Matematiğin Kültürel Tarihi



Zeki TEZ

doruk

©DORUK YAYIMCILIK / Bilim *Matematik*
Matematiğin Kültürel Tarihi

Tüm Hakları Saklıdır. İzinsiz alıntı yapılamaz.

Yazarı:
Zeki Tez

ISBN:
978-975-553-467-1

Baskı:
Haziran 2011

Baskı / Cilt:
Barış Matbaa-Mücellit
Davutpaşa Cad. Güven Sanayi Sitesi
C. Blok. No: 291 Topkapı / İstanbul
Tel: (0212) 674 85 28

Sayfa ve Kapak Tasarımı:
Doruk Yayımcılık

doruk

Himaye-i Etfal Sokak No: 6/2 Cağaloğlu / İSTANBUL
Tel: (0212) 514 61 58 - (0212) 514 61 57
www.dorukyayimcilik.com
e-posta: izdusumyay@gmail.com

Zeki TEZ

MATEMATİĞİN KÜLTÜREL TARİHİ

doruk

İÇİNDEKİLER

GİRİŞ 11

BİRİNCİ BÖLÜM
SAYMA VE SAYI SİSTEMLERİ 15

İKİNCİ BÖLÜM
İLKÇAĞ MATEMATİĞİ 19
Pythagoras (İÖ 570-480) 23
Eukleides (~İÖ 316-250) 26

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
İSLÂM MATEMATİĞİNDE MEZOPOTAMYA,
YUNAN, ÇİN VE HİNT MİRASI 35

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
HİNT-ARAP SAYI SİSTEMİ 43
"Sıfır"la Hesap İşlemleri 47

BEŞİNCİ BÖLÜM
İSLÂMDA ÜNLÜ MATEMATİKÇİLER 55
İbn Türk (ölm. 854) 55
El-Harezmî (~783-850) 56
Ebu Kâmil el-Şucâ (~850-930) 59

El-Battânî (858-929), El-Kerecî (953-1029),
Ebu'l-Vefâ (940-997) 60
El-Bîrûnî (973-1048), Ömer Hayyam (1048-1131), Nâsireddin
el-Tûsî (1201-1274), El-Kâşî (1380-1429) ve Diğerleri 65

ALTINCI BÖLÜM
ORTAÇAĞ ARAPLARININ GÜNLÜK YAŞAMINDA MATEMATİK 71

YEDİNCİ BÖLÜM
OSMANLI VE TÜRKİYE'DE MATEMATİK 75

SEKİZİNCİ BÖLÜM
AVRUPA'DA MATEMATİK 85
Avrupa'da Hint-Arap Rakamlarının Yerleşmesi ve
Hesap Ustaları 85
Pisa'lı Leonardo Fibonacci (1174-1240) 87
Ulusal Dil, Ekonomik Gelişme ve Matematik 90
Avrupalı Matematikçiler 100
Matematiğin Sınıflandırılması 103
Avrupa'da Alet Yapımı ve Matematik 127
Hesap İşleri ve Logaritma 149
Avrupa'da Uygulamalı Geometri ve Ölçme Tekniği 155
Matematiksel Sanat Olarak Perspektif Bilimi 172
Sonsuz Küçükler Matematiği ve Modern Çağ 187
Müzik ve Matematik 193

DOKUZUNCU BÖLÜM
OYUN VE EĞLENCE AMAÇLI MATEMATİK 199

ONUNCU BÖLÜM
MATEMATİĞİN FANTASTİK YANLARI 223
Pythagoras Üzerine 223
Eukleides'in Postulatları ve Eukleides-Dışı Geometri 225

Zenon Paradoksları 226
"Pi" (π) Sayısının Öyküsü 229
"e" Sayısı Üzerine 233
Fibonacci Üzerine 234
"Altın Oran" ve "Altın Şekiller" 237
Çokyüzlüler 242
Möbius Şeridi 251
Doğada Minimum Yasası 252
Eskiçağ'ın En Ünlü Üç Problemi 252
Çeşitli Tabanlarda Sayı Sistemleri 253
Dört Renkli Harita Teoremi 255
Asal Sayılar Üzerine 256
Gauß Üzerine 257
Euler Üzerine 260
Fermat'nın Son Teoremi 262
Olasılık, İstatistik ve Kaos Üzerine 263
Labirent ve Çıkmaz Sokaklar 267
Topolojik Örnekler 268
Parkeleme Sanatı 269
Gerçek Olmayan Cisimler, Paradokssal ve Çelişkili Figürler 275
Acayip Matematikçiler 278
Matematik Dernekleri, Matematik Kongreleri,
Matematik Ödülleri 280

ONBİRİNCİ BÖLÜM
HESAP MAKİNESİNİN GELİŞİMİ 283

KAYNAKÇA 293
KİŞİ ADLARI DİZİNİ 301

Zeki Tez, 1948 yılında Ankara'da doğdu. Ankara Kurtuluş Lisesi'ni 1966'da bitirdi; Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Kimya Bölümü'nden 1971 yılında "Kimya Yüksek Mühendisi" olarak mezun oldu. Aynı yıl Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizikokimya Kürsüsü'ne asistan olarak girdi. Yüksek Lisans çalışmasını 1974'de, doktora çalışmasını ise 1977'de tamamladı. 1982 "Doçent" olarak Diyarbakır'daki Dicle Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Kimya Bölümü'ne atandı. 1989'da profesörlük unvanı aldı, 2002'de Marmara Üniversitesi'ne atandı.

1978/79 yılında "14. Uluslararası Seminer (DAAD)" çerçevesinde Almanya'da Karlsruhe Teknik Üniversitesi'nin "Chemische Verfahrenstechnik" Enstitüsü'nde araştırma yaptı.

1988 yılında Almanya'nın Karlsruhe Teknik Üniversitesi'nde Kimya Mühendisliği alanında "misafir araştırmacı" olarak araştırma yaptı. 1997 yılında da, Almanya'nın Münih Üniversitesi'nde bilim tarihi konusunda 3 aylık çalışma yaptı. Yine 2001 yılında Münih şehrindeki Alman Müzesi'nde ("Deutsches Museum") bilim tarihi konularında araştırmalar yaptı.

Prof. Dr. Zeki Tez'in yayımlanmış eserleri arasında *Doğabilimsel ve Teknik Araştırma Yöntemleri* (1984), *Madencilik ve Metalurji Tarihi* (1989), *Bilimde ve Sanayide Kimya Tarihi* (2000), *Doğa Karşısında Pratik ve Teknik Uğraşı* (1995), *Kimya Dili Üzerine Tarihsel İncelemeler* (2000), *Bilim ve Teknikte Ortaçağ Müslümanları* (2001), *Tekniğin Evrimi* (2005) bulunmaktadır.

Halen Marmara Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi'nde görev yapmakta olan Zeki Tez, evli ve iki çocuk babasıdır.

GİRİŞ

"Doğa, matematiğin diliyle yazılmıştır"
Galileo Galilei, *Il saggiatore* (Deneyci), 1623

Mantıkla doğrudan ilişki içinde bir bilim olan matematik, akıl yürütme yoluyla sayılar, şekiller vb. somut ve soyut nesne ve olguların özelliklerini ve bunlar arasındaki bağıntıları inceleyen bir temel bilim dalıdır. Düşünsel olarak kavranabilen olgu ve görüngülere ilişkin nicel ilişkileri inceler. Matematiğin, doğa-bilimsel olguları bu bağlamda incelerken kullandığı en önemli araç ise soyutlamadır.

Matematik, salt aklın ürünü olan bir bilimdir. İnsan aklının doğa yasalarını araştırmada kullanabildiği en güçlü araçtır. Gerçeklikleri deneye başvurmadan keşfedebildiği gibi, deneysel yaklaşıklık sınırları içinde her zaman için doğrulanabilen bir bilimsel bilgiler sistemidir.

Matematik, toplumsal yaşamın çeşitli gereksinimlerini karşılama amacıyla ortaya çıkan "sayma", "ölçme" ve "hesap" sorunlarından yola çıkarak bugünlere gelmiştir. "Sayma", bir kümedeki öğelere sayı verme, "ölçme" ise kimi kurallara göre çeşitli özellik ya da olgulara sayısal değer verme işlemi demektir. Matematiğin en önemli uğraşı olan "hesap", sayılar arasında çeşitli işlemler yaparak sonucu bulma işlemidir. Ama, herhangi bir gereksinimi karşılama amacı gütmeden salt "matematik için matematik" de yapılmakta, temel bilimlerin ortaya çıkardığı çeşitli uygulama sorunlarını açıklığa kavuşturmanın dışında salt

aklın ürünü olarak kuramsal matematik çalışmaları da yürütülmektedir. Matematik, yer ve zaman sınırlarını aşan üstün yetenekli bir avuç insanın olağandışı çabaları ile dev adımlar atarak bugünkü düzeyine ulaşmıştır.

Matematik, bilimsel bulgu ve yasaların açık, kesin ve kısa anlatımı için ideal bir dil görevi görür. Ayrıca bilimsel varsayım ve kuramların doğrulanması işleminde gerekli olan gözlem sonuçlarını kestirme ve öndeyilemede vazgeçilmez bir araçtır. Matematiği görgül (ampirik) bilimlerden ayıran en önemli özellik, ulaştığı sonuçların kesin ve zorunlu olmasıdır. Matematikte bir teorem bir kez kanıtlandı mı, artık dayandığı öncüller (aksiyomlar) reddedilmedikçe, yanlış çıkma olasılığı yoktur.

"Matematik" (Yun. "*mathematikâ*", İng. "*mathematics*") sözcüğü ilk olarak İÖ 550'lerde Pisagor Okulu üyeleri tarafından, "öğrenilmesi gereken her şey" anlamında kullanılarak ortaya çıkmış olup çoğul şekilleri Yunanca'da "*ta mathematikâ*", Latince'de ise "*mathematica*" şeklindedir. İngilizce'de tekil halin sonundaki "s" şeklindeki görünür çoğulluk eki, Pisagorcuların tanımındaki "her şey" kavramının bir yansımasıdır.

Matematiğin ana dalları ilk başta ticarî hesaplamaları karşılamak, sayılar arasındaki ilişkileri anlamak, arazi ölçümü ve astronomik olayları önceden kestirmek gereksinimlerinden doğmuştur. Bu dört gereksinim, kabaca nicelik, yapı, uzay ve değişim araştırmaları (yani aritmetik, cebir, geometri ve analiz) şeklinde matematiğin alt dallara ayrılmasıyla ilişkilendirilebilir.

Matematiğin tarihsel serüvenine kısaca göz atılacak olursa matematik kültürünün Ortadoğu'nun eski uygarlıklarında yeşermeye başladığı görülür. Mezopotamya'da Sümerler ve Babillilerin İÖ 2000'lerde geometri ve astronomi problemleriyle ve ikinci ve üçüncü derece cebir problemleriyle uğraştıkları saptanmıştır. Eski Yunan filozofları soyut ve kuramsal çalışmalara öncelik vererek tümdengelim yöntemini, özellikle geometri alanında, önemli bir matematiksel araç olarak kullanmışlardır. Daha sonraki dönemde Yunanlıların Mezopotamya matematiğinden kısmen yararlandıkları anlaşılmıştır.

Amerika kıtasının İnka, Maya ve Aztek gibi eski uygarlıklarında matematikle ilgili olarak özellikle zaman ölçümü, takvim hesabı ve astronomik kehanetlerde bulunma gibi uğraşların varlığından söz edilebilir.

Çinlilerin İÖ 13. yüzyıl gibi eski tarihlerde ondalık sayı sistemini bildikleri, İÖ 3. yüzyılda Pythagoras (Pisagor) teoremini kanıtladıkları, π (pi) sayısının değeri ve birinci derece denklem çözümü gibi konularla uğraştıkları anlaşılmıştır. Aritmetik tekniği ve hesaplamalarında güçlü olan Çinliler, π sayısını Yunanlılara göre daha duyarlı olarak belirlemişler, cebirde, denklemlerin sayısal çözümünde ve binom kuramının ilk biçimlenmesinde önemli ilerlemeler sağlamışlardır.[1] Hint matematik kültürü çok eskilere dayanırsa da İS 5.-8. yüzyıllar arasında olgunluğa erişmiştir. Dokuz rakama ek olarak özellikle de sıfırın kullanımı eşliğinde ondalık sayı sistemini Hintli matematikçiler geliştirmiş ve bu sistemin İslâm dünyası aracılığıyla Avrupa'ya aktarılması yoluyla günümüze de damgasını vurarak son derece yararlı olmuştur.

İS 8.-11. yüzyıllar arasında Bağdat merkez olmak üzere İslâm dünyasında Hint, Çin, İran ve Yunan bilim mirasını işleyen Müslüman ve diğer dinlerden bilginlerin çeviri yoluyla derledikleri ya da bizzat yazdıkları çeşitli bilimsel eserler, İslâmın batı cephesi olan İspanya, Sicilya ve İtalya kanalıyla Avrupa'ya aktarılmış; buna aracılık eden İslâm dünyası başta Eski Yunan olmak üzere eski uygarlıklardan kalma bilimsel eserleri uygarlık dünyasına yeniden kazandırıp zaman içinde kaybolmasını da önleyerek önemli bir görevi yerine getirmiştir. Batı Hıristiyan dünyasındaki matematik çalışmaları ise Aurillac'lı Gerbert (Papa II. Sylvestre) (938-1003) ve çömezleri ile başlamıştır. Eski Yunan ve Roma'ya ait klasik eserlerin yeniden ele alındığı Rönesans döneminin ardından, özellikle kalkülüs'ün geliştirildiği Newton çağından (17. yüzyıl) başlayarak günümüze dek ulaşan dönem boyunca matematikte çeşitli kavram ve yöntemlerin geliştirilmesi, başta fizik, astronomi ve teknik bilimler olmak üzere tüm doğa bilimlerindeki nicel yasaların ortaya konup işlenmesini sağlayarak onların gelişmesine destek vermiş ve çağdaş bilimlere damgasını vurmuştur.[2,3]

Birinci Bölüm
SAYMA VE SAYI SİSTEMLERİ

Matematiğin sayma ile başladığı söylenebilir. "Sayı" ve "rakam", kimi zaman birbiri ile karıştırılan iki kavramdır. "Rakam", sayıları göstermeye yarayan her bir işaret ya da simgenin adı olup bugün kullandığımız şekliyle bunlar 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ve 0'dır. "Sayı" ise, sayılan nesnelerin çokluğunu, belirli bir ölçeğe göre ölçülen özellik ve olguların büyüklüğünü veren rakam ya da rakamlar bütünüdür ve sayılar, rakamlardan oluşur. Sayma konusunda bilinen en ilkel sistem, "çentik atma, çenterek sayma" diye de tanımlanan bir'li sistemdir. Çobanlar koyunları sayarken bir kemiğin üstüne çentik atarlarmış. Doğa insana, sayılarla ilgili, olanaklı bütün modelleri (ikiyi simgelemek için kuşun kanatlarını, üç için yoncanın yapraklarını, dört için hayvanın ayaklarını, beş için elin parmaklarını vb.) verdiğinden, insan adım adım ilerleyerek sayıların ve hesabın soyutlamasına ulaşmıştır.

İlk insanlar, örneğin dörtten fazla çakıltaşını sayamıyorlarmış ve dört sayısı, çok uzun bir süre insanın sayısal algılamasının üst sınırı olarak kalmış. Bunun izdüşümleri tarihin çok daha ileri dönemlerine kadar uzanmıştır. Örneğin Romalılar, ilk dört oğullarına, Gaius, Lucius, Marcus, Servius gibisinden özel adlar verirlerken, beşinciden itibaren ad vermede sayılara başvururlarmış: Quintus (beşinci), Sextus (altıncı), Octavius (sekizinci) vb. Babilliler şaşılacak denli büyük sayı değerlerine dek varabilmişlerdir. Yunanlılar için ise 10 000 sayısı, artık

"sayılamaz derecede büyük bir kalabalık" idi. "Milyon" kavramı bile Batı'da ancak yakın geçmişte doğmuştur.[4]

Eski Yunan ve Roma çağında tek sayılar "eril", çift sayılar ise "dişil" olarak nitelenmekteydi. Buna göre çift (dişil) sayılar tek (eril) sayılardan daha zayıftı, çünkü çift sayılar iki parçaya ayrıldığında, merkezde bir sayı yer almıyordu; tek sayılar temel sayılardı, bir tek bir de çift sayının toplamı tek sayıyı, iki tek sayının toplamı ise çift sayıyı veriyordu. O dönemlerde erkek çocuğun doğumu kız çocuğun doğumuna göre daha şanslı bir olay olduğundan, tek sayılar iyi bahtla bütünleştirilmekteydi. Romalı şair Publius Vergilius (Virgil) Maro (İÖ 70-19) şöyle yazar: "*Tanrılar, tek sayıları daha çok severler*".

İnsanlar sayıları soyut bir şekilde kavradıktan sonra bile sayarken iki elin on parmağını kullanmışlardır ve insanların 10 tabanlı sistemi seçmelerinin, iki elimizin on parmağına dayandığı düşünülmektedir.[5] On iki tabanını seçmiş kimi sistemler de olmuştur; aslında 12 sayısı 2'ye, 3'e, 4'e ve 6'ya bölünebildiği ve geometri, zaman ölçümleri ve alışveriş açısından daha uygun olduğu halde, 10 tabanlı sistem aritmetik uygulaması bakımından en iyi taban değildir ve diğer birçok sistemden daha az yetkindir. Örneğin Buffon sistemi on iki farklı imden oluşur. 12 sayısının altı böleni olmasının (1, 2, 3, 4, 6, 12) üstünlüğü vardır; oysa 10 sayısının dört böleni (1, 2, 5, 10) vardır. Mayalar, Aztekler, Keltler ve Basklar, el parmaklarına ek olarak ayak parmaklarıyla da sayılabileceğini fark etmişler, böylece yirmi tabanını benimsemişlerdir.[6] Mayalar sıfır sayısını tanıyorlardıysa da kesirleri bilmiyorlardı. Sayıları betimlemede nokta, çizgi ve çember kullanıyorlardı (örneğin 1 için nokta, 5 için çizgi, 0 için çember). Maya matematiği, Doğu'nun yüksek kültürleriyle karşılaştırılabilecek düzeydeydi. Onlar matematiği takvim hesabında ve astronomide kullandılar; Maya takvimi, çağının en doğru takvimi idi.

1790'lı yıllarda Fransız Bilimler Akademisi, yalnızca metrik ölçü birimleri üzerinde değil kullanılan sayı sistemi üzerinde de temel yenilikler yapmak istemiştir. İlk başta, daha fazla bölene sahip olma üstünlüğü nedeniyle 12 tabanlı (12'lik) bir sayı siste-

mi düşünülmüşse de halkın bu yeni sisteme yanaşmayacağı düşünülerek uygulamaya konmamıştır. Akademi bir ara diğer 10'luk birim sistemleriyle uyum sağlaması için zaman ölçümünde kullanılan sistemin de 10'luk sistem olmasını, buna göre de 1 haftanın 10 gün, 1 günün 10 saat, bir saatin 100 dakika ve bir dakikanın da 100 saniye sayılmasını önermeyi düşünmüş, sonunda bundan da vazgeçilmiştir.

Bilinen en eski yazının icatçısı olan Sümerlere ve tarihin en eski yıllıklarında kayıtlar tutan Babillilere gelince, onlar, astrolojik / astronomik nedenlerle olsa gerek, altmış tabanıyla sayıyorlar, 60 sayısını temel alan altmışlık (*"sexagesimal"*) bir sayı sistemi kullanıyorlardı. 60 sayısı 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20 ve 30 sayılarına tam olarak bölünebildiği için çok kullanışlıydı ve bu sayı sistemi, zamanı belirleme konusunda günümüze kadar varlığını sürdürmüştür. Zamanı saatlere, dakikalara, saniyelere bölme olgularını, açı konusunda ise 360 dereceye bölünmüş daireyi, 60 dakikaya bölünmüş dereceleri ve 60 saniyeye bölünmüş dakikaları onlara borçluyuz. Babilliler 75 (= 60 + 15) sayısını, "1,15" (bir tam, altmışta on beş) şeklinde gösteriyorlardı.[6,7]

Saat-dakika-saniye sisteminde olduğu gibi Babil kaynaklı altmış tabanlı (*"sexagesimal"*) sayı sistemi, on tabanlı (*"decimal"*) sayı sisteminin kabulünden sonra bile, özellikle astronomlar tarafından kullanılmaya devam edildi. Altmış sayısının taban olarak seçilmesinin nedeni, Batlamyus'a göre *"en çok böleni bulunan sayılar arasında en küçüğü olduğu için, kullanılması en elverişli sayı olması"* idi. 19. yüzyıl matematikçilerince yapılan açıklamaya göre ise, 360'a yuvarlanmış olan yılın günlerinin sayısı, dairenin 360 dereceye bölünmesine neden olmuş; bir dairenin altıda birlik yayının kirişi, o dairenin yarıçapına eşit olduğu için de bu sayı, dairenin 60'ar derecelik altı eşit parçaya bölünmesine yol açmış; böylece altmış sayısı, hesap birimi olarak ayrıcalık kazanmıştı. Bu sayı sistemi, 60'a kadar olan sayıların yalnızca iki simge kullanılarak ifade edilebilmesine olanak tanıyordu. Sayıları simgelemede harfleri kullanan ve bu altmışlık sisteme dayanan *"hisâb el-cümel"* (diziler hesabı), yüzyıllar boyu

İslâm dünyasının her yerine yayılmıştı. Nitekim altmışlık sistem, İslâm dünyasında daha sonraları "astronomların aritmetiği" (*"hisâb el-müneccimîn"*) diye tanınacaktı.

Günümüzde 10 tabanına dayalı sayı sistemini kullanıyoruz. Babilliler 60 tabanlı sayı sistemi kullanıyorlardı. Eski Keltler ise 20 tabanlı sistemle hesap yapıyorlardı. Onlar bu sistemi bize yazılı olarak iletmemişlerse de özellikle Fransızca'da, 20 tabanlı sayı sisteminin izleri görülebilmektedir. Örneğin Almanca'da 82 sayısı, daha mantıksal olan "seksen ve iki" (*achtzig und zwei*) şeklinde denmeyip mantığa uygun gelmeyen bir şekilde "iki ve seksen" (*zwei und achtzig*) şeklide söylenir; oysa Fransızlar 82 sayısını "dört kere yirmi ve iki" (*quatre-vingt-deux*) diye söylerler. 13. yüzyılda, kör olan 300 askeri tedavi etmek üzere kurulmuş olan Paris'teki ünlü hastane ve düşkünler evi, günümüze dek *"Hôpital des Quinze-Vingts"* (On Beş Kere Yirmi Hastanesi) adını taşımıştır ve 15 ile 20'nin çarpımı, kuruluşunda tedavisi öngörülen 300 askerin sayısını yansıtmaktadır. Keltlerin hesap biçemi İngiltere'de de bu yüzyıla dek kullanımda kalmıştır: 1971 yılına dek 1 Pfund Sterling, 20 Shilling'den ibaretti.[8] Öte yandan Araplar bir sayıyı ifade etmede en küçük basamaktan başlayarak her basamağı konumsal değerine göre ayrı ayrı söylerlerdi; örneğin 6893 sayısını "üç ve doksan ve sekiz yüz ve altı bin" şeklinde söylerlerdi. Yine Araplarda ve bir zamanlar bizde de bin (*"elf"*) sayısının yukarısındaki basamaklara ayrı ayrı ad verilmeyip örneğin milyon için *"elf elf"* (bin bin), milyar için de *"elf elf elf"* (bin bin bin) denilirdi.[9]

Başta 17. yüzyılda Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) tarafından geliştirilen ikili sistem olmak üzere sekizli, on altılı vb. çeşitli tabanlardaki sayı sistemleri, bilgisayar dilinde ve bilgi iletim sistemlerinde kullanılmaktadır.

