIRMA C Mol sayısını ve basıncı sabit tutarken gazın hacmini iki katına çıkarırsak, moleküllerin ortalama hızı (kko hızı) ne olur ? (*a*) iki katı, (*b*) dört katı, (*c*) $\sqrt{2}$, kadar artar, (*d*) yarısı kadar, (e) $\frac{1}{4}$'ü kadar.

ALIŞTIRMA D Kök hızı v_{kko} iki katına çıktığında mutlak sıcaklıktaki faktör ne olmalıdır ? (*a*) $\sqrt{2}$; (*b*) 2; (*c*) $2\sqrt{2}$; (*d*) 4; (*e*) 16.

KAVRAMSAL ÖRNEK 18–3 **Tankta azalan gaz.** Balonları doldurmak için bir helyum tankı kullanıldı. Her bir balon dolduğundan dolayı tankta kalan helyum atomlarının sayısı azalır. Tankta kalan moleküllerin kök hızına etkisi nasıldır?

YANIT Kök hızı 18-5 eşitliği ile verildi: $v_{\text{kko}} = \sqrt{3kT/m}$ n mol sayısı veya P basıncı etkili değil sadece maddenin sıcaklığı etkili. Eğer tankta sıcaklık sabit kalırsa, tankta helyum basıncı azalmasına rağmen kök hızı sabit kalır.

Moleküllerde ortalama hız, $\bar{v}$, hızların büyüklüklerinin ortalamasına eşittir. $\bar{v}$ genellikle v_{kko}' ye eşit değildir. Ortalama hız ve kök hız arasındaki farkı görebilmek için, aşağıdaki örneği düşünelim.

ÖRNEK 18–4 **Ortalama hız ve kko hız.** Sekiz parçacık aşağıdaki hızlara sahip olsun, m/s cinsinden: 1.0, 6.0, 4.0, 2.0, 6.0, 3.0, 2.0, 5.0. (*a*) ortalama hızı ve (*b*) kko hızı hesaplayınız.

YAKLAŞIM (*a*)'da hızları toplamalıyız ve $N = 8$'e bölmeliyiz. (*b*)'de her hızın karesini alırız, karelerini toplarız, $N = 8$'e böleriz ve kare kökünü alırız.

ÇÖZÜM (*a*) Ortalama hız

$$\bar{v} = \frac{1.0 + 6.0 + 4.0 + 2.0 + 6.0 + 3.0 + 2.0 + 5.0}{8} = 3.6\ \text{m/s}.$$

(*b*) Dnk.18-1'den kko hız,

$$v_{\text{kko}} = \sqrt{\frac{(1.0)^2 + (6.0)^2 + (4.0)^2 + (2.0)^2 + (6.0)^2 + (3.0)^2 + (2.0)^2 + (5.0)^2}{8}}\ \text{m/s}$$
$$= 4.0\ \text{m/s}.$$

Bu örnekte gördüğümüz gibi, ortalama hız, $\bar{v}$ ve kko hız, v_{kko} birbirine eşit değildir. Gerçekte, bir ideal gaz için bu değerler %8 kadar farklıdır. Gelecek kısımda, bir ideal gaz için ortalama hızı, $\bar{v}$, nasıl hesaplayacağımızı göreceğiz. Dnk.18-5'ten kko hızı, v_{kko}, nasıl hesaplayacağımızı zaten biliyoruz.

*Mutlak Sıfır Yakınında Kinetik Enerji

Dnk.18-4, $\bar{K} = \frac{3}{2}kT$, sıcaklık mutlak sıfıra yaklaştığında moleküllerin kinetik enerjisinin de sıfıra yaklaştığına işaret eder. Bununla birlikte, modern kuantum teorisi bunun tam böyle olmadığını söyler. Bunun yerine, mutlak sıfıra yaklaşıldığında, kinetik enerji sıfırdan farklı çok küçük bir minimum değere sahip olur. Tüm gerçek gazlar 0 K'e yakın sıvı veya katı olmasına rağmen, moleküler hareket mutlak sıfırda bile durmaz.

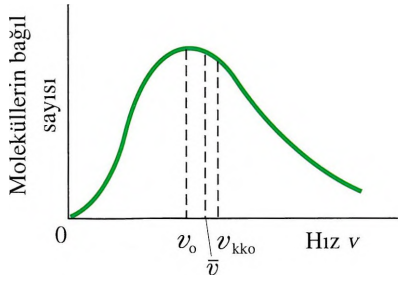
18–2 Moleküler Hız Dağılımı

Maxwell Dağılımı

Bir gazdaki moleküllerin rastgele hareket ettiği varsayılır. Bunun anlamı, moleküllerin bir çoğunun ortalama hızdan daha az bir hıza ve diğerlerinin ise daha fazla hıza sahip olmalarıdır. 1859'da, James Clerk Maxwell (1831-1879) N tane molekül içeren bir gazdaki hız dağılımı için bir formül türetmiştir. Burada bu formülü türetmeyeceğiz ama sadece sonucu vereceğiz:

$$f(v) = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{1}{2}\frac{mv^2}{kT}} \qquad \textbf{(18–6)}$$

$f(v)$Maxwell hız dağılımı olarak adlandırılır ve Şek.18-2 de grafiği çizilmiştir. $f(v)$ niceliği, v ve $v + dv$ arasında bir hıza sahip moleküllerin sayısını temsil eder. $f(v)$ v hızlı moleküllerin sayısını vermez. Moleküllerin sayısını verebilmesi için dv ile çarpılması gerekir (moleküllerin sayısı, hesaba katılan hızların "aralığı"na bağlıdır). $f(v)$ formülünde, m tek bir molekülün kütlesi, T mutlak sıcaklık, ve k Boltzmann sabitidir. N gazdaki moleküllerin toplam sayısı olduğundan dolayı, gazdaki tüm moleküller üzerinden toplam



ŞEKİL 18–2 Bir ideal gazdaki moleküllerin hız dağılımı. $\bar{v}$ ve v_{kko} eğrinin tepe noktasında değiller. Çünkü eğri sağa doğru eğrilmiştir: simetrik değildir. Eğrinin tepe noktasındaki hız "en olası hız" v_o' dır.

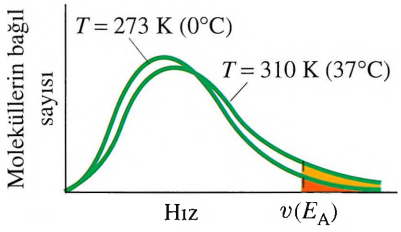
alındığında N sayısını elde etmeliyiz. Böylece

$$\int_0^\infty f(v)\,dv = N.$$

elde edilir. (Problem 22 bunun doğruluğunu göstermek için bir alıştırmadır.)

Gerçek gazlardaki hız dağılımını betimlemek amacıyla 1920'lerde başlayarak yapılan deneyler, Maxwell dağılımını (yüksek basınçta olmayan gazlar için) ve Dnk.18-4'te verilen mutlak sıcaklık ile ortalama kinetik enerji arasındaki doğru orantıyı doğruladı. Verilen bir gaz için Maxwell dağılımı sadece mutlak sıcaklığa bağlıdır. Şek.18-3 iki farklı sıcaklık için dağılımları gösteriyor. Kko hız sıcaklıkla arttığında, tüm dağılım eğrisi daha yüksek sıcaklıklarda sağa doğru kayar.

Şek.18-3, biyolojik hücrelerdekileri de içeren, pek çok kimyasal reaksiyonun artan sıcaklıkla daha hızlı oluşmasının nedenini açıklamak için kinetik teorinin nasıl kullanılabileceğini gösteriyor. Kimyasal reaksiyonların çoğu bir sıvı eriyikte meydana gelir ve sıvıdaki moleküller Maxwell dağılımına yakın bir hız dağılımına sahiptir. İki molekül, çarpıştıklarında, birbirlerinin içine kısmen nüfuz edecek kadar kinetik enerjileri büyükse kimyasal reaksiyona girebilir. Bunun için gereken minimum enerjiye *aktivasyon enerjisi*, E_A, adı verilir ve her kimyasal reaksiyon için özel bir değere sahiptir. Şek.18-3'te, bir özel reaksiyon için E_A enerjisine uygun moleküler hız gösterilmektedir. Bu değerden daha büyük enerjili moleküllerin bağıl sayısı, Şek.18-3'te iki farklı gölgelemeyle gösterilen, $v(E_A)$'nın sağındaki eğri altında kalan alanla verilir. E_A'dan büyük kinetik enerjiye sahip moleküllerin sayısı, sıcaklıktaki küçük bir artışla hızla artar. Bir kimyasal reaksiyonun oluşma hızı, E_A kinetik enerjisinden daha büyük enerjili moleküllerin sayısıyla orantılıdır ve böylece sıcaklığın artmasıyla reaksiyon hızının neden hızla arttığını görebiliriz.



ŞEKİL 18–3 İki farklı sıcaklık için moleküllerin hız dağılımı.

FİZİK UYGULAMASI

Sıcaklık kimyasal reaksiyonlara nasıl bağlıdır

*Maxwell Dağılımını Kullanarak Hesaplamalar

Maxwell dağılımını bazı ilginç sonuçları elde etmek için nasıl kullanılabileceğini görelim.

ÖRNEK 18–5 **$\bar{v}$ ve v_p.** T sıcaklığındaki bir ideal gazdaki moleküllerin (*a*) ortalama hızı, $\bar{v}$ ve (*b*) en olası hızı, v_p'yi veren formüller belirleyin.

YAKLAŞIM (*a*) Her niceliğin ortalama değeri, niceliğin (burada hız) mümkün değerleri ile bu değerlere sahip molekül sayılarını çarpıp, bu çarpımları toplayıp, N sayısına (toplam sayı) bölerek bulunur. (*b*) Şek.18-2 eğrisinin eğiminin nerede sıfır olduğunu bulmak istiyoruz, dolayısıyla $df/dv = 0$ yaparız.

ÇÖZÜM (*a*) Dnk. 18-6 bize hızın sürekli dağılımını veriyor. Hızlar üzerinden toplam, v ile bu hıza sahip molekül sayısı $f(v)\,dv$'nin çarpımının integraline dönüşür:

$$\bar{v} = \frac{\int_0^\infty v\,f(v)\,dv}{N} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty v^3 e^{-\frac{1}{2}\frac{mv^2}{kT}}\,dv.$$

Kısmi integrasyon yoluyla veya bir belirli integral tablosuna bakarak integrali alalım:

$$\bar{v} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{2k^2T^2}{m^2}\right) = \sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{kT}{m}} \approx 1.60\sqrt{\frac{kT}{m}}.$$

(*b*) En olası hız diğer hızlara göre rastlanma olasılığı daha fazla olan ve $f(v)$'nin maksimum değerine sahip olduğu hızdır. Eğrinin maksimum değerindeki eğim sıfırdır: $df(v)/dv = 0$'dır. Dnk. 18-6'nın türevinin alınmasıyla

$$\frac{df(v)}{dv} = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\left(2ve^{-\frac{mv^2}{2kT}} - \frac{2mv^3}{2kT}e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\right) = 0.$$

Dnk. 18-6'nın türevinin alınmasıyla

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \approx 1.41\sqrt{\frac{kT}{m}}.$$

(Diğer çözüm $v = 0$'dır ama bu değer minimuma karşılık gelir, maksimuma değil.)

Özet olarak,

En olası hız, vp

$$v_p = \sqrt{2\frac{kT}{m}} \approx 1.41\sqrt{\frac{kT}{m}} \qquad \textbf{(18–7a)}$$

Ortalama hız, $\bar{v}$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{kT}{m}} \approx 1.60\sqrt{\frac{kT}{m}} \qquad \textbf{(18–7b)}$$

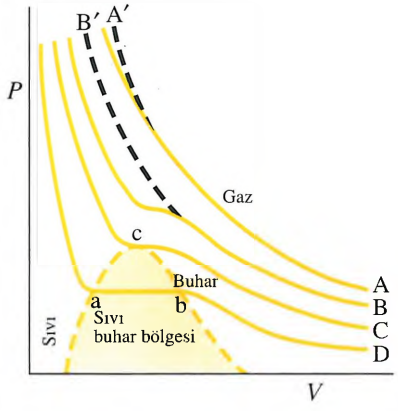
ve Dnk.18-5'ten

Kko hız v_{kko},

$$v_{kko} = \sqrt{3\frac{kT}{m}} \approx 1.73\sqrt{\frac{kT}{m}}.$$

Bunların hepsi Şek. 18-2'de gösteriliyor. Dnk. 18-6'dan ve Şek. 18-2'den görüldüğü gibi, bir gazdaki moleküllerin hızı, sıfırdan ortalama hızın pek çok katına kadar değişir. Ama grafikten de görüleceği gibi, moleküllerin çoğu ortalama hızdan uzak olmayan hızlara sahiptir. Moleküllerin %1'den azı v_{kko} kök hızı dört kat geçer.

18–3 Gerçek Gazlar ve Faz Değişimleri



ŞEKİL 18–4 Bir gerçek madde için *PV* diagramı. A,B,C ve *D* eğrileri $(T_A > T_B > T_C > T_D)$ farklı sıcaklıklardaki aynı maddeyi temsil ediyor.

İdeal gaz yasası

$$PV = NkT$$

sıvılaşma noktasından uzak sıcaklıklar ve çok yüksek olmayan basınçlar için bir gerçek gazın davranışını hassas bir biçimde betimler. Acaba bu iki kriter karşılanmadığında ne olur? Önce gerçek gazların davranışını tartışacağız ve sonra kinetik teorinin bu davranışı anlamamıza nasıl yardımcı olabileceğini inceleyeceğiz.

Belli bir miktarda gaz için hacme karşı basıncın grafiğine bakalım. Böyle bir "*PV diagramı*" üzerinde, Şek.18-4, her nokta verilen maddenin bir denge durumunu temsil eder. Değişen eğriler (A,B,C ve D ile gösterilen) sıcaklığın bir kaç farklı değeri için, sabit sıcaklıkta hacmin, basınçla nasıl değiştiğini gösterir. Kesikli çizgi ile gösterilen eğri A′ , ideal gaz yasasıyla tahmin edildiği gibi bir gazın davranışını temsil eder ki bu *PV* = sabit ile verilir. Katı çizgi ile gösterilen eğri A, aynı sıcaklıktaki gerçek bir gazın davranışını temsil ediyor. Yüksek basıçta, gerçek bir gazın hacmi ideal gaz yasasıyla tahmin edilenden daha azdır. Şek.18-4'teki B ve C eğrileri daha düşük sıcaklıklardaki gazı temsil eder ve ideal gaz yasasıyla (örneğin B′) tahmin edilenden daha çok sapar ve bu sapma gaz sıvılaşmaya ne kadar yakınsa o kadar büyüktür..

Bunu açıklamak için, yüksek basınçta, moleküllerin birbirine yakın olduklarını hatırlayalım. Moleküllerin arasındaki çekici kuvvetlerden (önceden ihmal edildi) doğan potansiyel enerji özellikle düşük sıcaklıklarda moleküllerin azalan kinetik enerjisi ile karşılaştırıldığında, artık ihmal edilemez. Bu çekici kuvvet molekülleri birbirine yakınlaştıracağından herhangi bir basınçta verilen hacim, Şek. 18-4'teki gibi ideal gaz yasasından beklenilenden daha azdır. Daha düşük sıcaklıklarda bu kuvvetler sıvılaşmaya sebep olur ve moleküller birbirine çok yakın bir hale gelir. Kısım 18-5'te bu çekici moleküler kuvvetlerin ve moleküllerin kendilerinin kapladıkları hacmin etkileri daha detaylı olarak tartışılacaktır.

D eğrisi sıvılaşma oluştuğu zamanki durumu temsil eder. D eğrisi üzerinde düşük basınçta (Şek. 18-4'ün sağında), madde bir gazdır ve büyük bir hacim kaplar. Basınç artınca, b noktasına kadar hacim azalır. b noktasının ötesinde, basınçta değişim olmaksızın hacim azalır. Madde gaz fazından sıvı fazına yavaş yavaş değişmektedir. a noktasında maddenin

tamamı sıvılaşmıştır. Basınç daha da arttırılırsa hacimdeki azalma çok küçük olur – sıvılar sıkıştırılamaz – dolayısıyla eğrinin solu şekilde gösterildiği gibi çok diktir. Katı çizginin altında kalan renkli bölge gaz ve sıvı fazının birlikte dengede olduğu bölgeyi temsil eder.

Şek.18-4'teki C eğrisi, **kritik sıcaklıktaki** maddenin davranışını temsil eder. c noktası (C eğrisinin yatay olduğu nokta) **kritik nokta** olarak adlandırılır. Kritik sıcaklıktan (terimin tanımı böyledir) daha düşük sıcaklıklarda, yeterli basınç uygulanırsa gaz sıvılaşır. Kritik sıcaklığın üstünde, ne kadar basınç uygulanırsa uygulansın gaz faz değiştirip sıvı hale geçmez. Tablo 18-1'de değişik gazlar için kritik sıcaklıklar veriliyor. Bilim adamları oksijenin sıvılaştırılması için uzun yıllar çabaladılar. Kritik noktayla ilgili maddenin davranışının keşfinden sonra, anlaşıldı ki oksijen ancak –118 °C'lik kritik sıcaklığın altına soğutulursa, sıvılaştırılabilir.

"Gaz" ve "buhar" terimleri arasında bir fark vardır: gaz halinde kritik sıcaklığın altındaki maddelere **buhar**, kritik sıcaklığın üstündekilere ise gaz adı verilir.

Maddenin davranışı sadece *PV* diagramı ile değil aynı zamanda *PT* diagramıyla da gösterilebilir. **Faz diagramı** olarak da adlandırılan PT diagramı, özellikle maddenin farklı fazlarını karşılaştırmak için uygundur. Şek.18-5 suyun faz diagramıdır. *s-b* eğrisi dengedeki buhar ve sıvı fazlarının dengede oldukları noktaları temsil eder – dolayısıyla kaynama noktasının basınca karşı grafiğidir. Bu grafik 1 atm basınçta kaynama noktasının 100 °C olduğunu ve azalan basınçla düştüğünü göstermektedir. *k-s* eğrisi katı ve sıvının dengede olduğu noktaları temsil eder ve basınca karşı donma noktasının grafiğini verir. Görüldüğü gibi, 1 atm'de suyun donma noktası olarak 0 °C 'tır. Eğer sıcaklık 0 °C ve 100 °C arasında ise madde sıvı fazındadır. Fakat sıcaklık 0 °C'ın altında veya 100 °C' ın üstünde ise madde katı veya buhar fazındadır. *k-b* eğrisi, *süblimleşme* noktasının basınca karşı grafiğidir. **Süblimleşme**, düşük basınçlarda bir katının sıvı fazından geçmeksizin doğrudan buhar fazına geçmesidir. Su için, süblimleşme, su buharının basıncı 0.0060 atm'den daha az ise meydana gelir. Katı fazdaki karbon dioksit kuru buz olarak adlandırılır ve atmosferik basınçta bile süblimleşir (Şek.18-6).

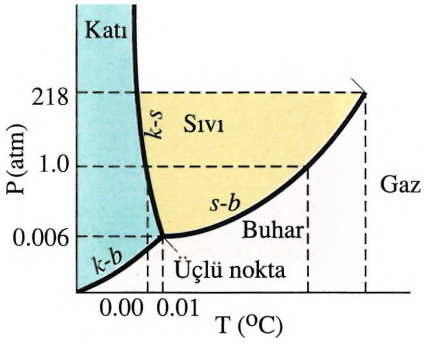
Üç eğrinin kesişimi (Şek.18-5) **üçlü nokta** adını alır. Su için bu nokta $T = 273.16$ K ve $P = 6.03 \times 10^{-3}$ atm'de meydana gelir. Üçlü noktada üç fazın dengede olduğu tek noktadır. Üçlü nokta, sıcaklık ve basıncın tek bir değerine karşılık geldiği için tam olarak tekrar üretilebilir ve genellikle bir referans noktası olarak kullanılır. Örneğin, sıcaklığın standartı, 1 atm'deki donma noktası olan 273.15 K'den daha çok suyun üçlü noktasındaki 273.16 K olarak belirtilir.

Su için katı-sıvı (*k-s*) eğrisi sol yukarıya eğimlenir. Bu sadece donunca *genleşen* maddeler için doğrudur: daha yüksek basınçta sıvının donması için daha düşük sıcaklık gereklidir. Daha yaygın olarak maddeler donunca büzüşürler ve *k-s* eğrisi, Şek. 18-6'da karbon dioksit (CO_2) için gösterildiği gibi sağ yukarıya eğimlenir.

Tartıştığımız faz geçişleri sık görülen türlerdir. Bazı maddeler katı halde değişik formlarda bulunabilir. Bir fazdan diğerine geçiş, sıradan faz değişimleri gibi, belli bir sıcaklık ve basınçta meydana gelir. Örneğin, buz çok yüksek basınçlarda en azından sekiz formda gözlenebilir. Normal helyumun ise helyum I ve helyum II olarak adlandırılan iki farklı sıvı fazı vardır. Bunlar mutlak sıfıra birkaç derece yakınlıktaki sıcaklıklarda mevcuttur. Helyum II **süperakışkanlık** olarak adlandırılan alışılmadık özellikler sergiler. Hemen hemen sıfır viskoziteye sahiptir ve üstü açık bir kabın kenarlarına tırmanma gibi garip özellikler taşır. Sıvı ve katı arasında bir fazda olduğu düşünülen **sıvı kristaller** (bilgisayar ve TV ekranında kullanılan, Kısım 35-11) de ilginçtir.

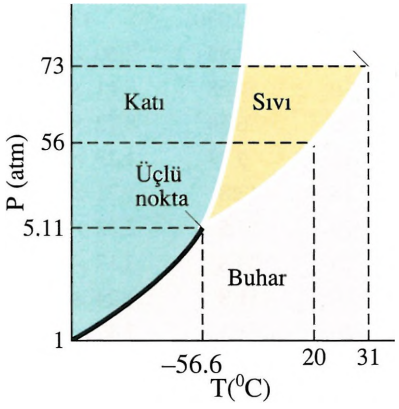
TABLO 18–1 Kritik Sıcaklık ve Basınçlar

Madde	Kritik Sıcaklık °C	Kritik Sıcaklık K	Kritik Basınç (atm)
Su	374	647	218
CO_2	31	304	72.8
Oksijen	−118	155	50
Azot	−147	126	33.5
Hidrojen	−239.9	33.3	12.8
Helyum	−267.9	5.3	2.3



ŞEKİL 18–5 Su için faz diagramı (skala lineer değildir).

ŞEKİL 18–6 Karbon dioksit için faz diagramı.



FİZİK UYGULAMASI
Sıvı Kristaller

18–4 Buhar Basıncı ve Nem

Buharlaşma

Eğer bir bardak su geceleyin bırakılırsa, su seviyesi sabaha kadar düşecektir. Biz bu durumda suyun buharlaştığını söyleriz. Bunun anlamı suyun bir kısmının gaz fazına veya buhar fazına geçmesidir.

Buharlaşma süreci kinetik teoriyi temel alarak açıklanabilir. Bir sıvıdaki moleküller, yaklaşık olarak Maxwell dağılımına uyan değişik hızlarla birbirlerin yakınından geçerler. Bu moleküllerin arasındaki yeğin çekici kuvvetler, sıvı fazda onları birbirlerine yakın tutar. Sıvı yüzeyine yakın bir molekül, hızından dolayı, bir an için sıvıdan ayrılabilir. Fakat, eğer hızı çok büyük değilse, havaya atılan bir taşın Dünya'ya geri dönmesi gibi, diğer moleküllerin çekici kuvvetleri başıboş molekülü sıvı yüzeyine geri çeker. Bununla birlikte yeterice yüksek hızlı bir molekül sıvıdan kurtulur ve gaz fazının bir parçası olur. (Kısım 8-7'deki yeterince yüksek hızlı cismin Dünya'yı terk etmesi gibi). Sadece belli bir değerin üstünde kinetik enerjiye sahip moleküller gaz fazına kaçabilirler. Kinetik teorinin, belli bir değerin (Şekil 18-3 deki E_A gibi) üstünde kinetik enerjiye sahip moleküllerin bağıl sayısının sıcaklıkla artacağını öngördüğünü daha önce gördük. Bu, yüksek sıcaklıklarda buharlaşma hızının daha büyük olduğu gözlemiyle uyum içindedir.

FİZİK UYGULAMASI
Soğuk buharlaşma



ŞEKİL 18–7 Kapalı bir kaptaki sıvının üzerinde buhar oluşur.

Yüzeyden en hızlı moleküller kaçtığı için, kalanların ortalama hızı daha azdır. Daha az ortalama hız, daha düşük mutlak sıcaklık demektir. Dolayısıyla, kinetik teori, *buharlaşma bir soğutma işlemidir* öngörüsünde bulunur. Şüphesiz ki, ılık bir duştan çıktığınızda, vücudunuzdaki suyun buharlaşma başlamasıyla üşüdüğünüzde bu etkiyi hissetmiş olmalısınız. Sıcak bir günde spor yapıp terledikten sonra hafif bir esinti bile buharlaşmaya yol açarak sizi serinletir.

TABLE 18–2 Suyun Doymuş Buhar Basıncı

Sıcaklık (°C)	Doymuş Buhar Basıncı torr (= mm-Hg)	Doymuş Buhar Basıncı Pa (= N/m^2)
−50	0.030	4.0
−10	1.95	2.60×10^2
0	4.58	6.11×10^2
5	6.54	8.72×10^2
10	9.21	1.23×10^3
15	12.8	1.71×10^3
20	17.5	2.33×10^3
25	23.8	3.17×10^3
30	31.8	4.24×10^3
40	55.3	7.37×10^3
50	92.5	1.23×10^4
60	149	1.99×10^4
70†	234	3.12×10^4
80	355	4.73×10^4
90	526	7.01×10^4
100‡	760	1.01×10^5
120	1489	1.99×10^5
150	3570	4.76×10^5

†Everest Dağının zirvesindeki kaynama noktası
‡Deniz seviyesindeki kaynama noktası.

Buhar Basıncı

Hava normalde su buharı (gaz fazındaki su) içerir ve esasen bu buharlaşmadan kaynaklanır. Bu işlemi daha detaylı incelemek için, kısmen su (veya başka bir sıvı) ile dolu kapalı bir kap düşünelim (Şekil 18-7). En hızlı hareket eden moleküller sıvının yüzeyinin üstünde kalan boş bölgeye hızla buharlaşır. Hareket ederken, bu moleküllerin bazıları sıvı yüzeyine çarpar ve tekrar sıvı fazına dönerler: Buna **yoğunlaşma** adı verilir. Buhardaki moleküllerin sayısı, sıvıya dönen moleküllerin sayısı aynı zaman aralığında ayrılan moleküllerin sayısına eşit oluncaya kadar artar. Dengeye erişildiğinde sıvı yüzeyinin üzerindeki boş kısmın *doymuş* olduğu söylenir. Buhar basıncı doyma noktasına geldiğinde **doymuş buhar basıncı** adını alır (veya bazen kısaca buhar basıncı denir).

Doymuş buhar basıncı kabın hacmine bağlı değildir. Eğer sıvı üzerindeki hacim aniden düşerse, buhar fazındaki moleküllerin yoğunluğu geçici olarak artacaktır. Her saniyede sıvı yüzeyine çarpan moleküllerin sayısı da artacaktır. Tekrar dengeye ulaşılana kadar sıvı fazına bir geri akış olacaktır ve sıcaklık değişmediği sürece doymuş buhar basıncının değeri aynı kalacaktır.

Her maddenin doymuş buhar basıncı sıcaklığa bağlıdır. Daha yüksek sıcaklıklarda, daha çok molekül sıvı yüzeyinden buhar fazına geçecek bir kinetik enerjiye sahip olur. Bundan dolayı daha yüksek basınçta dengeye ulaşılır. Farklı sıcaklıklardaki suyun doymuş buhar basıncı Tablo 18-2'de veriliyor. Katıların bile -örneğin, buz- ölçülebilir bir doymuş buhar basıncına sahip olduğuna dikkat edelim.

Normalde, bir sıvının buharlaşması vakuma değil, sıvının üzerindeki havaya gerçekleşir. Bu durum Şekil 18-8'le ilgili tartışmayı değiştirmez. Gaz fazında yeterince molekül olduğunda dengeye ulaşılır ve sıvıya tekrar giren moleküllerin sayısı, ayrılan moleküllerin sayısına eşit olur. Hava molekülleriyle çarpışmaların dengeye ulaşmayı geciktirmesine rağmen, gaz fazındaki özel moleküllerin (su gibi) yoğunluğu havanın varlığından etkilenmez. Böylece denge, doymuş buhar basıncının hava olmadığı zamanki değerine oluşur.

Eğer kap genişse veya kapalı değilse, tüm sıvı doyma noktasına ulaşmadan tüm sıvı buharlaşabilir. Eğer kap yalıtılmamışsa örneğin, evinizde bir odadaki gibi, hava su buharıyla doymuş hale geçmeyebilir (dışarıda yağmur yağmadıkça).



ŞEKİL 18–8 Kaynama: Su buharı kabarcıkları alttan üste (sıcaklığın en yüksek olduğu) doğru çıkar.

Kaynama

Bir sıvının doymuş buhar basıncı sıcaklıkla artar. Sıcaklık, o sıcaklıktaki doymuş buhar basıncının dış basınca eşit olduğu noktaya yükseldiği zaman **kaynama** meydana gelir (Şekil 18-8). Kaynama noktasına yaklaşıldığında, sıvı içinde sıvı fazından gaz fazına geçildiğini gösteren küçük kabarcıklar oluşur. Fakat, eğer kabarcıklar içindeki buhar basıncı dış basıçtan az ise, kabarcıklar hemen yokolur. Sıcaklık arttığında kabarcık içindeki doymuş buhar basıncı nihayet dış basıncı aşar veya ona denk olur. Kabarcıklar artık yokolmayıp yüzeye yükselebilir. Artık kaynama başlamıştır. *Bir sıvının doymuş buhar basıncı dış basınca eşit olduğunda sıvı kaynamaya başlar.* Bu durum Tablo 18-2 den görülebildiği gibi su için 100 °C da ve 1 atm (760 torr) basınçta meydana gelir.

Açıkça görülüyor ki bir sıvının kaynama noktası dış basınca bağlıdır. Yüksek yerlerde, suyun hava basıncı daha az olduğundan dolayı, kaynama noktası deniz seviyesindekinden biraz daha azdır. Örneğin, Everest dağının zirvesinde (8850m.), hava basıncı deniz seviyesindekinin 1/3'ü kadardır ve Tablo 18-2'den görüyoruz ki, su 70 °C de kaynar. Sıcaklık az olduğundan bir yemeğin kaynatılarak pişirilmesi yüksek yerlerde kaynaması daha uzun bir zaman alır. Düdüklü tencereler pişirme zamanını azaltır, çünkü onlar da basınç 2 atm'e kadar yükselir ve daha yüksek kaynama sıcaklığına ulaşmasına izin verir.

Kısmi Basınç ve Nem

Havanın kuru veya nemli olduğunu söylediğimizde kastettiğimiz, havanın içindeki su buharıdır. Değişik gazların karışımı olan hava gibi bir gazın toplam basıncı, mevcut her gazın *kısmi basınçlarının* toplamıdır*. Havadaki suyun kısmi basıncı sıfıra kadar düşebilir veya verilen sıcaklıktaki suyun doymuş buhar basıncına eşit bir maksimum değere kadar çıkabilir. Böylece 20 °C da, suyun kısmi basıncı 17.5 torr'u aşamaz (Tablo 18-2 de görüldüğü gibi). **Bağıl nem** su buharının kısmi basıncının, verilen sıcaklıktaki doymuş buhar basıncına oranı olarak tanımlanır ve genellikle bir yüzde olarak ifade edilir:

$$\text{Bağıl nem} = \frac{\text{H}_2\text{O nun kısmi basıncı}}{\text{H}_2\text{O nun doymuş buhar basıncı}} \times 100\%.$$

Böylece nem 100% 'e yaklaştığında, hava tüm su buharını tutabilir.

ÖRNEK 18–6 **Bağıl nem.** Sıcak bir günde, sıcaklık 30 °C ve havadaki su buharının kısmi basıncı 21.0 torr olsun. Bağıl nem nedir?

YAKLAŞIM Tablo 18-2'den, 30 °C'deki suyun doymuş buhar basıncının 31.8 torr olduğunu görüyoruz.

ÇÖZÜM Böylece bağıl nem

$$\frac{21.0 \text{ torr}}{31.8 \text{ torr}} \times 100\% = 66\%.$$

*Örneğin, hava molekülünün %78'i (hacimce) azot ve %21'i oksijen, az bir miktarı su buharı, argon ve diğer gazlardır. 1 atm hava basıncında, 0.21 atm'lik kısmi basıncı oksijen ve 0.78 atm'lik kısmi basıncı azot oluşturur.

FİZİK UYGULAMASI
Nem ve Rahatlık

İnsanlar neme duyarlıdır. Bağıl nemin 40-50% arasında olması sağlık ve rahatlık için en uygun olan aralıktır. Yüksek nem, özellikle sıcak bir günde, vücut sıcaklığını düzenlemek için vücudun hayati mekanizmalarından biri olan deriden nemin buharlaşmasını azaltır. Diğer yandan, çok düşük nem deriyi ve mukoza zarlarını kurutabilir.

FİZİK UYGULAMASI
Hava durumu

Havadaki kısmi su basıncı, bu sıcaklıktaki doymuş buhar basıncına eşit olduğunda hava su buharıyla doymuş olur. Eğer suyun kısmi basıncı doymuş buhar basıncını aşarsa, havanın süperdoymuş olduğu söylenir. Bu durum bir sıcaklık azalması meydana geldiğinde oluşur. Örneğin, sıcaklığın 30 °C ve suyun kısmi basıncı 21 torr (Örnek 18-6 da görüldüğü gibi bu basınç 66% nemi temsil eder) olduğunu varsayalım. Tablo 18-2 den, 20 °C'daki suyun doymuş buhar basıncının 17.5 torr olduğunu görüyoruz. Bundan dolayı, bağıl nem 100%'den daha büyük olacak ve süperdoymuş hava bu kadar çok su tutmayacaktır. Fazla su yoğunlaşır ve çiğ, sis veya yağmur olarak görülebilir.



ŞEKİL 18–9 Sıcaklığın çiğ noktasının altına düştüğü yerde bir kalenin etrafında oluşan sis ve buğu.

Bir miktar su içeren hava soğutulduğunda, suyun kısmi basıncının doymuş buhar basıncına eşit olduğu bir sıcaklığa ulaşılır. Buna **çiğ noktası** adı verilir. Çiğ noktasının ölçümü, bağıl nemi belirlemenin en hassas yoludur. Bu ölçüm metodunda, havayla temas halinde yavaş yavaş soğutulan parlak bir metal yüzey kullanılır. Yüzey üzerinde nemin gözlenmeye başladığı sıcaklık çiğ noktasıdır ve suyun kısmi basıncı, tablolardaki doymuş buhar basıncından elde edilebilir. Örneğin, sıcaklığın 20 °C ve çiğ noktasının 5 °C olduğu bir günde, 20 °C havadaki suyun kısmi basıncı (Tablo18-2) 6.54 torr olur, halbuki doymuş su buharının basıncı 17.5 torr olur. Dolayısıyla bağıl nem 6.54/17.5 = 37% olur.

ALIŞTIRMA E Öğleden sonra hava ısınırsa ve fazladan buharlaşma olmazsa bağıl nem nasıl değişir? (*a*) artar, (*b*) azalır, (*c*) aynı kalır.

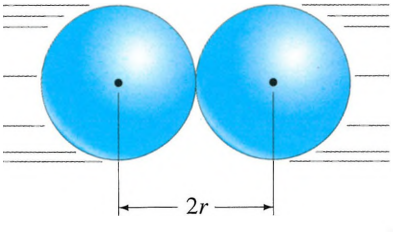
KAVRAMSAL ÖRNEK 18–7 **Kıştaki kuruluk.** Soğuk bir kış gününde havayla ısıtılmış binaların içi neden kurudur?

YANIT Dışarıda –10 °C daki bağıl nemin 50% olduğunu varsayalım. Tablo 18-2'ye göre, havadaki suyun kısmi basıncı yaklaşık 1.0 torr'dur. Eğer bu hava eve girer ve +20 °C'a kadar ısınırsa, bağıl nem (1.0 torr)/ (17.5 torr) = 5.7% olur. Hatta, eğer dışarıdaki hava 1.95 torr değerinde bir kısmi basınçta doymuşsa bile, içerideki bağıl nem 11% gibi düşük bir değerde olacaktır.

*18–5 Van der Waals Hal Denklemi

Kısım 18-3 de, yüksek yoğunluklarda veya sıvı hale yoğunlaşmaya yaklaştıklarında, gerçek gazların nasıl ideal gaz davranışından saptıklarını tartıştık. Şimdi mikroskopik (moleküler) bakış açısını kullanarak bu sapmayı anlamaya çalışacağız. J.D. Van der Waals (1837-1923) bu problemi analiz etti ve 1873 yılında ideal gazlardan çok gerçek gazlara uyan bir hal denklemine ulaştı. Onun analizi kinetik teoriye dayanmakla birlikte iki durumu da hesaba katıyordu: (1) Moleküllerin sonlu büyüklükleri (daha önce kabın toplam hacmiyle karşılaştırıldığında moleküllerin gerçek hacimlerini ihmal ettik. Bu varsayımın geçerliliği, yoğunluk artıp moleküller birbirine yaklaştıkça azalır); (2) moleküller arasındaki kuvvetlerin menzili moleküllerin boyutundan daha büyük olabilir (daha önce moleküller arasındaki kuvvetlerin sadece moleküllerin "temas" halinde olduğu çarpışma süresince etki ettiklerini kabul ediyorduk.). Şimdi bu analize bakalım ve van der Waals hal denklemini türetelim.

ŞEKİL 18–10 *r* yarıçaplı moleküllerin çarpışması.



Bir gazdaki moleküllerin *r* yarıçapı ile küresel olduklarını varsayalım. Eğer bu moleküllerin sert küreler gibi davrandıklarını varsayarak, iki molekül arasındaki uzaklık, (Şek. 18-10) 2*r*'ye kadar küçüldüğünde çarpışırlar ve geri teperler. Dolayısıyla moleküllerin serbestçe dolaşabildikleri hacim, gazın içinde bulunduğu kabın *V* hacminden biraz daha küçüktür. "Kullanılamaz hacmin" miktarı moleküllerin sayısına

ve onların boyutuna bağlıdır. Gazın "mol başına kullanılamaz hacmini" b ile temsil edelim. Daha sonra ideal gaz kanununda V'yi $(V - nb)$ ile yer değiştirelim. n mollerin sayısı olmak üzere,

$$P(V - nb) = nRT$$

elde edilir. Her iki tarafı n ile bölersek,

$$P\left(\frac{V}{n} - b\right) = RT. \qquad \textbf{(18–8)}$$

Bu bağıntı (bazen **Clausius hal denklemi** olarak da adlandırılır) verilen bir T sıcaklığı, V hacmi için P basıncının ideal gaz için olandan daha büyük olacağını öngörür. "Kullanılabilir" hacmin azalması, duvarla çarpışmaların sayısını arttıracağından dolayı bu sonuç akla yakındır.

Şimdi daha düşük sıcaklıklarda, katı ve sıvı haldeki molekülleri bir arada tutmaya yarayan moleküller arası çekici kuvvetlerin etkilerini düşünelim. Bu kuvvetlerin doğası elektrikseldir ve moleküller dokunmadığında bile etki etmelerine rağmen menzillerinin küçük olduğunu, yani en yakın komşular arasında etki ettiklerini kabul edelim. Kabın duvarına doğru hareket eden gazın kenarındaki moleküller, onları geriye, gazın içine doğru çeken bir net kuvvetin etkisiyle yavaşlatılırlar. Dolayısıyla bu moleküller duvara, çekici kuvvetlerin olmaması halindekine göre daha az kuvvet ve daha az basınç uygulayacaktır. Azaltılmış basınç, yüzeydeki gaz katmanının ve içe doğru kuvvet uygulayan bir sonraki katmanın molekül yoğunluğu ile orantılı olacaktır[†]. Bundan dolayı, basıncın, birim hacim başına mol olarak yazılan yoğunlğun karesi $(n/V)^2$ ile orantılı bir faktörle azalmasını bekleriz. P basıncı, Dnk. 18-8 ile veriliyorsa, bunu $a(n/V)^2$ miktarı kadar azaltmamız gerekir; burada a orantı sabitidir. Böylece

$$P = \frac{RT}{(V/n) - b} - \frac{a}{(V/n)^2}$$

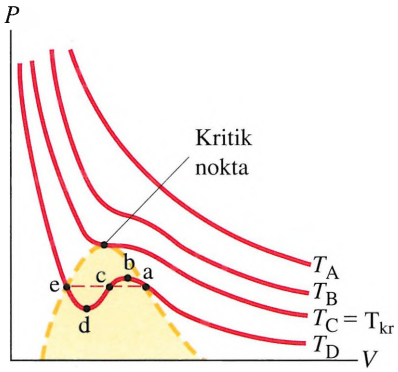
veya

$$\left(P + \frac{a}{(V/n)^2}\right)\left(\frac{V}{n} - b\right) = RT \qquad \textbf{(18–9)}$$

elde ederiz. Bu, **van der Waals hal denklemi** olarak bilinir.

Van der Waals hal denklemindeki a ve b sabitleri farklı gazlar için farklıdır ve her gaz için deneysel verilere uydurularak belirlenir. CO_2 gazı için, en iyi uyum $a = 0.36$ N-m^4/mol^2 ve $b = 4.3 \times 10^{-5}$ m^3/mol değerleri için sağlanır. Şekil altı yazısında ayrıntılı açıklaması verilen Şekil 18-11, Dnk. 18-9 için (bir "van der Waals gazı") dört farklı sıcaklıkta tipik PV diagramlarını gösteriyor. Bunlar gerçek bir gaz için Şekil 18-4 ile karşılaştırılmalıdır.

Ne van der Waals hal denklemi ne de diğer önerilen hal denklemleri tüm şartlar altında tüm gazlar için tam bir sonuç vermez. Buna rağmen, Dnk. 18-9 çok kullanışlı bir bağıntıdır. Pek çok durum için oldukça hassas sonuçlar verdiğinden türetilmesi, mikroskopik seviyedeki gazların doğası hakkındaki anlayışımızı arttırır. Düşük yoğunluklarda, $a(V/n)^2 << P$ ve $b << (V/n)$ olduğundan van der Waals denkleminin ideal gaz için hal denklemine, $PV = nRT$, indirgendiğine dikkat edin.



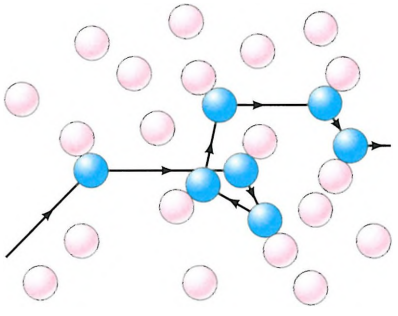
ŞEKİL 18–11 Bir van der Waals gazı için PV diagramı, farklı dört sıcaklık için gösterilmiştir. T_A,T_B, ve T_c için (T_c kritik sıcaklığa eşit seçilmiştir.), eğriler gazların çoğu için deneysel verilerle iyi bir uyum içindedir. Kritik noktanın altında bir sıcaklık olan T_D, eğrisi sıvı-buhar bölgesinden geçer. Genellikle yatay kesikli çizgiyle (ve Şek. 18-4'te) gösterilen sabit basıncı gözlediğimizden dolayı, maksimum (b noktası) ve minimum (d noktası) gerçek görünmeyebilir. Bununla birlikte, süpersoğutulmuş sıvı ve süperdoymuş buhar için, ab ve ed kısımları gözlenir. (bd kısmı kararsızdır ve gözlenememiştir.)

* 18–6 Ortalama Serbest Yol

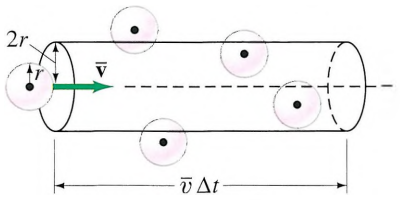
Eğer gaz molekülleri tam noktasal parçacıklar olsalardı, tesir kesitleri sıfır olur ve birbirleriyle hiç çarpışmazlardı. Bir parfüm şişesini açtığınızda, odanın diğer ucundan kokusunu anında hissetmeniz gerekirdi, çünkü moleküller saniyede yüzlerce metro yol giderler. Gerçekte ise kokuyu almanız için bir zaman geçer, kinetik teoriye göre, bu durumun sebebi boyutu sıfırdan farklı olan moleküller arasındaki çarpışma nedeniyle olmalıdır.

Belli bir molekülün yolunu izleseydik, Şekil 18-12'de görüldüğü gibi bir zikzak yol görmeyi beklerdik. Her çarpışma arasında molekül düz-çizgiden oluşan bir yol izler. (Çarpışmalar arasında etki eden küçük moleküller arası kuvvetleri hesaba katarsak bu tam doğru olmaz.) Bir molekülün çarpışmalar arasında aldığı ortalama yol olarak tanımlanan **ortalama serbest yol** verilen herhangi bir durum için önemli bir parametredir. Gaz yoğunluğu arttıkça ve moleküller büyüdükçe, ortalama serbest yolun kısalmasını bekleriz. Şimdi ideal bir gaz için bu bağıntının doğasını belirleyelim.

ŞEKİL 18–12 Diğer moleküllerle çarpışan bir molekülün zikzak yolu.



[†] m_1 üzerine m_2 kütlesi tarafından uygulanan kuvvetin kütlelerin çarpımıyla orantılı olduğu kütle çekim kuvvetine benziyor (Newton'un Evrensel Kütle Çekimi Yasası, Bölüm 6).



ŞEKİL 18–13 Soldaki molekül $\bar{v}$ hızıyla sağa doğru hareket ediyor. Bu molekül merkezi $2r$ yarıçaplı silindirin içinde bulunan her molekülle çarpışır.

Gazımızın r yarıçaplı sert küreler şeklindeki moleküllerden oluştuğunu varsayalım. İki molekülün merkezi birbirine $2r$ mesafesine geldiğinde bir çarpışma olur. Düz-çizgi bir yol üzerinde giden bir molekülü izleyelim. Şekil 18-13'te, kesikli çizgi parçacığın çarpışma yapmadığı durumdaki yolunu temsil ediyor. Şekilde $2r$ yarıçaplı bir silindir de gösteriliyor. Başka bir molekülün merkezi bu silindir içinde yer alıyorsa, bir çarpışma olur. (Tabii ki, bir çarpışma olduğunda, parçacığın yolu ve hayalimi silindirimiz yön değiştirir, ama zikzaklı bir silindiri hesaplama amacıyla düz bir silindire düzeltmemizle sonucumuz değişmez.) Molekülümüzün, gazın içinde $\bar{v}$ ortalam hızıyla hareket eden ortalama bir molekül olduğunu varsayalım. Şimdilik, diğer moleküllerin hareket etmediğini varsayalım ve moleküllerin yoğunluğunun (birim hacim başına molekül sayısı) N/V olduğunu varsayalım. Merkezleri Şek. 18-13'teki silindirin içinde olan moleküllerin sayısı, bu silindirin hacmi ile N/V'nin çarpımıdır ve bu aynı zamanda meydana gelecek çarpışmaların sayısıdır. Bir Δt, zamanında, molekülümüzün aldığı yol $\bar{v}\,\Delta t$ 'dir, dolayısıyla silindirin boyu $\bar{v}\,\Delta t$ ve hacmi $\pi(2r)^2\bar{v}\,\Delta t$ olur. Bundan dolayı, bir Δt zamanında meydana gelecek çarpışmaların sayısı $(N/V)\pi(2r)^2\bar{v}\,\Delta t$ ile verilir. **Ortalama serbest yol,** ℓ_M çarpışmalar arasındaki ortalama mesafe olarak tanımlanır. Bu uzaklık Δt zamanında alınan $(\bar{v}\,\Delta t)$ yolunun Δt süresince oluşan çarpışmaların sayısına oranına eşittir:

$$\ell_M = \frac{\bar{v}\,\Delta t}{(N/V)\pi(2r)^2\bar{v}\,\Delta t} = \frac{1}{4\pi r^2(N/V)}. \qquad \textbf{(18–10a)}$$

Böylece görüyoruz ki, ℓ_M moleküllerin tesir kesiti $(=\pi r^2)$ ve yoğunluklarıyla (sayı/hacim), N/V, ters orantılıdır. Bununla birlikte, Dnk. 18-10a, diğer tüm molekülleri durgun durumda kabul ettiğimiz için tam doğru değildir. Gerçekte, onlar da hareket eder ve Δt zamanındaki çarpışmaların sayısı, $\bar{v}$ ortalama hızından ziyade çarpışan moleküllerin *bağıl* hızına bağlı olmalıdır. Bundan dolayı, saniye başına çarpışma sayısı $(N/V)\pi(2r)^2\bar{v}\,\Delta t)$ den ziyade) $(N/V)\pi(2r)^2 v_{bağ}\,\Delta t$ ile verilmelidir. Burada $v_{bağ}$ çarpışan moleküllerin ortalama bağıl hızlarıdır. Dikkatli bir hesaplama ile Maxwell dağılım hızı $v_{bağ} = \sqrt{2}\bar{v}$ olarak bulunur. Bundan dolayı, ortalama serbest yol,

Ortalama Serbest yol

$$\ell_M = \frac{1}{4\pi\sqrt{2}r^2(N/V)}. \qquad \textbf{(18–10b)}$$

ile verilir.

ÖRNEK 18–8 TAHMİN EDİN SSB'deki hava moleküllerinin ortalama serbest yolu. SSB'deki hava moleküllerinin ortalama serbest yolunu standart sıcaklık ve basınçta (0°C , 1 atm) tahmin edelim. O_2 ve N_2 moleküllerinin çapı 3×10^{-10} m olsun.

YAKLAŞIM Örnek 17-10 da gördük ki, SSB'de bir ideal gazın 1 molü 22.4×10^{-3} m^3 lük bir hacim kaplar. Böylece N/V'yi belirleyip Dnk. 18-10b yi uygulayabiliriz.

ÇÖZÜM

$$\frac{N}{V} = \frac{6.02 \times 10^{23}\ \text{molekül}}{22.4 \times 10^{-3}\,\text{m}^3} = 2.69 \times 10^{25}\,\text{molekül/m}^3$$

Sonra

$$\ell_M = \frac{1}{4\pi\sqrt{2}(1.5 \times 10^{-10}\,\text{m})^2(2.7 \times 10^{25}\,\text{m}^{-3})} \approx 9 \times 10^{-8}\,\text{m}.$$

NOT Bu değer bir hava molekülünün çapının yaklaşık 300 katıdır.

Havası boşaltılmış bir kaptaki gibi çok düşük yoğunluklarda, kabın duvarlarıyla olan çarpışmalar diğer moleküllerle olan çarpışmalardan daha çok meydana geldiğinden dolayı, ortalama serbest yol kavramı anlamını kaybeder. Örneğin, 10^{-7} torr ($\approx 10^{-10}$ atm) basınçta hava içeren ve bir kenarı 20cm olan bir kübik kutuda, ortalama serbest yol yaklaşık 900 m olur ki bunun anlamı, duvarlarla olan çarpışmaların sayısının diğer moleküllerle olanlardan çok daha fazla olmasıdır. (Bununla birlikte kutunun içinde 10^{12}'den fazla molekül olduğuna dikkat edin). Eğer ortalama serbest yol kavramı duvarlarla çarpışmaları da içerseydi Dnk.18-10b'den hesaplanan 900 m yerine 0.2 m civarında olacaktır.

*18–7 Dağılma

Şekil 18-14'teki su dolu kaba birkaç damla gıda boyası damlatırsanız, rengin suyun içinde yayıldığını göreceksiniz. Bu süreç biraz zaman alır (bardağı çalkalamadığınızı varsayarak), ama sonunda renk düzenli bir biçimde dağılır. Dağılma (difüzyon) olarak bilinen bu karışma moleküllerin rastgele hareketinden dolayı meydana gelir. Dağılma gazlarda da gerçekleşir. Yaygın örnekler havada dağılan parfüm ve sigara dumanını (veya ocakta pişen yemeğin kokusu) içermekle birlikte, kokuların yayılmasında çoğu zaman konveksiyon (hareketli hava akımları) dağılmadan daha fazla rol oynar. Dağılma yoğunluğa, yani, birim hacim bana düşen mol veya molekül sayısına bağlıdır. Genelde, *dağılan madde, yoğunluğun fazla olduğu bölgeden düşük olduğu bölgeye doğru hareket eder.* Dağılma, moleküllerin rastgele hareketi ve kinetik teori temel alınarak kolayca anlaşılabilir.

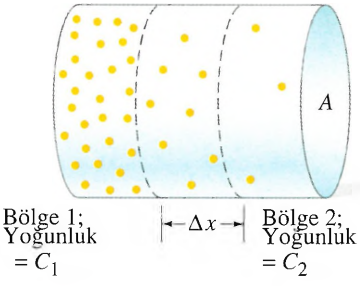


(a) (b) (c)

ŞEKİL 18–14 Birkaç damla gıda boyası (a) suya damlatılıyor, (b) su içinde yavaşça dağılıyor, (c) sonunda, düzgün bir dağılım gerçekleşiyor.

Dağılma, moleküllerin rastgele hareketi ve kinetik teori temel alınarak kolayca anlaşılabilir. Şekil 18-15'teki gibi, kesit alanı A olan bir tüpte, soldaki molekül yoğunlğu sağa göre daha büyük olsun. Moleküllerin rastgele hareket ettiğini kabul edelim. Yine de moleküllerin sağa doğru net bir akışı olur. Bunun nedenini görmek için, gösterildiği gibi tübün Δx uzunluğundaki küçük bir kesitini düşünelim. Moleküller Moleküllerin rastgele hareketleri sonucunda, moleküllerin hareketleri 1 ve 2 bölgelerinden moleküller rastgele hareketleri sonucunda bu merkezi bölgeye girerler. Bir bölgede ne kadar çok molekül varsa, belli bir alana çarpan, veya bir sınırı geçen moleküllerin sayısı o kadar çoktur. Burada 1 bölgesindeki molekül yoğunluğu, 2 bölgesindekinden çok olduğu için, 1 bölgesinden merkezi bölgeye geçen moleküllerin sayısı, 2 bölgesinden geçenlerden daha fazladır. Dolayısıyla, soldan sağa, veya yüksek yoğunluk bölgesinden düşük yoğunluk bölgesine doğru net bir molekül akışı olur. Net akış, ancak yoğunluklar eşitlendiğinde, sıfırlanır.

ŞEKİL 18–15 Dağılma bir yüksek yoğunluk bölgesinden düşük yoğunluk bölgesine doğru gerçekleşir (sadece bir tip molekül gösteriliyor).



Yoğunluklar arasındaki fark büyüdükçe, akış hızının da artacağını bekleyebilirsiniz. Gerçekten de, dağılma hızı, J (saniye başına mol veya molekül sayısı veya kilogram), **yoğunluk gradyenti** olarak adlandırılan birim uzunluk başına düşen yoğunluk farkı, $(C_1 - C_2)/\Delta x$ ve kesit alanı A ile doğru orantılıdır (Bknz. Şek. 18-15 de görülen)

$$J = DA\frac{C_1 - C_2}{\Delta x},$$

veya türev cinsinden yazılırsa

$$J = DA\frac{dC}{dx}. \qquad \textbf{(18–11)}$$

D, dağılma sabiti olarak adlandırılan orantı sabitidir. Dnk. 18-11 **dağılma denklemi** veya **Fick yasası** olarak bilinir. Eğer yoğunluklar mol/m^3 cinsinden verilirse, J, her saniye başına verilen noktadan geçen mollerin sayısı olur. Eğer yoğunluklar kg/m^3 olarak verilirse, J, saniye başına gerçekleşen kütle hareketidir (kg/s). Farklı maddeler için D'nin değeri Tablo 18-3'te verilmiştir.

TABLO 18–3 Dağılma Sabitleri, D (20°C, 1 atm)

Dağılan Moleküller	Ortam	D (m^2/s)
H_2	Hava	6.3×10^{-5}
O_2	Hava	1.8×10^{-5}
O_2	Su	100×10^{-11}
Kan hemoglobini	Su	6.9×10^{-11}
Glisin (bir amino asit)	Su	95×10^{-11}
DNA (kütle 6×10^6 u)	Su	0.13×10^{-11}

ÖRNEK 18–9 TAHMİN EDİN **Havada amonyağın dağılması.** Dağılma için gereken zaman hakkında bir fikir edinmek için ağzı açılan bir şişeden 10 cm ötede amonyağı (NH_3) algılamak için ne kadar zaman gerektiğini tahmin edelim, sadece dağılma meydana geldiğini varsayalım.

FİZİK UYGULAMASI
Dağılma zamanı

YAKLAŞIM Bu sadece bir mertebe hesabı olacak. Dağılma hızı J, t zamanında A alanından dağılma yoluyla geçen molekül sayısı N'e eşittir. $J = N/t$. Zaman $t = N/J$ 'den bulunur. J, Dnk. 18-11 ile verilir. Dnk.18-11'i kullanabilmek için, yoğunluklar hakkında bazı kabuller ve kaba bir yaklaşıklıklar yapmak zorundayız.

ÇÖZÜM Dnk.18-11 eşitliğinin kullanılmasıyla, zaman

$$t = \frac{N}{J} = \frac{N}{DA}\frac{\Delta x}{\Delta C}$$

olarak bulunur. Ortalama yoğunluk (şişe ve burun arasındaki orta noktasında) yaklaşık olarak $\overline{C} \approx N/V$, ile verilir. Burada V molekül hareket ettiği hacimdir ve kabaca $V \approx A\,\Delta x$, mertebesindedir, Δx 10 cm = 0.10 m 'dir. Yukarıdaki denkleme $N = \overline{C}V = \overline{C}A\,\Delta x$'yi yerleştirirsek

$$t \approx \frac{(\overline{C}A\,\Delta x)\,\Delta x}{DA\,\Delta C} = \frac{\overline{C}}{\Delta C}\frac{(\Delta x)^2}{D}$$

buluruz. Amonyağın yoğunluğu şişenin yakınında yüksek (C) algılayan burnun yakınında ise düşüktür (≈0). Dolayısıyla $\overline{C} \approx C/2 \approx \Delta C/2$, veya $(\overline{C}/\Delta C) \approx \frac{1}{2}$. bulunur. NH_3 molekülleri H_2 ve O_2 arasında bir boyuta sahip olduğundan dolayı, Tablo 18-3'ten D ≈ 4×10^{-5} m^2 /s. olarak tahmin edilebilir.

$$t \approx \tfrac{1}{2}\frac{(0.10\text{ m})^2}{(4 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s})} \approx 100\text{ s},$$

veya yaklaşık olarak bir yada iki dakika olur.

NOT Bu deneyimlerimizden oldukça uzundur. Dolayısıyla koku iletiminde hava akımlarının (konveksiyon) dağılmadan daha önemli rol oynadığı sonucunu çıkarabiliriz.

KAVRAMSAL ÖRNEK 18–10 **Bir kağıt havlu üzerine renkli halkalar.** Bir çocuk kahverengi marker ile ıslak kağıt havlu üzerine renkli küçük bir benek koyuyor. Daha sonra, işaretlediği beneğin etrafında eşmerkezli renkli halkalar olduğunu keşfediyor. Ne olmuştur?

FİZİK UYGULAMASI
Kromatografi

YANIT Markerdaki mürekkep, kahverengi elde etmek için kullanılan bir kaç farklı mürekkebin karışımından oluşmuştur. Bu mürekkepler ıslak havlu kağıt üzerine farklı hızlarda dağılırlar. Belli bir süre sonra mürekkepler gittikleri mesafelerin farklarının farklı renkleri ayırt etmeye yeteceği kadar uzaklara dağılırlar. Kimyacılar ve biokimyacılar maddeleri ayırmak için *kromatografi* adı verilen ve ortamdaki dağılma hızlarının farklı olmasına dayanan benzer teknikler kullanırlar.

Özet

Bir gazın hızlı ve rastgele hareket eden moleküllerden oluştuğu esasına dayanan gazların **kinetik teorisine** göre, moleküllerin ortalama kinetik enerjisi T, Kelvin sıcaklığıyla orantılıdır:

$$\overline{K} = \tfrac{1}{2}m\overline{v^2} = \tfrac{3}{2}kT \qquad \textbf{(18–4)}$$

Burada k, Boltzmann sabitidir.

Bir gazın içindeki molekül hızları, herhangi bir anda geniş bir dağılım gösterirler. **Maxwell dağılım hızı** basit kinetik teori kabullererinden türetilir ve yüksek bir basınçta olmayan gazlar için deneyle iyi bir uyum içindedir.

Yüksek basınçtaki, ve/veya sıvılaşma noktası yakınındaki gerçek gazların davranışı, moleküllerin sonlu boyutları ve moleküller arasındaki çekici kuvvetler nedeniyle ideal gaz yasasından sapar.

Kritik sıcaklığın altında, yeterli basınç uygulanırsa, bir gaz sıvılaştırılabilir, ama eğer sıcaklık kritik sıcaklıktan daha yüksekse, ne kadar basınç uygulanırsa uygulansın bir sıvı yüzeyi oluşmaz.

Bir maddenin **üçlü noktası**, üç fazın da - katı, sıvı ve gaz- denge halinde bir arada bulunabildiği yegane sıcaklık ve basınçtır. tekrarlanabilirliğinden dolayı, suyun üçlü noktası standart bir referans noktası olarak alınır.

Bir sıvının **buharlaşması**, en hızlı hareket eden moleküllerin yüzeyden kaçmasının sonucudur. En hızlı moleküller kaçtıktan sonra ortalama moleküler hız hızla azalacağından, buharlaşma meydana geldiğinde sıcaklık düşer.

Doymuş buhar basıncı, iki faz dengede olduğunda bir sıvının üstündeki buhar basıncıdır. bir maddenin (su gibi) buhar basıncı sıcaklığa bağlıdır ve kaynama noktasındaki atmosferik basınca eşittir.

Belli bir noktada havanın bağıl nemi, havadaki su buharının kısmi basıncının, bu sıcaklıktaki doymuş buhar basıncına oranıdır; genellikle bir yüzde olarak ifade edilir.

[*__van der Waals hal denklemi__ gerçek gazların davranışına daha iyi bir yaklaşım yapmak için, moleküllerin sonlu hacmini ve moleküller arasındaki çekim kuvvetini hesaba katar.

[*__Ortalama serbest yol__ bir molekülün diğer moleküllerle çarpışmalar arasında gittiği ortalama mesafedir.]

[*__Dağılma__ bir maddelerin moleküllerinin, yoğunluk farklılıkları nedeniyle bir bölgeden başka bir bölgeye hareketi (ortalam olarak) sürecidir.

Sorular

1. Farklı moleküllerin büyüklükleri neden ideal gaz yasasına girmez?
2. Bir gaz hızla sıkıştırıldığında (diyelimki bir pistonun aşağı itmesiyle), sıcaklığı artar. Gaz pistona karşı genişlediğinde ise soğur. Sıcaklıktaki bu değişmeyi kinetik teoriyi kullanarak açıklayınız. Özellikle, moleküller hareketli pistona çarptığında moleküllerin momentumu ne olur?
3. Kısım 18-1'de, gaz moleküllerinin kabın duvarlarıyla tam esnek çarpışmalar yaptığını varsaydık. Bu varsayım duvarlar gazla aynı sıcaklıkta ise gerekli değildir. Neden?
4. Charles yasasının kinetik teori ile mutlak sıcaklık ve ortalama kinetik enerji arasındaki bağıntıdan nasıl çıktığını sözle açıklayın.
5. Gay-Lussac yasasının kinetik teoriden nasıl çıktığını sözle açıklayın.
6. Dünya atmosferinde yükseğe çıktığınızda, N_2 moleküllerinin O_2 moleküllerine oranı artar. Neden?
7. Vakumun sıcaklığını belirleyebilirmisiniz?
8. Sıcaklık, makroskopik mi yoksa mikroskopik mi bir değişkendir?
9. Şekil 18-3 deki 310 K için olan eğrinin zirvesi neden 273 K için olan kadar yüksek değil, açıklayınız. (Toplam molekül sayısının her ikisi içinde aynı olduğunu varsayın.)
10. Dünyadan kaçış hızı, bir cismin Dünya'dan ayrılması ve bir daha dönmemesi için sahip olması gereken minimum hızdır. (*a*) Ay için kaçış hızı, Ayı'ın kütlesinin daha küçük olmasından dolayı Dünya için olanın yaklaşık beşte biridir. Neden Ay'da atmosfer olmadığını açıklayınız. (*b*) Dünya atmosferinde bir zamanlar hidrojen olsaydı, neden büyük bir olasılıkla kaçacaktı?
11. Durgun bir kap içindeki gazın moleküllerin ortalama hızı sıfır olmalı. Ama hız büyüklüklerinin ortalaması sıfır değildir. Açıklayınız.
12. Bir gazın basıncı hacmi sabit tutulurken iki katına çıkarılırsa, (a) $v_{\text{kök}}$ (b) $\bar{v}$ değerleri hangi faktörle değişir?
13. Bir malzemedeki moleküllerin hepsinin aynı hıza sahip olmadığını hangi gözleminiz size söyler?
14. Bir sıvının (örneğin su) doymuş buhar basıncının dış basınca bağlı olmadığını gördük. Ama kaynama sıcaklığı dış basınca bağlıdır. Bu bir çelişkimidir? Açıklayınız.
15. Alkol oda sıcaklığındaki sudan daha hızlı buharlaşır. Birinin diğerine göre moleküler özellikleri hakkında ne söyleyebilirsiniz?
16. Sıcak nemli bir günün, neden aynı sıcaklıktaki kuru bir günden daha rahatsız edicidir. Açıklayınız.
17. Oda sıcaklığındaki (20°C) suyun ısıtılmadan kaynaması mümkünmüdür? Açıklayınız.
18. Oksijenin –183 °C da kaynadığını söylediğimizde bunun tam olarak anlamı nedir?
19. İnce uzun bir tel 0°C'daki buz bloğunun (veya buz kübünün) üzerine yerleştiriliyor ve telin uçlarına ağırlıklar asılıyor. Tel buz kübünü keserek aşağı indği fakat arkasında katı bir buz bloğu bıraktığı görülüyor. Bu süreç, *yeniden donma* olarak adlandırılır. Suyun donma noktasının basınca bağlılığını hesaba katarak bunun nasıl gerçekleştiğini açıklayınız.
20. Hava sıcaklığının aynı fakat nemin farklı olduğu iki gün düşünelim. Aynı T sıcaklığındaki kuru hava mı yoksa nemli hava mı daha yoğundur? Açıklayınız.
21. (*a*) Yiyecekler düdüklü tencerede neden daha hızlı pişer? (*b*) Yükseklerde yerlerde neden makarna veya pirincin daha uzun süreyle kaynatılması gerekir? (*c*) Yüksek yerlerde su daha zor mu kaynar?
22. Bir gaz ve buhar arasındaki fark nedir?
23. (*a*) Uygun sıcaklık ve basınçtaki buz uygulanan basınçla eritilebilirmi? (*b*) Uygun sıcaklık ve basınçtaki karbon dioksit uygulanan basınçla eritilebilirmi?
24. Kuru buz neden oda sıcaklığında fazla dayanamaz?
25. Sıvı CO_2 hangi şartlar altında var olabilir? Normal oda sıcaklığında sıvı olarak var olabilirmi?
26. Kış ayında neden hava küçük beyaz bulut gibi görünür (Şekil 18-16)?



ŞEKİL 18–16
Soru 26.

*27. Ses dalgalarının bir gazın içinde yol alabilmeleri için neden dalgaboylarının ortalama serbest yoldan büyük olması gerektiğini tartışınız..
*28. Bir gazdaki ortalama serbest yolu azaltmanın bir kaç yolunu sayınız.

Problemler

18–1 Sıcaklığın moleküler yorumu

1. (I) (*a*) SSB'deki bir oksijen molekülünün ortalama öteleme kinetik enerjisi nedir? (*b*) 25°C deki O_2 moleküllerinin 1.0 molünün toplam öteleme kinetik enerjisi nedir?
2. (I) Yaklaşık 6000 K sıcaklığındaki Güneş yüzeyine yakın Helyum atomlarının kko hızını hesaplayınız.
3. (I) Eğer 0°C den 180°C'ye artırılırsa, gaz moleküllerinin kko hızı hangi faktörle artar?
4. (I) Bir gaz 20°C'dedir. Moleküllerinin kko hızını üç katına çıkarabilmek için ne yapmalı?
5. (I) 1.0–g'lık bir ataş, 15°C deki bir molekülle aynı kinetik enerjiye sahip olsaydı, ataşın hızı ne olurdu?
6. (I) 1.0 mol Hidrojen gazı 27°C sıcaklığa sahiptir. (*a*) Örnekteki bütün gaz moleküllerinin toplam kinetik enerjisi nedir? (*b*) Aynı kinetik enerjiye sahip olabilmesi için 65-kg olan bir kişinin hangi hızla koşması gerekir?
7. (I) Oniki molekül verilen keyfi birimlerde aşağıdaki hızlara sahiptirler: 6.0, 2.0, 4.0, 6.0, 0.0, 4.0, 1.0, 8.0, 5.0, 3.0, 7.0 ve 8.0. (*a*) ortalama hız ve (*b*) kök hızı hesaplayınız.
8. (II) 20°C deki bir gazdaki moleküllerin kko hızının %2 artırılması için sıcaklık ne kadar artırılmalıdır?
9. (II) Eğer bir gazın hacmi sabit tutulurken basıncı üç katına çıkarılırsa, kko hızı v_{kko} nasıl değişir?
10. (II) Bir gazdaki moleküllerin kko hızının $v_{kko} = \sqrt{3P/\rho}$, ile verildiğini gösteriniz. Burada P gazdaki basınç, ρ ise gaz yoğunluğudur.
11. (II) Aynı sıcaklıktaki iki gaz karışımı için, kko hızların oranının, moleküllerin kütlelerinin kare köklerinin oranının tersine eşit olduğunu gösteriniz.
12. (II) Eğer toplam azot miktarı 1800 mol ise 3.1atm'deki 8.5 m^3 hacimli kabın içindeki azot moleküllerinin kko hızı nedir?
13. (II) (*a*) T sıcaklığındaki bir ideal gaz için

$$\frac{dv_{kko}}{dT} = \frac{1}{2}\frac{v_{kko}}{T},$$

olduğunu ve $\Delta v_{kko} \approx \frac{dv_{kko}}{dT}\Delta T$, yaklaşımını kullanarak,

$$\frac{\Delta v_{kko}}{v_{kko}} \approx \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T}.$$

olduğunu gösteriniz.
(*b*) Ortalama hava sıcaklığı kışın –5°C'den yazın 25°C'ye değişirse, bu mevsimler arasında hava moleküllerinin kko hızındaki değişmeyi yüzde olarak tahmin ediniz.
14. (II) SSB'deki oksijen molekülleri arasındaki ortalama uzaklık nedir?
15. (II) Uranyumun iki izotopu, ^{235}U ve ^{238}U (üst simge atomik kütlelerini gösteriyor), gaz halindeki UF_6 bileşiğini oluşturmak üzere florinle birleştirildikten sonra bir gaz dağılma süreciyle ayırtedilebilir. Sabit T'de bu iki izotopun moleküllerin kko hızlarının oranlarını hesaplayınız. Kütleler için F'yi kullanınız.
16. (II) Bir ideal gazda vakum cepleri kalabilir mi? Bir odanın 20°C deki hava ile dolu olduğunu varsayalım ve her nasılsa odadaki 1cm yarıçapındaki küçük küresel bir bölgede hava moleküllerinden bulunması. Bu vakum bölgesinin havayla dolması için ne kadar zaman gerektiğini tahmin ediniz. Havanın atomik kütlesini 29u alınız.
17. (II) Diğer moleküllerle çok az sayıda çarpışma yaptığını varsayarak, (*a*) 0°C daki bir azot molekülünün kko hızını ve (*b*) 5m uzunluğundaki bir oda boyunca, ortalama olarak saniyede kaç kez ileri - geri hareket edeceğini hesaplayınız.
18. (III) Tipik bir odada her saniyede kaç tane hava molekülünün duvara çarpıp geri yansıdığını tahmin ediniz; P basınçlı ve T sıcaklığındaki kenarları ℓ uzunluğundaki kübik odanın N moleküllü bir ideal gaz içerdiğini varsayın. (*a*) Gaz moleküllerinin duvara çarpma frekansı f'nin

$$f = \frac{\bar{v}_x}{2}\frac{P}{kT}\ell^2$$

ile verildiğini gösteriniz. Burada $\bar{v}_x$ moleküllerin hızlarının x bileşenlerinin ortalamasıdır. (*b*) Sonra frekansın

$$f \approx \frac{P\ell^2}{\sqrt{4mkT}}$$

şeklinde yazılabileceğini gösterin. Burada m bir gaz molekülünün kütlesidir. (*c*) Deniz seviyesinde, hava dolu kübik bir odanın 20°C sıcaklıkta ve kenar uzunluğunun $\ell = 3\,m$ olduğunu varsayarak, f yi belirleyin.

18–2 Moleküler hızların dağılımı

19. (I) Bir gazdaki moleküllerin kütlesini sizin iki katına çıkarırsanız sıcaklığı değiştirmek mümkünmüdür? Eğer öyleyse, sıcaklığı değiştirebilmek için neye ihtiyacımız var?
20. (I) 25 parçacıktan oluşan bir grubun hızları aşağıdaki gibidir: ikisinin hızı 10m/s, yedisininki 15m/s, dördününki 20m/s, üçününki 25m/s, altısınınki 30m/s, birininki 35m/s ve ikisininki ise 40m/s. dir. (*a*) ortalama hızı, (*b*) kko hızı ve (*c*) en olası hızını belirleyiniz.
21. (II) Herbirinin kütlesi 2.00×10^{-26}kg olan 15,200 molekül içeren bir gaz, kabaca Maxwell dağılımını taklit eden aşağıdaki gibi bir hız dağılımına sahiptir:

Moleküllerin sayısı	Hız (m/s)
1600	220
4100	440
4700	660
3100	880
1300	1100
400	1320

(*a*) Bu hız dağılımı için v_{kko}'yi belirleyin. (*b*) Bu v_{kko} değerini kullanarak bu gaza bir (etkin) sıcaklık değeri atayın. (*c*) Bu dağılımın $\bar{v}$ ortalam hızını belirleyin ve bu değeri kullanarak gaza bir (etkin) sıcaklık değeri atayın. (*b*)'de bulduğunuz değerle uyumlu mu?
22. (III) Dnk. 18-6 ile verilen Maxwell hız dağılımından başlayarak,

$$\int_0^\infty v^2 f(v)\,dv/N = 3kT/m.$$

olduğunu gösteriniz.

18–3 Gerçek Gazlar

23. (I) Sıcaklık 30°C ve basınç 1atm olduğunda CO_2 hangi fazda olur (Şekil 18-6)?
24. (I) (*a*) Atmosferik basınçta CO_2 hangi fazda bulunabilir? (*b*) Hangi basınç ve sıcaklık aralığında CO_2 bir sıvı olabilir? (Şekil 18-6).
25. (I) Basınç 0.01atm ve sıcaklık (*a*) 90 °C, (*b*) –20 °C olduğunda su hangi fazda olur?

26. (II) Sıcaklık ve basıncım keyfi olarak kontrol edebildiğiniz bir su örneğiniz olsun, (a) Şek.l8-5'i kullanarak, 180 atm basınç ve 85 °C sıcaklıktan başlayıp sıcaklığı sabit tutarak basıncı 0.004 atm'e düşürdüğünüzde göreceğiniz faz değişikliklerini betimleyiniz. (b) (a)'da yaptıklannızı 0.0°C'de tekrar ediniz. Değişiklikleri yapmadan önce sistemi dengeye gelmesi için başlangıç koşullannda yeterince uzun bir süre tuttuğunuzu varsayın.

18–4 Buhar Basıncı ve Nem

27. (I) Eğer nem 85% ise 30°C'deki kısmi su buharı basıncı ne olur?

28. (I) Sıcaklığın 25°C ve bağıl nemin 55% olduğu bir günde, kısmi su buharı basmcı nedir?

29. (I) Suyun 80°C'de kaynadığı yerdeki hava basıncı nedir?

30. (II) (U) Sıcaklığın 25°C olduğu bir günde, nem 75% ise çiğ noktası nedir?

31. (II) Dağlarda belli bir yerdeki hava basıncı 0.75atm ise suyun kaynama sıcaklığım tahmin ediniz.

32. (II) Bağıl nem 65% ve sıcaklık 24.0°C olduğunda, yaklaşık 5.0 m × 6.0 m × 2.4 m boyutundaki bir odadaki suyun kütlesi nedir?

33. (II) Eğer su 120°C'de kaynıyorsa, düdüklü tencerenin içindeki yaklaşık basınç nedir? 12°C'de başlayan ısıtılma işlemi süresince hava kaçışı olmadığını varsayınız,

34. (II) Eğer 25°C'deki 440 m^3 hacimli bir odanın nemi 65% ise, ağzı açık bir tavadan hala buharlaşabilecek suyun kütlesi nedir?

35. (II) Bir düdüklü tencere yiyecekleri, kaynayan suyun oluşturduğu su buharı ile 100 °C'nin biraz üstünde pişirmek için tasarlanan ağzı sıkı kapalı bir kaptır. Şek. 18-17'deki düdüklü tencere, belli bir basınçta buharın tencerenin kapağındaki küçük bir delikten (*d* çaplı) basınçla kaçmasına izin vermek için m kütleli bir ağırlık kullanır, d = 3.0mm ise yemekleri 120 °C'de pişirmek için m ne olmalıdır? Tencerenin dışandaki atmosfer basıncının 1.01 × 105Pa. olduğunu varsayın.



ŞEKİL 18–17
Problem 35.

36. (II) Civalı barometre kullanırken (Kısım 13-6), civanın buhar basıncı genellikle sıfır varsayılır. Oda sıcaklığında, civanın buhar basıncı yaklaşık 0.0015mm-Hg'dır. Deniz seviyesinde, bir barometredeki civanın h yüksekliği yaklaşık 760 mm'dir. (*a*) Eğer civanın buhar basıncı ihmal edilirse, gerçek atmosferik basınç barometreden okunan değerden daha az mı yoksa daha fazla mı olur? (*b*) Yüzde hata nedir? (*c*) Bir su barometresi kullanır ve suyun SSB'deki doymuş buhar basıncım ihmal ederseniz hata yüzdesi ne olur?

37. (II) Eğer nem 30.0 °C'de 45% ise, çiğ noktası nedir? Çiğ noktasına en yakın dereceyi bulmak için lineer değer kestirimini kullanınız.

38. (III)5 °C'lik çiğ noktasındaki hava, bir binanın içine çekilip 20°C'a ısıtılıyor. Bu sıcaklıktaki bağıl nem ne olur? 1.0 atm'lik sabit basınç varsayınız. Havanın genleşmesini hesaba katınız.

39. (III) Atmosferik basınç ve suyun kaynama noktası arasındaki matematiksel bağıntı nedir? (*a*) Tablo 18-2 deki verileri kullanarak, 50 °C den 150 °C ye kadar olan sıcaklık aralığında, P nin $(1/T)$ ye karşı grafiğini çiziniz. Burada P suyun doymuş buhar basıncı (Pa) ve T Kelvin skalasındaki sıcaklıktır. Sonuçta bir doğru çıktığını gösteriniz ve bu doğrunun eğimi ile y- kesim noktasını belirleyin. (*b*) Sonucunuzun

$$P = Be^{-A/T}$$

bağıntısına işaret ettiğini gösteriniz. Burada A ve B sabitlerdir. $A \approx 5000$K ve $B \approx 7 \times 10^{10}$Pa olduğunu göstermek için grafiğinizin eğim ve y-kesimini kullanınız.

18–5 Van der Waals Hal Denklemi

***40.** (II) van der Waals hal denklemindeki b sabiti, moleküllerin kendilerinin işgal ettikleri "kullanılamayan hacim" miktarım temsil eder. Dolayısıyla V yerine (V- nb) kullanılır. Buradaki n mollerin sayısıdır. Oksijen için, b yaklaşık olarak 3.2 × 10^{-5} m^3/mol. değerindedir. Oksijen molekülünün çapını tahmin ediniz.

***41.** (II) Oksijen gazı için, van der Waals hal denklemi verilerle en iyi uyumu a = 0.14 N.m^4/mol^2 ve b = 3.2 × 10^{-5} m^3/moldeğerleri için sağlar. O °C'deki, 0.70L hacmindeki bir gazın 1.0 molünün basıncım, (*a*) van der Waals hal denklemim, (*b*) ideal gaz yasasini kullanarak hesaplayınız.

***42.** (III) 0.5 mol O_2 gazı, sıkıştırılabilmesi için bir uçunda hareketli bir piston olan geniş bir silindirdedir. Başlangıçtaki hacim, van der Waals hal denklemi ve ideal yasasi ile verilen basınçlar arasında önemli bir fark olmayacak kadar büyük olsun. Gaz (300K) sabit sıcaklıkta yavaş yavaş sıkıştırılırsa, hangi hacimde, van der Waals denkleminin verdiği basınç, ideal gaz yasasinin verdiğinden 5% farklı olur? a = 0.14 N.m^4/mol2 ve b = 3.2 × 10^{-5} m^3/mol. olarak alınız.

***43.** (III) (*a*) van der Waals hal denkleminden, kritik sıcaklık ve basıncın

$$T_{kr} = \frac{8a}{27bR}, \qquad P_{kr} = \frac{a}{27b^2}.$$

ile verildiğini gösteriniz.
[*İpucu:* V ye karşı P kritik noktada bükülme noktasına sahip olduğunu, dolayısıyla birinci ve ikinci türevlerinin sıfır olduğunu kullanın.] (*b*) CO_2 için a ve b değerini, T_{kr} = 304 K ve P_{kr} = 72.8 atm ölçülmüş değerlerinden belirleyiniz.

***44.** Bir dalış tankında basınç altındaki havayı, ideal gaz yasasi ne kadar iyi betimler? (a) Tipik bir dalış tankım doldurmak için, bir hava kompresörü, 1.0 atm'de yaklaşık 2300 L'lik havayı alır ve tankın 12 L'lik iç hacmine sıkıştırır. Doldurma işlemi 20 °C'de yapılıyorsa, tankın 96molluk hava tutacağım gösterin. (*b*) Tankta, 20 °C'de 96 mol hava olduğunu varsaymız. Tanktaki hava basıncım tahmin etmek için ideal gaz yasasını kullanın, (*c*) Tanktaki hava basıncım tahmin etmek için van der Waals hal denklemim kullanin. Hava için, van der Waals sabitlerin; a = 0.1373 N.m^4/mol^2 ve b = 3.72 × 10^{-5} m^3/mol olarak alın. (*a*) Doğru hava basıncı olarak van der Waals basıncım alarak, ideal gaz yasasının sadece yaklaşık 3% hata ile bir basınç tahmin ettiğim gösterin.

18–6 Ortalama Serbest Yol

*45. (II) Hangi basınçta hava moleküllerinin ortalama serbest yolu (*a*) 0.10 m ve (*b*) hava molekiillerinin çapma $\approx 3 \times 10^{-10}$m eşit olur? $T = 20$ °C alınız.

*46. (II) Bir araştırma vakum odacığındaki hava molekülleri (0.3-nm çaplı), belli bir eşik basıncının altında "çarpışmasız" rejimdedir; bunun anlamı, kabı baştan başa geçen bir hava molekülünün ilk çarpışmayı karşı duvarla yapma olasılığının, diğer bir hava molekülü ile yapması olasılığının aynı olmasıdır. 20 ^{0}C'deki kenar uzunluğu 1.0 m olan bir vakum odacığı için eşik basıncını tahmin ediniz.

*47. (II) Çok az miktarda bir hidrojen gazı havaya karışıyor. Hava 1.0 atm basıncında ve 15 °C sıcaklığında ise H_2 molekülü için ortalama serbest yolu tahmin ediniz. Hangi varsayımları yaptınız?

*48. (II) (*a*) SSB'deki CO_2 moleküllerinin ortalama serbest yolu yaklaşık olarak 5.6×10^{-8} olarak ölçülmüştür. CO_2 molekülünün çapını tahmin ediniz. (*b*) Aynısını SSB'de, $\ell_M \approx 25 \times 10^{-8}$'ye sahip He gazı için bulunuz.

*49. (II) Bir molekülün saniyede yaptığı çarpışma sayışı olan f, *çarpışma frekansının* $f = \bar{v}/\ell_M$ ile verildiğini ve dolayısıyla $f = 4\sqrt{2}\,\pi r^2 \bar{v} N/V$ olduğunu gösterin. (*b*) $T = 20$ °C ve $P = 1.0 \times 10^{-2}$ atm'deki havadaki N_2 molekülleri için çarpışma frekansı nedir?

*50. (II) Örnek 18-8'de SSB'deki hava moleküllerinin ortalama serbest yolu, ℓ_M, yaklaşık olarak 9×10^{-8}molduğunu gördük. Birim zamandaki çarpışma sayısı olan f çarpışma frekansını bulunuz.

*51. (II) Bir kenarı 1.80 m olan boşaltılmış bir kübik kutunun içindeki hava basıncı 10^{-6} torr'dur. (0 °C) Parçacıkların duvarla yaptıkları her çarpışma için birbirleriyla kaç kere çarpışacaklarım bulunuz.

*52. (III) Elektronların 98%'inin hava molekülleriyle bir kez çarpışmaksızın ekrana çarpmasi isteniyorsa, 32 cm uzunluğundaki katod ışını tupünde kabul edilebilir maksimum basınç ne olur?

18–7 Dağılma

*53. (I) Örnek 18-9'daki amonyak şişesi açıldıktan sonra, 1.0 m'den amonyağı algılamak için yaklaşık ne kadar süre gerekir? Bu, kokunun taşınmasında dağılım ve konveksiyonun bağıl önemleri hakkında bize ne söyler?

*54. (II) Bir glisin molekülünün (bknz. Tablo 18-3) 20 ^{0}C'deki su içinde 15 μm'lik bir mesafeye dağılması için gereken zamanı bulunuz. Bu mesafe üzerinde yoğunluğu, 1.00 mol/m^3'den 0.50 mol/m^3' e kadar değişmektedir. Bu "hız"ı molekülün kko (ısısal) hızı ile karşılaştırmız. Glisinin moleküler kütlesi 75u civarındadır.

*55. (II) Böceklerin yüzeylerinden içlerine doğru trake adı verilen küçük tüpler boyunca oksijen dağılır. Ortalama bir trake, yaklaşık 2 mm boyunda olup kesit alanı da 2×10^{-9}m^2'dir. îçerdeki oksijen yoğunlugunun dışandakinin yansı kadar olduğunu varsayınız. (*a*) 20°C"de havadaki (21%'inin oksijen olduğunu varsayın) oksijen yoğunlugunun yaklaşık 8.7 mol/m^3 olduğunu gösterin, (*b*) J dağılım hızım hesaplayın, (c) bir molekülün dağılma yoluyla içeriye girmesi için ortalama zamanı bulunuz. Yayılma sabitini 1×10^{-5}m^2/s alınız.

Genel Problemler

56. Maxwell dağiliminin gazın geçerli bir betimlemesi olması ve anlamlı bir sıcaklık atanabilmesi için bir ideal gaz örneğinin hiç değilse $N = 10^6$ molekül içermesi gerekir. SSB'deki bir ideal gaza geçerli bir sıcaklık atanabilmesi için en küçük uzunluk ölçeği ℓ ne olmalıdır (hacim $V = \ell^3$)?

57. Dış uzayıda madde yoğunluğu, yaklaşık cm3 başina bir atom (çoğunlukla hidrojen atomları), hidrojen atomları, ve sıcaklık 2.7K civarındadır. Bu hidrojen atomlarinin kko hızlarım ve basıncı (atmosfer cinsinden) hesaplayınız.

58. 37°C'deki 2.0×10^{-15}kg kütleli bir E.koli bakterisindeki tüm moleküllerin toplam öteleme kinetik enerjilerim yaklaşık olarak hesaplaymız. Hücrenin ağırlık olarak 70%'inin su olduğunu ve diğer moleküllerin 10^5 u mertebesinde ortalama moleküler kütleye sahip olduğunu varsayınız.

59. (*a*) 37°C'deki bir canlı hücredeki 89 u moleküler kütleli bir amino asidin kko hızım bulunuz, (*b*) 37 °C'deki 85000 u moleküler kütleli bir proteinin kko hızı ne olur?

60. Dünya'dan kaçış hızı 1.12×10^4 m/s'dir. Yani Dünya'nın atmosferinm dış sınırlarında, bu hızla Dünya'dan uzaklaşan bir gaz molekülü, Dünya'nın kütle çekim alanından kurtulup atmosferden kaçabilir. Hangi sıcaklıkta (*a*) oksijen moleküllerinin ve (*b*) helyum atomlarinin ortalama hızı 1.12×10^4 m/s'ye eşit olur? (*c*) Atmosferimizin neden oksijen içerip helyum içermediğini açıklayabilir misiniz?

61. Kinetik teorinin ikinci postülasına göre moleküller ortalama olarak birbirlerinden uzaktadır. Yani birbirlerine olan ortalama uzaklıktan, moleküllerin çaplarından çok daha büyüktür. Bu, akla yakın bir varsayım mıdır? Kontrol etmek için, SSB'deki bir gazın molekülleri arasındaki ortalama mesafeyi hesaplaym ve tipik bir gaz molekülünün yaklaşık 0.3 nm olan çapı ile karşılaştınn. Eğer moleküller pin-pon topunun çapında (diyelim ki 4 cm) ise, bir sonraki pin-pon topu ortalama olarak ne kadar uzakta olur?

62. Bir sıvı sezyum örneği, bir fırında 400 °C'ye ısıtılıyor ve çıkan buhar bir atomik demet üretmek için kullanılıyor. Fırının hacmi 55cm^3, 400 °C'deki Cs'un buhar basıncı 17 mm-Hg ve buhardaki Cs atomlannın çapı 0.33 nm'dir. (*a*) Buhardaki sezyum atomlannın ortalama hızım hesaplayın. (*b*) Tek bir Cs atomunun diğer Cs atomlarıyla saniyede kaç çarpışma yaptığım hesaplayın. (*c*) Buhardaki bütün Cs atomlan arasinda 1 saniyedeki toplam çarpışma sayışım belirleyin. Bir çarpışmanın iki Cs atomu içerdiğin! ve ideal gaz yasasinin geçerli olduğunu varsayın.

63. 1.00 m boyunda ve 20 °C sıcaklığmda bir oksijen gazı tankı düşünelim. Moleküllerin ortalama kinetik enerjiği ile tankın üstündeki bir molekülün gravitasyonel potansiyel enerjisini (alttaki potansiyel enerjisini sıfır kabul edelim) karşılaştırmız. Potansiyel enerjiyi ihmal etmek iyi bir kabul müdür?

64. Nemli iklimlerde, insanların küf ve çürümeyi önlemek için kilerlerinin nemini gidermeleri gerekir. Eğer evdeki kiler (20 °C'de tutulan), 2.8 m yüksekliginde ve 115 m^2 yüzey alanina sahipse, nemi 95%'ten 40%'a düşürmek için dışarı atilmasi gereken suyun kütlesi nedir?

65. Tipik bir azot ve oksijen molekülünün yaklaşık çapının 0.3 nm olduğu varsayılırsa, bu moleküllerin kendi hacimleri, oturduğunuz odanın hacminin hangi yüzdesini işgal eder?

66. Bir dalış tankının hacmi 3100cm^3'tür. Çok derme dalmak için, tank 50% (hacmen) saf oksijen ve 50% saf helyumla doldurulu-yor, (*a*) 20 °C'de ayar basıncı 12 atm ise, tankta her tip molekülden kaç tane vardır? (*b*) îki tip molekülün ortalama kinetik enerj ilerinin oranı nedir? (*c*) îki tip molekülün kko ortalama hızlarmın oranı nedir?

67. Ay'dan dönen bir uzay aracı yaklaşık 42000 km/sa hızla atmosfere giriyor. Aracın bumuna bu hızla çarpan moleküller (azot olduklarım varsayalım) hangi sıcaklığa karşılık gelir? (Bu yüksek sıcaklık sebebiyle, uzay aracının burnu özel malzemedenden yapılmalıdır; nitekim bir kısmı buharlaşır ve atmosfere girişte parlak bir alev olarak görülür.)

68. Oda sıcaklığındaki, 1.00 g suyu buharlaştırmak için 2.45 × lO^3 J gerekir. Buharlaşan moleküllerin ortalama hızım tahmin edin. Bu, su moleküllerinin (20 °C'deki) v_{kko}'sinin kaç katıdır? (Dnk.l8-4'ün geçerli olduğunu varsayalım)

***69.** Aşağıdaki iki günde havadaki toplam su buharı basıncım hesaplayın: (*a*) 30 °C sıcaklıktaki ve 65% bağıl nem olan sıcak bir günde; (*b*) 5 °C sıcaklıktaki ve 75% bağıl nem olan soğuk bir günde.

***70.** 300K'deld, 8.50 mollük karbon dioksit örneği, 0.220 m^3 hacmi işgal ediyor. Önce ideal gaz yasasını, sonra van der Waals hal denklemim kullanarak gaz basıncım hesaplayınız (*a* ve *b* değerleri Kısım 18-5'te veriliyor). Bu basınç ve hacim bölgesinde, van der Waals hal denklemi doğru sonuçlar verir, îdeal gaz yasası varsayarak yüzde kaç hata yaptınız?

***71.** Yıldızlararası uzayda çoğunlukla hidrojen olan atom yoğunluğu, santimetre küp başina birdir. Atom çapını 10^{-10} m alarak hidrojen atomlarinin ortalama serbest yolunu bulunuz.

72. İdeal gaz yasasını kullanarak, ℓ_M ortalama serbest yolu için (N/V) yerine sıcaklık ve basıncı içeren bir ifade bulunuz. Bu ifadeyi kullanarak, 300K ve 7.5 atm basıncındaki azot moleküllerinin ortalama serbest yolunu hesaplayın.

73. 8.5 m^3 hava hacimli ve 90 °C sıcaklıkta bir sauna olsun. Hava tamamen kurudur. Eğer bağıl nemi 0%'dan 10%'a artırmak istersek (Tablo 18-2'ye bakınız), ne kadar su (kg cinsinden) buharlaştırmalıyız?

74. 0.50 kg. kütleli bir çöp tenekesi kapağı, yukarı doğru fırlatılan tenis topları ile kütle çekimine karşı, asılı tutmaktadır. 0.060 kg kütleli olduklarım ve 12 m/s hızla fırlatıldıklarım varsayarak saniyede kaç tenis topu kapakla esnek çarpışma yapıp geri sıçramalıdır?

***75.** Ses dalgalanmn bir gaz içinde yayılması, ancak gaz moleküllerinin birbirleriyle çarpışmalannın zaman skalası ses dalgalanmn periyodu mertebesindeyse mümkündür. Dolayısıyla bir gazdaki bir ses dalgası için mümkün olan en yüksek frekans f_{maks}, yaklaşık olarak moleküller arasındaki ortalama çarpışma zamanının tersine eşittir, m kütleli ve r yarıçaplı moleküllerin oluşturduğu bir gaz, P basıncmda ve T sıcaklığında ise,

$$f_{maks} \approx 16Pr^2\sqrt{\frac{\pi}{mkT}}$$ olduğunu gösteriniz.

(*b*) Deniz seviyesindeki 20 °C'deki hava için f_{maks}'ı bulunuz, insanın işitme bölgesindeki en yüksek frekanstan (20kHz), f_{maks} kaç kat daha büyüktür?

*Sayısal/Bilgisayar

***76.** (II) T = 300 K için l00 m/s'den 5000 m/s'ye kadar her 50 m/s'lik hız aralığındaki moleküllerin kesrini bulmak ve grafiğim çizmek için bir tablolama programı kullanınız.

*** 77.** (II) (U) Sayısal integrasyon [Kısım 2-9] kullanarak, 20 °C ve l.00-atm'deki havadaki, en olası hızın 1.5 katından büyük bir hıza sahip moleküllerin kesrini bulunuz.

***78.** (II) Oksijen gazı için van der Waals sabitleri a = 0.14 N.m^4/mol^2 ve $b = 3.2 \times 10^{-5}$ m^3/mol'dür. Bu değerleri kullanarak, 80K, 100K, 120K, 130K, 150K ve 170K sıcaklıklardaki oksijen gazının 1 molü için $V = 2 \times 10^{-5}$ m^3 ile 2.0×10^{-4} m^3 arasında altı basınç-hacün grafiği çiziniz. Grafiklerden oksijen için kritik sıcaklığı yaklaşık olarak tanımlayın.

Alıştırmaların Cevapları

A: (*a*).
B: (*d*).
C: (*c*).
D: (*d*).
E: (*b*).

Hava soğuk olduğunda, vücudumuzdan çevreye iletim ve dolaşım yoluyla kaybedilecek ısıyı sıcak giysiler yalıtım malzemesi gibi davranarak azaltırlar. Bir kamp ateşinden yayılan ısı sizi ve giysilerinizi ısıtır. Ateş aynı zamanda ısı dolaşımı ve iletimi ile pişirdiklerinize doğrudan enerji aktarabilir. İş gibi ısı da bir enerji aktarımını ifade eder. Isı, sıcaklık farkından dolayı aktarılan enerji olarak tanımlanır. İş, sıcaklık farkından değil, mekanik yollarla enerjinin aktarımıdır. Termodinamiğin birinci yasası enerjinin korunumu genel ilkesi altında ikisini bir birine bağlar: Bir sisteme eklenen ısı Q eksi sistem tarafından yapılan net iş (W) sistemin iç enerjisinde meydana gelen değişime ($\Delta E_{iç}$) eşittir: $\Delta E_{iç} = Q - W$. İç enerji ($E_{iç}$) sistemdeki bütün moleküllerin enerjilerinin toplamıdır.



BÖLÜM

19

Isı ve Termodinamiğin Birinci Yasası

İÇERİK

19–1 Enerji Aktarımı Olarak Isı
19–2 İç Enerji
19–3 Özgül Isı
19–4 Kalorimetri - Problem Çözme
19–5 Gizil ısı
19–6 Termodinamiğin Birinci Yasası
19–7 Termodinamiğin Birinci Yasasının Uygulaması; Yapılan İşin Hesaplanması
19–8 Gazların Moler Özgül Isısı ve Enerjinin Eşbölüşümü
19–9 Bir Gazın Adiyabatik genleşmesi
19–10 Isı Aktarımı: İletim, Dolaşım, Işınım

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!

5 kg'lık sıcak (60°C) demir bir küp 10 kg'lık soğuk (15°C) demir bir küp ile ısısal temas halindedir. Aşağıdaki ifadelerden hangisi geçerlidir?

(a) Isı sıcak küpten soğuk küpe her ikisinin de ısısal içeriği eşit olana kadar kendiliğinden akar.
(b) Isı sıcak küpten soğuk küpe her ikisinin de sıcaklığı eşit olana kadar kendiliğinden akar.
(c) Isı sıcak küpten soğuk küpe kendiliğinden akabilir, fakat soğuk küpten sıcak küpe de kendiliğinden akabilir.
(d) Isı soğuk bir cisim veya bölgeden sıcak bir cisim veya bölgeye asla akamaz.
(e) Isı büyük küpten küçüğe doğru akar çünkü büyük olan daha çok iç enerjiye sahiptir.

Bir kap soğuk su, yanan ocağın üzerine konulduğunda suyun sıcaklığı artar. Isının sıcak ocaktan soğuk suya "aktığını" söyleriz. Farklı sıcaklıklardaki iki cisim temas haline getirildiğinde, ısı sıcak olandan soğuk olana kendiliğinden akar. Isının kendiliğinden akışı sıcaklıkları eşitlemeye yönelik yönde olur. İki cisim, sıcaklıklarının eşit olması için yetecek kadar süreyle temas halinde tutulursa, cisimlerin ısısal dengede oldukları söylenir ve ikisi arasında daha fazla ısı akışı olmaz. Örneğin ateşinizi ölçmek üzere termometre ağzınıza ilk yerleştirildiğinde ısı ağzınızdan termometreye akar. Termometre ağzınızın içi ile aynı sıcaklığa eriştiğinde termometre ve ağzınız ısısal dengededir ve daha fazla ısı akmaz.

Isı ve sıcaklık çoğunlukla birbiri ile karıştırılır. Bu ikisi çok farklı kavramlardır ve ikisi arasında net bir ayırım yapacağız. Bu bölüme ısı kavramını tanımlayarak ve kullanarak başlıyoruz. Aynı zamanda enerjinin ısı ve iş olarak aktarıldığı süreçlerin incelenmesine verdiğimiz isim olan termodinamiğin tartışmasına da başlıyoruz

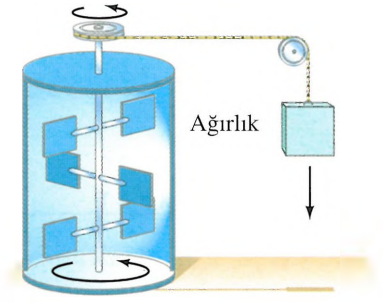
19–1 Enerji Aktarımı Olarak Isı

Günlük hayatımızda "ısı" terimini sanki ne demek istediğimizi biliyormuşuz gibi kullanırız. Fakat bu terim çoğunlukla tutarsız şekilde kullanılır, bu nedenle ısıyı net bir şekilde tanımlamak ve onunla ilişkili olan kavram ve olguları netleştirmek bizim için önemlidir.

Genellikle ısının akışından bahsederiz: ısı, yanan ocaktan bir kap çorbaya, Güneş'ten Dünya'ya, bir kişinin ağzından ateş ölçülen termometreye akar. Isı daha yüksek sıcaklıktaki bir cisimden daha düşük sıcaklıktakine kendiliğinden akar. Gerçekten de, ısının bir on sekizinci yüzyıl modeli, ısı akışını *kalorik* denen bir sıvı maddenin hareketi olarak tasvir etmiştir. Fakat kalorik sıvısı hiçbir zaman bulunamamıştır. On dokuzuncu yüzyılda, ısı ile ilgili değişik olguların, birazdan tartışacağımız gibi, ısıyı işe benzer bir biçimde gören yeni bir model kullanılarak tutarlı bir şekilde açıklanabileceği anlaşıldı. Önce, bu gün hala kullanımda olan ısı için genel birimin kalorik'ten esinlenerek adlandırıldığını belirtelim. Bu birim **kalori** (cal) olarak bilinir ve *1 gram suyun sıcaklığını 1 Celsius derecesi artırmak için gereken ısı* olarak tanımlanır. [Daha hassas olmak gerekirse, gereken ısı değişik sıcaklıklarda çok az miktarda da olsa farklı olduğu için 14.5 °C'den 15.5 °C'ye olan belirli bir sıcaklık aralığı tanımlanmıştır. 0-100 °C sıcaklık aralığında ortaya çıkan fark %1'den daha azdır ve çoğu durum için bu farkı ihmal edeceğiz.] Kalori'den daha sık kullanılan 1000 kaloriye eşit olan kilokalori (kcal)'dir. Bu nedenle *1 kcal 1kg suyun sıcaklığını 1 °C artırmak için gereken ısı miktarıdır.* Çoğunlukla bir **kilokalori** bir **Kalori** (büyük C ile) olarak adlandırılır bu Kalori (veya kJ) yiyeceklerin enerji içeriğini belirtmek için kullanılır. İngiliz birim sisteminde ısı Btu (British thermal unit) birimiyle ölçülür. Bir Btu 1 lb suyun sıcaklığını 1Fo artırmak için gereken ısı olarak tanımlanır. 1Btu = 0.252 kcal = 1056 J olduğu gösterilebilir (Problem 4).

⚠ DİKKAT
Isı bir akışkan değildir

Isının enerji aktarımı ile ilişkili olduğu fikri 1800'lerde bir kısım bilim adamları, özellikle bir İngiliz bira üreticisi olan James Prescott Joule (1818-1889) tarafından benimsenmiştir. Joule'ün (basitleştirilmiş) deneylerinden biri Şek.19-1'de gösterilmiştir. Düşen ağırlık pedallı tekerin dönmesine sebep olur. Su ile pedallı teker arasındaki sürtünme suyun sıcaklığının birazcık artmasına sebep olur (gerçekte Joule tarafından ancak ölçülebilecek kadar). Bu ve başka birçok deneyde (bazılarında elektrik enerjisi kullanılarak), Joule yapılan bir miktar işin her zaman belirli bir miktar ısı girdisine eşdeğer olduğunu belirledi. Nicel olarak 4.186 joule'lük (J) işin 1 calorie (cal) ısıya eşdeğer olduğu bulundu. Bu **ısının mekanik eşdeğeri** olarak bilinir.



ŞEKİL 19–1 Isının mekanik eşdeğerinin Joule deneyi.

$$4.186\ \text{J} = 1\ \text{cal};$$
$$4.186\ \text{kJ} = 1\ \text{kcal}.$$

Bu ve başka deneylerin sonucunda bilim adamları ısıyı ne bir madde gibi ne de tam olarak bir enerji çeşidi gibi yorumlamaya başladılar. Isı, daha ziyade, *enerjinin aktarımıyla* ilgilidir: ısı sıcak cisimden daha soğuk olana aktığında, sıcak cisimden soğuk olana aktarılan enerjidir. Bu nedenle, **ısı** *sıcaklık farkından dolayı bir cisimden diğerine aktarılan enerjidir.* SI birimlerinde, her türlü enerjide olduğu gibi, ısı birimi joule'dir. Buna rağmen kalori ve kcal hala ara sıra kullanılır. Günümüzde kalori, daha önce verilen suyun özellikleri cinsinden ziyade, joule cinsinden *tanımlanır* (yukarıda verilen ısının mekanik eşdeğeri kullanılarak). Daha önce yaptığımız tanımı hatırlamakta fayda vardır ve yeri geldiğinde kullanışlıdır: 1 cal, 1 g suyun sıcaklığını 1 °C artırır, veya 1 kcal, 1 kg suyun sıcaklığını 1 °C artırır.

⚠ DİKKAT
Isı bir ΔT'den dolayı aktarılan enerjidir

Joule'ün sonucu çok önemli idi çünkü iş-enerji ilkesinin ısıyla ilişkili işlemleri içine alacak şekilde genişletilmesine olanak sağladı. Bu aynı zamanda daha sonra bu Bölüm'de daha detaylı tartışacağımız enerjinin korunumu yasasının oluşturulmasına yol açtı.

FİZİK UYGULAMASI
Fazla kalorileri yakmak

ÖRNEK 19–1 TAHMİN EDİN **Fazla kalorileri yakmak.** Tedbiri elden bırakarak çok fazla dondurma ve kek yediğinizi varsayalım (500 Kalori mertebesinde). Bunu telafi etmek için dağa tırmanarak veya merdiven çıkarak eşdeğer miktarda iş yapmak istiyorsunuz. Toplam ne kadar yükseğe tırmanmanız gerekir?

YAKLAŞIM Merdiven tırmanarak yapmanız gereken iş W, kütle çekim potansiyel enerjisinde meydana gelen değişime eşit olacaktır: h tırmanılan düşey yükseklik olmak üzere, $W = \Delta PE = mgh$, Bu yaklaşık hesap için kütlenizi takriben $m \approx 60$ kg alınız.

ÇÖZÜM 500 besin kalorisi (Kalori), 500 kcal eder ve joule cinsinden

$$(500\,\text{kcal})(4.186 \times 10^3\,\text{J/kcal}) = 2.1 \times 10^6\,\text{J. eder.}$$

h düşey yüksekliğini tırmanmak için yapılan iş $W = mgh$ olur. h için çözüm yapılırsa

$$h = \frac{W}{mg} = \frac{2.1 \times 10^6\,\text{J}}{(60\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)} = 3600\,\text{m.}$$

bulunur. Bu çok büyük bir yükselti farkıdır (11,000 ft'den daha fazla).

NOT İnsan vücudu enerjiyi %100 verim ile dönüştürmez-daha çok %20 verim ile çalışır. Bir sonraki Bölüm'de tartışacağımız gibi bir miktar enerji her zaman "boşa gider", bu nedenle aslında tırmanmanız gereken (0.2)(3600 m) ≈ 700 m'dir ve bu miktar daha makuldür (yaklaşık 2300 ft yükselti farkı).

19–2 İç Enerji

Bir cisimdeki bütün moleküllerin toplam enerjisine **iç enerji** denir. (Bazen aynı şeyi anlatmak üzere **ısısal enerji** terimi kullanılır). Şimdi, ısı ile ilgili düşüncelerin netleştirilmesine yardımcı olduğundan iç enerji kavramını tanımlıyoruz.

Sıcaklık, Isı ve İç Enerji Arasındaki Farkı Görmek

DİKKAT
Isıyı iç enerji ve sıcaklıktan ayırt edin

Kinetik teoriyi kullanarak sıcaklık, ısı ve iç enerji arasında kesin bir ayırım yapabiliriz. (Kelvin cinsinden) sıcaklık tek tek moleküllerin *ortalama* kinetik enerjisinin bir ölçüsüdür. İç enerji cisim içindeki bütün moleküllerin toplam enerjisine karşılık gelir. (Bu nedenle eşit kütleli iki sıcak demir külçesi aynı sıcaklığa sahip olabilir fakat bunlardan iki tanesi bir tanesinin sahip olduğu iç enerjinin iki katına sahiptir.) Son olarak, ısı, sıcaklık farkından dolayı bir cisimden diğerine *aktarılan* enerjiye karşılık gelir.

DİKKAT
Isı akışının yönü sıcaklığa bağlıdır(iç enerji miktarına değil)

Isı akışının yönü, her birinin ne kadar iç enerjiye sahip olduğuna değil, iki cismin sıcaklıklarına bağlıdır. Bu nedenle 30°C'taki 50 g su 25°C'taki 200 g su ile temas haline getirilirse (veya karıştırılırsa), 25°C'taki sudan daha çok miktarda olduğundan onun iç enerjisinin çok daha fazla olmasına rağmen, ısı 30°C'taki sudan 25°C'taki suya doğru akar.

ALIŞTIRMA A Sayfa 496'daki Bölüm Açılış sorusuna dönerek onu şimdi yeniden cevaplandırınız. İlk başta neden daha farklı cevaplamış olabileceğinizi açıklamaya çalışınız.

İdeal Gazın İç Enerjisi

İdeal tek atomlu n mollük bir gazın iç enerjisini hesaplayalım. İç enerji $E_{iç}$ bütün atomların öteleme kinetik enerjilerinin toplamıdır.† Bu toplam, parçacık başına düşen ortalama enerji ile toplam molekül sayısı N'in çarpımına eşittir.

$$E_{iç} = N\left(\tfrac{1}{2}m\overline{v^2}\right).$$

Dnk. 18-4'ü, $\overline{K} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$, kullanarak

$$E_{iç} = \tfrac{3}{2}NkT \qquad \textbf{(19–1a)}$$

†Bazı kitaplarda iç enerji için U sembolü kullanılmaktadır. $E_{iç}$ kullanılması, potansiyel enerji (Bölüm 8) için kullanılan U ile karıştırmayı önler.

yazabiliriz. Veya Bölüm 17-9'dan hatırlanacağı gibi n mol sayısı olmak üzere

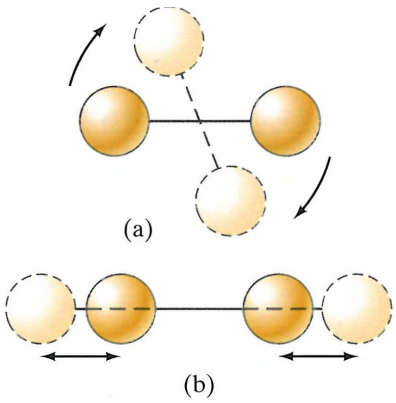
$$E_{iç} = \tfrac{1}{2}nRT \qquad \text{[ideal tek atomlu gaz]} \qquad \textbf{(19–1b)}$$

yazılabilir. Böylece ideal bir gazın iç enerjisi sadece sıcaklığa ve gazın mol sayısına bağlıdır.

Eğer gaz molekülleri birden fazla atomdan oluşuyorsa moleküllerin dönme ve titreşme enerjileri de (Şek.19-2) göz önüne alınmalıdır. Verilen bir sıcaklıkta tek atomlu bir gaza göre iç enerji daha büyük olacaktır fakat ideal bir gaz için bu enerji sadece sıcaklığın bir fonksiyonu olmaya devam edecektir.

Gerçek gazların iç enerjisi de temel olarak sıcaklığa bağlıdır fakat gerçek gazlar ideal gaz davranışından sapmaya başladıklarında iç enerjileri basınç ve hacme de (atomik potansiyel enerji nedeniyle) bir miktar bağlı olur.

Atom ve moleküller arası kuvvetlerden (veya "kimyasal" bağlardan) kaynaklanan elektriksel potansiyel enerji de dahil olduğundan, sıvıların ve katıların iç enerjileri oldukça karmaşıktır.



ŞEKİL 19–2 Öteleme kinetik enerjisi yanında moleküller (*a*) dönme kinetik enerjisine ve (*b*) titreşim enerjisine (hem kinetik hem potansiyel) sahip olabilir.

19–3 Özgül Isı

Bir cisme ısı aktarılırsa, cismin sıcaklığı artar (faz değişimi olmadığını kabul edelim). Fakat sıcaklık ne kadar artar? Bu duruma bağlıdır. Daha on sekizinci yüzyılda deneysel çalışanlar verilen bir malzemenin sıcaklığını değiştirmek için gereken ısının, malzemede bulunan kütle miktarı m ile sıcaklık değişimi ΔT'ye bağlı olduğunu fark ettiler. Doğadaki bu olağan üstü basitlik, c malzemenin **özgül ısısı** olarak bilinen ve onun karakteristik bir özelliği olan bir değer olmak üzere aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$Q = mc\,\Delta T, \qquad \textbf{(19–2)}$$

$c = Q/m\,\Delta T$, olduğundan özgül ısı J/kg·C° cinsinden[†] (uygun SI birimi) veya kcal/kg·Co cinsinden tanımlanır. Su için 15°C ve 1 atm sabit basınç altında $c = 4.19 \times 10^3$ J/kg·C° veya 1.00 kcal/ kg·C°'dir çünkü cal ve joule'ün tanımı gereği 1 kg suyun sıcaklığını 1 C° artırmak için 1 kcal ısı gerekir. Tablo 19-1'de diğer katı ve sıvıların 20°C'de özgül ısı değerleri verilmiştir. Katı ve sıvılar için c'nin değeri bir miktar sıcaklığa (aynı zamanda çok az miktarda basınca) bağlıdır, fakat çok büyük olmayan sıcaklık değişimleri için c çoğunlukla sabit kabul edilebilir.[‡] Gazlar çok daha karmaşıktır ve konu Kısım 19-8'de incelenmiştir.

ÖRNEK 19–2 **Isının nasıl aktarıldığı özgül ısıya bağlıdır.** (*a*) Demirden yapılmış 20 kg'lık bir fıçının sıcaklığını 10°C'den 90°C'ye çıkarmak için ne kadar ısı girdisine gerek vardır? (*b*) Fıçı 20 kg su ile doldurulursa ne olur?

YAKLAŞIM Dnk.19-2'yi problemde geçen değişik malzemelere uyguluyoruz.

ÇÖZÜM (*a*) Sistemimiz sadece demir fıçıdır. Tablo 19-1'den demirin özgül ısısı 450 J/kg·C°! Sıcaklıktaki değişim (90°C – 10 °C) = 80 C°. Böylece

$$Q = mc\,\Delta T = (20\,\text{kg})(450\,\text{J/kg}\cdot\text{C}^\circ)(80\,\text{C}^\circ) = 7.2 \times 10^5\,\text{J} = 720\,\text{kJ}.$$

(*b*) Sistemimiz su ve demir fıçıdan oluşmaktadır. Sadece suyun gerektirdiği ısı değeri

$$Q = mc\,\Delta T = (20\,\text{kg})(4186\,\text{J/kg}\cdot\text{C}^\circ)(80\,\text{C}^\circ) = 6.7 \times 10^6\,\text{J} = 6700\,\text{kJ},$$

olur veya eşit kütleli demirin gerektirdiğinin yaklaşık 10 katıdır. Fıçı ve su için gereken toplam miktar 720 kJ + 6700 kJ = 7400 kJ eder.

NOT (*b*)'de demir fıçı ve su aynı sıcaklık değişimine, $\Delta T = 80\,\text{C}^\circ$, uğramıştır fakat özgül ısıları farklıdır.

[†] J/kg·C_0'nin anlamı $\dfrac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}^\circ}$'dir; (J/kg)·$C_0$ = J·C_0/kg *değil.*

[‡] c'nin sıcaklığa bağımlılığını göz önüne almak için Denklem 19-2'yi diferansiyel formda yazabiliriz: $dQ = mc(T)\,dT$, $c(T)$ c'nin T sıcaklığının bir fonksiyonu olduğu anlamına gelir. Böylece sıcaklığı T_1'den T_2'ye değiştirmek için gereken Q ısısı

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} mc(T)\,dT \text{ olacaktır.}$$

TABLO 19–1 Öz Isılar
(Başka türlü belirtilmemişse 20°C'de 1 atm sabit basınç altındaki değerlerdir)

Madde	Öz Isı, c kcal/kg · C° (= cal/g · C°)	Öz Isı, c J/kg · C°
Alüminyum	0.22	900
Alkol (etil)	0.58	2400
Bakır	0.093	390
Cam	0.20	840
Demir veya Çelik	0.11	450
Kurşun	0.031	130
Mermer	0.21	860
Cıva	0.033	140
Gümüş	0.056	230
Odun	0.4	1700
Su		
Buz (−5°C)	0.50	2100
Sıvı (15°C)	1.00	4186
Buhar (110°C)	0.48	2010
İnsan vücudu (ortalama)	0.83	3470
Protein	0.4	1700

FİZİK UYGULAMASI
Suyun yüksek özgül ısısının pratikteki etkileri

Örnek 19-2'nin (*a*) kısmında demir fıçı 90°C'den 10°C'ye *soğutulsaydı* 720 kJ'lük enerji demirden *dışarı* akmış olurdu. Başka bir deyişle, Dnk.19-2 ısı akışının içeri veya dışarı olduğu ve buna karşılık sıcaklığın arttığı veya azaldığı durumlar için geçerlidir. Problemin (*b*) şıkkında aynı sıcaklık değişimini yapmak üzere demir ile eşit kütleye sahip suyun yaklaşık 10 kat daha fazla ısı gerektirdiğini gördük. Su bütün maddelerin içinde en yüksek özgül ısı değerlerinden birine sahiptir, bu özellik suyu verilen bir miktar ısı transferine karşılık en az sıcaklık düşmesi gerektiren sıcak su ile ısıtma sistemlerinde ve benzeri yerlerde kullanılan ideal bir madde haline getirir. Sıcak elma çöreğinde, ısı transferi yoluyla elmanın dilimizi yakmasına sebep olan da çörekteki su içeriğidir, çöreğin kabuğu değildir

19–4 Kalorimetri - Problem Çözme

Isı ve termodinamiği tartışırken çoğunlukla belirli sistemlere atıfta bulunacağız. Önceki Bölümlerde daha önce bahsedildiği gibi, bir **sistem**, göz önüne almayı istediğimiz bir cisim veya cisimler kümesidir. Evrendeki geriye kalan her şeye sistemin "çevresi" veya "dış çevre" diyeceğiz. Sistemlerin birkaç kategorisi vardır. **Kapalı bir sistem** hiçbir kütlenin içeri girmediği veya dışarı çıkmadığı (fakat çevre ile enerji değiş tokuşu yapılabilir) bir sistemdir. **Açık bir sistemde** kütle (enerji gibi) sisteme girebilir veya çıkabilir. Fizikte incelediğimiz çoğu (idealize edilmiş) sistem kapalı sistemlerdir. Fakat bir çok sistem, bitki ve hayvanlar da dahil olmak üzere, çevreyle madde değiş tokuşu (besin, oksijen, atık maddeler) yaptıklarından dolayı açık sistemlerdir. Kapalı bir sistemin sınırlarından hangi biçimde olursa olsun hiç enerji geçişi olmuyorsa sistem yalıtılmış, aksi halde yalıtılmamış denir.

Yalıtılmış bir sistemin değişik bölümleri farklı sıcaklıklarda ise, aynı sistem içinde, yüksek sıcaklık bölgelerinden düşük sıcaklık bölgelerine ısı akışı (enerji transferi) olacaktır. Eğer sistem gerçek anlamda yalıtılmış ise içeri veya dışarı hiç enerji transfer edilmez. Dolayısıyla *enerjinin korunumu* bizim için yine önemli bir role sahiptir: sistemin bir bölümü tarafından kaybedilen ısı diğer bölümü tarafından kazanılan ısıya eşittir.

$$\text{Kaybedilen ısı} = \text{kazanılan ısı}$$

veya

$$\text{bir bölümden çıkan enerji} = \text{diğer bölüme giren enerji}$$

Bu basit ilişkiler çok faydalıdır fakat (çoğunlukla çok iyi olan) bütün sistemin yalıtılmış olması (başka enerji aktarımlarının olmamaması) yaklaşımına dayanırlar. Şimdi bir örnek çözelim.



ŞEKİL 19–3 Örnek 19–3.

ÖRNEK 19–3 **Bardak çayı soğutur.** 95°C'taki 200 cm^3 çay başlangıçta 25°C'de olan 150 g'lık bir cam bardağın içine dökülüyor (Şek.19-3), dengeye ulaşıldığında çay ve bardağın ortak T sıcaklığı ne olur? Çevreye hiç ısı akışı olmadığını varsayınız.

YAKLAŞIM Yalıtılmış olduğunu varsaydığımız çay ve bardaktan oluşan sistemimize enerjinin korunumunu uyguluyoruz: çayı terk eden bütün ısı bardağa akar. Isı akışının sıcaklık değişimlerine nasıl bağlı olduğunu bulmak için özgül ısı denklemini, Dnk.19-2, kullanıyoruz.

ÇÖZÜM Çay başlıca sudan oluştuğundan özgül ısısı 4186 J/kg·C° (Tablo 19-1) ve kütlesi m ise yoğunluğu çarpı hacmi ($V = 200\ cm^3 = 200 \times 10^{-6}\ m^3$) olacaktır: $m = \rho V = (1.0 \times 10^3\ kg/m^3)(200 \times 10^{-6}\ m^3) = 0.20\ kg$. Dnk. 19-2'yi kullanır, enerjinin korunumunu uygular ve T'yi henüz bilinmeyen son sıcaklık olarak alırsak:

$$\text{çayın kaybettiği ısı} = \text{bardağın kazandığı ısı}$$

$$m_{\text{çay}}\, c_{\text{çay}}\, (95°\text{C} - T) = m_{\text{bardak}}\, c_{\text{bardak}}\, (T - 25°\text{C})$$

Sayıları yerine yazar, Tablo 19-1'i kullanır (cam için $c_{\text{bardak}} = 840$ J/kg·C°) ve T için çözersek

$$(0.20\ kg)(4186\ J/kg \cdot C°)(95°\text{C} - T) = (0.15\ kg)(840\ J/kg \cdot C°)(T - 25°\text{C})$$

$$79{,}500\ J - (837\ J/C°)T = (126\ J/C°)T - 3150\ J$$

$$T = 86°\text{C}$$

bulunur. Bardakla dengeye gelen çayda 9 C°'lik sıcaklık düşüşü olur.

NOT Bardağın sıcaklığı 86°C – 25°C = 61 C° artar. Onun sıcaklığındaki çok daha büyük değişim (çay suyu ile karşılaştırıldığında) suya göre özgül ısısının çok daha küçük olmasından kaynaklanır.

NOT Bu hesaplamada ΔT (Dnk.19-2, $Q = mc\,\Delta T$) enerji korunum denklemimizin her iki tarafında da pozitiftir. Sol tarafta "ısı kaybedildiğinden" ΔT ilk ve son sıcaklıklar arasındaki fark (95°C – T), sağda ise "ısı kazanıldığından" ΔT son ve ilk sıcaklıklar arasındaki farktır. Aşağıdaki alternatif yaklaşımı göz önüne alınız.

Alternatif Çözüm: Bu örneği (ve diğerlerini) farklı bir yaklaşımla çözmeye çalışabiliriz. Yalıtılmış sisteme transfer edilen veya sistemden çıkan toplam ısının sıfır olduğunu yazabiliriz:

$$\Sigma Q = 0.$$

Her terim $Q = mc(T_S - T_i)$, şeklinde yazılabilir ve $\Delta T = T_S - T_i$ her zaman son sıcaklık eksi ilk sıcaklık olur ve her ΔT pozitif veya negatif olabilir. Şu andaki örnek için

$$\Sigma\, Q = m_{\text{bardak}}\, c_{\text{bardak}}\,(T - 25°\text{C}) + m_{\text{çay}}\, c_{\text{çay}}\,(T - 95°\text{C}) = 0$$

İkinci terim negatiftir çünkü T, 95°C'den daha küçük olacaktır. Denklem çözülürse aynı sonuç bulunur.

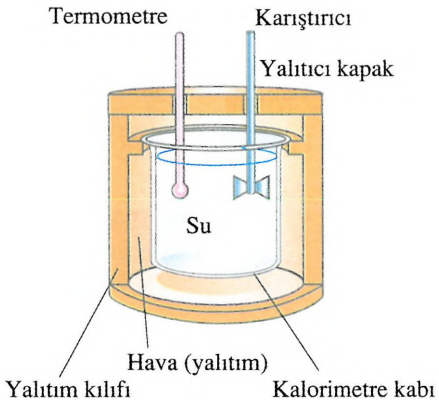
⚠ **DİKKAT**

Kaybedilen ısı = kazanılan ısı denklemini kullanırken ΔT her iki tarafta da pozitiftir

PROBLEM ÇÖZME

Alternatif yaklaşım $\Sigma Q = 0$

Örnek 19-3'te gösterildiği gibi, enerji değiş tokuşu, **kalorimetri** olarak bilinen ve ısı değiş tokuşunun nicel ölçümü olan bir tekniğin temelidir. Bu tür ölçümleri yapmak için **kalorimetre** kullanılır; basit bir su kalorimetresi Şek.19-4'te gösterilmiştir. Çevresi ile hiç ısı alış verişi yapmayacak şekilde kalorimetrenin iyi yalıtılmış olması çok önemlidir. Kalorimetrenin önemli bir kullanım alanı maddelerin öz ısılarının belirlenmesindedir. "Karışımlar metodu" olarak bilinen teknikte, bir madenin nümunesi çok yüksek bir sıcaklığa kadar ısıtılır, sıcaklığı hassas şekilde ölçülür ve çabucak kalorimetrenin soğuk suyuna daldırılır. Nümunenin kaybettiği ısı, su ve kalorimetre kabı tarafından kazanılacaktır. Karışımın son sıcaklığı ölçülerek aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi özgül ısı hesaplanabilir.



ŞEKİL 19–4 Basit su kalorimetresi.

ÖRNEK 19–4 **Bilinmeyen özgül ısı kalorimetri ile belirlenir.** Bir mühendis yeni bir metal alaşımın özgül ısısını belirlemek istiyor. Alaşımın 0.150 kg'lık bir nümunesi 540 °C'ye kadar ısıtılıyor. Daha sonra nümune 0.200 kg'lık alüminyum kalorimetre kabında 10 °C'de bulunan 0.400 kg'lık suyun içine çabucak daldırılıyor. (Yalıtım kılıfının kütlesini bilmemize gerek yok çünkü o ve kap arasındaki havanın onu yeteri kadar yalıttığını ve dolayısı ile sıcaklığının önemli derecede artmadığını kabul ediyoruz.) Sistemin son sıcaklığı 30.5°C'dir. Alaşımın özgül ısısını bulunuz.

YAKLAŞIM Alaşım nümunesi, su ve kalorimetre kabından oluşan sistemimize enerjinin korunumunu uyguluyoruz. Sistemin yalıtılmış olduğunu kabul ediyoruz, böylece sıcak alaşım tarafından kaybedilen enerji su ve kalorimetre kabı tarafından kazanılan enerjiye eşit olacaktır.

ÇÖZÜM Kaybedilen ısı kazanılan ısıya eşittir:

$$\begin{pmatrix}\text{alaşımın}\\ \text{kaybettiği}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{suyun}\\ \text{kazandığı}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{kilometre kabının}\\ \text{kazandığı}\end{pmatrix}$$

$$m_a\, c_a\, \Delta T_a = m_{su}\, c_{su}\, \Delta T_{su} + m_{kal}\, c_{kal}\, \Delta T_{kal}$$

Alt indisler "a", "su" ve "kal" sırası ile alaşım su ve kalorimetreyi temsil etmektedir ve her $\Delta T > 0$. Değerleri yerine yazar ve Tablo 19-1'i kullanırsak bu denklem

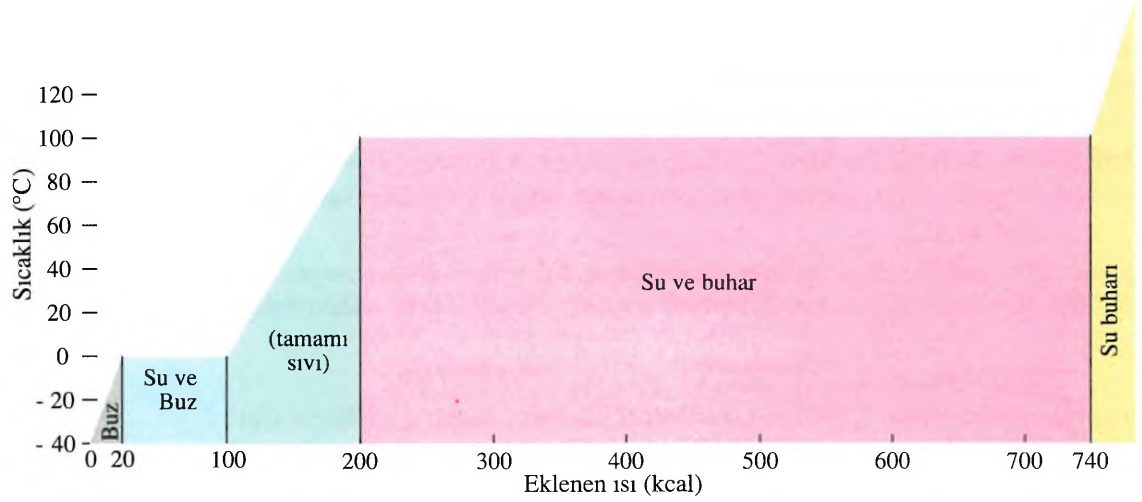
$$\begin{aligned}(0.150\,\text{kg})(c_a)(540°\text{C} - 30.5°\text{C}) &= (0.400\,\text{kg})(4186\,\text{J/kg}\cdot\text{C}°)(30.5°\text{C} - 10.0°\text{C})\\ &\quad + (0.200\,\text{kg})(900\,\text{J/kg}\cdot\text{C}°)(30.5°\text{C} - 10.0°\text{C})\\ (76.4\,\text{kg}\cdot\text{C}°)\,c_a &= (34{,}300 + 3690)\,\text{J}\\ c_a &= 497\,\text{J/kg}\cdot\text{C}°\end{aligned}$$

verir. Bu hesaplamayı yaparken termometreye ve (ısı transfer işlemini çabuklaştırmak ve böylece dış çevreye olan ısı kaybını önlemek üzere kullanılan) karıştırıcıya yapılan ısı transferi ihmal edilmiştir. Yukarıda denklemin sağ tarafına fazladan terimler ekleyerek bu durum göz önüne alınabilir ve sonuçta c_a'da küçük bir düzeltmeye sebep olur.

Bu tür Problemlerin ve Örneklerin hepsinde ısı kazanan ve ısı kaybeden (kabul edilebilir) *bütün* cisimleri eklediğinizden emin olun. Burada "ısı kaybeden" tarafında sadece metal alaşım vardır. "Isı kazanan" tarafında ise su ve alüminyum kalorimetre kabı vardır. Basit olması açısından termometre ve karıştırıcı gibi enerji dengesini sadece çok az etkileyen küçük kütleleri ihmal ettik.

PROBLEM ÇÖZME

Enerji aktarım kaynaklarının hepsini hesaba kattığınıza emin olun



ŞEKİL 19–5 -40°C'deki 1 kg buzu 100°C'nin üzerinde buhara çevirmek için eklenen ısının fonksiyonu olarak sıcaklığın değişimi.

19–5 Gizil ısı

Bir madde katıdan sıvıya veya sıvıdan gaza faz değiştirdiğinde (Kısım 18-3'e de bakınız), bu **faz değişimi** belirli bir miktar enerji gerektirir. Örneğin, hepsi 1 atm basınç altında olmak üzere, -40°C'de bulunan 1 kg'lık bir buz bloğu, buzun tamamı suya dönüşene kadar yavaş ve kararlı bir şekilde ısıtıldığında, daha sonra (sıvı) suyun 100 °C'ye kadar ısıtılarak buhara dönüştüğünde ve 100°C'nin üzerinde daha da ısıtıldığında ne olduğunu takip etmeye çalışalım. Şekil 19-5'teki grafikte gösterildiği gibi –40°C'den başlamak üzere buz ısıtıldığında eklenen ısı ile sıcaklığı 2 C°/kcal oranında artar (buz için $c \approx 0.50$ kcal/kg·C°'dir). Fakat 0°C'ye ulaşıldığında ısı hala eklenmesine rağmen sıcaklığın artması durur. Sıcaklıkta bir değişim olmaksızın, buz yavaş yavaş sıvı haldeki suya dönüşür. 0°C'de yaklaşık 40 kcal eklendikten sonra buzun yarısı kalır ve diğer yarısı suya dönüşmüş olur. 80 kcal veya 330 kJ eklendikten sonra hala 0°C'de kalmak üzere buzun tamamı suya dönüşür. Isının eklenmesine devam edilmesi, bu sefer 1 C°/kcal oranında olmak üzere, suyun sıcaklığının yeniden artmasına sebep olur. 100°C'ye ulaşıldığında eklenen ısı sıvı suyu buhara dönüştürdüğünden sıcaklık yine sabit kalır. 1 kg suyu tamamen buharlaştırmak için 540 kcal (2260 kJ) gerekir, bu miktardan sonra grafik yeniden yükselmeye başlar ve ısı eklendikçe buharın sıcaklığının arttığını gösterir.

Bir maddenin 1 kg'ını katı halden sıvı hale dönüştürmek için gereken ısı miktarına **erime ısısı** denir ve L_E ile gösterilir. Suyun erime ısısı 79.7 kcal/kg veya SI birimlerinde 333 kJ/kg (= 3.33 X 10^5 J/kg)'dır. Bir maddeyi sıvıdan buhar haline döndürmek için gereken ısıya **buharlaşma ısısı**, L_B, denir. Su için L_B 539 kcal/kg veya 2260 kJ/kg'dır. Erime noktası ve kaynama noktası sıcaklıkları ile beraber özgül ısıları ve erime ve buharlaşma ısıları farklı olmasına rağmen, diğer maddeler de Şek.19-5'teki grafiğe benzer davranış gösterirler. Bazı maddelerin aynı zamanda **gizil ısı** olarak da bilinen erime ve buharlaşma gizil ısıları Tablo 19-2'de gösterilmiştir.

Buharlaşma ve erime gizil ısıları aynı zamanda bir madde gazdan sıvıya veya sıvıdan katıya değiştiğinde *açığa çıkan* enerjiye de denir. Bu nedenle buhar, gazdan sıvıya değiştiğinde 2260 kJ/kg açığa çıkar; su buz olduğunda 333 kJ/kg dışarıya verir.

Faz değişiminde gereken enerji sadece gizil ısıya değil aynı zamanda maddenin toplam kütlesine de bağlıdır. Yani, L göz önüne alınan maddenin ve işlemin gizil ısısı, m maddenin kütle miktarı ve Q faz değişimi esnasında eklenen veya açığa çıkan ısı olmak üzere

$$Q = mL \qquad \textbf{(19–3)}$$

yazılabilir. Örneğin, 5.00 kg su 0°C'de donduğunda,
(5.00 kg)(3.33 × 10^5 J/kg) = 1.67 × 10^6 J'lük enerji açığa çıkar.

TABLO 19–2 Gizil Isılar (1 atm)

Madde	Erime Noktası (°C)	Erime Gizil Isısı kcal/kg†	Erime Gizil Isısı kJ/kg	Kaynama Noktası (°C)	Buharlaşma Gizil Isısı kcal/kg†	Buharlaşma Gizil Isısı kJ/kg
Oksijen	−218.8	3.3	14	−183	51	210
Azot	−210.0	6.1	26	−195.8	48	200
Etil Alkol	−114	25	104	78	204	850
Amonyum	−77.8	8.0	33	−33.4	33	137
Su	0	79.7	333	100	539	2260
Kurşun	327	5.9	25	1750	208	870
Gümüş	961	21	88	2193	558	2300
Demir	1808	69.1	289	3023	1520	6340
Tungsten	3410	44	184	5900	1150	4800

†kcal/kg birimindeki sayısal değerler cal/g birimi için de aynıdır.

ALIŞTIRMA B Bir kap su bir gaz ocağının üzerinde kaynıyor, siz ısıyı artırıyorsunuz, ne olur? (*a*) Suyun sıcaklığı artmaya başlar. (*b*) Buharlaşma ile su kaybetme hızında çok küçük bir azalma olur. (*c*) Kaynama ile su kaybetme hızı artar. (*d*) Hem kaynama hızında hem de sıcaklıkta hissedilir bir artış olur. (*e*) Bunlardan hiç birisi.

Aşağıdaki örneklerin gösterdiği gibi kalorimetri bazen bir hal değişikliği gerektirir. Gerçekte gizil ısılar çoğunlukla kalorimetri ile ölçülür.

ÖRNEK 19–5 Buzun tamamı eriyecek mi? 10°C'deki 0.50 kg'lık bir buz kalıbı 20°C'de bulunan 3.0 kg'lık bir "buzlu" çayın içine konuluyor. Son karışım hangi sıcaklıkta ve hangi fazda olacaktır? Çay, su olarak düşünülebilir. Çayın içinde bulunduğu kap da dahil olmak üzere dış çevreye olan ısı kayıplarını ihmal ediniz.

YAKLAŞIM Enerjinin korunumunu uygulayacağımız bir denklem yazmadan önce, son halin tamamının buz mu, 0°C'de buz ve su karışımı mı veya tamamının su mu olacağını görmek için kontrol etmemiz gerekir. 20°C'deki 3.0 kg suyu 0°C'ye getirmek için açığa çıkması gereken enerji (Dnk.19-2)

$$m_{su}\, c_{su}(20°C - 0°C) = (3.0\,kg)(4186\,J/kg\cdot C°)(20\,C°) = 250\,kJ$$

eder. Diğer yanda buzu −10°C'den 0°C'ye çıkarmak

$$m_{buz}\, c_{buz}[0°C - (-10°C)] = (0.50\,kg)(2100\,J/kg\cdot C°)(10\,C°) = 10.5\,kJ,$$

ve buzu 0°C'de suya dönüştürmek (Denklem 19-3)

$$m_{buz}\, L_E = (0.50\,kg)(333\,kJ/kg) = 167\,kJ,$$

gerektirir ve toplam 10.5 kJ + 167 kJ = 177 kJ enerji gerekir. Bu enerji 20°C'deki 3.0 kg suyu 0°C'ye getirmek için yeterli değildir, bu nedenle karışımın tamamı su olarak 0°C ile 20°C arasında bir yerde son bulmalıdır.

PROBLEM ÇÖZME
Önce son durumu belirleyin veya tahmin edin

ÇÖZÜM Son T sıcaklığını belirlemek için enerjinin korunumunu uygulayalım ve bu denklemi yazalım: kazanılan ısı= kaybedilen ısı,

$$\begin{pmatrix}\text{0.50 kg buzu}\\ -10°\text{Cden}\\ 0°\text{Cye}\\ \text{çıkaracak ısı}\\ \text{miktarı}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{0.50 kg buzu}\\ \text{suya}\\ \text{çevirecek ısı}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{0.50 kg suyu}\\ 0°\text{Cden } T\text{ ye}\\ \text{çıkarakcak ısı}\\ \text{miktarı}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}20°\text{Cden } T\text{ ye}\\ \text{soğuyan 3.0 kg}\\ \text{suyun}\\ \text{kaybettiği ısı}\end{pmatrix}.$$

Yukarıdaki sonuçların bazılarını kullanarak

$$10.5\,kJ + 167\,kJ + (0.50\,kg)(4186\,J/kg\cdot C°)(T - 0°C) = (3.0\,kg)(4186\,J/kg\cdot C°)(20°C - T)$$

yazabiliriz. T için çözüm yapılırsa

$$T = 5.0°C$$ elde edilir.

PROBLEM ÇÖZME
Sonra son sıcaklığı belirleyin

ALIŞTIRMA C Örnek 19-5'te bütün buzu eriterek çayın 0°C'ye gelmesi için −10°C'de ne kadar daha buz gerekir?

PROBLEM ÇÖZME

Kalorimetri

1. Enerjinin korunumunu uygulamak için yeterli bilgiye sahip olduğunuzdan emin olun. Kendi kendinize şunu sorun: **sistem yalıtılmış mı** (veya buna iyi bir tahminde bulunmaya yetecek kadar yakın mı)? Bütün önemli enerji transfer kaynaklarını biliyor muyuz veya hesaplayabilir miyiz?
2. **Enerjinin korunumunu** uygulayınız:

   Kazanılan ısı = kaybedilen ısı

   Sistemdeki her madde için bu denklemin sağında veya solunda bir terim olmalıdır. [Alternatif olarak $\Sigma Q = 0$. denklemini kullanınız.]
3. Eğer **faz değişimi oluşmazsa**, yukarıdaki enerjinin korunumu denklemindeki her terim, T_i ve T_s sırası ile maddenin ilk ve son sıcaklıkları, m kütlesi ve c özgül ısısı olmak üzere

   Q (kazanılan veya kaz) = $mc\,(T_i - T_s)$

   veya

   Q (kaydedilen veya kay) = $mc\,(T_i - T_s)$

   biçiminde olmalıdır.
4. Eğer **faz değişimi olursa** veya olma ihtimali bulunuyorsa, L gizil ısı olmak üzere enerjinin korunumu denkleminde $Q = mL$, şeklinde terimler olabilir. Fakat enerji korunum denklemini uygulamadan önce, Örnek 19-5'te yaptığımız gibi Q ısısına katkıda bulunan farklı değerleri hesaplayarak son durumun hangi fazda bulunacağını belirleyiniz (veya tahmin ediniz).
5. Her terimin **enerji denklemi**nin doğru tarafında bulunduğundan (kazanılan ısı ve kaybedilen ısı) ve her ΔT'nin pozitif olduğundan emin olunuz.
6. Sistem ısısal **dengeye** ulaştığında her maddenin son sıcaklığı aynı değere sahip olacaktır. Sadece bir T_s vardır.
7. Enerji denklemini bilinmeyen için **çözünüz.**

ÖRNEK 19–6 **Gizil ısı bulma.** Sıvı cıvanın öz ısısı 140 J/kg·C°'dir. Erime noktası -39°C'de bulunan 1.0 kg katı cıva 20°C'de 1.2 kg su içeren 0.50 kg'lık alüminyum kalorimetreye konulduğunda cıva erir ve bileşimin son sıcaklığının 16.5°C olduğu bulunur. Cıvanın erime gizil ısısı J/kg cinsinden nedir?

YAKLAŞIM Yukarıda veilen Problem Çözme Stratejisini uyguluyoruz.

ÇÖZÜM

1. **Sistem yalıtılmış mı?** Cıva çok iyi yalıtıldığını kabul ettiğimiz kalorimetrenin içine yerleştirilmiştir. Yalıtılmış sistemimiz kalorimetre, su ve cıvadan oluşur.
2. **Enerjinin Korunumu. Cıvanın kazandığı ısı = su ve kalorimetrenin kaybettiği ısı.**
3. ve 4. **Faz değişimleri.** Bir faz değişimi var (cıva) artı özgül ısı denklemlerini kullanıyoruz. Cıva (Hg) tarafından kazanılan ısı Hg'nin erimesini temsil eden bir terim içerir

   Q (katı Hg'yi eritme) = $m_{Hg}L_{Hg}$,

   artı sıvı Hg'nin –39°C'den +16.5°C'ye ısıtılmasını temsil eden bir terim:

   Q (sıvı Hg'yi ısıtma) = $m_{Hg}c_{Hg}$, [16.5°C – (–39°C)]

   = (1.0 kg) (140 J/kg·C°) (55.0 C°) = 7770 J.

   Cıva tarafından kazanılan bütün bu ısı, soğuyan su ve kalorimetreden gelir:

   $$Q_{kal} + Q_{su} = m_{kal}c_{kal}(20.0°C - 16.5°C) + m_{su}c_{su}\,(20.0\,°C - 6.5°C)$$
   $$= (0.50\,kg)(900\,J/kg\cdot C°)(3.5\,C°) + (1.2\,kg)(4186\,J/kg\cdot C°)(3.5\,C°)$$
   $$= 19{,}200\,J.$$
5. **Enerji denklemi.** Enerjinin korunumu bize su ve kalorimetre kabının kaybettiği ısının cıvanın kazandığı ısıya eşit olması gerektiğini söyler:

   $Q_{kal} + Q_{su} = Q$(katı Hg'yi eritme) + Q(sıvı Hg'yi ısıtma)

   veya

   $$19{,}200\,J = m_{Hg}L_{Hg} + 7770\,J.$$
6. **Denge sıcaklığı.** 16.5°C olarak verildi ve biz zaten onu kullandık.

7. Çöz. Enerji denklemimizde bir tek bilinmeyen (5. madde) cıvanın gizil erime ısısı L_{Hg}'dir. m_{Hg}=1.0 kg yazarak onun için çözüm yapalım:

$$L_{Hg} = \frac{19{,}200\,\text{J} - 7770\,\text{J}}{1.0\,\text{kg}} = 11{,}400\,\text{J/kg} \approx 11\,\text{kJ/kg},$$

Son işlemde sonucu 2 anlamlı sayıya yuvarladık.

Buharlaşma

Bir sıvıyı gaza dönüştürmek için gizil ısı sadece kaynama noktasında gerekli değildir. Su, sıvı halden gaz haline oda sıcaklığında bile geçebilir. Bu işlem **buharlaşma** olarak bilinir (Kısım 18-4'e de bakınız). Suyun buharlaşma ısısının değeri, sıcaklıktaki azalış ile çok az miktarda artış gösterir: Örneğin 100°C'ta 2260 kJ/kg (= 539 kcal/kg) iken 20°C'ta 2450 kJ/kg (= 585 kcal/kg)'dır. Su buharlaştığında geriye kalan sıvı soğur çünkü gereken enerji (buharlaşma gizil ısısı) suyun kendisinden gelir, bu nedenle suyun iç enerjisi ve dolayısı ile sıcaklığı düşmelidir.†

Suyun deriden buharlaşması vücudun sıcaklığı kontrol etmek için kullandığı en önemli yöntemlerden biridir. Kan sıcaklığı normalin biraz üzerine çıkınca beynin hipotalamus bölgesi bu sıcaklık artışını tespit eder ve ter bezlerine üretimlerini artırmaları için sinyal gönderir. Suyu buharlaştırmak için gerekli enerji (gizil ısı) vücuttan gelir ve böylece vücut soğur.

FİZİK UYGULAMASI
Vücut sıcaklığı

Gizil Isının Kinetik Teorisi

Bir maddeyi eritmek veya buharlaştırmak için neden enerji gerektiğini görmek amacıyla kinetik teoriyi kullanabiliriz. Erime noktasında, erime gizil ısısı katıdaki moleküllerin ortalama kinetik enerjisini (ve sıcaklığını) artırmaya çalışmaz, onun yerine moleküller arası kuvvetlerden kaynaklanan potansiyel enerjiyi aşmak için kullanılır. Yani moleküllerin katıdaki hemen hemen sabit konumlarından serbest hale gelmeleri için bu çekici kuvvetlere karşı iş yapılmalıdır, böylece sıvı fazda bunlar birbiri üzerinden serbestçe kayabilirler. Benzer şekilde sıvı fazda birbirlerine yakın tutulan moleküllerin gaz fazına geçmeleri için enerji gereklidir. Bu işlem erimeye nazaran çok daha şiddetli bir yeniden örgütlenmedir (moleküller arası ortalama uzaklık aşırı artar), bu nedenle verilen bir madde için buharlaşma gizil ısısı genel olarak erime gizil ısısından çok daha büyüktür.

19–6 Termodinamiğin Birinci Yasası

Şimdiye kadar bu Bölümde iç enerji ve ısıyı tartıştık. Fakat termodinamik işlemlerde iş de sıklıkla kullanılır.

Bölüm 8'de mekanik yollarla bir cisimden diğerine enerji transfer edildiğinde iş yapıldığını gördük. Kısım 19-1'de ısının bir cisimden daha düşük sıcaklıktaki diğerine bir enerji transferi olduğunu gördük. Bu nedenle ısı işe çok benzemektedir. İkisini ayırmak için *ısı sıcaklık farkından dolayı enerji aktarımı* olarak tanımlanırken, iş sıcaklık farkından dolayı olmayan enerji aktarımıdır.

Kısım 19-2'de bir sistemin iç enerjisini sistemdeki moleküllerin bütün enerjilerinin toplamı olarak tanımladık. Eğer sistem üzerine iş yapılırsa veya ona ısı eklenirse sistemin iç enerjisinin artmasını bekleriz. Benzer şekilde eğer sistemden dışarı ısı akışı olursa veya sistem etrafındaki herhangi bir şey üzerine iş yaparsa iç enerji azalabilir.

†Kinetik teoriye göre buharlaşma bir soğutma işlemidir çünkü yüzeyden ayrılan moleküller en hızlı olanlardır. Böylece geriye kalan moleküllerin ortalama hızı daha küçük ve Dnk. 18-4'ten sıcaklık daha düşüktür.

Bu nedenle enerjinin korunumunu genişletmek ve önemli bir yasa önermek akıllıcadır: Kapalı bir sistemin iç enerjisindeki değişim $\Delta E_{iç}$, sisteme ısıtılarak eklenen enerji ile sistem tarafından çevre üzerine yapılan işin farkına eşittir. Denklem biçiminde yazmak gerekirse, Q sisteme *eklenen net ısı* ve W sistem *tarafından* yapılan net iş olmak üzere,

TERMODİNAMİĞİN BİRİNCİ YASASI

$$\Delta E_{iç} = Q - W \qquad \textbf{(19–4)}$$

Eklenen ısı +
Kaybedilen ısı −
Sistem üstüne yapılan iş −
Sistemin yaptığı iş +

yazabiliriz.[†] Q ve için işaret seçimlerini yaparken dikkatli ve tutarlı olmalıyız. Dnk.19-4'te W sistem tarafından yapılan iş olduğundan, eğer sistem üzerine iş yapılırsa W negatif olacak ve $E_{iç}$ artacaktır. Benzer şekilde Q sisteme eklenen ısı için pozitiftir, eğer ısı sistemi terk ediyorsa Q negatif olur.

Dnk. 19-4 **termodinamiğin birinci yasası** olarak bilinir. Bu fiziğin önemli yasalarından biridir ve onun geçerliliği (Joule'nin ki gibi) deneylere dayanır ve bu güne kadar istisna bir durum görülmemiştir. Q ve W sistemin içine veya dışına aktarılan enerjiyi temsil ettiğinden iç enerji bunlara bağlı olarak değişir. Bu nedenle termodinamiğin birinci yasası e*nerjinin korunumu yasasının* geniş ve önemli bir ifadesidir.

Enerjinin korunumu yasasının formülasyonunun, ısının bir enerji transferi gibi yorumlanmasına bağlı olduğundan, on dokuzuncu yüzyılın sonuna kadar yapılmadığını burada belirtmekte fayda vardır.

Dnk. 19-4 kapalı bir sistem için geçerlidir. Madde miktarındaki artış veya azalışa göre iç enerjideki değişim göz önüne alındığında, açık bir sistem (Kısım 19-4) içinde geçerlidir. Yalıtılmış bir sistem için (s. 500) hiç iş yapılmaz ve sisteme ısı girmez veya ısı sistemi terk etmez, bu nedenle $W = Q = 0$ ve böylece $\Delta E_{iç} = 0$ olur.

Verilen bir sistem herhangi bir zamanda belirli bir haldedir ve belirli bir miktar $E_{iç}$ iç enerjisine sahip olduğu söylenebilir. Fakat bir sistem belirli miktarda ısı veya işe "sahip" olmaz. Daha ziyade, sistem üzerine iş yapıldığında (bir gazın sıkıştırılması gibi) veya sisteme ısı eklendiğinde veya sistemden ısı uzaklaştırıldığında, sistemin hali değişir. Bu nedenle sistemi bir halden diğerine değiştiren *termodinamik işlemler*de iş ve ısı işin içine girer; bunlar sistemin içinde bulunduğu halin kendisinin özelliği değildir. İç enerji $E_{iç}$, basınç P, hacim V, sıcaklık T ve kütle m veya mol sayısı n gibi sistemin içinde bulunduğu hali tanımlayan niceliklere **hal değişkenleri** denir. Q ve W hal değişkeni değildir.

Eiç sistemin o hale nasıl ulaştığına değil, sistemin içinde bulunduğu hale bağlı olan bir hal değişkeni olduğundan, $E_{iç},1$ ve $E_{iç},2$ sistemin 1 ve 2 hallerindeki iç enerjisini göstermek üzere

$$\Delta E_{iç} = E_{iç},2 - E_{iç},1 = Q - \mathrm{W}$$

yazabiliriz. Burada Q ve W sırası ile, sistem 1 halinden 2 haline gittiğinde, sisteme eklenen ısı ve sistem tarafından yapılan işi temsil eder.

Termodinamiğin birinci yasasını bazen diferansiyel formunda yazmak faydalıdır:

$$\Delta E_{iç} = dQ - dW$$

Burada dEiç sonsuz küçük miktarda ısı (dQ) sisteme eklendiğinde ve sistem sonsuz küçük miktarda iş (dW)yaptığında iç enerjide meydana gelen sonsuz küçük değişikliği göstermektedir.[‡]

[†]Bu gelenek tarihsel olarak buhar makineleri ile ilgilidir: ilgilenilen konu her ikisi de pozitif kabul edilen giren ısı ve çıkan iş idi. Başka kitaplarda termodinamiğin birinci yasasının $\Delta E_{iç} = Q + W$ şeklinde yazılmış olduğunu görebilirsiniz, bu durumda W sistem üzerine yapılan işi temsil eder.

[‡]Birinci yasanın diferansiyel formu çoğunlukla

$$dE_{iç} = đQ - đW,$$

şeklinde yazılır. Burada diferansiyel işaretinin üzerindeki çizgiler bize W ve Q'nün (P, V, T, n gibi) hal değişkenleri olmadığını hatırlatmak içindir. İç enerji ($E_{iç}$) hal değişkenlerinin bir fonksiyonudur ve bu nedenle dEiç bir fonksiyonun ($E_{iç}$) (tam diferansiyel olarak bilinen) diferansiyelini temsil eder. $đW$ ve $đQ$ tam diferansiyel değildir (onlar bir matematiksel fonksiyonun diferansiyeli değildir); bu nedenle onlar ancak sonsuz küçük miktarları temsil etmektedir. Bu konu ile bu kitapta daha fazla ilgilenilmeyecektir.

ÖRNEK 19–7 **Birinci yasanın kullanılışı.** Bir sisteme 2500 J ısı eklenmiş ve sistem üzerinde 1800 J'lük iş yapılmıştır. Sistemin iç enerjisindeki değişim ne kadardır?

YAKLAŞIM Sistemimize termodinamiğin birinci yasasını uyguluyoruz (Dnk.19-4).

ÇÖZÜM Sisteme eklenen ısı Q = 2500 J'dür. Sistem *tarafından* yapılan W işi –1800 J'dür. Neden negatif işareti? Çünkü verildiği gibi sistem üzerine yapılan 1800 J sistem *tarafından* yapılan –1800 J'e eşittir ve bu son durum Dnk.19-4'te kullanılan işaret seçimi ile uyumludur. Böylece

$$\Delta E_{iç} = 2500\ \text{J} - (-1800\ \text{J}) = 2500\ \text{J} + 1800\ \text{J} = 4300\ \text{J}$$

elde edilir. Her ikisi de sisteme eklenen enerji olduğundan sezgisel olarak 2500 J ve 1800 J'ün eklenmesi gerektiğini düşünmüş olabilirsiniz. Haklısınız.

ALIŞTIRMA D Örnek 19-7'de 2500 J'lük ısı sisteme eklenmiş ve sistem *tarafından* 1800 J'lük iş yapılmış olsaydı, iç enerjideki değişim ne olurdu?

*Termodinamiğin Birinci Yasası Genişletildi

Termodinamiğin birinci yasasını tam haliyle yazmak için potansiyel enerji (U) yanında kinetik enerjisi (K) de olan bir sistem göz önüne alalım. Bu durumda termodinamiğin birinci yasası bu terimleri de içermeli ve

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{iç} = Q - W \quad \text{yazılabilir.} \qquad \textbf{(19–5)}$$

ÖRNEK 19–8 **Kinetik enerji ısı enerjisine dönüşür.** 400 m/s hızla giden 3 g'lık bir mermi bir ağaca saplanır ve diğer ucundan 200 m/s hızla çıkar. Merminin kaybedilen kinetik enerjisi nereye gitmiştir ve hangi enerjiye dönüşmüştür?

YAKLAŞIM Mermi ve ağacı sistemimiz olarak alalım. Potansiyel enerjinin bir rolü yoktur. Dış kuvvetler tarafından sistem üzerine (veya sistem tarafından) bir iş yapılmamıştır. Bir sıcaklık farkından dolayı sisteme veya sistemden dışarı ısı transferi olmadığından sisteme ısı da eklenmemiştir. Bu nedenle kinetik enerji mermi ve ağacın iç enerjisine dönüştürülmüştür.

ÇÖZÜM $Q = W = \Delta U = 0$ olduğu bize verilmiştir. Dnk.19-5'te verilen termodinamiğin birinci yasasından

$$\Delta K + \Delta E_{iç} = 0$$

yazabiliriz. Veya ilk ve son hızlar için i ve f alt indislerini kullanırsak

$$\Delta E_{iç} = -\Delta K = -(K_S - K_i) = \tfrac{1}{2}m(v_i^2 - v_f^2)$$
$$= \tfrac{1}{2}(3.0 \times 10^{-3}\ \text{kg})\left[(400\ \text{m/s})^2 - (200\ \text{m/s})^2\right] = 180\ \text{J}.$$

NOT Her ikisinde de bir sıcaklık artışı olduğundan hem merminin hem de ağacın iç enerjisi artar. Eğer sadece mermiyi sistemimiz olarak seçmiş olsaydık, onun üzerinee iş yapılmış ve ısı transferi meydana gelmiş olurdu.

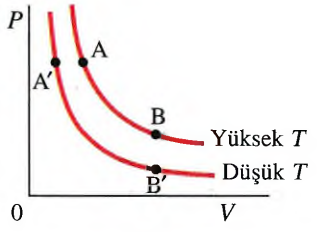
19–7 Termodinamiğin Birinci Yasasının Uygulaması; Yapılan İşin Hesaplanması

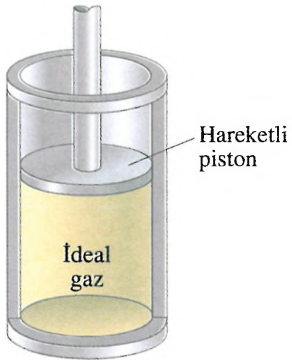
Termodinamiğin birinci yasasının ışığında bazı basit süreçleri analiz edelim.

Eşsıcaklıklı (izotermal) Süreçler ($\Delta T = 0$)

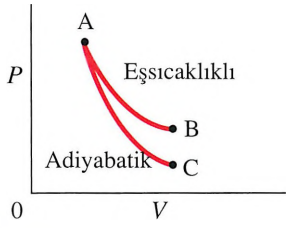
Önce sabit bir sıcaklık altında yapılan ideal bir süreci göz önüne alalım. Böyle bir süreç eşsıcaklıklı (izotermal) süreç olarak bilinir (izotermal Yunanca "aynı sıcaklık" anlamına gelir). Sistem ideal bir gaz ise, $PV = nRT$ olur (Dnk. 17-3), bu nedenle sabit sıcaklık altında tutulan belirli bir miktardaki gaz için PV = sabit yazılabilir. Böylece bu süreç Şek.19-6'da AB eğrisi ile gösterilen PV diyagramına benzer bir eğriyi takip eder ve bu eğri PV = sabit eğrisidir. Eğri üzerindeki her nokta, örneğin A noktası gibi, sistemin o andaki halini, yani P basıncını ve V hacmini temsil eder. Daha düşük bir sıcaklıkta başka bir eşsıcaklıklı süreç Şek.19-6'daki A′B′ gibi bir eğri ile temsil edilebilir (T daha küçük ise $PV = nRT$ = sabit çarpımı daha küçüktür). Şek.19-6'da gösterilen eğriler *eşsıcaklık eğrileri (izoterm)* olarak bilinir.

ŞEKİL 19–6 İki farklı sıcaklıkta eşsıcaklıklı süreçlerden geçen ideal gaz için PV diyagramı.



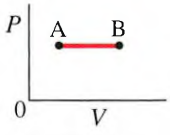


ŞEKİL 19–7 Hareketli bir pistona sahip bir silindir içindeki ideal gaz.

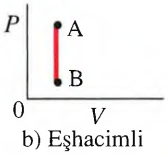


ŞEKİL 19–8 *Bir ideal gaz üzerindeki adiyabatik (AC) ve eşsıcaklıklı (AB) süreçleri için PV diyagramı.*

ŞEKİL 19–9 (a) Eşbasınçlı ("aynı basınçta") süreç. (b) Eşhacimli ("aynı hacimde") süreç.

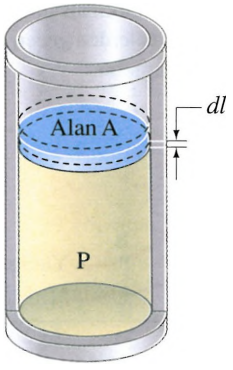


(a) Eşbasınçlı



b) Eşhacimli

ŞEKİL 19–10 Bir gazın hacmi $dV = A\,d\ell$ kadar arttığında gazın yaptığı iş $dW = P\,dV$ ile verilir.



Gazın hareketli bir pistonu bulunan bir kap içinde bulunduğunu (Şek.19-7) ve gazın bir ısı rezervuarı ile temas halinde olduğunu düşünelim (ısı rezervuarı, kütlesi çok büyük olduğundan sistemimizle ısı değişimi yaptığında ideal olarak sıcaklığı değişmeyen cisim olarak tanımlanır). Gazın sıkıştırma (hacim azalması) veya genleşme (hacim artışı) işlemlerinin durağanımsı ("hemen hemen durağan ") şekilde yapıldığını da kabul ediyoruz. Durağanımsı nitelemesi ile işlemin çok yavaş yapıldığını ve bütün gazın her biri aynı sıcaklıkta olan bir dizi denge halinden geçtiğini söylemek istiyoruz. Eğer sisteme Q kadar ısı eklenmiş ve sistemin sıcaklığı sabit kalacaksa, gaz genleşir ve çevresi üzerine W kadar iş yapar (piston üzerine bir kuvvet uygular ve bir miktar hareket ettirir). Sıcaklık ve madde miktarı sabit tutulduğundan iç enerji değişmez (Dnk.19-1): $\Delta E_{\text{iç}} = \frac{3}{2}nR\,\Delta T = 0$. Termodinamiğin birinci yasası gereğince (Dnk.19-4) $\Delta E_{\text{iç}} = Q - W = 0$ olur ve böylece $W = Q$ bulunur: Bir eşsıcaklıklı süreçte gazın yaptığı iş gaza eklenen ısıya eşittir.

Adiyabatik Süreçler ($Q = 0$)

Adiyabatik bir süreç sistemin içine veya sistemden dışarı ısı akışına izin verilmeyen bir süreçtir : $Q = 0$. Bu durum, sistem mükemmel yalıtıldığında veya sürecin ısının içeri veya dışarı akmaya zaman bulamayacağı kadar çok hızlı oluştuğu durumlarda -ısı yavaş aktığından- ortaya çıkar. İçten yanmalı motorlarda gazların çok hızlı genleşmesi hemen hemen adiyabatik olan süreçlere bir örnektir. İdeal bir gazın yavaşça adiyabatik genleşmesi Şek.19-8'de AC ile gösterilene benzer bir eğri izler. $Q = 0$ olduğundan, Dnk.19-4'ten $\Delta E_{\text{iç}} = -W$ yazabiliriz. Yani gaz genleşince iç enerji azalır, dolayısı ile sıcaklık ta azalır (çünkü $\Delta E_{\text{iç}} = \frac{3}{2}nR\,\Delta T$)'dir). Bu durum Şek.19-8'de PV $(= nRT)$ çarpımının C noktasında B'den daha küçük olmasından açıkça bellidir (AB eğrisi $\Delta E_{\text{iç}} = 0$ ve $\Delta T = 0$ lduğu eşsıcaklıklı bir süreç içindir). Tersine işlemde adiyabatik sıkıştırma (örneğin C'den A'ya gidilirse) sistem *üzerine* iş yapılır ve dolayısı ile iç enerji artar ve sıcaklık yükselir. Dizel bir motorda yakıt gaz karışımı 15 kat veya daha fazla miktarda adiyabatik olarak hızla sıkıştırılır; sıcaklık yükselmesi o kadar büyük olur ki gaz kendiliğinden tutuşur.

Eşbasınçsal ve Eşhacimsel Süreçler

Eşsıcaklıklı ve adiyabatik süreçler meydana gelmesi olası süreçlerden sadece ikisidir. Başka iki basit termodinamik süreç te Şek.19-9'daki PV diyagramlarında gösterilmiştir: (*a*) **eşbasınçsal** süreç basıncın sabit tutulduğu ve böylece PV diyagramında olayın yatay düz bir çizgi ile temsil edildiği bir süreçtir (Şek.19-9a), (*b*) **eşhacimsel** süreç hacmin değişmediği bir süreçtir (Şek.19-9b). Bu ve diğer bütün süreçlerde termodinamiğin birinci yasası geçerlidir.

Hacim Değişimlerinde Yapılan İş

Çoğunlukla bir süreçte yapılan işi hesaplamak isteriz. Hareketli bir pistona sahip silindirik bir kapta bulunan bir gazı göz önüne alalım (Şek.19-10). Sistemimizin ne olduğunu tam olarak tanımlamak için her zaman çok dikkatli olmalıyız. Bu durum için gazı sistemimiz olarak seçiyoruz, dolayısı ile kabın çeperleri ve piston dış çevrenin elemanlarıdır. Şimdi gaz durağanımsı olarak genleştiğinde gazın yaptığı işi hesaplayalım, burada sistem için P ve T her an için tanımlıdır[†] Gaz, alanı A olan pistona karşı genleşir. P gazın basıncı olmak üzere, gaz pistona $F = PA$ kuvvetini uygular. Pistonu çok küçük bir $d\vec{\ell}$ yer değiştirmesi kadar hareket ettirmek için gazın yaptığı iş, hacimdeki çok küçük artış $dV = A\,d\ell$ olduğundan,

$$dW = \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\ell} = PA\,d\ell = P\,dV \qquad \textbf{(19–6)}$$

ile verilir. Eğer gaz *sıkıştırılırsa* $d\vec{\ell}$ 'nin yönü gazın içine doğru olur, hacim azalır ve $dV < 0$ olur. Bu durumda gaz tarafından yapılan iş negatif olur ve bu, gaz tarafından değil de gaz üzerine pozitif bir iş yapılmış olduğunu söylemekle eşdeğerdir. Gazın

[†]Eğer gaz hızla genleşir veya sıkıştırılırsa, türbülans oluşabilir ve değişik bölümler değişik basınçta (ve sıcaklıkta) olabilir.

hacminde V_A'dan V_B'ye sonlu bir değişim için gazın yaptığı W işi

$$W = \int dW = \int_{V_A}^{V_B} P\,dV. \qquad \textbf{(19–7)}$$

ile verilir. Dnk.19-6 ve 19-7 herhangi bir hacim değişiminde bir gaz, sıvı veya katı tarafından yapılan işi verir, yeter ki süreç durağanımsı olarak yapılmış olsun.

Dnk.19-7'nin integralini almak için süreç esnasında basıncın nasıl değiştiğini bilmemiz gerekir ve bu sürecin tipine bağlıdır. Önce ideal bir gazın durağanımsı eşsıcaklıklı genleşmesini ele alalım. Bu işlem Şek.19-11'de gösterilen PV diyagramında A ve B noktaları arasındaki eğri ile temsil edilir. Bu süreçte gazın yaptığı iş Dnk. 19-7'ye göre PV eğrisi ile V ekseni arasında kalan alandır ve bu Şek.19-11'de renkli olarak gölgelendirilmiştir. Dnk. 19-7'deki integrali ideal bir gaz için ideal gaz yasasını kullanarak çözebiliriz. Sabit T altında yapılan iş

$$W = \int_{V_A}^{V_B} P\,dV = nRT\int_{V_A}^{V_B}\frac{dV}{V} = nRT\ln\frac{V_B}{V_A} \quad \text{ile verilir.} \left[\begin{array}{c}\text{eşsıcaklıklı}\\ \text{süreç; ideal gaz}\end{array}\right] \textbf{(19–8)}$$

Şimdi ideal gazı aynı A ve B halleri arasından geçirmenin farklı bir yolunu göz önüne alalım. Bu sefer Şek.19-12'de AD çizgisi ile gösterildiği gibi gazın basıncını P_A'dan P_B'ye düşürelim. (Eşhacimsel bu süreçte ısının gazın dışına akışına izin verilmelidir ki sıcaklığı düşsün). Daha sonra Şek.19-12'de DB çizgisi ile gösterildiği gibi gazın sabit basınç altında (= P_B) V_A'dan V_B'ye genleşmesine izin verelim. (*Eşbasınçsal* bu süreçte sıcaklığı artırmak üzere gaza ısı eklenmiştir). $dV = 0$ olduğundan eşhacimsel AD süreci esnasında iş yapılmaz.

$$W = 0. \qquad \text{[eşhacimsel süreç]}$$

Eşbasınçsal DB sürecinde basınç sabit kalır ve bu nedenle

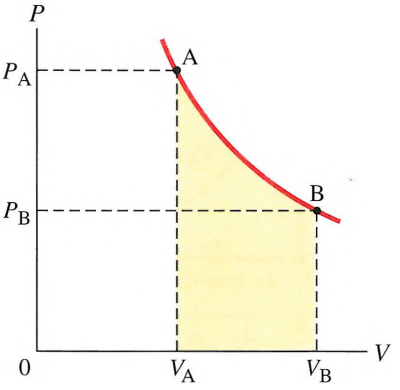
$$W = \int_{V_A}^{V_B} P\,dV = P_B(V_B - V_A) = P\,\Delta V. \qquad \text{[eşbasınçsal süreç]} \quad \textbf{(19–9a)}$$

Burada da yapılan iş Şek.19-12'de gölgeli gösterildiği gibi PV diyagramında ADB eğrisi ile V ekseni arasında kalan alan ile temsil edilir. İdeal gaz yasasını kullanarak aynı zamanda

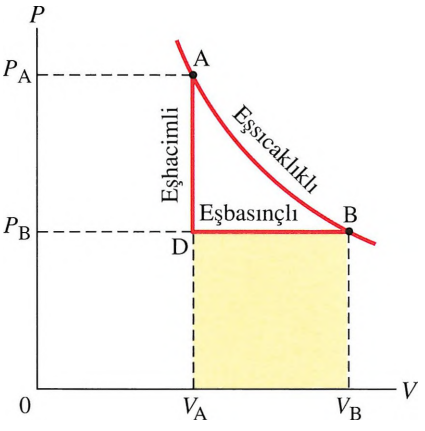
$$W = P_B(V_B - V_A) = nRT_B\left(1 - \frac{V_A}{V_B}\right) \text{ yazabiliriz.} \left[\begin{array}{c}\text{eşbasınçsal}\\ \text{süreç; ideal gaz}\end{array}\right] \textbf{(19–9b)}$$

Şek.19-11 ve 19-12'deki gölgeli alanlardan veya Dnk19-8 ve 19-9'a sayılar koyarak ($V_B = 2V_A$ için deneyiniz) görülebileceği gibi bu iki süreçte yapılan işler farklıdır. Bu genel bir sonuçtur. *Bir sistemi bir halden diğerine dönüştürürken yapılan iş sadece başlangıç ve bitiş hallerine değil aynı zamanda sürecin tipine (veya "izlenen yola") de bağlıdır.*

Bu sonuç işin bir sistemin bir özelliği olarak alınamayacağını bir daha göstermiştir. Aynı şey ısı için de doğrudur. Gazı A halinden B haline getirmek için gereken ısı girdisi sürece bağlıdır; Şek.19-11'deki eşsıcaklıklı süreç için gerekli ısı Şek.19-12'deki ADB sürecinden daha büyüktür. Genelde *bir sistemi bir halden diğerine dönüştürmek için eklenen veya çıkarılan ısı miktarı sadece başlangıç ve bitiş hallerine değil aynı zamanda izlenen yola veya sürece bağlıdır.*



ŞEKİL 19–11 Eşsıcaklıklı bir süreçte ideal gazın yaptığı iş PV eğrisinin altındaki alana eşittir. Gölgeli alan gaz V_A'dan V_B'ye genleştiğinde gazın yaptığı işe eşittir.

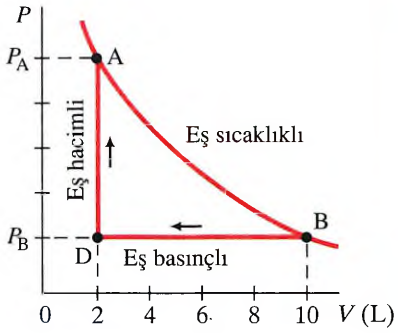


ŞEKİL 19–12 ADB işlemi bir eşhacimli (AD) ve bir eşbasınçlı (DB) süreçten oluşur.

KAVRAMSAL ÖRNEK 19–9 **Eşsıcaklıklı ve adiyabatik süreçlerde iş.** Şek.19-8'de eşsıcaklıklı ve adiyabatik olarak iki şekilde genleşen bir gazın PV diyagramlarını gördük. Her iki durumda da başlangıç V_A hacimleri aynı idi ve son hacimler de aynı idi ($V_B = V_C$). Hangi süreçte gaz daha çok iş yapmıştır?

YANIT Sistemimiz gazdır. Şek.19-8'e bakarak iki basit yolla görülebileceği gibi eşsıcaklıklı süreçte gaz daha çok iş yapar. Birincisi eşsıcaklıklı AB süreci süresince "ortalama" basınç daha yüksektir, bu nedenle $W = \overline{P}\,\Delta V$ daha büyüktür (her iki süreçte içinde ΔV aynıdır). İkincisi her eğri altındaki alana bakabiliriz: yapılan işi temsil eden AB eğrisi altındaki alan AC altındakinden daha büyüktür (çünkü AB eğrisi daha yüksektir).

ALIŞTIRMA E Şekil 19-12'deki ADB işleminde gazın yaptığı iş, eşsıcaklıklı AB sürecinde yapılandan daha mı büyük, daha mı küçük veya eşit mi?



ŞEKİL 19–13 Örnek 19–10.

ÖRNEK 19–10 Eşbasınçsal ve eşhacimsel süreçlerde birinci yasa. İdeal bir gaz sabit 2.0 atm basıncında 10.0 L'den 2.0 L'ye yavaş yavaş sıkıştırılıyor. Bu süreç B'den D'ye izlenen yol ile Şek.19-13'te temsil edilmektedir. (Bu süreçte bir miktar ısı gazın dışına akar ve sıcaklık düşer.) Daha sonra gaza ısı eklenerek sabit hacim altında basıncın ve sıcaklığın artmasına sıcaklık başlangıçtaki değerine ulaşana kadar ($T_A = T_B$) izin veriliyor (DA çizgisi). (*a*) BDA işleminde gazın yaptığı toplam işi ve (*b*) gaza aktarılan toplam ısıyı hesaplayınız.

YAKLAŞIM (*a*) İş sadece BD sıkıştırma sürecinde yapılır. DA sürecinde hacim sabit olduğundan ($\Delta V = 0$) iş yapılmaz. (*b*) Termodinamiğin birinci yasasını kullanıyoruz (Dnk.19-4).

ÇÖZÜM (*a*) BD sıkıştırması esnasında basınç 2.0 atm = $2(1.01 \times 10^5\ \text{N/m}^2)$ ve yapılan iş ($1\ \text{L} = 10^3\ \text{cm}^3 = 10{-}3\ \text{m}^3$ olduğundan)

$$W = P\,\Delta V = (2.02 \times 10^5\ \text{N/m}^2)(2.0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 - 10.0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3)$$
$$= -1.6 \times 10^3\ \text{J}.$$

olur. Gaz tarafından yapılan toplam iş -1.6×10^{-3} J'dür. Eksi işareti 1.6×10^{-3} J'lük işin gaz üzerine yapıldığı anlamına gelir.

(*b*) BDA sürecinin başlangıcındaki ve sonundaki sıcaklıklar aynı olduğundan iç enerjide değişim olmaz: $\Delta E_{iç} = 0$. Termodinamiğin birinci yasasından

$$\Delta E_{iç} = Q - W.$$

yazabiliriz. Böylece $Q = W = -1.6 \times 10^3$ J olur. Q negatif olduğundan BDA sürecinin tamamında 1600 J'lük ısı gazdan dışarı akar.

ALIŞTIRMA F Örnek 19-10'da BD işleminde gazın kaybettiği ısı 8.4×10^3 J ise BD işlemi esnasında iç enerjide meydana gelen değişim ne kadardır?

ÖRNEK 19–11 Bir motorda yapılan iş. Bir motorda silindirdeki 0.25 mol'lük ideal bir gaz adiyabatik ve hızlı bir şekilde pistonu iterek genleşir. İşlemde gazın sıcaklığı 1150 K'den 400 K'e düşer. Gaz ne kadar iş yapmıştır?

YAKLAŞIM Gazı sistemimiz olarak alıyoruz (piston dış çevrenin bir parçasıdır). Basınç sabit değildir ve ne kadar değiştiği verilmemiştir. Bunun yerine termodinamiğin birinci yasasını kullanabiliriz çünkü $Q = 0$ olduğundan (süreç adiyabatiktir) $\Delta E_{iç}$ miktarını belirleyebiliriz.

ÇÖZÜM İdeal tek atomlu bir gazın iç enerjisini veren Dnk.19-1'i kullanarak $\Delta E_{iç}$'i buluruz. i ve s alt indislerini ilk ve son durumlar için kullanarak

$$\Delta E_{iç} = E_{iç,s} - E_{iç,i} = \tfrac{3}{2}nR(T_s - T_i)$$
$$= \tfrac{3}{2}(0.25\ \text{mol})(8.314\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(400\ \text{K} - 1150\ \text{K})$$
$$= -2300\ \text{J}$$

bulunur. Şimdi termodinamiğin birinci yasası kullanılırsa (Dnk. 19-4)

$$W = Q - \Delta E_{iç} = 0 - (-2300\ \text{J}) = 2300\ \text{J}.$$

Tablo 19-3 tartıştığımız süreçlerin kısa bir özetini göstermektedir.

Serbest Genleşme

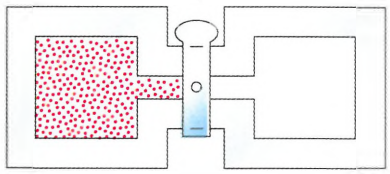
Adiyabatik süreçlerin bir tipi, serbest genleşme olarak adlandırılan, bir gazın iş yapmadan adiyabatik olarak hacimsel genleşmesine izin verilmesidir. Serbest genleşme elde etmek

TABLO 19–3 Basit Termodinamik Süreçler ve Birinci Yasa

Süreç	Sabit olan:	Birinci yasasının öngörüsü:
Eşsıcaklık	T = sabit	$\Delta T = 0$ olması $\Delta E_{iç} = 0$ yapar, böylece $Q = W$ olur.
Eşbasınç	P = sabit	$Q = \Delta E_{iç} + W = \Delta E_{iç} + P\Delta V$
Eşhacim	V = sabit	$\Delta V = 0$ olması $W = 0$ yapar, böylece $Q = \Delta E_{iç}$ olur.
Adiyabatik	$Q = 0$	$\Delta E_{iç} = -W$

için kullanılabilecek düzenek Şek.19-14'te gösterilmiştir. Düzenek çok iyi yalıtılmış (içeriye veya dışarıya ısı akışına engel olmak için) ve birbirlerine bir valf veya vana ile bağlanmış iki bölmeden oluşur. Bir bölme gaz ile doldurulmuş olup diğeri boştur. Vana açıldığında gaz iki bölmeyi de dolduracak şekilde genleşir. Isı içeri veya dışarı akmaz ($Q = 0$) ve gaz hiçbir cismi hareket ettirmediğinden iş yapılmaz. Böylece $Q = W = 0$ olur ve termodinamiğin birinci yasası gereği $\Delta E_{iç} = 0$'dır. *Serbest bir genleşmede bir gazın iç enerjisi değişmez.* İdeal bir gaz için $E_{iç}$ sadece T'ye bağlı olduğundan ΔT'de sıfırdır (Kısım19-2). Deneysel olarak, serbest genleşme *gerçek gazların* iç enerjisinin sadece T'ye bağlı olup olmadığını bulmak için kullanılmıştır. Deneylerin hassas bir şekilde yapılması çok zordur fakat serbest genleşmede gerçek bir gazın sıcaklığının çok az düştüğü bulunmuştur. Bu nedenle gerçek gazların iç enerjisi, çok az bir miktar, basınç veya hacme ve sıcaklığa da bağlıdır.

Süreç hızlı olduğundan (durağanımsı değil) bir serbest genleşme olayı bir PV diyagramında gösterilemez. Ara haller denge halleri olmadığından basınç (ve hatta belirli anlardaki hacim bile) tam olarak tanımlı değildir.



ŞEKİL 19–14 Serbest genleşme.

19–8 Gazların Moler Özgül Isısı ve Enerjinin Eşbölüşümü

Kısım 19-3'te özgül ısı kavramını tartıştık ve bu kavramı katı ve sıvılara uyguladık. Gazların özgül ısısı, katı ve sıvılarda olduğundan daha çok, sürecin nasıl yapıldığına bağlıdır. Önemli iki süreç hacmin veya basıncın sabit tutulduğu süreçlerdir. Katı ve sıvılar için çok az fark etmesine rağmen, Tablo 19-4 gazların sabit hacim (C_V) ve sabit basınç (C_P) altındaki özgül ısılarının çok farklı olduğunu göstermektedir.

Gazlar İçin Moler Özgül Isı

Gazların özgül ısıları arasındaki fark termodinamiğin birinci yasası ve kinetik teori ile gayet iyi bir şekilde açıklanabilir. 1 mol gazın sıcaklığını sabit hacim (basınç) altında 1 C° yükseltmek için gereken ısı olarak tanımlanan moler özgül ısı C_V (C_P) kullanılırsa tartışmamız basitleşir. Dnk.19-2'ye benzer olarak, n mol gazın sıcaklığını ΔT kadar arttırmak için gereken Q ısısı

$$Q = nC_V\Delta T \qquad \text{[hacim sabit]} \quad \textbf{(19–10a)}$$

$$Q = nC_P\Delta T \qquad \text{[basınç sabit]} \quad \textbf{(19–10b)}$$

şeklinde yazılabilir. Moler özgül ısının tanımından (veya Dnk.19-2 ve 19-10'nun karşılaştırılmasından) açıkça görülebileceği gibi M gazın moleküler kütlesi (gram/mol cinsinden $M = m/n$) olmak üzere

$$C_V = Mc_V$$

$$C_P = Mc_P$$

yazılabilir. Moler özgül ısı değerleri Tablo 19-4'te gösterilmiştir ve orada görüleceği gibi molekül başına aynı sayıda atoma sahip farklı gazlar için moler özgül ısı değerleri hemen hemen aynıdır.

TABLO 19–4 Gazların 15°C'de Özgül Isıları

Gaz	Özgül Isı (kcal/kg · K) c_V	Özgül Isı (kcal/kg · K) c_P	Moler Özgül Isı (cal/mol · K) C_V	Moler Özgül Isı (cal/mol · K) C_P	$C_P - C_V$ (cal/mol · K)	$\gamma = C_P/C_V$
Tek Atomlu						
He	0.75	1.15	2.98	4.97	1.99	1.67
Ne	0.148	0.246	2.98	4.97	1.99	1.67
İki Atomlu						
N_2	0.177	0.248	4.96	6.95	1.99	1.40
O_2	0.155	0.218	5.03	7.03	2.00	1.40
Üç atomlu						
CO_2	0.153	0.199	6.80	8.83	2.03	1.30
H_2O (100°C)	0.350	0.482	6.20	8.20	2.00	1.32

Şimdi kinetik teoriyi kullanalım ve biri sabit hacim diğeri sabit basınç altında olmak üzere ideal bir gazın iki farklı yolla yavaş yavaş ısıtıldığını düşünelim. Bu iki işlemin her ikisinde de sıcaklığın aynı ΔT miktarı kadar artmasına izin veriyoruz. Sabit hacim altında yapılan işlemde $\Delta V = 0$ olduğundan iş yapılmaz. Bu nedenle termodinamiğin birinci yasasına göre ($Q V$ ile göstereceğimiz) eklenen ısının tamamı gazın iç enerjisinin artmasında kullanılır:

$$Q V = \Delta E_{\text{iç}}.$$

Sabit basınç altında yapılan işlemde iş yapılır ve bu nedenle eklenen Q_P ısısı sadece iç enerjiyi artırmaz aynı zamanda $W = P\Delta V$ işini yapmakta kullanılır. Böylece sabit basınç altındaki bu işlemde, sabit hacim altındaki birinci işleme göre daha çok ısı eklenmelidir. Sabit basınç altındaki işlem için termodinamiğin birinci yasasından

$$Q_P = \Delta E_{\text{iç}} + P\Delta V$$

yazabiliriz. İki süreçte $\Delta E_{\text{iç}}$ aynı olduğundan (ΔT aynı olacak şekilde seçilmişti) yukarıdaki iki denklemi birleştirebiliriz:

$$Q_P - Q\text{V} = P\Delta V.$$

İdeal gaz yasasından $V = nRT/P$ olur ve sabit basınç altındaki bir süreç için $\Delta V = nR\Delta T/P$ yazabiliriz. Bunu yukarıdaki denklemde yerine yazar ve Dnk.19-10'u kullanırsak

$$nC_P\Delta T - nC_V\Delta T = P\left(\frac{nR\Delta T}{P}\right)$$

buluruz ve sadeleştirmelerden sonra

$$C_P - C_V = R \qquad \textbf{(19–11)}$$

elde ederiz. Gaz sabitinin değeri R = 8.314 J/mol·K = 1.99 cal/mol·K olduğundan C_P'nin C_V'den 1.99 cal/ mol·K kadar daha fazla olmasını bekleriz. Gerçekte bu değer, Tablo 19-4'te son sütundan bir öncekinde gösterildiği gibi deneysel olarak elde edilen değerlere çok yakındır.

Şimdi tek atomlu gazların moler özgül ısılarını kinetik teoriyi kullanarak hesaplayalım. Sabit hacim altında yapılan bir süreçte iş yapılmaz; gaza Q ısısı eklendiyse termodinamiğin birinci yasası bize gazın iç enerjisinin

$$\Delta E_{\text{iç}} = Q$$

kadar değişeceğini söyler. İdeal tek atomlu bir gaz için $E_{\text{iç}}$ iç enerjisi bütün moleküllerin toplam kinetik enerjisidir, yani Kısım 19-2'de gördüğümüz gibi

$$E_{\text{int}} = N\left(\tfrac{1}{2}m\overline{v^2}\right) = \tfrac{3}{2}nRT$$

yazabiliriz. Dnk.19-10a'yı kullanarak $\Delta E_{\text{iç}} = Q$ denklemini

$$\Delta E_{\text{int}} = \tfrac{3}{2}nR\Delta T = nC_V\Delta T \qquad \textbf{(19–12)}$$

şeklinde yazabiliriz ve sonuç olarak

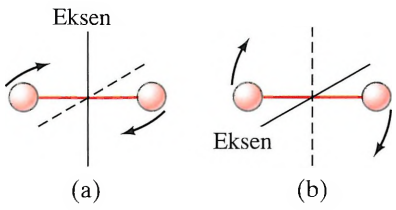
$$C_V = \tfrac{3}{2}R \qquad \textbf{(19–13)}$$

elde ederiz. Gaz sabitinin değeri R = 8.314 J/mol·K = 1.99 cal/mol·K olduğundan, kinetik teori tek atomlu ideal bir gaz için cal/mol·K olması gerektiğini öngörür. Bu değer helyum ve neon gibi tek atomlu gazların deneysel değerlerine çok yakındır (Tablo 19-4). Dnk.19-11'den C_P'nin değerinin yaklaşık olarak 4.97 cal/mol·K olması öngörülür ve bu değer de deneyler ile uyumludur.

Enerjinin Eşbölüşümü

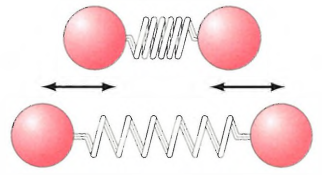
İki veya üç atomlu gazlar gibi daha karmaşık gazların ölçülen moler özgül ısıları, molekül başına düşen atom sayısı arttıkça artar (Tablo 19-4). Bu durumu iç enerjinin sadece öteleme kinetik enerjisini değil fakat daha başka enerji biçimlerini de içerdiğini varsayarak açıklayabiliriz. Örneğin iki atomlu gazı alalım. Şek.19-15'te gösterildiği gibi iki atom iki farklı eksen etrafında dönebilir (iki atomu birleştiren çizgi boyunca olan bir eksen etrafında dönüş, bu eksene göre eylemsizlik momenti çok küçük olduğundan çok az enerjiye sahiptir). Moleküller öteleme kinetik enerjisi yanında dönme kinetik enerjisine de sahip olabilir. Moleküllerin enerjiye sahip olabilecekleri bağımsız yolların sayısı olarak tanımlanan **serbestlik derecesi** kavramını bu noktada tanıtmak faydalı olacaktır. Örneğin tek atomlu bir gazın üç serbestlik derecesine sahip olduğu söylenir çünkü bir atom x ekseni, y ekseni ve z ekseni boyunca bir hıza sahip olabilir. Bunlar bağımsız üç hareket olarak alınır çünkü bunların herhangi birinde meydana gelen bir değişim diğerlerinden herhangi birini etkilemez. İki atomlu bir molekül ötelenme kinetik enerjisiyle ilgili eşit sayıda serbestlik derecesine sahiptir, artı dönme kinetik enerjisiyle ilgili iki tane daha serbestlik derecesi

ŞEKİL 19–15 İki atomlu bir molekül iki farklı eksen etrafında dönebilir.

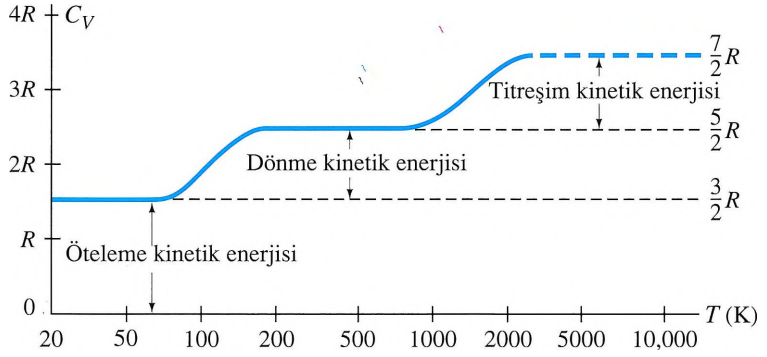


vardır, toplam beş serbestlik derecesi eder. Tablo 19-4'ün basit bir incelemesi çift atomlu gazlar için C_V'nin tek atomlu gazalarınkinin $\frac{5}{3}$ katı daha büyük olduğunu gösterir, bu değer serbestlik derecelerinin oranı ile aynıdır. Bu sonuç 19. yüzyıl fizikçilerini, **enerjinin eşbölüşümü ilkesi** olarak bilinen önemli bir fikre yönlendirmiştir. Bu ilke enerjinin aktif olan serbestlik dereceleri arasında eşit olarak bölüşüldüğünü ve özel olarak molekülün her aktif serbestlik derecesinin ortalama $\frac{1}{2}kT$ 'lik bir enerjiye sahip olduğunu ifade eder. Bu nedenle tek atomlu gazda bir molekülün ortalama enerjisi $\frac{3}{2}kT$ (zaten bildiğimiz bir sonuç) ve iki atomlu bir gaz için $\frac{5}{2}kT$. olur. Böylece çift atomlu bir gazın iç enerjisi, n mol sayısı olmak üzere, $E_{iç} = N\left(\frac{5}{2}kT\right) = \frac{5}{2}nRT$, olur. Tek atomlu gazlar için kullandığımız mantığı kullanarak, iki atomlu gazlar için sabit hacim altında moler öz ısının, ölçülen değerlerle uyumlu olarak, $\frac{5}{2}R = 4.97\ \text{cal/mol}\cdot\text{K}$, olması gerektiğini görürüz. Daha karmaşık moleküller daha da fazla serbestlik derecesine ve bu nedenle daha büyük özgül ısılara sahiptir.

Fakat çok düşük sıcaklılarda çift atomlu moleküler gazlar ile yapılan ölçümler C_V'nin, sanki sadece üç serbestlik derecesi varmış gibi sadece $\frac{3}{2}R$, değerine sahip olduğunu göstermiştir ve bu durumu daha karmaşık hale getirmiştir. Çok yüksek sıcaklıklarda ise C_V yaklaşık olarak $\frac{7}{2}R$, değerine sahiptir, sanki yedi serbestlik derecesi varmış gibi. Bu durumun açıklaması şöyledir: düşük sıcaklıklarda hemen hemen bütün moleküller sadece ötelenme kinetik enerjisine sahiptir. Yani dönme hareketinden kaynaklanan hiç enerji yoktur, sadece üç serbestlik derecesi "aktiftir". Buna karşılık çok yüksek sıcaklıklarda beş serbestlik derecesinin hepsi aktiftir ve ek olarak iki tane daha vardır. İki yeni serbestlik derecesini Şek.19-16'da gösterildiği gibi iki atomun bir yay ile bağlıymış gibi titreşmesiyle bağlantılı olduğu şeklinde yorumlayabiliriz. Serbestlik derecesinin birincisi titreşim hareketinin kinetik enerjisinden, ikincisi titreşim hareketinin potansiyel enerjisinden $\left(\frac{1}{2}kx^2\right)$ kaynaklanır. Anlaşılan oda sıcaklığında bu serbestlik dereceleri aktif değildir. Şek.19-17'ye bakınız.



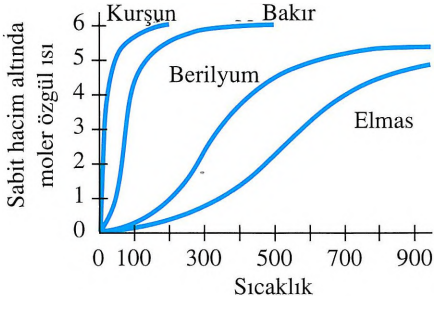
ŞEKİL 19–16 İki atomlu bir molekül, bir yayla bağlanmış iki atom gibi titreşebilir. Şüphesiz onlar yayla birbirine bağlı değildir; kaynağı elektriksel olan fakat biçimi yay kuvvetini andıran kuvvetleri birbirlerine uygularlar.



ŞEKİL 19–17 Hidrojen molekülleri (H_2) için sıcaklığın bir fonksiyonu olarak moler özgül ısı (C_V). Sıcaklık arttıkça, öteleme kinetik enerjisinin bir kısmı çarpışmalarla dönme kinetik enerjisine ve daha da yüksek sıcaklıklarda titreşim kinetik enerjisine dönüşebilir. [Not: H_2 yaklaşık 3200 K'de iki atoma ayrılır, bu nedenle eğrinin son kısmı kesikli gösterilmiştir.]

Düşük sıcaklıklarda neden daha az serbestlik derecesinin aktif olduğu en sonunda Einstein tarafından kuantum teorisi kullanılarak açıklanmıştır. [Kuantum teorisine göre enerji sürekli değerler alamaz, kesiklidir- sadece belirli değerlere sahip olabilir ve belirli minimum bir enerji vardır. Dönme ve titreşme minimum enerjileri ötelenme kinetik enerjisinden daha büyüktür, bu nedenle düşük sıcaklıklarda ve düşük ötelenme kinetik enerjilerinde dönme veya titreşim kinetik enerjilerini uyaracak yeterli enerji yoktur.] Kinetik teori ve enerjinin eşbölüşüm ilkesi (kuantum teorisi kullanılarak uyarlanmış haliyle) deneylerle uyumlu sayısal sonuçlar verir.

ŞEKİL 19–18 Sıcaklığın bir fonksiyonu olarak katıların moler özgül ısıları.



*Katılar

Enerjinin eşbölüşümü ilkesi katılara da uygulanabilir. Yüksek sıcaklıklarda her katının moler özgül ısısı 3R'ye (6.0 cal/mol·K) yakındır (Şek.19-18). Bu değer, onu ilk defa 1819'da ölçen bilimcilerin hatırasına, *Dulong ve Petit* değeri olarak bilinir. (Tablo 19-1'de özgül ısıların mol başına değil kilogram başına verildiğine dikkat ediniz.) Anlaşılan, yüksek sıcaklıklarda her atom altı serbestlik derecesine sahiptir (bazıları düşük sıcaklıklarda aktif değildir.) Kristal yapıya sahip katıdaki her atom komşularına yaylarla bağlanmış gibi denge konumu civarında titreşim yapabilir. Böylece kinetik enerji için üç serbestlik derecesine, üç tanede x, y ve z yönlerindeki titreşim potansiyel enerjisine karşılık gelen serbestlik derecesine sahip olabilir ve bu durum ölçülen değerlerle uyumludur.

19–9 Bir Gazın Adiyabatik Genleşmesi

İdeal bir gazın durağanımsı yarı statik (yavaş) adiyabatik genleşmesine ($Q = 0$) karşılık gelen PV diyagramı Şek.19-8'de gösterilmişti (AC eğrisi). Bu işlem eşsıcaklıklı olandan ($\Delta T = 0$) biraz daha hızlı değişir ve bu aynı hacimsel değişime karşılık, basınçtaki değişimin daha büyük olacağını gösterir. Bu nedenle adiyabatik bir genleşmede gazın sıcaklığı düşmelidir. Tersine, adiyabatik sıkıştırma işleminde sıcaklık yükselir.

Adiyabatik olarak yavaş yavaş genleşmesine izin verilen ideal bir gaz için P basıncı ile V hacmi arasındaki ilişkiyi çıkarabiliriz. İlk önce diferansiyel formunda yazılmış termodinamiğin birinci yasası ile başlıyoruz, adiyabatik bir işlemde $dQ = 0$ olduğundan,

$$dE_{iç} = dQ - dW = -dW = -P\,dV,$$

elde ederiz. Dnk.19-12 bize $\Delta E_{iç}$ ile C_V arasında herhangi bir ideal gaz için geçerli olan bir ilişki verir çünkü ideal gaz için $E_{iç}$ sadece T 'nin bir fonksiyonudur. Bu denklemi diferansiyel formunda

$$dE_{iç} = nC_V\,dT$$

olarak yazabiliriz. Bu son iki denklemi birleştirirsek

$$nC_V\,dT + P\,dV = 0.$$

bulunur. Bir sonraki adımda ideal gaz yasasının ($PV = nRT$) diferansiyelini P, V ve T 'nin değişmesine izin vererek alıyoruz:

$$nC_V\left(\frac{P\,dV + V\,dP}{nR}\right) + P\,dV = 0$$

Bu denklemi R ile çarpıp yeniden düzenlersek

$$(C_V + R)P\,dV + C_V V\,dP = 0$$

buluruz. Dnk.19-11'den görüldüğü gibi $C_V + R = C_P$ olduğundan

$$C_P P\,dV + C_V V\,dP = 0,$$

olur veya

$$\frac{C_P}{C_V} P\,dV + V\,dP = 0$$

elde edilir. Şimdi bir tanım yapalım:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \qquad \textbf{(19–14)}$$

Bu tanımla son denklemimiz

$$\frac{dP}{P} + \gamma\frac{dV}{V} = 0.$$

biçimine dönüşür. Bu denklemin integrali alınırsa

$$\ln P + \gamma \ln V = \text{sabit}$$

bulunur. (Logaritmanın toplama ve çarpma kuralları kullanılırsa) bu denklem basitleşir:

$$PV^{\gamma} = \text{sabit} \qquad \left[\begin{array}{c}\text{durağanımsı adiyabatik}\\ \text{işlem; ideal gaz}\end{array}\right] \qquad \textbf{(19–15)}$$

Bu durağanımsı adiyabatik genleşme veya büzülme için P ve V arasındaki ilişkidir. Bir sonraki Bölümde ısı makinelerini tartışırken bu denklemin çok kullanışlı olduğunu göreceğiz. Tablo 19-4 bazı gerçek gazlar için g değerlerini göstermektedir. Şek.19-8'de AC eğrisi ile gösterilen adiyabatik bir genleşme (Dnk.19-15), AB eğrisi ile gösterilen eşsıcaklıklı bir genleşme (PV = sabit) ile karşılaştırılmaktadır. Şunu hatırlamak önemlidir: ideal gaz yasası ($PV = nRT$) adiyabatik bir genleşme (PV^{γ} = sabit) için bile geçerli olmaya devam eder; açıkça görüldüğü gibi PV sabit değildir, bunun anlamı T'nin sabit olmadığıdır.

ÖRNEK 19–12 **İdeal bir gazın sıkıştırılması.** Tek atomlu ideal bir gaz Şek.19-19'da gösterilen P_V diyagramındaki A noktasından başlayarak sıkıştırılıyor, o noktadaki değerler şöyledir: $P_A = 100$ kPa, $V_A = 100$ m^3 ve $T_A = 300$ K. Gaz önce adiyabatik olarak B durumuna sıkıştırılıyor ($P_B = 200$ kPa). Daha sonra gaz B noktasından C'ye eşsıcaklıklı bir süreçte daha da sıkıştırılıyor ($V_C = 0.50$ m^3). (*a*) V_B'yi bulunuz. (*b*) Bütün işlem boyunca gaz üzerine yapılan işi bulunuz.

YAKLAŞIM V_B hacmi Dnk.19-15 kullanılarak bulunur. Gaz *tarafından* yapılan iş Dnk.19-7 ile verilir $W = \int P\,dV$. Gazın üzerine yapılan iş bunun negatifidir: $W_{\text{üzerine}} = -\int P\,dV$

ÇÖZÜM Adiyabatik süreçte Dnk.19-15 bize PV^{λ} = sabit olduğunu söyler. Bu nedenle tek atomlu bir gaz için $\gamma = C_P/C_V = (5/2)/(3/2) = \frac{5}{3}$. olmak üzere $PV^{\gamma} = P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma}$ yazılabilir. (*a*) Dnk.19-15 $V_B = V_A(P_A/P_B)^{\frac{1}{\gamma}} = (1.00\,\text{m}^3)(100\,\text{kPa}/200\,\text{kPa})^{\frac{3}{5}} = 0.66\,\text{m}^3$ verir. (b) Adiyabatik bir işlem esnasında herhangi bir anda P basıncı $P = P_A V_A^{\gamma} V^{-\gamma}$ ile verilir. V_A'dan V_B'ye giderken gaz üzerine yapılan iş

$$W_{AB} = -\int_A^B P\,dV = -P_A V_A^{\gamma}\int_{V_A}^{V_B} V^{-\gamma}\,dV = -P_A V_A^{\gamma}\left(\frac{1}{-\gamma+1}\right)(V_B^{1-\gamma} - V_A^{1-\gamma}).$$

olacaktır. $\gamma = \frac{5}{3}$ olduğundan $-\gamma + 1 = 1 - \gamma = -\frac{2}{3}$ eder ve böylece

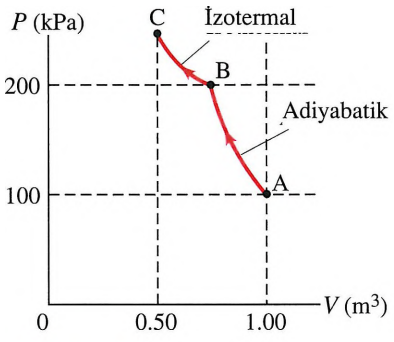
$$W_{AB} = -\left(P_A V_A^{\frac{5}{3}}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(V_A^{-\frac{2}{3}}\right)\left[\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{-\frac{2}{3}} - 1\right] = +\frac{3}{2}P_A V_A\left[\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{-\frac{2}{3}} - 1\right]$$

$$= +\frac{3}{2}(100\,\text{kPa})(1.00\,\text{m}^3)\left[(0.66)^{-\frac{2}{3}} - 1\right] = +48\,\text{kJ}$$

bulunur. B'den C'ye olan eşsıcaklıklı işlemde iş sabit sıcaklık altında yapıldığından, işlem esnasında gazın basıncı her zaman $P = nRT/V$ ile verilir ve

$$W_{BC} = -\int_B^C P\,dV = -nRT_B\int_{V_B}^{V_C}\frac{dV}{V} = -nRT_B\ln\frac{V_C}{V_B} = -P_B V_B\ln\frac{V_C}{V_B} = +37\,\text{kJ}.$$

Gaz üzerine yapılan toplam iş 48 kJ + 37 kJ = 85 kJ'dür.



ŞEKİL 19–19 Örnek 19–12.

19–10 Isı Aktarımı: İletim, Dolaşım, Işınım

Isı bir yerden veya cisimden başkasına üç değişik yolla aktarılır: *iletim, dolaşım* ve *ışınım* (*radyasyon*). Şimdi bunların her birini sırası ile tartışalım; pratikte bunlardan herhangi ikisi veya hepsi birden aynı anda etkin olabilir. Tartışmamıza iletim ile başlayalım.

İletim

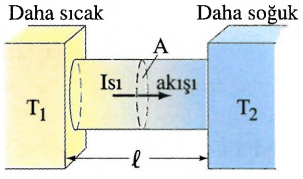
Bir maşa ateşin içine konulduğunda veya gümüş bir kaşık sıcak bir çorba tabağına daldırıldığında, doğrudan ısı kaynağı ile temas halinde olmamalarına rağmen, soba demirinin veya kaşığın dışarıda kalan ucu da kısa sürede ısınır. Isı sıcak uçtan soğuk uca iletilmiştir deriz.

Bir çok malzemede ısı **iletiminin** moleküler çarpışmalar yoluyla gerçekleştiği düşünülebilir. Bir cismin bir ucu ısıtıldığında oradaki moleküller daha hızlı hareket etmeye başlarlar. Bunlar daha yavaş hareket eden komşu moleküller ile çarpıştıklarında kinetik enerjilerinin bir kısmını bu moleküllere aktarırlar, böylece bunlarda daha uzaklardaki moleküllerle çarpışarak cisim boyunca enerji transfer ederler. Metallerde iletime temel olarak serbest elektronların çarpışmaları sebep olur.

Bir noktadan diğerine ısı iletimi ancak iki nokta arasında bir sıcaklık farkı varsa meydana gelir. Gerçekten de, bir maddeden geçen ısı akışı oranının, maddenin iki ucu arasındaki sıcaklık farkı ile orantılı olduğu deneysel olarak gösterilmiştir. Isı akışı oranı maddenin boyutuna ve şekline de bağlıdır. Bu durumu nicel olarak analiz etmek için Şek.19-20'de gösterildiği gibi düzgün bir silindirden ısı akışını göz önüne alalım. Δt süresi içinde akan ΔQ ısısının aşağıdaki ilişki ile verileceği deneysel olarak gösterilmiştir:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA\frac{T_1 - T_2}{\ell} \qquad \textbf{(19–16a)}$$

Burada A maddenin kesit alanı, ℓ sıcaklıkları T_1 ve T_2 olan iki uç arasındaki uzaklık ve k malzemenin bir özelliği olan ve **ısısal iletkenlik** olarak bilinen bir orantı sabitidir. Dnk.19-16a'da görüldüğü gibi ısı akış hızı (birimi J/s) kesit alanı ve sıcaklık gradyenti $(T_1 - T_2)/\ell$ ile doğrudan orantılıdır.

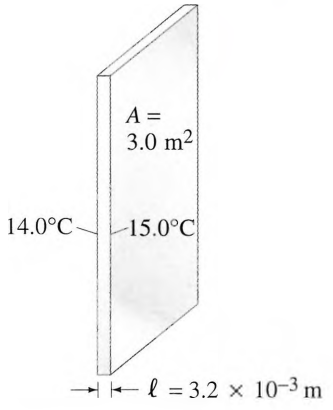


ŞEKİL 19–20 T_1 ve T_2 sıcaklıklarındaki bölgeler arasındaki ısı akışı. T_1, T_2'den büyükse ısı sağa akar; akış oranı Dnk.19-16a ile verilir.

TABLO 19–5
Isısal İletkenlikler

Madde	Isısal İletkenlik, k	
	kcal / (s · m · C°)	J / (s · m · C°)
Gümüş	10×10^{-2}	420
Bakır	9.2×10^{-2}	380
Alüminyum	5.0×10^{-2}	200
Çelik	1.1×10^{-2}	40
Buz	5×10^{-4}	2
Cam	2.0×10^{-4}	0.84
Tuğla	2.0×10^{-4}	0.84
Beton	2.0×10^{-4}	0.84
Su	1.4×10^{-4}	0.56
İnsan Dokusu	0.5×10^{-4}	0.2
Odun	0.3×10^{-4}	0.1
Fiber cam	0.12×10^{-4}	0.048
Mantar	0.1×10^{-4}	0.042
Yün	0.1×10^{-4}	0.040
Kaz tüyü	0.06×10^{-4}	0.025
Polüretan	0.06×10^{-4}	0.024
Hava	0.055×10^{-4}	0.023

ŞEKİL 19–21 Örnek 19–13.



FİZİK UYGULAMASI
Termal pencereler

Bazı durumlarda (örneğin k veya A sabit olarak alınamazsa) kalınlığı dx olan sonsuz küçük incelikte bir dilim göz önüne almamız gerekir. Bu durumda, dT/dx sıcaklık eğimi[†] olmak üzere, Dnk.19-16a

$$\frac{dQ}{dt} = -kA\frac{dT}{dx}, \qquad \textbf{(19–16b)}$$

şekline dönüşür. Buradaki negatif işareti, ısı akışı, sıcaklık eğiminin tersi yönde olduğu için konulmuştur.

Değişik malzemeler için ısı iletkenlikleri (k) Tablo 19-5'te gösterilmiştir. k'sı büyük olan maddeler ısıyı hızlı iletirler ve iyi ısı **iletkeni** oldukları söylenir. Metallerin büyük bir kısmı bu kategoriye girer, fakat aynı sıcak çorba tabağına daldırılan gümüş bir kaşık ile paslanmaz çelikten bir kaşığın uçlarını tutarak gözleyebileceğiniz gibi, bunlar arasında bile geniş bir değer yelpazesi vardır. Yün, fiber cam, poliüretilen ve kaz tüyü gibi k'sı küçük olan maddeler zayıf iletkenlerdir ve bu nedenle bunlar iyi ısı **yalıtkanıdırlar.**

k'nin göreli değerleri, neden aynı sıcaklıkta fayans kaplı bir tabanın halı kaplı olana göre ayağa çok daha soğuk geldiği gibi basit olguları açıklar. Fayans halıdan daha iyi bir ısı iletkenidir. Ayağınızdan halıya akan ısı çabucak uzaklara iletilmez, bu nedenle halının yüzeyi ayağınızın sıcaklığına hemen erişir ve bu iyi hissetmenize sebep olur. Fakat fayans ısıyı çabucak daha ileriye iletir ve böylece ayağınızdan daha çok ısıyı hızla çekebilir, bu yüzden ayağınızın yüzey sıcaklığı düşer.

ÖRNEK 19–13 **Pencerelerden ısı kaybı.** Bir evdeki ana ısı kayıp kaynağı pencerelerdir. Yüzey alanı 2.0 m × 1.5 m , kalınlığı 3.2 mm olan cam bir pencerenin iç ve dış sıcaklıkları sırası ile 15.0°C ve 14.0°C ise, pencereden olan ısı akış hızını bulunuz.

YAKLAŞIM YAKLAŞIM Isı iletim yoluyla içerideki yüksek sıcaklıktan dışarıdaki düşük sıcaklığa doğru camın içinden akar. Isı iletim denklemi, Dnk.19-16a'yı kullanacağız.

ÇÖZÜM Burada $A = (2.0\,\text{m})(1.5\,\text{m}) = 3.0\,\text{m}^2$ ve $\ell = 3.2 \times 10^{-3}\,\text{m}$ 'dir. k'nın değeri için Tablo 19-5'i kullanarak

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA\frac{T_1 - T_2}{\ell} = \frac{(0.84\,\text{J/s}\cdot\text{m}\cdot\text{C°})(3.0\,\text{m}^2)(15.0°\text{C} - 14.0°\text{C})}{(3.2 \times 10^{-3}\,\text{m})}$$
$$= 790\,\text{J/s}.$$

NOT Bu ısı akış hızı $(790\,\text{J/s})/(4.19 \times 10^3\,\text{J/kcal}) = 0.19\,\text{kcal/s}$, veya $(0.19\,\text{kcal/sa}) \times (3600\,\text{s/sa}) = 680\,\text{kcal/sa}$'e eşdeğerdir.

Örnek 19-13'te bir evin oturma odası için 15°C'ın çok sıcak olmadığını fark etmişsinizdir. Odanın kendisi gerçekte çok daha sıcak ve dışarısı 14.0°C'tan daha soğuk olabilir. Fakat 15°C ve 14°C pencere yüzeylerinde olan sıcaklıklar olarak tanımlanmıştır ve çoğunlukla pencere yüzeyi civarında hem içeride hem de dışarıda hatırı sayılır bir sıcaklık düşüşü olur.Yani pencerenin her iki yanındaki hava tabakası bir yalıtkan gibi davranır ve normal olarak evin içerisi ile dışarısı arasındaki sıcaklık düşüşünün önemli bir kısmı bu hava tabakası üzerinden olur. Eğer kuvvetli bir rüzgar varsa pencerenin dışındaki hava sürekli soğuk hava ile yenilenecektir; cam boyunca sıcaklık farkı büyük olacak ve çok daha büyük bir ısı kaybı hızı olacaktır. Aralarında hava olan iki cam panel kullanılarak hava tabakasının kalınlığı arttırılırsa, ısı kaybı sadece camın kalınlığını arttırmaktan daha çok önlenecektir çünkü havanın ısı iletkenliği cama göre çok daha düşüktür.

Giysilerin yalıtım özelliği havanın yalıtım özelliğinden kaynaklanır. Giysiler olmaksızın durgun havadaki vücutlarımız deri ile temastaki havayı ısıtabilir ve kısa bir sürede çok rahat edilebilir hale gelebilir çünkü hava çok iyi bir yalıtkandır. Fakat hava esintiler ve insanların hareketinden dolayı hareket ettiğinden, sıcak hava soğuk hava ile yer değiştirir ve böylece sıcaklık farkı ve vücuttan ısı kaybı artar. Giysiler havayı tuzaklayarak

[†]19-16 denklemleri difüzyonu (Kısım 18-1) ve sıvıların borulardan akışını (Kısım 13-12) açıklayan ilişkilere çok benzemektedir. Bu durumlarda madde akışının yoğunluk gradyenti dC/dx veya basınç gradyenti $(P_1 - P_2)/\ell$ ile orantılı olduğu bulunmuştur. Isı "akışı"ndan bahsetmemizin bir sebebi bu yakın benzerliktir. Fakat şunu unutmayalım: ısı ile ilgilendiğimizde madde akışı olmaz - aktarılan enerjidir.

hareket etmesini önleyerek bizi sıcak tutarlar. Bizi yalıtan giysi değil, onun tuzakladığı havadır. Kaz tüyü çok iyi bir yalıtkandır çünkü en küçük miktarı bile kabararak önemli miktarda havayı tuzaklar.

[Kullanışlı olması için yapı malzemelerinin ısısal özellikleri, özellikle yalıtım için düşünüldüğünde, çoğunlukla ("ısısal direnç" olarak bilinen) R-değerleri ile tanımlanır ve malzemenin verilen bir ℓ uzunluğu için

$$R = \ell/k$$

olarak tanımlanır. Verilen bir parça malzemenin R değeri ℓ kalınlığını ve k ısısal iletkenliğini bir sayıda birleştirir. Birleşik Devletlerde R değerleri İngiliz birimleri cinsinden verilir: $ft^2 \cdot sa \cdot F^o/Btu$. (Örneğin R-19, R = $ft^2 \cdot sa \cdot F^o/Btu$ anlamına gelir). Tablo-19-6'da çok kullanılan bazı yapı malzemeleri için R değerleri verilmiştir. R değerleri doğrudan malzemenin kalınlığı ile artar: örneğin 2 inç'lik fiber cam için R-6, 4 inç için R-12'dir.]

FİZİK UYGULAMASI
Havayı tuzaklayarak yalıtım sağlayan giysiler

FİZİK UYGULAMASI
Isısal yalıtımın R-değerleri

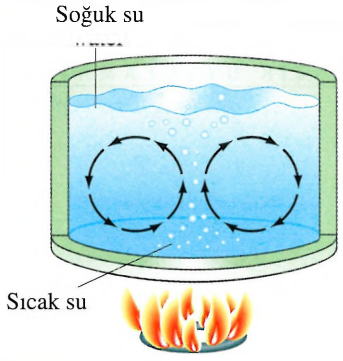
TABLO 19–6 R-değerleri

Malzeme	Kalınlık	R-değeri ($ft^2 \cdot sa \cdot F^o/Btu$)
Cam	$\frac{1}{8}$ inç	1
Tuğla	$3\frac{1}{2}$ inç	0.6–1
Kontrplak	$\frac{1}{2}$ inç	0.6
Fiber cam yalıtımı	4 inç	12

Dolaşım (Konveksiyon)

Sıvı ve gazlar genel olarak ısıyı iyi iletmemelerine rağmen bunlar ısıyı dolaşım ile çok hızlı aktarabilirler. **Dolaşım**, moleküllerin bir yerden diğerine kitlesel hareketinden dolayı oluşan ısı akış sürecidir. İletimde moleküllerin (veya elektronların) kısa mesafelere hareket etmesi ve çarpışmaları söz konusu iken, dolaşımda çok büyük sayılardaki moleküllerin çok uzun mesafelere hareketi söz konusudur.

Havanın ısıtılarak bir pervane ile odaya sıcak havanın pompalandığı sıcak hava fırını *zorlanmış dolaşıma* örnektir. Ayrıca *doğal dolaşım* da meydana gelebilir ve çok tanıdık bir örnek sıcak havanın yükselmesidir. Örneğin bir radyatörün (veya başka bir ısıtıcının) üzerindeki hava ısıtılınca genleşir (Bölüm 17) ve böylece yoğunluğu azalır. Yoğunluğu etrafındaki soğuk havadan daha az olduğundan, suya daldırılan bir odun parçasının yoğunluğunun suyunkinden az olmasından dolayı yukarı doğru yükselmesi gibi, yukarı yükselir. Gulf Stream gibi sıcak ve soğuk okyanus akıntıları global ölçekte doğal temsil eder. Rüzgar dolaşıma başka bir örnektir ve hava durumu genelde dolaşımsal hava akımlarından şiddetli biçimde etkilenir.

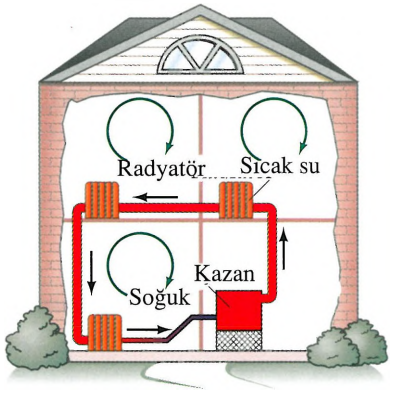


ŞEKİL 19–22 Bir ocakta ısıtılan bir kap sudaki dolaşım akımları.

Bir kap su ısıtıldığında (Şek.19-22), kabın altındaki ısınan suyun yoğunluğunun azalması nedeniyle yükselmesiyle dolaşımsal akımlar oluşur. Isınan suyun yerini yukarıdan gelen daha soğuk su alır. Bu ilke, Şek.19-23'te gösterilen sıcak su radyatör sisteminde olduğu gibi bir çok ısıtma sisteminde kullanılır. Fırında su ısıtılır, sıcaklığı artınca genleşir ve şekilde gösterildiği gibi yükselir. Bu durum suyun ısıtma sisteminde devir etmesini sağlar. Böylece sıcak su radyatörlere gelir, ısı havaya iletim yoluyla aktarılır ve soğuyan su fırına döner. Sonuç olarak su dolaşım yoluyla devir etmiş olur. Su dolaşımını artırmak için bazen pompalar da kullanılır. Dolaşım sonucu oda içindeki hava da ısınmış olur. Radyatörlerin ısıttığı hava yükselir ve onun yerini daha soğuk hava alır ve bu durum Şek.19-23'te yeşil oklarla gösterildiği gibi dolaşımsal hava akımlarına sebep olur.

FİZİK UYGULAMASI
Dolaşımla ev ısıtılması

ŞEKİL 19–23 Bir evi ısıtmada dolaşımın bir işlevi vardır. Dairesel oklar odalardaki dolaşımsal hava akımlarını gösterir.



Başka tip ısıtıcılar da dolaşıma dayalı çalışır. Tabana yakın yerlerde delikleri olan sıcak hava sobaları genellikle vantilatörlere sahip değildir ve doğal dolaşım ile çalışır ve bu kabul edilebilir bir durumdur. Başka sistemlerde bir vantilatör kullanılır. Her iki durumda da, eğer oda düzgün olarak ısıtılacaksa, soğuk havanın fırına geri dönebilmesi ve böylece odada dolaşımsal akımların oluşması önemlidir. Dolaşım her zaman istenen bir durum değildir. Örneğin bir şöminede ısının çoğu odanın içine değil yukarıya, bacaya gider.

Işınım (Radyasyon)

Dolaşım ve iletim, sıcak bölgeden soğuk bölgeye ısıyı taşımak için ortamda madde bulunmasını gerektirir. Fakat üçüncü bir ısı aktarım tipi herhangi bir ortam olmaksızın gerçekleşir. Dünya'daki bütün yaşam Güneş'ten aktarılan enerjiye bağlıdır ve bu enerji boş (veya hemen hemen boş) uzay üzerinden Dünya'ya iletilir. Bu şekilde aktarılan ısı olup – Güneş'in sıcaklığı (6000 K) Dünya'nınkinden çok daha yüksektir – ışınım olarak adlandırılır. Yanan ateşten aldığımız sıcaklık temel olarak ışınım enerjisidir.

Daha sonraki Bölümlerde göreceğimiz gibi ışınım aslında elektromanyetik dalgalardan oluşmaktadır. Şimdilik Güneş'ten gelen ışınımın görünür ışık ve gözün duyarlı olmadığı kızıl ötesi radyasyon da dahil olmak üzere bir çok daha başka dalga boylarından oluştuğunu söylemek yeterlidir.

Bir cismin enerji yayma hızının Kelvin cinsinden T sıcaklığının dördüncü kuvveti ile orantılı olduğu bulunmuştur. Yani 2000 K'deki bir cisim 1000 K'deki ile karşılaştırıldığında $2^4 = 16$ kat daha çok oranda enerji yayar. Işınım hızı aynı zamanda ışınımı yayan cismin A alanı ile de orantılıdır, bu nedenle ısı aktarma hızı, $\Delta Q/\Delta t$,

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon\sigma A T^4 \qquad \textbf{(19–17)}$$

olarak yazılabilir. Bu **Stefan-Boltzmann denklemi** olarak bilinir ve σ **Stefan-Boltzmann sabiti** olarak bilinen evrensel bir sabittir ve değeri

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/m^2 \cdot K^4}.$$

ϵ faktörü 0 ile 1 arasında bir sayı olup ışınım yayan malzemenin yüzey özelliklerine bağlıdır ve **salım gücü** olarak bilinir.

FİZİK UYGULAMASI
Koyu ve açık renk giysiler

Parlak yüzeyli cisimler sadece daha az ışınım yaymakla kalmaz, üzerlerine düşen ışınımın da çok azını soğururlar (çoğu geri yansır). Siyah ve çok koyu cisimler çok iyi yayıcıdırlar ($\epsilon \approx 1$) ve aynı zamanda üzerlerine düşen ışınımın hemen hemen tamamını soğururlar. Sıcak günlerde açık renkli giysilerin koyu renkli giysilere tercih edilmesinin sebebi budur. Sonuç olarak **iyi bir soğurucu aynı zamanda iyi bir yayıcıdır.**

Bir cisim sadece ışınım yoluyla enerji yaymaz, aynı zamanda başka cisimler tarafından yayılan ışınımı da soğurur. Salım gücü ϵ ve alanı A olan bir cisim T_1 sıcaklığında ise, $\epsilon\sigma A T_1^4$ hızıyla enerji yayar. Eğer cisim, sıcaklığı T_2 olan bir ortam ile çevrili ise, çevrenin enerji yayma hızı T_2^4 ile orantılıdır ve enerjinin cisim tarafından soğurulma oranı da T_2^4 ile orantılıdır. Cisimden ışınım yoluyla dışarıya net ısı akışı

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon\sigma A(T_1^4 - T_2^4), \qquad \textbf{(19–18)}$$

ile verilir. Burada A cismin yüzey alanı, T_1 sıcaklığı, ϵ(T_1 sıcaklığında) yayım gücü ve T_2 çevrenin sıcaklığıdır. Bu denklem, cisim ile çevre aynı sıcaklığa ulaştığında ikisinin dengede olmaları deneysel gerçeği ile uyumludur. Yani $T_1 = T_2$ olduğunda $\Delta Q/\Delta t$ sıfır olmalıdır, bu nedenle de ϵ yayınım ve soğurma için aynı olmalıdır. Bu iyi bir yayıcının iyi bir soğurucu olduğu fikrini doğrular. Hem cisim hem de çevresi enerji yaydığından, eğer her şey aynı sıcaklıkta değilse birinden diğerine net bir enerji aktarımı olur.

FİZİK UYGULAMASI
Vücudun ışınımla ısı kaybı

ÖRNEK 19–14 TAHMİN EDİN **Işınımla soğutma.** Bir atlet koyu renkli duvarlarının sıcaklığı 15 °C olan bir soyunma odasında soyunmuş vaziyette oturmaktadır. Atlet için deri sıcaklığını 34°C ve $\epsilon = 0.70$ kabul ederek, ışınım yoluyla ısı kayıp hızını tahmin etmeye çalışınız. Vücudun sandalye ile temas halinde olmayan bölümünün alanını 1.5 $\mathrm{m^2}$ olarak alınız.

PROBLEM ÇÖZME
Kelvin sıcaklığını kullanmalı

YAKLAŞIM Dnk.19-18'i Kelvin sıcaklık birimleri ile kullanıyoruz.

ÇÖZÜM Dnk. 19-18'i kullanarak

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon\sigma A(T_1^4 - T_2^4)$$

$$= (0.70)(5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/m^2 \cdot K^4})(1.5\,\mathrm{m^2})[(307\,\mathrm{K})^4 - (288\,\mathrm{K})^4] = 120\,\mathrm{W}.$$

NOT Dinlenen bu kişinin "çıktısı", 100 W'lık bir ampulün kullandığından biraz fazladır.

Dinlenen bir kişi doğal olarak 100 W oranında ısı üretir ve bu Örnek 19-14'te hesaplandığı gibi ışınım nedeni ile kaybedilen ısıdan daha azdır. Bu nedenle kişinin sıcaklığı düşerek rahatsızlığa sebep olabilir. Vücut aşırı ısı kaybına, metabolizmasının hızını artırarak karşılık verir, titreme vücudun metabolizmasını artırmasının bir yoludur. Doğal olarak elbiseler büyük oranda işe yararlar. Örnek 19-14, havanın sıcaklığı diyelim 25oC bile olsa (ki epey sıcak bir odadır) bir kişinin rahatsız olabileceğini göstermektedir. Eğer duvarlar veya zemin soğuk ise içerideki hava ne kadar sıcak olursa olsun onlara doğru bir ışınım olur. Gerçekte, normal bir odada oturan bir kişiden olan ısı kaybının %50'sinin ışınımdan kaynaklandığı tahmin edilmektedir. Odalar, duvarlar ve zemin sıcak fakat içerideki havanın o kadar çok sıcak olmadığı durumda en rahattır. Zemin ve duvarlar sıcak su kanalları veya elektrikli ısıtma elemanları ile ısıtılabilir. Bu şekildeki birinci sınıf ısıtma sistemleri günümüzde daha çok kullanılmaya başlamıştır. 2000 yıl önce Romalıların, uzaktaki Büyük Britanya bölgesindeki evlerde bile zemini ısıtmak için sıcak su ve buhar kanallarını kullandığını belirtmek ilginç olacaktır.

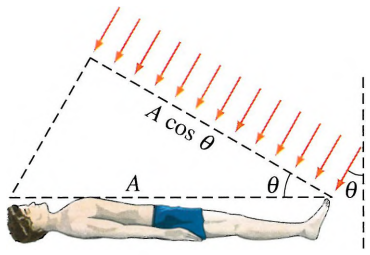
Güneşten gelen ışınımın bir cismin ısıtması, Dnk.19-18 kullanılarak hesaplanamaz çünkü bu denklem cismi çevreleyen ortamın düzgün bir T_2 sıcaklığına sahip olduğunu kabul eder, fakat Güneş esas olarak noktasal bir kaynaktır. Dolayısı ile Güneş ayrı bir enerji kaynağı olarak incelenmelidir. Güneşin ısıtma miktarı, Güneşten Dünya atmosferine saniyede Güneş ışınlarına dik bir metrekare başına 1350 J'lük enerji geldiği gerçeği kullanılarak hesaplanır. Bu sayı, yani 1350 W/m^2, **güneş sabiti** olarak bilinir. Bulutlanmaya bağlı olmak üzere atmosfer bu enerjinin %70 kadarını dünya yüzeyine ulaşmadan soğurabilir. Açık bir günde yaklaşık 1000 W/m^2 Dünya yüzeyine ulaşır. Yüzey alanı A ve salım gücü e olan bir cisim Güneşten watt cinsinden

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = (1000\ \text{W/m}^2)\,\epsilon\, A\cos\theta \qquad \textbf{(19–19)}$$

oranında enerji soğurur. Burada θ Güneş ışınları ile yüzey alanı A'ya dik bir çizgi arasındaki açıdır (Şek.19-24). Yani Güneş ışınlarına dik olan "etkin" alandır.

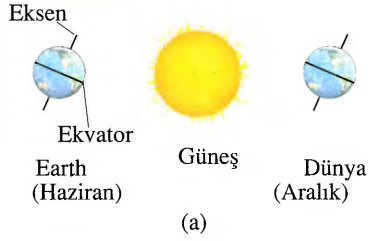
Mevsimlerin meydana gelişinin açıklaması ve kutuplardaki buzullar (Şek.19-25'e bakınız) Dnk.19-19'daki bu $\cos\theta$) faktörüne bağlıdır. Mevsimler Dünya'nın Güneş'e ne kadar yakın olduğunun bir sonucu *değildir* – gerçekte Kuzey Yarımkürede yaz mevsimi Dünya Güneş'ten en uzak olduğunda meydana gelir. Gerçekte önemli olan açıdır (yani $\cos\theta$ Dahası, Güneş'in Düny'ayı Güne'şin doğum veya batımına nazaran gün ortasında daha çok ısıtması da bu $\cos\theta$ faktörü ile ilgilidir.

Isısal ışınımın tıbbi tanı işlemlerinde kullanılmasının ilginç bir örneği **termografi**dir. Termograf denilen özel bir alet bir çok noktadan gelen ışınımı ölçerek vücudu tarar ve X-ışınını andıran bir resim oluşturur (Şek.19-26). Tümörler gibi metabolik aktivitenin yüksek olduğu bölgeler yüksek sıcaklıklarından ve dolayısı ile artan ışınımdan dolayı çoğunlukla bir termogramda teşhis edilebilirler.

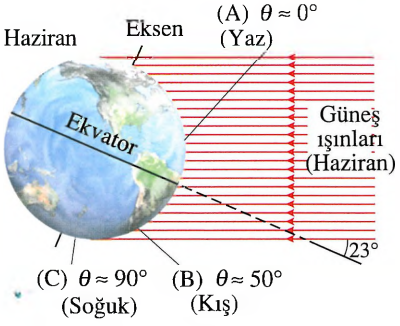


ŞEKİL 19–24 Vücuda θ açısı ile gelen ışınım enerjisi.

ŞEKİL 19–25 (a) Dünya'nın mevsimleri Dünya ekseninin Güneş etrafındaki yörüngesi ile yaptığı 23.5°'lik açıdan kaynaklanır. (b) Hazirandaki Güneş ışınları ekvatorla 23°'lik açı yapar. Bu nedenle ABD'nin güneyinde (A) θ hemen hemen sıfırdır (doğrudan yaz güneş ışığı), diğer tarafta Güney Yarımkürede (B) ise θ 50 ° veya 60°'dir ve daha az ısı soğurulabilir – bu nedenle kış mevsimidir. Kutuplara yakın bölgelerde (C) doğrudan gün ışığı hemen hemen hiç olmaz; cos θ, 0.5'ten (yaz) 0'a (kış) değişir; bu nedenle çok az ısınır ve buz oluşur.



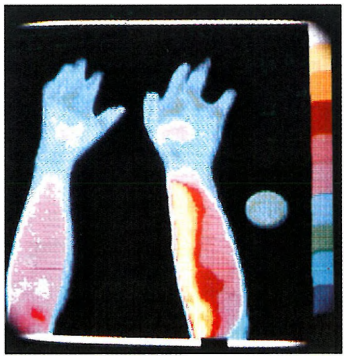
(a)



(b)



(a)



(b)

ŞEKİL 19–26 Sağlıklı bir insanın (a) sigara içmeden ve (b) bir sigara içtikten sonra sigara ile ilişkili kan dolaşımı zayıflamasından kaynaklanan sıcaklık düşüşünü gösteren el ve kollarının termogramları. Termogramların renkleri sıcaklığa göre kodlanmıştır; sağdaki ölçek maviden (soğuk) beyaza (sıcak) doğru gider.

FİZİK UYGULAMASI

Astronom— bir yıldızın büyüklüğü

ÖRNEK 19–15 TAHMİN EDİN **Yıldızın yarıçapı.** Betelgeuse adlı dev yıldız bizim Güneşimizin 104 katı oranında ışınım enerjisi yayar, buna rağmen yüzey sıcaklığı bizim Güneşimizin ancak yarısı (2900 K) kadardır. Her ikisi içinde $\epsilon = 1$ olduğunu kabul ederek Betelguese'nin yarıçapını yaklaşık olarak bulunuz. Güneş'in yarı çapı $r_S = 7 \times 10^8$ m 'dir.

YAKLAŞIM Betelgeuse ve Güneş'in her ikisinin de yüzey alanı $4\pi r^2$ olmak üzere küresel olduğunu kabul ediyoruz.

ÇÖZÜM Dnk. 19-17'yi A için çözelim:

$$4\pi r^2 = A = \frac{(\Delta Q/\Delta t)}{\epsilon\sigma T^4}.$$

Böylece

$$\frac{r_B^2}{r_S^2} = \frac{(\Delta Q/\Delta t)_B}{(\Delta Q/\Delta t)_S}\cdot\frac{T_S^4}{T_B^4} = (10^4)(2^4) = 16 \times 10^4$$

bulunur. Sonuç olarak $r_B = \sqrt{16 \times 10^4}\, r_S = (400)(7 \times 10^8\,\text{m}) \approx 3 \times 10^{11}$ m.

NOTE Betelgeuse bizim Güneşimiz olsaydı, bizi içine alırdı (Dünya Güneş'ten 1.5×10^{11} m uzaktadır).

ALIŞTIRMA G Sıcak bir günde vantilatörün esintisi sizi aşağıda verilenlerden hangisi yoluyla serinletir? (*a*) derinizin ışınım oranını artırarak; (*b*) iletkenliği artırarak; (*c*) havanın ortalama serbest yolunu azaltarak; (*d*) terin buharlaşmasını artırarak; (*e*) bunlardan hiçbirisi.

Özet

Bir maddedeki bütün moleküllerin toplam enerjisine **iç enerji** ($E_{iç}$) denir. Tek atomlu ideal bir gaz için, N molekül sayısı veya n mol sayısı olmak üzere,

$$E_{iç} = \tfrac{3}{2}NkT = \tfrac{3}{2}nRT \qquad \textbf{(19–1)}$$

ile verilir.

Isı sıcaklık farkından dolayı bir cisimden diğerine aktarılan enerjidir. Bu nedenle ısı örneğin Joule gibi enerji birimleri ile ölçülür.

Isı ve iç enerji bazen kalori veya kilokalori (kcal) cinsinden de tanımlanabilirler ve

$$1\ \text{kcal} = 4.186\ \text{kJ}$$

1 kg suyun sıcaklığını 1 C° artırmak için gereken ısı miktarıdır.

Bir maddenin **özgül ısısı** c, maddenin birim kütlesinin sıcaklığını 1 derece değiştirmek için gereken enerji (veya ısı) olarak tanımlanır. Bu ilişkiyi sağlayan denklem, Q soğurulan veya dışarıya verilen ısı, ΔT sıcaklık artış veya azalışı ve m maddenin kütlesi olmak üzere

$$Q = mc\,\Delta T, \qquad \textbf{(19–2)}$$

ile verilir.

Yalıtılmış bir sistemin bölümleri arasında enerji akışı olursa, enerjinin korunumu bize sistemin bir kısmının kazandığı ısının diğer kısım tarafından kaybedilen ısıya eşit olması gerektiğini söyler. Bu durum ısı değişiminin nicel bir ölçümü olan **kalorimetrinin** temelini oluşturur.

Sıcaklıkta bir değişim olmaksızın enerji değiş-tokuşu madde faz değiştirdiğinde meydana gelir. **Erime gizil ısısı** 1 kg'lık bir katıyı sıvıya dönüştürmek için gereken ısıdır; bu aynı zamanda madde sıvıdan katıya dönüştüğünde dışarıya salınan ısıya eşittir. **Buharlaşma gizil ısısı** 1 kg'lık bir maddeyi sıvı halden buhara dönüştürmek için gereken enerjidir; bu aynı zamanda madde buhardan sıvıya dönüştüğünde dışarıya verilen ısıya eşittir.

Termodinamiğin birinci yasası, bir sistemin iç enerjisinde meydana gelen değişimin ($\Delta E_{iç}$) sisteme eklenen ısıdan (Q) sistem tarafından yapılan işin (W) çıkartılması ile bulunacağını ifade eder:

$$\Delta E_{iç} = Q \qquad \textbf{(19–4)}$$

Bu önemli yasa, enerjinin korunumunun daha geniş yeniden bir ifadesidir ve bütün süreçler için geçerli olduğu bulunmuştur.

İki basit termodinamik işlem, sabit sıcaklık altında yapılan **eşsıcaklıklı** ve ısı değiş-tokuşunun olmadığı **adiyabatik** süreçlerdir. İki süreç daha vardır: eşbasınçlı (sabit sıcaklık altında gerçekleşen süreç) ve **eşhacimli** (sabit hacim altındaki süreç).

Gazın hacminin dV kadar değişmesi ile bir gaz tarafından yapılan (veya gaz üzerine yapılan) iş, P basınç olmak üzere, $dW = PdV$ ile verilir.

İş ve ısı (P, V, T, n ve $E_{iç}$ gibi) sistemin hal fonksiyonları değildir fakat sistemi bir halden diğerine dönüştüren sürece bağlıdırlar.

İdeal bir gazın sabit hacim (C_V) ve sabit basınç (C_P) altındaki moler özgül ısısı R gaz sabiti olmak üzere aşağıdaki şekilde bir birlerine bağlıdır:

$$C_P - C_V = R. \qquad \textbf{(19–11)}$$

Tek atomlu ideal bir gaz için $C_V = \frac{3}{2}R$ 'dir.

İki atomlu veya daha karmaşık moleküller için C_V, **molekülün serbestlik derecelerinin** sayısının $\frac{1}{2}R$ katı kadardır. Sıcaklık çok yüksek değilse bazı serbestlik dereceleri aktif olmayabilir ve dolayısı ile özgül ısıya katkısı olmaz. **Enerjinin eş bölüşümü ilkesine** göre enerji, molekül başına, aktif serbestlik dereceleri arasında ortalama $\frac{1}{2}kT$ miktarında paylaşılır.

İdeal bir gaz adiyabatik olarak ($Q = 0$), genleştiğinde (veya büzüldüğünde), PV^{λ} = sabit ilişkisi geçerlidir ve

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \text{ ile verilir.} \qquad \textbf{(19–14)}$$

Isı bir yerden (veya cisimden) diğerine üç farklı yolla aktarılır: iletim, dolaşım ve ışınım.

İletimde ısı daha yüksek kinetik enerjili molekül veya elektronların daha yavaş komşuları ile çarpışmalarıyla aktarılır.

Dolaşım moleküllerin topluca büyük mesafelere hareketi yoluyla enerji taşınmasıdır.

Işınım maddesel bir ortamın varlığını gerektirmez ve Güneş'te olduğu gibi enerjinin elektromanyetik dalgalarla iletilmesidir. Bütün maddeler yüzey alanları ve Kelvin cinsinden sıcaklıklarının dördüncü kuvveti (T^4)oranında ışınım yayarlar. Yayılan (veya soğurulan) ışınım yüzeyin özelliklerine bağlıdır ve **salım gücü** ϵ ile nitelendirilir (koyu renkli yüzeyler beyaz parlak yüzeylerden daha çok soğurur ve daha çok yayınım yapar).

Güneşten gelen ışınım açık bir günde Dünya yüzeyine yaklaşık 1000 W/m^2 oranında ulaşır.

Sorular

1. Bir kavanoz portakal suyu iyice çalkalandığında yapılan işe ne olur?
2. Sıcak bir cisim daha soğuk olanı ısıttığında ikisi arasında sıcaklık akışı olur mu? İki cismin sıcaklık değişimleri eşit olur mu? Açıklayınız.
3. (*a*) Sıcaklıkları farklı iki cisim temas haline getirildiğinde ısı doğal olarak iç enerjisi daha yüksek olandan iç enerjisi daha düşük olana doğru mu akacaktır? (*b*) İki cismin iç enerjileri eşit olsa bile ısı akışı olması mümkün müdür? Açıklayınız
4. Tropikal bitkilerin yetiştiği fakat kışın sıcaklığın birkaç defa donma noktasının altına düştüğü sıcak bölgelerde, hassas bitkilerin donmadan dolayı yok olması onları geceleri sulayarak azaltılabilir. Açıklayınız.
5. Suyun özgül ısısı oldukça yüksektir. Bu gerçeğin neden suyu özellikle ısıtma sistemlerinde kullanılacak bir madde yaptığını açıklayınız.
6. Bir mataranın dış kılıfı nemli tutulduğunda içindeki su neden daha soğuk kalmaktadır?
7. 100°C'deki buharın sebep olduğu deri yanmalarının 100oC'deki suyun sebep olduğu yanmalardan çoğunlukla neden daha şiddetli olduğunu açıklayınız.
8. Buharlaştığında suyun neden soğuduğunu (sıcaklığının düştüğünü) gizil ısı ve iç enerji kavramlarını kullanarak açıklayınız.
9. Su daha şiddetli kaynıyorsa patatesler daha hızlı mı pişer?
10. Dünya atmosferinin çok yükseklerinde sıcaklık 700°C'ye ulaşabilir. Buna rağmen orada bulunan bir hayvan kızarmaktan ziyade soğuktan donup ölebilir. Açıklayınız. .
11. Soğuk bir bardak suyun dışında yoğunlaşan havadaki su buharının iç enerjisine ne olur? İş yapılır veya ısı alış verişi olur mu? Açıklayınız.
12. İyi yalıtılmış bir gaz sıkıştırıldığında –örneğin bir pistonu aşağı doğru iterek- sıcaklığının neden arttığını buna karşılık gaz genleştiğinde sıcaklığın neden azaldığını açıklamak için enerjinin korunumunu kullanınız.
13. Bir eşsıcaklıklı işleminde ideal bir gaz tarafından 3700 J'lük iş yapılıyor. Sisteme ne kadar ısı eklendiğini söylemek için bu bilgi yeterli midir? Yeterli ise ne kadar ısı eklenmiştir?
14. Başarısız kuzey kutbu seferlerinde kaşifler kendilerini kar ile örterek hayatta kalmayı başardılar. Bunu neden yaparlar?
15. Kumsalda ıslak kum kuru kumdan neden daha serindir?
16. Bir evi ısıtmak için sıcak hava ocağı kullanıldığında, havanın ocağa dönmesi için bir deliğin olması neden önemlidir? Bu delik bir kitaplık ile kapatıldığında ne olur?
17. Bir sistemin içine ve sistemden dışarı ısı akışı olmasına rağmen sistemin sıcaklığının sabit kalması mümkün müdür? Eğer öyleyse örnekler veriniz.
18. Termodinamiğin birinci yasasının insan metabolizmasına nasıl uygulanabileceğini tartışınız. Özellikle bir insanın W işi yaptığına fakat vücuda çok az ısı eklendiğine dikkat ediniz (tersine ısı dışarı akma eğilimindedir). Bu durumda zamanla iç enerji neden şiddetli bir şekilde düşmüyor?
19. C_p'nin C_V'den neden daha büyük olduğunu sözel olarak anlatınız.
20. Bir gaz adiyabatik olarak sıkıştırıldığında sıcaklığının neden arttığını anlatınız..
21. İdeal tek atomlu bir gazın hacminin iki katına genleşmesi (1) sabit sıcaklık altında (izotermal); (2) ısı alış verişi olmaksızın (adiyabatik); (3) sabit basınç altında (izobarik) sağlanıyor. Hangi işlemde $\Delta E_{iç}$ en büyük ve hangisinde $\Delta E_{iç}$ en küçüktür? Hangisinde Q en büyük ve en küçüktür?
22. Tavan vantilatörlerinin yönü bazen değiştirilebilir, böylece bir mevsimde havayı aşağı sürerler, diğerinde ise yukarı çekerler. Vantilatörü yazın hangi yönde, kışın hangi yönde kurardınız?
23. Kaz tüyü uyku tulumları ve parkaları çoğunlukla, kabartıldığında giysinin gerçek kalınlığını veren şu kadar cm veya inç *loft* ile karakterize edilir. Açıklayınız.
24. Mikroişlemci çipleri bu günlerde üstlerine yapıştırılan bir dizi balık yüzgeci gibi görünen "ısı emici"ye sahiptir. Bu şeklin sebebi nedir?
25. Deniz esintilerine çoğunlukla güneşli günlerde büyük bir su kütlesinin olduğu kıyılarda rastlanır. Karanın sıcaklığının yakındaki suya göre daha hızlı arttığını kabul ederek bu durumu açıklayınız.
26. Dünya, bulutlu havalara göre açık havalarda geceleri daha hızlı soğur. Neden?
27. Hava sıcaklığı ölçümlerinin neden her zaman termometre gölgede iken yapıldığını açıklayınız.
28. Kuvözde tutulan erken doğmuş bir bebek, kuvözdeki hava ılık olsa bile tehlikeli şekilde üşüyebilir. Açıklayınız.
29. Havanın altından akabildiği bir zemin üzerine oturan bir evin tabanı, doğrudan toprağın üzerinde olan bir evin tabanına göre çoğunlukla daha serindir. Açıklayınız.
30. Termos şişesinin yüzeyleri neden gümüş rengidir (Şek.19-27) ve iki çeperi arasında neden boşluk vardır?



ŞEKİL 19–27
Soru 30.

31. 22°C sıcaklığındaki bir gün ılık iken, 22°C'deki yüzme havuzu serindir. Neden?

32. Kuzey yarım kürede pencereleri kuzeye bakan bir odayı ısıtmak için gereken ısı miktarı, pencereleri güneye bakan bir oda için gerekenden çok daha fazladır. Açıklayınız.

33. Pencerelerden ısı kaybı aşağıdaki işlemlerle gerçekleşir: (1) kenarlardan hava hareketi; (2) pencere çerçevesinden özellikle çerçeve metal ise; (3) cam paneller yoluyla ve (4) ışınımla. (*a*) İlk üçü için mekanizma(lar) nedir: iletim, dolaşım veya ışınım? (*b*) Kalın perdeler bu kayıplardan hangisini azaltır. Ayrıntılı açıklama yapınız.

34. Günün başlangıcında, Güneş bir dağın yamaçlarına düştükten sonra, havanın hafifçe yukarı doğru hareket etme eğilimi oluşur. Daha sonra yamaç gölgede kalınca, aşağı doğru hafif bir akıntı oluşur. Açıklayınız.

35. Güneş altında duran bir odun parçası parlak bir metalden daha fazla ısı soğurur. Buna rağmen ele alındığında metal parçası oduna göre çok daha sıcak hissedilir. Açıklayınız.

36. Bir "acil durum battaniyesi" metal kaplı parlak ince plastik bir folyeden oluşur. Bunun hareketsiz bir kişinin sıcak kalmasına nasıl yardımcı olabileceğini açıklayınız.

37. Okyanus kenarında kurulan şehirlerde, aynı enlemde iç kara bölgelerde kurulan şehirlere göre neden daha düşük uç sıcaklık değerlerinin gözlendiğini açıklayınız.

Problemler

19–1 Enerji Aktarımı Olarak Isı

1. (I) Başlangıçta 10.0°C'de bulunan 3.0 kg suyu, 8700 J'lük ısı hangi sıcaklığa yükseltir?

2. (II) Bir dalgıç okyanusa atladığında okyanus suyu dalgıcın derisi ile giysisi arasına 0.5 mm kalınlığında bir tabaka oluşturacak şekilde sızar. Dalgıcı saran ıslak giysinin toplam yüzey alanının yaklaşık 1.0 m^2 olduğunu, okyanus suyunun giysiye 10.0°C'ta girdiğini ve suyun dalgıcın derisi ile 35°C'a kadar ısıtıldığını kabul ederek, bu ısıtma işlemi için ne kadar enerji (şekerleme çubuğu biriminde = 300 kcal) gerektiğini yaklaşık olarak bulunuz.

3. (II) Aktif bir insan günde ortalama 2500 cal tüketir. (*a*) Bu miktar joule cinsinden ne kadardır? (*b*) Bu miktar kilowatt-saat cinsinden ne kadardır? (*c*) Eğer elektrik enerjinizi sağlayan şirket kilowatt-saat başına 150 YKr ücret alıyorsa ve enerjinizi bu şirketten almış olsaydınız günlük enerji tüketiminizin size maliyeti ne olurdu? Bu para ile günlük yiyeceğinizi karşılayabilir misiniz?

4. (II) "British thermal unit" (Btu) İngiliz birimler sisteminde ısı birimidir. Bir Btu 1 lb suyu 1°F yükseltmek için gereken ısı olarak tanımlanır. Aşağıdaki eşitliği gösteriniz.

1 Btu = 0.252 kcal = 1056 J.

5. (II) 95 km/sa hızla giden 1200 kg'lık bir arabayı durdurmak için frenler kullanıldığında ne kadar joule ve kilokalori üretilir?

6. (II) Küçük dalgıç bir ısıtıcı 350 W'lıktır. Bir kap çorbayı (250 mL'lik su olduğunu kabul ediniz) 15°C'den 75°C'ye ısıtmanın ne kadar süreceğini yaklaşık olarak bulunuz.

19–3 ve 19-4 Özgül Isı; Kalorimetri

7. (I) Bir arabanın soğutma sistemi 18 L su alır. Sıcaklığı 15°C'tan 95°C'a yükseldiğinde ne kadar ısı soğurur?

8. (I) 5.1 kg'lık bir metali 18.0°C'tan 37.2°C'a yükseltmek için 135 kJ gerekiyorsa metal maddenin özgül ısısı nedir?

9. (II) (*a*) 20°C'taki 1.0 L'lik bir kap suyu 100°C'a çıkarmak için ne kadar enerji gerekir? (*b*) Bu miktar enerji 100 W'lık bir ampülü ne kadar süre ile yakabilir?

10. (II) Farklı kütlelerdeki bakır, alüminyum ve su nümuneleri aynı miktardaki ısıyı soğurduklarında sıcaklıkları aynı miktarda artmaktadır. Kütlelerinin oranını bulunuz.

11. (II) Başlangıçta 8.0°C'ta olan ve içinde 0.75 L su bulunan 750 W'lık bir cezvenin suyu kaynatması ne kadar sürer? Cezvenin su ile beraber ısıtılan kısmının 280 g'lık alüminyumdan yapıldığını ve suyun buharlaşmadığını kabul ediniz.

12. (II) Yeni dövülmüş (Şek.19-28) sıcak bir at nalı (kütlesi = 0.40 kg) başlangıçta 20.0°C'ta olan 0.30 kg'lık demir bir kabın içinde bulunan 1.05 L suyun içine atılıyor. Son denge sıcaklığı 25.0°C ise at nalının başlangıçtaki sıcaklığını bulunuz.



ŞEKİL 19–28
Problem 12.

13. (II) 31.5 g'lık cam bir termometre 135 mL'lik su içine daldırılmadan önce 23.6°C göstermektedir. Su ve termometre dengeye ulaştığında termometre 39.2°C gösteriyor. Suyun başlangıçtaki sıcaklığı nedir? [*İpucu:* termometrenin içindeki sıvının kütlesini ihmal ediniz.]

14. (II) 65 g'lık bir şekerin kalorisini aşağıdaki ölçümlerden faydalanarak hesaplayınız. 15 g'lık şeker numunesi kütlesi 0.325 kg ve oksijen ile dolu olan küçük bir alüminyum kutuya yerleştiriliyor. Bu kutu, kütlesi 0.624 kg ve başlangıçtaki sıcaklığı 15.0°C olan bir kalorimetrenin içinde bulunan 2.00 kg suyun içine konuluyor. Küçük kutudaki oksijen-şeker karışımı tutuşturuluyor ve bütün sistemin son sıcaklığı 53.5°C oluyor.

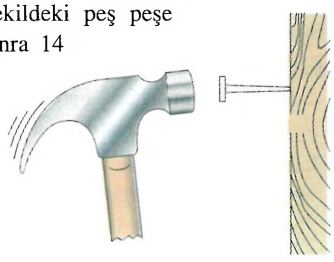
15. (II) 180°C'ta 290 g'lık bir demir parçası, 10°C'ta 250 g gliserin içeren 95 g'lık alüminyum bir kalorimetrenin içine yerleştiriyor ve son sıcaklığın 38°C olduğu gözleniyor. Gliserinin özgül ısısını hesaplayınız.

16. (II) Bir cismin *ısı sığası* C onun sıcaklığını 1oC artırmak için gereken ısı olarak tanımlanır. Böylece sıcaklığı ΔT kadar artırmak için gereken Q ısısı

$$Q = C\,\Delta T$$

ile verilir. (*a*) Isı sığası C'yi malzemenin özgül ısısı cinsinden yazınız. (*b*) 1.0 kg suyun ısı sığası nedir? (*c*) 35 kg suyun?

17. Kütlesi 1.20 kg olan bir çekicin kafası bir çiviye çarpmadan hemen önce 7.5 m/s hıza sahiptir (Şek.19-29) ve çarptıktan sonra tamamen durmaktadır. Bu şekildeki peş peşe hızlı 10 çekiç vuruşundan sonra 14 g'lık demir bir çivinin sıcaklığındaki artışı hesaplayınız. Çivinin bütün enerjiyi soğurduğunu kabul ediniz.



ŞEKİL 19–29
Problem 17.

19–5 Gizil Isı

18. (I) Başlangıçta 25°C'ta bulunan 26.50 kg gümüşü eritmek için ne kadar ısı gerekir?

19. (I) Spor yaparken suyun deriden buharlaşması neticesinde bir kişi 25 dakikada dışarıya 180 kcal ısı verebilir. Ne kadar su kaybedilmiştir?

20. (II) Erime noktasında bulunan 35 g'lık bir buz küpü yalıtılmış bir kap içinde bulunan sıvı azot içine atılıyor. Azot kaynama noktası 77 K'de bulunuyor ve azotun buharlaşma gizil ısısı 200 kJ/K ise ne kadar azot buharlaşır? Basit olması için buzun özgül ısısının sabit ve erime noktasındaki değerine eşit olduğunu kabul ediniz.

21. (II) Yüksek rakımlı dağlara tırmanan dağcılar kar yemezler, her zaman önce bir soba kullanarak eritirler. Bunun neden böyle olduğunu görmek için vücudunuzdan soğurulan enerjiyi aşağıdaki iki durum için hesaplayınız: (*a*) –10°C'ta 1 kg kar yediniz ve onu 37°C'lık vücut sıcaklığınıza ısıttınız, (*b*) –10°C'taki 1.0 kg karı bir sobada eritip ortaya çıkan 2°C'taki 1 kg suyu içtiniz ve onu vücudunuz 37°C'lık vücut sıcaklığınıza kadar ısıttı.

22. (II) 180 kg kütleli, demirden yapılmış bir kaynatma kazanının içinde 18°C'ta 730 kg su vardır. Bir ısıtıcı 52,000 kJ/sa oranında enerji sağlamaktadır. Suyun (*a*) kaynama noktasına ulaşması, (*b*) tamamının buhara dönüşmesi için ne kadar süre gerekir?

23. (II) Sıcak bir gündeki yarışta bir bisiklet yarışçısı 3.5 saat içinde 8.0 L su tüketir. Bisiklet yarışçısının bütün enerjisinin bu suyun ter olarak buharlaştırılmasına harcandığını kabul edersek, bisikletçi yarış esnasında kcal cinsinden ne kadar enerji kullanır? (Yarışçının verimi %20 civarında olduğundan tüketilen enerjinin büyük çoğunluğu gerçekten ısıya gider, bu nedenle bizim varsayımımız çok kötü değildir).

24. (II) Cıvanın özgül ısısı 138 J/kg'dır. Cıvanın erime gizil ısısını aşağıdaki kalorimetre verisini kullanarak bulunuz: erime noktasındaki 1.00 kg katı cıva, 12.80°C'ta 0.400 kg su içeren 0.620 kg'lık alüminyum bir kalorimetreye yerleştiriliyor; son denge sıcaklığı 5.06°C'tır.

25. (II) Bir suç yerinde, adli soruşturmacı, kapı çerçevesine çarpan 7.2 g'lık kurşun merminin çarpma sonucu tamamen erimiş olduğunu fark etti. Merminin oda sıcaklığında (20°C) ateşlendiğini kabul edersek, silahın minimum namlu hızı için soruşturmacı ne hesaplamıştır?

26. (II) 7.5 m/s hızla giden 58 kg'lık bir buz patencisi durana kadar kayıyor. Buzun 0°C'ta olduğunu ve sürtünme nedeniyle ortaya çıkan ısının %50'sinin buz tarafından soğurulduğunu kabul edersek, ne kadar buz eriyecektir?

19–6 ve 19-7 Termodinamiğin Birinci Yasası

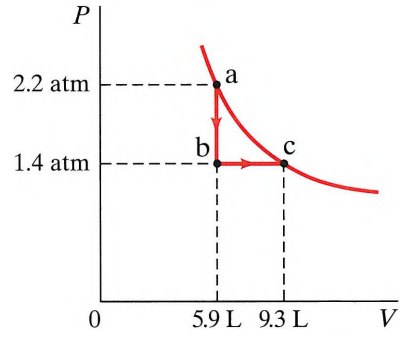
27. (I) Aşağıdaki işlemin *PV* diyagramını çiziniz: atmosfer basıncındaki 2.0 L ideal gaz sabit basınç altında 1.0 L hacme soğutulmuş, daha sonra eşsıcaklıklı olarak tekrar 2.0 L'ye genleşmiş ve bundan sonra basınç, sabit hacim altında, başlangıçtaki değerine ulaşana kadar arttırılmıştır.

28. (I) Bir gaz atmosfer basıncında tutulan sürtünmesiz hafif bir pistona sahip silindir bir kap içerisindedir. Gaza 1250 kcal ısı eklendiğinde hacminin yavaş yavaş 12.0 m^3'ten 18.2 m^3'e arttığı gözlenmiştir. (*a*) gaz tarafından yapılan işi ve (*b*) gazın iç enerjisindeki değişimi hesaplayınız.

29. (II) İdeal bir gaz katı bir silindirin içinde iken basıncı yavaş yavaş yarıya düşürülüyor. İşlem esnasında 365 kJ ısı gazı terk ediyor. (*a*) Bu işlem sırasında ne kadar iş yapılmıştır? (*b*) Bu işlem sırasında gazın iç enerjisinde meydana gelen değişim ne kadardır?

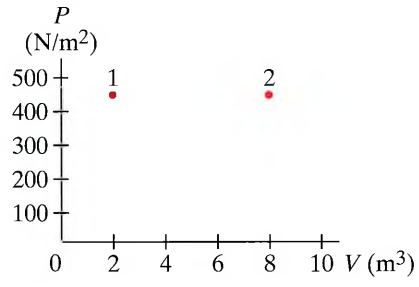
30. (II) Başlangıçta 3.5 atm (mutlak) basınç altında olan 1.0 L hacmindeki havanın basıncı 1.0 atm'e düşene kadar eşsıcaklıklı olarak genleşmesine izin veriliyor. Daha sonra sabit basınç altında başlangıçtaki hacmine sıkıştırılıyor ve son olarak sabit hacim altında ısıtılarak orijinal basıncına getiriliyor. İşlemi eksen isimleri ve eksenler için sayısal değerler dahil olmak üzere bir PV diyagramında gösteriniz.

31. (II) Aşağıdaki iki adımlı işlemi göz önüne alınız: İdeal bir gazdan sabit hacim altında ısı çıkışına izin veriliyor ve böylece basıncı 2.2 atm'den 1.4 atm'e düşüyor. Daha sonra gaz sabit basınç altında 5.9 L'den 9.3 L'ye genleşerek sıcaklık orijinal değerine ulaşıyor. Şek.19-30'a bakınız. (*a*) Süreç esnasında gazın yaptığı toplam işi, (*b*) süreç sırasında gazın iç enerjisindeki değişimi ve (*c*) gaza veya gazdan dışarı aktarılan toplam ısıyı hesaplayınız.



ŞEKİL 19–30
Problem 31.

32. (II) Şek.19-31'deki *PV* diyagramı 1.55 mol içeren tek atomlu ideal bir gaz sistemi için olası iki hal göstermektedir. ($P_1 = P_2 =$ 455 N/m^2, V_1= 2.00 m^3, V_2 = 8.00 m^3) (*a*) 1 nolu halden 2 nolu hale eşbasınçlı genleşmeyi temsil eden bir işlemi çiziniz ve bu işleme A diyelim. (*b*) A işleminde gazın yaptığı işi ve gazın iç enerjisinde meydana gelen değişimi bulunuz. (*c*) 1 nolu halden V_2 hacmine eş sıcaklıklı genleşmeyi ve devamında 2 nolu hale eşhacimli bir sıcaklık artışını temsil eden iki adımlı bir işlemi çiziniz ve bu işleme B diyelim. (*d*) İki adımlı B işleminde gazın iç enerjisinde meydana gelen değişimi bulunuz.



ŞEKİL 19–31
Problem 32.

33. (II) T_1 = 290 K sıcaklığındaki V_1 = 3.5 m^3 hacimli 2.60 mol'lük ideal bir gazın T_2 = 290 K sıcaklığında V_2 = 7.00 m^3 hacmine eşsıcaklıklı olarak genleşmesine izin verildiğini varsayalım. (*a*) Gazın yaptığı işi, (*b*) gaza eklenen ısıyı ve (*c*) gazın iç enerjisindeki değişimi bulunuz.

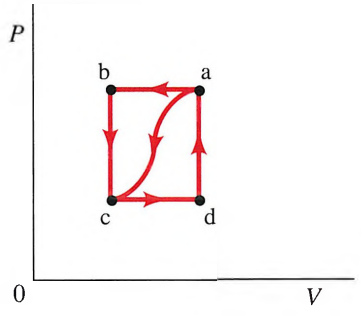
34. (II) Bir motorda hemen hemen ideal bir gaz adiyabatik olarak hacminin yarısına sıkıştırılır. Bu olurken gaz üzerine 2850 J'lük iş yapılır. (*a*) Gazın içine veya gazdan dışarıya ne kadar ısı aktarılır? (*b*) Gazın iç enerjisindeki değişim nedir? (*c*) Sıcaklık yükselir mi yoksa düşer mi?

35. (II) Bir buçuk mol'lük tek atomlu ideal bir gaz işlem esnasında 7500 J'lük bir iş yaparak adiyabatik olarak genleşiyor. Bu genleşme sırasında gazın sıcaklığındaki değişim nedir?

36. (II) 1.00 kg suyun tamamı 100°C'ta buhara dönüştüğünde (*a*) yapılan işi ve (*b*) iç enerjide meydana gelen değişimi bulunuz. 1.00 atm'lik sabit bir basınç kabul ediniz.

37. (II) 0°C ve 1.00 atm altındaki 3.50 L azot gazını eşsıcaklıklı olarak 0°C'de 1.80 L'ye yavaş yavaş sıkıştıran pompa ne kadar iş yapar?

38. Bir gaz Şek.19-32'de gösterilen eğri yol boyunca a'dan c'ye getirildiğinde gazın yaptığı iş W = –35 J ve gaza eklenen ısı Q = – 63 J'dür. abc yolu boyunca yapılan iş W = –54 J'dür. (*a*) abc yolu için Q nedir? (*b*) $P_c = 1/2\ P_b$ ise cda yolu için W nedir? (*c*) cda yolu için Q nedir? (*d*) $E_{iç}$'a – $E_{iç}$'c nedir? (*e*) $E_{iç}$'d – $E_{iç}$'c = 12 J ise da yolu için Q nedir?



ŞEKİL 19–32
Problems 38, 39, ve 40.

39. (III) Şek.19-32'de gösterilen eğri yol boyunca a halinden c haline bir gazın geçiş sürecinde sistemi 85 J'lük ısı terk etmekte ve sistem üzerine 55 J'lük iş yapılmaktadır. (*a*) İç enerjideki değişimi, $E_{iç}$'a – $E_{iç}$' c, bulunuz. (*b*) Gaz cda yolu boyunca değiştiğinde gazın yaptığı iş W = 38 J'dür. cda işleminde gaza ne kadar ısı (Q) eklenmiştir? (c) ise abc işleminde gaz ne kadar iş yapar? (d) abc yolu için Q nedir? (e) $E_{iç}$'a – $E_{iç}$'b = 15 J ise bc işlemi için Q nedir? Verilenlerin bir özeti aşağıdadır:

$$\begin{aligned} Q_{a\to c} &= -85\ \text{J} \\ W_{a\to c} &= -55\ \text{J} \\ W_{cda} &= 38\ \text{J} \\ E_{iç,\,a} - E_{iç,\,b} &= 15\ \text{J} \\ P_a &= 2.2P_d. \end{aligned}$$

40. (III) Bir gazın Şek.19-32'de gösterilen diktörtgensel tur boyunca saat dönüş yönünde b'den başlayarak daha sonra sırasıyla a, d ve c'den geçerek tekrar b'ye geldiği bir işlemden geçtiğini varsayınız. Problem 39'da verilen değerleri kullanarak (*a*) işlemin her ayağını açıklayınız ve daha sonra (*b*) tur esnasında yapılan net işi, (*c*) tur esnasında iç enerjide meydana gelen toplam değişimi ve (*d*) tur esnasında toplam ısı akışını hesaplayınız. (*e*) Alınan ısının ne kadarı (yüzde olarak) kullanılabilir işe çevrilmiştir, yani "diktörtgensel" tur ne kadar verimlidir (yüzde olarak belirtiniz)?

***41.** (III) 1.00 mol'lük bir van der Waals gazının (Kısım 18-5) V_1 hacminden V_2 hacmine eşsıcaklıklı olarak genleştiğinde yaptığı işi bulunuz.

19–8 Gazların Moleküler Özgül Isısı; Enerjinin Eşbölüşümü

42. (I) 645 K'deki 4.50 mol'lük iki atomlu ideal bir gazın bütün serbestlik derecelerinin aktif olduğunu kabul ederek iç enerjisini bulunuz.

43. (I) 20°C ve 1.0 atm altında hava içeren 3.5 m × 4.6 m × 3.0 m boyutlarındaki bir odaya bir ısıtıcı 1.8 × 106 J/sa oranında ısı veriyorsa, dışarıya ısı veya hava kaybı olmadığı varsayılırsa, bir saatte sıcaklık ne kadar artacaktır? Havanın moleküler kütlesi 29 olan iki atomlu ideal bir gaz olduğunu kabul ediniz.

44. 44. (I) Bir gazın moleküllerinin n tane serbestlik derecesi varsa, teorinin $C_V = \frac{1}{2}nR$ ve $C_P = \frac{1}{2}(n + 2)R$ öngörüsünde bulunduğunu gösteriniz.

45. (II) Belirli tek atomlu bir gazın özgül ısısı geniş bir sıcaklık bölgesinde çok az değişmektedir ve c_V = 0.0356 kcal/kg·C°'dir. Bu gazın atomik kütlesi nedir? Gaz nedir?

46. (II) T_1 ve T_2 sırası ile ilk ve son sıcaklıklar ve C_V sabit hacim altında moler özgül ısı olmak üzere, n mol'den oluşan ideal bir gazın adiyabatik olarak genleştiğinde yaptığı işin $W = nC_V(T_1 - T_2)$ olduğunu gösteriniz.

47. (II) 22,000 m^3'lük bir konser salonunu 1800 kişilik bir seyirci kitlesi doldurmaktadır. Hiç havalandırma yoksa, 2.0 sa içinde insanlardan dolayı havanın sıcaklığı ne kadar artar (70 W/kişi)?

48. Belirli bir gazın oda sıcaklığında sabit hacim altındaki özgül ısısı 0.182 kcal/kg·K ve moleküler kütlesi 34'tür. (*a*) Gazın sabit basınç altındaki özgül ısısı nedir? (*b*) Bu gazın moleküler yapısı hakkında ne düşünüyorsunuz?

49. (II) 0°C'taki 2.00 mol'lük N_2 gazı nümunesi sabit basınç altında (1.00 atm) 150°C'ye ısıtılmıştır. (*a*) iç enerjideki değişimi, (*b*) gazın yaptığı işi ve (*c*) gaza eklenen ısıyı bulunuz.

50. (III) 420 K sıcaklığında 1.00 atm basınç altındaki 1.00 mol'lük iki atomlu ideal bir gaz, basıncının sıcaklık ile doğrusal arttığı bir işlemden geçmektedir. Son sıcaklık ve basınç sırası ile 720 K ve 1.60 atm'dir. (*a*) iç enerjideki değişimi, (*b*) gazın yaptığı işi ve (*c*) gaza eklenen ısıyı bulunuz. (Beş serbestlik derecesi varsayınız.)

19–9 Bir Gazın Adiyabatik Genleşmesi

51. (I) Başlangıçta 1.00 atm ve 20°C'ta bulunan 1.00 mol'lük iki atomlu ideal bir gaz nümunesi başlangıçtaki hacminin 1.75 katına adiyabatik olarak genleşiyor. Gazın son basınç ve sıcaklığı nedir? (Moleküler titreşim olmadığını kabul ediniz.)

52. (II) 19-6 ve 19-15 denklemlerini kullanarak, P_1 basıncı ve V_1 hacminden P_2 basıncına ve V_2 hacmine adiyabatik olarak yavaş yavaş genleşen bir gazın yaptığı işin $W = (p_1V_1 - p_1V_1)\ (\gamma - 1)$ ile verildiğini gösteriniz.

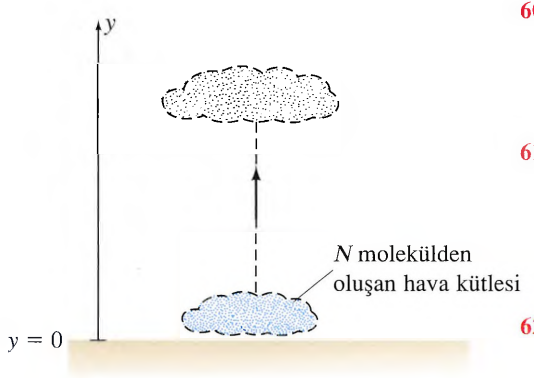
53. (II) 3.65 mol'lük iki atomlu ideal bir gaz numunesi 0.1210 m^3'ten 0.750 m^3'e adiyabatik olarak genleşiyor. Başlangıçtaki basınç 1.00 atm'dir. (*a*) ilk ve son sıcaklıkları, (*b*) iç enerjideki değişimi, (*c*) gazın kaybettiği ısıyı ve (d) gaz üzerine yapılan işi bulunuz. (Moleküler titreşim olmadığını kabul ediniz.)

54. (II) 2.8 mol'lük 0.086 m^3 hacmindeki tek atomlu ideal bir gaz adiyabatik olarak genleşiyor. Başlangıç ve son sıcaklıklar sırası ile 25°C ve –68°C'dir. Gazın son hacmi nedir?

55. (III) Başlangıçta 1.00 atm basınç altında bulunan 1.00 mol'lük tek atomlu ideal bir gaz üç adımlı bir işlemden geçiyor: (1) T_1 = 588 K'den T_2 = 389 K'e adiyabatik olarak genleşiyor; (2) sıcaklığı T_3'e ulaşana kadar sabit basınç altında sıkıştırılıyor; (3) daha sonra bir sabit hacim işlemi altında başlangıçtaki basınç ve sıcaklığa dönüyor. (*a*) Bu işlemleri bir PV diyagramında çiziniz. (*b*) T_3'ü bulunuz. İç enerjideki değişimi, gazın yaptığı işi, gaza eklenen ısıyı (*c*) her işlem için ve (*d*) bütün devir için hesaplayınız.

56. (III) Dünya atmosferinde farklı bir yükseltiye (y) yer değiştiren bir hava kütlesini göz önüne alınız (Şek.19-33). Hava kütlesi yükselti değiştirdikçe etrafındaki havanın P basıncını kazanır. Dnk.13-4'ten, ρ hava kütlesinin yüksekliğe bağlı yoğunluğu olmak üzere,

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g$$



ŞEKİL 19–33
Problem 56.

yazılabilir. Bu hareket esnasında hava kütlesinin hacmi değişecektir, hava zayıf bir iletken olduğundan bu genleşme veya büzülmenin adiyabatik olarak gerçekleşeceğini kabul ediyoruz. (a) Dnk.19-15, PV^{γ} = sabit, ile başlayarak adiyabatik bir işlemden geçen ideal bir gaz için $P^{1-\gamma}T^{\gamma}$ = sabit, olduğunu gösteriniz. Buradan hava kütlesinin basınç ve sıcaklığının

$$(1-\gamma)\frac{dP}{dy} + \gamma\frac{P}{T}\frac{dT}{dy} = 0$$

şeklinde bir birine bağlı olduğunu ve böylece

$$(1-\gamma)(-\rho g) + \gamma\frac{P}{T}\frac{dT}{dy} = 0$$

yazılabileceğini gösteriniz.
(*b*) İdeal gaz yasasını (*a*)'daki sonuç ile birlikte kullanarak, m bir hava molekülünün ortalama kütlesi ve k Boltzmann sabiti olmak üzere, hava kütlesinin sıcaklığındaki değişimin yükseklik değişimi ile aşağıdaki şekilde verileceğini gösteriniz:

$$\frac{dT}{dy} = \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{mg}{k}$$

(*c*) Havanın ortalama moleküler kütlesi 29 olan iki atomlu bir gaz olduğu verildiğine göre $dT/dy = -9.8\,\text{C}^\circ/\text{km}$ olduğunu gösteriniz. Bu değere kuru hava için **adiyabatik düşme oranı** denir. (*d*) Kaliforniya'da baskın olan batı rüzgarları kıtasal ABD'nin en yüksek yerlerinden birinden (4000 m yüksekliğindeki Sierra Nevada dağları) en düşük yükseltilerden birine (Ölüm Vadisi, –100 m) iner. Kuru rüzgarın Sierra Nevada'nın tepesinde sıcaklığı –5°C ise, Ölüm Vadisine indikten sonra sıcaklığı ne olur?

19–10 İletim, Dolaşım, Işınım

57. (I) (*a*) 25°C'ta bulunan 16 cm yarıçaplı tungsten bir küre (salım gücü $\in = 0.35$) ne kadar ışınım yayımlar? (*b*) Küre duvarlarının sıcaklığı –5°C olan bir oda içinde bulunuyorsa, küreden net enerji akış hızı nedir?

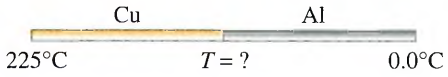
58. (I) Çapı 2.0 cm olan 45 cm uzunluğundaki bakır bir çubuğun bir ucu 460°C'ta tutuluyor ve diğer ucu 22°C'taki suya batırılıyor. Çubuk boyunca ısı iletim hızını bulunuz.

59. (II) Kalınlığı 1 cm, düz yatay alanı 1.0 m^2 olan ve 0°C'ta bulunan bir buz kalıbını Güneş'in eritmesi ne kadar sürer? Güneş ışınlarının düşey ile 35° açı yaptığını ve buzun salım gücünün 0.050 olduğunu kabul ediniz.

60. (II) *Deride ısı iletimi.* Derinin hemen altındaki kılcal damarlardan iletim yoluyla 150 W'lık ısının vücudun 1.5 m^2'lik yüzey alanına aktığını varsayınız. Sıcaklık farkı 0.50 C° ise kılcal damarların derinin yüzeyine olan uzaklığını bulunuz.

61. (II) Seramik bir çaydanlık ($\in = 0.70$) ve parlak olan bir diğeri ($\in = 0.10$) her ikisi de 95°C'de 0.55 L su taşıyor. (*a*) Her ikisinden ısı kayıp hızını bulunuz, ve (*b*) 30 dk sonra her ikisi için sıcaklık düşüşünü hesaplayınız. Sadece ışınımı göz önüne alınız ve çevre sıcaklığının 20°C olduğunu kabul ediniz.

62. (II) Aynı uzunluğa ve aynı kesit alanına sahip bakır ve alüminyum çubuklar uç uca birleştiriliyor (Şek.19-34). Bakır uç 225°C sabit sıcaklıkta tutulan bir fırına konuluyor. Alüminyum uç 0.0°C sabit sıcaklığında tutulan bir buz havuzuna konuluyor. İki çubuğun birleştiği noktadaki sıcaklığı bulunuz.



ŞEKİL 19–34 Problem 62.

63. (II) (*a*) Güneş sabitini kullanarak Dünya'nın Güneş'ten bir saniyede ne kadar enerji aldığını bulunuz. (*b*) Dünya'nın eşit miktarda enerjiyi geri uzaya yaydığını kabul ediniz (yani Dünya dengede olsun). Dünyanın mükemmel bir yayıcı ($\in = 1.0$) olduğunu kabul ederek ortalama yüzey sıcaklığını bulunuz. [*İpucu:* $A = 4\pi r_E^2$, alanını kullanınız ve neden kullandığınızı belirtiniz.]

64. (II) 100 W'lık bir ampül 95 W ısı üretir ve bu ısı yarıçapı 3 cm ve 0.50 mm kalınlığında cam bir ampülden yayılır. Camın iç ve dış yüzeyleri arasındaki sıcaklık farkı nedir?

65. (III) Evde kullanılan bir termostat normalde 22°C'a ayarlanır fakat gece boyunca 9 saat süre termostat ayarı 12°C'a düşürülmüştür. Termostat gece daha düşük bir sıcaklığa ayarlanmamış olsa idi ne kadar fazla ısı gerekeceğini bulunuz (günlük kullanımın yüzdesi olarak belirtiniz). Gece 9 saat boyunca ortalama sıcaklığın 0°C, günün geriye kalan saatlerinde 8°C olduğunu ve evden ısı kaybının içerdeki ve dışarıdaki sıcaklık farkları ile orantılı olduğunu kabul ediniz. Verilenlerden tahmini bir sonuç bulmanız için problemi basitleştiren daha başka varsayımlar yapmanız gerekecektir, bu varsayımları belirtiniz.

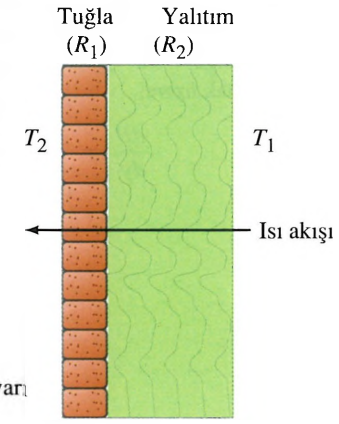
66. (III) Boyutları 25 cm × 35 cm × 55 cm, kalınlığı 1.5 cm olan iyice yalıtılmış köpük (Styrofoam) buz kutusuna konulan 0°C'deki 9.5 kg buzun erimesi yaklaşık olarak ne kadar sürer? Köpüğün iletkenliğinin havanın iki katı olduğunu ve dışarıdaki sıcaklığın 34°C olduğunu kabul ediniz.

67. (III) Silindirik bir borunun iç yarıçapı R_1 dış yarıçapı R_2'dir. Borunun iç kısmı sıcaklığı T_1 olan sıcak su taşımaktadır. Dışarının sıcaklığı T_2 ($< T_1$)'dir. (*a*) k borunun ısı iletkenlik katsayısı olmak üzere L uzunluğundaki borunun ısı kaybetme hızının

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{2\pi k(T_1 - T_2)L}{\ln(R_2/R_1)},$$

olduğunu gösteriniz. (*b*) Borunun çelik ve $R_1 = 3.3$ cm, $R_2 = 4.0$ cm, $T_2 = 18°C$ olduğunu kabul ediniz. Eğer boru $T_1 = 71°C$'ta durgun su içeriyorsa başlangıçtaki sıcaklık değişim oranı ne olacaktır? (*c*) Suyun boruya 71°C'ta girdiğini ve 8.0 cm/s hızla ilerlediğini kabul ediniz. Gittiği santimetre başına sıcaklık düşmesi ne olacaktır?

68. (III) Bir evin duvarının yalıtım kalitesinin Şek. 19-35'de gösterildiği gibi temel olarak 4.0 inç kalınlığında bir tuğla tabakası ile R-19 yalıtım katmanından oluştuğunu kabul ediniz. Duvardaki sıcaklık farkı 12 F°, duvarın toplam alanı 195 ft^2 ise, böyle bir duvardan olan toplam ısı kayıp hızı nedir?



ŞEKİL 19–35 Problem 68. Duvarı yalıtan iki tabaka.

Genel Problemler

69. Bir meşrubat kutusunda 5°C'ta yaklaşık 0.20 kg sıvı vardır. Sıvıyı vücut sıcaklığına (37°C) ulaştırmak için enerji gerektiğinden, bu sıvı içildiğinde gerçekte vücuttaki yağın bir kısmı tüketilir. Sıvıyı (esas olarak su) ısıtmak için gereken ısı ile içeceğin sahip olduğu kalori miktarının tam dengede olması için içeceğin ne kadar besin kalorisi olmalıdır?

70. (*a*) Güneş'in 5500 K'de mükemmel bir yayıcı olduğunu kabul ederek Güneş'in uzaya yaydığı toplam gücü bulunuz. Güneş'in yarıçapı 7.0×10^8 m'dir. (*b*) Buradan 1.5×10^{11} m uzaktaki Dünya'da birim yüzeye ulaşan gücü bulunuz.

71. Dünya okyanuslarında ne kadar ısısal enerji depolandığı hakkında bir fikir edinmek için, bir kenarı 1 km olan bir küp dolusu suyun 1 K soğutulması ile ortaya çıkacak ısıyı yaklaşık olarak bulunuz. (Okyanus suyunu temiz su olarak alınız.)

72. Bir dağcı, kalınlığı 3.5 cm, toplam yüzey alanı 0.95 m^2 olan bir kaz tüyü yeleği giymektedir. Giysisinin yüzeyinde sıcaklık –18°C, derisinde ise 34°C'dir. Yelekten iletim yoluyla ısı akış hızını (a) yeleğin kuru ve ısısal iletim katsayısının (k) kaz tüyüne eşit olduğunu, (*b*) yeleğin ıslak olduğunu ve bu nedenle k'nin suyunki ile aynı olduğunu ve yeleğin kalınlığının 0.50 cm'ye çektiğini kabul ederek bulunuz.

73. Hafif etkinliklerde 70 kg'lık bir kişi 200 kcal/sa güç üretebilir. Bunun %20'sinin faydalı iş için kullanıldığını, geriye kalan %80'nin ısıya çevrildiğini kabul ederek, bu ısının çevreye hiç transfer edilmediğinde 30 dk sonra vücudun sıcaklığındaki artışı yaklaşık olarak bulunuz.

74. Isının vücudun iç kısımlarından yüzeye hangi hızda iletildiğini yaklaşık olarak bulunuz. Yüzey alanının 1.5 m^2, dokunun kalınlığının 4.0 cm, derinin 34°C ve iç kısımların 37°C'ta olduğunu kabul ediniz. Bu değeri hafif işler yapan bir kişinin harcaması gereken 230 W ile karşılaştırınız. Bu sonuç kan dolaşımı ile dolaşım yoluyla soğutmanın gerekliliğini açıkça göstermektedir.

75. Bir maraton koşucusunun yarış esnasında ortalama metabolizma oranı 950 kcal/sa'tir. Koşucunun kütlesi 55 kg ise, koşucunun 2.2 sa süren bir yarışta deriden buharlaşma yoluyla ne kadar su kaybedeceğini yaklaşık olarak bulunuz.

76. Bir ev 19.5 cm kalınlığında 410 m^2 alanlı çok iyi yalıtılmış duvarlara (hava iletkenliğine sahip olduğunu varsayınız), 5.5 cm kalınlığında 280 m^2 alanlı tahta çatıya, 0.65 cm kalınlığında toplam 33 m^2 alanlı perdesiz pencerelere sahiptir. (*a*) Isının sadece iletim yoluyla kaybedildiğini kabul ederek, dışarıdaki sıcaklık –15°C ise bu evin içerideki sıcaklığını 23°C'ta tutmak için hangi oranda ısı sağlanması gerektiğini bulunuz. (*b*) Ev başlangıçta 12°C'ta ise 30 dak içinde sıcaklığı 23°C'a yükseltmek için ne kadar ısı sağlanması gerektiğini yaklaşık olarak bulunuz. Sadece havanın ısıtılması gerektiğini ve havanın hacminin 750 m^3 olduğunu kabul ediniz. (*c*) Doğal gazın kilogram fiyatı 0.080 TL ve doğal gazın yanma ısısı 5.4×107 J/kg ise, evin sıcaklığını (*a*)'daki gibi tutmak için aylık giderin ne olacağını üretilen ısının %90'nının evi ısıtmakta kullanıldığını kabul ederek hesaplayınız. Havanın özgül ısısını 0.24 kcal/kg·C° alınız.

77. Tipik bir squash oyununda (kapalı salonda oynanan bir tür tenis oyunu) (Şek.19-36) iki oyuncu yumuşak lastik bir topu susuzluk ve yorgunluktan bayılacak hale gelinceye kadar duvara çarparlar. Topun duvara 22 m/s hızla çarptığını, 12 m/s hızla geri teptiğini ve kaybedilen kinetik enerjinin topu ısıttığını kabul ediniz. Bir vuruşta topun sıcaklığındaki artış nedir? (Lastiğin özgül ısısını yaklaşık 1200 J/ kg·C° alınız.)



ŞEKİL 19–36 Problem 77.

78. Bir bisiklet pompası 22 cm uzunluğunda 3.0 cm yarıçaplı bir silindirdir. Pompa 20.0°C'ta 1 atm basınç altında hava içermektedir. Pompanın tabanındaki hava çıkışı kapatılmış ve hava başlangıçtaki hacminin yarısına kadar sıkıştırılacak şekilde pompa kolu bastırılmışsa, pompadaki hava ne kadar ısınır?

79. Bir mikrodalga fırın 250 g suyu ısıtmak için kullanılıyor. Maksimum ayarda fırın 20°C'taki suyun sıcaklığını 1 dk 45 s (10^5 s)'de 100°C'a çıkarıyor. (*a*) Fırın suya hangi oranda enerji vermektedir? (*b*) Fırından suya aktarılan güç sabit kalırsa, fırın (1 dk 45 s yerine) 2 dk çalıştırıldığında ne kadar su buharlaşır?

80. Dünya kabuğunun sıcaklığı her 30 m derinlikte yaklaşık 1°C artar. Kabuğun ısısal iletkenliği yaklaşık 0.80 W/C°·m'dir. (*a*) Bütün Dünya için, iç kısımlardan yüzeye 1 sa içinde aktarılan ısıyı bulunuz. (*b*) Bu ısıyı Güneş'ten Dünya'ya 1 sa içinde gelen ışınım enerjisi ile karşılaştırınız.

81. Bir gölde bir buz tabakası oluşuyor. Su 0°C'ta iken buz tabakasının üzerindeki hava –18°C'tadır. Buz tabakasının alt yüzeyinde donan suyun erime gizil ısısının tabaka içinden yüzeydeki havaya aktarıldığını kabul ediniz. 15 cm kalınlığında bir buz tabakasının oluşması ne kadar zaman alır?

82. Demirden oluşan bir meteor Dünya atmosferine girince eriyor. Dünya atmosferinin dışında iken başlangıçtaki sıcaklığı –105°C ise, meteorun Dünya atmosferine girmeden önce sahip olması gereken hızı hesaplayınız.

83. Bir dalgıç 3.60 cm çaplı küresel bir hava kabarcığını 14.0 m derinlikten bırakıyor. Sıcaklığın 298 K ve sabit olduğunu ve havanın ideal bir gaz gibi davrandığını kabul ediniz. (*a*) Kabarcık yüzeye ulaştığında ne kadar büyüktür? (*b*) İşlemin *PV* diyagramını çiziniz. (*c*) Kabarcığa termodinamiğin birinci yasasını uygulayınız ve yüzeye yükselirken gazın yaptığı işi, iç enerjisindeki değişimi ve yükselirken kabarcığa aktarılan veya kabarcıktan uzaklaştırılan ısıyı bulunuz. Suyun yoğunluğunu 1000 kg/m^3 alınız.

84. Bir kompresör bir silindir içindeki piston gibi çizgisel ileri-geri hareketleri ile havayı sıkıştıran bir alettir. 150 dds (devir/dakika)'de çalışan bir kompresör düşünelim. Bir sıkıştırma vuruşu esnasında 1.00 mol hava sıkıştırılıyor. Havanın başlangıçtaki sıcaklığı 390 K olup, kompresörün motoru havayı sıkıştırmak için 7.5 kW güç sağlamakta ve ısı 1.5 kW oranında uzaklaştırılmaktadır. Her sıkıştırma vuruşu için sıcaklık değişimini hesaplayınız.

85. 75 W'lık bir ampulün cam yüzeyi odanın sıcaklığı 18°C iken 75°C'tır. 150 W'lık aynı büyüklükteki cam bir ampulün sıcaklığını bulunuz. Sadece ışınımı göz önüne alınız ve enerjinin %90'nının ısı olarak yayıldığını varsayınız.

86. Standart basınç ve sıcaklık altındaki 3.0 mol neon (tek atomlu ideal bir gaz) yavaş yavaş ve eşsıcaklıklı olarak başlangıçtaki hacminin 0.22'sine sıkıştırılıyor. Daha sonra gazın adiyabatik olarak çabucak başlangıçtaki hacmine genleşmesine izin veriliyor. Gazın ulaştığı en yüksek ve en düşük sıcaklık ve basınç değerlerini bulunuz ve bir PV diyagramında bu değerlerin nerede oluştuğunu gösteriniz.

87. Çok düşük sıcaklıklarda bir çok maddenin moler özgül ısısı mutlak sıcaklığın küpü ile değişir ve bu bazen Debye yasası olarak adlandırılır:

$$C = k\frac{T^3}{T_0^3}.$$

Kaya tuzu için T_0 = 281 K ve k = 1940 J/mol·K'dir. 2.75 mol tuzu 22.0 K'den 48.0 K'ye yükseltmek için gerekli ısıyı bulunuz..

88. Bir dizel motorunda, dizel yakıtının tutuşma sıcaklığının üzerindeki bir sıcaklığa havanın adiyabatik sıkıştırılması ve sıkıştırmanın en yüksek noktasında yakıtın silindirin içine enjekte edilmesi ile kıvılcımsız yanma oluşur. Havanın silindire 280 K ve V_1 hacminde alındığını, adiyabatik olarak 560°C'ta V_2 hacmine sıkıştırıldığını kabul ediniz. Havanın C_P'nin C_V'ye oranının 1.4 olduğu ideal bir gaz olduğunu kabul ederek, motorun V_1/V_2 oranını hesaplayınız.

89. Atmosfer basıncında tutulan hafif sürtünmesiz bir piston ile donatılmış silindir içinde bulunan bir gaza 6.30 × 10^5 J ısı eklendiğinde hacmin 2.2 m^3'ten 4.1m^3'e arttığı gözleniyor. (*a*) Gazın yaptığı işi, (*b*) gazın iç enerjisindeki değişimi hesaplayınız. (*c*) Bu işlemi bir *PV* diyagramında gösteriniz.

90. Soğuk bir ortamda, bir kişi iletim ve ışınım yoluyla yaklaşık 200 W oranında ısı kaybedebilir. Metabolizmanın hemen hemen durduğunu kabul ederek, vücut sıcaklığının 36.6°C'tan 35.6°C'a düşmesinin ne kadar süreceğini yaklaşık olarak bulunuz. 70 kg'lık bir kütle kabul ediniz. (Tablo 19-1'e bakınız.)

* Sayısal/Bilgisayar

***91.** (II) 100°C'ta 0.50 m^3 hacmindeki 1.0 mol buharın eşsıcaklıklı olarak 1.00 m^3'e genleştiğini varsayalım. Buharın a = 0.55 N·m^4/mol^2 ve $b = 3.0 \times 10^{-5}$ m^3/mol olmak üzere van der Waals denklemine uyduğunu kabul edelim: $(P + n^2a/V^2)(V/n - b) = RT$, (Dnk.18-9). $dW = PdV$ ifadesini kullanarak yapılan toplam işi sayısal olarak bulunuz. Sonucunuz dW ifadesinin integrali alınarak elde edilen sonuçla %2 hata ile uyuşması gerekir.

Alıştırmaların Cevapları:

A: (*b*).

B: (*c*).

C: 0.21 kg.

D: 700 J.

E: Daha az.

F: -6.8×10^3 J.

G: (*d*).

Bir ısı makinasının eski buharlı trenler ve modern kömür yakan güç tesisleri gibi birçok kullanım yeri vardır. Buhar makinaları, buharı iş yapmak üzere üretir: elektrik üretmek için türbinlerin üzerinde ve lokomotif tekerleklerini döndürmek için bağlantıyı hareket ettiren piston üzerinde. Herhangi bir makinanın verimi- kendisi ne kadar dikkatlice yapılırsa yapılsın önemli değil- termodinamiğin ikinci yasasında tanımlandığı gibi doğa tarafından sınırlandırılır. Bu önemli yasa, en iyi biçimde, entropi olarak adlandırılan ve başka niceliklere benzemeyen bir nicelik ile ifade edilir. Entropi korunmaz ancak gerçek süreçlerde her zaman artar. Entopi düzensizliğin bir ölçüsüdür. Termodinamiğin ikinci yasası bize, zaman ilerledikçe evrendeki düzensizliğin artacağını söyler.

Isı motorları, ısı pompaları ve soğutma dâhil birçok pratik konuyu tartışacağız.



BÖLÜM

20

Termodinamiğin İkinci Yasası

İÇERİK

20–1 20-1 Termodinamiğin İkinci Yasası-Giriş
20–2 Isı Makineleri
20–3 Tersinir ve tersinmez Süreçler: Carnot Makinesi
20–4 Buzdolapları, Klimalar ve Isı
20–5 Entropi
20–6 Entropi ve Termodinamiğin İkinci Yasası
20–7 Düzenlilikten Düzensizliğe
20–8 Enerjinin Yokluğu; Isıl Ölüm
*20–9 İkinci Yasa ve Entropinin İstatistiksel Yorumu
*20–10 Termodinamik Sıcaklık: Termodinamiğin Üçüncü Yasası
*20–11 Isıl Kirlilik, Küresel Isınma ve Enerji Kaynakları

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!

Fosil yakıtla elektrik üreten tesisler "ısıl kirlilik" yaparlar. Yanan yakıtla üretilen ısının bir kısmı elektrik enerjisine dönüştürülmez. Bu firenin nedeni aşağıdakilerden hangisidir:

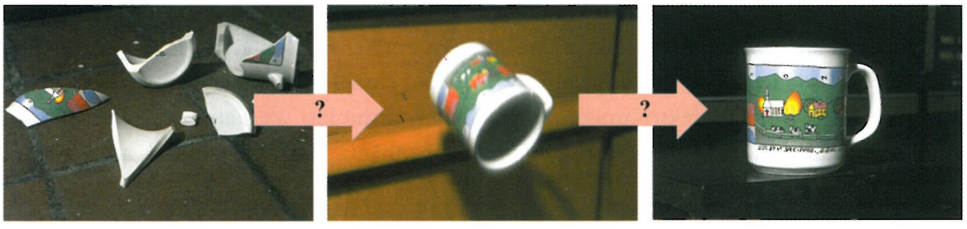
(a) Bir miktar ısı kaçmasına izin verilirse, verimlilik daha yüksek olur.
(b) Mühendislik teknoloji henüz 100% atık ısı geri dönüşümünü mümkün kılacak noktaya ulaşmadı.
(c) Isıyı faydalı işe çevirirken, bir miktar atık ısı üretilmek zorundadır: Bu, doğanın temel özelliklerinden birisidir.
(d) (d) Tesisler nükleer yakıtla değil fosil yakıtlar ile çalışıyor.
(e) (e) Yukarıdakilerden hiçbirisi

Isı ve termodinamik üzerine olan bu son bölümde, termodinamiğin meşhur ikinci yasasını ve bu temel yasadan ortaya çıkan "entropi" kavramını ve onun tam bir tanımını ele alacağız. Ayrıca, yeni bir yasanın gerekliliğini bize ilk defa gösterdikleri için ısı makinelerini- ısıyı güç istasyonlarında, trenlerde ve motorlu araçlarda işe çeviren- tartışacağız. Son olarak termodinamiğin üçüncü yasasını kısaca ele alacağız.

20–1 Termodinamiğin İkinci Yasası-Giriş

Termodinamiğin birinci yasası enerjinin korunduğunu ifade eder. Bununla birlikte, enerjinin korunduğunu düşündüğümüz ancak tabiatta vuku bulduğu gözlenmemiş birçok süreç vardır. Örneğin, sıcak bir cisim soğuk bir cisim ile temas edecek şekilde yerleştirilirse, ısı sıcak olandan soğuk olana doğru akar, hiçbir zaman kendiliğinden tersi olmaz. Eğer ısı soğuk olandan ayrılıp sıcak olana geçseydi, enerji hala korunabilirdi. Bununla birlikte, bu kendiliğinden olmaz[†] İkinci bir örnek olarak, bir taşı düşürdüğünüz ve yere çarptığı zaman ne olacağını düşünün: taş düşerken, taşın başlangıç potansiyel enerjisi kinetik enerjiye dönüşür. Taş yere çarptığı zaman, bu enerji kayanın ve vuruş noktasının yakınındaki yerin iç enerjisine dönüşür; moleküller daha hızlı hareket eder ve sıcaklık kısmen artar. Fakat, tersinin olduğunu gördünüz mü- moleküllerin ısıl enerjisi taşın kinetik enerjisine dönüştüğü için, yerde duran bir taş aniden havaya yükselir mi? Bu süreçte enerji korunabilir ancak hiçbir zaman bu olayın olduğunu görmeyiz.

Doğada meydana gelen ancak tersi olmayan süreçlerin birçok farklı örnekleri vardır. İki örnek daha: (1) Bir kavanoz içine bir tabaka tuz koyar ve onu bir tabaka benzer büyüklükte biber taneleri ile kaplarsanız, kavanozu salladığınız zaman tam bir karışım elde edersiniz. Fakat, ne kadar uzun sure sallarsanız sallayın, karışım yeniden iki ayrı tabakaya ayrılmaz. (2) Kahve fincanları ve bardaklar eğer yere düşürürseniz kırılırlar. Fakat onlar kendiliğinden bir araya gelmezler (Şek. 20-1).



(a) İlk durum. (b) Sonra: fincan bir araya gelir ve yükselir. (c) Daha sonra: fincan masa üstüne yerleşir.

ŞEKİL 20–1 Bu süreci şu ana kadar gözlediniz mi? Bir kırılan fincanın kendiliğinden tekrar bir araya gelip masanın üzerine çıktığını gözlemlediniz mi? Bu süreç enerjiyi ve mekaniğin diğer yasalarını korur.

Bu tersine süreçlerden herhangi biri olmuş olsaydı, termodinamiğin birinci yasası (enerjinin korunumu) çiğnenmiş olmazdı. Tersine çevrilebilirlikteki bu eksikliği açıklamak için, bilim adamları 19. yy sonlarında termodinamiğin ikinci yasası olarak bilinen yeni bir ilkeyi formüle ettiler.

Termodinamiğin ikinci yasası doğada olan ve olmayan süreçlerle ilgili bir açıklamadır. Aynı anlama gelen birçok farklı şekilde ifade edilebilir. R. J. E. Clausius (1822-1888) göre bir açıklaması şöyledir

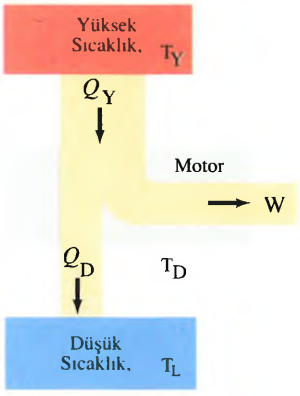
TERMODİNAMİĞİN İKİNCİ YASASI (Clausius ifadesi)

Isı sıcak bir cisimden soğuk bir cisme kendiliğinden akabilir; ısı soğuk bir cisimden sıcak bir cisme kendiliğinden akmaz.

Bu ifade özel bir sürece uygulandığı için, diğer süreçlere nasıl uygulanacağı açık değildir. Diğer mümkün olan süreçleri de içine alan daha genel bir ifadeye gerek vardır.

Termodinamiğin ikinci yasasının genel ifadesinin geliştirilmesi kısmen ısı makinelerinin çalışmalarına da dayandırıldı. Isı makinesi bir buhar makinesi ya da otomobil motoru gibi ısıl enerjiyi mekanik enerjiye dönüştüren bir alettir. Şimdi, hem pratik bakış açısı hem de termodinamiğin ikinci yasasının geliştirilmesindeki önemini göstermek açısından ısı makinelerini inceleyeceğiz.

[†]Kendiliğinden' derken, dışarıdan herhangi bir çeşit iş girişi olmaması kastedilmektedir. (Buzdolabı, sadece motoru çalıştığı zaman ısıyı soğuk ortamdan sıcak olanına hareket ettirir—Bölüm 20-4.)



ŞEKİL 20–2 Isı makinesi için enerji transferinin şematik diyagramı.

20–2 Isı Makineleri

İş yaparak ısı enerjisi üretmek kolaydır- örneğin, basitçe ellerinizi birbirine sürterek ya da herhangi bir sürtünme işlemiyle. Fakat ısı enerjisinden iş almak daha zordur, bunu yapabilecek bir alet 1700'lerde buhar makinelerinin geliştirilmesiyle icat edildi.

Bir ısı makinesinin arkasındaki temel fikir, mekanik enerjinin ısıl enerjiden yalnızca ısı yüksek sıcaklıktan düşük sıcaklığa doğru akmasına izin verildiği zaman elde edilebilmesidir. Bu süreçte, Şek. 20-2'de şematik olarak gösterildiği gibi ısının bir kısmı daha sonra mekanik işe çevrilebilir. Biz yalnızca çevrimsel (yani, sistemin tekrar tekrar başlangıç noktasına döndüğü) ve dolayısıyla sürekli çalışabilen makineler ile ilgileneceğiz. Her bir çevrimde, sistemin iç enerjideki değişimi $\Delta E_{iç} = 0$ 'dır. Çünkü sistem başlangıç noktasına döner. Böylece T_Y yüksek sıcaklığında Q_Y ısı girişi kısmen W işine dönüşür ve kısmen T_D düşük sıcaklığında Q_D ısısı olarak atılır (Şek. 20-2). Enerjinin korunumundan, $Q_Y = W + Q_D$'dir. Yüksek ve düşük sıcaklıklar, T_Y ve T_D, makinenin çalışma sıcaklıkları olarak adlandırılır. Kullandığımız yeni işaret kurallarına dikkat edin. Q_Y, Q_D ve W'yi her zaman pozitif olarak alıyoruz. Şek. 20-2'deki gibi, her enerji transferinin yönü, üzerinde çalışılan diyagramda ok ile gösteriliyor.

DİKKAT

Yeni işaret kuralları:
$Q_Y > 0, Q_D > 0, W > 0$

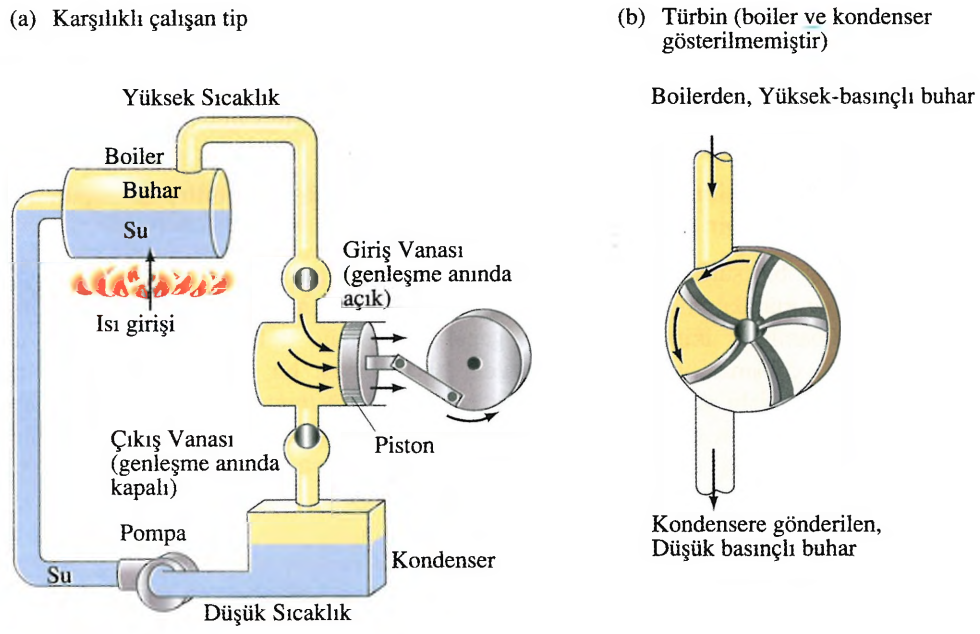
Buhar Makineleri ve İçten Yanmalı Motorlar

FİZİK UYGULAMASI

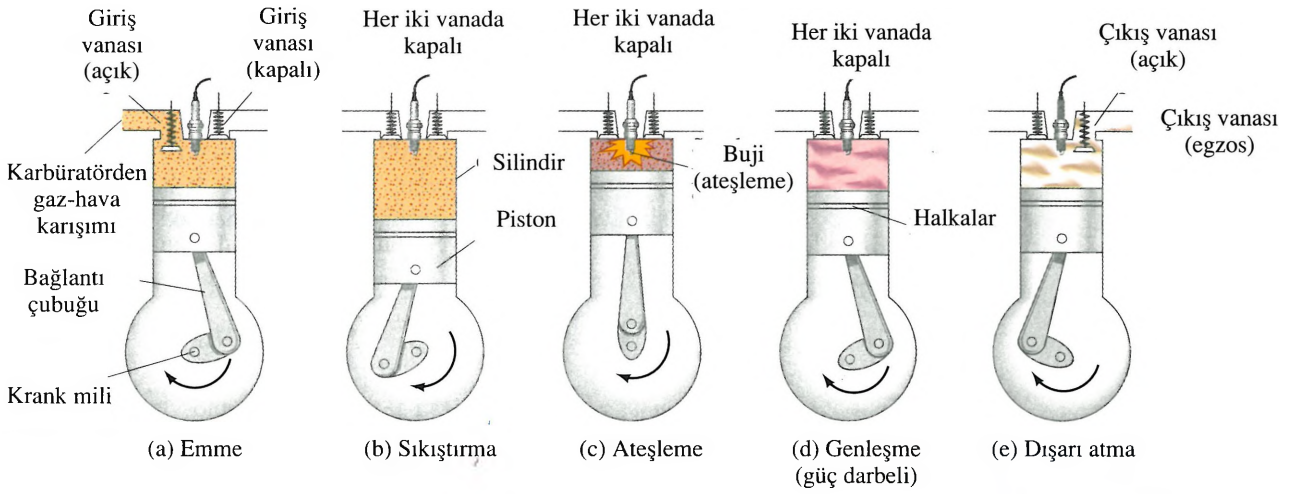
Motorlar

Bir buhar makinesinin çalışması Şek. 20-3'te gösteriliyor. Buhar makineleri, her biri kömür, petrol, gaz yanması ya da nükleer enerji ile ısıtılmış buharı kullanan, iki ana tiptedir. Çevrimsel bir motorda, Şek. 20-3a, ısıtılmış buhar emme sübabı içinden geçer ve bir pistona karşı genleşir; onu hareket etmeye zorlar. Piston başlangıç pozisyonuna geri döndüğü zaman, gazları egzoz çıkışından atmaya zorlar. Bir buhar türbini, Şek. 20-3b, çok benzerdir sadece çevrimsel piston yerine çok kanatlı tekerleğe benzer dönen bir türbini vardır. Bugün elektriğimizin çoğu buhar türbinleri kullanılarak elde edilir.[†] Isıtılan ve soğutulan malzeme, (bu örnekte buhar), **çalışma malzemesi** olarak adlandırılır.

[†]Nükleer güç istasyonları bile buhar türbinleri kullanırlar; Nükleer yakıt-uranyum- sadece buharı ısıtmada yakıt olarak hizmet eder.



ŞEKİL 20–3 Buhar makineleri.



ŞEKİL 20–4 Dört-vuruş-çevrimli içten yanmalı motor: (a) piston aşağı indikçe, gaz-hava karışımı silindir içine hareket eder; (b) piston yukarı yönde hareket eder ve gazı sıkıştırır; (c) oldukça sıkıştırılmış gaz-hava karışımının buji ateşlemesi ile yanmasıyla kısa bir süre içinde yüksek sıcaklığa ulaşılır; (d) artık yüksek sıcaklık ve basınçta olan gaz, pistona karşı genleşir, güç vuruşu; (e) yanmış gaz egzoz borusundan dışarı atılır; piston üste ulaştığında egzoz vanası kapanır ve giriş vanası açılır, tüm çevrim tekrarlar, (a), (b), (d), ve (e), döngünün dört vuruşudur.

İçten yanmalı bir motorda (birçok otomobilde kullanılan), yüksek sıcaklıklar Şek. 20-4'te açıklandığı gibi, silindir içinde (buji ateşlemesiyle), benzin-hava karışımının yanmasıyla elde edilir.

Bir Isı Makinesini Çalıştırmak için Niçin bir ΔT gereklidir?

Bir ısı makinesini çalıştırmak için niçin bir *sıcaklık farkına* ihtiyaç olduğunu görmek için, buhar motorlarını inceleyelim. Örneğin, çevrimsel motorlarda, farzedin ki yoğunlaştırıcı ve pompa yok (Şek. 20-3a), ve buhar tüm sistemde aynı sıcaklıkta. Bu, egzos gaz basıncı ile alınan gaz basıncının aynı olduğu anlamına gelir. Dolayısıyla, gaz genleştiği zaman gaz tarafından piston *üzerine* iş yapılmasına rağmen, piston *tarafından* buharı dışarı atmak için eşit miktarda bir iş yapılacaktır. Böylece, yapılan net iş sıfır olur. Gerçek bir motorda, çıkış basıncı giriş basıncından düşük olacak şekilde, atılan gaz daha düşük bir sıcaklığa düşürülür ve yoğunlaştırılır. Böylece, piston gazı egzoz çıkışından atmak için iş yapmak zorunda olmasına rağmen, bu iş, gaz tarafından girişte piston üzerinde yapılan işten daha az olur. Bu nedenle, net bir iş elde edilir - fakat bu, sadece eğer sıcaklık farkı var ise gerçekleşir. Benzer şekilde, bir gaz türbininde gaz soğutulmaz ise, kanatların her iki yanındaki basınç aynı olacaktır. Çıkış kısmında gazı soğutarak, kanadın arka kısmındaki basınç düşürülür ve böylece türbin döner.

Verimlilik ve İkinci Yasa

Bir ısı makinesinin verimi, e, onun yaptığı W işinin Q_Y yüksek sıcaklıkta aldığı ısıya oranı olarak tanımlanabilir (Şek.20-2):

$$e = \frac{W}{Q_Y}.$$

Bu akla yatkın bir tanımdır, çünkü, W sistemin çıktısıdır (motordan elde edilen şey), halbuki Q_Y yakıtı yakmak için para ödeyerek sisteme koyduğun girdidir. Enerji korunduğundan alınan ısı Q_Y, yapılan iş ve düşük sıcaklıkta atılan (Q_D) ısısnın toplamına eşit olacaktır:

$$Q_Y = W + Q_D$$

Böylece $W = Q_Y - Q_D$ ve bir motorun verimi

$$e = \frac{W}{Q_Y} \qquad \textbf{(20–1a)}$$

$$= \frac{Q_Y - Q_D}{Q_Y} = 1 - \frac{Q_D}{Q_Y} \qquad \textbf{(20–1b)}$$

'dir. Verimi yüzde olarak vermek için Dnk. 20-1'i 100 ile çarparız. Dikkat ederseniz yalnızca eğer Q_D sıfır olursa e, 1.0 (ya da %100) olabilir - yani çevreye ısı atımı olmaz.

ÖRNEK 20–1 Araba verimi. Bir otomobil motoru % 20 verime sahiptir ve saniyede ortalama 23,000 J'lük bir mekaniksel iş üretmektedir. (*a*) Ne kadar ısı girişi gerekir, ve (*b*) bu motordan saniyede atık ısı olarak ne kadarlık bir ısı dışarı çıkar?

YAKLAŞIM Her bir saniyede üretilen $W = 23{,}000$ J'lük iş ve $e = 0.20$ verimi için ısı girişi Q_Y ve ısı çıkışı Q_D'yi bulmak istiyoruz. İlk olarak $W = 23{,}000$ J ve sonra $e = 0.20$ 'yi bulmak için Dnk. 20-1'deki verimin farklı formlardaki tanımını kullanabiliriz.

ÇÖZÜM (*a*) Dnk.20-1a'yı, $e = W/Q_Y$, Q_Y için çözelim:

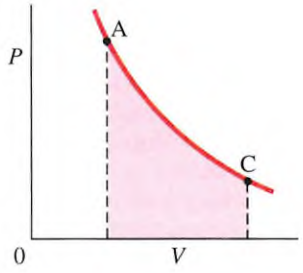
$$Q_Y = \frac{W}{e} = \frac{23{,}000\ \text{J}}{0.20}$$
$$= 1.15 \times 10^5\ \text{J} = 115\ \text{kJ}.$$

Motor 115 kJ/s = 115 kW ısı girişi gerektirir. (*b*) Şimdi Dnk. 20-1b'yi $(e = 1 - Q_L/Q_Y)$ Q_L için çözelim:

$Q_D = (1 - e)Q_Y = (0.80)115$ kJ $= 92$ kJ. Motorun çevreye ısı verme hızı 92 kJ/s = 92 kW'tır.

NOT Motora saniyede giren 115 kJ'ün sadece 23 kJ'ü iş yapar, 92 kJ ısı olarak atılıp ziyan olur.

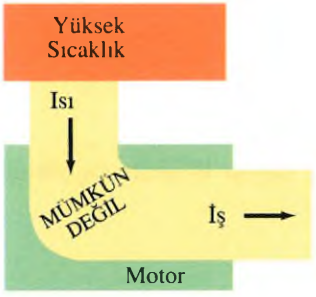
NOT Problem birim zaman başına enerji cinsinden ifade edilmiştir. 1 J/s = 1 W olduğu için, güç cinsinden de ifade edebilirdik.



ŞEKİL 20–5 Adiyabatik süreç, Alıştırma A

ALIŞTIRMA A A Bir adiyabatik süreç, sistemden içeriye veya dışarıya ısı akışının olmadığı bir süreç olarak tanımlanır. Eğer ideal bir gaz Şek.20-5'te (Şek.19-8'e de bak) gösterildiği gibi genleşirse, yapılan iş W grafiğin altında gölgeli olarak gösterilen alana eşittir. Bu sürecin verimi $e = W/Q$, %100' den daha büyük olabilir ($= \infty$, $Q = 0$ olduğu için). Bu ikinci yasanın bir ihlali midir?

Dnk. 20-1b'den, $e = 1 - Q_D/Q_Y$ açıkça görülüyor ki, bir makinenin verimi eğer Q_D küçülülürse daha büyük olacaktır. Bununla birlikte, birçok farklı sistemdeki deneyimlerden, Q_D'yi sıfıra indirmenin mümkün olmadığı bulunmuştur. Şek. 20-6'da gösterildiği gibi, eğer Q_D sıfıra düşürülebilirse, %100 verimli bir makineye sahip olabiliriz.



ŞEKİL 20–6 Tüm giriş ısısını iş yapmak için kullanacak mükemmel bir kuramsal ısı makinesinin şematik diyagramı

Böyle çevrimsel olarak sürekli çalışan mükemmel bir makinenin (devridaim makinesi) olmaması da termodinamiğin ikinci yasasını ifade etmenin bir başka yoludur:

TERMODİNAMİĞİN İKİNCİ KANUNU (Kelvin-Planck ifadesi)

Verilen bir miktar ısıyı tamamıyla işe çeviren bir makine yapmak mümkün değildir.

Bu, **termodinamiğin ikinci yasasının Kelvin-Planck ifadesi olarak** bilinir. Bir başka deyişle, Şek. 20-6'da gösterildiği gibi mükemmel (%100 verimli) bir ısı makinesi olamaz.

Eğer ikinci yasa doğru olmasaydı, yani mükemmel bir makine inşa edilebilseydi, oldukça dikkate değer bazı şeyler olabilirdi. Örneğin, eğer bir gemi motoru ısı atmak için düşük sıcaklıklı ısı deposuna ihtiyaç duymasaydı, okyanus suyunun iç enerjisinin sonsuz kaynağını kullanarak okyanus boyunca seyehat ederdi. Hakikaten, hiç yakıt problemimiz olmazdı.

20–3 Tersinir ve Tersinmez Süreçler; Carnot Makinesi

Ondokuzuncu yüzyıl başlarında, Fransız bilim adamı N. L. Sadi Carnot (1796-1832) ısıyı mekanik enerjiye çevirme işlemini detaylıca çalıştı. Amacı, ısı makinelerinin veriminin nasıl artırılacağını belirlemekti, fakat kısa sürede çalışmaları onu termodinamiğin temellerini sorgulamaya yöneltti. 1824'te Carnot, bugün Carnot makinesi diye adlandırdığımız ideal makineyi icat etti (kağıt üzerinde). Gerçekte Carnot makinesi yoktur, fakat teorik bir fikir olarak, termodinamiğin ikinci yasasını anlamada ve yerleştirmede önemli bir rol oynamıştır.

Tersinir ve Tersinmez Süreçler

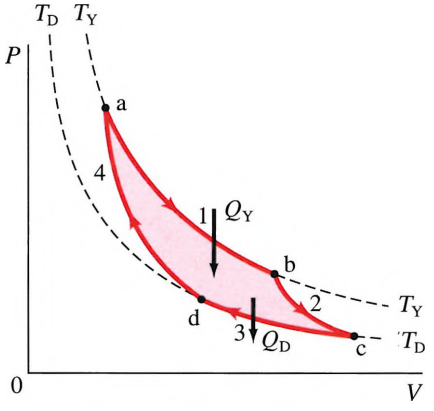
Carnot makinesi tersinir süreçleri gerektirmektedir, bu nedenle, onu tartışmadan önce, tersinir ve tersinmez süreçler ile ne kastettiğimizi ifade etmeliyiz. Tersinir süreç, sonsuz yavaş meydana gelen bir süreçtir, öyle ki süreç, bir dizi denge durumu olarak düşünülebilir ve tüm işlemin tersi, yapılan iş, ya da ısı değiş-tokuşunun miktarı değişmeden gerçekleştirilebilir. Örneğin, sıkı, hareket edebilir fakat sürtünmesiz bir pistonla kapatılmış bir silindir içindeki gaz, çok yavaşça yapılırsa, tersinir bir yolla eşsıcaklıklı olarak sıkıştırılabilir. Bununla birlikte, bütün yavaş (yarı-statik) süreçler tersinir değildir. Eğer örneğin, hareket eden pistonla silindir arasında sürtünme varsa, bir yönde yapılan iş (A durumundan B durumuna), ters yönde (B durumundan A durumuna) yapılan işin negatifi olmayacaktır. Böyle bir süreç tersinir olarak düşünülemez. Sonsuz bir zaman isteyeceği için, tam olarak tersinir bir süreç gerçekte mümkün değildir. Bununla birlikte, tersinir sürece çok yaklaşmak mümkündür ve bu süreçler teorik olarak çok önemlidir.

Bütün gerçek süreçler **tersinmezdir.** Sonsuz yavaş bir biçimde yapılmazlar. Gazda düzensizlik olabilir, sürtünme olabilir vb. Hiçbir işlem tam olarak tam olarak tersinden yapılamaz çünkü sürtünme ile kaybolan ısı geri kazanılamaz. Verilen bir hacim için, iyi tanımlanmış bir P basıncı ve T sıcaklığı olamaz. Çünkü sistem her zaman bir denge durumunda olamaz. Bu nedenle, ideal bir tersinir sürece yaklaşılmadıkça, gerçek bir tersinmez süreç, PV diyagramı üzerinde çizilemez. Fakat, bir tersinir süreç (denge durumlarınındurağanımsı bir serisi olduğu için) her zaman PV diyagramı üzerine çizilebilir ve bir tersinir süreç, tersden yapıldığı zaman, PV diyagramı üzerinde aynı yolu izler. Bütün gerçek süreçler tersinmez olmasına rağmen , tersinir süreçler, tıpkı ideal gaz genel kavramı gibi, kavramsal olarak önemlidir.

Carnot'nun Makinesi

Şimdi Carnot'nun idealize edilmiş makinesine bakalım. Carnot makinesi, bir tersinir çevrim ile çalışır. Bununla, bir malzemeyi (çalışma malzemesi) bir başlangıç denge durumundan alıp bir çok farklı denge durumundan geçirdikten sonra tekrar aynı başlangıç durumuna döndüren bir dizi tersinir süreci kastediyoruz. Carnot makinesi, Şek. 20-7'de gösterilen, çalışma malzemesi ideal bir gaz olan Carnot çevrimini kullanır. Başlangıç durumu olarak a noktasını alalım; Gaz, önce T_Y ısısı eklenerek, Q_Y sıcaklığında ab yolu boyunca eşsıcaklıklı ve tersinir biçimde genişler. Sonra, bc boyunca, gaz adiyabatik ve tersinir biçimde genişler: Isı değiş-tokuşu yoktur ve gazın sıcaklığı T_D'ye düşer. Üçüncü basamak, cd yolu boyunca, Q_D ısısının çalışma malzemesinin dışına atıldığı tersinir eşsıcaklıklı bir sıkışmadır. Son olarak, gaz, da yolu boyunca adiyabatik olarak sıkıştırılır ve başlangıç durumuna döner. Böylece, Carnot çevrimi, iki eşsıcaklıklı ve iki adiyabatik süreçten oluşur.

Bir Carnot makinesi (ya da tersinir çevrimi kullanan herhangi bir makine) tarafından bir çevrimde yapılan net iş, (Şek. 20-7'de abcd), PV diyagramında çevrimi gösteren eğriler tarafından kuşatılan alana eşittir (bknz.Kısım 19-7).



ŞEKİL20–7 Carnot çevrimi. Isı makinesi çevrim yaparak çalışır ve Carnot motoru için çevrim, PV diyagramındaki a noktasında başlar. (1) Gaz ilk önce, Q_Y ısısının eklenmesi ile T_Y sıcaklığında ab yolu boyunca eşsıcaklıklı olarak genleşir. (2) Sonra gaz, ısı değişimi olmadan b'den c'ye adiyabatik olarak genleşir fakat sıcaklık T_D değerine düşer. (3) Daha sonra gaz, sabit T_D sıcaklığında cd yolu boyunca sıkıştırılır ve Q_D ısısı dışarı akar. (4) Son olarak gaz adiyabatik olarak da yolu boyunca orijinal durumuna sıkıştırılır. Carnot makinesi aslında yoktur fakat teorik fikir olarak termodinamiğin gelişmesinde önemli rol oynamıştır.

Carnot Verimi ve Termodinamiğin İkinci Yasası

Bir Carnot makinesinin verimi, herhangi bir ısı makinesi gibi, Dnk. 20-1b ile verilir:

$$e = 1 - \frac{Q_D}{Q_Y}.$$

Bununla birlikte, ideal gaz kullanan bir Carnot makinesi için, verimin sadece ısı tanklarındaki T_Y ve T_D sıcaklıklarına bağlı olduğunu gösterebiliriz. Şek. 20-7'deki ab ilk eşsıcaklıklı işleminde, gaz tarafından yapılan iş (bkz. Dnk. 19-8):

$$W_{ab} = nRT_Y \ln \frac{V_b}{V_a}$$

Burada n çalışma malzemesi olarak kullanılan ideal gazdaki mol sayısıdır. Sıcaklık sabit kaldığı zaman, ideal bir gazdaki iç enerji değişmediği için, termodinamiğin birinci yasası bize gaza eklenen ısının gaz tarafından yapılan işe eşit olduğunu söyler:

$$Q_Y = nRT_Y \ln \frac{V_b}{V_a}.$$

Benzer şekilde, cd eşsıcaklıklı işleminde gazın kaybettiği ısı

$$Q_D = nRT_D \ln \frac{V_c}{V_d}.$$

bc ve da yolları adiyabatiktir, böylece Dnk. 19-15'den:

$$P_b V_b^\gamma = P_c V_c^\gamma \quad \text{ve} \quad P_d V_d^\gamma = P_a V_a^\gamma,$$

elde ederiz. Burada, $\gamma = C_P/C_V$ moler özgül ısıların oranıdır (Dnk. 19-14). Ayrıca, ideal gaz yasasından,

$$\frac{P_b V_b}{T_Y} = \frac{P_c V_c}{T_D} \quad \text{ve} \quad \frac{P_d V_d}{T_D} = \frac{P_a V_a}{T_Y}.$$

Son denklemleri, bir üst satırdaki karşılık gelen denklemlere taraf tarafa böldüğümüz zaman,

$$T_Y V_b^{\gamma-1} = T_D V_c^{\gamma-1} \quad \text{ve} \quad T_D V_d^{\gamma-1} = T_Y V_a^{\gamma-1}$$

elde ederiz. Sonra, sağdaki ile soldakini bölersek,

$$\left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_c}{V_d}\right)^{\gamma-1}$$

elde ederiz, veya

$$\frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}.$$

Yukarıdaki Q_Y ve Q_D denklemlerine bu sonucu yerleştirirsek:

$$\frac{Q_D}{Q_Y} = \frac{T_D}{T_Y} \qquad \text{[Carnot çevrimi]} \quad \textbf{(20–2)}$$

elde ederiz. Böylece, tersinir bir Carnot makinesinin verimi

$$e_{ideal} = 1 - \frac{Q_D}{Q_Y}$$

veya

$$e_{ideal} = 1 - \frac{T_D}{T_Y} \qquad \begin{bmatrix}\text{(Carnot verimliliği;}\\ \text{Kelvin sıcaklıkları)}\end{bmatrix} \quad \textbf{(20–3)}$$

yazılabilir. T_D ve T_Y sıcaklıkları ideal gaz sıcaklık skalasında ölçülmüş olan mutlak ya da Kelvin sıcaklıklarıdır.

İdeal tersinir bir makine için kullanılabilecek başka mümkün tersinir çevrimler düşünebiliriz. Carnot tarafından ifade edilen bir teoreme göre:

Aynı T_Y ve T_D sabit sıcaklıkları arasında çalışan tüm tersinir makineler aynı verime sahiptir. Aynı iki sabit sıcaklık arasında çalışan herhangi bir tersinmez makinenin verimi bundan daha düşük olacaktır.

Bu Carnot'un teoremi olarak bilinir.† Bize, Dnk. 20-3'ün $e = 1 - T_D/T_Y$ sabit giriş ve çıkış sıcaklıkları T_Y ve T_D olan herhangi bir ideal tersinir makineye uygulanabileceğini ve gerçek (yani tersinmez) bir makine için mümkün olan maksimum verimi temsil ettiğini söyler.

Pratikte, gerçek makinelerin verimi her zaman Carnot veriminden düşüktür. Çok iyi tasarlanan makineler, Carnot veriminin %60 veya %80 verimine ancak ulaşır.

ÖRNEK 20–2 **Sahte bir iddia.** Bir motor üreticisi aşağıdaki iddialarda bulunmaktadır: Bir motorun ısı girişi 435 K'de saniyede 9.0 kJ, ısı çıkışı 285 K'de saniyede 4.0 kJ. Bu iddialara inanıyor musunuz?

YAKLAŞIM Motorun verimliliği Dnk.20-1'deki tanımdan hesaplanabilir, bu mümkün olan maksimumu veren Dnk. 20-3'ten hesaplanandan daha küçük olmalıdır.

ÇÖZÜM İddia edilen motor verimi (Dnk. 20-1b)

$$e = 1 - \frac{Q_D}{Q_Y} = 1 - \frac{4.0\,\text{kJ}}{9.0\,\text{kJ}} = 0.56,$$

veya %56. Maksimum mümkün verim Carnot verimi olarak Dnk. 20-3 ile verilir:

$$e_{\text{ideal}} = 1 - \frac{T_D}{T_Y} = 1 - \frac{285\,\text{K}}{435\,\text{K}} = 0.34,$$

veya %34. Üreticinin iddiaları termodinamiğin ikinci yasasını ihlal ediyor, dolayısıyla inanılamaz.

ALIŞTIRMA B Bir motor T_Y = 400 K giriş sıcaklığı ve T_D = 300 K çıkış sıcaklığında çalışıyor. Bunlardan hangisi motor için mümkün bir verim değilidr? (*a*) 0.10; (*b*) 0.16; (*c*) 0.24; (*d*) 0.30.

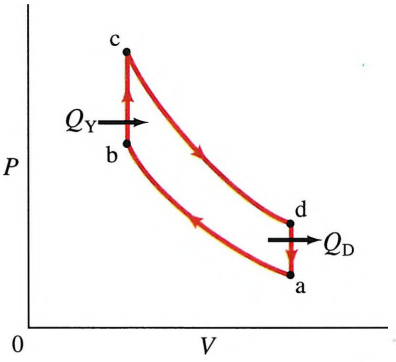
Dnk 20-3'ten açıktır ki, %100 verimli bir makine mümkün değildir. Sadece eğer çıkış sıcaklığı, T_D, sıfırsa, %100 verim elde edilebilir. Fakat sıfıra yaklaşmak pratik olarak (teorik olarak da) imkansızdır.‡ Dolayısıyla, Kısım 20-2'de söylediğimiz gibi, **verilen bir miktar ısısyı tamamen işe çeviren bir makinenin mümkün olmadığını** ifade edebiliriz. Kısım 20-2'de gördüğümüz gibi, bu termodinamiğin ikinci yasasının Kelvin-Planck ifadesi olarak bilinir. Şek. 20-6'da gösterildiği gibi mükemmel bir ısı makinesi (%100 verimli) olamaz.

ALIŞTIRMA C 528. sayfadaki Bölüm açılış sorusuna dönün ve yeniden cevaplayın. Niçin ilk seferinde farklı bir şekilde cevaplamış olabilecğinizi açıklayın.

*Otto Çevrimi

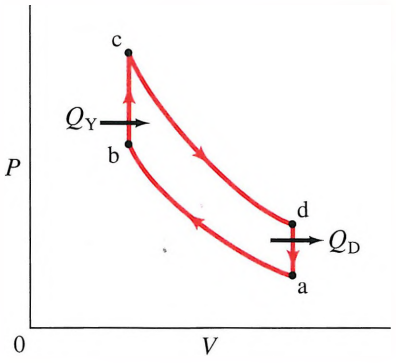
İçten yanmalı bir otomobil motorunun çalışması (Şek. 20-4) *Otto çevrimi* diye bilinen ve *PV* diyagramı Şek. 20-8'de gösterilen tersinir bir süreç ile analşılabilir. Carnot çevriminin aksine, Otto çevriminin giriş ve çıkış sıcaklıkları sabit değildir. ab ve cd yolları adiyabatik, bc ve da sabit hacimdedir. Gaz (benzin-hava karışımı) a noktasında silindire girer ve b noktasına adiyabatik olarak sıkıştırılır. b'de ateşleme meydana gelir ve gazın yanması sabit hacimdeki sisteme Q_Y ısısını ekler (gerçek bir motora benzer şekilde). Sıcaklık ve basınç artar ve sonra güç çıkışında, cd, gaz adiyabatik olarak genişler. Egzoz çıkışında da, Q_D ısısı çevreye atılır. (Bir gerçek motorda, gaz motordan ayrılır ve hava ve yakıtın yeni bir karışımı gelir.)

ŞEKİL 20–8 Otto çevrimi.



†Carnot'un teoreminin, termodinamiğin ikinci yasasının ya Clausius ya da Kelvin-Planck ifadelerinin doğrudan sonucu olduğu gösterilebilir.

‡Bu sonuç Kısım 20-10 da anlatıldığı gibi termodinamiğin üçüncü yasası olarak bilinir.



ŞEKİL 20–8 (Örnek 20-3 için tekrarlanmıştır) Otto çevrimi.

ÖRNEK 20–3 **Otto çevrimi.** (*a*) Çalışma malzemesi olarak bir ideal gaz kullanan bir Otto çevrimi motorunun veriminin

$$e = 1 - \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{1-\gamma}$$

olduğunu gösterin, burada r özgül ısıların oranı ($\gamma = C_P/C_V$, ve V_a/V_b sıkıştırma oranıdır. (b) O_2 ve N_2 gibi 2 atomlu bir gaz farzederek sıkıştırma oranı $V_a/V_b = 8.0$ için verimi hesaplayın.

YAKLAŞIM Verimin ilk tanımını ve Bölüm 19'dan sabit hacim ve adiyabatik süreçler için sonuçları kullanınız (19–8 ve 19–9. Kısımlar).

ÇÖZÜM (*a*) Isı değiş-tokuşu ideal Otto çevriminde sabit hacimde gerçekleşir, bu yüzden Dnk. 19-10a'dan:

$$Q_Y = nC_V(T_c - T_b) \quad \text{ve} \quad Q_D = nC_V(T_d - T_a).$$

Sonra Dnk. 20-1b:

$$e = 1 - \frac{Q_D}{Q_Y} = 1 - \left[\frac{T_d - T_a}{T_c - T_b}\right].$$

Bunu, sıkıştırma oranı, V_a/V_b, cinsinden elde etmek için, Kısım 19-9, Dnk.19-15'teki sonucu kullanırız, adiyabatik ab ve cd süreçleri boyunca PV^γ = sabittir. Bundan dolayı,

$$P_a V_a^\gamma = P_b V_b^\gamma \quad \text{ve} \quad P_c V_c^\gamma = P_d V_d^\gamma.$$

İdeal gaz yasasını, $P = nRT/V$, kullanarak P'yi bu 2 denklemde yerine koyarız:

$$T_a V_a^{\gamma-1} = T_b V_b^{\gamma-1} \quad \text{ve} \quad T_c V_c^{\gamma-1} = T_d V_d^{\gamma-1}.$$

O zaman verim (yukarı bak) şu şekilde olur:

$$e = 1 - \left[\frac{T_d - T_a}{T_c - T_b}\right] = 1 - \left[\frac{T_c(V_c/V_d)^{\gamma-1} - T_b(V_b/V_a)^{\gamma-1}}{T_c - T_b}\right].$$

Ancak bc ve da süreçleri sabit hacimdedir, bu yüzden $V_c = V_b$ ve $V_d = V_a$ olur. Bundan dolayı $V_c/V_d = V_b/V_a$ ve

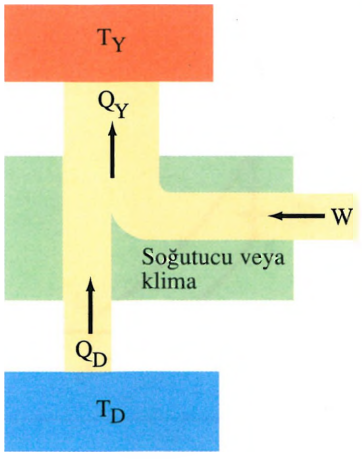
$$e = 1 - \left[\frac{(V_b/V_a)^{\gamma-1}(T_c - T_b)}{T_c - T_b}\right] = 1 - \left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1} = 1 - \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{1-\gamma}.$$

(*b*) 2 atomlu moleküller için (Kısım 19-8), $\gamma = C_P/C_V = 1.4$ bu yüzden

$$e = 1 - (8.0)^{1-\gamma} = 1 - (8.0)^{-0.4} = 0.56.$$

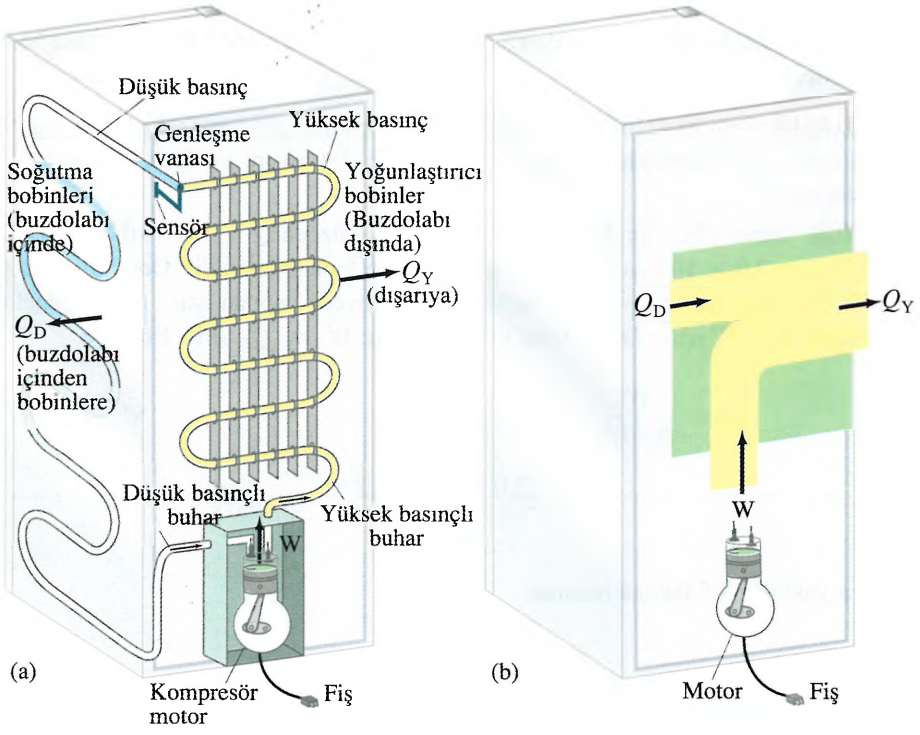
Gerçek motorlar bu yüksek verime ulaşamazlar, çünkü Otto çevrimini mükemmel biçimde izlemezler ve bunun yanında sürtünme, türbülans, ısı kaybı ve gazların iyi yakılamaması gibi etkenler vardır.

ŞEKİL 20–9 Buzdolabı veya klimaya enerji transferinin şematik diyagramı.



20–4 Buzdolapları, Klimalar ve Isı Pompaları

Buzdolapları, klimalar ve ısı pompalarının çalışma prensipleri ısı makinelerinin tam tersidir. Herbiri ısıyı soğuk bir ortamdan sıcak bir ortama atmaya çalışır. Şek. 20-9'da gösterildiği gibi, W işini yaparak, ısı T_D düşük sıcaklık bölgesinden (örneğin buzdolabının içinden) alınır ve T_Y daha yüksek sıcaklık bölgesine atılır (örneğin odaya) Bir buzdolabının yanındayken dışarı atılan bu ısıtılmış havayı hissedebilirsiniz. Şek.20-10'da gösterildiği gibi, W işi genellikle sıvıyı sıkıştıran elektrik motoru tarafından yapılır.



ŞEKİL20–10 10 (a) Tipik buzdolabı sistemi. Elektrikli kompresör motoru, buzdolabının arka duvarı dışında bulunan ısı değiştirici (yoğunlaştırıcı) boyunca yüksek basınçta kuvvet uygular, burada Q_Y kapalı verilmiştir ve gaz, sıvılaşmak için soğur. Sıvı, vana sayesinde yüksek basınç bölgesinden buzdolabı duvarı içindeki düşük basınçlı tüplere geçer; sıvı bu düşük basınçta buharlaşır ve buzdolabı içinden ısı (Q_D) soğurur. Sıvı, kompresöre geri döner ve çevrim tekrar başlar. (b) Şek. 20-9 gibi şematik diyagram.

Mükemmel bir buzdolabı- düşük sıcaklık bölgesinden yüksek sıcaklık bölgesine ısı transferi için iş yapılmasına gerek duymayan- mümkün değildir. Kısım 20-1'de daha önce bahsedildiği gibi bu, termodinamiğin ikinci yasasının Clausius ifadesidir ve resmen şöyle ifade edilebilir

TERMODİNAMİĞİN İKİNCİ KANUNU (Clausius ifadesi)

T_D düşük sıcaklığındaki bir sistemden T_Y yüksek sıcaklığındaki ikinci bir sisteme ısı transferi yapan bir makine mümkün değildir.

Düşük sıcaklıklı bir cisimden ya da sistemden yüksek sıcaklıklı bir cisme ya da sisteme ısı transferi yapmak için iş yapılmak zorundadır. Bu nedenle, mükemmel bir buzdolabı olamaz.

FİZİK UYGULAMASI
Buzdolabı

Bir buzdolabının performans katsayısı (PK) düşük sıcaklık bölgesinden (buzdolabının içinden) ayrılan Q_D ısısının, bu ısıyı ayırmak için yapılan W işine bölümü olarak tanımlanır (Şek. 20-9 veya 20-10b):

$$\text{PK} = \frac{Q_D}{W}. \qquad \text{[Buzdolabı ve Klima]} \quad \textbf{(20–4a)}$$

Bu tanım mantıklıdır çünkü verilen bir miktar iş için, buzdolabının içinden ayrılan daha fazla Q_D ısısı, daha iyi çalışan buzdolabı demektir. Enerji korunur, bu yüzden termodinamiğin birinci yasasından (Şek. 20-9 veya 20-10b), $Q_D + W = Q_Y$ veya $W = Q_Y - Q_D$ yazabiliriz. Sonra, Dnk.20-4a

$$\text{PK} = \frac{Q_D}{W} = \frac{Q_D}{Q_Y - Q_D}. \qquad \text{[Buzdolabı ve Klima]} \quad \textbf{(20–4b)}$$

şeklini alır. İdeal (Carnot) motoruna (Dnk. 20-2 ve 20-3) benzer biçimde, ideal bir buzdolabı için (mükemmel olan değil çünkü bu mümkün değil), yapabileceğimizin en iyisi şudur:

$$\text{PK}_{\text{ideal}} = \frac{T_Y}{T_Y - T_D}, \qquad \text{[Buzdolabı ve Klima]} \quad \textbf{(20–4c)}$$

FİZİK UYGULAMASI
Klima

Yapımı farklı olmasına rağmen, **klima** da buzdolabına çok benzer bir şekilde çalışır: Klima, bir oda ya da binanın içinden düşük sıcaklıkta Q_D ısısını alır ve Q_Y ısısını yüksek sıcaklıktaki dış ortama atar. 20-4 denklemleri bir klimanın performans katsayısını hesaplamada da kullanılır.

ÖRNEK 20–4 **Buz yapmak.** 3.8 PK değerine sahip bir dondurucu 200 W güç kullanmaktadır. 0°C'ta 600 g suyu dondurması ne kadar vakit alır? Dondurucuda başka bir şey yoktur.

YAKLAŞIM Dnk.20-4b'de, Q_D suyun dışına aktarılması gereken ısıdır, bu sayede su buz olacaktır. Q_D'yi tanımlamak için suyun L füzyon ısısını ve Dnk.19-3'ü, $Q = mL$ kullanırız.

ÇÖZÜM Tablo 19-2' de L = 333 kJ/kg'dır. Bu yüzden $Q = mL$ = (0.600 kg)(3.33 × 10^5J/kg) = 2.0 × 10^5J sudan çıkarılması gereken toplam enerjidir. Dondurucu, 200 W = 200 J/s = W/t hızıyla iş yapar, burada W, t saniyede yapılan iştir. T için çözelim: t = W/(200 J/s). W için, Dnk. 20-4a'yı kullanalım: $W = Q_D$ /PK Böylece

$$t = \frac{W}{200\ \text{J/s}} = \frac{Q_D\ /\text{PK}}{200\ \text{J/s}}$$

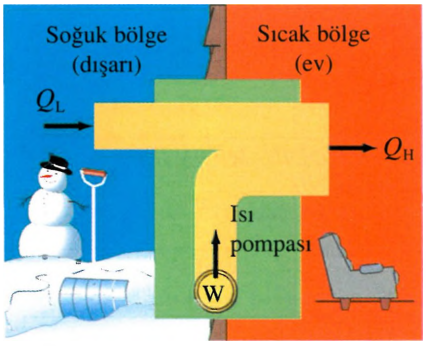
$$= \frac{(2.0 \times 10^5\ \text{J})/(3.8)}{200\ \text{J/s}} = 260\ \text{s},$$

veya yaklaşık 4.5 dakika bulunur.

T_Y

FİZİK UYGULAMASI

Isı pompası



ŞEKİL20–11 Isı pompası, soğuk bölgeden ılık bölgeye ısı "pompalamak" için elektrik motoru kullanır.

Doğası gereği, ısı sıcaktan soğuğa doğru akar. Buzdolapları ve klimalar tersini yapmak, yani sısyı soğuktan sıcağa akıtmak için iş yapar. Isının sıcaktan soğuğa doğal olarak akma eğilimine karşı, onlar ısıyı soğuk bölgelerden daha sıcak bölgelere pompalıyorlar diyebiliriz. Tıpkı, suyun doğal olarak aşağı akma eğilimine karşın, yukarı doğru pompalanabilmesi gibi. **Isı pompası** terimi, dışarıdan düşük sıcaklıklı Q_D ısısını alıp W işini yaparak eve daha sıcak Q_Y ısısını getirerek kışın evi ısıtan bir alet için kullanılır; bknz Şek. 20-11. Buzdolabındaki gibi, dışarıda ve içeride birer ısı değiştirici ve bir elektrik motoru vardır. Çalışma prensibi buzdolabı ya da klimanınkine benzerdir fakat ısı pompasının amacı soğutmak (Q_D'yi atmak) değil ısıtmaktır (Q_Y'yi getirmek). Bu nedenle, bir ısı pompasının verim katsayısı bir klimanınkinden farklı olarak tanımlanır. Çünkü, önemli olan eve sağlanan Q_Y ısısıdır:

$$\text{PK} = \frac{Q_H}{W}. \qquad \text{[ısı pompası]} \qquad \textbf{(20–5)}$$

Verim katsayısı ister istemez 1'den büyük olmak zorundadır. Çoğu ısı pompası ters çevrilebilir ve yaz aylarında klima olarak kullanılabilirler.

DİKKAT

Isı pompaları ve klimaların PK tanımları farklıdır

ÖRNEK 20–5 **Isı Pompası.** Bir ısı pompası 3.0 performans katsayısına sahiptir ve 1500 W'ta iş yapmak için ayarlanmıştır. (*a*) Saniyede bir odaya aktarılabilen ısı ne kadardır? (*b*) Eğer ısı pompası yazları bir klima olarak davranmak için dönüştürülürse, başka herşeyin aynı kaldığı kabul edilerek performans katsayısının ne olması beklenir?

YAKLAŞIM (*a*) and (*b*)'deki 2 farklı aygıt için farklı performans katsayısı tanımları kullanırız.

ÇÖZÜM a) Isı pompası için Dnk. 20-5' i kullanırız, ve aletimiz saniyede 1500 J iş yaptığı için,odanın içerisine doğru ısı akışı saniyede

$$Q_Y = \text{PK} \times W = 3.0 \times 1500\ \text{J} = 4500\ \text{J}$$

veya 4500 W.

(*b*) Eğer araç yazlık olarak dönüştürülürse, saniyede 1500 J iş yaparak ev içerisinden Q_D ısısını alıp sıcak dış ortama saniyede Q_Y = 4500 *J* boşaltır. Enerji korunumludur, dolayısıyla $Q_D + W = Q_Y$ (bknz. Şek. 20-11, fakat evin içiyle dışını yer değiştirin). Buradan

$$Q_D = Q_Y - W = 4500\,J - 1500\,J = 3000\,J.$$

Klima olarak performans katsayısı dolayısıyla (Dnk. 20-4a)

$$PK = \frac{Q_D}{W} = \frac{3000\,J}{1500\,J} = 2.0 \text{ olmalıdır.}$$

20–5 Entropi

Şu ana kadar termodinamiğin ikinci yasasını özel durumlar için ifade ettik. Gerçekten ihtiyaç hissettiğimiz şey, termodinamiğin ikinci yasasının, bu bölümün başınmda tartıştığımız termodinamiğin birinci yasasını ihlal etmemesine rağmen doğada gözlenmeyen olaylar dahil bütün durumları içine alan genel bir ifadesidir. Termodinamiğin ikinci yasasının genel bir tanımı, ancak ondokuzuncu yüzyılın ikinci yarısında, 1860'larda Clausius tarafından tanıtılan **entropi** niceliği bağlamında yapıldı. Kısım 20-7'de göreceğimiz gibi, entropi bir sistemin düzenlilik ya da düzensizliğinin bir ölçüsü olarak yorumlanabilir.

Entropi ile uğraştığımız zaman – potansiyel enerjiye benzer biçimde- önemli olan mutlak miktar değil, bir süreç boyunca entropideki *değişimdir.* Clausius'a göre, sabit sıcaklıkta tersinir bir süreçle sisteme *Q ısısı eklendiğinde,* sistemin *S* entropisindeki değişim,

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \qquad \textbf{(20–6)}$$

olarak verilir. Burada *T* kelvin sıcaklığıdır.

Eğer sıcaklık sabit değilse, *S* entropisini

$$dS = \frac{dQ}{T} \qquad \textbf{(20–7)}$$

ilişkisi ile tanımlarız. O zaman, a durumundan b durumuna tersinir olarak giden bir sistemin entropisindeki değişim †

$$\Delta S = S_b - S_a = \int_a^b dS = \int_a^b \frac{dQ}{T} \qquad \text{[tersinir süreç]} \qquad \textbf{(20–8)}$$

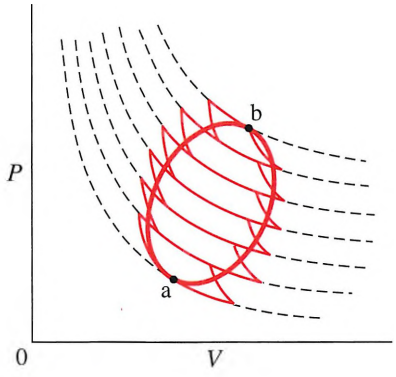
bağıntısı ile verilir. Dikkatli bir analiz (bkz. bir sonraki sayfa), bir sistem a durumundan b durumuna tersinir bir işlem ile hareket ettiğinde entropisindeki değişimin sürece bağlı olmadığını gösterir. Yani, $\Delta S = S_b - S_a$ sadece sistemin a ve b durumlarına bağlıdır. Bu nedenle, entropi (ısı'dan farklı olarak) bir durum değişkenidir. Belirli bir durumdaki herhangi bir sistemin bir sıcaklığı, hacmi, basıncı ve özel bir entropi değeri vardır. Carnot çevrimi için entropinin niçin bir durum değişkeni olduğunu görmek kolaydır. Dnk. 20-2'de, $Q_D/Q_Y = T_D/T_Y$ olduğunu görmüştük. Yeniden düzenlersek

$$\frac{Q_D}{T_D} = \frac{Q_Y}{T_Y}.$$

IBu nedenle, Carnot çevriminin PV diyagramında, Şek. 20-7, a durumundan c durumuna abc yolu boyunca giderkenki $\Delta S = Q/T$ entropi değişimi ($= Q_D/T_Y + 0$) adc yolu boyunca giderkenki ile aynıdır. Yani, entropideki değişim yoldan bağımsızdır- entropideki değişim sadece sistemin başalngıç ve son durumlarına bağlıdır.

†Dnk.20-8 *S*'nin mutlak değeri ile ilgili hiç bir şey söylemez. O sadece *S*'deki değişimi verir. Bu potansiyel enerjiye (Bölüm 8) çok benzerdir. Bununla birlikte, termodinamiğin üçüncü yasasının bir formu (Kısım 20-10'a da bakınız) $T \to 0$ için $S \to 0$ olduğunu ifade eder.

*Entropinin bir durum değişkeni olduğunun gösterilmesi



ŞEKİL 20–12 Herhangi tersinir bir süreç, yaklaşık olarak bir dizi Carnot çevrimi ile temsil edilebilir (Noktalı çizgiler eşsıcaklık eğrilerini gösteriyor.)

Carnot çevrimi ile ilgili çalışmalarımızda (Dnk. 20-2), $Q_D/Q_Y = T_D/T_Y$ olduğunu bulmuştuk. Bunu

$$\frac{Q_Y}{T_Y} = \frac{Q_D}{T_D}.$$

şeklinde yeniden düzenleyebiliriz. Bu denklemde, hem Q_Y hem de Q_D pozitiftir. Fakat şimdi birinci yasada kulladığımız (Kısım 19-6) kuralları yeniden hatırlayalım: Q sisteme ısı akışı olduğu zaman pozitif (Q_Y gibi) ve sistemden dışarı ısı akışı olduğu zaman negatiftir ($-Q_D$ gibi). O yüzden, bu denklem

$$\frac{Q_Y}{T_Y} + \frac{Q_D}{T_D} = 0. \qquad \text{[Carnot çevrimi]} \qquad \textbf{(20–9)}$$

halini alır. Şimdi Şek. 20-12'deki düzgün (oval biçimli) eğri ile gösterilmiş olan herhangi bir tersinir çevrimi düşününüz. Herhangi bir tersinir çevrim, yaklaşık olarak bir dizi Carnot çevrimi ile temsil edilebilir. Şek.20-12 sadece altı çevrimi gösteriyor-kesikli çizgiler ile gösterilen eşsıcaklıklı süreçler adiyabatik yollarla bağlanır- ve eğer Carnot çevrimlerinin sayısı arttırılırsa yaklaşıklık daha da iyi olur. Dnk.20-9, bu çevrimlerin her biri için geçerlidir. Böylece, bütün çevrimlerin toplamı için

$$\Sigma \frac{Q}{T} = 0 \qquad \text{[Carnot çevrimi]} \qquad \textbf{(20–10)}$$

yazabiliriz. Fakat, bir çevrimin ısı çıkışı Q_D'nin, altındaki sınırı kestiğini ve hemen hemen, bir aşağıdaki çevrimin ısı girşinin Q_Y negatifine eşit olduğuna dikkat ediniz (tam eşitlik ancak, sonsuz sayıda, çok ince Carnot çevrimi limitinde olur). Dolayısıyla, tüm bu Carnot çevrimlerinin içteki yollarında akan ısı birbirini götürür ve böylece transfer edilen net ısı ve yapılan iş, orijinal çevrim için ve Carnot çevrimleri dizisi için aynı olur. Bu nedenle, sonsuz sayıdaki Carnot çevrimleri limitinde, Dnk. 20-10 herhangi bir tersinir çevrime uygulanabilirr. Bu durumda, Dnk. 20-10

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0, \qquad \text{[tersinir çevrim]} \qquad \textbf{(20–11)}$$

şeklini alır. Burada, dQ sonsuz küçük ısı akışını gösterir[†] $\oint$ sembolünün anlamı, integralin kapalı bir yol boyunca alınmasıdır;İntegral Şek. 20-12'deki a ve b gibi yol üzerindeki herhangi bir noktadan başlatılabilir ve her iki yöne de ilerletilebilir. Eğer Şek. 20-12'deki çevrimi, Şek.20-13'teki gibi iki parçaya bölersek Denklem

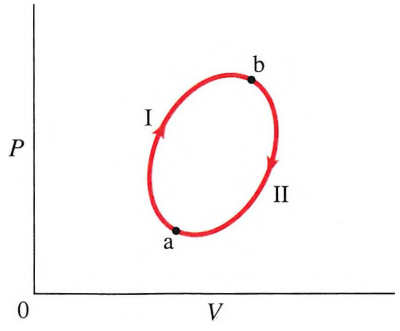
$$\underset{\text{I}}{\int_a^b \frac{dQ}{T}} + \underset{\text{II}}{\int_b^a \frac{dQ}{T}} = 0$$

olur. İlk terim Şek. 20-13'deki I yolu boyunca a noktasından b noktasına olan integral ve ikinci terim II yolu boyunca b noktasından tekrar a noktasına olan integraldir. Eğer II yolu tersten alınırsa, her noktadaki dQ, $-dQ$ olur. Çünkü yol tersinirdir. Bu nedenle herhangi iki a ve b

$$\underset{\text{I}}{\int_a^b \frac{dQ}{T}} = \underset{\text{II}}{\int_a^b \frac{dQ}{T}}. \qquad \text{[tersinir çevrim]} \qquad \textbf{(20–12)}$$

denge durumu arasındaki dQ/T integrali sürecin izlediği yola bağlı değildir. Entropiyi $dS = dQ/T$ (Dnk. 20-7) şeklinde tanımlayarak, Dnk. 20-12'den görüyoruz ki, tersinir bir yol bounca herhangi iki durum arasında entropi'deki değişiklik *a ve b noktaları arasındaki yoldan bağımsızdır.* Bu yüzden, *entropi bir durum değişkenidir*- değeri sadece sistemin durumuna bağlıdır; sürece ya da oraya nasıl gelindiğinin geçmişine değil.[‡] Bu, durum değişkenleri olmayan W ve Q ile arasındaki açık fark yaratır; Q ve W'nın değerleri izlenen süreçlere bağlıdır.

ŞEKİL 20–13 Tersinir bir süreç için $\oint dS$ integrali sıfırdır. Böylece a ve b durumları arasındaki entropi farkı, $S_b - S_a = \int_a^b dS$ I ve II yolları için aynıdır.



[†] dQ sıklıkla đQ: şeklinde yazılır:Kısım 19-6'nın sonundaki dipnota bakınız.

‡Gerçek süreçler tersinmezdir. Çünkü entropi bir durum değişkenidir, tersinmez bir süreç için entropideki değişim ΔS, aynı iki durum arasındaki tersinir bir süreç için ΔS'yi hesaplayarak belirlenebilir.

20–6 Entropi ve Termodinamiğin İkinci Yasası

P, T, V, $E_{iç}$, ve n ile birlikte bir sistemin durumunu tanımlamada kullanılabilen yeni bir niceliği, entropiyi (S), tanımladık. Fakat bu soyut niceliğin termodinamiğin ikinci yasası ile ilişkisi nedir? Bu soruyu cevaplamak için, özel süreçler boyunca entropi değişimini hesaplayacağımız bazı örnekleri ele alalım. İlk olarak, Dnk.20-8'in sadece tersinir süreçlere uygulanabileceğine dikkat ediniz. O zaman, tersinmez olan gerçek bir süreç için $\Delta S = S_b - S_a$ değerini nsaıl hesaplarız? Yapacağımız şudur: sistemi aynı iki durum arasında taşıyan başka bir tersinir süreç düşünür ve ΔS'yi bu tersinir süreç için hesaplarız. ΔS sadece sistemin başlangıç ve son durumlarına bağlı olduğu için, bu hesapladığımız tersinmez sürecin ΔS 'sine eşit olacaktır.

Bir süreç esnasında sıcaklık değişiyorsa, değişen sıcaklık üzerinden ısı akışının toplaması çoğu zaman analiz ya da bir bilgisayar kullanarak bulunabilir. Bununla birlikte, eğer sıcaklık değişimi çok büyük değilse, bir sonraki örnekte belirtildiği gibi, sıcaklığın ortalama değeri kullanılarak kabul edilebilir bir yaklaşıklık yapılabilir.

ÖRNEK 20–6 TAHMİN ETME **Suyu karıştırınca entropi değişir.** 20.00°C'ta 50.0 kg'lık su, 24.00°C'ta 50.0 kg su ile karıştırılıyor. Entropideki değişimi tahmin edin.

YAKLAŞIM Karışımın son sıcaklığı, eşit miktarda su ile başladığımız için 22.00°C olacaktır. Transfer edilen ısıyı belirlemek için kalorimetre metotları (Kısım19-3 ve 19-4) ve suyun özgül ısısını kullanıyoruz. Sonra, entropi değişimini tahmin etmek için her bir nümunenin ortalama sıcaklığını kullanırız $(\Delta Q/T)$.

ÇÖZÜM 24°C'den 22°C'ye soğurken sıcak sudan akan ısı miktarı,

$$Q = mc\,\Delta T = (50.0\,\text{kg})(4186\,\text{J/kg}\cdot\text{C}^\circ)(2.00\,\text{C}^\circ) = 4.186 \times 10^5\,\text{J},$$

ve bu ısı, soğuk suya akarak 20°C'den 22°C'ye ılıtır. Entropideki toplam değişim, ΔS, sıcak suyun entropisindeki değişim, ΔS_H, ve soğuk suyun entropisindeki değişimin, ΔS_C: toplamı olacaktır:

$$\Delta S = \Delta S_H + \Delta S_C.$$

$\Delta S = Q/\overline{T}$, yazarak entropi değişimin tahmin edebiliriz, burada $\overline{T}$ herbir süreç için "ortalama" sıcaklıktır. Sıcaklık değişimi küçük olduğundan iyi bir tahmin vermelidir. Sıcak su için 23°C (296 K) ortalama sıcaklığını ve soğuk su için 21°C (294 K) ortalama sıcaklığını kullanırız. Böylece

$$\Delta S_H \approx -\frac{4.186 \times 10^5\,\text{J}}{296\,\text{K}} = -1414\,\text{J/K}$$

bulunur. Negatif olması ısının dışarı akmasındandır, ısı soğuk suya eklenir:

$$\Delta S_C \approx \frac{4.186 \times 10^5\,\text{J}}{294\,\text{K}} = 1424\,\text{J/K}.$$

Isı sıcak sudan dışarı aktığı için sıcak suyun S_H entropisi düşer. Fakat, soğuk suyun entropisi oldukça artar. Entropideki toplam değişim:

$$\Delta S = \Delta S_H + \Delta S_C \approx -1414\,\text{J/K} + 1424\,\text{J/K} \approx 10\,\text{J/K}$$

olur. Sistemin bir kısmının entropisinin düşmesine rağmen, diğer kısmın entropisi daha büyük miktarda artar, öyle ki, tüm sistemin entropisindeki net değişim pozitif olur.

İki cisimli izole bir sistem için, daha yüksek sıcaklıklı (T_Y) cisimden daha düşük sıcaklıklı (T_D) cismine ısı akışı her zaman toplam entropide bir artış ile sonuçlanır. İki cisim er geç bir ara sıcaklığa (T_A) gelir. Daha sıcak cisim tarafından kaybedilen ısı $Q_Y = -Q$, burada Q pozitif) soğuk olan tarafından kazanılan ısıya eşittir ($Q_D = Q$), Böylece, entropideki toplam değişim

$$\Delta S = \Delta S_Y + \Delta S_D = -\frac{Q}{T_{YA}} + \frac{Q}{T_{DA}},$$

olur. Burada T_{YA} sıcak cismin T_Y sıcaklığından T_A sıcaklığına soğuduğu T_Y ve T_A arasında bir ara sıcaklıktır ve T_{DA} de soğuk cisim için aynı anlamdadır. Süreç esnasındaki tüm zamanlarda, sıcak cismin sıcaklığı soğuk olandan daha büyük olduğu için, $T_{YA} > T_{DA}$ olur.

$$\Delta S = Q\left(\frac{1}{T_{DA}} - \frac{1}{T_{YA}}\right) > 0.$$

Bir cismin entropisi düşerken, diğer cisminki artar. Fakat toplam değişim pozitiftir.

ÖRNEK 20–7 Serbest genleşmede entropi değişir. Kısım 19-7'de tartışıldığı gibi, n mol ideal bir gazın V_1 hacminden V_2 hacmine serbest adiyabatik genleşmesini ele alın, burada $V_2 > V_1$'dir, Şek. 19-14. (*a*) gazın (*b*) gazın çevresinin entropi değişimini hesaplayın. (c) $V_2 = 2.00\ V_1$ ve 1.00 mol için ΔS 'yi bulun.

YAKLAŞIM Kısım 19-7'de gördüğümüz gibi başlangıçta gaz, V_1 hacimli kapalı bölme içindedir ve vananın açılmasıyla başlangıçta boş olan bölme içine adiyabatik olarak genleşir. İki bölmenin toplam hacmi V_2'dir. Tüm düzenek, çevresinden termal olarak yalıtılmıştır böylece gaz içine ısı akışı yoktur, $Q = 0$. Gaz iş yapmaz, $W = 0$, böylece iç enerjide değişme olmaz, $\Delta E_{iç} = 0$, ve ilk ve son durumların sıcaklığı aynıdır, $T_2 = T_1 = T$. İşlem çok çabuk gerçekleşir ve dolayısıyla tersinmezdir. Bunun yerine, gazı V_1 hacminden V_2 hacmine aynı sıcaklıkta götüren bir tersinir süreci düşünmeliyiz ve bu tersinir süreçte ΔS'yi elde etmek için Dnk. 20-8'i kullanmalıyız. Tersinir izotermal süreç bu iş için uygundur; böyle bir süreçte iç enerji değişmez, dolayısıyla birinci yasadan,

$$dQ = dW = P\,dV.$$

ÇÖZÜM (*a*) Gaz için,

$$\Delta S_{gas} = \int \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T}\int_{V_1}^{V_2} P\,dV.$$

İdeal gaz yasası $P = nRT/V$ olduğunu söyler, dolayısıyla:

$$\Delta S_{gas} = \frac{nRT}{T}\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = nR\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

$V_2 > V_1$ olduğundan

(*b*) Çevreye hiç ısı transfer edilmediğinden bu işlemden dolayı çevrenin durumunda değişme olmaz. Bu nedenle $\Delta S_{çev} = 0$. Entropideki toplam değişimin, $\Delta S_{gaz} + \Delta S_{çev}$ sıfırdan büyük olduğuna dikkat edin.

(*c*) $n = 1.00$ ve $V_2 = 2.00\ V_1$ olduğundan,

ÖRNEK 20–8 Isı transferi. Sıcaklığı T_1 = 880 K olan 2.00 kg'lık akkor demir parçası, sıcaklığı T_2 = 280 K olan koca bir göle atılıyor. Gölü sıcaklığındaki artış önemli olmayacak kadar büyük kabul edin. (*a*) Demirin ve (*b*) çevresinin (gölün) entropisindeki değişimi belirleyin.

YAKLAŞIM Süreç tersinmezdir fakat aynı entropi değişimi, tersinir süreç içinde olacaktır ve Dnk. 19-2 özısı kavramını kullanırız.

ÇÖZÜM (*a*) Demirin özgül ısısını c = 450 J/kg · K'da sabit kabul ederiz. Daha sonra $dQ = mc\,dT$ ve durağanımsı tersinir süreç için

$$\Delta S_{\text{demir}} = \int \frac{dQ}{T} = mc\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T} = mc\ln\frac{T_2}{T_1} = -mc\ln\frac{T_1}{T_2}.$$

Değerleri yerine koyarak,

$$\Delta S_{\text{demir}} = -(2.00\,\text{kg})(450\,\text{J/kg}\cdot\text{K})\ln\frac{880\,\text{K}}{280\,\text{K}} = -1030\,\text{J/K}\ \text{buluruz.}$$

(*b*) Gölün ilk ve son sıcaklıkları aynıdır, T = 280 K. Gölün demirden aldığı ısı miktarı:

$$Q = mc(T_2 - T_1) = (2.00\,\text{kg})(450\,\text{J/kg}\cdot\text{K})(880\,\text{K} - 280\,\text{K}) = 540\,\text{kJ}.$$

Bu, tersinmez bir süreçtir (göl, dengeye ulaşmadan önce yerel olarak ısınır) fakat T = 280 K'de Q = 540 kJ ısının tersinir izotermal transferine eşdeğerdir. Bu nedenle

$$\Delta S_{\text{çev}} = \frac{540\,\text{kJ}}{280\,\text{K}} = 1930\,\text{J/K}.$$

Böylece, demirin entropisinin düşmesine rağmen çevre ve demirin toplam entropi değişimi pozitiftir: 1930 J/K — 1030 J/K = 900 J/K.

ALIŞTIRMA D 0°C'ta 1.00 kg'lık bir buz parçası, 0°C 'ta su olacak şekilde yavaşça eriyor. Buzun, sıcaklığı 0°C'tan sadece sonsuz küçük miktarda yüksek olan bir ısı deposu ile temas halined olduğunu kabul edin. (*a*) buz kübünün ve (*b*) ısı deposunun entropi değişimini belirleyin.

Bu örneklerin her birinde sistemimiz artı çevrenin (ya da ortamın) entropisi ya sabit kaldı ya da arttı.Alıştırma D'deki gibi herhangi bir tersinir süreç için, toplam entropi değişimi sıfırdır. Bu şöyle açıklanabilir: Bir tersinir süreç çok küçük bir sıcaklık farkı olan sistem ve çevre arasındaki durağanımsı eşsıcaklıklı bir dizi ısı transferi olarak düşünülebilir. Bu nedenle, sistemin entropisindeki değişim dQ/T ve çevreninki $\Delta dQ/T$, böylece toplam

$$\Delta S = \Delta S_{\text{sist}} + \Delta S_{\text{çev}} \qquad \text{[herhangi bir tersinir süreç]}$$

Örnek 20-6, 20-7, ve 20-8'de, sistem artı çevrenin toplam entropisinin arttığını gördük. Hakikaten, tüm gerçek (tersinmez) süreçler için, toplam entropinin arttığı bulunmuştur. Hiç bir istisna bulunmamıştır. Bu nedenle, t*ermodinamiğin ikinci yasasının genel ifadesi* şöyledir:

İzole edilmiş bir sistemin entropisi hiçbir zaman azalmaz. O ya sabit kalır (tersinir süreçler) ya da artar (tersinmez süreçler).

Tüm gerçek süreçler tersinmez olduğu için, ikinci yasayı

Sistem artı çevresinin toplam entropisi herhangi bir doğal sürecin sonucunda artar:

$$\Delta S = \Delta S_{\text{sist}} + \Delta S_{\text{çev}} > 0 \qquad \textbf{(20–13)}$$

TERMODİNAMİĞİN İKİNCİ KANUNU (genel ifade)

Herhangi bir süreç sonucunda evrenin bir kısmının entropisi azalabilir fakat (yukarıdaki örneklere bakınız), evrenin diğer bir kısmının entropisi her zaman daha fazla bir miktarda artar, sonuç olarak toplam entropi her zaman artar.

Termodinamiğin ikinci yasasının nihayet nicel genel bir ifadesine sahibiz. Bunun alışılmamış bir yasa olduğu görülmektedir. Genel olarak eşitlikler ($F = ma$ gibi) ya da korunum yasaları (enerji ve momentum gibi) ile verilen fiziğin diğer yasalarından oldukça farklıdır. Termodinamiğin ikinci yasası yeni bir nicelik olan entropiyi (S) ortaya atar fakat bize onun korunduğunu söylemez. Aksine, entropi doğal süreçlerde korunmaz. Entropi zaman içinde her zaman artar.

"Zamanın Ok'u"

Termodinamiğin ikinci yasası doğada hangi süreçleri gözlendiğini ve hangilerinin gözlenmediğini özetler. Ya da bir başka deyişle, süreçlerin gitme yönünü bize söyler. Son birkaç örnekteki süreçlerin herhangi birinin tersi için entropi düşebilir fakat bunu hiçbir zaman gözlemeyiz. Örneğin, Örnek 20-8'in tersini, yani kendiliğinden soğuk bir cisimden sıcak bir cisme ısı akışını hiçbir zaman gözlemeyiz. Ne de Örnek 20-7'in tersi olarak bir gazın daha küçük bir hacme kendiliğinden sıkıştığını gözleriz (gazlar her zaman kaplarını doldurmak için genleşirler). Bir kayanın termal enerjisinin kinetik enerjiye dönüştüğünü böylece kayanın, kendiliğinden yerden yükseldiğini de gözlemeyiz. Bu süreçlerden herhangi birisi termodinamiğin birinci yasası (enerjinin korunumu) ile tutarlı olabilir. Fakat, termodinamiğin ikinci yasası ile tutarlı değildir ve bu ikinci yasaya ihtiyacımızın nedenidir. Eğer geriye doğru oynatılan bir film görseydiniz hemen fark ederdiniz çünkü tuhaf şeyler görürdünüz-kayaların kendiliğinden yerden yükselmesi veya atmosferdeki havanın bir araya toparlanarak boş bir balonun içini doldurması gibi (serbest genleşmenin tersi). Film veya video izlerken, entropinin azalıp azalmadığını gözleyerek zamanda sahte bir geriye dönüşün tüyosunu alırız. Bu nedenle entropi, **"zamanın ok'u"** olarak adlandırılır, bize zamanın ilerleme doğrultusunu söyler.

20–7 Düzenlilikten Düzensizliğe

Şu ana kadar tartıştığımız kadarıyla, entropi kavramı oldukça soyut görünebilir. Fakat, entropiyi daha alışılmış kavramlar olan *düzenlilik* ve *düzensizlik* ile ilişkilendirebiliriz. Aslında, bir sistemin entropisi, *sistemin düzensiliğinin bir ölçüsü* olarak düşünülebilir. Bu nedenle, termodinamiğin ikinci yasası basit bir şekilde şöyle ifade edilebilir:

TERMODİNAMİĞİN İKİNCİ YASASI (genel ifade)

Doğal süreçler daha düzensiz bir duruma doğru hareket etme eğilimindedir.

Tam olarak düzensizlik ile kastettiğimiz şey her zaman açık olmayabilir, bunun için şimdi birkaç örneği ele alacağız. Bunlardan bazıları bize, ikinci yasanın bu çok genel ifadesinin genlikle termodinamik olarak düşündüğümüz şeylerin ötesine nasıl uygulanacağını gösterecek.

Kısım 20-1'de bahsedilmiş olan basit süreçlere bakalım. İlk olarak, ayrı tuz ve biber tabakalarına sahip bir kavanoz, tuz ve biber tamamıyla karıştırıldığı zamankinden daha düzenlidir. Kavanozu sallamak, bir karışıma yol açar, fakat ne kadar sallarsanız sallayın, karışımdan yeniden ayrı tuz ve biber tabakalarını elde edemezsiniz. Doğal süreç, düzenli bir durumdan (tabakalar) düzensiz bir duruma doğrudur; tersi değil. Yani, düzensizlik artar. Sonraki örnekte, bir sağlam kahve fincanı kırılmış bir fincanın parçalarından daha "düzenli" ve faydalıdır. Fincanlar düştükleri zaman kırılırlar ama kendi kendilerini onarmazlar (Şek.20-1'de aldatıcı bir biçimde gösterildiği gibi). Yine, olayların normal süreci düzensizliği artırır.

Entropi değişimini hesapladığımız bazı süreçleri düşünelim ve entropideki artışın düzensizlikte bir artış ile sonuçlandığını görelim (ya da tersi). 0°C'taki buz eridiğinde, suyun entropisi artar (Alıştırma D). Sezgisel olarak, donmuş su- buzun her yere akabilen daha düzensiz sıvı durumdan daha düzenli olduğunu düşünebiliriz. Düzenlilikten düzensizliğe olan bu değişim moleküler bakış noktasından daha açık görülebilir: bir buz kristalindeki su moleküllerinin düzenli yerleşikliği sıvı haldeki moleküllerin gelişigüzel hareketlerine ve düzensizliğe dönüştü.

Sıcak bir cisim soğuk bir cisim ile temasa konulduğunda, iki cisim aynı ara sıcaklığa ulaşıncaya kadar, ısı sıcak olandan soğuk olana doğru akar. Sürecin başlangıcında, moleküllerin iki türünü ayırt edebiliriz: Ortalama yüksek kinetik enerjiye

sahip olanlar (sıcak cisim) ve düşük ortalama kinetik enerjiye sahip olanlar (daha soğuk cisim). Isı akışı süreci sonrasında bütün moleküller, aynı ortalama kinetik enerjili tek türdedir. İki tür molekülün daha düzenli yerleşmesine artık sahip değiliz. Düzen düzensizliğe dönüşmüştür. Ayrıca, iki ayrı sıcak ve soğuk cisim, bir ısı motorunun (makinasının) sıcak ve soğuk bölgeleri olarak iş yapabilirler ve böylece faydalı iş elde etmek için kullanılabilirler. Fakat iki cisim temas haline konulduğu ve aynı sıcaklığa ulaştıkları zaman, artık hiçbir iş elde edilemez. İş yapabilme yeteneğine sahip bir sistemin iş yapamaz bir sistemden daha düzenli olduğu düşünüldüğüne göre, düzensizlik artmıştır.

Bir taş yere düştüğü zaman, onun makroskopik kinetik enerjisi ısıl enerjiye dönüşür. Isıl enerji, moleküllerin düzensiz gelişigüzel hareketleri ile ilişkilendirilmiştir, düşen taştaki moleküller ise, kendi rasgele hızlarına ilaveten aşağı doğru aynı hıza sahiptirler. Bu yüzden, bir bütün olarak taşın daha düzenli kinetik enerjisi taş yere çarptığı zaman düzensiz ısıl enerjiye dönüşür. Doğada meydana gelen tüm süreçlerde olduğu gibi, düzensizlik bu süreçte de artar.

*Biyolojik Evrim

FİZİK UYGULAMASI
Biyolojik evrim ve gelişme

Entropideki artışın ilginç bir örneği, organizmaların büyümelerine ve biyolojik evrime ilişkindir. Açıkça görülüyor ki, insan yüksek derecede düzenli bir organizmadır. Evrim teorisi, ilk makromoleküllerden ve yaşamın basit şekillerinden, *Homo sapiens*'e kadar olan süreci betimler. Bu, düzenin arttığı bir süreçtir. Bu nedenle, bir bireyin tek bir hücreden gelişmiş bir kişi olması da düzenin arttığı bir süreçtir. Bu süreçler termodinamiğin ikinci yasasını ihlal eder mi? Hayır, etmezler. Evrim ve büyüme süreçlerinde ve hatta olgun bir bireyin yaşamı süresince, atık ürünler sistemden çıkarılır. Metobolizmanın bir sonucu olan bu küçük moleküller çok düzenli olmayan basit moleküllerdir. Bu nedenle, bağıl olarak daha yüksek düzensizlik veya entropiye sahiptirler. Hakikaten, büyüme veya evrim boyunca organizmalar tarafından kenara atılan moleküllerin toplam entropisi, büyüyen kişinin ya da evrime uğrayan türlerin düzeni ile ilişkili entropi azalmasından daha büyüktür.

20–8 Enerjinin Yokluğu; Isıl Ölüm

Sıcak bir cisimden soğuk bir cisme ısı iletimi sürecinde, entropinin arttığını ve düzenliliğin düzensizliğe dönüştüğünü gördük. Ayrı sıcak ve soğuk cisimler, bir ısı motorunun yüksek ve düşük sıcaklık bölgeleri olarak görev yapabilir ve böylece faydalı iş elde etmek için kullanılabilirler. Fakat iki cisim birbirleri ile temas edecek şekilde konulduktan sonra, aynı homojen sıcaklığa ulaşırlar, bu durumda onlardan hiçbir iş elde edilemez. Faydalı iş yapabilmek açısından, düzenlilik bu süreçte düzensizliğe dönüşmüştür.

Aynı şey yere çarpınca duran bir taş için de söylenebilir. Yere çarpmadan önce, taşın tüm kinetik enerjisi faydalı iş yapmak için kullanılabilirdi. Fakat taşın mekanik kinetik enerjisi ısıl enerjiye dönüştüğü zaman, faydalı iş yapabilmek artık ınmümkün değildir.

Her iki örnek termodinamiğin ikinci yasasın başka önemli bir yönünü göstermektedir:

> **doğal süreçlerde, enerjinin bir kısmı faydalı iş yapmak için kullanılamaz hale gelir.**

Herhangi bir süreçte, enerji hiçbir zaman kaybolmaz (enerji her zaman korunur). Fakat, enerji daha az faydalı hale gelir-daha az faydalı iş yapabilir. Bir bakıma, zaman ilerledikçe, **enerjinin kalitesi düşer;** daha düzenli şekillerden (mekanik enerji gibi) daha düzensiz şekillere, iç veya ısıl enerjiye gider. Entropi burada bir etkendir çünkü herhangi bir süreçte, iş yapmak için uygun olmayan hale dönüşen enerji miktarı, entropideki değişim ile orantılıdır. †

†Kullanışlı iş için uygun olmayan enerji miktarının $T_D\Delta S$'ye eşit olduğu gösterilebilir, burada T_D, mümkün en düşük sıcaklık ve ΔS, işlem esnasında entropideki toplam artıştır.

Enerjinin kalitesinin düşmesinin doğal bir sonucu, zaman ilerledikçe evrenin maksimum düzensiz bir duruma yaklaşacağını öngörmektir. Madde homojen bir karışım haline gelecek ve evrenin tamamı tek bir sıcaklığa sahip oluncaya kadar, ısı yüksek sıcaklık bölgesinden düşük sıcaklık bölgesine akacaktır. Bundan sonra hiçbir iş yapılamaz. Evrenin enerjisinin tamamı ısıl enerjiye dönüşmüş olacaktır. Evrenin **ısıl ölümü** olarak adlandırılan bu tahmin çok ayrıntılı bir biçimde tartışılmakla birlikte çok uzak bir gelecektedir. Karmaşık bir konudur ve bazı bilim insanları evrenin termodinamik bir modellenmesinin mümkün veya uygun olup olmadığını sorgulamaktadır.

*20–9 Entropi ve İkinci Yasanın İstatistiksel Yorumu

TEntropi ve düzensizlik kavramları bir sistemin moleküler durumunun istatistiksel veya olasılık analiziyle daha kolay açıklanabilir. Ludwig Boltzmann (1844-1906) tarafından ilk defa ondokuzuncu yüzyılın sonlarına doğru uygulanan istatistiksel yaklaşım, bir sistemin mikrodurumu ve makrodurumu arasında kesin bir ayırım yapar. Bir sistemin mikrodurumu, her bir parçacığın (ya da molekülün) hız ve konumunu vererek tanımlanır. Bir sistemin makrodurumu ise sistemin sıcaklık, basınç, mol sayısı gibi makroskopik özelliklerini vererek tanımlanır. Gerçekte, bir sistemin yalnızca makrodurumunu bilebiliyoruz. Verilen bir anda, bir sistemdeki çok sayıdaki moleküllerden her birinin hız ve konumunu bilmemiz mümkün değildir. Herşeye rağmen, *aynı* makroduruma karşılık gelebilen çok sayıda farklı mikrodurumlar kabul edebiliriz.

Çok basit bir örneği ele alalım. Elinizdeki 4 adet bozuk parayı defalarca sallayıp bir masa üzerine bıraktığınızı farzedin. Her seferdeki yazı ve tura sayıları, bu sistemin makrodurumudur. Her bir bozuk paranın yazı ya da tura olması ise bu sistemin bir mikrodurumudur. Aşağıdaki tabloda, her bir makroduruma kaç tane mikrodurumun karşılık geldiğini görüyoruz:

Makrodurum	Olası Mikrodurumlar (Y = yazılar, T = turalar)	Mikrodurumların Sayısı
4 tura	YYYY	1
3 tura, 1 yazı	YYYT, YYTY, YTYY, TYYY	4
2 tura, 2 yazı	YYTT, YTYT, TYYT, YTTY, TYTY, TTYY	6
1 tura, 3 yazı	TTTY, TTYT, TYTT, YTTT	4
4 yazı	TTTT	1

İstatistiksel yaklaşımın arkasındaki temel kabul, *her bir mikrodurumun olasılığının eşit olmasıdır.* Bu yüzden, aynı makrodurumu veren mikrodurumların sayısı, o makrodurmun bağıl olasılığına karşılık gelir. Havaya attığımız dört bozuk para durumumuz için, iki tura ve iki yazının makrodurumu en yüksek olasıklı olandır; 16 mümkün mikrodurumların toplamından, 6 tanesi iki yazı ve iki turaya karşılık gelir böylece iki yazı ve iki tura atma olasılığı 16'da 6 veya %38'dir. Bir yazı ve üç tura atma olasılığı 16'da 4 veya %25'tir. Dört turanın olasılığı sadece 16'da 1 veya %6'dır. Eğer 16 kez paraları atarsanız, tam olarak 6 kez iki yazı ve iki tura veya tam olarak bir kez 4 tura bulamayabilirsiniz. Bunlar sadece olasılıklar veya ortalamalardır. Fakat 1600 atış yaptığınızda bunların yaklaşık %38'i iki yazı ve iki tura olacaktır. Daha büyük deneme sayısı, hesaplanan olasılıklara daha yakın yüzdeler verir.

ALIŞTIRMA E Yukarıdaki tabloda, en az iki tura olma olasılığı nedir? (*a*) $\frac{1}{2}$; (*b*) $\frac{1}{16}$; (*c*) $\frac{1}{8}$; (*d*) $\frac{3}{8}$; (*e*) $\frac{11}{16}$.

Eğer daha fazla parayı—100 tanesini aynı anda—atarsak, hepsini tura (veya hepsini yazı) atma bağıl olasılığı oldukça düşer. Hepsinin tura olduğu yalnız bir makro-durum vardır. 99 tura ve 1 yazı için, her para 1 yazı olabileceği için, 100 tane mikro-durum vardır. Diğer makro-durumlar için bağıl olasılıklar Tablo 20-1'de verilmektedir. Yaklaşık 1.3×10^{30} tane mikro-durum olasıdır.† Böylece hepsini tura bulma olasılığı 1030'da 1'dir, olmayacak bir şey! 50 tura ve 50 yazı bulma olasılığı (bkz Tablo 20-1) $(1.0 \times 10^{29})/1.3 \times 10^{30} = 0.08$ veya %8'dir. 45 ve 55 tura arasında herhangi bir şey elde etmenin olasılığı %70'in üzerindedir.

TABLO 20–1 100 Tane Paranın Rastgele Atılmasına Karşılık Gelen Makrodurumların Olasılıkları

Makrodurumlar		Mikrodurumların Sayısı	Olasılık
Tura	Yazı		
100	0	1	7.9×10^{-31}
99	1	1.0×10^{2}	7.9×10^{-29}
90	10	1.7×10^{13}	1.4×10^{-17}
80	20	5.4×10^{20}	4.2×10^{-10}
60	40	1.4×10^{28}	0.01
55	45	6.1×10^{28}	0.05
50	50	1.0×10^{29}	0.08
45	55	6.1×10^{28}	0.05
40	60	1.4×10^{28}	0.01
20	80	5.4×10^{20}	4.2×10^{-10}
10	90	1.7×10^{13}	1.4×10^{-17}
1	99	1.0×10^{2}	7.9×10^{-29}
0	100	1	7.9×10^{-31}

Görüyoruz ki, para sayısı arttıkça, en düzenli kombinezonu (hepsi tura veya hepsi yazı) elde etme olasılığı hemen hemen imkansız oluyor. En az düzenli kombinezon (yarısı tura, yarısı yazı) en olası durumdur ve en olası kombinezonun 5%'i kadar yakınında bulunma olasılığı, para sayısının artması ile çok büyür. Bu fikirler, bir sistemin moleküllerine de uygulanabilir. Örneğin, bir gazın (oda içindeki hava) en olası durumu, tüm uzayı doldurdukları ve gelişigüzel hareket ettikleri durumdur; bu Maxwell dağılımına karşılık gelir, Şek. 20-14a (ve bkz Kısım 18-2). Diğer yandan, tüm moleküllerin çok düzenli bir biçimde, odanın bir köşesinde bulunduğu ve aynı hızla hareket ettikleri durumun (Şekil 20-14b) gerçekleşmesi olasılığı çok düşüktür.