İkinci Bölüm
İLKÇAĞ MATEMATİĞİ

Dicle ve Fırat ırmaklarının arasındaki Mezopotamya bölgesinde yeşermiş olan Babil matematiği konusundaki bilgiler, çoğu İÖ 1800-1600'lerden kaynaklanan 400'ü aşkın kil tabletten sağlanmıştır. Bu tabletlerde cebir, kesirler, karesel ve kübik denklemler, Pisagor üçgeni hesabı, çarpım tablosu, trigonometrik çizelgeler ve doğrusal ve karesel denklemlerin çözüm yöntemleri gibi konular bulunmaktadır. Tabletlerden birinde $\sqrt{2}$ değeri, beş ondalık basamağa kadar doğru olarak yer almaktadır. Mezopotamyalıların aynı dönemde çarpım tablosunu kullandıkları anlaşılmakta ve Mezopotamya matematiğinin Mısır matematiğinden daha ileri düzeyde olduğu söylenebilmektedir. Babil matematiği İÖ 2000'lerden başlayarak gelişmişti. Babilliler ekonomik koşulların gerektirdiği denklem çözme, kök bulma, alan ve hacim hesaplama gibi tekniklerin yanı sıra astronomiye olan yakın ilgileri nedeniyle trigonometriyi geliştirdiler. Matematiğe en büyük katkıları, 60 tabanlı sayı sistemi olmuştur. Babillilerin İÖ 1800-1650 tarihlerinde, Samos'lu Pythagoras'ın (Pisagor) (İÖ 570-480) doğumundan bin yıl kadar önce, onun adıyla anılan ünlü teoremi bildikleri de anlaşılmıştır. Pisagor teoremi ($a^2 + b^2 = c^2$) gibi sayısal problemler, en azından İÖ 1700'lerden beri incelenmekteydi. Bölge, Sümerler, Akkadlar, Hititler, Asurlar, Babilliler ve Perslerin hüküm sürmesinden sonra Büyük İskender'le (yön. İÖ 336-323) birlikte Yunan kültürüne açılmıştır.

Eski Hintlilerin de İÖ 800-600 yılı dolaylarında Pisagor teoreminden haberdar oldukları, "bir karenin köşegenine gerilen bir ipin, özgün karenin alanının iki katına eşit bir karesel alan oluşturacağı" ve "bir dikdörtgenin köşegenine gerilen bir ipin, kısa ve uzun dik kenarların oluşturduğu karesel alanlara eşit bir karesel alan oluşturacağı" şeklindeki önermelerde bulundukları saptanmıştır.[7]

İÖ 800-500 dönemine tarihlenen *Sulba Sutras* adlı geometri metninde irrasyonel sayılar, asal sayılar, karekök ve küpkök alma, $\sqrt{2}$ sayısının beşinci ondalık basamağa kadar hesabı, gelişmiş Pisagor üçgenleri, Pisagor teoreminin ifadesi ve sayısal kanıtlanması gibi konular bulunmaktadır. İÖ 400-200 yılları arasında Cayna matematikçileri sonluötesi sayılar, küme kuramı, logaritma, sayısal üslerin temel yasaları, kübik ve dördüncü dereceden denklemler, seriler ve diziler, permütasyon ve kombinasyon hesapları, kare ve karekök alma işlemleri, sonlu ve sonsuz üsler konularında çalışmalar yapıyordu. İÖ 200-İS 200 arasında yazılan *Bakshali Elyazması*, beş bilinmeyenliye kadar doğrusal denklemlerin çözümü, karesel denklem çözümü, aritmetik ve geometrik diziler, karma seriler, karesel belirlenemeyen denklemler, eşanlı denklemler, sıfırın ve negatif sayların kullanımı gibi konuları içermektedir.

Mısırlı rahipler matematik bilmek zorundaydı; çünkü Nil, her yıl taşıyor, çevreyi balçık kaplıyor ve arazilerin sınırları belirsizleşiyordu. Mısır topraklarının yalnızca % 3 kadarı tarıma elverişli olduğundan bu topraklar son derece değerliydi. Nil taşkınının zararlarından korunmak için kanal açmak amacıyla arazi ölçümü yapmak ve Nil çekildikten sonra bu çamurların arasında eski tarlaları bulup sahiplerine iade etmek gerekiyordu. Toprak sahipleri arazilerinin büyüklüğüyle orantılı vergi verdiklerinden, devletin bu işle görevli geometricilerinin taşkın sonrası yeniden ölçüm yaparak toprak sahiplerine aynı büyüklükteki toprağı yeniden vermeleri gerekmekteydi. Arazi ölçümü nedeniyle ilk geometri kavramları, tarımdaki öneminden ötürü ilk astronomik incelemeler ve takvim kavramı, ürün fazlalığı sonu-

cu ticaret yaptıkları için de ilk aritmetik kavramları bu ülkede doğmuştur. Arazi ölçümü için de bellibaşlı nirengi noktalarını göz önüne alarak eski tarlaların sınırlarını geometri kullanarak çizmek zorundaydılar. Bu bağlamda özgün anlamıyla "geometri" sözcüğü, yer ölçümü, arazi ölçümü demektir.[7]

Eski Çin'de Han Hanedanlığı (İÖ 207-İS 220) döneminde yaşanan korkunç boyuttaki kitap yakma eyleminde eski dönemlerden kalma tüm eserler yok edildiğinden, ondan daha eski dönemlerin matematiği konusunda bir şey bilinmemektedir. Daha sonraki döneme ait *Matematik Sanatı Üzerine Dokuz Bölüm* adlı Çin kitabında sözcük problemleri, dik üçgen ve π sayısı gibi konular yer almaktadır.

Mezopotamya ve Mısır matematiği ile beslenen Yunan matematiği, İÖ 450'lerden itibaren bağımsız bir gelişme çizgisine girmiştir. Yunanlıların matematik alanına temel katkıları, İÖ 300 -İÖ 200 arasında gerçekleşmiş; diğer matematiksel buluşlar, örneğin trigonometri incelemeleri, astronominin güdümünde gerçekleştirilmiştir.[10]

İlk Yunan matematikçi sayılan Miletos'lu (Milet) Thales (İÖ 624-545), kendi adıyla anılan teoremi ile ünlüdür. Thales, bir piramidin yüksekliğinin ölçümü için şu basit yolu önermiştir: Yere bir çubuk dikilir; çubuğun gölgesi kendi yüksekliğine eşit olduğu anda, piramidin gölgesi de kendi yüksekliğine eşit olur.[11] Buna dayanarak Thales'in Mısır'da iken büyük piramidin yüksekliğini, kendi boyunun o andaki gölgesine oranı ile piramidin gölge uzunluğunu çarparak bulduğu da söylenir (Kendi boyu / Kendi gölgesi = Piramidin boyu / Piramidin gölgesi). Buna benzer şekilde Thales, bir geminin kıyıdan uzaklığını hesaplamada da bu teoremden yararlanmıştır. Pythagorasçı Philolaos (İÖ 480-400), matematiğin kesin bir dili olduğunu belirterek *"Yalan, hiçbir şekilde bir sayının içine giremez"* demiştir.

Elea'lı Zenon'un (İÖ 489-430) paradoksları, Abdera'lı Demokritos'u (İÖ 470-361) atom kuramına götürmüştür. Kavramların daha kesin bir formülasyonu, rasyonel sayıların tüm uzunlukları ölçmeye yetmeyeceği bilgisinin kavranmasını sağlamıştır. Ardından, irrasyonel (orandışı) sayıların geometrik

bir formülasyonu ortaya çıkmış ve alanların incelenmesi, integral alma işleminin şekillenmesine yol açmıştır. "İrrasyonel sayı" terimi, "akıldışı sayı" anlamına gelmeyip, "sayısal oranla ifade edilemeyen sayı" anlamındadır.

Koni kesitleri kuramı, Perga'lı (ya da Perge, günümüzde Antalya'da Aksu) Apollonius'un (İÖ 262-180) *Konika* (Konikler) adlı saf matematiksel çalışmasında çok yüce bir noktaya erişmiştir. İleri bir geometri kitabı olan bu eserde çember, elips, parabol ve hiperbol gibi konik kesitler, konilerin farklı açılardan kesilmeleriyle elde edilmiştir. Çember, koninin tabanına paralel bir kesit; elips, koninin dar açıyla oluşturduğu bir kesit; parabol, koninin bir kenarına paralel geçen bir kesit; hiperbol ise koniyi dik açı ile kesen bir kesitti ve bunlardan yalnızca çember ve elips, belli bir alanı çevreleyen kapalı eğriler oluşturmaktaydı. Apollonius'un bu sekiz "kitaplık" eserinin "yedi" kitabı günümüze ulaşmış olup sekizinci "kitap" kayıptır ve Apollonius nüshalarından dördü özgün Grek dilinde, üçü ise Arapça çevirisi halinde yedi nüshası günümüze ulaşmıştır.

Knidos'lu Eudoksos (~İÖ 408-355), Tarentum'lu Arkhytas'tan (~İÖ 430-345) geometri, müzik ve sayı bilgisi dersleri almış, Pythagorascıların sayı kavramını değiştirerek sayıyı iki uzunluğun oranı şeklinde tanımlamış; alan, hacim ve kimi cisimlerin yüzölçümlerini bulmuş ve bunlar hakkında birçok teoremin kanıtını vermiştir. Eudoksos, integral kavramının temelini oluşturan *"exhaustion"* yöntemini geliştirmiştir. Bu yöntem, düzgün olmayan bir şeklin ya da cismin alan ya da hacminin, alanı ve hacmi bilinen şekillerle doldurularak hesaplanması yöntemidir. [12] Eudoksos, bir yıllık süreyi, ilk kez 365 ¼ gün olarak kestirmişti.

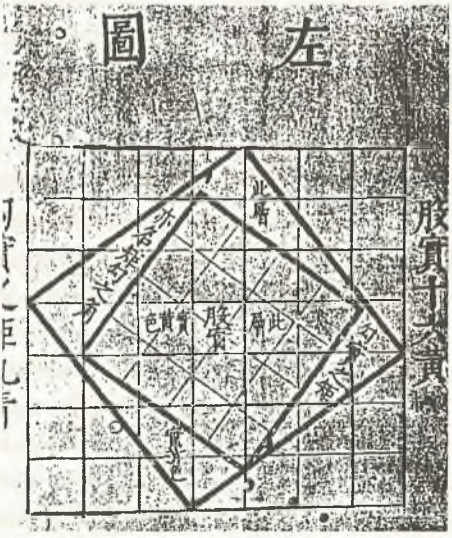
Libya'nın Akdeniz kıyısında bir kent olan Kyrene'li (Libya'da bugünkü Şehhet kenti) Eratosthenes (~İÖ 284-192), İÖ 3. yüzyılın sonlarında, gündönümündeki güneşin, aynı boylamda bulunan İskenderiye ve Syene'deki (bugünkü Assuan kenti) yüksekliklerini karşılaştırarak yer meridyeninin çevresini 39 690 km olarak kestirmişti ve iyi bir kestirimdi. Eratosthenes'in matematik çalışmaları da vardı. Herhangi bir sayının asal sayı olup

olmadığını anlamaya yönelik pratik bir yöntem, "Eratosthenes kalburu" adıyla anılmaktadır. Bu yöntemde 3 sayısından o sayıya kadar tek sayılar bir yere yazılar (asal sayılar, çift sayı olamaz). Sonra, verilen sayının, küçükten büyüğe doğru yazılı sayılarla kalansız bölünüp bölünemeyeceği sura ile sınanır. 3 ile bölünmüyorsa 3 ve onun katları elenir; sonra 5'e bölünüp bölünmediği denetlenir ve bölünmüyorsa 5 ve onun katları iptal edilir; işlem böyle sürdürülür. Eratosthenes'in ölmeden üç yıl önce kör olduğu, daha sonra da kendini aç bırakarak intihar ettiği söylenir.

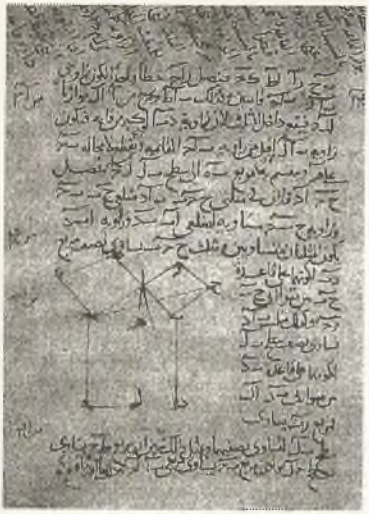
Pythagoras (İÖ 570-480)

Thales'in öğrencilerinden biri olan Pythagoras (Pisagor) (İÖ 570-480), çok zengin bir ailenin çocuğu olarak Samos (Sisam) Adası'nda doğdu. 20 yaşlarında dünyayı gezmeye karar vererek Mısır'a gitti. O dönemde dünyanın en büyük bilim ve ticaret merkezi olan İskenderiye'deki on yıl kadar süren tutsaklığı süresince oraya Uzak Doğu'dan gelen Çinli ve Hintli tüccarları da tanıyarak onlardan Doğu'ya ait bilimleri de öğrendi ve matematik bilgisini artırdı, Mısır'ın Persler tarafından işgali sırasında Perslere esir düşerek Babil'e gitti, orada beş yıl kadar kalarak matematik, müzik ve dinî bilgiler öğrendi. Sonra Hindistan'a gidip orada Hint ve Çin matematiği ile tanıştığı da söylenmektedir. Pythagoras o döneme kadar aktarılan dağınık ölçme kural ve tekniklerini *Geometri* başlığı altında derlemiştir. Dik üçgen teoremi Babil, Hint, Çin, Mısır, hattâ Sümer'de bile biliniyordu. Günümüzde onun adıyla tanınan dik üçgen teoremini, olasılıkla Çinlilerden öğrendi ve bunu, İskenderiye'de matematik bilen rahiplere tanıttı (ŞEKİL 1, ŞEKİL 2) [11]. Pythagoras, bu uzun dünya gezilerinin ardından Samos'a döndükten bir süre sonra politik nedenlerle İÖ 529'da Güney İtalya'daki Yunan kolonisi olan zengin liman kenti Crotona'ya, daha sonra da Metapontum'a göç etti. Güney İtalya bu dönemde bir Yunan kolonisiydi. Pythagoras burada, biraz kişisel çekiciliği, biraz kendisinde varolduğunu iddia ettiği kehanet gücü ve biraz da

etrafında yaratmayı başardığı gizemci atmosferle kentin zengin ve soylu delikanlılarından 300 kadarını bir çatı altında topladı ve bir gizli örgüt, okul ya da tarikat kurdu. Öğrenciler burada son derece katı, etik ve yönetsel kurallarla eğitiliyordu. Üyeler saç ve sakallarını kesmiyor, et yemiyor, alkol kullanmıyor ve yünlü elbise giymiyor, yalınayak dolaşıyor, yaz-kış günde iki kez soğuk suyla yıkanıyor ve sade bir yaşam sürüyordu. Pythagoras öğrencilerini / müritlerini dinleyiciler ve matematikçiler (*"mathematikoi"*) olarak iki bölüme ayırıyordu. Örgüte girenler dinleyicilikle işe başlıyor ve belirli bir deneme süresinden sonra başarılı olurlarsa matematikçiliğe geçiyorlardı. [13] Bu okulun üyelerinin çoğu, bir yobazın yönettiği bir baskın sonucunda katledilmişlerdir. Pythagoras ise bu baskından birkaç yıl sonra ölmüş ve herhangi bir eser bırakmamıştır.



ŞEKİL 1. Pisagor teoreminin İÖ 500-200 arası döneme tarihlenen *Chu Pei Shuan Chin* (Güneş Saatinin Aritmetik Klasiği ve Göğün Dairesel Yolları) adlı Çince eserde yer alan şeklinin bir geç dönem baskısı: Pythagoras'ın bu teoremi, yalnızca Mısırlıların 3:4:5 üçgeni için değil, dik açılı her üçgen için geçerli idi.



ŞEKİL 2. Pythagoras (Pisagor) teoreminin Eukleides (Öklid) tarafından yapılan kanıtlamasının erken bir Arapça çevirisine dayalı olan Nâsireddin Tûsî'nin (1201-1274) değişkesi (1258).

Eskiçağ'ın ünlü Romalı mimarı Marcus Vitruvius Pollio'nun (~İÖ 80-25) *De architectura libri X* (Mimarlık Üzerine On Kitap) adlı eserinde yazdığına göre *"Pythagoras, dik açının, zanaatçının yoğun uğraşlarına gerek duyulmadan elde edilebileceğini göstermiştir... Birincisi üç ayak, ikincisi dört ayak, üçüncüsü de beş ayak uzunluğunda üç cetvel alır ve bunları, uçları birbirine değerek bir üçgen oluşturacak şekilde birleştirirsek dik açılı bir üçgen ortaya çıkacaktır. Bu cetvellerin her birinin kenarlarını uzunluk olarak alan birer kare çizilirse, üç ayak uzunluğundaki kenarın karesinin alanı dokuz, dört ayağınki on altı, beş ayağınki ise yirmi beş olacaktır... Pythagoras bunu bulduğu zaman, buluşunda kendisine Müz'lerin* (mitolojideki esin perilerinin) *yol gösterdiğine kesinlikle inandığından kendilerine büyük bir şükranla kurban adadığı söylenir. Bu teorem, birçok şeyi ölçmek için çok kullanışlı bir yöntem oluşturur; özellikle merdiven inşaatlarında basamakların uygun yükseklikte yapılabilmelerinde çok yararlıdır".* [14]

Pythagorasçılar, iki uzunluğun birbirine oranını, her zaman için, m/n şeklinde iki tam sayının oranı (rasyonel, yani oransal sayı) olarak yazılabileceğine inanıyorlardı. Oysa bir karenin

köşegeninin kenarına oranı, iki tamsayının oranı şeklinde yazılamıyordu (irrasyonel, yani orandışı sayı). Bu durum, Pythagoras'ın müritlerinden Metapontum'lu Hippasus (İÖ 500 yılı dolayı) tarafından fark edildi ve karesi 2 olan bir oransal (rasyonel) sayı yazılamayacağı şeklinde dile getirildi. Bunun üzerine Pythagorasçılar tam bir paniğe kapıldılar, Hippasus'u denizin ortasına atarak öldürdüler ve bu bulguyu aralarında bir sır olarak saklamak üzere yemin ettiler. Çünkü bir anlamda kendilerince evrenin yüce mimarının bir kusurunu bulmuşlardı! Böylece m/n gibi iki tamsayının oranı şeklinde yazılamayan irrasyonel sayı adını verdiğimiz bu sayılara "*alogon*" ("ifade edilemez") adını verdiler. Pisagor teoremi kullanılarak bir karede köşegenin kenara oranının $\sqrt{2}$ olduğu görülür ki bu sayı, m/n şeklinde ifade edilemeyen irrasyonel bir sayıdır.[13]

Gerçel sayılar kümesi tam sayılardan, rasyonel sayılardan ve irrasyonel sayılardan oluşur. Tam sayılar sıfır dahil bütün negatif ve pozitif tam sayıları (...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...) içerir. Bir rasyonel ("*ratio*": oran) sayı, bayağı kesir ya da ondalık kesirlerle gösterilebilir: 2/3 ya da 0,15 gibi. Kimi bayağı kesirler ondalık biçimde gösterildiğinde ya sona erer (1/4 = 0,25 gibi) ya da kendini sürekli olarak tekrar eden yeni bir düzene girer (1/3 = 0,3333333... ya da 1/7 = 0,142857 142857 142857... gibi). Öte yandan irrasyonel bir sayı, ondalık olarak ifade edildiğinde, kendisini basamaklarda tekrar eden bir düzen olmaksızın virgülden sonra sonsuza kadar gider ($\sqrt{2}$ = 1,4142135623... ya da π = 3,1415926535...).[15]

Eukleides (~İÖ 316-250)

İskenderiye'li Eukleides'in (Öklid) (~İÖ 316-250), İÖ 300 yılından sonra yazılmış olan eseri Yunanca *Stoikheia* (Elementler; Öğeler; Geometrinin Öğeleri; Arapça'da *Anâsır*), temelde çok değişik ve farklı eski matematik metinlerinin bir araya getirilmesi ile oluşturulmuştur. Çalışmalarını İskenderiye'de yürüten Yunan kökenli bilim adamının bu eseri, 8. yüzyılda Arapça'ya, 11.

yüzyılda Latince'ye çevrilmiş; elyazmalarını saymazsak 1482'de Venedik'te ilk basılışından bu yana 1000'den fazla kez basımı yapılmıştır. Öyle ki bu yapıt, dünyanın gelmiş geçmiş en çok basılan, çevrilen ve okunan ikinci kitabıdır.

Bu kitabın, aradan geçen 2300 yıldan sonra da çok büyük sayılarla basılmayı sürdürdüğünü söyleyebiliriz; çünkü günümüz ortaokul-lise geometri ders kitapları, onun her biri ayrı papirüs rulosuna yazılmış olan 13 ciltlik yapıtının ilk dört cildinin bir özeti ya da derlemesi niteliğindedir.[16] Eukleides'in yaşamı konusunda hemen hemen hiçbir şey bilinmemektedir. Eukleides, İskenderiye'de Kral I. Ptolemaios "Soter" ("Kurtarıcı") (yön. İÖ 305-283) zamanında önemli bir matematik okulu açmıştır. Kral bir ara Eukleides'in derslerini izlemiş ve anlayamamıştır. Eukleides'e, matematik öğretimini kolaylaştıracak yöntemler bulmasını emretmek istemiş, Eukleides ise tarihe geçen sözüyle *"Bilimde krallara özgü (ve kolay) bir yol yoktur"* diye karşılık vermiştir. Eudoksos'tan sonra yaşamış ve Siracusa'lı Arkhimedes (Arşimed) (İÖ 287-212) ondan söz etmiştir. Bu nedenlerle, onun, İÖ 300 yılı dolayında İskenderiye'de etkili olduğu kabul edilmektedir ve yaşamından çok, bu eseri hakkında bilgimiz vardır. Eukleides'in kullandığı geometri aletlerinin, yalnızca gönye ve pergel olduğu anlaşılmıştır.

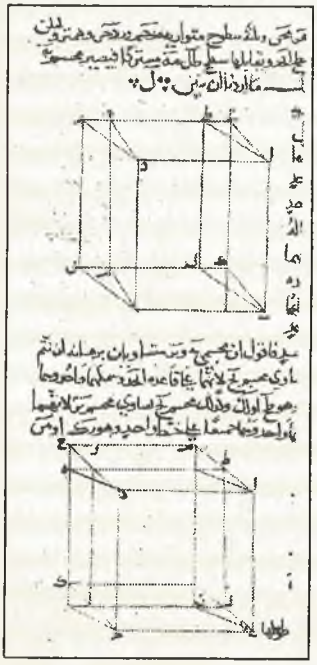
Çok uzun zamandan beri, *Stoikheia* 'nın, Eukleides'in özgün eseri olmayıp daha çok, ondan önce yaşamış Yunan düşünürlerin vardığı sonuçların özeti ve sistematikleştirilmişi olduğu ve mantıksal bir tümdengelim yapısı içinde okurlara sunulduğu bilinmektedir. Eserde hesaplama yöntemleri ve koni kesitleri gibi konular yer almamaktadır. Eukleides'in yararlandığı düşünür ve matematikçiler arasında Theaitetos (İÖ 417-369) ile Eukleides'den 50 yıl kadar önce yaşamış olan Eudoksos'un bulunduğu düşünülmektedir.[17]

İstanbul'daki Ayasofya'yı 6. yüzyılda inşa eden mimarlar olan Tralles'li (Aydın'lı) Anthemius (474-534) ile Miletos'lu (Milet'li) İsidoros (6. yüzyıl), çalışmaları sırasında Eukleides'in geometri hesaplarını kullanmışlardır.