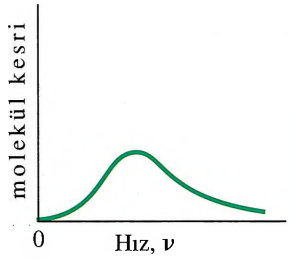
Bu örneklerden, olasılığın düzensizlikle ve bu nedenle entropi ile doğrudan ilişkili olduğu açıktır. Yani en olası durum, en büyük entropili veya en büyük düzensizliğe sahip, en rasgele durumdur. Boltzman, Clausius'un tanımı ($dS = d\,Q/T$) ile uyum içinde, (makro)durumu verilen bir sistemin entropisinin

$$S = k \ln W, \tag{20–14}$$

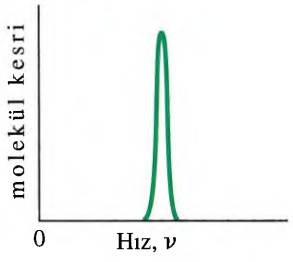
şeklinde yazılabileceğini gösterdi, burada k Boltzmann sabitidir ($k = R/NA = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K) ve W, verilen makroduruma karşılık gelen mikrodurumların sayısıdır. Yani W, durumun oluşma olasılığı ile orantılıdır. W, **termodinamik olasılık,** veya bazen de düzensizlik parametresi olarak adlandırılır.

†Her para, iki olasılığa sahiptir, tura veya yazı. Dolayısıyla, olası mikrodurumların sayısı $2 \times 2 \times 2 \times \cdots = 2^{100} = 1.27 \times 10^{30}$ (bir hesap makinesi veya logaritma kullanarak).

ŞEKİL 20–14 14 (a) Bir gazdaki moleküler hızların en muhtemel dağılımı (Maxwell dağılımı, veya rasgele dağılım); (b) bütün moleküllerin yaklaşık aynı hıza sahip olduğu, düzenli fakat en az olası hız dağılımı.



(a)



(b)

ÖRNEK 20–9 **Serbest genleşme—entropinin istatistiksel tanımı.** Dnk. 20-14'ü kullanarak, bir gazın adiyabatik *serbest genleşmesi* için entropideki değişimi belirleyin, Örnek 20-7'de makroskobik olarak hesaplama yapmıştık. Her bir makrodurum için mikrodurumların sayısı olan W değerini, olası konumların sayısı olarak kabul edin.

YAKLAŞIM Mol sayısını $n = 1$ kabul edersek moleküllerin sayısı $N = nN_A = N_A$ olur. Örnek 20-7'de olduğu gibi hacmin iki katına çıkmasına izin verelim. Çünkü hacim ikiye katlanırsa, her bir molekülün olası konumlarının sayısı ikiye katlanır.

ÇÖZÜM Hacim ikiye katlandığında her bir molekül, iki kat daha fazla olası konuma (mikrodurumlara) sahip olur. İki molekül için toplam mikrodurumların sayısı $2 \times 2 = 2^2$. ile artar. N_A molekül için mikrodurumların toplam sayısı $2 \times 2 \times 2 \times \cdots = 2^{N_A}$. çarpanı ile artar. Yani

$$\frac{W_2}{W_1} = 2^{N_A}.$$

Dnk. 20-14'ten entropideki değişim,

$$\Delta S = S_2 - S_1 = k(\ln W_2 - \ln W_1) = k \ln \frac{W_2}{W_1} = k \ln 2^{N_A} = kN_A \ln 2 = R \ln 2$$

bulunur, bu ise, Örnek 20-7'de elde edilenle aynı sonuçtur.

Olasılık açısından, bize herhangi bir süreçte entropinin arttığını söyleyen termodinamiğin ikinci yasası, en olası süreçlerin gerçekleşeceği ifadesine indirgenir, böylece önemsiz bir hal alır. Bununla birlikte, şimdi ek bir nokta var: olasılık açısından ikinci yasa entropide bir azalmayı *yasaklamaz,* fakat olasılığın çok düşük olduğunu söyler. Tuz ve biberin kendiliğinden yeniden tabakalara ayrılması imkansız değildir ya da kırılan bir çay fincanı kendi kendini onarabilir. Hatta sıcak bir yaz günü bir göl donabilir (yani, ısı soğuk gölden sıcak çevreye akabilir). Fakat, böyle olayların olma olasılığı çok düşüktür. Bozuk para örneğimizde, para sayısını 4'ten 100'e artırmak, ortalamadan veya en muhtemel kombinezondan büyük sapma olasılığını keskin bir şekilde azaltır. Normal sistemlerde 100 molekülle değil çok daha büyük sayıda molekül ile ilgileniriz: yalnız 1 molde 6×10^{23} molekül vardır. Bu nedenle ortalamanın çok uzağına sapmaların olasılığı aşırı derecede küçüktür. Örneğin, yerde sabit duran bir taşın, 1 cal ısı enerjisini mekanik enerjiye dönüştürmesi ve havaya yükselmesi olasılığı, rastgele yazı yazan bir grup maymunun, Shakespeare'in tüm eserlerini üretmeleri olasılığından çok daha küçüktür.

*20–10 Termodinamik Sıcaklık; Termodinamiğin Üçüncü Yasası

Kısım 20-3'te bir Carnot çevrimi için, yüksek sıcaklıklı kaynaktan alınan Q_Y ısısının düşük sıcaklıklı kaynağa atılan Q_D ısısına oranının iki kaynağın sıcaklıklarının oranı ile doğrudan ilişkili olduğunu gördük (Dnk. 20-2):

$$\frac{Q_D}{Q_Y} = \frac{T_D}{T_Y}.$$

Bu sonuç herhangi bir tersinir makine için geçerlidir ve çalışma malzemesine bağlı değildir. Bu nedenle, **Kelvin** veya **termodinamik sıcaklık ölçeği** için temel olarak kullanılabilir.

Bu ilişkiyi ve ideal gaz sıcaklık ölçeğini (Kısım 17-10) termodinamik ölçeğin tanımını yapmak için kullanabiliriz: suyun üçlü noktası olarak $T_{\text{ün}} = 273.16$ K değerini şöyle tayin edebiliriz.

$$T = (273.16\,\text{K})\left(\frac{Q}{Q_{\text{ün}}}\right),$$

Burada Q ve $Q_{\text{ün}}$, bir Carnot makinesinin, T ve $T_{\text{ün}}$ sıcaklıklarındaki rezervuarlar ile değiştokuş ettiği ısı miktarlarının büyüklükleridir. Bu nedenle, termodinamik ölçek, ideal gaz ölçeğinin geçerlilik bölgesinde onun ile özdeştir.

Çok düşük sıcaklıkları deneysel olarak elde etmek çok zordur. Mutlak sıfıra yaklaştıkça sıcaklığı düşürmek zorlaşır ve genel olarak kabul edilmiştirki, *sonlu sayıda süreçle mutlak sıfır sıcaklığına ulaşmak mümkün değildir.* Bu son ifade **termodinamiğin üçüncü yasasını** ifade etmenin bir yoludur.† Bir ısı makinesinin sahip olabileceği maksimum verim Carnot verimi

$$e = 1 - \frac{T_{\text{D}}}{T_{\text{Y}}},$$

olduğu ve T_{D} hiçbir zaman sıfır olamayacağı için %100 verimli bir makinenin mümkün olamayacağını görürüz.

ŞEKİL 20–15 (a) Bir güneş enerjisi santralinde bir aynalar dizisi güneş ışığını buhar üretmek için buhar kazanına odaklar. (b) Fosil-yakıtlı buhar tesisi (bu , orman atık ürünlerini, biyokütleyi kullanan bir tesis). (c) Elektrik üretim tesisindeki büyük soğutma kuleleri.



(a)



(b)



(c)

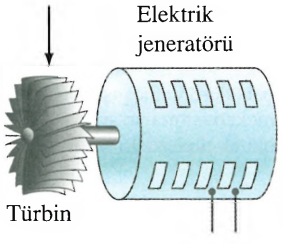
*20–11 Isıl Kirlenme, Küresel Isınma ve Enerji Kaynakları

Günlük yaşamda kullandığımız enerjinin çoğu – motorlu taşıtlardan güç santrallerinde üretilen elektriğin çoğuna kadar- ısı makinelerinde üretilir. Barajlarda düşen su ile, yeldeğirmenleri ya da güneş pilleri ile üretilen elektrik (Şek. 20-15a) bir ısı makinesini gerektirmez. Fakat, Amerika'da üretilen enerjinin %90'dan fazlası fosil yakıtlı buhar santrallerinde elde edilir (kömür, petrol ya da gaz-bakınız Şek. 20-15b), ve bunlar ısı makinelerini kullanır (aslında buhar makineleri). Elektrik güç santrallerinde, buhar, türbinleri ve jeneratörleri çalıştırır, onların çıktısı da elektrik enerjisidir (Şek. 20-16). Türbini döndürmenin farklı yolları Tablo 20-2'de her birinin avantajları ve dezavantajlarına değinilerek kısaca açıklandı. Nükleer güç istasyonları bile bir buhar makinesini çalıştırmak için nükleer yakıt kullanırlar.

Güç santrallerinden arabalara kadar, her ısı makinesinden Q_{D} ısı çıkışı, ısıl kirlilik olarak adlandırılır. Çünkü bu ısı çevre tarafından emilmelidir- göller ya da nehirlerin suyu tarafından, ya da yüksek soğutma kuleleri kullanarak hava tarafından (Şek. 20-15c). Su soğutucu olarak kullanıldığı zaman, bu ısı suyun sıcaklığını artırır, suda yaşayan canlıların doğal ekolojisini değiştirir (çoğunlukla sıcak su daha az oksijene sahip olduğu için). Havayla soğutan kulelerden çıkan Q_{D} ısısı atmosferin sıcaklığını artırır; bu da hava durumunu etkiler.

ŞEKİL 20–16 Mekanik enerji, bir türbin ve jeneratör ile elektrik enerjisine dönüşür.

Enerji kaynağı: su, buhar veya rüzgar

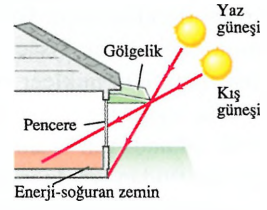


FİZİK UYGULAMASI

Isı makineleri ve termal kirlilik

†539. Sayfadaki dipnottaki ifadeye de bakınız.

TABLO20–2 Elektrik Enerjisi Kaynakları

Elektrik Enerjisi Üretim Çeşitleri	% Üretim (yaklaşık) A.B.D.	Dünya	Yararları	Zararları
Fosil-yakıt buhar santralleri: suyu kaynatmak için kömür, petrol veya doğal gaz yakar, jeneratörün türbinini döndüren yüksek-basınçlı buhar üretir (Şek.20-3b, 20-16); ısı makinesi kullanır.	71	66	Nasıl inşa edeceğimizi biliyoruz; şimdi oldukça ucuz.	Hava kirliliği; ısıl kirlilik; sınırlı verimlilik; hammadde çıkartımından dolayı toprak tahribatı (madencilik); küresel ısınma; denizde petrol yayılması gibi kazalar; sınırlı yakıt kaynağı (tahminler 20 yıldan birkaç yüzyıla uzanmaktadır).
Nükleer Enerji:				
Fizyon: uranyum veya plutonyum atomçekirdekleri, buharı ısıtan enerjiyi serbest bırakarak bölünürler (fizyon) (Bölüm 42); ısı makinesi kullanır.	20	16	Normal olarak hemen hiç hava kirliliği yapmaz; küresel ısınmaya daha az katkı sağlar; bağıl olarak pahalı değildir. 	Termal kirlenme; kazalar, zararlı radyoaktivite yayabilir; radyoaktif yan-ürünlerin imha edilmesi zor; nükleer materyallerin teröristler tarafından olası saptırılması; sınırlı yakıt kaynağı.
Füzyon: hidrojenin (veya diğer küçük çekirdeklerin) izotopları bir araya geldiğinde veya "kaynaştığında" enerji yayımlanır (Bölüm 42).	0	0	Bağıl olarak "temiz"; geniş yakıt miktarı (okyanuslardaki su moleküllerinin hidrojeni); küresel ısınmaya daha az katkı.	Henüz çalışabilir halde değil.
Hidroelektrik: Düşen su, barajın tabanındaki türbinleri döndürür. 	7	16	Isı makinesi gerekmez; hava, su veya termal kirlilik yoktur; bağıl olarak ucuz; yüksek verimli; barajlar, sel baskınlarını kontrol edebilir.	Barajların arkasında oluşan göller iskan edilmiş araziyi kaplar; barajlar, üremek için akıntıya karşı göç eden somon ve diğer balıkları engeller; yeni barajlar için birkaç yer kalmıştır; kuraklık.
Jeotermal: Dünyanın içinden yüzeye doğal buhar gelir (sıcak kaynaklar, gayzerler, buhar kaynakları); veya aşağı inen soğuk su, sıcak ve kuru kaya ile temas ederek buhar oluşturmak üzere ısınır.	<1	<1	Isı makinesi gerekmez; çok az hava kirliliği vardır; iyi verimlidir ; bağıl olarak ucuz ve "temiz"dir.	Az miktarda uygun alan; az üretim; harcanan sıcak suyun mineral içeriği kirlilik oluşturabilir.
Rüzgar gücü: 3kW'tan 5MW'a rüzgar değirmenleri (kanatlar 50 m genişliğekadardır) jeneratörü döndürür. 	<1	<1	Isı makinesi gerekmez; hava, su veya termal kirlilik yoktur; bağıl olarak ucuzdur.	Büyük değirmen dizileri hava durumunu etkileyebilir, göze batar; göçmen kuşlar için tehlikelidir; rüzgarlar daima güçlü değildir.
Güneş enerjisi:	<1	<1		
Aktif solar ısıtma: çatı üstü güneş panelleri, Güneş ışınlarını emerek, mekan ısıtma ve sıcak su kaynağı olarak tüplerdeki suyu ısıtır.			Isı makinesi gerekmez; hava veya termal kirlilik yok; limitsiz yakıt kaynağı. 	Yer sınırlaması var; destek gerekebilir; bağıl olarak pahalı; bulutlu havada daha az etkilidir.
Pasif solar ısıtma: mimari araçlar — güneye bakan pencereler, pencerelerin üstünde yazın güneş ışınlarından korumak için gölgelikler.			Isı makinesi gerekmez; hava veya termal kirlilik yok; bağıl olarak ucuz.	Almost none, but other methods needed too. 
Güneş pilleri (fotoelektrik piller): Isı makinesi kullanmaksızın güneş ışığını direkt olarak elektriğe dönüştürür.			Isı makinesi gerekmez; termal, hava veya su kirliliği çok düşük; verimliliği iyi (> %30 ve gelişiyor).	Pahalı; üretimde kimyasal kirlilik; Güneş enerjisi yoğunlaşmamış olduğundan, geniş toprak alanları gereklidir.

Hava kirliliği -bununla endüstriyel ocaklar, güç santralleri ve arabalarda fosil yakıtların yanmasıyla ortaya çıkan kimyasalları kastediyoruz- dumanlı sis ve diğer problemleri ortaya çıkarır. Hakkında çok konuşulan bir diğer konu fosil yakıtların yanması sonucu Dünya'nın atmosferindeki CO_2'in artmasıdır. CO_2 dünyanın doğal olarak saldığı kızılötesi ışınların bir kısmını emer (Kısım 19-10) ve böylece **küresel ısınmaya** katkıda bulunabilir. Fosil yakıtların yakılmasını kısıtlama bu problemlerin çözümüne yardım edebilir.

Bunula birlikte ısıl kirlilik kaçınılmazdır. Mühendisler daha verimli makineler dizayn ve inşa etmeyi deneyebilirler, fakat onlar Carnot verimini aşamazlar ve T_D'nin en iyi değerinin çevredeki hava veya suyun sıcaklığı olması ile yaşamak zorundadırlar. Termodinamiğin ikinci yasası bize doğanın koyduğu kısıtlamayı söyler. Termodinamiğin ikinci yasası ışığında yapabileceğimiz şey, yakıt kaynaklarımızı korumak ve daha az enerji kullanmaktır.

PROBLEM ÇÖZME

Termodinamik

1. İlgilendiğiniz **sistemi** tanımlayın; çalıştığınız sistemi çevresinden ayırt edin.
2. **Isı** ve **işin işaretlerine** dikkat edin. Birinci yasada, sistem *tarafından* yapılan iş pozitif; sistem *üzerine* yapılan iş negatif; sisteme *eklenen ısı* pozitif fakat sistemden *uzaklaştırılan* ısı negatiftir. Isı makineleri ile, alınan ısı, çıkan ısı ve yapılan iş pozitif alınır.
3. Isı ve iş için kullanılan **birim**lere dikkat edin; iş, sıklıkla joule cinsinden ifade edilir ve ısı, kalori, kilokalori veya joule olabilir. Tutarlı olmak için, verilen bir problem boyunca kullanmak için yalnız bir birim seçin.
4. **Sıcaklıklar,** genelde Kelvin cinsinden ifade edilmelidir; sıcaklık farkları, C° veya K cinsinden ifade edilebilir.
5. **Verimlilik** (veya performans katsayısı) iki enerji aktarımının oranıdır: yararlı çıkış bölü gerekli giriş. Verimlilik (fakat performans katsayısı değil) daima değer olarak 1'den azdır ve bu nedenle sık sık yüzde olarak vurgulanır.
6. Sistemin **entropisi,** sisteme ısı eklendiğinde artar, sistemden ısı uzaklaştırıldığında azalır. Eğer A sisteminden B sistemine ısı transfer ediliyorsa, A'nın entropi değişimi negatif, B'nin entropi değişimi pozitiftir.

Özet

Bir **ısı makinesi**, ısı akışı yoluyla, ısıl enerjiyi faydalı işe çeviren bir alettir.

Bir ısı makinesinin **verimi** makine tarafından yapılan W işinin Q_Y ısı girşine oranı olarak tanımlanır. Enerjinin korunumu nedeniyle, elde edilen iş $Q_Y - Q_D$'ye eşittir. Burada, Q_D çevreye atılan ısıdır; böylece verim şöyle olur:

$$e = \frac{W}{Q_Y} = 1 - \frac{Q_D}{Q_Y} \qquad \textbf{(20–1)}$$

Carnot'nun (idealize edilmiş) makinesi tersinir bir süreç içinde iki eşsıcaklıklı ve iki adiyabatik süreçten meydana gelir. Bir **Carnot makinesi** için, veya T_Y ve T_D (kelvin) gibi iki sıcaklık arasında çalışan herhangi bir tersinir makine için, verim

$$e_{\text{ideal}} = 1 - \frac{T_D}{T_Y}. \qquad \textbf{(20–3)}$$

şeklindedir. Tersinmez (gerçek) makineler her zaman bu verimden daha düşük bir verime sahiptir.

Bir **buzdolabı** ya da **klima**nın çalışması bir ısı makinesinin tersi gibidir: iş ısıyı soğuk bir bölgeden çıkarıp daha sıcak bir bölgeye atmak için yapılır. Her ikisi için de performans katsayısı (PK)

$$\text{PK} = \frac{Q_D}{W}, \qquad \text{[buzdolabı veya klima]} \quad \textbf{(20–4a)}$$

olarak tanımlanır. Burada W soğuk sıcaklıktaki bölgeden Q_D ısısını çıkarmak için gerekli iş miktarıdır.

Bir **ısı pompası** soğuk olan dışarıdaki bölgeden Q_D ısısını alıp sıcak olan iç bölgeye Q_Y ısınsını vermek için W işini yapar. Bir ısı pompasının performans katsayısı

$$\text{PK} = \frac{Q_Y}{W}. \qquad \text{[ısı pompası]} \quad \textbf{(20–5)}$$

Termodinamiğin ikinci yasası eşdeğer birkaç farklı yolla ifade edilebilir:

(a) kendiliğinden ısı akışı sıcak bir cisimden soğuk bir cisme doğrudur, tersi olmaz;

(b) %100 verimli bir ısı makinesi olamaz- yani, verilen bir miktar ısı tamamıyla işe çevrilemez;

(c) Doğal süreçler daha yüksek düzensizlik ya da daha yüksek **entropi** durumlarına doğru hareket etme eğilimindedirler.

(c) ifadesi termodinamiğin ikinci yasasının en genel ifadesidir ve şu şekilde yeniden ifade edilebilir: bir sistem ile birlikte çevresinin toplam entropisi, S, herhangi bir doğal sürecin bir sonucu olarak artar:

$$\Delta S > 0. \qquad \textbf{(20–13)}$$

Bir durum değişkeni olan entropi, bir sistemin düzensizliğinin nicel ölçüsüdür. Tersinin bir süreç esnasında bir sistemin entropisindeki değişim $\Delta S = \int dQ/T$ ile verilir.

Termodinamiğin ikinci yasası bize süreçlerin ilerleme eğilimlerinin yönünü söyler; böylece entropi "zamanın oku" olarak adlandırılır.

Zaman ilerledikçe, enerji daha az faydalı şekillere dönüşür –yani, fayadalı iş yapabilmek için daha az kullanışlı hale gelir.

[*Bütün ısı makineleri çevereye ısı saldıkları için **ısıl kirlilik** meydana getirirler.]

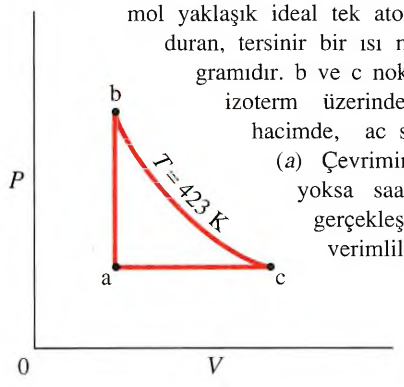
Sorular

1. Mekanik enerji, tümüyle ısı veya iç enerjiye dönüştürülebilir mi? Tersi olabilir mi? Her bir durumda, eğer cevabınız hayır ise, neden olamayacağını açıklayın; eğer evet ise, bir veya iki örnek verin.
2. Kışın, fırın kapağını açık bırakarak mutfağı ısıtabilir misiniz? Sıcak yaz gününde, buzdolabı kapağını açık bırakarak mutfağı serinletebilir misiniz? Açıklayın.
3. $e = W/Q_D$ şeklinde bir ısı makinesi verimlilik tanımı kullanışlı olur mu? Açıklayın.
4. (*a*) İçten yanmalı motorda ve (*b*) buhar makinesinde, yüksek-sıcaklık ve düşük-sıcaklık bölgeleri rollerini neler yüklenmiştir? Bunlar, gerçek ısı depoları mıdır?
5. Yüksek-sıcaklık deposunda 10 C° artış mı yoksa düşük-sıcaklık deposunda 10 C° düşüş mü Carnot makinesinin verimliliğinde daha büyük gelişme sağlar? Açıklayın
6. Okyanuslar çok büyük miktarda ısıl (iç) enerji içerirler. Neden bu enerjiyi yararlı işlere aktarmak genelde olanaklı değildir?
7. Gerçek makineleri, Carnot verimliliğine ulaşmaktan alıkoyan faktörleri tartışın.
8. Soğutma sistemindeki genleşme vanası, Şek.20-10, akışkanın soğutulması için oldukça önemlidir. Soğutmanın nasıl olduğunu açıklayın.
9. Doğada, hemen hemen tersinebilir olan bir süreci anlatın.
10. (*a*) Bir sisteme tersinir olarak ısının nasıl eklenebildiğini anlatın. (*b*) Bir sisteme tersinir olarak ısı eklemek için ocak kullanabilir misiniz? Açıklayın.
11. Bir gazın, orijinal hacminin iki katına (*a*) adiyabatik olarak, (*b*) izotermal olarak genleştiğini varsayın. Hangi işlem entropide daha büyük değişmeye neden olur? Açıklayın.
12. Bu bölümde değinilenler dışında, düzenin düzensizliğe doğru gittiği, kendiliğinden oluşan süreçlerin üç tane örneğini verin. Tersine süreçlerin gözlenebilirliğini tartışın.
13. 1 kg katı demirin mi yoksa 1 kg sıvı demirin mi daha büyük entropiye sahip olduğunu düşünürsünüz? Neden?
14. (*a*) Eğer klor gazı içeren bir şişenin kapağını kaldırırsanız ne olur? (*b*) Bu sürecin tersi hiç olur mu? Neden olur veya olmaz? (*c*) İki başka tersinmezlik örneği düşünebilir misiniz?
15. Mucidi tarafından "oda-içi klima" olarak adlandırılan bir makineyi test etmeniz isteniyor: Odanın ortasında duran ve kablosu prize takılı büyük bir kutu. Makine çalıştığında, ondan çıkan soğuk hava akımını hissediyorsunuz. Makinenin odayı soğutamayacağını nereden bilirsiniz?
16. Termodinamiğin birinci yasasına uyan fakat gerçekleştiğinde ikinci yasayı çiğneyen birkaç süreç (şimdiye kadar değinilenler dışında) düşünün.
17. Pek çok kağıdın yere dağıldığını varsayın, siz bunları güzelce istifliyorsunuz. Bu, termodinamiğin ikinci yasasını çiğner mi? Açıklayın.
18. Termodinamiğin birinci yasası bazen tuhaf bir şekilde "hiçbir şeyden bir şey elde edemezsiniz" ve ikinci yasası "kar ve zararınızı eşitleyemezsiniz" şeklinde ifade edilir. Bu ifadelerin, formal ifadelere nasıl eşdeğer olabileceğini açıklayın.
19. Süt tozu, su karıştırılırken oldukça yavaş bir şekilde (durağanımsı) ekleniyor. Bu, tersinir bir süreç midir? Açıklayın.
20. İki özdeş sistem, a durumundan b durumuna iki farklı tersinmez süreç ile götürülüyor. Her bir süreç için sistemin entropisindeki değişim aynı olur mu? Çevre için aynı olur mu? Dikkatli bir şekilde ve tam olarak cevaplayın.
21. 21. Bir süreç esnasında entropideki toplam değişimin, sürecin tersinmezliğinin bir ölçüsü olduğu söylenebilir. Tersinir bir süreç için $\Delta S_{\text{toplam}} = \Delta S_{\text{sistem}} + \Delta S_{\text{çevre}} = 0$ gerçeğinden başlayarak, bunun neden geçerli olduğunu tartışın.
22. Entropi artış prensibi dışında fikir yürüterek, adiyabatik bir süreç için, eğer tersinir olarak gerçekleşmiş ise $\Delta S = 0$ ve eğer tersinmez olarak gerçekleşmiş ise $\Delta S > 0$ olduğunu gösterin.

Problemler

20–2 Isı Makineleri

1. (I) Bir ısı makinesi, 2600 J yararlı iş sağlarken 7800 J ısı açığa çıkarıyor. Bu makinenin verimliliği nedir?
2. (I) Bir güç santrali 580 MW'lık elektrik gücü üretmektedir. Santralin verimliliğinin %35 olduğunu kabul ederek, birim zamanda açığa çıkartılan ısıyı tahmin edin.
3. (II) Tipik küçük bir araba 55 mi/sa hızda, toplam 350 N'luk geciktirici kuvvete maruz kalıyor. Eğer bu araba bir galon benzin başına 35 mil yol alırsa ve bir litre (1 gal = 3.8 L) benzin yandığında 3.2 × 107 J enerji açığa çıkarıyorsa, bu arabanın verimliliği nedir?
4. (II) Dört silindirli bir benzin motoru, 0.22 verimliliğe sahiptir ve silindir başına bir çevrimde 180 J iş yapar. Motor, saniyede 25 kez ateşlenir. (*a*) Birim zamanda yapılan işi belirleyin. (*b*) Benzinden, birim zamandaki toplam ısı girişi nedir? (*c*) Benzinin enerji içeriği, galon başına 130 MJ ise, bir galon benzin ne kadar zamanda biter?
5. (II) Bir arabada benzinin yanması, yaklaşık 3.0×10^4 kcal/gal açığa çıkarır. Eğer araba 95 km/sa ile giderken ortalama 38 km/gal yapıyorsa ki bu da 25 hp'lik güç gerektirir, bu koşullar altında motorun verimliliği nedir?
6. (II) Şek.20-17, başlangıçta SSB'de (a noktası) olan, içinde 1.0 mol yaklaşık ideal tek atomlu argon gazı bulunduran, tersinir bir ısı makinesininin PV diyagramıdır. b ve c noktaları, T = 423 K'deki izoterm üzerindedir. ab süreci sabit hacimde, ac süreci sabit basınçtadır. (*a*) Çevrimin yolu saat yönünde mi yoksa saatin tersi yönünde mi gerçekleşir? (*b*) Bu makinenin verimliliği nedir?

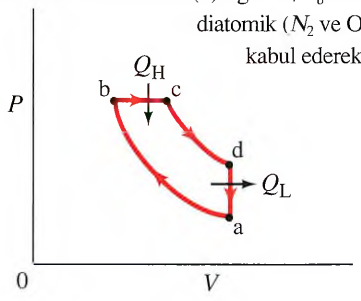


ŞEKİL 20–17
Problem 6.

7. (III) *Dizel motorun* çalışması, Şek.20-18'de gösterilen çevrim ile idealize edilebilir. Hava, emme vuruşu esnasında silindir içine girer (ideal çevrimin bir parçası değildir). Hava, ab yolu boyunca adiyabatik olarak sıkıştırılır, b noktasında, dizel yakıt silindir içine enjekte edilir ki sıcaklık çok yüksek olduğundan aniden tutuşur. Yanma yavaştır ve güç vuruşunun ilk parçası esnasında gaz, bc yolu boyunca (yaklaşık) sabit basınç altında genleşir. Yanma sonrası güç vuruşunun kalanı adiyabatiktir (cd yolu). da yolu, dışa atım vuruşuna karşılık gelir. (*a*) Bu döngü altında ideal gaz kullanan yarı-durgun tersinir motor için, ideal verimliliğin aşağıdaki gibi olduğunu gösterin.

$$e = 1 - \frac{(V_a/V_c)^{-\gamma} - (V_a/V_b)^{-\gamma}}{\gamma[(V_a/V_c)^{-1} - (V_a/V_b)^{-1}]},$$

burada V_a/V_b "sıkışma oranı", V_a/V_c "genleşme oranı" ve γ Dnk. 19-14 ile tanımlanmaktadır. (*b*) Eğer $V/V_b = 16$ ve $V/V_c = 4.5$ ise, gazın diatomik (N_2 ve O_2 gibi) ve ideal olduğunu kabul ederek verimliliği hesaplayın.



ŞEKİL 20–18
Problem 7.

20–3 Carnot Motoru

8. (I) Çalışma sıcaklıkları 550°C ve 365°C olan bir ısı makinesinin maksimum verimliliği nedir?

9. (I) Isı makinesinin sıcak çevresinin, ortam sıcaklığından daha sıcak olması gerekli değildir. Sıvı azot (77 K), şişelenmiş su kadar ucuzdur. Oda sıcaklığındaki (293 K) havadan sıvı azot "yakıtına" (Şek. 20-19) transfer edilen ısıyı kullanan bir makinenin verimliliği ne olurdu?



ŞEKİL 20–19
Problem 9.

10. (II) Bir ısı makinesi ısısını 340°C'ta dışarı atıyor ve %38 Carnot verimliliğine sahip oluyor. Dışarı atma sıcaklığının hangi değeri, %45 Carnot verimliliği elde edilmesini sağlar?

11. (II) (*a*) Carnot makinesi tarafından yapılan işin, Şek. 20-7'deki *PV* diyagramı üzerinde Carnot çevrimi tarafından kapatılan alana eşit olduğunu gösterin (Bknz. Kısım 19-7). (*b*) Bunu, herhangi tersinir bir çevrim için genelleştirin.

12. (II) Bir Carnot makinesinin çalışma sıcaklığı 210°C ve 45°C'dir. Makinenin çıkış gücü 950 W'tır. Isı çıkış hızını hesaplayın.

13. 13. (II) Nükleer güç santrali, 660°C ve 330°C sıcaklıkları arasında %65 maksimum teorik (Carnot) verimliliğinde çalışıyor. Eğer santral 1.2 GW oranında elektrik enerjisi üretiyorsa, açığa çıkan ısının bir saatte ne kadarı salıverilir?

14. (II) Carnot makinesi, saniyede 950 kcal ısı girişiyle 520 kW hızında iş yapıyor. Eğer ısı kaynağının sıcaklığı 560°C ise, atık ısı hangi sıcaklıkta dışarı atılır?

15. (II) 65 kg'lık bir yürüyüşçünün, metabolizmasının günlük gereksinimini karşılamak için 4.0×10^3 kcal enerjiye ihtiyaç duyduğunu varsayın. Bu enerji miktarını kullanarak bir kişinin bir günde tırmanabileceği maksimum yüksekliği tahmin edin. Kaba bir tahmin ile insanı, çevre sıcaklığı 20°C ile iç sıcaklığı 37°C (98.6°F) arasında işleyen bir ısı makinası olarak ele alın.

16. (II) Belirli bir araba, düz bir yolda sabit 20.0 m/s hızla giderken yaklaşık 7.0 kJ/s hızında iş yapar. Bu, sürtünmeye karşı yapılan iştir. Araba bu hızda 1 L benzin ile 17 km seyehat edebilir (yaklaşık 40 mi/gal). Eğer T_D 25°C ise T_Y için minimum değer nedir?1 L benzinden elde edilebilecek enerji 3.2×10^7 J'dür.

17. (II) Bir ısı makinesi 580°C'de ısı kaynağı kullanır ve %32 Carnot verimliliğine sahiptir. Verimliliği %38'e artırmak için ısı kaynağının sıcaklığı ne olmalıdır?

18. (II) Gerçek Carnot motorunun çalışma malzemesi, 1.0 mol ideal tek atomlu gazdır. Bu motorun çevriminin bir bölümünde izotermal genleşme esnasında gazın hacmi ikiye katlanırken, adiyabatik genleşme esnasında hacim, 5.7 çarpanı ile artar. Her bir döngüde makinenin çıkış işi 920 J'dür. Bu makinenin arasında çalıştığı iki ısı deposunun sıcaklıklarının hesaplayın.

19. (III) Şek.20-7'de gösterilen Carnot çevrimi, şu şartlara sahiptir: V_a = 7.5 L, V_b = 15.0 L, T_Y = 470°C ve T_D = 260°C. Bu döngüde kullanılan gaz, 0.50 mol diatomik gazdır, $\gamma = 1.4$. (*a*) a ver b noktalarındaki basınçları; (*b*) c ve d'deki hacimleri hesaplayın. (*c*) ab süreci boyunca yapılan iş nedir? (*d*) cd süreci boyunce ısı kaybı nedir? (*e*) Tüm çevrimde yapılan net işi hesaplayın. (*f*) e = W/Q_Y tanımını kullanarak çevrimin verimliliği nedir? Bunun, Dnk. 20-3 ile verilenle aynı olduğunu gösterin.

20. (III) Bir mol tek atomlu gaz, T_Y = 350°C ve T_D = 210°C ile Carnot çevrimine maruz kalıyor. Başlangıç basıncı 8.8 atm'dir. İzotermal genleşme esnasında hacim ikiye katlanır. (*a*) a, b, c, ve d (bknz. Şek.20-7) noktalarındaki basınç ve hacim değerlerini bulun. (b) Çevrimin herbir parçası için Q, W, ve $\Delta E_{iç}$ belirleyin. (*c*) Dnk.20-1 ve 20-3'ü kullanarak çevrimin verimliliğini hesaplayın.

*21. (III) Yaklaşık Otto çevrimiyle (Şek. 20-8) çalışan bir motorda, benzin buharı, silindirin adiyabatik sıkışması sonunda, bujiden sağlanan kıvılcım ile tutuşturulmalıdır. 87-Oktan benzin buharı için tutuşma sıcaklığının yaklaşık 430 °C olduğunu ve kullanılan gazın diatomik olup silindire 25 °C'de girdiğini kabul ederek, motorun maksimum sıkışma oranını belirleyin.

20–4 Soğutucular, Klimalar, Isı Pompaları

22. (I) Eğer ideal bir soğutucu, oda sıcaklığı 22 °C iken içindekileri 3 °C'ta tutuyorsa, soğutucunun performans katsayısı nedir?

23. (I) Bir dondurucunun soğutma bobininin düşük sıcaklığı –15°C ve boşaltma sıcaklığı 33°C'dir. Maksimum teorik performans katsayısı nedir?

24. (II) İdeal (Carnot) bir motor %38 verimliliğe sahiptir. Eğer, ısı pompası olarak geriye doğru çalıştırmak mümkün olsaydı, performans katsayısı ne olurdu?

25. (II) İdeal bir ısı pompası dışarıdaki sıcaklık Tdış iken bir evin içindeki sıcaklığın $T_{iç}$ = 22 ^{0}C'ta tutulması için kullanılıyor. Pompanın işlerken 1500 W'ta çalıştığını kabul edin. Ayrıca odanın duvarlardan ve diğer yüzeylerden $(650\,W/C^0)(T_{iç} - T_{dış})$ ile verilen bir oranda iletim yoluyla ısı kaybettiğini kabul edin. (*a*) Isı pompasının odanın içindeki sıcaklığı daima 22^{0}C'ta tutacak şekilde çalışabilmesi için dışarıdaki sıcaklık ne olmalıdır? (*b*) Dışarının sıcaklığı 8 ^{0}C ise, ısı pompası odanın içindeki sıcaklığı 22^{0}C'ta tutmak için zamanın yüzde kaçında çalışmak zorundadır?

26. (II) Bir restoran buzdolabının performans katsayısı 5'tir. Buzdolabının dışında mutfaktaki ısı 32^{0}C ise, buzdolabının içinde ideal olması durumunda elde edilebilen en düşük sıcaklık nedir?

27. (II) Bir ısı pompası evi 22^{0}C sıcaklıkta tutmak için kullanılıyor. Pompanın evin içine 3100 J'lük bir ısı dağıtması için dışarıdaki ısı (*a*) 0°C, (*b*) –15°C iken ne kadar iş gerekir? İdeal (Carnot) davrandığını kabul edin.

28. İdeal (Carnot) bir buzdolabı için

$$\text{PK} = \frac{Q_D}{W},$$

olduğunu gösterin. (b) PK'yi, buzdolabını

$$\text{PK}_{\text{ideal}} = \frac{T_D}{T_Y - T_D}.$$

tersine çalıştırarak elde edilen tersinir ısı makinesinin e verimliliği cinsinden yazınız. (*c*) Yoğunlaştırıcının sıcaklığı 24 ^{0}C iken dondurucu bölümünün –18 ^{0}C'ta kalması için ideal bir buzdolabının performans katsayısı ne olmalıdır

29. Bir "Carnot" buzdolabı (bir Carnot motorunun tersi) dondurucu bölümünden –17 ^{0}C'lık bir sıcaklıkta ısı emer ve bunu odaya 25 ^{0}C'ta yayar. (*a*) 0.40 kg'lık 25 ^{0}C sıcaklıktaki suyu –17 0C'ta buza dönüştürmek için ne kadarlık iş yapılması gerekir? (*b*) Kompresör çıkışı 180 W ise, 0.40 kg'lık 25 ^{0}C'ta su almak ve 0^{0}C'ta dondurmak için ihtiyaç duyulan minimum zaman nedir?

30. (II) Klima olarak çalıştırılan bir ısı pompası bir binadan saatte 33,000 Btu emmekte ve 24 ^{0}C ile 38 ^{0}C sıcaklıkları arasında çalıştırılmaktadır. (*a*) Performans katsayısı, bir Carnot klimasınınkinin 0.20'si ise etkin performans katsayısı nedir? (*b*) Kompresör motorunun ihtiyaç duyulduğu güç (kW) nedir? (*c*) hp biriminde güç nedir?

31. (II) Soğutma biriminin giriş gücü 1.2 kilowatt ve performans katsayısı 7.0 ise 1.0 saatte buz küpleri halinde dondurabilen 0 ^{0}C'taki suyun hacmi nedir?

20–5 ve 20–6 Entropi

32. (I) 100 ^{0}C'ta 250 g'lık buharın 100 ^{0}C'ta suya yoğunlaştığı zaman entropisindeki değişim ne olur?

33. (I) 4.0 m/s'lik ilk hıza sahip 7.5 kg'lık bir kutu sert bir masa üzerinde kayıyor ve duruyor. Evrenin entropisindeki toplam değişimi tahmin edin. Bütün cisimlerin oda sıcaklığında olduğunu kabul edin (293 K).

34. (I) 0^{0}C'ta 1.00 m^3 'lük su, 0 ^{0}C'ta donduğu zaman entropisindeki değişim ne olur?

35. (II) 0^{0}C'ta 1.00 m^3'lük su dondurulduğunda ve –10^{0}C'ta büyük bir miktarda buz ile temas ettirilerek –10^{0}C'a soğutulduğunda işlemin entropisindeki toplam değişimi tahmin edin.

36. (II) 100^{0}C'ta 0.45 kg'lık su tersinir bir işlemle 100 ^{0}C'ta buhara dönüştürüldüğünde (*a*) suyun, (*b*) çevrenin, (*c*) tüm evrenin entropisindeki değişim nedir. (*d*) süreç tersinmez olsaydı cevabınız nasıl değişirdi?

37. (II) Bir alüminyum çubuk bir 225^{0}C'ta tutulan bir ısı kaynağından 22 ^{0}C'ta geniş bir su kütlesine 9.50 cal/s iletmektedir. Bu işlemdeki entropi artışının hızını hesaplayın.

38. (II) 43.0^{0}C'ta 2.8 kg'lık bir alüminyum parçası oda sıcaklığındaki (20^{0}C) bir Styrofoam kutusu içindeki 1.0 kg'lık suyun içine yerleştiriliyor. Sistemin entropisindeki net değişimi tahmin edin.

39. (II) İdeal bir gaz 2.50 L'lik bir hacimden ve 7.5 atm'lik basınçtan 1.0 atm'lik basınca izotermal (T = 410 K) olarak genleşiyor. Bu işlem için entropi değişikliği nedir?

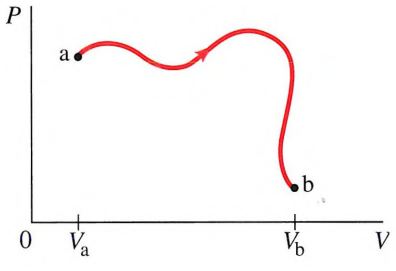
40. (II) İyi izole edilmiş bir kutunun içinde 12^{0}C'taki 2.0 kg'lık su 38.0^{0}C'ta 3.0 kg'lık su ile karıştırılıyor. Sistemin entropisindeki değişiklik nedir? (*a*) Bir tahminde bulunun; (*b*) $\Delta S = \int dQ/T$ integralini kullanın.

41. (II) m kütleli 0^{0}C'ta bir buz küpü 20^{0}C'ta geniş bir odaya yerleştiriliyor. Isı akışı (odadan buz küpüne) buz küpünü eritiyor ve sıvı suyu 20^{0}C'a ısıtıyor. Oda çok geniş olduğu için ısısı yaklaşık 20^{0}C'ta kalıyor. Bu süreçten dolayı sistemin (su+oda) entropideki değişimi hesaplayın. Bu süreç doğal olarak gerçekleşir mi? (*b*) m kütleli 20^{0}C'taki sıvı su 20^{0}C'ta geniş bir odaya yerleştiriliyor. Isı akışı (sudan odaya), sıvı suyu 0^{0}C'a soğutuyor ve 0^{0}C'de bir buz küpü halinde donduruyor. Oda çok geniş olduğu için sıcaklık daima 20^{0}C'ta kalıyor. Bu süreçten dolayı sistemin (su+oda) entropisindeki değişimi hesaplayın. Bu süreç doğal olarak gerçekleşecek mi?

42. (II) 2.0 mollük iki atomlu bir ideal gazın sıcaklığı sabit hacimde 25^{0}C'tan 55^{0}C'a çıkıyor. Entropideki değişim nedir. $\Delta S = \int dQ/T$ integralini kullanın.

43. (II) 1 kg'lık su 0^{0}C'tan 75^{0}C'a ısıtıldığında entropisindeki değişimi hesaplayın. (*a*) Bir tahminde bulunun. (*b*) $\Delta S = \int dQ/T$ integralini kullanın. (*c*) Çevrenin entropisi değişir mi? Eğer öyleyse değişiklik ne kadar olur?

44. (II) n moleküllü bir ideal gaz Şek.20-20'deki PV diagramında gösterilen tersinir sürece maruz kalıyor. Gazın T sıcaklığı a ve b noktalarında aynıdır. Bu işlemden dolayı entropideki değişimi hesaplayın.



ŞEKİL 20–20
Problem 44.

45. (II) Bir ideal gazdan alınan iki örnek aynı sıcaklıkta ve basınçtadır. Her biri V hacminden $V/2$ hacmine tersinir olarak biri izotermal, diğeri adiyabatik olarak sıkıştırılıyor. (*a*) Hangi gaz örneğinde son basınç daha büyüktür. (*b*) Gazın entropisindeki değişimi integral alarak her iki süreç için hesaplayın. (*c*) Her bir süreç için çevrenin entropisindeki değişim nedir?

46. (II) Yalıtılmış, 150 g'lık 15^0C'taki alüminyum bir bardak, 100 ^{0}C'ta 215 g su ile dolduruluyor. (*a*) Karışımın son sıcaklığını, (*b*) karışım işleminin sonucu olarak entropideki değişimi hesaplayın. ($\Delta S = \int dQ/T$) integralini kullanın.)

47. (II) (*a*) Bir Carnot döngüsünde toplam entropi değişiminin sıfır olmasını neden beklersiniz? (*b*) Bu değişimin sıfır olduğunu gösteren hesaplamayı yapın.

48. (II) 1 mol azot (N_2) gazı ve 1 mol argon (Ar) gazı özdeş, eşit büyüklükte ve aynı sıcklıkta olan yalıtılmış kaplara ayrı ayrı konmuştur. Daha sonra kaplar arasında bağlantı kuruluyor ve gazların (ideal olduğunu kabul edin) karışmasına izin veriliyor. (*a*) sistemin, (*b*) çevrenin entropisindeki değişim nedir? (*c*) ilk kutunun diğerinden iki kat daha geniş olduğunu kabul ederek (*a*) kısmını tekrarlayın.

49. (II) Termodinamik işlemler bazen PV diagramlarından ziyade TS (sıcaklık-entropi) diagramları ile temsil edilir. Bir TS diagramında, T sıcaklığında, sabit hacimli moler özgül ısısı CV olan n mollük bir ideal gazdan oluşan bir sistem için sabit hacimli bir sürecin eğimini hesaplayın.

50. 50. (III) Düşük ısıda potasyumun molü başına düşen özgül ısı $C_V = aT + bT^3$, olarak veriliyor. Burada a = 2.08 mJ/mol. K^2 ve b = 2.57 mJ/ mol.K^4 'tür. Sıcaklık 3.0 K'den 1 K'e düşürüldüğü zaman 0.15 mol potasyumun entropisindeki değişimi (integral alarak) hesaplayın.

51. (III) Moler özgül ısısı C_V ve C_P olan n mollü bir ideal gaz düşünün. İlk yasa ile başlayarak gazın sıcaklığı ve hacmi tersinir bir süreçle değiştiği zaman entropisindeki değişimin

$$dS = nC_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}.$$

ile verildiğini gösterin. (*b*) (*a*) bölümündeki eşitliğin

$$dS = nC_V \frac{dP}{P} + nC_P \frac{dV}{V}.$$

şeklinde yazılabildiğini gösterin. (*c*) (*b*) bölümündeki eşitliği kullanarak tersinir süreç için $dS = 0$ ise (yani işlem adiabatik ise) PV^{γ} = sabit olduğunu gösterin. Burada $\gamma = C_P/C_V$ 'dir.

20–8 Enerjinin Yokluğu

52. (III) Genel bir teorem, herhangi bir süreçte yararlı iş yapamayacak hale gelen enerji miktarının $T_D\,\Delta S$ olduğunu öngörür, burada mevcut endüşük sıcaklık, T_D ise işlem süresince entropideki toplam değişikliktir. Bunun, (*a*) düşerken yere çarpıp duran bir kaya; (b) serbest adiabatik genleşen bir ideal gaz; (*c*) Q ısısının yüksek sıcaklıktaki (T_Y) bir su deposundan düşük bir sıcaklıktaki (T_D) bir su deposuna iletilmesi özel durumlarında geçerli olduğunu ispatlayın. [*İpucu:* (*c*) bölümünde bir Carnot makinesi ile karşılaştırın.]

53. (III) 490 K'deki 3.5 kg'lık bir bakır bloğun çevresi 290 K iken yapabileceği işi hesaplayın. Problem 52'nin sonuçlarını kullanın.

*20–9 Entropi'nin İstatistiksel Yorumu

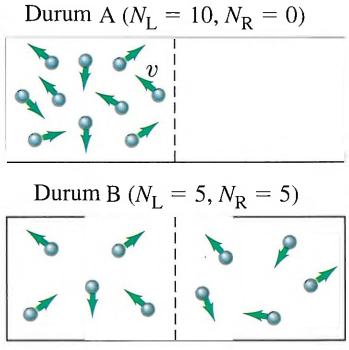
***54.** (I) Sayfa 546'daki Tabloda listelenen 5 makrodurumun her birinin entropisini hesaplamak için Dnk.20-14'ü kullanın.

***55.** (II) Elinizde bulunan 6 madeni parayı defalarca salladıktan sonra yere bıraktığınızı düşünün. Her bir makroduruma karşılık gelen mikrodurumların sayısını gösteren bir tablo oluşturun. (*a*) üç yazı ve üç tura ve (*b*) altı yazı elde etmenin olasılığı nedir?

***56.** (II) İki zar attığınız zaman toplam (*a*) 7, (*b*) 11 ve (*c*) 4 elde etmenin bağıl olasılıkları nedir?

***57.** (II) (*a*) Her birinde tura yüzünün olduğu 4 madeni para olduğunu varsayın. Şimdi ikisinin yazı ikisinin tura yüzü gelecek şekilde düzenleyin. Madeni paraların entropisindeki değişim ne oldu? (*b*) Sisteminizin Tablo20-1'deki 100 paradan oluştuğunu kabul edin. Paraları başlangıçta 50'si yazı 50'si tura gelecek şekilde sonra tamamı yazı gelecek şekilde düzenleyip rasgele karıştırdığınızda entropideki değişim ne olur? (*c*) Bu entropideki değişikliklerini termodinamik entropi değişiklikleri ile karşılaştırın, örneğin Örnek 20-6, 20-7, 20-8.

***58.** (III) Bir kutu içindeki her biri aynı v hızı ile hareket eden N =10 tane ayırt edilebilen atomdan oluşan gaz benzeri yalıtılmış bir sistem düşünün. Bunları N_L atom solda olacak, N_R atom da sağda olacak şekilde düzenlemenin yollarının sayısı $N!/N_L!N_R!$ ile verilir, burada örneğin, 4!=4.3.2.1 (sadece 0!=1 istisnadır). Atomların kutunun içindeki her bir dizilişini bu sistemin bir mikrodurumu olarak tanımlayın. Şimdi, iki olası makrodurum düşünün: bütün atomların kutunun sol yanında olduğu ve sağ yanında hiç atom bulunmayan A durumu; ve düzgün dağılım olduğu B durumu. Şek.20-21'e bakın. (*a*) Sistemin başlanıçta A durumunda olduğu ve bir süre sonra B durumunda olduğunu kabul edin. Sistemin entropi değişimini hesaplayın. Bu işlem doğal olarak gerçekleşebilir mi? (*b*) Sistemin başlangıçta B durumunda olduğunu, bir süre sonra A durumunda bulunduğunu kabul edin. Sistemin entropi değişimini hesaplayın. Bu işlem doğal olarak gerçekleşebilir mi?



ŞEKİL 20–21 Problem 58.

*20–11 Enerji Kaynağı

***59.** (II) Enerji, ihtiyacın maksimum olduğu sürede kullanmak için talep düşükken suyu yüksekteki depoya pompalayıp ihtiyaç duyulduğu zaman türbinlere göndermek için serbest bırakılarak depo edilebilir. Suyun geceleyin 10.0 saat süreyle 1.35×10^5 kg/s'lik bir hızla türbinlerin 135 m yukarısındaki bir göle pompalandığını kabul edin. (*a*) Bunu yapmak için her gece ne kadarlık enerji (kw-saat) gerekir? (*b*) Eğer bu enerjinin tamamı gündüz 14 saat boyunca 75% verimlilikle serbest bırakılırsa, ortalama çıkış gücü ne olur?

*60. (II) Eğer güneş pillerinin (Şek.20-22) yüzeyi doğruca Güneş'e dönükse, metre kare başına yaklaşık 40 W elektrik üretebilirler. İhtiyacı 22 kWsa/gün olan bir ev için ne kadar büyüklükte bir alan gereklidir? Ortalama bir evin çatısı bu gerekli alan için yeterli olur mu? (Güneşin yaklaşık 9 sa/gün parladığını varsayın)



ŞEKİL 20–22 Problem 60.

*61. (II) Su bir barajda yapay olarak yapılmış bir gölde depolanmıştır (Şek. 20-23). Barajdaki suyun derinliği 38 metre ve barajın alt kısmına yakın yerde kurulu hidroelektrik türbinlerinden düzenli akış hızı 32 m^3/s'dir. Ne kadarlık bir elektrik gücü üretilebilir?

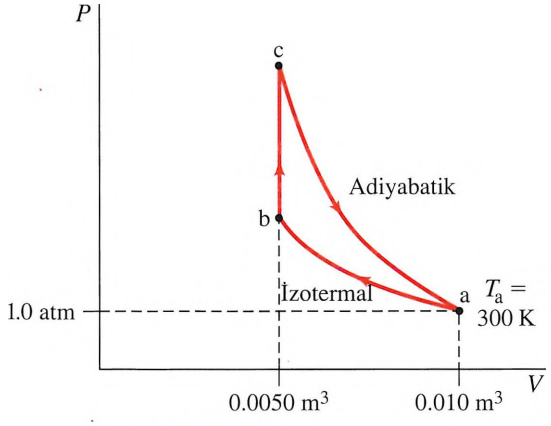


ŞEKİL 20–23 Problem 61.

Genel Problemler

62. Okyanuslarda yüzeydeki suyun ve yüzlerce metre derinlikteki suyun sıcaklık farkından yararlanılarak bir ısı motorunun geliştirilebileceği önerilmiştir. Tropiklerde, sıcaklık farkı sırasıyla 27 °C ve 4 °C olabilir. (*a*) Böyle bir motorun sahip olabileceği verimlilik en fazla ne kadar olabilir? (*b*) Neden böyle bir makineyi yapmak düşük verimliliğine rağmen uygun olabilir? (*c*) Olabilecek herhangi çevresel yan etkileri hayal edebiliyor musunuz?

63. Bir ısı makinesi iki atomlu bir gazı, Şek. 20-24'te gösterilen çevrim etrafında döndürmektedir. (*a*) İdeal gaz yasasını kullanarak, motorun içinde kaç mol gaz olduğunu bulunuz. (*b*) c noktasındaki sıcaklığı bulunuz. (*c*) b noktasından c noktasına kadar olan sabit hacim sürecinde, bu gaza ısı girişini hesaplayınız. (*d*) a noktasından b noktasına kadar olan izotermal süreçte gaz tarafından yapılan işi hesaplayınız. (*e*) c noktasından a noktasına kadar olan adiyabatik süreçte gaz tarafından yapılan işi hesaplayınız. (f) Motorun verimliliğini belirleyiniz. (g) T_a ve T_c arasında bu motor için mümkün olan en büyük verimlilik nedir?



ŞEKİL 20–24 Problem 63.

64. 126.5 g'lık 18.00 °C'ta izole edilmiş bir alüminyum kupa 46.25 °C'taki 132.5 g suyla doldurulduktan bir kaç dakika sonra, dengeye gelmiştir. (*a*) Son sıcaklığı ve (*b*) entropideki toplam değişimi hesaplayınız

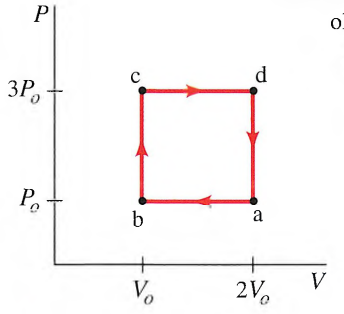
65. (*a*) Buharla çalışan bir güç santralinde, buhar motorları çiftler halinde çalışmaktadır, birincinin ısı çıkışı, ikincinin yaklaşık ısı girişidir. Çalışma sıcaklıkları birinci için 710 °C ve 430 °C ve ikinci için 415 °C ve 270 °C'tır. Eğer kömürün yanma ısısı 2.8×10^7 J/kg ise, santralin 950 MW güç çıkışına sahip olabilmesi için kömür hangi hızla yakılmalıdır. Motorların ideal verimliliğinin (Carnot) %65 olduğunu varsayın. (*b*) Güç santralini soğutmak için su kullanılmaktadır. Eğer su sıcaklığının 5.5 °C'tan daha fazla artmasına izin verilmiyorsa, saat başına ne kadar suyun güç santralinden geçmesi gerektiğini tahmin ediniz.

66. (II) Soğutma birimi "ton" ile belirtilebilir. 1 ton'luk bir klima sistemi, 0°C'ta 1 İngiliz-tonu (2000 pounds = 909 kg) suyu, bir gün içinde 0°C'ta buz haline getirmek için gerekli enerjiyi ortamdan uzaklaştırır. Eğer, 35°C'lık bir günde, evin içinin 5-tonluk klima sisteminin sürekli çalışması ile 22°C'ta tutuluyorsa, bu soğutmanın evsahibine saatlik maliyeti ne kadardır? Klimanın elektrikle çalıştığını, elektriğin kW-saatinin fiyatının 0.10 YTL ve klimanın performans katsayısının ideal bir buzdolabınınkinin 15%'i olduğunu varsayın. 1 kWh = 3.60×10^6 J

67. %35 verimli bir güç santrali 920 MW elektrik gücü üretmektedir. Atık ısıyı uzaklaştırmak için soğutma kuleleri kullanılmaktadır. (*a*) Eğer hava sıcaklığının (15 °C) 7° C yükselmesine izin veriliyorsa, bir günde ısınan havanın hacmini (km^3) tahmin edin. Yerel iklimde dikkate değen bir ısınma olur mu? (*b*) Eğer ısınan hava 150 m kalınlığında bir tabaka şeklindeyse, 24 saatlik bir çalışma süresi sonunda ne kadarlık bir alan kaplayacağını tahmin ediniz. Hava yoğunlunun 1.2 kg/m^3 ve sabit basınç altında özgül ısısının 1.0 kJ/kg·C° olduğunu varsayın.

68. (*a*) Dışarıdan 11 °C'taki havayı alan ve evinizi 24 °C'ta tutan ideal bir ısı pompasının performans katsayısı nedir? (*b*) Eğer bu ısı pompası 1400 W elektrik gücünde çalıştırılırsa, her saat için evinizin içine verebileceği en büyük ısı değeri nedir?

69. Bir ısı makinesi çalıştığında, bir ideal tek atomlu gazı, Şek. 20-25'te gösterilen *PV* diyagramındaki dikdörtgen çevrimden geçirmektedir. (*a*) Bu makinenin verimliliğini belirleyiniz. Bu makinenin bir çevrim süresince toplam ısı girişi ve toplam egzoz ısısı sırasıyla Q_Y ve Q_D olsun. (*b*) Bu motorun çalışma verimliliğini, T_Y ve T_D arasında çalışan bir Carnot makinesininkiyle karşılaştırın (oran olarak). T_Y ve T_D erişilen en yüksek ve en düşük sıcaklıklardır.

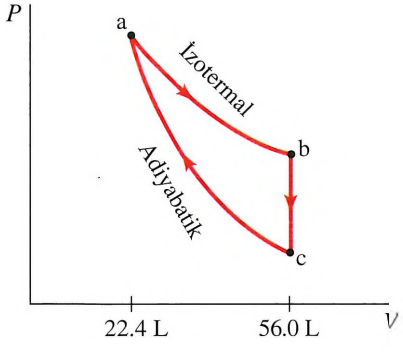


ŞEKİL 20–25
Problem 69.

70. Çıkış gücü 150 hp olan bir araba motoru yaklaşık %15 verimlilikle çalışmaktadır. Motorun 95°C'taki suyunun düşük sıcaklık (eksoz) rezervuarı ve 495°C'ın (ateşlenen gaz-hava karışımının sıcaklığı) "içeri ısı alma" sıcaklığı olduğunu varsayın. (*a*) Verimliliğinin mümkün olan en büyük verimlilik değerine (Carnot) oranı nedir? (*b*) Ne kadarlık gücün (watt biriminde) arabayı hareket ettirmeye gittiğini ve 1.0 sa içinde ne kadar ısının (joule ve kcal birimlerinde), havaya salındığını tahmin ediniz.

71. Bir güç santralinin buhar türbinleri kullanarak 850 MW enerji dağıttığını kabul ediniz. Buhar 625 K'de süper-ısıtılmış olarak türbinlere gitmektedir ve kullanılmayan ısı nehir suyuna 285 K'de bırakılmaktadır. Türbinlerin ideal Carnot makinesi gibi çalıştığını varsayın. (*a*) Eğer nehrin akış oranı 34 m^3/s ise güç santralinin hizasında nehir suyunun sıcaklığındaki ortalama artışı tahmin ediniz. (*b*) Bu hizada nehir suyunun kilogramı başına entropisindeki artış J/kg · K birimiyle nedir?

72. SSB'ta bulunan 0.75 mol tek atomlu ideal bir gaz, izotermal genleşmye maruz kalıyor böylece b'deki hacmi a'daki hacminin 2.5 katına çıkıyor (Şekil 20-26). Sonra, sabit hacimde dışarı ısı atılıyor, böylece basınç düşüyor. Gaz daha sonra ilk durumuna adiyabatik olarak sıkıştırılıyor. (*a*) b ve c'deki basınçları hesaplayın. (*b*) c'deki sıcaklığı belirleyin. (*c*) her bir süreçte yapılan işi, giren veya çıkan ısıyı ve entropideki değişimi belirleyin. (*d*) Bu çevrimin verimliliği nedir?



ŞEKİL 20–26
Problem 72.

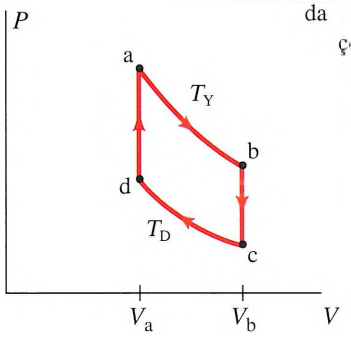
73. Karşıt yönlerde 75 km/saat hızlarla hareket eden 1100 kg kütleli iki araç çarpışıyorlar ve durgun hale geliyorlar. Bu çarpışma sonucundaki entropideki değişikliği tahmin edin. $T = 15°C$ kabul edin.

74. 1.0 kg'lık yağın metabolize edilmesi vücutta yaklaşık 3.7×10^7 J'lük bir iç enerji değişimiyle sonuçlanır (*a*) Bir günde, yatakta kalan ve ortalama 95 W oranında metabolize eden bir insanın vücut sıcaklığını koruması için vücudunun ne kadar yağ yakması gerekir? (*b*) Yiyecek alınmadığını farzederek bu yolla 1 kg'lık bir yağı yakmak için ne kadar süre gerekir?

75. Yeni bir dondurucu için bir soğutma ünitesi 6.0 m^2'lik bir iç yüzey alanına sahiptir, ve 12 cm kalınlığında, ısısal iletkenliği 0.050 W/m·K olan bir duvarla çevrilmiştir. 20°C'lık bir odada içindeki sıcaklık −10°C olmalıdır. Soğutma ünitesinin motoru zamanın %15'inden daha fazla çalışmamalıdır. Soğutma motorunun minimum güç gereksinimi nedir?

76. İdeal bir klima dışarıdaki sıcaklık 32°C olduğu zaman bir oda içerisindeki sıcaklığı 21°C'ta tutar. Eğer bir odaya 3.3 kW'lık güç Güneş'ten doğrudan radyasyon biçiminde pencere yoluyla giriyorsa, pencerelerin sadece 500 W geçecek şekilde gölgelendirilmesi ne kadarlık enerji tasarrufu sağlar?

77. Şek.20-27'de gösterilen *Stirling çevrimi*, dıştan yanmalı motorları ve güneşsel-güç sistemlerini tanımlamak için yararlıdır. Çalışan bileşim olarak bir tek atomlu gaz düşünerek gösterilen parametreler cinsinden çevrimin verimini bulunuz. ab ve cd süreçleri izotermal iken bc ve da sabit hacimdedir. Carnot çevriminin verimiyle karşılaştırın.

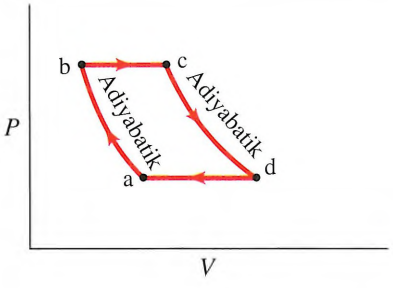


ŞEKİL 20–27
Problem 77.

78. 78. Şek.20-28' de ki *PV* diyagramında gösterildiği gibi bir gaz türbünü Brayton çevrimi altında çalışmaktadır. ab sürecinde hava-yakıt karışımı adiyabatik bir sıkıştırmaya uğrar. Bunu, yanma yoluyla gerçekleşen izobarik (sabit basınç) bir ısıtma olan bc süreciyle izler. cd süreci ürünlerin atmosfere atıldığı adiyabatik bir genleşmedir. Başlangıca dönüş adımı da, sabit basınçta gerçekleşir. Eğer çalışan gaz, bir ideal gaz gibi davranırsa, Brayton çevrimi veriminin

$$e = 1 - \left(\frac{P_b}{P_a}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}.$$

olduğunu gösteriniz.



ŞEKİL 20–28
Problem 78.

79. Termodinamik süreçler sadece *PV* diyagramlarıyla değil aynı zamanda *PT* diyagramlarıyla da temsil edilebilirler: diğer bir kullanışlı diyagram ise *TS* (sıcaklık-entropi) diyagramlarıdır. (*a*) Bir Carnot çevrimi için *TS* diyagramını çiziniz (*b*) Eğrinin içindeki alan neyi temsil eder?

80. Isı kapasitesi ihmal edilebilen bir alüminyum kutu 0 °C'ta 450 g suyla doldurulуyor ve sonra 50°C'ta 450 g suyla doldurulmuş bir benzeriyle ısısal temasa getiriliyor. Etrafıyla ısı değiş-tokuş etmesine izin verilmiyorsa sistemin entropisindeki değişimi bulunuz. $\Delta S = \int dQ/T$ ifadesini kullanın.

81. Nem giderici bir alet aslında "açık kapılı bir buzdolabı"dır. Nemli hava bir vantilatör tarafından çekilir ve sıcaklığı çiğ noktasından daha küçük olan soğuk bir sargıya doğru yönlendirilir, burada havanın suyunun bir kısmı yoğunlaşır. Bu suyun çıkmasından sonra, hava başlangıçtaki sıcaklığına tekrar ısıtılır ve odanın içerisine doğru gönderilir. İyi bir şekilde taşarlanmış nem gidericide, ısı gelen ve çıkan hava arasında değiş-tokuş edilir. Buzdolabı sargısının aldığı ısı çoğunlukla su buharının sıvıya yoğunlaşmasından ileri gelir. Eğer oda sıcaklığı 25°C iken su 8°C'ta yoğunlaşıyorsa ve nem giderici 650 W elektrik gücü ile çalışıyorsa, ideal bir nem giderici tarafından 1 saat içerisinde ne kadar suyun dışarı alındığını bulunuz

*82. Bir kase içerisinde çok sayıda kırmızı, turuncu ve yeşil şekerler (M&M) bulunmaktadır. Üç tane şeker tanesini bir çizgi üzerine koymanız istenmektedir. (*a*) Herbir makroduruma karşı gelen mikrodurumların sayısını gösteren tabloyu oluşturun. Sonra (*b*) şekerlerin üçünün de kırmızı ve (*c*) ikisinin yeşil birinin turuncu olma olasılığını belirleyin.

*Sayısal / Bilgisayar

*83. (83. (II) Düşük sıcaklıkta elmasın öz ısısı, mutlak sıcaklık T ile Debye denklemine, $C_V = 1.88 \times 10^3 (T/T_D)^3 \, \text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ göre değişir, burada elmas için Debye sıcaklığı $T_D = 2230 \, \text{K}$ 'dir. Elmas 4 K'den 40 K'e sabit hacimde ısıtıldığı zaman, bir tablolama programı ve sayısal integrasyon kullanarak 1.00 mol elmastaki entropi değişimini hesaplayınız. Sonucunuz dS integrali alınarak elde edilen sonuçla %2'lik bir hata içerisinde aynı olmalıdır. (*İpucu:* $dS = nC_V dT/T$, burada n mol sayısıdır).

Alıştırmaların Cevapları

A: Hayır. Tek bir süreç için verimliliğin anlamı yoktur. Sadece, başlangıç durumuna dönen çevrimsel süreçler için tanımlanır (Dnk.20-1).

B: (*d*).

C: (*c*).

D: 1220 J/K; –1220 J/K. (Toplam entropi değişikliğinin, $\Delta S_{buz} + \Delta S_{depo}$ sıfır olduğuna dikkat edin.)

E: (*e*).



Bu tarak, saça veya bir bez veya kağıt havluya sürtünerek statik elektrikle yüklenmiştir. Bu elektrik yükü, ufak kâğıt parçalarında bir polarizasyona (yüklerin ayrışmasına) sebep olarak onları çekmektedir.

Elektriğe giriş yaptığımız bu Bölüm, iletkenleri, yalıtkanları ve iki noktasal yük arasındaki kuvveti aralarındaki uzaklıkla ilişkilendiren Coulomb yasasını kapsamaktadır. Güçlü bir kavram olan elektrik alanından da bahsedilmiştir.

BÖLÜM 21

Elektrik Yükü ve Elektrik Alanı

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!
İki özdeş silindir aynı elektrik yüküne sahiptir. Eğer her ikisinin de elektrik yükü ikiye katlanır ve aralarındaki mesafe de ikiye katlanırsa aralarındaki kuvvet:

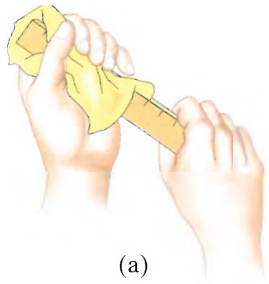
(a) yarısı olur,
(b) iki katı olur,
(c) dört katı olur,
(d) çeyrek katına düşer,
(e) değişmez.

Elektrik" kelimesi karmaşık modern teknolojiyi çağrıştırabilir: aydınlanma, motorlar, elektronik ve bilgisayarlar. Ancak elektriksel kuvvet hayatımızda çok daha derin bir rol oynar. Atom kuramına göre atomlar ve moleküller arasındaki elektrik kuvveti, onların sıvı veya katı halinde bir arada tutar; elektrik kuvvetleri, vücudumuzdaki metabolizma süreçlerinde de yer alır. Şu ana kadar uğraştığımız pek çok kuvvet: esneklik kuvveti, normal kuvvet, sürtünme ve diğer temas kuvvetleri (itme ve çekmeler) atom düzeyinde etki eden elektrik kuvvetlerinin sonucudur. Diğer taraftan kütle çekimi ayrı bir kuvvettir [†]

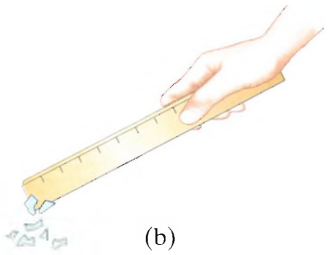
İÇERİK

21–1 Statik Elektrik; Elektrik Yükü ve Korunumu
21–2 Atomdaki Elektrik Yükü
21–3 Yalıtkanlar ve İletkenler
21–4 İndüklenmiş Yük, Elektroskop
21–5 Coulomb Yasası
21–6 Elektrik Alanı
21–7 Sürekli Yük Dağılımları için Elektrik Alanı Hesaplamaları
21–8 Alan Çizgileri
21–9 Elektrik Alanları ve İletkenler
21–10 Yüklü bir parçacığın Elektrik Alanı İçindeki Hareketi
21–11 Elektrik Dipoller
*21–12 Moleküler Biyolojide Elektrik Kuvvetleri, DNA
*21–13 Fotokopi Makineleri ve Bilgisayar Yazıcıları Elektrostatiği Kullanır

[†]Kısım 6-7'de tartıştığımız gibi, yirminci yüzyılda fizikçiler doğada dört farklı temel kuvvet olduğunu kabul ettiler : (1) kütle çekimi kuvveti, (2) elektromanyetik kuvvet (elektrik ve manyetik kuvvetin çok yakından birbirleri ile ilişkili olduğunu daha sonra göreceğiz), (3) güçlü nükleer kuvvet, ve (4) zayıf nükleer kuvvet. Son iki kuvvet atom çekirdeği seviyesinde etkilidir. En son teori, elektromanyetik ve zayıf nükleer kuvveti birleştirdiğinden artık bu kuvvetlerin elektrozayıf kuvvet olarak bilinen ortak orijine sahip olduğu düşünülmektedir. Bu kuvvetleri sonraki Bölümlerde tartışacağız.



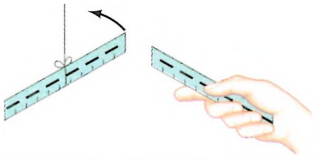
(a)



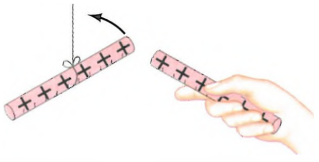
(b)

ŞEKİL 21–1 (a) Plastik bir cetveli sürtün ve (b) küçük kağıt parçalarına yaklaştırın.

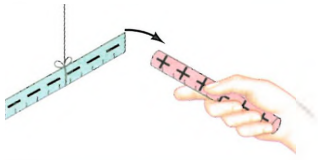
ŞEKİL 21–2 Benzer yükler birbirini çeker, zıt yükler iter. (Renk kodlarına dikkat ediniz: pozitif ve negatif yüklü cisimler sırasıyla pembe ve mavi-yeşil olarak renklendirilmiştir. Bu renkleri, gerçek cisimler için değil, noktasal yükler için kullanacağız.)



(a) Yüklü iki plastik cetvel birbirini iter.



(b) Yüklü iki cam çubuk birbirini iter.



(c) Yüklü cam çubuk yüklü plastik cetveli çeker.

ELEKTRİK YÜKÜNÜN KORUNUMU YASASI

Elektrik hakkındaki ilk çalışmalar çok eskilere dayanmakla birlikte ancak son iki yüzyıldır ayrıntılı bir şekilde çalışılmıştır. Bundan sonraki 11 Bölümde, elektrik hakkındaki kavramların gelişimini, pratik aygıtları ve manyetizmayla arasındaki ilişkiyi inceleyeceğiz.

21–1 Statik Elektrik; Elektrik Yükü ve Korunumu

Elektrik kelimesi, Yunanca'da "kehribar" anlamına gelen elektrondan türemiştir. Kehribar ise taşlaşmış ağaç reçinesidir ve geçmişte, kehribarın bir beze sürtüldükten sonra, yaprak parçalarını veya tozu çektiği biliniyordu. Bir parça sert lastiği, cam çubuğu veya plastik bir cetveli de bir beze sürterseniz bu "kehribar özelliği"ni veya bugün dediğimiz gibi **statik elektriği** gözlemleyebilirsiniz. Önceki sayfadaki fotoğrafa ve Şek.21-1'e bakınız. Saçınızı tararken veya sentetik bir bluz veya trikoyu kurutma makinesinden çıkartırken statik elektrikle karşılaşmışsınızdır. Hatta araba koltuğunda kayarak hareket ettiğinizde, naylon bir halının üstünde yürüdüğünüzde veya metal bir kapı kulpuna dokunduğunuzda çarpılmış da olabilirsiniz. Bu durumların hepsinde cisimler sürtünme sonucu "yüklenmiş"lerdir ve net bir"**elektrik yükü**"ne sahip oldukları söylenir.

Bütün elektrik yükleri aynı mıdır yoksa birden fazla türü mü vardır? Gerçekte, şu basit deneylerin de göstereceği gibi, iki tür elektrik yükü vardır. Bir ipten asılmış plastik bir cetvel, bir beze kuvvetlice sürtülüp yüklenir. Aynı şekilde yüklenmiş ikinci bir plastik cetvel, birinciye yaklaştırıldığında ikisinin birbirini ittiği görülür. Bu durum Şek.21-2a'da gösterilmektedir. Benzer şekilde, eğer sürtünme ile yüklenmiş bir cam çubuk başka bir yüklü cam çubuğa yaklaştırılırsa Şek.21-2b'de gösterildiği gibi yine itici bir kuvvetin etki ettiği görülür. Ancak, yüklü cam çubuk ile plastik cetvel yaklaştırıldığında birbirlerini çektikleri gözlemlenir, Şek.21-2c. Bundan dolayı camdaki yük, plastiktekinden farklı olmalıdır. Gerçekten de, deneysel olarak yüklü cisimlerin iki kategoriden birine girdiği görülmüştür. Ya plastik tarafından çekilip cam tarafından itilir, ya da plastik tarafından itilip cam tarafından çekilirler. Sonuç olarak yalnızca iki tür elektrik yükü bulunmaktadır. Her tür yük, kendi türünü itmekte ve karşıt yükü çekmektedir. Yani, **benzer yükler birbirini iter, karşıt yükler birbirini çeker.**

Bahsedilen iki elektrik yükünün *pozitif* ve *negatif* olarak adlandırılması Amerikan devlet adamı, filozof ve bilim adamı olan Benjamin Franklin (1706 – 1790) tarafından yapılmıştır. Hangi çeşit yüke ne ismi verileceği keyfi bir seçimdir. Franklin'in seçimi, sürtülmüş cam çubuk üzerindeki yükün pozitif yük, sürtülmüş plastik cetvel (veya kehribar) üzerindeki yükün negatif yük olarak adlandırılması şeklindeydi. Biz günümüzde hala bu adlandırmayı kullanıyoruz.

Franklin, bir cismin üzerinde bir miktar yük oluştuğunda diğer cisim üzerinde de aynı miktarda karşıt yük oluşacağını ileri sürmüştür. Pozitif ve negatif *cebirsel* olarak ele alınır, yani, herhangi bir işlem boyunca, yük miktarındaki net değişiklik sıfırdır. Örnek olarak, kâğıt havluya sürtülen bir plastik cetvel ne kadar negatif yük kazanıyorsa, kâğıt havluda da o kadar pozitif yük oluşur. Yükler ayrılmıştır fakat ikisinin toplamı sıfırdır.

Bu,

herhangi bir işlemde üretilen elektrik yükünün toplamı sıfır olur; şeklinde ifade edilen **elektrik yükünün korunması yasasına** bir örnektir. Başka bir deyişle;

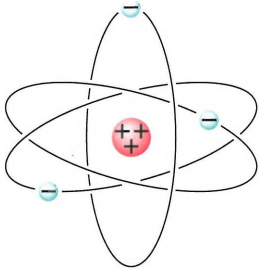
net bir elektrik yükü yaratılamaz veya yok edilemez.

Eğer bir cisim (veya uzayın bir bölgesi) pozitif yüklenirse, çevresindeki alanlar veya cisimler de aynı miktarda negatif elektrikle yüklenir. Bu durumu bozan hiçbir durum bu güne kadar keşfedilmemiştir ve bu korunum yasası, momentum ve enerjinin korunumu kadar yerleşik bir yasadır.

21–2 Atomun içindeki Elektrik Yükü

Elektriğin ancak, atomun içine bakarak anlaşılabileceği geçtiğimiz yüzyıl içerisinde ortaya çıkmıştır. Sonraki Bölümlerde atomun yapısı ve bizi şu andaki atom modeline götüren fikirler üzerinde daha ayrıntılı bir şekilde duracağız. Ama şimdi kısaca bahsetmemiz, elektrik konusunu anlamamıza yardımcı olacaktır.

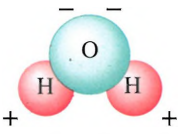
Atomun basitleştirilmiş modeli, küçük ama ağır ve pozitif yüklü bir çekirdek ve bunu çevreleyen bir veya daha fazla sayıda, negatif yüklü elektronları içerir (Şek.21- 3). Çekirdek pozitif yüklü protonları ve yüksüz nötronları barındırır. Bütün protonlar ve bütün elektronların yüklerinin büyüklüğü tam olarak aynıdır ancak işaretleri farklıdır. Bundan dolayı net bir yüke sahip olmayan nötr atomlar aynı sayıda proton ve elektrona sahiptirler. Bazen bir atom, bir veya daha fazla elektronunu kaybedebilir veya fazladan elektron kazanabilir, bu durumda o atom net bir pozitif veya negatif yüke sahip olur ve **iyon** olarak adlandırılır.



ŞEKİL 21–3 Atomun basit modeli

Katı maddelerde elektronlardan bazıları daha rahat hareket edebildiği halde çekirdekler sabit konumlar civarında durma eğilimindedir. Bir cisim nötr olduğunda aynı miktarda pozitif ve negatif yüke sahiptir. Katı bir cismin sürtünmeyle yüklenmesi elektronların bir cisimden diğerine aktarılmasıyla açıklanabilir. Plastik cetvel kâğıt havluya sürtünerek negatif yüklendiği zaman kâğıt havludaki elektronlar yerlerini terk edip cetvele geçerler bu durumda da kâğıt, cetvelin kazandığı negatif yüke eşit miktarda pozitif yük kazanır. Gazlarda ve sıvılarda ise elektronlara ek olarak çekirdekler veya iyonlar da hareket edebilirler.

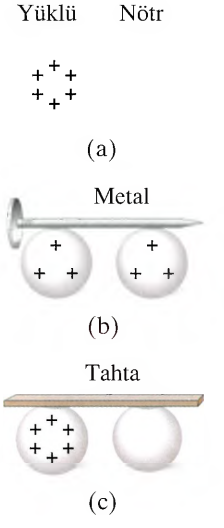
Normal olarak, cisimler sürtünmeyle yüklendikleri zaman yüklerini çok kısa bir süre için muhafaza edebilir ve sonuçta tekrar nötr hallerine dönerler. Peki, bu yük nereye gider? Genellikle bu yük havadaki su moleküllerine "sızar" ve yok olur. Bunun sebebi su moleküllerinin **kutuplanmış** olmasıdır — yani, nötr olmalarına rağmen yükleri düzgün dağılmamıştır, Şek.21–4. Mesela plastik cetveldeki fazla elektronlar havaya "sızabilir", çünkü su molekülünün pozitif ucu tarafından çekilirler. Diğer taraftan, pozitif yüklü bir cisim, havadaki su moleküllerinin hafifçe bağlı tuttuğu elektronların transferiyle nötrleşebilir. Nemin az olduğu günlerde hava daha az su molekülü içerdiğinden sızma azalır ve statik elektrik çok daha fazla dikkat çeker. Nemli veya yağmurlu günlerde ise, herhangi bir cismin uzun bir süre için net bir yük tutması zordur.



ŞEKİL 21–4 Su molekülünün diyagramı. Farklı uçlarında karşıt yüklere sahip olduğu için "kutupsal" molekül olarak adlandırılır.

21–3 Yalıtkanlar ve İletkenler

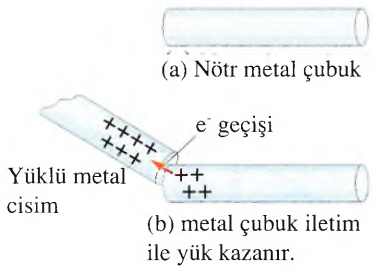
Biri aşırı yüklü diğeri ise nötr, iki tane metal küremiz olduğunu varsayalım (Şek.21–5a). Eğer ortalarına her ikisine de dokunan metal bir cismi, örneğin bir çiviyi yerleştirirsek (Şek.21– 5b), nötr olan küre hemen yüklenir. Ancak demir çivi yerine tahta bir çubuk veya bir plastik parçası kullanmış olsaydık (Şek.21-5c) nötr küre çok daha yavaş bir şekilde yüklenirdi. Demir çivi gibi malzemeler bu yüzden **iletken**, tahta ve plastik ise **iletken olmayan** veya **yalıtkan** olarak anılır.



ŞEKİL 21–5 a) Yüklü metal küre ve yüksüz metal küre. (b) İki küre birbirlerine bir iletken (metal bir çivi) ile bağlanıyor ve yük bir küreden diğerine iletiliyor. (c) Başlangıçtaki iki küre bir yalıtkan (tahta) ile bağlanıyor, hemen hemen hiç yük iletilmiyor.

Metaller genellikle iyi iletkenlerdir, çoğu diğer madde ise yalıtkandır (ancak yalıtkanlar da elektriği az miktarda iletebilirler). Neredeyse bütün doğal maddeler bu iki kategoriden birisine girerler, fakat bazı maddeler (özellikle silisyum ve germanyum) **yarı iletken** olarak bilinen bir ara kategoridedirler.

Atomik açıdan, yalıtkan maddelerde elektronlar çekirdeğe çok sıkı bağlıdırlar, iyi iletken maddelerde ise elektronların bazıları çok gevşektir ve madde içinde rahatlıkla hareket edebilirler (ancak maddeyi kolaylıkla terk edemezler). Bu elektronlara genellikle *serbest elektronlar* veya *iletim elektronları* denir. Pozitif yüklü bir cisim bir iletkene yaklaştırıldığı veya dokundurulduğu zaman, iletkendeki serbest elektronlar pozitif yüklü cisim tarafından çekilirler ve cisme doğru hareket ederler. Diğer taraftan, negatif yüklü cisim iletkene yaklaştırıldığında bu serbest elektronlar cisimden hızlıca uzaklaşır. Yarı iletkenlerde bu elektronlardan daha az vardır, yalıtkanlarda ise nerdeyse hiç yoktur.

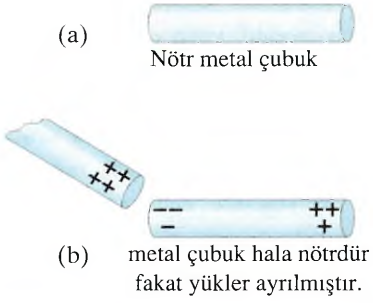


ŞEKİL 21–6 (a)Nötr bir metal çubuk, (b) pozitif yüklü metal bir cisim ile temas ettirilirse pozitif yük kazanacaktır.(Elektronların hareketi turuncu ok ile gösterilmektedir.) Bu durum iletim ile yüklenme olarak adlandırılır.

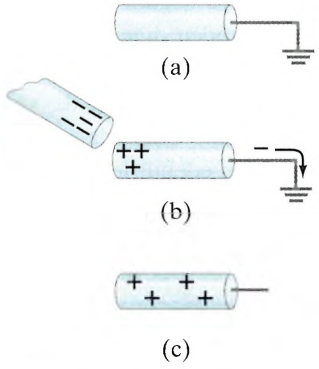
21–4 İndüklenen Yük, Elektroskop

Pozitif yüklü bir metal cismin yüksüz bir metale yaklaştırıldığını varsayalım. Eğer iki cisim dokunurlarsa yüksüz cisimdeki serbest elektronlar pozitif yüklü cisim tarafından çekilirler ve bir kısmı cisme geçiş yapar, Şek.21–6. Başlangıçta yüksüz olan cisim bazı negatif elektronlarını kaybettiği için net pozitif yüke sahip olur. Bu işleme "iletim ile yüklenme" veya "dokunarak yüklenme" denir ve işlemin sonunda iki cisim de pozitif yüklü olur.

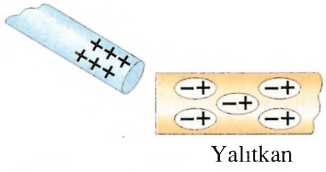
Şimdi de pozitif yüklü bir cismin, yüksüz metal bir çubuğa yaklaştığını, ama dokunmadığını varsayalım. Her ne kadar metal çubuktaki serbest elektronlar çubuğu terk etmese de çubuğun içinde dışarıdaki pozitif yüke doğru hareket eder ve çubuğun karşıt ucunda pozitif yükün kalmasına sebep olurlar (Şek.21–7). Metal çubuğun iki ucunda bir yükün *indüklendiği* söylenir. Çubukta net bir yük yaratılmamıştır: yükler sadece *ayrılmıştır.* Çubuktaki net yük halen sıfırdır. Ancak çubuk iki parçaya ayrılırsa iki yüklü cismimiz olur: birisi pozitif diğeri negatif yüklü.



ŞEKİL 21–7 İndüksiyon ile yüklenme.

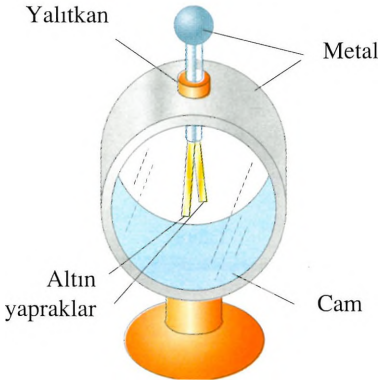


ŞEKİL 21–8 Yere bağlanan bir cisimde yükün indüklenmesi.



ŞEKİL 21–9 Yüklü bir cisim, bir yalıtkanın yakınına getirilirse, yalıtkanın moleküllerinde yüklerin ayrılmasına sebep olur.

ŞEKİL 21–10 Elektroskop



Bir metal cisim üzerinde net bir yük indüklemenin bir diğer yolu Şek.21-8a'da gösterildiği gibi metal bir cismi toprağa (veya toprağa giden bir iletken boruya) iletken bir kabloyla bağlamaktır ⏚ simgesinin anlamı "toprağa" bağlanmış demektir). Cismin "topraklandığı" söylenir. Dünya çok büyük ve iletken olmasından dolayı, elektronları kolayca kabul veya kayıp edebilir: dolayısıyla bir yük deposu gibi davranır. Yüklü herhangi bir cisim –negatif olduğunu varsayalım- metal cisme yaklaştırıldığı zaman metaldeki serbest elektronları iter ve onlar kablo aracılığı ile Dünya'ya giderler (Şek.21-8b). Bu, metali pozitif yüklü bırakır. Şimdi kablo kesilirse metal cismin bir indüklenmiş pozitif yükü olacaktır (Şek.21-8c). Eğer kablo, negatif yüklü cisim uzaklaştırıldıktan sonra kesilmiş olsaydı elektronlar metal cisme geri dönerdi ve cisim tekrardan nötrleşirdi.

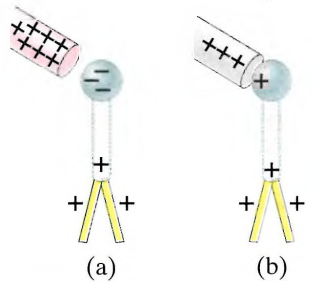
Yükün ayrılması yalıtkan maddelerde de gerçekleştirilebilir. Pozitif yüklü bir cismi yüksüz yalıtkan cisme Şek.21-9'daki gibi yaklaştırırsanız, hiçbir elektron yalıtkanın içinde kolayca hareket edemez. Ancak kendi atom ve molekülleri içinde az da olsa hareket edebilirler. Şek.21-9'daki her oval bir molekülü temsil eder. Negatif yüklü elektronlar dışardaki pozitif yüke doğru çekilirler ve yüke doğru hareket etmeye çalışırlar. Yalıtkandaki negatif yükler dış pozitif yüke daha yakın olduklarından, yalıtkan bir bütün olarak dış pozitif yüke doğru çekilir (Bkz. Bölüm açılış fotoğrafı, sayfa 559).

Elektroskop, yükü algılamak için kullanılan bir cihazdır. Şek.21–10'da gösterildiği gibi, bir kabın içinde, dışarıdaki metal bir topuza bağlı olan ve genelde altından yapılan iki adet hareketli metal yaprak vardır. (Bazen yaprakların sadece biri hareketlidir). Pozitif

yüklü bir cisim topuza yaklaştırılırsa bir yük ayırımı indüklenir: elektronlar topuza çekilir ve yapraklar pozitif yüklü kalır, Şek.21-11a. Bu iki yaprak şekilde gösterildiği gibi birbirini iter, çünkü ikisi de pozitif yüklenmiştir. Eğer topuz, dokunmayla yüklenirse elektroskopun tamamı Şek.21-11b'de görüldüğü gibi net bir yük kazanır. Her iki durumda da yük arttıkça yaprakların açılma miktarı artar.

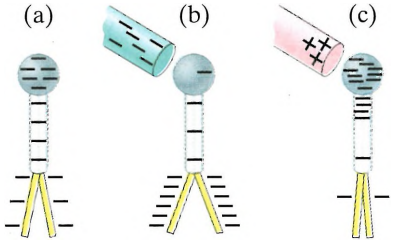
Bu yöntemle yükün işaretini bulmak mümkün değildir, zira negatif yük, yaprakları eşit miktardaki pozitif yükün açtığı kadar açar. Her iki durumda da yapraklar birbirini iter. Ancak eğer elektroskop ilk olarak, Şek.21-12a'da görüldüğü gibi, iletim ile örneğin negatif yüklenmiş ise, yükün işareti belirlenebilir. Eğer negatif yüklü bir cisim yaklaştırılırsa, Şek.21-12b'de görüldüğü gibi, daha çok elektron yapraklara doğru hareket eder ve yapraklar daha çok açılır. Eğer pozitif yüklü bir cisim yaklaştırılırsa elektronlar yukarıya doğru akarak, yaprakları daha az miktarda negatif bırakırlar ve yapraklar birbirinden uzaklığı azalır (Şek.21-12c).

Elektroskop, elektrik üzerine ilk yapılan çalışmalarda kullanılmıştır. Aynı yöntem, bir miktar elektroniğin eklenmesiyle, çok daha duyarlı modern **elektrometrelerde** kullanılmaktadır.



ŞEKİL 21–11 Elektroskopun (a) indüksiyon, (b) iletim ile yüklenmesi

ŞEKİL 21–12 Önceden yüklenmiş bir elektroskop, yüklü bir cismin yükünün cinsini belirlemek için kullanılabilir.



21–5 Coulomb Yasası

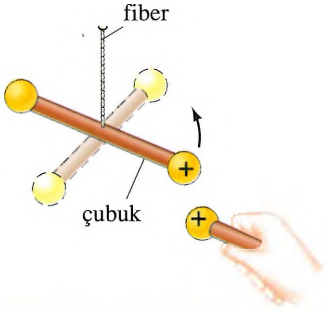
Bir elektrik yükünün başka elektrik yükleri üzerine çekici veya itici bir kuvvet uyguladığını gördük. Bu kuvvetin büyüklüğünü etkileyen faktörler nelerdir? Cevabı bulmak için Fransız fizikçi Charles Coulomb (1736-1806) 1780'lerde elektrik kuvvetini, Cavendish'in yerçekimi deneylerinde kullandığı burulma terazisinin (Bölüm 6) bir benzerini kullanarak incelemiştir (Şek.21-13).

Coulomb'un döneminde elektrik yükünü hassas bir biçimde ölçen aletler yoktu. Buna rağmen Coulomb farklı yük büyüklüklerine sahip ve yüklerinin oranı bilinen küçük küreler hazırlamayı başardı[†]. İndüklenmiş yüklerle ilgili bazı zorlukları olmasına rağmen, Coulomb, küçük bir yüklü cismin ikinci bir küçük yüklü cisme uyguladığı kuvvetin her birinin üzerindeki yükle doğru orantılı olduğunu savunuyordu. Yani; eğer birinin yükü iki katına çıkartılırsa kuvvet te iki katına çıkıyordu, eğer her ikisin de yükü iki katına çıkarsa kuvvet orijinal değerinin dört katına çıkıyordu. Bu, aralarındaki uzaklık sabit kaldığı zaman geçerliydi. Aralarındaki uzaklık arttığı zaman kuvvetin uzaklığın karesi ile azaldığını fark etmişti. Yani mesafe iki katına çıkarıldığında kuvvet orijinal değerinin çeyreğine düşüyordu. Coulomb küçük bir yüklü cismin diğerine uyguladığı kuvvetin, birinci cisim üzerindeki yükün büyüklüğü, Q_1 ile ikincinin yükünün, Q_2 büyüklüğünün çarpımı ile orantılı ve ikisi arasındaki r uzaklığının karesi ile ters orantılı olduğu sonucuna varmıştır (Şek.21–14). Bir denklem olarak **Coulomb yasası**,

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \qquad \text{[büyüklükler]} \quad \textbf{(21–1)}$$

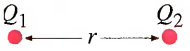
şeklindedir ve burada k orantı sabitidir[‡]

ŞEKİL 21–13 (aşağıda) Coulomb, elektrik kuvvetinin, yüklerin büyüklüklerinin ve aralarındaki uzaklığın fonksiyonu olarak nasıl değiştiğini incelemek için burulma terazisini kullandı. Yüklü bir küre dışardan, asılı çubuğun üstündeki yüklü küreye yaklaştırıldığı zaman çubuk yavaşça döner. Asılı fiber burulma hareketine karşı koyar, burulma açısı elektrik kuvveti ile orantılıdır.



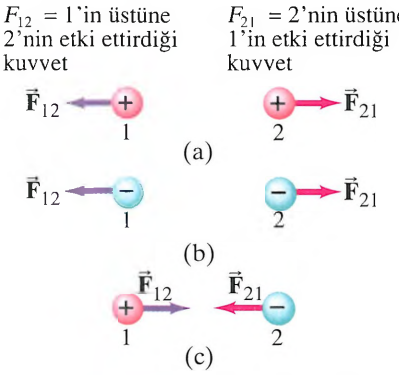
COULOMB YASASI

ŞEKİL 21–14 Coulomb Yasası, Dnk.21–1, birbirlerinden r uzaklığı ile ayrılmış, Q_1 ve Q_2 noktasal yükleri arasındaki kuvveti verir.



[†]Coulomb, yüklü iletken bir küre, özdeş yüksüz bir küreye temas ettirilirse, birincideki yükün simetri nedeniyle ikinci ile eşit olarak paylaşılacağını düşünmüştü. Böylece orijinal yükün $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, 'üne eşit miktarlarda yük elde etmek için bir yol bulmuştu.

[‡]Bugün Coulomb Yasasının geçerliliği, Coulomb'un orijinal deneyinden çok daha gelişmiş hassas ölçümlere dayanır. Coulomb yasasındaki r'nin üssü olan 2'nin 10^{16} da 1 hata payı olduğu gösterilmiştir [yani $2 \pm (1 \times 10^{-16})$].



ŞEKİL 21–15 Bir nokta yükün diğeri üzerine uyguladığı statik elektrik kuvvetin yönü her zaman iki yük arasındaki çizgi boyuncadır ve yüklerin (a) ve (b)'de olduğu gibi aynı işarete veya (c)'deki gibi karşıt işarete sahip olmalarına bağlıdır.

Az önce gördüğümüz gibi Coulomb yasası,

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \qquad \text{[büyüklükler]} \quad \textbf{(21–1)}$$

bize yüklerin birbirleri üzerine uyguladıkları elektrik kuvvetinin büyüklüğünü verir. Elektrik kuvvetin *yönü* ise *daima iki yükün birleştiren çizgi boyunca*dır. İki yük aynı işarete sahip ise her yükün üstündeki kuvvet dışarı doğrudur (birbirlerini iterler). İki yük farklı işarette ise birinin üstündeki kuvvet diğer yüke doğrudur (birbirlerini çekerler). Bkz. Şek.21–15. Her iki kuvvet te Newton'un üçüncü yasasına göre birbirlerine eşittir.

Yükün birimi SI birim sisteminde **coulomb**'dur (C)†. Elektrik akımı ve manyetik alan cinsinden coulomb'un bugünkü tanımı daha sonra tartışılacaktır (Kısım 28–3). Coulomb yasasındaki k'nin SI birim sistemindeki değeri ise, $k = 8.99 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2}$ yani yaklaşık olarak

$$k \approx 9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2}.\text{'dir.}$$

Dolayısıyla 1 C, birbirlerinden 1.0 m uzaklıktaki iki noktasal cismin her biri üzerine yerleştirildiğinde, cisimlerden her birinin diğerine uyguladığı kuvvetin $(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(1.0\,\mathrm{C})(1.0\,\mathrm{C})/(1.0\,\mathrm{m})^2 = 9.0 \times 10^9\,\mathrm{N}$ olduğu yük miktarıdır. Bu kuvvet yaklaşık bir milyon tonun ağırlığına eşit çok büyük bir kuvvettir. Biz 1 coulomb'luk bir yükle nadiren karşılaşırız.

Sıradan cisimlerin (tarak ya da plastik cetvel gibi) sürtünme yolu ile edindiği yükler tipik olarak mikrocoulomb $(1\,\mu\mathrm{C} = 10^{-6}\,\mathrm{C})$ mertebesinde ya da daha azdır. Pozitif yük taşıyan cisimlerde elektron sayısı azken, negatif yüklü cisimlerde elektron sayısı çoktur. Bir elektron üzerindeki yükün büyüklüğü, 1.602×10^{-19} C olarak belirlenmiştir ve negatiftir. Bu doğada bulunan en küçük yüktür‡ ve elemanter olduğu için, e sembolü ile verilir ve *temel (elemanter) yük* olarak adlandırılır:

$$e = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}.$$

e'nin pozitif bir sayı olduğuna dikkat ediniz, elektronun üzerindeki yük $-e$'dir. (Diğer taraftan proton üzerindeki yük $+e$'dir.) Bir cisim elektrondan daha az yük kazanmayacağı, ya da kaybetmeyeceğinden, herhangi bir cisim üzerindeki net yük, bu elektron yükünün bir tamsayı katı olmalıdır. Bu yüzden elektrik yükü **kuantumlanmıştır** denir (sadece kesikli miktarlarda bulunur: $1e$, $2e$, $3e$, vb.). Bununla birlikte, e çok küçük olduğu için, normalde makroskopik yüklerde (1μC yaklaşık 10^{13} elektron gerektirir) bu kesikliliği ayırt edemeyiz, dolayısıyla sürekli gibi gözükür.

Coulomb yasası, evrensel çekim yasasına çok benzer, $F = Gm_1 m_2/r^2$, kütlesinin m_2 kütlesi üzerine uyguladığı kütle çekim kuvvetini ifade eder (Dnk.6–1). Her ikisi de ters kare yasasıdır $(F \propto 1/r^2)$. Her ikisi de her cismin bir özelliği ile orantılıdır – kütle çekimi için kütle, elektrik için elektrik yükü, ve her ikisi de uzaktan etki eder (temasa gerek yoktur). İki yasa arasındaki ana farklılık kütle çekiminin her zaman çekici olması, elektrik kuvvetinin ise çekici ya da itici olabilmesidir. Elektrik yükü iki cinstir, pozitif ve negatif; çekim kütlesi ise hep pozitiftir.

†CGS birim sisteminde k, 1'e eşitlenir ve elektrik yük birimi *elektrostatik birim* (esu) veya statcoulomb olarak adlandırılır. Bir esu, birbirlerinden 1 cm uzaklıkta bulunan ve birbirine 1 dyn'lik kuvvet uygulayan iki noktasal cismin her biri üzerindeki yük olarak tanımlanır

‡Temel parçacık fiziğinin standart modeline göre kuark adı verilen çekirdek altı parçacıkların yükleri elektronunkinden az olup $\frac{1}{3}e$ veya $\frac{2}{3}e$ 'ye eşittir. Kuarklar, izole nesneler olarak gözlenmediler, teori serbest kuarkların gözlenemeyeceğini söylemektedir.

Dnk.21–1'deki formülde bulunan k sabiti, boş uzayın elektriksel bırakırlığı olarak ifade edilen ϵ_0, ile gösterilen başka bir sabit cinsinden yazılır ve $k = 1/4\pi\epsilon_0$. ile ifade edilir. Coulomb yasası böylelikle

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \qquad \textbf{(21–2)}$$

COULOMB YASASI (ϵ_0 sabitinin kullanıldığı)

şeklinde yazılır ki burada

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/N\cdot m^2}$$

'dir. Dnk.21–2, 21-1'den daha karmaşık durmaktadır ancak, henüz görmediğimiz başka temel denklemler k yerine ϵ_0 kullanıldığında daha basit hale gelir. Dnk.21–1 ile Dnk.21–2 eşdeğer oldukları için hangisini kullandığımız fark etmez. (e ve ϵ_0 'nin en son hassas değerleri ön kapağın içerisinde verilmiştir.)

[$\mathrm{C^2/N\cdot m^2}$ (ϵ_0 için) gibi birimleri yazarken kullandığımız kurala göre, $\mathrm{m^2}$ paydadadır. Yani, $\mathrm{C^2/N\cdot m^2}$, $(\mathrm{C^2/N})\cdot\mathrm{m^2} = \mathrm{C^2\cdot m^2/N}$ demek değildir.]

Dnk.21–1 ve Dnk.21–2, büyüklükleri, aralarındaki uzaklıktan çok daha küçük olan cisimler için kullanılabilir. İdeal olarak **noktasal yükler** (uzaysal büyüklükleri diğer uzaklıklarla karşılaştırıldığında ihmal edilebilen) için geçerlidir. Büyüklüğü olan cisimler için genellikle r değeri için ne kullanılacağı açık değildir, zira yük cisme düzgün olarak dağılmamış olabilir. Eğer iki cisim de küreyse ve yüklerin düzgün olarak dağıldığı biliniyorsa, r merkezleri arasındaki uzaklıktır.

Coulomb yasası hareketsiz iki yük arasındaki kuvvet için geçerlidir. Yükler hareketli ise etki edecek başka kuvvetler vardır ve bunlar sonraki Bölümlerde incelenecektir. Bu Bölümde sadece hareketsiz yükleri yani **elektrostatiği** inceleyeceğiz ve Coulomb yasası bize **elektrostatik kuvveti** verir.

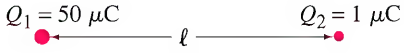
Coulomb yasası ile hesap yaparken genellikle yükün işaretini ihmal ederiz ve kuvvetin yönünü ayrıca, kuvvetin çeken bir kuvvet mi yoksa iten bir kuvvet mi olduğunu düşünerek, belirleriz.

PROBLEM ÇÖZME

Coulomb yasasındaki büyüklükleri kullanın; yüklerin işaretlerinden kuvvetin yönünü bulun

ALIŞTIRMA A Bölüm açılış sorusuna, sayfa 559, dönün ve soruya yeniden cevap verin. İlk seferde niye farklı bir cevap verdiğinizi açıklamaya çalışın.

KAVRAMSAL ÖRNEK 21–1 **Hangi yük daha büyük bir kuvvet uygular?** İki pozitif noktasal yük $Q_1 = 50\,\mu\mathrm{C}$ ve $Q_2 = 1\,\mu\mathrm{C}$, arasında ℓ kadar mesafe vardır, Şek.21–16. Hangisinin büyüklüğü daha fazladır, Q_1'in Q_2, Q2'ye uyguladığı kuvvet mi, yoksa Q_2 'nin Q_1'e uyguladığı kuvvet mi?



ŞEKİL 21–16 Örnek 21–1.

YANIT Coulomb yasasından Q_1'in Q_2'ye uyguladığı kuvvet

$$F_{12} = k\frac{Q_1 Q_2}{\ell^2}$$ 'dir

Q_2'in Q_1'e uyguladığı kuvvet

$$F_{21} = k\frac{Q_2 Q_1}{\ell^2}$$

her ikisinin de uyguladığı kuvvet birbirine eşittir, yani $F_{21} = F_{12}$.

NOT Newton'un üçüncü yasası da bize bu iki kuvvetin eşit olması gerektiğini söylemektedir.

ALIŞTIRMA B Örnek 21 – 1'de eğer $\ell = 30$ cm ise F_{12}'nin (ve F_{21}'in) büyüklüğü nedir?

Unutulmamalıdır ki Dnk. 21–2 (veya Dnk.21–1) bize bir yük üzerinde sadece bir diğer yükten dolayı oluşan kuvveti verir. Eğer birden fazla yük söz konusu ise, *bunlardan herhangi biri üzerindeki net kuvvet, diğer yüklerin her birinin bu yüke uyguladığı kuvvetlerin vektörel toplamıdır.* Bu **üst üste binme ilkesi** deneyle ispatlanmış olup bize elektrik kuvvetin başka herhangi bir vektör gibi toplanabileceğini gösterir. Sürekli yük dağılımları için ise bu toplam, integral haline gelir

ÖRNEK 21–2 **Bir çizgi üzerindeki 3 yük.** Üç yüklü parçacık Şek.21-17'de gösterildiği gibi bir çizgi üzerinde bulunmaktadır. 3. parçacığa (sağda $-4.0\ \mu C$ yüke sahip) diğer iki yükten dolayı etki eden net elektrostatik kuvveti hesaplayınız.

YAKLAŞIM 3. parçacığa etki eden net kuvvet, 1. parçacık tarafından uygulanan $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ kuvveti ve 2. parçacık tarafından uygulanan $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ kuvvetinin vektörel toplamıdır: $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_{31} + \vec{\mathbf{F}}_{32}$.

SOLUTION Bu iki kuvvetin büyüklüğünü Coulomb yasasını kullanarak bulabiliriz, Dnk. 21–1:

$$F_{31} = k\frac{Q_3 Q_1}{r_{31}^2}$$
$$= \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(8.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.50\,\mathrm{m})^2} = 1.2\,\mathrm{N},$$

burada $r_{31} = 0.50$ m, Q_3 ile Q_1 arasındaki mesafedir. Benzer biçimde,

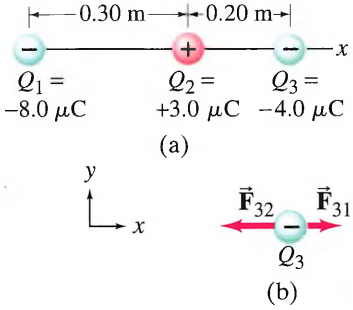
$$F_{32} = k\frac{Q_3 Q_2}{r_{32}^2}$$
$$= \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(3.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.20\,\mathrm{m})^2} = 2.7\,\mathrm{N}.$$

Kuvvetlerin büyüklüğünü hesapladığımız için işaretlerini ihmal ettik. Ama her kuvvetin yönünü belirlemek için yüklerin işaretini bilmemiz gerekir. Parçacıkların üzerinde olduğu çizgiyi x ekseni olarak ve pozitif yönü sağa doğru alalım. $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ itici ve $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ çekici olduğu için, kuvvetlerin yönü Şek.21-17b'de gösterildiği gibidir: F_{31} pozitif x yönüne doğru ve F_{32} negatif x yönüne doğrudur. Böylece, 3. parçacık üzerindeki net kuvvet

$$F = -F_{32} + F_{31} = -2.7\,\mathrm{N} + 1.2\,\mathrm{N} = -1.5\,\mathrm{N}.$$

Net kuvvetin büyüklüğü 1.5 N'dur, ve yönü sola doğrudur.

NOT Q_1 yükü Q_3 yükü üzerine sanki Q_2 orada yokmuş gibi etki eder (üst üste binme ilkesi). Yani ortadaki yük, Q_2, Q_1 yükünün Q_3 yükü üzerine etkisine katkı yapmaz. Doğal olarak, Q_2 Q_3 üzerine kendi kuvvetini uygular.



ŞEKİL 21–17 Örnek 21–1.

DİKKAT

Her bir yük kendi kuvvetini uygular, diğerlerinin etkisini engellemez

ALIŞTIRMA C Şek.21-17a'da $Q1$ üzerindeki net kuvvetin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

ÖRNEK 21–3 **Vektör bileşenlerini kullanarak elektrik kuvveti.** Şek.21-18a'da gösterilen Q_3 yükü üzerinde Q_1 ve Q_2 yüklerinden dolayı oluşan net elektrostatik kuvveti hesaplayınız.

YAKLAŞIM Her bir kuvvetin büyüklüğünü Coulomb yasasını kullanarak buluruz. Her bir kuvvetin yönü Q_3'ü Q_1 veya Q_2'ye birleştiren çizgi boyunca olacaktır. Q_1, Q_3 üzerine çekici bir kuvvet uyguladığı ve Q_2 itici bir kuvvet uyguladığı için $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ ve $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ kuvvetlerinin yönü Şek.21-18a da gösterildiği gibidir. $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ ve $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ kuvvetleri aynı çizgi üzerinde bulunmazlar, bu yüzden Q_3 üzerindeki bileşke kuvveti bulmak için $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ ve $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ 'nin x ve y bileşenlerini bulmak ve vektörel olarak toplamak gerekir.

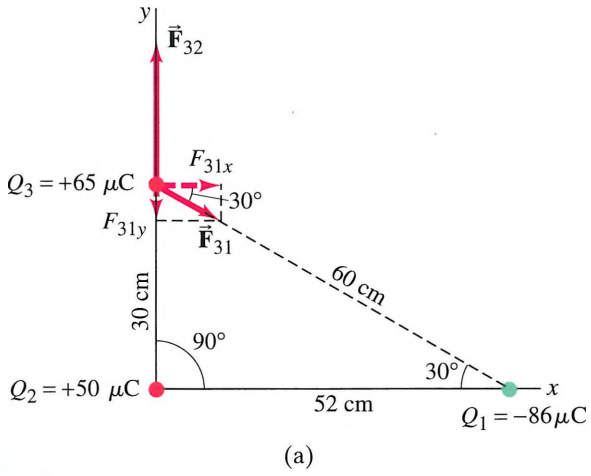
ÇÖZÜM $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ ve $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ 'nin büyüklükleri (yönlerini bildiğimiz için işaretler göz önünde bulundurulmadan)

$$F_{31} = k\frac{Q_3 Q_1}{r_{31}^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(6.5 \times 10^{-5}\,\mathrm{C})(8.6 \times 10^{-5}\,\mathrm{C})}{(0.60\,\mathrm{m})^2} = 140\,\mathrm{N},$$

$$F_{32} = k\frac{Q_3 Q_2}{r_{32}^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(6.5 \times 10^{-5}\,\mathrm{C})(5.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{C})}{(0.30\,\mathrm{m})^2} = 330\,\mathrm{N}.$$

Şek.21-18a'da gösterildiği gibi, $\vec{\mathbf{F}}_{31}$'in x ve y bileşenlerini buluruz:

$$F_{31x} = F_{31}\cos 30° = (140\,\mathrm{N})\cos 30° = 120\,\mathrm{N},$$
$$F_{31y} = -F_{31}\sin 30° = -(140\,\mathrm{N})\sin 30° = -70\,\mathrm{N}.$$



ŞEKİL 21–18 Örnek 21–3 için kuvvetlerin belirlenmesi. (a) Her bir kuvvetin yönü gösterildiği gibidir: $\vec{F}_{32}$ iticidir (Q_3 üzerindeki kuvvet Q_2'den dışarıya doğrudur çünkü Q_3 ve Q_2 pozitiftir. $\vec{F}_{31}$ çekicidir (Q_3 ve Q_1 zıt işarete sahiptir), dolayısıyla $\vec{F}_{31}$ Q_1'e doğrudur. (b) $\vec{F}_{32}$ ve $\vec{F}_{31}$ toplanarak net kuvvet $\vec{F}$. elde edilir.

$\vec{F}_{32}$ kuvvetinin sadece y bileşeni vardır. Dolayısıyla Q_3 üzerindeki net $\vec{F}$ kuvveti aşağıdaki bileşenlere sahip olur:

$$F_x = F_{31x} = 120\ \text{N},$$
$$F_y = F_{32} + F_{31y} = 330\ \text{N} - 70\ \text{N} = 260\ \text{N}.$$

Net kuvvetin büyüklüğü

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(120\ \text{N})^2 + (260\ \text{N})^2} = 290\ \text{N};$$

ve etki ettiği θ açısı (bkz Şek.21- 18b)

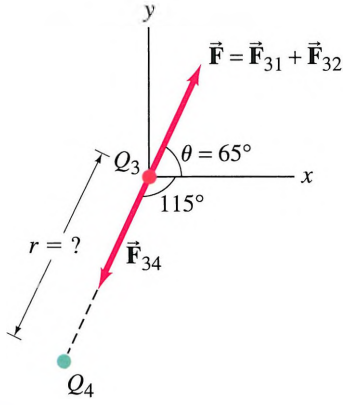
$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{260\ \text{N}}{120\ \text{N}} = 2.2,$$

ile verilir. Buradan açı $\theta = \tan^{-1}(2.2) = 65^0$ bulunur.

NOT $\vec{F}_{31}$ ve $\vec{F}_{32}$ aynı çizgi üzerinde bulunmadıkları için, $\vec{F}_3$'ün büyüklüğü iki büyüklüğün toplamına (veya Örnek 21-2'deki gibi farkına) eşit değildir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 21–4 **Q_3 üzerindeki kuvvetin sıfır olması.** Şek.21-18'de Q_3 üzerindeki net kuvvetin sıfır olması için Q_4 = -50 μC'luk bir dördüncü yük nereye konulmalıdır?

YANIT Üst üste binme ilkesine göre, Örnek 21–3'te, Şek.21–18b, hesapladığımız, Q_2 ve Q_1'den dolayı oluşan $\vec{F}$ bileşkesinin yönüne zıt yönde bir kuvvete ihtiyacımız vardır. Kuvvetimizin büyüklüğü 290 N olup Şek.21–18b'de aşağıya ve Q_3'ün soluna doğru yönelmiş olmalıdır. Dolayısıyla Q_4 Şek.21–19'da görülen çizgi üzerinde bulunmalıdır.



ŞEKİL 21–19 Örnek 21– 4: Q_4, Q_3 üzerindeki net kuvveti sıfır yapacak bir kuvvet $(\vec{F}_{34})$ uygular.

ALIŞTIRMA D (*a*) Aralarındaki uzaklık d olan aynı büyüklükte fakat karşıt işaretli iki nokta yük (+Q ve –Q) düşünelim. Üzerindeki net elektrik kuvveti sıfır olacak şekilde üçüncü bir pozitif Q yükünün nereye konulması gerektiğini bulabilir misiniz? (*b*) İlk iki yükün +Q olması durumunda ne olur?

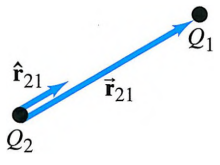
*Coulomb Yasasının Vektörel Formu

Coulomb yasası vektörel şekilde yazılabilir (Bölüm 6, Kısım 6–2'de Newton'un evrensel gravitasyon yasasını yazdığımız gibi):

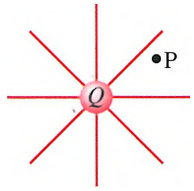
$$\vec{F}_{12} = k\frac{Q_1 Q_2}{r_{21}^2}\hat{\mathbf{r}}_{21},$$

Burada $\vec{F}_{12}$, Q_2'den dolayı Q_1 yükü üzerinde oluşan kuvvet vektörüdür ve $\hat{\mathbf{r}}_{21}$, Q_2'den Q_1'e doğru olan birim vektördür. Bu, $\hat{\mathbf{r}}_{21}$, "kaynak" yükten (Q_2), üzerindeki kuvveti öğrenmek istediğimiz yüke (Q_1) doğrudur. Bkz Şek.21–20. Q_1 ve Q_2 yükleri pozitif ya da negatif olabilir ve bu elektrik kuvvetin yönü üzerinde etkili olur. Eğer Q_1 ve Q_2 aynı işarete sahipse, $Q_1Q_2 > 0$ olur ve Q_1 üzerindeki kuvvet Q_2'den dışarıya doğrudur – yani itici bir kuvvettir. Eğer Q_1 ve Q_2 zıt işarete sahipse, $Q_1 Q_2 < 0$ olur ve $\vec{F}_{12}$, Q_2 'ye doğrudur – yani çekicidir.

ŞEKİL 21–20 Q_2'nin sebep olduğu Q_1 üzerindeki kuvvetin belirlenmesi, $\hat{\mathbf{r}}_{21}$. birim vektörünün yönü gösteriliyor.



21–6 Elektrik Alanı

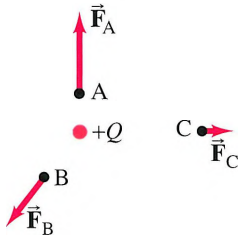


ŞEKİL 21–21 Her yükü çevreleyen elektrik alanı, P herhangi bir noktadır.

Günlük yaşamdaki pek çok kuvvet "temas kuvvetleri"dir, örneğin el arabasını iten veya çeken elleriniz, tenis topuna vuran tenis raketi gibi.

Ancak, hem yerçekimi kuvveti hem de elektrik kuvveti belli bir uzaklıktan etki edebilirler: temas halinde olmayan cisimlerin arasında bile bir kuvvet söz konusudur. Kuvvetin *belli bir uzaklıktan etki etmesi* fikri, konuyu ilk düşünenler açısından oldukça zor olmuştur. Newton evrensel çekim yasasını yayınlarken bile bu fikri anlamakta zorlanmıştır. Bu durumu anlamaya yardımcı bir yol, İngiliz bilim adamı Michael Faraday'ın (1791–1867) bulduğu, **alan** fikrini kullanmaktır. Elektriksel durumda, Faraday'a göre elektrik alanı her yükten dışarıya doğru yayılır ve bütün uzayı doldurur. (Şek.21–21). Eğer ikinci bir yük (Q_2 diyelim) birincinin yakınına yerleştirilir ise, orada (Şek.21–21'de ki P noktasında diyelim) var olan elektrik alanından kaynaklanan bir kuvvet hisseder. P noktasındaki elektrik alanı, doğrudan Q_2 yükü ile etkileşerek Q_2 üzerinde bir kuvvet yaratır.

Prensipte bir yükün veya yük grubunun etrafındaki elektrik alanını, hareketsiz küçük pozitif tek bir test yükü üzerindeki kuvveti ölçerek inceleyebiliriz. Test yükü demekle çok küçük, elektrik alanı oluşturan yükleri etkilemeyecek kadar küçük bir yükten bahsediyoruz. Şek.21–22'de, çok küçük bir pozitif q yükü, Q yükünün çevresindeki değişik noktalara (A, B, C noktaları) yerleştirildiğinde q yüküne etki eden kuvvet görülmektedir. B noktasındaki kuvvet A'dakinden daha azdır çünkü B'nin Q'ya uzaklığı daha fazladır (Coulomb yasası); C'deki kuvvet ise daha da küçüktür. Her bir durumda q'ya etki eden kuvvet radyal olarak Q'dan dışarıya doğrudur. Elektrik alanı, böyle pozitif bir test yükünün üstündeki kuvvet cinsinden tanımlanır. Uzaydaki herhangi bir noktadaki **elektrik alanı**, $\vec{\mathbf{E}}$, o noktaya konulan küçük bir pozitif test yükünün üstüne etki eden $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin, q test yükünün büyüklüğüne bölümü olarak tanımlanır:



ŞEKİL 21–22 A, B ve C noktalarında bulunan küçük q test yükü üzerine $+Q$ yükü tarafından uygulanan kuvvet.

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q}. \qquad \textbf{(21–3)}$$

Daha hassas olarak, $\vec{\mathbf{E}}$, $\vec{\mathbf{F}}/q$ 'nun, q azalarak sıfıra giderkenki limitidir. Yani, q o kadar küçüktür ki alanı oluşturan diğer yükler üzerine hiçbir kuvvet uygulamaz. Bu tanımdan (Dnk. 21–3), uzayda herhangi bir noktadaki elektrik alanının, o noktadaki küçük bir pozitif test yükü üzerine etki eden kuvvetle aynı yönlü olan ve büyüklüğü de *birim yük başına kuvvet* olan bir vektör olduğunu görüyoruz. Dolayısıyla, $\vec{\mathbf{E}}$'nin SI birim sistemindeki birimi coulomb başına newton'dur (N/C).

$\vec{\mathbf{E}}$ yi $\vec{\mathbf{F}}/q$ ($q \to 0$ için) olarak tanımlamamızın sebebi, $\vec{\mathbf{E}}$'nin test yükü q'nun büyüklüğünden bağımsız olmasıdır. Yani $\vec{\mathbf{E}}$ yalnızca o noktada elektrik alanını yaratan yüklerin etkilerine bağlıdır.

Uzayda herhangi bir noktadaki elektrik alanı Dnk.21–3'teki tanıma bağlı olarak hesaplanabilir. Bir veya daha fazla noktasal yükü içeren basit durumlar için $\vec{\mathbf{E}}$'yi hesaplayabiliriz. Mesela tek bir noktasal Q yükünden r uzaklığındaki elektrik alanının büyüklüğü

$$E = \frac{F}{q} = \frac{kqQ/r^2}{q}$$

$$E = k\frac{Q}{r^2}; \qquad \text{[noktasal tek yük]} \quad \textbf{(21–4a)}$$

veya Dnk.21-2'deki ϵ_0 ile tanımlarsak $\left(k = 1/4\pi\epsilon_0\right)$:

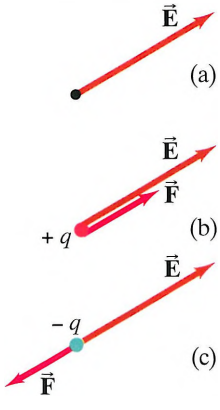
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}. \qquad \text{[noktasal tek yük]} \quad \textbf{(21–4b)}$$

Fark edeceğiniz üzere E, test yükü q'dan bağımsızdır- yani, E yalnızca q'ya bağlıdır, alanı yaratan q dur, Q'nun hiçbir etkisi yoktur. Dnk.21–4 elektrik alanının Coulomb yasasına uyarlanmış halidir.

Eğer uzaydaki belli bir noktada elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$'yi bilirsek, o noktaya konan herhangi bir q yükünün üstündeki $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetini hesaplayabiliriz (bknz Dnk.21–3):

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}. \qquad \textbf{(21–5)}$$

Bu formül, q, küçük olmasa da, elektrik alanını yaratan yüklerin hareket etmesine sebep olmadığı sürece geçerlidir. Eğer Qpozitif ise $\vec{\mathbf{F}}$ ve $\vec{\mathbf{E}}$ aynı yöndedir, Q negatif ise yönleri terstir. Şek.21-23'ü inceleyiniz.



ŞEKİL 21–23 (a) Uzayda verilen bir noktadaki elektrik alanı. (b) O noktada bulunan pozitif bir yük üzerindeki kuvvet, (c) O noktada bulunan negatif bir yük üzerindeki kuvvet.

ÖRNEK 21–5 **Fotokopi Makinesi.** Bir fotokopi makinesi çalışırken önce bir silindirin yüzeyindeki pozitif yükleri düzenler (kopyalanacak desene göre). Sonra silindire hafifçe negatif yüklü kuru toner (mürekkep) parçacıkları püskürtülür. Toner parçacıkları silindir üstündeki desene geçici olarak yapışır (Şek. 21–24), daha sonra kâğıda transfer edilirler ve "ısıtılarak" şeklin kâğıda geçmesi sağlanır. Her bir toner parçacığının, 9.0×10^{-16} kg kütleye sahip olduğunu ve elektrik yükü olarak ortalama 20 adet fazla elektron taşıdığını varsayalım. Bir toner parçacığı üzerindeki elektrik kuvvetinin yeterli derecede çekim sağlaması için ağırlığının iki katını geçmesi gerektiğini varsayarak, silindir yüzeyine yakın olan yerde gereken elektrik alan şiddetini hesaplayınız.

YAKLAŞIM Yükü $q = 20e$ olan bir toner parçacığı üzere üzerindeki elektrik kuvveti kuvveti $F = qE$ 'dir ve burada E gereken elektrik alanıdır. Bu kuvvet en az parçacık ağırlığının (mg) iki katı kadar büyük olmalıdır.

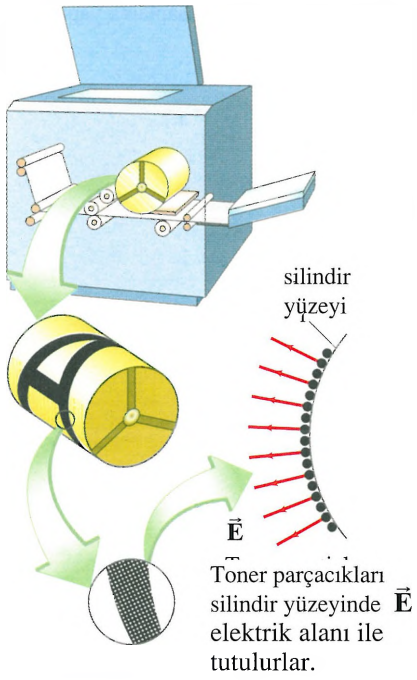
ÇÖZÜM Elektrik alanının minimum değeri aşağıdaki eşitlikle bulunabilir:

$$qE = 2mg$$

burada $q = 20e$ 'dir. Bu durumda

$$E = \frac{2mg}{q} = \frac{2(9.0 \times 10^{-16}\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)}{20(1.6 \times 10^{-19}\,\text{C})} = 5.5 \times 10^3\,\text{N/C}.$$

FİZİK UYGULAMASI
Fotokopi



Toner parçacıkları silindir yüzeyinde $\vec{E}$ elektrik alanı ile tutulurlar.

ŞEKİL 21–24 Örnek 21 – 5.

ÖRNEK 21–6 **Tek noktasal yükün elektrik alanı.** $Q = -3.0 \times 10^{-6}$C 'luk bir noktasal yükün sağında 30 cm uzaklığında bulunan P noktasındaki elektrik alanının büyüklüğünü ve yönünü hesaplayınız.

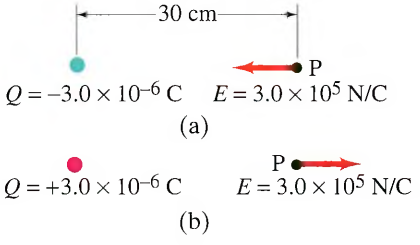
YAKLAŞIM Tek bir nokta yükten dolayı oluşan elektrik alanının büyüklüğü Dnk.21–4 ile verilir. Yönü ise Q yükünün işareti kullanılarak bulunur.

ÇÖZÜM The magnitude of the electric field is:

$$E = k\frac{Q}{r^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(3.0 \times 10^{-6}\,\text{C})}{(0.30\,\text{m})^2} = 3.0 \times 10^5\,\text{N/C}.$$

Elektrik alanının yönü, pozitif test yükü üzerindeki, burada çekici olan kuvvetin yönü olarak tanımlandığı için, Şek.21-25a'da gösterildiği gibi, sol tarafa, Q yüküne doğrudur. Eğer Q pozitif olsaydı, Şek.21-25b'de görüldüğü gibi elektrik alanının yönü dışarıya doğru olurdu.

NOT P noktasında elektrik yükü yoktur. Fakat elektrik alanı vardır. Gerçek yük sadece Q' dur.



ŞEKİL 21–25 Örnek 21–6. P noktasında, her biri P noktasından 30 cm uzakta bulunan, (a) negatif Q yükünün , (b) pozitif Q yükünün sebep oldukları elektrik alanı.

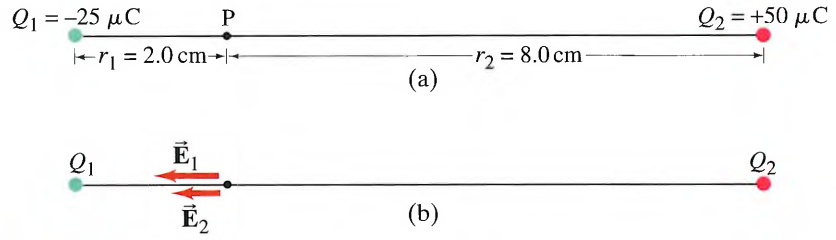
Bu Örnek genel bir sonucu göstermektedir: pozitif bir yükten doğan elektrik alan $\vec{\mathbf{E}}$ yükten dışarıya doğru, ama negatif bir yükten doğan $\vec{\mathbf{E}}$ yüke doğrudur.

ALIŞTIRMA E Eşit büyüklükte, fakat işaretleri farklı olabilen dört yük, bir karenin köşelerine yerleştirilmiştir. Yüklerin hangi yerleşiminde karenin merkezinde oluşacak olan elektrik alanı en büyük değerini alır? (*a*) Bütün yükler pozitif; (*b*) bütün yükler negatif; (*c*) üçü pozitif, biri negatif; (*d*) ikisi pozitif, ikisi negatif ; (*e*) üçü negatif, biri pozitif.

Uzayda verilen bir noktadaki elektrik alanı, bir ya da daha fazla yükten dolayı oluşuyorsa, toplam elektrik alanını elde etmek için, her bir yükten oluşan tek tek alanların $\vec{\mathbf{E}}_1$, $\vec{\mathbf{E}}_2$, vb.) vektörel toplamı alınır:

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 + \cdots.$$

Üst üste binme ilkesinin, elektrik alanları için geçerliliği deneyle doğrulanmıştır.



ŞEKİL 21–26 Örnek 21–7. (b)'de $\vec{E}_1$ ve $\vec{E}_2$ 'nin bağıl uzunluklarını hesaplama yapmadan bilemeyiz.

ÖRNEK 21–7 **İki yük arasındaki bir noktada $\vec{E}$.** İki noktasal yük arasındaki uzaklık 10.0 cm'dir. Birisi –25 μC, diğeri +50 μC'luk yüke sahiptir. (*a*) İki yük arasında, negatif yükten 2.0 cm uzaklıktaki bir P noktasında elektrik alanının büyüklüğü ve yönünü bulunuz (Şek.21-26a). (*b*) Eğer bir elektron (kütlesi = 9.11×10^{-31} kg) durgun halde *P* noktasında bulunuyorsa, elektronun başlangıç ivmesi ne olacaktır (yönü ve büyüklüğü)?

YAKLAŞIM P noktasındaki elektrik alan, Q_1 ve Q_2 tarafından ayrı ayrı oluşturulan alanların vektörel toplamı olacaktır. Negatif Q_1 yükünden dolayı oluşan alanın yönü Q_1'e doğrudur ve pozitif Q_2 yükünden dolayı oluşan alanın yönü Q_2'den dışarı doğrudur. Böylece her iki alanın yönü de Şek.21–26b'de gösterildiği gibi sola doğrudur ve yüklerin işaretlerini dikkate almadan her iki alanın büyüklüklerini cebirsel olarak toplayabiliriz. (*b*) şıkkında ivmeyi belirlemek için Newton'un ikinci yasasını ($F = ma$) kullanırız, burada $F = qE$'dir (Dnk.21–5).

ÇÖZÜM ÇÖZÜM (*a*) Noktasal yüklerin oluşturduğu her bir alan Dnk.21–4 ile verilen $E = kQ/r^2$ 'dir. Toplam alan,

$$E = k\frac{Q_1}{r_1^2} + k\frac{Q_2}{r_2^2} = k\left(\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2}\right)$$
$$= (9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})\left(\frac{25 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}}{(2.0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m})^2} + \frac{50 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}}{(8.0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m})^2}\right)$$
$$= 6.3 \times 10^8\,\mathrm{N/C}.$$

(*b*) Elektrik alanının yönü sola doğrudur, elektron negatif yüklü olduğu için sağa doğru bir kuvvet hissedecektir. Bundan dolayı ivme $a = F/m$ (Newton'un ikinci yasası) sağa doğru olacaktır. *E* elektrik alanındaki q yükü üzerindeki kuvvet $F = qE$'dir (Dnk.21–5). Dolayısıyla ivmenin büyüklüğü

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{(1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(6.3 \times 10^8\,\mathrm{N/C})}{9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}} = 1.1 \times 10^{20}\,\mathrm{m/s^2}$$

bulunur.

NOT Herhangi bir hesaplama yapmadan önce *her* alanın ($\vec{E}_1$ ve $\vec{E}_2$) yönünü dikkatlice belirleyerek, hesabımızın basitçe ve doğru yapılmasını sağladık.

ÖRNEK 21–8 **İki nokta yükün üstündeki $\vec{E}$.** Şek.21-27'deki Q_1 ve Q_2 yüklerinin her ikisinin birden oluşturduğu toplam elektrik alanını (*a*) A noktasında, (*b*) B noktasında hesaplayınız.

YAKLAŞIM Hesaplama Örnek 21–3'tekine çok benzer, ancak kuvvet yerine elektrik alanlarıyla ilgileniyoruz. A noktasındaki elektrik alanı Q_1'den dolayı olan $\vec{E}_{A1}$ ve Q_2'den dolayı olan $\vec{E}_{A2}$ alanlarının vektörel toplamıdır. Her bir noktasal yük tarafından oluşturulan alanın büyüklüğünü buluruz, sonra A noktasındaki toplam alanı bulmak için bunların bileşenlerini toplarız. Aynı işlemi B noktası için de yaparız.

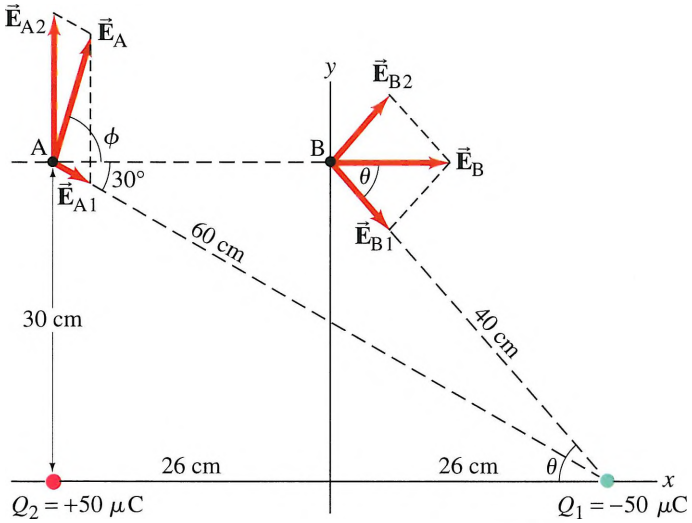
ÇÖZÜM (*a*) Q_1 ve Q_2 yüklerinin her biri tarafından üretilen elektrik alanının büyüklüğü $E = kQ/r^2$ ile verilir:

$$E_{A1} = \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(50 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.60\,\mathrm{m})^2} = 1.25 \times 10^6\,\mathrm{N/C},$$
$$E_{A2} = \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(50 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.30\,\mathrm{m})^2} = 5.0 \times 10^6\,\mathrm{N/C}.$$

Görüldüğü gibi, E_{A1}'in yönü A'dan Q_1'e (negatif yük) doğru iken E_{A2} 'nin yönü A'dan

PROBLEM ÇÖZME

Yüklerin işaretlerini ihmal edin ve yönleri diyagram üzerinde göstererek, yönü fiziksel olarak belirleyin



ŞEKİL 21–27 Örnek 21– 8 için A ve B noktalarındaki elektrik alanının hesaplanması.

Q_2'den uzağa doğrudur; A'daki toplam elektrik alanı $\vec{E}_A$, aşağıdaki bileşenlere sahiptir:

$$E_{Ax} = E_{A1}\cos 30^\circ = 1.1 \times 10^6\ \text{N/C},$$
$$E_{Ay} = E_{A2} - E_{A1}\sin 30^\circ = 4.4 \times 10^6\ \text{N/C}.$$

$\vec{E}_A$'nın büyüklüğü

$$E_A = \sqrt{(1.1)^2 + (4.4)^2} \times 10^6\ \text{N/C} = 4.5 \times 10^6\ \text{N/C},$$

ve yönü ϕ; $\tan\phi = E_{Ay}/E_{Ax} = 4.4/1.1 = 4.0$,'ten $\phi = 76^\circ$. olarak bulunur.

(*b*) B iki özdeş yükten eşit uzaklıkta olduğu için (Pisagor teoreminden 40 cm), E_{B1} ve E_{B2} büyüklükleri aynıdır; yani,

$$E_{B1} = E_{B2} = \frac{kQ}{r^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(50 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(0.40\ \text{m})^2}$$
$$= 2.8 \times 10^6\ \text{N/C}.$$

Simetriden dolayı *y* bileşenleri eşit ve zıt yönlüdür ve birbirini götürür. Bu nedenle EB toplam alanı yataydır ve $E_{B1}\cos\theta + E_{B2}\cos\theta = 2E_{B1}\cos\theta$. Diyagramdan, $\cos\theta = 26\text{cm}/40\text{cm} = 0.65$.

$$E_B = 2E_{B1}\cos\theta = 2(2.8 \times 10^6\ \text{N/C})(0.65)$$
$$= 3.6 \times 10^6\ \text{N/C},$$

'dir ve $\vec{E}_B$'nin yönü $+x$ boyuncadır.

NOT (*b*) şıkkını (*a*) şıkkında kullandığımız yöntemle yapabilirdik fakat simetri, problemi çözmek için daha az işlem yapmamıza izin verdi.

PROBLEM ÇÖZME

İşinizi kolaylaştırmak için mümkünse simetri kullanın

PROBLEM ÇÖZME

Elektrostatik: Elektrik Kuvvetleri ve Elektrik Alanları

Elektrostatik problemlerinin çözümü, büyük ölçüde Kısım 4–8'de tartışılan genel problem-çözüm prosedürünü izler. Elektrik alanı ya da elektrostatik kuvvetlerden hangisi kullanılırsa kullanılsın yöntem benzerdir:

1. Dikkatlice bir **diyagram çizin** – yani, her bir cisim için o cisim üzerine etki eden bütün kuvvetleri gösteren bir serbest cisim diyagramı, ya da o noktada her bir yükün oluşturduğu elektrik alanını gösteren bir diyagram çizin. Fiziksel olarak her bir kuvvet veya elektrik alanının **yönünü** belirleyin: benzer yükler birbirlerini iter, zıt yükler birbirlerini çeker; alanlar + yükten dışarıya doğru ve – yüklere doğrudur. Diyagramınızda her bir vektörel kuvveti veya alanı isimlendirip gösterin.
2. Katkıda bulunan her yükün, yüklü bir cisim üzerine etki ettirdiği kuvvetin büyüklüğünü veya her yükün verilen bir noktada oluşturduğu elektrik alanının büyüklüğünü hesaplamak için **Coulomb yasasını uygulayın**. Sadece yükün büyüklüğü ile ilgilenin (negatif işaretleri hesaba katmayın), her kuvvet veya elektrik alanının büyüklüğünü bulun.
3. Bileşkeyi bulmak için, cisim üzerindeki bütün kuvvetleri veya o noktada katkıda bulunan bütün alanları **vektörel olarak toplayın**. Eğer mümkünse simetri kullanın.
4. Cevabınızı **kontrol edin. Akla yakın mı?** Uzaklığın fonksiyonu ise, sınır durumlarında anlamlı sonuçlar veriyor mu?

21–7 Sürekli Yük Dağılımları için Elektrik Alanı Hesaplamaları

Pek çok durumda yükün sürekli dağıldığını kabul edebiliriz† Bu dağılımı sonsuz küçük dQ yüklerine bölebiliriz, bunların her birisi ufak bir noktasal yük olarak etki eder. r uzaklığındaki elektrik alanına her bir dQ'nun katkısı şöyledir:

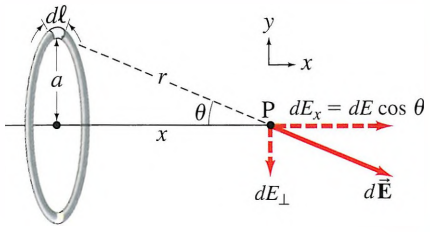
$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r^2}. \qquad \textbf{(21–6a)}$$

toplam elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$, bunların hepsinin toplamına eşit olacaktır, bu da

$$\vec{\mathbf{E}} = \int d\vec{\mathbf{E}} \qquad \textbf{(21–6b)}$$

ile verilir. Unutulmamalıdır ki $d\vec{\mathbf{E}}$ bir vektördür (Dnk.21-6a bir büyüklük belirtir) [Dnk.21-6b'nin hesaplanmasının zor olduğu durumlarda, $\vec{\mathbf{E}}$ 'yi hesaplamak için başka yöntemler (bundan sonraki iki Bölümde gösterilecek olan) kullanılabilir. Sayısal integrasyon da çoğu durumda kullanılabilir.]

ÖRNEK 21–9 **Yüklü halka.** yarıçaplı ince, halka şeklindeki bir cisim düzgün olarak dağılmış toplam $+Q$ yükünü taşımaktadır. Halkanın ekseni üzerinde ve merkezden x kadar uzaklıktaki bir P noktasındaki elektrik alanını belirleyiniz. Bkz Şek.21–28. Birim uzunluk başına yük (C/m), λ olsun.



ŞEKİL 21–28 Örnek 21–9.

YAKLAŞIM VE ÇÖZÜM Sayfa 571'deki Problem Çözüm Stratejilerinin adımlarını takip edelim.

1. Dikkatlice bir **diyagram çizin.** Yüklü halkanın bir sonsuz küçük d uzunluğunun elektrik alanının **yönü** Şek.21-28'de gösterildiği gibidir.
2. **Coulomb yasasını uygulayın.** Halkanın bu $d\ell$ uzunluklu parçasının $d\vec{\mathbf{E}}$, elektrik alanının büyüklüğü şöyledir:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r^2}.$$

Halka $2\pi a$, uzunluğuna sahiptir (çemberin çevresi), dolayısıyla $d\ell$ uzunluğu üzerindeki Yük şöyle bulunur:

$$dQ = Q\left(\frac{d\ell}{2\pi a}\right) = \lambda\, d\ell$$

Burada $\lambda = Q/2\pi a$ birim uzunluktaki yüktür. Şimdi dE'yi aşağıdaki gibi yazarız:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda\, d\ell}{r^2}.$$

3. **Vektörel** olarak toplayın ve **simetri**yi kullanın: $d\vec{\mathbf{E}}$ vektörü, x ekseni boyunca dE_x ve x eksenine dik olan $dE_\perp$ bileşenlerine sahiptir (Şek.21–28). Halkanın tamamı üzerinden toplam (integral) alacağız. $d\ell$'den geçen çapın diğer ucundaki eşit uzunluktaki bir parçanın oluşturacağı $d\vec{\mathbf{E}}$ 'nin x eksenine dik bileşeninin, $dE_\perp$ nin etkisini yok edeceğine dikkat edin. Bu durum halkanın bütün parçaları için geçerlidir, dolayısıyla, simetri nedeni ile $\vec{\mathbf{E}}$'nin y bileşeni sıfır olur, yani sadece x bileşenleri, dE_x'i toplamak yeterlidir:

$$E = E_x = \int dE_x = \int dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\lambda\int\frac{d\ell}{r^2}\cos\theta.$$

$\cos\theta = x/r$, $r = (x^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}$, olduğundan,

$$E = \frac{\lambda}{(4\pi\epsilon_0)}\frac{x}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{2\pi a} d\ell = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda x(2\pi a)}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

elde ederiz.

4. **Akla yakınlığını kontrol edin,** büyük uzaklıklarda, $x >> a$, bu sonuç $E = Q/(4\pi\epsilon_0 x^2)$ şeklindedir. Bu sonucu bekleriz, çünkü büyük uzaklıklarda halka noktasal yük gibi görünür ($1/r_2$ bağımlılığı). Ayrıca bizim sonucumuzun $x = 0$'da $E = 0$ vereceğine dikkat edin, bu beklenen bir sonuçtur, çünkü halkanın merkezinde bütün bileşenler birbirini götürür.

PROBLEM ÇÖZME

Halkanın, büyük bir uzaklıktan bir nokta yüke benzeyeceğine dikkat ederek sonucu kontrol edin

PROBLEM ÇÖZME

Simetri, yük yoğunluğu ve $r = 0$ ve ∞'daki değerleri kullan

†Bir minimum (e) yükünün olduğuna inandığımız için, buradaki işlem sadece kolaylık içindir; bununla birlikte e makroskopik yüklerden çok küçük olduğu için, bu yaklaşım faydalı ve doğrudur.

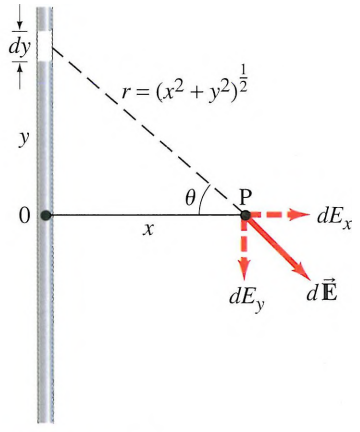
Bu örnekte, başka yerlerde de kullanılabilecek üç önemli problem çözme tekniği kullanıldı: (1) problemin karmaşıklığını azaltmak için simetri kullanmak; (2) dQ'yu yük yoğunluğu cinsinden yazmak (burada lineer, $\lambda = Q/2\pi a$);); ve (3) cevabı büyük r limitinde kontrol etmek. Bu, sonucun doğruluğuna işaret eder (ama kanıtlamaz) – büyük r'de cevap tutmuyor ise sonuç mutlaka yanlıştır.

PROBLEM ÇÖZME
Simetri, yük yoğunluğu ve $r = 0$ ve ∞ 'daki değerleri kullan

KAVRAMSAL ÖRNEK 21–10 **Halkanın merkezindeki yük.** Düzgün olarak dağılmış negatif yük taşıyan bir yalıtkan halkanın merkezine yerleştirilen küçük bir pozitif yük düşünün. Pozitif yük halkanın ekseni boyunca azıcık merkezden ayrılırsa, dengede midir? Dengedeyse, denge kararlı mıdır? Bu küçük yük negatif ise ne olur? Elektrostatik kuvvetlerden çok daha küçük olduğu için yerçekimini ihmal ediniz.

YANIT Simetriden dolayı üzerine net bir kuvvet etki etmediği için pozitif yük dengededir. Eğer pozitif yük halkanın merkezinden eksen boyunca her iki yönde de uzaklaşırsa, net kuvvet geriye, halkanın merkezine doğru olacaktır, dolayısıyla yük *kararlı* dengededir. Halkanın merkezindeki negatif yük net bir kuvvet hissetmez, ama *kararsız* dengededir çünkü eğer yük halkanın ekseni boyunca hareket ederse, net kuvvet halkadan dışarıya doğru olacak ve yük daha uzağa doğru itilecektir.

ÖRNEK 21–11 **Uzun çizgisel yük.** Çok uzun bir çizgi (örneğin bir tel) boyunca düzgün dağılmış pozitif bir yükün 0 orta noktasından x uzaklıktaki herhangi bir P noktasındaki elektrik alanının büyüklüğünü bulunuz, Şek.21–29. x'in telin uzunluğundan çok küçük olduğunu kabul ediniz ve birim uzunluk başına yük (C/m) λ olsun.



ŞEKİL 21–29 Örnek 21–11.

YAKLAŞIM Telin y ekseni üzerine yerleştirildiği ve 0 orijininin şekilde gösterildiği gibi seçildiği bir koordinat sistemi kullanalım. Telin bir dy parçasının yükü $dQ = \lambda\, dy$ olur. P noktasında, telin dy parçasının (y'de) oluşturduğu $d\vec{\mathbf{E}}$ alanının büyüklüğü

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda\, dy}{(x^2 + y^2)},$$

Şek.21-29'da gösterildiği gibi, $r = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$ 'dir. $d\vec{\mathbf{E}}$, dE_x ve dE_y bileşenlerine sahiptir ve $dE_x = dE\cos\theta$ ve $dE_y = dE\sin\theta$ 'dır.

ÇÖZÜM 0 telin orta noktasında olduğu için, $\vec{\mathbf{E}}$'nin y bileşeni sıfır olacaktır, çünkü 0 noktasının altından ve üstünden $E_y = \int dE_y$'ye eşit katkı olacaktır:

$$E_y = \int dE\sin\theta = 0.$$

Böylece

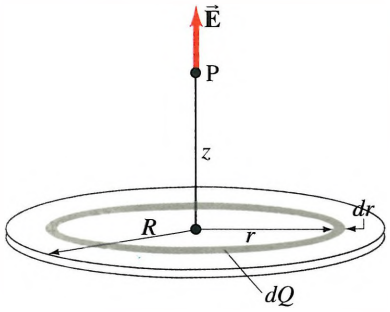
$$E = E_x = \int dE\cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\cos\theta\, dy}{x^2 + y^2}$$

bulunur. Burada integrasyon tel boyunca y üzerinden alınır, x sabit gibi işlem görür. Şimdi q'yı y'nin fonksiyonu olarak veya y'yi q'nın fonksiyonu olarak yazmalıyız. Daha önce yaptığımız gibi: olduğundan, $dy = x\, d\theta/\cos^2\theta$ 'dir. Ayrıca, $\cos\theta = x/\sqrt{x^2 + y^2}$, olduğundan $1/(x^2 + y^2) = \cos^2\theta/x^2$ olur. Bu nedenle

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{x}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\, d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 x}(\sin\theta)\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{x}$$

elde ederiz. Burada telin her iki yöne doğru $(y \to \pm\infty)$ oldukça uzun olduğunu varsaydık ki bu durum $\theta = \pm\pi/2$. 2'ye karşılık gelir. Böylece düzgün yük dağılımlı uzun düz telin yakınındaki alan, telden uzaklıkla ters orantılı olarak azalır.

NOT Bu sonuç, sonsuz tel için elde edilmiştir, x mesafesinin, telin uçlarından olan P uzaklığı ile karşılaştırıldığında çok küçük olması şartıyla sonlu uzunluklu tel için de iyi bir yaklaşıklıktır.



ŞEKİL 21–30 Örnek 21–12; Düzgün yüklü R yarıçaplı düz bir disk.

ÖRNEK 21–12 Düzgün yüklü disk. Yük R yarıçaplı ince dairesel disk üzerine düzgün olarak dağılmıştır. Birim alan başına yük (C/m^2) σ'dır. Disk ekseni üzerinde merkezden z uzaklıktaki bir P noktasındaki elektrik alanını hesaplayınız, Şek. 21–30.

YAKLAŞIM Diskin eşmerkezli halkalardan oluştuğunu düşünebiliriz. Bu halkaların her birine Örnek 21–9'daki sonucu uygulayabiliriz ve sonra bütün halkalar üzerinden toplam alırız.

ÇÖZÜM Şek.21–30'da gösterilen r yarıçaplı halka için elektrik alanının büyüklüğü (Bkz Örnek 21–9'un sonucu)

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{z\,dQ}{(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

şeklindedir, toplam dQ yüklü ince halka için dE (E yerine) yazdık. Halkanın alanı $(dr)(2\pi r)$'dir ve birim alan başına yük $\sigma = dQ/(2\pi r\,dr)$'dir. Bunu dQ $(= \sigma\, 2\pi r\,dr)$için çözer ve sonucu yukarıdaki dE'de yerine yazarsak

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{z\sigma 2\pi r\,dr}{(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{z\sigma r\,dr}{2\epsilon_0(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

buluruz. Şimdi $r = 0$'dan başlayarak en büyük $r = R$'ye kadar bütün halkalar üzerinden toplam alırsak

$$E = \frac{z\sigma}{2\epsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{z\sigma}{2\epsilon_0}\left[-\frac{1}{(z^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}\right]_0^R$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{z}{(z^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}}\right].$$

buluruz. Bu sonuç bize disk ekseni boyunca herhangi bir z noktasındaki $\vec{\mathbf{E}}$'nin büyüklüğünü verir. Her bir halkadan dolayı oluşan her $d\vec{\mathbf{E}}$'nin yönü z ekseni boyuncadır. (Örnek 21-9'daki gibi), bundan dolayı $\vec{\mathbf{E}}$'nin yönü de z boyuncadır. Eğer Q (ve σ) pozitif ise, $\vec{\mathbf{E}}$ diskten dışarıya doğru, eğer Q (ve σ) negatif ise, $\vec{\mathbf{E}}$ diske doğru yönelir.

Örnek 21-12'deki diskin yarıçapı, P noktasının diske uzaklığından çok büyükse ($z << R$) çok yararlı bir sonuç elde edebiliriz: çözümdeki ikinci terim çok küçük olur dolayısıyla

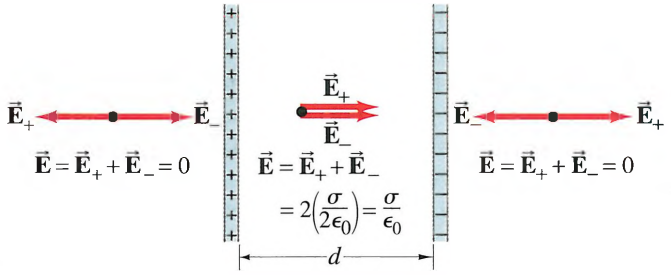
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \qquad \text{[sonsuz düzlem]} \quad \textbf{(21–7)}$$

buluruz. Bu sonuç, düzgün bir σ. yük yoğunluğuna sahip, herhangi bir şekildeki sonsuz düzlemin üstündeki (veya altındaki) bütün noktalar için geçerlidir. Sonlu bir düzlem için, düzleme olan uzaklığı, düzlemin kenarlarına olan uzaklığından çok az olan noktalarda da geçerlidir. Dolayısıyla düzgün yüklü geniş bir düzleme yakın yerlerdeki elektrik alanı düzgündür ve düzlem pozitif yüklüyse düzlemden dışarıya doğrudur.

Burada, noktasal yükün elektrik alanı $(E \sim 1/r^2)$, çok uzun düzgün yüklü çubuğun elektrik alanı $(E \sim 1/r)$ ve çok geniş düzgün yüklü levhanın elektrik alanının (E, r 'ye bağlı değil) uzaklığa olan bağımlılıklarının karşılaştırılması ilginçtir.

ÖRNEK 21–13 İki paralel levha. Birbirlerinden, yükseklik ve genişlikleriyle karşılaştırıldığında küçük olan bir d mesafesi kadar uzaklıkta, çok ince iki geniş paralel levhanın arasındaki elektrik alanı belirleyiniz. Şek.21-31'de gösterildiği gibi, levhalardan biri σ düzgün yüzey yük yoğunluğuna, diğeri de $-\sigma$, düzgün yüzey yük yoğunluğuna sahiptir (levhalar gösterilen kısımlarından yukarıya ve aşağıya doğru uzanmaktadır.)

YAKLAŞIM Dnk.21–17'den, her bir levha, büyüklüğü $\sigma/2\epsilon_0$ olan bir elektrik alanı oluşturur. Pozitif levhanın alanı levhadan dışarıya doğru, negatif levhanın alanı levhaya doğru yönelir.



ŞEKİL 21–31 Örnek 21–13 (Bu geniş levhaların sadece orta kısmı görülmektedir: levhaların boyutları, aralarındaki d uzaklığı ile karşılaştırıldığında daha büyüktür.)

ÇÖZÜM Levhalar arasındaki bölgede, alanlar toplanır:

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Levhalar, aralarındaki uzaklıkla karşılaştırıldığında çok büyük olduklarından, alan düzgündür. Dolayısıyla bu sonuç, ister levhalardan birine ya da diğerine yakın, ya da ikisinin ortasında olsun, uçlardan uzak olduğu sürece her nokta için geçerlidir. Şek.21-31'de gösterildiği gibi, levhaların dışında alanlar birbirlerini yok ederler:

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0,$$

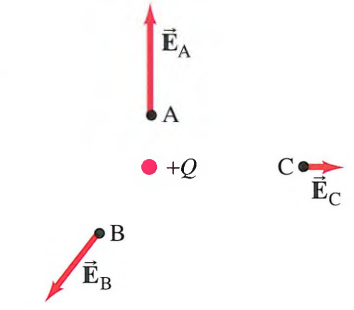
Bu sonuçlar ideal olarak sonsuz geniş levhalar için geçerlidir; sonlu levhalar için eğer aralarındaki uzaklık levhaların boyutlarından çok daha küçük ise ve noktalar kenarlara çok yakın değilse iyi bir yaklaşıklıktır.

NOT Bu faydalı ve olağanüstü sonuçlar üst üste binme ilkesinin büyük gücünü göstermektedir.

21–8 Alan Çizgileri

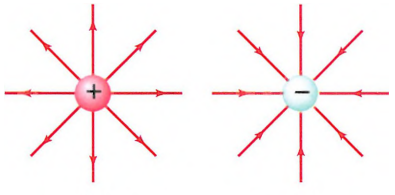
Elektrik alanı bir vektör olduğundan, bazen bir **vektör alanı** olarak nitelendirilir. Belli bir durumda, elektrik alanını Şek.21-32'deki A, B ve C gibi farklı noktalarda oklarla gösterebiliriz. $\vec{E}_A, \vec{E}_B$, ve $\vec{E}_C$'nin yönleri daha önce Şek.21–22'de gösterilen kuvvetlerle aynı yönde, ama büyüklükleri (okların boyu) farklıdır çünkü $\vec{F}$'yi Q'ya bölerek $\vec{E}$. 'yi elde ederiz. Ancak $\vec{E}_A, \vec{E}_B$, ve $\vec{E}_C$'nin bağıl uzunlukları, kuvvetleri hep aynı q'ya böldüğümüz için aynıdır. Elektrik alanını bu şekilde *fazla sayıda* noktada belirtmek için çok sayıda ok gerekir, bu ise karmaşıklığa yol açar. Bunu engellemek için alan çizgileri adı verilen başka bir teknik kullanacağız.

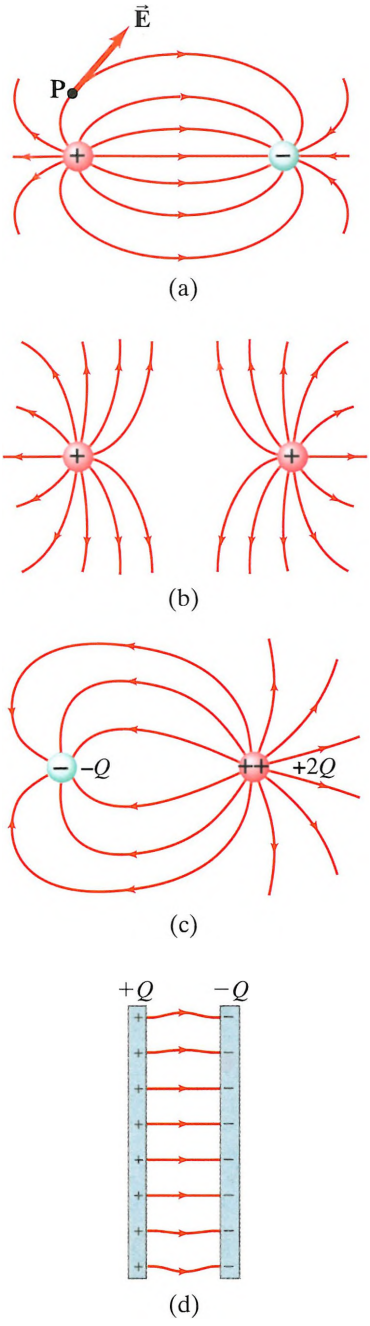
Elektrik alanını gözde canlandırmak için, uzayda değişik noktalarda elektrik alanının yönünü gösteren çizgiler çizeriz. Bu **elektrik alan çizgileri,** (bazen **kuvvet çizgileri** olarak adlandırılır) bir pozitif test yükü üzerinde verilen alanın oluşturduğu kuvvetin yönünü gösterecek şekilde çizilir. Tek bir pozitif yükten dolayı oluşan kuvvet çizgileri Şek.21-33a'da, tek bir negatif yükten dolayı oluşan kuvvet çizgileri Şek.21-33b'de gösterilmektedir. (a) kısmında çizgiler radyal olarak yükten dışarıya doğru, (b) kısmında ise radyal olarak içeriye, yüke doğrudur, çünkü bu her bir durumda (Şek.21–25'deki gibi) pozitif bir test yükü üzerine etki edecek kuvvetin yönüdür. Sadece birkaç örnek çizgi gösterilmektedir. Bunlar arasında başka çizgiler de çizebiliriz, çünkü oralarda da elektrik alanı vardır. Çizgileri, *pozitif yükten başlayan ya da negatif yükte biten çizgilerin sayısı yükün büyüklüğüyle orantılı* olacak şekilde çizeriz. Yükün yakınında, elektrik alanının daha büyük olduğu yerlerde $(F \propto 1/r^2)$, çizgilerin birbirlerine daha yakın olduğuna dikkat ediniz. Bu durum elektrik alan çizgilerinin genel özelliğidir: *birbirine yakın çizgiler o bölgede güçlü bir elektrik alanı olduğunu gösterir.* Alan çizgileri $\vec{E}$'ye dik bir birim alandan geçen çizgilerin sayısı, elektrik alanının büyüklüğü ile orantılı olacak şekilde çizilir.



ŞEKİL 21–32 Tek bir Q nokta yükünün, üç noktada sebep olduğu elektrik alan vektörleri görülmektedir. (Şek.21–22 ile karşılaştırınız).

ŞEKİL 21–33 Elektrik alan çizgileri (a) tek bir pozitif noktasal yükün civarında, (b) tek bir negatif noktasal yükün civarında.





ŞEKİL 21–34 Yüklerin dört farklı yerleşimi için elektrik alan çizgileri.

Şek.21-34a, **elektrik dipol** olarak bilinen, iki eşit fakat zıt işaretli yükten dolayı oluşan elektrik alan çizgilerini göstermektedir. Bu durumda elektrik alan çizgileri eğri olup yönü pozitif yükten negatif yüke doğrudur. Herhangi bir noktadaki elektrik alanının yönü P noktasındaki $\vec{\mathbf{E}}$ vektör oku ile gösterildiği gibi, o noktadaki alan çizgilerine teğettir. Elektrik alan çizgilerinin gerçekten böyle olduğuna kendinizi inandırmak için, Örnek 21-8'de tam bu durum için (bkz Şek.21–27) yapılana benzer birkaç hesaplama yapabilirsiniz. Şek.21-34b iki eşit pozitif yük için ve Şek.21-34c $-Q$ ve $+2Q$ gibi eşit olmayan yükler için elektrik alan çizgilerini göstermektedir. $+2Q$'dan çıkan çizgilerin sayısının $-Q$'ya giren çizgilerin sayısının iki katı olduğuna (çizgilerin sayısı Q'nun büyüklüğü ile orantılıdır) dikkat ediniz. Son olarak, Şek.21-34d'de, eşit fakat zıt yükler taşıyan iki paralel levha arasındaki elektrik alan çizgilerini görmekteyiz. İki levha arasındaki elektrik alan çizgilerinin metal levhaların yüzeyine dik olarak (bunun neden doğru olduğunu bir sonraki Kısımda göreceğiz) çıktığına ve doğrudan bir levhadan diğerine gittiğine dikkat ediniz. Bu beklediğimiz bir durumdur çünkü levhalar arasındaki pozitif test yükü, pozitif levhadan güçlü bir itme ve negatif levhaya doğru güçlü bir çekim hissedecektir. Birbirlerine yakın iki levha arasındaki alan çizgileri paraleldir ve merkezi bölgede eşit aralıklıdır, ama uçlarda dışarıya doğru bükülürler. Böylece, merkezi bölgede elektrik alanı her noktada aynı büyüklüktedir ve

$$E = \text{sabit} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \left[\begin{array}{l}\text{birbirlerine yakın zıt yüklü}\\ \text{iki paralel levha arasındaki}\end{array}\right] \qquad \textbf{(21–8)}$$

yazabiliriz (bkz Örnek 21–13). Uçlarda alan çizgilerinin dışarıya doğru bükülmesi genellikle ihmal edilebilir, özellikle plakalar arasındaki uzaklık, plakaların yükseklik ve genişlikleriyle karşılaştırıldığında küçükse.

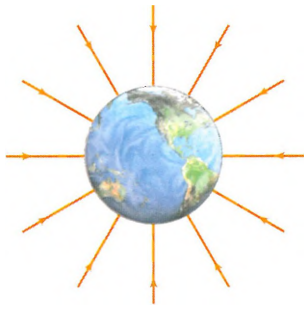
Alan çizgilerinin özelliklerini aşağıdaki gibi özetleyebiliriz:

1. Elektrik alan çizgileri elektrik alanının yönünü gösterir; alan, her noktada alan çizgilerine teğettir.
2. Çizgiler, E elektrik alanın büyüklüğü çizgilere dik birim alandan geçen çizgilerin sayısı ile orantılı olacak şekilde çizilir. Çizgiler birbirine ne kadar yakın ise alan o kadar güçlüdür.
3. Elektrik alan çizgileri pozitif yüklerden başlar, negatif yüklerde son bulur ve başlayan ya da biten çizgi sayısı yükün büyüklüğü ile orantılıdır.

Alan çizgilerinin asla kesişmediğine dikkat ediniz. Neden kesişmezler? Çünkü ne elektrik alanı bir noktada iki yöne sahip olabilir ne de bir test yükü üzerine birden fazla kuvvet uygulanabilir.

Kütle Çekim Alanı

Alan kavramı, Bölüm 6'da bahsedildiği gibi kütle çekim kuvvetine de uygulanabilir. Böylece kütlesi olan her cismin bir **kütle çekim alanı**nın bulunduğunu söyleyebiliriz. Örneğin Dünya, cisimler üzerindeki yerçekimi kuvvetinden sorumlu olan bir kütle çekim alanına sahiptir denilebilir (Şek. 21–35). *Kütle çekim alanı, birim kütle başına kuvvet* olarak tanımlanır. Dünya yüzeyinin üzerindeki her noktada Dünya'nın kütle çekim alanının büyüklüğü (GM_D/r^2) dir, burada M_D Dünya'nın kütlesi, r o noktanın Dünya'nın merkezine olan uzaklığı, G ise kütle çekim sabitidir (Bölüm 6). Dünya'nın yüzeyinde, r Dünya'nın yarıçapıdır ve kütle çekim alanı, g yerçekimi ivmesine eşittir. Dünya'nın dışında herhangi bir noktadaki kütle çekim alanı, önemli katkılarda bulunan Dünya, Güneş, Ay ve diğer cisimlerden gelen terimlerin toplamı olarak hesaplanabilir.



ŞEKİL 21–35 Dünyanın kütle çekimi alanı.

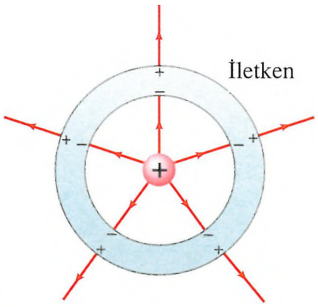
21–9 Elektrik Alanları ve İletkenler

Şimdi iletkenlerin bazı özelliklerini tartışacağız. İlk olarak, *statik durumda, yani yükler durgun ise, iletken içinde elektrik alanı sıfırdır.* İletken içinde bir elektrik alanı varsa, serbest elektronlar üzerinde bir kuvvet olur. Elektronlar, elektrik alanının, dolayısıyla üzerlerindeki kuvvetin sıfır olduğu noktalara gelinceye kadar hareket ederler.

Bu akıl yürütmenin bazı ilginç sonuçları vardır. Bunlardan birisi, *bir iletkenin üzerindeki net yükün, her zaman iletkenin yüzeyi üzerine yayılmasıdır.* (İletkenin içinde yükler olsaydı, elektrik alanı olurdu.) Negatif yüklü bir iletken için negatif yüklerin birbirini itip, birbirlerinden mümkün olduğu kadar uzaklaşmak için, yüzeye gittiklerini düşünebilirsiniz. Diğer bir sonuç şudur: pozitif bir Q yükünün yüksüz, küresel bir kabuk şeklindeki metal bir iletkenle çevrelendiğini düşünelim, Şek.21–36. Metal içinde bir alan olamayacağı için, merkezdeki pozitif yükten çıkan çizgiler, metalin iç yüzeyindeki negatif yükler üstünde bitmelidir. Dolayısıyla, küresel kabuğun iç yüzeyinde eşit miktarda bir negatif yük, $-Q$ indüklenir. Kabuk, nötr olduğundan, kabuğun dış yüzeyinde aynı büyüklükte bir pozitif yük, $+Q$ bulunmalıdır. Bu sebeple, metalin içinde alan bulunmamasına rağmen, dışında sanki metal orada değilmiş gibi, Şek.21–36'da gösterilen elektrik alanı vardır.

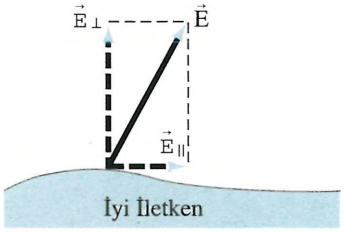
Statik elektrik alanlarının ve iletkenlerin bunlarla ilgili bir özelliği de *elektrik alanının bir iletkenin dışında yüzeye her zaman dik olmasıdır.* Eğer yüzeye paralel bir $\vec{\mathbf{E}}$ bileşeni varsa (Şek.21–37), bu bileşen, yüzeydeki serbest elektronlara kuvvet uygulayarak elektronların, yüzeye paralel net bir kuvvetin olmadığı, yani elektrik alanının yüzeye dik olduğu konumlara erişene kadar yüzey boyunca hareket etmelerine sebep olur.

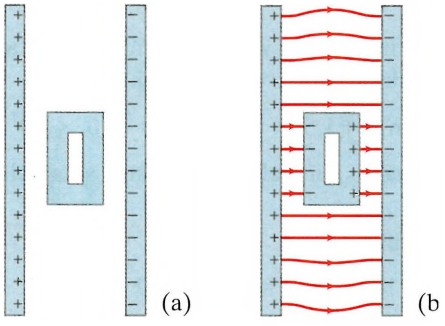
Bu özellikler sadece iletkenler için geçerlidir. Bir sonraki Bölümde göreceğimiz gibi serbest elektronların bulunmadığı yalıtkanların içerisinde statik elektrik alanı bulunabilir. Aynı zamanda, yalıtkanın yüzeyinde elektrik alanının yüzeyle 90^0'lik açı yapması gerekmez.



ŞEKİL 21–36 Yüksüz bir metal küresel kabuk içindeki bir yük, kabuğun yüzeylerinde yük indükler. Elektrik alanı kabuğun dışında vardır , fakat iletken içinde yoktur.

ŞEKİL 21–37 Eğer iletkenin yüzeyindeki $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanı yüzeye paralel bileşene $\vec{\mathbf{E}}_{||}$, sahipse, bu bileşen elektronları ivmelendirir. Statik durumda $\vec{\mathbf{E}}_{||}$ sıfır ve elektrik alanı iletken yüzeyine dik olmalıdır: $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_{\perp}$.





ŞEKİL 21–38 Örnek 21–14.

ŞEKİL 21–39 Bu "Faraday kafesi"nin etrafında güçlü bir elektrik alanı vardır. Bu alan o kadar güçlüdür ki atmosferdeki başı boş elektronları, hava atomlarının elektronlarına çarpıp dışarı atmak için gereken kinetik enerjiye kadar hızlandırarak metal kafese (veya ondan uzağa) doğru yüklerin çığ halinde akmasına sebep olurlar. Fakat kafesin içindeki kişi etkilenmez.



KAVRAMSAL ÖRNEK 21–14 **Bir fırtınada korunma ve güvenlik.** Yüksüz içi boş bir metal kutu Şek. 21-38a'da gösterildiği gibi iki paralel yüklü levha arasında bulunmaktadır. Kutunun içinde alan nasıldır?

YANIT Eğer metal kutumuz katı ise ve içi boş değil ise, kutudaki serbest elektronlar, kutu içinde her birinin alanları birbirlerini yok edene kadar yüzey boyunca tekrar dağılırlar. Kutu içindeki net alan sıfır olur. İçi boş bir kutu için, metal içindeki elektronlar önceden olduğu gibi yüzeye doğru hareket edene kadar dış alan değişmez. Bundan dolayı içi boş metal kutu içindeki alan da sıfırdır ve alan çizgileri Şek. 21-38b'de gösterildiği gibidir. Bu yolla kullanılan iletken kutu hassas aletler ve elektronik devrelerini istenmeyen dış elektrik alanlardan korumak için etkili bir cihazdır. Yani, yıldırım süresince metal ile çevrilmiş arabanın içinin nispeten güvenli bir yer olduğunu görebiliriz. Yine Şek. 21-39'dan görülebileceği gibi parmaklıklı "kafes" içindeki adam güçlü elektrik akımından korunmaktadır.

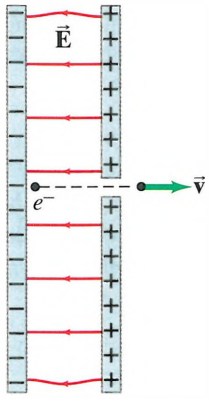
FİZİK UYGULAMASI
Elektrikten korunma

21–10 Yüklü bir Parçacığın Elektrik Alan İçindeki Hareketi

Eğer q elektrik yüküne sahip bir cisim elektrik alanın $\vec{\mathbf{E}}$,olduğu uzaydaki bir noktada bulunuyorsa, cisim üzerindeki kuvvet

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$$

ile verilir (bkz Dnk.21–5). Önceki birkaç kısımda, bazı özel durumlar için elektrik alanın nasıl belirleneceğini gördük. Şimdi $\vec{\mathbf{E}}$ felektrik alanı bildiğimizi varsayalım ve yüklü bir cisim üzerindeki kuvveti ve cismin sonradan olan hareketini bulalım. (Başka kuvvetlerin etki etmediğini varsayıyoruz.)



ŞEKİL 21–40 Örnek 21–15.

ÖRNEK 21–15 **Elektrik alan tarafından hızlandırılan elektron.** Bir elektron (kütlesi $m = 9.1 \times 10^{-31}$kg) iki paralel yüklü levha arasındaki düzgün $\vec{\mathbf{E}}\,(E = 2.0 \times 10^4\,\mathrm{N/C})$ alanında hızlandırılıyor. Levhalar arası uzaklık 1.5 cm dir. Elektron, durgun negatif yüklü levhanın yakınından hızlandırılıyor ve pozitif levhadaki küçük delikten geçiyor, Şek. 21–40. (*a*) Deliği hangi hız ile terk eder? (*b*) Yerçekimi kuvvetinin ihmal edilebildiğini gösteriniz. Deliğin çok küçük olduğunu ve levhalar arasındaki düzgün alana etki etmediğini varsayınız.

YAKLAŞIM Bölüm 2'deki kinematik eşitlikleri kullanarak elektronun hızını elde edebiliriz, bundan önce Newton'un ikinci kanunundan, $F = ma$, elektronun ivmesini bulmalıyız. Elektron üzerindeki kuvvetin büyüklüğü $F = qE$'dir ve yönü sağa doğrudur.

ÇÖZÜM (*a*) Elektronun sahip olduğu ivmenin büyüklüğü,

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}.$$

Levhalar arasındaki $\vec{\mathbf{E}}$ düzgün olduğundan elektron bu ivme ile düzgün hızlanarak hareket eder.

$$a = \frac{(1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(2.0 \times 10^4\,\mathrm{N/C})}{(9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg})} = 3.5 \times 10^{15}\,\mathrm{m/s^2}.$$

Elektron deliğe ulaşana kadar $x = 1.5 \times 10^{-2}$m yol alır, ve ilk hızı sıfır olduğu için, $v^2 = v_0^2 + 2ax$ (Dnk.2–12c) kinematik eşitliğini kullanarak, $v_0 = 0$ alarak:

$$v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2(3.5 \times 10^{15}\,\mathrm{m/s^2})(1.5 \times 10^{-2}\,\mathrm{m})} = 1.0 \times 10^7\,\mathrm{m/s}$$

bulunur. Levhaların dışında elektrik alan olmadığı için delikten geçtikten sonra elektron bu sabit hızla yol alır.

(*b*) Elektron üzerindeki elektrik kuvvetin büyüklüğü

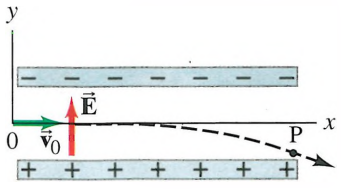
$$qE = (1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(2.0 \times 10^4\,\mathrm{N/C}) = 3.2 \times 10^{-15}\,\mathrm{N}$$

yerçekimi kuvveti ise

$$mg = (9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2}) = 8.9 \times 10^{-30}\,\mathrm{N}$$

olduğundan 10^{14} kat daha küçüktür! Elektron tarafından oluşan elektrik alanın sorun olamayacağına dikkat ediniz (çünkü kendi üzerine kuvvet uygulayamaz).

ŞEKİL 21–41 Örnek 21–16.



ÖRNEK 21–16 **$\vec{\mathbf{E}}$ 'ye dik olarak hareket eden elektron.** $\vec{\mathbf{v}}_0$ hızıyla hareket ederken düzgün bir $\vec{\mathbf{E}}$, elektrik alanına dik olarak giren bir elektron varsayalım, (Şek.21–41). Elektrik alan içindeki yolunu veren denklemi bularak hareketini tanımlayınız. Yerçekimini ihmal ediniz.

YAKLAŞIM Yine Newton'un ikinci kanununu, $F = qE$ ile ve Bölüm 2'deki kinematik denklemleri kullanırız.

ÇÖZÜM Elektron elektrik alana girdiğinde ($x = y = 0$'da) x yönünde $\vec{\mathbf{v}}_0 = v_0\hat{\mathbf{i}}$ hızına sahip olur. E elektrik alan düşey olarak yukarı doğrudur, elektrona kazandırdığı düzgün düşey ivme

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = -\frac{eE}{m}$$

olur. Burada elektron için $q = -e$ alırız.
Hareket sabit ivmeli bir hareket olduğundan elektronun düşey doğrultuda aldığı yol

Dnk.2-12b ile verilir,

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 = -\frac{eE}{2m}t^2$$

$a_x = 0$ olduğundan yatayda aldığı yol ise

$$x = v_0 t$$

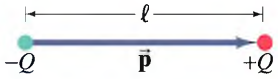
şeklindedir. Bu iki denklemden t'yi yok ederek

$$y = -\frac{eE}{2mv_0^2}x^2,$$

bulunur ki bu denklem parabol denklemidir (Kısım 3-7'deki mermi hareketine benzer).

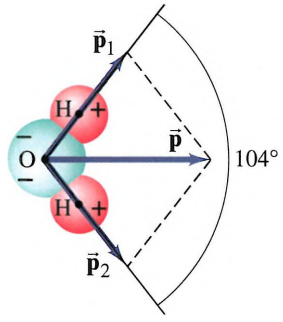
21–11 Elektrik Dipoller

Birbirlerinden ℓ uzaklığı ile ayrılmış $+Q$ ve $-Q$ gibi iki eşit ve karşıt yükün kombinasyonu **elektrik dipol** olarak adlandırılır. $Q\ell$ niceliği dipol momentidir ve p sembolü ile gösterilir[†]. Dipol momenti, Şek. 21–42'de gösterildiği gibi, büyüklüğü $Q\ell$ ve yönü negatif yükten pozitif yüke doğru olan bir $\vec{\mathbf{p}}$ vektörü olarak düşünülebilir. Birçok molekül, iki atomlu CO molekülü gibi, dipol momentine sahiptir (C küçük artı yüke, O ise aynı büyüklükteki küçük eksi yüke sahiptir), ve polar moleküller olarak adlandırılırlar. Bir molekül tamamen yüksüz gibi olmasına rağmen, iki atom tarafından elektronların eşit olmayan paylaşımından yüklerin ayrılması söz konusudur.[‡] (Simetrik iki atomlu moleküller, O_2 gibi, dipol momente sahip değildir.) Elektronların eşit olmayan paylaşımının olduğu su molekülü (O negatiftir, iki H pozitiftir) dipol momentine sahiptir – bkz Şek.21–43.



ŞEKİL 21–42 Bir dipol, birbirlerinden ℓ uzaklıkta bulunan, eşit fakat zıt $+Q$ ve $-Q$, yüklerinden oluşur. Dipol momenti $\vec{\mathbf{p}} = Q\vec{\ell}$ 'dir ve negatif yükten pozitif yüke doğrudur.

ŞEKİL 21–43 Su molekülünde (H2O), elektronlar oksijen atomu etrafında iki hidrojen atomu etrafında olduğundan daha çok zaman harcarlar. Net dipol momenti $\vec{\mathbf{p}}$ gösterildiği gibi yönleri O'dan her bir H'ye doğru olan $\vec{\mathbf{p}}_1$ ve $\vec{\mathbf{p}}_2$ dipol momentlerinin vektörel toplamı olarak düşünülebilir: $\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2$.



Bir Dış Alandaki Dipol

Şek.21–44'de gösterildiği gibi, düzgün bir $\vec{\mathbf{E}}$, elektrik alanı içinde bulunan, $p = Q\ell$ dipol momentine sahip olan bir dipol düşünelim. Eğer alan düzgün (uniform) ise, pozitif yük üzerindeki $Q\vec{\mathbf{E}}$ kuvveti ve negatif yük üzerindeki $-Q\vec{\mathbf{E}}$ kuvveti, dipol üzerinde net kuvvetin olmamasına sebep olur. Bununla birlikte, dipol üzerinde tork olacaktır (Şek.21–44) bu torkun büyüklüğü (dipolün O merkezinden hesaplanan)

$$\tau = QE\frac{\ell}{2}\sin\theta + QE\frac{\ell}{2}\sin\theta = pE\sin\theta \qquad \textbf{(21–9a)}$$

olur. Bu denklem vektör notasyonunda

$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{p}} \times \vec{\mathbf{E}}. \qquad \textbf{(21–9b)}$$

şeklinde yazılabilir. Torkun etkisi dipolü döndürmeye çalışmak şeklindedir, böylece $\vec{\mathbf{p}}$, $\vec{\mathbf{E}}$'ye paraleldir. θ açısı θ_1 den θ_2'ye giderken elektrik alan tarafından dipol üzerinde yapılan iş (bkz Dnk.10-22)

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau\, d\theta \text{ 'dir.}$$

Torku $\tau = -pE\sin\theta$ şeklinde yazmalıyız çünkü yönü artan θ açısının tersi yönündedir (sağ-el kuralı). Böylece

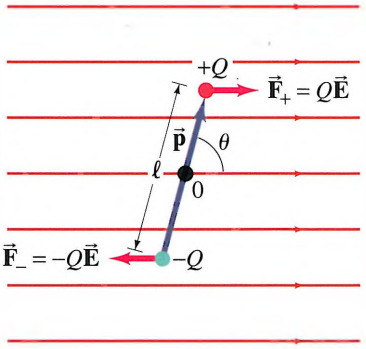
$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau\, d\theta = -pE\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta\, d\theta = pE\cos\theta\Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = pE(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) \text{ olur.}$$

Alan tarafından yapılan pozitif iş, bu alandaki dipolün U potansiyel enerjisini azaltır. (İş ve potansiyel enerji arasındaki ilişkiyi hatırlayınız, Dnk.8–4, $\Delta U = -W$.) Eğer $\vec{\mathbf{p}}$, $\vec{\mathbf{E}}$ 'ye dik olduğu zaman $U = 0$ alırsak (yani, $\theta_1 = 90°$ ve $\cos\theta_1 = 0$), ve $\theta_2 = \theta$ alırsak

$$U = -W = -pE\cos\theta = -\vec{\mathbf{p}}\cdot\vec{\mathbf{E}} \text{ 'dir.} \qquad \textbf{(21–10)}$$

Eğer elektrik alan düzgün değilse, dipolün $+Q$ yükü üzerindeki kuvvet ile $-Q$ yükü üzerindeki kuvvet aynı büyüklüğe sahip olamaz böylece tork gibi bir net kuvvet olabilir.

ŞEKİL 21–44 (aşağıda) Düzgün bir elektrik alanı içindeki elektrik dipol.



[†] Momentum için kullandığımız p ile dipol momenti için kullandığımız p'yi karıştırmayınız.

[‡] Ayrılmış yüklerin değerleri e'nin katları şeklinde ($\pm 0.2e$ veya $\pm 0.4e$ diyelim) olabilir fakat bu gibi yüklerin e'nin en küçük yük olduğu söylemimizi ihlal etmediğine dikkat ediniz. e'den daha küçük olan bu yükler ayrı edilemezler ve sadece bir atom veya diğeri etrafında kaç katı elektron harcandığını gösterir.

ÖRNEK 21–17 **Bir alandaki dipol.** Su moleküllerinin dipol momenti 6.1×10^{-30} C·m. dir. Su molekülleri büyüklüğü 2.0 × 105 N/C olan düzgün bir elektrik alanda bulunmaktadır. (*a*) Alanın moleküle uyguladığı maksimum torkun büyüklüğü nedir? (*b*) Tork maksimum olduğunda potansiyel enerji nedir? (*c*) Hangi konumda potansiyel enerji en büyük değerini alır? Neden bu konum torkun maksimum olduğu konumdan farklıdır?

YAKLAŞIM Tork Dnk.21–9 ile ve potansiyel enerji Dnk.21–10 ile verilir.

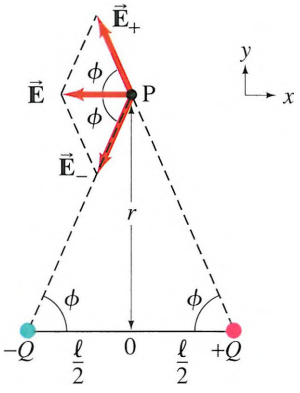
ÇÖZÜM (*a*) Dnk.21–9'dan θ is 90° olduğu zaman τ maksimum değerini alır. Böylece, $\tau = pE = (6.1 \times 10^{-30}\,\text{C}\cdot\text{m})(2.0 \times 10^{5}\,\text{N/C}) = 1.2 \times 10^{-24}\,\text{N}\cdot\text{m}$.

(*b*) Potansiyel enerji $\theta = 90°$ olduğu zaman sıfırdır (Dnk.21–10). θ'nın daha küçük değerleri için potansiyel enerjinin negatif olduğuna dikkat ediniz, bu sebeple $\theta = 90^0$ için U minimum değildir.

(*c*) U potansiyel enerji, Dnk.21–10'da $\cos\theta = -1$ olduğu zaman yani, bunun anlamı $\theta = 180°$, $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{p}}$ anti paralel iken, maksimum olacaktır. Potansiyel enerji, dipolün $\theta = 0^0$'deki denge konumuna gelmek için en büyük açı ile yani 180^0 dönmesi gerektiği yönetimde maksimum olur. Diğer taraftan tork, elektrik kuvvetler $\vec{\mathbf{p}}$'ye dik olduğunda maksimum olur.

Bir Dipol Tarafından Oluşturulan Elektrik Alan

Şu ana kadar bir dış elektrik alanın bir elektrik dipol üzerine etkisinin nasıl olduğunu gördük. Şimdi herhangi bir dış elektrik alanın olmadığını varsayarak dipol tarafından oluşturulan elektrik alanı belirleyelim. Kısaca ifade etmek için, kendimizi dipolün dik açıortayı üzerindeki, Şek. 21–45 deki gibi dipolün merkezinden yukarıda bir r uzaklığında bulunan bir P noktası gibi, noktalar ile sınırlayalım. Şek. 21–45 deki r'nin yüklerin P noktasına olan uzaklığı olmadığına, yüklerin P noktasına olan uzaklığının $(r^2 + \ell^2/4)^{\frac{1}{2}}$ olduğuna ve bu uzaklığın Dnk.21–4'de kullanılması gerektiğine dikkat ediniz. P'deki toplam alan



ŞEKİL 21–45 Bir elektrik dipolün oluşturduğu elektrik alanı.

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_+ + \vec{\mathbf{E}}_-$$

dir. Burada $\vec{\mathbf{E}}_+$ ve $\vec{\mathbf{E}}_-$ sırasıyla + ve – yüklerin oluşturduğu elektrik alanlardır. E_+ ve E_- alan büyüklükleri birbirlerine eşittir:

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2 + \ell^2/4}.$$

Bu alanların y bileşenleri P noktasında (simetriden dolayı) yok olurlar, böylece toplam $\vec{\mathbf{E}}$ alanının büyüklüğü,

$$E = 2E_+\cos\phi = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r^2 + \ell^2/4}\right)\frac{\ell}{2(r^2 + \ell^2/4)^{\frac{1}{2}}}$$

veya, $Q\ell = p$, alırsak,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{(r^2 + \ell^2/4)^{\frac{3}{2}}}. \qquad \left[\begin{array}{c}\text{dipolün dik açıortayı}\\ \text{üzerindeki}\end{array}\right] \quad \textbf{(21–11)}$$

Dipolden uzakta, $r \gg \ell$, bu bağıntı

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{r^3} \qquad \left[\begin{array}{c}\text{dipolün dik açıortayı}\\ \text{üzerinde; } r \gg \ell \text{ iken}\end{array}\right] \quad \textbf{(21–12)}$$

şeklini alır. Böylece alan, dipol için tek nokta yük için olduğundan daha hızlı azalmaktadır ($1/r^3$'e karşı $1/r^2$), büyük mesafelerde bulunan iki karşıt yükün birbirlerine yaklaştıklarında birbirlerini nötralize etmelerini bekleriz. Bu $1/r^3$'e bağımlılık dik açıortay üzerinde olmayan noktalar için de uygulanabilir (bkz Problem 67).

*21–12 Moleküler Biyolojide Elektrik Kuvvetleri; DNA

FİZİK UYGULAMASI

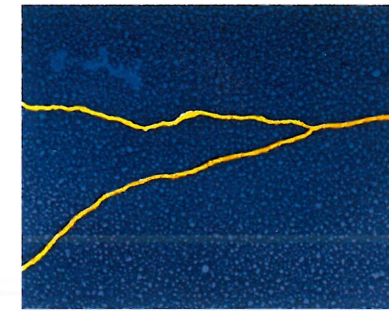
Hücrenin içinde: Kinetik teori artı elektrostatik kuvvet

Her biyolojik hücrenin içi çoğunlukla sudur. Sürekli hareket halinde olan değişik kinetik enerjiler ile birbirlerine çarpışan moleküllerin geniş denizi gibi bir hücre hayal edebiliriz (kinetik teori, Bölüm 18). Bu moleküller, moleküller arası *elektrostatik çekim* sebebiyle birbirleriyle etkileşirler.

Gerçekte, hücresel işlemler *elektrostatik kuvvetin düzenli etkisi eklenmiş rasgele ("termal") moleküler hareket*in sonucu olarak düşünülür. Örnek olarak DNA yapısına ve yapıdaki düzenli tekrara bakalım. Ortaya koyduğumuz resim pratikte gözlemlenmemiştir. Daha doğrusu fiziksel deney ve teorilerin temelinde ne olduğunun bir modelidir.

Bütün canlı hücrelerdeki, nesilden nesile aktarılan genetik bilgi genlerin oluşturduğu kromozomlarda saklanır. Her bir gen özel yapıdaki protein molekülünü üretmek için ihtiyaç duyulan genetik bilgiye sahiptir ve bu genetik bilgi bir kromozomun en önemli molekülünde, DNA (deoksribonükleik asit) da yerleşmiştir Şek. 21–46. DNA molekülleri nükleotid bazı olarak bilinen ve elektronların eşit olmayan paylaşımı nedeniyle her biri kutupsal olan çok sayıda küçük molekülden oluşur. DNA'nın temelinde dört tip nükleotid bulunur: adenin (A), sitozin (C), guanin (G) ve timin (T).

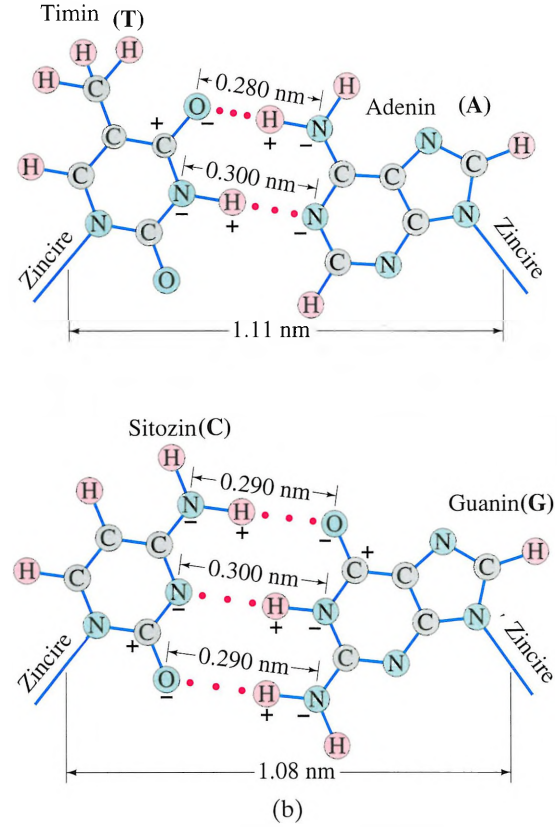
Kromozomun DNA'sı genel olarak birinin diğerini sarmaladığı "çift sarmal" şeklindeki iki uzun DNA zincirinden oluşur. Genetik bilgi zincir boyunca bu dört (A, C, G, T) nükleotidin özel olarak sıralanmasında bulunur. Şek. 21–47'de gösterildiği gibi, iki zincir elektrostatik kuvvetler tarafından çekilmektedir – yani, moleküllerde bulunan pozitif yüklerin negatif yükleri çekmesi ile çekim oluşur. Bir zincirdeki A'nın (adenin) diğer zincirdeki T'ye zıt; benzer olarak, G'nin her zaman C'ye zıt olduğunu Şek. 21-47a'dan görebiliriz. Bu önemli sıralama etkisinin ortaya çıkma sebebi, A, T, C ve G'nin şekillerinin, T'nin kolayca A'ya ve G'nin C'ye uyacak şekilde olmasıdır. Elektrik kuvvet, sadece yüklü kısımlar birbirine böyle yakınken "zayıf bağlar" oluşturup kısa bir süre için de olsa onları bir arada tutabilecek kadar kuvvetlidir (Şek. 21-47b).



ŞEKİL 21–46 İnsandaki HeLa kanserli hücresindeki DNA kopyalanması. Bu bir transmisyon elektron mikroskobu (TEM; Bölüm 37'de tartışılmıştır.) görüntüsüdür.

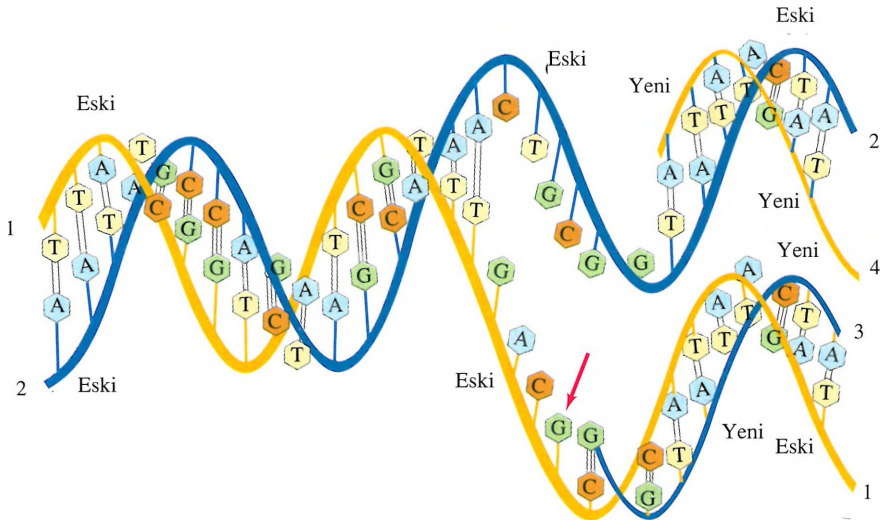


(a)



(b)

ŞEKİL 21–47 (a) DNA çift sarmalının bir bölümü. (b) Sarmalın, elektrostatik kuvvetler aracılığıyla A ve T'nin birbirlerini nasıl çektiğini ve G ve C'nin birbirlerini nasıl çektiğini gösteren yakından görünüm. + ve – işaretleri, elektronların eşit paylaşılmamasından dolayı genellikle e'nin bir kesri olan net yükleri göstermektedir. Kırmızı noktalar elektrostatik çekimi gösterir ("zayıf bağ" veya "hidrojen bağı" olarak adlandırılır – Kısım 40–3) A ve T arasında iki zayıf bağ ve C ve G arasında üç zayıf bağ olduğuna dikkat ediniz.



ŞEKİL 21–48 DNA'nın kopyalanması.

Genetik bilginin doğru bir şekilde diğer nesile aktarımının sağlanması için hücre bölümünden önce DNA'nın kendini tekrarı (kopyası) durumunda A'nın zıttı T ve G'nin zıttı C'nin yerleşimi önemlidir (Şekil 21–48). Bu iki DNA zinciri, nükleotidlerin yüklü kısımlarını (enzimlerin yardımıyla, aynı zamanda elektrostatik kuvvetin etkisi ile) açığa çıkaracak şekilde ayrılmıştır. Bir kere DNA tekrarı başladığında bu nükleotidlerin nasıl doğru sıralarda oluştuklarını Şek. 21-48'de kırmızı okla gösterilen G molekülüne bakarak görebiliriz. Bu dört nükleotidden bağlanmamış birçoğu hücresel sıvının içinde sıçrarlar ve bu nükleotidlerden sadece C eğer yakın bir şekilde sıçrarsa G'nin çekimine maruz kalacaktır. Diğer üç nükleotidin yükü G'ye önemli bir çekici kuvvet sağlayacak kadar yakın olamaz- kuvvetin uzaklıkla orantılı olarak azaldığını $(\propto 1/r^2)$ hatırlayınız. G; bir A, T veya G'yi kuvvetlice çekmediği için, bir A, T veya G, enzimler kendilerini büyüyen zincire (3 numaralı) bağlayamadan diğer moleküllerle olan çarpışmalar sonucunda uzaklaşacaklardır. Fakat elektrostatik kuvvet C'yi G'nin karşısında bir enzim C'yi yeni zincirin büyüyen ucuna ekleyebileceği kadar uzun süreyle tutar. Yani, elektrostatik kuvvetler, DNA tekrarı sırasında nükleotidlerin uygun sırada seçilmesinden sorumludur.

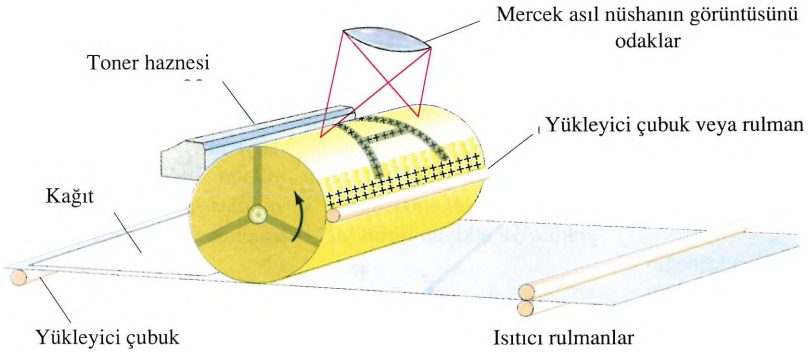
Eğer her molekül kendi rolünü biliyor ve belirlenen yerine gidiyorsa DNA tekrarı işlemi düzgün bir şekilde oluşuyor denir. Fakat durum böyle değildir. Çekici kuvvetler oldukça zayıftır ve eğer moleküler şekiller tam doğru değilse bu durumda neredeyse hiç elektrostatik çekim yoktur ve bazı hatalar olur. Moleküllerin rasgele hareketi sırasında elektrostatik kuvvet kaostan bir düzen çıkarmak üzere etki eder.

*21–13 Fotokopi Makineleri ve Bilgisayar Yazıcıları Elektrostatik Kullanır

Fotokopi makineleri ve lazer yazıcılar bir görüntüyü yazdırmak için elektrostatik kuvvet kullanırlar. Her biri özel bir silindirin üzerine görüntüyü aktarmak için farklı teknikler kullanırlar. Silindir tipik olarak iyi bir iletken olan alüminyumdan yapılır; yüzeyi karanlıkta elektriksel olarak iletken olmayan fakat ışığa maruz kaldığında iletken olan ("fotoiletkenlik") ince bir selenyum tabakası ile kaplanmıştır.

FİZİK UYGULAMASI
Fotokopi makineleri

Bir fotokopi makinesinde, lensler ve aynalar silindir üzerindeki orijinal sayfadaki görüntünün üzerine odaklanır, bu bir kamera lensinin filmdeki görüntüye odaklanmasına benzer. Birinci adım yüklü bir çubuk tarafından silindirin selenyum tabakası üzerine düzgün pozitif yükün yerleştirilmesidir, bu işlem karanlıkta yapılır. İkinci adımda



ŞEKİL 21–49 Fotokopi makinesinin içi: (1) Selenyum silindir + yükle yüklenmiştir; (2) mercek görüntüyü silindir üzerine odaklar - sadece koyu noktalar yüklü kalır; (3) toner parçacıkları (negatif yüklü) silindir üzerindeki pozitif bölgelere çekilirler; (4) görüntü kâğıda transfer edilir; (5) ısı görüntüyü kâğıda yapıştırır.

kopyalanacak veya yazdırılacak görüntü silindirin üzerine aktarılır. Basitlik açısından, beyaz zemin üzerinde koyu olarak yazılmış A harfini (bir kitabın sayfasındaki gibi) düşünelim (Şek.21–49). Silindir üzerindeki A harfi karanlıktır, fakat etrafı aydınlıktır. Tüm bu aydınlık yerlerde selenyum iletken olur ve elektronlar alüminyumun altından akarak bu pozitif alanları nötralize eder. A harfinin yazılı olduğu koyu bölgelerde, selenyum iletken değildir ve bu nedenle pozitif yükler kalır, Şek.21–49. Üçüncü adımda, toner olarak bilinen koyu mürekkep tozuna negatif yükler verilir ve silindir döndükçe boyanır. Negatif yüklü toner parçacıkları silindirin pozitif bölgelerine (bu durum için A harfinin yazılı olduğu yer) çekilirler ve sadece oralara yapışırlar. Dördüncü adımda dönen silindir, selenyumdan daha güçlü bir şekilde pozitif yüklü bir kâğıt üzerine baskı yapar, böylelikle toner parçacıkları kâğıda son görüntüyü oluşturacak şekilde transfer edilir. Son olarak beşinci adımda, kâğıt ısıtılarak toner parçacıklarının kâğıt üzerinde sabitlenmesi sağlanır.

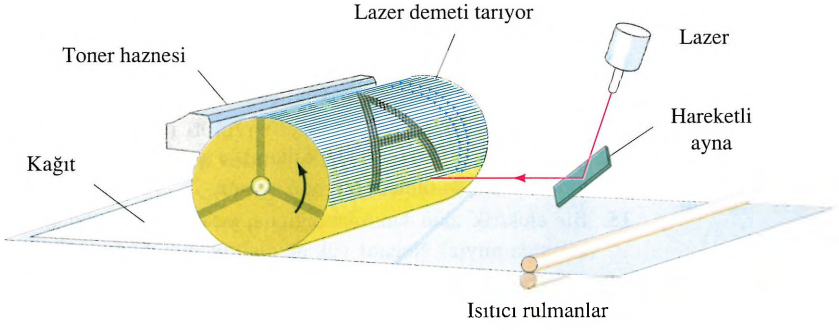
Renkli fotokopi makinesinde (veya yazıcıda), bu işlem her bir renk için tekrarlanır – siyah, camgöbeği (mavi), eflatun (kırmızı) ve sarı. Bu dört rengin farklı oranlardaki birleşimi istenilen rengi oluşturur.

FİZİK UYGULAMASI
Lazer yazıcı

Diğer taraftan, bir lazer yazıcı selenyum-kaplı silindirin üzerindeki bir lazer ışığının şiddetini programlamak için bilgisayar çıktısı kullanır. Lazerden çıkan ince ışın demeti her biri diğerinin altında olacak şekilde yatay çizgiler halinde silindirin bir yanından diğerine doğru (hareketli bir ayna tarafından) taranır. Işın silindiri süpürdüğünde ışının şiddeti bilgisayar çıktısı tarafından çeşitlendirilir, bu şiddetin bir nokta için kuvvetli olması beyaz veya açık renge, zayıf veya sıfır olması koyu renge karşılık gelir. Her bir süpürmeden sonra tüm görüntü şekillenene kadar, silindir yavaşça döner, Şek. 21–50. selenyumun açık renkli kısımları iletken olur ve elektrik yükünü kaybeder ve toner sadece elektriksel olarak yüklü olan koyu alanlara yapışır. Daha sonra silindir bir fotokopi makinesinde olduğu gibi görüntüyü kağıda transfer eder.

FİZİK UYGULAMASI
Mürekkep püskürtmeli yazıcı

Bir mürekkep püskürtmeli yazıcılarda silindir bulunmaz. Bunun yerine enjektörle kâğıt üzerine direk olarak ince damlalar halinde mürekkep püskürtülür. Enjektör her bir süpürme bir sonrakinin üzerinde olacak şekilde kağıt aşağıya doğru hareket ettirilerek kağıdı tarar. Her bir süpürmede, bilgisayar tarafından, görüntünün olduğu yerlerde mürekkep kâğıtta noktalar oluşturur. Görüntü birçok küçük noktanın birleşmesinden oluşur. Yazıcının baskı kalitesi veya çözünürlüğü genellikle her (lineer) yöndeki inç başına nokta sayısı (dpi) ile ifade edilir.



ŞEKİL 21–50 Bir lazer yazıcının içi: hareket edebilen bir ayna, lazer demetinin silindiri yatay çizgiler ile taramasını sağlar.

Özet

Pozitif ve negatif olmak üzere iki çeşit **elektrik yükü** vardır. Bu gösterimler cebirsel olarak belirlenmiştir – ki, her yük SI birim sisteminde artı veya eksi coulomb (C) ile ifade edilir.

Elektrik yükü **korunur**: eğer bir işlemle belli bir miktarda bir çeşit elektrik yükü oluşturulursa, bu yükün zıtı olan yük eşit miktarda oluşur; böylece net yük sıfır olur.

Atomik teoriye göre, elektrik, her biri pozitif yüklü çekirdeğin etrafında dönen negatif yüklü elektronlardan ibaret olan atomdan meydana gelir. Her bir elektron $-e = -1.6 \times 10^{-19}$ C 'luk yüke sahiptir.

Elektrik **iletkenleri**, içlerinde birçok elektronun serbestçe hareket ettiği maddeler iken, elektrik **yalıtkanları** içlerinde çok az elektronun serbestçe hareket ettiği maddelerdir.

Bir cisim eğer elektron fazlalığına sahipse negatif yüklü, daha az ya da normal miktarda elektrona sahipse pozitif yüklüdür. Herhangi bir cisimdeki yük böylece $+e$ veya $-e$'nin tam katları ile gösterilir. Yani yük **kuantumlu**dur.

Bir cisim sürtünme ile yüklü hale gelebilir (içindeki elektronlar bir materyalden diğerine transfer edilirler), iletme ile yüklenebilirler (yük, yüklü bir cisimden diğerine temas ederek transfer edilir), indüklenme ile yüklenebilirler (cisimdeki yükün diğer bir yüklü cisme temas ettirilmeden yakınlaştırılması sebebiyle ayrılması).

Elektrik yükleri birbirleri üzerine kuvvet uygularlar. Eğer iki yük birbirlerinin zıt işaretine sahiplerse, biri pozitif diğeri negatif, bu yükler birbirleri üzerine çekici bir kuvvet uygularlar. Eğer yükler aynı işaretli ise, biri diğerini iter.

Bir nokta yükün diğerine uyguladığı kuvvetin şiddeti yüklerin çarpımları ile orantılı, aralarındaki uzaklığın karesi ile ters orantılıdır:

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \qquad \textbf{(21–1, 21–2)}$$

Bu **Coulomb kanunu**dur. SI birim sisteminde, k genellikle $1/4\pi\epsilon_0$. şeklinde yazılır.

Uzayda bir yük ya da yük grubunun oluşturduğu bir **elektrik alanı** düşünelim. Diğer yüklü cismin üzerindeki kuvvetin buradaki elektrik alan nedeniyle oluştuğu söylenir.

Bir ya da daha fazla yükten dolayı oluşan, uzayın bir noktasındaki *elektrik alanı*, $\vec{\mathbf{E}}$, o noktaya konulan pozitif yüklü test yükü q'ya etkiyen birim yük başına kuvvet ile ifade edilir:

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q}. \qquad \textbf{(21–3)}$$

Q nokta yükünden r uzaklığındaki elektrik alanının şiddeti

$$E = k\frac{Q}{r^2}. \qquad \textbf{(21–4a)}$$

Uzaydaki bir noktadaki toplam elektrik alanı, her bir yükün sebep olduğu tek tek alanların vektörel toplamına eşittir (**süperpozisyon ilkesi**).

Elektrik alanlar, pozitif yükten çıkıp negatif yükte son bulan **elektrik alan çizgileri**yle ifade edilir. Yönleri, her bir noktada bulunan çok küçük pozitif nokta test yükü üzerine etkiyen kuvvetin yönünü gösterir. Elektrik alan çizgileri, alan başına $\vec{\mathbf{E}}$'nin büyüklüğü ile orantılı olacak şekilde çizilir.

Bir iletken içindeki durgun elektrik alan sıfırdır ve bir yüklü yalıtkanın dış tarafındaki elektrik alan çizgileri, yalıtkanın yüzeyine diktir.

Bir **elektrik dipol**, bir l mesafesi ile birbirlerinden ayrılmış, $+Q$ ve $-Q$ gibi iki eşit fakat zıt yükün kombinasyondan oluşur. **Dipol momenti** $p = Q\ell$'dir. Bir düzgün elektrik alan içine yerleştirilmiş bir dipol net kuvveti hissedemez fakat net tork'u hissedebilir (eğer $\vec{\mathbf{p}}$, $\vec{\mathbf{E}}$. ye paralel değilse). Bir dipolle üretilen elektrik alanı dipolden r (ℓ ile kıyaslandığında çok büyük r için) uzaklığında mesafenin üçüncü kuvveti ile azalır $(E \propto 1/r^3)$.

[*DNA'nın kopyalanmasında, uygun molekülün seçiminde, elektrostatik kuvvet büyük ölçüde rol oynamaktadır. Bu yüzden, genetik bilgi bir kuşaktan diğer kuşağa doğru şekilde aktarılır.]

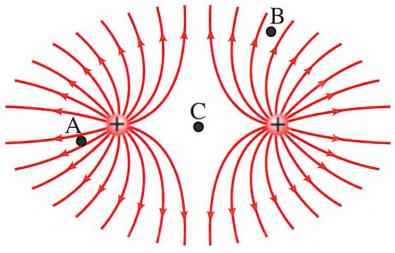
Sorular

1. Eğer bir cep tarağını sürtünme ile ipek bir başörtüsü ile yüklerseniz, tarağın pozitif mi yoksa negatif mi yüklendiğini nasıl tanımlarsınız?
2. Bir tişört veya bir bluz bir kurutma makinesinden çıkarıldığı zaman bedenimize bazen niye yapışır?
3. Yağmur damlacıkları veya sis niçin havadaki iyonların veya elektronların etrafındaki bir forma benzetilir?
4. Pozitif yüklü bir çubuk nötr yüklü kağıt parçasına yaklaştırılır ve aralarında bir çekim olur. Kâğıttaki yükün ayırımını gösteren diyagramı çiziniz ve kâğıt parçası ile çubuk arasında niye bir çekim olduğunu açıklayınız.
5. Bir kıyafete sürtülmüş olan bir plastik cetvel niye küçük bir parça kâğıdı çekme özelliğine sahiptir. Bunu nemli bir ortamda yapmak niye zordur?
6. Bir iletken üzerindeki *net yük* ile bir iletkendeki "*serbest yükler*" arasındaki farkı görmek için karşılaştırınız.
7. Şekil 21–7 ve 21–8, bir yüklü çubuğun, elektronları çeken (veya iten) yüksüz bir metal cisme ne kadar yakın konulduğunu göstermektedir. Metal üzerinde birçok elektron bulunmaktadır ve bazılarının nasıl yer değiştirdiği gösterilmiştir. Niçin hepsinin öyle davranmadığını açıklayınız.
8. Bir elektroskop yüklendiğinde, iki yaprağı birbirini iter ve aralarında bir açı oluşur. Yaprakların daha fazla açılmaması için, itici elektrik kuvvetin dengesi nedir?
9. Coulomb Kanunu, Newton' un evrensel yer çekimi kanununa çok benzerdir. Bu iki kanun arasındaki farklar nelerdir? Yerçekimsel kütle ile elektrik yükünü karşılaştırınız.
10. Normal olarak, iki basit cisim arasındaki elektrik kuvvetten veya yerçekimsel kuvvetten haberdar değilizdir. Her bir durum için sebep nedir? Her bir kuvvetten nerede haberdar olduğumuzu bir örnek ve onun sebebi ile birlikte açıklayınız.
11. Elektrik kuvvet korunumlu bir kuvvet midir? Neden korunumlu olduğunu veya olmadığını açıklayınız. (Bölüm 8 e bakınız)
12. Metinde bahsedilen hangi deneysel gözlemler Coulomb yasasında payın $Q_1 Q_2$ çarpımı yerine $(Q_1 + Q_2)$ toplamını içermesi olasılığını ortadan kaldırır?
13. Bir yüklü cetvel küçük kâğıt parçalarını çektiğinde, bazen küçük bir parça grubu cetvele değdiğinde hızlı bir şekilde uzağa gider. Sebebini açıklayınız.
14. Elektrik alan ölçümlerinde kullanılan test yüklerinin niye küçük olmak zorunda olduklarını açıklayınız.
15. Bir elektrik alan tanımlandığında, pozitif test yükü kullanmak zorunda mıyız? Negatif yük de olabilir mi? Açıklayınız.
16. Birbirlerinden ℓ mesafesi ile ayrı iki negatif elektrik yük etrafındaki elektrik alan çizgilerini çiziniz.

17. Şekil 21-34a'da gösterilen iki zıt yük birbirlerinden 12.0 cm uzaklıkta bulunmaktadır. Pozitif yükten 2.5 cm uzaklıktaki elektrik alanın büyüklüğü nerede (yukarıda, aşağıda, sağda, solda) en büyük ve en küçük değerlerini alır?

18. Şekil 21-51'de A,B,C harfleriyle gösterilen üç noktadaki elektrik alanını düşünün. Önce her noktada, bu noktaya konacak pozitif bir test yüküne etki edecek net kuvvetin yönünü işaret eden bi ok çizin, daha sonra da harfleri azalan alan şiddetine göre sıralayın (birinci en şiddetli olan).

19. Neden elektrik alan çizgileri hiçbir zaman çakışmazlar?



ŞEKİL 21–51
Soru 18.

20. Bölüm 21-8'de alan çizgileri için verilen üç kuralı kullanarak, tek bir nokta yükten başlayan ya da biten elektrik alan çizgilerinin yük etrafında simetrik olarak yerleştirilmesi gerektiğini gösteriniz.

21. Birbirinden ℓ uzaklıktaki Q ve $2Q$ noktasal yüklerin birleştiren doğru üzerinde $E = 0$ olan bir nokta yükler (*a*) zıtsa, (b) aynı ise var mıdır? Eğer varsa bu nokta yaklaşık olarak nerededir?

22. Şekil 21-28'deki halka üzerindeki negatif Q yükü düzgün bir biçimde dağılmıştır. P noktasında $\vec{\mathbf{E}}$'nin büyüklüğü ve yönü nedir?

23. Bir elektrik alan çizgisinin üzerindeki bir noktada, örneğin Şekil 21-34a'daki P noktasında bulunan küçük bir pozitif test yükünün hızın ve/veya ivmesi bu çizgi boyunca mıdır?

24. Pozitif yüklenmiş metal bir kürenin (iyi bir iletken) yanındaki bir noktadaki elektrik alanını belirlemek istiyoruz. Bunun için küçük bir q_0 test yükünü bu noktaya getiriyor ve üzerindeki F_0 kuvvetini ölçüyoruz. F_0/q_0 elektrik alan $\vec{\mathbf{E}}$'den büyük, küçük yoksa eşit midir?

25. Hangi yönüyle Örnek 21-16'daki elektron hareketi mermi hareketine (Bölüm 3–7) benzer? Hangi yönüyle benzemez?

26. Şekil 21-44'teki gösterilen konumdan harekete başlayan dipolün hareketini betimleyiniz.

27. Düzgün olmayan bir elektrik alanındaki bir elektrik dipolün üzerinde neden bir net kuvvet olabileceğini açıklayınız.

Problemler

21–5 Coulomb Yasası

[$1\ \text{mC} = 10^{-3}\ \text{C}$, $1\ \mu\text{C} = 10^{-6}\ \text{C}$, $1\ \text{nC} = 10^{-9}\ \text{C}$.]

1. (I) Birbirinden 1.5×10^{-12}m uzaklıktaki bir demir çekirdeği ($q = +26e$) ve en içteki elektronlardan birisi arasındaki elektriksel çekim kuvveti nedir?

2. (I) –38 μC'lik bir yükü kaç tane elektron sağlayabilir?

3. (I) 28 cm uzaktaki 2.5 μC'lik bir yük üzerine, 25 μC'lik bir yükün etki ettirdiği kuvvetin büyüklüğü nedir?

4. (I) Bir atom çekirdeği içinde birbirinden 4.0×10^{-15} m uzaklıkta bulunan iki proton arasındaki itici elektrik kuvvet nedir?

5. (II) Bir plastik tarak gibi bir cismin bir kumaşa sürtünmesiyle oluşan net yük tipik olarak birkaç mikrocoulombdur. Eğer bu yük 3.0 μC ise bu yüklenme sırasında 35 gramlık bir tarağın kütlesinin değişme yüzdesi nedir?

6. (II) İki yüklü toz taneciği birbirleri üzerine 3.2×10^{-2} N'luk kuvvet etki ediyorlar. Eğer bu parçacıklar arasındaki mesafe ilk mesafenin sekizde biri kadar olursa kuvvet ne olur?

7. (II) İki yüklü küre birbirlerinden 8.45 cm uzaklıkta bulunuyor. Bu küreler birbirlerinden ne kadar uzaklaştırılmalıdırlar ki üzerlerine etkiyen kuvvet üç katına çıksın?

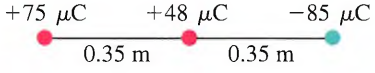
8. (II) Bir kişi yün halı üzerinde ayaklarını yere sürterek –46 μC'lik net yük biriktiriyor. Bu kişi ne kadar elektron kazanabilir ve kütlesinde ne kadarlık bir artış olur?

9. (II) 15 kg'lık altın çubuktaki tüm elektronların toplam yükü nedir? (Altın, atom başına 79 elektrona sahiptir ve bir atomik kütle birimi 197u'dir.)

10. (II) Hidrojen atomunun proton çekirdeği etrafındaki yörüngesinde ($r = 0.53 \times 10^{-10}$ m) elektronu tutan elektrik kuvvetiyle, aynı elektron ve proton arasındaki yerçekimi kuvvetini karşılaştırınız. Bu iki kuvvet arasındaki oran nedir?

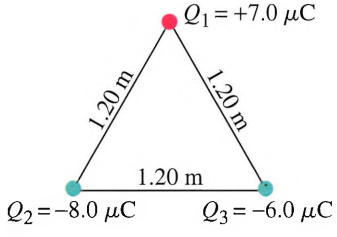
11. (II) İki pozitif noktasal yük belli bir mesafede sabitlenmişlerdir. Toplam yükleri Q_T'dir.Aralarındaki elektrik kuvveti (*a*) maksimize eden, (*b*) minimize eden yük miktarlarını bulunuz.

12. (II) +75, +48 ve –85 μC'lik yükler Şekil 21-52'deki gibi yerleştirilmişlerdir. Merkezde bulunan yük diğerlerinden 0.35 m uzaklıktadır. Diğer iki yük nedeniyle üçüncü yük üzerindeki net kuvveti her bir yük için hesaplayınız.



ŞEKİL 21–52
Problem 12.

13. (II) Üç yüklü parçacık, kenar uzunluğu 1.20 m olan bir eşkenar üçgenin köşelerine yerleştirilmiştir (Şek. 21–53). Bu yükler +7.0 μC, –8.0 μC ve –6.0 μC'dir. Her bir yük üzerine diğer yüklerin etkidiği net kuvvetin büyüklüğünü ve yönünü hesaplayınız.

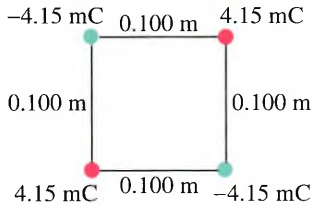


ŞEKİL 21–53
Problem 13.

14. (II) İki küçük iletken olmayan kürenin toplam yükü 90.0 μC'dir. (*a*) Bu küreler birbirlerinden 1.16 m ayrılırlarsa her birinin diğeri üzerinde oluşturduğu kuvvet 12.0 N'dur ve iticidir. Her birinin yükü nedir? (*b*) Kuvvetler çekici ise ne olur?

15. (II) 4.15 mC'lik yükler, bir kenarı 0.100 m olan bir karenin her köşesine yerleştirilmiştir. Her yükün üzerine etkiyen kuvvetin büyüklüğü ve yönünü bulunuz.

16. (II) Büyüklükleri 4.15 μC olan iki negatif ve iki pozitif nokta yük bir karenin karşı köşelerine Şekil 21-54'teki gibi yerleştirilmişlerdir. Her bir yük üzerindeki kuvvetin büyüklüğü ve yönünü bulunuz.



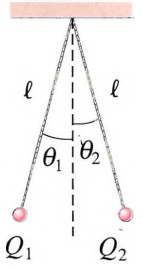
ŞEKİL 21–54
Problem 16.

17. (II) Bir Q yükü bir başlangıçta yüksüz olan plastik bir toptan 12 cm uzaktaki bir özdeş topa transfer ediliyor. Çekim kuvveti 17 mN'dir. Bir toptan diğerine kaç tane elektron transfer edilir?

18. (III)–Q_0 ve $-4Q_0$ yükleri birbirinden ℓ kadar uzakta bulunmaktadırlar. Bu yükler hareket etmekte serbesttirler fakat yakındaki üçüncü bir yük nedeniyle hareket edememektedirler. İlk iki yükün dengede olması için üçüncü yükün büyüklüğü ve yeri ne olmalıdır?

19. (III) İki pozitif $+Q$ yükü x ekseninde $x = +d$ ve $x = -d$ konumlarına sabit olarak yerleştirilmişlerdir. Hareketi sadece x ekseninde sınırlı orijinden $s \ll d$ mesafesinde bulunan m kütleli üçüncü bir $+q$ yükü sükûnetten serbest bırakılıyor. (*a*) $+q$ yükünün basit harmonik hareket yapacağını gösteriniz ve salınım periyodu T için bir ifade belirleyiniz. (*b*) Eğer bu üç atomun her biri tek iyonlaşmış sodyum atomuysa ($q = Q = +e$) ve aralarındaki uzaklık bir katıdaki tipik denge atom aralığı $d = 3 \times 10^{-10}$ m ise T'yi piko saniye cinsinden bulunuz.

20. (III) İki küçük yüklü küre ℓ uzunluklu iplerle şekil 21-55'teki gibi asılmışlardır ve düşeyle θ_1 ve θ_2 açıları yapmaktadırlar. (*a*) $Q_1 = Q$, $Q_2 = 2Q$, ve $m_1 = m_2 = m$, durumunda θ_1/θ_2 oranını hesaplayınız. (*b*) $Q_1 = Q$, $Q_2 = 2Q$, $m_1 = m$, ve $m_2 = 2m$ durumlarında θ_1/θ_2 oranını hesaplayınız. (*c*) Her iki durumda da küreler arasındaki mesafeyi hesaplayınız.



ŞEKİL 21–55
Problem 20.

21–6 dan 21–8 e kadar Elektrik Alanı, Alan Çizgileri

21. (I) 1920 N/C'luk doğuya doğru yönelen düzgün bir elektrik alanındaki bir elektron üzerindeki elektrik kuvvetin büyüklüğü ve yönü nedir?

22. (I) Bir proton düzgün bir elektrik alanda serbest bırakılmıştır ve üzerine güneye doğru yönelen 2.18×10^{-14} N'luk bir elektrik kuvveti etki etmektedir. Elektrik alanın büyüklüğü ve yönü nedir?

23. (I) 33.0×10^{-16} C'luk izole bir yükün direk olarak 16.4 cm yukarısındaki elektrik alanının büyüklüğü ve yönü nedir?

24. (I) Aşağı doğru 8.4 N'luk bir elektrik kuvvet –8.8 μC'lik bir yük üzerine etkiyor. Yükün pozisyonunda elektrik alanın büyüklüğü ve yönü nedir?

25. (I) +4.20 μC'lik yük üzerindeki elektrik kuvvet $\vec{\mathbf{F}} = (7.22 \times 10^{-4}\,\text{N})\hat{\mathbf{j}}$ 'dir. Yükün pozisyonundaki elektrik alan nedir?

26. (I) 1.25 μC'lik yüke $\vec{\mathbf{F}} = (3.0\hat{\mathbf{i}} - 3.9\hat{\mathbf{j}}) \times 10^{-3}$ N 'luk kuvvetin etkidiği yerdeki elektrik alan nedir?

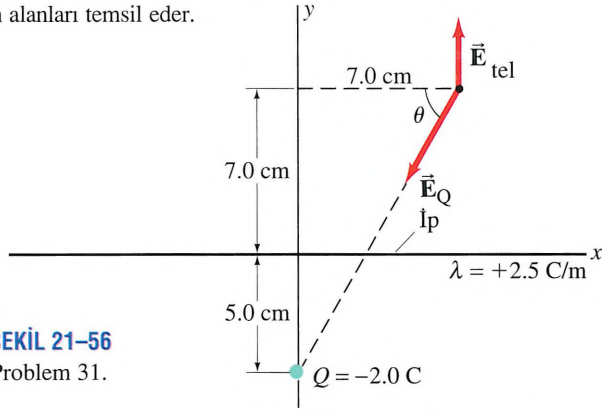
27. (II) 576 N/C'luk elektrik alanında bir elektronun sahip olduğu ivmenin büyüklüğünü belirleyiniz. Bu noktada ivmenin yönü alanın yönüne nasıl bağlıdır?

28. (II) Birbirlerinden –8.0 cm uzaklıkta bulunan –8.0 μC ve +5.8 μC'luk yükler arasındaki orta noktada elektrik alanın büyüklüğü ve yönü nedir?

29. (II) Birbirlerinden ℓ uzaklığında bulunan $+Q$ ve $-3Q$ nokta yükleri için elektrik alan çizgilerini yaklaşık olarak çiziniz.

30. (II) Uzayda, bir protonun 1.8 milyon g'lik ivme kazandığı bir noktadaki elektrik alan şiddeti nedir?

31. (II) Şekil 21-56'da uzun, düzgün olarak yüklü ($\lambda = 2.5$ C/m) bir tel x ekseni boyunca uzanmaktadır. Küçük yüklü bir küre ($Q = -2.0$ C) $x = 0$ cm, $y = -5.0$ cm'de bulunmaktadır. $x = 7.0$ cm, $y = 7.0$ cm'deki elektrik alan nedir? $\vec{\mathbf{E}}_{\text{tel}}$ ve $\vec{\mathbf{E}}_Q$ uzun tel ve Q yükü nedeniyle oluşan alanları temsil eder.



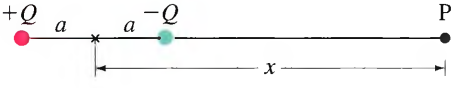
ŞEKİL 21–56
Problem 31.

32. (II) İki eşit fakat zıt nokta yük arasındaki elektrik alan 586 N/C'dur ve yükler arasındaki uzaklık 16.0 cm'dir. Her bir yükün büyüklüğü nedir?

33. (II) Bir kenarı 1.22 m olan ve üç köşesinde 2.25×10^{-6} C'luk yük bulunan bir karenin diğer köşesindeki elektrik alanı hesaplayınız.

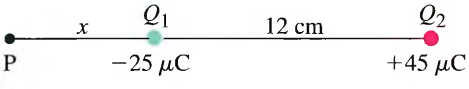
34. (II) Bir köşesinde –38.6 μC'luk ve diğer köşelerinde –27.0 μC'luk yük bulunan bir karenin merkezinden 52.5 cm uzaklıktaki elektrik alanı hesaplayınız.

35. (II) Şekil 21-57'deki P noktasındaki elektrik alanın büyüklüğü ve yönü nedir? Yükler birbirinden 2a'lık uzaklıkla ayrılmıştır ve P noktası bu iki yükün ortasından x mesafesindedir. Cevabınızı Q, x, a ve k cinsinden ifade ediniz.



ŞEKİL 21–57
Problem 35.

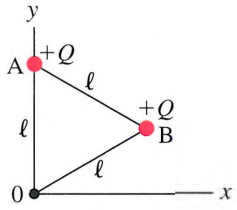
36. (II) $Q_1 = -25\,\mu$C ve $Q_2 = +45\,\mu$C, nokta yükleri arasında 12 cm mesafe vardır. P noktasındaki (Şekil 21–58) elektrik alanı 0'dır. Bu P noktası Q_1 yükünden ne kadar uzaktadır?



ŞEKİL 21–58
Problem 36.

37. (II) Çok ince bir çizgi yük x ekseninde $x = -\infty$ dan $x = +\infty$ 'a kadar uzanmaktadır. Benzer bir çizgi yük de y ekseninde $y = -\infty$ dan $y = +\infty$ 'a kadar uzanmaktadır. Her iki çizginin de düzgün çizgisel yük yoğunluğu λ'dır. xy düzleminin ilk çeyreğindeki bir (x,y) noktasındaki elektirk alanının büyüklüğünü ve yönünü (x eksenine göre) belirleyin.

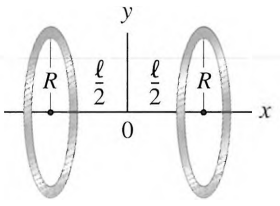
38. (II) (*a*) Şekil 21–59'da A ve B noktalarındaki iki yükten dolayı 0 orijininde oluşan $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanını belirleyiniz. (*b*) B noktasındaki yükün ters işaretlisini alarak (a) şıkkını tekrar çözünüz.



ŞEKİL 21–59
Problem 38.

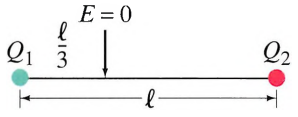
39. (II) ℓ uzunluğu çok ta büyük olmayan düzgün dağılmış yüklü bir telden çıkan elektrik alan çizgilerini yaklaşık olarak çiziniz. Telin yakınındaki alan çizgileri arasındaki mesafe ℓ'den çok küçük olmalıdır. [*İpucu:* Telden çok uzaktaki noktaları da düşünün.]

40. (II) Şekil 21–60'da merkezleri x ekseni boyunca birbirinden ℓ kadar uzakta iki adet R yarıçaplı birbirine paralel dairesel halka görülmektedir. Eğer her bir halka düzgün dağılmış Q yükü taşıyorsa, x ekseni boyunca tüm noktalardaki $\vec{\mathbf{E}}(x)$, elektrik alanını bulunuz.



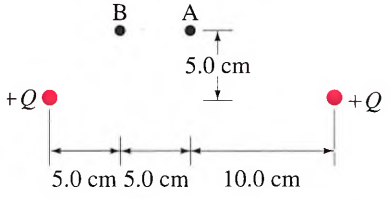
ŞEKİL 21–60
Problem 40.

41. (II) Q_1 ve Q_2 iki adet noktasal yüktür. İki yükü birbirine bağlayan doğru üzerinde Q_1'den Q_2'ye doğru üçte-bir mesafedeki noktada elektrik alanı sıfırdır (Şekil 21–61). Q_1/Q_2 oranı nedir?



ŞEKİL 21–61
Problem 41.

42. (II) Şekil 21–62'de gösterilen iki pozitif yükten (Q = 5.7 μC) dolayı A ve B noktalarındaki elektrik alanın büyüklüğünü ve doğrultusunu Coulomb yasasını kullanarak bulunuz. Sonuçlarınız Şekil 21-34b ile uyumlu mu?



ŞEKİL 21–62
Problem 42.

43. (II) (*a*) İki eşit Q yükü ($x = \ell$, $y = 0$) ve ($x = -\ell$, $y = 0$) noktalarında bulunmaktadır. y ekseni boyunca elektrik alanını y'nin bir fonksiyonu olarak belirleyiniz. (*b*) Alanın $y = \pm \ell/\sqrt{2}$ noktasında maksimum olduğunu gösteriniz.

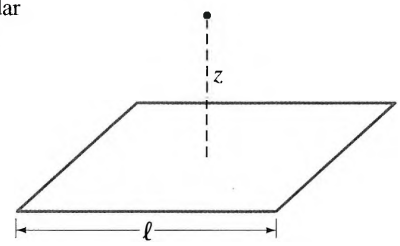
44. (II) Örnek 21-9'daki halkanın ekseni boyunca hangi konumda ($x = x_M$) elektrik alanının büyüklüğü maksimum olur?

45. (II) 2.00 m uzunluğunda düzgün dağılmış 4.75 μC toplam yüke sahip ince telin orta noktasına dik 2.40 cm uzaktaki elektrik alanını hesaplayınız.

46. (II) Şekil 21–29 daki düzgün dağılmış yüklü tel ℓ uzunluğuna sahip olup 0 noktası ortadadır. 0 noktasına dik x kadar uzaktaki P noktasındaki alanın, birim uzunluk başına yük yani λ'ya bağlı denkleminin aşağıdaki gibi olduğunu gösteriniz:

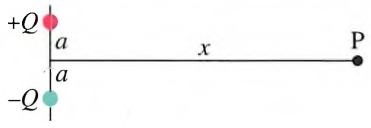
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\frac{\ell}{x(\ell^2 + 4x^2)^{\frac{1}{2}}},$$

47. (II) 46. problemdeki sonucu kullanarak her bir kenarı ℓ uzunluğunda ve birim uzunluk başına yük miktarı λ düzgün dağılmış olan kare tel ilmiğin merkezinin z kadar üzerindeki elektrik alanını (büyüklük ve yön) bulunuz (Şekil 21–63).



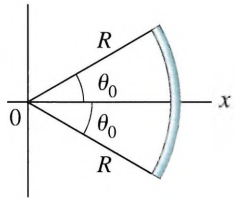
ŞEKİL 21–63
Problem 47.

48. (II) Şekil 21–64'te görülen P noktasındaki elektrik alanının büyüklüğünü ve doğrultusunu yazınız. İki yük arasındaki mesafe 2*a*'dır. *P* noktası bu iki yükün arasındaki uzunluğun tam orta noktasından x kadar uzaktadır. Sonuçlarınızı Q, x, a ve k cinsinden yazınız.



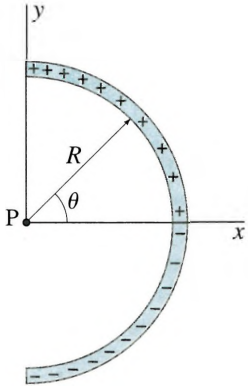
ŞEKİL 21–64
Problem 48.

49. (III) İnce bir çubuk R yarıçaplı ve λ birim uzunluk başına yük miktarına sahip bir daire yayı şeklini alacak gibi kıvrılır. Yayın toplam açısı Şekil 21–65'te görüldüğü gibi x ekseniyle simetri yapacak şekilde $2\theta_0$ kadardır. 0 orijinindeki $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanını bulunuz.



ŞEKİL 21–65
Problem 49.

50. (III) İnce camdan çubuk R yarıçapına sahip yarım bir daire şeklindedir. Şek. 21-66. Yük çubuk üzerinde düzgün dağılmamış olup lineer yük yoğunluğu λ bir pozitif sabit olmak koşuluyla $\lambda = \lambda_0 \sin\theta$ ile verilir. Burada λ_0 pozitif bir sabittir. P noktası yarım dairenin merkezindedir. (*a*) P noktasındaki $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanını (büyüklük ve doğrultu) bulunuz. [*İpucu*: $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ olduğunu unutmayınız dolayısıyla çubuğun her iki yarısı birbirine zıt yükle yüklüdür.] (*b*) R= 1.0 cm ve λ_0 = 1.0 μC/m alarak P noktasına yerleştirilen elektronun ivmesini (büyüklük ve doğrultu) bulunuz.

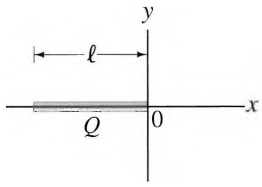


ŞEKİL 21–66
Problem 50.

51. (III) Düzgün dağılmış yüke sahip bir telin 0 noktasından y ekseninde ℓ uzunluğuna kadar uzandığını düşünün. (*a*) Elektrik alanın (x, 0) noktasındaki bileşenleri E_x ve E_y yi bulunuz. Yani tele dik bir düzlemde telin bir ucuna yakın bir noktadaki $\vec{\mathbf{E}}$'yi hesaplayınız. (*b*) Eğer tel y = 0'dan $y = \infty$'a kadar uzarsa ki bu da $\ell = \infty$ demek genişlerse $\vec{\mathbf{E}}$'nin herhangi bir x' için yatayla 45^0 açı yaptığını gösteriniz. [*İpucu*: Örnek 21–11 ve Şekil 21-29'a bakınız.]

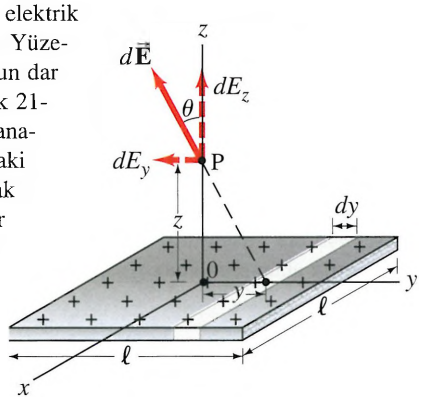
52. (III) Örnek 21–11'de $x = 0.250$ m, $Q = 3.15\ \mu$C, düzgün yük dağılımına sahip telin uzunluğunun sadece 6.50 m olduğunu ve y ekseni boyunca $y = -4.00$ m den $y = +2.50$ m ye kadar uzadığını kabul edin. (a) P noktasındaki E_x ve E_y'yi bulunuz. (*b*) Örnek 21–11'in $E = \lambda/2\pi\epsilon_0 x$ sonucu kullanılırsa hata payının ne kadar olacağını bulunuz. Bu hatayı $(E_x - E)/E$ ve E_y/E olarak ifade ediniz.

53. (III) İnce bir çubuk ℓ uzunluğunda ve düzgün dağılmış Q yüküne sahiptir. Şekil 21–67'ye bakınız. Bir uçtan başlayarak yani Şekil 21–67 de $x \geq 0$ için, çubuk ekseni üzerindeki elektrik alanı $E(x)$'i bulunuz.



ŞEKİL 21–67
Problem 53.

54. (III) *Düzgün yüklü düzlem yüzey.* Şekil 21–68'de görüldüğü gibi her bir kenarı ℓ uzunluğunda olan geniş bir kare yüzeyde yük düzgün dağılımlıdır. Birim alan başına yük (C/m^2) miktarı σ 'dır. $\ell \to \infty$ için yüzeyin merkezinden z kadar mesafede bulunan P noktasındaki elektrik alanı bulunuz.[*İpucu*: Yüzeyi dy genişliğinde uzun dar parçalara bölüp Örnek 21-11'in sonucunu kullanarak P noktasındaki toplam alanı bulmak için her bir uzun dar parçadan elde edilen alanları toplayınız.]



ŞEKİL 21–68
Problem 54.

55. (III) Şekil 21-28'deki halka üzerindeki Q yükünün sadece halkanın üst yarısına dağıldığını ve alt yarısında hiç yük olmadığını farz edelim. P'deki $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanını bulunuz. (y'yi yukarı doğru düşey doğrultuda alınız.)

21–10 Elektrik Alanda Yüklerin Hareketi

56. II) Bir elektron $v_0 = 27.5 \times 10^6$ m/s'lik bir hızla büyüklüğü $E = 11.4 \times 10^3$ N/C olan bir elektrik alana paralel hareket etmektedir. (*a*) Elektron durmadan evvel ne kadar mesafe kat edebilir? (*b*) Başlangıç noktasına dönünceye kadar ne kadar zaman geçer?

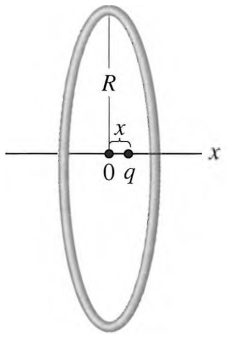
57. (II) Bir elektronun başlangıç hızı $\vec{\mathbf{v}}_0 = (8.0 \times 10^4\,\text{m/s})\hat{\mathbf{j}}$ olsun. $\vec{\mathbf{E}} = (2.0\hat{\mathbf{i}} + 8.0\hat{\mathbf{j}}) \times 10^4$ N/C 'luk bir alana giriyor. (*a*) Elektronun vektöriyel ivmesini zamanın bir fonksiyonu olarak bulunuz. (*b*) $t = 1.0$ ns'de hangi θ açısında hareket eder (başlangıç doğrultusuna göre)?

58. (II) Sağa doğru 7.5×10^5 m/s ile hareket eden bir elektron hareket doğrultusuna paralel düzgün bir elektrik alana giriyor. 40 cm'lik mesafede elektron duruyorsa (*a*) elektrik alanın doğrultusu nedir? (*b*) alanın şiddeti nedir?

59. (II) Örnek 21–16'daki elektronlar, paralel levhaların sonunda (Şekil 21–41'deki P noktası) oluşan düzgün elektrik alanını hangi açıda terk eder? Levhaların 4.9 cm uzunluğunda ve $E = 5.0 \times 10^3$ N/C, $v_0 = 1.00 \times 10^7$ m/s olduğunu varsayınız. Plakaların uçlarındaki düzgün olamayan elektrik alanını ihmal ediniz.

60. (II) Bir elektron düzgün dağılımlı bir elektrik alanda hareket etmektedir. Alan sabit $\vec{\mathbf{E}} = (2.00 \times 10^{-11}\,\text{N/C})\hat{\mathbf{i}} - (1.20 \times 10^{-11}\,\text{N/C})\hat{\mathbf{j}}$ olarak verilmektedir. $t = 0$'da elektron orijinde olup x doğrultusunda 1.90 m/s hızla hareket etmektedir. 2.00 s sonraki konumu nedir?

61. (II) Pozitif q yükü, R yarıçaplı bir halkanın merkezinde bulunmaktadır. Halka toplam büyüklüğü $-Q$ olan düzgün dağılmış negatif yük taşımaktadır. (*a*) Şekil 21–69'da görüldüğü gibi q yükü x kadar küçük bir mesafe uzaklaştırılıp bırakıldığında basit harmonik hareket yapacağını gösteriniz. (*b*) Eğer kütlesi m ise periyodu ne kadardır?



ŞEKİL 21–69
Problem 61.

21–11 Elektrik Dipoller

62. (II) Bir dipol aralarındaki uzaklık 0.68 nm olan $+e$ ve $-e$ yüklerinden oluşmaktadır. Bu dipol $E = 2.2 \times 10^4$ N/C şiddetindeki bir elektrik alan içerisinde bulunmaktadır. (*a*) Dipol momentinin değeri nedir? (*b*) Alana dik olduğunda dipol üzerindeki tork ne kadardır? (*c*) Alanla 45^0'lik açıda dipol üzerindeki tork ne kadardır? (*d*) Dipolü alana paralel doğrultudan antiparalel doğrultuya döndürmek için gerekli iş ne kadardır?

63. (II) HCl molekülünün dipol momenti yaklaşık 3.4×10^{-30} C.m dir. İki atom yaklaşık 1.0×10^{-10} m uzaklaştırılmıştır. (*a*) Her bir atom üzerindeki net yük ne kadardır? (*b*) Bu yük miktarı e'nin tam sayı katı mıdır? Değilse nedenini açıklayınız. (*c*) 2.5×10^4 N/C'luk elektrik alanında bu dipolün üzerine etkiyen maksimum tork ne kadardır? (*d*) Bir molekülü en düşük potansiyel enerjili denge pozisyonundan 45^0 döndürmek için ne kadar enerji gerekmektedir?

64. (II) Şek. 21–45'deki (bir dipol için) yüklerin her ikisinin de pozitif olduğunu varsayalım. (*a*) $r >> \ell$ için ota dikmedeki alanın $(1/4\pi\epsilon_0)(2Q/r^2)$ olduğunu gösteriniz. (*b*) Dipol için alan $1/r^3$ şeklinde azalırken burada alanın neden $1/r^2$ ile azaldığını gösteriniz.

65. (II) Dipol momenti p ve eylemsizlik momenti I olan bir elektrik dipol bir $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanına yerleştirilmiştir. (*a*) Eğer Şek. 21–44' te görüldüğü gibi θ kadar döndürülüp serbest bırakılırsa hangi koşullar altında basit harmonik hareket yapar? (*b*) Frekansı ne olur?

66. (III) x ekseni üzerinde düzgün dağılımlı olmayan bir $\vec{\mathbf{E}} = E\hat{\mathbf{i}}$ elektrik alanına $\vec{\mathbf{p}}$ dipolünün yerleştirildiğini düşünün. Eğer $\vec{\mathbf{E}}$ sadece x'e bağlı ise dipol üzerindeki net kuvvetin, $d\vec{\mathbf{E}}/dx$, x doğrultusundaki alanın gradyenti olmak üzere,

$$\vec{\mathbf{F}} = \left(\vec{\mathbf{p}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{E}}}{dx}\right)\hat{\mathbf{i}}$$

olduğunu gösteriniz.

67. (III) (*a*) Bir dipolün ekseni üzerindeki noktalarda ($+Q$ ve $-Q$'yu içeren çizgi üzerinde), r bir noktadan dipolün merkezine olan uzaklık olmak üzere, $r >> \ell$ (Şekil 21–45) için elektrik alan büyüklüğünün

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2p}{r^3}$$

olduğunu gösteriniz. (*b*) $\vec{\mathbf{E}}$ hangi yöndedir?

Genel Problemler

68. İki elektron arasındaki elektrik kuvvetinin, elektronlardan birinin Dünya'nın yüzeyindeki ağırlığına eşit olması için bu iki elektron birbirine ne kadar yaklaşmadırlar?

69. İnsan vücudunun büyük kısmının sudan oluştuğu bilinmektedir. Buna bağlı olarak, 65 kg'lık bir insandaki toplam pozitif yükü hesaplayınız.

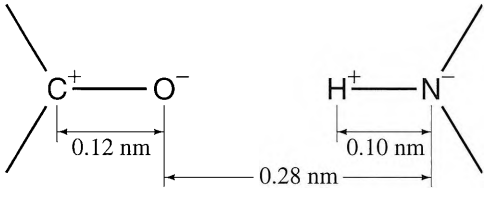
70. 3.0 g ağırlığındaki bakır bir para 38 μC pozitif yüke sahiptir. Bu paranın elektronlarının yüzde kaçı kaybedilmiştir?

71. Ölçümler Dünya'nın etrafında bir elektrik alan olduğunu göstermektedir. Dünya'nın yüzeyinde elektrik alanın büyüklüğü yaklaşık olarak 150 N/C olup Dünya'nın merkezine doğru yönelmektedir. Dünya'daki elektrik yükünün büyüklüğü ne kadardır? Bu yük pozitif midir, negatif midir? [*İpucu:* Düzgün yüklü bir küre dışındaki elektrik alanı ile bütün yükün kürenin merkezinde yoğunlaştığı durumdaki elektirik alanı aynıdır.]

72. (*a*) Dünyanın yüzeyine yakın elektrik alanın büyüklüğü yaklaşık olarak 150 N/C'dur. Dünya'nın yüzeyine yakın bir elektronun ivmesi nedir? (*b*) Dünyanın yüzeyine yakın bir protonun ivmesi nedir? (*c*) Her bir ivmenin $g = 9.8$ m/s^2'ye olan oranını hesaplayınız.

73. Yarıçapı 0.018 mm olan su damlası havada durgun kalıyor. Dünya'nın dışa doğru yönelmiş elektrik alanı 150 N/C ise, su damlası fazladan kaç tane elektron yüküne sahip olmalıdır?

74. Şekil 21–70'de gösterilen CO ve HN grupları arasındaki net kuvveti hesaplayınız. C ve O $\pm$ 0.40e ve, H ve N $\pm$ 0.20e yüklerine sahiptirler ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ C). [*İpucu*: C ve O veya H ve N arasındaki 'iç' kuvvetleri ihmal ediniz.]



ŞEKİL 21–70
Problem 74.

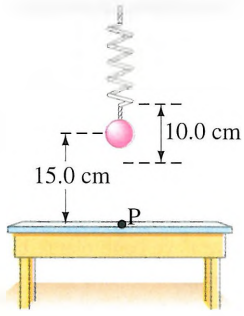
75. Dünya etrafındaki yörüngede Ay'ı tutan kuvvetin yerçekimi değil de elektriksel bir kuvvet olduğunu düşünün. Eşit ve zıt Q yükleri Dünya ve Ay'da konumlandırıldıysa, şu andaki yörüngeyi koruyan Q değerinin kaç olması gerekir? Bu kitabın ön kapağının içinde verilen verileri kullanınız. Dünya ve Ay'ı noktasal birer parçacık olarak düşününüz.

76. Basit hidrojen atomu modelinde, elektron, proton etrafındaki dairesel yörüngede 2.2×10^6 m/s hız ile dönmektedir. Elektronun yörünge yarıçapını belirleyiniz. [*İpucu*: Bölüm 5'deki dairesel harekete bakınız.]

77. $Q_1 = 2.5 \times 10^{-5}$ C'luk bir pozitif noktasal yük, koordinat sisteminin merkezinde ve $Q_2 = -5.0 \times 10^{-6}$ C'luk bir negatif noktasal yük x-ekseni üzerinde $x = +2.0$ m'de bulunmaktadır. Bu iki yükün oluşturacağı elektrik alanının x–ekseni boyunca nerede sıfır olacağını bulunuz.

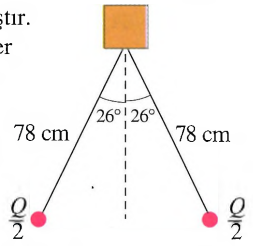
78. Bir çamaşır kurutucusundan giysiler çıkarıldığında, 40 g'lık bir çorabın bir kazağın alt tarafına sımsıkı şekilde yapıştığı görülmüştür. Çorap ve kazak arasındaki minimum çekici kuvveti hesaplayınız. Çorap ve kazak üzerindeki minimum yükü hesaplayınız. Bütün yüklenmenin çorabın kazağa sürtünmesinden meydana geldiğini, bu durumda çorap ve kazağın eşit ve zıt yüklere sahip olduğunu ve kazağın kabaca düzgün yüklenmiş düz bir levha olduğunu varsayınız.

79. Yalıtkan bir plastik ile kaplanmış olan kurşun bir küre, Şekil 21–71'de görüldüğü gibi düşey olarak bir yayın ucuna asılmıştır (yay sabiti, $k = 126$ N/m). Denge durumunda iken toplam kütlesi 0.650 kg olan kaplanmış kürenin merkezi, masa üzerinden 15.0 cm yukarıdadır. Küre denge durumundan 5.00 cm aşağıya çekilir, $Q = -3.00 \times 10^{-6}$ C'luk bir elektrik yükü kürede depolanır ve daha sonra serbest bırakılır. Harmonik salınıcı hakkındaki bilgilerinizi kullanarak, kürenin altında masa üzerindeki P noktasında ölçülen elektrik alan şiddetini zamanın fonksiyonu olarak yazınız.



ŞEKİL 21–71
Problem 79.

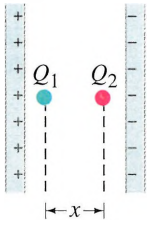
80. Büyük bir elektroskop her iki ucunda 24 g'lık küçük kürelerin bulunduğu 78 cm uzunluğundaki tellerin oluşan 'yapraklar' dan yapılmıştır. Yüklendiğinde neredeyse bütün yükler kürede bulunur. Her bir tel düşeyle 26^0 açı yapıyorsa (Şek.21–72), elektroskopa uygulanan toplam Q yükü ne kadardır? Telin kütlesini ihmal ediniz.



ŞEKİL 21–72
Problem 80.

81. Elektrik alan 3×10^{-6} N/C değerini geçerse, kuru havanın yapısı bozulacak ve kıvılcım üretilecektir. Çapı 0.75 cm olan bir bezelye kendiliğinden deşarj olmadan önce, bezelye içerisinde kaç tane yük birikir? (*İpucu*: r, kürenin merkezinden ölçülürse, Dnk. 21–4 kürenin dışı için geçerlidir.)

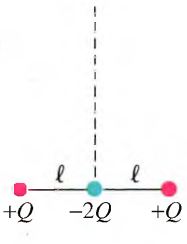
82. İki nokta yük, $Q_1 = -6.7\,\mu$C ve $Q_2 = 1.8\,\mu$C, Şek. 21–73'de gösterildiği gibi zıt yüklü paralel plakalar arasına yerleştirilmiştir. Bu iki nokta yük arasındaki uzaklık $x = 0.34$ m'dir. Yüklü plakalar tarafından oluşturulan elektrik alanın düzgün ve $E = 73{,}000$ N/C'a eşit olduğunu varsayınız. Q_1 üzerindeki net elektrostatik kuvveti hesaplayınız ve yönünü belirleyiniz.



ŞEKİL 21–73
Problem 82.

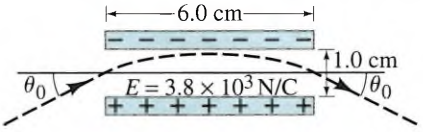
83. Sünger parçalarından yapılmış bir dolgu materyali olan polisitrin kolayca yüklü hale getirilebilir ve bu parçalar birbirlerine yapıştırılabilir. Bu materyalin yoğunluğu yaklaşık olarak 35 kg/m^3'tür. 2.0 cm çaplı sünger polisitrin küresinde kaç tane yük olabileceğini hesaplayınız. Birbirine yapışmış iki küre arasındaki elektrik kuvvetin bir kürenin ağırlığına eşit olduğunu varsayınız.

84. Elektrik *kuadrupol*ün bir çeşidi, iki dipolün negatif yüklü uçları üst üste gelecek şekilde birleşimidir: böylece, merkezde $-2Q$, aynı hat üzerinde her iki yanında birer $+Q$ yükü bulunmaktadır (Şekil 21–74). Orta dikme boyunca olan noktalardaki E elektrik alanını tanımlayınız ve elektrik alanının $1/r^4$ ile azaldığını gösteriniz. r, $-2Q$' dan olan uzaklıktır. $r >> \ell$ olduğunu varsayınız.



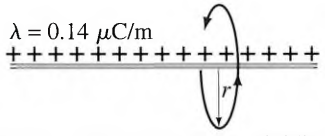
ŞEKİL 21–74
Problem 84.

85. Şekil 21–75'de gösterildiği gibi, elektronların düzgün bir elektrik alana yatayla θ_0 yapacak şekilde iki plakanın ortasından girdiğini düşününüz. Elektronların izlediği yol simetrik olduğu için elektronlar plakalar arasından geçtikten sonra aynı θ_0 açısında ayrılarak yollarına devam ederler ve plakalar arasında iken elektronlar üstteki plakaya ucu ucuna yetişemezler. Bu durumda θ_0 kaç derecedir? Elektrik alanın kenarlarda düzgün olmamasını ihmal ediniz.



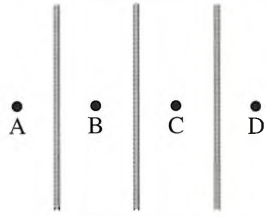
ŞEKİL 21–75
Problem 85.

86. Bir elektron, Şek. 21–76'da gösterildiği gibi, vakum içerisinde düzgün olarak yüklü uzun bir telin etrafında, r yarıçaplı bir daire boyunca dönmektedir. Tel üzerindeki yük yoğunluğu $\lambda = 0.14\ \mu C/m$ 'dir. (a) Elektron üzerindeki elektrik alanı nedir? (λ ve r' ye bağlı olarak büyüklüğü ve yönü nedir?) (*b*) Elektronun hızı nedir?



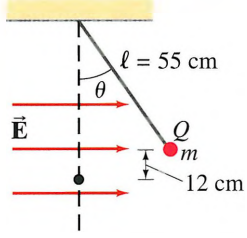
ŞEKİL 21–76
Problem 86.

87. Üç büyük kare plakanın yükü Şek. 21–77'de gösterildiği gibidir. Soldan sağa, plakaların alan başına yük yoğunlukları $-0.50\ \mu C/m^2$, $+0.25\ \mu C/m^2$, ve $-0.35\ \mu C/m^2$ 'dir. A, B, C ve D noktalarındaki toplam elektrik alanını (büyüklüğünü ve yönünü) bulunuz. Plakaların AD aralığından çok daha geniş olduğunu farz ediniz.



ŞEKİL 21–77
Problem 87.

88. 15,000 N/C'luk düzgün yatay bir elektrik alanda bulunan, 55 cm uzunluğunda yalıtkan bir sicimin ucundaki bir nokta yük ($m = 1.0$g), Şekil 21–78'de gösterildiği gibi sarkacın pozisyonu, en alt (düşey) noktanın 12 cm yukarısında (düşey) iken denge durumundadır. Eğer elektrik alanının yönü sağa doğru ise (Şek.21–78), nokta yükün büyüklüğünü ve işaretini belirleyiniz.

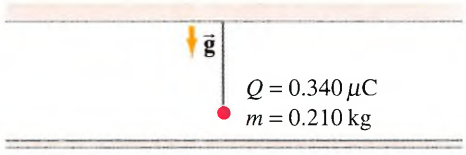


ŞEKİL 21–78
Problem 88.

89. Her birinin yükü 8 μC olan dört eşit pozitif noktasal yük, kenarları 9.2 cm olan bir karenin köşelerindedir. Bütün yüklerin dengede olabilmesi için karenin merkezindeki yük ne olmalıdır? Bu durum düzlemde kararlı mı yoksa kararsız denge durumu mu yaratır?

90. İki adet özdeş Q yükü taşıyan iletken A ve B küreleri arasındaki uzaklık R'dir. (*a*) B küresinin A küresi üzerine uyguladığı kuvvet nedir? (*b*) A ve B küreleri ile aynı özellikteki yüksüz C küresi B küresine dokunduruluyor ve uzaklaştırılıyor. A küresine etki eden net kuvvet nedir? (*c*) C küresi geri getirilip A küresi ile temas ettirilip uzaklaştırılıyor. Bu üçüncü durumda A küresine etkiyen kuvvet ne kadardır?

91. Kütlesi 0.210 kg ve net yükü +0.340 μC olan bir noktasal yük, yüklü büyük bir levhanın üzerinde bulunan yalıtkan bir sicimin ucunda asılıdır. Düzgün yüklü yatay levha, noktasal yükün etrafında düzgün bir düşey elektrik alan oluşturur. Bu durumda sicimdeki gerilme 5.18 N olarak ölçülmüştür. (*a*) Şek. 21–79'da gösterilen yüklü levhadan dolayı oluşan elektrik alanının büyüklüğünü ve yönünü bulunuz. (*b*) Levhanın yüzeyindeki yük yoğunluğu σ (C/m^2) ne kadardır?



ŞEKİL 21–79
Problem 91.

92. Pozitif iyonlar, her biri $+Q$ yüklü ve yanındakinden d mesafesi ile ayrılmış bir dizi sıra halinde, bir boyutlu olarak x-ekseninin sağ yarısında dizilmişlerdir. Yani, $x = 0$ da, $x = +d$ de, $x = +2d$, $x = +3d$ ...∞ , noktalarında birer $+Q$ yükü vardır. (*a*) Eğer bir elektron $x = -d$ noktasına konursa, bu yük dizisinin elektrona uygulayacağı kuvvetin büyüklüğü olan F'yi belirleyiniz. (*b*) Eğer elektron $x = -3d$ noktasında yerleştirilseydi, F'nin değeri ne olacaktı? [*İpucu*: n tamsayı ise

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.\ ]$$

* Sayısal / Bilgisayar

***93.** (III) a yarıçaplı halka yapılı ince bir cisim, genişliği boyunca düzgün olarak dağılmış toplam Q yükü içerir. Merkezinden x uzaklığındaki bir noktadaki elektrik alan Dnk.21–9'da verilmiştir:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qx}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

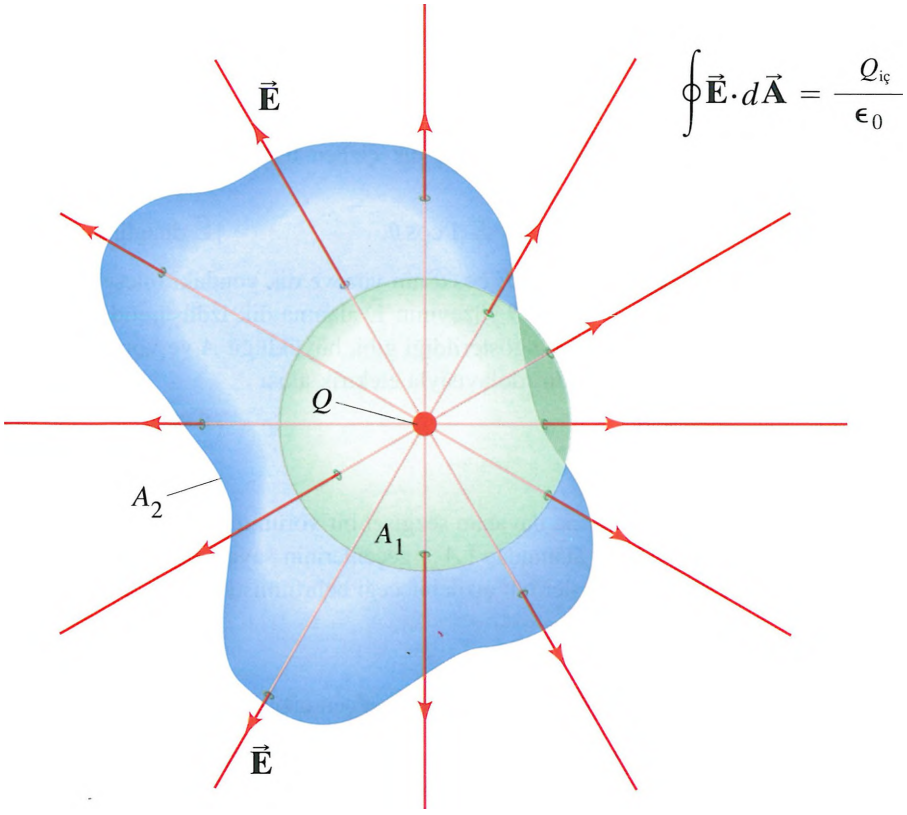
(*a*) Eşitliğin türevini alıp, E_x' in x- ekseninde $(x > 0)$ hangi noktada maksimum olduğunu bulunuz. $Q = 6.00\ \mu C$ ve $a = 10.0$ cm olarak alınız.

(*b*) 0.1 cm'lik adımlarla $x = 0$ dan $x = 12$'ye kadar elektrik alanı hesaplayınız. Elektrik alanın grafiğini çiziniz. Grafiğin maksimum noktası ile analitiksel olarak gözlemlediğiniz elektrik alanın maksimumu eşdeğer mi? (*c*) Halkanın ve (*d*) halkanın ortasındaki Q= 6.00 μC'luk nokta yükün elektrik alanını hesaplayınız ve grafiğini çiziniz. $x = 0$'dan (veya $x = 1$ cm'den) $x = 50.0$ cm'ye kadar $x = 1.0$ cm adımlarla iki elektrik alanını aynı grafikte çiziniz ve alanların merkezden büyük uzaklıklarda birbirine yaklaştığını gösteriniz. (*e*) Halkanın elektrik alanı hangi uzaklıkta noktasal yükünkünden %10 farklıdır?

***94.** (III) 8.00 μC'luk bir yük, bir koordinat sisteminin x ekseni üzerinde $x = +5.00$ cm'de; -2.00 μC'luk bir yük, $x = -5.00$ cm'dedir. (*a*) x ekseni üzerinde $x = -30.0$ cm ile $x = +30.0$ cm arasındaki noktalar için elektirik alanının x bileşeninin grafiğini çizin. E_x'in işareti E sağa doğruysa pozitif, sola doğruysa negatiftir. (*b*) y ekseni üzerinde $y = -30.0$'den +30.0 cm'ye kadar olan noktalar için E_x ve E_y'nin grafiğini çizin.

Alıştırmaların Cevapları

A: (*e*).
B: 5 N.
C: 1.2 N, sağa doğru
D: (*a*) Hayır; (b) Evet, aralarındaki orta noktada.
E: (*d*) Eğer iki + yük zıt köşelerde değilse (simetriyi kullanınız).



Gauss yasası elektrik yükü ile elektrik alanı arasında şık bir bağıntıdır. Bu, Coulomb yasasından daha geneldir. Gauss yasasında, kapalı bir yüzey üzerindeki her bir noktada $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanının integrali alınır. Bu yüzey hayalidir, yüzeyin şekli ve yerini integrali alabileceğimiz şekilde seçeriz. Yandaki şekilde, aynı noktasal Q yükünü çevreleyen iki farklı yüzey gösterilmektedir. Gauss yasası $d\vec{\mathbf{A}}$ sonsuz küçük bir yüzey alanı olmak üzere, $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$, çarpımının bütün yüzey üzerinden integralinin, bu yüzeyin içinde kalan $Q_{iç}$ yükünün ϵ_0'a bölümüne eşit olduğunu belirtir. Buradaki iki yüzey de aynı Q yükünü çevrelemektedir, dolayısıyla $\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$ integrali her iki yüzey için de aynıdır.

BÖLÜM 22

Gauss Yasası

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin ediniz?

İletken olmayan bir küre, her yerinde aynı olan düzgün bir yük yoğunluğuna sahiptir. Kürenin içindeki elektrik alanının büyüklüğü merkezden itibaren nasıl değişir?

(a) Elektrik alanı her yerde sıfırdır.
(b) Elektrik alanı her yerde aynıdır fakat sıfır değildir.
(c) Elektrik alanı merkezden dışarı doğru doğrusal biçimde artar.
(d) Elektrik alanı merkezden dışarı doğru üstel olarak artar.
(e) Elektrik alanı merkezden dışarı doğru mesafenin karesiyle artar.

İÇERİK

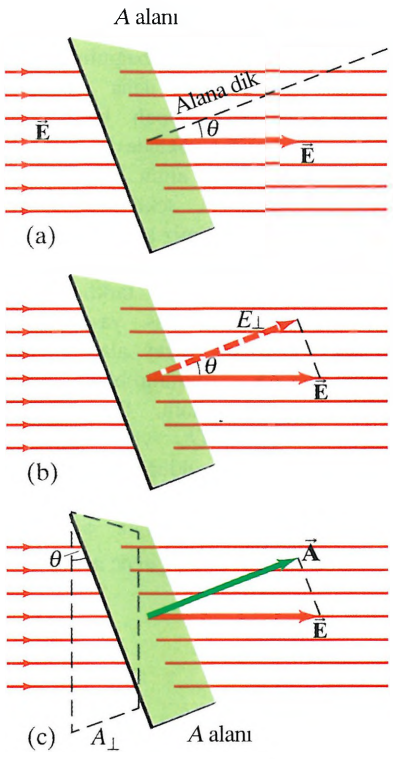
22–1 Elektrik Akısı
22–2 Gauss Yasası
22–3 Gauss Yasasının Uygulamaları
*22–4 Gauss ve Coulomb Yasalarının Deneysel Dayanağı

Büyük matematikçi Karl Friedrich Gauss'ın (1777-1855), geliştirdiği, Gauss yasası olarak bilinen önemli bağıntıyı bu Bölümde açıklayıp kullanacağız. Bu, elektrik yükü ile elektrik alanı arasındaki bir bağıntıdır; Coulomb yasasının daha genel ve daha açık bir halidir.

Aslında, belirli bir yük dağılımından dolayı oluşan elektrik alanını Coulomb yasasını kullanarak bulabiliriz. Herhangi bir noktadaki toplam elektrik alanı, var olan bütün yüklerden gelen katkıların vektörel toplamıdır (veya integralidir) (bknz. Dnk.21.6). Bazı basit haller dışında, bu toplam veya integralin bulunması çok karmaşık olabilir. Analitik bir çözümün mümkün olmadığı durumlarda (Kısım 21.6 ve 21.7'deki örneklerde çözülenler gibi) bir bilgisayar kullanılabilir.

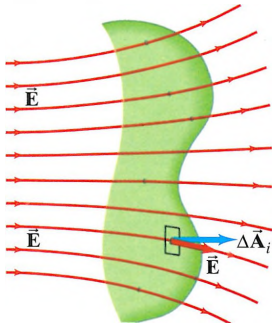
Belirli bir yük dağılımından dolayı oluşan elektrik alanı, bazı durumlarda, bu Bölümde görüleceği gibi, Gauss yasası kullanılarak daha kolay ve basitçe hesaplanabilir. Fakat Gauss yasasının ana önemi, elektrostatik alanların doğasını anlamamıza yardımcı olması ve yük ile alan arasında daha genel bir bağıntı vermesidir.

Gauss yasasının üstünde durmadan önce, akı kavramını inceleyelim.

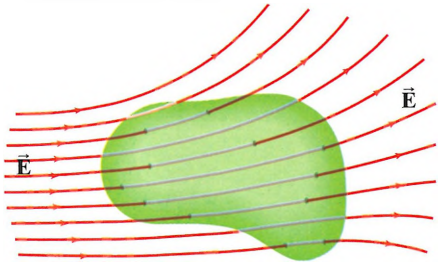


ŞEKİL 22–1 (*a*) Bir düz A yüzey alanından geçen düzgün $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanı. (*b*) $E_\perp = E\cos\theta$ $\vec{\mathbf{E}}$'nin A alanının düzlemine dik bileşenidir. (*c*) $A_\perp = A\cos\theta$, A alanının $\vec{\mathbf{E}}$'ye dik izdüşümüdür.

ŞEKİL 22–2 Bir eğri yüzeyden geçen elektrik akısı. Yüzeyin küçük bir $\Delta\vec{\mathbf{A}}_i$, alanı gösterilmiştir.



ŞEKİL 22–3 Bir kapalı yüzeyden geçen elektrik akısı.



22–1 Elektrik Akısı

Gauss yasası, belli bir alandan geçen elektrik alanına işaret eden elektrik akısı kavramını kullanır. Şek. 22-1a'da gösterildiği gibi, A alanından geçen düzgün bir $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanı için Φ_E elektrik akısı şöyle tanımlanır:

$$\Phi_E = EA\cos\theta,$$

Buradaki θ elektrik alanının yönü ile bu alana dik çizilen doğru arasındaki açıdır. Akı, eşdeğer biçimde

$$\Phi_E = E_\perp A = EA_\perp = EA\cos\theta, \qquad [\vec{\mathbf{E}} \text{ düzgün}] \quad \textbf{(22–1a)}$$

şeklinde de yazılabilir. Buradaki $E_\perp = E\cos\theta$'nin yüzeye dik yöndeki bileşenidir (Şek. 22-1b) ve benzer şekilde $A_\perp = A\cos\theta$ yüzeyinin $\vec{\mathbf{E}}$ alanına dik izdüşümüdür (Şek.22-1c). Bir yüzeyin A alanı, Şek.22-1c'de gösterildiği gibi, büyüklüğü A ve yönü bu yüzeye dik olan $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{A}}$ arasındaki açı θ 'dır, dolayısıyla elektrik akısı

$$\Phi_E = \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{A}}. \qquad [\vec{\mathbf{E}} \text{ düzgün}] \quad \textbf{(22–1b)}$$

şeklinde de yazılabilir.

Elektrik akısının alan çizgilerine dayanan sezgisel bir yorumu vardır. Kısım 21-8'de, elektrik alanına dik birim yüzey alanından $(A_\perp)$ geçenlerinin sayısı alanın büyüklüğüyle (E) orantılı olacak şekilde alan çizgilerinin çizilebileceği belirtilmişti: yani, $E \propto N/A_\perp$ Buradan,

$$N \propto EA_\perp = \Phi_E,$$

yazılabilir, o halde bir alandan geçen akı bu alandan geçen çizgilerin sayısıyla orantılıdır.

ÖRNEK 22–1 **Elektrik akısı.** Şek.22-1a'da gösterilen dikdörtgenden geçen elektrik akısını hesaplayınız. Bu dikdörtgen 10 cm 20 cm boyutundadır, düzgün olan elektrik alanı 200 N/C ve θ açısı 30°'dir.

YAKLAŞIM $\Phi_E = \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{A}} = EA\cos\theta$ akı tanımı kullanılacaktır.

ÇÖZÜM Elektrik akısı

$$\Phi_E = (200\,\text{N/C})(0.10\,\text{m} \times 0.20\,\text{m})\cos 30° = 3.5\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}.$$

ALIŞTIRMA A Aşağıdakilerden hangisi elektrik alanının $(10\,\text{N})\hat{\mathbf{j}}$? olduğu xz düzleminde bulunan bir çemberden geçen elektrik akısında değişmeye neden olur? (*a*) elektrik alanın büyüklüğündeki değişme. (*b*) Çemberin boyutunun değişmesi. (*c*) Çemberin xy düzleminde bulunacak şekilde çevrilmesi. (*d*) Yukarıdakilerin hepsi. (*e*) Yukarıdakilerin hiçbirisi.

Şek.22.2'deki gibi $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanının her yerde aynı (düzgün) ve yüzeyin düz olmadığı daha genel durumda, seçilen yüzey, alanları $\Delta A_1, \Delta A_2, \ldots \Delta A_n$ olan n tane kısma ayırılır,. (1) Her bir ΔA_i düz kabul edilebilecek kadar küçük seçilir, ve (2) bu küçük alan üzerindeki elektrik alanı o kadar az değişir ki, düzgün sayılabilir. Yüzeyin tümünden geçen elektrik akısı yaklaşık

$$\Phi_E \approx \sum_{i=1}^{n} \vec{\mathbf{E}}_i \cdot \Delta\vec{\mathbf{A}}_i,$$

olur. Buradaki $\vec{\mathbf{E}}_i$, $\Delta\vec{\mathbf{A}}_i$ 'den geçen elektrik alanıdır $\Delta\vec{\mathbf{A}}_i \to 0$, limitinde bu toplam bütün yüzey üzerinden alınan integral olur ve bağıntı bir eşitliğe dönüşür:

$$\Phi_E = \int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}. \qquad \textbf{(22–2)}$$

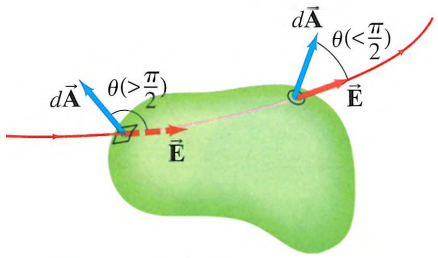
Gauss yasası, *kapalı* bir yüzeyden, yani Şek.22.3'te görüldüğü gibi, bir hacmi tamamen içine alan herhangi bir şekildeki bir yüzeyden geçen *toplam* akıyla ilgilidir. Bu durumda kapalı yüzeyden geçen net akı

$$\Phi_E = \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}, \qquad \textbf{(22–3)}$$

ile verilir. İntegral işareti, integralin $\oint$'nin kapalı yüzeyin her noktasındaki değerleri üzerinden alındığını belirtmek için, $\vec{\mathbf{E}}$ şeklinde yazılır.

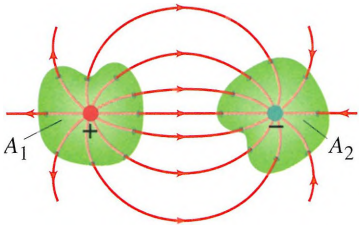
Şimdiye kadar bir yüzeyi temsil eden $\vec{\mathbf{A}}$ veya $d\vec{\mathbf{A}}$ vektörlerinin yönlerindeki belirsizlikle ilgilenmedik. Örneğin, Şek.22-1c'deki $\vec{\mathbf{A}}$ vektörü (gösterildiği gibi) yukarı sağa veya aşağıya sola doğru yönelip bu yüzeye dik olabilir. Kapalı bir yüzey için $\vec{\mathbf{A}}$ veya $d\vec{\mathbf{A}}$ 'nın yönlerini, Şek.22.4'teki gibi bu kapalı hacimden *dışarıya doğru* (keyfi olarak), tanımlarız. Şek.22.4'ün sağındaki gibi kapalı hacmi terkeden bir elektrik alan çizgisi için, $\vec{\mathbf{E}}$ ile $d\vec{\mathbf{A}}$ arasındaki θ açısı $\pi/2\ (=90°)$ 'den küçük; bundan dolayı da $\cos\theta > 0$ olur. Şek.22.4'ün solundaki gibi hacme giren bir çizgi için $\theta > \pi/2$; dolayısıyla $\cos\theta < 0$; yani kapalı hacme giren akı negatif $\left(\int E\cos\theta\, dA < 0\right)$, hacmi terkeden akı ise pozitiftir. Bu yüzden Dnk.22-3 hacimden *dışarıya doğru* olan net akıyı verir. Φ_E negatif ise, net akı hacmin *içine* doğrudur.

Şek. 22-3 ve 22-4'te, hacme giren her alan çizgisi bu hacmi terketmektedir. Dolayısıyla $\Phi_E = \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$ olur. Bu kapalı yüzeyin içine ve dışına doğru bir net akı yoktur. Sadece bu yüzey içinde başlayan veya son bulan bir veya daha fazla çizgi varsa $\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$ akısı sıfır olmaz. Elektrik alan çizgileri sadece elektrik yüklerinden başladıkları veya son buldukları için, ancak yüzeyin içinde net bir yük varsa akı sıfır olmaz. Örneğin, Şek.22-5'te A_1 ile gösterilen yüzeyin içinde bir pozitif yük vardır, bu yüzden dışa doğru net akı $(\Phi_E > 0)$ olur. A_2 yüzeyinin içinde eşit büyüklükte negatif yük bulunduğundan içeriye doğru net akı $(\Phi_E < 0)$ 'dır. Şek.22-6'da gösterilen durumda yüzeyden geçen akı negatiftir (çizgileri sayınız). Φ_E'nin değeri yüzeyin sarmaladığı yüke bağlıdır, Gauss yasası işte bunun hakkındadır.

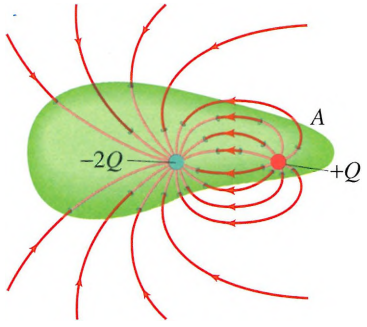


ŞEKİL 22–4 $d\vec{\mathbf{A}}$ alan elemanının yönü kapalı yüzeyden dışarıya doğrudur.

ŞEKİL 22–5 Bir elektrik dipolü. A_1 yüzeyinden geçen akı pozitiftir. A_2 yüzeyinden geçen akı negatiftir.



ŞEKİL 22–6 A yüzeyinden geçen net akı negatiftir.



22–2 Gauss Yasası

Bir kapalı yüzeyden geçen elektrik akısıyla bu yüzeyin içindeki net yük arasındaki ilişki Gauss yasasıyla belirtilir:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q_{\text{iç}}}{\epsilon_0}, \qquad \textbf{(22–4)}$$

Buradaki ϵ_0 Coulomb yasasında da görünen sabittir (boş uzayın bırakırlığı). Soldaki integral, $\vec{\mathbf{E}}$ 'nin bir kapalı yüzey üzerindeki değerleri üzerinden alınır ve bu yüzey, verilen bir durum için uygun görülen herhangi bir şekilde seçilebilir. $Q_{\text{iç}}$ bu yüzeyin içinde kalan net yüktür. Bu yüzey içinde yükün nereye ve nasıl dağıldığı önemli değildir. Yüzeyin dışındaki yükler hesaba katılmamalıdır. Seçilen yüzeyin dışındaki bir yük elektrik alanı çizgilerinin yerini etkileyebilir, fakat yüzeye giren ve çıkan çizgilerin net sayısını etkilemez. Örneğin, Şek.22-5'teki A_1 Gauss yüzeyi için $Q_{\text{iç}}$, A_1'in çevrelediği pozitif yüktür; negatif yük A_1'deki elektrik alanına katkıda bulunur, fakat bu yük, A_1 yüzeyinin içinde değildir dolayısıyla $Q_{\text{iç}}$ için hesaba katılmaz.

Şimdi Gaussyasasının Coulomb yasasıyla olan ilişkisini görelim. Önce Gauss yasasından Coulombyasasının nasıl çıktığını gösterelim. Şek.22-7'de bir tek yalıtılmış Q yükü görülüyor. "Gauss yüzeyi" olarak bu yükü merkez alan r yarıçaplı bir hayali küre seçelim. Gauss yasası herhengi bir yüzeyde geçerli olduğundan, hesabımızı kolaylaştıracak bir yüzey seçiyoruz. Merkezdeki yükün etrafındaki bu hayali küre simetrik olduğundan, bu yüzeyin herhangi bir noktasındaki $\vec{\mathbf{E}}$'nin aynı büyüklükte olduğunu ve bu yüzey alanının bir elemanı olan $d\vec{\mathbf{A}}$ 'ya paralel dışa doğru (veya içe doğru) radyal olarak yöneldiğini biliyoruz. r yarıçaplı bir kürenin yüzey alanı $4\pi r^2$ ve $\vec{\mathbf{E}}$'nin büyüklüğü bu küresel yüzeyin bütün noktalarında aynı olduğundan Gauss yasasındaki integral,

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \oint E\, dA = E\oint dA = E(4\pi r^2)$$

şeklinde yazılabilir çünkü $\vec{\mathbf{E}}$ ve $d\vec{\mathbf{A}}$ her noktada yüzeye dik ve $\cos\theta = 1$'dir. $Q_{\text{iç}} = Q$ alınmasıyla, Gauss yasası,

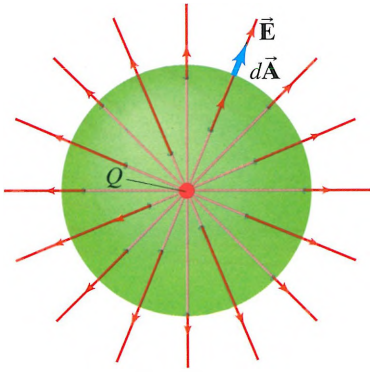
$$\frac{Q}{\epsilon_0} = \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = E(4\pi r^2)$$

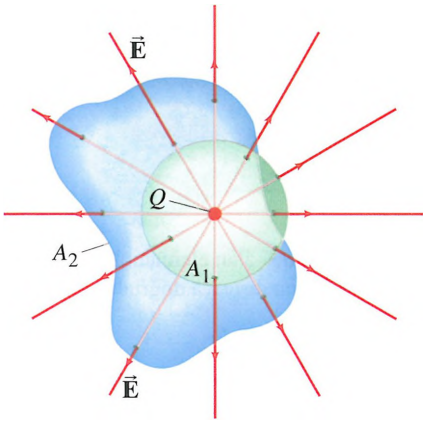
haline gelir. $\vec{\mathbf{E}}$ çekilirse, elektrik alanı için Coulomb yasası olan ve Dnk.21-4b'de verilen

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

elde edilir.

ŞEKİL 22–7 r yarıçaplı bir hayali kürenin ("Gauss yüzeyi"miz- yani, bu probleme Gauss yasasını uygulamak için seçilen kapalı yüzey) merkezindeki bir noktasal Q yükü.





ŞEKİL 22–8 A_1 küresel yüzeyiyle çevrili bir tek noktasal yük, ve düzensiz A_2 yüzeyi.

Şimdi de tersini yapıp durgun elektrik yükleri için Coulomb yasasından Gauss yasasını çıkaralım*. Şimdi Şek. 22-7'deki gibi (ve Şek. 22-8 de tekrar yeşil renkle gösterilen) bir hayali küresel yüzey tarafından çevrilmiş bir tek Q nokta yükünü ele alalım. Coulomb yasası bu küresel yüzeydeki elektrik alanının $E = (1/4\pi\epsilon_0)(Q/r^2)$ olduğunu söyler. Kullandığımız akıl yürütmeyi tersine çevirirsek

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \oint \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,dA = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

elde ederiz. Bu, $Q_{iç} = Q$ için Gauss yasasıdır, ve merkezinde bir nokta yük bulunan özel bir küresel yüzey için çıkarılmıştır. Şek. 22-8'de A_2 ile gösterilen düzgün olmayan yüzey gibi başka yüzeyler hakkında ne söyleyebiliriz? A_1 küresel yüzeyinden geçenlerle (Q yükümüzden kaynaklanan) aynı sayıda alan çizgisi A_2 yüzeyinden de geçer. Bu nedenle, Kısım 22-1'de görüldüğü gibi, bir yüzeyden geçen akı ondan geçen çizgi sayısıyla orantılı olduğundan, A_2'den geçen akı A_1'den geçenle aynı olur:

$$\oint_{A_2} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \oint_{A_1} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Bundan dolayı, bir Q nokta yükünü çevreleyen *herhangi bir* yüzey için,

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

ifadesinin geçerli olmasını bekleriz.

Son olarak, birden fazla yük olması durumunu inceleyelim. Seçilen yüzey tarafından kuşatılan herbir Q_i yükü için,

$$\oint \vec{\mathbf{E}}_i \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q_i}{\epsilon_0},$$

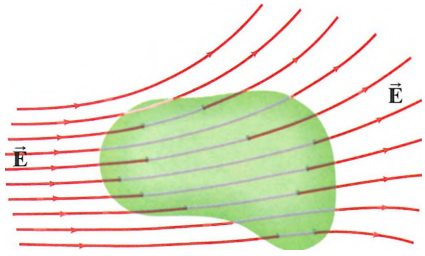
yazılabilir. Burada $\vec{\mathbf{E}}_i$ sadece Q_i tarafından oluşturulan elektrik alanını gösterir. Elektrik alanlarının üst üste konulabilme ilkesi (Kısım 21-6) nedeniyle, toplam $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanı, $\vec{\mathbf{E}} = \Sigma\vec{\mathbf{E}}_i$ şeklinde herbiri ayrı bir yükten kaynaklanan alanların toplamına eşitlenir. Buradan,

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \oint (\Sigma\vec{\mathbf{E}}_i) \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \Sigma\frac{Q_i}{\epsilon_0} = \frac{Q_{iç}}{\epsilon_0},$$

bulunur, burada $Q_{iç} = \Sigma Q_i$ bu yüzey içinde bulunan toplam net yüktür. Bu basit akıl yürütmeye dayanarak, herhangi bir şekildeki kapalı bir yüzeyin sarmaladığı herhangi bir durgun elektrik yükü dağılımı için Gauss yasasının, Coulomb yasasının bir sonucu olduğunu görüyorsunuz.

Coulomb yasasından Gauss yasasının çıkartılması durgun elektrik yüklerinin oluşturduğu elektrik alanları için geçerlidir. Daha sonra elektrik alanlarının, değişken manyetik alanlar tarafından da üretilebileceğini göreceğiz. Coulomb yasası, böyle elektrik alanlarını betimlemek için kullanılamaz. Fakat Gauss yasası, bu yolların herhangi biriyle üretilen elektrik alanları için geçerlidir. Bundan dolayı, *Gauss yasası Coulomb yasasından daha geneldir.* Her çeşit elektrik alanı için geçerlidir.

ŞEKİL 22–9 Bir kapalı yüzeyden geçen elektrik akısı. (Şek. 22-3'tekiyle aynı) Bu yüzey, bir elektrik yükünü çevrelememktedir ($Q_{iç}$=0).



Bu Bölümde ele aldığımız statik elektrik alanları için bile, Gauss bağıntısının sol tarafındaki $\vec{\mathbf{E}}$ 'nin, mutlaka sadece sağ taraftaki $Q_{iç}$ yükünden kaynaklanmadığını bilmek önemlidir. Örneğin, Şek.22-9'daki hayali Gauss yüzeyinin bütün noktalarında $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanı vardır, fakat bu, yüzeyin çevrelediği yüklerden dolayı oluşmamaktadır (bu durumda $Q_{iç} = 0$'dır). Gauss bağıntısının solunda görülen $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanı, seçilen Gauss yüzeyinin her noktasındaki toplam elektrik alanıdır, sadece.sağ taraftaki $Q_{iç}$ yükünden kaynaklanan elektrik alanı değildir. Gauss yasası herhangi bir yüzeydeki toplam elektrik alanı için geçerlidir. Bize, elektrik alanının herhangi bir yüzeye giren ve çıkan akıları arasındaki farkın bu yüzeyin içindeki yükten kaynaklandığını belirtir.

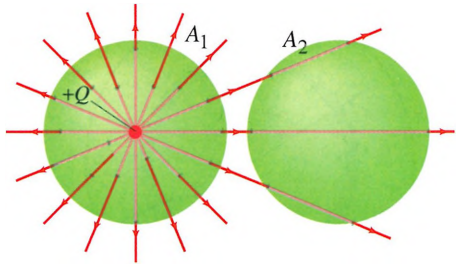
*Coulomb yasasında önce kullandığımız $k = 1/4\pi\epsilon_0$ tsabiti (Dnk. 21-1 veya 21-4a) cinsinden Gauss yasasının ifadesinin daha karmaşık olduğunu belirtelim

Coulmb yasası	*Gauss yasası*
$E = k\frac{Q}{r^2}$	$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 4\pi kQ$
$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$	$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q}{\epsilon_0}$

Gauss yasası ϵ_0'ın kullanılmasıyla, Coulomb yasası ise k'nın kullanılmasıyla daha basit bir hal alır. Gauss yasasının daha genel olduğu düşünüldüğünden ve bu bakımdan onun daha basit şekilde ifadesi tercih edildiğinden k 'dan ziyade ϵ_0 kullanılmaktadır.

KAVRAMSAL ÖRNEK 22–2 **Gauss yasasından akının bulunması.** Şek.22-10'daki gibi A_1 ve A_2 ile gösterilen iki gauss yüzeyini göz önüne alalım. Mevcut tek yük A_1 yüzeyinin merkezindeki Q yüküdür. A_1 ve A_2 yüzeylerinin her birinden geçen net akı nedir?

YANIT A_1 yüzeyinde $+Q$ yükü vardır. Gauss yasasıyla, A_1'den geçen net akının Q/ϵ_0. olduğu bulunur. Bu $+Q$ yükü, A_2 yüzeyinin dışındadır. A_2 yüzeyinin içinde yük bulunmadığından, A_2'den geçen akının sıfır olduğu Gauss yasasıyla bulunur. A_2 yüzeyinin çevrelediği hacimden giren bütün alan çizgilerinin A_2 yüzeyini terkettiğine dikkat edelim.



ŞEKİL 22–10 Örnek 22-2. İki gauss yüzeyi.

ALIŞTIRMA B Bir A küresel gauss yüzeyinin merkezinde bir Q net yükü bulunuyor. Bu A yüzeyinin çok yakınına dışarıya bir yük konulduğu zaman, A küre yüzeyinden geçen toplam akı (*a*) değişmez, (*b*) iki katına çıkar, (*c*) yarı yarıya azalır, (*d*) bunların hiçbiri olmaz.

ALIŞTIRMA C Bir küçük kutuda yük miktarları 2.95 μC olan üç yük bulunuyor. Bu kutudan çıkan net akı ne olur? (*a*) $3.3 \times 10^{12}\,\mathrm{N\cdot m^2/C}$, (*b*) $3.3 \times 10^{5}\,\mathrm{N\cdot m^2/C}$, (*c*) $1.0 \times 10^{12}\,\mathrm{N\cdot m^2/C}$, (*d*) $1.0 \times 10^{6}\,\mathrm{N\cdot m^2/C}$, (*e*) $6.7 \times 10^{6}\,\mathrm{N\cdot m^2/C}$.

Uygulamalarda Gauss yasasındaki integralin hesabının çoğunlukla oldukça zor olduğunu belirtmeliyiz. Şu anda incelediğimiz basit durumlar haricinde bunu yapmamız pek gerekmez.

22–3 Gauss Yasasının Uygulamaları

Gauss yasası, elektrik yüküyle elektrik alanı arasındaki bağıntıyı veren derli toplu ve şık bir bağıntıdır. Aynı zamanda, yük dağılımı basit ve/veya yüksek mertebeden simetrik olduğunda elektrik alanının hesabı için basit bir yol da sağlamaktadır. Fakat, Gauss yasasını uygulayabilmek için, "gauss" yüzeyinin $\vec{\mathbf{E}}$'nin belirlenmesini sağlayacak şekilde çok dikkatli seçilmesi (Gauss yasasının sol tarafındaki integralin alınması için) gerekir. Genellikle yüzeyin tamamında veya bazı bölgelerinde E'nin sabit olmasına izin verecek simetriye sahip bir yüzey bulmayı deneriz. Bazen bir kısmından geçen akının sıfır olduğu bir yüzey seçeriz.

ÖRNEK 22–3 **Küresel iletken.** r_0 yarıçaplı ince bir küresel kabuğun üzerine düzgün dağılmış bir toplam Q yükü bulunsun (Şek.22-11). (*a*) Bu kabuğun dışında ve (*b*) içindeki noktalardaki elektrik alanını bulunuz. (*c*) Bu iletken bir katı küre olsaydı, elektrik alanları ne olurdu?

YAKLAŞIM Yük simetrik dağıldığından, elektrik alanı da simetrik olmalıdır. O halde bu küre dışındaki elektrik alanı radyal olarak dışa doğru ($Q < 0$ ise içe doğru) yönelmeli ve küresel koordinatlardaki açıya değil, sadece r'ye bağlı olmalıdır.

ÇÖZÜM (*a*) Şek. 22-11'de kesikli çizgilerle gösterilen A1 gibi, kabuk ile eş merkezli, r yarıçaplı bir küre ($r < r_0$) hayali gauss yüzeyi olarak seçilirse, elektrik alanı gauss yüzeyi üzerindeki bütün noktalarda aynı büyüklükte olur. $\vec{\mathbf{E}}$ bu yüzeye dik olduğundan $\vec{\mathbf{E}}$ ile $d\vec{\mathbf{A}}$ arasındaki açının kosinüsü daima A_1'dir. Bu durumda Gauss yasası, Dnk.22-4'te $Q_{\text{iç}} = Q$ yazılırsa,

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

olur, burada $4\pi r^2$ r yarıçaplı küremizin (gauss yüzeyi) yüzey alanıdır. Buradan

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}. \qquad [r > r_0]$$

bulunur. Bundan dolayı, düzgün yüklü bir küresel kabuğun dışındaki elektrik alanı, bütün yükün bir nokta yük halinde merkezde toplanmış olması durumundakiyle aynıdır. (*b*) Elektrik alanı bu kabuğun içinde de simetrik olmalıdır. Bundan dolayı E bir küresel gauss yüzeyinin (Şek.22-11'de A_2) üzerindeki bütün noktalarda aynı değerde olmalıdır. Dolayısıyla E integralin dışına alınabilir, ve A_2 küresi içindeki yük sıfır olduğundan, $Q_{\text{iç}}$= 0'lı bağıntı

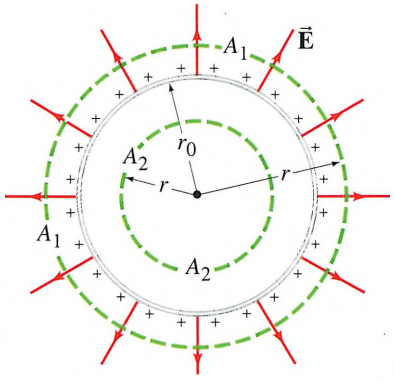
$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = E(4\pi r^2) = 0$$

haline gelir. O halde yüklü bir düzgün küresel kabuk içinde

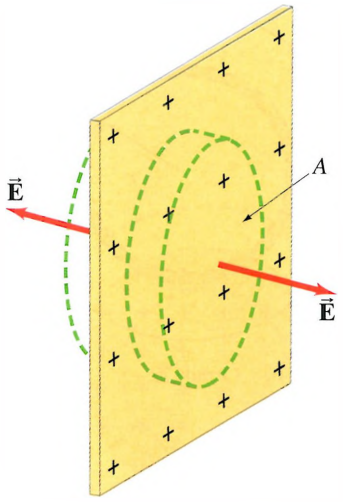
$$E = 0 \qquad [r < r_0]$$

olur.

(*c*) Düzgün yüklü bir katı küresel iletkende, bütün yükler yüzeydeki ince bir tabakada bulunacağından, bu sonuçlar geçerlidir.



ŞEKİL 22–11 Düzgün dağılmış net Q yüklü ve r_0 yarıçaplı ince bir küresel kabuğun enine kesiti. A_1 ve A_2, $\vec{\mathbf{E}}$. 'yi belirlemek için kullanılan iki Gauss yüzeyini temsil ediyor. Örnek 22-3.



ŞEKİL 22–16 Düzgün yüklü, yalıtkan, düz ve geniş bir yüzeyin dışındaki elektrik alanının hesaplanması. Örnek 22-7.

ÖRNEK 22–7 **Yüklü sonsuz düzlem.** Yüzeysel yük yoğunluğu σ (σ = birim yüzey alanındaki yük dQ/dA) olan, çok geniş fakat çok ince ve iletken olmayan düz bir düzlemsel yüzeydeki yük düzgün bir şekilde dağılmıştır. Bu düzleme yakın noktalardaki elektrik alanını bulunuz.

YAKLAŞIM Şek. 22-16'da görüldüğü gibi ekseni bu düzleme dik ve düzlemden geçen bir küçük kapalı silindiri gauss yüzeyimiz olarak seçelim. Simetriden dolayı, $\vec{\mathbf{E}}$'nin şekilde görüldüğü gibi her iki tarafta da düzleme dik yönelmesi ve her birinin yüzey alanı A olan silindirin dış kapaklarında düzgün olması beklenir.

ÇÖZÜM Seçilen silindirik yüzeyin yan yüzeylerinden akı geçmediğinden, bütün akı iki kapaktan geçer. Bundan dolayı Gauss yasasıyla

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 2EA = \frac{Q_{\text{iç}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0},$$

elde edilir. Burada $Q_{\text{iç}} = \sigma A$ gauss silindirimizdeki yüktür. Buradan

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

NOT Bu sonuç, Bölüm 21'de çok daha fazla zahmetle bulduğumuz sonuçla aynıdır, Dnk.21-7. Alan, düzlemin uçlarından uzaktaki ve yüzeyine yakın noktalar için düzgündür.

ÖRNEK 22–8 **Herhangi bir iletken yüzeyin yakınındaki elektrik alanı.** Herhangi bir şekildeki iyi iletken bir yüzeyin hemen dışındaki elektrik alanının

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0},$$

olduğunu gösteriniz. σ, o noktada iletkenin yüzeyindeki yüzeysel yük yoğunluğudur.

YAKLAŞIM Bir önceki Örnekte yaptığımız gibi, küçük bir silindirik kutuyu gauss yüzeyimiz olarak seçelim. Silindirin yüksekliği, dairesel kapaklardan birisi hemen iletkenin üzerinde olacak şekilde çok küçük olsun (Şel.22.17). Diğer kapak iletkenin yüzeyinin hemen altında ve yan yüz iletken yüzeye diktir.

ÇÖZÜM Elektrik alanı, iletkenin içinde sıfır ve yüzeyin hemen dışında yüzeye diktir (Kısım 21-9). Dolayısıyla, elektrik akısı silindirin sadece dışarıdaki kapağından geçer; yan yüzden ve içerdeki kapaktan akı geçmez. Silindir kapağının A alanını, E'nin kapak üzerinde düzgün olarak alınabilmesi için yeterince küçük alalım. Gauss yasasından

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = EA = \frac{Q_{\text{iç}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0},$$

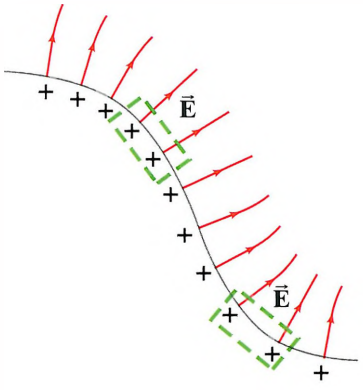
elde edilir. Dolayısıyla,

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \qquad \text{[iletkenin yüzeyinde]} \quad \textbf{(22–5)}$$

bulunur.

NOT Bu faydalı sonuç herhangi bir şekildeki iletkenler için geçerlidir.

ŞEKİL 22–17 Bir iletkenin yüzeyinin yakınındaki elektrik alanı.



⚠ DİKKAT

Ne zaman $E = \sigma/\epsilon_0$ ve ne zaman $E = \sigma/2\epsilon_0$ olur?

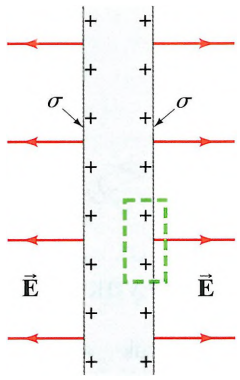
Niçin iletken olmayan geniş bir düzlemin dışındaki alan $E = \sigma/2\epsilon_0$ (Örnek 22-7) iken bir iletkenin dışındaki alan $E = \sigma/\epsilon_0$ (Örnek 22-8) olur? 2 çarpanının sebebi iletken olmayanla iletkenin farkı değildir. Fark, birim alana düşen σ yükünün tanımından gelir. Şek.22'deki ince, düz yalıtkanda yük, yalıtkanın her tarafına dağılabilir (iletkende olduğu gibi zaman sadece yüzeye değil). Birim alandaki yük σ ince yalıtkanın içine dağılmış olan yükün tümünü temsil eder Gauss yüzeyimizin kapakları, her iki tarafta yalıtkanın dışındadır, dolayısıyla yükün tamamını içine alır. Buna karşılık, iletkende yük

sadece dış yüzeylerde birikir. Şek. 22-18'deki gibi bir ince düz iletkende yük her iki yüzeyde de birikir, Şek. 22- 18'de çizilen gibi, bir kapağı iletkenin içinde ve diğeri dışında olan aynı küçük gauss yüzeyi kullanılırsa, $E = \sigma/\epsilon_0$ sonucu elde edilir. İletken için σ'yı, yalıtkan için yaptığımız gibi tanımlarsak bütün iletken için birim alana düşen yükü temsil eder. O zaman Şek.22-18'de her iki yüzeydeki yüzey yükü σ/2 olur ve Gauss yasası $\int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = EA = (\sigma/2)A/\epsilon_0 = \sigma A/2\epsilon_0$ verir, böylece tıpkı yalıtkanda olduğu gibi $E = \sigma/2\epsilon_0$, bulunur. Birim alandaki yük, σ'yı ile tanımlarken dikkatli olmalıyız.

Kısım 21-9'da statik durumda, bir iletken içindeki elektrik alanının, net yükü olsa bile sıfır olduğunu görmüştük. (Aksi takdirde, bu iletken içindeki serbest yükler, her birine etki eden net kuvvet ve dolayısıyla $\vec{\mathbf{E}}$, sıfır oluncaya kadar hareket ederlerdi.). Aynı zamanda bir iletkendeki net elektrik yükün tamamının dış yüzeyinde kalması gerektiğinden de bahsetmiştik. Gauss yasası kullanılarak bu kolayca gösterilir. Şek. 22-19'da görüldüğü gibi, net Q yükü taşıyan ve her hangi bir şekilde olan yüklü bir iletken düşünelim. Şekilde kesik çizgilerle gösterilen gauss yüzeyini iletkenin yüzeyinin tam altında bulunacak ve iletkenin tüm hacmini kapsayacak şekilde seçelim. İletken içinde olduğundan, elektrik alanı bu gauss yüzeyinin üzerindeki bütün noktalarda sıfır olur. Bundan dolayı, iletken içinde net yük olamaz. Herhagi bir net yük iletkenin yüzeyinde bulunmalıdır.

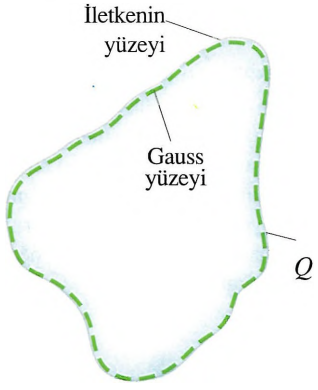
Bir iletken içinde boş bir oyuk varsa, iç yüzeyde de yük birikebilir mi? Şek. 22-20'de görüldüğü gibi, oyuğun hemen üstünde iletken içinde kesikli çizgilerle gösterilmiş olan gauss yüzeyini düşünelim, iletkenin içinde olduğundan $\vec{\mathbf{E}}$'nin bu yüzeyin üstündeki her noktada sıfır olduğunu biliyoruz . Bundan dolayı, Gauss yasasına göre *bu oyuğun yüzeyindeki net yük sıfır olmalıdır.*

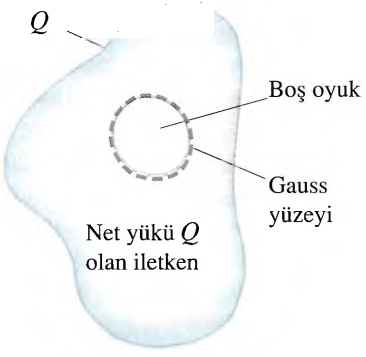
Fakat bu oyuk boş değilse ve onun içinde bir yük varsa ne olur?



ŞEKİL 22–18 Her bir yüzeyindeki yüzey yük yoğunluğu $\sigma' = 2\sigma$ olan yüklü ince bir iletken. Bu iletkenin tamamı için yük yoğunluğu

ŞEKİL 22–19 Yalıtılmış, yüklü gelişigüzel şekilli bir iletkenin yüzeyinin tam altında kesikli çizgiyle gösterilen gauss yüzeyi.



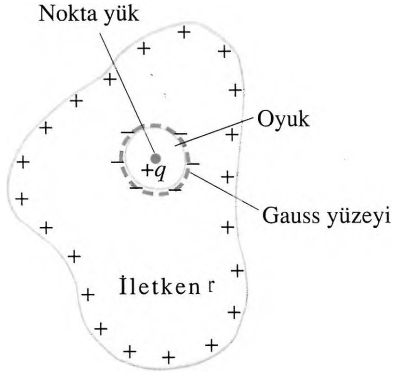


ŞEKİL 22–20 Yüklü bir iletkenin içindeki boş oyuk sıfır net yük taşır.

KAVRAMSAL ÖRNEK 22–9 **İçinde yüklü bir oyuk olan iletken.** Bir iletkenin bir $+Q$ net yükü taşıdığını ve içindeki oyuğun içinde bir +q net yükü bulunduğunu düşünelim. Bu iletkenin yüzeyinin içindeki ve dışındaki yükler hakkında ne söylenebilir?

RESPONSE Şek.22-21'de görüldüğü gibi, oyuğu çevreleyen iletkenin hemen içindeki bir gauss yüzeyinin içindeki net yük sıfır olmalıdır (iletkende $E = 0$'dır). O halde oyuğun yüzeyindeki net yük $-q$ olmalıdır. Bu iletkenin kendisinin net yükü $+Q$'dur, dolayısıyla dış yüzeyi $Q + q$ yükünü taşımalıdır.

ŞEKİL 22–21 Örnek 22–9.



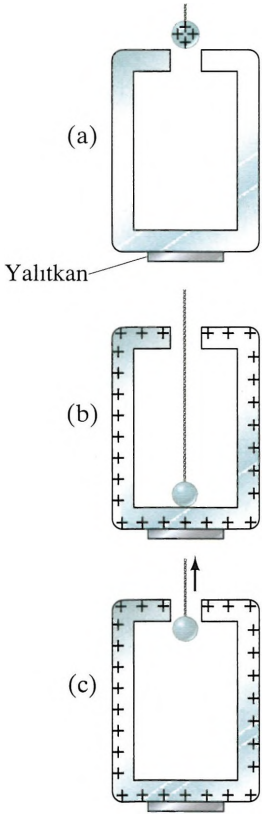
ALIŞTIRMA F Gauss yasası hakkında aşağıdaki ifadelerin hangisi doğrudur? (*a*) Bir yüzeyin içinde kalan yükü bilirsek, daima bu yüzeyin her yerindeki elektrik alanını biliriz. (*b*) Gauss yasasıyla elektrik alanını bulurken, gauss yüzeyi olarak daima bir küre alırız. (*c*) Bir yüzeyden geçen toplam akıyı bilirsek, bu yüzeyin içindeki toplam yükü de biliriz. (*d*) Gauss yasasını sadece elektrik alanı uzayda sabit ise kullanabiliriz.

PROBLEM ÇÖZME

Simetrik yük dağılımları için Gauss yasası

1. Önce yük dağılımının simetrisi belirlenir: küresel, silindirik, düzlemsel. Bu belirleme, bir kısmında veya tamamında $\vec{\mathbf{E}}$'nin sabit ve/veya sıfır olacağı bir gauss yüzeyi seçimine işaret eder: Küresel simetri için bir küre, silindirik simetri için bir silindir ve düzlemsel simetri için bir küçük silindir veya "ilaç tübü".
2. Uygun gauss yüzeyini, elektrik alanını bilmek istediğiniz noktadan geçtiğinden emin olacak şekilde çiziniz.
3. Gauss yüzeyi üzerindeki noktalarda $\vec{\mathbf{E}}$'nin yönünü belirlemek için yük dağılımının simetrisini kullanınız.
4. $\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$ akısını belirleyiniz. Uygun gauss yüzeyinde, $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$ skaler çarpımı sıfıra veya E'nin büyüklüğü yüzeyin tamamında veya bir kısmında sabit olmak koşuluyla $\pm E\, dA$ 'ya eşittir.
5. Bu gauss yüzeyinin *içindeki* yükü hesaplayınız. Önemli olanın sadece yüzeyin içinde kalan yük olduğuna dikkat edin. Gauss yüzeyi dışındaki bütün yükleri yoksayınız.
6. Akıyı içerideki yüke eşitleyip, E'yi çözünüz.

ŞEKİL 22–22 (a) Bir yüklü iletken (metal top) sıfır net yük taşıyan (iyi bir iltken olan) yalıtılmış bir metal kabın içine indiriliyor. (b) Yüklü top bu kaba dokunduruluyor ve yükünün tamamı kabın dış yüzeyine çabukça akıyor. (c) Top uzaklaştırıldığı zaman, sıfır net yük taşıdığı anlaşılıyor.



*22–4 Gauss ve Coulomb Yasalarının Deneysel Temeli

Gauss yasası bir iletken üzerindeki net yükün sadece onun yüzeyinde bulunabileceğini belirtir. Fakat gerçek hayatta bu doğru mudur? Deneylerle bunun doğruluğunun kanıtlanabileceğini görelim. Kısım 22-2'de görüldüğü gibi, Gauss yasasından Coulomb yasası çıktığından, Gauss yasasın bu tahmininin doğrulanmasıyla, Coulomb Yasası da doğrulanmış olur. Gerçekten, yükün bir iletkenin sadece dışında bulunduğunu gösteren ilk gözlemler, Coulomb'un bu yasayı ortaya atmasından yaklaşık 30 sene önce Benjamin Franklin tarafından belirtilmiştir.

Şek. 22-22'de basit bir deney gösterilmiştir. Üstünde bir küçük deliği bulunan bir küçük metal kutu bir yalıtkan üzerine konuyor. İletken olan bu kutu başlangıçta yüksüzdür (Şek.22-22a). İletken bir yüklü metal top, bir yalıtkan iplikle bu kutunun içine indiriliyor, ve bu kutuya dokunduruluyor (Şek.22-22b). Bu top ve kutu şimdi bir tek iletken oluşturur. Yukarıda açıklandığı gibi, Gauss yasası bütün yükün bu kutunun dış yüzeyine akacağını belirtir. (Böyle durumlarda yükün akımı aniden meydana gelmez, fakat geçen zaman genellikle ihmal edilebilir). Bu tahminler (1) kutunun yüklü olduğunun bir elektroskoba bağlanarak gösterilmesiyle ve (2) topun kutudan çekildikten sonra bir elektroskoba dokundurularak yükünün sıfır olduğunun gösterilmesiyle doğrulanır, (Şek. 22-22c).

Coulomb ve Gauss yasalarının hangi hassasiyetle geçerli olduğu, nicel olarak Coulomb yasasını

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^{2+\delta}},$$

şeklinde yazarak gösterilebilir. Mükemmel bir ters kare yasası için, $\delta = 0$ 'dır. En son hassas deneyler (1971), $\delta = (2.7 \pm 3.1) \times 10^{-16}$ sonucunu vermiştir. Böylece Coulomb ve Gauss yasalarının son derece yüksek doğrulukla geçerli olduğu gösterilmiştir!

Özet

Bir düzlemsel A yüzey alanından geçen **elektrik akısı**, bir düzgün $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanı için,

$$\Phi_E = \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{A}} \qquad \textbf{(22–1b)}$$

'dir. Elektrik alanı düzgün değilse, akı

$$\Phi_E = \int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} \qquad \textbf{(22–2)}$$

integralinden bulunur $\vec{\mathbf{A}}$ veya $d\vec{\mathbf{A}}$ vektörlerinin yönleri, alanı A veya dA olan yüzeye dik olarak seçilir, ve bir kapalı yüzeyden dışa doğru yönelir. Bir yüzeyden geçen akı ondan geçen alan çizgilerinin sayısıyla orantılıdır.

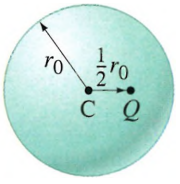
Gauss yasası bir kapalı yüzeyden geçen net akının, bu yüzeyin içinde bulunan net yükün ϵ_0'a bölünmesine eşit olduğunu ifade eder:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q_{\text{iç}}}{\epsilon_0}. \qquad \textbf{(22–4)}$$

Gauss yasası, prensipte belli bir yük dağılımından kaynaklanan elektrik alanını belirlemek için kullanılabilir; fakat yararlılığı, genellikle yük dağılımının simetrik olduğu az sayıdaki durumla, kısıtlıdır. Gauss yasasının gerçek önemi, elektrik yükü ile elektrik alanı arasındaki ilişkinin daha genel, ve şık bir ifadesi (Coulomb yasasına göre) olmasıdır. Elektromanyetizmanın temel bağıntılarından birisidir.

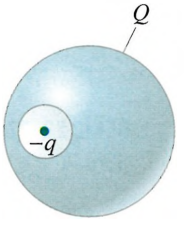
Sorular

1. Bir kapalı yüzeyden geçen elektrik akısı sıfır ise, bu yüzey üzerindeki bütün noktalarda elektrik alanı mutlaka sıfır mıdır? Açıklayınız. Bunun tersi olursa ne olur: bu yüzey üzerindeki bütün noktalarda $\vec{\mathbf{E}} = 0$ ise bu yüzeyden geçen akı sıfır mıdır?
2. $\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = Q_{\text{iç}}/\epsilon_0$, Gauss yasasındaki $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanı, sadece $Q_{\text{iç}}$ yükü tarafından mı oluşturulur?
3. Bir nokta yük, r yarıçaplı bir küresel gauss yüzeyi tarafından çevirilmiştir. Bu küre yerine kenarları r olan bir küp alınırsa Φ_E daha büyük, daha küçük veya aynı mı olur?
4. Bir elektrik dipolunü sarmalayan bir kapalı yüzeyden geçen akı hakkında ne söylenebilir?
5. Bir kapalı yüzey üzerindeki bütün noktalarda elektrik alanı sıfırdır; bu yüzey içindeki net yük mutlaka sıfır mı olmalıdır? Bir yüzeyin içinde bulunan net yük sıfır ise, bu yüzey üzerindeki bütün noktalarda elektrik alanı mutlaka sıfır mıdır?
6. Elektrik akıya benzer şekilde yer çekimi akısını tanımlayınız. Elektrik alanında olduğu gibi yer çekimi alanında da "kaynaklar" ve "çukurlar" var mıdır?
7. Gauss yasası bir elektrik dipolünden kaynaklanan elektrik alanını belirlemede yardımcı olabilir mi?
8. Küresel bir basket topunun (yalıtkan) yüzeyinde düzgün dağılmış belli bir Q yükü bulunuyor. Bu topun içindeki elektrik alanı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Bir kişi bu topa basarak çökertiyor ve yükünü değiştirmeden kuvvet uygulayarak havasının çoğunu dışarıya atıyor. Şimdi içindeki alan hakkında ne söyleyebilirsiniz?
9. Örnek 22-6'da hesaplanan elektrik alanının, sadece gauss yüzeyimiz olarak seçtiğimiz silindirin içinde kalan tel üzerindeki yükten dolayı olduğu düşünülebilir. Gerçekte, telin bütün uzunluğu boyunca üzerindeki yükün tamamı bu alana katkıda bulunur. Şek.22-15'teki silindirik gauss yüzeyinin dışındaki yükün bu gauss yüzeyi üzerindeki E'ye nasıl katkıdabulunacağını açıklayınız. [*İpucu*: Kısa bir telden kaynaklanacak alanla karşılaştırınız.]
10. Örnek 22-6'daki çizgisel yükün, Şek.22-15'te gösterilen silindirin kapaklarının ötesine sadece kısa bir mesafe genişletildiğini düşünün. Örnek 22-6'nın sonucu nasıl değişecektir?
11. Bir noktasal Q yükü, merkezi C'de olan yarıçaplı bir küresel yüzey tarafından çevrilmiştir. Daha sonra, bu yük sağa $\frac{1}{2}r_0$, uzunluğu kadar hareket ettiriliyor, fakat küre olduğu yerde kalıyor, Şek. 23-23. Bu küreden geçen Φ_E elektrik akısı değişir mi?



ŞEKİL 22–23
Soru 11.

12. Bir katı iletken net bir pozitif Q yükü taşıyor. Bu iletkenin içindeki kovuğun merkezinde $-q$ negatif nokta yükü bulunuyor (Şek.22-24). İletkenin (*a*) dış yüzeyinde ve (*b*) kovuğun iç yüzeyindeki yük nedir?



ŞEKİL 22–24
Soru 12.

13. Bir q nokta yükü, yüksüz ince bir metal kabuğun içindeki boşluğun merkezine konuyor. Bu kabuğun dışına konulan bir Q yükü bir elektrik kuvveti hisseder mi? Açıklayınız.
14. Küçük bir yüklü top, bir balon içine sokuluyor. Sonra bu balon yavaşça şişiriliyor. Balon şişerken yüzeyinden geçen akının nasıl değiştiğini betimleyiniz. Balonun hem birim yüzey alanındaki akıyı hem de toplam akıyı düşünün.

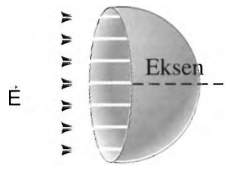
Problemler

22–1 Elektrik Akısı

1. (I) Büyüklüğü 5.8×10^2 N/C olan düzgün bir elektrik alanı, yarıçapı 13 cm olan bir çemberden geçiyor. Çemberin yüzeyi (*a*) alan çizgilerine dik, (*b*) alan çizgileriyle 45°'lik açıda, ve (*c*) alan çizgilerine paralel olduğu zaman çemberden geçen elektrik akısı ne olur?
2. (I) Dünya, yüzeyinin yakınında (ortalama) büyüklüğü 150 N/C olan bir elektrik alanına sahiptir. Bu alan radyal olarak içe doğrudur. Dünya'nın yüzeyini hemen dışından çevreleyen küresel bir yüzeyden dışa doğru geçen net elektrik akısını hesaplayınız.

3. Kenar uzunluğu ℓ olan bir küp kenarları alan çizgilerine paralel şekilde bir düzgün E_0 alanı içine konuluyor. (*a*) Bu küpten geçen net akı nedir? (*b*) Kübün altı yüzeyinin herbirinden geçen net akı nedir?

4. .(II) Bir düzgün $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanı, r yarıçaplı içi boş bir yarı kürenin eksenine paraleldir (Şek.22-25). (*a*) Bu yarı-küresel yüzeyden geçen elektrik akısı nedir? (*b*) $\vec{\mathbf{E}}$ eksene dik olursa sonuç ne olur?

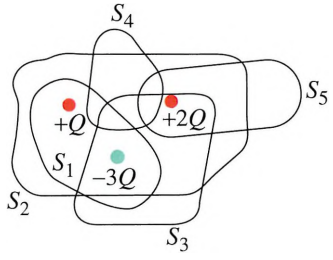


ŞEKİL 22–25
Soru 4.

22–2 22-1 Gauss Yasası

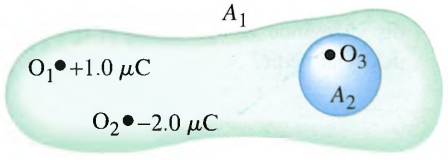
5. (I) Bir kenar uzunluğu 28.0 cm olan bir küp şeklindeki kutudan geçen toplam elektrik akısı 1.84 × 103 N.m^2/C'dur. Kutunun içindeki yükü bulunuz?

6. (I)Şek .22-26'da, bir düzlem üzerindeki farklı yükleri çevreleyen beş kapalı yüzey gösteriliyor. S_1, S_2, S_3, S4, ve S_5 yüzeylerinin her birinden geçen elektrik akısını hesaplayınız. Bu yüzeyler, üzerinde yüklerin bulunduğu düzlemin hafifçe yukarısına ve aşağısına uzanan düz "ilaç tübü" yüzeylerdir.



ŞEKİL 22–26
Soru 6.

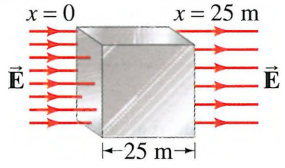
7. (I) Şek. 22-27'de O_1 ve O_2 ile gösterilen iki cismin yükleri, sırasıyla, +1.0μC ve –2.0μC'dur, ve üçüncü O_3 cismi yüksüzdür. (*a*) Bu üç cismin tamamını içine alan A_1 yüzeyinden geçen elektrik akısı nedir? (*b*) Sadece üçüncü cismi içine alan A_2 yüzeyinden geçen elektrik akısı nedir?



ŞEKİL 22–27
Soru 7.

8. (II) Düzgün yük yoğunluklu bir halka yükün tamamı, içi boş, simit şeklindeki bir yüzeyiniçine konuluyor. Özdeş bir yüklü halka, içi boş bir küresel yüzeyin içindedir. Simit şeklindeki yüzeyden dışarıya doğru geçen akının küresel yüzeyden dışarı doğru geçen akıya oranı ne olur?

9. (II) Uzayın belli bir bölgesinde, elektrik alanı yön bakımından sabit (diyelim ki x yönünde yatay) olup büyüklüğü x = 0'da E = 560 N/C'dan x = 25 m'de E = 410 N/C'a azalmaktadır. Dört kenarı alan çizgilerine paralel ve kenar uzunluğu ℓ = 25 m olan küp şeklindeki kutunun (Şek. 22-28) içindeki yükü bulunuz.



ŞEKİL 22–28
Soru 9.

10. (II) Bir noktasal Q yükü kenar uzunluğu olan bir küpün merkezine konuluyor. Bu küpün bir yüzeyinden geçen akı nedir?

11. (II)15.0 cm uzunluğundaki düzgün yüklü bir plastik çubuk bir plastik torba içine konuluyor. Bu torbayı terkeden toplam elektrik akısı 7.3 × 105 N.m^2/C'dir. Bu çubuğun doğrusal yük yoğunluğunu bulunuz?

22–3 22-1 Gauss Yasasının Uygulamaları

12. (I) Negatif yüklü bir metal yumurtanın etrafındaki elektrik alanı çizgilerini çiziniz.

13. (I) 3.50 cm yarıçaplı bir metal topun hemen dışındaki alan 6.25 × 10^{2}N/C olup topa doğru yönelmiştir. Topun üstündeki yükü bulunuz?

14. (I) Örnek 22-3'ün sonucundan hareket ederek düzgün yüklü küresel bir iletkenin hemen dışındaki elektrik alanının $E = \sigma/\epsilon_0$, ve Örnek 22-8 ile uyumlu olduğunu gösteriniz.

15. (I) Yüzlerce metre uzunluğundaki uzun ince bir teldeki düzgün yük dağılımı metresi başına -7.2μC'dur. Telin merkezinden (*a*) 5.0 m ve (*b*) 1.5 m dik uzaklıktaki noktalarda elektrik alanının büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

16. (I)Bir metal yer kürenin kuzey kutbuna 1.50 mC'luk yük yüklendikten sonra -3.00 mC'luk yük güney kutbuna uygulanıyor. Bu küre dengeye geldikten sonraki alan çizgilerini çiziniz.

17. (II) Yalıtkan bir küre iki tabakadan oluşuyor. En içteki kısmın yarıçapı 6.0 cm ve yük yoğunluğu –5.0 C/m^3'tür. Dış tabakada +8.0 C/m^3'lük düzgün yük yoğunluğu olup 6.0 cm'lik bir iç yarıçaptan 12.0 cm'lik dış yarıçapa uzanmaktadır. (*a*) 0< r <6.0 cm, (*b*) 6.0< r <12.0, ve (*c*) 12.0< r <50.0 cm için elektrik alanını bulunuz. (*d*) 0< r <50.0 cm için elektrik alanının büyüklüğünün grafiğini çiziniz. Tabakaların kenarlarındaki alan sürekli midir?

18. (II) 3.00 m yarıçapındaki bir metal kürede toplam –5.50 μC yük bulunuyor. Bu kürenin merkezinden (*a*) 0.250 m, (*b*) 2.90 m, (*c*) 3.10 m, ve (*d*) 8.0 m uzaklıktaki elektrik alanının büyüklüğü nedir? Bu küre (*e*) bir ince kabuk, veya (*f*) hertarafı düzgün yüklü bir katı yalıtkan olsaydı, cevaplar nasıl fark ederdi?

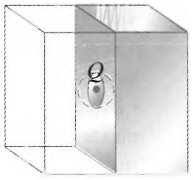
19. (I) 15.0 cm çaplı yalıtkan bir kürenin hacminin her tarafına düzgün dağılmış 2.25 μC'luk yük bulunuyor. E elektrik alanının kürenin merkezinden itibaren r = 0'dan r = 30.0 cm'ye kadar r'nin fonksiyonu cinsinden değişimini çiziniz.

20. (II) Bir kenar uzunluğu 25 cm olan kare şeklinde ve düzgün ince bir aluminyum yaprak tabakasında düzgün dağılmış 275 nC'luk yük bulunuyor. (*a*) Bu tabakanın merkezinden 1.0 cm yukarıda ve (*b*) bu tabakanın 15 m yukarısında elektrik alanı yaklaşık ne olur?

21. (II) 18.0 cm yarıçaplı bir metal kürenin merkezinde 4.50 cm yarıçaplı bir küresel boşluk bulunuyor. Bu kürenin tam merkezinde Q = 5.50 μC olan bir nokta yük olup, metal iletkende net yük yoktur. Bu boşluğun merkezinden (*a*) 3.0 cm uzaklıktaki bir noktada, (*b*) 6.0 cm uzaklıktaki bir noktada, (*c*) 30.0 cm uzaklıktaki bir noktada elektrik alanı ne olur.

22. (II) Yüksüz ince bir küresel iletken kabuğun merkezinde bir Q noktasal yükü vardır. E elektrik alanını, r'nin fonksiyonu olarak, (*a*) kabuğun yarıçapından daha küçük, (*b*) kabuk içindeki ve (*c*) kabuğun dışındaki r'ler için bulunuz? (*d*) Kabuk Q'nun kendi başına yarattığı alanı etkilemekte midir? Q yükü kabuğu etkilemekte midir?

23. (II) Şek. 22-29'da gösterildiği gibi bir katı metal küpün merkezinde bir küresel boşluk bulunuyor. Bu boşluğun merkezinde $Q = +8.00\,\mu C$ 'luk yük vardır. Bu metal küp $q = -6.10$ C'luk bir net yük bulunduruyor (Q'nun dışında). (*a*) Küresel boşluğun yüzeyindeki toplam yükü ve (*b*) küpün dış yüzeyindeki toplam yükü bulunuz.



ŞEKİL 22–29
Soru 23.

24. (II) İki geniş, uzun metal levha yükseklik ve genişliklerine göre çok küçük bir mesafe ile birbirlerinden ayrılmıştır. Bu iletkenlerde eşit fakat zıt $\pm\sigma$ yüzey yoğunluğu sağlanıyor. Kenar etkilerini ihmal ederek ve Gauss yasası kullanarak, (*a*) levhalar arasındaki elektrik alanın $E = \sigma/\epsilon_0$ ve (b) levhalar dışında her iki tarafta da alanın sıfır olduğunu gösteriniz. (*c*) Bu iki levha yalıtkan olsaydı sonucunuz nasıl değişirdi? (Bknz. Şek. 22-30).

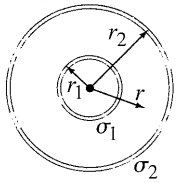


ŞEKİL 22–30
Soru 24, 25 ve 26.

25. (II)Soru 24'teki iki iletken levhanın aynı işarette ve aynı yük büyüklüğünde olduğunu düşününüz. (*a*) Bu halde onların arasındaki ve (*b*) onların dışında her iki taraftaki elektrik alanı ne olur? (*c*) Bu levkalar yalıtkan olursa ne olur?

26. (II) İki kare metal levha arasındaki elektrik alanı 160 N/C'dur. Bu levhaların bir kenarı 1.0 m uzunluğundadır ve Şek. 22-30'da görüldüğü gibi 3.0 cm kadar birbirinden ayrılmışlardır. Her bir levha üzerindeki yükü bulunuz? Kenar etkilerini ihmal ediniz.

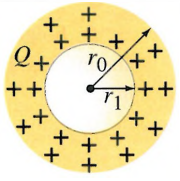
27. (II)Yarıçapları r_1 ve r_2 olan eş merkezli iki ince kabuğun düzgün yüzeysel yük yoğunlukları, sırasıyla σ_1 ve σ_2 'dir. (Bknz. Şek. 22-31). (*a*) $0 < r < r_1$, (*b*)$r_1 < r < r_2$, ve (*c*) $r > r_2$ için elektrik alanını bulunuz. (*d*) Hangi şartlarda $r > r_2$ için $E = 0$ olur? (*e*) Hangi şartlarda $r_1 < r < r_2$ için $E = 0$ olur? Kabukların kalınlıklarını ihmal ediniz.



ŞEKİL 22–31 İki küresel kabuk (Soru 27).

28. (II) Bir küresel lastik balonun yüzeyi üzerinde düzgün dağılmış toplam Q yükü bulunuyor. $t = 0$'da bu yalıtkan balonun yarıçapı r_0'dır ve sonra bu balon, bir t zamanında r'yi doğrusal artıracak şekilde, yarıçapı $2r_0$ oluncaya kadar şişiriliyor. (*a*) Bu balonun yüzeyinin dış kısmındaki ve (b) $r = 3.2\ r_0$'daki elektrik alanını zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.

29. (II) Örnek 22-4'teki yalıtkan kürenin merkezinde eş merkezli r_1 yarıçaplı bir küresel boşluğun olduğunu düşününüz (Şek. 22-32). Q yükünün $r = r_1$ ile $r = r_0$ arasındaki "kabuk"ta düzgün dağıldığını kabul ederek, (*a*) $0 < r < r_1$, (*b*) $r_1 < r < r_0$, ve (*c*) $r > r_0$ için elektrik alanını r'nin fonksiyonu olarak bulunuz.



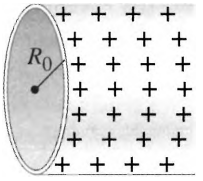
ŞEKİL 22–32
Soru 29, 30, 31, ve 44.

30. (II) Soru 29'da kullanılan Şek. 22-32'teki boşluğun merkezinde bir q yükünün olduğunu varsayınız. (*a*) $0 < r < r_1$, (*b*) $r_1 < r < r0$, ve (*c*) $r > r_0$ için elektrik alanını bulunuz.

31. (II) Soru 29'daki kalın küresel kabuğun iletken olduğunu kabul edelim. Kabuğun net yükü Q olup merkezinde de bir q noktasal yükü vardır. (*a*) Kabuğun iç yüzeyinde ve (*b*) kabuğun dış yüzeyindeki toplam yük ne kadardır? (*c*) $0 < r < r_1$, (*d*) $r_1 < r < r_0$, ve (e) $r > r_0$ için elektrik alanını bulunuz.

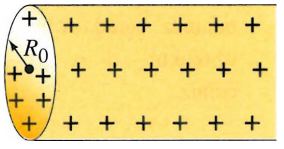
32. (II) Şek.22-11'deki (ve Örnek 22-3) Q yüklü kabuğun içindeki boşluğun merkezinde $q\ (\neq \pm Q)$. yükünün olduğunu düşünelim. (*a*) $0 < r < r_0$ ve $+Q$ için ve (*b*) $r > r_0$ için elektrik alanını bulunuz. (*c*) $q = Q$ ve (*d*) $q = -Q$ olursa yanıtlarınız ne olur?

33. (II)Yarıçapı R_0 ve uzunluğu $\ell (R_0 << \ell)$ olan uzun bir silindirik kabuğun düzgün yüzeysel yük yoğunluğu (birim alandaki yükü) σ'dır (Şek. 22-33). (*a*) Bu silindirin ($R > R_0$) dışındaki ve (*b*) ($0 < R < R_0$) içindeki noktalardaki elektrik alanını bulunuz; bu noktaların uçlardan uzak olduğunu ve kabuktan çok uzak olmadığını ($R << \ell$) kabul ediniz. (*c*) Örnek 22-6'da uzun çizgisel yük için bulunan sonuçlarla karşılaştırınız.



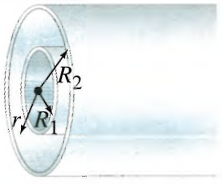
ŞEKİL 22–33
Soru 33.

34. (II) Yarıçapı R_0 ve uzunluğu $\ell\ (R_0 << \ell)$ olan çok uzun bir katı silindirik yalıtkan kabuğun düzgün yüzeysel yük yoğunluğu $\rho_E\ (C/m^3)$ 'dir. (*a*) Bu silindirin ($R > R_0$) dışında ve (*b*) ($R < R_0$) içindeki noktalardaki elektrik alanını bulunuz. Sadece uçlardan uzak ve $R << \ell$ olan noktalar için yanıtlayınız.



ŞEKİL 22–34
Soru 34.

35. (II) Yarıçapı R_1 olan ince bir silindirik kabuk, eş merkezli ve R_2 yarıçaplı ikinci bir silindirik kabuğun etrafını çevirmektedir (Şek. 22-35). İçteki kabuğun toplam yükü $+Q$ ve dıştakinin toplam yükü $-Q$'dur. Kabukların uzunluklarının R_1 ve R_2'den çok büyük olduğunu kabul ederek, (*a*) $0 < R < R_1$, (*b*) $R_1 < R < R_2$, ve (*c*) $R > R_2$ için, R'nin (silindirlerin ortak ekseninden olan dik uzaklık) fonksiyonu olarak elektrik alanını bulunuz. (*d*) Bir elektron kabuklar arasındaki onlarla eşmerkezli $(R_1+R_2)/2$ yarıçaplı bir dairesel yörünge üzerinde hareket ederse kinetik enerjisi ne olur?

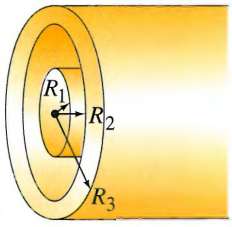


ŞEKİL 22–35
Soru 35, 36 ve 37.

36. (II) Şek.22-35'teki gibi, yarıçapı $R_1 = 6.5$ cm olan ince bir silindirik kabuğun etrafında yarıçapı $R_2 = 9.0$ cm olan ikinci bir silindir kabuk bulunmaktadır. Her iki silindir 5.0 m uzunluğundadır, içtekinin toplam yükü $Q_1 = -0.88$ C ve dıştakinin toplam yükü $Q_2 = +1.56$ C 'dur. Silindirlerin uçlarından uzaklıkta, merkezi eksenden (*a*) 3.0 cm, (*b*) 7.0 cm, ve (*c*) 12.0 cm'lik radyal r uzaklığındaki noktalardaki elektrik alanını bulunuz.

37. (II) (*a*) Kütlesi $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg olan bir elektron 36. sorudaki (Şek. 22-35) iç silindirin yüzeyinden, ihmal edilebilen bir hızla kaçarsa, dış yüzeye vardığında hızı ne olur? (*b*) Kütlesi $m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg olan bir proton, eksen etrafındaki $r = 7.0$ cm yarıçaplı dairesel yörüngede (silindirlerin arasında) dönüyorsa, hızı nedir?

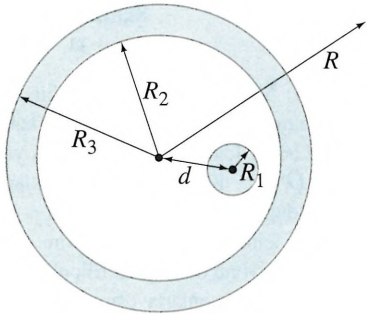
38. (II) Yük yoğunluğu ρ_E. olan R_1 yarıçaplı çok uzun bir yalıtkan silindir düzgün yüklüdür. Şek. 22-36'da görüldüğü gibi, bu silindir, iç yarıçapı R_2 ve dış yarıçapı R_3 olan eş merkezli bir silindirik tüp ile kuşatılmıştır ve bunda da ρ_E düzgün yük yoğunluğu vardır. (*a*) $0 < R < R_1$, (*b*) $R_1 < R < R_2$, (*c*) $R_2 < R < R_3$, ve (*d*) $R > R_3$ için, silindirlerin merkezlerinden R uzaklığının fonksiyonu olarak elektrik alanını bulunuz. (*e*) $\rho_E = 15\ \mu C/m^3$ ve $R_1 = \frac{1}{2}R_2 = \frac{1}{3}R_3 = 5.0$ cm ise $R = 0$ dan $R = 20.0$ cm 'ye kadar R'nin fonksiyonu olarak E'yi çiziniz.



ŞEKİL 22–36
Soru 38.

39. (II) r_0 yarıçaplı ve hacim yük yoğunluğu ρ_E olan yalıtkan bir küre düzgün yüklüdür. Bu eş merkezli, iç yarıçapı r_1, dış yarıçapı r_2 olan ve $+Q$ net yüklü iletken bir metal küresel kabukla çevriliyor. (*a*) $0 < r < r_0$, (*b*) $r_0 < r < r_1$, (*c*) $r_1 < r < r_2$ ve $r > r_2$ bölgelerindeki elektrik alanını bulunuz. r bu yalıtkan kürenin merkezinden ölçülen radyal uzaklıktır.

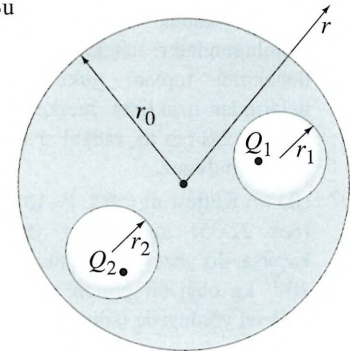
40. (II)Yük yoğunluğu ρ_E olan R_1 yarıçaplı çok uzun bir katı yalıtkan silindir düzgün yüklenmiştir. Şek. 22-37'de enine kesiti görülen bu iletken, net yükü olmayan, iç yarıçapı R_2, dış yarıçapı R_3 olan silindirik bir tüp ile çevrilidir. İki silindirin eksenleri paralel fakat birbirinden d uzaklıkta ise, $R > R_3$ bölgesindeki elektrik alanını bulunuz, burada R bu metal silindirin merkezinden ölçülen radyal uzaklıktır. $d < (R_2 - R_1)$ kabul ediniz.



ŞEKİL 22–37
Soru 40.

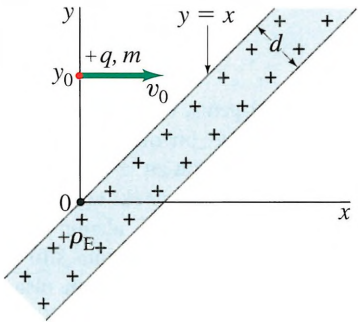
41. (II)İç yarıçapı R_0, dış yarıçapı $4R_0$ olan bir düz halka düzgün yüklenmiştir. Bu halkanın merkezinden (*a*) $0.25R_0$ ve (*b*) $75R_0$ uzaklıktaki noktalarda eksenler üzerindeki elektrik alanını, toplam Q yükü cinsinden bulunuz. [*İpucu:* Halka, zıt yüklü iki diskin süperpozisyonu olarak düşünülebilir.]

42. (II) r_0 yarıçaplı bir yüksüz katı iletken kürede yarıçapları sırasıyla r_1 ve r_2 olan iki küresel oyuk vardır. Q_1 noktasal yükü r_1 yarıçaplı oyuk içine ve Q_2 noktasal yükü r_2 yarıçaplı oyuk içine konuluyor (Şek. 22-38). Bu katı kürenin ($r > r_0$) dışındaki elektrik alanının büyüklüğünü ve yönünü bulunuz. Burada r onun merkezinden olan uzaklıktır.



ŞEKİL 22–38
Soru 42.

43. (III) İletken olmayan çok geniş (sonsuz gibi kabul edilen) düz bir levhanın kalınlığı d ve düzgün olan hacim yük yoğunluğu $+\rho_E$ 'dir. (*a*) Bu levhanın dışında düzgün bir elektrik alanı olduğunu gösteriniz. Bunun E büyüklüğünü ve (levhanın yüzeyine göre) yönünü bulunuz. (*b*) Şek. 22-39'da görüldüğü gibi, şimdi bu levha yüzeylerinden birisi $y = x$ doğrusu üzerinde olacak şekilde yönlendiriliyor. $t = 0$ zamanında, bir nokta parçacık (kütlesi m, yükü $+q$) $\vec{r} = +y_0\hat{j}$ konumunda olup hızı $\vec{v} = v_0\hat{i}$ 'dir. $v_0 \geq \sqrt{\sqrt{2}qy_0\rho d/\epsilon_0 m}$ ise parçacığın bu levhayla çarpışacağını gösteriniz. Yer çekimini ihmal ediniz.

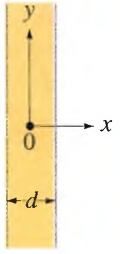


ŞEKİL 22–39
Soru 43.

44. (III) Soru 29'daki (Şek.22-32) içi boş kürede r_0 ile r_1 arasındaki yük yoğunluğunun $\rho_E = \rho_0 r_1/r$. şeklinde değiştiğini kabul ediniz. (*a*) $0 < r < r_1$, (*b*) $r_1 < r < r_0$, ve (*c*) $r > r_0$ için r'nin fonksiyonu olarak elektrik alanını bulunuz. (*d*) $r = 0$'dan $r = 2r_0$'a kadar r 'ye göre E'yi çiziniz.

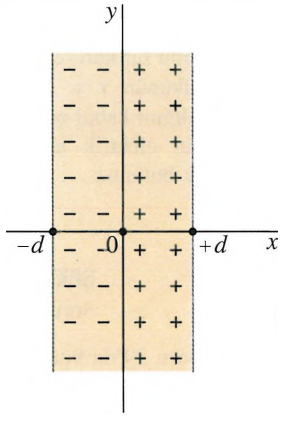
45. (III) 1.0 m × 1.0 m boyutundaki iki ince düz levha arasındaki uzaklık 5.0 mm olup zıt ±15 μC 'luk yüklerle yüklüdürler. (*a*) (Kenar etkisini ihmal ederek) bir levhanın diğerine uyguladığı toplam kuvveti tahmin ediniz. (*b*) Bu levhalar arasındaki 5.0 mm'lik mesafenin 1.0 cm'ye çıkarılması için ne kadarlık iş gerekir?

46. (III) İletken olmayan bir düz levhanın (Şek. 22-40) birim hacminde düzgün ρ_E yükü bulunuyor. Levhanın d kalınlığı, yüksekliği ve enine göre küçüktür. (*a*) Levhanın içinde ve (*b*) dışındaki (levhanın yükseklik veya eninden çok küçük mesafelerde) elektrik alanını x'in fonksiyonu olarak bulunuz.



ŞEKİL 22–40
Soru 46.

47. (III) Kalınlığı, yüksekliği ve enine göre küçük olan iletken olmayan bir düz levhanın kalınlığı $2d$'dir. x eksenini, levhanın kalınlığı boyunca, orijin levhanın merkezinde olacak şekilde belirleyiniz (Şek. 22-41). Levha, $-d \leq x < 0$ ve $0 < x \leq +d$, bölgelerinde, ρ_0 bir pozitif sabit olmak üzere, sırasıyla $\rho_E(x) = -\rho_0$ ve $\rho_E(x) = +\rho_0$ hacim yük yoğunluklarını taşıyorsa, (*a*) levhanın dışında, (*b*) $0 < x \leq +d$ ve (*c*) $-d \leq x < 0$ bölgelerindeki E elektrik alanını, x'in fonksiyonu olarak bulunuz.



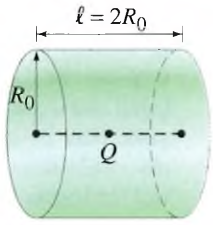
ŞEKİL 22–41
Soru 47.

48. (III) Uzun, katı ve iletken olmayan bir silindirin yarıçapı R_0'dır. Bu silindir içindeki yük yoğunluğu, $\rho_E(R) = \rho_0(R/R_0)^2$ şeklinde eksenden olan R uzaklığının fonksiyonudur. Elektrik alanını ve R_0 cinsinden, silindirin içinde ve dışındaki heryerde (uçlardan uzakta) bulunuz?

49. (III) r_0 yarıçaplı bir katı küre içinde yük yoğunluğu, radyal uzaklığın fonksiyonu olarak $\rho_E(r) = \rho_0(r/r_0)$. ile verilmektedir. Küre içindeki toplam yük Q (pozitif) ise, kürenin içinde her yerde elektrik alanı Q, r_0, ve radyal r konumu cinsinden ne olur?

Genel Problemler

50. Bir Q nokta yükü, kısa bir silindirin ekseni üzerinde, merkezindedir. Silindirin çapı, ℓ uzunluğuna eşittir (Şek. 42-42). Silindirin eğri kenarlarından geçen toplam akıyı bulunuz. [*İpucu*: Önce kapaklardan geçen akıyı hesaplayınız.]



ŞEKİL 22–42
Problem 50.

51. $\vec{\mathbf{g}}$ gravitasyon alanı için Gauss yasasını yazınız (Kısım 6-6'ya bakınız).

52. Dünya, yüzeyi yakınında büyüklüğü $E \approx 150$ N/C olan ve her noktada içe doğru yönelen bir elektrik alanıyla çevrilidir. (*a*) Dünya üzerindeki net yük nedir? (*b*) Bu, Dünya yüzeyi üzerinde metre karedeki ne kadar bir elektron fazlalığına karşılık gelir?

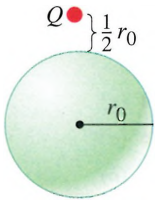
53. 53. Bir kenarının uzunluğu olan bir küpün bir köşesi koordinatların orijininde olup kenarları pozitif x, y, ve z eksenleri boyunca uzanmaktadır. Bu bölgedeki elektrik alanın $\vec{\mathbf{E}} = (ay + b)\hat{\mathbf{j}}$ şeklinde olduğunu kabul edelim. Kübün içindeki yükü bulunuz.

54. r_0 yarıçaplı bir iletken küredeki toplam yük $\rho_E = br$ 'ye göre dağılmıştır, burada ρ_E birim hacimdeki yük, veya yük yoğunluğudur (C/m^3). (*a*) Q cinsinden b'yi, (*b*) küre içindeki noktalardaki elektrik alanını, ve (*c*) küre dışındaki noktalardaki elektrik alanını bulunuz.

55. 9.20 nC'luk bir nokta yük orijine ve –5.00 nC'luk ikinci bir yük x ekseni üzerinde $x = 2.75$ cm noktasına yerleştiriliyor. Merkezi bu orijin olan 1 m yarıçaplı bir küreden geçen akıyı hesaplayınız.

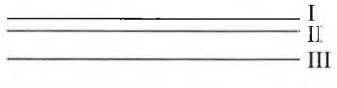
56. Bir nokta yük, merkezinde bu yükün bulunduğu 15.0 cm yarıçaplı bir gauss küresinden geçen + 235 N.m^2/C'lik akı üretiyor. (*a*) 27.5 cm yarıçaplı bir gauss küresinden geçen akı ne olur? (*b*) Bu yükün işareti ve büyüklüğü nedir?

57. Bir Q nokta yükü r_0 yarıçaplı bir hayali küre yüzeyinin $r_0/2$ kadar üstündedir (Şek. 42-43). (*a*) Küreden geçen elektrik akısı nedir? (*b*) Kürenin yüzeyinde E hangi değerler arasında değişir? (*c*) $\vec{\mathbf{E}}$ bütün noktalarda küreye dik midir? (*d*) Gauss yasası bu kürenin yüzeyinde E'nin bulunmasında yararlı olur mu?



ŞEKİL 22–43
Soru 57.

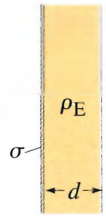
58. Üç geniş ve ince, yüklü tabaka Şek. 22-44'te görüldüğü gibi birbirlerine paraleldir. Tabaka I'in toplam yüzeysel yük yoğunluğu 6.5 nC/m^2, tabaka II'nin –2.0 nC/m^2, ve tabaka III'ün 5.0 nC/m^2'dir. Her bir tabakaya birim alanda etki eden kuvveti, N/m^2 cinsinden tahmin ediniz?



ŞEKİL 22–44
Soru 58.

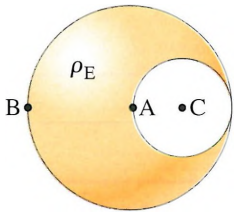
59. Nötr hidrojen, hacim yük yoğunluğu $\rho_E(r) = -Ae^{-2r/a_0}$ olan bir negatif yük dağılımıyla çevrilmiş +1.6 × 10^{-19} C'luk bir nokta yük şeklinde modellenebilir. Burada $a_0 = 0.53 \times 10^{-10}$ m'dir, buna Bohr yarıçapı denir, toplam negatif yük –1.6 × 10^{-19} C olacak şekilde A bir sabite eşittir, ve $e = 2.718$ ... doğal logaritmanın tabanıdır. (*a*) a_0 yarıçaplı bir küre içindeki yük ne olur? (*b*) Bu çekirdekten a_0 uzaklıktaki elektrik alanın şiddeti nedir? [*İpucu:* Aynı sembolle belirtilen fakat tamamen farklı anlama ve değere sahip olan ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ C) temel yüküyle, üstel e sayısını karıştırmayınız.]

60. Çok geniş ve ince bir düzlemin düzgün yüzeysel yük yoğunluğu σ'dır. Sağında ona düzgün hacim yük yoğunluğu ρ_E kalınlığı d olan uzun ve geniş bir levha (Şek. 22-45) dokunmaktadır. (*a*) Düzlemin solundaki, (*b*) levhanın sağındaki ve (*c*) levhanın içinde heryerdeki elektrik alanını bulunuz.



ŞEKİL 22–45
Soru 60.

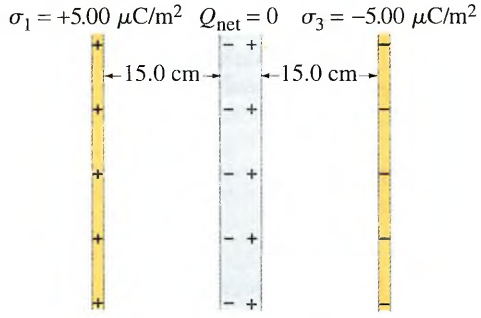
61. r_0 yarıçaplı bir kürede hacim yük yoğunluğu ρ_E olan yük bulunuyor (Şek. 22-46). Şekilde görüldüğü gibi, daha sonra $r_0/2$ yarıçaplı bir küresel kısım çıkarılıp boş bırakılıyor. (*a*) A noktasındaki elektrik alanının büyüklüğü ve yönü nedir? (*b*) B noktasındaki elektrik alanının büyüklüğü ve yönü nedir? A ve C noktaları bu kürelerin merkezleridir.



ŞEKİL 22–46
Soru 61.

62. Elektrik alanı 3 × 10^6 N/C'dan fazla olursa kuru hava iletken haline gelir ve bir kıvılcım oluşur. 0.75 cm çaplı bir yeşil bezelyenin yüzeyi, kendi kendine yükünü boşaltmadan önce, ne kadar yükle yüklenebilir?

63. Çok geniş üç tabaka arasında 15.0 cm'lik bir mesafe bulunmaktadır (Şek. 22-47). Birinci ile üçüncü tabaka çok ince, yalıtkan ve birim alanlarındaki yük sırasıyla, $+5.00\,\mu C/m^2$ ve $-5.00\,\mu C/m^2$'dir. Orta tabaka iletken fakat yüksüzdür. (*a*) Orta tabaka içindeki elektrik alanını bulunuz? (*b*) Sol ve orta tabaka arasındaki, (*c*) orta ve sağ tabaka arasındaki elektrik alanını bulunuz? (*d*) Orta tabakanın sol tabakaya bakan, (*e*) sağ tabakaya bakan yüzeyleri üzerindeki yük yoğunluğunu bulunuz?

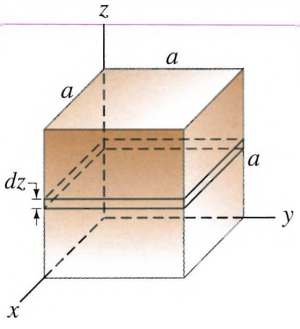


ŞEKİL 22–47 Soru 63.

64. Bir kenar uzunluğu 0.70 m olan küp şeklinde bir hacimde, elektrik alanı

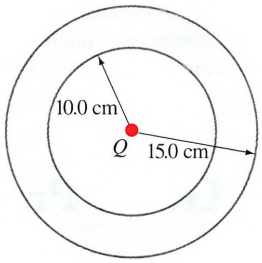
$$\vec{\mathbf{E}} = E_0\left(1 + \frac{z}{a}\right)\hat{\mathbf{i}} + E_0\left(\frac{z}{a}\right)\hat{\mathbf{j}}$$

'dir. Burada $E_0 = 0.125$ N/C ve $a = 0.70$ m'dir. Bu küpün kenarları koordinat eksenlerine paraleldir (Şek. 22-48). Küp içindeki net yükü bulunuz.



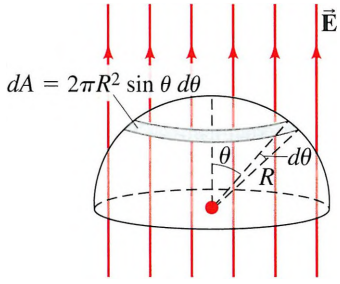
ŞEKİL 22–48
Soru 64.

65. Bir iletken küresel kabuğun (Şek. 22-49) iç yarıçapı = 10.0 cm, dış yarıçapı = 15.0 cm olup merkezinde +3.0 μC'luk bir yük bulunmaktadır. –3.0 μC'luk bir yük bu iletken üzerine konuluyor. (*a*) –3.0 μC 'luk yük bu iletkenin neresine yerleşir? (*b*) Bu tabakanın hem içinde hem de dışındaki elektrik alanı bulunuz?



ŞEKİL 22–49
Soru 65.

66. R yarıçaplı bir yarım küre, büyüklüğü E olan ve bu yarım kürenin dairesel tabanına dik yönelen düzgün bir elektrik alanın içine konuluyor (Şek. 22-50). (*a*) Bir "açık" yüzeyden geçen Φ_E tanımını kullanarak, bu yarım küreden geçen elektrik akısını integral alarak hesaplayınız. [*İpucu*: Şek. 22-50'de, kürenin yüzeyinde θ ile $\theta + d\theta$ açıları arasında yer alan sonsuz küçük alanın $dA = (2\pi R \sin\theta)(R\,d\theta) = 2\pi R^2 \sin\theta\,d\theta$] olduğu görülebilir.] (*b*) Uygun bir gauss yüzeyi seçiniz ve bu yarım küreden geçen elektrik akısını çok daha kolayca elde etmek için Gauss yasasını kullanınız.



ŞEKİL 22–50
Soru 66.

*Sayısal/Bilgisayar

***67.** (III) Bir elektrik alanı $\mathbf{E} = E_{x0}e^{-\left(\frac{x+y}{a}\right)^2}\hat{\mathbf{i}} + E_{y0}e^{-\left(\frac{x+y}{a}\right)^2}\hat{\mathbf{j}}$, şeklinde veriliyor. Burada $E_{x0} = 50$ N/C, $E_{y0} = 25$ N/C, ve $a = 1.0$ m 'dir. (Şek. 22-48'deki gibi) bir köşesi orijinde, kenarlarının uzunluğu 1.0 m ve kenarları koordinat eksenlerine paralel olan bir küpten dışarı doğru olan akıyı, bir tablolama programı veya başka bir sayısal yöntem kullanarak tahmin ediniz.

Alıştırmaların Cevapları

A: (*d*).
B: (*a*).
C: (*d*).
D: (*e*).
E: (*c*).
F: (*c*).



Günlük hayatımızda voltaja alışkınız — 12 voltluk araba aküsü, evlerde 110 ya da 220 V, 1.5 V'luk elfeneri pili, vb. Burada voltajı 50,000 V veya fazlasına erişebilen bir Van de Graaf jeneratörü görüyoruz. Voltaj iki nokta arasındaki potansiyel farkı ile aynı şeydir. Elektrik potansiyeli birim yük başına düşen potansiyel enerji olarak tanımlanır.

Her saç teli aynı işaretle yüklendiği için saçları dimdik olan bu çocuklar voltajdan zarar görmezler, çünkü Van de Graaf, voltaj düşmeden fazla akım sağlayamaz. (Daha sonra göreceğimiz gibi, zararlı olan vücuttan geçen akımdır.)

BÖLÜM 23

Elektrik Potansiyeli

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!
Yük yoğunlukları (σ) eşit ve zıt olan bir çift paralel plakayı gözönüne alın. Aşağıdaki eylemlerden hangisi (yük yoğunluğunu sabit kabul ederek) plakalar arasındaki voltajı arttıracaktır?

(a) Plakaları birbirlerine yaklaştırmak.
(b) Plakaları uzaklaştırmak.
(c) Plakaların alanlarını iki katına çıkarmak.
(d) Plakaların alanlarını yarılamak.

Bölüm 7 ve 8'de, enerji kavramının mekanik konusuyla uğraşırken son derece yararlı olduğunu görmüştük. Enerji bakış açısı elektrik konusunda da özellikle yararlıdır. Enerjinin korunumu yasasını genişletmekle kalmaz, bize elektriksel olayları incelememiz için yeni bir bakış açısı verir. Ayrıca, enerji çoğu durumda problemleri kolayca çözmek için kuvvetleri ve elektrik alanları kullanmaya göre daha güçlü bir araçtır.

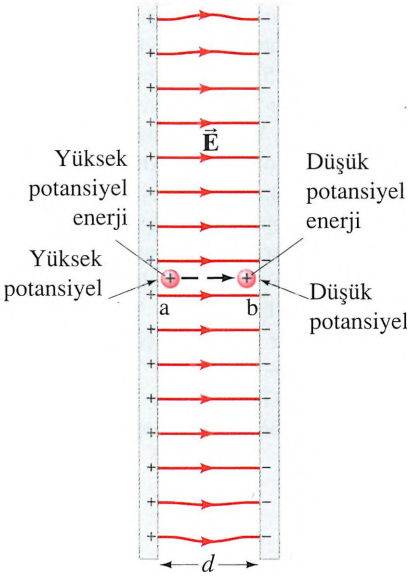
İÇERİK

23–1 Elektrik Potansiyel Enerjisi ve Potansiyel Farkı
23–2 Elektrik Potansiyeli ve Elektrik Alanı Arasındaki İlişki
23–3 Nokta Yüklerden İleri Gelen Elektrik Potansiyeli
* 23–4 Herhangi bir Yük Dağılımından İleri Gelen Elektrik Potansiyeli
23–5 Eşpotansiyel Yüzeyler
23–6 Elektrik Dipol Potansiyeli
23–7 V'den Bulunan $\vec{E}$
23–8 Elektrostatik Potansiyel Enerji; Elektron Volt
23–9 Katot Işını Tübü: TV ve Bilgisayar Monitörleri, Osiloskop

23–1 Elektrik Potansiyel Enerjisi ve Potansiyel Farkı

Elektrik Potansiyel Enerjisi

Enerjinin korunumunu uygulamak için, diğer potansiyel enerji türleri için yaptığımız gibi elektrik potansiyel enerjisini tanımlamamız gereklidir. Bölüm 8'de gördüğümüz gibi, potansiyel enerji yalnızca korunumlu bir kuvvet için tanımlanabilir. Bir cismin herhangi iki konum arasında hareket ettirilmesinde korunumlu kuvvet tarafından yapılan iş, izlenen yoldan bağımsızdır. Herhangi iki yük arasındaki elektrostatik kuvvetin (Dnk. 21-1, $F = kQ_1Q_2/r^2$) konuma bağlılığı tıpkı Kısım 8-7'de korunumlu olduğunu gördüğümüz kütle çekimi kuvvetinde olduğu gibi $1/r^2$ şeklinde olduğuna göre, korunumlu bir kuvvettir. Dolayısıyla, elektrostatik kuvvet için de potansiyel enerji tanımlayabiliriz.



ŞEKİL 23–1 Pozitif yük q'nun konumundan b konumuna hareket ettirilmesinde elektrik alanı tarafından iş yapılmıştır.

Bölüm 8'de gördük ki iki nokta, a ve b, arasındaki potansiyel enerji değişimi korunumlu kuvvetin bir cismi a'dan b'ye hareket ettirirken yaptığı işin negatifidir: $\Delta U = -W$.

Böylece, q yükü bir a noktasından bir başka b noktasına hareket ederken elektriksel potansiyel enerjisindeki $U_a - U_b$ değişikliğini, elektrik kuvvetinin yük a'dan b'ye giderken yaptığı işin negatifi olarak tanımlarız. Örneğin, eşit ama zıt yüklü iki paralel plaka arasındaki elektrik alanını gözönüne alın; aralarındaki uzaklığın genişliklerine ve yüksekliklerine göre küçük olduğunu varsayalım ki böylece elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$ bölgenin çoğu üzerinde düzgün dağılmış olacaktır (Şek. 23-1). Şimdi, şekilde gösterildiği gibi pozitif plakanın çok yakınındaki a noktasına yerleştirilmiş çok küçük bir pozitif nokta yük q'yu gözönüne alın. Bu q yükü o kadar küçüktür ki $\vec{\mathbf{E}}$ üzerinde hiç bir etkisi yoktur. Eğer a noktasındaki bu q yükü serbest bırakılırsa, elektriksel kuvvet onun üzerinde iş yapacak ve onu negatif plakaya doğru ivmelendirecektir. Elektrik alanı E tarafından yükün üzerine bir d uzaklığı boyunca yapılan iş şöyledir:

$$W = Fd = qEd$$

Burada Dnk. 21-5'i, $F = qE$'yi kullandık. Elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$'nin düzgün olduğu bu durumda elektrik potansiyel enerjisindeki değişim elektrostatik kuvvet tarafından yapılan işin negatifidir:

$$U_b - U_a = -W = -qEd \qquad \text{[düzgün } \vec{\mathbf{E}}\text{]} \quad \textbf{(23–1)}$$

Şekilde gösterilen durumda potansiyel enerji azalır (ΔU negatiftir); ve Şek. 23-1'deki yüklü parçacık a noktasından b noktasına ivmelenirken, parçacığın kinetik enerjisi K eşit miktarda artar. Enerjinin korunumuna uygun olarak, elektrik potansiyel enerjisi kinetik enerjiye dönüşür ve toplam enerji korunur. Pozitif yük q'nun en yüksek potansiyel enerjiye a noktasında, pozitif plakanın yakınında†, sahip olduğuna dikkat edin. Negatif bir yük için tersi doğrudur: onun potansiyel enerjisi negatif plakanın yakınında en büyüktür.

Elektrik Potansiyeli ve Potansiyel Farkı

Bölüm 21'de elektrik alanını birim yük başına kuvvet olarak tanımlamayı uygun bulmuştuk. Benzer biçimde, **elektrik potansiyeli** (veya, "elektrik"ten bahsettiğimiz belliyse, basitçe **potansiyel**) birim yük başına elektrik potansiyel enerjisi olarak tanımlanır. Elektrik potansiyeli V sembolü ile gösterilir. Eğer bir elektrik alanı içindeki pozitif test yükü q bir a noktasında (bir sıfır potansiyel enerjiye göre) U kadar potansiyel enerjiye sahipse, bu noktadaki elektrik potansiyeli V şu şekilde verilir:

$$V_a = \frac{U_a}{q}. \qquad \textbf{(23–2a)}$$

Bölüm 8'de tartıştığımız gibi, yalnızca potansiyel enerjideki farklar anlamlıdır. Dolayısıyla, yalnızca iki nokta, a ve b arasında (Şek. 23-1'deki a ve b arasındaki gibi) potansiyeldeki fark, veya **potansiyel farkı** ölçülebilir. Elektriksel kuvvet, yük üzerinde pozitif iş yaptığında kinetik enerji artar ve potansiyel enerji azalır. Potansiyel enerjideki fark, $U_b - U_a$, yükü a'dan b'ye götürmek için elektrik alanı tarafından yapılan iş W'nun negatifine eşittir; böylece de potansiyel farkı V_{ba} şöyle hesaplanır:

$$V_{ba} = \Delta V = V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q} = -\frac{W_{ba}}{q}. \qquad \textbf{(23–2b)}$$

Dikkat edin, elektrik potansiyeli elektrik alanı gibi, test yükümüz q'ya bağlı değildir. V alanı yaratan diğer yüklere bağlıdır, ama q'ya bağlı değildir. q, diğer yüklerden ileri gelen V potansiyeli içinde bulunmaktan dolayı potansiyel enerjiye sahip olur.

Tanımımızdan görebiliriz ki Şek. 23-1'deki pozitif plaka negatif plakadan daha yüksek bir potansiyeldedir. Böylece, pozitif yüklü bir cisim doğal olarak yüksek bir potansiyelden düşük bir potansiyele doğru gider. Negatif bir yük ise tersini yapar.

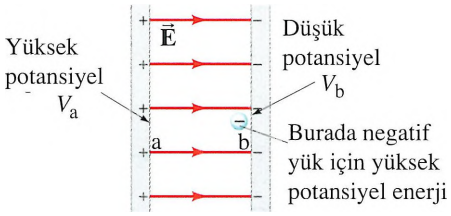
Elektrik potansiyelinin, ve potansiyel farkının birimi joule/coulomb'dur ve, en çok elektrik pilini icat etmesiyle bilinen Alessandro Volta'nın anısına, **volt** diye özel bir ad verilmiştir. Volt, V diye kısaltılır, bu nedenle 1 V = 1 J / C'dur. Volt cinsinden ölçüldüğü için potansiyel farkına .çoğunlukla voltaj denir.

†Bu noktada yük (başka bir cisim veya sistem üzerinde) en fazla iş yapma yeteneğine sahiptir.

Eğer bir a noktasındaki V potansiyelinden söz etmek istiyorsak, V_a'nin potansiyelin nerede sıfır olarak seçildiğine bağlı olduğunun farkında olmalıyız. Ele alınan bir durumda elektrik potansiyelinin sıfır olduğu yer, tıpkı potansiyel enerjide olduğu gibi, rasgele seçilebilir, çünkü yalnızca potansiyel enerjideki farklar ölçülebilir. Çoğunlukla toprak, ya da doğrudan toprağa (Dünya'ya) bağlı bir iletken sıfır potansiyel olarak kabul edilir, ve diğer potansiyeller toprağa göre verilirler. (Dolayısıyla, voltajı 50 V olan bir nokta, kendisi ile toprak arasındaki potansiyel farkı 50 V olan bir noktadır.) Daha sonra göreceğimiz gibi, diğer durumlarda potansiyeli sonsuz uzaklıkta ($r = \infty$) sıfır olacak şekilde belirleyebiliriz.

KAVRAMSAL ÖRNEK 23–1 **Negatif bir yük.** Diyelim ki elektron gibi negatif bir yük Şek. 23-1'deki negatif plakanın yakınına, burada, Şek. 23-2'de gösterilen b noktasına yerleştirilmiş olsun. Eğer elektron harket etmekte serbestse, potansiyel enerjisi azalacak mı, çoğalacak mıdır? Elektrik potansiyeli nasıl değişecektir?

YANIT b noktasında serbest bırakılan bir elektron pozitif plakaya doğru hareket edecektir. Elektron pozitif plakaya doğru hareket ederken, potansiyel enerjisi azalır, kinetik enerjisi artar, dolayısıyla $U_a < U_b$ ve $\Delta U = U_a - U_b < 0$. Ama dikkat edin, electron düşük potansiyelli b noktasından yüksek potansiyelli a noktasına doğru hareket eder: $V_{ab} = V_a - V_b < 0$ (V_a ve V_b potansiyelleri, elektrondan değil, plakalardaki yüklerden ileri gelir. Negatif yükten dolayı ΔU ve ΔV'nin işaretleri zıttır.



ŞEKİL 23–2 Şek. 23-1'in merkezi kısmı. Negatif bir nokta yükün, negatif plaka yakınında, potansiyel enerjisinin (PE) yüksek olduğu gösteriliyor. Örnek 23-1.

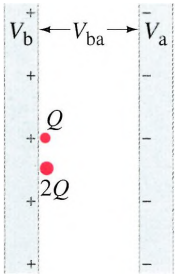
DIKKAT

Negatif bir yük V düşük olduğu zaman yüksek potansiyel enerjiye sahiptir.

Elektrik potansiyeli farkı birim yük başına potansiyel enerji farkı olarak tanımlandığı için, a ve b diye iki nokta arasında hareket ettirildiği zaman bir q yükünün potansiyel enerjisindeki değişme

$$\Delta U = U_b - U_a = q(V_b - V_a) = qV_{ba} \text{ 'dır.} \qquad (23\text{–}3)$$

Yani, q yüklü bir cisim bir V potansiyel farkı boyunca hareket ederse, potansiyel enerjisi qV kadar değişir. Örneğin, Şek. 23-1'deki iki plaka arasındaki potansiyel farkı 6 V ise, b noktasından a noktasına (diyelim bir dış kuvvet tarafından) götürülüren +1 C'luk bir yük (1 C) (6 V) = 6 J elektrik potansiyel enerjisi kazanacaktır. (Ve a'dan b'ye hareket ederse 6 J potansiyel enerji kaybedecektir.) Benzer olarak, +2 C'luk bir yük 12 J kazanacaktır, vb. Böylelikle, elektrik potansiyeli farkı bir elektrik yükünün belli bir durumda ne kadar enerji kazanabileceğinin bir ölçüsüdür. Enerji, iş yapabilme yeteneği olduğu için, elektrik potansiyel farkı verilen bir yükün ne kadar iş yapabileceğinin de bir ölçüsüdür. Kesin miktar hem potansiyel farkına, hem de yüke bağlıdır.



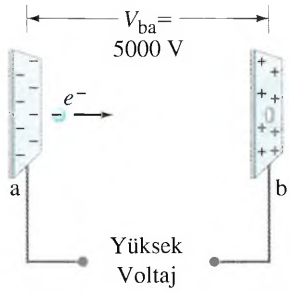
ŞEKİL 23–3 (a) Aynı yükseklikteki iki kaya. Büyük olan kaya daha fazla potansiyel enerjiye sahiptir. (b) İki yük aynı elektrik potansiyele sahiptir. $2Q$ yükü daha fazla potansiyel enerjiye sahiptir.

Elektrik potansiyelini daha iyi anlamak için yerçekimine, bir kayanın bir uçurumun tepesinden düştüğü zamanki duruma bakalım. Uçurumun yüksekliği h ne kadar büyükse, kayanın dip noktaya göre uçurumun tepesinde sahip olduğu potansiyel enerji (= mgh) de o kadar fazladır, ve dibe ulaştığında o kadar fazla kinetik enerjisi olacaktır. Kazanacağı gerçek kinetik enerji ve yapabileceği iş miktarı hem uçurumun yüksekliğine, hem de kayanın kütlesi m'e bağlıdır. Büyük bir kayayla küçük bir kaya aynı h yüksekliğinde olabilir (Şek. 23-3a) ve böylece aynı "yerçekimi potansiyeli"ne sahip olabilirler, ama büyük olan kaya daha fazla potansiyel enerjiye sahiptir (daha büyük kütleye sahiptir). Elektriksel durum da buna benzer (Şek. 23-3b): potansiyel enerji değişimi, ya da yapılabilecek iş hem (uçurumun yüksekliğine karşılık gelen) potansiyel farkına, hem de (kütleye karşılık gelen) yüke bağlıdır, Dnk. 23-3. Ama önemli bir farka dikkat edin: elektrik yükün iki türü bulunur: + ve – ; halbuki yerçekimsel kütle her zaman +'dır.

Piller ve elektrik jeneratörleri gibi elektrik enerjisi kaynakları belli bir potansiyel farkını sürdürmek içindirler. Bu tür bir aygıt tarafından dönüştürülen enerjinin gerçek miktarı potansiyel farkına bağlı olduğu kadar, ne kadar yük aktığına da bağlıdır (Dnk. 23-3). Örneğin, 12.0 V'luk bir aküye bağlı bir otomobil farını gözönüne alın. (Işığa ve ısı enerjisine) dönüştürülen enerji miktarı ne kadar yük aktığına bağlıdır ki, bu da ışığın ne kadar süreyle açık olduğuna bağlıdır. Eğer belli bir süre içinde ampülden 5.0 C'luk yük akarsa, dönüştürülen toplam enerji (5.0 C) (12.0 V) = 60 J'dür. Eğer far iki kat uzun süre açık bırakıl ırsa, 10.0 C'luk yük akacak ve dönüştürülen enerji (10.0 C) (12.0 V) = 120 J olacaktır. Tablo 23-1 bazı tipik voltajları listelemektedir.

TABLO 23–1 Bazı Tipik Potansiyel Farkları (Voltajlar)

Kaynak	Voltaj (yaklaşık)
Fırtına bulutuyla yer arası	10^8 V
Yüksek gerilim hattı	10^5–10^6 V
TV tübü güç kaynağı	10^4 V
Otomobil ateşlemesi	10^4 V
Evdeki priz	10^2 V
Otomobil aküsü	12 V
El feneri pili	1.5 V
Sinir zarı üzerindeki durgunluk potansiyeli	10^{-1} V
Deri üzerindeki voltaj değişimleri(EKG ve EEG)	10^{-4} V



ŞEKİL 23–4 KIT'de hızlandırılan elektron. Örnek 23-2.

ÖRNEK 23–2 **KIT'deki elektron.** Bir katot ışını tübünde (Kısım 23-9) bir elektronun $V_b - V_a = V_{ba} = +5000\ V$ potansiyel farkı boyunca hızlandırıldığını varsayın (Şek.23-4). (*a*) Elektronun elektrik potansiyel enerjisisindeki değişim ne kadardır? (*b*) Bu hızlanma sonucu olarak elektronun ($m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg) hızı ne olur?

YAKLAŞIM Pozitif plakaya doğru hızlanan elektronun potansiyel enerjisi $\Delta U = q\ V_{ba}$ kadar azalacaktır (Dnk.23-3). Potansiyel enerji kaybı kinetik enerji kazanımına eşittir (enerjinin korunumu).

ÇÖZÜM (*a*) Bir elektron üzerindeki yük $q = -e = -1.6 \times 10^{-19}$ C 'dur. Bu nedenle, potansiyel enerji değişimi:

$$\Delta U = qV_{ba} = (-1.6 \times 10^{-19}\,\text{C})(+5000\,\text{V}) = -8.0 \times 10^{-16}\,\text{J}.$$

Eksi işareti potansiyel enerjinin azaldığını belirtir. Son potansiyel V_b başlangıç potansiyeli V_a'dan daha yüksek olduğu için potansiyel farkı V_{ba}'nın işareti pozitiftir. Negatif elektronlar pozitif elektroda doğru çekilmekte ve negative elektrot tarafından itilmektedirler.

(*b*) Elektronun kaybettiği potansiyel enerji, kinetik enerji K'ya dönüşür. Enerjinin korunumundan (Dnk. 8-9a), $\Delta K + \Delta U = 0$, dolayısıyla,

$$\Delta K = -\Delta U$$
$$\tfrac{1}{2}mv^2 - 0 = -q(V_b - V_a) = -qV_{ba}$$

Bize elektronun durma halinden başladığı bilgisi verildiğine göre başlangıçtaki kinetik enerji sıfırdır. Bu denklemi v için çözeriz:

$$v = \sqrt{-\frac{2qV_{ba}}{m}} = \sqrt{-\frac{2(-1.6 \times 10^{-19}\,\text{C})(5000\,\text{V})}{9.1 \times 10^{-31}\,\text{kg}}} = 4.2 \times 10^7\,\text{m/s}.$$

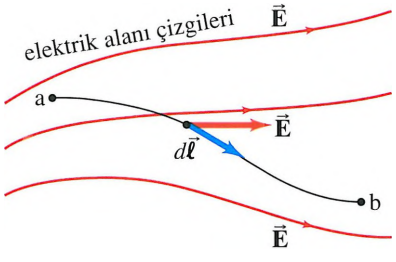
NOT Elektrik potansiyel enerjisi kütleye değil, yalnızca yüke ve voltaja bağlıdır. Hız ise kütleye bağlıdır.

23–2 Elektrik Potansiyeli ve Elektrik Alanı Arasındaki İlişki

Herhangi bir yük dağılımının etkileri elektrik alanı yardımıyla veya elektrik potansiyeli aracılığıyla tarif edilebilir. Bir vektör olan elektrik alanı ile karşılaştırıldığında, elektrik potansiyelini kullanmak, skaler olduğu için, çoğunlukla daha kolaydır. Yüklerin belli bir düzenlenişinin yarattığı elektrik potansiyeli ile bu yüklerden ileri gelen elektrik alanı arasında çok önemli bir bağıntı vardır; şimdi bunu inceliyoruz.

Korunumlu bir kuvvet $\vec{\mathbf{F}}$ ile bu kuvvetle eşleştirilen potansiyel enerji U arasındaki ilişkiyi hatırlayarak işe başlayalım. Kısım 8-2'de tartışıldığı gibi, uzaydaki herhangi iki nokta, a ve b arasındaki potansiyel enerji farkı Dnk.8-4 ile verilir:

$$U_b - U_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}.$$



ŞEKİL 23–5 Düzgün olmayan bir elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$, içinde V_{ba}'yı bulmak için $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ 'nin a noktasından *b* noktasına integralini alırız.

Burada $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ sonsuz küçük bir yerdeğiştirme adımıdır ve integral, uzayda a noktasından b noktasına giden herhangi bir yol boyunca alınmıştır. Elektriksel durumda, potansiyel enerjinin kendisinden çok, Dnk. 23-2b ile verilen potansiyel farkı $V_{ba} = V_b - V_a = (U_b - U_a)/q$ ile daha çok ilgileniyoruz. Bundan başka, uzayda herhangi bir noktadaki elektrik alanı birim yük başına kuvvet olarak tanımlanmıştır (Dnk. 21-3): $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{F}}/q$. Bu iki ilişkiyi yukarıdaki denkleme koymak bize

$$V_{ba} = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} \qquad \textbf{(23–4a)}$$

verir. İşte bu elektrik alanı ile elektrik potansiyel arasındaki genel ilişkidir. Bknz. Şek. 23-5. Eğer bize bir yük dağılımından ileri gelen elektrik alanı verilirse V_{ba}'yı bulmak için Dnk. 23-4a'yı kullanabiliriz.

Basit bir özel durum bir düzgün alandır. Örneğin, Şek.23-1'de, pozitif plakadaki a noktasından negatif plakadaki *b* noktasına kadar, elektrik alan çizgilerine paralel bir yol ($\vec{\mathbf{E}}$ ve $d\vec{\ell}$ her noktada aynı yönde olduğu için)

$$V_{ba} = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell} = -E\int_a^b d\ell = -Ed$$

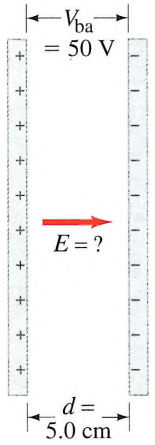
veya

$$V_{ba} = -Ed \qquad \text{[yalnızca } E \text{ düzgün ise]} \quad \textbf{(23–4b)}$$

sonucunu verir. Burada *d*, a ve b noktaları arasındaki elektrik alan çizgilerine paralel olan uzaklıktır. Elektrik alanının düzgün olduğundan emin değilseniz Dnk. 23-4b'yi kullanmamaya dikkat ediniz.

Dnk. 23-4'lerin her ikisinden de elektrik alan şiddeti biriminin coulomb başına newton (N/C) şeklinde yazılabildiği gibi metre başına volt (V/m) şeklinde de yazılabileceğini görüyoruz. Bunlar genelde eşdeğerdir, çünkü 1 N/C = 1 N·m/C·m = 1 J/C·m = 1 V/m.

ALIŞTIRMA A Sayfa 607'deki Bölüm Açılış Sorusu'na dönün ve şimdi ona tekrar cevap verin. Neden ilk seferde farklı cevap vermiş olabileceğinizi açıklayın.



ŞEKİL 23–6 Örnek 23–3.

ÖRNEK 23–3 **Voltajdan elde edilen elektrik alanı.** İki paralel plaka 50 V'luk bir potansiyel farkı yaratacak şekilde yüklenmişlerdir. Eğer plakalar arasındaki uzaklık 0.050 m ise, plakalar arasındaki boşluktaki elektrik alanın büyüklüğünü hesaplayın.

YAKLAŞIM Düzgün olduğu varsayılan E 'nin büyüklüğünü bulmak için Dnk. 23-4b'yi uygularız.

ÇÖZÜM Elektrik alanının büyüklüğü $E = V_{ba}/d = (50\,\text{V}/0.050\,\text{m}) = 1000\,\text{V/m}$ 'dir.

ÖRNEK 23–4 **Yüklü iletken küre.** Yarıçapı r_0 olan düzgün yüklenmiş iletken bir kürenin merkezinden r uzaklıktaki elektrik potansiyelini, (*a*) $r > r_0$ için, (*b*) $r = r_0$ için, (*c*) $r < r_0$ için belirleyin. Küre üzerindeki toplam yük *Q*'dur.

YAKLAŞIM Küre bir iletken olduğu için *Q* yükü yüzeye yayılmıştır. Örnek 22-3'te iletken bir küre dışındaki elektrik alanının

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2} \quad [r > r_0]$$

olduğunu, ve radyal olarak dışarı doğru ($Q > 0$ ise içeri doğru) yönlenmiş olduğunu görmüştük. $\vec{\mathbf{E}}$'yi bildiğimize göre Dnk.23-4a'yı kullanarak işe başlayabiliriz.

ÇÖZÜM (*a*) Dnk.23-4a'yı kullanır, $d\vec{\ell}$'yi $\vec{\mathbf{E}}$'ye paralel alarak integrali kürenin merkezinden uzaklıkları r_a ve r_b olan iki nokta arasındaki bir radyal hat boyunca alır ve $d\ell = dr$. eşitleriz (Şek. 23-7):

$$V_b - V_a = -\int_{r_a}^{r_b} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

Eğer $r = \infty$'da $V = 0$ kabul edersek ($r_b = \infty$'da $V_b = 0$ seçelim), o zaman $r > r_0$ olan başka herhangi bir noktada

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} \qquad [r > r_0]$$

buluruz. Bir sonraki Kısımda aynı eşitliğin tek bir nokta yükten *r* kadar uzaktaki potansiyel için de geçerli olduğunu göreceğiz. Demek ki yükü düzgün dağılmış olan küresel bir iletkenin dışındaki elektrik potansiyeli, bütün yükün merkezde toplandığı durumla aynıdır.

(*b*), İletkenin yüzeyinde *r*, r_0'a gittiğinden

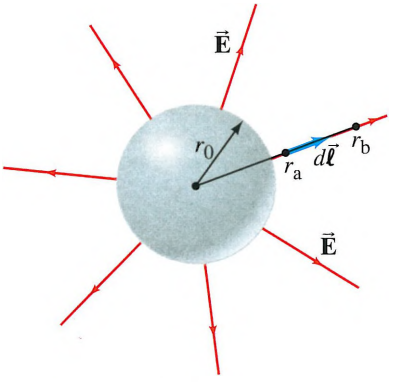
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_0} \qquad [r = r_0]$$

olduğunu görürüz.

(*c*) İletken içindeki noktalar için, $E = 0$'dır. Dolayısıyla, $\int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell}$, integrali $r = r_0$ ile iletken içindeki herhangi bir nokta arasında *V*'ye bir katkıda bulunmadığından *V* iletken içinde sabittir:

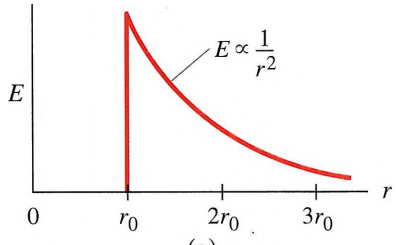
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_0}. \qquad [r \le r_0]$$

Yalnızca yüzeyi değil, tüm iletken bu potansiyeldedir. Hem *E*, hem *V*, Şek. 23-8'de iletken bir küre için *r*'nin bir fonksiyonu olarak gösterilmişlerdir.

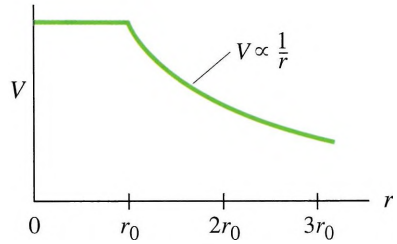


ŞEKİL 23–7 Örnek 23-4. Küresel bir iletkenin dışında $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell}$ 'nin integralinin alınışı.

ŞEKİL 23–8 Yarıçapı r_0 olan, düzgün yük dağılımlı (yük kendiliğinden yüzeye yayılır) katı bir iletken küre için (a) r'ye karşı E, ve (b) r'ye karşı V



(a)



(b)

ÖRNEK 23–5 **İyonlaşma voltajı.** Bir çok değişik tür aygıtta çok yüksek voltajlar kullanılır. Yüksek voltajlarla ilgili bir sorun havanın güçlü elektrik alanları nedeniyle iyonize olabilmesidir: havadaki serbest elektronlar (bunlar, örneğin, kozmik ışınlar tarafından ortaya çıkartılmış olabilir) bu güçlü elektrik alanları tarafından O_2 ve N_2 moleküllerini çarpışma yoluyla iyonize edecek, bir veya daha fazla elektronlarını kopartacak hızlara eriştirilebilirler. O zaman hava iletken olur ve yük aktığı için yüksek voltaj sürdürülemez. Havanın iyonizasyonu 3×10^6 V/m kadarlık elektrik alanlarıyla gerçekleşir. (*a*) Küresel bir iletken için havanın iyonizasyon voltajının kürenin yarıçapıyla orantılı olduğunu gösterin, ve (*b*) 1.0 cm çapındaki bir küre için havanın iyonizasyon voltajını tahmin edin.

YAKLAŞIM Yarıçapı r_0 olan bir küresel iletkenin yüzeyindeki elektrik potansiyeli (Örnek 23-4) ve yüzeyinin hemen dışındaki elektrik alanı

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_0} \quad \text{ve/and} \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_0^2}.$$

ÇÖZÜM (a) Bu iki eşitliği birleştirir ve

$$V = r_0 E \qquad \text{[küresel bir iletkenin yüzeyinde]}$$

buluruz.

(*b*) $r_0 = 5 \times 10^{-3}$ m için havanın iyonizasyon voltajı

$$V = (5 \times 10^{-3}\,\text{m})(3 \times 10^6\,\text{V/m}) \approx 15{,}000\,\text{V}.$$

Yüksek voltajlar mevcut olduğunda, sivri noktaların çevrelerinde, güçlü elektrik alanlarının bu noktalarda hava moleküllerini iyonize etmesinden ileri gelen, **korona boşalması** denilen parlamalar görülebilir. Gördüğümüz ışık, elektronların düşük enerji seviyelerindeki boşluklara inmelerinden dolayıdır. **Paratonerlerin** sivri uçları bir fırtına bulutu yakındayken çevredeki havayı iyonize etmek, ve yüksek voltaj taşıyan tehlikeli bulutu yavaşça, zamana yayarake boşaltmak için bir iletim hattı sağlamak amacını güderler. Dolayısıyla, toprağa bağlı paratonerler, tehdit edici bulutları aşırı bir yük birikimi hızlı ve yıkıcı bir yıldırım çakmasıyla sonuçlanmadan önce boşaltmak içindirler.

ALIŞTIRMA B Kuru bir günde, bir insan halılara veya başka sıradan nesnelere sürtünme yoluyla elektrikle yüklenebilir. Diyelim ki metal bir kapı tokmağına doğru uzanırken küçük bir elektrik çarpması hissettiniz, ve çarpmanın elleriniz kapı tokmağından 3.0 mm kadar uzaktayken oluşan küçücük bir kıvılcımla oluştuğunu farkettiniz. Elleriniz ve kapı tokmağı arasındaki potansiyel farkını kabaca tahmin etmek için Dnk. 23-4b'yi kullanın. (*a*) 9 V; (*b*) 90 V; (*c*) 900 V; (*d*) 9000 V; (*e*) Bunlardan hiçbirisi.

23–3 Nokta Yüklerden İleri Gelen Elektrik Potansiyeli

Tek başına olan bir nokta yük Q'dan r uzaklıktaki elektrik potansiyeli, doğrudan doğruya Dnk. 23-4a'dan, $V_b - V_a = -\int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell}$ türetilebilir. Tek başına olan bir nokta yükün elektrik alanı (Dnk. 21-4)

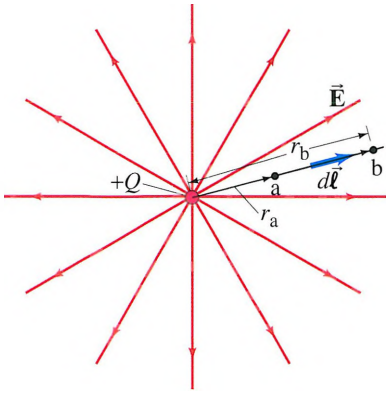
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2} \quad \text{veya} \quad E = k\frac{Q}{r^2}$$

'dir. (Burada $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8.99 \times 10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$), ve pozitif bir yükten dışarı doğru ($Q < 0$ için içeri doğru) yönlenmiştir. Dnk.23-4a'daki integrali Q'dan r_a uzaklıktaki a noktasından Q'dan r_b uzaklıktaki b noktasına kadar düz bir alan çizgisi boyunca alırız (Şek. 23-9). O zaman $d\vec{\ell}$, $\vec{\mathbf{E}}$'ye paralel olacak ve $d\ell = dr$ olacaktır. Böylece

$$V_b - V_a = -\int_{r_a}^{r_b} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{1}{r^2}\,dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r_b} - \frac{Q}{r_a}\right)$$

olur. Daha önce sözü edildiği gibi, yalnızca potansiyel farklarının fiziksel anlamları vardır. Bu nedenle, herhangi bir noktadaki potansiyel için istediğimiz değeri seçmekte serbestiz.

ŞEKİL 23–9 Dnk. 23-4a'nın a noktasından b noktasına (siyahla gösterilen) düz bir çizgi boyunca integralini alırız. ab çizgisi bir alan çizgisine paraleldir.

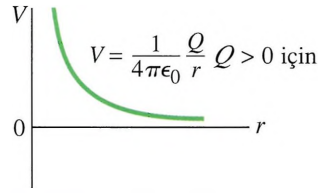


Sonsuz uzaklıkta potansiyeli sıfır almak ($V_b = 0$ at $r_b = \infty$) genelde yapılan seçimdir. O zaman tek başına olan bir nokta yükten r uzaklıktaki elektrik potansiyeli

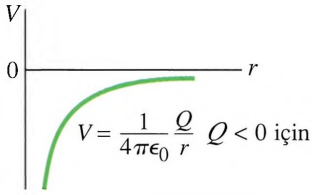
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}\cdot \text{ olur} \qquad \left[\begin{array}{l}\text{Tek bir nokta yük}\\ r = \infty\text{'da } V = 0\end{array}\right] \quad \textbf{(23–5)}$$

Burada, V'yi $r = \infty$ 'da $V = 0$ olmak üzere mutlak potansiyeli temsil ediyormuş gibi düşünebiliriz, veya V'yi r ve ∞ arasındaki potansiyel farkı olarak düşünebiliriz. Potansiyel V'nin, uzaklığın birinci kuvvetiyle azaldığına dikkat edin; halbuki elektrik alanı (Dnk. 21-4) uzaklığın karesiyle azalır. Potansiyel pozitif bir yük yakınlarında büyüktür ve çok uzaklarda sıfıra yaklaşacak şekilde azalır (Şek. 23-10). Negatif bir yük için, potansiyel negatiftir ve uzaklarda sıfır olacak şekilde artar (Şek. 23-11).

Örnek 23-4'te düzgün yük dağılımlı bir küreden ileri gelen potansiyelin küre dışındaki noktalar için Dnk. 23-5'teki eşitliğin aynıyla verildiğini görmüştük. Böylece anlıyoruz ki düzgün yük dağılımlı bir kürenin dışındaki potansiyel tıpkı yükün merkezde toplanmış olduğu durumdakiyle aynıdır.



ŞEKİL 23–10 Tek başına duran pozitif bir nokta yükten uzaklığın (r'nin) fonksiyonu olarak potansiyel (V)



ŞEKİL 23–11 Tek başına duran negatif bir nokta yükten uzaklığın (r'nin) fonksiyonu olarak potansiyel (V)

ALIŞTIRMA C $Q = -2.0 \times 10^{-9}$ C nokta yükünden 3.0 cm uzaklıktaki potansiyel nedir? $Q = -2.0 \times 10^{-9}$ C? (*a*) 600 V; (*b*) 60 V; (*c*) 6 V; (*d*) −600 V; (*e*) −60 V; (*f*) −6 V.

ÖRNEK 23–6 **İki pozitif yükü birbirlerine yaklaştırmak için yapılması gereken iş.** Bir $q = 3.00\,\mu$C yükünü çok büyük bir uzaklıktan ($r = \infty$) alın) bir $Q = 20.0\,\mu$C? yükünden 0.500 m uzaklıktaki bir noktaya getirmek için bir dış kuvvet tarafından yapılması gereken minimum iş ne kadardır?

YAKLAŞIM İşi bulmak için basitçe kuvvetle uzaklığı çarpamayız, çünkü kuvvet sabit değildir. Onun yerine, potansiyel enerjideki değişimi dış kuvvet tarafından yapılması gereken işe (pozitif değeri olarak) eşitleriz (Bölüm 8 ve Dnk.23-3): $W = \Delta U = q(V_b - V_a)$. V_b ve V_a potansiyellerini Dnk. 23-5'i kullanarak elde ederiz.

DİKKAT
F sabit değilken
W = F d'yi kullanamayız

ÇÖZÜM Yapılması gereken iş potansiyel enerjideki değişmeye eşittir:

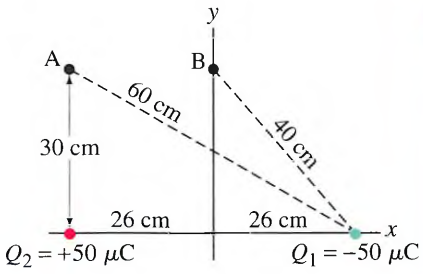
$$W = q(V_b - V_a)$$
$$= q\left(\frac{kQ}{r_b} - \frac{kQ}{r_a}\right),$$

Burada $r_b = 0.500$ m ve $r_a = \infty$ 'dur. Parantezler içindeki ikinci terim sıfırdır $(1/\infty = 0)$ dolayısıyla,

$$W = (3.00 \times 10^{-6}\,\text{C})\frac{(8.99 \times 10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(2.00 \times 10^{-5}\,\text{C})}{(0.500\,\text{m})} = 1.08\,\text{J}.$$

NOT Yalnızca düzgün alanlar için geçerli olduğu için burada Dnk.23-4b'yi kullanamazdık. Bununla beraber, her durumda geçerli olduğu için Dnk.23-3'ü kullandık.

İki veya daha fazla nokta yükten oluşan bir grup yükün civarındaki elektrik alanını belirlemek her bir yükten ileri gelen elektrik alanlarını toplamayı gerektirir. Elektrik alanı bir vektör olduğu için bu, zaman harcatan ve karmaşık bir işlem olabilir. Bir grup nokta yükten ileri gelen elektrik potansiyeli bulmak ise çok daha kolaydır; elektrik potansiyeli bir skaler olduğu için yönlere bakmaksızın yalnızca sayıları (doğru işaretlerle) toplamanız gerekir. Bu da, problemleri çözmek için elektrik potansiyeli kullanmanın büyük avantajlarından birisidir.



ŞEKİL 23–12 Örnek 23-7.
(Ayrıca bknz. Örnek 21-8, Şek. 21-27.)

DİKKAT

Potansiyel bir skalerdir ve bileşenleri yoktur.

ÖRNEK 23–7 **İki yükün üst kısmındaki potansiyel.** Şek. 23-12'deki iki yükten ileri gelen elektrik potansiyelini (*a*) A noktasında, (*b*) B noktasında hesaplayın. [Buradaki durum, Örnek 21-8, Şek.21-27'deki, bu noktalardaki elektrik alanını hesapladığımız durumla aynıdır.]

YAKLAŞIM A noktasındaki (veya B noktasındaki) toplam potansiyel, iki yükün, Q_1 ve Q_2'nin bu noktadaki potansiyellerinin toplamıdır. Her iki tek yük için potansiyel Dnk. 23-5 ile verilir. Elektrik potansiyeli skaler bir nicelik olduğu için yönler konusunda endişelenmemize gerek yoktur. Ama yüklerin işaretlerini takip etmek durumundayız.

ÇÖZÜM (*a*) Her iki yükün Q_1 ve Q_2 'nin A noktasındaki potansiyellerini toplar, ikisi için de Dnk. 23-5'i kullanırız:

$$\begin{aligned} V_A &= V_{A2} + V_{A1} \\ &= k\frac{Q_2}{r_{2A}} + k\frac{Q_1}{r_{1A}} \end{aligned}$$

Burada $r_{1A} = 60\ \text{cm}$ ve $r_{2A} = 30\ \text{cm}$. Bundan sonra

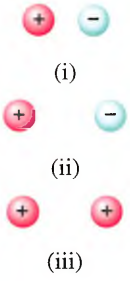
$$\begin{aligned} V_A &= \frac{(9.0 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(5.0 \times 10^{-5}\ \text{C})}{0.30\ \text{m}} \\ &\quad + \frac{(9.0 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(-5.0 \times 10^{-5}\ \text{C})}{0.60\ \text{m}} \\ &= 1.50 \times 10^6\ \text{V} - 0.75 \times 10^6\ \text{V} \\ &= 7.5 \times 10^5\ \text{V}. \end{aligned}$$

(*b*) B noktasında $r_{1B} = r_{2B} = 0.40\ \text{m}$, bu nedenle

$$\begin{aligned} V_B &= V_{B2} + V_{B1} \\ &= \frac{(9.0 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(5.0 \times 10^{-5}\ \text{C})}{0.40\ \text{m}} \\ &\quad + \frac{(9.0 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(-5.0 \times 10^{-5}\ \text{C})}{0.40\ \text{m}} \\ &= 0\ \text{V}. \end{aligned}$$

NOT (*b*)'deki toplamdaki iki terim Q_1 ve Q_2'den eşit uzaklıktaki herhangi bir nokta için ($r_1\text{B} = r_2\text{B}$) birbirlerini götürürler. Dolayısıyla, iki karşıt yüke eşit uzaklıktaki düzlem üzerinde her yerde potansiyel sıfır olacaktır. V'si sabit olan bu düzleme bir eşpotansiyel yüzeyi denir.

Bunun gibi basit toplamlar değişik sayılardaki nokta yükler için kolaylıkla yapılabilir.



ŞEKİL 23–13 Alıştırma D

ALIŞTIRMA D Şek. 23-13'teki üç yük çiftini, Q_1 ve Q_2'yi gözönüne alın. (*a*) Hangi grup pozitif bir potansiyel enerjiye sahiptir? (*b*) Hangi grup en büyük negatif potansiyel enerjiye sahiptir? (*c*) Hangi grup yükleri sonsuza uzaklaştırmak için en fazla işi gerektirir? Bütün yüklerin aynı büyüklükte olduğunu varsayın.

23–4 Herhangi bir Yük Dağılımından İleri Gelen Elektrik Potansiyeli

Eğer herhangi bir yük dağılımının uzayda yarattığı elektrik alanını biliyorsak, o bölgedeki iki nokta arasındaki potansiyel farkını bulmak için Dnk. 23-4a'yı, $V_{ba} = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ kullanabiliriz. Çoğu durumda $\vec{\mathbf{E}}$'yi konumun bir fonksiyonu olarak bilmeyiz, ve hesaplamak da zor olabilir. Verilen bir yük dağılımından ileri gelen potansiyel V'yi bir başka yolla, tek bir nokta yükten ileri gelen potansiyeli, Dnk. 23-5'i kullanarak da hesaplayabiliriz:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r},$$

$r = \infty$'da $V = 0$ seçeriz. Ondan sonra da bütün yükler üzerinden toplam alabiliriz.

Eğer n adet nokta yükümüz varsa, bir a noktasındaki potansiyel $r = \infty$ 'da $V = 0$) alarak)

$$V_a = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_{ia}}, \qquad \textbf{(23–6a)}$$

olacaktır. Burada r_{ia}, i'inci yük Q_i'nin a noktasına olan uzaklığıdır. (Bu yaklaşımı daha önce Örnek 23-7'de kullandık.) Eğer yük dağılımı sürekli kabul edilirse, o zaman

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \qquad \textbf{(23–6b)}$$

Buradaki r sonsuz küçük yük elemanı dq'dan V'nin belirlendiği noktaya olan uzaklıktır.

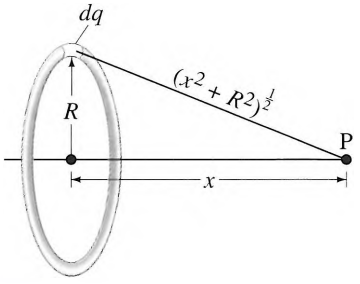
ÖRNEK 23–8 **Yüklü bir halkadan ileri gelen potansiyel.** R yarıçaplı ince, dairesel bir halka düzgün dağılmış bir Q yüküne sahiptir. Halkanın ekseni üzerinde, merkezinden x kadar uzaklıktaki bir P noktasındaki elektrik potansiyeli belirleyin. Şek. 23-14.

YAKLAŞIM Dnk. 23-6b'yi kullanarak halka üzerinde integral alırız.

ÇÖZÜM Halka üzerindeki her nokta P noktasından eşit uzaklıktadır, ve bu uzaklık $(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}$ 'dir. Dolayısıyla, P'deki potansiyel:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}} \int dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

NOT Halkadan çok çok uzaktaki noktalar için $x \gg R$, olur ve bu sonuç beklendiği gibi nokta yükün potansiyeli $(1/4\pi\epsilon_0)(Q/x)$ 'e indirgenir.



ŞEKİL 23–14 Örnek 23-8. Düzgün yük dağılımlı bir halkanın merkezinden x uzaklıktaki P'deki potansiyelin hesaplanması.

ÖRNEK 23–9 **Yüklü bir diskten ileri gelen potansiyel.** Yarıçapı R_0 olan ince, düz bir disk düzgün dağılmış bir Q yüküne sahiptir. Diskin ekseni üzerinde, merkezinden x uzaklıktaki bir P noktasındaki potansiyeli bulun.

YAKLAŞIM Diski yarıçapı R ve kalınlıkları dR olan ince halkalara böler ve disk üzerinde integral almak için Örnek 23-8'in sonucunu kullanırız.

ÇÖZÜM Yük Q düzgün dağılmış olduğu için her bir halkanın yükü alanıyla orantılıdır. Diskin alanı πR_0^2 'dir ve her bir ince halka $dA = (2\pi R)(dR)$ kadarlık alana sahiptir. Dolayısıyla,

$$\frac{dq}{Q} = \frac{2\pi R\, dR}{\pi R_0^2}.$$

Bu nedenle,

$$dq = Q\frac{(2\pi R)(dR)}{\pi R_0^2} = \frac{2QR\, dR}{R_0^2}.$$

O zaman, Dnk. 23-6b'de r yerine $(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}$ koyarak, P'deki potansiyel

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} \int_0^{R_0} \frac{R\, dR}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2} (x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}} \Big|_{R=0}^{R=R_0}$$

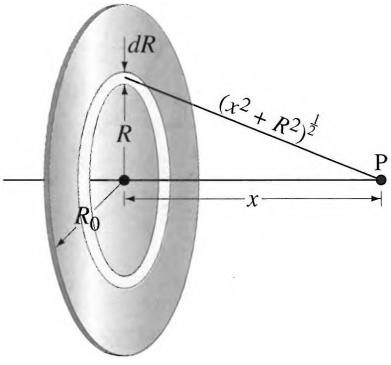
$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2} [(x^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}} - x]$$

olarak bulunur.

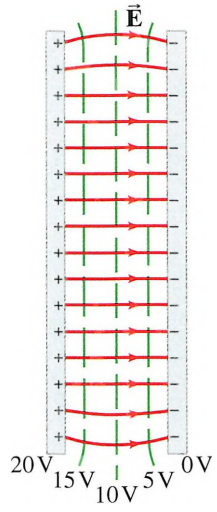
NOT $x >> R$ için bu formül

$$V \approx \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2} \left[x\left(1 + \frac{1}{2}\frac{R_0^2}{x^2}\right) - x \right] = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x}$$ 'e indirgenir.

Bu da beklediğimiz gibi bir nokta yük için geçerli formüldür.



ŞEKİL 23–15 Örnek 23-9. Düzgün yük dağılımlı ince bir diskin ekseni üzerindeki P noktasındaki elektrik potansiyelin hesaplanması.



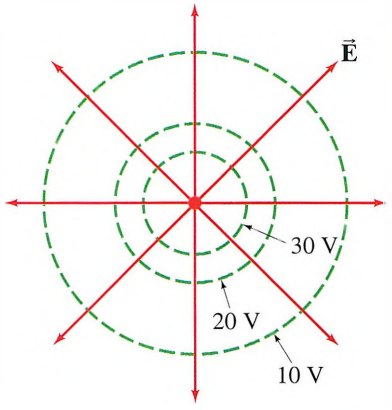
ŞEKİL 23–16 Zıt yüklü iki paralel plaka arasındaki eşpotansiyel çizgileri (kesikli yeşil çizgiler). Elektrik alan çizgilerine (kesiksiz kırmızı çizgilere) dik olduklarına dikkat edin.

23–5 Eşpotansiyel Yüzeyler

Elektrik potansiyeli, **eşpotansiyel eğrileri** veya üç boyutta eşpotansiyel yüzeyleri çizilerek grafiksel bir biçimde gösterilebilir. Bir eşpotansiyel yüzeyi, üzerindeki her nokta aynı potansiyelde olan bir yüzeydir. Yani, bu yüzey üzerindeki herhangi iki nokta arasındaki potansiyel farkı sıfırdır, ve bir yükü noktaların birinden diğerine götürmek için hiç bir iş yapılması gerekmez. *Bir eşpotansiyel yüzeyi her noktasında elektrik alanına dik olmalıdır.* Eğer böyle olmasaydı –yani, eğer $\vec{\mathbf{E}}$'nin yüzeye paralel bir bileşeni olsaydı- bir yükü yüzey üzerinde $\vec{\mathbf{E}}$'nin bu bileşenine karşı hareket ettirmek için iş yapılması gerekirdi ve bu da yüzeyin bir eşpotansiyel yüzey olması düşüncesiyle çelişirdi. Bu, Dnk.23-4a'dan, $\Delta V = -\int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell}$ 'den de görülebilir. V'nin sabit olduğu bir yüzeyde $\Delta V = 0$, bu nedenle de ya $\vec{\mathbf{E}} = 0$ ya da $d\vec{\ell} = 0$ olmalıdır. Dolayısıyla, $\vec{\mathbf{E}}$'nin sıfır olmadığı bir bölgede, $d\vec{\ell}$ 'nin bir eşpotansiyel üzerindeki bileşeni için $\cos\theta = 0$ olmalıdır ki bu da $\theta = 90°$ olduğu ve $\vec{\mathbf{E}}$ 'nin eşpotansiyele dik olduğu anlamına gelir.

Elektrik alan çizgilerinin ve eşpotansiyel yüzeylerin birbirlerine dik oldukları gerçeği elektrik alan çizgilerini bildiğimizde eşpotansiyel yüzeyleri bulmamızı sağlar. Normal bir iki boyutlu çizimde, eşpotansiyel yüzeylerin çizim düzlemi ile kesişimleri olan eşpotansiyel çizgilerini gösteririz. Şek. 23-16'da, aralarındaki potansiyel farkı 20 V olan iki paralel plaka arasındaki elektrik alanı (kırmızı çizgiler) için bir kaç eşpotansiyel çizgisi (kesikli yeşil çizgiler) çizilmiştir. Negatif plakanın sıfır voltta olduğu kabul edilmiş ve her bir eşpotansiyel çizgisinin potansiyeli üzerinde belirtilmiştir. $\vec{\mathbf{E}}$'nin azalan V değerlerine göre yönlenmiş olduğuna dikkat edin.

ŞEKİL 23–17 Örnek 23-10. Bir nokta yük için elektrik alan çizgileri ve eşpotansiyel yüzeyleri.



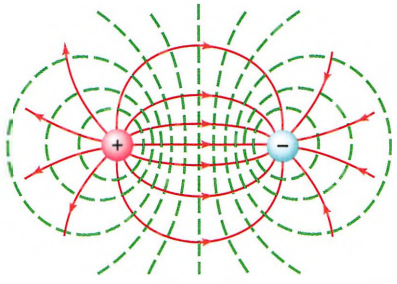
ÖRNEK 23–10 **Nokta yük eşpotansiyel yüzeyleri.** Tek başına bir $Q = 4.0 \times 10^{-9}$ C nokta yükü için $V_1 = 10$ V, $V_2 = 20$ V, $V_3 = 30$ V'a karşılık gelen eşpotansiyel yüzeylerini (veya yükü içeren bir düzlem üzerindeki çizgileri) çizin.

YAKLAŞIM Elektrik potansiyeli V, yükten uzaklık R'ye bağlıdır (Dnk. 23-5).

ÇÖZÜM Pozitif bir nokta yükün elektrik alanı radyal yönde, dışarı doğrudur. Eşpotansiyel yüzeyler elektrik alan çizgilerine dik olmaları gerektiği için, küresel biçimde, ve nokta yüke merkezlenmiş olacaklardır, Şek. 23-17. Dnk. 23-5'ten elimizde $r = (1/4\pi\epsilon_0)(Q/V)$ var, böylece $V_1 = 10$ V, için $r_1 = (9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(4.0 \times 10^{-9}\,\mathrm{C})/(10\,\mathrm{V}) = 3.6\,\mathrm{m}$, $r_2 = 1.8$ m, ve şekildeki gibi, $r_3 = 1.2$ m buluruz.

NOT En büyük potansiyele sahip eşpotansiyel yüzeyi pozitif yüke en yakın olanıdır. Q negatif olsaydı bu nasıl değişirdi?

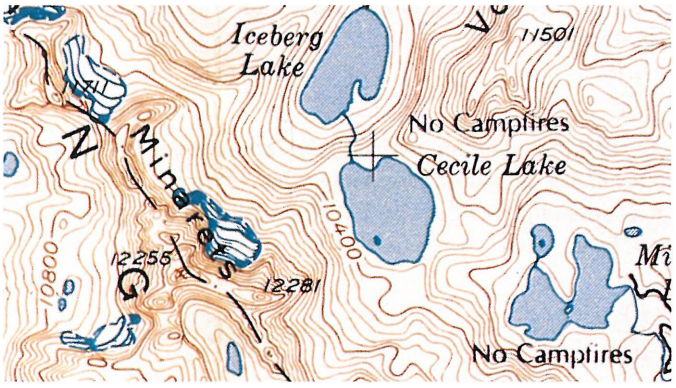
ŞEKİL 23–18 İki eşit ama zıt yüklü parçacık için gösterilen eşpotansiyel çizgileri (yeşil, kesikli) her zaman elektrik alan çizgilerine (kesiksiz, kırmızı) diktir.



İki eşit ama zıt yüklü parçacık durumundaki eşpotansiyel çizgileri Şek.23-18'de kesikli yeşil çizgilerle gösterilmiştir. Eşpotansiyel çizgileri ve yüzeyleri alan çizgilerinden faklı olarak mutlaka süreklidir ve hiç bir yerde sonlanmazlar, dolayısıyla da Şek. 23-16 ve Şek. 23-18'in sınırlarının çok ötelerinde de devam ederler.

Kısım 21-9'da durgun halde bir iletken içinde elektrik alanı olamayacağını, aksi halde serbest elektronların bir kuvvet hissedeceğini ve hareket edeceklerini görmüştük. Gerçekten de, *durgun halde, bir iletkenin bütün hacmi aynı potansiyelde olmalı, ve iletkenin yüzeyi bir eşpotansiyel yüzeyi olmalıdır.* (Eğer öyle olmasaydı, yüzeydeki serbest elektronlar hareket ederdi, çünkü iki nokta arasında bir potansiyel farkı olduğunda serbest yükler hareket ederler.) Bu daha önce tartıştığımız, bir iletkenin yüzeyindeki elektrik alanının yüzeye dik olması gerektiği sonucuyla tamamen tutarlıdır.

Eşpotansiyel yüzeyler için yararlı bir benzetme topografik bir haritadır; kontur eğrileri aslında yerçekimsel eşpotansiyel eğrileridir.



ŞEKİL 23–19 Bir topografik harita (buradaki Kaliforniya'daki Sierra Nevada'nın bir kısmını gösteriyor) her biri deniz seviyesinden sabit bir yükseklikte olan kesiksiz kontur eğrilerini gösterir. Buradakiler 80 ft (25 m) aralıklıdırlar. Bir kontur eğrisi boyunca yürürseniz, ne tırmanmış, ne de alçalmış olursunuz. Eğer eğriler üzerinden geçerseniz, özellikle çizgilere dik tırmanırsanız, yerçekimi potansiyel enerjinizi değiştiriyor olursunuz (eğer eğriler birbirlerine yakınsa oldukça çabuk bir biçimde).

23–6 Elektrik Dipol Potansiyeli

Kısım 21-11'de gördüğümüz gibi, aralarında ℓ kadar uzaklık olan, iki eşit ve zıt işaretli Q yükü bir **elektrik dipolü** olarak adlandırılır. Şek.23-12 ve 23-18'de gördüğümüz yük çiftleri de birer elektrik dipolü oluştururlar. Fizikte, ve başka bilim dallarında, elektrik dipolleriyle sık sık karşılaşıldığı için onları daha yakından incelemek yararlı olacaktır.

Bir dipolün herhangi bir P noktasında yarattığı elektrik potansiyeli (Şek. 23-20) bu iki yükün her birinin yarattığı potansiyellerin toplamıdır ($r = \infty$ da $V = 0$ alıyoruz):

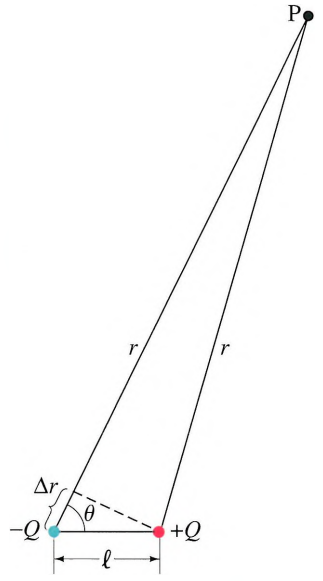
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(-Q)}{(r + \Delta r)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}Q\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r + \Delta r}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\Delta r}{r(r + \Delta r)},$$

Burada r, P'den pozitif yüke olan uzaklık ve $r + \Delta r$ negatif yüke olan uzaklıktır. Bu formül, dipolden uzaklıkları iki yük arasındaki uzaklığa göre çok çok büyük olan P noktalarını yani $r \gg \ell$ gözönüne alırsak basitleşir. Böylece,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q\ell\cos\theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2} \qquad [\text{dipol}, r \gg \ell] \quad \textbf{(23–7)}$$

elde ederiz. $p = Q\ell$ **dipol momenti** diye adlandırılır. Tek başına bir nokta yükün potansiyeli uzaklığın birinci kuvvetiyle azalırken (Dnk. 23-5) dipolün potansiyelinin uzaklığın karesiyle azaldığını görüyoruz. Bir dipol için potansiyelin daha hızlı azalıyor olması şaşırtıcı değildir; bir dipolden yeterince uzak olduğunuzda iki yük birbirlerine o kadar yakınmış gibi dururlar ki birbirlerini nötralize etmiş gibi olurlar.

Tablo 23-2 bir kaç molekülün dipol momentlerini listeliyor. + ve – işaretleri bu yüklerin hangi atomlarda olduklarını belirtiyorlar. Sondaki iki birleşim, moleküler biyolojide önemli roller oynayan bir çok organik molekülde bulunurlar. Dipol momentinin birimi coulomb-metre (C·m) 'dir; moleküller için bazen daha küçük bir birim olan debye kullanılır: 1 debye = 3.33×10^{-30} C·m.



ŞEKİL 23–20 Elektrik dipolü. P noktasındaki potansiyel V'nin hesaplanması.

TABLE 23–2 Seçilmiş Moleküllerin Dipol Momentleri

Molekül	Dipol Momenti (C · m)
$H_2{}^{(+)}O^{(-)}$	6.1×10^{-30}
$H^{(+)}Cl^{(-)}$	3.4×10^{-30}
$N^{(-)}H_3{}^{(+)}$	5.0×10^{-30}
$>N^{(-)}—H^{(+)}$	$\approx 3.0^{\dagger} \times 10^{-30}$
$>C^{(+)}=O^{(-)}$	$\approx 8.0^{\dagger} \times 10^{-30}$

† Bu gruplar sıkça daha büyük moleküllerde görülürler; bu nedenle dipol momentleri molekülün geri kalan kısmına bağlı olarak az çok değişir.

23–7 V'den Bulunan $\vec{E}$

Eğer iki nokta arasındaki elektrik alanı biliniyorsa bu iki nokta arasındaki potansiyel farkını bulmak için Dnk.23-4a'yı, $V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$, kullanabiliriz. Dnk.23-4a'yı ters çevirerek de elektrik alanını potansiyel cinsinden yazabiliriz. O zaman V hakkında bilinenlerden elektrik alanı bulunabilir. Şimdi bunun nasıl yapılacağını görelim.

Dnk. 23-4a'yı diferansiyel formunda

$$dV = -\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -E_\ell \, d\ell,$$

şeklinde yazabiliriz. Burada dV birbirlerinden $d\ell$ uzaklıktaki iki nokta arasındaki sonsuz küçük potansiyel farkı, ve E_ℓ ise elektrik alanının sonsuz küçük yerdeğiştirme adımı $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ yönündeki bileşenidir. Bu durumda

$$E_\ell = -\frac{dV}{d\ell} \tag{23–8}$$

yazabiliriz. Sonuç olarak, *elektrik alanının herhangi bir doğrultudaki bileşeni elektrik potansiyelinin bu yönde uzaklıkla değişim hızının negatifine eşittir* $dV/d\ell$ niceliği V'nin o yöndeki gradyenti olarak adlandırılır. Eğer yön belirtilmemişse, gradyent terimi V'nin en hızlı değiştiği yönü belirtir; bu da o noktadaki elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$'nin yönü olur ve dolayısıyla

$$E = -\frac{dV}{d\ell} \qquad [\text{eğer } d\vec{\boldsymbol{\ell}} \| \vec{\mathbf{E}} \text{ ise}]$$

yazabiliriz. Eğer $\vec{\mathbf{E}}$ x, y, ve z'nin bir fonksiyonu olarak yazılırsa, ve ℓ de x, y, ve z eksenlerine karşılık gelirse, o zaman Dnk.23-8

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \tag{23–9}$$

şekline gelir. Burada, $\partial V/\partial x$, y ve z sabit tutulurken[†] V'nin x'e göre alınan "kısmi türevi"dir. Örneğin, eğer $V(x, y, z) = (2\,\mathrm{V/m^2})x^2 + (8\,\mathrm{V/m^3})y^2z + (2\,\mathrm{V/m^2})z^2$ ise

$$E_x = -\partial V/\partial x = -(4\,\mathrm{V/m^2})x,$$
$$E_y = -\partial V/\partial y = -(16\,\mathrm{V/m^3})yz,$$
$$E_z = -\partial V/\partial z = -(8\,\mathrm{V/m^3})y^2 - (4\,\mathrm{V/m^2})z.$$

ÖRNEK 23–11 **Bir halka ve disk için $\vec{\mathbf{E}}$.** (*a*) yüklü bir halkanın (Şek. 23-14), (*b*) düzgün yük dağılımlı bir diskin (Şek. 23-15) ekseni üzerindeki P noktasındaki elektrik alanını bulmak için elektrik potansiyelini kullanın.

YAKLAŞIM Örnekler 23-8 ve 23-9'da V'yi x'in fonksiyonu olarak elde etmiştik; dolayısıyla E'yi türev alarak buluruz (Dnk. 23-9).

ÇÖZÜM (*a*) Örnek 23-8'den,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Bundan sonra,

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Bu da Örnek 21-9'da bulduğumuz sonucun aynıdır.

(*b*) Örnek 23-9'dan,

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2}\left[(x^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}} - x\right],$$

bu nedenle,

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2}\left[1 - \frac{x}{(x^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}}}\right].$$

Diske çok yakın noktalar için $x \ll R_0$, ve bu durumda şu yaklaşım yapılabilir:

$$E_x \approx \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Burada, $\sigma = Q/\pi R_0^2$ yüzeysel yük yoğunluğudur. Bu formülleri Bölüm 21'de, Örnek 21-12 ve Dnk.21-7'de de elde etmiştik.

[†]Dnk. 23-9 bir vektör denklemi olarak tazılabilir:

$$\vec{\mathbf{E}} = -\text{grad}\, V = -\vec{\nabla}V = -\left(\hat{\mathbf{i}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial}{\partial z}\right)V$$

buradaki $\vec{\nabla}$ sembolü del veya gradyent operatörü diye adlandırılır: $\vec{\nabla} = \hat{\mathbf{i}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial}{\partial z}$.

Bu son örneği Örnekler 21-9 ve 21-12 ile karşılaştırsak, şunu anlarız ki bir çok yük dağılımında olduğu gibi burada da, $\vec{\mathbf{E}}$'yi her bir yüke Coulomb yasasını uygulayarak değil de, önce V'yi, ondan sonra Dnk. 23-9'u kullanarak hesaplamak daha kolaydır. Bunun nedeni çok sayıda yükün oluşturduğu $\vec{\mathbf{E}}$ bir vektör toplamı iken, V'nin bir skaler toplam olmasıdır.

23–8 Elektrostatik Potansiyel Enerji; Elektron Volt

Varsayın ki bir q nokta yükü uzaydaki iki nokta, a ve b, arasında hareket ettiriliyor, ve başka yüklerin bu noktalarda yarattıkları potansiyel, sırasıyla V_a ve V_b. Dnk. 23-2b'ye göre q'nun bu diğer yüklerin alanında sahip olduğu potansiyel enerjideki değişim

$$\Delta U = U_b - U_a = q(V_b - V_a).$$

Şimdi varsayın ki önümüzde bir kaç nokta yükten oluşan bir sistem var. Bu sistemin elektrostatik potansiyel enerjisi ne kadardır? Yükler birbirlerinden çok uzakta (ideal olarak, sonsuz uzaklıkta) olduklarında elektrik potansiyel enerjisini sıfır almak amaca uygundur. Tek bir nokta yük, Q_1, tek başınayken hiç potansiyel enerjisi yoktur, çünkü çevrede başka yükler yoksa üzerine elektriksel kuvvet etkiyemez. Eğer ikinci bir nokta yük, Q_2, Q_1'in yakınına getirilirse, ikinci yükün bulunduğu konumda Q_1'in neden olduğu potansiyel

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{r_{12}},$$

olacaktır ki burada r12 iki yük arasındaki uzaklıktır. $r = \infty$, daki $V = 0$'a göre bu iki yükün potansiyel enerjisi

$$U = Q_2V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r_{12}}. \qquad \textbf{(23–10)}$$

olarak ifade edilir. Bu sonuç Q_2'yi sonsuzdan ($V = 0$'dan) Q_1'den r_{12} kadar uzağa getirmek için yapılması gereken işi temsil eder. Aynı zamanda onları birbirlerinden sonsuz uzaklığa götürmek için gereken işin negatifidir.

Eğer sistem üç yükten oluşuyorsa, toplam potansiyel enerji üçünün hepsini bir araya getirmek için gereken işe eşit olacaktır. Dnk.23-10, Q_2'yi Q_1'e yaklaştırmak için gereken işi temsil ediyor; bir üçüncü yük Q_3'ü Q_1'den r_{13} uzaklığına, $Q2$'den r_{23} uzaklığına getirmek için gereken iş ise şöyle bulunur:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1Q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2Q_3}{r_{23}}.$$

Dolayısıyla, üç nokta yükten oluşan bir sistemin potansiyel enerjisi

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q_1Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_1Q_3}{r_{13}} + \frac{Q_2Q_3}{r_{23}}\right). \qquad [r = \infty\text{'da } V = 0]$$

Dört yükten oluşan bir sistem için potansiyel enerjinin ifadesi böyle altı terim içerirdi. (Bu tür toplamlar alırken farklı çiftlerin bir kereden fazla toplanmaması için dikkatli olmak gerekir.)

Elektron Volt Birimi

Elektronların, atomların veya moleküllerin enerjileriyle uğraşıldığında joule çok fazla büyük bir birimdir (bknz. Örnek 23-2); bu amaçlar için elektron volt (eV) birimi kullanılır. 1 elektron volt, yükünün büyüklüğü elektronunkine eşit ($q = e$) bir parçacığın 1 V'luk bir potansiyel farkı boyunca hareket etmesi sonucu kazanacağı enerji olarak tanımlanır. $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C olduğu, ve potansiyel enerji değişimi $q\,V$'ye eşit olduğu için 1 eV
$(1.6 \times 10^{-19}\text{ C})(1.0\text{ V}) = 1.6 \times 10^{-19}$ J'e eşittir:

$$1\text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19}\text{ J}.$$

1000 V'luk bir potansiyel farkı boyunca hızlanan bir elektron 1000 eV potansiyel enerji kaybedecek ve böylece 1000 eV veya 1 keV (kiloelektron volt) kinetik enerji kazanacaktır. Öte yandan, eğer elektron yükünün iki katı yükü $(= 2e = 3.2 \times 10^{-19}\text{ C})$ olan bir parçacık 1000 V'luk bir potansiyel farkı boyunca hızlanırsa, enerjisi 2000 eV = 2 keV kadar değişecektir.

Elektron volt moleküllerin ve temel parçacıkların enerjilerini belirlemekte kullanışlı olsa da, gerçek bir SI birimi değildir. Hesaplamalarda yukarıda verilen dönüşüm faktörü kullanılarak joule'e çevrilmelidir. Örneğin, Örnek 23-2'de elektron 8.0×10^{-16} J 'lük kinetik enerji kazanmıştı. Normalde bu enerjiyi $5000\,\text{eV}\,(= 8.0 \times 10^{-16}\,\text{J}/1.6 \times 10^{-19}\,\text{J/eV})$ şeklinde belirtirdik. Ama parçacığın hızını SI birimleriyle bulmak için J cinsinden kinetik enerjiyi kullanmalıyız.

ALIŞTIRMA E Durgun halde serbest bırakılıp 1.0 *kV*'luk bir potansiyel farkı boyunca hızlandırılan bir He^{2+} iyonunun kinetik enerjisi ne olacaktır? (*a*) 1000 eV, (*b*) 500 eV, (*c*) 2000 eV, (*d*) 4000 eV, (*e*) 250 eV.

ÖRNEK 23–12 **Bir hidrojen atomunu parçalamak.** Bir hidrojen atomunu "parçalamak" için gereken işi hesaplayın. Proton ve elektronun başlangıçta, taban enerji seviyesindeki hidrojen atomunun "ortalama" yarıçapı olan 0.529×10^{-10} m kadarlık bir uzaklıkla ayrılmış olduklarını, ve sonuçta birbirlerinden sonsuz uzaklıkta olacaklarını varsayın.

YAKLAŞIM Gereken iş, atomu oluşturan elektron ve protonun kinetik artı potansiyel, toplam enerjileri ile sonsuz uzaklıktaykenki toplam enerjilerinin farkına eşit olacaktır.

ÇÖZÜM Dnk. 23-10'dan başlangıçtaki enerji şöyle bulunur:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(e)(-e)}{r} = \frac{-(8.99 \times 10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(1.60 \times 10^{-19}\,\text{C})^2}{(0.529 \times 10^{-10}\,\text{m})}$$
$$= -27.2(1.60 \times 10^{-19})\,\text{J} = -27.2\,\text{eV}.$$

Bu sonuç potansiyel enerjiyi temsil eder. Toplam enerji yarıçapı $r = 0.529 \times 10^{-10}$ m olan yörüngede hareket eden elektronun kinetik enerjisini de içermelidir. Merkezcil ivme formülü $F = m\,a$'dan,

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{e^2}{r^2}\right) = \frac{mv^2}{r}.$$

Bundan hareketle

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{e^2}{r}$$

bulunur. Bu da (yukarıda hesaplandığı gibi) $-U/2$'ye eşittir, bu nedenle $K = +13.6$ eV. Toplam enerji başlangıçta $E = K + U = 13.6\,\text{eV} - 27.2\,\text{eV} = -13.6$ eV'tur. Kararlı bir hidrojen atomunu birbirlerinden sonsuz uzaklıkta bir proton ve elektrona ayırmak 13.6 eV gerektirir ($r = \infty$'da $U = 0$, $v = 0$ olacağı için $K = 0$). Bu, gerçekten de hidrojenin iyonizasyon enerjisidir.

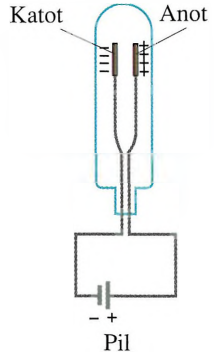
NOT Atomları doğru şekilde incelemek için kuantum kuramını kullanmalıyız (Bölüm 37'den 39'a kadar). Ama bu "klasik" hesabımız burada doğru sonucu verir.

ALIŞTIRMA F 20 m/s (70 km/sa) hızla giden 1000 kg'lık bir otomobilin kinetik enerjisi (*a*) 100 GeV, (*b*) 1000 TeV, (*c*) 106 eV, (*d*) 1012 eV, (*e*) 1018 eV'tur.

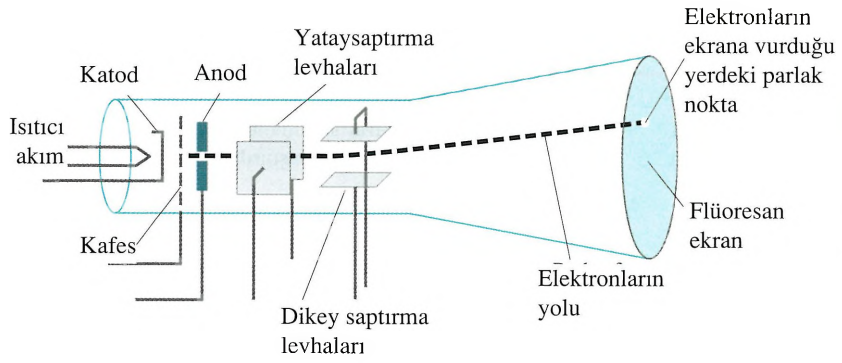
*23–9 Katod Işın Tüpü: TV ve Bilgisayar Monitörleri, Osiloskop

Voltajı kullanan, ve voltajın zamanla nasıl değiştiğini "gözlememize" yardımcı olan önemli bir aygıt *katot ışını tüpü* (KIT)'dür. Bu şekilde kullanılan bir KIT *osiloskoptur.* KIT'leri ayrıca yıllar boyunca televizyon setlerinde ve bilgisayar monitörlerinde resim tüpü olarak kullanılmıştır, ama artık sıvı kristalli (LCD) (Bölüm 35) ve başka tür ekranlar da yaygınlaşmıştır.

Bir KIT'nün çalışması Thomas Edison (1847-1931) tarafından keşfedilmiş olan **ısıliyon yayımına** dayanır. Şek. 23-21'deki gibi havası boşaltılmış bir "ampül" veya "tüp" içindeki, aralarına bir potansiyel farkı uygulanmış iki küçük plakayı (elektrodu) gözönüne alın. Negatif elektroda **katot** denir, pozitif elektrot ise **anot**tur. Eğer negatif elektrot parlak ve sıcak olacak şekilde ısıtılırsa (genellikle bir ampüldeki gibi bir elektrik akımıyla), negatif yükün katottan ayrılıp anoda doğru aktığı görülür. Bu negatif yüklere artık elektronlar deniyor, ama ilk zamanlar katottan geliyormuş gibi göründükleri için **katot ışınları** diye adlandırılmışlardı (elektronun keşfi hakkında bknz. Kısım 27-7).



ŞEKİL 23–21 Eğer havası boşaltılmış cam tüpün içindeki katot parlayana kadar ısıtılırsa, negatif yüklü "katot ışınları" (elektronlar) "kaynayıp uçarlar" ve karşıya, kendilerini çeken anoda doğru akarlar.

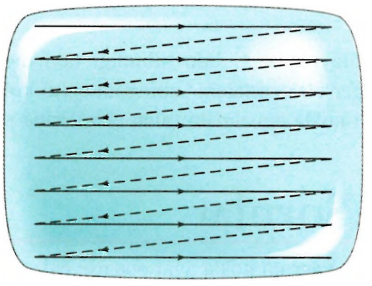


ŞEKİL 23–22 Bir katot ışını tüpü. Burada gösterilen saptırma levhaları yerine çoğunlukla manyetik saptırma bobinleri kullanılır. Parçaların birbirlerine göre konumları anlaşılırlık için abartılmıştır.

Katot ışın tüpü (KIT) adını, havası boşaltılmış bir cam tüp içindeki bir katot ışınları (elektronlar) demetinin bir "resim" oluşturmak üzere bir ekranın değişik yerlerine yöneltiliyor olmasından alır. Basit bir KIT Şek. 23-22'de şematik olarak gösterilmiştir. Isıtılan katottan salınan elektronlar anot ve katot arasına uygulanan çok yüksek bir voltaj (5000-50,000 V) tarafından hızlandırılır. Elektronlar anottaki küçük bir delikten geçerek bu "elektron tabancası"ndan dışarı çıkarlar. Tübün ön yüzeyinin içi elektronlar çarpınca parlayan flüoresan bir madde ile kaplıdır. Böylece elektron demetinin ekrana çarptığı yerde küçücük parlak bir nokta görülür. İki yatay ve iki düşey levha üzerlerine voltaj uygulandığı zaman elektron demetini saptırabilirler. Elektronlar hangi levha pozitifse ona doğru saparlar. Saptırma levhaları üzerindeki voltajı değiştirerek parlak nokta ekranda istenen noktaya getirilebilir. Bir çok KIT elektrikli levhalar yerine manyetik saptırma bobinleri kullanır (Bölüm 27).

FİZİK UYGULAMASI
KIT, TV ve bilgisayar monitörleri

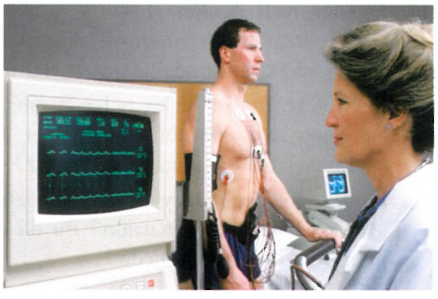
Bir bilgisayar monitörünün veya bir televizyonun resim tübünde elektron demeti Şek. 23-23'te gösterildiği gibi ekranı baştan başa tarar. Birleşik Devletler'deki standart televizyon için 525 çizgi ekran üzerinde tam bir tarama sayılır. Yüksek çözünürlüklü TV, daha net resim verecek şekilde, bunun iki katından fazla (1080) çizgi sunar. Biz bir resim görürüz, çünkü görüntü flüoresan ekran ve gözlerimiz tarafından 1/20 s. kadar sürekli kılınır. Gördüğümüz resim, ekrandaki parlaklıkları kafes (elektronların geçmesine izin veren, bir tel kafes gibi "gözenekli" bir elektrot) tarafından kontrol edilen, farklı noktalardan ibarettir. Kafes elektronların akışını üzerine uygulanan voltaj ("video sinyali") yardımıyla sınırlar; bu voltaj ne kadar negatifse elektronlar o kadar fazla itilir ve kafesten o kadar azı geçer. TV istasyonu tarafından gönderilen ve TV alıcısı tarafından alınan bu video sinyaline kafes voltajını yatay ve düşey taramalara senkronize eden sinyaller eşlik eder (Daha fazlası Bölüm 31'de).



ŞEKİL 23–23 Elektron demeti bir televizyon ekranını bir dizi yatay çizgiler halinde baştan başa tarar. Her bir yatay tarama yatay saptırma levhaları üzerindeki voltajı değiştirerek yapılır. Ondan sonra elektron demeti düşey saptırma levhaları üzerindeki voltajdaki bir değişiklikle kısa bir mesafe aşağı indirilir ve işlem tekrarlanır.

Bir **osiloskop** bir elektriksel sinyali güçlendiren, ölçen, ve bir KIT ekranı üzerinde zamanın bir fonksiyonu olarak görsel olarak görüntüleyen bir aygıttır (bir "sinyal" genellikle zamanla değişen bir voltajdır). Elektron demeti yatay saptırma levhaları tarafından zamanda sabit bir hızla yatay yönde ilerletilir. Görüntülenecek olan sinyal (güçlendirildikten sonra) düşey saptırma levhalarına uygulanır. Ekrandaki görülebilir "iz", ki bu bir elektrokardiyogram (Şek.23-24) veya sinir iletimi üzerinde bir deneyden elde edilen bir sinyal olabilir, sinyal voltajının (düşey yönde) zamana (yatay yönde) karşı bir grafiğidir.

FİZİK UYGULAMASI
Osiloskop



ŞEKİL 23–24 Bir KIT'de görüntülenen bir elektrokardiyogram (EKG)

Özet

Elektrik potansiyeli birim enerji başına elektrik potansiyel enerjisi diye tanımlanır. Yani, uzaydaki herhangi iki nokta arasındaki **elektrik potansiyeli farkı**, bu iki noktaya yerleştirilen bir test yükü q'nun potansiyel enerji farkı bölü q yükü olarak tanımlanır:

$$V_{ba} = \frac{U_b - U_a}{q}. \qquad \textbf{(23–2b)}$$

Potansiyel farkı volt cinsinden (1 V = 1 J/C) ölçülür ve bazen **voltaj** diye adlandırılır.

Bir V_{ba} potansiyel farkı boyunca hareket ettiğinde bir q yükünün potansiyel enerjisindeki değişim şöyle verilir:

$$\Delta U = qV_{ba}. \qquad \textbf{(23–3)}$$

İki nokta, a ve b arasındaki potansiyel farkı V_{ba} aşağıdaki ilişki ile verilir:

$$V_{ba} = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell}. \qquad \textbf{(23–4a)}$$

Dolayısıyla, $\vec{\mathbf{E}}$ 'nin bilindiği herhangi bir bölgede V_{ba} bulunabilir. Eğer elektrik alanı sabitse integral kolaydır: $V_{ba} = -Ed$, burada d iki nokta arasındaki (alan çizgilerine paralel yönde) uzaklıktır.

Bir **eşpotansiyel** eğrisi veya **yüzeyi** tümüyle aynı potansiyeldedir ve bütün noktalarda elektrik alanına diktir.

Tek bir nokta yük Q'nun oluşturduğu elektrik alanı, sonsuzdaki potansiyeli sıfır alırsak

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}. \qquad \textbf{(23–5)}$$

şeklinde verilir. Herhangi bir yük dağılımından ileri gelen potansiyel bütün yüklerin potansiyellerini toplayarak (veya integralini alarak) bulunabilir.

Bir **elektrik dipol**ün potansiyeli $1/r^2$ şeklinde azalır. **Dipol momenti** $p = Q\ell$, 'dir; burada ℓ büyüklükleri Q olan iki eşit ama zıt yük arasındaki uzaklıktır.

V bilindiği zaman $\vec{\mathbf{E}}$'nin bileşenleri yukarıdaki formülün tersinden bulunabilir, yani

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \qquad \textbf{(23–9)}$$

[*Televizyon ve bilgisayar monitörleri standart olarak elektronları yüksek bir voltajla hızlandıran ve saptırma levhaları kullanarak onlarla ekranı düzenli bir şekilde tarayan bir **katod ışın tübü** (KIT) kullanırlar.]

Sorular

1. Eğer iki nokta aynı potansiyelde ise, bu bir test yükünün noktaların birinden diğerine götürülmesi sırasında hiç bir iş yapılmayacağı anlamına mı gelir? Bu, hiç bir kuvvet uygulanmasına gerek olmadığını mı gösterir? Açıklayın.
2. Eğer bir negatif yük başlangıçta bir elektrik alanı içinde durgun haldeyse, daha yüksek bir potansiyele sahip bir bölgeye mi, daha düşük bir potansiyele sahip bir bölgeye mi doğru hareket eder?
3. (*a*) Elektrik potansiyeli ve elektrik alanı arasındaki, (*b*) elektrik potansiyeli ve elektrik potansiyel enerjisi arasındaki arasındaki farkı açık seçik belirtin.
4. Bir elektron, diyelim 0.10 V'luk bir potansiyel farkı tarafından hızlandırılmış olsun. Eğer bunun dört katı bir voltajla hızlandırılmış olsaydı, son hızı ne kadar daha büyük olurdu? Açıklayın
5. Bir parçacık elektrik potansiyeli düşük bir bölgeden potansiyeli yüksek bir bölgeye hareket edip, yine de elektrik potansiyel enerjisi azalabilir mi? Açıklayın.
6. Eğer uzaydaki bir noktada $V = 0$ ise, $\vec{\mathbf{E}} = 0$ mı olmalıdır? Eğer bir noktada $\vec{\mathbf{E}} = 0$ ise bu noktada $V = 0$ mı olmalıdır? Açıklayın. Her iki duruma örnekler verin.
7. Pratikte kullanılan aygıtlardan söz edersek, çoğunlukla toprağı (Dünya'yı) 0 V kabul ederiz. (*a*) Bunun yerine toprağı –10 V alsaydık, bu diğer noktalardaki V ve E'yi nasıl etkilerdi? (*b*) Dünyanın yüzeyinde net bir yük taşıyor olması yüzeyindeki V'nin seçimini etkiler mi?
8. İki eşpotansiyel eğrisi kesişebilir mi? Açıklayın.
9. Şek.21-34b ve c'de bir kaç eşpotansiyel eğrisi çizin.
10. Uzayın baştan başa aynı potansiyele sahip bir bölgesindeki elektrik alanı hakkında ne söyleyebilirsiniz?
11. Bir uydu Dünya etrafında bir yerçekimsel eşpotansiyel eğrisi boyunca dolaşmaktadır. Yörüngesinin şekli ne olmalıdır?
12. Örnek 23-8'deki yüklü halkanın yükünün düzgün dağılmış olmadığını, dolayısıyla üstteki yük yoğunluğunun alta yakın kısımdakinin iki katı olduğunu varsayın. Toplam yük Q'nun değişmediği varsayımıyla, eksen üzerindeki P noktasındaki (Şek.23-14) potansiyel nasıl etkilenirdi? Bu noktadaki $\vec{\mathbf{E}}$ etkilenir miydi? Burada bir çelişki var mı? Açıklayın.
13. Amerikan futbol topu şeklindeki bir metal iletkeni gözönüne alın. Eğer toplam olarak Q kadar yük taşıyorsa, yük yoğunluğu σ'nın uçlarda mı, yoksa düzgün kenarlarda mı daha büyük olmasını mı beklerdiniz? [*İpucu:* Bir iletkenin yüzeyi yakınında, $E = \sigma/\epsilon_0$.]
14. Eğer uzaydaki bir noktadaki V'yi biliyorsanız, bu noktadaki $\vec{\mathbf{E}}$ 'yi hesaplayabilir misiniz? Eğer bu noktadaki $\vec{\mathbf{E}}$'yi biliyorsanız, bu noktadaki V'yi hesaplayabilir misiniz? Eğer hesaplayamazsanız, her iki durumda başka ne bilinmelidir?
15. Bir iletken küre Q yükü taşımaktadır, ve ikinci bir özdeş iletken küre yüksüzdür. İkisi başlangıçta yalıtılmış, ama sonra temas ettirilmiştir. (*a*) Temas halindelerken ikisinin potansiyelleri hakkında ne söyleyebilirsiniz? (*b*) Birinden diğerine yük akacak mıdır? Evetse ne kadar? (c) Eğer küreler aynı yarıçapa sahip değilse (*a*)'ya ve (*b*)'ye cevaplarınız nasıl değişir?
16. Belli bir noktada elektrik alanı kuzeye doğru yönlenmiştir. Hangi doğrultu(lar)da potansiyel değişim hızı (*a*) en büyük, (*b*) en küçük, (*c*) sıfır olacaktır?
17. Eşpotansiyel eğrileri 1.00 V aralıklıdırlar. Uzayın değişik bölgelerinde bu eğriler arasındaki uzaklık $\vec{\mathbf{E}}$ 'nin bu bölgelerdeki göreli şiddeti hakkında bir şey söyler mi? Evetse, bu nedir?
18. Eğer elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$ bir bölgede sabitse, elektrik potansiyeli V hakkında ne söyleyebilirsiniz? Eğer V bir bölgede sabitse, $\vec{\mathbf{E}}$ hakkında nasıl bir sonuç çıkartırsınız?
19. İki zıt yükün potansiyel enerjisi pozitif mi, negatif midir? İki aynı işaretli yükünki nasıldır? Bu iki durumda potansiyel enerjinin işaretinin anlamı nedir?

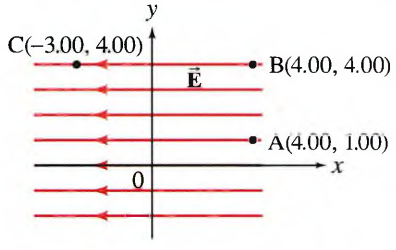
Problemler

23–1 Elektrik Potansiyeli

1. (I) Başlangıç hızı $v = 5.0 \times 10^5$ m/s olan bir elektronu durdurmak için ne kadarlık bir potansiyel farkı gereklidir?
2. (I) Bir protonu potansiyeli +185 V olan bir noktadan potansiyelin –55 V olduğu bir noktaya hareket ettirken elektrik alanı ne kadar iş yapar?
3. (I) Bir elektron, bir elektrik alanı tarafından A levhasından B levhasına doğru hızlandırıldığında 5.25×10^{-10} J enerji kazanıyor. Levhalar arasındaki potansiyel farkı nedir ve hangi levha daha yüksek potansiyeldedir?
4. (II) –9.10 μC'luk bir yükü a noktasından b noktasına hareket ettirmek için bir dış kuvvet tarafından yapılan iş 7.00×10^{-4} J'dür. Eğer yük durgun halden başlamışsa, ve b'ye vardığında 2.10×10^{-4} J kinetik enerjisi varsa, a ve b arasındaki potansiyel farkı ne olmalıdır?

23–2 Elektrik Alanıyla Potansiyelin İlişkisi

5. (I) Fırtına bulutlarında yaklaşık 1×10^8 V kadar potansiyel farkları oluşur. Bir hava kütlesi içinde bir kıvılcım oluşturmak için 3×10^6 V/m'lik bir elektrik alanı gerektiği bilgisine dayanarak bulut içindeki bir şimşeğin uzunluğunu tahmin edin. [Bir buluttan yere yıldırım düştüğünde neden bir dizi aşamalardan geçmesi gerektiğini şimdi anlıyor musunuz?]
6. (I) 45 V'luk bir pile bağlı iki paralel levha arasındaki elektrik alanı 1300 V/m'dir. Levhalar arasındaki mesafe nedir?
7. (I) Yarıçapı 6.5 cm olan hava içindeki bir küresel iletkenin tutabileceği maksimum yük miktarı nedir?
8. (I) Eğer 4.0 mm aralıklı iki paralel levha arasındaki potansiyel farkı 110 V ise aralarındaki elektrik alanının büyüklüğü ne kadardır?
9. (I) Havaya elektrik boşaltmadan 35,000 V'ta olması gerekiyorsa, bir eleltrostatik üretecin büyük iletken küresinin yarıçapı en az ne olmalıdır?
10. (II) Bir imalatçı firma bir halının 5.0 kV'tan daha fazla durgun elektrik üretmeyeceğini iddia ediyor. Ayakkabıyı ve halıyı aralarında $d = 1.0$ mm uzaklık olan büyük yüklü levhalar gibi düşünürsek, ayakkabı ve halı arasında 5.0 kV potansiyel farkı olması için halı ve ayakkabı arasında ne kadar yük transferi olmalıdır?
11. (II) Sabit bir elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}} = -4.20\,\mathrm{N/C}\,\hat{\mathbf{i}}$ Şek. 23-25'te gösterildiği gibi negatif x yönündedir. A, B, ve C noktalarının koordinatları şekil üzerinde (metre cinsinden) verilmiştir. (*a*) V_{BA}, (*b*) V_{CB}, (*c*) V_{CA} potansiyel farklarını bulunuz.

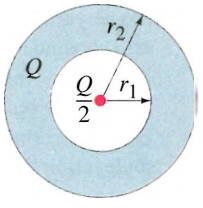


ŞEKİL 23–25
Problem 11.

12. (II) Çok büyük bir yalıtılmış düz metal plakanın elektrik potansiyeli V_0'dır. Yüzey yoğunluğu σ(C/m^2), veya her iki yüzde $\sigma/2$ olan sabit bir yük dağılımı taşımaktadır. Plakadan x kadar uzaklıktaki V'yi belirleyin. x noktasını kenarlardan uzaklarda düşünün ve x'in plaka boyutlarına göre çok küçük olduğunu varsayın.
13. (II) Dünya, yüzeyi yakınlarında büyüklüğü 150 V/m olan içe doğru yönelmiş bir elektrik alanı oluşturur. (*a*) $r = \infty$'daki $V =$ 0'a göre dünya yüzeyindeki potansiyel nedir? (*b*) Eğer dünya yüzeyinin potansiyeli sıfır seçilirse sonsuzdaki potansiyel ne kadardır? (İyonosferdeki pozitif yükün dünya üzerindeki net yükü yaklaşık olarak dengelediği gerçeğini göz ardı edin; etmeseydiniz cevabınızı nasıl etkilerdi?
14. (II) 32 cm çaplı bir iletken küre $r = \infty$'daki $V = 0$'a göre 680 V'a kadar yüklenmiştir. (*a*) Yüzey yoğunluğu σ nedir? (*b*) Hangi uzaklıkta kürenin oluşturduğu potansiyel yalnızca 25 V olacaktır?
15. (II) Yarıçapı r_1 olan yalıtılmış bir küresel iletken Q yükü taşımaktadır. Başlangıçta yüksüz olan r_2 yarıçaplı ikinci bir iletken küre uzun bir iletken tel ile birinciye bağlanmıştır. (*a*) Bağlantıdan sonra her iki kürenin elektrik potansiyelleri hakkında ne söyleyebilirsiniz? (*b*) İkinci küreye ne kadar yük aktarılmıştır? Bağlanan kürelerin yarıçaplarıyla karşılaştırıldığında birbirlerinden çok uzak olduğunu varsayın. (Neden bu varsayım yapılmıştır?)
16. (II) Birim uzunluk başına λ kadar sabit yük taşıtan çok uzun, düz bir telden uzaklıkları R_a ve R_b olan (uzaklıklar tel uzunluğundan çok çok küçük) iki nokta arasındaki potansiyel farkını bulun.
17. (II) Parmağınızın ucunun yüklü olduğunu varsayın. (*a*) Parmağınız için havanın iyonizasyon potansiyelini hesaplayın. (*b*) Bu voltajda olmak için parmağınızın yüzeysel yük yoğunluğu yaklaşık ne kadar olmalıdır?
18. (II) Canlı bir hücrenin zar yüzeyindeki elektrik alanını tahmin edin. Zarın 10 nm kalınlığında olduğunu ve üzerinde 0.10 V potansiyel olduğunu varsayın.
19. (II) İletken olmayan r_0 yarıçaplı bir küre, hacmi içinde düzgün dağılmış bir Q toplam yükü taşımaktadır. Elektrik potansiyelinin kürenin merkezinden uzaklığın, r'nin, fonksiyonu olarak, (*a*) $r > r_0$, (*b*) $r < r_0$ için bulun. $r = \infty$'da $V = 0$ alın. (c) r'ye karşı V ve r'ye karşı E grafiklerini çizin.
20. (III) Problem 19'u yük yoğunluğu ρ_E'nin küre içinde küre merkezinden uzaklığın karesiyle orantılı olarak arttığını ve merkezde $\rho_E = 0$ olduğunu varsayarak tekrarlayın.
21. (III) r_0 yarıçaplı bir küre içindeki hacimsel yük yoğunluğu aşağıdaki küresel simetrik formüle göre dağılmıştır:

$$\rho_E(r) = \rho_0\left[1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right]$$

Burada r küre merkezinden ölçülmüştür ve ρ_0 bir sabittir. Sonsuzda $V = 0$ ise küre içindeki bir P noktası ($r < r_0$) için potansiyeli bulun.
22. (III) Bir $+Q$ net yükü taşıyan içi boş bir küresel iletkenin iç yarıçapı r1 ve dış yarıçapı $r_2 = r_1$'dir (Şek. 23-26). Küre merkezinde bir $+Q/2$ nokta yükü vardır. (*a*) Üç bölgenin hepsinde elektrik alan şiddeti E'yi r'nin bir fonksiyonu olarak yazın. Sonra potansiyeli r'nin, merkezden uzaklığın bir fonksiyonu olarak, (*b*) $r > r_2$, (c) $r_1 < r < r_2$ ve (*d*) $0 < r < r_1$ için yazın.



ŞEKİL 23–26
Problem 22.

23. (III) Yarıçapı R_0 olan çok uzun (uzunluk ℓ; $R_0 << \ell$) bir iletken silindir sabit bir yük yoğunluğu σ (C/m^2) taşımaktadır. Silindirin elektrik potansiyeli V_0'dır. Uçlardan çok uzaklarda, silindirin merkezinden R kadar uzaklıktaki potansiyel nedir? Bunu (*a*) $R > R_0$, ve (*b*) $R < R_0$ için bulun. (*c*) ($\ell = \infty$ alın) $R = \infty$'da $V = 0$ mıdır? Açıklayın.

23–3 Nokta Yüklerin Oluşturduğu Potansiyel

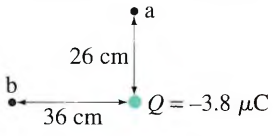
24. (I) Bir Q nokta yükü, 15 cm uzaklıkta +185 V'luk bir elektrik potansiyeli yaratıyor. Q ne kadardır? ($r = \infty$'da $V = 0$ olsun.)

25. (I) (*a*) Bir protondan (yükü +e) 0.5×10^{-10} m uzaklıkta elektrik potansiyeli ne kadardır? $r = \infty$'da $V = 0$ alın. (*b*) Bu noktadaki bir elektronun potansiyel enerjisi ne kadardır?

26. (II) İki nokta yük, 3.4 μC ve –2.0 μC x ekseini üzerinde 5.0 cm aralıkla yerleştirilmişlerdir. x ekseni üzerinde hangi noktalarda (*a*) elektrik alanı sıfırdır, ve (*b*) potansiyel sıfırdır. $r = \infty$'da $V = 0$ alın.

27. (II) +25 μC'luk bir nokta yük eşdeğer bir +25 μC'luk nokta yükten 6.0 cm uzağa yerleştirilmiştir. +0.18 μC'luk bir test yükünü bu iki yük arasındaki orta noktadan yüklerden birine 1.0 cm daha yakın bir noktaya getirmek için bir dış kuvvet tarafından ne kadar iş yapılması gerekir?

28. (II) a noktası $-3.8\ \mu$C'luk bir nokta yükün 26 cm kuzeyinde, ve b noktası bu yükün 36 cm batısındadır (Şek.23-27). (a) $V_b - V_a$'yı, (b) $\vec{\mathbf{E}}_b - \vec{\mathbf{E}}_a$'yı (büyüklüğünü ve yönünü) bulun.



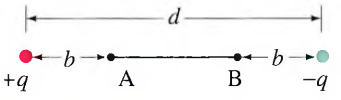
ŞEKİL 23–27
Problem 28.

29. (II) Bir protonu (yarıçapı 1.2×10^{-15} m) bir silisyum atomunun çekirdeğine tam "dokunmaya" yeterli enerjisi olacak kadar hızlandırmak için ne kadarlık bir voltaj kullanılmalıdır. Bir silisyum çekirdeği +14e yüke sahiptir ve yarıçapı yaklaşık 3.6×10^{-15} m'dir. Potansiyelin nokta yüklerinki gibi olduğunu varsayın.

30. (II) +5.5 μC'luk iki eşdeğer nokta yük başlangıçta birbirlerinden 6.5 cm uzaklıktadırlar. Eğer aynı anda durgun halden serbest bırakılırlarsa, birbirlerinden çok çok uzaklardayken ne kadar hızlı hareket ediyor olacaklardır? İkisinin de aynı 1.0 mg'lık kütleye sahip olduğunu varsayın.

31. (II) Bir elektron Q = – 0.125 nC'luk sabitlenmiş bir nokta yükten 42.5 cm uzaklıkta durgun halden harekete başlamıştır. Elektron çok uzaklardayken ne hızla hareket ediyor olacaktır?

32. (II) İki eşit ama zıt yük Şek.23-28'de gösterildiği gibi bir d uzaklığıyla ayrılmışlardır. Şekilde gösterildiği gibi yükler arasındaki çizgi üzerindeki A ve B noktaları için $V_{BA} = V_B - V_A$ 'yı hesaplayan bir formül geliştirin.

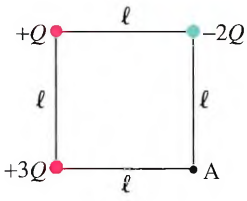


ŞEKİL 23–28
Problem 32.

23–4 Yük Dağılımından İleri Gelen Potansiyel

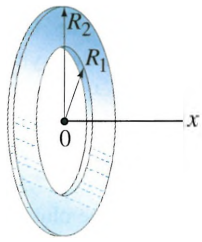
33. (II) R yarıçaplı bir ince dairesel halkanın (Şek.23-14'teki gibi) üst yarısında $+Q/2$ yükü, alt yarısında $-Q/2$ yükü düzgün dağılmıştır. (*a*) Dairenin merkezinden geçen eksen üzerinde x uzaklıktaki bir noktadaki elektrik potansiyeli değeri nedir? (*b*) Eksen üzeerinde x uzaklığındaki elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$ hakkında ne söyleyebilirsiniz? $r = \infty$'da $V = 0$ alın.

34. (II) Üç nokta yük Şek.23-29'da gösterildiği gibi kenar uzunluğu ℓ olan bir karenin köşelerine yerleştirilmişlerdir. Çok uzaklarda $V = 0$ kabul ederek, dördüncü köşede (A noktasında) potansiyel ne kadardır?



ŞEKİL 23–29
Problem 34.

35. (II) İç yarıçapı R_1 , dış yarıçapı R_2 olan düz bir halka (Şek. 23-30) sabit bir yük yoğunluğu σ taşımaktadır. Eksen (x ekseni) üzerindeki noktalardaki elektrik potansiyelini bulunuz. (İpucu: Değişkenleri birbirlerinin yerine koymayı deneyiniz.)

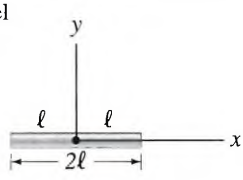


ŞEKİL 23–30
Problem 35.

36. (II) Uzunluğu ℓ olan bir iplikçik üzerinde toplam Q kadar yük dağılmıştır. İplikçik bir yarım çember şeklindedir. Merkezdeki potansiyel nedir? (Çok uzaklarda $V = 0$ varsayın.)

37. (II) 12.0 cm yarıçaplı ince bir halka düzgün dağılmış 15.0 μC yük taşımaktadır. 3.0 μC yüklü, küçük, 7.5 g'lık bir küre tam halkanın merkezine yerleştirilmiş, ve x üzerinde (+x yönü) hareket edecek şekilde çok az itilmiştir. Küre halkanın merkezinden 2.0 m uzaktayken hangi hızla hareket ediyor olacaktır (yerçekimi görmezden gelin)?

38. (II) Uzunluğu 2ℓ olan ince bir çubuk Şek. 23-31'de gösterildiği gibi x ekseni üzerinde ortalanmıştır. Çubuk üzerinde düzgün dağılmış Q yükü taşımaktadır. Potansiyel V'yi y ekseni üzerindeki noktalar için y'nin bir fonksiyonu olarak bulunuz. Sonsuzda $V = 0$ alın.



ŞEKİL 23–31
Problemler 38, 39, 40 ve 53

39. (II) Şek. 23-31'deki çubuğun (Problem 38) dışında, x ekseni üzerindeki noktalar için $V(x)$ potansiyelini bulun.

40. (III) Şek. 23-31'deki çubuk doğrusal olmayan, $\lambda = ax$ yük dağılımına sahiptir. Potansiyel V'yi (*a*) y ekseni üzerindeki noktalar, ve (*b*) çubuk dışında, x ekseni üzerindeki noktalar için bulun.

41. (III) Şek.23-15'teki (Örnek 23-9) düz, dairesel diskin düzgün olmayan bir $\sigma = a R^2$ yük dağılımına sahip olduğunu varsayın; burada r diskin merkezinden ölçülen uzaklıktır. $r = \infty$'da $V = 0$ olduğuna göre x ekseni üzerindeki noktalar için potansiyel $V(x)$'i bulun.

23–5 Eşpotansiyeller

42. (I) Amerikan futbol topu şeklinde bir iletken çizin. Bu iletken net bir negatif yük, – Q taşımakta olsun. Bir düzine kadar elektrik alan çizgileri ve eşpotansiyel eğrileri çizin.

43. (II) Yüzeysel yük yoğunluğu $\sigma = 0.75\ \mu$C/m^2 olan düzgün bir yük dağılımı taşıyan, çok büyük bir metal levha yakınındaki eşpotansiyel yüzeyleri 100 V aralıklarla çizilmişlerdir. Eşpotansiyel yüzeyleri (uzayda) ne kadar aralıklıdırlar?

44. (II) Yarıçapı $r_0 = 0.44$ m olan bir metal küre $Q = 0.50\ \mu$C kadar yük taşımaktadır. Küre dışındaki eşpotansiyel yüzeyleri 100 V aralıklarla çizileceklerdir. Yüzeyden başlayarak, (*a*) birinci, (*b*) 100'üncü eşpotansiyelin yarıçapı r'yi belirleyin.

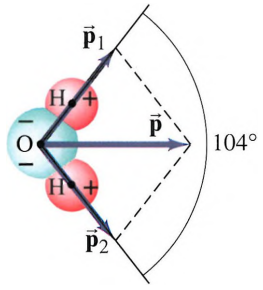
23–6 Dipoller

45. (II) Dipol momenti 4.8×10^{-30} C·m olan küçük bir dipolün 4.1×10^{-9} m uzaklıktaki bir noktada oluşturduğu potansiyeli, bu noktanın (*a*) dipol ekseni üzerinde, pozitif yüke daha yakın olduğu; (*b*) eksenin 45° üzerinde, ama pozitif yüke daha yakın olduğu; (*c*) eksenin 45° üzerinde olduğu, ama negatif yüke daha yakın olduğu durumlarda bulunuz. $r = \infty$'da $V = 0$ olsun.

46. (III) Bir vektör gibi düşünülen dipol momenti negatif yükten pozitif yüke doğrudur. Şek.23-32'deki su molekülünün şekilde gösterildiği gibi $\vec{\mathbf{p}}_1$ ve $\vec{\mathbf{p}}_2$ dipol momentlerinin vektör toplamı gibi düşünülebilen bir $\vec{\mathbf{p}}_1$ dipol momenti vardır. Her iki *H* ve O atomu arasındaki uzaklık 0.96×10^{-10} m kadardır; O atomunun merkezini her bir H atomuna bağlayan çizgiler gösterildiği gibi 104° açı yapmaktadır, ve net dipol momenti $p = 6.1 \times 10^{-30}$ C·m olarak ölçülmüştür. (*a*) Her bir H atomunun etkin yükü q'yu bulun. (*b*) Her iki dipolün, $\vec{\mathbf{p}}_1$ ve $\vec{\mathbf{p}}_2$ 'nin molekülden çok uzakta oluşturduğu elektrik potansiyelini bulun ve

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}$$

olduğunu gösterin; burada p net dipol momenti $\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2$ 'nin büyüklüğü, ve V, $\vec{\mathbf{p}}_1$ ve $\vec{\mathbf{p}}_2$ 'nin ikisinin birden oluşturduğu potansiyeldir. $r = \infty$'da $V = 0$ alın.



ŞEKİL 23–32
Problem 46.

23–7 V'den bulunan $\vec{\mathbf{E}}$

47. (47. (I) Tek başına bir nokta yükün elektrik alanının (Dnk.21-4) Dnk.23-5, $V = (1/4\pi\epsilon_0)(Q/r)$.'in sonucu olduğunu gösterin.

48. 48. (I) Çapı yaklaşık 15×10^{-15} m olan bir uranyum çekirdeğinin ($Q = +92e$) yüzeyinin hemen dışındaki potansiyel gradyenti ne kadardır?

49. (II) İki paralel levha arasındaki elektrik potansiyeli $V(x) = (8.0\ \text{V/m})\ x + 5.0$ V ile verilmiştir; levhalardan birisi $x = 0$ kabul edilmiş ve pozitif x yönü diğer levhaya doğru olan yön olarak alınmıştır. Levhalar üzerindeki yük yoğunluğu nedir?

50. (II) Uzayın bir bölgesindeki elektrik potansiyeli $V = b\,y\,/\,(a^2 + y^2)$ şeklinde değişmektedir. $\vec{\mathbf{E}}$'yi bulun.

51. (II) Uzayın belli bir bölgesinde elektrik potansiyeli $V = y_2 + 2.5xy - 3.5xyz$ şeklinde verilmektedir. Bu bölgedeki elektrik alan vektörü $\vec{\mathbf{E}}$'yi bulun.

52. (II) Kütlesi 0.050 g ve yükü 2.0×10^{-6} C olan bir toz parçacığı uzayın, potansiyelin $V(x) = (2.0\ \text{V/m}^2)x^2 - (3.0\ \text{V/m}^3)x^3$ ile verildiği bir bölgesindedir. Eğer parçacık $x = 2.0$ m'de harekete başlarsa yükün başlangıç ivmesi ne kadardır?

53. (III) Şek. 23-31'deki düzgün yük dağılımlı yükün (*a*) y ekseni üzerinde ve (*b*) x ekseni üzerinde oluşturduğu elektrik alanını bulmak için Problem 38 ve 39'un sonuçlarının kullanın.

23–8 Elektrostatik Potansiyel Enerji; Elektron Volt

54. (I) Birbirinden çok uzaktaki üç elektronu, birbirinden 1.0×10^{-10} m'ye (eşkenar bir üçgenin köşelerine) getirmek için ne kadar iş yapılmalıdır?

55. (I) Bir helyum çekirdeğine ($Q = 3.2 \times 10^{-19}$ C) 125 keV kinetik enerji vermek için ne kadarlık bir potansiyel farkı gereklidir?

56. (I) (*a*) 1.5 keV'lik (kinetik enerjisi olan) bir elektronun ve (*b*) 1.5 keV'lik bir protonun hızları nedir?

57. (II) Bir çok kimyasal tepkime enerji açığa çıkartır. Varsayın ki bir tepkimenin başlangıcında bir elektron ve bir protonun arasındaki uzaklık 0.110 nm ve son uzaklıkları 0.100 nm'dir. Bu tepkimede (eV cinsinden) ne kadar elektrik potansiyel enerjisi kaybedilmiştir?

58. (II) Bir radyoaktif bozunum sonucu kinetik enerjisi 5.53 MeV olan bir alfa parçacığı ($Q = +2e$, $m = 6.64 \times 10^{-27}$ kg olan bir helyum çekirdeği) yayımlanmıştır. Hızı ne kadardır?

59. (II) (*a*) Dört nokta yük ve (*b*) beş nokta yük için toplam elektrostatik potansiyel enerji U'yu yazın. Bütün nicelikleri tanımlayan bir şema çizin.

60. (II) Dört eşit nokta yük Q kenar uzunluğu b olan bir karenin köşelerinde sabitlenmiştir. (a) Toplam elektrostatik potansiyel enerjileri nedir? (*b*) Beşinci bir Q yükü ($r = \infty$'daki $V = 0$'a göre) karenin merkezinde ne kadar potansiyel enerjiye sahip olacaktır? (*c*) Eğer bu düzlem içinde kalmaya zorunluysa, beşinci yük kararlı bir denge durumunda mı, kararsız bir denge durumunda mı olacaktır? Eğer kararsızsa, en fazla ne kadar kinetik enerji kazanacaktır? (*d*) Eğer bir negatif yük ($-Q$) merkezdeyse kararlı bir denge durumunda mıdır?

61. (II) Durgun halden başlayan bir elektron *A* noktasından *B* noktasına hareket ederken 1.33 keV kinetik enerji kazanmıştır. (*a*) *B* noktasında durgun halden başlayıp *A* noktasına hareket eden bir proton ne kadar kinetik enerji kazanırdı? (*b*) Protonun ve elektronun hareketleri sonundaki hızlarının oranını bulun.

62. (II) Yarıçapı r_0 olan ve yüzeyinde düzgün dağılmış toplam Q yükü taşıyan iletken bir kürenin toplam elektrostatik potansiyel enerjisini bulun.

63. (II) Çekirdeğin sıvı **damlası modeli** bazı çekirdeklerin yüksek enerjili salınımlarının büyük bir çekirdeği eşit olmayan iki parçaya ve bir kaç nötrona ayırabileceğini ("fizyon") önerir. Bu modeli kullanarak, birinin yükü $q_1 = +38e$ ve yarıçapı $r_1 = 5.5 \times 10^{-15}$ m, diğerinin yükü $q_2 = +54e$ ve yarıçapı $r_2 = 6.2 \times 10^{-15}$ m olan iki küresel parçaya ayrılan bir uranyum çekirdeğinin durumunu dikkate alın. Her iki çekirdeğin yüklerinin küresel hacimleri içinde düzgün dağılmış olduğunu ve başlangıçta, yüzeyleri temas halindeyken durgun olduklarını varsayarak bu iki parçanın elektrik potansiyel enerjisini (MeV cinsinden) hesaplayın. Çekirdekleri çevreleyen elektronlar görmezlikten gelinebilir. Bu elektrik potansiyel enerjisi daha sonra parçalar birbirlerini iterlerken tamamen kinetik enerjiye dönüşecektir. Parçalar için tahmin ettiğiniz kinetik enerji uranyum fizyonuyla ilgili gözlenmiş değerle (toplam olarak yaklaşık 200 MeV) nasıl uyuşmaktadır? (1 MeV = 10^6 eV).

64. (III) Hacmi içinde boydan boya eşit dağılmış olarak toplam Q yükü taşıyan r_0 yarıçaplı iletken olmayan bir kürenin toplam elektrostatik potansiyel enerjisini bulun.

*23–9 KIT

***65.** (I) 273 K ve 2700 K'deki (bir KIT içindeki katodun tipik sıcaklığında) bir metal içindeki serbest bir elektronun kko hızını tahmin etmek için ideal gaz modelini kullanın.

***66.** (III) Elektronlar bir KIT içinde 6.0 kV'a hızlandırılmışlardır. Ekran 28 cm genişliğindedir ve 2.6 cm uzunluğundaki saptırma levhalarından 34 cm uzaklıktadır. Demetin ekranın tam genişliğini taraması için yatay saptırma elektrik alanı hangi aralıkta değişmelidir?

***67.** (III) Bir KIT'de elektronlar 7.2 kV ile yatay hızlandırılıyorlar. Daha sonra onları 22 cm uzaklıktaki bir ekranın tepesine, merkezden 11 cm yukarıya saptıracak olan, 2.8 cm uzunluğundaki sabit bir elektrik alanı E içinden geçiyorlar. E'nin değerini tahmin edin.

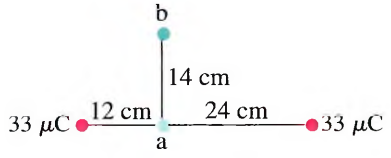
Genel Problemler

68. Eğer 3.5 mm çapındaki tek bir yağmur damlasındaki elektronlar (atom çekirdekleri yerlerinde bırakılarak) Dünya'dan çıkartılıp alınabilseydi, Dünya'nın potansiyeli ne kadar artardı?

69. İletken olmayan bir madde üzerinde sürtünmeyle 10^{-8} C kolaylıkla oluşturulabilir. Eğer bu 15 cm yarıçaplı bir küreye yapılırsa yüzeyde oluşacak potansiyeli tahmin edin. $r = \infty$'da $V = 0$ alın.

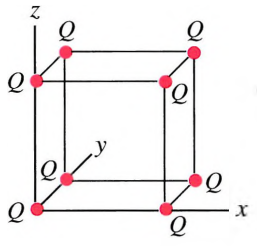
70. Birbirlerinden d kadar uzaklıkla ayrılmış aynı büyüklük ve aynı işaretteki iki yük için elektrik alan çizgilerini ve eşpotansiyel eğrilerini çizin.

71. +33 μC'luk bir nokta yük eşdeğer bir +33 μC yükten 36 cm uzağa yerleştirilmiştir. –1.5 μC'luk bir yük Şek. 23-33'teki a noktasından b noktasına hareket ettirilmiştir. Potansiyel enerjideki değişme ne kadardır?



ŞEKİL 23–33
Problem 71.

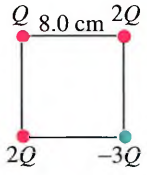
72. Kenar uzunluğu ℓ olan bir kübün her bir köşesinde bir nokta yük vardır, Şek.23-34. (*a*) Kübün merkezindeki potansiyel nedir? ($r = \infty$'da $V = 0$ alın) (*b*) Her bir köşede diğer yedi yükün oluşturduğu potansiyel nedir? (*c*) Sistemin toplam potansiyel enerjisi ne kadardır?



ŞEKİL 23–34
Problem 72.

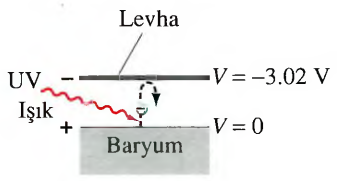
73. Bir televizyonun resim tüpünde (KIT) elektronlar vakum içinde binlerce voltla hızlandırılırlar. Eğer bir televizyon seti arka kısmı üzerine yatırılırsa, elektronlar yerçekimi kuvvetine karşı hareket edebilirler miydi? Yerçekiminin aşağı doğru olan kuvvetini dengelemek ve bir elektronu hareketsiz tutmak için 3.5 cm'lik bir mesafe üzerinde etkiyecek ne kadar potansiyel farkı gereklidir? Elektrik alanının düzgün olduğunu varsayın.

74. Dört nokta yük bir kenarı 8.0 cm olan bir karenin köşelerine yerleştirilmişlerdir. Yükler, karenin etrafındaki dönüş sırasıyla, Q , $2Q$, $-3Q$, ve $2Q$'dur; burada Q = 3.1 μC'dur (Şek.23-35). Sonsuz uzaklıktaki U = 0'a göre, sistemde depolanmış olan toplam elektrik potansiyel enerjisi ne kadardır?



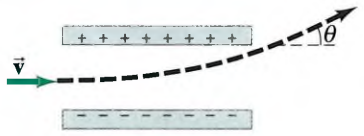
ŞEKİL 23–35
Problem 74.

75. Bir fotosel içinde morötesi (UV) ışık baryum metalindeki bir kaç elektronu yüzeyden yüksek hızlarla kopartmaya yetecek kadar enerji sağlar. Bknz. Şek. 23-36. Elektronların maksimum enerjisini ölçmek için baryum yüzeyinin yukarısındaki bir başka levha kopan elektronları yavaşlatıp durdurmaya ve baryum yüzeyine geri döndürmeye yetecek kadar negatif voltajda tutulur. Eğer en hızlı elektronları durduran levha voltajı (baryuma göre) -3.02 V ise bu elektronların fırlama hızları nedir?



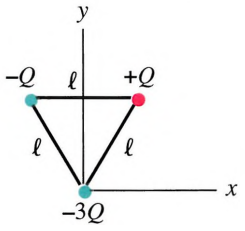
ŞEKİL 23–36
Problem 75.

76. Bir elektron bir televizyon resim tüpünde, 5500 V'luk bir potansiyel farkı tarafından durgun halden hızlandırılıyor. Daha sonra, aralarında 250 V potansiyel farkı olan, 6.5 cm uzunluğundaki ve 1.3 cm aralıklı iki yatay levha arasından geçiyor (Şek. 23-37). Elektron levhalar arasından geçtikten sonra ne kadarlık bir θ açısıyla hareket ediyor olacaktır?



ŞEKİL 23–37
Problem 76.

77. Üç yük Şek. 23-38'de gösterildiği gibi bir eşkenar üçgenin köşelerindedir. Her bir kenarın orta noktasındaki potansiyeli belirleyin. $r = \infty$'da $V = 0$ alın.

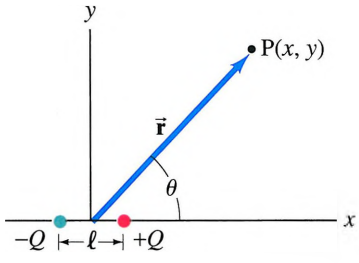


ŞEKİL 23–38
Problem 77.

78. Dünyanın yüzeyi yakınında aşağı doğru yönlenmiş 150 V/m'lik bir elektrik alanı vardır. m = 0.340 kg kütleli, biri q_1 = 450 μC pozitif yüklü, diğeri q_2 = –450 μC negatif yüklü iki eşdeğer top 2.00 m yükseklikten bırakılıyor. Yere çarptıklarında iki topun hızlarını bulmak için enerjinin korunumunu kullanın. (Hava sürtünmesini ihmal edin.)

79. Bir yıldırım çarpması dünyaya 4.0 C yük ve 4.8 MJ enerji aktarmıştır. (*a*) Yük ne kadarlık bir potansiyel farkı boyunca hareket etmiştir? (*b*) Bu enerji oda sıcaklığından başlayarak ne kadar suyu kaynatabilirdi? [*İpucu:* Bknz. Bölüm 19.]

80. Dnk. 23-7 ile başlayarak bir dipolün xy düzleminde oluşturduğu (Şek. 23-39) elektrik alanının bileşenleri E_x ve E_y'yi x y'nin fonksiyonu olarak bulunuz.
$r = (x_2 + y_2)^{1/2} >> \ell$ varsayınız.



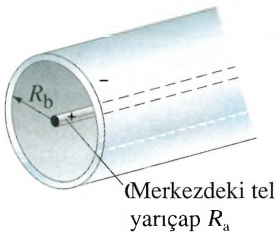
ŞEKİL 23–39
Problem 80.

81. r_2 yarıçaplı iletken olmayan bir küre r_1 yarıçaplı eşmerkezli bir küresel boşluk içeriyor. r_1 ve r_2 arasındaki madde sabit bir yük yoğunluğu ρE (birimi C/m^3) taşımaktadır. $r = \infty$'da $V = 0$'a göre elektrik potansiyeli V'yi merkezden uzaklık r'nin bir fonksiyonu olarak, (*a*) $r > r_2$, (*b*) $r_1 < r < r_2$, (*c*) $0 < r < r_1$ için bulunuz. V, r_1 ve r_2'de sürekli midir?

82. Yarıçapı R_0 ve yükü Q olan, iletken olmayan, düz, ince bir diskin ortasında $R_0/2$ yarıçaplı bir delik vardır. Diskin simetri (x) ekseni (diske dik olup merkezinden geçen bir eksen) üzerindeki noktalardaki elektrik potansiyeli $V(x)$'i bulun. $r = \infty$'da $V = 0$ alın.

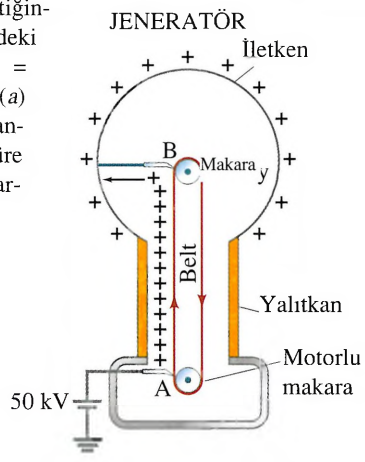
83. Bir Geiger sayacı radyoaktif çekirdekler tarafından yayılan yüklü parçacıklarını tesbit etmek için kullanılır. Merkezde yarıçapı R_a olan, ince, pozitif yüklü bir tel ile onu çevreleyen, R_b yarıçaplı, eş merkezli ve telinkine eşit negatif bir yük taşıyan bir iletken silindirden oluşur (Şek. 23-40). İçteki tel üzerindeki birim uzunluk başına yük λ'dır (birimi C/m). Tel ile silindir arasındaki iç hacim düşük basınçlı, bir asal gaz ile doludur. Yüklü parçacıklar bu gazın atomlarından bazılarını iyonize ederler; ortaya çıkan serbest elektronlar merkezdeki pozitif yüklü tele doğru çekilirler. Eğer radyal elektrik alan yeterince kuvvetliyse, serbest kalan elektronlar da başka atomları iyonize etmeye yetecek kadar enerji kazanırlar; merkezdeki tele doğru bir elektron "çığı" başlatarak bir elektrik sinyali yaratırlar. Tel ve silindir arasındaki elektrik alanı için bir ifade elde edin ve Ra ve Rb arasındaki potansiyel farkının

$$V_a - V_b = \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\right)\ln\left(\frac{R_b}{R_a}\right).$$



ŞEKİL 23–40
Problem 83.

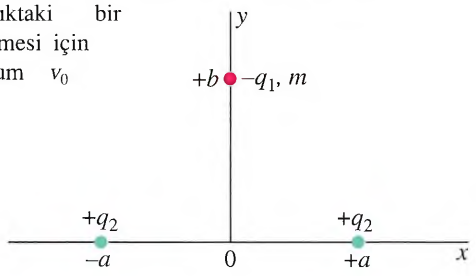
84. Bir Van de Graaf jeneratörü (Şek.23-41) çok yüksek, hatta milyonlarca voltluk potansiyel farkları oluşturabilir. Elektronlar A'daki yüksek voltajlı sivri elektrot tarafından kayıştan çekilip alınır ve kayış pozitif yüklü kalır. (Sivri uçlar yakınlarındaki elektrik alanlarının kuvvetli olduğunu ve iyonizasyonun gerçekleşebileceğini gördüğümüz Örnek 23-5'i hatırlayın.) Kayış pozitif yükü küresel kabuğun içine getirir; orada büyük, iletken küredeki elektronlar B'deki sivri iletken tarafından çekilirler ve iletken kürenin yüzeyini pozitif yüklü bırakırlar. Daha fazla yük getirildikçe, küre çok yüksek voltajlara erişir. 0.20 m yarıçapı olan bir Van de Graaf jeneratörünü göz önüne alın. (a) Elektriksel boşalma gerçekleştiğinde kürenin yüzeyindeki potansiyel nedir? ($r = \infty$'da $V = 0$ alın.) (*b*) (*a*) şıkkında bulunan potansiyele erişildiğinde küre üzerindeki yük ne kadardır?



ŞEKİL 23–41
Problem 84.

85. Uzayın bir bölgesinde potansiyel $V = B/(x^2 + R^2)^2$ şeklinde veriliyor; burada $B = 150\,\text{V}\cdot\text{m}^4$ ve $R = 0.20\,\text{m}$ 'dir. (*a*) $x = 0.20\,\text{m}$ 'deki V'yi bulunuz. (*b*) $\vec{\mathbf{E}}$'yi x'in bir fonksiyonu olarak bulunuz. (*c*) $x = 0.20\,\text{m}$'de $\vec{\mathbf{E}}$'yi bulunuz.

86. Kütlesi m olan bir $-q_1$ yükü y ekseni üzerinde, x ekseninden b kadar yukarıda durgun haldedir. Büyüklükleri $+q_2$ olan iki pozitif yük x ekseni üzerinde, sırasıyla $x = +a$ ve $x = -a$'da sabitlenmişlerdir (Şek. 23-42). Eğer $-q1$ yüküne pozitif y yönünde bir v_0 ilk hız verilirse bu yükün iki pozitif yükten sonsuz uzaklıktaki bir noktaya kaçabilmesi için gerekli minimum v_0 değeri nedir?



ŞEKİL 23–42
Problem 86.

*Sayısal, Bilgisayar

***87.** (II) Bir dipol $x = -1.0$ cm'deki -1.0 nC'luk bir yük ile $x = +1.0$ cm'deki $+1.0$ nC'luk bir yükten oluşmuştur. (*a*) x ekseni boyunca, $x = 2.0$ cm'den $x = 15$ cm'ye kadar V'nin bir grafiğini çizin. (*b*) Aynı grafik üzerinde Dnk. 23-7'den elde edilen yaklaşık V'nin $x = 2.0$ cm'den $x = 15$ cm'ye kadar grafiğini çizin. $r = \infty$'da $V = 0$ alın.

***88.** (II) Yarıçapı R_0 olan ince, düz bir disk yüzeyi üzerinde düzgün dağılmış bir Q yükü taşımaktadır. x ekseni üzerinde, x kadar uzaklıktaki elektrik potansiyeli

$$V(x) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2}\left[(x^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}} - x\right].$$

ile veriliyor (bknz. Örnek 23-9). x ekseni üzerinde, x kadar uzaklıkta elektrik alanının

$$E(x) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2}\left(1 - \frac{x}{(x^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}}}\right).$$

şeklinde verildiğini gösterin.

***89.** (II) Bilinmeyen bir yük miktarını, potansiyelin tek bir nokta yük veya yüklü bir levha tarafından oluşturulduğunu bilerek, yalnızca bir voltmetre ve bir cetvel kullarak belirlemeye çalışıyorsunuz. Potansiyelin en fazla değiştiği yönü buluyor, ve bu yöndeki noktalardaki potansiyelleri ölçüyorsunuz. Konuma karşı potansiyel (sıfır konumunun rasgele seçilmiş olduğuna ve potansiyellerin toprağa göre ölçülmüş olduklarına dikkat edin) aşağıdaki gibi ölçülmüştür:

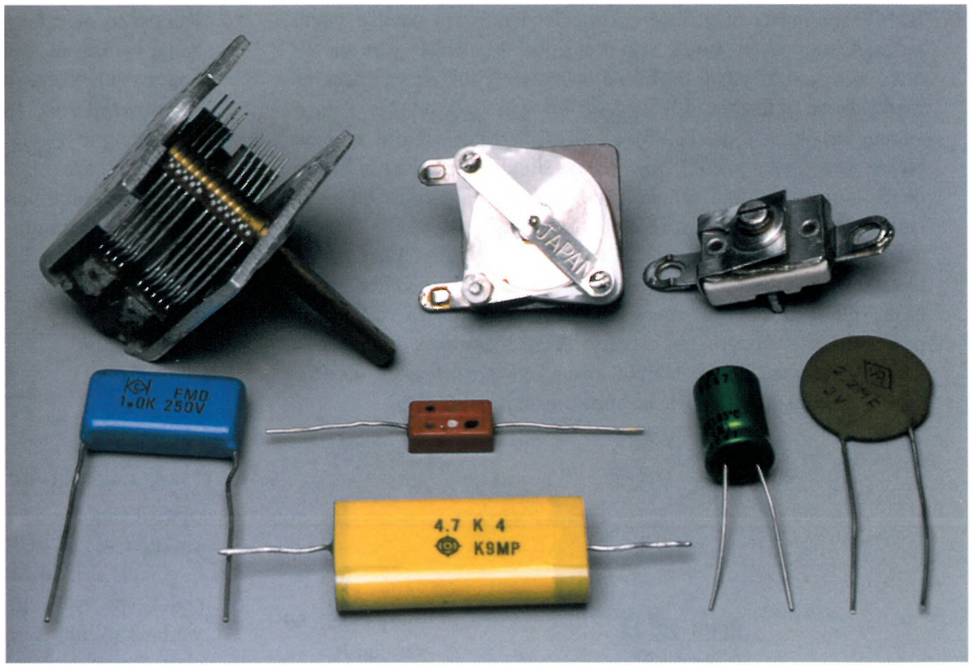
x (cm)	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
V (volt)	3.9	3.0	2.5	2.0	1.7	1.5	1.4	1.4	1.2	1.1

(*a*) Konuma karşı V'nin grafiğini çizin. Elektrik alanın bir nokta yük tarafından mı, yüklü bir levha tarafından mı oluşturulduğunu düşünüyorsunuz. (*b*) Verileri yükün büyüklüğünü bulmanızı sağlayacak şekilde grafiğe geçirin ve yük değerini bulun. (*c*) Bu verilerden yükün nerede olduğunu bulmak mümkün müdür? Eğer öyleyse, yükün konumunu da verin.

Alıştırmaların Cevapları

A: (*b*).
B: (*d*).
C: (*d*).
D: (*a*) iii, (*b*) i, (*c*) i.
E: (*c*).
F: (*d*).

Burada yalnızca bir kaç çeşidi gösterilen sığaçlar (kondansatörler, kapasitörler), çok değişik boyutlarda ve şekillerde bulunurlar. Bir sığaç temelde birbirlerine değmeyen ve bu nedenle yüzeylerinde zıt işaretli yük depolayabilen iki iletkenden oluşur. Sığaçlar, bu ve bundan sonraki bölümlerde göreceğimiz gibi çok çeşitli devrelerde kullanılırlar.



BÖLÜM 24

Sığa, Dielektrikler, Elektrik Enerjisi Depolanması

İÇERİK

24–1 Sığaçlar
24–2 Sığanın Belirlenmesi
24–3 Seri ve Paralel Bağlı Sığaçlar
24–4 Elektrik Enerjisi Depolanması
24–5 Dielektrikler
*24–6 Dielektriklerin Moleküler Tanımı

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin ediniz!

$+Q$ ve $-Q$ zıt yüklerini taşıyan birbirlerine yakın bir çift paralel plaka arasında sabit bir V potansiyel farkı vardır. Aşağıdakilerden hangisi plakalara koyabileceğiniz yükün büyüklüğünü arttırmaz?

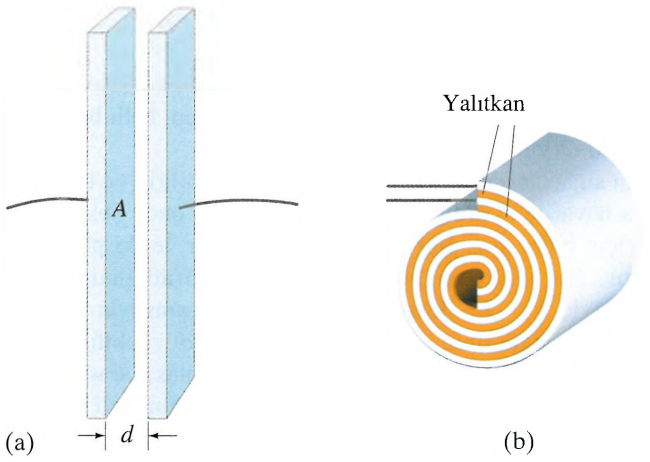
(a) Plakaların boyutunun arttırılması.
(b) Plakaların birbirlerinden uzaklaştırılması.
(c) Plakalar arasındaki uzayın kağıtla doldurulması.
(d) Sabit potansiyel farkı V'nin arttırılması.
(e) Yukarıdakilerin hiç birisi.

Bu bölüm elektrostatik ile ilgili çalışmamızı tamamlayacaktır. Önce, bir çok elektronik devrede kullanılan önemli bir aygıt olan sığaç anlatılacaktır. Aynı zamanda, elektriksel enerjinin depolanmasını ve bir yalıtkanın ya da dielektriğin elektrik alanları ve potansiyel farkları üzerindeki etkilerini tartışacağız.

24–1 Sığaçlar

FİZİK UYGULAMASI
Sığaçların kullanımı

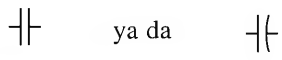
Bir sığaç, elektrik yükü depolayabilen bir aygıttır ve olağan koşullarda birbirlerine çok yakın yerleştirilmiş iki iletken nesneden (genellikle plakalar ya da yapraklar) oluşur. Sığaçlar elektrik devrelerinde yaygın olarak kullanılırlar. Onlar fotoğraf makinesi flaşında veya bilgisayarların kesintisiz güç kaynaklarında olduğu gibi sonra kullanılmak



ŞEKİL 24–1 (a) Paralel plakalı, (b) silindirik (yuvarlanmış paralel plakalar) sığaç diyagramları

üzere yük depolarlar. Sığaçlar devreleri korumak için yük ve enerji dalgalanmalarını da engellerler. Çok küçük sığaçlar bilgisayarların rastgele erişimli belleklerinde (RAM) ikili kodların birleri ve sıfırları için bellek olarak kullanılırlar. Sığaçlar, bazılarını tartışacağımız daha pek çok uygulamada da yardımcı olurlar.

Basit bir sığaç, alanları A olan ve küçük bir d uzaklığı ile ayrılmış bir çift paralel plakadan oluşur (Şek.24-1a). Çoğu zaman, aralarındaki bir plastik, kağıt ya da başka bir yalıtkanla ayrılmış iki plaka, yuvarlanarak bir silindir biçimine getirilir, Şek. 24-1b. Bir çizimde

 ya da [kapasitör simgesi]

simgeleri bir sığacı gösterir.
Voltaj kaynağı olan bir batarya, kolları eşit uzunlukta olmayan

 [batarya simgesi]

simgesi ile gösterilir.

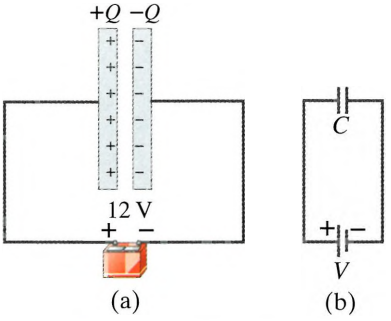
Bir sığacı Şek.24-2'deki gibi iletken tellerle bir bataryaya bağlayarak sığacın uçlarına bir gerilim uygulanırsa iki plaka hemen yüklenir; bir plaka eksi yük kazanır, diğeri ise eşit miktarda artı yük kazanır. Hem bataryanın hem de ona bağlanan sığacın plakası aynı potansiyeldedir; bu nedenle sığacın uçlarında tüm batarya potansiyeli görülür. Verilen bir sığaç için, her plakanın kazandığı yük miktarı Q, plakalar arasındaki potansiyel farkı V'nin büyüklüğü ile orantılıdır:

$$Q = CV. \qquad \textbf{(24–1)}$$

Yukarıdaki bağıntıdaki orantı sabiti C, sığacın sığası olarak adlandırılır. Sığa birimi coulomb bölü volt'tur ve bu birim farad (F) olarak adlandırılır. Çok kullanılan sığaçların sığası 1pF (pikofarad = 10^{-12} F)'dan 10 μF (1 mikrofarad = 10^{-6} F)'a kadar değişir. Dnk.(24-1) bağıntısı ilkönce on sekizinci yüzyılda Volta tarafından önerilmiştir. Sığa C, genelde Q ya da V'ye bağlı değildir. Onun değeri yalnızca boyutuna, şekline ve iki iletkenin birbirlerine göre konumlarına ve keza onları ayıran maddeye bağlıdır.

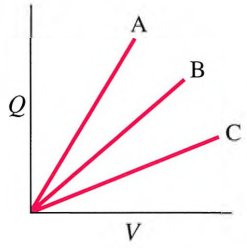
Dnk.(24.1)'de ve artık bundan sonra, potansiyel farkını göstermek için önceden olduğu gibi V_{ba}, $-V$, ya da $V_b - V_a$ değil basitçe V (yatık olarak) kullanacağız. (Voltaj ve sığayı gösteren italik V ve C ile volt ve coulomb birimlerini gösteren italik olmayan V ve C'yi karıştırmayınız).

ALIŞTIRMA A A, B, C gibi üç sığaç için gerilime karşı yük çizimleri Şek.24-3'te gösterilmiştir. Hangisinin sığası en büyüktür.?



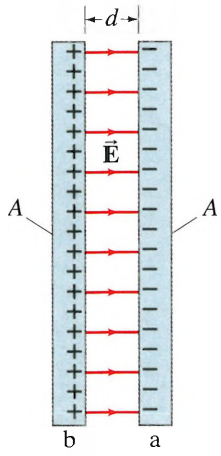
ŞEKİL 24–2 (a) Bir bataryaya bağlı paralel plakalı sığaç, b) Aynı devrenin simgelerle gösterilmiş durumu.

ŞEKİL 24–3 Alıştırma A



DİKKAT

Buradan sonra artık V= potansiyel farkı



ŞEKİL 24–4 Paralel plakalı sığaç. Her bir plakanın alanı A'dır. Alanın uçlarda bozulması göz ardı edilmiştir.

24–2 Sığanın Belirlenmesi

Verilen bir sığacın sığası, deneysel olarak doğrudan Dnk. 24-1'den, belli bir V potansiyel farkı için her bir iletkendeki Q yükü ölçülerek saptanabilir.

Geometrisi basit olan sığaçlar için C'yi analitik olarak bulabiliriz ve biz bu Kısımda iletkenlerin boşluk ya da hava ile ayrıldığını varsayacağız. C'yi önce Şek.24-4'teki gibi paralel-plakalı bir sığaç için bulacağız. Her plakanın alanı A'dır ve iki plaka d uzaklığı ile birbirinden ayrılmıştır. Her plakanın boyutlarıyla karşılaştırıldığında d'nin küçük olduğunu varsayıyoruz, şöyle ki $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanı plakalar arasında düzgündür ve kenarlardaki bozulmaları ($\vec{\mathbf{E}}$ çizgilerinin düz olmaması) göz ardı edebiliriz. Daha önce (Örnek 21-13) birbirlerine çok yakın yerleştirilmiş iki paralel plaka arasındaki elektrik alanın büyüklüğünün $E = \sigma/\epsilon_0$ ve yönünün plakalara dik olduğunu görmüştük. $\vec{\mathbf{E}}$ birim alandaki yük olduğundan $\sigma = Q/A$ 'dır, dolayısıyla plakalar arasındaki alan

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

olur. Dnk.23-4a'da verildiği gibi elektrik alanı ve elektriksel potansiyel arasındaki ilişki

$$V = V_{ba} = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell}$$

'dir. Alan çizgilerine zıt bir yol boyunca a plakasından b plakasına çizgi integralini alabiliriz; o zaman, $\theta = 180°$ ve $\cos 180° = -1$ 'den

$$V = V_b - V_a = -\int_a^b E\, d\ell \cos 180° = +\int_a^b E\, d\ell = \frac{Q}{\epsilon_0 A}\int_a^b d\ell = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}.$$

Bu Q'yu V'ye bağlar ve bundan biz C sığasını plakaların geometrisi cinsinden elde edebiliriz:

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 \frac{A}{d}. \qquad \text{[paralel-plakalı sığaç]} \qquad \textbf{(24–2)}$$

Dnk.24-2'den C'nin değerinin Q ya da V'ye bağlı olmadığına dikkat ediniz, yani Q'nun deneysel olarak da bulunduğu gibi V ile orantılı olduğu öngörülmüştür.

ÖRNEK 24–1 **Sığaç Hesapları.** Hesapları (*a*) Plakaları 20 cm × 3.0 cm alanında ve aralarında 1.0 mm'lik bir hava boşluğu bulunan paralel-plakalı bir sığacın sığasını hesaplayınız. (*b*) Eğer iki plaka üzerine 12 V'luk bir batarya bağlanırsa her plakadaki yük nedir? (*c*) Plakalar arasındaki elektrik alanı nedir? (*d*) Aynı d uzaklığı ve aralarında hava boşluğu olmak üzere 1 F'lık bir sığa elde etmek için gerekli plaka alanını bulunuz.

YAKLAŞIM Sığa, Dnk.24-2, $C = \epsilon_0 A/d$. kullanılarak bulunur. Her plaka üzerindeki yük Dnk. 24-1'deki $Q = CV$ sığa tanımından elde edilir. Elektrik alanı düzgündür, şöyle ki Dnk.23-4b'yi alanın büyüklüğü, $E = V/d$ için kullanabiliriz. (*d*)'de yine Dnk. 24-2'yi kullanırız.

ÇÖZÜM (*a*) Alan $A = (20 \times 10^{-2}\,\text{m})(3.0 \times 10^{-2}\,\text{m}) = 6.0 \times 10^{-3}\,\text{m}^2$ 'dir.

O zaman sığa C şöyle bulunur:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = (8.85 \times 10^{-12}\,\text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)\frac{6.0 \times 10^{-3}\,\text{m}^2}{1.0 \times 10^{-3}\,\text{m}} = 53\,\text{pF}.$$

(*b*) Her bir plakadaki yük

$$Q = CV = (53 \times 10^{-12}\,\text{F})(12\,\text{V}) = 6.4 \times 10^{-10}\,\text{C}.$$

(*c*) Düzgün bir elektrik alan için Dnk. 23-4b'den E'nin büyüklüğü

$$E = \frac{V}{d} = \frac{12\,\text{V}}{1.0 \times 10^{-3}\,\text{m}} = 1.2 \times 10^4\,\text{V/m}.$$

(*d*) Bize gerekli olan alanı bulmak için Dnk. 24-2'yi A için çözeriz ve $C = 1.0$ F ve $d = 1.0$ mm'yi yerlerine yazarız:

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} \approx \frac{(1\,\text{F})(1.0 \times 10^{-3}\,\text{m})}{(9 \times 10^{-12}\,\text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)} \approx 10^8\,\text{m}^2.$$

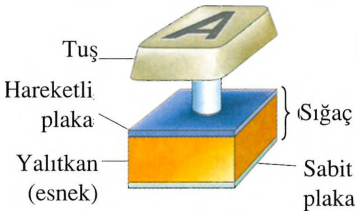
NOT Bu bir kenarı 10 m ya da 10 km olan bir karenin alanıdır. O da San Fransisko ya da Boston gibi bir şehrin büyüklüğüdür. Büyük sığalı sığaçlar basit paralel plakalar olmazlar.

ALIŞTIRMA B Yarıçapları 5.0 cm olan iki dairesel plaka 0.10 mm'lik bir hava boşluğu ile ayrılmışlardır. 12 V'luk bir bataryaya bağlandığında her bir plakadaki yükün büyüklüğü nedir?

Yakın zamanlara kadar birkaç mF'lık sığadan daha büyükleri pek alışılmış değildi. Bugün bir kenarı yalnızca birkaç cm olan 1 ya da 2 F'lık sığaçlar mevcuttur. Böyle sığaçlar, örneğin bilgisayar belleklerinde ve elektronikte küçük yük akışları ile zaman ve tarihlerin tutulmasında yedek güç saklayıcılar olarak kullanılmaktadırlar. [Sığaçlar hiç bozulmadan 10 kereden daha çok yeniden yüklenebildiklerinden, bu açıdan yeniden doldurulabilir bataryalara göre daha üstündürler.] Böyle yüksek sığalı sığaçlar, çok yüksek gözeneklilik nedeniyle büyük yüzey alanına sahip olan "etkinleştirilmiş" karbondan yapılabilirler, onda bir gram etkinleştirilmiş karbon 100 m'lik bir yüzey alanına sahip olabilir. Üstelik, eşit ve zıt yükler 10^{-9} m kalınlığındaki bir elektrik "çift tabakası"halindedirler. Böylece, iç alanı 10 m olabilen 0.1 g'lık etkinleştirilmiş karbonun sığası eşdeğer paralel plakalı sığaç gözönüne alınarak hesaplanabilir: $C \approx \epsilon_0 A/d = (8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/N\cdot m^2})(10^2\,\mathrm{m^2})/(10^{-9}\,\mathrm{m}) \approx 1\,\mathrm{F}$.

Bir tür bilgisayarlar klavyesi sığaçla çalışır. Şekil 24-5'te gösterildiği gibi her tuş bir sığacın üst plakasına bağlanmıştır. Tuşa basıldığında yukarıdaki plaka, sığaç plakaları arasındaki boşluğu azaltmak ve dolayısıyla sığayı arttırmak (Dnk.24.2: d ne kadar küçükse C o kadar büyüktür) üzere aşağıya doğru hareket eder. Sığadaki değişim elektronik devre tarafından algılanan bir elektriksel sinyal ortaya çıkartır.

FİZİK UYGULAMASI
Çok Yüksek Sığa



ŞEKİL 24–5 Bilgisayar klavyesindeki bir tuş . Tuşa basılması, sığaç boşluğunu azaltır, böylece sığa artar ve bu elektronik olarak saptanabilir.

FİZİK UYGULAMASI
Bilgisayar tuşu

Dnk.24-2'deki $C \propto A/d$ orantısı Şek.24-1b'deki gibi yuvarlanıp spiral bir silindir biçimine getirilmiş paralel-plakalı bir sığaç için de geçerlidir. Fakat genellikle olduğu gibi eğer bir yalıtkan, örneğin kağıt plakaları ayırıyorsa sabit çarpan ϵ_0 değiştirilmelidir ve bu Kısım 24-5'te tartışılmıştır. İki uzun, eşeksenli silindirden oluşan gerçek bir silindirik sığaç için sonuç bir sonraki örneğin gösterdiği gibi biraz farklıdır.

ÖRNEK 24–2 **Silindirik Sığaç.** Silindirik bir sığaç R_b yarıçaplı bir silindir (ya da tel) ve onu çevreleyen iç yarıçapı Ra olan eşeksenli silindirik bir kabuktan oluşur, Şek.24-6a. Her iki silindirin uzunluğu da ℓ'dir. Uçlardaki etkileri göz ardı edebilmek için bu uzunluğun silindirler arasındaki uzaklık $R_a - R_b$'den çok büyük olduğunu varsayıyoruz. Sığaç (bir bataryaya bağlanarak) yükleniyor, yani bir silindirin yükü $+Q$ (diyelim ki içtekinin) ve diğerinin yükü $-Q$ oluyor. Sığaç için bir eşitlik bulunuz.

YAKLAŞIM $C = Q/V$ 'yi elde etmek için silindirler arasındaki potansiyel farkı V'yi Q cinsinden bulmalıyız. Önceki sonucumuzu (Örnek 21-11 ya da 22-6) kullanabiliriz, yani R eksenden olan uzaklık ve λ birim uzunluktaki yük, Q/ℓ olmak üzere uzun bir tel dışındaki elektrik alanı radyal olarak dışarıya yönlenmiştir ve büyüklüğü $E = (1/2\pi\epsilon_0)(\lambda/R)$ 'dir. O zaman silindirler arasındaki noktalar için $E = (1/2\pi\epsilon_0)(Q/\ell R)$ olur.

ÇÖZÜM Potansiyel farkı V'yi Q cinsinden elde etmek için Dnk. 23-4a'da E için bu sonucu, $V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\ell}$ kullanırız ve çizgi integralini dış silindirden içerdekine doğru bir yarıçap çizgisi boyunca alırız (böylece $V > 0$ olur): †

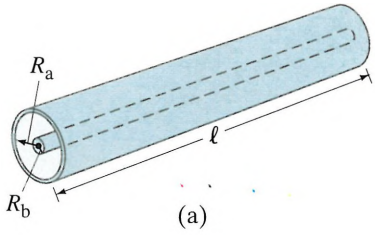
$$V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0\ell}\int_{R_a}^{R_b}\frac{dR}{R}$$
$$= -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0\ell}\ln\frac{R_b}{R_a} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\ell}\ln\frac{R_a}{R_b}.$$

Q ve V orantılıdır ve sığa C şöyle bulunur:

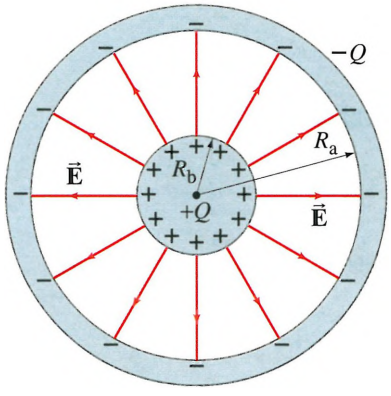
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0\ell}{\ln(R_a/R_b)}. \qquad \text{[Silindirik sığaç]}$$

NOT Eğer silindirler arasındaki uzaklık $R_a - R_b = \Delta R$ küçükse, $\ln(R_a/R_b) = \ln[(R_b + \Delta R)/R_b] = \ln[1 + \Delta R/R_b] \approx \Delta R/R_b$ olur. (Bknz. Ek A-3). Böylece $C \approx 2\pi\epsilon_0\ell R_b/\Delta R = \epsilon_0 A/\Delta R$ olur, çünkü b silindirinin alanı $A = 2\pi R_b\ell$ 'dir. Bu da tam Dnk.24-2 ($d = \Delta R$),'dir, iyi bir sınama.

ŞEKİL 24–6 (a) Silindirik sığaç iki eşeksenli silindirik iletkenden oluşur. (b) Elektrik alan çizgileri kesit üzerinde gösterilmiştir.

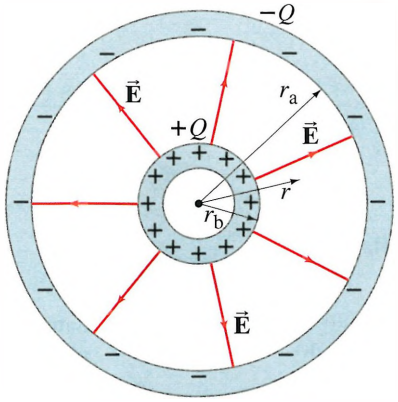


(a)



ALIŞTIRMA C Yarıçapları R_a =2.5 mm ve R_b = 0.40 mm olan silindirik sığacın birim uzunluğunun sığası nedir? (*a*) 30 pF/m; (*b*) −30 pF/m; (*c*) 56 pF/m; (*d*) −56 pF/m; (*e*) 100 pF/m; (*f*) −100 pF/m.

†Şek. 24-6b'de bizim integral seçimimiz için $\vec{\mathbf{E}}$ 'nin dışarıya doğru, fakat $d\vec{\ell}$ 'nin içeriye doğru olduğuna dikkat ediniz: $\vec{\mathbf{E}}$ ve $d\vec{\ell}$ arasındaki açı 180° ve $\cos 180° = -1$ 'dir, dr dışarıya doğru arttığı için de $d\ell = -dr$ 'dir. Bu iki eksi işareti birbirini götürür.



ŞEKİL 24–7 Küresel sığaçın merkezinden geçen etkin kesit. İnce iç kabuğun yarıçapı r_b ve ince dış kabuğun yarıçapı r_a dır.

ÖRNEK 24–3 **Küresel Sığaç.** Küresel bir sığaç Şekil 24-7'de gösterildiği gibi yarıçapları r_a ve r_b olan iki eşmerkezli ince küresel kabuktan oluşur. İçerideki kabuk, yüzeyinde düzgün olarak dağılmış Q yükünü ve dış kabukta eşit fakat zıt işaretli $-Q$ yükünü taşır. İki kabuğun sığasını bulunuz.

YAKLAŞIM Biz Örnek 22-3'te düzgün olarak yüklenmiş bir iletken kürenin dışında elektrik alanının sanki tüm yük merkezde toplanmış gibi $E = Q/4\pi\epsilon_0 r^2$ olduğunu göstermek için Gauss yasasını kullandık. Şimdi Dnk.23-4a'yı, $V = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\ell}$ kullanacağız.

ÇÖZÜM İki iletken kabuk arasında gerilim farkını elde etmek için Dnk. 23-4a'yı yarıçap boyunca integre edeceğiz:

$$V_{ba} = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{1}{r^2}\,dr$$
$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{r_a - r_b}{r_a r_b}\right).$$

Son olarak

$$C = \frac{Q}{V_{ba}} = 4\pi\epsilon_0\left(\frac{r_a r_b}{r_a - r_b}\right).$$

NOT Eğer $\Delta r = r_a - r_b$ aralığı çok küçükse o zaman $C = 4\pi\epsilon_0 r^2/\Delta r \approx \epsilon_0 A/\Delta r$ olur ($A = 4\pi r^2$), olduğundan) ki bu da paralel-plaka eşitliği Dnk. 24-2'dir.

PROBLEM ÇÖZME

Sınır koşulu ile sınama

Yalıtılmış tek bir iletkenin de bir C sığası olduğu söylenebilir. Bu durumda C yine yükün iletkendeki mutlak gerilim V'ye oranı ($r = \infty$'da $V = 0$ alarak) olarak tanımlanabilir, yani

$$Q = CV$$

bağıntısı geçerlidir. Örneğin, yarıçapı r_b olan tek bir iletken kürenin potansiyeli, r_a'nın sonsuz büyük olmasına izin vererek Örnek 24.3'teki sonucumuzdan elde edilebilir. $r_a \to \infty$ 'a giderken

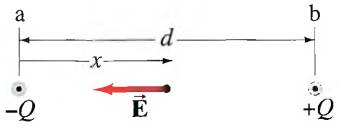
$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_b}$$

olur, böylece sığa

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 r_b$$

bulunur. Pratik durumlarda tek bir iletken, diğer iletkenlerin ya da Dünya'nın (sığacın diğer "plakası" olarak düşünülebilir) yanında olabilir ve bunlar sığanın değerini etkiler.

ŞEKİL 24–8 Örnek 24–4.



ÖRNEK 24–4 **İki uzun paralel telin sığası.** Her birisinin yarıçapı R olan, $+Q$ ve $-Q$ düzgün yüklerini taşıyan, aralarındaki d mesafesi R ile karşılaştırıldığında büyük olan ($d >> R$) iki çok uzun düz paralel telin birim uzunluğunun sığasını tahmin ediniz, Şek. 24-8.

YAKLAŞIM Teller arasındaki herhangi bir noktadaki elektrik alanını, her bir tel tarafından yaratılan iki alanın üst üste binmesi gibi düşünerek teller arasındaki potansiyel farkını hesaplarız. (İletken tellerin içindeki elektrik alanı sıfırdır.)

ÇÖZÜM Örnek 21-11 ve 22-6'da uzun düz bir iletkenin dışındaki elektrik alanının radyal yönde olduğu ve λ birim uzunluktaki yük, $\lambda = Q/\ell$ olmak üzere $E = \lambda/2\pi\epsilon_0 x$ ile verildiği gösterilmişti. Şek.24-8'de sol taraftaki telden x uzaklığında toplam elektrik alanının büyüklüğü

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(d - x)},$$

ile verilir ve sola doğru yönelmiştir (+'dan −'ye). Şimdi iki tel arasındaki potansiyel

farkını bulmak için Dnk.23-4a'yı kullanıp $\vec{\mathbf{E}}$ ve $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$'nin zıt yönde olduğuna da dikkat ederek eksi telin yüzeyinden artı telin yüzeyine integral alalım $(\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} < 0)$:

$$V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\right)\int_R^{d-R}\left[\frac{1}{x}+\frac{1}{(d-x)}\right]dx$$

$$= \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\right)[\ln(x) - \ln(d-x)]\Big|_R^{d-R}$$

$$= \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\right)[\ln(d-R) - \ln R - \ln R + \ln(d-R)]$$

$$= \left(\frac{\lambda}{\pi\epsilon_0}\right)[\ln(d-R) - \ln(R)] \approx \left(\frac{\lambda}{\pi\epsilon_0}\right)[\ln(d) - \ln(R)]$$

$d >> R$ olduğundan

$$V \approx \left(\frac{Q}{\pi\epsilon_0\ell}\right)\left[\ln\left(\frac{d}{R}\right)\right]$$

olur. Dnk.24-1'den sığa $C = Q/V \approx (\pi\epsilon_0\ell)/\ln(d/R)$ bulunur. Dolayısıyla, birim uzunluk başına sığa yaklaşık olarak

$$\frac{C}{\ell} \approx \frac{\pi\epsilon_0}{\ln(d/R)}$$ ile verilir.

24–3 Seri ve Paralel Bağlı Sığaçlar

Sığaçlar bir çok elektrik devresinde bulunur. Bizim elektrik devresinden kastettiğimiz, içinde yüklerin akabildiği, genellikle sığaçlar ve/veya diğer aygıtlar ve onları bağlıyan tellerden oluşan ve pil gibi bir voltaj kaynağını da içeren, iletkenlerin oluşturduğu bir kapalı yoldur. Pil voltajı genellikle V simgesi ile verilir. V bir potansiyel *farkını* temsil eder. Sığaçlar değişik şekillerde birbirlerine bağlanabilirler. Çok kullanılan iki yol, *seri* veya *paralel* bağlamadır, ve biz şimdi bunların her ikisini de tartışacağız.

Birbirlerine paralel bağlanmış üç sığacı içeren devre Şek.24-9'da gösterilmiştir. V voltajlı bir pil a ve b noktalarına bağlandığında, her bir sığaç üzerindeki voltaj $V=V_{ab}$ olduğu için bu sığaçlar "paralel"dir. Bütün sığaçların sol taraftaki plakaları iletkenlerle bağlı olduğundan, pile bağlandıklarında hepsi de aynı V_a potansiyeline ulaşırlar; sağ taraftaki plakaların da her birisi V_b potansiyeline ulaşır. Her sığaç plakası $Q = C_1V$, $Q_2 = C_2V$, $Q_3 = C_3V$ ile verilen bir yük kazanır. O zaman pili terk eden toplam Q yükü

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_1V + C_2V + C_3V$$

olur. Şimdi aynı $V = V_{ab}$ potansiyelinde aynı Q yükünü tutacak eşdeğer tek bir sığaç bulmaya çalışalım. Onun

$$Q = C_{eş}V$$

ile verilen $C_{eş}$ gibi bir sığası olacaktır. Önceki iki eşitliği birleştirerek

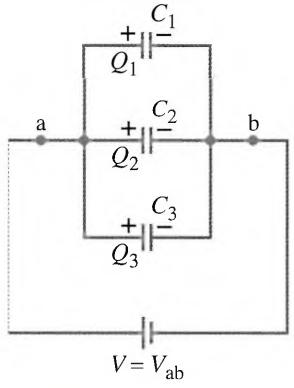
$$C_{eş}V = C_1V + C_2V + C_3V = (C_1 + C_2 + C_3)V.$$

veya

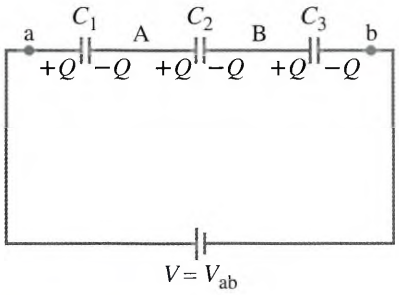
$$C_{eş} = C_1 + C_2 + C_3. \qquad \text{[paralel]} \quad \textbf{(24–3)}$$

buluruz.

Dolayısıyla sığaçları paralel bağlamanın net etkisi sığayı arttırmaktır. Bu akla uygundur, çünkü biz temelde yükün birikebileceği plaka alanlarını arttırıyoruz (Örneğin Bknz. Dnk. 24-2).



ŞEKİL 24–9 Paralel bağlı sığaçlar: $C_{eş} = C_1 + C_2 + C_3$.



ŞEKİL 24–10 Seri bağlı sığaçlar:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Sığaçlar seri olarak da, yani Şek.24-10'da gösterildiği gibi uç uca da bağlanabilirler. Bataryadan bir $+Q$ yükü C_1'in bir plakasına ve $-Q$ yükü de C_3'ün bir plakasına akar. Sığaçlar arasındaki A ve B bölgeleri başlangıçta nötraldir, o nedenle oradaki net yük yine sıfır kalmalıdır. C_1'in sol plakasındaki $+Q$ karşı plakada $-Q$ yükünü çeker. A bölgesinin sıfır net yükünün olması gerektiğinden C_2'nin sol plakasında $+Q$ olur. Aynı düşünceler diğer sığaçlara da uygulanır, öyleyse biz her sığaçda yükü aynı Q değerinde görürüz. Tek bir sığacın devreyi etkilemeden (yani Q ve V'ler aynı) bu seri bağlı üç sığacın yerine geçmesi için

$$Q = C_{eş}\, V$$

olmak üzere $C_{eş}$ sığası olmalıdır. Seri bağlı üç sığaç üzerindeki toplam V voltajı her bir sığaç üzerindeki voltajların toplamına eşit olmalıdır:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Her sığaç için keza $Q = C_1 V_1$, $Q = C_2 V_2$ ve $Q = C_3 V_3$, Bunları son denklemdeki V, V_1, V_2, ve V_3 için yerleştirirsek

$$\frac{Q}{C_{eş}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

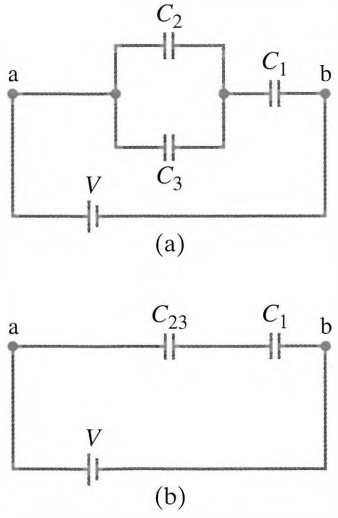
ya da

$$\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}. \qquad \text{[seri]} \quad \textbf{(24–4)}$$

elde ederiz. $C_{eş}$ sığasının katkıda bulunan en küçük sığadan daha küçük olduğuna dikkat ediniz.

ALIŞTIRMA D $C_1 = C_2 = 10\,\mu$F 'lık iki özdeş sığacı göz önüne alınız. Bunları seri ya da paralel bağlayarak elde edilebilecek en küçük ve en büyük sığalar nelerdir? (*a*) 0.2 μF, 5 μF; (*b*) 0.2 μF, 10 μF; (*c*) 0.2 μF, 20 μF; (*d*) 5 μF, 10 μF; (*e*) 5 μF, 20 μF; (*f*) 10 μF, 20 μF.

ŞEKİL 24–11 Örnekler 24-5 ve 24-6



Sığaçların diğer bağlantıları da, yük korunumu kullanılarak benzer şekilde ve genellikle basitçe seri ve paralel bağlantılar cinsinden çözümlenebilir.

ÖRNEK 24–5 **Eşdeğer Sığa.** Şek.24-11a'da gösterilen birleşim ile aynı etkiyi gösterecek tek bir sığacın sığasını hesaplayınız. $C_1 = C_2 = C_3 = C$ alınız.

YAKLAŞIM Önce paralel bağlı C_2 ve C_3'ün eşdeğer sığasını buluruz ve daha sonra onu C_1 ile seri bağlı olarak düşünürüz.

ÇÖZÜM C_2 ve C_3 sığaçları paralel bağlıdırlar, öyleyse sığası

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 2C$$

olan tek bir sığaya eşdeğerdirler. Bu C_{23}, C_1 ile seridir, Şek.24-11b, öyleyse tüm devrenin eşdeğer sığası $C_{eş}$

$$\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{2C} = \frac{3}{2C}$$

ile verilir. Böylece tüm birleşimin eşdeğer sığası $C_{eş} = \frac{2}{3}C$ 'dir ve katkıda bulunan sığaçların herhangi birinin sığasından, $C_1 = C_2 = C_3 = C$ daha küçüktür.

PROBLEM ÇÖZÜM

Tersini almayı hatırlayınız

ÖRNEK 24–6 **Sığaçlar üzerindeki yük ve voltaj.** $C = 3.0\,\mu\text{F}$ ve pil voltajını $V = 4.0\,\text{V}$. varsayarak Örnek 24-5'in Şek.24-11a'sındaki her bir sığaç üzerindeki yükü ve her birisi üzerindeki gerilimi saptayınız.

YAKLAŞIM Örnek 24-5'ten geriye doğru çalışmalıyız. Yani eşdeğer sığayı kullanarak pili terk eden Q yükünü buluruz. Daha sonra her bir ayrı sığaç üzerindeki yükü ve her birisi üzerindeki voltajı buluruz. Her adımda Dnk. 24-1, $Q = CV$ kullanılır.

ÇÖZÜM 4.0 V'luk pil sanki $C_{\text{eq}} = \frac{2}{3}C = \frac{2}{3}(3.0\,\mu\text{F}) = 2.0\,\mu\text{F}$ 'lık bir sığaca bağlanmış gibi davranır. Bu nedenle bataryayı terk eden Q yükü Dnk. 24-1'den

$$Q = CV = (2.0\,\mu\text{F})(4.0\,\text{V}) = 8.0\,\mu\text{C}.$$

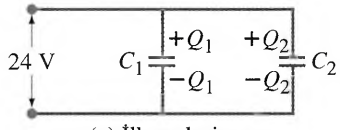
Şekil 24.11a'da görüyoruz ki, bu yük C_1'in negatif plakasına ulaşır, öyleyse $Q_1 = 8.0\,\mu\text{C}$ 'dur. Bataryanın pozitif plakasını terk eden Q yükü C_2 ve C_3 arasında eşit olarak ayrılır (simetri: $C_2 = C_3$) ve $Q_2 = Q_3 = \frac{1}{2}Q = 4.0\,\mu\text{C}$ 'dur. Yine C_2 ve C_3 üzerindeki voltajlar aynı olmalıdır. Her bir sığaç üzerindeki voltaj $V = Q/C$ kullanılarak elde edilir. Öyleyse

$$V_1 = Q_1/C_1 = (8.0\,\mu\text{C})/(3.0\,\mu\text{F}) = 2.7\,\text{V}$$

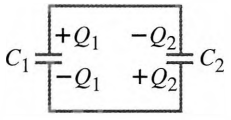
$$V_2 = Q_2/C_2 = (4.0\,\mu\text{C})/(3.0\,\mu\text{F}) = 1.3\,\text{V}$$

$$V_3 = Q_3/C_3 = (4.0\,\mu\text{C})/(3.0\,\mu\text{F}) = 1.3\,\text{V}.$$

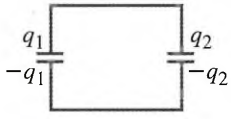
ÖRNEK 24–7 **Sığaçları yeniden bağlama.** Sığaları, $C_1 = 2.2\,\mu\text{F}$ $C_2 = 1.2\,\mu\text{F}$, olan iki sığaç Şek.24-12a'da gösterildiği gibi 24 V'luk bir kaynağa paralel olarak bağlanmışlardır. Yüklendikten sonra kaynaktan ve birbirlerinden ayrılmışlar ve daha sonra zıt işaretli plakalar bir arada olmak üzere yeniden birbirlerine bağlanmışlardır (Bknz. Şek.24-12b). Denge kurulduktan sonra her bir sığaçtaki yükü ve üzerindeki potansiyeli bulunuz.



(a) İlk yerleşim



(b) Yeniden bağlanma anında



(c) Kısa bir süre sonra

ŞEKİL 24–12 Örnek 24–7.

YAKLAŞIM Önce her sığaç üzerindeki başlangıçtaki $Q = CV$ yükünü buluruz. Değişiklikten sonra dağılımı değişse bile yük korunur. İki yeni voltaj eşit olmalıdır.

ÇÖZÜM Önce Dnk.'24-1'i kullanarak, güç kaynağı sığaçları tam olarak yükledikten sonra her birinin üzerinde ne kadar yük bulunduğunu hesaplarız:

$$Q_1 = C_1V = (2.2\,\mu\text{F})(24\,\text{V}) = 52.8\,\mu\text{C},$$
$$Q_2 = C_2V = (1.2\,\mu\text{F})(24\,\text{V}) = 28.8\,\mu\text{C}.$$

Daha sonra sığaçlar paralel olarak bağlandıklarında, Şek.24-12b, her birisinin üzerindeki potansiyel farkı hızla eşitlenmelidir. Dolayısıyla yük Şek.24-12b'de gösterildiği gibi kalamaz, kendisini yeniden düzenlemelidir: Şek.24-12c de gösterildiği gibi, üst plakalar en azından aynı işaretli yüklere ve alt plakalar da bunlarla zıt işaretli yüklere sahip olmalıdır. Dnk. 24-1 her ikisine de uygulanır:

$$q_1 = C_1V' \qquad \text{ve} \qquad q_2 = C_2V',$$

burada V' yükler kendilerini yeniden düzenledikten sonra her bir sığaç üzerindeki voltajdır. q_1, q_2, ve V', bilinmiyor, öyleyse üçüncü bir eşitliğe gereksinimimiz vardır. Bu, yük korunumundan sağlanır. Yükler kendilerini Şek.24-12b ve c arasında yeniden düzenlemişlerdir. Bu iki şekilde üst plakalardaki toplam yük aynı olmalıdır, öyleyse

$$q_1 + q_2 = Q_1 - Q_2 = 24.0\,\mu\text{C}.$$

Son üç eşitliği birleştirirsek

$$V' = (q_1 + q_2)/(C_1 + C_2) = 24.0\,\mu\text{C}/3.4\,\mu\text{F} = 7.06\,\text{V} \approx 7.1\,\text{V}$$
$$q_1 = C_1V' = (2.2\,\mu\text{F})(7.06\,\text{V}) = 15.5\,\mu\text{C} \approx 16\,\mu\text{C}$$
$$q_2 = C_2V' = (1.2\,\mu\text{F})(7.06\,\text{V}) = 8.5\,\mu\text{C}$$

buluruz. Son yanıtlarda yalnızca iki anlamlı basamağı tuttuk.

24–4 Elektrik Enerjisi Depolanması

Yüklü bir sığaç elektrik enerjisini depolar. Sığaçta depolanan enerji onu yüklemek için yapılan işe eşit olacaktır. Bir sığacı yüklemenin net etkisi yükü bir plakadan kaldırıp diğer plakaya eklemektir. Bir sığaca bağlandığında bir batarya bu işi yapar. Bir sığaç anında yüklü duruma gelmez. Bir süre geçer (Kısım 26-4). Başlangıçta sığaç yüksüzken ilk yük parçasını taşımak için hiç bir iş gerekmez. Her plakada biraz yük bulunmaya başladığında elektriksel itme nedeniyle aynı işaretli daha çok yük eklemek için iş yapmak gerekir. Bir plakada ne kadar çok yük olursa ek yük eklemek için o kadar çok iş gerekir. Plakalar arasında bir V potansiyel farkı olduğunda dq gibi küçük bir miktar yük eklemek için gerekli iş $dW = V dq$'dir. C sığa olmak üzere herhangi bir anda $V = q/C$ olduğuna göre toplam Q yükünü depolamak için gerekli iş şöyle bulunur:

$$W = \int_0^Q V\,dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \tfrac{1}{2}\frac{Q^2}{C}.$$

Böylece bir C sığacı iki iletkeninde $+Q$ ve $-Q$ yüklerini taşıdığı zaman sığaçta depolanmış enerjinin

$$U = \tfrac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

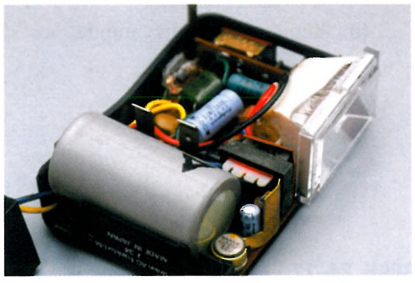
olduğunu söyleyebiliriz. V, sığaç üzerindeki potansiyel farkı olmak üzere $Q = CV$ olduğundan, keza

$$U = \tfrac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \tfrac{1}{2}CV^2 = \tfrac{1}{2}QV. \qquad \textbf{(24–5)}$$

de yazabiliriz.

FİZİK UYGULAMASI

Bir fotoğraf makinesi flaşı birimi



ŞEKİL 24–13 Bir fotoğraf makinesi flaşı birimi.

ÖRNEK 24–8 **Sığaçta depolanmış enerji.** Bir fotoğraf makinesi flaşı birimi (Şek.24-13) 200 V'ta 150 μF'lık bir sığaçta enerji depolamaktadır. (*a*) Ne kadar elektrik enerjisi depolanabilir? (*b*) 1.0 ms'de bu enerjinin hemen hepsi boşaltılırsa güç çıkışı ne olur?

YAKLAŞIM C ve V bize verildiğinden Dnk. 24-5'i $U = \frac{1}{2}CV^2$ biçiminde kullanırız.

ÇÖZÜM Depolanan enerji

$$U = \tfrac{1}{2}CV^2 = \tfrac{1}{2}(150 \times 10^{-6}\,\text{F})(200\,\text{V})^2 = 3.0\,\text{J}.$$

Eğer bu enerji saniyenin 1/1000'inde salınırsa güç çıkışı $P = U/t = (3.0\,\text{J})/(1.0 \times 10^{-3}\,\text{s}) = 3000\,\text{W}$ olur.

KAVRAMSAL ÖRNEK 24–9 **Plakalar arası uzaklık arttırılmış sığaç.** Paralel plakalı bir sığaç Q yükü taşımaktadır ve pilden ayrılmıştır. İki plaka başlangıçta birbirlerinden d uzaklığı ile ayrılmışlardır. Plakaların aralarındaki uzaklık $2d$ oluncaya kadar birbirlerinden uzaklaştırıldıklarını var sayınız. Bu sığaçta depolanmış enerji nasıl değişir?

YANIT Eğer d plaka aralığını arttırırsak, sığayı Dnk. 24-2'ye $C = \epsilon_0 A/d$, göre 2 çarpanı kadar azaltırız. Q yükü değişmemiştir. Dnk. 24-5'e göre ki burada $U = \frac{1}{2}Q^2/C$ biçimini seçeriz, Q'nun aynı olduğunu ve C'nin yarıya düştüğünü bildiğimize göre C'nin azalması, depolanan potansiyel enerjinin 2 katına çıkması demektir.

NOT Saklanan enerjinin neden arttığını fiziksel bir bakış açısından görebiliriz: İki plaka eşit ve zıt yüklenmişlerdir, öyleyse birbirlerini çekerler. Eğer onları birbirlerinden uzaklaştırırsak iş yapmalıyız, dolayısıyla onların potansiyel enerjisini arttırırız.

ÖRNEK 24–10 **Hareketli paralel sığaç plakaları.** Paralel-plakalı bir sığacın plakalarının alanı A aralarındaki uzaklık x olup bunlar voltajı V olan bir pile bağlanmıştır. Pile bağlı iken aralarındaki uzaklık $3x$ oluncaya kadar plakalar birbirlerinden uzaklaştırılmışlardır. (*a*) Sığaçta depolanan ilk ve son enerjiler nedir? (*b*) Plakaları ayırmak için ne kadar iş gerekir (sabit hız varsayınız)? (*c*) Pil ile gerçekleşen enerji değişimi ne kadardır?

YAKLAŞIM Depolanmış enerji Dnk. 24-5'te $U = \frac{1}{2}CV^2$ ile verilmiştir, burada $C = \epsilon_0 A/x$ 'tir. Örnek 24-9'dan farklı olarak burada sığaç pile bağlı kalmaktadır. Bu nedenle yük ve enerji pile veya pilden dışarıya akabilir ve işi $W = \Delta U$ olarak yazamayız. Onun yerine iş, Dnk.7-7'den, $W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\ell}$ hesaplanabilir.

ÇÖZÜM (a) Aralarındaki uzaklık x iken sığa $C_1 = \epsilon_0 A/x$ ve saklanan enerji

$$U_1 = \tfrac{1}{2} C_1 V^2 = \tfrac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{x} V^2$$

ile verilir. Aralarındaki uzaklık $3x$ iken, $C_2 = \epsilon_0 A/3x$ ve

$$U_2 = \tfrac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{3x} V^2$$

bulunur. Dolayısıyla

$$\Delta U_{\text{cap}} = U_2 - U_1 = -\frac{\epsilon_0 A V^2}{3x}$$

olur. Zıt yüklü plakalar birbirlerinden uzaklaştıkça potansiyel enerji azalır ki bu da akla uygundur. Plakalar pile bağlı kalır, öyleyse V değişmez ve C azalır; U'nun azalmasının nedeni her plakanın bir miktar yük ($Q = CV$) kaybetmesidir.

(*b*) Plakaları ayırmak için çekerken yapılan iş $W = \int_x^{3x} F\, d\ell = \int_x^{3x} QE\, d\ell$ 'dir. Burada Q, belli bir anda plakalar birbirlerinden ℓ uzaklığındayken plakadaki yük ve E o anda diğer plaka nedeniyle mevcut olan alandır. ℓ plakalar arasındaki uzaklık olmak üzere (Dnk. 23-4b) $E = V/\ell$'yi kullanabileceğimizi düşünebilirsiniz. Fakat biz bir plaka (Q yüklü) üzerine yalnızca diğer plakanın elektrik alanı nedeniyle etki eden kuvveti istiyoruz ki bu simetri nedeniyle tüm alanın yarısıdır, öyleyse $E = V/2\ell$ alırız. Her ℓ uzaklığında yük $Q = CV$ ile verilir, burada $C = \epsilon_0 A/\ell$ 'dir. Yerlerine yazarsak iş

$$W = \int_{\ell=x}^{\ell=3x} QE d\ell = \frac{\epsilon_0 A V^2}{2} \int_x^{3x} \frac{d\ell}{\ell^2} = -\frac{\epsilon_0 A V^2}{2\ell}\Big|_{\ell=x}^{\ell=3x} = \frac{\epsilon_0 A V^2}{2}\left(\frac{-1}{3x} + \frac{1}{x}\right) = \frac{\epsilon_0 A V^2}{3x}.$$

olur. Beklendiği gibi bu zıt yüklü plakaları birbirlerinden uzağa çekmek için gereken iş pozitiftir.

(*c*) Yapılan iş pozitif olsa da, potansiyel enerji azalmıştır. Bu bize pile enerji gittiğini söyler (sanki onu yükler gibi). Enerjinin korunumu bize sistemde yapılan W işinin, sığacın potansiyel enerjisindeki değişim ile pilinkinin değişiminin toplamına eşit olması gerektiğini söyler (kinetik enerji hemen hemen sıfır varsayılabilir):

$$\mathrm{W} = \Delta U_{\text{sığaç}} + \Delta U_{\text{pil}}$$

Böylece pilin enerjisindeki değişiklik hesaplanabilir:

$$\Delta U_{\text{sığaç}} = W - \Delta U_{\text{pil}} = \frac{\epsilon_0 A V^2}{3x} + \frac{\epsilon_0 A V^2}{3x} = \frac{2\epsilon_0 A V^2}{3x}.$$

Yani, yük pile geri akarak onun depolanan enerjisini arttırır. Gerçekte bataryadaki enerji artışı yaptığımız işin iki katıdır.

Sığaçta depolanmış enerjiyi plakalar arasındaki elektrik alanında depolanmış gibi düşünmek yararlıdır. Örnek olarak paralel plakalı bir sığaçta saklanan enerjiyi elektrik alanı cinsinden hesaplayalım.

Gördük ki (Dnk. 23-4b) iki yakın paralel-plaka arasındaki elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$ (yaklaşık olarak) düzgündür ve büyüklüğü potansiyel farkına $V = Ed$ ile bağlıdır, burada d plakaların arasındaki uzaklıktır. Keza Dnk.24-2 bize paralel plakalı sığaç için $C = \epsilon_0 A/d$ olduğunu söyler. Böylece

$$U = \tfrac{1}{2}CV^2 = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_0 A}{d}\right)(E^2d^2)$$
$$= \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2 Ad.$$

Ad niceliği elektrik alan E'nin bulunduğu plakalar arasındaki hacimdir. Eğer her iki tarafı aynı hacme bölersek birim hacimdeki enerji için bir ifade ya da **enerji yoğunluğu** u'yu buluruz:

$$u = \text{enerji yoğunluğu} = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2. \qquad \textbf{(24–6)}$$

Uzayın herhangi bir bölgesinde birim hacimde depolanan elektrik enerjisi o bölgedeki elektrik alanının karesi ile orantılıdır. Dnk. 24-6'yı özel bir durum olan paralel plakalı sığaç için çıkarttık. Fakat elektrik alanının bulunduğu her uzay bölgesi için doğru olduğu gösterilebilir. Birimlerin doğru olduğuna dikkat ediniz: $(\epsilon_0 E^2)$ için $(C^2/N\cdot m^2)(N/C)^2 = N/m^2 = (N\cdot m)/m^3 = J/m^3$.

FİZİK UYGULAMASI

Şoklar, yanıklar, defibrilatörler



ŞEKİL 24–14 Kalp defibrilatörü

Sağlık Etkileri

Büyük bir sığaçta depolanan enerji yakarak ya da çarparak size zarar verebilir. Bir devreye ya da elektronik bir aygıtın içine dokunmamak için uyarılmamızın bir nedeni dış güç kaynağı kapatılmış olsa bile sığaçların hala yük taşıyor olabilmesidir.

Öte yandan **kalp defibrilatörünün** temeli yüksek bir voltaja yüklenmiş bir sığaçtır. Bir kalp krizi *ventriküler (ya da kardiyak) fibrilasyonu* olarak bilinen hızlı düzensiz kalp atışları ile karakterize edilir. O zaman kalp vücudun geri kalan kısmına düzenli olarak kan pompalayamaz ve eğer bu uzun süre sürerse ölümle sonuçlanır. Defibrilatörden kalbe gelen kısa bir yük darbesi kalbin tamamen durmasına ve bazen arkasından normal atışlarla yeniden çalışmaya başlamasına sebep olur. Defibilatör sığacı tipik olarak birkaç bin voltluk yüksek bir voltaja kadar yüklenir ve akımı göğüs üzerinden dağıtan ve "pedal" olarak adlandırılan bir çift geniş bağlantı yardımıyla kalp üzerinden çok hızlı bir şekilde boşalmasına izin verilir (Şek. 24-14)

24–5 Dielektrikler

Sığaçların çoğunda plakalar arasında **dielektrik** olarak adlandırılan kağıt ya da plastik gibi yalıtkan bir tabaka vardır. Bu, birkaç amaca yardım eder. Hepsinden önce dielektriklerin iletken hale geçmesi (elektrik yüklerinin akmasına izin vermesi) havaya göre daha zor gerçekleşir, dolayısıyla plakalar arasındaki aralıktan yükün atlamasına izin vermeden daha yüksek voltajlar uygulanabilir. Dahası bir dielektrik, plakaların birbirlerine dokunmadan birbirlerinin daha yakınına yerleştirilmelerine izin verir, böylece yüksek sığaya izin verir, çünkü Dnk. 24-2'de d daha küçük olur. Son olarak deneysel olarak bulunmuştur ki eğer bir dielektrik iki iletken arasındaki uzayı doldurursa sığa **dielektrik sabiti** olarak bilinen K çarpanı kadar arttırır. Böylece

$$C = KC_0, \qquad \textbf{(24–7)}$$

olur, burada C_0 iki iletken arasındaki uzay boşkenki sığa ve C bu uzay dielektrik sabiti K olan bir madde ile doldurulduğundaki sığadır. Değişik maddeler için dielektrik sabitinin değerleri Çizelge 24-1'de verilmiştir. Çizelge 24-1'de keza yük atlaması olmadan önce uygulanabilecek en büyük elektrik alan olan **dielektrik dayanıklılığı** da gösterilmiştir. Paralel plakalı bir sığaç için (Bknz. Dnk. 24-2) plakalar arasındaki uzay, dielektrik sabiti K olan bir dielektrik ile tümüyle doldurulduğunda(dielektriğin uzayı kısmen doldurması durumu kısaca Örnek 24-11'de tartışılmıştır) sığa şöyle bulunur:

$$C = K\epsilon_0 \frac{A}{d} \qquad \text{[paralel-plakalı sığaç]} \quad \textbf{(24–8)}$$

Eşitliklerde çok sık ortaya çıkan $K\epsilon_0$ niceliğini maddenin bırakırlığı olarak adlandırılan

TABLO 24–1
Dielektrik Sabitleri (20°C'de)

Madde	Dielektrik sabiti K	Dielektrik Dayanıklılığı (V/m)
Boşluk	1.0000	
Hava (1 atm)	1.0006	3×10^6
Parafin	2.2	10×10^6
Polistren	2.6	24×10^6
Vinil (plastik)	2–4	50×10^6
Kağıt	3.7	15×10^6
Kuartz	4.3	8×10^6
Yağ	4	12×10^6
Cam, Pireks	5	14×10^6
Porselen	6–8	5×10^6
Mika	7	150×10^6
Su (sıvı)	80	
Strontiyum titan	300	8×10^6

$$\epsilon = K\epsilon_0 \qquad \textbf{(24–9)}$$

gibi yeni bir nicelikle tanımlayacağız. O zaman paralel-plakalı bir sığacın sığası

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

olur. ϵ_0 'ın Kısım 21-5'teki gibi boş uzayın (boşluğun) bırakırlığı olduğuna dikkat ediniz.

Bir dielektrikte, elektrik alanı E'de (Kısım 24-4) depolanan enerji yoğunluğu (Dnk. 24-6'ya bakınız)

$$u = \tfrac{1}{2}K\epsilon_0 E^2 = \tfrac{1}{2}\epsilon E^2 \qquad \text{[dielektrik içinde E]}$$

ile verilir.

ALIŞTIRMA E Sayfa 628'deki bölüm açılış sorusuna dönünüz ve onu şimdi yanıtlayınız. Daha önce neden farklı yanıtlamış olabileceğinizi açıklamaya çalışınız.

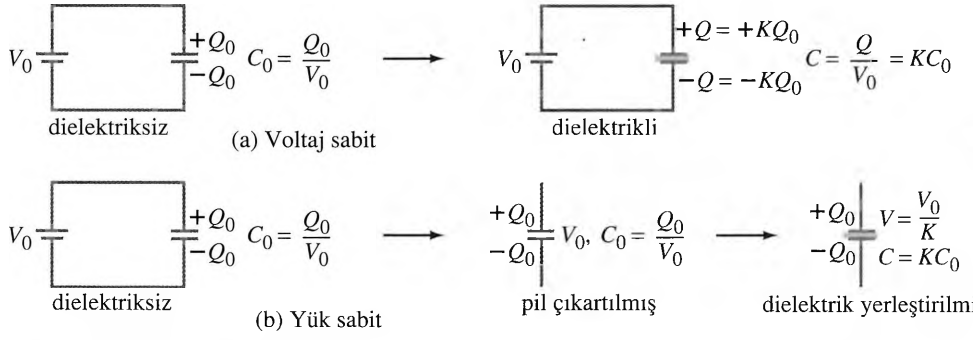
İki basit deney dielektriklerin etkisini gösterir. İlkinde Şek.24-15a, plakalar arasına dielektrik sokulurken V_0 voltajlı bir pil sığaca bağlı tutulmaktadır. Eğer dielektrik olmadan plakalardaki yük Q ise, o zaman dielektrik yerleştirildiğinde deneysel olarak (ilk önce Faraday tarafından) bulunmuştur ki plakalardaki Q yükü K çarpanı kadar artar:

$$Q = KQ_0. \qquad \text{[voltaj sabit]}$$

Sığa Dnk. 24-7'de olduğu gibi $C = Q/V_0 = KQ_0/V_0 = KC_0$ değerine artmıştır. İkinci bir deneyde Şekil 24-19b, V_0 pili C_0 sığacına bağlanmıştır, dolayısıyla $Q_0 = C_0V_0$. yükünü tutar. Daha sonra pil, sığacı Q_0 yükü ile ve hala V_0 voltajında yalıtılmış halde bırakmak üzere sökülür. Sonra sığacın plakaları arasına bir dielektrik yerleştirilir. Yük Q_0 olarak kalır (yükün gidebileceği hiç bir yer yoktur) fakat voltajın deneysel olarak K çarpanı kadar düştüğü görülür:

$$V = \frac{V_0}{K}. \qquad \text{[yük sabit]}$$

Sığanın $C = Q_0/V = Q_0/(V_0/K) = KQ_0/V_0 = KC_0$, değerine değiştiğine dikkat ediniz, yani bu deney de yine Dnk. 24-7'yi doğrular.



ŞEKİL 24–15 Bir sığaç ile iki deney. Dielektrik (a) voltaj sabit tutularak, (b) yük sabit tutularak yerleştirilmiştir.

Bir dielektrik yerleştirildiğinde elektrik alanı da değişir. Hiç bir dielektrik olmadığında paralel plakalı bir sığacın plakaları arasındaki elektrik alanı Dnk. 23-4b ile verilir:

$$E_0 = \frac{V_0}{d}.$$

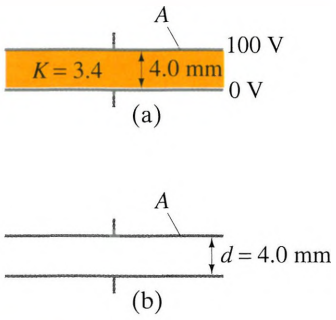
Burada V_0 plakalar arasındaki potansiyel farkı ve d onların aralarındaki uzaklıktır. Plakalar arasındaki uzayı dolduracak şekilde bir dielektrik yerleştirildiğinde eğer sığaç plakalarındaki yük sabit kalacak şekilde yalıtılmışsa potansiyel farkı $V = V_0/K$ 'ya düşer. O zaman dielektrik içindeki elektrik alanı

$$E = E_D = \frac{V}{d} = \frac{V_0}{Kd}$$

ya da

$$E_D = \frac{E_0}{K}. \qquad \text{[dielektrik içinde]} \qquad \textbf{(24–10)}$$

olur. Dielektrik içinde elektrik alanı dielektrik sabitine eşit bir çarpan kadar azalır. Dielektrik (ya da yalıtkan) içindeki alan iletkendeki gibi tümden sıfıra düşmez. Dnk. 24-10 dielektriğin genişliği sığaç plakaları arasındaki boşluktan daha küçük olsa bile geçerlidir.



ŞEKİL 24–16 Örnek 24–11.

ÖRNEK 24–11 **Dielektriğin çıkarılması.** $K = 3.4$ olan bir dielektrikle doldurulmuş paralel-plakalı bir sığaç 100 V'luk bir pile bağlanmştr, Şek. 24-16a. Sığaç tümüyle yüklendikten sonra pil çıkarılmıştır. Plakalar $A = 4.0$ m 'lik bir alana sahiptir ve $d = 4.0$ mm ile ayrılmışlardır. (*a*) Sığayı, sığaçtaki yükü, elektrik alan şiddetini, ve sığaçta depolanmış enerjiyi bulunuz. (*b*) Plakalar arasındaki uzaklığı değiştirmeden ve sığaçtan hiç bir yükün ayrılmasına yol açmadan dielektrik dikkatlice çıkarılmıştır (Şek.24-14b).sığanın, elektrik alan şiddetinin, plakalar arasındaki voltajın ve sığaçta depolanmış enerjinin yeni değerlerini bulunuz.

YAKLAŞIM Paralel- plakalı sığaç ve elektrik alanı için dielektrikli ve dielektriksiz denklemleri kullanacağız.

ÇÖZÜM (*a*) Önce dielektrikli durum için sığayı buluruz:

$$C = \frac{K\epsilon_0 A}{d} = \frac{3.4(8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/N\cdot m^2})(4.0\,\mathrm{m^2})}{4.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}}$$
$$= 3.0 \times 10^{-8}\,\mathrm{F}.$$

Plakalardaki yük Q şöyle bulunur:

$$Q = CV = (3.0 \times 10^{-8}\,\mathrm{F})(100\,\mathrm{V}) = 3.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}.$$

Plakalar arasındaki elektrik alanı ise şöyledir:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{100\,\mathrm{V}}{4.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}} = 25\,\mathrm{kV/m}.$$

Son olarak sığaçta depolanan toplam enerji:

$$U = \tfrac{1}{2}CV^2 = \tfrac{1}{2}(3.0 \times 10^{-8}\,\mathrm{F})(100\,\mathrm{V})^2 = 1.5 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}.$$

(*b*) Dielektriksiz sığa $K = 3.4$ çarpanı ile azalır:

$$C_0 = \frac{C}{K} = \frac{(3.0 \times 10^{-8}\,\mathrm{F})}{3.4} = 8.8 \times 10^{-9}\,\mathrm{F}.$$

Pile bağlı olmadığından dielektrik çıkarıldığında Q yükü değişmez; $V = Q/C$ $K = 3.4$ çarpanı kadar artarak 340 V'a çıkar. Elektrik alanı

$$E = \frac{V}{d} = \frac{340\,\mathrm{V}}{4.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}} = 85\,\mathrm{kV/m}$$

olur. Depolanan enerji ise şöyledir:

$$U = \tfrac{1}{2}CV^2 = \tfrac{1}{2}(8.8 \times 10^{-9}\,\mathrm{F})(340\,\mathrm{V})^2$$
$$= 5.1 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}.$$

NOT Bütün bu fazladan enerji nereden gelmiştir? Dielektriğin kaldırılması için iş yapıldığından enerji artmıştır. Gerekli iş $W = (5.1 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}) - (1.5 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}) = 3.6 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$. (Bir sonraki Kısımda dielektrikte indüklenmiş yükler ile plakalardaki yükler arasındaki çekim kuvveti nedeniyle işin gerekli olduğunu göreceğiz, Şek. 24-17c.)

* 24–6 Dielektriklerin Moleküler Tanımı

Plakalar arasında bir dielektrik olduğunda birsığacın sığasının niçin daha büyük olduğunu moleküler bakış açısından inceleyelim. Plakaları bir hava boşluğuyla ayrılmış bir sığacın bir plakasında $+Q$ yükü ve diğerinde $-Q$ yükü vardır (Şek. 24-17a). Yükün

plakalara ya da plakalardan dışarıya kaçamayacak şekilde yalıtıldığını varsayınız (pile bağlı değil). Plakalar arasındaki potansiyel farkı V_0 Dnk. 24-1 ile verilir:

$$Q = C_0 V_0,$$

Burada alt simgeler plakalar arasında hava olduğunu gösterir (Şek.24-17b). Sığaç plakaları arasındaki elektrik alanı nedeniyle dielektrik moleküller Şek.24-17b'deki gibi yönlenme eğiliminde olacaklardır. Eğer dielektrik moleküller *kutupsal* iseler, artı uç eksi plakaya doğru ve tersi yani eksi uç ta artı plakaya doğru çekilecektir. Dielektrik moleküller kutupsal olmasalar bile içlerindeki elektronlar yavaşça artı sığaç plakasına doğru hareket etme eğiliminde olacaklar, yani etki yine aynı olacaktır. Yönlenmiş dipollerin net etkisi Şek. 24-17c'de gösterildiği gibi artı plakaya doğru dönük olan dielektriğin dış kenarında net bir eksi yük, zıt kenarda ise net bir artı yük yaratmak olacaktır.

Bu durumda elektrik alan çizgilerinin bazıları dielektriğin içinden geçmezler fakat onun yerine Şek.24-17c'de gösterildiği gibi dielektriğin yüzeyinde indüklenen yüklerde sonlanırlar. Bundan dolayı dielektrik içindeki elektrik alanı havadakinden daha azdır. Yani dielektrik ile doldurulduğu varsayılan sığaç plakaları arasındaki elektrik alanı K gibi bir çarpan kadar azaltılmıştır. $V = Ed$ (Dnk.23-4b) olduğundan sığaç üzerindeki voltaj aynı K çarpanı kadar azalır, bu nedenle Dnk.24-1, $Q = CV$'den Q'nun sabit tutulması için sığa C de aynı K çarpanı kadar artmalıdır.

Şekil 24-17d'de gösterildiği gibi dielektrik içindeki elektrik alanı E_D, iletken plakalardaki "serbest" yüklerin oluşturduğu $\vec{\mathbf{E}}_0$ elektrik alanı ve dielektriğin yüzeyinde indüklenen yüke bağlı $\vec{\mathbf{E}}_{ind}$ alanın vektör toplamı olarak düşünülebilir. Bu iki alan zıt yönlerde olduğundan dielektrik içindeki net alan $E_0 - E_{ind}$, E_0 'dan daha azdır. Dielektrik plakalar arasındaki boşluğu tam doldurmasa bile doğru bağıntı Dnk. 24-10 ile verilir:

$$E_D = E_0 - E_{ind} = \frac{E_0}{K},$$

öyleyse

$$E_{ind} = E_0\left(1 - \frac{1}{K}\right).$$

İki paralel plaka arasındaki elektrik alanı yüzey yük yoğunluğu σ'ya $E = \sigma/\epsilon_0$ ile bağlıdır (Örnek 21-13 veya 22-8). Dolayısıyla

$$E_0 = \sigma/\epsilon_0$$

olur. Burada $\sigma = Q/A$ iletkendeki yüzey yük yoğunluğudur; Q iletkendeki net yüktür ve genellikle serbest yük olarak adlandırılır (yük iletken içerisinde serbestçe hareket edebildiği için). Benzer şekilde biz dielektrikte eşdeğer bir indüklenmiş yüzey yük yoğunluğu σ_{ind} tanımlarız; o zaman

$$E_{ind} = \sigma_{ind}/\epsilon_0$$

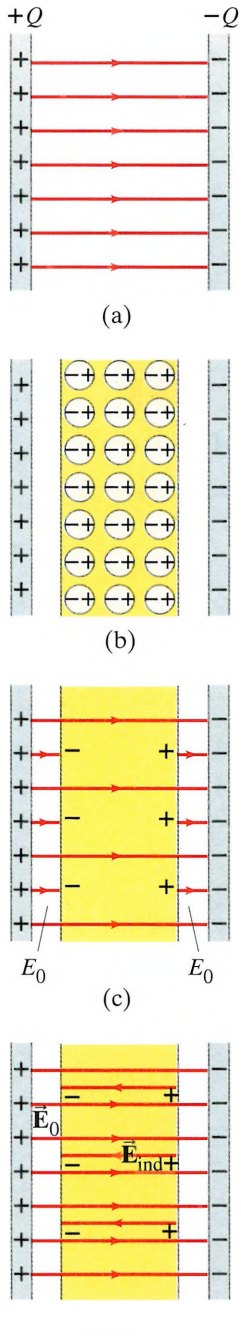
Burada E_{ind} dielektriğin yüzeyinde indüklenen yük $Q_{ind} = \sigma_{ind} A$ nedeniyle olan elektrik alanıdır, Şek.24-17d. Q_{ind} bir yalıtkan içinde olduğundan ve hareket etme özgürlüğü olmadığından genellikle bağlı yük olarak adlandırılır. Yukarda gösterildiği gibi $E_{ind} = E_0(1 - 1/K)$ olduğundan

$$\sigma_{ind} = \sigma\left(1 - \frac{1}{K}\right) \qquad \textbf{(24–11a)}$$

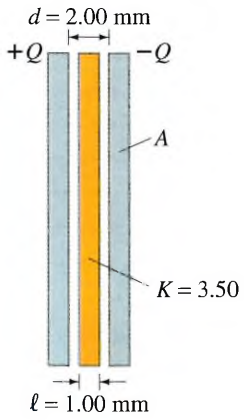
ve

$$Q_{ind} = Q\left(1 - \frac{1}{K}\right). \qquad \textbf{(24–11b)}$$

olur. K her zaman 1'den büyük olduğu için dielektrikte indüklenen yükün her zaman sığaç plakalarının her birisindeki serbest yükten daha az olduğunu görürüz.



ŞEKİL 24–17 Dielektrik etkisinin moleküler görünüşü.



ŞEKİL 24–18 Örnek 24–12.

ÖRNEK 24–12 Sığacı kısmen dolduran dielektrik. Paralel plakalı bir sığacın plaka alanı $A = 250\ \text{cm}$ ve aralarındaki uzaklık $d = 2.00\ \text{mm}$'dir. Sığaç $V = 150\ \text{V}$'luk bir potansiyel farkına kadar yüklenmiştir Sonra pil sökülmüş (artık plakalardaki Q yükü değişmeyecektir) ve aynı A alanına sahip fakat kalınlığı $\ell = 1.00\ \text{mm}$ olan bir dielektrik tabaka ($K = 3.50$) Şek. 24-18'de olduğu gibi plakalar arasına yerleştirilmiştir. (*a*) Hava dolu sığacın ilk sığasını, (*b*) dielektrik yerleştirilmeden önce her plakadaki yükü (*c*) dielektrik yerleştirildikten sonra her bir yüzeyde indüklenen yükü, (*d*) plakaların her biriyle dielektrik arasında kalan boşluktaki elektrik alanını, (*e*) dielektrikteki elektrik alanını, (*f*) dielektrik eklendikten sonra plakalar arasındaki potansiyel farkını ve (*g*) dielektrik yerinde iken sığayı bulunuz.

YAKLAŞIM Sığa ve yük için bu Kısımda geliştirilen ifadeleri artı (*f* için) Dnk. 23-4a'yı, $V = -\int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ kullanınız.

ÇÖZÜM (*a*) Dielektrik yerine konulmadan önce sığa:

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d} = (8.85 \times 10^{-12}\,\text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)\left(\frac{2.50 \times 10^{-2}\,\text{m}^2}{2.00 \times 10^{-3}\,\text{m}}\right) = 111\ \text{pF}.$$

(*b*) Her plakadaki yük şöyledir:

$$Q = C_0 V_0 = (1.11 \times 10^{-10}\,\text{F})(150\,\text{V}) = 1.66 \times 10^{-8}\,\text{C}.$$

(*c*) Dnk. 24-10 ve 24-11 dielektrik, aradaki boşluğu doldurmasa bile geçerlidir, öyleyse (Dnk. 24-11b):

$$Q_{\text{ind}} = Q\left(1 - \frac{1}{K}\right) = (1.66 \times 10^{-8}\,\text{C})\left(1 - \frac{1}{3.50}\right) = 1.19 \times 10^{-8}\,\text{C}.$$

(*d*) Plakalardaki yük değiştirilmediğinden plakalar ve dielektrik arasındaki aralıktaki elektrik alanı dielektrik olmadığı durumdakiyle aynıdır, (Bknz. Şek.24-17c). Örnek 21-13'ün sonucu burada kullanılabilir: $E_0 = \sigma/\epsilon_0$. [Ya da dielektrik olmadığı durumda $E_0 = V_0/d = Q/C_0 d$ ($V_0 = Q/C_0$ olduğundan) $= Q/\epsilon_0 A$ ($C_0 = \epsilon_0 A/d$ olduğundan) olduğuna ve bunun da aynı sonuç olduğuna dikkat ediniz]. Dolayısıyla

$$E_0 = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{1.66 \times 10^{-8}\,\text{C}}{(8.85 \times 10^{-12}\,\text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(2.50 \times 10^{-2}\,\text{m}^2)} = 7.50 \times 10^4\,\text{V/m}.$$

(*e*) Dielektrik içindeki elektrik alanı (Dnk. 24-10):

$$E_{\text{D}} = \frac{E_0}{K} = \frac{7.50 \times 10^4\,\text{V/m}}{3.50} = 2.14 \times 10^4\,\text{V/m}.$$

(*f*) Dielektrik olduğunda potansiyel farkını elde etmek için Dnk. 23-4a'yı kullanırız ve bir plakanın yüzeyinden diğerine alan çizgilerine paralel bir düz çizgi boyunca integral alırız:

$$V = -\int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = E_0(d - \ell) + E_{\text{D}}\ell,$$

Bu şöyle basitleştirilebilir:

$$\begin{aligned} V &= E_0\left(d - \ell + \frac{\ell}{K}\right) \\ &= (7.50 \times 10^4\,\text{V/m})\left(1.00 \times 10^{-3}\,\text{m} + \frac{1.00 \times 10^{-3}\,\text{m}}{3.50}\right) \\ &= 96.4\,\text{V}. \end{aligned}$$

(*g*) Dielektrik olduğu zaman sığa:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{1.66 \times 10^{-8}\,\text{C}}{96.4\,\text{V}} = 172\ \text{pF}.$$

NOT Eğer dielektrik plakalar arasındaki uzayı doldursaydı (*f*) ve (*g*)'ye yanıtlar sırasıyla 42.9 V ve 387 *pF* olacaktı.

Özet

Sığaç birbirlerine değmeyen iki iletkenden oluşan, yük ve elektrik enerjisi depolamak için kullanılan bir aygıttır. İki iletken genellikle büyüklüğü Q olan eşit ve zıt yükler taşırlar. Bu Q yükünün iletkenler arsandaki V potansiyel farkına oranı **sığa** C olarak adlandırılır:

$$C = \frac{Q}{V} \qquad \text{veya} \qquad Q = CV. \tag{24–1}$$

Paralel plakalı bir sığacın sığası her plakanın A alanı ile orantılı ve aralarındaki d uzaklığı ile ters orantılıdır:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}. \tag{24–2}$$

Sığaçlar **paralel** olarak bağlandıklarında eşdeğer sığa tek tek sığaların toplamıdır:

$$C_{\text{eş}} = C_1 + C_2 + \cdots. \tag{24–3}$$

Sığaçlar **seri** olarak bağlandıklarında eşdeğer sığanın tersi, tek tek sığaların terslerinin toplamına eşittir:

$$\frac{1}{C_{\text{eş}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots. \tag{24–4}$$

Yüklü bir sığaç

$$U = \tfrac{1}{2}QV = \tfrac{1}{2}CV^2 = \tfrac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \tag{24–5}$$

ile verilen miktarda bir elektrik enerjisi saklar. Bu enerji plakalar arasındaki elektrik alanında saklanmış olarak düşünülebilir. Boş uzaydaki herhangi bir elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$ için enerji **yoğunluğu** u (birim hacimdeki enerji) şöyle bulunur:

$$u = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2. \tag{24–6}$$

İletkenler arasındaki uzay; hava, kağıt ya da plastik gibi iletken olmayan bir madde içerir. Bu maddeler **dielektrikler** olarak adlandırılır ve sığa, dielektriklerin **dielektrik sabiti** olarak adlandırılan (hava için hemen hemen 1'dir) bir özelliği ile orantılıdır. Paralel plakalı bir sığaç için

$$C = K\epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon \frac{A}{d} \tag{24–8}$$

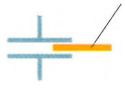
Burada $\epsilon = K\epsilon_0$ dielektrik maddenin **bırakırlığı** olarak adlandırılır. Bir dielektrik varsa enerji yoğunluğu

$$u = \tfrac{1}{2}K\epsilon_0 E^2 = \tfrac{1}{2}\epsilon E^2.$$

olur.

Sorular

1. Yan yana iki iletkenin aynı eksi yükü taşıdığını varsayınız. Aralarında bir potansiyel farkı olabilir mi? Eğer öyleyse sığanın tanımı $C = Q/V$ burada kullanılabilir mi?
2. Paralel plakalı bir sığaçta plakalar arası uzaklık d'nin plakaların boyutlarıyla karşılaştırıldığında çok küçük olmadığını varsayınız. Dnk. 24-2'nin vereceği değerin gerçek sığanın üzerinde mi altında mı olacağını beklersiniz? Açıklayınız.
3. Karşı karşıya gelecek alan yarıya düşecek şekilde fakat hala paralel olmak üzere paralel plakalı bir sığacın plakalarından bir tanesinin hareket ettirildiğini varsayınız. Bu sığayı nasıl etkiler?
4. Bir sığaca bir pil bağlandığında neden iki plaka da aynı büyüklükte yükler kazanır? Eğer iki iletken farklı boyutta ya da şekilde ise bu hala doğru mudur?
5. Bir sığaç kullanarak ϵ_0'ı ölçmenin basit bir yöntemini tanımlayınız.
6. Üç özdeş sığacın bir pile bağlandığını varsayınız. Seri bağlanırlarsa mı yoksa paralel bağlanırlarsa mı daha çok enerji depolarlar?
7. Kalınlığı ℓ olan büyük bir bakır tabaka birsığacın paralel plakaları arasına yerleştirilmiştir, fakat plakalara dokunmamaktadır. Bu sığayı nasıl etkileyecektir?
8. Yalıtılmış bir sığacın paralel plakaları zıt işaretli Q yükleri taşımaktadır. Plakalar arası uzaklığı arttırmak için bir kuvvet gerekli midir? Bu yapıldığında, potansiyel farkı değişir mi? Çekme sırasında yapılan işe ne olur?
9. Bir sığaçtaki enerji, her durumda sığaç pile bağlı kalmak üzere (*a*) potansiyel farkı ikiye katlandığında, (*b*) her plakadaki yük ikiye katlandığında, (*c*) plakalar arası uzaklık ikiye katlandığında nasıl değişir?
10. Eğer bir sığaç üzerindeki voltaj ikiye katlanırsa depolayabileceği enerjinin miktarı (*a*) ikiye katlanır, (*b*) yarıya düşer, (*c*) dörde katlanır, (*d*) etkilenmez, (*e*) bunların hiç birisi.
11. Yalıtılmış, yüklü bir sığacın yatay plakaları vardır. Eğer ince bir dielektrik plakalar arasına biraz sokulursa, Şek.24-19, serbest bırakıldığında sola mı sağa mı doğru hareket eder?



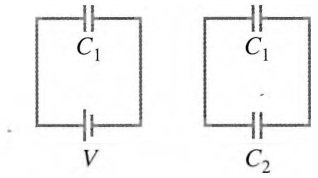
ŞEKİL 24–19
Soru 11.

12. Soru 11'deki sığaca bir pilin bağlı tutulduğunu varsayınız. O zaman dielektrik serbest bırakıldığında ne olacaktır?
13. Bir dielektrik eğer (*a*) Q değişmeyecek şekilde bir sığaç yalıtılmış iken; (*b*) değişmeyecek şekilde sığaç pile bağlı kalırken yerleştirilirse sığaçta depolanan enerji nasıl değişir?
14. Kutupsal moleküllerden oluşan dielektrikler için dielektrik sabitinin sıcaklıkla değişiminin nasıl olacağını beklerdiniz?
15. Bir pile bağlı olan sığacın plakaları arasından bir dielektrik çekilip çıkarılmaktadır. Sığada, plakalardaki yükte, potansiyel farkında, sığaçta depolanan enerjide ve elektrik alanında nasıl değişimler olur?
16. C sığasının dielektrik sabitine olduğu kadar iki iletkenin boyutuna, şekline ve konumuna bağlı olduğunu gördük. O zaman Dnk. 24-1'de bir sabittir dediğimizde ne demek istiyoruz?
17. İyi bir iletkenin dielektrik sabitine hangi değeri verebiliriz? Açıklayınız.

Problemler

24–1 Sığaçlar

1. (I) Potansiyel farkı 930 V iken birsığacın iki plakası sırasıyla $+2800\ \mu$C ve $-2800\ \mu$C'luk yük tutmaktadır. Sığası nedir?
2. 12.6-μF'lık bir sığaca bağlandığında 12.0 *V*'luk bir bataryadan ne kadar yük akar?
3. .(I) Havada iki kısa paralel tel parçası arasındaki potansiyel fark 240 V'tur. Onlar büyüklüğü 75 pC olan eşit ve zıt yükler taşımaktadırlar. İki telin sığası nedir?
4. (I) Üzerindeki potansiyel 28 V'tan 78 V'a çıktığında bir sığaçtaki yük 26 μC artmaktadır. sığacın sığası nedir?
5. (II)7.7-μF 'lık bir sığaç 125 V'luk bir akü ile yüklenmiştir (Şek. 24-20a) ve daha sonra aküden sökülmüştür. Sığaç (C_1) daha sonra ikinci bir (başlangıçta yüksüz) C_2, sığacına bağlandığında (Şek.24-20b) her bir sığaçtaki son voltaj 15 V'tur. C_2'nin değeri nedir? [*İpucu:* Yük korunur].
6. .(II) Yalıtılmış bir C_1 sığacı Q_0 Iyükünü taşımaktadır. Telleri daha sonra başlangıçta yüksüz olan ikinci bir C_2, sığacınınkine bağlanmıştır. Şimdi her birisi ne kadar yük taşır? Her birisinin üzerindeki potansiyel farkı ne olacaktır?



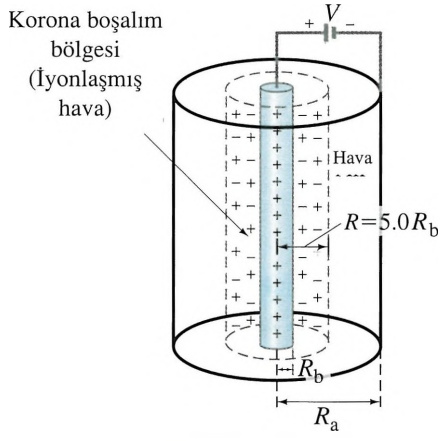
ŞEKİL 24–20 Problemler 5 ve 48.

7. (II) 15-μF'lık bir sığacın bir plakasından diğerine 0.20 mC yük taşımak için 15 J'lük enerji gerekmektedir. Her bir plakada ne kadar yük vardır?
8. (II) 2.70-μF'lık bir sığaç 475 V'a ve 4.00-μF'lık bir sığaç ta 525 V'a yüklenmiştir. (*a*) Bu sığaçlar daha sonra akülerden sökülmüşler ve artık artı plakalar birbirlerine eksi plakalar da birbirlerine bağlanmıştır. Her bir sığaç üzerindeki potansiyel farkı ve her birisinin üzerindeki yük ne olacaktır? (*b*) Eğer zıt işaretli plakalar birbirlerine bağlanırlarsa her bir sığaç için voltaj ve yük ne olur?
9. (II) Artık birkaç bin farad değerlerine kadar çok yüksek sığaçlar (ultra sığaçlar) ticari olarak mevcuttur. Ultra sığaçların bir uygulaması diğer kaynaklar (akü gibi) kapatıldığında elektrik devreleri için güç sağlamaktır. Öyle bir bileşende ne kadar çok yük depolanabileceği üzerine bir fikir sahibi olmak için 1200 F'lık bir ultrasığacın başlangıçta bir akü ile 12.0 V'a yüklendiğini ve sonra aküden söküldüğünü varsayınız. Daha sonra, diyelim ki bir elektriksel aygıtın saklama belleğine güç vermek için yük bu sığacın plakalarından 1.0 mC/s hızla çekilirse bu sığacın uçları arasındaki potansiyel farkının 6.0 V'a düşmesi için ne kadar süre (gün cinsinden) geçer?
10. (II) Bir dinamik rastgele erişimli bellek (DRAM) bilgisayar yongasında her bellek hücresi esas olarak yük depolayan sığaçlardan oluşur. Bu hücrelerin her birisi, 35 *fF*'lik sığacı (1fF = 10^{-15} F) 1.5 V'a yüklendiğinde 1, veya 0 V'a boşaltıldığında 0 olmak üzere tek bir ikili biti temsil eder. (a)Tümüyle yüklendiğinde bir hücre sığacının eksi plakasında ne kadar (kaç tane) elektron fazlalığı olur? (*b*) Bir hücre sığacının plakasına yüklendikten sonra (çeşitli yollarla) 0.30 fC/s'lik sabit bir hızla hücreden dışarı "sızar". Bu sığaç üzerindeki potansiyel farkının tam dolu değerinden %1.0 oranında azalması için ne kadar süre geçer? (Bu sızıntı etkisi nedeniyle bir DRAM sığaçtaki yük saniyede bir çok kez tazelenmelidir.)

24–2 Sığanın Belirlenmesi

11. (I) 0.40-μF lik bir sığaç yapmak için, eğer aralarında 2.8 mm'lik bir hava boşluğu ile ayrılmaları gerekiyorsa plakaların alanı ne olmalıdır?
12. (I) İç iletkeninin çapı 1.0 mm ve dış silindirik kılıfının çapı 5.0 mm olan eş-eksenli bir kablonun birim uzunluğunun sığası (F/m) nedir? Aradaki boşluğun hava ile dolu olduğunu varsayınız.
13. (I) Dünya'nın küresel bir iletken olduğunu varsayarak sığasını bulunuz.
14. (II) Silindirik bir sığacın dış silindirinin dışında olduğu gibi iç iletkeninin içinde de $\vec{\mathbf{E}} = 0$ olduğunu göstermek için Gauss yasasını kullanınız (Bknz. Şek.24-6 ve Örnek 24-2).
15. (II) Eğer elektrik alanı yaklaşık 3.0×10^6 V/m'yi aşarsa kuru hava iletken hale geçer. Eğer her bir plaka alanı 6.8 cm^2 ise bir sığaca ne kadar yük yerleştirilebilir?
16. (II) Her birisinin alanı 21.0 cm olan ve 0.250 cm^2'lik hava ile ayrılmış iki paralel plaka arasında 4.80×10^5 V/m'lik elektrik alan isteniyor. Her bir plakada ne kadar yük olmalıdır?
17. (II) Birbirlerinden 2.0 mm uzaklıkta ve her birisi 92 μC'luk yük taşıyan 0.80 μF'luk hava boşluklu sığacın plakaları arasındaki elektrik alanının şiddeti ne kadardır?
18. (II) Şek.24-4'teki paralel plakalı sığacın plakaları arasında ve plakalara paralel olarak kalınlığında büyük bir metal yaprak yerleştirilmiştir. Plakalara dokunmamakta ve kenarlarından dışarıya taşmaktadır. (*a*) Artık net sığa *A*, *d*, ve ℓ cinsinden nedir? (*b*) Eğer $\ell = 0.40\,d$ ise yaprak yerleştirildiğinde sığa değişimi hangi çarpanla olur?
19. (III) Küçük uzaklıklar genellikle sığaçlar kullanılarak ölçülür. Sabit $A = 25$ mm plaka alanı ve değişken *x* plaka arası uzaklığı olan hava ile dolu paralel plakalı bir sığaç göz önüne alınız. Bu sığacın $\Delta C = 0.1$ pF duyarlılıkla 1.0 pF'tan 1000.0 pF'a kadar aralıkta sığa ölçen bir aygıta bağlandığını varsayınız. (*a*) *x* değiştirilirken C ölçülürse bu düzenekle plaka arası uzaklığı (μm cinsinden) hangi aralıkta $(x_{min} \leq x \leq x_{maks})$ saptanabilir? (*b*) Δx 'i, x'in belirlenebildiği hassasiyet (büyüklük olarak) olarak tanımlayınız ve Δx için bir eşitlik bulunuz, (*c*) x_{min} ve x_{maks} ölçülebileceği yüzde hassasiyeti saptayınız.

20. (III) Elektrostatik bir hava temizleyicide (çöktürücü), silindirik bir sığacın (dış ve iç silindirik yarıçapları R_a ve R_b) merkezi bölgesinde, güçlü düzgün olmayan bir elektrik alanı, toz ve kurum parçacıklarını yüklemek üzere iyonize edilmiş hava molekülleri yaratmak için kullanılır (Şek. 24-21). Standart atmosfer koşulları altında, eğer hava, $E_S = 2.7 \times 10^6\,\text{N/C}$ 'luk dielektrik şiddetini aşan bir elektrik alanı büyüklüğüne maruz kalırsa hava molekülleri artı yüklü iyonlar ve serbest elektronlara parçalanır. Bir hava temizleyicide havanın iyonize edildiği bölge (korona boşalma bölgesi) iç silindirin tipik olarak beş katı olan R yarıçaplı silindirik bir hacim işgal eder. $R_b = 0.1$ mm ve $R_a = 10.0$ cm olan özel bir ortam temizleyicisinin yapıldığını varsayınız. Yarıçapı $R = 5.0$ Rb olan bir korona boşalım bölgesi yaratmak için ortam temizleyicisinin iç ve dış iletken silindirlerinin arasına uygulanması gerekli potansiyel farkı V nedir? [Havayı ayrıştırmanın yanında, yüklü iç silindir ortaya çıkan artı iyonları korona boşalım bölgesinden uzağa iter, bunlar toz parçacıklarını yükledikten sonra eksi yüklü dış silindirde toplanırlar.]



ŞEKİL 24–21 Problem 20.

24–3 Seri ve Paralel Bağlı Sığaçlar

21. (I) Bir devrenin bir kısmının sığasının 2900 pF'dan 1600 pF'a düşürülmesi gerekir. Var olan devre elemanlarını kaldırmadan bu etkiyi yaratmak için devreye hangi sığa eklenmelidir? Bunu gerçekleştirmek için var olan herhangi bir bağlantı koparılmalı mıdır?

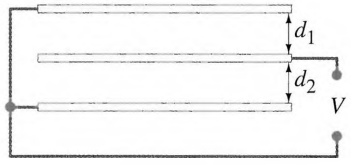
22. (I) (*a*) Altı tane 3.8 μF'lık sığaç paralel olarak bağlanmışlardır. Eşdeğer sığa nedir? (*b*) Eğer seri bağlanırlarsa onların eşdeğer sığası nedir?

23. (II) $C_1 = 2.0\,\mu\text{F}, C_2 = 1.5\,\mu\text{F}$, ve $C_3 = 3.0\,\mu\text{F}$,'lık üç sığaç verildiğinde, 12 Volt'luk bir pil ile nasıl paralel ve seri düzenlemeler yapılırsa 2.0 μF'lık sığaç üzerindeki potansiyel değişimi en küçük olur? En küçük voltaj düşmesi nedir?

24. .(II) Plakalarının alanları A_1, A_2, ve A_3 aralarındaki uzaklık d_1, d_2 ve d_3 olan üç paralel plakalı sığacın paralel bağlandığını varsayınız. Yalnızca Dnk. 24-2'yi kullanarak Dnk. 24-3'ün geçerli olduğunu gösteriniz.

25. (II) Bir elektrik devresi gerekli 16 μF değeri yerine kazayla 5.0 μF'lık bir sığaç kullanılarak oluşturulmuştur. Bir teknisyen 5.0 μF'lik sığacı kaldırmadan bu devreyi düzeltmek için ne ekleyebilir?

26. (II) Her birisinin alanı A olan üç iletken plaka Şek.24-22'de gösterildiği gibi bağlanmışlardır. (*a*)Bu biçimde oluşturulan bu iki sığaç seri olarak mı, yoksa paralel olarak mı bağlanmışlardır? (*b*) C'yi d_1, d_2 ve A'nın fonksiyonu olarak saptayınız. $d_1 + d_2$ 'nin tabaka boyutlarından çok küçük olduğunu varsayınız. (c) Orta plaka, sığayı değiştirmek üzere hareket ettirilebilir (d_1 ve d_2 değerlerini değiştirerek). Net sığanın en küçük ve en büyük değerleri nedir?

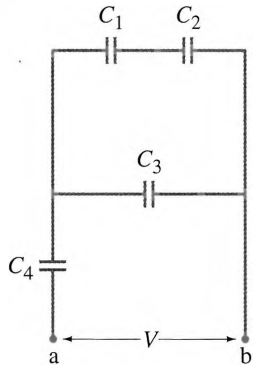


ŞEKİL 24–22
Problem 26.

27. (II) Sığaları 3600 pF, 5800 pF ve 0.0100 μF olan üç sığaç gözönüne alınız. Bunlardan hangi en yüksek ve en düşük sığaları oluşturabiliriz? Her bir durumda bağlantıları nasıl yaparsınız?

28. (II) 0.50-μF ve0.80-μF'lık sığaçlar 9.0 V'luk bir bataryaya seri olarak bağlanmışlardır. (a) Her bir sığaç üzerindeki potansiyel farkını ve (*b*) her birisi üzerindeki yükü hesaplayınız. (*c*) İki sığacı paralel varsayarak (*a*) ve (*b*) şıklarını tekrar inceleyiniz.

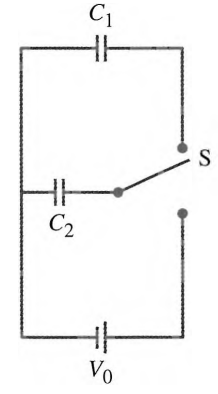
29. (II) Şek.24-23'te $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C$ varsayınız. (*a*) a ve *b* noktaları arasındaki eşdeğer sığayı bulunuz. (*b*) Her bir sığaçtaki yükü ve her birisi üzerindeki potansiyel farkını V cinsinden bulunuz.



ŞEKİL 24–23
Problemler 29 ve 30.

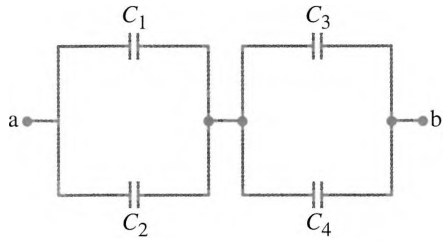
30. (II) Şek.24-23'te $C_1 = C_2 = C_3 = \mu\text{F}$ ve $C_4 = 28.5\,\mu\text{F}$ varsayınız. Eğer C_2'deki yük $Q_2 = 12.4\,\mu\text{C}$, ise diğer sığaçların her birisi üzerindeki yükü, her bir sığaç üzerindeki voltajı ve tüm devre üzerindeki V_{ab} voltajını bulunuz.

31. (II) Şek.24-24'teki anahtar C_2 sığacı, V_0 voltajlı batarya ile tamamen yüklenecek şekilde aşağı konuma getirilmiştir. Eğer daha sonra anahtar yukarı konuma getirilirse her bir sığaçtaki yükü hesaplayınız.



ŞEKİL 24–24
Problem 31.

32. (II) (*a*) Şek. 24-25'te gösterilen sığaç devreleri için *a* ve *b* noktaları arasındaki eşdeğer sığayı bulunuz. (*b*) Eğer $V_{ba} = V$ ise her bir sığaçtaki yükü ve her birisi üzerindeki voltajı bulunuz.

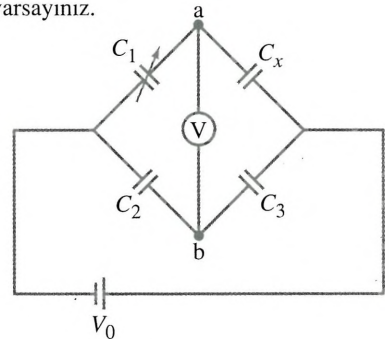


ŞEKİL 24–25 Problemler 32 ve 33.

33. (II) Problem 32, Şek.24-25'te $C_1 = C_3 = 8.0\,\mu F$, $C_2 = C_4 = 16\,\mu F$, ve $Q_3 = 23\,\mu C$ olduğunu varsayınız. (*a*) Diğer sığaçların her birisi üzerindeki yükü, (*b*) her bir sığaç üzerindeki voltajı, (*c*) devre üzerindeki V_{ba} voltajını bulunuz.

34. (II) İki sığaç paralel bağlandıklarında 35.0 μF'lık bir eşdeğer sığa meydana getiriyorlar, fakat seri olarak bağlandıklarında eşdeğer sığa yalnızca 5.5 μF'dır. Her bir sığacın kendi sığası nedir?

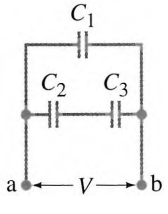
35. (II) Şek.24-26'da gösterilen sığa köprüsünde bir V_0 voltajı uygulanır ve C_1 değişken sığacı a ve b noktaları arasında voltmetrede sıfır voltaj okununcaya kadar ayarlanır. Eğer $C_1 = 8.9\,\mu F$ ve sabit sığaçlar $C_2 = 18.0\,\mu F$ ve $C_3 = 4.8\,\mu F$ ise bilinmeyen C sığasını bulunuz. Volmetreden hiç bir yük geçmediğini varsayınız.



ŞEKİL 24–26
Problem 35.

36. (II) $C_1 = 3200\,pF$ ve $C_2 = 1800\,pF$ 'lık iki sığaç 12.0 V'luk bataryaya seri olarak bağlanmışlardır. Sığaçlar daha sonra bataryadan sökülmüşler ve artı plaka artı plakaya, eksi plaka eksi plakaya gelecek biçimde doğrudan birbirlerine bağlanmışlardır. O zaman her bir sığaç üzerindeki yük ne olacaktır?

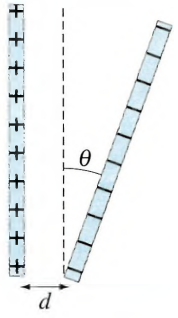
37. (II) (a) Şek.24-27'de gösterilen devrenin eşdeğer sığasını bulunuz. (*b*) $C_1 = C_2 = 2C_3 = 24.0\,\mu F$, ise $V = 35.0\,V$ olduğunda her bir sığaç üzerinde ne kadar yük depolanır?



ŞEKİL 24–27
Problemler 37, 38 ve 45.

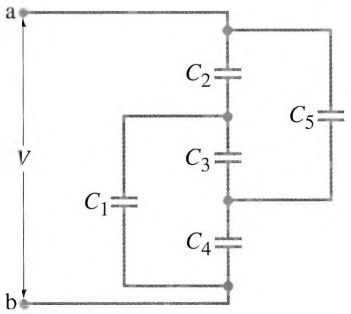
38. (II) Şek. 24-27'de $C_1 = 2.00\,\mu F$, $C_2 = 3.00\,\mu F$, $C_3 = 4.00\,\mu F$ ve $V = 24.0\,V$ olsun. Her bir sığaç üzerindeki potansiyel farkı nedir?

39. (III) Paralel plakalı birsığacın Şek.24-28'de gösterildiği gibi diğer plaka ile küçük bir θ açısı yapacak şekilde eğildiğini varsayınız. *A*, her bir plakanın alanı ve θ küçük ise, C sığası için *A*, *d* ve θ cinsinden bir denklem bulunuz. Plakaları kare şeklinde varsayınız [*İpucu:* Sığacı paralel bağlanmış çok sayıda sonsuz küçük sığaçlar olarak düşününüz.]



ŞEKİL 24–28
Problem 39.

40. III) Şek. 24.29'da gösterilen sığaç ağına bir *V* voltajı uygulanmıştır. (*a*) Eşdeğer sığa nedir? [*İpucu:* ağ üzerinde gösterildiği gibi bir Vab potansiyel farkı olduğunu varsayınız: Ağda a'dan b'ye değişik yollar için sığaçlardeki yükler ve sığalar cinsinden potansiyel farklarını yazınız.] (*b*) $C_2 = C_4 = 8.0\,\mu F$ ve $C_1 = C_3 = C_5 = 4.5\,\mu F$ ise eşdeğer sığayı bulunuz.



ŞEKİL 24–29
Problem 40.

24–4 Elektrik Enerjisi Depolanması

41. (I) 2800 pF'lık bir sığaca 2200 V uygulanmıştır. Ne kadar elektrik enerjisi depolanır?

42. (I) Yerküre yüzeyinin yakınında şiddeti 150 V/m olan bir elektrik alanı vardır. Bu alanda bir metre küpte ne kadar enerji depolanır?

43. (I) Her bir kenarı 8.0 cm olan ve aralarında 1.3 mm hava aralığı bulunan iki kare plaka arasındaki elektrik alan tarafından ne kadarlık enerji depolanır? Plakalardaki yükler 420 μC büyüklüğünde eşit ve zıttır.

44. (II) Paralel plakalı bir sığacın sabit $+Q$ ve $-Q$ yükleri vardır. Plakalar arası uzaklık daha sonra üçe katlanmıştır. (*a*) Elektrik alanında depolanan enerji hangi çarpanla değişir? (*b*) Plakalar arası uzaklığı *d*'den 3.0*d*'ye arttırmak için ne kadarlık iş yapılmalıdır? Her bir plakanın alanı *A*'dır.

45. (II) Şek.24-27'de $V = 10.0\,V$ ve $C_1 = C_2 = C_3 = 22.6\,\mu F$ olsun. Sığaç ağında ne kadar enerji depolanır?

46. (II 28 V'luk bir akü, 0.45 μF ve 0.20 μF'lik sığaçları (*a*) paralel, (*b*) seri olarak bağlandıklarında tümüyle yüklemek için ne kadar enerji harcamalıdır? (*c*) Her bir durumda aküden ne kadarlık bir yük akışı olmuştur?

47. (II) (*a*) Silindirik birsığacın dış yarıçapı R_a'nın üçe katlandığını, fakat yükün sabit tutulduğunu varsayınız. Depolanan enerji hangi çarpanla değişir? Enerji nereden gelir? (*b*) Voltajın sabit kaldığını varsayarak (*a*) kısmını yineleyiniz.

48. (II) 2.20 μF'lık bir sığaç 12.0 V'luk bir pil ile yüklenmiştir. Pilden sökülmüş ve daha sonra 3.50 μF'lık yüklenmemiş bir sığaca bağlanmıştır (Şek. 24.20) (*a*) İki sığaç bağlanmadan önce, (*b*) bağlandıktan sonra depolanan toplam enerjiyi bulunuz. (*c*) Enerjideki değişim nedir?

49. (II) (*a*) Voltaj sabit kalacak şekilde pil bağlı kalırken, (*b*) yük sabit kalacak şekilde pilin söküldüğünü varsayarak bir sığacın plakaları arasından (Problem 18a'daki gibi) metal bir plakayı kaldırmak için ne kadarlık iş gerekir?

50. (II) (*a*) dW, plakalar arası aralığı dx kadar arttırmak için gerekli iş olmak üzere dW/dx'i hesaplayarak paralel plakalı bir sığacın her bir plakasının diğeri üzerine

$$F = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\epsilon_0 A}$$

kuvvetini uyguladığını gösteriniz. (*b*) E plakalar arasında elektrik alan olmak üzere, $F = QE$ kullanmak neden yanlış yanıt verir?

51. (II) Net Q yükü taşıyan yarıçapı r olan yalıtılmış küresel bir iletkenin dışında elektrik alanında depolanan elektrostatik enerjinin

$$U = \frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{r_0}.$$

olduğunu gösteriniz. Bunu üç şekilde yapınız: (*a*) Bir elektrik alanındaki enerji yoğunluğu için Dnk.24-6'yı kullanınız [*İpucu:* kalınlığında küresel kabukları göz önüne alınız]; (*b*) yalıtılmış bir kürenin sığası ile birlikte (Kısım 24-2) Dnk. 24-5'i kullanınız; (*c*) bütün Q yükünü sonsuz küçük dq parçaları halinde, sonsuzdan getirmek için gerekli işi hesaplayarak.

52. (II) İki sığaç paralel bağlandıktan sonra bir pile bağlandıklarında depolanan toplam enerji, seri bağlandıktan sonra bir pile bağlandıklarındakinden 5.0 kez daha büyüktür. İki sığanın oranı nedir? (Her iki durumda da pile bağlanmadan önce sığaçlar tümüyle boşaltılmışlardır.)

53. (II) Çok kullanılan **CMOS** (Tamamlayıcı metal oksit yarıiletken) dijital devrelerde, bileşen sığaç C'lerin çalışma potansiyel farkı V'ye kadar yüklenmesi gerekli enerji girişine esas katkıyı sağlar. Böylece eğer verilen bir mantıksal işlem, böyle bir devrenin, sığaçlarını N kere yüklemeyi gerektirirse, biz işlemin $N(\frac{1}{2}CV^2)$ lik enerji gereksindiğini varsayabiliriz. Geçen 20 yılda, dijital devrelerdeki sığa yaklaşık 20 kat kadar düştü ve bu sığaçların yüklendiği gerilimler 5.0 V'tan 1.5 V'a düştü. Keza şimdiki alkali piller eski pillerin yaklaşık beş katı kadar enerji tutabiliyorlar. Her birisi 1 cm çapında ve 4 cm uzunluğundaki iki yeni tip AA alkali pil elde taşınan bir **kişisel dijital yardımcı** (PDA)'nın mantık devresini, ekranı kapatılırsa yaklaşık iki ay besleyebilir. Eğer 20 yıl önce benzer bir PDA yapma girişiminde bulunulsaydı (yani N sabit kalacak şekilde aynı dijital yeteneklerde) dijital devresini iki ay beslemek için kaç tane (eski) AA pili gerekecekti? Bu PDA cebe ya da para çantasına sığar mıydı?

24–5 Dielektrikler

54. (I) Bir kenarı 4.2 cm olan ve 1.8 mm'lik parafin ile ayrılmış iki kare paralel plakanın sığası nedir?

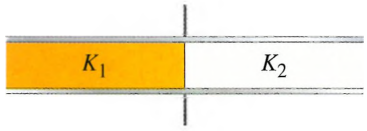
55. (II) Örnek 24.11'de sığacın dielektrik kaldırıldığında pile bağlı kaldığını varsayınız. Bu durumda dielektriği çıkarmak için gerekli iş nedir?

56. (II) Eğer plakalar arasına bir mika dielektrik yerleştirilirse Problem 43'ün sığacında ne kadar enerji depolanırdı? Mikanın 1.3 mm kalınlığında olduğunu (ve bu nedenle plakalar arası boşluğu doldurduğunu) varsayınız.

57. (II)Problem 10'un DRAM bilgisayar yongasındaki hücre sığaçlarının iki iletken paralel plakası, dielektrik sabiti $K = 25$ olan 2.0 nm kalınlığında yalıtkan bir madde ile ayrılmıştır. (*a*) Hücre sığacının plakalarının A alanını (μm cinsinden) bulunuz. (*b*) Düzlemsel (eski) tasarımlarda sığaç plakaları, pulun düzlemine paralel olacak biçimde bir silisyum pul yüzeyine yerleştirilir. A tabaka alanının her hücrenin alanının yarısını karşıladığını varsayarak, düzlemsel tasarımda 3.0 cm silisyum parçası üzerine kaç megabayt belleğin yerleştirilebileceğini tahmin ediniz. (1 bayt = 8 bit).

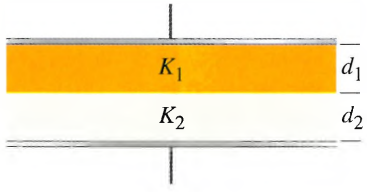
58. (II) 3500 pF'lık hava aralıklı sığaç 32 V'luk bir bataryaya bağlanmıştır. Eğer plakaların arasını bir parça nikel doldurursa bataryadan ne kadar yük akar?

59. (II) İki farklı dielektriğin her birisi paralel plakalı bir sığacın plakaları arasındaki boşluğun yarısını Şek. 24-30'da gösterildiği gibi doldurmaktadır. Sığa için K_1, K_2, plakalar alanı A ve plakalar arası uzaklık d cinsinden bir eşitlik bulunuz. [*İpucu:* Bu sığacı seri ya da paralel bağlı iki sığaç gibi inceleyebilir misiniz?]



ŞEKİL 24–30
Problem 59.

60. (II) İki farklı dielektrik Şek. 24-31'de gösterildiği gibi paralel plakalı bir sığacın plakaları arasındaki boşluğu doldurmaktadır. Sığa için K_1, K_2, plakaların A alanı ve plakalar arası uzaklık $d_1 = d_2 = d/2$ cinsinden bir eşitlik bulunuz. [*İpucu:* Bu sığacı seri ya da paralel bağlı iki sığaç gibi göz önüne alabilir misiniz?]

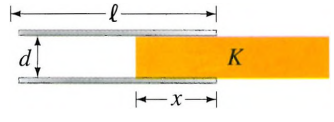


ŞEKİL 24–31
Problemler 60, 61.

61. II) Problem 60 (Şekil 24-31) 'ı yeniden yapınız, fakat uzaklığı $d_1 \neq d_2$ varsayınız.

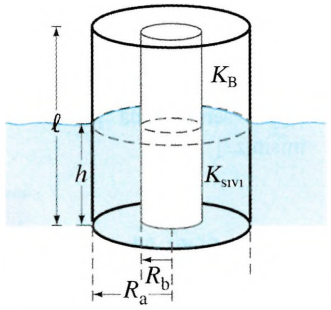
62. (II) İki özdeş sığaç paralel olarak bağlanmışlardır ve V_0 voltaj kaynağına bağlandıklarında her birisi Q_0 yükü kazanmaktadır. Voltaj kaynağı sökülmüştür ve daha sonra bir dielektrik ($K = 3.2$) sığaçlarden bir tanesinin plakaları arasını doldurmak için yerleştirilmiştir. (*a*) Şimdi her bir sığaçtaki yükü ve (*b*) şimdi her bir sığaç üzerindeki voltajı bulunuz.

63. (III) Genişliği d ve dielektrik sabiti K olan bir tabaka Şek. 24.32'de gösterildiği gibi bir sığacın paralel plakaları (Kenar uzunluğu ℓ) arasındaki uzayda x uzaklığına yerleştirilmiştir. x'in fonksiyonu olarak, (*a*) sığayı, (*b*) potansiyel farkı V_0 ise depolanan enerjiyi, ve (*c*) plaka üzerine etki eden kuvvetin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz (V_0 'ı sabit varsayınız).



ŞEKİL 24–32
Problem 63.

64. (III Bir depolama tankındaki sıvı miktarı (kryojenik sıvı azot gibi) genellikle bir kapasitif düzey algılayıcısı ile gözlenir. Bu algılayıcı dış ve iç iletken yarıçapları R_a ve R_b olan uzunluğu tank boyunca düşey olarak yönlenmiş silindirik bir sığaçtır. İletken olmayan bir sıvı tankın dibinden h ($\leq \ell$) yüksekliğine kadar tankı doldurduğunda silindirik iletkenlerin arasında alt ve üst bölgede dielektrik sırasıyla sıvı ($K_{sıvı}$) ve onun buharı (K_B)'dır (Şek. 24-33). (*a*) Tankın sıvı ile doldurulmuş F kesri için, düzey algılayıcı sığa C cinsinden bir eşitlik bulunuz [*İpucu:* Algılayıcıyı iki sığacın birleşimi olarak göz önüne alınız.] (*b*) Düzey algılayıcıya bir sığa ölçüm aleti bağlayarak F izlenebilir. Algılayıcı boyutlarının = 2.0 m, R_a = 5.0 mm ve R_b = 4.5 mm olduğunu varsayınız. Sıvı azot için ($K_{sıvı}$ = 1.4, K_B = 1.0) C'nin hangi değerleri (*pF* cinsinden) tankın tümüyle dolu ve tümüyle boş olmasına karşılık gelecektir?



ŞEKİL 24–33
Problem 64.

*24–6 Dielektriklerin Moleküler Tanımı

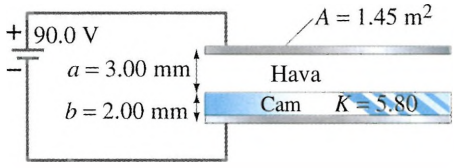
***65.** (II) Örnek 24-12'de dielektrik yerleştirilmiş sığacın seri bağlı üç sığaca eşdeğer olarak göz önüne alınabileceğini gösteriniz ve bu varsayımı kullanarak Örneğin (*g*) şıkkında elde edilen sığanın değerinin aynının elde edildiğini gösteriniz.

***66.** (II) Dielektrik yerleştirildiğinde pilin bağlı kaldığını varsayarak Örnek 24-12'yi yeniden yapınız. Dielektrik eklendikten sonra plakalardaki serbest yük nedir (bu, Problemin (*h*) kısmı olsun)?

***67.** (II) Örnek 24-12'yi bir model olarak kullanarak, plakalarının alanı A, aralarındaki uzaklık d olan ve plakaları arasında dielektrik sabiti K ve kalınlığı ℓ ($\ell < d$) olan bir dielektrik bulunan paralel plakalı bir sığacın sığası için bir eşitlik çıkartınız.

***68.** (II)Örnek 24-12'de depolanan enerjinin yüzde kaçı dielektrikteki elektrik alanında depolanmıştır?

***69.** (III) Şek.24-34'te gösterilen sığaç 90.0 V'luk bir aküye bağlanmıştır. Sığaç plakaları arasında her yerde elektrik alanını hesaplayınız (ve çiziniz). Hem sığacın plakalarındaki serbest yükü ve hem de cam dielektrik plakasının yüzlerindeki indüklenmiş yükü bulunuz.



ŞEKİL 24–34
Problem 69.

Genel Problemler

70. (*a*) Yarıçapı r olan yalıtılmış iletken bir kürenin C sığasını tahmin etmenin genel bir kuralı şöyledir: C (pF cinsinden) $\approx r$ (cm cinsinden). Yani C'nin *pF* cinsinden sayısal değeri kürenin cm cinsinden yarıçapının sayısal değeri ile yaklaşık olarak aynıdır. Bu kuralı doğrulayınız. (*b*) İnsan vücudunu 1 m yarıçaplı iletken bir küreye benzeterek vücudunuzun sığasını tahmin etmek için verilen kuralı kullanınız. (*c*) Bir halı üzerinde yürürken fazladan bir Q "durgun elektrik" yükü kazanıyorsunuz ve metalik bir kapı koluna dokunmak için ulaştığınızda 0.5 cm'lik bir kıvılcım yaratıyorsunuz. Havanın dielektrik dayanıklılığı 30 kV/cm'dir. Q'yu (μC cinsinden) tahmin etmek için bu bilgiyi kullanınız.

71. Bir *kalp defibrilatörü* düzensiz atan bir kalbi şaşırtmak (şoklamak) için kullanılmaktadır. Bu aygıttaki bir sığaç 75 kV'a yüklenmiştir ve 1200 J'luk enerji depolamaktadır. Sığası nedir?

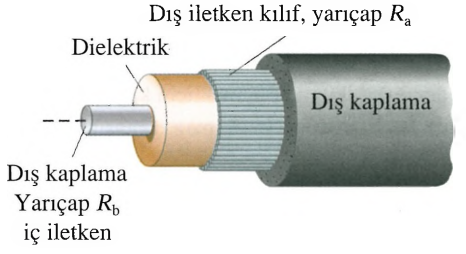
72. İki tane 9 in.'lik metal pasta kabını birbirlerinden 5.0 cm uzaklığa koyup 9.0 V'luk bir pilin zıt uçlarına bağlayarak ev yapımı bir sığaç hazırlanmıştır. (*a*) Sığayı, (*b*) her plakadaki yükü, (*c*) plakaların orta noktasındaki elektrik alanını, ve (*d*) plakaları yüklemek için pil tarafından yapılan işi bulunuz. (*e*) Eğer plakaların arasına bir dielektrik sokulursa yukarıdaki değerlerden hangileri değişir?

73. Yüksüz bir sığaç tümüyle yükleninceye kadar 34.0 V'luk bir aküye bağlanmış ve daha sonra aküden ayrılmıştır. Daha sonra plakaları arasına bir parafin parçası yerleştirilmiştir. Plakaları arasındaki voltaj şimdi ne olur?

74. 17.0 μF'lık bir sığacın bir plakasından diğerine 13.0 mC'luk bir yükü hareket ettirmek için 18.5 J enerji gerekmektedir. Her plakada ne kadar yük vardır?

75. 3.0 F'lık büyük bir sığacın 3.5 kg'lık suyu 22^{0}C'tan 95^{0}C'a kadar ısıtmak için yeterli depolanmış enerjisi vardır. Plakaları arasındaki potansiyel farkı nedir?

76. Bir eşeksenli kablonun, R_b yarıçaplı bir telden oluşan iç silindirik iletkeni bir dielektrik yalıtkanla çevrilnmiştir, Şek. 24-35. Dielektrik yalıtkanı çevreleyen R_a yarıçaplı dış iletken kılıf genellikle "topraklanır". (*a*) Yalıtkanının dielektrik sabiti K olan kablonun birim uzunluğunun sığası için bir ifade bulunuz. (*b*) Verilen bir kablo için, R_b = 2.5 mm ve R_a = 9.0 mm'dir. Dielektrik yalıtkanın dielektrik sabiti K = 2.6'dır. İç iletken tel ve dış iletken kılıf arasında 1.0 kV'luk bir potansiyel farkı olduğunu varsayınız. Kablonun birim uzunluğunun sığasını bulunuz.



ŞEKİL 24–35
Problem 76.

77. Birsığacın kağıtla (K = 3.75) ayrılmış plakaları arasındaki elektrik alan 9.21^{-10} V/m'dir. Plakaları birbirlerinden 1.95 mm uzaklıktadır ve her bir plakadaki yük 0.675 μC'dur. Bu sığacın sığasını ve her bir plakanın alanını bulunuz.

78. Sığaçlar elektrik yük sayaçları olarak kullanılabilirler. Alt plakası topraklanmış ve üst plakası bir elektron kaynağına bağlanmış C sığalı başlangıçta yüksüz bir sığaç göz önüne alınız. (*a*) Eğer sığacın üst plakasına N tane elektron akarsa, sığaç üzerindeki ortaya çıkan potansiyel farkı V'nin doğrudan N ile orantılı olduğunu gösteriniz. (*b*) Kullanılan voltaj ölçüm aygıtının yalnızca 1 mV'a kadar voltaj değişimlerini algılayabildiğini varsayınız. Her yeni toplanan elektronu algılayabilmek için C'nin değeri ne olmalıdır? (*c*) Yeni yarı iletken üretim teknolojileri kullanılarak, dielektrik sabiti $K = 3$ ve kalınlığı $d = 100$ nm olan yalıtkan oksitle ayrılmış paralel iletken plakalı mikron büyüklüğünde sığaçlar oluşturulabilir. Öyle bir sığacın plakasına bir tek elektronun ulaşmasını ayırt etmek için kenar uzunluğu olan kare plakalar varsayarak gerekli değerini (μm cinsinden) bulunuz.

79. Paralel plakalı bir sığaç her bir plakasında $\pm Q$ yükü ile yalıtılmıştır. Eğer plakaların aralığı yarıya düşürülürse ve hava yerine bir dielektrik (sabiti K) yerleştirilirse depolanan enerji hangi katsayı ile değişir? Plakaların arasındaki elektrik alanının yeni değeri ilk değerine göre nasıldır?

80. Şimşekli fırtınalarda Dünya ve fırtına bulutunun altı arasındaki potansiyel farkları 35,000,000 V kadar yüksek olabilir. Fırtına bulutlarının alt ucu tipik olarak Dünya'nın 1500 m üzerindedir ve alanları 120 km kadar olabilir. Dünya-bulut sistemini büyük bir sığaç gibi düşünerek, (*a*) Dünya-bulut sisteminin sığasını, (*b*) sığaçta depolanan yükü ve (*c*) sığaçta depolanan enerjiyi hesaplayınız.

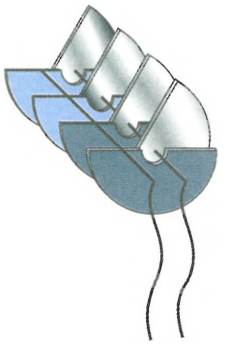
81. Bir çok katlı ince film sığacının 100 V'luk bir maksimum voltaj değeri ve 1.0 μF'lık sığası vardır. Poliester dielektrik filmlerle ayrılmış metal folye yapraklarının bir araya getirilmesi ile yapılmıştır. Yapraklar 12.0 mm'ye 14.0 mm'liktir ve sığacın toplam kalınlığı 6.0 mm'dir (dışarıdaki yalıtkanın kalınlığını saymadan). Metal yaprak, gerçekte doğrudan dielektrik üzerine kaplanmış çok ince bir metal tabakasıdır, yani sığacın kalınlığının çoğu dielektrik nedeniyledir. Polyesterin dielektrik dayanıklılığı yaklaşık 30×10^6 V/m'dir. Sığaçtaki polyester maddenin dielektrik sabitini hesaplayınız.

82. 3.5 μF'lık bir sığaç 12.4 V'luk bir pil ile yüklenmiş ve daha sonra pilden sökülmüştür. Bu sığaç (C_1) daha sonra ikinci bir C_2 (başlangıçta yüksüz) sığaca bağlandığında ilkindeki voltaj 5.9 V'a düşer. C_2'nin değeri nedir?

83. Atmalı bir azot lazerinin güç kaynağının maksimum voltaj değeri 25 kV olan 0.080 μF'lık bir sığacı vardır. (*a*) Bu sığaçta ne kadar enerji depolanabileceğini bulunuz. (*b*) Eğer bu depolanmış elektriksel enerjinin %15'i 4.0 μs uzunluğunda bir atma olarak ışık enerjisine dönüştürülürse lazer atmasının gücü nedir?

84. Paralel plakalı bir sığacın bir kenarı 12 cm olup dielektrik sabiti $K = 3.1$ olan 0.10 mm'lik plastikle ayrılmış kare plakaları vardır. Plakalar zıt olarak yüklenmiş olmalarına neden olan bir pile bağlanmışlardır. Zıt yüklenmiş plakalar birbirlerini çekeceklerinden dielektrik üzerine bir basınç uygularlar. Eğer bu basınç 40.0 Pa ise pil voltajı nedir?

85. Eski radyo kanal arayıcılarının değişken sığaçları, birbirlerine bağlı dört plakanın sırayla aralarına giren yine birbirlerine bağlı dört başka plakadan oluşur (Şek.24-36). Her plaka komşusundan 1.6 mm'lik hava boşluğu ile ayrılmıştır. Tabaka kümelerinden birisi plakaların üst üste gelen alanı 2.0 cm 'den 9.0 cm^2'ye değişecek şekilde hareket edebilir. (*a*) Bu yedi sığaç seri mi yoksa paralel mi bağlıdır? (*b*) Sığa değerlerinin hangi aralıkta bulunduğunu hesaplayınız.



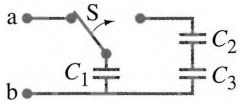
ŞEKİL 24–36
Problemler 85, 86.

86. Şek.24-36'daki gibi birbirinin içine giren döndürülebilen yapraklardan oluşan bir değişken sığaçtan bir yüksek voltaj kaynağı oluşturulabilir. Bu tür sığaçların daha çok plakalı bir çeşidinin sığası 10 pF'dan 1 pF'a kadar değiştirilebilmektedir. (*a*) Başlangıçta bu sığaç 8.0 pF iken 7500 V'luk güç kaynağı ile yüklenmiştir. Daha sonra o güç kaynağından sökülmüş ve plakalar döndürülerek sığası 1.0 pF'a düşürülmüştür. Sığaç üzerindeki voltaj şimdi nedir? (*b*) Bunun yüksek voltajlı bir güç kaynağı olarak en önemli eksikliği nedir?

87. 175 pF'lık bir sığaç bilinmeyen bir sığaca seri olarak bağlanmıştır ve onlar bir seri birleşim olarak 25.0 V'luk bir aküye bağlanmışlardır. Eğer 175 pF'lık sığaç plakalarında 125 pC'luk yük depolarsa bilinmeyen sığa nedir?

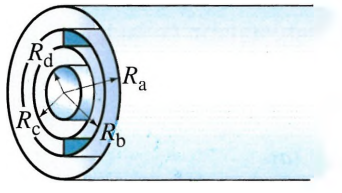
88. Plaka alanı 2.0 cm ve hava ile dolu plaka aralığı 0.50 mm olan paralel plakalı bir sığaç 12.0 V'luk bir bataryaya bağlanmış ve tümüyle yüklenmiştir. Daha sonra batarya sökülmüştür. (*a*) Sığaç üzerindeki yük nedir (*b*) Plakalar şimdi 0.75 mm aralığa çekilmiştir. Şimdi sığaçtaki yük nedir? (*c*) Şimdi plakaları üzerindeki potansiyel farkı nedir? (*d*) Plakaları yeni uzaklıklarına çekmek için ne kadar iş gerekmiştir?

89. Şek.24-37'de gösterilen devrede $C_1 = 1.0\,\mu$F, $C_2 = 2.0\,\mu$F, $C_3 = 2.4\,\mu$F ve a ve b noktaları arasına $V_{ab} = 24$ V'luk bir voltaj uygulanmıştır. C_1 tümüyle yüklendikten sonra anahtar sağa döndürülmüştür. Her sığaç üzerindeki son yük ve potansiyel farkı nedir?



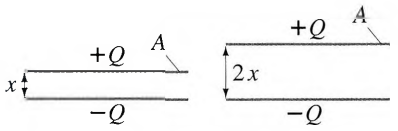
ŞEKİL 24–37
Problem 89.

90. Şek.24-38'de gösterilen uzun silindirik sığaç sırasıyla R_a, R_b, R_c, ve R_d yarıçaplarıyla dört tane eş merkezli silindirden oluşmaktadır. *b* ve *c* silindirleri metal şeritlerle birleştirilmişlerdir. Bu düzenlemenin birim uzunluğunun sığasını bulunuz. (En iç ve en dış silindirlerde eşit ve zıt yüklerin yerleştirildiğini varsayınız.)



ŞEKİL 24–38
Problem 90.

91. Paralel plakalı bir sığacın plaka alanı A, plaka aralığı x'tir ve plakalarında Q yükü depolanmıştır (Şek. 24-39). Yükün Q'da sabit kaldığını varsayarak plaka aralığını 2x'e çıkartmak için gerekli iş miktarını bulunuz. Yanıtınızın sığaç tarafından saklanan enerjideki değişimle uyum içinde olduğunu gösteriniz (*İpucu*: Bknz. Örnek 24-10).



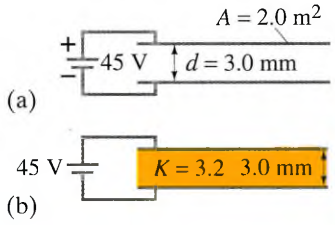
ŞEKİL 24–39
Problem 91.

92. Sığaçların bellek hücreleri olarak kullanılmalarını düşününüz. Yüklü bir sığaç biri ve yüksüz bir sığaç ta sıfırı gösterir. Bu sığaçların bir silisyum yonga üzerinde oluşturulduğunu ve her birisinin 30 femto farad'lık bir sığası olduğunu varsayınız. ($1fF = 10^{-15}F$). Paralel plakalar arasındaki uzayı dolduran dielektriğin dielektrik sabiti $K = 25$'tir ve dielektrik dayanıklılığı 1.0×10 V/m'dir. (*a*) Eğer çalışma voltajı 1.5 V ise, bu sığaçlardan bir tanesi yüklendiğinde üzerinde kaç tane elektron depolanacaktır? (*b*) Eğer hiç bir güvenlik çarpanına izin verilmemişse, 1.5 V'ta çalışmak için dielektrik tabaka ne kadar ince olabilir? (*c*) Kısım (*b*)'ye yanıtınızdan tabaka kalınlığını kullanarak sığaç plakalarının alanı ne olacaktı, bulunuz.

93. Bir faradın ne kadar büyük olduğu hakkında bir fikir sahibi olmak için kurduğunuz bir devre için 1 F'lık hava ile dolu paralel plakalı bir sığaç yapmak istediğinizi varsayınız. Uygun bir büyüklükte yapmak için plaka alanını 1.0 cm ile sınırladığınızı varsayınız. Plakalar arasındaki boşluğun ne kadar olması gerekir? Bu uygulamada gerçekleşebilir mi?

94. İnce yalıtkan topukları olan ayakkabılar giyen bir öğrenci, topraklanmış bir metal zeminde dururken elini bir KIT bilgisayar monitörünün ekranına düz olarak yapıştırıyor. Monitör ekranının içinde, elinden 6.3 mm uzaklıkta voltaj 25,000 volttur. Öğrencinin eli ve monitor bir sığaç oluşturur; öğrenci bir iletkendir, zeminle onun ayağı arasında da başka bir sığaç vardır. El ve ayak yüzey alanları için uygun değerler kullanarak öğrencinin zemine göre voltajını tahmin ediniz. Ayakkabıların vinil tabanlarının 1 cm kalınlığında olduğunu varsayınız.

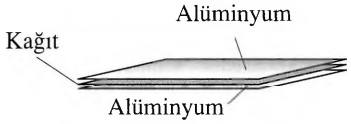
95. Plaka alanı $A = 2.0$ m ve plaka aralığı $d = 3.0$ mm olan paralel plakalı bir sığaç 45 V'luk bir aküye bağlanmıştır (Şek.24-40a). (*a*) Sığaçtaki yükü, elektrik alanını, sığayı ve sığaçta depolanan enerjiyi hesaplayınız. (*b*) Sığaç hala aküye bağlı iken dielektrik sabiti $K = 3.2$ olan plastik bir dilim, aralık tümüyle dielektrikle doldurulacak biçimde sığaç plakaları arasına yerleştiriliyor. Yükün, elektrik alanının, sığanın ve sığaçta depolanan U enerjisinin yeni değerleri nedir?



ŞEKİL 24–40
Problem 95.

96. Yalıtkan bir zeminde her yürüyüş adımında ortaya çıkabilecek maksimum durgun elektrik yükünü tahmin etmeye çalışalım. (*a*) Kişinin ayakkabısının tabanının alanının A ≈ 150 cm olduğunu ve her adımda ayak zeminden kaldırıldığında tabanın zeminle sürtünme ilişkisinden fazladan bir Q yükü kazandığını varsayalım. Eğer ayak kaldırıldığında ayak tabanı ve yer arasındaki havanın dielektrik dayanıklılığı $E_S = 3 \times 10$ N/C ise, her adımda ayak tabanına aktarılabilecek maksimum fazladan yük Q_{maks}'ı bulunuz. (*b*) Kişiyi $r \approx 1$ m olan yalıtılmış iletken bir küreye benzeterek kişinin sığanını bulunuz. (*c*) Ayağı yerden kaldırdıktan sonra fazlalık Q yükünün kişinin tüm yüzey alanında kendisini hızla yeniden dağıttığını varsayınız. Kişide yere göre ortaya çıkabilecek en büyük potansiyel farkını tahmin ediniz.

97. Kağıdın $K = 3.7$ dielektrik sabiti ve 15^{-10} V/m dielektrik dayanıklılığı vardır. Sıradan bir kağıt yaprağının 0.030 mm kalınlığı olduğunu varsayınız. İki alüminyum yaprağı arasına 21 × 14 cm kağıt yaprak yerleştirerek bir ev yapımı sığaç yapınız (Şek. 24-41). Alüminyum yaprağın kalınlığı 0.040 mm'dir. (*a*) Aygıtınızın C_0 sığası nedir? (*b*) Sığacınız bozulmadan önce ona en çok ne kadar yük depolayabilirsiniz? (*c*) Paralel bir birleşim için kağıt ve alüminyum yapraklarını nasıl birbirlerinin içine yerleştirebileceğinizi bir çizimde gösteriniz. 100 tane böyle sığaç yapsanız ve tek büyük bir 100 C_0'lık sığası olan sığaç elde etmek için yaprakların kenarlarını paralel olarak bağlasanız yeni büyük sığacınızın kalınlığı ne olur? (*d*) Bu 100 C_0'lık sığaca bozulmadan uygulayabileceğiniz en yüksek voltaj nedir?



ŞEKİL 24–41
Problem 97.

*Saysal/Bilgisayar

***98.** (II) Altı fizik öğrencisinin her birisine hava dolu bir sığaç verilmiştir. Alanları farklı olsa da plakalar arasındaki boşluk d bütün altı sığaç için de aynı olup değeri bilinmemektedir. Her öğrenci kendi sığacının alanı ve C sığası ile ilgili bir ölçüm yapıyor. Aşağıda onların verilerinin bir çizelgesi vardır. Bu verileri ve bir grafik veya çizelge programı kullanarak plakalar arasındaki d uzaklığını bulunuz.

Alan (m^2)	Sığa (pF)
0.01	90
0.03	250
0.04	340
0.06	450
0.09	800
0.12	1050

Alıştırmaların Cevapları

A: A.
B: 8.3×10^{-9} C.
C: (*a*).
D: (*e*).
E: (*b*).



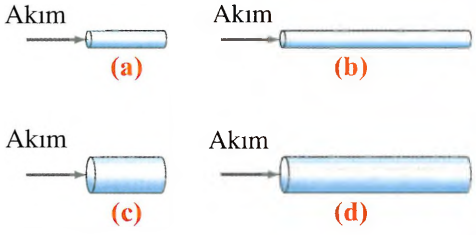
Bir elektrik ampülünün ince filament telindeki akkorlaşma içinden geçen elektrik akımından ileri gelir. Elektrik enerjisi (hareket eden elektronlar ve tel atomları arasındaki çarpışmalar nedeniyle) ısı enerjisine dönüşür. Bu da telin sıcaklığını o kadar yükseltir ki tel parlar. Elektrik akımı ve elektrik gücünün günlük hayatın temelini oluşturan bir önemi vardır. Bu bölümde hem doğru akımı (da), hem de alternatif akımı (aa) inceliyor, ve elektrik akımının mikroskopik bir analizini de yapıyoruz

Elektrik Akımları ve Direnç

BÖLÜM 25

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!

Şekilde görülen iletkenlerin hepsi de bakırdan yapılmıştır ve aynı sıcaklıktadırlar. Hangi iletken soldan giren yük akışına en fazla direnç gösterecektir? Hangisi en az direnç gösterecektir?



Önceki dört bölümde statik elektriği inceliyorduk: durgun haldeki elektrik yüklerini. Bu bölümde hareket halindeki yükleri çalışmaya başlıyoruz, ve yük akışını elektrik akımı diye adlandırıyoruz. Günlük hayatta teller ve diğer iletkenlerdeki elektrik akımları bize bildik gelir. Gerçekten de birçok pratik elektrikli alet elektrik akımıyla çalışır: bir ampül içinden geçen akım, bir fırının veya elektrik ocağının ısıtıcı elemanından geçen akım, ve elektronik aletlerdeki elektrik akımları. Elektrik akımları teller gibi iletkenlerde mevcut olabildikleri gibi, bir televizyonun veya bilgisayar monitörünün katod ışını tübü (KIT) gibi içinde yüklü elektronların boşlukta hareket ettikleri aletlerde de mevcut olabilirler.

İÇERİK

25–1 Elektrik Pili
25–2 Elektrik Akımı
25–3 Ohm Kanunu: Direnç ve Rezistörler
25–4 Özdirenç
25–5 Elektrik Gücü
25–6 Evlerdeki Devrelerde Güç
25–7 Alternatif Akım
25–8 Elektrik Akımına Mikroskopik bir Bakış: Akım Yoğunluğu ve Sürüklenme Hızı
*25–9 Süperiletkenlik
*25–10 Sinir Sisteminde Elektriksel İletim



ŞEKİL 25–1 Alessandro Volta. Bu resimde Volta pilini 1801'de Napoleon'a tanıtıyor.

21-9. ve 22-3. Kısımlarda gördük ki, elektrostatik durumlarda, bir iletkenin içindeki elektrik alanı sıfır olmalıdır (olmasaydı, yükler hareket ederdi). Ama bir iletken içinde yükler *hareket ettiğinde,* genellikle iletken içinde bir elektrik alanı vardır. Gerçekten de, bir iletken içindeki yükleri harekete geçirmek ve onları hareket halinde tutmak için bir elektrik alanı gereklidir. Yüklerin akışını henüz yeni tartıştığımız kavramlar olan elektrik alanları ve potansiyeli (voltaj) kullanarak kontrol edebiliriz. Bir telden akım geçirmek için bir potansiyel farkı gereklidir ki bu da bir pille sağlanabilir.

Elektrik akımına ilk olarak makroskopik bir açıdan bakacağız: yani, laboratuarda ölçülen bir akım gibi. Daha sonra bu bölümde akımlara, bir teldeki elektronların akışı olarak, mikroskopik (teorik) bir açıdan bakacağız.

1800 yılına kadar, elektrikteki gelişmeler temel olarak sürtünme yoluyla durgun bir yük elde etmekten ibaret kaldı. Allessandro Volta (1745-1827; Şek. 25-1) elektrik pilini icat ettiğinde ve o pille ilk devamlı elektrik akışını —yani kararlı elektrik akımını— ürettiğinde durum tamamen değişti.

25–1 Elektrik Pili

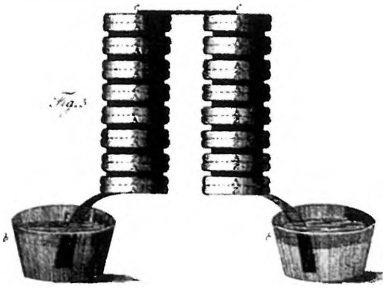
Elektrik pilinin icadına yol açan olaylar ilginçtir; çünkü bunun önemli bir icat olmasından başka, çok duyulmuş bir bilimsel tartışmaya da neden olmuştur.

1780'lerde, Bologna Üniversitesi'nde profesör olan Luigi Galvani (1737-1798) durgun elektrikten elde edilen elektrik nedeniyle bir kurbağa bacağı kasının kasılması üzerine bir dizi deneyler yaptı. Galvani, kasın farklı metaller sokulduğunda da kasıldığını buldu. Galvani elektrik yükünün kaynağının kurbağanın kasında veya sinirin kendisinde olduğuna, ve metalin yalnızca yükü uygun noktalara ilettiğine inandı. Çalışmasını 1791'de yayımladığında, bu yükü "hayvansal elektrik" diye adlandırdı. Galvani'nin kendisi de dahil olmak üzere bir çok kişi, uzun süredir aranan "yaşam gücünü" mü keşfettiğini merak ediyordu.

200 km uzaktaki Pavia Üniversitesi'ndeki Volta, Galvani'nin sonuçlarından kuşku duyuyordu, elektriğin kaynağının hayvanın kendisi değil, ama daha çok benzer olmayan metallerin teması olduğuna inanıyordu. Volta, devrenin çalışması için, *benzer olmayan metallerin temas noktasında*, bir kurbağa kası veya ıslaklık gibi nemli bir iletkenin olması gerektiğinin farkına vardı. Bundan başka gördü ki, kasılan kurbağa kası, elektrik "gerilimi" veya "elektromotor kuvveti"nin (bizim şimdi potansiyel diye adlandırdığımız şey için onun kullandığı adlar) varlığını belirlemek için duyarlı bir araçtı, hatta kendisinin ve başkalarının geliştirdiği[†], o zaman bulunabilecek en iyi elektroskoplardan (Kısım 21-4) bile daha duyarlı bir araçtı.

Volta'nın araştırmaları gösterdi ki, belli metallerin birleşimi diğerlerinden daha fazla etki yaratıyordu, ve ölçümlerini kullanarak bu birleşimleri etkililik sırasına göre listeledi. (Bu "elektrokimyasal seri" bugün hala kimyacılar tarafından kullanılmaktadır.) Bundan başka metallerden biri yerine karbonun da kullanılabileceğini buldu.

ŞEKİL 25–2 Bir Volta pili, Volta'nın orjinal makalesinden.

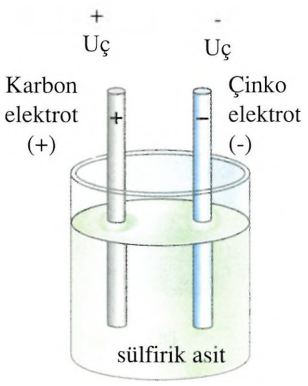


Volta bundan sonra bilime en büyük katkısını gerçekleştirdi. Bir çinko ve bir gümüş disk arasına bir tuz çözeltisi veya seyreltilmiş asit emdirilmiş bir bez parçası koydu, ve böyle çiftleri Şek. 25-2'deki gibi üstüste yığarak bir "batarya" oluşturdu. Bu "pil" ya da "batarya" çok daha yüksek bir potansiyel farkı oluşturdu. Gerçekten de, pilin iki uç noktasına bağlanmış olan metal şeritler birbirlerine yaklaştırıldığında bir kıvılcım oluştu. Volta ilk elektrik pilini tasarlamış ve yapmıştı. Keşfini 1800'de yayımladı.

[†]Volta'nın geliştirdiği en duyarlı elektroskop (yaprakların ayrılma açısındaki) derece başına 40 V kadar ölçüyordu. Yine de, temas halindeki benzer olmayan metallerin ortaya çıkardığı potansiyel farkını tahmin edebildi: Bir çinko-gümüş bağlantısı için yaklaşık 0.7 V buldu, bugünkü değer olan 0.78 V'a şaşırtıcı derecede yakın bir değer.

Elektrik Hücreleri ve Bataryalar

Bir batarya kimyasal enerjiyi elektrik enerjisine dönüştürerek elektrik üretir. Günümüzde el feneri pillerinden bir arabanın aküsüne kadar çok çeşitli bataryalar bulunmaktadır. En basit bataryalar benzer olmayan metallerden (biri karbon olabilir) yapılmış, **elektrot** denen iki çubuk veya plaka içerirler. Elektrotlar, elektrolit adı verilen, seyreltilmiş asit gibi bir çözelti içine batırılmışlardır. Bu tür bir aygıtın doğru adı bir **elektrik hücresi**dir, ve birbirlerine bağlanmış bir kaç hücre ise bir **batarya**dır, her ne kadar bugün tek bir hücreye bile batarya dense de. Çoğu elektrik hücresinde gerçekleşen kimyasal tepkimeler oldukça karmaşıktır. Burada çok basit bir hücrenin nasıl çalıştığını fiziksel yönlerini vurgulayarak tarif edeceğiz.



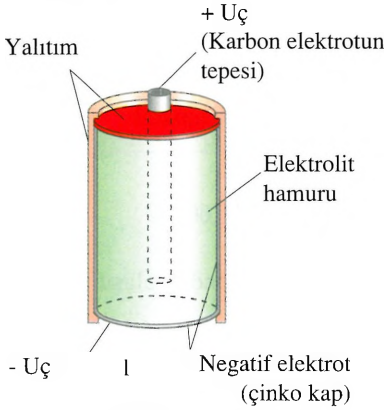
ŞEKİL 25–3 Bir elektrik hücresi.

Şekil 25-3'te gösterilen hücre elektrolit olarak seyreltilmiş sülfürik asit kullanmaktadır. Elektrotlardan biri karbondan, diğeri çinkodan yapılmıştır. Her bir elektrotun çözelti dışında kalan kısmı uç **(terminal)** diye adlandırılır; teller ve devrelerle bağlantılar buralardan yapılır. Asit çinko elektrotu eritme eğilimindedir. Her bir çinko atomu geride elektrot üzerinde iki elektron bırakarak bir pozitif iyon olarak çözeltiye girer. Böylece çinko elektrot negatif yük kazanır. Elektrolit pozitif yük kazanırken, karbon elektrottaki elektronlar elektrolit tarafından çekilip alınır. Böylece karbon elektrot pozitif yük kazanır. İki elektrotta karşıt yükler olduğu için iki uç arasında bir potansiyel farkı vardır.

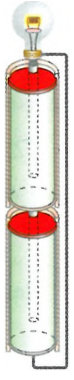
Uçları bağlı olmayan bir hücrede yalnızca çok az bir miktar çinko çözülür, çünkü çinko elektrot gittikçe daha negatif olurken yeni ortaya çıkan her pozitif çinko iyonu elektrota geri çekilir. Böylece, iki uç arasında devamlı belli bir potansiyel farkı (veya voltaj) olur. Eğer uçlar arasında, diyelim bir tel (veya bir ampül) aracılığıyla yük akışına izin verilirse, o zaman daha fazla çinko çözülebilir. Bir süre sonra elektrotlardan biri ya da diğeri tamamen kullanılmış olur ve hücre "ölü" duruma gelir.

Bir pilin uçları arasındaki voltaj elektrotların nelerden yapılmış olduğuna, ve birbirlerine göre çözünürlüklerine ya da elektron verme yeteneklerine bağlıdır. İki veya daha fazla hücre birinin pozitif ucu bir sonrakinin negatif ucuna bağlanacak şekilde bağlandıklarında hücrelerin seri bağlanmış oldukları söylenir ve voltajları eklenir. Böylece, seri bağlanmış iki 1.5 V'luk el fenerinin uçları arasındaki voltaj 3.0 V'tur; bir otomobil aküsünün altı adet 2 V hücresi ise 12 V verirler. Şek.25-4a standart bir kuru pilin veya portatif radyolar ve CD-çalarlar ile el fenerlerinde kullanılan bir kalem pilin şemasını, Şek.25-4b ise bir el fenerine bağlanmış olan seri bağlı iki kalem pili göstermektedir. Bir ampül, Şek. 25-5'te ve bu Bölümün başlangıcında, sayfa 651'deki büyük fotoğrafta gösterildiği gibi havası boşaltılmış bir cam küre içindeki ince bir sarmal telden (filament) oluşur. İçinden yük geçtiğinde filament çok sıcak olur (3000 K) ve parlar.

ŞEKİL 25–4 (a) Sıradan bir kuru pilin şeması (bir büyük pil veya kalem pil gibi). Silindirik çinko kap yanlardan kaplanmıştır; düz taban kısmı negatif uçtur. (b) İki kuru pil (kalem pil türü) seri bağlı. Bir hücrenin pozitif ucunun diğerinin negatif ucuna dayanmış olduğuna dikkat edin.

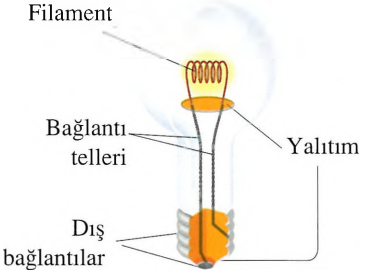


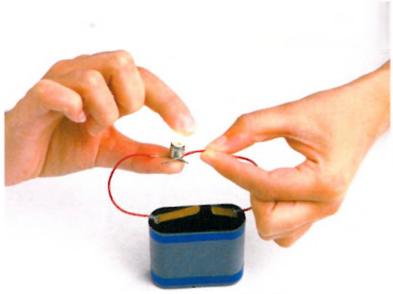
(a) De-tipi büyük pil



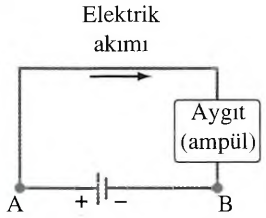
(b) Aa tipi iki kalem pil

ŞEKİL 25–5 Bir ampül: filamentin ince teli o kadar ısınır ki parlar. Bu tür bir ampüle (örneğin, bir flüoresan ampülden farklı olarak) akkor ampül denir.





(a)



(b)

ŞEKİL 25–6 (a) Basit bir elektrik devresi. (b) Aynı devrenin bir pil, bağlantı telleri (kalın gri çizgiler) ve bir ampül veya bir başka aygıttan ibaret olan şematik bir gösterimi.

25–2 Elektrik Akımı

Bir pilin amacı yükleri hareket ettirebilecek olan bir potansiyel farkı oluşturmaktır. Bir pilin uçları arasına kesintisiz bir iletken hat bağlandığında bir elektrik devresi yapmış oluruz (Şek. 25-6a). Şek.25-6b'deki gibi herhangi bir devre şeması üzerinde, bir pili temsil etmek için



[pil sembolü]

sembolünü kullanırız. Pile bağlı aygıt bir ampül, bir ısıtıcı, bir radyo, ya da herhangi bir şey olabilir. Böyle bir devre oluşturulduğunda, pilin bir ucundan diğer ucuna, devrenin telleri boyunca yük akabilir, iletken hattın kesintisiz olması şartıyla. Bu türden herhangi bir yük akışına elektrik akımı denir.

Daha kesin ifadesiyle, bir teldeki elektrik akımı telin herhangi bir noktasındaki tam kesit alanından birim zamanda geçen net yük miktarı olarak tanımlanır. Böylece, ortalama akım $\bar{I}$:

$$\bar{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad \textbf{(25–1a)}$$

şeklinde tanımlanır ki burada ΔQ herhangi bir noktada Δt süresince iletkenden geçen yük miktarıdır. Anlık akım ise türev limiti

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad \textbf{(25–1b)}$$

ile tanımlanır. Elektrik akımı saniye başına coulomb ile ölçülür; bu birime Fransız fizikçi André Ampère'in (1775–1836) anısına **ampere** diye -amp veya A şeklinde kısaltılan- özel bir ad verilmiştir. Demek oluyor ki 1 A = 1 C / s. Daha küçük akım birimleri de sıkça kullanılır; miliamper (1 mA = 10^{-3} A) ve mikroamper (1 μA = 10^{-6} A) gibi.

Bir devrede akım ancak kesintisiz bir iletken hat varsa akabilir. O zaman bir **kapalı** devre var demektir. Eğer devrede bir açıklık, söz gelimi kesilmiş bir tel, varsa o zaman devreye açık devre deriz; açık devrede hiç akım akmaz. Şek.25-6b'deki gibi akımın izleyeceği yalnızca tek bir yolu olan herhangi bir devrede, bir noktadaki (diyelim A noktasındaki) herhangi bir andaki kararlı akım başka herhangi bir noktadaki (diyelim B noktasındaki) akım ile aynıdır. Bu da elektrik yükünün korunumundan ileri gelir: yük kaybolmaz. Bir pil net olarak hiç bir yük yaratmaz (veya yoketmez); bir ampül de ne yük emer, ne de yokeder.

⚠ DİKKAT

Bir pil yük yaratmaz; bir ampül yük yoketmez.

ÖRNEK 25–1 **Akım yük akışıdır.** Bir telde 4.0 dak boyunca 2.5 A'lik kararlı bir akım mevcut olmuştur. (*a*) Bu 4.0 dak. boyunca devredeki herhangi bir noktadan toplam ne kadar yük geçmiştir? (*b*) Bu kaç elektron demektir?

YAKLAŞIM Akım şiddeti birim zamandaki yük akışıdır, Dnk. 25–1, yani bir noktadan geçen yük miktarı akım şiddeti ile zaman aralığının çarpımıdır. (*b*)'deki elektron sayısını bulmak için bu sonucu bir elektronun yüküne böleriz.

ÇÖZÜM (*a*) Akım şiddeti 2.5 A, yani 2.5 C/s olduğu için, 4.0 dak'da (=240 s'de) teldeki herhangi bir noktadan geçen toplam yük, Dnk. 25-1'e dayanarak

$$\Delta Q = I\,\Delta t = (2.5\,\text{C/s})(240\,\text{s}) = 600\,\text{C}.$$

(*b*) Bir elektron üzerindeki yük 1.60×10^{-19}C'dur. Bu nedenle, 600 C

$$\frac{600\,\text{C}}{1.60 \times 10^{-19}\,\text{C/ elektron}} = 3.8 \times 10^{21} \text{ elektrondan oluşur.}$$

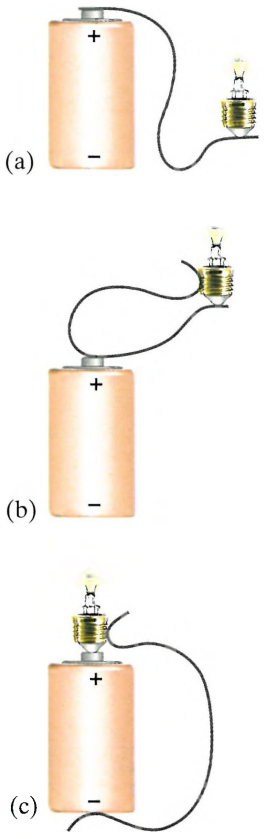
ALIŞTIRMA A Eğer bir telden saniyede 1 milyon elektron geçiyorsa, akım şiddeti amper cinsinden nedir?

KAVRAMSAL ÖRNEK 25–2 **Bir pil nasıl bağlanır.** Şek. 25-7'de gösterilen, bir kalem pil ile bir el fenerinin tek bir telle bağlanışı için gösterilen şekillerde ne hatalar vardır?

YANIT (*a*) Yükün akması için kapalı bir hat yok. Yükler kısa bir süre için pilden ampüle doğru akmaya başlayabilirler, ama orada bir "çıkmaz yol" ile karşılaşırlar ve akış anında durur.

(*b*) Şimdiki durumda ampüle gidip gelen kapalı bir hat var, ama tel pil uçlarından yalnızca birine dokunuyor, bu nedenle devrede yükleri hareket ettirecek hiç bir potansiyel farkı yok.

(*c*) Burada hiç bir hata yok. Bu kapalı bir devre: yük, telden ve ampülden geçerek pilin bir ucundan diğerine akabilir. Bu bağlanış şekli ampülü yakacaktır.

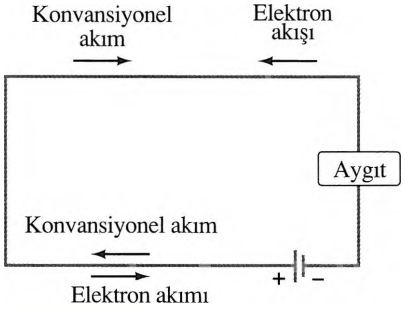


ŞEKİL 25–7 Örnek 25–2.

Bir çok gerçek devrede, teller süreklilik sağlayacak standart bir iletkene bağlıdırlar. Bu standart iletkene **toprak** denir ve genellikle veya ⏚, şekliyle temsil edilir; bir bina veya bir evde gerçekten de toprağa bağlıdır. Bir arabada, akünün uçlarından birisine "toprak" denir, ama bu uç toprağa değil, arabanın şasisine bağlıdır, ampüllere veya diğer aygıtlara giden tellerden her biri gibi. Böylece araba şasisi her devrede yük akışı için kesintisiz bir yol sağlayan bir iletkendir.

Bölüm 21'de iletkenlerin bir çok serbest elektron içerdiklerini görmüştük. Böylece, eğer kesintisiz bir iletken tel bir pilin uçlarına bağlandığında, negatif yüklü elektronlar telde akacaklardır. Tel ilk bağlandığında, pilin uçları arasındaki potansiyel farkı tel içinde, tele paralel bir elektrik alanı oluşturur[†]Telin bir tarafındaki serbest elektronlar pilin pozitif ucuna doğru çekilirlerken aynı anda başka elektronlar da pilin negatif ucundan ayrılıp diğer taraftan tele girerler. Tel boyunca tel uçlara bağlanır bağlanmaz başlayan sürekli bir elektron akışı vardır. Bununla beraber, pozitif ve negatif yük tanımları 200 yıl önce yapıldığında bir telde pozitif yükün aktığı varsayılmıştı. Hemen her durumda, pozitif yükün bir yöne doğru akması Şek.25-8'de gösterildiği gibi negatif yükün karşıt yönde akmasıyla kesinlikle aynı şeydir[‡]. Günümüzde akımdan söz ederken hala tarihten gelen pozitif yük akışı varsayımını kullanıyoruz. Yani bir devredeki akım yönünden söz ettiğimizde pozitif yükün akış yönünü kastediyoruz. Bu bazen **konvansiyonel akım** diye bilinir. Elektron akış yönünden söz etmek istediğimizde ise bunu özellikle elektron akımı diye belirtiriz. Sıvılarda ve gazlarda ise hem pozitif, hem de negatif yükler (iyonlar) akabilirler.

ŞEKİL 25–8 + 'dan –'ye giden konvansiyonel akım –''den + 'ya giden elektron akışına eşdeğerdir.



25–3 Ohm Yasası: Direnç ve Rezistörler

Bir devrede bir elektrik akımı oluşturmak için bir potansiyel farkı gereklidir. Bir tel üzerinde bir potansiyel farkı oluşturmanın bir yolu iki ucunu bir pilin zıt uçlarına bağlamaktır. Metal bir teldeki akımın uçlara uygulanan potansiyel farkı V ile orantılı olduğunu deneylerle ortaya koyan kişi Georg Simon Ohm (1787–1854) idi: Örneğin, bir teli 6 V'luk bir pile bağlarsak, akım şiddeti o teli 3 V'luk bir pile bağladığımız zaman akacak akım şiddetinin iki katı olurdu. Ayrıca voltajın tersine çevrilmesinin akım şiddetinin büyüklüğünü etkilemeyeceği anlaşılmaktadır.

$$I \propto V.$$

Örneğin, bir teli 6 V'luk bir pile bağlarsak, akım şiddeti o teli 3 V'luk bir pile bağladığımızzaman akacak akım şiddetinin iki katı olurdu. Ayrıca voltajın tersine çevrilmesinin akım şiddetinin büyüklüğünü etkilemeyeceği anlaşılmaktadır.

[†]Bu Kısım 21-9'da belirttiğimiz, statik durumda iletken içinde elektrik alanı olamayacağı, olsaydı yüklerin hareket edeceği kuralıyla çelişmez. Gerçekten de bir iletken içinde elektrik alanı olduğunda yükler hareket eder ve biz bir akım görürüz.

[‡]Bunun bir istisnası Kısım 27-8'de tartışılacaktır.

Faydalı bir benzetme, bir teldeki elektrik yükü akışını yerçekimi etkisiyle bir ırmakta, ya da bir boruda oluşan su akışıyla karşılaştırır. Eğer ırmak ya da boru hemen hemen düzse, su akış hızı düşüktür. Ama eğer bir taraf diğerinden biraz daha yüksekse, akış hızı —ya da akım şiddeti— daha büyüktür. Yükseklik farkı ne kadar büyükse, akış da o kadar hızlıdır. Bölüm 23'de gördük ki elektrik potansiyeli yerçekimi konusundaki bir tepenin yüksekliğiyle benzeşir. Bu benzeşim su akışına neden olan yükseklik farkı konusunda da geçerlidir. Tıpkı yükseklikteki bir artışın daha çok su akışına neden olması gibi, daha büyük bir potansiyel farkı veya voltaj da daha büyük bir elektrik akımına neden olur.

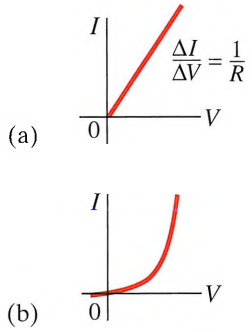
Bir teldeki akım şiddetinin ne kadar büyük olacağı yalnızca voltaja değil, telin elektron akışına karşı gösterdiği dirence de bağlıdır. Bir borunun çeperleri veya bir ırmağın kıyılarıyla ırmak içindeki kayalar su akışına karşı koyarlar. Buna benzer olarak, elektron akışı da teldeki atomlarla olan etkileşmeler nedeniyle engellenir. Bu direnç ne kadar yüksekse, belli bir V voltajı için akım şiddeti de o kadar düşüktür. Bu nedenle elektriksel direnç öyle tanımlanır ki akım direnç ile ters orantılıdır: yani,

$$I = \frac{V}{R} \qquad \textbf{(25–2a)}$$

ki burada R bir telin veya başka bir aygıtın **direnci**, V tel veya aygıt üzerindeki potansiyel farkı, ve I da içinden geçen akımdır. Dnk. 25-2a çoğunlukla şe şekilde yazılır:

OHM "YASASI"

$$V = IR. \qquad \textbf{(25–2b)}$$



ŞEKİL 25–9 (a) Ohm yasasına uyan bir iletken için ve (b) ohmik olmayan bir aygıt (burada bir yarı-iletken diyot) için voltaja karşı akım grafikleri.

Yukarıda sözü edildiği gibi, Ohm deneysel yolla metal iletkenlerde R'nin V'den bağımsız bir sabit olduğunu buldu; bu sonuç **Ohm yasası** diye bilinir. Bazen, fakat sadece R 'nin V'den bağımsız bir sabit olduğu malzeme ve aygıtlardan söz ederken. Dnk.25-2b, $V = IR$'nin kendisi de Ohm yasası olarak adlandırılır. Ama R ne metaller dışındaki bir çok madde için, ne de diyotlar, vakum tüpleri, transistörler gibi aygıtlar için sabit değildir. Bir ampülün filamenti bile Ohm yasasına uymaz: küçük akımlarda ölçülen direnci düşük, ama sıcaklığını parlamasını sağlayacak kadar yükselten (3000 K kadar) normal çalışma akımlarında direnci yüksektir. Böylelikle, Ohm "yasası" mutlak bir yasa değil, daha çok, sıcaklıkları fazla değişmeyen, metal iletkenler gibi belli türden maddelerin davranışlarının bir tarifidir. Ohm yasasına (R = sabit) uymayan malzemeler veya aygıtlara ohmik olmayan denir. (Bknz. Şek.25-9)

Direnç birimi **ohm** diye adlandırılır ve Ω Yunan büyük harfi omega) şeklinde kısaltılır. $R = V/I$, olduğu için, 1.0 Ω 'nun 1.0 V/A 'ya eşdeğer olduğunu anlıyoruz.

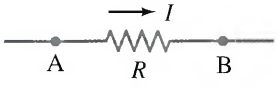
KAVRAMSAL ÖRNEK 25–3 **Akım ve Potansiyel.** I akımı Şek.25-10'da gösterildiği gibi bir R direncine giriyor. (*a*) Potansiyel A noktasında mı, yoksa B noktasında mı daha yüksektir? (*b*) Akım şiddeti A noktasında mı, yoksa B noktasında mı daha büyüktür?

YANIT (*a*) Pozitif yük her zaman + 'dan – 'ye, yüksek potansiyelden düşük potansiyele doğru akar. Yerçekimi benzetimini tekrar aklınıza getirin: Bir kütle yüksek yerçekimi potansiyelinden düşük olana düşecektir. Bu nedenle pozitif akım I için, A noktası B noktasından daha yüksek potansiyelde olacaktır.

olacaktır.

(*b*) Yük korunumuna göre A noktasından rezistöre ne kadar yük girerse B noktasından da aynı miktarda yük çıkacaktır. Tıpkı bir yerçekimi potansiyeli farkı nedeniyle düşen bir cismin kütle kazanmaması ve kaybetmemesi gibi, yük veya akım rezistör tarafından "tüketilmez." Dolayısıyla akım şiddeti A'da ve B'de aynıdır.

ŞEKİL 25–10 Örnek 25–3.



Örnek 25-3'de A ve B arasındaki gibi bir elektrik potansiyel düşüşüne çoğunlukla bir **potansiyel düşmesi** veya **voltaj düşmesi** denir.

ÖRNEK 25–4 **El feneri lambasının direnci.** Küçük bir el fenerinin lambası (Şek. 25–11) 1.5 V'luk bir pilden 300 mA çekmektedir. (*a*) Lambanın direnci ne kadardır? (*b*) Pil zayıflasa ve voltajı 1.2 V'a düşse akım şiddeti nasıl değişirdi?

YAKLAŞIM Pil voltajını lamba üzerindeki voltaj olarak alıp lambaya Ohm yasasını uygulayabiliriz.

ÇÖZÜM (*a*) 300 mA'i 0.30 A diye yazıp Dnk. 25–2a or b'yi kullanırız:

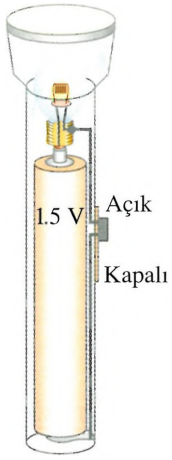
$$R = \frac{V}{I} = \frac{1.5\text{ V}}{0.30\text{ A}} = 5.0\,\Omega.$$

(*b*) Eğer direnç aynı kalırsa akım şiddeti

$$I = \frac{V}{R} = \frac{1.2\text{ V}}{5.0\,\Omega} = 0.24\text{ A} = 240\text{ mA}$$

olacaktır, yani 60 mA kadar azalacaktır.

NOT (b)'deki düşük akım şiddetiyle ampül filamentinin sıcaklığı da düşük olurdu ve lamba daha az parlardı. Bundan başka, direnç sıcaklığa da bağlıdır (Kısım 25-4), dolayısıyla hesabımız yalnızca kabaca bir tahmindir.



ŞEKİL 25–11 El feneri (Örnek 25–4).Devrenin yan çeper üzerinden tamamlanmış olmasına dikkat edin.

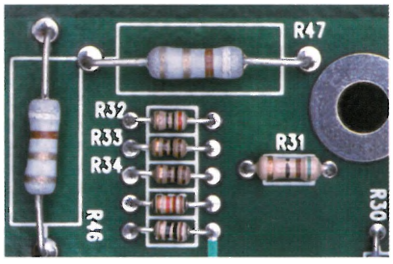
ALIŞTIRMAB 10 mA'lık bir akım elde etmek için 9.0 V'luk bir pilin uçlarına ne kadarlık bir direnç bağlanmalıdır? (*a*) 9 Ω, (*b*) 0.9 Ω, (*c*) 900 Ω, (*d*) 1.1 Ω, (*e*) 0.11 Ω.

Isıtıcılardan lambalara ve stereo amfilerine kadar bütün elektrikli aygıtlar akım akışına direnç gösterirler. Ampüllerin filamentleri (Şek.25-5) ve elektrik ısıtıcıları dirençlerinin sonucu olarak çok ısınan özel türden tellerdir. Bağlantı telleri genellikle filament veya sarmal tellere göre çok düşük dirençlere sahiptir, bu nedenle de bağlantı tellerinin akım şiddeti büyüklüğü üzerinde son derece küçük etkileri vardır. Bir çok devrede, özellikle de elektronik aygıtlarda akım şiddetini belirlemek için **rezistörler** [Ç.N.: Türkçe'de rezistör için *direnç* kelimesi de kullanılmaktadır] kullanılır. Rezistörler 1 ohm altından başlayıp milyonlarca ohm'a kadar değişen dirençlere sahiptirler (Şek.25-12 ve Şek.25-13). Bunların ana kategorileri sıkı sarılı ince bir telden ibaret olan "tel sarımlı" rezistörler ile genellikle karbondan yapılmış "kompozitler" ile ince karbon veya metal filmlerdir.

Bir devre şeması çizdiğimizde, şu sembolü

[rezistör sembolü]

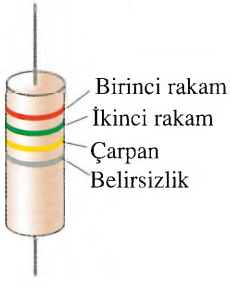
bir rezistörü belirtmek için kullanırız. Dirençleri ihmal edilebilir olan teller ise basitçe düz çizgiler olarak gösterilirler.



ŞEKİL 25–12 Bir devre panosundaki rezistörler (renkli şeritleri olanlar) ve diğer aygıtların fotoğrafı.

Rezistör Renk Kodları

Renk	Sayı	Çarpan	Tolerans
Siyah	0	1	
Kahverengi	1	10^1	1%
Kırmızı	2	10^2	2%
Turuncu	3	10^3	
Sarı	4	10^4	
Yeşil	5	10^5	
Mavi	6	10^6	
Mor	7	10^7	
Gri	8	10^8	
Beyaz	9	10^9	
Altın		10^{-1}	5%
Gümüş		10^{-2}	10%
Renksiz			20%



ŞEKİL 25–13 Bir rezistörün direnci dışında yazılı olur, veya yukarıda ve tabloda gösterildiği gibi renk kodlarıyla verilmiş olabilir: ilk iki renk direncin ilk iki rakamını temsil ederler; üçüncüsü çarpan olarak kullanılacak 10'un üssü, dördüncü ise imalat toleransıdır. Örneğin, dört rengi kırmızı, yeşil, sarı ve gümüş olan bir rezistör
$25 \times 10^4\,\Omega = 250{,}000\,\Omega = 250\,\text{k}\Omega$, 'luk bir dirence sahiptir (artı/eksi %10). Bir başka basit kod örneği
$R = 1.0 \times 10^4\,\Omega$ anlamına gelen 104 gibi bir sayıdır.

Bazı Yardımcı Açıklamalar

DİKKAT
Voltaj bir aygıtın iki ucu arasına uygulanır; akım aygıtın içinden geçer

Burada olası bazı yanlış anlaşılmalar ve açıklamaları özetliyoruz. Piller sabit bir akım sağlamazlar. Pillerin amacı bu değil de, sabit, veya neredeyse sabit, bir potansiyel farkı sağlamaktır. (Ayrıntılar bir sonraki bölümde.) Dolayısıyla bir pil sabit bir voltaj kaynağı olarak görülmelidir. Bu voltaj bir devre veya bir aygıt üzerine uygulanır.

Elektrik akımı (pile bağlı) bir aygıtın *içinden* geçer, ve büyüklüğü o aygıtın direncine bağlıdır. Direnç telin ya da aygıtın bir *özelliğidir*. Öte yandan, voltaj tele veya aygıta dışardan, iki ucundan uygulanır. Aygıtın içinden geçen akım "tepki" diye adlandırılabilir; $I = V / R$ olduğu için, akım şiddeti voltaj artarsa, veya direnç azalırsa artacaktır.

Bir telde, tıpkı bir borudaki su akışında olduğu gibi, akım doğrultusu her zaman tele paraleldir, tel nasıl eğrilirse eğrilsin. Konvansiyonel (pozitif) akım doğrultusu yüksek (+) potansiyelden düşük (–) potansiyele doğrudur.

DİKKAT
Akım tüketilemez

Bir tel veya bir başka aygıt içinden geçerken yük veya akım tüketilmez. Bir taraftan giren yük diğer taraftan çıkar.

25–4 Özdirenç

Deneysel olarak bulunmuştur ki herhangi bir telin direnci R, boyu ℓ ile doğru orantılı, kesit alanı A ile ters orantılıdır. Yani,

$$R = \rho \frac{\ell}{A}, \tag{25–3}$$

Orantı sabiti ρ, **özdirenç** diye adlandırılır ve kullanılan malzemeye bağlıdır. Bazı malzemeler için, birimi ρ, $\Omega \cdot m$ olan tipik Ω değerleri, iletkenler, yalıtkanlar ve yarıiletkenler diye kategorilere bölünmüş olan Tablo 25–1'in orta sütununda verilmiştir. Değerler biraz da saflık, ısıl işlemler, sıcaklık ve diğer etkenlere bağlıdır. Dikkat edin, gümüş en düşük özdirence sahiptir; böylece de en iyi iletkendir, pahalı olmasına rağmen. Bakır ona yakındır, ve çok daha az pahalıdır; çoğu telin bakırdan olmasının nedeni de budur. Her ne kadar daha yüksek özdirence sahipse de, alüminyum bakırdan çok daha az yoğundur, ve bu nedenle yüksek iletim hatları gibi bazı durumlarda bakıra tercih edilir, çünkü belli bir ağırlığa karşılık gelen direnci bakırınkinden daha azdır.

TABLO 25–1 Özdirençler ve Sıcaklık Katsayıları (20°C de)

Malzeme	Özdirenç, ρ ($\Omega \cdot m$)	Sıcaklık katsayısı, α $(C°)^{-1}$
İletkenler		
Gümüş	1.59×10^{-8}	0.0061
Bakır	1.68×10^{-8}	0.0068
Altın	2.44×10^{-8}	0.0034
Alüminyum	2.65×10^{-8}	0.00429
Tungsten	5.6×10^{-8}	0.0045
Demir	9.71×10^{-8}	0.00651
Platin	10.6×10^{-8}	0.003927
Cıva	98×10^{-8}	0.0009
Nikrom (nikel, demir, krom alaşımı)	100×10^{-8}	0.0004
Yarı iletkenler†		
Karbon (grafit)	$(3-60) \times 10^{-5}$	−0.0005
Germanyum	$(1-500) \times 10^{-3}$	−0.05
Silisyum	0.1 – 60	−0.07
Yalıtkanlar		
Cam	$10^{9}-10^{12}$	
Sert kauçuk	$10^{13}-10^{15}$	

† Değerler eser miktarda safsızlıkların varlığına bile çok bağlıdır..

Özdirencin tersi, **öziletkenlik** diye adlandırılan σ,

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \tag{25–4}$$

diye tanımlanır ve birimi $(\Omega \cdot \mathrm{m})^{-1}$ 'dir.

ALIŞTIRMA C Sayfa 651'deki bölümün açılış sorusuna dönün ve ona şimdi tekrar cevap verin. İlk defasında neden farklı cevap vermiş olabileceğinizi açıklamaya çalışın.

ALIŞTIRMA D Bir bakır tel 10 Ω'luk bir dirence sahiptir. Ortadan ikiye bölünürse direnci ne olacaktır? (*a*) 20 Ω, (*b*) 10 Ω, (*c*) 5 Ω, (*d*) 1 Ω, (*e*) bunlardan hiçbirisi.

ÖRNEK 25–5 **Hoparlör telleri.** Diyelim ki stereonuzu harici hoparlörlere bağlamak istiyorsunuz. (Şek. 25–14). (*a*) Eğer her bir tel 20 m uzunlukta olmalıysa, direnci tel başına 0.10 Ω'un altında tutmak için hangi çapta bakır tel kullanmalısınız? (*b*) Eğer her bir hoparlöre gelen akım şiddeti 4.0 A ise, her bir tel üzerindeki potansiyel farkı ya da voltaj düşmesi ne kadardır?

YAKLAŞIM Kesit alanı A'yı bulmak için Dnk.25-3'ü çözeriz, ve ondan da $A = \pi r^2$ kullanarak tel yarıçapını elde ederiz. Tel çapı $2r$'dir. (*b*) Ohm yasası $V = IR$'yi kullanırız.

ÇÖZÜM (*a*) Bakır için ρ'yu Tablo 25-1'den bulur ve alan A için Dnk. 25-3'ü çözeriz.

$$A = \rho \frac{\ell}{R} = \frac{(1.68 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m})(20\ \mathrm{m})}{(0.10\ \Omega)} = 3.4 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^2.$$

Daire kesitli bir telin kesit alanı $A = \pi r^2$. 'dir. Demek ki yarıçap en az

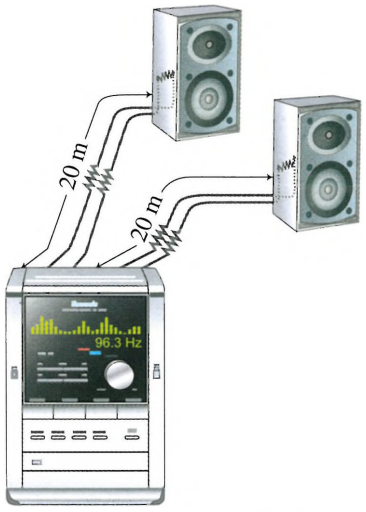
$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 1.04 \times 10^{-3}\ \mathrm{m} = 1.04\ \mathrm{mm}\ \text{'dir.}$$

Çap yarıçapın iki katıdır, bu nedenle en az $2r = 2.1$ mm olmalıdır.

(*b*) $V = IR$'den her bir tel üzerindeki voltaj düşmesinin

$V = IR = (4.0\ \mathrm{A})(0.10) = 0.40\ \mathrm{V}$ olduğunu buluruz.

NOT Teller üzerindeki voltaj düşmesi, stereo amplifikatörden hoparlörlere giden akımı düşürür, dolayısıyla da ses seviyesini biraz azaltır.



ŞEKİL 25–14 Örnek 25–5.

KAVRAMSAL ÖRNEK 25–6 **Çekip uzatma direnci değiştirir.** Varsayın ki direnci R olan bir tel orijinal uzunluğunun iki katına kadar düzgün bir şekilde çekilip uzatıldı. Direncine ne olacaktır?

YANIT Eğer uzunluk ℓ iki katına çıkarılırsa kesit alanı A yarıya iner, çünkü telin hacmi $(V = A\ell)$ aynı kalır. Dnk.25-3'ten direncin 4 kat $(2/\frac{1}{2} = 4)$ artacağını buluruz.

ALIŞTIRMA E Evlerdeki bakır teller genellikle 1.5 mm çapa sahiptirler. Ne kadar uzunlukta bir tel 1.0 Ω dirence sahip olurdu?

Özdirencin Sıcaklığa Bağlılığı

Bir malzemenin özdirenci bir ölçüde sıcaklığa bağlıdır. Metallerin dirençleri genellikle sıcaklıkla artar. Bu şaşırtıcı değildir, çünkü yüksek sıcaklıklarda atomlar daha hızlı hareket ederler ve daha düzensizce dağılmışlardır. Bu nedenle de elektronların akışına daha fazla engel olmaları beklenir. Eğer sıcaklık artışı çok fazla değilse, metallerin özdirençleri genellikle sıcaklıkla doğrusal olarak artar. Yani,

$$\rho_T = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \tag{25–5}$$

ki ρ_0 bir referans sıcaklığı T_0'daki (0°C veya 20°C gibi) özdirenç, ρ_TT sıcaklığındaki özdirenç, ve α ise özdirencin sıcaklık katsayısıdır. α için değerler Tablo 25-1'de verilmiştir. Dikkat ederseniz yarıiletkenler için sıcaklık katsayısı negatif olabilir. Neden? Öyle görünüyor ki yüksek sıcaklıklarda normalde yarıiletken içinde serbest olmayan elektronlardan bazıları serbest kalıyor ve akıma katkıda bulunabiliyor. Dolayısıyla, bir yarıiletkenin direnci bir sıcaklık artışıyla azalabilir.

FİZİK UYGULAMASI
Direnç termometresi

ÖRNEK 25–7 **Direnç termometresi.** Elektrik direncinin sıcaklıkla değişimi çok duyarlı sıcaklık ölçümleri yapmak için kullanılabilir. Paslanma etkilerinden nispeten arınmış olduğu için ve yüksek bir ergime noktasına sahip olduğu için platin sıkça kullanılır. Diyelim ki 20.0°C'de bir platin direnç termometresinin direnci 164.2 Ω'dur. Belli bir çözeltiye daldırıldığında ise direnç 187.4 Ω'dur. Bu çözeltinin sıcaklığı nedir?

YAKLAŞIM Direnç R özdirenç ρ ile doğru orantılı olduğuna göre R'yi sıcaklık T'nin bir fonksiyonu olarak bulmak için Dnk. 25-3'ü Dnk. 25-5 ile birleştirebilir ve bu denklemi T için çözebiliriz.

ÇÖZÜM Dnk. 25-5'i (1/A) ile çarpar ve şunu buluruz (Dnk. 25-3'e de bakın):

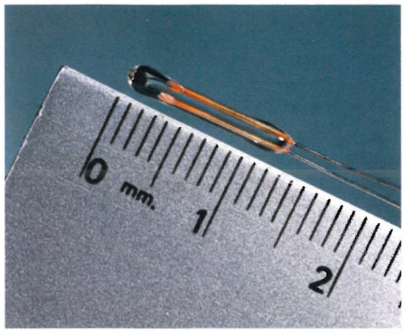
$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)].$$

Burada $R_0 = \rho_0 \ell / A$ telin $T_0 = 20.0°C$ 'deki direncidir. Bu denklemi T için çözer ve (α için bknz. Tablo 25-1):

$$T = T_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0} = 20.0°C + \frac{187.4\,\Omega - 164.2\,\Omega}{(3.927 \times 10^{-3}(C°)^{-1})(164.2\,\Omega)} = 56.0°C.$$

NOT Direnç termometrelerinin bir avantajı vardır ki gaz ve sıvı termometrelerin işe yaramadığı çok yüksek veya çok düşük sıcaklıklarda da kullanılabilirler.

NOT Direnci sıcaklıkla tekrarlanabilir bir şekilde değişen bir metal oksit veya bir yarıiletkenden yapılan termistor (Şek. 25-15) bazı uygulamalar için daha pratiktir. Termistorlar çok küçük boyutlarda imal edilebilirler ve sıcaklık değişimlerine çok çabuk tepki gösterirler.



ŞEKİL 25–15 Büyüklük karşılaştırması için milimetre bölümlü bir cetvelin yanında gösterilen bir termistor.

ALIŞTIRMA F Akkor bir ampülün tungsten filamentinin çalışma sıcaklığı olan 3000 K'deki direnci oda sıcaklığındaki direncinden ne kadar daha büyüktür? (*a*) %1 kadar daha büyük; (*b*) kabaca %10 daha büyük; (*c*) yaklaşık 2 kat daha büyük (*d*) kabaca 10 kat daha büyük; (*e*) 100 katdan daha fazla

Dnk. 25-5'deki α'nın kendisi de sıcaklığa bağlı olabilir, bu nedenle herhangi bir değerin (örneğin, bir fiziksel veriler elkitabına bakarak) geçerli olduğu sıcaklık aralığını kontrol etmek önemlidir. Eğer bu sıcaklık aralığı genişse, Dnk. 25-5'in kullanılması uygun değildir ve sıcaklığın karesiyle veya kübüyle orantılı terimler eklenmelidir, ama normalde o terimler $(T - T_0)$'ın büyük olduğu durumlar hariç çok küçüktürler.

25–5 Elektrik Gücü

Elektrik enerjisi başka enerji formlarına kolayca dönüştürülebildiği için bize faydalıdır. Motorlar elektrik enerjisini hareket enerjisine dönüştürürler ve Bölüm 27'de incelenecekler.

Elektrikli ısıtıcılar, fırınlar, tost makineleri, ve saç kurutma makineleri gibi başka aygıtlarda da elektrik enerjisi "ısıtıcı eleman" diye adlandırılan bir direnç teli aracılığıyla ısı enerjisine dönüştürülür. Sıradan bir ampülde de (Şek. 25-5 ve bölümün açılış fotoğrafı) minik tel filament o kadar ısınır ki parlar; enerjinin ancak yüzde bir kaçı görülebilir ışığa dönüşmüştür, geri kalan %90'dan fazla enerji ise ısıya dönüşmüştür. Ampül filamentleri ve ısıtıcı elemanlar (Şek. 25-16) tipik olarak bir kaç ohmdan bir kaç yüz ohma kadar değişen dirençlere sahiptirler.

ŞEKİL 25–16 Elektrikli ocak ısıtıcısı elektrik akımıyla transfer edilen enerji nedeniyle parlar.



Bu tür aygıtlarda elektrik enerjisi ısı enerjisine dönüşür, ve hareket eden elektronlarla telin atomları arasında bir çok çarpışmalar olur. Her çarpışmada elektronun hareket enerjisinin bir kısmı çarptığı atoma aktarılır. Sonuç olarak, telin atomlarının hareket enerjileri artar ve böylece de tel elemanının sıcaklığı artar. Artan ısı enerjisi ısı iletimi yoluyla bir ısıtıcıdan yemek kabına ve oradan da yemeğe, veya konveksiyonyoluyla havaya, bir tost makinesinde ışıma yoluyla ekmeğe aktarılabilir, veya ışık olarak yayılabilir.

Elektrikli bir aygıt tarafından dönüştürülen enerjiyi bulmak için, sonsuz küçük bir yük elemanı dq'nun V kadarlık bir potansiyel farkı boyunca yolculuğundaki enerji dönüşümü $dU = V\,dq$'dur (Dnk. 23-3). Diyelim ki dt, dq yükünün potansiyel farkı V

boyunca gitmesi için gereken zamandır. O zaman enerji harcama hızı demek olan güç aşağıdaki ifade ile verilir.

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{dq}{dt}V.$$

Saniye başına akan yük dq/dt akım şiddeti I'dır. Böylece

$$P = IV \qquad \textbf{(25–6)}$$

buluruz. Bu genel denklem, I aygıt içinden geçen akım şiddeti, V aygıt üzerindeki potansiyel farkı olmak üzere herhangi bir aygıt tarafından dönüştürülen gücü verir. Ayrıca bir pil gibi bir kaynak tarafından devreye verilen gücü de verir. Elektrik gücü için SI birimi herhangi bir güç türü için kullanılan birimle aynıdır: **watt** (1 W = 1 J / s).

Bir R direncindeki enerji dönüşüm hızı iki değişik yolla daha yazılabilir. Genel denklem $P = I\,V$ ile başlayıp $V = IR$'yi yerine koyarak:

$$P = IV = I(IR) = I^2R \qquad \textbf{(25–7a)}$$

$$P = IV = \left(\frac{V}{R}\right)V = \frac{V^2}{R} \qquad \textbf{(25–7b)}$$

buluruz. Dnk. 25-6, $P = IV$ daha genel olup bir rezistör dahil her aygıta uygulanabilirken, Dnk. 25-7a ve Dnk. 25-7b yalnızca rezistörlere uygulanabilirler.

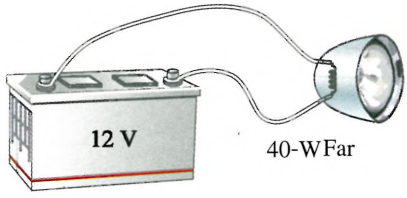
ÖRNEK 25–8 **Farlar.** 12 V'la çalışacak şekilde tasarlanmış 40 W'lık bir otomobil farının direncini hesaplayın.

YAKLAŞIM Dnk. 25–7b'yi R için çözeriz.

ÇÖZÜM Dnk. 25-7b'den

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(12\text{ V})^2}{(40\text{ W})} = 3.6\,\Omega.$$

NOT Bu sonuç lamba 40 W'da parlarkenki dirençtir. Dnk. 25-5'te gördüğümüz gibi, ampül soğukkenki direnç çok daha düşüktür. Direnç düşükken akım şiddeti daha yüksek olduğu için ampüller en fazla ilk açıldıklarında patlarlar.



ŞEKİL 25–17 Örnek 25–8.

FİZİK UYGULAMASI

Neden ampüller hep ilk açılırken patlarlar.

DİKKAT

Güç için değil, güç x zaman'a eşit olan enerji için para ödersiniz

Elektrik faturasıyla ödediğiniz şey enerjidir, güç değil. Güç enerji dönüşüm hızı olduğuna göre bir aygıt tarafından kullanılan toplam enerji basitçe harcanan güç çarpı aygıtın çalışma süresidir. Eğer güç watt ile ve zaman saniyeyle verilmişse, enerji joule cinsinden bulunur, çünkü 1 W = 1 J / s'dir. Elektrik şirketleri genellikle enerjiyi çok daha büyük bir birim olan kilowatt-saat (kW-sa.) ile belirtirler.
1 kW-sa = (1000 W)(3600 s) = 3.60×10^6 J'dür.

ÖRNEK 25–9 **Elektrik ısıtıcısı.** Bir elektrik ısıtıcısı 120 V'luk şebekeden 15.0 A'lik sabit akım çekmektedir. Bu ısıtıcı ne kadar güç gerektirir ve günde 3.0 saat çalıştırılıyorsa ve elektrik şirketi kilowatt-saat başına 9.2 kuruş fiyat veriyorsa, bir ay çalışması kaça malolur?

YAKLAŞIM Gücü bulmak için Dnk. 25-6'yı, $P = IV$'yi kullanırız. kW olarak gücü bir aylık kullanım süresi (saat cinsinden) ve enerji birim fiyatı 0.092 YTL/kW-sa ile çarpar ve aylık maliyeti buluruz.

ÇÖZÜM Hesaplanan güç:

$$P = IV = (15.0\text{ A})(120\text{ V}) = 1800\text{ W}$$

veya 1.80 kW'dır. Isıtıcının bir ayda kullanıldığı süre (saat olarak) (3.0 sa/gün) (30 gün) = 90 sa.'dir ki bu da 0.10 YTL/kW-sa birim fiyatla (1.80 kW) (90 sa) (0.092 YTL/kW-sa) = 15 YTL'ye malolur.

NOT Evlerde kullanılan akım gerçekte alternatif akımdır, ama Kısım 25-7'de tartışacağımız gibi, verilen V ve I değerlerinin doğru ortalamalar (kko) olduğu varsayımıyla, çözümümüz yine de geçerlidir.

FİZİK UYGULAMASI
Yıldırım



ŞEKİL 25–18 Örnek 25-10
Bir yıldırım düşmesi.

ÖRNEK 25–10 TAHMİN EDİN **Yıldırım düşmesi.** Yıldırım bir doğa olayında elektrik akımının çarpıcı bir örneğidir (Şekil 25-18). Yıldırım düşmelerinde çok değişkenlik vardır, ama tipik bir olayda 0.2 s kadarlık bir süre içinde, belki 5×10^7 V'luk bir potansiyel farkı üzerinden 10^9 J enerji aktarılabilir. Bu bilgiyi kullanarak (*a*) bulut ve yer arasında aktarılan toplam yükü,
(*b*) yıldırımdaki akım şiddetini, (*c*) 0.2 s'de aktarılan ortalama gücü bulunuz.

YAKLAŞIM Yük Q'yu potansiyel enerji değişiminin potansiyel farkı ΔV ve çarpı yük Q olduğunu (Dnk.23-3) hatırlayarak tahmin ederiz. ΔU'yu transfer edilen enerji 109 J ile eşitleriz. Bundan sonra akım şiddeti I, Q / t'ye eşittir (Dnk. 25-1a) ve güç P, enerji/zamandır.

ÇÖZÜM (*a*) Dnk.23-3'ten dönüştürülen enerji $\Delta U = Q\,\Delta V$. Bunu Q için çözeriz:

$$Q = \frac{\Delta U}{\Delta V} \approx \frac{10^9\,\text{J}}{5 \times 10^7\,\text{V}} = 20\,\text{coulomb}\,.$$

(*b*) 0.2 s boyunca akım şiddeti

$$I = \frac{Q}{t} \approx \frac{20\,\text{C}}{0.2\,\text{s}} = 100\,\text{A}.$$

(*c*) Aktarılan ortalama güç

$$P = \frac{\text{enerji}}{\text{zaman}} = \frac{10^9\,\text{J}}{0.2\,\text{s}} = 5 \times 10^9\,\text{W} = 5\,\text{GW}.$$

Dnk. 25–6'yı da kullanabiliriz:

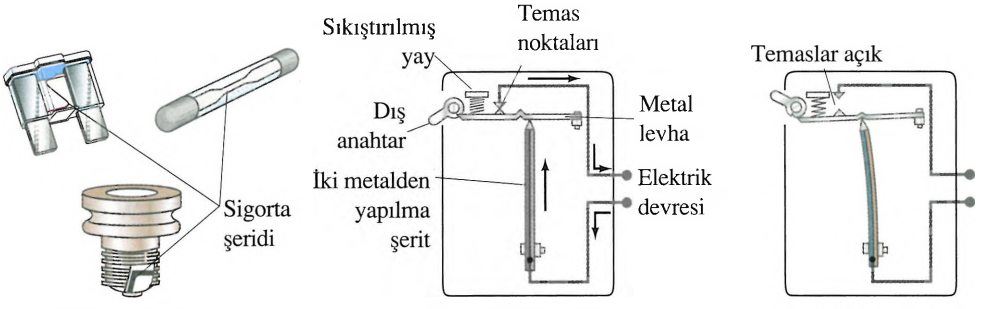
$$P = IV = (100\,\text{A})(5 \times 10^7\,\text{V}) = 5\,\text{GW}.$$

NOT Yıldırım düşmelerinin çoğu bir kaç aşamada gerçekleştiği için, belli aşamalarda bir yıldırımın yukarıda hesaplanan 100 A'den çok daha yüksek akımlar taşıması mümkündür.

25–6 Ev Devrelerinde Güç

FİZİK UYGULAMASI
Güvenlik — Isınan teller

Lambalara ve diğer elektrikli aygıtlara elektrik taşıyan tellerin, düşük de olsa bir miktar dirençleri vardır. Yine de, eğer akım şiddeti yeterince yüksekse, teller ısınacak ve IR'ye eşit bir hızda ısı enerjisi üreteceklerdir, burada R tel direncidir. Olası bir tehlike, bir evin duvarları içindeki tellerin ısınıp bir yangın çıkartabilecek olmasıdır. Kalın teller daha az dirence sahiptirler (bknz. Dnk. 25-3) ve dolayısıyla fazla ısınmadan daha büyük akım taşıyabilirler. Bir tel güvenilir olandan daha fazla akım taşırsa "aşırı yüklenmiş" olduğu söylenir. Aşırı yüklenmeyi önlemek için devrelere



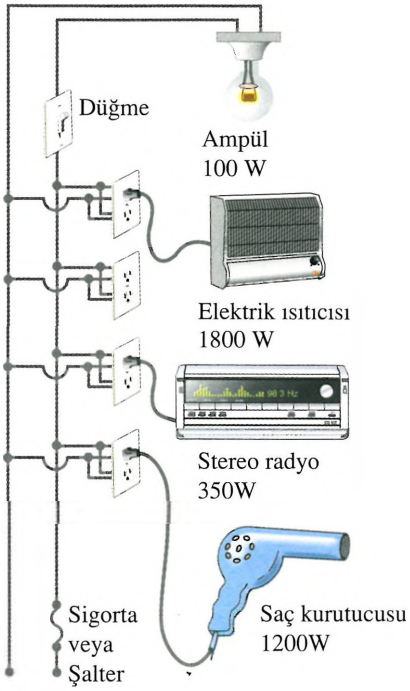
(a) Sigorta türleri (b) Şalter (kapalı) (c) Şalter (açık)

ŞEKİL 25–19 (a) Sigortalar. Akım belli bir değeri geçtiğinde, metal şerit erir ve devre açılır. Daha sonra sigorta değiştirilmelidir. (b) Bir çeşit şalter. Elektrik akımı iki metalli bir şeritten geçer. Akım güvenli düzeyi aştığında iki metalli şeridin ısınması şeridi sola doğru eğer ve yaylı metal levhadaki çentik çift metalli şeridin ucuna oturur; (c) devre temas noktalarında (bunlardan birisi metal levhanın üzerindedir) açılır ve dış anahtar da atar. Çift metalli şerit soğuduğunda, dış anahtar kullanılarak tekrar kurulabilir. Manyetik şalterler 28. ve 29. Bölümlerde tartışılacaktır.

sigortalar ve şalterler eklenir. Basit anlamıyla bunlar akım şiddeti belli bir değeri aşınca devreyi açan anahtarlardır (Şek.25-19). Örneğin, 20 A'lik bir sigorta veya şalter içinden geçen akım 20 A'i geçerse açılır. Eğer bir devre tekrar tekrar bir sigortayı attırır veya şalteri açarsa, iki olasılık vardır: devrede akım çeken fazla sayıda aygıt olabilir, veya bir yerlerde "kısa devre" denilen bir hata vardır. Bir kısa devre birbirlerine değmemesi gereken iki tel (belki yalıtkan aşınmış olduğu için) birbirlerine değimiş, direnç çok azalmış ve akım şiddeti fazla büyümüş demektir. Kısa devreler hemen giderilmelidir.

Evlerdeki devreler elektriğe bağlı aygıtların her biri elektrik şirketinden standart voltajı (Birleşik Devletler'de genellikle 120 V) alacak şekilde tasarlanmışlardır (Şek.25-20). Gelecek Bölümde tartışacağımız, Şek.25-20'deki gibi düzenlenmiş devrelere "*paralel devreler*" denir. Bir sigorta atar veya bir şalter inerse, o devreden çekilen toplam akım şiddetinin (bu da aygıtlara giden akımların toplamıdır) kontrol edilmesi önemlidir.

FİZİK UYGULAMASI
Sigortalar ve şalterler



ŞEKİL 25–20 Çeşitli ev aletlerinin bağlanışları.

ÖRNEK 25–11 **Sigorta atacak mı?** Şek.25-20'deki bütün aygıtların çektiği toplam akım şiddetini bulun.

YAKLAŞIM Her bir aygıt üzerinde aynı 120 V voltaj vardır. Her birinin kaynaktan çektiği akım şiddeti Dnk.25–6'dan, bulunur.

ÇÖZÜM Şek. 25-20'deki devre aşağıda belirtilen akımları çeker:
Ampül $I = P / V = 100\ \text{W} / 120\ \text{V} = 0.8\ \text{A}$ çeker. Isıtıcı 1800 W / 12 0 V = 1 5.0 A, stereo maksimum 35 0 W / 120 V = 2.9 A, ve saç kurutucusu 1200 W / 120 V = 10 .0 A çekerler. Eğer bütün aygıtlar aynı zamanda kullanılırsa çekilecek olan toplam akım şiddeti

$$0.8\ \text{A} + 15.0\ \text{A} + 2.9\ \text{A} + 10.0\ \text{A} = 28.7\ \text{A}.$$

NOT Isıtıcı 18 adet 100 W'lık ampül kadar akım çekmektedir. Güvenlik için ısıtıcının kendi başına ayrı bir devrede olması daha iyi olur.

Şek.25-20'deki devre 20 A'lik bir sigortaya göre tasarlanmışsa sigortanın atması beklenir; umarız ki aşırı yüklenen teller ısınıp yangın çıkartmadan önce atar. Bu devreyi 20 A'in altına düşürmek için bir aygıtın kapatılması gerekir. (Evler ve apartman dairelerinde her birinin kendi sigortası veya şalteri olan bir kaç devre vardır; aygıtlardan birini başka bir devreye taşımayı deneyin.) Eğer devre kalın teller ve 30 A'lik bir sigorta için tasarlanmışsa, sigortanın atması beklenmez —atarsa sorun bir kısa devredir. (Bir kısa devrenin en olası yeri aygıtlardan birinin kablosudur.) Uygun sigorta tipi akımı taşıyacak tele göre seçilir. Hiç bir zaman uygun seçilmiş bir sigortanın yerine daha yüksek akım için olanı takılmamalıdır. Atan bir sigorta veya bir şalter bir anahtar gibi davranarak bir devreyi açar. Açık bir devreyle kastedilen ise artık kesintisiz bir iletken hattın olmaması ve sanki $R = \infty$'muş gibi hiç akım akmamasıdır.

FİZİK UYGULAMASI
Uygun sigortalar ve kısa devreler

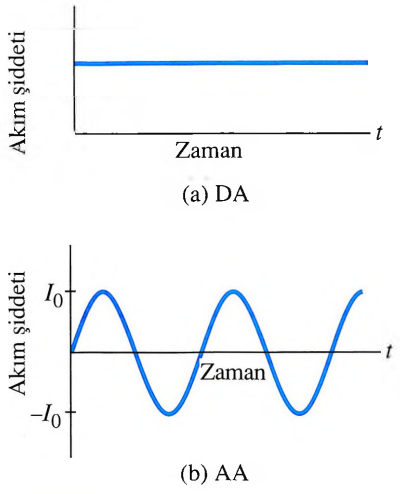
KAVRAMSAL ÖRNEK 25–12 **Tehlikeli bir uzatma kablosu.** 1800 W'lık portatif elektrikli ısıtıcınız masanızdan ayaklarınızı ısıtamayacak kadar uzakta. Kablosu çok kısa, o yüzden de fişi 11 A'lik olduğu belirtilen bir uzatma kablosuna bağlı seyyar prize takıyorsunuz. Bu neden tehlikelidir?

YANIT 120 V voltajda 1800 W'lık aygıt 15 A akım çeker. Uzatma kablosu 11 A'lik olduğu için yalıtkanını eritip bir yangın çıkartacak kadar ısınabilir.

FİZİK UYGULAMASI
Uzatma kabloları ve olası tehlikeler

ALIŞTIRMA G 120 V'a bağlı 20 A'lik bir hatta kaç tane 60 W'lık ampül çalıştırılabilir? (*a*) 2; (*b*) 3; (*c*) 6; (*d*) 20; (*e*) 40.

25–7 Alternatif Akım



ŞEKİL 25–21 (a) Doğru akım. (b) Alternatif akım.

Bir pil bir devreye bağlandığında akım kararlı bir şekilde tek bir doğrultuda akar. Buna **doğru akım** denir. Elektrik jeneratörleri veya elektrik güç santralleri ise **alternatif akım** üretirler (Bazen büyük harflerle DA ve AA diye kısaltılırlar). Alternatif akım doğrultusunu saniyede bir çok kez değiştirir ve Şek.25-21'de görüldüğü gibi genellikle sinüzoidaldır. Bir teldeki elektronlar önce bir doğrultuda, sonra öteki doğrultuda akarlar. Elektrik şirketlerinin evlere ve işyerlerine sağladığı akım hemen hemen tüm dünyada alternatif akımdır. Alternatif akım devrelerini Bölüm 30'da ayrıntılarıyla tartışıp analiz edeceğiz. Ama alternatif akım devrelerine gerçek hayatta çok rastlandığı için onların bazı temel özelliklerini burada tartışacağız.

Daha sonra göreceğimiz gibi, bir AA elektrik jeneratörü tarafından üretilen voltaj sinüzoidaldır. Dolayısıyla ürettiği akımda sinuzoidaldır (Şek. 25–21b). Voltajı zamanın bir fonksiyonu olarak şu şekilde yazabiliriz:

$$V = V_0 \sin 2\pi f t = V_0 \sin \omega t.$$

Voltaj +V ve –V değerleri arasında salınım yapar; V_0 tepe voltajı diye bilinir. Frekans f, saniyede yapılan tam salınımların sayısı ve $\omega = 2\pi f$ 'tir. Birleşik Devletler ve Kanada'nın çoğu bölgesinde f 60 Hz'dir. (10. ve 14. Bölümlerde gördüğümüz gibi, "hertz" birimi saniyedeki salınım sayısı anlamına gelir.) Bir çok başka ülkede 50 Hz kullanılır.

Dnk.25–2, $V = IR$, AA için de doğrudur: Eğer bir R direnci üzerinde bir V voltajı varsa, bu dirençten geçen akım şiddeti I:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t. \qquad \textbf{(25–8)}$$

$I_0 = V_0 / R$ niceliği akımın tepe değeridir. Elektronlar bir doğrultuda aktığında akım şiddetinin pozitif, zıt doğrultuda aktığında akım şiddetinin negatif olduğu varsayılır. Şek.25-1b'de açıkça bellidir ki akım kaç defa negatifse o kadar defa da pozitiftir. Böylece ortalama akım şiddeti sıfırdır. Bununla beraber, bu demek değildir ki hiç bir güce gerek duyulmamaktadır, veya bir rezistörde hiç ısı üretilmemektedir. Elektronlar ileri geri hareket ederler ve tabi ki ısı üretirler. Gerçekten de, bir R direncinde herhangi bir anda açığa çıkan ısı:

$$P = I^2 R = I_0^2 R \sin^2 \omega t.$$

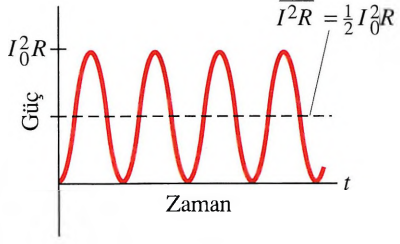
Akım şiddetinin karesi alındığı için, Şek.25-22'de grafiği çizildiği gibi, gücün her zaman pozitif olduğunu görüyoruz. $\sin^2 \omega t$ t niceliği 0 ve 1 arasında değişir. Ortalama değerinin Şek.25-22'de belirtildiği gibi 1/2 olduğunu göstermek çok güç değildir†. Böylece dönüştürülen ortalama güç $\overline{P}$, aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\overline{P} = \tfrac{1}{2} I_0^2 R.$$

Güç aynı zamanda $P = V^2/R = (V_0^2/R) \sin^2 \omega t$, şeklinde de yazılabildiği için, ortalama güç için bir başka ifademiz de:

$$\overline{P} = \tfrac{1}{2} \frac{V_0^2}{R} \text{ 'dir.}$$

ŞEKİL 25–22 Bir AA devresinde bir rezistörde dönüştürülen güç



Dolayısıyla ortalama gücü hesaplamak için önemli olan akım şiddetinin veya voltajın karesinin ortalama değeridir:

$$\overline{I^2} = \tfrac{1}{2} I_0^2 \qquad \overline{V^2} = \tfrac{1}{2} V_0^2.$$

Bu iki değerin karekökleri akım şiddetinin ve voltajın kko (kök kare ortalama) değerleridir:

$$I_{\text{kko}} = \sqrt{\overline{I^2}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0.707 I_0, \qquad \textbf{(25–9a)}$$

$$V_{\text{kko}} = \sqrt{\overline{V^2}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = 0.707 V_0. \qquad \textbf{(25–9b)}$$

V ve I'nın kko değerleri bazen *etkin değerler* diye de adlandırılırlar.

† $\cos^2 \omega t$ 'nin t'ye göre grafiği Şek.25-22'deki $\sin^2 \omega t$'ninki ile aynıdır, noktaların zaman ekseni boyunca periyot $\frac{1}{4}$ kaymış olmaları hariç. Bu nedenle $\overline{\sin^2}$ ve $\overline{\cos^2}$ 'nin bir veya daha fazla periyot boyunca zaman üzerinden alınmış ortalama değerleri aynı olacaktır: $\overline{\sin^2 \omega t} = \overline{\cos^2 \omega t}$. $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, trigonometrik özdeşliğinden

$$\overline{(\sin^2 \omega t)} + \overline{(\cos^2 \omega t)} = 2\overline{(\sin^2 \omega t)} = 1.$$

yazabiliriz. Dolayısıyla $\sin^2 \omega t$'nin ortalama değeri $\frac{1}{2}$ 'dir.

Bunlar ortalama gücü elde etmek için güç formüllerine, Dnk. 25-6 ve 25-7'ye doğrudan doğruya yerleştirilebildikleri için faydalıdırlar:

$$\overline{P} = I_{\text{kko}}\, V_{\text{kko}} \qquad \textbf{(25–10a)}$$

$$\overline{P} = \tfrac{1}{2} I_0^2 R = I_{\text{kko}}^2\, R \qquad \textbf{(25–10b)}$$

$$\overline{P} = \tfrac{1}{2}\frac{V_0^2}{R} = \frac{V_{\text{kko}}^2}{R}. \qquad \textbf{(25–10c)}$$

Böylece I ve V değerleri bir alternatif akımın I_{kko} ve V_{kko} değerleriyle aynı olan bir doğru akım alternatif akımla aynı gücü üretecektir. Bu nedenle de akım şiddeti ve voltaj için genellikle ölçülen veya belirtilen kko değerleridir. Örneğin, Birleşik Devletler'de ve Kanada'da standart şebeke voltajı 120 V AA'dır*. Bu 120 V_{kko} değeridir; tepe voltajı ise

$$V_0 = \sqrt{2}\, V_{\text{kko}} = 170 \text{ V 'dur.}$$

Dünyanın çoğu yerinde (Avrupa, Avustralya, Asya) kko voltajı 240 V'dur, bu nedenle de tepe voltajı 340 V' dur.

ÖRNEK 25–13 **Hair dryer.** (*a*) Calculate the resistance and the peak current in a 1000-W hair dryer (Fig. 25–23) connected to a 120-V line. (*b*) What happens if it is connected to a 240-V line in Britain?

YAKLAŞIM Bize $\overline{P}$ ve V_{kko}, değerleri verilmiş, öyleyse $I_{\text{kko}} = \overline{P}/V_{\text{kko}}$ ve $I_0 = \sqrt{2}\, I_{\text{kko}}$. Böylece R 'yi $V = IR$'den buluruz.

ÇÖZÜM (a) Dnk. 25–10a'yı akım şiddetinin kko değeri için çözeriz:

$$I_{\text{kko}} = \frac{\overline{P}}{V_{\text{kko}}} = \frac{1000 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 8.33 \text{ A}.$$

O zaman

$$I_0 = \sqrt{2}\, I_{\text{kko}} = 11.8 \text{ A}.$$

Direnç ise

$$R = \frac{V_{\text{kko}}}{I_{\text{kko}}} = \frac{120 \text{ V}}{8.33 \text{ A}} = 14.4\ \Omega.$$

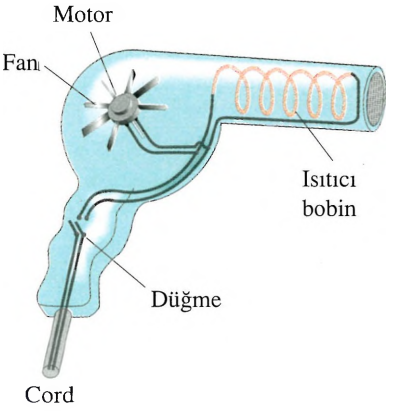
Direnç tepe değerlerini kullanarak da hesaplanabilirdi:

$$R = \frac{V_0}{I_0} = \frac{170 \text{ V}}{11.8 \text{ A}} = 14.4\ \Omega.$$

(*b*) 240 V'luk bir şebekeye bağlandığında daha fazla akım geçer ve direnç de artan sıcaklıkla değişirdi (Kısım 25–4). Ama yine de 14.4 Ω sonucuna dayalı bir tahmin yapalım. Ortalama güç:

$$\overline{P} = \frac{V_{\text{kko}}^2}{R} = \frac{(240 \text{ V})^2}{(14.4\ \Omega)} = 4000 \text{ W}.$$

Bu değer, kurutucu için belirtilen gücün 4 katıdır ve süphe yok ki bu da ısıtıcı elemanı veya motorun tel sarımlarını eritirdi.

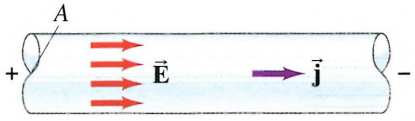


ŞEKİL 25–23 Bir saç kurutucusu. Akımın çoğu büyük bir dirençten ibaret olan ısıtıcı bobinden geçer; küçük bir kısmı da fanı döndürmek için motora gider. Örnek 25–13.

ALIŞTIRMA H Bir stereo alıcının her bir kanalı 8-Ω'luk bir hoparlöre ortalama 100 W'lık güç aktarabiliyor (bkz. Şekil 25-14). (a) Maksimum güç 100 W'ta ve (b) ses seviyesinin düşürülmüş olduğu 1.0 W'ta hoparlöre beslenen akımın kko voltaj ve kko akım şiddeti nedir?

*Toplam yüke bağlı olarak şebeke voltajı değişebilir, ama 60 Hz veya 50 Hz olan frekans kesinlikle sabit kalır.

25–8 Elektrik Akımına Mikroskopik bir Bakış: Akım Yoğunluğu ve Sürüklenme Hızı



ŞEKİL 25–24 I akımını taşıyan, A kesit alanlı düzgün bir teldeki $\vec{\mathbf{E}}$, elektrik alanı. Akım yoğunluğu $j = I/A$

Bu bölümde şimdiye kadar elektrik akımıyla makroskopik bir bakış açısından ilgilendik. Bununla beraber, atom teorisine göre metal tellerde akımın negatif yüklü elektronlar tarafından taşındığını, sıvı çözeltilerde ise pozitif veya negatif iyonlarca taşınabildiğini gördük. Şimdi bu mikroskopik resme daha ayrıntılı bakalım.

Düzgün kesitli bir telin iki ucuna bir potansiyel farkı uygulandığında elektrik alanı E 'nin doğrultusu tel kenarlarına paraleldir (Şek. 25-24). Artık durgun bir durumla uğraşmadığımız için, iletken telin içinde $\vec{\mathbf{E}}$'nin varlığı daha önceki elektrostatik durumda bir iletken içinde $\vec{\mathbf{E}} = 0$ olacağı sonucumuzla çelişmez. Bir iletkende yükler hareket etmekte serbesttir ve dolayısıyla bir elektrik alanının etkisi altında hareket edebilirler. Eğer bütün yükler durgunsa, o zaman $\vec{\mathbf{E}}$ sıfır olmalıdır (elektrostatik).

Şimdi yeni bir mikroskopik niceliği, **akım yoğunluğu** $\vec{\mathbf{j}}$'yi tanımlayacağız. Bu nicelik uzayın herhangi bir noktasında *birim kesit alanı başına düşen elektrik akımı* şeklinde tanımlanır. Eğer kesit alanı A olan bir tel içindeki akım yoğunluğu $\vec{\mathbf{j}}$ kesit alanı üzerinde düzgün dağılmışsa o zaman j elektrik akımına aşağıdaki gibi bağlıdır:

$$j = \frac{I}{A} \quad \text{veya} \quad I = jA. \tag{25–11}$$

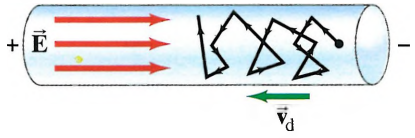
Eğer akım yoğunluğu düzgün dağılmamışsa, o zaman genel ilişki aşağıdaki gibidir:

$$I = \int \vec{\mathbf{j}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}, \tag{25–12}$$

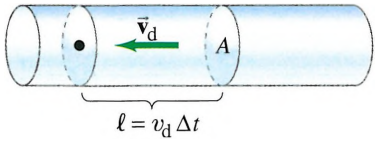
$d\vec{\mathbf{A}}$ isonsuz küçük bir yüzey elemanı ve I üzerinde integral alınan yüzeyden geçen elektrik akımıdır. Herhangi bir noktadaki akım yoğunluğunun doğrultusu bir pozitif yükün bu noktaya yerleştirildiğinde hareket edeceği doğrultudur —yani, $\vec{\mathbf{j}}$'nin herhangi bir noktadaki doğrultusu genelde $\vec{\mathbf{E}}$'nin doğrultusu ile aynıdır (Şek. 25-24). Akım yoğunluğu uzaydaki herhangi bir nokta için vardır. Öte yandan, elektrik akımı I bir iletkenin bütünüyle ilgilidir ve bu nedenle de makroskopik bir niceliktir.

$\vec{\mathbf{j}}$'nin doğrultusu bir iletkende net pozitif yük akışı doğrultusunu gösterecek şekilde seçilir. Bir iletkende hareket eden yükler negatif yüklü elektronlardır, o yüzden $-\vec{\mathbf{j}}$, veya $-\vec{\mathbf{E}}$ doğrultusunda hareket ederler (Şek. 25-24'de sola doğru). Serbest elektronların (bir bakıma gaz molekülleri gibi, Bölüm 18) yüksek hızlarla rasgele hareket ettiklerini, tel atomlarına çarpıp çarpıp geri teptiklerini hayal edebiliriz. Telde bir elektrik alanı olduğunda, Şek.25-25, elektronlar bir kuvvet hissederler ve ivmelenmeye başlarlar. Ama kısa sürede $\vec{\mathbf{E}}$, doğrultusunda, sürüklenme hızı, $\vec{\boldsymbol{v}}_\mathrm{d}$ dediğimiz az çok sabit bir hıza ulaşırlar (atomlarla yaptıkları çarpışmalar daha fazla ivmelenmelerini önler). Sürüklenme hızı normalde elektronların rasgele hareket ederkenki hızlarından çok daha küçüktür.

ŞEKİL 25–25 Bir teldeki elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$, rasgele hareket eden elektronlara $\vec{\boldsymbol{v}}_\mathrm{d}$ sürüklenme hızını verir.



ŞEKİL 25–26 $A\ell$ hacmindeki elektronlar gösterilen kesit alanını Δt, süresi içinde geçeceklerdir. Burada $\ell = v_\mathrm{d}\,\Delta t$.



Sürüklenme hızı v_d'yi teldeki makroskopik akım şiddeti I ile ilişkilendirebiliriz. Bir Δt, süresi içinde elektronlar ortalama olarak $\ell = v_\mathrm{d}\,\Delta t$ kadar yol gideceklerdir. Telin kesit alanının A olduğunu varsayın. O zaman Δt, süresinde $V = A\ell = Av_\mathrm{d}\,\Delta t$ kadarlık hacimdeki elektronlar Şek. 25-26'da gösterildiği gibi telin kesit alanı A'yı geçeceklerdir. Eğer birim hacim başına n serbest elektron ($n = N/V$; herbirinin yükü $-e$) varsa, o zaman süresi içinde A alanından geçen toplam yük ΔQ

$$\begin{aligned}\Delta Q &= (\text{parçacık sayısı, } N) \times (\text{parçacık başına yük}) \\ &= (nV)(-e) = -(nAv_\mathrm{d}\,\Delta t)(e).\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Böylece teldeki akım şiddeti I

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -neAv_\mathrm{d} \tag{25–13}$$

olacaktır. Akım yoğunluğu $j = I/A$ ise

$$j = -nev_\mathrm{d}. \tag{25–14}$$

Bunun vektör formunda yazılışı:

$$\vec{\mathbf{j}} = -ne\vec{\mathbf{v}}_\mathrm{d} \tag{25–15}$$

şeklindedir ki eksi işareti pozitif akım doğrultusunun elektronların sürüklenme hızı doğrultusuna zıt yönde olduğunu belirtir.

Dnk. 25-15'i herhangi bir yük akışına, örneğin bir elektrolitte iyonların akışına genelleştirebiliriz. Eğer yoğunlukları n_i (birim hacim başına sayı), yükleri q_i, ve sürüklenme hızları $\vec{\mathbf{v}}_{di}$, olan, serbest elektronların da aralarında olabileceği bir kaç çeşit iyon varsa, o zaman herhangi bir noktadaki net akım yoğunluğu

$$\vec{\mathbf{j}} = \sum_i n_i q_i \vec{\mathbf{v}}_{di}. \qquad \textbf{(25–16)}$$

Düzgün dağılmış $\vec{\mathbf{j}}$ 'ye dik A alanından geçen toplam akım şiddeti bu durumda

$$I = \sum_i n_i q_i v_{di} A.$$

ÖRNEK 25–14 **Bir teldeki elektron hızları.** 3.2 mm çaplı bir bakır tel 5.0 A akım taşımaktadır. (*a*) teldeki akım yoğunluğunu, (*b*) elektronların sürüklenme hızını bulun. (*c*) İdeal gaz molekülleri gibi davrandıklarını varsayarak elektronların kko hızlarını tahmin edin. Her bir bakır atomu başına bir elektronun hareket etmekte serbest olduğunu (diğerleri atoma bağlı kalır) varsayın.

YAKLAŞIM (*a*) için $j = I / A = I / (\pi r^2)$. (*b*) için, birim hacim başına serbest elektron sayısı n'yi belirleyebilirsek, vd 'yi bulmak için Dnk.25-14'ü kullanabiliriz. Atom başına bir serbest elektron varsaydığımız için, serbest elektron yoğunluğu n, bakır atomu yoğunluğu ile aynıdır. Bakırın atomik kütlesi 63.5 u'dur (bkz. arka kapağın iç tarafındaki Periyodik Cetvel), dolayısıyla 63.5 g bakır 1 mol, yani 6.02×10^{23} serbest elektron içerir. Bakırın özkütlesi $\rho_D = 8.9 \times 10^3\,\text{kg/m}^3$, (Tablo 13-1), ki $\rho_D = m/V$. (Özkütleyi ρ_D ile temsil ettiğimiz özdirençten ayırt etmek için ρV ile temsil ediyoruz.) (*c*) içinse Dnk. 18-4'ü, $K = (3/2)\,kT$ kullanırız. (Hacmi temsil eden V'yi voltajı temsil eden V ile karıştırmayınız.)

ÇÖZÜM (*a*) ($r = \frac{3}{2}(3.2\,\text{mm}) = 1.6 \times 10^{-3}\,\text{m}$ ile) akım yoğunluğu:

$$j = \frac{I}{A} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{5.0\,\text{A}}{\pi(1.6 \times 10^{-3}\,\text{m})^2} = 6.2 \times 10^5\,\text{A/m}^2.$$

(*b*) Birim hacim başına serbest elektron sayısı, $n = N/V$ ve $V = m/\rho_D$)'den

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{m/\rho_D} = \frac{\text{N (1 mol)}}{m\,\text{(1 mol)}}\rho_D$$

$$n = \left(\frac{6.02 \times 10^{23}\ \text{elektron}}{63.5 \times 10^{-3}\,\text{kg}}\right)(8.9 \times 10^3\,\text{kg/m}^3) = 8.4 \times 10^{28}\,\text{m}^{-3}\text{'dür.}$$

Bundan sonra, Dnk.25-14'ten sürüklenme hızının büyüklüğü

$$v_d = \frac{j}{ne} = \frac{6.2 \times 10^5\,\text{A/m}^2}{(8.4 \times 10^{28}\,\text{m}^{-3})(1.6 \times 10^{-19}\,\text{C})} = 4.6 \times 10^{-5}\,\text{m/s} \approx 0.05\,\text{mm/s}.$$

(*c*) Eğer serbest elektronları ideal gaz molekülleriyle modellersek (oldukça kabaca bir yaklaşım), bir elektronun etrafta rasgele dolaşırkenki kko hızını tahmin etmek için Dnk. 18-5'i kullanırız:

$$v_{kko} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3(1.38 \times 10^{-23}\,\text{J/K})(293\,\text{K})}{9.11 \times 10^{-31}\,\text{kg}}} = 1.2 \times 10^5\,\text{m/s}.$$

Sürüklenme hızı (akım doğrultusundaki ortalama hız) elektronların ısı enerjilerinden ileri gelen kko hızlarından çok daha küçüktür, 10^9 kat daha küçük.

NOT (*c*)'deki sonuç düşük bir tahmindir. Kuantum teorilerine ve deneylere dayalı hesaplamalar bakırdaki kko hızını 1.6 × 106 m/s olarak verir.

Elektronların bir teldeki sürüklenme hızları çok düşüktür, 0.05 mm/s kadar (yukarıdaki Örnek 25-14); bu da bir elektronun yalnızca 1 m'lik bir yol katetmesinin $5\frac{1}{2}$ saat süreceği anlamına gelir. Tabi ki bu "elektriğin hızı" değildir; bir düğmeye bastığınızda, bir lamba —metrelerce uzakta olsa bile— neredeyse anında yanar. Neden? Çünkü elektrik alanları temelde ışık hızıyla (3×10^8 m/s) hareket ederler. Bir teldeki elektronları bir boruyu dolduran suya benzetebiliriz: boruya bir uçtan birazcık su girse, neredeyse anında diğer uçtan biraz su çıkar.

*Bir Tel İçindeki Elektrik Alan

Dnk. 25-2b mikroskopik nicelikler cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir. Direnç R'yi özdirenç ρ cinsinden yazarız:

$$R = \rho \frac{\ell}{A}.$$

Sonra V ve I'yı

$$I = jA \qquad \text{ve} \qquad V = E\ell$$

şeklinde yazarız. Bu son eşitlik, uçları arasındaki potansiyel farkı V olan ve uzunluğu ℓ olan bir telin (veya telin bir kısmının) içindeki elektrik alanının düzgün yayılmış olduğunu varsayarak Dnk. 23-4'den bulunur. Böylece, $V = IR$'den, şunu buluruz:

$$E\ell = (jA)\left(\rho \frac{\ell}{A}\right) = j\rho\ell$$

dolayısıyla

$$j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E, \tag{25–17}$$

ki buradaki $\sigma = 1/\rho$ öziletkenliktir (Dnk. 25-4). Metal bir iletken için, ρ ve σ V'ye (dolayısıyla da E'ye) bağlı değildirler. Bu nedenle, akım yoğunluğu $\vec{\mathbf{j}}$ iletken içindeki elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$ ile doğru orantılıdır. Bu da Ohm yasasının "mikroskopik" bir ifadesidir. Vektör formunda

$$\vec{\mathbf{j}} = \sigma\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{\rho}\vec{\mathbf{E}},$$

şeklinde yazılan Dnk. 25-17 bazen öziletkenlik σ ve özdirenç ρ'nun tanımı olarak kabul edilir.

ÖRNEK 25–15 **Bir tel içindeki elektrik alan.** Örnek 25-14'deki tel içindeki elektrik alanı nedir?

YAKLAŞIM Dnk.25-17'yi ve bakır için $\rho = 1.68 \times 10^{-8}\,\Omega\cdot\text{m}$ kullanırız.

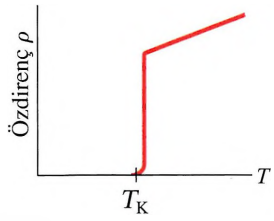
ÇÖZÜM Örnek 25–14'de $j = 6.2 \times 10^5\,\text{A/m}^2$, bulunmuştu.

$$E = \rho j = (1.68 \times 10^{-8}\,\Omega\cdot\text{m})(6.2 \times 10^5\,\text{A/m}^2) = 1.0 \times 10^{-2}\,\text{V/m}.$$

NOT Karşılaştırma için, bir sığacın levhaları arasındaki elektrik alanı çoğunlukla çok daha büyüktür; Örnek 24-1'de, örneğin, E'nin mertebesi 10^4 V/m'dir. Böylelikle, pratik durumlarda akım akışı için ancak küçük bir elektrik alanı gerektiğini görüyoruz.

*25–9 Süperiletkenlik

Çok düşük sıcaklıklarda, 0°C'nin oldukça altında, bazı metallerin ve belli bileşik veya alaşımların özdirençleri (Kısım 25-4) yüksek duyarlıklı tekniklerle ölçüldüklerinde sıfır olurlar. Böyle bir durumdaki malzemelerin süperiletken oldukları söylenir. Bu durum ilk defa 1911'de cıvayı 4.3 K (–269°C)'ın altına kadar soğutan ve cıvanın direncinin aniden sıfıra düştüğünü bulan H. K. Onnes (1853-1926) tarafından gözlenmişti. Genelde süperiletkenler ancak mutlak sıfırın bir kaç derece üstündeki belli bir *geçiş sıcaklığının* veya *kritik sıcaklığın*, T_K, altında süperiletmeye başlarlar. Halka şeklindeki bir süperiletken malzemedeki akımın bir potansiyel farkının yokluğunda hiç bir ölçülebilir azalma göstermeksizin yıllarca aktığı gözlenmiştir. Ölçümler süperiletkenlerin özdirençlerinin 4ρ 10^{-25} Ω m'nin altında olduğunu göstermiştir ki bu değer bakırınkinin 10^6'da birinden daha az olup pratikte sıfır sayılır. Bknz. Şek. 25-27.



ŞEKİL 25–27 Süperiletken bir malzeme, sıcaklığı, T_K "kritik sıcaklığı"n altında ise, sıfır özdirence sahiptir. T_K sıcaklığında özdirenci "normal" bir değere fırlar ve çoğu malzemede olduğu gibi sıcaklıkla doğrusal olarak artar (Dnk. 25–5).

1986'dan önce bir malzemenin süperiletmeye başladığı en yüksek sıcaklık 23 K'di ki malzemeyi bu sıcaklığa kadar soğutmak için sıvı helyum gerekiyordu. 1987'de İtriyum, baryum, bakır ve oksijenin 90 K'de süperiletken olabilen bir bileşiği (YBCO) geliştirildi. Bu önemli bir ilerlemeydi, çünkü —bu malzemenin süperiletkenliğini devam ettirmek için yeterince soğuk olan— 77 K'de kaynayan sıvı azot alışılmış süperiletkenleri soğutmak için gerekli olan sıvı helyumdan daha kolay ve daha ucuza elde edilebilmektedir. 160 K kadar yüksek sıcaklıklarda da süperiletkenlik görüldüğü bildirilmiştir, ama kırılgan bileşiklerde.

Günümüzde, çoğu uygulamalarda kısaca BSCCO diye bilinen bizmut-stronsiyum-kalsiyum- bakır oksit kullanılır. Çok kırılgan olan BSCCO'dan nasıl olup da kullanılabilir esnek teller yapılacağı önemli bir problemdir. (Bir çözüm bu yüksek T_K'li süperiletkenden yapılma çok küçük telcikleri, dirençsiz olmayan, ama direnci sıradan bir bakır kablonunkinden çok daha düşük olan bir metal alaşımı içine gömmektir.

*25–10 Sinir Sisteminde Elektrik İletimi

İnsan sinir sisteminde elektrik yükü akışı dünyanın farkında olmamız olanağını sağlar. Ayrıntılı çalışması iyi anlaşılmamışsa da, sinir sisteminde mesajların nasıl iletildiğini makul bir seviyede anlıyoruz: Bunlar sinir sisteminin temel elemanları olan nöronları dolaşan elektrik sinyallerle olur.

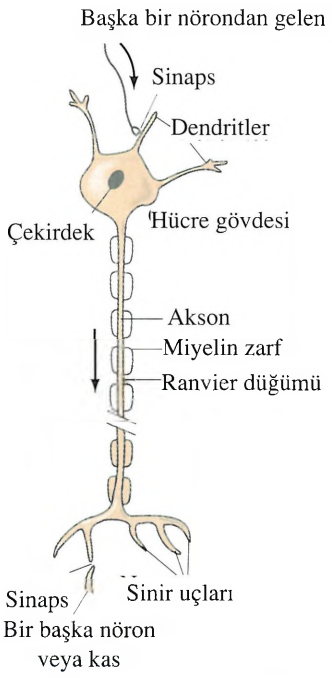
Nöronlar alışılmadık şekillere sahip canlı hücrelerdir (Şek. 25-28). Ana hücre gövdesine ekli olarak *dendritler* diye bilinen küçük çıkıntılar ile *akson* denilen uzun bir kuyruk bulunur. Sinyaller dendritler tarafından alınır ve akson boyunca iletilirler. Bir sinyal sinir uçlarına eriştiğinde, *sinaps* diye adlandırılan bağlantı noktalarından bir sonraki nörona veya bir kasa iletilirler.

Bir elektrik sinyalini iletmeden önce, bir nöron "durgunluk hali" denilen durumdadır. Hemen hemen diğer bütün canlı hücrelerde olduğu gibi, nöronların hücre duvarının dış tarafında pozitif bir net yük, iç tarafında negatif bir net yük vardır. Bu yük farkı, veya "dipol tabakası" hücre duvarının iki tarafı arasında bir potansiyel farkı olduğu anlamına gelir. Bir nöron bir sinyal iletmediği zaman normalde şu şekilde ifade edilen bu "durgunluk potansiyeli"

$$V_{iç} - V_{dış}$$

organizmanın tipine bağlı olarak genelde –60 mV ve –90 mV arasındadır. Bir hücrede en çok bulunan iyonlar K^+, Na^+, ve Cl^-'dir. Tablo 25-2'deki tipik değerlerle belirtildiği gibi bu iyonların hem hücre içindeki, hem de hücre dışındaki konsantrasyonları arasında büyük farklar vardır. Başka iyonlar da vardır, dolayısıyla da bir aksonun hem içindeki sıvılar elektriksel açıdan nötrdür. Konsantrasyon farkları nedeniyle bu iyonların hücre zarını geçerek yayılma eğilimleri vardır (Yayılma konusu için Kısım 18-7'ye bakın). Bununla beraber, durgunluk halinde hücre zarı (Na^+ iyonlarını hücre dışına "aktif pompalayan" bir mekanizmayla) herhangi bir net Na+ akışını engeller. Ama Cl^- iyonlarının, daha az bir ölçüde de K^+ iyonlarının akışına izin verir, ve zar üzerindeki dipol yük tabakasını oluşturan da bu iki tür iyonlardır. Hücre içinde, hücre dışındakinden daha yüksek bir K^+ konsantrasyonu olduğu için, daha çok K^+ iyonu zarı geçerek hücre içine doğru değil de hücre dışına doğru yayılma eğilimindedirler. Zarı geçen bir K^+ iyonu zarın dış yüzeyine yapışır ve hücrenin iç yüzeyinde kendisininkine eşit büyüklükte bir negatif yük bırakır (Şek. 25-29). Bundan bağımsız olarak, dışardaki konsantrasyonları daha yüksek olduğu için, Cl^- iyonları da hücre içine doğru yayılma eğilimindedirler. Hem K^+ iyonları, hem de Cl^- iyonları hücre zarının iç yüzeyini negatif, dış yüzeyini pozitif yükleme eğilimi gösterirler. Zar yüzeylerinde yük biriktikçe daha fazla iyonların yayılması gittikçe daha zor olur: Örneğin, dışarı doğru gitmeyi deneyen K^+ iyonları orada bulunan pozitif yük tarafından itilirler. Konsantrasyon farkından ileri gelen yayılma eğilimi zarın iki yüzeyi arasındaki potansiyel farkıyla tamı tamına dengelendiği zaman denge durumuna erişilmiş olur. Konsantrasyon farkı ne kadar büyükse, zar üzerindeki potansiyel farkı da o kadar büyüktür (–60 mV'dan –90 mV'a kadar).

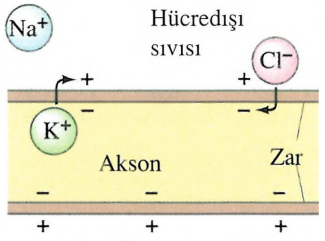
Bir nöronun en önemli özelliği bir durgun hal potansiyeline sahip olması (çoğu hücrede vardır) değildir, ama bir uyarıcıya cevap verebiliyor ve uzunluğu boyunca bir sinyal iletebiliyor olmasıdır. Uyarıcı ısıyla ilgili (sıcak bir sobaya dokunduğunuzda) veya kimyasal (tad alma tomurcuklarında olduğu gibi) olabilir. Basınçtan (kulak zarında veya deri üzerinde olduğu gibi) veya ışıktan (gözde olduğu gibi) ileri gelebilir. Beyinden veya başka bir nörondan gelen bir elektrik sinyali de olabilir. Laboratuarda uyarıcı genellikle elektrikseldir ve nöron üzerindeki bir noktadaki küçücük bir elektrot tarafından verilir. Eğer uyarıcı belli bir eşik seviyeyi aşarsa, bir voltaj pulsu akson boyunca yol alacaktır. Bu voltaj pulsu Şek. 25-30'daki gibi bağlanmış bir voltmetre veya osiloskop kullanılarak akson



ŞEKİL 25–28 Tipik bir nöronun basitleştirilmiş bir şeması.

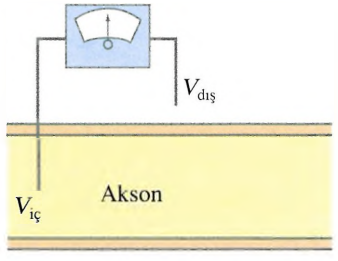
TABLO 25–2
Tipik bir Aksonun İçindeki ve Dışındaki İyon Konsantrasyonları

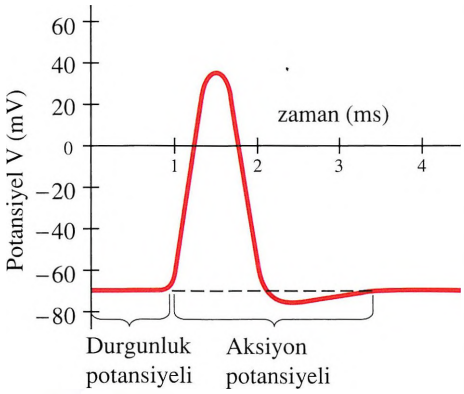
	Akson içindeki konsantrasyon (mol/m^3)	Akson dışındaki konsantrasyon (mol/m^3)
K^+	140	5
Na^+	15	140
Cl^-	9	125



ŞEKİL 25–29 Bir hücre zarı üzerinde bir dipol yük tabakasının nasıl oluştuğu.

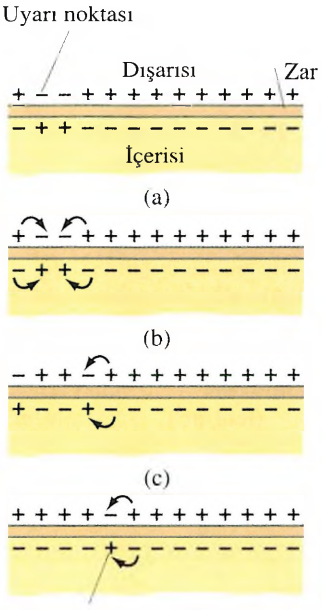
ŞEKİL 25–30 Bir sinir hücresinin içi ve dışı arasındaki potansiyel farkının ölçümü.





ŞEKİL 25–31 Aksiyon potansiyeli.

ŞEKİL 25–32 Bir aksiyon potansiyelinin akson zarı boyunca ilerlemesi.



üzerindeki bir noktada ölçülebilir. Voltaj pulsu Şek. 25-31'de gösterilen şekle sahiptir, ve **aksiyon potansiyeli** şeklinde adlandırılır. Görüldüğü gibi, potansiyel –70 mV'a yakın bir durgunluk potansiyelinden başlayarak artar ve pozitif 30 mV veya 40 mV olur. Aksiyon potansiyeli 1 ms kadar sürer ve akson boyunca 30 m/s'den 150 m/s'ye değişen bir hızla yol alır. Bir aksiyon potansiyeli ortaya çıktığında sinirin "tetiklenmiş" olduğu söylenir.

Aksiyon potansiyeline sebep olan nedir? Öyle görünüyor ki, hücre zarı geçirgenlik özelliklerini değiştirme yeteneğine sahiptir. Uyarıcının ortaya çıktığı noktada zar aniden Na^+ iyonlarına karşı K^+ ve Cl^- iyonlarına karşı olduğundan çok daha geçirgen olur. Böylece Na^+ iyonları (Şek. 25-31'de ≈ +30 mV). Neredeyse aynı çabuklukla zar başlangıç özelliklerine geri döner: Na^+ iyonlarına karşı geçirişsiz olur, ve hatta Na^+ iyonlarını dışarı pompalar. Yine Cl^- ve K^+ iyonlarının yayılması baskın gelir ve başlangıçtaki durgunluk potansiyeline geri dönülür (Şek. 25-31'de –70 mV).

Aksiyon potansiyelinin akson boyunca yol almasına ne sebep olur? Aksiyon potansiyeli, Şekil 25-31a'da gösterildiği gibi, uyarılma noktasında oluşur. Bu noktada, zar bir anlığına içeride pozitif, dışarıda negatiftir. Şekil 25-31b'de gösterildiği gibi yakındaki yükler bu bölgeye doğru çekilirler. Bu yakın bölgelerdeki potansiyel düşer; orada da bir aksiyon potansiyeli oluşmasını sağlar. Böylece, zar başlangıç noktasında normale dönerken, yakın bölgelerde aksiyon potansiyelini hisseder, bu nedenle de aksiyon potansiyeli akson boyunca yol alır (Şek. 25-32c ve d).

Zardan geçen iyonların konsantrasyonları önemli derecede değiştirip değiştirmediğini merak etmiş olabilirsiniz. Cevap hayırdır, ve ve bunun neden böyle olduğunu aşağıdaki örnekte aksonu bir sığaç gibi değerlendirerek gösterebiliriz.

ÖRNEK 25–16 **TAHMİN EDİN** **Bir aksonun sığası.** (*a*) 10 cm uzunlukta ve yarıçapı 10 mm olan bir aksonun kapasitansı için bir mertebe tahmini yapın. Zarın kalınlığı 10^{-8} m'dir ve dielektrik sabiti 3 kadardır. (*b*) Bir aksiyon potansiyelinin sonucu olarak hücredeki Na^+ iyonlarının konsantrasyonu ne oranda değişir?

YAKLAŞIM Akson zarını, iki tarafında zıt yükler olan, silindirik şekilli, paralel levhalı bir sığaç gibi modelleriz. "Levhalar" arası uzaklık zar kalınlığıdır, $d \approx 10$ m. Önce silindir yüzey alanının hesaplar ve sonra Dnk. 24-8'i, $C = K\epsilon_0 A/d$,'yi kullanarak kapasitansı bulabiliriz. (*b*)'de de zardan geçip giden yük miktarını bulmak için bir aksiyon potansiyeli sırasındaki voltaj değişimini kullanırız.

ÇÖZÜM (*a*) Yarıçapı r ve uzunluğu ℓ olan bir silindirin yüzey alanı A:

$$A = 2\pi r\ell \approx (6.28)(10^{-5}\,\text{m})(0.1\,\text{m}) \approx 6 \times 10^{-6}\,\text{m}^2.$$

Dnk. 24-8'den:

$$C = K\epsilon_0 \frac{A}{d} \approx (3)(8.85 \times 10^{-12}\,\text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)\frac{6 \times 10^{-6}\,\text{m}^2}{10^{-8}\,\text{m}} \approx 10^{-8}\,\text{F}.$$

(*b*) Voltaj –70 mV'dan +30 mV'a değiştiği için, toplam voltaj değişimi 100 mV kadardır. O zaman hareket eden yük miktarı:

$$Q = CV \approx (10^{-8}\,\text{F})(0.1\,\text{V}) = 10^{-9}\,\text{C 'dur.}$$

Her bir iyon $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, yük taşır, dolayısıyla her bir aksiyon potansiyelinde hareket eden iyon sayısı $Q/e = (10^{-9}\,\text{C})/(1.6 \times 10^{-19}\,\text{C}) \approx 10^{10}$. Silindirik aksonun hacmi

$$V = \pi r^2\ell \approx (3)(10^{-5}\,\text{m})^2(0.1\,\text{m}) = 3 \times 10^{-11}\,\text{m}^3$$

ve hücre içinde Na^+ iyonlarının konsantrasyonu (Tablo 25-2): 15 mol/m^3 = 15 × 6.02 × 10^{23} iyon/m^3 ≈ 10^{25} iyon/m^3'dür. Yani hücre (10^{25} iyon/m^3) – (3 ×1 0^{-11} m3) ≈ 3 ×10^{14} adet Na^+ iyonu içerir. Demek ki bir aksiyon potansiyeli Na^+ konsantrasyonunu yaklaşı $10^{10}/(3 \times 10^{14}) = \frac{1}{3} \times 10^{-4}$, oranında, yani 30,000'de bir kadar değiştirecektir. Bu küçücük değişim ölçülemezdi.

Yani 1000 aksiyon potansiyeli bile konsantrasyonu önemli ölçüde değiştiremezdi. Bu nedenle, sodyum pompası bir aksiyon potansiyelinden sonra Na^+ iyonlarını çabucak uzaklaştırmak zorunda değildir; göreli olarak sabit bir konsantrasyonu sürdürmek için çalışmasını zamana yayabilir.

Özet

Bir **elektrik pili** kimyasal enerjiyi elektrik enerjisine dönüştürerek hemen hemen sabit bir potansiyel farkı kaynağı gibi davranır. Basit bir pil elektrolit denen bir çözelti veya macun içine gömülü farklı metallerden yapılma iki elektrottan ibarettir.

Elektrik akımı, I, elektrik yükünün akış hızıyla ilgilidir ve ampere (A) ile ölçülür: 1 A verilen bir noktadan 1C/s'lik yük akışına eşdeğerdir.

Konvansiyonel akımın yönü pozitif yük akışının yönüdür. Bir telde akan aslında negatif yüklü elektronlardır, dolayısıyla konvansiyonel akımın tersi yönde akarlar. Belli bir yönde pozitif yük akışı hemen her zaman ters yöndeki negatif yük akışına eşdeğerdir. Pozitif konvansiyonel akım her zaman yüksek bir potansiyelden düşük bir potansiyele doğru akar.

Bir aygıtın **direnci** aşağıdaki ilişkiyle tanımlanır:

$$V = IR, \qquad (25\text{–}2)$$

ki burada I aygıt üzerine V kadar potansiyel farkı uygulandığında aygıttan geçen akım şiddetidir. Metaller gibi malzemeler için R, V'den bağımsızdır (ve böylece $I \propto V$), bu sonuç **Ohm yasası** olarak bilinir. Böylece, voltajı V olan bir pilden gelen akım şiddeti I, pile bağlı olan devrenin direnci R'ye bağlıdır.

Voltaj bir tel üzerinde, iki ucu arasında uygulanır. Akım bir telin veya aygıtın içinden geçer. Direnç telin veya aygıtın bir özelliğidir.

Direnç birimi **ohm** (Ω)'dur; 1 Ω = 1 V / A. Bkz. Tablo 25-3.

TABLO 25–3 Birimlerin Özeti

Akım	1 A = 1 C/s
Potansiyel farkı	1 V = 1 J/C
Güç	1 W = 1 J/s
Direnç	1 Ω = 1 V/A

Bir telin direnci R kesit alanı A ile ters orantılı, boyu ℓ ve malzemenin özdirenç diye adlandırılan bir özelliği ile doğru orantılıdır:

$$R = \frac{\rho \ell}{A}. \qquad (25\text{–}3)$$

Özdirenç ρ metaller için sıcaklıkla artar, ama yarımetaller için sıcaklıkla azalabilir.

Enerjinin bir direnç içinde elektrikselden diğer formlara (ısı veya ışık gibi) dönüşüm hızı akım şiddeti ve voltajın çarpımına eşittir. Yani, dönüştürülen **güç**, watt cinsinden şu şekilde verilir:

$$P = IV, \qquad (25\text{–}6)$$

Dirençler için bu aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$P = I^2R = \frac{V^2}{R}. \qquad (25\text{–}7)$$

Güç için SI birimi **watt**'dır (1 watt = 1 J/s).

Herhangi bir aygıtta dönüştürülen toplam elektrik enerjisi onun gücüyle aygıtın çalıştırıldığı süresinin çarpımına eşittir. SI birimiyle, enerji joule cinsinden verilir (1 J = 1 W·s), ama elektrik şirketleri daha büyük bir birimi, kilowatt-saati (kW-sa) kullanır

(1 kW-sa = 3.6×10^6 J)

Elektrik akımı **doğru akım** (DA) olabilir, ki o zaman akım tek bir yönde akar, veya **alternatif akım** (AA) olabilir, ki o zaman akım belli bir frekansla (genelde 60 Hz) yön değiştirir. Alternatif akımlar genelde zamana karşı sinüzoidal olarak değişir.

$$I = I_0 \sin \omega t, \qquad (25\text{–}8)$$

Burada $\omega = 2\pi f$ 'dir, ve akım bir alternatif voltaj kaynağından gelmektedir.

Sinüzoidal olarak dalgalanan akımlaın ve voltajların **kko değerleri** şunlarla ifade edilirler:

$$I_{\text{kko}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{ve} \quad V_{\text{kko}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}, \qquad (25\text{–}9)$$

ki I_0 ve V_0 **tepe değerleridir.** Güç ilişkisi $P = I\,V = I^2\,R = V^2 / R$, alternatif akımlarda akım ve voltajın kko değerleri kullanıldığında ortalama güç için geçerlidir.

Akım yoğunluğu $\vec{\mathbf{j}}$ birim kesit alanı başına akımdır. Mikroskopik bir bakış açısından, akım yoğunluğu birim hacimdeki yük taşıyıcı sayısı n, taşıyıcıların her birinin yükü q ve onların **sürüklenme hızı** $\vec{\mathbf{v}}_{\text{d}}$ ile ilgilidir.

$$\vec{\mathbf{j}} = nq\vec{\mathbf{v}}_{\text{d}}. \qquad (25\text{–}16)$$

Bir teldeki elektrik alanı akım yoğunluğuna $\vec{\mathbf{j}} = \sigma\vec{\mathbf{E}}$ şeklinde bağlıdır; $\sigma = 1/\rho$ **öziletkenlik**tir.

[*Çok düşük sıcaklıklarda bazı malzemeler **süperiletken** olurlar; bu onların elektrik direncinin sıfır olduğu anlamına gelir.]

[*İnsan sinir sistemi elektriksel iletim yoluyla çalışır; bir sinir "tetiklendiği" zaman **aksiyon potansiyeli** diye bilinen bir voltaj pulsu yola çıkar.]

Sorular

1. Amper-saat (A·sa) ile verilen pil özelliğiyle hangi nicelik ölçülmektedir?
2. Bir elektrik hücresi bir devreye bağlandığında elektronlar devredeki negatif uçtan uzağa doğru akarlar. Ama hücre içinde elektronlar negatif uca doğru akarlar. Açıklayın.
3. Bir el feneri kullanıldığında tüketilen nedir, pil akımı mı, pil voltajı mı, pil enerjisi mi, pil gücü mü, yoksa pilin direnci mi? Açıklayın.
4. Bir araba aküsünün bir ucunun "toprağa" bağlı olduğu söylenir. Gerçekte toprağa bağlı olmadığına göre, bu ifadeden kastedilen nedir?
5. Bir musluğu açtığınızda su genellikle hemen akar. Suyun musluğun vanasından ucuna doğru akması için beklemek zorunda kalmazsınız. Neden kalmazsınız? Bir teli bir pilin uçlarına bağladığınızda da aynı şey geçerli midir?
6. Aynı uzunlukta bir bakır tel ile bir alüminyum tel aynı dirence sahip olabilirler mi? Açıklayın.
7. $P = V^2 / R$ eşitliği bir rezistörde direnç artarsa harcanan gücün azalacağını belirtir; halbuki $P = I^2R$ eşitliği ise tersini ima eder. Burada bir çelişki var mıdır? Açıklayın.
8. Bir ampül patladığında olan nedir?

9. Eğer küçük bir daldırmalı su ısıtıcısının (çay veya çorba yapmak için su ısıtanlardan, Şek. 25-33) direnci arttırılsaydı, ısıtma süreci hızlandırılmış mı, yoksa yavaşlatılmış mı olurdu? Açıklayın.



ŞEKİL 25–33
Soru 9.

10. Karbondan yapılma dikdörtgenler prizması şeklindeki bir katı cismin kenar uzunlukları a, $2a$, ve $3a$ ise, bir pilden gelen telleri nasıl bağlardınız ki (*a*) en düşük direnci, (*b*) en yüksek direnci elde edesiniz?
11. Ampüllerin neden uzun süre açık kaldıktan sonra değil de neredeyse her zaman açılır açılmaz patladıklarını açıklayın.
12. Hangisi daha fazla akım çeker, 100 W'lık bir ampül mü, yoksa 75 W'lık bir ampül mü? Hangisinin direnci daha yüksektir?
13. Elektrik gücü uzun mesafeler üzerinde çok yüksek voltajlarla aktarılır. Yüksek voltajın nakil hatlarında güç kaybını nasıl azalttığını açıklayın.
14. 15 A'lik bir sigorta tekrar tekrar atmaktadır. Bu sigortayı 25 A'lik bir sigorta ile değiştirmek neden tehlikelidir?
15. Elektrik ışıkları düşük bir frekansta (diyelim 5 Hz'de) çalıştırıldıkları zaman gözle görülecek kadar pırpır ederler. Neden?
16. AA gücüyle yönlendirildiklerinde, aynı elektronlar okuma lambanızdan defalarca gelip geçerler. Neden ışığınızın elektronların ilk geçişinden sonra sönmeyip yanar kaldığını açıklayın.
17. Bir tost makinesinin ısıtma elemanı nikrom telden yapılmıştır. Tost makinesi çalıştırıldıktan hemen sonra, teldeki akım şiddeti (I_{kko}) azalmakta mı, artmakta mı, yoksa aynı mı kalmaktadır? Açıklayın.
18. Akım bir dirençte tüketilir mi? Açıklayın.
19. Şekil olarak aynı olup atom yoğunlukları benzer olan, ama birindeki atom başına serbest elektron sayısı diğerindekinin iki katı olan iki teldeki elektrik akımlarını ve sürüklenme hızlarını karşılaştırın.
20. Uzunluğu ℓ ve yarıçapı r olan bir telin uçlarına bir V potansiyel farkı bağlanmıştır. (*a*) ℓ iki katına çıkarılırsa, (*b*) r iki katına çıkarılırsa, (*c*) V iki katına çıkarılırsa, elektron sürüklenme hızı nasıl etkilenir?
21. Neden elektrikli bir aygıtı dışarıda çıplak ayaklar üzerinde dururken çalıştırmak, içeride kalın tabanlı ayakkabılar giyerken çalıştırmaktan daha tehlikelidir?

Problemler

25–2 ve 25–3 Elektrik Akımı, Direnç, Ohm Yasası

(*Not:* Bir elektronun üzerindeki yük 1.6×10^{-19} C'dur.)

1. (I) Bir telden 1.30 A'lik bir akım akmaktadır. Teldeki herhangi bir noktadan saniyede kaç elektron geçmektedir?
2. (I) Bir servis istasyonu bir aküyü 6.7 A'lik bir akımla 5.0 saat şarj ediyor. Aküden toplam ne kadar yük geçer?
3. (I) Bir hücre zarından 3.5 μs'de 1200 Na^+ iyonu geçerse akım şiddeti nedir? Sodyum üzerindeki yük elektronunkinin aynıdır, ama pozitiftir.
4. (I) Bir tost makinesi 120 V'ta 4.2 A'lik bir akım üretiyorsa direnci nedir?
5. (II) Elektrikli bir çamaşır kurutucusunun 8.6 Ω'luk bir direnci olan bir ısıtıcı elemanı vardır. (*a*) Bu eleman 240 V'a bağlandığında içinden geçen akım şiddeti nedir? (b) Elemandan 50 dakikada ne kadar yük geçer? (Doğru akım varsayın.)
6. (II) Bir saç kurutucusu 120 V'luk bir şebekeye bağlandığı zaman zaman 9.5 A çekiyor. (*a*) Direnci nedir? (*b*) 15 dakikada içinden ne kadar yük geçer? (Doğru akım varsayın.)
7. (II) 4.5 V'luk bir pil direnci 1.6 Ω olan bir ampüle bağlanmıştır. Pilden dakikada kaç elektron ayrılır?
8. (II) Bir kuş 3100 A taşıyan bir nakil hattı üzerine tünemiştir (Şek. 25-34). Hattın direnci metre başına 2.5×10^{-5} Ω'dur ve kuşun ayakları arasında 4.0 cm mesafe vardır. Kuşun ayakları arasındaki potansiyel farkı ne kadardır?



ŞEKİL 25–34
Problem 8.

9. (II) 12 V'luk bir pil bir rezistörden 0.60 A geçmesine neden oluyor. (*a*) Rezistörün direnci nedir? (*b*) Pil bir dakikada kaç joule enerji kaybeder?
10. (II) Bir elektrikli aygıt 240 V'da 6.50 A çekiyor. (*a*) Eğer voltaj %15 oranında düşerse, başka hiç bir şeyin değişmediği varsayımıyla, akım şiddeti ne olacaktır? (*b*) Eğer direnç %15 oranında azaltılsaydı, 240 V'ta ne kadar akım çekilirdi?

25–4 Özdirenç

11. (I) Direnci 0.32 Ω olan 1.00 m uzunluğundaki tungsten telin çapı nedir?
12. (I) Çapı 1.5 mm olan 4.5 m uzunluğundaki bakır telin direnci nedir?
13. (II) 2.0 mm çaplı alüminyum telin 10.0 metresinin direncini 1.8 mm çaplı bakır telin 20.0 metresinin direnciyle karşılaştırın.
14. (II) 2.2 mm çapındaki bakır tel aynı uzunluktaki bir tungsten tel ile aynı dirence sahip olabilir mi? Sayısal ayrıntıları verin.
15. (II) Bir tel (çap = 0.32 mm, uzunluk = 11 cm) üzerinde sırayla değişik potansiyel farkları uygulanmıştır; elde edilen akım şiddetleri aşağıdaki gibidir:

V (V)	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500
I (mA)	72	144	216	288	360

(*a*) Eğer bu tel Ohm yasasına uyuyorsa, V'ye karşı I grafiği bir doğru çizgi şeklinde olacaktır. Neden öyle olduğunu açıklayın ve teorilere dayanarak bu çizginin eğiminin ve y-eksenini kesme noktasının ne olacağını belirleyin. (*b*) V'ye karşı I'nın grafiğini çıkartın. Bu grafiğe dayanarak, bu telin Ohm yasasına uyduğu sonucunu çıkartabilir misiniz? (Yani, beklenen y kesme noktasına sahip bir doğru çizgi elde ettiniz mi?) Eğer öyleyse, telin direnci R'yi belirleyin. (*c*) Telin özdirencini hesaplayın ve telin yapıldığı malzemeyi tanımlamak için Tablo 25-1'i kullanın.

16. (II) Başlangıçta 20°C'ta olan bakır telin direncini %15 oranında arttırmak için sıcaklığını ne kadar yükseltmeniz gerekirdi?

17. (II) Bir bakır tel 10.0 Ω dirence sahiptir. Bu tel hangi noktada kesilmelidir ki paçalardan birinin direnci diğerinin direncinin 4.0 katı olsun? Parçaların dirençleri ne olacaktır?

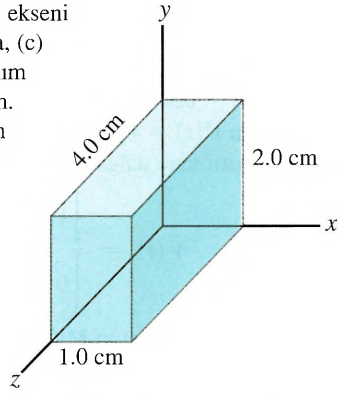
18. (II) Alüminyumun hangi sıcaklıkta tungstenin 20°C'taki özdirencine sahip olacağını bulun.

19. (II) 100 W'lık bir ampül soğukken (20°C'ta) 12 Ω kadar, açıkken (sıcakken) de 140 Ω kadar bir dirence sahiptir. Özdirenç için ortalama sıcaklık katsayısının $\alpha = 0.0045\ (°C)^{-1}$ olduğunu varsayarak sıcakken filamentin sıcaklığını tahmin edin.

20. (II) 15 A'lik devrelerde kullanılan, ev tipi 14 numara bir bakır telin 26 m uzunluğu boyunca olan voltaj düşmesini hesaplayın. Tel 1.628 mm'lik bir çapa sahiptir ve 12 A'lik bir akım taşımaktadır.

21. (II) İki alüminyum tel aynı dirence sahiptir. Eğer biri diğerinin iki katı bir uzunluğa sahipse, uzun telin çapının kısa telin çağına oranı nedir?

22. (II) Karbondan yapılmış prizma şekilli bir katı cismin x, y, z boyutları sırasıyla 1.0 cm, 2.0 cm, ve 3.0 cm'dir (Şek. 25-35). Bu katı cisimden (*a*) x ekseni boyunca, (*b*) y ekseni boyunca, (c) z ekseni boyunca geçecek akım için direnci hesaplayın. Özdirencin $\rho = 3.0 \times 10\ \Omega\cdot m$ olduğunu varsayın.



ŞEKİL 25–35
Problem 22.

23. (II) Belli bir uzunluktaki alüminyum tel 10.00 V'luk hassas bir güç kaynağına bağlanmış ve 20.0°C'ta kesin olarak 0.4212 A akım şiddeti ölçülmüştür. Daha sonra bu tel akım şiddetinin 0.3818 A olduğu, sıcaklığı bilinmeyen bir başka ortama getirilmiştir. Bilinmeyen sıcaklık nedir?

24. (II) Bir cismin uzunluğundaki küçük değişiklikler, deforme olmamış haliyle uzunluğu ℓ_0, kesit alanı A_0, ve direnci R_0 olan bir telden ibaret olan bir zorlanma ayar sensörü ile ölçülebilirler. Bu sensör cismin yüzeyine, uzunluk değişikliklerinin ölçüleceği doğrultuda uzanacak şekilde yapıştırılır. Cisim şekil değiştirirken, sensör telinin uzunluğu $\Delta\ell$, kadar değişir, ve bunun sonucu olarak sensörün direncinde oluşan değişim ΔR ölçülür. Katı telin uzunluğu ℓ, olacak şekil şekil değiştirdiğini, yoğunluğunun (ve hacminin) sabit kaldığını (ancak yaklaşık olarak) varsayarak, sensör telindeki, dolayısıyla da bu telin yapıştırıldığı cisimdeki zorlanmanın $(= \Delta\ell/\ell_0)$ $\Delta R/2R_0$ ile verildiğini gösterin.

25. (II) Belli bir uzunluktaki bir tel ortadan ikiye ayrılmış ve iki parça daha kalın bir tel oluşturmak için yanyana sarmalanmıştır. Bu yeni oluşumun direnci bağlangıçtaki telin direncine göre nasıl farklıdır?

26. (III) Bazı uygulamalar için bir direncinin değerinin sıcaklıkla değişmemesi önemlidir. Örneğin, varsayın ki bir karbon rezistör ve bir Nikrom tel sarımından oluşan bir rezistörü, toplam direnç bu iki rezistörün dirençleri toplamı olacak şekilde birleştirerek 3.70 kΩ'luk bir direnç oluşturdunuz. Bu iki rezistörün dirençleri (0^0C'ta) ne olmalıdır ki birleşimlerinin direnci sıcaklıktan bağımsız olsun?

27. (III) Öziletkenliği σ ve iç ve dış yarıçapları r_1 ve r_2 olan bir malzemeden yapılmış bir küresel kabuğun toplam direnci için bir formül bulun.

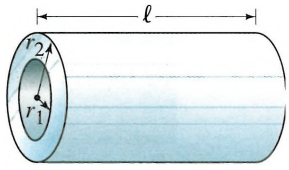
28. (III) Bir ampülün filamenti (Problem 19'daki gibi) 20ºC'de 12 Ω, sıcakken de 140 Ω dirence sahiptir. (*a*) Filament sıcakkenki sıcaklığını hesaplayın; sıcaklık değişiminden dolayı telin uzunluğundaki ve kesit alanındaki değişmeyi de dikkate alın. (Telin ısıl genleşme katsayısı $\approx 5.5 \times 10\ (^0C)^{-1}$ olan tungstenden yapıldığını varsayın.) (*b*) Bu sıcaklık aralığında dirençteki değişimin yüzde kaçı ısıl genleşmeden dolayı, yüzde kaçı yalnızca ρ'daki değişimden dolayıdır? Dnk. 25-5'i kullanın.

29. (III) 10.0 m uzunluğundaki bir tel ikisinin de çapı 1.4 mm olan 5.0 m'lik bir bakır tel ile onu izleyen 5.0 m'lik bir alüminyum telden oluşmaktadır. Bu tel birleşimi üzerinde 85 mV'luk bir potansiyel farkı uygulanmıştır. (*a*) Bu iki telin birleşiminin toplam direnci nedir? (*b*) Tel içinden geçen akım nedir? (*c*) Alüminyum kısım ile bakır kısım üzerindeki voltajlar nedir?

30. (III) İç yarıçapı r_1, dış yarıçapı r_2 ve uzunluğu ℓ olan içi boş silindir şeklindeki bir rezistör özdirenci ρ olan bir malzemeden yapılmıştır (Şek. 25-36). (*a*) Radyal olarak dışa doğru akan akım için direncin

$$R = \frac{\rho}{2\pi\ell}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

şeklinde ifade edildiğini gösterin. [*İpucu*: Rezistörü eşmerkezli silindirik kabuklara ayırın ve integral alın.] (*b*) İç ve dış yarıçapları 1.0 mm ve 1.8 mm ve uzunluğu 2.4 cm olan karbondan yapılma ($\rho = 15 \times 10^{-5}\ \Omega\cdot m$. seçin) böyle bir rezistör için R direncini hesaplayın. (*c*) Eksene paralel akım için (*b*) şıkkındaki direnç nedir?



ŞEKİL 25–36
Problem 30.

25–5 ve 25–6 Elektrik Gücü

31. (I) En fazla 270 mA akım çeken 3.0 V'luk bir taşınabilir CD-çaların harcadığı an fazla güç nedir?

32. (I) Elektrikli bir fırının ısıtıcı elemanı 240 V'luk bir kaynağa bağlandığında 3.3 kW'lık ısı üretecek şekilde tasarlanmıştır. Isıtıcı elemanın direnci ne olmalıdır?

33. (I) 1/4 wattlık olduğu belirtilen 3.3 kΩ'luk bir direnç üzerine uygulanabilecek maksimum voltaj nedir?

34. (I) (*a*) Normal voltajı olan 110 V'luk bir güç kaynağına bağlı 75 W'lık bir ampülün direncini ve içinden geçen akımı bulun. (*b*) 440 W'lık bir ampül için tekrarlayın.

35. (II) Bir elektrik güç santrali elektriği sabit bir P gücünde üretebilir ama santral operatörü üretim voltajı V'yi seçmekte serbesttir. Elektrik, (direnci R olan) bir nakil hattından geçen I akımı olarak taşınarak ulaştığı kullanıcıya P'. kadar elektrik gücü sağlamaktadır. (*a*) Nakil kayıplarından ileri gelen güç azalması $\Delta P = P - P'$'nün $\Delta P = P^2R/V^2$ (şeklinde ifade edildiğini gösteriniz. (*b*) Nakil sırasındaki güç kayıplarını azaltmak için operatör V'yi mümkün olduğu kadar büyük mü, mümkün olduğu kadar küçük mü seçmelidir?

36. (II) 120 V'luk bir saç kurutucusunun iki ayarı vardır: 850 W ve 1250 W. (*a*) Hangi ayarda direncin daha yüksek olmasını beklersiniz? Bir tahminde bulunduktan sonra (*b*) düşük ayardaki, (*c*) yüksek ayardaki direnci hesaplayın.

37. (II) 115 V'luk bir akvaryum ısıtıcısının 95 W'lık olduğu belirtilmiştir. (*a*) Isıtıcı çalışırken içinden geçen akımı, (*b*) ısıtıcının direncini hesaplayın.

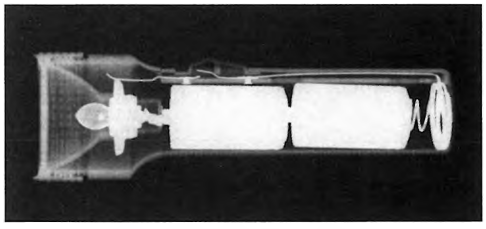
38. (II) Evlere gelen elektriğin 240 V olduğu Avrupa'da 75 W'lık bir ampül aldınız. Eğer bu ampülü Birleşik Devletler'de, 120 V'ta kullanırsanız (direncinin değişmediğini varsayın), 120 V'luk 75 W'lık ampüllere göre parlaklığı ne kadar olacaktır? [*İpucu* : Parlaklığın harcanan güçle orantılı olduğunu varsayın.]

39. (II) 550 W'lık bir tost makinesi sabah 6.0 dak çalıştırılmışsa kaç kilowatt-saat enerji kullanır? 9.0 kuruş/kilowat-saatlik bir maliyetle haftada 4 sabah tost yapmak aylık elektrik faturasına ne kadar ekleyecektir?

40. (II) Kilowattsaat başına 0.095 YTL varsayımıyla 25 W'lık bir balkon lambasını bir yıllığına gece gündüz açık bırakmanın maliyeti nedir?

41. (II) 12 V'luk ve 75 Ampere-saatlik bir otomobil aküsü tam şarj edildiğinde depolanan toplam enerji nedir?

42. (II) Sıradan bir elfeneri Şek.25-4b'deki gibi seri bağlı 1.5 V'luk iki kalem pil kullanır (Şek. 25-37). Ampül açıkken 380 mA akım çeker. (*a*) Ampülün direncini ve harcadığı gücü hesaplayın. (*b*) Eğer aynı ampülle seri bağlı dört kalem pil kullanılsaydı güç kaç kat artardı? (Filamentdeki ısınma etkilerini ihmal edin.) Neden bunu denememelisiniz?



ŞEKİL 25–37 Problem 42.

43. (II) Kaç tane 75 W'lık ampül 15 A'lik bir sigortayı attırmadan Şek.25-20'deki gibi 120 V'a bağlanabilir?

44. (II) Çapları 0.129 cm (16-numara bakır tel) ve uzunlukları 2.7 m olan iki telden yapılmış bir uzatma kablosu 120 V'luk şebekeden 15.0 A akım çeken bir elektrik ısıtıcısına bağlanmıştır. Kabloda ne kadar güç kaybedilir?

45. (II) Bir elektrik santrali bir fabrikaya toplam direnci 3.0 Ω olan teller üzerinden 12,000 V'ta 750 kW güç aktarıyor. Elektriği 12,000 V yerine 50,000 V'da aktarmakla güç kaybı ne kadar azaltılır?

46. (III) Küçük bir daldırmalı su ısıtıcısı bir arabada çay veya kahve yapmak için bir fincan su ısıtmakta kullanılabilir. Eğer ısıtıcı 120mL suyu 25°C'tan 95°C'a 8.0 dakikada ısıtabiliyorsa, (*a*) arabanın 12 V'luk aküsünden yaklaşık olarak ne kadar akım çeker ve (*b*) direnci nedir? İmalatçının iddiasına göre verimin %75 olduğunu varsayın.

47. (III) 240 V'a bağlı bir elektromıknatıstaki akım şiddeti 17.5 A'dir. Bobinler üzerinden saniyede ne kadar soğutma suyu geçmelidir ki su sıcaklığı 6.50°C'tan daha fazla değişmesin?

48. (III) 1.0 m uzunluğundaki yuvarlak bir tungsten tel, içinden 15.0 A akım geçtiğinde, 3100 K sıcaklığa erişmelidir. Çapı ne olmalıdır? Telin yalnızca ışıma yoluyla (ışıma verimi $\epsilon = 1.0$, Kısım 19-10) enerji kaybettiğini ve çevre sıcaklığının 20°C olduğunu varsayın.

25–7 Alternatif Akım

49. (I) Voltajı 200 Vkko olan bir AA güç kaynağına bağlı olan 2.7 kΩ'luk bir rezistördeki akım şiddetinin tepe değerini hesaplayın.

50. (I) Tepe değeri 180 V olan AA voltaj 380 Ω'luk bir rezistör üzerine uygulanmıştır. Rezistördeki akım şiddetinin kko ve tepe değerleri nedir?

51. (II) Güç santralinden görüldüğü haliyle, evinizdeki 120 V_{kko} devrelerdeki toplam direncin (*a*) elektrikle çalışan herşey fişten çekilmiş olduğunda, (*b*) 75 W'lık iki ampül yanarken ne olduğunu hesaplayın.

52. (II) 1500 W'lık bir aygıttaki alternatif akımın tepe değeri 5.4 A'dir. Aygıt üzerindeki voltajın kko değeri nedir?

53. (II) 1800 W'lık bir elektrikli kaynak aleti 600 V'luk bir AA hatta bağlıdır. (*a*) Voltajın ve (*b*) akım şiddetinin tepe değerlerini hesaplayın.

54. (II) (*a*) 240 V güç kaynağına bağlı 2.5 beygir gücünde bir pompada harcanan maksimum anlık güç nedir? (*b*) Pompadan geçen maksimum akım şiddeti nedir?

55. (II) 240 V 'luk bir hatta bağlı bir ısıtıcı tel 44 Ω'luk bir dirence sahiptir. (*a*) Kullandığı ortalama güç nedir? (*b*) Anlık gücün maksimum ve minimum değerleri nedir?

56. (II) Zamanla periyodik olarak değişen voltaj $V(t)$'nin periyodu T'dir ve kko değeri $V_{kko} = \left[\frac{1}{T}\int_0^T V^2\,dt\right]^{\frac{1}{2}}$. şeklinde tanımlanmıştır. Bu tanımı kullanarak V_{kko}'yı (voltajın tepe değeri V_0 cinsinden) belirleyin. (a) Sinüzoidal bir voltaj için, örneğin $V(t) = V_0 \sin(2\pi t/T)$ $0 \le t \le T$; (*b*) Aşağıdaki gibi bir pozitif kare dalga voltajı için.

$$V(t) = \begin{cases} V_0 & 0 \le t \le \dfrac{T}{2} \\ 0 & \dfrac{T}{2} \le t \le T \end{cases}.$$

25–8 Elektrik Akımına Mikroskopik bir Bakış

57. (II) 0.65 mm çaplı bir bakır tel 2.3 μA'lık çok küçük bir akım taşımaktadır. (*a*) Elektron sürüklenme hızını, (*b*) akım yoğunluğunu, ve (*c*) teldeki elektrik alanının tahmin edin.

58. (II) 5.80 m uzunluktaki 2.0 mm çaplı bakır tel uçlarına 22.0 mV uygulandığında 750 mA akım taşımaktadır. Eğer sürüklenme hızı 1.7×10^{-5} m/s ise, (a) telin direnci R'yi, (*b*) özdirenç ρ'yu, (*c*) akım yoğunluğu j'yi, (*d*) tel içindeki elektrik alanını, ve (e) birim hacim başına serbest elektron sayısı n'i belirleyin.

59. (II) Dünya atmosferinde yüksek bir noktada, 2.8×10^{12} /m^3'lük konsantrasyona sahip He^{2+} iyonları 2.0×10^6 m/s hızla kuzeye doğru hareket etmektedir. Ayrıca, 2.8×10^{11} /m^3'lük konsantrasyona sahip O^2 iyonları 6.2×10^6 m/s hızla güneye doğru hareket etmektedir. Bu noktada akım yoğunluğu $\vec{\mathbf{j}}$'nin büyüklüğünü ve yönünü belirleyin.

*25–10 Sinir İletimi

*60. *(I) Durgun hal potansiyeli –70 mV ise 1.0×10^{-8} m kalınlıktaki akson zarı içindeki elektrik alan büyüklüğü nedir?

*61. *(II) Bir nöron bir elektrik pulsuyla uyarılmıştır. Aksiyon potansiyeli 0.0052 s sonra aksondan 3.40 cm aşağıdaki bir noktada tespit edilmiştir. Aksiyon potansiyeli uyarma noktasından 7.20 cm uzakta tespit edildiğinde geçen zaman 0.0063 s'dir. Elektrik pulsunun akson boyunca hızı nedir? (Neden yalnızca bir ölçüm yerine iki ölçüm gerekli olmuştur?)

*62. (III) Bir aksiyon potansiyeli oluşumunda, Na^+ iyonları hücreye 3×10^{-7} mol/m^2·s hızla girmektedir. +30 mV'luk bir potansiyel farkına karşı bu akışı sağlamak için "aktif Na^+ pompalama" sistemi tarafından ne kadar güç üretilmelidir? Aksonun 10 cm uzunluk ve 20 μm çapa sahip olduğunu varsayın.

Genel Problemler

63. Bir sürücü istemeden arabasının ışıklarını açık bırakmıştır. Eğer iki farın her biri 40 W, iki arka lambanın her biri 6 W, yani lambalar toplam 92 W kullanıyorsa, 85 Ampere-saatlik olduğu belirtilen 12 V'luk yeni akü ne kadar süre enerji verecektir? Her bir lamba üzerinde eksiksiz 12 V uygulandığını varsayın.

64. 1.00 ampere-saat kaç coulomb yük demektir?

65. 1.5 V'luk bir pille çalışan taşınabilir bir elektrikli battaniye tasarlamak istiyorsunuz. Eğer ısıtma elemanı olarak 0.50 mm çaplı bir bakır kablo kullanırsanız, 15 W ısıtma gücü sağlamak için telin uzunluğu ne olmalıdır? Battaniyeyi yanlışlıkla 9.0 V'luk bir pille kullanırsanız ne olur?

66. 1.0 beygir gücündeki 120 V'luk bir motorun çektiği ortalama akım şiddeti nedir? (1 beygir gücü = 746 W.)

67. Bir cismin *iletkenliği G*, direnci *R*'nin çarpmaya göre tersi, yani $G = 1 / R$ şeklinde tanımlanmıştır. İletkenlik birimi ise *mho*'dur (mho = ohm^{-1}), ki *siemens* (S) diye de adlandırılır. 3.0 V'ta 480 mA akım çeken bir cismin iletkenliği (siemens cinsinden) nedir?

68. 110 V'luk, 1500 W'lık bir ısıtıcının ısıtma elemanı 3.5 m uzunluğundadır. Demirden yapılmışsa, çapı ne olmalıdır?

69. (*a*) Bir ev 1.8 kW'lık bir ısıtıcıyı 2.0 saat/gün (çalışma süresi), dört 100 W'lık ampülü 6.0 saat/gün, 3.0 kW'lık bir elektrikli fırını toplam 1.0 saat/gün kullanmakta, ve diğer güç harcamalarının toplamı 2.0 kW-saati bulmaktadır. Eğer elektriğin maliyeti 0.105 YTL/kW-sa ise, aylık (30 günlük) elektrik faturası ne kadar olacaktır? (b) Bu evin yıllık ihtiyacını karşılamak için verimi %35 olan bir elektrik santralinde ne kadar kömür (7500 kcal/kg üretir) yakılmalıdır?

70. Küçük bir şehir 15 MW kadar güç gerektirir. Varsayın ki bu güç yüksek gerilim hatlarıyla değil de 120 V voltajla veriliyor. İki adet 0.50 cm çaplı bakır telden ibaret bir hat hayal ederek metre başına ısı olarak kaybedilen enerjinin maliyetini hesaplayın. Elektrik maliyetini kW-sa başına 9.0 kuruş kabul edin.

71. 1400 W'lık bir saç kurutucusu 117 V için tasarlanmıştır. (*a*) Eğer voltaj 105 V'a düşerse güç üretimindeki yüzdelik değişim ne kadar olacaktır? Dirençte değişme olmadığını varsayın. (*b*) Özdirencin gerçekte sıcaklıkla değişiyor olması cevabınızı nasıl etkilerdi?

72. Bir evdeki kablolar bir yangın başlatacak kadar ısınmasınlar diye yeterince kalın olmalıdırlar. Bir bakır telin çapı ne olmalıdır ki maksimum 35 A akım taşısın ve metre başına 1.5 W'tan daha fazla ısı üretmesin?

73. 75 W'lık ve 120 V'luk bir akkor ampüldeki tungsten filamentin (*a*) çalışma sıcaklığı olan yaklaşık 3000 K'deki, (*b*) oda sıcaklığındaki direncini bulun.

74. I ampere, t ise saniye cinsinden olmak üzere bir akımın şiddeti $I = 1.80 \sin(210t)$ denklemiyle veriliyor. (*a*) Frekans nedir? (*b*) Akım şiddetinin kko değeri nedir? (*c*) Eğer bu akım 24.0 Ω'luk bir dirençten geçiyorsa, voltajı zamanın bir fonksiyonu olarak veren denklemi yazın.

75. %65 verimle çalışan bir mikrodalga fırını içerisine saniyede 950 J enerji veriyor. (*a*) Kaynaktan çektiği gücü, ve (*b*) çektiği akım şiddetini bulun. Kaynak voltajını 120 V kabul edin.

76. 1.00 Ω'luk bir tel düzgün kalacak şekilde çekilip orijinal uzunluğunun 1.20 katına kadar uzatılmıştır. Şimdiki direnci nedir?

77. Aynı malzemeden yapılmış iki farklı iletken üzerine 220 V uygulanmıştır. İletkenlerden biri diğerinin iki katı çapa sahip ve ondan iki kat uzundur. Bu iletkende dönüştürülen gücün diğerindeki güce oranı nedir?

78. Bir elektrikli ısıtıcı hacmi 54 m olan bir odayı ısıtmak için kullanılmaktadır. Hava odaya 5°C'ta girmekte ve saatte iki kere tazelenmektedir. Duvarlardan ısı kaybı yaklaşık 850 kcal/ saattir. Eğer hava sıcaklığı 20°C'ta tutulacaksa, ısıtıcının minimum gücü ne olmalıdır? (Havanın özgül ısısı 0.17 kcal/kg·C° kadardır.)

79. 2800 W'lık bir fırın 240 V'luk bir kaynağa bağlıdır. (*a*) Fırının direnci nedir? (*b*) Verimi %75 kabul ederek, 120 mL suyu 15°C'tan 100°C'a getirmek ne kadar sürecektir? (*c*) kW-sa başına 11 kuruş ile bunun maliyeti ne olacaktır?

80. Tasarım aşamasındaki bir elektrikli taşıt enerji kaynağı olarak doldurulabilen aküler kullanacaktır. Taşıtın kütlesi 1560 kg'dır ve her biri 12 V'luk, 95 ampere-saatlik 24 aküden güç alacaktır. Varsayın ki bu araç düz yollarda 45 km/sa'lik bir hızla sürülüyor ve ortalama sürtünme kuvveti 240 N. Verimi %100 alın ve hızlanmak için kullanılan enerjiyi ihmal edin. Araç durmuşken enerji kullanılmayacaktır, çünkü motorun rölantide durması gerekmez. (*a*) Gereken beygir gücünü bulun. (*b*) Yaklaşık kaç kilometreden sonra aküler yeniden doldurulmalıdır?

81. 12.5 Ω'luk bir rezistör toplam kütlesi 15.5 g olan bir bakır tel sarımından yapılmıştır. Telin çapı nedir ve ne kadar uzundur?

82. Bir akvaryum ısıtıcısı 120 V'a bağlıyken 95 W'lıktır. Isıtma elemanı bir Nikrom tel sarımıdır. Sarım açıldığında telin toplam uzunluğu 3.8 m'dir. Telin çapı nedir?

83. 100 W ve 120 V'luk bir ampül soğukken (20°C) 12 Ω, çalışıyorken (sıcakken) 140 Ω dirence sahiptir. Harcadığı gücü (*a*) açıldığı an için, (*b*) ısındıktan kısa bir süre sonraki bir an için hesaplayın.

84. Bir otomobilde sistem voltajı (araba çalışmıyorken) 12 V'tan, %15 farkederek, (araba çalışıyorken ve şarj sistemi işbaşındayken) 13.8 V'a kadar değişir. Voltaj 12 V'tan 13.8 V'a değiştiğinde farlara gelen güç yüzde kaç değişir? Far dirençlerinin aynı kaldığını varsayın.

85. Fermilab'daki (Illinois, A.B.D.) Tevatron hızlandırıcısı 11 mA'lik bir proton demetini çevresi 6300 m olan bir halka boyunca neredeyse ışık hızında (3.0×10 m/s) taşıyacak şekilde tasarlanmıştır. Demet içinde kaç proton vardır?

86. Ampül A ev tipi olup 120 V'luk ve 40 W'lıktır. Ampül B ise oto tipi olup 12 V'luk ve 40 W'lıktır. (*a*) Bu iki ampülden geçen akım şiddetleri nedir? (*b*) Ampüllerin dirençleri nedir? (*c*) Bir saatte bu iki ampülden ne kadar yük geçer? (*d*) Ampüller bir saatte ne kadar enerji kullanırlar? (*e*) Hangi ampül güç kaynağıyla arasında daha büyük çaplı teller gerektirir?

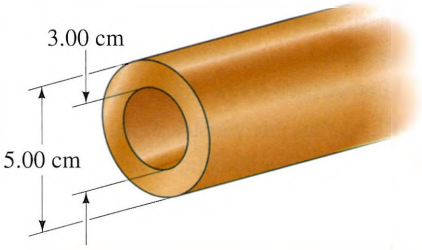
87. Bir klima 220 V'da 14 A akım çekiyor. Bağlantı kablosu çapı 1.628 mm olan bir bakır teldir. (*a*) Klima ne kadar güç çeker? (*b*) Telin toplam uzunluğu 15 m ise, telde ne kadar güç kaybı olur? (*c*) Eğer bu tel yerine 2.053 mm çaplı 12 numara tel kullanılsaydı, telde ne kadar güç kaybı olurdu? (d) Klimanın günde 12 saat çalıştırıldığı varsayımıyla, 12 numara tel kullanarak ayda (30 günde) ne kadar para tasarruf edilirdi? Elektrik maliyetini kW-sa başına 12 kuruş alın.

88. Toplam 1750 W güç çeken elektrikli aletleri 120 V'a bağlamak için 0.259 cm çapında bakır tel kullanılmıştır. (*a*) Bu telin 25.0 metresinde ne kadar güç kaybedilir? (*b*) Eğer 0.412 cm çaplı tel kullanılırsa cevabınız ne olur?

89. Duvardaki bir prizden gelene göre, bir pilden elde edilen elektrik pahalıdır. (*a*) D-tipi bir alkali büyük pil (fiyatı 1.70 YTL), (*b*) AA-tipi bir alkali kalem pil (fiyatı 1.25 YTL) için kW-sa. başına maliyeti hesaplayın. Piller, sırasıyla 820 sa ve 120 sa boyunca 1.5 V'da 25 mA'lik sürekli bir akım sağlayabilirler. Sonuçları 120 V'luk şebeke akımı maliyeti olan 0.10 YTL/kW sa ile karşılaştırın.

90. Ortalama bir elektron alternatif akımın bir periyotu boyunca 550 W'lık bir tost makinesinin telleri boyunca ne kadar yol alır? Güç kablosu 1.7 mm çaplı bakır tellerden yapılmıştır ve standart 120 V'luk ve 60 Hz'lik AC akım taşıyan bir prize takılıdır. [İpucu: Bir periyottaki maksimum akım şiddeti maksimum sürüklenme hızıyla ilişkilidir. Bir periyottaki maksimum hız ise maksimum yerdeğiştirmeye bağlıdır; Bknz. Bölüm 14.]

91. Bir bakır borunun iç çapı 3.00 cm ve dış çapı 5.00 cm'dir (Şek. 25-38). Bu borunun 10.0 m'sinin direnci nedir?



ŞEKİL 25–38
Problem 91.

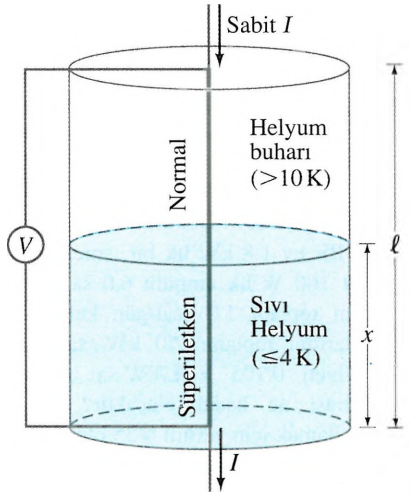
92. Çapı gösterildiği gibi a'dan b'ye düzgün değişen, Şek. 25-39'daki tele $I = 2.0$ A akımın a'da giriş yaptığını varsayın. Eğer $a = 2.5$ mm ve $b = 4.0$ mm ise, her iki uçtaki akım yoğunluğu (düzgün dağılım varsayımıyla) nedir?

ŞEKİL 25–39
Problemler 92 ve 93.

93. Bir telin kesit alanı Şek.25-39'daki gibi düzgünce artıyor, ki bu nedenle kesik bir koni şeklindedir. Bir uçtaki çap a, diğer uçtaki çap b, ve eksen boyunca uzunluk ℓ 'dir. Eğer malzemenin özdirenci ρ, ise, iki uç arasındaki direnç R'yi a, b, ℓ, ve ρ cinsinden ifade edin. Akımın her noktadan düzgünce aktığını ve genişlemenin küçük olduğunu, yani $(b - a) \ll \ell$ varsayın.