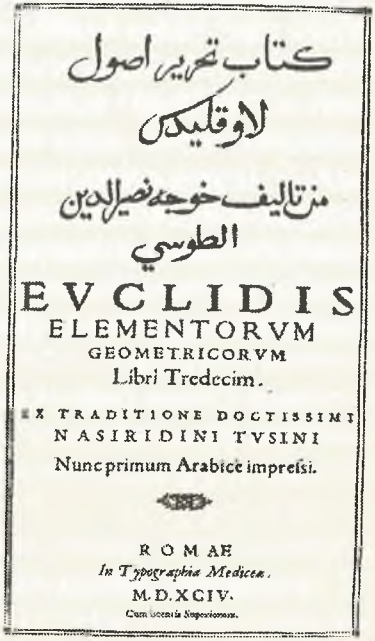
Eukleides'in 13 "kitaplık" ölümsüz yapıtı *Stoikheia*'nın 7., 8., 9. ve 10. "kitapları" aritmetikten söz eder (bizde ortaöğretim geometri ders kitapları, bu yapıtın ilk dört "kitabının" bir özeti ya da düzenlemesi niteliğindedir). O zamanda metinler papirüs rulolarına yazılırdı ve buradaki "kitap" nitelemeleri, günümüz ölçüsüne göre 30-40 sayfa tutan bir papirüs rulosuna denkti. Bu yapıtta $x^2 + ax - a^2 = 0$, denkleminin geometrik yolla çözümü ve bunun formülleri yer almaktadır. 2 sayısının karekökünün irrasyonel olduğunun bir kanıtı, Eukleides'in ünlü eserinde yer almaktadır. Benzer şekilde Diophantos (206-290) da *Arithmetika* adlı yapıtında aynı konuları işlemiştir. Eskiçağ'da İskenderiye ekolünün ünlü matematikçisi Diophantos'un *Arithmetika* adlı ünlü eseri 13 kitaptan oluşuyordu ve bunlardan yalnızca 6 tanesi günümüze ulaşabilmiştir. *Stoikheia* ilk kez 1142 yılında Bath'li Adelard (1090-1150) tarafından Kordoba'daki Arapça nüshasından Latince'ye çevrilmiştir. Adelard, bir Müslüman öğrenci kimliğine bürünerek Kordoba câmi, medrese ve kütüphanelerinde yıllarca bu çeviri ile uğraşmıştır.

Yunanca bir Eukleides metni, 8. yüzyılda Bağdat'a ulaşmış ve orada Halife Harun el-Reşid (yön. 786-809) ve el-Me'mun (yön. 813-833) dönemlerinde aynı metin iki kez Arapça'ya çevrilmiştir. El-Haccâc (~737- 813 sonrası) tarafından *Kitâb el-Usûl* (Öğeler) başlığı altında yapılan ilk çevirinin bir bölümü günümüze ulaşmıştır. Buna karşılık İshak ibn Huneyn (830-910) tarafından çevrilen ve tanınmış İslâm matematikçisi Sabit ibn Kurra (836-901) tarafından elden geçirilmiş olan, ama Batı'da hâlâ basılı bir metni bulunmayan çok sayıda elyazma metni vardır (ŞEKİL 3). Bunlar arasında, yorumlanarak (şerh) hazırlanmış en yaygın Eukleides nüshası, Nâsireddin el-Tûsî'ninkidir (1201-1274) ve bunun da Batı'da basılmış bir nüshası bulunmamaktadır. Buna karşın, yanlışlıkla Nâsireddin el-Tûsî'ye yakıştırılan bir başka yorum, Batı Avrupa'da etkili olmuş ve 1594 yılında Roma'da *Euclidis Elementorum geometricorum libri XIII, ex traditione doctissimi Nasiriddini Tusini...* (Bilgeler Bilgesi Nâsireddin Tûsî'nin Çevirisiyle, Eukleides'in XIII Kitaplık Geometrinin İlkeleri) başlığı altında ilk kez Arapça olarak

basılmıştır (ŞEKİL 4).[18] *Stoikheia*, Arapça dışında Farsça, İbranice, Süryanice ve Ermenice'ye de çevrilmiştir. Avrupa'da 12. yüzyılda aynı anda üç Eukleides çevirisi, Bath'li Adelard (1090-1150), Kärnten'li Hermann (ölm. 1143) ve Cremona'lı Gerard (Gherardo) (1114-1187) tarafından hazırlanmıştır. Ancak bu konudaki eserlerden en etkili olanları, çeviriler değil de bu çevirilerin yorum ve açıklamalı şekilleri olmuştur. Campanus von Novara (ölm. 1296), 1260 yılının hemen öncesinde, Adelard'ın Eukleides çevirisinden hareketle yeni bir metin yazmış ve bu metin, Geç Ortaçağ'da Avrupa üniversitelerinde "*quadrivium*" öğretiminde ders kitabı olarak kullanılmıştır.[17]



ŞEKİL 3. Eukleides'in *Stoikheia* adlı eserinin 9. yüzyılda Sabit ibn Kurra tarafından gözden geçirilerek hazırlanmış nüshasından bir resim (*Bodleian Library*, Oxford).[19]



ŞEKİL 4. Sözde-Tûsî'nin Arapça Eukleides nüshası. İranlı filozof ve doğa bilimci Nâsireddin el-Tûsî, Yunanlıların çok sayıda matematik, astronomi ve optik konulu eserini çevirip şerh ederek kaleme almış, 1248 tarihinde de bir Eukleides metni yazmıştır. Şekilde kapak resmi görülen değişke, ona yakıştırılan bir nüsha olup 1594 yılında Roma'da basılmıştır.[17]

1505 yılında Bartolomeo Zamberti (1479-1539 sonrası), *Stoikheia*'nın Yunanca'dan Latince'ye bir çevirisini basmıştır. 16. yüzyıl ortalarına doğru bu eserin Avrupa ulusal dillerine ilk çevirileri ortaya çıkmaya başlamıştır: 1543 yılında Niccolò Fontana (iyi bilinen adıyla Niccolò "Tartaglia") (1499-1557) tarafından İtalyanca'ya; 1555 yılında Johann Scheubel (1494-1570) ve 1562 yılında Wilhelm Holtzmann (1532-1576) tarafından Almanca'ya; 1564 yılında Pierre Forcadel (1520-1576) tarafından Fransızca'ya ve 1570'te de Henry Billingsley (ölm. 1606) tarafından İngilizce'ye çevrilmiştir. Billingsley'in çevirisinin *"Mathematical"* başlıklı önsözü, 16. yüzyıl İngiliz matematik ve coğrafya bilgini olan, büyük müneccim olarak ün kazanarak "Sihirbaz" lakabı ile tanınan John Dee (1527-1608) tarafından yazılmıştır. Kuşkusuz, Rönesans dönemindeki Eukleides yorumcuları arasında en yetenekli matematikçi Federigo Commandino (1509-1575) idi. Commandino, bir dizi Yunanca matematik eserini Latince'ye çevirmiş olup bunlar arasında Eukleides'in *Stoikheia*'sı (Pesaro, 1572) da vardı.[17]

"Algoritma" sözcüğü, belirli problemlerin adımlar halindeki çözüm yolu, benzer türdeki problemlerin çözüm biçemlerini veren ve sıraya konmuş belirli işlemler dizisinin yürütülmesine yarayan yönerge anlamına gelmektedir. Matematikte Eukleides'in adıyla anılan "Eukleides algoritması"na göre, iki sayının "en büyük ortak bölenini" (EBOB) bulmak için izlenen yolda, sayılardan büyüğü küçüğüne bölünür; bölen kalana, daha sonra da birinci kalan ikinci kalana bölünür; bu işlem, kalan sıfır oluncaya dek sürdürülür. En son bulunan bölen, EBOB'dur. Buna göre, örneğin 544 ile 119 sayılarının EBOB'u:

544 = 119 x 4 + 68,	Birinci kalan:	68,
119 = 68 x 1 + 51,	İkinci kalan:	51,
68 = 51 x 1 + 17,	Üçüncü kalan:	17,
51 = 17 x 3 + 0,	Dördüncü kalan:	0.

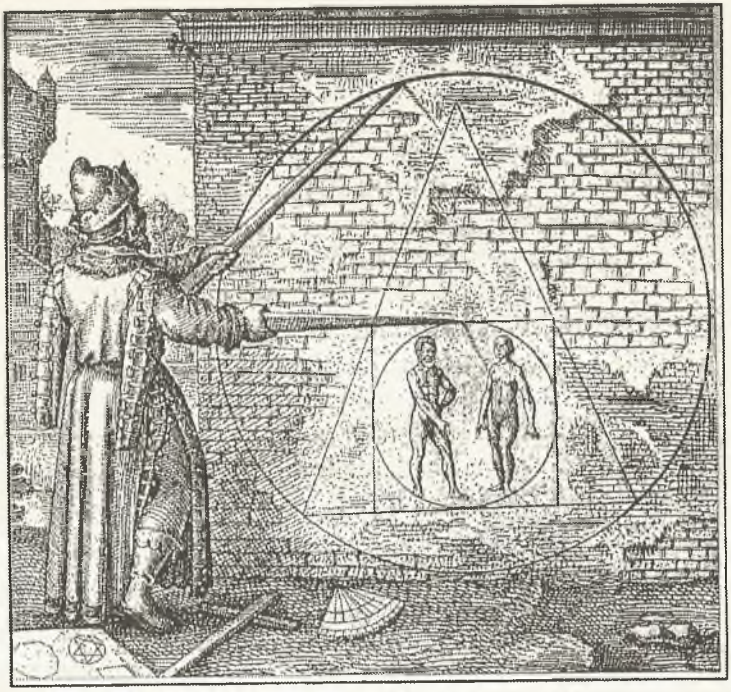
Böylece, son bölen sayı olan 17 sayısı, 544 ile 119 sayılarının EBOB'udur.[20]

İskenderiye'li matematik, coğrafya ve astronomi bilgini Claudius Ptolemaios'un (Batlamyus) (108-168) 13 kitaptan oluşan başlıca astronomi yapıtı *He Mathematike Syntaksis* (Matematik Derlemesi), sonraları *He Megiste Syntaksis* (En Büyük Derleme) adıyla ünlenmiş ve 9. yüzyılda Huneyn ibn İshak (Ebu Zeynel İbadi ya da *"Johannitius"*) (809-873) ve Sâbit İbn Kurra gibi üstadlar tarafından Arapça'ya birkaç kez çevrilmiştir. Bu yapıt, bugün Batı dünyasında Arapça biçimiyle *Almagest* (Arapça'da *El-Mecistî*, "En Büyük") adıyla tanınmaktadır. [21]

İskenderiye'li Pappus (İS 300'ler), *Synagoge Mathematike* (Matematik Derlemesi) (340) adlı elyazmasında, Arkhimedes'e yakıştırılarak "Arşimedsel cisimler" diye adlandırdığı 13 değişik çokyüzlü cismi ilk kez zikretmiş ve onların geometrik ve pratik yapılanmalarını belirtmiştir. Bunlar en az iki değişik düzgün çokgen yüzden oluşmaktadır. Arşimed çokyüzlüleri şunlardır: 1) Kesik dörtyüzlü (kesik tetrahedron), 2) Kesik küp (kesik hekzahedron), 3) Kesik sekizyüzlü (kesik oktahedron), 4) Kesik onikiyüzlü (kesik dodekahedron), 5) Kesik yirmiyüzlü (kesik ikozahedron), 6) Kesik küp- sekizyüzlü (Büyük rombi- küp- oktahedron; 12 kare, 8 düzgün altıgen ve 6 düzgün sekizgenden oluşur), 7) Kesik yirmiyüzlü- onikiyüzlü (Büyük rombi- ikosidodekahedron), 8) Yirmiyüzlü- onikiyüzlü (ikosidedokahedron; 12 düzgün beşgen ve 20 eşkenar üçgenden oluşur), 9) Küpsekizyüzlü (küboktahedron; 6 kare ve 8 eşkenar üçgenden oluşur), 10) Küçük rombi- küp- sekizyüzlü (küçük rombenküboktahedron), 11) Küçük rombi- yirmiyüzlü- onikiyüzlü (küçük rombenikosidodekahedron), 12) Eğri kesimli küp / Kalkık küp (Lat. *"cubus simus"* / İng. *"snub cub"*), 13) Eğri kesimli onikiyüzlü / Kalkık onikiyüzlü (Lat. *"dodecahedron simus"* / İng. *"snub dodecaeder"*). Burada geçen *"snub"* terimi, Latince *"simus"* ("ezilmiş") sözcüğünün hatalı bir çevrilemesi sonucu ortaya çıkmış bir terim olarak kullanıma girmiştir. [22, 23]

Eskiçağ'ın, yalnızca pergel ve taksimatsız cetvel kullanılmak kaydıyla çözülemeyen ünlü üç klasik problemi şunlardır: (1) Bir açının üç eşit parçaya bölünmesi; (2) "Delos problemi", yani veri-

len bir kübün iki katı hacminde olan kübün kenar uzunluğunun bulunması; (3) Dairenin kareleştirilmesi, yani bir dairenin alanına eşit karenin kenar uzunluğunun bulunması (ŞEKİL 5). Smyrna'lı (İzmir'li) Theon'un (İS 70-135) Eratosthenes'e dayanarak aktardığına göre, Delos probleminin doğuşu, Delos'ta birdenbire ortaya çıkan veba salgınından kurtulmak için Delos kâhinine danışıldığında, kâhinin, Delos tapınağındaki sunak taşının hacminin iki katına çıkarılması gerektiğini bildirdiğine dayandırılmaktadır.[24] Theon'un *Ta Kata to Mathematikon khresima eis ten Platonos Anagnosin* (Platon'un Okunmasında Yararlı Bilgilerin Açıklanması) başlıklı eserine göre, küp şeklindeki bu sunağı iki katına çıkarmak için çalışan mimar ve matematikçilerin çabaları bir sonuç vermez. Bunun üzerine halk, Platon'a (İÖ 427-348) danışır. Platon onlara, aslında Tanrı'nın daha büyük bir tapınağa ihtiyacı olduğu için değil, yalnızca Yunanlıların matematik ve geometriyi ne kadar ihmal ettiklerini göstermek için böyle bir istekte bulunduğunu söyleyerek bir bakıma onları matematiksel bilimleri geliştirmeleri konusunda teşvik eder. Dairenin kareye dönüştürülmesi ya da kareleştirilmesi konusuna gelince, Antikçağ'da (~200-700) daire, gök cisimlerinin yörüngesinin şekli olduğu düşünülen tanrısal ve kutsal nitelikli kusursuz bir şekildi. Kare ise dört ilksel maddeyi, dünyayı ve dünyasal yaşamı simgeliyor ve gökle yer arasında "insan" yer alıyordu. Dolayısıyla dairenin kareye dönüştürülmesi uğraşı, tanrısal / göksel / ruhsal olanın insansal / yersel / maddesel olana dönüştürülmesini hedeflemekteydi. Yukarıda sözü edilen her üç problemin de olanaksız olduğu, 19. yüzyılda kanıtlanmıştır.



ŞEKİL 5. Simyasal anlamda cinsiyetleri birleştirmek için dairenin kareye dönüştürülmesi: *"Erkek ve kadından bir daire, ondan bir kare, ondan bir üçgen, daha sonra da tekrar daire yap; böylece filozof taşını bulacaksın"* [Michael Maier'in (1568-1622) *Atalanta Fugiens* (Atalanta'nın Kaçışı) adlı eserinden, 1618].[15]

Belki bilimin ilk şehidi de İskenderiye'den çıkmıştır. Hıristiyanlık halk arasında yayıldıkça, bilim düşmanlığı da artmıştı. 415 yılında, İskenderiye'li ünlü astronom Theon'un (4. yüzyıl) kızı olan ünlü kadın düşünür ve matematik bilgini Hypathia (370-415), Patrik Kyrillos'un (Kyril) (yön. 412-444) kışkırtmasıyla İskenderiye'de halk tarafından linç edilmiş, bundan sonra da İskenderiye kenti bilimde fazla bir varlık gösterememiştir.

Üçüncü Bölüm
İSLÂM MATEMATİĞİNDE MEZOPOTAMYA, YUNAN, ÇİN VE HİNT MİRASI

İslâm matematiğinde sayı sistemi, aritmetik, trigonometri ve cebir daha çok Mezopotamya ve Hint geleneklerine; geometri ise Yunan geleneğine dayanmaktadır. Arapça *"hisâb"* sözcüğü, aritmetiğin temel işlemlerini (toplama, çıkarma, çarpma, bölme), kök alma ve cebirsel işlemleri kapsayacak şekilde kullanılmıştır.

Halikarnassos'lu (Bodrum'lu) Herodotos'un (Herodot) (~ İÖ 484-426) *Historiae* (Araştırmalar) adlı eserine göre geometri bilimi ilk olarak Mısırlılarda ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda Mısır topraklarının % 97'si tarıma elverişli olmayıp Mısır'ın yaşam kaynağı, Nil deltasını oluşturan % 3'lük kısmıdır. Ancak Nil taşkınlarında tarım arazilerinin sınırları belirsizleşmekte, toprak sahipleri arazilerinin büyüklüğü oranında vergi ödedikleri için her taşkından sonra devletin bu işlerle görevli "geometricileri", gerekli ölçümleri yapıp toprak sahiplerine bir önceki yılda sahip oldukları toprak kadar toprak vermektedirler.[12] İÖ 1850 yılı dolayında mal ve yiyeceklerin dağıtımı konusunda yazılmış özgün bir elyazmasından İÖ 1650 yılında Ahmes adlı Mısır'lı bir kâtip ve matematikçi tarafından kopya edilen, Thebes (Teb) kentinin nekropolünde bulunan, ancak 1858'de İskoç antikacı Alexander Henry Rhind (1833-1863) tarafından Nil kıyısındaki Luksor'da satın alınarak Mısır'dan kaçırılan, Batı'ya geçirilip British Museum'a satılan ve onun adını alan *Rhind Papirüsü* (ya

da *Ahmes Papirüsü*), ilk geometri kitabı sayılır. Bu papirüs, Eski Mısır matematiği hakkında en değerli ve en iyi bilinen kaynak olup yaklaşık 30 cm eninde ve 5,5 m uzunluğundadır. Papirüste gündelik yaşamla ilgili miras paylaşımı hesabı, faiz hesabı, çeşitli geometrik şekillerin yüzey alanının hesabı gibi aritmetik ve geometri konuları, çarpma ve bölme yöntemleri, birim kesirlerle (payı 1 olan bayağı kesirler) işlemler, asal sayılar, aritmetik-, geometrik- ve harmonik-ortalama, "Eratosthenes kalburu", yetkin sayılar kuramı, birinci derece doğrusal denklem çözümü, aritmetik ve geometrik diziler, π-sayısının yaklaşık değerinin bulunması, dairenin kareselleştirilmesi gibi konuların işlenmesi eşliğinde tarlaların yüzölçümünün, buğday ambarlarının hacimlerinin nasıl belirlenebileceğine ilişkin 87 problem ve bunların çözümleri yer almaktadır.[7] Yaklaşık olarak İÖ 1300'lere tarihlenen *Berlin Papirüsü* 'nde ise ikinci derece cebirsel denklem çözümü konusu işlenmektedir.

Moskova Papirüsü diye bilinen ve şimdi Moskova Müzesi'nde bulunan bir başka matematik papirüsü en eski matematik papirüslerinden biri olup İÖ 1600'lere tarihlenmektedir ve bunda "sözcük problemleri" ya da "öykü problemleri" türünde 25 soru ve çözümü yer almaktadır. Bu sorular, ikisi dışında *Rhind Papirüsü* 'ndeki soruların türündedir. Farklı olan iki sorudan biri, bir düzlemle kesilen küre parçasının hacminin ve yüzey alanının hesaplanması, diğeri ise bir düzlemle kesilen piramidin hacminin bulunması ile ilgili olup bu iki sorunun doğru çözümü, Eski Mısır matematiğinin zirvesi olarak kabul edilmektedir.[12]

"Aritmetik" Yunanca bir sözcüktür ve "sayılarla uğraşarak eğlenmek" anlamına gelmektedir. Ama bu "sayılarla uğraşma", kuramsal şeylere yatkın olan Yunanlılar için bir çeşit zekâ bilmecesi çözme uğraşı olarak kalmıştı. Sayılardaki gizli sırları araştırma isteğinden doğan aritmetikleri, sayı kuramları ve sayı simgeciliğine dayanmaktaydı. Öte yandan, sayılarla hesaplamayı, pazar yerindeki satıcıların işi olarak aşağılık bir uğraş gibi görüyorlar, ölçüm yapmaktan bir bakıma utanç duyuyorlardı. El-kol becerisi isteyen tüm hizmetler, Eski Yunan'da kölelere

yaptırılıyordu. Yunanistan daha çok tiyatro yazarları ve filozoflar yetiştirmiştir. Bu nedenlerle matematik Eski Yunan'da yeterince ilerlememiştir; ayrıca Eski Yunanlılar, en temel kavram olan sıfır kavramını da bilmiyorlardı.

Eski Mısır ve Babil geometrisi, Miletos'lu Thales tarafından Yunanlılara tanıtılmıştır. Yunanlılar geometri alanındaki başarıları sonucu kendilerini bu oyuna âşık olacak denli kaptırmışlardı, tümdengelim yöntemini bilgiye ulaşmanın en geçerli yolu olarak kabul ediyorlardı. Yunanlılar soyutlama yeteneklerini daha çok geometri alanında göstermişler, hattâ cebirlerini bile geometri kılığına sokmuşlardı.

Öte yandan Hintlilerin yalnızca hesaba (aritmetiğe) yetenekleri vardı; o kadar ki, Yunanlıların trigonometrisini bile hesap ve cebirle ele alıyorlardı. Araplara gelince, onların sayılar alanındaki nicelikleri geometridekilerle birleştirebilme yetenekleri olduğu açıkça görülmektedir.

Yunan matematiğinin son aşamalarında İskenderiye'li Diophantos (206-290) ile ortaya çıkan sayısal işlemler, Süryanilerce çoktandır bilinen ama pek kullanılmayan Hint sayı sisteminin geniş bir şekilde uygulama alanına getirilmesinin de yardımıyla iyice geliştirilmiştir. Bundan önce aritmetik, parmak hesabının dışında, yalnızca en bilgelerin anlayabilecekleri bir sırdı. Arap rakamları aritmetiği, herhangi bir ambar çırağının kavrayabileceği duruma getirdi ve böylece Araplar matematiği demokratikleştirdi. Bütün çizimler, çapraşık astronomi ya da fizik hesapları kusursuz bir sayı sistemini gerektirdiğinden, Arapların Hint sayı sistemini geliştirmeleri, matematiği kısa zamanda çeşitli yararları dokunan bir araç haline getirdi. Böylece Araplar yeni bilgi dalları yarattılar ve bu alanda ne Yunanlıların ne de Hintlilerin asla varamamış oldukları bir olgunluğa eriştiler. Aritmetiğe olan tutkuları o kadar büyüktü ki, bu onları, Eskiçağ'ın en büyük matematikçilerinin çözülemez dedikleri aritmetik problemlerini ele almaya ve onları çözmeye yöneltmişti. Araplar cebirin yanı sıra hem astronomi hem de haritacılıkta büyük önem taşıyan bir başka alan olan trigonometride de büyük

gelişme kaydettiler. Bu nedenle de, Rönesans'ın matematik öğretmenleri bir anlamda Yunanlılar değil, Araplar olmuştur.

Arapların ilk matematik araştırmaları Emevîler (661-750) dönemine dek uzanırsa da bu çalışmalar genel olarak Abbasiler (750-1258) döneminde başlar ve uluslararası üne kavuşmuş olan büyük matematikçi el-Harezmî ve çağdaşı İbn Türk ile hızlanır.