94. Bir el feneri ampülünde kullanılan tungsten filament 0.20 A ve 3.2 V'ta çalışıyor. Eğer 20°C'ta direnci 1.5 Ω ise, el feneri açıkken filamentin sıcaklığı nedir?

95. Bir sıvı depolama tankındaki sıvı helyumun (sıcaklık ≤ 4 K) seviyesi boyu tankın yüksekliğine eşit olan, dikine yerleştirilmiş bir niyobyum-titanyum (NbTi) tel ile takip edilebilir. Bu seviye belirleme sisteminde, bir elektronik devre sürekli olarak sabit kalan bir elektrik akımı I sağlar ve bir voltmetre tel üzerindeki potansiyel farkı V'yi izler. NbTi'nin süperiletkenliğe geçiş sıcaklığı 10 K olduğu için, telin sıvı helyuma daldırılmış kısmı süperiletkenlik halinde, sıvının dışındaki kısmı ise (sıcaklığı 10 K'nin üzerinde olan helyum buharı içinde) normal haldedir. $f = x/\ell$'yi tankın sıvı helyumla dolu kısmının oranı (Şek. 25-40) ve V_0'ı V'nin tank boşkenki ($f = 0$) değeri olarak tanımlayın. f ve V arasındaki ilişkiyi V_0 cinsinden bulun.



ŞEKİL 25–40
Problem 95.

* Sayısal/Bilgisayar

***96.** (II) Bir termistörün R direnci T sıcaklığının bir fonksiyonu olarak aşağıdaki tabloda verilmiştir:

T (°C)	R (Ω)	T (°C)	R (Ω)
20	126,740	36	60,743
22	115,190	38	55,658
24	104,800	40	51,048
26	95,447	42	46,863
28	87,022	44	43,602
30	79,422	46	39,605
32	72,560	48	36,458
34	66,356	50	33,591

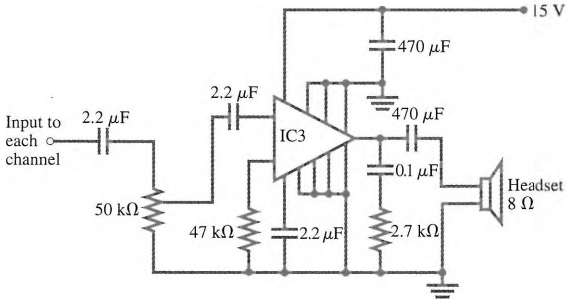
Bu verilere en iyi uyan, R'nin T ile değişimini betimleyen formülü (doğrusal, eksponansiyel, diğer) bulun. Termistörün direnci sıcaklığı bilinmeyen bir maddeye daldırıldığında 57,641 Ω'dur. Formülünüze dayanarak, bilinmeyen sıcaklık nedir?

Alıştırmaların Cevapları

A: 1.6×10^{-13} A.
B: (*c*).
C: (*b*), (*c*).
D: (*c*).
E: 110 m.
F: (*d*).
G: (*e*).
H: (*a*) 28 V, 3.5 A; (*b*) 2.8 V, 0.35 A.



Bu MP3 çalarları kısmen olsa da (doğru akım) devreleri içerir (ses sinyali aa'dır). Aşağıdaki devre diyagramı her bir stereo kanal için olası bir yükselteç devresini gösteriyor. Bu devredeki devre elemanlarından ikisiyle (direnç ve sığaç) daha önce karşılaştık, bu Bölümde ise onları devrelerde tartışacağız. (Büyük üçgen, Bölüm 40'ta tartışılacak olan tranzistör içeren bir yükselteç yongasıdır.) Ayrıca voltmetre ve ampermetreleri, onların nasıl yapıldığını ve ölçümlerde nasıl kullanılacağını tartışacağız.



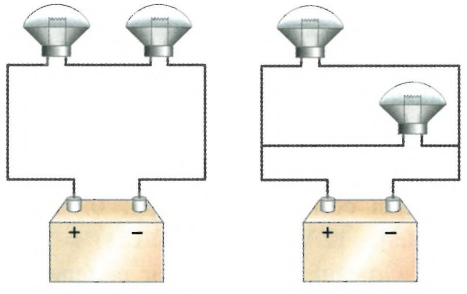
BÖLÜM 26

DA Devreleri

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!

Otomobil farlarının lambaları yandaki devrelerde görüldüğü gibidir. Daha çok ışık üreten bağlantı,

(a) devre 1'dir.
(b) devre 2'dir.
(c) ikisi de aynıdır.
(d) yeterli bilgi yoktur.



Devre 1 Devre 2

İÇERİK

26–1 EMK ve Kutup Voltajı
26–2 Seri ve Paralel Bağlı Dirençler
26–3 Kirchhoff Kuralları
26–4 Seri ve Paralel EMK'ler; PilinYüklenmesi
26–5 Direnç ve Sığaç İçeren Devreler (*RC* Devreleri)
26–6 Elektriğin Tehlikeleri
*26–7 Ampermetre ve Voltmetreler

Elektrik devreleri radyo ve TV setlerinden bilgisayar ve otomobillere kadar bütün elektronik cihazların temel parçalarıdır. Fizikten biyolojiye ve tıbba kadar bilimsel ölçümler elektrik devreleri kullanılarak yapılır. Bölüm 25'te, elektrik akımının temel ilkelerini tartıştık. Şimdi bu ilkeleri bataryalar, dirençler ve sığaçların birleşimini içeren devrelerini analiz etmek için uygulayacağız. Bazı faydalı aygıtların nasıl çalıştığını da göreceğiz.†

†Sadece bir gerilim kaynağı ve dirençler içeren aa devreleri bu bölümde da devrelerine benzer şekilde analiz edilebilir. Bununla beraber, sığaç ve diğer devre elemanları içeren aa devreleri ise daha karmaşıktır ve onları Bölüm 30'da tartışacağız.

TABLO 26–1 Devre Elemanları için semboller

Sembol	Devre Elemanı
⊣⊢	Batarya
⊣⊢ veya ⊣(	Kapasitör
∿∿	Direnç
——	Direnci ihmal edebilen tel
—/—	Anahtar
⏚ veya ⏚	Topraklama

Bir devre diyagramı çizdiğimizde, pilleri, sığaçları ve dirençleri Tablo 26.1'de gösterilen sembollerle ifade ederiz. Devredeki diğer dirençlerle karşılaştırıldığında dirençleri ihmal edilebilir seviyede olan kablolar basitçe düz çizgiler çizilerek gösterilirler. Bazı devre diyagramlarında görülen topraklama simgesi (⏚ veya ⏚), örneğin metal bir boru yardımıyla toprağa gerçek bir bağlantı olduğu anlamına gelebileceği gibi sadece bir arabanın kaportası gibi bir yere ortak bir bağlantı anlamına da gelebilir.

Bu Bölümde, büyük ölçüde, *RC* devreleri hakkındaki Kısım 26-5 hariç, kararlı durumda çalışan devrelerle ilgileneceğiz. Yani, devreyi örneğin bir pilin veya direncin bağlandığı veya bağlantısının kesildiği durumlar gibi üzerinde değişiklik yapıldığı bir anda değil de, daha sonra, akımlar kararlı değerlerine ulaştıklarında inceleyeceğiz.

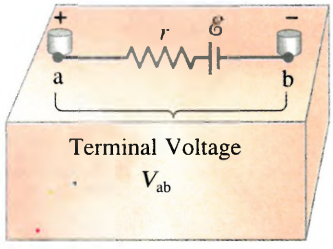
26–1 EMK ve Kutup Voltajı

Bir elektrik devresindeki akıma sahip olmak için bir pil veya elektrik jeneratörü gibi bir tip enerjiyi (örneğin, kimyasal, mekanik veya ışık) elektrik enerjisine dönüştüren bir aygıta ihtiyaç duyarız. Bu tür bir aygıt, **elektromotor kuvvet kaynağı** veya **emk** olarak adlandırılır ("elektromotor kuvvet" terimi yanıltıcı bir isimdir, çünkü newton cinsinden ölçülen bir "kuvvet"i ifade etmez. Bu yüzden karışıklığı önlemek için biz emk kısaltmasını kullanmayı tercih ediyoruz). Bir dış devreden akım geçmediğinde uçlar (kutuplar) arasında oluşan **potansiyel farkı**na kaynağın **emk**'si denir. Emk için $\mathscr{E}$ sembolü kullanılır (bunu elektrik alanı için kullanılan E ile karıştırmayın), birimi volt'tur.

⚠ DİKKAT

Pil voltajı niçin tam sabit değildir.

Bir pil, bir sabit akım kaynağı değildir – bir pilden gelen akım devredeki dirence göre değişkenlik gösterir. Bununla birlikte bir pil hemen hemen sabit bir voltaj kaynağıdır, fakat şimdi tartışacağımız gibi tam olarak sabit değildir. Kendi deneyimlerinizden fark etmiş olabilirsiniz ki bir pilden akım alındığında, uçları arasındaki potansiyel farkı (voltaj farkı) belirtilen emk değerinin altına düşer. Örneğin, bir arabayı farları açıkken çalıştırdığınızda farların soluklaştığını fark edebilirsiniz. Bu, şu yüzden oluşur: ateşleyici yüksek akım çeker ve bunun sonucu olarak akü voltajı düşer. Voltaj düşüşü meydana gelir; çünkü aküdeki (Kısım 25-1) kimyasal reaksiyonlar emk'nin tamamını sağlayacak kadar hızlı bir şekilde yük sağlayamazlar. İlk olarak, yük akünün elektrotları arasında hareket etmelidir (elektrolitin içinde) ve tam anlamıyla serbest akışın önünde her zaman bir takım engeller vardır. Bu sebeple pilin kendi içinde bir miktar direnci vardır, buna **iç direnç** denir ve genellikle r simgesi ile gösterilir.



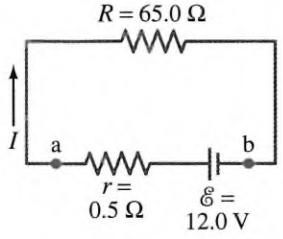
ŞEKİL 26–1 Bir elektrik hücresi veya pilin diyagramı.

Şek.26-1'de gösterildiği gibi gerçek bir pil, bir r direnci ile seri bağlanmış olan mükemmel bir emk'i gibi modellenir. Bu r direnci pilin içinde olduğu için asla onu pilden ayıramayız. Diyagramdaki a ve b noktaları pilin iki kutbunu gösterir. Ölçtüğümüz, $V_{ab} = V_a - V_b$. **kutup (uç) voltajı**dır. Pilden hiçbir akım geçmediği zaman, kutup voltajı, pildeki kimyasal reaksiyonlarla tayin edilen emk'ye eşittir: $V_{ab} = \mathscr{E}$. Fakat, bir I akımı pilden doğal olarak aktığında, Ir'ye eşit bir iç voltaj düşüşü vardır. Böylece, kutup voltajı (gerçek voltaj)

$$V_{ab} = \mathscr{E} - Ir \qquad (26\text{–}1)$$

olur[†] Örneğin, eğer 12V'luk bir pil, 0.1 Ω, iç dirence sahipse, pilden 10 A geçtiğinde, kutup voltajı $12\,\text{V} - (10\,\text{A})(0.1\,\Omega) = 11\,\text{V}$ olur. Bir pilin iç direnci genellikle küçüktür. Örneğin, bildiğimiz bir el feneri pilinin iç direnci 0.05 Ω olabilir (Fakat, eskidiğinde ve elektrolit kuruduğunda, iç direnç birkaç ohm artar). Araba aküleri daha düşük iç dirence sahiptir.

ŞEKİL 26–2 Örnek 26–1.



ÖRNEK 26–1 **İç direçli pil.** 65.0-Ω'luk bir direnç 12.0 V emk'ye ve 0.5 0.5 Ω, iç dirence sahip olan bir pilin uçlarıyla birleştiriliyor. (*a*) devredeki akımı, (*b*) bataryanın uç voltajı V_{ab}, ve (*c*) R direncindeki ve bataryanın iç direnci r'deki güç kaybını hesaplayınız.

YAKLAŞIM İlk olarak, emk'si $\mathscr{E}$ ve a ve b uçları arasındaki iç direnci r olarak Şek.26-2'de gösterilen pili bir bütün olarak dikkate alırız. Daha sonra, devrenin kendisine $V = IR$ uygularız.

[†]Bir pil yüklendiği zaman, akım pilden geçmeye zorlanır, dolayısıyla

$$V_{ab} = \mathscr{E} + Ir$$

yazmalıyız. Bknz. Kısım 26-4 veya Problem 28 ve Şek.26-46 .

ÇÖZÜM *(a)* Dnk. 26-1'den

$$V_{ab} = \mathscr{E} - Ir.$$

yazabiliriz. Bu pile ve devredeki R direncine Ohm yasasını (Dnk. 25-2) uygulayalım: $V_{ab} = IR$. Dolayısıyla $IR = \mathscr{E} - Ir$ veya $\mathscr{E} = I(R + r)$, ve böylece

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r} = \frac{12.0\ \text{V}}{65.0\ \Omega + 0.5\ \Omega} = \frac{12.0\ \text{V}}{65.5\ \Omega} = 0.183\ \text{A}.$$

(*b*) Kutup voltajı:

$$V_{ab} = \mathscr{E} - Ir = 12.0\ \text{V} - (0.183\ \text{A})(0.5\ \Omega) = 11.9\ \text{V}.$$

(*c*) R'deki güç kaybı (Dnk. 25-7)

$$P_R = I^2R = (0.183\ \text{A})^2(65.0\ \Omega) = 2.18\ \text{W},$$

olur.

$$P_r = I^2r = (0.183\ \text{A})^2(0.5\ \Omega) = 0.02\ \text{W}.$$

ALIŞTIRMA A Şimdi, $\mathscr{E}$ ve r'nin önceki gibi kaldığını ve R direncinin 010.0 Ω olduğunu kabul ederek Örnek 26-1'i tekrar edin.

Bundan sonra bir çok yerde, başka bir şekilde ifade edilmemişse, pilin iç direncinin yok sayıldığını ve verilen pil voltajının, kutup voltajı olduğunu kabul edeceğiz ve V_{ab} yerine basitçe V olarak yazacağız. Voltaj için V (italik) ve volt birimi için V'yi (italik değil) karıştırmamaya dikkat edelim.

26–2 Seri ve Paralel Bağlı Dirençler

İki veya daha fazla direnç Şek.26-3a'da gösterildiği gibi tek bir hat boyunca uçtan uca bağlandığında, seri olarak bağlandıkları söylenir. Bu dirençler, Şek.25-12'de resmedildiği gibi basit rezistörler, lambalar (Şek.26-3b), ısıtma elemanları veya diğer dirençli aygıtlar olabilir. Şek.26-3a'daki R_1'den geçen herhangi bir yük aynı zamanda R_2 ve R_3'den de geçecektir. Böylece aynı I akımı her bir dirençten geçecektir. (Böyle olmaması, yükün korunmadığını veya yükün devrede bir noktada birikmiş olduğunu gösterir ki kararlı halde bu gerçekleşmez.)

Şek.26-3a'daki üç direncin tümüne karşılık gelen potansiyel farkını V ile gösterelim. Devredeki diğer bütün dirençlerin ihmal edildiğini kabul edelim, dolayısıyla V, akü tarafından sağlanan kutup voltajına eşittir. V_1, V_2, V_3'ü sırasıyla R_1, R_2, ve R_3 dirençlerinin her birine karşılık gelen potansiyel farkları olarak alalım. Ohm yasasından, $V = IR$, $V_1 = \text{IR}_1$, $V_2 = IR_2$ ve $V_3 = IR_3$ olarak yazabiliriz. Dirençler uç uca bağlandığından, enerji korunumu, toplam voltajın her bir dirence karşılık gelen voltajların toplamına eşit olduğunu† bize gösterir:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3. \qquad \text{[seri]} \quad \textbf{(26–2)}$$

Şimdi seri bağlı bu üç direncin birleşimi ile aynı I akımını çeken eşdeğer tek $\text{R}_{\text{eş}}$ direncini belirleyelim, bknz. Şek.26-3c. Böylesi tek bir direnç, $R_{\text{eş}}$, V'ye

$$V = I\,R_{\text{eş}}$$

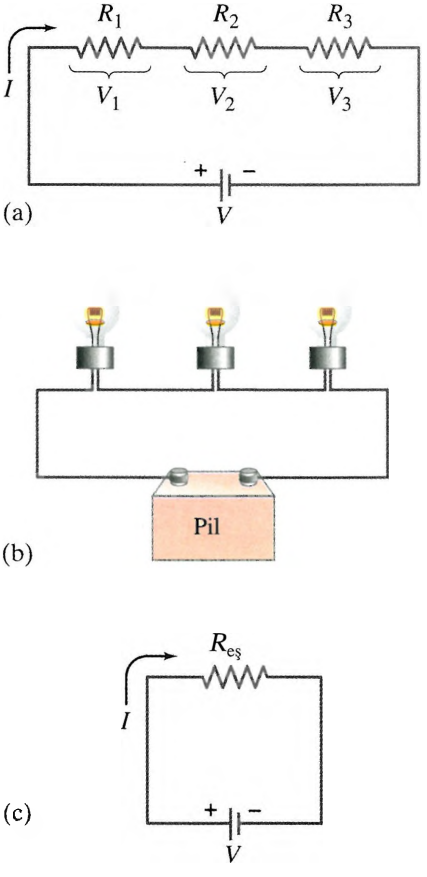
eşitliğiyle bağlıdır. Bu ifadeyi Dnk.26-2 ile eşitlersek, $V = I\,(R_1 + R_2 + R_3)$ ve böylece

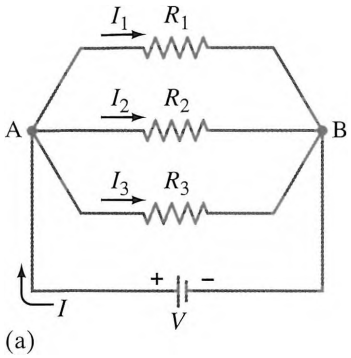
$$R_{\text{eş}} = R_1 + R_2 + R_3 \qquad \text{[series]} \quad \textbf{(26–3)}$$

buluruz. Gerçekten bunu bekleriz. Seri halinde bir çok direnci birleştirdiğimizde, toplam veya eşdeğer direnç farklı dirençlerin toplamıdır(bazı zaman, bunu "net direnç" olarak da adlandırabiliriz). Bu toplam, seri halinde kaç tane direnç olursa olsun uygulanabilir. Devreye daha fazla direnç eklediğimiz zaman, devreden geçen akımın azalacağına dikkat edin. Örneğin, 12V'luk bir batarya 4 Ω'luk bir dirence bağlanırsa, akım 3A olacaktır. Fakat eğer 12 V batarya seri halinde üç 4 Ω'luk dirence bağlanırsa, toplam direnç 12'dur ve tüm devreden geçen akım sadece 1A olacaktır.

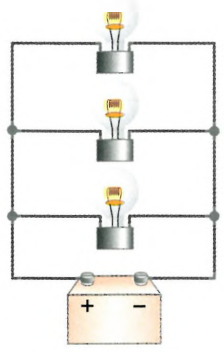
†Bunun doğruluğunu daha ayrıntılı görmek için, R_1'den geçen q elektrik yükünün qV_1'e eşit bir potansiyel enerji miktarını yitirdiğine dikkat edin. R_2 ve R_3'ten geçişte potansiyel enerji U, qV_2 ve qV_3 kadar azalır, toplam $\Delta U = qV_1 + qV_2 + qV_3$; olur; bu toplam, enerjinin korunması için batarya tarafından q'ya verilen enerjiye eşit olmalıdır. Dolayısıyla, $qV = q(V_1 + V_2 + V_3)$ ve dolayısıyla $V = V_1 + V_2 + V_3$, olur. Bu Dnk.26-2'dir.

ŞEKİL 26–3 (a) Seri bağlı dirençler (b) Dirençler, ampul veya başka herhangi tür bir direnç olabilir.
(c) Aynı akımı çeken eşdeğer tek direnç $R_{\text{eş}}$: $R_{\text{eş}} = R_1 + R_2 + R_3$.

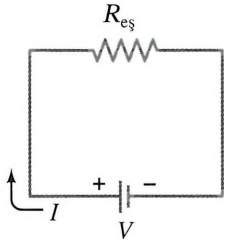




(a)



(b)

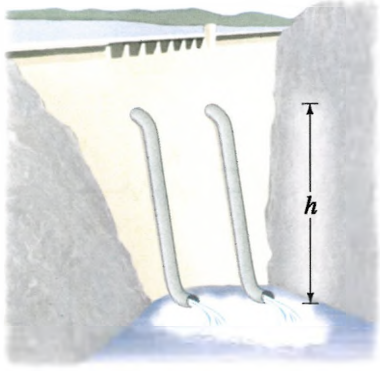


(c)

ŞEKİL 26–4 (a) paralel bağlı dirençler. (b) Dirençler ampul olabilir. (c) $R_{eş}$'li eşdeğer devre Dnk.26-4'ten elde edilir:

$$\frac{1}{R_{eş}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

ŞEKİL 26–5 Paralel haldeki su boruları ile paralel bağlı elektrik akımlarının benzerliği.



Dirençleri bağlamak için diğer basit bir yol, kaynaktan gelen akımın Şek.26-4a ve b'de gösterildiği gibi farklı dallara veya yollara ayrıldığı **paralel** bağlamadır. Evlerdeki veya binalardaki elektrik tesisatı, bütün elektrikli aletleri, Bölüm 25'de Şek.25-20'de gördüğümüz gibi, paralel olacak şekilde düzenlenir. Paralel hatta, eğer tek cihazı devreden çıkarırsanız (Şek.26-4a'daki R_1) diğer aletlerdeki akım kesilmez. Seri bir devre ile karşılaştırılırsa, eğer bir aleti devreden çıkarırsak (Şek.26-3 a'da R_1), diğer bütün elemanlardaki akım durur.

Bir paralel devrede, Şek.26-4a, aküden çıkan toplam I akımı, farklı üç yola dağılır: R_1, R_2 ve R_3 dirençlerinin her birinden geçen akımlar sırasıyla I_1, I_2 ve I_3 olsun. Elektrik yükü korunduğundan, A bağlantı noktasına gelen I akımı (burada, farklı teller veya iletkenler bir araya getirildi, Şek.26-4a) bu noktayı terk eden akıma eşit olmalıdır.

Böylece,

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \qquad \text{[Paralel]}$$

olur. Dirençler paralel bağlandığında her birinin üzerinde aynı gerilim vardır. (Aslında, direnci ihmal edilebilen bir telle bağlanmış devredeki herhangi iki nokta aynı potansiyeldedir). Böylece, bataryanın geriliminin tümü Şek.26-4a'daki her bir dirence uygulanır. Her bir dirence Ohm yasasını uygulayarak,

$$I_1 = \frac{V}{R_1}, \qquad I_2 = \frac{V}{R_2}, \qquad \text{ve} \qquad I_3 = \frac{V}{R_3}$$

elde ederiz. Şimdi paralel bağlı bu üç direnç için tek eşdeğer direnç $R_{eş}$'in çekeceği toplam I akımını belirleyelim. Bu eşdeğer direnç, $R_{eş}$, Ohm yasasını da sağlamalıdır:

$$I = \frac{V}{R_{eş}}.$$

Şimdi yukardaki eşitlikleri birleştirelim:

$$I = I_1 + I_2 + I_3,$$

$$\frac{V}{R_{eş}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}.$$

Her bir terimi V'ye böldüğümüzde,

$$\frac{1}{R_{eş}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \qquad \text{[Paralel]} \quad \textbf{(26–4)}$$

eşitliğini elde ederiz. Örneğin, iki 4 Ω'luk hoparlörü, stereo amplifikatörünün veya alıcının bir kanalının çıkış uçlarına bağladığınızı varsayın. (Bir an için diğer kanalı yok sayalım- örneğin iki hoparlörümüz de sol kanala birlikte bağlı olsun.) Paralel bağlı iki 4 Ω'luk direncin eşdeğer direnci

$$\frac{1}{R_{eş}} = \frac{1}{4\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega} = \frac{2}{4\,\Omega} = \frac{1}{2\,\Omega},$$

olur ve dolayısıyla, $R_{eş}$ = 2 Ω'dur. Böylece net (veya eşdeğer) direnç her bir tek dirençten daha azdır. Bu başlangıçta sürpriz gibi görünebilir. Fakat, hatırlayalım ki dirençleri paralel bağladığınızda, akıma gideceği ilave yollar veriyorsunuz. Bu nedenle net direnç düşecektir.

Dnk.26-3 ve Dnk.26-4 anlamlıdır. Özdirenç için Dnk.25-3'ü, $R = \rho\ell/A$, hatırlarsak, dirençleri seri olarak yerleştirdiğimizde uzunluk arttıkça direnç de artacaktır; dirençleri paralel bağladığımızda ise akımın geçeceği alan artacağından tüm direnç azalacaktır.

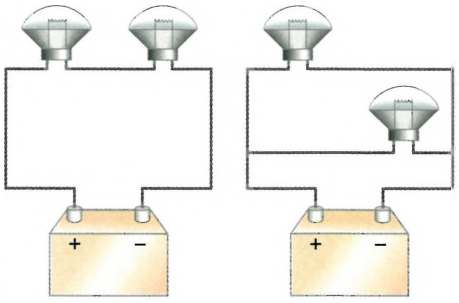
Bir benzerlik burada yardımcı olabilir. Şek.26-5'te gösterildiği gibi, bir barajın üstüne yakın bir yerde suyu alan ve aşağıya bırakan iki özdeş boruyu dikkate alalım. h yüksekliğiyle orantılı olan yerçekimsel potansiyel farkı tıpkı paralel dirençlerdeki gerilimin aynı olmasına benzer şekilde her iki boru için aynıdır. Eğer bu iki boru açıksa, suyun akması için net direnç, paralel bağlı elektriksel dirençlerde olduğu gibi yarı yarıya azalacaktır. Eğer iki boru da kapanırsa, barajın suyun akışına sonsuz direnç göstereceğini belirtelim. Bu elektriksel durumdaki açık bir devreye karşılık gelir- yol süreksiz olduğunda akım geçmez - dolayısıyla elektriksel direnç, sonsuzdur.

ALIŞTIRMA B 10 Ω ve 15 Ω'luk bir dirence sahipsiniz. Bu iki dirençle yapabildiğiniz en küçük ve en büyük eşdeğer direnç nedir?

KAVRAMSAL ÖRNEK 26–2 **Seri veya paralel?** (*a*) Şek.26-6'daki ampuller özdeştir. Hangi durum daha fazla ışık oluşturur? (*b*) Bir arabanın farlarının nasıl bağlandığını düşünürsünüz? Filamentin R direncinin akım ile değişimini ihmal ediniz.

YANIT (a) Bu paralel devrenin eşdeğer direnci Dnk.26-4'ten, $1/R_{eş} = 1/R + 1/R = 2/R$. bulunur. Böylece, $R_{eş} = R/2$'dir. Dolayısıyla paralel bağlanma seri bağlanmadan ($R_{eş} = R + R = 2R$) daha düşük dirence (= R/2) sahiptir. (2)'deki paralel bağlanmada daha fazla toplam akım olacaktır, çünkü $I = V/R_{eş}$ olup V iki devre için de aynıdır. Üretilen ışıkla ilgili olan toplam güç dönüşümü $P = IV$'dir. Dolayısıyla (2)'deki daha büyük akım daha fazla ışık üretimini ifade eder. (b) Farlar paralel bağlanır (2), çünkü eğer bir lamba devre dışı kalırsa diğer lamba yanık kalır. Eğer seri bağlanmış (1) olsaydılar, bir lamba bozulduğunda (filament koparsa), devre açılmış olur ve akım geçmezdi; dolayısıyla hiç bir lamba yanmazdı.

NOT Sayfa 677'deki Bölüm Giriş Sorusunu yanıtladığınız zaman, yanıtınız devre 2 miydi? Yanlış bir düşünceye sahip olmuşsanız bunun sebebini açıklayabilir misiniz?



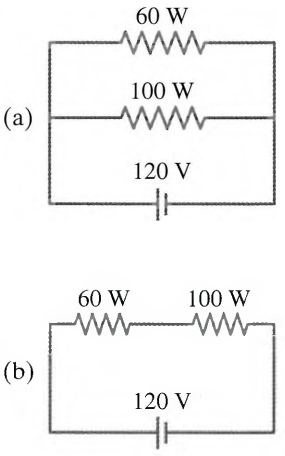
ŞEKİL 26–6 Örnek 26-2

KAVRAMSAL ÖRNEK 26–3 **Bir aydınlatma sürprizi.** 100 W, 120 V'luk bir ampul ile 60 W, 120 V'luk bir ampul Şek.26-7'de gösterildiği gibi farklı iki şekilde birleştiriliyor. Her bir durumda, hangi lamba daha parlak yanar? Filament direncinin akımla (ve sıcaklıkla) değişimini ihmal edin.

YANIT (*a*) Bunlar güçleri 120 V'a göre verilen normal ampullerdir. Ampullerin her ikisinin de üzerindeki voltaj 120 V'tur, dolayısıyla 100 W'lık lamba doğal olarak daha parlaktır. (*b*) 100 W'lık ampulün direnci 60 W'lıkınkinden daha azdır (sabit 120 V'ta $P = V^2/R$'den hesaplanır). Burada seri halde bağlıdırlar ve aynı akımı çekerler. Dolayısıyla, $P = I^2R$'den (I = sabit) daha yüksek direnç, "60 W'lık" ampul, daha fazla gücü dönüştürecek ve dolayısıyla daha parlak olacaktır.

NOT (*b*) deki gibi seri olarak bağlandığında, bu iki lamba 60 W ve 100 W harcamaz çünkü hiç bir lambanın üzerindeki voltaj 120 V değildir.

ŞEKİL 26–7 Örnek 26-3

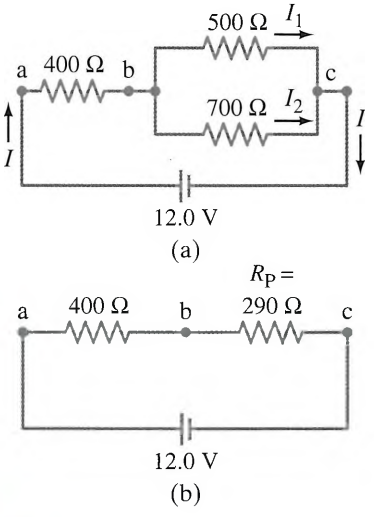


Bir grup direncin yerine eşdeğer direnç konulduğunda, devrenin geri kalan kısmındaki akım, gerilim ve gücün etkilenmediğine dikkat edin.

ÖRNEK 26–4 **Seri ve paralel dirençli devre.** Şek.26-8a'daki pilden ne kadar akım çekilir?

YAKLAŞIM Pilin dışına çıkan I akımı, tümüyle 400 Ω'luk dirençten geçer fakat ardından 500 Ω ve 700 Ω'luk dirençlerden geçerken I_1 ve I_2 akımlarına ayrılır. Bu son iki direnç birbirine paralel bağlıdır. Nasıl işlem yapacağımızı bildiğimiz bir noktadan başlamalıyız. Öyleyse, önce 500 Ω ve 700 Ω'luk paralel dirençlerin eşdeğer direnci R_p'yi bulalım. Daha sonra, bu R_p'yi 400Ω'luk dirençle seri bağlı olarak düşünebiliriz.

ŞEKİL 26–8 (a) Örnek 26-4 ve 26-5 için devre.
(b) (a)'daki iki paralel direncin yerine 290 Ω'luk eşdeğer direnci gösteren eşdeğer devre



ÇÖZÜM Paralel bağlı 500 Ω ve 700 Ω'luk dirençlerin eşdeğer direnci R_p

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{500\ \Omega} + \frac{1}{700\ \Omega} = 0.0020\ \Omega^{-1} + 0.0014\ \Omega^{-1} = 0.0034\ \Omega^{-1}.$$

ile verilir. Bu $1/R_p$ dir, dolayısıyla R_p'yi bulmak için tersini alırız. Tersini almayı unutmak, yaygın bir hatadır. Birim olarak Ohm'un tersinin, Ω^{-1}kullanılmasının bir hatırlatma olduğuna dikkat edelim. Dolayısıyla:

$$R_P = \frac{1}{0.0034\ \Omega^{-1}} = 290\ \Omega.$$

Bu 290 Ω, iki paralel direncin eşdeğer direncidir ve Şek.26-8b'nin eşdeğer devresinde gösterildiği gibi 400 Ω dirençle seri halindedir. Toplam eşdeğer direnç $R_{eş}$'i bulmak için, 400 Ω ve 290 Ω dirençlerini, seri bağlı olduklarından toplarız:

$$R_{eş} = 400\ \Omega + 290\ \Omega = 690\ \Omega$$

Dolayısıyla pilden geçen toplam akım,

$$I = \frac{V}{R_{eş}} = \frac{12.0\ \text{V}}{690\ \Omega} = 0.0174\ \text{A} \approx 17\ \text{mA}.$$

NOT Bu I, aynı zamanda 400 Ω'luk dirençten geçen akımdır fakat 500 Ω ve 700 Ω'luk dirençlerden geçmez (akımların her ikisi de daha küçüktür-bknz. bir sonraki Örnek).

NOT Karmaşık dirençli devreler, çoğu kez, seri ve paralel dirençlerin bir birleşimi gibi dikkate alınarak incelenebilir.

DİKKAT
Tersini almayı unutma

ÖRNEK 26–5 **Bir koldaki akım.** Şek.26-8a'daki 500 Ω'luk dirençten geçen akım nedir?

YAKLAŞIM Şek.26-8a'daki *b* ve *c* noktaları arasındaki 500 Ω'luk dirençteki V_{bc} olarak adlandıracağımız gerilimi bulmamız gerekir. V_{bc}'yi bilirsek, akımı elde etmek için Ohm yasasını, $V = IR$ uygulayabiliriz. 17.4 mA'in 400 Ω'luk dirençten geçtiğini bildiğimiz için ilk olarak , 400'Ω luk dirençten geçen gerilimi, V_{ab}'yi buluruz.

ÇÖZÜM V_{ab}, $V = IR$ kullanarak bulunabilir:

$$V_{ab} = (0.0174\ \text{A})(\ 400\ \Omega) = 7.0\ \text{V}$$

Dirençlerin şebekesi üzerindeki toplam voltaj V_{ac} = 12.0 V olduğundan, V_{bc}, 12.0 V– 7.0 V = 5.0 V olmalıdır. Ayıca, 500'Ω luk dirence uygulanan Ohm yasası dirençten geçen I akımının

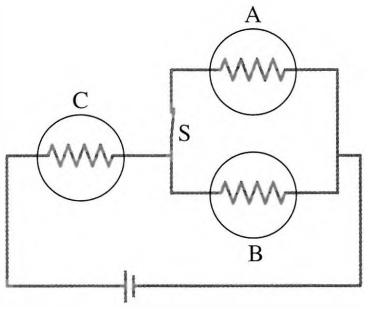
$$I_1 = \frac{5.0\ \text{V}}{500\ \Omega} = 1.0 \times 10^{-2}\ \text{A} = 10\ \text{mA}$$

olduğunu bize gösterir. Bu, istediğimiz yanıttır. Biz aynı zamanda 700 Ω'luk dirençten geçen I2 akımını da, uçlarındaki gerilim 5.0 V olduğundan, hesaplayabiliriz:

$$I_2 = \frac{5.0\ \text{V}}{700\ \Omega} = 7\ \text{mA}.$$

NOT I_1, I_2 ile toplam I akımını oluşturmak için birleştirildiğinde, (Şek.26-8a'daki c noktasında), toplamları 10 mA + 7 mA = 17 mA'dir. Bu, Örnek 26-4'te hesaplandığı gibi toplam akım I ya eşittir.

ŞEKİL 26–8 (a) Örnek 26-4 ve 26-5 için devre. (b) (a)'daki iki paralel direncin yerine 290 Ω'luk eşdeğer direnci gösteren eşdeğer devre



ŞEKİL 26–9 Örnek 26-6, üç özdeş lamba. Her bir sarı halka içindeki ⁓ bir ampulü ve direncini göstermektedir .

KAVRAMSAL ÖRNEK 26–6 **Bir devredeki ampul parlaklığı.** Şek.26-9'da gösterilen devre her birinin direnci R olan üç özdeş ampule sahiptir. (*a*) S anahtarı kapatıldığında A ve B ampullerinin parlaklığı C ampulünün parlaklığıyla karşılaştırıldığında nasıl olacaktır? (*b*) S anahtarı açıldığında ne olur? Cevabınızda minimum matematik kullanın.

YANIT (*a*) S anahtarı kapalıyken, C ampulünden geçen akım, A ve B ampullerine giden bağlantı noktasına ulaştığında iki eşit parçaya ayrılmalıdır. İki eşit parçaya ayrılmasının sebebi, A ampulünün direncinin B ampulünün direncine eşit olmasıdır. Böylece, A ve B ampullerinin her biri, C'nin akımının yarısını alır; A ve B eşit parlaklıkta, fakat C ampulünden daha az parlak olacaklardır($P = I^2 R$). (*b*) S anahtarı açıldığında, ampul A'dan akım geçemez. Dolayısıyla o karanlık olacaktır. Biz şimdi bir-halkalı seri bir devreye sahibiz ve B ve C ampullerinin eşit parlamasını bekleriz. Bununla birlikte bu devrenin eşdeğer direnci (= R + R), anahtarı kapalı olan devrenin direncinden daha büyüktür. Anahtarı açtığımız zaman, direnci artırırız ve pilden ayrılan akımı azaltırız. Böylece C ampulü, anahtarı açtığımız zaman, ışık kısıcı gibi davranacaktır. B ampulü, anahtarı açıkken (burada bir miktar matematik kullanmak zorunda olabilirsiniz) daha fazla akım alır ve dolayısıyla anahtarın kapalı olduğu durumdakinden daha parlak olacaktır; ve B, C kadar parlak olacaktır.

ÖRNEK 26–7 **TAHMİN EDİN** **İki-hızlı fan.** Bir araba için çok-hız kademeli havalandırma fanı tasarlamanın bir yolu, vantilatör motoruyla seri bağlı dirençleri birleştirmektir. Dirençler motordan geçen akımı azaltır ve fanın daha yavaş çalışmasını sağlar. Doğrudan 12-V'luk bir aküye bağlandığında motordaki akımın 5.0 A olduğunu düşünelim.(*a*) Düşük-hız işleminde akımı 2A'e indirmek için ne kadarlık seri direnç kullanılmalıdır? (*b*) Direncin harcadığı güç ne olmalıdır?

YAKLAŞIM Bir dirençle seri bağlı bir elektrik motoru, seri bağlı iki direnç gibi incelenebilir. Güç $P = IV$ bağıntısından gelmektedir.

ÇÖZÜM (a) Motor 12 V'a bağlandığında ve 5.0 A akım çektiğinde, direnci $R = V/I$ = (12 V)/(5.0 A)= 2.4 Ω olur. Bunun bütün hızlar için motorun direnci olduğunu kabul edeceğiz. (Motordan geçen akım motorun hızına bağlı olduğundan, bu bir yaklaşımdır.). Ardından, 2.0 A'lik bir akım geçtiğinde, motorun üzerindeki gerilim (2.0 A) (2.4 Ω) = 4.8 V'tur. Geri kalan 12.0 V – 4.8 V = 7.2 V seri direncin üzerinde olmalıdır. Dirençten 2.0 A geçtiğinde, direnç R = (7.2 V)/(2.0 A) = 3.6 Ω olmalıdır. (b) Direnç tarafından harcanan güç P = (7.2 V)/(2.0 A) = 14.4 W olur. Güvenlik için, 20 W'lık bir güç uygun olacaktır.

ÖRNEK 26–8 **Bir Devre Analizi.** İç direnci r 0.50 Ω olan 9.0 V'luk bir pil Şek.26-10a'da gösterilen devreye bağlıdır. (*a*) Pilden ne kadar akım çekilir? (*b*) Pilin kutup voltajı nedir? (*c*) 6.0 Ω'luk dirençteki akım nedir?

YAKLAŞIM Pilden çıkan akımı bulmak için, ilk olarak, r de dahil olmak üzere dirençleri basitçe seri ve paralel kombinasyonlar halinde belirleyip ayrıştırarak tüm devrenin eşdeğer direnci $R_{eş}$'i belirlememiz gerekir. Ohm yasasından $I = \mathscr{E}/R_{eş}$, I yı buluruz $V_{ab} = \mathscr{E} - Ir$ bağıntısını kullanarak kutup voltajını elde ederiz. (*c*) için 6.0 Ω'luk dirence Ohm yasasını uygularız. resistor.

ÇÖZÜM (*a*) Devrenin eşdeğer direncini belirlemek istiyoruz. Fakat nereden başlayacağız? 4.0 Ω ve 8.0 Ω'luk dirençlerin paralel olduğunu ve dolayısıyla

$$\frac{1}{R_{eş1}} = \frac{1}{8.0\,\Omega} + \frac{1}{4.0\,\Omega} = \frac{3}{8.0\,\Omega}$$

ile verilen eşdeğer dirence sahip olduğunu belirtelim. Böylece, $R_{eş1}$ = 2.7 Ω bulunur. Bu 2.7 Ω, Şek.26-10b'nin eşdeğer devresinde gösterildiği gibi 6.0 Ω dirençle seri bağlıdır. Devrenin aşağıdaki kolunun net direnciyle ise Şek.26-10c'de gösterildiği gibi

$$R_{eş2} = 6.0\,\Omega + 2.7\,\Omega = 8.7\,\Omega,$$

'dir. Paralel bağlı 8.7 Ω ve 10.0 Ω dirençlerinin eşdeğer direnci $R_{eş3}$

$$\frac{1}{R_{eş3}} = \frac{1}{10.0\,\Omega} + \frac{1}{8.7\,\Omega} = 0.21\,\Omega^{-1},$$

ile verilir. Böylece, $R_{eş3} = (1/0.21\ \Omega^{-1}) = 4.8$ 'dur. Bu 4.8 Ω, 5.0 Ω'luk direnç ve pilin 0.50 Ω'luk iç direnciyle seri haldedir (Şek.26-10d); dolayısıyla devrenin eşdeğer toplam direnci $R_{eş}$ = 4.8 Ω + 5.0 Ω + 0.50 Ω = 10.3 Ω olur. Böylece, çekilen akım,

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_{eş}} = \frac{9.0\,\text{V}}{10.3\,\Omega} = 0.87\,\text{A}.$$

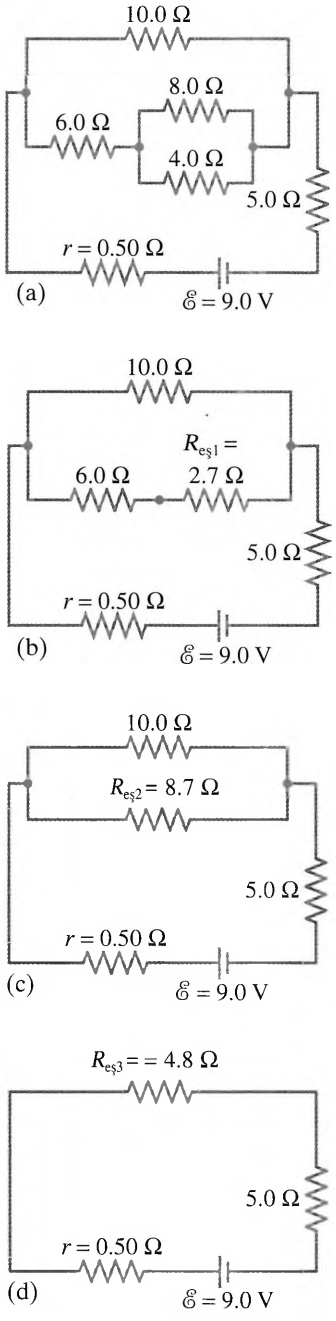
(*b*) Pilin uç voltajı,

$$V_{ab} = \mathscr{E} - Ir = 9.0\,\text{V} - (0.87\,\text{A})(0.50\,\Omega) = 8.6\,\text{V}.$$

(*c*) Şimdi biz geriye dönüp 6.0 Ω'luk dirençteki akımı bulabiliriz. Şek.26-10c'de gösterilen 8.7Ω'dan geçen akımla aynı olmalıdır (niçin?). 8.7Ω'luk direnç üzerindeki gerilim, bataryanın emk'si, eksi r ve 5.0 Ω'luk direnç üzerindeki voltaj düşüşleri olacaktır: $V_{8.7}$ = 9.0 V - (0.87 A) (0.50 Ω + 5.0 Ω). Ohm yasasını uygulayarak, akımı elde ederiz (ona I' diyelim):

$$I' = \frac{9.0\,\text{V} - (0.87\,\text{A})(0.50\,\Omega + 5.0\,\Omega)}{8.7\,\Omega} = 0.48\,\text{A}.$$

Bu 6.0 Ω'luk dirençten geçen akımdır.



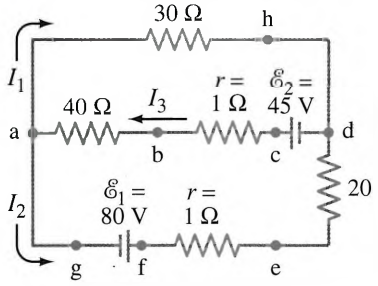
ŞEKİL 26–10 Örnek 26-8 için devre. Burada r bataryanın iç direncidir.

26–3 Kirchhoff Kuralları

Son birkaç örnekte Ohm yasasını kullanarak seri ve paralel bağlı bileşik dirençli devrelerdeki akımları bulma becerisine sahip olduk. Bu yöntem pek çok devre için kullanılabilir. Bununla birlikte, bazı devreler, bu şekilde analiz edilemeyecek kadar karmaşıktır. Örneğin, Şek.26-11'de gösterilen devrenin her bir bölümündeki akımı daha önce yaptığımız gibi, dirençleri basitçe birleştirerek bulamayabiliriz.

Böyle karmaşık devreleri çözmek için 19. yy'ın ortalarında G.R. Kirchhoff (1824-1887) tarafından tasarlanmış Kirchhoff kurallarını kullanırız. Bu iki kural, yük ve enerjinin korunum yasalarının basit uygulamalarıdır.

ŞEKİL 26–11 Akımlar Kirchhofff kuralları kullanılarak hesaplanabilir.



Kirchhoff' un ilk kuralı veya **kavşak kuralı**, daha önce paralel dirençler için bir kural türetmeye çalışırken de kullandığımız, elektrik yükü korunumuna dayanır. Bu kural şöyle ifade edilir:

Kavşak kuralı (yük korunumu)

herhangi bir kavşakta, kavşağa giren tüm akımların toplamı kavşağı terk eden bütün akımların toplamına eşittir.

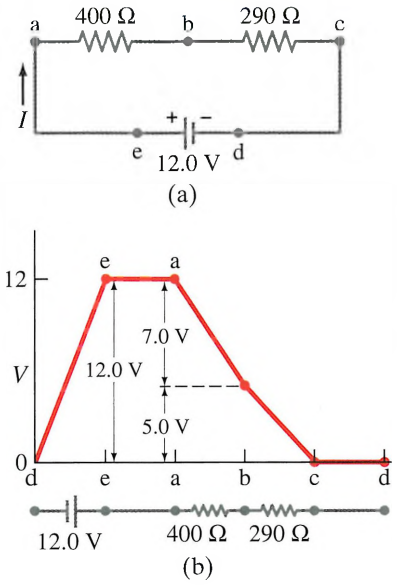
Yani, ne kadar yük içeri girerse o kadar da çıkmalıdır. Biz zaten Örnek 26-5'in sonundaki NOT'ta bunun bir örneğini gördük..

Kirchhoff'un ikinci kuralı veya **çevrim kuralı** ise enerjinin korunumuna dayanır. Bu kural da şöyle ifade edilir:

Çevrim kuralı (enerjinin korunumu)

bir devrenin herhangi kapalı çevrimi etrafındaki potansiyel değişmelerinin toplamı sıfırdır.

Bu kuralın neden geçerli olduğunu görmek için, lunaparktaki bir hız-treninin izlediği yolun üzerindeki potansiyel enerjisiyle kaba bir benzerliği dikkate alalım. Hız-treni istasyondan çıkış yaptığı zaman, belli bir potansiyel enerjiye sahiptir. İlk tepeye tırmandığında, potansiyel enerjisi artar ve tepede maksimuma ulaşır. Diğer tarafa indiğinde potansiyel enerjisi azalır ve tepenin altında yerel bir minimuma ulaşır. Hız-treni yolunda devam ettikçe, potansiyel enerjisi yine değişimlere uğrar. Fakat, başlangıç noktasına geri döndüğü zaman, bu noktada başladığı zamankine eşit bir potansiyel enerjiye sahiptir. Bunu söylemenin diğer bir yolu, ne kadar yokuş varsa o kadar da inişin olduğudur..



ŞEKİL 26–12 (a)'daki devredeki potansiyel değişimlerinin (b)'de grafiği çizilmiştir.

Benzer bir mantık bir elektrik devresine uygulanabilir. Şek.26-11'deki devreyi inceleyeceğiz fakat önce Şek.26-12'deki daha basit devreyi dikkate alalım. Şek.26-8b'de tartıştığımız eşdeğer devreyle aynı olduğundan onu seçtik. Bu devredeki akım, Örnek 26-4'te hesapladığımız gibi, I = (120 V)/(690 Ω) = 0.0174 A'dir. (Yuvarlama hatalarını azaltmak için I'daki fazla rakamları koruyoruz). Şek.26-12a'da, pilin pozitif tarafındaki, e noktası, pilin negatif tarafındaki d noktasıyla karşılaştırıldığında daha yüksek bir potansiyeldedir. Yani e noktası hız-treni için bir tepenin üstüne benzer. Herhangi bir noktadan başlayarak devrenin çevresini dolanan akımı izleyelim. D noktasından başlamayı seçelim ve pozitif bir test yükünü devrenin çevresini dolanırken izleyelim. Gittiğimiz yol boyunca potansiyeldeki bütün değişimleri not edelim. Test yükü d noktasına geri döndüğünde potansiyel başladığımız zamanki potansiyel ile aynı olacaktır (Devre çevresinde potansiyeldeki toplam değişme sıfırdır). Şek.26-12b'de, devre boyunca potansiyeldeki değişmelerin grafiğini çizdik; d noktası keyfi olarak sıfır alınmıştır.

Pozitif test yükümüz, negatif veya pilin düşük potansiyel tarafı olan d noktasından, pilin pozitif ucu (yüksek potansiyel tarafı) olan e noktasına gittiğinde, potansiyel 12.0 V artar. (Bu ilk tepeye tırmanan hız-treninin durumuna benzerdir.) Yani,

$$V_{ed} = +12.0\,\text{V}.$$

PROBLEM ÇÖZME

Çevrim kuralını uygularken işaretlerde tutarlı olunuz

Test yükümüz e noktasından a noktasına hareket ettiğinde potansiyelde değişme olmaz; çünkü emk kaynağı yoktur ve bağlantı tellerindeki direncin ihmal edildiğini varsayıyoruz. Daha sonra, b noktasına varmak için bu yük 400 Ω'luk dirençten olunuz geçtiğinde, potansiyelde $V = I\,R$ = (0.0174 A) (400 Ω) = 7.0 V'luk bir azalma olur. Pozitif test yükü "yokuş aşağı" akıyor, çünkü Şek.26-12*b* grafiğinde belirtildiği gibi pilin negatif ucuna doğru yönleniyor. Potansiyelde bir azalma olduğundan negatif işaret kullanırız:

$$V_{ba} = V_b - V_a = -7.0\,\text{V}.$$

Tellerdeki direnci ihmal edilebilir varsaydığımızdan, test yükümüz c'den d'ye hareket ettiğinde potansiyelde değişme yoktur.

$$V_{cb} = -5.0\,\text{V}.$$

Şekil 26-12 devresi çevresinde potansiyeldeki bütün değişmelerin toplamı:

$$+12.0\,\text{V} - 7.0\,\text{V} - 5.0\,\text{V} = 0.$$

Bu, tam olarak Kirchhoff çevrim kuralının öngörüsüyle aynıdır.

PROBLEM ÇÖZÜMÜ

Kirchhoff Kuralları

1. Verilen devrenin her bir kolundaki **akımı** I_1, I_2, I_3'te olduğu gibi gibi farklı indislerle **işaretleyin** (bknz. Şek.26-11 veya 26-13). Her akım, iki kavşak arasındaki bir devre parçasına aittir. Her bir akımın yönünü bir ok kullanarak seçin. Yön keyfi olarak seçilebilir: Eğer akım gerçekte zıt yönde ise, çözümde eksi işaret ortaya çıkar.
2. **Bilinmeyenleri tanımlayın.** Bilinmeyenlerin sayısı kadar bağımsız denkleme ihtiyacınız olacaktır. Daha fazla sayıda eşitlik yazabilirsiniz, fakat bazı eşitliklerin gereksiz olacağını bulacaksınız (yani, bağımsız olmayıp yeni bir bilgi vermeyecek). Bazen bilinmeyenlerin sayısını azaltacağından her direnç için $V = IR$ kullanabilirsiniz
3. Bir veya daha fazla kavşağa **Kichhoff'un kavşak kuralını uygulayın.**
4. Bir veya daha fazla çevrim için **Kichhoff'un çevrim kuralını uygulayın.** İndislere ve işaretlere dikkat edin:
   (*a*) Bir direnç için, Ohm yasasını uygulayın; eğer seçtiğiniz çevrim yönü dirençten geçen akımın yönüyle aynıysa, potansiyel farkı negatiftir (bir azalma); eğer seçtiğiniz çevrim yönü seçilen akım yönüne zıtsa, potansiyel farkı pozitiftir (bir artma).
   (*b*) Bir pil için potansiyel farkı, seçtiğiniz çevrim yönü negatif uçtan pozitif uca doğruysa, pozitif; pozitif uçtan negatif uca doğruysa, negatiftir.
5. Bilinmeyenler için cebirsel olarak **denklemleri çözün.** Denklemleri ele alırken işaretlerde hata yapmamaya dikkat edin. Yanıtlarınızı orijinal denklemlere yerleştirerek ya da daha önce kullanmadığınız ilave çevrim veya kavşak denklemlerini de kullanarak kontrol edin.

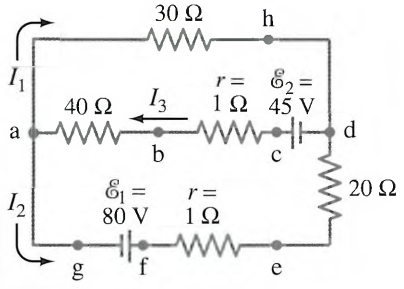
ÖRNEK 26–9 **Kirchhoff Kurallarının kullanımı.** Şek.26-13'teki (Şek.26-11'in aynıdır) devrenin üç kolundaki I_1, I_2 ve I_3 akımlarını hesaplayın.

YAKLAŞIM VE ÇÖZÜM

1. Akımları ve yönlerini işaretleyin. Şek.26-13, üç farklı daldaki akımlar için I_1, I_2 ve I_3 etiketlerini kullanıyor. Akım (pozitif), pilin pozitif ucundan dışarıya doğru harekete meyilli olduğundan, I_2 ve I_3'ü Şek.26-13'te gösterilen yönlere sahip olarak seçeriz. I_1'in yönü önceden belli değildir, dolayısıyla gösterilen yönü keyfi olarak seçeriz. Eğer akım gerçekten zıt yönde akıyorsa, yanıtımız negatif bir işarete sahip olacaktır.
2. **Bilinmeyenleri belirle.** Üç bilinmeyene sahibiz ve dolayısıyla Kirchhoff'un kavşak ve çevrim kurallarını uygulayarak sahip olacağımız üç denkleme ihtiyacımız vardır.
3. **Kavşak Kuralı.** a noktasındaki akımlara Kichhoff kavşak kuralını uygularız. Burada I_3 girmekte ve I_2 ile I_1 çıkmaktadır:
$$I_3 = I_1 + I_2. \qquad (a)$$
Bu aynı eşitlik d noktasında da geçerlidir, böylece d noktası için bir eşitlik yazarak yeni bir bilgiye sahip olmayız.
4. **Çevrim Kuralı:** İki farklı kapalı halkaya Kichhoff'un çevrim kuralını uygularız. İlk olarak üst ahdcba çevrimine uygularız. A noktasından başlarız (ve bitiririz). a'dan h'ye $V_{ha} = (-I_1)\ (30\ \Omega)$ bir potansiyel azalmasına sahibiz. h'den d'ye değişme yoktur, fakat d'den c'ye potansiyel 45 V artar: Yani $V_{cd} = +\ 45$ V'tur. c'den a'ya potansiyel, iki dirençten geçerek, $V_{ac} = -\ (I_3)\ (40\ \Omega + 1\ \Omega) = -\ (41\ \Omega)\ I_3$ kadar azalır. Dolayısıyla, $V_{ha} + V_{cd} + V_{ac} = 0$ ya da
$$-30I_1 + 45 - 41I_3 = 0, \qquad (b)$$
olur. Burada, cebirsel işlemleri daha kolayca yapabilmek için birimleri (volt ve ampere) koymadık. İkinci olarak, dıştaki ahdefga çevrimini kullanalım. (alttaki abcdefga çevrimini de seçebilirdik). Yine a noktasından başlayalım: $V_{ha} = -\ (I_1)(30\ \Omega)$ ve $V_{dh} = 0$'dır. Fakat pozitif yükümüzü d'den e'ye götürdüğümüzde, yokuş yukarı, yani akıma zıt yönde -veya en azından, bu hesaplamada akımın varsayılan yönüne karşı- gitmektedir. Dolayısıyla, $V_{ed} = I_2\ (20\ \Omega)$ pozitif bir işarete sahiptir. Benzer şekilde, $V_{fe} = I_2\ (1\ \Omega)$'dur. Pilin yüksek potansiyel ucundan düşük ucuna gittiğimizden, f'den g'ye potansiyelde 80 V'luk bir azalma vardır. Dolayısıyla $V_{gf} = -\ 80$ V'tur. Sonuçta, $V_{ag} = 0$, ve bu çevrimin etrafındaki potansiyel değişimlerinin toplamı şöyledir:
$$-30I_1 + (20 + 1)I_2 - 80 = 0. \qquad (c)$$
Esas işimiz yapıldı. Gerisi cebirdir.

PROBLEM ÇÖZME

Akım yönlerini keyfi seçin



ŞEKİL 26–13 Kirchhoff kurallarını kullanarak akımlar hesaplanabilir. Bknz. Örnek 26-9.

5. Denklemeleri çözün. (*a*), (*b*) ve (*c*) olarak işaretlenmiş üç denkleme ve üç bilinmeyene sahibiz. Dnk. (*c*)'den

$$I_2 = \frac{80 + 30I_1}{21} = 3.8 + 1.4I_1 \qquad (d)$$

elde ederiz. Dnk. (b)'den

$$I_3 = \frac{45 - 30I_1}{41} = 1.1 - 0.73I_1 \qquad (e)$$

elde edilir. Dnk. (a)'ya Dnk. (d) ve (e)'yi yerleştiririz:

$$I_1 = I_3 - I_2 = 1.1 - 0.73I_1 - 3.8 - 1.4I_1.$$

Terimleri bir araya getirerek I_1 için çözeriz:

$$3.1I_1 = -2.7$$
$$I_1 = -0.87\ \text{A}.$$

Negatif işaret, I_1'in yönünün gerçekte, başlangıçta kabul edilen ve Şek.26-13'de gösterilene zıt olduğunu belirtir. Yanıt kendiliğinden ampere olarak çıkar, çünkü bütün değerler volt ve ohm idi. Dnk. (*d*)'den,

$$I_2 = 3.8 + 1.4I_1 = 3.8 + 1.4(-0.87) = 2.6\ \text{A},$$

ve Dnk (*e*)'den

$$I_3 = 1.1 - 0.73I_1 = 1.1 - 0.73(-0.87) = 1.7\ \text{A}$$

bulunur. Bu, çözümü tamamlar.

NOT Farklı durumlardaki bilinmeyenler mutlaka akımlar değildir. Akımlar verilmiş olabilir ve bilinmeyen direnç ve gerilim için çözüm yaparız. Değişkenler farklıdır fakat teknik aynıdır.

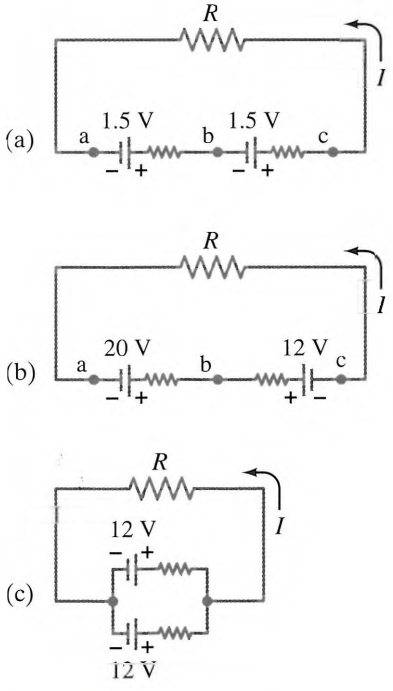
ALIŞTIRMA C Örnek 26-9'un alt çevrimi abcdefga için denklemi yazin ve bu örnekte hesaplanan akımları kabul ederek, bu alt çevrim için de potansiyellerin sıfıra toplayacağını gösterin.

26–4 Seri ve Paralel EMK'ler; Pilin Yüklenmesi

Piller gibi iki veya daha fazla emk kaynağı Şek.26-14a'daki gibi seri olarak düzenlendiğinde, toplam gerilim, ayrı ayrı gerilimlerin cebirsel toplamıdır. Öte yandan, 20 V ve 12V'luk piller zıt olarak bağlandığında, Şek.26-14b'de gösterildiği gibi, net voltaj Vca, 8 V'tur (iç dirençlerdeki gerilim düşüşünü ihmal ederek). Yani a'dan b'ye hareket eden pozitif test yükü 20 V'luk potansiyel artışı sağlar, fakat b'den c'ye geçtiği zaman, gerilim 12 V düşer. Böylece net değişim 20V – 12 V = 8 V'tur. Ters şekilde bağlanmış pillerin savurganlık olacağını düşünebilirsiniz. Çoğu amaçlar için bu doğrudur. Fakat böyle bir ters düzenleme, tam olarak bir pilin nasıl yükleyici olarak çalıştığını ifade etmektedir. Şek.26-14b'deki 20 V'luk kaynak 12 V'luk pili yüklemektedir. Daha büyük voltajı nedeniyle, 20 V'luk kaynak 12 V'luk pile geri yükleme yapar; elektronlar onun pozitif ucundan uzaklaşıp negatif ucuna itilir.

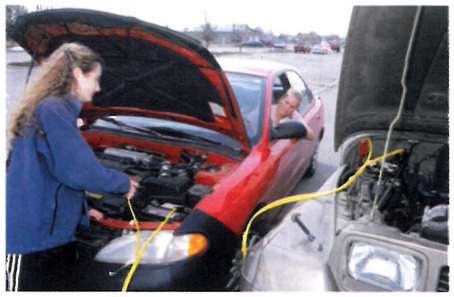
Bir otomobil şarj dinamosu aynı yolla arabanın aküsünü yüklü tutar. Motor, oldukça hızlı çalışırken araba aküsünün (12 V) uçlarına yerleştirilen bir voltmetre, dinamonun aküyü yükleyip yüklemediğini size söyleyebilir. Eğer yüklüyorsa voltmetre 13 veya 14 V gösterir. Eğer akü yüklenmiyorsa gerilim 12 V, veya akü deşarj oluyorsa gerilim daha az olacaktır. Aküler şarj edilebilir fakat piller, çoğu kez kimyasal tepkimeler tersinir olamayabileceğinden, yeniden şarj edilmeyebilirler. Böyle durumlarda, Şek.26-14b'nin düzenlenmesi sadece enerji israfına yol açacaktır.

Emk kaynakları paralel olarak da düzenlenebilir, Şek.26-14c. Eşit emk'li bir paralel düzenleme, büyük akımlar gerektirdiğinde daha fazla enerji sağlayabilir. Paralel bağlı hücrelerin her biri sadece toplam akımın bir kesrini üretmek zorundadır, dolayısıyla iç dirence bağlı olarak enerji kaybı, tek bir hücreninkinden daha azdır; ve piller daha yavaş tükenecektir.



ŞEKİL 26–14 (a) ve (b) seri, ve (c) paralel bağlı piller.

ÖRNEK 26–10 **Bir otomobili atlama yoluyla çalıştırmak.** Dolu bir araba aküsü, zayıf akülü bir arabayı atlama yoluyla çalıştırmak için kullanılabilir. İyi bir akü 12.5 V emk'ye ve 0.020 V iç dirence sahiptir. Zayıf akünün 10.1 V'luk bir emk ve 0.10 Ω'luk iç dirence sahip olduğunu varsayalım. Her bir bakır atlama kablosu 3.0 m uzunluğunda ve 0.50 cm çapındadır, ve Şek.26-15'te gösterildiği gibi bağlanabilir. Marş motoru R_s = 0.15 Ω'luk bir direnç olarak temsil edilebilir. Marş motorundan geçen akımı, Şek.26-15'de gösterildiği gibi, (*a*) eğer sadece zayıf aküye bağlanırsa, ve (*b*) eğer sağlam aküye bağlanırsa belirleyin.



YAKLAŞIM Kirchhoff kurallarını uygularız, fakat (b)'de önce, Kısım 25-4'te tartışıldığı gibi atlama kablolarının boyutlarını ve özdirencini ($\rho = 1.68 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}$) kullanarak dirençlerini belirlemeliyiz..

ÇÖZÜM *(a)* Sadece zayıf akülü ve ateşleme kabloları olmayan devre basittir: 10.1 emk'li iki direnç seri halde bağlıdır; 0.10 Ω + 0.15 Ω = 0.25 Ω. Bundan dolayı, akım,

(*b*) Sağlam aküye bağlanan atlama kablolarının RJ dirençlerini bulmamız gerekir. Dnk.25-3'ten, her biri

$R_J = \rho\ell/A = (1.68 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m})(3.0\ \text{m})/(\pi)(0.25 \times 10^{-2}\ \text{m})^2 = 0.0026\ \Omega$ direnç sahiptir. Dıştaki büyük halka için Kirrchoff çevrim kuralı, $(2R_J + r) = (0.0052\ \Omega + 0.020\ \Omega) = 0.025\ \Omega$ olduğundan,

$$12.5\ \text{V} - I_1(2R_J + r_1) - I_3 R_S = 0$$
$$12.5\ \text{V} - I_1(0.025\ \Omega) - I_3(0.15\ \Omega) = 0 \qquad (a)$$

verir. Zayıf aküyü ve marş motorunu içeren alttaki halka için çevrim kuralı,

$$10.1\ \text{V} - I_3(0.15\ \Omega) - I_2(0.10\ \Omega) = 0 \qquad (b)$$

olur. B noktasında kavşak kuralı,

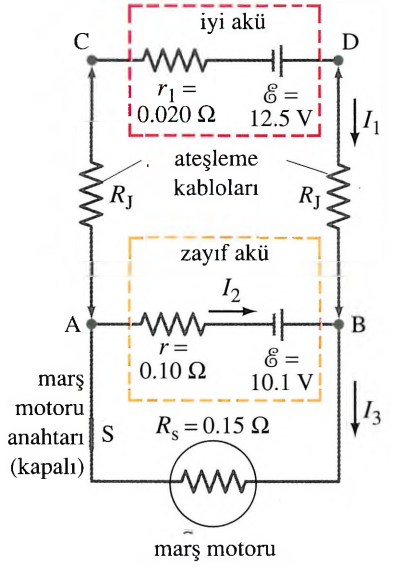
$$I_1 + I_2 = I_3 \qquad (c)$$

verir. Üç bilinmeyenli üç denkleme sahibiz. Dnk.(c)'den, $I_1 = I_3 - I_2$'dir ve bunu Dnk.(*a*)'ya yerleştiririz:

$$12.5\ \text{V} - (I_3 - I_2)(0.025\ \Omega) - I_3(0.15\ \Omega) = 0,$$
$$12.5\ \text{V} - I_3(0.175\ \Omega) + I_2(0.025\ \Omega) = 0.$$

yazılır. (*b*) ile bu son eşitliği birleştirerek I_3 = 71 A elde edilir ki bu (a)'dakinden epeyce iyidir. Diğer akımlar I2 = – 5A ve I_1 = 76 A'dir. I_2 = – 5 A'in Şek.26-15'te kabul edilene göre zıt yönde olduğuna dikkat edin. 10.1 V zayıf akünün kutup voltajı, şimdi V_{BA}= 10.1 V – (– 5 A) (0.10 Ω) = 10.6 V'tur.

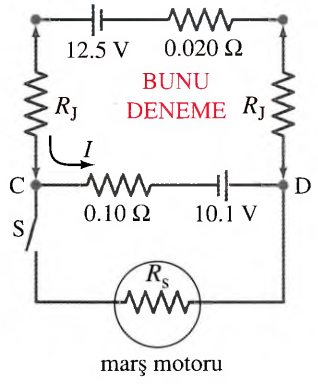
NOT Şek.26-15'te gösterilen marş motorsuz devre, bir akünün nasıl yüklenebileceğini göstermektedir. Daha güçlü akü, daha zayıf aküye yükü geri iter.



ŞEKİL 26–15 Örnek 26-10 için devreler.

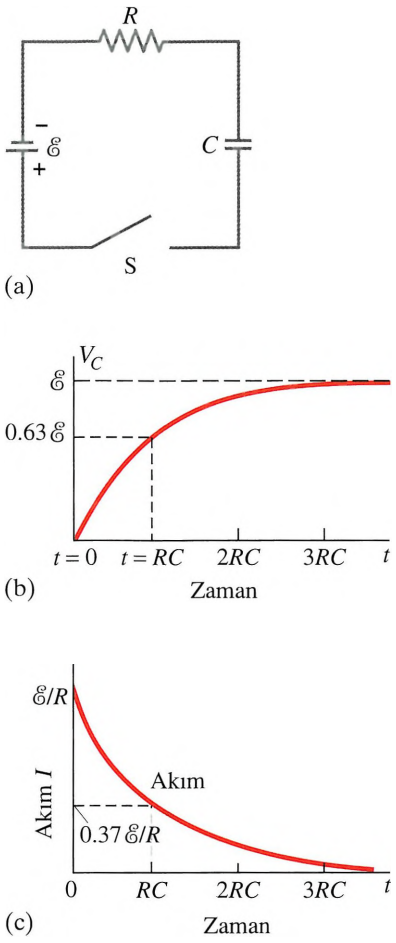
ALIŞTIRMA D Eğer Örnek 26-10'daki atlama kabloları yanlışlıkla ters bağlanırsa, her bir akünün pozitif ucu diğer bataryanın negatif ucuna bağlanmış olur (Şek.26-16). Marş motoru bağlanmadan (Şek.26-16'daki S anahtarı açıktır) *I* akımı ne olmalıdır?. Niçin bu durum akülerin patlamasına neden olur?.

ŞEKİL 26–16 Alıştırma D



26–5 Direnç ve Sığaç İçeren Devreler (*RC* Devreleri)

Şimdiye dek bu Bölümdeki devrelerle ilgili çalışmamız, zamanla değişmeyen kararlı akımlarla ilgiliydi. Şimdi direnç ve sığacın her ikisini içeren devreleri inceleyeceğiz. Böyle bir devre ***RC* devresi** olarak isimlendirilir. *RC* devreleri günlük yaşamda yaygındır: bu devreler bir arabanın ön cam sileceğinin hızını ve trafik ışıklarının değişim ayarını kontrol etmek için kullanılır. Bu devreler kamera flaşlarında, kalp atış hızını ayarlayan cihazda (kalp pili) ve birçok diğer elektronik aletlerde kullanılır. *RC* devrelerinde, biz bu yüzden son "kararlı durum" gerilimi ve sığaç üzerindeki yük ile değil fakat bu değişkenlerin zamanla nasıl değiştiğiyle ilgileniriz.



ŞEKİL 26–17 (a) *RC* devresinde *S* anahtarı kapatıldıktan sonra, (b) sığacın uçları arasındaki gerilimin zamanla artışı, (c) dirençten geçen akımın zamanla azalışı.

Şimdi Şek.26-17a'da gösterilen *RC* devresini inceleyelim. *S* anahtarı kapatıldığında, akım hemen devreden akmaya başlar. Elektronlar pilin negatif ucundan akacak, *R* direncinden geçecek ve sığacın üst plakası üzerinde birikecektir. Elektronlar, sığacın diğer plakası üzerinde pozitif bir yük bırakarak pilin pozitif ucuna doğru akacaktır. Sığaç üzerinde yük biriktikçe, üzerindeki potansiyel farkı artar $(V_C = Q/C)$, ve akım, sığaçtan geçen gerilim pilin $\mathscr{E}$ emk'sine eşit olana kadar azalır. Bu durumda, direnç üzerinde potansiyel farkı yoktur ve artık akım akmaz. Dolayısıyla sığaç üzerindeki potansiyel farkı V_C, Şek.26-17b'de gösterildiği gibi, zamanla artar. Bu eğrinin matematiksel şekli – yani zamanın fonksiyonu olarak V_C – enerjinin korunumu (veya Kirrchoff'un kavşak kuralı) kullanılarak türetilebilir. Pilin $\mathscr{E}$ emk'si direnç (IR) ve sığaç (Q/C) üzerindeki voltaj düşmelerinin toplamına eşit olacaktır:

$$\mathscr{E} = IR + \frac{Q}{C}. \qquad \textbf{(26–5)}$$

R direnci, pilin iç direnci de dahil olmak üzere, devredeki tüm dirençleri içerir; *I*, herhangi bir anda devredeki akım ve *Q* ise aynı anda sığaç üzerindeki yüktür. $\mathscr{E}$, *R* ve *C* sabit olmasına rağmen *Q* ve *I*'nın her ikisi de zamanın fonksiyonudur. Dirençten akan yükün geçiş hızı ($I = dQ/dt$) sığaç üzerinde biriken yükün birikme hızına eşittir. Dolayısıyla,

$$\mathscr{E} = R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q.$$

yazılır. Bu eşitlik yeniden düzenlenerek çözülebilir:

$$\frac{dQ}{C\mathscr{E} - Q} = \frac{dt}{RC}.$$

Şimdi, $Q = 0$ olan $t = 0$'dan, sığaç üzerinde Q yükünün olduğu t'ye kadar integral alalım:

$$\int_0^Q \frac{dQ}{C\mathscr{E} - Q} = \frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$-\ln(C\mathscr{E} - Q)\Big|_0^Q = \frac{t}{RC}\Big|_0^t$$

$$-\ln(C\mathscr{E} - Q) - (-\ln C\mathscr{E}) = \frac{t}{RC}$$

$$\ln(C\mathscr{E} - Q) - \ln(C\mathscr{E}) = -\frac{t}{RC}$$

$$\ln\left(1 - \frac{Q}{C\mathscr{E}}\right) = -\frac{t}{RC}.$$

Her iki tarafın üstelini[†] alalım:

$$1 - \frac{Q}{C\mathscr{E}} = e^{-t/RC}$$

veya

$$Q = C\mathscr{E}(1 - e^{-t/RC}). \qquad \textbf{(26–6a)}$$

olur. Sığaç üzerindeki potansiyel farkı $VC = Q/C$'dir, dolayısıyla:

$$V_C = \mathscr{E}(1 - e^{-t/RC}). \qquad \textbf{(26–6b)}$$

Dnk.26-6'dan, sığaç üzerindeki *Q* yükünün ve üzerindeki V_C voltajının, $t = 0$'da sıfırdan, çok uzun zaman sonra maksimum $Q_{maks} = C\mathscr{E}$'ye ve $V_C = \mathscr{E}$'ye arttığını görürüz. Üste görünen *RC* niceliği devrenin zaman sabiti τ olarak isimlendirilir:

$$\tau = RC. \qquad \textbf{(26–7)}$$

Zaman sabiti, sığacın maksimum yük ve voltajının $(1 - e^{-1}) = 0.63$ veya %63'üne ulaşması için geçen zamanı[†] temsil etmektedir. Dolayısıyla *RC* çarpımı, sığacın ne kadar hızlı

[†]e sabiti değeri e = 2.718... olan doğal logaritma tabanı olarak bilinir. Bu e'yi elektronun yükü e ile karıştırmayın.

[‡]*RC* 'nin birimi Ω·F = (V/A)(C/V) = C/(C/s) = s'dir.

yüklendiğinin bir ölçüsüdür. Örneğin, $R = 200\ \text{k}\Omega$ ve $C = 3.0\ \mu\text{F}$ olan bir devredeki, zaman sabiti $(2.0 \times 10^5\ \Omega)(3.0 \times 10^{-6}\ \text{F}) = 0.60$ s'dir. Eğer direnç çok daha düşükse, zaman sabiti çok daha küçüktür. Bu mantıklıdır, çünkü daha düşük direnç yük akışını daha az geciktirir. Bütün devreler bir miktar direnç (sadece bağlantı kabloları bile olsa) içerir böylece bir sığaç bir pile bağlandığında hiçbir zaman aniden yüklenmez.

Dnk.26-6, belirli bir zaman içinde Q ve V_C 'nin maksimum değerlerine asla tamamen ulaşmadığını göstermektedir. Bununla birlikte, $2RC$'de maksimumun % 86'sına, $3RC$'de % 95'ine, $4RC$'de % 98'ine vb. ulaşırlar, Q ve VC kendi maksimum değerlerine asimtotik olarak yaklaşırlar. Örneğin, $R = 20\ \text{k}\Omega$ ve $C = 0.30\ \mu\text{F}$ ise zaman sabiti $(2.0 \times 10^4\ \Omega)(3.0 \times 10^{-7}\ \text{F}) = 6.0 \times 10^{-3}$ s'dir. Böylece sığaç saniyenin 1/40'ından daha kısa sürede % 98'den daha fazla yüklenir.

Herhangi bir t zamanında Şek.26-17a devresinden geçen akım I, Dnk.26-6a'nın diferansiyeli alınarak elde edilebilir:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathscr{E}}{R} e^{-t/RC}. \qquad \textbf{(26–8)}$$

Dolayısıyla, sadece bir direnç içeren (sığaç üzerinde henüz bir potansiyel farkı yoktur) bir devreden beklendiği gibi, $t = 0$'da, akım $I = \mathscr{E}/R$ olur. Daha sonra akım, sığaç üzerindeki gerilim arttıkça, RC'ye eşit bir zaman sabitiyle zamanla üstel olarak düşer. Bu Şek.26-17c'de görülüyor. Zaman sabiti RC, akımın başlangıç değerinin $1/e \approx 0.37$'ye düşmesi için gerekli olan zamanı gösterir.

ÖRNEK 26–11 **Emk'li *RC* devresi.** Şek.26-17a devresindeki sığaç $C = 0.30\ \mu\text{F}$, toplam direnç 20 kΩ ve pilin emk'si 12 V'dur. (*a*) Zaman sabitini, (*b*) sığacın kazanacağı maksimum yükü, (*c*) yükün, bu değerin % 99'una ulaşması için gereken zamanı, (*d*) Q yükü maksimum değerinin yarısına düştüğünde I akımını, (*e*) maksimum akımı ve (*f*) I akımı maksimum değerinin 0.20'si olduğunda Q yükünü belirleyiniz.

YAKLAŞIM Şek.26-17'yi ve Dnk.26-5, 6, 7 ve 8'i kullanırız.

ÇÖZÜM (*a*) Zaman sabiti $RC = (2.0 \times 10^4\ \Omega)(3.0 \times 10^{-7}\ \text{F}) = 6.0 \times 10^{-3}$ s 'dir.

(*b*) Maksimum yük, $Q = C\mathscr{E} = (3.0 \times 10^{-7}\ \text{F})(12\ \text{V}) = 3.6\ \mu\text{C}$ olmalıdır.

(*c*) Dnk.26-6a'da $Q = 0.99C\mathscr{E}$ alalım:

$$0.99C\mathscr{E} = C\mathscr{E}(1 - e^{-t/RC}),$$

veya

$$e^{-t/RC} = 1 - 0.99 = 0.01$$

olur. Dolayısıyla,

$$\frac{t}{RC} = -\ln(0.01) = 4.6$$

$$t = 4.6RC = 28 \times 10^{-3}\ \text{s}$$

veya 28 ms (1/30 saniyeden daha az) bulunur.

(*d*) (*b*) kısmından maksimum yük 3.6 μC'dur. Yük bu değerin yarısı, 1.8 μC olduğunda, devredeki I akımı orijinal diferansiyel denklem veya Dnk.26-6 kullanılarak bulunabilir:

$$I = \frac{1}{R}\left(\mathscr{E} - \frac{Q}{C}\right) = \frac{1}{2.0 \times 10^4\ \Omega}\left(12\ \text{V} - \frac{1.8 \times 10^{-6}\ \text{C}}{0.30 \times 10^{-6}\ \text{F}}\right) = 300\ \mu\text{A}.$$

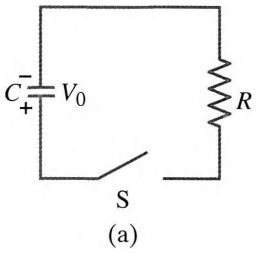
(*e*) Sığaç üzerinde yük olmadığı zaman ($Q = 0$) akım maksimumdur:

$$I_{\text{maks}} = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{12\ \text{V}}{2.0 \times 10^4\ \Omega} = 600\ \mu\text{A}.$$

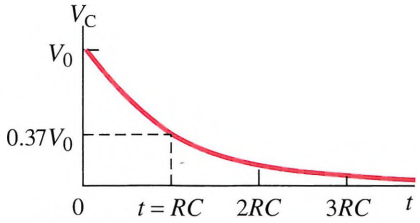
(*f*) Yine Dnk.26-5'i kullanarak, $I = 0.20\, I_{\text{maks}} = 120\ \mu\text{A}$, ile,

$$Q = C(\mathscr{E} - IR)$$
$$= (3.0 \times 10^{-7}\ \text{F})[12\ \text{V} - (1.2 \times 10^{-4}\ \text{A})(2.0 \times 10^4\ \Omega)] = 2.9\ \mu\text{C}.$$

elde ederiz.



(a)



(b)

ŞEKİL 26–18 (a) *RC* devresi, (b) sığacın uçları arasındaki VC gerilimi zamanla azalmaktadır. (c) S anahtarı $t = 0$'da kapatıldıktan sonra sığaç üzerindeki yük, $V_C \propto Q$ olduğundan, aynı eğriyi izler.

Biraz önce bir sığacın bir direnç üzerinden bir pil ile yüklenmesini içeren devreyi tartıştık. Şimdi, diğer bir duruma göz atalım: daha önce yüklenmiş bir sığacın (gerilimi V_0 olsun) Şek.26-18a'da gösterildiği gibi, R direnci üzerinden boşalmasına izin verilsin. (Bu durumda pil yoktur.) S anahtarı kapatıldığında, yük R direnci üzerinden, sığaç tamamen boşalıncaya kadar sığacın bir tarafından diğer tarafına akmaya başlar. Herhangi bir anda dirençten geçen voltaj sığaçtan geçen voltaja eşittir:

$$IR = \frac{Q}{C}$$

Yükün sığaçtan ayrılma hızı, sığaç boşalmakta olduğundan (Q azalıyor), dirençteki akımın negatifine eşittir yani, $I = -dQ/dt$ 'dir. Dolayısıyla yukarıdaki eşitliği,

$$-\frac{dQ}{dt}R = \frac{Q}{C}$$

şeklinde yazabiliriz. Bu denklemi yeniden düzenleyip,

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

yazarız ve başlangıçta sığaç üzerindeki yük Q_0 olduğunda $t = 0$'dan, sığaç üzerindeki yükün Q olduğu t zamanına kadar integre ederiz:

$$\ln\frac{Q}{Q_0} = -\frac{t}{RC}$$

$$Q = Q_0 e^{-t/RC}. \qquad \textbf{(26–9a)}$$

Zamanın fonksiyonu olarak sığaç üzerindeki ($V_C = Q/C$) voltaj

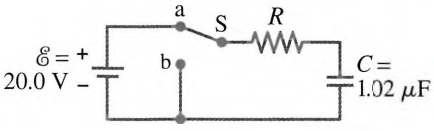
$$V_C = V_0 e^{-t/RC}, \qquad \textbf{(26–9b)}$$

ile verilir. Burada, başlangıç gerilimi $V_0 = Q_0/C$'dir. Dolayısıyla, sığaç üzerindeki yük ve uçları arasındaki voltaj, RC zaman sabitiyle üstel olarak azalır. Bu, Şek.26-18b'de gösterildi. Akım

$$I = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC}e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC} \qquad \textbf{(26–10)}$$

'dir ve akımın da aynı RC zaman sabitiyle zamanla üstel olarak da azalacağı görülür. Sığaç üzerindeki yük ve uçları arasındaki gerilim, dirençteki akımın tümü bir zaman sabiti sonra, $t = \tau = RC$ 'de orijinal değerlerinin % 37'sine düşer.

ALIŞTIRMA E Şek.26-18'deki sığaç üzerindeki yük, 10 zaman sabitinde, (*a*) $Q_0/20{,}000$, (*b*) $Q_0/5000$, (*c*) $Q_0/1000$, (*d*) $Q_0/10$, (*e*) $Q_0/3$ civarında olacaktır.



ŞEKİL 26–19 Örnek 26–12.

ÖRNEK 26–12 ***RC* devresinin boşalması.** Şek.26-19'da gösterilen RC devresinde, pil sığacı tamamen yüklemiştir, dolayısıyla $Q_0 = C\mathscr{E}$ 'dir. Daha sonra, $t = 0$'da anahtar a pozisyonundan b'ye düşürülür. Pilin emk'si 20.0 V ve sığaç $C = 1.02\ \mu$F'tır. Akımın, 40 μs'de başlangıç değerinin 0.50'sine azaldığı gözlenmiştir. (*a*) $t = 0$'da, sığaç üzerindeki Q yükünün değeri nedir? (*b*) R'nin değeri nedir? (*c*) $t = 60\ \mu$s'de Q değeri nedir?

YAKLAŞIM $t = 0$, sığaç $Q_0 = C\mathscr{E}$, yüküne sahiptir ve daha sonra pil devreden çıkarılır ve sığaç, Şek.26-e'de gösterildiği gibi boşalmaya başlar. Herhangi bir t zamanı sonraki yük şöyledir (Dnk.26-9a):

$$Q = Q_0 e^{-t/RC} = C\mathscr{E}e^{-t/RC}.$$

ÇÖZÜM (*a*) $t = 0$, 'da

$$Q = Q_0 = C\mathcal{E} = (1.02 \times 10^{-6}\,\text{F})(20.0\,\text{V}) = 2.04 \times 10^{-5}\,\text{C} = 20.4\,\mu\text{C}.$$

(*b*) R' yi bulmak için, $t = 40\,\mu\text{s}$, $I = 0.50I_0$ olarak verilmiştir. Buradan,

$$0.50I_0 = I_0 e^{-t/RC}$$

yazılır. Her iki tarafın doğal logaritmasını alarak ($\ln 0.50 = -0.693$) :

$$0.693 = \frac{t}{RC}$$

böylece,

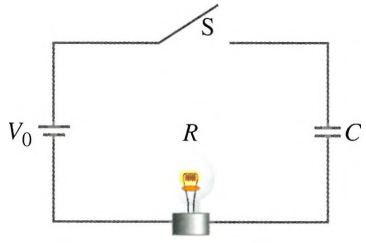
$$R = \frac{t}{(0.693)C} = \frac{(40 \times 10^{-6}\,\text{s})}{(0.693)(1.02 \times 10^{-6}\,\text{F})} = 57\,\Omega \text{ elde edilir.}$$

(*c*) $t = 60\,\mu\text{s}$ 'de,

$$Q = Q_0 e^{-t/RC} = (20.4 \times 10^{-6}\,\text{C})e^{-\frac{60\times10^{-6}\,\text{s}}{(57\,\Omega)(1.02\times10^{-6}\,\text{F})}} = 7.3\,\mu\text{C} \text{ bulunur.}$$

KAVRAMSAL ÖRNEK 26–13 ***RC* devresindeki ampul.** Şek.26-20'deki devrede sığaç orijinal olarak yüksüzdür. S anahtarının aniden kapatılmasından uzun bir zaman sonrasına kadar ampulün davranışını betimleyin.

YANIT Anahtar ilk olarak kapatıldığında, devredeki akım yüksektir ve ampul parlak olarak yanar. Sığaç yüklendikçe, uçları arasındaki gerilim, akımın azalmasına neden olarak artar ve ampul sönükleşir. Sığacın uçları arasındaki potansiyel farkı pilinkiyle aynı voltaja ulaştığında, akım sıfıra doğru azalır ve ampul söner.



ŞEKİL 26–20 Örnek 26-13

* *RC* Devrelerinin Uygulamaları

Bir *RC* devresindeki yükleme ve boşalma düzenli bir frekansta voltaj pulslarını üretmek için kullanılabilir. Sığaç üzerindeki yük belli bir voltaja yükselir ve sonra boşalır. Sığacın boşalmasını başlatmanın bir yolu, uçları arasındaki gerilim belli bir V_0 değerine ulaştığı zaman iletken hale geçen gaz-dolu bir tüpün kullanılmasıdır. Boşalma bittikten sonra, tüp artık akımı iletmez ve yeniden yükleme işlemi, daha düşük V_0' geriliminden başlayarak kendi kendini tekrar eder. Şek.26-21 olası bir devreyi ve ürettiği testere dişli gerilimi göstermektedir.

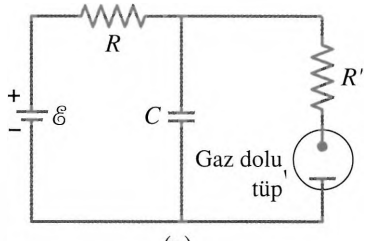
Basit bir yanıp sönen ışık, testere dişli salınım devresinin bir uygulaması olabilir. Burada emk pil tarafından sağlanır; neon lambası muhtemelen saniyede bir kez olmak üzere yanıp söner. Böyle bir "flaşör birimi"nin temel bileşeni ortalama büyüklükteki bir sığaçtır.

Bir arabanın belirli aralıklarla hareket eden ön cam silecekleri de bir *RC* devresi kullanılabilir. Sabit C ile farklı R değerleri için çok-pozisyonlu anahtar kullanılarak değiştirilebilen *RC* zaman sabiti, sileceklerin çalışma hızını tayin eder.

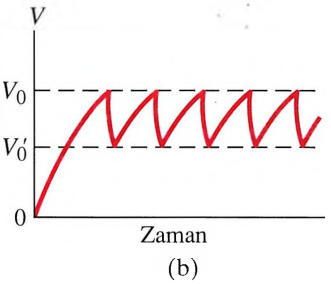
FİZİK UYGULAMASI

Testere-diş, sinyal lambaları, cam silecekleri

ŞEKİL 26–21 (a) Bir anahtar gibi çalışan gaz-dolu tüple çiftlenmiş bir RC devresi, (b) bu devre tekrarlayan bir testere gerilimi oluşturmaktadır.



(a)



(b)

ÖRNEK 26–14 TAHMİN EDİN **Dönüş sinyalindeki direnç.** Bir dönüş sinyal devresindeki direncin büyüklük mertebesini tahmin edin.

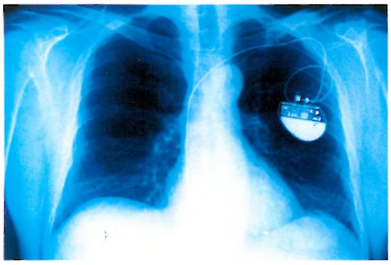
YAKLAŞIM Tipik bir dönüş sinyali saniyede iki kez yanar, dolayısıyla zaman sabiti 0.5 s mertebesindedir. Ortalama bir sığaç için $C = 1\,\mu\text{F}$ olabilir.

ÇÖZÜM $\tau = RC = 0.5\,\text{s}$, alırsak,

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{0.5\,\text{s}}{1 \times 10^{-6}\,\text{F}} \approx 500\,\text{k}\Omega \text{ buluruz}$$

FİZİK UYGULAMASI

Kalp pili



ŞEKİL 26–22 Bu röntgen filminde, göğüs kafesinde pil ile çalışan elektronik kalp atış düzenleyicisi görülmektedir.

Bir *RC* devresinin ilginç bir tıbbi kullanımı, göğse bağlanmış elektrotlara bir elektrik uyarımı uygulayarak durmuş bir kalbin yeniden çarpmasını sağlayabilen elektronik kalp pilidir (kalp atışı düzenleyici). Gerektiğinde uyarım normal kalp atışı hızlarında da tekrar edilebilir. Kalbin kendisi dakikada 60 veya 80 kez çok hafif elektrik pulsları gönderen kalp atışı düzenleyici hücreler içerir. Bu sinyaller, her bir kalp atışının başlamasına sebep olur. Bazı kalp hastalıklarında, doğal kalp atışı düzenleyici uygun şekilde fonksiyonunu yapamaz ve kalp kendi atış ritmini kaybeder. Böyle hastalar, kalp atışını başlatan ve frekansını kontrol eden düzenli bir voltaj pulsu üreten elektronik atış düzenleyici kullanır. Elektrotlar kalbe veya kalbin yakınına yerleştirilir (Şek.26-22), devre bir sığaç ve bir direnç içerir. Sığaç üzerindeki yük özel bir noktaya kadar artar ve sonra kalbe bir puls boşaltır. Daha sonra tekrar yüklenmeye başlar. Puls gönderme hızı *R* ve *C*'nin değerlerine bağlıdır.

26–6 Elektriksel Tehlikeler

FİZİK UYGULAMASI

Elektriğin tehlikeleri

Aşırı elektrik akımı, Kısım25-6'da tartışıldığı gibi, binalardaki telleri ısıtabilir ve yangınlara neden olabilir. Elektrik akımı insan vücuduna da zarar verebilir hatta ölümcül olabilir. İnsan vücudundan geçen elektrik akımı iki şekilde zarara neden olabilir: (1) Elektrik akımı dokuyu ısıtır ve yanıklara neden olabilir; (2) elektrik akımı sinirleri ve kasları uyarır ve bir "şok" hissederiz. Şokun şiddeti akımın büyüklüğüne, ne kadar süre etkidiğine ve vücudun hangi kısmından geçtiğine bağlıdır. Özellikle kalp veya beyin gibi yaşamsal organlardan geçen akım, onların çalışmasına müdahale edebileceğinden, tehlikelidir.

Çoğu insan 1 mA civarındaki bir akımı "hissedebilir". Birkaç mA' lik akım ağrıya sebep olur fakat sağlıklı bir kimsede nadiren çok fazla zarara neden olur. 10 mA'in üzerindeki akımlar kasların şiddetli kasılmasına neden olur ve kişi akım kaynağını bırakamayabilir (hatalı alet veya kablo gibi). Solunum sisteminin felç olmasından dolayı ölüm gerçekleşir. Bununla birlikte, suni solunum, mağduru yeniden hayata döndürebilir. Eğer 80 ile 100 mA civarında bir akım insan gövdesinden geçerse, bunun belli bir kısmı da kalpten geçecek, kalp kasları düzensiz olarak kasılacak ve kan düzenli pompalanmayacaktır. Bu durum **ventriküler fibrilasyon** olarak isimlendirilir. Eğer bu uzun bir zaman sürerse ölümle sonuçlanır. İşin tuhaf tarafı, akımın çok daha büyük, 1 A mertebesinde olması durumunda kalp yetmezliği nedeniyle ölüm olsılığı düşer†, fakat böylesi akımlar özellikle vücudun küçük bir yüzeyinde yoğunlaşırsa ciddi yanıklara sebep olabilir.

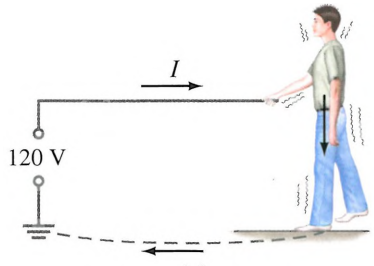
Şokun ciddiyeti, uygulanan voltaja ve vücudun etkin direncine bağlıdır. Canlı doku, hücre sıvısı çok iyi iletken olan iyonları içerdiğinden düşük dirence sahiptir. Bununla birlikte, derinin dış yüzeyi kuru olduğu zaman, yüksek direnç gösterir ve böylece koruyucudur. Cilt kuru olduğunda, vücudun zıt taraflarındaki iki nokta arasındaki etkin direnç 10^4–10^6 Ω aralığındadır. Fakat cildimiz ıslak olduğunda, bu direnç 103 Ω veya daha az olabilir. Yalınayak veya ince tabanlı ayakkabılar giyen bir kişi toprakla iyi temas halinde olacaktır ve ıslak elle 120-V'luk tele dokununca akım

$$I = \frac{120\ \text{V}}{1000\ \Omega} = 120\ \text{mA}.$$

olabilir. Gördüğümüz gibi, bu öldürücü olabilirdi.

Şoka maruz olan bir kimse tüm bir devrenin parçası olmuştur. Şek.26-23, bir kişinin "yüksek voltajda" bir elektrik teline – "yüksek voltajda", toprağa göre 120 V

ŞEKİL 26–23 Devre tamamlanınca kişi elektrik şokuna maruz kalır.

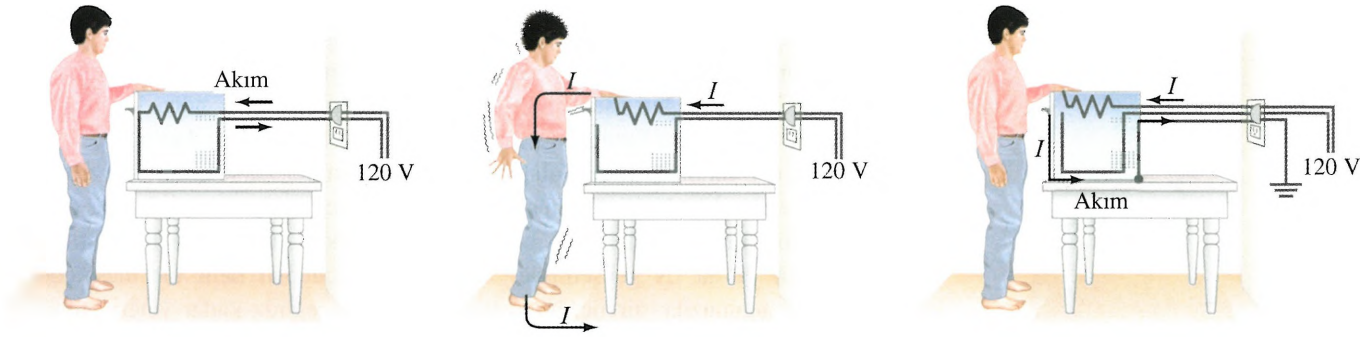


(a)



(b)

†Daha büyük akımlar kalbi tümden durdurur. Akımın kalkmasıyla, kalp kendi normal ritmine döner. Fibrilasyon varsa, bu olmayabilir. Çünkü fibrilasyon bir kez başladığında durdurulması zordur. Fibrilasyon bir kalp krizinin sonucunda veya kalp ameliyatı süresince de meydana gelebilir. Defibrilatör (Kısım 24-4'te açıklandı) olarak bilinen alet, kalbe kısa süreli bir yüksek akım uygulayarak kalbin tam olarak durmasını ve sonra çoğu kez normal kalp atışının yeniden başlamasını sağlar.



ŞEKİL 26–24 (a) Normalde 2-uçlu fişle çalışan bir elektrik fırını. (b) Topraklanmamış gövdeyle kısa devre: şok. (c) 3-uçlu fişle topraklanmış gövdeyle kısa devre.

gibi (ABD'deki normal ev voltajı) bir potansiyel anlamındadır, kazayla dokunduğu zaman, devrenin tamamlanmasının iki yolunu göstermektedir. Bina tesisatının diğer kablosu toprağa bağlıdır - gömülü bir iletkene veya toprağın içindeki metal bir su borusuna -. Şek.26-23a'da, akım yüksek voltajlı telden kişiye ve onun çıplak ayağından geçerek toprağa ve toprak boyunca (zayıf bir iletken) kaynağın topraklanmış ucuna geri döner. Eğer kişi iyi bir yalıtkansa - kalın kauçuk tabanlı ayakkabılar veya kuru bir ahşap döşeme - devrede çok daha fazla direnç olacak ve sonuçta kişinin üzerinden çok daha az akım geçecektir. Eğer kişi zeminde çıplak ayağıyla durursa veya banyo küvetindeyse, direnç daha düşük ve akım daha büyük olduğundan, öldürücü tehlike vardır. Banyo küvetinde (veya yüzme havuzunda) sadece ıslak olmanız direnci düşürmez, aynı zamanda su, toprağa giden boşaltım borusuyla (genelde metal) temas halindedir. Islak veya çıplak ayaklı olduğunuzda herhangi bir elektrikli şeye dokunmamanız ısrarla önerilir. Metal olmayan boruların kullanılmasını gerektiren bina inşa kuralları koruyucudur.

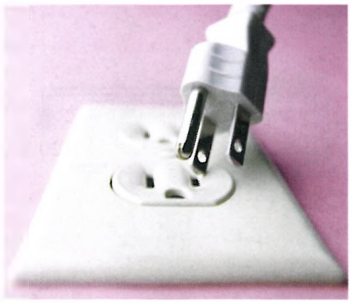
Şek.26-23b' de bir kişi eliyle hatalı bir "yüksek voltajda" tele ve diğer eliyle lavabo musluğuna dokunuyor (boru aracılığıyla toprağa bağlanmış). Akım, özellikle kalpten ve akciğerlerden, göğüsten geçtiğinden tehlikelidir. Yararlı bir kural: Eğer bir eliniz elektriksel aletlere dokunuyorsa, diğer elinizi cebinizde tutun (onu kullanmayın!), ve kalın kauçuk tabanlı ayakkabılar giyin. Metal takıları özellikle yüzükleri (parmağınızın yüzük altı genellikle nemlidir) uzaklaştırmak ta iyi bir fikirdir.

DİKKAT
Bir eliniz elektriğe değdiğinde diğerini cebinizde tutun

Yalıtımı eskimiş olan çıplak bir tele dokunarak yüksek voltajda bir kabloya veya onardığınız bir aletin içindeki çıplak bir tele temas edebilirsiniz. (Bir elektrik aletinin iç kısımlarını incelemeden† önce daima fişten çıkarın!) Diğer olasılık, bir aletin içindeki telin kırılıp veya yalıtımını kaybedip kasasına temasıyla ortaya çıkar. Eğer aletin kasası metalse, elektriği iletecektir. Kişi, böylece Şek.26-24b'de gösterildiği gibi ona dokunarak şiddetli şoka maruz kalabilir. Bir kazayı önlemek için, metal kasaların ayrı bir topraklama kablosuyla toprağa doğrudan bağlanması gerekir. Dolayısıyla, eğer "yüksek voltajda" bir tel topraklanmış kasaya dokunursa, Şek.26-24c'de göründüğü gibi hemen içsel bir topraklama kısa devresi oluşur ve akımın çoğu bu kişinin üzerinden ziyade düşük dirençli topraklama kablosundan geçer. Ayrıca, yüksek akım sigortayı veya şalteri açmalıdır. Metal kasayı topraklamak üç-uçlu fişin üçüncü çatalına bağlanmış ayrı bir topraklama teli ile yapılır. Bir fişin üçüncü çatalını asla kesmeyin- o yaşamınızı kurtarabilir.

FİZİK UYGULAMASI
Topraklama ve şoklar

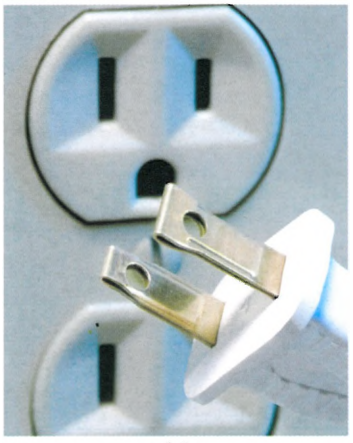
†Siz dokunana kadar yükünü boşaltmamış bir sığaçtan çok kötü bir şekilde çarpılabilirsiniz.



(a)



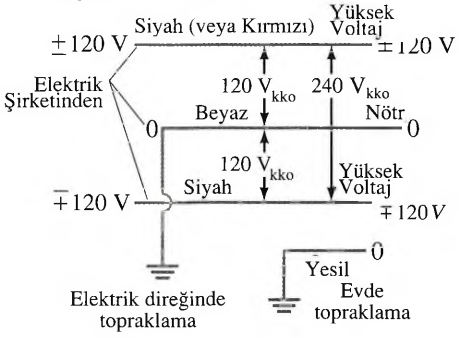
(b)



(c)

ŞEKİL 26–25 (a) üç-uçlu bir fiş ve (b) eski model 2-uçlu fiş için bir adaptör – toprak ucunun vidalandığından emin olun. (c) Polarize 2-uçlu fiş.

ŞEKİL 26–26 Eve giren tipik bir dörtlü bağlantı. Kabloların renk kodları her zaman burada gösterildiği gibi değildir- dikkatli olun!



Üç uçlu fiş ve bir adaptör 26-25a ve b şekillerinde gösterilmektedir.

Niçin üçüncü bir kabloya gerek vardır? 120 V diğer iki telle taşınır - biri **yüksek voltajda** (120 V aa), diğeri ise kendiliğinden topraklanmış olan **nötr.** Üçüncü "özel" yuvarlak uçlu topraklama kablosu gereksiz gibi görülebilir. Fakat bunun iki koruma görevi vardır: (1) yanlış yapılmış olabilecek iç bağlantılara karşı korur; (2) nötr kablo normal akımı taşır (120 V'tan "dönüş" akımı) ve dirence sahiptir; dolayısıyla uzunluğu boyunca bir voltaj düşüşü olabilir – bu normalde küçüktür, fakat eğer bağlantılar zayıf veya aşınmışsa ya da fiş gevşemişse, topraklama ucundan belli bir mesafede nötr kabloya dokunduğunuzda, direnç, bu voltajı hissedebileceğiniz kadar yeteri büyüklükte olabilir.

Bazı elektrik aletleri sadece iki kablolu olur ve fişin iki ucu farklı genişliktedir; fiş sadece bir yolla prize takılabilir, böylece aletteki tasarlanmış nötr (daha geniş uç) tesisattaki nötre birleştirilir (Şek.26-25c). Örneğin, ampul değiştirirken elektrik çarpmasından kaçınmak için, ampulün vida dişleri duyda nötre (ve tabanı yüksek voltaja) bağlanacak demektir. 2-uçlu fişlere sahip aletlerin kasaları topraklı *değillerdir;* çift elektrik yalıtımına sahip oldukları varsayılır. Yine de tedbirli olmakta yarar vardır.

Bir kablo üzerindeki yalıtım renkle kodlanmış olabilir. Elde tutulan ölçüm aletlerinin kırmızı (yüksek voltaj) ve siyah (topraklama) kabloları olabilir. Fakat evlerde, siyah (veya kırmızı olabilir) genellikle yüksek voltajı, beyaz nötrü ve yeşil toprağı gösterir, Şek.26-26. Fakat dikkat edelim: bu renk kodlarına daima güvenilmez [ABD'de normal olarak bir eve üç kablo girer: her biri 120 V'ta iki *yüksek voltaj kablosu* (240V'ta çalışan cihazlar için toplam 240 V veren), artı topraklanmış nötr (iki yüksek voltaj kablosu için dönüş akımını taşıyan). Bknz. Şek.26-26. "Özel" *topraklama* kablosu (akım taşımayan) elektrik şirketinden gelmeyen, fakat toprakta yakınlarda gömülü bir metal boru veya sırıktan eve giren bir dördüncü kablodur. İki yüksek voltaj kablosu evdeki ayrı 120-V devrelerini besler, dolayısıyla evin içindeki her bir 120 V'luk devre, topraklamayı da içeren sadece üç kabloya sahiptir]

Normal devre kesicileri (Kısım 25-6 ve 28-8) tesisatı ve binaları aşırı yüklemeden ve yangınlardan korur. İnsanları sadece bazı durumlarda korurlar, eğer yeterince hızlı karşılık verirlerse, kısa devreden çıkan çok yüksek akımlar gibi. Kısım 29-8'de betimlenen *topraklama hatası devre kesicileri* (THDK), ölümcül olan fakat 15A'lik bir devre kesiciyi veya 20 A'lik bir sigortayı attırmayan daha düşük akımlardan (10mA'den 100 mA'e kadar) insanı korumak için tasarlanmıştır.

Hasar veren akımdır, fakat akıma sebep olan voltajdır. 30 volt kimi zaman tehlike eşiği olarak nitelendirilir. Fakat 12 V'luk bir araba aküsü (büyük akımları sağlayabilir) de ağır yanıklara ve elektrik çarpmasına neden olabilir.

Diğer bir tehlike, **kaçak akım** olup bununla akım olmaması gereken bir yol boyunca olan akımı kastediyoruz. Kaçak akımlar çoğu kez "sığasal (kapasitif) olarak çiftlenmiştir". Örneğin, bir lambanın teli, metal tabanıyla bir sığaç oluşturur; bir iletkende hareket eden yükler diğer iletkendekiler tarafından çekilir ya da itilir, bu bir akımdır. Tipik elektriksel kurallar her hangi bir alet için kaçak akımı 1 mA ile sınırlar. Bu 1 mA kaçak akım genellikle zararsızdır. Bununla birlikte, hastanedeki vücuduna bu alet üzerinden topraklanmış elektrotlar yerleştirilmiş bir hasta için çok tehlikeli olabilir. Bu, koruyucu deri tabakasının eksikliğinden kaynaklanır, çünkü normal durumda akımın ellerden girip vücuda yayılmasına karşın, burada akım doğrudan kalpten geçer. Akım ellerden (gerçekte çok az miktarı kalpten geçer) vücuda girdiğinde kalp fibrilasyonuna yol açmak için 100 mA gerekir, halbuki doğrudan kalpten geçtiğinde 0.02 mA kadar düşük akımların fibrilasyona sebep olduğu bilinmektedir. Böylece, "kablo bağlanmış hasta", bir lambaya dokunmak kadar basit bir davranışta bile, kaçak akımdan ciddi şekilde tehlikededir.

Son olarak, yere düşmüş enerji hatlarına dokunmayın (öldürücü!) veya hatta yanına bile yaklaşmayın. Yüksek bir gerilim hattı binlerce volttur. Yüksek gerilim hattının toprağa değdiği yerden, nötr hattın topraklanma noktasına kadar, çok büyük bir akım toprak veya kaldırım boyunca, iki ayağınız arasındaki voltajın yeteri kadar büyük olabileceği biçimde akabilir. İpucu: tek ayak üzerinde durun veya koşun (ayaklar tek tek yere dokunarak).

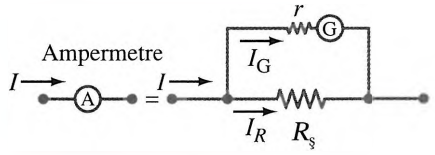
*26–7 Ampermetreler ve Voltmetreler

Ampermetre, akım ölçmek için kullanılır **voltmetre** ise potansiyel farkı veya voltajı ölçer. Akım ve voltaj ölçümleri iki tür ölçüm aleti ile yapılır: (1) Bir kadran (Şek.26-27a) üzerinde hareket edebilen bir ibrenin konumuyla sayısal değerleri gösteren *analog* metreler, (2) sayısal değerleri rakamlarla gösteren (Şek.26-27b) *dijital* metreler. Biz şimdi bu ölçüm aletlerini, nasıl çalıştıklarını tartışacağız ve ölçümleri yapmak için devrelere nasıl bağlandıklarını göreceğiz. Son olarak, kullanılan ölçüm aletlerinin, ölçüm yapılan devreleri nasıl etkileyip olası hatalı sonuçlara neden olduklarını - ve bu konuda ne yapabileceğimizi tartışacağız.

Analog Ampermetreler ve Voltmetreler

Okumanın bir kadran üzerindeki ibre (Şek.26-27a) tarafından yapıldığı analog ampermetre veya voltmetrenin en önemli kısmı *galvanometredir.* Galvanometre, bir manyetik alan ile bir akım taşıyan bobin arasındaki kuvvet ilkesine göre çalışır ve bu Bölüm 27'de tartışılacaktır. Şimdi, biz sadece, galvanometrenin iğnesinin sapmasının içinden akan akımla orantılı olduğunu bilmeliyiz. Bir galvanometrenin *tam-kadran akım duyarlılığı* I_m, ibrenin tam kadran sapmasını yapması için gereken akımdır.

Bir galvanometre küçük de akımlarını doğrudan ölçmek için kullanılabilir. Örneğin, duyarlılığı 50 μA olan bir galvanometre yaklaşık 1 μA'den (bundan daha küçük akımlar kadran üzerinde zor okunurlar) 50 μA'e kadar akımları ölçebilir. Daha büyük akımları ölçmek için, bir direnç galvanometre ile paralel olarak bağlanır. Dolayısıyla, •Ⓐ•, ile gösterilen bir analog **ampermetre,** Şek.26-28'de gösterildiği gibi **şant direnci** olarak adlandırılan paralel bağlı bir direnci olan galvanometreden (•Ⓖ•) oluşur. ("Şant", "paralel bağlı"'nın eşanlamlısıdır.) Şant direnci $R_ş$'dir ve içinden akım geçen galvanometre bobininin direnci r'dir. $R_ş$ değeri, istenen tam-kadran sapmasına göre seçilir; $R_ş$ normalde çok küçüktür- dolayısıyla ampermetrenin net direnci çok küçüktür - böylece akımın çoğu Rş'den ve çok azı ($\lesssim 50\,\mu A$) ise ibreyi saptırmak için galvanometreden geçer.



ŞEKİL 26–28 Bir ampermetre, düşük bir $R_ş$ direncinin (şant) paralel bağlı olduğu bir galvanometredir.

ÖRNEK 26–15 Ampermetre tasarımı. Direnci $r = 30\ \Omega$, tam-kadran duyarlılığı 50 μA olan bir galvanometre kullanarak tam-kadranda 1.0 A okuyacak bir ampermetre tasarlayın. Kadranın lineer olup olmadığını kontrol edin.

YAKLAŞIM 1.0 A'lik akımın sadece $50\,\mu A\,(= I_G = 0.000050\ A)$ tam–kadran sapmasını vermek üzere galvanometreden geçmelidir. Akımın kalan kısmı $(I_R = 0.999950\ A)$ küçük paralel dirençten, $R_ş$, geçer, Şek.26-28. Galvanometrenin uçları arasındaki potansiyel farkı şant direnci üzerindekine eşittir (paralel bağlıdırlar). $R_ş$'yi bulmak için Ohm yasasını uygularız.

ÇÖZÜM $I = I_G + I_R$, olduğundan, $I = 1.0\ A$ ampermetreye aktığı zaman, şant direncinden geçen IR akımının $IR = 0.999950A$ olmasını isteriz. Şantın uçları arasındaki potansiyel farkı galvanometrenin uçları arasındakinin aynıdır, öyleyse Ohm yasası bize

$$I_R R_ş = I_G r$$

olduğunu söyler ve buradan

$$R_ş = \frac{I_G r}{I_R} = \frac{(5.0 \times 10^{-5}\ A)(30\ \Omega)}{(0.999950\ A)} = 1.5 \times 10^{-3}\ \Omega,$$

veya 0.0015Ω elde edilir. Şant direnci bu durumda çok düşüktür ve akımın çoğu ondan geçer.

$I_G = I_R(R_ş/r)$ ve $(R_ş/r)$ sabit olduğundan, kadranın lineer olduğunu görüyoruz.

FİZİK UYGULAMASI
DA ölçü aletleri



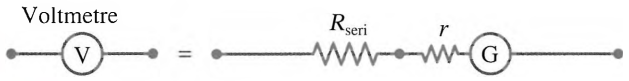
(a)



(b)

ŞEKİL 26–27 (a) Bir voltmetre olarak kullanılan analog multimetre.
(b) Bir elektronik dijital ölçü aleti.

Bir analog voltmetre (•Ⓥ•) de bir galvanometre ve bir dirençten oluşur. Fakat Rseri direnci Şek.26-29'daki gibi seri bağlıdır ve voltmetreye yüksek bir iç direnç verecek şekilde genellikle büyüktür.



ŞEKİL 26–29 Voltmetre yüksek R_{seri} direnciyle seri bağlı bir galvanometredir.

ÖRNEK 26–16 Voltmetre tasarımı. İç direnci $r = 30\ \Omega$ ve tam-kadran akım duyarlılığı 50 μA olan bir galvanometre kullanarak, 0'dan 15 V'a kadar okuyan bir voltmetre tasarlayın. Kadran lineer midir?

YAKLAŞIM Voltmetremizin uçları arasında 15 V potansiyel farkı olduğunda, tam-kadran sapması verecek şekilde üzerinden 50 ΩA geçmesini isteriz.

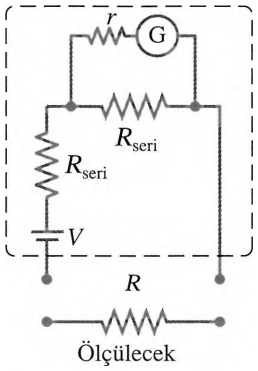
ÇÖZÜM Ohm yasasından, $V = IR$, buradan (bknz. Şek.26-29)

$$15\ \text{V} = (50\ \mu\text{A})(\text{r} + R_{seri}),$$

böylece

$$R_{seri} = \frac{15\ \text{V}}{5.0 \times 10^{-5}\ \text{A}} - r = 300\ \text{k}\Omega - 30\ \Omega = 300\ \text{k}\Omega$$

elde edilir. $r = 30\ \Omega$ 'un, R_{seri}'ye göre çok küçük olduğundan hesabı önemli derecede etkilemediğine dikkat edin. Kadran yine lineer olacaktır: Ölçülecek voltaj 6.0 V ise, voltmetreden geçen akım $(6.0\ \text{V})/(3.0 \times 10^5\ \Omega) = 2.0 \times 10^{-5}$ A, veya 20 μA 'dir. Bu, tam-kadran sapmasının, gerektiği gibi beşte ikisini (6.0 V/15.0 V = 2/5) oluşturacaktır.



ŞEKİL 26–30 Bir ohmmetre.

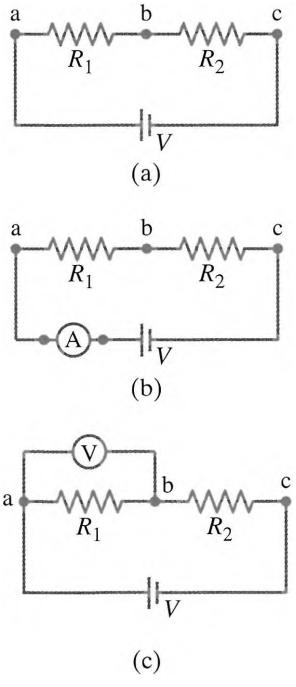
Tanımladığımız ölçüm aletleri doğru akım içindir. Bir da ölçüm aleti, akımın sadece tek yönde akmasına izin veren diyotların (Bölüm 40) ilavesiyle, aa (altenatif akım, Kısım 25-7) ölçmek için değiştirilebilir. Bir aa ölçüm aleti, kko veya tepe değerlerini okumak için kalibre edilebilir.

Voltmetreler ve ampermetreler, ölçme yapılacak bölgeyi seçmek için farklı seri veya paralel dirençlere sahip olabilir. Çoklu ölçme aletleri **(multimetreler)** voltajı, akımı ve direnci ölçebilir. Bazen bir multimetre, VOM (Volt-Ohm-Metre veya Volt-Ohm-Miliampermetre) olarak adlandırılır.

Bir **ohmmetre** direnci ölçer ve bir (R_{seri}) dirençle seri bağlı voltajı bilinen bir pil ve bir ampermetre içerir (Şek.26-30). Ölçülecek olan direnç devreyi tamamlar. Göstergenin sapması dirençle ters orantılıdır. Kadran kalibrasyonu seri direncin değerine bağlıdır. Bir ohmmetre direnci ölçülecek aletin içine akım göndereceğinden akımdan zarar görebilecek çok hassas aletler için kullanılmamalıdır.

Bir ölçme aletinin **duyarlılığı** genellikle ön yüzünde belirtilir. Duyarlılık, tam-kadran okumanın voltu başına ölçme aletinde kaç ohmluk direnç olduğunu belirtecek şekilde, volt başına ohm olarak verilir. Örneğin, eğer duyarlılık, 30000 Ω/V ise, bunun anlamı 10 V kadranda ölçme aleti 300 000 Ω'luk bir dirence sahiptir; oysa 100 V kadranda ölçme aletinin direnci 3 MΩ'dur. Daha önce tartışılan tam-kadran akım duyarlılığı, I_m, Ω/V cinsinden duyarlılığın tersidir.

ŞEKİL 26–31 Akım ve voltajın ölçülmesi



*Ölçme Aletleri Nasıl Bağlanır?

Şek.26-31a'da gösterilen devredeki I akımını ve R_1 direnci üzerindeki V gerilimini belirlemek istediğinizi varsayın. Ölçülecek devreye ampermetre ve voltmetreler nasıl bağlanırlar?

Bir ampermetre devrede dolaşan akımı ölçmek için kullanıldığından, Şek.26-31b'de gösterildiği gibi, diğer elemanlarla seri olarak devreye doğrudan sokulmalıdır. İç direnci ne kadar küçükse devreyi o kadar az etkiler.

Öte yandan, bir voltmetre, uçlarındaki voltajı ölçülecek devre elemanıyla paralel olacak şekilde haricen bağlanır. Voltmetre iki nokta arasındaki potansiyel farkını ölçmek için kullanılır. Şek.26-31c'de gösterildiği gibi, R_1 üzerindeki voltajı ölçmek için iki ara kablosu (bağlantı kabloları) bu iki noktaya bağlanır. Şek. 26-29'da iç direnç ($R_{seri} + r$) ne kadar büyükse, ölçüm yapılacak olan devreyi o kadar az etkiler.

*Ölçme aletinin direncinin etkileri

FİZİK UYGULAMASI
Ölçme aletinin direnci için düzeltme

Bir ölçme aletinin duyarlılığını bilmek önemlidir, pek çok durumda ölçme aletinin direnci sonuçları ciddi olarak etkileyebilir. Aşağıdaki örneği inceleyin.

ÖRNEK 26–17 **Okunan voltaj gerçek voltaja karşı.** Şek.26-32a'da gösterildiği gibi seri bağlı her biri 15 kΩ'luk iki R_1 ve R_2 direncine sahip olan bir elektronik devreyi test ettiğinizi varsayın. İhmal edilebilen bir iç dirence sahip olan bir pil onlara 8.0 V sağlamaktadır. Duyarlılığı 10,000 Ω/ V olan bir voltmetre 5.0 V'luk bir kadrana sahiptir. Şek.26-32b'deki devrede, voltmetre R_1 üzerine bağlandığı zaman ölçme aleti ne okur ve ölçme aletinin sonlu direncinin neden olduğu hata nedir?

YAKLAŞIM Ölçme aleti R_1 ile paralel bağlı bir direnç gibi davranır. Akım ve voltajları bulmak için seri ve paralel bağlı direnç analizlerini ve Ohm yasasını kullanırız.

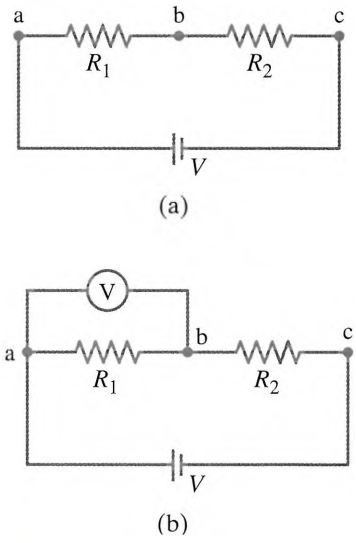
ÇÖZÜM 5.0 V'luk kadranda, voltmetre $(5.0\,\text{V})(10{,}000\,\Omega/\text{V}) = 50{,}000\,\Omega$.'luk bir iç dirence sahiptir. Şek.26-32b'deki gibi R_1'in iki ucu arasına bağlandığında, bu $R_1 = 15\,\text{k}\Omega$. ile paralel bağlıdır. Bu ikisinin net direnci Reş,

$$\frac{1}{R_{\text{eş}}} = \frac{1}{50\,\text{k}\Omega} + \frac{1}{15\,\text{k}\Omega} = \frac{13}{150\,\text{k}\Omega};$$

ile verilir. Yani $R_{\text{eş}} = 11.5\,\text{k}\Omega$'dur. Bu $R_{\text{eş}} = 11.5\,\text{k}\Omega$, $R_2 = 15\,\text{k}\Omega$ ile seri bağlı olup devrenin toplam direnci şimdi 26.5 kΩ (30 kΩ yerine) olur. Böylece pilden geçen akım

$$I = \frac{8.0\,\text{V}}{26.5\,\text{k}\Omega} = 3.0 \times 10^{-4}\,\text{A} = 0.30\,\text{mA}$$

'dir. Ayrıca, voltmetre üzerindeki voltajla aynı olan R_1 üzerindeki voltaj düşmesi, $(3.0 \times 10^{-4}\,\text{A})(11.5 \times 103\,\Omega) = 3.5$ V'tur. [R_2 üzerindeki voltaj düşüşü, 8.0 V'luk toplam için, $(3.0 \times 10^{-4}\text{A})(15 \times 10^{3}\Omega) = 4.5$ V'tur.] Eğer ölçme aletinin hassas olduğunu kabul edersek 3.5 V okuyacaktır. Ölçme aleti olmaksızın orijinal devrede $R_1 = R_2$ olduğundan, R_1 üzerindeki voltaj bataryanınkinin yarısıdır yani 4.0V'tur. Böylece, voltmetre iç direnci nedeniyle düşük bir okuma verir. Bu durumda 0.5 V gibi veya %10'dan daha fazla bir fark vardır.



ŞEKİL 26–32 Örnek 26-17.

Örnek 26-17 bir ölçme aletinin bir devreyi ne kadar ciddi etkileyebileceğini ve yanıltıcı bir okuma verebileceğini gösterir. Bununla birlikte, bir voltmetrenin direnci devrenin direncinden çok yüksekse, çok az etkiye sahip olacaktır ve okumalarına, en azından ölçme aletinin imalat duyarlılığına kadar güvenilebilir. Bu duyarlılık basit analog ölçü aletleri için tam-kadran sapmasının tipik olarak %3 - %4'ü kadardır, Bir ampermetre de bir devreyi etkileyebilir, fakat bu etki, eğer kendi direnci bir bütün olarak devrenin direncinden çok daha azsa, minimumdur. Voltmetre ve ampermetrenin her ikisi için de, galvanometre ne kadar duyarlıysa, devre o kadar az etkilenecek demektir. 50,000 Ω/V'luk bir ölçü aleti, 1000 Ω/V'luk ölçü aletinden çok daha iyidir.

*Dijital Ölçme Aletleri

Dijital ölçme aletleri (bknz. Şek.26-27b), analog ölçme aletleriyle aynı şekilde kullanılırlar: Bu aletler akımı ölçmek için (Şek.26-31b) seri halde devre içine yerleştirilir ve voltajı ölçmek için (Şek.26-31c) devreye paralel halde dıştan bağlanır.

Bununla birlikte, dijital ölçü aletlerinin iç yapısı, galvanometre kullanmamaları açısından analog ölçü aletlerinkinden farklıdır. Elektronik devre ve dijital okuma bir galvanometreden çok daha duyarlıdır ve ölçüm yapılacak devre üzerinde daha az etkiye sahiptir. Da voltajlarını ölçtüğümüz zaman, bir dijital metrenin direnci çok yüksektir, yaygın olarak 10-100 MΩ(10^7–$10^8\Omega$) mertebesindedir ve farklı voltaj skalası seçildiği zaman önemli derecede değişmez. 100 MΩ'luk dijital ölçü aleti, 1 MΩ'luk dirence bile bağlandığında çok az akım çeker.

Dijital metrelerin doğruluğu fevkaladedir, çoğu kez 104'te bir (= 0.01%) veya daha iyi. Bununla birlikte, bu duyarlık ölçümün doğruluğu ile aynı değildir. İç direnci 10^8 Ωolan hassas ölçme aleti, 10^8 Ω'luk direncin uçlarındaki voltajı ölçmek için kullanıldığında, doğruluğu çok iyi sonuçlar vermeyecektir - bu durum, Örnek 26-17'dekine benzer bir hesaplamayı gerektirir.

Her ne zaman devre üzerinde ölçüm yaparsak, devreyi belli bir derecede etkileriz (Örnek 26-17). Bu diğer tip ölçümler için de doğrudur: Bir sistem üzerinde ölçüm yaptığımız zaman, bir şekilde sistemi etkileriz: Örneğin, bir sıcaklık ölçümünde, termometre sistemle ısı alışverişi yaparak sıcaklığını değiştirebilir. Örnek 26-17'de gördüğümüz gibi gerekli düzeltmeleri yapabilmek önemlidir.

Özet

Enerjinin bir diğer türünü elektrik enerjisine dönüştüren bir alet, **emk kaynağı** olarak adlandırılır. Bir pil, bir **iç direnc**e seri bağlı bir emk kaynağı gibi davranır. Emk pildeki kimyasal reaksiyonlarla belirlenen potansiyel farkıdır ve hiçbir akım geçmediği zamanki kutup voltajına eşittir. Bir akım geçtiği zaman bataryanın uçlarındaki voltaj, emk'den iç direncin uçları arasındaki potansiyel düşüşü kadar daha azdır.

Dirençler **seri olarak** (tek bir çizgisel yolda uç uca) bağlandığı zaman, eşdeğer direnç dirençlerin toplamıdır:

$$R_{eş} = R_1 + R_2 + \cdots. \qquad \textbf{(26–3)}$$

Bir seri kombinasyonda, $R_{eş}$ herhangi bir bileşenin direncinden daha büyüktür.

Dirençler paralel olarak bağlandığında, eşdeğer direncin tersi, dirençlerin her birinin terslerinin toplamına eşittir:

$$\frac{1}{R_{eş}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots. \qquad \textbf{(26–4)}$$

Paralel bağlanmada net direnç, dirençlerin herhangi birinden daha düşüktür.

Kirchhoff kuralları devrelerdeki akımları ve gerilimleri belirlemede yararlıdır. Kirchhoff'un **kavşak kuralı** elektrik yükün korunumuna dayanır; herhangi bir kavşağa giren bütün akımların toplamının, kavşağı terk eden tüm akımların toplamına eşit olduğunu ifade eder. İkincisi veya **çevrim kuralı** enerjinin korunumuna dayanır ve devrenin herhangi bir kapalı yolu üzerinde potansiyeldeki değişmelerin cebirsel toplamının sıfır olması gerektiğini ifade eder

Bir C sığacı ile seri halde R direnci içeren bir RC devresi da emk kaynağına bağlandığında, sığaç üzerindeki voltaj, $(1 - e^{-t/RC})$ üstel ifadesiyle karakterize edilerek zamanla yavaşça artar. Burada **zaman sabiti,**

$$\tau = RC, \qquad \textbf{(26–7)}$$

voltajın maksimum değerinin % 63'üne ulaşması için geçen zamandır. Dirençten geçen akım $e^{-t/RC}$ ile azalır.

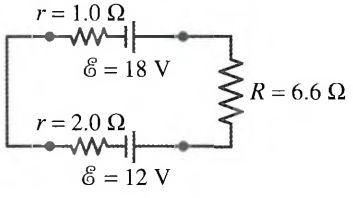
Bir direnç üzerinden boşalan bir sığaç aynı zaman sabitiyle karakterize edilir: $\tau = RC$ zamanında, sığaçtan geçen voltaj başlangıç değerinin %37sine düşer. Sığaç üzerindeki yük ve üzerindeki gerilim, akım gibi $e^{-t/RC}$, ile azalır.

Elektrik çarpmalarının sebebi vücuttan geçen akımdır. Şoklardan kaçınmak için, vücudun farklı kısımlarının farklı potansiyellerdeki cisimlere dokunmasına izin verilerek vücut bir devrenin bir parçası haline gelmemelidir. Şoklar, yaygın olarak vücudun bir parçası toprağa temas ederken bir diğer vücut parçasının yüksek bir elektrik potansiyeline dokunması ile olur.

[* Bir **ampermetre** akımı ölçer. Bir analog ampermetre, bir galvanometre ve akımın çoğunu taşıyan paralel **şant direncinden** ibarettir. Bir analog voltmetre bir galvanometre ve seri bağlı bir dirençten oluşur. Bir ampermetre akımın ölçülecek olduğu devrenin içine sokulur. Voltajı ölçülecek elemana paralel halde bağlanmış olan voltmetre ise dışarıdadır. Dijital voltmetreler daha büyük iç dirence sahiptir ve ölçüm yapılacak olan devreyi analog metrelerden daha az etkilerler].

Sorular

1. Kuşların elektrik nakil hatları üzerinde neden durabildiğini açıklayın, oysa enerji iletim hattına takılmış bir uçurtmayı bir metal merdiven dayayarak geri almak son derece tehlikelidir
2. Paralel bağlı yılbaşı ışıklarının seri bağlı yılbaşı ışıklarına karşı avantajları ve dezavantajlarını tartışın.
3. Eğer sadece 120 V'luk bir hata sahipseniz, 6 V'luk çeşitli lambaları patlatmadan, yakmak mümkün müdür? Nasıl?
4. Dirençleri R_1 ve R_2 $(R_2 > R_1)$ olan iki ampul ve bir pilin hepsi seri halde birleştiriliyor. Hangi ampul daha parlaktır? Eğer paralel halde bağlanırlarsa ne olur? Açıklayın.
5. Ev prizleri genellikle çift çıkışlardır. Bunlar seri mi yoksa paralel mi bağlanmıştır? Nereden biliyorsunuz?
6. İki özdeş ampul ve iki özdeş pili, ampullerden mümkün olan maksimum toplam gücü elde etmek için, bir devrede nasıl düzenlersiniz? (Pillerin iç dirençlerinin ihmal edildiğini kabul edin).
7. İki özdeş direnç seri halde bir pile bağlandığında, dirençlerden sadece biri bağlandığı duruma göre, pil daha fazla mı yoksa daha az mı güç sağlayacaktır? Açıklayın.
8. Odanızda sadece 60 W'lık bir ampul var. Bir 100 W'lık ampulü daha açtığınızda, odanızın elektrik devresinin toplam direnci nasıl değişir?
9. Kirchhoff'un çevrim kuralını uygularken (Şek.26-33'te görüldüğü gibi) bir pilin emk'sinin işareti (veya yönü) bataryadan geçen akımın yönüne bağlı mıdır? Kutup voltajı ne kadardır?



ŞEKİL 26–33
Soru 9.

10. Seri ve paralel bağlandıklarında, dirençlerin ve sığaçların formüllerini karşılaştırın ve tartışın.
11. Piller hangi kullanım için seri bağlanırlar? Hangi kullanım için paralel bağlanırlar? Herhangi bir bağlanım durumunda, bataryaların özdeş olup olmamaları fark eder mi?
12. Bir pilin kutup voltajı, hiç kendi emk'sini geçebilir mi? Açıklayın.
13. Bir pilin iç direncini nasıl ölçebileceğinizi ayrıntılı olarak açıklayınız.
14. Bir RC devresinde, sığaç tamamen yüklenene kadar pilden akım akar. Pilden sağlanan toplam enerji, sığaç tarafından depolanan toplam enerjiye eşit midir? Eğer değilse, fazla enerji nereye gider?

15. Şek.26-34'te gösterilen devreyi dikkate alarak, aşağıdaki ifadeleri tamamlamak için "artar", "azalır" veya "aynı kalır" sözcüklerini kullanın:

(*a*) Eğer R_7 artarsa, A ve E arasındaki potansiyel farkı _____. Ⓐ ve $\mathscr{E}$ de direnç olmadığını varsayın.

(*b*) Eğer R_7 artarsa, A ve E arasındaki potansiyel farkı _____. Ⓐ ve $\mathscr{E}$ de direnç olduğunu varsayın.

(*c*) Eğer R_7 artarsa, R_4 üzerindeki voltaj düşüşü _____.

(*d*) Eğer R_2 azalırsa, R_1'den geçen akım _____.

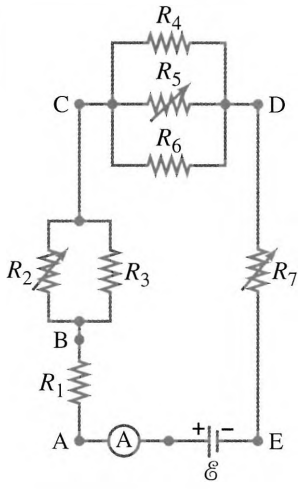
(*e*) Eğer R_2 azalırsa, R_6'dan geçen akım _____.

(*f*) Eğer R_2 azalırsa, R_3'ten geçen akım _____.

(*g*) Eğer R_5 artara, R_2 üzerindeki voltaj _____.

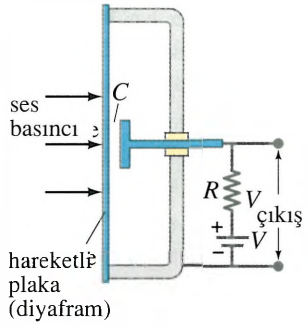
(*h*) Eğer R_5 artarsa, R_4 üzerindeki voltaj düşmesi _____.

(*i*) Eğer R_2, R_5 ve R_7 artarsa, $\mathscr{E}$ $(r = 0)$ _____.



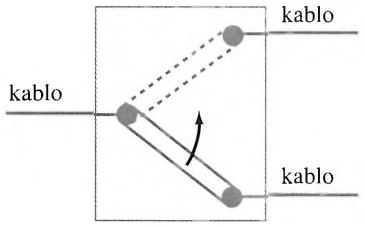
ŞEKİL 26–34 Soru 15. R_2, R_5 ve R_7 ⟿ sembolüyle verilen değişken dirençlerdir (dirençlerini değiştirebilirsiniz).

16. Şek.26-35 bir sığaç (veya kondansatör) mikrofonun diyagramıdır. Bir ses dalgasındaki hava basıncının değişimi C sığacının bir plakasının ileri geri hareket etmesine neden olur. Ses dalgasıyla aynı frekanslı bir akımın nasıl üretildiğini açıklayın.



ŞEKİL 26–35 Bir sığaçmikrofonun diyagramı. Soru 16

17. Bir odanın zıt taraflarından aynı ampulü çalıştırabilen, Şek.26-36'da gösterilen tipteki anahtardan iki tanesini kullanan bir devre tasarlayın.



ŞEKİL 26–36 Soru 17

***18.** Bir analog voltmetre ve bir analog ampermetre arasındaki temel fark nedir?

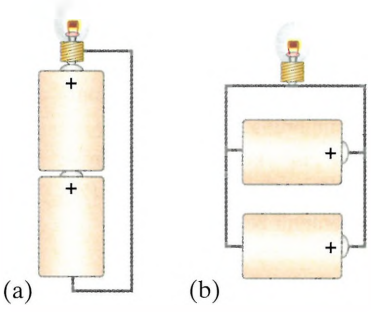
***19.** Bir voltmetreyi kullanmanız gerektiği yerde, eğer yanlışlıkla bir ampermetre kullanırsanız ne olur?

***20.** Niçin ideal bir ampermetrenin sıfır dirence ve bir ideal voltmetrenin sonsuz dirence sahip olduğunu açıklayın.

***21.** Bir direnç üzerine bağlanan bir voltmetre, ölçme aleti olmadığı zaman, direnç üzerindeki gerçek voltajdan daima daha az okur. Açıklayın.

***22.** Küçük bir pilli el feneri çalışmak için tek bir 1.5 V'luk pile gerek duymaktadır. Ampul zar zor yanıyor, fakat pili çıkartıp bir voltmetre ile kontrol ettiğinizde 1.5 V gösteriyor. Bunu nasıl açıklarsınız?

23. İki ampulun, Şek.26-37'de gösterilen iki farklı düzenlemeye göre bağlanmış pilleri vardır. Her bir şeklin avantajları nelerdir?



ŞEKİL 26–37 Soru 23.

Problemler

26–1 Emk ve Kutup voltajı

1. (I) 0.900 Ω iç dirençli ve 6.00V emk'li bir pilin kutup voltajını, pil (*a*) 81.0 Ω ve (*b*) 810 Ω dirençle seri bağlandığı zaman hesaplayın.

2. (I) Dört tane 1.50 V'luk pil, 12 Ω'luk ampule seri bağlıdır. Ortaya çıkan akım 0.45 A ise, pillerin özdeş olduğunu ve kabloların direncinin ihmal edilebileceğini kabul ederek, her bir pilin direncini bulun.

3. (II) 1.5 V'luk bir kuru akü düşük dirençli bir ampermetreye bağlanarak test edilebilir. Bu akü en azından 25 A verebilmelidir. İç direncinin ampermetrenin iç direncinden çok daha büyük olduğunu kabul ederek, akünün iç direncini hesaplayın.

4. (II) Marş motoru 95 A çektiğinde, kutup voltajı 8.4 V'a düşen 12.0 V'luk bir araba aküsünün iç direnci nedir?

26–2 Seri ve Paralel Bağlı Dirençler

Bu problemlerde bir pilin iç direncini, problem istemedikçe, ihmal edin.

5. (I) 650 Ω ve 2200 Ω'luk dirençler 12 V'luk bir pil ile seri bağlıdır. 2200 Ω'luk direncin üzerindeki gerilim nedir?

6. (I) Üç tane 45 Ω'luk ampul ile üç tane 65 Ω'luk ampul seri halde bağlanmıştır. (*a*) devrenin toplam direnci nedir? (*b*) Eğer altısı paralel bağlanırsa, toplam direnç ne olur?

7. (I) 680 Ω 720 Ω ve 1.20 kΩ'luk dirençlere sahip olduğunuzu varsayın. Bunları birleştirerek elde edebileceğiniz (*a*) maksimum, (*b*) minimum direnç nedir?

8. (I) Kaç tane 10 Ω'luk direnç, paralel bağlı beş 100 Ω'luk dirence eşdeğer bir direnç vermek için seri bağlanmalıdır?

9. (II) 9.0 V'luk bir pile sahip olduğunuzu ve sadece 4.0 V'luk bir gerilim uygulamak istediğinizi varsayın.1.0 Ω'luk sınırsız sayıda direnciniz varsa, 9.0 V'luk bir giriş için 4.0 V'luk çıkış üreten bir "voltaj bölücüsü" yapacak şekilde onları nasıl bağlarsınız?

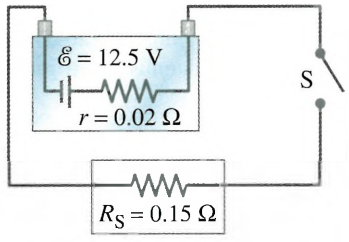
10. (II) 1.70 kΩ'luk üç direnç, dört faklı şekilde seri ve/veya paralel devre kombinasyonları yaparak birbiriyle bağlanabilir. Bu dört yol nedir ve her bir durumun net direnci nedir?

11. (II) 12.0 V emk'li bir pil, paralel bağlı, her biri 4.0 W (12.0 V'ta) iki ampulle bir devrede çalıştığı zaman 11.8 V kutup voltajı göstermektedir. Pilin iç direnci nedir?

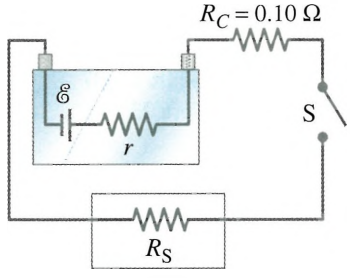
12. (II) Sekiz tane özdeş ampul, bir 110 V'luk hatta seri olarak bağlıdır. (*a*) Her bir lamba üzerindeki voltaj nedir? (*b*) Eğer her bir ampulden geçen akım 0.42 A ise, her bir lambanın direnci nedir ve her birinde harcanan güç ne kadardır?

13. (II) Sekiz ampul, 110 V'luk bir kaynağa toplam direnci 1.4Ω'luk iki uzun ara kablosuyla paralel bağlıdır. Eğer her bir ampulden 240 mA geçiyorsa, her birinin direnci nedir ve toplam gücün hangi kesri kablolarda harcanır?

14. (II) Bir otomobildeki marş motoru devresinin performansı akünün kutbu üzerindeki küçük korozyon miktarıyla önemli şekilde azalır. Şek.26-38a, R_S = 0.15 Ω dirençli marş motoruna korozyonsuz kablolar aracılığıyla bağlanmış bir akü ile (12. V emk, 0.02 Ω iç direnç) çalışan bir devreyi gösteriyor. Daha sonra, akünün bir ucu ile marş motoru kablosu arasında oluşan korozyonun, Şek.26-38b'de gösterildiği gibi, devreye RC = 0.10 Ω'luk ekstra bir direnç ürettiğini varsayalım. P_0, korozyonsuz devrede marş motoruna ulaştırılan güç ve P ise korozyonlu devreye ulaştırılan güç olsun. P/P_0 oranını belirleyin.



(a)

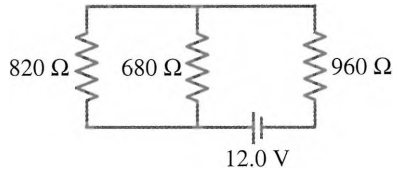


(b)

ŞEKİL 26–38
Problem 14.

15. (II) Bir elektrik devresinin ayrıntılı bir incelenmesi, 370 Ω direncin gerekli olduğu yerde yanlışlıkla 480 Ω direncin lehimlendiğini ortaya çıkarıyor. Bu durum, mevcut devreden herhangi bir şey çıkarmaksızın nasıl düzeltilebilir?

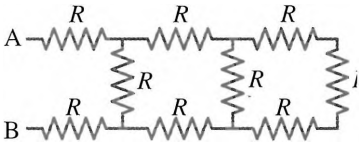
16. (II) Şek.26-39'da gösterilen devrenin (*a*) eşdeğer direncini ve (*b*) her bir direncin üzerindeki voltajı belirleyin.



ŞEKİL 26–39
Problem 16.

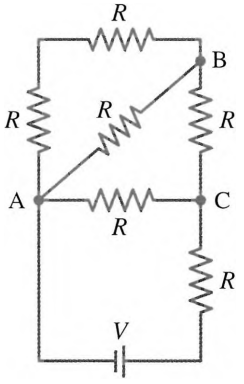
17. (II) 75 W, 110 V'luk bir ampul; 25 W, 110 V'luk bir ampulle paralel bağlıdır. Net direnç nedir?

18. (II) (*a*) Şek.26-40'da gösterilen eşit 125 Ω'luk dirençlerin eşdeğer direncini belirleyin. Bir başka deyişle, eğer A ve B noktaları arasına bağlanırsa, bir ohmmetrenin okuyacağı direnç nedir? (*b*) Eğer 50.0 V'luk akü A ve B noktaları arasına bağlanırsa, sol taraftaki üç direncin her birinden geçen akım nedir?



ŞEKİL 26–40
Problem 18.

19. (II) Şek.26-41'deki pile bağlanmış devrenin net direnci nedir?



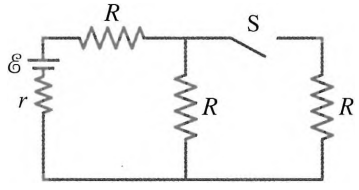
ŞEKİL 26–41
Problem 19 ve 20.

20. (II) Eğer her birinin direnci R = 1.20 kΩ ve V = 12.0 V ise Şek.26-41'deki dirençlerin her birinden geçen akımı hesaplayın. A ve B uçları arasındaki potansiyel farkı nedir?

21. (II) Emk'i ℰ ve iç direnci r olan bir voltaj kaynağının iki ucu, bir R yük direncinin iki tarafına bağlıdır. R'nin hangi değeri için kaynaktan bu dirence maksimum güç ulaştırılmış olacaktır?

22. (II) İki direnç, 110 V'luk bir enerji hattına seri bağlandığında, paralel bağlandığı zaman kullanılan gücün Ω'ünü kullanıyor. Eğer bir direnç 3.8 kΩ ise, diğerinin direnci nedir?

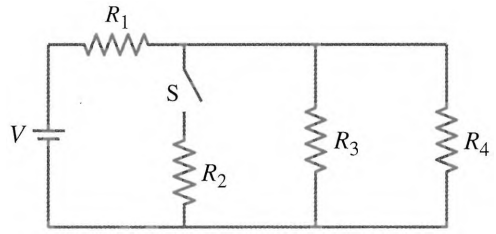
23. (III) Üç eşit direnç (R), Şek.26-42'de gösterildiği gibi bir pile bağlıdır. S anahtarı uzun bir zaman kapalı kaldıktan sonra açıldığında, (*a*) bu dirençlerin her birinin üzerindeki voltaj, (b) her birinden geçen akım ve (*c*) pilin kutup voltajı nitel olarak nasıl değişir? (*d*) Eğer pilin emk'si 9.0 V, iç direnci r = 0.50 Ω ve R = 5.50 Ω ise, anahtar kapandığı zaman kutup voltajı ne olur? (*e*) Anahtar açıldığı zaman kutup voltajı ne olur?



ŞEKİL 26–42
Problem 23.

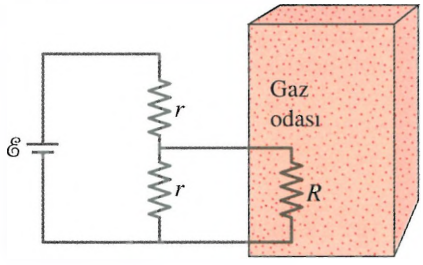
24. (III) 2.8 kΩ ve 3.7 kΩ'luk dirençler paralel bağlı olup bu kombinasyon 1.8 kΩ'luk bir dirençle de seri bağlıdır. Eğer her bir direnç $\frac{1}{2}$W 'lık (aşırı ısınmaksızın maksimum güç) ise, tüm devreye uygulanabilecek maksimum voltaj nedir?

25. (III) Şek.26-43'te gösterilen direnç ağını dikkate alın. Nitel olarak cevaplayın: (*a*) S anahtarı kapandığı zaman her bir direnç üzerindeki voltaj nasıl değişir? (*b*) Anahtar kapatıldığı zaman her birinden geçen akım nasıl değişir? (*c*) Anahtar kapandığı zaman pilin çıkış gücü nasıl değişir? (*d*) $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 125\ \Omega$ ve $V = 22.0$ V alalım. Anahtar kapatılmadan önce ve kapatıldıktan sonra her bir dirençten geçen akımı belirleyin. Nitel tahminleriniz doğrulandı mı?



ŞEKİL 26–43
Problem 25.

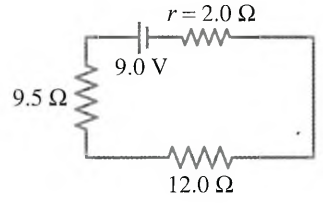
26. (III) Kapalı hacimdeki gazı ısıtmak için bir tel dirençli ısıtıcı tasarlıyorsunuz. Aletin düzgün çalışması için, bu ısıtıcının düşük bir sabit hızda gaza ısı transfer etmesi gerekmektedir. Çalışma sırasında ısıtıcının direnci daima $R = R_0$ değerine yakın olacaktır fakat direnç çok küçük ΔR $(\ll R_0)$. miktarlarıyla hafifçe dalgalanabilir. Isıtıcıyı sabit güçte tutmak için, Şek.26-44'te gösterilen her birinin direnci r olan iki direnç içeren bir devre tasarlıyorsunuz. Eğer R direnci az miktarda bile dalgalanmalar yaparsa ısıtıcı gücünün sabit kalmasını sağlayacak r değerini belirleyin. [*İpucu*: Eğer $\Delta R \ll R_0$ ise, bu durumda $\Delta P \approx \Delta R \frac{dP}{dR}\Big|_{R=R_0}$ olur.]



ŞEKİL 26–44
Problem 26.

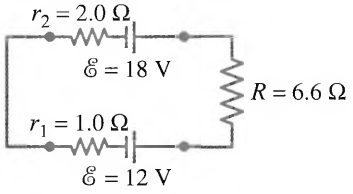
26–3 Kirchhoff Kuralları

27. (II) Şek.26-45 devresindeki akımı hesapla ve devre etrafındaki voltaj değişimlerinin toplamının sıfır olduğunu gösterin.



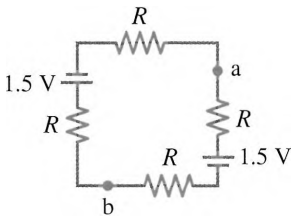
ŞEKİL 26–45
Problem 27.

28. (II) Şek.26-46'daki her bir pilin kutup voltajını belirleyin.



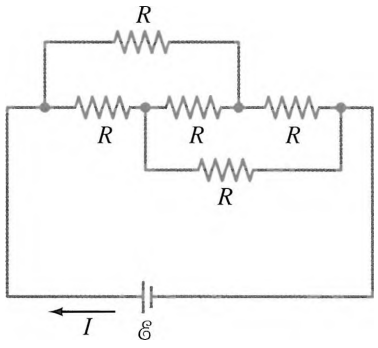
ŞEKİL 26–46
Problem 28.

29. (II) Şek.26-47'de gösterilen devre için, a ve b noktaları arasındaki potansiyel farkını bulun. Her bir direnç $R = 130\ \Omega$ ve her bir pil 1.5 V'luktur.



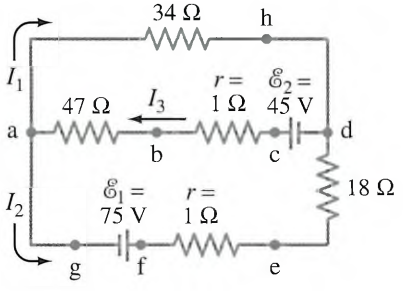
ŞEKİL 26–47
Problem 29.

30. (II) (*a*) Şek.26-48'de gösterildiği gibi beş eşit R direncinden oluşan bir ağ, bir $\mathscr{E}$ piline bağlıdır. Pilden çıkan I akımını belirleyin. (*b*) Beş dirençli ağa eşdeğer olan tek $R_{eş}$ direncini bulmak için I'nın belirlenen değerini kullanın.



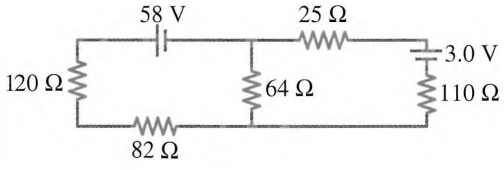
ŞEKİL 26–48
Problem 30.

31. (II) (*a*) Şek.26-49'daki (Şek.26-13'e benzer, Örnek 26-9) a ve b noktaları arasındaki potansiyel farkı nedir? (*b*) Her bir pilin kutup voltajı nedir?



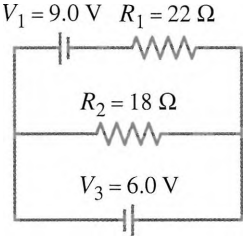
ŞEKİL 26–49
Problem 31.

32. (II) Şek.26-50'nin her bir direncindeki akımları hesaplayın.



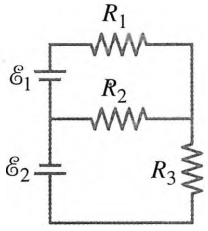
ŞEKİL 26–50 Problem 32.

33. (II) Şek.26-51'deki R_1 ve R_2'den geçen akımların büyüklüklerini ve yönlerini belirleyin.



ŞEKİL 26–51
Problem 33.

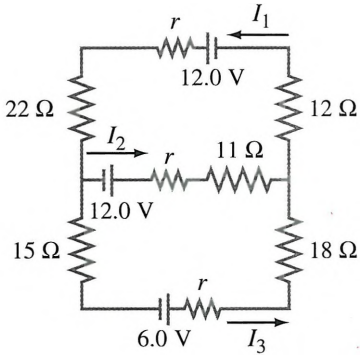
34. (II) Şek.26-52'de gösterilen her bir dirençteki akımın büyüklüğünü ve yönünü belirleyin. Piller $\mathscr{E}_1 = 9.0\ \text{V}$ ve $\mathscr{E}_2 = 12.0\ \text{V}$ emk, dirençler $R_1 = 25\ \Omega$, $R_2 = 48\ \Omega$ ve $R_3 = 35\ \Omega$ değerlerine sahiptir. (*a*) Pillerin iç dirençlerini ihmal edin. (*b*) Her bir pilin $r = 1.0\ \Omega$ iç dirence sahip olduğunu kabul edin.



ŞEKİL 26–52
Problem 34.

35. (II) V voltajı, paralel bağlanmış n tane dirence uygulanıyor. Eğer dirençler uygulanan voltajla seri halde bağlanmış olsalardı transfer edilen gücün n^2 çarpanıyla azalacağını gösterin.

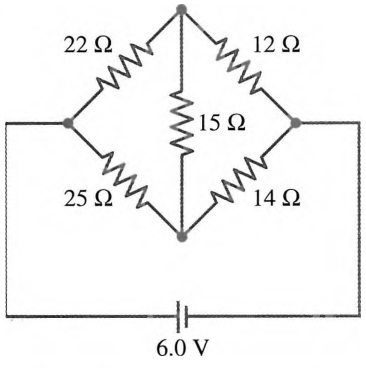
36. (III) (*a*) Şek.26-53'deki I_1, I_2 ve I_3 akımlarını belirleyin. Her bir pilin iç direncinin $r = 1.0\ \Omega$ olduğunu kabul edin. (*b*) 6.0 V'luk pilin kutup voltajı nedir?



ŞEKİL 26–53
Problem 36 ve 37.

37. (III) Eğer 12 Ω'luk direnç kısa devre yapılırsa (direnç = 0) Şek.26-53 deki I1 akımı ne olur? $r = 1.0\ \Omega$ alalım

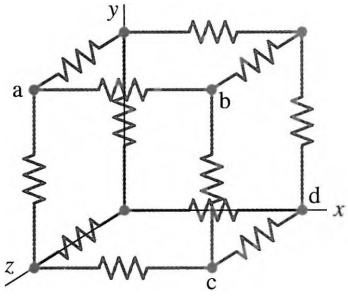
38. (III) Şek.26-54'teki dirençlerin her birinden geçen akımı belirleyin.



ŞEKİL 26–54
Problems 38 and 39.

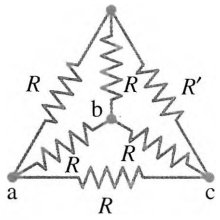
39. (III) Şek.26-54'teki 25 Ω'luk direnç kısa devre yapılırsa (direnç = 0), 15 Ω'luk dirençten geçen akım ne olur?

40. (III) Her birinin direnci R olan on iki direnç, Şek.26-55'te gösterildiği gibi bir küpün kenarlarına gelecek şekilde bağlanmıştır. (*a*) Bir kenarın uçlarındaki a ve *b* noktaları arasındaki, (*b*) bir yüzey köşegeninin uçlarındaki a ve c noktaları arasındaki; (*c*) bir hacim köşegeninin uçlarındaki a ve d noktaları arasındaki eşdeğer direnci belirleyiniz. [*İpucu:* bir emk uygulayın ve akımları belirleyin; kavşaklardaki simetriyi kullanın.]



ŞEKİL 26–55
Problem 40.

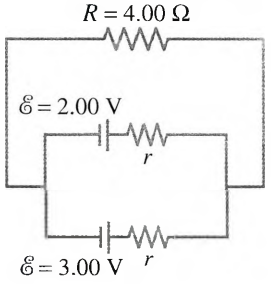
41. (III) Şek.26-56'daki (*a*) a ve c noktaları arasındaki ve (*b*) a ve b noktaları arasındaki net direnci belirleyin. $R' \neq R$. olduğunu kabul edin. [*İpucu:* emk uygulayın ve akımları belirleyin; kavşaklardaki simetriyi kullanın.]



ŞEKİL 26–56
Problem 41.

26–4 Birleştirilmiş Emk'ler, PilinYüklenmesi

42. (II) 2.00 V ve 3.00 V eşit olmayan emk'li iki pilin, Şek.26-57'de gösterildiği gibi bağlanmış olduğunu varsayın. Her birinin iç direnci $r = 0.45\ \Omega$ ve $R = 4.00\ \Omega$ ise r direnci üzerindeki voltaj nedir?

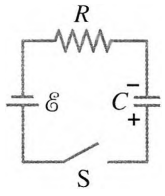


ŞEKİL 26–57
Problem 42.

26–5 *RC* Devreleri

43. (I) 1 μF mertebesinde bir sığaç kullanılacak ise, tipik fasılalı araba ön cam sileceklerine bir değişken zaman ayarlayıcı yapmak için gereken direnç aralığını tahmin edin.

44. (II) Şek.26-58'deki (Şek.26-17a'ya benzer) toplam direnç 15.0 kΩ ve pilin emk' si 24.0 V'tur. Eğer zaman sabiti 24.0 s olarak ölçülürse, (*a*) devrenin toplam sığasını ve (*b*) anahtar kapatıldıktan sonra direnç üzerindeki gerilimin 16.0 V'a ulaşması için gerekli zamanı hesaplayın.



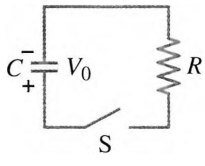
ŞEKİL 26–58
Problem 44 ve 46.

45. (II) 3.8 μF'lık iki sığaç, 2.2 kΩ'luk iki direnç ve 12.0 V'luk kaynak seri halde bağlıdır. Yüklenmemiş durumdan başlayarak, akımın başlangıç değerinden 1.50 mA'e düşmesi ne kadar zaman alır?

46. (II) Seri haldeki bir RC devresindeki (Şek.26-58) sığaçta depolanan enerjinin maksimum değerinin % 75'ine ulaşması ne kadar zaman alır? Yanıtı, zaman sabiti $\tau = RC$. cinsinden açıklayın.

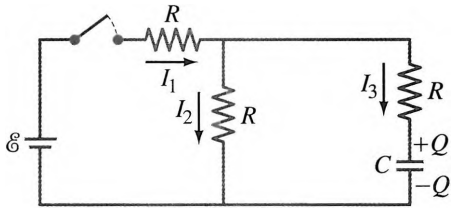
47. (II) Bir paralel plakalı sığaç, dielektrik sabiti K ve yüksek özdirenci (çok az iletir) olan bir dielektrik malzemeyle doldurulmuştur. Bu sığaç, R direnci ile paralel bağlı saf bir C sığası olarak modellenebilir. Pil, sığacın karşılıklı levhalarını $+Q$ ve $-Q$ yükleriyle yükledikten sonra bağlantı koparılıyor. Sığacın, $\tau = K\varepsilon_0\rho$ (dielektrik gevşeme zamanı olarak bilinen) zaman sabitiyle boşaldığını gösterin. Eğer dieletrik $\rho = 1.0 \times 10^{12}\ \Omega \cdot \text{m}$ ve $K = 5.0$ olan camsa, τ değerini belirleyin.

48. (II) Şek.26-59'daki RC devresi (Şek.26-18a'dakine benzer) $R = 8.7\ \text{k}\Omega$ ve $C = 3.0\ \mu\text{F}$ değerlerine sahiptir. Anahtar kapandığı zaman, sığaç $t = 0$'da V_0 gerilimindedir. Sığacın, başlangıç voltajının % 0.10'una boşalması ne kadar zaman alır?



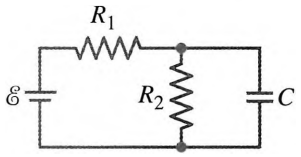
ŞEKİL 26–59
Problem 48.

49. (III) Şek.26-60'da gösterilen devreyi dikkate alın; burada bütün dirençler aynı R değerine sahiptir. $t = 0$'da C sığacı yüksüzdür ve anahtar kapalıdır. (*a*) $t = 0$'da, üç akım daha basit fakat eşdeğer bir devreyi analiz ederek belirlenebilir. Bu basitleştirilmiş devreyi tanımlayın ve $t = 0$'da I_1, I_2 ve I_3 değerlerinin bulunmasında kullanın. (*b*) $t = \infty$'da daha basit bir eşdeğer devreyi analiz ederek akımlar belirlenebilir. Bu basit devreyi tanımlayın ve $t = \infty$'da I_1, I_2 ve I_3 değerlerinin bulunmasında kullanın. (*c*) $t = \infty$'da sığaç üzerindeki potansiyel farkı nedir?



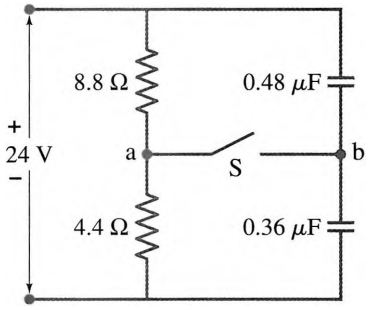
ŞEKİL 26–60
Problem 49.

50. (III) Şek.26-61 devresindeki sığacın yüklenmesi için zaman sabitini belirleyin [*İpucu*: Kirchhoff kurallarını kullanın]. (*b*) Sığaç üzerindeki maksimum yük nedir?



ŞEKİL 26–61
Problem 50.

51. (III) İki direnç ve iki yüksüz sığaç Şek.26-62'de gösterildiği gibi düzenlenmiştir. Daha sonra, 24 V'luk bir potansiyel farkı bu kombinasyonun uçlarına uygulanıyor: (*a*) S anahtarı açıkken a noktasındaki potansiyel nedir? (Kaynağın negatif ucunda $V = 0$ olsun) (*b*) Anahtar açıkken *b* noktasındaki potansiyel nedir? (c) Anahtar kapandığı zaman, *b* noktasının son potansiyeli ne olur? (*d*) Kapandıktan sonra, S anahtarından ne kadar yük akar?



ŞEKİL 26–62
Problem 51 ve 52.

52. (III) Şek.26-62'deki S anahtarının kapalı olduğunu varsayın. 24 V uygulandıktan sonra sığacın yüklenmesi için zaman sabiti (veya zaman sabitleri) nedir?

*26–7 Ampermetre ve Voltmetreler

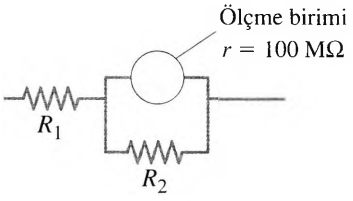
*53. (I) Bir ampermetre, 35,000 Ω /V'luk bir duyarlılığa sahiptir. Ne kadarlık bir akım galvanometrede tam-kadran sapması oluşturur?

*54. (I) Duyarlılığı 35,000 Ω /V olan bir voltmetrenin 250 V ölçeğindeki direnci nedir?

*55. (II) Bir galvanometre 45 kΩ /V'luk bir duyarlılığa ve 20.0 Ω'luk iç dirence sahiptir. Bunu, (a) Tam-kadran 2.0 A okuyan bir ampermetre veya (b) tam-kadran 1.00 V okuyan bir voltmetre haline nasıl getirirsiniz?

*56. (II) Bir galvanometre 32 Ω iç dirence sahiptir ve 55 A akım için tam-kadran sapar. (*a*) 25 μA'e kadar akımı okuyacak bir ampermetre ve (*b*) 250 V tam-kadran sapması verecek bir voltmetre yapmak için bu galvanometreyi nasıl kullanacağınızı belirtin.

*57. (II) Özel bir dijital ölçme aleti, iç direnci 100 MΩ ve tam-kadran duyarlılığı 400 mV olan bir elektronik birimden oluşur. Şek.26-63'te gösterildiği gibi bağlanan iki direnç voltaj aralığını değiştirmek için kullanılabilir. R_1 = 10 MΩ kabul edin. Tam-kadran aralığı 40 V olan bir voltmetre oluşturacak R_2 değerini bulun.



ŞEKİL 26–63
Problem 57.

*58. (II) 33 Ω'luk galvanometre ile paralel bağlı 0.20 Ω'luk bir dirençten oluşan bir miliampermetre 25 mA tam-kadran okuyor. Bu ampermetreyi, bir ampermetre parçasını sökmeden 25 V tam-kadran okuma veren bir voltmetreye nasıl dönüştürebilirsiniz.? Voltmetrenizin duyarlılığı (Ω/V) ne olacaktır?

*59. (II) İç direnci ihmal edilen 45 V'luk bir akü seri halde 44 kΩ ve 27 kΩ'uk dirençlere bağlıdır. İç direnci 95 kΩ olan bir voltmetre her bir direnç üzerinden geçen voltajı ölçmek için kullanıldığında ne okuyacaktır? Her bir durum için ölçme aletinin direncinden ileri gelen hata yüzdesi nedir?

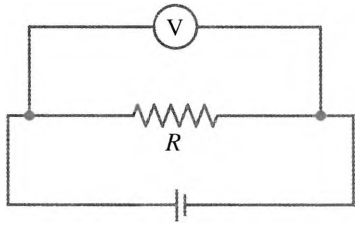
*60. (II) İç direnci 53 Ω olan bir ampermetre, bir akü içeren devreye, değerleri 650 Ω ve 480 Ω olan seri haldeki iki dirençle bağlandığı zaman 5.25 mA gösteriyor. Ampermetre olmadığı zaman gerçek akım nedir?

*61. $\mathscr{E}$ = 12.0 V ve iç direnci r = 1.0 Ω olan bir akü 7.5 kΩ'luk iki dirençle seri bağlıdır. İç direnci 0.50 Ω olan bir ampermetre akımı ve aynı zamanda 15 Ω iç dirençli bir voltmetre de devredeki 9.0 kΩ dirençlerden biri üzerindeki voltajı ölçüyor. Ampermetre ve voltmetre ne okurlar?

*62. (II) 120 V luk bir akü (iç direnci = 0 kabul edin) iki dirençle seri bağlıdır. İç direnci 18.0 kΩ olan bir voltmetre, dirençlerin her birine bağlandığı zaman sırasıyla, 5.5 V ve 4.0 V ölçüyor. Her birinin direnci nedir?

*63. (III) 9.4 kΩ'luk iki direnç seri halde yerleştirilip bir aküye bağlanıyor. Bir voltmetrenin duyarlılığı 3.0 V kadran üzerinde 1000 Ω/V'tur ve her hangi bir direnç üzerine yerleştirildiğinde 2.3 V okuyor. Akünün emk'si nedir? (İç direncini ihmal edin.)

*64. (III) Şek.26-64'deki R direnci 35 Ω olduğu zaman, yüksek dirençli voltmetre 9.7 V okuyor. R, 14.0 Ω dirençle yer değiştirdiği zaman, voltmetre göstergesi 8.1 V'a düşüyor. Pilin emk ve iç direnci nedir?



ŞEKİL 26–64
Problem 64.

Genel Problemler

65. İnsan vücudu üzerinde iki nokta arasına 0.25 V'luk bir potansiyel farkı uygulamak istediğinizi varsayın. Direnç 1800 Ω'dur ve sadece 1.5 V'luk bir pile sahipsiniz. İstenen voltajı üretmek için bir veya daha fazla direnci nasıl bağlarsınız?

66. Üç-adımlı ampul 120 V'ta 50W, 100W veya 150 W üretebiliyor. Böyle bir ampul 120 V'a ayrı ayrı veya paralel bağlanabilen iki filament içerir. (*a*) iki filamentin bağlantısının üç watt değerinin her birini verecek şekilde nasıl yapılacağını açıklayın. (*b*) Her bir filamentin direnci ne olmalıdır?

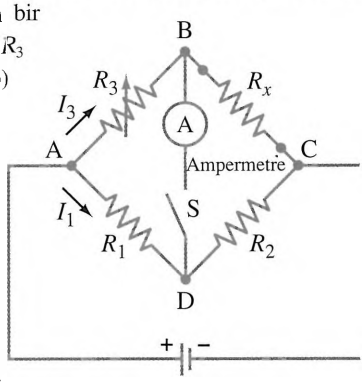
67. Elektrik prizinden 65 m uzaktaki bazı aletleri çalıştırmak istediğinizi varsayın. 120 V'luk kaynağa aletinizi bağlayan kablolarının her biri birim uzunluk başına 0.0065 Ω/m direncine sahiptir. Eğer aletiniz 3.0 A çekerse, bağlantı kabloları üzerindeki voltaj düşmesi ve aletinize uygulanacak voltaj ne olacaktır?

68. Şek.26-18a' da gösterilen devre için, sığaçta depolanan enerjide, t = 0'dan bir zaman sabiti sonrasına kadar gerçekleşen azalma miktarının, dirençte ısı olarak harcanan enerjiye eşit olduğunu gösterin.

69. Kalp atış hızını düzenleyen bir cihaz (kalp pili), basit bir RC devresinde 6.5μF'lık sığaç kullanılarak 72 atış/dakikada çalışmak için tasarlanıyor. Voltaj maksimumunun %75'ine ulaştığı zaman kalp pili bir puls gönderecekse (sığaç boşalırsa) hangi değerde direnç kullanılmalıdır?

70. Bir kişinin vücut direncinin 950 Ω olduğunu varsayın. (*a*) Bu kişi yanlışlıkla 110 V'a bağlandığında vücudundan ne kadar akım geçer? (*b*) Eğer, direnci 35 Ω olan toprağa giden alternatif bir yol varsa, kişiden geçen akım nedir? (*c*) Eğer voltaj kaynağı en fazla 1.5 A üretebilirse, (*b*) durumundaki kişiden geçen akım ne kadar olur?

71. Bir Wheatstone köprüsü, direnç ölçümlerini yapmak için kullanılan bir "köprü devre" türüdür. Ölçülecek olan bilinmeyen direnç, R_x, kesin olarak bilinen R_1, R_2 ve R_3 (Şek.26-25) dirençleriyle devreye yerleştirilir. Bu dirençlerden birisi olan R_3, anahtar bir an için kapatıldığında, ampermetre Ⓐ sıfır akımı gösterecek biçimde ayarlanan değişken bir dirençtir. (*a*) R_1, R_2 ve R_3 cinsinden R_x'i belirleyin. (b) R_1 = 630 Ω, R_2 = 972 Ω, ve R_3 = 78.6 Ω olduğu zaman Wheatstone köprüsü "dengelenirse", bilinmeyen direncin değeri nedir?



ŞEKİL 26–65
Problem 71 ve 72.Wheatstone köprüsü.

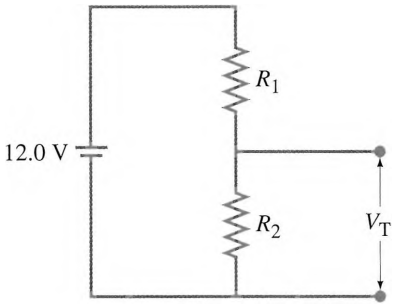
72. 1.22 mm çapında uzunluğu bilinmeyen bir platin tel bir Wheatstone köprüsüne (bak Problem 71, Şek.26-65) bilinmeyen direnç olarak yerleştiriliyor. 1 ve 2 kolları, sırasıyla 38.0 Ω ve 3.48 Ω'luk dirençlere sahiptir. Denge, R_3 3.48 Ω olduğunda kuruluyor. Platin telin uzunluğu ne kadardır?

73. 1.35 V'luk bir cıvalı pilin iç direnci 0.030 Ω iken 1.5 V'luk kuru pilin iç direnci 0.35 Ω'dur. Niçin üç cıvalı pilin, 2.5 W'lık işitme cihazının gerek duyacağı 4.0 V'u sağlayabilen üç kuru pilin verebileceğinden daha etkin olabileceğini açıklayın.

74. 3.2 kΩ, 35 W'lık bir eşdeğer direnç üretmek için her biri aynı direnç değerinde kaç tane $\frac{1}{2}$-W 'lık direnç kullanılmalıdır? Her birinin direnci nedir ve nasıl bağlanmalıdırlar? Her bir dirençte $P = \frac{1}{2}$W değerini aşmayın.

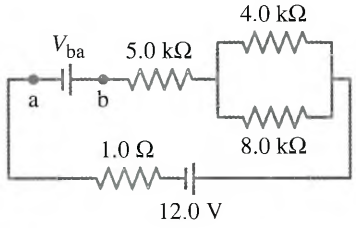
75. 3.0 cm karelik bir güneş pili tam güneş ışığına maruz kaldığında, 0.80 V'ta 350mA'lik bir çıkışa sahiptir. Bir dış yük direncine 120 V'ta 1.3 A civarında akım gönderen bir güneş paneli gerekmektedir. Bu paneli oluşturmak için kaç tane pil gerekir? Ne büyüklükte bir panele ihtiyacınız var ve pilleri birbirine nasıl bağlamalısınız? Güneş panelinizin çıktısını nasıl optimize edebilirsiniz?

76. Bir güç kaynağı 12.0 V'luk sabit bir çıkış voltajı sağlamaktadır, fakat bir deney için size V_T = 3.0 V çıkış gerekmektedir. (*a*) Şek.26-66'da gösterilen voltaj bölücüsünü kullanarak, eğer R_1 14.5 Ω ise, R_2 ne olmalıdır? (*b*) 3.0 V'luk çıkışa 7.0 Ω direnç sahip bir yük bağlarsanız, V_T voltajı ne olur?



ŞEKİL 26–66
Problem 76.

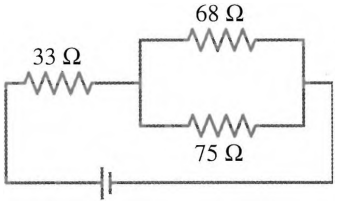
77. Şek.26-67'deki 4.0 kΩ dirençten geçen akım 3.10 mA'dir. Bilinmeyen pilin kutup voltajı, Vba nedir? (İki cevap vardır, niçin?)



ŞEKİL 26–67
Problem 77.

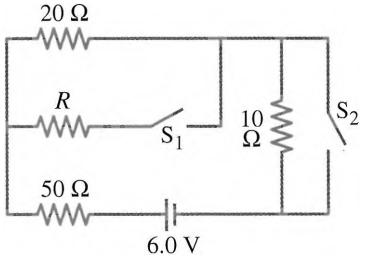
78. Bir akü, kendisinden 7.40 A geçtiği zaman 40.8 V, 2.80 A geçtiği zaman 47.3 V üretir.Akünün emk'si ve iç direnci nedir?

79. Şek.26-68'de gösterilen devredeki, 33 Ω'luk direnç 0.80 W harcamaktadır. Pil voltajı nedir?



ŞEKİL 26–68
Problem 79.

80. Şek.26-69'daki 20 Ω'luk dirençten geçen akım, S_1 ve S_2 anahtarlarının her ikisi de açık veya kapalı olsun değişmez. Bilinmeyen direncin R değerini belirlemek için bu ipucunu kullanın.

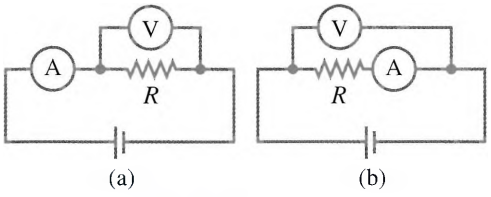


ŞEKİL 26–69
Problem 80.

*81. (*a*) Bir voltmetre ve bir ampermetre, R direncini ölçmek için Şek.26-70a'da gösterildiği gibi bağlanabilir. Eğer V voltmetrenin okuması ve I ampermetrenin okuması ise, R'nin değeri, akımın birazı voltmetre içine gideceğinden, tam (Ohm yasasındaki gibi) olmayacaktır. R'nin gerçek değerinin

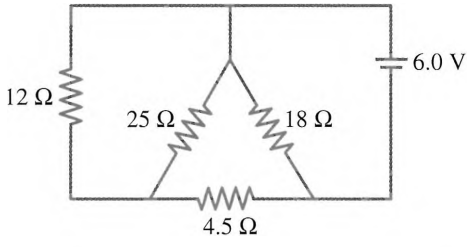
$$\frac{1}{R} = \frac{I}{V} - \frac{1}{R_V},$$

ile verildiğini gösterin. Burada R_v voltmetrenin direncidir. Eğer $R \approx V/I$ ise $R_V \gg R$ olduğuna dikkat edin. (*b*) Bir voltmetre ve bir ampermetre, R direncini ölçmek için Şek.26-70b'de gösterildiği gibi de bağlanabilir. Eğer, $R_a \ll R$ ise $R \approx V/I$ olduğuna dikkat edin.



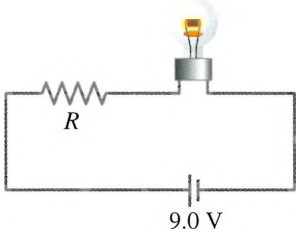
ŞEKİL 26–70 Problem 81.

82. (*a*) Şek.26-71'de gösterilen devrenin eşdeğer direnci nedir? (*b*) 18 Ω'luk dirençteki akım nedir? (*c*) 12 Ω 'luk dirençteki akım nedir? (*d*) 4.5 Ω'luk dirençte harcanan güç nedir?



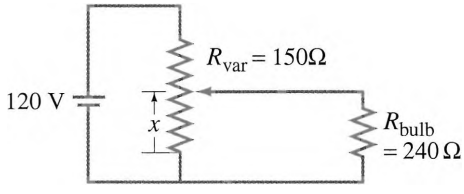
ŞEKİL 26–71
Problem 82.

83. 2.0 W ve 3.0 V'luk bir el feneri ampulü 9.0 V'luk bir pille çalıştırılacaktır. Ampulü kendi voltaj ve gücünde yakmak için bir R direnci Şek.26-72'de gösterildiği gibi seri halde bağlanır. Direnç hangi değere sahip olmalıdır?



ŞEKİL 26–72
Problem 83.

84. Bazı ışık-kısıcı anahtarlar, Şek.26-73'de gösterildiği gibi, değişken bir direnç kullanır. Sürgü $x = 0$ pozisyonundan $x = 1$'e hareket eder ve sürgü konumu x'e kadar olan direnç x ile orantılıdır (toplam direnç $x = 1$'de $R_{değ} = 150\ \Omega$'dur). Eğer, (a) $x = 1.00$, (b) $x = 0.65$, (*c*) $x = 0.35$ ise, ampulde harcanan güç nedir?

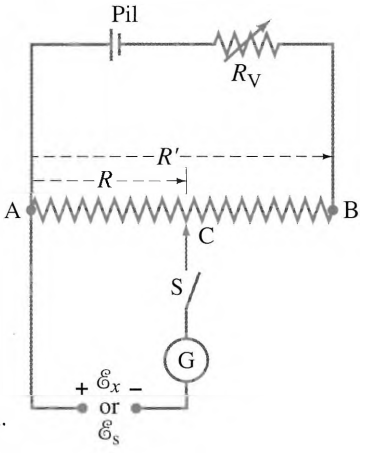


ŞEKİL 26–73
Problem 84.

85. Bir **potansiyometre** bir "sıfır" tekniği kullanarak potansiyel farklarını veya emk'yi tam olarak ölçen bir alettir. Şek.26-74'te gösterilen basit bir potansiyometre devresindeki A'dan B'ye kadar toplam direnci temsil ederken, sadece A'dan C'deki hareketli temas noktasına kadar olan direnci göstermektedir. Bilinmeyen emk ölçüleceği zaman $\mathscr{E}_x$ devreye gösterildiği gibi yerleştirilir. Hareketli temas noktası C, S anahtarı kapandığı zaman, G galvanometresi geçersiz, boş (yani sıfır) bir okuma verir. Bu durum için A ve C arasındaki direnci Rx olarak adlandırırız. Daha sonra, kesin olarak bilinen standart bir $\mathscr{E}_s$ emk'i, $\mathscr{E}_x$'in yerine devreye sokulur ve yine C temas noktası, S anahtarı kapandığı zaman, galvanometreden sıfır akımı geçene kadar hareket ettirilir. Şimdi A ve C arasındaki direnç R_s olarak adlandırılır. (a) Bilinmeyen emk'nin

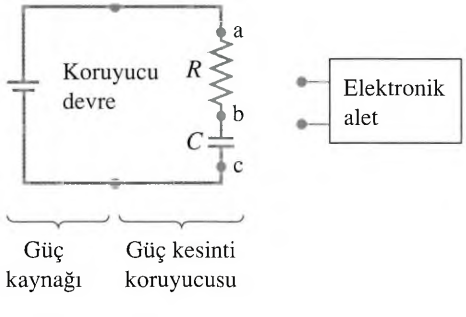
$$\mathscr{E}_x = \left(\frac{R_x}{R_s}\right)\mathscr{E}_s$$

ile verildiğini gösterin. Burada R_x, R_s, ve $\mathscr{E}_s$ tam olarak bilinmektedir. Çalışan pilin yeni olduğu ve sabit bir voltaj vereceği kabul edilir. (*b*) Kaymalı-tel potansiyometresi, tel sürgü toplam 100.0 cm uzunluğun 33.6 cm'sine ayarlandığında, 1.0182 V standart bir pile karşı dengelenir. Bilinmeyen bir kaynak için ayarlanma 45.8 cm'de gerçekleşiyor. Bilinmeyenin emk'si nedir? (*c*) Bir potansiyometrenin galvanometresi 35 Ω'luk bir iç dirence sahiptir ve 0.012 mA kadar küçük akımları saptayabilir. Bilinmeyen voltajın ölçülmesindeki olası minimum belirsizlik nedir? Emk'nin ölçülmesinde bu "sıfır" tekniğini kullanmanın avantajını açıklayın.



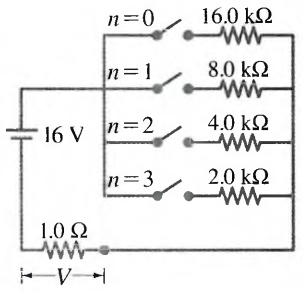
ŞEKİL 26–74
Potansiyometre devresi.
Problem 85.

86. Elektronik aletleri güç kesintilerine karşı korunmak için çoğu kez Şek.26-75'de gösterilen gibi bir RC devresi kullanır. (*a*) Eğer koruyucu devre, 0.20 s gibi uzun süre için tam voltajın en azından %75'ini sürdürebilmeyi sağlarsa ne kadar büyük bir R direnci gereklidir? Sığaç 8.5 μF'tır. Bağlanan "elektronik cihazların" ihmal edilebilen akım çektiğini kabul edin. (*b*) Alet hangi iki uç arasına bağlanmalıdır: a ve b, b ve c veya a ve c ?



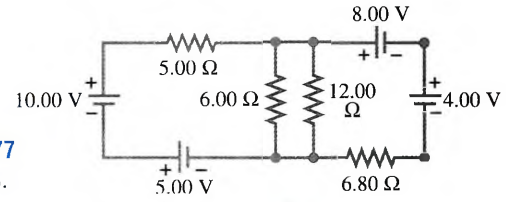
ŞEKİL 26–75
Problem 86.

87. Şek.26-76'da gösterilen devre, basit bir 4 bitlik **dijital-analog dönüştürücüdür (DAD)**. Bu devrede, bir ikili sayının her bir basamağını ($2n$) ifade etmek için, "1" n. anahtarın kapalı, sıfır "0" açık olmasına karşılık gelir. Örneğin 0010, $n = 1$ anahtarın kapanmasını ifade ederken diğer tüm anahtarlar açıktır. 0001, 0010, 0100, ve 1010 ikili sayıları (1, 2, 4, 10 sayılarını temsil eder) için 1.0 Ω'luk direnç üzerindeki V voltajının bir 4 bitlik DAD için beklediğiniz değerlere uyduğunu gösterin.



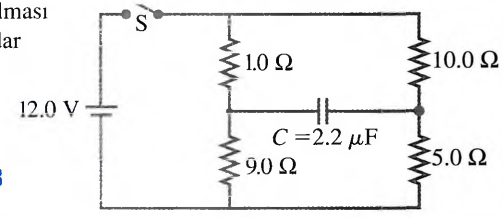
ŞEKİL 26–76
Problem 87.

88. Şek.26-77'de gösterilen devrede her bir dirençteki akımı belirleyin.



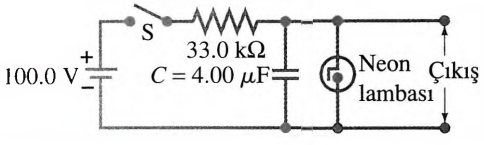
ŞEKİL 26–77
Problem 88.

89. Şek.26-78'de gösterilen devrede S anahtarı $t = 0$ zamanında kapalıdır. (*a*) Sığaç tam olarak yüklendikten sonra, üzerindeki voltaj nedir? Üzerindeki yük ne kadardır? (*b*) S anahtarı şimdi açıktır. Şimdi sığacın, başlangıç yükünün sadece %3'ü kalıncaya kadar boşalması için ne kadar zaman gerekir?



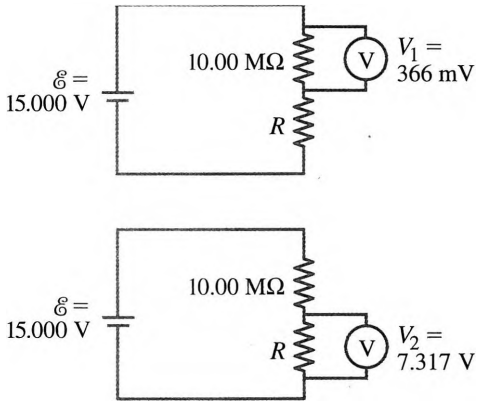
ŞEKİL 26–78
Problem 89.

90. Şek.26-79 bir basit testere dişli osilatör için devreyi göstermektedir. $t = 0$'da S anahtarı kapalıdır. Neon lambası başlangıçta, üzerindeki gerilim 90.0 V'a ulaşıncaya kadar, sonsuz direnç sahiptir, ardından çok küçük (hemen hemen sıfır) bir dirençle iletmeye başlar. Voltaj 65.0 V'a düştüğü zaman iletmeyi (direnci hemen hemen sonsuz olur) durdurur. (*a*) Hangi t_1 zamanında neon lambası 90.0 V'a ulaşır ve iletkenlik başlar? (*b*) Hangi t_2 zamanında, lamba ikinci bir kez 90.0 V'a ulaşır ve yeniden iletmeye başlar? (*c*) $t = 0$ ve $t = 0.70$ s arasında testere diş dalga biçimini kabataslak çizin.



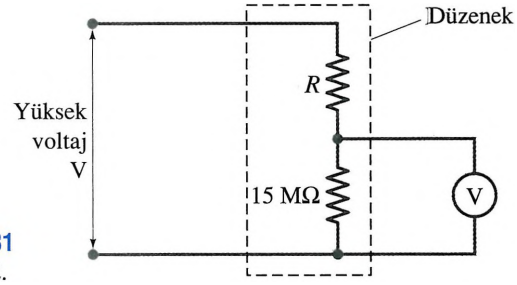
ŞEKİL 26–79
Problem 90.

*91. Büyük dirençler içeren devreler üzerinde yapılan ölçümler kafa karıştırıcı olabilir. Bilinmeyen bir R direnci ile seri bağlanmış olan 10.00 MΩ'luk, $\mathcal{E}$ = 15.000 V V'luk bir akü ile güçlendirilmiş bir devreyi dikkate alın. Şek.26-80'de gösterildiği gibi, özel bir voltmetre 10.00 MΩ'luk direnç üzerine bağlandığı zaman V_1 = 366 mV ve R_2 üzerine bağlandığı zaman ise V_2 = 7.317 V okur. R'nin değerini belirleyin. [*İpucu:* Voltmetrenin iç direnci olarak R_V 'yi tanımlayın.]



ŞEKİL 26–80 Problem 91.

*92. Tipik bir voltmetre, 10 MΩ'luk bir iç dirence sahiptir ve sadece birkaç yüz volta kadar voltaj farklarını ölçebilir. Şek.26-81, bir voltmetre kullanılarak çok büyük bir voltaj farkını ölçmek için bir düzeneğin tasarımını gösteriyor. V = 50 kV olduğu zaman, eğer voltmetreye 50 V okutmak isterseniz, bu düzenekte hangi R değeri kullanılmalıdır?



ŞEKİL 26–81
Problem 92.

*Sayısal/ Bilgisayar

*93. (II) Bir RC devresi R = 15 kΩ 'luk bir direnç, C = 0.30 μF, μF'lık bir sığaç, ve $\mathcal{E}$ = 9.0 V 'luk bir pil içerir. t = 0'dan başlayarak, pile bağlandığı zaman sığaç üzerindeki Q yükünü ve t = 0'dan t = 10.0 ms'ye kadar (0.1 msn aralıklarda) devredeki I akımını belirleyin. Bu zaman aralığı içinde Q yükü ve I akımının zamanla nasıl değiştiğini gösteren grafikleri yapın. Bu grafiklerden yükün, son değeri $C\mathcal{E}$ 'nin % 63'üne ulaştığı ve akımın başlangıç değeri $\mathcal{E}/R$ 'nin % 37'sine düştüğü zamanı bulun.

Alıştırmalara Yanıtlar

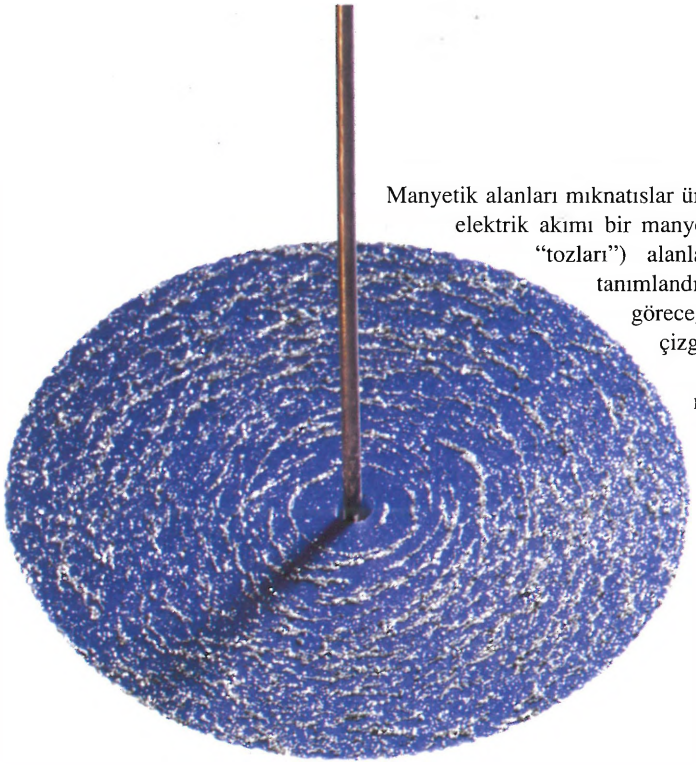
A: (*a*) 1.14 A; (*b*) 11.4 V; (*c*) P_R = 13.1 W, P_r = 0.65 W.

B: 6 Ω ve 25 Ω.

C: $41I_3 - 45 + 21I_2 - 80 = 0$.

D: 180 A; Akülerden geçen bu çok yüksek akım çok ısınmalarına neden olur: Zayıf aküde harcanan güç, $P = I^2r = (180\text{ A})^2(0.10\ \Omega) = 3200$ W olmalıdır!

E: (*a*).



Manyetik alanları mıknatıslar ürettiği gibi elektrik akımları da üretir. Şekildeki düz tel boyunca akan elektrik akımı bir manyetik alan oluşturur; oluşan bu alan, küçük demir parçalarının (demir "tozları") alanla aynı yönde yönelmesini sağlar. Bu bölümde manyetik alanın nasıl tanımlandığını ve manyetik alanın yönünün demir tozları boyunca olduğunu göreceğiz. Bu uzun teldeki elektrik akımının oluşturduğu manyetik alan çizgileri, telin etrafında daireler şeklindedir.

Ayrıca, manyetik alanların elektrik akımlarına ve yüklü bir parçacığa nasıl kuvvet uyguladıklarını ve manyetik alanlar ile elektrik akımları ve hareketli elektrik yükleri arasındaki etkileşmelerin faydalı uygulamalarını tartışacağız.

BÖLÜM 27

Manyetizma

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!

Aşağıdakilerden hangisi bir mıkantısın oluşturduğu manyetik alana yerleştirildiğinde bir kuvvete maruz kalır.

(a) Durgun haldeki bir elektrik yükü.

(b) Hareket eden bir elektrik yükü.

(c) Bir teldeki elektrik akımı.

(d) Başka bir mıknatıs.

İÇERİK

27–1 Mıknatıslar ve Manyetik Alanlar

27–2 Manyetik Alanları Elektrik akımları Üretir

27–3 Manyetik Alandaki Elektrik Akımı Üzerindeki Kuvvet; $\vec{\mathbf{B}}$ 'nin Tanımı

27–4 Manyetik Alan İçinde Hareket Eden Elektrik Yükü Üzerindeki Kuvvet

27–5 Bir Akım Halkası Üzerindeki Tork; Manyetik Dipol Momenti

*27–6 Uygulamalar; Motorlar, Hoparlörler, Galvanometreler

27–7 Elektron'un Özellikleri ve Keşfi

*27–8 Hall Olayı

*27–9 Kütle Spektrometresi

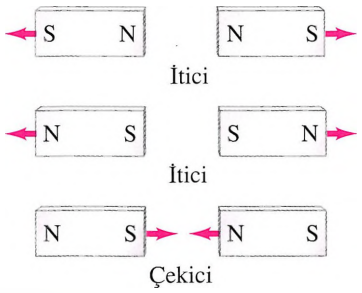
Manyetizmanın tarihi binlerce yıl öncesinden başlar. Anadolu'nun Magnesia diye bilinen bir bölgesinde birbirini çeken kayalar bulunmuş. Bu kayaların keşfedildikleri yerin adından ötürü bu olay "manyetizma" olarak adlandırılmış. Bununla birlikte, 19 yüzyıla kadar manyetizma ile elektriğin yakından ilgili oldukları anlaşılmamıştır. Kritik keşif, elektrik akımlarının, mıknatıslar gibi manyetik etkiler (daha sonra buna manyetik alan diyeceğiz) üretmesi olmuştur. Pusulalardan motorlara, hoparlörlerden bilgisayar hafızaları ve elektrik jeneratörlerine kadar pek çok aygıtın çalışmaları manyetizmaya bağlıdır.

27–1 Mıknatıslar ve Manyetik alanlar

Biz hepimiz bir mıknatısın, ataşları, çivileri, ve diğer demirden yapılmış nesneleri çektiğini gözlemişizdir, Şek.27-1. İster çubuk isterse at nalı şeklinde olsun, herhangi bir mıknatıs, manyetik etkinin en güçlü olduğu **kutup** olarak adlandırılan iki uç veya yüze sahiptir. Bir çubuk mıknatıs ince bir iple asılırsa, mıknatısın bir kutbu herzaman kuzeyi gösterecektir. Bu gerçegin ne zaman keşfedildiği kesin olarak bilinmiyor ama on birinci yüzyılda ve belki daha da önce Çinliler'in bunu gemicilikte yardımcı olarak kullandıkları biliniyor. Bu, pusulanın dayandığı ilkedir. Bir pusula iğnesi basit olarak, serbestçe

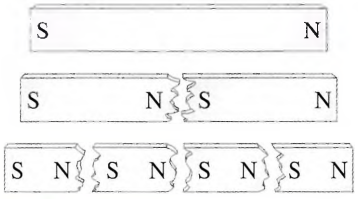


ŞEKİL 27–1 Bir atnalı mıknatıs raptiyeleri ve ataşları çeker.



ŞEKİL 27–2 Mıknatısın benzer kutupları iter; farklı kutupları çeker. Kırmızı oklar kuvvetin yönünü gösteriyor.

ŞEKİL 27–3 Eğer bir mıknatısı bölerseniz, izole edilmiş kuzey ve güney kutupları oluşturamazsınız; bunun yerine; herbiri güney ve kuzey kutba sahip, iki yeni mıknatıs meydana gelir.



DİKKAT

Mıknatıslar bütün metalleri çekmezler

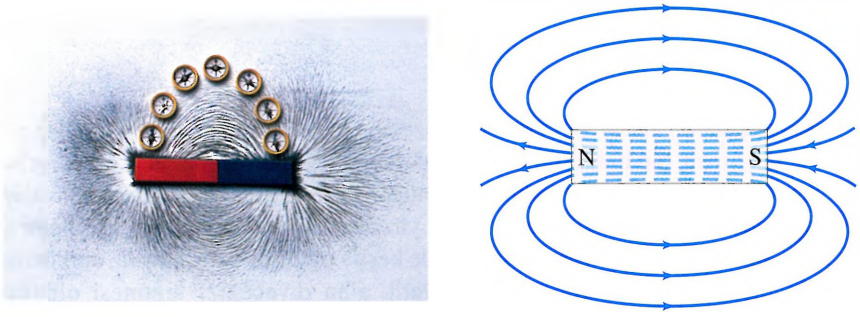
dönebilmesi için ağırlık merkezinden desteklenen bir mıknatıs çubuğudur. Serbestçe asılan bir mıknatısın coğrafi kuzeye doğru yönelen kutbu mıknatısın **kuzey kutbu** olarak adlandırılır. Diğer kutup güneye doğru yönelir ve **güney kutbu** diye adlandırılır.

İki mıknatıs yan yana getirildiğinde her birinin diğerine bir kuvvet uygulaması alışılagelmiş bir gözlemdir. Bu kuvvet, çekici veya itici olabilir ve hatta mıknatıslar bir birine dokunmadığında bile hissedilebilir. Eğer bir mıknatısın kuzey kutbu ikinci mıknatısın kuzey kutbunun yakınına getirilirse kuvvet iticidir. Aynı şekilde iki mıknatısın güney kutupları birbirinin yakınına getirilirse, kuvvet iticidir. Fakat kuzey kutup diğer mıknatısın güney kutbunun yakınına getirilirse kuvvet çekicidir. Bu sonuçlar Şek.27-2'de gösterilmiştir ve elektrik yükleri arasındaki kuvvetleri hatırlatır: aynı kutuplar iter ve farklı kutuplar çeker. *Fakat mıknatıs kutupları ile elektrik yüklerini karıştırmayın.* Onlar çok farklıdır. Önemli bir fark artı veya eksi elektrik yüklerin kolaylıkla birbirinden ayırt edilebilmesidir. Fakat izole edilmiş tek bir manyetik kutup hiçbir zaman gözlenmemiştir. Eğer bir çubuk mıknatıs ortasından ikiye kesilirse birbirinden ayrılmış kuzey ve güney kutupları elde edilmez. Bunun yerine kuzey ve güney kutupları olan iki yeni mıknatıs üretilir Şek.27-3. Eğer kesim işlemi tekrarlanırsa kuzey ve güney kutupları olan çok sayıda mıknatıs üretilir. Fizikçiler, uzun süredir ayrılmış tek kutupları aramaktadırlar fakat bir **manyetik tek kutup** hiç bir zaman gözlenmedi.

Sadece demir ve kobalt, nikel ve gadalonium ve onların oksitleri ve alaşımlarının bir kısmı gibi birkaç diğer malzeme, kuvvetli manyetik etkiler gösterir. Bunlar **ferromanyetik** olarak nitelendirilirler (demirin Latincesi olan *ferrum*'dan). Diğer malzemeler sadece hassas aletler ile algılanabilen zayıf manyetik etkiler gösterirler. Ferromanyetizmayı Kısım 28-7'de daha ayrıntılı olarak inceleyeceğiz.

Kısım 21'de bir elektrik yükünü çevreleyen elektrik alanı kavramını kullandık. Benzer bir biçimde, bir mıknatısı kuşatan bir **manyetik alan** düşünebiliriz. Bir mıknatısın diğerine uyguladığı kuvveti, bir mıknatıs ile diğerinin manyetik alanı arasındaki etkileşme olarak tanımlayabiliriz. Elektrik alan çizgilerini çizdiğimiz gibi **manyetik alan çizgileri** de çizebiliriz. Elektrik alan çizgileri gibi manyetik alan çizgileri de (1) manyetik alanın her hangi bir noktadaki yönü alan çizgilerine teğet ve (2) birim alan başına düşen çizgi sayısı manyetik alanın şiddeti ile orantılı olacak şekilde çizilir.

ŞEKİL 27–4 (a) Pusulalar ve demir tozları kullanarak bir çubuk mıknatısın etrafındaki manyetik alan çizgilerinin gösterimi. Çubuk mıknatısın kırmızı ucu onun kuzey kutbudur. Yakınındaki pusula iğnesinin N kutbu, mıknatısın kuzey kutbundan uzağı işaret eder. (b) Bir çubuk mıknatıs için manyetik alan çizgileri.



(a) (b)

Verilmiş bir noktadaki manyetik alanın *yönü*, o noktaya yerleştirilen bir pusula iğnesinin kuzey kutbunun işaret ettiği yön olarak tanımlanabilir. (Daha doğru bir tanımlama Kısım 27-3'te verilecektir.) Şek.27-4a, ince demir tozlarının (minik mıknatıslar gibi davranan) pusula iğneleri gibi sıralanarak manyetik alan çizgilerini nasıl ortaya çıkardığını göstermektedir. Şek.27-4b'de, bir çubuk mıknatısı çevreleyen ve bu yolla belirlenen manyetik alan gösterilmektedir. Dikkat edilmelidir ki, tanımımlama biçimimizden dolayı çizgiler daima kuzey kutuptan çıkıp mıknatısın güney kutbuna girmektedir (manyetik bir pusula iğnesinin kuzey kutbu mıknatısın güney kutbu tarafından çekilir).

Şek.27-4b'de gösterildiği gibi manyetik alan çizgileri, mıknatısın içinde de devam eder. Gerçekten de, manyetik alan çizgileri, manyetik tek kutuplar olmadığı için, pozitif yüklerin üstünde başlayıp negative yüklerde biten elektrik alan çizgilerine benzemeyen bir biçimde, daima kapalı halkalar oluştururlar.

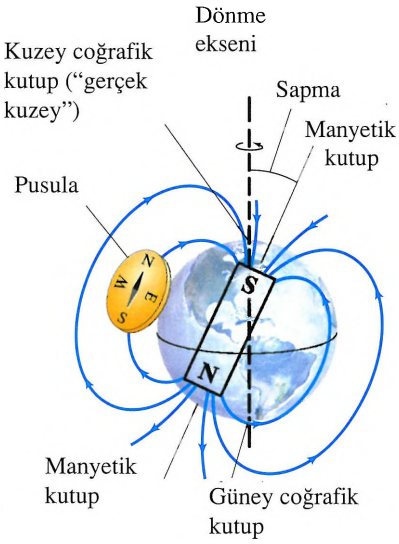
DİKKAT

Manyetik alan çizgileri, elektrik alan çizgilerine benzemeyen bir biçimde, kapalı döngüler oluşturur

Dünya'nın Manyetik Alanı

Dünya'nın manyetik alanı Şek. 27-5'te gösterilmiştir. Alan çizgilerinin görünüşü sanki dünyanın içinde bir hayali çubuk mıknatıs varmış gibidir. Bir mıknatıs iğnesinin kuzey kutbu (N) kuzeyi gösterdiğine göre, Dünya'nın coğrafi kuzeydeki manyetik kutbu, Şek.27-5'te dünyanın içindeki şematik çubuk mıknatısta S ile gösterildiği gibi, bir manyetik güney kutbu olmalıdır. Bir mıknatısın kuzey kutbunun diğer mıknatısın güney kutbu tarafından çekilidiğini hatırlayalım. Bununla birlikte Dünya'nın kuzeydeki kutbu hala sıklıkla "kuzey manyetik kutup" veya "jeomanyetik kuzey" olarak adlandırılır. Bunun sebebi kuzeyde olmasıdır. Aynı şekilde coğrafi güney kutbu yakınında olan Dünya'nın güneydeki manyetik kutbu, manyetik olarak bir kuzey kutbudur (N). Dünya'nın manyetik kutupları dünyanın dönme ekseni üzerinde olan *coğrafi* kutuplarla üst üste gelmez. Örneğin kuzey manyetik kutbu, Kanada'daki kuzey kutup bölgesindedir† ve coğrafi kuzey kutbu veya "gerçek kuzey"den yaklaşık olarak 900 km uzaklıktadır. Pusula kullanıldığında bu fark göz önüne alınmalıdır (Şek.27-6). Manyetik kuzey ile gerçek (coğrafi) kuzey arasındaki açısal fark **manyetik sapma** olarak adlandırılır. Amerika Birleşik Devletleri'nde bu yöreye göre 0o ile yaklaşık 20o arasında değişir.

Şek. 27-5'ten anlaşılacağı üzere, çoğu yerlerde Dünya'nın manyetik alanı Dünya yüzeyine teğet değildir. Dünya'nın manyetik alanının herhangi bir yerde yatayla yaptığı açı, **eğim açısı** olarak adlandırılır .



ŞEKİL 27–5 Dünya büyük bir mıknatıs gibi hareket eder; fakat Dünya'nın manyetik kutupları, dönme ekseni üzerinde olan coğrafik kutuplarda değildirler.

ALIŞTIRMA A Dünya'nın manyetik alanının büyüklüğü, kutupların civarında mı yoksa ekvatorun civarında mı daha büyüktür? [İpucu: Şek. 27-5'teki alan çizgilerine dikkat ediniz]

FİZİK UYGULAMASI

Pusula kullanımı

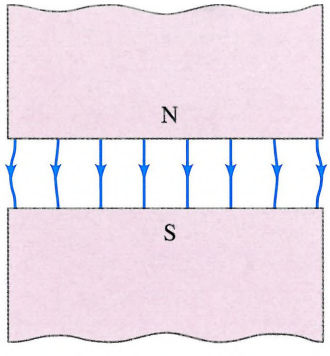


ŞEKİL 27–6 Issız doğada, bir harita ve pusulayı kullanmak. Önce pusula kutusunu öyle ayarlayın ki iğne gerçek kuzeyden (N) tam haritada belirtilen sapma açısı kadar derece uzaklaşsın. (Kaliforniya'nın bu topografik haritada gösterilen bölgesi için 15o). Sonra haritayı gösterildiği gibi, pusula iğnesi ile değil gerçek kuzey ile hizalayın.

Düzgün Manyetik Alan

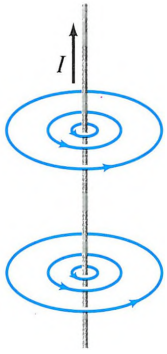
En basit manyetik alan düzgün olanıdır-bir noktadan diğerine büyüklük ve yön olarak değişmez. Geniş bir bölgede mükemmel bir düzgün alan oluşturmak çok kolay değildir. Fakat, Şek.27-7'de gösterildiği gibi bir mıknatısın iki düz parallel kutbu arasındaki alan, kutup yüzeylerinin yüzey alanı, aralarındaki uzaklığa göre büyük ise, yaklaşık olarak düzgündür. Kenarlarda alan bir miktar "saçaklanır": manyetik alan çizgileri artık tam paralel ve düzgün değildir. Aradaki boşluğun merkezi bölgesindeki paralel, eşit aralıklı dizilimiş alan çizgileri, kenarlara çok yakın olmayan bölgelerde, iki parallel plaka arasındaki elektrik alanı gibi, alanın düzgün olduğunu gösterir (Şek.23-16).

ŞEKİL 27–7 Bir mıknatısın iki geniş kutbu arasındaki manyetik alan, kenarların dışında hemen hemen düzgündür.



†Manyetik kuzey, şu sırada her yıl kilometrelerce hareket etmektedir. Kayalardaki manyetizma, Dünya'nın kutuplarının jeolojik zamanlardan beri sadece büyük ölçüde hareket etmediğini, aynı zamanda son 330 milyon yılda 400 kere yön değiştirdiğini gösteriyor.



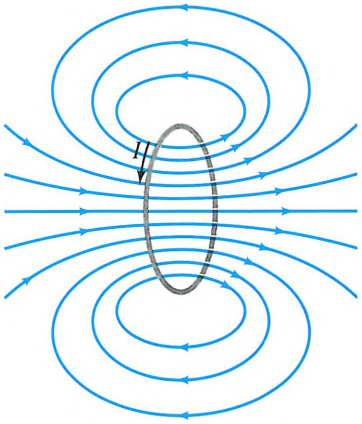


(b)

ŞEKİL 27–8 (a) Akım taşıyan bir telin yakınında pusula iğnelerinin sapması, manyetik alanın varlığını ve yönünü gösteriyor. (b) Düz bir teldeki elektrik akımı etrafındaki manyetik alan çizgileri. (c) Manyetik alanın yönünü hatırlamak için sağ el kuralı: Başparmak, geleneksel akımın yönünü işaret ettiğinde, parmaklar, manyetik alan yönünde telin etrafını sarar. Bknz. Bölüm açılış fotoğrafı.

27–2 Elektrik Akımları Manyetik Alanları Üretir

On sekizinci yüzyıl boyunca birçok bilim adamı elektrik ile manyetizma arasında bir ilişki bulmaya çalışmışlardır. Durgun bir elektrik yükü ve bir mıknatısın birbiri üzerinde hiçbir etkiye sahip olmadıkları gösterilmiştir. Fakat 1820'de Hans Christian Oersted (1777-1851) bir tel yanına bir pusula iğnesi yerleştirildiği zaman, akım taşıyan telin her iki ucu bir pile bağlanır bağlanmaz iğnenin sapmaya uğradığını buldu. Daha önce gördüğümüz gibi pusulanın iğnesi manyetik alan tarafından saptırılır. Bu yüzden Oersted'in deneyi, **bir elektrik akımının bir manyetik alan ürettiğini** gösterdi. Elektrik ile manyetizma arasında bir ilişki bulunmuştu.



ŞEKİL 27–9 Dairesel bir akım halkasının manyetik alan çizgileri

Sağ el kuralı 1 elektrik akımının oluşturduğu manyetik alanın yönü

ŞEKİL 27–10 Akıma göre manyetik alanın yönünü belirlemek için sağ el kuralı



Akım taşıyan düz bir telin yakınına yerleştirilen pusula iğnesi akımdan dolayı bir kuvvete maruz kalır ve bu kuvvet pusula iğnesinin tel etrafında bir çembere teğet biçimde yönelmesine neden olur, Şek. 27-8a. Yani, düz bir teldeki akımın oluşturduğu manyetik alan çizgileri tel merkezli daireler şeklindedir, Şek.27-8b. Bu alan çizgilerinin yönleri Şek.27-8a'da pusulaların kuzey kutupları tarafından işaret edilmektedir. Manyetik alan çizgilerinin yönlerini hatırlamak için kolay bir yol vardır. Bu yol **sağ el kuralı** diye adlandırılır: teli, sağ elinizle baş parmağınız akım (pozitif) yönünü gösterecek şekilde kavradığınızda parmaklarınız manyetik alan yönünde telin etrafını çevreler, Şek. 27-8c.

Dairesel bir halka şeklindeki, akım taşıyan telin oluşturduğu manyetik alan çizgileri, aynı şekilde, bir pusula kullanarak belirlenebilir. Sonuç Şek.27-9'da gösterilmiştir. Şek.27-10'da gösterildiği gibi yine sağ el kuralı kullanılabilir. Şek.27-7'de gösterilen düzgün alandan farklı olarak, Şek.27-8 ve Şek.27-9'da gösterilen manyetik alanlar düzgün değildir-farklı noktalarda alanların büyüklüğü ve yönü farklıdır.

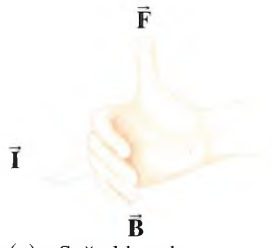
ALIŞTIRMA B Düz bir tel size doğru bir akım taşıyorsa, teli çevreleyen manyetik alan çizgileri hangi yöndedir?

27–3 Manyetik Alandaki bir Elektrik Akımı Üzerindeki Kuvvet; $\vec{B}$ 'nin Tanımı

Kısım 27-2'de bir elektrik akımın pusula iğnesi gibi bir mıknatıs üzerine bir kuvvet uyguladığını gördük. Newton'un üçüncü yasasından, bunun tersinin de doğru olabileceğini bekleyebiliriz: b*ir mıknatısın, akım taşıyan bir tele kuvvet uygulayacağını* beklemeliyiz. Deneyler gerçekten, bu etkiyi doğruladı ve bu da ilk olarak Oersted tarafından gözlendi.

Kuvvet yukarı doğru

Kuvvet aşağı doğru



(c) Sağ el kuralı.

ŞEKİL 27–11 (a) Bir $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı içine yerleştirilen bir akım taşıyan tel üzerindeki kuvvet; (b) aynı, fakat akım ters yönde; (c) (b)'deki düzenek için sağ el kuralı

Şek.27-11'de gösterildiği gibi düz bir telin at nalı şeklindeki bir mıknatısın kutupları arasındaki manyetik alan içine yerleştirildiğini düşünelim. Telde akım akmaya başladığında, deney, tel üzerine bir kuvvetin uygulandığını gösterir. Fakat bu kuvvet mıknatısın herhangi bir kutbuna doğru *değildir.* Onun yerine, kuvvet manyetik alana dik olarak yönelir, Şek.27-11a'da aşağı doğrudur. Eğer akımın yönü değiştirilirse, kuvvet ters yönde, Şek.27-11b'de görüldüğü gibi yukarı doğru olur. Deneyler, *kuvvetin yönünün, akımın yönüne ve* $\vec{\mathbf{B}}$ *manyetik alanının yönüne daima dik olduğunu gösterir.*

Şek.27-11c'de gösterildiği gibi kuvvetin yönü başka bir **sağ el kuralı** ile verilir. Sağ elinizi, parmaklarınız açıkken akımın yönünü, parmaklarınızı kıvırdığınız zaman ise $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alan çizgilerinin yönünü gösterecek şeklide yönlendirdiğinizde baş parmağınız tel üzerindeki $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin yönünü gösterir.

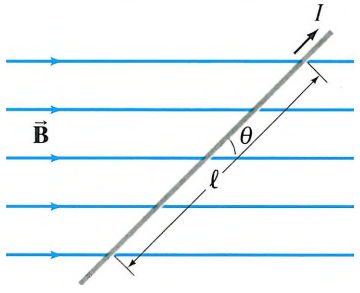
Sağ el kuralı $\vec{\mathbf{B}}$*'nin akım üzerine uyguladığı kuvvet*

Bu sağ el kuralı kuvvetin yönünü tarif eder. Peki, tel üzerindeki kuvvetin büyüklüğü ne olacak? Deneysel olarak kuvvetin büyüklüğünün teldeki I akımı ve telin manyetik alan (düzgün olduğu düşünülen) içindeki ℓ uzunluğu ile orantılı olduğu bulundu. Ayrıca, B manyetik alanı şiddetlendiğinde, kuvvetin orantılı olarak daha büyük olduğu görüldü. Kuvvet, manyetik alan ile akım yönü arasındaki θ açısına da bağlı olup sin θ ile orantılıdır (Şek.27-12). Sonuç olarak düzgün bir B manyetik alanı içinde I akımını taşıyan ve ℓuzunluğunda olan bir tel üzerindeki kuvvet şu şekilde verilir.

$$F \propto I\ell B \sin\theta.$$

Akım alan çizgilerine dik $(\theta = 90°)$, olduğu zaman, kuvvet en büyüktür. Tel, manyetik alan çizgilerine parallel ise $(\theta = 0°)$, hiç bir kuvvet olmaz.

ŞEKİL 27–12 Bir manyetik alan içinde akım taşıyan tel. Tel üzerindeki kuvvet sayfa içine doğru yönelmiştir



Şimdiye kadar manyetik alan şiddetini kesin bir şekilde tanımlamadık. Gercekte, B manyetik alanı, yukarıdaki orantı cinsinden, orantı sabiti tam 1 olacak şekilde tanımlanabilir:

$$F = I\ell B \sin\theta. \qquad \textbf{(27–1)}$$

Eğer akımın yönü $\vec{\mathbf{B}}$ alanının yönüne dik ise $(\theta = 90^0)$ o zaman kuvvet

$$F_{\text{maks}} = I\ell B. \qquad [\text{ akım } \perp \vec{\mathbf{B}}] \qquad \textbf{(27–2)}$$

dir. Eğer akım alana parallel ise $(\theta = 0°)$, kuvvet sıfır olur. $\vec{\mathbf{B}}$'nin büyüklüğü $B = F_{\text{maks}}/I\ell$, olarak Dnk.27-2 kullanılarak tanımlanabilir, burada F_{maks} tel $\vec{\mathbf{B}}$ 'ye dik olduğu zaman ℓ uzunluğundaki I akımını taşıyan telin üzerindeki kuvvetin büyüklüğüdür.

I akımını taşıyan tel üzerindeki $\vec{\mathbf{F}}$ ile kuvvete neden olan manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$'nin arasındaki ilişki bir vektör denklemi olarak yazılabilir. Bunu yapmak için $\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin yönünün sağ el kuralı (Şek. 27-11c) ile ve büyüklüğünün de Dnk.27-1 ile verildiğini hatırlayalım. Bu, vektör çarpımının tanımı ile uyumludur (Bknz Kısım 11-2), bu yüzden şunu yazabiliriz:

$$\vec{\mathbf{F}} = I\vec{\boldsymbol{\ell}} \times \vec{\mathbf{B}}; \qquad \textbf{(27–3)}$$

Burada, $\vec{\boldsymbol{\ell}}$ büyüklüğü, telin uzunluğu olan bir vektördür, ve yönü, tel boyunca (düz olduğu farz ediliyor) geleneksel (pozitif) akımın yönündedir.

Eğer manyetik alan düzgün ve tel düz ise Dnk.27-3 uygulanır. Eğer, $\vec{\mathbf{B}}$ idüzgün değilse, veya, tel her yerde, $\vec{\mathbf{B}}$, ile aynı açıyı yapmıyorsa o zaman Dnk.27-3 şu şekilde yazılabilir:

$$d\vec{\mathbf{F}} = I\, d\vec{\ell} \times \vec{\mathbf{B}}, \qquad (27\text{–}4)$$

Burada $d\vec{\mathbf{F}}$ telin diferansiyel uzunluğu $d\vec{\ell}$'nin üzerine etkiyen son derece küçük kuvvettir. Tel üzerindeki toplam kuvvet integral alınarak bulunur.

Dnk.27-4, (27-2 veya 27-3 gibi) $\vec{\mathbf{B}}$'nin pratik bir tanımı olarak hizmet edebilir. $\vec{\mathbf{B}}$ 'yi hareketli bir elektrik yükü üzerindeki kuvvet cinsinden tanımlayan eşdeğer bir yöntem, bir sonraki Kısımda tartışılacaktır.

ALIŞTIRMA C I akımı taşıyan bir tel, şiddeti B olan bir manyetik alana diktir. Sabit uzunluklu bir tel farzedilirse, aşağıdaki değişikliklerden hangisi tel üzerindeki kuvvetin 2 kat azalmasına yol açar? (*a*) Açıyı 90° den 45° ye düşürmek; (*b*) açıyı 90° den 30° ye düşürmek; (*c*) teldeki akımı $I/2$ 'ye düşürmek; (*d*) manyetik alanın şiddetini $B/2$'ye düşürmek; (*e*) bunlardan hiçbirisi.

Manyetik alan için SI birimi tesla (T)'dır. Dnk.27-1, 2, 3, veya 4'ten 1 T = 1 N/A·m olduğunu görebiliriz. Teslanın eski adı "weber bölü metre kare" (1 Wb/m^2 = 1 T)'dir. Manyetik alanı belirlemek için bazen kullanılan diğer bir birim sistemi cgs birim sistemindeki gauss (G)'tır: 1 G = 10^{-4} T. Gauss ile verilen bir alanın, SI birim sisteminde kullanılmadan önce her zaman teslaya çevirilmesi gerekir. Bu birimleri anlamak için, belirtmeliyiz ki dünyanın manyetik alanı kendi yüzeyinde yaklaşık $\frac{1}{2}$ G veya 0.5×10^{-4} T kadardır. Diğer taraftan buzdolabına yapıştırılmış küçük bir mıknatısın yanındaki manyetik alan 100 G (0.01 T) olabilir. Güçlü elektromıknatıslar 2 T mertebesinde, süperiletken mıknatıslar ise 10 T'nın üzerinde alanlar üretebilirler.

ÖRNEK 27–1 **Akım taşıyan bir tel üzerindeki manyetik kuvvet.** $\ell = 12$ cm uzunlukta ve 30 A akım taşıyan bir tel $\theta = 60°$ 'lik bir açı yapacak şekilde bir mıknatısın kutup yüzeyleri arasına yerleştirilmiştir (Şek.27-12). Manyetik alan düzgün ve yaklaşık olarak 0.90 T'dır. Kutupların ötesindeki alanları ihmal edeceğiz. Tel üzerindeki kuvvetin büyüklüğü nedir?

YAKLAŞIM Dnk.27-1'i kullanırız, $F = I\ell B \sin\theta$.

ÇÖZÜM Düzgün B alanı içindeki 12 cm'lik tel üzerindeki kuvvet

$$F = I\ell B \sin\theta = (30\,\text{A})(0.12\,\text{m})(0.90\,\text{T})(0.866) = 2.8\,\text{N}.$$

ŞEKİL 27–12 (Örnek 27-1 için tekrarlanmıştır) Bir manyetik alan içinde akım taşıyan tel. Tel üzerindeki kuvvet sayfa içine doğru yönelmiştir.

ALIŞTIRMA D Düz bir elektrik nakil hattı, 30 A'lik akım taşımaktadır ve Dünya'nın 0.50×10^{-4} T'lık manyetik alanına diktir. Bu nakil hattının 100 m'sine hangi büyüklükte bir kuvvet etki eder?

Bir diyagramda, sayfanın dışına (bize doğru) veya sayfanın içine doğru yönelmiş bir elektrik akımı veya bir manyetik alanı göstermek istediğimizde, sırasıyle ⊙ veya × kullanırız. ⊙ işareti okun uç kısmına benzemektedir ve okuyucuya doğru yönelmektedir halbuki × veya ⊗ uzaklaşan okun arka kısmına benzemektedir (Bknz Şek.27-13 ve 27-14)

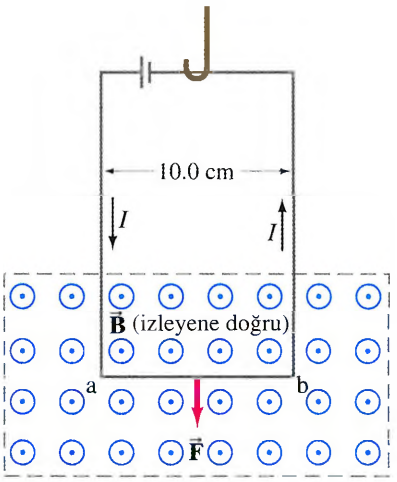
ÖRNEK 27–2 **Manyetik alanın ölçümü.** Şek.27-13'te gösterildiği gibi bir dikdörtgen tel çerçeve düşey olarak asılıdır. ⊙. sembolü ile temsil edilen bir $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı, yatay olarak yönlenmiş olup tele diktir ve bütün noktalarda sayfanın dışına doğrudur. Manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$ alanı üreten büyük bir mıknatısın kutupları arasındaki boşluğun merkezi civarındaki ab (uzunluk ℓ =10.0 cm) telinin yatay kısmı boyunca yaklaşık olarak düzgündür. Tel çerçevenin üst kısmında alan bulunmamaktadır. Bu çerçeve bir teraziden asılmıştır ve terazi, tel I = 0.245 A akımını taşıdığında, aşağıya doğru yönelen $F = 3.48 \times 10^{-2}$N'luk bir manyetik kuvvet (yerçekimi kuvvetine ek olarak) ölçmektedir. Manyetik alan B'nin büyüklüğü nedir?

YAKLAŞIM Tel çerçevenin üç düz bölümü, manyetik alan içerisindedir: bir yatay bölüm ve iki düşey bölüm. Her bir bölüme Dnk.27-1'i uygularız ve sağ el kuralını kullanırız.

ÇÖZÜM Telin sol düşey bölümü üzerindeki manyetik kuvvet sola; sağ düşey bölümü üzerindeki manyetik kuvvet sağa doğrudur. Bu iki kuvvet eşit ve zıt yönlerdedir ve bu yüzden toplamları sıfırdır. Bundan dolayı, çerçeve üzerindeki net manyetik kuvvet uzunluğu $\ell = 0.100$ m olan ab yatay bölümü üzerindedir. Tel ve $\vec{\mathbf{B}}$ arasındaki θ açısı $\theta = 90°$ bu yüzden $\sin\theta = 1$ olur. Dolayısıyla Dnk.27-1 şu sonucu verir:

$$B = \frac{F}{I\ell} = \frac{3.48 \times 10^{-2}\,\text{N}}{(0.245\,\text{A})(0.100\,\text{m})} = 1.42\,\text{T}.$$

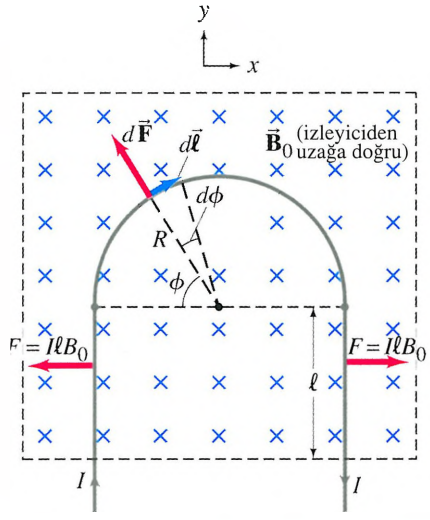
NOT Bu teknik, manyetik alan şiddetini hassas bir biçimde belirlemek için iyi bir yoldur.



ŞEKİL 27–13 Manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$'yi ölçmek. Örnek 27-2.

ÖRNEK 27–3 **Yarım daire şeklindeki bir tel üzerindeki manyetik kuvvet.** Şek.27-14'te gösterildiği gibi I akımını taşıyan rijit bir tel iki düz bölümden ve yarıçapı R olan bir yarım daireden oluşturmaktadır. Tel düzgün bir $\vec{\mathbf{B}}_0$ manyetik alana dik olan bir düzleme yatırılmıştır. x ve y eksenlerinin seçimine dikkat ediniz. Her bir düz parça alan içinde ℓ uzunluğuna sahiptir. $\vec{\mathbf{B}}_0$ manyetik alanından dolayı tel üzerinde oluşan net kuvveti tayin ediniz.

YAKLAŞIM İki düz parça üzerindeki kuvvet eşit $(= I\ell B_0)$ ve zıt yönlerde olduğundan birbirini yokederler. Bu yüzden net kuvvet yarım daire parçası üzerindekidir.



ŞEKİL 27–14 Örnek 27–3.

ÇÖZÜM Şek.27-14'te olduğu gibi yarım daireyi küçük uzunluklara $d\ell = R\,d\phi$ böleriz ve Dnk.27-4'ü, $d\vec{\mathbf{F}} = I\,d\vec{\boldsymbol{\ell}} \times \vec{\mathbf{B}}$, kullanarak

$$dF = IB_0 R\,d\phi,$$

eşitliğini buluruz. Burada dF, $d\ell = R\,d\phi$, uzunluğu üzerindeki kuvvettir, ve $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ ile $\vec{\mathbf{B}}_0$ arasındaki açı 90°'dir (dolayısıyla vektör çarpımında $\sin\theta = 1$ parçası üzerindeki $d\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin x bileşeni ile yarım dairenin diğer tarafındaki simetrik $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ parçası üzerindeki $d\vec{\mathbf{F}}$ kuvvetinin x bileşeni birbirini yok edecektir. Bundan dolayı bütün yarım daire için kuvvetin x bileşeni olmayacaktır. Sonuçta bizi sadece herbiri $dF\sin\phi$, ye eşit olan y bileşenleri ilgilendirecektir ve toplam kuvvet şu büyüklüğe sahip olacaktır:

$$F = \int_0^{\pi} dF\sin\phi = IB_0 R\int_0^{\pi}\sin\phi\,d\phi = -IB_0 R\cos\phi\Big|_0^{\pi} = 2IB_0 R$$

Şek. 27-14'te olduğu gibi yönü y ekseni boyunca düşey olarak yukarı doğru olacaktır.

27–4 Bir Manyetik Alan İçinde Hareket Eden Bir Elektrik Yükünün Üzerindeki Kuvvet

Akım taşıyan bir tel manyetik bir alana yerleştirildiğinde, bir kuvvetin etki ettiğini görmüştük. Tel içerisindeki akım hareketli yükler içerdiğine göre, serbestçe hareket eden yüklü parçacıkların da (tel içinde değil) bir manyetik alandan geçerken bir kuvvetin etkisinde kalmalarını bekleyebilebiliriz. Gerçekten de durum böyledir.

Şu ana kadar öğrendiklerimizden, bir hareketli elektrik yük üzerine etki eden kuvveti tahmin edebiliriz. Eğer yükü q olan N parçacık t zamanında verilen bir noktadan geçerse, bir $I = Nq/t$ akımı meydana getirirler. Yükü q olan yüklü bir parçacığın bir $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı içerisinde ℓ mesafesini t zamanında aldığını farz edelim; o halde $\vec{\ell} = \vec{\mathbf{v}}t$ 'dir. Burada $\vec{\mathbf{v}}$ parçacığın hızıdır. N parçacık üzerine etkiyen kuvvet, Dnk.27-3'ten $\vec{\mathbf{F}} = I\vec{\ell} \times \vec{\mathbf{B}} = (Nq/t)(\vec{\mathbf{v}}t) \times \vec{\mathbf{B}} = Nq\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}$ olur. O zaman N parçacıktan bir tanesi üzerine etkiyen kuvvet şöyle bulunur:

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}. \qquad \textbf{(27–5a)}$$

Bu temel ve önemli sonuç manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$'nin tanımlanması için Dnk.27-4 veya 27-3 yerine alternatif bir yol olarak göz önünde tutulabilir. Dnk.27-5a'daki kuvvetin büyüklüğü şöyle verilir:

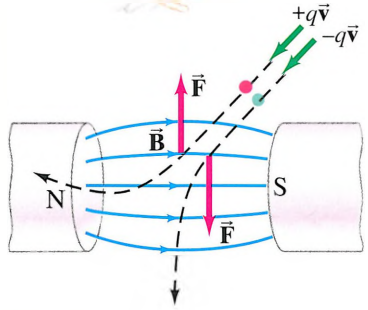
$$F = qvB \sin\theta. \qquad \textbf{(27–5b)}$$

Bu denklem, manyetik alanın büyüklüğünün B olduğu bir noktada v hızı ile hareket eden q yüklü bir parçacığın üzerine etkiyen kuvvetin büyüklüğünü verir. $\vec{\mathbf{v}}$ ile $\vec{\mathbf{B}}$ arasındaki açı θ. 'dır. Parçacık $\vec{\mathbf{B}}$ $(\theta = 90°)$ 'ye dik hareket ettiği zaman kuvvet en büyüktür:

$$F_{\text{maks}} = qvB. \qquad [\vec{\mathbf{v}} \perp \vec{\mathbf{B}}]$$

Parçacık alan çizgilerine paralel hareket ederse kuvvet sıfırdır $(\theta = 0°)$. Kuvvetin yönü manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$'ye ve parçacığın hızı $\vec{\mathbf{v}}$'ye diktir ve yine **sağ el kuralı** ile verilir (herhangi bir $(\vec{\mathbf{v}})$, vektör çarpımı için olduğu gibi): sağ elinizi, parmaklarınız açıkken parçacığın hızının yönünü ve parmaklarınızı kıvırdığınızda $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanının yönünü gösterecek şekilde yönlendirirseniz, baş parmağınız kuvvetin yönünü gösterecektir. Bu, sadece pozitif yüklü parçacıklar için doğrudur ve Şek.27-15'te gösterilen pozitif parçacık için "yukarı doğru" olacaktır. Negatif yüklü parçacıklar için kuvvet tam zıt yönde olup, Şek.27-15'te görüldüğü gibi "aşağı doğru"dur.

Sağ el kuralı



ŞEKİL 27–15 Manyetik alanın yüklü parçacığa uyguladığı kuvvet manyetik alan yönüne diktir

Sağ el kuralı 3: $\vec{\mathbf{B}}$'nin hareketli yüke uyguladığı kuvvet

KAVRAMSAL ÖRNEK 27–4 **Bir mıknatısın yanında negatif yük.** Bir $-Q$ negatif yükü bir mıknatısın yanına durgun halde yerleştiriliyor. Yük harekete başlar mı? Bir kuvvet hisseder mi? Eğer yük pozitif, $+Q$ olsaydı ne olurdu?

YANIT Bütün soruların cevabı: hayır. Durgun haldeki bir yükün hızı sıfırdır. Manyetik alanlar sadece hareketli elektrik yüklerine kuvvet uygular (Dnk.27-5).

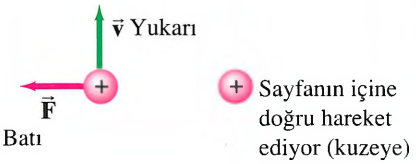
ALIŞTIRMA E 707. sayfadaki Bölüm. Açılış Sorusuna dönün ve tekrar yanıtlayın. ilk seferde neden farklı yanıtlamış olabileceğinizi açıklayın.

ÖRNEK 27–5 **Bir proton üzerindeki manyetik kuvvet.** 5.0×10^6 m/s lik bir hızla düşey olarak yukarı doğru hareket eden bir protona batı yönündeki bir manyetik alan, 8.0×10^{-14} N büyüklüğünde bir kuvvet uygulamaktadır (Şek.27-16a). Kuzey yönünde yatay olarak hareket ettiğinde ise proton üzerindeki kuvvet sıfır oluyor (Şek.27-16b). Bu bölgede manyetik alanın yönünü ve büyüklüğünü belirleyiniz. (Protonun yükü $q = +e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.)

YAKLAŞIM Kuzeye hareket ettiği zaman proton üzerindeki kuvvet sıfır olduğu için, alan kuzey-güney yönünde olmak zorundadır. Proton yukarı doğru hareket ettiğinde batıya doğru bir kuvvet oluşturmak için, sağ el kuralı bize $\vec{\mathbf{B}}$'nin yönünün kuzeye doğru olması gerektiğini söyler. (Sağ elin baş parmağının batıyı ve uzatılmış parmaklarının yukarıyı işaret etmesi, sadece kıvrılmış parmaklar kuzeyi gösterdiğinde mümkündür.) Dnk.27-5b kullanılarak $\vec{\mathbf{B}}$'nin büyüklüğü bulunur.

ÇÖZÜM Dnk.27-5b'de $\theta = 90°$ alınırsa

$$B = \frac{F}{qv} = \frac{8.0 \times 10^{-14}\,\text{N}}{(1.6 \times 10^{-19}\,\text{C})(5.0 \times 10^{6}\,\text{m/s})} = 0.10\,\text{T} \quad \text{bulunur.}$$



ŞEKİL 27–16 Örnek 27–5.

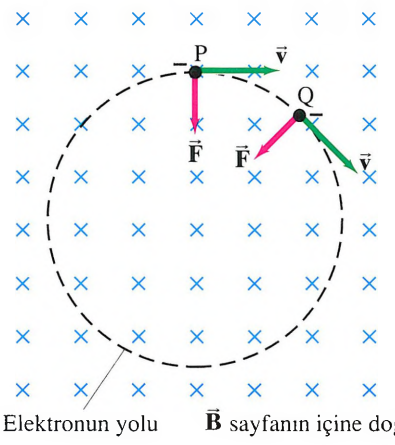
ÖRNEK 27–6 TAHMİN EDİN **Bir sinir pulsu sırasında iyonlar üzerindeki manyetik kuvvet.** Bir hareket potansiyeli sırasında hücre zarını geçmekte olan iyonlara, Dünya'nın manyetik alanı tarafından uygulanan manyetik kuvveti tahmin ediniz. İonların hızını 10^{-2} m/s olarak alınız (Kısım 25-10).

YAKLAŞIM $F = qvB$, yi kullanıp, Dünya'nın manyetik alanını yaklaşık olarak $B \approx 10^{-4}$ T, ve yükü $q \approx e \approx 10^{-19}$ C alınız.

ÇÖZÜM $F \approx (10^{-19}\,\text{C})(10^{-2}\,\text{m/s})(10^{-4}\,\text{T}) = 10^{-25}\,\text{N}$.

NOT Bu oldukça küçük bir kuvvettir. Lakin, göç eden hayvanların bir şekilde, Dünya'nın manyetik alanını algıladıkları düşünülmektedir ve bu, aktif bir araştırma alanıdır.

Düzgün bir manyetik alana dik bir düzlemde hareket eden bir yüklü parçacığın yolu, şimdi göstereceğimiz gibi bir dairedir. Şek.27-17'de, × işaretleri ile temsil edilen manyetik alan kağıdın içine doğru yönelmiştir. P noktasındaki elektron sağa doğru hareket ediyor ve gösterildiği gibi bu noktada elektron üzerindeki kuvvet aşağı doğrudur (sağ el kuralını kullanın ve yük negatif olduğu için ters yönü alın). Elektronun yolu bu yüzden sayfanın altına doğru eğilir. Bir süre sonra, diyelimki, Q noktasına ulaştığı zaman, kuvvet hala hıza diktir ve gösterilen yöndedir. Kuvvet herzaman $\vec{\mathbf{v}}$'ye dik olduğundan $\vec{\mathbf{v}}$'nin büyüklüğü değişmez, elektron sabit hızla hareket eder. Bölüm 5'te bir parçacığın üzerindeki kuvvet her zaman parçacığın $\vec{\mathbf{v}}$, hızına dik ise parçacık parçacığın bir daire üzerinde hareket ettiğini ve $a = v^2/r$ merkezcil ivmesine sahip olduğunu gördük (Dnk.5-1). Bu yüzden yüklü bir parçacık, düzgün bir manyetik alanda sabit merkezcil ivme ile dairesel bir yörüngede hareket eder (Bknz Örnek 27-7). Şek.27-17'de elektron saat yönünde döner. Bu alanda pozitif bir parçacık, zıt yönde bir kuvveti hissedip, saat yönünün tersine hareket edecektir.



ŞEKİL 27–17 Hareketli yüklü bir parçacık (bu durumda, elektron) üzerine düzgün bir manyetik alan tarafından uygulanan kuvvet dairesel bir yol üretir.

ÖRNEK 27–7 **Düzgün bir manyetik alanda elektronun yörüngesi.** Bir elektron düzgün 0.010 T'lık bir manyetik alana dik bir düzlemde 2.0×10^7 m/s ile yolculuk ediyor. Yörüngesini nicel olarak tanımlayınız.

YAKLAŞIM Elektron v hızı ile eğri bir yörüngede hareket ettiğinden $a = v^2/r$ merkezcil ivmesine (Dnk.5-1) sahip olmalıdır. Newton'un ikinci yasasını kullanarak eğrilik yarıçapını buluruz. Kuvvet sin θ= 1 ile Dnk.27-5b tarafından verilir: $F = qvB$.

ÇÖZÜM Newton'un ikinci yasasında F ve a'yı yerleştirir:

$$\Sigma F = ma$$
$$qvB = \frac{mv^2}{r}.$$

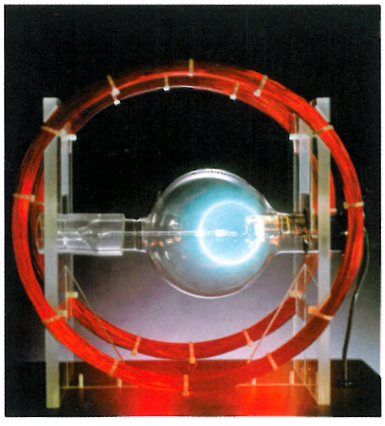
ve r için çözersek

$$r = \frac{mv}{qB}.$$

Buluruz. $\vec{\mathbf{F}}$'ye dik olduğu için $\vec{\mathbf{v}}$'nin büyüklüğü değişmez. Bu denklemden görebiliriz ki eğer $\vec{\mathbf{B}}$ sabit ise, r = sabit olur ve eğri, yukarda belirttiğimiz gibi bir dairedir. r'yi bulmak için sayısal değerleri yerleştirelim:

$$r = \frac{(9.1 \times 10^{-31}\,\text{kg})(2.0 \times 10^7\,\text{m/s})}{(1.6 \times 10^{-19}\,\text{C})(0.010\,\text{T})} = 1.1 \times 10^{-2}\,\text{m} = 1.1\,\text{cm}.$$

NOT Bknz Şek. 27-18.



ŞEKİL 27–18 Cam tüp içerisindeki mavi halka, gaz moleküllerini iyonlaştıran bir elektron hüzmesinin parıltısıdır. Akım taşıyan kırmızı bobin teller hemen hemen düzgün olan bir manyetik alan üreterek düzgün bir manyetik alan içinde yüklü parçacıkların dairesel yolunun görülmesini sağlıyorlar.

Düzgün bir $\vec{\mathbf{B}}$ ($\perp \vec{\mathbf{v}}$) manyetik alanda q yüklü bir parçacığın sabit v hızı ile bir dairesel çevrim yapması için gerekli T zamanı, $T = 2\pi r/v$ ile verilir, burada $2\pi r$ dairesel yörüngenin çevresidir. Örnek 27-7'den, $r = mv/qB$ olduğundan

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

bulunur. T dönmenin periyodu olduğundan, dönmenin frekansı:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}. \qquad \textbf{(27–6)}$$

Bu, parçacıkların bir siklotrondaki dönme frekansına eşit olduğu için, parçacığın bir alandaki **siklotron frekansı** olarak adlandırılır (Bknz Problem 66).

KAVRAMSAL ÖRNEK 27–8 **Yüklü parçacıkları durdurmak.** Elektrik alanının yaptığı gibi, bir manyetik alan yüklü bir parçacığı durdurabilir mi?

YANIT Hayır, çünkü kuvvet daima parçacığın hızına diktir ve dolayısıyla hızın büyüklüğünü değiştiremez. Bu aynı zamanda manyetik kuvvetin parçacık üzerinde bir iş yapamadığı anlamına gelir ve bu nedenle parçacığın kinetik enerjisini değiştiremez.

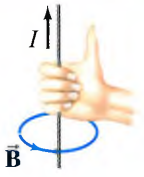
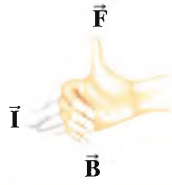
PROBLEM ÇÖZME

Manyetik Alanlar

Manyetik alanlar Bölüm 21'deki elektrik alanlarına biraz benzemekle birlikte, hatırlanması gereken birkaç önemli fark vardır:

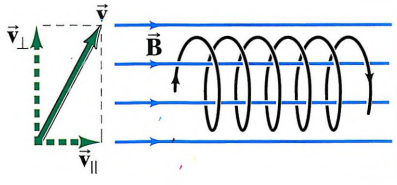
1. Bir manyetik alanda hareket etmekte olan yüklü bir parçacığın maruz kaldığı kuvvet, manyetik alanın yönüne *diktir* (ve parçacığın hızının yönüne), halbuki elektrik alanın uyguladığı kuvvet, alanın yönüne *paraleldir* (ve parçacığın hızından etkilenmez)..
2. Farklı formlar alabilen *sağ el kuralı*, manyetik alanın, uygulanan kuvvetin, ve/veya elektrik akımının veya yüklü parçacığın hızının yönlerini tayin etmenize yardımcı olur. Sağ el kuralları (Tablo 27-1), bu niceliklerin "dik" doğasını kullanmak için tasarlanmıştır.

TABLO 27–1 Sağ el kurallarının Özeti (= SEK)

Fiziksel Durum	Örnek	Sağ Elin Nasıl yöneltileceği	Sonuç
1. Akımın oluşturduğu manyetik alan (SEK-1)	 Şek. 27–8c	Baş parmak I akımının yönünü gösterecek şekilde parmaklar telin etrafına sarılır	Parmaklar $\vec{B}$'nin yönünü işaret ederler
2. Manyetik alanının I elektrik akımına uyguladığı kuvvet (SEK-2)	 Şek. 27–11c	Parmaklar, akım boyunca dümdüz işaret eder, sonra manyetik alan boyunca bükülür.	Baş parmak kuvvetin yönünü işaret eder
3. Manyetik alanın $+q$ elektrik yüküne uyguladığı kuvvet (SEK-3)	 Şek. 27–15	Parmaklar, parçacığın $\vec{v}$, hızının, sonra $\vec{B}$ nin yönünü işaret eder	Baş parmak kuvvetin yönünü işaret eder

KAVRAMSAL ÖRNEK 27–9 **Spiral Bir Yol.** Eğer yüklü bir parçacığın hızı manyetik alana dik değil ise bu yüklü parçacığın düzgün bir manyetik alandaki yolu ne olur?

YANIT Hız vektörü, alana paralel ve dik olmak üzere iki bileşene ayrılabilir. Alan çizgilerine paralel hız bileşeni hiçbir kuvvetin etkisinde kalmaz $(\theta = 0)$, bu yüzden bu bileşen sabit kalır. Alana dik hız bileşeni, alan çizgileri etrafında dairesel hareketle sonuçlanır. Bu iki hareketin birleşimi Şek. 27-19'da gösterildiği gibi alan çizgileri etrafında bir spiral hareket üretir.



ŞEKİL 27–19 Örnek 27–9.

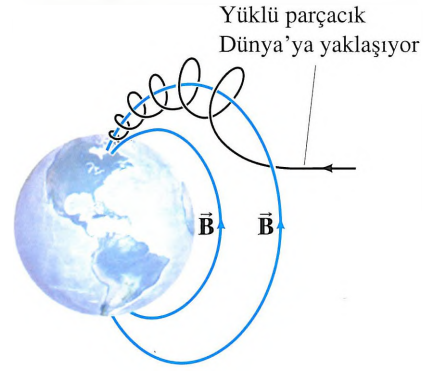
ALIŞTIRMA F Şek.27-19'daki yükün işareti nedir? Eğer işaret tersine çevrilseydi şekli nasıl değiştirirdin?

*Kuzey Işıkları (Aurora Borealis)

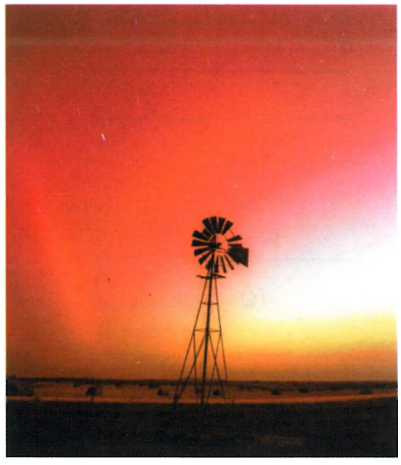
FİZİK UYGULAMASI
Kuzey ışıkları

Güneş'ten gelen yüklü iyonlar ("güneş rüzgarı") Dünya'ya yaklaşır ve genelde kutupların yanından atmosfere girerler ve bazen kuzey enlemlerinde, **aurora borealis** veya "kuzey ışıkları" denen bir olguya neden olurlar. Bunun sebebini görmek için Örnek 27-9 ve Şek.27-20 (ayrıca Bknz. Şek. 27-19)'yi göz önüne alınız. Şek. 27-20'de Dünya'ya yaklaşan bir yüklü parçacık seli hayal edelim. Herbir parçacığın alana dik hız bileşeni alan çizgilerinin etrafında dairesel bir yörüngeye yol açar, alana *paralel hız* bileşeni ise, parçacığı kutuplara doğru alan çizgileri boyunca taşır. Bir parçacık N kutbuna yaklaştıkça, manyetik alan güçlenir ve sarmal yolun yarıçapı küçülür.

Yüksek konsantrasyona sahip yüklü parçacıklar havayı iyonlaştırır, elektronlar atomlarla tekrar birleştiğinde ışık yayınlanır (Bölüm 37), bu da gökyüzündeki ışık kuşağına yol açar. Kuzey ışıkları özellikle, yüksek güneş lekesi aktivitesi olup güneş rüzgarı Dünya'ya doğru daha çok yüklü parçacık getirdiği zaman, olağanüstü görünürler.



(a)



(b)

ŞEKİL 27–20 (a) Dünya'ya yaklaşan ve Dünya'nın manyetik alanı tarafından "yakalanan" bir negatif yüklü parçacığı gösteren diyagram. Bu gibi parçacıklar gösterildiği gibi kutuplara doğru alan çizgilerini takip ederler. (b) Aurora borealis'in fotoğrafı (burada, Kansasta, nadir bir görüntü).

Lorentz Denklemi

q yüklü bir parçacık, bir $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı ve bir $\vec{\mathbf{E}}$, elektrik alanı içinde $\vec{\mathbf{v}}$ hızı ile hareket ederse şöyle bir kuvvetin etkisinde kalır:

$$\vec{\mathbf{F}} = q(\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}) \qquad (27\text{–}7)$$

Burada biz Dnk.21-3 ve 27-5a'yı kullandık. Dnk.27-7 sıkça **Lorentz denklemi** olarak adlandırılır ve fizikteki en temel denklemlerden bir tanesi olduğu düşünülür.

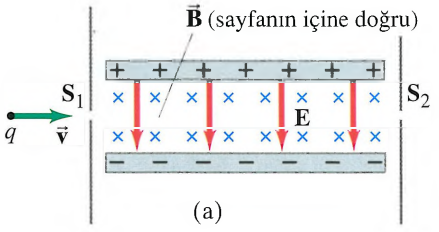
KAVRAMSAL ÖRNEK 27–10 **Hız seçicisi, veya filtresi: Kesişen $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ alanları.** Bazı elektronik aletler ve deneyler hepsi yaklaşık aynı hız ile hareket eden bir yüklü parçacık demetine ihtiyaç duyarlar. Bu, birbirlerine dik, düzgün bir elektrik alan ve düzgün bir manyetik alan kullanılarak elde edilebilir. Şek.27-21a'da gösterildiği gibi, q yüklü parçacıklar S_1 yarığından geçip sayfanın içine doğru yönelen $\vec{\mathbf{B}}$ ve pozitif plakadan aşağıya, negatif plakaya doğru yönelen $\vec{\mathbf{E}}$ 'nin bulunduğu bir bölgeye girerler. Eğer parçacıklar farklı hızlarla girerse, bu aygıtın özel bir hızı nasıl "seçtiğini" gösteriniz, ve bu hızın ne olduğunu belirleyiniz.

YANIT S_1 yarığından geçtikten sonra, Şek.27-21b'de gösterildiği gibi her bir parçacık iki kuvvetin etkisinde kalır. Eğer q pozitif ise manyetik kuvvet yukarı doğru ve elektrik kuvvet aşağıya doğrudur. (eger q negatif ise tam tersi.) Çıkış yarığı S_2'nin, S_1 ve parçacıgın $\vec{\mathbf{v}}$, hızı ile aynı çizgide olduğu kabul ediliyor. $\vec{\mathbf{v}}$'nin büyüklüğüne bağlı olarak, bazı parçacıkların izlediği yol yukarı doğru ve bazılarınınki de aşağıya doğru eğilecektir. Sadece üzerlerine etkiyen net kuvvet sıfır olan parçacıklar S_2 yarığından geçebileceklerdir: $\Sigma F = qvB - qE = 0$. Buna göre bu aygıt hızı

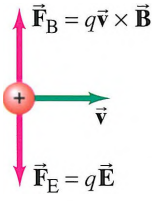
$$v = \frac{E}{B} \qquad (27\text{–}8)$$

olan parçacıkları seçer. Bu sonuç q yükünün işaretine bağlı değildir.

ŞEKİL 27–21 21 Bir hız seçicisi: eğer $v = E/B$, iseise, S_1'i geçen parçacıklar S_2'den de geçerler.

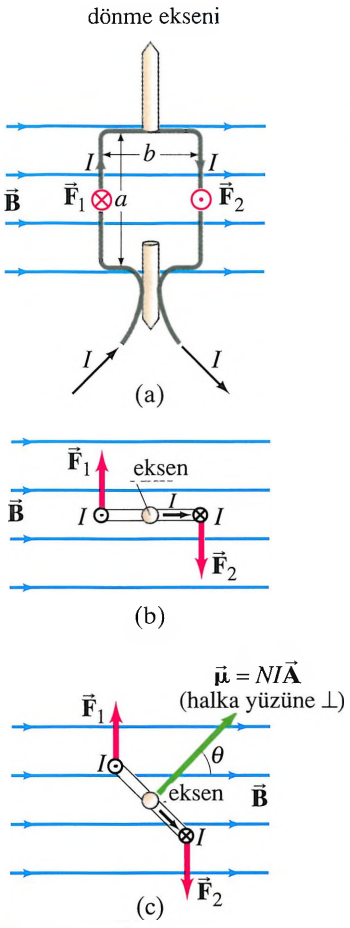


(a)



(b)

ALIŞTIRMA G Hız seçicideki bir parçacık Şek.27-21'de çizildiği gibi S_2 çıkış deliğinin altına çarpıyor. Bunun anlamı parçacık (*a*) seçilen hızdan daha hızlı gidiyor; (*b*) seçilen hızdan daha yavaş gidiyor; (*c*) eğer $q > 0$ ise cevap *a* doğrudur, eğer $q < 0$ ise *b* doğrudur; (*d*) eğer $q < 0$ ise cevap *a* doğrudur, eğer $q > 0$ ise *b* doğrudur.



ŞEKİL 27–22 $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı içindeki akım halkası üzerindeki torkun hesaplanması. (a) Halkanın yüzü $\vec{\mathbf{B}}$ alan çizgilerine parallel (b) üstten görünüş; (c) halka $\vec{\mathbf{B}}$ ile bir açı yapıyor, kaldıraç kolu küçüldüğü için tork azalır.

27–5 Bir Akım İlmeği Üzerindeki Tork; Manyetik Dipol Momenti

Şek.27–22'de gösterilen, bir dış manyetik alan içine yerleştirilen, kapalı bir tel ilmekte bir elektrik akımı aktığı zaman, akım üzerindeki manyetik kuvvet bir tork üretebilir. Bu, gelecek Kısımda tartışacağımız, motorlar, analog voltmetreler ve ampermetreler gibi önemli pek çok pratik cihazın ardındaki ilkedir. Bir manyetik alan ve bir akım arasındaki etkileşme atom fiziğini de içeren diğer alanlarda da önemlidir.

Yüzünün $\vec{\mathbf{B}}$ ye paralel olduğunu farz ettiğimiz, Şek.27-22a'daki dikdörtgen ilmek üzerinde akım akmaktadır. $\vec{\mathbf{B}}$ telin yatay parçaları üzerine tork ve kuvvet uygulamaz çünkü bunlar alana paraleldir ve Dnk.27.1'de $\sin\theta = 0$ olur. Fakat manyetik alan, telin dik parçalarının her biri üzerine $\vec{\mathbf{F}}_1$ ve $\vec{\mathbf{F}}_2$ ile gösterilen birer kuvvet uygular (ayrıca Şek.27.22b'deki üstten görünüme bakınız). Sağ el kuralı 2 (Şek.27-11c veya Tablo 27–1)'ye göre soldaki yukarıya doğru olan akımın üzerine etkiyen kuvvetin yönü, sağdaki aşağıya doğru olan akımın üzerine etkiyen eşit büyüklükteki $\vec{\mathbf{F}}_2$ kuvvetine zıt yöndedir. Bu kuvvetler, ilmeği düşey ekseni etrafında döndürecek net bir torka neden olurlar.

Bu torkun büyüklüğünü hesaplayalım. Dnk.27-2'den (akım $\perp\vec{\mathbf{B}}$) kuvvet $F = IaB$ olur. Burada halkanın düşey kolunun uzunluğudur. Her bir kuvvet için kaldıraç kolu 'dir, burada ilmeğin genişliğidir ve "eksen" orta noktadadır. $\vec{\mathbf{F}}_1$ ve $\vec{\mathbf{F}}_2$ tarafından üretilen torklar aynı yönde etki ederler, dolayısıyla toplam tork iki torkun toplamıdır:

$$\tau = IaB\frac{b}{2} + IaB\frac{b}{2} = IabB = IAB,$$

Burada A ilmeğin alanıdır. Eğer N tel ilmeğinden oluşan bir bobin varsa, bu durumda akım NI olacağından tork $\tau = NIAB$ olur. Eğer N bobin Şek.27-22c'de gösterildiği gibi manyetik alanla bir θ açısı yaparsa, kuvvetler değişmez fakat her bir kaldıraç kolu $\frac{1}{2}b$'den $\frac{1}{2}b\sin\theta$ 'ye azalır. θ açısının Şek.27-22c'de gösterilen bobin yüzeyinin normali ile $\vec{\mathbf{B}}$ arasındaki açı olduğuna dikkat ediniz. Bu yüzden tork

$$\tau = NIAB\sin\theta \qquad \textbf{(27–9)}$$

olur. Burada dikdörtgen biçimli bir bobin için türetilen bu formül, herhangi bir düz bobin biçimi için geçerlidir.

NIA niceliği, bobinin **manyetik dipol momenti** diye adlandırılır ve bir vektör olarak düşünülür:

$$\vec{\boldsymbol{\mu}} = NI\vec{\mathbf{A}}\ . \qquad \textbf{(27–10)}$$

Burada $\vec{\mathbf{A}}$'nın yönü (ve dolayısıyla $\vec{\boldsymbol{\mu}}$'nün) sağ el kuralı ile tutarlı olarak bobinin düzlemine (Şek.27-22c'deki yeşil ok işareti) diktir (sağ elinizi yuvarlayın böylece parmaklarınız akım akışı yönünde ilmek çevresini sarar, başparmağınız $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ ve $\vec{\mathbf{A}}$) yönünü işaret eder). $\vec{\boldsymbol{\mu}}$'nün bu tanımı ile Dnk.27–9'u $\vec{\boldsymbol{\mu}}$, için doğru yön ve büyüklüğü veren vektör formunda tekrar yazabiliriz:

$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = NI\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

veya

$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\boldsymbol{\mu}} \times \vec{\mathbf{B}}, \qquad \textbf{(27–11)}$$

Dnk.27–11, bir $\vec{\mathbf{E}}$, elektrik alanı içindeki bir elektrik dipol ($\vec{\mathbf{p}}$ elektrik dipol momentine sahip) için olan Dnk.21-9b $\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{p}} \times \vec{\mathbf{E}}$ ile aynı forma sahiptir. Bir elektrik alanı içindeyken $U = -\vec{\mathbf{p}}\cdot\vec{\mathbf{E}}$ ile verilen bir potansiyel enerjiye sahip olan bir elektrik dipol gibi, bir manyetik alan içindeki bir manyetik dipol için de benzer bir formu bekleriz. θ'yı arttırmak üzere bir akım ilmeğini döndürmek için (Şek. 27–22), manyetik alanın uyguladığı torka karşı bir iş yapmalıyız. Dolayısıyla potansiyel enerji açıya bağlıdır (bknz. Dnk.10–22, dönme hareketi için iş-enerji ilkesi):

$$U = \int \tau \, d\theta = \int NIAB \sin\theta \, d\theta = -\mu B \cos\theta + C.$$

Eğer $\theta = \pi/2$ 'de $U = 0$ seçersek, keyfi sabiti sıfır olur ve potansiyel enerji beklenildiği gibi

$$U = -\mu B \cos\theta = -\vec{\boldsymbol{\mu}} \cdot \vec{\mathbf{B}} \qquad \textbf{(27–12)}$$

olur (Dnk.21–10 ile karşılaştır). Akım ilmeklerine ek olarak çubuk mıknatısları ve pusula iğneleri de manyetik dipoller olarak düşünülebilir. Şek.27-4b ve 27–9'da bir akım ilmeği ve bir demir çubuk mıknatıs tarafından üretilen alanların çarpıcı benzerlikleri olduğuna dikkat edin.

ÖRNEK 27–11 **Bir Bobin Üzerindeki Tork.** Dairesel bir tel bobin 20.0 cm çapına sahip 10 ilmek içermektedir. Her ilmekteki akım 3.00 A'dir, ve bobin 2.00 T'lık bir dış manyetik alana yerleştirilmiştir. Alan tarafından bobin üzerine uygulanan maksimum ve minimum torku belirleyiniz.

YAKLAŞIM Dnk.27–9 dairesel ilmekler de dahil olmak üzere, herhangi bir bobin şekli için geçerlidir. Maksimum ve minimum tork bobinin manyetik alan ile yaptığı θ açısıyla belirlenir.

ÇÖZÜM Bobinin bir ilmeğinin alanı şöyle bulunur:

$$A = \pi r^2 = \pi(0.100\,\text{m})^2 = 3.14 \times 10^{-2}\,\text{m}^2.$$

Maksimum tork, halkanın yüzeyi manyetik alana paralel olduğunda meydana gelir, bu nedenle Şek.27-22c'de $\theta = 90°$ ve Dnk. 27–9'da $\sin\theta = 1$'dir.

$$\tau = NIAB \sin\theta = (10)(3.00\,\text{A})(3.14 \times 10^{-2}\,\text{m}^2)(2.00\,\text{T})(1) = 1.88\,\text{N}\cdot\text{m}.$$

Minimum tork ise $\sin\theta = 0$, dolayısıyla $\theta = 0°$ için gerçekleşir ve Dnk.27-9'dan $\tau = 0$ olur.

NOT Eğer bobin serbestçe dönebiliyorsa, $\theta = 0°$ ile verilen yönelime doğru dönecektir.

ÖRNEK 27–12 **Hidrojen Atomunun Manyetik Momenti.** Bir hidrojen atomunun protonunun etrafında dönen bir elektronun manyetik dipol momentini, verilen bir anda, taban seviyesinde, $0.529 \times 10^{-10}\,\text{m}$ yarıçaplı dairesel bir yörüngede olduğunu farz ederek (Bohr modelinde) belirleyiniz. [Bu atomik yapının çok kabaca bir resmidir, fakat yine de oldukça iyi sonuçlar verir.]

YAKLAŞIM Protonun elektron üzerindeki elektrostatik kuvvetini, elektronun ivmesinin merkezcil olmasından dolayı $ma = mv^2/r$ 'ye eşitleyerek başlarız.

ÇÖZÜM Elektronu yörüngede tutan Coulomb kuvvetidir, bu nedenle Newton'un ikinci yasası $F = ma$ şunu verir:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}.$$

Bu yüzden;

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mr}}$$

$$= \sqrt{\frac{(8.99 \times 10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(1.60 \times 10^{-19}\,\text{C})^2}{(9.11 \times 10^{-31}\,\text{kg})(0.529 \times 10^{-10}\,\text{m})}} = 2.19 \times 10^6\,\text{m/s}.$$

Akım birim zamanda verilen bir noktadan geçen elektrik yükü olduğundan, dönen elektron bir akıma eşit olur:

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r},$$

Burada $T = 2\pi r/v$ yörüngede bir kez dönmek için gereken zamandır. Yörüngenin alanı $A = \pi r^2$ olduğundan, manyetik dipol momenti

$$\mu = IA = \frac{ev}{2\pi r}(\pi r^2) = \tfrac{1}{2}evr$$

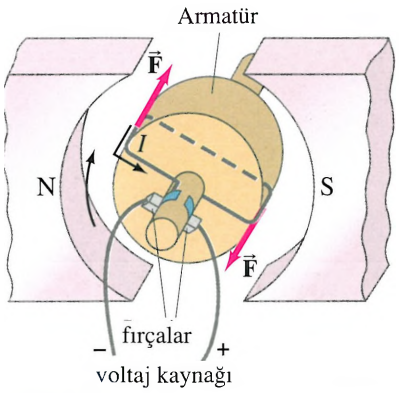
$$= \tfrac{1}{2}(1.60 \times 10^{-19}\,\text{C})(2.19 \times 10^6\,\text{m/s})(0.529 \times 10^{-10}\,\text{m}) = 9.27 \times 10^{-24}\,\text{A}\cdot\text{m}^2,$$

veya $9.27 \times 10^{-24}\,\text{J/T}$ 'dır.

*27–6 Uygulamalar: Motorlar, Hoparlörler, Galvanometreler

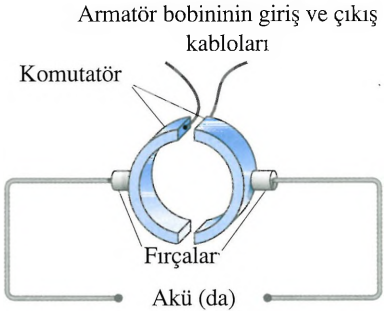
*Elektrik Motorları

FİZİK UYGULAMASI
DA motor

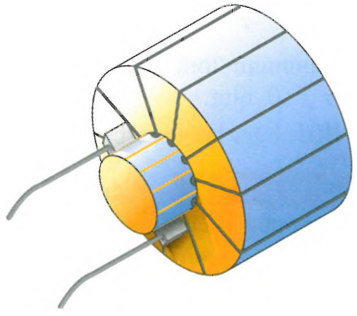


ŞEKİL 27–23 Basit bir da motorunun diyagramı

Bir **elektrik motoru,** elektrik enerjisini mekanik enerjiye (dönme enerjisine) dönüştürür. Bir motor, Kısım 27–5'te betimlenen bir mıknatısın manyetik alanına asılmış bir akım-taşıyan tel bobinin üzerine uygulanan tork ilkesine göre çalışır. Bobin, **rotor** veya **armatür** olarak adlandırılan büyük bir silindir üzerine monte edilmiştir, Şek.27–23, böylece devamlı olarak bir yönde dönebilir. Şekilde sadece bir tanesi gösterilmesine rağmen gerçekte birkaç tane bobin vardır. Armatür bir mil ya da şaft üzerine monte edilmiştir. Armatür Şek.27–23'te gösterilen konumda olduğu zaman, manyetik alan, sargıdaki akım üzerine gösterildiği gibi (akım yönüne ve $\vec{\mathbf{B}}$'ye dik) bir kuvvet uygular. Ancak, Şek.27–23'te saat yönünde dönmekte olan bobin düşey konumun ötesine geçtiğinde, akım yönü aynı kalırsa kuvvetler, bobini düşeye geri döndürecek yönde etkir. Eğer akım kritik bir anda bir şekilde tersine çevrilebilirse, kuvvetler de tersine çevrilir ve bobin aynı yönde dönmeye devam eder. Dolayısıyla, motorun bir yönde devamlı dönmesi için, akım yönünün değişimi gereklidir. Bu, bir **dc motoru**nda Şek.27–24'te gösterildiği gibi **fırçalar** ve **komütatör** kullanımı ile elde edilebilir, giriş akımı motor şaftı üzerine monte edilen iletken komütatörlere sürtünen durgun fırçalar boyunca iletilir. Bir komütatörün bağlantısı, her yarım devirde, diğer fırça üzerine geçer. Böylece bobindeki akımın yönü, sürekli dönme için gerekli olduğu gibi, her yarım devirde ters çevrilir.

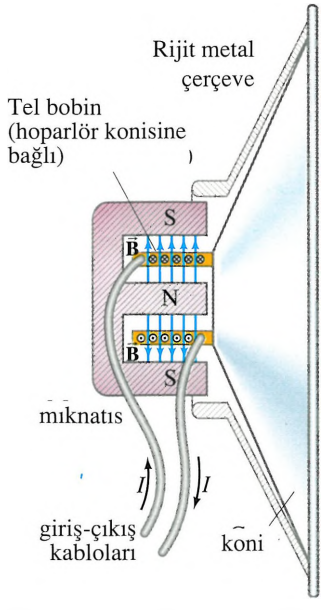


ŞEKİL 27–24 Bir da motorunda komütatör-fırça kombinezonu, dönmeyi sürekli kılacak şekilde armatürdeki akımın yön değişimini sağlar. Komütatörler motor şaftına bağlı olup onunla dönerler, fakat fırçalar sabit kalır.



ŞEKİL 27–25 Çok sarımlı bir motor.

ŞEKİL 27–26 Hoparlör



Çoğu motor, her biri armatör üzerinde farklı bir yere yerleştirilen *sargı* adı verilen birkaç bobin içerir, Şek.27–25. Akım, her bir bobinden, bir tam devirin sadece oryantasyonunun maksimum torkla sonuçlanacağı küçük bir kesri boyunca akar. Bu yolla bir motor, tek bir bobinden elde edilebilenden daha kararlı bir tork üretir.

Girdi olarak **aa** akımı kullanan bir **aa motoru**, kendi kendine değişen akım nedeniyle komütatörsüz çalışabilir. Birçok motor manyetik alan üretmek için sürekli bir mıknatıs yerine tel bobinler (elektromıknatıslar) kullanır. Gerçekte birçok motorun dizaynı burada betimlenenden çok daha karmaşıktır, fakat genel ilkeler aynı kalır.

*Hoparlörler

Bir hoparlör de, bir mıknatısın akım taşıyıcı bir kablo üzerine bir kuvvet uygulaması ilkesi ile çalışır. TV veya bir müzik setinin elektrik çıkışı, hoparlörün giriş tellerine bağlanmaktadır. Hoparlör giriş telleri, Şek.27–26'daki gibi hoparlör konisine bağlı olan bir tel bobine içerden bağlanır. Hoparlör konisi, genelde güçlendirilmiş kartondan yapılır ve ileri-geri serbest olarak hareket edecek bir şekilde monte edilir. Bir sürekli mıknatıs, tel bobin ile aynı çizgi üzerinde monte edilir. Bir ses sinyalinin alternatif akımı, mıknatıs içinde serbestçe dolaşabilen tel bobinden geçtiğinde, mıknatısın manyetik alanından dolayı bobin bir kuvvetin etkisinde kalır. (Kuvvet, Şek.27–26'da gösterilen anda sağa

doğrudur.) Akım, ses sinyalinin frekansı ile yön değiştirdiği için, bobin ve ona bağlı hoparlör konisi aynı frekansta ileri geri hareket ederek komşu havanın sıkıştırılması ve seyreltilmesine neden olur, ve böylece ses dalgaları üretilir. Sonuç olarak bir hoparlör, elektrik enerjisini ses enerjisine dönüştürür ve yayınlanan ses dalgalarının şiddetleri ve frekansları, elektriksel girişin doğru bir şekilde reprodüksiyonu olur.

*Galvanometreler

Analog ampermetre, ommetre ve voltmetre gibi analog (ibreli ve kadranlı) ölçü aletlerinin temel bileşeni bir galvanometredir. Bunların tasarımını daha önce gördük (Kısım 26–7). Şimdi kritik bir eleman olan galvanometrenin nasıl çalıştığını inceleyeceğiz. Şek.27–27'de gösterildiği gibi, bir galvanometre sabit bir mıknatısın manyetik alanında asılı tutulan tel bir bobinden (ve ona bağlı ibreden) meydana gelmiştir. Tel çerçeve boyunca akım geçtiğinde manyetik alan, Dnk.27–9'da verildiği gibi, çerçeve üzerine bir tork uygular.

$$\tau = NIAB \sin\theta.$$

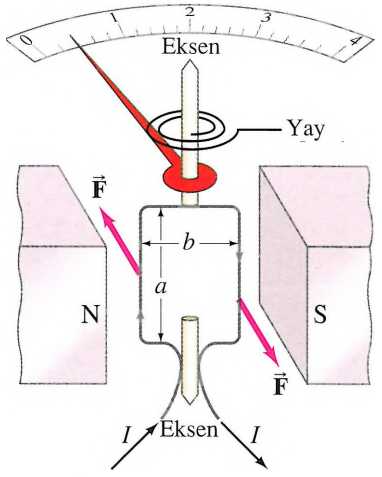
Bu torka, bir yayın uyguladığı, yaklaşık olarak ϕ dönme açısıyla (Hook yasası) orantılı bir τ_s torkuyla karşı koyulur:

$$\tau_s = k\phi.$$

Burada yay sabitidir. Bobin ve ona bağlı ibre, torkların dengelendiği açı kadar döner. İğne hareketsiz bir şekilde dengede iken, torklar eşittir: $k\phi = NIAB \sin\theta$, veya

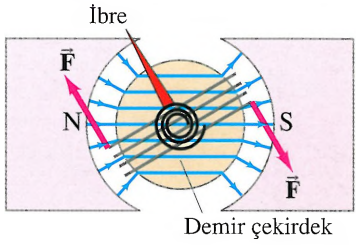
$$\phi = \frac{NIAB \sin\theta}{k}.$$

İbre sapması, yani ϕ, bobinde akan akımıyla doğrudan orantılıdır, fakat aynı zamanda bobinin $\vec{\mathbf{B}}$. ile yaptığı θ açısına da bağlıdır. Kullanışlı bir metre için, θ'dan bağımsız ve sadece akımına bağlı bir ϕ 'ye ihtiyacımız vardır. Bu problemi çözmek için, eğri kutup parçalarına sahip mıknatıslar kullanılmaktadır ve galvanometre bobini Şek.27–28'de gösterildiği gibi silindirik bir demir çekirdeğin etrafına sarılmıştır. Demir, manyetik alan çizgilerini toplamaya eğilimli olduğundan $\vec{\mathbf{B}}$'nin demir çekirdek dışındaki yönü, her zaman sargıların yüzeyine paralel olur. Dolayısıyla, kuvvet sargı yüzeyine daima diktir ve tork açı ile değişmeyecektir. Böylece ϕ gerektiği gibi I ile orantılı olacaktır.



ŞEKİL 27–27 Galvanometre

ŞEKİL 27–28 Bir demir çekirdek üzerine sarılmış galvanometre bobini

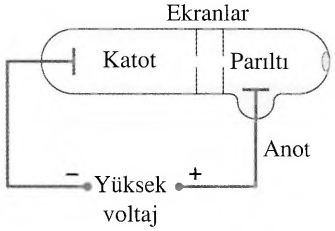


27–7 Elektronun Keşfi ve Özellikleri

Bugün, elektron elektrik ve manyetizmayı anlayışımızda temel rol oynamaktadır. Fakat elektronun varlığı, 1890'lara kadar öne sürülmemişti. Burada elektronun keşfini tartışacağız çünkü özelliklerinin ölçümünde manyetik alan kritik bir rol oynamaktadır.

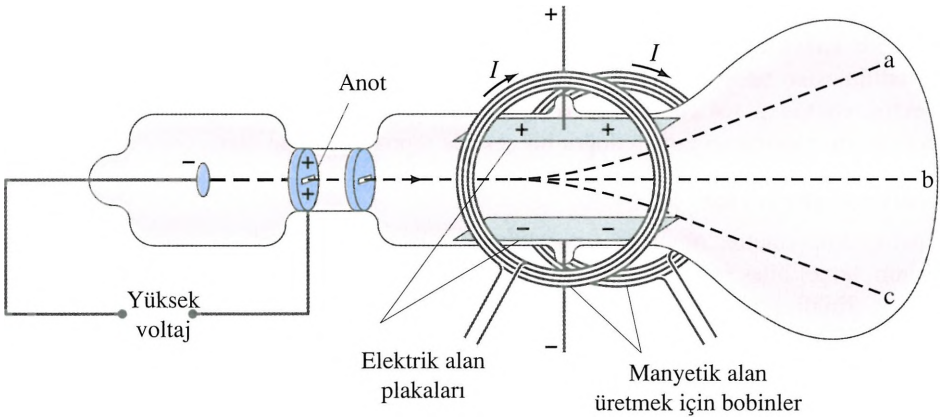
On dokuzuncu yüzyılın sonlarına doğru, seyreltilmiş gaz içinden elektriğin boşalımı üzerine çalışmalar yapılmıştır. Şek.27-29'da şemalaştırılan düzenek, içinde sadece çok az miktarda gaz kalacak şekilde içi boşaltılmış ve elektrotlar ile donatılmış bir cam tüptür. Elektrotlara çok yüksek voltaj uygulandığında, karanlık bir bölgenin, katottan (negatif elektrot) dışarıya doğru yani tüpün diğer ucuna doğru uzandığı ve tübün diğer ucunun parıldadığı görülür. Eğer şekilde gösterildiği gibi küçük birer delik içeren bir veya daha fazla ekran yerleştirilirse, parıltı tübün ucundaki küçük bir noktaya hapsedilir. Katottan yayımlanan birşeyler tübün diğer ucuna doğru hareket ediyor gibi görünmektedir. Bu "birşeyler" **katot ışınları** diye adlandırılmıştır.

ŞEKİL 27–29 Deşarj tüpü. Bazı modellerde ekranlardan birisi anot'tur (pozitif plaka).



Bu ışınların ne olabileceği hakkında bir çok görüş vardı. Bazı bilim adamları, onların ışığa benzeyebileceğini düşünüyordu. Fakat tbpün sonundaki ışık noktasının elektrik ya da manyetik alan tarafından bir tarafa saptırılabildiğinin gözlenmesi, katot ışınlarının yüklü parçacıklar olabileceğini akla getirdi; sapmanın yönü negatif yük ile aynıydı. Ayrıca, tüp bazı seyreltilmiş gazlarla doldurulduğunda, katot ışınlarının yolu zayıf bir ışık yayarak görünür hale geliyordu.

1897'ye kadar katot ışını parçacıklarının (farzedilen), e yükü ve yük-kütle oranı e/m'nin hesaplamaları yapılmıştı. Fakat o yılda, J.J.Thomson (1856-1940) Şek.27-30'da gösterilen düzeneği kullanarak *e/m* oranını doğrudan ölçmeyi başardı. Yüksek voltaj ile hızlandırılan katot ışınları tüp içine yerleştirilmiş olan bir çift paralel plakanın arasından geçer. Plakalara



ŞEKİL 27–30 Elektrik ve manyetik alanlar tarafından saptırılan katod ışınları

uygulanan voltaj bir elektrik alanı oluşturur ve bir çift bobin bir manyetik alan üretir. Sadece elektrik alan olduğu zaman, üst plakayı pozitif olarak kabul ettiğimizde, katot ışınları Şek.27-30'daki a yolu boyunca yukarı doğru sapar. Eğer içeri doğru olduğu bir manyetik alan varsa ışınlar *c* yolu boyunca aşağı doğru sapar. Bu gözlemler yalnızca negatif yüklü parçacıklar için beklenildiği gibidir. Manyetik alandan dolayı ışın üzerine etkiyen kuvvet $F = evB$'dir, burada e katot ışınlarının yükü, v ise katot ışınlarının hızıdır. Elektrik alanın yokluğunda ışınlar eğri bir yola bükülürler, dolayısıyla $F = ma$'dan

$$evB = m\frac{v^2}{r},$$

olur ve buradan

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br}.$$

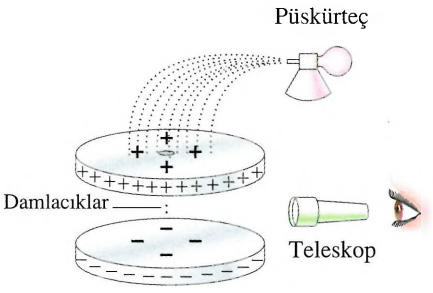
elde ederiz. Eğrinin yarıçapı r ve B ölçülebilir. Hız v, manyetik alana ek olarak bir elektrik alanı uygulanarak bulunabilir. Elektrik alanı E, katot ışınları saptırılmayacak şekilde ayarlanır böylece Şek.27-30'daki b yolunu izlerler. Bu, Örnek 27-10'un hız seçicisi gibidir, burada elektrik alanından dolayı oluşan kuvvet $F = eE$, manyetik alanın oluşturduğu kuvvet $F = evB$ tarafından dengelenir, $eE = evB$ ve $v = e/B$ olur. Bunu yukarıdaki denklem ile birleştirdiğimizde

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{B^2 r}. \qquad \textbf{(27–13)}$$

denklemini elde ederiz. Sağ tarafdaki niceliklerin hepsi ölçülebilir böylece e ve m ayrı ayrı belirlenememesine rağmen e/m oranı belirlenebilir. Bugün kabul edilen değer $e/m = 1.76 \times 10^{11}\ \text{C/kg}$ 'dır. Katot ışınları, bundan sonra **elektronlar** olarak anılmaya başlandı.

Elektronun "keşfinin" bilimdeki diğer bir çok örnek gibi, altın ya da petrolün keşfi kadar belirgin olmadığı kayda değerdir. Elektronun keşfini tüp içindeki parıltıyı ilk gören kişiye mi mal etmeliyiz yoksa katod ışınlarını ilk adlandıran kişiye mi? Belkide hiçbirisine, çünkü onlar bugün bildiğimiz elektron kavramına sahip değillerdi. Gerçekte keşif genellikle Thomson'a mal edildi fakat ilk kez tüp içindeki parıltıyı gördüğü için değil, bu olayın negatif yüklü minik parçacıklardan dolayı meydana geldiğine inandığı ve onlar üzerine dikkatli ölçümler yaptığı için. Ayrıca, bu parçacıkların pek çoğunun düşündüğü gibi atom ya da iyonun kendisi değil atomun bir bileşeni olduğunu ileri sürdü ve maddenin elektron teorisini geliştirdi. Onun bu görüşü bugün kabul ettiğimiz görüşe yakındır ve bunun içindir ki " keşif" Thomson'a mal edilmiştir. Ayrıca dikkat edinki, ne o ne de başka birisi elektronun kendisini görmemiştir. Bilimde keşfin her zaman çok açık seçik bir konu olmadığı gerçeğini göstermek için bu tartışmayı yaptık. Gerçekten de bazı bilim felsefecileri "keşif" kelimesinin bu durumda olduğu gibi çoğu zaman uygun olmadığını düşünürler.

Thomson elektronun bir atom değil, atomun bir parçası ya da bir bileşeni olduğuna inandı. Bunun için inandırıcı kanıt, katot ışınlarının kütle ve yükünün belirlenmesi ile kısa sürede geldi. Thomson'un öğrencisi J. S. Townsend, 1897'de e'nin ilk doğrudan (fakat yaklaşık) ölçümünü yaptı. Fakat, elektron üzerindeki yükün tam değerini veren ve yükün kesikli olduğunu gösteren Robert A. Millikan'ın (1868-1953) **yağ damlası deneyidir.** Bu deneyde elektrik yükü taşıyan minicik yağ damlalarının, yerçekimi etkisi altında Şek.27-31'de gösterilen iki paralel plaka arasında düşmesi sağlandı. Plakalar arasındaki elektrik alanı E, damla havada askıda kalıncaya kadar ayarlandı. Yerçekimi kuvveti mg'nin aşağı doğru çekimi, elektrik alanından kaynaklanan yukarı doğru kuvvet tarafından dengelendi. Böylece, $qE = mg$'den yük $q = mg/E$ olur. Yağ damlacıklarının kütlesi, elektrik alanının yokluğunda son hızları ölçülerek belirlendi. Damlanın bazen negatif, bazen pozitif yüklenmesi, damlanın elektron kaybetme ya da kazanması (püskürteçten ayrılırken sürtünme ile) ile açıklandı. Millikan'in itinalı gözlem ve analizleri, herhangi bir yükün, elektronun yükü olduğu düşünülen bir en küçük yükün (e) tamsayı katları ve e'nin değerinin 1.6×10^{-19} C olduğunun ikna edici kanıtlarını sundu. e'nin bu değeri e/m'nin ölçümü ile birleştirildiğinde elektronun kütlesini $(1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})/(1.76 \times 10^{11}\ \text{C/kg}) = 9.1 \times 10^{-31}$ kg olarak verir. Bu kütle en küçük atomun kütlesinden bin kat daha azdır, ve böylece elektronun atomun sadece bir parçası olduğu düşüncesi doğrulanır. Elektronun kütlesi için bugün kabul edilen değer $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg'dır.



ŞEKİL 27–31 Milikan yağ damlası deneyi

KIT, Tekrar Bakış

TV'lerin osiloskopların ve bilgisayar monitörlerinin resim tübü olarak hizmet görebilen Katot ışını tübü (KIT) Bölüm 23'te tartışılmıştı. Orada Şek. 23-22'de elektron hüzmesini hareket ettirmek için saptırma plakalarının kullanıldığı bir tasarım gördük. Fakat pek çok KIT, elektron hüzmesini hareket ettirmek için sargıların oluşturduğu manyetik alanı kullanır. Bunlar Şek. 27-30'da gösterilen sargılar gibi çalışırlar.

*27–8 Hall Olayı

Akım taşıyan bir iletken, bir manyetik alanda sabit tutulduğu zaman, alan yük taşıyan iletken üzerine yana doğru kuvvet uygular. Örneğin, Şek.27-32a'da gösterildiği gibi elektronlar dikdörtgen iletken içinde sağa doğru hareket ederlerse, içeri doğru olan manyetik alan, elektronlar üzerine aşağı doğru bir kuvvet $\vec{\mathbf{F}}_B = -e\vec{\mathbf{v}}_d \times \vec{\mathbf{B}}$ uygular. Buradaki $\vec{\mathbf{v}}_d$ elektronların sürüklenme hızıdır (Kısım 25-28). Dolayısıyla, elektronlar C yüzünden çok D yüzüne doğru hareket etmeye eyilimli olacaklardır. Böylece iletkenin C ve D yüzü arasında bir potansiyel farkı doğar. Bu potansiyel farkı, oluşturduğu $\vec{\mathbf{E}}_H$ elektrik alanı, hareketli yükler üzerine manyetik kuvvete zıt ve eşit bir $e\vec{\mathbf{E}}_H$, kuvveti uygulayıcaya kadar artar. 1879'da E. H. Hall tarafından bulunan bu etki, **Hall olayı** ve oluşan potansiyel farkı da **Hall emk** olarak adlandırılır.

Yük ayırımından dolayı meydana gelen elektrik alanı, $\vec{\mathbf{E}}_H$, Hall alanı olarak adlandırılır ve Şek.27-32a'da görüldüğü gibi aşağı doğru yönelir. Dengede, elektrik alanından doğan bu kuvvet, manyetik kuvvet $ev_d B$, tarafından dengelenir:

$$eE_H = ev_d B.$$

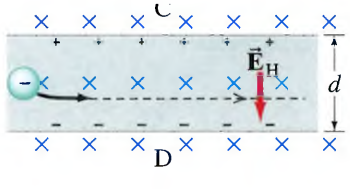
Buradan $E_H = v_d B$ olur. Hall emk ise (Dnk. 23-4b, iletkenin ince ve uzun, dolayısıyla E_H nin her yerde aynı olduğunu kabul ederek),

$$\mathscr{E}_H = E_H d = v_d B d \qquad \textbf{(27–14)}$$

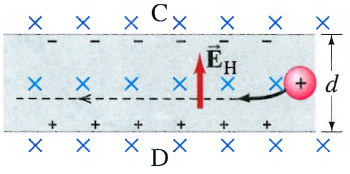
olur. Burada d iletkenin genişliğidir.

Pek çok durumda sağa doğru hareket eden negatif yüklerin akımı, sola doğru hareket eden pozitif yüklerinkine eşdeğerdir. Fakat Hall olayı bu iki durumu ayırt edebilir. Şek.27-32b'de görülebildiği gibi, sola doğru hareket eden pozitif yüklü parçacıklar, aşağı doğru saparlar, böylece alt yüzey üst yüzeye göre pozitif olur. Bu, (*a*)'da görülenin tersidir. Gerçekten de, Hall olayında emk'nin yönü, metal iletkenlerde hareket edenlerin negatif yüklü parçacıklar olduğunu ilk kez ortaya çıkardı.

ŞEKİL 27–32 Hall olayı. (a) Akım sağa doğru giden negatif yüklerden oluşuyor. (b) Akım sola doğru giden pozitif yüklerden oluşuyor



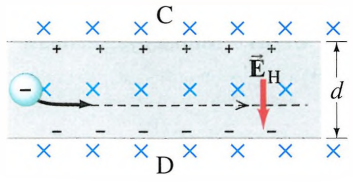
(a)



(b)

Hall emk'nin büyüklüğü, manyetik alanın şiddeti ile orantılıdır. Dolayısıyla Hall olayı manyetik alanın şiddetini ölçmek için kullanılabilir. *Hall probu* olarak bilinen bir iletken, önce bilinen bir manyetik alan ile kalibre edilir. Sonra aynı akım için emk'nin değeri B'nin değerini verecektir. Hall probları çok küçük yapılabilir, kullanımı kolay ve hassastırlar.

Hall olayı bir de, dış manyetik alan B bilindiği zaman yük taşıyıcılarının sürüklenme hızını ölçmek için kullanılabilir. Böyle bir ölçüm materyeldeki yük taşıyıcılarının yoğunluğunu belirlememize olanak sağlar.



(a)

ŞEKİL 27–32 27-32a (burada Örnek 27-13 için tekrarlandı)

ÖRNEK 27–13 **Hall olayı kullanılarak sürüklenme hızı.** Genişliği 1.8 cm ve kalınlığı 1.0 cm olan uzun bakır bir şerit, Şek.27-32a'da gösterildiği gibi 1.2 T'lık bir manyetik alan içine yerleştirilmiştir. 15 A'lik sabit bir akım bu alan içinden geçtiği zaman Hall emk $1.02\ \mu V$ olarak ölçülmüştür. Bakır içindeki elektronların sürüklenme hızını ve serbest (ileten) elektronların yoğunluğunu (birim hacim başına düşen sayısını) bulunuz.

YAKLAŞIM Sürüklenme hızını elde etmek için Dnk.27-14'ü ve iletilen elektronların yoğunluğunu bulmak için Bölüm 25'teki Dnk. 25-13'ü kullanırız.

ÇÖZÜM Sürüklenme hızı (Dnk. 27-14)

$$v_d = \frac{\mathcal{E}_H}{Bd} = \frac{1.02 \times 10^{-6}\,\text{V}}{(1.2\,\text{T})(1.8 \times 10^{-2}\,\text{m})} = 4.7 \times 10^{-5}\,\text{m/s}.$$

Yük taşıyıcılarının yoğunluğu n, Dnk. 25-13, $I = nev_d A$ 'dan elde edilir, buradaki A, I akımının aktığı kesit alanıdır. Böylece

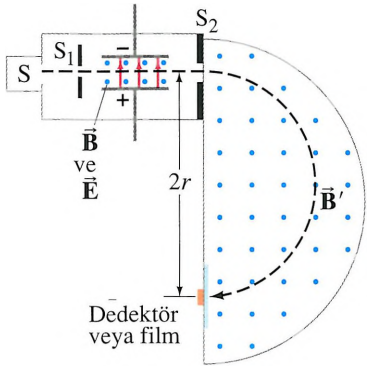
$$n = \frac{I}{ev_d A} = \frac{15\,\text{A}}{(1.6 \times 10^{-19}\,\text{C})(4.7 \times 10^{-5}\,\text{m/s})(1.8 \times 10^{-2}\,\text{m})(1.0 \times 10^{-3}\,\text{m})} = 11 \times 10^{28}\,\text{m}^{-3}.$$

Bakırdaki serbest elektronların yoğunluğu için bulunan bu değer $n = 11 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}$, deneysel olarak ölçülen değerdir. Bu, atom başına bir serbest elektrona karşılık gelen ve Örnek 25-14'te $8.4 \times 10^{28}\text{m}^{-3}$ olduğunu gördüğümüz yoğunluktan büyüktür.

*27–9 Kütle Spektrometresi

FİZİK UYGULAMASI
Kütle spektrometresi

ŞEKİL 27–33 Bainbridge-tipi kütle spektrometresi. B ve B' manyetik alanları pozitif iyonlar için kağıttan dışarıya doğrudur.



Kütle spektrometresi, atomların kütlelerini ölçen bir alettir. Verilen örneklerdeki atomları (ve onların konsantrasyonlarını) belirlemek için, bugün yalnızca fizikte değil aynı zamanda kimya, jeoloji ve sağlık alanlarında da kullanılmaktadır. Şek.27-33'te gösterildiği gibi, iyonlar, S örneği ısıtılarak veya bir elektrik akımı kullanılarak üretilirler. Parçacıklar hızlandırıldıktan sonra S_1 yarığını geçip çapraz elektrik ve manyetik alanlarına girerler. Elektrik kuvvet qE, manyetik kuvvet qvB ile dengede ise iyonlar bu 'hız seçicisinde' (Örnek 27-10'daki gibi) düz bir çizgiyi izlerler: yani, $qE = qvB$ veya $v = E/B$. Böylece yalnızca hızı $v = E/B$ olan iyonlar sapmadan gececekler ve S_2 yarığına doğru ilerleyeceklerdir. S_2'den sonraki yarım daire bölgesinde yalnızca B' manyetik alanı vardır bu yüzden iyonlar dairesel bir yol izlerler. Dairesel yolun yarıçapı, B' sabit ise bir film (ya da dedektörler) üzerindeki izlerinden vey r dedektörün konumu ile sabitlenmişse dedeksiyon gerçekleşene kadar B' değiştirilerek bulunur. Newton'un ikinci yasası, $\Sigma F = ma$, sadece B' manyetik alanının etkisi altında bir çemberde hareket eden bir iyona uygulandığında $qvB' = mv^2/r$ verir. $v = E/B$ olduğundan

$$m = \frac{qB'r}{v} = \frac{qBB'r}{E}.$$

denklemini elde ederiz. Denklemin sağ tarafındaki bütün nicelikler bilinir veya ölçülebilir ve böylece m buradan belirlenebilir.

Tarihsel olarak, birçok atomun kütlesi bu yolla ölçülmüştür. Saf bir malzeme kullanıldığında, film üzerinde bazen iki veya daha fazla sayıda birbirine yakın izler oluştuğu bulundu. Örneğin neon, 20 ve 22 atomik kütle birimi kütleli atomlara karşılık gelen yarıçaplarda iki iz meydana getirir. Safsızlıklar elimine edildikten sonra farklı kütleli iki neon türünün olması gerektiği sonucuna varıldı. Bu farklı formlar **izotoplar** olarak adlandırıldı. Çok geçmeden, çoğu elementin izotopların karışımı olduğu ve nötron sayılarındaki farklılıktan dolayı kütlelerinde farklılık olduğu (Bölüm 41'de tartışılacak) bulundu.

ÖRNEK 27–14 **Kütle spektrometresi.** Atomik kütlesi 12.0 u olan karbon atomunun, bilinmeyen diğer bir elementle karışımı bulunmuştur. B' alanı sabit olan bir kütle spektrometresinde karbon 22.4 cm yarıçaplı bir yol kat ederken, bilinmeyen diğer element 26.2 cm yarıçaplı bir yol almıştır. Bilinmeyen element nedir? Her iki elementin iyonlarının aynı yüke sahip olduklarını farz ediniz.

YAKLAŞIM Karbon ve bilinmeyen atom aynı elektrik ve manyetik alana girerler. Dolayısıyla kütleleri, yollarının yarıçapları ile orantılıdır (önceki sayfadaki denklem'e bakınız.).

ÇÖZÜM Önceki sayfanın altındaki denklemi kullanarak kütlelerin oranını yazarız:

$$\frac{m_x}{m_C} = \frac{qBB'r_x/E}{qBB'r_C/E} = \frac{26.2\text{ cm}}{22.4\text{ cm}} = 1.17$$

böylece $m_x = 1.17 \times 12.0\text{ u} = 14.0\text{ u}$ bulunur. Diğer element büyük bir olasılıkla azottur (arka kapak içindeki periyodik cetvele bakınız.)

NOT Bilinmeyen element karbon -14 $\left({}^{14}_{6}\text{C}\right)$. gibi bir izotop ta olabilir. Bknz Ek F. Fiziksel veya kimyasal analizlere ihtiyaç olabilir.

Özet

Bir mıknatıs kuzey ve güney olmak üzere iki kutba sahiptir. Mıknatıs serbestçe asıldığı zaman coğrafi kuzeyi gösteren ucu kuzey kutbudur. Benzer iki mıknatıs kutbu birbirlerini iterken farklı iki mıknatıs kutbu birbirini çeker.

Her mıknatısı bir **manyetik alan**ın çevrelediğini düşünebiliriz. SI birim sistemine göre manyetik alanın birimi **tesla**dır (T).

Elektrik akımları, manyetik alanlar oluştururlar. Örneğin, düzgün bir tel içindeki akımdan dolayı oluşan manyetik alan çizgileri, tel çevresinde daireler meydana getirir ve alan, yanındaki mıknatıslar (veya akımlar) üzerine bir kuvvet uygular.

Bir manyetik alan, bir elektrik akım üzerine bir kuvvet uygular. Bir $d\vec{\ell}$ manyetik alanı içinde I akımı taşıyan sonsuz küçük bir $\vec{\mathbf{B}}$ teli üzerindeki kuvvet

$$d\vec{\mathbf{F}} = I\,d\vec{\ell} \times \vec{\mathbf{B}}. \qquad (27\text{–}4)$$

dir. Eğer manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$, $\vec{\ell}$ uzunluklu düz bir tel boyunca düzgün ise, kuvvet

$$\vec{\mathbf{F}} = I\vec{\ell} \times \vec{\mathbf{B}} \qquad (27\text{–}3)$$

ile verilir ve büyüklüğü

$$F = I\ell B \sin\theta \qquad (27\text{–}1)$$

olur. Burada θ manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$ ile tel arasındaki açıdır. Kuvvetin yönü tel ve manyetik alana diktir ve sağ el kuralı ile verilir. Bu ilişki, $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanının tanımı olarak görev yapar.

Benzer bir şekilde, $\vec{\mathbf{B}}$ hızı ile hareket eden bir q yükü üzerine manyetik alan $\vec{\mathbf{v}}$ 'nin uyguladığı kuvvet

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}} \qquad (27\text{–}5a)$$

ile verilir. Kuvvetin büyüklüğü

$$F = qvB \sin\theta, \qquad (27\text{–}5b)$$

'dır. Buradaki θ, $\vec{\mathbf{v}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ arasındaki açıdır.

Düzgün bir manyetik alana dik hareket eden yüklü bir parçacığın yolu daireseldir.

Eğer elektrik ve manyetik alanların ($\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$) her ikisi de mevcut ise, $\vec{\mathbf{v}}$ hızı ile hareket eden bir q yükü üzerindeki kuvvet

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}} + q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}} \qquad (27\text{–}7)$$

'dir. $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alan içindeki akım bobini üzerine etkiyen tork

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{\mathbf{B}}, \qquad (27\text{–}11)$$

buradaki $\vec{\mu}$ bobinin **manyetik dipol momenti**dir ve

$$\vec{\mu} = NI\vec{\mathbf{A}} \qquad (27\text{–}10)$$

'dır. Buradaki N, bobindeki I akımını taşıyan ilmek sayısıdır ve $\vec{\mathbf{A}}$ ilmeklerin düzlemine dik olan bir vektördür (parmaklar ilmekteki akım boyunca olacak şekilde sağ el kuralını kullanın) ve ilmeğin alanına eşit büyüklüğe sahiptir.

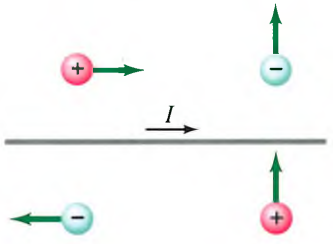
Elektronun yük-kütle oranının (e/m) ölçümü manyetik ve elektrik alanlar kullanılarak yapıldı. Elektron üzerindeki yük e, ilk olarak Millikan yağ damlası deneyinde ölçüldü ve daha sonra elektronun kütlesi, ölçülen (e/m) oranından elde edildi.

[*__Hall olay__ında, bir manyetik alan içerisinde yer alan bir iletken içindeki hareketli yükler bir tarafa doğru hareket ederek iletkenin iki kenarı arasında bir emk oluştururlar.]

[*__Kütle spektrometresi__, iyonların kütlesini ölçmek için, manyetik ve elektrik alanları kullanır.]

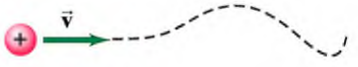
Sorular

1. Bir pusula iğnesi, her zaman dünyanın yüzeyine paralel şekilde dengelenmez, bir ucu, aşağıya doğru yönelebilir. Açıklayınız.
2. Yatay bir şekilde sola bir akım taşıyor olan telin düz bir bölümünün etrafındaki manyetik alan çizgilerini çiziniz.
3. Nal şeklinde bir mıknatıı, kuzey kutbu solda ve güney kutbu sağda olacak şekilde düşey olarak tutuluyor. İiki kutup arasında, her ikisine eşit uzaklıktaki bir tel, sizden uzağa doğru bir akım taşıyor. Tel üzerindeki kuvvet hangi yöndedir?
4. $\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$, bağıntısında hangi vektör çiftleri arasındaki $(\vec{F}, \vec{\ell}, \vec{B})$ her zaman 90°'dir? Hangileri başka açılarda olabilir?
5. Evinizdeki elektrik tellerinden geçen akımların oluşturduğu manyetik alan, bir pusulayı etkileyebilir. Akımların etkisini, aa ve da olduklarını da göz önünde tutarak tartışınız.
6. Eğer negatif yüklü bir parçacık, hızına dik olan düzgün bir manyetik alan bölgesine girerse, parçacığın kinetik enerjisi artar mı, azalır mı veya aynı mı kalır? Cevabınızı açıklayınız. (Yerçekimini ihmal ediniz ve elektrik alan olmadığını farz ediniz)
7. Şek.27-34'te, yüklü parçacıklar, akım taşıyan bir telin civarında hareket ediyor. Her yüklü parçacık için, ok işareti taneciğin hareketinin yönünü ve + veya – yükün işaretini gösteriyor. Parçacıkların her biri için, telin manyetik alanından dolayı oluşan manyetik kuvvetin yönünü gösteriniz.



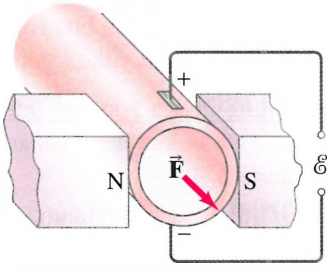
ŞEKİL 27–34
Soru 7

8. Düzgün olmayan bir manyetik alanda pozitif yüklü bir parçacık, Şek.27-35'te gösterilen yörüngeyi izliyor. Yörüngenin her zaman sayfa düzleminde olduğunu farz ederek, uzayda her yerde manyetik alanın yönünü gösteriniz, ve her bölgedeki alanın bağıl büyüklüklerini belirtiniz..



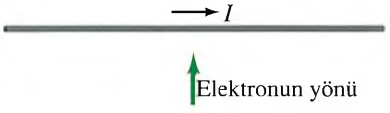
ŞEKİL 27–35
Soru 8.

9. Bir çubuk mıknatısı saran manyetik alan çizgilerinin deseninin, bir elektrik dipolun etrafındaki elektrik alan çizgilerine benzediğine dikkat edelim. Bu gerçekten başlayarak, (*a*) çok uzun bir çubuk mıknatısın bir kutbunun yakınında ve (*b*) mıknatısın bütününden uzaktayken, manyetik alanın uzaklıkla nasıl değiştiğini tahmin ediniz.
10. Bir KIT televizyon ekranı yanında tutulan güçlü bir mıknatısın televizyonun görüntüsünü neden bozduğunu açıklayınız. Alanın en güçlü olduğu yerde bazen görüntünün neden tamamen siyah olduğunu da açıklayınız. [Fakat bunu deneyerek TV'nizi bozma riskine girmeyiniz.]
11. Eğer hızı E/B'yi aşarsa, Şek.27-21'in hız seçicisi içindeki negatif yüklü bir parçacığın yörüngesini betimleyiniz. Eğer $v < E/B$ ise yörüngesi nedir? Eğer parçacık pozitif yüklü olsaydı fark eden birşey olacak mıydı?
12. Duran bir elektronu bir manyetik alanla harekete geçirebilir misiniz? Elektrik alanı ile? Açıklayınız.
13. Yüklü bir parçacık, düzgün bir manyetik alanın etkisi altında bir çember üzerinde hareket ediyor. Manyetik alan ile aynı yönde bir elektrik alanı devreye girerse yüklü parçacığın izleyeceği yolu betimleyiniz.
14. **Elektromanyetik pompalama**nın arkasında yatan fikir bir manyetik alandaki bir parçacık üzerindeki kuvvetttir. Metalik akışkanları (sodyum gibi) pompalamak ve yapay kalp makinalarında kan pompalamak için kullanılır. Şek.27-36'da temel tasarımı gösterilmiştir. Bir elektrik alanı, bir kan damarına ve bir manyetik alana dik olarak uygulanmaktadır. İyonların nasıl hareket ettirildiğini açıklayınız. Pozitif ve negatif iyonlar, aynı yönde bir kuvvet mi hissederler?



ŞEKİL 27–36
Bir kan damarı içindeki elekromanyetik pompalama. Soru 14.

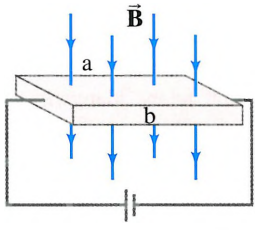
15. Bir elektron hüzmesi, soldan sağa bir akımı taşıyan (Şek.27-37) yatay bir tele doğru yöneltiliyor. Huzme hangi yöne sapar?



ŞEKİL 27–37
Soru 15.

16. Yüklü bir parçacık, uzayın belirli bir bölgesinde düz bir çizgide hareket etmektedir. Bu bölgede, manyetik alan sıfırdan farklı olabilir mi? Eğer, öyleyse, iki mümkün durumu anlatınız.
17. Eğer hareketli yüklü bir parçacık uzayın bazı bölgelerinde yana doğru sapıyorsa, o bölgede kesin olarak $\vec{B} \neq 0$ olduğu sonucuna varabilir miyiz? Açıklayınız.
18. Uzayın belirli bir bölgesinde, hareketli elektronların, bir elektrik alanı mı yoksa bir manyetik alan (veya her ikisi) tarafından mı saptırıldığını nasıl söyleyebilirsiniz?
19. Demir veya diğer ferromanyetik malzemeleri kullanmadan nasıl bir pusula yapabilirsiniz?
20. Bir çubuk mıknatısın veya pusula iğnesinin dipol momentini nasıl belirleyebileceğinizi tarif ediniz.
21. Düzgün bir manyetik alana yerleştirilen bir akım ilmeği için hangi konumlar (eğer varsa) (*a*) kararlı ve (*b*) kararsız denge durumlarıdır?

*22. Dikdörtgen bir yarıiletken parçası bir manyetik alan içine sokulmakta ve Şek.27-38'de gösterildiği gibi uçlarına bir pil bağlanmaktadır. a ve b noktaları arasına hassas bir voltmetre bağlandığında, a noktasının b noktasından daha yüksek bir potansiyele sahip olduğu görülmektedir. Bu yarıiletken maddesindeki yük taşıyıcıların işareti nedir?



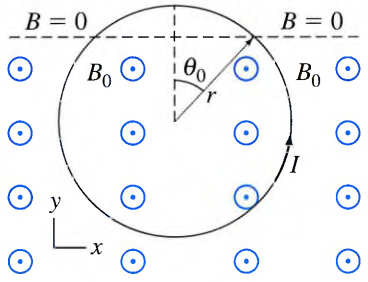
ŞEKİL 27–38
Soru 15.

*23. Aynı kütleye sahip iki iyondan biri bir kez iyonize olmuş diğeri ise iki kez iyonize olmuştur.Şek.27-33'teki kütle spektrometresinin filmi üzerindeki konumlarının farkı ne kadar olacaktır?

Problemler

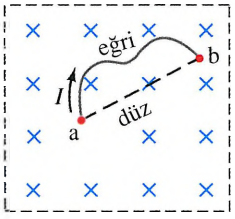
27–3 Manyetik Alan İçindeki Elektrik Akımı Üzerindeki Kuvvet

1. (I) (*a*) 0.90 *T*'lık düzgün bir manyetik alana dik olarak 9.40 A'lik bir akım taşıyan düz bir telin uzunluğunun metresi başına düşen kuvvet nedir? (*b*) Eğer tel ile alan arasındaki açı 35.0^0 ise kuvvet ne olur?
2. (I) İki kule arasına gerilmiş 240 m uzunluğunda ve 150 A akım taşıyan bir tel üzerindeki manyetik kuvvetin büyüklüğünü hesaplayınız. Dünya'nın 5.0×1^{-5} T'lık manyetik alanı tel ile 68°'lik bir açı yapıyor.
3. (I) Güneye doğru 4.5 A'lik bir akım taşıyan 1.6 m uzunluğundaki bir tel yatay olarak yönelmiştir. Dünya yüzeyinde bu noktada, Dünya'nın manyetik alanı tel ile 41°'lik bir açı yapmaktadır. Bu noktada 5.5×10^{-5} T olan Dünya'nın manyetik alanından dolayı tel üzerindeki manyetik kuvvetin büyüklüğünü tahmin ediniz.
4. (II) Bir telde metre başına düşen manyetik kuvvet mümkün en büyük değerinin sadece yüzde 25'i olarak ölçülmüştür. Kuvvetin maksimum olma durumunda alan ile telin ilişkisini çizin, ve tel ve manyetik alan arasındaki açıyı hesaplayarak gerçek durumdaki ilişkilerini çizin.
5. (II) Bir mıknatısın kutupları arasına yerleştirildiği zaman bir tel üzerindeki kuvvet maksimum 7.50×10^{-2} N'dur. Akım yatay olarak sağa doğru akmakta olup manyetik alan düşey doğrultudadır. Akım açıldığı zaman telin gözlemciye doğru "sıçradığı" gözlenmiştir. (*a*) Yukardaki kutup ne tür bir manyetik kutuptur? (*b*) Kutup yüzeylerinin çapları 10.0 cm ve alan 0.220 T ise teldeki akımı tahmin ediniz. (*c*) Eğer tel yatayla 10.0° yapacak şekilde eğilmiş ise, ne tür bir kuvvet hissedecektir?
6. (II) 1.00 mm çaplı düz bir bakır telin, büyüklüğü 5.0×10^{-5} T, yatay ve tele dik olan dünyanın $\vec{\mathbf{B}}$, manyetik alanından dolayı oluşan kuvvetin etkisi ile yatay olarak havada "yüzdüğünü" farzedin. Telin taşıdığı akım nedir? Cevap mümkün görünüyor mu? Kısaca açıklayınız.
7. (II) 50.0 cm uzunluğunda sert bir tel ortasından dik açı yapacak şekilde bükülüyor. Bir bölümü *z* ekseni boyunca ve diğeri *xy* düzleminde $y = 2x$ çizgisi boyunca uzanıyor. 20.0 A lik bir akım tel içinden z ekseninden aşağı doğru ve xy düzlemindeki çizgide dışarı doğru akıyor. Tel $\vec{\mathbf{B}} = (0.318\hat{\mathbf{i}})$T ile verilen düzgün bir manyetik alan içerisinden geçiyor. Tel üzerine etkiyen toplam kuvvetin yönünü ve büyüklüğünü bulunuz.
8. (II) Uzun bir tel *x* ekseni boyunca uznmakta olup sağa (+*x*) doğru 3.0 A'lik bir akım taşımaktadır. Tel $\vec{\mathbf{B}} = (0.20\hat{\mathbf{i}} - 0.36\hat{\mathbf{j}} + 0.25\hat{\mathbf{k}})$ T ile verilen düzgün bir manyetik alan içinden geçmektedir. Telin cm'lik uzunluk başına etkiyen kuvvetin bileşenlerini bulunuz.
9. (II) Akım taşıyan dairesel bir tel halkanın (yarıçap *r*, akım *I*) bir bölümü, Şek.27-39'da gösterildiği gibi B_0 büyüklüğünde, sayfa düzleminden dışarıya doğru yönelmiş sabit bir manyetik alanın içindedir. Alanın halka üzerinde oluşturduğu net kuvveti θ_0 cinsinden bulunuz.



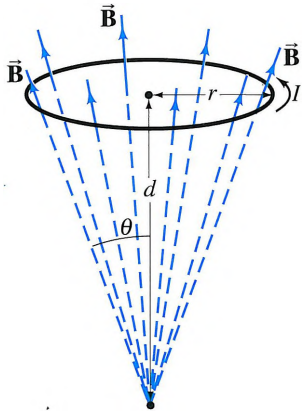
ŞEKİL 27–39
Problem 9.

10. (II) 2.0 m uzunluğundaki bir tel 8.2 A'lik bir akım taşımakta olup düzgün bir $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanının içindedir. Bu tel, +*x* ekseni boyunca uzandığında tel üzerine etkiyen manyetik kuvvet $\vec{\mathbf{F}} = (-2.5\hat{\mathbf{j}})$ N ve +*y* ekseni, boyunca uzandığında $\vec{\mathbf{F}} = (2.5\hat{\mathbf{i}} - 5.0\hat{\mathbf{k}})$ N olmaktadır. $\vec{\mathbf{B}}$'yi bulunuz.
11. (III) a ve b noktalarını birleştiren eğri bir tel, düzgün bir $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanına dik bir düzlem içinde olup bir *I* akımını taşımaktadır. Tel üzerindeki manyetik kuvvetin bileşkesinin, telin şekli ne olursa olsun, bu iki noktayı birleştiren ve aynı *I* akımını taşıyan düz bir tel üzerindeki kuvvetle aynı olduğunu gösteriniz. Bknz Şek. 27-40.



ŞEKİL 27–40
Problem 11.

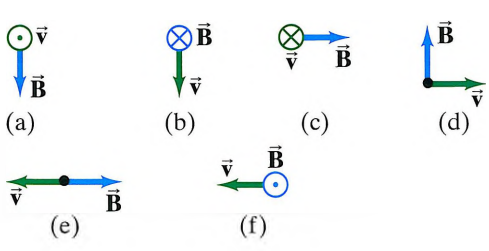
12. (III) *r* yarıçaplı dairesel bir tel bir *I* akımını taşımaktadır. Akım halkası, ekseni üzerinde halka düzleminden *d* kadar aşağıdaki bir noktadan çıkan düz çizgilere sahip bir manyetik alan içine yerleştirilmiştir. (Yani, alan halka ile her noktada bir θ açısı yapmaktadır, Şek. 27-41, $\tan\theta = r/d$.) Halka üzerindeki kuvveti bulunuz.



ŞEKİL 27–41
Problem 12.

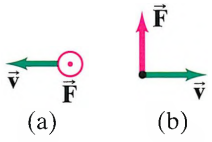
27–4 Manyetik Alanda Hareket Eden Yük Üzerindeki Kuvvet

13. (I) 0.45 T şiddetinde ve düşey olarak yukarı doğru bir manyetik alan içinde, yatay olarak doğuya 8.75×10^5 m/s hızla hareket eden bir elektron üzerine etki eden kuvvetin yönünü ve büyüklüğünü bulunuz.
14. (I) Bir elektron, gözlemciden uzağa yatay olarak yönelmiş olan 0.480 T'lık düzgün bir manyetik alan içinde, 1.70×10^6 m/s'lik hızla yukarı doğru düşey olarak fırlatılmıştır. Elektronun bu alandaki yolunu betimleyiniz.
15. (I) Kütlesi $m = 6.6 \times 10^{-27}$ kg ve yükü $q = +2e$ olan alfa parçacıkları 1.6×10^7 m/s'lik hız ile bir radyoaktif kaynaktan yayılıyorlar. Onları, yarıçapı $r = 0.18$ m olan dairesel bir yörüngeye sokmak için gereken manyetik alan şiddeti nedir?
16. (I) Şek.27-42'de gösterilen her bir diyagram için negative yük üzerine etkiyen kuvvetin yönünü bulunuz, burada $\vec{\mathbf{v}}$ (yeşil) yükün hızı ve $\vec{\mathbf{B}}$ (mavi) manyetik alanın yönüdür. ⊗ vektörün içeriye doğru, ⊙ ise dışarıya yani size doğru olduğunu gösterir.)



ŞEKİL 27–42
Problem 16.

17. (I) Şek.27-43'teki her bir durum için $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanının yönünü bulunuz burada $\vec{\mathbf{F}}$, $\vec{\mathbf{v}}$ hızı ile hareket eden pozitif yüklü bir parçacık üzerine etkiyen maksimum manyetik kuvveti temsil eder.



ŞEKİL 27–43
Problem 17.

18. (II) Büyüklüğü sırasıyla 8.8×10^3 V/m ve 7.5×10^{-3} T olan dik elektrik ve manyetik alanların içinden geçtiğinde sapmadan yol alan elektron hüzmesinin hızı nedir? Elektrik alan kesilirse elektronun yörüngesinin yarıçapı ne olur?

19. (II) Kütlesi 6.6×10^{-27} kg olan çift yüklü bir helyum atomu 2700 V ile hızlandırılıyor. (*a*) 0.340 T'lık düzgün bir alana dik bir düzlem içinde hareket ederse eğrilik yarıçapı ne olur? (*b*) Dönme periyodu nedir?

20. (II) Bir proton (kütlesi m_p), bir döteron $(m = 2m_p, Q = e)$, ve bir alfa parçacığı $(m = 4m_p, Q = 2e)$ aynı potansiyel farkı altında hızlandırıldıktan sonra düzgün bir $\vec{\mathbf{B}}$, manyetik alanına giriyor ve $\vec{\mathbf{B}}$'ye dik olan dairesel bir yol üzerinde hareket ediyorlar. Alfa ve döteronun yollarının yarıçaplarını protonunki cinsinden bulunuz.

21. (II) Bir B manyetik alanı içinde dairesel bir yolda hareket eden kütlesi m ve yükü q olan bir parçacığın (*a*) kinetik enerjisinin, yörüngesinin eğrilik yarıçapının karesi, r^2 ile orantılı ve (b) dairenin merkezine göre olan açısal momentumunun $L = qBr^2$ olduğunu gösteriniz..

22. (II) Bir elektron $\vec{\mathbf{B}} = (-0.80\hat{\mathbf{i}} + 0.60\hat{\mathbf{j}})$ T 'lık bir manyetik alan içinde $\vec{\mathbf{v}} = (7.0\hat{\mathbf{i}} - 6.0\hat{\mathbf{j}}) \times 10^4$ m/s'lik bir hız ile hareket ediyor. Elektron üzerindeki kuvvetin büyüklüğü ve yönünü bulunuz.

23. (II) 6.0 MeV'lik (kinetik enerji) bir proton, 0.20 T'lık bir alana, alana dik bir düzlemde giriyor. Yörüngesinin yarıçapı nedir? Bknz Kısım 23-8.

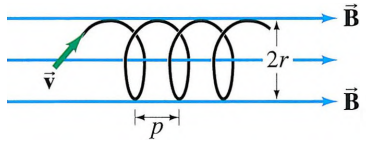
24. (II) Bir elektron 2.8×10^6 m/s ile bir manyetik alan içinde kuzey yönünde hareket ederken çok büyük bir kuvvetin etkisi altında kalıyor. Kuvvet 8.2×10^{-3} N büyüklüğünde ve düşey olarak yukarıdır. Manyetik alanın büyüklüğü ve yönü nedir?

25. (II) Bir proton, manyetik alanın $\vec{\mathbf{B}} = (0.45\hat{\mathbf{i}} + 0.38\hat{\mathbf{j}})$ T ve elektrik alanının $\vec{\mathbf{E}} = (3.0\hat{\mathbf{i}} - 4.2\hat{\mathbf{j}}) \times 10^3$ V/m olduğu bir bölgede hareket ediyor. Belli bir anda protonun hızı $\vec{\mathbf{v}} = (6.0\hat{\mathbf{i}} + 3.0\hat{\mathbf{j}} - 5.0\hat{\mathbf{k}}) \times 10^3$ m/s 'dir. Proton üzerindeki toplam kuvvetin bileşenlerini bulunuz.

26. (II) Bir elektron, $\vec{\mathbf{B}} = (0.85\,\text{T})\,\hat{\mathbf{k}}$ manyetik alanından geçerken $\vec{\mathbf{F}} = (3.8\hat{\mathbf{i}} - 2.7\hat{\mathbf{j}}) \times 10^{-13}$ N 'luk bir kuvvetin etkisi altında kalıyor. Elektronun hızını bulunuz.

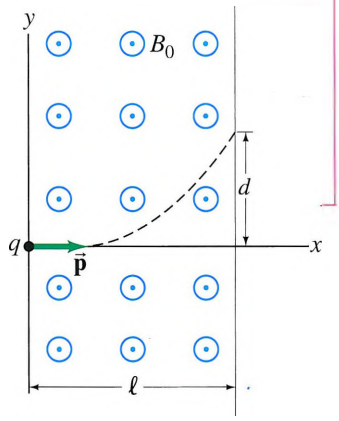
27. (II) q yüklü bir parçacık düzgün bir $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı içinde r yarıçaplı dairesel bir yolda hareket etmektedir. Manyetik alanın büyüklüğü iki katına çıkarılırsa ve parçacığın kinetik enerjisi sabit tutulursa, parçacığın açısal momentumuna ne olur?

28. (II) Bir elektron $B = 0.28$ T'lık düzgün bir manyetik alana $\vec{\mathbf{B}}$ ile 45°'lik bir açı yaparak girmektedir. Hızını 3.0×10^6 m/s alarak elektronun sarmal yolunun p aralığını (halkalar arasındaki mesafe) ve r yarıçapını bulunuz. Bknz. Şek. 27-44.



ŞEKİL 27–44
Problem 28.

29. (II) Başlangıçta x ekseni boyunca hareket eden, p momentumlu ve q yüklü bir parçacık, Şek.27-45'te gösterildiği gibi $x = \ell$ genişliği boyunca etki eden bir $\vec{\mathbf{B}} = B_0\hat{\mathbf{k}}$ düzgün manyetik alan bölgesine girmektedir. Parçacık, alan içinden geçerken + y yönünde d mesafesi kadar sapmaktadır. (*a*) q yükünün pozitif mi yoksa negatif mi olduğunu ve (*b*) monetumunun büyüklüğünü bulunuz.



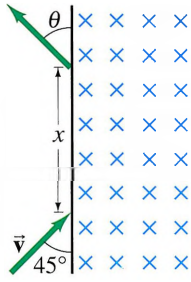
ŞEKİL 27–45
Problem 29.

30. (II) Bir hızlandırıcıdan ortaya çıkan protonların yörüngesi, hızlandırıcının çıkış deliğinden d uzaklığındaki bir engele çarpmamaları için bir "eğici mıknatıs" tarafından 90° eğilmek zorundadır. Eğici mıknatısın, düzgün ve $d \times d$ alanı üzerinde etkili olduğu kabul edilen $\vec{\mathbf{B}}$ alanının büyüklüğünün $B \geq (2mK/e^2d^2)^{\frac{1}{2}}$, olduğunu gösteriniz, burada m protonun kütlesi ve K kinetik enerjisidir.

31. (III) Ekvatorda Dünya'nın manyetik alanının büyüklüğünün 0.5×10^{-4} T ve her noktada kuzey yönünde olduğunu varsayınız. Bir kere iyonlaşmış bir uranyum iyonunun ($m = 238$, $q = e$), Dünya'yı ekvatorun 5.0 km yukarısındaki bir daire üzerinde dolanması için gerekli olan hızını tahmin ediniz. Yerçekimini ihmal edebilir misiniz? [Göreliliği ihmal ediniz.]

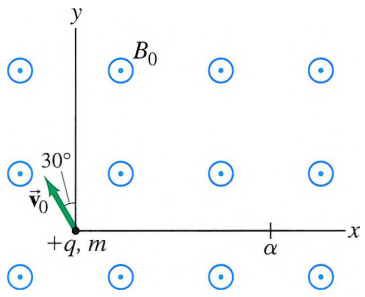
32. (III) 3.40 g'lık bir mermi, Dünya'nın 5.00×10^{-5} T'lık manyetik alanına dik bir doğrultuda 155 m/s'lik bir hızla hareket ediyor. Merminin net yükü 18.5×10^{-9} C ise, 1.00 km yolculuktan sonra dünyanın manyetik alanından dolayı yörüngesinden ne kadar sapar?

33. (III) Alanların olmadığı bir bölgede $v = 1.3 \times 10^5$ m/s hızıyla hareket eden bir proton birden B=0.850 T'lık $(\vec{\mathbf{B}} \perp \vec{\mathbf{v}})$ düzgün bir manyetik alana giriyor. Proton, manyetik alan bölgesine Şek.27-46'da gösterildiği gibi 45°'lik bir açı ile girerse alandan (*a*) hangi açı ile ayrılır ve (*b*) alandan ayrıldığında x mesafesi nedir?



ŞEKİL 27–46
Problem 33.

34. (III) m kütleli ve $+q$ yüklü bir parçacık, düzgün bir $\vec{\mathbf{B}} = B_0\hat{\mathbf{k}}$. manyetik alanı içinde hareket ediyor. $t = 0$ anında parçacığın hızı v_0 olup hız vektörü xy düzleminde Şek. 27-47'de gösterildiği gibi y ekseniyle 30°'lik bir açı yapmaktadır. Daha sonraki bir $t = t_\alpha$ anında parçacık, x eksenini $x = \alpha$'da geçiyor. (a) α, ve (b) t_α yı q, m, v_0, ve B_0 cinsinden bulunuz.



ŞEKİL 27–47
Problem 34.

27–5 Bir Akım İlmeğindeki Tork; Manyetik Moment

35. (I) Düzgün bir manyetik alan içerisindeki akım ilmeğini (Şek.27-22) (a) $\theta = 0°$ $(\vec{\boldsymbol{\mu}} \| \vec{\mathbf{B}})$'den $\theta = 180°$ 'ye (b) $\theta = 90°$ den $\theta = -90°$'ye kadar döndürmek için ne kadarlık bir iş yapmak gerekir?

36. (I) 13.0 cm çaplı bir dairesel bir tel ilmek, ilmek düzlemi büyük bir mıknatısın kutuplarının arasındaki düzgün manyetik alana paralel olacak şekilde yerleştiriliyor. İlmekte 4.20 A'lik bir akım aktığında, üzerindeki tork 0.185 m·N oluyor. Manyetik alanın şiddeti nedir?

37. (II) 12 sarım içeren,18 cm çapındaki dairesel bir bobin yerde düz olarak durmaktadır. Bu bölgede manyetik alan 5.50×10^{-5} T büyüklüğünde olup kuzeyi işaret eden çizginin 66.0° altından Dünya'ya yönelmiştir. Bobinden 7.10 A'lik saat yönünde bir akım geçiyorsa (a) bobin üzerindeki torku ve (b) kuzey, doğu, güney, veya batı kenarlarından hangisinin yukarı kalktığını bulunuz.

38. (II) Hidrojen atomunun proton çekirdeğinin yörüngesindeki elektronun manyetik dipol momenti μ'nün, elektronun yörünge momentumu L'ye

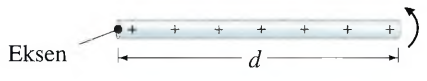
$$\mu = \frac{e}{2m} L$$

bağıntısıyla bağlı olduğunu gösteriniz.

39. (II) 22 cm çaplı ve 15 sarımlı bir dairesel bobin xy düzlemindedir. Bobinin herbir sargısındaki akım saat yönünde 7.6 A'dir, ve $\vec{\mathbf{B}} = (0.55\hat{\mathbf{i}} + 0.60\hat{\mathbf{j}} - 0.65\hat{\mathbf{k}})$ T'lık bir dış manyetik alan bobinden geçmektedir. (a) bobinin manyetik momenti $\vec{\boldsymbol{\mu}}$; 'yü; (b) dış manyetik alandan dolayı bobine etkiyen torku; (c) bobinin alan içindeki U potansiyel enerjisini bulunuz (U'nun sıfırını Şek.27-12'de tartıştığımız gibi alın).

40. (III) d uzunluğundaki yalıtkan bir çubuğun düzenli dağılmış bir Q yükünü taşıdığını farzedin. Çubuk ω açısal hızı ile bir ucuna dik bir eksen etrafında döndürülüyor, Şek.27-48. Çubuğun manyetik dipol momentinin $\frac{1}{6}Q\omega d^2$ olduğunu gösteriniz. [*İpucu*: Çubuğun her bir sonsuz küçük uzunluktaki parçasının hareketini düşünün.]

ŞEKİL 27–48
Problem 40.



*27–6 Motorlar, Galvanometreler

*41. (I) Eğer bir motordaki akım % 12 oranında azalırsa, çıkış torku hangi çarpanla değişir?

*42. (I) Bir galvanometre iğnesi 63.0-μA'lik akım için tam ölçek sapma yapar. Eğer manyetik alan ilk değerinin 0.800'ine zayıflarsa tam ölçek sapma için ne kadarlık bir akım gerekir?

*43. (I) Bir galvanometrenin tam ölçek sapması için gereken akım 46 μA ise ve eğer bu galvanometrenin geri çağırıcı yayı zamanla % 15 zayıflarsa, bu galvanometre ne kadarlık bir akımda tam ölçek sapma verir?

27–7 Elektron'un Keşfi

44. (I) 0.46 T'lık bir manyetik alan içinde, 8.0 mm yarıçaplı bir daire üzerinde hareket eden bir parçacık için, 260 V/m'lik çapraz bir elektrik alanı yolu düz yapıyorsa, q/m değeri ne olur?

45. (II) Kütlesi 3.3×10^{-15} kg olarak belirlenen bir yağ damlası Şek.27-31'de olduğu gibi 1.0 cm aralıklı iki geniş plaka arasında durgun halde tutulmaktadır. Eğer plakalar arasındaki potansiyel farkı 340 V ise bu damla kaç tane fazla elektrona sahip olur?

*27–8 Hall Olayı

*46. (II) Akım taşıyan materyalden dikdörtgen plaka şeklindeki bir Hall probu, büyüklüğü 0.10 T olan bir manyetik alan içine yerleştirilerek kalibre ediliyor. Alan plakanın dikdörtgen yüzüne dik olduğunda, plakanın eni üzerinde 12 mV'luk bir Hall emk'sı ölçülüyor. Sonra prob, büyüklüğü bilinmeyen bir B manyetik alan içine yerleştiriliyor ve 63 mV'luk Hall emk'sı ölçülüyor. Plakanın dikdörtgen yüzünün düzlemi ile bilinmeyen alan arasındaki θ açısının (a) $\theta = 90°$ ve (b) $\theta = 60°$ olduğunu varsayarak B'yi bulunuz.

*47. (II) Manyetik alan şiddetlerini ölçmek için kullanılan bir Hall probu, serbest elektron yoğunluğu n olan bir malzemeden, t kalınlığında d genişliğinde ℓ uzunluğu boyunca I akımını taşıyan, dikdörtgen şeklinde bir plakadır. Plaka, dikdörtgen yüzüne (alan ℓd), dik ve büyüklüğü B olan bir manyetik alan içerisine yerleştirildiğinde, d genişliği boyunca $\mathscr{E}_H$ Hall emk'sı üretiliyor. $K_H = EH/IB$ şeklinde tanımlanan probun manyetik duyarlılığı, belli bir manyetik alan ve akım için oluşan Hall emk'sının büyüklüğünü gösterir. Büyük K_H değerli bir plaka Hall probu olarak kullanılmak için iyi bir adaydır. (a) $K_H = 1/ent$ olduğunu gösteriniz. Dolayısıyla, iyi bir Hall probu, küçük n ve t değerlerine sahip olmalıdır. (b) Bir Hall probunda kullanılacak malzeme için iki mümkün aday olarak n'leri sırasıyla yaklaşık olarak 1×10^{29} m^{-3} ve 3×10^{22} m^{-3} olan tipik bir metal ve (katkılanmış) bir yarıiletkeni göz önüne alınız. Yarıiletken plakanın, 0.15 mm kalınlığında imal edilebildiği verildiğine göre, K_H değerinin yarıiletken plakanın K_H değerine eşit olabilmesi için metal plakanın kalınlığı (nm) ne olmalıdır? Bu metal plaka kalınlığını tipik metal atomları büyüklüğü olan 0.3 nm ile karşılaştırınız. (c) (b)'de betimlenen tipik yarıiletken plaka için, I =100 mA ve B = 0.1 T olduğunda $\mathscr{E}_H$'nin değeri ne olur?

* 48. (II) Bir metal dikdörtgen 3.0 cm genişliğinde ve 680 μm kalınlığındadır. 42 A akım taşırken 0.80 T'lık manyetik alana yerleştirildiğinde 6.5-μV'luk bir Hall emk'sı üretiyor. (a) iletken içindeki Hall alanını; (b) iletim elektronların sürüklenme hızını; (c) metal içindeki serbest elektronların yoğunluğunu bulunuz.

*49. (II) Manyetik alanları ölçmek için Hall etkisini kullanan bir probda, sodyum metalinden 1.50 cm genişliğinde, 1.30 mm kalınlığındaki bir şerit boyunca 12.0 A'lik bir akım geçiyor. Hall emk'sı 1.86 μV, ise manyetik alanın büyüklüğü nedir (şeridin düz yüzüne dik alın)? Na atomu başına bir serbest elektron olduğunu kabul edin, ve özgül ağırlığı 0.971 olarak alın.

*50. (II) Hall etkisi, kan akış hızını ölçmek için kullanılabilir, çünkü kan, bir elektrik akımı oluşturan iyonlar içerir. (*a*) İyonların işareti emk'yı etkilermi? (*b*) Eğer ölçülen emk 0.13 mV ve B, 0.070 T ise 3.3 mm çapında bir atardamar içindeki akış hızını bulunuz. (Pratikte, alternatif bir manyetik alan kullanılır.)

*27–9 Kütle Spektrometresi

*51. (I) Bir kütle spektrometresinde, germanyum atomları 21.0, 21.6, 21.9, 22.2, ve 22.8 cm'lik eğrilik yarıçaplarına sahipler. En büyük yarıçap 76 u'nun atomik kütlesine karşılık gelir. Diğer izotopların atomik kütleleri nelerdir?

*52. (II) Kütle spektrometresinin bir çeşidi, iyonlar bir B manyetik alanına girmeden önce, onları bir V voltajı ile hızlandırır. İyonların durgun halden başladıklarını farzederek kütlelerinin $m = qB^2R^2/2V$, olduğunu gösteriniz, burada R, iyonların manyetik alan içindeki yörüngelerinin yarıçapı ve q da onların yüküdür.

*53. (II) Şek.27-33'te kütle spektrometresindeki elektrik plakaları arasındaki elektrik alanının 2.48×10^4 V/m ve manyetik alanların da $B = B' = 0.58$ T olduğunu farzedin. Kaynak, ölü bir ağacın uzun bir parçasından kütle numaraları 12,13 ve 14 olan karbon izotopları içeriyor. (Atomik kütleleri tahmin etmek için, 1.66×10^{-27} kg ile çarpınız.) Fotoğrafik filmde, tek yüklü her bir tip iyonun oluşturduğu çizgiler arasındaki uzaklık ne kadardır? Eğer iyonlar çift yüklüyse ne olur?

*54. (II) Bir kütle spektrometresi hava kirliliğini izlemek için kullanılacaktır. Fakat, C_O(28.0106 u) ve N_2 (28.0134 u) gibi kütleleri çok yakın olan molekülleri ayırtetmek zordur. Bu iki molekülün film veya dedektörde 0.65 mm ile ayrılması için, spektrometrenin eğrilik yarıçapı ne olmalıdır?

*55. (II) Bilinmeyen bir parçacık, çapraz bir elektrik alanı $E = 1.5$ kV/m ve manyetik alan $B = 0.034$ T içinde düz bir çizgide hareket etmektedir. Elektrik alanı kapatıldığında, parçacık $r = 2.7$ cm yarıçaplı bir dairesel yolda hareket ediyor. Parçacık ne olabilir?

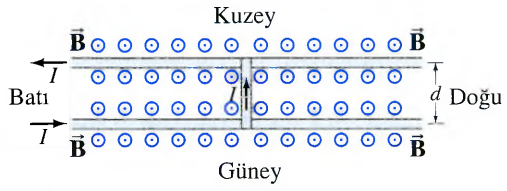
Genel Problemler

56. Protonlar, 0.625 T'lık bir manyetik alanda 5.1 cm yarıçaplı bir yörüngede hareket etmektedir. Hangi elektrik alan değeri onların yolunu düz hale getirir? Elektrik alanı hangi yönde olmalıdır?

57. 3.8×10^{-16} kg·m/s momentumlu protonlar, Amerika'nın Illinois Eyaleti'ndeki Ulusal Fermi Hızlandırıcı Laboratuarı'nda 2.0 km çaplı dairesel bir yörüngede manyetik olarak saat yönünde yönlendirilmektedir. Hüzme borusunu sarmalayan mıknatıslardaki alanın büyüklüğü ve yönünü belirleyiniz.

58. Bir elektron ve proton sabit bir manyetik alan bölgesine girerken aynı kinetik enerjiye sahiptirler. Dairesel yörünge yarıçaplarının oranı nedir?

59. Şek.27–49'da yatay bir düzlemde aralarında d mesafesi olan iki gergin paralel tel, m kütleli hafif bir metal çubuğu (herbir tele dik) destekleyen raylar gibi davranmaktadır. Düşey olarak yukarı doğru yönelen (diyagramda dışa doğru) bir $\vec{\mathbf{B}}$, manyetik alanı her yerde etkilidir. $t = 0$'da, raylara bağlanan teller sabit bir akım kaynağına bağlanmıştır ve bir I akımı sistemden akmaya başlar. $t = 0$ anında durgun halden başlayan çubuğun hızını zamanın fonksiyonu olarak (*a*) raylar ve çubuk arasında sürtünme olmadığını farz ederek ve (*b*) sürtünme katsayısı μ_k ise belirleyiniz. (*c*) Eğer akımın yönü kuzeye doğru ise çubuk doğuya mı, yoksa batıya mı doğru hareket eder?



ŞEKİL 27–49 Raylar üzerinde kayan bir çubuğun yukarıdan görünüşü. Problem 59 ve 60.

60. Şek.27–49'daki (Problem 59) çubuğun, 22 cm'lik uzunluğa, $m = 0.40$ kg'lık kütleye ve $I = 36$ A'lik akıma sahip olduğunu farz edin. Statik sürtünme katsayısı $\mu_s = 0.50$, ise tam çubuğun kaymasını başlatacak $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanını (düşey olmasına gerek yoktur) belirleyin. $\vec{\mathbf{B}}$'nin büyüklüğünü ve düşeye göre yönünü (dışarıya, bize doğru) verin.

61. Ekvator yakınında Dünya'nın manyetik alanı hemen hemen yatay doğrultuda ve kuzeye doğru olup büyüklüğü $B = 0.50 \times 10^{-4}$ T'dır. Bir elektronun ağırlığı, eğer manyetik kuvvetle tamamen dengeleniyorsa hızının yön ve büyüklüğü nedir?

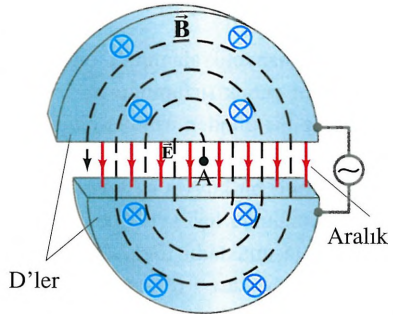
62. 62. Dünya'nın 5.0×10^{-5} T'lık manyetik alanına dik olarak 120 m/s'lik hızla hareket eden ve 1850 μC 'luk net yüke sahip olan bir uçak üzerindeki manyetik kuvveti hesaplayınız.

63. 9.0 V'luk bir pil ile çalışan bir motor, bir kenarı 5 cm olan 20 sarımlı bir kare bobine ve toplam 24 Ω'luk bir dirence sahiptir. Dönerken bobindeki tel tarafından hissedilen manyetik alan 0.020 T'dır. Motor üzerindeki maksimum tork nedir?

64. Dünya'nın 5.0×10^{-5} T'lık alanı nedeniyle bir KIT televizyon ekranının merkezine yakın bir elektron demetinin yaklaşık maksimum sapmasını tahmin ediniz. Ekranın, elektronların (*a*) 2.0 kV ile veya (*b*) 28 kV ile hızlandırıldığı elektron tabancasından 18 cm uzakta olduğunu farz ediniz. Renkli TV setinde, demetin doğru fosfora çarpması için en az 1 mm'lik bir hassasiyetle yönlendirilmesi gerektiğine dikkat edin. Dünya'nın alanının etkisi burada önemli olduğundan, KIT'lerde bu alanın etkisini azaltacak mu-metal kaplamalar kullanılır.(Bknz. Kısım 23–9)

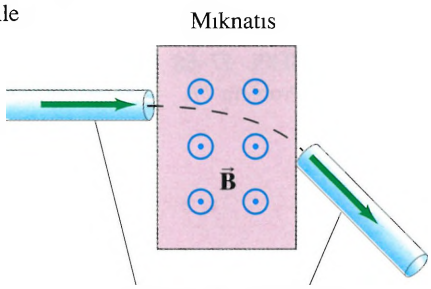
65. Şek.27-22'de gösterilen dikdörtgen biçiminde tel çerçeve m kütlesine sahiptir ve I akımını taşımaktadır. Çerçeve $\theta \ll 1$ (radyan olarak) açısında yönlendirildikten sonra serbest bırakılırsa, $\theta = 0$ etrafında basit harmonik hareket yapacağını gösteriniz. Hareketin periyodunu hesaplayınız.

66. Siklotron (Şek.27–50), proton gibi temel parçacıkları yüksek hızlara hızlandırmada kullanılan bir araçtır. Az bir başlangıç hızı ile A noktasından başlayan parçacıklar B manyetik alanında dairesel bir yörüngede hareket ederler. Parçacıklar, metal "D"ler arasındaki, bir E elektrik alanının uygulandığı aralıktan her geçişlerinde daha yüksek hızlara çıkarlar. (İçi boş metal D'ler içinde elektrik alanı yoktur). Elektrik alanı $V = V_0 \sin 2\pi ft$, aa voltajından dolayı her yarım çevrimde yön değiştirir, dolayısıyla parçacıklar aralıktan her geçtiklerinde hızları artar. (*a*) Voltajın f frekansının $f = Bq/2\pi m$, olması gerektiğini gösteriniz. Burada q parçacıkların üzerindeki yük ve m ise kütleleridir. (*b*) Her devirde parçacığın kinetik enerjisinin $2qV_0$ ile arttığını gösteriniz, aralığın küçük olduğunu düşününüz. (*c*) Siklotronun yarıçapı 0.50 m ve manyetik alan şiddeti 0.60 T ise, hızlandırılan protonların maksimum kinetik enerjisi MeV cinsinden ne olacaktır?



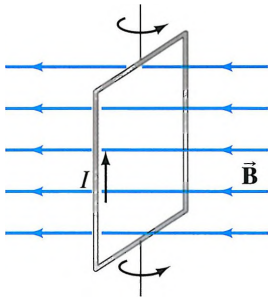
ŞEKİL 27–50
Siklotron
Problem 66.

67. Parçacık hızlandırıcılarında "hüzme kontrolü" için manyetik alanlar çok kullanışlıdır; manyetik alanlar, hızını değiştirmeden hüzmenin yönünü değiştirmekte kullanılabilir (Şek. 27-51). Bunun bir proton hüzmesi ile nasıl çalıştığını gösterin. Manyetik alanın dizayn edildiği hızda hareket etmeyen protonlara ne olur? Eğer alan 5.0 cm genişliğindeki bir bölgede etkiliyse ve 0.38 T büyüklüğüne sahip ise 0.85×10^7 m/s ile hareket eden bir proton hüzmesi yaklaşık olarak hangi açı ile bükülür?



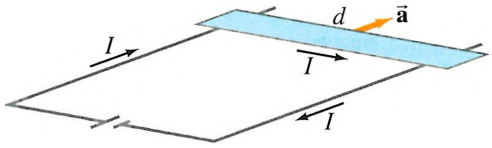
ŞEKİL 27–51
Problem 67.
Protonların yeşil oklar tarafından gösterilen hızlarla içlerinde hareket ettiği boşaltılmış tüpler

68. Bir kenarı 20.0 cm olan bir alüminyum kare tel çerçeve Şek.27–52'de gösterildiği gibi 15.0 A taşımakta olup düzgün 1.35 T'lık bir manyetik alanında dönecektir. (*a*) Gerilim ve kayma zoruyla kırılmaması için telin minimum çapı ne olmalıdır? Güvenlik faktörü olarak 10 alınız. (Bknz. Tablo 12-2) (*b*) Bu telin tek bir halkasının direnci nedir?



ŞEKİL 27–52
Problem 68.

69. Şek.27–53'te bir tür "fırlatıcı" gösterilmektedir. Sabit raylar, bir güç kaynağı ve neredeyse sürtünmesiz olarak raylara değen çok hafif bir demir çubuktan oluşan kapalı bir çerçeveden büyük bir akım geçmektedir. 1.8 T'lık manyetik alan, devrenin düzlemine diktir. Raylar arasındaki mesafe 24 cm ve demir çubuk 1.5 g ağırlığında ise, demir çubuğu 1.0 m mesafede durgun halden 25 m/s hıza hızlandırmak için gereken sabit akım nedir? Alan hangi yönde etki etmelidir?



ŞEKİL 27–53 Problem 69.

70. (*a*) Düşey doğrultuda yukarıyı gösteren 8400 V/m'lik düzgün bir elektrik alanının olduğu bir bölgede bir elektron hüzmesinin sapmadan 4.8×10^6 m/s hızla sağa doğru hareket etmesini sağlayacak manyetik alan değeri nedir? (*b*) Elektrik alanına dik olduğu bilinen manyetik alanın yönü nedir? (*c*) Eğer elektrik alan kapatılırsa elektronların dairesel yörüngedeki frekansı nedir?

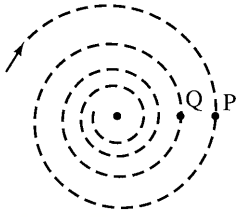
71. Bir katot ışını tüpünde, elektronlar 25 kV ile yatay olarak hızlandırıldıktan sonra 3.5 cm için onları yukarı doğru saptıran düzgün bir B manyetik alanından geçip 22 cm uzaklıktaki ekranın, merkezin 11 cm yukarısındaki tepesine erişmektedirler. B değerini hesaplayınız.

72. **Zeeman olayı.** Hidrojen atomunun Bohr modelinde, proton çekirdek elektrostatik çekimle elektronu r yarıçapı dairesel yörüngede tutar. Eğer atomlar zayıf bir $\vec{\mathbf{B}}$, manyetik alanı içine yerleştirilirse, $\vec{\mathbf{B}}$'ye dik bir düzlemde dönen elektronların dönme frekansı;

$$\Delta f = \pm \frac{eB}{4\pi m}$$

miktarıyla değişir, burada e ve m elektronun yük ve kütlesidir. (*a*) $\vec{\mathbf{B}}$'den dolayı oluşan kuvvetin, çekirdeğin elektrostatik çekiminden çok daha az olduğunu farz ederek bu sonucu türetiniz. (*b*) işareti neyi belirtmektedir?

73. Bir proton, bir gaz içinde, Şek.27-54'te gösterildiği gibi spiral bir yol takip etmektedir. 0.018 T'lık bir manyetik alan spiral düzlemine dik olarak etki etmektedir. İki ardışık döngüdeki P ve Q noktalarındaki yarıçaplar sırasıyla 10.0 mm ve 8.5 mm'dir. P'den Q'ya hareketi sırasında protonun kinetik enerjisindeki değişmeyi hesaplayınız.

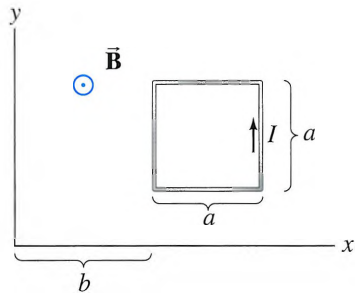


ŞEKİL 27–54 Problem 73.

74. 74. Düzlemi düzgün bir manyetik alana dik olan bir akım çerçevesi üzerindeki net kuvvet sıfırdır, çünkü çerçevenin zıt kenarlarındaki net kuvvetlerin katkıları birbirlerini yok eder. Ancak, çerçevenin bir kenarından diğerine alanın büyüklüğü değişirse, çerçeve üzerinde bir net kuvvet oluşturulabilir. Bir kenarı xy düzleminde $x = b$'de ve kenar uzunluğu a olan bir kare çerçeveyi göz önüne alın (Şek. 27-55). Büyüklüğü

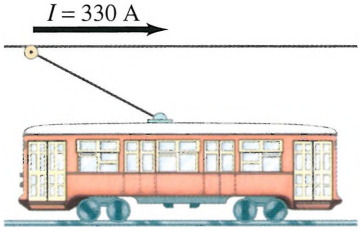
$$B = B_0\left(1 - \frac{x}{b}\right).$$

bağıntısına göre x ile değişen bir manyetik alan z ekseni boyunca yönelmiştir. Çerçevedeki akım, saatin tersi yönünde dönüyorsa (yani, çerçevenin manyetik dipol momenti z ekseni boyunca ise) çerçeve üzerindeki net kuvvet için bir ifade bulunuz.



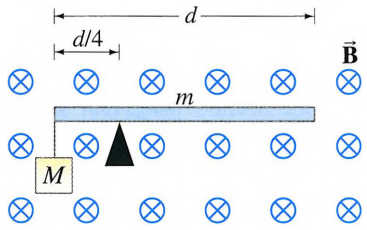
ŞEKİL 27–55
Problem 74.

75. Elektrikli bir vagon için güç kablosu (Şek.27–56), doğuya doğru 330 A'lik yatay bir akım taşımaktadır. Dünya'nın manyetik alanının bu konumdaki şiddeti 5.0×10^{-5} T ve eğim açısı 220'dir. Bu kablonun 5 m uzunluğu üzerine etkiyen manyetik kuvvetin yönünü ve büyüklüğünü hesaplayınız.



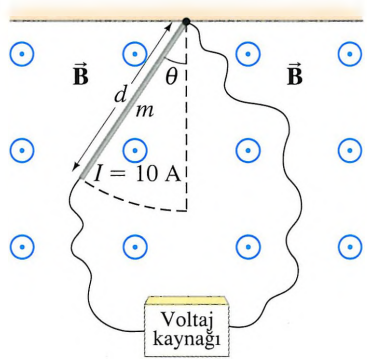
ŞEKİL 27–56
Problem 75.

76. Kütlesi m ve uzunluğu d olan düzgün bir iletken çubuk, çubuğun sol tarafından $d/4$ kadar uzaklığa yerleştirilen bir destek üzerine oturtulmuştur ve sayfa içine yönelen B büyüklüğündeki düzgün bir manyetik alan içindedir (Şek.27–57). Çubuğun kütlesinden 8 kat daha büyük olan M kütlesine sahip bir cisim, çubuğun sol ucundan asılmıştır. Destek üzerinde dengede (yatayda durgun) kalabilmesi için çubuktan ne kadar akım (yön ve büyüklük) geçmelidir? (Çubuk üzerine ihmal edilebilecek kadar kuvvet uygulayan esnek bağlantı telleri gösterilmemiştir.)



ŞEKİL 27–57
Problem 76.

77. Bir B manyetik alanının büyüklüğünü ölçen basit bir cihazda, bir iletken çubuk (uzunluğu $d = 1.0$ m, kütlesi $m = 150$ g) sürtünmesiz bir pimden asılmış olup dönme ekseni ölçeceği manyetik alanla aynı yöndedir. İnce esnek teller (çubuk üzerine ihmal edilebilir bir kuvvet uygularlar) çubuğun düşey ile θ açısı yapan bir konumda hareketsiz kalmasına neden olan $I = 12$ A'lik bir akım taşımaktadır (Şek. 27-58). (*a*) Şek.27-58'de akım aşağı mı yoksa yukarı (eksene doğru) doğru mu akar? (*b*) Eğer θ=13^0 ise B'yi belirleyiniz (*c*) Bu cihaz kullanılarak ölçülebilecek en büyük manyetik alanın büyüklüğü nedir?



ŞEKİL 27–58
Problem 77.

Alıştırmaların Cevapları

A: Alan çizgilerinin birbirine daha yakın olduğu kutupların yanında.

B: Saat yönünün tersine.

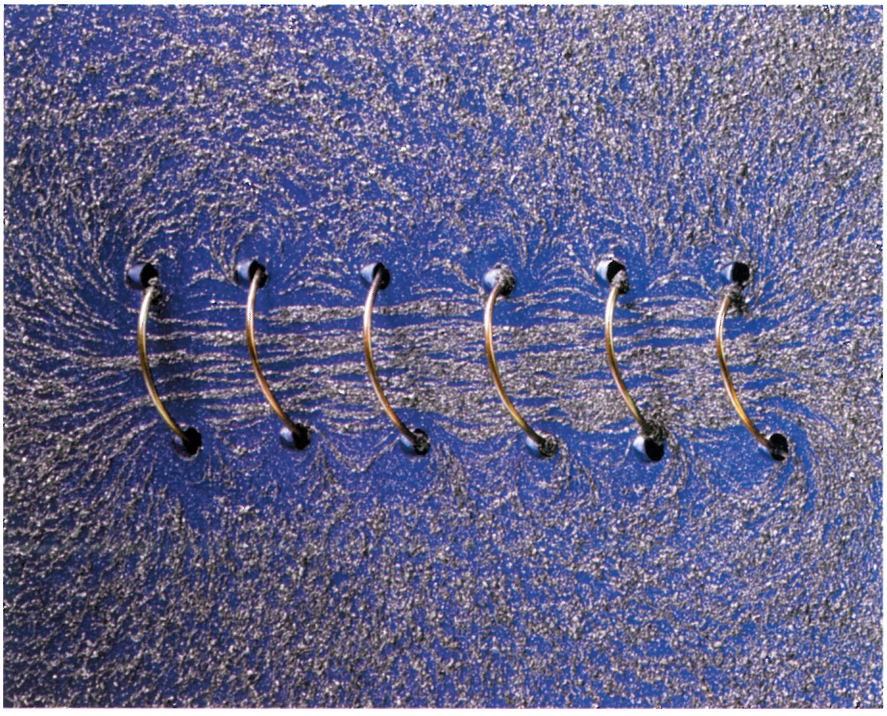
C: (*b*), (*c*), (*d*).

D: 0.15 N.

E: (*b*), (*c*), (*d*).

F: Negatif; sarmal yolun yönü tersine çevrilir (hala sağa gider).

G: (*d*).



Çok sayıda birbirine yakın sarımdan oluşan makara biçiminde sarılmış uzun bir tel solenoit olarak adlandırılır. Uzun bir solenoit elektrik akımı taşıdığında sarımların içinde yandaki fotoğrafta demir tozlarının hizalanmasından görüldüğü gibi hemen hemen düzgün bir manyetik alan elde edilir. Bir solenoit içindeki manyetik alanın büyüklüğü manyetizmadaki en önemli genel yasalarından birisi olan ve manyetik alanlarla elektrik akımını ilişkilendiren Ampère yasası kullanılarak bulunur. Bu Bölümde bu ilişkiyi ayrıntılarıyla inceleyeceğiz ve manyetik alan elde etmenin başka yollarını göreceğiz.

BÖLÜM 28

Manyetik Alan Kaynakları

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!
Aşağıdakilerden hangisi bir manyetik alan doğurur ?

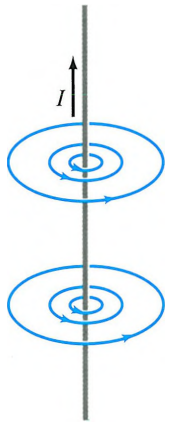
(a) Durgun haldeki bir elektrik yükü
(b) Hareketli bir elektrik yükü
(c) Elektrik akımı
(d) Hiçbir şeye bağlı olmayan bir pilin voltajı
(e) Bir demir parçası
(f) Herhangi bir metal parçası

Önceki Bölümde bir manyetik alanın hareketli yük ve elektrik akımları üzerindeki etkisini (kuvvetler ve torklar) tartıştık. Manyetik alanın sadece mıknatıslar tarafından değil, aynı zamanda elektrik akımları tarafından da oluşturulduğunu (Oersted'in büyük keşfi) görmüştük. Manyetizmanın bu yönünü, manyetik alanların oluşturulmasını bu bölümde tartışacağız. Şimdi bazı basit durumlar için manyetik alan değerlerinin nasıl elde edileceğini ve manyetik alan ile onun kaynağı olan elektrik akımı arasındaki bazı genel ilişkileri tartışacağız. Bunlardan en şıkı Ampère yasasıdır. Bazı pratik problemlerin çözümünde yardımcı olan Biot-Savart yasasını da açıklayacağız.

İÇERİK

28–1 Doğrusal Telin Manyetik Alanı
28–2 İki Paralel Akım Teli Arasındaki Kuvvet
28–3 Amper ve Coulomb'un Tanımları
28–4 Ampère Yasası
28–5 Solenoit ve Toroit İçindeki Manyetik Alan
28–6 Biot-Savart Yasası
28–7 Manyetik Malzemeler-Ferromanyetizma
*28–8 Elektromıknatıs ve Solenoit-Uygulamalar
*28–9 Manyetik Malzemeler İçindeki Manyetik Alanlar: Histerezis
*28–10 Paramanyetizma ve Diyamanyetizma

28–1 Doğrusal Telin Manyetik Alanı



ŞEKİL 28–1 Şek.27-8b ile aynı. Elektrik akımı (I) taşıyan uzun, doğrusal telin etrafındaki manyetik alan çizgileri

Kısım 27-2'de uzun bir teldeki elektrik akımından dolayı oluşan manyetik alan çizgilerinin teli merkez kabul eden daireler şeklinde olduğunu gördük (Şek. 28-1). Telden geçen akımın daha büyük olması durumunda verilen bir noktadaki manyetik alan şiddetinin daha büyük olacağını ve telden uzaklaştıkça alanın da azalacağını beklersiniz. Geçekten de böyledir. Dikkatli deneyler uzun doğrusal bir telin oluşturduğu manyetik alan B'nin tele yakın bir noktada telden geçen I akımı ile doğru orantılı, telden olan r uzaklığı ile ters orantılı olduğunu göstermiştir:

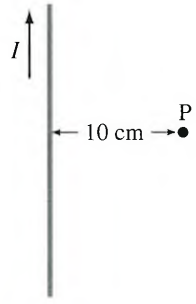
$$B \propto \frac{I}{r}.$$

Bu ilişki, tele dik olan r uzaklığı, telin uç noktasına olan uzaklıktan çok küçükse geçerlidir. (tel çok uzunsa). Orantı sabiti† $\mu_0/2\pi$ 'dir.

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}. \qquad \text{[uzun telin yakınında]} \qquad \textbf{(28–1)}$$

Boş uzayın geçiriciliği olarak adlandırılan μ_0 sabitinin değeri $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ T \cdot m/A$ ile verilir.

ŞEKİL 28–2 Örnek 28–1.



ÖRNEK 28–1 **Bir tel yakınındaki $\vec{B}$ manyetik alanının hesaplanması.** Bina duvarındaki bir elektrik teli düşey doğrultuda yukarı doğru 25 A'lik doğru akım taşımaktadır. Telden 10 cm uzaklıktaki P noktasında bu akımın sebep olduğu manyetik alan nedir (Şek. 28-2)?

YAKLAŞIM Telin uzunluğunun P noktasının telden uzaklığı olan 10 cm'den çok fazla olduğunu düşünerek Dnk.28-1'i kullanabiliriz.

ÇÖZÜM Dnk. 28-1'e göre

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(25\,\mathrm{A})}{(2\pi)(0.10\,\mathrm{m})} = 5.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{T},$$

veya 0.50 G. Sağ el kuralına göre (Şek.27-8c) telin bu noktadaki alanı batıya doğrudur (Şek.28-2'de sayfa düzleminin içine doğru).

NOT Telin manyetik alanı Dünya'nınkiyle eşit büyüklüktedir. Dolayısıyla pusulanın iğnesi kuzeyi değil kuzey batıyı gösterir.

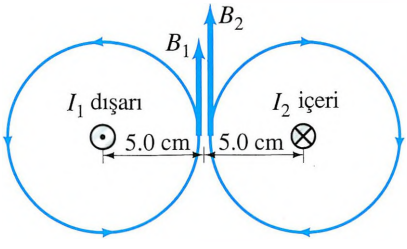
NOT Binalardaki elektrik kabloları genellikle iki telden oluşur. Taşıdıkları akımlar ters yönlü olduğundan oluşan manyetik alanlar büyük oranda birbirini yok eder. Ancak hassas elektrik cihazları etkilemeleri yine de mümkündür.

DİKKAT

Akım yakınındaki bir pusula kuzeyi göstermeyebilir

ALIŞTIRMA A Örnek 25-10'da bir şimşeğin 0.2 s gibi bir zaman aralığında 100 A'lik akım taşıdığını görmüştük. 10 m uzaktaki bir noktadaki manyetik alanı tahmin ediniz. Bu alan, sizce, pusula üzerinde kayda değer bir etki oluşturur mu?

ŞEKİL 28–3 Örnek 28–2. Bize doğru I_1 akımını taşıyan 1. tel ve sayfa düzleminin içine doğru I_2 akımını taşıyan 2. tel, manyetik alan çizgileri teller etrafında daireler olan manyetik alanlar oluştururlar.



ÖRNEK 28–2 **İki akım telinin ortasındaki manyetik alan.** Zıt akımlar taşıyan iki paralel düz telin arasındaki mesafe 10 cm'dir (Şek.28-3). $I_1 = 5.0$ A akımı sayfa düzleminden dışarı doğru, $I_2 = 7.0$ A akımı ise içeri doğrudur. İki telden eşit uzaklıktaki manyetik alanı yön ve büyüklük olarak belirleyiniz.

YAKLAŞIM Her telin oluşturduğu manyetik alan Dnk. 28-1'den hesaplanır. Bu alanların yönleri sağ el kuralından belirlenir. Toplam manyetik alan, bu alanların vektör toplamıdır.

ÇÖZÜM akımının manyetik alan çizgileri bu akımı taşıyan telin çevresinde çemberler oluşturur ve bu çemberlerin yönleri sağ el kuralına göre saat yönünün tersinedir (Şek.28–3). akımının alan çizgileri de onu taşıyan telin çevresinde çemberler oluşturur. Ancak bunlar saat yönündedirler. Orta noktada her ikisi de yukarı yönelmiştir. Dolayısıyla toplanmaları

†Orantı sabitinin bu kadar karmaşık seçilmesinin nedeni daha temel olan Ampère yasasının (Kısım 28-4) daha şık görünmesini sağlamaktır.

gerekir. Orta nokta her bir telden 0.050 m uzaklıktadır. Dnk. 28.1'den B_1 ve B_2'nin büyüklükleri şöyle bulunur.

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(5.0\,\mathrm{A})}{2\pi(0.050\,\mathrm{m})} = 2.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{T};$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(7.0\,\mathrm{A})}{2\pi(0.050\,\mathrm{m})} = 2.8 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}.$$

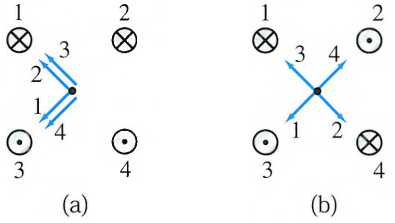
Toplam alan ise:

$$B = B_1 + B_2 = 4.8 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}.$$

ALIŞTIRMA B Şek.28-3'deki I_1 ve I_2 akımlarının ikisinin de sayfa düzleminden içeri olduğunu düşünün. Bu durumda orta noktadaki manyetik alan ne olur?

KAVRAMSAL ÖRNEK 28–3 **Dört telin manyetik alanı.** Şek.28-4 sayfa düzleminden içeri veya dışarı yönelmiş eşit büyüklükte akımlar taşıyan dört adet uzun düz teli göstermektedir. (*a*) ve (*b*) dizilimlerinden hangisinde karenin merkezindeki manyetik alan daha büyüktür?

YANIT (a)'da daha büyüktür. Oklar her bir telin manyetik alanının yönünü göstermektedir. Bunu sağ el kuralını kullanarak test ediniz. Net alan, dört alanın üst üste binmesiyle oluşur ve (a)'da sola doğru iken (b)'de sıfırdır.



ŞEKİL 28–4 Örnek 28–3.

28–2 İki Paralel Tel Arasındaki Kuvvet

Akım taşıyan bir telin manyetik alan (uzun doğrusal tel için büyüklük Dnk.28-1 ile verilir) oluşturduğunu görmüştük. Aynı zamanda akım taşıyan bir tel bir manyetik alana konulursa bir kuvvetin etkisinde kalır (Kısım 27-3, Dnk.27-1). Bu yüzden akım taşıyan iki telin birbiri üzerine bir kuvvet uygulamasını bekleriz. Şek.28-5a'da görüldüğü gibi d uzaklığıyla birbirinden ayrılmış iki uzun paralel teli düşünelim. Sırası ile I_1 ve I_2 akımlarını taşımaktadırlar. Her bir akım diğeri tarafından hissedilen bir manyetik alan oluşturur, dolayısıyla her biri diğeri üzerine bir kuvvet uygular. Örneğin Şek.28-5'teki I_1 tarafından oluşturulan ve Dnk..28-1 ile verilen ikinci telin olduğu bölgedeki manyetik alan B_1

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d}$$

'dir. Sadece I_1 tarafından oluşturulan alanın gösterildiği Şek.28-5b'ye bakınız. Dnk.27-2'ye göre I_2 akımı taşıyan ikinci telin ℓ_2 uzunluğundaki kısmına B_1 tarafından etki ettirilen F_2 kuvveti

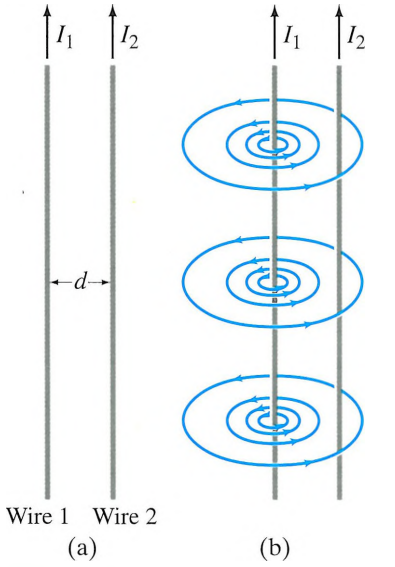
$$F_2 = I_2 B_1 \ell_2$$

şeklindedir. I_2 üzerindeki kuvvetin sadece I_1 akımının alanı tarafından uygulandığına dikkat edilmelidir. I_2 elbette bir manyetik alan oluşturur ancak bu kendi üzerinde bir kuvvet meydana getirmez. B_1'in değeri F_2 kuvveti ifadesinde yerine yazılırsa ikinci telin ℓ_2 boyuna etki eden kuvveti buluruz:

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}\ell_2. \qquad \text{[paralel teller]} \qquad \textbf{(28–2)}$$

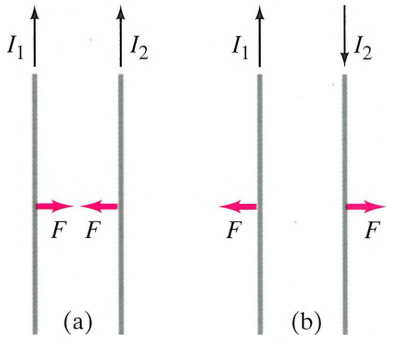
Eğer Şek.27-8c için sağ el kuralı-1'i uygularsak B_1'in alan çizgilerinin tıpkı Şek.28-5b'deki gibi olduğunu görürüz. Sonrasında sağ el kuralı-2'nin Şek.27-11c üzerinde uygulanmasıyla üzerindeki kuvvetin Şek.28-5b'deki gibi sola doğru olduğunu görürüz. Yani I_1, I_2 akımı üzerinde çekici bir kuvvet meydana getirir (Şek.28-6a). Akımlar aynı yönde oldukça bu doğrudur. Eğer I_2 ters yönde akıyorsa sağ el kuralına göre kuvvet te zıt yönde olmalıdır. Yani I_1, I_2'ye itici bir kuvvetle etki eder (Şek.28-6b).

Yukarıda bahsedilenlere benzer nedenlerden dolayı I_2 akımının manyetik alanı da I_1 üzerine eşit fakat zıt yönde bir kuvvet uygular. Newton'un üçüncü yasası gereği bunun doğru olmasını bekleriz. Böylece, Şek.28-6'dan, zıt yönlü paralel akımlar birbirini iterken, aynı yönlü paralel akımların birbirini çektiği sonucunu çıkarırız.



ŞEKİL 28–5 (a) I_1 ve I_2 akımlarını taşıyan iki iletken. (b) I_1 tarafından oluşturulan manyetik alanı $\vec{\mathbf{B}}_1$ (I_2 tarafından oluşturulan alan gösterilmemiştir) I_2'nin konumunda sayfa düzleminin içine doğrudur.

ŞEKİL 28–6 (a) Aynı yönlü paralel akımlar birbiri üzerinde çekici kuvvet oluşturur. (b) Antiparalel akımlar (zıt yönlü) birbiri üzerinde itici kuvvet oluşturur.



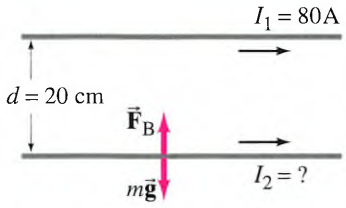
ÖRNEK 28–4 **Akım taşıyan iki tel arasındaki kuvvet.** Bir cihazın kordonundaki, 8.0 A'lik akım taşıyan 2 m uzunluğunda iki telin arasındaki uzaklık 3.0 mm'dir. Bir telin diğeri üzerine uyguladığı kuvveti hesaplayınız.

YAKLAŞIM Her tel diğerinin taşıdığı akımdan dolayı bir manyetik alandadır. Dnk.28-2'yi uygulayabiliriz.

ÇÖZÜM Dnk. 28–2'den;

$$F = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(8.0\,\mathrm{A})^2(2.0\,\mathrm{m})}{(2\pi)(3.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m})} = 8.5 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}.$$

Akımlar ters yönlüdür (birisi cihaza doğru, diğeri ondan zıt yöne). Dolayısıyla kuvvet iticidir ve telleri birbirinden ayırmaya çalışır.



ŞEKİL 28–7 Örnek 28–5.

ÖRNEK 28–5 **Teli akım ile asmak.** Yatay bir tel $I_1 = 80\,\mathrm{A}$'lik doğru akım taşımaktadır. Onun 20 cm altında ve paralel uzanan diğer bir telin yerçekiminden dolayı düşmemesi için taşıması gereken I_2 akımı ne olmalıdır? Aşağıdaki telin kütle yoğunluğu 0.12 g/m'dir.

YAKLAŞIM 2. tel aşağı yöndeki yerçekiminden ötürü düşmemesi için manyetik kuvvet yukarı yönde olmalıdır. O zaman iki teldeki akım aynı yönlüdür (Şek.28-6). Manyetik ve yerçekimi kuvvetlerinin büyüklüklerini eşitleyerek I_2 akımının değerini bulabiliriz.

ÇÖZÜM 2 teli üzerindeki yerçekimi kuvveti aşağı yönelmiştir. Her 1.0 m tel uzunluğuna etkiyen kütle çekim kuvvetinin değeri:

$$F = mg = (0.12 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg/m})(1.0\,\mathrm{m})(9.8\,\mathrm{m/s^2}) = 1.18 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$$

'dır. Manyetik kuvvet yukarı yöndedir ve Dnk. 28-2'den bulunur:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}\ell$$

Burada $d = 0.20\,\mathrm{m}$ ve $I_1 = 80\,\mathrm{A}$'dir. Kuvvetleri eşitleyip ($\ell = 1.0\,\mathrm{m}$ alarak) I_2 için çözelim:

$$I_2 = \frac{2\pi d}{\mu_0 I_1}\left(\frac{F}{\ell}\right) = \frac{2\pi(0.20\,\mathrm{m})}{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(80\,\mathrm{A})}\frac{(1.18 \times 10^{-3}\,\mathrm{N/m})}{(1.0\,\mathrm{m})} = 15\,\mathrm{A}.$$

28–3 Coulomb ve Amper'in Tanımı

Dnk.28.1'deki μ_0 sabitinin nasıl tam olarak $4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}$ olduğunu merak etmiş olabilirsiniz. Cevabı şu şekildedir: amper'in eski tanımıyla, deneysel olarak bu değere çok yakın bir değer ölçüldü. Bugün μ_0 tam olarak $4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}$ olarak tanımlanır. Eğer amper kavramı bağımsız olarak tanımlansaydı bu mümkün olmazdı. Akım birimi olan amper artık μ_0'ın tanımlanan değerinin kullanılması ile ürettiği manyetik alan B cinsinden tanımlanmaktadır.

Özel olarak, akım taşıyan iki paralel tel arasındaki, Dnk.28-2 ile verilen kuvvet kavramını kullanmak suretiyle amperi kesin olarak tanımlarız. Eğer tam olarak $I_1 = I_2 = 1\,\mathrm{A}$ ve iki tel arasındaki mesafe 1 m ise, o zaman:

$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})}{(2\pi)}\frac{(1\,\mathrm{A})(1\,\mathrm{A})}{(1\,\mathrm{m})} = 2 \times 10^{-7}\,\mathrm{N/m}.$$

Dolayısıyla, 1 **amper,** *her birinin birim uzunluğu başına 2×10^{-7} N kuvvet düşen, birbirinden 1 m uzaklıktaki iki paralel uzun telin her birinden geçen akım olarak tanımlanır.*

Bu amper'in kesin tanımıdır. **Coulomb,** tam olarak bir amper-saniye olarak tanımlanır. Coulomb yasasında (Kısım 21–5) ϵ_0 ya da k'nın değeri deneysel olarak elde edilir.

Bu, nicelikleri tanımlamada dolambaçlı bir yol olarak görülebilir. Bunun arkasındaki sebep, nicelikleri **işlemsel tanımlama** isteğidir. Yani verilen belirli bir işlem kümesini tatbik etmek suretiyle gerçekten ölçülebilen niceliklerin tanımlanmasını kastediyoruz. Örneğin yükün birimi coulomb, Dnk.21-1 ve 21-2'de k ve ϵ_0 değerinin tanımlanmasından sonra iki eşit yük arasındaki kuvvet cinsinden tanımlanabilirdi. Fakat gerçek bir deneyle iki yük arasındaki kuvveti ölçmeyi başarmak çok zordur. Ölçmek istenen tek bir şey için, istenilen herhangi bir miktarda yükü kesin olarak elde etmek kolay değildir ve yük nesnelerden havaya kaçma eğilimindedir. Diğer yandan, bir teldeki akımın miktarı doğru ve sürekli olarak değiştirilebilir (devreye bir değişken direnç bağlamak suretiyle). Böylece iki akım taşıyan iletkenin arasındaki kuvvet kesinlikle çok daha kolay ölçülür. Önce amperi tanımlamamızın sebebi budur, daha sonra coulomb'u amper cinsinden tanımlayabiliriz. Maryland'deki Ulusal Standartlar ve Teknoloji Enstitü'sünde akımın doğru ölçümü, uzun, düz tellerden ziyade dairesel tellerden oluşan bobinler kullanılarak yapılır, çünkü bu daha kolay ve hassastır.

Elektrik ve manyetik alan şiddetleri de işlevsel olarak tanımlanır, elektrik alan bir yük üzerindeki ölçülebilir kuvvet cinsinden (Dnk. 21–3), ve manyetik alan akım taşıyan bir teldeki birim uzunluk başına kuvvet cinsinden (Dnk. 27–1).

28–4 Ampère Yasası

Kısım 28–1'deki Dnk. 28-1'in uzun düz bir teldeki akım ile ürettiği manyetik alan arasındaki ilişkiyi verdiğini görmüştük. Bu eşitlik sadece uzun düz bir tel için geçerlidir. Herhangi bir şekle sahip bir teldeki akım ile onun çevresindeki manyetik alan arasında genel bir ilişki var mıdır? Bunun cevabı evettir. Fransız bilim adamı Andrè Marie Ampère(1775-1836), Oersted' in keşfinden kısa bir süre sonra böyle bir ilişkiyi ileri sürdü. Şek.28-8'de gösterildiği gibi bir akımın çevresinde gelişigüzel seçilen kapalı bir yolu düşünün ve bu yolu her biri $\Delta\ell$ uzunluğunda olan kısa parçalardan oluşmuş olarak hayal edin. İlk olarak, her bir parçanın uzunluğu ile manyetik alanın bu parçaya paralel bileşeninin (buna $B_{||}$diyelim) çarpımını alalım. Ampère'e göre, eğer biz bu terimleri toplarsak, sonuç, kapalı yolla çevrilmiş yüzeyin içinden geçen net akım $I_{iç}$ ile μ_0'ın çarpımına eşit olacaktır.

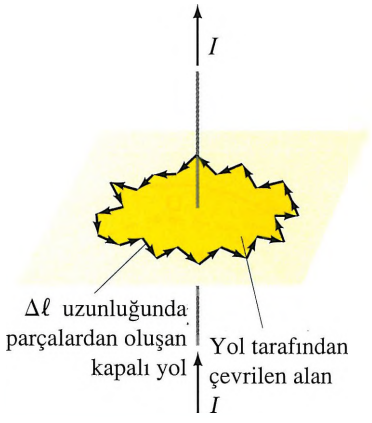
$$\sum B_{||}\,\Delta\ell \;=\; \mu_0 I_{iç}$$

$\Delta\ell$ uzunlukları, $B_{||}$ bu uzunluklar boyunca sabit olacak şekilde seçilmiştir. Toplama, kapalı bir yol için yapılmalıdır ve kapalı yol boyunca sınırlanan yüzeyin içinden geçen net akım $I_{iç}$ 'tir. (Şek.28-8'de turuncu ile gösterilen). $\Delta\ell \to 0$, limitinde bu bağıntı:

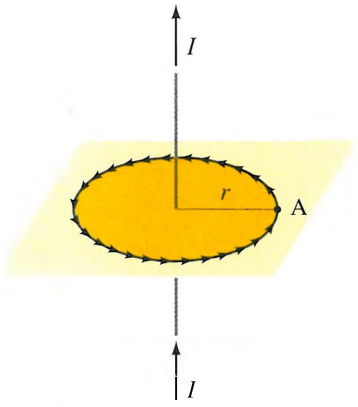
$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} \;=\; \mu_0 I_{iç} \qquad \textbf{(28–3)}$$

Burada $d\vec{\ell}$ sonsuz küçük uzunluk vektörü olup, skaler çarpım $\vec{\mathbf{B}}$'nin buna paralel bileşeninin alınmasını garanti eder. Dnk.28-3 **Ampère yasası** olarak bilinir. Dnk.28-3'teki integral kapalı bir yol üzerinden alınır ve $I_{iç}$, seçilen kapalı yolun çevrelediği alandan geçen akımdır.

ŞEKİL 28–8 Ampère yasası için akımı çevreleyen rasgele seçilmiş yol. Yol $\Delta\ell$ boyunda eşit parçalara bölünmüştür.



AMPÈRE YASASI



ŞEKİL 28–9 r yarıçaplı dairesel yol

Ampère yasasını daha iyi anlamak için, bunu daha önce incelediğimiz basit bir durum olan ve Ampère'nin kendisi için de ilham kaynağı olan bir duruma, I akımını taşıyan uzun düz bir tele uygulayalım. Varsayalım ki, telden r uzaklıktaki bir A noktasında $\vec{\mathbf{B}}$'nin büyüklüğünü bulmak istiyoruz, Şek.28-9). Manyetik alan çizgilerinin, merkezi telin kendisi olan çemberler oluşturduğunu biliyoruz. O halde Dnk.28-3'ü uygulamak üzere r yarıçaplı bir daire integral halkası olarak seçilebilir. Seçim bize aittir. Bu yüzden en uygun olanı seçmeliyiz: dairesel yol üstündeki herhangi bir noktada $\vec{\mathbf{B}}$ yola teğettir. Üstelik yoldaki tüm noktalar için telden uzaklık aynıdır ve simetri nedeniyle B'nin büyüklüğünün her noktada aynı olmasını bekleriz. Böylece çemberin herhangi bir kısa parçası için (Şek.28-9) $\vec{\mathbf{B}}$ bu parçalara paralel olur ve $I_{iç} = I$ alarak

$$\mu_0 I = \oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell}$$

$$= \oint B\, d\ell = B \oint d\ell = B(2\pi r),$$

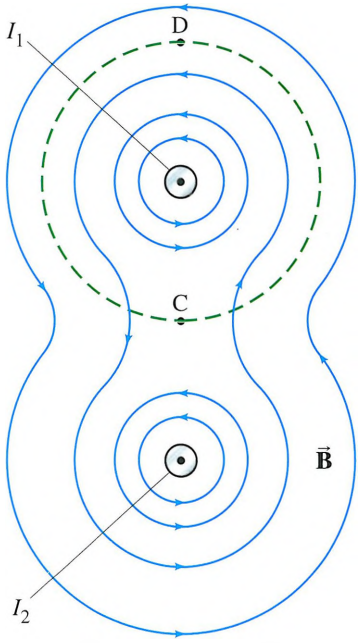
olduğunu görürüz. Burada $\oint d\ell = 2\pi r$, çemberin çevresidir. B için çözersek

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

elde ederiz. Bu, daha önce tartışıldığı gibi uzun düz telin yakınındaki alanı veren Dnk.28-1 ile aynıdır.

Dolayısıyla, Ampère yasası bu basit durum için çalışmaktadır. Pek çok deney, Ampère yasasının genelde de geçerli olduğunu gösterir. Bununla birlikte, pratikteki değeri, basit ve simetrik hallerle sınırlıdır. Yasanın önemi, manyetik alanı, akımla doğrudan ve matematiksel olarak şık bir biçimde ilişkilendirmesidir. Ampère yasası bu yüzden elektrik ve manyetizma için temel yasalardan biri olarak kabul edilir. Akımın ve manyetik alanın düzenli olduğu, zamanla değişmediği ve etrafta manyetik bir maddenin olmadığı her durum için geçerlidir.

ŞEKİL 28–10 Sayfa düzleminden dışarıya, gözlemciye doğru I_1 ve I_2 akımlarını taşıyan iki uzun paralel tel etrafındaki manyetik alan çizgileri.



Şimdi Dnk. 28-1'de sabitin neden $\mu_0/2\pi$ şeklinde yazıldığını görebiliriz. Bu sayede Dnk. 28-1'de $2\pi k$'nın yerine (eğer Dnk. 28-1'de k kullanmış olsaydık) sadece μ_0 görülür. Bu yolla, daha temel olan Ampère yasası basit bir şekle sahip olur.

Ampère yasasındaki $\vec{\mathbf{B}}$ sadece $I_{iç}$ 'ten kaynaklanmaz. Ampère yasası, elektrik alan için Gauss yasasına benzer olarak, genelde geçerlidir. $\vec{\mathbf{B}}$ tüm akım kaynaklarına – ki buna çevrim içinde kalan I akımı ve diğer bütün kaynaklar dahildir – bağlı olarak belirlenen çevrim boyunca uzaydaki her noktada mevcut alandır. Örneğin, paralel akım taşıyan iki teli çevreleyen alan, her birinin ürettiği alanın vektörel toplamıdır ve alan çizgileri Şek.28-10'da gösterilmiştir. Eğer integral için seçilen yol (Dnk.28-3) merkezi tellerden biri olan ve yarıçapı teller arasındaki uzaklıktan küçük bir daire olarak seçilirse. (Şek.28-10'da kesikli çizgi ile gösterilen) Dnk.28-3'ün sağ yanında sadece I_1 akımı kullanılacak demektir. Eşitliğin sol tarafındaki $\vec{\mathbf{B}}$ her noktada iki telin sebep olduğu toplam manyetik alan olmalıdır. Şek.28-10'da gösterilen yol için dikkat çeken başka bir husus daha vardır: $\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell}$ integrali olsun ya da olmasın aynıdır (iki halde de Ampère yasası $\mu_0 I_1$ olduğunu söyler). Peki bu nasıl mümkün olabilir? Sebebi şudur: İki telin manyetik alanları şekildeki C noktası gibi teller arasındaki bazı noktalarda birbirlerini kısmen yok ederler ($I_1 = I_2$ olduğu durumda tellerin orta noktasında $\vec{\mathbf{B}} = 0$'dır). D gibi diğer bazı noktalarda ise alanlar üst üste binerek daha büyüklerini üretirler. İkinci tel olsun olmasın toplamda bu etkiler birbirini dengeler ve $\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_1$ olur. $\vec{\mathbf{B}}$ iki durumun her biri için her noktada aynı olmasa bile $\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell}$ integrali her durumda aynı olacaktır.

ÖRNEK 28–6 **Bir telin içinde ve dışındaki manyetik alan.** Yarıçapı R olan uzun düz silindirik bir iletken tel, düzgün akım yoğunluğuna sahip bir I akımı taşımaktadır. Bu akımın sebep olduğu manyetik alanı, (*a*) iletkenin dışındaki noktalarda ($r > R$), (*b*) iletkenin içindeki noktalarda ($r < R$) hesaplayınız. (Bknz Şek.28-11). x ekseninden uzaklık olan r'nin telin boyuna nazaran küçük olduğunu kabul ediniz. (*c*) Şayet $R = 2.0$ mm, $I = 60$ A ise, $r = 1.0$ mm, $r = 2.0$ mm ve $r = 3.0$ mm için B ne olur?

YAKLAŞIM Simetriyi kullanabiliriz. Tel uzun, düz ve silindirik olduğundan manyetik alan iletkenin merkezinden eşit uzaklıktaki tüm noktalarda aynı olmak zorundadır. Böyle her hangi bir noktayı telden eşit uzaklıktaki diğerlerine tercih etmek için hiçbir sebep yoktur. (Onlar fiziksel olarak eşdeğerdir). Bu yüzden $\vec{\mathbf{B}}$'nin telin etrafındaki çemberlere teğet olmasını bekleriz. (Şek.28-1). Bu yüzden Şek.28-9'daki gibi dairesel bir halka seçeriz.

ÇÖZÜM (*a*) Ampère yasasını merkezi tel ekseni olan bir daire ($r > R$) için uygular ve $I_{iç} = I$ alırsak;

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = B(2\pi r) = \mu_0 I_{iç}$$

veya

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \qquad [r > R]$$

Bu ince bir telin sonucuyla aynıdır.

(*b*) Telin içinde ($r < R$) tekrar silindir ile ortak merkezli dairesel bir yol çizeriz. Simetriden dolayı $\vec{\mathbf{B}}$'nin bu yola teğet olmasını ve çember üzerindeki tüm noktalarda aynı büyüklüğe sahip olmasını bekleriz. Bu durumda içerdeki akım, yüzey alanlarının oranına eşit bir faktörle I'dan küçüktür.

$$I_{iç} = I\frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

ve Ampère yasası

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{iç}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I\left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2}\right)$$

ifadesini verir ve

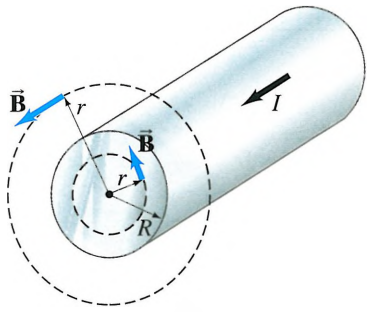
$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}. \qquad [r < R]$$

Alan, iletkenin merkezinde sıfırdır ve $r = R$ olana kadar r ile doğrusal olarak artar. R'nin ötesinde B, $1/r$ ile azalır. Bu, Şek.28-11b'de gösterilmiştir. Bu sonuçların, sadece iletkenin merkezine olan uzaklıkları iletkenin uzunluğu ile kıyaslandığında küçük olan noktalar için geçerli olduğuna dikkat edilmelidir. Bir akımın akması için tellerin, mesela bir pille bağlantısının sağlanması gerekir. Bu iletken tellerin yaratacağı alan, yeteri kadar uzak değillerse simetriyi bozar.

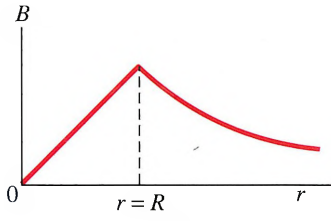
(*c*) $r = 2.0$ mm'de, yani $r = R$ olan telin yüzeyinde,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(60\,\mathrm{A})}{(2\pi)(2.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m})} = 6.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{T}.$$

(*b*) şıkkında gördük ki telin içinde B, r ile doğrusal olarak değişir. Bu yüzden $r = 1.0$ mm'de B, $r = 2.0$ mm'deki değerinin yarısı, yani 3×10^{-3} T olacaktır. Telin dışında, B, $1/r$ ile değişir. Bu yüzden $r = 3.0$ mm'de $r = 2.00$ mm'dekinin 2/3'ü kadar büyüklükte yani $B = 4 \times 10^{-3}$T olacaktır. Kontrol edersek, (*a*)'da kullandığımız sonuç, $B = \mu_0 I/2\pi r$, aynı sonucu verir.



(a)



(b)

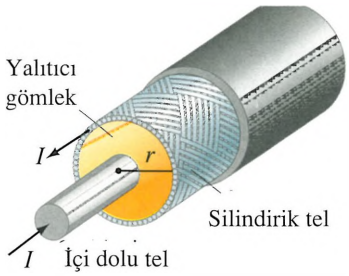
ŞEKİL 28–11 Silindirik bir iletkenin içinde ve dışındaki manyetik alan (Örnek 28-6)

DİKKAT

Telleri bağlamak varsayılan simetriyi ortadan kaldırabilir.

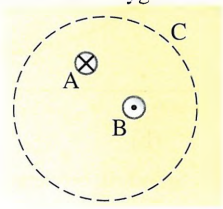
FİZİK UYGULAMASI

Eşeksenli kablo (perdeleme)

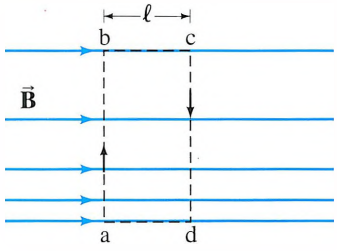


ŞEKİL 28–12 Eşeksenli kablo Örnek 28-7.

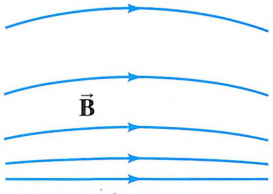
ŞEKİL 28–13 Uygulama C.



ŞEKİL 28–14 Örnek 28–8.



(a) mümkün değil



(b) mümkün

KAVRAMSAL ÖRNEK 28–7 **Eşeksenli Kablo.** Bir *eşeksenli kablo,* Şek.28-12'de görüldüğü gibi silindirik bir metal örgüyle çevrili bir teldir. İki iletken bir yalıtkanla ayrılır. Merkezi tel, akımı kablonun diğer ucuna taşırken, dış örgü, dönen akımı taşır ve genellikle toprak görevi görür. Manyetik alanı (*a*) iletkenler arasındaki boşlukta (*b*) kablonun dışında betimleyiniz.

YANIT (*a*) Tıpkı Şek.28-9 ve 28-11'de gösterilen durum için yaptığımız gibi, iletkenler arası boşlukta, merkezi telin çevresindeki bir dairesel yol için, Ampère yasasını uygulayabiliriz. Manyetik alan çizgileri silindirik teli merkez kabul eden eşmerkezli çemberler şeklindedir ve alan büyüklüğü Dnk.28-1 ile verilir. Dıştaki iletkenin bu sonuca etkisi yoktur (Ampère yasasında, sadece çevrimin *içinde* kalan akım kullanılır; dışardaki akım alanın simetrisine etki etmediği sürece yol boyunca alana katkıda bulunmaz.). (*b*) Kablonun dışında, alan aynı silindirik simetriye sahip olduğu için benzer bir dairesel yol çizilebilir. Fakat şimdi, çevrimimizde iki akım vardır ve toplam sıfır olur. Kablonun dışındaki alan sıfırdır.

Eşeksenli kablonun iyi özelliği, kendi kendini perdelemesidir. Kablonun dışında rasgele manyetik alanlar oluşmaz. Dıştaki silindirsel iletken aynı zamanda kabloyu dış elektrik alanlardan perdeler. (Bknz. Örnek 21-14). Bu, onları hassas malzemelerin yakınında sinyal taşımak için ideal yapar. Elektronik müzik meraklıları, müzik seti bileşenleri ve hoparlörlerde eşeksenli kablolar kullanırlar. .

ALIŞTIRMA C Şek.28-13'te A ve B telleri, bibirine zıt yönde 3 A'lik akım taşıyan kablolardır. C çemberi üzerinde, hangi durumlar doğrudur? (*a*) $B = 0$; (*b*) $\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = 0$; (*c*) $B = 3\mu_0$; (*d*) $B = -3\mu_0$; (*e*) $\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = 6\mu_0$.

ÖRNEK 28–8 **Ampère yasası için güzel bir kullanım.** Ampère yasasını kullanarak uzayın akım bulunmayan bir bölgesinde manyetik alanın Şek.28-14a'da görüldüğü gibi hem tek yönlü hem de tek değerli olamayacağını gösteriniz.

YAKLAŞIM Şek.28-14a'nın üst kısmındaki çizgilerin geniş aralığı, $\vec{\mathbf{B}}$ alanının yukarıda aşağıya göre daha küçük olduğunu gösteriyor. Şek.28-14 a'da kesikli çizgiyle gösterilen abcd dikdörtgensel yoluna Ampère yasasını uygularız.

ÇÖZÜM Çevrim hiç bir akım içermediğinden Ampère yasası

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

verir. $\vec{\mathbf{B}} \perp d\vec{\ell}$. olduğu için ab ve cd parçaları boyunca integral sıfırdır. Böylece,

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = B_{bc}\ell - B_{da}\ell = (B_{bc} - B_{da})\ell,$$

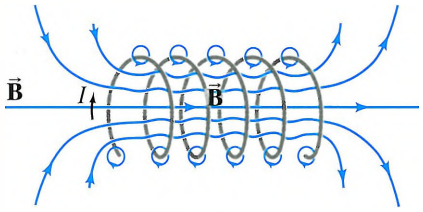
bc yolu boyunca B_{bc} alanı, da yolu boyunca B_{da} alanından küçük olduğundan bu integral sıfır değildir. Dolayısıyla bir çelişkiye vardır: $\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell}$ hem sıfır ($I = 0$ olduğu için) hem de sıfırdan farklı olamaz. Böylece, düzgün (tek değerli) olmayan tek yönlü bir alanın Ampère yasası ile tutarlı olmadığını gösterdik. Şek.28-14b'deki gibi, yönü değişen, düzenli olmayan bir alan, Ampère yasası ile tutarlıdır (bunun böyle olduğuna kendinizi ikna edin) ve mümkündür. Sürekli bir mıknatısın çevresindeki alan (Şek.27-7) bu şekildedir.

PROBLEM ÇÖZME

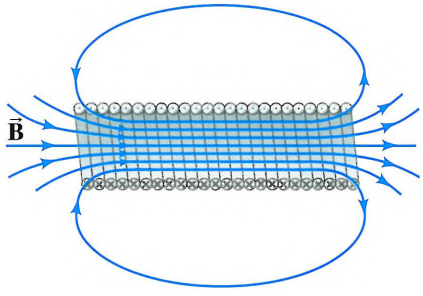
Ampère Yasası

1. Ampère yasası, Gauss yasası gibi, her zaman geçerli bir ifadedir. Fakat bir hesaplama aracı olarak yüksek dereceden simetriye sahip sistemlerle sınırlıdır. Tekniği uygulamada ilk adım, kullanışlı simetriyi belirlemektir.
2. Simetriyi yansıtan bir integral yolu seçin. (Bknz.örnekler) yolun tamamı veya parçaları boyunca B'nin büyüklüğünün sabit olduğu yerleri arayın. İntegral yolumuzun manyetik alanı bulmak istediğiniz yerden geçtiğine emin olun.
3. $\vec{\mathbf{B}}$'nin yönünü tayin etmede simetriyi kullanın. Yolun güzel bir şekilde seçilmesi ile $\vec{\mathbf{B}}$ ya yola dik ya da paralel olacaktır.
4. Çevrilen $I_{iç}$ akımını belirleyin. İşaretlere dikkat edin. Öyle ki, sağ el başparmağınız pozitif akım yönünü gösterirken, diğer parmaklarınız $\vec{\mathbf{B}}$'nin yönü boyunca kıvrılsın. Eğer katı bir iletkene sahipseniz ve çevriminiz tüm akımı içine almıyorsa akım yoğunluğu (alan başına akım) kavramından faydalanın (Örnek 28-6'daki gibi).

28–5 Solenoit ve Toroidin Manyetik Alanı



(a)



(b)

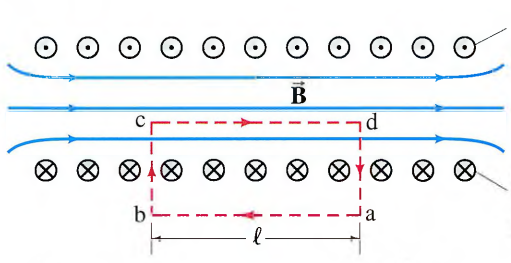
ŞEKİL 28–15 Solenoidin manyetik alanı: (a) aralıklı sarılmış sarımlar, (b) sıkı sarılmış sarımlar.

Solenoit bir telin birçok sarım oluşturacak şekilde sarılmasından oluşur. Her sarım Şek.27-9'da gösterildiği gibi bir manyetik alan yaratır. Şek.28-15a'da sarımlar aralıklı olduğunda oluşan alan görülmektedir. Her telin yakınındaki bölgelerde (yani telden uzaklığın sarım yarıçapından çok küçük olduğu bölgelerde) manyetik alan çizgileri düz bir telinkine benzer şekilde daireler çizer. Herhangi iki tel arasında ise manyetik alanlar birbirini yok edecek şekildedir. Solenoidin merkezinde ise alan çizgileri aynı yönde birbirine eklenerek oldukça büyük ve düzgün bir alan oluşturur. Sıkı bir şekilde sarılmış uzun bir solenoidin içindeki manyetik alan, Şek.28-15b'deki gibi solenoit merkezindeki eksene paralel şekilde uzanır. Uçlardaki noktalar istisna olmak üzere, solenoidin dışındaki noktalarda alan, içtekinden çok küçüktür. Dikkat ediniz, iç bölgeye sıkışmış alan çizgilerinin sayısı ile sonsuz uzay bölgesine dağılan çizgi sayısı aynıdır.

Şimdi sarımları sıkı olan çok uzun (ideal yaklaşımla sonsuz uzun) bir solenoidin içindeki manyetik alanı Ampère yasasıyla bulalım. Bunun için her iki uçtan da uzak olan ve ab, bc, cd, da parçalarından oluşan abcd dikdörtgen yolunu seçelim (Şek.28-16). O zaman Dnk. 28-3'deki Ampère yasasının sol tarafı,

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \int_a^b \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} + \int_b^c \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} + \int_c^d \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} + \int_d^a \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell}.$$

olacaktır. Solenoid dışındaki alan içtekine kıyasla ihmal edilebilecek ölçüde küçüktür. Bu ilk terimin sıfır olması demektir. Ayrıca $\vec{\mathbf{B}}$ alanı solenoidin içindeki bc ve da parçalarına dik ve sarımların dışında ve arasında neredeyse sıfır olduğundan bu iki terim de ihmal edilir.



ŞEKİL 28–16 Bir solenoidin dik kesitinin görünümü. İçerdeki manyetik alan uçların dışında düzdür. Kırmızı kesikli çizgiler Ampère yasası için seçilen yolu gösteriyor. ⊙ ve ⊗ sayfadan dışarıya doğru ve sayfanın içine doğru elektrik akım yönleridir (tel sarımlardaki).

Böylece integral cd parçasına indirgenir. Burada $\vec{\mathbf{B}}$ neredeyse düzgündür ve $d\vec{\ell}$ 'ye paraleldir. l, cd parçasının uzunluğu olmak üzere Ampère yasası şunu verir:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \int_c^d \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = B\ell,$$

Şimdi Dnk. 28-3'deki Ampère yasasının sağ tarafını belirlemek için seçtiğimiz yol tarafından kapsanan akımı bulalım. Eğer solenoidi oluşturan tellerden I akımı geçiyorsa, N seçilen yolun içinde kalan çevrim sayısı olmak üzere (Şek.28-16'da 5 adet), abcd yolunun çevrelediği bölgede toplam $N\ell$ akımı dolanıyor demektir. Böylece Ampère yasasından şu sonucu elde ederiz:

$$B\ell = \mu_0 NI.$$

$n = N/\ell$ birim uzunluk başına sarım sayısı olarak tanımlanırsa:

$$B = \mu_0 nI. \qquad \text{[solenoit]} \quad \textbf{(28–4)}$$

Bu bir solenoit içindeki manyetik alanın büyüklüğüdür. B sadece birim uzunluk başına sarım sayısı n'ye ve I akımına bağlı ve solenoit içindeki konumdan bağımsızdır. Bu yüzden düzgündür. Bu sonuç sonsuz uzun bir solenoit için tam doğruluk taşır. Ancak gerçek solenoitler için de, uçlara yakın olmayan noktalar hariç, iyi bir yaklaşımdır.

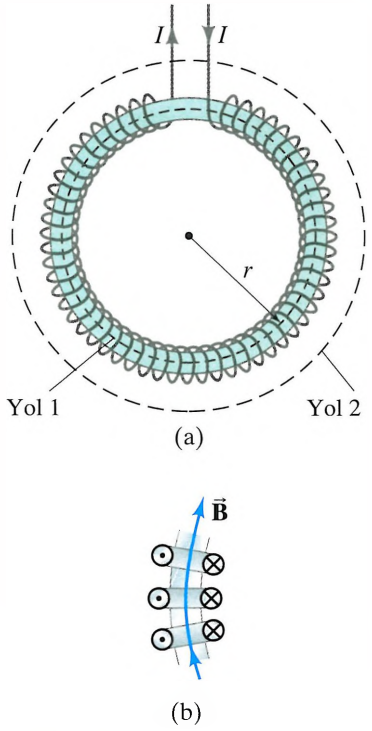
ÖRNEK 28–9 **Bir solenoit içindeki alan.** Hızlı elektromekanik anahtarlamada kullanılan 400 tel sarımdan oluşan ince ve 10 cm uzunluklu bir solenoidden 2.0 A akım geçmektedir. Solenoidin merkezine yakın noktalardaki manyetik alanı bulunuz.

YAKLAŞIM Uzunluk başına sarım sayısı $n = 400/0.10\,\text{m} = 4.0 \times 10^3\,\text{m}^{-1}$ olduğuna göre Dnk.28-3'ten faydalanabiliriz.

ÇÖZÜM $B = \mu_0 nI = (4\pi \times 10^{-7}\,\text{T}\cdot\text{m/A})(4.0 \times 10^3\,\text{m}^{-1})(2.0\,\text{A}) = 1.0 \times 10^{-2}\,\text{T}.$

Şek.28-15'e dikkatle baktığımızda bir solenoidin dışındaki manyetik alanın çubuk mıknatısınkine (Şek.27-4) çok benzediğini görürüz. Esasen solenoitler de çubuk mıknatıslar gibidir: Çevrimlerde dolanan akımın yönüne göre bir ucu kuzey diğer ucu da güney kutuptur. Manyetik alan çizgileri bir mıknatısı kuzey kutbundan terk ettiğine göre Şek.28-15'deki solenoitlerin kuzey kutupları sağ uçlarıdır.

Solenoitler birçok uygulama alanına sahiptir. Bunlardan bazılarını bu bölümde Kısım 28-8'de tartışacağız.



ŞEKİL 28–17 (a) Bir toroid. (b) Üç sarım için akım yönünü gösteren toroid kesiti: ⊙ size doğru akım yönü, ⊗ sizden uzağa doğru akım yönü.

ÖRNEK 28–10 Toroit. Ampère yasasını kullanarak bir toroitin (*a*) içindeki, (*b*) dışındaki manyetik alanı belirleyiniz. Toroit bir solenoidin Şek.28-17a'daki gibi çember şeklinde bükülmesiyle elde edilir.

YAKLAŞIM Toroit içindeki alan çizgileri toroitle eşmerkezli olan dairelerdir (Eğer toroiti çember şeklinde bükülmüş bir solenoit olarak düşünürsek alan çizgilerinin de beraberinde büküldüğünü görebiliriz). $\vec{\mathbf{B}}$ saat yönündedir. İçteki alanı bulmak için toroit içinde r yarıçaplı bir çember olan, kesikli çizilmiş "yol 1"i integral yolu olarak seçelim (Şek.28-17a). Bu seçim sayesinde şeklin simetrisinden faydalanabiliriz. Böylece B seçtiğimiz yola teğet ve yol boyunca her noktada aynı büyüklükte olacaktır. Seçtiğimiz yol tüm sarımları kapsadığından, eğer her biri I akımı taşıyan N tane sarım varsa toplam akım $I_{iç} = NI$ olacaktır.

ÇÖZÜM (*a*) O zaman,

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{iç}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 NI,$$

olacaktır. Böylece manyetik alan

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}.$$

olur. Toroit içindeki manyetik alan düzgün değildir: İç kenar boyunca (r'nin en küçük olduğu yerler) en büyük, dış kenar boyunca ise en küçük değerini alır. Bununla birlikte eğer toroit yeteri kadar büyük ve inceyse (o zaman dış ve iç yarıçapların farkı ortalama yarıçapla kıyaslandığında küçük olur) içindeki alan düzgün olacaktır. Bu durumda B'yi veren formül, $B = \mu_0 nI$ birim uzunluk başına sarım sayısı olmak üzere, doğrusal solenoit için yazılan $n = N/(2\pi r)$ denklemine indirgenir. (b) Üzerinde integral aldığımız yolumuz bu kez toroit dışında "yol 2" olarak gösterilen yoldur (Şek.28-17a). Şekle göre, yolun içinde bir yönde I akımı taşıyan N tane sarım varsa, ters yönde de aynı I akımını taşıyan N tane sarım vardır. (Şek.28-17b'de çevrimin iç ve dış kısımlarında akımların yönleri görülmektedir.) Yani 2. yolun kapsadığı net akım sıfırdır. Sıkı sarımlı bir toroitte 2 yolu üstündeki tüm noktalar toroite eşit mesafede ve eşdeğerdirler. Bu yüzden 2 yolu boyunca tüm B değerlerinin aynı olmasını bekleriz. Dolayısıyla Ampère yasası,

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{iç}$$

$$B(2\pi r) = 0$$

$$B = 0$$

verir. Aynı sonuç toroitinkinden küçük bir yarıçapa sahip bir çevrim için de geçerlidir. O zaman sıkı sarılmış bir toroitin dışındaki manyetik alanın sıfır olduğunu söyleyebiliriz. Manyetik alanın tamamı sarımların içindedir.

28–6 Biot-Savart Yasası

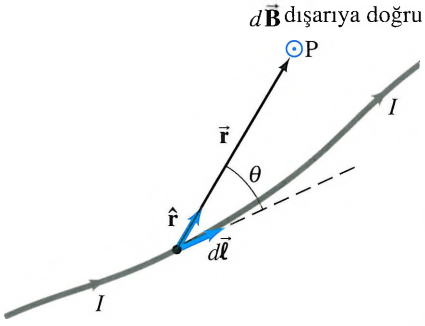
Ampère yasasının, bazı özel tipteki akımlar tarafından oluşturulan $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanlarını belirlemedeki kullanışlılığı, verilen akımların simetrisinin $\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell}$ integralini kolayca hesaplamamıza izin verdiği durumlarla sınırlıdır. Bu, tabii ki, Ampère yasasının geçerliliğini ve temel önemini gidermez. Elektrik bahsi hatırlanırsa; orada da Gauss yasası temel yasadır ancak $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alanını hesaplamaktaki kullanımı sınırlıdır. Sıklıkla karşılaşılan diğer durumlarda $\vec{\mathbf{E}}$ alanını Coulomb yasası yoluyla, sonsuz küçük dq yüklerinin oluşturduğu $dE = (1/4\pi\epsilon_0)(dq/r^2)$ katkılarını toplayarak buluruz. Coulomb yasasının bu sonsuz küçük formunun bir manyetik eşdeğerinin simetrik olmayan akımlar durumunda oldukça faydalı olacağı açıktır. Bahsi edilen yasa Oersted'in 1820'de bir akımın manyetik alan oluşturduğunu keşfetmesinden hemen sonra Jean Baptiste Biot (1774–1862) ve Felix Savart (1791–1841) tarafından bulunmuştur.

Biot ve Savart' göre, herhangi bir iletkende akan bir I akımının, tıpkı Şek.28–18'deki gibi, çok sayıda küçük (sonsuz küçük) akım elemanlarından oluştuğu düşünülebilir. $d\vec{\ell}$, akımın akış yönü boyunca uzanan sonsuz küçük bir uzunluk olmak üzere, uzaydaki bir P noktasında bu elemanın oluşturduğu $d\vec{\mathbf{B}}$, manyetik alanı,

$$d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}, \qquad \textbf{(28–5)}$$

Biot-Savart Yasası

ile verilir. Burada $\vec{\mathbf{r}}$, P noktasının $d\vec{\ell}$ elemanına göre yer değiştirme vektörünü ve $\hat{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}/r$ ise $\vec{\mathbf{r}}$ doğrultusundaki büyüklüğü 1 olan birim vektörü temsil etmektedir



ŞEKİL 28–18 Biot-Savart yasası: $Id\vec{\ell}$ akım elemanın P noktasındaki manyetik alanı $d\vec{\mathbf{B}} = (\mu_0 I/4\pi)(d\vec{\ell} \times \hat{\mathbf{r}}/r^2)$ 'dir.

(Şek.28 – 18). Dnk. 28–5 **Biot-Savart Yasası** olarak bilinir. $d\vec{\mathbf{B}}$'nin büyüklüğü $d\vec{\ell}$ ve $\vec{\mathbf{r}}$ arasındaki açı θ olmak üzere (Şek.28 – 18),

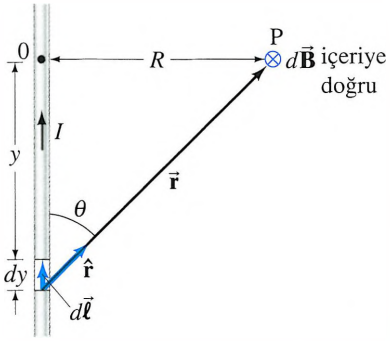
$$dB = \frac{\mu_0 I d\ell \sin\theta}{4\pi r^2}, \qquad \textbf{(28–6)}$$

'dir. Böylece P noktasındaki toplam manyetik alan tüm akım elemanları üzerinden toplama yapılarak (integral alınarak) bulunur:

$$\vec{\mathbf{B}} = \int d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{\ell} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}.$$

Bunun bir vektör toplamı olduğuna dikkat ediniz. Biot-Savart yasası, sonsuz küçük formda Coulomb yasasının manyetik alan için eşdeğeridir. Tıpkı Coulomb yasası gibi ters kare bir yasadır.

Biot-Savart yasasıyla Ampère yasası (Dnk.28–3) arasındaki önemli bir fark, Ampère yasasında $\left[\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_b\right]$, $\vec{\mathbf{B}}$ alanının sadece integral yolu içinde kalan akımlar tarafından oluşturulması şartının bulunmamasıdır. Fakat Biot-Savart yasasında Dnk.28–5 ile verilen $d\vec{\mathbf{B}}$, sadece ve tamamen $Id\vec{\ell}$ akım elemanına bağlıdır ve uzayın herhangi bir noktasındaki toplam $\vec{\mathbf{B}}$ bulunurken tüm akımları toplamak şarttır.



ŞEKİL 28–19 Biot-Savart yasası kullanılarak uzun doğrusal telin $\vec{\mathbf{B}}$ alanının elde edilmesi

ÖRNEK 28–11 **Akımı Taşıyan Doğrusal Telin Manyetik Alanı.** I akımını taşıyan doğrusal, düz bir tel için Biot-Savart yasasının Dnk.28-1'deki $B = \mu_0 I/2\pi r$ ile aynı sonucu verdiğini gösteriniz.

YAKLAŞIM Sonsuz uzun telden R dik uzaklığında bulunan bir P noktasındaki manyetik alanı hesaplayacağız (Şek.28–19). Akım yukarıya doğrudur ve Dnk.28-5'te vektörel çarpılan $d\vec{\ell}$ ve $\hat{\mathbf{r}}$, vektörlerinin ikisi de sayfa düzlemindedir. Böylece, şekilde görüldüğü gibi, alanı her iki elemana dik olacak şekilde sayfa düzleminden içeri doğrudur ($d\vec{\ell} \times \hat{\mathbf{r}}$ çarpımı için sağ el kuralı). Tüm. $d\vec{\mathbf{B}}$ elemanlarının P noktasındaki yönü aynı olduğundan toplayınca daha önceki sonuçlarımızla uyumlu bir $\vec{\mathbf{B}}$ elde ederiz (Şek.28-1 ve 28-11).

ÇÖZÜM $\vec{\mathbf{B}}$'nin büyüklüğü,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{dy \sin\theta}{r^2},$$

olur. Burada $dy = d\ell$ ve $r^2 = R^2 + y^2$'dir. Dikkat edin, integrali telin y uzunluğu üzerinden alıyoruz. Bu yüzden R sabit kabul edilir. y ve θ'nın her ikisi de birbirinden bağımsız olmayan değişkenledir. Birbirlerine $y = -R/\tan\theta$ şeklinde bağlıdırlar. Şekilde y'yi 0 noktasına doğru pozitif yönde ölçtüğümüzden, akım elemanı için $y < 0$ olduğuna dikkat edin. O halde:

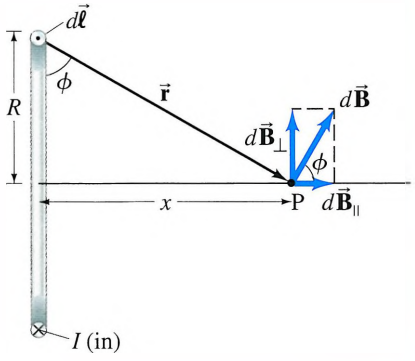
$$dy = +R\csc^2\theta\, d\theta = \frac{R\, d\theta}{\sin^2\theta} = \frac{R\, d\theta}{(R/r)^2} = \frac{r^2\, d\theta}{R}.$$

Şek.28-19'dan $y = -\infty$ için $\theta = 0$ için $y = +\infty$, $\theta = \pi$ radyan olduğu açıktır. Şimdi integrali hesaplayabiliriz.

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{1}{R}\int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta\, d\theta = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cos\theta\Big|_0^{\pi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

r yerine R kullandığımızı düşünürsek, bu Dnk. 28–1 ile verilen sonucun aynıdır.

ŞEKİL 28–20 Akım halkasının $\vec{\mathbf{B}}$ alanının elde edilmesi



ÖRNEK 28–12 **Akım Halkası.** R yarıçaplı ve I akımı taşıyan daire şeklindeki bir telin (Şek. 28–20) merkezinden geçen eksen üzerindeki noktalardaki $\vec{\mathbf{B}}$ alanını belirleyiniz.

YAKLAŞIM Halkanın tepesindeki bir akım elemanının eksende bulunan P noktasında oluşturduğu $d\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı, Şek.28-20'de de görüldüğü gibi $\vec{\mathbf{r}}$ vektörüne diktir ve büyüklüğü şöyle verilir:

$$dB = \frac{\mu_0 I\, d\ell}{4\pi r^2}$$

$|d\vec{\ell} \times \hat{\mathbf{r}}| = d\ell$ olduğu görülebilir. Çünkü $d\vec{\ell}$, $\vec{\mathbf{r}}$'ye diktir. $d\vec{\mathbf{B}}$'yi, eksene paralel $dB_\parallel$ ve eksene dik $dB_\perp$, bileşenlerine ayırmak mümkündür.

ÇÖZÜM Akım halkasının tamamı üzerinden toplama yaparsak, şeklin simetrisinden dolayı, karşılıklı dik bileşenler birbirini yok ederler, yani $B_\perp = 0$ olur. Böylece toplam $\vec{\mathbf{B}}$ eksen boyunca uzanır ve büyüklüğü aşağıdaki gibidir:

$$B = B_\parallel = \int dB\cos\phi = \int dB\frac{R}{r} = \int dB\frac{R}{(R^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}},$$

Burada $r^2 = R^2 + x^2$, x ise P noktasının halkanın merkezinden uzaklığıdır. Şimdi bu denkleme yukarıdaki $d\vec{\ell}$ ifadesini yerleştirip integral alabiliriz. Unutmayalım ki tüm elemanları P noktasından eşit $(R^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}$ uzaklığındadır:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}\int d\ell = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Burada $\int d\ell = 2\pi R$, halkanın çevresidir.

NOT Halkanın tam merkezinde ($x = 0$) manyetik alan en büyük değerini alır:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \qquad \text{[halkanın merkezinde]}$$

Kısım 27-5'den hatırlanacağı üzere Şek.28-20'deki gibi bir akım halkası bir **manyetik dipol** olarak kabul edilir. A halka alanı, N her biri aynı I akımını taşıyan sarımların sayısı olmak üzere bu halkanın dipol momentinin,

$$\mu = NIA,$$

olduğunu gördük. Ayrıca Kısım 27'de dış manyetik alana yerleştirilen bir dipole bir torkun etki edeceğini ve dipolün bir potansiyel enerjiye sahip olacağını da gördük. Örnek 28-12'de manyetik dipolün başka bir özelliğini inceledik: Bir manyetik dipol tarafından dipol ekseni boyunca üretilen manyetik alan

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

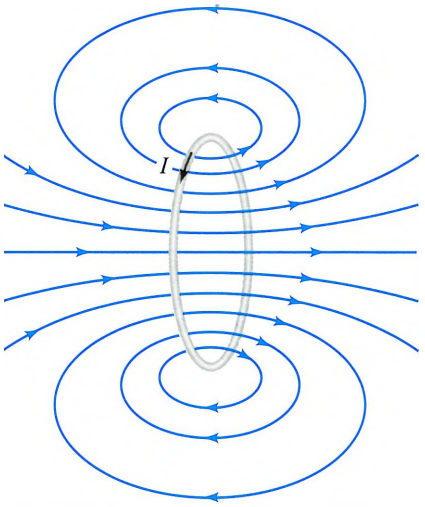
büyüklüğüne sahiptir. Bu manyetik dipol momenti cinsinden yazılabilir. $\mu = IA = I\pi R^2$ (tek halka için $N = 1$):

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}. \qquad \text{[manyetik dipol]} \quad \textbf{(28–7a)}$$

(Dipol momentini temsil eden μ ile boşluğun manyetik geçiriciliği olan μ_0 terimlerini karıştırmayın!) olduğunda, yani halkadan uzak mesafelerde yukarıdaki ifade,

$$B \approx \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{x^3}. \qquad \text{[iken dipol ekseninde]} \quad \textbf{(28–7b)}$$

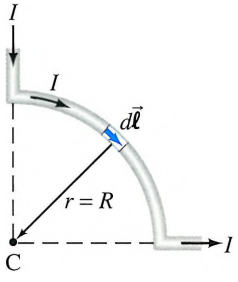
ifadesine indirgenir. Bir manyetik dipolün ekseni üzerindeki manyetik alan şiddeti; tıpkı elektrik dipol durumunda olduğu gibi; uzaklığın küpüyle orantılı şekilde azalmaktadır. Çarpan farklı olmak üzere, eksen üzerinde olmayan noktalar için de aynı yasa geçerlidir. Bir akım halkasının değişik noktalardaki manyetik alanı Biot-Savart yasasıyla hesaplanabilir ve sonuçlar deneylerle uyum içindedir. Akım halkasına ait alan çizgileri Şek.28-21'de görülmektedir.



ŞEKİL 28–21 Dairesel tel halkanın manyetik alanı (Şek.27-9 ile aynı)

ÖRNEK 28–13 Bir Tel Parçasının Oluşturduğu $\vec{\mathbf{B}}$ Alanı. Çeyrek daire şeklindeki bir tel I akımını taşımaktadır (Şek.28–22). I akımı telin doğrusal kısımlarından girip çıkmakta ve bu doğrusal kısımlar çeyrek daire şeklindeki kısmın merkezi olan C noktasına göre radyal yönde uzanmaktadır. C noktasındaki manyetik alanı bulunuz.

ŞEKİL 28–22 Örnek 28–13.



YAKLAŞIM Doğrusal kısımlardaki akım C'de manyetik alan oluşturmaz, çünkü Biot-Savart yasasındaki (Dnk.28–5) $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ ve $\hat{\mathbf{r}}$ birbirine paraleldir, bu da $d\vec{\boldsymbol{\ell}} \times \hat{\mathbf{r}} = 0$ olması demektir. Telin eğri kısmındaki her bir $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ parçası C noktasında, sağ el kuralına göre sayfa düzleminden içeriye yönelmiş bir $d\vec{\mathbf{B}}$ alanı oluşturur.

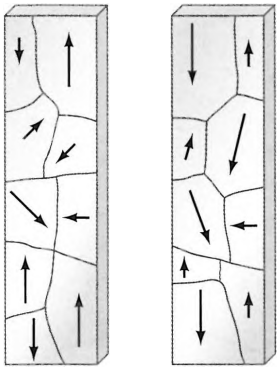
ÇÖZÜM Telin dairesel kısımdaki $d\vec{\mathbf{B}}$ parçasının $d\ell$ alanının büyüklüğü şöyledir (Dnk.28–6):

$$dB = \frac{\mu_0 I\, d\ell}{4\pi R^2}$$

Burada $r = R$ eğri kısmın yarıçapı ve Dnk. 28-6'dan $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ 'dir. Tüm parçaları için $r = R$ olduğuna göre integrali çeyrek daire üzerinden alırız.

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int d\ell = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\left(\frac{1}{4}2\pi R\right) = \frac{\mu_0 I}{8R}.$$

28–7 Manyetik Malzemeler: Ferromanyetizma



(a) (b)

ŞEKİL 28–23 (a) Mıknatıslanmamış bir demir parçası rasgele dizilmiş manyetik bölgelere sahiptir. Her bölge bir küçük mıknatıs gibi davranır. Ok başları kuzey kutbu işaret etmek üzere oklar mıknatıslanma yönünü gösterir. (b) Bir mıknatısta ise bölgeler tercihen bir yönde yönelirler (burada aşağı doğru) ve mıknatıslanma sürecinde boyutları da değişebilir.

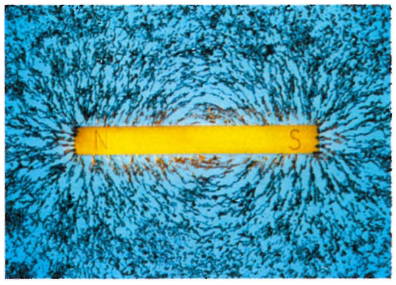
Manyetik alanlar (1) manyetik malzemeler (mıknatıslar) ve (2) elektrik akımları tarafından oluşturulabilir. Yaygın olarak kullanılan manyetik malzemelerden bazıları, sıradan mıknatıslar, motorlar ve elektromıknatıslardaki demir nüveler, manyetik kayıt bantları, bilgisayarların taşınamaz sürücüleri ve kredi kartı üzerindeki şeritlerdir. Kısım 27-1'de gördüğümüz üzere, demir (ve bazı diğer malzemeler) güçlü bir mıknatıs haline getirilebilir. Bu malzemelerin **ferromanyetik** olduğu söylenir. Şimdi ferromanyetizma kaynaklarını inceleyelim..

Birbirine zıt iki kutbu olan bir çubuk mıknatıs bize bir elektrik dipolü anımsatır (bir mesafeyle ayrılmış eşit büyüklükte pozitif ve negatif yükler). Gerçekten bir çubuk mıknatıs bazen "manyetik dipol" olarak anılır. Aralarında bir mesafe olan zıt "kutuplar" vardır. Çubuk mıknatısın manyetik alan çizgilerinin deseni de tıpkı elektrik dipolün elektrik alan çizgilerininkine benzemektedir. Bunu Şek.21-34a ile 27–4 'ü (veya 28-24) karşılaştırarak görebiliriz.

Mikroskobik ölçekte yapılan inceleme, bir demir parçasının uzunluğu ve genişliği 1 mm'den küçük **manyetik bölgelerden** oluştuğunu ve bu bölgelerden her birinin kuzey – güney kutuplarına sahip küçük bir mıknatıs gibi davrandığını göz önüne sermektedir. Mıknatıslık göstermeyen bir demir parçasında bu bölgeler Şek.28-23a'daki gibi rasgele dizildiğinden manyetik alanları birbirini yok eder ve demir parçası mıknatıs değildir. Bir mıknatısta ise bu etki alanları Şek.28-23b 'deki gibi (bu durumda aşağı yönde) tercihen aynı yönelime sahiptirler. Mıknatıslık özelliği göstermeyen bir demir parçası güçlü bir dış manyetik alana yerleştirilerek mıknatıs haline getirilebilir. (Bir toplu iğneyi mıknatısın kutuplarından birine dokundurarak mıknatıs haline getirebilirsiniz.) Gerçekten manyetik bölgelerin mıknatıslık yönü dış alana neredeyse paralel olacak şekilde hafifçe dönebilir ve dış alana paralel mıknatıslanmaya sahip bölgeler büyüyecek şekilde bölge sınırları hareket eder (Şek.28-23a ve 28-23b 'yi karşılaştırınız).

Şimdi bir mıknatısın mıknatıs olmayan diğer demir parçalarını nasıl çektiğini açıklayabiliriz. Mıknatısın kutuplarından birisi (mesela güney kutbu) demir parçalarının bölgelerinin yeniden düzenlenmesini sağlar ve demir parçası, daimi mıknatısa değdirilen ucu kuzey kutup olan geçici bir mıknatıs olur. İşte etkileşme de bundan sonra gerçekleşir. Bir manyetik alana bırakılan demir tozlarının manyetik alanın şeklini alacak şekilde dizilmeleri de böyle açıklanır (Şek.28–24).

ŞEKİL 28–24 Demir tozları bir sürekli mıknatısın manyetik alan çizgileri boyunca dizilirler.



Demir mıknatıslar uzun süre mıknatıslıklarını koruyabilirler ve "daimi mıknatıs" olarak kabul edilirler. Ancak bir mıknatısı zemine düşürür veya bir çekiçle parçalarsanız, bölgelerin dağılımını rasgeleleşir ve mıknatıslığının bir kısmı veya tamamı kaybolabilir. Sıcaklığı yükseltmek atomların rasgele ısıl hareketlerini artırdığı ve böylece bölgelerin rasgele dizilmesine neden olduğu için, bir mıknatısı ısıtmak da bu özelliğini azaltır. Aslında, **Curie sıcaklığı** denilen sıcaklığın üzerinde mıknatıs elde etmek mümkün değildir (demir için 1043 K). Demir, nikel, kobalt, gadolinyum ve belli bazı alaşımlar oda sıcaklığında ferromanyetiktir. Bazı diğer element ve alaşımlar da düşük Curie sıcaklığına sahip olduklarından sadece düşük sıcaklıklarda ferromanyetiktirler. Alüminyum ve bakır gibi birçok diğer metal kayda değer bir manyetik etki göstermez (ancak Kısım 28-10'a bakınız.).

Bir çubuk mıknatıs ile bir akım halkasının manyetik alanları arasındaki dikkat çekici benzerlik (Şek.27-4b ve 28–21) bize elektrik akımları tarafından oluşturulan manyetik alanların ferromanyetizmada etkili olabileceğine dair bir ipucu sunmaktadır. Modern atom kuramına göre, atomlar, elektronların merkezdeki çekirdek etrafında döndüğü yapılar olarak görülebilir. Yüklü parçacıklar olduklarından, elektronlar dönüşleri esnasında bir elektrik akımı ve dolayısıyla bir manyetik alan oluştururlar. Fakat genellikle bu manyetik alanların toplamı sıfırdır. Elektronlar kendileri, sanki kendi eksenleri etrafında yüküyle birlikte dönüyormuş gibi ilave bir manyetik alan yaratırlar. Birçok ferromanyetik maddede ferromanyetizmayı, elektron **spin**inin[†] manyetik alanının oluşturduğu düşünülmektedir.

Bugün tüm manyetik alanların kaynağında elektrik akımının olduğuna inanılmaktadır. Bu, pozitif yük üzerinde başlayıp negatif yükte son bulan elektrik alan çizgilerinin aksine, manyetik alan çizgilerinin daima kapalı çevrimler oluşturduğu anlamına gelir.

⚠ DİKKAT

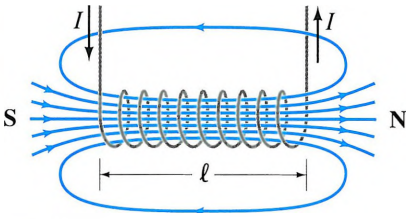
$\vec{B}$ *çizgileri kapalı halka formundadır*
$\vec{E}$, + *dan başlar* ⊖ *'de biter.*

[†]"Spin" adı, bu iç manyetik momentin, elektronun bahsedilen ekstra manyetik alanı oluşturmak için kendi ekseni etrafında "dönmesinden" (çekirdek etrafındaki dönmesine ek olarak) doğduğu önerisinden gelmektedir. Bununla birlikte, elektron spinine dair bu yaklaşım aşırı basitleştirilmiş olup geçerli değildir.

ALIŞTIRMA D Sayfa 733'deki Bölüm Giriş Sorusuna geri dönerek tekrar cevaplayınız. Neden yanlış cevap vermiş olabileceğinizi açıklamaya çalışınız.

*28–8 Elektromıknatıs ve solenoit: Uygulamalar

Daha önce Kısım 28-5'te tartışılan, çok sayıda tel sarımdan meydana gelen uzun tel makara solenoiit olarak anılır. Solenoidin içindeki manyetik alan, her sarımdaki akımların alanlarının toplamı olduğundan epey büyük olabilir (Bknz.Şek.28-25). Solenoit bir mıknatıs gibi davranır: Halkalardaki akımın yönüne bağlı olarak uçlardan birisi kuzey, diğeri de güney kutuptur (sağ el kuralına göre). Manyetik alan çizgileri bir mıknatısı kuzey kutuptan terk ettiğine göre Şek.28-25'deki solenoidin kuzey kutbu sağdadır.



ŞEKİL 28–25 Bir solenoidin manyetik alanı. Bir mıknatıs olarak düşünülen solenoidin kuzey kutbu sağda, güney kutbu ise soldadır.

Eğer bir demir parçasını bir solenoidin içine yerleştirirsek, manyetik alan çok yükselir, çünkü demirin manyetik bölgeleri akım tarafından oluşturulan manyetik alan tarafından aynı yönde hizalanır. Toplam manyetik alan ise akım kaynaklı alan ile demir kaynaklı alanın toplamıdır ve akımın tek başına oluşturduğu manyetik alanın yüzlerce veya binlerce katı büyüklükte olabilir (Bkz. Kısım 28–9). Bu yapı **elektromıknatıs** olarak adlandırılır. Elektromıknatıslarda kullanılan demir alaşımları devreye akım verilip kesilmesiyle oldukça kolay şekilde mıknatıslık kazanıp kaybederler. Bu yüzden "yumuşak demir" olarak adlandırılırlar (Bu "yumuşaklık" sadece manyetik anlamındadır). Mıknatıslığını dış bir alanın yokluğunda dahi koruyan demire ise "sert demir" denir. Sert demir daimi mıknatıslarda kullanılır. Yumuşak demir genellikle elektromıknatıslarda kullanılır, böylece manyetik alan kolaylıkla iptal edilip tekrar oluşturulabilir. Demirin sertliği veya yumuşaklığı gördüğü ısıl işleme, alaşımın tipine ve diğer etkenlere bağlıdır.

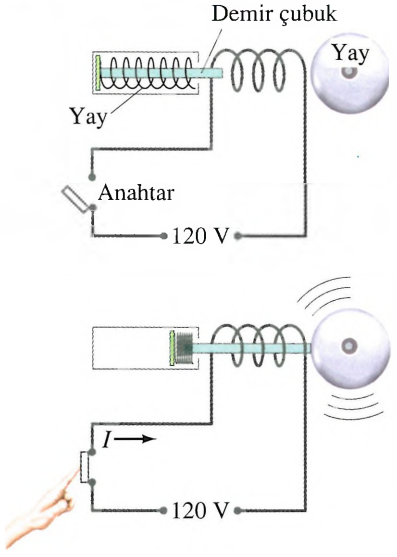
FİZİK UYGULAMASI
Elektromıknatıslar ve solenoitler

Elektromıknatıslar motor ve jeneratörlerden, araştırma amacıyla büyük manyetik alanlar oluşturmaya kadar pek çok uygulama alanına sahiptir. Bazen bir demir nüve yoktur; manyetik alan sadece tel sarımlardaki akımdan gelir. Akımın normal bir elektromıknatıs içinde sürekli aktığı durumda yüksek miktarda ısı (I^2R gücü) oluşur. Büyük tesislerde bu ısıyı soğurması için su dolu soğutma boruları kullanılır.

Bazı uygulamalarda akım taşıyıcı teller geçiş sıcaklığının altında tutulan süper iletken malzemeden yapılır (Kısım 25–9). Süper iletken tellerle çok yüksek manyetik alanlar demir çekirdek kullanmadan üretilebilir. Süper iletken sarımlarda büyük akımlar tutmak için elektrik gücüne ihtiyaç yoktur, bu önemli ölçüde elektrik tasarrufu ve muazzam bir ısının boşa harcanmaması demektir. Fakat bu bedava bir süreç değildir: Süper iletken kangalları gerekli düşük sıcaklıkta tutmak için enerji gereklidir.

FİZİK UYGULAMASI
Kapı zili ve marş motoru

Diğer bir faydalı cihaz bir solenoit ile içerisine kısmen yerleştirilmiş demir çubuktan oluşur. Böyle bir sistem de solenoit olarak bilinir. Basit bir kullanım şekli kapı zilidir (Şek. 28–26). Düğmeye basılarak devre kapatıldığında sargı etkili bir mıknatıs olur ve demir çubuğa çekici bir kuvvet uygular. Çubuk kangalın içine doğru çekilerek zile çarpar. Araba marş motorlarında da büyük bir solenoit kullanılır. Marşa bastığınızda yaptığınız şey, sadece marş motorunu çevirmekle kalmayıp, öncelikle marşı motorunu, volan üzerindeki dişlilerle temas edecek şekilde hareketlendiren bir solenoidi etkin kılmaktır. Solenoitler pek çok devrede anahtar vazifesi de görürler. Mekanik aksamları hızlı ve hassas biçimde hareket ettirmek gibi önemli bir avantajları vardır.

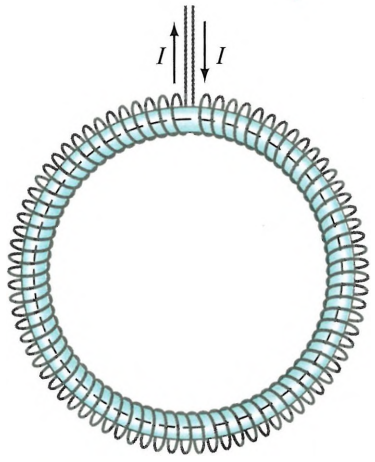


ŞEKİL 28–26 Kapı zili mekanizmasında solenoidin kullanılışı.

*Manyetik Devre Kesiciler

Evleri ve binaları aşırı yüklenme ve yangınlardan koruyan modern devre kesiciler ısıyı algılayan bir parçanın (Kısım 25–6, Şek.25–19'da bahsedilen iki madenden oluşmuş şerit gibi) yanında manyetik bir sensör de içerirler. Akım belirli bir değerin üstüne çıktığında ürettiği manyetik alan Şek.25-19b ve c'deki temas noktalarını ayıran bir demir plakayı çeker. Topraklanma arızası devre kesicileri (Kısım 29-8'de tartışılacak) de içeren daha karmaşık devre kesicilerde bir solenoit kullanılır. Şek.28-26'daki demir çubuk bir zile çarpmak yerine bir çift noktanın birine çarparak, onları ve dolayısıyla devreyi açar. Manyetik devre kesiciler hızlı (< 10 ms) tepki verirler ve binalarda yüksek kısa devre akımlarına karşı da tepki gösterecek şekilde tasarlanırlar (fakat motorların yüksek başlama akımlarında devreyi kesmezler.)

FİZİK UYGULAMASI
Manyetik devre kesiciler



ŞEKİL 28–27 Demir çekirdekli toroid.

ŞEKİL 28–28 B_0 dış alanının fonksiyonu olarak demir çekirdekli bir toroiddeki toplam manyetik alan B'nin (Bobindeki I akımı tarafından oluşturulan) değişimi.

*28–9 Manyetik Materyaller İçindeki Manyetik Alanlar: Histerezis

Uzun bir solenoidin manyetik alanı akımla doğru orantılıdır. Esasen Dnk.28-4 bize solenoit içerisindeki B_0 manyetik alanının

$$B_0 = \mu_0 nI$$

ile verildiğini söylemektedir. Bu ifade ancak sargının içinde hava varsa geçerlidir. Eğer bir demir parçası veya başka bir ferromanyetik maddeyi solenoit içerisine yerleştirirsek alan yüzlerce hatta binlerce kez büyür. Bunun nedeni demirin manyetik bölgelerinin alan doğrultusunda sıralanmasıdır. Toplam manyetik alan akımın ve demirin manyetik alanlarının toplamıdır. Toplam alanı bazen bu iki terimin toplamı olarak yazmak yararlıdır:

$$\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}}_0 + \vec{\mathbf{B}}_M. \qquad (28–8)$$

Burada $\vec{\mathbf{B}}_0$ telde dolanan akımın manyetik alanına (dış alan) karşılık gelir ve ferromanyetik maddenin yokluğunda da vardır. $\vec{\mathbf{B}}_M$'de ferromanyetik malzemeden kaynaklanan alandır ve çoğu zaman $\vec{\mathbf{B}}_M \gg \vec{\mathbf{B}}_0$ 'dır.

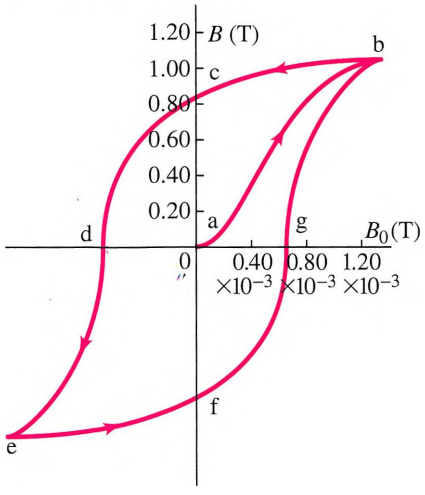
Böyle bir durumda solenoit içerindeki toplam manyetik alan Dnk.28-4'deki μ_0 sabitini, sarım içindeki maddenin karakteristik sabiti olan μ ile değiştirebiliriz.

$$B = \mu nI; \qquad (28–9)$$

μ sabitine maddenin **manyetik geçirgenlik sabiti** denir (bunu manyetik dipol momenti $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ ile karıştırmayın). Ferromanyetik maddeler için μ, μ_0 'dan çok daha büyük değerdedir. Diğer tüm maddeler içinse değeri μ_0 a oldukça yakındır (Kısım 28–10). Bununla beraber, μ, sabitinin değeri ferromanyetik malzemeler için sabit değildir: Aşağıdaki deneyin göstereceği gibi B_0 dış alanına bağlıdır.

Manyetik maddelere dair ölçümler yapılırken çember şeklinde bükülmüş uzunca bir solenoit olan toroit kullanılır (Şek.28-27). Bu şekilde pratikte tüm $\vec{\mathbf{B}}$ alan çizgileri toroit içerisinde kalır. Şimdi toroidin demir bir nüveye sahip olduğunu ve başlangıçta toroit sarımlarında akım olmadığını düşünelim. Akım yavaşça artırılırsa B_0 da I ile doğru orantılı şekilde artar. Toplam $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı da artar ancak Şekil 28-28'deki eğri yolu izler. (Farklı ölçeklere dikkat edin: $B \gg B_0$) Başlangıçta, a noktasında, manyetik bölgeler (Kısım 28-7) rasgele dizilidir. B_0 i'ın artışıyla bölgeler giderek daha çok aynı yönelime sahip olurlar. b noktasında hemen hemen hepsi aynı yönelime sahiptir. Bu noktada demirin doyuma yaklaştığı söylenir. b noktası tipik olarak tam doyumun %70'ine tekabül eder. (Eğer B_0 daha çok artırılırsa eğri çok yavaş şekilde yükselmeye devam eder ancak b noktasında B_0'ın sahip olduğu değerin bin katı büyük bir değerde %98 doyuma ulaşır; zira geride kalan az sayıdaki bölgenin dizilimini değiştirmek çok zordur). Bu kez toroit sarımlarındaki akımı azaltarak B_0 'ı düşürdüğümüzü düşünelim. Akımı Şek.28-29'da c noktasıyla gösterilen sıfır noktasına doğru azalttığımızda bölgeler tamamıyla rasgele dizilime gelmezler. Bir miktar daimi mıknatıslık hala vardır. Eğer ki akımın yönü ters çevrilirse yeteri kadar bölge ters yöneleceği için $B = 0$ olur (d noktası). Uygulanan ters akımın daha da artırılmasıyla demir ters yönde doyuma yaklaşır (e noktası). Son olarak akım yine sıfıra çekilir ve orijinal akım yönünde artırılırsa toplam alan efgb yolunu izleyerek b noktasında doyuma yaklaşılır.

ŞEKİL 28–29 Histerezis eğrisi.

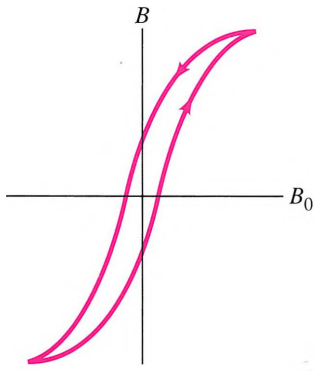


Bu döngüde alanın orijinden (a noktası) geçmediğine dikkat edin. Kendilerini tekrarlamayan eğrilere **histerezis** denir. bcdefgb eğrisine de **histerezis döngüsü** adı verilir. Böyle bir döngüde bölgeleri yeniden düzenlediğimiz için çok miktarda enerji ısı enerjisine (sürtünme) dönüşür. Gösterilebilir ki, bu yolla harcanan enerji histerezis döngüsünün alanıyla doğru orantılıdır.

c ve f noktalarında sarımlarda akım bulunmamasına rağmen demir nüve mıknatıslanmış haldedir. Bu iki nokta daimi mıknatıslık durumuna karşılık gelir. Daimi bir mıknatıs için ac ve af 'nin olabildiğince büyük olması arzu edilir. Bu niteliğe sahip maddelere **kalıcı mıknatıslığı yüksek** maddeler denir.

Geniş histerezis eğrisine (Şek.28–29) sahip maddelerin manyetik yönden "sert" oldukları söylenir ve bunlar iyi birer daimi mıknatıstır. Diğer yandan, Şek.28-30'dakine benzer histerezis eğrileri, alan kolaylıkla sıfıra indirilebildiği ve az enerji kaybıyla ters çevrilebildiği için elektromıknatıslarda ve transformatörlerde (Kısım 29–6) kullanımı tercih edilen "yumuşak" demir için geçerlidir.

Bir ferromanyetik maddenin mıknatıslığı yok edilebilir. Bu işlem manyetize edici akımın büyüklüğünü azaltarak tekrar tekrar yönünü değiştirmekle yapılır. Süreç Şek.28-31'de görülmektedir. Kasetçaların okuyucu kafasının mıknatıslığı bu yolla yok edilir. Elde tutulan bir mıknatıslık yok edicinin okuyucu kafaya uyguladığı alternatif manyetik alan, mesafe azken büyük, uzakken küçüktür. Video ve ses kasetleri de manyetik alan nedeniyle silinebilir veya hasar görebilir. Aynı şekilde bilgisayar diskleri ve diğer manyetik depolama cihazları ve kredi kartlarındaki manyetik şeritler manyetik alandan hasar görebilir.



ŞEKİL 28–30 Yumuşak demir için Histerezis eğrisi.

ŞEKİL 28–31 Mıknatıslanmanın bozulması sürecinde birbirini izleyen histerezis eğrileri.

*28–10 Paramanyetizma ve Diyamanyetizma

Tüm maddeler çok küçük miktarda da olsa manyetik özelliğe sahiptir. Ferromanyetik olmayan maddeler iki temel sınıfa ayrılır: Paramanyetik: μ manyetik geçirgenliği μ_0;0'dan biraz büyüktür. Diyamanyetik: μ manyetik geçirgenliği μ_0'dan biraz küçüktür. Herhangi bir madde için μ'nün μ_0'a oranına K_m **göreli geçirgenlik sabiti** denir.

$$K_m = \frac{\mu}{\mu_0}.$$

Diğer bir yararlı parametre de χ_m ile gösterilen **manyetik duygunluk**tur ve

$$\chi_m = K_m - 1$$

ifadesiyle verilir. Paramanyetik maddeler için $K_m > 1$ ve $\chi_m > 0$, iken diyamanyetik maddeler için $K_m < 1$ ve $\chi_m < 0$ 'dır. Tablo 28-1'e bakarsanız etkinin ne kadar küçük olduğunu görebilirsiniz.

TABLO 28–1 Paramanyetizma ve Diyamanyetizma: Manyetik Duygunluklar

Paramanyetik madde	χ_m	Diyamanyetik madde	χ_m
Alüminyum	2.3×10^{-5}	Bakır	-9.8×10^{-6}
Kalsiyum	1.9×10^{-5}	Elmas	-2.2×10^{-5}
Magnezyum	1.2×10^{-5}	Altın	-3.6×10^{-5}
Oksijen (SSB)	2.1×10^{-6}	Kurşun	-1.7×10^{-5}
Platin	2.9×10^{-4}	Azot (SSB)	-5.0×10^{-9}
Tungsten	6.8×10^{-5}	Silisyum	-4.2×10^{-6}

Paramanyetik ve diyamanyetik maddeler arasındaki ayırım moleküler seviyeye inildiğinde madde moleküllerinin kalıcı mıknatıslığa sahip olup olmadıklarına bakılarak kuramsal olarak anlaşılabilir. Paramanyetizma çeşitlerinden birisi molekülleri (veya iyonları) daimi manyetik dipol momente sahip[†] maddelerde oluşur. Bir dış alanın yokluğunda moleküller rasgele yerleştiklerinden hiçbir manyetik etki gözlenmez. Bununla birlikte bir manyetik alan uygulandığında, mesela madde bir solenoit içine yerleştirildiğinde, alan manyetik dipollere, onları alana paralel hale getirecek bir tork uygular (Kısım 27–5). 'dan biraz büyük olacaktır. Bununla birlikte moleküllerin ısıl hareketleri aynı yönde dizilimi azaltacaktır. Faydalı bir nicelik birim hacim başına manyetik dipol moment olarak tanımlanan $\vec{\mathbf{M}}$, **mıklatıslanma vektörüdür.**

[†]Sebebi burada tanımlanandan farklı, başka türlü paramanyetizma olguları da vardır: metallerde serbest elektronların da katkısının bulunduğu paramanyetizma gibi.

$$\vec{\mathbf{M}} = \frac{\vec{\boldsymbol{\mu}}}{V}.$$

Burada $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ örneğin manyetik dipol momenti, V de hacmidir. Deneysel olarak bulunmuştur ki, M dış manyetik alanla doğru orantılı (dipolleri aynı yönde dizmeye çalıştığı için), Kelvin cinsinden sıcaklıkla ters orantılıdır (dipol yönelimlerini rasgeleliğe zorladığı için). Bu olguyu ilk dile getiren Pierre Curie (1859-1906) olduğu içi *Curie yasası* denir:

$$M = C\frac{B}{T},$$

C bir sabittir. Eğer B/T oranı çok büyükse (B çok büyük veya T çok küçükse) Curie yasası geçerliliğini kaybeder. B arttığında (veya T azaldığında) mıknatıslanma M_{maks} gibi bir maksimum değere ulaşır. Bu şüphesiz önemlidir, çünkü daimi dipollerin tamamının aynı yönde dizilmesi anlamını taşır. Yine de $\approx$ 2T gibi oldukça büyük manyetik alanlar için dahi Curie yasasından sapmalar ancak birkaç Kelvin mertebesindeki düşük sıcaklıklarda ortaya çıkmaktadır.

Kısım 28-7'de bahsi edilen ferromanyetik maddeler Curie sıcaklığı denilen karakteristik bir sıcaklığın üzerinde ferromanyetik kalamazlar (demir için 1043 K). Bu sıcaklığın üzerinde genellikle paramanyetiktirler.

Diyamanyetik maddeler (μ_m'nin μ_0)'dan biraz küçük olduğu maddeler) daimi manyetik dipol momentine sahip moleküllerden yapılıdır. Bir dış manyetik alan uygulandığında, dipoller indüklenir. Fakat indüklenen dipol momentler alana ters yönelirler. Böylece toplam alan harici alandan biraz daha küçük olur. Elektronların çekirdek etrafında dolandığı basit modelde, dış alan bir yönde dönen elektronların yörünge hızını artırırken diğer yönde dönenlerinkini azaltarak dış alana ters yönde bir dipol momente neden olur. Diamanyetizma tüm maddelerde vardır, ancak paramanyetizmadan dahi zayıf olduğundan madde içindeki paramanyetik ve ferromanyetik etkiler tarafından bastırılır.

Özet

Doğrusal bir telden r mesafedeki B manyetik alanı teldeki I akımıyla doğru orantılı, r ile ters orantılıdır:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}. \qquad \textbf{(28–1)}$$

Manyetik alan çizgileri, merkezleri tel olan çemberlerdir.

Uzun bir akım telinin kendisinden 1 m mesafede ve paralel olan diğer bir tele uyguladığı kuvvet, amper ve sonra da coulomb birimlerinin tanımlanmasında kullanılır.

Ampère yasası $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanının kapalı bir yol etrafındaki çizgi integralinin μ_0 ile yol içinde kalan toplam net $I_{\text{iç}}$ akımının çarpımına eşit olduğunu söyler:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\text{iç}} \qquad \textbf{(28–3)}$$

Sıkı sarılmış bir solenoidin içindeki manyetik alan,

$$B = \mu_0 nI \qquad \textbf{(28–4)},$$

ile verilir. Burada n birim uzunluk başına sarım sayısı; I her bir sarımdaki akımdır.

Biot-Savart yasası şeklini bildiğimiz akımların manyetik alanını hesaplamada faydalıdır. Buna göre,

$$d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{\boldsymbol{\ell}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \qquad \textbf{(28–5)}$$

'dir. $d\vec{\mathbf{B}}$, P noktasındaki toplam manyetik alana, sonsuz küçük bir $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ yolu boyunca akan I akımının katkısı; $\hat{\mathbf{r}}$ de P noktasının $\vec{\mathbf{r}}$ uzunluğuna göre konum vektörü doğrultusundaki birim vektördür. Toplam $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ alanı $d\vec{\mathbf{B}}$ alanları üzerinden integral alınarak bulunur.

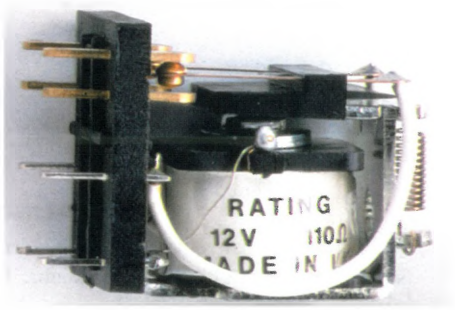
Demir ve bazı diğer maddeler güçlü mıknatıslara dönüştürülebilir. Bunların **ferromanyetik** olduğu söylenir. Ferromanyetik maddeler, her biri küçük birer mıknatıs olan **manyetik bölgelerden** oluşur; bu bölgeler daimi mıknatıslarda tercihli bir yönde düzenli dizilmişken mıknatıs olmayan maddelerde ise rasgele dizilmiştir.

[* Bir ferromanyetik madde akım kaynaklı bir manyetik alana örneğin bir solenoit veya toroidin içine konulduğunda, mıknatıs olur. Akım kesildiğinde madde mıknatıs özelliğini yitirmez ve akım ters yönde artırılarak uygulandığında (sonra tekrar ters çevrildiğinde) toplam B alanının B_0 'a göre grafiği çizilirse **histerezis çevrimi** elde edilir. Kendini tekrarlamayan eğrilere **histerezis** denir.]'

[* Tüm maddeler biraz manyetik etki sergiler. Ferromanyetik olmayan maddeler çok daha küçük miktarda paramanyetik veya diyamanyetik özelliklere sahiptir.]

Sorular

1. Evinizdeki elektrik tesisatından geçen akımın oluşturduğu manyetik alan bir pusulayı etkileyebilir. Bu problemi akımın aa veya da olması ve aradaki mesafenin uzaklığına bağlı olarak tartışınız.
2. Uzun, düz bir akımın oluşturduğu manyetik alan ile uzun düz bir çizgi üzerindeki hareketsiz elektrik yükünün oluşturduğu elektrik alanını karşılaştırınız.
3. Birbirlerini dik açıyla kesen yalıtılmış iki tel eşit I akımı taşımaktadır. Bir telin diğerine uyguladığı manyetik kuvveti tanımlayınız.
4. Yatay bir tel büyük bir akım taşımaktadır. Bunun altında asılı bulunan ikinci bir tel aynı yönlü akım taşımaktadır. Üst teldeki akım yer çekimine rağmen alttaki telin yerinde kalmasını sağlayabilir mi? Aşağıdaki tel hangi koşullar altında dengede kalır?
5. Üzerinden akım geçen ve dünyanın çekim alanında serbestçe hareket edebilen bir tel, üzerinden akım geçen ona paralel ikinci bir telin üzerinde asılı durumdadır. (*a*) Aşağıdaki telden geçen akımın yönü nedir? (*b*) Üstteki tel, aşağıdaki telin oluşturduğu manyetik kuvvet ile kararlı dengede tutulabilir mi? Anlatınız.
6. (*a*) Şek.28-10'daki her iki iletkeni de saran çevrim için Ampère yasasını yazınız. (*b*) Alttaki I_2 akımının ters yönde olduğunu kabul ederek cevabınızı tekrarlayınız. $(I_2 = -I_1)$.
7. Şek.28-11de ki silindirik iletkenin eşmerkezli bir silindirik oyuğa sahip olduğunu varsayın (böylece şekli bir boruya benzer). Oyuktaki $\vec{\mathbf{B}}$ için ne söyleyebilirsiniz?
8. Şek.28-14'teki gibi bir alan niçin Ampère yasası ile uyumludur? Açıklayınız. Çizgiler aşağı yöne değil de yukarı yöne dönebilirler miydi?
9. Uzun bir solenoit içerisindeki B alanı; (*a*) tüm ilmeklerin çapı iki katına çıkarılırsa, (*b*) ilmekler arasındaki boşluk iki katına çıkarılırsa, (*c*) solenoidin uzunluğu ilmek sayısı ile birlikte iki katına çıkarılırsa nasıl etkilenir?
10. Şek.28-21'de akım halkasının eksen dışındaki noktalar için gösterilen manyetik alanının doğru olduğunu Biot-Savart yasasını kullanarak gösteriniz.
11. Sizce Şek.28-21'deki akım halkasının düzlemi üstündeki tüm noktalarda $\vec{\mathbf{B}}$ alanı aynı mıdır? Anlatınız.
12. Elektrikli aletlerin kablolarındaki tellerin bükülmesi manyetik etkilerini neden azaltır?
13. Biot-Savart yasası ile Coulomb yasasını karşılaştırın. Benzerlikler ve farklılıklar nelerdir?
14. Manyetik kutup şiddetini (bir elektrik yükünün manyetik eşdeğeridir) (*a*) bir mıknatıs çubuk, (*b*) bir akım halkası için nasıl belirlersiniz?
15. Dünyanın manyetik momentini nasıl ölçebilirsiniz?
16. Solenoide benzer bir çeşit manyetik anahtar **röle**dir (Şek.28–32). Bir röle, çalıştırıldığında bir mil üzerindeki bir demir parçasını çeken bir elektromıknatıstır (sarımın içindeki demir nüve hareketsizdir). Bir elektrik anahtarını kapatan bir röle tasarlayınız. Yüksek akım taşıyan bir devrede bir anahtara ihtiyaç duyar fakat bu akımın doğrudan ana şaltere gitmesini istemiyorsanız röle kullanabilirsiniz. Örneğin, bir arabanın marş anahtarı bir röleye bağlıdır, dolayısıyla marş motoru için gerekli yüksek akım kontrol paneline uğramaz.



ŞEKİL 28–32
Soru 16.

17. Durgun haldeki bir demir blok güçlü bir mıknatısın çekim alanına giriyor. Blok mıknatısa çarpmadan önce büyük bir kinetik enerjiye sahip oluyor. (*a*) Kinetik enerjinin kaynağı nedir? (*b*) Blok mıknatısa çarptıktan sonra manyetik bölgelerinin bir kısmı rastgeleliğe itiliyor. Buradaki enerji dönüşümünü betimleyiniz.
18. Bir mıknatıs alüminyum gibi tüm metalik cisimleri çeker mi? Yoksa sadece demirden yapılmış olanları mı çekmektedir? (Deneyin ve görün). Bunun sebebi nedir?
19. Mıknatıslanmamış bir çivi mıknatıslanmamış bir ataşı çekmeyecektir. Fakat çivinin bir ucu bir mıknatısa dokundurulursa diğer ucu ataşı *çekecektir.* Bunu açıklayınız.
20. Bir demir çubuk mıknatısı çekebilir mi? Peki ya bir mıknatıs demir çubuğu? Bu sorulara cevap vermek için göz önüne almamız gereken nedir?
21. Manisa'da bulunan ilk mıknatıslar sizce ne şekilde oluşmuştur?
22. Bir mıknatısın her iki kutbu da mıknatıslanmamış bir demir parçasını neden çeker?
23. Üç tane demir çubuğunuz olduğunu varsayınız. İkisi mıknatıslanmış, üçüncüsü mıknatıslanmamış olsun. Başka bir malzeme kullanmadan mıknatıslanmış olanları nasıl tespit edersiniz?
24. İki demir çubuk hangi uçlarının birbirine yaklaştırıldığına bakmaksızın birbirini çekiyor. İkisi de mıknatıs mıdır? Açıklayınız.

*25. Mıknatıslanma eğrisini (Şek.28.29) (*a*) paramanyetik, (*b*) diyamanyetik cisimler için açıklayarak bunu ferromanyetik cisimler için olanla karşılaştırınız.

*26. Bütün materyalleri (*a*) diyamanyetik, (*b*) paramanyetik, (*c*) ferromanyetik olarak düşünebilir miyiz? Açıklayınız.

Problemler

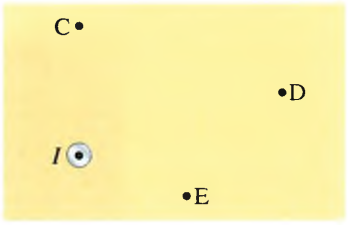
28–1 ve 28–2 Düz Teller, Manyetik Alan ve Kuvvet

1. (I) Stop eden araçları çalıştırmak amaçlı kullanılan bağlantı kabloları genellikle 65 A'lik akım taşır. Kablodan 3.5 cm uzakta manyetik alan ne kadar güçlüdür? Dünyanın manyetik alanı ile karşılaştırınız.
2. (I) Bir elektrik kablosunun kendisinden 15 cm mesafede oluşturabileceği maksimum manyetik alanın Dünya'nınkinden $(0.50 \times 10^{-4}\text{T})$ büyük olmasına izin verilmiyorsa kablonun taşıyabileceği maksimum akım nedir?

3. (I) Aralarında 4 cm mesafe bulunan 25 m uzunluğundaki iki paralel tel aynı yönlü 35 A' lik akım taşımaktadır. Aralarındaki kuvvetin büyüklüğü ve yönü nedir?

4. (I) Düşey düz bir tel yukarı doğru 28 A'lik akım taşımaktadır. 7 cm uzaklıkta paralel durumdaki ikinci bir telin birim uzunluğuna uyguladığı çekim kuvveti 7.8×10^{-4}N/m'dir. İkinci teldeki akımın büyüklüğü ve yönünü bulunuz.

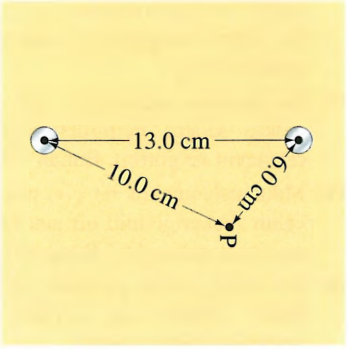
5. (I) Şek.28-33'te uzun düz bir tel sayfa düzleminden dışarıya gözlemciye doğru bir I akımı taşımaktadır. Sayfa düzlemindeki C, D, E noktalarının her birindeki manyetik alan vektörünün yönünü gösteriniz.



ŞEKİL 28–33
Problem 5.

6. (II) Dünyanın manyetik alanında bir deney, bir elektrik kablosundan 1 m uzaklıkta yapılmaktadır. Deneyin ±%2 yanılma payıyla doğru çıkabilmesi için kablonun taşıyabileceği maksimum akım ne kadar olur?

7. (II) Aralarında 13 cm mesafe bulunan uzun, ince iki paralel tel aynı yönlü 35 A'lik akım taşımaktadırlar. Birinden 10 cm ve diğerinden 6 cm uzaklıktaki bir noktadaki manyetik alan vektörünü belirleyiniz (Şek.28-34).



ŞEKİL 28–34
Problem 7.

8. (II) Yatay bir pusula, düşey doğrultuda aşağıya doğru 43 A'lik akım taşıyan bir telin 18 cm güneyine yerleştirilmiştir. Bu noktada pusula iğnesi hangi yönü işaret eder? Dünyanın yatay yöndeki manyetik alan bileşeni bu noktada 0.45×10^{-4} T ve manyetik sapma 0°'dir.

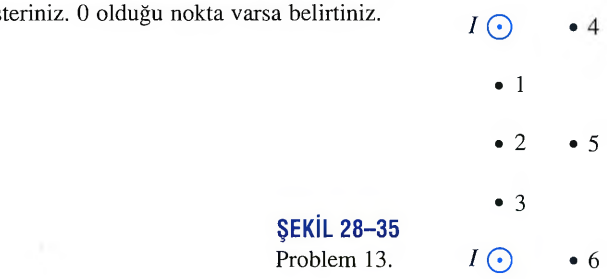
9. (II) Uzun yatay bir tel kuzey yönünde akan 24.0 A'lik akım taşımaktadır. Telin 20 cm batısında, bu noktada dünyanın manyetik alanının aşağı yönde, yatayla 44°'lik açıya sahip ve 5.0×10^{-5}T olduğunu göz önüne alarak, net manyetik alanı bulunuz.

10. (II) Uzayda bir noktadan 2.5×10^{9} proton/s hızında düzgün bir proton akışı vardır. Demetten 2 m uzaklıkta ürettikleri manyetik alan nedir?

11. (II) Birbirlerine 2 cm uzaklıkta bulunan iki uzun düz telin orta noktasındaki manyetik alanı diğer telden 25 A akım geçtiği durumda I akımı cinsinden belirleyiniz. Bu akımların (*a*) aynı yönde ve (*b*) zıt yönde olduklarını düşününüz.

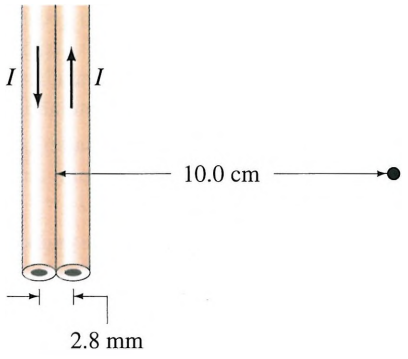
12. (II) Düz paralel iki tel 6 cm mesafe ile ayrılmıştır. Birinci telden 2 A'lik akım geçmektedir. Birinci telden 2.2 cm uzaklıkta manyetik alan şiddeti 0 bulunmuşsa, ikinci teldeki akımın yönü ve büyüklüğü nedir?

13. (II) İki uzun düz tel sayfa düzleminden dışarıya doğru I akımı taşımaktadırlar (Şek.28–35). 1'den 6'ya kadar her noktada manyetik alan vektörü $\vec{\mathbf{B}}$'nin yönünü oklarla gösteriniz. 0 olduğu nokta varsa belirtiniz.



ŞEKİL 28–35
Problem 13.

14. (II) Uzun bir çift yalıtılmış tel, bir alete 28 A'lik doğru akım taşımaktadır. Teller önemsenmeyecek bir çapa sahip fakat aralarındaki mesafe 2.8 mm ise bu düzlemde orta noktadan 10 cm uzaklıktaki manyetik alan nedir (Şek.28–36)? Bunu Dünya'nın manyetik alanı ile karşılaştırınız.



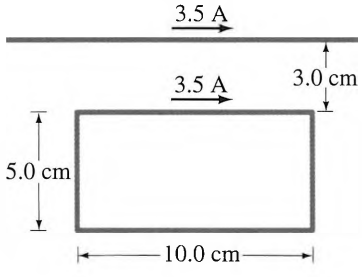
ŞEKİL 28–36 Problem 14 ve 15.

15. (II) Üçüncü bir tel Şek.28–36'da gösterilen iki telin düzleminde onlara paralel olarak sağa yerleştirilmiştir. Bu tel yukarı yönde 25 A'lik bir akım taşıyorsa, diğer iki telden her birine uzunluklarının metresi başına uyguladığı kuvvet nedir? En yakın telden, merkezden merkeze 2.8 mm mesafede olduğunu varsayınız.

16. (II) 8.5 yükseklikteki direklerin üzerinden geçen bir enerji hattı batıya doğru 95 A akım taşımaktadır. (*a*) hattın tam altında, zeminde oluşturduğu manyetik alanın büyüklüğü ve yönünü bulunuz. Bunu $\frac{1}{2}$ G civarındaki Dünya'nın manyetik alanı ile karşılaştırınız. (*b*) Telin alanı Dünya'nınkini nerede sıfırlar?

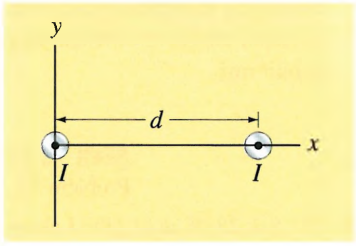
17. (II) Bir pusula iğnesi dışarıda 28° kuzeydoğuyu göstermektedir. Fakat bir binanın içinde dik bir telin 12 cm doğusuna yerleştirildiğinde 55° kuzeydoğuyu işaret etmektedir. Teldeki akımın büyüklüğü ve yönü nedir? Dünyanın manyetik alanı 0.50×10^{-4}T ve yataydır.

18. (II) Dikdörtgen şeklinde bir ilmek düz bir telin altına şekildeki gibi yerleştirilmiştir. Her iki telden 3,5 A lik akım geçmektedir. İlmek üzerindeki kuvvetin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.



ŞEKİL 28–37
Problem 18.

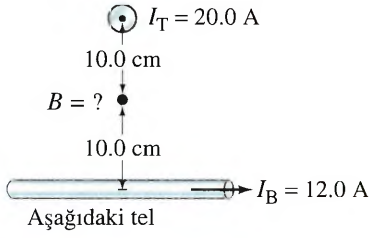
19. (II) Aralarında d mesafesi bulunan birbirine paralel iki tel eşit ve aynı yönlü I akımı taşımaktadır. Tellerden biri $\vec{\mathbf{B}}$ noktasında, diğeri noktasındadır. İki tel arasındaki manyetik alan vektörünü (x ekseni boyunca) x'in fonksiyonu olarak yazınız.



ŞEKİL 28–38
Problems 19 and 20.

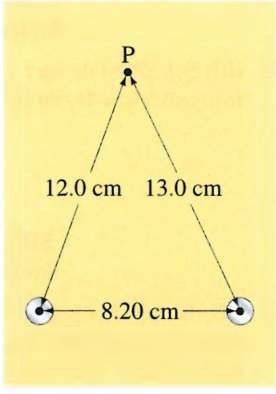
20. (II) 19. Problemi $x = 0$ 'daki telin $2I$'lık ve ters yönde bir akım taşıması durumu için tekrarlayınız.

21. (II) İki uzun tel birbirine dik olacak şekilde yönelmiştir. Birbirlerine en yakın oldukları noktada aralarındaki uzaklık 20 cm'dir (Şek.28-39). Üstteki tel 20 A ve alttaki 12 A akım taşıyorsa bu aralarındaki uzaklığın orta noktasında oluşan manyetik alanın büyüklüğü nedir?



ŞEKİL 28–39
Problem 21.

22. (II) Aynı yönde 16.5 A'lik akım taşıyan paralel iki tel arasındaki mesafe 8.20 cm'dir. Birinden 13 cm ve diğerinden 12 cm uzaklıktaki bir P noktasında manyetik alan vektörünü bulunuz (bkz. Şek.28-40).(*İpucu:* Kosinüs teoremini kullanınız.)



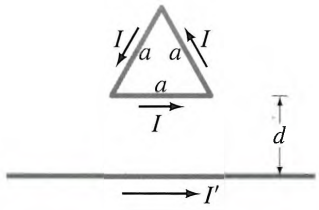
ŞEKİL 28–40
Problem 22.

23. (III) Yatay düzlem üzerindeki uzun, düz yüzeyli ve d genişliğinde, kalınlığı ihmal edilebilir ince bir şeridin kesitinden düzgün I akımı geçmektedir. (*a*) telin sonsuz uzun olduğunu varsayarak merkezinden y kadar yukarıdaki noktalarda manyetik alanın

$$B = \frac{\mu_0 I}{\pi d} \tan^{-1} \frac{d}{2y}$$

olduğunu gösteriniz. [*İpucu:* Şeridi çok sayıda ince "tellere" ayırın ve bunlar üzerinden integral alın.]. (*b*) $y >> d$ için B değeri ne olur? Bunun bir anlamı var mıdır? Açıklayınız.

24. (III) Kenar uzunluklarından her biri a olan üçgen biçiminde bir ilmekten I akımı geçmektedir (Şek.28-41). I' akımı taşıyan düzgün uzun bir telden d mesafesinde yerleştirilen ilmeğe etkiyen kuvveti bulunuz.



ŞEKİL 28–41
Problem 24.

28–4 ve 28–5 Ampère Yasası, Solenoitler ve Toroitler

25. (I) Merkezinde 0.385 mT'lık alan oluşturacak şekilde üretilen bir solenoit 40 cm uzunluğunda ve 1.35 cm çapındadır. Solenoid 765 sarımlı ise taşıdığı akımı bulunuz.

26. (I) Merkezindeki manyetik alan 0.30 T olan 32 cm uzunluğunda, 1.8 cm çapında bir solenoitten geçen maksimum akım 4.5 A'dir. Solenoidin sarım sayısı nedir?

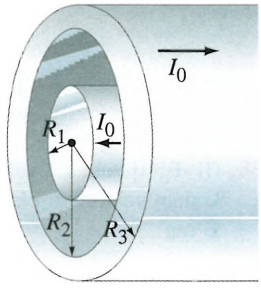
27. (I) 2.5 mm çapında bakır tel 33 A'lik bir akım taşımaktadır. (Akım iletkenin kesidinin her tarafına düzgün dağılmıştır.) Manyetik alanı, (*a*) tel yüzeyinde, (*b*) telin içinde yüzeyin 0.5 mm altında ve (*c*) telin dışında, tel yüzeyinden 2.5 mm uzaklıkta bulunuz.

28. (II) Bir toroitin (Şek.28-17'deki gibi) iç çapı 50 cm ve dış çapı 54 cm'dir. Sarım sayısı 687 olan toroit 25 A'lik akım taşımaktadır. Toroit içindeki manyetik alanın değerini bulunuz.

29. (II) Yalıtılmış 20 m uzunluğunda ve 2 mm çapında bakır tel, üzerine sıkıca ve bitişik ilmeklerle tek kat sarılmıştır. Oluşan solenoidin dış çapı 2.5 mm'dir. (*a*) Solenoidin uzunluğunu, (*b*) telden geçen akım 16.7 A ise merkezdeki manyetik alanı bulunuz.

30. (II) (a) Dnk. 28–1'i ve manyetik alanın vektör özelliğini kullanarak, Şek.28–10'da gösterilen eşit akım ($I_1 = I_2$) taşıyan iki paralel telin çevresinde oluşan manyetik alan çizgilerini gösteriniz. (*b*) İki pozitif ve durgun elektrik yükünün çevresinde oluşan eş potansiyel çizgilerini gösteriniz. (*c*) Bu iki diyagram benzer mi? Özdeş mi? Nedenini açıklayınız.

31. (II) Bir eş eksenli kablo, içte R_1 yarıçaplı, içi dolu bir iletken ve onu saran iç yarıçapı R_2, dış yarıçapı R3 olan eşeksenli silindirik bir tüpten meydana gelmiştir (Şek. 28-42). İletkenler eşit ve zıt yönlü I_0 akımını iletken kesitin her bölgesinde eşit dağılmış şekilde taşımaktadırlar. Eksenden R uzaklığında manyetik alanı (*a*) $R < R_1$; (*b*) $R_1 < R < R_2$; (*c*) $R_2 < R < R_3$; (*d*) $R > R_3$ için bulun. (*e*) $I_0 = 1.50$ A, $R_1 = 1.00$ cm, $R_2 = 2.00$ cm, $R_3 = 2.50$ cm ise $R = 0$'dan $R = 3.00$ cm 'ye kadar B'nin grafiğini çiziniz.



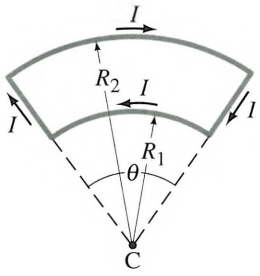
ŞEKİL 28–42
Problem 31 ve 32.

32. (III) Problem 31'deki eş eksenli kablodan geçen akımın düzgün olmadığını; bunun yerine j akım yoğunluğunun merkezden olan uzaklıkla düzgün olarak değiştiğini düşünelim. İçteki iletken için $j_1 = C_1 R$ dıştaki için $j_2 = C_2 R$ olsun. Her iki iletken yine zıt yönlü I_0 akımını taşımaktadır. Problem 31'deki 4 durum için manyetik alanı I_0 cinsinden yazınız.

28–6 Biot-Savart Yasası

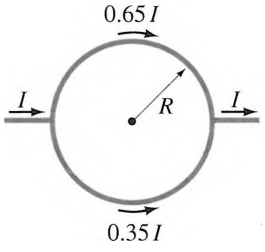
33. (I) Dünya'nın manyetik alanı esasında bir manyetik dipoldür. Alan kuzey kutbunun yakınında yaklaşık 1.0×10^{-4}T ise, bu noktadan 13.000 km yüksekte ne kadar olur?

34. (II) Bir düzlemde, bir tele, Şek.28-43'teki gibi, iki dairesel yayı birbirine bağlayan iki radyal parça halinde biçim verilmiştir. C noktasında manyetik $\vec{\mathbf{B}}$ alan vektörünü R_1, R_2, θ, ve I akımının fonksiyonu olarak yazınız.



ŞEKİL 28–43
Problem 34.

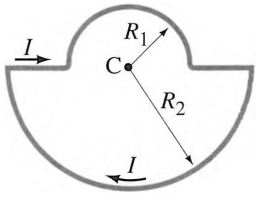
35. (II) Yarıçapı R olan iletken dairesel halka, bir çapının iki ucundan dışarıya doğru iki iletken tele bağlanmıştır (Şek.28–44). Akım halkadan geçerken iki eşit olmayan (gösterildiği gibi) parçaya bölünmektedir. Halkanın merkezindeki manyetik alan vektörünü bulunuz.



ŞEKİL 28–44
Problem 35.

36. (II) Yarıçapı 1.8 cm olan bir ilmek, yarıçapı 25 cm olan ikinci ilmeğin merkezine yerleştirilmiştir. İlmeklerin düzlemleri birbirine diktir ve her birinden 7.0 A'lik akım geçmektedir. Büyük ilmeğin küçüğe uyguladığı torku bulunuz. Sadeleştirme yapmak için nasıl bir kabulde bulundunuz?

37. (II) Şek.28-45'te gösterildiği gibi, bir tele, birbirine eşit uzunlukta düz bölümlerle bağlanmış iki yarım daire şekli verilmiştir. Devreden saat yönünde I akımı geçmektedir. (*a*) C merkezindeki manyetik alanın büyüklüğü ve yönünü, (*b*) devrenin manyetik dipol momentini bulunuz.

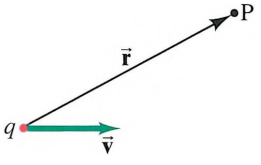


ŞEKİL 28–45
Problem 37.

38. (II) Bir q noktasal yükü $\vec{\mathbf{v}}$ hızıyla hareket etmektedir. Yüke göre konum vektörü $\vec{\mathbf{r}}$ olan P noktasında oluşturduğu manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$'nin

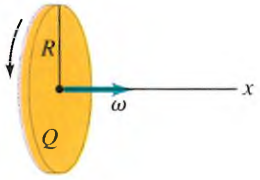
$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{r}}}{r^3}$$

ile verildiğini Biot-Savart yasasını kullanarak gösteriniz (Şek. 28-46). (v'nin ışık hızından düşük olduğunu varsayınız.)



ŞEKİL 28–46
Problem 38.

39. (II) R yarıçapında iletken olmayan bir disk üzerinde düzgün dağılmış Q yükü vardır. Plaka, merkezinden geçen dik bir eksen etrafında ω açısal hızıyla dönmektedir (Şek.28-47). (*a*) Manyetik dipol momentini, (*b*) eksen üzerinde merkezden x uzaklıktaki bir noktadaki manyetik alanı bulunuz. (*c*) Dnk. 28-7b $x >> R$ için uygulanabilir mi?

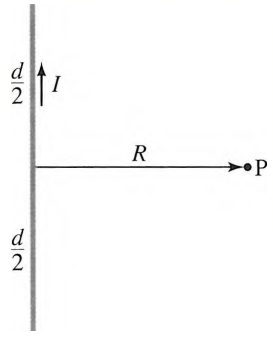


ŞEKİL 28–47
Problem 39.

40. (II) Şek.28-48'deki gibi I akımı taşıyan, d uzunluğunda düz bir parça teli göz önüne alınız. (*a*) Telin orta dikmesi üzerinde, R uzaklığındaki bir P noktasındaki manyetik alanın

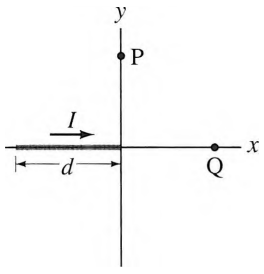
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\frac{d}{(d^2 + 4R^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

olduğunu gösteriniz. (*b*) Bunun Örnek 28-11'deki sonsuz uzunluktaki tel için elde edilen sonuçla uyumlu olduğunu gösteriniz.



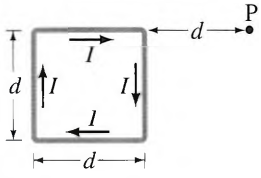
ŞEKİL 28–48
Problem 40.

41. (II) d uzunluğunda bir tel parçası I akımını taşımaktadır (Şek..28-49). (*a*) Pozitif x ekseni (telin ekseni) üzerindeki Q gibi noktalarda manyetik alanın sıfır olduğunu gösteriniz. (*b*) y ekseni üzerindeki P gibi noktalarda manyetik alanı belirleyiniz.



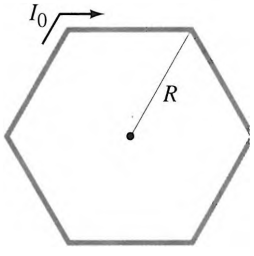
ŞEKİL 28–49
Problem 41.

42. (III) Şek.28-50'de kare ilmekteki akımın P noktasında oluşturduğu manyetik alanı 41. Problemin sonuçlarını kullanarak bulunuz.



ŞEKİL 28–50
Problem 42.

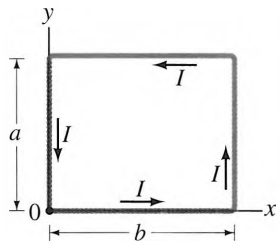
43. (III) Bir tel her köşesi merkeze R uzaklıkta n kenarlı bir çokgen haline bükülmüştür. (6 kenarlı özel bir hali Şek.28-51'de gösterilmiştir.) Tel I_0 akımı taşıyorsa: (*a*) merkezdeki manyetik alanı bulunuz. (*b*) Çokgen çok fazla sayıda kenara sahipse ($n \to \infty$) (*a*)'daki formülün dairesel ilmek formülüne indirgenebileceğini gösteriniz. (Örnek 28-12).



ŞEKİL 28–51
Problem 43.

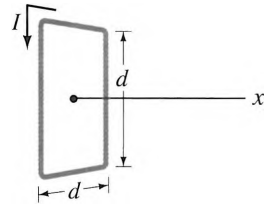
44. (III) Tek bir ilmeğin ekseni üzerindeki manyetik alanı veren Örnek 28-12'nin sonucunu kullanarak $+\infty$'dan $-\infty$ uzanan, her metresinde n sarım bulunan bir solenoidin alanını bulunuz.

45. (III) Kenar uzunlukları a ve b olan dikdörtgen şeklindeki bir ilmek I akımını taşımaktadır. Sol alt köşesi xy koordinat düzleminin orijininde bulunan dikdörtgenin b kenarı x eksenine paraleldir. İlmeğin içindeki tüm (x, y) noktalarında manyetik alanı bulunuz.



ŞEKİL 28–52
Problem 45.

46. (III) d kenar uzunluğuna sahip kare bir ilmek I akımı taşımaktadır. (*a*) Karenin merkezinde ilmek düzlemine dik olan bir çizgi üzerindeki B manyetik alanı bulun (Şek.28-53). B'yi merkezden olan x uzaklığı cinsinden ifade edin. (*b*) $x >> d$ ilmek ilmek bir manyetik dipol gibi davranır mı? Davranırsa dipol momenti nedir?



ŞEKİL 28–53
Problem 46.

28–7 Manyetik Malzemeler, Ferromanyetizma

47. (I) Bir demir atomu 1.8×10^{-2} A·m^2'lik bir dipol momentine sahiptir. (*a*) 9.0 cm uzunluğunda, 1.2 cm genişliğinde ve 1.0 cm kalınlığında %100 doygun bir demir çubuğun dipol momentini bulunuz. (*b*) Çubuk kendisine dik 0.80 T'lık bir alana yerleştirildiğinde üzerine etkiyen torku bulunuz.

*28–9 Manyetik Maddeler, Histerezis

*48. (I) Aşağıda bir parça mıknatıslanmış tavlanmış demirin B ve B_0 değerleri verilmektedir.

$B_0(10^{-4}\,\mathrm{T})$	0.0	0.13	0.25	0.50	0.63	0.78	1.0	1.3
B(T)	0.0	0.0042	0.010	0.028	0.043	0.095	0.45	0.67
$B_0(10^{-4}\,\mathrm{T})$	1.9	2.5	6.3	13.0	130	1300	10,000	
B(T)	1.01	1.18	1.44	1.58	1.72	2.26	3.15	

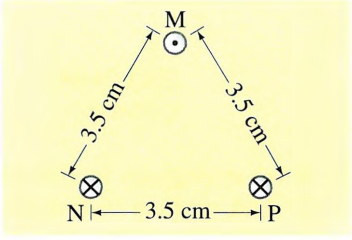
μ manyetik geçiriciliğini tüm değerler için bulunuz ve $\mu - B_0$ grafiğini çiziniz.

*49. (I) Her metresinde 285 ilmek bulunan büyük ve ince bir toroide sarılı telden geçen akım 3 A'dir. Demirin bağıl geçiriciliğ $\mu/\mu_0 = 2200$ ise toroidin içindeki toplam manyetik alan nedir?

*50. (II) Bir demir solenoit 38 cm uzunluğunda, 1.8 cm çapında ve 640 sarımlıdır. 48 A'lik akım geçtiğinde solenoit içindeki manyetik alan 2.2 T'dır. Bu yüksek şiddetteki alanda μ geçiriciliği nedir?

Genel Problemler

51. Üç paralel uzun tel (bir eşkenar üçgenin üç köşesinde, üçgen düzlemine dik) arasındaki mesafeler 3.5 cm'dir. Her telden 8.0 A'lik akım geçmektedir. Fakat M' deki akım N ve P'dekine zıt yöndedir (Şek.28-54). Her telin diğer ikisine birim uzunluk başına uyguladığı manyetik kuvveti bulunuz.



ŞEKİL 28–54 Problem 51, 52 ve 53.

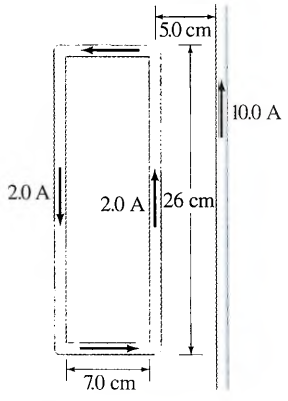
52. Şek.28-54' de M ve N arasında orta noktadaki manyetik alanın büyüklüğü ve yönünü bulunuz.

53. Şek.28-54'de üstteki 1.00 mm çapındaki bakır tel alttaki iki telin uyguladığı manyetik kuvvetle havada asılı kalmıştır. Alttaki her bir telden geçen akım 40.0 A'dir. Asılı telde olması gereken akımı hesaplayınız.

54. Geniş bir solenoide eksenden 7.0^0'lik açıyla bir elektron giriyor. Düzgün ve 3.3×10^{-2}T' lık bir alanda, 1.3×10^7m/s hıza sahip elektronun izleyeceği helezoni yolun yarıçapını ve ilmek sıklığını (ilmekler arası mesafe) bulunuz.

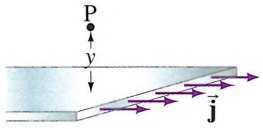
55. Uzun düz iki paralel tel arasındaki mesafe 15 cm' dir. A teli 2.0 A'lik, B teli aynı yönde 4.0 A'lik akım taşımaktadır. (*a*) A'nın B'deki manyetik alanını, (*b*) B'nin A'daki manyetik alanını bulunuz. (*c*) Bu iki manyetik alan eşit ve zıt yönlü müdür, değil midir? Niçin?

56. Dikdörtgen şeklinde bir ilmek 2.0 A'lik bir akım taşımakta ve 10.0 A'lik akım taşıyan çok uzun ve düz bir telle aynı düzlemde bulunmaktadır. (*a*) Net kuvveti, (*b*) Telin ilmeğe uyguladığı net torku bulunuz.



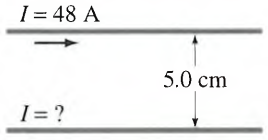
ŞEKİL 28–55
Problem 56.

57. t kalınlığındaki çok geniş yassı bir iletken boyunca düzgün dağılmış $\vec{\mathbf{j}}$ akım yoğunluğu vardır. İletken düzleminden y uzaklıktaki bir noktada manyetik alanın büyüklüğü ve yönünü bulunuz. (İletkenin çok geniş ve uzun olduğunu varsayın.)



ŞEKİL 28–56
Problem 57.

58. Uzun yatay bir tel 48 A'lik akım taşımaktadır. 1.00 mm çapında bakırdan yapılmış ikinci bir tel, birinciye paralel ve 5.0 cm aşağıda asılı durmaktadır. (*a*) Alttaki teldeki akım yönü ve büyüklüğünü bulunuz. (*b*) Alttaki tel kararlı bir dengede midir? (*c*) (*a*) ve (*b*) şıklarını ikinci telin birincinin manyetik alanında 5.0 cm yukarıda asılı olma durumu için tekrarlayınız.



ŞEKİL 28–57
Problem 58.

59. d kenar uzunluğuna sahip bir kare ilmek I akımı taşımaktadır. Manyetik alanın merkezde

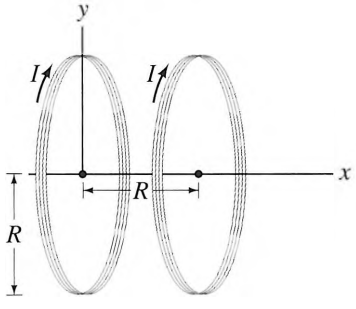
$$B = \frac{2\sqrt{2}\,\mu_0 I}{\pi d}.$$

olduğunu gösteriniz. [*İpucu:* $\vec{\mathbf{B}}$ Manyetik alan vektörünü d uzunluğundaki her parça için tayin ediniz.)

60. Problem 54'teki kare şeklindeki tele daire şeklini verirseniz merkezdeki B çoğalır mı azalır mı? Anlatınız.

61. Helmholtz bobinleri, aynı R yarıçapına sahip, aralarındaki mesafe de R yarıçapı kadar olan, aynı yönde aynı I akımlarını taşıyan iki özdeş çember şeklindedir.(Bakınız Şek.28-58) Bilimsel enstrümanlarda düzgün manyetik alan üretmek için kullanılırlar. (Şek.27.18'deki fotoğrafta görülebilir.) (*a*) Manyetik alanı, merkezlerini birleştiren doğru üstündeki x noktasında bulunuz. Birinci kangalın merkezi $x = 0$, diğerinin $x = R$'de olsun. (*b*) Bobinlerin tam orta noktasında

$\frac{dB}{dx} = 0$ ve $\frac{d^2B}{dx^2} = 0$ olduğunu göstererek alanın özellikle bu noktada düzgün olduğunu gösteriniz. (*c*) R = 10 cm, N = 250 sarım ve I = 2 A ise, kangalların orta noktasındaki $x = R/2$ alan nedir ?



ŞEKİL 28–58
Problem 61.

62. Şek.28.10'daki gibi birbirinden d mesafesi ile ayrılmış I_1 ve I_2 akımlarını taşıyan iki uzun paralel tel ve I_1 merkezli r ($r < d$) yarıçapında dairesel bir yol için Ampère yasasının geçerli olduğunu doğrudan gösterin (Dnk.28-1) (fakat Ampère yasasını kullanmayın.):

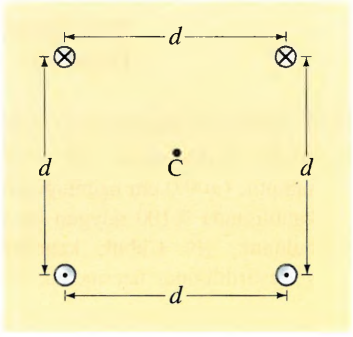
$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_1.$$

63. Dünyanın kutupları yakınlarında manyetik alan yaklaşık 1G (1×10^{-4} T)'dır. Ekvator çevresinden geçen bir akım ilmeği şeklinde tasarlanmış basit bir model düşünün. Bu ilmeğin taşıyacağı akımı kabaca tahmin ediniz.

64. 175 gramlık bir model uçak 18 mC ile yüklenmiş ve gittiği yola paralel 25 A'lik akım taşıyan bir telin 8. cm üzerinden 2.8 m/s hızla geçiyor. Bu etkileşimin uçağa verdiği ivme nedir?

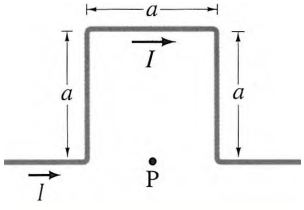
65. Bir kenarı 2.0 mm olan kare bakır telden yapılmış 2.0 m çapında bir elektromıknatıs bobini, 1.0 kW maksimum çıkış gücünde 35 voltluk bir aküye bağlanıyor. (*a*) Güç kaynağını maksimum güçte çalıştırmak için kaç sarım gereklidir? (*b*) Bobinin merkezindeki manyetik alanın şiddeti nedir? (*c*) Aynı bobin ve güç kaynağını kullanarak sarım sayısını artırırsanız daha büyük bir alan elde edebilir misiniz? Açıklayın.

66. Bir kenarı d olan karenin köşelerine yerleştirilmiş eşit I_0 akımını taşıyan dört paralel tel Şek.28.59'da gösterildiği gibi sayfa düzlemine diktir. Karenin merkezinde $\vec{\mathbf{B}}$'nin yönü ve büyüklüğünü bulunuz.



ŞEKİL 28–59
Problem 66.

67. Şek.28.60'daki gibi kare şeklinde bir kıvrıma sahip çok uzun bir telin P noktasında oluşturduğu manyetik alanı bulunuz. P noktası iki köşenin orta noktasındadır. [*İpucu:* Problem 40 ve 41'in sonuçlarını kullanabilirsiniz.]



ŞEKİL 28–60
Problem 67.

68. 12 cm uzunluğunda ince bir solenoit toplam 420 sarımlıdır ve 2.0 A'lik bir akım taşımaktadır. Solenoidin merkezindeki alanı hesaplayınız.

69. 550 sarımlı solenoit 15 cm uzunluğundadır. İçindeki akım 33 A'dir. Çap boyunca 3.0 cm uzunluğunda düz bir tel solenoit merkezini kesmektedir. Bu tel aşağı yönde 22 A'lik bir akım taşımaktadır (bu tel başka tellere bağlıdır fakat biz bunu dikkate almayacağız). Solenoidin alanının doğuya yöneldiğini farz edersek tel üzerindeki kuvvet nedir?

70. Elinizde 1 kg bakır var ve verilen bir voltajla üretebileceğiniz en büyük manyetik alanı elde edecek bir solenoit yapmak istiyorsunuz. Bakıra vereceğiniz şekil ince ve uzun mu, kısa ve kalın mı yoksa farklı bir şey mi olurdu? Solenoidin çapı, uzunluğu gibi diğer değişkenleri de dikkate alınız.

71. Küçük bir solenoit (yarıçapı r_a) daha geniş bir solenoidin içindedir. ($r_b > r_a$) Birim uzunlukta sırasıyla, n_a ve n_b sarım sayılarına sahip olup eş eksenlidirler. Solenoitler eşit fakat zıt yönlü akım taşımaktadır. Solenoitlerin ortak ekseninden uzaklık r olsun. Küçük solenoidin içindeki ($r < r_a$) manyetik alan solenoitler arasındaki alanla ters yönde ve yarısı büyüklüğünde olacaksa n_b/n_a oranının ne olması gerekir?

72. Şek.28-61'deki 4 cm yarıçaplı yarım dairenin merkezindeki B'yi bulunuz. Düz teller sola doğru büyük bir mesafeye uzanmakta ve $I = 6$ A'lik bir akım taşımaktadır.

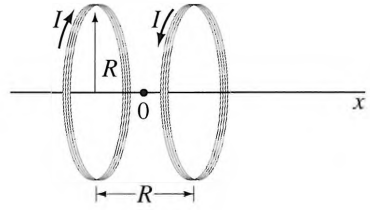


ŞEKİL 28–61
Problem 72.

73. Manyeto-optik atom tuzağı tasarımı, bir eksen boyunca x konumuyla doğru orantılı bir manyetik alan gerektirir. Böyle bir alan, atomları uzaysal olarak tuzağa hapsedecek şekilde atomların lazer ışığını soğurmasını sağlar. Anti-Helmholtz bobinlerinin, C sabit olmak üzere, gerekli $B = Cx$ alanını sağlayabileceğini gösterelim. Anti-Helmholtz bobinleri farklı yönde akım taşıyan, R yarıçaplı ve N sarımlı özdeş iki bobinden ibarettir (Şek.28-62). Bobinler aynı ekseni paylaşır. ($x = 0$ noktası iki bobin arasındaki orta nokta olarak tanımlanmıştır.) Bobinler arasındaki mesafenin yarıçapa eşit olduğunu farz edin. (*a*) x ekseni üzerinde bir noktada manyetik alanın

$$B(x) = \frac{4\mu_0 NI}{R}\left\{\left[4 + \left(1 - \frac{2x}{R}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}} - \left[4 + \left(1 + \frac{2x}{R}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}}\right\}$$

olduğunu gösteriniz. (*b*) Orijinden $|x| \ll R$, mesafesinde manyetik alanın $B \approx Cx$, ile verildiğini gösteriniz. Burada $C = 48\,\mu_0 NI/25\sqrt{5}\,R^2$ bir sabittir. (*c*) Optimum atom tuzaklama ihtimalinin için dB/dx oranı 0.15 T/m civarında olmalıdır. Bir atom tuzağında, $R = 4.0$ cm ve $N = 150$ olan anti-Helmholtz bobinleri kullanıldığını farz edin. Bobinlerdeki akım ne olmalıdır? [Bu problemde kabul dildiği gibi bobinler arası mesafenin yarıçapa eşit olması, anti-Helmholtz bobinleri için katı bir kural değildir.]



ŞEKİL 28–62
Problem 75.

74. Enerji nakil hatları tarafından oluşturulan manyetik alanın büyüklüğü hakkında fikir edinmek istiyorsunuz. Nakil hattının yerden 12 m yükseklikte olduğunu tahmin ediyorsunuz. Yerel enerji şirketi size hattın 15 kV'ta çalıştığını, bölgeye maksimum 45 MW güç sağladığını söylüyor. Bir enerji nakil hattının altında yürürken etkisine maruz kalacağınız maksimum manyetik alanı bulun ve dünyanın manyetik alanı ile karşılaştırın. [aa akım için değerler kko olacak ve manyetik alan değişken olacaktır.]

* Sayısal/Bilgisayar

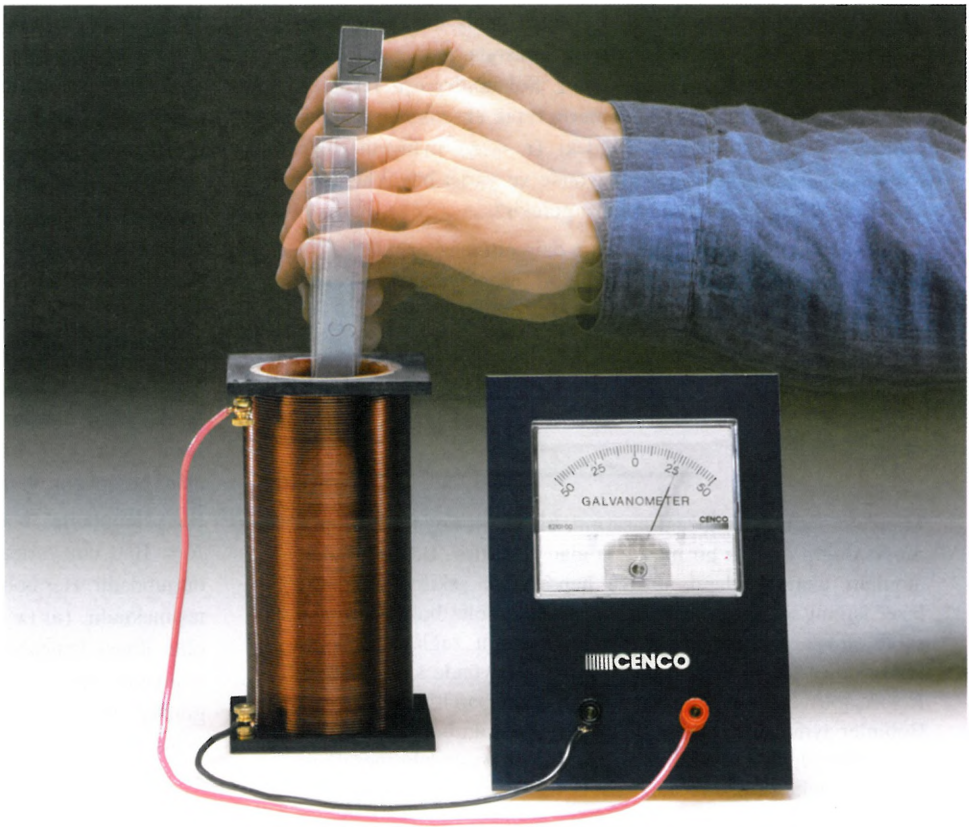
*** 75.** 15 cm yarıçaplı dairesel bir akım bobini 250 sarım içeriyor ve 2 A'lik akım taşıyor. Merkezi orijinde ve ekseni x ekseni boyuncadır. $x = -40$'dan + 40'a kadar her 2.0 cm için manyetik alanı hesaplayın ve $B(x)$ fonksiyonu için bir grafik çizin.

*** 76.** Bir Helmholtz bobinleri takımı (Problem 61, Şek.28-58) $R = 10.0$ cm yarıçapında ve $R = 10.0$ cm mesafe ile ayrılmış durumdadır. Her bobin 250 ilmeğe sahip olup $I = 2.0$ A'lik akım taşımaktadır. (*a*) ($x = 0$) olan birinci kangalın merkezi, ($x = R$) olan ikinci kangalın merkezine kadar her 0.2 cm için toplam manyetik alanı bulunuz. (*b*) B'nin x'in fonksiyonu olarak grafiğini çiziniz. (*c*) $x = 5.0$ cm'den $x = 6.0$ cm'ye kadar B'nin değişimi nedir?

Alıştırmalara Yanıtlar

A: 2×10^{-6} T; bu mesafede değil ve çok kısa süreyle.
B: 0.8×10^{-5} T, yukarı doğru.
C: (*b*).
D: (*b*), (*c*).

Fiziğin büyük yasalarından birisi, değişen manyetik akının indüklenmiş bir emk oluşturduğunu ifade eden Faraday'ın indüksiyon yasasıdır. Bu resim, bir tel bobin içerisinde hareket eden bir çubuk mıknatısı gösteriyor ve galvanometre bir indüksiyon akımını kaydediyor. Elektromanyetik indüksiyon, bilgisayar hafızası, bant kaydı, transformatörler, alternatör ve üreteçleri gibi pratikte kullanılan pek çok sayıda aygıtın temelini oluşturur.



BÖLÜM 29

Elektromanyetik İndüksiyon ve Faraday Yasası

İÇERİK

29–1 İndüklenmiş EMK
29–2 Faraday'ın İndüksiyon Yasası; Lenz Yasası
29–3 Hareketli bir İletkendeki İndüklenmiş EMK
*29–4 Elektrik Jeneratörleri
29–5 Geri EMK ve Karşı Tork; Girdap Akımları
29–6 Transformatörler ve Güç İletimi
29–7 Değişen Manyetik Akı bir Elektrik Alanı Üretir
*29–8 İndüksiyonun Uygulamaları: Ses Sistemleri, Bilgisayar Hafızası, Sismograf, Topraklama Hatası Devre Kesicileri

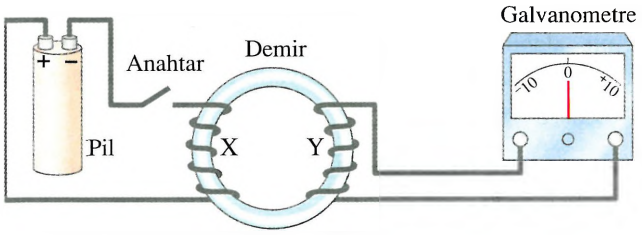
BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!
Yukarıdaki resimde, çubuk mıknatıs tel bobin içerisine yerleştirilir ve 1 dakika orada bırakılır; sonra bobinden uzaklaştırılır. Galvanometreyi izleyen bir gözlemci ne görecektir?

(a) Değişiklik olmaz; bir pil olmaksızın algılanacak bir akım meydana gelmez.
(b) Mıknatıs tel bobinin içerisindeyken küçük bir akım akar.
(c) Mıknatıs bobinin içerisine girdiğinde ani bir akım yükselişi olur ve sonra hiç bir şey olmaz.
(d) Mıknatıs bobinin içerisine girdiğinde ani bir akım yükselişi olur ve sonra değişmeyen küçük bir akım.
(e) Mıknatıs bobinin içerisine girdiğinde ani bir akım yükselişi olur, sonra hiç bir şey ve daha sonra mıknatıs bobinden ayrılırken zıt yönde ani bir akım yükselişi.

Bölüm 27'de, elektrik ve manyetizmanın birbiriyle ilişkili olan iki durumunu tartıştık: (1) elektrik akımı bir manyetik alan üretir, (2) manyetik alan, elektrik akımı veya hareketli elektrik yükü üzerine bir kuvvet uygular. Bu keşifler 1820-1821 yılları arasında yapıldı. Sonra, bilim adamları, eğer elektrik akımı bir manyetik alan üretiyorsa, manyetik alanın bir elektrik akımı üretebilmesi mümkün müdür sorusunun cevabını merak etmeye başladılar. On yıl sonra, Amerikalı Joseph Henry (1797-1878) ve İngiliz Michael Faraday (1791-1867) bağımsız olarak bunun mümkün olduğunu buldular. Aslında ilk keşfi Henry yaptı. Fakat, Faraday sonuçlarını daha önce yayınladı ve konuyu daha ayrıntılı araştırdı. Biz şimdi bu olayı ve elektrik jeneratörü gibi dünyayı değiştiren uygulamalarının bazılarını tartışacağız.

29–1 İndüklenmiş EMK

Faraday, manyetik alandan elektrik akımı üretmek için Şek.29-1'de gösterilen gibi bir düzenek kullandı. X bobini bir pile bağlanır. X boyunca akan akım bir manyetik alan üretir ve bu alanı şiddetlendirmek için etrafına tel sarılmış bir demir halka kullanılır. Faraday, X'deki güçlü, sabit bir akımın, aynı demir halka üzerinde sarılmış olan ikinci bobin Y'de akım üretecek kadar büyük bir manyetik alan üretmesini umut ediyordu. Pile bağlı olmayan bu ikinci Y devresinde oluşabilecek herhangi bir akımın gözlenmesi için



ŞEKİL 29–1 Bir emk indüklemek için Faraday deneyi.

bir galvanometre vardı. Faraday sabit akımlarla hiçbir başarı elde edemedi. Fakat uzun araştırmalar sonunda Faraday bu etkiyi, X devresindeki anahtarı kapattığında Y devresindeki galvanometrenin şiddetli bir şekilde sapmasını fark ettiğinde gözlemledi. X'deki anahtar açıldığında galvanometre ters yönde güçlü bir şekilde saptı. X'deki sabit akım Y'de akım oluşturmayan sabit bir manyetik alan üretti. Yalnız X'de akım başladığında veya durduğunda Y'de bir akım üretildi.

Faraday, sabit bir manyetik alanın iletkende akım üretmemesine rağmen değişen bir manyetik alanın elektrik akımı üretebileceği sonucuna vardı. Bu gibi akımlar **indüklenmiş akım** olarak adlandırılır. Y bobini içerisindeki manyetik alan değiştiğinde Y devresinde bir emk kaynağı varmış gibi akım oluşur. Dolayısıyla şunu söyleyebiliriz:

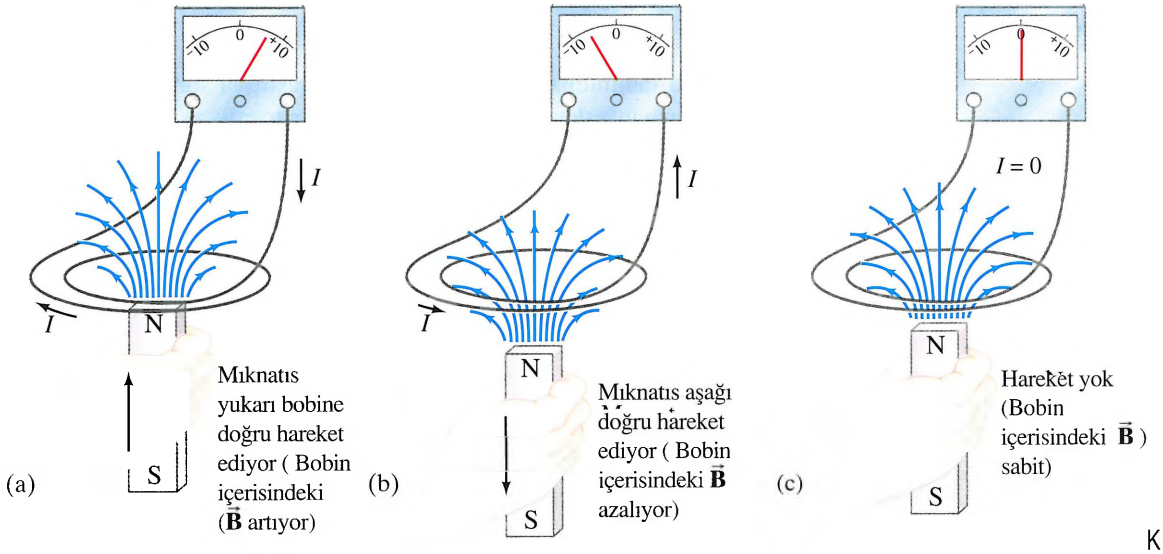
değişen manyetik alan bir emk yaratır.

DİKKAT
$\vec{B}$'nin kendisi değil, değişen $\vec{B}$, akım indükler

Faraday, **elektromanyetik indüksiyon** olarak adlandırılan bu olay ile ilgili daha ileri deneyler yaptı. Örneğin, Şek.29-2 eğer bir mıknatıs tel sarılı bir bobin içerisinde hızlı şekilde hareket ettirilirse telde bir akımın oluştuğunu gösteriyor. Eğer mıknatıs hızlı bir şekilde uzaklaştırılırsa, ters yönde bir akım oluşur (bobin içerisindeki $\vec{B}$ azalır). Ayrıca, eğer mıknatıs sabit tutulur ve tel sarılı bobin mıknatıstan uzaklaştırılır veya ona doğru hareket ettirilirse tekrar bir emk oluşur ve bir akım meydana gelir. Hareket veya değişim bir emk oluşturmak için gereklidir. Hareket edenin mıknatıs veya bobin olması önemli değildir. Önemli olan onların *bağıl hareketi*dir.

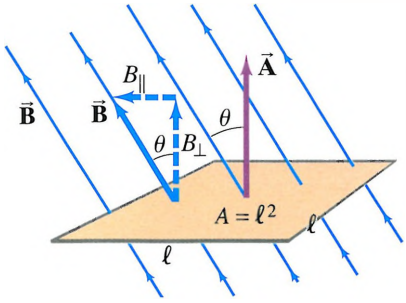
DİKKAT
Bağıl hareket- hareketli mıknatıs veya bobin, akım indükler

ŞEKİL 29–2 (*a*) Bir mıknatıs, bobinden geçen manyetik alanı anlık olarak artıracak şekilde bobine doğru hareket ettirildiğinde bir akım oluşur, (*b*) mıknatıs bobinden uzaklaştırıldığında ($\vec{B}$ azalır) indüksiyon akımı ters yöndedir. Galvanometrenin sıfırının ölçeğin ortasında olduğuna ve akımın yönüne göre ibrenin sola veya sağa saptığına dikkat edin. (*c*)'de ise mıknatıs bobine göre hareket etmediği için akım oluşmaz. Burada önemli olan bağıl harekettir: mıknatıs sabit tutulup, bobin de hareket ettirilebilir, bu da emk indükler.



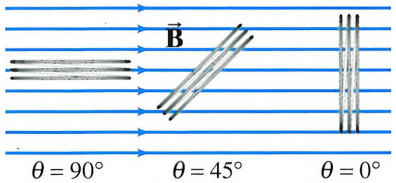
ALIŞTIRMA A Sayfa 758'deki Bölüm açılış sorusuna dönün ve şimdi bunu tekrar cevaplayın. Önce niçin farklı bir şekilde cevap vermiş olabileceğinizin açıklamasını yapmaya çalışın.

29–2 Faraday'ın İndüksiyon Yasası; Lenz Yasası

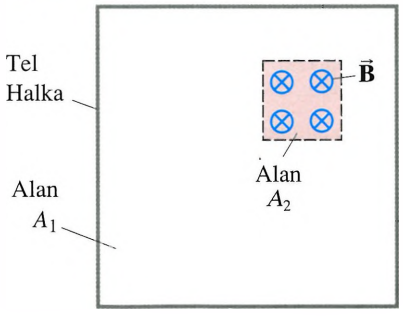


ŞEKİL 29–3 Bir düzlem tel halkadan geçen akının belirlenmesi. Bu halka kenar uzunluğu ℓ, alanı $A = \ell^2$ olan bir karedir.

ŞEKİL 29–4 4 Manyetik akı Φ_B halka içerisinden geçen $\vec{B}$ 'nin çizgilerinin sayısı ile orantılıdır.



ŞEKİL 29–5 Örnek 29–1.



Faraday indüklenmiş emk'nın büyüklüğüne etki eden faktörün ne olduğunu nicel olarak araştırdı. İlk önce, manyetik alan ne kadar hızlı değişirse o kadar büyük indüksiyon emk olduğunu buldu. İndüksiyon emk'nın devre ilmeğinin alanına da bağlı olduğunu gözlemledi. Dolayısıyla, emk'nın alanlı devre ilmeğinden geçen **manyetik akı** Φ_B 'nin değişim hızı ile orantılı olduğunu söyleriz. Düzgün bir manyetik alan için manyetik akı Bölüm 22'de elektrik akısı için yaptığımız gibi,

$$\Phi_B = B_\perp A = BA\cos\theta = \vec{\mathbf{B}}\cdot\vec{\mathbf{A}}. \qquad \text{[düzgün } \vec{\mathbf{B}}\text{]} \quad \textbf{(29–1a)}$$

şeklinde tanımlanır. Burada, $B_\perp$ manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$ 'nin ilmeğin yüzeyine dik bileşenidir ve θ yönü ilmeğin yüzeyine dik $\vec{\mathbf{A}}$vektörü (alanı ifade eden) ile $\vec{\mathbf{B}}$ arasındaki açıdır. Bu nicelikler, kenar uzunluğu ℓ, alanı $A = \ell^2$ olan kare şeklindeki bir ilmek için Şek.29-3'te gösterilmiştir. Eğer alan başka bir biçime sahipse veya $\vec{\mathbf{B}}$ düzenli değilse, manyetik akı

$$\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{A}} \qquad \textbf{(29–1b)}$$

şeklinde yazılabilir.† Bölüm 27'de gördüğümüz gibi, $\vec{\mathbf{B}}$'nin çizgileri $\vec{\mathbf{E}}$'nin çizgileri gibi) birim alan başına düşen çizgilerin sayısı ile alan şiddeti orantılı olacak şekilde çizilebilir. O zaman, Φ_B akısının, *halka ile çevrelenen alan içerisinden geçen çizgilerin toplam sayısı* ile orantılı olduğu düşünülebilir. Bu, halkanın yandan (kenardan) görüldüğü Şek. 29-4'te gösterilmiştir. $\theta = 0°$. de Φ_B maksimum olurken, $\theta = 90°$, için manyetik alan çizgileri halka içerisinden geçmez ve $\Phi_B = 0$ 'dır. Manyetik akının birimi tesla-metre^2'dir; bu weber olarak adlandırılır:1Wb=1T·m^2'dir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 29–1 **Akının belirlenmesi.** Şek.29-5'te gösterildiği gibi bir kare tel halka A_1 alanını çevrelemektedir. İlmeğe dik düzgün bir manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$, A_2 alanı üzerine etki etmektedir. A_1 ilmeği içerisinde manyetik akı nedir?

YANIT A_2 alanı dışında manyetik alanı sıfır kabul ederiz. A_1 alanı içerisindeki toplam manyetik akı A_2 alanı içindeki akıdır ki bu da düzgün bir alan için Dnk. 29-1a'dan , artı geri kalan alan $(= A_1 - A_2)$ üzerindeki akıdır. Bu da $B = 0$ olduğu için sıfırdır. Böylece toplam akı $\Phi_B = BA_2 + 0(A_1 - A_2) = BA_2$ 'dir. Bu, $\vec{\mathbf{B}}$, A_1 üstünde düzgün olmadığı için BA_1'e eşit değildir.

Dnk. 29-1'deki akı tanımımız ile şimdi Farday'ın araştırma sonuçlarını yazabiliriz: Bir devrede indüklenen emk devre içerisinden geçen manyetik akının değişim hızına eşittir:

FARADAY İNDÜKSİYON YASASI

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \qquad \textbf{(29–2a)}$$

Bu temel sonuç, **Faraday'ın indüksiyon yasası** olarak bilinir ve elektromanyetizmanın temel yasalarından birisidir.

†İntegral açık bir yüzey, yani daire veya kare gibi kapalı bir eğrinin içinde kalan yüzey üzerinden alınır. Bu tartışmada alan sööz konusu ilmeğin alanıdır. Alan, Bölüm 22'deki Gauss yasasında kullandığımız kapalı yüzey değildir.

Eğer devre her biri içinden aynı akı geçecek şekilde sarılmış N tane ilmek içeriyorsa, her bir ilmekteki indüklenmiş emk'lar toplanır. Böylece,

$$\mathscr{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}. \qquad [N \text{ ilmek}] \quad \textbf{(29–2b)}$$

FARADAY İNDÜKSİYON YASASI

ÖRNEK 29–2 **Manyetik alandaki bir tel halka.** Bir kenarı $\ell = 5.0\,\text{cm}$ olan kare tel halka $B = 0.16\,\text{T}$ 'lık düzgün bir manyetik alan içerisindedir. (*a*) $\vec{\mathbf{B}}$ ihalkanın yüzeyine dik, (*b*) $\vec{\mathbf{B}}$ halkanın alanı $\vec{\mathbf{A}}$ ile 30^0 'lik bir açıda olduğunda halkadaki manyetik akı nedir? (c) Eğer halka $0.012\,\Omega$ 'luk bir dirence sahipse ve 0.14 s'de (*b*) pozisyonundan (*a*) pozisyonuna döndürülürse halkadaki ortalama akımın büyüklüğü nedir?

YAKLAŞIM Manyetik akıyı hesaplamak için $\Phi_B = \vec{\mathbf{B}}\cdot\vec{\mathbf{A}}$ tanımını kullanırız. Sonra bobindeki indüklenmiş emk'yı bulmak için Faraday'ın indüksiyon yasasını kullanır ve nihayet indüksiyon akımını $(I = \mathscr{E}/R)$ bulunuz.

ÇÖZÜM Bobinin alanı $A = \ell^2 = (5.0 \times 10^{-2}\,\text{m})^2 = 2.5 \times 10^{-3}\,\text{m}^2$ ve $\vec{\mathbf{A}}$'nın yönü ilmeğin yüzeyine diktir (Şek. 29-3).

(*a*) $\vec{\mathbf{B}}$, bobinin yüzeyine diktir, dolayısıyla $\vec{\mathbf{A}}$'ya paraleldir (Şek. 29-3), bundan dolayı

$$\Phi_B = \vec{\mathbf{B}}\cdot\vec{\mathbf{A}}$$
$$= BA\cos 0^\circ = (0.16\,\text{T})(2.5 \times 10^{-3}\,\text{m}^2)(1) = 4.0 \times 10^{-4}\,\text{Wb}.$$

(*b*) $\vec{\mathbf{B}}$ ile $\vec{\mathbf{A}}$ arasındaki açı $30°$ 'dir, böylece

$$\Phi_B = \vec{\mathbf{B}}\cdot\vec{\mathbf{A}}$$
$$= BA\cos\theta = (0.16\,\text{T})(2.5 \times 10^{-3}\,\text{m}^2)\cos 30^\circ = 3.5 \times 10^{-4}\,\text{Wb}.$$

(*c*) İndüksiyon emk'nın büyüklüğü

$$\mathscr{E} = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{(4.0 \times 10^{-4}\,\text{Wb}) - (3.5 \times 10^{-4}\,\text{Wb})}{0.14\,\text{s}} = 3.6 \times 10^{-4}\,\text{V}.$$

Buradan akım,

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{3.6 \times 10^{-4}\,\text{V}}{0.012\,\Omega} = 0.030\,\text{A} = 30\,\text{mA}.$$

Dnk.29-2a ve 2b'deki eksi işareti bize indüklenmiş emk'nın etki ettiği yönü gösterir. Deneyler gösterir ki:

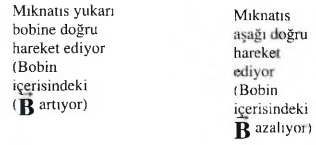
indüklenmiş emk tarafından üretilen akım, yarattığı manyetik alanın akıdaki ilk değişime karşı koyacağı yönde hareket eder.

Bu, **Lenz Yasası** olarak bilinir. Şimdi iki farklı manyetik alanı tartışıyoruz: (1) akımı indükleyen değişen manyetik alan veya akı ve (2) indüklenen akım tarafından üretilen manyetik alan (bütün akımlar bir alan üretir). İkinci alan, birincideki değişime karşı koyar.

DİKKAT
İki farklı manyetik alanı ayırt edin.

Lenz yasası, akım olmasa (devre kapalı değilkenki gibi) bile geçerli olan bir biçimde ifade edilebilir:

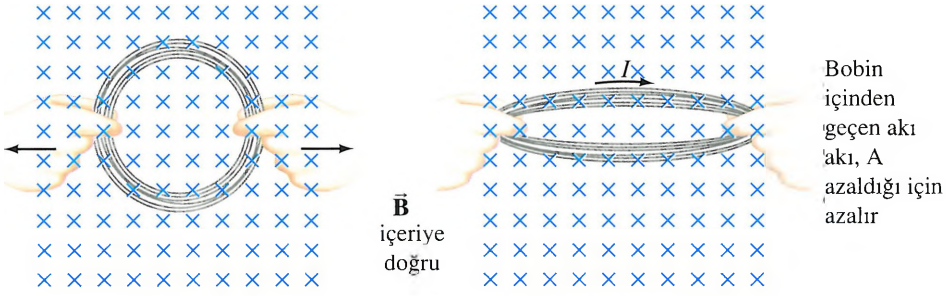
Bir indüklenmiş emk daima kendisine neden olan akıdaki değişime karşı koyacak yöndedir.



ŞEKİL 29–2 (tekrarlanmış)

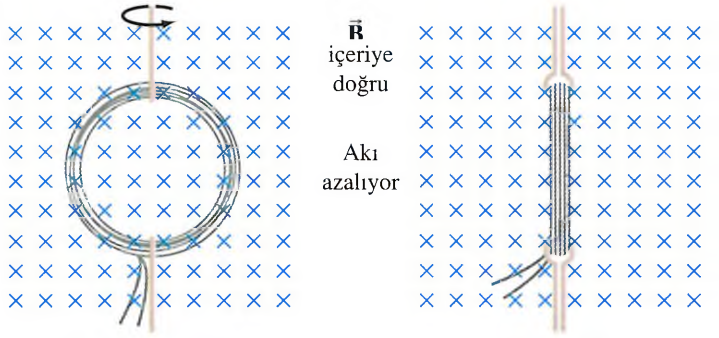
Lenz yasasını bir bobin ve mıknatıs arasıdaki bağıl harekete uygulayalım, Şek. 29-2. Bobin içerisindeki akı değişimi bobinde akım üreten bir emk meydana getirir. Bu indüklenmiş akım kendi manyetik alanını üretir. Şek.29-2a'daki mıknatıs ve bobin arasındaki mesafe azalır. Bobin içerisindeki mıknatısın manyetik alanı (ve alan çizgilerinin sayısı) artar, ve böylece akı artar. Mıknatısın manyetik alanı yukarı doğru yönelmiştir. Yukarı doğru artışa engel olmak için bobin içerisinde indüksiyon akımı tarafından üretilen manyetik alanın *aşağı doğru* yönelmesi gerekir. Böylece, Lenz yasası bize akımın gösterildiği gibi (sağ el kuralını kullanın) hareket ettiğini söyler. Şek.29-2b'de akı azalır (çünkü mıknatıs uzaklaştırılır ve azalır, Bundan dolayı, bobindeki indüksiyon akımı, mevcut durumu sürdürmeye çalışan bobin içerisinde *yukarı* yönde bir manyetik alan üretmelidir. Dolayısıyla, Şek. 29-2b'deki akım Şek. 29-2a'dakine zıt yöndedir.

Bobin içerisindeki akıda değişim olduğu her durumda bir emk'nın indüklendiğine dikkat etmek önemlidir. Şimdi bazı diğer olasılıkları ele alacağız. Manyetik akı



ŞEKİL 29–6 B değişmese bile, bobin alanının değişimi ile bir akım indüklenebilir. Burada alan bobinin yanlardan çekilmesi ile azaltılmaktadır: (a) dan (b)'ye gittiğimizde bobin içerisindeki akı azalır. Burada kısa bir süre için indüklenen akım, asıl akıyı $(\Phi = BA)$ muhafaza etmek amacıyla kendi manyetik alanını sayfanın içerisine doğru üretmek için gösterilen yöndedir. Yani, A alanı azalırken, akım ilk B'yi (içeriye doğru) artıracak şekilde davranır.

$\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \int B \cos\theta \, dA$, olduğu için, bir emk'nın üç yolla indüklenebileceğini görüyoruz: (1) manyetik alan değişimi ile; (2) manyetik alandaki ilmeğin yüzey alanının değişimi ile; veya (3) alana göre ilmeğin yönelimi θ'daki değişim ile. Şek.29-1 ve 29-2, 1. durumu göstermektedir. 2. ve 3. durumlara örnek sırasıyla Şek. 29-6 ve 29-7 'de gösterilmiştir.

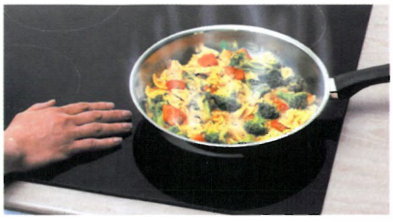


ŞEKİL 29–7 Bir manyetik alanda bir bobini döndürerek akım indüklenebilir. Bobin içerisindeki akı (a)'dan (b)'ye değişir, çünkü θ (Dnk. 29-1a'da, $\Phi = BA\cos\theta$) 0^0'den ($\cos\theta$=1) 90^0'ye ($\cos\theta$=0) gitmektedir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 29–3 **İndüksiyon ocağı.** Bir indüksiyon ocağında "ısıtıcı" (Şek. 29-8), alternatif akım taşıyan bir bobindir (hiç ısınmayan bir ısıtıcı). Bu niçin bir metal tavayı ısıtır fakat cam kabı ısıtmaz?

YANIT Alternatif akım, tava dibinin içinden geçen değişen bir manyetik alan oluşturur. Bu değişen manyetik alan tava dibinde bir akım indükler ve tava direnç gösterdiği için, elektrik enerjisi kap ve onun içerisindekileri ısıtan ısısal enerjiye dönüşür. Bir cam kap o kadar yüksek bir direnç gösterir ki, çok az akım indüklenir ve çok az enerji dönüştürülür $(P = V^2/R)$.

ŞEKİL 29–8 Örnek 29-3: Bir indüksiyon ocağı



PROBLEM ÇÖZME

Lenz Yasası

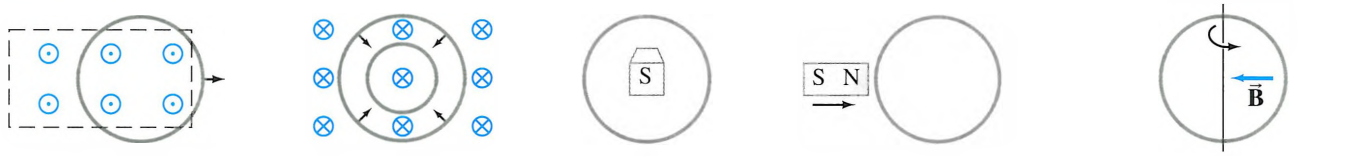
Lenz yasası, ilmek içerisindeki manyetik akıda meydana gelen bir değişime bağlı olarak indüklenen (konvansiyonel) elektrik akımının yönünü belirlemek için kullanılır. İndüklenmiş bir akım üretmek için

(*a*) kapalı iletken bir ilmeğe ve

(*b*) Zamanla değişen, ilmek içerisinden geçen bir dış manyetik akıya ihtiyaç duyarsınız.

1. İlmek içindeki manyetik akı ($\Phi_B = BA\cos\theta$) artıyor mu, azalıyor mu, yoksa sabit mi, belirleyin.
2. Manyetik alan, indüklenmiş akıma bağlı olarak: (a) akı azalıyorsa, dış alan ile aynı yöndedir. (*b*) akı artıyorsa, dış alan ile zıt yöndedir. (*c*) akı değişmiyorsa, sıfırdır.
3. İndüklenmiş manyetik alanın yönünü tespit ettikten hemen sonra indüklenmiş akımın yönünü bulmak için sağ el kuralını kullanın.
4. İki manyetik alan olduğunu daima aklınızda tutun: (1) bir elektrik akımı indüklüyorsa akısı değişken olmak zorunda olan bir dış alan ve (2) indüklenmiş akım tarafından üretilen bir manyetik alan.

ŞEKİL 29–9 Örnek 29–4.



(a) Dairesel bir ilmeği sağa doğru çekerek sayfanın dışına doğru olan bir manyetik alandan çıkarma.

(b) Sayfanın içine doğru olan bir manyetik alanda bir ilmeği daraltma.

(c) S manyetik kutbu aşağıdan yukarıya, ilmeğe doğru hareket ediyor.

(d) N manyetik kutbu sayfa düzleminde ilmeğe doğru hareket ediyor.

(e) Sol tarafını bize doğru çekerek ve sağ tarafını içeriye doğru iterek ilmek döndürülüyor, manyetik alan sağdan sola doğrudur.

KAVRAMSAL ÖRNEK 29–4 **Lenz Yasası Uygulaması.** Şek. 29-9'daki her bir durum için ilmek içindeki akım hangi yönde indüklenir?

YANIT (*a*) Başlangıçta, sayfanın dışına doğru yönlenen manyetik alan ilmeğin içinden geçiyor. İlmeği alanın dışına çekerseniz, içinden geçen manyetik akı azalır, indüklenmiş akım ilmeğin içindeki azalan akıyı sürdürecek (koruyacak) bir doğrultuda yani, dışarıya doğru bir manyetik alan üretmek üzere saat yönünün tersi yönde (okuyucuya doğru) olacaktır.

(*b*) Dış alan sayfanın içine doğrudur. İlmek küçülüyor, dolayısıyla akı azalacaktır; bundan dolayı indüklenmiş akım, akıdaki azalmayı telafi etmek için sayfanın içine doğru kendi alanını üretmek üzere saat yönünde olacaktır.

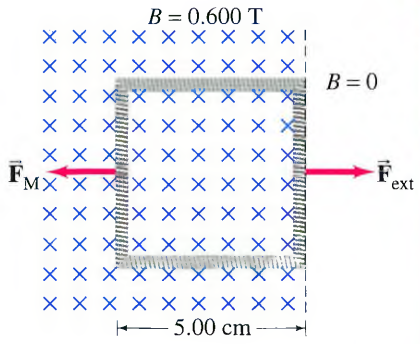
(*c*) Manyetik alan çizgileri mıknatısın *S* kutbuna doğrudur, mıknatıs bize ve ilmeğe doğru hareket ettiğinden sayfanın içine doğru olan mıknatısın alanı daha güçlenir. İlmeğin içindeki akım, sayfanın dışına doğru bir $\vec{\mathbf{B}}$ alanı üretmek için saat yönünün tersi istikametinde indüklenecektir.

(*d*) Alan ilmek düzlemindedir, böylece hiçbir manyetik alan çizgisi ilmek içinden geçmez ve ilmek içinden geçen akı süreç boyunca sıfırdır; bundan dolayı zamanla dış manyetik akıda bir değişim yoktur ve ilmekte indüklenmiş bir emk veya akım olmayacaktır.

(*e*) Başlangıçta ilmeğin içinde akı yoktur. İlmeği döndürmeye başladığınız zaman ilmeğin içinden geçen dış alan sola doğru büyümeye başlar. Akıdaki bu değişimi önlemek üzere, ilmekte indüklenen akım kendi alanını sağa doğru üretmek üzere saat yönünün tersi yönünde olacaktır.

⚠ DİKKAT

İndüklenmiş akım tarafından üretilen manyetik alan, dış alana karşı olmayıp dış akıdaki değişime karşı koyacak yöndedir



ŞEKİL 29–10 Örnek 29-5. $B = 0.600\,\text{T}$ olan bir manyetik alan içindeki kare şeklindeki bobin, sağa, $B = 0$ olan bir bölgeye doğru birdenbire çekiliyor.

ÖRNEK 29–5 **Manyetik alandan bir bobini çekme.** Toplam direnci $100\,\Omega$ ve bir kenarı $\ell = 5.00\,\text{cm}$ cm olan 100 sarımlı kare bir tel bobin, Şek.29-10'da gösterildiği gibi 0.600 T'lık düzgün bir manyetik alanda düşey pozisyondadır. Bobin, sabit hızla $\vec{\mathbf{B}}$'ye dik hareket ederek) çabukça B'nin sıfıra düştüğü bir bölgeye çekiliyor. $t = 0$'da, bobinin sağ ucu alanın kenarındadır. Tüm bobin için alanın olmadığı bölgeye varmak 0.100 s alıyor. (*a*) Bobin içinden geçen akının değişim hızını, ve (*b*) indüklenen emk ve akımı bulunuz. (c) Bobinde ne kadarlık bir enerji kaybı olur? (*d*) Gerekli olan ortalama kuvvet nedir ($F_{\text{dış}}$)?

YAKLAŞIM Önce $\Delta t = 0.100\,\text{s}$ zaman aralığı boyunca manyetik akının $\Phi_B = BA$, nasıl değiştiğini buluruz. Sonra, Faraday yasası indüklenen emk'yı ve Ohm yasası da akımı verir.

ÇÖZÜM (*a*) Bobinin alanı $A = \ell^2 = (5.00 \times 10^{-2}\,\text{m})^2 = 2.50 \times 10^{-3}\,\text{m}^2$. Bir sarım içerisindeki akı başlangıçta $\Phi_B = BA = (0.600\,\text{T})(2.50 \times 10^{-3}\,\text{m}^2) = 1.50 \times 10^{-3}\,\text{Wb}$'dir. 0.100 s sonra akı sıfırdır. Akının değişim hızı sabittir (çünkü bobin kare şeklindedir) :

$$\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{0 - (1.50 \times 10^{-3}\,\text{Wb})}{0.100\,\text{s}} = -1.50 \times 10^{-2}\,\text{Wb/s}.$$

(*b*) zaman aralığı süresince 100 sarımlı bobindeki indüksiyon emk'sı (Dnk. 29-2)

$$\mathscr{E} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -(100)(-1.50 \times 10^{-2}\,\text{Wb/s}) = 1.50\,\text{V}\text{'tur.}$$

100-Ω'luk bobin için akım, Ohm yasası uygulanarak bulunur:

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{1.50\,\text{V}}{100\,\Omega} = 1.50 \times 10^{-2}\,\text{A} = 15.0\,\text{mA}.$$

Lenz yasası gereğince akım, sayfa düzleminin içine doğru daha fazla $\vec{\mathbf{B}}$ üretmek üzere saatin dönme yönünde olmalıdır, böylece sayfa düzlemindeki akının azalmasına karşı koyar.

(*c*) Bobinde kaybolan toplam enerji, güç $(= I^2R)$ ile zamanın çarpımıdır:

$$E = Pt = I^2Rt = (1.50 \times 10^{-2}\,\text{A})^2(100\,\Omega)(0.100\,\text{s}) = 2.25 \times 10^{-3}\,\text{J}.$$

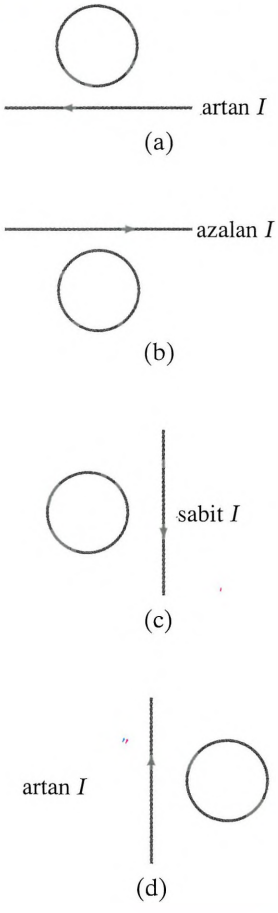
(*d*) (*c*) şıkkının sonucunu kullanabiliriz ve iş-enerji ilkesini uygularız: kaybolan enerji alanının dışına bobini çekmek için gerekli olan işine eşittir (Bölüm 7 ve 8). Çünkü $W = \bar{F}d$ burada $d = 5.00\,\text{cm}$'dir. Buradan

$$\bar{F} = \frac{W}{d} = \frac{2.25 \times 10^{-3}\,\text{J}}{5.00 \times 10^{-2}\,\text{m}} = 0.0450\,\text{N}.$$

Alternatif Çözüm (*d*) Kuvveti doğrudan $\vec{\mathbf{F}} = I\vec{\boldsymbol{\ell}} \times \vec{\mathbf{B}}$, kullanarak da hesaplayabiliriz (Dnk. 27-3). Buradaki sabit $\vec{\mathbf{B}}$ için $F = I\ell B$'dir. Manyetik alanın Şek. 29-10'daki kare bobinin üst ve alt bölümlerine uyguladığı kuvvetler zıt yönlerde etki eder ve birbirlerini yokederler. Kare bobinin sol düşey kısmı üzerine etki eden manyetik kuvvet $\vec{\mathbf{F}}_{\text{M}}$ gösterildiği gibi akım yukarı doğru (saatin dönme yönünde) olduğu için sola doğrudur. Boinin sağ kısmı $\vec{\mathbf{B}} = 0$ olan bölgededir. Bu nedenle, soldaki manyetik kuvvetin üstesinden gelmek için sağda gerekli olan dış kuvvet ($N = 100$ sarım)

$$F_{\text{dış}} = NI\ell B = (100)(0.0150\,\text{A})(0.0500\,\text{m})(0.600\,\text{T}) = 0.0450\,\text{N}\text{'dur.}$$

Bu, yukarıda enerjinin korunumu ile elde ettiğimiz sonucu doğrulamaktadır.



ŞEKİL 29–11 Alıştırma B.

ALIŞTIRMA B Şek. 29-11'in her bir kısmında gösterilen akımdan kaynaklanan dairesel ilmekte indüklenen akımının yönü nedir?

29–3 Hareketli bir İletkendeki İndüklenmiş EMK

Şek.29-12a'da gösterilen bir başka emk indükleme yolu, indüklenmiş emk'nın doğasını aydınlatmaya yardımcı olur. Düzgün bir manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$'nin, U şeklindeki iletken ve onun üstündeki hareketli çubuk ile sınırlandırılan alana dik olduğunu farz edelim. Çubuk v hızında hareket ettirilirse, dt zamanında $dx = v\,dt$ mesafesini alır. Bu nedenle, ilmeğin alanı bir dt zamanında $dA = \ell\,dx = \ell v\,dt$ kadar artar. Büyüklüğü Faraday yasasına göre

$$\mathscr{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{B\,dA}{dt} = \frac{B\ell v\,dt}{dt} = B\ell v \qquad (29\text{–}3)$$

eşitliği ile verilen bir indüksiyon emk oluşur. Dnk.29-3 B, ℓ, ve v karşılıklı dik olduğu sürece geçerlidir. (Eğer dik değillerse, sadece karşılıklı dik olan bileşenlerini kullanırız. Bazen manyetik alan içindeki hareketli bir iletken üzerindeki indüksiyon emk'sı *hareketsel emk* olarak adlandırılır.

Faraday yasasını kullanmaksızın da Dnk.29-3'ü elde edebiliriz. $\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}$ (Dnk.27-5a) denkleminde yer alan hızı ile bir manyetik alan B'ye dik olan hareketli yüklü parçacığı Bölüm 27'de gördük. Şek.29-12a'daki çubuk v hızı ile sağa hareket ettiğinde, çubuktaki elektronlar da bu hız ile hareket eder. Bu nedenle, $\vec{\mathbf{v}} \perp \vec{\mathbf{B}}$, olduğu için Şek.29-12b'de gösterildiği gibi kağıt düzleminde yukarı doğru hareket eden her bir elektron $F = qvB$, kuvvetinin etkisi altındadır. Çubuk U şeklindeki iletken ile temas halinde olmadığında elektronlar alt ucu pozitif yaparak çubuğun üst ucunda toplanırlar (Şek. 29-12b deki işaretlere bakınız). Böylece, bir indüklenmiş emk oluşur. Değnek U şeklindeki iletken ile temasta olursa (Şek. 29-12a), elektronlar U şeklindeki iletken içerisinde dolaşacaklardır. Bu durumda ilmekte saatin dönme yönünde bir akım olacaktır. Emk'yı hesaplamak için, bir yükünü çubuğun bir ucundan diğer ucuna, potansiyel farkına karşı hareket ettirmek için gerekli olan işini belirleriz: W = kuvvet × mesafe = $(qvB)(\ell)$ Emk, birim yük başına yapılan işe eşittir ve dolayısıyla $\mathscr{E} = W/q = qvB\ell/q = B\ell v$ 'dır. Sonuç Dnk.29-3'te Faraday yasasından bulduğumuzla aynıdır.†

ALIŞTIRMA C Çubuk sol tarafa hareket edip akım ilmeğinin alanını küçültürse, Şek. 29-12'deki elektronlar hangi yöne akacaklardır?

ÖRNEK 29–6 TAHMİN EDİN **Hareketli bir uçak büyük bir emk oluşturur mu?** Bir uçak dünyanın manyetik alanının 1000 km/sa ve hemen hemen düşey doğrultuda olduğu bölgede 5×10^{-5} T 'lik bir hızla hareket ediyor (Şek. 29-13). 70 m aralıktaki kanat uçları arasında indüklenen potansiyel farkı nedir?

YAKLAŞIM Kanatların dünyanın manyetik alanı içerisinde hareket eden 70 m uzunluğunda bir iletken olduğunu düşünelim. Emk elde etmek için Dnk. 29-3'ü kullanırız.

ÇÖZÜM $v = 1000\,\text{km/sa} = 280\,\text{m/s}$, $\vec{\mathbf{v}} \perp \vec{\mathbf{B}}$, olduğu için,

$$\mathscr{E} = B\ell v = (5 \times 10^{-5}\,\text{T})(70\,\text{m})(280\,\text{m/s}) \approx 1\,\text{V}$$ elde ederiz.

NOT Endişelenmeye gerek yok.

ÖRNEK 29–7 **Elektromanyetik kan-akışı ölçümü.** Kan yüklü iyonlar içerdiği için vücudumuzun damarlarındaki kan akış hızı Şek.29-14'te gösterilen cihazı kullanarak ölçülebilir. Kan damarının çapının 2.0 mm manyetik alanın 0.080 T ve ölçülmüş emk'nın 0.10 mV olduğunu farz edin. Kanın akış hızı v nedir?

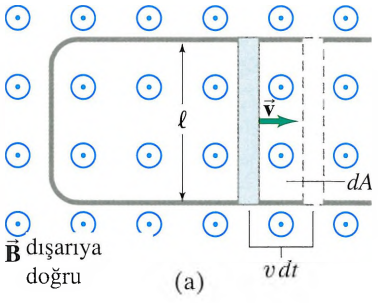
YAKLAŞIM Manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$ yatay olarak soldan sağa yönelmiştir (N kutbundan S kutbuna doğru). İndüklenmiş emk, Şek.29-12'deki gibi $\vec{\mathbf{B}}$ ve $\vec{\mathbf{v}}$'ye dik olan $\ell = 2.0$ mm genişliğinde bir kan damarı üzerine etki eder (Şek.29-14). O zaman v'yi bulmak için Dnk.29-3'ü kullanabiliriz. (Şek.29-14'teki $\vec{\mathbf{v}}$ Şek. 29-12'deki $\vec{\mathbf{v}}$ 'ye karşılık gelir.)

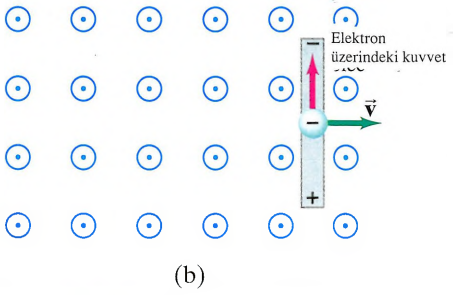
ÇÖZÜM Dnk. 29-3'ü $\vec{\mathbf{v}}$ için çözelim:

$$v = \frac{\mathscr{E}}{B\ell} = \frac{(1.0 \times 10^{-4}\,\text{V})}{(0.080\,\text{T})(2.0 \times 10^{-3}\,\text{m})} = 0.63\,\text{m/s}.$$

NOT Uygulamada, alternatif akım bir alternatif manyetik alan üretmek için kullanılır. Bu durumda indüklenmiş emk de alternatif olur.

†Hall etkisiyle (Kısım 27-8)) temelde aynı olan bu kuvvet tartışması, bir emk indükleminin sadece bu yolunu açıklar. Genel olarak elektromanyetik indüksiyonu açıklamaz.





(b)

ŞEKİL 29–12 (a) İletken bir çubuk sayfadan dışarıya doğru etki eden düzgün $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı içindeki U-şekilli iletken üzerinde sağa doğru hareket ettiriliyor. İndüksiyon akımı saatin dönme yönündedir. (b) Sayfadan dışarıya doğru etki eden $\vec{\mathbf{B}}$ 'den dolayı metal çubuktaki (sağa hareket eden) bir elektronun üzerine etki eden kuvvet yukarı doğrudur.

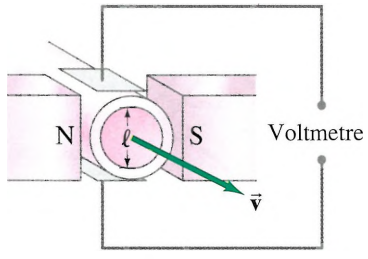
ŞEKİL 29–13 Örnek 29–6.



FİZİK UYGULAMASI

Kan- akışı ölçümü

ŞEKİL 29–14 İndüklenmiş emk'dan kan hızının ölçümü. Örnek 29-7.



$\vec{\mathbf{B}}$ dışarıya doğru

ŞEKİL 29–12 (a) (tekrarlanmış) İletken bir çubuk sayfadan dışarıya doğru etki eden düzgün $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı içindeki U-şekilli iletken üzerinde sağa doğru hareket ettiriliyor. İndüksiyon akımı saatin dönme yönündedir.

ÖRNEK 29–8 **Çubuk üzerindeki kuvvet.** Şek.29-12a'daki çubuğun v hızında sağa doğru hareket etmesi için, çubuk üzerine sağa doğru bir dış kuvvet uygulamaya ihtiyacınız vardır. (*a*) Gerekli olan kuvvetin büyüklüğünü belirleyiniz ve açıklayınız. (*b*) Çubuğu hareket ettirmek için ihtiyaç duyulan dış güç nedir? (Şek.29-12b'de gösterilen elektronlar üzerindeki yukarı yöndeki kuvvet ile çubuk üzerindeki bu dış kuvveti karıştırmayınız).

YAKLAŞIM Çubuk sağa hareket ettiğinde, elektronlar sağ-el kuralına göre çubukta yukarı doğru akarlar. Bu nedenle, konvansiyonel akım çubukta aşağı doğrudur. Bunu Lenz yasasından da görebiliriz: İlmek içerisindeki dış manyetik akı artıyor, bu yüzden indüklenmiş akım artışa karşı koymalıdır. Dolayısıyla akım, sayfa düzlemi içine doğru bir manyetik alan üretmek için saat yönündedir (sağ-el kuralı). Hareketli çubuk üzerindeki manyetik kuvvet sabit $\vec{\mathbf{B}}$ için $\vec{\mathbf{F}} = I\vec{\ell} \times \vec{\mathbf{B}}$ 'dir (Dnk.27-3). Sağ-el kuralı bize bu manyetik kuvvetin sola doğru olduğunu söyler ve böylece bu manyetik kuvvet çubuğu sağa doğru hareket ettirmek için sarf ettiğimiz çabaya karşı koyan bir "engel kuvvet" tir.

ÇÖZÜM (*a*) Sağ taraftaki dış kuvvetin büyüklüğü sol taraftaki manyetik kuvveti, $F = I\ell B$, dengelemelidir. Akım $I = \mathscr{E}/R = B\ell v/R$ (Dnk.29-3'e bakınız) olup, direnç R tüm devreye aittir: çubuk ve U-şeklindeki iletken. Böylece çubuğu hareket ettirmek için gerekli olan kuvvet

$$F = I\ell B = \left(\frac{B\ell v}{R}\right)\ell B = \frac{B^2\ell^2}{R}v$$

'dir. Eğer B, ℓ, ve R sabitse bu durumda sabit dış kuvvet tarafından sabit bir R hızı üretilir. (Sabit R, paralel rayların ihmal edilebilir dirence sahip olduklarını belirtmektedir).

(*b*) Sabit R için çubuğu hareket ettirmek için gerekli olan dış güç,

$$P_{\text{dış}} = Fv = \frac{B^2\ell^2v^2}{R}$$

'dir. Dirençte harcanan güç $P = I^2R$ 'dir. $I = \mathscr{E}/R = B\ell v/R$, bağıntısından,

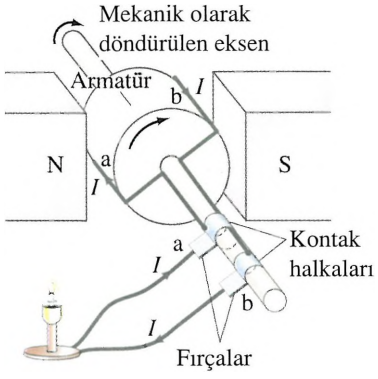
$$P_{\text{R}} = I^2R = \frac{B^2\ell^2v^2}{R}$$

olur, böylece güç girişi, herhangi bir zamanda dirençte harcanan güce eşittir.

29–4 Elektrik Jeneratörleri

Alternatif akımları (aa) Kısım 25-7'de kısaca tartışmıştık. Şimdi alternatif akımın, Faraday'ın büyük keşfinin en önemli pratik sonuçlarından biri olan **dinamo** veya bir **elektrik jeneratörü** ile nasıl üretildiğini gözden geçireceğiz. Bir jeneratör, bir motorun yaptığı şeyin zıttı olarak mekanik enerjiyi elektrik enerjisine dönüştürür. Bir **aa jeneratörü**nün basitleştirilmiş diyagramı Şek.29-15'te gösterilmiştir. Jeneratör bir manyetik alanda dönebilen bir *armatür* üzerinde sarılmış çok sayıda tel ilmek içerir (yalnız biri gösterilmiştir). Eksen bir mekanik yolla döndürülür (şelale, buhar türbini, araba motor kayışı) ve dönen bobinde bir emk indüklenir. Dolayısıyla jeneratörün *çıkışı* elektrik akımıdır. Şek.29-15'te armatürün saat yönünde döndüğünü farz edelim; bu durumda kablodaki yüklü parçacıklara uygulanan $\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}$ kuvveti (veya Lenz yasası) armatür üzerinde b ile belirtilmiş kablodaki akımın (konvansiyonel) dışa yani bize doğru olduğunu söyler; dolayısıyla b fırçasındaki akım dışa doğrudur. (Her bir fırça sabitlenmiştir ve armatür ile dönen bir sürekli kontak halkasına temas eder). Yarım devirden sonra, b kablosu resimdeki a kablosunun olduğu yerde olacak ve bu durumda b fırçasındaki akım içe doğru olacaktır. Dolayısıyla üretilen akım alternatif akımdır.

ŞEKİL 29–15 Bir aa jeneratörü.



Sabit ω açısal hızı ile düzgün bir $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı içinde döndürülen halkayı göz önüne alalım. Faraday yasasından (Dnk. 29-2a) indüksiyon emk,

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{A}} = -\frac{d}{dt}[BA\cos\theta]$$

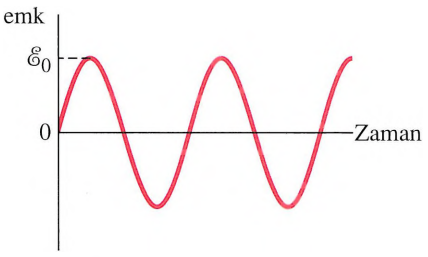
'dır. Burada halkanın alanı ve θ $\vec{\mathbf{B}}$ ile $\vec{\mathbf{A}}$ arasındaki açıdır. $\omega = d\theta/dt$ olduğu için $\theta = \theta_0 + \omega t$ 'dir. Keyfi olarak $\theta_0 = 0$ alırız. Bu yüzden

$$\mathscr{E} = -BA\frac{d}{dt}(\cos\omega t) = BA\omega\sin\omega t \text{ 'dir.}$$

Dönen bobin N tane ilmek içerirse,

$$\begin{aligned}\mathscr{E} &= NBA\omega\sin\omega t \\ &= \mathscr{E}_0\sin\omega t.\end{aligned} \qquad \textbf{(29–4)}$$

olur. Böylece emk çıkışı $\mathscr{E}_0 = NBA\omega$ genliği ile sinüzodialdır (Şek.29-16). Manyetik alan içerisinde dönen böyle bir bobin, bir aa jeneratörünün temel çalışma ilkesidir.



ŞEKİL 29–16 Bir aa jeneratörü alternatif akım üretir. Çıkış emk'sı $\mathscr{E} = \mathscr{E}_0\sin\omega t$ 'dır, burada $\mathscr{E}_0 = NAB\omega$ (Dnk. 29-4).

Çoğu ülkede kullanılan frekans $f\ (=\omega/2\pi)$ iken, Kanada ve Amerika Birleşik Devletleri'nde kullanılan 60 Hz'tir. Birleşik Devletlerde üretilen gücün çoğu, yakılan fosil yakıtların (kömür, akaryakıt, doğal gaz) suyu ısıtarak ürettiği yüksek basınçlı buharın jeneratör eksenine bağlı türbini döndürdüğü buhar santrallerinde elde edilir. Bir barajın üstünden düşen su (hidroelektrik) da yaygındır (Şek.29-17). Nükleer güç santrallerinde, serbest kalan nükleer enerji, türbinleri döndürmek için buhar üretiminde kullanılır. Gerçekte, bir jeneratöre bağlı ısı makinesi (Bölüm 20) elektrik güç üretiminin temelini oluşturur. 60 Hz veya 50 Hz frekans güç şirketleri tarafından hassas biçimde sağlanır, problemler çözümlerinde bu sayıların en az verilen diğer rakamlar kadar kesin doğru olduğunu farz edeceğiz.

FİZİK UYGULMASI
Güç santralleri

ŞEKİL 29–17 17 Oregon'daki Bonneville Barajı'nın tabanındaki su ile çalıştırılan jeneratörler.



ÖRNEK 29–9 **Bir aa jeneratörü.** 60 Hz'lik bir aa jeneratörünün armatürü 0.15T 'lık manyetik alan içerisinde dönmektedir. İlmeklerin alanı $2.0\times10^{-2}\,\text{m}^2$ ise maksimum çıkış voltajının $\mathscr{E}_0 = 170\,\text{V}$ olması için bobin kaç ilmek içermelidir?

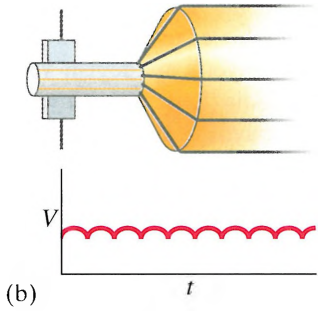
YAKLAŞIM Dnk. 29-4'ten, maksimum emk'nın $\mathscr{E}_0 = NBA\omega$ olduğunu görebiliriz.

ÇÖZÜM $\omega = 2\pi f = (6.28)(60\,\text{s}^{-1}) = 377\,\text{s}^{-1}$ kullanarak Dnk. 29-4'ü N için çözeriz:

$$N = \frac{\mathscr{E}_0}{BA\omega} = \frac{170\,\text{V}}{(0.15\,\text{T})(2.0\times10^{-2}\,\text{m}^2)(377\,\text{s}^{-1})} = 150 \text{ ilmek}$$

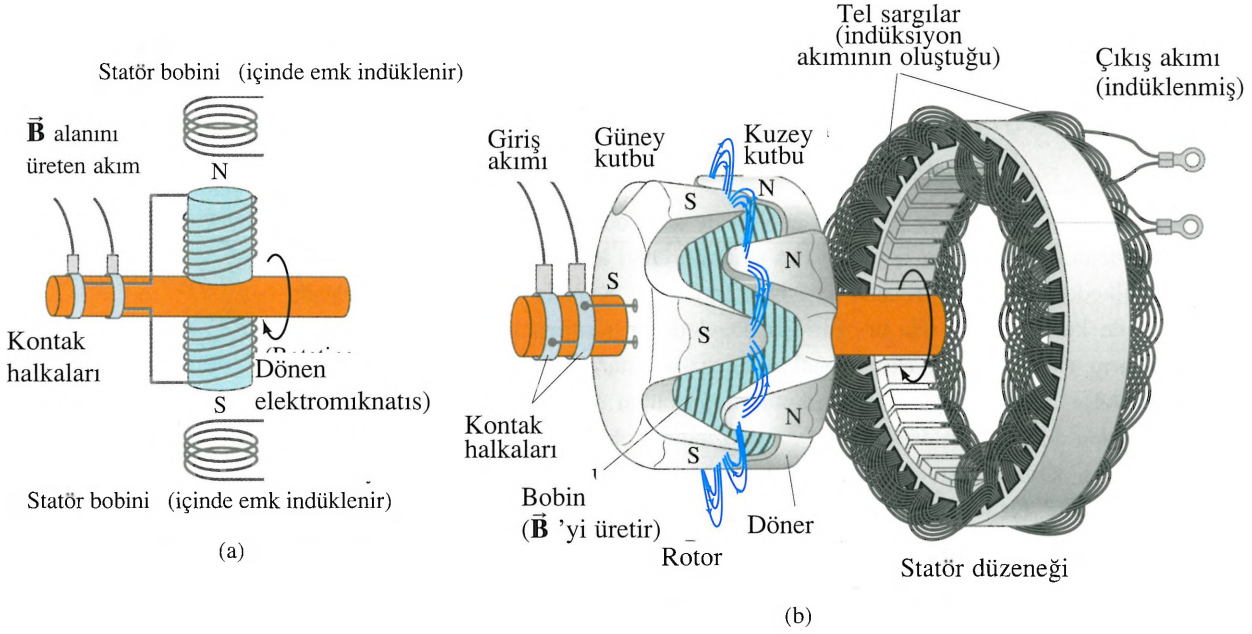
Bir **da üreteci** bir aa üretecine çok benzer; sadece kontak halkalarının yerine Kısım 27-6'daki da motorunda olduğu gibi yarık halkalı komütatörler vardır, Şek.29-18a,. Böyle bir jeneratörün çıkışı gösterildiği gibidir ve çıkış ile paralel bir sığaç bağlanarak düzgünleştirilebilir (Kısım 26-5). Düzgün bir çıktı için, Şek.29-18b'de gösterildiği gibi, çok sayıda armatür sargısının kullanımı daha yaygındır.

FİZİK UYGULMASI
DA jeneratörü



ŞEKİL 29–18 (a) Tek komütatör takımlı bir da jeneratörü ve (b) çok sayıda komütatör takımlı ve sargılı bir da jeneratörü.

ŞEKİL 29–19 (a) Bir alternatörün basitleştirilmiş şematik diyagramı. Aküden gelen giriş akımı rotora kesintisiz kontak halkaları ile bağlanır. Bazen elektromıknatısın rotoru yerine bir sabit mıknatıs kullanılır. (b) Bir alternatörün gerçek şekli. Rotor, motordan gelen bir kayış ile döndürülür. Rotorun tel bobinindeki akım, içerisinde, ekseni üzerinde yatay olarak soldan sağa yönelmiş bir manyetik alan üretir, böylece iki uçtaki plakaları güney ve kuzey kutuplar yapar. Bu uç plakaların bobinin üzerine eğilmiş üçgen parmakları vardır. Bu yüzden N ve S kutupları birbirine çok yakın olmak üzere sırayla dizilir. Aralarındaki manyetik alan çizgileri mavi ile gösterilmiştir. Rotor döndükçe bu alan çizgileri sabit statör bobinleri içinden geçer (statör açıkça görünmesi için sağa aqlınmıştır, fakat çalışırken rotor ile birlikte döner) ve bir çıkış akımı indüklerler.



FİZİK UYGULMASI
Alternatörler

Otomobillerde eskiden da jeneratörleri kullanılırdı. Bugün, çoğunlukla da jeneratörlerinin yarık halkalı komütatörlerindeki elektrik arkı (kıvılcım) ve yıpranma problemlerini önleyen **alternatörler** kullanılıyor. Alternatörler jeneratörlerden farklı olarak aküden gelen akım ile beslenen ve bir kayış ile motorun döndürdüğü *rotor* adı verilen bir elektromıknatıs içerirler. Dönen rotorun manyetik alanı, çevredeki bir dizi *statör* olarak adlandırılan sabit bobinin içinden geçer (Şek. 29-19) ve statör bobinlerinde bir alternatif akım üretir, bu alternatörün çıktısıdır. Bu aa çıktı, yalnız bir yönde akımın geçmesini sağlayan yarıiletken diyotlar kullanılarak aküyü yüklemek üzere doğru akıma dönüştürülür.

*29–5 Geri EMK ve Karşı Tork; Girdap Akımları

*Bir motorda geri EMK

Bir akım motor içerisinden geçtiğinde motor döner ve mekanik enerji üretir. Bir da motorunun Kısım 27-6'daki betimlemesinden, üzerindeki torktan dolayı armatürün sonsuz şekilde hızlanacağını bekleyebilirdik. Ancak, motorun armatürü döndükçe, bobin içerisindeki manyetik akı değişir ve bir emk üretilir. Bu indüklenmiş emk harekete karşı koyacak yöndedir (Lenz Yasası) ve **geri emk** veya **karşı emk** olarak adlandırılır. Motorun hızı ne kadar büyükse geri emk o kadar büyük olur. Normal olarak bir motor döner ve bir miktar iş yapar, fakat, eğer yük yoksa motorun hızı, giriş voltajı geri emk'ya eşit olana kadar artacaktır. Bir mekanik yük olduğunda motorun hızını bu yük te sınırlar. O zaman, geri emk, uygulanan dış voltajdan daha az olur. Mekanik yük ne kadar büyükse, motor o kadar yavaş döner ve geri emk o kadar düşüktür ($\mathscr{E} \propto \omega$, Dnk. 29–4).

ÖRNEK 29–10 **Bir motordaki geri emk.** Bir da motorunun armatür sarımları 5.0 Ω 'luk dirence sahiptirler. Motor 120–V'luk bir gerilime bağlanmıştır, ve motor normal yüküne karşı tam hıza ulaştığında, geri emk 108 V'tur. (*a*) Motor çalışmaya başladığı anda motordaki akımı, ve (*b*) motor tam hıza ulaştığındaki akımı hesaplayınız.

YAKLAŞIM Motor çalışmaya başladığında çok yavaş bir şekilde döndüğünden indüklenmiş geri emk yoktur. Voltaj 120–V'tur. Akım, $R = 5.0\,\Omega$ alarak Ohm yasası ile bulunur. Maksimum hızlarda, hem uygulanan 120V'luk emk'yı hem de zıt yöndeki geri emk'yı hesaba katmalıyız.

ÇÖZÜM (*a*) Motor çalıştırıldığında, akım 5.0-Ω luk dirence sahip bobine uygulanan 120 V ile kontrol edilir. Ohm yasası ile akım bulunur:

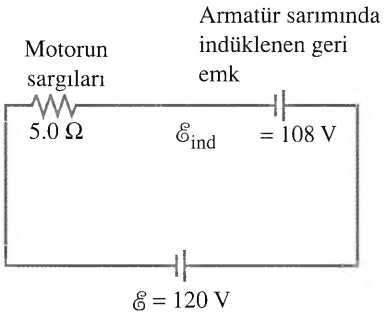
$$I = \frac{V}{R} = \frac{120\text{ V}}{5.0\,\Omega} = 24\text{ A}.$$

(*b*) Motor maksimum hızda olduğunda, geri emk Şek. 29-20'de gösterilen devreye denk devreyi kapsamalıdır. Bu durumda Ohm yasası (veya Kirchhoff kuralı)

$$120\text{ V} - 108\text{ V} = I(5.0\,\Omega)$$

verir. Böylece,

$$I = \frac{12\text{ V}}{5.0\,\Omega} = 2.4\text{ A}.$$



ŞEKİL 29–20 İndüklenmiş geri emk'yı gösteren bir motor devresi. Örnek 29-10.

NOT Bu sonuç, bir motor ilk çalışmaya başladığında akımın çok yüksek olabileceğini göstermektedir. Bu, buzdolabı motorunun (veya diğer büyük bir motorun) çalışmaya başladığında evimizdeki ışıkların sönükleşmesinin nedenidir. İlk büyük akım prizlerde ve lambalarda gerilim düşmesine neden olur, çünkü evdeki elektrik tertibatı bir dirence sahiptir ve büyük akımlar çekildiğinde bir miktar voltaj düşmesi yaşanır.

KAVRAMSAL ÖRNEK 29–11 **Aşırı yüklü Motor.** Blender, elektrikli matkap veya dikiş makinesi gibi bir aleti kullanırken, güce hala bağlıyken duracak veya kayda değer şekilde yavaşlayıp çalışamaz hale gelecek şekilde aşırı yüklenilirse alet yanabilir ve bozulabilir. Bunun niçin meydana geldiğini açıklayınız.

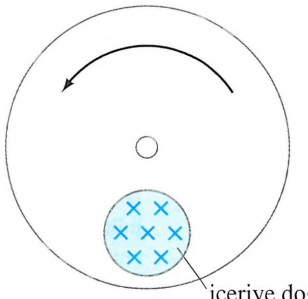
FİZİK UYGULMASI
Motoru yakmak

YANIT Motorlar, belli bir gerilim uygulandığında belli bir hızda çalışmaları için tasarlanır ve tasarımcı geri emk'yı göz önüne almalıdır. Dönme hızı azalırsa geri emk beklenildiği kadar yüksek olmaz ($\mathcal{E} \propto \omega$, Dnk. 29–4), akım yükselir ve motorun elektrik sargılarının ısınması ile oluşacak tahribat motoru bozacak kadar büyük olabilir.

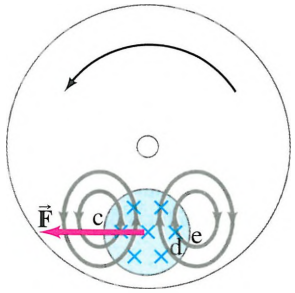
*Karşı Tork

Bir jeneratörde durum motordakinin tersidir. Gördüğümüz gibi, armatürün dönüşünün ilmeklerde indüklediği emk jeneratörün çıktısıdır. Jeneratör bir dış devreye bağlı değilse, uçlarda emk mevcuttur fakat akım yoktur. Bu durumda, armatürü döndürmek için az bir çaba yeterlidir. Fakat, jeneratör akım çeken bir aygıta *bağlandığında* armatürün bobinlerinden bir akım geçer. Bu akım taşıyan bobin bir dış manyetik alan içinde olduğu için, üzerine etki eden bir tork olacaktır (bir motorda olduğu gibi) ve bu tork harekete karşı koyar (Şek.29-15'teki bir kablo üzerine etki eden kuvvet için sağ-el kuralını kullanınız). Bu bir **karşı tork** olarak adlandırılır. Elektrik yükü ne kadar büyük olursa- yani, ne kadar çok akım geçerse- karşı tork o kadar büyük olacaktır. Böylece, uygulanan dış tork jeneratörün dönmesini sürdürmek için daha büyük olmak zorunda olacaktır. Bu enerjinin korunumu ilkesine de uygundur. Daha fazla elektrik enerji çıkışı elde etmek için daha fazla mekanik enerji girişi gereklidir.

ALIŞTIRMA D Bir bisiklet farı bisiklet tekerini döndüren bir jeneraör ile beslenir. (*a*) Eğer pedalı hızlı döndürürseniz, ışığa gelen güç nasıl değişir? (*b*) Bisikletin hızı arttığında jeneratör döndürülmeye karşı koyar mı? Nasıl?



(a)



(b)

ŞEKİL 29–21 Dönen bir tekerlekteki girdap akımlarının oluşumu. (b)'deki gri çizgiler indüksiyon akımını göstermektedir.

ŞEKİL 29–22 Havaalanındaki metal dedektörü.



FİZİK UYGULMASI

Hava alanı metal dedektörü

ŞEKİL 29–23 Elektrik direği üzerindeki bir düşürücü transformatörün tamiri.



*Girdap Akımları

İndüklenmiş akımlar, kablolarda olduğu gibi her zaman iyi tanımlanmış yollarla sınırlandırılmış değildirler. Örnek olarak, Şek.29-21a'daki dönen metal tekerleği ele alalım. Bir dış manyetik alan, tekerleğin sınırlı bir alanına uygulanmaktadır ve resimde görüldüğü gibi sayfanın içine doğrudur. Tekerleğin manyetik alandaki kısmı, indüklenmiş bir emk'ya sahiptir, çünkü, iletken beraberinde elektronları da taşıyarak hareket etmektedir. Tekerlekteki indüklemiş (konvansiyel) akım, manyetik alan bölgesinde yukarı doğrudur. (Şek.29-21b) ve akım bu bölgenin dışında aşağı yönde geri döner. Neden? Lenz yasasına göre, indüklenmiş akım onu meydana getiren değişime karşı çıkar. Mesela Şek.29-21b'de, tekerleğin, manyetik alanın 0 olduğu bölgede bulunan ama sayfa içine doğru $\vec{\mathbf{B}}$'nin olduğu bölgeye girmek üzere olan c etiketli kısmını ele alalım. Manyetik alandaki bu içe doğru meydana gelen artışa karşı çıkmak için, indüklenmiş akım sayfanın dışına doğru bir alan oluşturmak üzere saat yönünün tersi yöndedir (sağ el kuralı 1). Benzer şekilde, d bölgesi $\vec{\mathbf{B}}$'nin sıfır olduğu e'ye gelmek üzeredir; bu yüzden azalan içe doğru akıyı artırmak için içe doğru bir alan oluşturmak üzere akım saat yönünde olur. Bu akımlar **girdap akımları** olarak bilinir. Bunlar manyetik alanda veya manyetik akımın değiştiği bir bölgeden geçen herhangi bir iletkende mevcut olabilir.

Şek.29-21b'de, manyetik alan kendi yarattığı indüklenmiş akımlar üzerine bir $\vec{\mathbf{F}}$ kuvveti uygular ve bu kuvvet dönme hareketine karşı koyar. Girdap akımları bu yüzden hızlı metro vagonlarında yumuşak frenlemeyi sağlamak amacıyla kullanılabilir. Aracı durdurmak için, alanını ya tekerleklere ya da aşağıdaki hareketli çelik raylara uygulayan bir elektromıknatıs devreye girer. Girdap akımları aynı zamanda bir titreşimli sistemin salınımlarını söndürmek (azaltmak) için kullanılabilir. Girdap akımları bazı durumlarda problem yaratabilir. Mesela, bir motorun veya jeneratörün armatüründe indüklenen girdap akımları ısı üretir ve enerji $(P = I\mathscr{E})$ israf eder. Girdap akımlarını azaltmak için, armatürler lamine edilirler; yani biri diğerinden iyice yalıtılmış çok ince demir yapraklardan yapılır. Girdap akımlarının toplam yol uzunluğu her bir tabaka ile sınırlıdır, bu toplam direnci artırır; akım azalır ve böylece boşa harcanan enerji de daha az olur.

Hava alanlarında içinden yürünen metal detektörleri (Şek.29-22) girdap akımları ve elektromanyetik indüklenmeyi kullanarak metal cisimleri belirler. Bu güvenlik kapılarında farklı yüksekliklerde ilmekler vardır. Bunlara, "atım indüklemesi" olarak adlandırılan bir teknikle saniyede yüzlerce veya binlerce kez, tekrarlanan kısa (mikrosaniye mertebesinde) akım atımları verilir. Bir ilmekteki her bir atım çok kısa bir zaman periyodu için bir manyetik alan üretir. Bir yolcu bu kapılardan geçerken, taşıdığı herhangi bir metal cisimde girdap akımları indüklenir. Girdap akımları her atım girişinden sonra kısa bir süre için var olur (bir sonraki dış atımdan önce) ve girdap akımının ürettiği küçük manyetik alan algılanabilir ve alarm veya uyarıyı başlatır. Mağazalar ve kütüphaneler bazen hırsızların cesaretini kırmak için benzer sistemler kullanır.

29–6 Transformatörler ve Güç İletimi

Bir transformatör bir aa voltajını azaltmak veya arttırmak için kullanılan bir aygıttır. Her yerde transformatörler vardır: elektrik şirketinden gelen yüksek voltajı, evlerde kullanılabilecek değerlere (120V veya 240V) düşürmek için elektrik direklerinde (Şek.29-23), cep telefonu, diz üstü bilgisayarı ve diğer elektronik aygıtların şarj aletlerinde, KIT monitörlerde ve yüksek voltaj vermek için (bujilere) arabanızda ve başka bir çok uygulamada. Bir **transformatör, primer (birincil)** ve **sekonder (ikincil)** bobin olarak bilinen iki tel bobinden oluşur. İki bobin (izole edilmiş kabloyla) beraber sarılmış; veya Şek.29-24'te gösterildiği gibi girdap akımı kayıplarını azaltmak için kat kat lamine edilmiş (Kısım 29-5) demir bir çekirdek ile bağlanmış olabilir. Transformatörler üretilen manyetik akının (neredeyse) tümünün ikincil bobinden de geçebileceği şekilde dizayn edilir; biz bundan sonra böyle olduğunu varsayacağız. Aynı zamanda enerji kayıplarının (dirençlerde ve histereziste) ihmal edilebileceğini varsayacağız, zira verimlilikleri genellikle %99'dan daha iyi olan gerçek transformatörler için bu iyi bir yaklaşıklıktır.

Bir aa voltajı birincil bobine uygulandığında, onun ürettiği değişen manyetik alan ikincil bobinde aynı frekansta bir aa voltajını indükler. Fakat, voltaj bobinlerdeki sarım sayısıyla orantılı olarak farklı olacaktır. Faraday yasasından, ikincil bobinde indüklenen voltaj veya emk

$$V_S = N_S \frac{d\Phi_B}{dt}$$

olur. Burada, N_S ikincil bobindeki sarım sayısı $d\Phi_B/dt$ ise manyetik akının değişim hızıdır.

Birincil giriş voltajı, V_P, bu bobinden geçen akının değişim hızına bağlıdır:

$$V_P = N_P \frac{d\Phi_B}{dt},$$

N_P birincil bobindeki sarım sayısıdır. Böyle olmasının sebebi, değişen akının birincilde $N_P\, d\Phi_B/dt$ 'ye eşit bir geri emk'sı üretmesidir. Eğer birincilin direnci (Kirchhoff kuralına göre) ihmal edilirse bu emk, birincil bobine uygulanan V_P voltajını tam olarak dengeler. Akı kaybının küçük veya yok olduğunu varsayarak iki eşitliği birbirine bölersek,

$$\frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P} \qquad \textbf{(29–5)}$$

denklemini elde ederiz. Bu **transformatör denklemi** ikincil voltajın (çıkış), birincil voltaj(giriş) ile ilişkisini belirler. Dnk.29-5'teki V_S ve V_P her ikisi için de tepe değerleri veya, kko değerleri (Kısım 25-7) olabilir. Manyetik akı değişemeyeceğinden dolayı, da voltajları transformatörde çalışmaz.

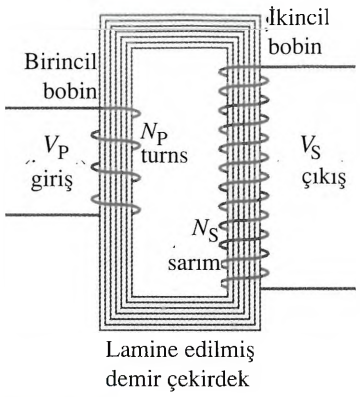
Eğer ikincil bobin birincil bobinden daha fazla ilmek içerirse $(N_S > N_P)$, bir **yükseltici transformatör**e sahip oluruz. İkincil voltaj birincil voltajdan daha büyüktür. Örneğin, eğer ikincil bobinin birincil bobinin iki misli sarımı varsa, ikincil voltaj birincil voltajın iki katı olur Eğer N_S N_P'den daha küçük ise, biz bir **düşürücü transformatör**e sahip oluruz.

Her ne kadar aa voltajı bir transformatör ile arttırılabilir (veya azaltılabilirse) de, biz hiç yoktan bir şeyler elde ediyor değiliz. Enerji korunumu güç çıkışının güç girişinden daha fazla olamayacağını bize söyler. İyi tasarlanmış bir transformatör 99%'dan daha büyük bir verimliliğe sahip olabilir, böylece çok az enerji ısıya kaybedilmiş olur. Güç çıkışı böylece esas olarak güç girişine eşittir. $P = IV$ (Dnk.25-6) olduğu için,

$$I_P V_P = I_S V_S,$$

veya

$$\frac{I_S}{I_P} = \frac{N_P}{N_S} \quad \text{buluruz.} \qquad \textbf{(29–6)}$$



ŞEKİL 29–24 Yükseltici transformatör. $(N_P = 4, N_S = 12)$.

ÖRNEK 29–12 **Cep Telefonu Şarj Aleti.** Bir cep telefonu şarj aleti, 3.7 V'luk pili şarj etmek için (Kısım 26-4) 120 V (veya 240 V)'luk aa voltajı 5.0 V aa'ya düşüren bir transformatör içerir (aynı zamanda 5.0 V aa'yı 5.0 V da'ya dönüştüren diyotlar da içerir). İkincil bobinin 30 sarımı olduğunu ve şarj aletinin 700mA sağladığını varsayalım. Birincil bobindeki sarım sayısını, birincil bobinden geçen akımı ve dönüştürülen gücü hesaplayınız.

YAKLAŞIM Akı kaybının olmadığını, transformatörün ideal olduğunu varsayarız, dolayısıyla Dnk. 29-5 ve daha sonra Dnk.29-6'yı kullanabiliriz.

ÇÖZÜM Bu düşürücü bir transformatördür, Dnk.29-5'ten

$$N_P = N_S \frac{V_P}{V_S} = \frac{(30)(120\ \text{V})}{(5.0\ \text{V})} = 720 \text{ sarım.}$$

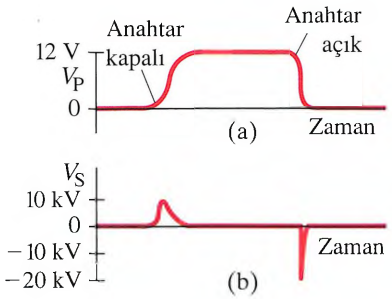
(*b*) Dnk.29-6'dan

$$I_P = I_S \frac{N_S}{N_P} = (0.70\ \text{A})\left(\frac{30}{720}\right) = 29\ \text{mA.}$$

(*c*) Dönüştürülen güç

$$P = I_S V_S = (0.70\ \text{A})(5.0\ \text{V}) = 3.5\ \text{W.}$$

NOT Birincil bobindeki güç, $P = (0.029\ \text{A})(120\ \text{V}) = 3.5\ \text{W}$, ikincil bobindeki güç ile aynıdır. İdeal transformatörümüz için güç iletilmesinde verim 100%'dür.



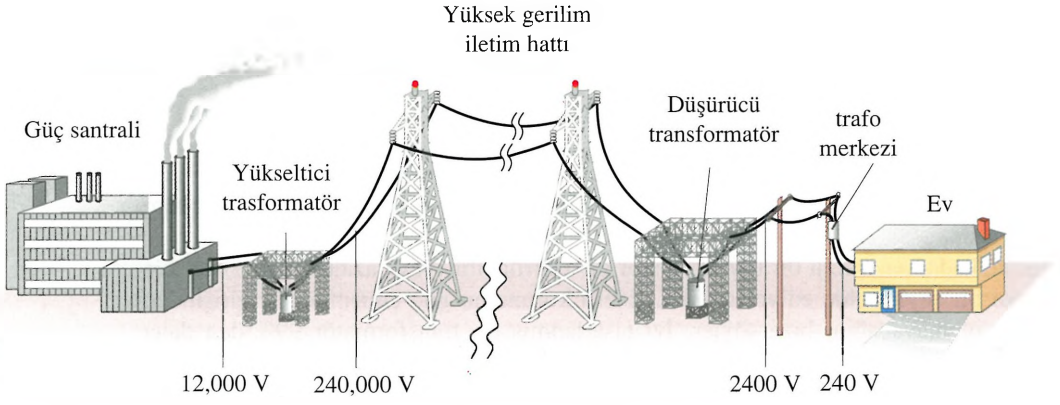
ŞEKİL 29–25 Bir da voltajı (a)'daki gibi açılıp kapatıldığında (b)'deki voltaj atımları ortaya çıkar. (a) ve (b) deki voltaj ölçekleri aynı değildir.

FİZİK UYGULMASI

Transformatörler güç iletimine yardımcı olur

Bir transformatör yalnız alternatif akım ile çalışır. Birincil bobindeki doğru akım bir akı değişimine neden olmaz ve dolayısıyla ikincisinde emk indüklenmez. Ancak, bir da voltajı birincil bobine bir anahtar üzerinden uygulanırsa anahtarın açılıp kapandığı anlarda ikincil bobinde bir indüksiyon voltajı oluşur. Örneğin, Şek. 29-25a'da gösterildiği gibi bir da açılıp kapatılırsa, ikincilde indüklenen voltaj Şek. 29-25b'de gösterildiği gibidir. DA voltaj değişmediğinde ikincil voltajın sıfıra düştüğüne dikkat edin. Bir otomobilin **ateşleme sisteminde**, gaz-hava karışımının ateşlenmesi için bujideki kıvılcımı oluşturan yüksek voltaj bu yolla yaratılır. Transformatör kısaca "indüksiyon bobini" olarak adlandırılır ve aküdeki 12 V'u ikincil bobinde 30 kV'luk bir ani voltaj tepesine dönüştürür (akü birincil bobinin devresinden çıktığında).

Transformatörler elektriğin iletilmesinde önemli bir rol oynarlar. Güç santralleri çoğunlukla kentsel alanların uzağına kurulur, dolayısıyla elektriğin uzak mesafelere iletilmesi gerekir (Şek.29-26). İletim hatlarında daima biraz güç kaybı vardır ve bu kayıp, güç iletimi aşağıda örnekte gösterildiği gibi transformatörler kullanarak yüksek voltajda yapılırsa azaltılabilir.



ŞEKİL 29–26 Güç santrallerinden evlere elektrik gücü iletiminde değişik aşamalarda transformatörler kullanılır.

ÖRNEK 29–13 **İletim hatları.** Ortalama 120kW'luk elektrik gücü 10 km uzaklıktaki güç santralinden bir küçük kasabaya gönderiliyor. İletim hatları toplam 0.40 Ω. 'luk bir dirence sahiptir. Eğer güç (*a*) 240 V ve (*b*) 24,000 V ile iletilirse güç kaybını hesaplayınız.

YAKLAŞIM $P = V^2/R$ eşitliğini kullanamayız, çünkü R iletim hatlarının direnci ise, hat boyunca gerilimin ne kadar düştüğünü bilemeyiz; verilen voltajlar iletim hatları artı toplam yüke (şehir) uygulanmaktadır. Fakat hatlardaki I akımını hesaplayabiliriz $(= P/V)$ ve o zaman (*a*) ve (*b*) şıklarındaki her iki durum için $P_L = I^2R$ 'den güç kaybını bulabiliriz.

ÇÖZÜM (*a*) 240 V'ta 120 kW gönderilirse, toplam akım

$$I = \frac{P}{V} = \frac{1.2 \times 10^5\,\text{W}}{2.4 \times 10^2\,\text{V}} = 500\,\text{A}$$

olacaktır. Bu durumda hatlardaki güç kaybı P_L:

$$P_L = I^2R = (500\,\text{A})^2(0.40\,\Omega) = 100\,\text{kW}.$$

Böylece, bütün gücün 80%'den fazlası güç hatlarında ısı olarak harcanabilecektir!

(*b*) 24,000 V'ta 120 kW gönderilirse, toplam akım

$$I = \frac{P}{V} = \frac{1.2 \times 10^5\,\text{W}}{2.4 \times 10^4\,\text{V}} = 5.0\,\text{A}$$

olacaktır. Bu durumda hatlardaki güç kaybı P_L,

$$P_L = I^2R = (5.0\,\text{A})^2(0.40\,\Omega) = 10\,\text{W},$$

1%'in $\frac{1}{100}$ 'inden daha azdır: bu çok daha iyi bir verimdir!

NOT Daha yüksek gerilimde daha az akım olduğunu görüyoruz, böylece daha az güç iletim hatlarında ısı olarak harcanacaktır. Bu gücün genellikle 700 kV gibi yüksek gerilimlerde iletilmesinin sebebidir.

Alternatif akımın büyük avantajı ve hemen hemen evrensel kullanımda olmasının başlıca nedeni, gerilimin bir transformatör vasıtasıyla kolayca artırılıp azaltılabilmesidir. Bir elektrik üretim santralinin çıkış gerilimi iletimden önce artırılır. Bir şehre gelindiğinde, dağıtımdan önce, elektrik trafo merkezlerinde gerilim aşamalar halinde azaltılır. Şehir caddeleri boyunca uzanan hatlarda gerilim genellikle 2400 V veya 7200 V'tur (bazen daha az), evlerde kullanımı için transformatörler ile 240 V veya 120 V'a düşürülür (Şek. 29-23 ve 29-26).

Floresan ışıklar ampul içerisindeki gazı iyonlaştırmak için başlangıçta çok yüksek bir gerilime ihtiyaç duyarlar. Yüksek gerilim, balast olarak adlandırılan yükseltici bir transformatör kurulumu kullanılarak elde edilir ve floresan ışık düzeneklerinin çoğunda ampulden bağımsız olarak değiştirilebilir. Balast güçten düşmeye başladığında, tüp geç yanmaya başlar. Ampulün değiştirilmesi problemi çözmez. Akkor ampullerin yerini alması için tasarlanan yeni kompakt floresan ampullerde, balast (transformatör) ampulün bir bölümüdür ve çok küçüktür.

FİZİK UYGULMASI
Floresan ampul balastı

29–7 Değişen Manyetik Akı Bir Elektrik Alanı Üretir

Önceki Bölümlerde (özellikle Bölüm 25, Kısım 25-8), elektrik akımı bir tel içerisinden geçtiğinde, telde elektronları tel içinde hareket ettirerek iş yapan bir elektrik alanının bulunduğunu gördük. Bu Bölümde ise telde, değişen manyetik akının bir akım indüklediğini gördük. Bu, değişen manyetik akının telde bir elektrik alanı indüklediği anlamına gelir. Böylece, önemli bir sonuca ulaşırız:

değişen manyetik akı bir elektrik alanı üretir.

Bu sonuç, yalnız tellere ve diğer iletkenlere değil uzayda herhangi bir bölgeye uygulanabilen genel bir sonuçtur. Gerçekten de, uzayda değişen bir manyetik alanın olduğu herhangi bir noktada bir elektrik alanı oluşur.

Faraday Yasası- Genel Form

Bu düşünceyi, a ve b gibi iki nokta arasındaki elektrik alanı ve potansiyel farkı arasındaki ilişkiyi genelleştirerek matematiksel bir forma sokabiliriz: $V_{ab} = \int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ (Dnk.23-4a). Burada $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ integral yolu üzerindeki sonsuz küçük bir yer değiştirme elemanıdır. Bir devrede indüklenmiş emk $\mathscr{E}$ kapalı yol etrafında elektrik alanı tarafından birim yük başına yapılan işe eşittir. Bu da $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ 'nin integrali alınarak bulunur:

$$\mathscr{E} = \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}. \qquad \textbf{(29–7)}$$

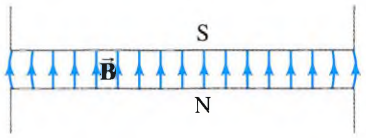
Bunu, Faraday yasasının daha şık ve genel bir formunu elde etmek için, değişen manyetik akıyı, oluşturduğu elektrik alanı ile ilişkilendiren Dnk. 29-2a ile birleştiririz:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \textbf{(29–8)}$$

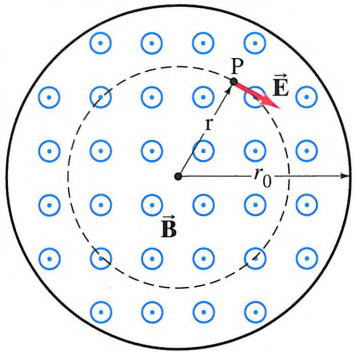
FARADAY YASASI (genel form)

Soldaki integral Φ_B manyetik akısının değiştiği alanı çevreleyen yol boyunca alınır. Faraday yasasının bu şık ifadesi (Dnk.29-8) yalnız iletkenler için değil, uzayın herhangi bir bölgesinde de geçerlidir. Bunu gösterecek bir örnek ele alalım.

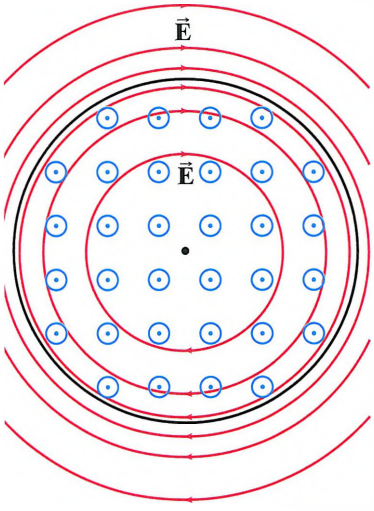
ŞEKİL 29–27 Örnek 29-14. (a) Yaklaşık olarak sabit olan $\vec{B}$ 'nin yandan görünüşü. (b) Üstten görünüş, P noktasındaki $\vec{E}$ elektrik alanını belirlemek için. (c) Artan $\vec{B}$'nin (dışa doğru) oluşturduğu $\vec{E}$ alan çizgileri (d) r'ye karşı E'nin grafiği.



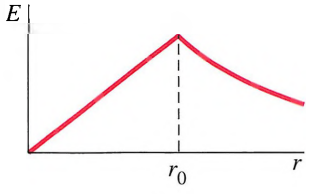
(a)



(b)



(c)



(d)

ÖRNEK 29–14 **Değişen $\vec{B}$ ile elde edilen $\vec{E}$** Bir elektromıknatısın kutup yüzeyleri arasındaki manyetik alan $\vec{B}$ Şek. 29-27a ve b'de gösterildiği gibi herhangi bir anda, r_0 yarıçaplı dairesel alan üzerinde yaklaşık olarak düzgündür. Elektromıknatısın sarımlarındaki akım zamanla artmakta olup, $\vec{B}$ her noktada $d\vec{B}/dt$ sabit hızıyla değişmektedir. Dairesel bölgenin ötesinde $(r > r_0)$, her zaman $\vec{B} = 0$ farz edeceğiz. Dairesel alanın merkezinden r mesafedeki bir noktasında, değişen $\vec{B}$'den dolayı oluşan $\vec{E}$ elektrik alanını belirleyiniz.

YAKLAŞIM Şek.29-27b'de kesikli çizgi ile gösterilen r yarıçaplı daire içerisinde değişen manyetik akı bu daire etrafında bir emk üretecektir. Çünkü bu daire üzerindeki bütün noktalar fiziksel olarak eşdeğerdir, elektrik alan da bu simetriyi gösterecek ve $\vec{B}$'ye dik düzlemde olacaktır. Böylece, $\vec{E}$'nin $\vec{B}$'ye dik ve r yarıçaplı daireye teğet olduğunu tahmin edebiliriz. Lenz yasası gereğince, indüklenmiş $\vec{E}$ 'nin sebep olacağı akım, $\vec{E}$ 'deki ilk değişikliğe karşı koyacak bir yönde olacağından $\vec{B}$'nin yönü Şek.29-27b ve c'de gösterildiği gibi olacaktır. Simetri nedeniyle r yarıçaplı daire üzerinde $\vec{E}$'nin bütün noktalarda aynı büyüklüğe sahip olmasını bekleriz.

ÇÖZÜM Dnk.29-8'deki integral yolumuz için Şek.29-27b'de gösterilen daireyi alıyoruz. $\vec{E}$'nin yönünü Lenz yasasından bulduğumuz için, eksi işaretini ihmal edip büyüklüğü üzerinde yoğunlaşabiliriz. Herhangi bir anda $\Phi_B = BA = B(\pi r^2)$ olduğu için

$$E(2\pi r) = (\pi r^2)\frac{dB}{dt}, \qquad [r < r_0]$$

yazabiliriz. E için çözer ve

$$E = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt} \qquad [r < r_0]$$

elde ederiz. Bu ifade dairenin kenar çizgisine kadar $(r \le r_0)$ geçerlidir. Daha ötede $\vec{B} = 0$ 'dır. $r > r_0$ olan bölgede bir nokta ele alırsak, r yarıçaplı bir daire içerisindeki akı $\Phi_B = \pi r_0^2 B$ olur. Bu durumda Dnk. 29-8

$$E(2\pi r) = \pi r_0^2 \frac{dB}{dt} \qquad [r > r_0]$$

veya

$$E = \frac{r_0^2}{2r}\frac{dB}{dt} \qquad [r > r_0]$$

verir. Böylece, indüklenmiş elektrik alanının büyüklüğü mıknatısın merkezinde sıfırdan başlayıp, kenarda $E = (dB/dt)(r_0/2)$ olacak şekilde lineer bir biçimde artar, daha sonra manyetik alan bölgesinin kenarından itibaren mesafe ile ters orantılı bir şekilde azalır. Elektrik alan çizgileri Şek.29-27c'de gösterildiği gibi daireseldir. r'ye karşı E'nin grafiği Şek. 29-27d'de gösterilmiştir.

ALIŞTIRMA E arıçapı $r_0 = 6.0\,\text{cm}$ olan Şek.29-27'de gösterilen mıknatısı ele alınız. Manyetik alan 0.040 T'dan 0.090 T'ya 0.18 s'de düzenli bir şekilde değişiyorsa, (*a*) $r = 3.0\,\text{cm}$ ve (*b*) $r = 9.0\,\text{cm}$'de oluşan elektrik alanının büyüklüğü nedir?

*Değişen $\vec{B}$'nin Sebep Olduğu Kuvvetler Korunumsuzdur

Durgun haldeki elektrik yükleri ile oluşturulan elektrik alanlar (elektrostatik alanlar) ve değişen manyetik alan ile üretilen elektrik alanlar arasındaki önemli bir farkı Örnek 29-14 göstermektedir. Elektrostatik durumda oluşan elektrik alan çizgileri (Kısım 21-24) elektrik yükleri üzerinde başlar ve biter. Fakat değişen manyetik alan ile oluşturulan elektrik alan çizgileri süreklidir; onlar kapalı ilmekler oluştururlar. Bu farklılık önemli olup bazı sonuçları vardır. Elektrostatik durumda, iki nokta arasındaki potansiyel farkı (Dnk. 23-4a) ile verilir:

$$V_{ba} = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{\ell}.$$

Eğer integral kapalı bir yol etrafında alınırsa, a ve b noktaları aynıdır, o zaman $V_{ba} = 0$ 'dır.

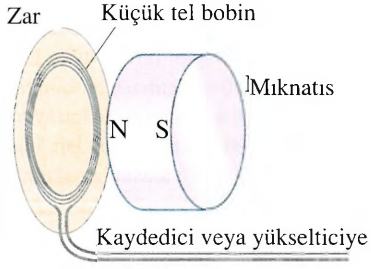
Bundan dolayı kapalı bir yol boyunca $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell}$ 'nin integrali sıfırdır.

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell} = 0. \qquad \text{[elektrostatik alan]}$$

Bunun sebebi, elektrostatik kuvvetin (Coulomb yasası) korunumlu bir kuvvet olması ve bu nedenle bir potansiyel enerji fonksiyonunun tanımlanabilmesidir. Gerçekten de yukarıdaki bağıntı, $\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell} = 0$, bize herhangi bir kapalı yol boyunca birim yük başına yapılan işin sıfır (veya herhangi iki nokta arasında yapılan işin yoldan bağımsız, bakınız Bölüm 8), olduğunu söyler ki bu yalnızca korunumlu kuvvetlerin özelliğidir. Ancak elektriksel alanın değişken bir manyetik alan tarafından üretildiği, elektrostatik olmayan durumda, kapalı bir yol boyunca integral sıfır değildir ve Dnk.29-8 ile verilir:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Böylece, değişken manyetik alanlara bağlı olan kuvvetlerin *korunumsuz* olduğu sonucuna varırız. Bu nedenle, elektrostatik olmayan durumda, uzayda verilen bir noktadaki potansiyel enerjiyi ya da potansiyel fonksiyonunu belirleyemeyiz. Statik elektrik alanları *korunumlu alanlar* olmalarına rağmen değişen bir manyetik alan tarafından üretilen elektrik alanı bir **korunumsuz alan**dır.



ŞEKİL 29–28 İndüksiyonla çalışan bir mikrofonun diyagramı.

ŞEKİL 29–29 (a) Teyp veya disk için okuma/yazma (çalma/kaydetme) kafası. Yazma veya kaydetmede elektromıknatıs olarak işlev gören kafaya gelen giriş sinyali geçmekte olan teybi veya diski manyetize eder. Okuma veya çalmada, geçen teybin veya diskin değişen manyetik alanı, kafada bir değişken manyetik alan indükler. O da, bobinde çıkış sinyali olan içerisinde emk'yi indükler. (b) Birkaç diski ve diskin kenarından merkeze hızlıca hareket edebilen okuma/yazma kafalarını gösteren bir sabit disk fotoğrafı.

*29–8 İndüksiyonun Uygulamaları: Ses Sistemleri, Bilgisayar Hafızası, Sismograf, Topraklama Hatası Devre Kesicileri

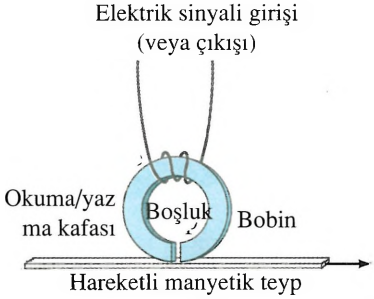
*Mikrofon

Çeşitli *mikrofon* tipleri vardır ve birçoğu indüksiyon ilkesine göre çalışır. Bu tiplerden birinde, mikrofon hoparlörün tam tersidir (Kısım 27-6). Bir zara bağlanmış küçük bir bobin, küçük bir sürekli mıknatısın yakınına Şek.29-28'de gösterildiği gibi asılmıştır. Ses dalgaları zara çarpığı zaman, bobin manyetik alanın içine doğru hareket eder ve bu hareket bir emk indükler. İndüklenen emk'nin frekansı, çarpan ses dalgalarınınkiyle aynı olur ve bu emk yükseltilip hoparlörlere veya kaydediciye gönderilebilen "sinyal"i oluşturur.

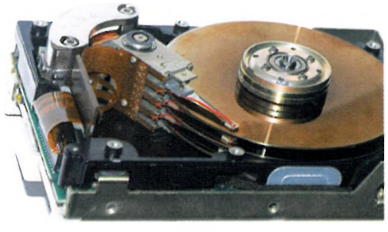
*Teyp ve Disklere Yazma/Okuma

Teyplere veya disklere kayıt yapma ve geri okuma manyetik kafalar tarafından yapılır. Ses ve video teyp kaydedicilerinde kullanılan kayıt teypleri ince bir plastik teyp üzerinde ince bir manyetik oksit tabakası içerir. Kayıt esnasında ses ve/veya video sinyal voltajı, teybin o anda kafadaki dar aralıktan geçmekte olan küçük bir kısmını manyetize eden küçük bir elektromıknatıs gibi işlev gören kayıt kafasına gönderilir (Şek.29-29). Geri okumada, aralıkta hareket eden bandın değişken manyetizması, yumuşak demir kafa içerisindeki manyetik alanda değişikliklere neden olur. Bu değişiklikler bobin içerisinde bir emk indükler (Faraday yasası). İndüklenen emk, yükseltilip bir hoparlöre (ses) ya da resim tüpüne (video) gönderilen çıkış sinyalidir. Ses ve video kaydedicilerinde, sinyaller *analog* olabilir-genlikleri zamanla sürekli değişir. Bandın herhangi bir noktadaki mıknatıslanma derecesindeki değişim ses veya video sinyalinin genliği veya frekansındaki değişimi yansıtır.

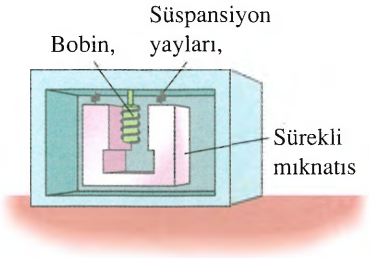
Bilgisayar sabit disklerinde veya manyetik bilgisayar teyplerinde ve bazı dijital teyp kaydedicilerinde kullanılan *dijital* bilgiler, yukarıda betimlediğimizle temelde aynı olan kafalar kullanılarak okunur ve yazılır (Şek.29-29). Temel fark, analog olmayıp dijital (ikili) olan sinyallerdedir. Bunun anlamı, teyp veya diskteki önceden belirlenmiş çok sayıdaki yerin her biri için yalnızca iki değerin olabilmesidir. İki olası değer genellikle 0 ve 1 olarak belirtilir. Sinyal voltajı sürekli değişmez, ancak 1 veya 0'a karşılık gelen iki değer, örneğin +5 V veya 0 V alır. Böylece bilgi, her biri yalnızca 1 veya 0 değerlerinden birini alabilen, **bit** dizileri halinde taşınır.



(a)



(b)



ŞEKİL 29–30 Bobinin kasaya sabitlendiği ve yer ile birlikte hareket ettiği bir sismograf türü. Yaylardan asılı olan mıknatıs, eylemsizliğe sahiptir ve anlık olarak bobinle (ve de kasayla) birlikte hareket etmez, bundan dolayı mıknatıs ve bobin arasında bağıl hareket vardır.

*Kredi Kartı Çekimi

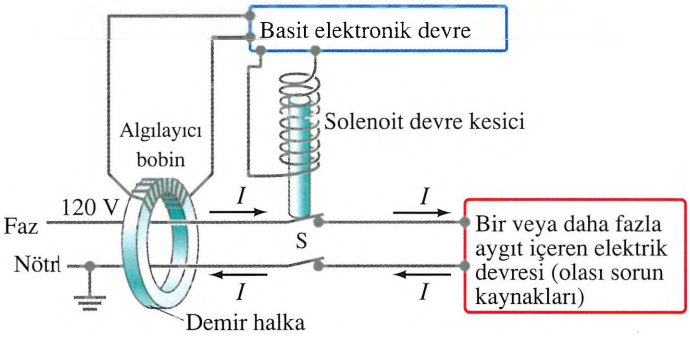
Kredi kartınızı bir dükkan veya benzin istasyonunda kullandığınızda, kartın arka kısmındaki manyetik şerit, kaydedici veya bilgisayarda olduğu gibi okuyucu kafadan geçer. Manyetik şerit hesabınızla ilgili kişisel bilgileri içerir ve hesabınızın uygun olduğunun onaylanması için telefon hattıyla bağlanır.

*Sismograf

Jeofizikte, bir **sismograf,** deprem dalgalarının şiddetini bir mıknatıs ve tel bobin aracılığıyla ölçer. Mıknatıs veya bobinden birisi bir çerçeveye tespit edilmiştir; diğeri ise eylemsizliğe sahiptir (bir yay tarafından asılı tutulmaktadır: Şek.29-30). Dünyanın sallanması mıknatısın ve bobinin bağıl hareketine sebep olur ve bu bir emk çıktısı indükler.

*Topraklama Hatası Devre Kesicisi

Sigortalar ve devre kesicileri (Kısım 25-6 ve 28-8) binaları yangından ve cihazları istenmeyen yüksek akımlara bağlı hasardan korur. Ancak bunlar akımı, insanlarda kalıcı hasara veya ölüme yol açan değerden (≈ 100 mA) çok daha fazlasına erişene kadar kapatamazlar. Yeterince hızlılarsa, kısa devre olduğunda koruyabilirler. Bir Topraklama Hatası Devre Kesicisi (THDK) insanları korumayı amaçlar; THDK'lar 5 mA kadar düşük akımlara tepki gösterebilir.



ŞEKİL 29–31 Bir Topraklama Hatası Devre Kesicisi (THDK)

Elektromanyetik indüksiyon THDK'nın fiziksel temelidir. Şek.29-31'de görüldüğü gibi bir elektrik devresine veya cihaza (kırmızı) giden iletim hattının iki iletkeni küçük bir demir halka içerisinden geçer. Halkanın çevresinde algılayıcı bobin olarak görev yapan çok sayıda ince tel ilmek mevcuttur. Topraklama hatası yoksa faz kablosundan geçen akım, nötr kablosundan dönen akım tarafından dengelenir. Eğer bir şey ters gider de faz kablosu, cihazın topraklanmamış metal kasasına veya alete değerse, giren akımın bir kısmı kasaya ve de zemine dokunan bir insana geçebilir (*topraklama hatası*). Böylece, nötr kablosundan dönen akım faz kablosundan giren akımdan daha düşük olur, bundan dolayı THDK'nın demir halkasından geçen bir *net akım* oluşur. Akım aa olduğundan değişmektedir ve dolayısıyla demirin içinde değişen bir manyetik alan oluşturur, bu da demirin etrafına sarılmış algılayıcı bobinde bir emk indükler. Örneğin, eğer bir cihaz 8.0 A çekiyorsa ve bir kişi üzerinde 100 mA'lik (= 0.1 A) topraklama arızası varsa, o zaman nötr kablosunda 7.9 A görülecektir. Bu 100 mA'lik fark tarafından algılayıcı bobin üzerinde indüklenen emk basit bir tranzistör devresince yükseltilip kendi solenoit devre kesicisine gönderilir, o da S'deki anahtarı açıp hayatınızı kurtarır.

Eğer arızalı cihazın kasası topraklanmışsa, bir hata olduğunda akım farkı daha da fazladır ve THDK aniden devreyi keser.

THDK'lar, 5 mA'e kadar düşük akımları algılayabilir ve 1 ms içerisinde tepki göstererek hayat kurtarabilir. Bir duvar prizi (Şek.29-32a), ya da saç kurutma makinasına veya tost makinasına takılabilir bir ünite (Şek.29-32b) olacak kadar küçük olabilirler. THDK'ları özellikle insanların yere dokunma tehlikesinin bulunduğu mutfak, banyo, açık alan ve yüzme havuzu gibi yerlerde monte ettirmek önemlidir. THDK'lar daima bir "test" düğmesine (çalıştığından emin olmak için) ve bir "reset" düğmesine (devereden çıktıktan sonra yeniden sokmak için) sahiptir.

ŞEKİL 29–32 (a) Bir THDK'lı duvar prizi. TDHK'lar "test" ve "reset" düğmeleri sayesinde tanınabilir. (b) Prize giren TDHK birimi.

(a)



(b)



Özet

Bir ilmekten geçen **manyetik akı**, ilmeğin alanı ile manyetik alanın (düzgün) dik bileşeninin çarpımına eşittir: $\Phi_B = B_\perp A = BA\cos\theta$. If $\vec{\mathbf{B}}$ düzgün değilse:

$$\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}. \qquad \textbf{(29–1b)}$$

Bir tel bobinden geçen manyetik akı, zamanla değişirse bobinde bir emk indüklenir. İndüklenmiş emk'nın büyüklüğü ilmekten geçen manyetik akının zamanla değişme hızı ile bobindeki ilmek sayısının çarpımıdır:

$$\mathscr{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}. \qquad \textbf{(29–2b)}$$

Bu, **Faraday indüksiyon yasası**dır.

İndüklenmiş emk, manyetik alanı akıdaki ilk değişikliğe karşı koyan bir akıma sebep olabilir (**Lenz yasası**).

Faraday yasasından görüyoruz ki, B şiddetinde bir manyetik alana dik olarak v hızıyla hareket eden ℓ uzunluğunda düz bir telin uçları arasında,

$$\mathscr{E} = B\ell v \qquad \textbf{(29–3)}$$

ile verilen bir emk indüklenir.

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \qquad \textbf{(29–8)}$$

Faraday yasası bize aynı zamanda *değişen bir manyetik alanın bir elektrik alanı oluşturduğunu* söyler. Farady yasasının genel formu olan matematik bağıntı şöyledir:

Soldaki integral Φ_B manyetik akısının değiştiği ilmek boyunca alınır.

Bir **elektrik jeneratörü,** mekanik enerjiyi elektrik enerjisine dönüştürür. Çalışması Faraday yasasına dayanır: bir tel bobin, bir manyetik alan içinde mekanik bir yolla düzgün olarak döndürülür, bobinden geçen manyetik akının değişimi, jeneratörün çıkışı olan sinüzoidal bir akım indükler.

[*Jeneratörün zıttı olarak çalışan bir motorun jeneratöre benzeyen yönü, dönen bobininde bir geri emk'nın indüklenmesidir. Bu **geri emk**, giriş voltajına karşı koyarak motor bobinindeki akımı sınırlar. Benzer biçimde, bir jeneratörde de dönen bobinin üstüne bir **karşı tork** etki eder.]

Bir aa voltajının büyüklüğünü değiştiren bir aygıt olan **transformatör**, bir birincil, bir de ikincil bobinden oluşur. Birincil bobindeki aa voltajının değişen akısı ikincil bobinde bir aa voltajı indükler. 100% verimli bir transformatörde çıkış voltajının giriş voltajına oranı (V_S/V_P)), ikincildeki sarım sayısı N_S'nin birincildeki sarım sayısı N_P'ye oranına eşittir:

$$\frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P}. \qquad \textbf{(29–5)}$$

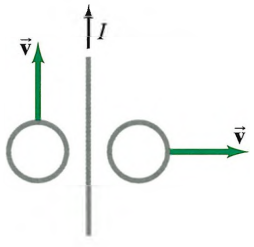
İkincil akımın birincile oranı, sarım sayılarının oranının tersidir:

$$\frac{I_S}{I_P} = \frac{N_P}{N_S}. \qquad \textbf{(29–6)}$$

[*Mikrofonlar, topraklama hatası devre kesicileri, sismograflar, bilgisayar sürücüleri ve teyp kayıt cihazlarının okuma/yazma kafaları elektromanyetik indüksiyonun uygulamalarıdır.]

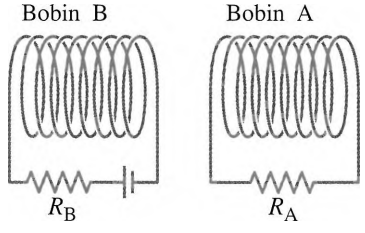
Sorular

1. Faraday'ın deneylerinde (Şek.29-1) çok sayıda sarım içeren bobinlerin kullanılmasının avantajı nedir?
2. Manyetik akı ile manyetik alan arasındaki fark nedir?
3. Elinizde dairesel bir tel halkayı tuttuğunuzu ve birdenbire bir mıknatısı güney kutbu önde olmak üzere, kendinizden uzağa, dairenin merkezine doğru attığınızı farz edin. Telde bir akım indüklenir mi? Mıknatıs halkanın içinde durgun tutulursa akım indüklenir mi? Mıknatısı geri çektiğinizde akım indüklenir mi? Yanıtınızın olumlu olduğu her durumda yönü belirtin.
4. İki tel halka, sabit bir akım taşıyan uzun, düz bir telin civarında Şek.29-33'te olduğu gibi hareket etmektedirler. Her halkada indüklenen akımın yönünü bulun.



ŞEKİL 29–33
4. ve 5. Sorular.

5. 4. sorudaki iki halka arasında bir kuvvet var mıdır? Varsa hangi yöndedir?
6. Biri diğerinin arkasnda duran iki dairesel tel halkanın merkezlerinden geçen bir çizgi boyunca baktığınızı farz edin. Öndeki halkaya aniden saatle aynı yönde bir akıma sebep olan bir pil bağlanıyor. (*a*) İkinci halkada bir akım indüklenir mi? (*b*) Eğer öyleyse, akım ne zaman başlar? (*c*) Ne zaman durur? (*d*) Bu akım hangi yöndedir? (*e*) İki halka arasında bir kuvvet var mıdır? (*f*) Varsa hangi yöndedir?
7. 6. soruda bahsedilen pil devreden çıkarılıyor. İkinci halkada bir akım indüklenir mi? İndüklenirse ne zaman başlar ve biter? Akımın yönü nedir?
8. Şek.29-12a'da çubuk sola doğru hareket eder ve soldaki ilmeğin alanı azalırsa akım hangi yönde akar?
9. Şek.29-34'te (*a*) B bobini A bobinine doğru hareket ettirildiğinde, (*b*) B bobini A bobininden uzaklaştırıldığında, (c) R_B direnci arttırıldığında R_A direncinde indüklenen akımın yönünü bulunuz.



ŞEKİL 29–34
Soru 9.

10. Küçük bir sinyalin uzun bir mesafeye gitmesi gerektiğinde, sinyal telinin bir yalıtkanla çevrelendiği ve onun da etrafında dönüş akımını taşıyan bir silindirik iletkenin bulunduğu bir *zırhlı kablo* (Şek.28-12) kullanılır. "Zırh" neden gereklidir?

11. Aa taşıyan iki yalıtılmış elektrik telini birbirine yakın koymanın, hatta birbiri etrafında bükmenin avantajı nedir?

12. Düzgün olmayan bir manyetik alanda, ℓ yarıçaplı iletken bir halka mı, yoksa $\ell/2$ uzunluğunda düz bir tel mi daha hızlı düşer?

13. Hiçbir manyetik alanın istenmediği bir bölge düşük dirençli bir metal yaprakla çevrilmiştir. (*a*) Yaprak dışarıda hızla değişen bir manyetik alandan içersini korur mu? Açıklayınız. (*b*) Statik bir manyetik alandan korur mu? (*c*) Yaprak süperiletkense (özdirenç = 0) ne olur?

14. Bir cep telefonu şarj aleti, bir transformatör içerir. Neden, eski cep telefonunuzu, yeni cep telefonunuzu, matkabınızı ve oyuncak elektrik treninizi şarj eden bir evrensel şarj aleti satın alamazsınız?

15. Kapalı bir transformatörün dört kablosu vardır. Transformatörü sökmeden iki bobinin sarım sayılarının oranını nasıl belirleyebilirsiniz? Hangi kabloların birbiriyle eşleştiğini nasıl bulursunuz?

16. Evlerde 600 V veya 1200 V gibi yüksek voltaj hatlarının kullanımı enerji israfını azaltır. Neden bunlar kullanılmaz?

17. 120 V aa girişi için tasarlanmış bir transformatör 120 V da ile kullanılırsa "yanar". Açıklayınız. [*İpucu:* Birincil boinin direnci genellikle çok düşüktür.]

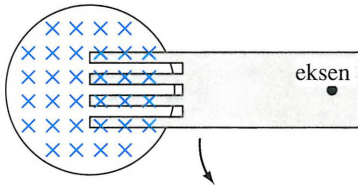
***18.** Bir buzdolabı motoru çalışmaya başladığında kısa bir süre için neden ışıkların sönükleştiğini açıklayınız. Bir elektrikli ısıtıcı çalışmaya başladığında ışıklar ısıtıcı çalıştığı sürece sönük kalır. Farkı açıklayınız.

***19.** Şek.29-15 ve sağ el kurallarını kullanarak bir jeneratördeki *karşı* torkun neden harekete karşı koyduğunu gösteriniz.

***20.** Girdap akımı freni (Şek.29-21) bakır veya alüminyum tekerlekte çalışır mı, yoksa tekerlek ferromanyetik mi olmalıdır? Açıklayınız.

***.21.** Girdap akımlarının katı atıkların geri dönüşüm amacıyla sınıflandırılması için kullanılabileceği önerilmiştir. Atıklar önce küçük parçalara öğütülür ve ve demir bir da mıknatısıyla ayırılır. Atıklar daha sonra sürekli mıknatısların üstündeki bir eğik düzlemden kaydırılırlar. Bu, demir olmayan metallerin (Al, Cu, Pb, pirinç), metal olmayan malzemelerden ayrılmasına nasıl yardım eder?

***22.** Şek.29-35'teki bir eksen etrafında dönebilen dilimli metal çubuk, manyetik alanda, katı bir çubuktan çok daha hızlı düşer. Açıklayın.



ŞEKİL 29–35
Soru 22

***23.** Büyük bir çubuk mıknatısın kutupları arasında tutulan bir alüminyum yaprağı manyetik alandan çıkarmak için yaprak ferromanyetik olmasa ve kutup yüzlerine dokunmasa bile bir kuvvet gerekir. Açıklayınız.

***.24.** Düşey bir metalin içinde düşen bir çubuk mıknatıs, tübün havası boşaltılmış olsa ve hava direnci olmasa bile bir son hıza erişir. Açıklayın.

***25.** Bir ucunda eksenlenmiş bir metal çubuk, manyetik alan yokken serbestçe salınır, bir manyetik alan içinde ise salınımlar hızla söner. Açıklayın. (Bu manyetik sönüm pek çok pratik aygıtta kullanılmaktadır.)

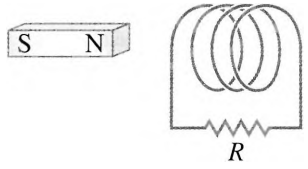
***26.** Bir manyetik mikrofon, temelde bir hoparlör gibi olduğundan, bir hoparlör (Kısım 27-6) de mikrofon gibi iş görebilir mi? Yani bir hoparlöre konuşup yükseltilebilen bir çıkış sinyali elde edebilir misiniz? Açıklayınız. Açıklamanızın ışığında bir mikrofon ve hoparlör yapımının nasıl fark edeceğini tartışınız.

Problemler

29–1 ve 29–2 Faraday'ın İndüksiyon Yasası

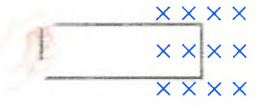
1. (I) İki sarım içeren bir bobin içerisindeki manyetik akının değeri 0.42 s içerisinde −58 Wb'den +38 Wb'e sabit hızla değişmektedir. Bobinde oluşan indüklenmiş emk'yıhesap ediniz.

2. (I) Şek. 29-36'daki mıknatısın kuzey kutbu bobin içerisine sokulmaktadır. R direncinden geçen indüksiyon akımının yönü ne olur?



ŞEKİL 29–36
Problem 2.

3. (I) Şek. 29-37'de gösterilen dikdörtgen tel yönü içeriye doğru olan bir manyetik alanın içine itilmektedir. İndüksiyon akımının yönü ne olur?



ŞEKİL 29–37
Problem 3.

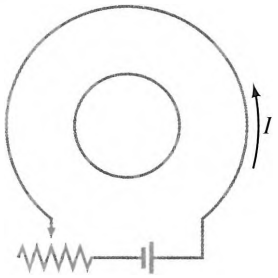
4. (I) Çapı olan bir tel halka başlangıçta 1.5 T'lık manyetik alana dik olarak yerleştirilmiştir. 0.20 s içinde halka düzlemi manyetik alana paralel oluncaya kadar döndürülmüştür. Tel içerisindeki indüklenmiş emk'nın ortalama değeri nedir?

5. (II) Yarıçapı $r = 12\,\text{cm}$ olan tel halka, düzlemi manyetik alan yönüne dik olacak şekilde $B = 0.500\,\text{T}$ 'lık düzgün bir manyetik alan içerisine yerleştirilmiştir. Alanın büyüklüğü $-0.010\,\text{T/s}$ 'lik sabit bir hızla azaltılırsa r hangi oranda artmalıdır ki halka içerisindeki indüklenmiş emk'nın değeri 0 olsun.

6. (II) 10.8 cm yarıçaplı bir tel halka, düzlemine dik bir manyetik alan içerisine yerleştirilmiştir. Manyetik alanın büyüklüğü 0.68 T ve yukarı doğrudur. 0.16 s içinde alanın büyüklüğü 0.25 T ve yönü de aşağı olacak şekilde değiştirilirse halkada indüklenen emk'nın ortalama değeri ne olur?

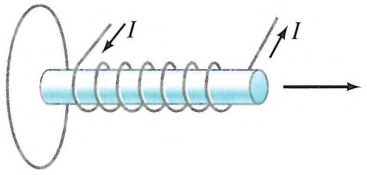
7. (II) yarıçaplı bir tel halka, 0.50 T'lık manyetik alan içerisine yerleştirilmiştir. (*a*) Halka düzlemi alan çizgilerine dik ise tel halka içerisinden geçen manyetik akı nedir? (*b*) Halka düzlemi alan çizgileri ile 35°'lik açı yapana kadar döndürülüyor. Dnk. 29-1a'daki θ bu durum için ne olur? (*c*) Bu açıda tel halkadan geçen manyetik akı nedir?

8. (II) (*a*) Şek. 29-38'deki direncin değeri yavaşça artırılırsa büyük halkanın içindeki küçük halkada oluşan akımın yönü ne olur? (*b*) Küçük halka büyük halkanın dışına, sol tarafına yerleştirilseydi ne olurdu?



ŞEKİL 29–38
Problem 8.

9. (II) Eğer Şek. 29-39'daki solenoid şekilde görüldüğü gibi halkadan geriye çekilirse indüksiyon akımının yönü ne olur?

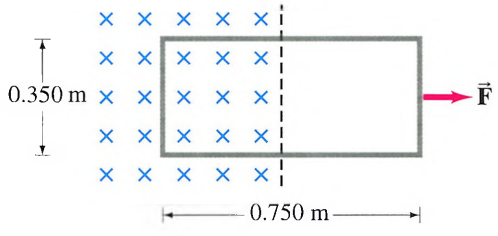


ŞEKİL 29–39
Problem 9.

10. (II) Çapı 8.0 cm olan tel halkaya dik olan manyetik alanın değeri 180 m içinde +0.52 T'dan –0.45T'ya değişmektedir. Burada + alan çizgilerinin gözlemciden uzağa, – ise gözlemciye doğru olduğu anlamına gelmektedir. (*a*) İndüklenmiş emk'yı hesaplayın. (*b*) İndüksiyon akımı hangi yönde akar?

11. (II) Sayfa düzleminde bulunan bir tel halka yönü sayfa düzleminden içeri doğru olan 0.75 T'lık manyetik alan içerisindedir. Tel halkanın çapı içerisinde 20.0cm'den 6.0 cm'ye değiştirilirse (*a*) indüksiyon akımının yönü ne olur, (*b*) indüklenmiş emk'nın oratalama değeri ne olur, ve (*c*) eğer halkanın direnci 2.5 Ω ise indüksiyon akımının değeri ne olur?

12. (II) Boyutları Şek. 29-40'ta verilen kare bir telin bir kısmı 0.650 T'lık düzgün bir manyetik alan içerisine yerleştirilmiştir. Telin toplam direnci 0.280 Ω 'dur. Teli manyetik alandan3.40 m/s 'lik sabit bir hızla dışarı (sağa doğru) çekmek için uygulanması gereken kuvveti hesaplayın. Yerçekimini ihmal edin.



ŞEKİL 29–40 Problem 12.

13. (II) Sınıfına Faraday yasasını anlatan bir profesör parmağındaki altın yüzüğü 45 ms içinde parmağı doğrultusunda yönelmiş olan 0.80 T'lık manyetik alandan alan bulunmayan bir yere hareket ettiriyor. Çapı 1.5 cm olan yüzüğün direnci 55 $\mu\Omega$ ve kütlesi 15 g'dır. (*a*) Yüzükte indüksiyon akımından dolayı oluşan termal enerjiyi hesaplayın. (*b*) Oluşan tüm termal enerjinin yüzüğün sıcaklığını artırdığını farz ederek yüzükte meydana gelen sıcaklık yükselmesini bulun. Altının özısısı 129 J/kg·C° 'tır.

14. (II) 420 sarımlı solenoid 25 cm uzunluğa ve çapa sahiptir. 15 sarımlı bir bobin solenoidin merkezi etrafında sıkıca sarılmıştır. Solenoid akımı 0.60 s içerisinde düzgün bir şekilde 0'dan 5.0 A'e değişmektedir. Bu süre içinde bobinde oluşan indüklenmiş emk'nın değeri ne olur?

15. (II) çaplı bir bobin 2.6 mm çaplı bakır telli 28 sarım içermektedir. Bobin düzlemine dik manyetik alanın değeri 8.65×10^{-3} T/s hızla değişmektedir. (*a*) Halkadaki akımı, (*b*) termal enerjinin üretilme hızını belirleyin.

16. (II) Bir çiftçinin arazisinin 7.0 m üzerindeki enerji hattı $f = 60$ Hz'lik frekansla sinüzoidal olarak değişen ve $I_0 = 55$ kA'lik tepe değerine sahip bir akım taşımaktadır (Şek.29-41). Çiftçi 2.0 m yüksekliğinde ve 10 sarımlı kare bobini enerji hattının altına yerleştiriyor. Çiftçi bu sayede oluşacak indüklenmiş voltajı kullanarak 120 V'luk elektriksel bir aygıtı beslemek istemektedir. Bu aygıt $f = 60$ Hz'lik frekansla sinüzoidal olarak değişen ve tepe değeri $V_0 = 170$ V olan bir voltaja ihtiyaç duymaktadır. Bobinin ℓ uzunluğu ne olmalıdır? Bu etik olmayabilir mi?

Bobin

ŞEKİL 29–41 Problem 16.

17. (II) 18.2 cm çaplı bir dairesel bakır tel halkaya dik olan manyetik alanın değeri düzgün bir şekilde 0.750 T'dan sıfıra düşmektedir. Eğer telin çapı 2.35 mm ise bu işlem sırasında halkanın bir noktasından ne kadar yük geçer?

18. (II) 25 sarımlı bir bobinin her sarımından geçen manyetik akı $(8.8t - 0.51t^3) \times 10^{-2}\,\text{T}\cdot\text{m}^2$ ile verilmektedir. t burada saniye cinsindendir. (*a*) Emk $\mathscr{E}$'u zamanın fonksiyonu olarak belirleyin. (*b*) $t = 1.0$ s ve $t = 4.0$ s'de $\mathscr{E}$ nedir?

19. (II) 25 cm çaplı dairesel bir tel halkanın direnci 150 Ω 'dur. Başlangıçta düzlemi $\vec{\mathbf{B}}$'ye dik olacak şekilde 0.40 T'lık bir manyetik alan içerisinde olup 120 ms içinde alandan uzaklaştırılıyor. Bu süreçte ısıya çevrilen elektrik enerjisini hesaplayınız.

20. (II) Esnek bir tel halkanın alanı $dA/dt = -3.50 \times 10^{-2}\,\text{m}^2/\text{s}$ hızıyla azalmaktadır. Tel halka $B = 0.28$ T'lık manyetik alan içerisindedir ve alanın yönü halka düzlemine diktir. $t = 0$'da halka tel $A = 0.285\,\text{m}^2$ alana sahiptir. $t = 0$ ve $t = 2.00$ s'deki indüklenmiş emk'yı bulun.

21. (II) Problem 20'deki tel halkanın yarıçapının $dr/dt = 4.30$ cm/s hızıyla arttığını düşünün. $t = 0$ ve $t = 1.00$ s 'deki indüklenmiş emk'yı bulun.

22. (II) Tek bir tel halka, düzlemi solenoid eksenine dik olacak şekilde uzunca bir solenoidin içerisine yerleştirilmiştir. Halkanın alanı A_1, birim uzunluk başına n sarımı olan solenoidin alanı ise A_2'dir. $I = I_0 \cos \omega t$ akımı solenoid sarımlarından geçmektedir. Halka telde oluşan indüklenmiş emk'yı bulun.

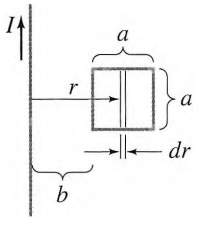
23. $R = 2.0\,\Omega$ olan elastik bir halka manyetik alan içerisindedir. Manyetik alanın büyüklüğü uzaysal olarak düzgündür, ancak zamanla $B(t) = \alpha t$ şeklinde değişmektedir. Burada $\alpha = 0.60\,\text{T/s}$ 'dir. Halka alanı sabit bir hızla $A(t) = A_0 + \beta t$ şeklinde artmaktadır, $A_0 = 0.50\,\text{m}^2$ ve $\beta = 0.70\,\text{m}^2/\text{s}$ 'dir. Eğer manyetik alan (*a*) halka düzlemine paralel ve sağa doğru ise (*b*) halka düzlemine dik ve aşağı doğru ise $t = 2.0$ s'de halkada oluşan indüklenmiş akımın büyüklük ve yönünü bulun.

24. (II) Elektrikli diş fırçaları gibi güvenli bir biçimde suya sokulması gereken aygıtlarda kullanılan indüktif şarj cihazları elektrik gücünün açık elektrik temas noktaları olmaksızın iletimini sağlarlar. Bir indüktif şarj cihazında güç iletimi için şu basit modeli göz önüne alın (Şek.29-42). Şarj cihazının plastik tabanındaki d çaplı, birim uzunlukta n_P sarıma sahip birincil bobin evin duvarındaki aa prizine bağlıdır ve $I = I_0 \sin(2\pi ft)$ akımını taşımaktadır. Diş fırçası tabana geçtiğinde içindeki N sarımlı, çapı d'den çok az büyük bir ikincil bobin birincil bobinle eşmerkezli olur. İkincil bobinde indüklenen emk için bir ifade bulun. [Bu indüklenmiş emk, diş fırçası içindeki pili şarj eden devreleri besler.]



ŞEKİL 29–42
Problem 24.

25. (III) (*a*) Uzun doğrusal bir tel I akımını taşımaktadır. Telden b kadar uzaklıkta ve kenar uzunluğu a olan kare çerçeve (Şek. 29-43) içerisinden geçen manyetik akıyı belirleyin. (*b*) Eğer kare çerçeve telden bir v hızıyla uzaklaştırılırsa üzerinde oluşan indüklenmiş emk ne olur? (*c*) Oluşan indüklenmiş akımın yönü saat yönünde mi yoksa tersi yönde midir? (*d*) Kare çerçeveyi uzaklaştırmak için gerekli F kuvvetini belirleyin.



ŞEKİL 29–43
Problem 25 ve 26.

26. 26. (III) Şek. 29-43'teki kare çerçevenin durgun kaldığını ve uzun telden geçen akımın $I(t) = (15.0\,\text{A})\sin(2500t)$ şeklinde olduğunu düşünelim. Burada t saniye cinsindendir. Bu durumda kare çerçeve üzerinde oluşan indüklenmiş emk'yı belirleyin. a uzaklığı 12.0 cm, b ise 15.0cm'tir.

29–3 Hareketsel EMK

27. (I) Şek. 29-12b'deki hareketli çubuk 13.2 uzunluğundadır ve 0.90 T'lık manyetik alan içerisinde hareket ederken 120 mV'luk emk üretmektedir. Çubuğun hızı nedir?

28. (I) Şek. 29-12b'deki hareketli çubuk 12. 0 cm uzunluğundadır ve 15.0 cm/s hızla çekilmektedir. Eğer manyetik alanın büyüklüğü 0.800 T ise oluşan emk'yı hesaplayın.

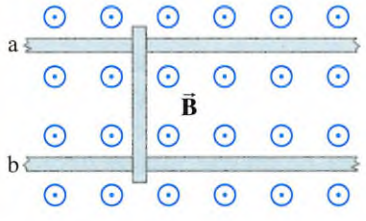
29. 29. (II) Şek 29.12a'daki çubuk sağa doğru 1.3 m/s hızla çekilmektedir ve direnci 2.5 Ω 'dur. U biçimli iletkenin iki kenarı arasındaki mesafe $\ell = 25.0$ cm 'dir. Belli bir anda manyetik alan 0.35 T ve U biçimli iletkenin direnci 25.0 Ω'dur. Bu anda, (*a*) indüklenmiş emk'yı, (*b*) U biçimli iletken üzerindeki akımı, (*c*) çubuğun hızını sabit tutmak için gerekli dış kuvveti hesaplayın.

30. (II)) Şek 29.12a'da U biçimli iletkenin özdirenci ρ'dur. Hareketli çubuğun özdirenci ise ihmal edilmektedir. I akımını zamanın fonksiyonu olarak elde edin. Çubuğun $t = 0$'da U biçimli iletkenin en alt kısmından harekete başladığını ve v düzgün hızıyla manyetik alanı içerisinde hareket ettiğini düşünün. Çubuğun ve U'nun tüm kısımlarının kesit alanı A'dır.

31. (II) Şek 29.12a'daki U biçimli iletkenin ve çubuğun düşey olarak (fakat hala temas halinde) yerleştirildiğini düşünün. Bu durumda çubuk yerçekimi kuvvetinin etkisi altında düşmektedir. Eğer çubuğun kütlesi $m = 3.6$ gram uzunluğu $\ell = 18$ cm ve direnci $R = 0.0013\,\Omega$ ise ulaşacağı sabit son hız ne olur? Çubuk $B = 0.060$ T 'lık düzgün bir yatay alan içerisinde düşmektedir. U biçimli iletkenin direncini ihmal edin.

32. (II) Bir otomobil Dünya'nın manyetik alanı içinde ilerlerken 75.0 cm uzunluğundaki düşey radyo anteninde bir emk indükleniyor. Dünya'nın manyetik alanı $(5.0 \times 10^{-5}\,\text{T})$ kuzeye doğru ve eğim açısı 45^0 ise antende indüklenen maksimum emk nedir ve bu maksimum değeri elde etmek için otomobil hangi yön(ler)de hareket etmelidir? Otomobilin hızı yatay bir yol üzerinde 30.0 m/s'dir.

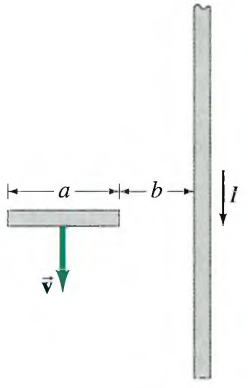
33. (II) İletken bir çubuk, Şek. 29-44'teki gibi $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı (raylara ve çubuğa $\perp$) içinde birbirine paralel iki sürtünmesiz ray üzerinde durmaktadır. (*a*) Raylar yatay ise, çubuğa bir itme verildiğinde manyetik alanın varlığında bile çubuk sabit bir hızla mı hareket edecektir? (*b*) $t = 0$'da çubuğun $v = v_0$ hızına sahip olduğunu ve rayların a noktasından b noktasına bir tel ile elektriksel bağlantı yapıldığını farzedin. Çubuğun R direncine sahip olduğunu ve rayların direncinin ihmal edildiğini varsayarak çubuğun hızını zamanın fonksiyonu olarak bulun. Cevabınızı tartışın.



ŞEKİL 29–44 Problem 33 ve 34.

34. (III) m kütleli, R dirençli iletken tel, Şek. 29-44'teki gibi düzgün bir $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı (çubuğa ve raylara $\perp$) içinde aralarındaki uzaklık ℓ olan sürtünmesiz ve dirençsiz paralel raylar üzerinde durmaktadır. $t = 0$'da bir emk kaynağı raylar arasına bağlanmış olup çubuk durgundur. Emk kaynağı (*a*) sabit bir I akımı sağlıyorsa, (*b*) kaynak sabit bir emk $\mathscr{E}_0$ sağlıyorsa çubuğun hızını zamanın fonksiyonu olarak bulun. (*c*) Çubuk sabit bir son hıza her iki durumda da ulaşır mı? Ulaşırsa, değeri nedir?

35. (III) a uzunluğunda kısa bir tel parçası, Şek. 29-45'te gösterildiği gibi I akımını taşıyan çok uzun bir tele paralel olacak şekilde $\vec{\mathbf{v}}$, hızıyla hareket etmektedir. Tel parçasının uzun tele yakın ucu uzun tele b mesafesindedir. Uzun telin boyunun $a + b$'ye göre çok büyük olduğunu varsayıp tel parçasının uçları arasındaki emk'yı hesaplayın. $\vec{\mathbf{v}}$'nin (*a*) I ile aynı (*b*) I ile zıt yönde olduğunu varsayın.



ŞEKİL 29–45
Problem 35.

29–4 Jeneratörler

36. (I) Dönme hızı 875 devir/dakika olan bir araba jeneratörü rölantide iken 12.4 V'luk bir emk oluşturuyor. Eğer dönme hızı başka hiçbir şey değişmeksizin 1550 devir/dakika'ya çıkartılırsa çıkış emk'sı ne olur?

37. (I) 24.0 V'luk bir tepe gerilimi elde etmek için basit bir jeneratör kullanılmaktadır. Bir kenarı olan kare sarımlardan oluşan armatür 'lık bir alan içerisinde 60.0 devir/s'lik hız ile dönmektedir. Kare armatürde kaç sarım olmalıdır?

38. (II) Basit bir jeneratör bir kenarı 22.0 cm olan 480 kare sarımdan oluşan bir bobine sahiptir. 0.550 T'lık bir alan içerisinde ne kadarlık bir hızla dönmelidir ki 120 V'luk bir tepe gerilimi elde edilsin.

39. 39. (II) Bir aa jeneratörünün kko çıkışının $V_{\text{kko}} = NAB\omega/\sqrt{2}$ olduğunu gösteriniz. Burada $\omega = 2\pi f$ 'dir.

40. 40. (II) Çapı olan 250 sarımlık dairesel bir bobin şiddetinde bir manyetik alan içerisinde 120 devir/s hız ile dönmektedir. Jeneratörün çıkış voltajının kko değeri nedir? Bu değeri iki katına çıkarmak için dönme frekansına ne yapardınız?

*29–5 Geri EMK, Karşı Tork; Girdap Akımı

*41. (I) 1200 devir/dakika hızında çalışan bir motorun geri emk'sı 72 V'tur. Manyetik alan değiştirilmeksizin dönme hızı 2500 devir/dakika'ya çıkartıldığında motorun geri emk'sı ne olur?

*42. (I) Bir motor 3.05 Ω dirençli bir bobine sahiptir. Bu motor 120 V'luk bir hata bağlanıp maksimum güçte çalıştığında 7.20 A'lik akım çekiyorsa geri emk'nın büyülüğü nedir?

*43. (II) Yük, Örnek 29-10'daki motoru yarı hızda çalıştırıyorsa motordaki akım nedir?

*44. (II) Bir motor 1100 dakika/devir hızında çalıştığında geri emk 85.0 V'tur. Motor 2300 dakika/devir ile çalışırken geri emk'yı 75 V'a indirmek isterseniz motorun manyetik alanını nasıl değişitirirsiniz?

*45. (II) Bir da jeneratörü 1000 devir/dakika hızına sahipken, güç, voltaj ve akım değerleri 16 kW, 250 V ve 64 A olarak verilmektedir. Bobin sarımlarının direnci 0.40 Ω.'dur. (*a*) 1000 devir/dakika'da "yüksüz" voltajı hesaplayın (jeneratöre bağlı hiç bir devre yokken). (*b*) Jeneratör 750 devir/dakika hızında çalışırken maksimum yük voltajını (yani 64 A'de) hesaplayın. Manyetik alanın büyüklüğünün sabit kaldığını düşünün.

29–6 Transformatörler

[Başka bir şekilde vurgulanmadıkça verimi %100 alın.]

46. (I) Bir transformatörün birincil bobininde 620, ikincil bobininde 85 sarım vardır. Bu ne tür bir transformatördür ve voltajı hangi oranla değiştirir? Akımı hangi oranla değiştirir?

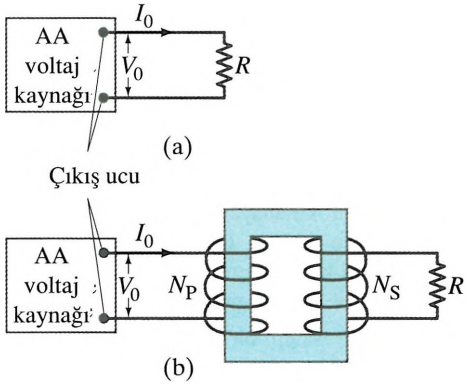
47. (I) Işıklı reklam panolarının çalışması için 12 kV gerekir. 240V'luk hattan beslenen bu panoların çalışması için transformatörün ikincil sarımlarının birincil sarımlarına oranı ne olmalıdır? Transformatör tersine bağlansaydı voltaj çıkışı ne olurdu?

48. (II) Bir model trenin 120 V'luk bir aa kaynağına bağlanmış olan transformatörü 0.35 A'lik akım çekerken trene 7.5 A'lik akım sağlamaktadır. (*a*) Raylar arasındaki voltaj nedir? (*b*) Bu transformatör gerilim yükseltici mi yoksa düşürücü müdür?

49. (II) 75 W'bir transformatörün çıkış voltajı 12 V ve giriş akımı 22 A'dir. (*a*) Bu transformatör yükseltici mi yoksa düşürücü müdür? (*b*) Voltaj hangi faktörle çarpılmıştır

50. (II) 3.0-Ω 'luk iletim hattıyla bir jeneratörden bir kasabaya 45 kV'ta65 MW'lık bir güç ulaştırılıyorsa (*a*) jeneratör emk'sını hesaplayın. (*b*) Gücün ne kadarlık bir kesri iletim hattında kayıp olur.

51. (II) Bir voltaj kaynağının iki çıkış ucu arasında V_0 genliğinde bir aa voltajı sağladığını varsayın. Çıkış uçları dış bir devreye bağlandığında uçlardan I_0 genliğinde bir aa akımı akıyorsa, dış devrenin eşdeğer direnci $R_{\text{eş}} = V_0/I_0$'dır. (*a*) Bir R direnci çıkış uçlarına doğrudan bağlanırsa, $R_{\text{eş}}$ ne olur? (*b*) Birincil ve ikincilindeki sarım sayıları sırasıyla N_P ve N_S olan bir transformatör Şek.29-46'da gösterildiği gibi kaynak ile direncin arasına yerleştirilirse ne olur? [Transformatörler, güç transferini maksimuma çıkarmak amacıyla hoparlörler gibi devre elemanlarının etkin direncini değiştirmek için aa devrelerinde kullanılabilir.]



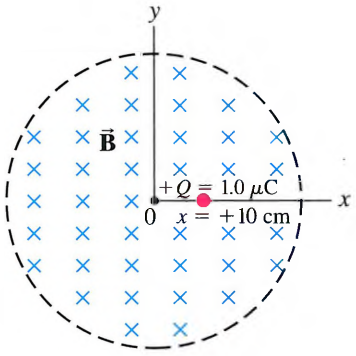
ŞEKİL 29–46 Problem 51.

52. (III) Yalnız 2.0%'lik kayıp ile 225 MW'lık elektriği 185 km'ye iletecek bir da iletim hattı tasarlayınız. Kablolar alüminyumdan ve voltaj 660 kV olacaktır.

53. (III) 85 kW'ın iki 0.100Ω'luk hat ile iletildiğini farz edin. 120 V'ta iletmek yerine, voltaj 120 V'tan 1200 V'a çıkartılır ve tekrar düşürülürse, ne kadar güç tasarrufu olacağını tahmin ediniz. Transformatörlerin her ikisinin de veriminin 99% olduğunu varsayınız.

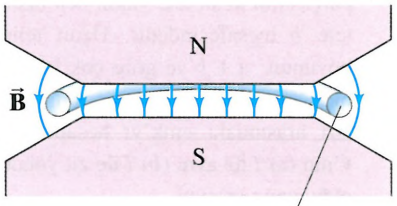
29–7 Değişen Φ_B $\vec{E}$ Üretir

54. (II) Dairesel bir bölgede, sayfanın içine doğru düzgün bir manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$ vardır (Şek.29-47). Bir koordinat sisteminin orijini dairesel bölgenin merkezindedir. Bir pozitif serbest nokta yük $+Q = 1.0\,\mu\text{C}$ başlangıçta ekseni üzerinde $x = +10\,\text{cm}$ konumunda durgun haldedir. Manyetik alanın genliği $-0.10\,\text{T/s}$, hızıyla azaltılırsa, $+Q$ yükü üzerine etki edecek olan kuvvet (büyüklük ve yön olarak) nedir?



ŞEKİL 29–47
Problem 54.

55. (II) Elektronları yüksek enerjilere hızlandırmada kullanılan bir alet olan **betatron,** bir manyetik alan içerisine yerleştirilmiş, içine elektronların gönderildiği dairesel bir vakum tüpü içerir (Şek. 29-48). Elektromıknatıs, (1) elektronları tüp içerisinde dairesel yörüngelerinde tutan ve (*2*) değiştiğinde elektronların hızını artıran bir alan üretir. (*a*) Elektronların nasıl ivmelendirildiğini açıklayınız (bknz. Şek. 29-48). (*b*) Şek. 29-48'de hareket eden elektronların yönü nedir? (Yönleri yukarıdan aşağıya bakıyormuş gibi veriniz). (*c*) Elektronları hızlandırmak için artmalı mı yoksa azalmalı mıdır? (*d*) Manyetik alan gerçekte aa'dır; elektronların bir devirin yalnız $\frac{1}{4}$'ü boyunca $\left(\frac{1}{240}\,\text{s}\right)$ hızlandırılabileceğini gösteriniz. (Bu süre boyunca yüz binlerce devir yapıp çok yüksek enerjiye çıkarlar.)



Elektronların yörüngede döndüğü tüp

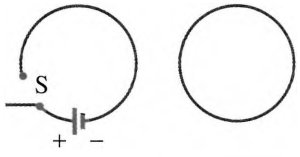
ŞEKİL 29–48
Problem 55 ve 56.

56. (III) Bir betatrondaki (Problem 55 ve Şek.29-48) elektronların, tüpteki elektron yörüngesinin konumundaki B_0 manyetik alanı, her anda, manyetik alanın dairesel yörüngenin alanı üzerinden alınan ortalama değerinin (B_{ort}) yarısına eşitse, $B_0 = \frac{1}{2}B_{\text{ort}}$ sabit yarıçapta ivmelendiklerini gösteriniz. (Kutup yüzlerinin Şek.29-48'de gösterildiği gibi tuhaf bir şekli olmasının sebebi budur.)

57. (III) Problem 34'teki hareketli çubuktaki net elektrik alanını (a) ve (b) şıkları için zamanın fonksiyonu olarak veren bir formül bulun.

Genel Problemler

58. Şek.29-49'da gösterildiği gibi sayfa düzlemindeki iki akım ilmeğine baktığınızı farz edin, Sol taraftaki bobindeki anahtarı kapatıldığında, (*a*) diğer ilmekteki indüklenen akımın yönü nedir? (*b*) "Uzun" bir zaman sonra durum ne olacaktır? (*c*) Sağdaki ilmek hızlı bir şekilde sağa doğru çekilirse bu ilmekte indüklenen akımın yönü nedir? (S uzun bir süre önce kapatılmıştır.)



ŞEKİL 29–49
Problem 58.

59. Bir kenarı olan bir kare ilmeğin direnci 7.50 Ω 'dur. Başlangıçta düzlemine dik olan 0.755 T'lık bir $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı içindedir, fakat içinde alandan uzaklaştırılır. Bu süreçte ısıya harcanan elektrik enerjisini hesaplayınız.

60. 12 kV'ta 65 MW güç ihtiyacı olan bir kasabadan 85 km uzaklığa kurulmuş bir güç santralinde güç 24 kV'ta üretilmektedir. Santralden kasabaya gelen her iki iletim hattı 0.10 Ω/km'lık dirence sahiptir. İdeal bir transformatör ve 98.5%'luk bir iletim verimi kabul ederek güç santralindeki transformatörün çıkış voltajının ne olması gerektiğini bulunuz.

61. 12 m^2'lik alana sahip bir dairesel ilmeğin içindeki ilmeğin düzlemine dik bir manyetik alanın büyüklüğü $B(t) = (10\,\text{T/s})t$'dir. İlmek 7.5 Ω'luk bir direnç ve 5.0 pF'lık sığaca seri bağlanmıştır. Tam olarak yüklendiğinde, sığaçta ne kadar yük depolanmıştır?

62. 85 %'lik verime sahip olan transformatörün birincil bobini 110 V'a (aa) bağlanmıştır. İkincil sarım 2.4 Ω, 75 W'lık bir ampule bağlanmıştır. (*a*) Transformatörün birincil sarımındaki akımı hesaplayınız. (*b*) Transformatörün ikincil sarım sayısı ile birincil sarım sayısının oranını hesaplayınız.

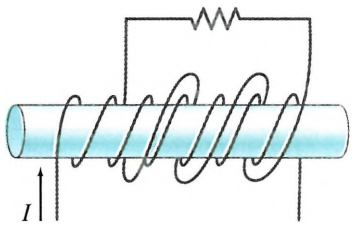
63. Bir çift güç iletim hattının her biri 0.80 Ω 'luk bir dirence sahiptir ve öteye 740 A taşıyor. Eğer kko giriş voltajı 42 kV ise (*a*) diğer uçtaki voltajı, (*b*) giriş gücünü, (*c*) hatlardaki güç kaybını, ve (*d*) çıkış gücünü hesaplayınız.

64. İletim hatlarındaki güç kaybı P_{L}'nin $P_{\text{L}} = (P_{\text{T}})^2 R_{\text{L}}/V^2$ ile verildiğini gösteriniz. Burada, P_{T} kullanıcıya iletilen güç, V dağıtılan voltaj ve R_{L} güç hatlarının direncidir.

65. 35 W'lık yüksek-şiddette bir masa lambası 12 V'ta çalışmakta olup evdeki 120 V'luk voltajı çeviren bir transformatör içermektedir. (*a*) Transformatör yükseltici mi yoksa düşürücü müdür? (*b*) Lamba açıkken ikincil bobindeki akım nedir? (*c*) Birincil bobindeki akım nedir? (*d*) Lamba açıkken ampulün direnci nedir?

66. İki dirençsiz ray 6.0°'lik rampa üzerinde birbirinden 32 cm uzaklıktadır. Aşağıda, 0.60 Ω'luk bir direnç ile birleştirilmişlerdir. Yukarıda kütleli bir bakır çubuk (direncini ihmal ediniz) rayların üstüne konmuştur. Tüm düzenek 0.55 T'lık düşey bir alan içerisindedir. Çubuk raylarda sürtünmesiz olarak aşağıya doğru kaydığında, erişeceği sabit son hız nedir?

67. 150 sarımlı, 5.0 yarıçaplı ve 12 Ω'luk dirence sahip bir bobin, 4.5 cm yarıçaplı ve 230 sarım/cm'lik bir solenoidi çevrelemektedir; bknz.Şek. 29-50. Solenoitteki akım 0.10 s'de 0'dan 2.0 A'e sabit bir hızla artıyor. 160 sarımlı bobindeki indüksiyon akımının yönünü ve büyüklüğünü bulunuz.



ŞEKİL 29–50
Problem 67.

68. *B* ölçümü için kullanılan **bir arama bobini (ters çevirme bobini** olarak da adlandırılır) her birinin kesit alanı *A* olan *N* sarımlı küçük bir bobindir. Kısa bir sürede içerisinden geçen toplam *Q* yükünü ölçen için bir alet olan **balistik galvanometreye** bağlanır. Ters çevirme bobini ölçülecek manyetik alan içerisine alan yüzeyine dik olacak şekilde yerleştirilir. Sonra hızlı bir şekilde bir çap etrafında 180^0 döndürülür. Bu kısa "ters çevirme" işlemi süresince indüksiyon akımında akan toplam *Q* yükünün manyetik alan ile orantılı olduğunu gösterin. Özellikle, *B*'nin

$$B = \frac{QR}{2NA}$$

ile verildiğini gösterin. Burada, *R*, *Q* yükünü ölçen balistik galvanometreyi ve bobini içeren devrenin toplam direncidir.

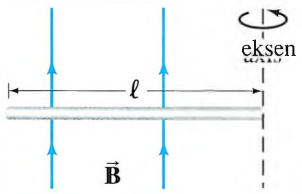
69. Yarıçapı 3.0 cm ve direnci 0.025 Ω olan bir halka, çapı boyunca geçen bir eksen etrafında döndürülüyor. Halka dönme eksenine dik 0.23 T'lık bir manyetik alan içindedir. Dönme tamamlandığında halkadaki belli bir noktadan geçen maksimum elektron sayısı nedir?

70. Bir el fenerine güç, tel bobin içerisinde hareket eden bir mıknatısın indüklediği akım ile sağlanabilir. Bobin ve mıknatısın içinde bulunduğu bir plastik tüp sallanarak mıknatısın bobin içerisinde ileri ve geri hareket etmesi sağlanmaktadır. Mıknatısın maksimum alan şiddetinin olduğunu farz edin. Mantıklı tahminler yapın ve standart bir 1 W, 3 V'luk el feneri ampulünü yakmak için gerekli olan sarım sayısını ve bobinin büyüklüğünü bulunuz.

***71.** Küçük bir elektrikli araba 35 km/saat'lik bir hızla hareket ederken 250 N'luk bir sürtünme kuvvetini yeniyor. Elektrik motorunun gücü seri bağlı on tane 12 V'luk pilden sağlanıyor ve motor çapa sahip tekerlekleri doğrudan döndürüyor. armatür bobini 12 cm'ye 15 cm dikdörtgen şeklindedir, ve 0.60 T'lık manyetik alanda dönmektedir. (*a*) Gerekli olan torku üretmek için motor ne kadar akım çeker? (*b*) Geri emk nedir? (*c*) Bobinde ne kadar güç harcanır? (*d*) Arabayı sürmek için giriş gücünün yüzde kaçı kullanılmaktadır?

72. İlmeklerin düzlemi $B(t) = B_0 e^{-t/\tau}$ ile verilen bir manyetik alana dikse, 10.0 cm yarıçapa ve 2.0 Ω'luk dirence sahip 18 sarımlı telin dairesel bir ilmeğinde harcanan enerjiyi zamanın fonksiyonu olarak bulun. $B_0 = 0.50\,\text{T}$ ve $\tau = 0.10\,\text{s}$'dir.

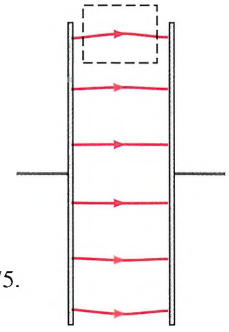
73. ℓ uzunluğunda ince metal bir çubuk bir ucundan geçen eksen etrafında ω açısal hızı ile dönüyor (Şek. 29-51). Dönme ekseni çubuğa dik ve düzgün manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$'ye paraleldir. Çubuğun uçları arasında oluşan emk'yı belirleyiniz.



ŞEKİL 29–51
Problem 73.

***74.** "Şönt-sargılı" bir da motorunun manyetik alanını, armatür bobinlerine paralel olarak yerleştirilen alan bobinleri sağlar. Alan bobinlerinin 36.0 Ω'luk ve armatür bobinlerinin 3.00 Ω 'luk bir dirence sahip olduğunu farz edin. Motora 115 V'luk da gerilimi uygulandığında tam hızda geri emk oluyor. (*a*) Motor çalışmaya başladığı ve tam hızda çalıştığı durumlardaki eşdeğer devreleri çizin. (*b*) Motor çalışmaya başladığında çekilen toplam akım nedir? (*c*) Motor tam hızda çalıştığında çekilen toplam akım nedir?

75. Paralel plakalı bir sığacın plakaları arasındaki statik elektrik alanının kenarlarda birden bire sıfıra düşemeyeceğini, saçaklar oluşturacağını Dnk. 29-8'de verilen formuyla Faraday yasasını kullanarak gösteriniz. Şek. 29-52 'de kesikli çizgi ile gösterilen yolu kullanın.

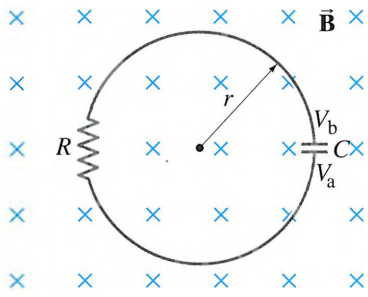


ŞEKİL 29–52 Problem 75.

76. Yarıçapı *R* olan dairesel metal bir disk merkezinden geçen ve yüzeyine dik olan bir eksen etrafında ω açısal hızı ile dönüyor. Disk, dönme eksenine paralel düzgün bir *B* manyetik alanı ıiçinde dönmektedir. Kenarlar ile merkez arasındaki indüklenmiş emk'yı hesaplayınız.

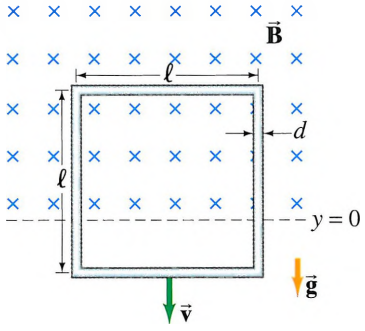
77. Problem 76'da dönen diskin her noktasındaki elektrik alanının yönü ne büyüklüğü nedir?

78. *R* direncini ve *C* sığacını içeren *r* yarıçaplı daire şeklinde bir devre, düzlemi, sayfa içerisine yönelmiş uzaysal olarak düzgün $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanına dik olacak şekilde yerleştirilmiştir (Şek.29-53). Sığaç plakaları arasındaki $V_{ba} = V_b - V_a$ voltaj farkının $t = 0$ anından başlayarak, t ile $V_{ba} = V_0(1 - e^{-t/\tau})$, şeklinde arttığı gözlenmektedir, burada V_0 ve τ pozitif sabitlerdir. Manyetik alanın büyüklüğünün zaman ile değişim hızı dB/dt 'yi belirleyiniz. Zaman arttığında daha büyük mü yoksa daha küçük mü oluyor?



ŞEKİL 29–53
Problem 78.

79. Dünya yüzeyinin yakınında uzayın belli bir bölgesinde $y = 0$ olarak belirlenen bir seviyeden yüksekte büyüklüğünde düzgün bir yatay manyetik alan vardır. $y = 0$'ın altında, alan birden bire sıfır oluyor (Şek. 29-54). Kare şeklinde düşey bir tel ilmek ρ özdirenci, ρ_m kütle yoğunluğu, d çapı ve ℓ kenar uzunluğuna sahiptir. Başlangıçta alt yatay kenarı $y = 0$ 'da olacak şekilde durmakta olup sonra düzlemi manyetik alanın yönüne dik olacak şekilde yerçekimi altında düşmesine izin veriliyor. (*a*) İlmek, hala kısmen manyetik alan içinde iken (sıfır-alan bölgesine doğru düşerken), hızı v olduğunda ilmek üzerine etki eden "karşı koyucu" manyetik kuvveti belirleyiniz. (*b*) İlmeğin üst yatay kenarı alandan çıkmadan önce sabit bir v_T son hızı kazandığını farz edin. v_T'yi belirleyiniz. (*c*) Eğer ilmek bakırdan yapılmış ve $B = 0.80\,\text{T}$ ise v_T'yi bulunuz.



ŞEKİL 29–54
Problem 79.

*Sayısal/Bilgisayar

***80.** Bir deneyde, bir bobin, bir sürekli mıknatısın B manyetik alanı içerisinde düşük sürtünme ile hareket eden bir arabaya yerleştirilmiştir. Araba manyetik alan içerisinde hareket ederken bir voltmetre ve bilgisayar arayüzlü bir hareket sensörü kullanılarak arabanın v hızı ve indüklenmiş voltaj V aynı anda ölçülüyor. Aşağıdaki tablo alınan verileri göstermektedir:

Hız, v (m/s)	0.367	0.379	0.465	0.623	0.630
İndüklenmiş, voltaj, V (V)	0.128	0.135	0.164	0.221	0.222

(*a*) İndüklenmiş voltaj V'ye karşı hızının grafiğini çiziniz. Veriler için en uygun lineer denklemi belirleyiniz. Teorik olarak, V ile v arasındaki ilişki $V = BN\ell v$ ile verilir, burada N bobinin sarım sayısı, B manyetik alan ve ℓ bobinin iç ve dış genişliğinin ortalamasıdır. Deneyde, $B = 0.126\,\text{T}$, $N = 50$ ve $\ell = 0.0561\,\text{m}$ 'dir. (*b*) Deneysel grafiğin eğimi ve eğimin teorik değeri arasındaki % hatayı bulunuz. (*c*) Ölçülen v hızlarının her biri için V'nin teorik değerini belirleyiniz ve her biri için % hatayı bulunuz.

Alıştırmalara Yanıtlar

A: (*e*).

B: (*a*) Saatin dönüş yönünün tersi; (*b*) saatin dönme yönü; (*c*) sıfır; (*d*) saatin dönüş yönünün tersi.

C: Elektronlar saatin dönme yönünde akarlar (sıradan akım saatin dönüş yönünün tersi)..

D: (*a*) artar; (*b*) evet; artar (karşı tork).

E: (*a*) $4.2 \times 10^{-3}\,\text{V/m}$; (*b*) $5.6 \times 10^{-3}\,\text{V/m}$.



Otomobildeki bir bujiye uygulanan yüksek gerilimin ürettiği elektrik alanı, bujinin uçları arasındaki hava boşluğunda, hava-yakıt karışımındaki atomlardan elektronları koparıp bir kıvılcım oluşturur. Yüksek gerilim, temelde bir transformatör veya karşılıklı indüklem olan bir indükleme bobini yardımıyla araba aküsünün geriliminden üretilir. Herhangi bir tel bobin bir özindükleme sahiptir ve içindeki akımın değişmesi bir indüklenmiş emk oluşturur. İndükleçler pek çok devrede kullanılırlar.

BÖLÜM 30

İndüklem, Elektromanyetik Salınımlar ve AA Devreleri

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!

Aşağıda gösterildiği gibi, bir sığaç ve birçok ilmekten oluşan bir tel bobinden (indükleç, L olarak adlandırılır) ibaret bir devreyi göz önüne alın. Eğer sığaç önceden yüklenmişse $(Q = Q_0)$, S anahtarı kapatıldığında ne olacaktır?

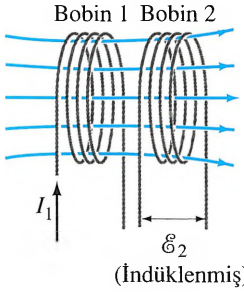
(a) Hiçbir şey olmayacaktır (Sığaç $Q = Q_0$ ile yüklü kalacaktır).
(b) Sığaç hızlıca boşalacak ve boşalmış olarak kalacaktır $(Q = 0)$.
(c) Akım, pozitif yükler sığacın karşı plakasında tamamen toplanıncaya kadar akacak $(Q = +Q_0)$, ve sonra tekrar ileri-geri hareket edecektir
(d) Sığaçta başlangıçta var olan enerjinin $\left(U_E = \frac{1}{2}Q_0^2/C\right)$ tamamı bobine aktarılacak ve bu şekilde kalacaktır.
(e) Sistem hemen sığaçtaki enerjinin yarısını bobine aktaracak ve bu şekilde kalacaktır.

Son Bölümde bir devreden geçen manyetik akının değişmesinin bu devrede bir emk'yı nasıl indüklediğini tartışmıştık. Bundan önce, elektrik akımının bir manyetik alan oluşturduğunu da görmüştük. Bu iki düşünceyi birleştirerek, bir devrede akımın değişmesiyle yakınında duran ikinci bir devrede bir emk ve bir akımın indükleneceğini, hatta kendi içerisinde de bir emk indükleneceğini öngörebiliriz. Bir önceki Bölümde bunun bir örneğini (transformatörler) gördük, ancak şimdi bu etkiyi daha genel olarak, özindüklem ve karşılıklı indüklem olarak adlandıracağımız etkiler cinsinden irdeleyeceğiz. İndüklem kavramı bize aynı zamanda manyetik alanda depolanan enerjiyi incelemek için bir sıçrama tahtası oluşturur. Bu Bölüm, direnç ve/veya sığaç yanında indüklem de içeren devrelerin analizleri ile sonuçlanacaktır.

İÇERİK

30–1 Karşılıklı İndüklem
30–2 Özindüklem
30–3 Manyetik Alanda Depolanan Enerji
30–4 *LR* Devreleri
30–5 *LC* Devreleri ve Elektromanyetik Salınımlar
30–6 Dirençli *LC* Salınımları (*LRC* Devresi)
30–7 AA Kaynaklı AA Devreleri
30–8 Seri *LRC* AA Devresi
* 30–9 AA Devrelerinde Rezonans
* 30–10 Empedans Uyuşması
30–11 Üç Fazlı AA

30–1 Karşılıklı İndüklem



ŞEKİL 30–1 Bir bobindeki akımın değişmesi ikincide bir akım indükler.

İki tel bobin Şek.3-1'deki gibi yan yana konulursa, birinde değişen akım diğerinde bir emk indükler. Faraday yasasına göre, bobin 2'de indüklenen emk, $\mathcal{E}_2$ bobin içerisinden geçen manyetik akının değişim hızı ile doğru orantılıdır. Bu akı bobin 1'deki I_1 akımına bağlıdır ve çoğu zaman bobin 2'deki emk'yı bobin 1'deki akım cinsinden ifade etmek uygundur.

Bobin 2'nin her bir ilmeğinde, bobin 1'deki akım tarafından üretilen manyetik akı Φ_{21} olsun. Eğer bobin 2, sıkı sarılmış N_2 ilmek içeriyorsa, $N_2\Phi_{21}$ bobin 2'den geçen toplam akıyı oluşturur. Eğer iki bobin uzayda sabitse, $N_2\Phi_{21}$ bobin 1'deki I_1 akımıyla orantılı olup orantı sabitine **karşılıklı indüklem** M_{21}, adı verilir ve şu şekilde tanımlanır;

$$M_{21} = \frac{N_2\Phi_{21}}{I_1}. \qquad \textbf{(30–1)}$$

Bobin 1'deki akımın değişmesine bağlı olarak bobin 2'de indüklenen emk $\mathcal{E}_2$ Faraday yasası ile aşağıdaki şekilde verilir.

$$\mathcal{E}_2 = -N_2\frac{d\Phi_{21}}{dt}.$$

Bu bağıntı, $\Phi_{21} = M_{21}I_1/N_2$ olarak yeniden yazılan (ve türevi alınan) Dnk.30-1 ile birleştirilirse,

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21}\frac{dI_1}{dt} \qquad \textbf{(30–2)}$$

elde edilir. Bu bağıntı, bobin 1'deki akım değişiminin bobin 2'de indüklediği emk ile ilişkisini gösterir. Bobin 1'e göre bobin 2'nin M_{21}, karşılıklı indüklemi "sabittir" yani, I_1'e bağlı değildir; ancak M_{21}, büyüklük, şekil, sarım sayısı ve iki bobinin bağıl konumları ve ayrıca demirin (veya bazı diğer ferromanyetik maddelerin) mevcudiyetiyle ilgili "geometrik" faktörlere bağlıdır. Örneğin, Şek. 30-1'deki iki bobin birbirinden çok ayrıksa, daha az sayıda akı çizgisi bobin 2'den geçecek, böylece M_{21} daha küçük olacaktır. Karşılıklı indüklem, bazı durumlar için hesaplanabilmekle birlikte (bknz. Örnek 30-1) bu değer çoğunlukla deneysel olarak tespit edilir.

Şimdi, bu durumun tersini göz önüne alalım: bobin 2'deki akımın değişmesiyle bobin 1'de bir emk indüklenir. Bu durumda,

$$\mathcal{E}_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

olacaktır. Burada, M_{12} bobin 2'ye göre bobin 1'in karşılıklı indüklemidir. $M_{12} = M_{21}$ olduğunu göstermek de mümkündür (burada bunu ispatlamayacağız). Böylece, belli bir düzenleme için indis kullanmamız gerekmez ve

$$M = M_{12} = M_{21}$$

yazılabilir, bu durumda

$$\mathcal{E}_1 = -M\frac{dI_2}{dt} \qquad \textbf{(30–3a)}$$

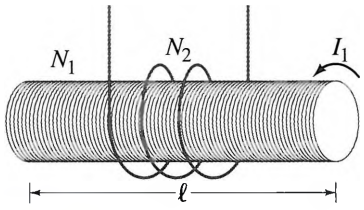
ve

$$\mathcal{E}_2 = -M\frac{dI_1}{dt} \qquad \textbf{(30–3b)}$$

olur. Karşılıklı indüklem için SI birimi henry (H)'dir, burada $1\,\text{H} = 1\,\text{V}\cdot\text{s/A} = 1\,\Omega\cdot\text{s}$ 'dir.

ALIŞTIRMA A Bitişik duran iki bobin 330 mH'lik karşılıklı indükleme sahiptir. Bobin 1'deki emk 120 V ise, bobin 2'deki akımın değişim hızı ne kadardır? Bobin 1'deki akımın değişim hızı ise, bobin 2'deki emk ne kadardır?

ÖRNEK 30–1 **Solenoit (akım makarası) ve bobin.** Kesit alanı A ve uzunluğu ℓ olan ince uzun bir solenoit N_1 adet sıkı sarılmış tel sargı içermektedir. Bunun üzerinde yalıtılmış N_2 sarımlı bir bobin vardır, Şek. 30-2. Bobin 1'den kaynaklanan akının tamamının bobin 2'den geçtiğini varsayarak karşılıklı indüklemi hesaplayınız.



ŞEKİL 30–2 Örnek 30–1.

YAKLAŞIM Önce solenoit tarafından üretilen, ve tümü N_2 bobininden düzgün olarak geçen akıyı belirleyelim. Dnk. 28-4'ü kullanarak solenoit içerisindeki manyetik alan için:

$$B = \mu_0 \frac{N_1}{\ell} I_1,$$

yazılabilir, burada $n = N_1/\ell$ birim uzunluk başına solenoitteki ilmek sayısı, ve I_1 solenoitteki akımdır.

ÇÖZÜM Solenoit sıkı sarılmıştır, bundan dolayı solenoitte oluşan akının tamamının ikinci bobinin içinde kaldığını düşünebiliriz. Böylece bobin 2'den geçen Φ_{21} akısı

$$\Phi_{21} = BA = \mu_0 \frac{N_1}{\ell} I_1 A$$

olacaktır. Karşılıklı indüklem ise şöyledir:

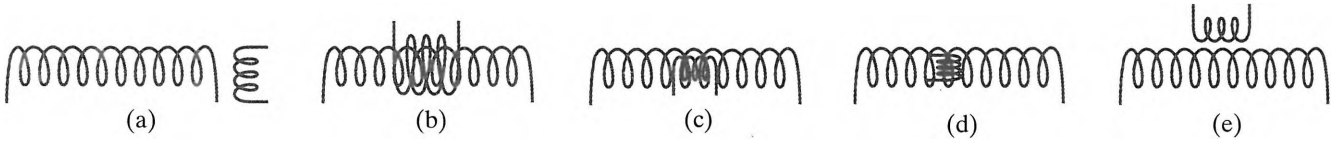
$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{\ell}.$$

NOT M_{21}'i hesapladık; eğer M_{12}'yi hesaplamayı deneseydik, bu daha zor olacaktı. $M = M_{12} = M_{21}$ olduğu için M'yi bulmak için daha basit olan hesabı yaptık. Bir kez daha hatırlayalım ki M sadece geometrik yapıya bağlı olup akıma bağlı değildir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 30–2 **Yer değiştirmiş bobinler.** N_2 sarımlı bobin solenoit dışında değil de içinde olmuş olsaydı Örnek nasıl değişirdi?

YANIT Solenoit içerisindeki manyetik alan değişmemiş olacaktır. Bobin boyunca akı olacaktır, buradaki A Örnek 30-1'deki gibi solenoidin değil, bobinin yüzey alanıdır. için çözüldüğünde, A'nın bobinin yüzey alanını göstermesi ve daha küçük olması dışında aynı bağıntıyı verecektir.

ALIŞTIRMA B Şek. 30-3'te gösterilen solenoit veya bobin takımlarından hangisi en büyük karşılıklı indükleme sahiptir? Her bir solenoidin aynı olduğunu varsayınız.



ŞEKİL 30–3 Alıştırma B.

Bir transformatör, kuplajın hemen hemen bütün akı çizgilerinin her iki bobinden geçmesi nedeniyle maksimum olduğu bir karşılıklı indüklem örneğidir. Karşılıklı indüklemin, kalp hastalarında kan akışını sağlamak için kullanılan bazı tip *kalp pillerini* de içeren değişik uygulamaları vardır (Kısım 26-5). Dış bobindeki güç, karşılıklı indüklem vasıtasıyla kalpteki pilde bulunan ikinci bir bobine aktarılır. Bu tip uygulama, pil destekli kalp pillerine göre daha avantajlı olup zayıflayan pilin cerrahi müdahalelerle değiştirilmesi de gerekmemektedir.

FİZİK UYGULAMASI
Kalp pili

Karşılıklı indüklem, bazen problem de yaratabilmektedir. Devredeki akımda herhangi bir değişiklik aynı devrenin başka bir kısmında veya farklı bir devrede, iletkenler bobin şeklinde olmasa bile bir emk indükleyebilmektedir. Karşılıklı indüklem M çok sarımlı bobinler ve/veya demir nüve olmadığında genellikle küçüktür. Bununla birlikte, düşük gerilim kullanıldığı durumlarda karşılıklı indükleme bağlı problemler ortaya çıkar. Problemi azaltmak için bir iç iletkenin, topraklanmış silindirik iletkenlerle sarıldığı korumalı kablolar, (Şek.) kullanılır.

30–2 Özindüklem

İndüklem kavramı izole edilmiş N sarımlı tek bir bobine de uygulanır. Değişken bir akım, bobin (veya solenoit) içerisinden geçerken bobin içerisinde değişken bir manyetik akı oluşur ve ardından aynı bobinde bir emk indüklenir. Bu indüklenmiş emk, akıdaki değişime karşı direnir (Lenz yasası). Örneğin, bobinden geçen akım artarsa, artan manyetik akı özgün akıma karşı olan bir emk indükler ve onun artışını engelleme eğiliminde olur. Akım bobin içerisinde azalırsa, azalan akı akımın yönünde bir emk indükleyerek özgün akımı sürdürme eğilimi gösterir.

N sarımlı bir bobinden geçen manyetik akı Φ_B bobindeki I akımıyla orantılıdır. Sonuç olarak, **özindüklemi** (L) şu şekilde tarif ederiz (karşılıklı indüklem paralelinde, Dnk.3-1):

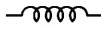
$$L = \frac{N\Phi_B}{I}. \qquad \textbf{(30–4)}$$

Sonra, L özindüklemli bobinde bir $\mathscr{E}$ emk indüklenir ve bu emk Faraday yasasından

$$\mathscr{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -L\frac{dI}{dt}. \qquad \textbf{(30–5)}$$

olur. Karşılıklı indüklem gibi özindüklem de henry ile ölçülür. L'nin büyüklüğü geometriye ve ortamda ferromanyetik materyallerin varlığına bağlıdır. Özindüklem (kısaca, indüklem), herhangi bir devre veya devrenin bir kısmı için yukarıdaki gibi tanımlanabilir.

Devreler daima bir miktar indüklem içerir, ancak devre çok sarımlı bobin içermiyorsa indüklem oldukça küçüktür. Önemsenecek miktarda bir L özindüklem içeren bir bobin **indükleç** olarak adlandırılır. İndüklemin devre şemasındaki sembolik gösterimi,


[indükleç simgesi]

şeklindedir ve bir indüklecin sahip olabileceği direnç ayrıca gösterilmelidir. İndüklem bazı devrelerde pratik bir amaca hizmet eder. Fakat indüklem devrede çoğu zaman kaçınılması gerekli bir niceliktir. Hassas dirençler, normalde sarılmış tellerden oluşur ve dolayısıyla bunlar belirli bir dirence sahip oldukları gibi bir indükleme da sahip olacaklardır. İndüklem, yalıtılmış telin zıt yönde kendi üzerine geriye doğru sarılmasıyla en aza indirilebilir, çünkü zıt yöndeki akımlar küçük bir net manyetik akı üretir; buna **indüksel olmayan sarım** denir.

İndüktör ihmal edilebilir bir dirence sahipse indüklem (veya indüklenmiş emk) değişken bir akımı kontrol eder. Değişen veya alternatif bir gerilim kaynağı bobine uygulanırsa, bu uygulanan gerilim bobinin (Dnk.30-5) indüklenmiş emk'sı ile dengelenir. Sonuç olarak, Dnk.30-5'ten görüyoruz ki, verilmiş olan bir $\mathscr{E}$, için L indüklemi büyükse, akımdaki değişim küçük olacaktır ve dolayısıyla eğer aa ise akımın kendisi küçük olacaktır. Daha büyük bir indüklem, daha küçük aa demektir. Bir indüklem, alternatif akımın akışını engelleyici bir nevi direnç gibi davranır. İndüklecin bu özelliği için reaktans (tepke) veya *empedans (zayıflatıcı)* terimlerini kullanırız. Reaktans ve empedansı daha detaylı olarak Kısım 30-7 ve 30-8'de tartışacağız. Orada göreceğiz ki, reaktans sadece L indüklemine bağlı olmayıp aynı zamanda frekansa da bağlıdır. Burada onun önemi hakkında sadece bir örnekten bahsettik. Transformatördeki birincil sargı direnci genellikle çok küçüktür, belki $1\ \Omega$'dan da küçük. Eğer transformatördeki akımı direnç kendi başına sınırlasaydı, yüksek gerilimler uygulandığında çok büyük akımlar oluşurdu. Gerçekten, bir transformatöre da gerilimi uygulanırsa, bu gerilim onu yakabilir. Bobindeki indüklenmiş emk (veya reaktans), akımı makul bir seviyede tutar.

Yaygın olarak kullanılan indükleçler yaklaşık olarak $1\ \mu$H ile yaklaşık (burada, 1 H =1 henry = $1\ \Omega \cdot$s arasında değişen indüklemlere sahiptirler.

ÖRNEK 30–3 **Solenoit indüklemi.** A kesit alanlı ℓ uzunluğunda, sıkı sarılmış N sarıma sahip, uzun bir solenoidin özindüklemi L için bir formül bulunuz. Eğer $N = 100$, $\ell = 5.0\,\text{cm}$, $A = 0.30\,\text{cm}^2$ ise ve solenoit hava ile doluysa L değerini hesaplayınız.

YAKLAŞIM L indüklemini belirlemek için, genellikle en kolayı Dnk.30-4'ten başlamaktır. Dolayısıyla önce akıyı belirlememiz gerekir.

ÇÖZÜM Dnk. 28-4'e göre, solenoit içerisindeki manyetik alan (uç etkilerini ihmal ederek) sabittir: $B = \mu_0 nI$ burada $n = N/\ell$'dir. Akı $\Phi_B = BA = \mu_0 NIA/\ell$, dolayısıyla:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}.$$

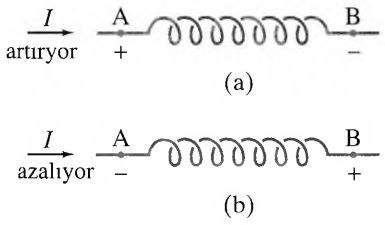
(*b*) $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}$ olduğundan,

$$L = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(100)^2(3.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2})}{(5.0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m})} = 7.5\,\mu\mathrm{H}.$$

NOT Manyetik alan çizgileri özellikle uçların yakınında düzgün olmayıp dışarıya doğru açılırlar (bknz. Şek.28-15), dolayısıyla bağıntımız sadece bir yaklaşıklıktan ibarettir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 30–4 **İndükleçte emk'nın yönü.** Şek. 30-4'te gösterildiği gibi akım, bobin içerisinde soldan sağa doğru ilerlemektedir. Akım zamanla artıyorsa, hangi yönde emk indükler? Akım zamanla azalıyorsa, indüklenen emk'nın yönü nedir?

YANIT Lenz yasasından bilmekteyiz ki indüklenmiş emk manyetik akıdaki değişime karşı koyar. Eğer akım yükseliyorsa manyetik akı da yükselir. İndüklenmiş emk yükselen akıya karşı harekete geçer, yani akımı süren dış emk kaynağına karşı bir emk kaynağı gibi davranır. Sonuç olarak, bobinde indüklenmiş olan emk Şek. 30-4 (*a*)'daki I akımına karşı koyar. Başka bir deyişle indükleç, pozitif ucu A'da (A noktasına girecek olan akımı engellemeye meyilli) ve negatif ucu B'de olan bir pil gibi düşünülebilir. Akım azalıyorsa, indüklenen emk, Lenz yasası gereği akıyı güçlendirecek şekilde, yani dış emk'yı destekleyen bir emk kaynağı gibi davranır. İndüklenen emk Şek. 30-4 (*b*)'deki I akımını arttıracak şekilde davranır, dolayısıyla bu durumda indüklenmiş emk'yı negatif ucu A'da olan, sağa doğru hareket ettirmek üzere daha fazla (+) akımı çeken bir pil gibi düşünebilirsiniz.



ŞEKİL 30–4 Örnek + ve – işaretleri değişen akıma bağlı olarak indüklenen emk'yı gösterir, A ve B noktaları sanki bir pilin uçlarıymış gibidir (ve bobin ilmekleri pilin içerisindedir).

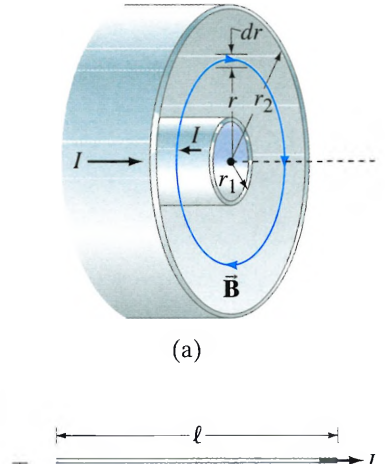
ÖRNEK 30–5 **Eş eksenli (koaksiyal) kablonun indüklemi.** Şek. 30-5'teki gibi dış iletkenin yarıçapı r_2, iç iletkenin yarıçapı r_1 olan bir eş eksenli kablonun birim uzunluğu başına oluşan indüklemi belirleyiniz. İletkenlerin ince, içi oyuk tüpler şeklinde olduğunu, dolayısıyla içerdeki iletkenin içinde herhangi bir manyetik alan oluşmadığını ve her iki ince iletkendeki manyetik alanların ihmal edilebileceğini kabul ediniz. İletkenler eşit ve zıt yönde bir I akımını taşımaktadır.

YAKLAŞIM İletkenler arasındaki manyetik akıyı bulmamız gerekmektedir, $\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{A}}$, çizgileri içteki iletkeni dairesel olarak sarar (Şek. 30-5a'da sadece bir tanesi gösterilmiştir). Ampere yasasından $\oint \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$, merkezden itibaren r mesafede çember boyunca alanın şiddeti, içteki iletkenin bir I akımı taşıması durumunda (Örnek 28-6):

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

olur. ℓ uzunluğunda (kablo boyunca, Şek.30-5b) ve dr genişliğindeki dikdörtgenden geçen manyetik akı, merkezden itibaren r uzaklığında aşağıdaki gibidir:

$$d\Phi_B = B(\ell\, dr) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\ell\, dr.$$



ŞEKİL 30–5 Örnek 30-5. Koaksiyal kablo: (a) uç görünümü, (b) kenar görünümü (kesit).

ÇÖZÜM Kablonun ℓ uzunluğundaki toplam akı şöyledir:

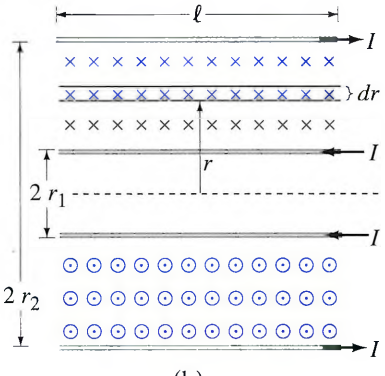
$$\Phi_B = \int d\Phi_B = \frac{\mu_0 I\ell}{2\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I\ell}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$

I akımının tamamı içteki iletkende bir doğrultuda ve aynı I akımı dış iletkende zıt yönde aktığı için sadece bir sarıma sahibiz ve böylece, Dnk. 30-4'te $N = 1$'dir. Sonuç olarak, uzunluğu için özindüklem,

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \frac{\mu_0\ell}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$

olur. Birim uzunluk başına indüklem ise,

$$\frac{L}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$



NOT L sadece geometrik faktörlere bağlı olup I akımına bağlı değildir.

30–3 Manyetik Alanda Depolanan Enerji

L indüklemli bir indükleç dI/dt hızı ile değişen I akımı taşıyorsa, indüklece aşağıdaki hızda enerji aktarılır:

$$P = I\mathscr{E} = LI\frac{dI}{dt}.$$

Burada, P gücü göstermektedir ve Dnk.30-5 kullanılmıştır.† İndükleçteki akımı, sıfırdan bir I değerine kadar arttırmak için gerekli işi hesaplamaya çalışalım. Bu son denklemi kullanırsak, dt zamanında yapılan iş dW

$$dW = P\,dt = LI\,dI$$

olur. Böylece sıfırdan I değerine kadar akımı arttırmak için yapılan toplam iş

$$W = \int dW = \int_0^I LI\,dI = \tfrac{1}{2}LI^2$$

şeklinde ifade edilir. Yapılan bu iş bir I akımı ($I = 0$ olduğunda $U = 0$ alırız) taşıdığında indükleçte depolanan U enerjisine eşittir:

$$U = \tfrac{1}{2}LI^2. \qquad \textbf{(30–6)}$$

Bu, uçları arasındaki potansiyel farkı V (bknz. Kısım 24-4) olan bir sığaç (C) içerisinde depolanan enerji ile karşılaştırılabilir:

$$U = \tfrac{1}{2}CV^2.$$

ALIŞTIRMA C 2.5 A'lik bir akım geçtiğinde enerji depolayan bir indüklecin indüklemi ne kadardır? (*a*) 0.48 H, (*b*) 1.2 H, (*c*) 2.1 H, (*d*) 4.7 H, (*e*) 19 H.

Sığaçtaki enerjinin, sığaç plakaları arasındaki elektrik alanının içerisinde depolandığı düşünüldüğü gibi, indükleçteki enerjinin de manyetik alanın içerisinde depolandığı kabul edilir. Enerjiyi manyetik alan cinsinden yazmak için, Alıştırma 'ün sonucunu kullanalım, ideal solenoidin indüklemi (uç etkiler ihmal edilerek) $L = \mu_0 N^2 A/\ell$ 'dir. Solenoit içindeki manyetik alan $B = \mu_0 NI/\ell$, ile I akımına bağlı olduğundan,

$$U = \tfrac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}\right)\left(\frac{B\ell}{\mu_0 N}\right)^2$$
$$= \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}A\ell$$

yazılabilir. Bu enerjiyi, tel ile çevrili $A\ell$ hacimde depolanmış olarak düşünebiliriz. Birim hacim başına enerji veya **enerji yoğunluğu**;

$$u = \text{enerji yoğunluğu} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} \qquad \textbf{(30–7)}$$

şeklinde tanımlanabilir. Solenoidin özel bir durumu için türetilen bu bağıntının, manyetik alanın bulunduğu uzayın herhangi bir bölgesi için geçerli olduğu gösterilebilir. Eğer bir ferromanyetik materyal mevcutsa, μ_0 yerine μ. kullanılır. Bu denklem elektrik alanını veren $\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$, Dnk.24-6'ya benezer.

30–4 *LR* Devreleri

Herhangi bir indükleç bir miktar dirence sahip olacaktır. Bu durumu, indüklecin L indüklemini ve R direncini ayrı ayrı, Şek. 30-6'da olduğu gibi çizerek gösterebiliriz. R direnci aynı zamanda devredeki diğer dirençleri de içerisine alabilir. Şimdi şunu soralım, bir V_0 da gerilim kaynağı veya bir pil LR devresine seri olarak bağlanırsa ne olur? Pile bağlı olan anahtar bir anda kapatılsın, akım akmaya başlar. Akım indükleçteki indüklenmiş emk

†Burada eksi işareti yoktur çünkü gücü indüklecin emk'sına karşı koymak üzere sağlıyoruz.

tarafından engellenir ki bunun anlamı Şek. 30-6'daki B noktasının C noktasına göre pozitif olmasıdır. Fakat, akımın akmaya başlamasıyla, direncin uçları arasında büyüklüğü IR olan bir gerilim düşmesi olur. Sonuç olarak, indüklemin uçları arasına uygulanan gerilim azalır ve akımın yükselmesi yavaşlar. Akım, böylelikle, Şek. 30-6b'de gösterildiği gibi giderek artar ve gerilimin tamamının direnç üzerinde düşmesi ile $I_{maks} = V_o/R_o$ 'da kararlı değerine ulaşır.

Şek. 30-6'daki devreye Kirchhoff çevrim kuralını uygulayarak bunu analitik olarak gösterebiliriz. Devredeki emk'lar pilin gerilimi V_o ve akıma zıt olan indükleçteki emk $\mathscr{E} = -L(dI/dt)$'dir. Bu durumda, çevrimin etrafındaki toplam potansiyel değişimi,

$$V_0 - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

olacaktır. Burada I herhangi bir anda devredeki akımdır. Bağıntıyı tekrar düzenleyerek,

$$L\frac{dI}{dt} + RI = V_0 \qquad \textbf{(30–8)}$$

elde edilir. Bu doğrusal bir diferansiyel denklemdir ve RC devresi için Kısım 26-5'te yaptığımız gibi integrali alınabilir. Dnk.30-8'i tekrar yazarak integral alırsak;

$$\int_{I=0}^{I} \frac{dI}{V_0 - IR} = \int_0^t \frac{dt}{L}.$$

Sonra,

$$-\frac{1}{R}\ln\left(\frac{V_0 - IR}{V_0}\right) = \frac{t}{L}$$

veya

$$I = \frac{V_0}{R}(1 - e^{-t/\tau}) \qquad \textbf{(30–9)}$$

elde edilir. Burada,

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad \textbf{(30–10)}$$

olarak tanımlanır. τ, LR devresinin zaman sabitidir. τ simgesi, I akımının, (V_O/R) maksimum değerinin $(1 - 1/e) = 0.63$ veya %63'üne erişmesi için geçen süreyi göstermektedir. Dnk. 30-9, Şek. 30-6b'de çizilmiştir. (Bunu RC devresi ile karşılaştırınız, Kısım 26-5.)

ALIŞTIRMA D L/R 'nin zaman boyutunda olduğunu gösteriniz. (Bknz. Kısım 1-7.)

Şimdi Şek. 30-6'daki anahtarı çevirelim, böylece pili devre dışı bırakmış oluruz, A ve C noktaları Şek. 30-7'de gösterildiği gibi birleşmiş olur ve bu andaki ($t = 0$ seçelim) akım $I = 0$'dır. Diferansiyel denklem (Dnk.30-8), $V_0 = 0$ olduğundan;

$$L\frac{dI}{dt} + RI = 0$$

olur. Bu denklemi tekrar düzenleyip integralini alırsak:

$$\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = -\int_0^t \frac{R}{L}dt$$

elde edilir. Burada, $t = 0$'da $I = I_0$ ve herhangi bir t anında $I = I$ 'dir. Bu son denklemin integrali alınarak akım bağıntısı elde edilir:

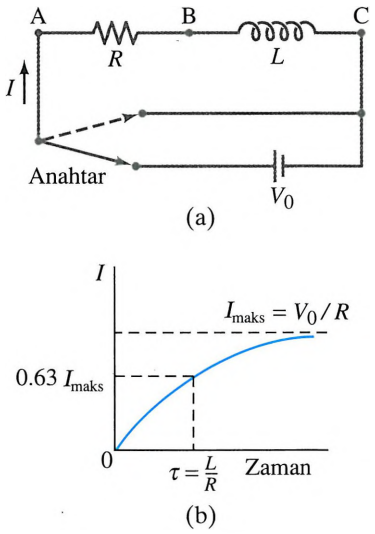
$$\ln\frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L}t$$

veya

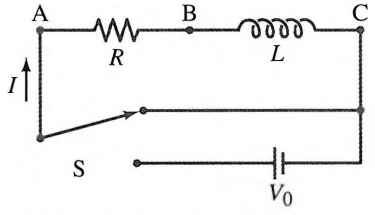
$$I = I_0 e^{-t/\tau}, \qquad \textbf{(30–11)}$$

burada, zaman sabiti yine $\tau = L/R$ 'dir. Akım, sonuç olarak, Şek. 30-8'de gösterildiği gibi üstel olarak sıfıra doğru gider.

Bu çözümleme göstermektedir ki bir elektromıknatısın, örneğin, kapatılıp açıldığında daima bir "tepki zamanı" vardır. Aynı zamanda bir LR devresinin bir RC devresine benzer özellikler taşıdığını da (Kısım 26-5) görmekteyiz. Sığaçlı durumun aksine, buradaki zaman sabiti R ile *ters* orantılıdır.

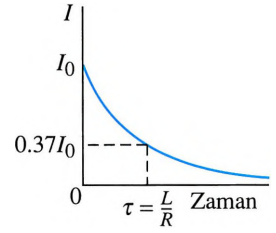


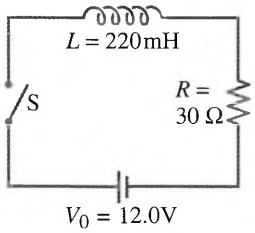
ŞEKİL 30–6 (a) LR devresi; (b) pilin bağlanmasıyla akım artmaktadır.



ŞEKİL 30–7 Anahtar hızlıca çevrilir böylece pil devreden çıkarılır ancak devrede hala akım mevcuttur. Bu esnadaki ($t = 0$) akım I_0'dır.

ŞEKİL 30–8 Pilin devre dışı kaldığı andan sonra Şek. 30–7'deki akımın azalışı.





ŞEKİL 30–9 Örnek 30–6.

ÖRNEK 30–6 **Bir *LR* devresi.** Şek. 30-9'da gösterildiği gibi $t = 0$ anında 12.0 V gerilime sahip bir pil 220 mH değerinde bir indüklece ve toplam 30 Ω değerinde bir dirence seri olarak bağlanmaktadır. (*a*) $t = 0$'daki akım değeri nedir? (*b*) Zaman sabitinin değeri nedir? (*c*) Akımın en büyük değeri nedir? (*d*) Akımın mümkün olan en büyük değerinin yarısına erişmesi için ne kadar süre geçer? (*e*) Bu esnada, pil tarafından devreye enerji hangi hızla aktarılmaktadır? (*f*) İndüklecin manyetik alanında enerji hangi hızla birikir?

YAKLAŞIM Burada Şek. 30-6a ve b'deki durumla karşı karşıyayız ve biraz önce geliştirdiğimiz denklemleri uygulayabiliriz.

ÇÖZÜM (*a*) İndüklecin değişime karşı gelmesinden dolayı $(\mathscr{E}_L = -L(dI/dt))$ anahtar kapatıldığı anda akım sıfırdan herhangi bir değere aniden sıçramaz. Böylece, anahtar kapatıldıktan hemen sonra, $t = 0$'da I hala sıfırdır ve zamanla yükselmeye başlar.

(*b*) Zaman sabiti, Dnk.30-10'dan, $\tau = L/R = (0.22\,\text{H})/(30\,\Omega) = 7.3\,\text{ms}$ 'dir.

(*c*)Akım uzun bir zaman sonra, $dI/dt = 0$ olduğunda, en yüksek sabit değerine ulaşır. dolayısıyla, $I_{\text{maks}} = V_0/R = 12.0\,\text{V}/30\,\Omega = 0.40\,\text{A}$ olur.

(*d*) Dnk. 30-'dan $I = \frac{1}{2} I_{\text{maks}} = V_0/2R$ yazarsak, bu bize

$$1 - e^{-t/\tau} = \tfrac{1}{2}$$

veya

$$e^{-t/\tau} = \tfrac{1}{2}$$

değerini verir. t değeri için çözersek;

$$t = \tau \ln 2 = (7.3 \times 10^{-3}\,\text{s})(0.69) = 5.0\,\text{ms}.$$

(*e*) Bu esnada $I = I_{\text{maks}}/2 = 200\,\text{mA}$, ve böylece pil tarafından aktarılan güç;

$$P = IV = (0.20\,\text{A})(12\,\text{V}) = 2.4\,\text{W}.$$

(*f*) Dnk. 30-6'dan, L indüklecinde herhangi bir anda depolanan enerji

$$U = \tfrac{1}{2} LI^2$$

olur. Burada I bu esnada indükleçteki akımdır. Enerjinin değişme hızı

$$\frac{dU}{dt} = LI\frac{dI}{dt}$$

olarak bulunur. dI/dt,'yi bulmak için Dnk.30-9'un diferansiyelini alabiliriz veya Dnk. 30-8'deki diferansiyel denklemi kullanarak, doğrudan;

$$\frac{dU}{dt} = I\left(L\frac{dI}{dt}\right) = I(V_0 - RI)$$
$$= (0.20\,\text{A})[12\,\text{V} - (30\,\Omega)(0.20\,\text{A})] = 1.2\,\text{W}$$

bulunur. Bu anda pil gücünün sadece bir kısmı indükleci beslemektedir. Peki geri kalanı nereye gitmektedir?

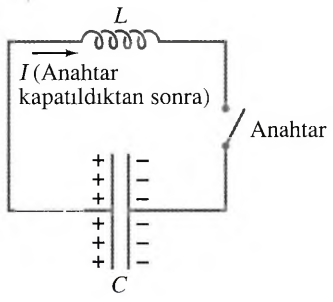
ALIŞTIRMA E Bir indüklece seri olarak bağlanmış bir direncin zaman sabiti 10 ms'dir. Aynı direnç 5-μF 'lık bir sığaca seri bağlandığında zaman sabiti 5×10^{-6} s olmaktadır. İndüklecin değeri nedir? (*a*) 5 μH; (*b*) 10 μH; (*c*) 5 mH; (*d*) 10 mH; (*e*) belirlemek için yeterli bilgi bulunmamaktadır.

FİZİK UYGULAMASI
Ani yükselmeleri önlemek

Bir indükleç, yüksek akımla kolaylıkla tahrip olabilen hassas elektronik cihazlarda "ani yükselmeleri önleyici" eleman olarak işlem görür. Eğer bir elektronik cihaz standart bir duvar prizine takılırsa, gerilimdeki ani artış akımda da büyük değişimlere yol açar ve elektronik cihaz tahrip olabilir. Sonuç olarak, bu cihazdaki gerilime seri bağlı bir indükleç bulunursa, indükleç akımdaki ani değişime karşı bir emk üretecek ve akımın tehlikeli bir düzeye ulaşmasını engelleyecektir.

30–5 *LC* Devreleri ve Elektromanyetik Salınımlar

Herhangi bir elektrik devresinde üç temel bileşen vardır: direnç, sığa ve indüklem, bunlara ek olarak da bir emk kaynağı. (Bunların yanı sıra diyot veya tranzistörler gibi daha karmaşık bileşenler de olabilir.) Biz önce RC ve LR devrelerini tartıştık. Şimdi ise sadece bir C sığası ve L indüklemi içeren bir LC devresine bakacağız, Şek.30-10. Bu devre direncin olmadığını kabul ettiğimiz idealleştirilmiş bir devredir; gelecek Kısımda devreye bir direnç ekleyeceğiz. Şek.30-10'daki sığacın başlangıçta yüklü olduğunu farz edelim, bu durumda plakanın biri Q_O ve diğeri de $-Q_O$ ile yüklenmiş ve iki plaka arasındaki gerilim $V = Q/C$ (Dnk.24-1) olacaktır. $t = 0$'da anahtarın kapalı olduğunu farz edelim. Sığaç hemen boşalmaya başlayacaktır. Sığaç boşalırken, indükleçten geçen I akımı yükselecektir. Şimdi Kirchhoff'un çevrim kuralını uygulayabiliriz (kapalı çevrimdeki toplam potansiyel değişimi sıfırdır):



ŞEKİL 30–10 Bir *LC* devresi

$$-L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0.$$

Şek.30-10'da gösterildiği gibi I akımını oluşturmak için sığacın pozitif plakasından yük ayrılmasıyla sığaç plakası (pozitif) üzerindeki Q yükü azaldığından $I = -dQ/dt$ 'dir. Böylece yukarıdaki bağıntıyı şu şekilde yeniden yazabiliriz:

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{LC} = 0. \qquad \textbf{(30–12)}$$

Bu iyi bilinen bir diferansiyel denklemdir. Bu denklem basit harmonik hareket denklemiyle aynı yapıdadır (Bölüm 14, Dnk.14-3). Dnk.30-12'nin çözümü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$Q = Q_0\cos(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(30–13)}$$

burada Q_0 ve ϕ başlangıç koşullarına bağlı sabitlerdir. Dnk.30-13'ü Dnk.30-12 içerisine dahil edersek ve $d^2Q/dt^2 = -\omega^2 Q_0\cos(\omega t + \phi)$ denklemini de hesaba katarsak; sonuçta

$$-\omega^2 Q_0\cos(\omega t + \phi) + \frac{1}{LC}Q_0\cos(\omega t + \phi) = 0$$

veya

$$\left(-\omega^2 + \frac{1}{LC}\right)\cos(\omega t + \phi) = 0$$

bulunur. Bu ilişki $(-\omega^2 + 1/LC) = 0$, olması durumunda bütün t zaman değerleri için doğrudur ve bu bağıntı bize

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{1}{LC}} \qquad \textbf{(30–14)}$$

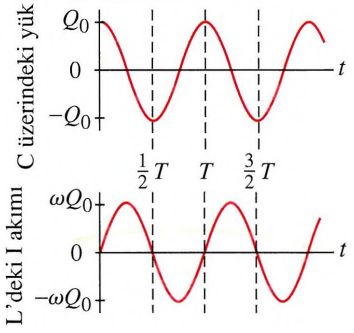
olduğunu söyler.

Dnk.30-13 göstermektedir ki bir LC devresindeki sığaç üzerindeki yük sinüssel olarak salınım yapar. İndükleçteki akım

$$I = -\frac{dQ}{dt} = \omega Q_0\sin(\omega t + \phi)$$
$$= I_0\sin(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(30–15)}$$

şeklinde tanımlanır. Akım da sinüzoidaldır. I'nin en büyük değeri $I_0 = \omega Q_0 = Q_0/\sqrt{LC}$ 'dir. Q ve I'yı veren Dnk.30-13 ve 30-15 $\phi = 0$ için Şek. 30-11'de çizilmiştir.

ŞEKİL 30–11 Bir *LC* devresinde yük Q ve akım. Periyot $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$.



Şimdi de enerji açısından LC salınımlarına bakalım. Herhangi bir t anında bir sığacın elektrik alanında depolanan enerji (bknz. Dnk.24-15) şu şekilde verilir:

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q_0^2}{2C}\cos^2(\omega t + \phi).$$

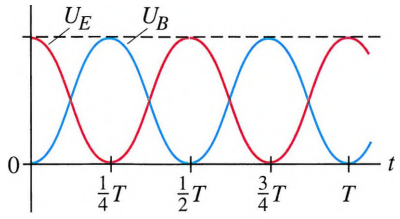
Aynı anda indüklecin manyetik alanında depolanan enerji miktarı (Dnk.30-6) ise şöyledir:

$$U_B = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{L\omega^2 Q_0^2}{2}\sin^2(\omega t + \phi) = \frac{Q_0^2}{2C}\sin^2(\omega t + \phi).$$

Burada, Dnk.30-14'ü kullandık. Eğer $\phi = 0$ olmasına izin verirsek, $t = 0$, $t = \frac{1}{2}T$, vb. anlarında (burada T periyot olup = $1/f = 2\pi/\omega$'dır), $U_E = Q_0^2/2C$ ve $U_B = 0$ olur. Yani, enerjinin tamamı sığacın elektrik alanında depolanmıştır. Ancak, $t = T$, $t = \frac{1}{4}T, \frac{3}{4}T$, vb. anlarında $U_E = 0$ ve $U_B = Q_0^2/2C$, olup enerjinin tamamı indüklecin manyetik alanı içerisinde depolanmıştır. Herhangi bir t anında, toplam enerji

$$U = U_E + U_B = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} + \frac{1}{2}LI^2$$
$$= \frac{Q_0^2}{2C}\left[\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi)\right] = \frac{Q_0^2}{2C} \qquad \textbf{(30–16)}$$

olur. Sonuç olarak, toplam enerji sabittir ve enerji korunur.



ŞEKİL 30–12 Zamanın fonksiyonu olarak sırasıyla U_E (kırmızı çizgi) ve U_B (mavi çizgi) enerjileri kondansatör ve indükleç içerisinde depolanmıştır. Enerjinin elektrik ve manyetik arasında nasıl salınım yaptığına dikkat ediniz. Üstteki kesikli çizgi (sabit) toplam enerjidir $U = U_E + U_B$.

Bu LC devresi bir LC **salınıcı**dır ve **elektromanyetik salınımlar** gerçekleşmektedir. Q yükü sığacın bir plakasından diğerine ileri geri salınmakta ve bu durum sürekli olarak tekrarlanmaktadır. Aynı zamanda enerji salınımları da vardır: Q maksimum değeri aldığında, enerjinin tamamı sığacın elektrik alanında birikmektedir; ancak Q sıfır değerini aldığında I akımı maksimum değerindedir ve bu durumda enerjinin tamamı indüklecin manyetik alanında depolanmış olur. Böylece, enerji indüklecin manyetik alanı ile sığacın elektrik alanı içerisine dolup boşalarak salınım yapmaktadır. Bknz. Şek.30-12.

ALIŞTIRMA F Bölüm-Açılış Sorusuna, sayfa 785, geri dönünüz ve onu şimdi tekrar cevaplayınız. Neden ilkinden daha farklı cevap verdiğinizi açıklamaya çalışınız.

ÖRNEK 30–7 ***LC* devresi.** 1200-pF'lık bir sığaç 500V'luk da güç kaynağıyla tamamen yüklenmektedir. Sığaç güç kaynağından ayrılarak $t = 0$, anında 75-mH 'lik bir indüklece bağlanıyor. (*a*) sığaçtaki başlangıç yük miktarını; (*b*) en yüksek akım değerini; (*c*) salınımın f frekansı ve T periyodunu ve (*d*) sistemde salınım yapan toplam enerji miktarını belirleyiniz.

YAKLAŞIM Yukarıdaki analizi ve sığa tanımını $Q = CV$ (Bölüm 24) kullanacağız.

ÇÖZÜM (*a*) 500 V'luk güç kaynağı bağlantıyı kesmeden önce sığacı aşağıdaki gibi yükler.

$$Q_0 = CV = (1.2 \times 10^{-9}\,\text{F})(500\,\text{V}) = 6.0 \times 10^{-7}\,\text{C}.$$

(*b*) En büyük akım, I_{maks} aşağıdaki gibidir (bknz. Denklemler 30-14 ve 30-15);

$$I_{\text{maks}} = \omega Q_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} = \frac{(6.0 \times 10^{-7}\,\text{C})}{\sqrt{(0.075\,\text{H})(1.2 \times 10^{-9}\,\text{F})}} = 63\,\text{mA}.$$

(*c*) Dnk.30-14 frekansı verir:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{(2\pi\sqrt{LC})} = 17\,\text{kHz},$$

ve periyot T

$$T = \frac{1}{f} = 6.0 \times 10^{-5}\,\text{s}.$$

(*d*) Sonuç olarak toplam enerji (Dnk.30-16)

$$U = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{(6.0 \times 10^{-7}\,\text{C})^2}{2(1.2 \times 10^{-9}\,\text{F})} = 1.5 \times 10^{-4}\,\text{J}$$

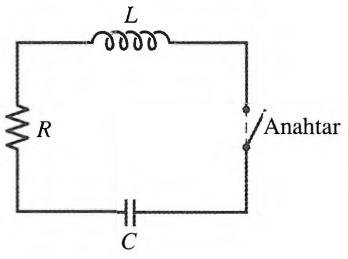
olacaktır.

30–6 Dirençli *LC* Salınımları (*LRC* Devresi)

Bir önceki bölümde tartışılan *LC* devresi ideal bir durumu gösterir. Devre içerisinde her zaman bir miktar direnç vardır ve şimdi basit bir *LRC* devresini tartışacağız, Şek.30-13.

Sığaca verilen ilk yük miktarının yine Q_0 olduğunu düşünelim ve pil veya diğer kaynak devreden ayrılmış olsun. Anahtar $t = 0$ anında kapatılsın. Şimdi devrede bir direnç olduğundan belli bir enerjinin ısıl enerjiye dönüşmesini bekleriz ve saf bir *LC* devresinde olduğu gibi sönümsüz bir salınım da beklemeyiz. Gerçekten, bu devreye Kirchhoff çevrim yasasını uygularsak aşağıdaki ifadeyi buluruz:

$$-L\frac{dI}{dt} - IR + \frac{Q}{C} = 0.$$



ŞEKİL 30–13 Bir *LRC* devresi.

Bu bağıntı, direnç üzerindeki gerilim düşüşünün eklenmesi dışında, Kısım 30-5'te kullandığımız denklemin aynıdır. Kısım 30-5'te gördüğümüz gibi $I = -dQ/dt$ olduğundan bu denklem aşağıdaki şekli alır:

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q = 0. \qquad \textbf{(30–17)}$$

Bu, Q değişkenli ikinci dereceden diferansiyel denklem, sönümlü harmonik salınıcı için olan denklemle aynı formattadır, Dnk.14-15:

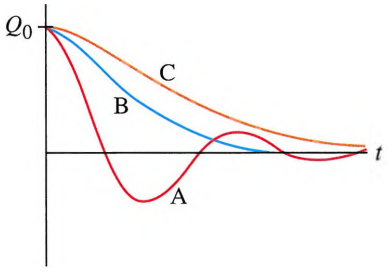
$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0.$$

Dolayısıyla *LRC* devremizi Kısım 14-7'deki sönümlü harmonik salınıcı için yapılan analizin aynısını uygulayarak inceleyebiliriz. Sistemimiz *R*, *L* ve *C*'nin bağıl değerlerine bağlı olarak sönümlü salınım yapabilir, Şek.30-14'teki A eğrisi (kritik altı sönümlü), veya kritik sönümlü (B eğrisi), veya aşırı sönümlü olabilir (C eğrisi). Kısım 14-7'nin sonuçlarını kullanıp m yerine L, b yerine R ve k yerine C^{-1} yazarsak devrenin,

$$R^2 < \frac{4L}{C}$$

koşulunda kritik altı sönümlü ve $R^2 > 4L/C$ değerinde ise aşırı sönümlü olduğu görülür. Kritik sönüm (Şek. 30-14'teki B eğrisi) $R^2 = 4L/C$ olduğunda ortaya çıkar. Eğer R, $\sqrt{4L/C}$, değerinden küçükse, açısal frekans, ω', aşağıdaki şekilde olacaktır.

ŞEKİL 30–14 Bir *LRC* devresinde zamanın fonksiyonu olarak kondansatör üzerindeki yük: A eğrisi sönüm altı salınımlar için $(R^2 < 4L/C)$, B eğrisi kritik sönüm için $(R^2 = 4L/C)$ ve C eğrisi aşırı sönüm $(R^2 > 4L/C)$ içindir.



$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \qquad \textbf{(30–18)}$$

(Dnk.14-18 ile karşılaştırınız). Zamanın fonksiyonu olarak yük

$$Q = Q_0 e^{-\frac{R}{2L}t}\cos(\omega' t + \phi) \qquad \textbf{(30–19)}$$

olur. Burada, ϕ faz sabitidir (Dnk.14-19 ile karşılaştırınız).

Salınıcılar birçok elektronik cihaz için oldukça önemli elemanlardır: radyo ve televizyonlar istasyon bulmak için, kaset kaydediciler ise kayıt yaparken ("bias frekansı") bunları kullanırlar. Daima belirli bir miktar direnç mevcut olduğundan, elektriksel salınıcılar genellikle dirençte ısıl enerjiye dönüşen enerjiyi telafi etmek için periyodik olarak güç girişine ihtiyaç duyarlar.

ÖRNEK 30–8 **Sönümlü salınımlar.** $t = 0$'da 40-mH'lik indükleç, $R = 3.0\,\Omega$ 'luk direnç ve $C = 4.8\,\mu$F 'lık yüklü bir sığaç seri bağlanmıştır. (*a*) Bu devrenin salınım yapacağını gösteriniz. (*b*) Frekansı belirleyiniz. (*c*) Yük miktarının başlangıç değerinin yarısına düşmesi için ne kadar süre gereklidir? (*d*) Devreyi salınımsız yapacak R değeri nedir?

YAKLAŞIM Önce R^2 ile $4LC$'yi karşılaştırmamız, sonra Dnk30-18 ve 30-19'u kullanmamız gerekir.

ÇÖZÜM (*a*) Salınım olması için, devrenin aşırı sönümlü olması gerekir, dolayısıyla $R^2 < 4L/C$ olmalıdır. $R^2 = 9.0\,\Omega^2$ ve $4L/C = 4(0.040\,\text{H})/(4.8 \times 10^{-6}\,\text{F}) = 3.3 \times 10^4\,\Omega^2$ olduğundan, bu ilişki sağlanır ve dolayısıyla devre salınım yapar. (*b*) Dnk.30-18

$$f' = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = 3.6 \times 10^2\,\text{Hz}.$$

bulunur. (*c*) Dnk. 30-19'dan, genlik

$$e^{-\frac{R}{2L}t} = \tfrac{1}{2}$$

olduğunda veya sayısal olarak

$$t = \frac{2L}{R}\ln 2 = 18\,\text{ms}.$$

'de yarı değerine ulaşır

(*d*) Devreyi kritik ya da aşırı sönümlü yapmak için, $R^2 \geq 4L/C = 3.3 \times 10^4\,\Omega^2$ kriterini kullanmamız gerekir. Sonuç olarak $R \geq 180\,\Omega$ elde edilir.

30–7 AA Kaynaklı AA Devreleri

Daha önce direnç, sığaç ve indükleç birleşiminden oluşan devreleri tartıştık, ancak bunlar sadece bir da emk kaynağına veya kaynaksız olarak bağlamışlardı. Şimdi bu devre elemanlarının alternatif akım (aa) üreten bir alternatif gerilim kaynağına bağlandıklarındaki durumlarını tartışacağız.

İlk olarak, her seferinde bir tane olmak üzere bir direnç, bir sığaç ve bir indüklecin aşağıdaki simgeyle gösterilen f frekanslı sinüzoidal bir alternatif gerilim kaynağına bağlandığında nasıl davranacağını inceleyelim.



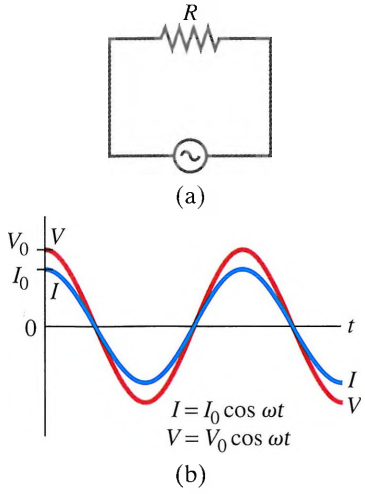
[değişken gerilim]

Her durumda emk'nın

$$I = I_0 \cos 2\pi f t = I_0 \cos \omega t \qquad \textbf{(30–20)}$$

akımına neden olduğunu varsayalım. Burada, t zaman olup I_0 akımın en büyük değeridir. Kısım 25-7'den $V_{\text{kko}} = V_0/\sqrt{2}$ ve $I_{\text{kko}} = I_0/\sqrt{2}$ olduğunu hatırlayınız (Dnk.25-9).

ŞEKİL 30–15 (a) Bir aa kaynağına bağlı direnç
(b) Direnç üzerinde akım (mavi eğri) gerilimle (kırmızı eğri) aynı fazdadır.



Direnç

Şek.30-15'daki gibi bir aa kaynağı bir dirence bağlandığında, Ohm yasasına göre akım değişen gerilime bağlı olarak yükselip düşecektir:

$$V = IR = I_0 R \cos \omega t = V_0 \cos \omega t.$$

Burada, $V_0 = I_0 R$ zamanın fonksiyonu olarak gerilimin tepe değeri olup, Şek.30-15b'de gerilim (kırmızı eğri) ve akım (mavi eğri) gösterilmektedir. Gerilim sıfır olduğunda akım sıfır olduğundan ve akım tepe değerine gerilimin tepe değerine ulaşmasıyla vardığından, akım ve gerilimin **aynı fazda** oldukları söylenebilir. Enerjinin ısıya dönüştüğü ortalama hız şöyledir (Kısım 25-7):

$$\overline{P} = \overline{IV} = I_{\text{kko}}^2 R = V_{\text{kko}}^2/R.$$

İndükleç

Şek.30-16'da L indüklemli bir indükleç (simge ) bir aa kaynağına bağlanmıştır. Sahip olabileceği herhangi bir direnç (genellikle küçük) ihmal edilmiştir. İndüklece uygulanan gerilim, Dnk.30-5'te verildiği gibi değişen akımın indükleçte ürettiği "karşıt" emk'ya eşit olacaktır. Kirchhoff kuralına göre, bunun nedeni herhangi bir kapalı devrede elektrik potansiyel değişiminin toplamının sıfıra eşitlenmesi gereğidir. Sonuç olarak;

$$V - L\frac{dI}{dt} = 0$$

veya (Dnk. 'yi dahil ederek)

$$V = L\frac{dI}{dt} = -\omega L I_0 \sin \omega t. \qquad \textbf{(30–21)}$$

olur. $\sin\theta = -\cos(\theta + 90°)$ özdeşliğini kullanarak gerilimi aşağıdaki formda yazabiliriz:

$$V = \omega L I_0 \cos(\omega t + 90°) = V_0 \cos(\omega t + 90°). \qquad \textbf{(30–22a)}$$

Burada,

$$V_0 = I_0 \omega L \qquad \textbf{(30–22b)}$$

tepe gerilimidir. Zamanın fonksiyonu olarak akımı ve gerilimi indükleç için Şek.30-16b'de çizilmiştir. Bu grafikten, aynı zamanda Dnk.30-22'den, akım ve gerilimin arasında çeyrek devir faz farkı olduğu açıkça görülmektedir ve bu da $\pi/2$ radyan veya 90^0'ye eşittir. Grafikten, **indükleçte akımın gerilimden 90^0 geride olduğu** görülmektedir. Yani, indükleçteki akım, tepe değerine gerilimin erişmesinden çeyrek devir sonra erişir. Başka bir değişle, gerilimin akımdan önde olduğunu söyleyebiliriz.

İndükleçteki akım ve gerilim değerleri arasında 90^0 faz farkı olduğundan, IV (= güç) ne kadar süreyle negatifse, eşit sürede de pozitiftir (Şek.30-16*b*). Böylece bir indükleçte ortama herhangi bir enerji aktarılmış olmaz ve ısıl enerji kaybı olmaz.

Bir direncin yük akışını engellediği gibi, değişen bir akım da karşıt emk üretimine bağlı olarak bir indükleç içerisinde yük akışını engeller. Bir R direnci için akım ve gerilimin tepe değerleri birbirlerine $V_0 = I_0 R$. ile bağlıdırlar. İndükleç için benzer bir ilişki yazabiliriz:

$$V_0 = I_0 X_L \quad \text{[azami veya kko değerleri, anlık değerler değil]} \qquad \textbf{(30–23a)}$$

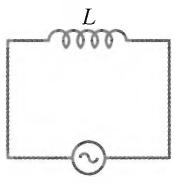
burada, Dnk. 30-22b'den (ve $\omega = 2\pi f$ kullanarak, burada f aa'nın frekansıdır),

$$X_L = \omega L = 2\pi f L. \qquad \textbf{(30–23b)}$$

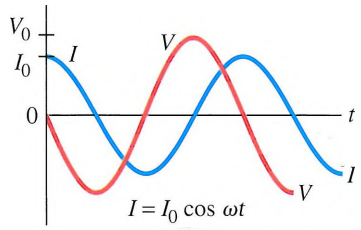
bulunur. X_L terimi **indüklecin indüksiyel reaktansı (indüksel tepkesi)** olarak anılır ve ohm birimiyle ifade edilir. X_L değeri ne kadar büyükse, yük akışı o kadar çok engellenir ve akım da o nispette azalır. X_L yüksek $f(=\omega/2\pi)$ frekansları büyük L indüklemi için daha büyüktür.

Dnk.30-23 akım ve gerilimin tepe değerleri I_0, V_0 için ve aynı zamanda kko değerleri için de geçerlidir, $V_{\text{kko}} = I_{\text{kko}} X_L$ Gerilim ve akımın aynı anda tepe değerlerine erişmemesi nedeniyle, Dnk.30-23*a*, direnç durumundaki gibi ($V = IR$), *belirli bir an için geçerli değildir.*

Dnk.30-23*b*'den de görüleceği gibi eğer $\omega = 2\pi f = 0$ (burada akım da'dır) ise, karşıt emk ve akan yüke karşı herhangi bir empedans yoktur.



(a)



$I = I_0 \cos \omega t$
$V = -V_0 \sin \omega t$
$= V_0 \cos(\omega t + 90°)$

(b)

ŞEKİL 30–16 (a) İndükleç bir aa kaynağına bağlıdır. (b) Akım (mavi eğri) gerilimin (kırmızı eğri) çeyrek devir veya 90^0 gerisindedir.

ÖRNEK 30–9 **Bobinin reaktansı.** Bir bobinin direnci $R = 1.00\,\Omega$ ve indüklemi 0.300 H'dir. Eğer üzerine 120-Vda uygulanırsa ve (*b*) 60.0 Hz'lik 120 V aa (kko) uygulanması durumunda akımı belirleyiniz.

YAKLAŞIM Gerilim da olduğunda, indüksel reaktans yoktur ($X_L = 2\pi f L = 0$ zira $f = 0$), dolayısıyla direnç için Ohm yasasını uygularız. Gerilim aa ise, X_L'yi hesaplayıp Dnk.30-23a'yı kullanırız.

ÇÖZÜM (*a*) da için X_L olmadığından, Ohm yasasını uygularız:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120\text{ V}}{1.00\,\Omega} = 120\text{ A}.$$

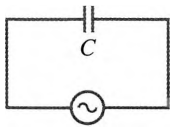
(*b*) İndüksel reaktans

$$X_L = 2\pi f L = (6.283)(60.0\text{ s}^{-1})(0.300\text{ H}) = 113\,\Omega.$$

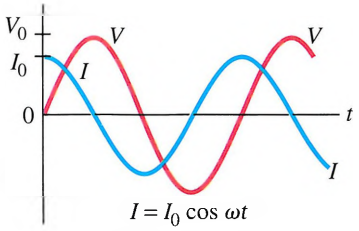
Bununla kıyaslandığında, direnç ihmal edilebilir. Sonuç olarak,

$$V_{\text{kko}} = \frac{V_{\text{kko}}}{X_L} = \frac{120\text{ V}}{113\,\Omega} = 1.06\text{ A}.$$

NOT Toplam empedansın $113\,\Omega + 1\,\Omega = 114\,\Omega$ olduğunu söylemek isteyebilirsiniz. Bu; yaklaşık olarak gerilimin %1'inin veya 1 V'un direnç üzerinde ve 119 V'un da indüklem üzerinde olduğuna işaret edebilir. Direnç üzerine 1 V düşmesi doğru olmakla birlikte, diğer ifadeler, indükleçte fazın değişmesi nedeniyle doğru değildir. Bu bir sonraki Kısımda tartışılacaktır.



(a)



$I = I_0 \cos \omega t$

$V = V_0 \sin \omega t$

$= V_0 \cos(\omega t - 90°)$

(b)

ŞEKİL 30–17 (a) Kondansatör bir aa kaynağına bağlıdır.
(b) Akım gerilimin çeyrek devir veya 90^0 ilerisindedir.

Sığaç

Bir sığaç bir pile bağlandığında, sığacın plakaları hızlı bir biçimde eşit ve zıt yüklerle yüklenir ancak devreden kararlı bir akım akmaz. Bir sığaç da akımının akışını önler. Fakat Şek.30-17'da görüldüğü gibi, eğer bir sığaç alternatif gerilim kaynağına bağlanırsa alternatif akım sürekli olarak akacaktır. Bunun oluşması normaldir zira aa gerilim kaynağı devreye sokulduğunda, yük akmaya başlayacak ve sığacın bir plakası negatif diğer plakası ise pozitif yükle dolacaktır. Fakat gerilim kendiliğinden ters döndüğünde, yükler zıt yönde akacaktır. Sonuç olarak, alternatif gerilim uygulandığında devrede sürekli olarak bir aa akımı bulunur.

Şimdi bu duruma daha detaylı bakmaya çalışalım. Kirchhoff çevrim kuralından, kaynağın herhangi bir anda uyguladığı gerilimin sığaç üzerindeki V gerilimine eşit olması gerektiği görülür:

$$V = \frac{Q}{C}$$

Burada, C sığa ve Q sığaç plakaları üzerindeki yük miktarıdır. I akımı herhangi bir anda (Dnk.30-20 ile $I = I_0 \cos \omega t$ şeklinde verilir)

$$I = \frac{dQ}{dt} = I_0 \cos \omega t$$

olacaktır. Sonuç olarak, herhangi bir anda plakalar üzerindeki yük miktarı;

$$Q = \int_0^t dQ = \int_0^t I_0 \cos \omega t \, dt = \frac{I_0}{\omega} \sin \omega t$$

olarak bulunur. Sonra sığaç uçları arasındaki gerilim

$$V = \frac{Q}{C} = I_0 \left(\frac{1}{\omega C} \right) \sin \omega t$$

şeklinde ifade edilir. $\sin \theta = \cos(90° - \theta) = \cos(\theta - 90°)$ gibi trigonometrik özdeşlikler kullanarak gerilimi aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$V = I_0 \left(\frac{1}{\omega C} \right) \cos(\omega t - 90°) = V_0 \cos(\omega t - 90°) \qquad \textbf{(30–24a)}$$

burada,

$$V_0 = I_0 \left(\frac{1}{\omega C} \right) \qquad \textbf{(30–24b)}$$

tepe gerilim değeridir. Sığaç üzerindeki akım $I\,(= I_0 \cos \omega t)$ ve geriliminin V (Dnk.30-24a) grafikleri, Şek.30-17b'de çizilmiştir. Bu grafikten ve Dnk.30-24a ile Dnk.30-20'un karşılaştırılmasından açıkça görülmektedir ki akım ve gerilim aynı fazda olmayıp aralarında çeyrek devir veya 90° (π/2 radyan)'lik bir fark vardır:

Akım, sığaç üzerindeki gerilimin 90^0 ilerisindedir.

Buna karşılık olarak diyebiliriz ki gerilim akımın 90^0 gerisindedir. Bu indükleçte oluşan duruma zıttır.

Gerilim ve akım arasında 90^0 faz farkı oluştuğundan, indükleçte olduğu gibi ortalama ısıl enerji kaybı sıfırdır. Kaynaktan sağlanan enerji sığacı beslemekte ve bu enerji sığaç plakaları arasındaki elektrik alanda depolanmaktadır. Alan azaldığında, enerji kaynağa geri dönmektedir. Sonuç olarak, bir aa devresinde *sadece direnç üzerinde, ısıl enerji harcanır.* Sığaç üzerine uygulanan gerilim ile akım arasındaki bağıntı indüklem için olduğu gibi şöyle yazılabilir:

$$V_0 = I_0 X_C, \quad \text{[tepe veya kko değerleri, anlık değerler değil]} \qquad \textbf{(30–25a)}$$

burada, X_C sığacın kapasitif reaktansı (sığal tepkesi) olarak anılır ve birimi ohm'dur; X_C şöyle verilir (Dnk. 30-24*b*):

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}. \qquad \textbf{(30–25b)}$$

$f\,(= \omega/2\pi)$ frekansı ve/veya C sığası küçük olduklarında, X_C büyüktür ve dolayısıyla, yükün akması daha fazla önlenir. Yani, X_C büyük olduğunda, akım küçüktür (Dnk.30-25a). Gelecek Kısımda reaktansları ve direnci temsil etmek için **empedans** terimini kullanacağız.

Dnk.30-25a V ve I'nın tepe veya kko ($V_{kko} = I_{kko} X_C$) değerleriyle ilgilidir. V ve I aynı fazda olmadıkları için bu durum herhangi belirli bir an için geçerli değildir.

Dnk.30-25b'den görülmektedir ki da şartlarında $\omega = 2\pi f = 0$ ve X_C sonsuz olur. Bu olması gerektiği gibidir, çünkü bir saf sığaç doğru akımı geçirmez. Aynı zamanda, indüklecin reaktansının frekansla yükseldiğini ancak sığacın reaktansının frekansla azaldığını unutmamamız gerekir.

ÖRNEK 30–10 **Sığaç reaktansı.** $C = 1.0\,\mu\text{F}$ ve $V_{\text{kko}} = 120$ V olması durumunda Şek.30-17a'daki devrede kko akım değeri nedir? Akım değerini $f = 60$ Hz, ve (*b*) $f = 6.0 \times 10^5$ Hz için hesaplayın.

YAKLAŞIM Dnk.30-25a'yı kullanarak reaktansı bulabiliriz ve Ohm yasasının eşdeğer formu olan Dnk.30-25a kullanılarak akım için çözüm yapılabilir.

ÇÖZÜM (*a*) $X_C = 1/2\pi fC = 1/(6.28)(60\,\text{s}^{-1})(1.0 \times 10^{-6}\,\text{F}) = 2.7\,\text{k}\Omega$. Kko akımı (Dnk.30-25a):

$$I_{\text{kko}} = \frac{V_{\text{kko}}}{X_C} = \frac{120\text{ V}}{2.7 \times 10^3\,\Omega} = 44\text{ mA}.$$

(*b*) $f = 6.0 \times 10^5$ Hz, X_C 0.27 Ω ve $I_{\text{kko}} = 440$ A olacaktır, epey büyük bir değer!

NOT f'ye olan bağlılık ilgi çekicidir. Yüksek frekanslar için kapasitif reaktans çok küçüktür ve bu durumda akım büyük olacaktır.

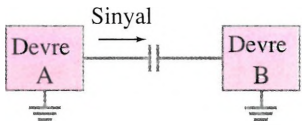
Sığacın iki yaygın kullanımı Şek.30-18*a* ve *b*'de gösterilmiştir. Şek.30-18a'daki A devresinin sığal olarak B devresine bağlandığı söylenebilir. Sığacın amacı, bir da gerilimi-nin B'den A'ya geçmesini önleyip istenen aa sinyallerinin fazla engellenmeden geçmesine izin vermektir (eğer yeteri kadar büyükse, Dnk.330-25b). Şek.30-18a'daki sığaç, yüksek frekansları geçirip da'yı önlemesi nedeniyle **yüksek geçiren filtre** olarak adlandırılır.

Şek.30-18b'de, Sığaç aa'yı toprağa aktarmaktadır. Bu durumda, A ve B devreleri arasında bir da gerilimi sağlanabilir, ancak A'dan ayrılan aa sinyali B'ye gitmesi yerine toprağa akar. Sonuç olarak, Şek.30-18*b* **alçak geçiren filtre** olarak görev yapar, sabit bir da gerilimi gerektiğinde; gerilimdeki herhangi bir yüksek frekanslı değişim B devresi yerine toprağa doğru akacaktır. (Çok düşük frekanslı aa'nın bir miktarı da B devresine ulaşabilir.)

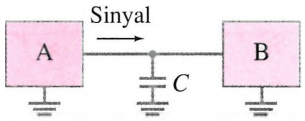
Ayrı bir "bas ses hoparlörü" (düşük frekanslı hoparlör) ile bir "tiz ses hoparlörü"ne (yüksek frekanslı hoparlör) sahip hoparlörler, tiz hoparlör devresinde alçak frekansları engelleyecek bir sığaç ve bas hoparlör devresinde yüksek frekansları engelleyecek bir indükleçten oluşan $(X_L = 2\pi fL)$ basit bir "çaprazlama" kullanabilirler. Sonuçta, ancak düşük frekanslı sesler bas hoparlörüne erişip yayınlanır. Bknz. Şek.30-18*c*.

ALIŞTIRMA G 1.0-μF'lık sığacın reaktansı hangi frekansta 500 Ω'a eşit olur? (*a*) 320 Hz, (*b*) 500 Hz, (*c*) 640 Hz, (*d*) 2000 Hz, (*e*) 4000 Hz.

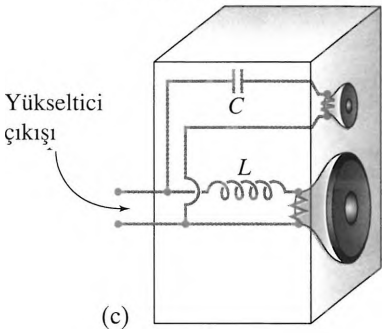
ALIŞTIRMA H 1.0-μH'lık indüklecin reaktansı hangi frekansta 500 Ω'a eşit olur? (*a*) 80 Hz, (*b*) 500 Hz, (*c*) 80 MHz, (*d*) 160 MHz, (*e*) 500 MHz.



(a) Yüksek geçirimli filtre



(b) Düşük geçirimli filtre



(c)

ŞEKİL 30–18 (a) ve (b) İki yaygın kullanımlı kondansatör.
(c) Basit bir hoparlör kabini iç bağlantısı.

FİZİK UYGULAMASI
Filtre olarak sığaç

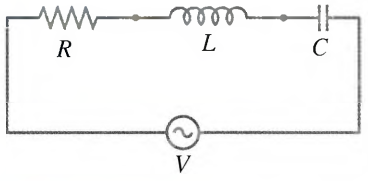
FİZİK UYGULAMASI
Hoparlör çaprazlaması

30–8 Seri *LRC* AA Devreleri

Şek. 30-19'daki gibi bir direnç, bir indükleç ve bir sığaç birbirine seri bağlı olsun. Eğer verilen devre bunlardan sadece ikisini içeriyorsa, bu Kısmın sonuçlarını, $R = 0$, $X_L = 0$ ve $X_C = 0$ değerlerinden uygun olanını alarak hala kullanabiliriz. V_R, V_L ve V_C *belli bir zaman anındaki* her bir eleman üzerinde düşen gerilimi ve V_{R0}, V_{L0} ve V_{C0} bu gerilimlerin *maksimum* (tepe) değerlerini gösteriyor olsun. Her bir eleman üzerindeki gerilim, bir önceki Kısımda tartıştığımız faz ilişkilerine uyacaktır. Herhangi bir anda kaynak tarafından sağlanan gerilim, Kirchhoff'un çevrim kuralından,

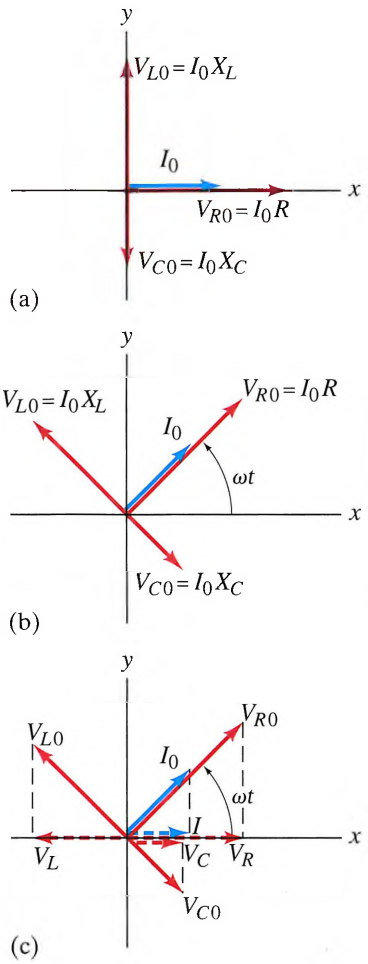
$$V = V_R + V_L + V_C \quad \text{olacaktır.} \qquad \textbf{(30–26)}$$

Değişik gerilimler aynı fazda olmadıklarından, tepe değerlerine aynı anda ulaşamayacaklardır, dolayısıyla kaynağın V_0 tepe değeri $V_{R0} + V_{L0} + V_{C0}$ **toplamına eşit olmayacaktır.**



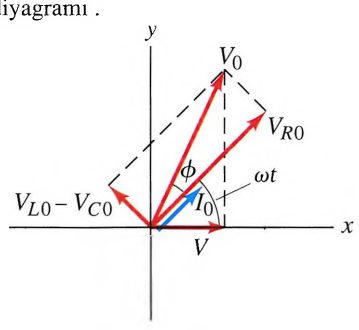
ŞEKİL 30–19 Bir *LRC* devresi.

DİKKAT
Voltajların tepe değerleri toplanınca gerilim kaynağının sağladığı voltaj bulunmaz



ŞEKİL 30–20 (a) $t = 0$'da (b) t zaman sonra, bir seri LRC devresinin fazor diyagramı (c) x ekseni üzerindeki izdüşümler Dnk. 30–20, 30–22a ve 30–24a'yı yansıtır.

ŞEKİL 30–21 Bir seri LRC devresi için toplam V_0 vektörünü gösteren fazör diyagramı .



Şimdi devrenin bir bütün olarak empedansını (R, X_C ve X_L'nin etkisi), tepe akımı I_0 ve V ile I arasındaki faz bağıntısını bulmaya çalışalım. Herhangi bir andaki akım, devrenin içerisindeki her noktada aynıdır. Sonuç olarak, *her bir eleman içerisindeki akımlar her ne kadar gerilimler aynı olmasa da birbirleriyle aynı fazdadır.* Zamandaki başlangıcımızı ($t = 0$), herhangi zamanındaki akım (Dnk.30-20'deki gibi);

$$I = I_0 \cos \omega t$$

olacak şekilde seçelim.

Bir LRC devresini bir **fazör diyagramı** kullanarak† analiz ederiz. Her bir gerilimi göstermek için koordinat sisteminde oklar (vektörler gibi toplanır) çizilir. *Her bir okun uzunluğu o elemanın uçları arasındaki tepe geriliminin şiddetini gösterir:*

$$V_{R0} = I_0 R, \qquad V_{L0} = I_0 X_L \qquad \text{ve} \qquad V_{C0} = I_0 X_C$$

V_{R0} akımla aynı fazdadır ve başlangıçta ($t = 0$) akım gibi x ekseninin pozitif yönü boyunca çizilir (Şek.30-20a). V_{L0} akımın 90°, ilerisindedir, böylece V_{R0}'ın da 90° ilerisindedir ve başlangıçta ekseninin pozitifi yönünde çizilir. V_{C0} akımın 90° gerisindedir, sonuç olarak V_{C0} başlangıçta ekseninin negatifi yönünde çizilir, Şek.30-20a.

Eğer vektör diyagramını saat yönünde f frekansıyla döndürürsek, Şek.30-20b'de gösterilen diyagramı elde ederiz; belli bir t zamanından sonra her bir ok ωt açısı kadar dönmüştür. *Her bir okun x ekseni üzerindeki izdüşümü, bu elemanın üzerindeki gerilimi t anı için temsil eder,* (Şek.30-20a). Örneğin $I = I_0 \cos \omega t$ Fazör diyagramının geçerliliğini doğrulamak için Dnk.30-22a ve 30-24a ile Şek.30-20*c* 'yi karşılaştırınız.

Üç gerilim vektörünün izdüşümlerinin toplamı bütün devre üzerindeki anlık V gerilimini, gösterir. Sonuç olarak, bu vektörlerin toplamı olan vektör, kaynak geriliminin V_0 tepe değerini, Şek.30-21'de gösterildiği şekilde verir. Şekilde görüldüğü gibi V_0 gerilimi I_0 ve V_{R0} ile bir ϕ açısı yapar. Zaman ilerledikçe, V_0 diğer vektörlerle döner, böylece anlık gerilim V (x ekseni üzerindeki V_0'ın izdüşümü) (bknz. Şek.30-21);

$$V = V_0 \cos(\omega t + \phi)$$

olur. Tüm devre üzerindeki V gerilimi, kaynak gerilimine eşit olmalıdır (Şek.30-19). Sonuç olarak kaynak gerilimi ile akım arasında ϕ. açısı kadar faz farkı‡ vardır.

Bu analizden devrenin toplam **empedansı**, Z, belirlenebilir. Devrenin empedansı aşağıdaki gibi direnç ve reaktansa benzer olarak tanımlanır:

$$V_{kko} = I_{kko} Z \quad \text{veya} \quad V_o = I_o Z \qquad \textbf{(30–27)}$$

Şek.30-21'den görmekteyiz ki Pisagor teoremini kullanarak (V_O dik üçgenin hipotenüsü):

$$V_0 = \sqrt{V_{R0}^2 + (V_{L0} - V_{C0})^2}$$
$$= I_0 \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

elde edilir. Sonuç olarak, Dnk.30-27'den toplam empedans Z:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad \textbf{(30–28a)}$$
$$= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad \textbf{(30–28b)}$$

olur. Aynı zamanda Şek.30-21'den, akım ve gerilim arasındaki ϕ faz açısını da bulabiliriz:

$$\tan \phi = \frac{V_{L0} - V_{C0}}{V_{R0}} = \frac{I_0 (X_L - X_C)}{I_0 R} = \frac{X_L - X_C}{R}. \qquad \textbf{(30–29a)}$$

†Biz analizimizi bunun yerine, Dnk 30–26 'yı diferansiyel denklem olarak ($V_C = Q/C$, $V_R = IR = (dQ/dt)R$, ve $V_L = L\, dI/dt$ alarak) tekrar yazıp diferansiyel denklemi çözmeye çalışarak yapabiliriz. Elde edeceğimiz diferansiyel denklem Kısım 14-8'deki Dnk.14-21'e (zorlamalı salınım) benzer olacak ve aynı yolla çözülecektir. Fazör diyagramları daha kolaydır ve aynı zamanda bize bazı fiziksel görüşler de verecektir.

‡Kontrol için, $R = X_C = 0$ ise $\phi = 90°$ ve V_0'ın akımın tek bir indükleç olması durumunda olduğu gibi 90^0 ilerde olduğuna dikkat edin. Benzer biçimde, $R = L = 0$, $\phi = -90°$ ve V_0 sadece bir sığaç olması durumunda olduğu gibi akımın 90^0 gerisinde olacaktır.

Ayrıca aşağıdaki ifadeyi de yazabiliriz:

$$\cos\phi = \frac{V_{R0}}{V_0} = \frac{I_0 R}{I_0 Z} = \frac{R}{Z}. \qquad \textbf{(30–29b)}$$

Şek.30-21, $X_L > X_C$ için çizilmiş olup akımın gerilim kaynağının ϕ kadar gerisinde olduğu görülmektedir. Bunun tersi doğru ise, $X_L < X_C$, Dnk.30-29'daki ϕ sıfırdan küçüktür ve akım gerilim kaynağının ilerisindedir.

Daha önce gördük ki bu güç sadece direnç tarafından harcanır ve indüklem ve sığa üzerinde hiçbir güç sarfiyatı söz konusu olmaz. Sonuç olarak, ortalama güç $P = I^2_{\text{kko}}R$ Ancak Dnk. 30-29b'den $R = Z\cos\phi$ elde edilir. Sonuç olarak,

$$P = I^2_{\text{kko}} Z \cos\phi = I_{\text{kko}} \; V_{\text{kko}} \cos\phi \qquad \textbf{(30–30)}$$

olur. $\cos\phi$ çarpanı devrenin **güç çarpanı** olarak adlandırılır. Saf direnç için, $\cos\phi = 1$ ve $P = I_{\text{kko}} \; V_{\text{kko}}$ olur. Bir sığaç veya indükleç için sırasıyla $\phi = -90°$ veya $+90°$,'dir, $\cos\phi = 0$ olduğundan herhangi bir güç sarfiyatı yoktur.

ÖRNEK 30–11 ***LRC* devresi.** Farz edelim ki Şek.30-19'da $R = 25.0\,\Omega$, $L = 30.0\,\text{mH}$ ve $C = 12.0\,\mu\text{F}$ ve bunlar 500-Hz 90.0 V'luk aa kaynağına seri olarak bağlanmıştır (*a*) Devredeki akımı, her bir elemanın uçları arasındaki voltmetrenin gösterdiği değeri (kko), (*b*) ϕ faz açısını ve (*d*) devrede harcanan gücü hesaplayınız.

YAKLAŞIM Empedansı (Dnk.30-28, Dnk.30-23b ve Dnk.30-25b) belirlemek için akımı bilmeye ihtiyacımız vardır ve sonra $I_{\text{kko}} = V_{\text{kko}}/Z$ kullanılır. Her bir eleman üzerinde düşen gerilim Ohm yasasını veya her bir eleman için $V_R = IR$, $V_L = IX_L$ ve $V_C = IX_C$ şeklinde eşdeğerleri kullanılarak bulunabilir:

ÇÖZÜM (*a*) Önce, $f = 500\,\text{Hz} = 500\,\text{s}^{-1}$ için sığaç ve indüklecin reaktansını bulalım;

$$X_L = 2\pi f L = 94.2\,\Omega, \qquad X_C = \frac{1}{2\pi f C} = 26.5\,\Omega.$$

Sonra toplam empedans;

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(25.0\,\Omega)^2 + (94.2\,\Omega - 26.5\,\Omega)^2} = 72.2\,\Omega$$

olur. Ohm yasasının empedans versiyonundan, Dnk.30-27,

$$I_{\text{kko}} = \frac{V_{\text{kko}}}{Z} = \frac{90.0\,\text{V}}{72.2\,\Omega} = 1.25\,\text{A}.$$

(*b*) Her bir eleman üzerindeki kko gerilim;

$$(V_R)_{\text{kko}} = I_{\text{kko}} R = (1.25\,\text{A})(25.0\,\Omega) = 31.2\,\text{V},$$
$$(V_L)_{\text{kko}} = I_{\text{kko}} X_L = (1.25\,\text{A})(94.2\,\Omega) = 118\,\text{V},$$
$$(V_C)_{\text{kko}} = I_{\text{kko}} X_C = (1.25\,\text{A})(26.5\,\Omega) = 33.1\,\text{V}.$$

NOT Bu gerilimlerin toplamı 90.0 V (kko)'luk kaynak gerilimine eşit değildir. Hatta, indüklem üzerindeki kko gerilimi kaynak gerilimini *aşmaktadır*. Bu durum olabilir; zira farklı gerilimler birbirleri ile faz dışıdır, herhangi bir anda bir gerilim negatif olarak, başka birinin büyük pozitif gerilimini karşılayabilir. Kko gerilimleri ise, tanımlarından dolayı her zaman pozitiftir. Kko gerilimlerinin toplamı kaynak gerilimine eşit olmak zorunda olmamakla birlikte, herhangi bir andaki anlık gerilimlerin topamı o andaki kaynak gerilimine eşitlenmelidir.

⚠ DİKKAT
Bireysel tepe veya kko gerilimlerinin toplamı gerilim kaynağınınkine eşit DEĞİLDİR (faz farklarından dolayı).

(*c*) Faz açısı ϕ Dnk.30-29b ile verilir,

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{25.0\,\Omega}{72.2\,\Omega} = 0.346,$$

böylece, $\phi = 69.7°$ 'dir. Unutmayalım ki $X_L > X_C$ olduğundan bu durumda ϕ pozitiftir, dolayısıyla Şek. 30-21'de $V_{L0} > V_{C0}$

(*d*) $\overline{P} = I_{\text{kko}} \; V_{\text{kko}} \cos\phi = (1.25\,\text{A})(90.0\,\text{V})(25.0\,\Omega/72.2\,\Omega) = 39.0\,\text{W}.$

30–9 AA Devresinde Rezonans

LRC seri devresinde kko akımı aşağıdaki şekilde verilir (bknz. Dnk.30-27 ve 30-28b):

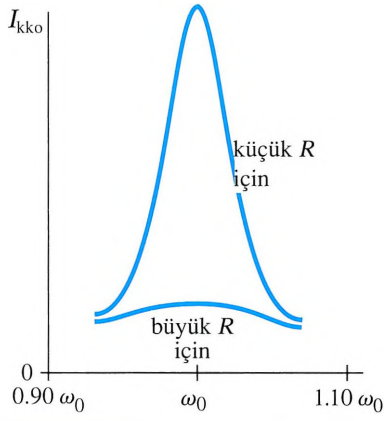
$$I_{\text{kko}} = \frac{V_{\text{kko}}}{Z} = \frac{V_{\text{kko}}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \qquad \textbf{(30–31)}$$

İndüktör ve sığaçların reaktansları kaynağın $f\ (=\omega/2\pi)$ frekansına bağlı olduğundan, LRC devresindeki akım frekansa bağlı olacaktır. Dnk.30-31'den görmekteyiz ki akım aşağıdaki koşulu sağlayan frekansta en yüksek değerde olacaktır:

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0.$$

Bunu ω için çözüp, çözümü ω_0 olarak adlandıralım:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \qquad \text{[rezonans]} \ \textbf{(30–32)}$$



ŞEKİL 30–22 *LRC* devresindeki akım açısal frekansın, ω, fonksiyonu olarak $\omega = \omega_0 = \sqrt{1/LC}$ 'de rezonans tepesini gösterir.

$\omega = \omega_0$ olduğunda, devre **rezonans**tadır ve $f_0 = \omega_0/2\pi$ devrenin **rezonans frekansı**dır. Bu frekansta, $X_C = X_L$ dolayısıyla empedans tamamen dirençsel ve $\cos\phi = 1$ 'dir. I_{kko}'ye karşılık ω grafiği belirli R, L ve C değerleri için Şek.30-22'de gösterilmiştir. X_L ve X_C ile karşılaştırıldığında daha küçük R değeri için rezonans tepesi daha yüksek ve sivri olacaktır. R çok küçük olduğunda, devre Kısım 30-5'de tartıştığımız saf LC devresine yaklaşır. X_L ve X_C ile karşılaştırıldığında R daha büyük olduğunda rezonans tepesi nispeten daha yayvan olacaktır, frekans bağımlılığı çok azdır.

Bu elektriksel rezonans Bölüm 14'te tartıştığımız mekaniksel rezonansa benzerdir. Kaynak tarafından sisteme aktarılan enerji; ister elektriksel rezonans, isterse bir yayın titreşimi veya salıncakta salınan bir çocuk (Kısım 14-8) olsun, rezonansta maksimum olur. Bunun elektriksel durum için de doğru olduğu Dnk.30-30'dan görülmektedir. Rezonans durumunda, $\cos\phi = 1$ ve güç $\overline{P}$ azami değerindedir. Akıma benzer olarak frekansın tepe değerine karşılık gücün grafiği Şek.30-22'de verilmiştir.

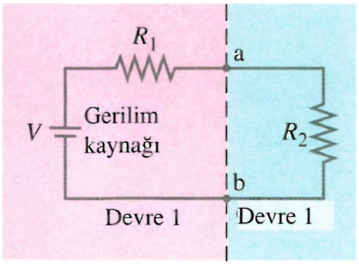
Elektrik rezonansı birçok devrede kullanılmıştır. Radyo ve TV'lerde mesela istasyon ayarlaması için rezonans devreleri kullanılır. Devreye bir çok frekans ulaşır, ancak istenilen akım sadece rezonans frekansı yakınında ya da tam değerinde devreden akar. L veya C'nin değişken olması nedeniyle farklı istasyonlara ayarlanabilir.

*30–10 Empedans Uyuşması

Bir elektrik devresini ikinci devreye bağlamak yaygındır. Örneğin, bir TV anteni bir TV alıcısına bağlıdır, bir yükseltici bir hoparlöre bağlıdır; elektro-kardiyogramların elektrotları kaydediciye bağlıdır. Birinden diğerine azami güç, bir cihazın çıkış empedansı ikincinin giriş empedansıyla eşleşiyorsa (uyuşuyorsa) asgari kayıpla iletilir.

Bunun nedenini göstermek için, sadece bir direnç içeren basit bir devre göz önüne alalım. Şek.30-23'de devre 1'deki kaynak, antenden veya bir laboratuvar cihazından alınan sinyali ve R_1, kaynak iç direncini de içerecek şekilde onun direncini temsil eder. R_1, devre 1'in çıkış empedansı (veya direnci) olarak adlandırılır. Devre 1'in çıkışı belki çok karmaşık da olabilen devre 2'nin girişine bağlanmış a ve b terminalleri arasına verilir. Devre 2'nin "giriş direnci"nin R_2 olduğunu kabul edelim.

ŞEKİL 30–23 Soldaki devrenin çıkışı sağdaki devrenin girişidir.



Devre 2'ye aktarılan güç $P = I^2R_2$ 'dir. Burada $I = V/(R_1 + R_2)$. Sonuç olarak,

$$P = I^2R_2 = \frac{V^2R_2}{(R_1 + R_2)^2}.$$

Eğer kaynağın direnci R_1 ise, devre 2'ye maksimum gücün aktarılması için R_2 değeri ne olmalıdır? Bunu belirlemek için, R_2'ye göre P'nin türevini alıp sıfıra eşitlersek, aşağıdaki ifadeyi buluruz.

$$V^2\left[\frac{1}{(R_1 + R_2)^2} - \frac{2R_2}{(R_1 + R_2)^3}\right] = 0$$

veya

$$R_2 = R_1.$$

Sonuç olarak, azami güç bir cihazın *çıkış empedansı* ikincinin *giriş empedansına* eşitse aktarılmıştır. Buna empedans **uyuşması** denir.

İndüktör ve sığaç içeren bir aa devresinde, farklı fazlar önemlidir ve analiz daha karmaşıktır. Bununla birlikte, aynı sonuç, güç aktarımını en yüksek değere ulaştırmak için empedansların uyuşması $(Z_2 = Z_1)$ gereklidir.

Buna ek olarak, empedansların eşleşmemesi durumunda sinyallerin ciddi olarak bozulması söz konusudur ve bu anlamsız veya yanlış deneysel sonuçların ortaya çıkmasına yol açar.

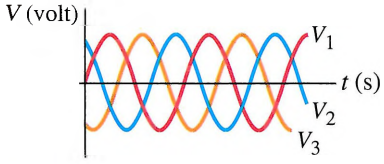
⚠ DİKKAT

Empedansların eşleşmemesi durumunda yanlış sonuç ortaya çıkar.

*30–11 Üç Fazlı AA

İletim hatları tipik olarak iki yerine dört tel içerir. Bu tellerden biri topraktır, diğer üçü de aralarında 120^0 olan üç-fazlı aa gücü iletmek için kullanılır.

$$V_1 = V_0 \sin \omega t,$$
$$V_2 = V_0 \sin(\omega t + 2\pi/3),$$
$$V_3 = V_0 \sin(\omega t + 4\pi/3).$$



ŞEKİL 30–24 Üç gerilim, bir üç fazlı güç hattında birbirleriyle $120°$ $(=\frac{2}{3}\pi$ radian $)$, faz farkındadırlar.

(Bknz. Şek. 30-24.) Neden üç-fazlı güç kullanılır? Şek.25-22'den görmekteyiz ki tek-fazlı aa (başka bir değişle, sadece V_1 gerilimi) gücü darbeler biçiminde yüke aktarır. Gücün çok daha yumuşak akışı üç-fazlı güç kullanılarak sağlanabilir. Düşünün ki üç-fazlı güç kaynağını oluşturan bu üç gerilimin her biri bir R direncine bağlanmaktadır. Bu durumda güç aşağıdaki şekilde dağılır:

$$P = \frac{1}{R}(V_1^2 + V_2^2 + V_3^2).$$

Bu gücün sabit ve $3V_0^2/2R$ 'ye eşit olduğunu gösterebilirsiniz, bu da tek-fazlı kaynak tarafından dağıtılan kko gücünün üç katıdır. Bu esnek güç dağıtımının akışı, elektrikle çalışan cihazların daha düzenli ve uyumlu çalışmasını sağlar. Evler tek-fazlı ac güç kullanmasına rağmen endüstriyel cins makinelerin çoğu üç-fazlı güce göre hazırlanırlar.

ÖRNEK 30–12 **Üç fazlı devre.** Üç fazlı bir devrede, hat 1 ve toprak arasında 226 V kko ortaya çıkmaktadır. Hat 2 ve 3 arasındaki kko gerilimi ne kadardır?

ÇÖZÜM $V_{\text{kko}} = V_0/\sqrt{2} = 266\text{ V}$ olarak verilmiştir. Bu durumda $V_0 = 376\text{ V}$. Şimdi, $V_3 - V_2 = V_0[\sin(\omega t + 4\pi/3) - \sin(\omega t + 2\pi/3)] = 2V_0 \sin\frac{1}{2}(\frac{2\pi}{3}) \cos\frac{1}{2}(2\omega t)$ 'dir. Burada şu özdeşliği de kullanmaktayız: $\sin A - \sin B = 2\sin\frac{1}{2}(A - B)\cos\frac{1}{2}(A + B)$. kko gerilimi ise şu şekildedir.

$$(V_3 - V_2)_{\text{kko}} = \frac{1}{\sqrt{2}} 2V_0 \sin\frac{\pi}{3} = \sqrt{2}(376\text{ V})(0.866) = 460\text{ V (kko)}.$$

Özet

Bir tel bobindeki değişken akım onun hemen yanı başına yerleştirilen ikinci bir bobinde ek bir emk indükler. **Karşılıklı indüklem,** M, ikinci bobinde indüklenmiş emk $\mathscr{E}_2$ ile birincideki akımın değişim hızı arasındaki orantı sabiti olarak tanımlanır:

$$\mathscr{E}_2 = -M\, dI_1/dt. \qquad \textbf{(30–3b)}$$

M'yi aşağıdaki gibi de yazabiliriz;

$$M = \frac{N_2\Phi_{21}}{I_1}, \qquad \textbf{(30–1)}$$

burada Φ_{21}, N_2 sarıma sahip bobin 2'den geçen manyetik akı olup diğer bobindeki (bobin 1) I_1 akımı tarafından üretilir.

Tek bir bobin içerisinde, bir değişken akımbir zıt emk, $\mathscr{E}$, indükler, bu durunda bobin aşağıdaki şekilde tanımlanan bir **özindükleme** sahiptir:

$$\mathscr{E} = -L\, dI/dt. \qquad \textbf{(30–5)}$$

Bu indüklenmiş emk, dolaşan alternatif akımı azaltıcı bir etki yapar. L'yi aynı zamanda şu şekilde de yazabiliriz.

$$L = N\frac{\Phi_B}{I} \qquad \textbf{(30–4)}$$

burada Φ_B bir I akımı kendi sarımı içerisinde dolaştığında indüklemde oluşan akıdır.

L indüklemi içerisindeki akım I olduğunda, indüklem içerisinde depolanan enerji aşağıdaki şekilde verilir:

$$U = \tfrac{1}{2}LI^2. \qquad \textbf{(30–6)}$$

Bu enerjinin, indüklecin manyetik alanında depolanmış bir enerji olduğu düşünülebilir. Herhangi bir B manyetik alanındaki enerji yoğunluğu aşağıdaki şekilde verilir:

$$u = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}. \qquad \textbf{(30–7)}$$

Burada, eğer ortamda ferromanyetik materyal söz konusu ise μ_0 yerine μ kullanılır.

L indüklemi ile R sabit direnci V_0 emk kaynağına seri bağlanırsa, akım üstel olarak artacaktır:

$$I = \frac{V_0}{R}(1 - e^{-t/\tau}), \qquad \textbf{(30–9)}$$

burada

$$\tau = L/R \qquad \textbf{(30–10)}$$

olup **zaman sabiti** olarak adlandırılır. Akımın sonunda erişebileceği en büyük değer $I = V_0/R$ olur. Eğer pil aniden devresinin dışına çıkarılırsa ve akımın devreyi tamamlamasına müsaade edilirse akım aynı τ zaman sabiti ile üstel olarak azalacaktır: $I = I_0 e^{-t/\tau}$.

Akım saf ***LC* devresinde** (veya sığaç üzerindeki yük) sinüzoidal olarak salınım yapacaktır. Aynı zamanda enerji de elektrik ve manyetik alan arasında ileri geri, sığaçtan indükleçe ve tekrar geri gelecek şekilde salınınım yapacaktır. Eğer bu gibi devreler bir dirence de sahipse (LRC) ve sığaç belli bir anda yüklü ise sönümlü salınımlar yapar ve kritik sönümlü veya aşırı sönümlü bir davranış gösterir.

Sığa ve indüklem alternatif akımın akışına karşı bir direnç gibi karşı koyma gösterir. Bu karşı koyma **reaktans** (X) olarak adlandırılır ve gerilim ve akım (kko veya tepe değer) arasındaki (dirençte olduğu gibi) orantı sabiti olarak tanımlanır. İndüklem uçları arasında;

$$V_0 = I_0 X_L, \qquad \textbf{(30–23a)}$$

ve sığaç uçları arasında;

$$V_0 = I_0 X_C. \qquad \textbf{(30–25a)}$$

İndüklecin reaktansı frekans ile artar;

$$X_L = \omega L. \qquad \textbf{(30–23b)}$$

Burada, $\omega = 2\pi f$ ve f aa'nın frekansıdır. Sığacın reaktansı frekansla azalır:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}. \qquad \textbf{(30–25b)}$$

Bir direnç üzerindeki akım, uçları arasındaki gerilimle aynı fazda olmasına rağmen bu, sığaç ve indükleç için geçerli değildir. İndükleçde akım gerilimin 90^0 gerisindedir ve sığaçda akım gerilimden 90^0 ileridedir.

Bir aa LRC **seri devresinde**, toplam **empedans** Z, direnç için olan $V = IR$ eşitliğinin eşdeğeri ile tanımlanır: $V_0 = I_0 Z$ veya $V_{\text{kko}} = I_{\text{kko}} Z$. Z empedansı, R, C ve L'ye şu şekilde bağlıdır:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}. \qquad \textbf{(30–28a)}$$

Devredeki akım, kaynak voltajından $\cos\phi = R/Z$. ile verilen ϕ açısı kadar ileri (veya geri)'dir. Bir aa LRC devresinde enerji, sadece direnç üzerinde ve aşağıdaki hızda harcanır:

$$P = I^2_{\text{kko}} Z \cos\phi \qquad \textbf{(30–30)}$$

Burada, $\cos\phi$ çarpanı **güç çarpanı** olarak adlandırılır.

Bir LRC seri devresi aşağıda verilen frekansta **rezonansta** olur.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \qquad \textbf{(30–32)}$$

Devredeki kko akımı, uygulanan gerilimin frekansı f_0 $(= \omega_0/2\pi)$. olursa en yüksek değerde olur. R direnci ne kadar düşükse, o kadar keskin ve büyük değerde rezonans tepesi elde edilir.

Sorular

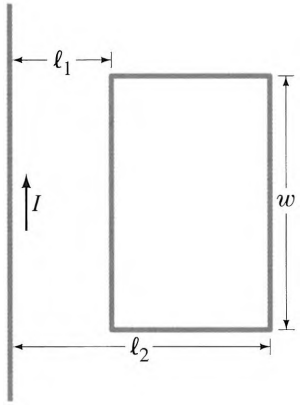
1. İki adet tamamen dairesel bobinin karşılık indüklemini (*a*) en büyük (*b*) en küçük (birbirinden çok fazla uzaklaştırmadan) olacak şekilde nasıl düzenlersiniz?
2. Solenoidin ucuna yakın duran Şek.30-2'deki N sarımlı ikinci bobinin kaldırıldığını düşünelim. Bu, karşılıklı indüklemi nasıl etkileyecektir?
3. Karşılıklı indükleme sahip iki bobin özindükleme sahip midir? Açıklayınız.
4. Solenoidin içindeki enerji yoğunluğunun en büyük değeri solenoidin uçlarının yakınında mıdır yoksa merkezin yakınında mıdır?
5. Eğer size uzunluğu bilinen bir tel verilirse en büyük özindüklem değeri elde etmek için onu nasıl şekillendirirsiniz? En küçük değeri elde etmek için hangi şekilde düzenlersiniz?
6. Şek. 30-6a'daki pilin emk'sı, LR devresinin (a) mümkün olan en yüksek akım değerinin belli bir kesrine (b) belli bir akım değerine ulaşması için gerekli zamanı etkiler mi?

7. Büyük indüksel zaman sabitli bir devre sabit bir akım taşımaktadır. Eğer bir anahtar açılırsa, büyük (ve bazen tehlikeli) bir kıvılcım veya "ark" olabilir. Bu durumu açıklayınız.
8. Şek.30-6a'daki *LR* devresine bir pilin bağlandığı anda akım sıfır olduğu halde indükleçdeki emk maksimum değerine sahiptir. Bu durumu izah ediniz.
9. Sığacın tamamen boşalmış olmasına rağmen bir *LC* devresinin salınımını devam ettirmesini sağlayan nedir?
10. Şek.30-13'teki *LRC* devresinde indükleçdeki akım daima direnç üzerinden geçen akım ile aynı mıdır?
11. Bir aa jeneratörü bir *LRC* devresine bağlandığında sonuç olarak enerji nereden gelmektedir? Enerji nereye gider? L, C ve R değerleri jeneratör tarafından sağlanan enerjiyi nasıl etkiler?
12. Bir *LRC* devresinde, eğer $X_L > X_C$ ise, devrenin "indüksel" olduğu ve eğer $X_C > X_L$ ise devrenin "kapasitif" olduğu söylenir. Bu terimlerin sebeplerini tartışınız. Özellikle, bu terimler verilen bir frekansta L ve C'nin bağıl değerleri hakkında herhangi bir şey söyler mi?
13. Kısım 30-8'nin sonuçları ω'nın sıfır değerine yaklaşmasıyla beklenen gerçek değerlerine yaklaşır mı? Beklenen sonuçlar nelerdir?
14. Bir *LRC* devresinin empedansı hangi koşullar altında en düşük değerdedir?
15. Bir *LRC* devresine bağlanan bir aa jeneratörünün anlık çıkış gücünün negatif olması mümkün müdür? Açıklayınız.
16. Bir *LRC* devresinde, güç faktörü $\cos\phi$, frekansa bağlı mıdır? Güç frekansa bağlı olarak mı harcanmaktadır?
17. Kısaca emk kaynağı frekansının (*a*) bir saf direnç, (*b*) bir saf sığa, (*c*) bir saf indüklem, (*d*) rezonansa yakın (R küçük) bir *LRC* devresi, (*e*) rezonanstan uzak (R küçük) bir *LRC* devresinin empedansını nasıl etkilediğini açıklayınız.
18. Frekansın (*a*) rezonansta, (*b*) rezonansa yakın, (*c*) rezonanstan uzak olması durumunda $R \to 0$ için bir *LRC* devresinin tepkisini tartışınız. Her bir durumda enerji harcanması söz konusu mudur? Her bir durum için enerji dönüşümlerini tartışınız.
19. Bir *LRC* rezonans devresi genelde bir (*salınıcı*) devresi olarak adlandırılır. (Salınım) yapan nedir?
20. Bir *LRC* devresinin salınımları ile yaya bağlı bir m kütlesinin titreşimini karşılaştırınız. L ve C mekanik sistemde neye karşılık gelir?

Problemler

30–1 Karşılıklı İndüklem

1. (II) 225 ilmekli 2.44-m uzunluğundaki bir bobin bir demir nüve üzerine 115 ilmekli ikinci bir bobin ile birlikte sarılmıştır (ortalama $\mu = 1850\mu_0$) Her bir bobinin ilmekleri 2.00 cm yarıçapa sahiptir. Eğer ilk bobindeki akım düzenli olarak 12.0 A'den sıfıra 98.0 ms'de düşerse, (*a*) karşılıklı indüklem M'yi ve (*b*) ikinci bobindeki indüklenmiş emk'yı belirleyiniz.
2. (II) İki uzun, biri diğerinin içinde olan solenoit arasında birim uzunluk başına karşılıklı indüklemi belirleyiniz. Bobinlerin yarıçapları r_1 ve r_2 $(r_2 < r_1)$ ve birim uzunluk başına sarım sayısı n_1 ve n_2'dir.
3. (II) Küçük, ince bir bobinin her biri A_2 alana sahip N_2 ilmeği vardır. Bu bobin bir solenoitin içine merkeze yakın olarak yerleştirilmiştir. Solenoit ℓ uzunluğunda A_1 alanına sahip olup N_1 sarıma sahiptir. θ'nın fonksiyonu olarak karşılıklı indüklemi belirleyiniz. θ solenoidin ekseni ile küçük bobinin düzlemi arasındadır.
4. (III) Uzun doğrusal bir tel ve küçük bir dikdörtgen tel ilmek aynı düzlem üzerinde bulunmaktadır, Şek. 30-25. ℓ_1, ℓ_2 ve w cinsinden karşılıklı indüklemi belirleyiniz. Telin ℓ_1, ℓ_2 ve w ile karşılaştırıldığında çok uzun ve devrenin geri kalan kısmının ℓ_1, ℓ_2 ve w ile karşılaştırıldığında çok uzakta olduğunu kabul ediniz.



ŞEKİL 30–25
Problem 4.

30–2 Özindüklem

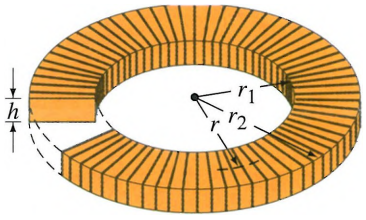
5. (I) Eğer bir 280 mH'lik bobindeki akım düzgün olarak 25.0 A'den 10.0 A'e 360 ms'de değişiyorsa indüklenen emk'nın büyüklüğü ne kadardır?
6. (I) 4.2 cm çapa sahip 30.0 cm uzunluğunda hava ile dolu bobinden 130 mH indüklem elde etmek için kaç sarım gerekir?
7. (I) 12.0 ms içerisinde −28.0 mA'den +25.0 mA'e kadar değişen bir akıma sahip olduğunda 2.50 V emk üreten bir bobinin indüklemi ne kadardır?
8. (II) Hava dolu bir silindirik indükleç 2800 sarıma sahip olup çapı 2.5 cm, uzunluğu ise 21.7 cm'dir. (*a*) İndüklemi ne kadardır? (*b*) Eğer içi manyetik geçirgenliği boş uzayınkinden 1200 kez büyük demirle doldurulmuş ise aynı indüklemi üretmek için kaç sarım gereklidir?
9. (II) Bir bobin 3.25 Ω direnç ve 440 mH indükleme sahiptir. Akım 3.00 A olup 3.60 A/s, hızla yükseliyorsa bu esnada bobin uçları arasında oluşacak potansiyel farkı ne kadardır?
10. (II) Bir eş eksenli kablonun dış iletkeninin yarıçapı 3.0 mm ise içteki iletkenin yarıçapı, birim uzunluk başına indüklemin 55 nH/m'yi aşmaması için ne olmalıdır?
11. (II) Henry biriminin büyük boyutunu göstermek için bir fizik profesörü özindüklemi 1.0H olan hava ile dolu bir solenoidi, 12 cm çaplı plastik içi oyuk bir tüpün üzerine 0.81 mm çaplı bir bakır tel kullanarak sarmak istemektedir. Solenoit her sarımı yanındakine dokunacak şekilde (tel yüzeyi ince yalıtkan bir tabaka ile kaplı olduğundan komşu sarımlar elektriksel olarak birbirlerine temas etmemektedirler) sıkı sarılmıştır. Plastik tüpün uzunluğu ne kadar olmadır ve kaç kilometre bakır tel gerekir? Bu solenoidin direnci ne kadar olacaktır?

12. (II) Sıkıca sarılmış bir tel ile sarılmış bir solenoit çözülerek çapı 2.5 kez daha büyük olan başka bir sıkı sarımlı solenoit yapılmak istenmektedir. İndüklem hangi faktör nispetinde değişir?

13. (II) Bir toroid Şek. 30-26'da gösterildiği gibi dikdörtgensel bir kesite sahiptir. Özindüklemin aşağıdaki şekilde olduğunu gösteriniz:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Burada N toplam sarım sayısı olup r_1, r_2, ve h Şek.30-26'da gösterilen boyutlardır. [*İpucu:* Toroid içerisinde r'nin fonksiyonu olarak B'yi elde etmek için Ampere yasasını kullanıp integralini alınız.]



ŞEKİL 30–26 13. ve 19. Problemler. N sarımlı I akımı taşıyan dikdörtgen kesitli bir toroid.

14. (II) Herhangi bir karşılıklı indüklemi ihmal ederek (*a*) seri bağlı, (*b*) paralel bağlı iki indüklecin eşdeğer indüklemi nedir?

30–3 Manyetik enerji depolanması

15. (I) 2.10 cm çapında ve 38.0 cm uzunluğunda hava dolgulu bir solenoidin içerisindeki manyetik alan 0.600 T'dır. Bu alan içerisinde yaklaşık olarak ne kadar enerji birikir?

16. (I) Bir laboratuvar içinde ulaşılabilecek manyetik ve elektrik alanların tipik değerleri sırasıyla yaklaşık olarak 2.0 T ve 1.0×10^4 V/m (*a*) Her bir alan için enerji yoğunluğunu bularak karşılaştırınız. (*b*) 2.0 T'lık manyetik alanınkiyle aynı enerji yoğunluğunu üretebilmek için gerekli elektrik alanın büyüklüğü ne kadar olacaktır?

17. (II) Yarıçapı 28.0 cm olan ve 23.0 A değerinde akım taşıyan dairesel bir telden oluşan ilmeğin merkezindeki enerji yoğunluğu ne kadardır?

18. (II) 15 A akım taşıyan 3.0 mm çaplı bakır telin yüzeyindeki manyetik ve elektrik enerji yoğunluklarını hesaplayınız.

19. (II) Şek.30-26'daki toroid için, manyetik alan içerisindeki enerji yoğunluğunu r $(r_1 < r < r_2)$'nin fonksiyonu olarak belirleyiniz ve her bir N ilmeğinde I akımı taşıyan toroid içerisinde depolanan toplam enerjiyi bulmak için bunun hacim üzerinden integralini alınız.

20. (II) Enerji yoğunluğu için Dnk.30-7'yi kullanıp hacim üzerinden integralini alarak eş eksenli kablonun eş eksenli silindirleri arasındaki (Şek.30-5) manyetik alandaki birim uzunluk başına depolanan toplam enerjiyi belirleyiniz.

21. (II) Yarıçapı R olan uzun doğrusal bir tel kesit alanı üzerinde düzenli olarak dağılmış olan I akımını taşımaktadır. Bu telin içerisinde birim uzunluk başına depolanan enerji miktarını bulunuz.

30–4 *LR* Devreleri

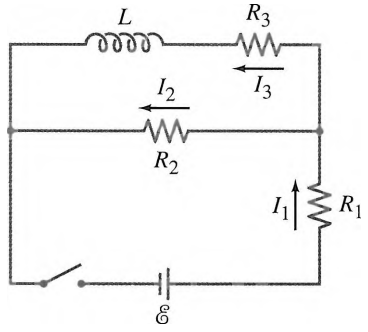
22. (II) Şek.30-6'daki akımı kaç zaman sabiti sonra maksimum değerinin (*a*) 5.0%, (*b*) 1.0%, ve (*c*) 0.10%'una ulaşır?

23. (II) Şek. 30-7'dekine benzer bir *LR* devresinde direnç üzerindeki potansiyel farkı kaç zaman sabitinden sonra orijinal değerinin %3.0'üne düşer?

24. (II) Bir *LR* devresinde akımın sıfırdan maksimum değerinin 0.75'ine kadar yükselmesi için 26 ms geçmektedir. (*a*) Devrenin zaman sabitini, (*b*) Eğer $L = 31.0$ mH ise devrenin direncini belirleyiniz.

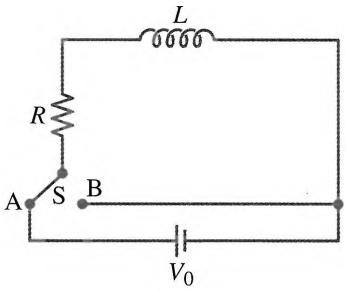
25. (II) (*a*) Şek.30-6*a*'nın *LR* devresi için zamanın fonksiyonu olarak L indüklecinde depolanan enerjiyi belirleyiniz (*b*) Depolanan enerji kaç zaman sabitinden sonra maksimum değerinin 99.99%'una ulaşır.

26. (II) Şek.30-27'deki devrede, her bir dirençteki akımı (I_1, I_2, I_3) (*a*) anahtarın kapandığı anda, (*b*) anahtar kapatıldıktan uzun zaman sonra belirleyiniz. (*c*) Anahtarın uzun bir zaman için kapatıldıktan sonra tekrar açılması durumunda, her bir akımın değeri (*c*) anahtar açıldıktan hemen sonra, (*d*) uzun bir süre sonra nedir?

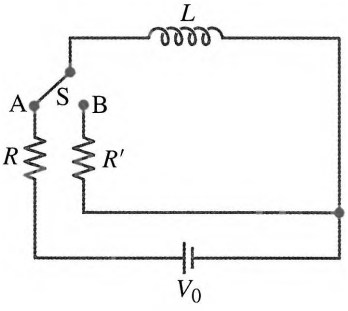


ŞEKİL 30–27
Problem 26.