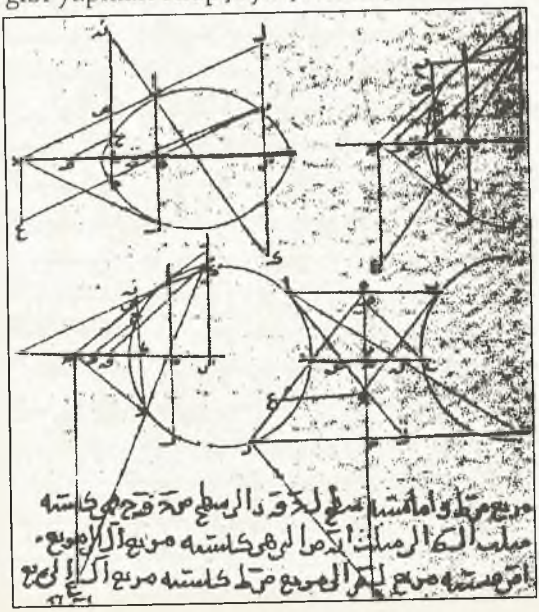
İslâm matematik metinleri, pratikten çıkan sonuçları saf bilim ile birleştirmesiyle Yunan matematik metinlerinden ayrılır. Buna örnek, el-Fârâbî'nin, mühendislik bilimi ile cebri (*"cebr ve'l-mukabele"*) birbirine bağlamasıdır. Uygulamalı bilginin (pratiğin) sistemli olarak kuramla işlenmesi İslâm biliminin özel bir yaratısıydı.

El-Fârâbî (870-950), matematiği yedi alt disipline ayırmıştır. Cremona'lı Gerard'ın buna ilişkin Latince çevirisinde bu disiplinler şöyle verilmektedir: (1)*"Arithmetica"* (aritmetik), (2)*"Scientiae geometriae"* (geometri bilimi), (3)*"Scientia aspectuum"* (optik ve perspektif), (4)*"Scientia stellarum"* (yıldızlar bilimi), (5)*"Scientia musicae"* (müzik bilimi), (6)*"Scientia ponderesorum"* (ağırlıklar bilimi), (7)*"Ingeniorum scientia"* (mühendislik bilimi). "Aritmetik", ikiye ayrılmıştır: Somut sayılarla ilgilenen, yani ticaret hesabında kullanılan "aktif" ya da "pratik / uygulamalı aritmetik" ve soyut sayılarla ilgilenen "spekülatif" ya da "kuramsal aritmetik". "Geometri" de ikiye ayrılmaktadır: "Aktif geometri" fiziksel cisimlerle ilgilenir, yani uygulamalı sanatlara benzer; "spekülatif geometri" ise soyut çizgiler, yüzeyler ve cisimlerle ilgilenir ve bunların büyüklüklerini, eşit olma durumlarını, eşitsizlik hallerini, oranlılık ve orantısızlık hallerini inceler.[26]

Trigonometri, teknik bir terim olarak ilk kez, Bartholomaeus Pitiscus (1561-1613) tarafından 1595'te yayımlanan *Trigonometria* adlı eserinde kullanılmaya başlanmış ise de, Müslümanlar yıllarca önce, hiçbir ad vermeksizin genel matematik ve astronomi içinde bugünkü trigonometrinin konularını işlemişlerdir. Avrupalılar modern trigonometrinin temelini oluşturan sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjantın ne olduklarını Müslüman matematikçilerden öğrenmişlerdir. Örneğin Latince olan *"sinüs"*, Arapça *"ceyb"* (cep, kıvrım) sözcüğünden dönüşmedir.

Trigonometrinin en büyük kurucularından biri, Harran doğumlu ünlü astronom Ebu Abdullah el-Battânî'dir (*"Albategnius"*) (858-929). Kendisine "Bağdat'lı Batlamyus" lakabı da verilmiştir. El-Battânî sinüs, tanjant ve kotanjantın sıfırdan doksan dereceye kadar çizelgelerini hazırlamıştır.[3]

Arapların çeviri yoluyla yararlandıkları Yunan mirası matematik kaynakları arasında Eukleides'in *Stoikheia*'sı ve *Data*'sı, Perga'lı Apollonius'un *Konika* (Konikler) (ŞEKİL 6), *Oran'ın Kesitleri ve Sınırlı Oran* adlı yapıtları, Filistin'de bir kasaba olan Gerasa'lı Nikomakhos'un (60-120) *Aritmetiğe Giriş* adlı yapıtı önemli yer tutar. Bilimsel aritmetiğin –ve de müziğin– başlangıçları Pythagorasçılara yakıştırılır; çünkü bunlar sayılar ve sayı oranlarına ilişkin bir kuram geliştirmişlerdir. Pythagoras'ın sayılar kuramı konusunda önemli bir belge, İS 1. yüzyıldan, Nikhomakhos'un aritmetiğidir. Arkhimedes'in de Müslüman matematikçiler için özel bir önemi vardır. Kürenin dış yüzey alanının, onun en büyük dairesinin dört katı olduğunu da ifade eden Arkhimedes'in *Küre ve Silindir, Çemberin Hesaplanması, Eşit Düzlemler ve Peri Ochoumenon* (Yüzen Cisimler Üzerine) gibi yapıtları Arapça'ya çevrilmişti.



ŞEKİL 6. Apollonius'un *Konika* adlı eserinin İbn el-Heysem'in (965-1041) elinden çıkma bir kopyasından geometri konulu bir resim.[27]

İslâmda matematik eğitiminin Eski Yunanlı önderi, Pythagoras'tır. İslâm matematiği her ne kadar Yunan-Hint karışımı olsa da her şey Yeni-Pythagorasçı görüş açısından ele alınmıştır. Filozofundan eğitimli hekimine dek matematik, aritmetik, geometri, astronomi ve müzik disiplini olmadan eğitimin olamayacağının bilincindeydiler.

Araplar yalnızca geometri şekillerini incelemekten hoşlanmamışlar, geometri oranlarını hemen sayı ve hesapla anlatım yolunu da tutmuşlardır. Cebirsel düşünce sisteminin büyük ölçüde Müslüman matematikçilere dayandığı söylenebilir. Geometri problemlerinin cebirsel yolla ifade edilebileceği ve geometrik işlemlerin cebirsel algoritmalara dönüştürülebileceği gibi düşünceler, İslâm matematikçilerine dayanmaktadır. [7] Yunanlıların çizim yoluyla ve geometri yardımıyla çözmeye çalıştıkları ikinci derece denklemleri (x^2'li denklemleri), bir açının üç eşit açıya bölünmesi ya da dairenin beşe bölünmesi gibi problemleri cebir denklemleri şekline koymuş ve salt hesap yoluyla çözmüşlerdir. Matematiğin böyle aritmetikleştirilmesi ve cebirselleştirilmesi, Araplar tarafından yapılmıştır.

Arapların geliştirdikleri düzlemsel ve küresel trigonometri dalı, Yunanlılarca hemen hemen bilinmiyordu. Ancak İskenderiye Okulu geometricilerinden Menelaos'un (1. yüzyılın ikinci yarısı) sekant teoreminden hareket ederek bir sekantın (daire kesmesinin) ayırdığı daire parçalarının oranını bir üçgene aktarmakla büyük bir gelişme ve başarı sağlamışlardı. Araplar bu teoremin yerine sinüs ve tanjant teoremleriyle trigonometrinin temellerini atmışlardır. Böylece astronomi, denizcilik ve yer ölçümü alanlarında pek çok gelişmeye önayak olmuşlardır.

Çinli bilgin Tsu Ch'ung Chi (430-501), π-sayısının 7. ondalık basamağa kadar doğru değerini bulmuştur ki bu değer, onu izleyen 1000 yıl boyunca aşılamamıştır. Klasik dönem Çin matematikçileri negatif sayılar, binom teoremi, doğrusal denklem sistemlerinin çözümü için matris yöntemleri ve kalanlar teoremi konularında bilgi sahibi idiler ve Pascal üçgenini de Avrupa'dan çok önce geliştirmişlerdi. Çin matematiği daha sonra inişe geçmiş,

16.-18. yüzyıllar arasında Cizvit misyonerlerin Çin'deki çalışmaları sonucunda Çin matematiği yeniden canlanmış ve iki kültür (Çin ve Avrupa kültürleri) arasında etkileşmeler olmuştur.

İslâm matematiğinin başlıca kaynakları Yunan, İran ve Hint idi. Yunan kaynağı, dünyaya altmışlık (*sexagesimal*) sayı sistemini armağan etmiş olan zengin Babil matematik geleneğini de içeriyordu. 15. yüzyılda Bedreddin Sıbt el-Mârdînî (1423-1497), tümüyle altmışlık sistemi incelediği *Rakâik el-Hakâi'k fî Hisâbi'd-Durc ve'd-Dakâik* (Derece ve Dakikaların Bilgisiyle İlgili Gerçeğin İncelikleri) adlı bir kitap yazmıştır. İran kaynakları daha çok Hint matematiğini yansıtıyor ve astronomi risalelerinde yer alıyordu. Hint matematiği on tabanlı sayı sistemi üzerine kurulmuştu ve sıfır sayısı da bilinmekte olduğundan hesap yapmada kolaylığa sahipti. Müslümanların matematik alanında Hintlilerden aldığı bilginin büyük bir kısmı *Siddhantalar* olarak bilinen ve İÖ 425'lere dek uzanan derleme astronomi risalelerinde bulunuyordu. Bu risalelerden Müslüman kaynaklarında *Sindhindler* diye söz edilmektedir. Klasik Hint matematik eserlerinden *Surya Siddhanta*'da (~400'ler) sinüs, kosinüs ve ters sinüs gibi trigonometrik fonksiyonlar ortaya konmuştur. Bunlar arasında İslâm matematik ve astronomisi için belki en önemli olanları, Hintli matematikçi ve gökbilimci Brahmagupta'ya (598-670) ait olan ve ondalık sayıları ve Hint-Arap sayı sisteminin açık bir şekilde sergileyen *Brahma-Sphuta-Siddhanta* (Brahma'nın Sistemi) (628) ile daha önceki *Siddhantalar* 'ın sistemleştirilmiş hâli olan, Aryabhata-I'in (476-550) *Aryabhatiya*'sıdır (Arya Hizmetçisinin Kitabı). *Siddhantalar* 773 yılında Halife el-Mansur'un (yön. 754-775) emriyle Arapça'ya çevrilmiştir. Hint matematikçisi Bhaskara'nın (ya da Bhaskaracharya) (1114-1185) *Bijaganita* adlı bir cebir kitabı bulunmaktadır. Kesir sayıları ele alan ilk kitap, Bhaskara'nın kızı Lilavati'nin adının verildiği *Lilavati* (Sihirbaz Kadın) (1150) adlı yapıtıdır. Bu kitapta kesirler, bölünen üstte, bölen altta, arada hiçbir çizgi olmadan, örneğin $\frac{3}{11}$ sayısı $\begin{smallmatrix}3\\11\end{smallmatrix}$ şeklinde, $8\frac{3}{4}$ sayısı ise $\begin{smallmatrix}8\\3\\4\end{smallmatrix}$ şeklinde yazılırdı. Araya çizgi koyma, Müslüman matematikçilerin icadıdır. [3]

Dördüncü Bölüm
HİNT-ARAP SAYI SİSTEMİ

Ortadoğu'nun eski halklarından Kaldeliler (Keldânîler) İÖ 3000'lerde üç işaret ile bütün sayıları yazabiliyorlardı. Bu simgeler 0, 1 ve 10 idi. Örneğin 5 yazmak için 1 işaretini beş kez yineliyorlardı; 47 yazmak için de 4 tane 10 işareti ve 7 tane de 1 işareti kullanıyorlardı. Ancak onların sayı sistemi 60 tabanlı (*"sexagesimal"*; saniye-dakika-saat sisteminde olduğu gibi) idi.

Yardımcı taban olarak 10'la birlikte 60 tabanına dayanan Sümer sayı sisteminde ardışık birim basamaklarında şu sayılar yer alıyordu: 1; 10; 60; 600 (= 10x60); 3600 (= 60^2); 36 000 (= $10x60^2$); 216 000 (= 60^3)... Örnek olarak 7659 sayısı şöyle yazılıyordu:[28]

7659 = (3600+3600) + (60+60+60+60+60+60+60) + (10+10+10) + (1+1+1+1+1+1+1+1+1).

On tabanlı sayı sistemini kullanan Mısırlılar ise 1, 10, 100, 1000, ... gibi yedi çeşit işaretle sayı yazıyorlardı. Örneğin 321 yazarken 3 tane 100 işareti, 2 tane 10 işareti ve 1 tane de 1 işareti kullanıyorlardı. Buna göre Eski Mısır sayı sistemi, Roma rakamlarının yazım ve kullanım sistemine benziyordu ve her iki sistemin de gelişmemesinin nedeni, aynı hantallıktan kaynaklanmaktaydı. Mısırlılar, bilinen en eski ondalık sayı sistemini İÖ 3100'lerde kullanıma koymuşlardır. Yaklaşık olarak İÖ 3000-

2600'lerde Kuzey Hindistan ve Pakistan'daki İndus Vadisi Uygarlığı'nda (Harappa Uygarlığı) ondalık sisteme dayalı birbiçimli bir ağırlık ve ölçü sistemi geliştirilmişti.

Yunanlılar rakam yerine alfabelerinin harflerini kullanıyorlardı ve onların sayı yazılımı, Romalılarınkine benziyordu. Müslüman Araplar Suriye ve Irak'ı fethedince Yunanlıların harfler üzerine kurulu hesap yöntemlerini aldılar, ama sonraları 8. yüzyılda Yunan harfleri yerine kendi harflerini [ilk dört harf olan elif-be-cim-dal'ın birleştirilmesiyle bizim "ebced hesabı" dediğimiz "harfler aracılığıyla toplama hesabı"nın rakamlar dizisine (*"erkâm-ı cümel"*) karşılık gelen (sayısal-) harfler dizisini (*"huruf-ı cümel"*)] kullandılar ve özellikle büyü, gizem ve kehanet alanlarında bir sözcüğü oluşturan harflerin değerlerini toplamakla uğraştılar. Mağripli, Türk ve Acem şairleri ile mezar taşı yazıcılarının kronogram (tarihleri hem sayısal hem de anlamsal olarak dile getiren dizeler; ebced hesabı) yazma sanatının kökeninde de bu işlem vardı.[6]

Ebced hesabı için Arap elifbâsındaki (alfabesindeki) yirmi sekiz harfin 1'den 1000'e kadar karşılık gelen sayıları şöyledir:

Elif = 1	Ye = 10	Kaf = 100
Be = 2	Kef = 20	Re = 200
Cim = 3	Lam = 30	Şın = 300
Dal = 4	Mim = 40	Te = 400
He = 5	Nun = 50	Se = 500
Vav = 6	Sin = 60	Hı = 600
Ze = 7	Ayın = 70	Zel = 700
Ha = 8	Fe = 80	Dat = 800
Tı = 9	Sat = 90	Zı = 900
Ye = 10	Kaf = 100	Gayın = 1000

Sıfır sayısı, İS 5. yüzyılda Hintlilerce icat edilmiştir. Brahmagupta'ya ait *Brahma-sphuta-siddhanta* (628) adlı eserde dokuz rakam ve sıfır aracılığıyla ondalık konumlu sayılar büyük

bir ustalıkla sergilenmiştir.

İslâmın erken döneminde ikinci Abbasi Halifesi el-Mansur (yön. 754-775) döneminde Müslümanlarca benimsenerek ithal edilen Hint rakamları ve hesaplama yöntemleri, büyük oranda, daha önceki hesaplama sistemlerinin yerine geçmiştir. Yunanlılardan farklı olarak geometriden çok aritmetik ve cebirle ilgilenen Hintliler, on tabanlı sayı sistemi kullanıyorlardı.

Hintliler en geç 7. yüzyılda 10 tabanlı konum değerli sayı sistemini tam olarak geliştirmişlerdi. Bu sayı sistemi, erkence Bağdat'ta tanındı ve 9. yüzyıl başında Hint rakamları ve onlarla hesap yapma konusunda Arap dilinde çeşitli eserler verilmişti. Bu eserlerden en önemlisi, el-Harezmî'ninki (~783-850) olup 12. yüzyılda Latince'ye çevrilerek Batı dünyasının kullanımına sokulmuştu. Kitapta yeni rakamlar ve Hint-Arap yöntemlerine göre toplama, çıkarma, çarpma, bölme, iki katını alma, yarısını bulma ("*mediatio*"), karekök ve küpkök alma ve aritmetik dizilerin basit özellikleri yer almaktaydı.[17]

Hint rakamlarının kullanıldığı ve ilk kez kendisiyle Batı'ya geçtiği Müslüman yapıtı, Ebu Abdullah Muhammed ibn Musa el-Harezmî'nin *Kitab el-Hisâb el-Âdâd el-Hindî* (Hint Hesabı ve Sayılarıyla İlgili Kitap) (~810) adını taşır. Arapça özgün metni günümüze ulaşamayan bu yapıtın 1130 yılı dolayında Bath'li Adelard tarafından *Algoritmi de Numero Indorum* (Harzemli'nin Hint Rakamları ile Hesaplama Sanatı) adlı Toledo çevirisi, Batı'da büyük bir etki yaratmıştır. El-Harezmî bu yapıtında pratiğe eğilim konusunda şunları söylemektedir: *"Aritmetikte en kolay ve en yararlı olan şey, insanların günlük yaşamlarındaki miras işlerinde, mal bırakımlarında, paylaşımlarda, davalarda, ticarette ve tüm işyerlerinde, ya da arazi ölçümü, kanal hafriyatı, geometrik hesaplamalar ve çok çeşitli türden başka konularda yapılanlardır".*

Müslüman Araplarla girişilen ticaret ilişkileri yoluyla ve özellikle Endülüs medreselerinde okuyup yetişen bilim heveslilerinin çabasıyla, 12. yüzyıldan sonra, yavaş yavaş, önce İtalya'dan başlamak üzere, aslı Hint'ten alınma rakamlardan Batı dünyasının

haberi oldu. Bu, çok önemli bir olay niteliğinde idi. Buna karşılık başlangıçta İtalya'nın kimi bölgelerinde bu rakamların yayılması türlü engellerle karşılaştı. 14. yüzyılda bile, hâlâ ticarî ilişkilerde yanılmalara, hattâ halkın aldatılmasına neden olacağından korkulduğu için, Arap rakamlarının kullanılması yasaklanmıştı.

Dokuz ana rakamın Hıristiyan Avrupa'ya taşınması, 10. yüzyıldan sonra gerçekleşmiştir; sıfırla birlikte bu rakamların Avrupa'da hesaplamada kullanılması ise daha sonra gerçekleşmiştir. İspanyol Yahudisi bilgin Abraham Rabbi ben Ezrâ (İbn Azrâ, *"Avenarius"*) (1093-1168), çıktığı uzun bir Doğu gezisi sırasında Hint kökenli hesap yöntemlerini öğrenmeye çalışmış, bu yöntemlerin temel kurallarını, İbranice kaleme aldığı *Sefer ha-Mispar* (Sayı Kitabı) adlı eserinde sergilemiştir. İlk dokuz tamsayıyı, İbrani alfabesinin ilk dokuz harfiyle betimlemiş ve sıfır için kimi zaman *"sifra"* (Arapça "boşluk") kimi zaman da *"galgal"* (İbranice "tekerlek") adını verdiği içi boş bir yuvarlak işaret eklemiştir.[28]

Hint rakamları denilen işaretler Endülüs'e geçtikten sonra uzun süre kullanılmıştır. Araplar bu rakamlarla yapılan hesapları, üzerlerine ince kum serpilmiş levhalar üzerinde düzenlediklerinden, Endülüs matematikçileri buna *"hisâb el-gubârî"* adını vermişlerdir. *"Gubâr"*, Arapça'da "toz, ince kum" anlamına gelmektedir. Kökeni Hint olan rakamlara da *"hurûf-u gubârî"* denmiştir.

Doğu Arap rakamları	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Batı Arap rakamları (Gubârî rakamları)	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Modern rakamlar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Muhammed ibn Ahmed Ebu Reyhan el-Bîrûnî (el-Beyrûnî, *"Aliboron"*) (973-1048), *Tezkîre fi'l-Hisâb...* (Hesap Üzerine Seçme Yazılar...) adlı kitabında sıfır için (0) ya da (.) işaretini kullanmıştır. 1925 yılındaki harf devriminden önce bizde (.) işareti sıfır yerine, (0) işareti ise beş rakamı yerine kullanılıyordu. El-Bîrûnî'nin aritmetik konulu *Kitâb el-Erkâm* (Rakamlar Kitabı) adlı kitabı da vardır.

Böylece Araplar o çağda Avrupa'da kullanılan ve kullanışsız bir sayı yazma sistemi olan Romen rakamları yerine bugün hâlâ "Arap sayı sistemi" denilen modern (ondalık, *decimal*) sistemi getirmişlerdir. Bu sistemde boş yerleri belirten "sıfır" simgesine de gerek duyuluyordu.

Araplar, İslâm öncesinde sayıları (rakamları değil) adlarıyla yazarak gösterirlerdi. Sıfırdan dokuza değin rakam işaretleri, bu sıralarda henüz kullanılmıyordu. Bizim şimdi "Arap rakamları" ya da "eski Türkçe rakamlar" dediğimiz rakam işaretleri ile günümüzde kullanmakta bulunduğumuz rakam işaretlerinin her ikisi de Hint kökenlidir. Günümüzde Arabistan'da kullanılan rakamların, Batılıların "Arap rakamları" dedikleri ve aslında Hindistan kökenli olan rakamlarla en ufak bir ilgisi yoktur. Öte yandan Hintçe'de yazı ve sayılar soldan sağa (bizde olduğu gibi) yazılır. Oysa Arapça'da yazı sağdan sola, sayılar ise buna ters yönde soldan sağa doğru yazılır.

"Sıfır"la Hesap İşlemleri

Hint-Arap sayı ve hesap sisteminin gelişmesinden önceki dönemlerde insanlar parmaklarıyla hesap (*"hisâb el-yed"*) yapıyorlardı. Her iki elin de kullanıldığı bu uygulamada sağ elin parmakları birler ve onları işaret ederken, sol el, yüzleri ve binleri gösterir. 1 ile 9999 arasındaki herhangi bir sayı, bu yolla tanımlanabilmektedir. Latinler hesap işlerini 'abaküs'ler (abak, sayı boncuğu, çörkü; Yun. *"abaks"*) kullanarak çok büyük güçlükle yapabiliyorlardı. Abaküs ya da abak sözcüğünün kökeni olan İbranice *"abk"* ya da *"abak"* sözcüğü, "toz" anlamına gelmekte ve hesap yapmak amacıyla üzerine toz serpilmiş hesap tahtasından (kum tepsisi) kaynaklanmaktadır. ŞEKİL 7'de, Peru ve Ekvator'da büyük bir uygarlık kurmuş olan İnka'larda kullanılan değişik bir çörkü görülmektedir. İnkalarda sayısal bilgiler, *"quipu / kuyipu / kipu"* adı verilen düğümlü sicimlerle iletiliyordu. Her İnka köyünde *"kipu kamayus"* adı verilen muhtesip benzeri sayım uzmanları ya da sayım muhafızları bulunmaktaydı. Bu konudaki bilgiler, tarihçi Garcilaso de la Vega El

Inca'nın (Gómez Suárez de Figueroa) (1539-1616) *Şahane Açıklamalar* adlı eserinde yer almaktadır.