27. (II) (*a*) Şek.30-28*a*'da farz edin ki S anahtarı yeterli bir süre için A durumundadır ve bu durumda sabit akım $I_0 = V_0/R$, R direnci üzerinden akar. $t = 0$ anında anahtar hızlıca B pozisyonuna getirilir ve R üzerinden geçen akım $I = I_0 e^{-t/\tau}$ denklemine göre azalır. Bu zaman periyodu süresince indükleçte indüklenen maksimum emk'nın $\mathcal{E}_{\text{maks}}$, pilin V_0. gerilimine eşit olduğunu gösteriniz. Şek. 30-28*b*'de uygun bir süreliğine anahtarın A pozisyonunda olduğunu düşünelim. Dolayısıyla R direnci üzerinden sabit $I_0 = V_0/R$ akımı akar. $t = 0$'da anahtar hızlıca B pozisyonuna getirilir ve akım R' direnci (R' direnci, R direncinden çok daha büyüktür) üzerinden $I = I_0 e^{-t/\tau'}$ denklemine göre azalır. Bu zaman periyodunda indükleçde indüklenen maksimum emk $\mathcal{E}_{\text{maks}}$'ın $(R'/R)V_0$ olduğunu gösteriniz. Eğer $R' = 55R$ ve $V_0 = 120$ V ise $\mathcal{E}_{\text{maks}}$ değerini hesaplayınız. [Mekanik anahtar açıldığında yüksek dirençli bir hava aralığı üretilir ki burada bu direnç R' ile modellenmiştir. Bu problem, akım taşıyan bir indüklecin aniden onu besleyen güç kaynağından kesilmesi durumunda neden bir yüksek gerilim kıvılcımının oluştuğunu gösterir].



(a)



(b)

ŞEKİL 30–28
Problem 27.

28. (II) Kontrollü olarak L özindüklemli bir bobindeki akımı açmak istiyorsunuz, $R = 2200\ \Omega$ olan bir direnç, bir anahtar ve bir da $V_0 = 240$ V'luk gerilim kaynağı devreye seri olarak yerleştiriliyor. Anahtarı kapattıktan sonra, bobin içerisinden geçen akım τ zaman sabitiyle kararlı olana kadar yükselir. Akımın kararlı değerinden memnun olunmasına rağmen τ yarı değerine indirilmek istenmektedir. R ve V_0'ın yeni değerleri ne olmalıdır?

29. (II) 12 V'luk bir pil, $R = 2.2\ \text{k}\Omega$'luk bir direnç ve $L = 18$ mH.'lik bir indükleç üzerinden kararlı bir akımın akması için yeterli bir süreyle bir LR devresine bağlıdır. $t = 0$'da pil, devreden çıkarılmaktadır ve akım direnç üzerinden üstel olarak azalmaktadır. Artan zamanın fonksiyonu olarak indüklecin uçları arasındaki emk'yı, $\mathscr{E}$, bulunuz. $\mathscr{E}$ ne zaman en büyük değerini alır ve *bu* maksimum değer nedir?

30. (III) İki sıkı sarımlı solenoit aynı dairesel kesit ve uzunluğa sahiptir. Ancak, solenoit 1'in sahip olduğu tel solenoit 2'nin sahip olduğundan 1.5 kat daha kalındır. (*a*) Bu iki solenoidin indüklemlerinin oranı nedir? (*b*) İndüksel zaman sabitlerinin oranı nedir (devrede başka direnç olmadığını kabul ediniz)?

30–5 *LC* Devreleri ve Salınımlar

31. (I) Bir AM radyonun istasyon ayarlayıcısındaki sığacın sığası radyo, 550 kHz frekanslı istasyona ayarlandığında 1350 pF olmaktadır. (*a*) 1600 kHz'lik bir istasyon için sığa ne olmalıdır? (*b*) İndüklem nedir (sabit olduğunu kabul ediniz)? Direnci ihmal ediniz.

32. (I) (*a*) Bir LC devresinin başlangıç şartları $t = 0$'da $I = I_0$ ve $Q = 0$ ise Q'yu zamanın fonksiyonu olarak yazınız. (*b*) Pratik olarak, bu başlangıç koşullarını nasıl kurarsınız?

33. (II) Bazı deneylerde kısa mesafeler sığaç kullanılarak ölçülmektedir. Bir LC devresinin plakasının alanı A olan paralel plakalı bir sığaç ve indüklemi L olan bir indükleç kullanarak oluştuğunu varsayalım. (*a*) Sığaç plakaları birbirinden x mesafesi ile ayrıldığında yük bu devre içerisinde $f = \omega/2\pi$ frekansında salınım yapıyorsa, $x = 4\pi^2 A\epsilon_0 f^2 L$ olduğunu gösteriniz. (*b*) Plakalar arasındaki uzaklık Δx, kadar değiştirildiğinde devrenin salınım frekansı Δf kadar değişmektedtir, $\Delta x/x \approx 2(\Delta f/f)$ olduğunu gösteriniz. (*c*) f, 1 MHz mertebesindeyse ve $\Delta f = 1$ Hz hassasiyet ile ölçülebiliyorsa, x yüzde kaç hassasiyetle belirlenebilir? Sığaç kenarlarındaki kenar etkisinin ihmal edilebileceğini kabul ediniz.

34. (II) 425 pF'lık bir sığaç135 V'a kadar yüklenip hemen 175 mH 'lik bir indükleçe bağlanıyor. (*a*) Salınımın frekansını, (*b*) akımın tepe değerini ve (*c*) indüklecin manyetik alanında depo edilen maksimum enerji değerini belirleyiniz.

35. (II) Bir LC devresinde $t = 0$'da $Q = Q_0$ ve $I = 0$ olduğunu kabul edelim. (*a*) Enerji, indükleç ve sığaç tarafından eşit olarak paylaşıldığı ilk anda, sığaç üzerindeki yük miktarı nedir? (*b*) Ne kadar zaman geçmiştir (T periyodu cinsinden)?

30–6 Dirençli *LC* Salınımları

36. (II) Sönümlü bir LC devresi çevrim başına elektromanyetik enerjisinin %35 kadarını ısıl enerji olarak kaybediyor. Eğer, $L = 65$ mH ve $C = 1.00\ \mu$F ise R değeri ne kadardır?

37. (II) Salınım yapan bir LRC devresi, indükleç ve sığacın elektrik alanında depolanan enerjinin başlangıçta sahip oldukları değerin %75'ine düşmesi için geçen süre ne kadardır? (Bknz. Şek.30-13; $R \ll \sqrt{4L/C}$) kabul ediniz).

38. (III) Bir salınıcının frekansını % 0.25 değiştirmek için saf bir LC devresine ($L = 350$ mH, $C = 1800$ pF) ne kadarlık bir direnç eklenmelidir? Frekans yükselir mi, yoksa düşer mi?

30–7 AA Devreleri; Reaktans

39. (I) Hangi frekansta 32.0 mH değerine sahip bir indükleç 660 Ω'luk bir reaktansa (indükleme) sahip olacaktır?

40. (I) (*a*) 60.0 Hz, (*b*) 1.00 MHz frekansında 9.2 μF'lık bir sığacın reaktansı ne kadardır?

41. (I) 1.0 μF'lık bir sığacın reaktansının 10 Hz'den 1000 Hz'e kadar frekansın fonksiyonu olarak grafiğini çiziniz.

42. (II) 33.3 kHz aa hattında 250V'a (kko) bağlanan 36.0mH'lik bir radyo bobininin reaktansını ve içindeki kko akımını hesaplayınız.

43. (II) Bir R direnci C sığacı ile paralel ve bu paralel kombinasyon R direnci ile seri haldedir, eğer bu ω, frekanslı bir aa gerilim kaynağına seri olarak bağlanırsa (*a*) $\omega = 0$ ve (*b*) $\omega = \infty$ gibi iki uç frekansta devrenin eşdeğer empedansı ne kadardır?

44. (II) Giriş gerilimi 60 Hz'de 110 V ve akımı 3.1 A olan bir transformatörün birincil sargısının indüklemi L nedir? İkinci sargıda akım olmadığını varsayınız.

45. (II) (*a*) 660 Hz'lik hatta 22 kV'a (kko), bağlanan 0.086-μF değerindeki sığacın reaktansı ne kadardır? (*b*) Akımın tepe değeri ile frekansını belirleyiniz.

46. (II) Bir sığaç yüksek frekanslı sinyalleri filtrelemek 60Hz'lık normal aa frekansını küçük kayıplarla geçirmek için, Şek. 30-18*b*'de görüldüğü gibi, bir B aygıtına paralel olarak bağlanmıştır. Şekil30-18*b*'deki B devresinin toprağa bağlı bir $R = 490\ \Omega$ direnci ve $C = 0.35\ \mu$F olduğunu farz ediniz. Gelen akımın hangi yüzdesi (*a*) 60 Hz; (*b*) 60,000 Hz'te R'den değil de C'den geçer?

47. (II) Bir $I = 1.80 \cos 377t$ akımı (I ampere, t saniye ve "açı" radyan cinsindendir) seri LR devresinden akmaktadır. $L = 3.85$ mH ve $R = 1.35\ \text{k}\Omega$ 'dur. Isıya harcanan ortalama güç ne kadardır?

30–8 *LRC* Seri AA Devresi

48. (I) Bir 10.0 kΩ'luk direnç ve 26.0 mH 'lik bir indükleçe seri bağlanmıştır. Kaynak frekansının (*a*) 55.0 Hz; (*b*) 55,000 Hz olması durumunda devrenin empedansını hesaplayınız.

49. (I) Bir 75Ω'luk direnç ve bir 6.8-μF 'lık sığaç bir aa kaynağına seri olarak bağlanmaktadır. Devrenin empedansını frekansın (*a*) 60 Hz; (*b*) 6.0 MHz olması durumunda hesaplayınız.

50. (I) 120V, 60 Hz'lik bir gerilim için 70 mA'lik akımın vücuttan geçmesi ölüme neden olur. Bunun olması için vücudun empedansı ne olmalıdır?

51. (II) 420 mH'lik indükleç 2.5 kΩ'luk dirençle seri bağlanarak bir aa güç kaynağı ile beslenmektedir. Empedans hangi frekansta 60 Hz'deki empedansın iki katı olur?

52. (II) (*a*) $R = 3.8\ \text{k}\Omega$, $C = 0.80\ \mu$F olması durumunda seri RC devresindeki kko akımın değeri nedir? Uygulanan gerilimin kko değeri 60.0 Hz'de 120 V'tur. Akım ve gerilim arasındaki faz açısı nedir? (*a*) Devrede harcanan güç ne kadardır? (*b*) R ve C'nin uçları arasında voltmetre hangi değerleri okur?

53. (II) Bir aa gerilim kaynağı seri olarak 1.0 μF sığaç ve 750 Ω'nin dirence seri bağlıdır. Bir dijital aa voltmetre kullanarak gerilim kaynağının genliği 4.0 V kko direnç ve sığaç uçları arasındaki gerilimler sırasıyla 3.0 V ve 2.7 V kko olarak ölçülmüştür. aa gerilim kaynağının frekansını belirleyiniz. Gerilim kaynağı üzerinde ölçülen gerilim değeri neden direnç ve sığaç üzerinde ölçülen gerilim değerlerinin toplamına eşit değildir?

54. (II) $L = 32.0\,\text{mH}$, $R = 8.70\,\text{k}\Omega$ ve $C = 6250\,\text{pF}$ kaynağına bağlanmış bir LRC devresinde toplam empedans, faz açısı ve kko akımı belirleyiniz.

55. (II) (*a*) 60.0Hz, 120 V kko ac gerilim kaynağı uygulandığında bir seri LR devresinde kko akımın değeri nedir? $R = 965\,\Omega$ ve $L = 225\,\text{mH}$ alın. (*b*) Gerilim ve akım arasındaki faz açısı nedir? (*c*) Ne kadar güç harcanır? (*d*) R ve L uçları arasında ne kadarlık kko gerilim okunur?

56. (II) $2.0\,\Omega$ dirençli bir 35 mH indükleç; 60 Hz, 45 V (kko) kaynakla 26 μF'lık bir sığaca seri bağlanmıştır. (*a*) kko akımı, faz açısı ve (*b*) devrede harcanan gücü belirleyiniz.

57. (II) Direnci $0.80\,\Omega$ dirence sahip bir 25 mH bobin bir C sığacına ve 360 Hz gerilim kaynağına bağlıdır. Eğer akım ve gerilim aynı fazda ise C ne olmalıdır?

58. (II) Bir 75 W'luk ampul 120 V'luk kko aa kaynağına uygulanacak şekilde çalıştırılması için tasarlanmıştır. Ampul bir indüklecine seri olarak bağlanmıştır ve bu birleşim sonra 60 Hz 240 V kko gerilim kaynağına bağlanmıştır. Ampulün düzgün çalıştırılması için L'nin değerini belirleyiniz. Ampulün R direncine sahip olup indükleminin ihmal edildiğini varsayın.

59. (II) Şek. 30–19'daki LRC devresinde, $I = I_0 \sin \omega t$ ve $V = V_0 \sin(\omega t + \phi)$ olduğunu varsayınız. Bu denklemleri kullanarak $P = IV$'den devrede harcanan anlık gücü belirleyiniz ve ortalama gücün Dnk.30-30'u doğrulayacak şekilde $\overline{P} = \frac{1}{2} V_0 I_0 \cos\phi$ olduğunu gösteriniz.

60. (II) Bir LRC seri devresi $R = 150\,\Omega$, $L = 25\,\text{mH}$ ve $C = 2.0\,\mu\text{F}$ değerlerine sahip olup tepe gerilimi $V_0 = 340\,\text{V}$ ve frekansı $f = 660\,\text{Hz}$ olan bir aa gerilim kaynağı ile desteklenmektedir. (*a*) Devredeki akımın tepe değerini belirleyiniz. (*b*) Akıma göre gerilim kaynağının faz açısını belirleyiniz. (*c*) R direncinin uçları arasındaki tepe gerilimini ve onun kaynak gerilimine göre faz açısını belirleyiniz. (*d*) L'nin uçları arasındaki tepe gerilimini ve onun kaynak gerilimine göre faz açısını belirleyiniz. (*e*) C'nin uçları arasındaki tepe gerilimini ve onun kaynak gerilimine göre faz açısını belirleyiniz.

61. (II) Bir LR devresi "faz değiştirici" olarak kullanılabilmektedir. Bir $V = V_0 \sin(2\pi f t + \phi)$ "giriş" kaynak gerilimi $L = 55\,\text{mH}$'lik bir indükleç ve R direnç birleşimin uçları arasına seri bağlanmıştır. Devrenin "çıkışı" direnç üzerinden alınmaktadır. Eğer $V_0 = 24\,\text{V}$ ve $f = 175\,\text{Hz}$, ise Çıkış gerilimi V_R'nin V giriş gerilimini 25^0 arkadan izlemesi için R değerini belirleyiniz. Çıkış geriliminin tepe değeri ile V_0 değerini (oran olarak) karşılaştırınız.

30–9 AA Devresinde Rezonans

62. (I) Bir 3800-pF'lık sığaç seri olarak 26.0-μH'luk bir dirence sahip olan $2.00\,\Omega$'lik bir bobine bağlanmıştır. Bu devrenin rezonans frekansı nedir?

63. (I) Örnek 30–11'deki LRC devresinin rezonans frekansı nedir? Bu frekansta ortalama olarak jeneratörden hangi oranda enerji alınmaktadır?

64. (II) Bir LRC devresi $L = 4.15\,\text{mH}$ ve $R = 3.80\,\text{k}\Omega$. içermektedir. (*a*) 33.0 kHz'de rezonans oluşturabilmek için C hangi değerde olmalıdır? (*b*) Eğer uygulanan dış gerilimin tepe değeri 136 V ise bu rezonans değerinde en yüksek akım değeri ne kadardır?

65. (II) Bir LRC devresinde bir aa gerilim kaynağının (V_0 tepe gerilimi) frekansı, devrenin $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ rezonans frekansına ayarlanmaktadır. (*a*) Sığaç uçları arasındaki tepe gerilimin $V_{C0} = V_0 T_0/2\pi$ olduğunu gösteriniz, burada $T_0 (= 1/f_0)$ rezonans frekansının periyodu ve $\tau = RC$ ise R *direnci üzerinden sığacın yüklenmesi için gereken zaman sabitidir.* (*b*) $\beta = T_0/(2\pi\tau)$ olarak tanımlanırsa $V_{C0} = \beta V_0$ olur. β sığaç uçları arasındaki gerilim kaynağının "yükseltme"sidir. Eğer özellikle bir LRC devresi 2.0 nF'lık bir sığaç içeriyorsa ve 5.0 kHz'lik bir rezonans frekansına sahipse, R'nin hangi değeri $\beta = 125$ değerini sağlar?

66. (II) Piezoelektrik materyallerinden üretilen sığaçlar yaygın olarak "hoparlör" olarak kullanılmaktadır. Bunların çoğu zaman çalışma gerilimleri yüksektir. Gereken gerilimin sağlanması için kullanılan bir yöntem Şek. 30-29'da gösterildiği gibi hoparlörün bir LRC devresinin bir parçası olarak kullanılmasıdır, burada hoparlör elektriksel olarak $C = 1.0\,\text{nF}$ 'lik bir sığaç olarak modellenir. $R = 35\,\Omega$ ve $L = 55\,\text{mH}$ alınız. (*a*) Devrenin f_0 rezonans frekansı nedir? (*b*) Eğer gerilim kaynağının tepe değeri $f = f_0$ frekansında $V_0 = 2.0\,\text{V}$ ise hoparlörün (yani c sığacının) uçları arasındaki V_{C0} tepe değerini bulunuz. V_{C0}/V_0 oranını belirleyiniz.

Piezoelektrik hoparlör

ŞEKİL 30–29
Problem 66.

67. (II) (*a*) Bir LRC devresinde harcanan ortalama güç, $\overline{P}$'yi L, R, C, ω, ve V_0 cinsinden veren bir bağıntı bulunuz? (*b*) Güç hangi frekansta en büyük değerini alır? (*c*) Ortalama güçteki rezonans tepesinin genişliği, $\Delta\omega$, ($\overline{P}$'nin en yüksek değerinin yarısına sahip olduğu andaki iki frekans (açısal) arasındaki fark) için bir yaklaşık bağıntı bulunuz. Sivri bir tepe farz ediniz.

68. (II) (*a*) Bir LRC devresinde sığaç üzerindeki Q yükünün salınımının genliğinin aşağıdaki gibi olduğunu gösteriniz:

$$Q_0 = \frac{V_0}{\sqrt{(\omega R)^2 + \left(\omega^2 L - \frac{1}{C}\right)^2}}.$$

(*b*) Hangi ω' açısal frekansında Q_0 en yüksek değere sahip olacaktır? (*c*) Bunu zorlanmış sönümlü harmonik salınıcı (Bölüm 14) ile karşılaştırarak tartışınız. (Bu Bölümdeki Soru 14'de bknz.)

69. (II) Bir rezonans devresi 220 nF'lık sığacı 18.0 kHz'lik frekansta kullanarak rezonansa gelmektedir. Hava nüveli indükleç 1.1 mm çapında 12.0 m uzunluğunda yalıtılmış telden yapılmış ve birbirlerine çok yakın sarımlardan oluşan bir solenoittir. İndükleç kaç tane sarımdan oluşmaktadır?

*30–10 Empedans Eşleşmesi

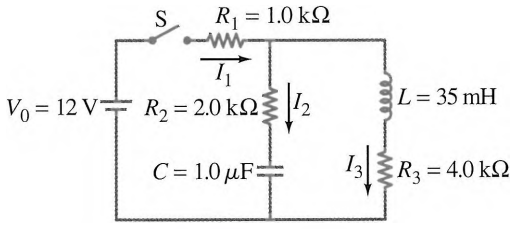
***70.** (II) Bir elektrokardiyogram yükselticisinin çıkışının empedansı $45\,\text{k}\Omega$'dur. Bu yükseltici $8.0\,\text{k}\Omega$'luk dirence sahip bir hoparlöre bir transformatör aracılığı ile bağlanmaktadır. Transformatörün sarım oranı ne kadardır?

Genel Problemler

71. Bir 2200 pF'lık sığaç 120 V'a kadar doldurulup sonra hemen bir indükleçe bağlanmaktadır. Salınım frekansı 17 kHz olarak gözlenmektedir. (*a*) İndüklemi; (*b*) akımın en büyük değerini ve (*c*) indükleçin manyetik alanında depolanan en yüksek enerjiyi belirleyiniz.

72. $t = 0$ anında, 60.0 mH 'lik bir indükleçden geçen akım 50.0 mA olup 78.0 mA/s hızıyla artmaktadır. İndükleçte başlangıçta depolanan enerji miktarı ne kadardır ve enerjinin başlangıç değerinin 5.0 katına çıkması için ne kadar süre gereklidir?

73. $t = 0$ anında, Şek30–30'da gösterilen anahtar kapatılmaktadır. Yeteri kadar uzun bir süre sonra sırasıyla R_1, R_2 ve R_3 dirençleri üzerinden geçen kararlı akımlar I_1, I_2 ve I_3 olmaktadır. Bu üç akımı belirleyiniz.

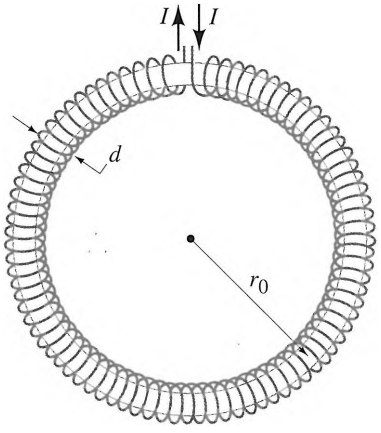


ŞEKİL 30–30 Problem 73.

74. (*a*) Her birinin çapı d olan N sarımlı r_0 yarıçaplı bir toroidin (Şek.30–31) L öz indükleminin, $r_0 >> d$ olması durumunda;

$$L \approx \frac{\mu_0 N^2 d^2}{8 r_0}$$

olduğunu gösteriniz. Toroid içerisindeki alanın düzgün olduğunu varsayınız, bu geçekten doğru mudur? Bu sonuç bir solenodin L'sı ile uyumlu mudur? Uyumlu olmalı mıdır? (*b*) Sarımlarının çapı 2.0 cm ve bütün halkanın çapı 66 cm olan büyük bir toroidin L'sini hesaplayınız. Toroid içerisindeki alanın düzgün olduğunu kabul ediniz. Toplam 550 sarım vardır.



ŞEKİL 30–31
A toroid. Problem 74.

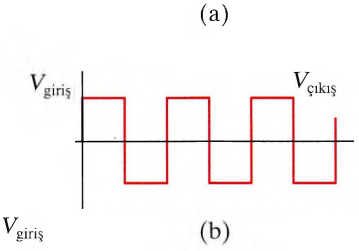
75. Bir lambanın kablosundaki gibi bir çift düzgün paralel ince tel, her biri r yarıçapına sahip olup ℓ mesafeyle birbirlerinden ayrılmış olup uzaktaki bir devreye akım taşımaktadırlar. Tellerin içindeki alanı ihmal ederek, birim uzunluk başına indüklemin $(\mu_0/\pi)\ln[(\ell - r)/r]$ olduğunu gösteriniz.

76. Yerin ortalama manyetik alanını yere yakın yerlerde $0.50 \times 10^{-4}\,\text{T}$ olarak kabul ederek, yerin yüzeyinin 5.0 km üzerine kadar bu alanda biriken toplam enerjiyi tahmin ediniz.

77. (*a*) Kritik altı sönümlü bir *LRC* devresi için, zamanın fonksiyonu olarak elektrik ve manyetik alanda depolanan $U = U_E + U_B$ enerji için bağntı bulunuz. Cevabınızı sığaç üzerindeki başlangıç yükü Q_0 cinsinden veriniz. (*b*) dU/dt'nin, dirençte enerjinin harcanma hızı I^2R'ye nasıl bağlı olduğunu gösteriniz.

78. Elektronik cihazlar akımdaki ani yükselişlere karşı korunma ihtiyacı duyarlar. Özellikle, devreye güç verildiğinde akımın ilk 75 μs 'de 7.5 mA'den yukarı çıkmaması gerekmektedir. Bir cihaz 150 Ω dirence sahip olup 33 mA'de çalıştırılmaya göre tasarlanmıştır. Bu cihazı nasıl korursunuz?

79. Şek. 30–32*a*'da gösterilen devre eğer zaman sabiti L/R, $V_{\text{giriş}}$ değişim süresiyle karşılaştırıldığında daha büyük ise, $V_{\text{giriş}}$'in integralini alır. Bu integral alıcının Şek.30-32*b*'de gösterilen kare dalga sinyali girişi için nasıl çalıştığını açıklayın ve çıkışı çizin. [*İpucu*: Devre için Kirchhoff kapalı devre kuralını yazınız. Bu diferansiyel denklemdeki (I için) her bir terimi $e^{Rt/L}$ ile çarparak entegrasyonu kolaylaştırınız.]



ŞEKİL 30–32
Problem 79.

80. Şek. 30–18a'daki B devresinin $R = 550\,\Omega$. direnç içerdiğini varsayınız. Filtre sığaç $C = 1.2\,\mu\text{F}$ 'lık sığaya sahip olsun. Bu sığaç ac 6.0 kHz'lik yüksek frekansı geçirip, 6.0 Hz'lik düşük frekansı eleyebilecek midir? Bunu kontrol edebilmek için, (*a*) 60 Hz; (*b*) 6.0 kHz frekanslı 130 mV'luk sinyaller için direncin üzerine düşen gerilimi belirleyiniz.

81. Bir aa gerilim kaynağı $V = V_0 \sin(\omega t + 90°)$, L indüklecinin uçları arasına bağlanmaktadır ve bu devrede $I = I_0 \sin(\omega t)$ akımı dolaşmaktadır. Akım ve gerilim arasında 90° faz farkı olduğunu da not edelim. (*a*) Kaynak tarafından sinüzoidal çevrimin bir periyodu içinde sağlanan ortalama gücü $\overline{P} = \int_0^T VI\,dt/T$ entegrali ile doğrudan hesaplayınız. (*b*) $P = I_{\text{kko}}\,V_{\text{kko}}\cos\phi$ bağıntısını bu devreye uygulayınız ve bulduğunuz cevabın (*a*)'da bulduğunuz cevapla uyumlu olduğunu gösteriniz. Sonuç üzerinde yorumlar yapınız.

82. Bir devre iki eleman içermektedir, ancak bunların L, R veya C'mi olduğu bilinmemektedir. Devre 60 Hz frekanslı 120 V'a bağlandığında bu devreden geçen akım 5.6 A olup gerilimi 65^0 geriden izlemektedir. Bu iki eleman nedir ve değerleri ne kadardır?

83. Bir 3.5 kΩ direnç 440 mH'lik indükleçe seri olarak bağlı olup bir aa güç kaynağıyla beslenmektedir. Hangi frekansta 60 Hz'lik empedansın iki katı empedans elde edilir.

84. (*a*) $R = 5.70\,\text{k}\Omega, C = 1.80\,\mu\text{F}$ ve 60.0 Hz frekansta uygulanan kko gerilimi 120 V ise bir *RC* devresindeki kko akım değeri nedir? (*b*) Akım ve gerilim arasındaki faz açısı ne kadardır? (*c*) Devrede harcanan enerji ne kadardır? (*d*) *R* ve *C* üzerinde voltmetre hangi değerleri okur?

85. Bir indüklem bobini 45 V'luk bir pile bağlandığında 2.5 A da akım çekmektedir. 60 Hz 120 V'luk (kko) kaynağa bağlandığında ise çekilen akım 3.8 A (kko)'dir. Bobinin indüklem ve direncini belirleyiniz.

86. Bir rezonans devresinin **Q-değeri** sığaç uçları arasındaki gerilimin rezonans anında direnç üzerine düşen gerilime oranı olarak belirlenebilir. Daha büyük bir *Q* çarpanı daha keskin bir rezonans eğrisi ve daha keskin bir istasyon ayarlanması demektir. (*a*) *Q* çarpanının $Q = (1/R)\sqrt{L/C}$ bağıntısıyla hesaplanabileceğini gösteriniz. (*b*) $f_0 = 1.0\,\text{MHz}$, rezonans frekansında *Q* çarpanının 350 olması için *L* ve *R* değerleri ne olmalıdır? $C = 0.010\,\mu\text{F}$ olduğunu kabul ediniz.

87. Zayıf sönümlü bir *LRC* devresinde $(R^2 \ll 4L/C)$ çevrim başına kaybedilen elektromanyetik enerji miktarı (termal enerjiye dönüşen) yaklaşık olarak;

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{2\pi R}{L\omega} = \frac{2\pi}{Q}$$

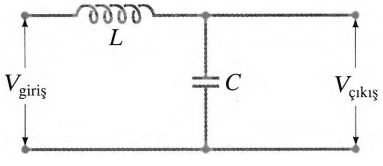
bağıntısıyla hesaplanabilir. $Q = L\omega/R$, olarak tanımlanabilen *Q* büyüklüğü, devrenin *Q-değeri*, veya *kalite çarpanı* olarak adlandırılır ve oluşan sönümünün bir ölçüsüdür. Yüksek *Q*-değeri, daha az sönüm ve salınımın sürdürülmesi için daha az giriş enerjisi anlamına gelir.

88. Bir *LRC* seri devresinde, indüklem 33 mH, sığa 55 nF ve direnç 1.50 kΩ 'dur. Hangi frekansta güç çarpanı 0.17 olur?

89. İncelediğimiz bir *LRC* seri devresinin, Şek.30–19, gerilimini $V = V_0 \sin \omega t$. olarak belirlediğimizi düşünelim. (*a*) Bu durum için Şek.30-21'dekine benzer bir fazör diyagramını çiziniz. (*b*) *I* akımı için bütün terimleri tanımlayarak bir bağıntı yazınız.

90. $V = 0.95 \sin 754t$ gerilimi bir *LRC* devresine uygulanmaktadır (*I* Ampere, *t* saniye, *V* volt ve "açı" radyan cinsindendir). Burada $L = 22.0\,\text{mH}$, $R = 23.2\,\text{k}\Omega$, ve $C = 0.42\,\mu\text{F}$ değerindedir. (*a*) Faz açısı ve empedans değeri nedir? (*b*) Devrede harcanan güç ne kadardır? (*c*) Her bir eleman üzerine düşen kko akım ve gerilim değerleri nedir?

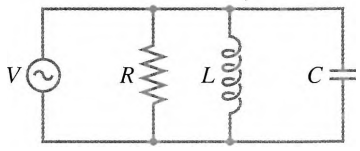
91. *Filtre devresi.* da gerilimini Şekil 30-33, mümkün olduğu kadar asgari kayıpla geçirecek fakat mevcut olabilecek aa bileşenlerini elimine edecek şekilde tasarlanmış (örneğin, bir stereo alıcıda gürültüye neden olan 50–Hz gerilim hattı) basit bir filtre devresini göstermektedir. $V_{\text{giriş}} = V_1 + V_2$ (burada, V_1 da ve $V_2 = V_{20} \sin \omega t$ olup herhangi bir yerdeki direnç çok küçüktür.) kabul ederek, (*a*) sığaç üzerinden geçen akımı belirleyecek genlik ve fazı bulunuz. ($R = 0$ ve $X_L > X_C$ olduğunu kabul ediniz). (*b*) Çıkış geriliminin aa bileşeninin, $(Q/C) - V_1$, değerine eşit olduğunu gösteriniz, burada *Q* herhangi bir anda sığaç üzerindeki yükü göstermektedir. Ayrıca, $V_{\text{çıkış}}$'ın genlik ve fazını belirleyiniz. (*c*) aa gerilimi azalmasının $X_C \ll X_L$, olduğunda maksimum olduğunu göstererek bu durumda aa çıkış geriliminin giriş gerilimine oranını hesaplayınız. (*d*) da çıkış gerilimini, giriş gerilimi ile karşılaştırınız.



ŞEKİL 30–33
Problem 91 ve 92.

92. Şek. 30–33'deki (Problem 91) filtre devresinde *L* indüklecinin büyük bir *R* direnci ile değiştirilmesi halinde, giriş da geriliminin yüksek ve akımın (ve gücün) düşük olması durumunda aa geriliminin hala belirli bir şekilde azalacağını ve da geriliminin pek azalmayacağını gösteriniz.

93. Bir direnç *R*, sığaç *C* ve indükleç *L* paralel olacak şekilde Şek. 30–34'de gösterildiği gibi bir aa gerilim kaynağına bağlanmaktadır. emk kaynağı $V = V_0 \sin \omega t$ 'dir. Akımı zamanın fonksiyonu olarak (genlik ve fazı da içerecek şekilde) (*a*) dirençte, (*b*) indükleçte, (*c*) sığaçta belirleyiniz. (*d*) Kaynağı terk eden toplam akım ne kadardır? (I_0 genliğini ve fazı veriniz). (*e*) $Z = V_0/I_0$ şeklinde verilen empedansı belirleyiniz. (*f*) Güç çarpanı ne kadardır?

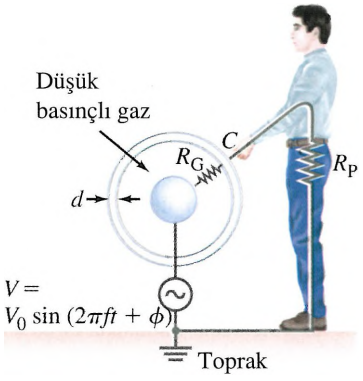


ŞEKİL 30–34
Problem 93.

94. Bir seri *LRC* devresinin hepsi seri olmak üzere R_1ve R_2 gibi iki direnç C_1 ve C_2 gibi iki sığaç ve L_1 ve L_2 gibi iki indükleç içerdiğini varsayalım. Devrenin toplam empedansını hesaplayınız.

95. Akımın 4.3 A olması durumunda 60 Hz'de 230 V girişi olan bir transformatörün birinci sargısının *L* indükleminı belirleyiniz. İkincil sargıda akımın olmadığını varsayınız.

96. Bir *plazma küresi*nde, içi boş bir cam küre düşük basınçta gazla doldurulmuş ve küçük bir küresel metal elektrot küre merkezine yerleştirilmiştir. Tepe gerilimi V_0 ve frekansı *f* olan bir aa gerilim kaynağının toprakla metal küre arasında uygulandığını ve bir kişinin kürenin dış yüzeyine yaklaşık olarak 1.0 cm^2 alana sahip parmağının ucuyla dokunduğunu varsayınız. Bu duruma eşdeğer devre Şek. 30–35'de gösterilmektedir, burada R_G ve R_K sırasıyla gaz ve kişinin dirençleri olup *C* gaz, cam ve parmak tarafından oluşturulan sığadır. (*a*) Paralel plakalı sığaç olduğunu kabul ederek *C*'yi belirleyiniz. İletken gaz ve kişinin parmak ucu $A = 1.0\ \text{cm}^2$ alana sahip sığaç plakalarını oluşturuyorlar. Plakalar $d = 2.0$ mm kalınlığında bir cam ile birbirinden ayrılmıştır (dielektrik sabiti $K = 5.0$). (*b*) Tipik bir plazma küresinde, $f = 12$ kHz'dir. Bu frekansta C'nin X_C empedansını MΩ cinsinden belirleyiniz. (*c*) Gerilim $V_0 = 2500$ V olabilir. Bu yüksek gerilimle, gazın dielektrik dayanıklılığı aşılmakta ve gaz iyonize olmaktadır. Bu "plazma" durumunda gaz ışık (kıvılcım) yaymakta ve aşırı iletken durumuna geçtiğinden $R_G << X_C$ olmaktadır. Aynı şekilde $R_K << X_C$ olduğunu varsayarak, verilen devrede dolaşan akımın tepe değerini bulunuz. Bu seviyedeki akım tehlikeli midir? (*d*) Eğer plazma küresi $f = 1.0$ MHz'de çalıştırılırsa verilen devredeki tepe akım değerini tahmin ediniz. Bu seviyedeki akım değeri tehlikeli midir?



ŞEKİL 30–35
Problem 96.

97. 60 Hz'de 120 V ile beslenen belirli bir devrede bulunan küçük bir elektromıknatıs 350 W harcamaktadır. Bir aa multimetre kullanarak akımı ölçmekte ve değerini 4.0 A kko bulmaktasınız. İç direnç ve indüklemin değeri nedir?

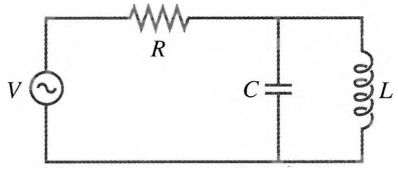
98. Bir L indükleçi bir R direnciyle seri olarak bağlanmış olup sinüzoidal bir gerilim kaynağı tarafından beslenmekte, devrenin davranışı şu diferansiyel denklemle betimlenmektedir:

$$V_0 \sin \omega t = L\frac{dI}{dt} + RI.$$

Devrede $I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$ formundaki akımının dolaştığını diferansiyel denkleme doğrudan yerleştirerek gösteriniz. Akımın I_0 genliğini ve akım ile gerilim kaynağı arasındaki ϕ faz farkını belirleyiniz.

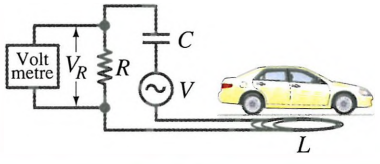
99. Bir LRC seri devresinde, aa gerilim kaynağının belirli bir f frekans değerine sahip olduğunda, indüklecin uçları arasındaki tepe gerilim değeri sığacın uçları arasındaki gerilimden 6.0 defa daha büyüktür. Bu devre için f frekansını f_0 rezonans frekansı cinsinden belirleyiniz.

100. Şekil 30-36'da gösterilen bir devre için, $V = V_0 \sin \omega t$ 'dir. Devredeki her bir eleman üzerindeki akımı ve toplam akımı hesaplayınız. [*İpucu*: Kaynağı terk eden akım için $I = I_0 \sin(\omega t + \phi)$ ifadesini deneyiniz.]



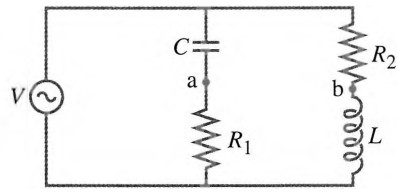
ŞEKİL 30–36
Problem 100.

101. Trafik ışıklarındaki araçların denetlenmesi için 2m mertebesindeki boyutlarla tel halkalar yatay olarak yolların altına gömülmektedir. Böyle bir halkanın özindükleminin $L = 5.0\,\text{mH}$ olduğunu ve bunun Şek.30-37'de gösterilen bir LRC devresinin bir parçası olduğunu, $C = 0.10\,\mu\text{F}$ ve $R = 45\,\Omega$. olduğunu kabul ediniz. aa gerilimi f frekansına sahip olup kko gerilimi V_{kko}'dir. (*a*) f frekansı devrenin f_0 rezonans frekansına uyacak şekilde seçilmiştir. f_0 frekansını bulunuz ve $f = f_0$ olması durumunda direnç üzerindeki kko gerilimi $(V_R)_{\text{kko}}$ nedir? (*b*) f, C, ve R'nin hiç değişmediğini ancak bir araç gömülü halkanın üzerine gelirse devrenin öz indükleminin 10% oranında düştüğünü varsayınız (araçların metal kısımlarında oluşan girdap akımlarına bağlı olarak). Halkanın üzerinde hiç araba olmaması durumuna göre bu durumda $(V_R)_{\text{kko}}$ geriliminin hangi çarpan kadar düşeceğini belirleyiniz. [$(V_R)_{\text{kko}}$'nin izlenmesi araçların var olup olmadığının algılanmasını sağlar.]



ŞEKİL 30–37
Problem 101.

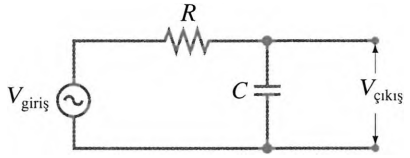
102. Şek.30–38, gösterilen devre için eğer $R_1 R_2 = L/C$ koşulu sağlamıyorsa bütün frekanslar için a ve b noktaları arasındaki potansiyel farkının sıfır olduğunu gösteriniz.



ŞEKİL 30–38
Problem 102.

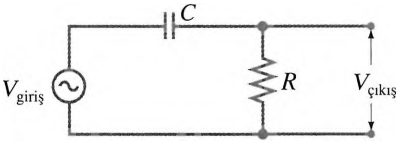
* Sayısal/Hesaplama

***103.** (II) Şek.30-39'da gösterilen RC devresi düşük frekanslı aa sinyallerini yüksek frekanslı aa sinyallerine göre daha az sayıflama ile geçirdiğinden **düşük-geçirimli** filtre olarak adlandırılır. (*a*) Gerilim kazancının $A = V_{\text{çıkış}}/V_{\text{giriş}} = 1/(4\pi^2 f^2 R^2 C^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$ olduğunu gösteriniz. (*b*) $f \to 0$ ve $f \to \infty$ için A kazancının davranışını tartışınız. (*c*) $R = 850\,\Omega$ ve $C = 1.0 \times 10^{-6}\,\text{F}$ seçerek düşük ve yüksek frekanslarda devrenin davranışını göstermek için log f'ye karşı log A grafiğini uygun ölçek kullanarak çiziniz.



ŞEKİL 30–39
Problem 103.

***104.** (II) Şek.30-40'da gösterilen RC devresi yüksek frekanslı aa sinyallerini düşük frekanslı aa sinyallerine göre daha az zayıflama ile geçirdiğinden yüksek-geçirimli filtre olarak adlandırılır. (*a*) Gerilim kazancının $A = V_{\text{çıkış}}/V_{\text{giriş}} = 2\pi f RC/(4\pi^2 f^2 R^2 C^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$ olduğunu gösteriniz. (*b*) $f \to 0$ ve $f \to \infty$ için A kazancının davranışını tartışınız. $R = 850\,\Omega$ ve $C = 1.0 \times 10^{-6}\,\text{F}$ seçerek düşük ve yüksek frekanslarda devrenin davranışını göstermek için log f'ye karşı log A grafiğini uygun ölçek kullanarak çiziniz.



ŞEKİL 30–40
Problem 104.

***105.** (III) $V_{\text{kko}} = 0.100$ V olan bir sinüzoidal gerilim kaynağı (Şek.30-19) olan bir aa LRC devresi için I_{kko} grafiği çizebilecek bir bilgisayar programı yazınız veya bir tablolama programı kullanınız. $L = 50\,\mu\text{H}$ ve $C = 50\,\mu\text{F}$ için aynı grafik üzerinde $\omega = 0.1\omega_0$'dan, $\omega = 3.0\omega_0$'a kadar (*a*) $R = 0.10\,\Omega$, ve (*b*) $R = 1.0\,\Omega$ için I_{kko} grafiği çiziniz.

Alıştırmaların Yanıtları

A: (*a*) 360 A/s; (*b*) 12 V.

B: (*b*).

C: (*a*).

D: Dnk. 30–5'den VT/A boyutlarına sahiptir, dolayısıyla (L/R)'nin L boyutları $(VT/A)/(V/A) = T$ 'dir.

E: (*d*).

F: (*c*)

G: (*a*).

H: (*c*).

Kablosuz teknoloji çevremizi kuşatmıştır: fotoğrafta, kablosuz telefon iletişimi için kullanılan Mavidiş (bluetooth) kulaklığını ve kablosuz bağlantılı (wifi) bilgisayarı görmekteyiz. Wifi anteni fotoğrafın sol altında görülmektedir. Bütün bu cihazlar, bu Bölümde inceleyeceğimiz Maxwell'in önemli çalışmasına dayanan, uzayda ilerleyen elektromanyetik dalgalar sayesinde çalışır. Modern kablosuz cihazlar, yüzyıl önce Marconi'nin geliştirdiği uzun mesafeli bilgi iletiminin uygulamalarıdır.

Maxwell'in, EM dalgaların varlığını kendi meşhur denklemlerinden öngördüğünü bu Bölümde göreceğiz. Maxwell denklemleri elektromanyetizmanın görkemli bir özetidir. Ayrıca, EM dalgaların nasıl enerji ve momentum taşıdığını da inceleyeceğiz.



BÖLÜM

31

Maxwell Denklemleri ve Elektromanyetik Dalgalar

İÇERİK

31–1 Değişen Elektrik Alanları Manyetik Alanlar Üretir; Amper Yasası ve Yerdeğiştirme Akımı
31–2 Manyetizma için Gauss Yasası
31–3 Maxwell Denklemleri
31–4 Elektromanyetik Dalgaların Üretimi
31–5 Elektromanyetik Dalgalar ve Bunların Hızı; Maxwell Denklemlerinden Türetimi
31–6 Elektromanyetik Dalga olarak Işık ve Elektromanyetik Tayf
31–7 Işık Hızının Ölçümü
31–8 EM Dalgalarda Enerji; Poynting Vektörü
31–9 Radyasyon Basıncı
31–10 Radyo ve Televizyon; Kablosuz İletişim

BÖLÜM-AÇILIŞ SORUSU —Şimdi tahmin edin!

Aşağıdakilerden hangisi radyo dalgaları ile X ışınları arasındaki farkı en iyi tanımlar?

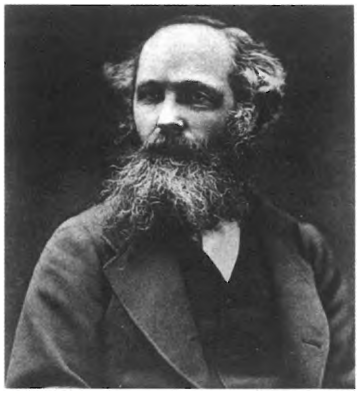
(a) X-ışınları radyasyondur, oysa radyo dalgaları elektromanyetik dalgadır.
(b) Her ikisi de elektromanyetik dalgalar olarak düşünülebilir. Bunlar sadece dalgaboyu ve frekans olarak farklıdır.
(c) X-ışınları saf enerjidir. Radyo dalgaları enerji değil alanlardan meydana gelir.
(d) Radyo dalgaları antendeki elektrik akımlarından gelir. ışınları elektrik yükü ile ilişkili değildir.
(e) (e) X-ışınlarının fotoğraf filminde iz bırakması, radyo dalgalarının ise bırakmaması, bunların temelde farklı oldukları anlamına gelir.

On dokuzuncu yüzyılda elektromanyetik teorinin doruk noktası, elektromanyetik alan dalgalarının uzayda ilerleyebileceğini öngörmesi ve deneylerle doğrulamasıydı. Bu başarı, tamamen yeni bir iletişim dünyasının kapılarını açtı: önce kablosuz telgraf, sonra radyo ve televizyon, son yıllarda da cep telefonları, uzaktan kontrol cihazları, kablosuz bağlantı ve Mavidiş. En önemlisi, görünür ışığın elektromanyetik dalga olduğunun muhteşem öngörüsüydü.

Elektromanyetik dalgaların teorik olarak öngörülmesi, elektrik ve manyetizmanın bütün doğasını tek bir görkemli teoride birleştiren İskoçyalı fizikçi James Clerk Maxwell'in (1831-879; Şek.31-1) eseriydi.

On dokuzuncu yüzyılın başlarında elektromanyetik teorinin Oersted, Ampere ve diğerleri tarafından geliştirilmesi gerçekte elektrik ve manyetik alanlara dayalı olarak yapılmamıştır. Alan düşüncesi, bu çalışmalardan bir süre sonra Faraday tarafından ileri sürülmüş ve Maxwell, bütün elektrik ve manyetik olayların elektrik ve manyetik alanları içeren sadece dört denklem kullanılarak betimlenebileceğini gösterinceye kadar genel olarak kullanılmamıştır. **Maxwell denklemleri** olarak bilinen bu denklemler elektromanyetizmanın bütünü için temel denklemlerdir. Newton'un üç hareket yasası ve evrensel çekim yasasının mekanik için anlamı ne ise, aynı anlamda temeldirler. Bir düşünceye göre bunlar çok daha temeldir, çünkü bunlar görelilik teorisi (Bölüm 36) ile uyumludur, oysa Newton yasaları değildir. Bu dört denklem takımı, elektromanyetizmanın tamamını içerdiği için Maxwell denklemleri, insan aklının büyük zaferlerinden birisi olarak düşünülür.

Maxwell denklemlerini ve elektromanyetik dalgaları tartışmadan önce, ilk olarak Maxwell'in büyük yeni öngörüsünü ve ek olarak manyetizma için Gauss yasasını tartışmamız gerekir.



ŞEKİL 31–1 James Clerk Maxwell (1831–1879).

31–1 Değişen Elektrik Alanlar Manyetik Alanlar Üretir; Ampere Yasası ve Yerdeğiştirme Akımı

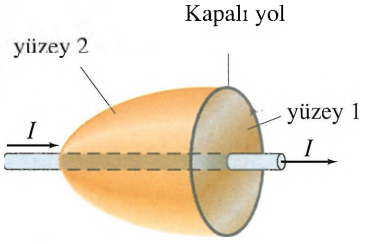
Ampere Yasası

Bir manyetik alanın elektrik akımı ile üretildiği Oersted tarafından keşfedilmiş ve matematik bağıntısı Ampere tarafından verilmiştir (Dnk.28-3):

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\text{encl}}.$$

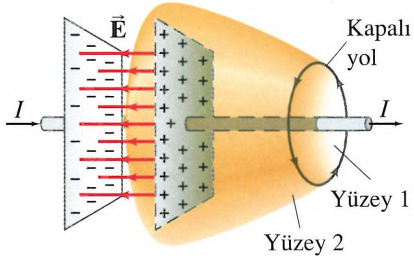
Manyetik alanların farklı bir yolla da üretilebilmeleri mümkün müdür? Kısım 29-7'de tartışıldığı gibi, değişen manyetik alan elektrik alan ürettiğine göre, o zaman tersi de doğru olabilir; yani, *değişen elektrik alan manyetik alan üretecektir.* Eğer bu doğru ise, doğada çok güzel bir simetri var demektir.

Değişen elektrik alanın manyetik alan üreteceği düşüncesini desteklemek için, sonuca dolaylı bir yaklaşım kullanırız. Ampere yasasına göre, seçilen herhangi bir kapalı yolu küçük $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ parçalarına böler, o bölgedeki $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı ile her bir $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ parçasının skaler çarpımını alır ve bütün bu çarpımları seçilen kapalı yol boyunca toplarız (integralini alırız). Bu toplam, çizgi integralinin yolu ile sınırlandırılmış yüzey içinden geçen toplam I akımının μ_0 katına eşit olacaktır. Düz bir iletken tel çevresindeki alana Ampere yasasını uyguladığımızda (Kısım 28-4) akımın, dairesel halka tarafından çevrelenmiş dairesel alan içinden geçtiğini hayal etmiştik. O bölge Şek.31-2'de görülen düzlemsel "yüzey 1"dir. Fakat Ampere yasası için yüzey olarak Şek. 31-2'deki saksı biçimli "yüzey 2" yi de kullanabilirdik, çünkü aynı I akımı bu yüzeyden de geçer.



ŞEKİL 31–2 Ampere yasasının aynı kapalı yol ile sınırlandırılmış iki farklı yüzeye uygulanması.

ŞEKİL 31–3 Boşalmakta olan bir sığaç. İletim akımı 1 yüzeyinden geçer, fakat 2 yüzeyinden iletim akımı geçmez. Ampere yasasında fazladan bir terim gereklidir.



Şimdi, Şek.31-3'deki durum için kapalı dairesel yolu düşünün, burada bir sığaç boşalmaktadır. Ampere yasası yüzey 1 için kullanışlı (I akımı yüzey 1 içinden geçer), fakat yüzey 2 için kullanışsızdır, çünkü yüzey 2 içinden akım geçmez. Tel çevresinde manyetik alan vardır ve bu yüzden Ampere yasasının ($\int \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$) sol tarafı sıfır değildir; fakat yüzey 2 içinden akım akmadığından Ampere yasasının sağ tarafı sıfırdır. Ampere yasasının bir çelişkisi var gibi görünmektedir.

Şek. 31-3'te manyetik alan, sadece yükün sığaç plakalarından uzaklaştığı veya plakalara doğru aktığı zamanlarda mevcuttur. Plakalar üzerindeki yükün değişmesi, plakalar arasındaki elektrik alanının zamanla değiştiği anlamına gelir. Maxwell, Şek. 31-3'teki yüzey 2 içinden geçmeyen akım problemini, Ampere yasasının sağ tarafında değişen elektrik alanını içeren fazladan bir terimin olması gerektiğini önererek çözdü.

Kapalı yol

Yüzey 1

Yüzey 2

ŞEKİL 31–3 (Tekrar) Metre bakınız.

Şek. 31-3'deki sığaç plakaları arasındaki değişen elektrik alanından yola çıkarak bu terimin ne olabileceğini tartışalım. C sığalı sığaç üzerindeki Q yükü $Q = CV$'dir. Burada V plakalar arasındaki potansiyel farkıdır (Dnk.24-1). $V = Ed$ olduğunu hatırlayalım, burada plakalar arasındaki (küçük) uzaklık d ve bunlar arasındaki (düzgün) elektrik alan şiddeti E'dir. Aynı zamanda plaka kenarlarındaki alan saçaklanması ihmal edilmiştir. Ayrıca, paralel plakalı sığaç için $C = \epsilon_0 A/d$ 'dir. Burada A plakaların yüzey alanıdır. Bunları birleştirerek

$$Q = CV = \left(\epsilon_0 \frac{A}{d}\right)(Ed) = \epsilon_0 AE$$

elde ederiz. Plakalardaki yük dQ/dt, hızıyla değişirse, elektrik alanı da bu hızla orantılı olarak değişir. Yani, bu bağıntının türevi alınırsa,

$$\frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt}$$

elde edilir. dQ/dt aynı zamanda sığaca giren ya da çıkan I akımıdır:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Burada $\Phi_E = EA$ kapalı yol içinden geçen elektrik akısıdır (Şek.31-3'deki yüzey 2). Böylece, Ampere yasasını, yüzey 1 (I akımı akar) için olduğu gibi, Şek.31-3'deki yüzey 2'ye de uygulayabilmek için aşağıdaki bağıntıyı yazarız:

Ampere yasası (genel form)

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\text{encl}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \qquad \textbf{(31–1)}$$

Bu denklem **Ampere yasasının**† genel formunu temsil eder ve Maxwell'in, manyetik alanın sadece sıradan bir elektrik akımı ile değil aynı zamanda değişen bir elektrik alanı veya değişen elektrik akısı ile de oluşturulabileceği düşüncesini açığa çıkarır. Bu denkleme özel bir durum için ulaşmış olsak da Dnk.31-1'in genelde geçerli olduğu ispatlanmıştır. Dnk.31-1 'in sağındaki son terim genellikle çok küçüktür ve deneysel olarak ölçmek kolay değildir.

ÖRNEK 31–1 **Yüklenen Sığaç.** Hava aralıklı 30 pF 'lık bir sığaç $A = 100\,\text{cm}^2$ yüzey alanlı dairesel plakalara sahiptir. Bu sığaç 70 V'luk bir batarya ile 2.0 Ω'luk bir direnç üzerinden yükleniyor. Batarya bağlandığı anda, plakalar arasındaki elektrik alanı çok hızlı değişiyor. Bu anda, (*a*) plakalara doğru oluşan akımı, (*b*) plakalar arasındaki elektrik alanının değişim hızını hesaplayınız. (*c*) Plakalar arasında indüklenen manyetik alanı belirleyiniz. Herhangi bir anda plakalar arasındaki $\vec{\mathbf{E}}$'yi düzgün ve plakaların dışındaki bütün noktalarda sıfır kabul ediniz.

YAKLAŞIM Kısım 26-5, RC devresini tartıştık ve dolmakta olan bir sığaç üzerindeki yükün zamanın fonksiyonu olarak değiştiğini gördük:

$$Q = CV_0\left(1 - e^{-t/RC}\right).$$

Burada V_0 bataryanın voltajıdır. $t = 0$'da akımı bulmak için bu bağıntının türevini alırız ve $V_0 = 70\,\text{V}$, $C = 30\,\text{pF}$, $R = 2.0\,\Omega$.

ÇÖZÜM (*a*) Q'nun türevini alır ve $t = 0$'da çözeriz:

$$\left.\frac{dQ}{dt}\right|_{t=0} = \left.\frac{CV_0}{RC} e^{-t/RC}\right|_{t=0} = \frac{V_0}{R} = \frac{70\,\text{V}}{2.0\,\Omega} = 35\,\text{A}.$$

Bu, sığaç üzerinde yükün birikme hızıdır ve $t = 0$'da devrede akan akıma eşittir.

Birbirine çok yakın iki iletken arasındaki elektrik alanı Bölüm 21'de gördüğümüz gibi (Dnk.21-8) ile verilir (Bkz. Örnek 21-13):

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q/A}{\epsilon_0}$$

†Gerçekte, manyetik alanın manyetik bir madde tarafından üretildiği durum için sağ tarafta üçüncü bir terim bulunur. Bu, μ_0 yerine μ alınarak hesaba katılabilir, fakat biz daha çok manyetik maddenin bulunmadığı durumlarla ilgileneceğiz. Bir dielektriğin bulunması halinde ϵ_0, $\epsilon = K\epsilon_0$ ile değiştirilir (Bkz. Kısım 24-5).

Dolayısıyla,

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ/dt}{\epsilon_0 A} = \frac{35\ \text{A}}{(8.85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(1.0 \times 10^{-2}\ \text{m}^2)} = 4.0 \times 10^{14}\ \text{V/m}\cdot\text{s}.$$

(*c*) İspatlamayacak olsak da, Şek. 31-4'de görüldüğü gibi $\vec{\mathbf{B}}$'nin çizgilerinin simetri nedeniyle dairesel ve $\vec{\mathbf{E}}$ 'ye dik olmasını bekleyebiliriz; bu, tam tersi durumda, değişen manyetik alanın elektrik alan ürettiğinde gördüğümüzle aynı simetridir (Kısım 29-7, bkz. Şek.29-27). Plakalar arasındaki B'nin büyüklüğünü (şiddetini) belirlemek için Ampere yasasını (Dnk. 31-1) $I_{\text{iç}} = 0$ alarak uygularız:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}.$$

Yolumuzu, plaka merkezini merkez alan r yarıçaplı bir daire olarak seçtik. Böylece, bu yol Şek.31-4'te görülene benzer bir manyetik alan çizgisini izler. $r \leq r_0$ (plaka yarıçapıdır) için r yarıçaplı daire içinden geçen akı, herhangi bir anda plakalar arasındaki arasındaki E düzgün kabul edildiği için $E(\pi r^2)$ şeklinde olur. Böylece, Ampere yasasından aşağıdaki sonucu elde ederiz:

$$B(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt}(\pi r^2 E)$$

$$= \mu_0 \epsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt}.$$

Böylece,

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{2} r \frac{dE}{dt}. \qquad [r \leq r_0]$$

$r > r_0$ için $\vec{\mathbf{E}} = 0$ kabul edilirse plakaların dışındaki noktalar için bütün akı, plakaların (yüzey alanı $= \pi r_0^2$) içindekinden ibarettir ve $\Phi_E = E\pi r_0^2$. Ampere yasasını uygulayalım:

$$B(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt}(\pi r_0^2 E)$$

$$= \mu_0 \epsilon_0 \pi r_0^2 \frac{dE}{dt}$$

veya

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r_0^2}{2r} \frac{dE}{dt}. \qquad [r \geq r_0]$$

Bu bağıntılardan $r_0 = \sqrt{A/\pi} = 5.6$ cm alarak), $r = r_0$'da en büyük B değeri,

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r_0}{2} \frac{dE}{dt}$$

$$= \tfrac{1}{2}(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})(8.85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(5.6 \times 10^{-2}\ \text{m})(4.0 \times 10^{14}\ \text{V/m}\cdot\text{s})$$

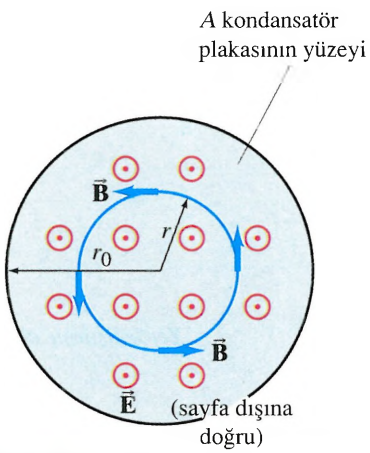
$$= 1.2 \times 10^{-4}\ \text{T}$$

olarak hesaplanır. Bu çok küçük bir alandır ve sadece kısa bir süre devam eder (zaman sabiti $RC = 6.0 \times 10^{-11}$ s) ve bu yüzden bu alanı ölçmek çok zordur.

Örnek 31-1'deki sığaç plakalarının dış tarafındaki B manyetik alanını, I akımının plakalardan uzaklaşması durumu için yazalım. Plakalar arasındaki elektrik alanı $E = \sigma/\epsilon_0 = Q/(\epsilon_0 A)$, *b* şıkkında gördüğümüz gibi, $dE/dt = I/(\epsilon_0 A)$ olur. Buradan $r > r_0$ için B'yi aşağıdaki gibi elde ederiz:

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r_0^2}{2r} \frac{dE}{dt} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r_0^2}{2r} \frac{I}{\epsilon_0 \pi r_0^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Bu, bir tel çevresindeki alan için bulunan (Dnk.28-1) sonuçla aynıdır. Sonuçta, sığacın dışındaki B alanı telin dışındaki ile aynıdır. Başka bir ifadeyle, plakalar arasında değişen elektrik alanı tarafından üretilen manyetik alan, teldeki akım tarafından üretilen alanla aynıdır.



ŞEKİL 31–4 Paralel plakalı sığacın dairesel bir plakasının ön yüzden görünüşü. Plakalar arasındaki $\vec{\mathbf{E}}$ bakan kişiye doğru yönelmiştir; $\vec{\mathbf{B}}$'nin çizgileri daireseldir. (Örnek 31-1)

Yerdeğiştirme Akımı

Maxwell, Dnk.31-1'in sağındaki ikinci terimi, elektrik akımına eşdeğer olarak yorumladı ve **yerdeğiştirme akımı** I_D ismini verdi. Bu yüzden, sıradan bir I akımına **iletim akımı** denir. Böylece, Ampere yasası şöyle yazılabilir:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (I + I_D)_{\text{iç}} \qquad (31\text{–}2)$$

Burada

Yerdeğiştirme akımı

$$I_D = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \qquad (31\text{–}3)$$

"Yerdeğiştirme akımı" terimi artık vazgeçilmiş eski bir teoriye dayanmaktadır. Terim kafanızı karıştırmasın: I_D ne bir elektrik yükü hareketini temsil eder†, ne de bir yerdeğiştirme söz konusudur.

31–2 Manyetizma için Gauss Yasası

Hemen hemen Maxwell denklemlerini tanımlama konumuna geldik, fakat önce Gauss yasasının manyetik eşdeğerini tartışmamız gerekir. Bölüm 29'da gördüğümüz gibi, bir $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı için bir yüzey üzerinden geçen Φ_B *manyetik* akısı şöyle tanımlanır:

$$\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}.$$

Burada integral açık ya da kapalı bir yüzey üzerindendir. Kapalı bir yüzey (yani bir hacmi tamamen hapseden bir yüzey) üzerinden geçen manyetik akı şöyle yazılır:

$$\Phi_B = \oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}.$$

Elektriksel durum, kapalı bir yüzeyden geçen elektrik akısının yüzeyin hapsettiği toplam net Q yükünün ϵ_0'a bölümüne eşit olduğunu (Dnk.22-4) Kısım 22-2'de gördük:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

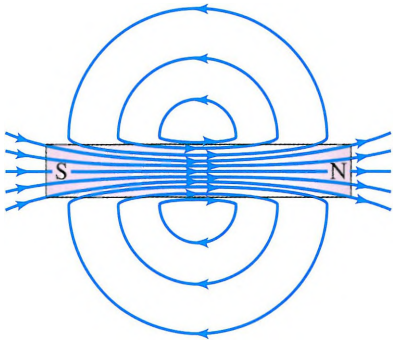
Bu bağıntı elektrik için Gauss yasasıdır.

Manyetik akı için benzer bir bağıntı yazabiliriz. Ancak, yoğun araştırmalara rağmen yalıtılmış bir manyetik kutbun (tek kutup – monopol), yani tek elektrik yükünün manyetik eşdeğerinin, şimdiye kadar gözlenmediğini biliyoruz. Bu yüzden, manyetizma için Gauss yasası aşağıdaki gibidir:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0. \qquad (31\text{–}4)$$

Manyetik alan çizgileri açısından bu bağıntı bize, kapalı bir hacim içine ne kadar manyetik alan çizgisi girerse o kadarının dışarı çıkacağını söyler. Manyetik tek kutup gerçekten yoksa o zaman manyetik alan çizgilerinin başlayacağı veya biteceği kaynaklar ya da soğurucular yoktur (elektrik alan çizgilerinin pozitif yükte başlaması ve negatif yükte sonlanmasına karşılık gelen anlamda). O halde manyetik alan çizgileri sürekli olmalıdır. Çubuk mıknatıs dahi olsa $\vec{\mathbf{B}}$ manyetik alanı maddenin dışında olduğu kadar içinde de vardır ve $\vec{\mathbf{B}}$'nin çizgileri Şek.31-5'te görüldüğü gibi kapalı halkalardır.

ŞEKİL 31–5 Çubuk mıknatısın manyetik alan çizgileri.



†Değişen elektrik alanının bir akım gibi yorumlanması, alternatif akımın sığaç içinden (yükler geçmese dahi) geçeceğini söyleyebileceğimizi gördüğümüz Bölüm 30'daki tartışmamız ile uyumludur. Bu, Kirchhoff'un kavşak kuralının sığaç plakasında bile geçerli olacağı anlamındadır: İletim akımı plakaya doğru akar, fakat plakanın dışına akmaz; bunun yerine, yerdeğiştirme akımı plakadan dışarıya (diğer plakaya doğru) akar.

31–3 Maxwell Denklemleri

Dnk. 31-4'de verilen Ampere yasasının genişletilmiş hali ve manyetizma için Gauss yasasıyla (Dnk.31-4) Maxwell denklemlerinin dördünü de açıklamaya şimdi hazırız. Son on Bölümde bunları inceledik. Manyetik veya dielektrik madde yokken Maxwell denklemleri şöyledir:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q}{\epsilon_0} \qquad \textbf{(31–5a)}$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0 \qquad \textbf{(31–5b)}$$

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \textbf{(31–5c)}$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \qquad \textbf{(31–5d)}$$

MAXWELL DENKLEMLERİ

Maxwell denklemlerinin ilk ikisi, elektrik için Gauss yasası (Bölüm 22, Dnk.22-4) ve manyetizma için Gauss yasası (Kısım31-2, Dnk.31-4)'dır. Üçüncüsü Faraday yasası (Bölüm 29, Dnk.29-8) ve dördüncüsü Maxwell tarafından düzeltilmiş Ampere yasası (Dnk.31-1)'dır. (Sadelik için $Q_{\text{iç}}$ ve $I_{\text{iç}}$ indislerini kullanmadık.)

Bunlar cümlelerle şöyle özetlenebilir: (1) Elektrik alanı kaynağı (elektrik yükleri) ile ilişkilendiren genelleştirilmiş Coulomb yasası; (2) Manyetik alan için 1'in aynısı, tabi manyetik tek kutup yoksa manyetik alan çizgileri süreklidir, manyetik alan çizgileri (elektrik alan çizgilerinin yükler üzerinde yaptığı gibi) bir yerde başlayıp sonlanmazlar; (3) Değişen manyetik alan elektrik alanı üretir; (4) Elektrik akımı veya değişen bir elektrik alanı, manyetik alan üretir.

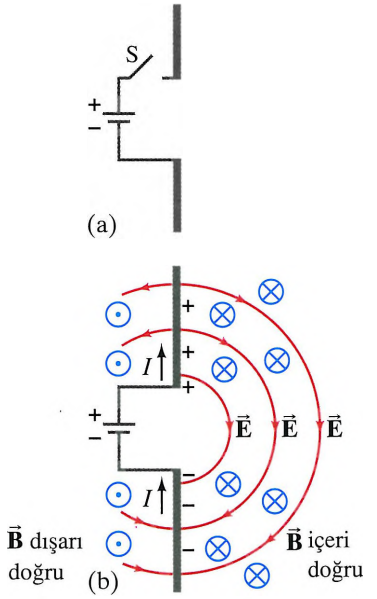
Maxwell denklemleri, elektromanyetizmanın tümü için temel denklemlerdir ve Newton'un üç hareket yasası ve evrensel çekim yasası kadar önemlidirler. Maxwell denklemleri diferansiyel formda da yazılabilir (bknz. Ek-E).

İlk Bölümlerde elektrik ve manyetizmayı, zaman açısından değişim yoksa ayrı ayrı inceleyebileceğimizi görmüştük. Fakat bunlar zamanla değişiyorsa birbirlerinden bağımsız olarak incelenemez. Çünkü değişen manyetik alan elektrik alanı üretir ve değişen elektrik alanı manyetik alan üretir. Bu ilişkilerin önemli bir sonucu elektromanyetik dalgaların üretimidir.

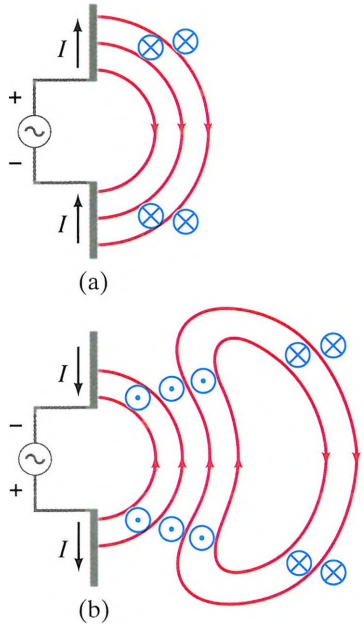
31–4 Elektromanyetik Dalga Üretimi

Değişen bir elektrik alanı varsa boş uzayda manyetik alan üretilecektir. Değişen bir manyetik alan, kendisi de değişen bir elektrik alanı üretir. Bu değişken elektrik alanı tekrar değişken bir manyetik alan üretecektir ve bu da değişken bir elektrik alan üretecektir, v.b. Maxwell birbiriyle etkileşen bu değişken alanların net sonucunun, uzayda yayılabilen (ilerleyebilen) elektrik ve manyetik alanların bir *dalgası* olduğunu keşfetmiştir. Şimdi sade bir şekilde, bu tür **elektromanyetik dalgaların** nasıl üretilebileceğini inceleyelim.

"Anten" olarak görev yapacak iki iletken çubuk düşünün (Şek.31-6a). Bu iki çubuğun bir anahtar ile bir bataryanın zıt uçlarına bağlandığını kabul edin. Anahtar kapatıldığında üst çubuk hızlıca pozitif ve alttaki negatif yüklenir. Elektrik alan çizgileri Şek.31-6b'de gösterildiği gibi düzenlenir. Yükler akarken siyah ok yönünde bir akım vardır. Bu yüzden anten çevresinde bir manyetik alan üretilir. Manyetik alan çizgileri, çubuk anteni daire içine alır ve böylece $\vec{\mathbf{B}}$ solda sayfa dışına ($\otimes$) ve sağda sayfa içine ($\odot$) doğru oluşur (Şek.31-6). Bu elektrik ve manyetik alanlar ne kadar dışarıya yayılabilirler? Statik durumda bu alanlar sonsuz uzaklığa kadar yayılır. Bununla birlikte, Şek.31-6'daki anahtar kapatıldığında alanlar yakın çevrede aniden ortaya çıkar ama bunların uzak noktalara ulaşması zaman alır. Hem elektrik hem de manyetik alanlar enerji depolar ve bu enerji uzak noktalara sonsuz hızla aktarılamaz.



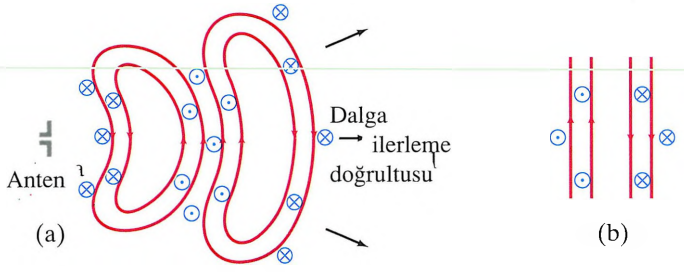
ŞEKİL 31–6 İletken içine akan yükler tarafından üretilen alanlar. $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ alanlarının uzak noktalara doğru ilerlemesi zaman alır. Alanlar sadece antenin sağında gösterilmiştir, fakat bunlar anten (düşey) etrafında simetrik olarak her doğrultuda hareket eder.



ŞEKİL 31–7 aa kaynağına bağlı iki iletken (anten) üzerinde salınan yüklerden dışarıya doğru yayılan elektrik ve manyetik alanları gösteren bir dizi (metine bakınız).

Şimdi, antenimizin bir aa üretecine bağlı olduğu Şek. durumuna göz atacağız. Şek. 31-7a'da bağlantı henüz yapılmıştır. Yük hareketlenmeye başlar ve alanlar tam Şek.31-6 'daki gibi oluşur. Şek.31-7'daki + ve – işaretleri belirli bir anda her bir çubuk üzerindeki net yükü gösterir. Siyah oklar akım yönünü gösterir. Elektrik alanı sayfa düzlemindeki kırmızı çizgiler ile gösterilmiştir ve maviyle gösterilen manyetik alan, sağ el kuralına uygun olarak, sayfa içine ($\otimes$) veya sayfa dışına ($\odot$) doğrudur. Şek. 31-7*b*'de aa üretecinin voltaj yönünün değişmesiyle akım yönü değişmiş ve yeni manyetik alan ters yönde oluşmuştur. Yeni alanlar yön değiştirdiği için eski çizgilerin bir kısmına bağlı kalmak üzere geriye doğru katlanır ve şekilde görüldüğü gibi kapalı halkalar oluştururlar.† Bununla birlikte, eski alanlar aniden kaybolmazlar; bunlar uzak noktalara doğru yollarına devam ederler. Gerçekte, değişen manyetik alan elektrik alanı ürettiği için ve değişen elektrik alanı manyetik alan ürettiği için, dışarıya doğru hareket eden bu değişen manyetik ve elektrik alan bileşimi artık anten yüklerine bağlı kalmadan kendi kendisini ayakta tutar ve destekler nitelik-tedir.

Antenden çok uzak olmayan, *yakın alan* olarak isimlendirilen alanlar oldukça karmaşıktır, fakat onlarla fazla ilgilenmeyiz. Bunun yerine, **radyasyon alanı** veya uzak alan dediğimiz, antenden çok uzak alanlarla (algıladığımız genellikle bunlardır) daha çok ilgileniriz. Elektrik alan çizgileri Şek.31-8'de görüldüğü gibi halkalar oluşturur ve dışa doğru harekete devam eder. Manyetik alan çizgileri de kapalı halkalar oluşturur, fakat bunlar sayfaya dik oldukları için görülmez. Çizgiler sadece kaynağın sağında görülse de alanlar diğer doğrultularda da ilerler. Alan şiddetleri salınan yüklere dik doğrultularda en büyüktür ve bunlar salınım doğrultusu boyunca sıfıra düşer (Şek. 'de antenin üstü ve altı).



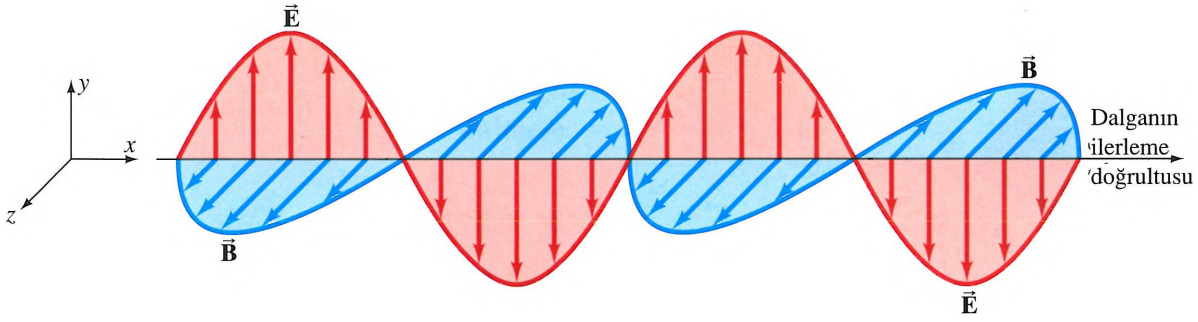
ŞEKİL 31–8 Anten üzerinde sinüzoidal bir sinyal tarafından üretilen radyasyon alanları (antenden çok uzakta). Kırmızı kapalı halkalar elektrik alan çizgilerini temsil eder. Mavi $\otimes$ ve $\odot$ ile gösterilen sayfaya dik manyetik alan çizgileri de kapalı halkalar oluşturur. Antenden çok uzakta dalga cepheleri (alan çizgileri), oldukça büyük yüzeyler üzerinde genellikle düzlemseldir ve düzlem dalgalar olarak isimlendirilir.

Radyasyon alanında hem $\vec{\mathbf{E}}$'nin hem de $\vec{\mathbf{B}}$'nin büyüklüğü uzaklıkla $1/r$ şeklinde azalır. (Bunu, $\vec{\mathbf{E}}$'nin $1/r^2$ ile azaldığı Coulomb yasası ile verilen statik elektrik alanla karşılaştırın). Elektromanyetik dalga ile taşınan enerji, ileride Kısım 31-8'de tartışacağımız gibi E^2 veya B^2, şeklinde genliğin karesi ile orantılıdır (her dalga için olduğu gibi, Bölüm 15), böylece dalga şiddeti $1/r^2$ ile azalır.

Şek. 31-8'den, radyasyon alanı üzerine birkaç şey söylenebilir. İlk olarak, *herhangi bir noktada elektrik ve manyetik alanlar birbirlerine ve dalganın ilerleme yönüne diktir.* İkinci olarak, alanların yön bakımından değiştiğini görebiliriz (bazı noktalarda $\vec{\mathbf{B}}$ sayfa içine doğru ve diğerlerinde dışa doğru; $\vec{\mathbf{E}}$ bazı noktalarda yukarı doğru ve diğerlerinde aşağı doğrudur). Böylece, alan şiddetleri bir yönde en büyükten sıfıra diğer bir yönde sıfırdan en büyüğe değişir. Elektrik ve manyetik alanlar "aynı fazlı"dır: Yani bunların her biri aynı noktalarda sıfırdır ve uzaydaki aynı noktalarda en büyük değerlerine ulaşır. Son olarak, antenden çok uzakta (Şek.31-8*b*) alan çizgileri oldukça büyük yüzeyler için tamamen düzlemseldir ve bu dalgalar **düzlem dalgalar** olarak adlandırılır.

Kaynak voltajı sinüzoidal değişiyorsa radyasyon alanındaki elektrik ve manyetik alan şiddetleri de sinüzoidal değişir. Dalgaların sinüzoidal özelliği, alan yönlerini ve büyüklüklerini konumun fonksiyonu olarak gösteren Şek.31-9'da şemalaştırılmıştır. $\vec{\mathbf{B}}$ ve $\vec{\mathbf{E}}$'nin birbirlerine ve ilerleme doğrultusuna (= $\vec{\mathbf{v}}$ dalga hızının doğrultusu) dik olduğuna dikkat ediniz. $\vec{\mathbf{v}}$'nin yönü sağ el kuralı $\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{B}}$ kullanılarak elde edilebilir: sağ el parmakları önce $\vec{\mathbf{E}}$, boyunca sonra $\vec{\mathbf{B}}$ boyunca tutulursa, başparmak $\vec{\mathbf{v}}$'yi verir.

†Boş uzayda ilerleyen dalgaları düşünüyoruz. $\vec{\mathbf{E}}$ çizgilerinin başlayacağı veya sonlanacağı yükler yoktur, bu yüzden kapalı halkalar oluştururlar. Manyetik alan çizgileri daima kapalı halkalar oluşturur.



ŞEKİL 31–9 Elektromanyetik dalgadaki elektrik ve manyetik alan büyüklükleri. $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ birbirlerine göre dik açıdadır. Bütün desen hem $\vec{\mathbf{E}}$ hem de $\vec{\mathbf{B}}$'ye dik doğrultuda hareket eder.

Bu dalgaları elektromanyetik (EM) dalgalar olarak isimlendiririz. Bunlar genlikleri dalga ilerleme doğrultusuna dik oldukları için *enine* dalgalardır. Bununla birlikte, EM dalgalar her zaman *alanların* dalgasıdır, maddenin değil (ip veya su üzerindeki gibi). EM dalgalar alanlardan meydana geldiği için boş uzayda yayılabilir.

Gördüğümüz gibi, EM dalgalar salınan ve dolayısıyla ivmelenen elektrik yükleri tarafından üretilir. Aslında, genel olarak şunu söyleyebiliriz:

İvmelenen elektrik yükleri elektromanyetik dalgalara neden olur.

Elektromanyetik dalgalar, ileride tartışacağımız gibi atomik ve nükleer seviyede betimleme gerektiren başka yollarla da üretilebilir.

ALIŞTIRMA A Belirli bir anda, bir dalga kuzeyi gösteren elektrik alanına ve yukarıyı gösteren manyetik alana sahiptir. Dalga hangi yönde ilerler? (*a*) Güney, (*b*) batı, (*c*) doğu, (*d*) aşağı, (*e*) yeterli bilgi yok.

31–5 Elektromanyetik Dalgalar ve Bunların Hızı; Maxwell Denklemlerinden Türetimi

Şimdi EM dalgaların varlığının Maxwell denklemlerinden nasıl anlaşılacağını inceleyelim. Maxwell'in EM dalgaların varlığını öngörüsünün şaşırtıcı olduğunu göreceğiz. Aynı düzeyde şaşırtıcı olan, onun bu dalgaların ilerleme hızını öngörmesidir.

Serbest uzayın *yüklerin* veya *iletim akımlarının* bulunmadığı bir bölgesini düşünerek başlayalım. Yani dalga cepheleri yeterince düzlemsel olacak şekilde kaynaktan uzakta bir bölge olsun (Şek. 318'deki alan çizgileri). Daha önce gördüğümüz gibi bunları düzlem dalga olarak isimlendiririz, çünkü herhangi bir anda $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ yayılım doğrultusuna dik oldukça büyük bir düzlemde düzgündür (tekdüzedir). Dalga $\vec{\mathbf{v}} = v\hat{\mathbf{i}}$, hızıyla x doğrultusunda ilerleyecek şekilde; $\vec{\mathbf{E}}$, y eksenine ve $\vec{\mathbf{B}}$, z eksenine paralel olacak biçimde, Şek.31-9'daki gibi bir koordinat sistemi seçelim.

$Q = I = 0$, alınırsa Maxwell denklemleri aşağıdaki hale gelir:

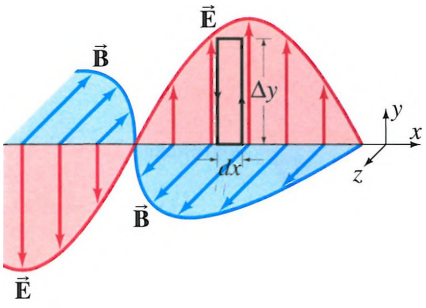
$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0 \qquad \textbf{(31–6a)}$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0 \qquad \textbf{(31–6b)}$$

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \textbf{(31–6c)}$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \qquad \textbf{(31–6d)}$$

Bu denklemlerin mükemmel simetrisine dikkat edin. Son denklemin sağ tarafındaki, Maxwell tarafından akıl edilen terim bu simetri için temel teşkil eder. Şimdi göreceğimiz gibi, elektromanyetik dalgalar üretilecekse de bunun olması şarttır.



ŞEKİL 31–10 Faraday yasasının $(\Delta y)(dx)$ dikdörtgenine uygulanması.

Dalga, λ dalgaboyu ve f frekansı ile sinüzoidal ise, Bölüm 15, Kısım 15-4'de gördüğümüz gibi ilerleyen bir dalga şöyle yazılabilir:

$$E = E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$B = B_z = B_0 \sin(kx - \omega t) \qquad \textbf{(31–7)}$$

Burada,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \qquad \omega = 2\pi f, \qquad \text{ve} \qquad f\lambda = \frac{\omega}{k} = v. \qquad \textbf{(31–8)}$$

v dalga hızıdır. Dalgayı sinüzoidal kabul etmek, gözde canlandırmak açısından yararlı olsa da bu kabulü yapmak zorunda değiliz.

Şimdi Şek.31-10'da görüldüğü gibi, elektrik alan düzleminde küçük bir dikdörtgen düşünün. Bu dikdörtgen sonlu bir Δy, yüksekliğine ve sonsuz küçük alınabilecek dx genişliğine sahiptir. Önce bu dikdörtgen çerçeveye Lenz yasasını uygulayarak $\vec{\mathbf{E}}$, $\vec{\mathbf{B}}$, ve $\vec{\mathbf{v}}$ 'nin gösterilen yönlerde olduğunu doğrulayalım. Bu çerçeve içinden geçen değişken manyetik akı, Lenz yasasına göre çerçevedeki elektrik alanı ile ilişkilidir (Maxwell'in üçüncü denklemi, Dnk.31-6*c*). Görülen durum için çerçeve içinden geçen B zamanla azalmaktadır (dalga sağa gidiyor). Bu yüzden elektrik alanı bu değişikliğe karşı koyacak yönde olmalıdır; yani, şekilde görüldüğü gibi E çerçevenin sağ tarafında soldakinden daha büyük olmalıdır (böylece, manyetik alanı Φ_B'deki değişikliğe karşı koyacak saat yönünde bir akım üretebilecektir, fakat tabi ki böyle bir akım yoktur). Bu kısa tartışma $\vec{\mathbf{E}}$, $\vec{\mathbf{B}}$, ve $\vec{\mathbf{v}}$'nin yönlerinin verildiği şekliyle doğru ilişkide olduğunu göstermektedir. Yani, $\vec{\mathbf{v}}$ hızı $\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{B}}$ yönündedir. Şimdi, Maxwell'in üçüncü yasası (Dnk.31-6*c*) olan Faraday yasasını Şek.31-10'da görülen dx genişliğindeki ve Δy yüksekliğindeki dikdörtgene uygulayalım:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Önce $\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ ifadesini düşünelim. Δx uzunluğundaki kısa parçalar boyunca $\vec{\mathbf{E}}$ ve $d\ell$ birbirlerine diktir ve bu yüzden $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = 0$ 'dır. Düşey kenarlarda, sol taraf boyunca elektrik alanına E ve sağ tarafta da bundan biraz daha büyük olacak şekilde $E + dE$. diyelim. Böylece, çerçevemizi saat yönünde dolanarak,

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = (E + dE)\,\Delta y - E\,\Delta y = dE\,\Delta y$$

elde ederiz. Faraday yasasının sağ tarafı için dikdörtgenin yüzey alanı değişmediğinden $(dx\Delta y)$ çerçevesi içinden geçen manyetik akı

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{dB}{dt} dx\,\Delta y,$$

şeklinde olur. Buradan Faraday yasası şu sonucu verir:

$$dE\,\Delta y = -\frac{dB}{dt} dx\,\Delta y$$

veya

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{dB}{dt}.$$

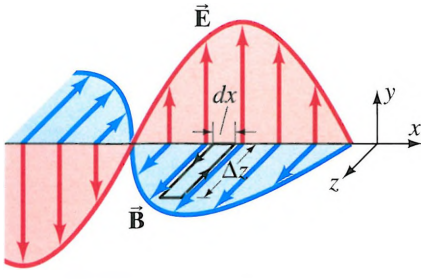
Gerçekte hem E hem de B konumun (x) ve zamanın (t) fonksiyonlarıdır. Bu yüzden kısmi türev kullanırız:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad \textbf{(31–9)}$$

Burada $\partial E/\partial x$ sabit tutulurken E'nin x'e göre türevi ve $\partial B/\partial t$, x sabit tutulurken B'nin t'ye göre türevi anlamındadır.

Dnk.31-9'a ek olarak E ve B arasında başka bir önemli bağıntı elde edebiliriz. Bunu yapmak için, $\vec{\mathbf{B}}$'nin düzleminde boyu ve genişliği sırasıyla Δz ve dx olan Şek.31-11'de görüldüğü gibi küçük bir dikdörtgen düşünürüz. Bu dikdörtgen çerçeveye Maxwell'in dördüncü denklemini Dnk.31-6*d* (Genişletilmiş Ampere yasası) uygulayalım:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$



ŞEKİL 31–11 Maxwell'in dördüncü denkleminin $(\Delta z)(dx)$ dikdörtgenine uygulanması.

Burada iletim akımlarının bulunmadığını kabul ettiğimiz için $I = 0$ aldık. Kısa kenarlar boyunca (dx), $\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ sıfırdır ve $\vec{\mathbf{B}}$ alanı $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$'ye diktir. Uzun kenarlarda (Δz), Δz 'nin sol kenarı boyunca manyetik alan B ve sağ tarafı boyunca $B + dB$ olsun. Saat yönünde integral alınarak aşağıdaki ifade bulunur:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = B\,\Delta z - (B + dB)\,\Delta z = -dB\,\Delta z.$$

Dördüncü Maxwell denkleminin sağ tarafı şöyledir:

$$\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{dE}{dt} dx\,\Delta z.$$

Son iki ifadeyi birbirine eşitleyerek aşağıdaki sonuca ulaşırız:

$$-dB\,\Delta z = \mu_0 \epsilon_0 \frac{dE}{dt} dx\,\Delta z$$

veya

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \qquad \textbf{(31–10)}$$

Burada dB/dx ve dE/dt ifadelerini daha önceki gibi uygun kısmi türevlerle değiştirdik.

$\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$'nin büyüklükleri ve v hızı arasında bir ilişki elde etmek için Dnk.31-10'u kullanabiliriz. E ve B, x ve t'nin fonksiyonu olarak Dnk. 31-7 ile verilmiş olsun. Dnk.31-7 ile verildiği biçimde E ve B'nin türevlerini alarak Dnk.31-9 çözüldüğünde aşağıdaki sonucu elde ederiz:

$$kE_0 \cos(kx - \omega t) = \omega B_0 \cos(kx - \omega t)$$

veya $v = \omega/k$ (Bkz. Dnk.31-8 veya 15-12) olduğundan

$$\frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{k} = v,$$

E ve B aynı fazda oldukları için, v dalga hızı olmak üzere, uzayın herhangi bir noktasında E ve B'nin şu şekilde ilişkili olduğunu görürüz:

$$\frac{E}{B} = v \qquad \textbf{(31–11)}$$

Şimdi Dnk. 31-10'u sinüzoidal alanlara (Dnk. 31-7) uygularız ve

$$kB_0 \cos(kx - \omega t) = \mu_0 \epsilon_0 \omega E_0 \cos(kx - \omega t)$$

veya

$$\frac{B_0}{E_0} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 \omega}{k} = \mu_0 \epsilon_0 v$$

elde ederiz. $B_0/E_0 = 1/v$ olduğunu şimdi gördük, böylece şu eşitliği yazabiliriz:

$$\mu_0 \epsilon_0 v = \frac{1}{v}.$$

Bu ifade v için çözülürse aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \qquad \textbf{(31–12)}$$

Burada c, serbest uzaydaki elektromanyetik dalgaların hızı için kullandığımız özel simgedir. c'nin sabit, dalgaboyu veya frekanstan bağımsız olduğunu göreceğiz. ϵ_0 ve μ_0 değerlerini yerine yazar ve işlem yaparsak şu değer bulunur:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{(8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/N \cdot m^2})(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A})}}$$
$$= 3.00 \times 10^8\,\mathrm{m/s}.$$

Bu sonuç kayda değer olup ölçülen ışık hızına tam olarak eşittir!

ÖRNEK 31–2 **EM dalgalarda $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$'nin belirlenmesi.** 60.0 Hz'lik EM dalganın, $\vec{\mathbf{E}}$ alanının x yönünde ve $E_0 = 2.00\,\text{V/m}$ olduğunu, z doğrultusunda sinüzoidal yayılımlı olduğunu kabul ediniz. Konumun ve zamanın fonksiyonları olarak $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ için vektörel bağıntılar yazınız.

YAKLAŞIM $\lambda f = v = c$ 'den λ'yı buluruz. Sonra, EM dalga için ilerleyen elektrik ve manyetik alanların ifadelerini Şek.31-9 ve Dnk.31-7 ve 31-8'den yazarız.

ÇÖZÜM Dalgaboyu şöyle bulunur:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8\,\text{m/s}}{60.0\,\text{s}^{-1}} = 5.00 \times 10^6\,\text{m}.$$

Dnk.31–8'den

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{5.00 \times 10^6\,\text{m}} = 1.26 \times 10^{-6}\,\text{m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(60.0\,\text{Hz}) = 377\,\text{rad/s}$$

elde ederiz. $v = c$, alarak Dnk.31-11'den şu sonuca ulaşırız:

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{2.00\,\text{V/m}}{3.00 \times 10^8\,\text{m/s}} = 6.67 \times 10^{-9}\,\text{T}.$$

Yayılım yönü, Şek.31–9'daki gibi $\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{B}}$ yönündedir. z doğrultusunda yayılan dalga için, $\vec{\mathbf{E}}$, x doğrultusunda ise $\vec{\mathbf{B}}$, y doğrultusunda olmalıdır. Dnk.31-7'yi kullanarak aşağıdaki sonuçları elde ederiz:

$$\vec{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{i}}(2.00\,\text{V/m})\sin\left[(1.26 \times 10^{-6}\,\text{m}^{-1})z - (377\,\text{rad/s})t\right]$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \hat{\mathbf{j}}(6.67 \times 10^{-9}\,\text{T})\sin\left[(1.26 \times 10^{-6}\,\text{m}^{-1})z - (377\,\text{rad/s})t\right]$$

*Işık Hızının Türetimi (Genel)

EM dalgaların hızını, Dnk.31-9 ve 31-10 birleştirilerek sinüzoidal dalga kabulü yapmadan aşağıdaki gibi türetebiliriz. Dnk. 31-10'nun t'ye göre türevini alırız:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t\,\partial x} = -\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}.$$

Sonra, Dnk.31-9'un x'e göre türevini alırız:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B}{\partial t\,\partial x}.$$

Her iki bağıntıda da $\partial^2 B/\partial t\,\partial x$ bulunduğu için şu sonuca ulaşırız:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0\epsilon_0}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}. \qquad \textbf{(31–13a)}$$

Dnk.31-9 ve 31-10'un türevlerini alarak B için aynı ilişkiyi elde ederiz:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0\epsilon_0}\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}. \qquad \textbf{(31–13b)}$$

Dnk. 31-13'ün ikisi de, Kısım 15-5 (Dnk.15-6)'de tartışıldığı gibi x doğrultusunda ilerleyen düzlem dalga için **dalga denklemi** formundadır:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 D}{\partial x^2},$$

Burada D herhangi bir yerdeğiştirme için sağlanır. Dnk.31-13 için v hızının Dnk.31-12 ile uyumlu olarak aşağıdaki biçimde olacağını buluruz:

$$v^2 = \frac{1}{\mu_0\epsilon_0}$$

Görüyoruz ki, Maxwell denklemlerinin doğal bir sonucu, E ve B'nin, $v = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ hızı ile ilerleyen dalgalar için dalga denklemine uymasıdır. Maxwell bu temele dayanarak elektromanyetik dalgaların varlığını ve bunların hızını öngörmüştür.

31–6 Elektromanyetik Dalga Olarak Işık ve Elektromanyetik Tayf

Kısım 31-5'deki hesaplamalar, Maxwell'in belirlediği boş uzayda EM dalgaların hızının, vakumda ölçülmüş ışık hızı ile aynı olduğu sonucunu verdi.

$$c = \frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s},$$

Işığın dalga gibi davrandığı 60 yıl kadar önce gösterilmişti (biz bunu Bölüm 34'te tartışacağız). Fakat hiç kimse bunun ne tür bir dalga olduğunu bilmiyordu. Işık dalgasında salınan nedir? Maxwell hesaplanan EM dalgalarının hızını temel alarak ışığın bir elektromanyetik dalga olması gerektiğini tartıştı. Bu fikir, genel olarak, EM dalgalar deneysel olarak algılanıncaya kadar bilim insanları tarafından kısmen kabul edilmiş olsa da tam olarak kabul görmemiştir. EM dalgalar ilk kez, Maxwell'in ölümünden sekiz yıl sonra 1887'de Heinrich Hertz (1857-1894) tarafından deneysel olarak üretildi ve algılandı. Hertz, içinde yükün kısa sürede ileri-geri hızlandırıldığı, 10^9 Hz frekanslı dalgalar üreten bir kıvılcım aralığı aygıtı kullandı. İçinden değişen bir manyetik alan geçtiğinde emk üreten bir tel halka kullanarak farklı uzaklıklarda onları algıladı. Daha sonra bu dalgaların 3.00 $\times 10^8$m/s'lik ışık hızıyla ilerleyeceği ve yansıma, kırılma ve girişim gibi ışığın bütün özelliklerini sergileyeceği gösterildi. Tek fark, onların görülememesiydi. Hertz'in deneyi Maxwell teorisinin güçlü bir ispatıydı.

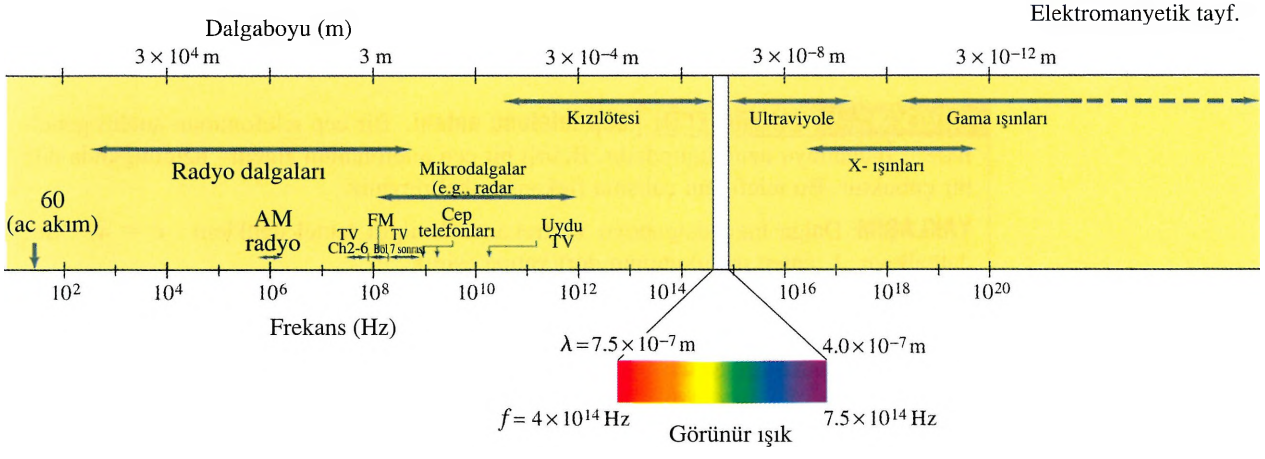
Görünür ışığın dalgaboyları, ışığın bir elektromanyetik dalga olduğunu kimsenin hayal etmesinden çok önce, on dokuzuncu yüzyılın ilk on yılında ölçüldü. Dalgaboyları 4.0×10^{-7} m (400 mm) ile 7.5×10^{-7} (750 mm) aralığında bulundu. Görünür ışığın frekansları aşağıda yeniden yazılan Dnk.15-11 veya 31-8 kullanılarak bulunabilir:

$$c = \lambda f, \qquad \textbf{(31–14)}$$

Burada f ve λ sırasıyla dalganın frekansı ve dalgaboyudur. c ışık hızıdır, 3.00×10^8 m/s; bu, serbest uzayda bütün EM dalgalar için geçerli olduğundan özel olarak c sembolü kullanılır. Dnk.31–14 görünür ışık frekanslarının 4.0×10^{14} Hz ve 7.5×10^{14} Hz aralığında olduğunu söyler (1Hz = saniyede 1 tur = 1 s^{-1}).

Fakat görünür ışık sadece bir çeşit EM dalgadır. Gördüğümüz gibi Hertz, yaklaşık 10^9 Hz'lik, çok düşük frekanslı EM dalga üretmiştir. Şimdi, bu aralıktaki frekanslar radyo ve TV sinyallerini iletmek için kullanıldığından **radyo dalgaları** olarak biliniyor. Elektromanyetik dalgalar veya bazen söylediğimiz gibi EM radyasyon çok geniş bir aralıktaki frekanslar üzerinden üretilmekte veya algılanmaktadır. Bunlar genellikle, Şek. 31=12'de gösterildiği gibi sınıflandırılırlar (**elektromanyetik tayf**).

ŞEKİL 31–12
Elektromanyetik tayf.



Radyo dalgaları ve mikrodalgalar elektronik cihazlar kullanılarak laboratuarda üretilebilir (Şek.31-7). Yüksek frekanslı dalgaları elektronik olarak üretmek çok zordur. Bunlar ve diğer tip EM dalgalar, atomlardan, moleküllerden ve nükleer çekirdeklerden yayımlanma gibi doğal süreçlerde üretilirler (daha sonra göreceğiz). EM dalgalar, Şek. 31-7'deki antendeki elektronlar gibi, elektronların veya yüklü diğer parçacıkların ivmelenmesi ile üretilebilir. Başka bir örnek, hızlı hareket eden elektronların metal bir hedefe çarpması sonucu yavaşlamaları sırasında üretilen X-ışınlarıdır (Bölüm 35). Sıradan bir akkor lambadan yayılan görünür ışık bile, sıcak flaman içinde ivmelenen elektronlardan kaynaklanır.

İleride çeşitli tip EM dalgalar ile tanışacağız. Fakat burada ilginç birkaç konuya değinmeye değer: kızılötesi (infrared-IR) radyasyon (frekansları görünür ışığınkinden daha düşük EM dalgalar) güneşin ısıtma etkisinin başlıca sorumlusudur. Güneş, sadece görünür ışık yaymaz, önemli ölçüde IR ve UV (morötesi - ultraviyole) de yayar. Derimizin molekülleri kızılötesi frekanslarda "rezonans"a eğilimlidir; bu yüzden, vücudumuzda tercihli olarak soğurulan ve bizi ısıtan bunlardır. İnsanlar, EM dalgaları dalgaboylarına bağlı olarak farklı şekillerde algılarlar: gözlerimiz yaklaşık 4×10^{-7} m ile 7.5×10^{-7} m aralığındaki dalgaboylarını (görünür ışık), derimiz ise daha uzun dalgaboylarını (IR) algılar. Pek çok EM dalgaboyunu doğrudan hiç algılamayız.

ALIŞTIRMA B Bölüm Açılış Sorusuna geri dönün (Sayfa 812), ve şimdi tekrar cevap verin. İlk defada sorulara niçin farklı cevap verdiğinizi açıklamaya çalışınız.

⚠ **DİKKAT**
Ses ve EM dalgalar farklıdır.

Işık ve diğer elektromanyetik dalgalar 3×10^8m/s'lik hızla ilerlerler. Bunu, havada yaklaşık 300 m/s hızla, milyon kat daha yavaş ilerleyen ses ile veya bir otomobilin ışıktan 10 milyon kat yavaş olan 30m/s'lik (100km/sa, veya 60 mil/sa) tipik otoyol hızı ile karşılaştırın. EM dalgalar başka önemli bir açıdan ses dalgalarından farklıdır: Ses dalgaları hava gibi bir ortamda ilerler ve hava moleküllerinin hareketini gerektirirler; EM dalgaların herhangi bir madde ile ilişkisi yoktur sadece alanlardan ibarettir ve boş uzayda ilerleyebilirler.

ÖRNEK 31–3 EM dalgaların dalgaboyları. (*a*) of a 60Hz'lik EM dalganın, (*b*) 93.3 MHz'lik FM radyo dalgasının ve (*c*) 4.74×10^{14} Hz. frekanslı bir lazerden çıkan görünür kırmızı ışının dalgaboylarını hesaplayınız.

YAKLAŞIM Bu dalgaların hepsi elektromanyetik dalgalardır ve bu yüzden hızları $c = 3.00 \times 10^8$ m/s 'dir. Dnk.31-14'ü λ için çözeriz: $\lambda = c/f$.

ÇÖZÜM (*a*) $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{60 \text{ s}^{-1}} = 5.0 \times 10^6 \text{ m},$

veya 5000 km. 60 Hz Birleşik Devletlerde (ABD) aa akım frekansıdır ve burada gördüğümüz gibi, bir dalgaboyu kıta ABD'sinin bir ucundan diğer ucuna uzanmaktadır.

(*b*) $\lambda = \dfrac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{93.3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}} = 3.22 \text{ m}.$

Bir FM anteninin boyu yaklaşık olarak bu değerin yarısı $\left(\frac{1}{2}\lambda\right)$, veya $1\frac{1}{2}$ m 'dir.

(*c*) $\lambda = \dfrac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{4.74 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 6.33 \times 10^{-7} \text{ m} \ (= 633 \text{ nm}).$

ALIŞTIRMA C (*a*) 80 m-dalgaboylu bir radyo dalgasının ve (*b*) 5.5×10^{-11} m dalgaboylu X-ışınının frekansları nedir?

ÖRNEK 31–4 TAHMİN EDİN Cep telefonu anteni. Bir cep telefonunun anteni genellikle $\frac{1}{4}$ dalgaboyu uzunluğundadır. Belirli bir cep telefonunun anteni uzunluğunda düz bir çubuktur. Bu telefonun çalışma frekansını belirleyiniz.

YAKLAŞIM Dalga hızı, dalgaboyu ve frekansı ile ilgili temel denklem $c = \lambda f$ 'dir; dalgaboyu λ, anten uzunluğunun dört katına eşittir.

ÇÖZÜM Anten $\frac{1}{4}\lambda$ uzunluğundadır, dolayısıyla $\lambda = 4(8.5 \text{ cm}) = 34 \text{ cm} = 0.34 \text{ m}$ olur. Buradan $f = c/\lambda = (3.0 \times 10^8 \text{ m/s})/(0.34 \text{ m}) = 8.8 \times 10^8 \text{ Hz} = 880 \text{ MHz}.$

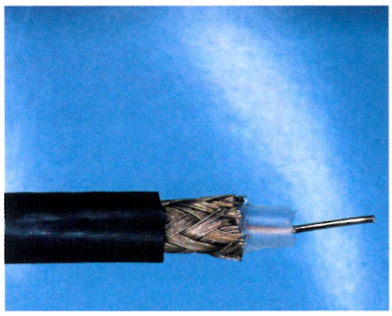
NOT Radyo antenleri genellikle düz bir iletken değildir. İletken, yer kazanmak için halka şeklinde olabilir (Bkz. Şek.31–21b.).

ALIŞTIRMA D 165 MHz'de çalışan uçak radyosunun $\frac{1}{4}$-λ'lık anteni hangi uzunlukta olmalıdır?

Elektromanyetik dalgalar boş uzayda olduğu gibi iletim hatları boyunca da ilerleyebilir. Bir emk kaynağı iletim hattına bağlandığında (iki paralel tel veya bir eş eksenli kablo, Şek.31-13) tel içindeki elektrik alanı tel boyunca her noktada hemen oluşmaz. Bu, Şek.31-7'yi dikkate alarak Kısım 31-4'te kullandığımız aynı düşünceye dayanır. Gerçekten de, teller boş uzay veya hava ile ayrılmışsa elektrik sinyalinin teller boyunca $c = 3.0 \times 10^8\,\text{m/s}$ hızla ilerleyeceği gösterilebilir. Örneğin, bir lamba anahtarını açtığınızda ışık çok kısa sürede gelir. Teller, elektrik bırakırlığı ϵ ve manyetik geçiriciliği μ olan (sırasıyla Kısım 24-5 ve 28-9) bir ortamda ise, hız Dnk.31-12 ile değil, aşağıdaki gibi verilir:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}.$$

ŞEKİL 31–13 Koaksiyel (eş eksenli) kablo.



ÖRNEK 31–5 TAHMİN EDİN **Telefon konuşmasındaki gecikme.** Londra'daki arkadaşınızla New York'tan telefon görüşmesi yapıyorsunuz. Sesinizle üretilen elektrik sinyalinin Londra'ya ulaşmasının ne kadar zaman alacağını, sinyalin (*a*) Atlantik Okyanusu altındaki telefon kabloları ile iletildiğini ve (*b*) okyanusun 36,000 km üzerinde uydu aracılığıyla gönderildiğini kabul ederek tahmini olarak hesaplayınız. Her iki durumda da ciddi bir gecikme olur mu?

YAKLAŞIM Sinyal bir telefon teli ile veya uydu ile havadan iletilir. Her iki durumda da bu bir elektromanyetik dalgadır. Elektronik devreler, teller veya kablolar olayı yavaşlatır, fakat kaba bir tahmin olarak hızı $c = 3.0 \times 10^8\,\text{m/s}$ alalım.

ÇÖZÜM New York'tan Londra'ya uzaklık yaklaşık 5000 km'dir.

(*a*) Kablo yoluyla zaman gecikmesi $t = d/c \approx (5 \times 10^6\,\text{m})/(3.0 \times 10^8\,\text{m/s}) = 0.017\,\text{s}$ 'dir.

(*b*) Uydu vasıtasıyla zaman gecikmesi daha uzun olacaktır, çünkü genellikle Dünya ile aynı dönüşlü (Örnek 6-6) iletişim uyduları 36,000 km yükseklikte hareket eder. Sinyal uyduya gitmek ve geri dönmek zorundadır, yaklaşık 72,000 km. Sinyalin gideceği gerçek uzaklık, açılı gidiş geliş nedeniyle bundan biraz daha uzun olacaktır. Böylece, $t = d/c \approx 7.2 \times 10^7\,\text{m}/(3 \times 10^8\,\text{m/s}) = 0.24\,\text{s}$.

NOT Sinyal sualtı kablolarıyla taşındığında çok kısa bir gecikme vardır ve görüşmeler oldukça normaldir. Sinyal uydu ile gönderildiğinde gecikme önemli düzeydedir. Sözünüzün sonu ve arkadaşınızın onu alıp cevaplaması ve sonra sizin cevabı işitmeniz arasındaki zaman aralığı, normal konuşmadakinden yaklaşık yarım saniye fazladır. Bu önemsenecek düzeydedir ve bunu dikkate almak zorundasınız, çünkü arkadaşınızın cevabı geri dönüş yolundayken siz tekrar konuşmaya başlayamazsınız.

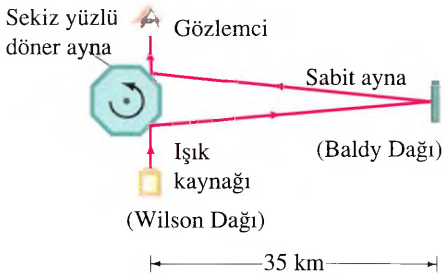
ALIŞTIRMA E Sadece 100 km uzaktaki birisiyle uydu kanalıyla telefonda görüşseniz aynı etkiyi duyar mısınız?

ALIŞTIRMA F Konuşmanız ses dalgası olarak ilerleseydi, New York'tan Londra'ya gitmesi ne kadar zaman alırdı?

31–7 Işık Hızının Ölçümü

Galileo, ışığın iki tepe arasında bilinen bir uzaklığı geçmesi için gerekli zamanı ölçmeye çalışarak ışık hızını ölçmeye kalkıştı. Bir tepeye yardımcısı ve diğerine kendisi yerleşti ve yardımcısının, Galileo'nun lambasında bir ışıltı gördüğü anda kendi lambasından örtüyü kaldırmasını istedi. Galileo, yardımcısının lambasından çıkan ışığı aldığı an ile kendi lambasındaki ışıltı anı arasındaki süreyi ölçtü. Süre o kadar küçüktü ki, Galileo bunun sadece insanın tepki süresini temsil ettiğini ve ışık hızının oldukça yüksek olması gerektiğini belirtti.

Işık hızının sonlu olduğuna dair ilk başarılı tespit Danimarkalı astronom Ole Roemer (1644–1710) tarafından yapıldı. Roemer, Jüpiter'in ortalama 42.5 sa periyotlu bir uydusu olan Io'nun dikkatle ölçülen yörünge periyodunun, Dünya ve Jüpiter'in konumlarına bağlı olarak hafifçe değiştiğine dikkat etti. O, görünen periyottaki bu değişimi, Io'nun bir periyodu sırasında Dünya ve Jüpiter arasındaki uzaklığın değişimine ve ışığın bu fazladan mesafeyi geçmesi için gereken zamana bağladı. Roemer, ışık hızının çok büyük olmasına rağmen sonlu olduğu sonucunu çıkardı.



ŞEKİL 31–14 Michelson'un ışık hızı ölçme sistemi (ölçekli değil).

Işık hızını ölçmek için daha sonra birçok yöntem kullanılmıştır. En önemlilerinden birisi Amerikalı Albert A. Michelson (1852–1931). tarafından gerçekleştirilendir. Michelson, 1880'den 1920'ye kadar yaptığı yüksek duyarlıklı seri deneyler için Şek. 31-14'te şeması görülen döner ayna sistemini kullandı. Kaynaktan çıkan ışık, sekiz yüzeyli döner aynanın bir yüzüne çarpacaktı. Yansıyan ışık görüldüğü gibi oldukça uzakta bulunan sabit aynaya doğru gidip tekrar geriye geldi. Döner ayna sadece doğru hızla dönüyorsa, geri dönen ışık ışını sekiz aynanın birisinden gözlemcinin baktığı küçük teleskopa yansıyacaktı. Dönme hızı biraz farklı olsa, ışın bir yana saptırılacak ve gözlemci tarafından görülmeyecekti. Gerekli döner ayna hızı ve bilinen sabit ayna uzaklığından ışık hızı hesaplanabilecekti. 1920'de Michelson, güney Kaliforniya'daki Wilson dağının zirvesine döner aynayı ve 35 kmuzaklıktaki Baldy (San Antonio) dağına sabit aynayı yerleştirdi. Daha sonra, havası boşaltılmış uzun bir tüp kullanarak boşluktaki ışık hızını ölçtü.

Bugün, boşluktaki ışık hızı c

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s},$$

olarak alınır ve bu değerle tanımlanır. Bu, uzunluk standardı metrenin artık ayrıca tanımlanamayacağı anlamındadır. Yani, Kısım 1-4'te ifade ettiğimiz gibi, şimdi resmi olarak metre, saniyenin 1/299,792,458 kesrinde ışığın aldığı yol olarak tanımlanır. Genellikle c'yi, çok duyarlı sonuçlar gerekli olmadığı zaman aşağıdaki gibi yuvarlatırız:

$$c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Havadaki hız biraz daha küçüktür.

31–8 EM Dalgalarda Enerji; Poynting Vektörü

Elektromanyetik dalgalar uzayın bir bölgesinden diğer bir bölgesine enerji taşır. Bu enerji hareketli elektrik ve manyetik alanlar ile ilişkilendirilir. Kısım 24–4'te, E elektrik alanında depolanan u_E (J/m^3) enerji yoğunluğunun $u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$ (Dnk.30-7) olduğunu gördük. B manyetik alanında depolanan enerji yoğunluğu, Kısım 30-3'de tartıştığımız gibi $u_B = \frac{1}{2}B^2/\mu_0$ (Dnk.30-7) ile verilir. Böylece, elektromanyetik dalga bulunan bir uzay bölgesinde birim hacim başına depolanan toplam enerji şöyledir:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}. \qquad \textbf{(31–15)}$$

Bu denklemde E ve B uzayın küçük bir bölgesi 31-15'i, Dnk. 31-11 $(B = E/c)$ ve 31–12 $(c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0})$ 'yi kullanarak sadece E alanı cinsinden yazabiliriz

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0\mu_0 E^2}{\mu_0} = \epsilon_0 E^2. \qquad \textbf{(31–16a)}$$

Burada, B alanına eşlik eden enerji yoğunluğunun E alanı nedeniyle mevcut olana eşit olduğunu ve her birinin toplam enerjiye yarım katkı yaptığını belirtelim. Enerji yoğunluğunu sadece B alanına bağlı olarak da şöyle yazabiliriz:

$$u = \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 c^2 B^2 = \frac{B^2}{\mu_0}, \qquad \textbf{(31–16b)}$$

veya hem E hem de B içeren tek bir terimle şöyle yazabiliriz:

$$u = \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 EcB = \frac{\epsilon_0 EB}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}EB. \qquad \textbf{(31–16c)}$$

31–16 denklemleri, herhangi bir anda uzayın herhangi bir bölgesindeki enerji yoğunluğunu verir.

Şimdi, dalganın birim zamanda birim yüzey başına aktardığı enerjiyi belirleyelim. Bu, **Poynting vektörü**[†] olarak isimlendirilen $\vec{\mathbf{S}}$ vektörü ile verilir. $\vec{\mathbf{S}}$'nin birimi W/m^2'dir. $\vec{\mathbf{S}}$'nin yönü, dalganın hareket yönü olan enerji aktarım yönüdür. Dalganın, Şek 31-15'te görüldüğü gibi x eksenine dik bir A yüzeyinden geçtiğini hayal edelim. Dalga kısa bir dt

[†]J.H. Poynting'e atfen (1852–1914).

zaman aralığında, sağa doğru $dx = c\,dt$ mesafesini alır, burada c dalga hızıdır. dt süresinde A yüzeyinden geçen enerji, $dV = A\,dx = Ac\,dt$ hacmini dolduran enerjidir. Belirli bir anda bu hacimdeki elektrik alanı E olmak üzere enerji yoğunluğu $u = \epsilon_0 E^2$ 'dir. Dolayısıyla, dV hacmi içindeki toplam dU enerjisi u enerji yoğunluğu ile hacmin çarpımıdır: $dU = u\,dV = (\epsilon_0 E^2)(Ac\,dt)$. O halde dt süresi başına A yüzeyinden geçen enerji şöyledir:

$$S = \frac{1}{A}\frac{dU}{dt} = \epsilon_0 cE^2. \qquad \textbf{(31–17)}$$

$E = cB$ ve $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, olduğundan bu ifade şöyle yazılabilir:

$$S = \epsilon_0 cE^2 = \frac{cB^2}{\mu_0} = \frac{EB}{\mu_0}.$$

$\vec{\mathbf{S}}$'nin doğrultusu $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$,'ye dik olan $\vec{\mathbf{v}}$, boyuncadır, bu yüzden Poynting vektörü $\vec{\mathbf{S}}$

$$\vec{\mathbf{S}} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{B}}). \qquad \textbf{(31–18)}$$

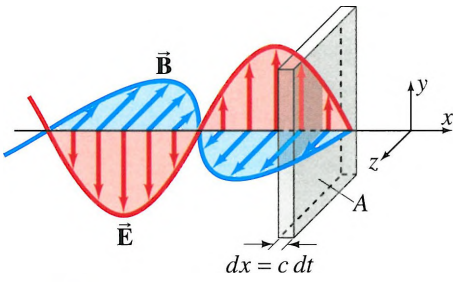
şeklinde yazılabilir. Dnk.31-17 veya 31-18, herhangi bir anda birim zamanda birim yüzeyden geçen enerjiyi verir. Frekanslar genellikle anlık zaman değişimini algılayamayacağımız kadar yüksek olduğu için, geniş bir zaman periyodu boyunca ortalamayı bilmek isteriz. E ve B sinüzoidal ise, elektrik akımları ve voltajları (Kısım 25-7) için olduğu gibi, $\overline{E^2} = E_0^2/2$,'dir. Burada E_0, E'nin maksimum değeridir. Böylece Poynting vektörünün büyüklüğünü ortalama olarak aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\overline{S} = \frac{1}{2}\epsilon_0 cE_0^2 = \frac{1}{2}\frac{c}{\mu_0}B_0^2 = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0}. \qquad \textbf{(31–19a)}$$

Burada B_0, B'nin en büyük değeridir. $\vec{\mathbf{S}}$'nin zaman ortalamalı bu değeri, birim yüzeyden aktarılan ortalama güç şeklinde tanımlanan (Kısım 15-3) şiddettir. S'nin ortalama değerini aşağıdaki biçimde de yazabiliriz:

$$\overline{S} = \frac{E_{\text{kko}}\,B_{\text{kko}}}{\mu_0} \qquad \textbf{(31–19b)}$$

Burada E_{kko} ve B_{kko} kko değerlerdir. $\left(E_{\text{kko}} = \sqrt{\overline{E^2}},\ B_{\text{kko}} = \sqrt{\overline{B^2}}\right)$.



ŞEKİL 31–15 A yüzeyinden enerji geçiren elektromanyetik dalga.

ÖRNEK 31–6 **Güneşten gelen *E* ve *B*.** Güneşten gelen radyasyon yaklaşık $1350\ \text{J/s}\cdot\text{m}^2\ (= 1350\ \text{W/m}^2)$ hızıyla Dünya'ya (atmosferin üzerine) ulaşır. Bunun tek bir EM dalga olduğunu kabul ediniz ve E ile B'nin en büyük değerini hesaplayınız.

YAKLAŞIM Dnk.31-19'u $\left(\overline{S} = \frac{1}{2}\epsilon_0 cE_0^2\right)$, $\overline{S} = 1350\ \text{J/s}\cdot\text{m}^2$ alarak E_0 için çözeriz.

ÇÖZÜM

$$E_0 = \sqrt{\frac{2\overline{S}}{\epsilon_0 c}} = \sqrt{\frac{2(1350\ \text{J/s}\cdot\text{m}^2)}{(8.85\times10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(3.00\times10^8\ \text{m/s})}}$$

$$= 1.01\times10^3\ \text{V/m}.$$

Dnk. 31–11, $B = E/c$ 'ten şu sonuca ulaşırız:

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{1.01\times10^3\ \text{V/m}}{3.00\times10^8\ \text{m/s}} = 3.37\times10^{-6}\ \text{T}.$$

NOT E ile karşılaştırıldığında B küçük bir sayısal değere sahip olsa da (E ve B için 31-15 ve 16) B, dalgaya E'nin yaptığı kadar enerji katkısı yapar.

31–9 Radyasyon Basıncı

Elektromanyetik dalgalar enerji taşıyorsa, o zaman bunların çizgisel momentum taşımalarını da bekleyebiliriz. Elektromanyetik dalga bir cismin yüzeyi ile karşılaştığında momentum aktarımı sonucu, tıpkı hareketli bir cismin bir yüzeye çarpması sırasındaki gibi yüzey üzerine bir kuvvet ($F = dp/dt$), uygulanacaktır. Dalgaların birim yüzeye uyguladığı kuvvet radyasyon basıncı olarak isimlendirilir ve bunun varlığı Maxwell tarafından öngörülmüştür. Maxwell, bir EM radyasyon ışını (örneğin ışık) bir cisim tarafından tamamen soğurulursa aktarılan momentumun

$$\Delta p = \frac{\Delta U}{c} \qquad \text{[radyasyonun tamamen soğurulması]} \quad \textbf{(31–20a)}$$

olacağını gösterdi. Burada ΔU, Δt süresinde cisim tarafından soğurulan enerjidir, c ise ışık hızıdır[†] Radyasyon tamamen yansıtılırsa (cisim ayna olsun) aktarılan momentum, tıpkı bir topun bir yüzeyden esnek olarak sıçraması sırasındaki gibi iki kat daha büyük olacaktır:

$$\Delta p = \frac{2\,\Delta U}{c}. \qquad \text{[radyasyonun tamamen yansıması]} \quad \textbf{(31–20b)}$$

Yüzey enerjinin bir kısmını soğurur ve bir kısmını yansıtılırsa $\Delta p = a\,\Delta U/c$ olur. Burada a, 1 ile 2 arasında bir çarpandır.

Newton'un ikinci yasasını kullanarak, radyasyonun cisim üzerine uyguladığı kuvveti ve basıncı hesaplayabiliriz. Kuvvet şöyle verilir:

$$F = \frac{dp}{dt}.$$

Cisme ortalama enerji aktarma hızı Poynting vektörüyle aşağıdaki gibi ilişkilidir:

$$\frac{dU}{dt} = \bar{S}A.$$

Burada A cismin radyasyonu kestiği kesit yüzeydir. Radyasyon basıncı P (tam soğurma farzederek) aşağıdaki gibidir (Bkz. Dnk. 31–20a)

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A}\frac{dp}{dt} = \frac{1}{Ac}\frac{dU}{dt} = \frac{\bar{S}}{c}. \qquad \text{[tam soğurulma]} \quad \textbf{(31–21a)}$$

Işık tamamen yansıtılırsa basınç iki kat daha büyüktür (Dnk. 31–20b):

$$P = \frac{2\bar{S}}{c}. \qquad \text{[tam yansıma]} \quad \textbf{(31–21b)}$$

ÖRNEK 31–7 **TAHMİN EDİN** **Güneş ışını basıncı.** Güneşten gelip yeryüzüne ulaşan (atmosfer içinden geçtikten sonra) radyasyon yaklaşık $1000\ \text{W/m}^2$ hızıyla enerji aktarır. Uzattığınız elinize Güneş tarafından uygulanan kuvveti ve basıncı tahminen hesaplayınız.

YAKLAŞIM Radyasyon kısmen yansıtılır ve kısmen soğurulur, öyleyse basitçe $P = \bar{S}/c$ 'yi tahmin edelim.

ÇÖZÜM
$$P \approx \frac{\bar{S}}{c} = \frac{1000\ \text{W/m}^2}{3 \times 10^8\ \text{m/s}} \approx 3 \times 10^{-6}\ \text{N/m}^2.$$

Uzattığınız elinizin tahmini yüzeyi yaklaşık 10 cm × 120 cm olabilir, o zaman $A = 0.02\ \text{m}^2$'dir. Dolayısıyla kuvvet aşağıdaki gibidir:

$$F = PA \approx (3 \times 10^{-6}\ \text{N/m}^2)(0.02\ \text{m}^2) \approx 6 \times 10^{-8}\ \text{N}.$$

NOT Bu sayılar çok küçüktür. Karşılaştırma için, elimize etkiyen kütle çekimi kuvveti, belki yarım pound veya $m = 0.2$ kg kütle için $mg \approx (0.2\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) \approx 2$ N'dur. Elinizin üzerindeki radyasyon basıncı, kütle çekimi ile karşılaştırıldığında hissedilmez.

[†]Çok kabaca, ışığı parçacık gibi (Bkz. Bölüm 37) düşünürsek, c ışık hızına yakın hızla hareket eden bir parçacığı "durdurmak" (yani soğurma) için gerekli kuvvet $F = \Delta p/\Delta t$ olur. Fakat F enerji ile de ilişkilidir (Dnk.8-7), $F = \Delta U/\Delta x$, o halde $\Delta p = F\,\Delta t = \Delta U/(\Delta x/\Delta t) = \Delta U/c$'dir. Burada $(\Delta x/\Delta t)$'yi c ışık hızı gibi düşündük.

ÖRNEK 31–8 **TAHMİN EDİN** **Güneş yelkenlisi.** Bir uzay aracını güneş sistemi etrafında itmeye yardımcı olması için Güneşten kaynaklanan radyasyon basıncını kullanacak öneriler yapılmıştır. (*a*) 1 km × 1 km'lik oldukça yansıtıcı bir yelken üzerine yaklaşık ne kadar kuvvet uygulanabilir? (*b*) Bu kuvvet, 5000 kg'lık uzay aracının hızını bir yılda ne kadar artırır? (c) uzay aracı durgun halden seyahate başlarsa bir yılda yaklaşık ne kadar yol alır?

YAKLAŞIM Basınç (P) birim yüzeye etkiyen kuvvettir, yani $F = PA$. Örnek 31-7'de yapılan tahmini burada yansıtan yüzey için ikiye katlayarak $P = 2\bar{S}/c$ kullanırız. Newton'un ikinci yasasından ivmeyi bulur ve bunu sabit kabul ederiz, sonra $v = v_0 + at$ ifadesinden hızı buluruz. Alınan yol $x = \frac{1}{2}at^2$. ile verilir.

ÇÖZÜM (*a*) Örnek 31-7'nin sonucu ikiye katlanırsa güneş basıncı $2\bar{S}/c = 6 \times 10^{-6}\,\text{N/m}^2$ olur. Öyleyse kuvvet $F \approx PA = (6 \times 10^{-6}\,\text{N/m}^2)(10^6\,\text{m}^2) \approx 6\,\text{N}$. 'dir. (*b*) İvme $a \approx F/m \approx (6\,\text{N})/(5000\,\text{kg}) \approx 1.2 \times 10^{-3}\,\text{m/s}^2$ olur. Hız artışı $v - v_0 = at = (1.2 \times 10^{-3})(365\text{ gün})(24\text{ sa/gün})(3600\text{ s/sa}) \approx 4 \times 10^4\,\text{m/s}$ ($\approx$ 150,000 km/sa!) (*c*) Durgun halden başlarsa bu ivme yılda yaklaşık $\frac{1}{2}at^2 \approx 6 \times 10^{11}\,\text{m}$ yol ile, yani Güneş-Dünya arasındaki uzaklığın yaklaşık dört katı ile sonuçlanacaktır. Başlangıç noktası, Dünya'nın çekim kuvveti ile karşılaştırıldığında küçük olacak kadar Dünya'dan uzak olmalıdır.

NOT Uzun bir süre ile küçük bir kuvvet sağlayan büyük bir yelken epeyi bir harekete yol açabilir.

FİZİK UYGULAMASI
Optik cımbız

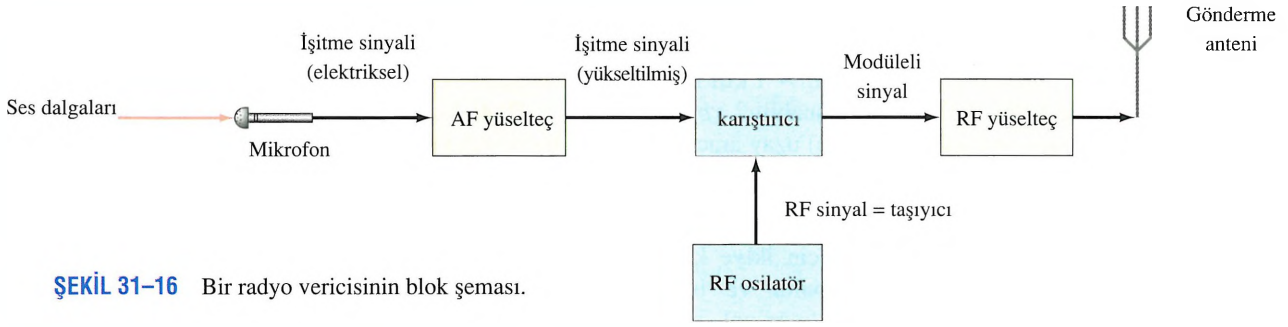
Radyasyon basıncını doğrudan hissedemeseniz, fakat iyi odaklanmış lazer ışınları ile atomlar ışınlandığında olay oldukça etkileyicidir. Bir atom $10^{-27}\,\text{kg}$ mertebesinde bir kütleye sahiptir ve bir lazer ışını $1000\,\text{W/m}^2$ 'lik hızla enerji verebilir. Bu Örnek 31–7, 'de kullanılan şiddet ile aynıdır, fakat burada $10^{-6}\,\text{N/m}^2$'lik radyasyon basıncı, kütlesi 10^{-23} ile $10^{-26}\,\text{kg}$ arasında olan molekül üzerinde çok önemli olabilir. Atomları ve molekülleri, "optik cımbız" adı verilen bir cihaz içinde lazer ışınıyla yönlendirerek hareket ettirmek mümkündür. Optik cımbız bazı önemli uygulamalara sahiptir. Bunlar, özellikle canlı organizmaları ve hücre içindeki parçaları zarar vermeden hareket ettirebileceği için biyologların oldukça ilgisini çeker. Böyle bir lazer cımbızla molekülün iki ucunu çekerek DNA'nın esneklik özelliklerini ölçmek mümkündür.

31–10 Radyo ve Televizyon; Kablosuz İletişim

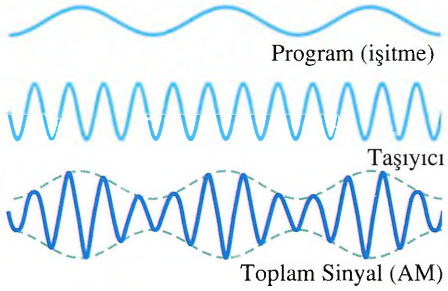
FİZİK UYGULAMASI
Kablozuz iletim

Elektromanyetik dalgalar çok uzun mesafelere bilgi aktarımını mümkün kılar. Bunu ilk anlayan ve uygulamaya koyan, 1890'larda telsiz iletişimi keşfeden ve geliştiren Guglielmo Marconi (1874-1937) idi. Bu sayede mesajlar, teller kullanılmadan ışık hızıyla gönderilebildi. İlk sinyaller sadece, Morse kodunun "noktalar"ı ve "çizgiler"i gibi, bir kod yardımıyla kelimelere dönüştürülebilen kısa ve uzun pulslardı: bunlar, ister inanın ister inanmayın, sayısal telsizdi. 1895'de Marconi, İtalya'da bir veya iki kilometreye kablosuz sinyaller gönderdi. Marconi 1901'e kadar, Newfoundland'dan (Kanada) Cornwall'a (İngiltere) okyanus aşırı 3,000 km'lik test sinyalleri ve 1903'te, Cape Cod'dan (Massachusetts) İngiltere'ye ilk pratik ticari mesajları gönderdi: London *Times*, New York muhabirinden gönderilen haber konularını yayınladı. 1903 aynı zamanda, Wright kardeşler'in ilk motorlu uçak uçuşunu yaptığı yıldı. Modern çağı karakterize eden ilk buluşlar (kablosuz iletişim ve uçuş) o yılda başladı. Radyo, televizyon, telsiz telefonlar, cep telefonları, Mavidiş, kablosuz bağlantı ve uydu iletişimini içeren kablosuz iletişimli modern dünyamız, Marconi'nin öncü çalışmasının modern uygulamalarıdır.

Sonraki on yıl vakum tüplerinin gelişmesine sahne oldu. Bu ilk çalışmaların sonucu olarak radyo ve televizyon doğdu. Şimdi kısaca; (1) radyo ve TV sinyallerinin nasıl iletildiğini ve (2) bunların evde nasıl alındığını tartışacağız.



ŞEKİL 31–16 Bir radyo vericisinin blok şeması.



ŞEKİL 31–17 Genlik modülasyonunda taşıyıcı sinyalin genliği ses sinyalinin genliği ile orantılı değiştirilir.

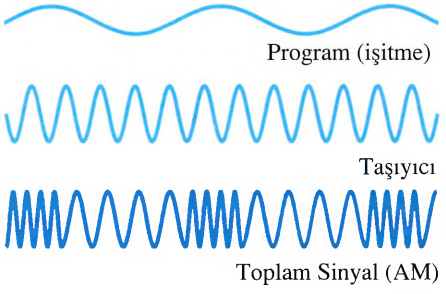
Bir radyo istasyonunun bilgi (sözler ve müzik) aktarma yöntemi Şek.31-16'da ana hatlarıyla verilmektedir. Ses bilgisi, mikrofon veya manyetik okuma/yazma kafası yardımıyla aynı frekanslı elektrik sinyallerine dönüştürülür. Bu elektrik sinyalleri, frekansları duyulur bölgede (20 ile 20,000 Hz) olduğu için işitme-frekansı (audio-frequency-AF) olarak isimlendirilir. Sinyal elektronik olarak yükseltilir ve sonra, o istasyonu temsil eden **taşıyıcı frekans** olarak isimlendirilen radyo-frekans (RF) ile karıştırılır. AM radyo istasyonları, yaklaşık 530 kHz'den 1700 kHz'e kadar taşıyıcı frekanslara sahiptir. Örneğin, "kadrandaki 710 sayısı", taşıyıcı frekansı 710 kHz olan bir istasyonu temsil eder. FM radyo istasyonları, 88 MHz ve 108 MHz aralığında çok daha yüksek taşıyıcı frekanslara sahiptir. Birleşik Devletlerde yayın yapan TV istasyonlarının taşıyıcı frekansları 54 MHz ile 88 MHz, aralığında, 174 MHz ile 216 MHz, aralığında ve 470 MHz ile 890 MHz aralığında bulunur.

İşitme ve taşıyıcı frekanslarının karıştırılması iki yolla yapılır. **Genlik modülasyonu**nda (AM), yüksek frekanslı taşıyıcı dalganın genliği, Şek.31-17'de görüldüğü gibi işitme sinyalinin genliği ile orantılı olarak değiştirilir. Bu işlem, taşıyıcının genliği değiştirildiği için "genlik modülasyonu" olarak isimlendirilir ("modülasyon" değiştirme anlamındadır). Frekans modülasyonunda (FM), Şek.31-18'de görüldüğü gibi taşıyıcı dalganın *frekansı* işitme sinyalinin genliği ile orantılı değiştirilir. Karıştırılmış sinyal biraz daha yükseltilir ve bu frekans karışımının EM dalgalar biçiminde yayıldığı gönderici antene iletilir. Sayısal iletişimde sinyal, taşıyıcıyı modüle edecek sayısal forma (Kısım 29-8) sokulur.

FİZİK UYGULAMASI

AM ve FM

ŞEKİL 31–18 Frekans modülasyonunda (FM) taşıyıcı sinyalin frekansı ses sinyalinin genliği ile orantılı değiştirilir. Bu metot FM radyo ve televizyon için kullanılır.



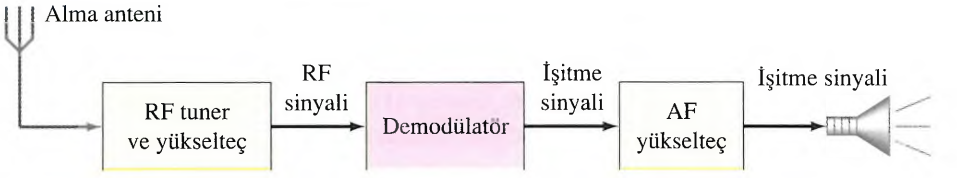
Bir televizyon vericisi, işitme için FM ve görüntü için AM kullanarak benzer biçimde çalışır; hem işitme hem de görüntü sinyalleri (bknz. Kısım 23-9) taşıyıcı frekanslar ile karıştırılır.

Şimdi, radyo ve TV programlarının evde kabul edilmesi olan, sürecin diğer ucuna bakalım. Basit bir radyo alıcısı Şek. 31–19'da diyagram biçiminde verilmiştir. Bütün istasyonlardan yayınlanan EM dalgalar anten tarafından alınır. Antenin algıladığı ve alıcıya gönderdiği sinyaller çok küçüktür ve pek çok farklı istasyondan gelen frekansları içerir. Alıcı, bir LC rezonans devresi (Kısım 30–6 ve 30–9). kullanarak belirli bir istasyona karşılık gelen özel RF frekansı (frekansların çok dar bir aralığı) süzer. Bir istasyonu ayarlamanın basit yolu Şek. 31–20'de görülmektedir. Belirli bir istasyon, devrenin rezonans frekansı istasyonun taşıyıcı frekansına eşit olacak şekilde C ve/veya L'yi değiştirerek ayarlanır. Daha sonra, işitme ve taşıyıcı frekanslarının her ikisini de içeren sinyal,

FİZİK UYGULAMASI

Radyo ve TV alıcıları

ŞEKİL 31–19 Basit bir radyonun blok şeması.

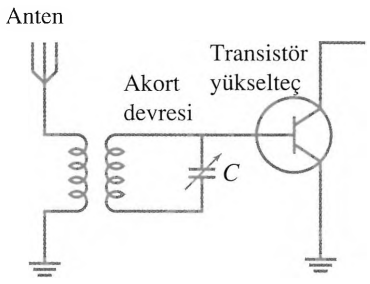


"demodülasyon"un yapıldığı yani RF taşıyıcı frekansının işitme sinyalinden ayrıldığı *demodülatör veya detektöre* (Şek.31–19) gider. İşitme sinyali yükseltilir ve hoparlöre veya kulaklığa gönderilir.

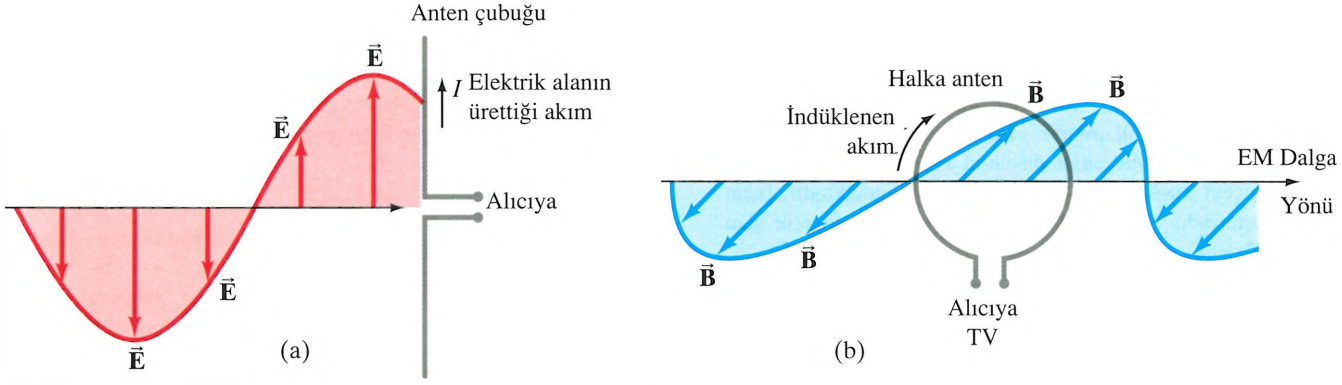
Modern alıcılar burada görülenden daha fazla kademeye sahiptir. Hassasiyeti ve seçiciliği (zayıf sinyalleri algılama ve diğer istasyonlardan bunları ayırt etme yeteneği) artırmak ve orijinal sinyalin gürültüsünü azaltmak için çeşitli araçlar kullanılır.†

Bir televizyon alıcısı, işitme ve video sinyallerinin her ikisi için benzer şeyleri yapar. İşitme sinyali son olarak hoparlöre, görüntü sinyali ise, bir katot ışın tübüne (KIT) veya LCD ekrana gider (Kısım 23–9 ve 35–12).

Bir tür anten bir veya daha fazla iletken çubuktan oluşur; EM dalgalardaki elektrik alanı iletken içindeki elektronlar üzerine, onların dalga frekansında ileri ve geri hareket etmesine yol açacak bir kuvvet uygular (Şek. 31–21a). İkinci tür anten, dalganın manyetik alanını algılayan silindirik bir iletken sarmaldan oluşur: Dalganın değişen manyetik alanı bobinde bir emk indükler (Şek.31–21b). Uydu çanağı (Şek. 31–22) EM dalgayı, konkav aynalı teleskopa benzer şekilde, bir "boynuz"a odaklayan parabolik yansıtıcıdan oluşur (Şek. 33–38).



ŞEKİL 31–20 Bir radyonun basit ayar birimi.



ŞEKİL 31–21 Antenler. (a) EM dalganın elektrik alanı düz telden veya çubuktan oluşan antende akım üretir. (b) Değişen manyetik alan halka antende emk ve akım indükler.

ŞEKİL 31–22 Uydu çanağı.



ÖRNEK 31–9 **İstasyon ayarı.** 100 MHz'de yayın yapan bir FM radyo istasyonunun yayın dalgaboyunu hesaplayınız.

YAKLAŞIM Radyo bir EM dalga yayınlar, bu nedenle hızı $c = 3.0 \times 10^8\,\text{m/s}$ 'dir. Dalgaboyu Dnk. 31-14'den bulunur, $\lambda = c/f$.

ÇÖZÜM Taşıyıcı frekansı $f = 100\,\text{MHz} = 1.0 \times 10^8\,\text{s}^{-1}$, 'dir, dolayısıyla,

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{(3.0 \times 10^8\,\text{m/s})}{(1.0 \times 10^8\,\text{s}^{-1})} = 3.0\,\text{m}.$$

NOT Diğer FM sinyallerinin (88 MHz ile 108 MHz) dalgaboyları bu istasyonun 3.0 m 'lik dalgaboyuna yakındır. FM antenleri tipik olarak 1.5 m uzunluğunda veya yaklaşık yarım dalgaboyundadır. Bu uzunluk, antenin rezonans biçiminde etkileşmesi ve böylece FM frekanslara daha duyarlı olması için seçilir. AM radyo antenleri, $\frac{1}{2}\lambda$ ya da $\frac{1}{4}\lambda$ uzunlukta olacaksa FM'den çok daha uzun olmak zorundadır.

†FM stereo radyo yayını için taşıyıcı dalga iki sinyal taşır. Bir sinyal, yaklaşık 15 kHz'e kadar frekansları içerir ki işitme frekanslarının çoğu bu bölgededir. Diğer sinyal aynı frekans aralığını içerir, fakat buna 19 kHz eklenir. Bir stereo alıcı bu 19,000-Hz 'lik sinyali çıkarıp bu iki sinyali sağ ve sol kanallara dağıtır. İlk sinyal sağ ve sol kanalların (L + R), toplamından oluşur, bu yüzden mono radyolar bütün sesi algılar. İkinci sinyal sağ ve sol arasındaki farktır (L − R). Dolayısıyla alıcı, her kanal için saf sağ ve sol sinyalleri elde etmek üzere iki sinyali toplamalı ve çıkarmalıdır.

FİZİK UYGULAMASI

Cep telefonları, radyo-kontrol, uzaktan kontrol, kablolu TV ve uydu TV'si ve radyo

Diğer EM Dalga İletişimleri

Radyo-dalga tayfının çeşitli bölgeleri farklı uygulamalar için devlet dairelerince tahsis edilir. Yukarıda bahsedilenlerin dışında; gemiler, uçaklar, polis, ordu, amatörler, uydular ve uzay araçları ve radar tarafından kullanım için tahsisli "band"lar vardır. Örneğin, ABD'deki cep telefonu vericileri ve alıcıları iki farklı band üzerinde çalışır: 800 MHz ve 1900 MHz (= 1.9 GHz), halbuki Avrupa ve Asya'da GSM (gezici iletişim küresel sistemi) adlı uluslar arası standart için 900 MHz ve 1800 MHz bantları kullanılır. Radyo kontrollü oyuncaklar (otomobiller, tekneler, robot hayvanlar, vs.) 27 MHz'den 75 MHz'e kadar çeşitli frekansları kullanabilir. Anahtarsız otomobil kapıları 300 MHz ile 400 MHz civarında çalışabilir.

Kablo TV kanalları, yayınlanıp "havadan" alınma yerine koaksiyal kablo (Bkz. Şek. 31–13) boyunca elektromanyetik dalgalar ile taşınır. Kanallar, EM tayfın aynı bölümünde, birkaç yüz MHz'dedir, fakat bazıları TV yayını için kullanılmayan frekanslardadır. Sayısal uydu TV ve radyo, tayfın mikrodalga bölümünde iletilir (sırasıyla 12-14 GHz ve 2.3 GHz).

Özet

James Clerk Maxwell, şimdi **Maxwell denklemleri** olarak isimlendirilen dört denklem kullanılarak elektrik ve manyetik olayların şık bir teoride tanımlanabileceğini düşündü ve bunu gerçekleştirdi. Bunlar daha önceki düşüncelere ve kanunlara dayanmaktadır, fakat Maxwell bir tane daha ekledi: Değişen elektrik alan manyetik alan üretir. Maxwell denklemleri şöyledir:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q}{\epsilon_0} \qquad \textbf{(31–5a)}$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0 \qquad \textbf{(31–5b)}$$

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \textbf{(31–5c)}$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \qquad \textbf{(31–5d)}$$

İlk ikisi elektrik ve manyetizma için Gauss yasalarıdır, diğer ikisi sırasıyla Faraday yasası ve Maxwell'in genelleştirdiği Ampere yasasıdur.

Maxwell teorisi, enine **elektromanyetik (EM) dalgaların** ivmeli elektrik yükleri tarafından üretileceğini ve bu dalgaların ışık hızı c ile uzayda yayılacağını öngördü:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}. \qquad \textbf{(31–12)}$$

EM dalgaların λ dalgaboyu ve f frekansı bunların c hızı ile, diğer dalgalara benzer biçimde şu şekilde ilişkilidir:

$$c = \lambda f. \qquad \textbf{(31–14)}$$

Bir EM dalgada salınan elektrik ve manyetik alanlar birbirlerine ve yayılma doğrultusuna diktir. EM dalgalar maddenin değil alanların dalgasıdır ve boş uzayda yayılabilirler.

EM dalgalar, 1800'lü yılların sonlarında deneysel olarak algılandıktan sonra, ışığın bir EM dalga olduğu düşüncesi (doğrudan algılananlara göre çok daha yüksek frekanslı olmasına rağmen) genel olarak kabul gördü. Elektromanyetik tayf, mikrodalgalar ve radyo dalgalarından görünür ışığa, ışınları ve gama ışınlarına kadar geniş bir dalgaboyu aralığına sahip EM dalgaları kapsar ve bu dalgaların hepsi uzayda ışık hızı $c = 3.00 \times 10^8$ m/s ile ilerler. EM dalgalar ile taşınan enerji **Poynting vektörü** ile tanımlanabilir:

Bu bağıntı, serbest uzayda, $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ elektrik ve manyetik alanlarına sahip bir EM dalganın birim yüzeyden birim zamanda enerji aktarma hızını verir:

$$\vec{\mathbf{S}} = \frac{1}{\mu_0} \vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{B}} \qquad \textbf{(31–18)}$$

EM dalgalar momentum taşır ve dalganın S şiddeti ile orantılı bir **radyasyon basıncı** uygular.

Sorular

1. Bir $\vec{\mathbf{E}}$ elektrik alan vektörü sizden uzaktaki bir noktayı işaret eder ve büyüklüğü artmaktadır. İndüklenen manyetik alan saat yönünde mi yoksa aksi yönde mi olacaktır? $\vec{\mathbf{E}}$ size doğru ve büyüklüğü azalıyor olsaydı ne olurdu?
2. Şek.31-3'deki yerdeğiştirme akımının yönü nedir? (Not: Sığaç boşalıyor.)
3. Niçin bir sığaçtaki yerdeğiştirme akımının manyetik alanı, iletim akımının manyetik alanından çok daha zor algılanır?
4. Dnk.31-1'deki $\mu_0 \epsilon_0 \, d\Phi_E/dt$ terimini bir "akım" olarak isimlendirmenin iyi bir nedeni var mıdır? Açıklayın..
5. Kuzeye doğru ilerleyen bir EM dalgadaki elektrik alanı doğu-batı düzleminde salınım yapmaktadır. Bu dalganın manyetik alan vektörünün doğrultusunu tanımlayınız.
6. Ses bir elektromanyetik dalga mıdır? Eğer değilse, ne tür bir dalgadır?
7. EM dalgalar mükemmel bir vakumda ilerleyebilir mi? Ses dalgaları bunu yapabilir mi?
8. Bir ışık anahtarını açtığınızda, ampul derhal ışıldar mı? Açıklayınız..
9. Radyo ve televizyon sinyallerinin dalgaboyları insan gözü ile algılanabilenden daha küçük mü yoksa daha büyük müdür?

10. Örnek 31–2'de hesaplanan dalgaboyu, bir elektrik santralinde başlayan 60 Hz'lik aa akımın fazının 200 km uzaktaki bir evdeki fazı ile karşılaştırılması hakkında, size ne söyler?
11. Stereo bir yükseltecin çıkışına iki hoparlör bağladığınızda, bağlantı kabloları, hoparlörler arasında faz farkı oluşturmamak için eşit uzunlukta mı olmalıdır? Açıklayınız.
12. Elektromanyetik tayfta 10^3 km; 1 km; 1 m; 1 cm; 1 mm; 1 μm dalgaboylarına sahip dalgalar, hangi tip EM dalgalardır?
13. Radyo dalgaları, ses dalgaları (20 Hz–20,000 Hz) ile aynı frekanslara sahip olabilir mi?
14. Telsiz telefonların EM dalgalardan nasıl yararlandığını tartışınız. Cep telefonları için ne düşünürsünüz?
15. İki radyo veya TV istasyonu aynı taşıyıcı frekans üzerinde yayın yapabilir mi? Açıklayınız.
16. Bir radyo vericisi düşey bir antene sahipse, en iyi alışı elde etmek için alıcının anteni (çubuk tipi) düşey mi yoksa yatay mı olmalıdır?
17. FM yayınlarının taşıyıcı frekansları AM yayınlarının frekanslarından çok daha yüksektir. Bölüm 15'te kırınım hakkında öğrendiklerinize dayanarak, niçin AM sinyallerinin, binaların veya tepelerin arkasında FM sinyallerinden daha kolayca algılanabileceğini açıklayınız.
18. Kaybolan bir kişi, Morse kodu kullanarak el fenerini yakıp söndürmek suretiyle sinyal verebilir. Bu, gerçekte modüle edilmiş bir EM dalgadır. Bu AM mi yoksa FM midir? Taşıyıcı frekansı yaklaşık olarak nedir?

Problemler

31–1 Değişen $\vec{E}$ ile üretilen $\vec{B}$

1. (I) Bir sığacın 6.0 cm çaplı yuvarlak plakaları arasındaki elektrik alanının hangi hızla değiştiğini, plakaların 1.1 mm aralıklı olduğunu ve uçları arasındaki voltajın 120 V/s hızla değiştiğini kabul ederek belirleyiniz.
2. (I) Bir kenarı 5.8 cm olan kare plakalı sığacın plakaları arasındaki yerdeğiştirme akımını, elektrik alanının 2.0×10^6 V/m·s hızıyla değiştiğini kabul ederek hesaplayınız.
3. (II) Paralel plakalı bir sığaca bağlı tellerden belirli bir anda 2.8 A'lik bir akım akmaktadır. Kenar uzunluğu 1.60 cm olan kare plakalar arasında elektrik alanının değişim hızı nedir?
4. (II) 2 cm çaplı daire şekilli paralel plakalı 1500 nF'lık sığaç belli bir anda 38.0 mC/s hızıyla yüklenmektedir. Plakaların merkezinden yarıçap boyunca 10.0 cm uzaklıkta indüklenen manyetik alan şiddeti ne kadar dır? Sığaç tamamen dolunca alan şiddeti ne olur?
5. (II) Paralel plakalı bir sığaç içinden akan yerdeğiştirme akımının $I_D = C\,dV/dt$ olarak yazılabileceğini gösteriniz. Burada V herhangi bir anda plakaların uçları arasındaki voltajdır.
6. (II) Hava aralıklı bir sığacın $R = 2.5$ cm yarıçaplı ve $d = 1.6$ mm aralıklı dairesel plakalara sahip olduğunu kabul ediniz. Sığaca 76.0 Hz emk, $\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \cos \omega t$ uygulanıyor. En büyük yerdeğiştirme akımı 35 μA 'dir. (*a*) En büyük I iletim akımını, (*b*) $\mathscr{E}_0$ 'ın değerini ve (*c*) plakalar arasındaki $d\Phi_E/dt$'nin en büyük değerini belirleyiniz. Kenar saçaklanmasını ihmal ediniz.
7. (III) Dairesel paralel plakalı bir sığacın, $R_0 = 3.0$ cm yarıçapa ve $d = 5.0$ mm aralığa sahip olduğunu kabul ediniz. Plaka uçlarına $V = V_0 \sin(2\pi ft)$ biçimli sinüzoidal potansiyel farkı, $V_0 = 150$ V ve $f = 60$ Hz olarak uygulanıyor. (*a*) Plakalar arasındaki bölgede, indüklenen manyetik alan büyüklüğünün $B = B_0(R) \cos(2\pi ft)$ ile verildiğini gösteriniz. Burada R sığaç merkezi ekseninden olan radyal uzaklıktır. (*b*) $R \leq R_0$, ve $R > R_0$. için zamana bağlı (sinüzoidal) bu alanın $B_0(R)$ genliğini belirleyiniz. (*c*) $0 \leq R \leq 10$ cm aralığı için tesla cinsinden $B_0(R)$'yi çiziniz.

31–5 EM dalgalar

8. (I) Bir EM dalgadaki elektrik alanı 0.57×10^{-4} V/m 'lik tepe değerine sahipse manyetik alan şiddetinin tepe değeri nedir?
9. (I) İlerleyen bir EM dalgadaki manyetik alan 12.5 nT'lık bir tepe değerine sahipse, elektrik alanının tepe değeri nedir?
10. (I) Batıya doğru ilerleyen bir EM dalgada B manyetik alanı düşey doğrultuda salınım yapmakta olup 80.0 kHz'lik frekansa ve 7.75×10^{-9} T 'lık kko şiddete sahiptir. Elektrik alanının frekansını ve kko şiddetini belirleyin. Bunun doğrultusu nedir?
11. (II) Bir düzlem EM dalganın elektrik alanı $E_x = E_0 \cos(kz + \omega t)$, $E_y = E_z = 0$ ile veriliyor. (*a*) Yayılma doğrultusunu ve (*b*) $\vec{\mathbf{B}}$'nin büyüklüğünü ve doğrultusunu belirleyiniz.
12. (III) Bir EM dalganın elektrik alanı için, dalga denkleminin çözümü olarak iki mümkün çözüm önerisi $E(x,t)$ düşünün. A ve α sabitler olsun. (*a*) $E(x,t) = Ae^{-\alpha(x-vt)^2}$ önerisinin dalga denklemini sağladığını ve (*b*) $E(x,t) = Ae^{-(\alpha x^2 - vt)}$ önerisinin sağlamadığını gösteriniz.

31–6 Elektromanyetik Tayf

13. (I) Dalgaboyu 1.50 cm olan mikrodalganın frekansı nedir?
14. (I) (*a*) 25.75×10^9 Hz'lik radar sinyalinin dalgaboyu nedir? (*b*) Dalgaboyu 0.12 nm olan X- ışınının frekansı nedir?
15. (I) Işığın 1.50×10^8 km uzaklıktaki Güneş'ten bize ulaşması ne kadar zaman alır?
16. (I) Bir EM dalganın frekansı 8.56×10^{14} Hz 'tir. Dalgaboyu nedir ve nasıl sınıflandırırız?
17. (I) Elektromanyetik dalgalar ve ses dalgaları aynı frekansa sahip olabilir. (*a*) 1.00 kHz'lik bir elektromanyetik dalganın dalgaboyu nedir? (*b*) 1.00 kHz'lik bir ses dalgasının dalgaboyu nedir? (Sesin havadaki hızı 341 m/s 'dir.) (*c*) 1.00 kHz'lik elektromanyetik dalgayı işitebilir misiniz?
18. (II) Bilimde ve tıpta kullanılan pulslu lazerler çok kısa süreli elektromanyetik enerji atışları üretir. Lazer ışığının dalgaboyu 1062 nm (Neodim – YAG lazer) ise ve pulsu 38 pikosaniye sürerse, lazer pulsu içinde kaç tane dalgaboyu bulunur? Sadece bir dalgaboyu uzunlukta olması istenen pulsun süresi ne olmalıdır?
19. (II) Radyo dalgaları ile Dünya'dan Mars'a bir mesaj göndermek; (*a*) Dünya'ya en yakınken ve (*b*) Dünya'dan en uzakken ne kadar zaman alır?
20. (II) Bir elektromanyetik dalga

$$\vec{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{i}}(225\ \text{V/m}) \sin\left[(0.077\ \text{m}^{-1})z - (2.3 \times 10^7\ \text{rad/s})t\right]$$

ile verilen elektrik alanına sahiptir. (*a*) Dalganın dalgaboyu ve frekansı nedir? (*b*) Manyetik alan için bir bağıntı yazınız.

31–7 Işık Hızı

21. (II) Michelson'un sekiz yüzeyli aynasının, ışığı ardışık ayna yüzeylerinden gözlemcinin gözüne yansıtmak için en küçük açısal hızı ne olmalıdır? (Bir devrin 1/8'i, Şek. 31–14)

31–8 EM Dalga Enerjisi; Poynting Vektörü

22. (I) Bir EM dalgadaki $\vec{\mathbf{E}}$ alanı 26.5 mV/m 'lik bir tepeye sahiptir. Bu dalganın, birim yüzeyden birim zamanda taşıdığı ortalama enerji nedir?

23. (II) İlerleyen bir EM dalgadaki manyetik alan 22.5 nT kko şiddete sahiptir. Bunun dik olarak çarptığı 1.00 cm^2'lik bir yüzeye 335 J'lük enerji bırakması ne kadar zaman alır?

24. (II) E alanı 32.8 mV)kko şiddette olan bir EM dalga 1.00 cm^2'lik yüzeye saatte ne kadar enerji aktarır?

25. (II) Küresel yayılan bir EM dalga 1500-W s'lık bir kaynaktan gelmektedir. 5.0 m uzakta, şiddet ve elektrik alanının kko değeri nedir?

26. (II) Bir EM dalganın B alanının genliği 2.5×10^{-7} T ise, (*a*) E alanının genliği nedir? (*b*) EM dalganın birim yüzeydeki ortalama gücü nedir?

27. (II) Dünya yüzeyine yakın bir bölgede, Güneş'ten gelen ışın enerjisi nedeniyle 1.00 cm^3'lük hacimde bulunan enerji ne kadardır?

28. (II) 15.8 mW'lık bir lazer 2.00 mm çaplı dar bir ışın üretiyor. Işındaki E ve B'nin kko değerleri nedir?

29. (II) Atmosferin üstüne yaklaşık 1350 W/m^2 ulaştığına göre, Güneşin ortalama güç çıkışı nedir?

30. (II) Yüksek enerjili darbeli bir lazer 1.8×10^{11} W ortalama gücünde 1.0 ns uzunluklu bir ışın darbesi yaymaktadır. Işın 2.2×10^{-3} m yarıçaplıdır. (*a*) Her bir darbede verilen enerjiyi, (*b*) elektrik alanının kko değerini belirleyiniz.

31. (II) Çeşitli cihazlar için güneş enerjisi ne kadar kullanışlıdır? Güneşli bir günde, güneş ışığının yeryüzünde 1000 W/m^2'lik şiddete sahip olduğunu ve bir güneş panelinin bu ışıkla aydınlatıldığında ışık enerjisinin %10'unu elektrik enerjisine dönüştürdüğünü kabul ediniz. Aşağıda verilen her cihaz için, gerekli gücü verecek güneş paneli yüzey büyüklüğünü (A) hesaplayınız. (*a*) 50mW harcayan bir hesap makinesi için cm^2 cinsinden A'yı bulunuz. Güneş paneli, gücünü sağlayacağı hesap makinesi üzerine monte edilecek kadar küçük müdür? (*b*) 1500 W harcayan bir saç kurutma makinesi için m^2 cinsinden A'yı bulunuz. Aynı anda evde başka bir elektronik cihazın çalışmadığı kabul edilirse güneş paneli, evin çatısı üzerine monte edilerek saç kurutma makinesine güç sağlayabilecek kadar küçük müdür? (*c*) Bir otomobilin sabit hızla otoyolda sürülebilmesi için 20 hp gereklidir (Bu otomobil ivmelenme gerektiren durumlarda kötü davranacaktır). A'yı m^2 olarak bulunuz. Bu güneş paneli, otomobile doğrudan monte edilebilecek kadar ve normal zamanda güç sağlayacak kadar küçük müdür?

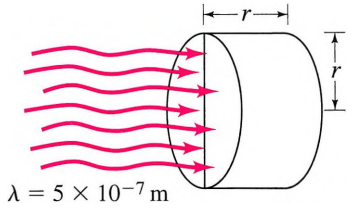
(27) 32. (III) (*a*) Örnek31-1'deki gibi, dairesel paralel plakalı bir sığaç dolmaktayken, $\vec{\mathbf{S}}$ Poynting vektörünün, radyal olarak merkeze doğru yöneldiğini gösteriniz. (*b*) Enerjinin sığaca giriş hızının, sığacın elektrik alanında depolanmakta oan (Kısım-24-4) elektrostatik enerji hızına eşit olduğunu göstermek için sığaç aralığının silindirik sınırları üzerinden $\vec{\mathbf{S}}$'nin integralini alınız. $\vec{\mathbf{E}}$ 'nin kenar saçaklanmasını ihmal ediniz.

33. (III) Puerto Rico'daki Arecibo radyo teleskopu 1×10^{-23} W/m^2 kadar küçük şiddette bir radyo dalgasını algılayabilir. Dünya dışı ile iletişim için "en iyi" senaryo olarak şunları düşünün: Dünya'dan x uzaklıktaki A noktasında yerleşmiş gelişmiş bir uygarlığın, bir şekilde Güneş benzeri bir yıldızın bütün güç çıkışını A noktasından bütün yönlerde düzenli olarak yayınlayan radyo dalgası sinyaline dönüştürmeyi başardıklarını kabul ediniz. (*a*) Arecibo'nun bu radyo sinyalini algılaması için, ışık yılı ($1\ \text{ly} \approx 10^{16}$ m) cinsinden x'in en büyük değeri ne olmalıdır? (*b*) Bu en büyük değeri Samanyolu galaksimizin 100,000 ly büyüklüğü ile karşılaştırınız? Dünyanın yörünge uzaklığında Güneş'ten gelen güneş ışığının şiddeti 1350 W/m^2 'dir.

31–9 Radyasyon Basıncı

34. (II) 75-W'lık bir elektrik ampulünün ampul merkezinden 8.0 cm uzaklıkta oluşturacağı radyasyon basıncını belirleyiniz. Bu noktaya elinizi koyarsanız üzerine etkiyecek kuvveti belirleyiniz.

35. (II) Lazer ışığı, kendi λ dalgaboyuna eşit r yarıçaplı bir noktaya (en fazla) odaklanabilir. 1.0 W'lık yeşil lazer ışınının $(\lambda = 5 \times 10^{-7}\ \text{m})$ böyle bir nokta oluşturmak için kullanıldığını ve yaklaşık o büyüklükte (yarıçapı ve yüksekliği r'ye eşit) silindirik bir parçacığın Şek.31-23'te görüldüğü gibi lazerle aydınlatıldığını kabul edin. Parçacığın suyunkine eşit yoğunluğa sahip olduğunu ve ışını soğurabileceğini kabul ederek ivmesini belirleyiniz. [Bu mertebe hesabı "optik cımbız" kullanımında araştırmacılara yol gösterdi, 829.]



ŞEKİL 31–23
Problem 35.

36. (II)Lazer ışığı gösterisinde kullanılan güçlü bir lazer 3W gücünde yeşil ışıklı 3 mm çaplı bir ışın sağlamaktadır. Uzay yürüyüşü yapan bir astronot uzay gemisinin dışındayken, gemi içindeki meslektaşı böyle bir lazer ışını ile astronotun uzay elbisesine eğlence olarak nişan alıyor. Elbiseli astronotun ve uzay gemisinin kütleleri sırasıyla 120 kg ve 103,000 kg'dır. (*a*) Elbisenin mükemmel yansıtıcı olduğunu kabul ederek lazer ışınının astronot üzerine uyguladığı "radyasyon basıncı" kuvvetini belirleyiniz. (*b*) Astronotun geminin kütle merkezinden 20 m'ye ayrıldığını kabul edip gemiyi küre gibi düşünerek astronot üzerine etkiyen çekim kuvvetini belirleyin. (*c*) İki kuvvetten hangisi büyüktür ve oranları nedir?

37. Dünya yörüngesindeki bir uydu üzerinde bulunan 1.0 m^2'lik güneş paneli ile aynı miktarda güneş radyasyonu toplaması için, Jüpiter'in yörüngesindeki bir uydu üzerindeki güneş paneli hangi büyüklükte olmalıdır?

31–10 Radyo, TV, Kablosuz İletişim

38. (I) FM radyo (*a*) (88 MHz ile 108 MHz) ve (*b*) AM radyo (535 kHz ile 1700 kHz) için dalgaboyu aralıkları nedir?

39. (I) 1.9 GHz 'lik cep telefonu sinyalinin dalgaboyunu belirleyin.

40. (I) Bir AM radyodaki değişken sığaç, radyo 550 kHz'deki bir istasyona ayarlandığı zaman 2200 pF'lık sığaya sahiptir. Kadranın diğer ucuna yakın 1610 kHz'lik bir istasyon için sığa ne kadar olmalıdır?

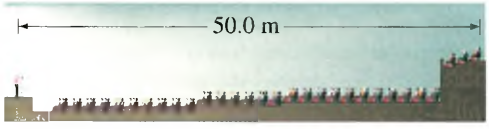
41. (II) Belirli bir FM radyo ayar devresi $C = 620$ pF.'lık sabit sığaca sahiptir. Ayar bir değişken indükleç ile yapılmaktadır. 88 MHz ile 108 MHz aralığındaki istasyonları ayarlamak için indüklecin değer aralığı ne olmalıdır?

42. (II) Bir uydu 550 km uzaktaki Dünya yüzeyine doğru 12 kW güçle mikrodalga radyasyonu ışınlamaktadır. Işın Dünya'ya çarptığında dairesel çapı yaklaşık 1500 m'dir. Dünya yüzeyinde ışının kko elektrik alan şiddetini bulunuz.

Genel Problemler

43. 1.60-m-uzunluğundaki bir FM anteni bir EM dalganın elektrik alanına paralel olarak yönlenmiştir. Antenin uçları arasında 1.00-mV (kko) voltaj üretmek için elektrik alanı ne kadar büyük olmalıdır? Metre kareye enerji aktarma hızı nedir?

44. Şarkıcının sesini önce kim işitir: Sahneden 50.0 m uzakta balkonda bulunan bir kişi mi (Bkz. Şek.31–24), yoksa 1500 km uzaktaki evinde canlı yayını dinleyen kulağı radyonun yanında bulunan bir kişi mi? Aradaki fark kabaca ne kadardır? Mikrofonun şarkıcıdan birkaç santimetre uzaklıkta ve sıcaklığın 20°C olduğunu kabul ediniz.



ŞEKİL 31–24 Problem 44.

45. Işık, sıradan bir aydınlatma ampulünden, yaklaşık 10^{-8} s süreli dalga-katarı atmaları biçiminde yayınlanmaktadır. Bu tür dalga-katarlarının uzaydaki uzunluğu nedir?

46. ABD'nin her yerinde radyo kontrollü saatler, her dakikanın başlangıcını doğru olarak belirlemek üzere, Fort Collins (Colorado) 'deki bir vericiden yayınlanan radyo sinyalini alır. Fakat bu sinyal vericiden saatlere giderken küçük bir gecikme meydana gelir. Fort Collins'in ABD'deki herhangi bir noktadan 3.000 km'den daha uzak olmadığını kabul ederek, en uzun iletim zamanı gecikmesi nedir?

47. Ay üzerindeki Apollo ekibinden çıkan bir radyo ses sinyali (Şek. 31-25), bunu radyo hoparlöründen işitecek olan bir grup dinleyiciye yönlendirilmiştir. Hoparlörden 25 m uzakta olsaydınız, sesin Dünya'ya gitmek üzere Ay'daki mikrofona girdiği an ile sesi işittiğiniz an arasındaki toplam zaman uzunluğu ne olurdu?



ŞEKİL 31–25 Problem 47.

48. Kozmik mikrodalga fon ışınımı $4 \times 10^{-14}\,\text{J/m}^3$ ortalama enerji yoğunluğu ile bütün uzayı doldurur. (*a*) Bu ışınıma eşlik eden elektrik alanın kko değerini bulunuz. (*b*) Bütün doğrultularda düzenli yayın yapan 7.5 kW 'lık bir radyo vericisinden ne kadar uzakta kıyaslanabilir bir değer bulunabilir?

49. 75 W'lık ışık kaynağından 2.00 m uzakta E_0 ve B_0 nedir? Ampulün her doğrultuda düzenli tek frekanslı radyasyon yaydığını kabul ediniz.

50. Mars'a çarpan güneş ışığındaki kko elektrik alanını belirleyiniz. Dünya'nın yaklaşık $1350\,\text{W/m}^2$ aldığını ve Mars'ın, Güneş'e olan uzaklığının, Dünya'nınkinden 1.52 kat daha fazla olduğunu kabul ediniz.

51. Belirli bir anda, ilerleyen bir EM dalganın en büyük manyetik alanının batıyı ve en büyük elektrik alanının güneyi gösterdiği belirtiliyor. Dalga hangi doğrultuda ilerliyor? Enerji akış hızı $560\,\text{W/m}^2$ ise bu iki alanın en büyük değerleri nedir?

52. 320sarıma sahip 2.2 cm çaplı dairesel bobinden yapılmış bir antenin, $1.0 \times 10^{-4}\,\text{W/m}^2$ ortalama hızıyla enerji aktaran 810 kHz frekanslı EM dalga anten içinden geçtiğinde üreteceği emk (kko) ne kadardır? [*İpucu*: Bobinle birlikte hareket eden bir gözlemciye göre manyetik alan $f = \omega/2\pi$ frekansıyla salınacağından, üreteç olarak Dnk. 29-4'ü kullanabilirsiniz.]

53. Belirli bir TV istasyonu sinyalinin ortalama şiddeti, 33 cm çaplı uydu TV antenine ulaştığında $1.0 \times 10^{-13}\,\text{W/m}^2$'dir. (*a*) Bu istasyonun programları izlenirken 6.0 saatte antenin aldığı toplam enerjiyi hesaplayınız. (*b*) EM dalganın E ve B alanlarının genliği nedir?

54. Bir radyo istasyonunun 25 kW'ı aşmayacak ortalama güçte yayın yapmasına izin verilir. Radyo iletisini almak için 0.020 V/m elektrik alan genliğinin makul olduğu düşünülürse, bu istasyonu kaç kilometre uzaktan işitebilirsiniz?

55. Bir nokta kaynak, tek bir f frekansında P_0 ortalama gücüyle bütün doğrultulara düzenli dağılmış ışık enerjisi yayınlar. Dalgadaki elektrik alanının en büyük değerinin şöyle verileceğini gösteriniz:

$$E_0 = \sqrt{\frac{\mu_0 c P_0}{2\pi r^2}}.$$

56. 35 kW'lık bir radyo istasyonunun bütün doğrultularda düzenli EM dalgalar yayınladığını kabul ediniz. (*a*) Verici anteninden $1.0\ \text{m}^2$ uzakta 1.0 km yüzeyden saniyede ne kadar enerji geçer? (*b*) İstasyonun tam güçle çalıştığı kabul edilirse, bu noktada $\vec{\mathbf{E}}$ alanının kko büyüklüğü nedir? 1.0 m uzunluklu düşey bir otomobil anteninde (*c*) 1.0 km uzaklıkta, (*d*) 50 km uzaklıkta indüklenen kko voltaj nedir?

57. Bir radyo istasyonunun, verici anteninden 0.50 m uzakta havanın iletken hale geçmesine neden olmayacak en büyük güç seviyesi nedir? Antenin nokta kaynak olduğunu kabul ediniz. Hava, yaklaşık 3×10^6 V/m elektrik alanında iletken hale geçer.

58. Net yükün ve akımın sıfır olduğu boş uzayda ("vakum") EM dalganın hızı $v = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ ile verilir. EM dalga K dielektrik sabitli iletken olmayan bir ortamda ("dielektrik") ilerliyorsa $v = 1/\sqrt{K\epsilon_0 \mu_0}$ olur. Tayfın görünür ışık bölgesinde (5×10^{14} Hz civarı) suyun dielektrik sabiti 1.77'dir. Işığın sudaki hızını belirleyiniz ve bu değeri vakumdaki ışık hızı ile yüzde olarak karşılaştırınız.

59. Bir mikrodalga fırının metal duvarları 37 cm × 37 cm × 20 cm ölçülerinde bir kovuk oluşturur. 2.45 GHz'lik mikrodalgalar sürekli olarak bu kovuğa girdiğinde, gelen dalgaların bu duvarlardan yansıması sonucu düğüm noktaları duvarlarda olan duran dalgalar oluşur. Fırının 37 cm'lik uzunluğu boyunca kaç tane düğüm noktası vardır (duvardakiler hariç) ve komşu iki düğüm noktası arasındaki mesafe ne kadardır? [Bu noktalarda ısıtma olmadığı için pek çok mikrodalga fırını çalışırken yiyecekleri döndürür.]

60. Kararlı bir I akımının, ρ özdirençli ve R_0 yarıçaplı silindirik düz bir iletken içinden aktığını hayal ediniz. (*a*) Akımın dI/dt hızıyla değiştirilmesi halinde, teldeki I_D yerdeğiştirme akımının $\epsilon_0 \rho(dI/dt)$ büyüklüğünde olacağını gösteriniz. (*b*) Bakır teldeki akımın 1.0 A/ms, hızıyla değiştirilmesi halinde I_D'nin büyüklüğünü belirleyiniz. (*c*) R_0 = 1.0 mm'lik bakır telin yüzeyinde I_D'nin oluşturacağı B_D (T) manyetik alanının büyüklüğünü belirleyiniz. 1.0 A'lik kararlı bir akımla telin yüzeyinde oluşturulan alan ile B_D'yi karşılaştırınız.

61. Serbest uzayda x ekseni boyunca ilerleyen bir EM dalga atmasının elektrik alanı, E_0, α ve β pozitif sabitler olmak üzere $E_y = E_0 \exp[-\alpha^2 x^2 - \beta^2 t^2 + 2\alpha\beta xt]$ şeklindedir. (*a*) Atma +x yönünde mi yoksa –x yönünde mi ilerliyor? (*b*) β'yı α ve c'ye (serbest uzayda ışık hızı) bağlı ifade ediniz. (*c*) Bu EM dalganın manyetik alanı için bir bağıntı belirleyiniz.

62. Sağa doğru ilerleyen bir EM dalganın sola ilerleyen bir EM dalga ile, uzayın belirli bir bölgesinde y doğrultusundaki toplam elektrik alanı $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t) + E_0 \sin(kx + \omega t)$ ve z doğrultusundaki toplam manyetik alan $B_z = B_0 \sin(kx - \omega t) - B_0 \sin(kx + \omega t)$ olacak şekilde üst üste geldiğini kabul ediniz. (*a*) y ve z doğrultularında sırasıyla duran elektrik ve manyetik dalgaları temsil eden bir matematiksel bağıntı bulunuz. (*b*) Poynting vektörünü belirleyiniz ve bunun her zaman sıfır olduğu x yerleşimlerini bulunuz.

63. Serbest uzayda belirli bir EM dalganın elektrik ve manyetik alanları sırasıyla $\vec{\mathbf{E}} = E_0 \sin(kx - \omega t)\hat{\mathbf{j}} + E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{k}}$ ve $\vec{\mathbf{B}} = B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{j}} - B_0 \sin(kx - \omega t)\hat{\mathbf{k}}$ ile verilir. (*a*) $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ 'nin her zaman birbirlerine dik olduğunu gösteriniz. (*b*) Bu dalga için $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ yz düzlemine paralel bir düzlemdedir. Dalganın hem $\vec{\mathbf{E}}$ hem de $\vec{\mathbf{B}}$'ye dik doğrultuda hareket ettiğini gösteriniz. (*c*) Keyfi seçilen herhangi bir x konumunda ve t anında $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$'nin büyüklüklerinin daima E_0 ve B_0'a eşit olduğunu gösteriniz. (*d*) $x = 0$, ve $t = 0$ için yz düzleminde $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$'nin yönelimini çiziniz. Sonra, zaman ilerledikçe yz düzleminde bu vektörlerin hareketini nitel olarak tanımlayınız. [Not: Bu problemdeki EM dalga "dairesel kutuplanmalı"dır.]

Alıştırmaların Yanıtları

A: (*c*).

B: (*b*).

C: (*a*) 3.8×10^6 Hz; (*b*) 5.5×10^{18} Hz.

D: 45 cm.

E: Evet; sinyal yine 72,000 km yol alır.

F: 4 saatten fazla.



Bir cam ayna gibi, durgun sudan gelen bir yansıma ışığın ışın modelini kullanarak incelenebilir.

Bu resmin doğru tarafı yukarıda mıdır? Nasıl karar verebilirsiniz? İpuçları nelerdir? İnsanlara ve güneşin konumuna dikkat edin. Bu bölümde çizmeyi öğreneceğimiz ışın diyagramları cevabı buldurabilir. Bknz. Örnek 32-3.

Işık ve optik konusundaki bu ilk Bölümde hem düzlem, hem eğri (küresel) aynaların görüntüleri oluşturmasını anlamak için ışığın ışın modelini kullanıyoruz. Ayrıca kırılma –ışığın bir ortamdan diğerine geçerken nasıl büküldüğüüzerindeki çalışmamıza başlıyoruz. Bu, bizi bir sonraki bölümde bir çok optik aletin temel parçası olan mercekleri çalışmaya hazırlayacaktır.

BÖLÜM 32

Işık: Yansıma ve Kırılma

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU —Şimdi Tahmin Edin!

2.0 m boyundaki bir kişi düz, düşey bir aynadan 2.0 m uzakta durup görüntüsüne bakıyor. Bu kişinin başının üstünden ayaklarına kadar bütün vücudunu görmesi için ayna en az ne kadarlık bir yüksekliğe sahip olmalıdır?

(a) 0.50 m.
(b) 1.0 m.
(c) 1.5 m.
(d) 2.0 m.
(e) 2.5 m.

Görme hissi bizim için son derece önemlidir, çünkü dünya hakkındaki bilgimizin büyük bir kısmını sağlar. Nasıl görürüz? Gözümüze giren ve görme hissine neden olan ışık denen şey nedir? Işık nasıl davranır ki her şeyi böyle görürüz? Bölüm 31'de ışığın bir tür elektromanyetik dalga gibi düşünülebileceğini gördük. Şimdi, önümüzdeki dört bölümde ışık konusunu ayrıntılarıyla inceliyeceğiz.

Bir cismi iki şekilde görürüz: (1) cisim bir ampül, bir alev, veya bir yıldız gibi bir ışık kaynağı olabilir, ki bu durumda doğrudan kaynaktan yayımlanan ışığı görürüz, veya daha sık olarak, (2) cismi yansıttığı ışık aracılığıyla görürüz. İkinci durumda ışık güneşten, yapay ışık kaynaklarından veya bir kamp ateşinden ortaya çıkmış olabilir. Cisimlerin nasıl ışık yaydığının anlaşılması 1920'lere kadar mümkün olmamıştı, bu Bölüm 37'de tartışılacaktır. Işığın cisimlerden nasıl yansıdığı daha önce anlaşılmıştı ve bu da burada, Kısım 32-2'de tartışılacaktır.

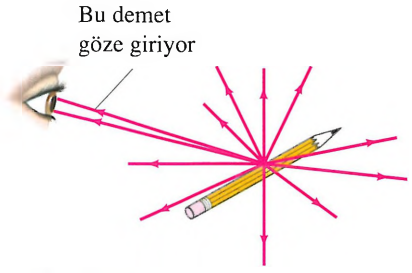
İÇERİK

32–1 Işığın Işın Modeli
32–2 Yansıma: Düzlem bir Aynanın Görüntü Oluşturması
32–3 Küresel Aynaların Görüntü Oluşturması
32–4 Kırılma İndisi
32–5 Kırılma: Snell Yasası
32–6 Görünür Tayf ve Yayılma
32–7 Tam İç Yansıma: Fiberoptik
* 32–8 Küresel bir Yüzeyde Kırılma

32–1 Işığın Işın Modeli

Pek çok delil ışığın çok çeşitli durumlarda düz çizgiler şeklinde ilerlediği izlenimini yaratır. Örneğin, güneş gibi bir ışık kaynağı belirgin gölgeler oluşturur, ve bir lazer işaretleyiciden çıkan ışık düz bir çizgiymiş gibi gözükür. Gerçekte, çevremizdeki cisimlerin konumları hakkında ışığın cisimlerden gözlerimize doğru düz-çizgi şeklinde yollar izlediklerini varsayarak sonuç çıkartırız. Fiziksel dünya içindeki yönlenişimiz bu varsayım üzerine kurulmuştur.

Bu akla yakın varsayım **ışığın ışın modelinin** temelidir. Bu model ışığın **ışık ışınları** diye adlandırılan düz-çizgi şeklinde yollar izlediklerini varsayar. Gerçekte ise ışın bir idealleştirmedir; son derece dar bir ışık demetini temsil etmek için düşünülmüştür. Işın modeline göre, bir cismi gördüğümüzde cismin her noktasından gözümüze ışık gelmektedir. Işık ışınları her bir noktadan bir çok yönde ayrıldıkları halde, Şek.32-1'de görüldüğü gibi normalde bu ışınların ancak küçük bir demeti gözlemcinin gözüne girer.



ŞEKİL 32–1 Bir cisim üzerindeki her noktadan ışık ışınları gelir. Burada bir kişinin gözüne giren küçük bir ışın demeti gösterilmiştir

Bölüm 31'de ışığın elektromanyetik bir dalga gibi düşünülebileceğini gördük. Işığın ışın modeli ışığın bu özelliğiyle ilgili olmasa da (ışığın dalga özelliklerini Bölüm 34 ve 35'de tartışıyoruz) ışın modeli yansıma, kırılma ve aynalar ve merceklerde görüntü oluşumu gibi bir çok özelliğini açıklamada çok başarılı olmuştur. Bu açıklamalar çeşitli açılardaki düz-çizgi şeklinde ışınlarla ilgili oldukları için bu konu **geometrik optik** olarak adlandırılır.

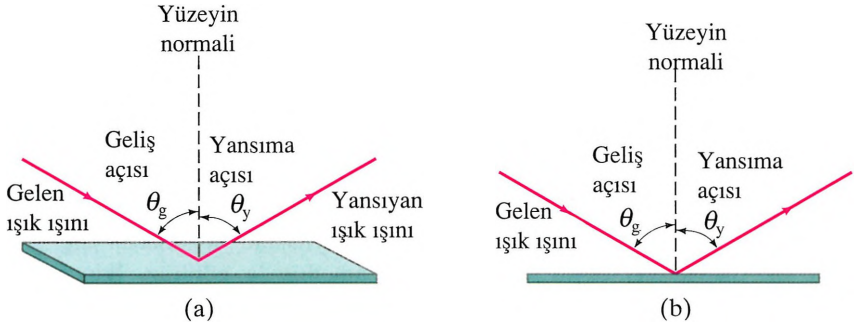
32–2 Yansıma; Düzlem Aynalarda Görüntü Oluşumu

Işık bir cisim üzerine geldiğinde ışığın bir kısmı yansır. Geri kalanı cisim tarafından soğurulabilir (ve ısı enerjisine dönüştürülebilir) veya, eğer cisim cam veya su gibi saydamsa, öbür tarafa geçirilebilir. Sırlı ayna gibi çok düzgün, parlak bir cisim içinse ışığın %95'inden fazlası yansıyabilir.

Dar bir ışık demeti düz bir yüzeye çarptığında (Şek. 32-2) geliş açısı θ_g'yi gelen ışının yüzeyin normaliyle (dik) yaptığı açı olarak, yansıma açısı θ_y'yi ise yansıyan ışının normalle yaptığı açı olarak tanımlarız. *Gelen ve yansıyan ışınların yüzeyin normali ile aynı düzlem içinde bulunduğu ve*

yansıma açısının geliş açısına eşit olduğu, $\theta_y = \theta_g$

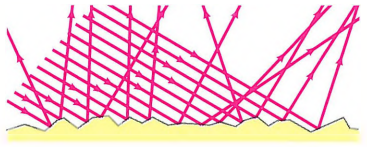
bulunmuştur. Bu yansıma yasasıdır ve Şek.32-2'de gösterilmiştir. Antik Yunanlılarca biliniyordu ve siz de karartılmış bir odada bir fenerin veya bir lazer işaretleyicinin dar ışık demetini bir ayna üzerine tutarak kendiniz doğrulayabilirsiniz.



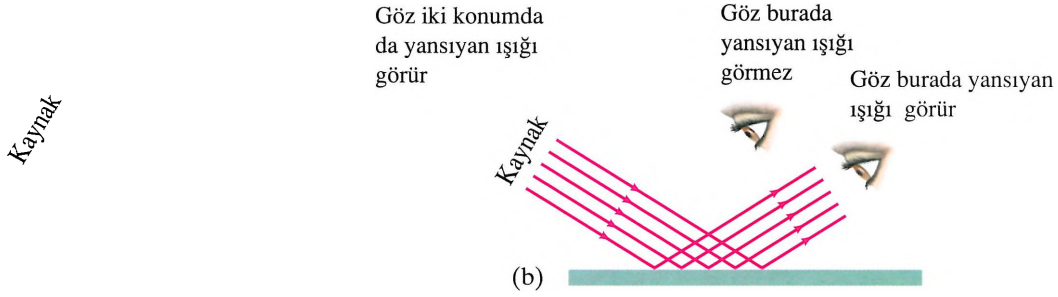
ŞEKİL 32–2 Yansıma yasası: (a) düz bir yüzeyin üstüne gelip yansıyan bir ışının üç boyutlu bir görüntüsünü gösteriyor; (b) bunun karşıdan görünümü, genellikle bunu kullanacağız.

[†]Işığın dalga özelliklerini görmezlikten geldiğimizde ışık ışınları cisimlerin hemen yanından veya dar aralıklardan geçtikleri zaman dikkatli olmalıyız, bunlar ışığın dalga boyuyla karşılaştırıldığında büyük olmalıdırlar (ki Bölüm 15'de tartışıldığı gibi dalga olayları girişim ve kırınım görmezlikten gelinebilsin); cisimlerin kenarlarında ışığa ne olduğuna Bölüm 34 ve 35'e kadar önem vermeyeceğiz.

Işık bu sayfa gibi mikroskopik ölçüde de olsa pürüzlü bir yüzeye geldiğinde Şek.32-3'deki gibi bir çok doğrultuda yansır. Buna **dağınık yansıma** denir. Bununla beraber, yansıma yüzeyin her bir küçük parçasında hala geçerlidir. Dağınık yansıma nedeniyle sıradan bir cisim ondan yansıyan ışık aracılığıyla bir çok farklı açıdan görülebilir. Başınızı bir tarafa çevirdiğinizde (bu sayfa gibi) cismin her noktasından gelen başka ışınlar gözünüze ulaşırlar, Şek. 32-4a. Dağınık yansımayı **speküler yansıma** diye bilinen bir aynadan olan yansımayla karşılaştıralım. ("speculum" aynanın Latincesidir.) Dar bir ışın demeti bir ayna üzerine tutulduğunda gözünüz, Şek.32-4b'de gösterildiği gibi, yansıma yasasının geçerli olduğu doğru açıda durmuyorsa ışık gözünüze gelmeyecektir. Aynaların görüntü oluşturma özellikleri bundan kaynaklanır.



ŞEKİL 32–3 Pürüzlü bir yüzeyden dağınık yansıma.

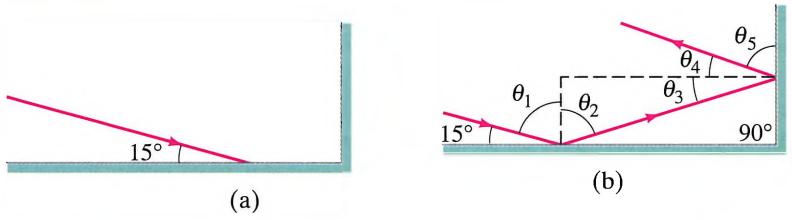


ŞEKİL 32–4 Dar bir ışık demeti (a) beyaz kağıt üzerine, ve (b) bir ayna üzerine düşüyor. (a) kısmında dağınık yansıma nedeniyle yansıyan beyaz ışığı gözlerinizle değişik konumlardan görebilirsiniz. Ama (b) kısmında yansıyan ışığı yalnızca gözünüz doğru konumdaysa ($\theta_y = \theta_g$) görürsünüz; aynadan yansıma speküler yansıma diye de bilinir. (Galileo benzer bir savdan yola çıkarak bazı kişilerin düşündüğü gibi ayın ayna gibi çok parlak bir yüzeye değil, pürüzlü bir yüzeye sahip olduğunu göstermişti.)

ÖRNEK 32–1 **Düzlem aynalardan yansıma.** İki düzlem ayna birbirlerine diktir. Dışarıdan gelen bir ışık ışını Şek. 32-5a'da görüldüğü gibi ilk aynayla 15° açı yapmaktadır. Giden ışık ışını ikinci aynayla kaç derece açı yapacaktır?

YAKLAŞIM Işığın iki aynadan yansımasının şemasını oluşturur ve iki yansıma için iki aynanın normallerini çizeriz. Geometriyi ve yansıma yasasını kullanır ve çeşitli açıları buluruz.

ŞEKİL 32–5 Örnek 32–1.



ÇÖZÜM $\theta_1 + 15° = 90°$, öyleyse $\theta_1 = 75°$; yansıma yasasından $\theta_2 = \theta_1 = 75°$ İki aynanın iki normali birbirlerine diktir, bu nedenle herhangi bir üçgende olduğu gibi $\theta_2 + \theta_3 + 90° = 180°$. Böylece $\theta_3 = 180° - 90° - 75° = 15°$. Yansıma yasasından $\theta_4 = \theta_3 = 15°$, dolayısıyla $\theta_5 = 75°$ yansıyan ışığın ikinci aynanın yüzeyiyle yaptığı açıdır. Bknz. Şek. 32-5b.

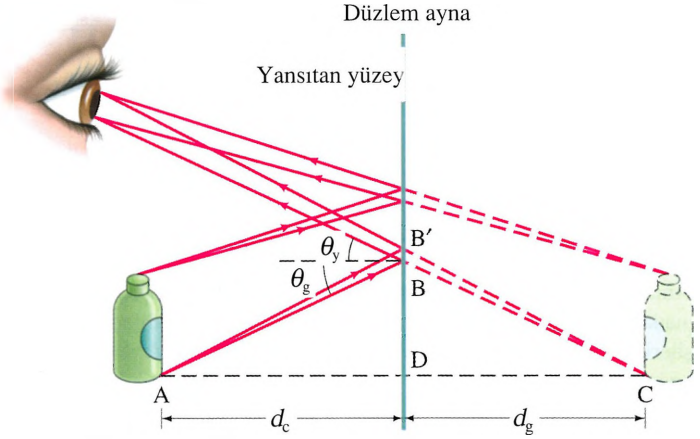
NOT Giden ışık ışını gelen ışına paraleldir. Bisikletler ve arabalardaki kırmızı reflektörler bu prensibi kullanırlar.

Bir aynaya doğru dimdik baktığınızda kendinizden başka çevrenizdeki veya arkanızdaki cisimleri görürsünüz, Şek. 32-6. Yüzünüz ve diğer nesneler önünüzde, aynanın ötesindeymiş gibi görünürler. Ama aynada gördükleriniz, kendiniz de dahil, aynanın önünde olan cisimlerin bir görüntüsüdür.



ŞEKİL 32–6 Bir aynaya baktığınızda kendizin ve etrafınızdaki cisimlerin bir görüntüsünü görürsünüz. Kendinizi başkalarının gördüğü gibi görmezsiniz, çünkü sol ve sağ görüntüde ters görünür.

Bir "düzlem" ayna pürüzsüz, düz, yansaıtıcı bir yüzeye sahip bir aynadır. Şekil 32-7 ışın modeline göre düzlem bir aynada bir görüntünün nasıl oluştuğunu gösteriyor. Şek. 32-7'nin diyagramında aynaya kenarından bakıyoruz; ışınlar ön yüzeyden yansırken gösterilmiştir. (iyi aynalar genellikle çok düz bir cam parçasının üzerine son derece yansıtıcı bir metalik kaplama konarak yapılırlar.) Bir cisim (Şek. 32-7'de soldaki şişe) üzerindeki iki farklı noktadan gelen ışınlar gösterilmiştir; iki ışın şişenin tepe noktasından, başka ikisi de şişenin tabanındaki bir noktadan ayrılıyor olarak gösterilmiştir. Cismin her noktasından çok çeşitli yönlere doğru giden ışınlar çıkarlar, ama yalnızca bu iki noktadan gelip aynadan yansıyıp göze giren ışınları aralarında bulunduran ışınlar gösterilmiştir. Aynadan yansıyıp ayrılarak göze giren her ışın grubu kesikli çizgilerle gösterildiği gibi aynanın arkasındaki (görüntü noktası diye adlandırılan) tek bir noktadan geliyormuş gibi gözükürler. Yani gözlerimiz ve beynimiz bir göze giren herhangi bir ışını düz-çizgi şeklinde bir yol izlemiş gibi görür. Her bir ışın demeti görüntüdeki bir noktadan geliyormuş gibi gözükür. Cisim üzerindeki her nokta için ona karşılık gelen bir görüntü noktası vardır.



ŞEKİL 32–7 Düzlem bir aynanın sanal bir görüntü oluşturması.

Şek. 32-7'de cisim üzerindeki A noktasından ayrılan ve B ve B′ noktalarında aynaya çarpan iki ışına odaklanalım. B'deki ışınlar için geometriyi kullanırız. ADB ve CDB açıları dik açılardır; ve yansıma yasasından dolayı B noktasında $\theta_g = \theta_y$)'dir. Bu nedenle ABD ve CBD açıları da eşittir. Böylece iki üçgen, ABD ve CBD özdeştir: AD = CD. Yani, görüntü aynanın arkasında, öndeki cisim kadar uzakta gözükür. **Görüntü uzaklığı** d_g (aynadan görüntüye olan dik uzaklık, Şek. 32-7), **cisim uzaklığı** d_c'ye (cisimden aynaya olan dik uzaklık) eşittir. Geometriden görüntü yüksekliğinin cisminkine eşit olduğunu da görebiliriz.

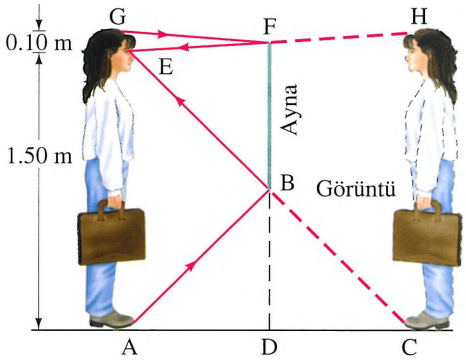
Işık ışınları gerçekte Şek. 32-7'deki görüntü konumundan geçmezler. (Kırmızı çizgilerin ışınlar değil de bizim uzatmalarımız olduğunu göstermek için kesikli olduklarına dikkat edin.) Görüntü, görüntü konumuna yerleştirilen bir kağıt veya film üzerinde gözükmezdi. Bu nedenle, **sanal görüntü** olarak adlandırılır. Bu, onu, ışığın gerçekten de görüntüden geçtiği, ve dolayısıyla da bir film veya elektronik bir sensör, ve hatta görüntü konumuna yerleştirilen bir beyaz kağıt veya ekran üzerinde gözükebilen bir **gerçek görüntüden** ayırt etmek içindir. Iraksayan ışınlar gözbebeklerimize girdiği sürece gözlerimiz hem gerçek, hem sanal görüntüleri görebilirler. Eğri aynaların ve merceklerin sanalın yanında gerçek görüntüler de oluşturabildiğini göreceğiz. Örneğin, bir sinema projektörü merceği ekran üzerinde görülebilen gerçek bir görüntü oluşturur.

FİZİK UYGULAMASI

Kendinizin yansımasını tümüyle görmek için ne kadar uzun bir aynaya ihtiyacınız vardır?

ÖRNEK 32–2 **Bir boy aynasının boyu ne kadar olmalı?** 1.60 m boyundaki bir kadın düşey bir düzlem aynanın önünde duruyor. Tüm vücudunu görebilmesi için aynanın minimum yüksekliği nedir, ve alt kenarı döşemeden ne kadar yüksekte olmalıdır?

YAKLAŞIM Kadının tüm vücudunu görebilmesi için başının üstünden ve ayağının ucundan gelen ışın ışınları aynadan yansıyıp gözüne girmelidir; bknz. Şek. 32-8. Görüntünün nerede olduğunu bulmayı istediğimiz Şek. 32-7'deki gibi her noktadan çıkan iki ışın göstermiyoruz. Artık görüntünün aynanın arkasında, öndeki cisimle aynı uzaklıkta olduğunu bildiğimize göre G noktasından (başın üstü) ayrılan yalnızca bir ışın ile A noktasından (ayak parmağı) çıkan bir ışın gösterip, sonra da basit geometri kullanmamız yeterlidir.



ŞEKİL 32–8 Birinin kendisini aynada görmesi. Örnek 32-2.

ÇÖZÜM İlk olarak A noktasında ayaktan ayrılan B'de yansıyan, ve göze E'de giren ışını dikkate alın. Aynanın B'den aşağıya uzatılmasına gerek yoktur. Yansıma açısı geliş açısına eşit olduğu için BD yüksekliği AE yüksekliğinin yarısıdır. $AE = 1.60\,\text{m} - 0.10\,\text{m} = 1.50\,\text{m}$ olduğu için $BD = 0.75\,\text{m}$ 'dir. Benzer olarak, eğer kadın başının üstünü görmeliyse, aynanın üst kenarının yalnızca başının üstünden 5 cm aşağıda (GE = 10 cm'nin yarısı) olan F noktasına erişmesi gerekir. Böylelikle $DF = 1.55\,\text{m}$, ve aynanın düşey yüksekliği yalnızca $(1.55\,\text{m} - 0.75\,\text{m}) = 0.80\,\text{m}$. olmalıdır. Aynanın alt kenarı döşemeden 0.75 m yukarıda olmalıdır.

NOT Eğer ayna iyi yerleştirilmişse bir kişinin kendisini bütünüyle görmesi için o kişinin yarısı boyunda olması gerektiğini anlıyoruz.

ALIŞTIRMA A Örnek 32-2'nin sonucu aynadan uzaklığınıza bağlı mıdır? (Deneyin.)

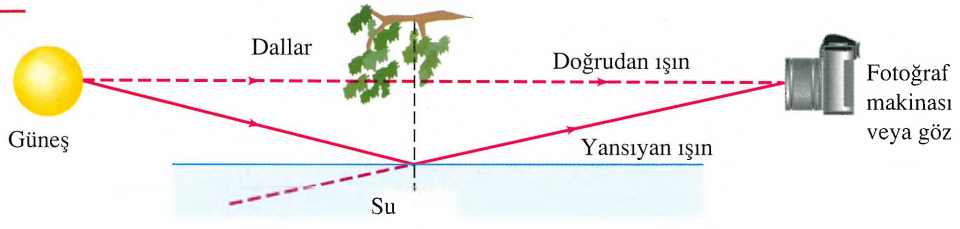
ALIŞTIRMA B Sayfa 837'ye, Bölüm Açılış Sorusuna dönün ve ona şimdi cevap verin. İlk defasında neden farklı cevap vermiş olabileceğinizi açıklamaya çalışın.

ALIŞTIRMA C Bir kuaförde bir aynanın 3 m kadar önünde durduğunuzu varsayın. Kendinizi başınızdan aynaın görüntünün kalanını kestiği belinize kadar görebiliyorsunuz. Eğer aynaya yaklaşırsanız, (*a*) görüntünüzün geri kalanını göremeyeceksiniz; (*b*) görüntüzün geri kalanını, belinizin altını görebileceksiniz; (*c*) görüntü bitimi belin daha yukarısına çıkacak, görüntünüzün daha azını göreceksiniz.

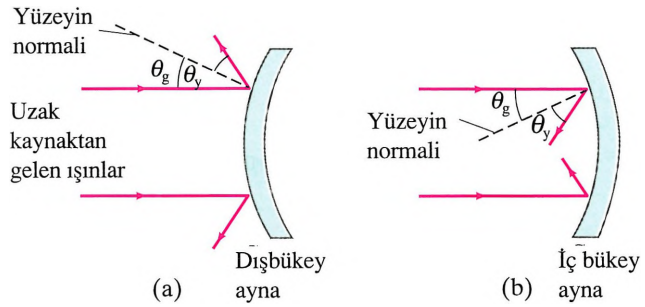
KAVRAMSAL ÖRNEK 32–3 **Fotoğraf başaşağı mı?** Bu Bölümün birinci sayfasındaki fotoğrafın yakından incelemesi üst kısımda güneşin görüntüsünün açık seçik gözüktüğünü, halbuki alt kısımda güneş görüntüsünün ağaç dallarıyla kısmen örtüldüğünü ortaya çıkartır. Görüntünün neden gerçek manzarayla aynı olmadığını bu durumun bir şemasını çizip, güneşi, fotoğraf makinesini, dalı ve güneşten fotoğraf makinesine giden iki ışını (biri doğrudan, biri yansımış) gösterin. Fotoğrafın üstü doğru tarafta mıdır?

YANIT İki şema çizmemiz gerekiyor, birini sayfa 837'deki fotoğrafın üstünün doğru tarafta olduğunu varsayarak, diğeri başaşağı olduğunu varsayarak. Şek. 32-9 fotoğrafın başaşağı olduğu varsayımıyla çizilmiştir. Bu durumda ağaçlarla engellenmiş güneş doğrudan görünen olurdu, ve güneşin engellenmemiş görüntüsü yansıma olurdu; sudan yansıyıp fotoğraf makinesine gelen ışın dalın aşağısında kalan bir açıyla gelir, halbuki doğrudan fotoğraf makinesine gelen ışın dalların arasından geçer. Bu, duruma uymaktadır. Fotoğrafın üstünün doğru tarafta olduğunu (güneşin yansımış görüntüsünün ufukta doğrudan görüldüğünden daha yukarıda olduğunu) varsayarak bir şema çizin. Bu, duruma uymayacaktır. Sayfa 837'deki fotoğraf başaşağıdır.

Bundan başka, fotoğraftaki insanlar konusunda ne demeli? Neden yansımada gözükmediklerini açıklamak için bir şema çizmeyi deneyin. [*İpucu:* havuz kenarında değil de biraz geride oturduklarını varsayın.] Ondan sonra tersi için bir şema çizmeyi deneyin (yani fotoğrafın üstünün doğru tarafta olduğunu ve bu nedenle insanların yalnızca yansımada gözüktüklerini varsayın). Farklı düzlemler (uzaklıklar) söz konusu olduğunda yansımış görüntülür mükemmel kopyalar değildirler.



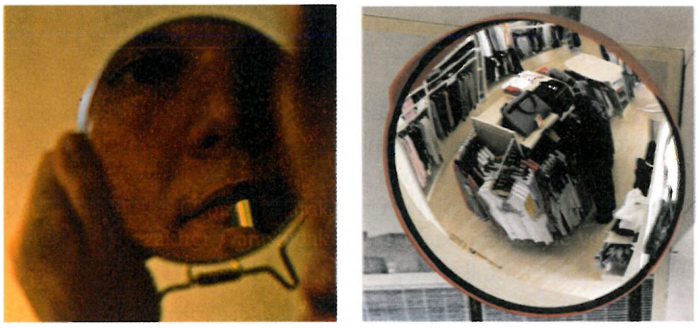
ŞEKİL 32–9 Örnek 32–3.



ŞEKİL 32–10 Dışbükey ve içbükey yüzeyli küresel aynalar. Her ışın için $\theta_y = \theta_g$ olduğuna dikkat edin.

32–3 Küresel Aynalarda Görüntü Oluşumu

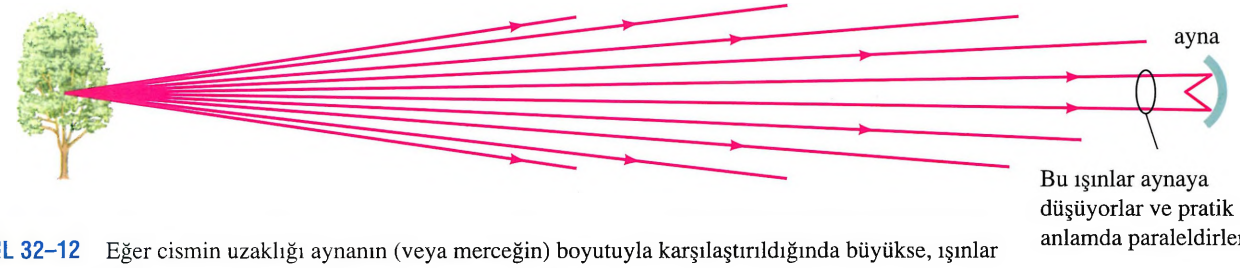
Yansıtan yüzeyler düz olmak zorunda değildirler. En yaygın eğri aynalar küresel olanlar, yani bir küre parçası oluşturanlardır. Bir küresel ayna eğer yansıma küresel şeklin dış yüzeyinde oluyorsa, dolayısıyla ayna yüzeyinin merkezi dışa, gözlemciye doğru kıvrılıyorsa **dışbükey** diye adlandırılır (Şek. 32-10a). Eğer yansıtan yüzey kürenin iç tarafındaysa, dolayısıyla ayna yüzeyi (bir "mağara" gibi) gözlemciden uzağa doğru çöküntü yapıyorsa ayna **içbükey** diye adlandırılır, Şek. 32-10b. İçbükey aynalar traş veya makyaj aynaları olarak kullanılırlar (Şek. 32-11a) çünkü büyütürler, ve dışbükey aynalar bazen arabalar ve kamyonlarda (dikiz aynaları) ve dükkanlarda (hırsızları gözlemek için) kullanılırlar, çünkü geniş görüş alanlarına sahiptirler (Şek. 32-11b).



ŞEKİL 32–11 (a) Bir içbükey makyaj aynası büyütülnüş bir görüntü gösterir. (b) Bir mağazadaki dışbükey ayna görüntü boyutunu küçültür, dolayısıyla daha geniş bir görüş alanına sahiptir.

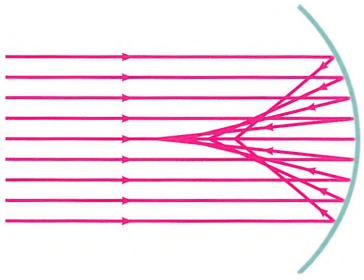
Odak Noktası ve Odak uzaklığı

Küresel aynaların nasıl görüntü oluşturduğunu anlamak için ilk önce bir dışbükey aynadan çok uzakta olan bir cismi gözönüne alalım. Şek. 32-12'de gösterildiği gibi uzak bir cisim için cisim üzerindeki her noktadan gelip ayna üzerine düşen her ışın hemen hemen paralel olacaktır. Sonsuz uzakta olan bir cisim için (güneş ve yıldızlar bu duruma yakındır) ışınlar tamamen paralel olurdu.

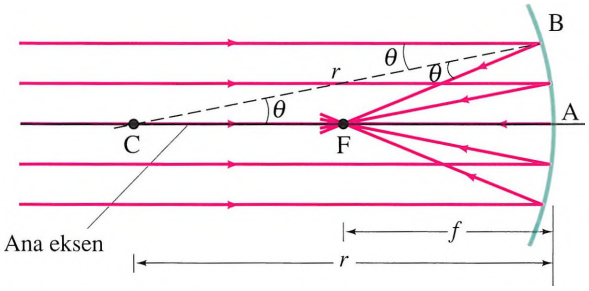


ŞEKİL 32–12 Eğer cismin uzaklığı aynanın (veya merceğin) boyutuyla karşılaştırıldığında büyükse, ışınlar neredeyse paraleldir. Sonsuzdaki (∞). bir cisim için paraleldirler.

Şimdi Şek. 32-13'deki gibi bir içbükey ayna üzerine düşen paralel ışınları gözönüne alın. Yansıma yasası her bir ışının aynaya düştüğü noktada geçerlidir. Görülebileceği gibi, hepsi tek bir noktaya toplanmaz. Keskin bir görüntü oluşturmak için ışınlar bir noktaya toplanmalıdır. Dolayısıyla bir küresel ayna bir düzlem aynanın oluşturacağı kadar keskin bir görüntü oluşturmayacaktır. Bununla beraber, aşağıda gösterdiğimiz gibi, eğer ayna eğrilik yarıçapıyla karşılaştırıldığında küçükse ve böylece yansıyan bir ışın gelen ışınla ancak küçük bir açı yapıyorsa (Şek. 32-14'deki 2θ), o zaman ışınlar birbirleriyle hemen hemen tek bir noktada, veya **odakta**, kesişecektir. Şek. 32-14'de gösterilen durum için gelen ışınlar eğri yüzeye ortasında dik olan düz çizgi olarak tanımlanan **ana eksene** (Şek. 32-14'de CA çizgisi) paraleldir. Paralel gelen ışınların yansıdıktan sonra odaklandıkları F noktasına aynanın **odak noktası** denir. F ve ayna merkezi arasındaki uzaklık, FA uzunluğu, aynanın **odak uzaklığı**, f, diye adlandırılır. Odak noktası aynı zamanda ana eksen üzerinde sonsuz uzaklıkta olan bir cismin görüntü noktasıdır. Örneğin, güneşin görüntüsü F'de olur.



ŞEKİL 32–13 Bir içbükey küresel aynaya gelen paralel ışınlar tam olarak tek bir noktada kesişmezler (veya odaklanmazlar). (Bu "hata"dan "küresel sapınç" diye söz edilir.



ŞEKİL 32–14 Bir içbükey küresel aynanın ana eksenine paralel olan ışınlar, ayna eğrilik yarıçapı r ile karşılaştırıldığında küçük olması, dolayısıyla ışınların "eksenel" olması, yani yatay eksenle ancak küçük açılar yapmaları şartıyla odak noktası F'de odaklanırlar.

Şimdi yansıtma yüzeyi eğrilik yarıçapıyla karşılaştırıldığında küçük olan bir ayna için ışınların hemen hemen ortak bir noktada, F'de toplandıklarını göstereceğiz ve ayrıca odak uzaklığı f'i hesaplayacağız. Bu yaklaşımda yalnızca ana eksenle küçük bir açı yapan ışınları gözönüne alıyoruz; böyle ışınlar eksenel ışınlar diye adlandırılırlar, ve Şek. 32-14'de ayırt edilebilmeleri için açıları abartılmıştır. İlk önce Şek. 32-14'de aynaya B noktasında çarpan bir ışını gözönüne alıyoruz. C noktası aynanın eğrilik merkezidir (aynanın bir parçası olduğu kürenin merkezi). Dolayısıyla kesikli çizgi CB r'yle, eğrilik yarıçapıyla aynıdır, ve CB ayna yüzeyine B'de normaldir. B noktasında ayna üzerine düşen gelen ışın bu normal ile θ açısı yapar ve böylece yansıyan ışın BF de bu normal ile θ açısı yapar (yansıma yasası). Dikkat edin, gösterildiği gibi BCF açısı da θ'dır. CBF üçgeni, açılarının ikisi aynı olduğu için ikizkenardır. Dolayısıyla CF = BF. Ayna yüzeyinin aynanın eğrilik yarıçapına göre küçük olduğunu, dolayısıyla açıların küçük olduğunu ve FB uzunluğunun FA uzunluğuna neredeyse eşit olduğunu varsayıyoruz. Bu yaklaşıklıkta FA = FC'dir. Ama FA = f, odak uzaklığı ve CA = $2f = r$'dir. Dolayısıyla odak uzaklığı eğrilik yarıçapının yarısıdır:

$$f = \frac{r}{2}. \qquad \text{[küresel ayna]} \quad \textbf{(32–1)}$$

Yalnızca θ açısının küçük olduğunu varsaydık, bu nedenle bu sonuç tüm eksenel ışınlar için geçerlidir. Böylelikle eksenel ışınların hepsi aynı F noktasından, odak noktasından geçerler.

Işınların F'de mükemmel odaklanmaları ancak yaklaşık doğru olduğu için ayna ne kadar eğriyse bu yaklaşım da o kadar kötü (Şek. 32-13) ve görüntü de o kadar bulanıktır. Küresel aynaların bu "kusuru" **küresel sapınç** diye adlandırılır; Bölüm 33'te bunu mercekler açısından yine tartışacağız. Öte taraftan, bir **parabolik yansıtıcı** ışınları mükemmel odaklayacaktır. Bununla beraber, parabolik yüzeyleri yapmak çok daha zor ve bu nedenle pahalı olduğu için çoğu amaç için küresel aynalar kullanılır. (Bir çok astronomik teleskop parabolik yansıtıcılar kullanır) Burada yalnızca kürsel aynaları gözönüne alıyor ve aynaların eğrilik yarıçaplarıyla karşılaştırıldıklarında küçük olduğunu ki böylece görüntünün keskin olduğunu ve Dnk. 32-1'in geçerli olduğunu varsayıyoruz.

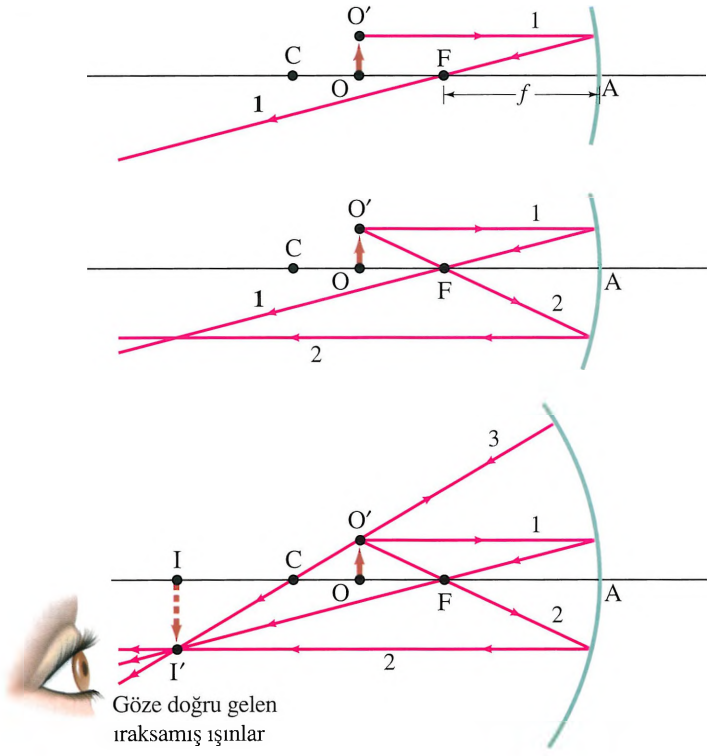
Görüntü Oluşumu – Işın Diyagramları

Sonsuzdaki bir cisim için görüntünün içbükey bir küresel aynanın odak noktasında, $f = r/2$. 2'de, olduğunu görmüştük. Ama sonsuzdaki bir cismin görüntüsü nerededir? İlk önce Şek. 32-15a'da F ve C arasında, O noktasında bir ok şeklinde gösterilen cismi gözönüne alın. Cismin tepesindeki bir O′ noktası için görüntünün nerede olacağını belirleyelim.

(a) Işın, O′den çıkıp eksene paralel ilerler ve F'den geçerek yansır.

(b) Işın 2, F'den geçer ve eksene paralel yansır.

(c) Işın 3, aynaya dik seçildiğinden kendi üzerinden yansıyarak geri döner ve C'den (eğrilik merkezi) geçer.



ŞEKİL 32–15 Işınlar cisim üzerineki O′ noktasından çıkıyorlar (oklar). I′ görüntüsünün nerede olduğunu bulmak için en yararlı olacak üç ışın gösterilmiştir. [Aynamızın f ile karşılaştırıldığında küçük olmadığına, dolayısıyla diyagramımızın görüntünün kesin yerini vermeyeceğine dikkat edin.]

Bunu yapmak için bir kaç ışın çizip bunların aynadan yansıma açısı geliş açısına eşit olacak şekilde yansıdıklarından emin olabiliriz. Bir cisim üzerinde herhangi bir noktadan çıkan bir çok ışın çizilebilirdi, ama eğer özellikle basit ışınlarla uğraşırsak görüntü konumunu bulmak basitleşir. Bunlar Şek. 32-15'te 1, 2 ve 3 ile etiketlendirilmiş olan ışınlardır ve cismin O′ noktasından aşağıdaki gibi çıkarlar:

IŞIN DİYAGRAMI
Bir eğri ayna için görüntü konumunu bulmak

Işın 1 eksene paralel çizilir, bu nedenle yansımadan sonra F'den geçen bir çizgi üzerindedir (Şek. 32-15a).

Işın 2 F'den geçirtilir (Şek. 32-15b); bu nedenle eksene paralel olacak şekilde yansımalıdır.

Işın 3 C'den, eğrilik merkezinden geçer (Şek. 32-15c); küresel yüzeyin bir yarıçapı üzerindedir ve aynaya diktir, böylece gerisin geriye yansır.

PROBLEM ÇÖZME
Görüntü noktası, yansıyan ışınların kesiştiği yerdedir

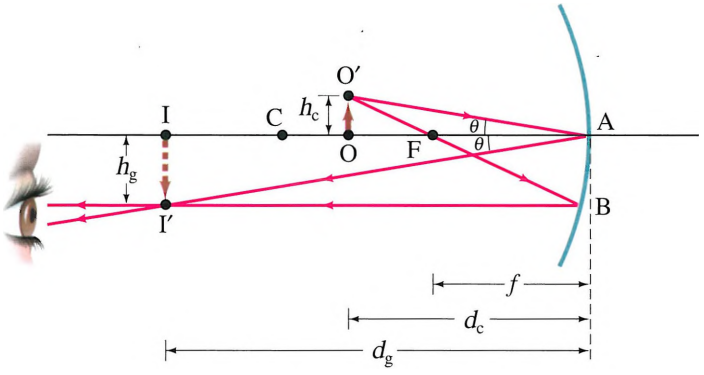
Üç ışının hepsi cisim üzerinde tek bir noktadan yola çıkarlar. (Küçük) bir aynadan yansıdıktan sonra bu ışınların kesiştikleri nokta görüntü noktası I′ 'dür. Herhangi bir cisim noktasının görüntü noktasını bulmak için yalnızca bu üç tür ışın çizilmelidir. Bu ışınların yalnızca ikisi gereklidir, üçüncü kontrola yarar.

Şek. 32-15'de yalnızca cisim üzerindeki tek bir nokta için görüntü noktasını göstermiştik. Cismin diğer noktaları yakında görüntü verir ve Şek. 32-15c'de kesikli ok ile gösterildiği gibi cismin tam bir görüntüsü oluşur. Işık gerçekte görüntünün kendisinden geçtiği için, görüntü, oraya yerleştirilecek bir kağıt veya film üzerinde gözükecek bir **gerçek görüntü**dür. Bu bir düzlem ayna tarafından oluşturulan (Şek. 32-7'de, ışığın gerçekte görüntüden geçmediği) sanal görüntüyle karşılaştırılabilir.

Şek. 32-15'deki görüntü, göz görüntünün soluna, görüntünün her bir noktasından ıraksayarak gelen ışınlardan bazıları Şek. 21-15c'de gösterildiği gibi göze girecek şekilde yerleştirildiğinde (ayrıca bknz. Şek. 32-1 ve 32-7) gözle görülebilir.

Ayna Denklemi ve Büyültme

Görüntü noktaları üç ışını tarif edildiği gibi çizerek kabaca belirlenebilir, Şek. 32-15. Ama küçük açılar için "eksenel" ışınları varsaydığımız gibi çizmek zordur. Daha doğru sonuçlar için şimdi eğer cisim uzaklığı ve aynanın eğrilik yarıçapı biliniyorsa görüntü uzaklığını verecek bir denklem türeteceğiz. Bunu yapmak için Şek. 32-16'yı referans alacağız. **Cisim uzaklığı** cismin (O noktası) ayna merkezinden uzaklığıdır. **Görüntü uzaklığı** görüntünün (I noktası) ayna merkezinden uzaklığıdır. Cismin yüksekliği OO′ h_c diye adlandırılmıştır ve görüntünün yüksekliği I′I, h_g'dir.



ŞEKİL 32–16 Diagram for deriving the mirror equation. For the derivation, we assume the mirror size is small compared to its radius of curvature.

O′'den çıkan iki ışın gösterilmiştir (Şek. 32-15'deki ışın 2'nin aynı) ve aynanın merkezinden yansıyan dördüncü bir ışın türü olan O′AI′ de bir görüntü noktası bulmak için kullanılabilir. O′AI′ ışını yansıma yasasına uyar, bu nedenle iki üçgen, O′AO ve I′AI benzerdir. Dolayısıyla:

$$\frac{h_c}{h_g} = \frac{d_c}{d_g}.$$

Gösterilen diğer ışın, O′FBI′ 'e gelince, O′FO ve AFB üçgenleri de benzerdir çünkü açılar eşittir ve AB = h_g yaklaşımını kullanırız (ayna yarıçapıyla karşılaştırıldığında küçüktür.) Bundan başka FA = f aynanın odak uzaklığı, dolayısıyla:

$$\frac{h_c}{h_g} = \frac{\text{OF}}{\text{FA}} = \frac{d_c - f}{f}.$$

Son iki ifadenin sol tarafları aynıdır, bu nedenle sağ tarafları eşitleyebiliriz:

$$\frac{d_c}{d_g} = \frac{d_c - f}{f}.$$

Şimdi iki tarafı da d_o ile böleriz ve düzenleme yaparak

$$\frac{1}{d_c} + \frac{1}{d_g} = \frac{1}{f} \qquad \textbf{(32–2)}$$

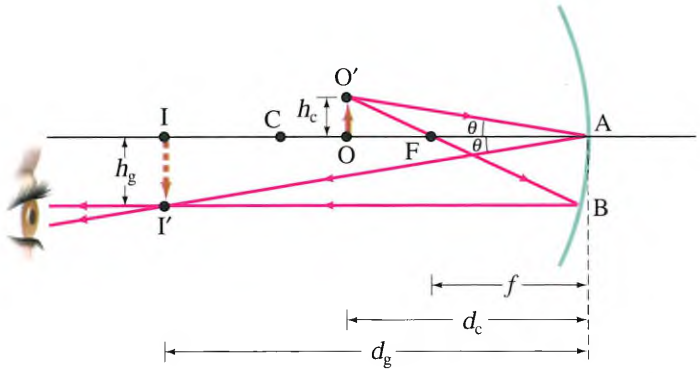
Ayna denklemi

buluruz. Bu aradığımız denklemdir. **Ayna denklemi** diye adlandırılır ve cisim ve görüntü uzaklıklarını odak uzaklığı f ile ilişkilendirir $f = r/2$.

Bir aynanın **büyültmesi** m, görüntü yüksekliğinin cisim yüksekliğine oranı olarak tanımlanır. Yukarıdaki ilk benzer üçgenlermizden veya bu sayfadaki ilk denklemden şunu yazabiliriz:

$$m = \frac{h_g}{h_c} = -\frac{d_g}{d_c}. \qquad \textbf{(32–3)}$$

Dnk.32-4'deki eksi işareti bir uzlaşma sonucu konmuştur. Gerçekten de Dnk. 32-2 ve 32-3'teki niceliklerin hepsinin işaretleri konusunda dikkatli olmalıyız. İşaret kuralları ışın diyagramlarıyla öngörülen görüntülerin doğru boyut ve yönelimlerini verecek şekilde kararlaştırılır.



ŞEKİL 32–16 (Önceki sayfadan tekrar.)

PROBLEM ÇÖZME
İşaret kuralları

Kullandığımız işaret uzlaşmaları: Görüntü cisimle aynı yöndeyse görüntü yüksekliği h_g pozitif, cisme göre başaşağıysa negatiftir (h_c'nun pozitif kabul edildiği varsayılırsa); görüntü veya cisim aynanın önündeyse (Şek. 32-16'daki gibi) d_g veya d_c pozitiftir; cisim ya da görüntü aynanın arkasındaysa ona karşılık gelen uzaklık negatiftir (bunun bir örneği Örnek 32-6, Şek. 32-18'de görülebilir). Dolayısıyla büyültme (Dnk. 32-3) yukarı doğru bir görüntü için pozitif ve ters dönmüş (başaşağı) bir görüntü için negatiftir. Bu Kısmın daha sonrasında, dışbükey aynalarla ilgili tartışmamızdan sonra işaret kurallarını daha derinlemesine özetleyeceğiz.

İçbükey Ayna Örnekleri

ÖRNEK 32–4 **İçbükey bir aynadaki görüntü.** 1.50 cm yüksekliğindeki bir elmas yüzük eğrilik yarıçapı 30.0 cm olan içbükey bir aynadan 20.0 cm uzaklığa yerleştirilmiştir. Görüntünün (*a*) konumunu ve (*b*) boyunu bulun.

YAKLAŞIM Eğrilik yarıçapından odak uzaklığını buluruz (Dnk. 32-1), $f = r/2 = 15.0\,\text{cm}$. Cisim F ile C arasında bulunduğu için ışın diyagramı temelde (bu sayfada tekrarlanmış olan) Şek. 32-16 gibidir. Görüntünün konumu ve boyu Dnk. 32-2 ve 32-3'ten bulunur.

ÇÖZÜM Şek. 32-16'ya göre elimizde $\text{CA} = r = 30.0\,\text{cm}$, $\text{FA} = f = 15.0\,\text{cm}$ ve $\text{OA} = d_c = 20.0\,\text{cm}$.

(*a*) Dnk. 32-2'den

$$\frac{1}{d_g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d}$$

$$= \frac{1}{15.0\,\text{cm}} - \frac{1}{20.0\,\text{cm}} = 0.0167\,\text{cm}^{-1}.$$

Sonuç olarak $d_g = 1/(0.0167\,\text{cm}^{-1}) = 60.0\,\text{cm}$. d_g pozitif olduğu için görüntü aynanın 60.0 cm önünde, cisimle aynı taraftadır.

DİKKAT
Bölmeye göre Tersini almayı unutmayın

(*b*) Dnk. 32-3'den büyültme:

$$m = -\frac{d_g}{d_c}$$

$$= -\frac{60.0\,\text{cm}}{20.0\,\text{cm}} = -3.00.$$

Görüntü cisimden 3.0 kat daha büyüktür ve yüksekliği:

$$h_g = mh_c = (-3.00)(1.5\,\text{cm}) = -4.5\,\text{cm}.$$

Eksi işareti bize görüntünün Şek. 32-16'daki gibi tersine dönmüş olduğunu anlatır.

NOT Şek. 32-15 veya 32-16'dan görüyoruz ki bir cisim bir içbükey aynadan odak noktasından daha uzaktaysa görüntü her zaman gerçek ve tersine dönmüştür.

KAVRAMSAL ÖRNEK 32–5 **Tersinebilir Işınlar.** Eğer Örnek 32-4'deki cisim görüntünün olduğu yere konsaydı yeni görüntü nerede olurdu?

YANIT Ayna denklemi d_g ve d_c'ya göre simetriktir. Dolayısıyla yeni görüntü cismin eskiden olduğu yerde olacaktır. Gerçekten de yeni durumu elde etmek için yalnızca Şek. 32-16'da ışınların yönlerini ters çevirmemiz gereklidir.

ÖRNEK 32–6 **Cisim içbükey aynaya daha yakın.** 1.00 cm yüksekliğindeki bir cisim eğrilik yarıçapı 30.0 cm olan bir içbükey aynadan 10.0 cm uzağa konmuştur. (*a*) Görüntünün konumunu (yaklaşık olarak) bulmak için bir ışın diyagramı çizin. (*b*) Görüntünün konumunu ve büyültmeyi analitik yolla elde edin.

YAKLAŞIM Işın diyagramını sayfa 844, Şek. 32-15'deki gibi ışınları kullanarak çizeriz. Analitik çözüm Dnk. 32-1, 32-2 ve 32-3'ü kullanır.

ÇÖZÜM (*a*) $f = r/2 = 15.0\,\text{cm}$ olduğu için cisim odak noktası ile ayna arasındadır. Daha önce tarif edilen (Şek. 32-15) üç ışını çizeriz; Şek. 32-17'de cismin tepe noktasından çıktıkları gösterilmiştir. Işın 1 tepe noktasından çıkıp aynaya doğru eksene paralel gider ve yansıyıp F'den geçer. Işın 2 F'ye doğru gidemez, çünkü aynaya düşmeyecektir; onun yerine ışın 2, F'den yola çıkmış gibi (kesikli çizgi) yönlenip aynaya doğru gitmelidir, o zaman ana eksene paralel yansır. Işın 3 daha önce olduğu gibi aynaya diktir. Aynadan yansıyan bu ışınlar ıraksarlar ve hiç bir zaman kesişmezler. Ama aynanın arkasındaki bir noktadan geliyormuş gibi gözükürler. Böylece görüntü aynanın arkasındadır ve sanaldır. (Neden?)

(*b*) $d_c = 10.0$ cm olduğu zaman d_g'yi bulmak için Dnk. 32-2'yi kullanırız:

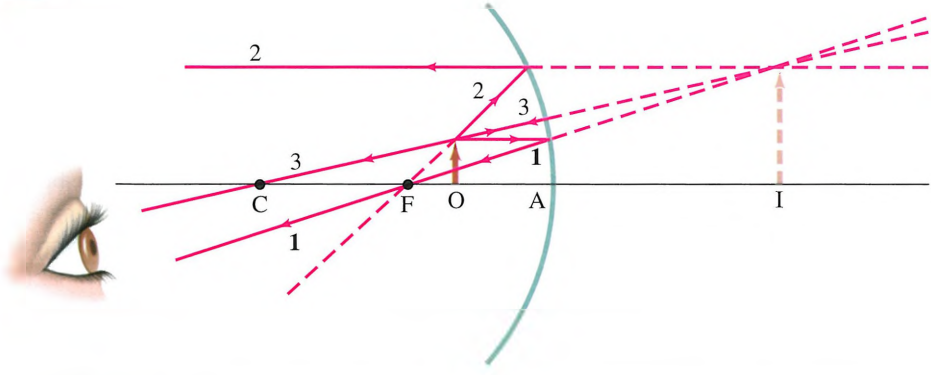
$$\frac{1}{d_g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_c} = \frac{1}{15.0\,\text{cm}} - \frac{1}{10.0\,\text{cm}} = \frac{2-3}{30.0\,\text{cm}} = -\frac{1}{30.0\,\text{cm}}.$$

Bu nedenle $d_g = -30.0\,\text{cm}$'dir. Eksi işareti görüntünün aynanın arkasında olduğu anlamına gelir ki ışın diaygramı da bize bunu söyler. Büyültme $m = -d_g/d_c = -(-30.0\,\text{cm})/(10.0\,\text{cm}) = +3.00$'dır. Yani görüntü cisimden 3.00 kat daha büyüktür. Artı işareti görüntünün yukarı doğru (cisimle aynı yönde) olduğunu belirtir ki bu da ışın diyagramı ile tutarlıdır.

NOT$_1$ Şek.32-17'de görüntü uzaklığı ölçerek hassas bir biçimde elde edilemez, çünkü diyagramımız eksenel ışın kabulüne uymamaktadır (ışınları açıkça görünmeleri için büyük açılarla çiziyoruz.)

NOT$_2$ Cisim bir içbükey aynanın odak noktasından içerideyse $(d_c < f)$, görüntü mutlaka yukarı doğru ve düşeydir. Eğer Şek. 32-17'deki O cismi sizseniz kendinizi açık seçik görürsünüz, çünkü yansıyan ışınlar O'da ıraksamaktadır. Görüntünüz yukarı doğrudur ve büyütülmüştür.

FİZİK UYGULAMASI
Bir içbükey aynada kendinizi yukarı doğru ve büyütülmüş görmek



ŞEKİL 32–17 Object placed within the focal point F. The image is *behind* the mirror and is *virtual*, Ornek 32–6. [Note that the vertical scale (height of object = 1.0 cm) is different from the horizontal (OA = 10.0 cm) for ease of drawing, and reduces the precision of the drawing.]

FİZİK UYGULAMASI

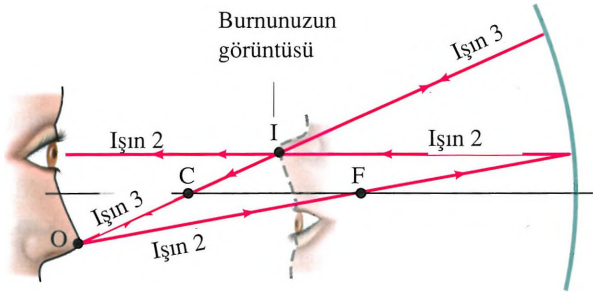
Büyüten ayna (traş/makyaj)

Şek. 32-15 ve 32-17'yi karşılaştırmak yararlıdır. Eğer cisim Şek. 32-17'deki gibi odak noktasından içerideyse görüntünün sanal, yukarı doğru, ve büyütülmüş olduğunu görebiliyoruz. Bu bir traş veya makyaj aynasının kullanılma yoludur –kendinizi doğru yön yukarıda görmek için başınızı aynaya odak noktasından daha yakına getirmelisiniz (Şek. 32-11a'daki fotoğrafa bakınız). Eğer cisim Şek. 32-15'deki gibi odak noktasının ötesindeyse görüntü gerçek ve terstir (başaşağıdır –ve kullanılması zordur!). İkinci durumda büyültmenin büyüklüğünün 1.0'dan büyük mü küçük mü olduğu cismin eğrilik merkezi C'ye göre nerede olduğuna bağlıdır. Farklı cisim uzaklıklarıyla ışın diyagramları çizme alıştırmaları yapın.

Ayna denklemi düzlem bir ayna için de geçerlidir; odak uzaklığı $f = r/2 = \infty$ 'dur ve Dnk. 32-2 $d_g = -d_c$ verir.

Görüntüyü Görmek

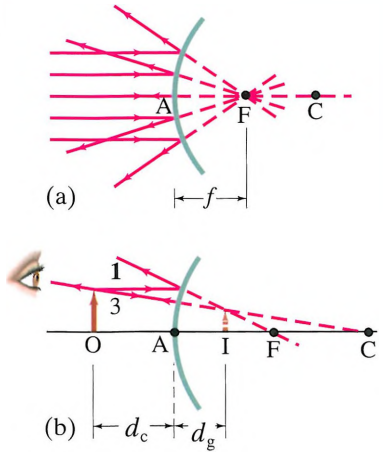
Bir kişinin gözünün keskin bir görüntü görmesi için, Şek.32-15 ve 32-16'daki gözün konumları gibi, gözün görüntü üzerindeki noktalardan ıraksayan ışınları yakalayacak bir yerde olması gereklidir. Gözlerimiz normal cisimleri görecek şekilde yapılmışlardır ki bu her zaman ışınların Şek. 32-1'deki gibi göze doğru ıraksayarak geldikleri anlamına gelir. (Veya yıldızlar gibi çok uzak cisimler için ışınlar Şek. 32-12'deki gibi temelde paralel olurlar.) Eğer gözünüzü, örneğin Şek. 32-16'daki O ve I noktaları arasına yerleştirirseniz, cisimden gelen ışınlar yakınsarken gözünüze girerdi ve gözünüzün merceği onları odaklayamazdı; bulanık bir görüntü görürdünüz. [Göz konusunu Bölüm 33'de daha fazla tartışacağız.]



ŞEKİL 32–18 C'den ötede $(d_c > 2f)$, olduğunuzda yüzünüzün açık ve ters bir görüntüsünü görürsünüz, çünkü gözünüze geşen ışınlar ıraksamaktadırlar. Standart ışınlar 2 ve 3 burnunuzdaki O noktasından çıkıyor olarak gösterilmiştir. Işın 2 (ve yakındaki diğer ışınlar) gözünüze girer. Işınların görüntü noktası I'nın soluna geçerken ıraksamakta olduklarına dikkat edin.

Eğer Şek. 32-16'daki F ve C arasına yerleştirilmiş OO′ cismi sizseniz ve kendinizi aynada görmeye çalışıyorsanız, bulanık bir şey görürdünüz; ama Şek. 32-16'da gözü gösterilen kişi sizi açık seçik görebilir. Eğer Şek. 32-16'da C'nin solunda, $d_c > 2f$ olan bir yerdeyseniz kendinizi açık seçik, ama başaşağı görürsünüz. Çünkü o zaman görüntüden gelen ışınlar bulunduğunuz yerde ıraksıyor olur, ve gözünüz onları odaklayabilir. Eğer aynaya odak noktasından daha yakınsanız da $(d_c < f)$, Örnek 32-6, Şek. 32-17'deki gibi kendinizi açık seçik ve başınız yukarıda görebilirsiniz.

ŞEKİL 32–19 Dışbükey ayna: (a) Odak noktası F'de, aynanın arkasındadır; (b) O'daki cismin görüntüsü I sanaldır, yukarı doğrudur ve cisimden küçüktür. [Örnek 32-7 için, ölçekli değil.]



Dışbükey Aynalar

İçbükey aynalar için kullanılan analiz dışbükey aynalara da uygulanabilir. Söz konusu niceliklerin dikkatlice tanımlanması gerekliyse de, ayna denklemi (Dnk. 32-2) dışbükey bir ayna için de geçerlidir. Şek. 32-19a, dışbükey bir ayna üzerine düşen paralel ışınları gösteriyor. Aynanın eğrilik yraıçapına göre küçük olduğunu varsaymazsak, küresel sapınç yine belirgindir (Şek. 32-13). Yansıyan ışınlar ıraksar, ama ayna arkasındaki F noktasından geliyormuş gibi gözükürler. Bu **odak noktası**dır ve ayna merkezinden (A noktası) uzaklığı **odak uzaklığı** diye adlandırılır. Yine $f = r/2$ olduğunu göstermek zor değildir. Sonsuzdaki bir cismin dışbükey bir aynada sanal bir görüntü oluşturduğunu anlamak güç değildir. Gerçekten de, cisim aynanın yansıtan tarafında nerede olursa olsun, görüntü Şek. 32-16b'den belli olduğu gibi başyukarı ve sanal olacaktır. Görüntüyü bulmak için 1 ve 3 ışınlarını Şek. 32-19b'de gösterildiği gibi daha önce içbükey ayna

üzerinde kullanılan kurallara göre çizeriz. Dikkat edin, 1 ve 3 ışınları gerçekte F ve C noktalarından geçmedikleri halde doğrultuları boyunca çizilen (kesikli gösterilen) çizgiler o noktalardan geçerler.

Ayna denklemi, Dnk. 32-2 dışbükey aynalar için geçerlidir, ama odak uzaklığı f ve eğrilik yarıçapı, negatif kabul edilmelidir. Bunun kanıtlanması bir probleme bırakılmıştır. Büyültme için Dnk. 32-3'ün geçerli olduğunun gösterilmesi de bir problem olarak bırakılmıştır.

PROBLEM ÇÖZÜMÜ

Küresel Aynalar

1. Bir analitik hesap yapacak olsanız da her zaman **bir ışın diyagramı çizin** –diyagram kesin olmasa da kontrol etmeye yarar. Şek. 32-15'de tarif edilen kuralları kullanarak cisim üzerindeki bir noktadan çıkan en az iki, tercihen üç ışın çizin. Görüntü noktası yansıyan ışınların kesiştikleri veya kesişiyormuş gibi gözüktükleri yerdedir.
2. **Ayna denklemini**, Dnk. 32-2'yi ve **büyültme denklemini**, Dnk. 32-3'ü, uygulayın. İşaret kurallarına sadık kalmak son derece önemlidir –bknz. bir sonraki madde.
3. **İşaret Kuralları**
   (a) Cisim, görüntü veya odak noktası aynanın yansıtan tarafındaysa (çizimlerimizde sol taraf) karşılık gelen uzaklık pozitiftir. Eğer bu noktalardan herhangi biri aynanın arakasındaysa (sağ taraf) karşılık gelen uzaklık negatiftir.†
   (b) Görüntü yüksekliği h_i, görüntü cisimle aynı doğrultudaysa pozitif, tersse negatiftir. (h_o her zaman pozitif alınır.)
4. Analitik çözümün ışın diyagramıyla tutarlı olduğunu **kontrol edin.**

†Cisim uzaklıkları gerçek cisimler için pozitifir, ama birden fazla ayna veya mercekli sistemlerde negatif olabilirler – bknz. Kısım 33-3.

ÖRNEK 32–7 **Dışbükey dikiz aynası.** Bir arabanın yan dikiz aynası dışbükey olup eğrilik yarıçapı 16.0 m'dir (Şek. 32-20). Aynadan 10.0 m uzaktaki bir cisim için görüntü konumunu ve büyültmeyi bulun.

YAKLAŞIM Problem Çözüm Stratejisindeki adımları açık açık izleriz.

ÇÖZÜM

1. **Bir ışın diyagramı çizin.** Işın diyagramı Şek. 32-19b gibi olacaktır, ama büyük cisim uzaklığı (d_c = 10.0 m) kesin bir çizimi zorlaştırır. Elimizde bir dışbükey ayna var, o yüzden kurallara göre r negatiftir.
2. **Ayna ve büyültme denklemleri.** Bir dışbükey aynanın eğrilik merkezi odak noktası gibi aynanın arkasındadır, bu nedenle $r = -16.0\,\text{m}$ alırız ki o zaman odak uzaklığı $f = r/2 = -8.0\,\text{m}$ olur. Cisim aynanın önündedir, $d_c = 10.0$ m. Ayna denklemi Dnk. 32-2'nin $1/d_g$ için çözümü

$$\frac{1}{d_g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_c} = \frac{1}{-8.0\,\text{m}} - \frac{1}{10.0\,\text{m}} = \frac{-10.0 - 8.0}{80.0\,\text{m}} = -\frac{18}{80.0\,\text{m}}$$

verir. Sonuç olarak $d_i = -80.0\text{m}/18 = -4.4$ m. Dnk. 32-3 büyültmeyi verir:

$$m = -\frac{d_g}{d_c} = -\frac{(-4.4\,\text{m})}{(10.0\,\text{m})} = +0.44.$$

3. **İşaret kuralları.** Görüntü uzaklığı negatiftir, –4.4 m, dolayısıyla görüntü aynanın arkasındadır. Büyültme $m = +0.44$, demek ki görüntü yukarı doğrudur (cisim ile aynı yönde) ve cismin yarı büyüklüğünden daha küçüktür.
4. **Kontrol edin.** Sonuçlarımız Şek. 32-19b ile tutarlıdır.

Bazı araçlardaki dışbükey dikiz aynaları cisimlerin aynada göründüklerinden daha yakında olduğunu belirten uyarılar taşırlar. d_g'nin d_c'den küçük olması (Şek. 32-7'deki gibi) bu gözlemle ters düşüyormuş gibi gözüküyor. Cisimlerin daha uzakta gözükmelerinin gerçek nedeni dışbükey aynada görüntünün bir düzlem aynada olacağından daha küçük olması, ve bizim başka arabalar gibi sıradan cisimlerin uzaklıklarına çoğunlukla boyutlarına göre karar vermemizdir.

FİZİK UYGULAMASI
Dışbükey dikiz aynası



ŞEKİL 32–20 Örnek 32–7.

TABLO 32–1 Kırılma İndisleri†

Malzeme	$n = \frac{c}{v}$
Boşluk	1.0000
Hava (SSB)	1.0003
Su	1.33
Etil Alkol	1.36
Cam	
Erimiş Kuvarz	1.46
Kron camı	1.52
Açık renk flint	1.58
Lusit veya Pleksiglas	1.51
Sodyum klorür	1.53
Elmas	2.42

† $\lambda = 589$ nm.

32–4 Kırılma İndisi

Bölüm 31'de boşluktaki ışık hızının

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$$

olduğunu ve aşırı duyarlı sonuçlar gerekmediğinde genellikle

$$3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

şeklinde yuvarlandığını gördük.

Havada ışık hızı biraz daha azdır. Cam ve su gibi başka saydam maddeler için ışık hızı her zaman boşluktakinden azdır. Örneğin, suda yaklaşık $\frac{3}{4}c$ ile hareket eder. Boşluktaki ışık hızının belli bir malzemedeki hızı v'ye oranı o malzemenin **kırılma indisi**, n, diye adlandırılır.

$$n = \frac{c}{v}. \tag{32–4}$$

Daha sonra göreceğimiz gibi n –boşluk hariç- ışığın dalgaboyuyla bir parça değişir, o yüzden Tablo 32-1'de belli bir dalgaboyu, sarı ışığınki, $n = 2.42$ belirtilmiştir.

$$v = \frac{c}{n} = \frac{(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{2.42} = 1.24 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

Işığın madde içinde daha yavaş hareket ediyor olması atomik seviyede ışığın maddenin atom ve molekülleri tarafından soğurulup geri yayınlanmasıyla açıklanabilir.

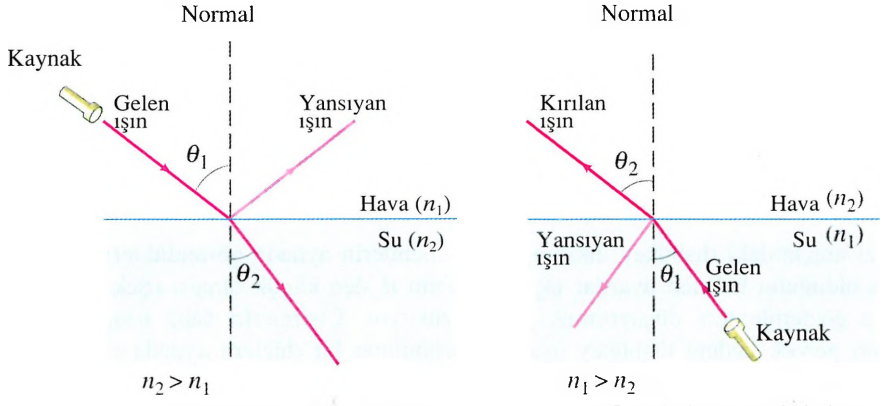
32–5 Kırılma: Snell Yasası

Işık saydam bir ortamdan kırılma indisi farklı bir başka ortama geçtiğinde gelen ışığın bir kısmı sınırda yansır. Kalan kısmı yeni ortama geçer. Eğer bir ışık ışını yüzeye (dikten farklı) bir açıyla geliyorsa ışık yeni ortama girerken yön değiştirir. Bu yön değiştirmeye, veya bükülmeye, **kırılma** denir.

Şek. 32-21a havadan suya geçen bir ışık ışınını gösteriyor. θ_1 açısı gelen ışının yüzeyin normaliyle (düşeyle) yaptığı açıdır ve **geliş açısı** diye adlandırılır. θ_2 açısı **kırılma açısı**dır, ve kırılan ışının yüzeyin normaliyle yaptığı açıdır. Işığın suya girerken normale doğru büküldüğüne dikkat edin. Işın, ışık hızının daha düşük (ve kırılma indisinin, Dnk. 32-4, daha büyük) olduğu bir ortama girdiğinde durum hep böyledir. Eğer ışık bir ortamdan hızın daha büyük olduğu ikinci bir ortama girerse ışın normalden uzağa doğru bükülür; bu Şek. 32-21b'de sudan havaya giden bir ışın için gösterilmiştir.

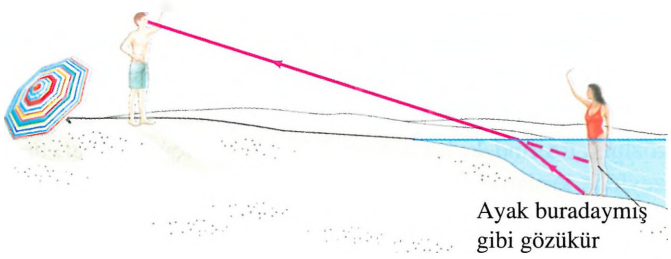
DİKKAT

Açılar θ_1 ve θ_2 yüzeye göre değil, normale göre ölçülürler.



(a) Işın ⊥'e doğru bükülür. (b) Işın ⊥'den uzağa bükülür.

ŞEKİL 32–21 Kırılma.
(a) Havadan (n_1) suya (n_2) geçerken kırılan ışık: ($n_2 > n_1$).
(b) Sudan (n_1) havaya (n_2) geçerken kırılan ışık: ($n_2 < n_1$).



ŞEKİL 32–22 Neden bir kişi bel derinliğinde su içindeyken, bacaklarının daha kısa gözüktüğünü gösteren ışın diyagramı; yüzücünün ayağından gözlemcinin gözüne gelen ışın su yüzeyinde bükülür, ve beynimiz ışığı daha yukarıdan, düz bir çizgi üzerinde (kesikli çizgi) gelmiş gibi değerlendirir.

Kırılma bilinen bir kaç optik yanılsamanın kaynağıdır. Örneğin, bel yüksekliğindeki su içinde duran bir kişi kısalmış bacakları varmış gibi gözükür. Şek. 32-22'de gösterildiği gibi bu kişinin ayağından çıkan ışınlar yüzeyde bükülürler. Gözlemcinin beyni ışınların düz bir çizgisel yol (kesikli kırmızı çizgi) izlediklerini varsayar ve böylece ayaklar gerçekte olduklarından daha yüksekte gözükürler. Benzer olarak, suya bir kamış koyduğunuzda bükülmüş gibi gözükür (Şek. 32-23).

ŞEKİL 32–23 Sudaki bir kamış bükülmüş olmadığı halde öyle gözükür.



Snell Yasası

Kırılma açısı ışığın iki ortamdaki hızına ve geliş açısına bağlıdır. Şek. 32-21'deki θ_1 ve θ_2 arasındaki analitik ilişki yaklaşık 1621'de Willebrord Snell (1591-1626) tarafından deneysel olarak bulunmuştu. Snell yasası diye bilinir ve:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad \textbf{(32–5)}$$

SNELL YASASI (KIRILMA YASASI)

şeklinde yazılır. θ_1 geliş açısı ve θ_2 kırılma açısıdır; n_1 ve n_2 sırasıyla malzemelerin kırılma indisleridir. Bknz. 32-21. Gelen ve kırılan ışınlar yüzeye dik doğrultuyu da içeren aynı düzlem içindedir. Snell yasası kırılma yasasıdır (Snell yasası Kısım 15-10'da türetilmişti; oradaki Dnk. 15-19, Dnk. 32-5 ile 32-4'ün bir birleşiminden ibarettir. Bunu ayrıca Bölüm 34'te ışığın dalga teorisini kullanarak türeteceğiz).

Snell yasasından açıkça bellidir ki eğer $n_2 > n_1$ ise o zaman $\theta_2 < \theta_1$ Yani eğer ışık n'nin daha büyük (ve hızının daha düşük) olduğu bir ortama girerse o zaman ışık normale doğru bükülür. Eğer $n_2 < n_1$ ise o zaman $\theta_2 > \theta_1$ dolayısıyla ışık normalden uzağa doğru bükülür. Şek. 32-21'de gördüğümüz budur.

ALIŞTIRMA D Işık $n = 1.3$ olan bir ortamdan $n = 1.5$ olan bir ortama geçiyor. Işık arayüze dik çizgiye doğru mu, yoksa ondan uzağa doğru mu bükülür?

ÖRNEK 32–8 **Düz camda kırılma.** Havada yol alan ışık düzgün kalınlıklı düz bir cam parçasına Şek. 32-24'de gösterildiği gibi 60° geliş açısıyla düşüyor. Eğer camın kırılma indisi 1.50 ise, (*a*) cam içindeki kırılma açısı θ_A nedir; (*b*) Işığın camdan çıkış açısı θ_B nedir?

YAKLAŞIM Snell yasasını ışığın cama girdiği ilk yüzeyde uygularız, sonra camdan ayrılıp havaya girdiği ikinci yüzeyde bir daha uygularız.

ÇÖZÜM (*a*) Gelen ışın havadadır, o nedenle $n_1 = 1.00$ ve $n_2 = 1.50$. Işının cama girdiği yerde Snell yasasının uygulanması

$$\sin\theta_A = \frac{1.00}{1.50}\sin 60° = 0.5774$$

verir. Böylece $\theta_A = 35.3^0$ bulunur.

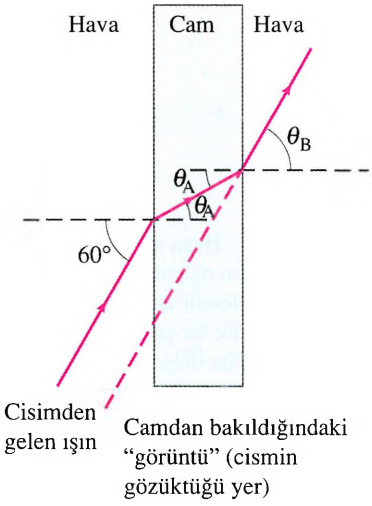
(*b*) Camın yüzeyleri paralel olduğu için ikinci yüzeydeki geliş açısı θ_A'dan başka bir şey değildir (basit geometri), o yüzden $\sin\theta_A = 0.577$. Bu ikinci arayüzde $n_1 = 1.50$ ve $n_2 = 1.00$. Böylece ışın havaya

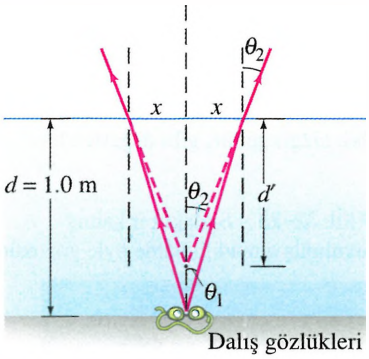
$$\sin\theta_B = \frac{1.50}{1.00}\sin\theta_A = 0.866$$

ile verilen bir açıyla yeniden girer, bu yüzden $\theta_B = 60°$. Yani düzgün kalınlıklı bir cam tabakasının içinden geçen ışık ışınının doğrultusu değişmez.

NOT Bu sonuç herhangi bir geliş açısı için geçerlidir. Bununla beraber, ışın bir yana doğru biraz kaymış olur. Bunu bir cisme bir cam parçasının arkasından (kenarına yakın bir yerden) bakıp sonra başınızı biraz kaydırıp cisme doğrudan bakarak gözlemleyebilirsiniz. Cisim "zıplayacaktır."

ŞEKİL 32–24 Bir cam parçasından geçen ışık (Örnek 32-8).





ŞEKİL 32–25 Örnek 32–9.

ÖRNEK 32–9 **Bir havuzun görünür derinliği.** Bir yüzücü dalış gözlüğünü bir havuzun derinliği 1.0 m olarak işaretlenmiş sığ tarafında, dipte düşürmüştür. Ama dalış gözlüğü o kadar derinde gözükmez. Neden? Tam aşağı, suyun içine doğru baktığınızda dalış gözlüğü ne kadar derinde gözükür?

YAKLAŞIM Dalış gözlüğü üzerindeki bir noktadan küçük bir açıyla yukarı doğru giden ve suyun (düz) yüzeyinde kırılan iki ışını gösteren bir ışın diyagramı çizeriz, Şek. 32-25. Gözlükten yukarı doğru çıkan ışınlar sudan çıkarken dışarı doğru kırılır, ve böylece gözlüklerden yukarıdaki bir noktadan geliyorlarmış gibi (kesikli çizgiler) gözükürler. Suyun olduğundan daha az derin gözükmesinin nedeni budur.

ÇÖZÜM Gerçek derinlik $d = 1.0$ m verilmişken görünür derinlik d''yü hesaplamak için (Şek. 32-25) su için $n_1 = 1.33$ ve hava için $n_2 = 1.0$ alarak Snell yasasını uygularız:

$$\sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1 .$$

Yalnızca küçük açıları gözönüne alıyoruz, bu yüzden θ radyan cinsinden olmak üzere, $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$, Böylece Snell yasası

$$\theta_2 \approx n_1\theta_1 .$$

Şek. 32-25'den görürüz ki

$$\theta_2 \approx \tan\theta_2 = \frac{x}{d'} \qquad \text{ve} \qquad \theta_1 \approx \tan\theta_1 = \frac{x}{d}.$$

Bunları Snell yasasına koyarak $\theta_2 \approx n_1\theta_1$

$$\frac{x}{d'} \approx n_1\frac{x}{d}$$

veya

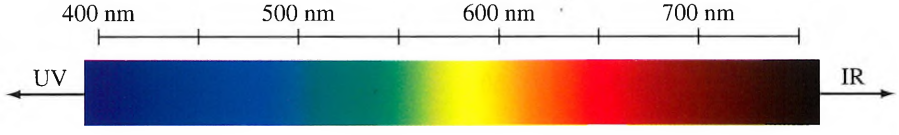
$$d' \approx \frac{d}{n_1} = \frac{1.0\text{ m}}{1.33} = 0.75\text{ m}$$

elde ederiz. Havuz gerçekte olduğunun dörtte üçü kadar derin gözükür.

32–6 Görünür Tayf ve Ayrışma

Görülebilir ışığın en belirgin özelliği rengidir. Renk, ışığın dalgaboyları ve frekanslarıyla ilgilidir. (Bunun nasıl keşfedildiği Bölüm 34'de tartışılacaktır.) Görülebilir ışık –ki gözlerimiz ona duyarlıdır- havada 400 nm ile 750 nm aralığında dalgaboylarına sahiptir.† Bu aralık görünür spektrum diye adlandırılır ve Şek. 32-26'da gösterildiği gibi içinde mordan kırmızıya kadar farklı renkler vardır. 400 nm'den (= mor) kısa dalgaboyuna sahip ışık mor ötesi (ultraviyole, UV) diye, ve 750 nm'den (= kırmızı) uzun dalgaboyuna sahip ışık kırmızı ötesi (infrared, IR) diye adlandırılır.‡ İnsan gözleri UV'ye ya da IR'e duyarlı değilse de bazı tür fotoğraf filmler veya dijital fotoğraf makineleri onlara tepki verirler.

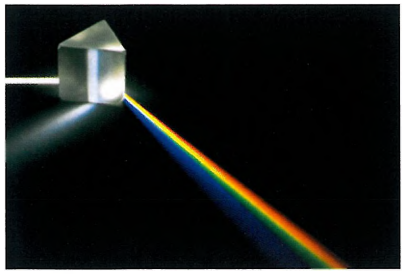
Şek. 32-27'de gösterildiği gibi bir prizma beyaz ışığı gökkuşağının renklerine ayırabilir. Bu bir malzemenin kırılma indisi, Şek. 32-28'de bazı malzemeler için gösterildiği gibi, dalga boyuna bağlı olduğu için olur. Beyaz ışık bütün görülebilir



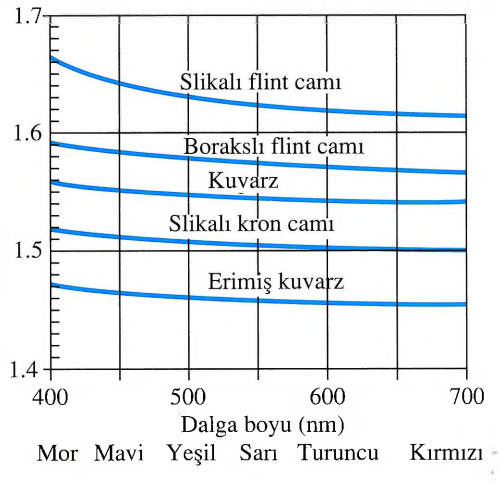
ŞEKİL 32–26 Hava içinde görülen çeşitli renklerin dalgaboyu aralığını gösteren görülebilir ışık tayfı. Kahverengi gibi bir çok renk tayfta gözükmez; onlar dalgaboylarının bir karışımından oluşurlar.

†Bazen ışıktan söz ederken angström (Å) birimi kullanılır: $1\text{ Å} = 1 \times 10^{-10}$ m. O zaman görülebilir ışık 4000 Å — 7500 Å aralığı içinde kalır.

‡Tam elektromanyetik spektrum Şek. 32-12'de gösterilmiştir.



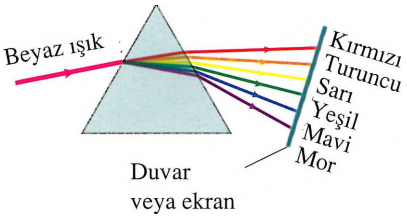
ŞEKİL 32–27 Bir prizmadan geçen beyaz ışık bileşen renklerine ayrışır.



ŞEKİL 32–28 Çeşitli saydam katılar için dalgaboyunun bir fonksiyonu olarak kırılma indisi.

dalgaboylarının bir birleşimidir ve, Şek. 32-29'da olduğu gibi, bir prizma üzerine düştüğünde, farklı dalgaboyları değişik derecelerle bükülürler. Çünkü kırılma indisi daha kısa dalgaboyları için daha büyüktür; gösterildiği gibi mor ışık en fazla, kırmızı ışık en az bükülür. Beyaz ışığın tayfa yayılması ayrışma diye adlandırılır.

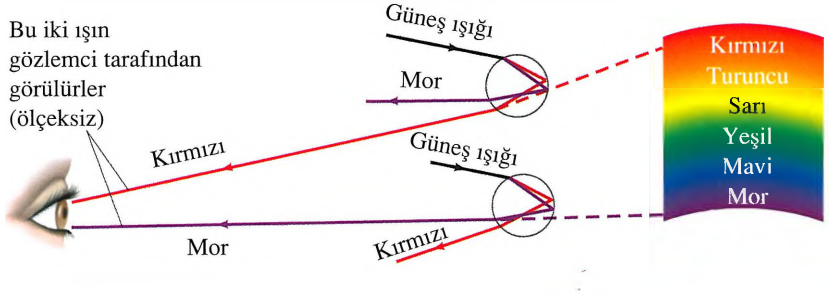
Gökkuşakları, su damlalarının sebep olduğu görkemli bir ayrışma örneğidir. Gökkuşaklarını, güneş arkanızdayken düşmekte olan su damlalarına baktığınızda görebilirsiniz. Şek.32-30, kırmızı ve mor ışınların, küresel su damlaları tarafından nasıl büküldüğünü ve damlanın arka yüzeyinden yansıdığını göstermektedir. Kırmızı en az bükülür ve dolayısıyla diyagramda görüldüğü gibi gözlemcinin gözüne gökte daha yüksekteki damlalardan gelir. Dolayısıyla gökkuşağının en üstü kırmızıdır.



ŞEKİL 32–29 Bir prizma tarafından görülebilir tayfa ayrılan beyaz ışık.

FİZİK UYGULAMASI
Gökkuşağı

ŞEKİL 32–30 (a) Bir gökkuşağının (b) nasıl oluştuğunu gösteren ışın diyagramı.



(a)



(b)

Görünür tayf, Şek. 32-26, doğada görülen bütün renkleri göstermez. Örneğin, Şek. 32-26'da hiç kahverengi yoktur. Gördüğümüz renklerin çoğu dalgaboylarının bir karışımıdır. Pratik olsun diye, çoğu doğal renk üç ana renk kullanılarak yeniden oluşturulabilir. Bunlar, TV ve bilgisayar monitörleri gibi doğrudan izlenen kaynaklar için kırmızı, yeşil ve mavidir. Baskıda kullanılan mürekkepler için ana renkler turkuaz (bu kitaptaki kenar notlarının rengi), sarı ve koyu pembedir (diyagramlarda ışık ışınları için kullandığımız renk).

Herhangi bir dalganın, hızı v dalgaboyu λ ve frekansı f'ye $v = f\lambda$ ile bağlıdır (Dnk. 15-1 veya 31-14). Bir dalga bir maddeden diğerine geçerse dalganın frekansı sınır üzerinde değişmez, çünkü sınırdaki bir nokta (bir atom) bu frekansta salınım yapar. Böylece, eğer ışık havadan kırılma indisi n olan bir malzemeye geçerse dalgaboyu

$$\lambda_n = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda}{n} \qquad \textbf{(32–6)}$$

olur (Dnk. 32-4'ü hatırlayın) ki burada λ boşluk veya hava içindeki dalgaboyu λ_n kırılma indisi n olan malzeme içindeki dalgaboyudur.

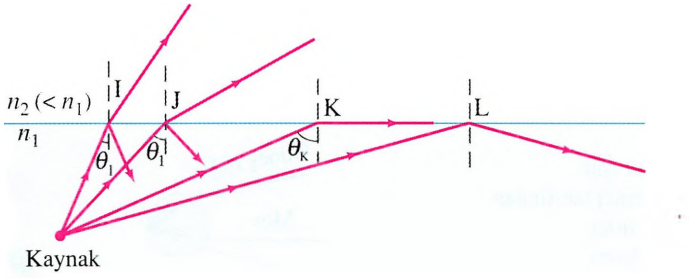
KAVRAMSAL ÖRNEK 32–10 **Işığın su altında gözlenen rengi.** Rengin dalgaboyuna bağlı olduğunu söyledik. Örneğin, havada 650 nm ışık yayan bir cismi kırmızı görürüz. Ama bu yalnızca hava içinde doğrudur. Eğer aynı cisme su altında bakarsak, hala kırmızı gözükür. Ama su içindeki dalgaboyu $\lambda_n = 650\,\text{nm}/1.33 = 489\,\text{nm}$ 'dir (Dnk. 32-6). Dalgaboyu 489 nm olan ışık havada mavi gözükürdü. Bu ışığın su altında gözlendiğinde neden mavi değil de kırmızı gözüktüğünü açıklayabilir misiniz?

YANIT Gözün tepki verdiği şey dalgaboyu değil de frekans olmalıdır. Örneğin, 650 nm kırmızı ışığın hava içindeki frekansı $f = c/\lambda = (3.0 \times 10^8\,\text{m/s})/(650 \times 10^{-9}\,\text{m}) = 4.6 \times 10^{14}\,\text{Hz}$ 'dir ve ışığın bir ortamdan diğerine geçmesiyle değişmez. Yalnızca λ değişir.

NOT Eğer renkleri frekansa göre sınıflandırsaydık, renk karşılıkları herhangi bir malzeme için geçerli olurdu. Yalnızca cisimleri genellikle hava içinde gördüğümüz için değil, ama dalgaboyu genellikle hava içinde ölçüldüğü için (ölçülmesi frekanstan daha kolaydır), renkleri çoğunlukla (genel doğruluğu fazla olmasa da) hava içindeki dalgaboyuna göre belirleriz.

32–7 Tam İç Yansıma; Fiber Optik

Işık bir malzemeden kırılma indisinin daha düşük olduğu ikinci bir malzemeye geçerse, Şek. 32-31'deki I ve J ışınlarına olduğu gibi, ışık normalden öteye doğru bükülür. Belli bir geliş açısında kırılma açısı 90° olacak, ve bu durumda kırılan ışık yüzeyi yalayacaktır



ŞEKİL 32–31 (a) $n_2 < n_1$ olduğu için geliş açısı L ışınında olduğu gibi $\theta_1 > \theta_K$ ise ışık ışınları tamamen içten yansıyacaktır. I ve J ışınlarında olduğu gibi $\theta_1 < \theta_K$ ise ışığın yalnızca bir kısmı yansıyacak, gerisi kırılacaktır.

(ışın K). Bunun gerçekleştiği geliş açısı **kritik açı**, θ_K diye adlandırılır. Snell yasasından θ_K şöyle bulunur:

$$\sin\theta_K = \frac{n_2}{n_1}\sin 90^\circ = \frac{n_2}{n_1}. \qquad (32\text{–}7)$$

θ_K'den düşük herhangi bir geliş açısı için, ışığın bir kısmı da sınırda yansıyacak olsa bile, kırılan bir ışın olacaktır. Bununla beraber, θ_K'den büyük geliş açıları için Snell yasası $\sin\theta_2$'nin 1.00'den büyük olacağını söyleyecektir. Bu durumda hiç kırılan ışık yoktur ve ışığın hepsi yansır, Şek. 32-31'deki L ışını için olduğu gibi. Bu etkiye tam iç yansıma denir. Tam iç yansıma, ışık öbür taraftaki ortamın daha düşük bir kırılma indisine sahip olduğu bir sınıra geldiğinde olabilir.

DİKKAT
Tam iç yansıma (ancak kırılma indisi arayüzün ötesinde daha küçükse gerçekleşir.)

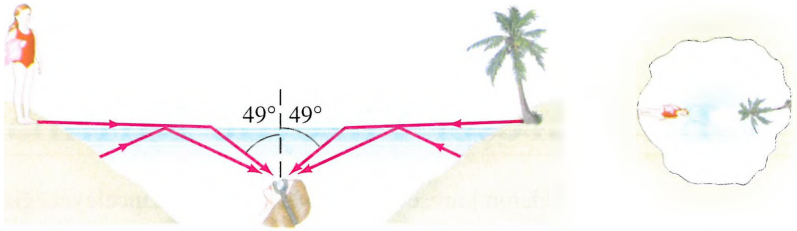
ALIŞTIRMA E Bir lavaboyu suyla doldurun. Yüzeyin biraz altına suya dayanıklı bir kol saati yerleştirin, öyle ki saatin üst camı suyun yüzeyine paralel olsun. Yukarıdan hala saati okuyabilirsiniz. Başınızı bir tarafa doğru, yeterince uzağa kaydırınca ne görürsünüz, neden?

KAVRAMSAL ÖRNEK 32–11 **Su altından yukarıya bakış.** Dünyaya bir gölün veya yüzme havuzunun mükemmel derecede düzgün yüzeyi altından bakan bir kişinin ne göreceğini tarif edin.

YANIT Bir hava-su arayüzü için kritik açı

$$\sin\theta_K = \frac{1.00}{1.33} = 0.750.$$

Bu nedenle, $\theta_K = 49^0$. Böylece bu kişi dış dünyayı kenarı düşeyle 49° açı yapan bir daire içine sıkışmış olarak görür. Bu açının ötesinde bu kişi gölün ya da havuzun kenarlarından veya tabanından yansımaları görür (Şek. 32-32).



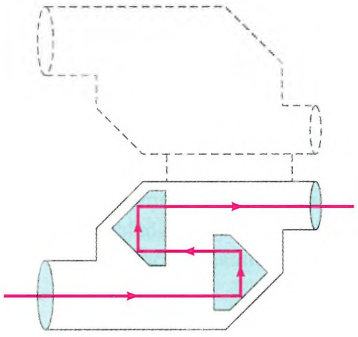
(a) (b)

ŞEKİL 32–32 (a) Işık ışınları ve (b) suyun altından yukarıya bakarkenki görüntü (su yüzeyi çok düzgün olmalıdır), Örnek 32-11.

Elmaslar parlaklıklarını ayrışma ve tam iç yansımanın biraraya gelmesiyle elde ederler. Elmas, 2.4 kadar, çok yüksek bir kırılma indisine sahip olduğu için, tam iç yansıma için kritik açı yalnızca 25°'dir. Bu nedenle, elmas içinde bir tayfa ayrışan ışık yüzeylerden birine 25°'den düşük bir açıyla düşüp dışarı çıkmadan önce iç yüzeylerden bir çoğuna çarpar.

Böyle bir çok yansımadan sonra ışık o kadar yol almıştır ki renkler, elmastan çıktıktan sonra, gözle tek tek ve pırıl pırıl görülmeye yetecek kadar ayrılmışlardır.

Dürbün gibi bir çok optik alet bir prizma içinde tam iç yansımayı kullanır. Bunun avantajı ışığın nerdeyse %100'ünün yansımasıdır, halbuki en iyi aynalar bile %100'den biraz daha az yansıtırlar. Dolayısıyla, görüntü özellikle birkaç yansımadan sonra daha parlaktır. $n = 1.50$ olan cam için $\theta_K = 41.8^0$. Bu nedenle, dürbün içinde Şek. 32-33'deki gibi yerleştirilmişse 45° prizmalar ışığın hepsini içten yansıtırlar.



ŞEKİL 32–33 Dürbünlerdeki prizmalarda tam iç yansıma.

ALIŞTIRMA F Eğer dürbünlerde 45° plastik mercekler kullanılsaydı, plastiğin minimum kırılma indisi ne olmalıydı?

Fiber Optik

Tam iç yansıma **fiber optiğin** ardındaki prensiptir. Çapı bir kaç mikrometre kadar ince cam ve plastik fiberlere çok rastlanır. Böyle minicik fiberlerin bir demetine bir **ışık borusu** veya kablosu denir; tam iç yansıma sayesinde ışık† fiber boyunca hiç kayıpsız iletilebilir. Şek. 32-34 ince bir fiber boyunca yol alan ışığın nasıl iç duvarlara büyük açılarla çarptığını ve böylece tam iç yansıma oluştuğunu gösteriyor. Işık borusu bükülerek karmaşık bir şekle sokulsa bile kritik açı aşılmayacaktır, o yüzden ışık diğer uca pratik anlamda azalmadan iletilir. Uçlardaki yansımalardan ve boru içinde soğurulmadan dolayı çok küçük kayıplar olur.

ŞEKİL 32–34 Bir cam veya saydam platik fiberin iç yüzeyinden tam yansıyan ışık.



Fiberoptik kabloların önemli uygulamaları haberleşme ve tıptır. Telefon konuşmalarını, video sinyalleri ve bilgisayar verilerini taşımak için tellerin yerine kullanılmaktadırlar. Sinyal modüle edilmiş bir ışık ışınıdır (şiddeti değiştirilebilen bir ışık ışını) ve veri bir bakır teldeki bir elektrik sinyaline göre çok daha fazla hızla, daha az kayıpla ve daha az parazitle iletilir. Her biri saniyede 10 gigabite (10^{10} bit) kadar bilgi taşımak üzere modüle edilmiş yüzden fazla ayrı dalgaboyunu destekleyebilecek fiberler geliştirilmiştir. Bu da yüz dalgaboyunun tamamı için saniyede bir terabit (10^{12} bit) demektir.

FİZİK UYGULAMASI
İletişimde fiberoptik

†Fiberoptik yalnızca görülebilir ışık değil, kırmızı-ötesi ışık, mor-ötesi ışık ve mikrodalgalar için de kullanılır.

FİZİK UYGULAMASI

Tıp (Endoskoplar)

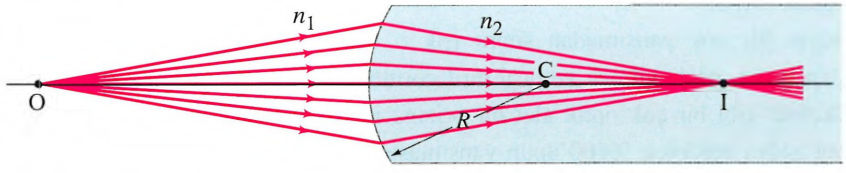
Fiberoptiğin net bir resim iletmek için kullanımı özellikle tıpta çok yararlıdır, Şek. 32-35. Örneğin, bir hastanın ciğerleri, bronkoskop denilen bir ışık borusunun ağızdan içeri, bronş tüplerine aşağı doğru sokulmasıyla incelenebilir. Ciğerleri aydınlatmak için ışık bir dizi dış fiberden aşağı gönderilir. Yansıyan ışık ortadaki bir grup fiberden yukarı döner. Her bir fiberin tam önündeki ışık o fiberden yukarı çıkar. Zıt uçta bir gözlemci tam da bir TV ekranındaki gibi bir dizi parlak ve karanlık noktalar –yani öbür uçtaki şeyin bir resmini görür. İki tarafta da mercekler kullanılır. Görüntü doğrudan, bir monitör ekranı veya film üzerinde gözlenebilir. Fiberler genellikle kırılma indisi fiberinkinden daha düşük olan bir malzemenin ince bir katmanı ile birbirlerinden optik olarak yalıtılmalıdır. Ne kadar fazla fiber varsa, ve fiberler ne kadar inceyse, resim de o kadar ayrıntılıdır. Bronkoskopların, kolonoskopların (bağırsağa bakmak için), ve endoskopların (mide ve diğer organlar) aralarında bulunduğu böyle aletler erişilmesi zor yerleri incelemek için son derece yararlıdır.



ŞEKİL 32–35 (a) Bir fiberoptik görüntüsünün nasıl oluştuğu, (b) Bir fiberoptik aletin sindirim borusunu ekrandaki görüntüyle gözlemlemek için ağızdan sokulmasının örneği.

*32–8 Bir Küresel Yüzeyde Kırılma

Şimdi ışınların saydam bir maddenin küresel yüzeyinde kırılmasını inceleyeceğiz. Böyle bir yüzey bir merceğin yüzeyi veya bir gözün korneası olabilir. Genelleştirme için kırılma indisi n_1 olan bir ortam içindeki bir cismi gözönüne alalım, ve cisim üzerindeki her bir noktadan çıkan ışınların kırılma indisi n_2 olan bir ortama girebildiğini düşünelim. Küresel sınırın eğrilik yarıçapı R'dir ve eğrilik merkezi V noktasındadır, Şek. 32-36. Şimdi eğer yalnızca eksenel ışınları, eksenle küçük bir açı yapan ışınları dikkate alırsak, cisim üzerindeki bir O noktasından ayrılan tüm ışınların, tek bir I noktasında, görüntü noktasında odaklanacaklarını göstereceğiz.



ŞEKİL 32–36 Bir cisim üzerindeki bir O noktasından gelen ışınlar, ışınların eksenle küçük açılar yapması şartıyla, iki saydam malzeme ($n_2 > n_1$) arasındaki küresel sınır tarafından tek bir görüntü noktası I'da odaklanacaklardır.

Bunu yapmak için Şek. 32-37'de gösterildiği gibi O noktasından ayrılan tek bir ışını dikkate alırız. Snell yasasından, Dnk. 32-5'den,

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

yazabiliriz $\theta_1, \theta_2, \alpha, \beta$, ve γ açılarının küçük olduğunu varsayıyoruz, bu nedenle $\sin\theta \approx \theta$ (radyan olarak), ve Snell yasası yaklaşık olarak

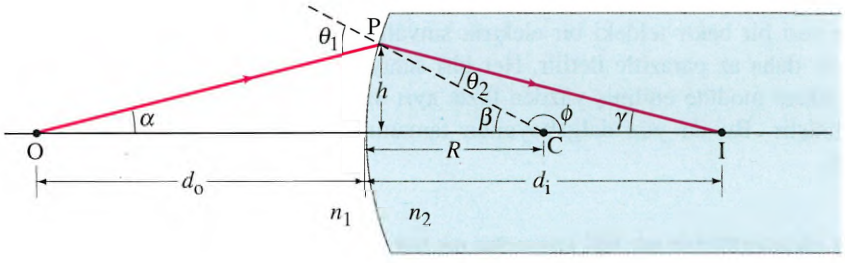
$$n_1\theta_1 = n_2\theta_2$$

şeklini alır. Bundan başka, $\beta + \phi = 180°$ ve $\theta_2 + \gamma + \phi = 180°$, böylece

$$\beta = \gamma + \theta_2.$$

Benzer olarak, OPC üçgeni için

$$\theta_1 = \alpha + \beta.$$



ŞEKİL 32–37 O'dan gelen bütün eksenel ışınların aynı I noktasında odaklandığını ($n_2 > n_1$) göstermek için diyagram.

Bu üç ilişki

$$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta$$

verecek şekilde birleştirilebilir. Yalnızca küçük açıları gözönüne aldığımız için yaklaşık olarak

$$\alpha = \frac{h}{d_c}, \quad \beta = \frac{h}{R}, \quad \gamma = \frac{h}{d_g},$$

yazabiliriz, ki burada d_c ve d_g cisim ve görüntü uzaklıkları ve h Şek. 32-37'de gösterildiği gibi yükseklikliktir. Bunları bir önceki denklemde yerine koyar, h ile böler ve

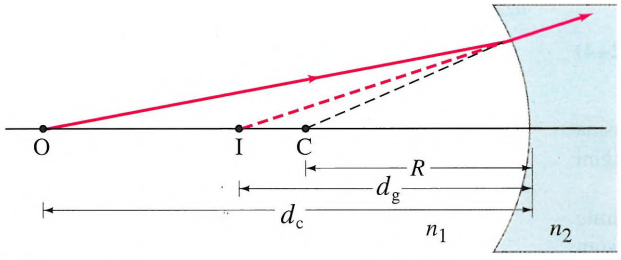
$$\frac{n_1}{d_c} + \frac{n_2}{d_g} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad \textbf{(32–8)}$$

buluruz. Bu denklem bize belli bir cisim uzaklığı d_c için görüntü uzaklığı d_g'nin bir ışının açısına bağlı olmadığını söyler. Sonuç olarak bütün eksenel ışınlar aynı I noktasında toplanırlar. Bu yalnızca eksenle ve birbirleriyle küçük açılar yapan ışınlar için doğrudur, ve küresel yüzeyin genişliğinin eğrilik yarıçapıyla karşılaştırıldığında küçük olduğunu varsaymakla eşdeğerdir. Bu varsayım doğru değilse, ışıklar bir noktada toplanmayacak; tıpkı bir aynada olduğu gibi (bknz. Şek. 32-13) küresel sapınç gerçekleşek ve görüntü bulanık olacaktır. (Küresel sapınç Kısım 33-10'da daha fazla tartışılacaktır.)

Dnk. 32-8'i küresel yüzeyin (gelen ışın tarafından görüldüğü şekliyle) dışbükey olduğu Şek. 32-37'yi kullanarak türettik. Bu denklem, eğer aşağıdaki uzlaşmaları kullanırsak –Şek. 32-38'i kullanarak görülebileceği gibi- içbükey bir yüzey için de geçerlidir:

1. Eğer yüzey dışbükeyse (yani eğrilik merkezi C ışığın geldiği tarafın ters tarafında ise) R pozitiftir; eğer yüzey içbükey ise (C ışığın geldiği taraftaysa) R negatiftir.
2. Görüntü uzaklığı d_g aynı kuralları izler: ışığın geldiği tarafın tersindeyse pozitif, aynı taraftaysa negatif.
3. Cisim uzaklığı ışığın geldiği taraftaysa pozitif (normal durum da budur, her ne kadar birden fazla yüzey ışığı kırıyorsa durum bu olamayabilirse de), değilse negatiftir.

Şek. 32-38'de bir içbükey yüzeyle gösterilen durum için, Dnk. 32-8'de kullanıldıklarında hem R, hem de d_g negatiftir. Dikkat edin, bu durumda görüntü sanaldır.



ŞEKİL 32–38 O'dan gelen ve içbükey yüzey tarafından kırılan ışınlar $(n_2 > n_1)$ sanal bir görüntü oluştururlar. Kurallarımıza uygun olarak, $R < 0$, $(d_g < 0, d_c > 0$.

ÖRNEK 32–12 Görünür derinlik II. Bir kişi düşey doğrultuda aşağıya, 1.0 m derinliğindeki bir havuzun içine bakıyor. Su ne kadar derin görünür?

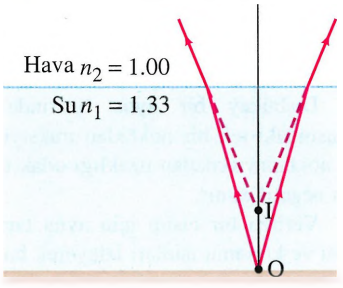
YAKLAŞIM Örnek 32-9 bu problemi Snell yasasını kullanarak çözmüştü. Burada Dnk. 32-8'i kullanacağız.

ÇÖZÜM Şek. 32-39'da bir ışın diyagramı gösterilmiştir. O noktası havuzun dibindeki bir noktayı temsil eder. Işınlar ıraksar ve görüntü noktası I'dan geliyorlarmış gibi gözükürler. Elimizde $d_c = 1.0\,\text{m}$ ve düz yüzey için $R = \infty$ var. O zaman Dnk. 32-8

$$\frac{1.33}{1.0\,\text{m}} + \frac{1.00}{d_g} = \frac{(1.00 - 1.33)}{\infty} = 0$$

şeklini alır. Dolayısıyla $d_g = -(1.0\,\text{m})/(1.33) = -0.75\,\text{m}$. Böylece havuz gerçekte olduğunun ancak dörtte üçü kadar derin gözükür, Örnek 32-9'da bulduğumuz sonucun aynı. Eksi işareti görüntü noktası I'nın yüzeyin O ile aynı tarafında olduğunu, ve görüntünün sanal olduğunu anlatıyor. Düşey dışındaki açılar için bu sonuç düzeltilmelidir.

ŞEKİL 32–39 Örnek 32–12.



ÖRNEK 32–13 **Küresel bir "mercek".** Bir noktasal ışık kaynağı 10.0 cm yarıçaplı cam bir kürenin ($n = 1.5$) merkezinden 25.0 cm uzağa yerleştirilmiştir, Şek. 32-40. Kaynağın görüntüsünü bulun.

YAKLAŞIM Şek. 32-40'da gösterildiği gibi iki kırılma vardır, ve biz onları sırayla, birer birer inceleyeceğiz. Kaynaktan gelen ışık ışınları önce kaynağa bakan dışbükey yüzeyde kırılırlar. Kürenin arka tarafını görmezlikten gelerek, bu ilk kırılmayı Şek. 32-36'daki gibi düşünerek inceleyeceğiz.

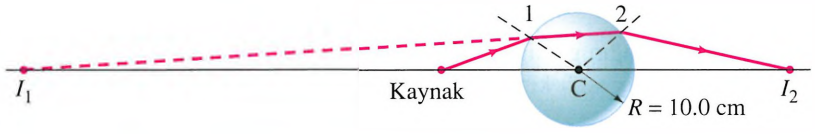
ÇÖZÜM Dnk. 32-8'i $n_1 = 1.0$, $n_2 = 1.5$, $R = 10.0\,\text{cm}$, ve $d_c = 25.0\,\text{cm} - 10.0\,\text{cm} = 15.0\,\text{cm}$, (eksenel ışınlar varsayarak) kullanarak yüzey 1'deki görüntü uzaklığı d_{g1} için çözeriz:

$$\frac{1}{d_{g1}} = \frac{1}{n_2}\left(\frac{(n_2 - n_1)}{R} - \frac{n_1}{d_c}\right) = \frac{1}{1.5}\left(\frac{1.5 - 1.0}{10.0\,\text{cm}} - \frac{1.0}{15.0\,\text{cm}}\right) = -\frac{1}{90.0\,\text{cm}}.$$

Böylece, ilk kırılmadaki görüntü ön yüzeyin 90.0 cm *solunda* bulunmaktadır. Bu görüntü (I_1) artık arka yüzeyde (yüzey 2) gerçekleşen kırılma için cisim yerine geçer. Bu yüzey içbükeydir, bu nedenle $R = -10.0\,\text{cm}$ ve eksene yakın bir ışını gözönüne alıyoruz. O zaman cisim uzaklığı $d_{o2} = 90.0\,\text{cm} + 2(10.0\,\text{cm}) = 110.0\,\text{cm}$, ve $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1.0$, ile Dnk. 32-8:

$$\frac{1}{d_{g2}} = \frac{1}{1.0}\left(\frac{1.0 - 1.5}{-10.0\,\text{cm}} - \frac{1.5}{110.0\,\text{cm}}\right) = \frac{4.0}{110.0\,\text{cm}}$$

verir, bu nedenle $d_{g2} = 28$ cm'dir. Sonuç olarak, son görüntü kürenin arka yüzeyinden 28 cm uzaklıkta bulunmaktadır.



ŞEKİL 32–40 Örnek 32–13.

Özet

Işık, malzemenin **kırılma indisi** n'ye bağlı olan bir v hızıyla, **ışın** denen düz çizgisel yollar boyunca ilerlermiş gibi gözükür, yani

$$v = \frac{c}{n} \qquad \textbf{(32–4)}$$

Burada c ışığın boşluktaki hızıdır.

Işık düz bir yüzeyden yansıdığında yansıma açısı geliş açısına eşittir. Bu **yansıma yasası** aynaların nasıl görüntü oluşturabildiğini açıklar.

Düzlem bir aynada görüntü sanaldır, yukarı doğrudur, cisimle aynı boydadır, ve cisim önde ne kadar uzaktaysa, görüntü aynanın arkasında o kadar uzaktadır.

Küresel bir ayna dışbükey veya içbükey olabilir. **İçbükey** bir küresel ayna çok uzaktaki bir cisimden gelen paralel ışınları **odak noktası** denilen bir noktaya odaklar. Bu noktanın aynadan uzaklığı aynanın **odak uzaklığı** f'dir ve

$$f = \frac{r}{2} \qquad \textbf{(32–1)}$$

'dir. Burada r, aynanın eğrilik yarıçapıdır.

Dışbükey bir ayna üzerinde düşen paralel ışınlar ayna arkasındaki tek bir noktadan ıraksıyorlarmış gibi aynadan yansırlar. Bu noktanın aynadan uzaklığı odak uzaklığıdır ve dışbükey bir ayna için negatif alınır.

Verilen bir cisim için ayna tarafından oluşturulan görüntünün boyu ve konumu ışınları izleyerek bulunabilir.

Cebirsel olarak, görüntü ve cisim uzaklıkları, d_i ve d_o ve odak uzaklığı f arasındaki ilişki **ayna denklemi**yle verilir:

$$\frac{1}{d_c} + \frac{1}{d_g} = \frac{1}{f}. \qquad \textbf{(32–2)}$$

Görüntü yüksekliğinin cisim yüksekliğine oranı, ki bu bir aynanın büyültmesidir:

$$m = \frac{h_g}{h_c} = -\frac{d_g}{d_c}. \qquad \textbf{(32–3)}$$

Bir görüntü oluşturmak için yakınsayan ışınlar eğer gerçekten görüntüden geçerlerse, böylece görüntü oraya yerleştirilmiş bir film veya ekran üzerinde gözükürse, görüntüye **gerçek görüntü** denir. Eğer ışınlar gerçekte görüntüden geçmiyorlarsa görüntü bir **sanal görüntü**dür.

Eğer ışık bir saydam ortamdan diğerine geçerse, ışınlar bükülürler veya kırılırlar. **Kırılma yasası** (Snell yasası) şöyledir:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2\,. \qquad \textbf{(32–5)}$$

Burada n_1 ve θ_1 gelen ışın için, ve n_2 ile θ_2 kırılan ışın için kırılma indisi ve yüzeyin normaliyle yapılan açıdır.

Dalgaboyu λ olan ışık kırılma indisi n olan bir ortama girerse, dalgaboyu

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n} \qquad \textbf{(32–6)}$$

olur. Frekans değişmez.

Işığın rengini dalgaboyu veya frekans belirler. Hava içinde görülebilir tayf yaklaşık 400 nm'den (mor) yaklaşık 750 nm'ye kadar değişir.

Kırılma indisi dalgaboyuyla değiştiği için cam prizmalar beyaz ışığı bileşen renklerine ayırır, bu oluşum **ayrışma** diye bilinir. Işık ışınları bir malzemenin kırılma indisinin azaldığı bir sınırına eriştiklerinde, eğer geliş açısı θ_1, için Snell yasası $\sin\theta_2 > 1$ öngörüyorsa ışınlar **tam iç yansıyacak**tır. Bu durum θ_1,

$$\sin\theta_K = \frac{n_2}{n_1} \qquad (32\text{–}7)$$

ile verilen kritik açıdan büyükse gerçekleşir.

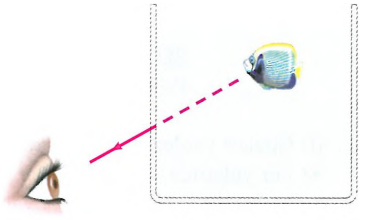
Sorular

1. Ay'ın görünüşü (*a*) pürüzlü bir yüzeye sahip olsaydı, (*b*) ayna gibi parlatılmış bir yüzeye sahip olsaydı nasıl olurdu?
2. Archimedes'in Syracuse limanındaki tüm Roma filosunu kocaman bir küresel ayna ile güneşin ışınlarını odaklayarak yakmış olduğu söylenir. Bu akla yakın mıdır?†
3. Düzlem bir aynanın odak uzaklığı nedir? Düzlem bir aynanın büyültmesi nedir?
4. Bir cisim bir küresel aynanın ana ekseni üzerine yerleştirilmiştir. Cismin büyültmesi –3.0'dır. Görüntü gerçek mi, sanal mı, yukarı doğru mu, başaşağı mıdır? Ayna içbükey mi, dışbükey midir? Görüntü aynanın ne tarafında bulunmaktadır?
5. Şek. 32-15'i referans göstererek tartıştığımız üç ışınla ilgili kuralları kullanarak Şek. 32-19b'de ışın 2'yi çizin.
6. Ayna denklemi, Dnk. 32-2, düzlem bir ayna için geçerli midir? Açıklayın.
7. Eğer içbükey bir ayna gerçek bir görüntü oluşturuyorsa, görüntü mutlaka ters dönmüş müdür?
8. Işığın katı, prizma şeklindeki, saydam bir cisim içindeki hızını nasıl belirleyebilirdiniz?
9. Ayın dalgacıklı bir denizdeki yansımasına baktığınızda uzamış gözükür (Şek. 32-41). Açıklayın.



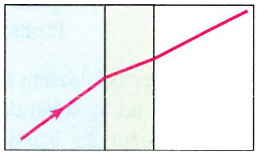
ŞEKİL 32–41
Soru 9.

10. Küresel bir ayna için cisim uzaklığı nasıl negatif olabilir?
11. Bir ışık ışını iki saydam malzeme arasındaki ara yüzeye dik düşerse kırılma açısı ne olur?
12. Aşağı, bir yüzme havuzu veya gölün içine baksanız, derinliğini olduğundan fazla tahmin etmeniz mi, olduğundan az tahmin etmeniz mi daha olasıdır? Açıklayın. Görünür derinlik bakış açısıyla nasıl değişir? (Işın diyagramları kullanın.)
13. Bir çubuğun bir kısmı su altında olduğunda neden bükülmüş gözüktüğünü göstermek için bir ışın diyagramı çizin (Şek. 32-23).
14. Geniş, paralel bir ışık demeti suya bir açıyla girerse demet genişler. Açıklayın.
15. Bir akvaryumun içine bakıyor ve içerdeki bir balığı gözlüyorsunuz. Balıktan gelen bir ışık ışını tanktan Şek. 32-42'de gösterildiği gibi çıkıyor. Balığın görünür konumu da gösterilmiştir. Çizimde gerçek balığın yaklaşık konumunu belirtin. Cevabınızı kısaca savunun.



ŞEKİL 32–42
Soru 15.

16. Su renksiz ve saydam olduğu halde bir masa üzerindeki yuvarlak bir su damlasını nasıl görürsünüz?
17. Bir ışık ışını üç faklı malzemeden geçerken kırılıyor. Malzemeleri kırılma indisine göre, küçükten büyüğe doğru sıralayın.



ŞEKİL 32–43
Question 17.

18. Hava içinde yol alan bir ışık ışını, eğer geliş açısı doğru seçilirse, düzgün bir su yüzeyine düştüğünde bütünüyle yansıyabilir mi? Açıklayın.
19. Hava içindeki bir cisme, bir yüzme havuzunun yüzeyi altından, yukarı doğru bakıyorsanız, cisim havada doğrudan bakıldığındakiyle aynı boyda gözükür mü? Açıklayın.
20. Şek. 32-44'de ne tür bir ayna gösterilmiştir?



ŞEKİL 32–44
Soru 20.

21. Yıldızlardan gelen ışık ışınları (güneşimiz dahil) dünyanın atmosferi içinden geçerken her zaman düşey doğrultuya yaklaşacak şekilde bükülürler. (*a*) Bu neden akla yakındır? (*b*) Yıldızların dünyadan gözlenen görünür konumları hakkında ne sonuç çıkartırsınız?

†MIT'de öğrenciler bir fizibilite çalışması yapmıştı. Bknz. www.mit.edu

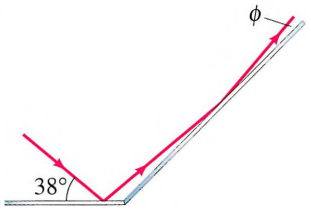
Problemler

32–2 Yansıma; Düzlem Aynalar

1. (I) 60.0 cm boyundaki bir düzlem aynada kendinize baktığınızda aynaya yakın da olsanız, uzak da olsanız, gördüğünüz kısmınız hep aynıdır. (Deneyin ve görün.) Bunun neden doğru olması gerektiğini göstermek için ışın diyagramları kullanın.

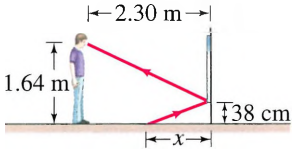
2. (I) Varsayın ki 2.8 m uzaktaki bir aynadaki görüntünüze bakarken kendi fotoğrafınızı çekmek istiyorsunuz. Fotoğraf makinesinin merceği hangi uzaklığa ayarlanmalıdır?

3. (II) İki düzlem ayna 135°'lik bir açıyla birleştirilmiştir, Şek. 32-45. Eğer ışık ışınları gösterildiği gibi bir aynaya 38° açıyla düşüyorlarsa, ikinci aynadan ne kadarlık bir ϕ açısıyla ayrılırlar?



ŞEKİL 32–45
Problem 3.

4. II) Gözleri yerden 1.64 m yukarıda olan bir kişi alt kenarı yerden 38 cm yukarıda olan düşey bir düzlem aynanın 2.30 m önünde duruyor, Şek. 32-46. Aynada yansıması görülebilen en yakın yer noktasının aynayı tutan duvarın tabanından yatay uzaklığı x nedir?

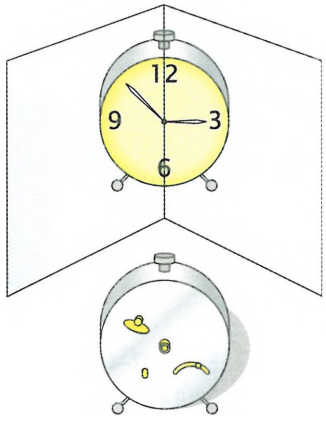


ŞEKİL 32–46
Problem 4.

5. (II) Eğer iki düzlem ayna bir ϕ açısıyla birleştirilmişlerse, arka arkaya iki aynadan da yansıyan tek bir ışının geliş açısına bağlı olmaksızın 2ϕ açısıyla yansıdığını gösterin. $\phi < 90°$olduğunu ve her aynadan bir tane olmak üzere sadece iki yansımanın yer aldığını varsayın.

6. (II) Bir düzlem aynadan 88 cm uzakta olduğunuzu varsayın. Gözbebeğinizin genişliği 4.5 mm ise, burnunuzun ucundaki bir noktadan gelip bir gözünüze giren ışınları yansıtmak için aynanın ne kadarlık bir alanı kullanılır?

7. (II) İki düzlem aynayı Şek. 32-47'deki gibi 90.0° açı oluşturacak şekilde dik yerleştirin. Bu çift aynaya baktığınızda kendinizi, tek bir aynaya baktığınızdaki gibi ters değil, başkalarının gördüğü gibi görürsünüz. Bunun nasıl gerçekleştiğini göstermek için bir ışın diyagramı oluşturun.



ŞEKİL 32–47
Problemler 7 ve 8.

8. (III) Şek. 32-47'de gösterilen iki aynanın altına bir üçüncü ayna yerleştirildiğini varsayın. (*a*) Böyle bir "köşe yansıtıcısı"na gelen herhangi bir ışının üç yansımadan sonra orjinal doğrultusunda geri döneceğini gösterin. (*b*) Eğer yalnızca iki yansıma yaparsa ne olur?

32–3 Küresel Aynalar

9. (I) Bir güneş ocağı, güneşe doğrultulmuş olup güneşin ışınlarını aynanın 18.8 cm önünde odaklayan bir içbükey aynadır. Aynanın yapılmasında kullanılan küresel yüzeyin yarıçapı nedir?

10. (I) Bir cisim (24.0 cm yarıçaplı) bir içbükey aynadan ne kadar uzağa yerleştirilmelidir ki görüntüsü sonsuzda olsun?

11. (I) Bir içbükey aynaya doğru yürürken görüntünün 0.50 m uzaklıkta ters döndüğünü farkediyorsunuz. Aynanın eğrilik yarıçapı nedir?

12. (II) Küçük bir mum eğrilik yarıçapı 24 cm olan bir içbükey aynadan 35 cm uzaktadır. (*a*) Aynanın odak uzaklığı nedir? (*b*) Mumun görüntüsü nerede bulunacaktır? (*c*) Görüntü yukarı doğru mu, yoksa ters dönmüş mü olacaktır?

13. (II) 9.2 cm çaplı parlak bir Noel ağacı küresi üzerinde kendinize bakıyorsunuz. Eğer yüzünüz kürenin ön yüzeyinden 25.0 cm uzaktaysa görüntünüz nerededir? Gerçek mi, sanal mıdır? Yukarı doğru mu, yoksa ters midir?

14. (II) Bir eğlence parkındaki ayna 1.7 m önünde duran herhangi birinin görüntüsünü yukarı doğru gösteriyor. Eğer görüntü kişinin boyunun üç katıysa, aynanın eğrilik yarıçapı nedir? (Bknz. Şek. 32-44).

15. (II) Bir dişçi dişten 2.00 cm uzaktayken yukarı yönde, 4.0 × görüntü oluşturacak küçük bir ayna istiyor. Ne tür bir ayna kullanılmalıdır ve aynanın eğrilik yarıçapı ne olmalıdır?

16. (II) Bazı dikiz aynalarda arkanızdaki arabaların görüntüleri, düzlem ayna olsalar görülecekten daha küçüktür. Bu aynalar içbükey mi, yoksa dışbükey midirler? 18.0 m uzaktaki arabalar normal boyutlarının 0.33'üne sahip gibi gözüküyorlarsa aynanın eğrilik yarıçapı nedir?

17. (II) Bir mağazanın dışbükey güvenlik aynasından 3.0 m uzakta duruyorsunuz. Boyunuzu gerçek boyunuzun yarısı olarak tahmin ediyorsunuz. Aynanın eğrilik yarıçapını tahmin edin.

18. (II) 3.00 mm'lik bir cisim eğrilik yarıçapı 18 cm olan bir içbükey aynadan 18 cm uzağa yerleştirilmiştir. (*a*) Işın çizerek görüntünün sanal olduğunu gösterin ve görüntü uzaklığını tahmin edin. (*b*) (Negatif olan) görüntü uzaklığının –9.0 cm odak uzaklığı kullanılarak Dnk. 32-2'den hesaplanabileceğini gösterin. (c) Dnk. 32-3'ü kullanarak görüntü boyunu hesaplayın.

19. (II) Çok uzaktaki bir ağaca eğri bir aynayla bakıldığında görüntüsü sanaldır ve çok küçüktür. Görüntü aynanın 16.0 cm arkasındaymış gibi gözükmektedir. Bu ne tür bir aynadır ve eğrilik yarıçapı nedir?

20. (II) Bir içbükey aynanın büyültmesinin eğer cisim eğrilik merkezi C'nin ötesindeyse ($d_c > r$) 1'den küçük, C'den berideyse ($d_c < r$) 1'den büyük olduğunu göstermek için iki yaklaşım, (*a*) bir ışın diyagramı, (*b*) ayna denklemini kullanın.

21. (II) Bir ışın diyagramı kullanarak, bir dışbükey aynanın büyültmesinin tıpkı bir içbükey aynanınki gibi $m = -d_g/d_c$ olduğunu gösterin. [*İpucu*: Cismin tepe noktasından gelip aynanın merkezinde yansıyan bir ışını gözönüne alın.]

22. (II) Ayna denklemi Dnk. 32-2'nin f negatif alındığı sürece dışbükey aynalar için geçerli olduğunu göstermek için ışın diyagramları kullanın.

23. 23. (II) Bir dışbükey aynanın büyültmesi aynadan 3.2 m uzaktaki cisimler için +0.55× 'dır. Bu aynanın odak uzaklığı nedir?

24. II) (*a*) Bir cisim içbükey bir aynanın önünde nereye yerleştirilmelidir ki ayna cisimle aynı yerde bir görüntü oluştursun? (*b*) Görüntü gerçek mi, sanal mıdır? (*c*) Görüntü ters mi, yukarı doğru mudur? (*d*) Görüntünün büyültmesi f nedir?

25. (II) 4.5 cm büyüklüğündeki bir cisim küresel bir aynanın 26 cm önüne yerleştirilmiştir. Yukarı doğru olup 3.5 cm büyüklüğünde olan sanal bir görüntü oluşturmak isteniyor. (*a*) Ne tür bir ayna kullanılmalıdır? (*b*) Görüntü nerede bulunmaktadır? (*c*) Aynanın odak uzaklığı nedir? (*d*) Aynanın eğrilik yarıçapı nedir?

26. (II) Bir traş veya makyaj aynası yüzünüz onun 20.0 cm önündeyken yüzünüzü 1.35 faktörü kadar büyütecek şekilde tasarlanmıştır. (*a*) Bu ne tür bir aynadır? (*b*) Yüzünüzün bu aynada oluşan görüntüsünü tarif edin. (*c*) Aynanın gereken eğrilik yarıçapını hesaplayın.

27. (II) Bir içbükey aynanın odak uzaklığı f'dir. Bir cisim bu aynadan $d_c > f$ kadar uzağa konduğunda büyültmesi m olan bir gerçek görüntü oluşur. (*a*) $m = f / f (f \pm d_c)$ olduğunu gösterin. (*b*) $f = 0.45\ m$ olmak üzere, $f < d_c < +\infty$ aralığı üzerinde m'nin d_c'a karşı grafiğini çizin. (*c*) d_c'ın hangi değeri için gerçek görüntü cisimle aynı büyüklüğe sahip olacaktır? (*d*) Cisimden çok daha büyük gerçek bir görüntü elde etmek için cisim aynaya göre kabaca nereye konmalıdır?

28. (II) Bir dışbükey aynanın odak uzaklığı $f = -|f|$. I olarak yazılıyor olsun. Bu aynadan d_c uzaklıktaki bir cismin büyültmesi m'nin $m = |f|/(d_c + |f|)$ ile verildiğini gösterin. Bu bağıntıya dayanarak, neden içbükey bir aynaya baktığınızda burnunuzun daha büyük göründüğünü açıklayın.

29. (II) Odak uzaklığı f olan küresel bir ayna bir cismin büyültmesi m olan bir görüntüsünü oluşturuyor. (*a*) Cismin aynanın yansıtan tarafından $d_c = f\left(1 - \frac{1}{m}\right)$ kadar uzakta olduğunu gösterin. (*b*) Bir cisim dışbükey bir aynanın önünde nereye konarsa konsun, görüntüsünün büyültmesinin $0 \le m \le +1$. aralığında olduğunu göstermek için (*a*) şıkkındaki bağıntıyı kullanın.

30. (III) Bir cisim bir duvarın önünde belli bir içbükey aynanın eğrilik yarıçapına eşit olan r uzaklığına konmuştur. Bu ayna duvardan ne kadar uzağa konmalıdır ki cismin duvar üzerinde bir gerçek görüntüsü oluşsun? Görüntünün büyültmesi nedir?

31. (III) ℓ uzunluğunda kısa, ince bir cisim (kısa bir tel parçası gibi) bir küresel aynanın ekseni üzerine (cam yüzeye dik) yerleştirilmiştir. Görüntüsünün $\ell' = m^2\ell$ kadar uzunluğa sahip olduğunu, dolayısıyla m normal "yanal" büyültmesi olmak üzere, Dnk. 32-3, boyuna büyültmesinin $-m^2$'ye eşit olduğunu gösterin. Eksi işaretinin nedeni nedir? [*İpucu*: Telin iki ucu için de görüntü konumlarını bulun, ve ℓ'in çok küçük olduğunu varsayın.]

32–4 Kırılma İndisi

32. (I) Işığın buz içindeki hızı 2.29×10^8 m/s 'dir. Buzun kırılma indisi nedir?

33. (I)Işığın (*a*) etil alkol içindeki, (*b*) lusit içindeki, (*c*) kron camı içindeki hızı nedir?

34. (I) Bize en yakın yıldız (güneş dışındaki) 4.2 ışık yılı uzaktadır. Yani ışığının dünyaya ulaşması 4.2 yıl alır. Metre cinsinden ne kadar uzaktadır?

35. (I) Işığın güneşten, 1.50×10^8 km uzaktan bize ulaşması ne kadar zaman alır?

36. (II) Belli bir madde içindeki ışık hızı su içindekinin %88'idir. Bu maddenin kırılma indisi nedir?

37. (II) Işık sıradan ampül filamentlerinden yaklaşık 10^{-8} s süreli dalga treni pulsları şeklinde yayılır. Böyle dalga trenlerinin uzaydaki boyutu nedir?

32–5 Snell Yasası

38. (I) Bir dalgıç suyun altından bir elfenerini yukarı doğru, düşeyle 38.5° açıyla tutmaktadır. Işık sudan ne kadarlık bir açıyla çıkar?

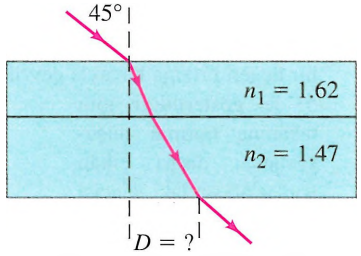
39. (I) Bir elfenerinin ışık demeti bir cam levhanın ($n = 1.56$) yüzeyine normalle 68° açıyla düşüyor. Kırılma açısı nedir?

40. (I) Güneşin ışınlarının suyun altında düşeyle 33.0° açı yaptığı gözleniyor. Güneş ufkun üzerinde hangi açıdadır?

41. (I) Bir sualtı projektöründen gelen ışık demeti sudan 56.0° açıyla çıkıyor. Işık yüzeyin altından su-hava sınırına ne kadarlık geliş açısıyla gelmiştir?

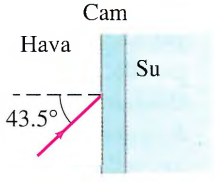
42. (II) Bir ışık demeti bir cam tabakasına ($n = 1.56$) düşüyor, kısmen yansıyor ve kısmen kırılıyor. Eğer yansıma açısı kırılma açısının iki katıysa geliş açısını bulun.

43. (II) Bir ışık demeti kırılma indisi 1.62 olan 2.0 cm kalınlığındaki bir plastik parçasına 45° açıyla düşüyor. Plastik $n = 1.47$ olan3.0 cm kalınlığındaki bir cam parçası üzerindedir. Şek. 32-48'deki D uzaklığı ne kadardır?



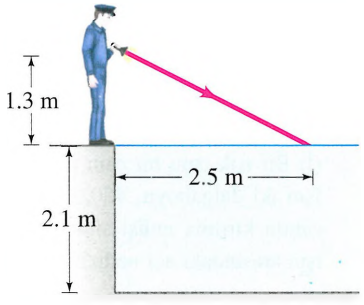
ŞEKİL 32–48
Problem 43.

44. (II) Suyla dolu bir akvaryumun kırılma indisi 1.56 olan düz cam kenarları vardır. Akvaryum dışından gelen bir ışık demeti cama düşeyle 43.5° wyaparak vuruyor (Şek. 32-49). Bu ışık ışınının (*a*) cama, sonra (*b*) suya girekenki açısı nedir? (*c*) Işın suya doğrudan girseydi kırılma açısı ne olurdu?



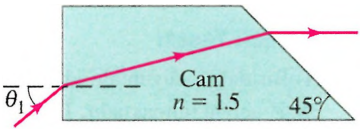
ŞEKİL 32–49
Problem 44.

45. (II) Gece bir havuzun dibini araştırırken bir bekçi elfenerinin dar ışık demetini su seviyesinden 1.3 m yukarısından, suyun kenarındaki ayağından 2.5 m uzaktaki bir noktada suyun yüzeyine tutuyor (Şek. 32-50). Eğer havuz 2.1 m derinse, ışık noktası havuzun dibine bekçinin ayağının altındaki duvarın dibinden ne kadar uzakta düşer?



ŞEKİL 32–50
Problem 45.

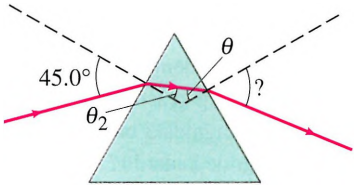
46. (II) Şek. 32-51'de kesiti gösterilen cam blok ($n = 1.5$) havayla çevrilidir. Bir ışık ışını bloka sol yüzünden θ_1 geliş açısıyla giriyor ve sağ yüzünden bloğun tabanına paralel doğrultuda havaya çıkıyor. θ_1'i bulun.



ŞEKİL 32–51
Problem 46.

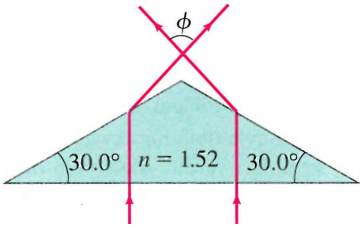
47. (II) Havada çapı $d_1 = 3.0$ mm olan bir lazer ışını düz bir hava-cam arayüzüyle $\theta_1 = 25°$ 'lik bir açı yapıyor. Eğer camın kırılma indisi $n = 1.5$ ise ışının cama girdikten sonraki çapı d_2'yi bulun.

48. (II) Işık eşkenar bir cam prizma üzerine, yüzlerden birine 45° açıyla düşmektedir, Şek. 32-52. Işığın karşı yüzden hangi açıyla çıktığını hesaplayın. $n = 1.54$ varsayın.



ŞEKİL 32–52
Problemler 48 ve 65.

49. (II) Kron camından ($n = 1.52$) yapılmış, taban açıları 30.0° olan bir üçgen prizma havayla çevrilidir. Eğer paralel ışınlar Şek. 32-53'de gösterildiği gibi tabanına normal düşüyorlarsa, dışarı çıkan ışınlar arasındaki ϕ açısı nedir?



ŞEKİL 32–53
Problem 49.

50. (II) Şek. 32-24'deki gibi saydam bir malzemeden yapılmış düzgün bir tabaka üzerinde düşen bir ışık ışını için çıkan ışının genelde, geliş açısı θ'dan bağımsız olarak, gelen ışına paralel olduğunu gösterin. Saydam malzemenin iki tarafındaki havanın da aynı olduğunu varsayın.

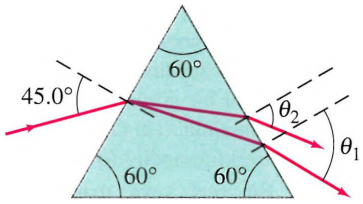
51. (III) Bir ışık ışını Şek. 32-24'deki gibi kırılma indisi n olan düz bir cam parçası üzerine düşmüştür. Eğer geliş açısı θ küçük ise, çıkan ışının, t camın kalınlığı, d gelen ışın ile çıkan (kesikli çizgi) ışın arasındaki dik mesafe ve θ radyan cisinden olmak üzere, $d = t\theta(n - 1)/n$ kadar kaydığını gösterin (Şek. 32-24).

32–6 Görülebilir Spektrum; Yayılma

52. (I) Mavi ışığın (450 nm) silikatlı flint camı içindeki hızı kırmızı ışığınkinden (680 nm) yüzde kaç daha azdır? (Bknz. Şek. 32-28)

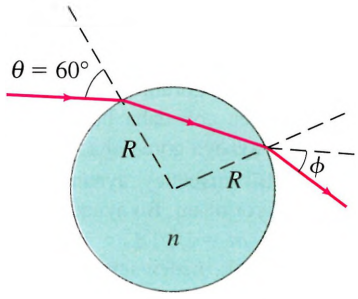
53. (I) Bir ışık ışını bir cam parçasına 60.00° geliş açısıyla düşüyor. Işın iki dalgaboyu, 450.0 nm ve 700.0 nm içeriyor; bunlar için camın kırılma indisi sırasıyla 1.4381 ve 1.4754'dür. İki kırılan ışın arasındaki açı nedir?

54. (III) İki dalgaboyu, $\lambda_1 = 465$ nm ve $\lambda_2 = 652$ nm, içeren bir paralel ışık demeti silikatlı flint camından yapılma bir eşkenar üçgen prizmaya Şek. 32-54'deki gibi giriyor. Her bir ışının prizmadan ayrılma açısı nedir (yüzeyin normaliyle yapılan açıyı verin)? Bknz. Şek. 32-38.



ŞEKİL 32–54
Problem 54.

55. (III) λ dalgaboylu bir ışık ışını havadan R yarıçaplı ve kırılma indisi λ'ya bağlı) olan küresel bir su damlası üzerine tam 60° ($= \theta$) açıyla düşmektedir. Işın damlanın öbür tarafından havaya çıktığında Şek. 32-55'te görüldüğü gibi orijinal doğrultusundan ϕ açısı kadar sapmıştır. ϕ'nin mor ışık için ($n = 1.341$) olan değeri kırmızı ışık için ($n = 1.330$) olan değerinden ne oranda farklıdır?



ŞEKİL 32–55
Problem 55.

56. (III) Görülebilir ışık için camın kırılma indisi n, her ne kadar görülebilir aralık boyunca %1 kadar değişiyor olsa da, kabaca 1.5'tur. Düz bir cam parçası üzerine θ_1 açısıyla düşen beyaz ışığı gözönüne alın. (a) Cama girdikten sonra bu gelen ışındaki görülebilir renklerin yaklaşık olarak

$$\Delta\theta_2 \approx \frac{\sin\theta_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1}}\frac{\Delta n}{n}$$

ile verilen bir kırılma açısı aralığı $\Delta\theta_2$ üzerine dağıldığını gösterin. [*İpucu*: Radyan cinsinden x için, $(d/dx)(\sin^{-1}x) = 1/\sqrt{1 - x^2}$.] (*b*) Eğer $\theta_1 = 0°$, ise $\Delta\theta_2$ derece cinsinden nedir? (*c*) Eğer $\theta_1 = 90°$ ise $\Delta\theta_2$ derece cinsinden nedir?

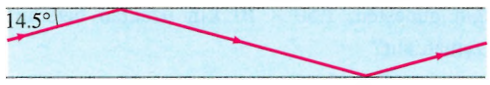
32–7 Tam İç Yansıma

57. (I) Su ve elmas arayüzü için kritik açı nedir? İçe yansımak için ışık hangi maddenin içinde yola çıkmalıdır?

58. (I) Belli bir sıvı-hava yüzeyi için kritik açı 49.6°'dir. Sıvının kırılma indisi nedir?

59. (II) Bir ışık demeti bir su havuzu içinden, 72.0 cm derinlikten çıkmaktadır. Işığın sudan çıkmaması için tam üstteki noktaya göre su-hava arayüzüne nerede erişmelidir?

60. (II) Bir ışık ışını bir ışık fiberine girdikten sonra, Şek. 32-56'daki gibi fiberin uzun eksenine göre 14.5° açıyla yansıyor. Işık ışınının fiberin yan yüzeyleriyle yaptığı ardışık yansımalarla fiber boyunca aldığı yolu hesaplayın. Fiberin 1.55'lik bir kırılma indisine ve 1.40×10^{-4} m çapa sahip olduğunu varsayın.

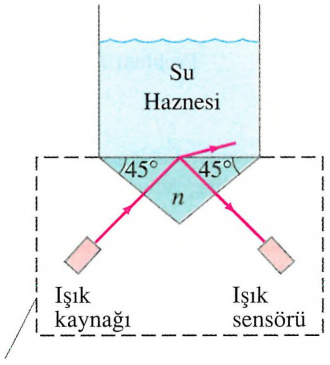


ŞEKİL 32–56 Problem 60.

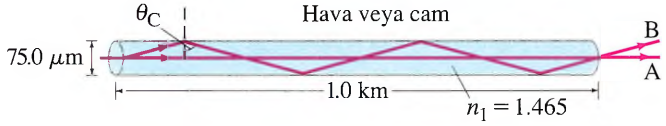
61. (II) Bir ışık demeti bir sıvının yüzeyinin 8.0 cm altından çıkıp kaynağın tam üzerindeki noktadan 7.6 cm uzaklıktaki bir noktada yüzeye değiyor. Eğer tam iç yansıma gerçekleşirse, bu sıvının kırılma indisi hakkında ne söyleyebilirsiniz?

62. (II) Şek. 32-57 bir çamaşır makinesinde veya sıvı içeren bir başka ev aletinde kullanılabilecek, prizma şeklinde bir sıvı detektörünü gösteriyor. Eğer sıvı prizmanın hipotenüsünü örtmüyorsa, kaynaktan gelen ışının tam iç yansıması ışık sensöründe büyük bir sinyal oluşturur. Eğer hipotenüsü sıvı örterse, prizmadan sıvıya biraz ışık kaçar ve ışık sensörünün sinyali azalır. Dolayısıyla, ışık sensöründeki büyük bir sinyal haznede sıvı olmadığını gösterir. Eğer bu aygıt suyun varlığını farketmek için tasarlanmışsa, prizmanın kırılma indisi n için izin verilen aralığı belirleyin. Prizma (ucuz olan) lusitten yapılmışsa alet istendiği gibi çalışacak mıdır? Lusit için $n = 1.5$.

ŞEKİL 32–57 Problem 62.



63. (II) A ve B ışınları çapı $d = 75.0\,\mu\text{m}$, uzunluğu $\ell = 1.0\,\text{km}$ ve kırılma indisi $n_1 = 1.465$ olan bir silindirik optik fiber boyunca yol alıyorlar. A ışını fiberin ekseni boyunca düz bir yol izlerken B ışını fiberin kenarına her değdiğinde kritik açıyla yansıya yansıya yol alıyor. A ışını ile karşılaştırıldığında, B ışınının bütün fiber boyunca yol alması için gereken ekstra süre Δt'yi (a) fiberin havayla çevrili olduğunu, (*b*) fiberin kırılma indisi $n_2 = 1.460$ olan silindirik bir cam "kaplama" ile çevrili olduğunu varsayarak bulun (Şek. 32-58).

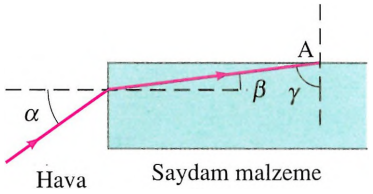


ŞEKİL 32–58 Problem 63.

64. (II) (*a*) Dürbünlerde kullanılacak bir cam veya plastik prizmada (Şek. 32-33) tam iç yansımanın 45°'de gerçekleşmesi için minimum kırılma indisi nedir? (*b*) Eğer prizmalar ($n = 1.58$ varsayın) su içine daldırılırsa dürbünler çalışacak mıdır? (*c*) Eğer prizmalar su içine daldırılmışsa gerekli olan minimum n ne kadardır?

65. (III) Bir ışının Şek. 32-52'deki prizmanın sol yüzüne gösterildiği gibi 45.0° açıyla geliyor, ama karşı tarafta tam iç yansıma yapıyor. Eğer tepe açısı $\theta = 60.0°$ ise prizmanın kırılma indisi hakkında ne söyleyebilirsiniz?

66. (III) Bir ışık demeti Şek. 32-59'da gösterildiği gibi bir optik fiberin ucundan giriyor. (*a*) Eğer kırılma indisi yaklaşık 1.42'den daha büyükse bu malzemenin kenar yüzeyinde (A noktasında) tam iç yansıma olacağını garanti edebileceğimizi gösterin. Bir başka deyişle, dışarda hava olduğu varsayımıyla, α açısına bakılmaksızın ışık demeti malzemenin içine geri yansır.



ŞEKİL 32–59
Problem 66.

*32–8 Küresel Yüzeyde Kırılma

***67.** *(II) 13.0 cm kalınlığındaki bir düzlem cam parçası ($n = 1.58$) 12.0 cm derinliğindeki su havuzunun üzerini kaplıyor. Doğrudan yukarıdan bakıldığında havuzun tabanı camın üst yüzeyinden ne kadar aşağıda gözükür?

***68.** *(II) Bir balık kalınlığı her yerde aynı olan ince bir küresel cam kap içinde yüzmektedir. Kabın eğrilik yarıçapının 28.0 cm olduğunu varsayarak, balık (*a*) kabın merkezinde, (*b*) gözlemci ile kabın merkezi arasında, kenardan 20.0 cm uzaklıkta ise balığın görüntüsünün yerini bulun. Balığın küçük olduğunu varsayın.

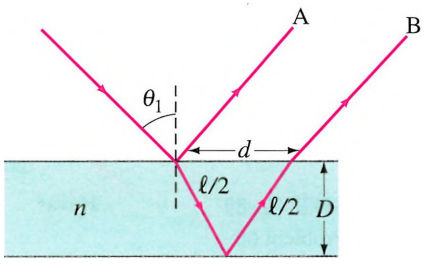
***69.** *(III) Kısım 32-8'de $n_2 > n_1$ alarak dışbükey bir küresel yüzey için Dnk. 32-8'i türettik. Aynı kuralları kullanarak ve Şek. 32-37'ye benzer diyagramlar kullanarak Dnk. 32-8'in (*a*) $n_2 < n_1$ ile dışbükey bir küresel yüzey için, (*b*) $n_2 > n_1$ ile içbükey bir küresel yüzey için, ve (*c*) $n_2 < n_1$ ile bir içbükey küresel yüzey için geçerli olduğunu gösterin.

***70.** *(III) Bir madeni para 0.75 m derinliğindeki bir havuzun dibindedir. Eğer bir gözlemci onu 45° açıyla görüyorsa, paranın görüntüsü paraya göre nerededir? [*İpucu*: Görüntü iki ışının kesiştiği yere geri giderek bulunur.]

Genel Problemler

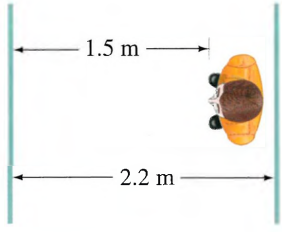
71. Birbirinin aynı iki içbükey ayna 1.0 m aralıkla birbirlerini görecek şekilde kurulmuşlardır. Küçük bir ampül aynalar arasında ortaya yerleştirilmiştir. Ampülün hemen soluna konmuş küçük bir kağıt parçası ampülün ışığının soldaki ayna üzerine doğrudan düşmesini engelliyor, ama sağ aynadan yansıyan ışık hala sol aynaya ulaşıyor. Kağıt parçasının solunda ampülün iyi bir görüntüsü gözükmektedir. Aynaların odak uzaklığı nedir?

72. D kalınlığında, iki yüzü paralel olan bir tabakanın kırılma indisi n'dir. Havadan tabakanın bir yüzüne θ_1 geliş açısıyla düşen ışık iki ışın, A ve B'ye ayrılıyor. A ışını doğrudan havaya geri yansırken B giriş noktasından d kadar uzakta tabakanın yüzeyinden geri çıkana kadar toplam olarak ℓ uzaklığını katediyor (Şek. 32-60). (*a*) ℓ ve d için D, n, ve θ_1 cinsinden ifadeler türetin. (*b*) Dik geliş için (yani $\theta_1 = 0°$) ifadelerinizin ℓ ve d için beklenen değerleri verdiğini gösterin.



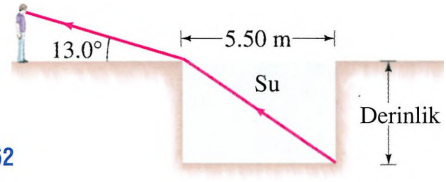
ŞEKİL 32–60
Problem 72.

73. İki düzlem ayna Şek. 32-61'deki gibi 2.2 m uzaklıkta ve birbirlerine dönüktür. Bu aynalardan birinden 1.5 m uzaktasınız ve ona bakıyorsunuz. Kendinizin birden fazla görüntüsünü göreceksiniz. (*a*) Önünüzdeki aynadaki ilk üç görüntünüz sizden ne kadar uzaktadırlar? (*b*) Bu ilk üç görüntü size mi, yoksa diğer tarafa mı dönüktür?



ŞEKİL 32–61
Problem 73.

74. Su ile dolu bir yüzme havuzunun derinliğini, önce genişliğini ölçüp (x = 5.50 m) sonra havuzun dip köşesinin Şek. 32-62'de gösterildiği gibi yatayın yukarısında 13°'lik bir açıda ancak görülebildiğine dikkat ederek bulmak istiyoruz. Havuzun derinliğini hesaplayın.



ŞEKİL 32–62
Problem 74.

75. 1.80 m boyundaki bir kişi bir dışbükey aynadan 3.80 m uzaklıkta duruyor ve aynı uzaklıktaki bir düzlem aynada gözükeceğinin tam yarısı boyda gözüktüğünü farkediyor. Dışbükey aynanın eğrilik yarıçapı nedir? $\sin\theta \approx \theta$ varsayın.) [*İpucu*: Gözlem açısı yarısıdır.]

76. 76. Hava içindeki bir cins plastik parçasının kritik açısı $\theta_C = 39.3°$ 'dir. Eğer su içine daldırılsa aynı plastik için kritik açı ne olacaktır?

77. Bir fizik laboratuarındaki her bir öğrenciye eğrilik yarıçapı r = 46 cm olan bir içbükey aynanın cismin üç katı boyunda bir görüntü oluşturması için parlak bir cismin nereye konması gerektiğini bulma görevi verilmiştir. İki öğrenci birbirinin aynı aletler kullanarak görevlerini farklı zamanlarda tamamlarlar, ama daha sonra notlarını karşılaştırdıklarında cisim uzaklığı için cevaplarının aynı olmadığını keşfederler. Neden deneylerini tekrarlamalarının gerekmediğini açıklayın ve cevabınızı bir hesapla haklı çıkartın.

78. Bir kaleidoskop Şek. 32-63'de gösterildiği gibi birbirleriyle 60° açı yapan iki düzlem aynayla simetrik desenler oluşturmaktadır. Bu aynaların arasına yerleştirilmiş bir cismin görüntülerinin (bazıları görüntülerin görüntüleri) yerlerini çizin.

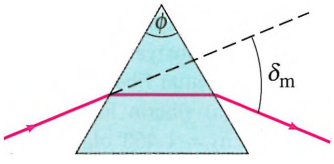


ŞEKİL 32–63
Problem 78.

79. Işık bir prizmadan geçince kırılan ışının gelen ışına göre yaptığı açı sapma açısı δ, diye adlandırılır, Şek. 32-64. Eğer ışın prizmayı simetrik olarak, tepe açısı ϕ 'nin açı ortayına dik geçerse bu sapma açısının minimum olduğunu ve minimum sapma açısı δ_m 'in prizmanın kırılma indisi n'e

$$n = \frac{\sin\frac{1}{2}(\phi + \delta_m)}{\sin\phi/2}.$$

şeklinde bağlı olduğunu gösterin. [*İpucu*: Radyan cinsinden θ için $(d/d\theta)(\sin^{-1}\theta) = 1/\sqrt{1-\theta^2}$.]



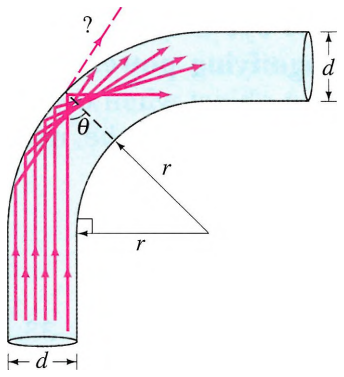
ŞEKİL 32–64
Problemler 79 ve 80.

80. Eğer bir prizmanın tepe açısı $\phi = 72°$ ise (bknz. Şek. 32-64), n = 1.58 olmak üzere, bir ışının zıt taraftan çıkması (yani tam iç yansıma yapmaması) için minimum geliş açısı nedir?

81. Fermat prensibi "ışık iki nokta arasında yakındaki diğer yollarla karşılaştırıldığında en az zamanı gerektiren yol boyunca ilerler" der. Fermat prensibinden (*a*) yansıma yasasını ($\theta_y = \theta_g$) ve (*b*) kırılma yasasını (Snell yasası) elde edin. [*İpucu:* Aralarındaki bir ışının yansıma ve kırılma yapabileceği uygun iki nokta seçin. Bu iki nokta arasında ışının izleyeceği kaba bir yol çizin, ve ışığın rasgele seçilen bu yolu geçmesi için gereken zaman için bir formül yazın. Sonra da minimumu bulmak için türev alın.]

*82. *Şek. 32-36'nın taban yüzeyinin eğrilik yarıçapı R = 2.0 cm olan silindirik bir çubuğu gösterdiğini, ve çubuğun kırılma indisi 1.33 olan su içine daldırılmış olduğunu varsayın. Çubuğun kırılma indisi 1.52'dür. Çubuktan 23 cm uzaktaki 2.0 mm boyundaki bir cismin görüntüsünün yerini ve boyunu bulun.

83. Bir optik fiber çapı d ve kırılma indisi n olan uzun saydam bir silindirdir. Eğer bu fiber kesnkince bükülürse silindirin kenarına çarpan ışığın birazı fiberin içine geri yansımak yerine dışarı kaçabilir (Şek. 32-65). Başlangıçta fiberin eksenine paralel ilerleyen ışığın bükülmüş kısa bir kısımda tam iç yansıma yapacağını kesinleştirecek minimum yarıçap r nedir?

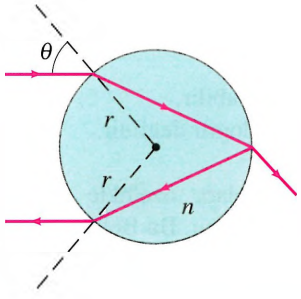


ŞEKİL 32–65
Problem 83.

84. Bir cisim bir aynadan 15 cm uzağa yerleştirilmiştir. Görüntü cismin yarısı boyundadır, terstir ve gerçektir. Görüntü aynadan ne kadar uzaktadır ve aynanın eğrilik yarıçapı nedir?

85. Silindirik bir cam çubuğun ($n = 1.51$) taban yüzeyleri kenarlarına diktir. Taban yüzeylerden birinden herhangi bir açıyla giren bir ışık ışınının kenarlara değince tam iç yansıma yapacağını gösterin. Çubuğun hava içinde olduğunu varsayın. Su içinde olsaydı ne olurdu?

86. Otoyol işaretlerinde kullanılan boya çoğunlukla araçların far ışıklarını geri yansıtarak işaretlerdeki yazı için gece aydınlatması sağlayan küçük saydam küreler içerir. Yarıçapı r ve kırılma indisi n olan böyle bir küre üzerine düşen bir ışık ışınını gözönüne alın. θ geliş açısı olsun, ve ışın küreden geliş doğrultusuna tam antiparalel olan doğrultuda çıkacak şekilde, Şek. 32-66'da gösterilen yolu izlesin. Yalnızca $\sin\theta$'nın yaklaşık θ, olarak alınabileceği ışınları dikkate alarak n için gereken değeri belirleyin.



ŞEKİL 32–66
Problem 86.

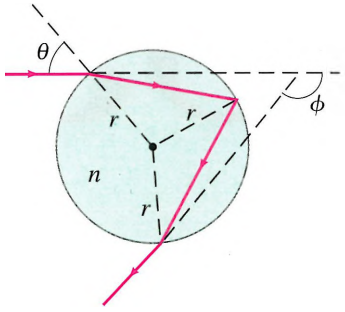
*Sayısal/Bilgisayar

*87. (II) Kron flint camının değişik dalgaboyları (λ) için kırılma indisi aşağıdaki Tabloda verilmiştir.

λ (nm)	1060	546.1	365.0	312.5
n	1.50586	1.51978	1.54251	1.5600

n'nin λ'ya karşı bir grafiğini çizin. Kırılma indisinin dalgaboyuyla değişimi Cauchy denklemi $n = A + B/\lambda^2$ ile verilir. n'nin $1/\lambda^2$'ye karşı bir başka grafiğini çizin ve cam için verilere bir doğru çizgi uydurarak A ve B sabitlerini bulun.

*88. *(III) Yarıçapı r ve kırılma indisi n olan küresel bir yağmur damlası üzerine düşen bir güneş ışınını dikkate alın θ'yı geliş açısı olarak tanımlayarak, ışın Şek. 32-67'de gösterilen yolu izleyip damlayı orjinal geliş doğrultusuna göre ϕ "saçılma açısı" ile terkeder. (*a*) $\phi = 180° + 2\theta - 4\sin^{-1}(\sin\theta/n)$ olduğunu gösterin. (*b*) Paralel güneş ışınları yağmur damlasını 0°'den 90°'ye kadar bütün olası geliş açılarıyla aydınlatırlar. $n = 1.33$'ün su için görülebilir dalgaboylarında geçerli olduğunu varsayarak, 0.5°'lik adımlarla ϕ'nin θ'ya karşı grafiğini çizin. (*c*) Grafiğinizden geliş açılarının büyük bir bölümünün hemen hemen aynı saçılma açısına karşılık geldiğini bulmalısınız. Olası geliş açılarının yaklaşık kaçta kaçı için ϕ kabaca 139°'nin 1° yakınındadır? [Gelen ışınların bu alt bölümü gökkuşağını yaratanlardır. n'in dalgaboyuna bağlı değişimleri gökkuşağının değişik görülebilir renkler için farklı açılarda oluşmasına neden olur.]

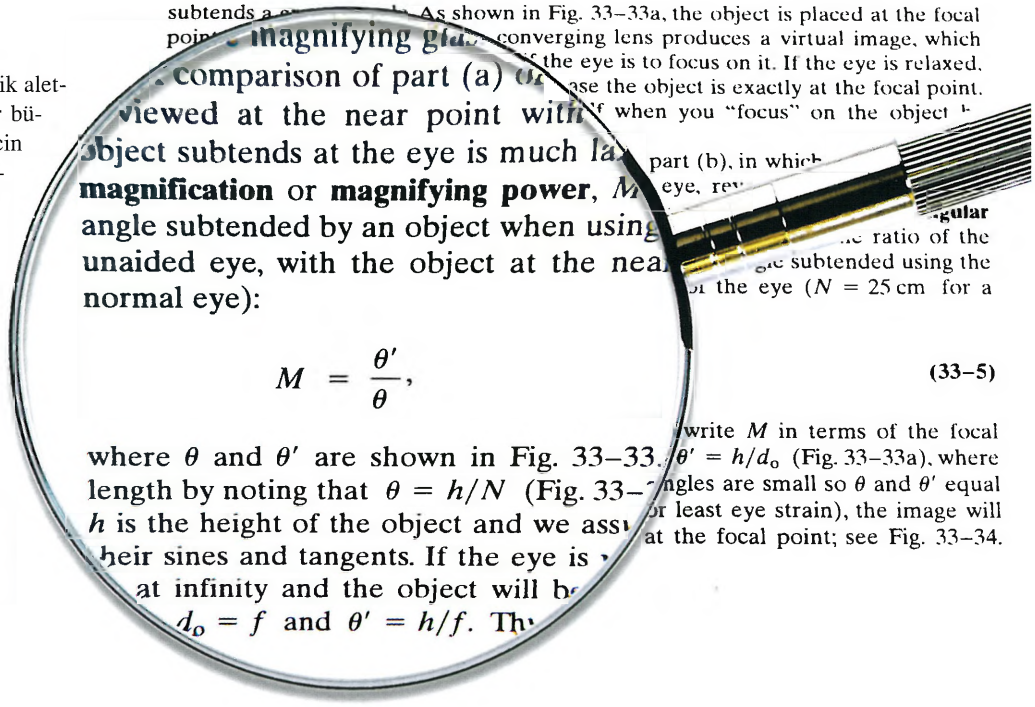


ŞEKİL 32–67
Problem 88.

Alıştırmalara Yanıtları

A: Hayır.
B: (*b*).
C: (*a*).
D: Doğru.
E: Yüz parlaklaşır: tam iç yansıma.
F: 1.414.

Bu Bölümde bahsedeceğimiz birçok optik aletten en basiti büyüteçtir. Yan tarafta bir büyüteç, ışın modeline göre bir büyütecin nasıl büyüttüğünü betimleyen bu Bölümün 886. sayfasının bir kısmını büyültmektedir. Bu Bölümde ince mercekleri detaylı bir şekilde inceleyeceğiz. Işığın ışın modelini temel alarak, görüntü konumunun, merceğin odak uzaklığının ve cismin konumunun fonksiyonu olarak nasıl hesaplanacağını göreceğiz. Daha sonra, filmli ve dijital fotoğraf makinelerini, insan gözünü, gözlükleri, teleskopları ve mikroskopları da içeren optik aygıtlarıinceleceğiz.


subtends a
magnifying gl
comparison of part (a) o
viewed at the near point with
object subtends at the eye is much la
magnification or **magnifying power**, M
angle subtended by an object when using
unaided eye, with the object at the nea
normal eye):

$$M = \frac{\theta'}{\theta},$$

where θ and θ' are shown in Fig. 33–33
length by noting that $\theta = h/N$ (Fig. 33–
h is the height of the object and we ass
heir sines and tangents. If the eye is
at infinity and the object will b
$d_o = f$ and $\theta' = h/f$. Th

As shown in Fig. 33–33a, the object is placed at the focal
converging lens produces a virtual image, which
the eye is to focus on it. If the eye is relaxed,
ase the object is exactly at the focal point.
if when you "focus" on the object
part (b), in which
eye, re
gular
ratio of the
e subtended using the
the eye ($N = 25$ cm for a

(33–5)

write M in terms of the focal
$\theta' = h/d_o$ (Fig. 33–33a), where
ngles are small so θ and θ' equal
r least eye strain), the image will
at the focal point; see Fig. 33–34.

BÖLÜM

33

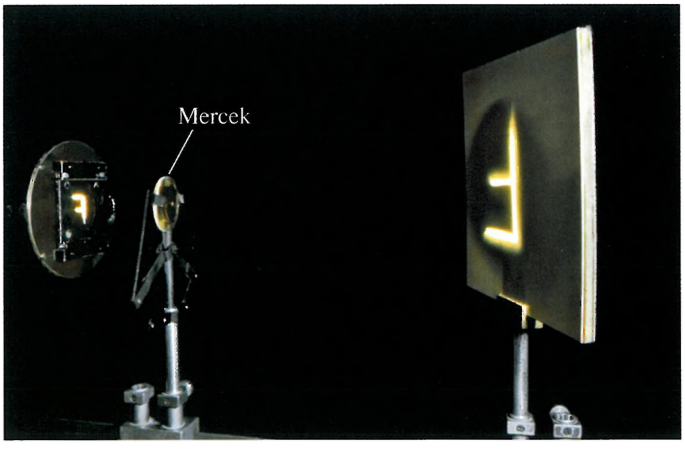
Mercekler ve Optik Aletler

İÇERİK

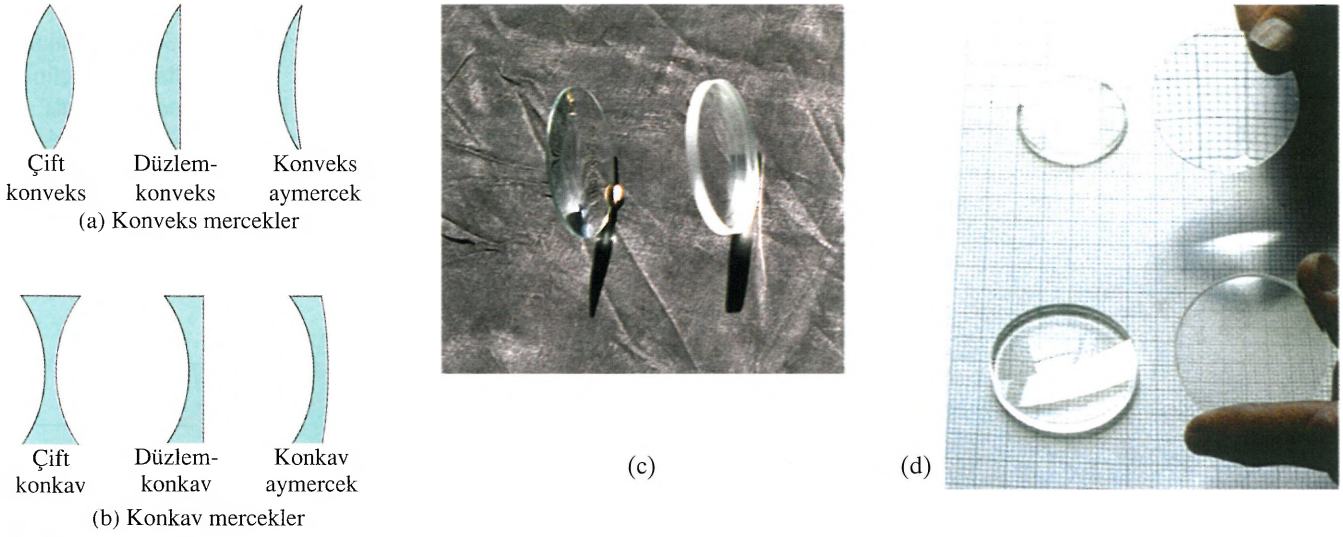
33–1 İnce Mercekler; Işın Çizme
33–2 İnce Mercek Denklemi; Büyültme
33–3 Mercek Kombinasyonları
*33–4 Mercekçi Denklemi
33–5 Fotoğraf Makineleri; Filmli ve Dijital
33–6 İnsan Gözü; Düzeltici Mercekler
33–7 Büyüteç
33–8 Teleskoplar
*33–9 Birleşik mikroskop
*33–10 Mercek ve Aynalarda Sapınç

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!
Büyüteçte kullanılan gibi bir yakınsak mercek,
(a) her zaman büyültülmüş bir görüntü oluşturur (görüntü cisimden uzun).
(b) cisimden küçük bir görüntü de oluşturabilir.
(c) daima düz görüntü oluşturur.
(d) ters bir görüntü de oluşturabilir.
(e) bu durumların hiç birisi doğru değildir.

Yansıma ve kırılma yasaları, özellikle ikincisi, birçok optik aletin çalışmasını açıklamanın temelini oluşturur. Bu Bölümde bir önceki Bölümde tartışılan ışın optiği modelini kullanarak basit mercekleri analiz edip tartışacağız. Daha sonra büyüteç ve insan gözünden teleskop ve mikroskoba kadar birçok optik aleti inceleyeceğiz. Merceklerin önemi, Şek.33-1'deki gibi cisimlerin görüntülerini oluşturmalarıdır.



ŞEKİL 33–1 Yakınsak mercek (tutacaktaki) parlak bir cismin (soldaki aydınlatılmış "F") görüntüsünü (sağdaki ekrandaki büyük "F") oluşturuyor.



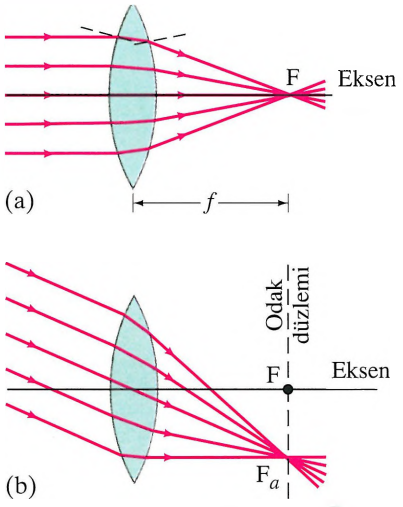
ŞEKİL 33–2 (a) Yakınsak mercekler ve (b) ıraksak merceklerin, kesitleri gösterilmiştir. Yakınsak mercekler merkezde daha kalınken ıraksak mercekler merkezde daha incedir. (c) Yakınsak bir mercek (solda) ve ıraksak bir merceğin (sağda) fotoğrafı. (d) Yakınsak mercekler (yukarda) ve ıraksak mercekler (aşağıda), düzgün bir yüzey üzerinde ve mercekler görüntü oluşturmak için kağıttan yukarı kaldırılmış.

33–1 İnce Mercekler; Işın Çizme

Hiç şüphesiz en önemli basit optik aygıt ince merceklerdir. İlk gözlüklerin kayıtlarının on üçüncü yüzyılın sonlarından itibaren olmasına rağmen, mercek kullanan optik aygıtların gelişmesi on altıncı ve on yedinci yüzyıla denk gelir. Bugün mercekleri gözlüklerde, fotğraf makinelerinde, büyüteçlerde, teleskoplarda, dürbünlerde, mikroskop ve tıbbi araçlarda bulabiliyoruz. Bir ince mercek genellikle daireseldir ve iki yüzü bir kürenin parçalarıdır. (silindirik yüzler de mümkündür ancak biz küresel olanları ele alacağız.) İki yüz de konkav, konveks veya düzlem olabilir. Şek.33-2a ve b'de çeşitleri gösterilmiştir.

Şek.33-3a' da gösterildiği gibi çift konveks merceğe çarpan paralel ışınlar düşünelim. Merceğin dışarıdaki havanınkinden daha büyük bir kırılma indisine sahip cam veya saydam plastik gibi bir malzemeden yapıldığını varsayalım. Merceğin **ekseni**, merceğin merkezinden geçen ve iki yüzeyine dik olan düz bir çizgidir (Şek.33–3). Snell Yasası'ndan Şek.33-3a'daki gibi her ışının merceğe girerken ve tekrar arka yüzeyden çıkarken eksene doğru büküldüğünü görürüz. (Kesikli çizgiler en üstteki ışının her yüzey için normallerini gösterir.) İnce mercekte eğer ışınlar paralel gelirse ışınlar **odak noktası**, F, denen bir noktada odaklanırlar. Bu küresel yüzeyli bir mercek için tam olarak doğru olmayacaktır. Ama hemen hemen doğrudur, paralel ışınlar, eğer merceğin çapı iki mercek yüzeyinin eğrilik yarıçapı ile kıyaslandığında küçükse, neredeyse bir nokta gibi küçücük bir bölgede odaklanır. Bu ölçüt çapına göre çok ince olan **ince mercek**ler tarafından sağlanır, ve biz burada sadece ince mercekleri inceleyeceğiz.

Uzaktaki bir cisim üzerindeki bir noktadan gelen ışınlar esasen paraleldir – Şek.33-12'ye bakın. Bu yüzden *mercek ekseni üzerinde sonsuzdaki bir cisim için görüntü noktası odak noktasıdır.* Bundan dolayı bir merceğin odak noktası, güneş ışınlarının (veya diğer uzak cisimlerin) net bir görüntü oluşturduğu nokta belirlenerek bulunabilir, Şek.33–4. Merceğin merkezinden odak uzaklığına olan mesafeye **odak uzaklığı**, f, denir. Bir mercek ters döndürülebilir, böylece ışık ters yönden geçebilir. İki yüzeyin eğrilik yarıçapı farklı olsa da, daha sonra göreceğimiz gibi, odak uzaklığı iki tarafta da aynıdır. Eğer paralel ışınlar Şek.33-3b'deki gibi merceğe bir açıyla gelirse, bir F_a noktasında odaklanırlar. Şek.33-3b'deki F ve F_a gibi, bütün odak noktalarını içeren düzlem merceğin **odak düzlemi** adını alır.

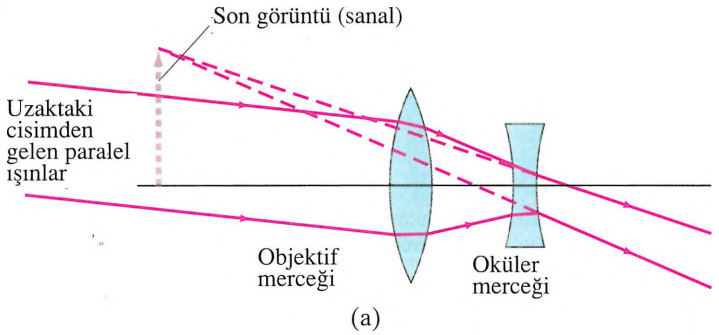


ŞEKİL 33–3 Paralel ışınlar yakınsak bir ince mercek ile odakta toplanıyorlar

ŞEKİL 33–4 Güneşin görüntüsü tahtayı yakıyor



Merkezde kenarlara göre daha kalın olan her mercek (havada) paralel ışınları bir noktaya yaklaştıracaktır ve **yakınsak mercek** olarak adlandırılır (Şek.33-2a'ya bakın). Merkezde kenarlara göre ince olan mercekler **ıraksak mercek** olarak adlandırılır çünkü Şek.33-5'te gösterildiği gibi paralel ışığı dağıtırlar. Iraksak bir merceğin odak noktası, F, Şekil 33–5' de gösterildiği gibi, paralel gelen ışınların meydana getirdiği kırılan ışınların çıkıyor gibi göründükleri noktadır. F noktasının merceğe olan uzaklığı, yakınsak bir mercek için olduğu gibi, f, **odak uzaklığı**dır.



ŞEKİL 33–5 Iraksak mercek

Optometristler ve göz doktorları, odak uzaklığı kullanılması yerine, gözlüklerin (veya kontak lenslerin) gücünü belirtmek için odak uzaklığının tersini kullanırlar. Buna da merceğin **gücü,** P, denir:

$$P = \frac{1}{f}. \qquad \textbf{(33–1)}$$

Mercek gücünün birimi metrenin tersi olan diyoptridir $1\,\mathrm{D} = 1\,\mathrm{m}^{-1}$. Örneğin, bir 20 cm odak uzaklıklı merceğin gücü $P = 1/(0.20\,\mathrm{m}) = 5.0\,\mathrm{D}$. Biz çoğunlukla odak uzaklığını kullanacağız, ama Kısım 3-6'da gözlük merceklerini tartışırken tekrar mercek gücüne değineceğiz.

Bir merceğin en önemli parametresi, f, odak uzaklığıdır. Yakınsak bir mercek için, f kolayca güneş veya diğer uzak cisimler için görüntü noktası bulunarak ölçülebilir. f biliniyorsa, her cisim için görüntü konumu hesaplanabilir. Görüntü noktasını ışınları çizerek bulmak, merceğin ön yüzeyindeki ve ışının çıktığı arka yüzeydeki kırılma açılarının belirlenmesi gerekiyorsa zor olabilir. Merceğin eksenine paralel gelen ışının (kırılmadan sonra) odak noktasından geçeceği gibi bildiğimiz bazı gerçekleri kullanarak işimizi kolaylaştırabiliriz. Görüntü noktasını belirlemek için, cismin bir okla (solda) ve görüntü oluşturan yakınsak merceğin çizgili okla gösterildiği Şekil 33–6'daki üç ışını göz önünde bulundurabiliriz. Cisim üzerindeki tek bir noktadan çıkan bu ışınlar, mercek sonsuz inceymiş gibi çizilmiştir, her yüzeydeki kırılmalar değil, merceğin merkez çizgisinde tek bir keskin kırılma gösterilmektedir. Bu üç ışın şöyle çizilir:

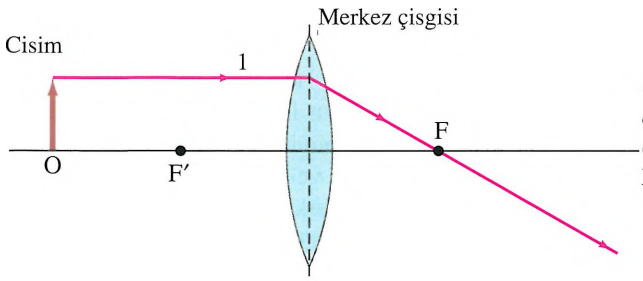
IŞIN DİYAGRAMI
Bir ince merceğin oluşturduğu görüntünün konumunu bulmak

Işın 1, eksene paralel çizilir, Şel.33-6a, dolayısıyla merceğin arkasındaki F odak noktasından geçen bir çizgi boyunca gidecek şekilde mercek tarafından kırılır. (Şek. 33-3a'ya bakın.)

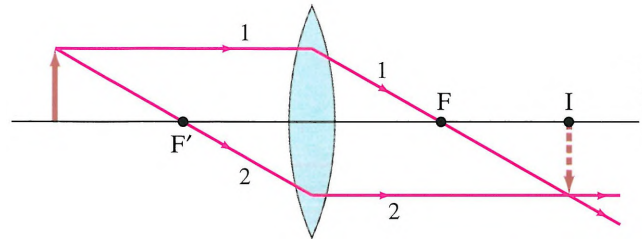
Işın 2, diğer odak noktası (Şek.33-6daki merceğin ön tarafında)'den geçecek şekilde çizilir ve mercekten eksene paralel olarak çıkar, Şek.33-6b.

Işın 3, iki yüzeyin birbirine tam paralel olduğu, merceğin merkezinden geçer, Şek.33-6c; bu ışın merceği girdiği açıyla terk eder, Örnek 32–8' de gördüğümüz gibi ışın bir tarafa hafifçe kayacaktır ama merceğin ince olduğunu varsaydığımızdan, ışın 3'ü gösterildiği gibi düz çizeriz.

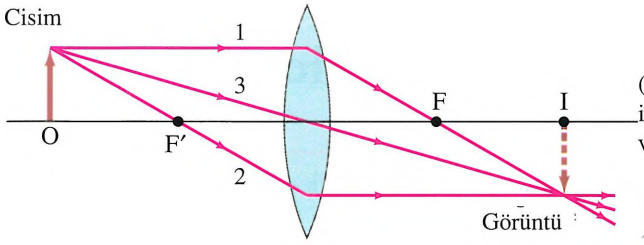
Cismin görüntü noktası okta bu üç ışının kesiştiği noktadır. Aslında herhangi iki ışın da görüntü noktasını belirlemek için yeterlidir ama üçüncü ışın kontrol için çizilebilir.



(a) Işın 1, cismin bir noktasından eksene paralel ayrılır, sonra arkadaki odak noktasından geçecek şekilde kırılır.



(b) Işın 2 merceğin önündeki F′'den geçiyor dolayısıyla merceğin arkasında eksene paraleldir.



(c) Işın 3 merceğin merkezinden geçerek ilerler (merceğin çok ince olduğu varsayılır).

ŞEKİL 33–6 Yakınsak bir mercek için ışınları çizerek görüntünün bulunması. Cismin (ok) bir noktasından çıkan ışınlar gösterilmiştir. Bunlar cismin uç noktasının görüntüsünün nerede olacağını belirlemek için en çok kullanılan üç ışındır.

Cismin bir noktası için üç ışını kullanarak, cismin o noktası için görüntüyü bulabiliriz (Şek.33-6'daki okun en üst noktası). Cisim üzerindeki diğer bütün noktalar için görüntü noktaları cismin görüntüsünü tamamını benzer şekilde belirleyerek bulunabilir. Şek.33-6'da gösterilen durum için ışınlar görüntüden gerçekten geçtiği için bu bir **gerçek görüntüdür** (bknz. sayfa 840). Görüntü bir film veya elektronik sensör tarafından ortaya çıkarılabilir veya görüntünün konumuna konan bir beyaz yüzey veya ekranda görülebilir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 33–1 **Yarısı örtülü mercek.** Eğer bir merceğin üst yarısı bir parça kartonla kaplanırsa bir cismin görüntüsüne ne olur?

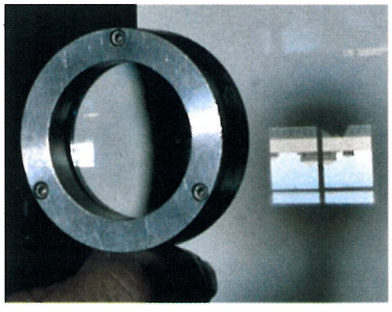
YANIT Şek.33-6'daki ışınlara bakalım. Üst yarı (veya merceğin herhangi bir yarısı) engellenirse görüntünün yarısının engelleneceğini düşünebilirsiniz. Ama Şek.33-6c'de, görüntünün "tepe"sini oluşturmak için kullanılan ışınların nasıl merceğin üst ve alt kısmının ikisinden de geçtiğini görüyoruz. Sadece üç ışın gösterilmiştir, mercekten daha bir sürü ışın geçer ve görüntüyü oluşturur. Merceğin kapalı kısmı gelen toplam ışığın bir kısmını keser ve görüntünün parlaklığını azaltır.

NOT Eğer mercek kısmen başparmağınız tarafından engellenmişse, o parmağın iyi odaklanmamış bir görüntüsünü fark edebilirsiniz.

Görüntüyü Görmek

Şek.33-6c'de gösterildiği gibi göz, görüntü üzerindeki her noktadan ıraksayan ışınlar göze girebilecek şekilde görüntünün arkasına yerleştirildiğinde görüntüyü doğrudan görebilir. Biz sadece görüntünün her noktasından ıraksayan ışınlar için keskin bir görüntü görebiliriz, çünkü normal cisimleri, Şek.32–1'de gösterildiği gibi, her noktadan ıraksayan ışınlar göze girdiği zaman görürüz. Gözünüz yakınsayan ışınları odaklayamaz, eğer gözünüz Şek.33.6c'deki F ve I noktaları arasında konursa, net bir görüntü göremez. (Gözleriniz hakkında daha fazla bilgi Kısım 33–6'da.) Şek.33–7, (*a*) bir ekranda, (*b*) doğrudan görüntünün arkasındaki gözde (ve bir fotoğraf makinesinde) görülen görüntüyü göstermektedir. Göz, görüntüden ıraksayan ışınlar girecek şekilde konumlanmışsa, hem gerçek hem de sanal görüntüleri görebilir (bknz. bir sonraki sayfa).

ŞEKİL 33–7 (a) Bir yakınsak mercek, bir ekranda gerçek bir görüntü oluşturabilir (burada uzaktaki bir binanın ters görüntüsü). (b) Aynı gerçek görüntü doğrudan göz ile de görülebilir. [Şekil 33-2d yakınsak ve ıraksak merceklerin oluşturduğu, göz ile görülen görüntüyü (grafik kağıdı) gösteriyor



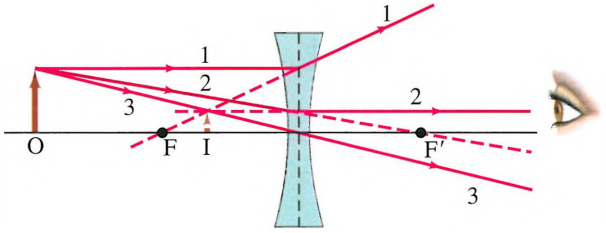
(a)



(b)

Iraksak Mercek:

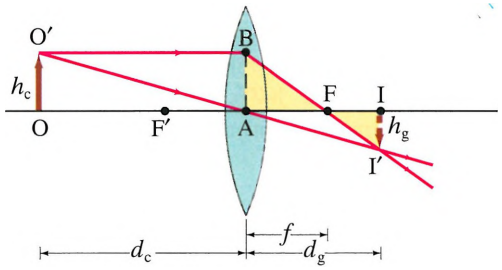
Tek bir cisim noktasından çıkan aynı üç ışını çizerek, ıraksak mercek tarafından oluşturulan görüntünün konumu belirlenebilir, Şek.33–8. Işın 1 eksene paralel çizilir ama merceğin arkasındaki F′ noktasından geçmez, merceğin önündeki F odak noktasından geliyormuş gibi (kesikli çizgi) görünür. Işın 2 F′ 'den gelir ve mercek tarafından mercek eksenine paralel olarak kırılır. Işın 3 doğrudan merceğin merkezinden geçer. Üç kırılmış ışın merceğin sol tarafındaki bir noktadan çıkıyormuş gibi görünür. Bu görüntü noktası I'dır. Işınlar görüntüden geçmediği için, bu bir **sanal görüntüdür.** Unutmayın ki göz sanal ve gerçek görüntüyü ayırt etmez, ikisi de görülebilirdir.



ŞEKİL 33–8 Iraksak bir mercek için ışınları çizerek görüntü bulma.

33–2 İnce Mercek Denklemi; Büyültme

Şimdi görüntü uzaklığı, cisim uzaklığı ve ince merceğin odak uzaklığına bağlı bir bağıntı çıkaracağız. Bu denklem görüntü konumunu, ışın çizmeden daha çabuk ve daha hassas betimleyecektir. d_c cisim uzaklığı, cismin merceğin merkezinden uzaklığı ve d_g görüntü uzaklığı, görüntünün merceğin merkezinden uzaklığı, olsun.



ŞEKİL 33–9 Bir yakınsak mercek için mercek denkleminin çıkarılışı

h_c ve h_g cisim ve görüntü uzunlukları olsun. Şek.33-9'daki gibi çok ince yakınsak merceğe, gelen iki ışını göz önüne alalım. FI′I ve FBA dik üçgenleri (sarıyla gösterilen) AFB açısı IF açısına eşit olduğundan benzer üçgenlerdir, AB = h_c olduğu için:

$$\frac{h_g}{h_c} = \frac{d_g - f}{f},$$

OAO′ ve IAI′ üçgenleri benzerdir. Bu yüzden;

$$\frac{h_g}{h_c} = \frac{d_g}{d_c}.$$

Bu iki eşitliğin (sol tarafları eşit olduğundan) sağ tarafları da eşittir ve d_g'ye bölersek,

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{d_g} = \frac{1}{d_c}$$

veya

$$\frac{1}{d_c} + \frac{1}{d_g} = \frac{1}{f} \qquad \textbf{(33–2)}$$

İNCE MERCEK DENKLEMİ

denklemini elde ederiz. Bu denklem "ince mercek denklemi"dir. Eşitlik d_g görüntü uzaklığının, cisim uzaklığı d_c ve odak uzaklığı f'ye bağımlılığını gösterir. Bu geometrik

optikte en kullanışlı eşitliktir. (ilginç olarak, bu, ayna denklemi ile aynıdır, Dnk.32–2). Eğer cisim sonsuzdaysa, $1/d_c = 0$ olur ve $d_g = f$ olur. Bundan dolayı daha önce belirtildiği gibi odak uzaklığı, cismin sonsuzda olduğu durum için görüntü uzaklığıdır.

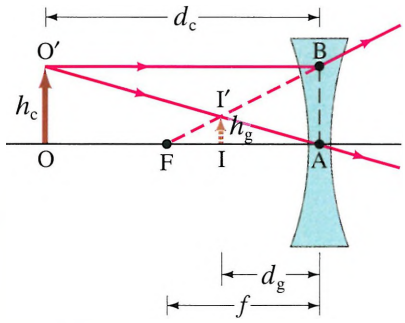
Şek.33-10'u kullanarak ıraksak mercek için bir mercek denklemi üretebiliriz. IAI′ ve OAO′ üçgenleri benzer üçgenlerdir ve IFI′ ve AFB üçgenleri benzerdir. Buradan (AB = h_c olduğuna dikkat ederek):

$$\frac{h_g}{h_c} = \frac{d_g}{d_c} \quad \text{ve} \quad \frac{h_g}{h_c} = \frac{f - d_g}{f}.$$

İki denklemin sağ taraflarını eşitler ve sadeleştirirsek,

$$\frac{1}{d_c} - \frac{1}{d_g} = -\frac{1}{f}$$

denklemini elde ederiz. Bu denklem f ve d_g'yi negatif yaparsak Dnk.33–2 ile aynı olur. Yani, ıraksak bir mercek için f'yi ve görüntü merceğin ışığın geldiği tarafında olduğunda d_g'yi negatif alırız. Dolayısıyla, aşağıdaki işaret kurallarını kullanırsak Dnk.33–2, yakınsak ve ıraksak mercekler ve bütün durumlar için geçerlidir.



ŞEKİL 33–10 Bir ıraksak mercek için mercek denkleminin çıkarılışı

DİKKAT

Iraksak mercek için odak Uzunluğu negatifti

PROBLEM ÇÖZME

Mercekler için İŞARET KURALLARI

1. Odak uzaklığı, yakınsak mercekler için pozitif, ıraksak mercekler için negatiftir.
2. Cisim uzaklığı, cisim merceğin ışığın merceğe geldiği tarafındaysa pozitif, (genelde geçerlidir, mercekler bir arada kullanıldığında durum değişebilir) diğer durumlarda negatiftir.
3. Görüntü uzaklığı, görüntü merceğin ışığın merceğe geldiği tarafın ters tarafındaysa pozitiftir, aynı taraftaysa d_g negatiftir. Eşdeğer olarak görüntü uzaklığı, gerçek görüntü için pozitif, h sanal görüntü için negatiftir.
4. Görüntü boyu h_g, görüntü düzse pozitif, eğer görüntü cisme göre ters çevrilmişse negatiftir. (h_c her zaman yukarı ve pozitif alınır.)

Bir merceğin yanal büyültmesi, m, görüntü boyunun cismin boyuna oranı olarak tanımlanır; $m = h_g/h_c$. Şek.33–9 ve Şek.33-10'dan ve yukarıda verilen kurallardan:

$$m = \frac{h_g}{h_c} = -\frac{d_g}{d_c}. \qquad \textbf{(33–3)}$$

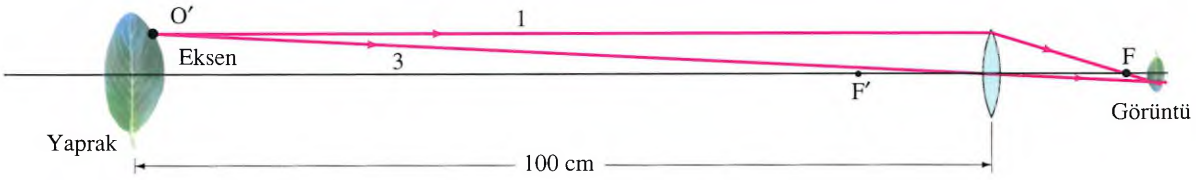
Düz bir görüntü için büyültme pozitiftir ($h_g > 0$ ve $d_g < 0$) ve ters görüntü için büyültme negatiftir ($h_g < 0$ ve $d_g > 0$).

1. işaret kuralından, yakınsak bir merceğin diyoptri cinsinden gücünün (Dnk.(33-1)) pozitif, ıraksak bir merceğin gücünün negatif olduğunu görüyoruz. Yakınsak bir mercek bazen **pozitif mercek** olarak, yakınsak mercek de **negatif mercek** olarak anılır.

PROBLEM ÇÖZME

İnce Mercekler

1. Olabildiğince kusursuz bir **ışın diyagramı** çizin ama kaba bir çizim bile analitik sonuçları doğrulamak için yeterlidir. Cisim üzerinde bir nokta seçin ve Şek. 33–6 ve Şek. 33–82de anlatılan ışınlardan en az iki tercihen üç tanesini çizin. Görüntü noktası ışınların kesiştiği yerdedir.
2. Analitik çözümler için, **ince mercek denklemi**ndeki (Dnk.33–2) ve **büyültme denklemi**ndeki (Dnk.33–3) bilinmeyenleri çözün. İnce mercek denklemi değişkenlerin terslerini içerir, terslerini almayı unutmayın.
3. Yukarıda listelenen **işaret kuralları**na uyun.
4. Analitik sonuçlarınızın ışın diyagramınızla **tutarlı** olduğunu kontrol edin.



ŞEKİL 33–11 Örnek 33-2 (Ölçekli değil)

ÖRNEK 33–2 **Yakınsak mercekte görüntü oluşumu.** 50.0 mm odak uzaklıklı bir fotoğraf makinesi merceğinden 1.00m uzaktaki 7.5 cm'lik yaprağın görüntüsünün (*a*) konumu, (*b*) boyutu nedir?

YAKLAŞIM Problem Çözme Stratejisinin adımlarını birer birer izleyeceğiz.

ÇÖZÜM

1. **Işın diyagramı.** Şek.33–11, yaprak üzerindeki tek bir nokta için sadece ışın 1 ve 3'ü gösteren bir yaklaşık ışın diyagramıdır. Görüntünün, merceğin sağında, F odak noktasının hemen arkasında olması gerektiği görülür.
2. **İnce mercek ve büyültme denklemleri.** (*a*) Görüntünün yerini analitik olarak ince mercek denklemini kullanarak (Dnk.33–2) bulabiliriz. Fotoğraf makinesi merceği yakınsaktır, $f = 5.00$ cm ve $d_c = 100$cm, dolayısıyla ince mercek denklemi şunu verir:

$$\frac{1}{d_g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_c} = \frac{1}{5.00\text{ cm}} - \frac{1}{100\text{ cm}}$$

$$= \frac{20.0 - 1.0}{100\text{ cm}} = \frac{19.0}{100\text{ cm}}$$

$$d_g = \frac{100\text{ cm}}{19.0} = 5.26\text{ cm},$$

(*b*) Büyültme ise

$$m = -\frac{d_g}{d_c} = -\frac{5.26\text{ cm}}{100\text{ cm}} = -0.0526,$$

$$h_g = mh_c = (-0.0526)(7.6\text{ cm}) = -0.40\text{ cm}.$$

3. **İşaret Anlaşması.** d_g görüntü uzaklığı pozitif çıktı, dolayısıyla görüntü merceğin arkasındadır. Görüntü boyu $h_g = -0.40$ cm'dir, eksi işareti görüntünün ters olduğunu belirtir.
4. **Tutarlılık:** Adım 2 ve adım 3'ün analitik ışın diyagramı (Şek.33-11) ile uyumludur. Görüntü merceğin arkasında ve terstir.

NOT Problemin (a) bölümünde görüntünün, mercekten, sonsuzdaki cismin görüntüsünden 2.6 mm daha uzakta olduğunu bulduk. Sonsuzdaki cismin görüntü uzaklığı odak uzaklığı olan 50.0 mm'ye eşittir. Gerçekten de, fotoğraf makinesi merceği odaklanırken cisim fotoğraf makinesine ne kadar yakınsa, mercek sensör veya filme o kadar uzak olmalıdır.

ALIŞTIRMA A Örnek 33–2'deki yaprak (cisim) mercekten uzaklaştırılırsa, görüntü merceğe yaklaşır mı, yoksa uzaklaşır mı (Hesap yapmayın!)

ÖRNEK 33–3 **Yakınsak merceğe yakın cisim.** Bir cisim 15cm odak uzaklıklı yakınsak merceğin 10 cm uzağına yerleştirilmiştir. Görüntünün yerini ve boyutunu (*a*) analitik olarak, (*b*) ışın diyagramı kullanarak belirleyiniz.

YAKLAŞIM Öncelikle analitik çözümü belirlemek için Dnk.33–2 ve Dnk.33–3'ü kullanır, daha sonra tek bir cisim noktası için 1, 2 ve 3 özel ışınlarını kullanan bir ışın diyagramı ile doğrularız.

ÇÖZÜM (*a*) $f = 15\,\text{cm}$ ve $d_o = 10\,\text{cm}$, verilmiş, sonra

$$\frac{1}{d_g} = \frac{1}{15\,\text{cm}} - \frac{1}{10\,\text{cm}} = -\frac{1}{30\,\text{cm}},$$

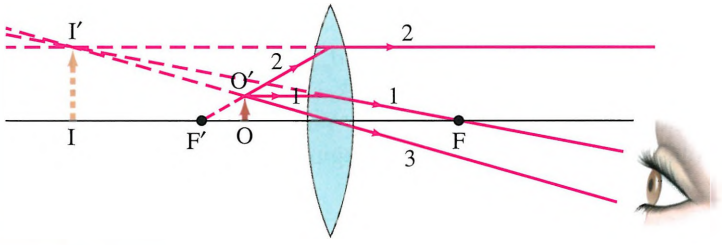
$d_g = -30$ cm. (Tersini almayı unutmayın!) d_g negatif olduğu için, görüntü sanal ve cisimle beraber merceğin aynı tarafındadır. Büyültme:

$$m = -\frac{d_g}{d_c} = -\frac{-30\,\text{cm}}{10\,\text{cm}} = 3.0.$$

Görüntü üç kat daha büyüktür ve düzdür. Mercek, daha sonra Kısım 33-7'de daha ayrıntılı tartışacağımız gibi basit bir büyüteç olarak kullanılmıştır. (*b*) Işın diyagramı Şek.33-12'de gösterilmiştir ve (*a*) bölümündeki sonucu doğrular. O′ noktasını cismin tepesinde seçeriz ve ışın 1'i çizeriz. Bu kolaydır ancak ışın 2 için biraz düşünmek gerekir: Eğer F′'ye doğru çizersek yanlış yöne gidiyor olacaktır. Onun için ışını, F′den geliyormuş gibi (kesikli), merceğe çarpıp mercek eksenine paralel olarak uzaklaşıyormuş gibi çizmemiz gerekiyor. Nerede kesiştiklerini bulmak için, paralel olarak geriye doğru kesikli bir çizgiyle uzatırız, ışın 1'i de aynı şekilde geriye doğru uzatırız. Işın 3, mercek merkezinden geçecek şekilde çizilir ve diğer iki ışınla görüntü noktasında kesişir.

NOT Şek. 33-12'de gördüğümüz gibi; cisim yakınsak mercekle odak noktası arasına yerleştirildiğinde görüntü sanal olur.

DİKKAT
Tersini almayı unutmayın



ŞEKİL 33–12 Bir cisim yakınsak bir mercekle odak noktası arasına yerleştirildiğinde sanal bir görüntü oluşturur.

ÖRNEK 33–4 **Iraksak Mercek.** Küçük bir böcek, 25cm odak uzaklıklı ıraksak bir mercekle, mercekten 20 cm uzakta ve cisim ile aynı tarafta sanal bir görüntü oluşturabilmek için nereye yerleştirilmelidir?

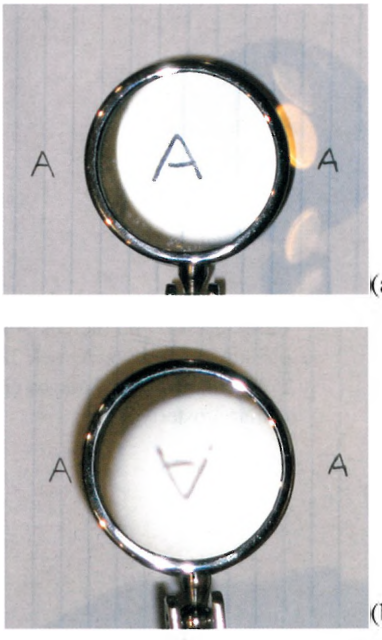
YAKLAŞIM Işın diyagramımız basitçe Şek.33-10'da gösterildiği gibidir. Çünkü merceğimiz ıraksaktır ve görüntü merceğin önünde ve odak uzaklığının içindedir.

ÇÖZÜM Bu mercek ıraksaktır, yani f negatiftir. $F = -25$cm. Görüntünün uzaklığı da negatif olmalıdır. Çünkü görüntü merceğin ön tarafındadır. (İşaret kuralları). Yani $d_g = -20$ cm. Dnk.32-2 şunu verir:

$$\frac{1}{d_c} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_g} = -\frac{1}{25\,\text{cm}} + \frac{1}{20\,\text{cm}} = \frac{-4+5}{100\,\text{cm}} = \frac{1}{100\,\text{cm}}.$$

Yani cisim merceğin 100 cm önünde olmalıdır.

ŞEKİL 33–13 Alıştırma C.



ALIŞTIRMA B Sayfa 866'daki konu başlangıcı sorusuna geri dönün ve soruyu şimdi tekrar yanıtlayın. İlk seferinde neden değişik yanıtladığınızı açıklamaya çalışın.

ALIŞTIRMA C Şek.33–13, üç tane eşit büyüklükteki A harfinin üzerine tutulmuş bir yakınsak merceği gösteriyor. Şekil (a)'da mercek kâğıttan 5cm uzakta tutulmalıdır, Şekil (b)'de mercek kâğıttan 15cm uzakta tutulmaktadır. Merceğin odak uzaklığını belirleyin. Her bir durumda görüntünün konumu nedir??

33–3 Mercek Kombinasyonları

Optik aygıtlarda mercek kombinasyonları kullanılır. Işık birden fazla mercekten geçtiğinde, ilk mercek tarafından oluşturulan görüntü, mercek tek başına olsaydı oluşacak olanla aynıdır. Bu görüntü ikinci mercek için cisim olur ve bu sefer ikinci mercek tarafından oluşturulan görüntüyü buluruz, eğer sadece iki mercek varsa bu son görüntüdür. Toplam büyültme göreceğimiz gibi ayrı ayrı her mercek için büyültmelerin çarpımı olacaktır. İkinci mercek ilk mercekten çıkan ışınla görüntü oluşmadan önce kesişse bile bu yöntem hala çalışır.

ÖRNEK 33–5 **İki mercek sistemi:** Odak uzaklıkları f_A= 20.0 cm ve f_B = 25.0 cm olan iki yakınsak mercek A ve B 80 cm aralıkla Şek.33-14a'da gösterildiği gibi yerleştirilmiştir. İlk merceğin 60.0 cm önüne Şek.33-14b'de gösterildiği gibi bir cisim konmuştur. Bu ikili mercek kombinasyonunun oluşturduğu son görüntünün (*a*) konumunu, (*b*) büyültmesini belirleyin.

YAKLAŞIM O'daki cisim için, ilk mercekte 1, 2, 3 ışınlarını ve A merceğinden geçtikten sonra B merceği için ışın 3 gibi davranan (merkezden geçen) ışın 4'ü çizeriz. A merceği için çizilen ışın 2, paralel çıkar ve mercek B için ışın 1 olur. A merceği tarafından oluşturulan büyük IA görüntüsünün konumunu belirlemek için f_A = 20.0 cm ve d_{cA} = 60.0 cm ile Dnk.33-2'yi kullanırız. B merceğinden I_A uzaklığı (A merceğinin görüntüsü) B merceği için d_{cB} cisim uzaklığıdır. Son görüntü, ince mercek denklemi kullanılarak bulunur. Bu defa bütün uzunluklar B merceğine göre alınacaktır. (*b*) için büyültmeler her mercek için Dnk. 33-3'ten bulunur.

ÇÖZÜM (*a*) Cisim ilk mercek A'dan d_{cA} = +60.0cm uzaklıktadır ve bu merceğin oluşturduğu görüntünün konumu ince mercek denklemi kullanılarak hesaplanabilir:

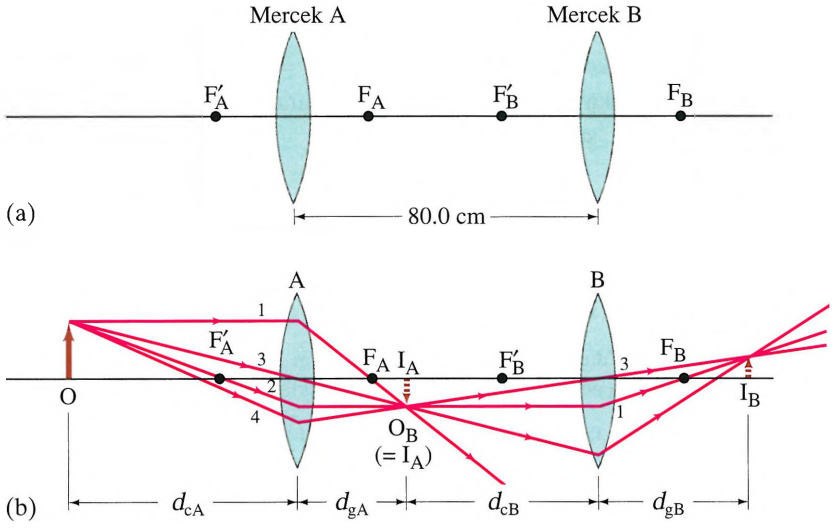
$$\frac{1}{d_{gA}} = \frac{1}{f_A} - \frac{1}{d_{cA}} = \frac{1}{20.0\text{ cm}} - \frac{1}{60.0\text{ cm}} = \frac{3-1}{60.0\text{ cm}} = \frac{1}{30.0\text{ cm}}.$$

DİKKAT
İkinci merceğin cisim uzaklığı, birinci merceğin görüntü uzaklığına eşit değildir

Yani ilk görüntü I_A birinci merceğin (A), d_{gA} = 30.0 cm arkasındadır. Bu görüntü ikinci mercek (B) için cisim haline gelir. Şek.33-14b'de görüldüğü gibi B merceğinin d_{cB} = 80.0 cm-30.0 cm =5 0.0 cm önündedir. Yine ince mercek denklemini kullanarak B tarafından oluşturulan görüntünün, B merceğinden olan d_{gB} uzaklığı bulunur:

$$\frac{1}{d_{gB}} = \frac{1}{f_B} - \frac{1}{d_{cB}} = \frac{1}{25.0\text{ cm}} - \frac{1}{50.0\text{ cm}} = \frac{2-1}{50.0\text{ cm}} = \frac{1}{50.0\text{ cm}}.$$

Yani görüntü, B merceğinin d_{gB} = 50.0 cm arkasındadır. Bu son görüntüdür. – bknz. Şek.33-14b.



ŞEKİL 33–14 İki mercek A ve B birlikte kullanılıyor (Örnek 33-5).Küçük rakamlar kolayca çizilen ışınları gösteriyor.

(*b*) A merceğinin büyültmesi (Dnk.33-3):

$$m_A = -\frac{d_{gA}}{d_{cA}} = -\frac{30.0\text{ cm}}{60.0\text{ cm}} = -0.500.$$

Dolayısıyla, görüntü ters çevrilmiştir ve cisim boyunun yarısı kadardır (tekrar Dnk.33-3):

$$h_{gA} = m_A h_{cA} = -0.500 h_{cA}$$

B merceği bu görüntüyü cisim olarak alır ve yüksekliğini bir çarpanla değiştirir:

$$m_B = -\frac{d_{gB}}{d_{cB}} = -\frac{50.0\text{ cm}}{50.0\text{ cm}} = -1.000.$$

İkinci mercek görüntüyü tekrar ters çevirir (eksi işareti) ama boyutunu değiştirmez. Son görüntü boyu (h_{cB} ile h_{gA}'nın eşit olduğunu unutmayın):

$$h_{gB} = m_B h_{cB} = m_A h_{gA} = m_B m_A h_{cA} = (m_{toplam}) h_{cA}.$$

Toplam büyültme m_A ile m_B'nin çarpımıdır:
$m_{toplam} = m_A m_B = (-1.000)(-0.500) = +0.500$, Yani, son görüntü düzdür ve orijinal boyunun yarısı kadardır.

ÖRNEK 33–6 **Iraksak bir mercek için f'nin ölçümü.** Bir ıraksak merceğin odak uzaklığını bulmak için, bir yakınsak mercek Şek.33-15'de görüldüğü gibi ıraksak mercekle temas edecek şekilde yerleştirilir. Güneş ışınları bu birleşme ile şekilde gösterildiği gibi merceklerin 28.5cm arkasındaki bir noktaya odaklanır. Eğer yakınsak merceğin odak uzaklığı f_C 16.0cm ise, ıraksak merceğin f_D odak uzaklığı nedir? İki merceğin de ince ve aralarındaki uzaklığın ihmal edilebilir olduğunu kabul edin.

YAKLAŞIM İlk mercek için görüntü, cisim uzaklığı sonsuz olduğu için merceğin odak uzaklığı olan 16.0cm'dedir. Bu görüntü gerçekten oluşmadığı halde, ikinci (ıraksak) merceğin cismi gibi davranır. Iraksak merceğin odak uzaklığını bulmak için, merceğe ince mercek denklemini uygularız, son görüntü d_g = 28.5cm'dedir.

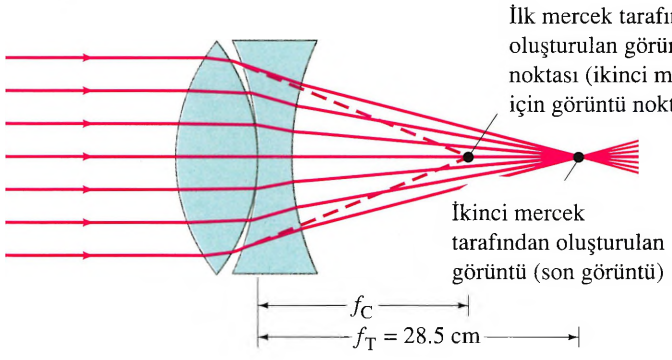
ÇÖZÜM Eğer ıraksak mercek olmasaydı, yakınsak mercek görüntüyü odak noktasında, yani f_C = 16 cm arkasında oluşturacaktı (Şek.33-15'deki kesikli çizgiler). Yakınsak merceğin yanına ıraksak mercek konulduğunda, ilk mercek tarafından oluşturulan görüntünün ikinci merceğin cismi olduğunu düşünürüz. Bu cisim ıraksak merceğin sağında durduğundan, bu d_c'nun negatif olduğu bir durumdur (sayfa 871'deki işaret kurallarına bakın). Bu yüzden, ıraksak bir mercek için, cisim sanal ve d_c = –16.0 cm'dir. Iraksak mercek bu sanal cismin görüntüsünü d_g = 28.5 cm uzaklığında oluşturur. Bu yüzden,

$$\frac{1}{f_D} = \frac{1}{d_c} + \frac{1}{d_g} = \frac{1}{-16.0\text{ cm}} + \frac{1}{28.5\text{ cm}} = -0.0274\text{ cm}^{-1}.$$

f_D'yi bulmak için tersini alırız:

$$f_D = -1/(0.0274\text{ cm}^{-1}) = -36.5\text{ cm}.$$

NOT Bu yöntemin işe yaraması için, yakınsak mercek ıraksak mercekten daha "güçlü" olmalıdır, yani, odak uzaklığı ıraksak merceğinkinden az olmalıdır. (Güneşten gelen ışınlar kombinasyonun 28.5 cm gerisinde odaklanıyor, bu yüzden, toplam kombinasyonun odak uzaklığı f_T = 28.5cm'dir.)



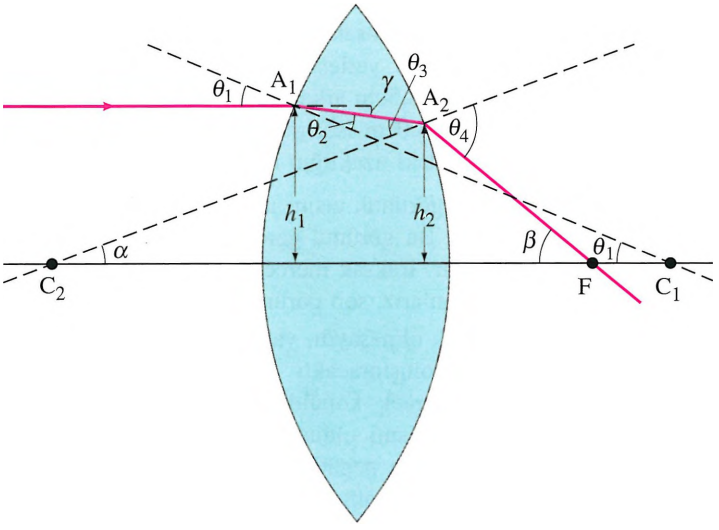
ŞEKİL 33–15 Bir ıraksak merceğin odak uzaklığının belirlenmesi. Örnek 33-6.

*33–4 Mercekçi Denklemi

Bu kısımda ince bir merceğin paralel gelen ışınları tek bir noktada odakladığını göstereceğiz. Aynı zamanda bir merceğin odak uzaklığının merceğin iki yüzeyinin eğrilik yarıçaplarıyla ve merceğin kırılma indisiyle ilişkisini gösteren bir denklem çıkaracağız. Bu denklem mercekçi denklemi olarak bilinir.

Şek.33-16'da, mercek eksenine paralel gelen ışın merceğin ön yüzeyde A_1 noktasında ve arka yüzeyde A_2 noktasında kırılır. Bu ışın daha sonra bu ışın için odak noktası dediğimiz F noktasından geçer. A_1 noktasının mercek ekseninden yüksekliği h1, A_2 noktasının mercek ekseninden yüksekliği h_2'dir. C_1 ve C_2 merceğin iki yüzeyinin eğrilik merkezleri ve $C_1A_1 = R_1$, ön yüzeyin eğrilik yarıçapı, $C_2A_2 = R_2$, ikinci yüzeyin eğrilik yarıçapıdır. Çift konveks bir merceği göz önüne aldığımızdan, merceği oluşturan iki mercek yüzeyinin de yarıçapını pozitif seçeceğiz. Çeşitli açıların açıkça görülmesi için, mercek kalınlığı fazlaca abartılmıştır. Merceğin çok ince olduğunu ve ışınlar ile eksen arasındaki açıların çok küçük olduğunu varsayacağız. Bu kabul nedeniyle bütün açılar için sinüs ve tanjantlar açıların kendisine eşit olacak. Örneğin:

$$\sin\theta_1 \approx \tan\theta_1 \approx \theta_1$$



ŞEKİL 33–16 Mercekçi denkleminin çıkarılması için, mercekten geçen bir ışının izlediği yol diyagramı

Bu yaklaşıma göre Snell yasası:

$$\theta_1 = n\theta_2$$
$$\theta_4 = n\theta_3$$

Burada n camın kırılma indisidir ve merceğin hava ile çevrelendiğini varsayıyoruz ($n = 1$). Ayrıca Şek.33-16'dan

$$\theta_1 \approx \sin\theta_1 = \frac{h_1}{R_1}$$
$$\alpha \approx \frac{h_2}{R_2}$$
$$\beta \approx \frac{h_2}{f}$$

olduğunu görüyoruz. Merceğin F'den uzaklığı f'dir (çok ince olduğunu varsayıyoruz). Diyagramdan, γ açısı şöyle bulunur:

$$\gamma = \theta_1 - \theta_2.$$

Şek.33–16 dikkatle incelenirse

$$\alpha = \theta_3 - \gamma$$

olduğunu görürüz. Bu, A_2 noktasından, θ_3 açısını ikiye bölen sola doğra yatay bir çizgi çizerek de görülebilir. Üst kısım α 'ya, alt kısım da β 'ya eşit olur (iç ters açılar eşittir). Bu yüzden $\theta_3 = \gamma + \alpha$ Ayrıca A_2 noktasından sağa doğru bir çizgi çizip θ_4'ü de ikiye bölelim. Üst kısım α alttaki β'dır. Buradan,

$$\theta_4 = \alpha + \beta.$$

Bu denklemleri birleştirdiğimizde;

$$\alpha = \theta_3 - \gamma = \frac{\theta_4}{n} - (\theta_1 - \theta_2) = \frac{\alpha}{n} + \frac{\beta}{n} - \theta_1 + \theta_2,$$

$$\frac{h_2}{R_2} = \frac{h_2}{nR_2} + \frac{h_2}{nf} - \frac{h_1}{R_1} + \frac{h_1}{nR_1}.$$

Mercek ince olduğundan $h_1 \approx h_2$'dir ve paylardaki bütün h'ler birbirini götürür:

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \qquad \textbf{(33–4)}$$

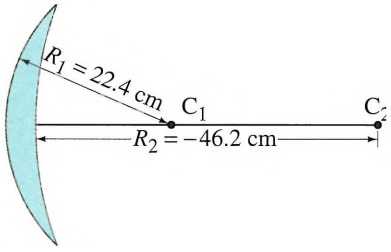
Buna **mercekçi denklemi** denir. Bir ince merceğin odak uzaklığını, iki yüzeyinin eğrilik yarıçaplarına ve kırılma indisine bağlar. İnce bir mercek için f, h_1 veya h_2'ye bağlı değildir. Bu yüzden, F noktasının konumu, ışının merceğe nereden çarptığına bağlı değildir. Bundan dolayı, bir merceğin eksenine paralel gelen bütün ışınlar, kanıtlamak istediğimiz gibi, aynı F noktasından geçecektir.

Çıkarımımızda, iki yüzey de dışbükey olup pozitif R_1 ve R_2'ye sahiptir.† Dnk.33–4, bir veya iki yüzeyi de konkav olan mercekler için de geçerlidir ama konkav bir yüzey için yarıçap *negatif* alınmalıdır.

DİKKAT
İşaret kuralları

Dnk.33–4, R_1 ve R_2'ye göre simetriktir. Bu yüzden, mercek döndürülür ve ışık diğer yüzeye çarparsa iki mercek yüzeyi farklı olsa bile odak uzaklığı aynıdır.

ÖRNEK 33–7 **Yakınsak bir mercek için f'nin hesaplanması.** Bir tarafı dışbükey, bir tarafı içbükey bir mercek (Şek.33-2a ve 33-17) $n = 1.50$ kırılma indisli bir camdan yapılmıştır. Dışbükey yüzeyin eğrilik yarıçapı 22.4cm ve içbükey yüzeyin eğrilik yarıçapı 46.2 cm'dir. (*a*) Odak uzaklığı nedir? (*b*) 2.00m uzaktaki cisim için görüntü nerde oluşacaktır?



ŞEKİL 33–17 Örnek 33–7.

YAKLAŞIM Dnk.33-4'i kullanırız, R_2 negatiftir çünkü içbükey yüzeyin yarıçapıdır.

ÇÖZÜM (*a*) $R_1 = 22.4\,\text{cm}$ ve $R_2 = -46.2\,\text{cm}$.
Dolayısıyla

$$\frac{1}{f} = (1.50 - 1.00)\left(\frac{1}{22.4\,\text{cm}} - \frac{1}{46.2\,\text{cm}}\right)$$

$$= 0.0115\,\text{cm}^{-1}.$$

$$f = \frac{1}{0.0115\,\text{cm}^{-1}} = 87.0\,\text{cm}$$

ve mercek yakınsaktır. Merceği döndürürsek ve $R_1 = -46.2\,\text{cm}$ ve $R_2 = +22.4\,\text{cm}$, olursa, aynı sonucu bulduğumuza dikkat edin.

(*b*) Mercek denkleminden, $f = 0.870\,\text{m}$ ve $d_c = 2.00\,\text{m}$,

$$\frac{1}{d_g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_c} = \frac{1}{0.870\,\text{m}} - \frac{1}{2.00\,\text{m}}$$

$$= 0.649\,\text{m}^{-1},$$

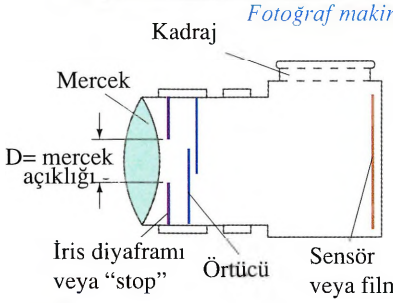
yani $d_g = 1/0.649\,\text{m}^{-1} = 1.54\,\text{m}$.

ALIŞTIRMA D Bir yüzü düz, diğer yüzü içbükey olan (Şek. 33-b) plastik bir merceğin içbükey yüzünün yarıçapı, $R = -18.4$ cm'dir. Odak uzaklığı nedir? Mercek yakınsak mı, yoksa ıraksak mıdır?

†Bazı kitaplar farklı kabul kullanırlar- örneğin, R_1 ve R_2 eğer eğrilik merkezleri merceğin sağına doğruysa pozitif alınır, bu durumda Dnk.33-4'ün eşdeğerinde bir eksi işareti olur.

FİZİK UYGULAMASI

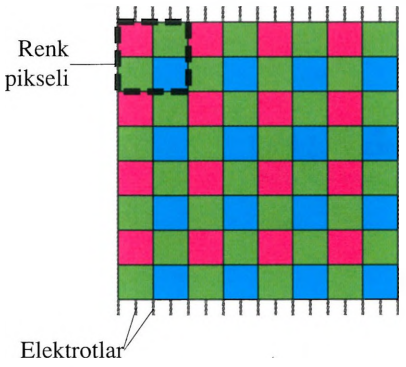
Fotoğraf makinesi



ŞEKİL 33–18 Basit bir fotoğraf makinesi

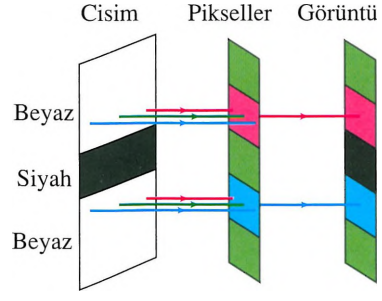
FİZİK UYGULAMASI

Dijital fotoğraf makineleri



ŞEKİL 33–19 Tipik bir CCD sensörünün bir parçası. Dört pikselli kare grup $\begin{matrix}R&G\\G&B\end{matrix}$ bazen "renk pikseli" olarak adlandırılır.

ŞEKİL 33–20 Beyaz zemin üzerine ince bir siyah çizgi (cisim) içeren bir resim olsun. Renk filtresi piksellerinin mozaik düzeninden dolayı, bu siyah çizginin görüntüsünün iletilen renklerden görüldüğü gibi, renkli bir halesi (yukarda kırmızı, aşağıda mavi) olur. Bilgisayarda ortalama almak bunun gibi renk sorunlarını minimize edebilir (görüntünün altında ve üstündeki yeşil, komşu piksellerle ortalaması alındığında beyaz veya ona yakın bir şey verir) fakat bunun sonunda görüntü "yumuşar" veya bulanıklaşır. Konu içinde betimlenen tabakalı renk pikselleri bu yapaylığı gidermek için bir yol sağlar.



33–5 Fotoğraf makineleri: Filmli ve Dijital

Bir fotoğraf makinesinin temel elemanları: bir mercek, ışık geçirmeyen bir kutu, ışığın mercekten sadece kısa bir süre için geçmesine izin veren bir örtücü; dijital fotoğraf makinesinde bir elektronik sensör veya geleneksel fotoğraf makinesinde bir parça filmdir (Şek.33–18). Örtücü kısa "pozlama" için açıldığında, görme alanı içindeki dış objelerden gelen ışık, mercek tarafından film veya sensördeki görüntüye odaklanır. Film, üstüne ışık çarptığında değişen ışığa duyarlı kimyasallar içerir. Banyo sürecinde kimyasal tepkimeler ışıkla değişen alanların saydamlığını kaybetmesine neden olur, böylece görüntü filmin üzerine kaydedilmiş olur.†

Eğer bir geleneksel fotoğraf makinesinin arka tarafını çıkarıp filmin yerine bir kâğıt mendil parçası (üzerinde görüntünün oluşabileceği) yerleştirirseniz, örtücünün açık olduğu sırada görüntüyü kendiniz de görebilirsiniz.

Dijital Fotoğraf makineleri, Elektronik Sensörler (CCD, CMOS)

Dijital fotoğraf makinelerinde film yerine yarıiletken sensörler kullanılır. İki çeşidi sıkça kullanılır: **CCD** (*yük bağlaşımlı aygıt*) ve **CMOS** (*tamamlayıcı metal oksit yarıiletken*). Bir CCD sensörü milyonlarca küçük **piksel**den ("resim elemanları") oluşur-bknz. Şek.35-42 ve 33-19. 6 MP (mega piksel)'lik bir sensör‡ 4 × 6 mm veya 24 × 36 mm'lik bir alan üstünde düşey olarak yaklaşık 2000 piksel, yatay olarak 3000 piksel içerir. Herhangi bir piksele ulaşan ışık yarıiletkenden elektronları serbest hale geçirir. Işık ne kadar yoğunsa pozlama süresince o kadar çok yük depolanır. İletken elektrotlar her bir pikselin yükünü, piksellerin göreceli parlaklıklarını depolayan ana işlemciye taşır (zamanda seri olarak; sıra sıra – "yük bağlaşımlı" nitelemesi buradan gelir) ve görüntünün daha sonra bir bilgisayar ekranında veya bir yazıcıda tekrar oluşmasına izin verirler. Bir CCD tamamen tekrar kullanılabilir. Pikselin yükü hafızaya aktarıldığı an yeni bir resim çekilebilir.

CMOS sensör de bir silikon yarıiletken kullanır ve her pikselin içinde paralel okumaya izin veren elektronik bulunur.

Renk, Şek.33–19'da gösterilen art arda piksellerin üzerindeki kırmızı, yeşil ve mavi filtrelerle elde edilir. Şek.33–19'da gösterilen sensör çeşidi, kırmızı veya mavi pikselden iki kat daha fazla sayıda yeşil pikseller içerir. (çünkü yeşil rengin, keskinlik duyumundaki etkisi daha fazladır). Her pikselin bilgisayar analiziyle bulunan rengi, o pikselin şiddetinin en yakın komşuların renklerinin şiddetleriyle alınan ortalamasıdır.

Her resmin hafızada kapladığı yeri azaltmak için sıkıştırma programları pikseller üzerinden ortalama alır fakat bu keskinlik veya "çözünürlük"te azalmaya neden olur.

*Dijital Yapaylıklar

Dijital fotoğraf makinelerinde görüntüleme sürecinin yol açtığı görüntü yapaylıkları (görüntüde orijinal cisimde mevcut olmayan yapay etkiler) oluşabilir. Piksellerin "mozaiğini " kullanan bir örnek Şek.33–20'de betimlenmiştir. Alternatif bir teknoloji, ışığın farklı dalga boylarının silikonun farklı derinliklerine nüfuz ettiği, yarı saydam bir silikon yarıiletken tabaka sistemini kullanır: her piksel, her renk için bir tane olmak üzere, kısmen saydam tabakaların bir sandviçidir. En üst tabaka mavi ışığı soğurup yeşil ve kırmızı ışığın geçmesine izin verir. İkinci tabaka yeşili soğurur ve en alt tabaka kırmızıyı algılar. Her bir piksel, her üç rengi de algılar, böylece daha iyi bir renk çözünürlüğü ve daha az yapaylık elde edilir.

†Bu bir negatif olarak anılır, çünkü siyah alanlar parlak cisimlere karşılık gelir. Negatiften siyah-beyaz bir "pozitif" resim elde etmek üzere yapılan baskı sırasında aynı süreç tekrarlanır. Renkli filmin, üç temel renge karşılık gelen üç emülsiyon tabakası (veya boyası) vardır.

‡Bir CCD'deki her farklı renkteki piksel ayrı bir piksel olarak sayılır. Bir LCD ekranında ise (Kısım 35-12) üç alt-piksellik bir grup, bir piksel olarak sayılır, daha tutucu bir sayım biçimi.

Fotoğraf Makinesi Ayarları

İyi kalite fotoğraf makinelerinde üç ana ayar vardır: örtücü hızı, f-stop ve odaklama. Günümüzde birçok fotoğraf makinesinin bu ayarları otomatik yapmasına rağmen fotoğraf makinesini etkin kullanmak için bu ayarları anlamak çok önemlidir. Özel veya yüksek kalitede bir iş için manüel fotoğraf makineleri vazgeçilmezdir.

Pozlama Zamanı Veya Poz Süresi Bu, dijital sensörün hassas bir okumayı hangi hızla yaptığını veya bir filmli fotoğraf makinesinin örtücüsünün hangi süreyle açılıp film veya sensörün pozlandığını ifade eder. Bir saniyeden veya daha fazlasından ("uzun süreli poz") 1/1000 saniye veya daha azına değişir. Fotoğraf makinesinin hareketinden kaynaklanan bulanıklıktan kurtulmak için 1/100 saniyeden daha kısa poz süresi gereklidir. Eğer cisim hareketli ise, hareketi durdurmak" için, poz süresinin daha da kısa olması gerekir. Eğer poz (veya örnekleme) süresi yeterince hızlı değilse, dijital fotoğraf makinesi kaç piksele sahip olursa olsun, makinenin sarsılması nedeniyle görüntü bulanıklaşacaktır. Düşük ışıklı koşullarda bulanıklık, sensörü genellikle çok karmaşık olmayan cep telefonu fotoğraf makinelerinde daha büyük bir problemdir. Kısa videolar çeken dijital hareketsiz fotoğraf makineleri veya cep telefonları, saniyede en az 15 çerçeve ve tercihen 30 çerçeve resim çekebilmek için yeterince hızlı örnekleme süresi ve hızlı (yükün) "temizlenme" süresine sahip olmalıdır.



ŞEKİL 33–21 Bu fotoğraf makinesi üzerinde f-stop ve odaklama halkası fotoğraf makinesinin merceğinin üzerindedir. Örtücünün hızı fotoğraf makinesinin üzerindeki küçük tekerlekle seçilir.

***f*-stop** Düşük pozlama (çok az ışık olması nedeniyle resim karanlıktır ve sadece en parlak cisimler görünür) veya fazla pozlamadan (çok fazla ışık olması nedeniyle tüm cisimler aynı görünür, kontrast azlığı ve "rengi atmış" bir görüntü vardır) kurtulmak için filme geçen ışık miktarı dikkatli bir şekilde kontrol edilmelidir. Günümüzde birçok fotoğraf makinesi maalesef f-stop ve poz süresi ayarlarını otomatik olarak yapmaktadır. Yüksek kalitede bir fotoğraf makinesi, pozlamayı, merceğin arkasına yerleştirilen değişken çaplı açıklığa sahip bir stop veya iris diyaframı ile kontrol eder (Şek.33–18). Açıklığın büyüklüğü, parlak veya karanlık aydınlatma durumlarını, sensör veya filmin duyarlılığını[†] ve farklı poz sürelerini telafi etmek için (tercihen manüel olarak) kontrol edilir. Açıklığın ölçüsü

$$f\text{-stop} = \frac{f}{D}$$

olarak tanımlanan ***f*-sayısı** veya ***f*-stop** ile belirtilir. Burada f merceğin odak uzaklığı ve D mercek açıklığının çapıdır (Şek.33–18). Örneğin odak uzaklığı 50 mm olan merceğin açıklık çapı $D = 25$ mm olduğu zaman bu merceğin $f/2$'ye ayarlandığını söyleyebiliriz. Bu mercek $f/8$'e ayarlandığı zaman çap sadece $6\frac{1}{4}$ mm $(50/6\frac{1}{4} = 8)$. Daha hızlı poz süresi veya az ışık koşullarında uygun pozlamayı elde edebilmek için daha küçük f-stop numaralarına karşılık gelen daha geniş mercek açıklığı kullanılmalıdır. Daha küçük f-stop numaralarında ve daha büyük açıklıklarda mercekten sensöre veya filme doğru daha çok ışık geçer. Merceğin en küçük f-sayısı (en geniş açıklık) merceğin hızı olarak anılır. En iyi mercek $f/2.0$ hızına veya daha fazlasına sahip olabilir. Hızlı merceğin avantajı resimlerin loş ışıkta çekilebilmesine izin vermesidir. İyi kaliteli mercekler basit ince merceklerde var olan kusurları azaltmak için birkaç elemandan oluşurlar. Standart f-stoplar:

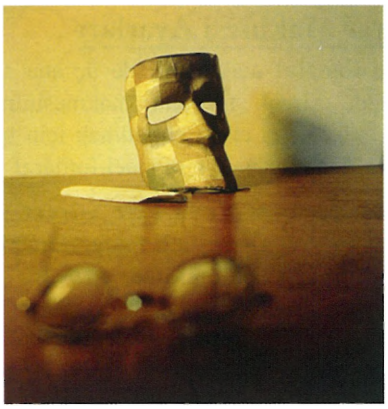
1.0, 1.4, 2.0, 2.8, 4.0, 5.6, 8, 11, 16, 22 ve 32

'dir. (Şek.33–21) Bu stopların her birisi çapın yaklaşık $\sqrt{2} \approx 1.4$. faktörü ile küçültülmesine karşılık gelir. Filme ulaşan ışık açıklığın alanı ile orantılı ve bu yüzden çapın karesi ile orantılı olduğundan, her standart f-stop filme ulaşan ışık şiddeinin 2 çarpanı ile azalmasına karşılık gelir.

Odaklama Odaklama, en net görüntü için merceği sensör veya filme göre doğru konuma yerleştirme işlemidir. Sonsuzdaki cisimler için (∞ simgesi sonsuzluk için kullanılır) görüntü uzaklığı en küçük olup odak uzaklığına eşittir. Daha yakındaki cisimler için mercek eşitliğinden de görüleceği gibi görüntü uzaklığı odak uzaklığından daha büyüktür. $1/f = 1/d_c + 1/d_i$ (Eq. 33–2). (Dnk.33–2). Yakın cisimlerdeki odaklama için mercek, sensör veya filmden uzaklaştırılmalıdır ve bu genellikle manüel fotoğraf makinelerinde mercek üzerindeki bir halkayı çevirmekle yapılır.

[†]Farklı filmlerin ışığa olan farklı duyarlılıkları "film hızı" olarak anılır ve bir "ISO (veya ASA) sayısı" ile belirlenir. "Daha hızlı" bir film daha duyarlıdır ve iyi bir görüntü oluşturmak için daha az ışığa ihtiyaç vardır. Daha hızlı filmler daha taneciklidir ve büyütüldükleri zaman çözünürlükleri düşüktür. Dijital fotoğraf makinelerinin duyarlık için bir "kazanç" veya "ISO" ayarı olabilir. Bir CDD'yi düşük ışık koşulları için "daha hızlı"ya ayarlamak, taneciklilliğin eşdeğeri olan "gürültü"ye yol açar.

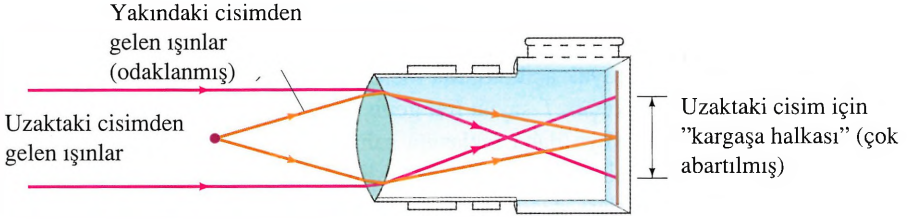
ŞEKİL 33–22 Fotoğraf makinesi merceği ile alınmış fotoğraflar. (a) Yakındaki cisme odaklanmış, uzaktaki cisim bulanık. (b) Uzaktaki cisme odaklanmış yakındaki cisim bulanık.



(b)

Mercek yakındaki cisme odaklanırsa keskin bir görüntü elde edilir fakat uzaktaki cisimlerin görüntüleri bulanık olabilir (Şek.33–22). Uzaktaki cismin bir noktasından gelen ışınlar odaklı değildir - Şek.33-23'te gösterildiği gibi (abartılı) sensör veya filmin üstünde bir daire oluştururlar. Bu yüzden uzaktaki cisimler üst üste binmiş halkalar içeren bulanık bir görüntü verirler. Bu halkalara **kargaşa halkaları** adı verilir. Aynı resimde hem yakındaki hem de uzaktaki cisimleri göstermek için, siz (veya fotoğraf makinesi) merceğin odağını ortalama bir yere yerleştirmeyi deneyebilirsiniz. Belli bir uzaklık ayarı için, kargaşa halkalarının yeterince küçük, dolayısıyla görüntünün oldukça net olduğu bir uzaklık aralığı vardır. Bu **alan derinliği** olarak adlandırılır. Alan derinliği mercek açıklığı ile değişir. Eğer mercek açıklığı küçük ise, sadece merceğin merkezi bölgesine gelen ışınlar kabul edilir ve bunlar verilmiş bir cisim uzaklığı için küçük kargaşa halkaları oluşturur. Bu nedenle küçük mercek açıklıklarında, kargaşa halkaları kriterine daha büyük bir cisim uzaklığı aralığı uyacak ve alan derinliği artacaktır. 36 mm'lik bir sensör veya film genişliği için (35 mm'lik filmli fotoğraf makineleri de dahil) alan derinliği, genellikle maksimum 0.003 mm çaplı kargaşa halkalarını temel alır.

ŞEKİL 33–23 Mercek yakındaki cisme odaklanırsa uzaktaki cisim üzerindeki noktalar dairesel oluşturur ve dolayısıyla görüntü bulanıklaşır.(Etki büyük ölçüde abartılmıştır.)



ÖRNEK 33–8 **Fotoğraf Makinesi Odaklanması 50.** 50 mm odak uzaklığına sahip bir fotoğraf makinesi merceği, 3.00 m uzaktaki bir cisme net bir şekilde odaklanabilmesi için sonsuzluk ayarından ne kadar hareket ettirilmelidir?

YAKLAŞIM Sonsuzdaki bir cisim için görüntü odak noktasında olacaktır. 3.00 m cisim uzaklığı için görüntü uzaklığını (film veya sensöre merceğin uzaklığı) bulmak için ince mercek denklemini (Dnk.33-2) kullanırız.

ÇÖZÜM Sonsuzda odaklandığı zaman, mercek filmden 50.0 mm uzaklıktadır. d_c = 3.00 m'de odaklandığında, görüntü uzaklığı mercekçi denklemi ile verilir.

$$\frac{1}{d_g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_c} = \frac{1}{50.0\,\text{mm}} - \frac{1}{3000\,\text{mm}} = \frac{3000 - 50}{(3000)(50.0)\,\text{mm}} = \frac{2950}{150{,}000\,\text{mm}}.$$

d_g için çözersek, d_g = 50.8 mm buluruz, dolayısıyla mercek filmden veya dijital sensörden 0.8 mm uzaklaştırılmalıdır.

KAVRAMSAL ÖRNEK 33–9 **Örtücü hızı.** Alan derinliğini geliştirmek için fotoğraf makinesi merceğinin f-stopu $f/4$'den $f/8$'e iki basamak indiriliyor. Pozlamanın aynı kalması için örtücü hızı ne olmalıdır?

YANIT Merceğe gelen ışık miktarı mercek açıklığının alanı ile orantılıdır. Mercek açıklığının iki f-stop azaltılması çapı 2 çarpanı ile ve alanı 4 faktörü ile azaltır. Aynı pozlamayı elde etmek için örtücünün açık kaldığı süre dört kez artmalıdır. Örtücü hızı $\frac{1}{500}$ s ise pozlama zamanını $\frac{1}{125}$ s 'e çıkarmanız gerekir.

*Resim Netliği:

Bir resmin netliği sadece doğru odaklamaya ve kısa pozlama zamanına değil aynı zamanda filmin taneliliğine veya dijital bir fotoğraf makinesi için piksel sayısına da bağlıdır. İnce-taneli filmler "daha yavaş"tır, yani belli bir ışık düzeyi için daha uzun pozlama gerektirirler. Dijital fotoğraf makineleri, JPEG gibi az kontrast algılanan piksellerin üzerinden ortalama alıp hafıza boyutunu azaltan ortalama (veya "sıkıştırma") programlarına sahiptir. Bu yüzden çoğunlukla bütün pikseller kullanılmaz. Az ışıklı ortamlarda da pikseller üzerinden ortalama alınır, daha az net bir fotoğraf elde edilir.

Merceğin kalitesi görüntü kalitesini son derece etkiler, mercek çözünürlüğü ve kırınım etkilerini Kısım 33-10'da ve 35-4'de tartışacağız. Bir merceğin netlik veya *çözünürlüğü*, genellikle ince-taneli filmle bir standart paralel çizgiler kümesi fotoğraflanarak, milimetre başına çizgi sayısı veya inç başına nokta sayısı (dpi) olarak verilir. Ayrıtedilebilir çizgi veya noktaların minimum aralığı netliği verir: 50 çizgi/mm iyi, 100 çizgi/mm çok iyidir (=100 nokta/mm ≈ sensörde 2500 dpi).

ÖRNEK 33–10 **Pikseller ve çözünürlük:** Bir 6MP'lik dijital fotoğraf makinesi 16 mm × 24 mm'lik CCD sensör üzerinde maksimum 2000 × 3000 piksellik bir çözünürlük sağlar. Bu çözünürlükten yararlanabilmek için merceğin netliği ne olmalıdır?

YAKLAŞIM Milimetre başına piksel sayısını bulur ve merceğin en az bunu sağlamasını bekleriz.

ÇÖZÜM Görüntünün boyunu (16 mm'de 2000 piksel) veya genişliğini (24 mm'de 3000 piksel) kullanabiliriz:

$$\frac{3000 \text{ pixel}}{24 \text{ mm}} = 125 \text{ pixel /mm}.$$

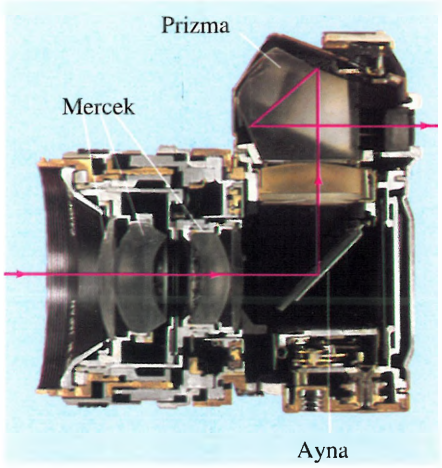
Merceğin mm başına en azından 125 çizgi veya nokta çözebilmesi lazımdır. Bu, çok iyi bir mercektir. Mercek bu kadar iyi değilse daha az piksel ve daha az hafıza kullanılabilir.

NOT Bugün mercek çözünürlüğünü artırmak, bir CCD veya CMOS üzerine piksel sıkıştırmaktan daha zor bir problemdir. Yüksek MP'li fotoğraf makinelerinin sensörleri fiziksel olarak da daha büyük olmaz zorundadır. .

ÖRNEK 33–11 **Fotoğraf büyültmek:** Büyültülmüş bir fotoğraf, normal gözlem uzaklıklarında, noktalar veya çizgiler 10 nokta/mm civarında çözülmüşse net gözükür. Örnek 33-10'daki fotoğraf makinesiyle çekilmiş bir fotoğrafın 8 × 10 inç'e büyültülmesi net gözükür mü? Bu 2000 × 3000 piksellik görüntüyü en fazla hangi boyuta büyültebilirsiniz?

YAKLAŞIM Görüntünün Örnek 33-10'daki gibi 16 × 24 mm CCD üzerinde 2000 × 3000 piksel veya 125 piksel/mm olduğunu farz ederiz. 8 × 10 inç = 20 cm × 25 cm'e büyütülmüş bir fotoğraf yaparız.

ÇÖZÜM CCD'nin kısa tarafı 16 mm = 1.6cm uzunluktadır ve fotoğrafın o tarafı 8 inç veya 20 cm'dir. Bu yüzden boyutu 20 cm/16 cm = 12.5× (veya 25 cm/2.4 cm = 10×) çarpanıyla büyültülür. 8 × 10 in kağıdı doldurmak için, büyültmenin 12.5 × olduğunu farz ederiz. Pikseller 12.5 × ile büyültülür dolayısıyla CCD üzerindeki 125/mm piksel sayısı baskıda mm başına 10 olur. Bu yüzden 8 × 10inç'lik bir baskı, 6 megapikselik net bir fotoğraf için mümkün hemen hemen en büyük durumdur. mm başına 7 noktanın yeterince iyi olduğunu düşünüyorsanız, belki 11 × 14 inç'e kadar büyültebilirsiniz.



ŞEKİL 33–24 Görüntünün hareketli bir prizma ve ayna yardımıyla mercekten nasıl gözlendiğini gösteren tek-mercekli refleks fotoğraf makinesi (SLR)

*Telefoto ve Geniş-açılar:

Fotoğraf makinesi mercekleri normal, telefoto ve geniş açılı olmak üzere odak uzaklıklarına ve film büyüklüklerine göre sınıflandırılır. Bir **normal mercek**, film veya sensörü, normal görüşle hemen hemen aynı olan bir görüş alanı ile kaplar. 35 mm'lik film için bir normal mercek, 50 mm civarında bir odak uzaklığına sahiptir. En iyi dijital fotoğraf makineleri aynı büyüklükte† bir sensörü amaçlar (24mm × 36mm). (Eğer sensör daha küçükse, dijital fotoğraf makineleri, bazen klasik 35mm fotoğraf makinelerine karşılık gelen odak uzaklıklarını belirtirler.). **Telefoto mercekler** görüntüyü büyültmek için teleskop gibi davranırlar. Normal bir mercekten daha uzun odak uzaklıkları vardır: Kısım 33-2'de gördüğümüz gibi (Dnk.33-3), verilen bir cisim uzaklığı için görüntünün boyu, görüntü uzaklığı ile orantılıdır ve görüntü uzaklığı daha uzun odak uzaklıklı bir mercek için daha büyük olacaktır. Uzak cisimler için görüntü boyu hemen hemen odak uzaklığıyla orantılıdır. Bu yüzden 35-mm fotoğraf makinesi için kullanılan bir 200-mm telefoto merceği normal 50 mm merceğe göre 4 × büyültme verir. **Geniş açılı mercek**, normalden daha kısa bir odak uzaklığına sahiptir: Daha geniş bir görüş alanı olur ve cisimler daha küçük gözükür. **Zum merceği** odak uzaklığı değiştirilebilen bir mercektir, böylece odak uzaklığını değiştirdikçe cisimleri daha yakın veya uzakta görebiliriz.

Dijital fotoğraf makinelerinin merceğin değiştirilebilir odak uzaklığını değiştirip çözünürlüğünü korumasını sağlayan **optik zoomu** olabilir. Ama bir "elektronik" veya **dijital zoom** noktaları (pikselleri) ancak netlik kaybıyla büyültebilir.

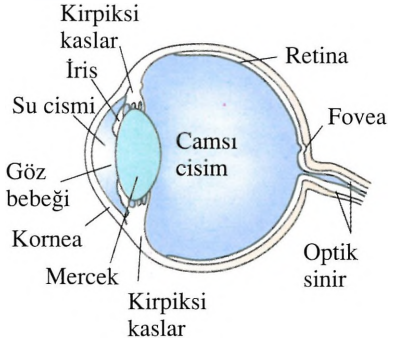
Fotoğraf makinelerinde görüş sistemlerinin farklı çeşitleri kullanılır. Bazı fotoğraf makinelerinde Şek.33-18'deki gibi merceğin hemen üzerindeki küçük bir pencereden bakarsınız. SLR fotoğraf makinelerinde prizma ve aynalar kullanarak mercekten bakarsınız (Şekil 33–24). Merceğin arkasında 45^0 ile bir ayna asılı durur ve örtücü açılmadan hemen önce yukarı kalkar. **SLR** makinelerin avantajı, ne çekeceğinizi neredeyse tam olarak görebilmenizdir. Dijital fotoğraf makineleri bir LCD ekran kullanırlar ve dikkatli tasarlandılarsa fotoğrafta ne çıkacağını onlar da gösterebilir.

33–6 İnsan Gözü; Düzeltici Mercekler

FİZİK UYGULAMASI
Göz

İnsan gözü temel yapısıyla bir fotoğraf makinesine benzer (Şek.33–25) ama çok daha karmaşıktır. Gözün iç kısmı kırılma indisi $n = 1.337$ olan *camsı cisim* (*vitreous humor*) denen saydam jelimsi bir maddeyle doludur. Işık korneadan ve mercekten geçerek bu kapalı hacme girer. Kornea ile mercek arasında kırılma indisi $n = 1.336$ olan ve su cismi (*aqueous humor*) (*aqua* latince su demektir) olarak anılan sulu bir sıvı vardır. **İris** denen bir diyafram (gözün renkli kısmı) fotoğraf makinesi gibi göze giren ışık miktarını otomatik olarak ayarlar. Işığın girdiği iris içindeki küçük delik (**göz bebeği**) siyahtır çünkü oradan hiç ışık yansımaz (bir deliktir) ve gözün içinden de çok az bir ışık geri yansır. Fotoğraf makinesindeki film veya sensörün rolünü oynayan **retina** gözün kavisli arka yüzeyindedir. Retina, ışık enerjisini sinirler boyunca iletilen elektrik sinyallerine dönüştüren ve çubuk ve koni olarak bilinen, karmaşık bir sinir ve reseptör dizisinden oluşur. Bu küçük reseptörlerden görüntünün oluşması, bazı analizlerin retinadaki karmaşık birbirine bağlı sinir ağında yapılmasına rağmen, büyük ölçüde beyinde gerçekleşir. Retinanın merkezinde **fovea** adında konilerin sıkı paketlendiği ve en net görüntünün ve en iyi renk ayrımının bulunduğu 0.25mm çaplı küçük bir alan vardır.

ŞEKİL 33–25 25 İnsan gözünün diyagramı



Fotoğraf makinesinden farklı olarak gözde örtücü yoktur. Eşdeğer işlem, sinyalleri analiz edip saniyede 30 civarında görüntü oluşturan sinir sistemi tarafından yürütülür. Bu, saniyede 24 (sinema filmi) veya 30 (televizyon) fotoğraf alarak çalışan film veya televizyon kameralarıyla karşılaştırılabilir; ekrana hızlı projeksiyonları hareket görüntüsü verir.

†"35 mm'lik bir fotoğraf makinesi", fiziksel olarak 35 mm genişliğinde film kullanır; 35 mm, odak uzunluğu ile karıştırılmamalıdır. 35 mm'lik filmin üzerinde dişli delikleri vardır, dolayısıyla yüksekliğinin sadece 24 mm'si fotoğraf için kullanılır; genişlik fotoğraflar için genellikle 36 mm'dir. Yani bir çerçeve 24 mm × 36 mm'dir. Film çerçeveleri 18 mm × 24 mm'dir.

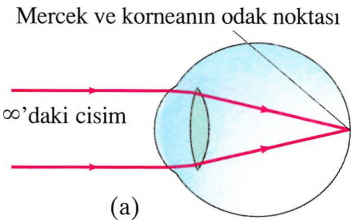
Göz merceği (n = 1.386'dan 1.406) ışık ışınlarını az miktarda kırar. Kırılmanın çoğu korneanın (n = 1.376) ön yüzeyinde, hava (n = 1.0) ile olan ara yüzeyinde gerçekleşir. Mercek farklı uzaklıklara odaklama için bir ince ayar yapar. Bu, merceğin odak uzunluğunu, eğriliğini değiştirerek ayarlayan kirpiksi kaslar yardımıyla gerçekleşir (Şek.33-25). Uzaktaki bir cisme odaklanma durumunda, kirpiksi kaslar gevşek ve mercek incedir; Şek.33-26a'da gösterildiği gibi paralel ışınlar odak noktasında (retina üzerinde) odaklanır. Yakındaki bir cisme odaklanmak için kaslar büzülür ve merceğin merkezinin kalınlaşmasına neden olur, Şek.33-26b'de gösterildiği gibi kısalan odak uzunluğundan dolayı yakındaki cisimlerin görüntüleri yeni odak noktasının arkasında, retina üzerinde odaklanabilir. Bu odaklama ayarlanması, **uyum sağlama (akomodasyon)** olarak adlandırılır.

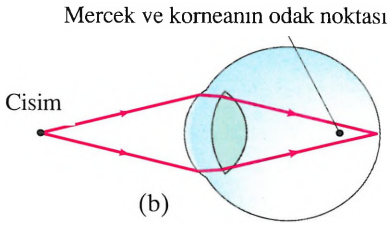
Gözün net bir şekilde odaklanabileceği en yakın uzaklık gözün **yakın noktası** olarak adlandırılır. Küçük çocuklar için bu uzaklık 10 cm'ye kadar düşebilirken, genç yetişkinler için genellikle 25 cm'dir. İnsanlar yaşlandıkça uyum sağlama yeteneği azalır ve gözün yakın noktası artar. **Uzak nokta** ise bir insan için bir cismin net olarak görülebileceği maksimum uzaklıktır. Bazı amaçlar için, yakın noktası 25 cm'de ve uzak noktası sonsuzda olan bir **normal göz** (tüm nüfus üzerinden alınan bir çeşit ortalama) tanımlamak işe yarayabilir. Kendi yakın noktanızı kontrol etmek için, bu kitabı gözünüze yaklaştırın ve yazılar netleşene kadar yavaşça hareket ettirin.

"Normal göz" bir tür ideal gözdür. Çoğu insan "normal" yani 25 cm'den sonsuza olan aralıkta uyum sağlayamayan gözlere sahiptir veya daha farklı kusurları bulunabilir. İki yaygın kusur miyop ve hipermetroptur. Merceklerle (gözlükler veya kontak lensler) kullanılarak büyük ölçüde düzeltilebilir.

Miyopluk olarak adlandırılan durumda göz sadece yakındaki cisimlere odaklanabilir. Uzak nokta sonsuzda değil daha yakın bir mesafede olduğundan uzaktaki cisimler net bir şekilde görülemez. Çoğunlukla göz yuvarının çok uzun olması, bazen de korneanın eğriliğinin fazla olması bu duruma sebep olur. Her iki durumda da uzaktaki cisimler retinanın önünde odaklanır. Paralel ışınların ıraksamasını sağladığından ıraksak bir mercek, ışınların retinada odaklanmasını sağlayıp (Şekil 33-27a) bu kusuru düzeltebilir.

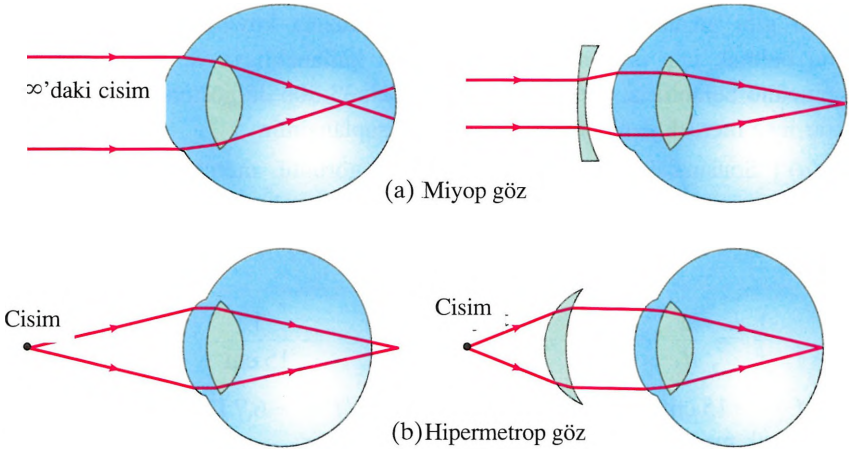
Hipermetropluk olarak adlandırılan durumda ise göz, yakındaki cisimlere odaklanamaz. Uzaktaki cisimler net bir şekilde görülebildiği halde, yakın nokta "normal" 25 cm'den büyüktür ve bu okumayı güçleştirir. Bu duruma, genellikle göz yuvarının çok kısa olması, bazen de korneanın eğriliğinin yeterli olmaması sebep olur. Yakınsak bir mercek kullanılarak düzeltilebilir, Şek.33-27b. Hipermetropluğa benzer olarak **presbitlik**, yaşlılıkta insan gözünün uyum sağlaması yeteneğinin azalması ve uzak noktanın artması olarak tanımlanır. Yakınsak mercekler bu durum için de telafi edici olabilir.



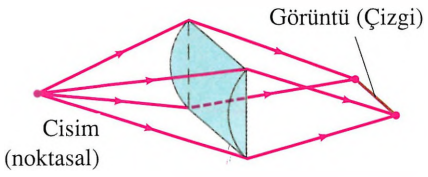


ŞEKİL 33–26 Normal gözün uyum sağlaması: (a) mercek dinlenme durumunda, sonsuza odaklanmış; (b) mercek kalınlaşmış, yakındaki bir cisme odaklanmış.

FİZİK UYGULAMASI
Düzeltici mercekler



ŞEKİL 33–27 27 Göz kusurlarının mercekler kullanılarak düzeltilmesi: (a) Uzaktaki cisimlere net olarak odaklanamayan miyop gözler ıraksak bir mercek kullanılarak düzeltilebilir; (b) Yakındaki cisimlere net olarak odaklanamayan hipermetrop gözler yakınsak bir mercek kullanılarak düzeltilebilir.



ŞEKİL 33–28 Silindirik bir mercek noktasal bir cismin çizgi görüntüsünü oluşturur, çünkü mercek tek bir düzlemde yakınsamaktadır.

Astigmatizm, korneanın veya merceğin yuvarlaklıktan ayrılması nedeniyle noktasal cisimlerin kısa çizgilere odaklanıp görüntünün netliğinin kaybolmasıdır. Küresel korneanın üstüne silindirik bir bölme binmiş gibidir. Şek.33-28'deki gibi, silindirik bir mercek, bir noktayı, merceğin eksenine paralel bir çizgiye odaklar. Astigmatik bir göz, bir düzlemdeki ışınları, örneğin düşey düzlemdekileri, yatay düzlemdeki ışınlardan daha kısa bir mesafeye odaklar. Astigmatizm dengeleyici silindirik bir mercek kullanılarak düzeltilebilir. Astigmata ek olarak miyop veya hipermetrop olan gözler, üst üste gelen küresel ve silindirik yüzeylere sahip merceklerle düzeltilir. Düzeltici merceğin eğrilik yarıçapı, farklı düzlemlerde değişik değerler alır.

ÖRNEK 33–12 **Hipermetrop göz.** Suna, hipermetrop olup yakın noktası 100 cm'dedir. Okuma gözlükleriyle 25 cm uzaklıktaki bir gazeteyi okuyabilmesi için mercek gücü ne olmalıdır? Merceğin göze çok yakın olduğunu farz edin.

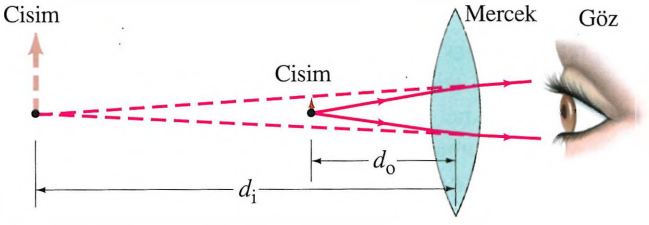
YAKLAŞIM Cisim mercekten 25 cm uzakta olduğunda görüntüsünün merceğin aynı tarafında, 100cm uzakta olmasını isteriz (böylece göz onu odaklayabilir), dolayısıyla Şek.33-29'da gösterildiği gibi görüntü sanal ve $d_g = -100$ cm negatif olur. Gereken odak uzaklığını belirlemek için ince mercek denklemini (33–2) kullanırız. Göz doktorlarının reçeteleri gücü diyoptri ($P = 1/f$, Dnk.33-1) ile belirler.

ÇÖZÜM $d_c = 25$ cm ve $d_g = -100$ cm verilmiş, ince mercek denklemi:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_c} + \frac{1}{d_g} = \frac{1}{25\text{ cm}} + \frac{1}{-100\text{ cm}} = \frac{4-1}{100\text{ cm}} = \frac{1}{33\text{ cm}}.$$

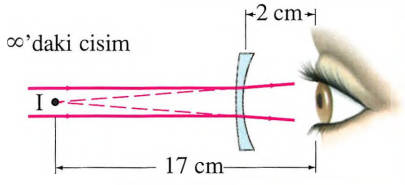
olur. Dolayısıyla, $f = 33$ cm $= 0.33$ m. Merceğin gücü, $P = 1/f = +3.0$ D 'dir. Artı işareti yakınsak mercek olduğunu gösterir.

NOT Görüntü konumunu gözün gerçekte odaklayabileceği yerde seçeriz. Mercek cismin (gazetenin) verilen konumuna göre, görüntüyü bu noktaya koymalıdır.

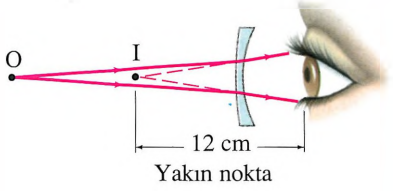


ŞEKİL 33–29 Okuma gözlüğü merceği (Örnek 33-12)

ŞEKİL 33–30 Örnek 33–13.



(a)



(b)

ÖRNEK 33–13 **Miyop göz:** Miyop bir göz sırasıyla 12 cm ve 17 cm'lik yakın ve uzak noktalara sahiptir. (*a*) Bu kişinin uzaktaki cisimleri net bir biçimde görebilmesi için gerekli mercek gücü nedir? (*b*) Bunun sonucunda yakın nokta nerede olacaktır? Merceğin gözden 2 cm uzakta olduğunu farz edin (tipik bir gözlük için).

YAKLAŞIM Sonsuzdaki bir cisim için $(d_c = \infty)$, mercek görüntüyü Şek.33-30'da gösterildiği gibi gözün 17 cm önüne, uzak noktasına koymalıdır. Merceğin odak uzaklığını bulmak için ince mercek denklemini kullanabiliriz ve odak uzaklığından mercek gücünü bulabiliriz. Yeni yakın nokta (Şek.33-30b'de gösterildiği gibi) mercek için tekrar ince mercek denklemi kullanılarak hesaplanabilir.

ÇÖZÜM (*a*)) Sonsuzdaki cisim için $(d_c = \infty)$, görüntü, merceğin önünde, gözden 17cm veya mercekten $(17\text{ cm} - 2\text{ cm}) = 15$ cm uzakta olmalıdır, bu yüzden $d_i = -15$ cm. Merceğin gereken odak uzaklığını bulmak için ince mercek denklemini kullanırız:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_c} + \frac{1}{d_g} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-15\text{ cm}} = -\frac{1}{15\text{ cm}}.$$

Böylece $f = -15$ cm $= -0.15$ m veya $P = 1/f = -6.7$ D. Eksi işareti miyop göz için ıraksak mercek kullanılması gerektiğini gösterir.

(*b*) Gözlükler takıldığındaki yakın nokta, cismin yerleştirildiği noktadır (d_c). Böylece mercek görüntüyü "çıplak göze yakın nokta'da, yani gözden 12 cm uzakta oluşturur. Bu görüntü noktası, merceğin 12–2 = 10 cm önündedir, dolayısıyla $d_g = -0.10$ m olur ve ince mercek denklemi

$$\frac{1}{d_c} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_g} = -\frac{1}{0.15\text{ m}} + \frac{1}{0.10\text{ m}} = \frac{-2+3}{0.30\text{ m}} = \frac{1}{0.30\text{ m}}$$

verir. Böylece $d_o = 30$cm olur ki bu, yakın noktanın, gözlük giyen bir kişi için merceğin 30 cm önünde ya da gözün 32 cm önünde olduğu anlamına gelir.

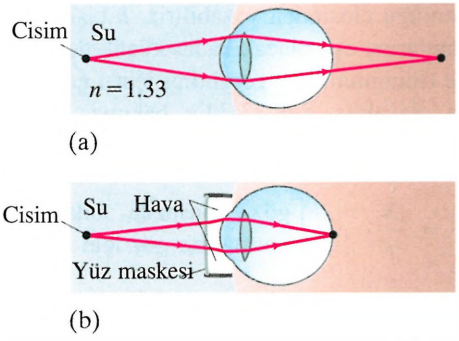
Örnek 33-13'deki gözü düzeltmek için kontak lenslerin kullanıldığını varsayalım. Lensler doğrudan korneaya yerleştirildiğinden, görüntü uzaklığını hesaplarken 2.0 cm'yi çıkarmamalıyız. Dolayısıyla, uzaktaki cisimler için, $d_g = f = -17$ cm, için $P = 1/f = -5.9$ D. Yeni yakın nokta 41 cm olacaktır. Böylece bir kontak lensin ve gözlük merceğinin, aynı göz için, göze göre konumları farklı olduğundan, az da olsa farklı güçler veya farklı odak uzunlukları gerektirdiğini görürüz. Ayrıca, bu durumda gözlüklerin kontak lenslerden daha iyi bir yakın nokta verdiğini de görüyoruz.

FİZİK UYGULAMASI
Kontak lensler

ALIŞTIRMA E E Uzak noktası 25 cm olan bir gözün uzaktaki cisimleri görebilmesi için gerekli olan kontak lensin gücü nedir?

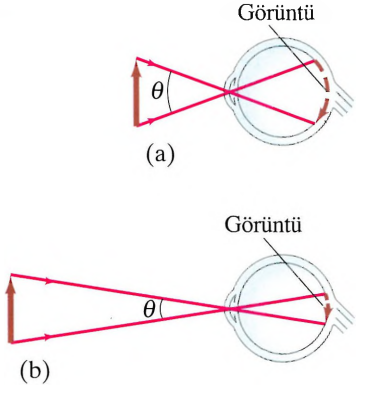
Gözleriniz suyun altında iken su-kornea ara yüzeyinden dolayı suyun altında uzaktaki cisimleri bulanık görürüsünüz, kırılma indislerindeki fark oldukça küçüktür: su için $n = 1.33$, kornea için $n = 1.376$. Bu nedenle ışık ışınları çok az kırılır ve retinanın hayli arkasında odaklanırlar, Şek.33-31a. Eğer bir su altı gözlüğü veya yüz maskesi giyerseniz, yeniden bir hava-kornea ara yüzeyi oluşturursunuz (sırasıyla $n = 1.0$ ve 1.376) ve ışık ışınları odaklanabilirler, Şek.33-31b.

FİZİK UYGULAMASI
Sualtında görme



ŞEKİL 33–31 (a) Su altında, bulanık bir görüntü görürüz çünkü ışık ışınları havadakinden daha az bükülürler. (b) Eğer su-altı gözlüğü kullanırsak, yeniden bir hava-kornea ara yüzeyine sahip oluruz ve net görebiliriz.

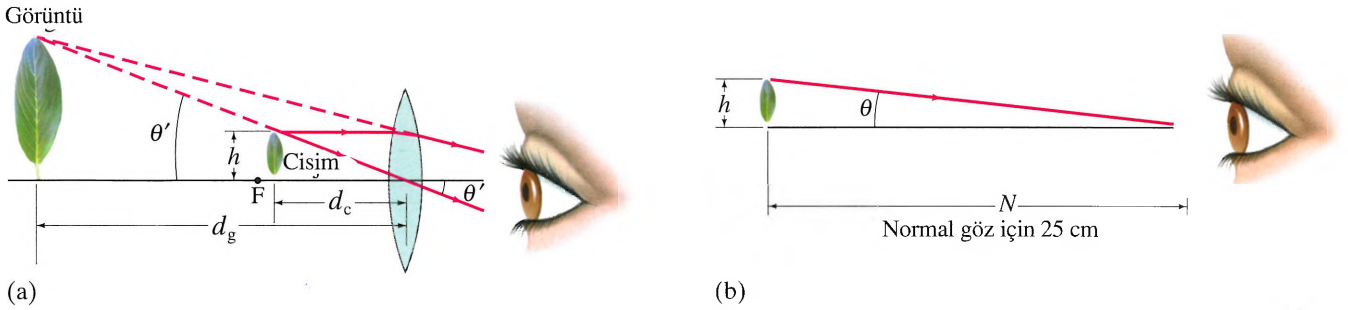
ŞEKİL 33–32 Aynı cisim daha yakın bir uzaklıktan izlendiğinde, retina üzerindeki görüntü daha büyüktür böylece cisim daha büyük görünür ve daha fazla ayrıntı seçilebilir. Cismin göründüğü θ açısı (a)'da (b)'dekinden daha büyük. *Not:* Bu normal bir ışın diyagramı değildir, çünkü her bir noktadan sadece bir ışını gösteriyoruz.



33–7 Büyüteç

Bu Bölümün çoğu cisimlerin büyültülmüş görüntülerini elde etmek için kullanılan optik aygıtlar ile ilgili olacak. İlk olarak basit bir yakınsak mercek olan (bknz. Bölüm Açılış Fotoğrafı) **basit büyültücüyü** veya **büyüteci** tartışacağız.

Bir cismin ne kadar büyük göründüğü ve üzerinde ne kadar detay görebileceğimiz, onun retina üzerinde oluşturduğu görüntünün boyutuna bağlıdır. Bu da cismin gözdeki açısal büyüklüğüne bağlıdır. Örneğin bir bozuk para gözden 30 cm uzakta tutulduğunda 60 cm uzakta tutulduğu duruma göre iki kat daha büyük görünür çünkü ona karşılık gelen açı iki kat büyüktür (Şek.33–32). Bir cisim üzerindeki detayı incelemek istediğimizde, daha büyük bir açıya karşılık geldiği için gözlerimize daha yakınlaştırırız. Fakat, gözlerimiz belli bir uzaklığa (yakın nokta) kadar uyum sağlayabilir ve bundan sonra yakın nokta için standart bir uzaklık olan $N = 25$ cm'yi alacağız.



ŞEKİL 33–33 Bir yaprak (a) bir büyüteç ile, ve (b) çıplak göz ile izleniyor. İki durumda da göz yakın noktasına odaklanmıştır.

Büyüteç, cismi gözümüze daha yakın bir konuma getirmemize, dolayısıyla gözden daha geniş bir açıyla görünmesine izin verir. Şek.33-33a'da gösterildiği gibi cisim odak noktasında ya da hemen içinde konumlanmıştır. Böylece yakınsak mercek, gözün odaklaması için gözden en az 25 cm uzaklıkta bulunması gereken sanal bir görüntü oluşturur. Eğer göz kasları gevşek ise görüntü sonsuzda oluşacaktır ve bu durumda cisim tam odak noktasındadır. (Cisme "odaklandığınızda" büyüteci hareket ettirerek hafif düzeltmeler yapabilirsiniz.)

Aynı cismin çıplak gözle yakın nokta üzerinde izlendiği Şek.33-33'deki (b) ile (a)'yı kıyaslarsak, büyüteç kullanıldığında gözde cismin görüldüğü açı daha geniş olur. Merceğin **açısal büyültmesi** veya **büyültme gücü** M, merceği kullanırken cismin gözden görüldüğü açının, cisim gözün yakın noktası N'de iken çıplak gözle görüldüğü açıya oranıdır. (Normal bir göz için $N = 25$ cm):

$$M = \frac{\theta'}{\theta}, \tag{33–5}$$

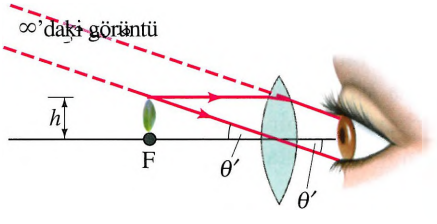
θ ve θ' Şek.33-33'te gösterilmiştir $\theta = h/N$ (Şek.33-33b) ve $\theta' = h/d_c$ (Şek.33-33a) olarak alırsak M'yi odak uzunluğu cinsinden yazabiliriz. h cisim yüksekliğidir, θ ve θ' açılarının sinüslerine ve tanjantlarına eşit olacak kadar küçük değerlere sahip olduklarını varsayalım. Göz gevşemiş ise (minimum göz gerginliği için) görüntü sonsuzda ve cisim tam olarak odak noktasında olacaktır; Şek.33-34'e bakınız. $d_c = f$ ve $\theta' = h/f$, $\theta = h/N$ Şek.33-33b). Dolayısıyla

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{h/f}{h/N} = \frac{N}{f}. \qquad \left[\begin{array}{l}\text{göz sonsuzda odaklandığında;}\\ \text{normal bir göz için } N = 25 \text{ cm}\end{array}\right] \tag{33–6a}$$

Bir merceğin odak uzaklığı ne kadar kısaysa büyültmesinin o kadar büyük olduğunu görüyoruz.†

Bir merceğin büyültmesi, merceği hareket ettirip gözünüzü yakın noktadaki görüntüye odaklayacak şekilde ayarlayarak biraz arttırılabilir. Bu durumda eğer gözünüz büyütece çok yakın ise $d_g = -N$'dir (bknz. Şek. 33-33a). Cisim uzaklığı d_c şöyle verilir:

†Basit tek-mercek büyüteçler, küresel sapınçtan kaynaklanan netlik kaybından dolayı 2 veya 3× ile sınırlıdır (Kısım 33-10).



ŞEKİL 33–34 Dinlenme durumunda bir göz ile, odak noktasındaki cisim için görüntü sonsuzdadır. Görüntünün gözün yakın noktasında olduğu Şek.33-33a ile kıyaslayınız.

$$\frac{1}{d_c} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_g} = \frac{1}{f} + \frac{1}{N}.$$

Şek.33-33a'da gösterildiği gibi bu eşitlikten $d_c = fN/(f + N) < f$ olduğunu görürüz, çünkü $N/(f + N)$ birden küçük olmalıdır. $\theta' = h/d_c$ ile büyültme

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{h/d_c}{h/N} = \frac{N}{d_c} = N\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{N}\right)$$

veya

$$M = \frac{N}{f} + 1. \qquad \left[\begin{array}{l}\text{[göz yakın noktaya } (N) \text{ odaklandığında;}\\ \text{normal bir göz için } N = 25 \text{ cm]}\end{array}\right] \quad \textbf{(33–6b)}$$

Göz yakın noktaya odaklandığında kasları gevşek bir göze kıyasla büyültmenin biraz daha büyük olduğunu görüyoruz.

ÖRNEK 33–14 **TAHMİN EDİN** **Kuyumcu "büyüteci."** 8 cm odak uzunluğuna sahip yakınsak bir mercek, "kuyumcu büyüteci" olarak kullanılıyor. (*a*) göz kasları gevşek durumdaykenki büyültmeyi, (*b*) göz yakın noktasına (N = 25cm) odaklandığındaki büyültmeyi tahmin ediniz.

YAKLAŞIM Göz kasları gevşek durumdayken (sonsuza odaklandığında) büyültme Dnk.33-6a ile verilir. Göz yakın noktasına odaklandığında Dnk.33-6b'yi kullanırız ve merceğin gözün yakınında olduğunu varsayarız.

ÇÖZÜM (*a*) Göz sonsuza odaklandığında,

$$M = \frac{N}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} \approx 3\times.$$

(*b*) göz yakın noktasına (N = 25cm) odaklandığında ve mercek göze yakın olduğunda, büyültme şöyle olur:

$$M = 1 + \frac{N}{f} = 1 + \frac{25}{8} \approx 4\times.$$

33–8 Teleskoplar

Bir teleskop çok uzaktaki cisimleri büyütmek için kullanılır. Çoğu durumda cismin sonsuzda olduğu düşünülebilir.

Galileo, kendisi icat etmemekle birlikte[†] teleskopu daha kullanışlı ve önemli bir aygıt olacak şekilde geliştirmiştir. Gökyüzünü teleskopla inceleyen ilk kişidir (Şek.33-35) ve Jüpiter'in ayları, Venüs'ün fazları, güneş lekeleri, Ay'ın yüzeyinin yapısı, Samanyolu'nun çok büyük sayıda tek yıldızdan yapıldığı gibi dünyayı sarsan keşifler yapmıştır.

[†]Galileo ilk teleskopunu Hollanda'da buna benzer bir alet olduğunu duyduktan sonra 1609'da inşa etmiştir. İlk teleskoplar yalnızca üç veya dört kat büyütme yapabiliyorlarken, Galileo 30 kat güçlü bir teleskop yaptı. İlk Hollanda teleskopunun 1604 yılında yapıldığı düşünülmekle birlikte, 1590 yıllında yapılan bir İtalyan teleskopundan kopyalandığını iddia eden bir referans bulunmaktadır. Kepler (Bölüm 6'ya bakınız), kendi yapmadığı halde tanımladığı için kendi adı verilmiş olan Kepler teleskopunun bir ışın betimlemesini vermiştir (1611'de).

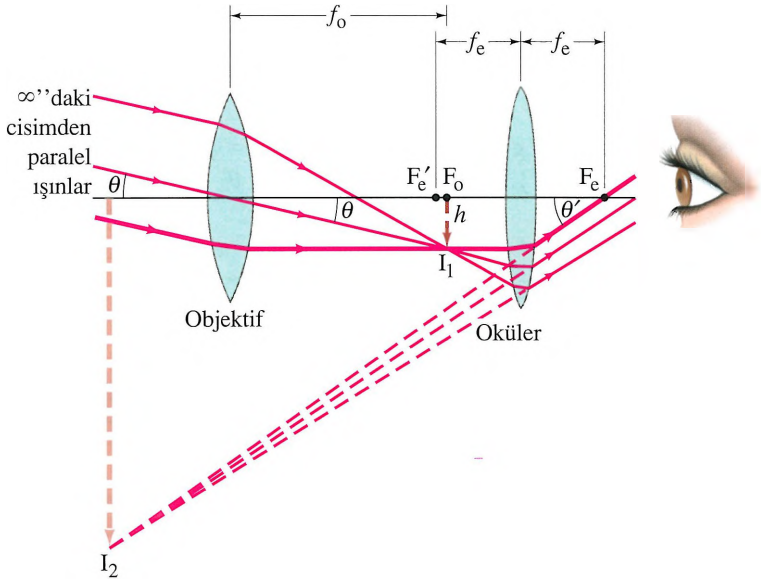
ŞEKİL 33–35 (a) Galileo'nun Jüpiter'in aylarını da içeren dünyayı sarsan keşifler yaptığı teleskopun (fildişi bir çerçevenin üzerine monte edilmiş) objektif merceği (b) Galileo tarafından daha sonra yapılmış olan teleskoplar.



(a)



(b)



ŞEKİL 33–36 Astronomik teleskop (kırıcı). Uzaktaki bir cismin $(d_c = \infty)$ bir noktasından gelen paralel ışık, objektif merceği tarafından odak düzleminde odaklanıyor. Bu görüntü (I_1) son görüntüyü I_2 elde etmek üzere oküler tarafından büyütülüyor. Objektife girdiği gösterilen ışınlardan sadece ikisi Şek.33-6'da betimlenen standart ışınlardır (2 ve 3).

Birçok farklı tipte astronomik teleskop bulunmaktadır. Bazen Kepler teleskopu olarak adlandırılan Şek.33-36'da gösterildiği gibi uzun bir tüpün zıt uçlarına yerleştirilmiş iki yakınsak mercekten oluşan en yaygın tip kırıcı teleskop tipidir. Cisme yakın olan mercek objektif olarak adlandırılır (odak uzunluğu f_o) ve uzaktaki cismin I_1 gerçek görüntüsünü F_0 odak noktasının düzleminde (veya cisim sonsuzda değil ise odak noktasının yakınında) oluşturur. İkinci mercek oküler (odak uzunluğu f_e) olarak adlandırılır ve büyüteç görevi yapar. Oküler, objektif mercek tarafından üretilen I_1 görüntüsünü büyük ölçüde büyülterek, sanal ve ters olan ikinci bir I_2 görüntüsü oluşturur. Gözlem yapan göz kasları gevşek ise oküler, I_2 görüntüsü sonsuzda olacak şekilde ayarlanır. Gerçek I_1 görüntüsü okülerin F_e' odak noktasındadır ve sonsuzdaki bir cisim için mercekler arası uzaklık $f_0 + f_e$ olur.

Bu büyütecin toplam açısal büyültmesini bulabilmek için, çıplak gözün bir cismi gördüğü açının, teleskopun objektifinin gördüğü θ açısı olduğuna dikkat etmek gereklidir. Şek.33-36'dan $\theta \approx h/f_o$ olduğunu görürüz. Burada h I_1 görüntüsünün yüksekliğidir, θ'nın $\tan\theta \approx \theta$ olacak şekilde küçük olduğunu varsayalım. Şek.33-36'daki üç ışın arasındaki en kalın ışın okülere çarpmadan önce eksene paraleldir ve bu yüzden okülerin diğer taraftaki odak noktasına (F_e) doğru kırılır. Dolayısıyla $\theta' \approx h/f_e$ olur ve bu teleskopun toplam büyültme gücü (yani açısal büyültme, hep bu şekilde verilir) şöyledir:

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{(h/f_e)}{(h/f_o)} = -\frac{f_o}{f_e}. \qquad \text{[teleskop]} \quad \textbf{(33–7)}$$

Görüntünün ters olduğunu belirtmek için bir eksi işareti kullandık. Daha büyük bir büyültme elde etmek için, objektif daha uzun ve oküler daha kısa bir odak uzunluğuna sahip olmalıdır.

ŞEKİL 33–37 Bu geniş kırıcı teleskop 1897'de yapılmıştır ve Wisconsin'de Yerkes Gözlemevi ona ev sahipliği yapmaktadır. Objektif merceğinin çapı 102 cm (40 inç)'dir ve teleskop tüpü 19 m uzunluğudadır. Örnek 33–15.



ÖRNEK 33–15 Teleskop Büyültmesi. Dünyadaki en büyük optik kırıcı teleskop Şek.33-7'de gösterildiği gibi Wisconsin'de Yerkes Gözlemevi'nde bulunmaktadır. Bu teleskopun "40 inç'lik" olarak anılmasının sebebi objektif çapının 40 inç veya 102 cm olmasıdır. Objektif 19 m ve oküler 10 cm odak uzunluğuna sahiptir. (*a*) Bu teleskopun toplam açısal büyültmesini hesaplayın, (*b*) Teleskopun uzunluğunu tahmin ediniz.

YAKLAŞIM Dnk.33-7 büyütmeyi vermektedir. Teleskopun uzunluğu mercekler arasındaki uzaklığa eşittir.

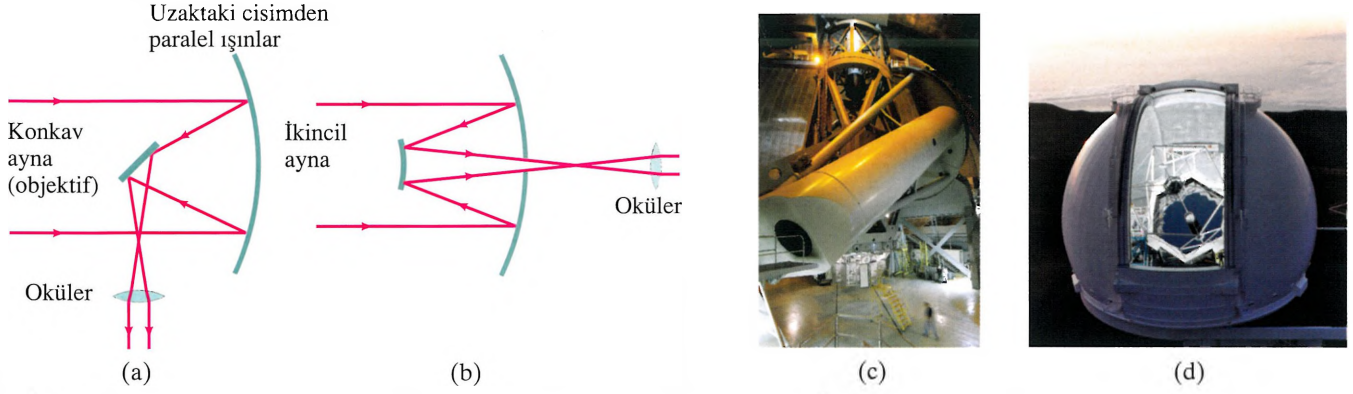
ÇÖZÜM (*a*) Dnk.33-7'den

$$M = -\frac{f_o}{f_e} = -\frac{19\text{ m}}{0.10\text{ m}} = -190\times.$$

(*b*) Dinlenme durumundaki bir göz için, I1 görüntüsü hem okülerin hem de objektifin odak noktasındadır. Dolayısıyla iki mercek arası uzaklık $f_o + f_e \approx 19$ m olur. Bu da esas olarak teleskopun uzunluğudur.

ALIŞTIRMA F 40× bir teleskop odak uzaklığı 1.2 cm olan bir okülere sahiptir. Objektifin odak uzaklığı nedir?

Astronomik bir teleskopun, sönük yıldızların parlak görüntülerini üretebilmesi için mümkün olduğu kadar çok ışığın girmesine izin verecek büyük bir objektifi olmalıdır. Gerçekten de, objektifin çapı (dolayısıyla "ışık toplama güçü") astronomik bir teleskop için önemli bir parametredir. Bu yüzden en büyükler objektif çapı verilerek belirlenir (Hawai-i'deki 10 metrelik Keck teleskopu gibi). Geniş merceklerin yapımı ve yüzeylerinin şekillendirilmesi çok zordur. Bu nedenle, en geniş teleskoplar Şek.33-38'de görüldüğü gibi objektif olarak bir çukur ayna kullanan **yansıtmalı teleskoplar**dır. Bir aynanın şekillendirilmesi gereken sadece bir yüzü vardır ve tüm yüzeyi boyunca desteklenebilir† (kenarlarından desteklenebilen, büyük bir mercek, kendi ağırlığı altında eğilebilir). Genellikle, oküler mercek veya ayna (bknz. Şek.33-38) kaldırılır ve böylece objektif ayna tarafından oluşturulan gerçek görüntü doğrudan bir film veya elektronik sensör (CCD veya CMOS, Kısım 33–5) üzerine kaydedilebilir.

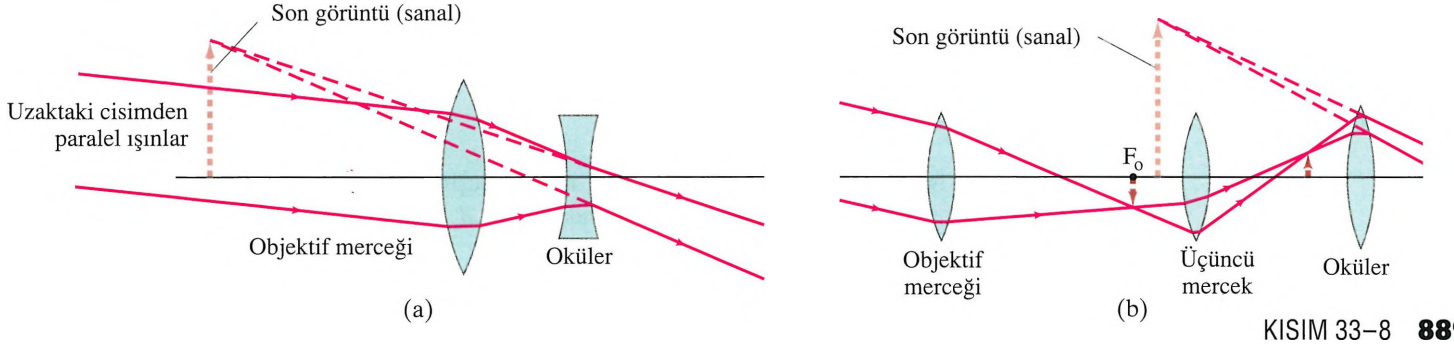


ŞEKİL 33–38 Konkav bir ayna, astronomik bir teleskopun objektifi olarak kullanılabilir. (a) Newton odaklaması ve (b) Cassegrainian odaklaması olarak adlandırılır. Başka düzenlemeler de mümkündür. (c) Kaliforniya'daki Palomar dağında bulunan 200 inçlik (ayna çapı) Hale teleskopu. (d) Hawaii'deki Mauna Kea'da bulunan 10 metrelik Keck teleskopu. Keck teleskopu, otuz altı tane, her bir kenarı 1.8 metre olan altı kenarlı aynayı birleştirerek çapı 10 metre olan büyük tek bir yansıtıcının eşdeğerini oluşturur.

Dünya üzerindeki cisimleri izlemek için kullanılan **dünyasal teleskop** düz bir görüntü sağlamalıdır. Normal cisimleri ters dönmüş görmek zor olabilir. (Yıldızları izlemek için bu pek önemli değildir). Şek.33-39'da iki tasarım gösterilmektedir. Galileo'nun büyük astronomik keşiflerini yapmak için kullandığı **Galileo tipi**, oküler olarak, objektiften yakınsayan ışınları odağa ulaşmadan önce kesip sanal, düz bir görüntü oluşturan ıraksak bir merceğe sahiptir, Şek.33–39a. Bu tasarım hala opera dürbünlerinde kullanılmaktadır. Tüp oldukça kısadır fakat görüş alanı dardır. Şek.33–39b'de gösterilen ikinci tip **casus dürbünü** olarak adlandırılır ve gösterildiği gibi görüntüyü düz hale getirmek için üçüncü bir konveks mercek kullanılır. Casus dürbünü oldukça uzun olmalıdır. Günümüzde en çok kullanılan tip Şek.32-33'te gösterilen **prizma dürbün**dür. Objektif ve oküler yakınsak merceklerdir. Prizmalar ışınları tam iç yansıma ile yansıtırlar ve aygıtın fiziksel boyutunu kısaltırlar. Ayrıca düz görüntü elde etmekte rol oynarlar. Prizmalardan biri görüntüyü düşey düzlemde diğeri yatay düzlemde ters çevirir.

†Aynaların diğer bir avantajı ışığı geçirmedikleri için herhangi bir kromatik sapınç sergilememeleridir. Küresel sapınçı düzeltmek için parabolik olarak şekillendirilebilirler (Kısım 33-10). Yansıtmalı teleskop ilk kez Newton tarafından önerilmiştir.

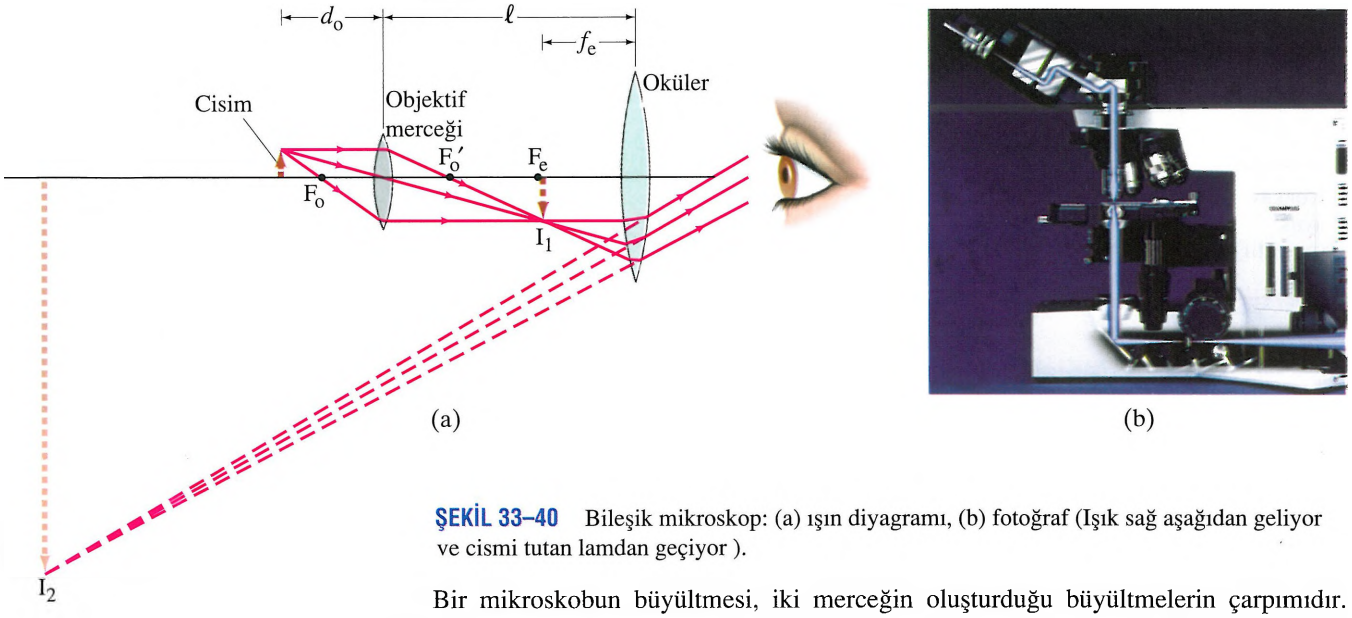
ŞEKİL 33–39 Düz bir görüntü üreten karasal teleskoplar. (a) Galileo tipi (b) Casus dürbünü



*33–9 Bileşik Mikroskop

FİZİK UYGULAMASI
Sualtında görme

Bileşik mikroskop teleskop gibi hem objektif hem de okülere (veya göz merceği) sahiptir, Şek.33–40. Mikroskop çok yakındaki cisimleri izlemek için kullanıldığından dizaynı bir teleskopun dizaynından farklıdır yani cisim uzaklığı çok küçüktür. Şek.33-40a'da gösterildiği gibi cisim, objektifin odak noktasının ilerisine yerleştirilir. Objektif tarafından oluşturulan I_1 görüntüsü, gerçek, objektiften uzak ve daha büyüktür. Oküler, bu görüntü okülerin odak noktası F_e'nin yakınında olacak şekilde yerleştirilmiştir. I_1 görüntüsü oküler tarafından, gözle görülebilen, ters ve çok büyük bir sanal I_2 görüntüsüne büyütülür. Modern mikroskoplar objektifin arkasında üçüncü bir "tüp" mercek kullanırlar fakat biz Şek.33-40a'da gösterilen basit düzenlemeyi analiz edeceğiz.



ŞEKİL 33–40 Bileşik mikroskop: (a) ışın diyagramı, (b) fotoğraf (Işık sağ aşağıdan geliyor ve cismi tutan lamdan geçiyor).

Bir mikroskobun büyültmesi, iki merceğin oluşturduğu büyültmelerin çarpımıdır. Objektif tarafından oluşturulan I_1 görüntüsü cismin kendisinden m_o faktörü ile daha büyüktür. Şek.33-40a ve Dnk. 33-3'ten basit bir mercek için büyültme,

$$m_o = \frac{h_g}{h_c} = \frac{d_g}{d_c} = \frac{\ell - f_e}{d_c}, \qquad \textbf{(33–8)}$$

d_c ve d_g objektif için cisim ve görüntü uzaklıkları, ℓ imercekler arası uzaklıktır (mikroskop tübünün uzunluğuna eşittir). Dnk.33-3'teki eksi işareti bize sadece görüntünün ters olduğunu söylediğinden onu görmezden geldik. Sadece göz kasları gevşek olduğunda doğru olan $d_g = \ell - f_e$, denklemini yazarsak, I_1 görüntüsü okülerin F_e odak noktasında olur. Oküler basit bir büyüteç gibi davranır. Gözün dinlenme durumunda olduğunu düşünürsek, okülerin açısal büyültmesi M_e (Dnk.33–8 ve 33-9'dan)

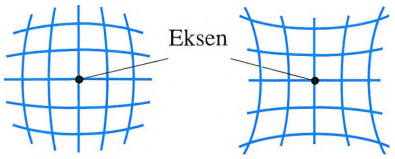
$$M_e = \frac{N}{f_e}, \qquad \textbf{(33–9)}$$

Göz için yakın nokta N = 25 cm'dir. Oküler, objektif tarafından oluşturulan görüntüyü büyülttüğünden tüm açısal büyültme M, objektif merceğin yanal büyültmesi m_o, ile okülerin açısal büyültmesi, M_e'nin çarpımıdır (Dnk. 33-8 ve 33-9).

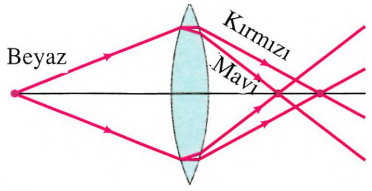
$$M = M_e m_o = \left(\frac{N}{f_e}\right)\left(\frac{\ell - f_e}{d_c}\right) \qquad \text{[mikroskop]} \quad \textbf{(33–10a)}$$

$$\approx \frac{N\ell}{f_e f_o}. \qquad [f_o \text{ ve } f_e \ll \ell] \quad \textbf{(33–10b)}$$

Dnk.33-10b'deki yaklaşıklık f_e ve f_o, ℓ ile karşılaştırıldığında küçükse tam doğrudur. Böylece $\ell - f_e \approx \ell$, ve cisim F_o yakınında olur, $d_c \approx f_o$ (Şek.33-40a). Bu, f_o ve f_e

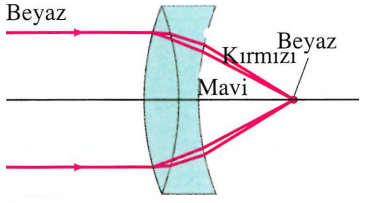


ŞEKİL 33–42 Distorsiyon: mercekler kare şeklindeki bir dik çizgiler ızgarasının görüntüsünde (a) fıçı distorsiyonu veya (b) iğne yastığı distorsiyonu üretebilirler. Bu distorsiyonlarlar Şek.33-2d'deki fotoğrafta görülebilir.



ŞEKİL 33–43 Kromatik sapınç. Farklı renkler farklı noktalarda odaklanır.

ŞEKİL 33–44 Akromatik ikili.



FİZİK UYGULAMASI

İnsan gözü

Mercek ekseninden uzaktaki cisim noktaları için ek sapınçlar ortaya çıkar. Merceğin farklı kısımlardan geçen ışınlar görüntünün dairesel olmayan bir şekilde yayılmasına sebep olurlar. İki etki vardır: **koma** (bir noktanın görüntüsü daireden daha çok komet (kuyruklu yıldız) şeklindedir) ve **eksen dışı astigmatizm**†. Ayrıca mercekten aynı uzaklıkta olup eksen üzerinde olmayan cisimlerin görüntüleri düz bir düzleme değil eğri bir yüzeye düşerler – yani odak düzlemi düz değildir. (Bunun böyle olmasını bekleriz, çünkü fotoğraf makinesinin içindeki film gibi düz bir düzlemdeki noktalar mercekten aynı uzaklıkta değildirler.) Bu sapınç **alan eğriliği** olarak bilinir ve fotoğraf makinelerinde ve filmlerin düz bir düzleme yerleştirildiği aygıtlarda bir problemdir. Göz retinası eğri olduğundan bu etkiyi ortadan kaldırır.

Diğer bir sapınç, distorsiyon, mercek ekseninden farklı uzaklıklardaki büyültmelerin farklılığının sonucudur. Böylece eksenden biraz uzakta olan düz bir çizgi cisim eğri bir görüntü oluşturabilir. Çizgilerden oluşan kare bir ızgara " fıçı distorsiyonu" veya "iğne yastığı distorsiyonu" üretmek üzere bozulabilir, Şek.33–42. Birincisi, aşırı geniş açılı merceklerde yaygındır.

Yukarıdaki tüm sapınçlar monokromatik ışık için ortaya çıkar bu sebeple de *monokromatik aberasyonlar* olarak adlandırılırlar. Normal ışık monokromatik değildir ve ayrıca **kromatik sapınçlar** da olacaktır. Bu tür sapınçlar ayrışmadan, yani saydam malzemelerin kırılma indisinin dalga boyu ile değişmesinden dolayı ortaya çıkar, Kısım 32-6. Örneğin mavi ışık cam tarafından kırmızı ışıktan daha çok kırılır. Dolayısıyla, beyaz ışık bir merceğe düştüğünde, farklı renkler farklı noktalarda odaklanırlar, Şek.33-43, ve biraz farklı büyültmelere sahiptirler, bunların sonucu olarak görüntüde renkli çizgiler ortaya çıkar. Kromatik sapınç herhangi iki farklı renk için, iki farklı kırılma indisine ve ayrışmaya sahip malzemeden yapılmış mercek kullanılarak elimine edilebilir (ve tüm diğerleri de büyük ölçüde azaltılabilir). Normalde merceklerden birisi yakınsak, diğeri ıraksaktır ve genellikle birbirlerine yapıştırılmıştırlar (Şek.33-44). Bu tarz mercek kombinasyonları **akromatik ikili** (veya "renk-düzeltilmiş" mercek) olarak adlandırılır.

Sapınçları azaltmak için, yüksek kaliteli mercekler, **elemanlar** olarak adlandırılan birçok basit merceği içeren **bileşik mercekler**dir. Tipik bir yüksek kaliteli fotoğraf makinesi merceği 6–8 (veya daha çok) eleman içerebilir. Biz basitlik için mercekleri diyagramlarda genellikle basit mercekler olarak göstereceğiz.

İnsan gözünün de sapınçları vardır fakat bunlar azdır. Örneğin küresel sapınç minimum hale gelmiştir çünkü (1) korneanın eğrilik yarıçapı kenarlarda merkeze göre daha küçüktür ve (2) mercek kenarlarda daha az yoğundur. İki etki de ışınların dış kenarlarda daha az kırılmasına neden olur ve böylece küresel sapıncın azaltılmasına yardımcı olur. Mercek daha çok kısa dalga boylarını soğurduğu ve retina mavi ve mor dalga boylarına daha az duyarlı olduğu için kromatik sapınç kısmen giderilir. Bu, tayfın ayrışmanın – ve dolayısıyla kromatik sapıncın – en fazla olduğu yerdir (Şek.32–29).

Küresel aynalar da (Kısım 32–3) küresel sapınçlar da dahil olmak üzere sapınçlardan kötü etkilenirler (Şek.32-13'e bakınız). Aynalara sapınçları düzeltmek için parabolik bir şekil verilebilir, fakat bunu yapmak zor olduğu kadar pahalıdır. Bununla beraber küresel aynalar kromatik sapınç sergilemezler çünkü ışığı geçirmezler (saçılma yok, kırılma yok).

†Etki gözdeki astigmatizm ile aynı olmasına rağmen (Kısım 33–6), sebep farklıdır. Eksen dışı astigmatizm gözde problem yaratmaz çünkü cisimler yalnızca mercek ekseni üzerindeki foveada net olarak görülürler.

Özet

Bir mercek gerçek veya sanal bir görüntü oluşturmak için kırılmayı kullanır. **Yakınsak** bir mercek tarafından paralel ışık ışınlarının odaklandığı nokta **odak noktası** olarak adlandırılır. Odak noktasının merceğe olan uzaklığı merceğin **odak uzunluğu** f olarak adlandırılır.

Paralel ışınlar **ıraksak** bir mercekten geçtikten sonra, bir noktadan ıraksar gibi görünürler, bu nokta odak noktasıdır ve karşılık gelen odak uzunluğu negatif olarak alınır.

Bir merceğin P **gücü**,

$$P = \frac{1}{f} \qquad (33\text{–}1)$$

birimi metrenin tersi, m^{-1} olan diyoptri cinsinden verilir.

Verilen bir cisim için mercek tarafından oluşturan görüntünün konumu ve boyutu ışın izleme yolu ile yaklaşık olarak bulunabilir.

çok küçük olduğunda (Dnk.33-10b'nin paydasını oluştururlar) elde edilen büyük büyültmeler için iyi bir yaklaşıklıktır. Bir sonraki Kısımda tartışılacağı gibi, ciddi sapınçlardan kaçınmak için, çok küçük odak uzaklığına sahip merceklerin yapımında birkaç elemandan oluşan bileşik mercekler kullanılmalıdır.

ÖRNEK 33–16 **Mikroskop.** Bileşik bir mikroskop aralarında 17 cm olan bir 10 × oküler ve 50 × objektif içermektedir. (*a*) Tüm büyültmeyi, (*b*) her bir merceğin odak uzaklığını, ve (*c*) son görüntünün göz kasları gevşekken odaklanması için cismin konumunu belirleyiniz. Normal bir göz için $N = 25$ cm olduğunu varsayın.

YAKLAŞIM Tüm büyültme okülerin ve objektifin büyültmelerinin çarpımıdır. Okülerin odak uzaklığı, Dnk.33-6a veya basit bir büyütecin büyültmesini veren Dnk. 33-9 ile bulunur. Objektif için, f_0 bulmadan önce Dnk.33-8'i kullanarak d_c'ı (*c* şıkkı) bulmak daha kolaydır.

ÇÖZÜM (*a*) Tüm büyültme $(10\times)(50\times) = 500\times$.

(*b*) Okülerin odak uzaklığı (Dnk.33-9) $f_e = N/M_e = 25\text{ cm}/10 = 2.5\text{ cm}$. Daha sonra d_c için Dnk.33-8'i çözeriz:

$$d_c = \frac{\ell - f_e}{m_o} = \frac{(17.0\text{ cm} - 2.5\text{ cm})}{50} = 0.29\text{ cm}.$$

Sonra, ince mercek denkleminden, $d_g = \ell - f_e = 14.5$ cm olan objektif için (bknz. Şek.33-40a):

$$\frac{1}{f_o} = \frac{1}{d_c} + \frac{1}{d_g} = \frac{1}{0.29\text{ cm}} + \frac{1}{14.5\text{ cm}} = 3.52\text{ cm}^{-1};$$

dolayısıyla $f_o = 1/(3.52\text{ cm}^{-1}) = 0.28$ cm.

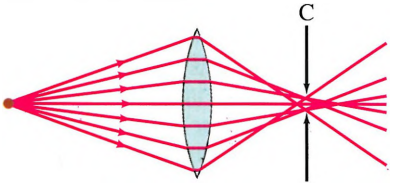
(*c*) $d_c = 0.29$ cm, olarak hesaplamıştık, bu değer f_0'a çok yakındır.

*33–10 Mercek ve Aynalarda Sapınç

Bu Bölümde daha önce bir ince mercekte görüntü oluşumunu incelemiştik. Örneğin, bir cisim üzerindeki her noktadan gelen tüm ışınların tek bir görüntü noktasına geldiğini bulmuştuk. Bu sonuç ve diğerleri, ince mercek yaklaşıklığına dayanmaktadır. Yani bütün ışınlar eksenle küçük açılar yapar ve $\sin\theta \approx \theta$ yaklaşıklığını kullanabiliriz. Bu yaklaşıklıklardan dolayı basit teoriden, mercek sapınçları olarak anılan sapmalar bekliyoruz. Değişik tipte sapınçlar vardır; her birini ayrı ayrı inceleyeceğiz, fakat hepsi bir arada bulunabilir.

FİZİK UYGULAMASI
Mercek sapınçları

Küresel yüzeyi olan bir merceğin ekseni üzerindeki herhangi bir noktada (hatta sonsuzda) bulunan bir cismi düşünelim. Bu noktadan gelen ışınlardan merceğin dış bölgelerinden geçenler merceğin merkezinden geçenlerden daha farklı bir noktada odaklanırlar. Bu, **küresel sapınç** olarak adlandırılır ve Şek.33-41'de abartılı bir şekilde gösterilmektedir. Film veya ekran üzerinde görülen görüntü bir nokta değil, küçük dairesel bir ışık parçası olur. Eğer sensör veya film işaret edildiği gibi C noktasına yerleştirilse, dairenin çapı alabileceği en küçük değerini alır ve "**en az kargaşa dairesi**" olarak anılır. Küresel sapınç, küresel yüzeylerin kullanıldığı her yerde mevcuttur. Küresel olmayan mercek yüzeyleri kullanılarak azaltılabilir, fakat böyle merceklerin yüzeylerinin şekillendirilmesi zor ve pahalıdır. Küresel sapınç ayrıca birkaç mercekten oluşan kombinasyonlar kullanılarak ve öncelikle merceklerin merkez kısımları kullanılarak azaltılabilir.



ŞEKİL 33–41 Küresel Sapınç (abartılmış). En az kargaşa dairesi C'dedir.

Analitik olarak, görüntü ve cisim uzaklıkları d_i ve d_o ve odak uzunluğu f arasındaki bağıntı, **ince mercek denklemi** ile verilir:

$$\frac{1}{d_c} + \frac{1}{d_g} = \frac{1}{f}. \qquad \textbf{(33–2)}$$

Görüntü boyunun cisim boyuna oranı, m **yanal büyültmeye** eşdeğerdir ve,

$$m = \frac{h_g}{h_c} = -\frac{d_g}{d_c}. \qquad \textbf{(33–3)}$$

Geometrik optiğin çeşitli denklemlerini kullanırken tüm büyüklükler için **işaret kuralları**nı hatırlamak çok önemlidir. Problemleri çözerken dikkatlice gözden geçiriniz (sayfa 871).

İki veya daha fazla ince mercek bir görüntü üretmek için kombine edildiğinde, ince mercek denklemi her bir mercek için sırayla kullanılabilir. Birinci mercek tarafından oluşturulan görüntü ikinci mercek için cisim gibi rol oynar.

[* **Mercekçi Denklemi,** mercek yüzeylerinin eğrilik yarıçapları ile merceğin odak uzunluğu ve merceğin kırılma indisini birbirinebağlar.]

Bir **fotoğraf makinesi** merceği, örtücüden ışığın girmesine izin vererek bir film veya dijital bir fotoğraf makinesinde elektronik sensör (CCD veya CMOS) üzerinde görüntü oluşturur. Görüntü, mercek filme göre hareket ettirilerek odaklanır. ***f*-stop** (veya mercek açıklığı), görüntünün parlaklığı ve seçilen örtücü hızına göre ayarlanmalıdır. f-stop merceğin odak uzunluğunun mercek açıklığının çapına oranı olarak tanımlanır.

İnsan **gözü** de mevcut ışığa göre irisi açarak veya kapatarak uyum sağlar. Merceği hareket ettirerek değil, merceğin odak uzunluğunu değiştirmek için şeklini ayarlayarak odaklar. Görüntü çubuklar ve koniler olarak bilinen reseptörlerin bulunduğu kornea üzerinde oluşur.

Iraksak gözlükler veya kontak lensler uzaktaki cisimlere iyi odaklanamayan miyopluk göz kusurunu düzeltmek için kullanılır. Yakınsak mercekler gözün yakın cisimlere odaklanamadığı durumlarda kullanılır.

Basit büyüteç, odak noktasına yerleşmiş bir cismin sanal bir görüntüsünü oluşturan yakınsak bir mercektir. Normal ve kasları gevşek durumda bir gözle izlendiğinde **açısal büyültme** şöyle bulunur:

$$M = \frac{N}{f}, \qquad \textbf{(33–6a)}$$

f merceğin odak uzunluğu ve N gözün yakın noktasıdır (normal bir göz için 25 cm).

Astronomik teleskop, bir **objektif** merceği veya aynası ve objektif tarafından oluşturulan gerçek görüntüyü büyülten bir **oküler** içerir. **Büyültme** objektif ve oküler merceğin odak uzunluklarının oranına eşdeğerdir ve görüntü terstir:

$$M = -\frac{f_o}{f_e}. \qquad \textbf{(33–7)}$$

[* Bileşik bir mikroskop da objektif ve oküler mercekleri kullanır ve son görüntü terstir. Toplam büyültme iki merceğin büyültmelerinin çarpımı olup yaklaşık olarak

$$M \approx \frac{N\ell}{f_e f_o}, \qquad \textbf{(33–10b)}$$

mercekler arası uzaklık, N gözün yakın noktası, f_o ve f_e sırasıyla objektif ve oküler merceğin odak uzunluklarıdır.]

[*Mikroskoplar, teleskoplar ve diğer optik aygıtlarda net görüntülerin oluşumu, **mercek sapınçları** ile sınırlandırılır. Bunların arasında, merceğin kenarından geçen ışınların merkeze yakın noktalardan geçenlerle aynı noktada odaklanmamasından doğan **küresel sapınç** ve farklı renklerin farklı noktalarda odaklanmasının sebep olduğu **kromatik sapınç** vardır. Birkaç elemandan oluşan bileşik mercekler sapınçları büyük ölçüde düzeltebilirler.]

Sorular

1. Bir fotoğraf makinesi merceğinin uzaktaki bir cismin net bir görüntüsünü elde etmesi için film nereye yerleştirilmelidir?
2. Bir fotoğrafçı fotoğrafını çekeceği hedefe yaklaşıyor ve tekrar odaklıyor. Fotoğraf makinesi merceği sensöre yaklaşmış mı yoksa uzaklaşmış mıdır? Açıklayınız.
3. Iraksak bir mercek her hangi bir durumda gerçek bir görüntü oluşturabilir mi? Açıklayınız.
4. İnce bir mercek tarafından oluşturulan gerçek görüntünün, her zaman ters ve eğer cisim gerçek ise sanal bir görüntünün her zaman düz olduğunu ışın diyagramlarını kullanarak gösteriniz.
5. Işık ışınlarının her zaman "tersinir" olduğu söylenir. Bu ince mercek denklemi ile uyumlu mudur? Açıklayınız.
6. Gerçek bir görüntü ekran üzerine düşürülebilir mi? Sanal görüntü düşürülebilir mi? İkisinin de fotoğrafları çekilebilir mi? Dikkatlice tartışınız.
7. İnce yakınsak bir mercek yakındaki bir cisme yaklaştırılıyor. Oluşan gerçek görüntü (a) konum, (b) boyut olarak değişir mi? Eğer cevabınız evet ise nasıl olduğunu anlatınız.
8. Ayna denklemi ile ince mercek denklemini kıyaslayınız. Benzerlikleri ve farklılıkları özellikle de içerdikleri büyüklükler için işaret kurallarını tartışınız.
9. Bir mercek kırılma indisi $n = 1.30$ olan bir materyalden yapılmıştır. Havada yakınsak bir mercektir. Eğer suya koyulursa hala yakınsak bir mercek mi olur? Bir ışın diyagramı ile açıklayınız.
10. Nasıl bir sanal cisim elde edebileceğinizi açıklayınız.
11. Kuyruğu havada bir köpek yakınsak bir merceğin karşısında duruyor. Burnu ve kuyruğu sırayla bir ekrana odaklanılırsa, hangisinin büyültmesi daha büyük olur?
12. Kuyruğu havada bir kedi yakınsak bir merceğin karşısında duruyor. Hangi koşullar altında (eğer varsa) burnunun görüntüsü sanal, kuyruğunun görüntüsü gerçek olabilir? Kedinin geri kalan kısımlarının görüntüsü nerede olur?
13. Örnek 33-6'da, ıraksak merceğin odak uzunluğu yakınsak bir mercekle birleştirerek belirlenecekse, neden yakınsak mercek ıraksak mercekten daha kısa odak uzunluğuna sahip olmalıdır?
14. Verilen bir mercek çapı için, bir çift-konveks merceğin kenarlarına göre merkezdeki kalınlığı ne kadar büyükse, odak uzunluluğu o kadar kısadır. Açıklayın.
15. Bir merceğin odak uzunluğu içine batırıldığı sıvıya bağlı mıdır? Küresel bir aynanın odak uzunluğu bağlı mıdır? Açıklayınız.

16. Bir su altı merceği, dikkatlice şekillendirilmiş, ince duvarlı, plastik içi hava ile dolu bir kılıftan ibarettir. Kılıfın şekli (*a*) yakınsak (*b*) ıraksak bir mercek için nasıl olmalıdır? Cevabınızı desteklemesi için ışın diyagramları kullanınız!

17. Belli bir uzaklıkla ayrılmış iki yakınsak mercek düşünün. Bir cisim, birinci mercek tarafından oluşturulan görüntüsü ikinci merceğin odak noktasında olacak şekilde yerleştiriliyor. Bu birleşim bir görüntü üretir mi? Eğer üretirse, nerede olur? Eğer üretmez ise, neden?

18. Gözlüklerinde düzeltici mercek kullanan miyop bir insan su altında net görebilir mi? Cevabınızı bir diyagram kullanarak açıklayınız.

19. Miyop veya hipermetrop bir insanı gözlüklerine bakarak anlayabilirsiniz. Eğer bir insanın yüzü gözlüklerinden bakıldığında daha dar gözüküyor ise (Şek.33–45) bu insan hipermetrop mudur yoksa miyop mudur?



ŞEKİL 33–45
Soru 19.

20. İnsan gözü fotoğraf makinesi gibi olduğu halde fotoğraf makinesinin diyfram açıkken fotoğraf makinesi hareket ettirilirse görüntünün netliği azalır. Fakat gözleriniz açıkken kafanızı hareket ettirdiğinizde hala net görürsünüz. Açıklayın.

21. Uzaktaki detayları ayırt etmek için insanlar bazen gözlerini kısarak bakarlar. Bu niye yardımcı olur?

22. İnsan gözünde retinada oluşan görüntü düz müdür ters midir? Bizim cisimleri görmemizle ilgili olarak bunu tartışınız.

23. Okuma gözlükleri yakınsak mercekleri kullanırlar. Basit bir büyüteç te yakınsak bir mercektir. Öyle olunca okuma gözlükleri büyüteç midirler? Bu iki farklı amaç için kullanılan yakınsak merceklerin benzerliklerini ve farklılıklarını tartışınız.

24. Neden bir fotoğraf makinesi merceği yakın bir cisme odaklanmak için filmden uzağa hareket etmelidir?

*25. Since bir mercekteki küresel sapınç eğer iki yüzeyde ışınlar eşit olarak bükülürse minimum hale gelmiş olur. Bir yüzü düz diğer yüzü dışbükey olan bir mercek, sonsuzdaki bir cismin gerçek görüntüsünü oluşturmak için kullanılıyorsa hangi yüzeyi cisme doğru olmalıdır? Neden olduğunu göstermek için ışın diyagramlarını kullanınız.

*26. Hem yakınsak hem de ıraksak merceklerde, kırmızı ve mor ışık için odak uzunluğunun nasıl değiştiğini tartışınız.

Problemler

33–1 ve 33–2 İnce Mercekler

1. (I) Odak uzunluğu 75.0 mm olan yakınsak bir merceğin 88.0 mm arkasında net bir görüntü oluşmuştur. Cisim uzaklığını (*a*) bir ışın diyagramı kullanarak, (*b*) hesapla bulunuz.

2. (I) Güneş ışığının bir merceğin 18.5 cm gerisinde bir noktada odaklandığı gözleniyor. (*a*) Bu mercek ne tür bir mercektir? (*b*) Diyoptri cinsinden gücü nedir?

3. (I) (*a*) 23.5 cm odak uzunluğuna sahip bir merceğin gücü nedir? (*b*) −6.75-DD'lik bir merceğin odak uzunluğu nedir? Bu mercek yakınsak mıdır ıraksak mıdır?

4. (II) Bir mercek, 1.85 metre uzaktaki bir cismi, diğer tarafında 48.3 cm uzaktaki bir görüntüye odaklanıyor. Bu mercek ne tür bir mercektir ve odak uzunluğu nedir? Görüntü gerçek midir yoksa sanal mıdır?

5. (II) 105 mm odak uzunluğuna sahip bir mercek, görüntüyü fotoğraf makinesinin sensörü üzerine odaklamak için kullanılıyor. Mercek ve sensör düzlemi arasında izin verilen maksimum uzaklık 132 mm'dir. (*a*) Fotoğraflanacak cisim 10 m uzakta ise sensör mercekten ne kadar ilerde olmalıdır? (*b*) 3.0 m uzakta ise? (*c*) 1.0 m uzakta ise? (*d*) Bu merceğin net bir şekilde fotoğraflayabileceği en yakın cisim nedir?

6. (II) Bir pul koleksiyoncusu 28 cm odak uzunluğuna sahip yakınsak bir mercek kullanarak pulları izliyor. Pulları merceğin 18 cm önüne koyduğuna göre (*a*) görüntünün yeri nerdedir? (*b*) Büyültme nedir?

7. (II) Bir kitap merceğin 9 cm arkasına yerleştirildiğinde 2.5× gibi bir faktör ile büyültme elde edilmesi isteniyor. (*a*) Işın diyagramını çiziniz ve görüntünün tipini betimleyiniz. (*b*) Ne tür bir mercek gerekir? (*c*) Merceğin gücü diyoptri cinsinden nedir?

8. (II)–8.00 D'lik bir mercek 1.00 mm yüksekliğindeki bir karıncanın 12.5 cm yukarısında tutuluyor. Görüntünün konumunu, tipini ve yüksekliğini tarif ediniz.

9. (II) Bir cisim 8.0 D'lik bir mercekten 1.5 m uzaktadır. Cisim (*a*) merceğe 0.90 m yaklaştırıldığında, (*b*) mercekten 0.90 m uzaklaştırıldığında görüntü ne kadar hareket eder?

10. (II) (*a*) Görüntünün 2.5× büyültmeye sahip ve gerçek olması için cisim 50 mm odak uzunluğuna sahip bir mercekten ne kadar uzağa koyulmalıdır. (*b*) Görüntünün 2.5× büyültmeye sahip ve sanal olması için ne kadar uzağa koyulmalıdır?

11. (II) Cisim ile aynı boyutta ve gerçek bir görüntü elde etmek için cisim, odak uzunluğu 25 cm olan bir yakınsak mercekten ne kadar uzağa yerleştirilmelidir?

12. (II) (*a*) 2.80 cm yüksekliğinde bir böcek 135 mm odak uzunluğuna sahip bir mercekten 1.30 m uzaklıktadır. Görüntü nerededir, yüksekliği nedir ve tipi nedir? (*b*) $f = -135\,\text{mm}$ olsaydı ne olurdu?

13. (II) Parlak bir cisim ve izleme ekranı birbirinden 86.0 cm uzaklıktadır. Ekranda net bir görüntü oluşması için, 16 cm odak uzunluğunda bir mercek, cisim ve ekran arasında hangi noktaya (noktalara) konmalıdır? [*İpucu*: ilk olarak bir diyagram çizin.]

14. (II) 85 cm odak uzunluğuna sahip yakınsak mercek tarafından 2.95× daha büyük ve gerçek bir görüntü üretiliyor. Cisim ile görüntü arası uzaklık ne kadardır?

15. (II) Yakınsak bir mercek tarafından oluşturulan görüntünün (*a*) eğer cisim odak noktasının ötesinde ise ($d_c > f$), gerçek ve ters, (*b*) cisim odak noktasının içinde ise sanal ve düz ($d_c < f$) olduğunu analitik olarak gösterin. Sonra, eğer cismin kendisi bir görüntü ise (bir başka mercek tarafından oluşturulan) ve konumu gelen ışığa göre merceğin zıt tarafında ise, (*c*) $-d_c > f$ için (*d*) $0 < -d_c < f$ için görüntüyü betimleyiniz.

16. (II) Yakınsak bir merceğin odak uzunluğu f'dir. Bir cisim mercekten $d_c > f$ uzaklığına yerleştirildiğinde, m büyültmesine sahip gerçek bir görüntü oluşuyor. (*a*) $m = f/(f - d_c)$. olduğunu gösteriniz. (*b*) $f = 0.45$ cm için, $f < d_c < \infty$ aralığında m'e karşılık d_c'ı çiziniz. (*c*) d_c'ın hangi değeri için gerçek görüntünün (yanal) büyüklüğü cismin büyüklüğü ile aynı olur? (*d*) Cisimden çok büyük, gerçek bir görüntü elde etmek için cisim merceğe göre hangi genel bölgede olmalıdır?

17. (II) Bir slayt veya sinema projektöründe film, görüntüsü ekran üzerine düşürülen bir cisim gibi davranmaktadır (Şek.33–46). Eğer 105 mm odak uzunluğunda bir mercek görüntüyü 6.50 m uzaktaki ekran üzerine düşürüyorsa, slayt mercekten ne kadar uzakta olmalıdır? Slayt 36 mm genişlikte ise ekrandaki resmin genişliği nedir?



ŞEKİL 33–46
Slayt Projektörü, Problem 17.

18. (III) Parlak bir cisim f odak uzunluğuna sahip yakınsak bir merceğin önüne yerleştirilmiştir. Merceğin diğer tarafına ise görüntüyü izlemek için beyaz bir ekran yerleştirilmiştir. Cisim ve ekran arasındaki uzaklık $d_T = d_g + d_c$ sabit tutulmuştur fakat mercek hareket ettirilebilmektedir. (*a*) $d_T > 4f$ olduğunda net bir görüntünün ekran üzerinde oluşabilmesi için merceğin yerleştirilebileceği iki farklı konum olduğunu gösteriniz. (*b*) $d_T < 4f$ olduğunda net bir görüntünün ekran üzerinde oluşabilmesi için merceğin yerleştirilebileceği hiçbir konum olmadığını gösteriniz. (*c*) "(*a*)" şıkkındaki durum için merceğin bulunabileceği iki farklı konum arasındaki uzaklık ve görüntülerin büyüklüklerinin oranı için bir bağıntı türetin .

19. (III) (a) Mercek denkleminin *Newton formunda* yazılabileceğini gösteriniz:

$$xx' = f^2,$$

x merceğin ön tarafında odak noktasından cisme olan uzaklık, x' merceğin diğer tarafında görüntü ile odak noktası arasındaki uzaklıktır. 38 cm odak uzunluğuna sahip ıraksak bir merceğin 48.0 cm önüne koyulan cismin oluşacak görüntüsünün konumunu, (*b*) standart ince mercek denklemini, (*c*) yukarıda türettiğimiz Newton formunu kullanarak hesaplayınız.

33–3 Mercek Kombinasyonları

20. (II) Odak uzunluğu $f = -33.5$ cm olan ıraksak bir mercek, odak uzunluğu $f = 20.0$ cm olan yakınsak bir merceğin 14.0 cm arkasına yerleştirilmiştir. Sonsuzda bulunan bir cisim nerde odaklanır?

21. (II) Odak uzunlukları 25.0 cm olan iki yakınsak mercek, birbirlerinden 16.5 cm aralıkla yerleştirilmiştir. Bir merceğin 35.0 cm önüne bir cisim yerleştirilmiştir. İkinci mercek tarafından oluşturulacak olan son görüntünün konumu nerede olur? Toplam büyültme ne kadardır?

22. (II) 34.0 cm odak uzunluğuna sahip yakınsak bir mercek, ıraksak bir merceğin 24.0 cm arkasına yerleştirilmiştir. Paralel ışık ıraksak merceğe gelmektedir. Yakınsak merceği geçtikten sonra ışık yine paraleldir. Iraksak merceğin odak uzunluğu nedir? [*İpucu*: ilk olarak ışın diyagramı çiziniz.]

23. (II) Örnek 33-5'deki iki yakınsak mercek bu sefer aralarında sadece 20.0 cm uzaklıkla ayrılmışlardır. Şek.33-14'de gösterildiği gibi cisim hala ilk merceğin 60.0 cm önünde bulunmaktadır. Bu durumda, (*a*) son görüntünün konumunu, (*b*) tüm büyültmeyi hesaplayınız. Bu sistem için ışın diyagramını çiziniz.

24. (II) -14 cm odak uzunluğuna sahip ıraksak bir mercek, odak uzunluğu 18 cm olan yakınsak bir merceğin 12 cm sağına yerleştirilmiştir. Bir cisim ise yakınsak merceğin 33 cm soluna yerleştirilmiştir. (*a*) Son görüntünün nerede oluşur? (*b*) Eğer ıraksak mercek yakınsak mercekten 38 cm uzakta ise son görüntü nerede oluşur?

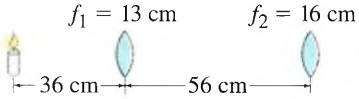
25. (II) Biri yakınsak ve 20.0 cm odak uzunluğuna sahip diğeri ıraksak ve -10.0 cm odak uzunluğuna sahip iki mercek 25.0 cm aralıkla yerleştirilmişlerdir. Bir cisim yakınsak merceğin 60.0 cm önüne konmuştur. Oluşacak son görüntünün (*a*) konumunu ve (*b*) büyültmesini hesaplayınız. (*c*) Bu sistem için bir ışın diyagramı çiziniz.

26. (II) Şek.33-15'deki gibi ıraksak bir mercek f_C odak uzunluğuna sahip yakınsak bir merceğin yanına yerleştirilmiştir. Eğer f_T kombinasyonun odak uzunluğu ise ıraksak merceğin odak uzunluğu f_D'nin;

$$\frac{1}{f_D} = \frac{1}{f_T} - \frac{1}{f_C}.$$

ile verildiğini gösteriniz.

27. (II) Yanmakta olan bir mum, odak uzunluğu $f_1 = 13$ cm olan yakınsak bir merceğin 36 cm önündedir. Bu mercek odak uzaklığı $f_2 = 16$ cm olan bir diğer yakınsak merceğin ise 56 cm önünde bulunmaktadır (Şek.33-47'e bakınız). (*a*) Bir ışın diyagramı çiziniz ve son görüntünün konumunu ve bağıl büyüklüğünü tahmin ediniz. (*b*) Son görüntünün konumunu ve bağıl büyüklüğünü hesaplayınız.



ŞEKİL 33–47
Problem 27.

*33–4 Mercekçi Denklemi

*28. (I) Çift konkav bir merceğin yüzeylerinin yarıçapları 33.4 cm ve 28.8 cm'dir. $N = 1.58$ cm ise odak uzunluğu nedir?

*29. (I) Çift konveks bir merceğin iki yüzeyinin de yarıçapı 31.4 cm'dir. Eğer odak uzunluğu 28.9 cm ise merceğin malzemesinin kırılma indisi nedir?

*30. (I) Örnek 33-7'deki mercek ters döndürüldüğünde odak uzunluğunun değişmeyeceğini gösteriniz.

*31. (I) Şek.33-2a'daki gibi bir düzlem-konveks mercek 18.7 cm odak uzunluğuna sahiptir. Eğer eritilmiş kuartz'dan yapılmış ise konveks yüzeyin eğrilik yarıçapı ne kadar olmalıdır?

*32. (II) Bir cisim konkav yüzeyinin yarıçapı 22.0 cm ve konveks yüzeyinin yarıçapı 18.5 cm olan camdan ($n = 1.52$) yapılmış bir merceğin 90.0 cm önüne yerleştirilmiştir. Son görüntü nerede oluşur? Büyültme ne kadardır?

*33. (II) Düzeltici bir mercek için reçetede +3.50 diyoptri olduğu söylenmektedir. Mercekçi merceği kırılma indisi $n = 1.56$ olan bir malzemeden yapmaktadır ve konveks ön yüzeyinin eğrilik yarıçapı 30.0 cm'dir. Diğer yüzeyin eğrilik yarıçapı ne olmalıdır?

33–5 Fotoğraf makinesi

34. (I) $f/16$'da ve $\frac{1}{120}$ s 'de çekilen bir fotoğrafın pozlaması uygundur. $\frac{1}{1000}$ s? örtücü hızı için merceğin açıklığı ne olmalıdır?

35. (I) Bir televizyon kamerası 17.0 cm odak uzunluğuna ve 6.0 cm mercek çapına sahiptir. $f-$ sayısı nedir?

36. (II) Bir "iğne deliği fotoğraf makinesi", mercek yerine bir iğne deliği kullanır. Böyle bir fotoğraf makinesi kullanılarak nasıl oldukça net görüntüler elde edilebileceğini ışın diyagramlarını kullanarak gösteriniz. Özellikle, 1.0 mm çaplı bir iğne deliğinden 1.0 m uzaklıkta 2.0 cm aralıklı iki noktasal cismi düşünün. İğne deliğinin 7.0 cm arkasına yerleştirilen bir parça film üzerinde iki cismin birbiri ile çakışmayan için iki ayrı daire oluşturacağını gösteriniz!

37. (II) $f/11$ 'de $\frac{1}{250}$ s için uygun pozlama olduğunu varsayalım. Aynı koşullar altında eğer iğne deliğinin çapı 1.0 mm ve film delikten 7.0 cm uzakta ise (Problem 36) bir iğne deliği fotoğraf makinesinin pozlama zamanı ne olmalıdır?

38. (II) İnsan görüşü, normal olarak yatayda, yaklaşık 40º'lik bir açıyı kapsar. "Normal" bir fotoğraf makinesi merceği şöyle tanımlanır: 40^0'lik bir açıyla görülen uzaktaki yatay bir cisim üzerine odaklandığında, merceğin oluşturduğu görüntü, fotoğraf makinesinin ışık kaydeden ortamının (film veya elektronik sensör) tüm yatay uzanımını kaplar. Aşağıdaki tip fotoğraf makineleri için "normal" merceğin f odak uzunluğunu belirleyiniz: (*a*) 36 mm genişliğinde bir film üzerine görüntü kaydeden 35 mm'lik bir fotoğraf makinesi, (*b*) 1.00 cm genişliğinde yük çiftlenimli aygıt (CCD) üzerine görüntü kaydeden bir dijital fotoğraf makinesi.

39. (II)Bir doğa fotoğrafçısı 65 m uzaktan 38 m uzunluktaki bir ağacın fotoğrafını çekmek istiyor. Görüntünün sensörün 24 mm yüksekliğini doldurabilmesi için kullanması gereken merceğin odak uzunluğu ne olmalıdır?

33–6 Göz ve Düzeltici Mercekler

40. (I) Bir insan göz yuvarı yaklaşık 2 cm uzunluktadır ve gözbebeğinin maksimum yarıçapı 8.0 mm'dir. Bu merceğin "hızı" nedir?

41. (II) Bir insan kitabı 55 cm'de kolunun uzaklığında tutarsa okuyabiliyor. Bu kişinin gözlüklerinin gözünün 2.0 cm önünde olacağını ve normal yakın noktadan (25 cm) okumak istediğini varsayarsak önerilecek okuma gözlüğünün gücü ne olmaalıdır?

42. (II) Yakın noktası 105 cm olan bir kişinin 55 cm uzaklıktaki bilgisayar ekranını okuyabilmesi için önerilecek gözlüklerin gücü ne olmalıdır? Mercek ve gözün uzaklığını 1.8 cm alınız.

43. (II) Eğer miyop bir kişi uzak noktasını $(=\infty)$, düzeltmek için Örnek 33-13'deki kontak lensleri kullanıyor ise yakın noktası ne olmalıdır? Bu durumda gözlükler daha iyi midir?

44. (II) Bir göz kendisinden 2.0 cm uzaklıktaki –4.50 D'lik mercek ile düzeliyor. (*a*) Bu göz miyop mudur, hipermetrop mudur? (*b*) Gözlükler yokken gözün uzak noktası nedir?

45. (II)Bir insanın sağ gözü sadece cisimler 25 ile 78 cm arasındaki uzaklıklarda olduğunda net görebilmektedir. (*a*) Uzaktaki cisimlerin net görülebilmesi için gerekli olan kontak lenslerin gücü nedir? (*b*) Mercek varken yakın nokta ne olur?

46. (II) Bir insan 14 cm uzak nokta uzunluğuna sahiptir. Eğer gözlükler gözden 2.0 cm uzaklıkta ise görüşü düzeltecek gözlüklerin gücü ne olur? Bu kişinin ihtiyacı olan kontak lenslerin gücü nedir?

47. (II) Miyop bir insan –23.0 cm odak uzunluğuna sahip ve gözden 1.8 cm uzaklıkta gözlük kullanıyor. Eğer gözlüklerinin yerine gözüne kontak lens takarsa bu lensin odak uzunluğu ne olmalıdır?

48. (II) Bir cismi izlerken göz mercek sisteminin odak uzunluğu (*a*) cisim sonsuzda, (*b*) gözden 38 cm uzakta iken ne olmalıdır? Mercek – retina arası uzaklığı 2.0 cm alınız.

49. (II) Miyop bir insan sırasıyla 10.6 ve 20.0 cm yakın ve uzak nokta uzunluklarına sahiptir. Eğer P = –4.00 D güce sahip kontak lens kullanırsa yeni yakın ve uzak nokta uzunlukları ne olur?

50. (II) Gözün foveasındaki sıkı paketlenmiş koniler 2 m çap uzunluğuna sahiptir. Gözün foveadaki iki ayrı görüntüyü ayırt edebilmesi için görüntülerin en azından uyarılmamış bir koni ile ayrılması gerektiğiini varsayın. Eğer bu görüntüler gözün 25 cm'lik yakın noktasındaki iki noktasal cisim ise, bu cisimlerin net bir şekilde ayırt edilebilmesi için aralarındaki uzaklık ne olmalıdır? Göz çapını (kornea-fovea arası uzaklık) 2.0 cm olarak alınız.

33–7 Büyüteç

51. (I) Normal, kasları gevşek durumdaki bir göz için 3.8× büyültme yapan bir büyüteçin odak uzunluğu ne olmalıdır?

52. (I) Odak uzunluğu 13 cm olan bir mercek normal bir göz için kullanıldığında büyültmesi ne kadardır?

53. (I) Yakın noktadaki görüntüye odaklanan normal bir göz için bir büyüteçin büyültmesi 3.0×'dır. (*a*) Odak uzunluğu nedir? (*b*) 3.0×, kasları gevşek durumdaki bir göze karşılık geliyorsa odak uzunluğu nedir?

54. (II) Sherlock Holmes büyüteç olarak 8.80 cm odak uzunluğuna sahip bir mercek kullanıyor. Maksimum büyültmeyi elde etmek için cisim nereye yerleştirilmelidir (normal bir göz olduğunu varsayınız) ve büyültme ne kadar olur?

55. (II) Küçük bir böcek +6.00 cm odak uzunluklu mercekten 5.85 cm uzakta bulunmaktadır. (*a*) Görüntünün konumunu ve (*b*) açısal büyültmeyi hesaplayınız.

56. (II) 3.40 mm genişlikli bir cıvata 9.60 cm odak uzunluklu bir mercek ile izleniyor. Normal bir göz görüntüyü yakın noktasında görüyor. (*a*) Açısal büyültmeyi, (*b*) görüntünün genişliğini ve (*c*) cismin merceğe uzaklığını hesaplayınız.

57. (II) 9.5 cm odak uzunluğuna sahip bir büyüteç, 8.3 cm uzaklıktaki yazıları okumak için kullanılıyor. (*a*) Görüntünün konumunu, (*b*) açısal büyültmeyi hesaplayınız.

58. (II) Kasları gevşek, normal bir göz için 3.0× büyültmeye sahip bir büyüteç kullanılıyor. Yakın noktası (*a*) 65 cm (*b*) 17 cm olan göz için büyültme ne kadar olur? Farkları açıklayınız.

59. (II) f = 12 cm cm odak uzunluğuna sahip yakınsak bir mercek, bir yazar tarafından yazdığı kitabındaki yazıları okumak için kullanılıyor. İlk olarak yazar merceği yazıların üzerinde tutuyor ve böylece görüntü sonsuzda oluşuyor. Daha iyi bir görüş elde etmek için merceği oynatıyor ve görüntü 25 cm olan yakın noktasına geliyor. Yazar merceği hangi doğrultuda (yazıya doğru ya da yazıdan uzağa) ve ne kadar oynatmıştır? Yazarın gözlerini her zaman büyüteç çok yakın kalacak şekilde ayarladığını varsayınız.

33–8 Teleskoplar

60. (I) Objektifi 78 cm ve okületi 2.8 cm'lik odak uzunluklarına sahip astronomik bir teleskopun büyültmesi ne kadardır? Kasları gevşek bir göze göre ayarlandığında teleskopun tüm uzunluğu ne kadardır?

61. (I) Astronomik bir teleskopun tüm büyütmesinin 35× olduğu söyleniyor. Eğer 88 cm odak uzunluğuna sahip bir objektif kullanılırsa okülerin odak uzunluğu ne olmalıdır? Kasları gevşek bir göz ile birlikte kullanmak için ayarlandığında teleskopun tüm uzunluğu ne olur?

62. (II) Bir 7.0× dürbün 3.0 cm odak uzunluklu okülere sahiptir. Objektifin odak uzunluğu nedir?

63. (II) Astronomik bir teleskop odak uzunluğu 75 cm olan objektife ve +35 D okülere sahiptir. Toplam büyültmesi ne kadardır?

64. (II) Astronomik bir teleskopta 78.0 cm aralıklı iki mercek vardır. Eğer objektif 75.5 cm odak uzunluğuna sahip ise teleskopun büyültmesi ne kadardır? Kasları gevşek bir göz olduğunu varsayınız.

65. (II) Kasları gevşek bir göz için Galileo tipi bir teleskop 33.8 cm uzunluğa ayarlanmıştır. Eğer objektifin odak uzunluğu 36.0 cm ise büyültme ne kadardır?

66. (II) Eğrilik yarıçapı 6.4 m olan yansıtıcı bir ayna ve odak uzunluğu 2.8 cm olan oküler kullanan bir teleskopun büyültme gücü ne kadardır?

67. (II) 3.1 cm odak uzunluklu bir okülere sahip olan astronomik yansıtıcı bir teleskopla izlenen Ay'ın görüntüsü 120× büyütülmüş görünüyor. Ana (objektif) aynanın eğrilik yarı çapı ve odak uzunluğu nelerdir?

68. (II) 120× astronomik bir teleskop kasları gevşek bir göz için ayarlandığında iki merceğin arasındaki uzaklık 1.25 m'dir. Merceklerin her birinin odak uzunluğu nedir?

69. (II) 50 cm'den uzun bir teleskopu elle tutmak kolay değildir. Buna dayanarak elle tutulabilecek şekilde tasarlanmış bir teleskop için maksimum açısal büyültmeyi tahmin ediniz. Okülerin, büyüteç olarak kullanıldığında yakın noktası $N = 25\text{cm}$ olan kasları gevşek bir göz için 5× büyültmeye sahip olduğunu varsayınız

70. (III) Yansıtıcı bir teleskop (Şek.33-38b) objektif aynası için 3.00 m eğrilik yarıçapına ve oküler aynası için –1.50 m eğrilik yarıçapına sahiptir. Eğer aynalar arasındaki uzaklık 0.90 m ise bir yıldızın görüntüsünü elde etmek için okületi elektronik sensörün ne kadar önüne yerleştirmek gereklidir?

71. (III) 7.5× bir çift dürbün 26 cm odak uzunluklu objektife sahiptir. Dürbün 4.0 m uzaktaki (objektiften) bir cisme odaklandığında büyültme ne olur? (7.5× sonsuzdaki cisimler içindir; Dnk.33–7 yakındakiler için değil sonsuzdaki cisimler için geçerlidir).

33–9 Mikroskoplar

*72. (I) Bir mikroskop odak uzunluğu 1.5 cm olan bir oküler kullanıyor. Son görüntünün sonsuzda olduğu bir normal gözle tüp uzunluğu 17.5 cm ve objektifin odak uzunluğu 0.65 cm'dir. Mikroskobun büyültmesi ne kadardır?

*73. (I) 680× bir mikroskop 0.40 cm odak uzunluklu bir objektif merceği kullanıyor. Eğer tüp uzunluğu 17.5 cm ise oküler merceğin odak uzunluğu nedir? Gözün normal ve son görüntünün sonsuzda olduğunu varsayınız.

*74. (I) 17 cm uzunluğunda bir mikroskopun okülerinin odak uzunluğu 2.5 cm ve objektifinin odak uzunluğu 0.28 cm'dir. Yaklaşık büyültme ne kadardır?

*75. (II) Bir mikroskop 20.0 cm aralıklı olarak, 13× bir oküler ve 58.0× bir objektif içeriyor. (*a*) Toplam büyültme, (*b*) her bir merceğin odak uzunluğu ve (*c*) normal, kasları gevşek bir gözün odaklanmış görebilmesi için cismin nerede olması gerektiğini hesaplayınız.

*76 . (II) Problem 75'i son görüntünün okülerden 25 cm uzakta olduğunu varsayarak tekrarlayınız (normal bir göz için yakın nokta).

*77. (II) Bir mikroskop 1.8 cm odak uzunluklu oküler ve 0.80 cm odak uzunluklu objektife sahiptir. Kasları gevşek, normal bir göz için (*a*) mercekler arası uzaklık 16.8 cm iken cismin konumunu, (*b*) toplam büyültmeyi hesaplayınız.

*78. (II) Bileşik bir mikroskobun okületi 2.80 cm odak uzunluğuna ve objektif merceği $f = 0.740\,\text{cm}$. odak uzunluğuna sahiptir. Eğer bir cisim objektiften 0.790 cm uzağa yerleştirilirse (*a*) mikroskop kasları gevşek bir göz için ayarlandığında mercekler arası uzaklığı, ve (*b*) toplam büyültmeyi hesaplayınız.

*79. (II) Ucuz bir eğitim laboratuarı mikroskobu kullanıcının odak uzunluğu 32 mm, 15 mm ve 3.9 mm olan farklı objektif mercekleri seçebilmesine izin veriyor. Ayrıca iki farklı büyültmeye 5×ve 10× sahip oküler kullanılmasına da olanak sağlıyor. Her bir objektif kendi odak noktasının 160 mm ötesinde gerçek bir görüntü oluşturuyor. Bu aygıtla elde edilebilecek en büyük ve en küçük büyültmeler nelerdir?

*80. (III) Verilen odak uzunluğu 12 cm olan iki mercekle kaba bir mikroskop yapmaya çalışıyorsunuz. Mercekler birbirinden 55 cm uzaktayken, mikroskobu, objektifi küçük cisimden d_o uzaklığında olacak şekilde yerleştiriyorsunuz. Gözünüzün yakın noktasının 25 cm olduğunu varsayınız. (*a*) mikroskobunuzun düzgün işlemesi için do ne olmalıdır? (*b*) Kullanırken göz kaslarınızın gevşek olduğunu varsayarak, mikroskobunuzun ulaşabileceği büyültme M'in ne olacağını hesaplayınız. (c) Mikroskobunuzun uzunluğu merceklerinin odak uzunluklarından çok daha uzun olmadığından $M \approx N\ell/f_e f_o$ yaklaşımı geçerli değildir. Eğer bu yaklaşımı mikroskobunuza uygularsanız, mikroskobunuzun gerçek büyültme değerinden yüzde kaç hatalı bir değer verir?

33–10 Mercek Sapınçları

*81. (II) Düzlem-konveks bir mercek (Şek.33-2a) bir düz yüzey ve bir de R = 15.3 cm yarıçaplı bir yüzeye sahiptir. Bu mercek kendisinden 66.0 cm uzakta bulunan kırmızı ve sarı cisimleri izlemek için kullanılmaktadır. Camın kırılma indisi kırmızı ışık için 1.5106 ve sarı ışık için 1.5226'dır. Mercek tarafından oluşturulan kırmızı ve sarı görüntülerin konumları nedir?

*82. (II) Bir akromatik mercek odak uzunlukları $f_1 = -28\,\text{cm}$ ve $f_2 = +25\,\text{cm}$. olan iki çok ince mercekten yapılmıştır. (a) Birleşim ıraksak mıdır yoksa yakınsak mıdır? (b) Net odak uzunluğu nedir?

Genel Problemler

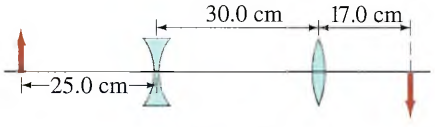
83. 200 mm odak uzunluğuna sahip bir merceğin filmden uzaklığı 200.0 mm'den 206.4 mm arasında ayarlanabiliyor. Cisim uzaklığı hangi aralıkta ayarlanabilir?

84. 135 mm'lik bir telefoto merceği 1.30 m'den sonsuza kadar cisim uzaklıklarını gözlemek için tasarlanıyorsa, mercek film veya sensör düzlemine göre ne kadar hareket etmelidir?

85. Merceğinin odak uzunluğu 58 mm olan bir fotoğraf makinesi için eğer cisim yüksekliği görüntü yüksekliğine eşit ise cisim uzaklığı nedir? Cisim film üzerindeki görüntüden ne kadar uzaktadır?

86. Çok uzaktaki cisimler için (sonsuz olduğunu varsayınız), herhangi bir fotoğraf makinesi merceğinin büyültmesinin odak uzunluğu ile orantılı olduğunu gösteriniz.

87. Şek.33-48'de gösterildiği gibi küçük bir cisim ıraksak bir mercekten 25.0 cm uzakta durmaktadır. 12.0 cm odak uzunluğuna sahip yakınsak bir mercek ise ıraksak merceğin 30.0 cm sağ tarafında bulunmaktadır. Bu iki mercekli sistem yakınsak merceğin 17.0 cm sağında ters ve gerçek bir görüntü oluşturmaktadır. Iraksak merceğin odak uzunluğu nedir?



ŞEKİL 33–48 Problem 87.

88. 13.0 cm odak uzunluğuna sahip yakınsak bir mercek –20.0 cm odak uzunluklu ıraksak bir mercekle temas halinde yerleştirilmiştir. Bu birleşimin odak uzunluğu nedir? Bu birleşim yakınsak mıdır, ıraksak mıdır?

89. Astronomik bir teleskop 8.0× büyültmeye sahiptir. Eğer iki mercek arası 28 cm ise, her bir merceğin odak uzunluğunu belirleyiniz.

90. (*a*) Odak uzunlukları f_1 ve f_2 olan iki ince mercek birbirleriyle temas halinde olacak şekilde birleştirildiğinde, birleşimin odak uzunluğunun, $f_T = f_1 f_2/(f_1 + f_2)$ olarak verildiğini gösteriniz. (*b*) Birleşimin P gücünün, her birinin ayrı ayrı güçleri toplamı, $P = P_1 + P_2$ olduğunu gösteriniz.

91. (a) 28 mm odak uzunluklu, (*b*) 50 mm odak uzunluklu, (*c*) 135 mm odak uzunluklu merceğe sahip bir fotoğraf makinesi ile çekilen Güneş görüntüsünün film üzerindeki genişliği nedir? (d) Eğer 50 mm'lik mercek bu fotoğraf makinesi için normal olarak düşünülürse, diğer iki merceğin ayrı ayrı sağlayacakları bağıl büyültme ne kadar olur? Güneş'n çapı 1.4×10^6 km ve uzaklığı 1.5×10^8 km'dir.

92. İki yakınsak mercek 30.0 cm aralıkla yerleştirilmiştir. Sağdaki merceğin odak uzunluğu 20.0 cm, soldakininki 15.0 cm'dir. 15.0 cm odak uzunluklu merceğin sol tarafına bir cisim yerleştirilmiştir. İki mercekten üretilen son görüntü iki merceğin tam ortasında ters bir şekilde oluşmuştur. Orijinal cisim 15.0 cm odak uzunluklu merceğin ne kadar solundadır?

93. Bir cisim bir yakınsak merceğin 60.0 cm uzağa yerleştirildiğinde gerçek bir görüntü elde ediliyor. Cisim mercekten 40.0 cm uzağa getirildiğinde, görüntü mercekten 10.0 cm uzağa gidiyor. Bu merceğin odak uzunluğunu bulunuz.

94. Şek.33-49'daki fotoğraf, fotoğraftaki yürüyüş yapan kişiye 2 km uzaklıktaki Boulder, Colorado'daki NIST (National Institute of Standards and Technology) Laboratuarından çekilmiştir. Güneş'in görüntüsü film üzerinde 15 mm yer kaplamaktadır. Fotoğraf makinesinin (aslında teleskop) odak uzunluğunu tahmin ediniz. Güneşin çapı 1.4×10^6 km ve uzaklığı 1.5×10^8 km'dir.



ŞEKİL 33–49 Problem 94.

95. Bir film yıldızı, evindeyken fotoğraflarını çeken bir muhabiri yakalıyor. Muhabirin izinsiz olarak uzaktan fotoğrafını çektiğini iddia ediyor. Kanıt olarak ele geçirdiği filmi veriyor. Boyu 1.75 cm olan film yıldızı, film üzerinde 8.25 mm uzun görünüyor ve fotoğraf makinesi merceğinin odak uzunluğu 220 mm. Muhabir bu kişiden ne kadar uzakta durmaktadır?

96. Bir fotoğrafçı, gün sabahtan öğleye doğru ilerleyip güneş ışığı şiddetlenirken, örtücü hızını sabit tutarsa f-sayısını $f/5.6$'dan $f/16$'a değiştirmek zorunda kaldığına dikkat ediyor. Bu süre boyunca güneş ışığının şiddeti hangi faktörle artmıştır?

97. Bir çocuk 15 cm'lik bir yakın noktaya sahiptir. 8.5 cm odak uzunluğuna sahip büyüteçle çocuğun elde edebileceği maksimum büyültme nedir? Aynı mercekle normal bir göz ne kadar büyültme elde edebilir? Hangisi daha çok ayrıntı görür?

98. Bir kadın sadece cisimler 45 cm ile 155 cm uzaklıkta olduğunda sağ gözü ile net bir şekilde görebiliyor. Uzaktaki cisimleri net (üst bölüm) bir şekilde görebilmesi ve 25 cm uzaktaki bir kitabı (alt bölüm) sağ gözü ile okuyabilmesi için önerilen çift odaklı (bifokal) gözlük merceklerinin güçleri ne olmalıdır? Gözlüğün gözden 2.0 cm uzakta olduğunu varsayınız.

99. Büyüteçolarak kullanılan +4.0 D'lik bir merceğin büyültme gücü ne kadardır? Dinlenme durumunda normal bir göz olduğunu varsayınız.

100. Dağlarda kaybolan bir fizikçi, sırasıyla +2.0 D ve + 4.5 D'lik güçlere sahip okuma gözlüklerinden bir teleskop yapmaya çalışıyor. (*a*) Teleskopun mümkün olan maksimum büyültmesi nedir? (*b*) Hangi mercek oküler olarak kullanılmalıdır?

101. 50 yaşındaki bir adam 25 cm uzaklıktan gazete okumak için + 2.5 D mercek kullanıyor. 10 yıl sonra aynı merceklerle net görebilmek için gazeteyi 30 cm uzakta tutması gerekiyor. Bu durumda yine gazeteyi 25 cm uzaklıkta tutması için gerekli merceklerin gücü ne olmalıdır? (Uzaklıklar mercekten itibarendir.)

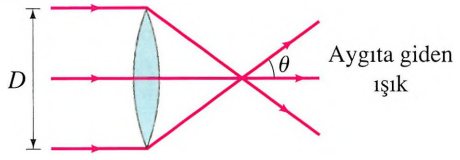
102. Bir cisim odak uzunluğu f olan yakınsak bir merceğe doğru, mercekten olan d_c uzaklığı her zaman f'den büyük olacak şekilde v_o hızı ile ilerliyor. (*a*) v_i görüntü hızını d_c cinsinden belirleyiniz. (*b*) Görüntü hangi yönde (merceğe doğru ya da mercekten uzağa) hareket eder? (*c*) Hangi d_c uzaklığı için görüntünün hızı cismin hızına eşittir?

103. Bir teleskopun objektifi ve okületi 85 cm aralıkla yerleştirilmiştir. Oküler + 23 D ise teleskopun toplam büyültmesi ne kadardır?

* 104. Bir teleskop odak uzunlukları f = 4.0 cm ve f = 44 cm olan iki yakınsak mercekten yapılmıştır. (*a*) Uzunluk ve büyültme ne kadardır? Hangi mercek oküler olmalıdır? (*b*) Şimdi bu merceklerin bir mikroskop yapmak için kombine edildiğini varsayarsak, büyütmenin 25× olması için mikroskop uzunluğu ne olmalıdır?

105. Samim hatalı görüşünü düzeltmek ve yakın noktasını 25 cm'ye getirmek için + 3.5 D'lik bir gözlük satın alıyor. (Gözlükleri gözünden 2.0 cm uzakta taktığını varsayınız.) (*a*) Samim'in gözlüğünün odak uzunluğunu hesaplayınız. (*b*) Gözlükler yokken Samim'in yakın noktasını hesaplayınız.(*c*) Normal gözlere sahip ve yakın noktası 25 cm olan Pamir, Samim'in gözlüğünü takıyor. Samim'in gözlüklerini taktığında Pamir'in yakın noktasını hesaplayınız.

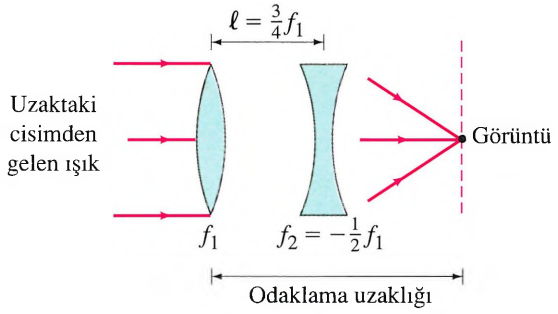
106. Belli bir optik aygıtın (örneğin, optik fiberler ve spektrometreler) doğru çalışması için gelen ışık, θ yarım açısına sahip bir koni içindeki ıraksayan ışınların toplamı olmalıdır (Şek.33-50). Işık en başta paralel bir demet halindeyse, gerekli olan giriş ışığını oluşturmak için, $D/f = 2 \tan\theta$ bağıntısını sağlayan f odak uzunluğuna ve D mercek çapına sahip tek bir merceğin kullanılabileceğini gösteriniz. Belli bir spektrometre için $\theta = 3.5°$ ve mercek çapı 5.0 cm ise merceğin odak uzunluğu ne olmalıdır?



ŞEKİL 33–50 Problem 106.

107. Bir bilim kurgu romanında, okyanusta yaşayan bir akıllı yaratığın gözlerinin su altındaki yakın noktası 25 cm'dir. Bu yaratık, hava dolu ince bir plastik kaptan bir su altı büyüteci yapmak istemektedir. 3.0 × büyüteç olarak kullanılabilmesi için, hava dolu plastik kabın şekli ne olmalıdır (yüzeylerinin eğrilik yarıçaplarını bulunuz)? Gözün yakın noktasına odaklandığını kabul edin.

108. Bir telefoto mercek sistemi, yüksek bir büyültmeyi küçük bir hacim kaplayarak elde etmelidir. Böyle basit bir sistem Şek.33-51'de gösterildiği gibi, birbirinden $\ell = \frac{3}{4}f_1$ uzaklığında, odak uzaklıkları sırasıyla f_1 ve $f_2 = -\frac{1}{2}f_1$, olan biri yakınsak, diğeri ıraksak iki mercekten yapılabilir. (*a*) İlk mercekten büyük bir d_c uzaklığındaki bir cisim için, bu mercek, $m_1 \approx -f_1/d_c$ büyültme ile odak noktasına çok yakın bir görüntü oluşturur. (*b*) Sonsuzdaki bir cisim için, iki-mercek sisteminin, ilk merceğin $\frac{5}{4}f_1$ gerisinde bir görüntü oluşturduğunu gösterin. (*c*) Büyük bir d_c uzaklığındaki bir cismin $m \approx -2f_1/d_c$ büyültmesiyle bir görüntüsünü oluşturmak için fotoğraf makinesindeki filmden yaklaşık 250 mm uzağa, 250 mm odak uzaklıklı tek bir merceğin yerleştirilmesi gerekmektedir. Bu cismin, iki-mercek sistemiyle eşit büyültmeli bir görüntüsünü elde etmek için hangi f_1 değeri kullanılmalıdır ve ilk mercek filmden ne kadar uzağa konulmalıdır? Bu iki mercek sisteminin "odaklama uzaklığı" (yani, ilk mercek-son görüntü uzaklığı), eşdeğer tek-mercek sisteminin 250 mm'lik "odaklama uzaklığı"ndan ne kadar kısadır?



ŞEKİL 33–51 Problem 108.

*Sayısal/Bilgisayar

***109.** (III) "Büyültme" yönteminde, yakınsak bir merceğin f odak uzaklığını bulmak için, büyüklüğü bilinen bir cisim merceğin önünde değişik uzaklıklara konulur ve d_g gerçek görüntü uzaklıkları ile m büyültmeleri (– işareti görüntünün ters olduğunu gösterir) ölçülür. Böyle bir deneyde alınan veriler şöyledir:

d_g (cm)	20	25	30	35	40
m	−0.43	−0.79	−1.14	−1.50	−1.89

(*a*) d_g'ye karşı m grafiğinin bir düz çizgi olacağını analitik olarak gösterin. Bu çizginin eğimi ve y kesim noktası için teorik olarak beklenen değerler nedir? [*İpucu*: d_c sabit değildir.] (*b*) d_g'ye karşı m grafiğini yukarıdaki verileri kullanarak çiziniz ve gerçekten sonucun düz çizgi olduğunu gösteriniz. Bu çizginin eğimini kullanarak merceğin odak uzaklığını bulunuz. Grafiğinizin y kesim noktası beklenen değere sahip mi? (*d*) Böyle bir deneyi yaparken pratik bir zorluk, merceğin tam merkezini belirlemektir. d_g bu noktadan itibaren ölçülmelidir. Bunun yerine d'_g görüntü mesafesinin merceğin, mercek merkezinden ℓ uzaklıktaki arka yüzünden ölçüldüğünü kabul edin. Dolayısıyla $d_g = d'_g + \ell$ "Büyültme" yöntemini bu şekilde kullanırken d'_g'ye karşı m grafiğinin yine bir düz çizgi olacağını gösterin. Bu çizgiden f nasıl bulunabilir?

Alıştırmalara Yanıtlar

A: Daha yakın.

B: (*b*) ve (*d*) doğrudur.

C: Her iki durum için de $f = 10$ cm; (*a*)'da $d_g = -10$ cm (*b*)'de 30 cm.

D: −36 cm; ıraksak.

E: $P = -4.0$ D.

F: 48 cm.

Sabun köpüğü üzerindeki müthiş güzel renkler ışığın dalga teorisi ile kolayca açıklanabilir. Sabun köpüğü hava ile doldurulmuş ince küresel bir tabakadır. Bu ince sabunlu su tabakasının dış ve iç yüzeylerinden yansıyan ışınlar gördüğümüz parlak renkleri oluşturacak şekilde yapıcı girişimi meydana getirirler. Sabunlu su tabakasının her hangi bir noktasında gördüğümüz renkler, tabakanın bu noktadaki kalınlığına ve görüş açımıza bağlıdır. Köpüğün üst kenarında gümüş veya beyaz görünen alanlar ile çevrelenmiş küçük siyah bir bölge görmekteyiz. Köpüğün kalınlığının en az olduğu yer bu siyah bölgedir, yaklaşık 30nm civarındadır ve tamamıyla geçirgendir (bundan dolayı siyah arka planı görüyoruz).

Işığın çift yarıkta girişimi ve ince tabaka girişimini de içeren dalga yapısının temel kavramlarını ele alacağız.



BÖLÜM

34

Işığın Dalga Yapısı; Girişim

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU—Şimdi tahmin edin!

Suyun veya ıslak bir kaldırımın üzerinde ince bir yağ tabakası varsa, çoğu zaman sarmal renk kıvrımları görebilirsiniz. Bu renk kıvrımlarını yukarıda gösterilen sabun köpüğünde de görebiliriz. Bu renklerin oluşmasının sebebi nedir?

(a) Yağ veya sabundaki katkı maddeleri değişik renkleri yansıtır.
(b) Yağ veya sabundaki kimyasallar değişik renkleri soğurur.
(c) Yağ veya sabunun kırılma indisi farklarından dolayı ayrışma.
(d) Işığın, yağ (veya sabun) ile suyun düzensiz bir şekilde karıştığı ince bir sınır tabakası ile etkileşmesi.
(e) İnce yağ veya sabun tabakasının alt ve üst yüzeylerinden yansıyan ışık dalgaları belli dalga boyları için yapıcı bir şekilde üst üste binebilirler.

İÇERİK

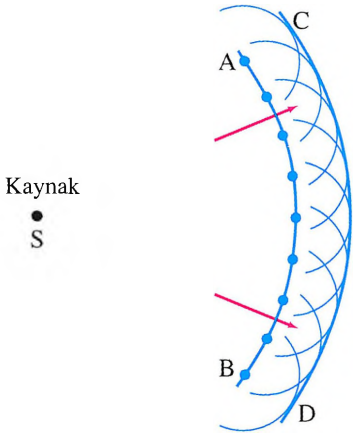
34–1 Dalga Parçacık İkilemi; Huygens İlkesi ve Kırınım
34–2 Huygens İlkesi ve Kırılma Yasası
34–3 Girişim – Young'ın Çift Yarık Deneyi
34–4 Çift Yarıklı Girişim Deseninde Şiddet
34–5 İnce Filmlerde Girişim
34–6 Michelson Girişimölçeri
34–7 Işık Şiddeti

Güneş ışınlarını büyüteç ile bir parça kağıt üzerine odaklayan ve kağıdı yakarak delik oluşturan birisine göre ışığın enerji taşıdığı aşikardır. Fakat ışık nasıl yayılır ve bu enerji ne şekilde taşınır? Bölüm 15'de dalgaları tartışırken enerjinin bir yerden bir yere, parçacıklar veya dalgalar tarafından iki yol ile taşınabileceğini gösterdik. Birinci durumda yuvarlanan kayalar ya da şelale gibi maddesel nesneler veya parçacıklar enerjiyi taşıyabilirler. Ses dalgaları veya su dalgaları örneklerinde olduğu gibi, ikinci durumda ise, ortamın salınım yapan parçacıklarının yer değiştirmemesine rağmen dalgalar enerjiyi uzak mesafelere taşıyabilirler. Bu durumda, ışığın yapısı hakkında ne söyleyebiliriz; ışık kaynağından dışarıya doğru uzaklaşan parçacıklardan mı ibarettir? Yoksa kaynaktan dışarıya doğru yayılan dalga yapısında mıdır?

Tarih boyunca bu soru zor bir soru olarak bilinmiştir. Ne ışık, ufak parçacıklardan oluşmuş olduğunu bariz bir biçimde gösterir, ne de ışık dalgalarının geçtiğini, su dalgalarını görebildiğimiz gibi görebiliriz. Birçok fizikçinin dalga teorisini kabul ettiği 1830'lara kadar kanıtlar ilk önce ilk önermeyi desteklemiştir, sonraları ise ikincisi ön plana çıkmıştır. 19. yüzyılın sonlarına doğru ışığın bir *elektromanyetik dalga* olduğu düşünülmüştür (Bölüm 31). Ancak 20. yüzyılın başlarında, ışığın parçacık yapısına da sahip olduğu gösterilmiştir. Bu durum Bölüm 37'de tartışılacaktır. Şimdi dalga teorisi ve dalga teorisinin bir çok olağanüstü olayı açıklamada nasıl kullanıldığı konusundaki kanıtları inceleyeceğiz.

34–1 Dalga Parçacık İkilemi; Huygens İlkesi ve Kırınım

Newton'la aynı çağda yaşıyan Hollandalı bilim adamı Christian Huygens (1629-1695), çok önemli bir ışık dalga teorisi sunmuştur. Huygens, dalga cephesinin bir önceki konumu bilindiğinde, gelecekteki konumunun öngörülmesini sağlayan, bugün de hala kullanılmakta olan bir teknik geliştirmiştir. Dalga cephesi, okyanusta gördüğümüzde basitçe "dalga" dediğimiz, iki veya üç boyutlu dalgaların bir tepe oluşturan tüm noktalarıdır. Bölüm 15'te (Şek. 15-20) tartışıldığı gibi, dalga cepheleri, ışınlara diktirler. **Huygens ilkesi** aşağıdaki gibi ifade edilebilir: *Bir dalga cephesi üzerindeki her nokta, ileri yönde, dalganın hızıyla yayılan ufak dalgacıkların kaynağı olarak düşünülebilir. Yeni dalga cephesi, bütün dalgacıkların zarfıdır* – bir başka deyişle, *hepsine teğettir.*



ŞEKİL 34–1 AB dalga cephesi verildiğinde CD dalga cephesini elde etmek üzere Huygens ilkesinin kullanılışı.

ŞEKİL 34–2 Huygens ilkesi (a) bir engelin köşesini dönerken, (b) geniş bir delikten geçerken, (c) boyutu dalga boyu mertebesinde olan küçük bir delikten geçerken kırınım ile uyumludur.

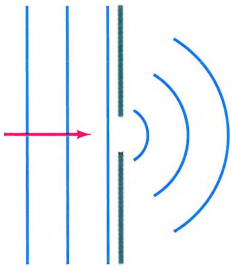
Huygens ilkesine basit bir örnek olarak, Şek.34-1'deki S kaynağından dışarı yayılan AB dalga cephesini ele alalım. Ortamın *izotropik* olduğunu, yani dalganın v hızının her yönde aynı olduğunu varsayalım. Dalganın AB'de oluşundan t gibi küçük bir zaman sonraki yeni dalga cephesini bulmak için yarıçapları $r = vt$ olan küçük daireler çizilir. Bu küçücük dairelerin merkezleri orijinal dalga cephesi olan AB üzerindeki mavi noktalardır ve bu daireler Huygens'in (sanal) dalgacıklarını temsil etmektedir. Tüm bu yüzeylere teğet olan CD eğrisi dalga cephesinin yeni konumudur.

Huygens ilkesi, özellikle bir engele çarpıp kısmen engellenen dalgalara ne olduğunu anlamada kullanılan yararlı bir tekniktir. Huygens ilkesi Şek.34-2'de gösterildiği gibi bir engelin arkasında dalgaların bükülmelerini öngörür. Bu, Bölüm 15'te (Şek.15-31 ve 15-32) gördüğümüz su dalgalarının davranışının aynıdır. Dalgaların engelin arkasındaki "gölge bölgesi"ne bükülmeleri "**kırınım**" olarak bilinir. Kırınımın parçacıklarda olmayıp dalgalarda meydana gelmesi ışığın yapısını anlamamıza yardımcı olabilecek önemli bir noktadır.

Şek.34-2'de görüldüğü gibi, kırınımın en fazla dalganın dalga boyu, açıklığın büyüklüğü ile eşit mertebede olduğunda gerçekleştiğine dikkat edin. Eğer deliğin büyüklüğü dalga boyundan çok büyük ise kırınımın farkına varılmaz.

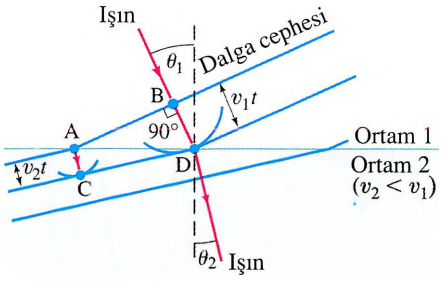
Işık, kırınıma uğrar mı? 17. yüzyılın ortalarında Francesco Grimaldi (1618-1663) karanlık bir ekrandaki küçücük bir delikten bir odaya giren güneş ışınlarının karşı duvarda, oluşturduğu aydınlık beneğin, geometrik ışınlardan beklenilenden daha büyük olduğunu, ve görüntünün sınırlarının net olmayıp renkli saçaklarla çevrelendiğini gözlemlemiştir. Grimaldi bu gözlemlerini ışığın kırınımı olarak yorumlamıştır.

Işığın dalga modeli kırınımı iyi bir şekilde açıklamaktadır. Bir sonraki Bölümde Kırınımı ayrıntıları ile inceleyeceğiz. Fakat ışığın ışın modeli (Bölüm 32) kırınımı açıklayamaz ve bu durum, ışın modelinden kaynaklanan limitlerin farkında olmamız açısından önemlidir. Işınların kullanıldığı geometrik optiğin geniş bir alanda başarılı olmasının başlıca sebebi, kullanılan engellerin ve delik genişliklerinin ışığın dalga boyundan çok büyük olması ve buna bağlı olarak çok az kırınım veya bükülmenin meydana gelmesidir.



(c)

34–2 Huygens İlkesi ve Kırılma Yasası



ŞEKİL 34–3 Huygens ilkesi kullanılarak kırınımın açıklanması. Dalga cepheleri ışınlara diktir.

Yansıma ve kırılma yasaları Newton zamanında iyi bilinen yasalardı. Işığın yansıması, az önce tartıştığımız iki teoriyi (dalga – parçacık ikilemi) ayırt edemez. Bir engelden yansıyan bir dalga için geliş açısı yansıma açısına eşittir (Şek.15-21). Bu olayın aynı, parçacıklar için de doğrudur; düz bir yüzeye spinsiz çarpan tenis topunu düşünün.

Kırılma yasası ise tamamen farklı bir konudur. Havadan suya geçen bir ışık ışınında olduğu gibi; bir ortama girdiğinde normale doğru bükülen bir ışık ışınını düşününüz. Şek.34-3'te görüleceği gibi, eğer ışığın hızı ikinci ortamda daha azsa $(v_2 < v_1)$ kırılma, Huygens ilkesi ile açıklanabilir. t anında AB dalga cephesi (gelen ışığa dik) üzerinde olan B noktası, D noktasına ulaşmak için $v_1 t$ yolunu kat eder. Dalga cephesi üzerindeki A noktası ise C noktasına ulaşabilmek için ikinci ortamda $v_2 t$ gibi bir yol alır, $v_2 t < v_1 t$. Huygens ilkesi C ve D'deki dalgacık yüzeylerini elde etmek için A ve B noktalarına uygulandığında, oluşacak yeni dalga cephesi bu eğrilere teğet olan CD doğrusudur. Yani dalga cephelerine dik durumda olan ışınlar, eğer $v_2 < v_1$ ise şekilde çizildiği gibi normale doğru yaklaşırlar.

Newton'un tercih ettiği ışığın parçacık teorisi, tam tersini, yani ikinci ortamda ışığın hızının daha büyük olacağını $(v_2 > v_1)$ öngörür. Dolayısıyla, dalga teorisi suyun içerisinde ışığın hızının havadakinden daha küçük olduğunu, Newton'un parçacık teorisi ise bunun tersini tahmin eder. Suyun içerisindeki ışık hızını ölçen deney 1850'de Fransız fizikçisi Jean Foucault tarafından gerçekleştirilmiş ve dalga teorisinin öngörüsünü kanıtlamıştır. Bir sonraki kısımda da göreceğimiz gibi, bu deneyden sonra dalga teorisi tamamen kabul edilmiştir.

Snell kırılma yasası, herhangi bir ortam içerisindeki ışığın v hızı, ışığın havadaki hızı c ve n kırılma indisi ile Dnk. 32-4'deki gibi $v = c/n$ şeklinde ilişkiliyse, doğrudan Huygens ilkesinden çıkar. Şek. 34-3 'teki Huygens çiziminde ADC, θ_2 açısına, BAD ise θ_1 açısına eşittir. AD kenarları ortak olan bu iki üçgen için;

$$\sin\theta_1 = \frac{v_1 t}{\text{AD}}, \qquad \sin\theta_2 = \frac{v_2 t}{\text{AD}}.$$

Bu iki denklemi taraf tarafa bölerek,

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

elde ederiz. Dnk. 32-4 ile verilen $v_1 = c/n_1$ ve $v_2 = c/n_2$, eşitliklerinden

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

ifadesi bulunur; bu Dnk. 32-5'deki Snell Kırılma yasasıdır. (Benzer şekilde, yansıma yasasını Huygens ilkesinden türetmek için Bölüm sonundaki 1. probleme bakınız.)

Işık dalgası bir ortamdan diğerine geçtiği zaman frekansında bir değişme olmaz fakat dalga boyu değişir. Bu olay Şek.34-3' de görülebilir; burada görülen her mavi çizgi, dalga tepesine karşılık gelen dalga cephelerini göstermektedir. Böylece,

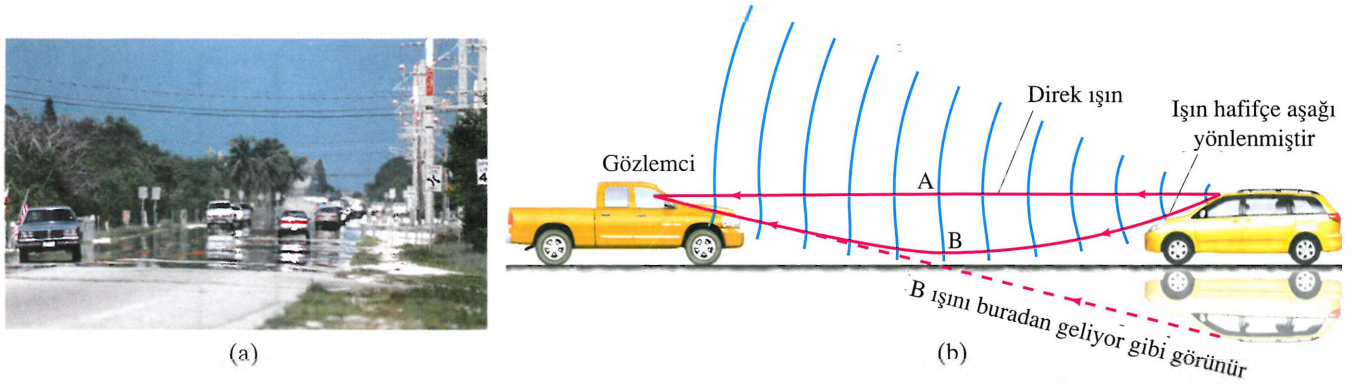
$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2 t}{v_1 t} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

elde ederiz; son yazılan eşitlik için Dnk. 32-4 'ü $v = c/n$ kullandık. Eğer 1. ortam boşluk (veya hava) ise $n_1 = 1, v_1 = c$ 'dir ve basitlik için λ_1'i λ, olarak alırsak; $n\,(= n_2)$ kırılma indisli başka bir ortamdaki dalga boyu

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n} \qquad \textbf{(34–1)}$$

olur. $c = f\lambda$ olduğundan bu sonuç, f frekansının dalganın hangi ortamda yayıldığına bağlı olmaması ile uyumludur.

ALIŞTIRMA A Havada, 500 nm'lik dalgaboyuna, 6.0×10^{14} Hz frekansına ve 3.0×10^8 m/s hızına sahip bir ışık demeti, kırılma indisi 1.5 olan bir cama üzerine düşürülüyor. Işığın cam içerisindeki dalga boyunu, frekansını ve hızını bulunuz.



ŞEKİL 34–4 (a) Otoyolda bir serap. (b) Otoyoldaki serapların açıklanmasında dalga cephelerini ve ışınları gösteren (abartılı bir şekilde) bir çizim. Dalga cephelerinin yere yakın olan bölümlerinin daha hızlı hareket ettiklerine ve birbirlerinden daha uzak olduklarına dikkat ediniz.

FİZİK UYGULAMASI
Karayolu serapları

Dalga cepheleri, serapların nasıl oluştuğunu ışığın kırılması ile açıklamakta kullanılabilir. Örneğin, sıcak havalarda bazen sürücüler önlerindeki yolda su birikintisi gördüklerini zannederler. Bu aslında bir seraptır (Şek.34-4a). Sıcak günlerde yolun hemen üstünde çok sıcak bir hava katmanı oluşabilir (Güneş ışınlarının yolu dövmesi sonucu). Sıcak hava soğuk havadan daha az yoğunluğa sahiptir, bu yüzden sıcak havada kırılma indisi biraz daha azdır. Şek.34-4b'de uzaktaki bir arabanın (sağdaki) üstündeki bir noktadan sola doğru, gözlemciye gelen ışının diyagramını görüyoruz. Burada dalga cepheleri ve iki ışın (dalga cephelerine dik) gösterilmiştir. A ışını düz bir yol izleyerek doğrudan gözlemciye ulaşmakta olup uzaktaki arabanın normal görünümünü temsil eder. B ışını ise önce hafifçe aşağıya doğrudur, farklı kırılma indisli hava tabakalarından geçtikçe biraz bükülür. Şek.34-4b'de maviyle gösterilen dalga cepheleri yola yakın hava katmanlarında daha hızlı hareket ederler. Bu yüzden B ışını gösterildiği gibi bükülür ve gözlemciye sanki yoldan yansıyıp da aşağıdan geliyormuş gibi (kesikli çizgiler) görünür. İşte serap budur.

34–3 Girişim—Young 'ın Çift Yarık Deneyi

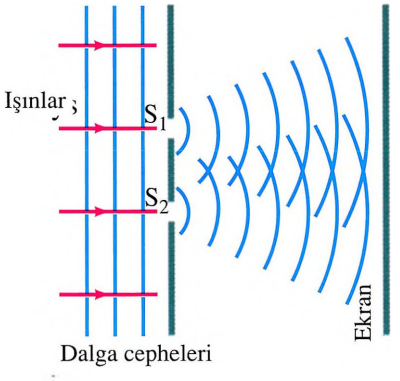
1801'de İngiliz bilim adamı Thomas Young (1773-1829) ışığın dalga doğası için ikna edici kanıtlar buldu ve hatta görülebilir ışığın dalga boyunu ölçtü. Şek.34-5a Young'ın meşhur çift yarık deneyinin şematik diyagramını göstermektedir. Işığın tek bir kaynaktan gelmesi için Young, bir pencere örtüsü üzerine açılmış çok ince bir yarıktan geçirilen güneş ışınlarını kullandı. Bu paralel ışık demetleri birbirine çok yakın iki yarıktan (S_1 ve S_2) geçerek bir ekran üzerine düşerler. (Bu yarıklar ve aralarındaki aralık çok dar olup ışığın dalga boyundan fazla büyük değildirler). Eğer ışık küçük parçalardan oluşsaydı biz (*b*)'de gösterildiği gibi yarıkların karşısındaki bir ekran üzerinde iki aydınlık çizgi görmeyi bekleyecektik. Fakat bunun yerine (*c*)'deki gibi bir dizi aydınlık çizgi görüldü. Young bu sonucu, bir **dalga girişimi** olayı olarak açıkladı.

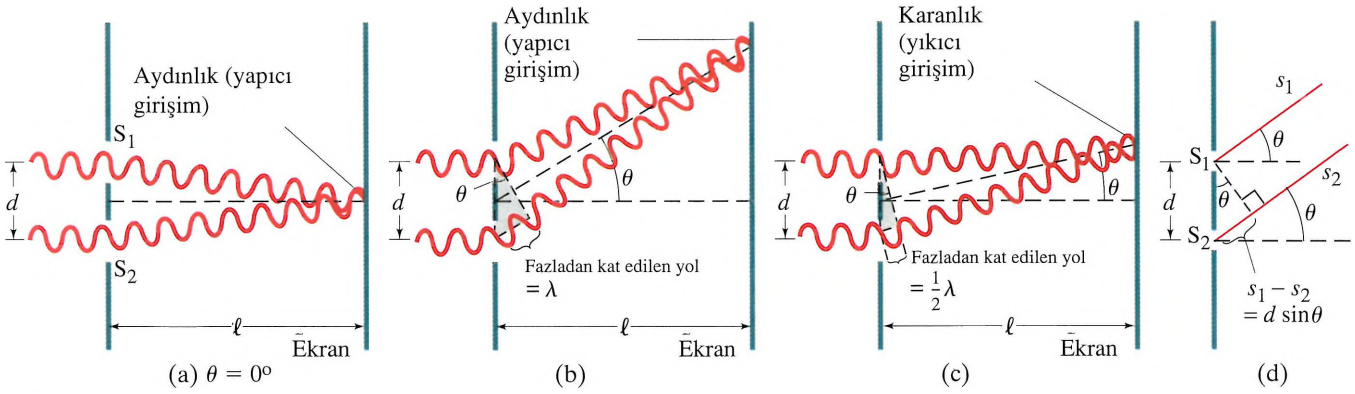
ŞEKİL 34–5 (a) Young'ın çift yarık deneyi. (b) Eğer ışık parçacıklardan oluşsaydı, yarıkların arkasındaki ekranda iki aydınlık çizgi görmeyi bekleyecektik. (c) Halbuki gerçekte çok fazla çizgi gözlenir. Yarıklar ve aralarındaki aralık çok ince olmalıdır.



Bunun sebebini anlamak için, Şek.34-6'da gösterildiği gibi, iki yarık üzerine düşen tek dalga boylu ("bir renk" anlamına gelen **monokromatik** olarak nitelendirilir) ışık düzlem dalgaları düşünelim. Kırınımdan dolayı, iki küçük yarıktan çıkan dalgalar şekildeki gibi yayılırlar. Bu olay göle atılan iki kayanın oluşturduğu girişim deseniyle (Şek.15-23) veya iki hoparlörden çıkan sesin girişimiyle aynıdır (Şek. 16-15). Dalgaların girişimi için Kısım 15-8'e bakınız.

ŞEKİL 34–6 Işık dalga ise, yarıklardan birinden geçen ışık diğer yarıktan geçen ışık ile girişim yapmalıdır.

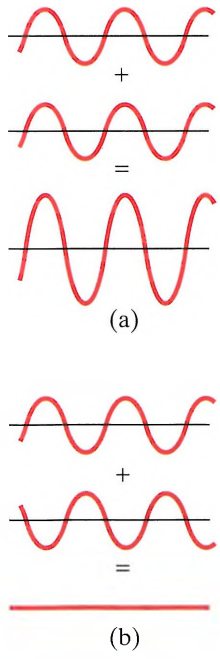




ŞEKİL 34–7 Dalga teorisi, çift yarık deneyinde oluşan çizgi desenini nasıl açıklar? (a) Ekranın merkezine, her bir yarıktan gelen dalgalar aynı mesafeyi kat ederek gelirler ve dalgalar aynı fazda olur. (b) Bu θ açısında alttaki dalga bir tam dalga boyu (λ) uzunluğunda ekstra bir mesafe kat eder ve dalgalar aynı fazda olur. Taralı üçgenden, yol farkının $d\sin\theta$ olduğunu görün. (c) Bu θ açısında ise alttaki dalga fazladan yarım dalga boyu uzunluğunda bir yol kat eder bu yüzden iki dalga ekrana zıt fazlarda ulaşırlar. (d) (b) ve (c) için açıları gösteren daha detaylı bir diyagram

Şek.34-7'de ekran üzerindeki girişim deseninin nasıl meydana geldiğini görebiliriz. Birbirlerinden d kadar uzaklıkta bulunan S_1 ve S_2 yarıklarına giren λ dalga boyuna sahip dalgalar gösterilmektedir. Yarıklardan geçtikten sonra dalgalar her yöne doğru yayılmaktadır (Şek.34-6), fakat sadece üç farklı θ açısı için gösterilmiştir. Şek.34-7a'da ekranın ortasına ulaşan dalgalar gösterilmektedir ($\theta = 0°$). İki yarıktan geçen dalgalar aynı uzaklığı geçerek ekrana gelmişlerdir dolayısıyla aynı fazdadırlar. Yani iki dalganın tepeleri aynı anda ekrana varırlar. Bu nedenle Şek.34-8a'da gösterildiği gibi iki dalganın genlikleri, daha büyük bir genlik oluşturmak için birbirine eklenir. Buna **yapıcı girişim** denir ve ekranın ortasında aydınlık bir alan oluşur. Şek. 34-7b'de gösterildiği gibi, iki ışının aldıkları yolların bir tam dalga boyu (ya da bunun katları) kadar farklı olmaları durumunda da yapıcı girişim oluşur; bu durumda da ekran üzerinde bir parlaklık olur. Fakat dalgalardan birinin aldığı yol, diğerinden yarım dalga boyu (veya $\frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda$, kadar fazla olursa iki dalga ekrana ulaştığında tam zıt fazdadırlar: bir dalga tepesi ile diğer dalganın çukuru aynı anda ekrana gelir ve bunların toplamı sıfır genlik verir (Şek.34-8b). Bu **yıkıcı girişim** olarak adlandırılır ve ekran karanlıktır (Şek.34-7c). Böylece, gözleme ekranı üzerinde bir dizi aydınlık ve karanlık çizgi (veya **saçaklar**) elde edilir.

ŞEKİL 34–8 Hareket halindeki iki dalga için (a) yapıcı girişim (b)yıkıcı girişim (Bknz. Kısım 15-8)



Aydınlık çizgilerin tam nereye düştüğünü belirlemek için önce Şek.34-7'nin biraz abartılmış olduğuna dikkat edin; gerçek durumlarda yarıklar arasındaki d mesafesi, yarıklardan ekrana kadar olan ℓ mesafesi ile karşılaştırıldığında çok küçüktür. Her durum için yarıklardan çıkan ışınlar birbirine paralel olacaktır. Şek. 34-7d'de gösterildiği gibi ışınlar, yatayla bir θ açısı yaparlar. Şek. 34-7b ve c'de taranan üçgenlerden gördüğümüz gibi alttaki ışının kat ettiği fazladan yol $d \sin\theta$'dır (Şek.34-7d'de daha açık görülüyor). Yol farkı $d \sin\theta$ dalga boyunun tamsayı katlarına eşit olduğunda ekranda aydınlık saçaklar görülecek, yani yapıcı girişim meydana gelecektir.

$$d \sin\theta = m\lambda, \qquad m = 0, 1, 2, \cdots. \qquad \text{[yapıcı girişim (aydınlık)]} \qquad \textbf{(34–2a)}$$

Burada m değeri girişim saçaklarının **mertebe**sini göstermektedir. Örnek olarak 1. mertebe saçak $(m = 1),$, merkezi saçağın $(\theta = 0, m = 0)$ her iki tarafındaki ilk saçaktır. Yıkıcı girişim ise $d \sin\theta$'nın $\frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda$, ve bunun gibi dalga boylarına eşit olduğu durumlarda meydana gelir:

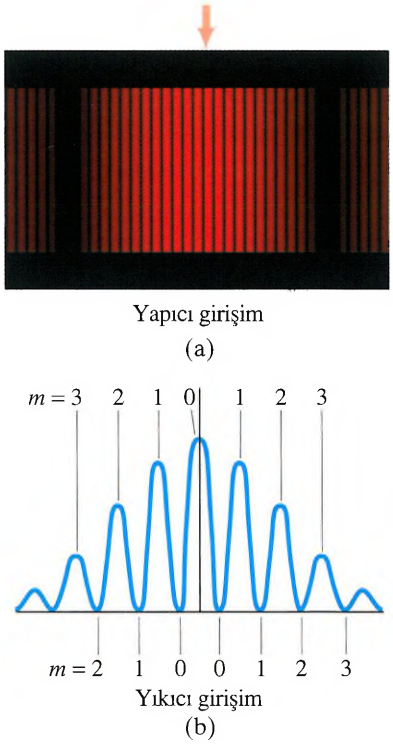
$$d \sin\theta = (m + \tfrac{1}{2})\lambda, \qquad m = 0, 1, 2, \cdots. \qquad \text{[yıkıcı girişim (karanlık)]} \qquad \textbf{(34–2b)}$$

Aydınlık saçaklar, ışık şiddetinin tepeleri veya maksimumları, karanlık saçaklar ise mini-

mumlarıdır. Şek. 34-9b'de gösterildiği gibi aydınlık saçakların en parlağı, merkezi saçak ($m = 0$)'tır ve saçak mertebesi arttıkça parlaklık azalır. Şiddetin artan mertebeyle ne kadar azalacağı yarıkların genişliğine bağlıdır.

KAVRAMSAL ÖRNEK 34–1 **Girişim Deseni Çizgileri** (*a*)Yapıcı ve yıkıcı girişimlerin gözlendiği ekranda sonlu sayıda mı yoksa sonsuz sayıda mı nokta vardır? (*b*) Komşu yapıcı girişim noktaları eşit aralıklı mıdır, yoksa komşu yapıcı girişim noktaları arasındaki uzaklıklar eşit değil midir?

YANIT (*a*) Dnk. 34-2a ve b'ye bakarak, denklemlerin yanında yazan $m = 0, 1, 2, \cdots$ durumlarını ele alıp yapıcı ve yıkıcı girişimlerin sonsuz sayıda olduğunu düşünebilirsiniz. Fakat $\sin\theta$'nın değeri 1'den büyük olamayacağına göre, bu denklemlerde kullanılan m değerlerinin bir üst limiti vardır. Dnk. 34-2a'da m'nin alabileceği maksimum değer d/λ değerine en yakın ve ondan küçük tam sayıdır. Dolayısıyla ekran ne kadar büyük olursa olsun sonlu sayıda yapıcı ve yıkıcı girişim noktası vardır. (*b*) Komşu yapıcı veya yıkıcı girişim noktaları arasındaki aralıklar eşit değildir; θ açısı büyüdükçe, noktalar arasındaki uzaklık ta büyümektedir. Bunu matematiksel olarak doğrulayabilirsiniz. Küçük θ değerleri için aralıkların neredeyse eşit olduğu Örnek 34-2'de görülecektir.



ŞEKİL 34–9 (a) Çift yarık deneyinde fotoğraf filmi üzerinde oluşturulan girişim saçakları Ok ile işaretli kısım merkezi saçaktır. (b) Girişim desenindeki ışığın şiddet grafiği. Ayrıca Dnk 34-2a (yapıcı girişim) ve Dnk. 34-2b (yıkıcı girişim) için m değerleri de gösterilmiştir.

ÖRNEK 34–2 **Çift yarıklı girişimde çizgi aralığı.** 0.100 mm aralıklı iki yarığa sahip bir ekran, saçakların gözlendiği ekrandan 1.20 m uzaklıktadır. Yarıkların üzerine uzak bir kaynaktan dalga boyu $\lambda = 500$ nm olan ışık düşmektedir. Ekranda birbirine yakın aydınlık saçaklar arasındaki mesafeyi tahmin ediniz

YAKLAŞIM Aydınlık saçakların (yapıcı girişim) açısal konumları Dnk 34-2a kullanılarak bulunur. İlk iki saçak arasındaki uzaklık Şek.34-10'da gösterilen dik üçgenler kullanılarak bulunabilir.

ÇÖZÜM $d = 0.100\,\text{mm} = 1.00 \times 10^{-4}\,\text{m}$, $\lambda = 500 \times 10^{-9}\,\text{m}$, ve $\ell = 1.20\,\text{m}$ olarak veriliyor, ilk saçağın ($m = 1$) oluştuğu θ açısı,

$$\sin\theta_1 = \frac{m\lambda}{d} = \frac{(1)(500 \times 10^{-9}\,\text{m})}{1.00 \times 10^{-4}\,\text{m}} = 5.00 \times 10^{-3}.$$

Bu açı çok küçük olduğundan, θ radyan cinsinden olmak koşuluyla $\sin\theta \approx \theta$ alabiliriz. Birinci mertebe saçak, $x_1/\ell = \tan\theta_1 \approx \theta_1$ olmak üzere, ekranın merkezinden x_1 kadar uzaklıkta oluşacaktır:

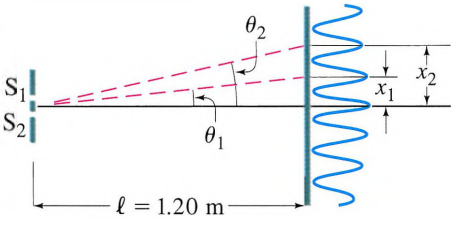
$$x_1 \approx \ell\theta_1 = (1.20\,\text{m})(5.00 \times 10^{-3}) = 6.00\,\text{mm}.$$

2. mertebe saçak ($m = 2$) ise merkezden

$$x_2 \approx \ell\theta_2 = \ell\frac{2\lambda}{d} = 12.0\,\text{mm}$$

mesafede meydana gelir ve diğerleri de onu takip eder. Dolayısıyla düşük mertebeli saçakların arasındaki uzaklık 6.00 mm'dir.

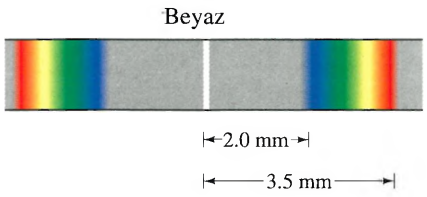
NOT $\sin\theta \approx \theta$ yaklaşıklığı geçerli olduğu sürece saçaklar arasındaki uzaklık eşit olacaktır.



ŞEKİL 34–10 Örnek 34-2 ve 34-3. Küçük θ açıları (radyan cinsinden) için girişim saçakları merkezi saçağın ($m = 0$), $x = \theta\ell$ kadar üstünde meydana gelir; θ_1 ve x_1 birinci mertebeden saçaklar olup ($m = 1$), θ_2 ve x_2 ise $m = 2$ içindir.

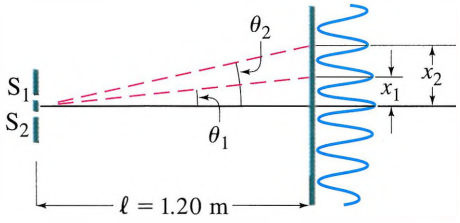
KAVRAMSAL ÖRNEK 34–3 **Dalga boyunu değiştirmek** (*a*) Örnek 34-2'deki Şek.34-10'da gösterilen girişim deseninde 500 nm dalga boylu ışık yerine 700 nm dalga boylu ışık kullanılırsa girişim deseninde ne olur? (*b*) Dalga boyu 500 nm'de bırakılır fakat yarıklar arası uzaklık arttırılırsa ne olur?

YANIT (*a*) Dnk. 34-2a'da λ arttırılıp d aynı kaldığında, aydınlık saçaklar için θ açısı artar ve girişim deseni yayılır. (*b*) Yarıklar arası uzaklık olan d'yi arttırmak her mertebede θ açısını düşüreceğinden oluşan çizgiler birbirlerine daha yakın hale gelecektir.



ŞEKİL 34–11 Örnek 34-4'teki gibi, birinci mertebe saçakların gökkuşağı gibi göründüğü tam spektrum.

ŞEKİL 34–10 (Tekrar) Örnek 34-2 ve 34-3. Küçük θ açıları (radyan cinsinden) için girişim saçakları merkezi saçağın $(m = 0)$, $x = \theta\ell$ kadar üstünde meydana gelir; θ_1 ve x_1 birinci mertebeden saçaklar olup $(m = 1)$, θ_2 ve x_2 ise $m = 2$ içindir.



Dnk.34-2'den görüyoruz ki, ortadaki sıfırıncı mertebeden saçağın haricindeki saçakların yerleri dalga boyuna bağlıdır. Sonuç olarak, Young'ın deneyinde gözlediği gibi, beyaz ışık iki yarık üzerine düştüğünde merkez saçak beyaz olmakta fakat birinci (ve daha yüksek) mertebeden saçaklar gökkuşağı benzeri bir ışık tayfı oluşturmaktadır. θ açısı mor ışık için en küçük, kırmızı ışık içinse en büyük değerini alır (Şek. 34-11). Young oluşan saçakların konumlarını ölçerek ve Dnk 34-2'yi kullanarak görünür ışığın dalga boylarını belirledi. Bunu yapmakla farklı renkleri birbirinden ayırt eden fiziksel özelliğin dalgaboyu (veya frekans) olduğunu gösterdi. Bu fikir ilk defa 1665'te Grimaldi tarafından ileri sürülmüştü.

ÖRNEK 34–4 **Çift yarık girişiminde dalga boyları.** 0.50 mm aralıklı bir çift yarıktan beyaz ışık geçmekte ve 2.5 m uzaklıktaki ekranda girişim deseni gözlenmektedir. 1. mertebe saçak karşı uçlarda mor ve kırmızı ışığın olduğu bir gökkuşağına benzemektedir. Mor ışık merkezi beyaz saçaktan 2.0 mm ve kırmızı ışık da 3.5 mm uzaktadır (Şek.34-11). Mor ve kırmızı ışık için dalga boylarını hesaplayınız.

YAKLAŞIM Verilen uzaklıklardan ve Şek. 34-10'daki diyagramdan mor ve kırmızı ışık için açıları bulabiliriz. Dalga boylarını elde etmek için de Dnk 34-2a'yı kullanırız. 3.5 mm, 2.5 m' den çok küçük olduğu için küçük açı yaklaşımını kullanabiliriz.

ÇÖZÜM $m = 1$ ve $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$. ile birlikte Dnk 34-2a'yı kullandık, mor ışık için $x = 2.0$ mm, (Şek. 34-10'e Bknz.)

$$\lambda = \frac{d\sin\theta}{m} \approx \frac{d\theta}{m} \approx \frac{d}{m}\frac{x}{\ell} = \left(\frac{5.0\times10^{-4}\,\text{m}}{1}\right)\left(\frac{2.0\times10^{-3}\,\text{m}}{2.5\,\text{m}}\right) = 4.0\times10^{-7}\,\text{m},$$

veya 400 nm. Kırmızı ışık için $x = 3.5$ mm,

$$\lambda = \frac{d}{m}\frac{x}{\ell} = \left(\frac{5.0\times10^{-4}\,\text{m}}{1}\right)\left(\frac{3.5\times10^{-3}\,\text{m}}{2.5\,\text{m}}\right) = 7.0\times10^{-7}\,\text{m} = 700\,\text{nm}.$$

Uyumluluk (Koherentlik)

Şek.34-7'deki gibi iki yarık, ayrı iki ışıma kaynağı gibi davranırsa bunlara **uyumlu (koherent) kaynaklar** denir. Çünkü bu kaynaklardan yayılan dalgalar aynı dalga boyu ve aynı frekansa sahiptirler ve her zaman aynı faz bağıntısını taşırlar. Bunun nedeni dalgaların, Şek.34-7'deki gibi, orijinal ışını ikiye bölen yarıkların solundaki tek bir kaynaktan gelmesidir. Girişim deseni sadece kaynaklar uyumlu olduğunda gözlenebilir. Eğer iki küçük ampul yarıkların yerine yerleştirilirse girişim deseni gözlenmeyecektir. Bunun nedeni ampullerin birinden yayılan ışığın diğerinden yayılana göre rastgele bir faza sahip olmasıdır. Ekran nerdeyse tekdüze bir biçimde aydınlanır. Çıkış dalgalarının fazları arasında zaman içerisinde belli bir ilişki olmayan bunun gibi iki kaynaktan oluşan sistemlere **uyumsuz (koherent olmayan) kaynaklar** denir.

*34–4 Çift Yarıklı Girişim Deseninde Şiddet

Kısım 34-3'te S_1 ve S_2 gibi iki yarıktan (Şekiller 34-7 ve 34-9) geçen uyumlu ışığın, bir dizi aydınlık ve karanlık saçaklardan oluşan girişim desenini oluşturduğunu gördük. λ dalga boyuna sahip iki monokromatik dalga yarıklara aynı fazda varırlarsa maksimumları (en aydınlık noktaları) oluşturacak θ açısı (Dnk.34-2'den);

$$d\sin\theta = m\lambda$$

ve minumumlar (en karanlık noktalar) için ise,

$$d\sin\theta = \left(m + \tfrac{1}{2}\right)\lambda$$

bağıntıları ile verilir. Burada m bir tamsayıdır $(m = 0, 1, 2, \ldots)$.

Şimdi bu desenin her noktasındaki ışık şiddetini; yarıklardan herhangi biri kapatıldığında diğer yarıktan geçen ışığın ekranın büyük bir bölümünü düzgün bir şekilde aydınlatmaya yetecek kadar kırıldığını farz ederek hesaplayalım. Herhangi bir noktadaki ışık şiddeti I, dalganın genliğinin karesi ile orantılıdır (Kısım 15-3). Işığı elektromanyetik dalga gibi düşünürsek, Işık şiddeti I, elektrik alanı E (veya manyetik alan B, Kısım 31-8)'nin karesi ile orantılıdır: $I \propto E^2$. Herhangi bir P noktasındaki elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$ (Bknz. Şek. 34 – 12), iki yarığın her birinden çıkan ışık dalgalarının, $\vec{\mathbf{E}}_1$ ve $\vec{\mathbf{E}}_2$ ile verilen elektrik alan vektörlerinin toplamı olacaktır. $\vec{\mathbf{E}}_1$ ve $\vec{\mathbf{E}}_2$ (yarıklar arası uzaklığa göre çok uzakta olan bir ekranda) birbirine paralel olduğundan, θ açısındaki (yani P noktasındaki) elektrik alanının büyüklüğü,

$$E_\theta = E_1 + E_2$$

olur. E_1 ve E_2'nin ikisi de $f = c/\lambda$ frekansı ile sinüzoidal olarak değişmektedir. Fakat yarıkların P noktasına olan uzaklıklarının farklı olmasından dolayı fazları da farklıdır. P noktasındaki elektrik alanı, $\omega = 2\pi f$, kullanılarak her bir yarıktan çıkan ışık için,

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{10} \sin \omega t \\ E_2 &= E_{20} \sin(\omega t + \delta) \end{aligned} \qquad \textbf{(34–3)}$$

şeklinde yazılabilir, burada E_{10} ve E_{20} sırasıyla genlikler ve δ da faz farkıdır. δ'nın değeri θ, açısına bağlı olduğundan, δ 'yı θ 'nın bir fonksiyonu olarak belirleyelim.

Ekranın ortasında (O noktası) $\delta = 0.0$'dır. P' den S_1 ve S_2'ye olan yol farkı $d \sin\theta = \lambda/2$ ise iki dalganın faz farkı $\delta = \pi$ (180°)'dir. Eğer $d \sin\theta = \lambda$, ise, iki dalga arasındaki faz farkı $\delta = 2\pi$ 'dir. Bu durumda genel olarak δ ile θ arasındaki bağıntı

$$\frac{\delta}{2\pi} = \frac{d \sin\theta}{\lambda}$$

veya

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta. \qquad \textbf{(34–4)}$$

ile verilir. $E_\theta = E_1 + E_2$, E_2'yi belirlemek için aralarında δ faz farkı bulunan sinüs fonksiyonları olan E_1 ve E_2 skalerlerini topladık. E_1 ve E_2'nin toplamını bulmak için bir yol bir **fazör diyagramı** kullanmaktır. (Bu tekniği daha önce Bölüm 30'da kullandık). Şek.34-13'te gösterildiği gibi E_1'in genliğini temsil etmek için E_{10} uzunluğunda, E_2 için de E_{20} uzunluğunda E_{10} ile δ açısı yapacak şekilde birer ok çizeriz. Oluşturulan bu diyagram orijine göre ω açısal frekansı ile döndürüldüğünde E_{10} ve E_{20}'ın düşey eksen üzerindeki izdüşümleri E_1 ve E_2'yi zamanın bir fonksiyonu olarak temsil eder (Bknz. Dnk. 34-3). E_{10} ve E_{20}'ın "vektör" toplamı† $E_{\theta 0}$ olsun; $E_{\theta 0} = E_{10} + E_{20}$, toplamının genliğidir ve $E_{\theta 0}$'nın düşey eksen üzerindeki izdüşümü E_θ'dır. Eğer iki yarık, $E_{10} = E_{20} = E_0$ olacak şekilde eşit aydınlanma sağlıyorsa Şek. 34-13' teki simetriden $\phi = \delta/2$ 'dir ve

$$E_\theta = E_{\theta 0} \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right). \qquad \textbf{(34–5a)}$$

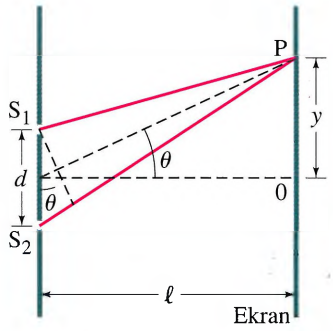
yazabiliriz. Ayrıca Şek.34-13'ten

$$E_{\theta 0} = 2E_0 \cos\phi = 2E_0 \cos\frac{\delta}{2}. \qquad \textbf{(34–5b)}$$

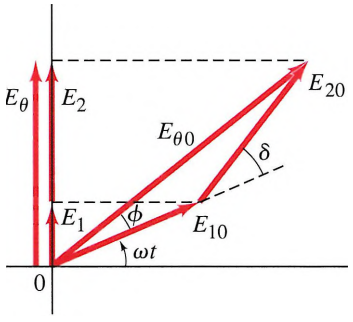
Dnk. 34-5 a ve b'nin birleşmesinden

$$E_\theta = 2E_0 \cos\frac{\delta}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right), \qquad \textbf{(34–5c)}$$

elde edilir, burada δ Dnk. 34-4 ile verilmektedir.



ŞEKİL 34–12 Çift yarık girişim deseninde ışık şiddetinin belirlenmesi. Şekil ölçekli değildir, gerçekte $\ell \gg d$, ve iki ışın nerdeyse paraleledir.



ŞEKİL 34–13 Çift yarıklı girişim deseni için fazör diyagramı.

†Burada gerçek elektrik alan vektörlerini toplamıyoruz, bunun yerine iki dalganın faz farkını dikkate alarak, genliklerini toplamak için "fazör" tekniğini kullanıyoruz.

Görünür ışığın frekansı (10^{14}'den 10^{15} Hz) çok yüksek olduğu için $E_{\theta 0}^2$. ile orantılı olan ortalama şiddet ile ilgileniyoruz. Şimdi "ortalama" kelimesini atıp, yatayla θ açısı yapan bir P noktasındaki $I_\theta (I_\theta \propto E_\theta^2)$ ışık şiddeti ile ilgilenelim. I_0'ı ekranın merkezinde, $\theta = \delta = 0$, olan O noktasındaki şiddet olarak alırsak $I_0 \propto (E_{10} + E_{20})^2 = (2E_0)^2$ olur. Dolayısıyla I_θ / I_0 oranı, bu iki noktadaki elektrik alanlarının genliklerinin karelerinin oranına eşittir. Dnk.34-5b'yi kullanırsak:

$$\frac{I_\theta}{I_0} = \frac{E_{\theta 0}^2}{(2E_0)^2} = \cos^2 \frac{\delta}{2}.$$

Böylece herhangi bir noktadaki ışık şiddeti I_θ ekranın merkezindeki maksimum şiddet cinsinden,

$$\begin{aligned} I_\theta &= I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \\ &= I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \end{aligned} \qquad \textbf{(34–6)}$$

ile verilir. Burada δ, Dnk.34-4 ile verilmiştir. Bu bizim bulmaya çalıştığımız bağıntıdır.

Dnk.34-6'dan $\cos \delta/2 = \pm 1$, olduğu yerlerde maksimumların oluştuğunu görmekteyiz ki bu durumlar da $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \cdots$.'a karşılık gelmektedir. Dnk. 34-4'den ise δ 'nın bu değerleri ancak,

$$d \sin \theta = m\lambda, \qquad m = 0, 1, 2, \cdots.$$

olduğunda alabileceği görülmektedir. $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \cdots$, olduğunda ise minimumlar meydana gelmektedir. Bu durum ise şuna karşılık gelir:

$$d \sin \theta = (m + \tfrac{1}{2})\lambda, \qquad m = 0, 1, 2, \cdots.$$

Bu sonuçlar Kısım 34-3'te elde ettiğimiz sonuçlar ile aynıdır. Fakat şimdi sadece maksimum ve minimumların yerlerini değil Dnk.34-6 yardımı ile herhangi bir noktadaki şiddeti de elde edebiliriz.

Olağan durumda, yani yarıklardan ekrana olan ℓ uzaklığı, yarıklar arası mesafe, d ile karşılaştırdığımızda çok büyükse $(\ell \gg d)$, ve eğer merkezden (O noktası) y kadar uzaktaki $(y \ll \ell)$ ele alırsak (Bknz. Şek. 34-12):

$$\sin \theta = \frac{y}{\ell}.$$

Buradan devam ederek (Bknz. Dnk. 34-4)

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{\ell} y.$$

Böylece Dnk. 34-6

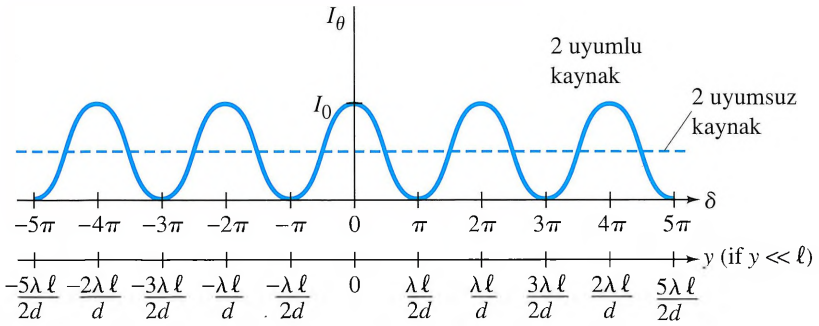
$$I_\theta = I_0 \left[\cos \left(\frac{\pi d}{\lambda \ell} y \right) \right]^2 \qquad [y \ll \ell,\ d \ll \ell] \quad \textbf{(34–7)}$$

olarak yazılabilir.

ALIŞTIRMA B (*a*) $y = 0$, (*b*) $y = \lambda\ell/4d$ ve (*c*) $y = \lambda\ell/2d$ olduğunda I_θ şiddetinin değerleri ne olur?

Şek. 34-14'te I_θ şiddeti, δ faz farkının fonksiyonu olarak çizilmiştir. Dnk. 34-7'deki yaklaşıklıkta yatay eksen, ekran üzerindeki y'ye karşılık gelir.

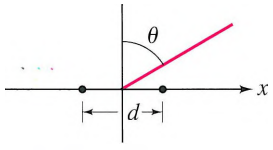
Dnk. 34-6 ve 34-7 ile verilen ve Şek. 34-14' te çizilmiş girişim deseninde bir dizi eşit



ŞEKİL 34–14 δ faz farkı ve ekrandaki y konumunun fonksiyonu olarak I ışık şiddeti ($y \ll \ell$ kabul ederek).

yükseklikte maksimumlar gösterilmektedir ve bu desen, her yarığın (tek başına) ekranı düzgün bir şekilde aydınlattığı varsayımına dayanmaktadır. Bir sonraki bölümde kırınımı tartıştığımızda göreceğiz ki, bu varsayım aslında hiçbir zaman tam olarak doğru değildir. Merkezi maksimum, şiddeti en güçlü olandır ve bunun her iki tarafında yer alan ardışık maksimumların her birinin şiddeti bir öncekine göre biraz azalır.

ÖRNEK 34–5 **Anten Şiddeti.** Şek.34-15'te görüldüğü gibi iki radyo anteni, aralarındaki uzaklık d olacak biçimde birbirine çok yakın olarak yerleştirilmiştir. Antenler aynı fazda ışımakta ve λ dalga boyunda I_0 şiddetinde dalgalar yaymaktadır. (*a*) Antenlerden çok uzaktaki bir noktadaki net şiddeti θ'nın bir fonksiyonu olarak hesaplayınız. (*b*) $d = \lambda$ olduğunda I şiddetini belirleyiniz ve I'nın hangi yönlerde (θ açılarında) maksimum ve minimum değerlerine sahip olduğunu bulunuz. (c) $d = \lambda/2$. olduğunda (*b*)'yi tekrar elde ediniz.



ŞEKİL 34–15 Örnek 34-5. İki nokta antenleri temsil etmektedir.

YAKLAŞIM Kurulan yapı Young'ın çift yarık deneyine benzemektedir.

ÇÖZÜM (*a*)Yapıcı ve yıkıcı girişim noktaları Dnk. 34-2a ve b ile verilmektedir. Net şiddet ise θ'nın bir fonksiyonu olarak Dnk. 34-6 ile sağlanmaktadır. (*b*) Dnk. 34-6'da $d = \lambda$ alınırsa I şiddetini,

$$I = I_0 \cos^2(\pi \sin\theta).$$

denklemi ile buluruz. $\theta = 0, 90°, 180°, 270°$ açılarında $\sin\theta = 0, 1$ veya -1 olduğu için I, I_0'a eşit olur ve maksimumlar oluşur. $\theta = 30°, 150°, 210°, 330°$ açılarında $\sin\theta = \frac{1}{2}$ ve $-\frac{1}{2}$, olduğu için I sıfır olur. (*c*) $d = \lambda/2$ değeri için; $\theta = 0, 180°$, açılarında I maksimum, $\theta = 90°, 270°$ açılarında ise I minimum olur.

34–5 İnce Filmlerde Girişim

Işığın girişimi, sabun köpüklerinden ve su birikintileri üzerindeki ince bir yağ veya benzin tabakasından yansıyan parlak renkler gibi günlük yaşamımızda karşılaştığımız birçok olaya yol açar, Şek.34-16. Bu gibi durumlarda oluşan renkler, ince tabakaların iki yüzeyinden yansıyan ışınların oluşturduğu yapıcı girişimin bir sonucudur.

İnce filmlerde girişimin nasıl meydana geldiğini görmek için düz bir yüzeye sahip

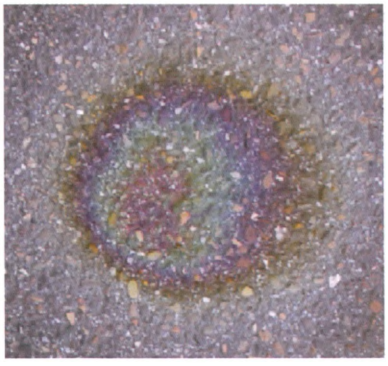
ŞEKİL 34–16 (a) Sabun köpüğü, (b) ince bir sabunlu su filmi, (c) ıslak kaldırımdaki ince yağ tabakasında görülen ince film girişim desenleri



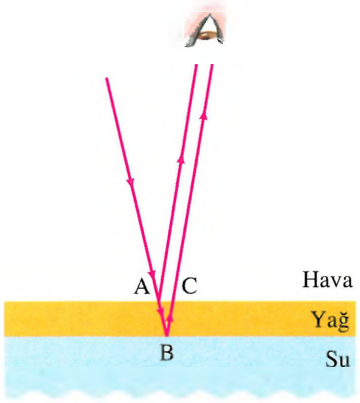
(a)



(b)



(c)



ŞEKİL 34–17 Suyun üzerindeki ince yağ tabakasının alt ve üst yüzeylerinden yansıyan ışık. Bu analizde ışığın yüzeye hemen hemen dik geldiği farz edilmektedir fakat burada gelen ve yansıyan ışınları gösterebilmek için bir açı ile çizilmiştir.

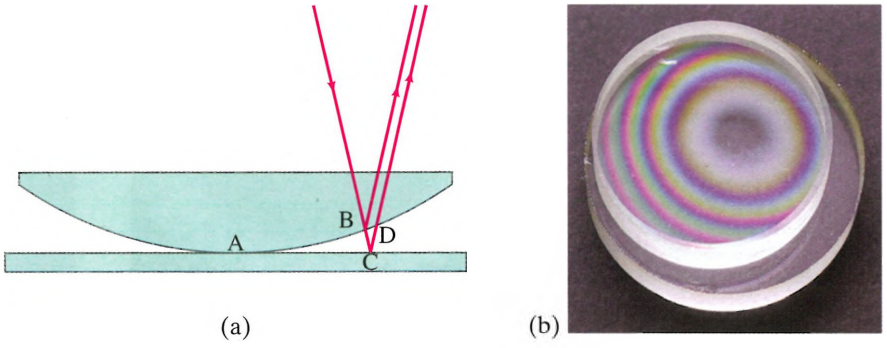
su birikintisi üzerinde ince, düzgün bir tabaka oluşturan maddenin, mesela kırılma indisi sudan küçük olan yağ olduğunu düşünelim (neden böyle bir varsayım yaptığımızı birazdan anlayacağız) (Bknz Şek. 34-17). Bir anlığına, gelen ışığın tek renkli olduğunu farz edin. Işığın bir kısmı üst yüzeydeki A noktasından ve geçen ışığın bir kısmı da alt yüzeydeki B noktasından yansır. Alt yüzeyden yansıyan ışık fazladan ABC yolunu almaktadır. Eğer bu ABC *yol farkı*, tabaka içerisindeki dalga boyunun (λ_n), tamsayı katlarına eşit ise, yansıyan bu iki dalga göze aynı fazda ulaşırlar ve yapıcı girişim oluşur. Böylece tabakanın üzerindeki AC bölgesi aydınlık görünür. Fakat ABC *yol farkı*, $\frac{1}{2}\lambda_n, \frac{3}{2}\lambda_n$, gibi değerlere eşitse iki dalga zıt fazda olacaktır ve yıkıcı girişim oluşur. Bu durumda tabaka üzerindeki AC bölgesi herhangi bir yansıma göstermeyip karanlık olacaktır. *İnce film içerisindeki* λ_n *dalga boyu* $\lambda_n = \lambda/n$, şeklindedir ve burada n tabakanın kırılma indisini ve λ boşluktaki dalga boyunu ifade etmektedir. (Bknz. Dnk. 34-1)

Beyaz bir ışık bunun gibi bir tabakanın üzerine düştüğünde ABC yol farkı, gözlenen açı altında sadece tek bir dalga boyuna λ_n (ya da $m\lambda_n$, herhangi bir tamsayı) eşit olacaktır. Böylece λ 'ya (boşluktaki λ karşılık gelen renk çok parlak olarak görülecektedir. Işığın biraz farklı açıda gözlemlenmesiyle ABC yol farkı değişecektir ve yapıcı girişim farklı bir renkte gözlenecektir. Böylece beyaz ışık yayınlayan noktasal olmayan bir kaynak için, birbiri ardına görünen parlak renkler serisi ortaya çıkacaktır. Ayrıca tabakanın kalınlığındaki değişimler, ABC yol farkını değiştirecektir ve bundan en kuvvetli yansıtılan ışığın rengi etkilenir.

ALIŞTIRMA C Bölüm başlangıç sorusuna dönerek tekrar cevaplayınız; birinci seferde niçin farklı cevap verdiğinizi açıklamaya çalışınız.

Şek.34-18'deki gibi eğri bir cam yüzey, düz bir cam yüzey üzerine konularak yukarıdan beyaz (Şekilde gösterildiği gibi) veya renkli bir ışık ile aydınlatıldığında bir dizi eş merkezli halka görülür. Bunlar **Newton halkaları**[†] olarak adlandırılır. Bu halkalar, iki parça camın arasında kalan çok ince hava boşluğu'nun üst ve alt yüzeylerinden yansıyan dalgaların arasındaki girişimden dolayıdır. Çünkü bu boşluk (ince bir tabaka şeklindedir) merkezden kenarlara doğru artmaktadır ve boşluk içerisinde fazladan alınan yolun (BCD'ye eşittir) $0, \frac{1}{2}\lambda, \lambda, \frac{3}{2}\lambda, 2\lambda$, gibi değerlere eşit olduğu durumlar yapıcı ve yıkıcı girişimlere karşılık gelir ve bu ise bize Şek. 34-18b'de gösterilen parlak renkli daireleri verir. Belli bir çapta gördüğümüz renk yapıcı girişime karşılık gelmektedir; bu çapta diğer renkler kısmen veya tamamen yıkıcı girişime uğramıştır (eğer tekrenkli bir ışık kullanılsaydı halkalar dönüşümlü olarak aydınlık ve karanlık olacaktı).

[†]Her ne kadar Newton, bu halkalar için ayrıntılı bir betimleme yapmış olsa da halkalar, Newton'un çağdaşı Robert Hook tarafından ilk defa gözlemlenmiş ve betimlenmiştir.[†]



ŞEKİL 34–18 Newton halkaları. İnce hava tabakasının alt ve üst yüzeylerinden yansıyan ışık girişim yapıyor. Beyaz ışık ile elde edilen girişim desenlerinin fotoğrafı.

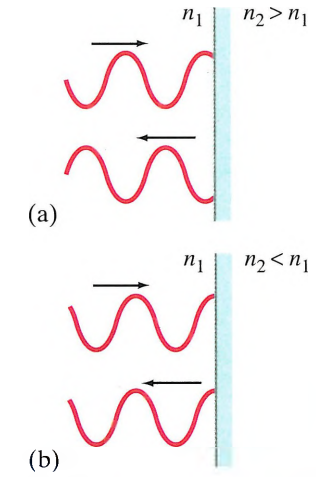
Şek.34-18b'de iki cam yüzeyin birbirine dokunduğu nokta (Şek.34-18a'daki A noktası) karanlıktır. Daha önceki anlatımlarımızdan, buradaki gibi yol farkı sıfır olduğunda, her bir yüzeyden yansıyan dalgaların aynı fazda olduklarını göstermiştik, dolayısıyla merkezdeki bu alanın aydınlık olması gerekir; fakat merkezdeki alan karanlıktır; bu bize burada başka bir olayın geçekleşmekte olduğunu söyler: iki dalga zıt fazda olmalıdır. Bu durum ancak yansıma sırasında yansıyan dalgalardan birisinin dönmesi (tepenin çukur olası) ile mümkündür (Bknz. Şek. 34-19). Yansıyan dalganın fazının 180^0 veya yarım dalga boyu kadar değiştiğini söyleyebiliriz. Gerçekten de, bu ve diğer deneyler dik gelen ışık için şunu göstermiştir:

bulunduğu ortamınkinden daha büyük kırılma indisli bir ortam tarafından yansıtılan bir ışık ışınının fazı, 180° veya $\frac{1}{2}$ çevrim kadar değişir.

(Bknz. Şek. 34-19a). Bu faz değişimi $\frac{1}{2}\lambda$ yol farkı kadar etki etmektedir. Eğer yansıtan cismin kırılma indisi ışığın yayıldığı ortamdan daha az ise faz değişimi meydana gelmez†

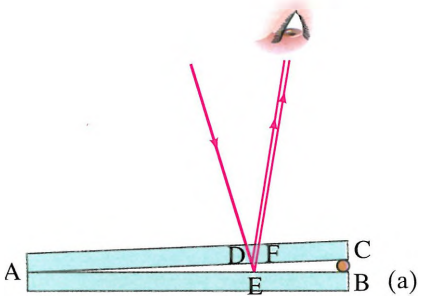
Bu nedenle, Şek.34-18a'da gösterilen, aradaki hava boşluğunun üzerinde kalan eğri yüzeyli camdan yansıyan dalganın fazında bir değişiklik olmaz. Fakat alt yüzeyden yansıyan dalga havadan cama doğru geldiği için fazı $\frac{1}{2}$- çevrim kayar ve yol farkı $\frac{1}{2}\lambda$ 'ya eşit olur. Böylece iki cam yüzeyin birbirine değdiği A noktası civarında (hava kamasının kalınlığının yaklaşık sıfır olduğu yerde) gelen ve yansıyan dalga arasında yarım çevrimlik (180^o'lik) faz farkı oluşur ve karanlık bir nokta gözlenir. Yol farkı $\frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda$, olduğunda parlak renkli halkalar oluşur. Bunun nedeni, bir yüzeyde oluşan faz değişiminin etkin olarak $\frac{1}{2}\lambda\left(=\frac{1}{2}\text{çevrim}\right)$'lik bir yol farkını eklemesidir. (Tek renkli ışık kullanılırsa, Newton'un aydınlık halkaları Şek.34-18a'daki BCD yol farkının tam dalga boylarına eşit olduğu durumlarda oluşan karanlık şeritlerle birbirlerinden ayrılırlar).

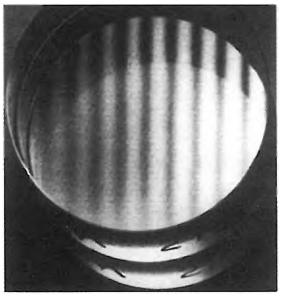
Bir an için Şek.34-17'ye dönersek, $n_{su} > n_{yağ} > n_{hava}$ olduğu kabul edildiğinden, hava-yağ, yağ-su ara yüzeylerinden yansıyan her iki ışık ışını, $\frac{1}{2}\lambda$ 'lık yol farkına eşdeğer 180^0'lik faz değişimine uğrar. Faz değişimleri birbirine eşit olduğundan, yaptığımız hesaplamalar etkilenmemişti.



ŞEKİL 34–19 (a) $n_2 > n_1$ olduğunda yansıyan ışın 180^0 veya $\frac{1}{2}$ çevrimlik bir faz değişimine uğrar. (b) $n_2 < n_1$ ise faz değişimi olmaz.

ŞEKİL 34–20 (a) Hava kamasının alt ve üst yüzeylerinden yansıyan ışık, aydınlık ve karanlık şeritler oluşturacak şekilde girişim yapmaktadır. (b) Cam yüzeyler düz olduğunda gözlenen desen. (c) Cam yüzeyler tam düz olmadığında gözlenen desen. Bknz. Örnek 34-6.




(b)


(c)

ÖRNEK 34–6 **Kama şeklinde ince hava tabakası:** Şek.34-20a'da gösterildiği gibi 7.35×10^{-3} mm mm çapa sahip çok ince bir tel iki düz cam plaka arasına yerleştirilmiştir. Havadaki dalga boyu 600 nm olan ışık plakaların üzerine dik olarak düşmekte (ve gözlenmekte) ve Şek.34-20b 'de gösterilen bir dizi aydınlık ve karanlık şerit oluşmaktadır. Bu durumda kaç tane aydınlık ve karanlık şerit oluşur? Tele komşu alan aydınlık mı yoksa karanlık mı olacaktır?

YAKLAŞIM İki etkiyi incelememiz gerekir: (1) çok yakın iki yüzeyden (aralarında ince bir hava kaması olan iki cam yüzey) yansıtılan ışınlar için yol farkı ve (2) havadan cama geçen ışığın alttaki yüzeydeki (Şek. 34-20a'da E noktası) $\frac{1}{2}$- çevrimlik faz değişimi. Alttaki yüzeyde oluşan faz değişiminden dolayı, yol farkının 0, λ, 2λ, 3λ, vb. gibi olduğu durumlarda karanlık bir şerit oluşur (yansıma olmaz). Herhangi bir noktadaki hava tabakasının kalınlığı t ise ışınlar yüzeylere dik geldiğinden ekstra yol uzunluğu $2t$'ye eşittir.

ÇÖZÜM Karanlık şeritler,

$$2t = m\lambda, \qquad m = 0, 1, 2, \cdots.$$

olan durumlarda meydana gelecektir. Aydınlık şeritler ise $2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ olan yerlerde meydana gelir. Burada m bir tamsayıyı göstermektedir. Telin bulunduğu konumda $t = 7.35 \times 10^{-6}\,\text{m}$ 'dir. Bu noktada $2t/\lambda = (2)(7.35 \times 10^{-6}\,\text{m})/(6.00 \times 10^{-7}\,\text{m}) = 24.5$ dalga boyu vardır. Bu sayı bir "yarım tamsayı" olduğundan tele komşu alan aydınlık olacaktır. Toplamda, değme noktası A'daki ($m = 0$) de dahil olmak üzere, $0\lambda, 1\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots, 24\lambda$, yol uzunluklarına karşılık gelen 25 adet karanlık çizgi oluşacaktır. Bunların arasında ise 24 tane veya uçtaki ile birlikte 25 tane aydınlık çizgi olacaktır.

NOT Eğer cam yüzeyler tamamen düz iseler aydınlık ve karanlık bantlar düz çizgiler halinde olacaklardır. Eğer değilseler, Şek.34-20c'de olduğu gibi girişim düzensiz görülecektir. Bu, bir cam yüzeyin düzgünlüğünü test etmek için çok hassas bir yol sağlar. Küresel mercek yüzeylerinin düzgünlüğü de, düz cam yüzeyleri üzerine yerleştirilerek Newton halkalarının (Şek. 34-18b) gözlenmesi yoluyla test edilebilirler.

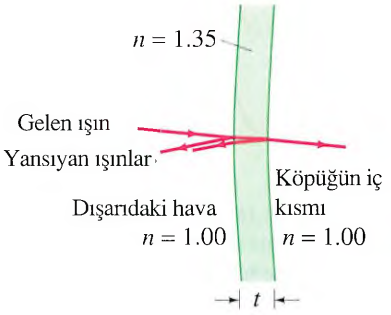
FİZİK UYGULAMASI
Camın düzgünlük testi

†Bu sonuç Maxwell denklemlerinden hesaplanabilir ve daha önce Şek. 15-18'de gördüğümüz, tel boyunca ilerleyen dalganın telin sonuna ulaştığında yansıması durumuna karşılık gelir. Eğer telin ucu bağlı ise faz değiştirir ve itme ters döner, serbest ise faz değişimi görülmez.

Örnek 34-6'daki gibi iki cam yüzeyin arasındaki kama, hava değil de başka bir saydam madde (su gibi) ile doldurulursa girişim deseni yer değiştirir, çünkü ışığın dalga boyu değişir. Kırılma indisi n olan bir malzemenin dalgaboyu $\lambda_n = \lambda/n$'dir. Burada λ boşluktaki dalgaboyudur (Dnk. 34-1). Örneğin; Örnek 34-6'daki ince kama su ile doldurulursa, $\lambda_n = 600\,\text{nm}/1.33 = 450\,\text{nm}$ olur ve 25 karanlık (siyah) çizgi yerine 33 siyah çizgi oluşur.

Şek.34-18a veya 34-20a'daki gibi ince bir hava kamasına beyaz ışık (tek renkli ışık yerine) düşürüldüğünde, bir dizi renkli saçak görülür. Bunun nedeni, yansıtılan ışığın, kama boyunca farklı kalınlıklarda, farklı dalga boylarında yapıcı girişim meydana getirmesidir.

Şek.34-16a ve Bölüm başlangıç fotoğrafında görüldüğü gibi sabun köpüğü içinde hava olan, ince küresel bir tabakadır. Sabun köpüğü tabakasının kalınlığındaki değişiklikler, köpükten yansıyan parlak renklerin oluşmasına neden olur. (Köpük tabakasının her iki tarafında da hava vardır.) Göl veya çamurlu suyun üzerindeki ince yağ tabakalarındaki yansımalardan dolayı meydana gelen parlak renklerin de oluşma nedeni, tabaka kalınlıklarındaki değişikliklerdir. Hangi dalga boylarının daha parlak gözükeceği, hangi açıyla bakıldığına da bağlıdır.



ŞEKİL 34–21 Örnek 34-7. Köpük baloncuğunun yüzeyine gelen ve yansıyan ışınların yüzeye dik oldukları farz edilmiştir. Rahat ayırtedilebilmeleri için ışınlar ufak bir açıyla çizilmişlerdir.

DİKKAT

Formül yeterli değildir: yüzeylerdeki faz değişimini de kontrol etmelisiniz.

ÖRNEK 34–7 **Sabun Köpüğünün Kalınlığı.** Bir sabun köpüğü ön yüzeyinin gözlemciye en yakın noktasında yeşil ($\lambda = 540\,\text{nm}$) görünmektedir. Sabun köpüğünün sahip olabileceği en küçük kalınlık nedir? $n = 1.35$ alınız.

YAKLAŞIM Işığın, gözlemciye en yakın küresel yüzeyden dik olarak yansıdığını kabul edelim, (Şek.34-21). Işık ışınları ayrıca sabun köpüğü tabakasının iç yüzeyinden de yansır. Yansıyan bu iki ışının yol farkı, t köpüğün kalınlığı olmak üzere $2t$'dir, birinci yüzeyden (dış) yansıtılan ışığın fazı 180° değişir (sabunun kırılma indisi havanınkinden büyüktür) fakat, ikinci yüzeyden (iç yüzey) yansımasında faz değişmez. Bir girişim maksimumuna gerekli t kalınlığını belirlemek için, sabunun içindeki ışığın dalga boyunu kullanmalıyız ($n = 1.35$).

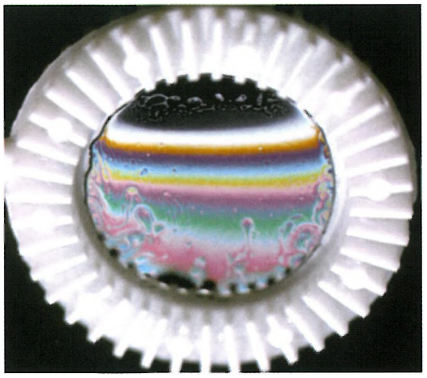
ÇÖZÜM Sadece bir yüzeyde meydana gelen 180°'lik faz değişimi $\frac{1}{2}\lambda$'lık yol farkına eşdeğerdir. Yeşil ışık, minimum yol farkı $\frac{1}{2}\lambda_n$ 'ye eşit olduğunda parlaktır. Dolayısıyla $2t = \lambda/2n$ olmalıdır:

$$t = \frac{\lambda}{4n} = \frac{(540\,\text{nm})}{(4)(1.35)} = 100\,\text{nm}.$$

Bu en küçük kalınlıktır. Fakat yeşil renk, yapıcı girişimi veren bir sonraki kalınlıkta, $2t = 3\lambda/2n$, daha iyi görünecektir, çünkü diğer renkler yıkıcı girişimden dolayı daha çok zayıflarlar. Daha iyi kalınlıklar $3\lambda/4n = 300\,\text{nm}$, ve hatta $5\lambda/4n = 500$ 'dir. Yeşil ışığın havada görüldüğüne, yani $\lambda = 540\,\text{nm}$ (λ/n değil) olduğuna dikkat edin.).

*İnce sabun filmindeki renkler:

ŞEKİL 34–16b (Tekrar)



Şek.34-16b'de (bu sayfada yeniden gösterilmiştir) gösterilen ince sabunlu su filmi uzun bir süre düşey konumda durduğu için sabunlu suyun çoğu yerçekimi nedeniyle dibe doğru çekilmiştir. Filmin üst bölümü, ön ve arka yüzeylerinden yansıyan ışıklar arasında yol farkı kalmayacak kadar incedir (muhtemelen 30 nm kalınlığında). Bu yüzden ön yüzeydeki 180∞'lik faz değişimi, yansıyan iki dalga arasında, görünür ışığın tüm dalga boylarında, 180∞lik bir faz farkı oluşmasına sebep olur. Bu ince tabakaya gelen beyaz ışık, tabakanın üst yüzeyinden yansımaz. Bu yüzden tepe saydamdır, siyah olan arka planı görürüz.

Üstteki siyah bölgenin altında önce ince mavi bir çizgi ve sonra beyaz bir şerit görürüz. Burada filmin kalınlığı muhtemelen 75 ile 100 nm arasındadır, bu yüzden en kısa dalga boylu ışık (mavi) kısmen yapıcı girişime başlar; fakat bunun hemen altında, kalınlığın biraz daha büyük (100nm) olduğu yerde, yol uzunluğu spektrumun çoğu için $\lambda/2$'ye daha yakındır ve beyaz veya gümüşi bir renk görürüz. (Peki neden? Kırmızı rengin dalga boyu havada 600 nm'dir ve spektrumdaki bir çok renk 450 nm ile 600 nm arasındadır. Suda dalga boyları $n = 1.33$ kez daha küçüktür, 340 nm'den 450 nm'ye kadar bir aralıkta bulunurlar. 100 nm olan kalınlık 200 nm'lik bir yol uzunluğuna karşılık gelir ve bu değer bir çok renk için $\lambda/2$'den çok uzak değildir.). Beyaz şeridin hemen altında kahverengi bir şerit görürüz (200nm civarında). Burada bazı seçili dalga boyları (hepsi değil) λ'ya yakındır ve bu renkler yıkıcı girişim yaparlar. Buna rağmen yine de elimizde kalan bir kısım renk, yapıcı girişim yapar ve bu yüzden bulanık bir kahverengiyle karşılaşırız.

Daha aşağıya inersek, artan t kalınlığıyla, yol uzunluğu $2t = 510$ nm olduğunda, bu, mavi renk için $\frac{3}{2}\lambda$'ya karşılık gelir ve sadece mavi rengi görürüz, diğer renkleri göremeyiz. ($\frac{3}{2}\lambda$ yol farkı ile $\frac{1}{2}\lambda$ faz farkı toplandığında, yapıcı girişim oluşur). Diğer renklerin girişimleri daha büyük kalınlıklarda $\frac{3}{2}\lambda$ 'da ve sonra $\frac{5}{2}\lambda$' da) oluşur bu yüzden biz gökkuşağı gibi bir dizi ayrık renk serisi görürüz.

900. sayfadaki bölümün başlangıç resminde bulunan sabun köpüğünde de benzer olaylar meydana gelmektedir, üst bölümde (tabakanın ince olduğu yerde) Şek. 34-16b'de gösterilen döngüler gibi önce siyah renk sonra gümüşi – beyaz renkleri görürüz. (Sayfanın yanında da yer almakta olan) Şek. 34-16c'de gösterildiği gibi ıslak bir zemindeki ince yağ tabakasını incelediğimizde tabakanın en kalın yerinin ortası olduğunu, kenarlara doğru inceldiğini görürüz. En dıştaki, birçok rengin yapıcı girişim yaptığı beyazımsı halkaya dikkat edersek, yukarıdaki sabun tabakasındaki beyaz şerit gibi kalınlığının 100 nm civarında olması gerektiğini düşünebiliriz. Şek.34-16c'de de gösterildiği gibi, yağ tabakasının beyaz halkasının ötesinde, hala biraz yağ bulunmaktadır; fakat tabaka o kadar incedir ki, alt ve üst yüzeylerden yansıyan ışınlar yıkıcı girişim yaptıklarından bu çok ince yağ tabakası saydamdır.



ŞEKİL 34–16c (Tekrar)

Merceklerin Kaplanması

FİZİK UYGULAMASI
Merceklerin kaplanması

İnce tabaka girişiminin en önemli kullanım alanlarından biri de, camı özellikle mercekleri "yansıtmayacak" bir şekilde kaplamaktır. Bir cam yüzey üzerine gelen ışığın %4'ünü yansıtır. İyi ve kaliteli fotoğraf makineleri, mikroskoplar ve diğer optik gereçler 6 ila 10 civarında ince mercek içerebilmektedir. Bütün bu yüzeylerden yansıma, ışık düzeyini oldukça düşürebilir ve birden fazla yansıma, arka planda görüntü kalitesini düşüren bir sis oluşmasına neden olabilir. Yansıma azaltılırsa, geçen ışık artar. Mercek yüzeyine yapılacak çok ince bir kaplama, yansımaları ciddi miktarda azaltabilir. Tabakanın kalınlığı, ön ve arka yüzeylerden yansıyan ışığın (en az bir dalga boyu için) yıkıcı girişime uğrayacağı şekilde seçilir. Ara yüzeydeki yansıma miktarı, iki cismin kırılma indislerinin farkına bağlıdır. İdeal durumda kaplama maddesinin kırılma indisi, hava ve camınkinin geometrik ortalaması $(= \sqrt{n_1 n_2})$ olmalıdır. Bu sayede her iki yüzeydeki yansıma birbirine eşit olur. Bu durumda, kaplamanın kalınlığına bağlı olan belli bir dalga boyu için tamamen yıkıcı girişim gerçekleşebilir. Bu dalga boyuna yakın dalga boylarında da kısmen yıkıcı girişim oluşabilir fakat tek bir kaplama bütün dalga boylarının yansımasını engelleyemez. Bununla beraber, tek kaplama gelen ışığın toplam yansımasını %4'ten %1'e indirebilir. Genellikle kaplamalar yansıma spektrumunun merkezindeki yansımayı azaltacak şekilde (yaklaşık 550 nm civarında) tasarlanırlar. Kırmızı ve menekşe rengi gibi spektrumun uç noktalarındaki renkler yeterince azaltılamazlar. Kırmızı ve menekşe renklerinin karışımı mor olacağından böyle kaplanmış merceklerden yansıyan renk mordur (Şek.34-22). İki veya üç farklı kaplama içeren mercekler daha geniş bir aralıktaki dalga boylarının yansımasını engellemede etkili olabilirler.

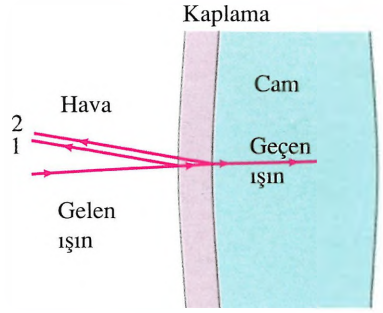
ŞEKİL 34–22 Kaplanmış bir mercek. Merceğin ön yüzeyinden yansıyan ışığın rengine dikkat ediniz.



PROBLEM ÇÖZME

Girişim

1. **Girişim etkileri** iki ya da daha çok dalganın uzayda aynı noktaya eş zamanda ulaşmasıyla ortaya çıkar.
2. **Yapıcı girişim,** dalgaların aynı fazda gelmesiyle oluşur: bir dalga tepesi diğerinin tepesi ile aynı anda varır. Dalgaların genlikleri birbirleriyle toplanıp daha büyük bir genlik oluştururlar. Yol farkı bir dalga boyu veya dalga boyunun tamsayı katlarına $1\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \cdots$. eşitse de yapıcı girişim oluşur.
3. **Yıkıcı girişim** bir dalganın tepesi ile diğerinin çukuru aynı zamanda aynı yere vardıklarında oluşur. Genlikler toplanır, fakat işaretleri ters olduğundan, dalgaların genlikleri eşitse toplam genlik sıfır olur. Yıkıcı girişim, faz farkları yarım çevrim veya yol farkları yarım tamsayı dalga boyu olduğunda oluşur. İki özdeş dalga, yarım dalga boyu veya $(m + \frac{1}{2})\lambda$ faz farkıyla (m tamsayı) bir noktaya geldiklerinde toplam genlik sıfır olur.
4. İnce film girişiminde, ışık optik olarak daha yoğun bir ortamdan **yansıdığında** (kırılma indisi düşük olan bir ortamdan, daha büyük olan bir maddeye geçişte) fazladan bir yarım dalga boyu kadar **faz kayması** oluşur.



ŞEKİL 34–23 Örnek 34-8 . Gelen ışık ışınının bir kısmı mercek kaplamasının ön yüzeyinden yansıyor (ışın 1) ve bir kısmı da kaplamanın arka yüzeyinden (ışın 2) yansırken enerjinin büyük kısmı geçen ışın ile cama iletiliyor.

ÖRNEK 34–8 **Yansıma Önleyici Kaplama.** $n = 1.50$ olan bir camdan dalgaboyu 550 nm civarındaki ışığın yansımasını önleyebilmek için, kırılma indisi $n = 1.38$ olan MgF_2'den yapılmış optik yüzey kaplamasının kalınlığı ne olmalıdır?

YAKLAŞIM Sayfa 913'te verilen problem çözme sürecini izlemeliyiz.

ÇÖZÜM

1. **Girişim etkileri.** Şek.34-23' teki merceğin üzerindeki kaplamanın alt ve üst yüzeylerinden yansıyan iki ışını ele alalım. İkisi de merceğe tam dik olarak çizilmediğinden iki ışını da görebiliriz. Yansıyan bu iki ışın birbirleriyle girişim yapacaklardır.
2. **Yapıcı girişim.** Yansıyan ışığı ortadan kaldırmak istediğimizden, yapıcı girişimle ilgilenmiyoruz.
3. **Yıkıcı girişim.** Yansımayı tamamıyla önlemek için, 1 ve 2 numaralı yansıyan ışınların $\frac{1}{2}$ çevrimlik bir faz farkı oluşturarak yıkıcı girişim yapmalarını istiyoruz. Faz farkı, 2. ışın tarafından fazladan alınan $2t$ yol farkına ve ışınların herhangi birinin yansımasından doğacak faz farkına bağlıdır.
4. **Yansımada faz kayması** 1. ve 2. ışınların her ikisi de, sırasıyla kaplamanın ön ve arka yüzeylerinden yansıdıklarında, $\frac{1}{2}$ çevrimlik bir faz değişimi olacaktır (her iki yüzeyde de kırılma indisi büyümektedir). Böylece yansımalardan dolayı fazda net bir değişiklik olmayacaktır. Net faz farkı, 2 nolu ışının $n = 1.38$ olan kaplama içerisinde $2t$ kadar fazladan yol almasıyla oluşur. Yol farkı $2t$'nin, $\frac{1}{2}\lambda_n$'ya eşit olmasını istiyoruz, bu sayede yıkıcı girişim meydana gelecektir, burada $\lambda_n = \lambda/n$ kaplama içerisindeki dalga boyudur. Böylece $2t = \lambda_n/2 = \lambda/2n$ kullanılarak

$$t = \frac{\lambda_n}{4} = \frac{\lambda}{4n} = \frac{(550\,\text{nm})}{(4)(1.38)} = 99.6\,\text{nm}$$

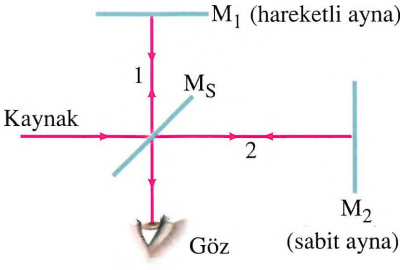
bulunur.

NOT$_1$ Yıkıcı girişim koşulu $2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_n$ 'dir ve burada m bir tamsayıdır. Yıkıcı girişim en geniş açıda oluşacağından genellikle en küçük kalınlık ($m = 0$) seçilir.

NOT$_2$ Yıkıcı girişimin tam olarak görünür bölgede sadece tek bir dalga boyundaki ışık için gerçekleşir. Daha uzun veya daha kısa dalga boylarında kısmi yıkıcı girişim olur.

*34–6 Michelson Girişimölçeri

Michelson girişimölçeri (Şek.34-24)†, Amerikalı bilim adamı Albert A. Michelson (Kısım 31-7) tarafından keşfedilmiş olan, dalga girişiminden yararlanan kullanışlı bir aygıttır. Uzunca bir kaynağın tek bir noktasından gelip yarı-gümüşlü bir M_s aynasına düşen monokromatik bir ışık gösterilmektedir. Bu demet bölücü M_s aynası, ince bir gümüş tabakası ile kaplandığından üzerine düşen ışın demetinin sadece yarısını yansıtır, diğer yarısı ise sabit konumdaki M_2 aynasına doğru geçer ve buradan tekrar geri yansır. M_s aynasından yansıyan demet ise hareketli olan M_1 aynasına gider ve buradan geri yansıtılır. Demetler aynalardan geri yansıdıklarında, 1 numaralı demetin bir kısmı M_s aynasından geçerek, 2 numaralı demetin bir kısmı ise, M_s aynasından yansıyarak göze ulaşır. Eğer iki yol uzunluğu aynı ise göze ulaşan ışınlar uyumludur ve yaptıkları yapıcı girişimin sonucu göze ulaştığında aydınlık görünecektir. Eğer hareketli ayna $\lambda/4$, kadar hareket ettirilirse, ışın $\lambda/2$' ye eşit olan bir mesafe kadar daha uzun yol kat edecektir (çünkü gidişte ve gelişte $\lambda/4$). bir yol alır) Bu durumda iki ışın yıkıcı girişim yapacaklar ve karanlık görünecektir. Eğer M_1 daha uzağa götürülürse tekrar aydınlık görülecektir (yol farkı λ olduğunda), daha sonra da karanlık, bu olay böyle devam edecektir.



ŞEKİL 34–24 Michelson Girişimölçeri

Girişimölçer ile çok kesin uzunluk ölçümleri yapılabilir. M_1 hareketli aynasını sadece $\frac{1}{4}\lambda$ kadar hareket ettirmek aydınlık ve karanlık saçaklar arasında açık bir fark oluşturur. $\lambda = 400\,\text{nm}$, için bunun anlamı 100 nm veya 10^{-4} mm mertebesinde bir duyarlılıktır! Eğer M_1 aynası çok hafif bir şekilde yana yatırılırsa, bir dizi aydınlık ve karanlık noktanın yerini aydınlık ve karanlık çizgiler veya "saçaklar" alır. Bir referans çizgisini geçen saçakları (veya bunların kesrini) sayarak dalga boylarının çok hassas uzunluk ölçümleri yapılabilir.

†Başka tip interferometreler de vardır fakat Michelson interferometresi bilinenlerin en iyisidir.

*34–7 Işık Şiddeti

Işığın *şiddeti,* herhangi bir elektromanyetik dalgada olduğu gibi W/m^2 cinsinden verilen Poynting vektörü ve kaynağın dışarı yaydığı toplam güç ise watt ile ölçülebilir (*ışıma akısı*). Fakat aydınlık diye betimlediğimiz görsel duyuyu ölçmek için sadece görünen spektrumu göz önüne almalı ve gözün farklı dalga boylarına duyarlılığını da hesaba katmalıyız. Gözün en duyarlı olduğu bölge spekturumun ortasındaki 550 nm (yeşil) civarıdır.

Bu faktörler, birimi **lümen** (lm) olan **ışık akısı**, F_ℓ, niceliğinde hesaba katılmıştır. Bir lümen, 555 nm'lik ışığın $\frac{1}{683}$ watt'ına eşdeğerdedir.

Bir kaynağın ışık akısı her yönde aynı olmayabileceği için, **ışık şiddetini** I_ℓ birim katı açı[†] (steradyan başına düşen ışık akısı olarak tanımlarız. Işık şiddetinin birimi **kandil** (cd) (**candela**)'dır. 1 cd = 1 lm/sr'dir. Kandil, SI'daki temel yedi nicelikten biridir (Bknz. Bölüm 1-4 ve Tablo 1-5).

Aydınlık, E_ℓ, birim alan başına düşen ışık akısı $E_\ell = F_\ell/A$ olarak tarif edilir. Aydınlığın birimi metre kare başına lümen (lm/m^2) ile verilir ve yüzeye düşen aydınlanmanın bir ölçüsüdür.[‡]

ÖRNEK 34–9 **Ampulün aydınlığı.** 100-W' lık bir ampulün ışık akısı 1700 lm olarak verilmiştir. (*a*) Işık şiddetini, (*b*) 2.0 m uzaklıktaki aydınlığı bulunuz.

YAKLAŞIM Işığın her yönde düzgün yayıldığını farz ediniz.

ÇÖZÜM (*a*) Tam bir küre 4π sr 'ye karşılık gelir. Bu nedenle $I_\ell = 1700\,\text{lm}/4\pi\,\text{sr} = 135\,\text{cd}$. olur. Uzaklıktan bağımsızdır. (b) Kaynaktan $d = 2.0$ m 'de birim alan başına ışık akısı şöyle bulunur:

$$E_\ell = \frac{F_\ell}{4\pi d^2} = \frac{1700\,\text{lm}}{(4\pi)(2.0\,\text{m})^2} = 34\,\text{lm/m}^2.$$

Aydınlık uzaklığın karesi ile azalmaktadır.

[†]Katı açı, steradyanla ölçülen bir çeşit iki boyutlu (2D) açıdır. Bir noktada başlayıp bu noktayı çevreleyen r yarıçaplı bir küre üzerindeki ΔA alanını kesen bir katı açı düşününüz. Bu katı açının büyüklüğü $\Delta A/r^2$ steradyandır. Bütün uzayı içine alan bir katı açı, kürenin bütün alanıyla $4\pi r^2$ kesişir ve dolayısıyla $4\pi r^2/r^2 = 4\pi$ steradyan büyüklüğündedir. (Bir tam çemberin 2π radyan gördüğü normal açıyla karşılaştırın.)

[‡]İngiliz birimi foot-candle veya lm/ft^2'dir.

Özet

Işığın **girişim** ve **kırınım**ının gözlenmesi, ışığın dalga teorisini güçlü bir şekilde desteklemektedir. Dalga teorisi ayrıca ışığın kırılmasını ve saydam katı ve sıvılarda, havadakine göre daha yavaş hareket etmesini de açıklamaktadır.

Dalga davranışını öngörmede bir yardımcı **Huygens ilkesi**dir: dalga cephesinin üzerindeki her nokta, dalganın hızında ilerleyerek yayılan ufak dalgacık kaynakları olarak düşünülebilir. Yeni dalga cephesi, bütün dalgacıkların ortak teğetidir.

Kırılma indisi n olan bir ortamdaki dalganın dalga boyu,

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n} \qquad \textbf{(34–1)}$$

olur. Burada λ dalganın boşluktaki dalga boyudur. Dalganın frekansı değişmez.

Young'ın çift yarık deneyi ışığın girişimini açıkça göstermektedir. Girişim deseninde gözlenen aydınlık noktalar, yarıklardan geçen ve yol farkı dalgaboyunun tam katlarına sahip ışınların arasındaki yapıcı girişim olarak açıklanabilir. Bunlar arasındaki karanlık alanlar ise yol uzunluğu farkının $\frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda$, ve bunun gibi olduğu durumlarda ışınların yaptığı yıkıcı girişime karşılık gelir. **Yapıcı girişimin** meydana geldiği θ açıları,

$$\sin\theta = m\frac{\lambda}{d}, \qquad \textbf{(34–2a)}$$

ile verilir. Burada λ ışığın dalga boyu, d ise yarıklar arası uzaklık ve m bir tam sayıdır $(0, 1, 2, \cdots)$. **Yıkıcı girişimin** meydana geldiği θ açıları ise,

$$\sin\theta = \left(m + \tfrac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d} \qquad \textbf{(34–2b)}$$

ile verilmektedir. Burada m bir tam sayıdır $(0, 1, 2, \cdots)$.

Çift yarık girişim deseninde her hangi bir noktadaki ışık şiddeti I_θ fazör diyagramı kullanılarak

$$I_\theta = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \qquad \textbf{(34–6)}$$

ifadesinden hesaplanabilir. Burada I_0, $\theta = 0$'da ki şiddettir ve faz açısı δ,

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta. \qquad \textbf{(34–4)}$$

ile verilir.

İki ışık kaynağından yayılan dalgalar, kaynaklarını aynı frekansla terk eder ve tüm süreç boyunca aynı faz ilişkisine sahip olurlarsa bu kaynaklara **uyumlu** denir. Çıkan dalgaların birbirlerine göre rastgele fazlara sahip olduğu iki kaynağa **uyumsuz** kaynaklar denir.

Şeffaf ince bir tabakanın ön ve arka yüzeyinden yansıyan ışık, yol farkına bağlı olarak yapıcı veya yıkıcı girişim yapabilir. Işık, geldiği ortamın kırılma indisinden daha büyük kırılma indisli bir yüzeyden yansıdığı zaman 180^0'lik faz değişimi veya $\frac{1}{2}\lambda$ yol farkı oluşur. Bu, **ince film girişimi**nin, mercek kaplaması ve Newton halkalarını kullanarak cam yüzeylerin pürüzsüzlüğünü kontrol etmek gibi birçok pratik uygulama alanı mevcuttur.

Sorular

1. Huygen ilkesi ses dalgaları için geçerli midir? Su dalgaları için?
2. Işığın enerji olduğunun kanıtı nedir?
3. Işık niçin bazan ışınlar, bazen da dalgalarla betimlenir?
4. Hem ses hem de ışık dalga yapısında olmasına rağmen, bir köşenin diğer tarafındaki sesi duyabiliriz fakat bir cismi göremeyiz, bu farklılığı açıklayınız.
5. Işığın dalga boyu, yansıma veya kırınım ölçümleri ile hesaplanabilir mi?
6. Aynı kaynaktan çıkan iki ışık ışınının yıkıcı girişim yapabilmesi için yol uzunlukları farkı ne olmalıdır?
7. Bir çift yarık üzerine tekrenkli kırmızı ışık düştüğünde uzaktaki bir ekranda girişim deseni gözlenmektedir. Kırmızı ışık kaynağı, mavi ışık kaynağıyla değiştirilirse saçak deseninin nasıl değişeceğini açıklayınız.
8. Young çift yarık deneyi su altında yapılırsa saçak deseni nasıl değişir?
9. Ses ve ışık dalgaları için yapılan çift yarık deneylerini birbirleri ile karşılaştırınız. Benzerlik ve farklılıkları tartışınız.
10. Şek.34-7'deki çift yarık üzerine beyaz ışık düşürüldüğünü, fakat yarıklardan birinin kırmızı filtre (700 nm) ile diğerinin de mavi filtre (450 nm) ile kapandığını düşünerek, ekranda oluşacak deseni betimleyiniz.
11. Uzaktaki bir arabanın iki farından çıkan ışık neden girişim deseni oluşturmaz?
12. Girişim saçakları neden sadece sabun köpüğü gibi ince tabakalarda gerçekleşirken, cam parçası gibi kalın tabakalarda gerçekleşmez, tartışınız.
13. Newton halkaları (Şek.34-18) merkezden uzaklaştıkça neden birbirlerine yaklaşırlar?
14. Bazı kaplanmış mercekler, yansıyan ışıkta yeşilimsi sarı görünürler. Bu kaplamanın hangi dalga boylarını tamamen engellediğini düşünüyorsunuz?
15. Su birikintisi üzerindeki yağ damlası, kalınlığının görünür ışığın dalga boyundan çok daha küçük olduğu kenarlarda aydınlık gözükür. Suyunki ile karşılaştırıldığında yağın kırılma indisi hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Problemler

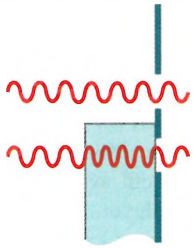
34–2 Huygens İlkesi

1. (II) Düz bir yüzeye gelen ve yüzeyden yansıyan açıların eşit olduğu yansıma yasasını Huygens ilkesini kullanarak dalgalar için türetiniz.

34–3 Çift Yarıkta Girişim

2. (I) Aralarındaki uzaklık 0.018 mm olan iki yarığa düşen tek renkli ışık beşinci mertebeden saçağı 9.8^0'lik bir açıda oluşturuyor. Kullanılan ışığın dalga boyu nedir?
3. (I) 610 nm dalga boylu ışık, iki dar yarık üzerine düşürüldüğünde üçüncü mertebeden saçak 28^0'lik açıda gözleniyor. Yarıklar arası uzaklık ne kadardır?
4. (II) Tek renkli ışık birbirlerinden 0.048 mm uzaklıkta olan iki dar yarık üzerine düşürülüyor. 6.00 m uzaklıktaki ekranda gözlenen saçaklar, girişim deseninin merkezinden 8.5 cm uzaklıkta bulunuyor. Işığın dalga boyunu ve frekansını hesaplayınız.
5. (II) 720 nm ve 660 nm dalga boylu ışık, birbirlerinden 0.68 mm uzaklıkta olan bir çift yarıktan geçtiğinde, 1.0 m uzaklıktaki ekranda bu iki dalga boyu için oluşan ikinci mertebeden saçaklar arası uzaklık ne kadardır?
6. II) Fizik laboratuarındaki bir kırmızı lazer 632.8 mm dalga boylu ışık üretmektedir. Bu lazer ışını birbirine yakın iki yarık üzerine düştüğünde, birkaç metre ötedeki duvarda oluşan girişim deseninin merkezine yakın yerlerde aydınlık saçakların arası 5.00 mm'dir. Kullanılan lazer bir küçük lazer işaret edici ile değiştirildiğinde saçaklar arası uzaklık 5.14 mm olmaktadır. Bu işaret edicinin ürettiği ışığın dalga boyu nedir?
7. (II) λ dalga boylu ışık, aralarındaki uzaklık 0.17 mm ve ekranla uzaklığı 35 cm olan bir çift yarıktan geçiriliyor. Şek.34-9' un bu girişim deseninin gerçek büyüklükteki bir kopyası olduğunu kabul edip bir cetvel yardımı ile şekildeki ilgili uzaklığı ölçünüz. Ölçtüğünüz değerden yararlanıp λ (nm) dalga boyunu hesaplayınız.
8. (II) 680 nm dalga boylu ışık, bir çift yarık üzerine düşürülüyor ve 2.6 m uzaklıktaki perdede, merkezi saçaktan 38 mm uzaklıkta üçüncü mertebeden bir saçağın bulunduğu bir girişim deseni oluşturuyor. İki yarık arasındaki mesafe ne kadardır?
9. (II) He-Ne lazerinden çıkan 633 nm dalga boylu paralel ışık demeti birbirinden 0.068 nm uzakta olan iki dar yarığa düşürülüyor. 3.8 m uzaklıktaki bir ekranda görülen desenin merkezi bölgesindeki saçaklar, birbirlerinden ne kadar uzaklıktadırlar?
10. (II) Bir fizik profesörü 633 nm dalga boylu He-Ne lazerini kullanarak sınıfında Young'ın çift yarık deneyini göstermek istiyor. Sınıf oldukça büyük olduğundan, girişim deseni, yarıklardan 5.0 m uzaklıktaki duvara yansıtılacaktır. Öğrenciler tarafından kolay görünebilmesi için profesör $m = 0$ ve $m = 1$ maksimumları arasındaki uzaklığın 25 cm olmasını istiyor. İstenilen girişim deseninin oluşturulması için yarıkların aralığı ne kadar olmalıdır?

11. (II) Alttaki yarığın önüne Şek. 34-7'deki gibi ince bir cam parçası konulmuştur ve gelen iki dalga yarıklara 180^0'lik bir faz farkı ile girmektedir (Şek.34-25). Ekranda oluşan girişim desenini ayrıntılarıyla betimleyiniz.



ŞEKİL 34–25
Problem 11.

12. (II) Çift yarık deneyinde 480 nm dalga boylu mavi ışığın ekranın belirli bölgesinde ikinci mertebeden maksimum verdiği görünmektedir. Aynı bölgede minimuma sahip olan görünür ışığın dalga boyu nedir?

13. (II) Aralarında 1.0 mm uzaklık bulunan iki dar yarık, 544 nm dalga boylu bir ışık ile aydınlatılıyor. Yarıklardan 5.0 m uzaklıktaki ekranda oluşan birbirine komşu aydınlık saçaklar arasındaki uzaklığı bulunuz?

14. (II) Bir çift yarık deneyinde, 500 nm dalga boylu ışığın yarıklardan 1.6 m uzaklıktaki ekranda oluşturduğu üçüncü mertebeden maksimum, merkezdeki aydınlıktan 12 mm uzaklıktadır. Aynı yarıklar 650 nm dalga boylu ışık ile aydınlatılıyor, ikinci mertebeden maksimum, merkezdeki aydınlıktan ne kadar uzakta oluşur?

15. (II) Havadaki dalga boyu 470 nm olan ışık, aralarındaki uzaklık 6.00×10^{-2} mm olan iki yarık üzerine düşürülüyor. Yarıklar ve 50 cm uzaktaki ekran suya batırılmıştır. Saçaklar arası uzaklık ne olur?

16. (II) 680 nm dalga boylu ışığın düşürüldüğü çift yarıkta, yarıkların biri ince plastik bir parça ($n = 1.60$) ile kaplanmıştır. Ekranın orta noktasında maksimum yerine, karanlık oluşmaktadır. Buna göre plastiğin (minimum) kalınlığı nedir?

*34–4 Çift Yarık Girişim Deseninde Şiddet

*17. (I) Şek.3-12'teki çift yarıkta yarıklardan biri kapatılırsa, hangi etkenlerden dolayı ekranın merkezindeki şiddet değişir?

*18. (II) Çift yarık girişim şiddetinin, maksimum değerinin yarısına eşit olduğu, $I_\theta = \frac{1}{2} I_0$ noktaların açılarını veren Dnk. 34-2'ye benzer bir ifade yazınız.

*19. (II) Bir çift yarık girişim deseninde, merkezi tepenin yarı maksimumdaki açısal tam genişliğinin $\Delta\theta = \lambda/2d$ için $\lambda \ll d$ olduğunu gösteriniz.

*20. (II) Çift yarık girişim deneyinde, yarıklardan birinin ekrandaki bir P noktasına uzaklığı, diğerininkinden 1.25λ kadar farklıdır. (*a*) Dalgalar P noktasına ulaştığında aralarındaki faz farkı nedir? (*b*) *P* noktasındaki ışık şiddetini, I_0 maksimum şiddet cinsinden elde ediniz.

*21. (III) Bir çift yarık düzeneğindeki yarıklardan birinin diğer yarıktan daha geniş olduğunu ve bu yarıktan iki kat daha fazla ışık geçtiğini farz edin. Ekrandaki I şiddetini uyumlu ışığın konumunun (θ) fonksiyonu olarak bulun.

*22. (III) (*a*) Üç adet eşit aralıklı ve eşit şiddetli uyumlu ışık kaynağını göz önüne alınız (Şek. 34-12'deki iki yarığa üçüncü bir yarık daha eklemek gibi). Fazör metodunu kullanarak ışık şiddetini, faz farkının δ fonksiyonu olarak elde edin. (*b*) maksimum ve minimumların yerlerini belirleyin.

34–5 İnce Filmlerde Girişim

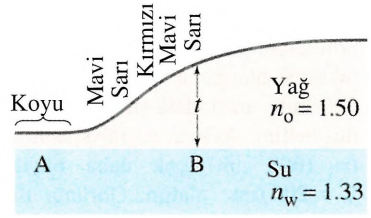
23. (I) 120 nm kalınlığındaki bir sabun köpüğü dik olarak beyaz ışık ile aydınlatıldığında dış yüzeyinin merkezinden en güçlü yansıyan ışığın dalga boyunu bulunuz. ($n = 1.32$ alınız.)

24. (I) Örnek 34-6'daki cam plakaların her biri 28.5 cm uzunluğunda ise karanlık saçaklar birbirlerinden ne kadar uzaktadır?

25. (II) (*a*) 480 nm dalga boylu bir ışık ile aydınlatıldığında karanlık gözüken sabun köpüğü için minimum kalınlık nedir ($n = 1.33$)? Sabun köpüğü tabakasının her iki yanında da hava olduğunu farz edin. (*b*) Sabun köpüğü tabakasının karanlık görünmesini sağlayacak başka iki kalınlık değeri nedir? (*c*) t kalınlığı λ, dalga boyundan çok küçük olursa tabaka neden yine karanlık gözükür?

26. (II) Bir mercek, beyaz ışığı yansıttığında yeşilimsi sarı ($\lambda = 570$ nm görünmektedir. Bu merceğin ($n = 1.52$) üzerinde kullanılmış olan kaplamanın ($n = 1.25$) minimum kalınlığının ne olduğunu düşünüyorsunuz? Neden?

27. (II) Su (n_s=1.33) üzerinde değişken kalınlıkta ince bir yağ tabakası ($n_y = 1.50$) bulunmaktadır. Yukarıdan beyaz ışık ile aydınlatıldığında yansıyan renkler Şek.34-26'da gösterilmektedir. Havada sarı ışığın dalga boyu 580 nm'dir. (*a*) Neden A noktasında yansımış hiçbir renk bulunmamaktadır? (*b*) B noktasındaki yağ kalınlığı t nedir?



ŞEKİL 34–26
Problem 27.

28. (II) Su üzerinde (n_s=1.33) ince bir yağ tabakası bulunmaktadır ($n_y = 1.50$). Bu tabaka, havadan yüzeye dik gelen beyaz bir ışık demeti ile aydınlatıldığında yalnızca kırmızı (650 nm) ve mor (390 nm) renkleri yansıtmaktadır. Bu bilgileri kullanarak yağ tabakasının t (minimum) kalınlığını bulunuz.

29. (II) 560 nm dalgaboylu bir ışık, düz cam yüzey üzerinde bulunan bir yüzü düzlem, diğer yüzü konveks (dış bükey) olan bir mercek üzerine dik olarak düştüğünde 31 aydınlık ve 31 karanlık Newton halkası gözlenmektedir (merkezdeki karanlık nokta sayılmamıştır) (Şek. 34-18). Merceğin merkezi, kenarlarından ne kadar kalındır?

30. (II) Şek. 34-20'deki gibi optikçe düz iki parça camın bir ucu ince bir metal yaprakla ayrılmıştır. 670 nm dalga boylu ışık camın üzerine dik olarak düştüğünde 28 karanlık çizgi (her iki uçtakileri de sayarak) gözlemlenmektedir. Metal yaprağın kalınlığı ne kadardır?

31. (II) 450 nm dalga boylu ışık ile aydınlatıldığında aydınlık görünmesi için, iki düz cam yüzey arasındaki hava tabakasının kalınlığı (minimum) ne kadar olmalıdır? Cam karanlık gözüktüğünde tabakanın kalınlığı ne olur?

32. (II) Düz bir cam ($n = 1.56$) yüzey üzerinde her tarafı aynı kalınlıkta ince bir alkol ($n = 1.36$) tabakası bulunmaktadır. Tek renkli olup dalga boyu değiştirilebilen bir ışık demeti yüzeye dik olarak düşürüldüğünde, yansıyan ışık $\lambda = 512$ nm için bir minimum ve $\lambda = 635$ nm için bir maksimum değere sahiptir. Tabakanın minimum kalınlığı nedir?

33. (II) m'inci karanlık Newton halkasının yarıçapının $r = \sqrt{m\lambda R}$ ile verildiğini gösteriniz (Şek. 34-18). Burada R küresel yüzeyin eğrilik yarıçapı, λ ise kullanılan ışığın dalga boyudur. Hava boşluğunun kalınlığının bütün noktalarda R'den çok daha küçük ve $r << R$ olduğunu kabul edin (*İpucu:* Binom açılımını kullanın).

34. (II) Problem 33'ün sonucunu ve $m \gg 1$ olduğunu kullanarak m'inci karanlık halka için komşu karanlık Newton halkaları arasındaki uzaklığın

$$\Delta r \approx \sqrt{\frac{\lambda R}{4m}}$$

olduğunu gösterin.

35. (II) Newton halkası düzeneği (Şek. 34-18) sıvı içine batırıldığında sekizinci karanlık halkanın çapı 2.92 cm'den 2.54 cm'ye düşüyor. Sıvının kırılma indisi nedir? (*İpucu*: Bknz. Problem 33)

36. (II) Çapı 3.4 cm olan bir düzlem-konveks mercek bir parça düz camın üzerine Şek. 34-18'deki gibi yerleştirilmiştir. Merceğin üzerine 580 nm dalga boylu ışık düştüğünde, en sonuncusu merceğin tam kenarında olmak üzere 44 aydınlık halka gözlenmiştir. Mercek yüzeyinin eğrilik yarıçapı ve merceğin odak uzaklığı nedir? (*İpucu*: Bknz. Problem 33.)

37. II) Şimdi neden sadece "ince" tabakalarda ince film girişimi görülebildiğini inceleyelim. Düz cam bir yüzey üzerinde bir su tabakası olduğunu ve yüzeyin havadan beyaz ışık (400 nm ile 700 nm arasındaki tüm dalga boyları) ile aydınlatıldığını düşünelim. Ayrıca, su tabakasının kalınlığı t'nin 1 mikrondan (= 1000 nm) çok daha büyük olduğunu farz ederek $t = 200\,\mu m$ alalım. Görünür tüm dalga boyları için suyun kırılma indisini $n = 1.33$ alalım. (*a*) Dalga boyu $\lambda = 2nt/m$, (m burada tamsayıdır) olduğunda, görünür bir rengin su tabakasından yansıyacağını gösterin. (*b*) En uç noktalardaki dalga boylarında (400 nm ve 700 nm) gelen ışığın su yüzeyinden yansıdıklarını gösteriniz ve her ikisi için m değerini hesaplayınız. (*c*) $\lambda = 400$ nm ve 700 nm'nin dışında kaç görülebilir dalga boyu "kalın" su tabakasından yansır? (*d*) Bu, böyle kalın bir tabakanın renk yansıtmadığını, beyaz ya da gri göründüğünü nasıl açıklar?

38. (III) Tek bir optik kaplama $\lambda = 550$ nm için yansımayı sıfıra indirmektedir. Kaplama yapılmayan bir mercek ile karşılaştırıldığında, $\lambda = 430$ nm ve $\lambda = 670$ nm dalga boylarındaki kaplamalarda şiddet hangi çarpanla azalır? Işığın dik geldiğini farz edin.

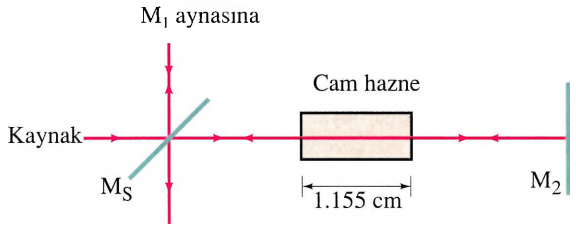
34–6 Michelson Girişimölçeri

*39. (II) Referans çizgisinden 589 nm dalga boylu bir ışığa ait 650 saçağın geçmesi istendiğinde Michelson girişimölçerindeki M_1 aynası ne kadar uzağa konulmalıdır?

*40. (II) Hareketli ayna 0.125 mm hareket ettirildiğinde 384 aydınlık saçak sayılan bir girişimöçerine gelen ışığın dalga boyu nedir?

*41. (II) Bir mikrometre, girişimölçerin hareketli aynasına bağlanmıştır. Mikrometre ince bir alüminyum yaprağı sıkıştırdığında hareketli aydınlık saçakların net sayısı boş mikrometreye göre 272 oluyor. Kullanılan ışığın dalga boyu 589 nm ise alüminyum yaprağın kalınlığı nedir?

*42. (III) Girişimölçerin ışınlarından biri içi boşaltılmış, 1.155 cm derinliğinde bir cam haznenin içinden Şek.34-27'deki gibi geçmektedir. Cam hazne yavaş yavaş bir gaz ile doldurulduğunda referans çizgisinden 176 karanlık saçağın geçtiği sayılıyor. Kullanılan ışığın dalga boyu 632.8 nm ise gazın son yoğunluğundaki kırılma indisini interferometrenin boşlukta oluğunu farz ederek hesaplayın.



ŞEKİL 34–27 Problem 42.

*43. (III) Sarı sodyum D çizgilerinin dalga boyları 589.0 nm ve 589.6 nm'dir. Bunlar bir Michelson girişimölçerini aydınlatmak için kullanıldığında, M_1 aynası hareket ettikçe girişim saçakları periyodik olarak bir görünüp bir kaybolmaktadır. Bu niçin meydana gelmektedir? Ayna bir kaybolma ile diğeri arasında ne kadar hareket ettirilmelidir?

34–7 Işık Şiddeti

*44. (II) Güneş ışığı dünyaya dik olarak geldiğinde aydınlık 10^5 lm/m^2'dir. Güneşin ışık akısını ve ışık şiddetini bulunuz.

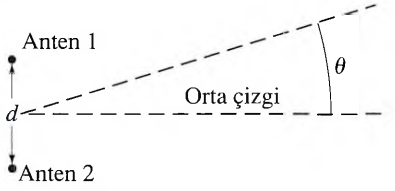
*45. (II) Bir lambanın ışık verimliliği ışık akısının elektrik güç girişine oranıdır. (*a*) 100 W, 1700 lm'lik bir lambanın verimliliği (%) olarak kaçtır? (*b*) 25 m × 30 m'lik bir alana sahip bir fabrikanın 250 lm/m^2'lik bir aydınlığa sahip olması için 40W, 60 lm/W'lık lambalardan kaç tane kullanılmalıdır? Lambaların yerden 10 m yüksekte olduklarını ve akılarının yarısının tüm alana ulaştığını farz edin.

Genel Problemler

46. 5.0×10^{-7} m dalga boylu ışık paralel iki yarıktan geçerek 4.0 m uzaklıktaki bir ekrana düşmektedir. Girişim desenindeki komşu aydınlık şeritler arası 2.0 cm'dir. (*a*) Yarıklar arasındaki mesafeyi bulunuz. (*b*) Aynı yarıklar farklı dalga boyuna sahip bir ışık ile aydınlatıldıklarında, bu ışığın beşinci mertebeden minimumu ile bir önceki dalga boyuna sahip ışığın dördüncü mertebeden minimumu ekrandaki aynı noktada oluşmaktadır. İkinci ışığın dalga boyu nedir?

47. Dağlardan ya da uçaklardan yansıyan televizyon ve radyo dalgaları istasyondan gelen sinyaller ile girişim yapabilirler. (*a*) 75 Mhz'lik bir televizyon sinyali uzaktaki bir istasyondan alıcıya ulaştığında ve bu sinyaller alıcının 122 m üzerindeki bir uçaktan yansıdığında nasıl bir girişim oluşur? Yansıyan sinyalin fazının $\frac{1}{2}\lambda$ değiştiğini farz edin. (*b*) Eğer uçak alıcıya 22 m daha yakın olsaydı nasıl bir girişim meydana gelirdi?

48. Bir radyo istasyonu özdeş, aynı yükseklikte fakat aralarında 9 m'lik d yatay mesafesi bulunan iki antenden 88.5 MHz 'de yayın yapmaktadır. (Şek.34-28) Maksimum sinyal, d'nin orta noktasında, d'ye dik ve yatay doğrultuda her iki yönde uzanan orta çizgi üzerinde bulunmaktadır. Orta çizgi 0^0 kabul edilirse, başka hangi θ açı(lar)da maksimum sinyal alınır? Minimum sinyal(ler) hangi açıdadır? Bütün hesaplamaların her iki antenden de 9.0 metreden çok uzakta yapıldıklarını farz ediniz.



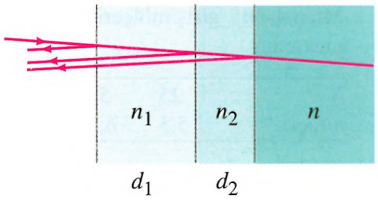
ŞEKİL 34–28
Problem 48.

49. 690 nm dalga boyundaki ışık, aralarındaki uzaklık 0.66 mm olan iki dar yarıktan geçmektedir. Ekran 1.60 m uzaktadır. Bilinmeyen dalga boyundaki ikinci bir kaynak ise ikinci mertebeden saçaklarını, 690 nm ışığa göre merkez maksimuma 1.23 mm daha yakın oluşturmaktadır. Bilinmeyen ışığın dalga boyu nedir?

50. Dalga boylu değiştirilebilen tekrenkli ışık havadaki ince plastik bir yaprak üzerine dik olarak düşmektedir. Yansıyan ışık görünür spektrumda $\lambda = 491.4$ nm ve $\lambda = 688.0$ nm için minimumdur. Tabakanın kalınlığı nedir? ($n = 1.58$) (*İpucu*: m'nin uygun değerlerini alınız).

***51.** Michelson girişimölçerindeki aynaların düzgün bir şekilde yerleştirildiğini ve aynalara olan M_1 ve M_2 uzaklıklarının aynı olduklarını varsayın. Bu başlangıç şartlarıyla bir gözlemci, görüş alanının merkezinde parlak bir maksimum görmektedir. Aynalardan birisi x kadar uzağa taşındığında, görüş alanının merkezindeki ışık şiddetini hareketli aynanın başlangıç noktasından katettiği uzaklık olan x'in fonksiyonu olarak bulunuz.

52. Dik olarak gelen dalga boyu belli ışık için yüksek kalitede yansıtıcı bir ayna, kırılma indisleri n_1 ve n_2 olan ($1 < n_1 < n_2$) saydam iki ince tabakanın $n > n_2$ olan bir cam yüzey üzerinde kullanılmasıyla elde edilebilir. Yansımayı maksimum yapmak için, Şek.34-29'daki minimum d_1 ve d_2 kalınlıkları, gelen ışığın dalga boyuλ, cinsinden ne olmalıdır?



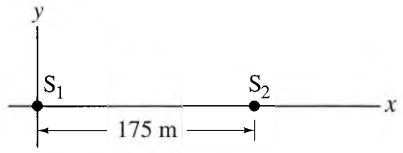
ŞEKİL 34–29
Problem 52.

53. (*a*) Mavi (450nm) ve (*b*) kırmızı (720nm) renkli dik olarak gelen ışığın yansımasını ortadan kaldırmak için bir cam merceğe uygulanacak yansıtmaz kaplamanın ($n = 1.38$) minimum kalınlığını hesaplayınız.

54. Görünmez uçaklar yansıtmayan bir kaplama kullanarak, dalga boyu genelde 2 cm civarındaki radarları yansıtmayacak şekilde tasarlanmışlardır. Kaplamadaki dalga boyu değişikliklerini ihmal ederek kaplamanın kalınlığını hesaplayınız.

55. λdalga boyundaki bir ışık yarıklar arası mesafesi d olan bir ekran üzerine, normal ile θ_i açısı yaparak düşmektedir. m. mertebeden maksimumum meydana geldiği θ_m açısını bulunuz.

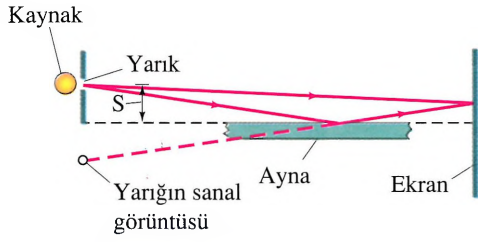
56. Beraber 6.0 MHz radyo dalgası yayan ve aralarında $d = 175$m (Şek. 34-30) mesafe olan S_1 ve S_2 noktalarında konumlandırılmış iki anten ele alın. Bu iki kaynaktan çıkan sinyallerin, y ekseni üzerindeki hangi noktada zıt fazlarda olacağını bulun (birinin tepe noktası diğerinin çukur noktası ile karşılaşmaktadır).



ŞEKİL 34–30
Problem 56.

57. Dik olarak gelen 680 nm dalgaboylu bir ışıkta camın karanlık görülmesi isteniyorsa, iki düz cam yüzey arasındaki hava tabakasının minimum (sıfır olmayan) kalınlığı ne olmalıdır? Camın aydınlık görünmesi için minimum kalınlık ne olmalıdır?

58. Lloyd aynası, ışığın uyumlu olması için tek bir kaynaktan çift yarık girişim deseni elde etmenin bir yolunu sağlar. Şek. 34-31'de gösterildiği gibi, ayna yüzeyinden yansıyan ışık, yarığın sanal görüntüsünden geliyor gibi görünmektedir. Ekrandaki girişim desenini ayrıntıları ile betimleyiniz.



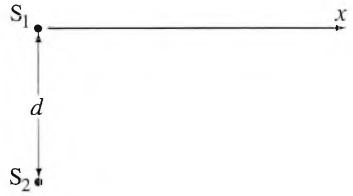
ŞEKİL 34–31 Problem 58.

59. Örnek 34.5 ve Şek. 34-15'teki gibi bir anten düzeneği düşünün $d = \lambda/2$ ve iki antenin arasındaki faz farkının 180^0 olduğunu varsayın. Yapıcı ve yıkıcı girişimlerin yönlerini belirleyin ve antenlerin aynı fazda olmaları durumuyla karşılaştırın. (Bu sonuçlar yönlü antenlerin neye dayandığını göstermektedir.)

60. Yüzeyine ince bir film kaplanmış bir camın ilettiği ışığı ele alın. Şek. 34-17 veya 34-23'e benzer bir diyagram çizerek maksimum ve minimumlar için gerekli olan şartları belirleyiniz. Bütün olası kırılma indisi değerlerini göz önünde bulundurunuz. Minimumların bağıl boyutunu maksimumlar ve sıfır ile karşılaştırarak tartışınız

61. İnce bir sabun köpüğü filmi ($n = 1.34$) bir parça cam yüzeyini ($n = 1.52$) kaplamıştır. Cam dik olarak gelen beyaz ışıkla aydınlatıldığında en güçlü yansıyan ışın 643 nm'lik kırmızı ışık ise tabakanın kalınlığı nedir?

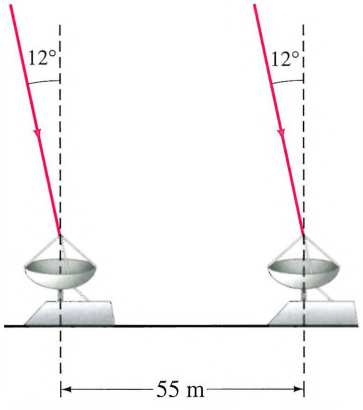
62. Birbirlerinde d uzaklığındaki özdeş S_1 ve S_2 kaynakları tüm yönlerde λ dalga boylu uyumlu ışık yaymaktadır. Şek. 34-32'de görüldüğü gibi x eksenini orijin S_1'de olacak şekilde tanımlayarak, $d = 3\lambda$ için eksenin $x > 0$ bölgesi boyunca bu iki kaynaktan yayılan dalgaların zıt fazda olduğu konumları (λ'nın katları şeklinde) bulunuz.



ŞEKİL 34–32
Problem 62.

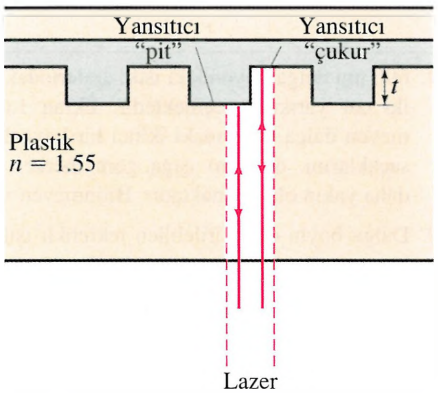
63. Yarıklar arası uzaklığı $d = 0.10\,\text{mm}$ olan çift yarık girişim düzeneği frekansı $f = 4.6 \times 10^{14}\,\text{Hz}$ olan kırmızı ışık için belirli θ_m açılarında ($m = 0, 1, 2, \ldots$) girişim saçakları üretecek şekilde kurulmuştur. Eğer bir kişi girişim saçaklarını oda sıcaklığında aynı θ_m açılarında ve $f_S = 262\,\text{Hz}$, frekansında oluşturmak istiyorsa kurulacak olan düzenekte d_s yarıklar arası mesafe ne kadar olmalıdır?

64. Birbirlerinden 55 m uzağa yerleştirilmiş iki antenden oluşan radyo teleskopu, astronomik cisimlerden yayınlanan 3.0 MHz radyo dalgalarını almak için tasarlanmıştır. Alınan radyo dalgaları teleskopun sağ ve sol antenlerinde 3.0 MHz'lik elektronik sinyaller yaratmaktadır. Bu sinyaller eşit uzunluktaki kablolarla merkezde konumlandırılmış, sinyallerin toplandığı yükselticiye ulaşıyor. Teleskop, soldaki anten tarafından Δt zamanı kadar önce alınan bir sinyalin, sağdaki antenden o anda alınan bir sinyale eklenmesiyle gökyüzündeki belli bir bölgeye odaklanabilir. (Sol antendeki bu zaman gecikmesi uygun elektronik devrelerle kolayca sağlanabilir.) Eğer bir astronom Şek. 34-33'te gösterildiği gibi düşey ile 12^0 açı yapacak şekilde konumlanmış bir cisimden gelen radyo sinyallerini almak istiyorsa; zaman gecikmesi Δt ne olmalıdır?



ŞEKİL 34–33
Problem 64.

65. Bir kompakt diskte (CD) sayısal bilgiler, bir dizi yüksek yüzey olan "tepeler" ve alçak yüzey olan "çukurlar"da depo edilir. Tepeler de çukurlar da yüksek derecede yansıtıcıdır ve kırılma indisi $n = 1.55$ olan kalın bir plastik malzeme içine gömülüdür (Şek. 34-34). (Havada) 780nm dalga boyuna sahip bir lazer bu çukur ve yükseklikleri taradığında, komşu yükseklik ve çukurlar arasındaki geçiş CD'den yansıyan lazer ışığının şiddetinin gözlenmesiyle anlaşılabilir. Lazer hüzmesinin genişliğinin yarısının tepeden, yarısının çukurdan yansıdığı bir anda, hüzmenin yansıyan her iki yarısının arasında 180^0 faz farkı oluşmasını istiyoruz. Bunun için bir çukur ve yükseklik arasındaki minimum t yükseklik farkı ne olmalıdır? [Bu ışık bir dedektöre girdiğinde, zıt fazdaki yarım hüzmelerin birbirini iptal etmesi minimum bir dedektör çıktısı yaratır.)



ŞEKİL 34–34
Problem 65.

*Sayısal/Bilgisayar

*66. (II) Michelson girişimölçeri, bir düz cam plakanın kırılma indisini bulmak için kullanılabilir. t kalınlığındaki cam plaka dönen bir platformun üzerine yerleştirilir. Plaka, ışığın yolu üzerinde, demet bölücü ile sabit ya da hareketli ayna arasına yerleştirilir. Dolayısıyla kalınlığı lazer ışınının doğrultusundadır. Platform değişik açılarda olacak şekilde döndürülür ve yer değiştiren saçaklar sayılır. Dönme açısı θ kadar değiştiğinde kayan saçakların sayısı N ise, kırılma indisinin $n = (2t - N\lambda)(1 - \cos\theta)/[2t(1 - \cos\theta) - N\lambda]$ olduğunu gösteriniz. Burada t cam yüzeyin kalınlığıdır. Aşağıdaki tablo bir öğrencinin saydam bir yüzeyin kırılma indisini bulmak için Michelson girişimölçerini kullanarak topladığı verileri göstermektedir.

N	25	50	75	100	125	150
θ (açı)	5.5	6.9	8.6	10.0	11.3	12.5

Deneyde $\lambda = 632.8\,\text{nm}$ ve $t = 4.0\,\text{mm}$ şeklindedir. Her bir θ açısı için n değerlerini ve ortalama n değerini bulunuz.

Alıştırmaların Yanıtları

A: 333 nm; 6.0×10^{14} Hz; 2.0×10^8 m/s.

B: (*a*) I_0; (*b*) $0.50I_0$; (*c*) 0.

C: (*e*).



Bir noktasal kaynak gibi davranan bir lazerden gelen paralel eşzamanlı ışık bu makası aydınlatıyor. Net bir gölge yerine, ışığın dalga teorisini doğrulayan etkileyici bir kırınım deseni var. Tipik yaygın ışık kaynakları kullanıldığında kırınım desenleri kaybolup görünmez olur. Gölgelerin dikkatli incelenmesi netsizlikler olduğunu gösterir. Tek yarık kırınımını ve bunun çift-yarık desenini nasıl etkilediğini inceleyeceğiz. Aynı zamanda X-ışınlarının kristallerden kırınımını ve kırınım ağlarını ele alacağız. Kırınımın optik aletlerin çözünürlüğünü nasıl etkilediğini ve elde edilebilecek en iyi çözünürlüğün kullanılan radyasyonun dalgaboyundan asla daha büyük olamayacağını göreceğiz. Son olarak ışığın polarılmasını çalışacağız.

BÖLÜM 35

Kırınım ve Polarılma

BÖLÜM AÇILIŞ SORUSU —Şimdi tahmin edin!

Kırınımdan dolayı, bir ışık mikroskobunun maksimum faydalı büyültmesi yaklaşık

(a) 50×;
(b) 100×;
(c) 500×;
(d) 2000×;
(e) 5000×;

ve ayırt edebileceği en küçük cisimlerin boyutu yaklaşık

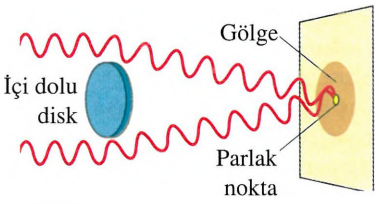
(a) 10 nm;
(b) 100 nm;
(c) 500 nm;
(d) 2500 nm;
(e) 5500 nm.

Young'ın çift-yarık deneyi, ışığın dalga teorisini sağlam bir temele oturttu. Fakat bunun tam olarak kabulü, ancak 10 yıldan fazla bir süre sonra, 1810 ve 1820'lerde kırınım çalışmalarından sonra mümkün oldu.

Daha önce kırınım konusunu su dalgaları (Kısım 15-11) ve ışık (Kısım 34-1) için kısaca işlemiştik. Kırınımın, dalgaların bir engelin kenarından dönmesi veya yayılması anlamına geldiğini gördük. Şimdi kırınımı, teleskop, kamera ve göz gibi herhangi bir optik aygıt ile elde edilebilen ayrıntının sınırlanması, yani *çözünürlük* gibi önemli pratik etkilerini de içerecek şekilde, daha detaylı inceleyeceğiz.

İÇERİK

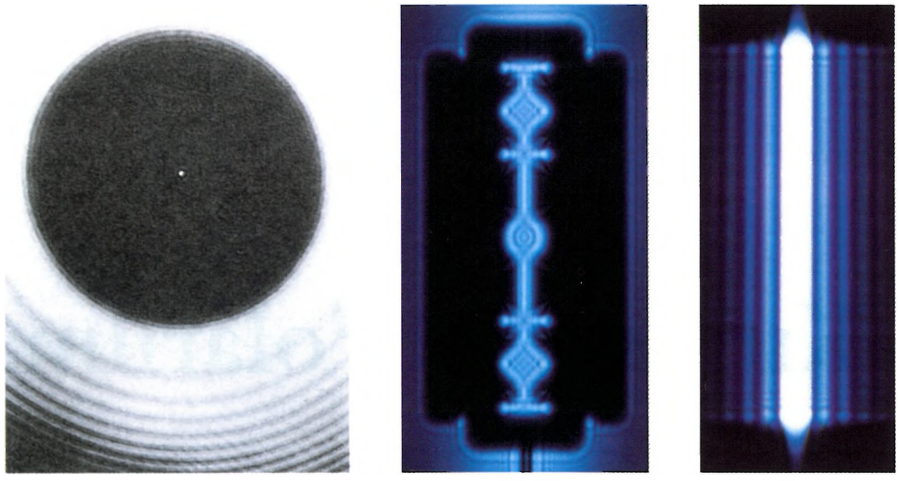
35–1 Bir Tek Yarık veya Diskten Kırınım
*35–2 Tek-Yarık Kırınım Deseninde Şiddet
*35–3 Çift-Yarık Deneyinde Kırınım
35–4 Çözünürlük Limitleri; Dairesel Açıklıklar
35–5 Teleskop ve Mikroskopların Çözünürlüğü; λ Limiti
*35–6 İnsan Gözünün Çözünürlüğü ve Kullanışlı Büyültme
35–7 Kırınım Ağı
35–8 Spektrometre ve Spektroskopi
*35–9 Tepe Genişlikleri ve bir Kırınım Ağının Çözme Gücü
35–10 X-Işınları ve X-Işını Kırınımı
35–11 Polarılma
*35–12 Sıvı Kristal Ekranlar (LCD)
*35–13 Atmosfer Tarafından Işığın Saçılması



ŞEKİL 35–1 Işık bir dalga ise, tek renkli bir nokta kaynakla aydınlatılan içi dolu bir diskin gölgesinin ortasında parlak bir nokta olur.

1819'da, Augustin Fresnel (1788–1827) ışığın girişim ve kırınım etkilerini öngören ve açıklayan dalga teorisini Fransız Akademisine sundu. Hemen ardından Siméon Poisson (1781–1840) teorinin sezgilere aykırı bir sonucuna dikkat çekti: Fresnel'in dalga teorisine göre, bir noktasal ışık kaynağından çıkan ışık içi dolu bir diske geldiğinde, gelen ışığın bir kısmı kenarlarda kırınıma uğrayacak ve gölgenin merkezinde yapıcı girişim oluşacaktı (Şek.35–1). Bu öngörü imkansız görünüyordu. Fakat François Arago tarafından bu deney gerçekleştirildiğinde, gölgenin tam ortasında parlak nokta göründü (Şek.35-2a). Bu dalga teorisinin güçlü bir kanıtıydı.

Şek.35-2a, eşfazlı bir nokta ışık kaynağı, bu örnekte bir lazer ile aydınlatılan bir madeni paranın oluşturduğu gölgenin fotoğrafıdır. Parlak nokta merkezde açıkça görülmektedir. Gölgenin dışındaki açık ve koyu saçaklara da dikkat ediniz. Bunlar çift yarık girişim saçaklarına benziyorlar. Gerçekten de, bunlar diskin kenarlarında kırınıma uğrayan dalgaların girişiminin sonucudur ve **kırınım deseni** olarak adlandırılır. Şek.35-2b ve c'de gösterildiği gibi, bir nokta kaynak ile aydınlatılan keskin kenarlı herhangi bir cismin etrafında bir kırınım deseni oluşur. Günlük yaşantımızdaki çoğu kaynak noktasal olmadığından, kaynağın farklı kısımlarından gelen ışık desenin kaybolmasına yol açar ve kırınımın çoğunlukla farkında olmayız.



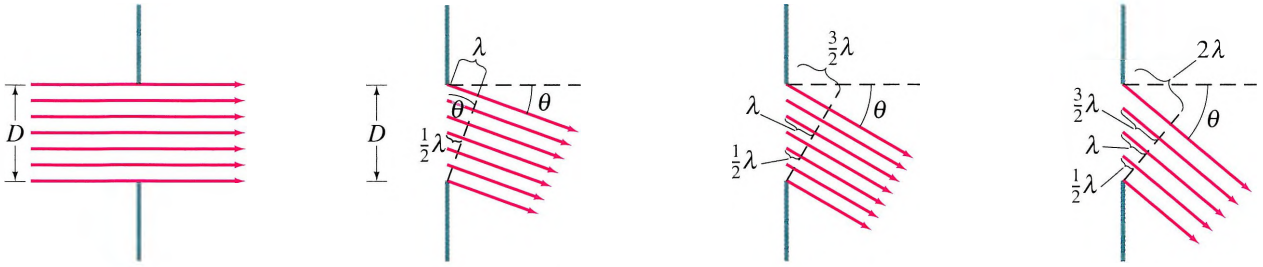
ŞEKİL 35–2 Her biri lazer gibi uyumlu, tek renkli bir nokta ışık kaynağıyla aydınlatılan (a) dairesel bir diskin, (b) traş bıçağının, (c) bir tek yarığın kırınım desenleri

35–1 Tek Yarık veya Disk ile Kırınım

Kırınım deseninin nasıl oluştuğunu anlamak için, tek renkli ışığın dar bir yarıktan geçmesini inceleyeceğiz. Paralel ışık ışınlarının (düzlem dalgalar) D genişliğindeki yarık üzerine geldiğini ve bu yarığı geçerek çok uzaktaki bir ekrana ulaştığını kabul edeceğiz. Eğer ekran çok uzakta değilse, paralel ışınlar oluşturmak için mercekler kullanılabilir.[†] Su dalgalarıyla olan çalışmalardan ve Huygens ilkesinden bildiğimiz gibi, yarıktan geçen dalgalar tüm yönlerde yayılır. Şimdi, yarığın farklı kısımlarından geçen dalgaların birbirleriyle nasıl girişim yaptığını inceleyeceğiz.

Tek renkli ışığın paralel ışınları Şek.35-3a'da görüldüğü gibi dar bir yarıktan geçiyorlar. D yarık genişliği, ışığın λ dalgaboyu mertebesindedir, fakat yarığın uzunluğu (sayfadan içe ve dışa doğru), λ'ya kıyasla büyüktür. Işık, çok uzakta olduğu kabul edilen bir ekrana düşer, böylece herhangi bir noktaya giden ışınlar, ekrana ulaşmadan önce nerdeyse paraleldirler. İlk olarak, Şek.35-3a'daki gibi yarığı düz geçen

[†]Paralel ışınlar içeren bu tür bir kırınım deseni Fraunhofer kırınımı olarak anılır. Ekran yakınsa ve mercekler kullanılmamışsa Fresnel kırınımı olarak isimlendirilir. İkinci durumda analiz oldukça karmaşık olduğundan biz sadece bir limit durumu olan Fraunhofer kırınımını inceleyeceğiz.



(a) $\theta = 0$ Aydınlık

(b) $\sin\theta = \frac{\lambda}{D}$ Karanlık

(c) $\sin\theta = \frac{3\lambda}{2D}$ Aydınlık

(d) $\sin\theta = \frac{2\lambda}{D}$ Karanlık

ŞEKİL 35–3 D genişliğinde bir yarıktan geçen ışığın oluşturduğu kırınım deseninin analizi.

ışınları düşünelim. Hepsi aynı fazdadır, bu nedenle ekranda merkezi parlak bir nokta olacaktır (Bknz. Şek.35-2c). Şek.35-3b'de, yarığın üst kısmından gelen ışınların ekrana ulaşmak için, alt kenarından gelen ışınlardan tam olarak bir dalgaboyu daha fazla yol alacak şekilde bir θ açısında hareket eden ışınları ele alalım. Yarığın tam merkezinden geçen ışın yarığın en alt kısmından geçen ışından bir yarım dalgaboyu daha fazla yol alır. Bu iki ışın birbirleriyle tam zıt fazda olacaktır ve ekranda üst üste geldiklerinde yıkıcı girişim yapacaklardır. Benzer biçimde, en alt noktanın biraz üzerindeki ışın, merkezdekinden aynı mesafe yukarıdaki ışını yok edecektir. Aslında, yarığın aşağı yarısından geçen her bir ışın yukarı yarıda ona karşılık gelen bir ışını yok edecektir. Böylece, tüm ışınlar çiftler halinde yıkıcı girişim yaparlar, ve ekranda bu açıda ışık şiddeti sıfır olacaktır. Bu olayın gerçekleştiği θ açısının, $\lambda = D\sin\theta$ bağıntısı ile belirlendiği Şek.35-3b'den görülebilir, dolayısıyla

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{D}. \qquad \text{[birinci minimum]} \quad \textbf{(35–1)}$$

Işık şiddeti $\theta = 0°$ açısında maksimumdur ve Dnk. 35-1 ile verilen θ açısındaki bir minimuma (şiddet = sıfır) azalır.

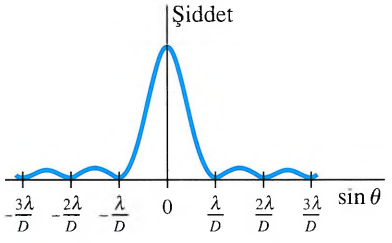
Şimdi, Şek.35-3c'deki gibi, en üstteki ışının en alttakinden $\frac{3}{2}\lambda$ daha fazla yol aldığı daha büyük bir açı düşünün. Bu durumda, yarığın alt üçte birinden geçen ışınlar ortadaki üçte birden geçenlerle çiftler halinde yok olacaklar, çünkü $\lambda/2$ kadar faz farkı olacaktır. Fakat, yarığın üst üçte birinden geçen ışın hala ekrana ulaşacak, böylece merkezi $\sin\theta \approx 3\lambda/2D$,'ye yakın olan parlak bir nokta olacaktır. Ancak bu nokta, $\theta = 0°$.'deki merkezi nokta kadar parlak olmayacaktır. Üst ışının alt ışından 2λdaha fazla yol aldığı, Şek.35-3d'deki gibi daha büyük bir θ açısı için, yarığın alt çeyreğinden geçen ışınlar, yol uzunlukları $\lambda/2$ kadar fark ettiğinden hemen üstündeki çeyrekten geçenleri yok edecektir. Yarığın merkezin hemen üzerindeki çeyreğinden geçen ışınlar da en üst çeyrekten geçenleri yok edecektir. Bu açıda, kırınım deseninde tekrar sıfır şiddetli bir minimum olacaktır. Açının bir fonksiyonu olarak şiddetin bir grafiği Şek.35-4'te gösterilmiştir. Bu, Şek. 35-2c'deki fotoğrafa karşılık gelir. Minimumların (sıfır şiddet) merkezin iki yanında

$$D\sin\theta = m\lambda, \qquad m = \pm1, \pm2, \pm3, \cdots, \qquad \text{[minimumlar]} \quad \textbf{(35–2)}$$

noktalarında oluştuğuna dikkat edin, fakat $m = 0$ değeri en güçlü maksimuma karşılık gelir. Minimumlar arasında, yaklaşık olarak $m \approx \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \cdots$.değerlerinde daha düşük şiddetli maksimumlar vardır.

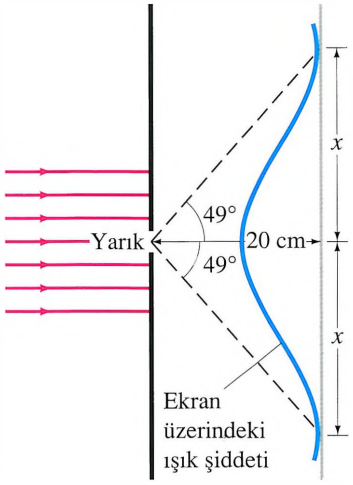
Bir kırınım desenindeki *minimum*ların (Dnk.35-2), çift yarık girişimindeki maksimumlarınkine (parlak saçaklar) çok benzer bir kriteri, Dnk. 34-2a, sağladığına ve Dnk.34-2'de d iki yarık arasındaki mesafe iken D'nin tek yarık genişliği olduğuna dikkat ediniz.

ŞEKİL 35–4 Bir tek yarık kırınım deseninin sinθ'nın fonksiyonu olarak şiddeti. Merkezi maksimumun her iki tarafındaki maksimumlara göre çok daha yüksek olmasının yanında, diğerlerinden (sadece $(2\lambda/D$ genişliğinde) iki kat daha geniş $(\lambda/D$ genişliğinde) olduğuna da dikkat ediniz.



⚠ DİKKAT

Girişim için olan Dnk.34-2'yi kırınım için olan Dnk.35-1 ile karıştırmayın; farklara dikkat edin.



ŞEKİL 35–5 Örnek 35–1.

ÖRNEK 35–1 **Tek yarık kırınım maksimumu.** dalgaboylu ışık 1.0×10^{-3} mm mm genişliğinde bir yarıktan geçiyor. 20 cm uzaklıktaki bir ekranda, merkez maksimumun genişliği (*a*) derece ve (*b*) santimetre olarak ne kadardır?

YAKLAŞIM Merkez maksimumun genişliği bir taraftaki ilk minimumdan diğer taraftaki ilk minimuma olan mesafedir. İlk tek-yarık kırınım minimumunun açısal konumunu bulmak için Dnk. 35-1'i kullanırız.

ÇÖZÜM (*a*) İlk minimum

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{D} = \frac{7.5 \times 10^{-7}\,\text{m}}{1.0 \times 10^{-6}\,\text{m}} = 0.75$$

değerinde oluşur. Buradan $\theta = 49°$ bulunur. Bu, merkez ile ilk minimum arasındaki açıdır, Şek.35-5. Merkez maksimumun gördüğü açı, merkezin aşağısındaki ve yukarısındaki minimumlar arasında olup bu değerin iki katı yani 98°'dir. (*b*) Merkez maksimumun genişliği $2x$'dir, burada $\tan\theta = x/20\,\text{cm}$ 'dir. Böylece $2x = 2(20\,\text{cm})(\tan 49°) = 46\,\text{cm}$ bulunur.

NOT Ekranın çok geniş bir kısmı aydınlatılacaktır, fakat böyle küçük bir yarığı geçen ışık miktarı küçük olacağından ve büyük bir alana yayılacağından normal olarak çok parlak olmayacaktır. Burada küçük-açı yaklaşımını ($\theta \approx \sin\theta \approx \tan\theta$) θ açısı büyük olduğu için kullanamayacağımıza dikkat ediniz.

ALIŞTIRMA A Örnek 35-1'de, kırmızı ışık ($\lambda = 750\,\text{nm}$) kullanıldı. Eğer bunun yerine 575 nm dalgaboylu sarı ışık kullanılmış olsaydı, merkezi maksimum daha mı geniş yoksa daha mı dar olurdu?

KAVRAMSAL ÖRNEK 35–2 **Kırınımın yayılışı.** Işık, düşey yönde yataydan daha dar olan dikdörtgen bir delikten geçiyor, Şek.35-6. (*a*) Kırınım deseninin düşey yönde mi yoksa yatay yönde mi daha geniş yayılmasını beklersiniz? (*b*) Bir stadyumdaki dikdörtgen hoparlör, yüksek ve dar mı yoksa geniş ve düz mü olmalıdır?

ŞEKİL 35–6 Örnek 35–2.

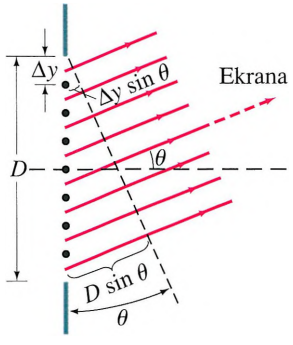


YANIT (*a*) Dnk. 35-1'de yarığı (D genişliği) daha dar alırsak, desenin daha çok yayıldığını görürüz. Bu, Bölüm 15'te dalgalar için gördüklerimizle uyumludur. Dikdörtgen bir delikten kırınım, düşey doğrultuda daha yaygın olacaktır, çünkü delik o yönde daha küçüktür. (*b*) Bir hoparlör için ses deseninin yatay olarak yayılması istenir, bu yüzden dar ve yüksek olmalıdır (Şek.35-6'yı 90^0 döndürün).

*35–2 Tek-Yarık Kırınım Deseninde Şiddet

Tek bir yarıktan geçen ışığın oluşturduğu kırınım deseninde minimumların konumlarını belirledik, Dnk. 35-2. Şimdi, Kısım 34-4'te tartışılmış olan fazör tekniğini kullanarak desenin herhangi bir noktasında genlik ve şiddeti tahmin eden bir metodu tartışacağız.

ŞEKİL 35–7 D genişliğindeki yarık Δy genişliğinde N tane şeride bölünüyor.



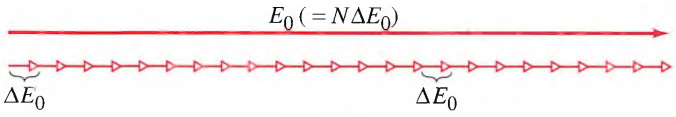
Yarığın, Şek.35-7'deki gibi Δy genişliğinde N tane çok ince şeride bölündüğünü düşünelim. Her bir şerit sağ taraftaki ekrana doğru tüm yönlerde ışık gönderir. Uzak ekrandaki herhangi bir noktayı hedef alan ışınların hepsinin paralel olup şekilde görüldüğü gibi yatayla θ açısı yaptıklarını kabul edelim. Δy şerit kalınlığını, yarığa gelen tek renkli ışığın λ dalgaboyundan çok daha küçük olacak şekilde seçeriz. Böylece verilen bir şeritten gelen ışınların hepsi aynı fazdadır. Şeritler eşit boyuttadır ve eğer yarık tekdüze bir şekilde aydınlatılırsa her bir ince şeritten gelen ΔE_0 elektrik alan dalga genliklerini, θ çok büyük olmadıkça eşit alabiliriz. Fakat farklı şeritlerden ayrı genliklerin fazları farklı olacaktır. Ardışık şeritlerden gelen ışıktaki faz farkı,

$$\Delta\beta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta y \sin\theta \qquad (35\text{–}3)$$

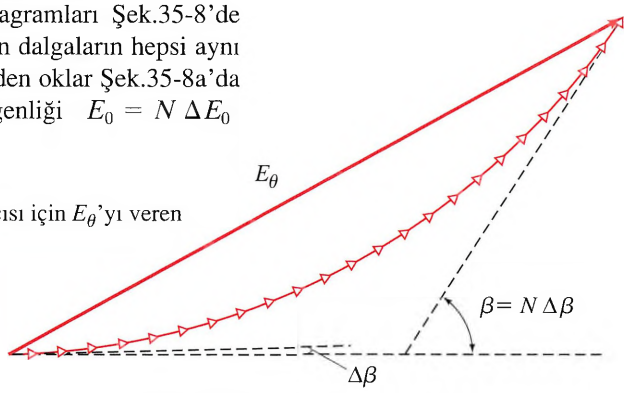
olacaktır (Bknz. Kısım 34-4, Dnk. 34-4), çünkü yol uzunluklarındaki fark $\Delta y \sin\theta$ 'dir.

Herhangi bir θ açısında ekrandaki toplam genlik her bir şeritten gelen ayrı dalga genliklerinin toplamı olacaktır. Bu dalgacıklar aynı ΔE_0 genliğine sahiptir fakat fazları farklıdır. Toplam genliği elde etmek için, Kısım 34-4 (Şek.34-13)'de yaptığımız gibi bir fazör diyagramı kullanabiliriz. Dört farklı θ açısı için fazör diyagramları Şek.35-8'de gösterilmektedir. Ekranın merkezinde, $\theta = 0$, her bir şeritten gelen dalgaların hepsi aynı fazdadır ($\Delta\beta = 0$, Dnk. 35-3), bu nedenle her bir ΔE_0 'ı temsil eden oklar Şek.35-8a'da gösterildiği gibi dizilir ve ekranın merkezine ulaşan ışığın toplam genliği $E_0 = N\,\Delta E_0$ olur.

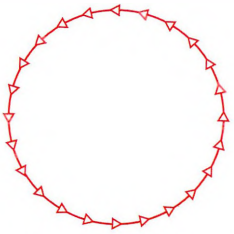
ŞEKİL 35–8 Tek yarık kırınımının, dört farklı θ açısı için E_θ'yı veren fazör diyagramı.



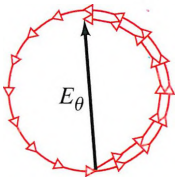
(a) Merkezde $\theta = 0$.



Merkez ile ilk minimum arasında



(c) İlk minimum $E_\theta = 0$ ($\beta = 2\pi = 360°$).



(d) İkinci maksimumun yakınında.

Şek.35-8b, uzak bir ekranda, küçük bir θ açısında, merkezden çok uzakta olmayan bir nokta için, ΔE_0 genlikli dalgacıkların bu E_θ, açısında, ekran üzerindeki θ toplam genliğini vermek için nasıl toplandığını gösterir. Her bir dalgacığın faz farkının bir sonrakinden $\Delta\beta$. kadar değiştiğine dikkat ediniz. Yarığın en alt ve en üst kısmından gelen dalgacıklar arasındaki faz farkı

$$\beta = N\,\Delta\beta = \frac{2\pi}{\lambda} N\,\Delta y \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin\theta \qquad \textbf{(35–4)}$$

ile verilir. Burada $D = N\,\Delta y$ yarığın toplam genişliğidir. Şek.35-8b'deki "yay" $N\,\Delta E_0$, uzunluğuna sahip ve E_0'a ($\theta = 0$'daki toplam genlik eşit) olmasına rağmen, E_θ açısındaki θ toplam dalga genliği dalgacık genliklerinin vektör toplamıdır ve dolayısıyla gösterildiği gibi kirişlerin toplamına eşittir. Kiriş, yaydan daha kısadır, bu yüzden $E_\theta < E_0$ 'dır.

Daha büyük θ'lar için, sonunda Şek.35-8c'de gösterilen ok zincirinin kendisini kapattığı duruma geliriz. Bu durumda vektör toplamı sıfırdır ve bu θ açısı için $E_\theta = 0$ olur. Bu ilk minimuma karşılık gelir. Bu durumda $\beta = N\,\Delta\beta$ is 360° veya 2π olduğundan Dnk. 35-3'ten

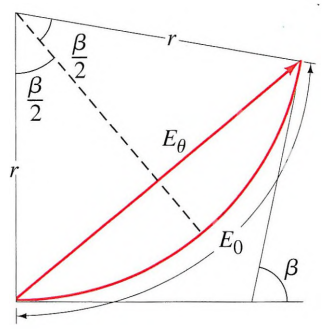
$$2\pi = N\,\Delta\beta = N\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\Delta y \sin\theta\right)$$

buluruz veya yarık genişliği $D = N\,\Delta y$ olduğu için

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{D}.$$

Böylece, ilk minimum $(E_\theta = 0)$ $\sin\theta = \lambda/D$ değerinde oluşur. Bu bir önceki Kısımdaki Dnk. 35-1'de elde ettiğimiz sonuç ile aynıdır.

θ'nın daha da büyük değerleri için, oklar zinciri 360°'den sonra sarmal hareket eder. Şek.35-8d, ilk minimumdan sonra ikincil maksimumun yakınındaki durumu göstermektedir. Burada $\beta = N\,\Delta\beta \approx 360° + 180° = 540°$ veya 3π 'dir. Daha büyük θ açıları ele alındığında, yeni maksimumlar ve minimumlar oluşur. Fakat $N\,\Delta E_0\,(= E_0)$, değerine eşit olan toplam uzunluk sabit kalacağından, kendi üzerine sarıldıkça birbirini takip eden her bir maksimum gitgide küçülür.



ŞEKİL 35–9 Tek yarık kırınımı için, E_θ genliğini θ 'nın fonksiyonu olarak belirleme.

Ekrandaki herhangi bir noktada (yani, herhangi bir θ açısında) genliğin (ve şiddetin) nicel bir ifadesini elde etmek için, $N \to \infty$ limitini ele alalım, böylece Δy genişliği sonsuz küçük genişliğine dönüşür. Bu durumda, Şek.35-8'deki diyagramlar düzgün eğrilere dönüşür, bunlardan biri Şek.35-9'da gösterilmektedir. Herhangi bir θ açısı için, ekrandaki dalga genliği E_0'dır ve Şek.35-9'daki kirişe eşittir. Yayın uzunluğu daha önceki gibi E_0'dır. Eğer yayın eğrilik yarıçapı ise,

$$\frac{E_\theta}{2} = r \sin\frac{\beta}{2}.$$

$\beta/2$, radyan olarak alındığında, aynı zamanda

$$\frac{E_0}{2} = r\frac{\beta}{2}$$

yazabiliriz. Bunları birleştirerek

$$E_\theta = E_0 \frac{\sin \beta/2}{\beta/2}. \qquad \textbf{(35–5)}$$

elde ederiz. β açısı yarığın en üst ve en alt kenarlarından gelen dalgalar arasındaki faz farkıdır. Bu iki ışın için yol farkı $D \sin\theta$'dır (Bknz. Şek.35-7'e ve Dnk. 35-4), böylece

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin\theta. \qquad \textbf{(35–6)}$$

Şiddet dalga genliğinin karesiyle orantılıdır, bu nedenle herhangi bir θ açısındaki I_θ şiddeti, Dnk. 35-5'den,

$$I_\theta = I_0\left(\frac{\sin \beta/2}{\beta/2}\right)^2 \qquad \textbf{(35–7)}$$

bulunur. Burada $I_0 (\propto E_0^2)$, $\theta = 0$ (merkez maksimum)'daki şiddettir. Dnk. 35-7 ve 35-6'yı birleştirerek (denklemleri ayrı kullanmanın genellikle daha kolay olmasına rağmen)

$$I_\theta = I_0\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi D \sin\theta}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi D \sin\theta}{\lambda}\right)}\right]^2 \qquad \textbf{(35–8)}$$

elde edilir.

Dnk.35-8'e göre, minimumlar $(I_\theta = 0)$ olduğunda oluşur, burada $\sin(\pi D \sin\theta/\lambda) = 0$, $\pi D \sin\theta/\lambda$ değeri $\pi, 2\pi, 3\pi$, v.b olmalıdır veya daha önce bulduğumuz, Dnk. 35-2, gibi

$$D \sin\theta = m\lambda, \qquad m = 1, 2, 3, \cdots \qquad \text{[minimumlar]}$$

m'nin sıfır olamayacağına dikkat edin: $\beta/2 = \pi D \sin\theta/\lambda = 0$, olduğunda, Dnk. 35-7 veya 35-8 deki pay gibi payda da yok olur. Bu durumda $\theta \to 0$ (veya $\beta \to 0$); limitlerini alarak şiddeti hesaplayabiliriz; çok küçük açılar için, $\sin\beta/2 \approx \beta/2$, böylece $(\sin\beta/2)/(\beta/2) \to 1$ ve $I_\theta = I_0$, desenin merkezindeki maksimumdur.

Dnk. 35-8'de verildiği gibi θ'nın bir fonksiyonu olarak I_θ şiddeti Şek.35-4 diyagramına karşılık gelir.

ÖRNEK 35–3 TAHMİN EDİN **İkincil maksimumlardaki şiddet.** Merkezi maksimumun iki yanındaki ilk iki ikincil maksimumun şiddetlerini hesaplayınız.

YAKLAŞIM İkincil maksimumlar minimumların yaklaşık ortasında oluşur:

$$\frac{\beta}{2} = \frac{\pi D \sin\theta}{\lambda} \approx (m + \tfrac{1}{2})\pi. \qquad m = 1, 2, 3, \cdots$$

Gerçek maksimumlar tam olarak bu noktalarda değildirækonumları Dnk.35-7'nin türevi alınarak belirlenebilir (Bknz. Problem 14) fakat burada sadece yaklaşık bir sonuç arıyoruz.

ÇÖZÜM β için bu değerleri Dnk. 35-7 veya 35-8'de $\sin(m + \frac{1}{2})\pi = 1$ değeri ile kullanarak,

$$I_\theta = \frac{I_0}{(m + \frac{1}{2})^2\pi^2} \qquad m = 1, 2, 3, \cdots$$

bulunur. $m = 1$ ve 2 için, aşağıdaki değerleri

$$I_\theta = \frac{I_0}{22.2} = 0.045 I_0 \qquad [m = 1]$$

$$I_\theta = \frac{I_0}{61.7} = 0.016 I_0. \qquad [m = 2]$$

elde ederiz. Şek.35-2c'deki fotoğraf ve Şek.35-4'den görülebileceği gibi, merkezi tepenin yanındaki ilk maksimum, merkezi tepenin şiddetinin sadece 1/22 (veya %4.5)'sine sahiptir, ve onu takip edenler daha da küçüktür.

Dairesel bir açıklıktan kırınım, benzer bir desen oluşturur (dikdörtgen şeklinde değil, dairesel) ve mercekler genelde ışığın içinden geçtiği dairesel açıklıklar olduğundan pratik önemi büyüktür. Bunu Kısım 35-4'te tartışacağız ve kırınımın görüntülerin çözünürlüğünü (veya keskinliğini) nasıl sınırladığını göreceğiz.

*35–3 Çift-Yarık Deneyinde Kırınım

Young'ın çift yarık deneyini Kısım 34-4'te incelerken, ekranın merkezi bölgesinin düzgün bir şekilde aydınlatıldığını kabul etmiştik. Bu kabul yarıkların sonsuz küçük darlıkta olduğunu kabul etmekle aynıdır, böylece merkezi kırınım tepesi tüm ekrana yayılır. Gerçek yarıklar için, bu durum asla olamaz; kırınım, merkezin yanlarındaki parlak girişim saçaklarının şiddetini azaltır, dolayısıyla Şek.34-14'te gösterildiği gibi hepsi aynı yükseklikte değildir. (Bunlar Şek.34-9b'de daha doğru bir şekilde gösterilmiştir.)

Çift-yarık girişim deseninde, kırınımı da içerecek şekilde şiddeti hesaplamak için, yarıkların eşit D genişliğinde olduğunu ve merkezlerinin arasındaki uzaklığın d olduğunu kabul edelim. Ekrana uzaklık, d yarık aralığına göre çok büyük olduğundan, her bir yarıktan dolayı dalga genliği ekrandaki her noktada esas olarak aynıdır. Böylece herhangi bir θ açısındaki toplam dalga genliği artık Dnk. 34-5b'de verildiği gibi

$$E_{\theta 0} = 2E_0 \cos\frac{\delta}{2},$$

olmayacaktır. Kırınımdan dolayı, Dnk. 35-5 ile düzenlenmelidir:

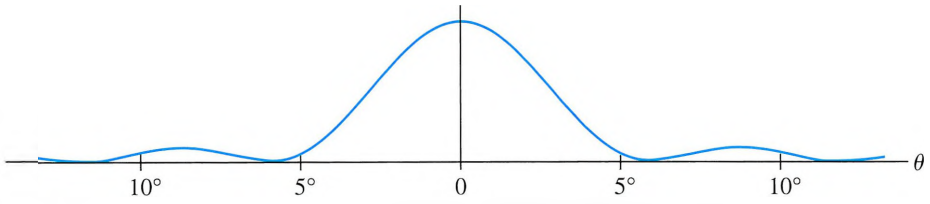
$$E_{\theta 0} = 2E_0\left(\frac{\sin\beta/2}{\beta/2}\right)\cos\frac{\delta}{2}$$

(Bu bölümde şimdiye kadar sadece θ'nin genliği ile ilgilendik, ve Bölüm 34'te yapıldığı gibi E_θ yerine sadece E_θ yazdık.) Böylece şiddet,

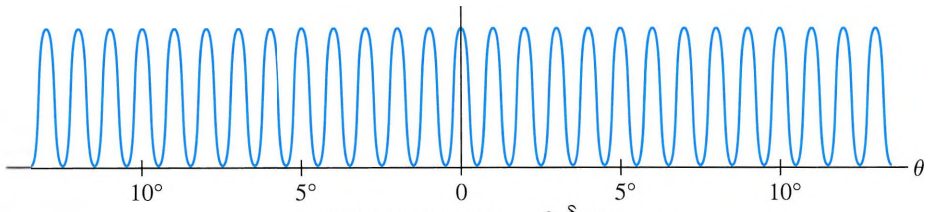
$$I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\beta/2}{\beta/2}\right)^2\left(\cos\frac{\delta}{2}\right)^2 \qquad \textbf{(35–9)}$$

ile verilecektir. Burada $I_0 = 4E_0^2$ ve Dnk. 35-6 ve 34-4'ten

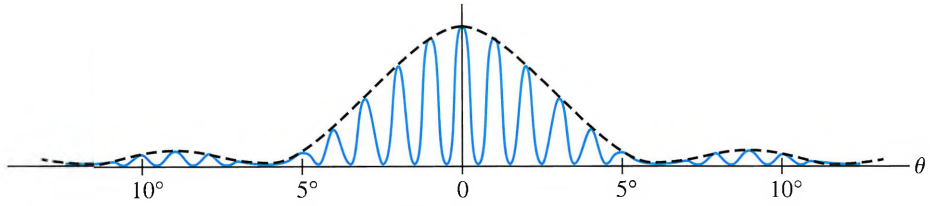
$$\frac{\beta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} D\sin\theta \qquad \text{ve} \qquad \frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d\sin\theta$$



(a) Kırınım faktörü, $(\sin^2\beta/2)/(\beta/2)^2$ θ'ya karşı



(b) Girişim faktörü, $\cos^2\frac{\delta}{2}$ θ'ya karşı



(c) Şiddet, I_θ θ'ya karşı.

ŞEKİL 35–10 (a) Kırınım faktörü, (b) girişim faktörü $d = 6D = 60\lambda$ için θ nın fonksiyonu olarak grafiği çizilen bileşke şiddet I_θ.

buluruz. Çift-yarık desenindeki şiddeti veren Dnk.35-9 az önce gördüğümüz gibi

$$I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\beta/2}{\beta/2}\right)^2\left(\cos\frac{\delta}{2}\right)^2. \qquad \textbf{(35–9)}$$

Parantez içindeki ilk terime bazen "kırınım faktörü" ve ikinciye de "girişim faktörü" denir. Bu iki faktör $d = 6D$ ve $D = 10\lambda$ iken, Şek.35-10a ve b'de çizilmiştir. (Şek.35-10b, aslında Şek. 34-14 ile aynıdır.) Şek.35-10c, bu iki eğrinin çarpımını gösterir (çarpı I_0) Bu, Dnk. 35-9 ile verildiği gibi θ'nın bir fonksiyonu olarak (veya çok büyük olmayan θ değerleri için ekranda konumun bir fonksiyonu olarak) gerçek şiddete eşittir. Şek.35-10c'de kesik çizgilerle gösterildiği gibi, kırınım faktörü girişim tepelerini sınırlayan bir tür zarf gibi davranır.

ÖRNEK 35–4 **Kırınım artı girişim.** Şek.35-10c'deki merkez kırınım tepesinin neden 11 girişim saçağı içerdiğini gösteriniz.

YAKLAŞIM Kırınım desenindeki ilk minimum

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{D}$$

değerinde oluşur. $d = 6D$ olduğundan,

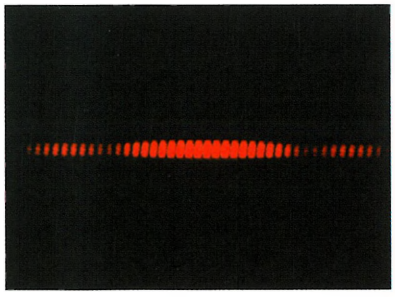
$$d\sin\theta = 6D\left(\frac{\lambda}{D}\right) = 6\lambda.$$

ÇÖZÜM Dnk. 34-2a'dan, girişim tepeleri (maksimumları) $d\sin\theta = m\lambda$ için oluşur. Burada m, $0, 1, \cdots$ veya herhangi bir tamsayı olabilir. Dolayısıyla kırınım minimumu $(d\sin\theta = 6\lambda)$ girişim desenindeki $m = 6$ ile çakıştığından, $m = 6$ tepesi görünmez. Böylece merkezi kırınım tepesi, merkezi girişim tepesi $(m = 0)$ ve iki taraftaki beşer tepe ($m = 1$ den 5'e kadar) ile toplam 11 tepeyi içine alır. 6. mertebe görünmediğinden, bir "kayıp mertebe" olduğu söylenir.

Örnek 35-4'ten merkezi kırınım tepesindeki girişim saçaklarının sayısının sadece d/D oranına bağlı olduğuna dikkat ediniz. λ dalgaboyuna bağlı değildir. Gerçek aralıklar (açı olarak, veya ekranda konum olarak) ise λ'ya bağlıdır. Gösterilen durum için $D = 10\lambda$ ve ilk kırınım minimumu $\sin\theta = \lambda/D = 0.10$ veya yaklaşık 6^0'dir.

Şek.35-10'daki grafikte çizildiği gibi, merkezden uzak girişim saçaklarındaki şiddet azalması Şek.35-11'de gösterilmiştir.

ŞEKİL 35–11 Bir lazer demeti kullanarak elde edilen bir çift-yarık girişim deseninin fotoğraflarında kırınımın etkilerini görülüyor. Her iki durumda da $d = 0.50$ mm; D, (a)'da 0.040 mm, (b)'de ise 0.080 mm.



(a)

(b)

Kırınıma karşı Girişim

Girişim ve kırınım desenleri, aynı olay (farklı fazlardaki eşzamanlı dalgaların üst üste toplanması) sonucu meydana gelir. Aralarındaki fark fiziksel olmaktan çok, iki-yarık deseninin girişim ve kırınım cinsinden ayrı ayrı incelendiği bu Bölümde olduğu gibi betimleme kolaylığıdır. Bir kaynağı sonsuz küçük parçalara böldüğümüz zaman olduğu gibi, genellikle birçok sonsuz küçük ve çoğunlukla bitişik kaynakların üst üste bindirildiği bir analizi kastederken "kırınım" kelimesini kullanırız. Sonlu (ve genellikle küçük) sayıda eşzamanlı kaynaktan çıkan dalgalar üst üste geldiği zaman, "girişim" terimini kullanırız.

35–4 Çözünürlük Limitleri; Dairesel Açıklıklar

Bir merceğin, birbirine çok yakın iki noktasal cismin birbirinden ayrı görüntülerini oluşturabilme yeteneğine, merceğin **çözünürlüğü** denir. Birbirinden ayırt edilebilen (üst üste gelen lekeler halinde olmayıp), iki görüntü birbirine ne kadar yakınsa çözünürlük o kadar yüksektir. Örneğin bir fotoğraf makinesi merceğinin çözünürlüğü, Kısım 33-5'te bahsedildiği gibi, genellikle milimetredeki nokta veya çizgi sayısı olarak tanımlanır.

Bir merceğin çözünürlüğünü başlıca iki faktör kısıtlar. İlki mercek sapınçlarıdır. Bölüm 33'te gördüğümüz gibi, küresel ve diğer sapınçlardan dolayı, bir nokta cisim görüntüde bir nokta değil, küçük bir lekedir. Bileşik merceklerin dikkatli tasarımı önemli ölçüde sapınçları azaltabilir, fakat tamamen yok edemez. Çözünürlüğü kısıtlayan ikinci faktör, ışığın dalga yapısının doğal bir sonucu olduğundan düzeltilemeyen *kırınımdır*. Şimdi bunu tartışalım.

Kısım 35-1'de, ışık bir dalga gibi hareket ettiği için bir nokta kaynaktan yarığı geçen ışık bir kırınım deseni oluşturur (Şek.35-2 ve 35-4). Bir mercek, kenarları olduğundan dairesel bir yarık gibi davranır. Bir nokta cismin mercekle oluşturulan görüntüsü aslında küçük bir kırınım desenidir. Bu nedenle, *sapınçlar olmasa bile görüntü bulanık olur.*

İzleyen analizde, merceğin sapınçlarının olmadığını kabul edeceğiz. Böylece kırınım etkilerine ve bir merceğin çözünürlüğünü ne kadar sınırladığına yoğunlaşabiliriz. Şek.35-4'te dikdörtgen bir yarığı geçen ışık tarafından üretilen kırınım deseninin, ışığın çoğunun düştüğü merkezi bir maksimuma sahip olduğunu gördük. Bu merkezi tepe, merkezin her iki yanında, θ (bu Dnk. 35-1'dir) ile verilen bir $\sin\theta = \lambda/D$ açısındaki minimumlara azalır, burada D yarık genişliği ve λ kullanılan ışığın dalgaboyudur. θ merkezi maksimumun açısal yarı-genişliğidir, ve küçük açılar için

$$\theta \approx \sin\theta = \frac{\lambda}{D}.$$

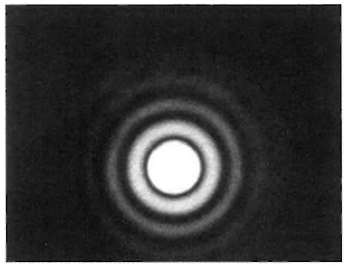
yazılabilir. Bunun dışında da düşük-şiddette saçaklar vardır.

Bir mercek, veya herhangi bir dairesel delik için, bir nokta cismin görüntüsü Şek.35-12a'da görüldüğü gibi sönük dairesel saçaklarla çevrili *dairesel* merkezi tepeden (*kırınım beneği* veya *Airy diski* denen) oluşacaktır. Merkezi maksimumun açısal yarı genişliği şöyledir:

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$$

Burada D dairesel yarığın çapıdır. Bu mükemmel bir daire veya mercek için geçerli teorik bir sonuçtur. Gerçek mercek veya daireler için, faktör 1 veya 2 mertebesindedir. Bu formül bir yarığınkinden (Dnk. 35-1) 1.22 faktörü kadar farklıdır. Bu faktörün ortaya çıkma sebebi, dairesel deliğin genişliğinin sabit (bir dikdörtgen yarık gibi) olmayıp değerinin D yarıçapı ile sıfır arasında değişmesidir. Matematik analiz, ortalama genişliğin $D/1.22$ olduğunu gösterir. Dolayısıyla Dnk.35-1'i değil yukarıdaki denklemi elde ederiz. Bir dairesel açıklıktan geçen noktasal bir kaynağın ışığı ile elde edilen kırınım desenindeki ışığın şiddeti Şek.35-13'te görülmektedir. Noktasal olmayan kaynak için görüntü bu gibi desenlerin üst üste gelmesiyle oluşur. Çoğu amaç için, sadece merkezi diski düşünmek yeterlidir, çünkü ortak merkezli halkalar çok daha sönüktür.

Eğer iki noktasal cisim çok yakınsa, görüntülerinin kırınım deseni Şek.35-12b'de görüldüğü gibi üst üste binecektir. Cisimler daha çok yaklaştırılırsa, çakışan iki görün-

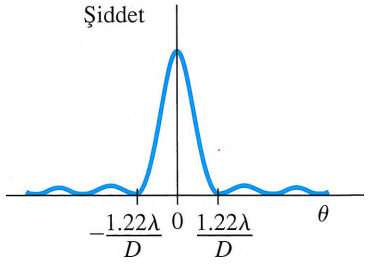


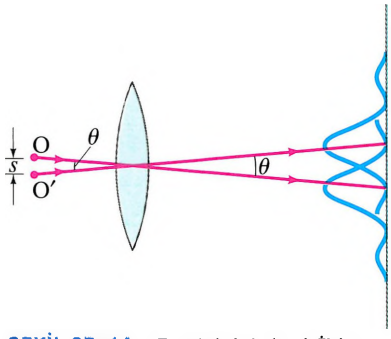
(a)

(b)

ŞEKİL 35–12 (a) Tek bir noktasal cismin, (b) görüntüleri ancak birbirinden ayırt edilebilen iki noktasal cismin bir mercek tarafından oluşturulan görüntülerinin (çok büyültülmüş) kırınım deseninin göründüğü fotoğrafları.

ŞEKİL 35–13 Dairesel bir deliğin kırınım deseni boyunca ışık şiddetin değişimi.





ŞEKİL 35–14 *Rayleigh kriteri.* İki görüntünün birbirinden ancak ayırt edilebilmesi için koşul, birinin kırınım tepesinin merkezinin, diğerinin kırınım deseninin ilk minimumunun tam üstünde olmasıdır. O ve O′ cisimlerinin mercekten görülen açısal aralığı θ'dır; her cisimden, görüntüsünün kırınım deseninin merkezini işaret etmek üzere tek bir ışın (merceğin merkezinden geçen) çizilmiştir.

tünün mü veya tek görüntünün mü olduğunu söyleyemeyeceğiniz bir mesafeye ulaşılır. Bu olayın olduğu mesafe farklı gözlemciler tarafından farklı yorumlanabilir. Fakat, genellikle kabul edilen kriter Lord Rayleigh (1842–1919) tarafından önerilen kriterdir. **Rayleigh kriteri**, *bir görüntünün kırınım diskinin merkezi, diğerinin kırınım desenindeki ilk minimumun tam üzerine geldiğinde iki görüntünün ancak ayırt edilebilir* olduğunu söyler. Bu, Şek.35-14'de görülmektedir. İlk minimum, merkezi maksimumdan bir $\theta = 1.22\lambda/D$ açısı kadar uzakta olduğundan, eğer iki cisim en azından

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D} \qquad [\theta \text{ radyan cinsinden}] \quad \textbf{(35–10)}$$

ile verilen bir θ açısı ile ayrılmışlarsa, Şek.35-14, bunların ancak çözünebilir olduğunu göstermektedir. Bu denklemde, D merceğin çapıdır, ve aynı zamanda ayna çapı için de geçerlidir. Bu, kırınımdan dolayı ışığın dalga doğası tarafından belirlenen çözünürlük limitidir. Daha küçük açı, daha iyi çözünürlük demektir: daha yakın cisimleri ayırt edebilirsiniz. Dnk. 35-10'dan, daha kısa λ dalgaboyu kullanımının θ'yı azaltacağını ve böylece çözünürlüğün artacağını görürüz.

ALIŞTIRMA B Yeşil ışık (550 nm) 25–mm çaplı fotoğraf mekinesi merceğinden geçer. Oluşan kırınım deseninin açısal yarı-genişliği nedir? (*a*) 2.7×10^{-5} derece, (*b*) 1.5×10^{-3} derece, (*c*) 3.2°, (*d*) 27°, (*e*) 1.5×10^{3} derece,

ŞEKİL 35–15 Arka planda Dünya ile Hubble Uzay Teleskopu. Düz turuncu paneller Güneş enerjisini toplayan güneş pilleridir.



ÖRNEK 35–5 **Hubble Uzay Teleskopu.** Hubble Uzay Teleskopu (HUT), çözünürlüğünü atmosferdeki türbülansın sınırlanmaması için, Dünya atmosferinin üzerinde bir yörüngeye yerleştirilmiş bir yansıtmalı teleskoptur (Şek.35-15). Merceğinin çapı 2.4 m'dir. Görünür ışık için, $\lambda = 550\,\text{nm}$, diyelim) Hubble teleskopunun, Dünya atmosferinin hareketi yüzünden çözünürlükleri yaklaşık yarım ark saniye ile sınırlı olan Dünya yüzeyindeki teleskoplara göre sağladığı çözünürlük gelişmesini tahmin ediniz (Her bir derece, her birinin 60 saniye içeren 60 dakikaya bölünür, yani $1^0 = 3600$ ark saniyedir.)

YAKLAŞIM Hubble için açısal çözünürlük (radyan olarak) Dnk.35-10 ile verilir. Dünya teleskopları için verilmiş olan çözünürlüğü radyana dönüştürdükten sonra karşılaştırma yapabiliriz.

ÇÖZÜM Dünya teleskopları aşağıdaki açısal çözünürlükle sınırlıdır:

$$\theta = \tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{3600}\right)^{\circ}\left(\frac{2\pi\,\text{rad}}{360^{\circ}}\right) = 2.4 \times 10^{-6}\,\text{rad}.$$

Hubble'ın çözünürlüğünü ise kırınım (Dnk. 35-10) sınırlar. Bu, $\lambda = 550\,\text{nm}$ için şöyledir:

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{1.22(550 \times 10^{-9}\,\text{m})}{2.4\,\text{m}} = 2.8 \times 10^{-7}\,\text{rad},$$

Yani, hemen hemen on kat daha iyi çözünürlüğe sahiptir $(2.4 \times 10^{-6}\,\text{rad}/2.8 \times 10^{-7}\,\text{rad} \approx 9\times)$.

ÖRNEK 35–6 **TAHMİN EDİN** **Gözün çözünürlüğü.** 10,000 m yükseklikteki bir uçaktasınız. Yere aşağıya bakarsanız, ayırt edebileceğiniz cisimler arasındaki minimum mesafesini hesaplayınız. Park yerindeki arabaları sayabilir misiniz? Sadece kırınımı düşününüz, ve gözbebeğinizin yaklaşık 3.0 mm çapında ve $\lambda = 550\,\text{nm}$ olduğunu farz ediniz.

YAKLAŞIM θ. açısını bulmak için Rayleigh kriterini, Dnk. 35-10, kullanalım. Cisimler arasındaki s mesafesi $s = \ell\theta$ 'dır. Burada $\ell = 10^4\,\text{m}$ ve θ radyan cinsindendir.

ÇÖZÜM Dnk. 35-10'da, gözün çapını $D = 3.0\,\text{mm}$ alarak:

$$s = \ell\theta = \ell\frac{1.22\lambda}{D} = \frac{(10^4\,\text{m})(1.22)(550 \times 10^{-9}\,\text{m})}{3.0 \times 10^{-3}\,\text{m}} = 2.2\,\text{m}$$

bulunur. Evet, bir arabayı ancak ayırt edebilirsiniz (yaklaşık 3 veya 4 m uzunluk ve 2 m genişliğinde) ve kaç araba olduğunu sayabilirsiniz.

FİZİK UYGULAMASI
Göz ne kadar iyi görebilir

35–5 Teleskop ve Mikroskopların Çözünürlüğü; λ Limiti

Bir mikroskop veya teleskopun, merceklerin kalitesi ve odak uzunluklarının seçimine bağlı olarak istenilen herhangi bir büyültmeyi yapabilecek şekilde dizayn edilebileceğini düşünebilirsiniz. Fakat bu, kırınımdan dolayı mümkün değildir. Büyültmedeki bir artış, belli bir noktadan sonra sadece kırınım desenindeki büyültme ile sonuçlanır. Bu oldukça yanlış bir sonuca götürebilir çünkü aslında kırınım deseninin detaylarını görürken, ilgilendiğimiz cismin ayrıntılarını gördüğümüzü sanabiliriz. Bu problemi incelemek için, Rayleigh kriterini uygulayabiliriz: iki cisim, eğer aralarındaki uzaklık Dnk. 35-10 ile verilen bir θ açısında ise (Şek. 35-14) iki cisim ancak ayırt edilebilir:

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D}.$$

Bu formül bir mikroskop veya teleskop için geçerlidir. Burada D ayna veya objektif merceğinin çapıdır. Bir teleskop için çözünürlük, bu denklem ile verildiği gibi θ'yı saptayarak belirlenir[†]

ŞEKİL 35–16 Arecibo, Puerto Rico'daki, görünür ışık yerine radyo dalgaları (Şek.31-12) kullanan 300 m'lik radyo telekopu.



ÖRNEK 35–7 **Teleskop çözünürlüğü (görünür ışığa karşı radyo dalgası).** İki yıldızın (*a*) Palomar Dağındaki (Şek.33-38c) 200 inç'lik teleskop; ve (*b*) çapı 300 m ve eğrilik yarıçapı da 300 m olan Arecibo radyo teleskopu (Şek.35-16) ile ancak çözünebileceği teorik minimum açısal uzaklık nedir? (*a*) şıkkındaki teleskop için görünür ışık dalgaboyunu $\lambda = 550\,\text{nm}$ ve (*b*) şıkkında ise $\lambda = 4\,\text{cm}$ (radyo teleskopun çalıştığı en kısa dalgaboyu) alın.

YAKLAŞIM Her bir teleskopa Rayleigh (Dnk. 35-10) kriterini uygularız.

ÇÖZÜM (*a*) Since $D = 200\,\text{in.} = 5.1\,\text{m}$, Dnk. 35-10'dan

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{(1.22)(5.50 \times 10^{-7}\,\text{m})}{(5.1\,\text{m})} = 1.3 \times 10^{-7}\,\text{rad},$$

veya 0.75×10^{-5} derece. (Bunun, 100 km uzaklıktan birbirine 1 cm'den daha yakın iki noktayı ayırt edebilmeye eşit olduğuna dikkat ediniz.)

(*b*) Yıldızlardan $\lambda = 0.04\,\text{m}$ ile yayınlanan radyo dalgaları için, çözünürlük

$$\theta = \frac{(1.22)(0.04\,\text{m})}{(300\,\text{m})} = 1.6 \times 10^{-4}\,\text{rad}$$

bulunur. Dalgaboyu çok daha büyük olduğundan, çözünürlük daha azdır. Fakat daha büyük objektifler daha fazla ışın toplar ve böylece daha sönük nesneleri belirleyebilir.

NOT Her iki durumda da, kırınım ile belirlenen limitleri bulabiliriz. Görünür ışık için Dünya bazlı teleskopların çözünürlüğü, sapınçlardan ve daha önemlisi atmosferdeki düzensizlikten dolayı bu kadar iyi değildir. Aslında, büyük çaplı objektiflerin kullanılma sebebi, çözünürlüğün artması değil, ışık toplama yeteneğinin artmasıdır—Daha fazla ışığın girmesine izin verirler ve böylece daha sönük cisimler görülebilir. Radyo teleskoplar atmosferdeki türbülanstan etkilenmezler, ve (*b*)'de bulunan çözünürlük değeri iyi bir tahmindir.

[†]Büyük çaplı objektiflere sahip Dünya-bazlı teleskoplar, genellikle kırınımdan dolayı değil atmosferdeki türbülans gibi etkilerden dolayı sınırlıdır. Diğer yandan yüksek kaliteli bir mikroskobun çözünürlüğü genelde kırınımla sınırlıdır; mikroskop objektifleri birçok küçük çaplı parçaları içeren (f küçük olduğundan) kompleks bileşik merceklerdir, böylece sapınçlar azaltılır.

Bir mikroskop için, ancak ayırt edilebilen iki nokta arasındaki s gerçek mesafesini belirlemek daha kolaydır: Bknz. Şek.35-14. Cisimler mikroskop merceğinin genelde odak noktası yakınına yerleştirildiğinden, iki cismin gördüğü açı, $\theta = s/f$ ve dolayısıyla $s = f\theta$ 'dır. Bunu Dnk. 35-10 ile birleştirirsek, bir mikroskobun **çözme gücünü** (ÇG)

$$\text{ÇG} = s = f\theta = \frac{1.22\lambda f}{D} \qquad \textbf{(35–11)}$$

buluruz. Burada f objektif merceğinin odak uzunluğudur (frekans değil). Bu s mesafesine merceğin çözme gücü denir, çünkü bu mesafe ancak ayırt edilebilecek iki cismin birbirine minimum uzaklığıdır—bu merceklerin en iyi kalitede mercekler olduğunu kabul ediyoruz, bu limit ışığın dalga doğasından doğmaktadır. Daha küçük ÇG, daha iyi çözünürlük daha çok ayrıntı anlamına gelir.

ALIŞTIRMA C $f = 9\,\text{mm}$ olan ve 5 mm çaplı merceğe sahip bir mikroskobun çözme gücü nedir? (*a*) 550 nm, (*b*) 750 nm, (*c*) 1200 nm, (*d*) 0.05 nm, (*e*) 0.005 nm.

Kırınım, herhangi bir cisim üzerinde görülebilen ayrıntıya bir limit uygular. Bir mikroskobun çözme gücünü veren Dnk. 35-11'de pratik olarak merceğin odak uzunluğu merceklerin yarıçapından daha küçük yapılamaz, ve hatta bu bile çok zordur (Bknz. mercekçi denklemi, Dnk. 33-4). Bu en iyi durumda, $f \approx D/2$ değeri ile Dnk. 35-11

$$\text{RP} \approx \frac{\lambda}{2} \qquad \textbf{(35–12)}$$

verir. Dolayısıyla, bir 2 çarpanı içinde şöyle söylenebilir;

λ çözünürlüğü sınırlar

Kullanılan ışının dalgaboyundan daha küçük cisim detayını çözmek mümkün değildir.

Bu hatırlanacak önemli bir kuraldır.

Mikroskoplardaki bileşik mercekler artık o kadar iyi dizayn ediliyor ki, çözünürlüğün gerçek limitini kırınım—yani, kullanılan ışığın dalgaboyu belirlemektedir. Daha büyük detaylar elde etmek için, daha kısa dalgaboylu ışık kullanılmalıdır. UV ışının kullanımı belki çözünürlüğü 2 çarpanı ile arttırabilir. Fakat daha önemlisi yirminci yüzyıl başlarında elektronun dalga özelliklerine sahip olduğunun (Bölüm 37) ve dalga boylarının çok küçük olabileceğinin keşfi oldu. Elektron mikroskobunda elektronların dalga doğasından yararlanılır. Bunlar, çok daha kısa dalgaboylarından dolayı, görünür ışık mikroskobundan 100 ile 1000 kat daha fazla büyültebilirler. X-ışınları da çok kısa dalgaboylarına sahiptir ve yaygın olarak cisimlerin ince detaylarını çalışmada kullanılırlar (Kısım 35-10).

* 35–6 İnsan Gözünün Çözünürlüğü ve Kullanışlı Büyültme

İnsan gözünün çözünürlüğü, büyüklüğü hemen hemen aynı mertebede olan birkaç faktörle sınırlıdır. Çözünürlük koniler arası uzaklığın en küçük, yaklaşık 3 μm (= 3000 nm). olduğu foveada en iyidir. Gözbebeğinin çapı 0.1 cm'den yaklaşık 0.8 cm'ye kadar değişir. Böylece $\lambda = 550\,\text{nm}$ için (göz duyarlılığının en yüksek olduğu değer), kırınım limiti yaklaşık $\theta \approx 1.22\lambda/D \approx 8 \times 10^{-5}\,\text{rad}$ ile $6 \times 10^{-4}\,\text{rad}$ arasındadır. Göz yaklaşık 2 cm uzunluğunda olduğundan çözme gücü (Dnk. 35-11), en iyi $s \approx (2 \times 10^{-2}\,\text{m})(8 \times 10^{-5}\,\text{rad}) \approx 2\,\mu\text{m}$ en kötü (gözbebeği küçük) yaklaşık 10 μm olur. Küresel ve kromatik (frekansa bağlı) sapınç da çözünürlüğü yaklaşık 10 μm 'ye sınırlar. Net sonuç olarak göz açısal ayırım yaklaşık

$$5 \times 10^{-4}\,\text{rad} \qquad \text{[en iyi göz çözünürlüğü]}$$

olan cisimleri ancak ayırt edebilir. Bu, yaklaşık 20 m'lik uzaklıkta 1 cm mesafe ile ayrılmış cisimlere karşılık gelir.

Bir insan gözünün tipik yakın noktası yaklaşık 25 cm'dir. Bu mesafede, göz $(25\,\text{cm})(5 \times 10^{-4}\,\text{rad}) \approx 10^{-4}\,\text{m} = \frac{1}{10}\,\text{mm}$ uzaklıkta olan cisimleri ancak çözümleyebilecektir. En iyi ışık mikroskopları yaklaşık 200 nm'den daha küçük olmayan

cisimleri ayırt edebileceğinden (mor ışık, $\lambda = 400\,\text{nm}$), için Dnk. 35-12), kullanışlı büyültme [= (çıplak göz çözünürlüğü)/(mikroskop çözünürlüğü)] yaklaşık

$$\frac{10^{-4}\,\text{m}}{200 \times 10^{-9}\,\text{m}} \approx 500\times \qquad \text{[maksimum kullanışlı mikroskop büyültmesi]}$$

ile sınırlıdır. Pratikte, göz yorgunluğunu azaltmak için yaklaşık 1000¥ büyültmeler oldukça sık kullanılır. Daha büyük bir büyültme, mikroskop objektif merceği ile oluşturulan kırınım desenini görünür yapacaktır.

Şimdi Bölüm-Açılış Sorusunun cevaplarına sahipsiniz: (c), yukarıdaki denklem ile ve (c) λ kuralı ile.

35–7 Kırınım Ağı

Eşit aralıklarla ayrılmış paralel birçok yarık, "girişim ağı" teriminin de uygun olmasına rağmen **kırınım ağı** olarak adlandırılır. Ağ, bir cam plaka üzerine paralel çok ince çizgilerin hassas bir biçimde işlenmesiyle elde edilebilir. Bu çizgiler arasındaki dokunulmayan kısımlar yarık gibi davranır. Orijinal bir ağın fotoğraf diyapozitifleri de ucuz ağlar olarak iş görür. Santimetrede 10,000 çizgili ağlar yaygındır ve dalgaboylarının duyarlı ölçümleri için çok kullanışlıdır. Yarıklardan oluşan bir kırınım ağına **iletim ağı** denir. Kırınım ağının bir diğer türü, metal veya cam bir yüzeye ışığın yansıtıldığı ve analiz edildiği ince çizgiler çizilerek yapılan **yansıma ağı**dır. Analizi temelde şimdi ele alacağımız bir iletim ağı ile aynıdır.

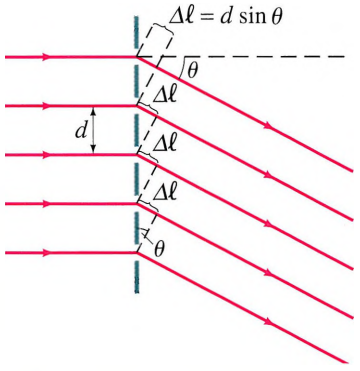
Bir kırınım ağının analizi Young'ın çift yarık deneyininkine benzer. Ağ üzerine gelen ışığın paralel ışınlarının Şek.35-17'de görüldüğü gibi ağ üzerine geldiğini farz edelim. Aynı zamanda yarıkların yeterince dar olduğunu, dolayısıyla her birinden gerçekleşen kırınımın ışığı ağın arkasındaki uzak bir ekran üzerinde çok geniş bir açıya yaydığını ve diğer tüm yarıklardan gelen ışınla girişim oluşabileceğini kabul edelim. Sapma olmadan ($\theta = 0°$) her bir yarıktan geçen ışık ışınları ekranın merkezinde parlak bir çizgi oluşturacak şekilde yapıcı bir şekilde girişime uğrarlar. Yapıcı girişim, komşu yarıklardan gelen ışının fazladan bir $\Delta\ell = m\lambda$, (burada m bir tamsayıdır) yolunu kat ettiği θ açısında da oluşur. Eğer d yarıklar arasındaki mesafe ise, Şek.35-17'den $\Delta\ell = d\sin\theta$ olduğunu görürüz, ve

$$\sin\theta = \frac{m\lambda}{d}, \qquad m = 0, 1, 2, \cdots \qquad \text{[kırınım ağı, temel maksimumlar]} \qquad \textbf{(35–13)}$$

parlak maksimuma sahip olma kriteridir. Bu, çift-yarık durumundaki denklem ile aynıdır, ve m'ye yine desenin mertebesi denir.

Bir çift-yarık ve çoklu-yarık deseni arasında önemli bir fark vardır. Parlak maksimumlar bir ağ için çok *daha keskin ve dar*dır. Neden? Bir maksimum için gereken açının sadece biraz arttırıldığını farz edin. Sadece iki yarık durumunda, iki dalga az bir faz farkında olacaktır, bu yüzden hemen hemen yapıcı girişim oluşur. Bu, maksimumların geniş olacağı anlamına gelir (Bknz. Şekil 34-9). Bir ağ için, iki ardışık yarıktan dalgaların önemli faz farkı olmayacaktır. Fakat bir yarıktan gelen dalgalarla birkaç yüz yarık öteki ikinci bir yarıktan gelen dalgalar zıt fazda olabilirler; ışığın tümü veya hemen hemen tümü bu şekilde çiftler halinde yok olabilirler. Örneğin, açının birinci mertebe maksimumunkinden çok az farklı olduğunu kabul ediniz, böylece ardışık bir çift yarık için ekstra yol uzunluğu tam olarak λ değil de 1.0010λ 'dır. Bir yarık ile 500 yarık ötedeki diğer bir yarıktan gelen dalgalar $1\lambda + (500)(0.0010\lambda) = 1.5000\lambda$, veya $1\frac{1}{2}$ dalgaboyluk bir yol farkına sahip olur ve bu ikisi birbirini yok eder. Her biri, bunların bir altında olan bir yarık çifti de birbirini yok edecektir. Yani, yarık 1'den gelen ışık, yarık 501'den geleni yok eder; yarık 2'den gelen ışık yarık 502'den geleni yok eder, vb. Bu yüzden, ekstra bir $\frac{1}{1000}\lambda$, yol farkına karşılık gelen çok küçük bir açı† için bile birçok yok edici girişim vardır, ve bu nedenle maksimumlar çok dardır. Bir ağda ne kadar çok çizgi varsa, tepeler o kadar keskin olacaktır (Bknz. Şek.35-18). Bir ağ iki yarığın tek başına üretebileceğinden daha keskin çizgiler (ve çok daha fazla yarık olduğundan çok daha parlak çizgiler) üreteceğinden, dalgaboylarını ölçmek için ağlar çok daha duyarlı aygıtlardır.

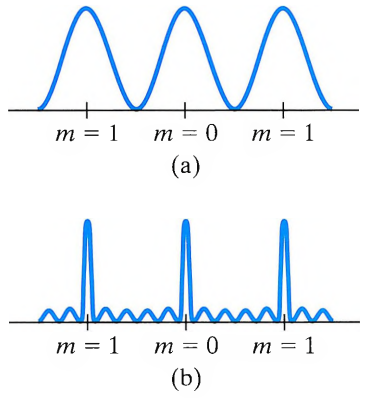
†Toplam yarık sayısına bağlı olarak, böyle bir açı için tam bir yok olma olabilir veya olmayabilir. Bu yüzden temel maksimumlar arasında çok küçük tepeler olacaktır (Bknz. Şek.35-18b), fakat genellikle görülemeyecek kadar küçüktürler.



ŞEKİL 35–17 Kırınım ağı.

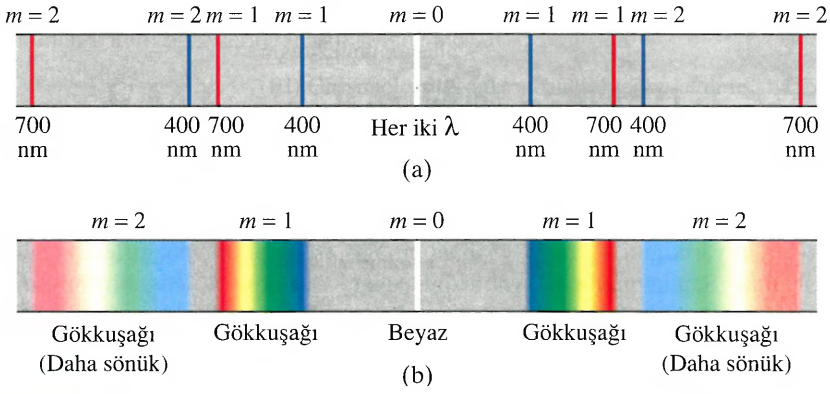
⚠ DİKKAT

Kırınım ağı, kırınım değil girişim formülleri kullanılarak analiz edilir



ŞEKİL 35–18 (a) İki yarık, (b) altı yarık için gözleme açısı θ'nın (veya ekrandaki konumun) fonksiyonu olarak şiddet. Bir kırınım ağında yarık sayısı çok fazla ($\approx 10^4$) ve tepeler çok dardır.

Bir kırınım ağına çarpan ışığın tekrenkli (tek dalgaboylu) olmadığını, fakat iki veya daha fazla farklı dalgaboyundan oluştuğunu kabul edelim. Böylece, 'dan farklı farklı tüm değerler için, aynen çift-yarıkta olduğu gibi her dalgaboyu farklı bir açıda (Şek.35-19a) bir maksimum oluşturacaktır. Beyaz ışık bir ağa düştüğünde, merkezi maksimum keskin beyaz bir tepe olacaktır. Fakat diğer tüm durumlarda, belli bir açısal genişlikte (Şek.35-19b) yayılan farklı renklerden oluşan bir tayf bulunacaktır. Bir kırınım ağı ışığı bileşen dalgaboylarına ayırdığından oluşan desene **tayf (spektrum)** denir.



ŞEKİL 35–19 Bir ağın oluşturduğu tayflar: (a) iki dalgaboyu, 400 nm ve 700 nm; (b) beyaz ışık. İkinci mertebe birinci mertebeden daha sönük olacaktır. (Daha yüksek mertebeler gösterilmemiştir.) Ağ aralığı yeterince küçükse ikinci ve daha yüksek mertebeler bulunmaz.

ÖRNEK 35–8 **Kırınım ağı: çizgiler.** 10.000 çizgi/cm içeren bir ağa gelen 400 nm ve 700 nm dalgaboylu ışığın birinci- ve ikinci-mertebeden maksimumlarının açısal değerlerini belirleyiniz.

YAKLAŞIM Önce ağ çizgileri arasındaki d mesafesini buluruz: Eğer bir ağ 1 m'de N çizgiye sahipse, çizgiler arasındaki mesafe $d = 1/N$ metre olmalıdır. Bu durumda iki dalgaboyunda $m = 1$ değerlerine karşılık gelen açıları bulmak için Dnk. 35-13'ü kullanırız.

ÇÖZÜM Ağ 1.00×10^4 çizgi/cm $= 1.00 \times 10^6$ çizgi/m içerir. Bu çizgiler arasındaki mesafenin $d = (1/1.00 \times 10^6)\,\text{m} = 1.00 \times 10^{-6}\,\text{m} = 1.00\,\mu\text{m}$ olması demektir. İlk mertebede ($m = 1$), açılar

$$\sin\theta_{400} = \frac{m\lambda}{d} = \frac{(1)(4.00 \times 10^{-7}\,\text{m})}{1.00 \times 10^{-6}\,\text{m}} = 0.400$$

$$\sin\theta_{700} = \frac{(1)(7.00 \times 10^{-7}\,\text{m})}{1.00 \times 10^{-6}\,\text{m}} = 0.700$$

böylece, $\theta_{400} = 23.6°$ ve $\theta_{700} = 44.4°$ bulunur. İkinci mertebede,

$$\sin\theta_{400} = \frac{2\lambda}{d} = \frac{(2)(4.00 \times 10^{-7}\,\text{m})}{1.00 \times 10^{-6}\,\text{m}} = 0.800$$

$$\sin\theta_{700} = \frac{(2)(7.00 \times 10^{-7}\,\text{m})}{1.00 \times 10^{-6}\,\text{m}} = 1.40$$

dolayısıyla, $\theta_{400} = 53.1°$. Fakat $\lambda = 700\,\text{nm}$ için ikinci mertebe oluşmaz çünkü $\sin\theta$ 1'den büyük olamaz. Daha yüksek mertebeler görünmez.

ÖRNEK 35–9 **Tayf çakışması.** 400 nm'den 700 nm'ye dalgaboylarını içeren beyaz ışık 4.000 çizgi/cm'li bir ağa çarpar. Üçüncü mertebe tayfın $\lambda = 450\,\text{nm}$ dalgaboyundaki mavinin, ikinci mertebeden $\lambda = 700$ nm dalgaboylu kırmızıyla çakıştığını gösteriniz.

YAKLAŞIM $m = 2$ kırmızı $m = 3$ mavi maksimumun açısal konumlarını hesaplamak için $\sin\theta = m\lambda/d$ eşitliğini kullanırız.

ÇÖZÜM Ağ aralığı $d = (1/4000)\,\text{cm} = 2.50 \times 10^{-6}\,\text{m}$ 'dir. Üçüncü mertebeden mavi

$$\sin\theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{(3)(4.50 \times 10^{-7}\,\text{m})}{(2.50 \times 10^{-6}\,\text{m})} = 0.540$$

ile verilen θ açısında oluşur. İkinci mertebeden kırmızı

$$\sin\theta = \frac{(2)(7.00 \times 10^{-7}\,\text{m})}{(2.50 \times 10^{-6}\,\text{m})} = 0.560,$$

daha büyük bir açı değerinde oluşur; böylece ikinci dereceden tayf üçüncü dereceden tayfın başlangıcı ile çakışır.

KAVRAMSAL ÖRNEK 35–10 **Kompakt disk.** Bir müzik CD'sinin yüzeyine baktığınızda (Şek.35-20), bir gökkuşağının renklerini görürsünüz. (a) Eğri çizgiler (bir lazer ile okunurlar) arasındaki mesafeyi hesaplayınız. (b) 200 ile 500 devir/dak arasındaki hızlarda dönen ve 6 cm yarıçapının 2/3'de çizgilerin olduğu bir CD'nin en fazla 80 dakikalık müzik içerdiğine dikkat ederek, çizgiler arasındaki mesafeyi belirleyiniz.

YANIT (a) CD, bir yansımalı kırınım ağı gibi davranır. Dnk. 35-13'ün sağlanması için, halkalar arsındaki mesafeyi, bir veya birkaç (2 veya 3) dalgaboyu ($\lambda \approx 550\,\text{nm}$) veya 0.5 ile 1.5 mm arasında bir değer olarak belirleyebiliriz. (b) Ortalama dönme hızı 350 devir/dak kere 80 dak toplam 28,000 dönme veya 28,000 çizgi eder, ve bunlar $\left(\frac{2}{3}\right)(6\,\text{cm}) = 4\,\text{cm}$ 'ye yayılırlar. Böylece yaklaşık (28,000 çizgi)/(4 cm) = 7000 çizgi/cm'li bir tür yansımalı kırınım ağına sahip oluruz. Çizgiler arasındaki d mesafesi yaklaşık 1 cm/ 7000 çizgi $\approx 1.4 \times 10^{-6}$ m = 1.4 μm'dir. (*a*) ve (*b*)'deki sonuçlar uyumludur.

ŞEKİL 35–20 Bir kompakt disk, Örnek 35-10.



35–8 Spektrometre veya Spektroskopi

Bir spektrometre veya spektroskop, ışığı farklı dalgaboylarına ayıran bir kırınım ağı (veya bir prizma) kullanarak dalgaboylarını duyarlı bir şekilde ölçen bir alettir, Şek.35-21. Bir kaynaktan gelen ışık, kolimatörde dar bir S yarığından geçer. Yarık, L merceğinin odak noktasındadır. Bu yüzden ağa paralel ışık düşer. Hareketli bir teleskop ışınları odaklayabilir. Kaynaktan yayınlanan bir dalgaboyunun kırınım tepesine (genellikle birinci mertebe kullanılır) karşılık gelen θ açısına yerleştirilmedikçe teleskopta hiçbir şey görünmez. θ açısı çok yüksek duyarlılıkla ölçülebilir, ve böylece bir çizginin dalgaboyu Dnk. 35-13 kullanılarak belirlenebilir:

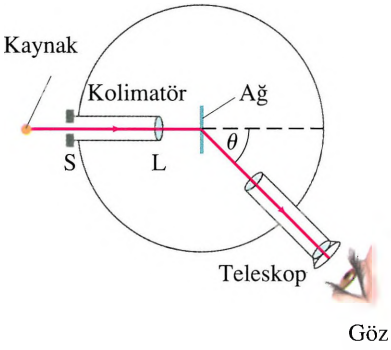
$$\lambda = \frac{d}{m}\sin\theta,$$

burada m mertebeyi gösteren bir tamsayıdır ve d ağ çizgileri arasındaki mesafedir. Spektrometrede her bir dalgaboyuna karşılık gördüğünüz çizgi gerçekte S yarığının bir görüntüsüdür. Daha dar bir yarık daha sönük bir ışıkla sonuçlanır fakat açısal konum daha duyarlı ölçülebilir. Eğer ışık, sürekli bir dalgaboyu aralığını içerirse, spektroskopta sürekli bir spektrum gözlenir.

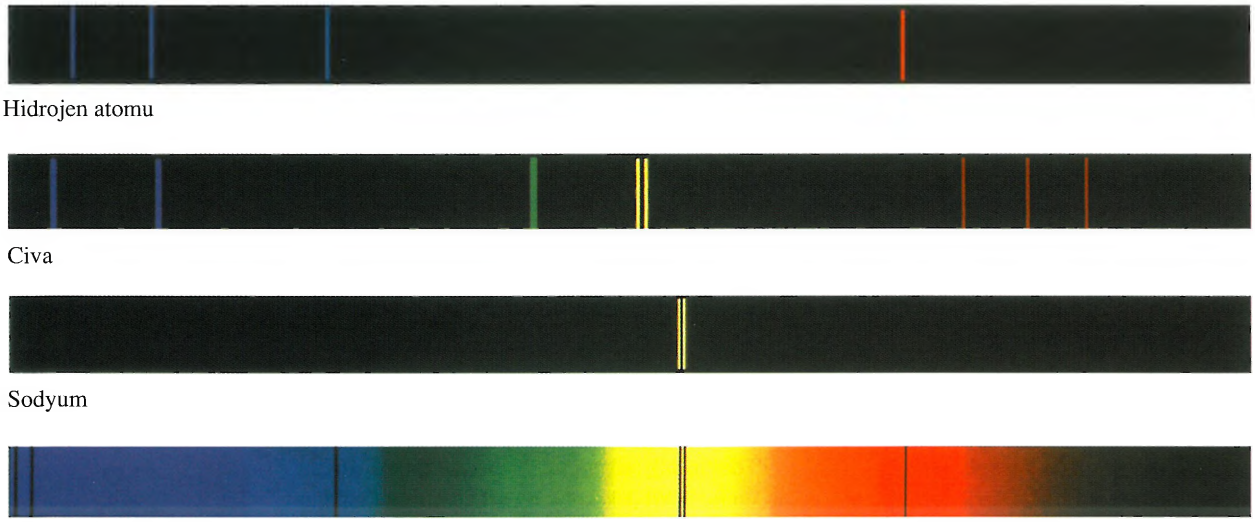
Şek.35-21'deki spektrometre bir iletim ağı kullanmaktadır. Diğerleri, bir yansımalı ağ veya bazen bir prizma kullanabilir. Prizma, farklı dalgaboylarındaki ışığı farklı açılarda büktüğü için kullanılır (Kısım 32-6). (Prizma, lineer bir alet değildir ve kalibre edilmelidir.)

Spektrometrenin önemli bir kullanımı atom veya moleküllerin tanınmasıdır. Bir gaz ısıtıldığında veya içinden bir elektrik akımı geçirildiğinde, gaz bir karakteristik **çizgi tayfı** yayımlar. Yani, ışık sadece belli, kesin dalgaboylarında yayımlanır ve bunlar farklı element ve bileşikler için farklıdır.† Şek.35-22 gaz halindeki birçok elementlerin çizgi tayflarını gösteriyor. Çizgi tayfları sadece yüksek sıcaklıklarda ve düşük basınç ve yoğunluktaki gazlar için oluşur. Ampul filamenti gibi ısıtılan katılardan ve hatta Güneş gibi yoğun gaz halinde bir cisimden gelen ışık, geniş bir dalgaboyu aralığını içeren **sürekli tayf** üretir.

ŞEKİL 35–21 Spektrometre veya spektroskop.



†Atomların ve moleküllerin neden çizgi tayfı yayımladıkları uzun yıllar büyük bir gizemdi ve Bölüm 37'de göreceğimiz gibi modern kuantum teorisinin gelişiminde önemli bir rol oynadı.



ŞEKİL 35–22 Belirtilen gazların çizgi tayfları ve Güneş'in soğurma çizgilerini gösteren tayfı.

Şek.35-22, Güneş'in **soğurma çizgileri** denen birçok *karanlık çizgi* içeren sürekli tayfını da göstermektedir (sadece en belirgin olanlar gösterilmiştir). Atom ve moleküller yayımladıkları ışıkla aynı dalgaboylarındaki ışığı soğurabilirler. Güneş'in soğurma çizgileri, Güneş'in daha soğuk dış atmosferindeki ve aynı şekilde Dünya atmosferindeki atomlar ve moleküllerin soğurmasından dolayıdır. Bu binlerce çizginin dikkatli bir analizi, elementlerin en azından üçte ikisinin Güneş atmosferinde bulunduğunu gözler önüne serer. Diğer gezegenlerin atmosferindeki, yıldızlar arası uzaydaki, ve yıldızlardaki elementlerin varlığı spektroskopi ile de belirlenir.

FİZİK UYGULAMASI
Spektroskopi ile kimyasal ve biyokimyasal analiz

Spektroskopi, laboratuar örneklerinde kimyasal analizin zor olduğu belli tip moleküllerin varlığını belirlemede kullanışlıdır. Örneğin, biyolojik DNA ve farklı protein türleri tayfın belli bölgelerindeki (UV gibi) ışığı soğurur. İncelenecek genellikle eriyik halindeki materyal, dalgaboyu bir kırınım ağının veya prizmanın yerleşme açısı ile seçilen tekrenkli ışık demetine yerleştirilir. Soğurmanın miktarı, numuneyi içermeyen standart eriyikle karşılaştırılarak sadece belli bir tip molekülün varlığı değil, aynı zamanda konsantrasyonu da belirlenebilir.

Işık yayımlanması ve soğurulması tayfın görünür bölgesinin dışındaki, UV ve IR bölgeleri gibi bölgelerde de oluşabilir. Cam bu bölgelerde ışığı soğurur, bu nedenle yansımalı ağ veya aynalar (mercekler yerine) kullanılır. Dedeksiyon için, özel tür film veya algılayıcılar kullanılır.

ÖRNEK 35–11 **Hidrojen tayfı.** Sıcak hidrojen gazı tarafından yayınlanan ışık 1.00×10^4 çizgi/cm'ye sahip bir kırınım ağı kullanan bir spektroskopla gözlenir. Merkeze (0°) en yakın spektral çizgiler, merkezden 24.2°'de mor bir çizgi, 25.7°'de bir mavi çizgi, 29.1°'de bir mavi-yeşil çizgi ve 41.0°'de bir kırmızı çizgidir. Hidrojenin bu spektral çizgilerinin dalgaboyları nedir?

YAKLAŞIM Dalgaboyları $\lambda = (d/m)\sin\theta$ kullanılarak açılardan belirlenebilir, burada d yarıklar arasındaki mesafedir ve m tayfın mertebesidir (Dnk. 35-13).

ÇÖZÜM Bu çizgiler $\theta = 0°$ 'ye en yakın çizgiler olduğundan bu birinci mertebe $(m = 1)$ tayftır. Yarıklar arası uzaklık $d = 1/(1.00 \times 10^4\,\text{cm}^{-1}) = 1.00 \times 10^{-6}\,\text{m}$ 'dir. Mor çizginin dalgaboyu:

$$\lambda = \left(\frac{d}{m}\right)\sin\theta = \left(\frac{1.00 \times 10^{-6}\,\text{m}}{1}\right)\sin 24.2° = 4.10 \times 10^{-7}\,\text{m} = 410\,\text{nm}.$$

Diğer dalgaboyları:

mavi: $\lambda = (1.00 \times 10^{-6}\,\text{m})\sin 25.7° = 434\,\text{nm}$,

mavi-yeşil: $\lambda = (1.00 \times 10^{-6}\,\text{m})\sin 29.1° = 486\,\text{nm}$,

kırmızı: $\lambda = (1.00 \times 10^{-6}\,\text{m})\sin 41.0° = 656\,\text{nm}$.

NOT Bilinmeyen bir gaz karışımında, karışımın hidrojen içerdiğini belirlemek için bu dört tayf çizgisinin görünmesi gerekir.

*35–9 Tepe Genişlikleri ve bir Kırınım Ağının Çözme Gücü

Şimdi fazör diyagramlarını kullanarak çoklu-yarık ağı tarafından üretilen maksimumların desenine bakalım. Her bir tepenin genişliği için bir formül belirleyebiliriz ve Şek.35-18b'de gösterildiği gibi neden asıl maksimumlar arasında küçük maksimumların bulunduğunu göreceğiz. Her şeyden önce, Şek.35-18'de gösterilen iki-yarık ve altı-yarık desenlerinin, yarıkların çok dar olduğu ve dolayısıyla kırınımın, tepelerin yüksekliğini sınırlamadığı kabul edilerek çizildiğine dikkat edilmelidir. Gerçek kırınım ağları için çoğunlukla durum bu değildir: Yarık genişliği D genellikle yarık aralığı d'den çok küçük değildir, ve dolayısıyla kırınım, tepelerin şiddetini sınırladığından merkezi tepe ($m = 0$) yan tepelerden daha parlaktır. Bunun şiddet üzerindeki etkisini düşünmeyeceğiz, sadece bir kırınım minimumu girişim deseninin özel bir mertebesi ile çakışırsa o mertebenin oluşmayacağına dikkat edeceğiz (Örneğin, ise tüm çift mertebeler, $m = 2, 4,...$ kaybolacaktır. Nedenini görebiliyor musunuz? *İpucu*: Bknz. Örnek 35-4.)

Şek.35-23 ve 35-24 sırasıyla iki-yarık ve altı-yarık ağı için fazör diyagramlarını gösteriyor. Her kısa ok bir tek yarıktan geçen dalganın genliğini temsil eder, ve vektör toplamları (fazörler olarak) ise verilen bir θ görüş açısı için toplam genliği gösterir. Her bir şeklin (*a*) şıkkı, desenin merkezindeki merkezi maksimumda ($m = 0$)'deki fazör diyagramını gösterir. Her bir şeklin (*b*) şıkkı, komşu minimumlar için koşulları gösterir: burada oklar ilk olarak kendi üzerine kapanır (toplam sıfır olur), böylece E_θ'nın genliği sıfırdır. İki yarık için, iki ayrı genlik 180^0 faz farkına sahipse, bu gerçekleşir. Altı yarık için bu, her bir genlik komşusuyla 60^0'lik bir açı yaptığında gerçekleşir. İki yarık için, yarıklar arasındaki faz $\delta = 2\pi/2$ (radyan olarak) olduğunda minimum oluşur; altı yarık için faz δ is $2\pi/6$; olduğunda bu oluşur; ve N yarıklı genel durumda, ardışık yarıklar arasındaki faz

$$\delta = \frac{2\pi}{N}. \qquad \textbf{(35–14)}$$

olduğunda minimum oluşur. Bu θ cinsinden neye karşılık gelir? İlk olarak δ'nın θ 'ya Dnk. 34-4 ile bağlı olduğuna dikkat ediniz,

$$\frac{\delta}{2\pi} = \frac{d \sin\theta}{\lambda} \quad \text{or} \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta. \qquad \textbf{(35–15)}$$

$\Delta\theta_0$ 'deki tepeden bir sonraki minimumun açısal konumuna $\theta = 0$ diyelim. Böylece

$$\frac{\delta}{2\pi} = \frac{d \sin\Delta\theta_0}{\lambda}.$$

Dnk. 35-14'ü δ'da yerine koyarak

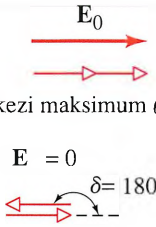
$$\sin\Delta\theta_0 = \frac{\lambda}{Nd} \qquad \textbf{(35–16a)}$$

buluruz. Genellikle $\Delta\theta_0$ küçük olduğundan (bir ağ için genelde N çok büyüktür), $\sin\Delta\theta_0 \approx \Delta\theta_0$, küçük açı limitinde

$$\Delta\theta_0 = \frac{\lambda}{Nd} \qquad \textbf{(35–16b)}$$

yazabiliriz. Son iki bağıntının herhangi birinden, N ne kadar büyükse merkezi tepenin o kadar dar olacağı açıktır. ($N = 2$ için, $N = 2, \sin\Delta\theta_0 = \lambda/2d$, olur ki bu $m = 0$ 'la Dnk. 34-2b'de çift yarık için elde ettiğimiz sonuçtur.)

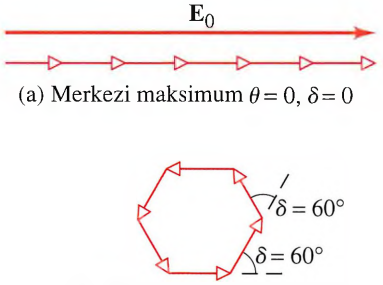
Her iki Dnk.35-16 da, daha büyük N'ler için tepelerin neden daha dar olduğunu gösterir. Temel tepeler arasındaki ikincil küçük maksimumların (Şek.35–18b) kaynağı Şek.35-25 diyagramından anlaşılabilir. Bu, sadece Şek.35–24b'nin bir devamıdır (burada $\delta = 60°$); fakat şimdi δ fazı neredeyse 90°'ye arttırılmıştır, burada E_θ bir göreli maksimumdur. E_θ'nın E_0 'dan çok küçük olduğuna dikkat edin (Şek.35-24a), bu yüzden bu ikincil maksimumların şiddeti ana tepeninkinden çok daha küçüktür. δ (ve θ) daha fazla arttırılırsa, E_θ tekrar sıfıra azalır (bir "çift halka"), ve bir diğer küçük maksimuma ulaşır, v.b.. Sonunda diyagram tekrar açılır ve $\delta = 360°$ iken tüm genlikler tekrar düz bir doğruda sıralanır (Şek.35-24a'da olduğu gibi), ki bu bir sonraki temel maksimuma karşılık gelir (Dnk. 35-13'te ($m = 1$).



(a) Merkezi maksimum $\theta = 0$, $\delta = 0$

(b) Minimum $\delta = 180^0$

ŞEKİL 35–23 İki yarık için (a) merkezi maksimumda, (b) ilk minimumda fazör diyagramları.



(a) Merkezi maksimum $\theta = 0$, $\delta = 0$

(b) Minimum $\delta = 60°$, $E_\theta = 0$

ŞEKİL 35–24 Altıyarık için (a) merkezi maksimumda, (b) ilk minimumda fazör diyagramları.



ŞEKİL 35–25 İkinci tepe için fazör diyagramı

Dnk.35–16b merkezi tepenin yarı-genişliğini verir. Daha yüksek mertebeden tepelerin yarı-genişliklerini (m mertebesi için $\Delta\theta_m$) belirlemek için, δ'daki $\Delta\delta$ değişimini θ'daki $\Delta\theta$ değişimi ile ilişkilendirmek üzere Dnk. 35-15'in türevini alırız:

$$\Delta\delta \approx \frac{d\delta}{d\theta}\Delta\theta = \frac{2\pi d}{\lambda}\cos\theta\,\Delta\theta.$$

Eğer $\Delta\theta_m$ mertebeli m ($m = 1, 2, \ldots$)—bir tepenin yarı-genişliğini gösterirse—yani tepenin maksimumuyla her iki yandaki minimum arasındaki açı— Dnk. 35-14 ile verildiği gibi $\Delta\delta = 2\pi/N$ olur. Bunu yukarıdaki bağıntıda yerine koyarsak

$$\Delta\theta_m = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta_m} \qquad \textbf{(35–17)}$$

buluruz. Burada θ_m Dnk. 35-14 ile verilen m.ci tepenin açısal konumudur. Bu türetme, sadece küçük $\Delta\delta\,(=2\pi/N)$ için geçerlidir. N'nin mertebesi 10^4 veya daha büyük olduğundan, gerçek ağlar için bu koşul sağlanır.

Bir spektrometrede kullanılan herhangi kırınım ağının bir önemli özelliği, çok yakın aralıklı dalgaboylarını (dalgaboyu farkı = $\Delta\lambda$) ayırt edebilme yeteneğidir. Bir ağın **çözme gücü** R aşağıdaki gibi tanımlanır

$$\mathrm{R} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \qquad \textbf{(35–18)}$$

Küçük bir çaba ile, Dnk. 35-17'yi kullanarak, $\Delta\lambda = \lambda/Nm$ olduğunu gösterebiliriz. Burada N ağ çizgilerinin toplam sayısı ve m mertebedir. O zaman

$$\mathrm{R} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm. \qquad \textbf{(35–19)}$$

buluruz. R ne kadar büyükse, iki dalgaboyu birbirine o kadar yakın olabilir ve hala ayırt edilebilir. Eğer R verilmişse, λ 'ya yakın iki dalgaboyu arasında minimum $\Delta\lambda$ farkı şöyledir:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{\mathrm{R}}.$$

ÖRNEK 35–12 **İki yakın çizgiyi ayırt etme.** $\lambda_1 = 589.00\,\mathrm{nm}$ ve $\lambda_2 = 589.59\,\mathrm{nm}$, nm'lik iki dalgaboyundan oluşan sarı sodyum ışığı 7500 çizgi/cm'li bir kırınım ağına gelir. (*a*) Sodyum ışığı için oluşabilecek maksimum m mertebesini, (*b*) iki sodyum çizgisini ayırt edebilecek gerekli ağın genişliğini belirleyiniz.

YAKLAŞIM İlk olarak $d = 1\,\mathrm{cm}/7500 = 1.33 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}$ buluruz, ve daha sonra m'yi bulmak için Dnk.35-13'ü kullanırız. (b) için Dnk. 35-18 ve 35-19'u kullanırız.

ÇÖZÜM (*a*) $\lambda = 589\,\mathrm{nm}$, için, m'nin maksimum değeri, $\sin\theta \le 1$ 'le Dnk. 35-13'ü kullanarak

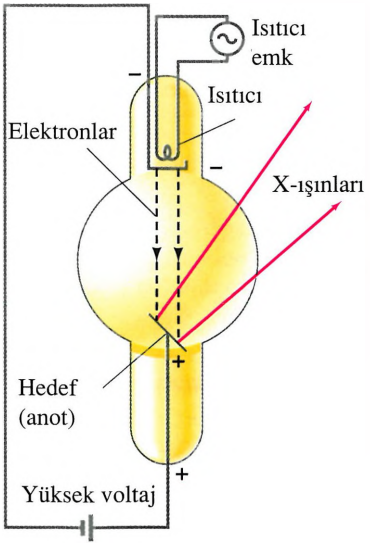
$$m = \frac{d}{\lambda}\sin\theta \le \frac{d}{\lambda} = \frac{1.33 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}}{5.89 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}} = 2.26$$

elde edilir. O halde mevcut maksimum mertebe $m = 2$ 'dir.
(*b*) Gerekli çözme gücü şöyle bulunur:

$$\mathrm{R} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{589\,\mathrm{nm}}{0.59\,\mathrm{nm}} = 1000.$$

Dnk.35-19'dan, $m = 2$ mertebesi için gerekli toplam çizgi sayısı $N = \mathrm{R}/m = 1000/2 = 500$ 'dür, dolayısıyla ağ sadece $500/7500\,\mathrm{cm}^{-1} = 0.0667\,\mathrm{cm}$ genişliğinde olmalıdır. Tipik bir ağ birkaç santimetre genişliğindedir ve böylece iki çizgiyi kolayca ayırt edebilecektir.

ŞEKİL 35–26 X-ışını tübü. Isıtlan bir filamentten bir vakum tübüne yayımlanan elektronlar yüksek voltajla ivmelendirilir. Anot yüzeyine, "hedefe" çarptıklarında X-ışınları yayımlanır.



35–10 X-Işınları ve X-Işını Kırınımı

1895'de, W. C. Roentgen (1845–1923) elektronların bir vakum tüpünde yüksek voltaj ile hızlandırılıp bir tüp içerisindeki bir cam veya metal yüzeye çarptırıldıklarında, belli uzaklıktaki floresan minerallerin parıldadıklarını ve fotoğraf filminin ışınlandığını keşfetti. Roentgen bu etkileri yeni bir tür (katot ışınlarından farklı) radyasyonla yorumladı. Bunlara cebirsel simge x'den dolayı bilinmeyen nicelik anlamında X-ışınları adı verildi. Kısa bir süre sonra X-ışınlarının giriciliğinin bazı materyaller için diğerlerine göre çok daha fazla olduğunu buldu, ve birkaç hafta içinde ilk X-ışını fotoğrafını (karısının elinin) sundu. Bugün X-ışınlarının üretimi genellikle tipik olarak Roentgen'inkine benzer bir tüpte (Şek.35-26) 30 kV'dan 150 kV'a kadar gerilimler kullanılarak yapılır.

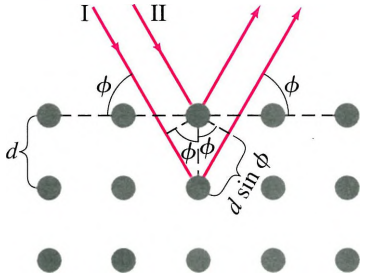
X-ışınlarının doğasıyla ilgili araştırmalar elektrik veya manyetik alanlarda saptırılamadıklarından yüklü parçacıklar (elektron gibi) olmadıklarını gösterdi. Görünmeyen ışığın bir çeşidi olabileceği önerildi. Fakat, sıradan ağlar kullanıldığında kırınım ve girişim etkileri göstermediler. Gerçekten, dalgaboyları m ($= 10^3$ m) tipik ağ aralıklarından çok daha küçük olursa bir etkinin gözlenmesi beklenemezdi. 1912'lerde Max von Laue (1879–1960) eğer bir kristaldeki atomlar düzenli bir şekilde diziliyse (Bknz. Şek.17-2a), bu şekilde bir kristalin yaklaşık m ($= 10^{-1}$ nm) olarak tahmin edilen atomlar arası mesafe mertebesindeki çok kısa dalgaboyları için bir kırınım ağı görevi yapabileceğini önerdi. Kısa bir süre içinde deneylerde gerçekten de bir kristalden saçılan X-ışınlarının bir kırınım deseninin tepe ve vadilerini gösterdiği gözlendi (Şek.35-27). Böylece hem X-ışınlarının bir dalga doğasına sahip olduğu ve hem de atomların kristallerde düzenli bir şekilde sıralandıkları gösterilmiş oldu. Bugün X-ışınlarının, bir X-ışın tüpünde kolayca üretilebilen, yaklaşık 10^{-2} nm ile 10 nm arasında dalgaboylarına sahip elektromanyetik ışınım oldukları bilinmektedir.



ŞEKİL 35–27 Bu X-ışını kırınım deseni, Max Laue 1912'de bir X-ışını huzmesini bir çinko sülfür kristaline gönderdiğinde ilk gözlediklerinden birisidir. Kırınım deseni doğrudan bir fotoğraf plakası üzerine kaydedilmiştir.

Bir cismi mikroskobik olarak inceliyorsak, daha kısa dalgaboylu ışığın daha büyük çözünürlük sağladığını Kısım 35-5'te gördük. X-ışınları görünür ışıktan çok daha küçük dalgaboylarına sahip olduğundan, prensipte çok daha iyi çözünürlük sunarlar. Fakat X-ışınlarının çok kısa dalgaboyları için mercek olarak kullanılabilecek etkin bir malzeme yoktur. Bunun yerine zekice fakat zor bir teknik olan **X-ışını kırınımı** (veya **kristalografi**) tekniğinin atom ve moleküllerin mikroskobik dünyasını incelemede çok etkin olduğu ispatlandı. NaCl gibi basit bir kristalde, birbirinden d mesafesi ile ayrılan atomlar düzenli kübik bir biçimde sıralanırlar (Şek.35-28). Bir ışın demetinin kristal yüzeyine bir ϕ açısıyla geldiğini ve görüldüğü gibi iki ışının iki ardışık atom düzleminden yansıdığını farz edelim. Eğer ışın I, ışın II'ye göre dalgaboyunun bir tam katı kadar daha fazla yol alırsa bu iki ışın yapıcı girişim yapacaktır. Bu fazladan alınan yol $2d \sin \phi$'ye eşittir. Bu nedenle, yapıcı girişim aşağıdaki koşul sağlandığında oluşacaktır:

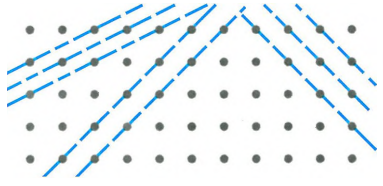
ŞEKİL 35–28 Bir kristalde X-ışını kırınımı.



$$m\lambda = 2d \sin \phi, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots, \tag{35–20}$$

burada m herhangi bir tamsayı olabilir. (ϕ 'nin yüzey normali ile olan açı olmadığına dikkat edin.) Bu denkleme, bunu türeten ve babası W. H. Bragg (1862–1942) ile birlikte 1912-1913'te kristallerden X-ışını kırınım tekniği ve teorisini geliştiren W. L. Bragg (1890–1971) dan dolayı Bragg denklemi denir. Eğer X-ışını dalgaboyu biliniyorsa ve ϕ açısı ölçülürse, atomlar arası d mesafesi elde edilebilir. Bu, X-ışın kristalografisinin temelidir.

ALIŞTIRMA D 0.10×10^{-9} m dalgaboylu X-ışını bir sodyum klorür kristalinden saçılırsa, ikinci-mertebe kırınım tepesi 21°'de gözlenir. Bu saçılma için atomların düzlemleri arasındaki mesafe nedir?

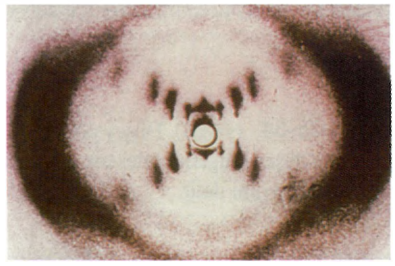


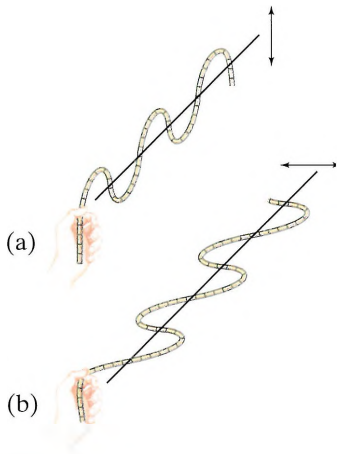
ŞEKİL 35–29 X-ışınları bir kristal içinde değişik düzlemlerde kırınıma uğrayabilirler.

Gerçek X-ışın kırınım desenleri oldukça karmaşıktır. Her şeyden önce, bir kristal üç-boyutlu bir nesnedir, ve Şek.35-29'da görüldüğü gibi X-ışınları kristalde farklı düzlemlerden farklı açılarda kırılabilirler. Analiz karmaşık olmakla birlikte, kristal formuna sokulabilen her madde hakkında çok şey öğrenilebilir.

X-ışın kırınımı, 1953'de James Watson ve Francis Crick tarafından çalışılan DNA'nın çift sarmal yapısı gibi biyolojik olarak önemli moleküllerin yapılarını belirlemede de oldukça faydalıdır. Şek.35-30'a ve çift sarmal modelleri için Şek.21-47 ve 21-48'e bakınız. 1960'larda ilk kez bir protein molekülünün (miyoglobin) detaylı yapısı, X-ışını kırınımı aracılığıyla açıklandı. Hemen sonra kanın önemli bir bileşeni olan hemoglobinin yapısı çalışıldı ve o zamandan beri büyük birçok molekülün yapısı X-ışınlarının yardımıyla belirlendi.

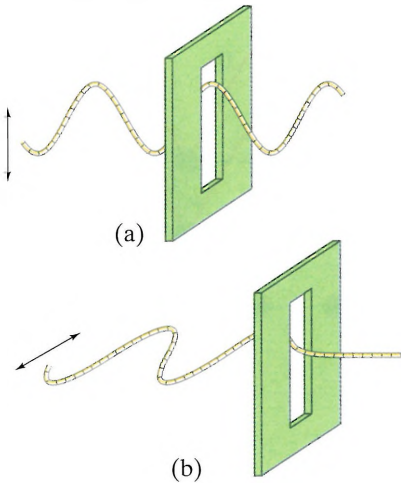
ŞEKİL 35–30 DNA moleküllerinin 1950'lerin başında, Rosalind Franklin tarafından çekilen X-ışını kırınım fotoğrafı. Noktaların haç oluşturması, DNA'nın sarmal şeklinde olduğuna işaret etmektedir.





ŞEKİL 35–31 Bir ip üzerindeki (a) bir düşey düzlemde, (b) yatay düzlemde polarılmış enine dalgalar.

ŞEKİL 35–32 (a) Düşey polarılmış bir dalga düşey bir yarıktan geçer, fakat (b) yatay polarılmış dalga geçmez.



ŞEKİL 35–33 (aşağıda) (a) Polarılmamış ışığın elektrik alan vektörlerinin salınımı. Işık kagıttan içeriye veya dışarıya doğru hareket etmektedir. (b) Lineer polarılmış ışığın elektrik alanı.

35–11 Polarılma

Işığın önemli ve kullanışlı bir özelliği, polarılabilmesidir. Bunun ne anlama geldiğini görmek için, bir ipte hareket eden dalgaları inceleyelim. Bir ip, Şek.35-31a'da görüldüğü gibi düşey düzlemde veya Şek.35–31b'de olduğu gibi yatay düzlemde salınım yapacak şekilde ayarlanabilir. Her bir durumda, dalganın **lineer polarılmış** veya **düzlem polarılmış** olduğu söylenir—yani, salınımlar bir düzlemdedir.

Şimdi dalganın yolundaki düşey bir yarık içeren bir engel yerleştirirsek, Şek.35-32, düşey polarılmış dalga düşey yarıktan geçer, fakat yatay olarak polarılmış dalga geçemez. Eğer yatay yarık kullanılırsa, düşey polarılmış dalga durdurulur. Eğer her iki tip yarık kullanılırsa, dalganın iki türü de yarıkların biri veya diğeri tarafından durdurulur. Polarılmanın sadece enine dalgalar için oluştuğuna, ve ses gibi boyuna dalgalar için oluşmadığına dikkat ediniz. İkincisi sadece hareket yönü boyunca salınır, ve iki yöndeki yarık da bunları durdurmaz.

Işığın mutlaka polarılmış olması gerekmez. **Işık polarılmamış** da olabilir, yani Şek.35-33'de görüldüğü gibi kaynak aynı anda birçok düzlemde salınıma sahip olabilir. Sıradan bir ampul, Güneş gibi polarılmamış ışık yayar.