ŞEKİL 7. Peru ve Ekvator'un eski halkı Inkalar tarafından kullanılan bir çörkü (sol alt köşede) [Guamán Poma de Ayala'nın (~1538-1620) *Peru Kodeksi* 'nden]. [28]

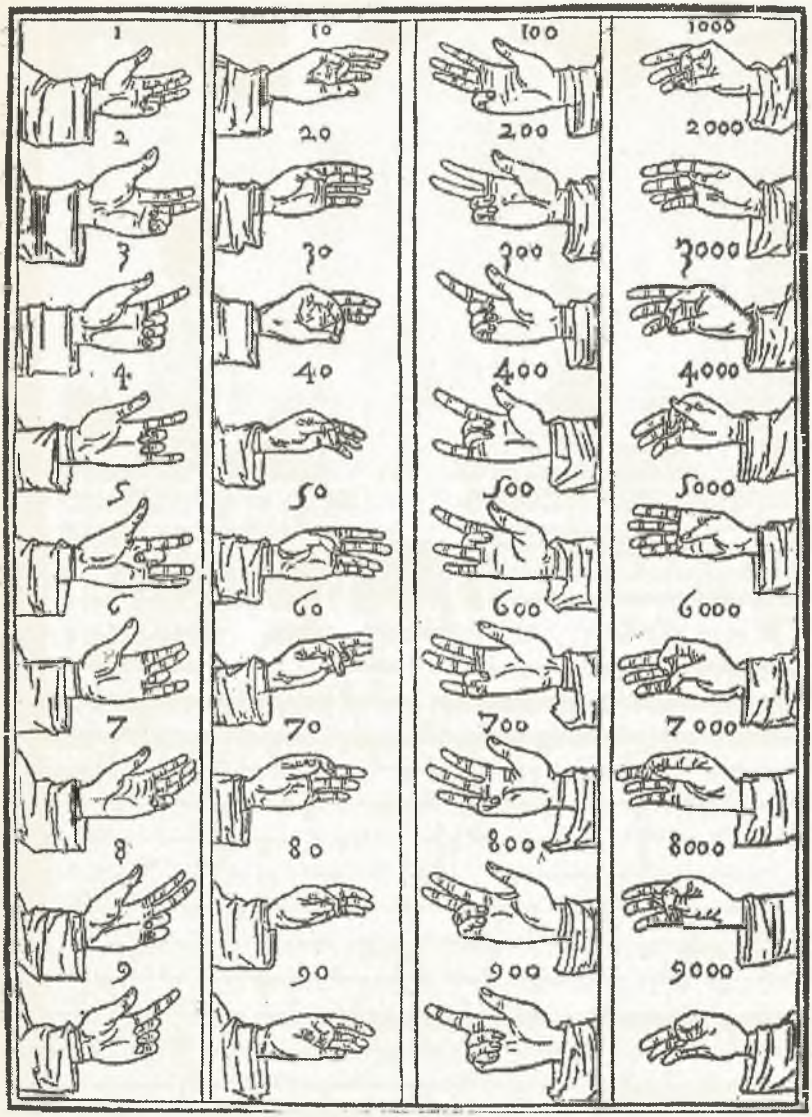
Günümüzde kimi zaman geleneksel bir Müslüman pazaryerinde parmak hesabı yapan kişiler, kimi zaman da hızla hesap yapan hünerli bir çörkü (abaküs) kullanıcısı hâlâ görülebilmektedir. Günümüzde kimi ülkelerde hâlâ kullanılmakta olan çörkü Rusya'da "şoti", İran ve Afganistan'da "koreb", Ermenistan'da ise "kulba" adını taşımaktadır. [29, 30] Roma rakamları (I, II, ...,V, ..., X vö.), parmaklarla oluşturulan görsel bir sergilemeyi bir ölçüde andırır görünmektedir.

ŞEKİL 8 – ŞEKİL 12'de, sayıları göstermede kullanılan parmak işaretlerine ilişkin resimler görülmektedir. [8]



ŞEKİL 8. Parmaklarla hesap yapma (*Codex Matritensis*'ten, 1130'lar, *Biblioteca Nacional*, Madrid).[8]

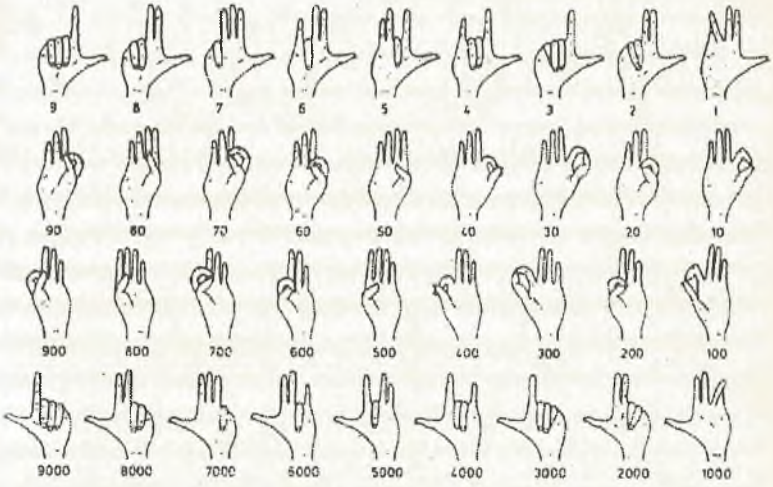
Araplar 8. yüzyıldan beri Hintlilerle, önemsiz sayılmayacak ölçüde ticarî ilişkiler içindeydiler ve Hint sayı sistemini bu ilişki içinde öğrenmiş olmalıdırlar. Araplar, 8. yüzyılda Hint ve İran kaynaklarından toz-tahta sistemini (*"hisâb el-gubârî"*) aldılar. Nitekim Nâsireddin el-Tûsî'nin *Kitâb el-Câmi el-Hisâb bi'l-Taht ve'l-Turâb* (Levha ve Toz Yardımıyla Hesap Konusunda Toplu Kitap) adlı bir risalesi vardır. Hesap tahtası ya da levhası yalnızca meslekten hesaplayıcıların, matematikçilerin ve gökbilimcilerin değil, büyücülerin, kâhinlerin ve müneccimlerin de ayrıcalıklı aleti olmuştur. Bu alet, Hint rakamlarını çizmek ve özel teknikler kullanarak aritmetik işlemleri yapmak üzere, üstüne kum ya da ince toz yayılan ve genelde tahtadan yapılmış bir levhaydı. Kimi zaman kum ya da toz yerine un da kullanılırdı. Arapça *"turâb"* sözcüğü "kil" ve "toprak" anlamlarına da geldiğinden, bundan, üzeri kolayca çizilebilecek nemli kil levha da anlaşılabilmektedir.[31]



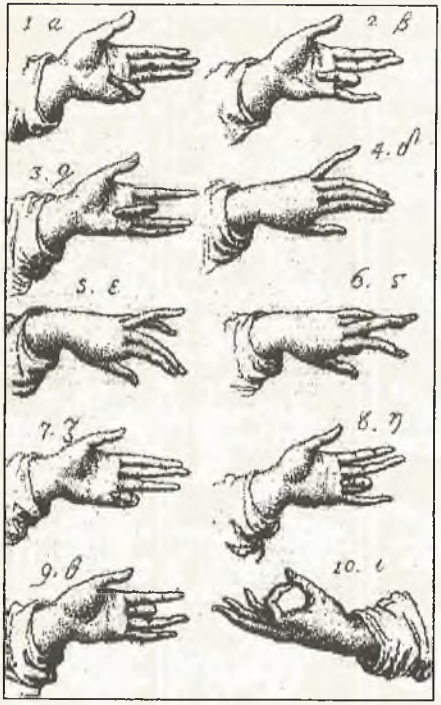
ŞEKİL 9. Boethius'un (~480-524), 1488 yılında Augsburg'da basılan ve tüm Ortaçağ boyunca kilise okullarında standart ders kitabı olarak okutulan *Anicius Manlius Severinus Boethius* adlı eserden, on sayısı ile çarpım tablosuna ilişkin olarak, parmak işaretleriyle gösterimlerin yer aldığı sayfa.

ŞEKİL 10. J. Aventinus'un (1477-1534) *Abacus* (1532) adlı eserinden alıntılanarak parmak işaretleri ve figürler aracılığıyla sayı bildirimi ve hesap yapmanın öncülerinden matematikçi Adam Ries'in (1492-1559) *Rechnung auff der Linien vnnd Federn* (Hesap) (Leipzig, 1538) adlı eserinde yer verilen bir sayfa (Aventinus'un eserinde bitişik iki sayfa halinde verilen resim, burada alt-alta yerleştirilmiştir).





ŞEKİL 11. Parmak hesabının yapılışını gösteren bir diyagram.[29]



ŞEKİL 12. *Abate requeno* (Parma, 1797) adlı eserden: Sol el 90'a kadar olan sayıların, sağ el ise 90'dan büyük sayıların işaretlerini göstermede kullanılmaktadır.

Kitab el-Hayavân adlı ünlü eseri ile tanınan el-Câhız (779-869), *Kitab el-Muallimin* (Öğretmenler İçin Kitap) adlı eserinde geleneksel hesap tarzı ile Hint hesabı arasındaki çatışmayı dile getirmiştir. Ebu'l-Hasan el-Uklîdusî (10. yüzyıl), *Kitab el-Fusûl fi'l-Hisâb el-Hindî* (Hint Aritmetiği Kitabı) (952-953), 11. yüzyılda ise Ebu'l-Hasan Ali ibn Ahmed el-Nesevî (el-Nisavî) (~980-1040) *Kitab el-Muknî fi'l-Hisâb el-Hindî* (Hint Aritmetiği Üzerine İkna Edici Kitap), Ebu'l-Hasan Kuşiyâr ibn Lebbân el-Cilî (971-1029) *Makâlatan fî Usûl el-Hisâb el-Hindî* (Hint Rakamlarıyla Hesap İşlemleri Üzerine İki Kitap) adıyla önemli kitaplar yazdılar.[31,32]

9. yüzyıldan sonra İslâm matematikçileri hesaplarında Hint rakamlarını (sıfır ile birlikte dokuz rakam) kullanmaya başladılar. Arap sayı sistemine göre yazılan bir sayıda her rakam, hem kendi mutlak değeri ile, hem de sayı içindeki konum değeri ile yer almaktadır. Konum değeri olarak, örneğin 2 rakamı, 123

sayısı içinde "yirmi" anlamına gelirken, 231 sayısı içinde yer alan 2 rakamı "iki yüz" anlamına gelmektedir. Bu sistemin hem kuramsal hem de pratik bakımdan değeri büyüktür.[3] *"Hisâb el-hindî"*, Batılıların *"calculus"* dedikleri pratik hesaptır. *"Calculus / calculi"* sözcüğü, Latince'de "çakıltaşı" anlamına gelmektedir.

Avrupa 13. yüzyıla dek Romen (Roma) rakamlarını kullanmıştır. Romen rakamları matematik işlemlerini oldukça güçleştirmiş ve gelişmeleri geciktirmişti. Romalılar 1'i I, 5'i V, 10'u X, 50'yi L, 100'ü C, 500'ü D ve 1000'i M harfleriyle gösteriyorlardı. V, L, D ve M simgeleri birden çok, I, X ve C simgeleri ise üçten çok yan yana yazılmıyordu. Bu rakamlarla sayıların yazılması çok hantaldı ve bunlarla dört işlem yapmak çok zor olup çoğu kimse de bunu beceremiyordu. Örneğin 487 sayısı CCCCLXXXVII diye yazılıyor ve "quadringenti octoginta septum" (dörtyüz seksen yedi) diye okunuyordu. Ayrıca bir sayı Romen rakamlarıyla farklı şekillerde yazılabiliyordu. Örneğin 1999 sayısı "MCMLIL", "MCMIC", "MDCCCCIC" ve "MIM" şekillerinde yazılabiliyordu.[33] Yine örneğin MDCXIX ve DCCCIV sayılarıyla dört işlem (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme) yapmak, hemen hemen olanaksızdı.

Romen (Roma, Latin) rakamlarında "sıfır" düşüncesi gelişmemişti. Sıfır (*"sıfr"*), Arapça'da "boş" ya da "yok" anlamındadır. "Sıfır" için kullanılan "0" simgesinin, Yunanca "boşluk" anlamına *"ouden"* sözcüğünün ilk harfi olan omikron (o) harfinden geldiği düşünülmektedir. Bugünkü pozitif ve negatif sayılar düşüncesi, sıfır'ın icadıyla ortaya çıkmıştır. Bugün Almanca'daki *"Ziffer"* (rakam); İtalyanca'daki *"zenero"*, *"cenero"*, *"zaphiro"*; Fransızca'daki *"zero"* (sıfır) ve İngilizce'deki "zero" (sıfır), Arapça *"sıfr"* ın değişikliğe uğramış biçimleridir. Latin bilim adamları ise sıfıra *"Zephyrum"* diyorlardı. Önceleri sıfır, bir simgeyle değil de yalnızca aradaki bir boşlukla ifade ediliyordu. Örneğin 203 sayısı 2 _ 3 şeklinde yazılıyordu. Daha sonraları sıfır için bir nokta (.) ya da çember (O) şekli kullanıldı. Nokta şeklini daha çok Doğu İslâm dünyası, çember şeklini ise Batı İslâm dünyası (Kuzey Afrika ve Endülüs) kullandı.

Beşinci Bölüm
İSLÂMDA ÜNLÜ MATEMATİKÇİLER

8. yüzyılın ilk yarısından 11. yüzyılın ortalarına kadar geçen üç yüzyıllık dönemde, İslâm dünyasında yüze yakın büyük matematikçi ve astronom yetişmiştir. Bunlar arasında İbn Türk, Muhammed ibn Musa el-Harezmî, Ebu Kâmil el-Şuca (~850-930), Sabit ibn Kurra, Ebu'l-Fazl el-Neyrîzî (*"Anaritius"*) (ölm. ~922), el-Battânî, el-Fârâbî, Ebu'l-Vefâ el-Buzcânî (940-997), Ebu Mahmud Hâmid el-Hocendî, Ebu'l-Hasan ibn Yunus ("Ben Jonis") (950-1009), el-Kerecî (953-1029), el-Nesevî, İbn el-Heysem (965-1041), İbn Sina, el-Bîrûnî, Ömer Hayyam ve Nâsireddin el-Tûsî, ilk akla gelenlerdir.

İbn Türk (ölm. 854)

"Cebir" sözcüğü, aslında Mezopotamya matematiğinden kalma bir sözcük olup Sümerce kökenlidir. Bu terimin ve adını oluşturduğu bilim dalının İslâm dünyasında, daha Diophantos'un (parlak dönemi İS 250'ler) cebire ilişkin çok değerli bilgiler içeren matematik kitabının (*Arithmetika*) Arapça'ya çevrilmesinden önce, iki Türk Müslüman bilgini tarafından canlandırılıp temsil edildiği görülmektedir. Bunlar Abdülhamid ibn Vâsi ibn Türk el-Ceylî (ölm. 854) ile Muhammed ibn Musa el-Harezmî'dir. Bunların ikisi de kabaca Halife el-Me'mun zamanında, yani 9. yüzyılın ilk yarısında yaşamışlardır. Anlaşıldığına göre, İslâm dünyasında ve

biraz dar ve sınırlı anlamda dünyada, ilk cebir kitabını yazan, İbn Türk'tür. Uygulamalı aritmetik ve sayılar kuramı ile uğraşmıştır. *Kitab-ı Nevadir el-Hisab, Kitab el-Muamelat, Havass el-Âdâd, Kitab el-Câmi fi'l-Hisab* gibi kitapları bulunmaktadır. Kayıp eserlerinin dışında, elimizde bir kısmı bulunan eseri, *El-Zarûrât fi'l-Mukterinât min Kitab el-Cebr ve'l-Mukabele* (Katışık Denklemlerde Mantıksal Zorunluluklar) başlığını taşımaktadır. Çağdaşı el-Harezmî, "İbn Türk" biçiminde bir lakap taşımıyorsa da, o da bir Türk'tür. İbn Türk'ün torunu olan Ebu Berze (ölm. 910) de sayılar kuramı ile uğraşan bir matematikçi olup *Kitab el-Muamelat* ve *Kitab el-Mesahat* adlı kitapları vardır.[3, 34]

El-Harezmî (~783-850)

İslâmda cebir alanının büyük adı, belki de Ortaçağ'ın en büyük matematik bilgini, Harzem'li olduğu için "el-Harezmî" diye anılan Ebu Abdullah Muhammed ibn Musa el-Harezmî'dir (~783-850). Astronom da olan el-Harezmî, Hazar Denizi'nin doğusundaki Harezm'de (bugünkü Hıyve) doğduğu için bu adla anılagelmiştir. Özbek kökenlidir (ŞEKİL 13). Müslüman olmadığından Arap yazarlar onu "el-Mecûsî" diye adlandırmışlardır. Anadolu ve Bizans'ı da gezip Sâbit ibn Kurra'yı yanına alarak onu Bağdat'ta Halife el-Me'mun'a tanıtmıştır.



ŞEKİL 13. Adını Harzem (bugünkü Özbekistan'da Hıyve) kentinden alan ünlü bilgin el-Harezmî'nin, 1983 yılına ait bir Sovyet posta pulunda yer alan portresi.[35]

Matematik, astronomi, coğrafya ve tarihle ilgilenen bu büyük bilim adamı bilimsel uğraşları sırasında Hint rakamlarını inceledi, astronomi çizelgeleri hazırladı ve başka bilginlerle işbirliği yaparak Halife el-Me'mun için *Suret el-Arz* (Yeryüzünün Görünümü) adlı bir coğrafya ansiklopedisi hazırladı. Kendisinin iyi Türkçe bildiği anlaşılmaktadır. El-Harezmî, İslâm dünyasında ilk cebir kitabını yazanlardan biridir. Yine, konumsal rakam sistemini ve ona dayanan aritmetiği İslâm dünyasında yayan kişilerin başında gelmektedir. Cebir bilimini yaymakta da büyük rol oynamış ve el-Me'mun zamanında gerek bilimsel çevirilerin yapılmasında ve gerekse astronomi ve matematiksel coğrafya alanlarında uğraş göstermiştir.[3]

El-Harezmî'nin Hint-Arap rakamlarını ve sayı yazma yöntemini önce Doğu dünyası, sonra da Avrupalılar arasında yayan ve Arapça aslı yerine ancak Latince çevirisi mevcut bulunan *Kitab el-Muhtasar fi'l-Hisâb el-Hindî* ile birlikte *Kitab el-Muhtasar fî Hisab el-Cebr ve'l-Mukabele* 'si (Tamamlama ve Denkleştirme Hesabı ile İlgili Özet Kitap), matematikte çığır açacak denli önemli yapıtlardır. *El-Cebr ve'l-Mukabele*, alan ölçümü, bina yapımı, kanal hafriyatı ve miras paylaşımı gibi pratik sorunların cebir yoluyla çözümüne özgü konuları içerir. Bunun yanı sıra önemli olan, kitaptaki ikinci dereceden denklem çözümüne olan yaklaşımlardır. El-Harezmî, kitabı halk için yazdığını belirtmiştir. Aristide Marre (1823-1918) tarafından *Le Messahate de Muhammed ben Musa* başlığı altında çeşitli dergilerde yayınlanan yazılarda, el-Harezmî'nin uygulamalı geometri konusuyla ilgili olan bu cebir kitabı ele alınmaktadır. El-Harezmî'nin eserinin adında geçen *"el-cebr"* terimi, bir denklemin terimlerini eşitliğin iki yanında yalnız pozitif terimler kalacak şekilde eksi (-) işaretli terimleri denklemin bir yanından öteki yanına işaret değiştirerek geçirme, *"el-mukabele"* terimi ise bir denklemin iki yanındaki benzer terimlerin birbirini götürmesi (yok etme) bağlamındadır. "Cebir ve mukabele" teriminin karşılığı olarak günümüzde yalnızca "cebir" sözcüğü kullanılmaktadır. Başka bir anlatıma göre ise el-Harezmî'deki "cebir" sözcüğü, "tamamlama"

anlamına gelmekte ve ikinci derece denklemleri tam kareye tamamlayarak çözme yöntemini ifade etmektedir. Bu bağlamda, örneğin, $x^2 + 10x = 39$ denkleminde sol tarafın tam kare olması için sol tarafa (5^2) terimi eklenmeli, eşitliğin bozulmaması için aynı terim sağ tarafa da eklenmelidir; bu durumda:

$x^2 + 10x + 5^2 = 39 + 5^2$; $(x + 5)^2 = 64 = 8^2$; $x + 5 = \pm 8$

olup denklemin kökleri $x_1 = 3$ ve $x_2 = -13$'tür. Kitap, 12. yüzyılda Cremona'lı Gerard tarafından *Liber Maumeti filii Moysi Alchoarismi de algebra et almuchabala* Arapça başlığı ile, daha sonra ikinci olarak 1143 yılı dolayında Chester'li (ya da Ketton'lu) Robert (12. yüzyıl ilk yarısı) tarafından *Liber restaurationis et oppositionis numeri* başlığı ile Latince'ye çevrilmiş ve Batı dünyasında 17. yüzyıl başlarına dek okutulmuştur.[31]

El-Harezmî, aritmetikte on tabanlı konumsal rakam sisteminin İslâm dünyasından Batı'ya geçişinde büyük rol oynamıştır. Hattâ bu yeni hesaplama sistemi bu nedenle "el-Harezmî" adının uğradığı bir dizi değişiklik sonucu (*"alchoarismi"* —> *"algorizmi"* —> *"algorismus"* —> *"algorisme"* —> *"algorithme"*) ortaya çıkan bir sözcükle anlatılmış; bu sisteme "algoritma" adı verilmiştir. El-Harezmî bu hesaplama yöntemine "Hint hesabı" adını vermekteydi. İngilizce karşılığı *"algebra"* olan "cebir" sözcüğü de el-Harezmî yoluyla bu matematik dalının adı olarak Avrupa'da tutunmuş ve yaygınlaşmıştır.

El-Harezmî, cebir kitabına şöyle başlar: "*... İnsanlar her şey için hesaplama gereksinimindedir. Ben her şeyde sayılar bulunduğunu saptadım ve şunu keşfettim: Sayı, birimlerin toplamıdır. Her sayı, birimleri anlatır. Ayrıca şunu da keşfettim: Sayılar bir'den on'a kadar düzenlenebilir. 'On' da birim olarak ele alınacak olursa, önceki birimlerde olduğu gibi iki, üç, dört, beş, .. kata katlanabilir. İkiye katlanınca on, 20 olur. Üçe katlanınca 30, dörde katlanınca 40 ... olur. On'a katlanınca 100'e varılır. Son 100'de on'da olduğu gibi işlem yapılırsa 1000'e ve aynı yöntemle sonsuza dek gidilir...*". Kitabın bir bölümünde $(x^2 + Ax = B)$, $(x^2 + B = Ax)$, $(x^2 = Ax + B)$ türünde denklemlerin çözümlerinden de söz edilmektedir.

El-Harezmî, bilinmeyen değere *"şey"*, *"şey"* in karesine *"mâl"*, *"mâl"* in *"şey"* ile çarpımına *"kâab"* (küb) demiştir. Yukarıdaki denklemlerdeki A ve B katsayılarına "dirhem" karşılığını vermiştir; kök için ise *"cidr"* karşılığını kullanmıştır. Arapların "bilinmeyen" için kullandığı *"şey"* sözcüğü İspanyolca yapıtlarda *"Xay"* diye yazıldığından, zamanla "X" biçimini almış ve bilinmeyeni göstermede kullanılan evrensel "x" harfine dönüşmüştür.

El-Harezmî ve İbn Türk el-Ceylî'nin her ikisinin de kare ve kök için kullandığı terimler (*'mâl'* ve *'cezr'*), geometrik bir kökeni akla getirmektedir. Bir karenin kenarı olarak karekök kullanımı Hint kaynaklarında görüldüğünden, İslâm cebrinin geometrik değil aritmetiksel olduğu söylenebilir.

Harzem'li Muhammed ibn Musa, geometrik yolla ikinci derece denklem çözümüyle de uğraşmıştır. Harzemli'nin, *Kitab el-Usûl* adıyla Eukleides'in ünlü yapıtını 801 yılı dolayında Yunanca'dan Arapça'ya ilk kez çevirmiş bulunan Haccâc ibn Yusuf ibn Matar el-Kûfî'nin (786-835) kitabından yararlanmış olması olasıdır. El-Harezmî'nin astronomi ve trigonometri çizelgeleri Ebu'l-Kasım Mesleme el-Mecritî (ölm. 1007) tarafından gözden geçirilmiş ve bu haliyle 1126'da Bath'li Adelard tarafından Latince'ye çevrilmiştir. Bu çizelgeler, sinüs ve tanjant fonksiyonlarını içeren ilk çizelgelerdir.

Ebu Kâmil el-Şucâ (~850-930)

Bir denklemin "kökü", bilinmeyenin yerine konduğunda eşitliği sağlayan değerdir. Sayısal analizde kullanılan ve genel olarak ax + b = 0, gibi bir denklemin gerçek kökünü bulmaya yarayan "olmayana ergi" yöntemine Müslüman matematikçiler *"hisâb el-hataeyn"*, *"tarik el-hataeyn"* ya da *"tarik el-farz ve'l-hatâ"* adlarını vermişlerdir. Bu yönteme Avrupalılar *"regula falsorum"* ya da *"reguli falsi"* (Türk. "çift hata yöntemi", İng. *"double false position"*) derler. Bu konuyla ilk ilgilenen matematikçi, el-Harezmî'dir. Olmayana ergi yöntemini ilk kez Müslümanlar geometrik olarak ifade etmişlerdir.[3, 36] Ünlü İslâm matematikçisi Ebu Kâmil el-Şucâ'nın (~850-930) cebir kitabının adı *Kitâb fî el-Cebr ve'l-Mukabele*'dir. Ebu Kâmil el-

Şucâ'nın, birinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklemin bu yöntemle ilgili algoritması aşağıda verilmiştir:[34]

Ebu Kâmil el-Şucâ'nın Çift Hata Yöntemi:

Bir aritmetik probleminin, $ax = b$ denklemine indirgendiğini düşünelim. $x = a_1$ ve $x = a_2$ yaklaşık değerleri alındığında, e_1 ve e_2 terimleri, hataları göstermek üzere,

$$a.a_1 = b - e_1$$

ve

$$a.a_2 = b - e_2$$

eşitlikleri yazılabilir. İşte Ebu Kâmil El-Şucâ'nın *"hataeyn"* (hatalar) dediği, bu e_1 ve e_2'lerdir. Hataların aynı yönde olduğu kabul edilerek son iki denklemden a ve b hesaplanırsa:

$$a = - [(e_1-e_2) / (a_1-a_2)]$$

$$b = - [(e_1.a_2-e_2.a_1) / (a_1-a_2)]$$

ve sonuçta

$$x = [(e_1.a_2-e_2.a_1) / (e_1-e_2)]$$

bulunur.

Örneklemek üzere; 2/3'ü ile kendisinin toplamına 1 eklendiğinde 10 olan sayıyı bulalım; yani: $x + (2x / 3) + 1 = 10$, denklemini çözelim. Varsayalım ki aranan sayı 9 olsun ($a_1 = 9$). Buna göre, yukarıdaki son denklemden: $9 + 6 + 1 = 16$, bulunur ki hatalı bir sonuçtur ve aradaki fark $(16 - 10 = 6)$, e_1 hatasıdır. Sonra da $a_2 = 6$, alalım, bu durumda ise yukarıdaki denklemden $6 + 4 + 1 = 11$, bulunur ve bundaki hata, $e_2 = 11 - 10 = 1$, olacaktır. Buna göre:

$$x = [(6.6) - (1.9)] / (6 - 1) = (36 - 9) / 5 = 27 / 5 = 5\ 2/5 = 5{,}4$$ bulunur.

El-Battânî (858-929), El-Kerecî (953-1029), Ebu'l-Vefâ (940-997)

Latin dilinde *"Albategnius"* diye bilinen Ebu Abdullah el-Battânî, Nikaia'lı (İznik'li) Hipparkhos (~İÖ 190-120) ve Batlamyus'tan yola çıkarak trigonometriyi geliştirmiştir.

El-Kerecî, Bağdat'ta çok etkili bir cebir okulu kurmuştur. $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3$ gibi tam sayıların üçüncü kuvvetlerinin ardışık serisinin toplamı, el-Kerecî tarafından çok zarif ve basit geometrik işlemle verilmiştir. El-Kerecî daha çok, yüksek dereceli terimlerle yapılan işlemlerle ilgilenmiştir. Örneğin,

$x^4 = x^2 . x^2$: mâl mâl

$x^5 = x^2 . x^3$: mâl kâab

$x^6 = x^3 . x^3$: kâab kâab

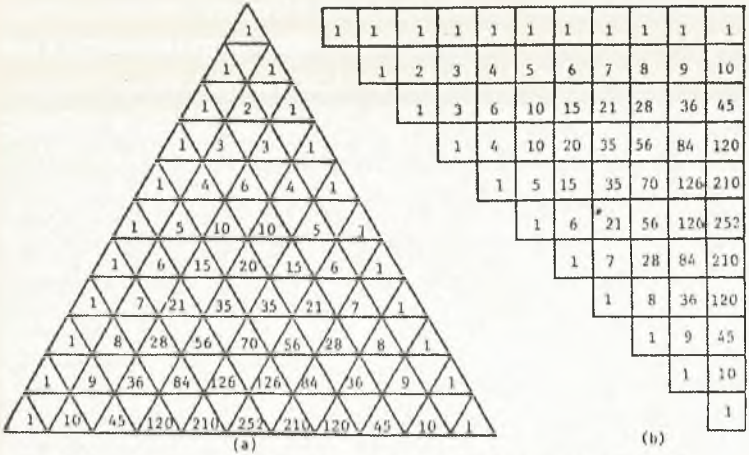
$x^7 = x^2 . x^2 . x^3$: mâl mâl kâab

vb. şeklinde ifadeler kullanmıştır. El-Kerecî'nin *İlel-Hisâb el-*

Cebr ve'l-Mukabele ve Kitâb el-Kâfi fi'l-Hisâb (Hesapta Yeterli Kitap) adlı aritmetik kitapları bulunmakta olup en önemli eseri olan *Kitab el-Fahrî* 'de (Fahreddin İçin Yazılmış Kitap) bilinmeyen niceliklerin tamsayılı üs ve köklerini veren bir yöntem geliştirmiştir.

Bugün "Pascal üçgeni" diye bilinen bir üçgen sayı düzenlemesi, ilk kez el-Kerecî tarafından icat edilmiş; daha sonra Ömer Hayyam, el-Semaval ibn Yahya el-Mağribî el-Endelusî (ölm. 1180), Nâsireddin el-Tûsî ve Gıyaseddin Cemşid el-Kâşî (1380-1429) tarafından daha da geliştirilmiştir (ŞEKİL 14). Ayrıca Çin'de Sung Hanedanlığı dönemi (960-1279) matematikçilerinden Yang Hui'nin (1238-1298) ve Zhu Shi Jie'nin kitaplarında da Pascal üçgeni ile karşılaşılmaktadır. Çin'in Sung dönemi matematikçilerinden Zhu Shi Jie'nin 1303'te yayımladığı *Su yuan yu zhian* (Dört Öğenin Değerli Aynası) adlı yapıtında da, sekizinci kuvvete dek binom katsayılarını gösteren ve Çin rakamları ile verilmiş bir "Pascal üçgeni" yer almaktadır (ŞEKİL 15). Pascal üçgeni, $(a + b)^n$ teriminin açılımındaki katsayıları verir:

$(a + b)^0 = 1$	[1]
$(a + b)^1 = 1a + 1b$	[1-1]
$(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$	[1-2-1]
$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$	[1-3-3-1]
$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$	[1-4-6-4-1]
$(a + b)^5 = ...$	[1-5-10-10-5-1]
$(a + b)^6 = ...$	[1-6-15-20-15-6-1]

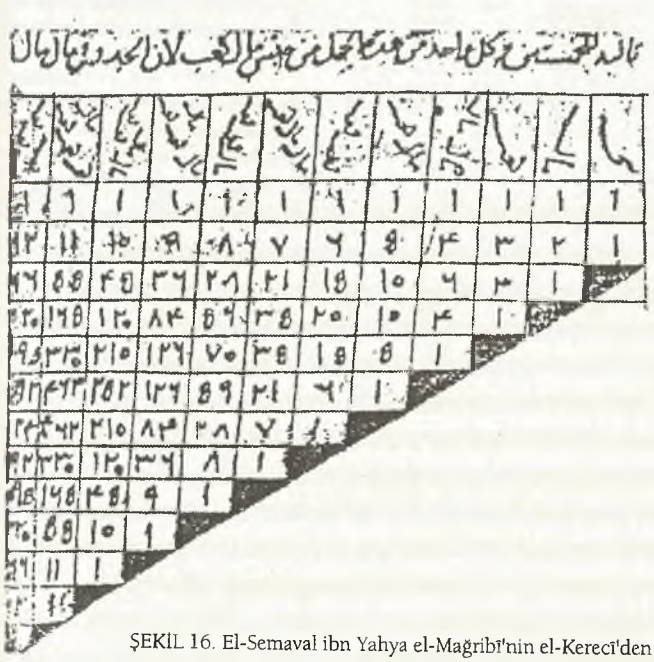


ŞEKİL 14. Pascal üçgeni: (a) Eşkenar üçgen düzeni, (b) Dik üçgen düzeni.



ŞEKİL 15. Zhu Shi Jie'nin 1303 tarihli Su yuan yu zhian (Dört Öğenin Değerli Aynası) adlı yapıtının ön yüzünde, sekizinci kuvvete dek binom katsayılarını gösteren Pascal üçgeni [Joseph Needham (1900-1994), *Science and Civilisation in China*, Cambridge, 1959]. [7, 28]

Batılı matematik tarihçileri böyle bir üçgeni Fransız filozof ve matematikçisi Blaise Pascal'a (1623-1662) yakıştırmışlar ve matematik tarihinde onun adıyla tanınmıştır. Pascal, dâhi bir çocuktu ve 12 yaşında, kestiği bir kâğıt üçgenin üç kenarını, üç köşe taban çizgisinde aynı noktada buluşacak biçimde katlayarak üç açının toplamının 180 dereceye eşit olduğunu göstermiştir. 18 yaşında konikler üzerine bir eser yazmış, 18 yaşında iken, şimdi Paris Sanayi Müzesi'nde korunan hesap makinesini geliştirmiştir. "Pascal üçgeni", Pascal'dan en az sekiz yüzyıl önce el-Kerecî tarafından icat edilmişti. Hiç kuşku yok ki Pascal bunu Müslümanlardan almıştı. Çünkü bugünkü matematik tarihiyle ilgili araştırmalar göstermiştir ki, Batı'da bu üçgen, Pascal'den çok önce, Müslüman matematikçilerden, özellikle Nâsireddin el-Tûsî'nin yapıtlarının Latince'ye çevrilmeye başlandığı dönemlerde bilinmekteydi (ŞEKİL 16, ŞEKİL 17).



ŞEKİL 16. El-Semaval ibn Yahya el-Mağribî'nin el-Kerecî'den aldığını söylediği, dik üçgen düzeninde bir "Pascal üçgeni" [el-Mağribî'nin yaklaşık 1174 yılında kaleme aldığı *El-Bahr fî Ilm el-Hisâb* (Aritmetik Üzerine Işıklı Kitap) adlı elyazmasından; Ayasofya Kütüphanesi, İstanbul].



ŞEKİL 17. Peter Apian'ın (1495-1552) *Eyn Newe unnd wolgegründte vnderweysung aller Kauffmannß Rechnung in dreyen buchen* (Üç Kitap Halinde Tüm Ticarî Hesaplamaların Yeni ve Ayrıntılı Gösterimi) (Ingolstadt, 1527) adlı eserinde, Pascal üçgeninin belki de Avrupa'daki ilk görsel açıklaması.

El-Kerecî cebir konusunda el-Harezmî'nin çalışmalarını geliştirmiş, bugünkü cebir kitaplarının şeklini oluşturan simgeleri kullanarak ilk modern cebir kitabını hazırlamıştır. El-Kerecî'nin kitaplarından biri de hidroloji konusunda olup yeraltı sularının yeryüzüne çıkarılması ile ilgilidir. Bu yapıtın, konusunda yazılmış en eski kitap olması nedeniyle, el-Kerecî'ye hidrolojinin kurucusu gözüyle bakılmaktadır.

10. yüzyılda Ebu Kâmil el-Şucâ, beş bilinmeyenliye kadar olan denklemleri çözmüş; Ebu'l-Cûd ise geometrik yolla ilk kez üçüncü derece denklemlerin (x^3'lü denklemler) çözümünü göstermiştir.

Trigonometrik fonksiyonları ilk kez formüllendirenler, Müslüman matematikçilerdi. Trigonometri 9. yüzyılda el-Battânî'nin astronomi yapıtlarında kullanılmıştır. Ebu'l-Vefâ el-Buzcânî (940-997) ise *Macestî* adlı yapıtında trigonometriyle

yoğun bir biçimde ilgilenmiş ve yeni trigonometrik kavramlar geliştirerek çeşitli eşitlikler bulmuştur. Ebu'l-Vefâ astronomide ve matematikte, özellikle küresel trigonometride "sinüs" problemini derinden incelemiş ve tanjant çizelgeleri düzenlediği gibi ilk kez trigonometriye "zıl" (tanjant), "ikinci zıl" (kotanjant), "birinci zılın çapı" (sekant) ve "ikinci zılın çapı" (kosekant) kavramlarını sokmuştur. Ayrıca trigonometrinin altı temel fonksiyonu arasındaki oranları belirlemiştir ve bu oranlar bugün, o fonksiyonların tanımında hâlâ kullanılmaktadır. Ebu'l-Vefâ'nın *Kitâb fî mâ Yehtâc ileyh el-Küttâb min İlm el-Hisâb* (Yazar ve Fikir İşçilerinin Gereksindiği Hesap Kitabı) ve *Kitâb fî mâ Yehtâc ileyh el-Sânî min Â'mal el-Hendese* (Sanatçının Gereksinim Duyacağı Geometri İşlemleri Kitabı) adlı kitapları ünlüdür. Ayrıca *Kitab el-Medhal ile'l-Arismatikî* (Aritmetiğe Giriş Kitabı) adlı eserinde özgün araştırmaları yer almaktadır.

El-Bîrûnî (973-1048), Ömer Hayyam (1048-1131), Nâsireddin el-Tûsî (1201-1274), El-Kâşî (1380-1429) ve Diğerleri

Dünya bilim tarihinde optik konulu çalışmalarıyla ün kazanmış İbn el-Heysem 1020 yılı dolayında *Makâlat fî Ale'l-Hisâb el-Hind* (Hint Hesabının İlkeleri Üzerine Kitap) adlı yapıtını kaleme almıştır.

Müslüman matematikçiler sayı dizileri ile de uğraştılar. Bu konuda kayda değer adlar el-Kerecî ve el-Bîrûnî'dir. El-Bîrûnî, *Kitab el-Âsâr el-Bâkiyâ* (Eski Uluslardan Kalma Eserler / Ölümsüz Eserler) adlı kitabında ünlü bir problemi ("satranç tahtası problemi") ele almıştır.

Bunlardan başka Ebu'l-Abbas ibn Bennâ el-Marâkuşî'nin (1256-1321) *Telhis Â'mâl el-Hisâb* (Aritmetik İşlemlerinin Özeti) (~1300), Şeyh Bahâeddin el-Âmilî'nin (1547-1622) *Hulâsat el-Hisâb* (Aritmetik Konusunda Özet) (~1600), İbn Hamza el-Mağribî'nin (ölm. 1614) *Tuhfet el-I'timâd* (Güven Armağanı) adlı benzer konudaki yapıtları bulunmaktadır.

14. yüzyılda Ebu'l-Abbas ibn el-Hâim el-Mısrî, aritmetik ve cebir konusunda, 15. yüzyılda ise Sıbt el-Mârdinî (1423-1497), *Tuhfet el-Bâb fî İlm el-Hisâb* (Aritmetik Bilimine Açılan Kapı) adıyla, sayılar kuramı ve kesirli sayılar üzerine olan yapıtlar vermişlerdir.

El-Bîrûnî, *Makâsid İlm el-Hey'et* (Astronomi Biliminin Amaçları) adlı yapıtında trigonometri ile ilgili ilk bağımsız çalışmaları yapmıştır. Bu yapıt, daha çok küresel trigonometriyi konu edinmektedir. Bundan başka el-Bîrûnî, matematikte ve fizikte büyük yapıtlar bırakmıştır. Örneğin, 18 kadar madenin özgül ağırlıklarını ilk kez belirlediği gibi, bir açının üç eşit parçaya bölünmesi problemiyle uğraşmış ve nihayet yeryüzünün kendi ekseni çevresinde döndüğü sorununu, bir sonuca varamadan tartışmıştır. Enlem ve boylam dairelerinin doğru bir biçimde belirlenmesiyle uğraştığı gibi, artezyen kuyularının mekanizmasını açıklamış ve bitkilerde çiçek yapraklarının 3-4-5-6 ya da 18 olacağını, ama hiçbir zaman 7 ya da 9 olamayacağını söylemiştir.Ömer Hayyam (tam adı Gıyaseddin Ebu'l-Feth Ömer ibn İbrahim el-Nişaburî el-Hayyam) (1048-1131) şair ve matematikçiydi. Daha çok *Rubaiyat* (Dörtlükler) adlı eserin yazarı olan bir şair olarak tanınmaktadır. Matematik konusunda temel bilgi olarak Eukleides'in *Stoikheia, Data* ve *Konika-I-II* adlı yapıtlarına gereksinme duymuştur. Onun matematik konulu yazılarının en önemlisi, *Risale fi'l-Berâhîn alâ Mesail el-Cebr ve'l-Mukabele* (Cebir ve Mukabele Problemlerinin Tanıtılması Üzerine Kitapçık) (1070) adını taşır. Kübik (üçüncü derece) denklem çözümünü ele alan 52 sayfalık bu kitapçıkta, ayrıca analitik geometri konusunda çeşitli görüşler, hiperbollerden yararlanılarak çözümler de yer almaktadır. Onun üçüncü derece denkleminin saf cebirsel çözüm yöntemi, René Descartes'ın (Renatus Cartesius) (1596-1650) *La Géometrie* (1637) adlı yapıtında hemen hemen özdeş biçimiyle yer almıştır. Hayyam'ın kitabı ünlü doğubilimci Franz Woepcke (1826-1864) tarafından 1851 yılında Fransızca'ya çevrilerek açımlamalarla birlikte yayımlanmıştır.[37]

Woepcke'nin *Sur l'Introduction de l'Arithmétique indienne en Occident* (Hint Aritmetiğinin Batı'ya Girişi Üzerine) (1857) adlı bir eseri de vardır. Hayyam ayrıca, üçüncü dereceden daha yüksek dereceli denklem çözümlerini de tartışmıştır. "Ağırlıklar Bilimi" Sâbit ibn Kurra, Benû Musa Kardeşler (Musa ibn Şakir'in oğulları Muhammed, Ahmed ve Hasan) (9. yüzyıl) ve Kosta ibn Luka (820-912) tarafından İslâm matematiğinde yeni bir disiplin olarak ele alınmıştır.

Ömer Hayyam ayrıca Selçuklu Sultanı Melikşah Celâleddin (1052-1092) tarafından Rey Gözlemevi'ne davet olunarak İran takviminin düzeltimiyle görevlendirilmiştir. Ömer Hayyam'ın düzelttiği bu takvim, *Takvim-i Celâlî* adıyla ünlüdür. İşte rübaileri ile dünyanın şiir ve hayal evrenine ışık tutan bu şair, böylece matematikte de adını yaşatacak yapıtlar bırakmıştır.

15. yüzyılda Endülüs'lü Ebu'l-Hasan el-Bastî'nin (1412-1486) *Keşf el-Esrâr an İlm el-Gubâr* ('Toz Tahta' Bilimiyle İlgili Sırların Keşfi) adlı yapıtıyla Avrupalılar, Müslümanların "kök", "bilinmeyen", "kare" gibi cebir işaretlerini kullandıklarını öğrendiler. El-Bastî, cebir simgeleri olarak karekök için sın harfini, bilinmeyen (x) için kef harfini, kare için cim harfini, küp için mim harfini, eşitlik işareti olarak da lâm harfini önermiştir. Aynı zamanda bir oranlar dizisi yardımıyla bir sayının karekökünün bulunabileceği olasılığına da değinmiştir.

Ömer Hayyam ve Nâsireddin el-Tûsî'nin, Eukleides'in paralellerle ilgili beşinci postulatını yeniden ele almasıyla, geometri çalışmalarında yeni bir dönem açıldı. Ömer Hayyam'ın bu konudaki yapıtının adı *Fî Şerh mâ Eşkele min Musâdarât Kitab Uklîdus*'tur (Eukleides'in Kitabındaki Güçlükler Konusunda Açıklamalar). Gerek Hayyam gerekse el-Tûsî, Eukleides'in beşinci postulatının özel karakterini sezmişlerse de Nikolai Ivanovich Lobachevski (1793-1856) tarafından kurulan "Eukleides-dışı" Lobachevski geometrisine erişecek şekilde bu konudaki çalışmalarını daha ileri götüremediler.

İslâm dünyasında Buzcan'lı Ebu'l-Vefâ (940-997) trigonometride, Harzem'li Muhammed ibn Musa (~783-850) cebirde ve

Tûs'lu Nâsireddin (1201-1274) de geometride zirveye erişmişlerdi. Ünlü bilim tarihçisi Georg Alfred Léon Sarton'a (1884-1956) göre Nâsireddin el-Tûsî'nin yapıtlarının sayısı 64 idi. Nâsireddin el-Tûsî, *Kitab Şekl el-Kutta* (Daire Kesmesi Şekli ile İlgili Kitap) adlı yapıtında düzlemsel ve küresel trigonometriyi sistemli bir şekilde incelemiştir. El-Tûsî, Eukleides'in ünlü *Stoikheia* adlı kitabının çevirisine eklemeler yapıp genişleterek *Tahrir-i Usûl el-Eukleidesis* (Eukleides'in Yapıtına Yorumlar) adlı geometri kitabını yazmıştır.

Nâsireddin el-Tûsî (1201-1274) İslâm dünyasının en önemli bilginlerinden biri olup astronominin yanı sıra matematik, mantık, ahlak ve felsefe kitapları da kaleme almıştır. Yaşamının önemli bir bölümünü Haşşaşîlerin (Haşhaşîler) lideri Hasan Sabbah'ın ("Şeyh el-Cebel": "Dağın Şeyhi") (ölm. 1124) örgütünün Elbruz sıradağlarında yer alan "Kartal Yuvası" şeklindeki ünlü merkezi Alamut Kalesi'nde kurulu bulunan son derece zengin kütüphanede çalışarak geçirmiş, 1256 yılında Moğol-İlhanlı Hanı Hülâgu Han'ın (yön. 1256-1265) Alamut Kalesi'ni yok etmesi ve buradaki paha biçilmez kütüphaneyi de tahrip etmesi sonucu Hülâgu'nun müneccimbaşısı olmuş, Güney Azerbaycan'da Tebriz yakınlarında kurulan Meraga Gözlemevi'nde 1262'den itibaren çalışmalarını sürdürmüş, *Zîc-i İlhanî* (İlhanlı Astronomi Çizelgeleri) adlı eseri hazırlamıştır.

(p) ve (r) doğal sayılar (yani sıfır ve pozitif tam sayılar) olmak üzere $[(2p + 1)^2 + (2r + 1)^2]$ toplamının tam bir kareye eşit olamayacağını Nâsireddin el-Tûsî kanıtlamıştır. El-Tûsî'ye göre: ***"Birinin çapı ötekinin iki katı olan iki daire içten teğet kalmak üzere zıt yönde ve kaymadan birbiri üzerinde düzgün şekilde yuvarlansa, küçüğünün hızı büyüğünün iki katı iken, küçük dairenin değme noktası, büyük dairenin çapı boyunca hareket eder".*** Kinematik geometride dairesel bir hareketi doğrusal (hiposikloidal) bir harekete dönüştüren dişli çarklar sisteminde geçen bu problem, Nâsireddin el-Tûsî'den üç yüzyıl sonra Geronimo (Girolamo) Cardano (Hieronymus Cardanus) (1501-1576) tarafından genelleştirilmiştir.