Polaroidler (Soğurma ile Polarılma)

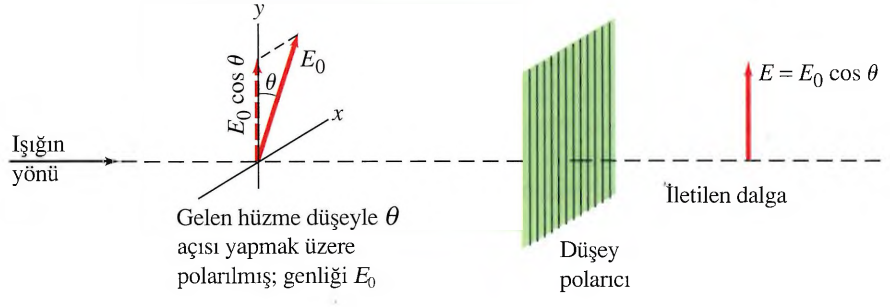
Düzlem-polarılmış ışık, turmalin gibi belli kristaller kullanılarak polarılmamış ışıktan elde edilebilir. Daha yaygın olarak ise bir Polaroid yaprak kullanırız. (Polaroid malzemeler 1929'da Edwin Land tarafından icat edildi.) Bir **Polaroid yaprak** birbirine paralel düzenlenmiş uzun karmaşık moleküllerden oluşur. Böyle bir Polaroid, belli bir polarılma yöneliminin hemen hiç azalmadan geçmesine izin veren bir dizi paralel yarık gibi davranır. Bu yöne Polaroidin *geçirme ekseni* denir. Bu yöne dik polarılma Polaroid tarafından nerdeyse tamamen soğurulur.

Bir Polaroidin soğurması moleküler boyutta açıklanabilir. Uzun moleküllere paralel salınan bir elektrik alanı $\vec{\mathbf{E}}$, elektronların moleküller boyunca hareketine sebep olabilir, böylece onlar üzerine bir iş yapar ve enerji transfer eder. Bundan dolayı eğer $\vec{\mathbf{E}}$ moleküllere paralelse, soğurulur. Uzun moleküllere dik bir elektrik alanı iş yapma ve enerjisini transfer etme olasılığına sahip değildir ve bu yüzden serbestçe geçer. Bir Polaroidin geçirme ekseninden bahsederken, $\vec{\mathbf{E}}$'nin geçirildiği yönü kastederiz. Bu nedenle, Polaroid ekseni uzun moleküllere diktir. Şek.35-32'deki gibi paralel moleküller arasındaki yarıklar olduğunu düşünmek istersek, Şek.35-32, EM dalganın $\vec{\mathbf{E}}$ alanı için değil, $\vec{\mathbf{B}}$ alanı için uygundur.

Düzlem-polarılmış bir ışık demeti, geçirme ekseni gelen polarılma yönü ile bir açısında olan bir Polaroide çarparsa, demet Polaroid geçirme eksenine paralel düzlem-polarılmış olarak çıkar ve $\vec{\mathbf{E}}$'nin genliği $E\cos\theta$ 'ya azalır, Şek.35-34. Yani, bir Polaroid sadece geçirme eksenine paralel olan polarılma bileşenini (elektrik alan vektörü, $\vec{\mathbf{E}}$) geçirir. Işık demetinin şiddeti genliğin karesiyle orantılı olduğundan (Kısım 15-2 ve 31-8), bir polarıcı tarafından düzlem-polarılmış demetin şiddeti

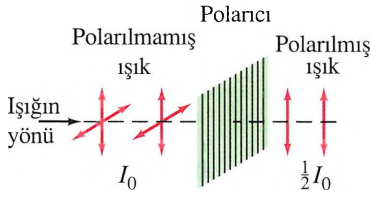
$$I = I_0 \cos^2\theta, \qquad \left[\begin{array}{l}\text{düzlem polarılmış dalganın polarıcı}\\ \text{tarafından azaltılmış şiddeti}\end{array}\right] \qquad \textbf{(35–21)}$$

olur. Burada I_0 gelen şiddet, θ ise polarıcının geçirme ekseni ile gelen dalganın polarılma düzlemi arasındaki açıdır.



ŞEKİL 35–34 (sağda) Düşey polaroid üzerine düşen dalganın (elektrik alanı) yalnız düşey bileşenini iletir.

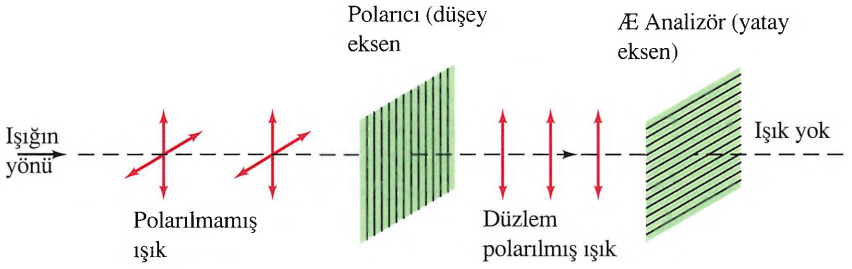
Bir Polaroid, polarılmamış ışıktan düzlem-polarılmış ışık üretmek için bir **polarıcı** olarak kullanılabilir çünkü sadece ışığın eksene paralel bileşenini iletir. Bir Polaroid (1) ışığın polarılmış olup olmadığını anlamak ve (2) polarılma düzlemini belirlemek için aynı zamanda bir **analizör** olarak da kullanılabilir. Bir analizör olarak davranan Polaroid, eğer ışık polarılmamışsa ekseninin yöneliminden bağımsız olarak aynı miktarda ışık geçirir; Polaroid güneş gözlüğünün bir merceğiyle bir lambaya bakarken merceği döndürmeyi deneyin. Fakat eğer ışık polarılmış ise Polaroidi döndürdüğünüzde polarılma düzlemi Polaroid eksenine paralel olduğunda iletilen ışık maksimum olacaktır ve ona dik olduğunda ise minimum olacaktır. Eğer bunu tercihen Güneş'in yönüne dik açılarda gökyüzüne bakarken denerseniz, gökyüzünden gelen ışığın polarılmış olduğunu göreceksiniz. (Direk güneş ışığı polarılmamıştır, fakat gözde hasar oluşabileceğinden Güneş'e bir polarıcı ile bile bakmayınız.) Eğer bir analizör Polaroid tarafından iletilen ışık bir yönde sıfıra düşerse, o zaman ışık %100 düzlem-polarılmış demektir. Eğer sadece bir minimuma ulaşırsa, ışık kısmen polarılmıştır.



ŞEKİL 35–35 Polarılmamiş ışığın yatay ve düşey bileşenleri eşit şiddettedir. Polarıcıdan geçtikten sonra bu bileşenlerden birisi yokolur. Işığın şiddeti yarıya iner.

Polarılmamış ışık, gelişigüzel yönlerde polarılmış ışıktan oluşur. Bu polarılma yönlerinin her biri birbirine dik iki yönde bileşenlerine ayrılabilir. Ortalama olarak, polarılmamış bir demet birbirlerine dik eşit genlikte iki düzlem-polarılmış demet olarak düşünülebilir. Polarılmamış ışık bir polarıcıyı geçerken, bir bileşen elenir. Işığın yarısı elendiğinden geçen ışığın şiddeti yarıya düşer: $I = \frac{1}{2}I_0$ (Şek. 35-35).

İki Polaroid *çaprazlanmışsa*—yani, polarılma eksenleri birbirine dikse—polarılmamış ışık tamamen durdurulabilir. Şek.35-36'da görüldüğü gibi, polarılmamış ışık ilk Polaroid



ŞEKİL 35–36 Birbirine dik polarıcılar ışığı tamamen yok eder.

(polarıcı) tarafından düzlem-polarılmış yapılır. İkinci Polaroid, analizör, geçirme ekseni ilkine dik olduğundan bu bileşeni eler. Bunu Polaroid güneş gözlükleri ile deneyebilirsiniz (Şek.35-37). Polaroid gözlüklerin polarıcı özelliklerinden dolayı polarılmamış ışığın %50'sini yok ettiğine dikkat edin; renkli olduklarından dolayı hatta daha fazla soğururlar.

ÖRNEK 35–13 **60°'de iki Polaroid.** Polarılmamış ışık; birinin ekseni düşey, diğerininki düşeyle 60°'lik bir açı yapan iki Polaroidi geçiyor. İletilen ışığın şiddetini ve yönelimini tanımlayınız.

YAKLAŞIM Polarılmamış ışığın yarısı ilk Polaroid tarafından soğurulur. Bu ışık ikinci polaroidi geçerken, Dnk. 35-21'e göre şiddet daha fazla azaltılır, ve polarılma düzlemi ikinci Polaroidin ekseni boyunca olur.

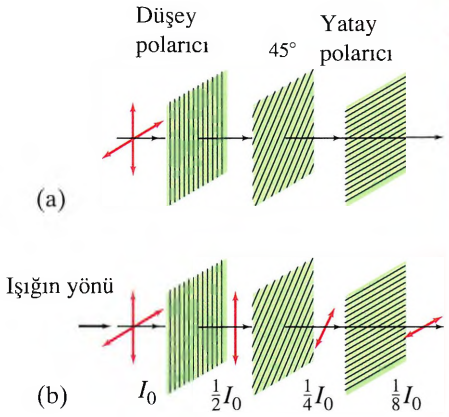
ÇÖZÜM İlk Polaroid ışığın yarısını engeller, böylece şiddet yarıya düşer: İkinci polarıcıya ulaşan ışık düşey olarak polarılır ve şiddette azalma olur

$$I_2 = I_1(\cos 60°)^2 = \tfrac{1}{4}I_1.$$

Dolayısıyla, $I_2 = \frac{1}{8}I_0$. İletilen ışık orijinal ışık şiddetinin sekizde birine sahiptir ve düşeyle 60°'lik açıda düzlem-polarılmıştır.

ŞEKİL 35–37 Birbirine dik polarıcılar. Eksenleri birbirine dik olan iki polarılmış güneş gözlüğü merceği üst üste konduğunda neredeyse hiç ışık geçmez.





ŞEKİL 35–38 Örnek 35–14.

KAVRAMSAL ÖRNEK 35–14 **Üç Polaroid.** Polarılmamış ışığın iki çapraz Polaroide (eksenleri 90°'de) geldiğinde, hiçbir ışığın geçemediğini Şek.35-36'da gördük. Aralarına diğer ikisinin her biriyle 45°'de (Şek.35-38a) üçüncü bir Polaroid yerleştirilirse ne olur?

YANIT Aynen Örnek 35-13'de olduğu gibi başlarız ve her bir Polaroidden çıkan ışığın Polaroid eksenine paralel polarıldığını tekrar hatırlarız. Böylece Dnk. 35-21'deki açı sırasıyla Polaroid çiftlerinin geçirme eksenleri arasındaki açıdır. İlk Polaroid polarılmamış ışığı düzlem-polarılmış ışığa dönüştürür ve şiddeti I_0'dan $I_1 = \frac{1}{2}I_0$ 'a azaltır. İkinci polarıcı şiddeti ($\cos 45^0$) ile daha da düşürür Dnk. 35-21:

$$I_2 = I_1(\cos 45°)^2 = \tfrac{1}{2}I_1 = \tfrac{1}{4}I_0.$$

İkinci polarıcıdan çıkan ışık üçüncü polarıcıya göre 45° açıda düzlem polarılmıştır (Şek.35-38b), böylece üçüncüsü şiddeti

$$I_3 = I_2(\cos 45°)^2 = \tfrac{1}{2}I_2,$$

değerine azaltır veya $I_3 = \frac{1}{8}I_0$. Böylece orijinal şiddetin $\frac{1}{8}$ 'i iletilir.

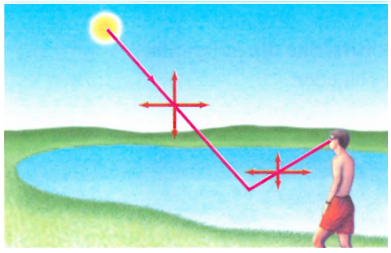
NOTE Eğer 45° Polaroidi yerleştirmezsek, sıfır şiddet ile sonuçlanır (Şek.35–36).

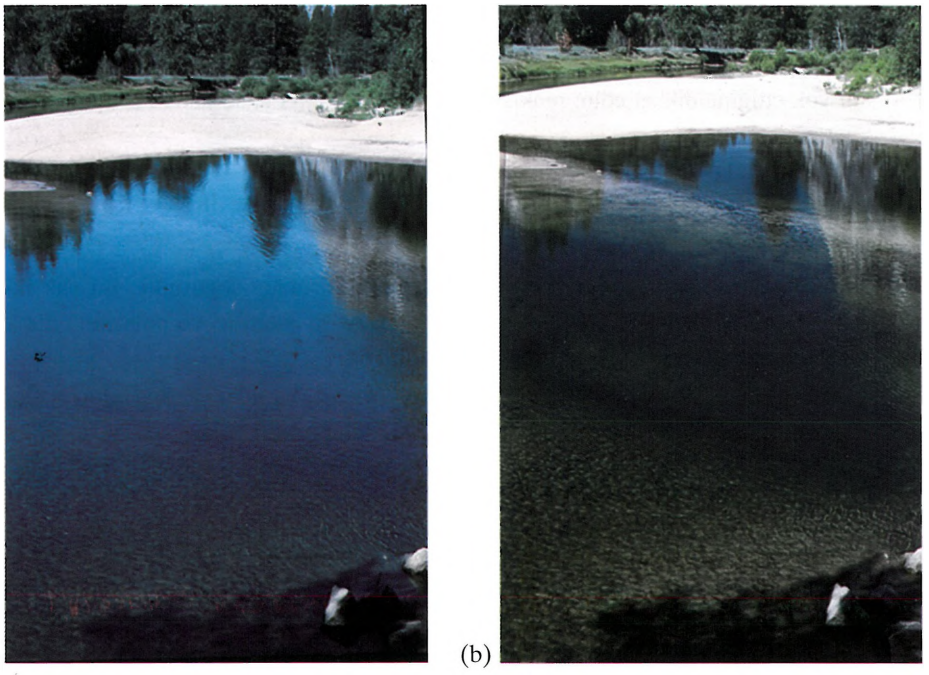
ALIŞTIRMA E Eğer Örnek 35-14'deki 45° polarıcı diğer iki polarıcı arasına değil de (a) düşey (ilk) polarıcıdan önce, veya (b) yatay polarıcıdan sonra yerleştirilseydi, ne kadar ışık geçerdi?

Yansıma ile Polarılma

Polarılmamış ışıktan polarılmış ışık üretmenin diğer bir yolu ise yansımayı kullanmaktır. Işık dik açı dışında herhangi bir açıda metalik olmayan bir yüzeye çarptığında, yansıyan demet tercihen yüzeye paralel düzlemde polarılır, Şek.35-39. Diğer bir deyişle, yüzeye dik düzlemdeki polarılmış bileşeni tercihen iletilir veya soğurulur. Bunu bir Polaroid gözlükle bir gölün veya yolun düz bir yüzeyine bakarken gözlüğü döndürerek kontrol edebilirsiniz. Açık havadaki yüzeylerin çoğu yatay olduğundan, daha şiddetli yansıtılan yatay bileşeni yok etmek için Polaroid gözlükler düşey eksenli yapılırlar, ve böylece göz kamaştırıcı parlamalar azaltılır. Balığa giden insanlar bir gölün veya derenin yüzeyinden yansıyan parıltıyı yok etmek için Polaroid gözlükler takar ve böylece suyun altını daha net bir şekilde görürler (Şek.35-40).

ŞEKİL 35–39 Göldeki suyun düzgün yüzeyi gibi, metal olmayan bir yüzeyden yansıyan ışık, kısmen yüzeye paralel polarılır.





(a) (b)

ŞEKİL 35–40 Bir nehrin fotoğrafları: (a) ışığın tümünün fotoğraf makinesinin merceğine gelmesine izin verildiğinde, (b) bir polarıcı kullanıldığında. Polarıcı, suyun yüzeyinden yansıyan ışığın (polarılmış) çoğunu soğuracak şekilde ayarlanmıştır; nehrin dibinden gelen daha sönük ışık ve oradaki balıkların daha iyi görünmesine izin verir.

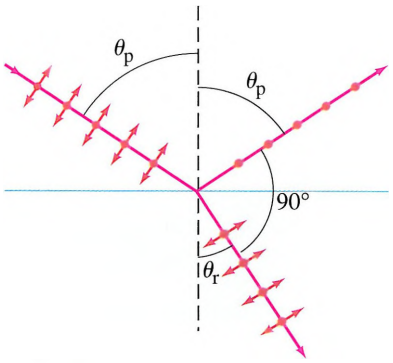
Yansıyan demetteki polarılma miktarı açıya bağlıdır; polarılmanın olmadığı dik geliş açısından %100 polarılmanın olduğu **polarılma açısı** θ_p'na kadar değişir[†] Bu açı sınırın her iki tarafındaki malzemelerin kırılma indis değerlerine aşağıdaki denklemle bağlıdır:

$$\tan\theta_p = \frac{n_2}{n_1}, \qquad \textbf{(35–22a)}$$

burada n_1 demetin ilerlediği ortamın kırılma indisi ve n_2 ise yansıma sınırının ötesindeki ortamın kırılma indisidir. Eğer demet havada ilerliyorsa, $n_1 = 1$, ve Dnk. 35-22a

$$\tan\theta_p = n \qquad \textbf{(35–22b)}$$

olur. Polarılma açısına (θ_p) aynı zamanda **Brewster açısı** ve Dnk. 35-22'ye ise 1812'de bunu deneysel olarak çalışan İskoçyalı fizikçi David Brewster'ın (1781–1868) anısına *Brewster yasası* denir. Dnk.35-22 ışığın elektromanyetik dalga teorisinden türetilebilir. Brewster açısında yansıyan ışın ile iletilen (kırılan) ışının birbiriyle 90° açı yapması ilginçtir: yani, $\theta_P + \theta_K = 90^0$'dir, burada θ_K kırılma açısıdır (Şek.35-41). Bu, Dnk. 35-22a'yı, $n_2 = n_1\tan\theta_p = n_1\sin\theta_p/\cos\theta_p$, Snell yasasında, $n_1\sin\theta_p = n_2\sin\theta_K$ kullanarak görülebilir: sadece $\cos\theta_p = \sin\theta_K$ için geçerli olan $\theta_p = 90° - \theta_K$ sonucunu elde ederiz.



ŞEKİL 35–41 θ_p 'de yansıyan ışık yüzeye paralel olarak düzlem polarılmıştır ve $\theta_P + \theta_K = 90^0$'dir. θ_K kırılma açısıdır. (Büyük noktalar, sayfaya dik titreşimleri temsil etmektedir.)

ÖRNEK 35–15 **Polarılma açısı.** (*a*) Hangi geliş açısında bir gölden yansıyan güneş ışığı düzlem-polarılmıştır? (*b*) Yansıma açısı nedir?

YAKLAŞIM Yüzeydeki polarılma açısı Brewster açısıdır, Dnk.35-22b. Snell yasasından yansıma açısını buluruz.

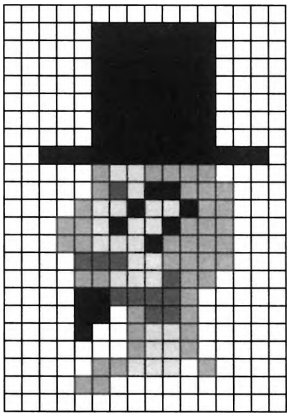
ÇÖZÜM (*a*) $n = 1.33$, değerini Dnk. 35–22b'de kullanarak $\tan\theta_p = 1.33$ ve $\theta_p = 53.1°$ bulunur. (*b*) Snell yasasından, $\sin\theta_K = \sin\theta_p/n = \sin 53.1°/1.33 = 0.601$ $\theta_r = 36.9°$. değeri bulunur.

NOT Beklendiği gibi $\theta_p + \theta_K = 53.1° + 36.9° = 90.0°$ elde edilir.

*35–12 Sıvı Kristal Ekranlar (LCD)

Polarılmanın harika bir kullanımı **sıvı kristal ekranlar**dadır (LCD). LCD'ler el hesap makinelerinde, dijital saatlerde, cep telefonlarında, ve güzel renkli düz-panel bilgisayar ve televizyon ekranlarında görüntüleme için kullanılır. Bir sıvı kristal ekranı birçok piksel veya "resim elemanı" denen küçük dikdörtgenlerden oluşur. Gördüğünüz resim, basit bir siyah beyaz resim için Şek.35-42'de görüldüğü gibi, hangi piksellerin karanlık veya aydınlık ve hangi renkte olduğuna bağlıdır.

Sıvı kristaller, oda sıcaklığında ne tamamen katı ne de tamamen sıvı olmayan bir fazda bulunan organik malzemelerdir. Zamk gibidirler, ve moleküllerinin konumları, Kısım 17-1 ve 17-2'de tartıştığımız gibi sıvıların bir karakteristiği olan rastgele olma özelliğini taşır. Aynı zamanda bir katı kristalin düzenliliğini de, yalnız bir boyutta olmak üzere gösterirler (Şek.17-2a). Kullanışlı bulduğumuz sıvı kristaller Şek.35-43'de gösterildiği gibi birbiriyle zayıfça etkileşen ve birbirlerine paralel olma eğiliminde olan nispeten rijit, çubuk-benzeri moleküllerden oluşur.

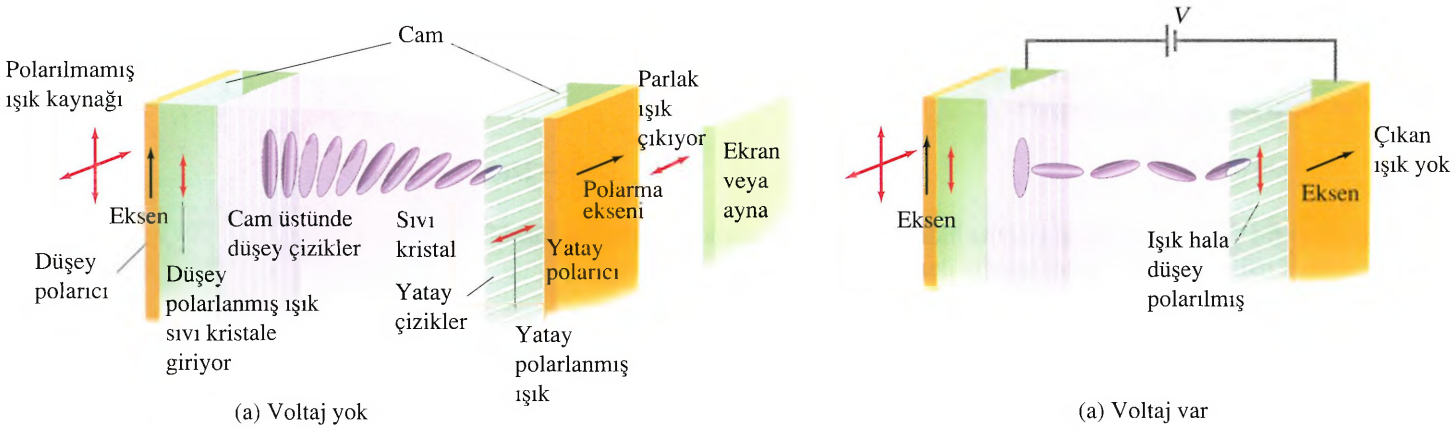


ŞEKİL 35–42 Çok sayıda küçük kare veya pikselden (resim elemanı) oluşan bir görüntü örneği. Ayırım gücü oldukça düşük.



ŞEKİL 35–43 Sıvı kristal molekülleri bir boyutta (birbirine paralel) dizilmeye çalışırlar, fakat konumları (sol-sağ, yukarı-aşağı) rasgeledir.

[†]Saydam bir ortamın yüzeyinde gelen ışığın sadece bir kesri yansıtılır. Bu yansıyan ışık 100% polarılmış olmakla ($\theta = \theta_p$ ise) yeni ortama iletilen ışık sadece kısmen polarılmıştır.



ŞEKİL 35–44 (a) Sıvı kristalin "burulmuş" hali. Işığın polarılma düzlemi 90^0 döndürülüyor böylece yatay polarıcıdan geçebiliyor. Sadece bir molekül dizisi gösterilmiştir. (b) Elektrik alanı moleküllerin yönlerini değiştiriyor. Polarılma düzlemi değişmediğinden ışık yatay polarıcıdan geçmez. (Saydam elektrotlar gösterilmemiştir.)

Basit bir LCD'de, her bir piksel (resim elemanı), iç yüzeylerinde nanometre-genişliğinde paralel çizikler oluşturulmuş iki cam tabaka arasında sandöviçlenmiş bir sıvı kristal içerir. Çiziklerle temas halinde olan çubuk-benzeri sıvı kristal molekülleri çizikler boyunca yönelme eğilimindedirler. Tipik olarak iki tabaka birbirine göre 90°'de çiziklere sahiptir, ve çubuk-benzeri moleküller arasındaki zayıf kuvvetler, onları en yakın komşularıyla aynı hizaya getirmeye çalışır, Şek.35-44a da görülen burulmuş desenle sonuçlanır.

Cam tabakaların dış yüzeylerinin her biri bir ince film polarıcıya sahiptir, bunlar da birbirlerine göre 90°'de yönlendirilmişlerdir. Soldan gelen polarılmamış ışık düzlem-polarılır ve sıvı kristal molekülleri bu polarılmayı çubuk-benzeri şekillerine paralel olarak korurlar. Yani, ışık sıvı kristalleri geçerken ışığın polarılma düzlemi moleküllerle döner. Çıktığında ışığın polarılma düzlemi 90° dönmüştür ve kolayca ikinci polarıcıyı geçer (Şek.35–44a). Bu durumdaki küçük bir LCD pikseli parlak görünecektir.

Şimdi pikselin her bir cam levhasındaki saydam elektrotlara bir voltaj uygulandığını kabul ediniz. Çubuk-benzeri moleküller kutupludur (veya uygulanan elektrik alandan dolayı bir iç yük ayrışımı elde edilebilir). Uygulanan voltaj molekülleri hizalama eğilimindedir ve Şek.35-44a'da gösterilen, uçlardaki moleküllerin her zaman cam tabakalara paralel bir düzlemde bulunduğu burulmuş deseni artık takip etmezler. Bunun yerine uygulanan elektrik alan molekülleri soldan sağa doğru düz (cam tabakalara dik) sıralamaya çalışır, ve ışığın polarılmasını önemli ölçüde etkilemez. Artık, gelen düzlem-polarılmış ışık pikselden geçerken polarılma düzlemi dönmez ve ikinci (yatay) polarıcıdan hiç ışık geçmez (Şek.35-44b). Voltajın uygulandığı pikseller karanlık görünür.†

ŞEKİL 35–45 Bir hesap makinesinin LCD ekranı. Siyah çizgi parçaları veya piksellere bir voltaj uygulanmaktadır. 8'in yedi parçanın (pikselin) hepsini, diğer rakamların ise daha azını kullandığına dikkat edin.



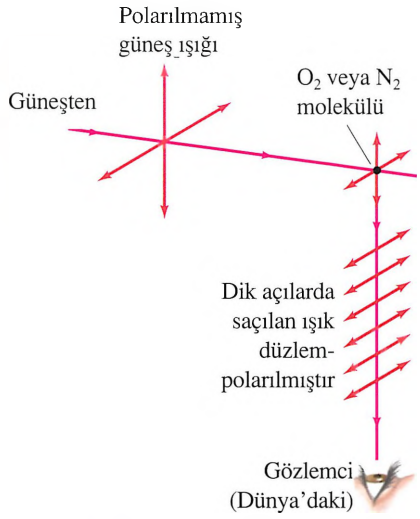
Saatlerin ve hesap makinelerinin basit ekranları çevredeki ışığı kullanırlar (karanlıkta ekranda bir görüntü göremezsiniz), ve LCD'nin arkasındaki bir ayna ışığı yansıtır. Şek.35-45'te görüldüğü gibi, 0'dan 9'a rakamları (ve bazı ekranlarda harfleri) oluşturmak için gerekli parçalara karşılık gelen sadece birkaç piksel vardır. Voltaj uygulanan her piksel koyu görünür ve rakamın bir bölümünü oluşturur. Voltaj olmayan pikseller polarıcılardan aynaya ışığı geçirir ve geri gelir, böylece ekranda koyu rakamlara parlak bir arka fon oluşur.

Renkli televizyon ve bilgisayar LCD'leri daha karmaşıktır. Bir renkli piksel üç hücre veya alt pikselden oluşur, her biri bir kırmızı, yeşil, veya mavi filtre ile kaplıdır. Bu üç temel rengin parlaklıklarının değişmesiyle neredeyse bütün doğal renkler oluşturulabilir. İyi kalite bir ekran bir milyon veya daha fazla pikselden oluşur. Bir ışık kaynağı, genellikle bir pipet çapında ince flüoresant tüpler, bu piksel dizisinin arkasındadır. Şek.35-44a ve b'deki gibi her bir alt piksele uygulanan voltaja bağlı olarak ışık, pikselleri geçer veya geçmez.

†Bazı ekranlarda polarıcılar birbirine paraleldir. (Çizikler burulmayı sağlamak için 90^0'de kalır). Bu durumda voltajın yokluğu, karanlığa (ışık yok) ve varlığı, parlak ışığa sebep olur.

*35–13 Atmosferde Işığın Saçılması

Gün batımı kırmızı, gökyüzü mavi, ve gökyüzünden gelen ışık polarılmıştır (hiç değilse kısmen). Bu olaylar, ışığın atmosfer moleküllerinden *saçılmasına* dayanarak açıklanabilir. Şek.35-46'da, dünya atmosferindeki bir moleküle çarpan güneşten gelen polarılmamış ışığı görüyoruz. EM dalganın elektrik alanı molekül içinde elektrik yükleri titreşimleri oluşturur ve molekül gelen ışının bir kısmını soğurur. Fakat yükler titreştiğinden, molekül çabucak bu ışığı geri yayar. Kısım 31-4'te tartışıldığı gibi, titreşen elektrik yükleri EM dalgalar üretir. Şiddet, titreşime dik yönde güçlüdür, ve titreşim yönünde sıfıra düşer (Kısım 31-4). Şek.35-46'da, yüklerin hareketi iki bileşene ayrılmıştır. Güneş ışığı yönüne dik açıdaki bir gözlemci düzlem-polarılmış ışığı görecektir çünkü titreşimin diğer bileşenleri yönünde hiç ışık yayılmaz. (Titreşim boyunca bakılıyorsa, o titreşimi göremezsiniz ve böylece titreşimle oluşturulan dalgaları da göremezsiniz.) Diğer bakış açılarında, her iki bileşen de olacaktır; fakat birisi daha güçlü olacaktır, dolayısıyla ışık kısmen polarılmış görünür. Böylece, saçılma olayı gökyüzünden gelen ışığın polarılmasını açıklar.



ŞEKİL 35–46 Polarılmamış güneş ışığı hava molekülleri tarafından saçılıyor. Dik açıda bakan bir gözlemci, bakış doğrultusundaki salınım bileşeni bu doğrultuda hiç ışık yaymayacağından düzlem-polarılmış ışık görür.

Dünya atmosferinde ışığın saçılması λ dalgaboyuna bağlıdır. Işığın dalgaboyundan çok daha küçük parçacıklar için (hava molekülleri gibi), parçacıklar uzun dalgaboylarına kısa dalgaboylarından daha az engel olacaktır. Aslında saçılma $1/\lambda^4$ olarak azalır. Böylece mavi ve mor ışık, kırmızı ve turuncudan çok daha fazla saçılırlar. Bu nedenle, gökyüzü mavi görünür. Günbatımında, Güneş ışınları atmosferin büyük bir kısmını geçer. Mavinin çoğu saçılma ile içinden alınır. Dolayısıyla, bulutlardan ve sisten saçılıp dünya yüzeyine ulaşan ışık maviden yoksundur. Bu yüzden günbatımı kırmızımsı görünür.

Saçılmanın $1/\lambda^4$'e bağımlılığı sadece saçıcı nesneler ışığın dalgaboyundan çok daha küçükse geçerlidir. Bu çapları yaklaşık 0.2 nm olan oksijen ve azot molekülleri için geçerlidir. Fakat, bulutlar λ 'dan çok daha büyük olan su damlacıkları veya kristaller içerir. Bunlar ışığın tüm frekanslarını neredeyse eşit şekilde saçar. Böylece bulutlar beyaz görünür (veya eğer gölgedelerse gri).

FİZİK UYGULAMASI
Gökyüzü neden mavidir
Günbatımı neden kırmızıdır

FİZİK UYGULAMASI
Bulutlar neden beyazdır

Özet

Işığın, diğer dalgalar gibi, geçtikleri cisimlerin kenarlarından bükülmesi ve dar bir yarıktan geçtikten sonra yayılması **kırınım** olarak adlandırılır. Farklı mesafelerde yol alan ışığın ışınları arasındaki girişimden dolayı bu bükülme bir **kırınım deseni** oluşturur.

D genişliğinde çok dar bir yarıktan geçen (dalgaboyu mertebesinde) ışık, θ yarı-genişliği

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{D}, \qquad (35\text{–}1)$$

formülüyle verilen parlak bir merkezi maksimum ve her iki yanda daha soluk çizgiler olacak şekilde bir desen oluşturur.

Kırınım deseninde minimumlar

$$D\sin\theta = m\lambda \qquad (35\text{–}2)$$

açılarında oluşur, burada $m = 1, 2, 3, \ldots$, değerlerini alır (en kuvvetli maksimuma karşılık gelen $m = 0$ değeri alınmaz).

Tek-yarık kırınım deseninde herhangi bir noktadaki **şiddet, fazör** diyagramları kullanılarak hesaplanabilir. Aynı teknik, iki yarık ile elde edilen desenin şiddetini belirlemek için kullanılabilir.

İki-yarık girişim deseni, her bir yarıktaki kırınımdan dolayı bir zarf ile belirlenen iki yarık girişim maksimumların bir serisi olarak tanımlanabilir.

Işığın dalga doğası şekillerin **çözünürlüğü**nü ve keskinliğini sınırlar. Kırınımdan dolayı, kullanılan radyasyonun dalgaboyundan daha küçük detayları ayırt etmek mümkün değildir. Bir ışık mikroskobunun uygulanabilir büyütmesi kırınım yüzünden yaklaşık 500 × ile sınırlıdır.

Bir **kırınım ağı** her biri bir sonrakinden d mesafesi ile ayrılmış birçok paralel yarık veya çizgilerden oluşur. Yapıcı girişim tepeleri aşağıdaki θ açılarında oluşur

$$\sin\theta = \frac{m\lambda}{d}, \qquad (35\text{–}13)$$

burada $m = 0, 1, 2, \ldots$. Bir kırınım ağı için yapıcı girişim tepeleri, bir basit iki-yarık düzeneğininkinden çok daha parlak ve keskindir. [* Tepe genişliği ağdaki toplam çizgi sayısıyla ters orantılıdır.]

[* Bir kırınım ağı (veya bir prizma) bir **spektrometre**de farklı renkleri ayırt etmek veya **çizgi tayfı**nı gözlemek için kullanılır. Verilen bir m mertebesi için, θ, λ 'ya bağlıdır. Dalgaboyunun duyarlı bir biçimde belirlenmesi, spektrometre ile θ 'nın dikkatli ölçülmesiyle yapılabilir.]

***X-ışınları** çok kısa dalgaboylu elektromanyetik ışınımdır. X-ışınları, bir vakum tüpünde yüksek voltaj ile hızlandırılmış yüksek hızlı elektronlar bir cam veya metal hedefe çarptıklarında üretilirler.

Polarılmamış ışıkta, elektrik alan vektörleri tüm enine yönlerde salınırlar. Eğer elektrik vektörü sadece tek düzlemde salınırsa, ışığın **düzlem-polarılmış** olduğu söylenir. Işık aynı zamanda kısmen polarılabilir.

Polarılmamış bir ışık demeti bir **Polaroid** kağıdı geçerken oluşan demet düzlem-polarılmıştır. Eğer bir ışık demeti polarılmış ise ve bir Polaroidi geçerse, Polaroid döndürüldükçe şiddeti değişir. Böylece bir Polaroid, bir **polarıcı** (polarizör) veya bir **analizör** gibi davranır.

Bir Polaroide gelen düzlem-polarılmış ışık demetinin I şiddeti

$$I = I_0 \cos^2 \theta \qquad \textbf{(35–21)}$$

faktörü ile azaltılır. Burada θ Polaroidin ekseni ile başlangıç polarılma düzlemi arasındaki açıdır.

Işık aynı zamanda kısmen veya tamamen **yansıma ile polarılmaya** uğrayabilir. Eğer havada ilerleyen ışık n yansıma indisli bir ortamdan yansıtılırsa, eğer gelme açısı

$$\tan \theta_p = n \qquad \textbf{(35–22b)}$$

ifadesiyle verilirse yansıtılan demet tamamen kutuplanacaktır. Işığın polarılabilmesi, onun enine bir dalga olduğunu gösterir.

Sorular

1. Radyo dalgaları ve ışık elektromanyetik dalgalardır. Neden tepenin arkasında biz verici anteni göremezken, bir radyo alıcısı sinyali alabilir?
2. Bir elinizle gözünüzün birini kapatın ve iki parmak arasındaki dar bir yarıktan uzak bir ışık kaynağına odaklanın. (En iyi deseni elde edecek şekilde parmaklarınızı ayarlayın.) Gördüğünüz deseni yorumlayın.
3. Bir geniş ışık kaynağı ile kırınım desenlerinin gözlenmesi, neden tek nokta kaynağınkinden daha zordur, açıklayınız. Aynı zamanda tekrenkli bir ışık kaynağını, beyaz ışıkla karşılaştırınız.
4. Bir tek yarık tarafından kırınım için, (*a*) yarık genişliğinin ve (*b*) dalgaboyunun arttırılmasının etkisi nedir?
5. Beyaz ışığın (*a*) 50 nm, (*b*) 50,000 nm genişliğe sahip bir yarığa gelmesiyle oluşan tek-yarık kırınım desenini tarif ediniz.
6. 6Eğer tüm sistem hava yerine (*a*) su, (*b*) vakum ortamına sokulursa, tek-yarık kırınım desenine ne olur?
7. Tek-yarık kırınım deseninde, merkezi maksimum dışındaki ilk maksimum neden tam olarak $\sin\theta = \frac{3}{2}\lambda/D$ değerinde oluşmaz?
8. Çift-yarık girişimi ve tek-yarık kırınımının benzerlik ve farklılıklarını tartışınız.

* 9. Şek.35-10 d'nin D'den büyük olduğu durum için çift-yarık girişim desenini gösterir. d'nin D'den küçük olduğu ters durum mümkün müdür?

*10. Çift-yarık deneyinde kırınım ve girişimin her ikisi de hesaba katıldığında, artan (*a*) dalgaboyunun, (*b*) yarık aralığının ve (*c*) yarık genişliğinin etkisini tartışınız.

11. Kırınım (*a*) küresel aynalar, (*b*) düzlem aynalar tarafından oluşturulan görüntülerin çözünürlüğünü sınırlar mı?
12. Gerçek görüntülerde olduğu gibi, sanal görüntüler için de kırınım etkileri oluşur mu?
13. Astronomi teleskoplarında, büyük yansıtıcı aynaların kullanımının en az iki avantajını söyleyiniz.
14. Atomlar yaklaşık 10^{-8} cm çapa sahiptir. Görünür ışık bir atomu "görmek" için kullanılabilir mi? Açıklayınız.
15. Bir mikroskopta, görünür ışığın hangi rengi en iyi çözünürlüğü verir? Açıklayınız.
16. Bir kırınım ağına, bir girişim ağı da denebilir mi? Tartışınız.
17. Dalgaboyu 400 nm ile 700 nm arasında olan ışığın, bir kırınım ağına dik olarak geldiğini düşünün. Gözlenen tayfta (eğer varsa) hangi mertebede üst üste gelme olur? Cevabınız yarık aralığına bağlı mıdır?
18. 10^{-4} cm aralıklı iki yarık tarafından oluşturulan girişim desenleri, 10^4 çizgi/cm içeren bir kırınım ağınınki ile karşılaştırılırsa aralarındaki fark nedir?
19. Beyaz ışık (*a*) bir kırınım ağına ve (*b*) bir prizmaya çarpıyor. Her bir durumda duvarda, yatay gelen demet yönünün hemen altında bir gökkuşağı oluşur. Her bir durumda gökkuşağının en üstündeki renk nedir? Açıklayınız.
20. Tek renkli ışıkla aydınlatılan bir kırınım ağında, neden esas tepeler arasında küçük tepelerin oluştuğunu açıklayınız. Bu tepeler neden çok küçüktür?
21. Polarılma bize ışığın doğası hakkında ne söyler?
22. Bir güneş gözlüğünün polarılmış veya polarılmamış olduğunu nasıl söyleyebilirsiniz?

*23. Eğer Dünya atmosferi olmasaydı, gökyüzünün rengi ne olurdu?

Problemler

[Not: Aksi belirtilmedikçe, yarıkları geçen ışığın aynı fazlı olduğunu kabul ediniz.]

35–1 Tek-Yarık Kırınımı

1. (I) 680–nm'lik ışık 0.0365 mm genişliğinde bir yarığa gelirse, merkezi kırınım tepesinin açısal genişliği nedir?
2. (I) Tek renkli ışık, genişliği 2.60×10^{-3} mm olan bir yarığa geliyor. Merkezi maksimumun her iki tarafındaki ilk karanlık saçaklar arasındaki açı (karanlık saçaktan karanlık saçağa) 32.0° ise, kullanılan ışığın dalgaboyu nedir?
3. (II) 580 nm dalgaboylu ışık, genişiği 3.80×10^{-3} mm olan bir yarığa geliyor. Eğer ekran 10.0 mm uzakta ise, ilk en parlak kırınım saçağının güçlü merkezi maksimumdan ne kadar uzakta olduğunu hesaplayınız.
4. (II) İçinde 1.6 cm'lik yarık bulunan bir metal levhaya dik gelen mikrodalgalar düşünün. (*a*) 0.50 cm, (*b*) 1.0 cm ve (*c*) 3.0 cm dalgaboyları için kırınım minimumlarının olduğu açıları tartışınız.

5. (II) Paralel ışık D genişliğinde bir yarık üzerine normalle 23°'lik açıda gelirse, kırınım desenini tarif ediniz.

6. (II) 633 nm dalgaboylu tek renkli ışık bir yarığa geliyor. Eğer merkezi maksimumun iki yanındaki ilk parlak saçaklar arasındaki açı 35° ise, yarık genişliğini hesaplayınız.

7. (II) Eğer bir yarık 580 nm dalgaboylu ışığı 2.20 m uzaklıkta bir ekranda kırınım maksimumu 6 cm genişliğinde olacak şekilde kırınıma uğratırsa, 460 nm dalgaboylu bir ışık için kırınım maksimumunun genişliği ne olacaktır?

8. (II) (*a*) Verilen bir λ, dalgaboyu için, kırınım minimumlarının olmayacağı minimum yarık genişliği nedir? (*b*) Görünür ışığın bir kırınım minimumu göstermeyeceği minimum yarık genişliği nedir?

9. (II) 440 nm dalgaboylu mavi ışık tek bir yarık üzerine geldiğinde, merkezin her iki yanındaki ilk koyu bantlar 55.0° ile ayrılır. Yarığın genişliğini belirleyiniz.

10. (II) 1.0 mm genişliğinde tek yarık 450–nm'lik ışıkla aydınlatılıyor. 5.0 m uzaktaki bir ekrandaki kırınım desenindeki merkezi maksimumun genişliği (cm cinsinden) nedir?

11. (II) Bir lazer diyottan tek renkli ışık $3.0\,\mu\text{m} \times 1.5\,\mu\text{m}$ (yatay-düşey) dikdörtgen bir alandan yayılıyor. Eğer lazer ışığı 780 nm dalgaboyuna sahipse, (*a*) merkezi maksimumun altındaki ve üstündeki, (*b*) merkezi maksimumun sağındaki ve solundaki, ilk kırınım minimumları arasındaki açıları belirleyiniz.

35–2 Şiddet, Tek-Yarık Kırınım Deseni

*12. (II) Bir tek yarığın genişliği iki katına çıkarılırsa, yarıktan geçen ışığın şiddeti iki katına çıkar. (*a*) Ekranın merkezindeki şiddetin 4 kat arttığını gösteriniz. (*b*) Bunun enerji korunumunu neden ihlal etmediğini açıklayınız.

*13. (II) 750 nm dalgaboylu ışık, 1.0 μm genişlikte bir yarıktan geçiyor ve 25 cm uzaktaki bir ekranda bir tek-yarık kırınım deseni düşey olarak oluşuyor. Merkezi maksimumun 15 cm yukarısındaki I ışık şiddetini, I_0 merkezi maksimum şiddetinin bir çarpanı olarak bulunuz.

*14. (III) (*a*) Tek-yarık kırınım desenindeki ikincil maksimumların, $\beta/2 = (m + \frac{1}{2})\pi$ değerlerinde neden kesinlikle oluşmadığını açıklayınız, burada $m = 1, 2, 3, \ldots$. (*b*) Dnk. 5–7'nin β'ya göre türevini alarak $\tan(\beta/2) = \beta/2$ koşulu sağlandığında, ikincil maksimumların oluştuğunu gösteriniz. (*c*) Dikkatlice ve hassas bir biçimde $y = \beta/2$ ve $y = \tan\beta/2$ eğrilerini çiziniz. Kesişimlerinden, ilk ve ikinci maksimumlar için β değerlerini belirleyiniz. $\beta/2 = (m + \frac{1}{2})\pi$ 'den yüzde fark nedir?

35–3 Şiddet, Çift-Yarık Kırınımı

*15. (II) Eğer bir çift-yarık deseni merkezi kırınım tepesinde tam olarak dokuz saçak içerirse, yarık genişliği ve aralığı hakkında ne söyleyebilirsiniz? İlk kırınım minimumunun, bir girişim minimumunda oluştuğunu kabul ediniz.

*16. (II) Merkezi kırınım tepesinin tam olarak on yedi saçak içerdiği bir çift-yarık düzeneği tasarlayınız. İlk kırınım minimumunun (*a*) bir girişim minimumunda, (*b*) bir girişim maksimumunda oluştuğunu kabul ediniz.

*17. (II) 605-nm dalgaboylu ışık, bir yarık çiftinden geçip yarığın arkasında 2.0 m uzaktaki bir ekranda bir girişim deseni oluşturuyor. Yarıklar 0.120 mm ile ayrılmış ve her bir yarık 0.040 mm genişliğindir. Ekranda kaç tane yapıcı girişim saçağı oluşur? [Bu saçakların çoğu, çok düşük şiddette olacaktır.]

*18. (II) Bir çift-yarık deneyinde, eğer merkezi kırınım tepesi 13 girişim saçağı içerirse, her bir ikincil kırınım tepesi (Dnk.35-2'deki $m = +1$ ve $m = +2$ arasında) kaç saçaktan oluşur? İlk kırınım minimumunun bir girişim minimumunda oluştuğunu kabul ediniz.

*19. (II) 0.010 mm genişliğe sahip iki yarığın aralarındaki uzaklık 0.030 mm'dir (merkezden merkeze). (*a*) 1.0 m uzaktaki bir ekranda 580 nm dalgaboylu ışık için girişim saçakları arasındaki mesafeyi, (*b*) zarfın merkezi maksimumunun her iki tarafındaki iki kırınım minimumu arasındaki mesafeyi belirleyiniz.

*20. (II) Bir çift-yarık düzeneğinde $d = D$ olduğunu kabul ediniz, böylece iki yarık birleşerek 2D genişliğinde bir yarık oluşturur. Dnk.35-9'un tek-yarık kırınım denklemine indirgendiğini gösteriniz.

*21. (II) Bir çift-yarık deneyinde, $d = 5.00$ $D = 40.0$l olsun. Üçüncü-mertebeden girişim maksimumunun şiddetini sıfırıncı mertebeninkiyle (oran olarak) karşılaştırınız

*22. (II) Bir çift-yarık deseni için, (*a*) $d = 2.00D$, (*b*) $d = 12.0D$, (*c*) $d = 4.50D$, (*d*) $d = 7.20D$ ise merkezi kırınım tepesinde kaç saçak bulunur?

*23. (III) (*a*) Üç eşit aralıklı yarık için, girişim desenindeki şiddetin ifadesini türetiniz. $\delta = 2\pi d \sin\theta/\lambda$ cinsinden ifade ediniz, burada d ardışık yarıklar arasındaki mesafedir, yarık genişliğini $D \approx \lambda$ alınız. (*b*) Ana tepeler arasında sadece bir tane ikincil maksimum olduğunu gösteriniz.

35–4 ve 35–5 Çözünürlük Limitleri

24. (I) 100 inç'lik Mt. Wilson teleskopu (ayna çapı 254-cm) için kırınım tarafından belirlenen açısal çözünürlük (derece olarak) limiti nedir?

25. (II) 16 ışık-yılı uzaklıktaki iki yıldız, 66 cm'lik (ayna çapı) teleskopla ancak ayırt edilebilmektedir. Yıldızlar arası mesafe ne kadardır? $\lambda = 550$ nm ve çözünürlüğün kırınımla sınırlı olduğunu kabul ediniz.

26. (II) Güneşe en yakın yıldız yaklaşık 4 ışık-yılı uzaklıktadır. Eğer bir gezegen bu yıldız etrafında yarıçapı Dünya-Güneş mesafesine eşit yarıçapa sahip bir yörüngede dönseydi, bu yıldız-gezegen sistemini ayırt edebilen bir görüntüyü elde edebilecek Dünya bazlı bir teleskopun açıklığının minimum çapı ne olurdu? Yıldız ve gezegen tarafından yayımlanan ışığın 550 nm dalgaboyuna sahip olduğunu kabul ediniz.

27. (II) Ay'a doğru bir elfenerinin ışık demetini yollarsanız, Ay'a ulaştığında demetin çapını hesaplayınız. Işık demetinin elfenerinden 5.0 cm bir açıklıktan çıktığını, beyaz ışığın ortalama 550 nm dalgaboyuna sahip olduğunu ve demetin sadece kırınımdan dolayı dağıldığını kabul edin.

28. (II) 384,000 km uzaklıkta Ay'daki 7.5 km'lik ayrıntıları ayırt edebilecek bir teleskop yapmak istediğinizi düşünün. Çapı 11.0 cm olan 2.0 m odak uzunluklu bir objektif merceğiniz olsun. Eğer gözünüz 25 cm uzaklıktaki 0.10 mm aralıklı cisimleri ayırt edebiliyorsa, okülerin odak uzunluğu ne olmalıdır? Objektif merceğinin boyutu (yani, kırınım) tarafından belirlenen çözünürlük limiti nedir? $\lambda = 560$ nm alınız.

29. (II) Bir 35 mm kamerada normal bir mercek 50.0 mm'lik bir odak uzunluğuna sahiptir. Açıklık çapı 25 mm'lik$(f/2)$ bir maksimum değerden 3.00 mm'lik $(f/16)$ bir minimum değere değişiyor. $(f/2)$ ve $(f/16)$ için kırınım tarafından belirlenen çözünürlük limitini belirleyiniz. Dedektör veya filmde milimetre başına ayırt edilen çizgi sayısı olarak belirtiniz. $\lambda = 560\,\text{nm}$ alınız.

35–7 ve 35–8 Kırınım Ağı, Spektroskopi

30. (I) 480 nm dalgaboylu ışık, yarık aralığı 1.35×10^{-3} cm olan bir ağa düştüğünde hangi açıda bir ikinci mertebe maksimum oluşturacaktır?

31. (I) Işık 12,000 çizgi/cm'lik bir kırınım ağına dik olarak 28.8°, 36.7°, 38.6° ve 47.9° açılarda geldiğinde, bir kaynak birinci mertebeden çizgiler oluşturuyor. Buna göre dalgaboyları nedir?

32. (I) Santimetrede 3500 çizgili bir ağ 26.0° açıda üçüncü-mertebeden bir saçak oluşturuyor. Işığın hangi dalgaboyu kullanılmıştır?

33. (I) Bir ağ santimetrede 6,800 çizgiye sahiptir. Beyaz ışıkla (400 nm'den 700 nm'ye) aydınlatıldığında, kaç spektral mertebe görülebilir?

34. (II) Eğer bir ağda 650 nm dalgaboylu ışık için 15.0° açıda üçüncü mertebe oluşursa, ağ santimetrede kaç çizgiye sahiptir?

35. (II) Bir He-Ne lazerinden elde edilen kırmızı ışık, bir kırınım ağını kalibre etmek için kullanılıyor. Eğer ağı geçen bu ışık 53.2° açıda ikinci mertebeden saçak üretiyorsa, ve λ dalgaboyu bilinmeyen ışık 20.6° açıda birinci mertebe saçak üretiyorsa, λ değerini bulunuz.

36. (II) 410 nm'den 750 nm'ye dalgaboylarını içeren beyaz ışık, santimetrede 7800 çizgili bir ağa geliyor. 2.80 m uzaklıkta bir ekrandaki birinci mertebe tayfın genişliği nedir?

37. (II) Bir kırınım ağı, metrede 6.0×10^5 çizgiye sahiptir. İkinci mertebe tayfta, 7.0×10^{-7} m dalgaboylu kırmızı ışık ve 4.5×10^{-7} m dalgaboylu mavi ışık arasındaki açısal farkı bulunuz.

38. (II) Bir tungsten-halojen lamba, 360 nm ile 2000 nm dalgaboyu aralığında morötesi, görünür ve kızılötesi ışığın sürekli bir tayfını yayar. Bu tungsten-halojen lambadan ışığın d yarık aralıklı bir kırınım ağına geldiğini ve 1200 nm dalgaboyu için birinci mertebe parlak maksimumun θ açısında oluştuğunu kabul ediniz. Gelen ışığın tayfında başka hangi dalgaboyları aynı θ açısında bir parlak maksimum oluşturacaktır? [Bir spektrometre tarafından ışığın sürekli tayfı ölçüldüğünde, bu rahatsız edici etkiyi yoketmek için optik filtreler kullanılır.]

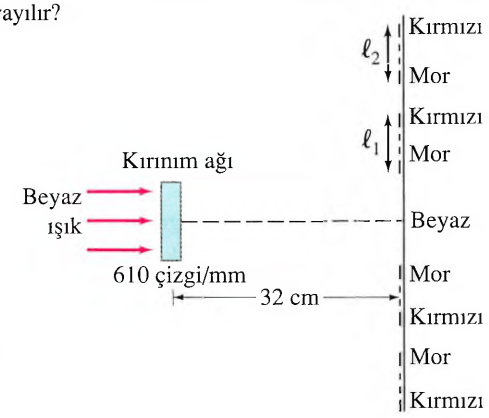
39. (II) Bir kırınım ağı ile üretilen beyaz ışığın ikinci ve üçüncü mertebe tayfının her zaman çakıştığını gösteriniz. Hangi dalgaboyları çakışır?

40. (II) Santimetrede 9650 çizgili bir spektroskop ile merkezin her iki tarafında $+26°38'$, $+41°02'$ ve $-26°18'$, $-40°27'$ açılarında, iki birinci mertebeden spektrum çizgisi ölçülüyor. Bu verilere dayanarak dalgaboylarını hesaplayınız.

41. (II) Problem 40'ta ölçülen açıların, spektrometre suyun altındayken (fakat kaynak değil) üretildiğini kabul ediniz. Buna göre dalgaboyları (havadaki) ne olacaktır?

42. (II) Bir kırınım ağına gelen 589 nm dalgaboylu ışığın birinci mertebe çizgisi 16.5° açıda gözleniyor. Yarıklar birbirinden ne kadar uzaktadır? Hangi açıda üçüncü mertebe gözlenecektir?

43. (II) Beyaz ışık, milimetrede 610 çizgili bir kırınım ağından geçiyor. Şek.35-47'de gösterildiği gibi, 32 cm uzaktaki duvarda birinci mertebe ve ikinci mertebe görünür tayflar ("gökkuşakları") ortaya çıkıyor. İki gökkuşağının (400 nm'den 700 nm'ye) ℓ_1 ve ℓ_2 genişliklerini bulunuz. Hangi mertebede, "gökkuşağı" daha büyük mesafeye yayılır?



ŞEKİL 35–47
Problem 43.

44. (II) Bir kırınım minimumu bir girişim maksimumu ile çakıştığı zaman, bir kırınım ağı için **kayıp mertebeler** oluşur. D her bir yarığın genişliği ve d yarıklar arası mesafe olsun. (a) Eğer $d = 2D$ ise, tüm çift mertebelerin ($m = 2, 4, 6, \ldots$) kaybolduğunu gösteriniz. (*b*) Aşağıdaki koşul her ne zaman sağlanırsa kayıp mertebelerin olacağını gösteriniz:

$$\frac{d}{D} = \frac{m_1}{m_2}$$

burada m_1 ve m_2 tamsayılardır. (*c*) Yarıklar arasındaki mesafenin ihmal edilebilir olduğu limit $d = D$ durumunu tartışınız.

45. (II) Tekrenkli ışık normale göre bir ϕ açısında bir iletim kırınım ağına gelir. (*a*) Kırınım maksimumları için, Dnk. 35-13'ün

$$d(\sin\phi + \sin\theta) = \pm m\lambda. \qquad m = 0, 1, 2, \ldots.$$

ile yerdeğiştirmesi gerektiğini gösteriniz. (*b*) ± işaretlerini açıklayınız. (*c*) 550 nm dalgaboylu yeşil ışık santimetrede 5000 çizgili bir kırınım ağına normalle 15° açıda geliyor. Birinci mertebe maksimumların oluştuğu açıları bulunuz.

*35–9 Ağ, Tepe Genişlikleri, Çözme Gücü

*46. (II) Santimetrede 6500 çizgili bir kırınım ağı 3.18 cm genişliğindedir. Eğer 624 nm'ye yakın dalgaboylarındaki ışık bu ağa gelirse, her mertebede ayırt edilebilecek iki dalgaboyu ne kadar yakın olabilir? Hangi mertebe en iyi çözünürlüğü verir?

*47. (II) Bir kırınım ağı 1.9 cm genişliğinde 16,000 çizgiye sahiptir. (a) Birinci ve ikinci mertebelerdeki çözme gücünü ve $\lambda = 410\,\text{nm}$ için verebileceği minimum dalgaboyu çözünürlüğünü $(\Delta\lambda)$ belirleyiniz.

*48. (II) 580 nm dalgaboylu ışık, $d = 3.00\text{D} = 1050$ nm olan bir kırınım ağına dik olarak gelsin. (*a*) Kaç mertebe (temel maksimumlar) mevcuttur? (*b*) Eğer ağ 1.80 cm genişliğindeyse, her bir temel maksimumun tam açısal genişliği nedir?

35–10 X-X-Işını Kırınımı

49. (II) 0.138 nm dalgaboylu X-ışını, bir düzlemde bulunan atomları 0.285 nm aralıklarla yerleştirilmiş olan bir kristale geliyor. Eğer birinci kırınım maksimumu gözlenecek ise, X-ışınları hangi ϕ açısında (yüzeye göre, Şek.35-28) yönlendirilmelidir?

50. (II) Birinci mertebe Bragg Kırınımı, atomları 0.24 nm aralıklı olan bir kristal yüzeyine göre 26.8° açıda gözleniyor. (*a*) İkinci mertebe hangi açıda gözlenecektir? (*b*) X-ışınlarının dalgaboyu nedir?

51. (II) İlk üç mertebeye (m = 1, 2 ve 3) göre X-ışın kırınım tepeleri ölçülürse, X-ışınının λ dalgaboyu ve d örgü mesafesinin her ikisi de belirlenebilir mi? Cevabınızı ispatlayınız.

35–11 Polarılma

52. (I) İki polarıcı birbirine göre 65° açıda yönlendirilmiştir. Polarılmamış ışık bunların üzerine geliyor. Işık şiddeti hangi oranda iletilir?

53. (I) İki Polaroid, içinden geçen ışık bir maksimum oluşturacak şekilde sıralanıyor. Bunlardan bir tanesi hangi açıda yerleştirilmeli ki, şiddet yarıya düşürülsün?

54. (I) Bir hava-cam yüzeyi (n = 1.58) için, Brewster açısı nedir?

55. (I) Suda ilerleyen ışık suya daldırılmış elmasa (n = 2.42) çarptığında Brewster açısı nedir?

56. (II) İki materyal arasındaki bir sınırda toplam iç yansıma için kritik açı 55°'dir. Bu sınırdaki Brewster açısı nedir? Her materyal için bir cevap olmak üzere iki cevap veriniz,.

57. (II) İki Polaroidin eksenleri, gelen polarılmamış ışığın şiddetini (*a*) $\frac{1}{3}$, (*b*) $\frac{1}{10}$? azaltmak için hangi açıda yerleştirilmelidir?

58. (II) İki polarıcı birbirine 36.0° açıda yönlendirilmiştir. Her bir polarıcıyla 18.0° açıdaki polarılmış ışık, her ikisinden de geçiyor. İletilen şiddet (% olarak) ne kadardır?

59. (II) Su yüzeyinin altından gelen ışık için, yüzeyden yansımaların Brewster açısı ne olacaktır? Toplam iç yansıma açısı ve yüzeyin üzerinden Brewster açısı ile karşılaştırınız.

60. (II) Polarılmamış ışık, her birinin ekseni bir önceki ile 45° açı yaptığı altı ardışık Polaroid yapraktan geçiyor. İletilen demetin şiddeti nedir?

61. (II) A ve B polarıcıları iletim eksenleri sırasıyla düşey ve yatay olacak şekilde sıralanmışlardır. Ekseni düşeye göre θ açısında olan üçüncü bir polarıcı bu ikisinin arasına yerleştiriliyor. Düşey olarak polarılmış I_0 şiddetli ışığın A polarıcısı üzerine geldiğini kabul ederek, bu üç-polarıcı düzeneğinden iletilen I ışık şiddeti için bir ifade bulunuz. dI/dt türevini hesaplayınız; daha sonra I şiddetini maksimum yapan θ açısını bulmak için bunu kullanınız.

62. (III) Kısmen polarılmış bir ışık demetinin P polarılma yüzdesi

$$P = \frac{I_{\text{maks}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{maks}} + I_{\text{min}}} \times 100$$

olarak tanımlanır. Burada I_{maks} ve I_{min}, yavaşça döndürülen bir polarıcıdan ışık geçerken elde edilen maksimum ve minimum şiddetlerdir. Bu tür bir ışık, birbirine dik, I_{maks} ve I_{min} şiddetlerindeki iki eşit olmayan düzlem-polarılmış demetin toplamı olarak düşünülebilir. I_{maks}'ın elde edildiği yönle f açısı yapan bir polarıcı tarafından iletilen ışığın aşağıdaki şiddet değerine sahip olduğunu gösteriniz:

$$\frac{1 + p\cos 2\phi}{1 + p} I_{\text{maks}}$$

burada $p = P/100$ "kesirli polarılma" dır.

Genel Problemler

63. 415 nm dalgaboylu mor ışık bir tek yarık üzerine geldiğinde, 2.85 m uzaktaki bir ekranda 8.20 cm genişlikte bir merkezi kırınım tepesi oluşturuyor. Yarık genişliği nedir?

64. Bir seri polarıcı, her biri bir önceki polarıcıdan 10° aralıklarla yerleştiriliyor. Polarılmamış ışık bu polarıcı serisine geliyor. Işığın, başlangıç şiddetinin $\frac{1}{4}$'ine düşmesi için kaç polarıcıdan geçmesi gerekir?

65. Bazı böceklerin kanatları bir seri paralel çizgilere sahiptir. Dik olarak gelen 480 nm dalgaboylu ışık kanattan yansıdığında, 56° açıda bakıldığında kanat parlak görünüyor. Çizgiler arasındaki uzaklık ne kadardır?

66. Bir öğretmen 0.88 m genişliğinde bir dış kapının arkasında beklemekte ve bir düdüğü 850 Hz frekansla üflemektedir. Yansımaları ihmal ederek, kapının dışındaki bir oyun alanından hangi açıda (açılarda) düdüğün açıkça duyulmasının mümkün olmadığını tahmin ediniz. Ses hızını 340 m/s alınız.

67. Işık, santimetrede 7600 çizgili bir kırınım ağına geliyor ve ağdan 2.5 m uzaktaki bir ekranda desen gözleniyor. Gelen ışık demeti, $\lambda_1 = 4.4 \times 10^{-7}$ m ve $\lambda_2 = 6.8 \times 10^{-7}$ m. iki dalga boyundan oluşuyor. Ekrandaki bu iki dalgaboyunun birinci mertebe parlak saçaklarıarasındaki lineer mesafeyi hesaplayınız.

68. Bir ağ, görünür dalgaboylarından herhangi birisi için, ikinci mertebe tayf vermiyorsa, santimetrede kaç çizgiye sahiptir?

69. λ = 589 nm, dalgaboylu sarı sodyum ışığı bir kırınım ağına geldiğinde, birinci mertebe tepe 66.0 cm uzaktaki bir ekranda merkezi tepeden 3.32 cm mesafede oluşuyor. Diğer kaynak, merkezi tepeden 3.71 cm uzakta bir çizgi üretiyor. Bu ışığın dalgaboyu nedir? Ağda santimetrede kaç çizgi vardır?

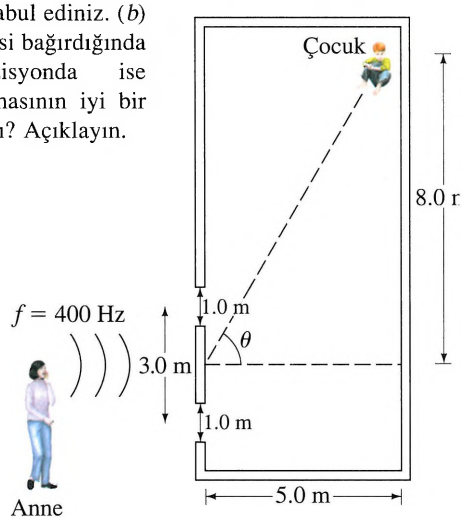
70. Atomik hidrojen spektrumunun iki çizgisi 656 nm ve 410 nm dalgaboylarına sahiptir. Bunlar santimetrede 8100 çizgi olan bir ağ üzerine dik geldiğinde, birinci mertebe tayftaki iki dalgaboyunun açısal aralığı ne olur?

71. (*a*) Bir arabanın 2.0 m aralıklı iki farını bir insan gözü ne kadar uzaktan ayırt edebilir? Sadece kırınım etkilerini düşününüz ve göz çapını 6.0 mm ve dalgaboyunu 560 nm olarak alınız. (*b*) Sadece kırınım etkilerini düşünerek, iki yıldızın bir gözün ayırt edebileceği minimum açısal aralığı nedir? Gerçekte yaklaşık 1′ 'lık bir yaydır. (*b*)'deki cevabınıza neden eşit değildir?

72. Bir lazer demeti, 1.0 cm genişliğinde bir yarığı geçerek ve Dünya'dan yaklaşık 380,000 km uzaktaki Ay'a hedeflenmiştir. Lazerin, 633 nm (bir He-Ne lazeri için kırmızı ışık) dalgaboylu dalgalar yaydığını kabul ediniz. Ay'a ulaştığında demetin genişliğini tahmin ediniz.

73. $\lambda = 6.328 \times 10^{-7}$ m dalgaboylu tekrenkli ışık üreten bir He-Ne lazeri, bir spektroskoptaki yansıma ağını kalibre etmek için kullanılıyor. Birinci mertebe kırınım çizgisi, gelen demete 21.5° açıda bulunuyor. Ağda, metrede kaç çizgi vardır?

74. Bir çocuk odasının girişinde, her biri 1.0 m genişlikte ve 3.0 m mesafeyle ayrılmış iki antre girişi vardır. Şek.35-48'de görüldüğü gibi, çocuğun annesi bu iki kapıya doğru bağırarak odasını temizlemesini söyler. Sesinin frekansı 400 Hz'tir. Daha sonra odasının hala karışık olduğunu fark ettiği zaman çocuk, annesinin odasını temizlemesini söylediğini hiç duymadığını söyler. Sesin hızı 340 m/s'dir. (*a*) Annesi bağırdığında oda içerisinde sesin duyulmayacağı tüm θ açılarını (Şek.35-48) bulunuz. Sesin, yatak odası duvarına çarptığında tamamen soğurulduğunu kabul ediniz. (*b*) Eğer çocuk, annesi bağırdığında gösterilen pozisyonda ise annesini duymamasının iyi bir açıklaması var mı? Açıklayın.



ŞEKİL 35–48
Problem 74.

75. Güneş ufuğun üzerinde hangi açıda iken, ışık düzgün bir gölden yansıdığında en güçlü şekilde polarılır?

76. Polarılmamış ışık, eksenleri dik açılarda olan iki polarıcı yaprağa geliyor. (*a*) Gelen ışık şiddeti hangi oranda iletilir? (*b*) Üçüncü bir polarıcı ilk ikisinin arasına ekseni ilk polarıcı ile 66° açı yapacak şekilde yerleştirilirse, hangi oranda iletilir? (*c*) Üçüncü polarıcı diğer ikisinin önünde olsaydı, ne olurdu?

77. Gelen polarılmamış ışığın şiddetini fazladan (ilk Polaroid yarıya indirdikten sonra) (*a*) 4, (*b*) 10, (*c*) 100 faktörüyle azaltmak için iki Polaroidin eksenleri hangi açıda yerleştirilmelidir?

78. Dört polarıcı, eksenleri düşey, düşeyle 30.0° açıda, düşeyle 60.0° açıda, ve düşeyle 90.0° açıda birbirini izleyecek şekilde yerleştiriliyor. (*a*) Gelen polarılmamış ışığın polarıcılar tarafından hangi oranda iletildiğini hesaplayınız. (*b*) İletilen ışık, polarıcılardan biri kaldırılarak azaltılabilir mi? Eğer evetse, hangisi? (*c*) İletilen ışığın şiddeti polarıcıların kaldırılmasıyla yok edilebilir mi? Eğer evetse, hangisi (hangileri)?

79. Casus uçaklar yakalanmayı önlemek için oldukça yükseklerde (25 km) uçarlar. Kameraları, 5 cm kadar küçük şeyleri ayırt edebilir. Kamera merceğinin, bu çözünürlüğü sağlayabilmesi için minimum açıklığı ne olmalıdır? ($\lambda = 580$ nm kullanınız.)

80. İki polarıcı birbirine 48°'de yönlendiriliyor ve polarılmamış ışık üzerlerine geliyor. Işığın sadece % 25'i ikisinden geçerse, gelen ışığın başlangıç polarılma yönü nedir?

81. 0.0973 nmdalgaboylu X-ışınları bilinmeyen bir kristal üzerine gönderilir. X-ışınları, kristal yüzeyine göre 23.4° açıda yönlendirildiği zaman ikinci kırınım maksimumu kaydedilir. Kristal düzlemleri arasındaki mesafe nedir?

82. 0.10 nm dalgaboylu X-ışınları, mikrokristallerden oluşan toz halinde bir örneğe geliyor. Örnek fotoğraf filminden 12 cm uzağa yerleştiriliyor. Örneğin kristal yapısı, 0.22 nm aralıklı bir atomik yapıya sahiptir. Birinci ve ikinci mertebe saçılmaya karşılık gelen kırınım halkalarının yarıçaplarını hesaplayınız. X-ışını demetinin 2ϕ.açısında saptırıldığına dikkat ediniz, Şek.35-22.

83. 2.4 m objektif çaplı Hubble Uzay Teleskopu ile Ay'a bakılıyor. Ay üzerindeki iki cisim arasında Hubble'ın ayırt edebileceği minimum mesafeyi bulunuz. 550 nm dalgaboylu ışığın kırınımını göz önüne alınız. Hubble'ın Dünya'ya yakın olduğunu kabul ediniz.

84. Dünya ve Ay arasındaki mesafe yaklaşık 400×10^6 m'dir. Mars, Dünya'dan 8×10^{10} m uzakta iken, Mars üzerindeki bir insan Dünya ile Ay'ı teleskop olmadan iki ayrı nesne olarak ayırt edebilir mi? Gözbebeğinin çapının 5 mm ve $\lambda = 550$ nm olduğunu farz ediniz.

85. İnce bir alüminyum levhada, $D = 22\,\mu$m genişliğinde bir yarık kesiliyor. $\lambda = 650$ nm nm dalgaboylu ışık bu yarıktan geçip $\ell = 2.0$ m uzakta bir ekranda bir tek-yarık kırınım deseni oluşturuyor. Bu kırınım deseninde ilk minimumlar arasındaki ($m = +1$ ve $m = -1$) mesafeyi x olarak tanımlayarak, metal levhanın T sıcaklığı, $\Delta T = 55\,\text{C}^\circ$ kadar değiştirildiğinde mesafedeki Δx değişimini bulunuz. [*İpucu:* $\lambda \ll D$ olduğundan, birinci minimumlar küçük açılarda ortaya çıkar.]

*Sayısal /Bilgisayar

*86. Bir öğrenci bir lazer ışığını, 0.04000 mm genişliğindeki bir tek yarığa doğru çalıştırıyor. Lazer ışığının kırınım desenini gözlemek için, yarıktan 1.490 m uzağa bir ekran yerleştiriyor. Aşağıdaki Tablo, farklı mertebeler için karanlık saçakların, merkezi parlak saçağın merkezinden uzaklıklarını gösteriyor.

Mertebe sayısı, m:	1	2	3	4	5	6	7	8
Uzaklık (m)	0.0225	0.0445	0.0655	0.0870	0.1105	0.1320	0.1540	0.1775

Kırınım açısı θ'yı ve her bir mertebe için $\sin\theta$'yı belirleyiniz. mertebe sayısı m'e karşı $\sin\theta$'nın grafiğini çiziniz ve verilere en iyi uyan doğrudan lazerin λ dalgaboyunu bulunuz.

*87. (III) Polarıcılar kullanarak, bir düzlem-polarılmış ışık demetinin polarılma düzleminin şiddette sadece %10 kayıp vererek nasıl 90° döndürüleceğini betimleyiniz. N polarıcıların sayısı ve θ ardışık polarıcılar arasındaki (aynı) açı olsun.

88. (III) Tek-yarık kırınımındaki merkezi tepe için "yarı-maksimum-daki tam-genişlik" (YMTG), merkezin her iki yanındaki şiddetin $\frac{1}{2} I_0$ olduğu iki nokta arasındaki $\Delta\theta$ açısı olarak tanımlanır. (*a*) $\Delta\theta$ açısını(λ/D) cinsinden belirleyiniz. $\sin\alpha = \alpha/\sqrt{2}$ denkemini çözmek için grafikleri veya bir tablolama programı kullanınız. (*b*) $D = \lambda$ ve $D = 100\lambda$ için $\Delta\theta$'yı (derece cinsinden) belirleyiniz.

Alıştırmalara Yanıtlar

A: Daha dar.

B: (*b*).

C: (c).

D: 0.28 nm.

E: (*a*) ve (*b*) şıklarının her ikisi için de sıfır, çünkü 90° açıda ardışık iki polarıcı tüm ışığı yok eder. Eğer herhangi bir iletim oluşacaksa, 45° Polaroid diğer ikisinin arasına yerleştirilmelidir.

EK

A Matematiksel Formüller

A–1 İkinci Derece Formülü

Eğer $ax^2 + bx + c = 0$

O zaman, $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A–2 Binom Açılımı

$$(1 \pm x)^n = 1 \pm nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 \pm \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \cdots$$

$$(x + y)^n = x^n\left(1 + \frac{y}{x}\right)^n = x^n\left(1 + n\frac{y}{x} + \frac{n(n-1)}{2!}\frac{y^2}{x^2} + \cdots\right)$$

A–3 Başka Açılımlar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots$$

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \cdots$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \cdots$$

$$\tan\theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2}{15}\theta^5 + \cdots \qquad |\theta| < \frac{\pi}{2}$$

Genel olarak: $$f(x) = f(0) + \left(\frac{df}{dx}\right)_0 x + \left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)_0 \frac{x^2}{2!} + \cdots$$

A–4 Üstel İfadeler

$$(a^n)(a^m) = a^{n+m} \qquad \frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$(a^n)(b^n) = (ab)^n \qquad a^n a^{-n} = a^0 = 1$$

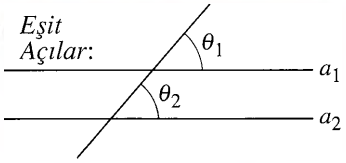
$$(a^n)^m = a^{nm} \qquad a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$

A–5 Alanlar ve Hacimler

Nesne	Yüzey Alanı	Hacmi
Daire, r yarıçaplı	πr^2	—
Küre, r yarıçaplı	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
Dik dairesel silindir, yarıçapı r, yüksekliği h	$2\pi r^2 + 2\pi rh$	$\pi r^2 h$
Dik dairesel koni , yarıçapı r, yüksekliği h	$\pi r^2 + \pi r\sqrt{r^2 + h^2}$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$

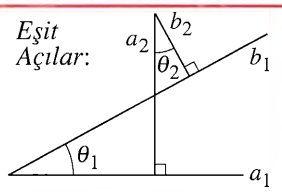
A–6 Düzlemsel Geometri

1. *Eşit Açılar:*



ŞEKİL A–1 a_1 çizgisi, a_2 çizgisine paralelse $\theta_1 = \theta_2$'dir.

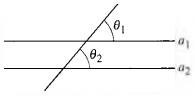
2. *Eşit Açılar:*



ŞEKİL A–2 $a_1 \perp a_2$ ve $b_1 \perp b_2$ ise $\theta_1 = \theta_2$ 'dir.

3. Bütün düzlemsel üçgenlerde açıların toplamı 1800 'dir.

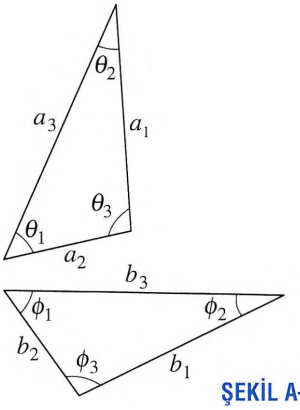
4. *Pisagor teoremi*:



ŞEKİL A–3

Dik kenarlarının uzunlukları a ve b, hipotenüsünün: (90^0'nin kenarı) uzunluğu c olan herhangibir dik üçgende (bir açısı 90^0 olan üçgende)

$$a^2 + b^2 = c^2\text{'dir.}$$



ŞEKİL A–4

5. *Benzer Üçgenler:* : Üç açısı da eşit olan üçgenlere benzer üçgenler denilir (Şekil. A-4'te $\theta_1 = \phi_1, \theta_2 = \phi_2$, ve $\theta_3 = \phi_3$)'tür). Benzer üçgenler farklı büyüklükte ve farklı yönelimlerde olabilirler.
(*a*) Herhangi iki açısı eşit olan iki üçgen benzerdir (Çünkü iç açılarının toplamları 180'er derece olduğundan bu üçgenlerin üçüncü açıları da eşit olacaktır)
(*b*) İki benzer üçgenin birbirine karşılık gelen (Şek.A-4) kenarlarının oranları eşittir.:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}.$$

6. *Özdeş üçgenler*: Üst üste konulduklarında çakışan iki üçgene özdeş üçgenler denilir. Yani bu üçgenler hem benzerdir ve hem de kenarları eşit uzunluktadır. Aşağıdakilerin herhangibiri doğru ise iki üçgen özdeştir:
(*a*) Karşılıklı üç kenarı birbirlerine eşittir.
(*b*) İki kenarları ile bu kenarlar arasında kalan açıları eşittir ("kenar-açı kenar").
(*c*) İki açıları ile bu açıların arasındaki kenarları eşittir ("açı-kenar-açı").

A–7 Logaritmalar

Logaritma şöyle tanımlanmıştır:

$$y = A^x \quad \text{ise} \quad x = \log_A y$$

Yani, A tabanına göre bir y sayısının logaritması olan sayı, A'nın üssü olarak kullanıldığında bize y'yi geri veren sayıdır. **Adi logaritmalarda** taban 10 olduğuna göre,

$$\text{Eğer } y = 10^x \text{ ise, } \quad x = \log y.$$

Adi logaritma kullanıldığında $\log_{10}$ ifadesindeki alt indis olan 10 genellikle yazılmaz. Başka bir önemli taban da ekponansiyel (üstel) taban olarak bilinen $e = 2.718\ldots$, doğal sayısıdır. Bu tabanı kullanan logaritmalara **doğal logaritmalar** denilir ve In ile belirtilir.

$$\text{Eğer } y = e^x \text{ ise, } \quad x = \ln y.$$

Herhangi bir sayı için iki tip logaritma arasında şu bağıntı vardır:

$$\ln y = 2.3026 \log y.$$

Logaritmalar için bazı basit kurallar aşağıda verilmiştir:

$$\log(ab) = \log a + \log b. \qquad \textbf{(i)}$$

Bu ifade doğrudur çünkü eğer $a = 10^n$ ve $b = 10^m$ ise, $ab = 10^{n+m}$ 'dir. Logaritmanın tanımından $\log a = n$, $\log b = m$ ve $\log(ab) = n + m$ Öyle ise $\log(ab) = n + m = \log a + \log b$ 'dir.

Benzer biçimde $$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b \qquad \textbf{(ii)}$$

ve

$$\log a^n = n \log a \qquad \textbf{(iii)}$$

olduğu gösterilebilir. Bu üç kural her cinsten logaritma için geçerlidir.

Eğer log'ları hesaplayan bir hesap makinanız yoksa, küçük bir örneği aşağıda verilmiş (Cetvel A-1) olan bir logaritma cetvelini kullanabilirsiniz. Bu cetvelde logaritmasını aradığımız N sayısı iki basamaklı olarak verilmiştir. Sayının tamsayı basamağı, soldaki düşey sütunda, ondalık basamağı ise üstteki sırada verilmiştir. Örneğin, Cetvel A-1 bize $\log 1.0 = 0.000$, $\log 1.1 = 0.041$, ve $\log 4.1 = 0.613$. olduğunu göstermektedir. Cetvel A-1 ondalık noktasını belirtmemektedir. Cetvel bize 1.0 ile 9.9 arasındaki sayıların logaritmasını vermektedir. Daha büyük ve daha küçük sayılar için, yukardaki (i)$\log(ab) = \log a + \log b$. kuralını kullanırız. Örneğin $\log(380) = \log(3.8 \times 10^2) = \log(3.8) + \log(10^2)$ Cetvelden $\log 3.8 = 0.580$ alırız. Yukardaki (iii) No.lu kuraldan $\log(10^2) = 2\log(10) = 2$ yazarız. Çünkü $\log(10) = 1$'dir. [Bu logoritmanın tanımının sonucudur: $10 = 10^1$ ise $1 = \log(10)$'dur.]

Dolayısıyla; $$\begin{aligned}\log(380) &= \log(3.8) + \log(10^2)\\ &= 0.580 + 2\\ &= 2.580.\end{aligned}$$

Benzer şekilde,

$$\begin{aligned}\log(0.081) &= \log(8.1) + \log(10^{-2})\\ &= 0.908 - 2 = -1.092.\end{aligned}$$

Logartitması verilen bir sayıyı , örneğin logaritması 2.670 olan N sayıyısını bulmak için yapılan ters sürece "**antilogaritma**nın alınması" denilir. Bunu yapmak için 2.670 sayısını ondalık noktasından iki kısma ayırarak yazarız:

$$\begin{aligned}\log N = 2.670 &= 2 + 0.670\\ &= \log 10^2 + 0.670.\end{aligned}$$

Cetvel A-1 den hangi sayının logaritmasının 0.670 olduğuna bakarız. Görüleceği gibi cetvelde böyle bir sayı yoktur. Öyle ise ara değer yaklaştırması yapmalıyız. Görüldüğü gibi $\log 4.6 = 0.663$ ve $\log 4.7 = 0.672$. Öğle ise aradığımız sayı. 4.6 ile 4.7 arasında ve ikinci sayıya $\frac{7}{9}$ kadar daha yakın. Yaklaşık olarak $\log 4.68 = 0.670$ olduğunu söyleyebiliriz. Böylece

$$\begin{aligned}\log N &= 2 + 0.670\\ &= \log(10^2) + \log(4.68) = \log(4.68 \times 10^2)\end{aligned}$$

'dir ve $N = 4.68 \times 10^2 = 468$ bulunur.

Eğer verilen sayı eksi ise, örneğin –2.180 ise, çözüme şöyle gideriz:

$$\begin{aligned}\log N = -2.180 &= -3 + 0.820\\ &= \log 10^{-3} + \log 6.6 = \log 6.6 \times 10^{-3}.\end{aligned}$$

Şu halde $N = 6.6 \times 10^{-3}$ 'tür. Verilen logaritma sayısını bir sonraki negatif tamsayı (örneğimizde –3) ile (antilogaritmasına Cetvelden bakabileceğimiz) 0 ila 1.0 arasındaki bir ondalık sayının toplamı halinde yazdığımıza dikkat ediniz.

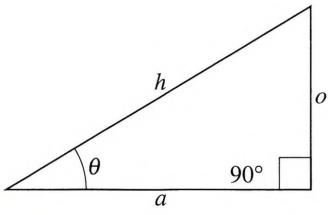
TABLO A–1 Adi Logaritmalar için Küçük bir Cetvel

N	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1	000	041	079	114	146	176	204	230	255	279
2	301	322	342	362	380	398	415	431	447	462
3	477	491	505	519	531	544	556	568	580	591
4	602	613	623	633	643	653	663	672	681	690
5	699	708	716	724	732	740	748	756	763	771
6	778	785	792	799	806	813	820	826	833	839
7	845	851	857	863	869	875	881	886	892	898
8	903	908	914	919	924	929	935	940	944	949
9	954	959	964	968	973	978	982	987	991	996

A–8 Vektörler

Vektör toplaması, Kısım 3–2 ile 3–5 arasında anlatılmıştır.
Vektör çarpması Kısım 3–3, 7–2 ve 11–2'de anlatılmıştır.

A–9 Trigonometrik Fonksiyonlar ve Özdeşlikler



ŞEKİL A–5

Trigonometrik fonksiyonlar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (Şek.A-5'e bakınız. o = karşı kenar, a = yan kenar (bitişik kenar), h = hipotenüs. Değerler Cetvel A-2'de verilmiştir):

$$\sin\theta = \frac{o}{h} \qquad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{h}{o}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{h} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{h}{a}$$

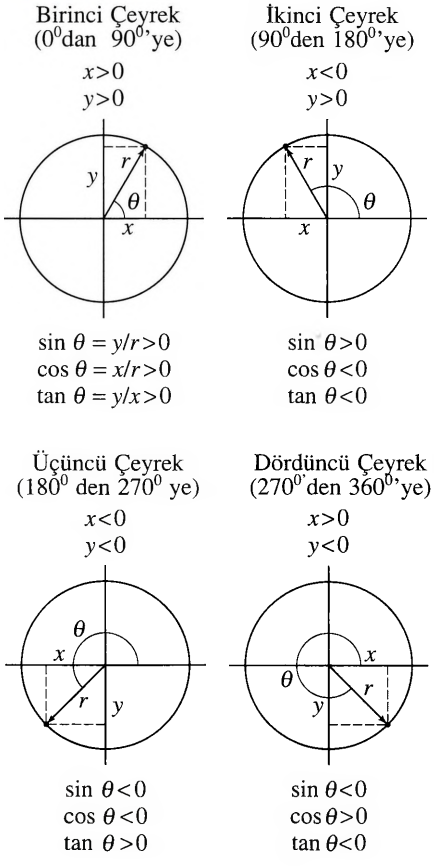
$$\tan\theta = \frac{o}{a} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{a}{o}$$

ve

$$a^2 + o^2 = h^2 \qquad \text{[Pisagor Teoremi]}$$

bağıntısını hatırlayınız. Şek.A-6'da 0-360^0 aralığındaki her 90^0'lik açı aralığında kosinüs, sinüs ve tanjant fonksiyonlarının aldıkları (+ veya −) işaretler belirtilmiştir. Açıların x ekseninden itibaren saate ters yönde eksi açıların ise x ekseninin altına doğru saat yönünde ölçüldüğüne (örneğin –300 = +330^0 gibi) dikkat ediniz.

ŞEKİL A–6



Trigonometrik fonksiyonlar arasındaki bazı yararlı özdeşlikler aşağıda verilmiştir:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1, \quad \csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A\cos B \pm \cos A\sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A\tan B}$$

$$\sin(180° - \theta) = \sin\theta$$

$$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$$

$$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$$

$$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$$

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$

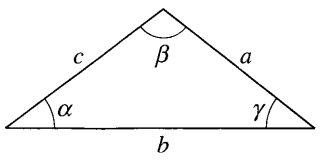
$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

$$\sin\tfrac{1}{2}\theta = \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{2}}, \quad \cos\tfrac{1}{2}\theta = \sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{2}}, \quad \tan\tfrac{1}{2}\theta = \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$$

$$\sin A \pm \sin B = 2\sin\left(\frac{A \pm B}{2}\right)\cos\left(\frac{A \mp B}{2}\right).$$

ŞEKİL A–7



Herhangi bir üçgende (Şekil A-7'ye bakınız):

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c} \qquad \text{[Sinüs yasası]}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma. \qquad \text{[Kosinüs yasası]}$$

Sinüs, kosinüs ve tanjantın değerleri Cetvel A-2'de verilmiştir.

TABLO A–2 Trigonometrik Cetvel: Sinüs, Kosinüs ve Tanjantın Sayısal Değerleri

Açı (Derece)	Açı (Radyan)	Sinüs	Kosinüs	Tanjant	Açı (Derece)	Açı (Radyan)	Sinüs	Kosinüs	Tanjant
0°	0.000	0.000	1.000	0.000					
1°	0.017	0.017	1.000	0.017	46°	0.803	0.719	0.695	1.036
2°	0.035	0.035	0.999	0.035	47°	0.820	0.731	0.682	1.072
3°	0.052	0.052	0.999	0.052	48°	0.838	0.743	0.669	1.111
4°	0.070	0.070	0.998	0.070	49°	0.855	0.755	0.656	1.150
5°	0.087	0.087	0.996	0.087	50°	0.873	0.766	0.643	1.192
6°	0.105	0.105	0.995	0.105	51°	0.890	0.777	0.629	1.235
7°	0.122	0.122	0.993	0.123	52°	0.908	0.788	0.616	1.280
8°	0.140	0.139	0.990	0.141	53°	0.925	0.799	0.602	1.327
9°	0.157	0.156	0.988	0.158	54°	0.942	0.809	0.588	1.376
10°	0.175	0.174	0.985	0.176	55°	0.960	0.819	0.574	1.428
11°	0.192	0.191	0.982	0.194	56°	0.977	0.829	0.559	1.483
12°	0.209	0.208	0.978	0.213	57°	0.995	0.839	0.545	1.540
13°	0.227	0.225	0.974	0.231	58°	1.012	0.848	0.530	1.600
14°	0.244	0.242	0.970	0.249	59°	1.030	0.857	0.515	1.664
15°	0.262	0.259	0.966	0.268	60°	1.047	0.866	0.500	1.732
16°	0.279	0.276	0.961	0.287	61°	1.065	0.875	0.485	1.804
17°	0.297	0.292	0.956	0.306	62°	1.082	0.883	0.469	1.881
18°	0.314	0.309	0.951	0.325	63°	1.100	0.891	0.454	1.963
19°	0.332	0.326	0.946	0.344	64°	1.117	0.899	0.438	2.050
20°	0.349	0.342	0.940	0.364	65°	1.134	0.906	0.423	2.145
21°	0.367	0.358	0.934	0.384	66°	1.152	0.914	0.407	2.246
22°	0.384	0.375	0.927	0.404	67°	1.169	0.921	0.391	2.356
23°	0.401	0.391	0.921	0.424	68°	1.187	0.927	0.375	2.475
24°	0.419	0.407	0.914	0.445	69°	1.204	0.934	0.358	2.605
25°	0.436	0.423	0.906	0.466	70°	1.222	0.940	0.342	2.747
26°	0.454	0.438	0.899	0.488	71°	1.239	0.946	0.326	2.904
27°	0.471	0.454	0.891	0.510	72°	1.257	0.951	0.309	3.078
28°	0.489	0.469	0.883	0.532	73°	1.274	0.956	0.292	3.271
29°	0.506	0.485	0.875	0.554	74°	1.292	0.961	0.276	3.487
30°	0.524	0.500	0.866	0.577	75°	1.309	0.966	0.259	3.732
31°	0.541	0.515	0.857	0.601	76°	1.326	0.970	0.242	4.011
32°	0.559	0.530	0.848	0.625	77°	1.344	0.974	0.225	4.331
33°	0.576	0.545	0.839	0.649	78°	1.361	0.978	0.208	4.705
34°	0.593	0.559	0.829	0.675	79°	1.379	0.982	0.191	5.145
35°	0.611	0.574	0.819	0.700	80°	1.396	0.985	0.174	5.671
36°	0.628	0.588	0.809	0.727	81°	1.414	0.988	0.156	6.314
37°	0.646	0.602	0.799	0.754	82°	1.431	0.990	0.139	7.115
38°	0.663	0.616	0.788	0.781	83°	1.449	0.993	0.122	8.144
39°	0.681	0.629	0.777	0.810	84°	1.466	0.995	0.105	9.514
40°	0.698	0.643	0.766	0.839	85°	1.484	0.996	0.087	11.43
41°	0.716	0.656	0.755	0.869	86°	1.501	0.998	0.070	14.301
42°	0.733	0.669	0.743	0.900	87°	1.518	0.999	0.052	19.081
43°	0.750	0.682	0.731	0.933	88°	1.536	0.999	0.035	28.636
44°	0.768	0.695	0.719	0.966	89°	1.553	1.000	0.017	57.290
45°	0.785	0.707	0.707	1.000	90°	1.571	1.000	0.000	∞

EK

B Türev ve İntegraller

B–1 Türevler: Genel Kurallar

(Kısım 2-3'e de bakınız.)

$$\frac{dx}{dx} = 1$$

$$\frac{d}{dx}[af(x)] = a\frac{df}{dx} \qquad (a = \text{sabit})$$

$$\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = \frac{df}{dx} + \frac{dg}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = \frac{df}{dx}g + f\frac{dg}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}[f(y)] = \frac{df}{dy}\frac{dy}{dx} \qquad \text{[zincir kuralı]}$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\left(\frac{dy}{dx}\right)} \qquad \text{eğer } \frac{dy}{dx} \neq 0 \text{ ise.}$$

B–2 Türevler: Seçilmiş Fonksiyonlar

$$\frac{da}{dx} = 0 \qquad (a = \text{sabit})$$

$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}\sin ax = a\cos ax$$

$$\frac{d}{dx}\cos ax = -a\sin ax$$

$$\frac{d}{dx}\tan ax = a\sec^2 ax$$

$$\frac{d}{dx}\ln ax = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx}e^{ax} = ae^{ax}$$

B–3 Belirsiz İntegraller: Genel Kurallar

(Kısım 7-3'e de bakınız)

$$\int dx = x$$

$$\int a\,f(x)\,dx = a\int f(x)\,dx \qquad (a = \text{sabit})$$

$$\int [f(x) + g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du \qquad \text{(kısmi integral)}$$

B–4 Belirsiz İntegraller: Seçilmiş Fonksiyonlar

(Her denklemin sağ tarafına keyfi bir sabit eklenebilir.)

$$\int a\,dx = ax \qquad (a = \text{sabit})$$

$$\int x^m\,dx = \frac{1}{m+1}x^{m+1} \qquad (m \neq -1)$$

$$\int \sin ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax$$

$$\int \cos ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax$$

$$\int \tan ax\,dx = \frac{1}{a}\ln|\sec ax|$$

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln x$$

$$\int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}e^{ax}$$

$$\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left(\frac{x-a}{x+a}\right) \qquad (x^2 > a^2)$$

$$= -\frac{1}{2a}\ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right) \qquad (x^2 < a^2)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) = -\cos^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) \qquad \text{if } x^2 \leq a^2$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 \pm a^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\pm x}{a^2\sqrt{x^2 \pm a^2}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x^2 \pm a^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{-1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$$

$$\int \sin^2 ax\,dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2ax}{4a}$$

$$\int xe^{-ax}\,dx = -\frac{e^{-ax}}{a^2}(ax+1)$$

$$\int x^2e^{-ax}\,dx = -\frac{e^{-ax}}{a^3}(a^2x^2 + 2ax + 2)$$

B–5 Birkaç Tane Belirli İntegral

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}\,dx = \frac{n!}{a^{n+1}} \qquad \int_0^\infty x^2 e^{-ax^2}\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{16a^3}}$$

$$\int_0^\infty e^{-ax^2}\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{4a}} \qquad \int_0^\infty x^3 e^{-ax^2}\,dx = \frac{1}{2a^2}$$

$$\int_0^\infty xe^{-ax^2}\,dx = \frac{1}{2a} \qquad \int_0^\infty x^{2n} e^{-ax^2}\,dx = \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2^{n+1}a^n}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

EK

C Biraz Daha Boyut Analizi

Boyut analizinin önemli bir kullanımı (Kısım 1-7'ye bakınız) da bir denklemin biçimini, bir niceliğin diğerlerine nasıl bağımlı olduğunu elde etmektir. Somut bir örnek olması için basit sarkacın T periyodu için bir ifade bulmaya çalışalım. Önce T'nin neye bağlı olduğunu ortaya çıkarmaya çalışırız ve bunun için bir değişkenler listesi yaparız: Periyot ipin uzunluğu ℓ'ye, sarkaç topunun kütlesi m'ye, genlik açısı θ'ya ve yerçekimi ivmesi g'ye bağlı olabilir. Keza periyot hava direncine (o zaman havanın viskozitesini kullanmamız gerekecek), Ay'ın kütle çekimi kuvvetine vb de bağlı olabilir. Ancak her günkü deneyimlerimiz Dünya'nın çekim kuvvetinin asıl etken kuvvet olduğuna işaret etmektedir. Bu nedenle öteki olası kuvvetleri ihmal edebiliriz. Bu düşüncelerle T nin ℓ, m, θ ve g'nin bir fonksiyonu olduğunu ve bu fonksiyonda bu faktörlerin herbirinin bir kuvvetinin bulunduğunu varsayalım:

$$T = C\ell^w m^x \theta^y g^z.$$

Burada C boyutsuz bir sabit ; w, x, y, ve z de çözmek istediğimiz üslerdir. Biz şimdi bu bağıntı için boyut denklemini (Kısım 1-7) yazalım.:

$$[T] = [L]^w[M]^x[L/T^2]^z.$$

Boyutsuz olduğundan θ denklemde gözükmemektedir (radyan, uzunluğun uzunluğa bölünmesidir-Dnk.10-1a'ya bakınız). Bu denklemi basitleştirelim:

$$[T] = [L]^{w+z}[M]^x[T]^{-2z}$$

Bu denklemin boyut bakımından tutarlı olabilmesi için

$$1 = -2z$$
$$0 = w + z$$
$$0 = x$$

denklemlerinin sağlanması gerekir. Bu denklemleri çözünce $z = -\frac{1}{2}, w = \frac{1}{2}$ buluruz. Öğle ise aradığımız denklem

$$T = C\sqrt{\ell/g}\, f(\theta) \qquad \textbf{(C–1)}$$

olmalıdır. Burada $f(\theta)$ genlik açısı θ'nın bir fonksiyonudur. Ne f'nın biçimini ne de boyutsuz C sabitinin değerini bu yöntemle bulamayız (C ve f'yi elde etmek için Newton Yasalarını kullanarak Bölüm 14'teki gibi bir analiz yaparak $C = 2\pi$ ve $f \approx 1$ olduğunu buluruz.). Fakat sadece boyutsal tutarlılığı kullanarak ne bulduğumuza baksanıza! Biz bu yöntemle basit sarkacın periyodunun problemin ana değişkenleri olan ℓ'ye (Dnk.14-12c'ye bakınız) nasıl bağımlı olduğunu ve kütleye bağımlı olmadığını bulduk.

Bunu nasıl yaptık? Bu teknik ne kadar işe yarar? Esas olarak biz hangi değişkenlerin önemli, hangilerininse önemsiz olduğu hususunda sezgimizi kullandık. Yararlılığa gelince, örneğimizdeki nihai formül Bölüm 14'te gösterildiği gibi Newton'un yasalarını kullanarak elde edilebilirdi. Ancak birçok fiziksel durumda , yasaları kullanarak çözüme erişilemiyor. Böyle durumlarda boyutsal analiz güçlü bir araç oluyor.

Sonuçta, boyutsal analizle (veya herhangi bir yöntemle) bulunan herhangi bir ifadenin doğru olup olmadığı deneyle sınanmalıdır. Örneğin bizim çıkarmış olduğumuz C-1 denklemi aynı genliğe fakat farklı uzunluklara ℓ_1 ve ℓ_2, sahip iki sarkacın peryotlarını kontrol etmekte kullanılabilir. Çünkü Dnk. C-1 kullanıldığında

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{C\sqrt{\ell_1/g}\, f(\theta)}{C\sqrt{\ell_2/g}\, f(\theta)} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$$

elde edilir. Her iki sarkaç için de C ve $f(\theta)$a'lar aynı olduklarından birbirlerini götürürler. Formül bize sarkaçların periyotlarının oranının, uzunluklarının oranının karekköküne eşit olduğunu söylemektedir. Deneyler, çözüm yöntemimizin formulün hiç olmazsa bir kısmını doğru olarak saptadığını göstermektedir. Yöntemimizin saptayamadığı C ve $f(\theta)$ daha fazla deney yaparak belirlenebilir.

EK

D Küresel bir Kütle Dağılımının Kütle Çekim Kuvveti

Düzgün bir kürenın sanki bütün kütlesi merkezine toplanmış gibi, kendisinin dışındaki bir cisme kütle çekim kuvveti uyguladığını; bunun gibi kendisinin dışındaki bir cismin uyguladığı kütle çekim kuvvetini de yine sanki bütün kütlesi merkezinde toplanmış gibi hissettiğini Bölüm 6'da söylemiştik. Şöyle ki, dışardaki bir parçacığa düzgün bir kürenin uyguladığı kütle çekim kuvveti,

$$F = G\frac{mM}{r^2}, \qquad [m,\ M \text{ kütleli kürenin dışında}]$$

dir. Burada m parçacığın kütlesi, M kürenin kütlesi, r ise m'nin kürenin merkezinden olan uzaklığını göstermektedir. Şimdi biz bu sonucu nasıl bulduğumuzu göstereceğiz. Sonsuz derecede küçük nicelikler kavramını ve integral alma işlemlerini kullanacağız.

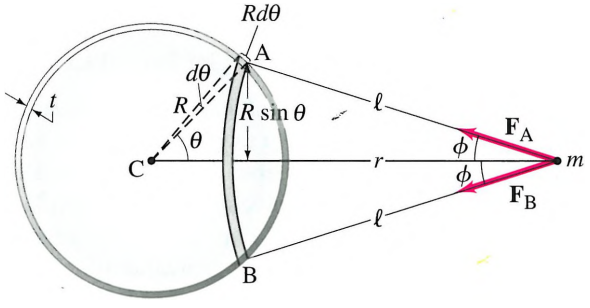
Önce kütlesi M olan ve t ile gösterilen kalınlığı R yarıçapına göre küçük olan çok ince (bir basketbol topu gibi) bir düzgün küresel kabuğu (Şek.D-1) inceleyeceğiz. Bu kabuğun merkezinden r uzaklıktaki kütlesi m olan bir parçacığa uyguladığı kuvvet, kabuğun bütün parçacıklarının uyguladıkları kuvvetlerin vektörel toplamı olarak hesaplanabilir. Kabuğun bütün noktaları m'den aynı uzaklıkta olarak kabul edilebilecek şekilde çok ince dairesel şeritlere ayrıldığını düşünelim. AB olarak işaretlenen bu dairesel şeritlerden birisi Şek.D-1'de gösterilmiştir. Şeritin eni $R\,d\theta$, kalınlığı t, yarıçapı ise $R\sin\theta$ 'dır. Kütlesi m olan parçacığa, şeridin A noktasındaki çok küçük bir parçasının uyguladığı kuvvet şekilde gösterilen $\vec{\mathbf{F}}_A$ kuvveti ile temsil edilmiştir. A'ya göre şerit çapının karşı ucundaki B noktasında bulunan çok küçük bir şerit parçasının m'ye uyguladığı kuvvet $\vec{\mathbf{F}}_B$'dir. A ve B'deki şerit parçalarını eşit kütleli olarak alalım. Dolayısı ile $F_A = F_B$. 'dir. $\vec{\mathbf{F}}_A$ ve $\vec{\mathbf{F}}_B$'nin yatay bileşenlerinin ikisi de

$$F_A\cos\phi$$

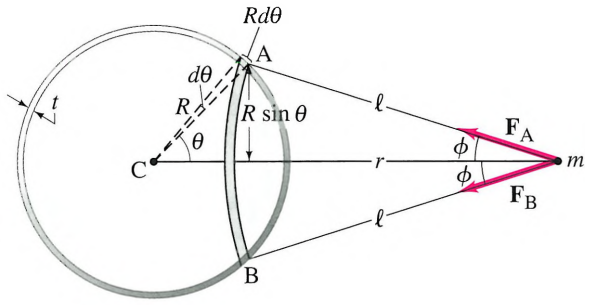
'ye eşittir ve kabuğun merkezine doğru yönelirler. $\vec{\mathbf{F}}_A$ ve $\vec{\mathbf{F}}_B$'nin düşey bileşenleri eşit büyüklükte fakat birbirlerine ters yönde olduklarından toplamları sıfırdır. Şeridin her noktasının çapsal olarak karşısında (A ve B noktaları gibi) bir nokta bulunduğundan , şeridin tümünün uyguladığı kuvvet kabuğun merkezine doğrudur ve büyüklüğü de

$$dF = G\frac{m\,dM}{\ell^2}\cos\phi,$$

'dir. Burada dM bütün şeritin kütlesi, ℓ de şekilde gösterildiği gibi şeridin bütün noktalarının m'ye uzaklığıdır. dM 'yi yoğunluk ρ; (yoğunluk sözcüğü ile birim hacmin kütlesini (Kısım 13-2) kast ediyoruz) cinsinden yazalım: $dM = \rho\,dV$ 'dir. Burada dV şeridin hacmi olup $(2\pi R\sin\theta)(t)(R\,d\theta)$ 'ya eşittir. Şu halde dairesel şeridin uyguladığı kuvveti



ŞEKİL D–1 Kütlesi M, yarıçapı R olan düzgün küresel bir kabuğun kütlesi m olan bir parçacığa uyguladığı kuvvetin hesaplanması



ŞEKİL D–1 (tekrar)
Kütlesi M, yarıçapı R olan düzgün küresel bir kabuğun kütlesi m olan bir parçacığa uyguladığı kuvvetin hesaplanması

$$dF = G\frac{m\rho 2\pi R^2 t \sin\theta\, d\theta}{\ell^2}\cos\phi. \qquad \textbf{(D–1)}$$

olarak yazabiliriz. Kabuğun bütününün m parçacığına uyguladığı toplam kuvvet F'yi bulmak için dairesel şeritler üzerinden integral almalıyız: yani,

$$dF = G\frac{m\rho 2\pi R^2 t \sin\theta\, d\theta}{\ell^2}\cos\phi \qquad \textbf{(D–1)}$$

'nin $\theta = 0°$'den $\theta = 180^0$'ye kadar integralini almalıyız. Yalnız bizim dF ifademizde, θ'nın fonksiyonu olan ℓ ve ϕ bulunmaktadır. Şekil D-1'den görebileceğimiz gibi

$$\ell\cos\phi = r - R\cos\theta.$$

Ayrıca CmA üçgeni için kosinüs yasasını yazabiliriz:

$$\cos\theta = \frac{r^2 + R^2 - \ell^2}{2rR}. \qquad \textbf{(D–2)}$$

Bu iki ifadeyi kullanarak üç (ℓ, θ, ϕ) değişkenimizi bir taneye indirgeyebiliriz. Biz ℓ'ye indirgemeyi seçiyoruz. Dnk.D-2 ile iki şey yapacağız: (1) Onu hemen üstündeki $\ell\cos\phi$ ifadesinin içine koyalım:

$$\cos\phi = \frac{1}{\ell}(r - R\cos\theta) = \frac{r^2 + \ell^2 - R^2}{2r\ell}$$

ve (2) Dnk.D-2'nin iki tarafının diferansiyelini alalım (Not: Bunun sebebi dF'nin Dnk. D-1'de verilen ifadesinde $\sin\theta\, d\theta$'nın bulunmasıdır.). Şeritlerin katkılarını toplarken r ve R'nin sabit olduklarına dikkat ediniz:

$$-\sin\theta\, d\theta = -\frac{2\ell\, d\ell}{2rR} \quad \text{veya} \quad \sin\theta\, d\theta = \frac{\ell\, d\ell}{rR}.$$

Bunları Dnk. D-1'deki dF ifadesinde yerine koyalım:

$$dF = Gm\rho\pi t\frac{R}{r^2}\left(1 + \frac{r^2 - R^2}{\ell^2}\right)d\ell.$$

Şimdi biz R yarıçaplı ince kabuğun uyguladığı net kuvveti bulmak için bunun integralini alalım.Bütün şeritler üzerinden ($\theta = 0°$'den $180°$)'ye kadar integral almak için $\ell = r - R$'den $\ell = r + R$'ye gitmeliyiz (Şek.D-1'e bakınız). İntegrali alınca,

$$F = Gm\rho\pi t\frac{R}{r^2}\left[\ell - \frac{r^2 - R^2}{\ell}\right]_{\ell=r-R}^{\ell=r+R}$$

$$= Gm\rho\pi t\frac{R}{r^2}(4R)$$

bulunur. Küresel kabuğun hacmi, yüzey alanı $(4\pi R^2)$ ile t kalınlığının çarpımıdır. Öyle ise kütlesi $M = \rho V = \rho 4\pi R^2 t$ 'dir ve sonuç olarak

$$F = G\frac{mM}{r^2}. \qquad \left[\begin{array}{l} m \text{ kütleli bir parçacık } M \text{ kütleli} \\ \text{bir küresel kabuğun dışında} \end{array}\right]$$

ifadesini elde ederiz. Bu sonuç bize bir küresel kabuğun merkezinden r uzaklığında, kabuğun dışında bulunan m kütleli bir parçacığa uyguladığı kuvveti vermektedir. Görüyoruz ki bu kuvvet m ile kabuğun merkezine yerleştirilen M kütleli bir parçacık arasındaki kuvvete eşittir. Diğer bir ifade ile diyebiliriz ki, düzgün bir küresel kabuğun uyguladığı veya bu kabuğa uygulanan kütle çekim kuvvetinin hesaplanmasında sanki kabuğun bütün kütlesinin merkezinde toplandığını varsayarak işlem yapabiliriz.

Kabuk için çıkardığımız formül içi dolu küre için de geçerlidir. Çünkü içi dolu küre, $R = 0$'dan $R = R_0$'a kadar (burada R_0 dolu kürenin yarıçapıdır) eşmerkezli küresel kabukların toplamı olarak düşünülebilir. Neden? Eğer herhangi bir kabuğun kütlesi dM ise bu kabuğun etkisi $dF = Gm\,dM/r^2$ 'dir. Burada r, C merkezinin m parçacığına olan sabit uzaklığı olduğundan bütün kabuklar için aynıdır. Öyle ise kabukların uyguladıkları kuvvetlerin toplamını bulmak dM üzerinden yapılan toplamaya veya integrale dönüşür. Bu ise bize M'yi verir. Sonuçta,

$$F = G\frac{mM}{r^2} \qquad \begin{bmatrix} m \text{ kütleli bir parçacık M kütleli} \\ \text{katı kürenin dışında} \end{bmatrix} \quad \textbf{(D–3)}$$

bulunur. Bu sonuç, yoğunluğu merkezden olan uzaklıkla değişen küre için de geçerlidir. (Eğer yoğunluk şeridin içinde değişiyorsa — yani yoğunluk sadece R'ye bağlı değilse- bu formül geçerli değildir.) O halde küresel olan veya, Dünya, Güneş ve Ay gibi yaklaşık olarak küresel olan cisimler tarafından uygulanan kütle çekim kuvvetleri söz konusu olduğunda bu kuvvetlerin sanki bu cisimler birer noktasal kütle imiş gibi etki ettikleri düşünülebilir.

Bu sonuç, yani Dnk.D-3, m kütlesi kürenin dışında iken geçerlidir. Şimdi, Şek.D-1'deki küresel kabuğun içine yerleştirilmiş olan bir m noktasal kütlesini düşünelim. Bu durumda r, R'den küçük olacak; üzerindeki integral $\ell = R - r$ 'den $\ell = R + r$ 'ye kadar değişecek ve sonuçta integral,

$$\left[\ell - \frac{r^2 - R^2}{\ell}\right]_{R-r}^{R+r} = 0$$

olacaktır. Şu halde küresel kabuk içinde bulunacak herhangibir kütle üzerindeki kuvvet sıfırdır.Yine bir ters kare kuvvet olan elektrostatik kuvvet için bu sonucun pratik önemi bulunmaktadır. Kütle çekimi durumunda, içi dolu bir küre içindeki, örneğin yer yüzünün 1000 km altındaki noktalarda, net kuvvete sadece kürenin merkezinden o noktalara kadar olan kütle katkıda bulunur. Söz konusu noktanın dışındaki dış kabuklar kütle çekim kuvvetine hiçbir katkıda bulunmazlar.

Burada elde ettiğimiz sonuçlara, elektrostatiğin Gauss yasasını kullanarak ta ulaşılabilir (Bölüm 22).

EK

E Maxwell Denklemlerinin Diferansiyel Biçimi

Maxwell Denklemleri, Dnk.31-5'tekinden çok keresinde daha kullanışlı olan başka bir biçimde daha yazılabilir. Genellikle daha ileri düzeydeki derslerde incelenen bu malzemeyi burada bütünlük sağlamak için veriyoruz.

Biz burada vektör analizi kitaplarında ispatlanan iki teoremi kanıtsız olarak vereceğiz. Birincisi **Gauss teoremi** veya **diverjans teoremi**dir. Bu teorem bir $\vec{\mathbf{F}}$ vektör fonksiyonunun bir yüzey üzerindeki integrali ile diverjansının bu yüzeyin kuşatmış olduğu hacim üzerinden integrali arasında bağlantı kurar.:

$$\oint_{\text{Alan } A} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \int_{\text{Hacim } V} \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{F}}\, dV.$$

$\vec{\nabla}$ işlemcisine **del işlemcisi** denilir ve Kartezyen kordinatlarda,

$$\vec{\nabla} = \hat{\mathbf{i}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial}{\partial z}.$$

biçiminde tanımlanmıştır.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{F}} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

niceliğine $\vec{\mathbf{F}}$'nin **diverjansı** denilir. İkinci teorem, kapalı bir yol üzerindeki bir çizgi integrali ile bu çizginin sınırladığı herhangibir yüzey üzerindeki alan integrali arasında ilişki kuran **Stoke teoremi**dir:

$$\oint_{\text{Çizgi}} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \int_{\text{Alan } A} \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}.$$

$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{F}}$ niceliğine $\vec{\mathbf{F}}$'nin **rotasyoneli** denilir. (Vektör çarpımı için Kısım 11-2'ye bakınız.)

Biz şimdi bu iki teoremi kullanarak Maxwell denklemlerinin serbest uzaydaki diferansiyel biçimlerini elde edeceğiz. Gauss teoremini Dnk.31-5a'ya uygulayalım:

$$\oint_A \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \int \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{E}}\, dV = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Şimdi elektrik yükü Q, yük yoğunluğu ρ'nun hacim integrali olarak yazılabilir: $Q = \int \rho\, dV$. Öyle ise,

$$\int \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{E}}\, dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho\, dV.$$

Bu eşitliğin her iki tarafında da aynı hacim üzerinden alınan integraller bulunmaktadır. Hacimlerin büyüklükleri ve şekilleri ne olursa olsun bunun doğru olabilmesi için integrantların eşit olmaları gerekir:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \qquad \textbf{(E–1)}$$

İşte bu, Gauss teoreminin diferansiyel biçimidir. Maxwell denklemlerinin ikincisi olan $\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$ da aynı şekilde incelenirse,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0. \qquad \textbf{(E–2)}$$

bulunur. Şimdi Stoke teoremini Maxwell'in denklemlerinin üçüncüsüne uygulayalım:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \int \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Manyetik akı $\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$, olduğundan,

$$\int \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

B'nin konuma da bağlı olması sebebiyle $\partial\vec{\mathbf{B}}/\partial t$ kısmî türevini kullandık. Bunlar aynı yüzey üzerinden alınan integrallardir. Bu eşitliğin herhangi bir yüzey için, hatta çok küçük bir yüzey bile olsa, doğru olması bize

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \qquad \textbf{(E–3)}$$

denklemini verir. Bu Maxwell'in diferansiyel biçimindeki üçüncü denklemidir. Son olarak Maxwell'in son denklemine

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt},$$

Stoke'un teoremini uygulayalım ve $\Phi_E = \int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$ yazalım:

$$\int \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}.$$

İletim akımı I, Dnk. 25-12'yi kullanarak akım yoğunluğu $\vec{\mathbf{j}}$ cinsinden yazılabilir:

$$I = \int \vec{\mathbf{j}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}.$$

O zaman Maxwell'in dördüncü denklemi şu biçimi alır:

$$\int \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \mu_0 \int \vec{\mathbf{j}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}.$$

Büyüklüğü ve biçimi ne olursa olsun bu eşitliğin sağlanması için eşitliğin iki tarafındaki integrallerin integrantlarının birbirlerine eşit olmaları gerekir:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{B}} = \mu_0 \vec{\mathbf{j}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t}. \qquad \textbf{(E–4)}$$

E-1, E-2, E-3 ve E-4 denklemleri serbest uzayda diferansiyel biçimdeki Maxwell denklemleridir. Bu denklemler Cetvel E-1'de özetlenmiştir.

TABLO E–1 Serbest Uzayda† Maxwell Denklemleri

İntegral Biçimi	Diferansiyel Biçimi
$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q}{\epsilon_0}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$
$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t}$
$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$	$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{B}} = \mu_0 \vec{\mathbf{j}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t}$

† $\vec{\nabla}$ simgesi del işlemcisini temsil etmektedir. Kartezyen kordinatlarda:

$$\vec{\nabla} = \hat{\mathbf{i}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial}{\partial z}.$$

EK

F Seçilmiş İzotoplar

(1) Atom Sayısı Z	(2) Element	(3) Simge	(4) Kütle Sayısı A	(5) Atom Kütlesi†	(6) % Bolluk (veya Radyoaktif Bozunum‡ Modu)	(7) Yarı-Ömür (eğer Radyoaktifse)
0	(Nötron)	n	1	1.008665	β^-	10.23 dak
1	Hidrojen	H	1	1.007825	99.9885%	
	Döteryum	d veya D	2	2.014102	0.0115%	
	Tirityum	t veya T	3	3.016049	β^-	12.33 yıl
2	Helyum	He	3	3.016029	0.000137%	
			4	4.002603	99.999863%	
3	Lityum	Li	6	6.015123	7.59%	
			7	7.016005	92.41%	
4	Berilyum	Be	7	7.016930	EY, γ	53.22 gün
			9	9.012182	100%	
5	Bor	B	10	10.012937	19.9%	
			11	11.009305	80.1%	
6	Karbon	C	11	11.011434	β^+, EY	20.39 dak
			12	12.000000	98.93%	
			13	13.003355	1.07%	
			14	14.003242	β^-	5730 yıl
7	Azot (Nitrojen)	N	13	13.005739	β^+, EY	9.965 dak
			14	14.003074	99.632%	
			15	15.000109	0.368%	
8	Oksijen	O	15	15.003066	β^+, EY	122.24 s
			16	15.994915	99.757%	
			18	17.999161	0.205%	
9	Flor	F	19	18.998403	100%	
10	Neon	Ne	20	19.992440	90.48%	
			22	21.991385	9.25%	
11	Sodyum	Na	22	21.994436	β^+, EY, γ	2.6027 yıl
			23	22.989769	100%	
			24	23.990963	β^-, γ	14.959 sa
12	Magnezyum	Mg	24	23.985042	78.99%	
13	Aluminyum	Al	27	26.981539	100%	
14	Silisyum (Silikon)	Si	28	27.976927	92.2297%	
			31	30.975363	β^-, γ	157.3 dak
15	Fosfor	P	31	30.973762	100%	
			32	31.973907	β^-	14.262 gün

† (5)inci sütunda verilen kütleler Z tane elektronunu içeren yüksüz (nötr)atom içindir.

‡ Bölüm 41; EY=Elektro Yakalama

(1) Atom Sayısı Z	(2) Element	(3) Simge	(4) Kütle Sayısı A	(5) Atom Kütlesi†	(6) % Bolluk (veya Radyoaktif Bozunum‡ Modu)	(7) Yarı-Ömür (eğer Radyoaktifse)
16	Kükürt (Sülfür)	S	32	31.972071	94.9%	
			35	34.969032	β^-	87.51 gün
17	Klor	Cl	35	34.968853	75.78%	
			37	36.965903	24.22%	
18	Argon	Ar	40	39.962383	99.600%	
19	Potasyum	K	39	38.963707	93.258%	
			40	39.963998	0.0117%	
					β^-, EC, γ, β^+	1.248×10^9 yıl
20	Kalsiyum	Ca	40	39.962591	96.94%	
21	Skandiyum	Sc	45	44.955912	100%	
22	Titanyum	Ti	48	47.947946	73.72%	
23	Vanadyum	V	51	50.943960	99.750%	
24	Krom	Cr	52	51.940508	83.789%	
25	Manganez	Mn	55	54.938045	100%	
26	Demir	Fe	56	55.934938	91.75%	
27	Kobalt	Co	59	58.933195	100%	
			60	59.933817	β^-, γ	5.2711 yıl
28	Nikel	Ni	58	57.935343	68.077%	
			60	59.930786	26.223%	
29	Bakır	Cu	63	62.929598	69.17%	
			65	64.927790	30.83%	
30	Çinko	Zn	64	63.929142	48.6%	
			66	65.926033	27.9%	
31	Galyum	Ga	69	68.925574	60.108%	
32	Germanyum	Ge	72	71.922076	27.5%	
			74	73.921178	36.3%	
33	Arsenik	As	75	74.921596	100%	
34	Selenyum	Se	80	79.916521	49.6%	
35	Brom	Br	79	78.918337	50.69%	
36	Kripton	Kr	84	83.911507	57.00%	
37	Rubidyum	Rb	85	84.911790	72.17%	
38	Stronsiyum	Sr	86	85.909260	9.86%	
			88	87.905612	82.58%	
			90	89.907738	β^-	28.79 yıl
39	İtriyum	Y	89	88.905848	100%	
40	Zirkonyum	Zr	90	89.904704	51.4%	
41	Niobiyum	Nb	93	92.906378	100%	
42	Molibden	Mo	98	97.905408	24.1%	
43	Teknesyum	Tc	98	97.907216	β^-, γ	4.2×10^6 yıl
44	Rutenyum	Ru	102	101.904349	31.55%	
45	Rodyum	Rh	103	102.905504	100%	
46	Palladyum	Pd	106	105.903486	27.33%	
47	Gümüş	Ag	107	106.905097	51.839%	
			109	108.904752	48.161%	
48	Kadmiyum	Cd	114	113.903359	28.7%	
49	İndiyum	In	115	114.903878	95.71%; β^-	4.41×10^{14} yıl
50	Kalay	Sn	120	119.902195	32.58%	
51	Antimon	Sb	121	120.903816	57.21%	

(1) Atom Sayısı Z	(2) Element	(3) Simge	(4) Kütle Sayısı A	(5) Atom Kütlesi†	(6) % Bolluk (veya Radyoaktif Bozunum‡ Modu)	(7) Yarı-Ömür (eğer Radyoaktifse)
52	Telluryum	Te	130	129.906224	34.1%; $\beta^-\beta^-$	$>7.9 \times 10^{22}$ yıl
53	İyot	I	127	126.904473	100%	
			131	130.906125	β^-, γ	8.0207 gün
54	Zenon	Xe	132	131.904154	26.89%	
			136	135.907219	8.87%; $\beta^-\beta^-$	$>3.6 \times 10^{20}$ yıl
55	Sezyum	Cs	133	132.905452	100%	
56	Baryum	Ba	137	136.905827	11.232%	
			138	137.905247	71.70%	
57	Lantan	La	139	138.906353	99.910%	
58	Seryum	Ce	140	139.905439	88.45%	
59	Praseodmiyum	Pr	141	140.907653	100%	
60	Neodimyum	Nd	142	141.907723	27.2%	
61	Prometyum	Pm	145	144.912749	EY, α	17.7 yıl
62	Samaryum	Sm	152	151.919732	26.75%	
63	Öropyum	Eu	153	152.921230	52.19%	
64	Gadolinyum	Gd	158	157.924104	24.84%	
65	Terbiyum	Tb	159	158.925347	100%	
66	Disprozyum	Dy	164	163.929175	28.2%	
67	Holmiyum	Ho	165	164.930322	100%	
68	Erbbiyum	Er	166	165.930293	33.6%	
69	Tulyum	Tm	169	168.934213	100%	
70	İtterbiyum	Yb	174	173.938862	31.8%	
71	Lutesyum	Lu	175	174.940772	97.41%	
72	Hafniyum	Hf	180	179.946550	35.08%	
73	Tantal	Ta	181	180.947996	99.988%	
74	Tungsten (wolfram)	W	184	183.950931	30.64%; α	$>3 \times 10^{17}$ yıl
75	Renyum	Re	187	186.955753	62.60%; β^-	4.35×10^{10} yıl
76	Osmiyum	Os	191	190.960930	β^-, γ	15.4 gün
			192	191.961481	40.78%	
77	İridyum	Ir	191	190.960594	37.3%	
			193	192.962926	62.7%	
78	Platin	Pt	195	194.964791	33.832%	
79	Altın	Au	197	196.966569	100%	
80	Civa	Hg	199	198.968280	16.87%	
			202	201.970643	29.9%	
81	Talyum	Tl	205	204.974428	70.476%	
82	Kurşun	Pb	206	205.974465	24.1%	
			207	206.975897	22.1%	
			208	207.976652	52.4%	
			210	209.984188	β^-, γ, α	22.20 yıl
			211	210.988737	β^-, γ	36.1 dak
			212	211.991898	β^-, γ	10.64 sa
			214	213.999805	β^-, γ	26.8 dak
83	Bizmut	Bi	209	208.980399	100%	
			211	210.987269	α, γ, β^-	2.14 dak
84	Polonyum	Po	210	209.982874	α, γ, EY	138.376 gün
			214	213.995201	α, γ	164.3 μs
85	Astatin	At	218	218.008694	α, β^-	1.5 s

(1) (2) Atom Sayısı *Z*	(3) Element	(4) Simge	(5) Kütle Sayısı *A*	(6) Atom Kütlesi†	(7) % Bolluk (veya Radyoaktif Bozunum‡ Modu)	Yarı-Ömür (eğer Radyoaktifse)
86	Radon	Rn	222	222.017578	α, γ	3.8235 gün
87	Fransiyum	Fr	223	223.019736	β^-, γ, α	22.00 dak
88	Radyum	Ra	226	226.025410	α, γ	1600 yıl
89	Aktinyum	Ac	227	227.027752	β^-, γ, α	21.772 yıl
90	Toryum	Th	228	228.028741	α, γ	1.9116 yıl
			232	232.038055	100%; α, γ	1.405×10^{10} yıl
91	Protaktinyum	Pa	231	231.035884	α, γ	3.276×10^4 yıl
92	Uranyum	U	232	232.037156	α, γ	68.9 yr
			233	233.039635	α, γ	1.592×10^5 yıl
			235	235.043930	0.720%; α, γ	7.04×10^8 yıl
			236	236.045568	α, γ	2.342×10^7 yıl
			238	238.050788	99.274%; α, γ	4.468×10^9 yıl
			239	239.054293	β^-, γ	23.45 dak
93	Neptünyum	Np	237	237.048173	α, γ	2.144×10^6 yıl
			239	239.052939	β^-, γ	2.356 gün
94	Plütonyum	Pu	239	239.052163	α, γ	24,110 yıl
			244	244.064204	α	8.00×10^7 yıl
95	Amerisyum	Am	243	243.061381	α, γ	7370 yıl
96	Küriyum	Cm	247	247.070354	α, γ	1.56×10^7 yıl
97	Berkelyum	Bk	247	247.070307	α, γ	1380 yıl
98	Kaliforniyum	Cf	251	251.079587	α, γ	898 yıl
99	Einsteinyum	Es	252	252.082980	α, EY, γ	471.7 gün
100	Fermiyum	Fm	257	257.095105	α, γ	100.5 gün
101	Mendelevyum	Md	258	258.098431	α, γ	51.5 gün
102	Nobelyum	No	259	259.10103	α, EY	58 dak
103	Lavrensiyum	Lr	262	262.10963	α, EY, fizyon	≈4 sa
104	Rutherfordiyum	Rf	263	263.11255	fizyon	10 dak
105	Dubniyum	Db	262	262.11408	α, fizyon, EY	35 s
106	Seaborgiyum	Sg	266	266.12210	α, fizyon	≈21 s
107	Bohriyum	Bh	264	264.12460	α	≈0.44 s
108	Hassiyum	Hs	269	269.13406	α	≈10 s
109	Meitneryum	Mt	268	268.13870	α	21 ms
110	Darmstadtium	Ds	271	271.14606	α	≈70 ms
111	Röntgenyum	Rg	272	272.15360	α	3.8 ms
112		Uub	277	277.16394	α	≈0.7 ms

113, 114, 115, 116 ve 118. elementler için önkanıtlar (doğrulanmamış) rapor edilmiştir..

Tek-Sayılı Problemlerin Yanıtları

BÖLÜM 1

1. (*a*) 1.4×10^{10} y;
(*b*) 4.4×10^{17} s.
3. (*a*) 1.156×10^{0};
(*b*) 2.18×10^{1};
(*c*) 6.8×10^{-3};
(*d*) 3.2865×10^{2};
(*e*) 2.19×10^{-1};
(*f*) 4.44×10^{2}.
5. 4.6%.
7. 1.00×10^{5} s.
9. 0.24 rad.
11. (*a*) 0.2866 m;
(*b*) 0.000085 V;
(*c*) 0.00076 kg;
(*d*) 0.0000000000600 s;
(*e*) 0.0000000000000225 m;
(*f*) 2,500,000,000 V.
13. 5′10″ = 1.8 m, 165 lbs = 75.2 kg.
15. (*a*) $\frac{0.111\ \text{yd}^2}{1\ \text{ft}^2}$;
(*b*) $\frac{10.8\ \text{ft}^2}{1\ \text{m}^2}$.
17. (*a*) 3.9×10^{-9} in.;
(*b*) 1.0×10^{8} atomlar
19. (*a*) $\frac{0.621\ \text{mil/sa}}{1\ \text{km/sa}}$;
(*b*) $\frac{3.28\ \text{ft/s}}{1\ \text{m/s}}$;
(*c*) $\frac{0.278\ \text{m/s}}{1\ \text{km/sa}}$.
21. (*a*) 9.46×10^{15} m;
(*b*) 6.31×10^{4} AU;
(*c*) 7.20 AU/sa.
23. (*a*) 3.80×10^{13} m^2;
(*b*) 13.4.
25. 6×10^{5} kitaplar.
27. 5×10^{4} L.
29. (*a*) 1800.
31. 5×10^{4} m.
33. 6.5×10^{6} m.
35. $[M/L^3]$.
37. (*a*) olamaz;
(*b*) olabilir;
(*c*) olabilir.
39. (1×10^{-5})%, 8 anlamlı basamak.
41. (*a*) 3.16×10^{7} s;
(*b*) 3.16×10^{16} ns;
(*c*) 3.17×10^{-8} y.
43. 2×10^{-4} m.
45. 1×10^{11} gal/y.
47. 9 cm/y.
49. 2×10^{9} kg/y.
51. 75 dak.
53. 4×10^{5} metrik ton, 1×10^{8} gal.
55. 1×10^{3} gün.
57. 210 yd, 190 m.
59. (*a*) 0.10 nm;
(*b*) 1.0×10^{5} fm;
(*c*) 1.0×10^{10} Å;
(*d*) 9.5×10^{25} Å.
61. (*a*) 3%, 3%;
(*b*) 0.7%, 0.2%.
63. 8×10^{-2} m^3.
65. L/m, L/y, L.
67. (*a*) 13.4;
(*b*) 49.3.
69. 4×10^{51} kg.

BÖLÜM 2

1. 61 m.
3. 0.65 cm/s, hayır.
5. 300 m/s, her 3 s'de 1 km.
7. (*a*) 9.26 m/s;
(*b*) 3.1 m/s.
9. (*a*) 0.3 m/s;
(*b*) 1.2 m/s;
(*c*) 0.30 m/s;
(*d*) 1.4 m/s;
(*e*) −0.95 m/s.
11. 2.0×10^{1} s.
13. (*a*) 5.4×10^{3} m;
(*b*) 72 dak.
15. (*a*) 61 km/sa;
(*b*) 0.
17. (*a*) 16 m/s;
(*b*) +5 m/s.
19. 6.73 m/s.
21. 5 s.
23. (*a*) 48 s;
(*b*) 90 s to 108 s;
(*c*) 0 to 42 s, 65 s to 83 s, 90 s to 108 s;
(*d*) 65 s to 83 s.
25. (*a*) 21.2 m/s;
(*b*) 2.00 m/s^2.
27. 17.0 m/s^2.
29. (*a*) m/s, m/s^2;
(*b*) $2B$ m/s^2;
(*c*) $(A + 10B)$ m/s, $2B$ m/s^2;
(*d*) $A - 3Bt^{-4}$.
31. 1.5 m/s^2, 99 m.
33. 240 m/s^2.
35. 4.41 m/s^2, 2.61 s.
37. 45.0 m.
39. (*a*) 560 m;
(*b*) 47 s;
(*c*) 23 m, 21 m.
41. (*a*) 96 m;
(*b*) 76 m.
43. 27 m/s.
45. 117 km/sa.
47. 0.49 m/s^2.
49. 1.6 s.
51. (*a*) 20 m;
(*b*) 4 s.
53. 1.16 s.
55. 5.18 s.
57. (*a*) 25 m/s;
(*b*) 33 m;
(*c*) 1.2 s;
(*d*) 5.2 s.
59. (*a*) 14 m/s;
(*b*) beşinci kat.
61. 1.3 m.
63. 18.8 m/s, 18.1 m.
65. 52 m.
67. 106 m.
69. (*a*) $\frac{g}{k}(1 - e^{-kt})$;
(*b*) $\frac{g}{k}$.
71. 6.
73. 1.3 m.
75. (*b*) 10 m;
(*c*) 40 m.
77. 5.2×10^{-2} m/s^2.
79. 4.6 m/s ile 5.4 m/s arası, 5.8 m/s ile 6.7 m/s arası, daha küçük hız aralığı.
81. (*a*) 5.39 s;
(*b*) 40.3 m/s;
(*c*) 90.9 m.

83. (*a*) 8.7 dak;
(*b*) 7.3 dak.

85. 2.3.

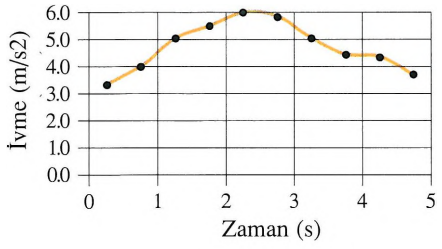
87. Durmalı.

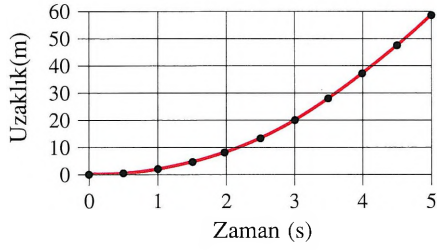
89. 1.5 direk.

91. 0.44 m/dak, 2.9 burger/dak.

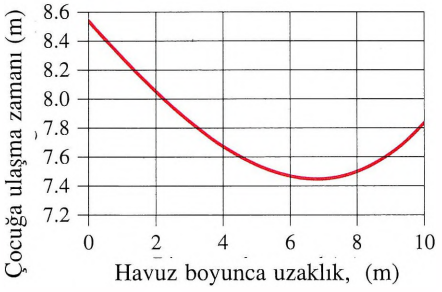
93. (*a*) Eğimlerin aynı olduğu an;
(*b*) A bisikleti;
(*c*) iki grafik kesiştiğinde; birinci kesişmede B, A'yı; ikinci kesişmede A, B'yi geçiyor.
(*d*) eğimler eşitlenene kadar B, ondan sonra A;
(*e*) aynı.

95. (*c*)



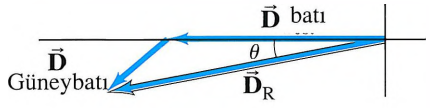


97. (*b*) 6.8 m.



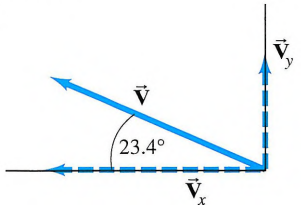
BÖLÜM 3

1. 286 km, Batının 11° güneyi.



3. 10.1, −39.4°.

5. (*a*)



(*b*) −22.8, 9.85;
(*c*) 24.8, –x ekseninin 23.4º üstünde.

7. (*a*) 625 km/sa, 533 km/sa;
(*b*) 1560 km, 1380 km.

9. (*a*) 315°'de 4.2;
(*b*) $1.0\hat{\mathbf{i}} - 5.0\hat{\mathbf{j}}$ or 5.1 veya 280°'de 5.1.

11. (*a*) $-53.7\hat{\mathbf{i}} + 1.31\hat{\mathbf{j}}$ or 53.7 veya -x ekseninin 1.4º üstünde 53.7;
(*b*) $53.7\hat{\mathbf{i}} - 1.31\hat{\mathbf{j}}$ veya +x ekseninin 1.4º altında 53.7, birbirlerine zıt yöndeler..

13. (*a*) $-92.5\hat{\mathbf{i}} - 19.4\hat{\mathbf{j}}$ veya –x ekseninin 11.8º altında 94.5;
(*b*) $122\hat{\mathbf{i}} - 86.6\hat{\mathbf{j}}$ veya +x ekseninin 35.3^0 altında 150.

15. $(-2450\text{ m})\hat{\mathbf{i}} + (3870\text{ m})\hat{\mathbf{j}} + (2450\text{ m})\hat{\mathbf{k}}$, 5190 m.

17. $(9.60\hat{\mathbf{i}} - 2.00t\hat{\mathbf{k}})$ m/s, $(-2.00\hat{\mathbf{k}})$ m/s^2.

19. Parabol.

21. (*a*) $4.0t$ m/s, $3.0t$ m/s;
(*b*) $5.0t$ m/s;
(*c*) $(2.0t^2\hat{\mathbf{i}} + 1.5t^2\hat{\mathbf{j}})$ m;
(*d*) $v_x = 8.0$ m/s, $v_y = 6.0$ m/s, $v = 10.0$ m/s, $\vec{\mathbf{r}} = (8.0\hat{\mathbf{i}} + 6.0\hat{\mathbf{j}})$ m.

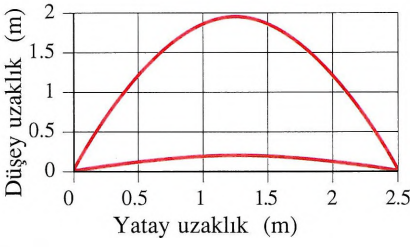
23. (*a*) $(3.16\hat{\mathbf{i}} + 2.78\hat{\mathbf{j}})$ cm/s;
(*b*) 4.21 cm/s at 41.3°.

25. (*a*) $(6.0t\hat{\mathbf{i}} - 18.0t^2\hat{\mathbf{j}})$ m/s, $(6.0\hat{\mathbf{i}} - 36.0t\hat{\mathbf{j}})$ m/s^2;
(*b*) $(19\hat{\mathbf{i}} - 94\hat{\mathbf{j}})$ m, $(15\hat{\mathbf{i}} - 110\hat{\mathbf{j}})$ m/s.

27. –65.0°'de 414 m.

29. 44 m, 6.9 m.

31. 18°, 72°.



33. 2.26 s.

35. 22.3 m.

37. 39 m.

41. (*a*) 12 s;
(*b*) 62 m.

43. 5.5 s.

45. (*a*) $(2.3\hat{\mathbf{i}} + 2.5\hat{\mathbf{j}})$ m/s;
(*b*) 5.3 m;
(*c*) $(2.3\hat{\mathbf{i}} - 10.2\hat{\mathbf{j}})$ m/s.

47. Hayır, 0.76 m altında kalır; 4.5 m ile 34.7 m arasında.

51. $\tan^{-1} gt/v_0$.

53. (*a*) 50.0 m;
(*b*) 6.39 s;
(*c*) 221 m;
(*d*) 25.7º'de 38.3 m/s.

55. $\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(-\frac{1}{\tan\phi}\right) = \frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{4}$.

57. $(10.5\text{ m/s})\hat{\mathbf{i}}$, $(6.5\text{ m/s})\hat{\mathbf{i}}$.

59. 1.41 m/s.

61. 23 s, 23 m.

63. (*a*) Yatayın 27^0 üstünde 11.2 m/s;
(*b*) Yatayın 27º altında 11.2 m/s.

65. Güneyin 6.3º batısı.

67. (*a*) 46 m;
(*b*) 92 s.

69. (*a*) 1.13 m/s;
(*b*) 3.20 m/s.

71. Doğunun 43.6^0 kuzeyi.

73. $(66\text{ m})\hat{\mathbf{i}} - (35\text{ m})\hat{\mathbf{j}} - (12\text{ m})\hat{\mathbf{k}}$, 76 m, doğunun 28º güneyi, yatayın 9^0 altında

75. 131 km/sa, doğunun 43.1^0 kuzeyi.

77. 7.0 m/s.

79. 1.8 m/s^2.

81. 1.9 m/s, 2.7 s.

83. (*a*) $\frac{Dv}{(v^2 - u^2)}$;
(*b*) $\frac{D}{\sqrt{v^2 - u^2}}$.

85. 54°.

87. $[(1.5\text{ m})\hat{\mathbf{i}} - (2.0t\text{ m})\hat{\mathbf{i}}] + [(-3.1\text{ m})\hat{\mathbf{j}} + (1.75t^2\text{ m})\hat{\mathbf{j}}]$, $(3.5\text{ m/s}^2)\hat{\mathbf{j}}$, parabolik.

89. Toplam 862 s'de, akıntıya karşı 24.9º açıda kürek çek ve kıyı boyunca 104 m koş.

91. Doğunun 69.9^0 kuzeyi.

93. (*a*) 13 m;
(*b*) Yatayın 31^0 altında.

95. 5.1 s.

97. (*a*) 13 m/s, 12 m/s;
(*b*) 33 m.

99. (*a*) $x = (3.03t - 0.0265)$ m, 3.03 m/s;
(*b*) $y = (0.158 - 0.855t + 6.09t^2)$ m, 12.2 m/s^2.

BÖLÜM 4

1. 77 N.

3. (*a*) 6.7×10^2 N;
(*b*) 1.2×10^2 N;
(*c*) 2.5×10^2 N;
(*d*) 0.

5. 1.3×10^6 N, 39%, 1.3×10^6 N.

7. 2.1×10^2 N.

9. $m > 1.5$ kg.

11. 89.8 N.

13. 1.8 m/s2, yukarıya doğru.

15. $a \geq 2.2$ m/s^2 ile aşağı inebilir.

17. -2800 m/s^2, 280 *g*'s, 1.9×10^5 N.

19. (*a*) 7.5 s, 13 s, 7.5 s;
(*b*) 12%, 0%, −12%;
(*c*) 55%.

21. (*a*) 3.1 m/s^2;
(*b*) 25 m/s;
(*c*) 78 s.

23. 3.3×10^3 N.

25. (*a*) 150 N;
(*b*) 14.5 m/s.

27. (*a*) 47.0 N;
(*b*) 17.0 N;
(*c*) 0.

29. (*a*) (*b*)



31. (*a*) 1.5 m;
(*b*) 11.5 kN, hayır.

33. (*a*) 31 N, 63 N;
(*b*) 35 N, 71 N.

35. 6.3×10^3 N, 8.4×10^3 N.

37. (*a*) 237.5^0'de 19.0 N, 237.5^0'de 1.03 m/s^2;
(*b*) 51.0^0'de 14.0 N, 51.0^0'de 0.758 m/s^2.

39. $\frac{5}{2}\frac{F_0}{m}t_0^2$.

41. 4.0×10^2 m.

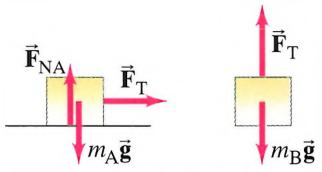
43. 12°.

45. (*a*) 9.9 N;
(*b*) 260 N.

47. (*a*) $m_E g - F_T = m_E a$;
$F_T - m_C g = m_C a$;
(*b*) 0.68 m/s^2, 10,500 N.

49. (*a*) 2.8 m;
(*b*) 2.5 s.

51. (*a*)



(*b*) $g\dfrac{m_B}{m_A + m_B}$, $g\dfrac{m_A m_B}{m_A + m_B}$.

53. $g\dfrac{m_B + \dfrac{\ell_B}{\ell_A + \ell_B}m_C}{m_A + m_B + m_C}$.

55. $(m + M)g\tan\theta$.

57. 1.52 m/s^2, 18.3 N, 19.8 N.

59. $\dfrac{(m_A + m_B + m_C)m_B}{\sqrt{(m_A^2 - m_B^2)}}g$.

61. (*a*) $\left(\dfrac{2y}{\ell} - 1\right)g$;

(*b*) $\sqrt{2gy_0\left(1 - \dfrac{y_0}{\ell}\right)}$;

(*c*) $\dfrac{2}{3}\sqrt{g\ell}$.

63. 6.3 N.

65. 2.0 s, değiştirmez.

67. (*a*) $g\dfrac{(m_A \sin\theta - m_B)}{(m_A + m_B)}$;

(*b*) $m_A \sin\theta > m_B$
(m_A aşağı doğru),
$m_A \sin\theta < m_B$
(m_A yukarı doğru),

69. (*a*) $\dfrac{m_B \sin\theta_B - m_A \sin\theta_A}{m_A + m_B}g$;

(*b*) 6.8 kg, 26 N;
(*c*) 0.74.

71. 9.9°.

73. (*a*) $41\dfrac{\text{N}}{\text{m/s}}$;

(*b*) 1.4×10^2 N.

75. (*a*) $Mg/2$;
(*b*) $Mg/2$, $Mg/2$, $3Mg/2$, Mg.

77. 8.7×10^2 N,
Yatayın 72^0 üstünde.

79. (*a*) 0.6 m/s^2;
(*b*) 1.5×10^5 N.

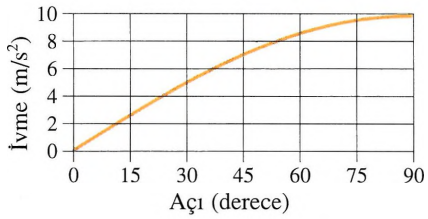
81. 1.76×10^4 N.

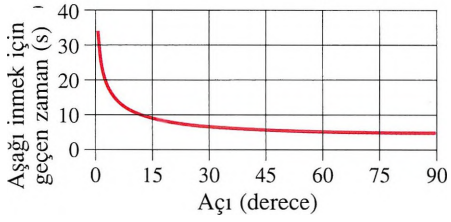
83. 3.8×10^2 N, 7.6×10^2 N.

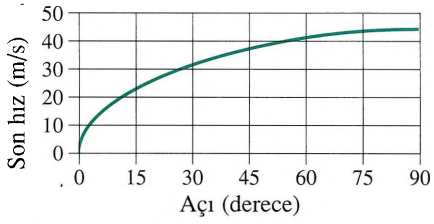
85. 3.4 m/s.

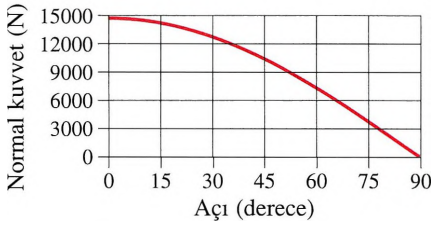
87. (*a*) 23 N;
(*b*) 3.8 N.

89. (*a*) $g\sin\theta$, $\sqrt{\dfrac{2\ell}{g\sin\theta}}$,
$\sqrt{2\ell g\sin\theta}$, $mg\cos\theta$;
(*b*)









Grafiklerin hepsi limit durumlardaki sonuçlarla uyum içindedir.

BÖLÜM 5

1. 65 N, 0.

3. 0.20.

5. 8.8 m/s^2.

7. 1.0×10^2 N, 0.48.

9. 0.51.

11. 4.2 m.

13. 1.2×10^3 N.

15. (*a*) 0.67;
(*b*) 6.8 m/s;
(*c*) 16 m/s.

17. (*a*) 1.7 m/s^2;
(*b*) 4.3×10^2 N;
(*c*) 1.7 m/s^2, 2.2×10^2 N.

19. (*a*) 0.80 m;
(*b*) 1.3 s.

21. (*a*) A, B'yi sürükler;
(*b*) B sonunda A'ya yetişir.

(*c*) $\mu_A < \mu_B$: $a = g\left[\dfrac{(m_A + m_B)\sin\theta - (\mu_A m_A + \mu_B m_B)\cos\theta}{(m_A + m_B)}\right]$,

$F_T = g\dfrac{m_A m_B}{(m_A + m_B)}(\mu_B - \mu_A)\cos\theta$,

$\mu_A > \mu_B$: $a_A = g(\sin\theta - \mu_A\cos\theta)$,

$a_B = g(\sin\theta - \mu_B\cos\theta)$, $F_T = 0$.

23. (*a*) 5.0 kg;
(*b*) 6.7 kg.

25. (*a*) $\dfrac{v_0^2}{2dg\cos\theta} - \tan\theta$;
(*b*) $\mu_s \geq \tan\theta$.

27. (*a*) 0.22 s;
(*b*) 0.16 m.

29. 0.51.

31. (*a*) 82 N;
(*b*) 4.5 m/s^2.

33. $(M + m)g\dfrac{(\sin\theta + \mu\cos\theta)}{(\cos\theta - \mu\sin\theta)}$.

35. (*a*) 1.41 m/s^2;
(*b*) 31.7 N.

37. $\sqrt{rg}$.

39. 30 m.

41. 31 m/s.

43. 0.9 *g*'s.

45. 9.0 devir/dak

47. (*a*) 1.9×10^3 m;
(*b*) 5.4×10^3 N;
(*c*) 3.8×10^3 N.

49. 3.0×10^2 N.

51. 0.164.

53. (*a*) 7960 N;
(*b*) 588 N;
(*c*) 29.4 m/s.

55. 6.2 m/s.

57. (*b*) $\vec{\mathbf{v}} = (-6.0\text{ m/s})\sin(3.0\text{ rad/s}\,t)\,\hat{\mathbf{i}} + (6.0\text{ m/s})\cos(3.0\text{ rad/s}\,t)\,\hat{\mathbf{j}}$,
$\vec{\mathbf{a}} = (-18\text{ m/s}^2)\cos(3.0\text{ rad/s}\,t)\,\hat{\mathbf{i}} + (-18\text{ m/s}^2)\sin(3.0\text{ rad/s}\,t)\,\hat{\mathbf{j}}$;
(*c*) $v = 6.0$ m/s, $a = 18$ m/s^2.

59. 17 m/s $\leq v \leq$ 32 m/s.

61. (*a*) $a_t = (\pi/2)$ m/s^2, $a_R = 0$;
(*b*) $a_t = (\pi/2)$ m/s^2, $a_c = (\pi^2/8)$ m/s^2;
(*c*) $a_t = (\pi/2)$ m/s^2, $a_R = (\pi^2/2)$ m/s^2.

63. (*a*) 1.64 m/s;
(*b*) 3.45 m/s.

65. m/b.

67. (*a*) $\dfrac{mg}{b} + \left(v_0 - \dfrac{mg}{b}\right)e^{-\frac{b}{m}t}$;
(*b*) $-\dfrac{mg}{b} + \left(v_0 + \dfrac{mg}{b}\right)e^{-\frac{b}{m}t}$.

69. (*a*) 14 kg/m;
(*b*) 570 N.

71. $\dfrac{mg}{b}\left[t + \dfrac{m}{b}(e^{-\frac{b}{m}t} - 1)\right]$, $ge^{-\frac{b}{m}t}$.

75. 10 m.

77. 0.46.

79. 102 N, 0.725.

81. Yes, 14 m/s.

83. 28.3 m/s, 0.410 rev/s.

85. 3500 N, 1900 N.

87. 35°.

89. 132 m.

91. (*a*) 55 s;
(*b*) Normal kuvvetin merkezcil bileşeni.

93. (*a*) $\theta = \cos^{-1}\dfrac{g}{4\pi^2 r f^2}$;
(*b*) 73.6°;
(*c*) hayır.

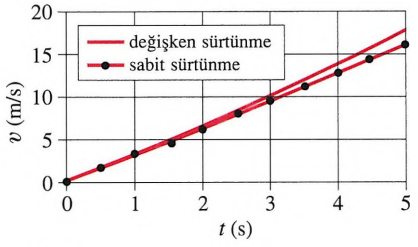
95. 82°.

97. (*a*) 16 m/s;
(*b*) 13 m/s.

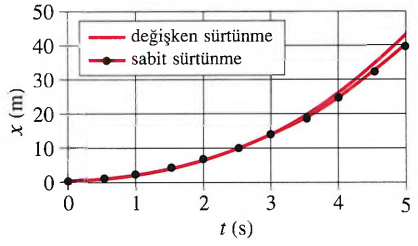
99. (*a*) 0.88 m/s^2;
(*b*) 0.98 m/s^2.

101. (*a*) 42.2 m/s;
(*b*) 35.6 m, 52.6 m.

103. (*a*)



(*b*)



(*c*) hız büyüklüğü −12%, konum: −6.6%.

BÖLÜM 6

1. 1610 N.

3. 1.9 m/s^2.

5. $\frac{2}{9}$.

7. 0.91 *g*'s.

9. 45°'de 1.4×10^{-8} N.

11. $Gm^2\left\{\left[\dfrac{2}{x_0^2} + \dfrac{3x_0}{(x_0^2 + y_0^2)^{3/2}}\right]\hat{\mathbf{i}} + \left[\dfrac{4}{y_0^2} + \dfrac{3y_0}{(x_0^2 + y_0^2)^{3/2}}\right]\hat{\mathbf{j}}\right\}$.

13. $2^{1/3} \approx 1.26$ kere daha büyük.

15. Dünya'nın merkezinden 3.46×10^8 m uzakta

19. (*b*) *r* arttıkça *g* azalır.
(*c*) yaklaşık 9.43 m/s^2,
Tam olarak 9.43 m/s2.

21. 9.78 m/s^2, içeriye doğru radyal doğrultunun 0.099° güneyi.

23. 7.52×10^3 m/s.

25. 1.7 m/s^2 yukarıya doğru.

27. 7.20×10^3 s.

29. (*a*) 520 N;
(*b*) 520 N;
(*c*) 690 N;
(*d*) 350 N;
(*e*) 0.

31. (*a*) 59 N, Ay'a doğru;
(*b*) 110 N, Ay'dan uzağa doğru.

33. (*a*) Merkezcil hareket yaparlar;
(*b*) 9.6×10^{29} kg.

35. $\sqrt{\dfrac{GM}{\ell}}$.

37. 5070 s veya 84.5 dak.

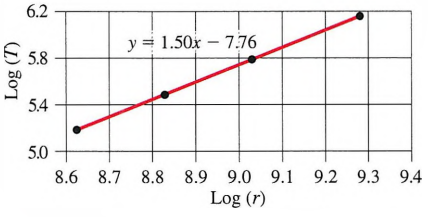
39. 160 y.

41. 2×10^8 y.

43. Europa: 671×10^3 km, Ganymede: 1070×10^3 km, Callisto: 1880×10^3 km.

45. (*a*) 180 AU;
(*b*) 360 AU;
(*c*) 360/1.

47. (*a*) $\log T = \frac{3}{2}\log r + \frac{1}{2}\log\left(\dfrac{4\pi^2}{Gm_J}\right)$,
Eğim = $\frac{3}{2}$,
y-kesim noktası = $\frac{1}{2}\log\left(\dfrac{4\pi^2}{Gm_J}\right)$;
(*b*)



Öngörüldüğü gibi eğim = 1.50,
$m_J = 1.97 \times 10^{27}$ kg.

49. (*a*) 5.95×10^{-3} m/s^2;
(*b*) hayır, sadece yaklaşık 0.06%'sı.

51. 2.64×10^6 m.

53. (*a*) 4.38×10^7 m/s^2;
(*b*) 2.8×10^9 N;
(*c*) 9.4×10^3 m/s.

55. $T_{iç} = 2.0 \times 10^4$ s,
$T_{dış} = 7.1 \times 10^4$ s.

57. 5.4×10^{12} m, en yakın yörünge Pluto'nunki olmak üzere hala güneş sisteminin içindedir.

59. 2.3 g.

61. 7.4×10^{36} kg, $3.7 \times 10^{6}\ M_{\text{güneş}}$

65. 1.21×10^{6} m.

67. $V_{\text{kaynak}} = 5 \times 10^{7}\ \text{m}^3$, $r_{\text{kaynak}} = 200$ m; $m_{\text{kaynak}} = 4 \times 10^{10}$ kg.

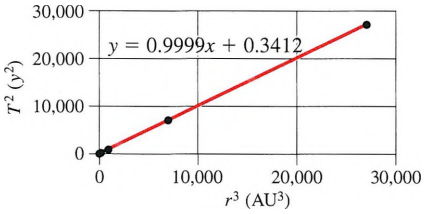
69. 8.99 gün.

71. 0.44r.

73. (a) 53 N;
(b) 3.1×10^{26} kg.

77. $1 \times 10^{-10}\ \text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$.

79. (a)



(b) 39.44 AU.

CHAPTER 7

1. 7.7×10^{3} J.

3. 1.47×10^{4} J.

5. 6000 J.

7. 4.5×10^{5} J.

9. 590 J.

11. (a) 1700 N;
(b) −6600 J;
(c) 6600 J;
(d) 0.

13. (a) 1.1×10^{7} J;
(b) 5.0×10^{7} J.

15. −490 J, 0, 490 J.

21. $1.5\hat{\mathbf{i}} - 3.0\hat{\mathbf{j}}$.

23. (a) 7.1;
(b) −250;
(c) 2.0×10^{1}.

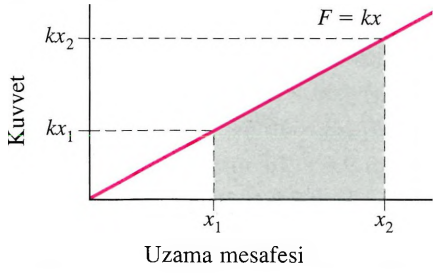
25. $-1.4\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}}$.

27. 52.5°, 48.0°, 115°.

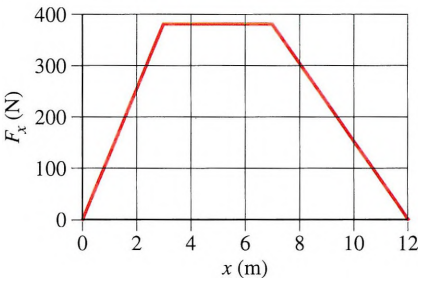
29. 113.4° or 301.4°.

31. (a) 130°;
(b) negatif işaret açının geniş açı olduğunu gösterir.

35. 0.11 J.



37. 3.0×10^{3} J.



39. 2800 J.

41. 670 J.

43. $\frac{1}{2}kX^2 + \frac{1}{4}aX^4 + \frac{1}{5}bX^5$.

45. 4.0 J.

47. $\dfrac{\sqrt{3}\pi RF}{2}$.

49. 72 J.

51. (a) $\sqrt{3}$;
(b) $\frac{1}{4}$.

53. -4.5×10^{5} J.

55. 3.0×10^{2} N.

57. (a) $\sqrt{\dfrac{Fx}{m}}$;
(b) $\sqrt{\dfrac{3Fx}{4m}}$.

59. 8.3×10^{4} N/m.

61. 1400 J.

63. (a) 640 J;
(b) −470 J;
(c) 0;
(d) 4.3 m/s.

65. 27 m/s.

67. (a) $\frac{1}{2}mv_2^2\left(1 + 2\dfrac{v_1}{v_2}\right)$;
(b) $\frac{1}{2}mv_2^2$;
(c) $\frac{1}{2}mv_2^2\left(1 + 2\dfrac{v_1}{v_2}\right)$ relative to Dünya'ya göre , $\frac{1}{2}mv_2^2$ trene göre
(d) top, iki gözlem çerçevesindeki atma süreci sırasında farklı mesafeler gider.

69. (a) 2.04×10^{5} J;
(b) 21.0 m/s;
(c) 2.37 m.

71. 1710 J.

73. (a) 32.2 J;
(b) 554 J;
(c) −333 J;
(d) 0;
(e) 253 J.

75. 12.3 J.

77. $\dfrac{A}{k}e^{-0.10k}$.

79. 86 kJ, 42°.

81. 1.5 N.

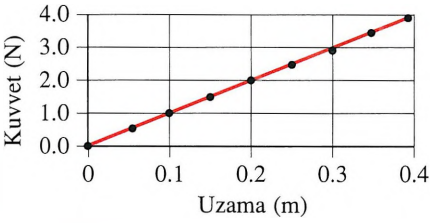
83. 2×10^{7} N/m.

85. 6.7°, 10°.

87. (a) 130 N, evet (≈29 lbs);
(b) 470 N, olmayabilir (≈110 lbs).

89. (a) 1.5×10^{4} J;
(b) 18 m/s.

93. (a) $F = 10.0x$;
(b) 10.0 N/m;
(c) 2.00 N.



BÖLÜM 8

1. 0.924 m.

3. 54 cm.

5. (a) 42.0 J;
(b) 11 J;
(c) (a)'dakiyle aynı, (b)'dekiyle ilişkisi yok.

7. (a) Evet, iş ifadesi sadece uç noktalarına bağlıdır;
(b) $U(x) = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{4}ax^4 - \frac{1}{5}bx^5 + C$.

9. $U(x) = -\dfrac{k}{2x^2} + \dfrac{k}{8\ \text{m}^2}$.

11. 49 m/s.

13. 6.5 m/s.

15. (a) 93 N/m;
(b) 22 m/s^2.

19. (a) 7.47 m/s;
(b) 3.01 m.

21. Hayır, $D = 2d$.

23. (a) $\sqrt{v_0^2 + \dfrac{k}{m}x_0^2}$;
(b) $\sqrt{x_0^2 + \dfrac{m}{k}v_0^2}$.

25. (a) 2.29 m/s;
(b) 1.98 m/s;
(c) 1.98 m/s;
(d) 0.870 N, 0.800 N, 0.800 N;
(e) 2.59 m/s, 2.31 m/s, 2.31 m/s.

27. $k = \dfrac{12Mg}{h}$.

29. 3.9×10^{7} J.

31. (*a*) 25 m/s;
(*b*) 370 m.

33. 12 m/s.

35. 0.020.

37. 0.40.

39. (*a*) 25%;
(*b*) 6.3 m/s, 5.4 m/s;
(*c*) birincil olarak ısı enerjisine.

41. 75 kg'lık bir kütle için enerji değişiklişi 740 J'dür.

43. (*a*) 0.13 m;
(*b*) 0.77;
(*c*) 0.5 m/s.

45. (*a*) $\frac{GMm_u}{2r_u}$;
(*b*) $-\frac{GMm_u}{r_u}$;
(*c*) $-\frac{1}{2}$.

47. $\frac{1}{4}$.

49. (*a*) 6.2×10^5 m/s;
(*b*) 4.2×10^4 m/s,
$v_{\text{Dünya yörüngesinden kurtulma}} = \sqrt{2}v_{\text{Dünya yörüngesinde}}$

53. (*a*) 1.07×10^4 m/s;
(*b*) 1.16×10^4 m/s;
(*c*) 1.12×10^4 m/s.

55. (*a*) $-\sqrt{\frac{GM_E^D}{2r^3}}$;
(*b*) 1.09×10^4 m/s.

57. $\frac{GMm}{12r_D} - \frac{GMm}{12r_E}$.

59. 1.12×10^4 m/s.

63. 510 N.

65. 2.9×10^4 W veya 38 hp.

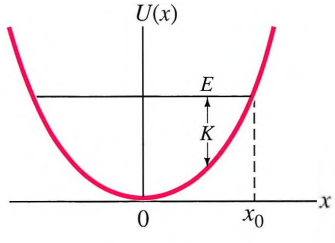
67. 4.2×10^3 N, hıza karşı yönde.

69. 510 W.

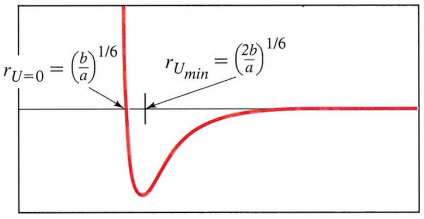
71. 2×10^6 W.

73. (*a*) -2.0×10^2 W;
(*b*) 3800 W;
(*c*) −120 W;
(*d*) 1200 W.

75. Kütle $+x_0$ ile $-x_0$, arasında salınım yapar. $x = 0$'da hız maksimum olur.



77. (*a*) $r_{U\text{min}} = \left(\frac{2b}{a}\right)^{\frac{1}{6}}$, $r_{U_{\text{maks}}} = 0$;
(*b*) $r_{U=0} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{6}}$;
(*c*)



(*d*) $E < 0$: iki dönme noktası arasında sınırlanmış salınım hareketi, $E > 0$: sınırlanmamış;
(*e*) $r_{F>0} < \left(\frac{2b}{a}\right)^{\frac{1}{6}}$,
$r_{F<0} > \left(\frac{2b}{a}\right)^{\frac{1}{6}}$,
$r_{F=0} = \left(\frac{2b}{a}\right)^{\frac{1}{6}}$;
(*f*) $F(r) = \frac{12b}{r^{13}} - \frac{6a}{r^7}$.

79. 2.52×10^4 W.

81. (*a*) 42 m/s;
(*b*) 2.6×10^5 W.

83. (*a*) 28.2 m/s;
(*b*) 116 m.

85. (*a*) $\sqrt{2g\ell}$;
(*b*) $\sqrt{1.2g\ell}$.

89. (*a*) 8.9×10^5 J;
(*b*) 5.0×10^1 W, 6.6×10^{-2} hp;
(*c*) 330 W, 0.44 hp.

91. (*a*) 29°;
(*b*) 480 N;
(*c*) 690 N.

93. 5800 W or 7.8 hp.

95. (*a*) 2.8 m;
(*b*) 1.5 m;
(*c*) 1.5 m.

97. 1.7×10^5 m^3.

99. (*a*) 5220 m/s;
(*b*) 3190 m/s.

101. (*a*) 1500 m;
(*b*) 170 m/s.

103. 60 m.

105. (*a*) 79 m/s;
(*b*) 2.4×10^7 W.

107. (*a*) 2.2×10^5 J;
(*b*) 22 m/s;
(*c*) −1.4 m.

109. $x = \sqrt{\frac{a}{b}}$.

BÖLÜM 9

1. 5.9×10^7 N.

3. $(9.6t\hat{\mathbf{i}} - 8.9\hat{\mathbf{k}})$ N.

5. 4.35 kg·m/s $(\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{i}})$.

7. 1.40×10^2 kg.

9. 2.0×10^4 kg.

11. 4.9×10^3 m/s.

13. −0.966 m/s.

15. 1:2.

17. $\frac{3}{2}v_0\hat{\mathbf{i}} - v_0\hat{\mathbf{j}}$.

19. $(4.0\hat{\mathbf{i}} + 3.3\hat{\mathbf{j}} - 3.3\hat{\mathbf{k}})$ m/s.

21. (*a*) $(116\hat{\mathbf{i}} + 58.0\hat{\mathbf{j}})$ m/s;
(*b*) 5.02×10^5 J.

23. (*a*) 2.0 kg·m/s, ileri yönde.
(*b*) 5.8×10^2 N, sola doğru.

25. 2.1 kg·m/s, to the left.

27. 0.11 N.

29. 1.5 kg·m/s.

31. (*a*) $\frac{2mv}{\Delta t}$;
(*b*) $\frac{2mv}{t}$.

33. (*a*) 0.98 N + (1.4 N/s)t;
(*b*) 13.3 N;
(*c*) $\left[(0.62 \text{ N/m}^{\frac{1}{2}}) \times \sqrt{2.5 \text{ m} - (0.070 \text{ m/s})t}\right] + (1.4 \text{ N/s})t$, 13.2 N.

35. 1.60 m/s (batı), 3.20 m/s (doğu).

37. (*a*) 3.7 m/s;
(*b*) 0.67 kg.

39. (*a*) 1.00;
(*b*) 0.890;
(*c*) 0.286;
(*d*) 0.0192.

41. (*a*) 0.37 m;
(*b*) −1.6 m/s, 6.4 m/s;
(*c*) evet.

43. (*a*) $\frac{-M}{m + M}$;
(*b*) −0.96.

45. 3.0×10^3 J, 4.5×10^3 J.

47. 0.11 kg·m/s, yukarı.

49. (*b*) $e = \sqrt{\frac{h'}{h}}$.

51. (*a*) 890 m/s;
(*b*) ilk kinetik enerjinin 0.999'u kaybedilir.

53. (*a*) 7.1×10^{-2} m/s;
(*b*) −5.4 m/s, 4.1 m/s;
(*c*) 0, 0.13 m/s, makul;
(*d*) 0.17 m/s, 0, makul değil;
(*e*) bu durumda −4.0 m/s, 3.1 m/s, makul.

55. 1.14×10^{-22} kg·m/s, 147° elektronun momentumu ile 147^0'de, nötrinonun momentumu ile 123^0'de.

57. (*a*) 30°;
(*b*) $v'_A = v'_B = \dfrac{v}{\sqrt{3}}$;
(*c*) $\frac{2}{3}$.

59. 39.9 u.

63. 6.5×10^{-11} m.

65. $(1.2\text{ m})\hat{\mathbf{i}} - (1.2\text{ m})\hat{\mathbf{j}}$.

67. $0\hat{\mathbf{i}} + \dfrac{2r}{\pi}\hat{\mathbf{j}}$.

69. $0\hat{\mathbf{i}} + 0\hat{\mathbf{j}} + \frac{3}{4}h\hat{\mathbf{k}}$.

71. $0\hat{\mathbf{i}} + \dfrac{4R}{3\pi}\hat{\mathbf{j}}$.

73. (*a*) Dünya'nın merkezinden 4.66×10^6 m

75. (*a*) 5.7 m;
(*b*) 4.2 m;
(*c*) 4.3 m.

77. 85 kg'lık kişinin ilk konumuna doğru 0.41 m.

79. $v\dfrac{m}{m+M}$, yukarıya doğru, balon da durur.

81. 0.93 hp.

83. −76 m/s.

85. "Boş" vuruş olasılığı yüksek.

87. 11 sıçrama.

89. 1.4 m.

91. 50%.

93. (*a*) $v = \dfrac{M_0 v_0}{M_0 + \dfrac{dM}{dt}t}$;
(*b*) 8.2 m/s, evet.

95. 112 km/sa veya 70 mil/sa.

97. 21 m.

99. (*a*) 1.9 m/s;
(*b*) −0.3 m/s, 1.5 m/s;
(*c*) 0.6 cm, 12 cm.

101. $m < \frac{1}{3}M$ or $m < 2.33$ kg.

103. (*a*) 8.3×10^{-13} m/s;
(*b*) 3.3×10^{-17};
(*c*) 2.1 J.

105. 29.6 km/s.

107. 0.38 m, 1.5 m.

109. (*a*) 1.3×10^5 N;
(*b*) -83 m/s^2.

111. 12 kg.

113. 0.2 km/s, m_A' nın ilk yönünde.

BÖLÜM 10

1. (*a*) $\dfrac{\pi}{4}$ rad, 0.785 rad;
(*b*) $\dfrac{\pi}{3}$ rad, 1.05 rad;
(*c*) $\dfrac{\pi}{2}$ rad, 1.57 rad;
(*d*) 2π rad, 6.283 rad;
(*e*) $\dfrac{89\pi}{36}$ rad, 7.77 rad.

3. 5.3×10^3 m.

5. (*a*) 260 rad/s;
(*b*) 46 m/s, $1.2 \times 10^4\text{ m/s}^2$.

7. (*a*) 1.05×10^{-1} rad/s;
(*b*) 1.75×10^{-3} rad/s;
(*c*) 1.45×10^{-1} rad/s;
(*d*) 0.

9. (*a*) 464 m/s;
(*b*) 185 m/s;
(*c*) 328 m/s.

11. 36,000 dev/dak.

13. (*a*) $1.5 \times 10^{-4}\text{ rad/s}^2$;
(*b*) $1.6 \times 10^{-2}\text{ m/s}^2$, $6.2 \times 10^{-4}\text{ m/s}^2$.

15. (*a*) $-\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{k}}$;
(*b*) 56.2 rad/s, –x ekseninden +z'ye doğru 38.5º'de;
(*c*) $1540\text{ rad/s}^2, -\hat{\mathbf{j}}$.

17. 28,000 devir.

19. (*a*) -0.47 rad/s^2;
(*b*) 190 s.

21. (*a*) 0.69 rad/s^2;
(*b*) 9.9 s.

23. (*a*) $\omega = \frac{1}{3}5.0t^3 - \frac{1}{2}8.5t^2$;
(*b*) $\theta = \frac{1}{12}5.0t^4 - \frac{1}{6}8.5t^3$;
(*c*) $\omega(2.0\text{ s}) = -4$ rad/s, $\theta(2.0\text{ s}) = -5$ rad.

25. 1.4 m·N, saat yönünde.

27. $mg(\ell_2 - \ell_1)$, saat yönünde.

29. 270 N, 1700 N.

31. 1.81 kg·m^2.

33. (*a*) 9.0×10^{-2} m·N;
(*b*) 12 s.

35. 56 m·N.

37. (*a*) 0.94 kg·m^2;
(*b*) 2.4×10^{-2} m·N.

39. (*a*) 78 rad/s^2;
(*b*) 670 N.

41. 2.2×10^4 m·N.

43. 17.5 m/s.

45. (*a*) $14M\ell^2$;
(*b*) $\frac{14}{3}M\ell\alpha$;
(*c*) çubuğa ve eksene dik.

47. (*a*) $1.90 \times 10^3\text{ kg·m}^2$;
(*b*) 7.5×10^3 m·N.

49. (*a*) R_0;
(*b*) $\sqrt{\frac{1}{2}R_0^2 + \frac{1}{12}w^2}$;
(*c*) $\sqrt{\frac{1}{2}}R_0$;
(*d*) $\sqrt{\frac{1}{2}(R_1^2 + R_2^2)}$;
(*e*) $\sqrt{\frac{2}{5}}r_0$;
(*f*) $\sqrt{\frac{1}{12}}\ell$;
(*g*) $\sqrt{\frac{1}{3}}\ell$;
(*h*) $\sqrt{\frac{1}{12}(\ell^2 + w^2)}$.

51. $a = \dfrac{(m_B - m_A)}{(m_A + m_B + I/r^2)}g$ vs. $a_I = \dfrac{(m_B - m_A)}{(m_A + m_B)}g$.

53. (*a*) 9.70 rad/s^2;
(*b*) 11.6 m/s^2;
(*c*) 585 m/s^2;
(*d*) 4.27×10^3 N;
(*e*) 1.14°.

57. (*a*) $5.3Mr_0^2$;
(*b*) −15%.

59. (*a*) Küçük ağırlığı merkeze bağlayan çizgi üzerinde, merkezden 3.9 cm uzakta;
(*b*) 0.42 kg·m^2.

61. (*b*) $\frac{1}{12}M\ell^2, \frac{1}{12}Mw^2$.

63. 22,200 J.

65. 14,200 J.

67. 1.4 m/s.

69. 8.22 m/s.

71. 7.0×10^1 J.

73. (*a*) 8.37 m/s, 41.8 rad/s;
(*b*) $\frac{5}{2}$;
(*c*) öteleme hızı ve enerji bağıntılarıkütle ve yarıçaptan bağımsızdır, fakat dönme hızı yarıçapa bağlıdır.

75. $\sqrt{\frac{10}{7}g(R_0 - r_0)}$.

77. (*a*) 4.06 m/s;
(*b*) 8.99 J;
(*c*) 0.158.

79. (*a*) 4.1×10^5 J;
(*b*) 18%;
(*c*) 1.3 m/s^2;
(*d*) 6%.

81. (*a*) 1.6 m/s;
(*b*) 0.48 m.

83. $\frac{\ell}{2}, \frac{\ell}{2}$.

85. (*a*) 0.84 m/s;
(*b*) 96%.

87. 2.0 m·N, salıncağı sallayan koldan.

89. (*a*) $\frac{\omega_R}{\omega_F} = \frac{N_F}{N_R}$;
(*b*) 4.0;
(*c*) 1.5.

91. (*a*) 1.7×10^8 J;
(*b*) 2.2×10^3 rad/s;
(*c*) 25 dakika.

93. $\frac{Mg\sqrt{2Rh - h^2}}{R - h}$.

95. $\frac{\lambda_0 \ell^3}{8}$.

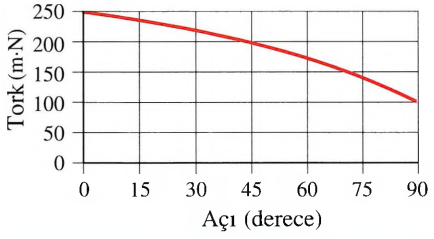
97. 5.0×10^2 m·N.

99. (*a*) 1.6 m;
(*b*) 1.1 m.

101. (*a*) $\frac{x}{y} g$;
(*b*) *x* olabildiği kadar küçük, y olabildiği kadar büyük olmalı ve sürücü, bisikletin arkasına ve yukarıya doğru gitmelidir.
(*c*) 3.6 m/s^2.

103. $\sqrt{\frac{3g\ell}{4}}$.

105.



CHAPTER 11

1. 3.98 kg·m^2/s.

3. (*a*) L korunur: I çoğalırsa ω azalmalıdır;
(*b*) 1.3 çarpanı ile artar.

5. 0.38 rev/s.

7. (*a*) 7.1×10^{33} kg·m^2/s;
(*b*) 2.7×10^{40} kg·m^2/s.

9. (*a*) $-\frac{I_W}{I_P}\omega_W$;
(*b*) $-\frac{I_W}{2I_P}\omega_W$;
(*c*) $\omega_W \frac{I_W}{I_P}$;
(*d*) 0.

11. (*a*) 0.55 rad/s;
(*b*) 420 J, 240 J.

13. 0.48 rad/s, 0.80 rad/s.

15. $\frac{1}{2}\omega$.

17. (*a*) 3.7×10^{16} J;
(*b*) 1.9×10^{20} kg·m^2/s.

19. −0.32 rad/s.

23. 45°.

27. $(25\hat{\mathbf{i}} \pm 14\hat{\mathbf{j}} \mp 19\hat{\mathbf{k}})$ m·N.

29. (*a*) $-7.0\hat{\mathbf{i}} - 11\hat{\mathbf{j}} + 0.5\hat{\mathbf{k}}$;
(*b*) 170°.

37. $(-55\hat{\mathbf{i}} - 45\hat{\mathbf{j}} + 49\hat{\mathbf{k}})$ kg·m^2/s.

39. (*a*) $(\frac{1}{6}M + \frac{7}{9}m)\ell^2\omega^2$;
(*b*) $(\frac{1}{3}M + \frac{14}{9}m)\ell^2\omega$.

41. (*a*) $\left[(M_A + M_B)R_0 + \frac{I}{R_0}\right]v$;
(*b*) $\frac{M_B g}{M_A + M_B + \frac{I}{R_0^2}}$.

45. $F_A = \frac{(d + r_A\cos\phi)m_A r_A \omega^2 \sin\phi}{2d}$,
$F_B = \frac{(d - r_A\cos\phi)m_A r_A \omega^2 \sin\phi}{2d}$.

47. $\frac{m^2v^2}{g(m + M)(m + \frac{4}{3}M)}$.

49. $\Delta\omega/\omega_0 = -8.4 \times 10^{-13}$.

51. $v_{KM} = \frac{m}{M + m}v$,
ω (KM etrafında)$= \left(\frac{12m}{4M + 7m}\right)\frac{v}{\ell}$.

53. 8.3×10^{-4} kg·m^2.

55. 8.0 rad/s.

57. 14 dev/dak, yukarıdan bakıldığında saatin tersi yönde.

59. (*a*) 9.80 m/s^2, radyal doğrultuda;
(*b*) 9.78 m/s^2, 0.0988° radyal doğrultunun 0.0988° güneyinde;
(*c*) 9.77 m/s^2, radyal doğrultuda.

61. Kuzeye veya güneye doğru.

63. $(mr\omega^2 - F_{sür})\hat{\mathbf{i}} + (F_{\text{jant teli}} - 2m\omega v)\hat{\mathbf{j}} + (F_N - mg)\hat{\mathbf{k}}$.

65. (*a*) $(-24\hat{\mathbf{i}} + 28\hat{\mathbf{j}} - 14\hat{\mathbf{k}})$ kg·m^2/s;
(*b*) $(16\hat{\mathbf{j}} - 8.0\hat{\mathbf{k}})$ m·N.

67. (*b*) 0.750.

69. $v[-\sin(\omega t)\hat{\mathbf{i}} + \cos(\omega t)\hat{\mathbf{j}}]$,
$\vec{\omega} = \left(\frac{v}{R}\right)\hat{\mathbf{k}}$.

71. (*a*) Tekerlek sağa döner
(*b*) $\Delta L/L_0 = 0.19$.

73. (*a*) 820 kg·m^2/s^2;
(*b*) 820 m·N;
(*c*) 930 W.

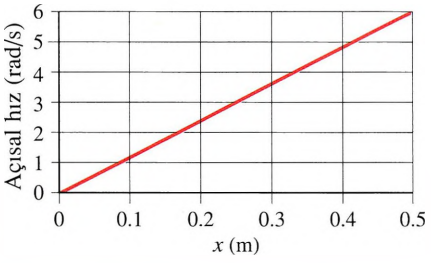
75. $\vec{\mathbf{a}}_{teğ} = -R\alpha\sin\theta\hat{\mathbf{i}} + R\alpha\cos\theta\hat{\mathbf{j}}$;
(*a*) $mR^2\alpha\hat{\mathbf{k}}$;
(*b*) $mR^2\alpha\hat{\mathbf{k}}$.

77. 0.965.

79. (*a*) Patencinin kütle merkezinden geçen herhangi bir eksen etrafında uygulanan net tork sıfırdır.
(*b*) $f_{\text{tek eksenel}} = 2.5$ rad/s, $f_{\text{üçlü eksenel}} = 6.5$ rad/s.

81. (*a*) 17,000 rev/s;
(*b*) 4300 rev/s.

83. (*a*) $\omega = \left(12\frac{\text{rad/s}}{\text{m}}\right)x$;
(*b*)



BÖLÜM 12

1. 528 N, $\vec{\mathbf{F}}_A$ 'dan saat yönünde $(1.20 \times 10^2)°$'de.

3. 6.73 kg.

5. (*a*) $F_A = 1.5 \times 10^3$ N aşağı doğru, $F_B = 2.0 \times 10^3$ N yukarı doğru,
(*b*) $F_A = 1.8 \times 10^3$ N aşağı doğru, $F_B = 2.6 \times 10^3$ N yukarı doğru.

7. (*a*) 230 N;
(*b*) 2100 N.

9. -2.9×10^3 N, 1.5×10^4 N.

11. 3400 N, 2900 N.

13. 0.28 m.

15. 6300 N, 6100 N.

17. 1600 N.

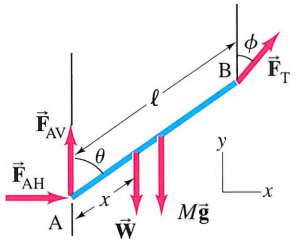
19. 1400 N, 2100 N.

21. (*a*) 410 N;
(*b*) 410 N, 328 N.

23. 120 N.

25. 550 N.

27. (*a*)



(*b*) $F_{AH} = 51$ N, $F_{AV} = -9$ N;
(*c*) 2.4 m.

29. $F_{\text{üst}}$=55.2 N sağ, 63.7 N yukarı doğru, $F_{\text{üst}}$=55.2 N sol, 63.7 N yukarı doğru.

31. Tepede 2.5 m.

33. 2.5 m at the top.

35. (*a*) $1.8 \times 10^5\ \text{N/m}^2$;
(*b*) 3.5×10^{-6}.

37. (*a*) $1.4 \times 10^6\ \text{N/m}^2$;
(*b*) 6.9×10^{-6};
(*c*) 6.6×10^{-5} m.

39. $9.6 \times 10^6\ \text{N/m}^2$.

41. (*a*) 1.3×10^2 m·N, saat yönünde;
(*b*) duvar;
(*c*) her üçü de vardır.

43. (*a*) 393 N;
(*b*) daha kalın.

45. (*a*) $3.7 \times 10^{-5}\ \text{m}^2$;
(*b*) 2.7×10^{-3} m.

47. 1.3 cm.

49. (*a*) F_A = 170 kN, AC'nin 23º üstünde;
(*b*) germe; F_{DE}, F_{BD}, F_{BC}; baskı; $F_{CE}, F_{CD}, F_{AC}, F_{AB}$.

51. (*a*) $5.5 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$;
(*b*) $8.6 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$.

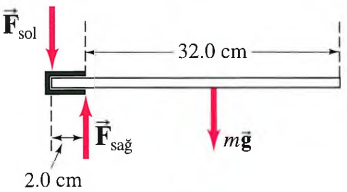
53. $F_{AB} = F_{BD} = F_{DE} = 7.5 \times 10^4$ N, Baskı;
$F_{BC} = F_{CD} = 7.5 \times 10^4$ N, germe.
$F_{CE} = F_{AC} = 3.7 \times 10^4$ N, germe.

55. $F_{AB} = F_{JG} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}F$, baskı;
$F_{AC} = F_{JH} = F_{CE} = F_{HE} = \frac{3}{2}F$, germe; $F_{BC} = F_{GH} = F$, germe;
$F_{BE} = F_{GE} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}F$, germe;
$F_{BD} = F_{GD} = 2F$, baskı;
$F_{DE} = 0$.

57. 0.249 kg, 0.194 kg, 0.0554 kg.

59. (*a*) $Mg\sqrt{\dfrac{h}{2R - h}}$;
(*b*) $Mg\dfrac{\sqrt{h(2R - h)}}{R - h}$.

61. (*a*)



(*b*) mg = 65 N, $F_{\text{sağ}}$ = 550 N, F_{sol} = 490 N;
(*c*) 11 m·N.

63. 29°.

65. 3.8.

67. 5.0×10^5 N, 3.2 m.

69. (*a*) 650 N;
(*b*) $F_A = 0$, F_B = 1300 N;
(*c*) F_A = 160 N, F_B = 1140 N;
(*d*) F_A = 810 N, F_B = 940 N.

71. Sadece sağdaki desteğin 0.95 m sağına vesoldaki desteğin0.83 m soluna yürüyebilir.

73. F_{sol} = 120 N, $F_{\text{sağ}}$ = 210 N.

75. F/A = $3.8 \times 10^5\ \text{N/m}^2$ < doku mukavemeti

77. $F_A = 1.7 \times 10^4$ N,
$F_B = 7.7 \times 10^3$ N.

79. 2.5 m.

81. (*a*) 6500 m;
(*b*) 6400 m.

83. 650 N.

85. 45°.

87. (*a*) 2.4*w*;
(*b*) 2.6*w*, yatayın 32º üstünde

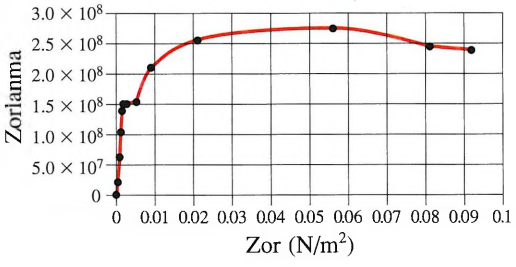
89. (*a*) $(4.5 \times 10^{-6})\%$;
(*b*) 9.0×10^{-18} m.

91. 0.83 m.

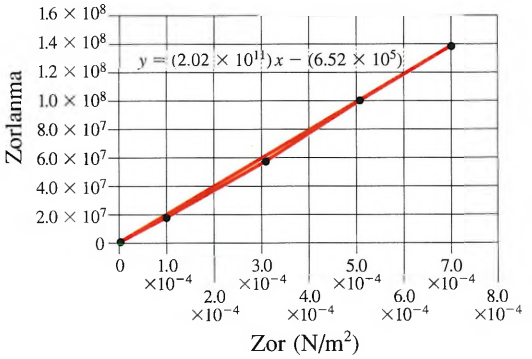
93. (*a*) $mg\left(1 - \dfrac{r_0}{h}\cot\theta\right)$;
(*b*) $\dfrac{h}{r_0} - \cot\theta$.

95. (*b*) 46°, 51°, 11%.

97. (*a*)



(*b*)



BÖLÜM 13

1. 3×10^{11} kg.

3. 6.7×10^2 kg.

5. 0.8547.

7. (*a*) 5510 kg/m³;
(*b*) 5520 kg/m³, 0.3%.

9. (*a*) $8.1 \times 10^7\ \text{N/m}^2$;
(*b*) $2 \times 10^5\ \text{N/m}^2$.

11. 13 m.

13. 6990 kg.

15. (*a*) 2.8×10^7 N, $1.2 \times 10^5\ \text{N/m}^2$;
(*b*) $1.2 \times 10^5\ \text{N/m}^2$.

17. 683 kg/m³.

19. $3.36 \times 10^4\ \text{N/m}^2$.

21. (*a*) 1.32×10^5 Pa;
(*b*) 9.7×10^4 Pa.

23. (*c*) 0.38*h*, hayır.

27. 2990 kg/m³.

29. 920 kg.

31. Iron or steel.

33. $1.1 \times 10^{-2}\ \text{m}^3$.

35. 10.5%.

37. Yukarıda.

39. 3600 balon.

43. 2.8 m/s.

45. 1.0×10^1 m/s.

47. $1.8 \times 10^5\ \text{N/m}^2$.

49. 1.2×10^5 N.

51. 9.7×10^4 Pa.

57. (*b*) $\frac{1}{2}$.

59. (*b*) $h = \left[\sqrt{h_0} - t\sqrt{\dfrac{gA_1^2}{2(A_2^2 - A_1^2)}}\right]^2$
(*c*) 92 s.

63. 7.9×10^{-2} Pa·s.

65. 6.9×10^3 Pa.

67. 0.10 m.

69. (*a*) Laminer;
(*b*) türbülanslı.

71. 1.0 m.

73. 0.012 N.

75. 1.5 mm.

79. (*a*) 0.75 m;
(*b*) 0.65 m;
(*c*) 1.1 m.

81. 0.047 atm.

83. 0.24 N.

85. 1.0 m.

87. 5.3 km.

89. (*a*) −88 Pa/s;
(*b*) 5.0×10^1 s.

91. 5×10^{18} kg.

93. (*a*) 8.5 m/s;
(*b*) 0.24 L/s;
(*c*) 0.85 m/s.

95. $d\left(\dfrac{v_0^2}{v_0^2 + 2gy}\right)^{\frac{1}{4}}$.

97. 170 m/s.

99. 1.2×10^4 N.

101. 4.9 s.

BÖLÜM 14

1. 0.72 m.

3. 1.5 Hz.

5. 350 N/m.

7. 0.13 m/s, 0.12 m/s^2, 1.2%.

9. (*a*) 0.16 N/m;
(*b*) 2.8 Hz.

11. $\dfrac{\sqrt{3k/M}}{2\pi}$.

13. (*a*) 2.5 m, 3.5 m;
(*b*) 0.25 Hz, 0.50 Hz;
(*c*) 4.0 s, 2.0 s;
(*d*) $x_A = (2.5\text{ m})\sin(\frac{1}{2}\pi t)$,
$x_B = (3.5\text{ m})\cos(\pi t)$.

15. (*a*) $y(t) =$
$(0.280\text{ m})\sin[(34.3\text{ rad/s})t]$;
(*b*) $t_{\text{en uzun}} =$
$4.59 \times 10^{-2}\text{ s} + n(0.183\text{ s})$,
$n = 0, 1, 2, \ldots$;
$t_{\text{en kısa}} =$
$1.38 \times 10^{-1}\text{ s} + n(0.183\text{ s})$,
$n = 0, 1, 2, \ldots$.

17. (*a*) 1.6 s, $\frac{5}{8}$ Hz;
(*b*) 3.3 m, −7.5 m/s;
(*c*) −13 m/s, 29 m/s^2.

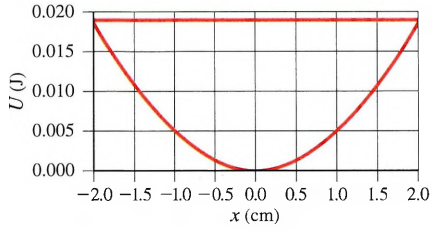
19. 0.75 s.

21. 3.1 s, 6.3 s, 9.4 s.

23. 88 N/m, 17.8 m.

27. (*a*) 0.650 m;
(*b*) 1.18 Hz;
(*c*) 13.3 J;
(*d*) 11.2 J, 2.1 J.

29.



(*a*) 0.011 J;
(*b*) 0.0083 J;
(*c*) 0.55 m/s.

31. 10.2 m/s.

33. $A_{\text{yüksek enerji}} = \sqrt{5}\,A_{\text{düşük enerji}}$

35. (*a*) 430 N/m;
(*b*) 3.7 kg.

37. 309.8 m/s.

39. (*a*) 0.410 s, 2.44 Hz;
(*b*) 0.148 m;
(*c*) 34.6 m/s^2;
(*d*) $x = (0.148\text{ m})\sin(4.87\pi t)$;
(*e*) 2.00 J;
(*f*) 1.68 J.

41. 2.2 s.

43. (*a*) −5.4°;
(*b*) 8.4°;
(*c*) −13°.

45. $\frac{1}{3}$.

47. $\sqrt{2g\ell(1 - \cos\theta)}$.

49. 0.41 g.

51. (*a*) $\theta = \theta_0\cos(\omega t + \phi)$, $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{I}}$.

53. 2.9 s.

55. 1.08 s.

57. 6 çarpanı ile azalır.

59. (*a*) (-1.21×10^{-3})%;
(*b*) 32.3 periyot.

63. (*a*) 0°;
(*b*) 0, $\pm A$;
(*c*) $\frac{1}{2}\pi$ or 90°.

65. 1.6 m/s.

67. 1.37×10^8.

69. (*a*) 170 s;
(*b*) 1.3×10^{-5} W;
(*c*) Her iki tarafta 1.0×10^{-3} Hz .

71. 0.11 m.

73. (*a*) 1.22 f;
(*b*) 0.71 f.

75. (*a*) 0.41 s;
(*b*) 9 mm.

77. 0.9922 m, 1.6 mm, 0.164 m.

79. $x = \pm\dfrac{\sqrt{3}A}{2} \approx \pm\,0.866A$.

81. $\rho_{\text{su}}\, g\,(\text{alan}_{\text{alt yüz}})$.

83. (*a*) 130 N/m;
(*b*) 0.096 m.

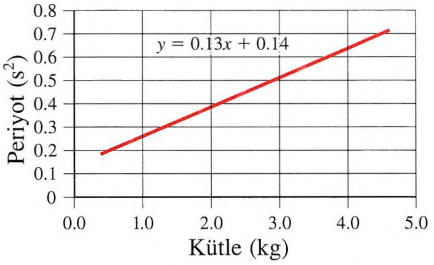
85. (*a*) $x = \pm\dfrac{\sqrt{3}x_0}{2} \approx \pm\,0.866x_0$;
(*b*) $x = \pm\frac{1}{2}x_0$.

87. 84.5 dak.

89. 1.25 Hz.

91. ~3000 N/m.

93. (*a*) $k = \dfrac{4\pi^2}{\text{eğim}}$, y-kesişimi $= 0$;
(*b*) eğim $= 0.13\text{ s}^2/\text{kg}$,
y-kesişimi $= 0.14\text{ s}^2$



(*c*) $k = \dfrac{4\pi^2}{\text{eğim}} = 310\text{ N/m}$,
y-kesişimi $= \dfrac{4\pi^2 m_0}{k}$,
$m_0 = 1.1\text{ kg}$;
(*d*) yay kütlesinin etkin olarak salınım yapan kısmı.

BÖLÜM 15

1. 2.7 m/s.

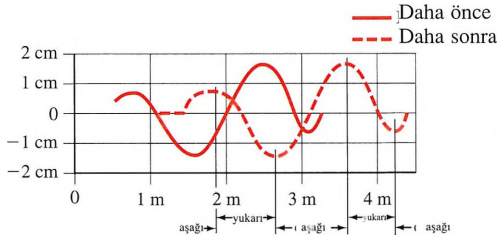
3. (*a*) 1400 m/s;
(*b*) 4100 m/s;
(*c*) 5100 m/s.

5. 0.62 m.

7. 4.3 N.

9. (*a*) 78 m/s;
(*b*) 8300 N.

11. (*a*)



(*b*) −5 cm/s.

13. 18 m.

15. $A_{\text{daha fazla enerji}} / A_{\text{daha az enerji}} = \sqrt{3}$.

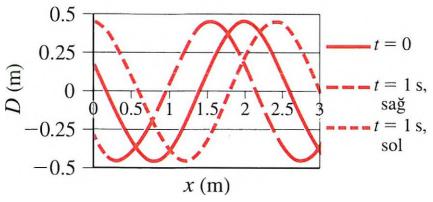
19. (*a*) 0.38 W;
(*b*) 0.25 cm.

21. (*b*) 420 W.

23. $D = A\sin\left[2\pi\left(\dfrac{x}{\lambda} + \dfrac{t}{T}\right) + \phi\right]$.

25. (*a*) 41 m/s;
(*b*) 6.4×10^4 m/s^2;
(*c*) 35 m/s, 3.2×10^4 m/s^2.

27. (*b*) $D =$ $(0.45\text{ m})\cos[2.6(x - 2.0t) + 1.2]$;
(*d*) $D =$ $(0.45\text{ m})\cos[2.6(x + 2.0t) + 1.2]$.



29. $D = (0.020\text{ cm}) \times \sin[(9.54\text{ m}^{-1})x - (3290\text{ rad/s})t + \frac{3}{2}\pi]$

31. Evet, çözümdür.

35. Evet, çözümdür.

37. (*a*) 0.84 m;
(*b*) 0.26 N;
(*c*) 0.59 m.

39. (*a*) $T = \dfrac{2}{v}\sqrt{D^2 + \left(\dfrac{x}{2}\right)^2}$;

(*b*) eğim $= \dfrac{1}{v^2}$,

y-kesişimi $= \dfrac{4}{v^2}D^2$.

41. (*a*)



(*b*)



(*c*) bütün kinetik enerji.

43. 662 Hz.

45. $T_n = \dfrac{(1.5\text{ s})}{n}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$,
$f_n = n(0.67\text{ Hz})$, $n = 1, 2, 3, \ldots$.

47. $f_{0.50}/f_{1.00} = \sqrt{2}$.

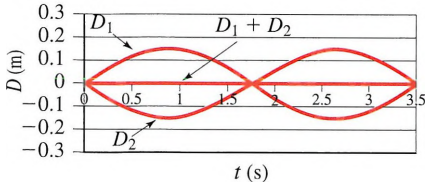
49. 80 Hz.

53. 11.

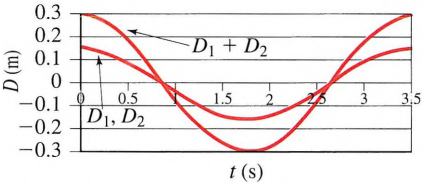
55. (*a*) $D_2 = 4.2\sin(0.84x + 47t + 2.1)$;
(*b*) $8.4\sin(0.84x + 2.1)\cos(47t)$.

57. 315 Hz.

59. (*a*)



(*b*)



61. $n = 4$, $n = 8$, and $n = 12$.

63. $x = [\pm(n + \frac{1}{2})\frac{1}{4}\pi]$ m,
$n = 1, 2, 3, \ldots$.

65. 5.2 km/s.

67. $(3.0 \times 10^1)°$.

69. 44°.

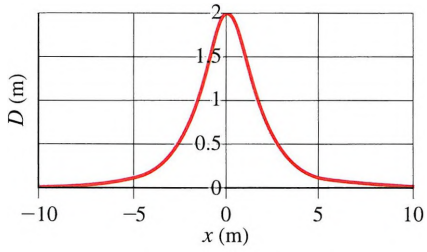
71. (*a*) 0.042 m;
(*b*) 0.55 radyan.

73. Hız, daha az yoğun olan çubukta $\sqrt{2.5} = 1.6$. faktörü ile daha büyüktür.

75. (*a*) 0.05 m;
(*b*) 2.25.

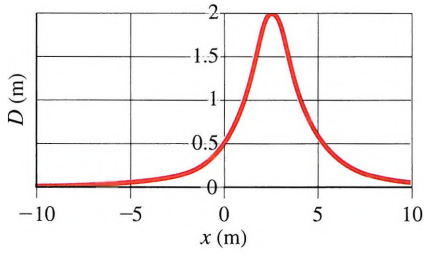
77. 0.69 m.

79. (*a*) $t = 0$ s;



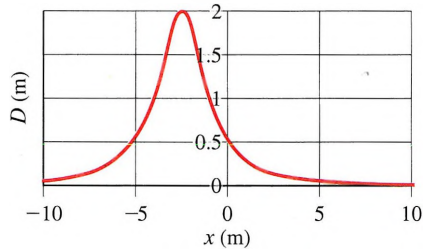
(*b*) $D = \dfrac{4.0\text{ m}^3}{(x - 2.4t)^2 + 2.0\text{ m}^2}$

(*c*) $t = 1.0$ s, hareket sağa



(*d*) $D = \dfrac{4.0\text{ m}^3}{(x + 2.4t)^2 + 2.0\text{ m}^2}$,

$t = 1.0$ s, hareket sola



81. (*a*) G: 784 Hz, 1180 Hz, B: 988 Hz, 1480 Hz;
(*b*) 1.59;
(*c*) 1.26;
(*d*) 0.630.

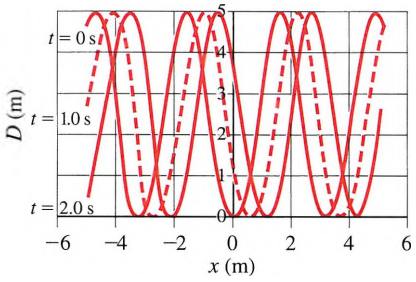
83. İlk atmanın çıktığı uçtan 6.3 m uzakta.

85. $\lambda = \dfrac{4\ell}{2n - 1}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$.

87. $D(x, t) =$ $(3.5\text{ cm})\cos(0.10\pi x - 1.5\pi t)$, x, cm ve t, s cinsinden

89. 12 dak.

93. hız = 050 m/s; hareket yönü $= +x$, periyot = 2π s, dalgaboyu = π m.



BÖLÜM 16

1. (*a*) 1.7 cm'den 17 m'ye kadar.
(*b*) 2.3×10^{-5} m.

3. (*a*) 17 cm to 17 m;
(*b*) 3.4×10^{-5} m.

5. (*a*) 0.17 m;
(*b*) 11 m;
(*c*) 0.5%.

7. 41 m.

9. (*a*) 8%;
(*b*) 4%.

11. (*a*) 4.4×10^{-5} Pa;
(*b*) 4.4×10^{-3} Pa.

13. (*a*) 5.3 m;
(*b*) 675 Hz;
(*c*) 3600 m/s;
(*d*) 1.0×10^{-13} m.

15. 63 dB.

17. (*a*) 10^9;
(*b*) 10^{12}.

19. 2.9×10^{-9} J.

21. 124 dB.

23. (*a*) 9.4×10^{-6} W;
(*b*) 8.0×10^6 kişi.

25. (*a*) 122 dB, 115 dB;
(*b*) hayır.

27. 7 dB.

29. (*a*) Daha yüksek frekanslı dalga, 2.6;
(*b*) 6.8.

31. (*a*) 3.2×10^{-5} m;
(*b*) 3.0×10^{1} Pa.

33. 1.24 m.

35. (*a*) 69.2 Hz, 207 Hz, 346 Hz, 484 Hz;
(*b*) 138 Hz, 277 Hz, 415 Hz, 553 Hz.

37. 8.6 mm to 8.6 m.

39. (*a*) 0.18 m;
(*b*) 1.1 m;
(*c*) 440 Hz, 0.79 m.

41. −3.0%.

43. (*a*) 1.31 m;
(*b*) 3, 4, 5, 6.

45. 3.65 cm, 7.09 cm, 10.3 cm, 13.4 cm, 16.3 cm, 19.0 cm.

47. 4.3 m, açık.

49. 21 Hz, 43 Hz.

51. 3430 Hz, 10,300 Hz, 17,200 Hz, bağıl olarak hassas frekanslar.

53. ± 0.50 Hz.

55. 346 Hz.

57. 10 vuru/s.

59. (*a*) 221.5 Hz or 218.5 Hz;
(*b*) 1.4% artma veya azalma

61. (*a*) 1470 Hz;
(*b*) 1230 Hz.

63. (*a*) 2430 Hz, 2420 Hz, fark 10 Hz;
(*b*) 4310 Hz, 3370 Hz, fark 940 Hz;
(*c*) 34,300 Hz, 4450 Hz, fark 29,900 Hz;
(*d*) $f'_{\text{kaynak hareketli}} \approx f'_{\text{algılayıcı hareketli}} = f\left(1 + \frac{v_{\text{cisim}}}{v_{\text{ses}}}\right)$.

65. (*a*) 1420 Hz, 1170 Hz;
(*b*) 1520 Hz, 1080 Hz;
(*c*) 1330 Hz, 1240 Hz.

67. 3 Hz.

69. (*a*) Her 1.3 s'de;
(*b*) Her 15 s'de.

71. 8.9 cm/s.

73. (*a*) 93;
(*b*) 0.62°.

77. 19 km.

79. (*a*) 57 Hz, 69 Hz, 86 Hz, 110 Hz, 170 Hz.

81. 90 dB.

83. 11 W.

85. 51 dB.

87. 51.

89. (*a*) 280 m/s, 57 N;
(*b*) 0.19 m;
(*c*) 880 Hz, 1320 Hz.

91. 3 Hz.

93. 141 Hz, 422 Hz, 703 Hz, 984 Hz.

95. 22 m/s.

97. (*a*) Vuru olmaz;
(*b*) 20 Hz;
(*c*) no beats.

99. 55.2 kHz.

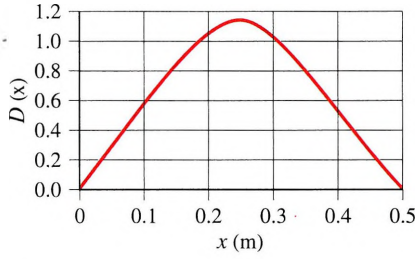
101. 11.5 m.

103. 2.3 Hz.

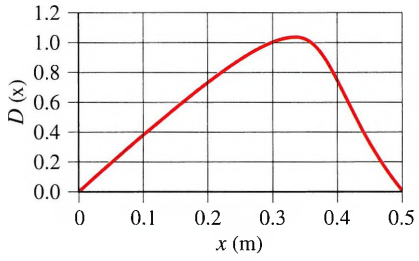
105. 17 km/sa.

107. (*a*) 3400 Hz;
(*b*) 1.50 m;
(*c*) 0.10 m.

109. (*a*)



(*b*)



BÖLÜM 17

1. $N_{Au} = 0.548 N_{Ag}$.

3. (*a*) 20°C;
(*b*) 3500°F.

5. 102.9°F.

7. 0.08 m.

9. Süper Invar için ™, 1.6×10^{-6} m
9.6×10^{-5} m Çelik için 60× daha fazla

11. 981 kg/m^3.

13. −69°C.

15. 3.9 cm^3.

17. (*a*) 5.0×10^{-5}/C°;
(*b*) bakır.

21. (*a*) 2.7 cm;
(*b*) 0.3 cm.

23. 55 dak.

25. 3.0×10^{7} N/m^2.

27. (*a*) 27°C;
(*b*) 5500 N.

29. −459.67°F.

31. 1.35 m^3.

33. 1.25 kg/m^3.

35. 181°C.

37. (*a*) 22.8 m^3;
(*b*) 1.88 atm.

39. 1660 atm.

41. 313°C.

43. 3.49 atm.

45. −130°C.

47. 7.0 dak.

49. İdeal = Gerçekte = 0.598 m^3 (ideal olmayan davranış).

51. 2.69×10^{25} molecules/m^3.

53. 4×10^{-17} Pa.

55. molekül/m3.

57. 19 molekül/nefes.

59. (*a*) 71.2 torr;
(*b*) 180°C.

61. 223 K.

63. (*a*) Düşük;
(*b*) 0.025%.

65. 20%.

67. 9.9 L, tavsiye edilmez.

69. (*a*) 1100 kg;
(*b*) 100 kg.

71. (*a*) Daha düşük;
(*b*) 0.36%.

73. 1.1×10^{44} molekül.

75. 3.34 nm.

77. 13 h.

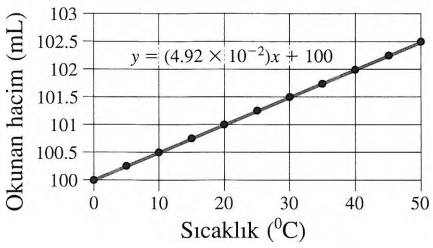
79. (*a*) 0.66×10^{3} kg/m^3;
(*b*) −3%.

81. ± 0.11 C°.

83. 3.6 m.

85. 3% artış.

87.



Doğrunun eğimi: 4.92×10^{-2} ml/°C,
bağıl β: 492×10^{-6}/°C,
β sıvının 501×10^{-6}/°C 'sı
hangi sıvı:gliserin.

BÖLÜM 18

1. (*a*) 5.65×10^{-21} J;
(*b*) 3.7×10^{3} J.

3. 1.29.

5. 3.5×10^{-9} m/s.

7. (*a*) 4.5;
(*b*) 5.2.

9. $\sqrt{3}$.

13. 5.6%.

15. 1.004.

17. (*a*) 461 m/s;
(*b*) 26 gidiş-dönüş/s.

19. Sıcaklığı iki katına çıkarın.

21. (*a*) 642 m/s;
(*b*) 199 K;
(*c*) 595 m/s, 201 K, yes.

23. Buhar.

25. (*a*) Buhar;
(*b*) katı.

27. 3600 Pa.

29. 355 torr veya 4.73×10^{4} Pa veya 0.466 atm.

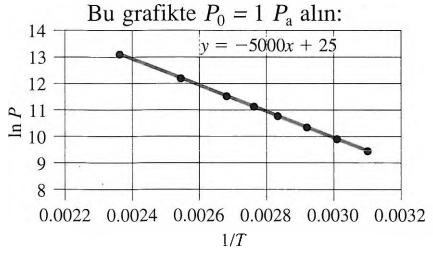
31. 92°C.

33. 1.99×10^{5} Pa veya 1.97 atm.

35. 70 g.

37. 16.6°C.

39. (*a*) Eğim $= -5.00 \times 10^{3}$ K,
y-kesişimi = 24.9.
Bu grafikte $P_0 = 1\ P_a$ alın:



41. (*a*) 3.1×10^{6} Pa;
(*b*) 3.2×10^{6} Pa.

43. (*b*) $a = 0.365\ \text{N}\cdot\text{m}^4/\text{mol}^2$,
$b = 4.28 \times 10^{-5}\ \text{m}^3/\text{mol}$.

45. (*a*) 1.0×10^{-2} Pa;
(*b*) 3×10^{7} Pa.

47. 2.1×10^{-7} m, , durgun hedefler, etkin yarıçap: $r_{H2} + r_{hava}$.

49. (*b*) $4.7 \times 10^{7}\ \text{s}^{-1}$.

51. $\frac{1}{40}$.

53. 3.5 sa, aktarım, yayılmadan çok daha önemlidir.

55. (*b*) 4×10^{-11} mol/s;
(*c*) 0.6 s.

57. 260 m/s, 3.7×10^{-22} atm.

59. (*a*) 290 m/s;
(*b*) 9.5 m/s.

61. 80 cm.

63. Kinetik enerji $= 6.07 \times 10^{-21}$ J,
Potansiyel enerji $= 5.21 \times 10^{-25}$ J,
Evet, potansiyel enerji ihmal edilebilir.

65. 0.01%.

67. 1.5×10^{5} K.

69. (*a*) 2800 Pa;
(*b*) 650 Pa.

71. 2×10^{13} m.

73. 0.36 kg.

75. (*b*) 4.6×10^{9} Hz,
2×10^{5} kez daha büyük.

77. 0.21.

BÖLÜM 19

1. 10.7°C.

3. (*a*) 1.0×10^{7} J;
(*b*) 2.9 kW-saat;
(*c*) 0.44 TL/gün; hayır.

5. 4.2×10^{5} J, 1.0×10^{2} kcal.

7. 6.0×10^{6} J.

9. (*a*) 3.3×10^{5} J;
(*b*) 56 dak.

11. 6.9 dak.

13. 40.0°C.

15. $2.3 \times 10^{3}\ \text{J/kg}\cdot\text{C}°$.

17. 54 C°.

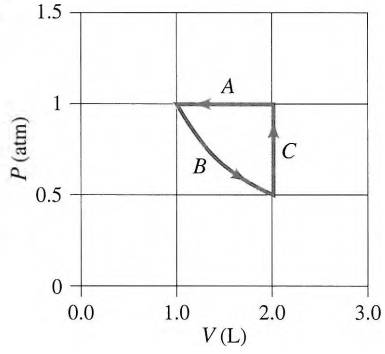
19. 0.31 kg.

21. (*a*) 5.1×10^{5} J;
(*b*) 1.5×10^{5} J.

23. 4700 kcal.

25. 360 m/s.

27.



29. (*a*) 0;
(*b*) −365 kJ.

31. (*a*) 480 J;
(*b*) 0;
(*c*) gaza 480 J.

33. (*a*) 4350 J;
(*b*) 4350 J;
(*c*) 0.

35. -4.0×10^{2} K.

37. 236 J.

39. (*a*) 3.0×10^{1} J;
(*b*) 68 J;
(*c*) −84 J;
(*d*) −114 J;
(*e*) −15 J.

41. $RT \ln \dfrac{(V_2 - b)}{(V_1 - b)} + a\left(\dfrac{1}{V_2} - \dfrac{1}{V_1}\right)$.

43. 22 C°.

45. 83.7 g/mol, kripton.

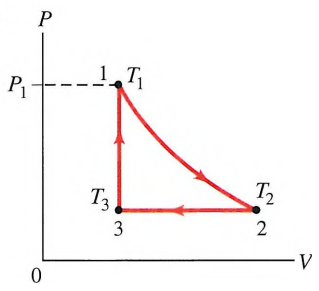
47. 48 C°.

49. (*a*) 6230 J;
(*b*) 2490 J;
(*c*) 8720 J.

51. 0.457 atm, −39°C.

53. (*a*) 404 K, 195 K;
(*b*) -1.59×10^{4} J;
(*c*) 0;
(*d*) -1.59×10^{4} J.

55. (*a*)



(*b*) 209 K;
(*c*) $Q_{1\to2} = 0$,
$\Delta E_{1\to2} = -2480$ J,
$W_{1\to2} = 2480$ J;
$Q_{2\to3} = -3740$ J,
$\Delta E_{2\to3} = -2240$ J,
$W_{2\to3} = -1490$ J;
$Q_{3\to1} = 4720$ J,
$\Delta E_{3\to1} = 4720$ J,
$W_{3\to1} = 0$;
(*d*) $Q_{\text{çevrim}} = 990$ J,
$\Delta E_{\text{çevrim}} = 0$,
$W_{\text{çevrim}} = 990$ J.

57. (*a*) 5.0×10^1 W;
(*b*) 17 W.

59. 21 sa.

61. (*a*) seramik: 14 W, parlak: 2.0 W;
(*b*) seramik: 11 C°, parlak: 1.6 C°.

63. (*a*) 1.73×10^{17} W;
(*b*) 278 K veya 5°C.

65. 22%.

67. (*b*) 4.8 C°/s;
(*c*) 0.60 C°/cm.

69. 6.4 Cal.

71. 4×10^{15} J.

73. 1 C°.

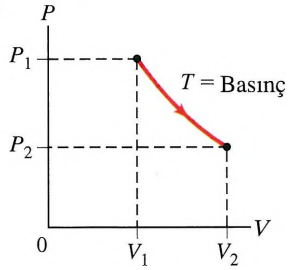
75. 3.6 kg.

77. 0.14 C°.

79. (*a*) 640 W;
(*b*) 4.2 g.

81. 1.1 gün.

83. (*a*) $r = 2.390$ cm;
(*b*)

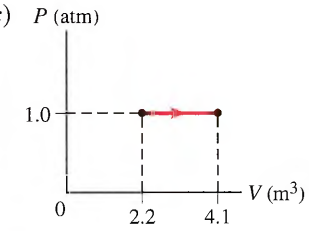


(*c*) $Q = 4.99$ J, $\Delta E = 0$, $W = 4.99$ J.

85. 110°C.

87. 305 J.

89. (*a*) 1.9×10^5 J;
(*b*) -1.3×10^5 J;
(*c*)



91. 2200 J.

BÖLÜM 20

1. 0.25.

3. 0.16.

5. 0.21.

7. 0.55.

9. 0.74.

13. 1.4×10^{13} J/sa.

15. 1400 m.

17. 660°C.

19. (*a*) 4.1×10^5 Pa, 2.1×10^5 Pa;
(*b*) 34 L, 17 L;
(*c*) 2100 J;
(*d*) −1500 J;
(*e*) 600 J;
(*f*) 0.3.

21. 8.54.

23. 5.4.

25. (*a*) −4°C;
(*b*) 29%.

27. (*a*) 230 J;
(*b*) 390 J.

29. (*a*) 3.1×10^4 J;
(*b*) 2.7 dak.

31. 91 L.

33. 0.20 J/K.

35. 5×10^4 J/K.

37. $5.50 \times 10^{-2} \dfrac{\text{J/K}}{\text{s}}$.

39. 9.3 J/K.

41. (*a*) 93 m J/K, evet;
(*b*) 93 m J/K, hayır; m, kg cinsinden (SI)

43. (*a*) 1010 J/K;
(*b*) 1020 J/K;
(*c*) -9.0×10^2 J/K.

45. (*a*) Adyabatik
(*b*) $\Delta S_{\text{adyabatik}} = 0$,
$\Delta S_{\text{izotermal}} = -nR \ln 2$;
(*c*) $\Delta S_{\text{çevre adyabatik}} = 0$.
$\Delta S_{\text{çevre izotermal}} = nR \ln 2$;

47. (*a*) Bütün süreçler tersinirdir.

49. $\dfrac{T}{nC_V}$.

53. 2.1×10^5 J.

55. (*a*) $\frac{5}{16}$;
(*b*) $\frac{1}{64}$.

57. (*a*) 2.47×10^{-23} J/K;
(*b*) -9.2×10^{-22} J/K;
(*c*) bunlar, paraların mikrodurum sayısının nisbeten düşük olmasından dolayı, pek çok mertebe daha küçüktür.

59. (*a*) 1.79×10^6 kW-sa;
(*b*) 9.6×10^4 kW-sa;

61. 12 MW.

63. (*a*) 0.41 mol;
(*b*) 396 K;
(*c*) 810 J;
(*d*) −700 J;
(*e*) 810 J;
(*f*) 0.13;
(*g*) 0.24.

65. (*a*) 110 kg/s;
(*b*) 9.3×10^7 gal/sa.

67. (*a*) 18 km^3/gün.
(*b*) 120 km^2.

69. (*a*) 0.19;
(*b*) 0.23.

71. (*a*) 5.0 C°;
(*b*) 72.8 J/kg·K.

73. 1700 J/K.

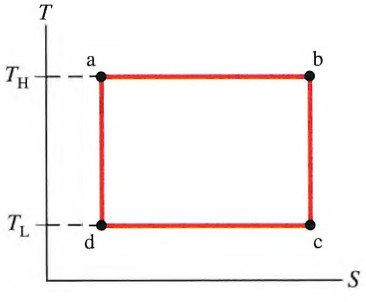
75. 57 W or 0.076 hp.

77. $e_{\text{Sterling}} =$

$$\left(\frac{T_H - T_L}{T_H}\right)\left[\frac{\ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)}{\ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right) + \frac{3}{2}\left(\frac{T_H - T_L}{T_H}\right)}\right],$$

$e_{\text{Sterling}} < e_{\text{Carnot}}$.

79. (*a*)



(*b*) W_{net}.

81. 16 kg.

83. 3.61×10^{-2} J/K.

BÖLÜM 21

1. 2.7×10^{-3} N.

3. 7200 N.

5. $(4.9 \times 10^{-14})\%$.

7. 4.88 cm.

9. -5.8×10^{8} C, 0.

11. (*a*) $q_1 = q_2 = \frac{1}{2}Q_T$;

(*b*) $q_1 = 0, q_2 = Q_T$.

13. $F_1 = 0.53$ N 265°'de,

$F_2 = 0.33$ N 112°'de,

$F_3 = 0.26$ N 53°'de.

15. $F = 2.96 \times 10^{7}$ N, karenin merkezinden uzağa doğru.

17. 1.0×10^{12} electrons.

19. (*a*) $\pi\sqrt{\dfrac{md^3}{kQq}}$;

(*b*) 0.2 ps.

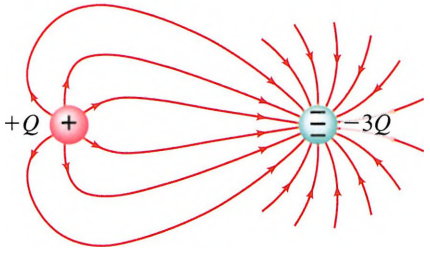
21. 3.08×10^{-16} N batıya doğru.

23. 1.10×10^{7} N/C yukarı doğru.

25. $(172\,\hat{\mathbf{j}})$ N/C.

27. 1.01×10^{14} m/s^2, alana ters yönde.

29.



31. $(-4.7 \times 10^{11}\,\hat{\mathbf{i}})$ N/C $- (1.6 \times 10^{11}\,\hat{\mathbf{j}})$ N/C;

veya

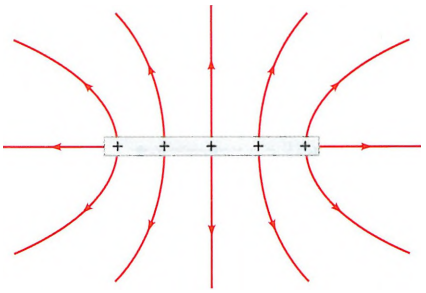
5.0×10^{11} N/C at 199°.

33. $E = 2.60 \times 10^{4}$ N/C, merkezden dışarı doğru.

35. $\dfrac{4kQxa}{(x^2 - a^2)^2}$, sola doğru.

37. $\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\sqrt{\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2}}$, $\tan^{-1}\dfrac{x}{y}$.

39.



41. $\frac{1}{4}$.

43. (*a*) $\dfrac{Qy}{2\pi\varepsilon_0(y^2 + \ell^2)^{3/2}}$.

45. 1.8×10^{6} N/C, telden uzağa doğru.

47. $\dfrac{8\lambda\ell z}{\pi\varepsilon_0(\ell^2 + 4z^2)\sqrt{4z^2 + 2\ell^2}}$, düşey doğrultuda.

49. $-\dfrac{2\lambda \sin\theta_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\,\hat{\mathbf{i}}$.

51. (*a*) $\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x(x^2 + \ell^2)^{1/2}} \times (\ell\hat{\mathbf{i}} + [x - (x^2 + \ell^2)^{1/2}]\hat{\mathbf{j}})$.

53. $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x(x + \ell)}$.

55. $\dfrac{Q(x\hat{\mathbf{i}} - \frac{2a}{\pi}\hat{\mathbf{j}})}{4\pi\varepsilon_0(x^2 + a^2)^{3/2}}$.

57. (*a*) $(-3.5 \times 10^{15}\ \text{m/s}^2)\,\hat{\mathbf{i}} - (1.41 \times 10^{16}\ \text{m/s}^2)\,\hat{\mathbf{j}}$;

(*b*) Başlangıç doğrultusundan saatin tersi yönde166°'de.

59. −23°.

61. (*b*) $2\pi\sqrt{\dfrac{4\pi\varepsilon_0 mR^3}{qQ}}$.

63. (*a*) 3.4×10^{-20} C;

(*b*) hayır;

(*c*) 8.5×10^{-26} m·N;

(*d*) 2.5×10^{-26} J.

65. (*a*) θ çok küçük;

(*b*) $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{pE}{I}}$.

67. (*a*) Dipolün yönünde.

69. 3.5×10^{9} C.

71. 6.8×10^{5} C, negatif.

73. 1.0×10^{7} elektron.

75. 5.71×10^{13} C.

77. Q_2,'den 1.6 m'de, Q_1.'den 3.6 m'de.

79. $\dfrac{1.08 \times 10^{7}}{[3.00 - \cos(13.9t)]^2}$ N/C (yukarı doğru).

81. 5×10^{-9} C.

83. 8.0×10^{-9} C.

85. 18°.

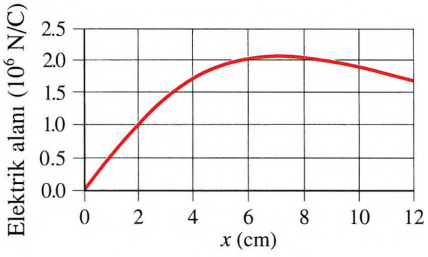
87. $E_A = 3.4 \times 10^{4}$ N/C, sağa doğru;
$E_B = 2.3 \times 10^{4}$ N/C, sola doğru;
$E_C = 5.6 \times 10^{3}$ N/C, sağa doğru;
$E_D = 3.4 \times 10^{3}$ N/C, sola doğru.

89. -7.66×10^{-6} C, kararsız.

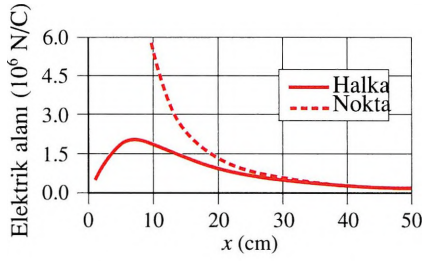
91. (*a*) 9.18×10^{6} N/C, aşağı doğru;
(*b*) 1.63×10^{-4} C/m^2.

93. (*a*) $\dfrac{a}{\sqrt{2}} = 7.07$ cm;

(*b*) evet;



(*c*) ve (*d*)



(*e*) 37 cm.

BÖLÜM 22

1. (*a*) 31 N·m^2/C;
(*b*) 22 N·m^2/C;
(*c*) 0.

3. (*a*) 0;
(*b*) 0, 0, 0, 0, $E_0\ell^2$, $-E_0\ell^2$.

5. 1.63×10^{-8} C.

7. (*a*) -1.1×10^{5} N·m^2/C;
(*b*) 0.

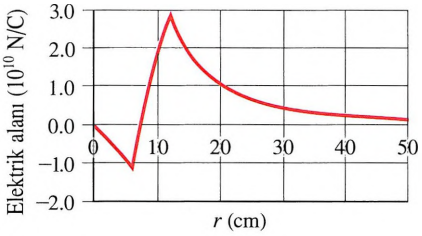
9. -8.3×10^{-7} C.

11. 4.3×10^{-5} C/m.

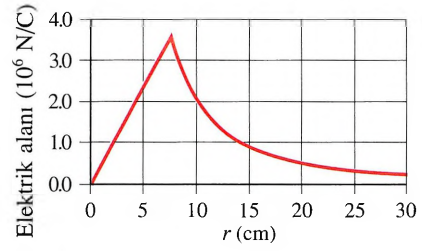
13. -8.52×10^{-11} C.

15. (*a*) -2.6×10^{4} N/C (tele doğru);
(*b*) -8.6×10^{4} N/C (tele doğru).

17. (*a*) $-(1.9 \times 10^{11}\ \text{N/C}\cdot\text{m})r$;
(*b*) $-(1.1 \times 10^{8}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C})/r^2 + (3.0 \times 10^{11}\ \text{N/C}\cdot\text{m})r$;
(*c*) $(4.1 \times 10^{8}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C})/r^2$;
(*d*) evet.



19.



21. (*a*) 5.5×10^{7} N/C (dışarı doğru);
(*b*) 0;
(*c*) 5.5×10^{5} N/C (dışarı doğru).

23. (*a*) $-8.00\ \mu$C;
(*b*) $+1.90\ \mu$C.

25. (*a*) 0;
(*b*) $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ (iki plaka da pozitifse dışarıya doğru);
(*c*) aynı.

27. (*a*) 0;
(*b*) $\dfrac{r_1^2\sigma_1}{\varepsilon_0 r^2}$;
(*c*) $\dfrac{(r_1^2\sigma_1 + r_2^2\sigma_2)}{\varepsilon_0 r^2}$;
(*d*) $\sigma_1 = -\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)^2 \sigma_2$;
(*e*) $\sigma_1 = 0$, veya $Q = -4\pi\sigma_1 r_1^2$ içine yerleştir. r_1.

29. (*a*) 0;
(*b*) $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_0^3 - r_1^3}\right)\left(\dfrac{r^3 - r_1^3}{r^2}\right)$;
(*c*) $\dfrac{kQ}{r^2}$.

31. (*a*) $-q$;
(*b*) $Q + q$;
(*c*) $\dfrac{kq}{r^2}$;
(*d*) 0;
(*e*) $\dfrac{k(q+Q)}{r^2}$.

33. (*a*) $\dfrac{\sigma R_0}{\varepsilon_0 R}$, radyal olarak dışarıya doğru;
(*b*) 0;
(*c*) same for $R > R_0$ if $\lambda = 2\pi R_0\sigma$.

35. (*a*) 0;
(*b*) $\dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{(Q/\ell)}{r}$;
(*c*) 0;
(*d*) $\dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{Q}{\ell}\right)$.

37. (*a*) 1.9×10^{7} m/s;
(*b*) 5.5×10^{5} m/s.

39. (*a*) $\dfrac{\rho_E r}{3\varepsilon_0}$;
(*b*) $\dfrac{\rho_E r_0^3}{3\varepsilon_0 r^2}$;
(*c*) 0;
(*d*) $\left(\dfrac{\rho_E r_0^3}{3\varepsilon_0} + \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\dfrac{1}{r^2}$.

41. (*a*) 0;
(*b*) $\dfrac{Q}{2500\pi\varepsilon_0 R_0^2}$.

43. (*a*) $\dfrac{\rho_E d}{2\varepsilon_0}$ yüzeyden dışarıya doğru.

45. (*a*) 13 N (çekici);
(*b*) 0.064 J.

47. (*a*) 0;
(*b*) $-\dfrac{\rho_0(d - x)}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{i}}$;
(*c*) $-\dfrac{\rho_0(d + x)}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{i}}$.

49. $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{r^2}{r_0^4}$, radyal olarak dışarıya doğru.

51. $\Phi = \oint \vec{\mathbf{g}}\cdot d\vec{\mathbf{A}} = -4\pi G M_{\text{enc}}$.

53. $a\ell^3\varepsilon_0$.

55. 475 N·m²/C, 475 N·m²/C.

57. (*a*) 0;
(*b*) $E_{\max} = \dfrac{Q}{\pi\varepsilon_0 r_0^2}$, $E_{\min} = \dfrac{Q}{25\pi\varepsilon_0 r_0^2}$;
(*c*) hayır;
(*d*) hayır.

59. (*a*) 1.1×10^{-19} C;
(*b*) 3.5×10^{11} N/C.

61. (*a*) $\dfrac{\rho_E r_0}{6\varepsilon_0}$, sağa doğru;
(*b*) $\dfrac{17}{54}\dfrac{\rho_E r_0}{\varepsilon_0}$, sola doğru.

63. (*a*) 0;
(*b*) 5.65×10^{5} N/C,sağa doğru;
(*c*) 5.65×10^{5} N/C, sağa doğru;
(*d*) -5.00×10^{-6} C/m³;
(*e*) $+5.00 \times 10^{-6}$ C/m³.

65. (*a*) Kabuğun iç yüzünde.
(*b*) $r < 0.10$ m,
$E = \left(\dfrac{2.7 \times 10^{4}}{r^2}\right)$ N/C;
$r > 0.10$ m, $E = 0$.

67. $-46\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$, -4.0×10^{-10} C.

BÖLÜM 23

1. −0.71 V.

3. 3280 V, B plakası daha yüksek potansiyeldel.

5. 30 m.

7. 1.4 μC.

9. 1.2 cm, 46 nC.

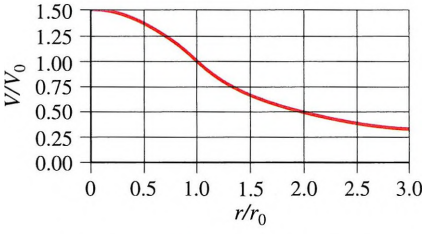
11. (*a*) 0;
(*b*) −29.4 V;
(*c*) −29.4 V.

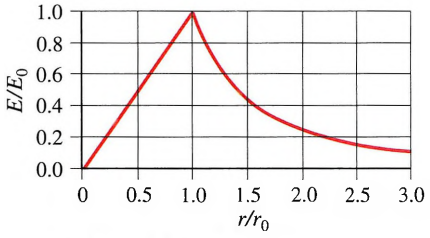
13. (*a*) -9.6×10^{8} V;
(*b*) 9.6×10^{8} V.

15. (*a*) birbirine eşittir;
(*b*) $Q\left(\dfrac{r_2}{r_1 + r_2}\right)$.

17. (*a*) 10–20 kV;
(*b*) 30 μC/m².

19. (*a*) $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$;
(*b*) $\dfrac{Q}{8\pi\varepsilon_0 r_0}\left(3 - \dfrac{r^2}{r_0^2}\right)$;
(*c*) $r = r_0$,'da $V_0 = V$ ve $E_0 = E$ alın.





21. $\dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{r_0^2}{4} - \dfrac{r^2}{6} + \dfrac{r^4}{20r_0^2}\right)$.

23. (*a*) $\dfrac{R_0\sigma}{\varepsilon_0}\ln\left(\dfrac{R_0}{R}\right) + V_0$;
(*b*) V_0;
(*c*) hayır, telin uzunluğundan dolayı (*a*)'dan $V \to -\infty$

25. (*a*) 29 V;
(*b*) -4.6×10^{-18} J.

27. 0.34 J.

29. 4.2 MV.

31. 9.64×10^5 m/s.

33. (*a*) 0;
(*b*) $E_x = 0$,
$E_y = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{R}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$, dipole benziyor.

35. $\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\sqrt{R_2^2 + x^2} - \sqrt{R_1^2 + x^2})$.

37. 29 m/s.

39. $\dfrac{Q}{8\pi\varepsilon_0\ell}\ln\left(\dfrac{x+\ell}{x-\ell}\right)$.

41. $\dfrac{a}{6\varepsilon_0}(R^2 - 2x^2)\sqrt{R^2 + x^2} + \dfrac{a|x|^3}{3\varepsilon_0}$.

43. 2 mm.

45. (*a*) 2.6 mV;
(*b*) 1.8 mV;
(*c*) −1.8 mV.

49. $x = 0$ 'daki plakanın üstünde -7.1×10^{-11} C/m^2, diğer plakanın üstünde 7.1×10^{-11} C/m^2

51. $(-2.5y + 3.5yz)\hat{\mathbf{i}} + (-2y - 2.5x + 3.5xz)\hat{\mathbf{j}} + (3.5xy)\hat{\mathbf{k}}$.

53. (*a*) $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{y\sqrt{\ell^2 + y^2}}\right)\hat{\mathbf{j}}$;
(*b*) $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{x^2 - \ell^2}\right)\hat{\mathbf{i}}$.

55. −62.5 kV.

57. 1.3 eV.

59. (*a*) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{Q_1Q_2}{r_{12}} + \dfrac{Q_1Q_3}{r_{13}} + \dfrac{Q_1Q_4}{r_{14}} + \dfrac{Q_2Q_3}{r_{23}} + \dfrac{Q_2Q_4}{r_{24}} + \dfrac{Q_3Q_4}{r_{34}}\right)$;

(*b*) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{Q_1Q_2}{r_{12}} + \dfrac{Q_1Q_3}{r_{13}} + \dfrac{Q_1Q_4}{r_{14}} + \dfrac{Q_1Q_5}{r_{15}} + \dfrac{Q_2Q_3}{r_{23}} + \dfrac{Q_2Q_4}{r_{24}} + \dfrac{Q_2Q_5}{r_{25}} + \dfrac{Q_3Q_4}{r_{34}} + \dfrac{Q_3Q_5}{r_{35}} + \dfrac{Q_4Q_5}{r_{45}}\right)$.

61. (*a*) 1.33 keV;
(*b*) $v_e/v_p = 42.8$.

63. 250 MeV, gözlenen değerlerle aynı mertebede.

65. 1.11×10^5 m/s, 3.5×10^5 m/s.

67. 0.26 MV/m.

69. 600 V.

71. 1.5 J.

73. Evet, 2.0 pV.

75. 1.03×10^6 m/s.

77. $-\dfrac{\sqrt{3}Q}{2\pi\varepsilon_0\ell}, \dfrac{Q}{\pi\varepsilon_0\ell}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{6} - 2\right)$, $-\dfrac{Q}{\pi\varepsilon_0\ell}\left(1 + \dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)$.

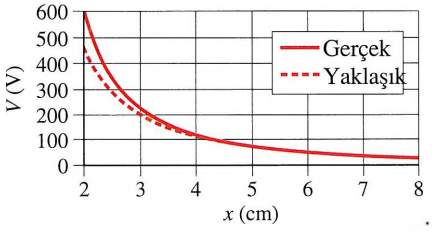
79. (*a*) 1.2 MV;
(*b*) 1.8 kg.

81. (*a*) $\dfrac{\rho_E(r_2^3 - r_1^3)}{3\varepsilon_0 r}$;
(*b*) $\dfrac{\rho_E}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{r_2^2}{2} - \dfrac{r^2}{6} - \dfrac{r_1^3}{3r}\right)$;
(*c*) $\dfrac{\rho_E}{2\varepsilon_0}(r_2^2 - r_1^2)$; yes.

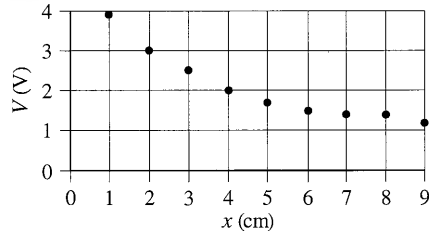
83. $\vec{\mathbf{E}} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$, radyal olarak dışa doğru.

85. (*a*) 23 kV;
(*b*) $\dfrac{4Bx\hat{\mathbf{i}}}{(x^2 + R^2)^3}$;
(*c*) $(2.3 \times 10^5\ \text{N/C})\hat{\mathbf{i}}$.

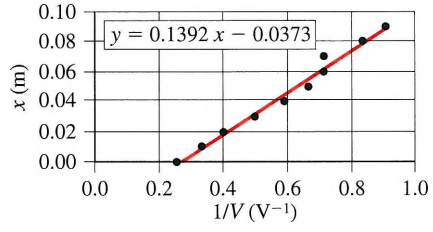
87. (*a*) ve (*b*)



89. (*a*) Point charge;



(*b*) 1.5×10^{-11} C;



(*c*) $x = -3.7$ cm.

BÖLÜM 24

1. 3.0 μF.

3. 3.1 pF.

5. 56 μF.

7. 1.1 C.

9. 83 gün.

11. 130 m^2.

13. 7.10×10^{-4} F.

15. 18 nC.

17. 5.8×10^4 V/m.

19. (*a*) 0.22 μm $\le x \le$ 220 μm;
(*b*) $\dfrac{x^2\,\Delta C}{\varepsilon_0 A}$;
(*c*) 0.01%, 10%.

21. 3600 pF, evet.

23. 2.0 μF ve 3.0 μF, paralel birleşimi ile seri halinde 1.5 μF 2.8 V.

25. Paralel bağlı 11 μF ekle.

27. $C_{max} = 1.94 \times 10^{-8}$ F, hepsi paralel bağlı, $C_{min} = 1.8 \times 10^{-9}$ F, hepsi seri bağlı.

29. (*a*) $\frac{3}{5}C$;
(*b*) $Q_1 = Q_2 = \frac{1}{5}CV, Q_3 = \frac{2}{5}CV$, $Q_4 = \frac{3}{5}CV, V_1 = V_2 = \frac{1}{5}V$, $V_3 = \frac{2}{5}V, V_4 = \frac{3}{5}V$.

31. $Q_1 = \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2}V_0, Q_2 = \dfrac{C_2^2}{C_1 + C_2}V_0$.

33. (*a*) $Q_1 = 23\ \mu$C, $Q_2 = Q_4 = 46\ \mu$C;
(*b*) $V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = 2.9$ V;
(*c*) 5.8 V.

35. 2.4 μF.

37. (*a*) $C_1 + \dfrac{C_2C_3}{C_2 + C_3}$;
(*b*) $Q_1 = 8.40 \times 10^{-4}$ C, $Q_2 = Q_3 = 2.80 \times 10^{-4}$ C.

39. $C = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d}\left(1 - \dfrac{\theta\sqrt{A}}{2d}\right)$.

41. 6.8×10^{-3} J.

43. 2.0×10^3 J.

45. 1.70×10^{-3} J.

47. (*a*) $\dfrac{U_f}{U_i} = \dfrac{\ln\left(\dfrac{3R_a}{R_b}\right)}{\ln\left(\dfrac{R_a}{R_b}\right)} > 1$,
silindiri genişletmek için yapılan iş;
(*b*) $\dfrac{U_f}{U_i} = \dfrac{\ln\left(\dfrac{R_a}{R_b}\right)}{\ln\left(\dfrac{3R_a}{R_b}\right)} < 1$,
pi
pile götürülen yük.

49. (*a*) $-\dfrac{\varepsilon_0 A\ell V_0^2}{2d(d - \ell)}$;
(*b*) $\dfrac{\varepsilon_0 A\ell V_0^2}{2(d - \ell)^2}$.

53. 2200 pil, hayır.

55. 1.1×10^{-4} J.

57. (*a*) 0.32 μm^2;
(*b*) 59 megabayt.

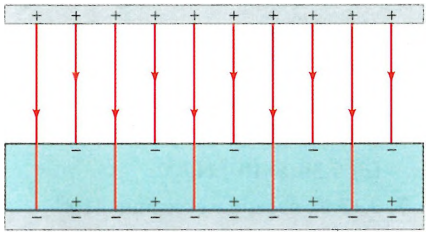
59. $\frac{\varepsilon_0 A}{2d}(K_1 + K_2)$.

61. $\frac{\varepsilon_0 A K_1 K_2}{(d_1 K_2 + d_2 K_1)}$.

63. (*a*) $\frac{\varepsilon_0 \ell^2}{d}\left[1 + (K-1)\frac{x}{\ell}\right]$;
(*b*) $\frac{V_0^2 \varepsilon_0 \ell^2}{2d}\left[1 + (K-1)\frac{x}{\ell}\right]$;
(*c*) $\frac{V_0^2 \varepsilon_0 \ell}{2d}(K-1)$, left.

67. $\frac{\varepsilon_0 A}{d - \ell + \frac{\ell}{K}}$.

69. $E_{\text{hava}} = 2.69 \times 10^4$ V/m,
$E_{\text{cam}} = 4.64 \times 10^3$ V/m,
$E_{\text{serbest}} = 0.345\ \mu$C, $Q_{\text{ind}} = 0.286\ \mu$C.



71. 43 μF.

73. 15 V.

75. 840 V.

77. 3.76×10^{-9} F, 0.221 m^2.

79. $\frac{1}{2K}$, elektrik alanı tarafından yapılan iş, $\frac{1}{K}$.

81. 1.2.

83. (*a*) 25 J;
(*b*) 940 kW.

85. (*a*) Paralel;
(*b*) 7.7 pF ile 35 pF.

87. 5.15 pF.

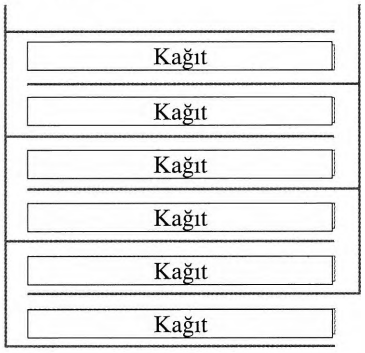
89. $Q_1 = 11\ \mu$C, $Q_2 = 13\ \mu$C, $Q_3 = 13\ \mu$C, $V_1 = 11$ V, $V_2 = 6.3$ V, $V_3 = 5.2$ V.

91. $\frac{Q^2 x}{2\varepsilon_0 A}$.

93. 9×10^{-16} m, hayır.

95. (*a*) 0.27 μC, 15 kV/m, 5.9 nF, 6.0 μJ;
(*b*) 0.85 μC, 15 kV/m, 19 nF, 19 μJ.

97. (*a*) 32 nF;
(*b*) 14 μC;
(*c*) 7.0 mm;



(*d*) 450 V.

BÖLÜM 25

1. 8.13×10^{18} elektron/s.

3. 5.5×10^{-11} A.

5. (*a*) 28 A;
(*b*) 8.4×10^4 C.

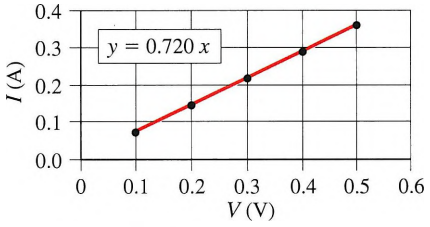
7. 1.1×10^{21} elektron/dak.

9. (*a*) $2.0 \times 10^1\ \Omega$;
(*b*) 430 J.

11. 0.47 mm.

13. 0.64.

15. (*a*) Slope = $1/R$, kesim noktası=0,
(*b*) evet, $R = 1.39\ \Omega$;



(*c*) $1.0 \times 10^{-6}\ \Omega \cdot$m, nikrom.

17. Uzunluğunun 1/5.0'inde, 2.0 Ω, 8.0 Ω.

19. 2400°C.

21. $\sqrt{2}$.

23. 44.1°C.

25. Başlangıçtakinin dörtte birine eşit.

27. $\frac{1}{4\pi\sigma}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$.

29. (*a*) 0.14 Ω;
(*b*) 0.60 A;
(*c*) $V_{\text{Al}} = 52$ mV, $V_{\text{Cu}} = 33$ mV.

31. 0.81 W.

33. 29 V.

35. (*b*) Mümkün olduğu kadar büyük.

37. (*a*) 0.83 A;
(*b*) 140 Ω.

39. 0.055 kW-sa, 7.9 kuruş/ay.

41. 0.90 kW-sa = 3.2×10^6 J.

43. 24 ampul.

45. 11 kW.

47. 0.15 kg/s = 150 mL/s.

49. 0.12 A.

51. (*a*) ∞;
(*b*) 96 Ω.

53. (*a*) 930 V;
(*b*) 3.9 A.

55. (*a*) 1.3 kW;
(*b*) maks = 2.6 kW, min = 0.

57. (*a*) 5.1×10^{-10} m/s;
(*b*) 6.9 A/m^2;
(*c*) 1.2×10^{-7} V/m.

59. 2.5 A/m^2, kuzeye doğru.

61. 35 m/s, uyarıdan aksiyona gecikme zamanı.

63. 11 saat.

65. 1.8 m, 540 W'lık ısı üretir ve bir yangın başlatabilir

67. 0.16 S.

69. (*a*) 35 TL/ay;
(*b*) 1300 kg/yıl.

71. (*a*) Değişiklik –19%;
(*b*) % değişiklik biraz daha az olur.

73. (*a*) 190 Ω;
(*b*) 15 Ω.

75. (*a*) 1500 W;
(*b*) 12 A.

77. 2:1.

79. (*a*) 21 Ω;
(*b*) 2.0×10^1 s.
(*c*) 17 kuruş.

81. 36.0 m, 0.248 mm.

83. (*a*) 1200 W;
(*b*) 100 W.

85. 1.4×10^{12} proton.

87. (*a*) 3.1 kW;
(*b*) 24 W;
(*c*) 15 W;
(*d*) 38 kuruş/ay.

89. (*a*) 55 TL/kW-sa;
(*b*) 280 TL/kW-sa, D-tipi ve AA-tipi piller sırasıyla 550 × ve 2800 ×, daha pahalı.

91. $1.34 \times 10^{-4}\ \Omega$.

93. $\dfrac{4\ell\rho}{ab\pi}$.

95. $f = 1 - \dfrac{V}{V_0}$.

BÖLÜM 26

1. (*a*) 5.93 V;
(*b*) 5.99 V.

3. 0.060 Ω.

5. 9.3 V.

7. (*a*) 2.60 kΩ;
(*b*) 270 Ω.

9. Dokuz tane 1.0 Ω'luk direnci, pil ile seri bağlayın; sonra dış voltaj devresini dört art arda direncin iki ucuna bağlayın.

11. 0.3 Ω.

13. 450 Ω, 0.024.

15. 480 Ω'luk dirence paralel olarak bir 1.6 kΩ'luk direnç lehimleyin.

17. 120 Ω.

19. $\frac{13}{8}R$.

21. $R = r$.

23. (*a*) V_{sol} azalır,
V_{orta} çoğalır,
$V_{\text{sağ}} = 0$;
(*b*) I_{sol} azalır,
I_{orta} çoğalır,
$I_{\text{sağ}} = 0$;
(*c*) kutup voltajı çoğalır;
(*d*) 8.5 V;
(*e*) 8.6 V.

25. (*a*) V_1 ve V_2 çoğalır, V_3 ve V_4 azalır;
(*b*) I_1 ve I_2 çoğalır, I_3 ve I_4 azalır;
(*c*) artar;
(*d*) önce: $I_1 = 117$ mA, $I_2 = 0$,
$I_3 = I_4 = 59$ mA;
sonra: $I_1 = 132$ mA,
$I_2 = I_3 = I_4 = 44$ mA, evet.

27. 0.38 A.

29. 0.

31. (*a*) 29 V;
(*b*) 43 V, 73 V.

33. $I_1 = 0.68$ A sol, $I_2 = 0.33$ A sol.

37. 0.70 A.

39. 0.17 A.

41. (*a*) $\dfrac{R(5R' + 3R)}{8(R' + R)}$;
(*b*) $\dfrac{R}{2}$.

43. 1 – 15 MΩ.

45. 5.0 ms.

47. 44 s.

49. (*a*) $I_1 = \dfrac{2\mathscr{E}}{3R}$, $I_2 = I_3 = \dfrac{\mathscr{E}}{3R}$;
(*b*) $I_1 = I_2 = \dfrac{\mathscr{E}}{2R}$, $I_3 = 0$;
(*c*) $\dfrac{\mathscr{E}}{2}$.

51. (*a*) 8.0 V;
(*b*) 14 V;
(*c*) 8.0 V;
(*d*) 4.8 μC.

53. 29 μA.

55. (*a*) 0.22 mΩ'luk şant direnci ile paralel bağlayın;
(*b*) 45 kΩ'luk direnç ile seri bağlayın.

57. 100 kΩ.

59. $V_{44} = 24$ V, $V_{27} = 15$ V;
−15%, −15%.

61. 0.960 mA, 4.8 V.

63. 12 V.

65. İnsan vücudu ve pile seri olarak 9.0 kΩ'luk bir direnç bağlayın.

67. 2.5 V, 117 V.

69. 92 kΩ.

71. (*a*) $\dfrac{R_2 R_3}{R_1}$;
(*b*) 121 Ω.

73. Civalı pilin kutup voltajı (3.99 V), 4.0 V'a kuru pilinkinden (3.84 V) daha yakındır.

75. 0.54 m^2'lik 150 pili seri bağlayın, böyle dört takımı paralel bağlayarak toplam 600 pilden 120 V elde edin.

77. Saate ters yöndeki akım: –24 V, saatle aynı yöndeki akım: +48 V.

79. 10.7 V.

83. 9.0 Ω.

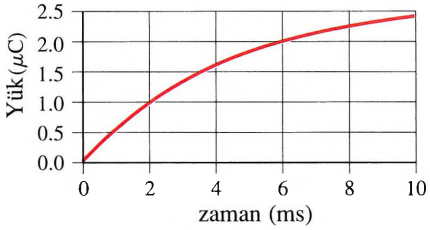
85. (*b*) 1.39 V;
(*c*) 0.42 mV;
(*d*) galvanometreye "çalıştırmak" için "çalışan" pilden bir akıma gerek yoktur.

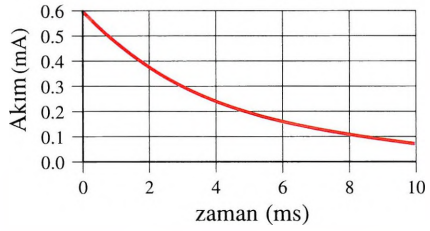
87. 1.0 mV, 2.0 mV, 4.0 mV, 10.0 mV.

89. (*a*) 6.8 V, 15 μC;
(*b*) 48 μs.

91. 200 MΩ.

93. 4.5 ms.





BÖLÜM 27

1. (*a*) 8.5 N/m;
(*b*) 4.9 N/m.

3. 2.6×10^{-4} N.

5. (*a*) Güney kutbu;
(*b*) 3.41 A;
(*c*) 7.39×10^{-2} N.

7. 2.13 N, negatif *y* ekseninin 41.8^0 altında.

9. $(-2IrB_0 \sin\theta_0)\hat{\mathbf{j}}$.

13. 6.3×10^{-14} N, kuzeye doğru.

15. 1.8 T.

17. (*a*) Aşağıya doğru;
(*b*) sayfanın içine doğru;
(*c*) sağa doğru.

19. (*a*) 0.031 m;
(*b*) 3.8×10^{-7} s.

23. 1.8 m.

25. $(0.78\hat{\mathbf{i}} - 1.0\hat{\mathbf{j}} + 0.1\hat{\mathbf{k}}) \times 10^{-15}$ N.

27. $L_{\text{son}} = \frac{1}{2} L_{\text{ilk}}$.

29. (*a*) Negatif;
(*b*) $qB_0\left(\dfrac{\ell^2 + d^2}{2d}\right)$.

31. 1.3×10^8 m/s, evet.

33. (*a*) 45°;
(*b*) 2.3×10^{-3} m.

35. (*a*) $2NIAB$;
(*b*) 0.

37. (*a*) 4.85×10^{-5} m·N;
(*b*) kuzeye doğru.

39. (*a*) $(-4.3\,\hat{\mathbf{k}})$ A·m^2;
(*b*) $(2.6\hat{\mathbf{i}} - 2.4\hat{\mathbf{j}})$ m·N;
(*c*) −2.8 J.

41. 12%.

43. 39 μA.

45. 6 electron.

47. (*b*) 0.05 nm, tipik bir metal atomunun büyüklüğünün $\frac{1}{6}$'sı kadar;
(*c*) 10 mV.

49. 0.820 T.

51. 70 u, 72 u, 73 u, ve 74 u.

53. 1.5 mm, 1.5 mm, 0.77 mm, 0.77 mm.

55. $^{2}_{1}$H, $^{4}_{2}$Döteron.

57. 2.4 T, yukarı doğru.

59. (*a*) $\dfrac{IBd}{m}t$;
(*b*) $\left(\dfrac{IBd}{m} - \mu_k g\right)t$;
(*c*) doğuya doğru.

61. 1.1×10^{-6} m/s, batıya doğru.

63. 3.8×10^{-4} m·N.

65. $\pi\left[\dfrac{mb(3a+b)}{3NIBa(a+b)}\right]^{1/2}$.

67. İkinci tübe girmezler, 12^0.

69. 1.1 A, aşağıya doğru.

71. 7.3×10^{-3} T.

73. -6.9×10^{-20} J.

75. 0.083 N, kuzeye doğru ve yatayın 68^0 üstünde.

77. (*a*) Aşağı doğru;
(*b*) 28 mT;
(*c*) 0.12 T.

BÖLÜM 28

1. 0.37 mT, 7.4 kere daha büyük.

3. 0.15 N, diğer tele doğru.

7. 0.12 mT, sağ doğrultunun 82^0 üstünde.

9. 3.8×10^{-5} T, kuzeye doğru, yatayın 17^0 altında.

11. (*a*) $(2.0 \times 10^{-5})(25 - I)$ T;
(*b*) $(2.0 \times 10^{-5})(25 + I)$ T.

15. Yakındaki tel: 0.050 N/m, çekici,
Uzaktaki tel: 0.025 N/m, itici.

17. 17 A, aşağıya doğru.

19. $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\dfrac{d-2x}{x(d-x)}\right)\hat{\mathbf{j}}$.

21. 46.6 μT.

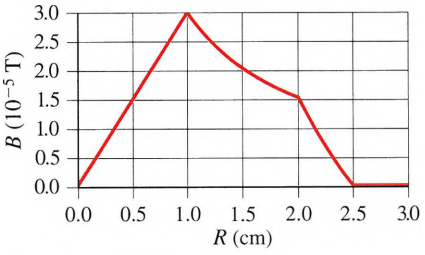
23. (*b*) $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi y}$, evet, uzun düz telin B'si gibidir.

25. 0.160 A.

27. (*a*) 5.3 mT;
(*b*) 3.2 mT;
(*c*) 1.8 mT.

29. (*a*) 0.554 m;
(*b*) 10.5 mT.

31. (*a*) $\dfrac{\mu_0 I_0 R}{2\pi R_1^2}$;
(*b*) $\dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi R}$;
(*c*) $\dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi R}\left(\dfrac{R_3^2 - R^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$;
(*d*) 0;
(*e*)



33. 3.6×10^{-6} T.

35. $0.075\,\mu_0 I/R$.

37. (*a*) $\dfrac{\mu_0 I}{4}\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$, sayfanın içine doğru;
(*b*) $\dfrac{\pi I(R_1^2 + R_2^2)}{2}$, sayfanın içine doğru.

39. (*a*) $\dfrac{Q\omega R^2}{4}\hat{\mathbf{i}}$;
(*b*) $\dfrac{\mu_0 Q\omega}{2\pi R^2}\left(\dfrac{R^2 + 2x^2}{\sqrt{R^2 + x^2}} - 2x\right)\hat{\mathbf{i}}$;
(*c*) yes.

41. (*b*) $\dfrac{\mu_0 I}{4\pi y}\left(\dfrac{d}{\sqrt{d^2 + y^2}}\right)\hat{\mathbf{k}}$.

43. (*a*) $\dfrac{n\mu_0 I \tan(\pi/n)}{2\pi R}$, sayfanın içine doğru.

45. $\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\left[\dfrac{\sqrt{x^2 + y^2}}{xy} + \dfrac{\sqrt{y^2 + (b-x)^2}}{(b-x)y} + \dfrac{\sqrt{(a-y)^2 + (b-x)^2}}{(a-y)(b-x)} + \dfrac{\sqrt{(a-y)^2 + x^2}}{x(a-y)}\right]$,
sayfanın içine doğru.

47. (*a*) 16 A·m^2;
(*b*) 13 m·N.

49. 2.4 T.

51. $(\vec{\mathbf{F}}/\ell)_M = 6.3 \times 10^{-4}$ N/m at 90°,
$(\vec{\mathbf{F}}/\ell)_N = 3.7 \times 10^{-4}$ N/m at 300°,
$(\vec{\mathbf{F}}/\ell)_P = 3.7 \times 10^{-4}$ N/m at 240°.

53. 170 A.

55. (*a*) 2.7×10^{-6} T;
(*b*) 5.3×10^{-6} T;
(*c*) hayır, Newton'un üçüncü yasası türünden bir ilişki değil.
(*d*) her ikisi de 1.1×10^{-5} N/m, Newton'un üçüncü yasası geçerlidir.

57. $\dfrac{\mu_0 tj}{2}$, iletken düzlemin üstünde sola doğru (akım size doğru gelirken).

61. (*a*) $\dfrac{N\mu_0 IR^2}{2} \times \left(\dfrac{1}{(R^2 + x^2)^{3/2}} + \dfrac{1}{(R^2 + (x-R)^2)^{3/2}}\right)$;
(*b*) 4.5 mT.

63. 3×10^9 A.

65. (*a*) 46 turns;
(*b*) 0.83 mT;
(*c*) hayır.

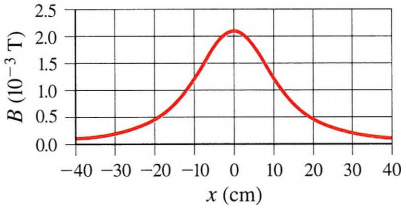
67. $\dfrac{\mu_0 I\sqrt{5}}{2\pi a}$, sayfanın içine doğru.

69. 0.10 N, güneye doğru.

71. $\frac{2}{3}$.

73. (*c*) 1.5 A.

75.



BÖLÜM 29

1. −460 V.

3. Saatin tersi yönde.

5. 1.2 mm/s.

7. (*a*) 0.010 Wb;
(*b*) 55°;
(*c*) 5.8 mWb.

9. Saatin tersi yönde.

11. (*a*) Saatle aynı yönde.
(*b*) 43 mV;
(*c*) 17 mA.

13. (*a*) 8.1 mJ;
(*b*) 4.2×10^{-3} C°.

15. (*a*) 0.15 A;
(*b*) 1.4 mW.

17. 8.81 C.

19. 21 μJ.

21. 23 mV, 26 mV.

23. (*a*) 0;
(*b*) 0.99 A, saatle aynı yönde.

25. (*a*) $\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{b}\right)$;
(*b*) $\frac{\mu_0 Ia^2 v}{2\pi b(a+b)}$;
(*c*) saatle aynı yönde.
(*d*) $\frac{\mu_0^2 I^2 a^4 v}{4\pi^2 b^2 (a+b)^2 R}$.

27. 1.0 m/s.

29. (*a*) 0.11 V;
(*b*) 4.1 mA;
(*c*) 0.36 mN.

31. 0.39 m/s.

33. (*a*) Evet;
(*b*) $v_0 e^{-B^2\ell^2 t/mR}$.

35. (*a*) $\frac{v\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{b}\right)$;
(*b*) $-\frac{v\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{b}\right)$.

37. 57.2 sarım;

41. 150 V.

43. 13 A.

45. (*a*) 2.4 kV;
(*b*) 190 V.

47. 50, 4.8 V.

49. (*a*) Yükseltici;
(*b*) 3.5.

51. (*a*) R;
(*b*) $\left(\frac{N_P}{N_S}\right)^2 R$.

53. 98 kW.

55. (*b*) Saatle aynı yönde;
(*c*) artmalı.

57. (*a*) $\frac{IR}{\ell}$;
(*b*) $\frac{\mathscr{E}_0}{\ell} e^{-B^2\ell^2 t/mR}$.

59. 10.1 mJ.

61. 0.6 nC.

63. (*a*) 41 kV;
(*b*) 31 MW;
(*c*) 0.88 MW;
(*d*) 3.0×10^7 W.

65. (*a*) Düşürücü;
(*b*) 2.9 A;
(*c*) 0.29 A;
(*d*) 4.1 Ω.

67. 57 mA, dirençte soldan sağa doğru.

69. 2.3×10^{17} electron.

71. (*a*) 25 A;
(*b*) 98 V;
(*c*) 600 W;
(*d*) 81%.

73. $\frac{1}{2}B\omega\ell^2$.

77. $B\omega R$, eksenden radyal olarak dışarıya doğru.

79. (*a*) $\frac{\pi d^2 B^2 \ell v}{16\rho}$;
(*b*) $16\rho\rho_m g/B^2$;
(*c*) 3.7 cm/s.

BÖLÜM 30

1. (*a*) 31.0 mH;
(*b*) 3.79 V.

3. $\frac{\mu_0 N_1 N_2 A_2 \sin\theta}{\ell}$.

5. 12 V.

7. 0.566 H.

9. 11.3 V.

11. 46 m, 21 km, 0.70 kΩ.

15. 18.9 J.

17. 1.06×10^{-3} J/m^3.

19. $\frac{\mu_0 N^2 I^2}{8\pi^2 r^2}$, $\frac{\mu_0 N^2 I^2 h}{4\pi}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$.

21. $\frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$.

23. 3.5 zaman sabiti.

25. (*a*) $\frac{LV_0^2}{2R^2}(1-e^{-t/\tau})^2$;
(*b*) 7.6 zaman sabiti.

27. (*b*) 6600 V.

29. $(12\text{ V})e^{-t/8.2\,\mu s}$, 0, 12 V.

31. (*a*) 0.16 nF;
(*b*) 62 μH.

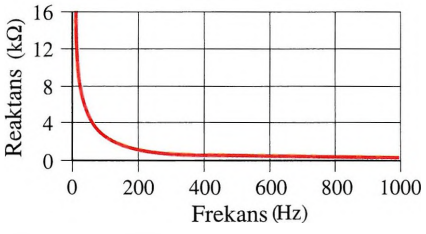
33. (*c*) $(2 \times 10^{-4})\%$.

35. (*a*) $\frac{Q_0}{\sqrt{2}}$;
(*b*) $\frac{1}{8}T$.

37. $\frac{L}{R}\ln\left(\frac{4}{3}\right) = (0.29)\frac{L}{R}$.

39. 3300 Hz.

41.



43. (*a*) $R + R'$;
(*b*) R'.

45. (*a*) 2800 Ω;
(*b*) 660 Hz, 11 A.

47. 2190 W.

49. (*a*) 0.40 kΩ;
(*b*) 75 Ω.

51. 1600 Hz.

53. 240 Hz, voltajlar aynı fazda değildir.

55. (*a*) 0.124 A;
(*b*) 5.02°;
(*c*) 14.8 W;
(*d*) 0.120 kV, 10.5 V.

57. 7.8 μF.

59. $I_0 V_0 \sin\omega t \sin(\omega t + \phi)$.

61. 130 Ω, 0.91.

63. 265 Hz, 324 W.

65. (*b*) 130 Ω.

67. (*a*) $\frac{V_0^2 R}{2\left[R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2\right]}$;
(*b*) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$;
(*c*) $\frac{R}{L}$.

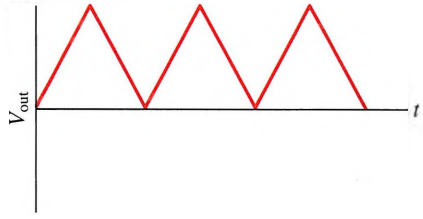
69. 37 çevrim.

71. (*a*) 0.040 H;
(*b*) 28 mA;
(*c*) 16 μJ.

73. 2.4 mA, 0, 2.4 mA.

77. (*a*) $\frac{Q_0^2}{2C}e^{-Rt/L}$;
(*b*) $\frac{dU}{dt} = -I^2 R$.

79.

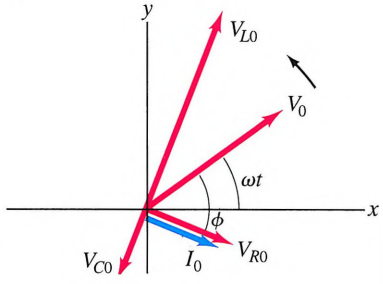


81. (*a*) 0;
(*b*) 0, 90° faz farkı.

83. 2.2 kHz.

85. 69 mH, 18 Ω.

89. (*a*)



(*b*) $\frac{V_0}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}\sin(\omega t-\phi)$,

$\phi = \tan^{-1}\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}$.

91. (*a*) $\left(\dfrac{V_{20}}{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}\right)\sin(\omega t - \frac{1}{2}\pi)$;

(*b*) $\left(\dfrac{V_{20}}{\omega^2 LC - 1}\right)\sin(\omega t - \pi)$;

(*c*) $\dfrac{1}{\omega^2 LC}$;

(*d*) $V_{1\,\text{out}} = V_1$.

93. (*a*) $\dfrac{V_0}{R}\sin\omega t$;

(*b*) $\dfrac{V_0}{X_L}\sin(\omega t - \frac{1}{2}\pi)$;

(*c*) $\dfrac{V_0}{X_C}\sin(\omega t + \frac{1}{2}\pi)$

(*d*) $\dfrac{V_0}{R}\sqrt{1+\left(R\omega C - \dfrac{R}{\omega L}\right)^2}\sin(\omega t+\phi)$,

$\phi = \tan^{-1}\left(R\omega C - \dfrac{R}{\omega L}\right)$;

(*e*) $\dfrac{R}{\sqrt{1 + \left(R\omega C - \dfrac{R}{\omega L}\right)^2}}$;

(*f*) $\dfrac{1}{\sqrt{1 + \left(R\omega C - \dfrac{R}{\omega L}\right)^2}}$.

95. 0.14 H.

97. 54 mH, 22 Ω.

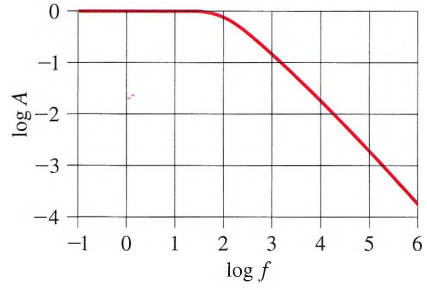
99. $\sqrt{6.0}\,f_0 = 2.4 f_0$.

101. (*a*) 7.1 kHz, Vkko;

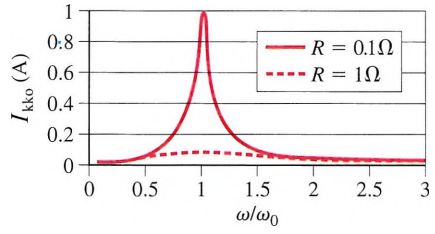
(*b*) 0.90.

103. (*b*) For $f \to 0$ $A \to 1$;
for $f \to \infty$, $A \to 0$;

(*c*) f is in s^{-1}:



105.



BÖLÜM 31

1. 110 V/m·s.

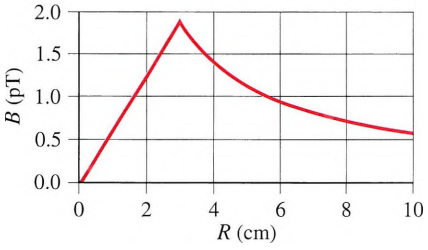
3. 1.2×10^{15} V/m·s.

7. (*b*) $R \le R_0$: $(6.3 \times 10^{-11}\ \text{T/m})R$,

$R > R_0$: $\dfrac{5.7 \times 10^{-14}\ \text{T·m}}{R}$,

R metre cinsinden.

(*c*)



9. 0.14 pT.

11. (*a*) $-\hat{\mathbf{k}}$;

(*b*) $\dfrac{E_0}{c}$, $-\hat{\mathbf{j}}$.

13. 2.00×10^{10} Hz.

15. 5.00×10^2 s = 8.33dak.

17. (*a*) 3.00×10^5 m;

(*b*) 34.1 cm;

(*c*)) hayır.

19. (*a*) 261 s;

(*b*) 1260 s.

21. 3.4 krad/s.

23. 2.77×10^7 s.

25. 4.8 W/m^2, 42 V/m.

27. 4.50 μJ.

29. 3.80×10^{26} W.

31. (*a*) 5 cm^2, evet;

(*b*) 20 m^2, evet;

(*c*) 100 m^2, hayır.

33. (*a*) 2×10^8 ly;

(*b*) 2000 kez daha büyük.

35. 8×10^6 m/s^2.

37. 27 m^2.

39. 16 cm.

41. 3.5 nH ile 5.3 nH arasında.

43. $E_{kko} = 6.25 \times 10^{-4}$ V/m,
1.04×10^{-9} W/m^2.

45. 3 m.

47. 1.5 s.

49. 34 V/m, 0.11 μT.

51. Aşağıya doğru, 2.2 μT, 650 V/m.

53. (*a*) 0.18 nJ;

(*b*) 8.7 μV/m, 2.9×10^{-14} T.

57. 4×10^{10} W.

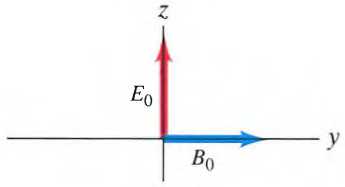
59. 5 düğüm noktası, 6.1 cm.

61. (*a*) $+x$;

(*b*) $\beta = \alpha c$;

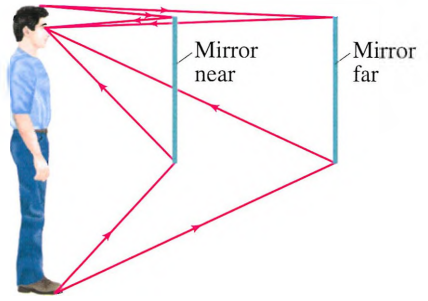
(*c*) $\dfrac{E_0}{c}e^{-(\alpha x - \beta t)^2}$.

63. (*d*) $\vec{\mathbf{E}}$ ve $\vec{\mathbf{B}}$ 'nin ikisi de saatle aynı yönde dönerler



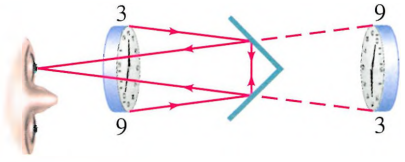
BÖLÜM 32

1.



3. 7°.

7.



9. 37.6 cm.

11. 1.0 m.

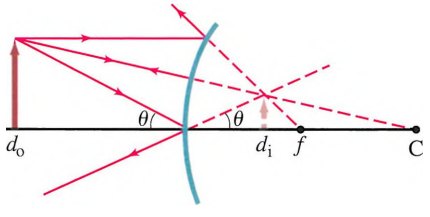
13. Kürenin 2.1 cm arkasında, sanal, düz.

15. Konkav, 5.3 cm.

17. 6.0 m.

19. Konveks, 32.0 cm.

21.



23. −3.9 m.

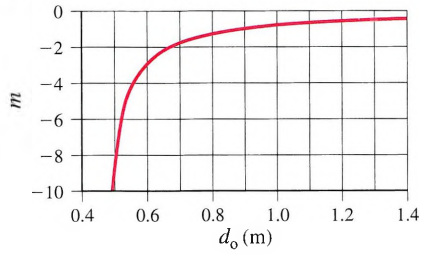
25. (*a*) Konveks;

(*b*) Aynanın 20 cm arkasında;

(*c*) −91 cm;

(*d*) 1.8 m.

27. (*b*)



(*c*) 0.90 m;

(*d*) odak noktasının hemen ötesinde.

31. Çünkü görüntü tersdir.

33. (*a*) 2.21×10^8 m/s;

(*b*) 1.99×10^8 m/s;

(*c*) 1.97×10^8 m/s.

35. 8.33 dak.

37. 3 m.

39. 35°.

41. 38.6°.

43. 2.6 cm.

45. 4.4 m.

47. 3.2 mm.

49. 38.9°.

53. 0.22°.

55. 0.80°.

57. 61.7°, lüsit.

59. 82.1 cm.

61. $n \geq 1.5$.

63. (*a*) 2.3 μs;

(*b*) 17 ns.

65. $n = 1.72$.

67. 17.25 cm.

71. 0.25 m, 0.50 m.

73. (*a*) 3.0 m, 4.4 m, 7.4 m;

(*b*) bana, diğer tarafa, bana.

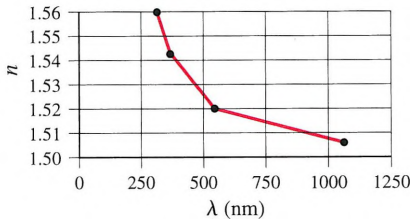
75. 3.80 m.

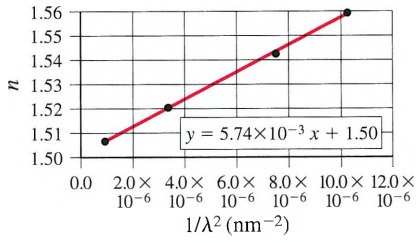
77. Gerçek görüntü için 31 cm, sanal görüntü için 15 cm.

83. $\dfrac{d}{n-1}$.

85. Sadece $\theta_i \leq 32.5°$ ise ışık tam iç yansımaya uğrar.

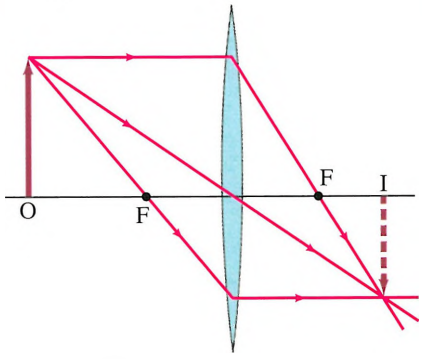
87. $A = 1.5005$, $B = 5740\ \text{nm}^2$.





BÖLÜM 33

1. (*a*)



(*b*) 508 mm.

3. (*a*) 4.26 D, yakınsak

(*b*) −14.8 cm, ıraksak.

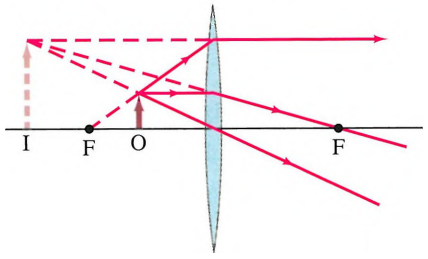
5. (*a*) 106 mm;

(*b*) 109 mm;

(*c*) 117 mm;

(*d*) 0.513 m uzakta bir cisim.

7. (*a*) Sanal, düz, büyütülmüş;



(*b*) yakınsak;

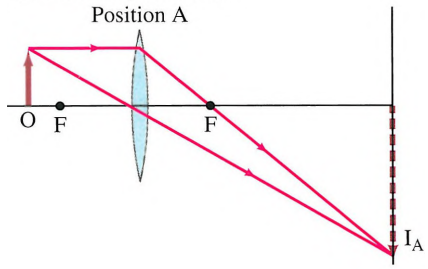
(*c*) 6.7 D.

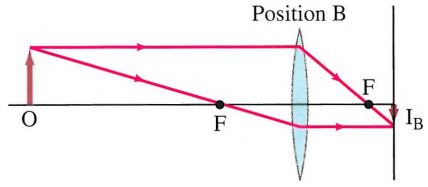
9. (*a*) 0.02 m;

(*b*) 0.004 m.

11. 50 cm.

13. 21.3 cm, 64.7 cm.





15. (*c*) Gerçek, düz; (*d*) gerçek, düz.

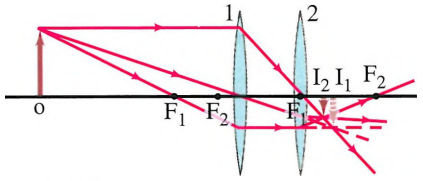
17. 0.107 m, 2.2 m.

19. (*c*) 182 cm; (*d*) 182 cm.

21. İkinci merceğin 18.5 cm ötesinde, −0.651×.

23. (*a*) İkinci merceğin 7.14 cm ötesinde;

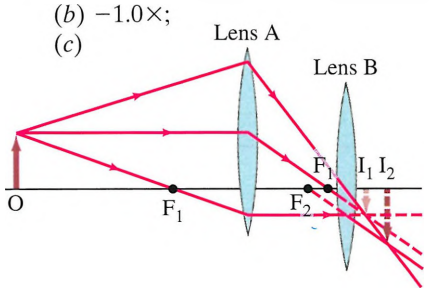
(*b*) −0.357×; (*c*)



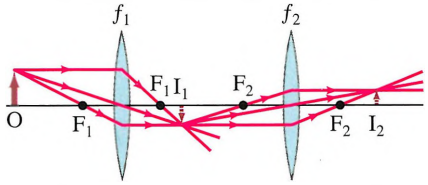
25. (*a*) Iraksak merceğin 0.10 m sağında.

(*b*) −1.0×;

(*c*)



27. (*a*) İkinci merceğin 30 cm ötesinde, cismin yarı büyüklüğünde.



(*b*) İkinci merceğin 29 cm ötesinde, cismin büyüklüğünün 0.46'sı kadar.

29. 1.54.

31. 8.6 cm.

33. 34 cm.

35. $f/2.8$.

37. $\frac{1}{6}$ s.

39. 41 mm.

41. +2.5 D.

43. 41 cm, evet.

45. (*a*) −1.3 D;
(*b*) 37 cm.

47. −24.8 cm.

49. 18.4 cm, 1.00 m.

51. 6.6 cm.

53. (*a*) 13 cm;
(*b*) 8 cm.

55. (*a*) −234 cm;
(*b*) 4.27×.

57. (*a*) −66 cm;
(*b*) 3.0×.

59. 4 cm, yazıya doğru.

61. 2.5 cm, 91 cm.

63. −26×.

65. 16×.

67. 3.7 m, 7.4 m.

69. −9×.

71. 8.0×.

73. 1.6 cm.

75. (*a*) 754×;
(*b*) 0.307 cm;
(*c*) 0.312 cm.

77. (*a*) 0.85 cm;
(*b*) 250×.

79. 410×, 25×.

81. 79.4 cm, 75.5 cm.

83. 6.450 m $\leq d_0 \leq \infty$.

85. 116 mm, 232 mm.

87. −19.0 cm.

89. 3.1 cm, 25 cm.

91. (*a*) 0.26 mm;
(*b*) 0.47 mm;
(*c*) 1.3 mm;
(*d*) 0.56×, 2.7×.

93. 20.0 cm.

95. 47 m.

97. 2.8×, 3.9×, normal gözlü kişi.

99. 1.0×.

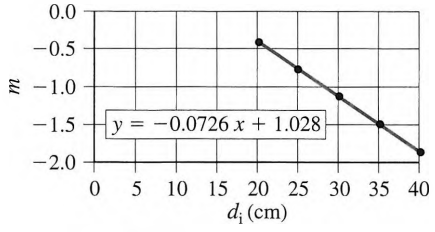
101. +3.4 D.

103. −19×.

105. (*a*) 28.6 cm;
(*b*) 120 cm;
(*c*) 14.7 cm.

107. −6.2 cm.

109. (*a*) $-1/f$, 1;
(*b*) 14 cm, evet
y-kesim noktası = 1.03;



(*c*) $f = -1/$eğim

BÖLÜM 34

3. 3.9 μm.

5. 0.2 mm.

7. 390 nm.

9. 3.5 cm.

11. Ters dönmüş, merkezi karanlık çizgiden başlar, daha önce parlak saçakların olduğu yerlerde şimdi karanlik saçaklar, karanlık saçakların olduğu yerlerde şimdi parlak saçaklar vardır.

13. 2.7 mm.

15. 2.94 mm.

17. $\frac{1}{4}$.

21. $I_0\left[\dfrac{3 + 2\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{2\pi d \sin\theta}{\lambda}\right)}{3 + 2\sqrt{2}}\right]$.

23. 634 nm.

25. (*a*) 180 nm;
(*b*) 361 nm, 541 nm.

27. (*b*) 290 nm.

29. 8.68 μm.

31. 113 nm, 225 nm.

35. 1.32.

37. (*c*) 570.

39. 0.191 mm.

41. 80.1 μm.

43. 0.3 mm.

45. (*a*) 2.5%;
(*b*) 160 lamba.

47. (*a*) Yapıcı;
(*b*) yıkıcı.

49. 440 nm.

51. $I_0 \cos^2\left(\dfrac{2\pi x}{\lambda}\right)$.

53. (*a*) 81.5 nm;
(*b*) 0.130 μm.

55. $\theta = \sin^{-1}\left(\sin\theta_i \pm \dfrac{m\lambda}{d}\right)$.

57. 340 nm, 170 nm.

59. Yapıcı: 90^0, 270^0; yıkıcı: 0^0, 180^0; tam tersi.

61. 240 nm.

63. 0.20 km.

65. 126 nm.

BÖLÜM 35

1. 37.3 mrad = 2.13°.

3. 2.35 m.

5. Merkezi maksimum, normalle 23^0'de olacak şekilde tüm desen kayar.

7. 4.8 cm.

9. 953 nm.

11. (*a*) 63°;
(*b*) 30°.

13. 0.15.

15. $d = 5D$.

17. 265 saçak.

19. (*a*) 1.9 cm;
(*b*) 12 cm.

21. 0.255.

23. (*a*) $I_\theta = I_0\left(\dfrac{1 + 2\cos\delta}{3}\right)^2$.

25. 1.5×10^{11} m.

27. 1.0×10^4 m.

29. 730 çizgi/mm, 88 çizgi/mm.

31. 0.40 μm, 0.50 μm, 0.52 μm, 0.62 μm.

33. İki mertebenin tümü ve üçüncü mertebenin bir kısmı.

35. 556 nm.

37. 24°.

39. $\lambda_2 > 600$ nm, $\lambda_3 < 467$ nm ile çakışır.

41. $\lambda_1 = 614$ nm, $\lambda_2 = 9.00 \times 10^2$ nm.

43. 7 cm, 35 cm, ikinci mertebe.

45. (*c*) −32°, 0.9°.

47. (*a*) 16,000 ve 32,000;
(*b*) 26 pm, 13 pm.

49. 14.0°.

51. No.

53. 45°.

55. 61.2°.

57. (*a*) 35.3°;
(*b*) 63.4°.

59. 36.9°, her iki açıda da küçük.

61. $I = \dfrac{I_0}{4}\sin^2(2\theta)$, 45°.

63. 28.9 μm.

65. 580 nm.

67. 0.6 m.

69. 658 nm, 853 çizgi/cm.

71. (*a*) 18 km;
(*b*) 23″, atmosferin etkileri durumu kötüye götürür.

73. 5.79×10^5 çizgi/m.

75. 36.9°.

77. (*a*) 60°;
(*b*) 71.6°;
(*c*) 84.3°.

79. 0.4 m.

81. 0.245 nm.

83. 110 m.

85. −0.2 mm.

87. Her biri bir önceki eksenden 3.75^0 dönmüş olan 24 polarıcı kullanın.

Dizin

Not:tnm,verilen sayfada terimin tanımının verildiğini, dn, referansın dip notta olduğunu, ps, Problem veya Sorularda bulunduğunu, ss, takip eden sayfada da bulunduğunu göstermektedirler.

AA devreleri, 677 dn, 790–803
AA jeneratörü, 766–67
AA motorları, 720
Acı eşiği, 431
Açı, 7 dn, 249
  Brewster, 944
  eğim, 709
  faz, 373, 405,800
  gelme, 410, 415,838,850
  katı, 7 dn,915 fn
  kırılma, 415,850
  kritik, 854
  polarizasyon, 944
  radyan, 249
  yansıma, 410,838
Açık devre, 654
Açık sistem, 500
Açık tüp manometresi, 346–47
Açık tüp, 434
Açısal büyültme, 886
Açısal konum, 249
Açısal frekans, 373
Açısal hız, 250–54
  presesyon(yalpalama), 299
Açısal ivme, 251– 55
Açısal momentum, 285–89,291-300
  korunum kanunu, 285–87,297-98
  parçacığın, 291–92
  tork ile ilişkisi,292-97
  vektör ile ilişkisi, 288, 291
  yönlülüğü, 288–89, 291 ss
Açısal nicelikler, 249–54 ss
  vektör doğası, 254
Açısal yerdeğiştirme, 250, 381
Adhezyon (tnm), 360
Adi logaritmalar,A2–A3
Adiyabatik düşme oranı, 525 ps
Adiyabatik proses, 508
Ağ, 933-8
Ağırlık, 84, 86, 92–4, 143
  kuvvet , 86, 92
  kütleye göre, 86, 92
  yerçekimi kuvveti, 84, 92–94, 143
Ağırsızlık, 148–49
Akı:
  elektrik, 592–93, 814
  manyetik, 760, 773–75, 816, 820
Akış çizgisi (tnm), 352
Akış oranı, 353
Akromatik ikili, 892
Aksiyon potansiyeli, 670
Akson, 669–70
Aktif solar ısıtma, 550
Aktivasyon enerjisi, 481
Alan derinliği, 880
Alan eğriliği, 892
Alan formülleri, A-1
Alan formülleri, A1,
Alan, 154
  elektrik, 568–83, 610–15, 617–19, 775
  gravitasyonal (tnm), 576
  korunumlu ve korunumsuz, 775
  manyetik, 707–17, 733–50
  vektör, 575
Alanlar, 9, A1,
  eğri grafiği altındaki, 169–71
Alçak geçirgenli filtre, 799, 811 ps
Alıcılar,radyo ve televizyon, 830–31
Alternatif akım (ac), 664–65, 790–803
Alternatorler, 686, 768
AM radyo, 830
Ammetre, 695–97, 721
Amortisör, 369, 371, 383
Amper (A) (birim), 654, 736
  operasyonel tanım, 736
Amper yasası, 734 dn, 737–43, 813–17
Ampère, André, 654, 737
Ampül, 651, 653, 656, 657, 660, 691, 704 ps, 773, 915
Analog iletişim, 775
Analog metreler, 695–96
Angstrom (birim), 17 ps,852
Anlamlı rakamlar, 4–5
Anlık eksen, 268
Anot, 620
Anten, 812, 817–18, 824, 831, 909
Antilogaritma, A3
Arabayı durdurma, 32, 174, 272–73
Arago, F., 922
Aramodülasyon distorsiyonu, 408 dn
Aristoteles, 2, 84
Armatür, 720, 766
Arşimed kanunu, 348–52
  jeoloji ve, 351
Arteriyoskleroz, 359
Asansör ve ağırlıkölçer, 99
Asansör, dinamik, 356–57
Astereoidler, 159 ps, 162 ps, 210 ps
Astiğmat, 884, 892, 892 dn
Astronomik,teleskop 888–89
Aşırısönümlü sistem, 383
Atak açısı, 356
Atmosfer (birim), 345
Atmosfer, 946
Atmosferik basınç, 344–48
  yüksekliğe göre azalma, 344
Atom ağırlığı, 455 dn
Atom kütle birimi, 7, 455
Atom kütlesi, 455
Atom teorisi(maddelerin), 455–56
Atomlar, 455 ss, 476 ss
  arası mesafe, 456
Atomlar, elektrik yükleri, 561
Atwood düzeneği, 99, 279 ps, 294
Audiofrekans sinyal, 830
Aurora borealis, 717
Avogadro sayısı, 468–69
Avogadro,Amedeo, 468
Avogadro hipotezi, 468
Ay:
  iş, 167
  kuvvet, 140, 142
  merkezcil ivme, 121, 140
Ayar basıncı, 345
Ayna denklemi, 845–46, 848–49
Aynalar:
  dışbükey, 842, 848–49
  düzlemi, 838–42
  içbükey, 842, 846–48, 889
  küresel, 842–49, 892
  Lloyd, 919 ps
  odak uzunluğu, 842–43, 848
  sapması, 891–92
  teleskopta kullanımı, 889
Aynı faz dalgaları, 411
Ayrışma, 853

Baca ve Bernoulli etkisi, 357
Bağıl geçirgenlik, 749
Bağıl hız, 71–74
Bağıl nem, 485
Bağlanma enerjisi, 211 ps
Bainbridge-tipi kütle spektrometresi, 724
Balans(araba tekerleği), 296

Balans, 317–18
Balistik galvanometre, 783 ps
Balistik sarkaç, 226
Balonlar,sıcak hava, 454
Bar (birim), 345
Barometre, 347
Basınç altında hacım değişimi, 321
Basınç ayarı, 347
Basınç başı, 343
Basınç dalgaları, 401, 426 ss
Basınç genliği, 427, 430–31
Basınç gradyenti, 359
Basınç, 341–45
  atmosferik, 344–48
  ayar, 345
  başı, 343
  birimler ve dönüştürme, 341, 345,347
  buhar, 484–85, 491
  gazlarda, 345, 463–65, 478,482-487
  hidrolik, 346
  kısmi, 485
  mutlak, 345
  ölçümü, 346–48
  Pascal prensibi ve, 346
  sıvılarda, 341–45
Basınç,radyasyon, 828–29
Basit büyüteç, 885–87
Basit harmonik salınım,372
  ivme, 374
  enerji, 377–78
  hız ve ivme, 374
Basit logaritmalar, A-2–A-3
Basit sarkaç, 13, 195, 379–81
  sönümlü, 384
Basketbol, 105 ps
Baskı zoru, 321
Başlangıç şartları, 373
Batarya şarjı, 678 dn, 686–87
Batarya, 652–53, 655,658,678
Bel (birim), 428
Belirli integraller, 41,A7
Belirsiz integral, A6–A7
Belirsizlik (ölçmede), 3–5
  tahmini, 3
  yüzde, 3–4, 5
Bell, Alexander Graham, 428
Bernoulli denklemi, 354–58
Bernoulli kanunu , 354–57
Bernoulli, Daniel, 354
Betatron, 782 ps
Betonarme,öngerilimli ve demir çubuklu,323
Beyaz ışık, 852–53, 910, 912, 945
Beygir gücü, 202–3
Beyzbol eğrisi, Bernoulli kanunu,357
Beyzbol, 82 ps, 163, 303 ps, 310 ps,357
BHH, 372–77
  düzgün dairesel hareket ilişkisi,379
  sarkaç'a uygulanma, 379–81
  sinuzoidal yapı, 372
Bırakırlık, 565, 639
Bilardo topları, 214, 223, 228, 245 ps,
Bileşik dirençler, 657
Bileşik mercekler, 892, 933
Bileşik mikroskop, 890–91
Bileşikler, 455 dn
Bileşke vektör, 52–54, 57–58
Bileşke yerdeğiştirme, 52–53
Bilgisayar çipleri, 16 ps
Bilgisayar sürücüsü, 253
Bilgisayar:
  diskler, 776
  hafıza, 644 ps
  klavye, 631
  monitör, 621, 945
  ve dijital bilgi, 776
  yazıcılar, 582–83
Bilimde yaratıcılık, 2–3
Bilimsel gösterim, 5
Binoküler, 855, 889
Binom açılımı, A1
Biot, Jean Baptiste, 743
Biot-Savart kanunu, 743–45
Birim dönüştürme, 8–9,
Birim vektör, 59
Birimler ve standartlar, 6–7
Birimleri dönüştürme, 8–9
Birinci hareket yasası, 84–85
Birinci termodinamik yasası, 505-7
  genişletilmiş, 507
  uygulama, 507–11
Birleşik dalga, 408, 436
Birleşikler, 408, 436
Birleştirilmiş atomik kütle, 7, 455
Bisiklet, 181 ps, 281 ps, 283 ps, 289,295
Bit, 775
Biyolojik çevrim, entropi, 545
Bizmut-stronsiyum-kalsiyum-bakır oksit (BSKBO), 669
Boltzmann sabiti, 468, 547
Boltzmann, Ludwig, 546
Borularda akış, 358–59
Borulu orglar, 435
Bow dalgası, 443–44
Boyle kanunu, 464, 477
Boyle, Robert, 464
Boyuna dalgalar, 398 ss
  deprem, 401
  hız, 400–1
Boyut analizi, 12–13, 16 ps,418
Boyutlar, 12–13
Boyutsal analiz, A-8
Bragg denklemi, 940
Bragg,W. H., 940
Brahe,Tycho, 149
Brayton döngüsü, 557 ps
Brewster açısı ve yasası, 943
Brewster,D., 943
Bronkoskop, 856
Brown, Robert, 455
Browni hareketi, 455
Brunelleschi, Filippo, 328
BSKBO, 669
Btu (birim), 497
Buhar (tnm), 483
Buhar basıncı, 484–85
Buhar makinaları, 528, 530–31
Buharlaşma, 484
Buharlaşma ısısı, 502
Buharlaşma,gizil ısı 502, 503,505
Bulk modülü, 319, 321
Bulut rengi, 945
Burulmalı sarkaç, 382
Buz patencisi, 284, 286, 309 ps
Buzdolabı, 536–38
  performans sabiti,537
Büyük birleşme teorileri (BBT), 155
Büyük Patlama, 13
Büyültme:
  açısal, 886
  aynalarda, 845
  lateral, 845–46, 871
  mercek düzeneğinde, 874–75
  merceklerde, 871
  mikroskopta, 890–91, 932, 933
  teleskoplarda, 888, 931
  yararı, 933
Büyültme denklemi, 849, 871
Büyültme gücü, 886
Büyültücü ayna, 848
Büyültücü cam, 866, 885–87
Büyültücü, basit, 866, 885–87

Carnot döngüsü, 533
Carnot makinası, 533–35
Carnot teoremi, 535
Carnot verimi, 534
Carnot, N. L. Sadi, 533
Caruso, Enrico, 386
Cassegrainian odaklaması, 889
Casus dürbünü, 889
Cavendish, Henry, 141, 144
CD ler, 44 ps, 45 ps
Celsius ısı skalası, 457–58
Cep telefonu, 771, 824
Cgs birim sistemi, 7
Charles kanunu, 464
Charles, Jacques, 464
Cisim mesafeleri, 840, 845, 857, 70–71

Civa barometresi, 347
Civa termometresi, 457–58
Clausius hal denklemi, 487
Clausius ifadesi termodinamiğin
ikinci yasası, 529, 537
Clausius, R. J. E., 529, 539
CMOS, 647 ps, 878
Coriolis ivmesi, 301–2
Coulomb (C) (birim), 564, 737
Coulomb yasası, 563–67, 591, 593–94,
600,743, 817, 818
vektör hali, 567
Coulomb, Charles, 563
Crick, F., 940
CRT, 610, 620–21, 723, 831
Curie sıcaklığı, 746, 750
Curie yasası, 750
Curie, P., 750

Çalışma sıcaklığı,ısı makinaları,530
Çarpışma, 222–29
esnek, 222–25
enerji ve momentumun
korunumu, 217–19, 222–29
esnek olmayan, 222, 225–27, 238
itme, 220–21
nükleer, 225, 228–29
tamamen esnek olmayan, 225
Çekim kütlesi, 155-6
Çekim merkezi, 232
Çevrim yasası, 684, 685, 688, 791, 795,
798, 799
Çıkma kiriş, 315
Çift yarık deneyi (ışık), 903–6
desendeki şiddet, 906–9, 927–29
Çiğ noktası, 486
Çizgi integrali, 169
Çözme gücü, 931–2, 937–8
Çözünürlük, 921
gözün, 930, 932–3
ışık mikroskopunun, 932
kırınım ağının, 937–38
limitleri, 929–32
merceklerin, 881, 885, 886, 929–31
teleskopun, 931
Çubuk, 324

DAD, 706 ps
Dağcılık, 106 ps, 110 ps,137 ps,182 ps,
Dağılma denklemi, 489
Dağılma özelliği, 167
Dağılma sabiti, 489
Dağılma zamanı, 490
Dağılma, 489-90
Fick kanunu, 489
Dağıtkanlık (dalga), 409
Dairesel disk anteni, 812
Dairesel hareket, 119–25, 128–29
düzgün olmayan, 128–29
düzgün, 119–25
Dalga denklemi, 406–8,822
Dalga hızı, 397, 399–401
Dalga numarası (tnm), 404
Dalga şiddeti, 402–3, 427–31
Dalga tepeleri, 410
Dalga uzunluğu (tnm), 397
Dalga vuruşu, 396
Dalga, 395–416
atım, 396
basınç, 401, 426
birleşik, 408, 436
boyuna (tnm), 398
çeşitleri, 398–99
deprem, 401, 402, 403, 416
dispersiyon, 409
enerji, 402–3
enine, 398 ss
faz, 411
frekans, 397
geçme, 409
gelen, 410, 415
genlik, 397, 402, 404, 426,430
güç, 402
hareketli, 404–6
harmonik (tnm), 405
hız, 400–401
iki boyutta, 402
infrasonik, 426
kare, 409
kırılma, 415–16
kırınım, 416
kompleks, 408, 436
küresel, 403, 410
lineer, 402
matematiksel gösterim,404-06,426-27
mekaniksel, 395–416
numara, 404
periyodik (tnm), 397
ses, 424–46
sıkıştırılmış, 398, 401
sürekli, 397
şiddet, 402–3, 427–31
şok, 443–44
tek boyutta, 402–3
ultrasonik, 426, 442
üç boyutta, 402–3
yansıma, 409–10
yerdeğiştirme, 404 ss
yüzey, 402, 410
Dalgalar:
düzlem, 818, 819
elektromanyetik, 817–32, 838, 901
radyo, 823–24, 932
ses, 824
Dalgalarda seyrekleşme, 398
dB (birim), 428–31
DA devreleri, 677–97
DA motorları, 720
DA üreteci, 767, 768
Debi (birim), 617
Debye denklemi, 527 ps, 558 ps
Değişken durum, 455, 506, 539, 540
Değişken ivme, 39–43
Değişken kütle sistemi, 236–38
Değişme özelliği, 53, 167
Değme kuvvetleri, 84, 92, 95
Demanyetizma, 749,750
Demet bölücü, 914
Demodülatör, 831
Dendrit, 669
Denge (tnm), 204–5, 311,312-13,317
birinci koşulu, 312
ısıl, 459
ikinci koşulu, 313
kararlı, 205, 317
kararsız, 205, 317
nötr, 205, 317
Denge durumu (titreşme hareketi),370
Denge koşulu, 463
Desibel (dB) (birim), 428–31
Destek noktası, 313
Detektör, 831
Deterjan ve yüzey gerilimi, 360
Devir (tnm), 371
Devir/saniye, 253
Devre duyarlılığı, 695
Devre kesici, 662–63, 694, 747
Devre yoğunluğu, 666–68
Devreler,elektrik, 654, 677–706,
790–803
Devridaim pompası, 361
Dış kuvvetler, 218, 234
Dielektrik dayanıklılığı, 638
Dielektrik sabiti, 638
Dielektrik, 638–40
moleküler tanımı, 640–42
Differansiyel denklemler, 372
Digital bilgiler, 775
Dijital kamera, 878
Dijital voltmetre, 695, 697
Dijital zum, 882
Dikey (tnm), 92 dn
Dinn (birim), 87
Dinamik kaldırma, 356–57
Dinamik, 19, 84 ss
dairesel hareketin, 258 ss
Dinamo, 766–68
Diopter (D) (birim), 868
Dip (Eğim) açısı, 709
Dipol anteni, 817–18
Dipol katı, 669

Dipoller ve dipol hareketler:
elektrik, 576, 579–80, 617
manyetik, 718–19, 745
Direnç termometresi, 660
Direnç ve dirençler, 656-58,796
aa devrelerde, 687–92
elektrik akımlarında, 651 ss
indükleç ile, 790–92, 795–96
renk kodu, 657
seri ve paralel, 679–83
sığaçla birlikte, 687–92
süperiletkenlik, 668–69
Diverjans , A-12
Diverjans teoremi, A12
Dizel motorlar, 508, 527 ps, 553 ps
DNA, 581–82, 937, 940
Doğal frekans, 374, 385, 412
Doğal logaritma,A2
Doğruluk, 3–5
hassasiyet, 5–6
Doğrusal dalgalar, 402
Doğrusal genleşme (termal), 459–61
katsayısı, 459–60
Doğrusal momentum, 214–47
Dolaşım, 517
Donma (Faz değişimine bakınız)
Donma noktası, 457 dn, 503
Doppler etkisi:
ışık için, 443
ses için, 439–43
Doppler kan-akışı ölçeri, 442, 453 ps
Doppler, J. C., 439 dn
Doruk mukavemeti, 319, 322
Doymuş buhar basıncı, 484
Doyum (manyetik), 748
Dönme işi, 266
Dönen topaç, 299–300
Dönme dolap, 124, 134 ps, 159 ps
Dönme eylemsizliği, 258, 259–60
Dönme hareketi, 248–302
Dönmede kinetik enerji, 265–67
Dönme referans çerçevesi, 300-302
Dönme, 248–302
ekseni, 249
frekansı, 253, 288
rijit cisimlerin, 248–74, 294–97
Dönme+ötelenme hareketi,267-68
Dönüşsel dengesizlik, 296–97
Dönüşüm faktörleri, 8
Dram, 664 ps, 647 ps
Dulong ve Petit değeri, 513
Duran dalgalar, 412–15
doğal frekanslar, 412
matematiksel gösterim,414-15,
rezonans frekansları, 412–13
temel frekans, 413
Durum
değişimi, 482–83, 502–5
denklemi, 463
ideal gaz, 466, 468
maddenin, 340, 456
sistemin fiziksel koşulları,454,463
olarak 454,463
sistemin, 454
Van der Waals, 486–87
Durum denklemi, 463
Clausius, 487
ideal gaz, 466
Van der Waals, 486–87
Duyma eşiği, 431
Duyma, 431
Düdüklü tencere, 485, 493 ps
Düğüm, 412, 433, 434, 435
Dünya:
elektrik potansiyeli, 607
kutupları, 709
manyetik alan ve manyetik
Düşen cisimler, 34–39
Düzeltici mercekler, 883–85
Düzenlilik ve düzensizlik, 544–45
Düzgün dairesel hareket, 119–25
dinamik, 122–25
kinematik, 119–122
Düzgün ivmelenen dairesel hareket,255
Düzgün ivmelenen hareket, 28, 62
Düzgün olmayan dairesel hareket,
128-29
Düzlem dalgalar, 410
Düzlem geometrisi,A2
Düzlemsel dalgalar, 818, 819
Düzlemsel geometri, A-2
Düzlemsel hareket, 149–53, 298
Düzlemsel polarize ışık, 940

Eddy devreleri, 770
Edison,Thomas, 620
Eğik atış erimi, 68–69
Eğik atış yatay erimi, 68-69
Eğik atış, 51, 62, 71
kinematik denklemler, 64
parabolik, 71
Eğik düzlemde hareket, 101
Eğrinin eğimi, 23
Eğrinin yarıçapı, 129
Einstein, Albert, 155, 455, 513
EKG, 621
Ekolokasyon, 400
Eksantriklik, 150
Eksen (anlık), 268
Eksen (dönme). (tnm), 249
Eksendeki kuvvet momenti, 256
Eksenel vektör, 254 dn
Elektrik enerji kaynakları, 550
Elektrik akımı, 651, 654–58,662-69,683
alternatif (aa), 664–65, 790–803
doğru (da) (tnm), 664
kko, 664–65
konvansiyon, 655
manyetik alan oluşturma, 710, 746
manyetik alanlarla oluşan, 759–60
manyetik kuvvet, 710–19
mikroskopik görüntü, 666–68
ohm yasası, 655–58
yerdeğiştirme, 816
yoğunluğu, 666–68
zararları, 692–94
Elektrik alanı, 568–83, 610–15,
617–19, 775
dielektriklerde, 639–40
dipolün, 579–80
elektrik potansiyeli ile ilişki,
610-12, 617–19
em dalgaların, 817–18
enerji depolanması, 637–38
gauss kanunu, 593–600
hesaplanmaları, 568–75, 610–11,
617-19
teldeki, 668
oluşturduğu manyetik alan, 813–16
Elektrik alan çizgileri, 575–76
Elektrik alanlarında yüklü parçacıkların
hareketi, 578–79
Elektrik devreleri, 654–5, 662–5,
683 ss, 677–97, 790–803
aa, 677 dn, 790–803
açık, 654
analizi, 683
da, 677–97
evlerdeki, 662–63
kapalı, 654
kirchhoff yasası, 683–86
LC, 793–96
LR, 790–92
LRC, 795–96, 799–801
paralel, 663
RC, 687–92
sığaçlı, 633–35, 687–92,798 ss
uyuşması, 802–03
zaman sabiti, 688, 791
Elektrik dipol, 576, 579–80, 617, 641
Elektrik enerjisi, 619–20, 636–38,
660–62
elektrik alanında depolanan, 637–38
sığaçta depolanan, 636–38
Elektrik gücü, 660–62
devrelerde, 790, 792, 797, 798,
801-03
ev devrelerinde, 662–63
iletimi, 770–73
üretimi, 767

Elektrik iletkenleri, 561, 577, 655 dn, 656, 658
Elektrik iletkenliği, 659, 668
sinir sisteminde, 669–70
Elektrik kuvveti, 559, 563–67, 717
Coulomb yasası, 563–67
moleküler biyolojide, 581–82
Elektrik motoru, 720, 768–69
Elektrik pili, 653, 678
Elektrik potansiyel enerjisi, 607–10, 619–20, 636–38, 679 dn
Elektrik potansiyeli, 607–27, 652
dipollerin, 617
elektrik alanı ile ilişki, 610–12,617-19
eşpotansiyel yüzeyleri, 616–17
nokta yükü, 612–15
Elektrik şoku, 692–93
Elektrik üreteci, 766–68
Elektrik yükü, 506 ss
atomdaki,561
bağlı ve serbest, 641
Coulomb yasası, 563–67
çeşitleri, 560
elektrik alanlarında hareket, 578–79
elektronların, 564
indüklenen, 562–63, 641
korunumu, 560
kuantumlanması, 564
manyetik alanda hareket, 714–17
noktasal (tnm), 565
serbest, 641
sürekli yük dağılımı572-75,
temel yük, 564
test, 568
Elektrikli ısıtıcı, 661
Elektriksel topraklanma, 693–94
Elektriksel iletim, 659, 668
Elektriksel tehlikeler, 692–94
Elektrikten korunma, 557, 577, 740
Elektrokardiogram (EKG), 621
Elektrokimyasal seriler, 652
Elektromanyetik (EM) dalgalar, 817–32, 838, 901 (bknz Işık)
Elektromanyetik indüklenme, 758 ss
Elektromanyetik kuvvet, 155
Elektromanyetik salınım, 793–96
Elektromanyetik tayf, 823, 852–54
Elektromanyetizma, 747
Elektrometre, 563
Elektromotor kuvveti (emk), 678–79, 758–66, 767, 768
dinamik, 765–66
geri, 768–70
Hall olayı, 723–24
indüklenen, 758–66
rc devreleri ile, 689
seri ve paralel, 686–87
üreteci, 766–69
Elektron mikroskopu, 933
Elektron spini, 746
Elektron tabancası, 621
Elektron volt (eV) (birim), 619–20
Elektron:
e/m ölçümü, 722–23
elektrik alanında hareket, 578–79
iletimi, 561
hızı, 666–68
kütlesi, 723
serbest, 561
ve katot ışınları, 610, 620–21
yük ölçümü, 723
yükü, 564, 722–23
Elektronik kalp pili, 692
Elektroskop, 562–63, 652 dn
Elektrostatik birim (esu), 564 dn
Elektrostatik hava temizleyici, 645 ps
Elektrostatik kopyalama, 569, 582–83
Elektrostatik kuvvet, 565, 581–82
potansiyel enerjisi, 607–8
Elektrostatik potansiyel enerji, 619-20
Elektrostatik, 560–642
Elektrot, 653
Elektrozayıf kuvvet, 155,559 dn
Elektrozayıf teori, 155
Elemanter yük, 564
Elementler, 455 dn
bileşik merceklerde, 892
periyodik cetvel: arka kapağın içinde
Elips, 150
Elmas, 855
EM dalgalar, 817–32, 838, 901
Emk ölçücü, 768–70
Emk, 678–79, 758–66, 767, 768
Empedans, 788, 800, 802–3
Endoskoplar, 856
Enerji aktarımı olarak ısı, 497
Enerji kalitesi düşümü, 545–46
Enerji yoğunluğu:
elektrik alanlarında, 638, 639
manyetik alanlarda, 790, 826
Enerji, 163, 172, 183–200
aktivasyon, 481
basit harmonik hareket,377-78
birimleri, 164, 173, 256
dönme, 265–67 ve ss
dönüşümü, 196, 201
elektrik, 619–20, 636–38, 660–62
em dalgalarda, 826–27
eşbölüşüm, 512–13
güneş, 550
ısıl, 196, 498
iç, 196, 498–99
iş ile ilgisi, 172–76, 186, 197–99, 265–67
jeotermal, 550
kalite düşmesi, 545–46
kinetik, 172–73, 265–66, 608
korunum, 183–200, 506–7
mekanik, 189–95
moleküler kinetik, 478–79
nükleer, 530 dn, 550
öteleme kinetik enerji, 172–74
potansiyel, 186–89,607-10, 619-20, 636-38,679
(bknz Potansiyel enerji)
termodinamiğin birinci yasası 505-7,
titreşim, 402, 499
yeçekimi potansiyel, 186–88, 191, 194–95, 199–201
yokluğu, 545–46
Enerjinin dönüşümü, 196, 201
Enerjinin eşbölüşümü, 512–13
Enerjinin korunumu, 183–200,506-07
çarpışmalarda, 222
Entropi, 539–48
biyolojik çevrim, 545
durum değişkeni, 540
düzenlilikten düzensizliğe, 544–45
istatistiksel yorum, 546–48
termodinamiğin ikinci yasası 541-48
zamanın oku, 544
Erg (birim), 164
Erim formülü, 68–69
Erime ısısı, 502
Erime noktası, 503–5
Esnek bölge, 319
Esnek çarpışma, 222–25
Esnek ipteki gerilim, 97
Esnek yay, 188
Esneklik, 318–22
Esneklik limit, 319
Esneklik modülü, 319
ses dalgalarının hızı, 400
Esneklik potansiyel enerjisi, 188 ss
Eşbasınçsal süreçler, 508
Eşdeğerlik ilkesi, 155–56
Eşhacimsel süreçler, 508
Eşit ayarlı renk ölçeği,431
Eşpotansiyel çizgileri, 616–17
Eşpotansiyel yüzey, 616–17
Eşsıcaklıklı süreçler, 507-8
Etki-Tepki,89-91
Etkin değerler, 664–65
Everest, Mt., 6, 8, 144, 161 ps, 364 ps,
Evrensel çekim yasası, 139–43,199-201
Evrensel gaz sabiti, 466
Evrim ve entropi, 545
Eylemsiz olmayan referans çerçeveleri, 85,88,156, 300–2
Eylemsizlik momenti, 258–60
dik eksen teoremi , 265

hesaplama, 263–65, 382
paralel eksen teoremi, 264–65
Eylemsizlik, 85
Eylemsizlik kütlesi, 155

Fahrenhayt ısı skalası 457-58,
Farad (F) (sığa birimi), 629
Faraday kafesi, 577
Faraday yasası, 760–61, 773–74, 817, 820
Faraday, Michael, 154,568, 758, 59–60
Faz:
dalganın, 404, 411
değişimi, 482–83, 502–5
maddenin, 340, 456
Faz,aa devrelerinde, 796–802
Faz açısı, 373, 405,800
Faz değişimi, 482–83,502-05
Faz diyagramı, 483
Faz geçişi, 482–83, 502–5
Faz hızı, 404
Faz kayması, 911, 913, 914
Fermat prensibi, 864 ps
Fermi, Enrico, 12
Ferromanyetizma ve ferromanyetik cisimler, 708, 746–47
Fıçı distorsiyonu, 892
Fiber optik, 855–56
Fick difüzyon kanunu, 489
Film hızı, 879 dn
Filtre devreleri, 810 ps
Filtreler, 717, 799, 881 ps
Fiziksel sarkaç, 381–82
Fizyon, 550
Flaşör bataryası, 609
Flaşör, 691
Floresan balastı, 773
FM radyo, 830, 831 dn
f-sayısı, 879
Fon (birim), 431
Foot-pound (birim), 164
Fosil yakıt buhar santralları, 550
Fosil-yakıt enerji santralleri, 767
Fotosel, 626 ps
Fotoelektrik (solar) piller, 550
Fotoğraf filmi, 878 dn
Fotoğraf makinesi, 878–82
Fotoğraf makinesi, oto odaklanma, 426
Fotokopi makinası, 569, 582–83
Foucault, J., 902
Fourier analizi, 436
Fourier integrali, 408
Fourier teoremi, 408
Franklin, Benjamin, 560, 600
Frekans modülasyonu (FM), 830, 831 dn
Frekans, 121, 253, 371, 397
açısal, 373
çarpışma, 494 ps
dairesel hareket, 121
dalga, 397
doğal, 374, 385, 412
dönme, 253
duyulan ses, 425, 431
infrasonik, 426
rezonans, 385, 412–13
temel, 413, 432, 433–35
titreşim, 371, 382, 412
ultrasonik, 426, 445
vurular, 438–39

Gauss teoremi, A12
Gauss yasası, 591–600
manyetizma için, 816, 817
Gauss, K. F., 591
Gay-Lussac yasası, 464, 468, 469
Gay-Lussac, Joseph, 464
Gaz kanunu, 463–65
Gaz sabiti, 466
Gaz ve buhar, 483
Gaz yasaları, 463–65
Gazlar, 340, 463–90
adiyabatik genleşme, 514–15
gerçek, 482–87
ideal, 463–70, 476–81
kinetik teori, 476–94
moler özgül ısı , 511–12
Gazların adiyabatik genleşmesi,514-15
Geciktirme kuvveti, 129–30, 356, 368 ps
Geçen zaman, 20–21
Geçirgenlik, manyetik, 734, 748
Geçiş ısısı, 668
Geiger sayacı, 627 ps
Gelen açı, 410, 415
Gelen dalga, 410, 415
Genel görelilik teorisi,155-56
Genel hareket, 230, 267–74, 292–93
Genleşme, matematiksel A1
Genleşme, dalga, 398
Genleşme, 318-21
Genleşme, ısıl
(bakınız termal genleşme)
Genlik modülasyonu (GM), 830
Genlik, 371, 397, 404
basınç, 427
dalga, 397, 402, 404, 426, 430
ilintili şiddet ile ilişkisi, 430
titreşim, 371
Geometri, A2
Geometrik optik, 838–99
Gerçek logaritmalar, A-2
Gerçek görüntü, 840, 844, 869
Geri çağırıcı kuvvet, 170, 370
Geri emk, 768–70
Geri kuvvet, 337 ps
Geri tepme, 220

Gerilim zoru, 320-21
Germe mukavameti, 322
Germe zoru, 320–21
Gezegenler,149–53, 158 ps,247 ps,309 ps
GİA, 357
Girdap akımları (sıvılar), 352
Girişim deseni:
çift yarıklı, 903–9
kırınım'da içeren,927-29
çok yarıklı, 933–35
Girişim faktörü, 928
Girişim saçakları, 904–6
Girişim, 410–11
ses dalgaları, 437–39
su dalgaları, 411
yapıcı, 410–11, 437
yıkıcı, 410, 437
Girişimölçer, 914
Gizil ısı, 502–5
Global ısınma, 551
Gökkuşağı, 853
Görüntü mesafesi, 840, 845
Görüntü:
düz ayna ile oluşan, 838–42
gerçek, 840, 844, 869
görme, 847–48, 869
küresel ayna ile oluşan, 842–49
merceklerle oluşan, 867–75
zahiri, 840, 870
Görünür ağırlık, 148–49, 350
Görünür ağırsızlık, 148–49
Göz mercekleri, 883–85
Göz:
bozuklukları, 892
normal (tnm), 883
uyum sağlama, 883
uzak ve yakın nokta, 883
yapısı ve fonksiyonları, 882–85
Gözlem çerçeveleri, 19, 85, 300–302
eylemsiz, 85, 88, 300
eylemli, 85, 88, 156, 300–2
Gözlemle, 2
Gözün uyum
sağlaması(akomodasyonu), 883
GPS, 16 ps, 160 ps
Gradyent:
basınç, 359, 516 dn
hız, 358
konsantrasyon, 489, 516 dn
sıcaklık, 516, 516 dn
Gradyent, elektrik potansiyeli için, 618
Grafiksel analiz, 40–43
Gram (birim), 7
Gravitasyon alanı, 154, 156
Gravitasyon kuvveti, 84, 92–94,140-143,ss,155
Gravitasyon sabiti (G), 141

Gravitasyonel kütle, 155–156
Gravitasyonel potansiyel enerji, 186–88, 199–201
kaçış hızı, 201
Grimaldi, F., 901, 906
GSM, 832
Güç aktarımı, 770–73
Güç santralleri, 767
Güç çarpanı (ac devreleri), 801
Güç üretme, 767
Güç, 201–3, 801
motor gücü, 202–3
Güneş gözlüğü, polarize, 946
Güneş :
kütle hesabı, 152
yüzey sıcaklığı, 988
Güneş (fotoelektrik) pilleri, 550
Güneş ışını basıncı, 828
Güneş enerjisi, 550
Güneş sabiti, 519
Güney kutbu (manyetik), 708
Güvenlik faktörü, 322

Hacım formülleri, A1
Hacımsal genleşme (termal), 460-62
katsayısı, 461
Hale
Hall, E. H., 723
Hareket denklemi, 372
Hareket sensörü, 448 ps
Hareket, 18–300
bağıl, 71–74
basit harmonik , 372–77
dalgaların, 395–416
değişken ivmeli, 39–43
dinamik, 83–102
doğrusal, 18–43
dönme, 248–302
düzgün dairesel, 119–25
düzgün ivmelenmiş, 28–39
düzgün olmayan dairesel, 128–29
eğik atış, 51, 62–71
harmonik, 372–77, 382–85
Kepler'in gezegen yasası, 149–53,298
kinematik, 18–43,51-74
Newton kanunları, 84–91, 112 ss, 215, 218, 234, 235, 259–63, 292–93
peryodik (tnm), 370
referans çerçevesi, 19
sabit ivme, 28–39
salınım, 369 ss
serbest düşme, 34–39, 148
sönümlü, 382–85
titreşimli, 369 ss
yuvarlanma, 267–73
Hareketin ikinci yasası, 86–88, 90, 92, 95–96, 215, 218, 234–35
dönme için, 259–63, 292–93
parçacık için, 234–35,292-293
Hareketli sinüzoidal dalgalar, 404-06,
Hız kesme, 26
Hız, 20–24, 60
açısal, 250–54
anlık, 22–24, 60
bağıl, 71–74
dalga, 397, 399–401
faz, 404–5
gradyenti, 358
ışık, 6, 84 dn
kaçma, 201
kök-kare-ortalama,479-82
moleküler, 479–82
ortalama, 20–22, 60
ses, 425
son hız, 35 dn, 129–30
süpersonik, 426, 443
toplama, 71–74
Hızların toplamı, 71–74
Hızlı tahmin, 9–12
Hızlı transit sistemi, 49 ps
Hidrodinamik, 352
Hidroelektrik güç, 550
Hidrojen atomu:
manyetik moment, 719
tayfı, 937
Hidrojen bağı, 581
Hidrolik asansör, 346
Hidrolik basınç, 364 ps
Hidrolik fren, 346
Hidrometre, 351
Hipermetropluk, 883, 884
Histerezis döngüsü, 748
Histerezis, 748–49
Hooke yasası, 170, 188, 318, 370
Hooke, Robert, 318,910 dn
Hoparlör kabloları, 659
Hoparlör, 375, 428–29,680,720-21,799
Hubble uzay teleskopu, 930
HUT, 930
Huygen prensibi, 901–3
Huygens, C., 901

IR ışınımı, 824, 852, 924, 952
Iraksak mercekler, 867 ss
Isı, 196, 496–528
açığa çıkan, 502–5
buharlaşma, 502
dolaşım, 517
enerji transferi, 497
erime, 502
iç enerji ve sıcaklıktan ayırt edilmesi, 498
iletim, 515–17
kalorimetre, 500–5
mekaniksel eşdeğeri, 497
radyasyon, 517–20
termodinamiğin birinci yasası,505-07
Isı deposu, 508
Isı enerjisi, 196, 498
ısı ve sıcaklık farkını anlama,498
Isı enerjisi transferi,660
Isı iletimi, 515–17
Isı kapasitesi, 522 ps
Isı makinaları, 529, 530–32
buhar, 530–31
Carnot, 533–35
çalışma sıcaklıkları, 530
içten yanmalı, 530–31
sıcaklık farkı, 531
verimlilik, 531–32
Isı pompası, 536, 538–39
Isı transferi, 515–20
dolaşım, 517
ışınım, 517–20
iletim, 515–17
Isı yalıtkanları, 516
Isının mekaniksel eşdeğeri, 497
Isısal denge, 459
Isısal direnç, 517
Isısal genleşme, 459–62
doğrusal genleşme, 459–61
hacımsal genleşme, 461–62
katsayısı, 460
Isısal iletkenlik, 515
Isısal kirlilik, 549–50
Isısal radyasyon, 519
Isısal zorlar, 463
Isıtıcılar, 665
Işığın dalga teorisi, 900–46
Işığın polarizasyonu, 940–44
soğurma yoluyla, 940–42
polarılma, 940 ss
yansıma ile, 942–43
Işık akısı, 915
Işık hızı, 6, 84 dn
Işık şiddeti, 915
Işık yılı (birim), 15 ps
Işık, 837–946
823–25, 838
ayrışması, 853
beyaz, 852–53, 910, 912
dalga teorisi, 900–46
dalgaboyu, 823, 901–6
bir elektromanyetik dalga, olarak, 826
foton (parçacık) teorisi, 902
frekansları, 823, 902
gökyüzü, 945
görünür, 823, 852–54, 906, 932

hızı, 822, 825–26, 850, 902
ışın modeli, 838 ss, 901
infrared (IR), 852, 924, 952
monokromatik (tnm), 903
polarılmamış (tnm), 942
polarizasyonu, 559, 941–46
renk ve dalgaboyu, 853–54
şiddeti, 915
ultraviole (UV), 824, 852
Işıklandırma, 425
Işın, 410
Işınım:
infrared (IR), 824, 852, 924, 952
karacisim, 987-88
mikrodalga, 824
ultraviole (UV), 824, 852
X-ışınları, 823-4, 938-9, 950 ps
Işınsal ivme, 120 ss, 128

İç direnç, 678–79
İç enerji, 196, 498–99
ideal gaz, 498–99
sıcaklık ile aradaki farkı görmek,498
İç kuvvetler, 300–1
İç yansıma, toplam, 421 ps, 854-56
İçten yanmalı motorlar, 530-31
İdeal gaz sıcaklık skalası, 469–70, 534
İdeal gaz yasası, 465–66, 482
iç enerji, 498–99
İdeal gaz, 466, 476 ss
kinetik teori, 476–89
İki boyutlu dalgalar, 402
İkimetalli şerit termometresi, 457
İletim devreleri (tnm), 816
İletim elektronları, 561
İletim ile yüklenme, 562–63
İletişim (GSM), 832
İletkenler, sıcaklık, 516
İnce mercek denklemi, 870–73
İnce mercekler, 867–92
İnç (in.) (birim), 6
İndüklenmiş akım, 759
İndüklenmiş elektrik yükü, 562–63, 641
İndüklenmiş emk, 758–66, 789
elektrik üretecinde, 766–68
sayaç, 768–69
transformatorlarda, 770–73
İndüksiyon:
elektromanyetik, 758, 759–60
Faraday yasası yoluyla yükleme, 562-63, 760–61, 773–74
İndüklem, 786-89
aa devrelerinde, 790–803
karşılıklı indüklem,786-87
özindüklem ,788-89
İnelastik çarpışma, 222, 225–29
İnfrared (IR) ışınlar, 824, 852, 924, 952
İnfrasonik dalgalar, 426
İngiliz ölçü birimleri, 7
İnkjet printer, 583
İntegraller, 39–43, 169–70, A6, A7,A12
İpteki gerilim, 97
İris, 882
İzotoplar, 725
İş enerji prensibi, 172–73, 176
enerji korunumu, 197
genel türetme, 176
İş, 163–76, 497, 505–10
birim, 164
değişik kuvvetlerle yapılan, 168–71
dönme, 266
enerji ilişkisi, 172–74, 186–89,197,201,266
gaz ile yapılan, 508 ss
güç, 201
ısı ile karşılaştırma, 505
ısı makinaları, 530 ss
sabit kuvvet tarafından yapılan, 164–66
tanım, 164, 169, 505 ss
termodinamiğin birinci yasası, 505-07
yay kuvveti ile yapılan, 170–71
İşitilebilir bölge, 425
İşlemsel tanımlama, 737
İşlevsel tanım, 7
İtici kuvvetler, 221
İtme, 220–21
İvme, 24–43, 60–62,220-21
açısal, 251–54
anlık, 27–28, 60–61
Ay'ın, 140
Coriolis, 301–02
değişken, 39–43
g cinsinden,37
kuvvetle ilişkisi, 86–88
merkezcil, 120 and ss
ortalama, 24–26
radyal, 120 ss, 128
sabit ivme ile hareket, 28–39, 62–71
sabit, 28–31, 62-71
teğetsel, 128–29, 251–52
yerçekimi, 34–35, 143
İvmelenen referans çerçevesi,85, 88,155-56
İvmemetre, 100
İyon, 561, 715
İyonlaşma voltajı, 612
İzotop tablosu, A14–A17

Jeneratör, elektrik, 766–68
Jeosenkronize uydu, 147
Jeotermal enerji, 550
Jiroskop, 299–300
Joule (J) (birim), 164, 173, 256 619, 620, 661
kalori ile ilişkisi, 497
Joule, James prescott, 497
Jupiter, ve ayları, 150, 151,158 -160 ps 825, 887

Kablolu televizyon, 832
Kablosuz iletişim, 829–32
Kaçak akım, 694
Kaçma hızı, 201
Kadranlı barometre, 347
Kadranlı gösterge, 347
Kafes kirişli yapılar, 324–27
Kaldıraç, 177 ps, 313
Kaldırma kuvveti, 348–49
Kaldırma, 348–52
merkezi, 364 ps
Kalori (birim), 497
joule ile ilişki, 497
Kalorimetre, 501
Kalorimetri, 500–5
Kalorisel, 497
Kalp, 361
Kamera flaş birimi, 636
Kan akış ölçümleri, elektromanyetik, 453 ps,765
Kan akışı, 353, 357, 359, 361, 366,
Kandil (cd) (birim), 915
Kapalı devre, 654
Kapalı sistem (tnm), 500
Kapalı tüp, 434 tnm
Kapı zili, 747
Kara delikler, 155–56, 160 ps, 161 ps
Kararlı denge durumu, 204–5, 317
Kararsız denge durumu, 205, 317
Karate vuruşu, 221
Kare dalga, 409
Kargaşa dairesi(enaz), 891
Kargaşa dairesi, 880
Karın noktaları, 412, 433, 434, 435
Kaset kaydedici, 749, 775
Katedraller, 327
Katı açı, 7 dn
Katılar, 318 ss, 340, 455–56
Katot ışın tüpü (KIT), 610, 620–21,723,831
Katot ışınları, 620, 721–22
Katot, 620
Katsayı:
çizgisel genleşme, 459–63
hacımsal genleşme, 460, 461
kinetik sürtünme, 113–14
perfomans, 537, 538
statik sürtünme, 113–14
viskozite, 358

Kavşak kuralı, 684, 685
Kayakçı, 112, 117, 149, 183, 211 ps
Kayma modülü, 319, 321
Kayma zonu, 321
Kaynama noktası, 457, 503
Kaynama, 485
Keck teleskopu, 889
Kelvin (K) (birim), 464
Kelvin sıcaklık skalası, 464,548-49
Kelvin-Planck ifadesi ,532,535
Kemerler, 327–28
Kepler teleskopu, 887 dn, 888
Kepler yasası, 149–53, 298
Kepler, Johannes, 149–50,887 dn
Kılcal borular, 360
Kılcallık, 359–60
Kırılma indisi, 850
  ayrışma, 853
  Snell yasasında, 851
Kırılma noktası, 319
Kırılma (ses engeli), 444
Kırılma, 322–23,416-16
  açısı, 415,850
  ışığın, 850–52
  ince merceklerde, 867–70
  küresel yüzeylerde, 856–58
  ve Snell yasası, 850–52
  yasası, 415,851, 902–3
Kırınım ağı, 933–35
  çözme gücü, 937–38
Kırınım beneği, 929
  dairesel yarık, 929–30
  tek yarık, 922–27
  x-ışını, 939–40
Kırınım faktörü, 928
Kırınım, 901, 921–40
  çift yarık deneyinde, 927–29
  dairesel yarık, 929–30
  fraunhofer, 922 dn
  fresnel, 922 dn
  ışığın, 901, 921–40
  tek yarık, 922–24
  X-ışını, 939–40
Kırmızıya kayma, 443
Kısa devre, 663
Kısmi basınç, 485–86
Kısmi polarizasyon, 946
Kısmi türev, 189, 406
Kıta sürüklenmesi, 351
Kilo- (önek), 7
Kilogram (kg) (birim), 6, 86, 87
Kilokalori (kcal) (birim), 497
Kilometer (km) (birim), 7
Kilowat-saat (kWs) (birim), 661
Kimyasal reaksiyon hızı, 481
Kinematik, 18–43, 51–74, 248–55
  dönme hareketi, 248–55
  düzgün dairesel hareket, 119-122
  öteleme hareketi, 18–43, 51–74
Kinetik sürtünme, 113 ss
  katsayısı,113
Kinetik enerji, 172–75, 189 ss,265-69
  çarpışmalarda, 222–23, 225–26
  dönme için, 265–69
  fotonun, 993
  gaz atomları ve moleküller, 478,499,513
  moleküler, sıcaklık ilişkisi,478
  öteleme, 172–73, 265, 268
Kinetik enerji, ve elektrik potansiyel enerjisi, 608
Kinetik teori, 455, 476–90
  buharlaşma, 484
  dağılma, 489–90
  gizil ısının, 505
  ideal gaz yasası, 476–80
  kaynama, 485
  molekül hızı,480-82
  mutlak sıfırda kinetik enerji, 480
  ortalama serbest yol, 487–88
  temel postülalar, 477
  Van der Waals denklemi,486-87
Kirchhoff kuralları, 683–86, 816 dn
Kirchhoff,G. R., 683
Kirişler, 322, 323
Kirlenme, 549–50
KKO(kök kare ortalama):
  akımda, 664–65
  voltajda, 664–65
Klasik fizik (tnm), 2
Klavye, bigisayar, 631
Klima, 537–38
Koaksiyal kablo, 740, 789, 825
Kohezyon (tnm), 360
Kolesterol, 359
Kolloidler, 340
Koma, 892
Komütator, 720
Konik sarkaç, 125
Koniler, 882
Konkav ayna, 842, 846–48, 889
Konkav yüzey, 857
Kontakt lens, 885
Konum vektörü, 59–60
Konvansiyonel akım (tnm), 655
Konveks(dışbükey)aynalar, 842, 848–49
Koordinat eksenleri, 19
Kord, 23, 250
Kornea, 883
Korona boşalımı, 612, 645 ps
Korunan büyüklük, 163, 190
Korunumsuz kuvvetler, 185
Korunumlu alan, 775
Korunum yasaları:163,190
  elektrik yükü, 560
  enerji, 683, 684
  açısal momentum, 285–89,297-98
  enerji, 196–97, 506–7
  mekanik enerji, 189–95
  momentum, 217–21
Korunumlu kuvvetler, 184–85
Kök-kare-ortalama hız,479
Köprü devreler, 704 ps
Köprü, 695
Köprüler, 324–27, 335 ps, 386
Kredi kart şeridi, 776
Kristalografi, 939
Kritik açı, 854
Kritik ısı, 483,668
Kritik nokta, 483
Kritik sönümlü sistemler, 387
Kritik sönüm, 383
Kritikaltı sönümlü sistemler, 383
Kromatik sapınç, 889 dn, 892, 933
Kromatogrofi, 490
Kuantum teorisi:(özgül ısı), 513
Kuadratik denklem, 36
Kuadratik formul, 38,A1
Kubbeler, 328
Kulağın tepkisi,431
Kural koyucu yasalar, 3
Kuru buz, 483
Kuru pil, 653
Kutuplar, manyetik, 707, 708–9
Kuvars salınıcı, 450 ps
Kuvvet çizgileri, 575–76
Kuvvet diagramları, 95
Kuvvet kolu, 256
Kuvvet, 83–102, 155, 184–85, 215
  330 ps,331 ps,332 ps,336 ps,337 ps
  birimleri, 87
  Coriolis, 301
  çeşitleri, 155,559 dn
  dengesi, 312–13
  diagramı, 95
  elektomanyetik, 155
  elektrostatik, 565
  elektrozayıf, 155
  geciktirici, 129–30
  geri çağırıcı, 170, 370
  hıza bağlı, 129–30
  kaldırma, 348–49
  kas ve eklemler, 278 ps, 315,
  korunumlu, 184–85
  korunumsuz, 185
  merkezcil, 122–24
  merkezkaç (sözde), 123, 300
  momentumla ilişki, 215
  net, 84–88, 91–96
  Newton kanunu, 83–102, 215

normal, 92–94
nükleer, 155
ölçme, 84
sözde(eylemsiz), 300–1
sürtünme, 85–87, 113–19
tanım, 87
temas, 84, 92, 95
toplamı, 95, 143
viskozluk, 358–59
yerçekimi, 84, 92–94, 140 ss, 155
yitirgen, 196, 197–98
zahiri, 300–1
zayıf nükleer, 155
Kuvvetli nükleer kuvvet, 155
Kuyumcu lupu, 887
Kuzey kutbu,manyetik, 708
Küresel ayna,842-49,892
Küresel dalgalar, 403, 410
Küresel sapınç, 843, 857, 891, 892, 933
Küresel tabakalar, 142–43,A9-11
Kütle çekim alanı (tnm), 154,156, 576
Kütle çekim potansiyel, , 617
Kütle çekim potansiyel enerjisi , 186-88, 199-201
Kütle çekim sabiti (G), 141
Kütle çekim yasası, 564
Kütle merkezi, 230–36
Kütle spektrometresi,724-25
Kütle, 6, 86–88, 155
atomik, 455
birimi, 6–7, 87
değişken kütleli sistem, 236–38
çekim kütlesi, 155
merkezi, 230–33
moleküler, 455, 465
standart, 6–7
tablosu, 7

Lagrange noktası, 153
Lagrange, Joseph-Louis, 153
Laminer akış, 352
Land, Edwin, 941
Lastik basıncı, 468
Lastik basınç ayarı, 347
Lazer yazıcı, 583
LC devreleri, 793–96
LC salınımı, 793–96
LCD, 878 dn, 943–4
Lenz yasası, 761–64, 766, 820
Limit hız, 35 dn, 129–30
Lineer polarize ışık, 940
Lloyd aynası, 919 ps
Log tablosu, A-3
Logaritma,A2–A3
Lorentz denklemi, 717
LR devreleri, 790–92
LRC devreleri, 795–96, 799–801
Lumen (lm) (birim), 915

Mach sayısı, 443
Mach, E., 443 dn
Madde, 340, 455–56
Maddelerin mukavemeti, 319, 322
baskı, 321
germe, 320–21
kayma, 321
termal, 463
zor, 320-21
zorlama, 320–21
Manyetik alan çizgileri, 708
Manyetik alan, 707–17, 733–50
dairesel sarım, 744–45
dünyanın, 709
düz kablodaki, 711–12, 734–35
elektrik akımı ile oluşan, 707, 710.746
elektrik alan değişimi ile oluşan,813-16
emk indüklemesi 759-73
enerji depolanması, 790
hesaplanması, 712–13
histerezis, 748–49
solenoitlerin, 741–42
tanımı, 708
yönü, 708, 710–13
yüklü parçacığın hareketi,714-17
Manyetik indüksiyon, 710
Makara, 99–100
Makrodurum, 546–47
Makroskopik betimleme,454-456
Makroskopik özellikler, 454, 456
Manometre, 346
Manometreler, basınç, 347
Manyetik akı yoğunluğu, 760
Manyetik akı, 760, 773–75, 816, 820
Manyetik alan kesici, 747
Manyetik bölge, 746
Manyetik geçirgenlik, 734, 748
Manyetik kutup, 707, 708–9
dünyanın, 709
Manyetik kuvvet, 707, 710–19
elektrik akımı üzerinde, 710–14,718-19
hareketli yük üzerinde 714–17
Manyetik moment, 718–19
Manyetik pusula, 707--08, 709, 710
Manyetik sapma, 709
Manyetik şerit ve diskler, 775
Manyetik tek kutup, 708
Manyetizma vektörü, 750
Manyetizma, 707–96, 816
Marconi, Guglielmo, 829
Mars, 150, 151
Maxwell denklemi, 813, 817, 819–22,911 dn
differansiyel durumu, A-12–A-13
serbest boşlukta, A-13
Maxwell moleküler hız dağılımı, 480–82, 547
Maxwell, James Clerk,480,813,817,822
Mekanik, 18–453
Mekaniksel avantaj, 100, 313, 346
Mekaniksel dalgalar, 395
Mekaniksel enerji, 189–95
Mekaniksel salınımlar, 369
Merceğin gücü, 868
Mercek çözünürlüğünde kırınım limiti, 929–31
Mercek elemanları, 892
Mercek sapıncı, 891–92, 929
Mercekci denklemi, 876–77
Mercekler, 866–92
akromatik, 892
bileşik, 892, 933
büyültme, 871
çözünürlük, 881, 885, 886, 929–31
düzeltici, 883–85
geniş açılı, 882, 892
göz merceği, 883
gözlük, 883–85
gücü, 868
ıraksak, 867 ss
ince (tnm), 867
kaplama, 913–14
kombinasyonları, 874–75
kontak, 885
küresel, 858
negatif, 871
normal, 882
objektif, 890, 932
odak uzaklığı, 867, 875, 877
oküler, 890
positif, 871
renk düzeltilmiş, 892
silindirik, 884
telefoto, 882
yakınsak, 866 ss
zum, 882
Merceklerin ekseni, 867
Merceklerin kaplanması, optiksel, 913–14
Merdiven, 317, 338 ps
Merkezcil ivme, 120
Merkezcil kuvvet, 122–24
Metal arayıcı, 770
Metre (m) (birim), 6
Ölçme aletleri (ampermetre voltmetre galvanometre), 695–97, 721
Metrik (SI) sistem, 7
Mevsimler, 519

Mho (birim), 675 ps
Mıknatıs, 707–9, 746–47
bölge, 746
elektro-, 747
sürekli, 746
süperiletken, 747
Michelson interferometresi, 914
Michelson, A. A., 826, 914
Mikroamper (_A) (birim), 654
Mikrodalgalar, 824
Mikrodurum, 546
Mikrofon:
sığaç, 699 ps
manyetik, 775
Mikrometre, 10–11
Mikroskop, 890–91, 932
bileşik, 890–91
büyültmesi, 890–91,932-33
elektron, 932
güç hesaplaması, 932
yararlı büyültme, 932
Mikroskopik betimleme,454-456
Mikroskopik özellikler, 454, 456
Miktar, 7
Milliamper (mA) (birim), 654
Millikan, R. A., 723
Millimetre (mm) (birim), 7
Miyopluk, 883, 884–85
MKS (metre-kilogram-saniye)
mm-Hg (birim), 346
Model, 2–3
Modern fizik (tnm), 2
Modülasyon:
frekans, 830, 831 dn
genlik, 830
Mol (mol) (birim), 465
Mol hacmi(ideal gaz için), 465
Molar özgül ısı, 511–13
Molekül, 455 dn
Moleküler ağırlık, 455 dn
Moleküler biyoloji,581-82
Moleküler hız, 480–82
Moleküler kinetik enerji, 478–79
Moleküler kütle, 455, 465
Moleküller, 561, 579
Moleküllerin titreşme enerjisi, 499,513
Moment kolu, 256
Momentum, 214–38
açısal korunum, 285–87, 297-98
açısal, 285–89, 291–300
çarpışma, 217–29
doğrusal momentumun korunum, 217 ss
doğrusal, 214–38
kuvvet ile ilişki, 215–16
kütle merkezi (KM), 230–33
Monokromatik ışık (tnm), 903
Monokromatik sapma 892
Motor, elektrikli, 720
geri emk, 768–69
buharlı, 530
dizel, 508, 527 ps, 553 ps
güç, 202–3
içten yanmalı, 531, 535–36
MP3 çalıcı, 677
Mt. Everest, 6, 8, 144, 161 ps, 364 ps,485
Multimetre (VOM), 696
Mutlak basınç, 345
Mutlak sıcaklık skalası, 457, 464
Mutlak sıfır, 464, 480
Muziksel skala, 431
Müzik aletleri, 413, 422 ps, 424,431-36

Nabız, 12
Nedensel yasalar, 152
Nedensellik, 152
Nefes, 469
Negatif elektrik yükü, 560, 609
Negatif mercek, 871
Negatif,fotoğrafta, 878 dn
Nehri geçmek, 73
Nem, 485–86
Neptün, 150, 152
Net direnç, 679
Net kuvvet, 84–88, 91–96
Newton (N) (birim), 87
Newton çarkı, 910–11
Newton mekaniği, 83–156
Newton odaklanması, 889
Newton sentezi, 152
Newton, Isaac, 18, 85–86, 89, 139–40,155, 568, 902, 910 dn
Newton'un birinci yasası, 84–85
Newton'un ikinci yasası, 86–88, 90, 92, 95–96, 215, 218, 234–35
dönme, 259–63, 292–93
sistem parçacıkları, 234–35,292-93
Newton'un üçüncü yasası, 89–91,173
Nokta (skaler) çarpım, 167–68
Nokta kuralı, 816 dn
Noktasal parçacık, 19, 96
Noktasal yük (tnm), 565, 569
potansiyel, 612–15
Normal göz (tnm), 883
Normal kuvvet, 92–94
Normal mercek, 882
Nöron, 669
Nötr denge, 205, 317
Nötron yıldızı, 287
Nötron, 561
Nükleer çarpışma, 225, 227–29
Nükleer enerji, 530 dn, 550
Nükleer kuvvet, 155, 212 ps
Objektif merceği, 890, 932
Odak düzlemi, 867
Odak noktası, 842–43, 848, 867–68
Odak uzunluğu:
küresel aynaların, 842–43, 848
merceklerin, 867, 875, 877
Odak, 843
Odaklama, fotoğraf makinesi, 879–80
Oersted, H. C., 710
Ohm (_) (birim), 656
Ohm yasası, 655–58, 668, 680, 685
Ohm,G. S., 655
Ohmmetre, 696, 721
Oküler merceği, 888
Oküler, 888
Olasılık
ve entropi,546-48
kinetik teoride, 476–82
Onnes,H. K., 668
On'un kuvvetleri, 5
Optik aletler, 866 ss
Optik ilüzyon, 851
Optik kaplama, 913–14
Optik zum, 882
Optik, geometrik, 838–99
Orantı sınırı, 318–19
Ortalama hız vektörü, 60
Ortalama hız, 20–22
Ortalama ivme, 24–26
Ortalama serbest yol, 487–88
Ortalama sürat, 20, 480–82
Osiloskop, 620, 621
Otoban virajları eğimli ve eğimsiz,126-7
Otomatik odaklanan fotoğraf makinesi, 426
Otomobil karbüratörü, 531
Otomobil:
durdurma, 32, 174, 272–73
güç gereksinimi, 203
Otto çevrimi, 535–36

Ölçek,müziksel, 431
Ölçme birimleri, 6
Ölçme, 3–5
Ölçü aletlerinin duyarlılığı, 696, 697
Öngerilmeli beton, 323
Örgü yapısı, 456
Örümcek adam, 179 ps
Öteleme hareketi, 18–239
kütle merkezi, 234–36
Özdirenç, 658–60
ısı katsayısı, 659–60
Özdirençin sıcaklık, katsayısı, 658, 659–60
Özgül ağırlık, 341, 351
Özgül ısı, 499–500

P dalgaları, 401, 403, 416
Pantheon, kubbesi, 328
Parabol, 51, 71, 326
Parabolik yansıtıcı, 843
Paralel devreler, 663
Paralel eksen teoremi, 264–65
Paramanyetizma, 749–50
Paratoner, 612
Parçacık (tnm), 19
Parfüm püskürteçi, 356
Pascal (Pa) (basınç birimi), 341
Pascal prensibi, 346
Pascal, Blaise, 341, 346, 363 ps
Pasif solar ısıtma, 550
Patenci, 284, 286, 309 ps
Performans,katsayısı,537,538
Periodik dalga, 397
Periodik hareket, 370 ss
Periyot, 121, 253, 371, 397
  dairesel hareket, 121
  dalga, 397
  dönme, 253–54
  gezegen, 150–51
  sarkaç, 13, 380,A8
  titreşim, 371
Piyano ayarı, 12
Piksel, 878, 881, 944
Pil, 609, 652–53, 655, 658, 678–79
  otoda, 609, 686–87
Pist, 29
Plaka tektoniği, 351
Planck uzunluğu, 13
Planck zamanı, 16 ps
Plastik bölge, 319
Plazma, 340
Pluton, 150, 152
Poise (P) (birim), 358
Poiseuille denklemi, 358–59
Poiseuille, J. L., 358
Poisson, Siméon, 922
Polarizatör, 941-44
Polarize açısı, 943
Polaroid geçişi, 942–43
Poloroit, 940-42
Pompalar, 348, 361
Positif elektrik yükü, 560, 562
Positif mercekler, 871
Potansiyel enerji, 186–89 ve ss
  diagramlar, 204–5
  esneklik, 188, 193–94, 377–78
  gravitasyonal, 186–88, 199–201
  kuvvet ile ilişkisi, 188–89
Potansiyel enerji, elektrik, 607–10, 619–20, 636–38, 679 dn
Potansiyel fark, elektrik, 608, 609, 678
Potansiyometre, 705 ps
Pound (lb) (birim), 87
Poynting vektörü, 826–27, 915
Poynting, J. H., 826 dn
Pozlama zamanı, 879
Prizma, 852–53
Problem çözme stratejileri, 30, 58, 64, 96, 102, 125, 166, 198, 229, 261, 314, 504, 551, 571, 685, 716, 741 763, 849, 871, 913
Proton–proton çarpışması, 228–29
psi (birim), 341
PT diagram, 483
PV diagramları, 482–83, 487, 507
Pisagor teoremi, A2,A4

Radar, 446 dn
Radar, 911, 921 ps
Radiyo dalgaları,823–24, 932
Radyan (rad), açıların ölçümü,249-50,
Radyasyon alanı, 818
Radyasyon basıncı, 828–29
Radyasyon,ısıl, 517–20
  mevsimler ve, 519
  salım gücü, 518
  solar sabiti ve, 519
Radyo, 829–31
Radyoteleskop, 932
RC devreleri, 687–92
R-değeri, 517
Referans çerçeveleri, 19, 85, 300–2
  ivmelenen, 85, 88, 156, 300–2
  dönen, 301–302
  eylemsiz, 85, 88, 300
  eylemsiz olmayan, 85, 88, 156
Renk:
  dijital kameralarda, 878
  frekans ve dalga boyuna bağlı ışık renkleri, 853–54, 909, 910, 912–13
Retina, 882
Reynold numarası, 366 ps
Rezonanas, 385–87
Rezonans frekansı, 385, 412–13,802
Rezonans salınımı, 385–86
Rezonans, devrelerde, 802
Rijit cisim (tnm), 249
Roemer, Ole, 825
Roentgen,W. C., 939
Roket hareketi, 83, 90, 219, 238
Rotor, 720, 768
Rüzgar aletleri, 433–36
Rüzgar şiddeti, 550

S dalgası, 401
Sabit hacımlı gaz termometresi, 458
Sabun baloncuğu, 900, 909, 912–13
Sabun, 360
SAE, viskozite numarası, 358 dn
Sağ el kuralı, 254,710, 711, 714, 716, 735, 763
Salım gücü, 518
Salınımlar, 369–89
  basit harmonik hareket ,372-77
  burulmalı sarkaç, 382
  dalgaların kaynağı olarak, 397
  fiziksel sarkaç, 381–82
  kuvvet uygulanan, 385–87
  mekanik, 369
  sönümlü harmonik hareket, 382–85
  yayların salınımı, 370–71
  yerdeğiştirme, 371
Saniye (birim), 6
Santi- (önek), 7
Santigrad skalası, 457–58
  santilitre (cL) (birim), 7
Santimetre (cm) (birim), 7
Santipoise (cP) (birim), 358
Santrifüj kuvveti, 123, 300
Santrifüj pompası, 361
Santrifüjleme, 122
Sapınç:
  kromatik, 889 dn, 892, 933
  küresel, 843, 857, 891, 892, 933
  merceklerin, 891–92
Sarkaç saat, 380
Sarkaç:
  balistik, 226
  basit, 13, 195, 379–81
  burulma, 382
  fiziksel, 381–82
  konik, 125
Savart, Felix, 743
Savrulma, 126–27
Sayfa kalınlığı, 10–11
Sayısal integrasyon, 40–43
Serbest düşme, 34–39, 148
Serbest elektron, 561
Serbest genleşme, 510–11, 542, 548
Serbest cisim diagramları, 95–96, 102
Serbest yük, 641
Serbestlik derecesi, 512–13
Ses bariyeri, 444
Ses dalgaları, 824
Ses düzeyi, 428–31
Ses hızı, 425–26
  enfrasonik, 426
  süpersonik, 426, 443–44
Ses kalitesi, 436
Ses yeğinlik kontrolü, 431
Ses kutusu, 433
Ses patlaması, 444
Ses tayfı, 436
Ses tahtası, 433
Ses yüksekliği, 425
Ses, 424–46

basınç genliği, 427, 430–31
dB , 428–31
Doppler etkisi, 439–43
enfrasonik, 426
girişim, 437–39
hızı, 425
işitilebilir bölge, 425
kalite, 436
kaynakları, 431–436
kulağın duyabildiği, 431
matematiksel gösterim,426-27,
ses patlaması, 444
seviye, 428–31
süpersonik, 426, 443–44
şiddeti, 427–31
şok dalgaları, 443–44
tını, 436
ton rengi, 436
ultrasonik, 425, 445–46
vurular, 438–39
yeğinlik seviyesi, 431
yeğinlik, 425, 427, 429
yükseklik, 425

Sesin şiddeti, 427–31
Seslendirme, 444
SI birimleri (Système International), 7
Sıcak hava balonları, 454
Sıcaklık, 456–59, 464, 469,548-549
Sıcaklık:
Celsius (veya santigrat), 457–58
Curie, 746, 750
Fahrenheit, 457–58
geçiş, 668
iç enerji, 498
insan vücudu, 458, 505
Kelvin, 464, 469–70, 548–49
kritik, 483
molekül hızlar ile ilişki,476-82
moleküler yorum,476-80
mutlak, 464, 469–70, 548–59
skala, 457–58, 464
uygulama (ısı makinalarında), 530
Sığa, 629–42, 670
Sığaç boşalımı, 690–91
Sığaç köprüsü, 646 ps
Sığaç mikrofonu, 699 ps
Sığaçlar, 628–642
devrelerde, 633–35, 687–92, 798–99
enerji depolaması, 636–38
filtreleme, 798–99
kullanımı, 799
seri ve paralel, 633–35
yüklemesi, 813–15
Sıkışma (boyuna),398,401
Sırıkla atlama, 183, 192–93
Sıvı kristal gösterici (LCD),
878 dn, 943–4
Sıvı kristaller, 340, 483
Sıvılar, 339–61
Sıvılar, 340 ss, 455–56
Sıvıların akışı, 352–59
Sıvıların dinamiği, 352
Siemens (S) (birim), 675 ps
Sifon, 362 ps, 368 ps
Sigorta, 662–63
Simetri, 10,37, 140, 228, 233, 296, 313, 323, 325, 563 dn, 571, 572, 738, 739, 740, 742-44, 774, 813, 815, 819, 847, 877, 907
Sinir sistemi,669-70
Sinusoidal eğri, 372 ss
Sinusoidal dalga hareketi, 404–6
Sismografi, 776
Sistemler, 98, 454, 500
açık, 500
birim, 7
cisimler sistemi, 98, 454
değişken kütleli, 236–38
kapalı, 500
yalıtılmış, 218, 500
Siyklotron frekansı, 715
Siyklotron, 731 ps
Skaler (tnm), 52
Skaler bileşenler, 55
Skaler nicelik, 52
SLR fotoğraf makinesi, 882
Slug (birim), 87
Snell yasası, 851–52, 856, 876, 902
Snell,W., 851
Soğurma çizgileri, 936–37
Soğurma tayfı, 936–37
Solenoit, 733, 741–42, 747, 748–49, 787, 788–89
Sonar, 444–45
Sonogram, 445
Sönümlü harmonik hareket,382-85
Sözde (eylemsiz)kuvvetler, 300–301
Spektrometre:
ışık, 935–6
kütle, 724–25
Spektroskop ve spektroskopi,935-36
Speküler yansıma, 839
Işık hızı, 822, 825–26, 850, 902
ölçümü, 825–26
SSB, 466
Standard sıcaklık basınç(SSB),466
Standart kütle, 6
Standart koşullar (SSB), 466
Standart uzunluk, 6, 914
Standartlar ve birimler, 6–7
Statik denge, 311–24
Statik elektrik, 559, 560
Statik elektriklenme, 559, 560
Statik sürtünme, 114, 270
katsayı, 113–14
Statik, 311–28
Stefan-Boltzmann sabiti, 518
Stefan-Boltzmann yasası,518
Stoke teoremi, A12–A13
Stokes teoremi, A-12–A-13
Su dalgalarının kırınımı, 416
Su:
4°C altında davranışı, 462
doymuş buhar basıncı, 484
genleşme, 462
gizil ısılar, 503
kohezyon, 360
özgül ağırlık, 341, 351
üçlü nokta, 469, 483
yoğunluk, 340–341, 351
Superdome (New Orleans, LA),328
Superpozisyon, ilkesi, 565, 569
Süblimleşme noktası, 483
Süblimleşme, 483
Süperakışkanlık, 483
Süperdoymuş hava, 486
Süperiletken mıknatıs, 747
Süperiletkenlik, 668–69
Süperpozisyon ilkesi, 407–9, 436
Süpersonik hız, 426, 443
Sürat, 20
ortalama, 20, 480–82
anlık, 22
moleküler, 480–82
olası, 480–82
Sürekli dalga, 397
Süreklilik denklemi, 353
Sürfaktan, 360
Sürtünme, 85, 113–19
dönme, 113, 273–74
katsayısı, 113–14
kinetik, 113 ss
statik, 114, 270
Sürüklenme hızı, 666–68, 723, 724
Sütun ve kirişli yapılar, 321
Système International (SI), 7

Şebeke voltajı, 665
Şiddet, 402–03, 427 ss
Girişim ve kırınım desenlerinde, 906-9, 924-28
ışığın, 915
Poynting vektörünün, 827
sesin, 427-31
Şimşek, 662
Şok dalgaları, 443–44
Şut, 66, 69

Tacoma Narrows Köprüsü, 386
Tahmin etme, 9–12
Tahmini büyüklük mertebesi, 9–12,102
Tahteravalli, 314
Tam differansiyel, 506 dn
Tamamen inelastik çarpışma, 225
Taşıma bantı, 236–37, 244 ps
Taşıyıcı frekans, 830
Tayf:
  atom yayımlanması, 936
  çizgisi, 936
  elektromanyetik, 823, 852–54
  gökyüzü rengi, 945
  gün ışığı, 945
  soğurma, 936–37
  sürekli, 934, 936
Tedirginmeler, 152
Teğetsel ivme, 128–29,251-252
Tek boyutlu dalga denklemi, 407
Telefon, 771, 824
Telefoto mercekleri, 882
Teleskoplar, 887–89, 931
  astronomik, 888–89
  büyültmesi, 888
  çözünürlük, 931
  Galileo tipi, 887, 889
  Kepler tipi, 887 dn, 888
  kırıcı, 888
  yansıtmalı, 889
Televizyon, 621, 830–32, 945
Telin titreşimi, 412–15, 431–33
Telli müzik aletleri, 413, 432–33
Temel birimler (tnm), 7
Temel frekans, 413, 432,433-35
Temel nicelikler, 7
Teoriler, (genel), 3
Teorileri test etme, 2
Tepe akımı, 664
Tepe voltajı, 664
Tepeler en yüksek, 8
Tepki zamanı, 791
Terminal, 653, 655
Terminal voltajı, 678–79
Termistör, 660
Termiyonik soğurma, 620
Termodinamiğin ikinci yasası,529-48
  buzdolabı, klima, ısı pompası, 536-39
  Carnot verimi ve, 534–35
  Clausius ifadesi, 529, 537
  entropi ve, 539–44
  entropinin istatistiksel yorumu 546-48
  genel ifade, 543, 544
  ısı makinaları, 529, 530–32
  Kelvin-Planck ifadesi, 532, 535
  tersinir süreçler ve, 533
  tersinmez süreçler ve, 533
  verim ve, 531–32
  zaman oku, 544
Termodinamik olasılık, 547
Termodinamik sıcaklık skalası,548-49
Termodinamik, 455, 496–520,528-51
  birinci yasası, 505–7
  ikinci yasası, 529–48
  üçüncü yasası, 539 dn, 548–49
  sıfırıncı yasası, 459
Termografi, 519
Termometreler, 457–59
  cıvalı, 457-58
  iki metalli, 457
  sabit gaz hacımlı, 458–59
  sıvı dolu tüplü, 457
Termos, 521 ps
Termostat, 471 ps
Tersinir döngü 533–35, 540
Tersinir süreçler, 533
Tersinmez süreçler, 533
Tesla (T) (birim), 712
Test yükü, 568
Testere dişli gerilim, 691
Testere dişli salınım, 691, 706 ps
THDK, 694, 747, 776
Tıbbi görüntüleme, 445–46
Tını, 436
Titreşen teller ve hava sütunları, 431 ss
Titreşen teller, 412–15, 431–33
Titreşim, 369–86
  dalga kaynağı, 397
  yay, 370 ss
Ton rengi, 436
Toner, 583
Topaç dönmesi, 299–300
Toplam iç yansıma, 421 ps
Topoğrafik harita, 617
Toprak hattı, 693, 694
Topraklama hatası devre kesicisi (THDK), 694, 747, 776
Topraklama hatası, 776
Topraklama,elektriksel, 562, 655
Tork sayacı, 769
Tork, 256–60 ve ss, 290 ss
Torr (birim), 346–47
Torricelli teoremi, 356
Torricelli, Evangelista, 346, 347–48, 356
Townsend, J. S., 723
Tramplen, 286
Transformotor denklemi, 771
Transformotor, 770–73, 787
Trigonometrik fonksiyonlar,56,57,A4
Trigonometrik Tablo,A5
Tsunami, 397
Turbin, 767
Tüfek geri tepmesi, 220
Türbülanslı akış, 352, 357
Türetilmiş nicelikler, 7
Türev, 22–23, 27,A6
  kısmi, 189, 406
Türevler, A-6,
Tycho Brahe, 149

Uç uca ekleyerek vektör toplamı,53
Uçak kanadı, 356–57
Uçak, 765
Uçan payandalar, 327
Ultrasığaçlar, 644 ps
Ultrason, 445
Ultrasonik dalgalar, 426, 442, 445–46
Ultrasonik frekanslar, 426, 445
Ultrasonla görüntüleme, 445–46
Ultraviole (UV) light, 824, 852
Uranus, 150, 152
Uydu alıcısı, 831
Uydular, 139, 146–49
Uyumlu ışık, 906
Uyumluluk, 906
Uzaklık:
  cisim, 840,845
  görüntü, 840, 845
Uzatma kablosu, 663
Uzay eğriliği, 155–56
Uzay istasyonu, 131 ps, 149
Uzay otobüsü, 139
Uzay, 155–56
Uzunluk, 6,914

Üç boyutlu dalga, 402–3
Üç faz ac, 803
Üçgenleştirme metodu, 11
Üçlü noktası, 469, 483
Üstel ifadeler,A1
Üsttonlar, 413, 432, 433

Vagon, 191, 198
Vakum pompası, 361
Van de Graaff üreteci,607,627 ps
Van der Waals denklemi,486-87
Van der Waals, J.D., 486
Vantuz, 348
Vektör kinematiği, 59–74
Vektör yerdeğiştirmesi , 20, 52–54,59-60
Vektörler, 20, 52–62, 167–68, 289–90
  bileşenlere ayrılması, 55–58
  bileşke, 52–54, 57–58
  birim, 59
  çarpma, 55, 167–68,289-90
  çıkartma, 54–55
  kinematik, 59–74
  pozisyon, 59–60, 62
  skalar çarpım, 55

skaler (nokta) çarpımı, 167–68
toplama, 52–58, 95, 143
vektörel çarpım, 289–90
Vektörlerin çarpımı, 55, 167–68,289-91
Vektörlerin çıkarılması, 54–55
Vektörlerin toplamı, 52–58
Vektörlerin vektörel çarpımı, 289–90
Venturi metre, 357
Venturi tüpü, 357
Venus, 150, 158 ps
Verim, 203, 531, 534
Carnot, 534
Otto çevrimi, 536
Virajların eğimi, 126–27
Viskoz kuvvet, 358–59
Vizkozite, 352, 353 dn, 358–59
katsayısı, 358
Volan, 266, 281 ps
Volt (V) (birim), 608
Volta pili, 652
Volta, Alessandro, 608, 629, 652
Voltaj, 607, 608, 609, 658
hattı, 665
ölçümü, 695–97
sığaçlarda, 635
tehlikeli seviye, 694
terminal, 678–79
Voltmetre, 695–97, 721
analog, 696
dijital, 695, 697
Vücut yağı, 368 ps

Watson, J., 940
Watt (W) (birim), 202,661
Watt, James, 202 dn
Weber (Wb) (birim), 760
Wheatstone köprüsü, 704 ps
Wide-angle lens, 882, 892

X-ışını kırınımı, 938–9
X-ışını kristalografi, 939
X-ışınları, 824, 933, 938–9

Yakın alan, 818
Yakın nokta, 883
Yakınsak mercekler, 866 ss
Yaklaşıklık, 9–12
Yalıtılmış sistem, 218, 500
Yalıtkanlar, 561, 658
Yalıtkanlar, elektriksel, 561, 658
Yalpalanma, 299
dünyanın, 303 ps
Yansıma:
açısı, 410,838
faz değişimi, 909–14
ışığın, 837, 838–42
ince filmlerde, 909–14
polarizasyon, 942–43
ve mercek kaplama, 913
yasası, 409-10,838
Yansımayan camlar, 913–14
Yapıcı girişim, 410–11, 437
Yarıiletgenler, 561, 658
Yasa (tnm), 3
Yatay (tnm), 92 dn
Yatay eksen teoremi, 265
Yatay mesafe (tnm), 68
Yay denklemi, 170
Yay kuvvet sabiti, 170, 370
Yay sabiti, 170, 370
Yay:
potansiyel enerji, 188, 193–94,377-78
titreşim, 370 ss
Yelkenli ve Bernoulli prensibi,357
Yerçekimi, 34–39, 92, 139 ss
altında serbest düşme, 34–39, 148
ivmesi, 34–39, 87 dn, 92,143-145
kuvveti, 84, 92–94, 139 ss
Yerçekimi anormallikleri, 144
Yerdeğiştirme, 20–21, 371, 380, 404
açısal, 250, 381
bileşke, 52–53
dalga, 404
titreşim, 371
vektör, 20, 52–54, 59–60
Yerküre:
deprem dalgaları, 401, 403
eylemsiz çerçeveleri, 85, 137 ps, 145–46
konsantre kabuklar, 142–43,A9–11
kütle hesabı, 144
yarıçap tahmin etme, 11, 15 ps
Yerkürenin yarıçapı, 11, 15 ps
Yıkıcı girişim, 410, 437
Yıldız,nötron, 287
Yıldız büyüklüğü, 520
Yitirgen kuvvetler, 196–98
enerji korunumu, 197–99
Yoğunlaşma, 484
Yoğunluk gradyenti, 489, 516 dn
Yoğunluk, 340–41
yüzme, 351
Young,Thomas, 903, 906
Young'ın çift yarık deneyi, 903–6, 927-9
Young modülü, 319
Yo-yo, 271, 281 ps
Yuvarlanma hareketi, 267–73
anlık eksen, 268
kaymadan yuvarlanma, 267–71
toplam kinetik enerji, 268
Yuvarlanma sürtünmesi, 113, 273–74
Yük bağlaşımlı aygıt (CCD), 878
Yük yoğunluğu, 596
Yüksek geçirgenli filtreler, 799, 811 ps
Yürüme, 90
Yüzey dalgaları, 402, 410
Yüzey gerilimi, 359–60
Yüzey yük yoğunluğu, 641
Yüzme, 351

Zahiri görüntü, 840, 870
Zahiri kuvvet, 300–301
Zahiri vektör, 254 dn
Zaman oku, 544
Zaman sabiti, 688, 791
Zaman standartı, 6
Zayıf ışın, 838
Zayıf nükleer kuvvet, 155
Zıt fazlı dalgalar, 411
Zorlamalı salınımlar, 385–87
Zorlanma, 320–21

Fotoğraflar

1-1a Philip H. Coblentz/World Travel Images, Inc. **1-1b** Antranig M. Ouzoonian, P.E./Weidlinger Associates, Inc. **1-2** Mary Teresa Giancoli **1-3** Douglas C. Giancoli **1-4** Paul Silverman/Fundamental Photographs, NYC
1-5a Oliver Meckes/Ottawa/Photo Researchers, Inc. **1-5b** Douglas C. Giancoli **1-6** Douglas C. Giancoli **1-7a** Douglas C. Giancoli **1-8** Larry Voight/Photo Researchers, Inc. **1-13** David Parker/Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **1-14** The Image Works **CO-2** George D. Lepp/Corbis/Bettmann **2-8** John E. Gilmore, III **2-21** SuperStock, Inc. **2-25** Justus Sustermans (1597–1681), "Portrait of Galileo Galilei." Galleria Palatina, Palazzo Pitti, Florence, Italy. Nimatallah/Art Resource, NY **2-26** © Harold & Esther Edgerton Foundation, 2007, courtesy of Palm Press, Inc. **CO-3** Lucas Kane Photography, LLC **3-19** © Berenice Abbott/Commerce Graphics Ltd., Inc. **3-21** Richard Megna/Fundamental Photographs, NYC **3-30a** Don Farrall/Getty Images, Inc.–PhotoDisc
3-30b Robert Frerck/Getty Images, Inc.–Stone Allstock **3-30c** Richard Megna/Fundamental Photographs, NYC **CO-4** GoodShoot/ SuperStock, Inc. **4-01** Daly & Newton/Getty Images, Inc. **4-04** Corbis/Bettmann **4-05** Gerard Vandystadt/Agence Vandystadt/Photo Researchers, Inc. **4-7** David Jones/Photo Researchers, Inc. **4-10** NASA/John F. Kennedy Space Center **4-29** Lars Ternbald/Amana Japan **4-32** Kathleen Schiaparelli **4-34** Brian Bahr/Allsport Concepts/Getty Images **4-37** Brian Bahr/Allsport Concepts/Getty Images **4-60** Tyler Stableford/The Image Bank/Getty Images, Inc. **CO-5 left** Agence Zoom/Getty Images **CO-5 sağ** Grant Faint/Getty Images, Inc. **5-16c** Jay Brousseau **5-22** © Guido Alberto Rossi/TIPS Images **5-42** C. Grzimek/ Tierbild Okapia/Photo Researchers, Inc. **5-45** Photofest **5-49** Daniel L. Feicht/Cedar Point Photo **CO-6** Earth Imaging/Getty Images, Inc.–Stone Allstock **6-8** Douglas C. Giancoli **6-10** NASA/Johnson Space Center **6-14** NASA Headquarters **6-15a** AP Wide World Photos **6-15b** Mickey Pfleger/Lonely Planet Images **6-15c** Dave Cannon/Getty Images, Inc. **6-20** NASA Headquarters **CO-7** Ben Margot/AP Wide World Photos **7-22** U.S. Department of Defense photo by Airman Kristopher Wilson, U.S. Navy **7-27** Columbia Pictures/
Phototest **CO-8 ve 8-10** © Harold & Esther Edgerton Foundation, 2007, courtesy of Palm Press, Inc. **8-11** © 2004 David Madison Sports Images, Inc. **8-15** © naglestock.com/Alamy **8-21** Nick Rowe/Getty Images, Inc.–PhotoDisc **8-24** M.C. Escher's "Waterfall". Copyright © 2005 The M.C. Escher Company–Holland **8-48** R. Maisonneuve/Publiphoto/Photo Researchers, Inc. **8-49** Corbis/
Bettmann **CO-9** Richard Megna, Fundamental Photographs, NYC **9-1** Kevin Lamarque/Reuters/Landov LLC **9-8** Loren M Winters/Visuals Unlimited **9-11** Comstock Images/Comstock Premium/Alamy Images Royalty Free **9-14** D.J. Johnson
9-17 Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **9-20** Lawrence Berkeley Laboratory/Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **9-22** Berenice Abbott/Photo Researchers, Inc. **CO-10** David R. Frazier/The Image Works **10-8a** Douglas C. Giancoli
10-12a Photoquest, Inc. **10-12b** Richard Megna/Fundamental Photographs, NYC **10-31b** Richard Megna/Fundamental Photographs, NYC **10-42** Corbis–Davis/Lynn Images **10-43** Regis Bossu/Corbis/Sygma **10-45** Karl Weatherly/Getty Images, Inc.–Photodisc.
10-51 Tom Stewart/Corbis/Bettmann **CO-11** Kai Pfaffenbach/Reuters Limited **11-27c** NOAA/Phil Degginger/Color-Pic, Inc.
11-28 Stephen Dunn/Getty Images, Inc. **11-48a** Michael Kevin Daly/Corbis/The Stock Market **CO-12** Jerry Driendl/Getty Images, Inc.–Taxi **12-1** AP Wide World Photos **12-17** Douglas C. Giancoli **12-19** Mary Teresa Giancoli **12-22** Grant Smith/ Construction Photography.com **12-30** Esbin/Anderson/Omni-Photo Communications, Inc. **12-32** Douglas C. Giancoli **12-33** Christopher Talbot Frank/© Ambient Images, Inc./Alamy **12-35** Douglas C. Giancoli **12-37** Giovanni Paolo Panini (Roman, 1691–1765), "Interior of the Pantheon, Rome," c. 1734. Oil on canvas, 1.280 × .990 (50 1/2 × 39); framed, 1.441 × 1.143 (56 3/4 × 45). Samuel H. Kress Collection. Photograph ©2001 Board of Trustees, National Gallery of Art, Washington. 1939.1.24.(135)/PA. Photo by Richard Carafelli **12-38** © acestock/Alamy **12-48a** James Lemass/Index Stock Imagery, Inc. **CO-13** Marevision/AGE Fotostock America, Inc. **13-12** Corbis/Bettmann **13-21** David C. Hazen, Princeton University ve Embry-Riddle Aeronautical University **13-34** Rod Planck/Tom Stack & Associates, Inc. **13-36** Alan Blank/Bruce Coleman Inc. **13-45** Douglas C. Giancoli **13-47** Adam Jones/Photo Researchers, Inc. **13-53** National Oceanic ve Atmospheric Administration NOAA **CO-14** Ford Motor Company **14-4** Ford Motor Company **14-9** Judith Collins/Alamy Images **14-13** Paul Silverman/Fundamental Photographs, NYC **14-15** Douglas C. Giancoli
14-24 Martin Bough/Fundamental Photographs, NYC **14-25a** AP Wide World Photos **14-25b** Paul X. Scott/Corbis/Sygma
14-27 Gallant, Andre/Getty Images, Inc.–Image Bank **CO-15** Douglas C. Giancoli **15-23** Douglas C. Giancoli **15-29** Martin G. Miller/ Visuals Unlimited **15-31** Richard Megna/Fundamental Photographs, NYC **15-39** Richard Megna/Fundamental Photographs, NYC
CO-16 Fra Angelico (1387–1455), Music-making angel with violin. Linaioli altarpiece, detail. Museo di San Marco, Florence, Italy. Scala/Art Resource, N.Y. **16-5** Yoav Levy/Phototake NYC **16-9a** Ben Clark/Getty Images–Photonica Amana America, Inc.
16-9b Tony Gale/Pictorial Press/Alamy Images **16-10** © Richard Hutchings/Corbis **16-23** Bill Bachmann/PhotoEdit, Inc.
16-24b Settles, Gary S./Photo Researchers, Inc. **16-27** GE Medical Systems/Photo Researchers, Inc. **16-34** Nation Wong/Corbis Zefa Collection **CO-17 left** Niall Edwards/Alamy Images, **sağ** Richard Price/Photographer's Choice/Getty Images
17-3 Bob Daemmrich/Stock Boston **17-4** Franca Principe/Istituto e Museo di Storia della Scienza, Florence, Italy
17-6 Leonard Lessin/Peter Arnold, Inc. **17-11** Mark ve Audra Gibson Photography **17-15** Leonard Lessin/Peter Arnold, Inc.
17-16 Getty Images–Stockbyte **17-19** © Royalty-Free/Corbis **CO-18** © Dave G. Houser/Post-Houserstock/Corbis All Rights Reserved **18-8** Paul Silverman/Fundamental Photographs, NYC **18-9** Hans Peter Merten/Getty Images, Inc.–Stone Allstock

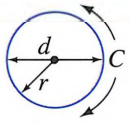
18-14 Mary Teresa Giancoli **18-16** Kennan Harvey/Getty Images, Inc.–Stone Allstock **CO-19** Mike Timo/Stone/Getty Images **19-26** Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **19-28** Phil Degginger/Color-Pic, Inc. **19-36** Taxi/Getty Images, Inc. **CO-20** Frank Herholdt/Stone/Getty Images **20-1** Leonard Lessin/Peter Arnold, Inc. **20-15a** Corbis Digital Stock **20-15b** Warren Gretz/NREL/US DOE/Photo Researchers, Inc. **20-15c** Lionel Delevingne/Stock Boston **Table 20-2 üst-alt** © Royalty-Free/ Corbis, Billy Hustace/Getty Images, Inc.–Stone Allstock, Michael Collier, Inga Spence/Visuals Limited **20-19** Geoff Tompkinson/ Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **20-22** Inga Spence/Visuals Unlimited **20-23** Michael Collier

İçindekiler tablo fotoğrafları p. iii sol © Reuters/Corbis, **sağ** Agence Zoom/Getty Images **p. iv sol** Ben Margot/AP Wide World Photos, **sağ** Kai Pfaffenbach/Reuters Limited **p. v** Jerry Driendl/Getty Images, Inc.–Taxi **p. vi sol** Richard Price/Photographer's Choice/Getty Images, **sağ** Frank Herholdt/Stone/Getty Images **p. viii** Richard Megna/Fundamental Photographs **p. ix sol** Mary Teresa Giancoli, **sağ** Giuseppe Molesini, Istituto Nazionale di Ottica Florence **p. x** © Richard Cummins/Corbis **p. xi** sol Lester Lefkowitz/Taxi/Getty Images, **sağ** The Microwave Sky: NASA/WMAP Science Team **p. xvii** Douglas C. Giancoli

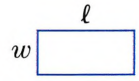
Yararlı Geometri Formülleri-Alanlar, Hacimler

Dairenin çevresi $C = \pi d = 2\pi r$

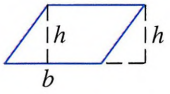
Dairenin alanı $A = \pi r^2 = \dfrac{\pi d^2}{4}$



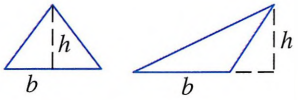
Dikdörtgenin alanı $A = \ell w$



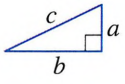
Paralelkenarın alanı $A = bh$



Üçgenin alanı $A = \frac{1}{2} hb$



Dik üçgen (Pisagor) $c^2 = a^2 + b^2$

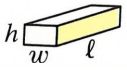


Küre: yüzey alanı $A = 4\pi r^2$

hacim $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

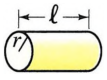


Dikdörtgenler prizması: $V = \ell wh$



Silindir yüzey alanı $A = 2\pi r\ell + 2\pi r^2$

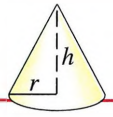
hacim $V = \pi r^2 \ell$



Dik dairesel koni

yüzey alanı $A = \pi r^2 + \pi r\sqrt{r^2 + h^2}$

hacim $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$



Üsler

$(a^n)(a^m) = a^{n+m}$ [Örnek: $(a^3)(a^2) = a^5$]

$(a^n)(b^n) = (ab)^n$ [Örnek: $(a^3)(b^3) = (ab)^3$]

$(a^n)^m = a^{nm}$ [Örnek: $(a^3)^2 = a^6$; Örnek: $(a^{\frac{1}{4}})^4 = a$]

$a^{-1} = \dfrac{1}{a}$ $\quad a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $\quad a^0 = 1$

$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ $\quad a^{\frac{1}{4}} = \sqrt{\sqrt{a}}$

$(a^n)(a^{-m}) = \dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ [Örn: $(a^5)(a^{-2}) = a^3$]

$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$

Logaritmalar [Ek A-7; Tablo A-1]

Eğer $y = 10^x$, ise $x = \log_{10} y = \log y$.

Eğer $y = e^x$, ise $x = \log_e y = \ln y$.

$\log(ab) = \log a + \log b$

$\log\left(\dfrac{a}{b}\right) = \log a - \log b$

$\log a^n = n \log a$

Bazı Türevler ve İntegraller†

$\dfrac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$ $\qquad \int \sin ax\, dx = -\dfrac{1}{a}\cos ax$

$\dfrac{d}{dx} \sin ax = a \cos ax$ $\qquad \int \cos ax\, dx = \dfrac{1}{a}\sin ax$

$\dfrac{d}{dx} \cos ax = -a \sin ax$ $\qquad \int \dfrac{1}{x} dx = \ln x$

$\int x^m dx = \dfrac{1}{m+1} x^{m+1}$ $\qquad \int e^{ax} dx = \dfrac{1}{a} e^{ax}$

† Daha fazlası için Ek-B'ye bakınız.

İkinci Dereceden Denklem Köklerini Veren Formül

x bilinmeyenli,

$ax^2 + bx + c = 0,$

şeklindeki denklemin çözümleri şöyledir:

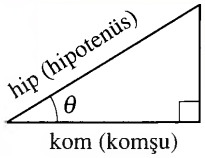
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Binom Açılımı

$$(1 \pm x)^n = 1 \pm nx + \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} x^2 \pm \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1} x^3 + \cdots \quad [\text{for } x^2 < 1]$$

$$\approx 1 \pm nx \quad [\text{for } x \ll 1]$$

Trigonometrik Formüller [Ek A-9]



kar (karşı)

$\sin\theta = \dfrac{\text{kar}}{\text{hip}}$ $\quad \cos\theta = \dfrac{\text{kom}}{\text{hip}}$ $\quad \tan\theta = \dfrac{\text{kar}}{\text{kom}}$

$\text{kom}^2 + \text{kar}^2 = \text{hip}^2$ (Pisagor teoremi)

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$

$\cos 2\theta = (\cos^2\theta - \sin^2\theta) = (1 - 2\sin^2\theta) = (2\cos^2\theta - 1)$

$\sin(180° - \theta) = \sin\theta$ $\qquad \cos(180° - \theta) = -\cos\theta$

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$

$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$

$\sin\frac{1}{2}\theta = \sqrt{(1 - \cos\theta)/2}$ $\qquad \cos\frac{1}{2}\theta = \sqrt{(1 + \cos\theta)/2}$

$\sin\theta \approx \theta$ [küçük $\theta \lesssim 0.2$ rad]

$\cos\theta \approx 1 - \dfrac{\theta^2}{2}$ [küçük $\theta \lesssim 0.2$ rad]

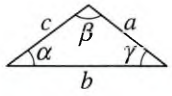
$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$

$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$

Herhangi bir üçgende:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ (kosinüs teoremi)

$\dfrac{\sin\alpha}{a} = \dfrac{\sin\beta}{b} = \dfrac{\sin\gamma}{c}$ (sinüs teoremi)



Elementlerin Periyodik Cetveli[§]

Grup I	Grup II	Geçiş Elementleri									Grup III	Grup IV	Grup V	Grup VI	Grup VII	Grup VIII
H 1 1.00794 $1s^1$																**He** 2 4.002602 $1s^2$
Li 3 6.941 $2s^1$	**Be** 4 9.012182 $2s^2$										**B** 5 10.811 $2p^1$	**C** 6 12.0107 $2p^2$	**N** 7 14.0067 $2p^3$	**O** 8 15.9994 $2p^4$	**F** 9 18.9984032 $2p^5$	**Ne** 10 20.1797 $2p^6$
Na 11 22.98976928 $3s^1$	**Mg** 12 24.3050 $3s^2$										**Al** 13 26.9815386 $3p^1$	**Si** 14 28.0855 $3p^2$	**P** 15 30.973762 $3p^3$	**S** 16 32.065 $3p^4$	**Cl** 17 35.453 $3p^5$	**Ar** 18 39.948 $3p^6$
K 19 39.0983 $4s^1$	**Ca** 20 40.078 $4s^2$	**Sc** 21 44.955912 $3d^14s^2$	**Ti** 22 47.867 $3d^24s^2$	**V** 23 50.9415 $3d^34s^2$	**Cr** 24 51.9961 $3d^54s^1$	**Mn** 25 54.938045 $3d^54s^2$	**Fe** 26 55.845 $3d^64s^2$	**Co** 27 58.933195 $3d^74s^2$	**Ni** 28 58.6934 $3d^84s^2$	**Cu** 29 63.546 $3d^{10}4s^1$	**Zn** 30 65.409 $3d^{10}4s^2$	**Ga** 31 69.723 $4p^1$	**Ge** 32 72.64 $4p^2$	**As** 33 74.92160 $4p^3$	**Se** 34 78.96 $4p^4$	**Br** 35 79.904 $4p^5$	**Kr** 36 83.798 $4p^6$
Rb 37 85.4678 $5s^1$	**Sr** 38 87.62 $5s^2$	**Y** 39 88.90585 $4d^15s^2$	**Zr** 40 91.224 $4d^25s^2$	**Nb** 41 92.90638 $4d^45s^1$	**Mo** 42 95.94 $4d^55s^1$	**Tc** 43 (98) $4d^55s^2$	**Ru** 44 101.07 $4d^75s^1$	**Rh** 45 102.90550 $4d^85s^1$	**Pd** 46 106.42 $4d^{10}5s^0$	**Ag** 47 107.8682 $4d^{10}5s^1$	**Cd** 48 112.411 $4d^{10}5s^2$	**In** 49 114.818 $5p^1$	**Sn** 50 118.710 $5p^2$	**Sb** 51 121.760 $5p^3$	**Te** 52 127.60 $5p^4$	**I** 53 126.90447 $5p^5$	**Xe** 54 131.293 $5p^6$
Cs 55 132.9054519 $6s^1$	**Ba** 56 137.327 $6s^2$	57–71†	**Hf** 72 178.49 $5d^26s^2$	**Ta** 73 180.94788 $5d^36s^2$	**W** 74 183.84 $5d^46s^2$	**Re** 75 186.207 $5d^56s^2$	**Os** 76 190.23 $5d^66s^2$	**Ir** 77 192.217 $5d^76s^2$	**Pt** 78 195.084 $5d^96s^1$	**Au** 79 196.966569 $5d^{10}6s^1$	**Hg** 80 200.59 $5d^{10}6s^2$	**Tl** 81 204.3833 $6p^1$	**Pb** 82 207.2 $6p^2$	**Bi** 83 208.98040 $6p^3$	**Po** 84 (209) $6p^4$	**At** 85 (210) $6p^5$	**Rn** 86 (222) $6p^6$
Fr 87 (223) $7s^1$	**Ra** 88 (226) $7s^2$	89–103‡	**Rf** 104 (267) $6d^27s^2$	**Db** 105 (268) $6d^37s^2$	**Sg** 106 (271) $6d^47s^2$	**Bh** 107 (272) $6d^57s^2$	**Hs** 108 (277) $6d^67s^2$	**Mt** 109 (276) $6d^77s^2$	**Ds** 110 (281) $6d^97s^1$	**Rg** 111 (280) $6d^{10}7s^1$	112 (285) $6d^{10}7s^2$						

Simge — **Cl** 17 — Atom Sayısı
Atomik Kütle § — 35.453
Elektron Konfigürasyonu (sadece dış kabuklar) — $3p^5$

†Lantanid Serisi	**La** 57 138.90547 $5d^16s^2$	**Ce** 58 140.116 $4f^15d^16s^2$	**Pr** 59 140.90765 $4f^35d^06s^2$	**Nd** 60 144.242 $4f^45d^06s^2$	**Pm** 61 (145) $4f^55d^06s^2$	**Sm** 62 150.36 $4f^65d^06s^2$	**Eu** 63 151.964 $4f^75d^06s^2$	**Gd** 64 157.25 $4f^75d^16s^2$	**Tb** 65 158.92535 $4f^95d^06s^2$	**Dy** 66 162.500 $4f^{10}5d^06s^2$	**Ho** 67 164.93032 $4f^{11}5d^06s^2$	**Er** 68 167.259 $4f^{12}5d^06s^2$	**Tm** 69 168.93421 $4f^{13}5d^06s^2$	**Yb** 70 173.04 $4f^{14}5d^06s^2$	**Lu** 71 174.967 $4f^{14}5d^16s^2$
††Aktinid Serisi	**Ac** 89 (227) $6d^17s^2$	**Th** 90 232.03806 $6d^27s^2$	**Pa** 91 231.03588 $5f^26d^17s^2$	**U** 92 238.0289 $5f^36d^17s^2$	**Np** 93 (237) $5f^46d^17s^2$	**Pu** 94 (244) $5f^66d^07s^2$	**Am** 95 (243) $5f^76d^07s^2$	**Cm** 96 (247) $5f^76d^17s^2$	**Bk** 97 (247) $5f^96d^07s^2$	**Cf** 98 (251) $5f^{10}6d^07s^2$	**Es** 99 (252) $5f^{11}6d^07s^2$	**Fm** 100 (257) $5f^{12}6d^07s^2$	**Md** 101 (258) $5f^{13}6d^07s^2$	**No** 102 (259) $5f^{14}6d^07s^2$	**Lr** 103 (262) $5f^{14}6d^17s^2$

§ Atomik kütle değerlerinin, izotoplar üzerinden, Dünya yüzeyinde bulunma yüzdelerine göre ortalaması alınmıştır. Kararsız pek çok element için bilinen en uzun ömürlü izotopunun kütlesi parantez içinde verilmiştir. 2006'da gözden geçirilmiştir. (Ek F'ye de bakınız.) 113, 114, 115, 116 ve 118. elementler için önkanıtlar (doğrulanmamış) rapor edilmiştir.