Tûsî'lerin soyundan matematikçi Şerafeddin el-Tûsi (1135-1213) ise üçüncü derece denklemleri 25 sınıfa ayırarak cebirsel yaklaşımla onların köklerini bulmaya çalışmış, bu arada "türev" kavramına çok yaklaşmıştır. [12]

Timurlu Hükümdarı ve astronomi bilgini Uluğ Bey'in (1394-1449) yanında fizikçi ve astronom olarak çalışan Kâşan doğumlu İranlı astronom ve matematikçi Gıyaseddin Cemşid el-Kâşî, tam sayıların dördüncü kuvvetlerinin toplamı konusunda çalışmıştır. Sayı dizilerinin incelenmesi konusunda hayranlık uyandırıcı katkılar, el-Kâşî tarafından yapılmıştır. Ondalık kesirler, π (pi) sayısının hesaplanması, hesap makinesi geliştirmek gibi başarılarının yanı sıra $(a + b)^n$ teriminin açılımını, Uluğ Bey'e sunduğu *Miftah el-Hisâb* (Aritmetiğin Anahtarı) (1427) adlı kitabıyla vermiştir. Ondalık kesirlerle 'virgül gerisi hesaplama' da Araplar tarafından icat edilmişti. El-Kâşî, ilk kez bayağı kesirleri ondalık kesir sistemine dönüştürmekle, yani örneğin $2\frac{10}{125}$'i önce $2\frac{8}{100}$ şekline dönüştürüp bunu da 2,08 olarak yazmakla bu sisteme en büyük katkıyı koymuştur. [3] Gıyaseddin Cemşid el-Kâşî, günümüz Özbekistan'ındaki Semerkant'ta Uluğ Bey tarafından kurulan gözlemevinde onunla birlikte *Zîc-i Hakanî* 'yi (*Zîc-i Uluğ Bey* ya da *Zîc-i Gürgâni*) hazırlamış olup bu astronomi çizelgelerinde 1'den 90 dereceye kadar olan açıların birer dakika aralıkla sinüsleri (toplam olarak 60 x 90 = 5400 değer), virgülden sonra 8. ondalık basamağa kadar hesaplanarak verilmiştir ki çok zahmetli bir uğraş olduğu anlaşılmalıdır. [12]

El-Kâşî, aritmetiğin bir başyapıtı olan *Risalet el-Muhîtiyye fî İstihrâci Muhît el-Dâire* (Bir Dairenin Çevresinin Bulunması Konusunda Kitapçık) adlı eserin de yazarıdır ve bu eserinde ilk kez ondalık kesirler üzerine bilgiler vermiştir. Batı'da, ondalık sistemin keşfinin, ilk kez, aynı zamanda hukukçu olan François Viète (Franciscus Vieta) (1540-1603) tarafından 1579'da yazdığı *Canon mathematicus* adlı eserinde dile getirildiği belirtilir. Gıyaseddin Cemşid bu eserinde daire çevresinin çapına oranını veren sayının (π-sayısı) tam sayılı kısmına *"sahhah"* demiş ve kesir kısmını ondan ayrı vermiştir.

Müslümanların sayılar bilimine duyduğu ilgi, "sihirli kareler" ve "dost sayılar" ve "yetkin sayılar" ile yakından bağlantılıydı. Sihirli kare, üzerinde 1'den itibaren n^2'ye kadar ardışık sayıların karesel düzende yazılı olduğu nxn boyutlu bir karedir ve her satır, sütun ve köşegensel sıradaki sayıların toplamları birbirine eşittir. "Yetkin sayı", kendi çarpanlarının (ya da bölenlerinin) toplamına eşit olan sayı idi. "Dost sayılar" ise, biri diğerinin çarpanlarının (ya da bölenlerinin) toplamına eşit olan sayılardı. Bu tanım, Pythagoras zamanında da vardı, ama bu tip sayıları veren genel bir formül bilinmiyordu. Sihirli kareler ünlü simyacı Câbir ibn Hayyan'ın ("Geber") (720-803) yazılarında simya kuramında ve gizli bilimlerde kullanılmıştı. Sihirli karelerin genel formülü, Şemseddin el-Bûnî (ölm. ~1250), dost sayıların genel kuralı ise Sâbit ibn Kurra (836-901) tarafından keşfedilmiştir. Genelde nxn'lik sihirli kare yapımı için Müslümanlar tarafından bir sistem geliştirilmiştir. Aşağıda Sabit ibn Kurra'nın dost sayılar ("*âdâd-ı mütehabbe*") teoremi yer almaktadır:[34]

Sabit ibn Kurra'nın Dost Sayılar Teoremi:
n, pozitif bir tamsayı olmak üzere,

$$a = 3.2^n - 1$$
$$b = 3.2^{n-1} - 1$$
$$c = 9.2^{2n-1} - 1$$

sayıları asal iseler,

$$A = a.b.2^n$$

ve

$$B = c.2^n$$

sayıları dost sayılardır (Ar."*âdâd-ı mütehabbe*", "İng. "*amicable numbers*"). A ve B gibi tam ve pozitif iki sayıdan her biri, diğerinin, kendinden başka bölenlerinin toplamına eşit olursa, bu iki sayıya dost sayılar denir. Örneğin 220 ile 284, dost iki sayıdır; çünkü
220 sayısının bölenleri (1),(2), (4), (5), (10), (11), (20), (22), (44), (55) ve (110);
284 sayısının bölenleri (1), (2), (4), (71) ve (142)
olup, tanıma göre:
220 = 1+2+4+71+142, (yani 284 sayısının bölenleri toplamı) ve
284 = 1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110'dur (yani 220 sayısının bölenleri toplamı).
Sabit ibn Kurra'nın formülünün doğrulanması için n = 2 için, yukarıdaki üç denklemden bulunan:

$$a = 11,\ b = 5,\ c = 71$$

sayıları asaldırlar ve:

$$A = 11.5.2^2 = 220, \text{ ile}$$
$$B = 71.2^2 = 284$$

dost sayılardır.

Altıncı Bölüm
ORTAÇAĞ ARAPLARININ GÜNLÜK YAŞAMINDA MATEMATİK

İslâm bilginlerinde sayı bilgisinin dinbilimle birlikte ele alındığı görülmektedir. Tanrı doğal olarak yüce bir BİR'dir, her şey ondan oluşmuştur; kendisi bir sayı olmayıp sayıların nedenidir. Dört sayısı, yani ilksel elementlerin (hava, su, toprak, ateş) sayısı, doğa filozoflarınca benimsenmiştir. İsmailiye mezhebi, evrenin temel ilkeleri olarak eski Yunan filozoflarından, beş temel ilkeyi (madde, ilksel neden, görüntü, zaman ve uzay) kabul etmiş ve sonra da yedi gezegene, yedi katlı göğe anıştırmayla önce Yedi İmam, daha sonra da On İki İmam inancını dine sokmak suretiyle o zamanki astronomi bilimini de dinbilime karıştırmıştır. *Kur'an*'ı içrek anlamıyla yorumlayan bâtınîler, kavramların özdeki anlamının açıklanmasında, sözcüklerin yorumlanmasında, sayılara anlam verme bilimi olan aritmolojiyi (sayıların simgeselliğini ve gizilgüçlerini inceleyen içrek bilim dalı) ve harfler üzerine kurulmuş olan gizemli "cifr / cefr" sanatını kullandılar. Gelecekte meydana gelecek olayları kestirmek amacıyla uygulanan "cifr" ilminde, *Kur'an*'da yer alan harflerin belirli sayılara karşılık geldiği varsayılıyor; harflerin karşılığı olan rakamlar toplamının oluşturduğu sayı, görünenden bambaşka bir kavrama karşılık gelebiliyordu. Şii kaynaklarına göre Hz. Ali (Ali ibn Ebu Talib) (598-661), *Kur'an*'ın içrek anlamlarını Hz. Muhammed'den (571-632) öğrenmiş, bu bilgile-

ri "cefr" adı verilen kuzu ya da oğlak derisi üzerine yazarak *El-Cefr* ve *El-Cami'a* adlı iki eser meydana getirmiştir.[38]

İslâm sanat ve mimarlığının estetik ve geometrik yönleri, plastik ve işitsel sanatlardaki -özellikle şiir ve müzikteki- sayı simgeciliği ve aritmetik sevgisi, geleneksel matematiğin, İslâmın kutsal sanatına yansıyan mânevî biçemin en yüksek düzeyinde yer aldığı merkezî rolü açığa çıkaran görünümlerdendir.

Müslümanlar yalnızca müzik ve şiir sanatında matematik ilkelerini izlemekle kalmamış, aynı zamanda halı desenlerinden cami süslemelerine dek plastik sanatlarda geometriyi ve sayılar bilimini bir arada kullanmışlardır. Pek çok Arapça ve Farsça risalelerde şiir ve müziğin matematiksel yönü ele alınmış, özellikle müzik, kuramsal olarak her zaman matematiğin bir dalı olarak değerlendirilmiştir. Örneğin İbn Sina (980-1037), Ömer Hayyam (1048-1131) ve Kutbeddin Şîrâzî (1236-1311) gibi birçok öncü Müslüman filozof ve bilgin, müzik konusunda önemli risaleler yazdılar. El-Fârâbî (870-950) gibi kimileri ise önde gelen müzik kuramcılarındandı. Klasik İslâm bestecilerinin etkisi, uzun süre belirgin bir biçimde Geç Ortaçağ ve Erken Rönesans Avrupa'sının şarkılarında ve son binyılın İspanyol müziğinin büyük bir bölümünde görülür.

Ünlü matematikçi Leopold Kronecker (1823-1891), bu bağlamda şu Latince dizeleri yazmıştır:[39]

> *"NOS MATHEMATICI SUMUS ISTI VERI POETAE*
> *SED QUOD FINGIMUS NOS ET PROBARE DECET"*
> *"Biz matematikçiler, yalnızca kendi fantezilerimizin yarattığı şeyleri, aynı zamanda kanıtlamak zorunda olan gerçek şairleriz".*

Kendi türünün en iyi korunmuş örneklerinden olan "Topkapı Rulosu", İslâm mimarlığı ve süslemeciliğinde geometrik tasarının kuram ve uygulaması konusunda genişlemesine sonuçları içerir. Geç Ortaçağ İran'ında usta mimarlar tarafından oluşturulan bu ruloda, duvar yüzeyleri ve çatı kemerleri için geo-

metrik çizimlerin zengin bir repertuvarı derlenmiştir. Benzer geometrik çizimler, Ebu'l-İzz İsmail ibn el-Rezzâz el-Cezerî'nin (1136-1206) *Kitab el-Câmi' Beyn el-İlm ve'l-Amel el-Nâfi' fî Sınaat el-Hiyel* (Olağanüstü Makine Yapımı Üzerine Bilim ve Teknik Arasında Yararlı Bir Kitap) (bu eserin başka bir yaygın adı *Kitab fî Ma'rifet el-Hiyel el-Hendesiyye*, ya da kısaca *Kitab el-Hiyel*) (Diyarbakır, 1206) adlı ünlü eserinde de yer almaktadır.[40]

Felsefe ve astroloji ile bağlantıları yüzünden ve o zamanlar hemen hemen matematiğin tek uygulama alanı olduğundan astronomiye duyulan ilgi, matematiğe ilginin yeniden artmasına ve hem geometri hem de hesabın (aritmetiğin) geliştirilmesine neden oldu. Bu alanda İslâm matematikçileri, büyük ölçüde Babil ve Hint etkisinde kalarak en büyük gelişmeyi gerçekleştirdiler.

Ortaçağ Müslümanları pozitif bilim düşkünü idiler. Ticarette, gezide, hukukta, ibadette ve günlük yaşamın her kesitinde bilimden yararlanmaya çalışıyorlardı. Ticarette ve miras kalan malların paylaşımında matematikten; gezide ya da hac, kıble ve namaz vakitlerinin belirlenmesi, Ramazan ayında ayın ilk kez görülmesi gibi dinsel olaylarda ise astronomiden yararlanıyorlardı. Bunlar, Müslümanların en erken ve en çok uğraştıkları temel bilimler olmuştur.

Araplar aritmetiği günlük yaşama uygulamış, cebiri "tam bilim" ("*exact science*") haline getirerek onu oldukça geliştirmiş, analitik geometrinin temellerine katkıda bulunmuş ve Eski Yunanlılarca işlenmemiş olan düzlemsel ve küresel trigonometrinin temellerini atmışlardır. Asılları bugün kayıp olan Yunanca çok sayıdaki yapıtın çevirilerini yaparak, günümüze dek ulaşmalarını sağlamışlardır. Bunlar arasında Perga'lı Apollonius'un *Konika* (Konikler), Menelaos'un *Spherika* (Küreler), İskenderiye'li Heron'un (50-120) *Mekhanika* ve Byzantion'lu (İstanbul'lu) Philon'un (İÖ 2. yüzyıl) *Pneumatika* adlı ünlü yapıtları da bulunmaktadır. Ayrıca Eukleides'e yakıştırılan, denge ve teraziye ilişkin bir kitap da vardır.

İslâm bilimi 9. ve 10. yüzyıllarda doruğa erişmiş, 15. yüzyıldan sonra ise gerilemeye başlamıştır. İmam el-Gazzâlî

("*Algazel*") (1058-1111), *El-Munkız min ed-Dalâl* (Sapkınlıktan Kurtuluş) adlı yapıtında matematiksel bilimlerin değerini şöyle belirtmektedir: *"Matematik bilimi hesap, geometri ve astronomi bilimlerinden ibarettir. Bu bilimler olumlu ya da olumsuz yönden, din işleriyle hiçbir şekilde ilgili değildir. Anlaşılıp öğrenildikten sonra, bunları yadsımaya gerek kalmaz"*. Geometri konusunda ise *Mukaddîme*'nin (Önsöz) yazarı İbn Haldun (1332-1406) şunları demektedir: *"Bilinmesi gerekir ki geometri aklı aydınlatır ve kişinin zihnini doğru yola koyar. Bütün kanıtları çok açık ve düzenlidir. Geometrik düşünme yolu ile hataya düşmek pek az olasıdır; çünkü o, çok güzel sistemleştirilmiştir. Böylece sürekli olarak geometri ile uğraşan zihnin hataya düşmesi enderdir. Bu şekilde, geometriyi bilen kişinin aklı artar. Platon'un 'Akademi' adını verdiği okulun kapısında 'Geometri bilmeyen girmesin!' sözü yazılıydı"*.

Yedinci Bölüm
OSMANLI VE TÜRKİYE'DE MATEMATİK

Tıpkı Roma'nın Helenistik dünyayı istilâ etmesinde yaşandığı gibi, fetih ve savaşlardan başını alamayan Osmanlı İmparatorluğu döneminde de İslâm matematiğinin ötesinde bir gelişme yaşanmamıştır.

Sultan II. Murad (yön. 1421-1444; 1446-1451) döneminde Fethullah Şirvânî (ölm. 1486) Semerkant'tan Kastamonu'ya gelmiş ve orada verdiği kelam ve mantık dışında astronomi ve matematik dersleri ile ülkemizde yüksek matematik ve astronomi eğitimi başlamıştır. Şirvânî, hocası Kadızâde Rûmî'nin (1337-1412) *Eşkâl el-Tesis* adlı eserinden ve Mahmud bin Ömer el-Harezmî'nin (ölm. 1221) *El-Mulahhas fi'l-Hey'e* adlı eserinden yararlanarak yorumlar da yazmıştır.[41]

Fatih dönemi matematikçilerinden biri, ünlü Kadızâde'nin öğrencilerinden ve aynı zamanda astronom olan Ali Kuşçu'dur (ölm. 1474). Çeşitli alanlarda daha çok şerh (yorum) ya da haşiye (ek) şeklindeki eserlerinden matematik konulu en önemli çalışması, Fatih Sultan Mehmed'e (yön. 1444-1446; 1451-1481) ithaf ettiği *Muhammediyye* adlı eseridir. Bu kitap onun Semerkant'ta Farsça yazmış olduğu *Risâle fî İlm-i Hisâb* (Hesap Bilimi Hakkında Risale) adlı eserinin genişletilmiş Arapça çevirisi olup 17. yüzyıla kadar Osmanlı medreselerinde en çok okutulan hesap kitabı olmuştur. Eser aritmetik ve mesaha (arazi ölçümü) olmak üzere iki bölümden oluşmaktadır. Eserde Hint hesabı

(on tabanlı konumsal rakamlarla yapılan işlemler), tam ve kesirli sayılarla hesap, müneccim hesabı (astronomların kullandığı altmış tabanlı hesap), cebir, çift hata hesabı yoluyla bilinmeyenin bulunması, düzgün çizgilerin ve yüzeylerin ölçülmesi konuları işlenmiştir. Ali Kuşçu'nun bayağı kesirleri incelediği halde ondalık kesirlere değinmemiş olması, onun bu kesirlerin önemini fark etmemiş olmasına bağlanabilir.[42] Aynı dönemin başka bir matematikçisi, İstanbul'un ilk kadısı olan Hızır Bey'in (ölm. 1459) oğlu Yusuf Sinan Paşa'dır (ölm. 1486) ve *Tazarruat* adlı eseri ile ünlüdür.

Fatih'in ölümünden sonra pozitif bilimlere gösterilen ilgi sürmüştür. Sultan II. Bayezid (yön. 1481-1512) döneminde Tokat'lı Molla Lütfi (ölm. 1494), yüz kadar bilim dalının ad ve konularını içeren *El-Metalib el-İlâhiye fî Mevzuat el-Ulûm* adlı bir eser yazmıştır. *Taz'if el-Mezbah* (Sunağın İki Kat Edilmesi) adlı bir başka eserinde ise, Smyrna'lı (İzmir'li) Theon (İS 70-135) tarafından Delos adasındaki ünlü sunağın hacminin iki katına çıkarılması (kübün hacminin iki katı hacme eşit kübün kenar uzunluğunun bulunması) problemine ("Delos problemi") ilişkin yazılan eserden esinlenmiştir. Zekâsının parlaklığından ötürü halk arasında "Deli Lütfi" diye ün salmıştır. Ancak Molla Lütfi, dinsizlik suçlamasıyla, zamanın bilginlerinden Hatipzâde'nin karalamaları sonucu Sultan II. Bayezid'in onayıyla 24 Aralık 1494'te Sultanahmet Meydanı'nda idam edilmiştir.[43]

Matrakçı Nasuh (Nasuh el-Silahi) (ölm. 1564), Kanuni döneminin matematikçi, coğrafyacı, mühendis, tarihçi, ressam ve silahşorlarından olup *Cemâl el-Küttâb ve Kemâl el-Hissâb* (1517) adlı matematik konulu bir kitap kaleme alarak Yavuz (I.) Sultan Selim'e (yön. 1512-1520) sunmuştur. Bu eserinde temel matematik konularını, kesirleri ve ölçüleri konu edinmiştir. Nasuh bu eserini 1533'te geliştirerek *Umdet el-Hisâb* adlı ikinci bir matematik kitabı meydana getirip Kanuni Sultan Süleyman'a (yön. 1520-1566) sunmuştur.

Osmanlı astronomu Takiyüddin ibn Ma'ruf (1521-1585), aritmetik konusunda *Bugyet el-Tüllâb min İlm el-Hisâb*

(Aritmetikten Beklediklerimiz) adlı kitabı yazmış ve 1584 yılında *Cerîdet el-Dürer ve Harîdet el-Fiker* (İnciler Topluluğu ve Görüşlerin İncisi) adlı eserinde ondalık kesirleri trigonometri ve astronomiye uygulamış ve trigonometrik çizelgeler hazırlamıştır.

Safevî hükümdarlarından Şah I. Tahmasp (1514-1576) dönemi bilginlerinden olan Bahaeddin Muhammed bin Hüseyin el-Âmilî'nin (1547-1622) *Hülasat el-Hisâb* adlı eseri, yalnız Osmanlı medreselerinde değil aynı zamanda bütün İslâm dünyasında en çok rağbet gören bir aritmetik kitabıydı. Osmanlılarda klasik bilim geleneğine bağlı olarak oluşturulan en büyük aritmetik kitabı, Ali ibn Veli ibn Hamza el-Cezairî el-Mağribî'nin (ölm. 1614) Sultan III. Murad'a (yön. 1574-1595) sunduğu *Tuhfet el-Âdâd* adlı Türkçe eseridir. Sultan IV. Murad (yön. 1623-1640) dönemi bilginlerinden olan Hızır Halife, *Cezire-i Erkâm* adlı bir aritmetik kitabı yazmıştır. Bu eserin düzenlenmesinde şu konular yer almaktadır: 1- Kara cümle (toplama); 2- Tefrik (çıkarma); 3- Darb (çarpma); 4- Tensif (ikiye bölme); 5- Taz'if (en küçük ortak kat bulma); 6- Taksim (bölme); 7- Taksim-i guremâ (kâr ve zararı, ortaklar arasında, koydukları sermaye oranında paylaştırma); 8- Zekât; 9- Gümrük; 10- Altını kuruşa çevirme; 11- Kuruşu altına çevirme; 12- Siyakat-ı arabî (devlet dairelerindeki resmî yazışmalarda kullanılan bir yazı türü) ve erkâm-ı hindî (İslâm dünyasında kullanılan bir sayı sistemi).[43]

Müneccimbaşı Ahmed Dede (1631-1702), *Gayet el-Uded fî Ilm el-'Aded* (ya da *Er-Risalet el-Aritmatikiyye*) ve *Usul-i Eukleideses* adlarında iki matematik eseri yazmıştır.

17. ve 18. yüzyılda Nasîreddin el-Tûsî'nin *Tahrîrü Usûl el-Hendese*'si, Kadızâde Rûmî'nin *Şerhu Eşkâl el-Te'sis*'iyle birlikte Osmanlı medreselerinde okutulan vazgeçilmez temel kitaplar olmuştur. Osmanlıda matbaanın henüz kurulmamış olduğu dönemde İtalyanların *Tahrîrü Usûl el-Hendese*'nin basılı nüshalarını Osmanlı Devleti dahilinde satabilmek konusunda Sultan III. Murad'dan aldıkları ruhsat, matbaa baskısı nüshanın da Osmanlı medreselerinde kullanılmış olabileceğini göstermektedir.[43]

18. yüzyılda kimi Osmanlı padişahı, Osmanlı ordusunun savaşlarda üstünlük kuramamasını, subayların matematik ve matematiğe dayalı mekanik biliminden habersiz oluşuna bağlamışlar ve gerekli ıslahatın yapılması için buyruklar çıkarmışlardır. Osmanlıda Batı matematiğinin gelişmesinde, özellikle ordunun topçu, humbaracı gibi teknik sınıflarını düzeltmek için çeşitli Batı ülkelerinden gelerek Osmanlı hizmetine giren subayların da büyük etkisi vardır. Matematiğin askerlikteki öneminin anlaşılmasından sonra açılan askerî mühendislik okullarında oldukça yoğun matematik öğretimi yapılmaya başlanmış ve özellikle geometriye ağırlık verilmiştir.[44]

Genel kültür alanında parlak bir dönemin başlangıcında 1717'de sadrazamlığa getirilen Nevşehir'li Damat İbrahim Paşa (1660-1730), bilgin ve aydınlara destek sağlamış, bir çeviri heyeti kurdurmuştur. Bu heyetten Yanya'lı Esad bin Ali bin Osman Efendi, Aristoteles'in *Physika*'sını Arapça'ya çevirmiş ve eklemeler yaparak ilk kez mikroskop ve teleskoptan söz etmiştir. Sultan I. Mahmud (yön. 1730-1754) döneminde 1734'de Üsküdar'da Hendesehane adıyla bir matematik okulu kurulmuşsa da etkinliği kısa sürmüştür. Sultan III. Mustafa (yön. 1757-1774) döneminde önde gelen matematikçilerden Kalfazâde İsmail Çınarî (ölm. 1790), Fransız astronomu Jean-Dominique (Gian-Domenico) Cassini'nin (1625-1712) astronomi cetvellerini 1772'de Türkçe'ye çevirmiş ve bu eserin giriş kısmında ilk kez logaritma cetveline yer vererek logaritmayla ilgili bilgiler sunmuştur.

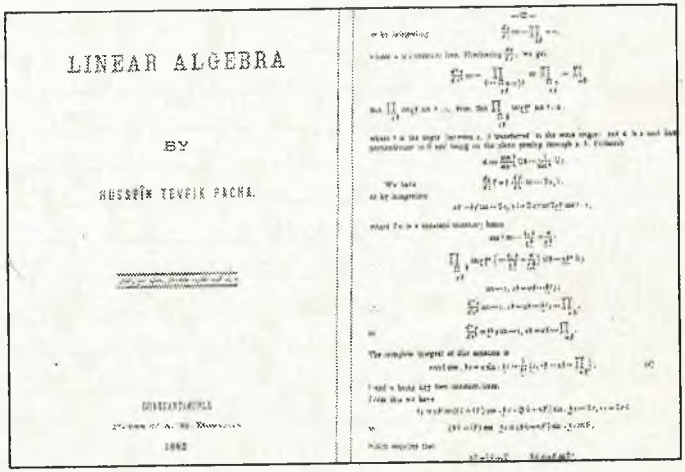
Lâle Devri'nden Tanzimat'a uzanan dönemde Gelenbevî İsmail Efendi (1730-1791), Mühendishane-i Bahrî-i Hümayun'da başhocalığın yanı sıra logaritma ve trigonometri konularında çalışmalar yapmış, 1788-1789 yılında bu konudaki *Şerh-i Cedâvil el-Ensâb* (Logaritma Cetvelleri Şerhi) adlı eserinde logaritmayı ve logaritma çizelgelerinin kullanılışını açıklamış ve bir tür hesap cetveli olarak kullanılan "rub'u tahtası"na ilişkin ayrıntılı bilgiler vermiştir. Gelenbevî'nin *Hisâb-ı Küsurât* adlı bir kitabı da bulunmaktadır. Türkiye'de modern matematiğin öncülüğünü, Kırım'lı Hüseyin Rıfkı Tamânî (ölm. 1816) yapmıştır.

Hüseyin Rıfkı Efendi, Mühendishane-i Berrî-i Hümayun'da uzun yıllar başhocalık yapmıştır. Matematik alanındaki en büyük katkısı, İngiliz matematikçisi John Bonnycastle'ın (~1750-1821) 1789 yılında düzenleyerek yayınladığı Eukleides'in *Stoikheia*'sının Türkçe çevirisi olan *Usûl-i Hendese* (1797-1798) adlı kitaptır. Bu çeviride, Selim adını almış bir İngiliz mühendisin yardımını almıştır. Hüseyin Rıfkı'nın ayrıca *İmtihân el-Mühendisîn ve Telhîs el-Eşkâl* (Geometricilerin Sınavı ve Şekillerin Özeti) (1802-1803) ve askerî mühendisler için bir elkitabı niteliğini taşıyan *Mecmuat el-Mühendisîn* (1795-1807) adlı eserleri de vardır. Batı kaynaklarından yararlanarak yazdığı bu son eserinde yükseklik ölçümü, harita çizimi, yer ölçümü, mekanik ve topçuluk gibi konuları inceler; dünyanın çeşitli yerlerinde yapılan bir derecelik yay uzunluğu ölçümlerinin farklı olmasının, dünyanın kutuplarda basık ve ekvatorda şişkin bir biçimde olduğunu gösterdiğini anlatır; Galileo Galilei'nin (1546-1642) çalışmalarından aktarmalar olarak serbest düşme olayı, eğik atış ve merminin parabol zincir eğrisi) biçimindeki yörüngesi gibi konulardan söz eder. Bu açıdan Hüseyin Rıfkı, Türkiye'de modern fiziğin de öncülüğünü yapmıştır. Mühendishane çevresinden gelen bir diğer bilgin ise, Başhoca İshak Efendi'dir (1748-1836). Türkçe, Arapça, Farsça, Rumca, İbranice, Fransızca ve Latince'yi bilen İshak Efendi'nin başlıca eseri, dört ciltlik *Mecmuat el-Ulûm*'dur (1831-1834). Birinci cilt olan *Mecmua-i Ulûm-i Riyaziye*, modern matematiğin ve yan dallarının anıtsal kitabı sayılır ve ilm-i hesap (aritmetik), cebir, mukabele, usûl-i hendese (geometri ilkeleri) konularındadır. İkinci cilt müsellesat-ı müsteviye (düzlemsel trigonometri), ameliyat-ı hendesiye (geometri işlemleri), cebirin hendeseye tatbiki (cebirin geometriye uygulanması), mahrutiyat (konikler), hesab-ı tefazulî ve tamamî (diferansiyel ve integral hesap) konularını kapsar ve bu bakımdan diferansiyel ve integral hesaptan söz eden ilk Türkçe eserdir. Üçüncü ciltte hikmet-i tabiiye (fizik), cerr-i eskâl (mekanik), nakil ve kuvvet-i miyâh (su iletimi ve kuvveti), bahs-i küre-i nesimi (atmosfer), ilm-i menazır (optik) konuları anlatılır. Son cilt ise

elektrik, müsellesat-ı küreviye (küresel trigonometri), ilm-i heyet (astronomi) ve terkib-i ecsam (cisimlerin bileşimi, yani kimya) konularına ayrılmıştır. Bu yapıt uzun yıllar Mühendishane'de ders kitabı olarak okutulmuştur. İshak Efendi'nin matematik terminolojisini Türkçe karşılıklarla zenginleştirme çabaları, daha sonra Encümen-i Dâniş ve Cemiyet-i İlmiyye-i Osmaniyye gibi kuruluşların yayınlarında geliştirilecek bilim dilinin de öncüsü olmuştur. Onun çadır kurulmasına ilişkin *Nasb el-Hiyam*, top dökümüne ilişkin *Usûl-i Siyağa*, istihkâm yapımına ilişkin *Usûl-i İstihkâmat*, Arapça yazılmış *Hikmet* adlı bir fizik kitabı ve basılmadan kalmış, plan ve haritalara ilişkin *Kavaid-i Ressamiye* adlı eserleri de vardır.[44]

18. yüzyıl sonuna doğru 1775 ve 1793 yıllarında, sırayla Mühendishane-i Bahrî-i Hümayun (İmparatorluk Deniz Mühendisliği Okulu) ve Mühendishane-i Berrî-i Hümayun (İmparatorluk Kara Mühendislik Okulu) kuruldu. Bu yıllar boyunca gemi yapımı, istihkâm, topçuluk ve ateşli silahlar konusunda Fransa'dan uzmanlar getirildi. Sultan III. Selim (yön. 1789-1807), Mühendishane-i Berrî-i Hümayun'a verdiği önemi göstermek amacıyla, saray kütüphanesinden Nâsireddin el-Tûsî'nin Eukleides çevirisi ve Batlamyus'un *Almagest*'inin çevirisi gibi değerli kitaplarını okula armağan etmiştir. Okulda uygulanan ders programında matematiğe ilişkin konular şöyle idi: Geometriye giriş, Hesap bilimi ("İlm-i hesap"), Geometri yöntemleri ("Usul-i hendese"), Düzlemsel trigonometri, Cebir, Arazi ölçümü, Konik cisimler bilimi ("*Fenn-i mahrutiyat*"), Analitik hendese, Balistik, Yüksek balistik, Mekanik, Diferansiyel hesap, İntegral hesap.[45] Mühendishane-i Berrî-i Hümayun'un 1797'de kurulmuş olan matbaası, matematiksel bilimler ve mühendislik konularında kitaplar basmaya başladı. *Logaritma Cedveli, Humbara Cedveli* (Bombardıman Çizelgeleri) ve *Usûl-i Hendese* (Geometrinin Temelleri) adlı kitaplar 1798'de yayınlandı. Sonuncu kitap, Hüseyin Rıfkı Efendi tarafından, John Bonnycastle'ın İngilizce metninden çevrilmiştir. Vidin'li Hüseyin Tevfik Paşa (1832-1901), matematiğe özgün katkılar yapmış bir-

kaç Osmanlı'dan biridir. *Linear Algebra* (Lineer Cebir) başlıklı kitabı, 1882'de (1. baskı) ve 1892'de (2. baskı) İngilizce basılmıştır (ŞEKİL 18). Bu kitap özgün araştırmaya dayanır ve kuaterniyonlarla ilgilidir. Bu kitapta, Jean Robert Argand'ın (1768-1822) kompleks sayılarla ilgili kuramında ileri sürdüğü çarpımı, üç boyutlu uzaya uygulamanın bir yolunu bulmuştur. Bu çalışmadaki buluşların Batı'da bilindiği, ama Tevfik Paşa'nın bunlardan habersiz olarak yapıtını kendi araştırmalarına dayanarak yazdığı anlaşılmaktadır. Tevfik Paşa'nın ayrıca *Cebr-i Âlâ* (Yüksek Cebir), *Mihanik* (Mekanik) ve *Cebr-i Hattî* (Lineer Cebir) konularında çeviri ve telif olan çeşitli kitapları da vardır.[44, 46] Salih Zeki'nin anılarından öğrenildiğine göre, matematiğe karşı aşırı tutkulu bulunan Tevfik Paşa, ülkemizde matematiğin gelişmesi ve yayılması yönünde de büyük çaba harcamış ve bu amaçla asker kökenli arkadaşlarının da desteği ile *Mebahis-i İlmiye* adlı aylık bir dergi çıkarmıştı. İki yıl boyunca düzenli çıkmış bulunan ve ilk sayısı "*Dual Arithmétique*" ile başlayan bu derginin ikinci cildi, türev ve fonksiyonlara ayrılmıştı. Aynı ekip daha sonra, *Mukaddemat-ı Fünun* adı altında, yaklaşık 50 sayfadan oluşan kitapçıklar yayınlamaya başlamıştır. Yüz cilt kadar olacağı planlanan bu serinin ilk cildi, "*Hesap İlminin Kaideleri*"ne ayrılmıştı.[45]


LINEAR ALGEBRA

BY

HUSSEÏN TEVFIK PACHA.

ŞEKİL 18. Vidin'li Hüseyin Tevfik Paşa'nın *Linear Algebra* (1882) adlı eserinin kapak sayfası (solda) ve bir başka sayfası (sağda).[45]

Yüzyılın başlarında matematik ve fizik alanındaki güçlü kişiliği ile Salih Zeki (1864-1921), birçok ders kitabı hazırlamış; hocalık ve Rasathane Müdürlüğü görevlerinde bulunmuştur. İlk evliliğini ünlü yazar Halide Edip Hanım (Adıvar) (1884-1964) ile yapan Salih Zeki'nin yazdığı kitaplar cebir, sayılar kuramı, düzlemsel geometri, olasılıklar hesabı, düzlemsel trigonometri, uzaysal geometri, Lobachevski ve Riemann geometrileri üzerinedir. Türk bilim tarihçiliğinin kurucusu kabul edilen Salih Zeki, ana metinlerin incelenmesi ve karşılaştırma yöntemi ile matematik tarihine ilişkin dört ciltlik dev eseri *Âsâr-ı Bâkiye*'yi (Ölümsüz Eserler) (1913) kaleme almıştır. İlk iki cildi eski harflerle yayımlanabilen bu eserin elyazması halindeki diğer iki cildi yayımlanmamıştır. Eserin birinci cildinde trigonometri tarihi, ikinci cildinde hesap ve cebir tarihi, üçüncü cildinde astronomi tarihi, dördüncü cildinde ise geometri tarihi işlenmiştir. Bu önemli araştırma, bizdeki ilk bilim tarihi eseri olarak günümüzde de aşılamamıştır. Yakın geçmişte ilk iki cilt, ekleri ile birlikte yeni harflerle yayımlanmıştır.[9, 43, 47, 48] Matematik tarihi ile ilgili başka bir kitabı, *Kâmus-ı Riyâziyyât*'tır (Matematik Bilimleri Sözlüğü).

1933 yılı başlarında Almanya'da iktidarın Nazi'ler tarafından ele geçirilmesi, ülkede özellikle de entelektüel çevrede ve üniversitelerde büyük huzursuzluğa yol açmıştı. Bunun sonunda pek çok bilim adamı, özellikle de Musevi asıllı olanlar, Almanya'yı terk etmeye başladılar. 1933 yılında gerçekleştirilen Üniversite Reformu sırasında ülkemize gelen yabancı matematik hocaları, ilk aşamada Alman asıllı Prof. Richard Edler von Mises (1883-1958) (Türkiye'de kalışı: 1933-1939) ve asistanı ve sonradan eşi olan Hilda Geiringer von Mises (1893-1973) (Türkiye'de kalışı: 1933-1938; Mises'ler ABD'ye geçtikten sonra 1943'te evlenmişlerdir) ile Prof. Wilhelm Prager (Türkiye'de kalışı: 1933-1941) idi. Bu kadroya 1940'lı yıllarda İngiliz asıllı Prof. Patrick du Val (1903-1987) (Türkiye'de kalışı: 1943-1949) ve Prof. Rankin de katılmıştır. 1933 Üniversite Reformu çerçevesinde, ülkemizin ilk Fen Fakültesi'nde bir Riyaziye Enstitüsü kurulmuştur. Kerim Erim'in (1894-1952) başkanlığında

Enstitü'de oluşturan matematik alt dalları ve geçici öğretim kadrosu şöyle idi:[45]

1. Umumi Riyaziyat ve Yüksek Cebir [Prof. Ali Yar, Hüseyin Ferruh Şemin (1908-1985)],
2. Temami ve Tefazuli ve Yüksek Riyazi Tahlil [Kerim Erim, Cahit Arifi (Arf)],
3. Riyazi Mihanik ve Yüksek Hendese [Ratip Berker (1910-1997)].

Cahit Arf (1910-1997), "Hasse-Arf" teoremi ile ün kazanmıştır. Burada adı geçen diğer kişi, Alman kökenli ünlü matematikçi Helmut Hasse'dir (1898-1979). Sentetik geometri problemlerini, cetvel ve pergelle çözülebilir olup olmadıklarına göre sınıflandırmayı tasarlayan Arf, Fransız matematikçi Évariste Galois (1811-1832) ve Jordan'ın gruplar kavramından, özellikle cebirsel denklemlerin çözümünde grup kavramının uygulamasına ilişkin çalışmalarından yararlanmıştır. Eskiçağ'ın ünlü problemlerinden biri olan, cetvel ve pergel kullanarak bir açının üç eşit parçaya bölünüp bölünemeyeceği sorunu ile de ilgilenmiş ve yalnızca ikinci dereceden cebirsel denklemlere indirgenebilen problemlerin cetvel ve pergel yardımıyla çözülebileceğini kanıtlamıştır. Cahit Arf matematik literatürüne "Arf değişmezi", "Arf halkaları" ve "Arf kapanışları" kavramlarıyla da adını yazdırmıştır.[24]

Abdülhak Adnan Adıvar (1882-1955), *Osmanlı Türklerinde İlim* adlı eserinde, III. Mustafa döneminde Fransa elçisinin damadı olan ve topçu öğretmen-subay sıfatıyla Osmanlılara hizmet eden Macar soylusu Baron de Tott'un (1733-1793) başından geçen bir olayı onun ağzından şöyle aktarmaktadır: *"Bu hükümdar* (III. Mustafa) *devlet idaresinin bütün dallarını berbat eden fenalıkları gidermek için kimi önlem ve bilgilerin Avrupa'dan alınmasıyla yetinmemiş, ilim ve marifetin yayılmasını düşünerek, bir matematik okulunun açılmasını ve yönetimini üzerime almamı benden istemiştir. Bunun üzerine Süleyman'ın* (Kont de Bonneval'in yani Humbaracı Ahmed Paşa'nın evlatlığı) *geometricilerinden geri*

kalanlar, böyle yeni bir kuruluşu kendi bilgisizliklerine ima farz ederek, itiraza kalkıştılar. Padişah, büyük memurlardan seçilen iki mümeyyizin huzurunda, bu itiraz edenleri imtihan etmemi bana emretti. Aralarından altı kişi imtihana girip, eski kurumun şeref ve haysiyetini savunmak için ayrıldılar. Bu imtihanda, kısaca, bir üçgenin üç açısının toplamının ne olduğunu sordum; içlerinden en cesuru bana 'üçgenine göre değişir' karşılığını verince imtihanı daha fazla uzatmaya hacet kalmadığı anlaşıldı...".[49] Bu bilgi, Baron de Tott'un, *Türkler* adı ile dilimize çevrilmiş olan yapıtında da yer almaktadır. Osmanlının bilim düzeyini aşağılayıcı nitelikte görünen bu anekdot, rastlantısal bir olayı anlatsa da genel bir olgu olarak nitelendirilmemeli ve "Osmanlıda bilim yoktu" gibisinden bir genellemeye gidilmemelidir.[50] Öte yandan bir şaka olarak, üçgenin iç açıları toplamının, gerçekten "üçgenine göre değiştiğinin", daha sonraki dönemlerde Öklid-dışı geometriler yoluyla kanıtlandığından hareketle, Osmanlı geometrisinin hiç de yabana atılacak düzeyde olmadığı bile söylenebilir!

Sekizinci Bölüm
AVRUPA'DA MATEMATİK

Avrupa'da Hint-Arap Rakamlarının Yerleşmesi ve Hesap Ustaları

İspanya'da Arap bilimsel öğretim merkezi olan Toledo'nun Müslümanlardan Hıristiyanların eline geçmesinden (1085) sonra Barcelona, Segovia, Pamplona gibi kentler de Hıristiyanlık etkisi altına girmiş ve Batı Avrupa'daki bilime susamış insanların akınına uğramıştır. Buralarda 12. yüzyıl sonuna dek Arapça eserler çok yoğun bir şekilde Latince'ye çevrilmiş ve bellibaşlı tüm Arapça ve Yunanca uzmanlık eserleri, Batı'nın kullanımına sunulmuştur. Bu yolla Batı'ya kazandırılan eserler arasında Hint-Arap hesap yöntemleri üzerine olanlar da vardı. [17]

Sonradan II. Sylvestre adıyla papa olan Aurillac'lı (ya da Auvergne'li) Gerbert (938-1003) İspanya'daki gezilerinde Batı Arap (Gubâr) rakamlarını öğrenmiş, hesap tahtası (abaküs) üzerinde hesap yapmak konusunda küçük bir kitap yazmış, ayrıca yeni bir çeşit hesap tahtası geliştirmişti. [51]

Keşiş Gerbert, 980 yılında Kordoba'ya yaptığı bir gezi sırasında Arap (Gubâr) rakamlarıyla tanıştı. 999 yılında II. Sylvestre adıyla papa olduğunda, rahip olacakların aritmetik, astronomi, geometri ve müzik öğrenmelerini şart koşmuş ve Arap rakamlarının Avrupa'ya aktarılmasında etkili olmuştur. Gerbert, Kordoba'da Arapça öğrenmişti ve İslâm biliminden

haberdardı. O dönemde Barcelona ve Vic gibi kentleri barındıran Güney İspanya'nın Katalonya bölgesindeki Hıristiyanlarla Endülüs Müslümanları arasında oldukça yoğun bir iletişim vardı. Endülüs, Hıristiyan Avrupa'ya göre çok daha gelişmişti. Hıristiyan Avrupa'nın en büyük kütüphanesinde en çok bin cilt kitap bulunurken, Müslümanların başkenti Kordoba'daki kütüphane 400 bin cildin üzerinde kitap bulundurmaktaydı. Katalonya bu durumdan çok yararlandı ve Vic katedrali ile Ripoll manastırının kütüphaneleri, Avrupa'dakiler arasında en büyük ve en donanımlı olanlardı. Gerbert, Vic katedral okulundan matematik konusunda çok yararlı bilgiler edinmişti. [52] Söylentiye göre orada, o sıralar Avrupa'da yasaklanmış olan pozitif bilimleri öğrenmiş ve eğitmeninin kızının gönlünü çelerek bu konudaki kitapları edinmişti. Gerbert, eski çağların unutulmuş hesap makinesi olan abaküsün kullanımını yeniden yaygınlaştırmış ve aritmetik, astronomi ve müzik konularında kuramsal çalışmalar yapmıştır. Gerbert, *Practica geometriae* ve *Liber de astrolabio* adlı kitaplar yazmıştır ve bu ikinci kitap, Arap kaynaklarına dayalı olarak usturlabı, Batı dünyasına ilk kez tanıtmaktadır. Derslerinde İspanya'dan getirttiği ya da Müslümanların yaptıkları modellere göre kendisinin bizzat hazırladığı gökkürelerini kullanıyor, özel bir gözlem aracıyla yıldızları inceliyordu.

El-Harezmî'nin aritmetiğinin uzantısında 12. ve 13. yüzyılda Batı'da çok sayıda benzer "*Algorismus*" metinleri ortaya çıkmıştır. Bunlar içinde en yaygın olanları, Johannes de Sacrabosco'nun (John of Halifax ya da John of Holywood) (1200-1256) *Algorismus vulgaris* adlı eseri ile Alexander de Villa Dei'nin (~1170-~1250) şiir formundaki *Carmen de algorismo* adlı eseri olup 13. yüzyıl ilk yarısındandırlar. Bunlarda yeni rakamlar eşliğinde altı temel hesap türü (dört temel işleme ek olarak bir sayının iki katını ve yarısını alma), kök alma ve dizi öğretisi yer almaktadır. Bunlarda işlemlerin kuralları yer almamakta ve konular, örnekler yardımıyla işlenmektedir. Bu eserler Paris ve Oxford modelinde oluşan üniversitelerde 12. yüzyıl sonundan itibaren kullanılmış ve "artes liberales"in (serbest sa-

natlar) en alt fakültelerine varıncaya dek aritmetik derslerinde ders kitabı olarak hizmet etmişlerdir.[17]

Arap rakamlarını içeren en eski tarihli Avrupa elyazması, 976'da İspanya'da yazılmış olan *Codex Vigilanus*'tur. 11. yüzyılda Bath'li Adelard, daha sonra da Fibonacci, İslâm matematiğini ve ondaki Yunan matematik bilgisini Avrupa'ya sokmuşlardır. 12. yüzyıl başında Müslüman İspanya'da Abraham bar Hiyya Ha-Nassi (1060-1129) adlı Yahudi bir yazar, o sıralarda cebire ilişkin bilinen şeyleri özetleyen İbranice bir eser yazmış, sonra da Latince'ye çevirmiştir. Batıda türünün ilk örneklerinden olan bu inceleme, daha sonra Kastilya ve Toskana diline çevrilerek iki yüzyıl boyunca tüccarların hesaplamalarında temel kaynak olarak kullanılmıştır.

Pisa'lı Leonardo Fibonacci (1174-1240)

Avrupa'da 13. yüzyıla dek kullanımı süren Romen rakamları yalnızca toplama ve çıkarma işlemlerinde işe yarıyordu. Örneğin, 10 ile 3'ün toplamını Romen rakamları ile ifade etmek kolaydır: X + III = XIII ya da III + IIII (yani IV) = IIIIIII (yani VII). Ancak XXIII x IV = ? (23 x 4 = 92) işlemini Romen rakamları ile yapmak mümkün değildir. O zamanlarda bu sorunun cevabını bulmak, olasılıkla hiç kimse tarafından denenmemiştir. 13. yüzyıl Pisa'sında çarpma işlemi, üzerinde ipe dizilmiş boncuklardan oluşan farklı dizilerin bulunduğu abaküsle yapılırdı. Abaküs, hesaplama aşamalarını ve çalışmayı kaydetmenin hiçbir yolu olmaması dışında işe yarıyordu.[15]

Hint-Arap rakamlarının ve hesaplama sisteminin Avrupa'ya girişinin, Pisa'lı Leonardo Fibonacci (Leonardus filius Bonacci da Pisa: Bonacci'nin oğlu Pisa'lı Leonardus) (1174-1240) sayesinde olduğu kabul edilmektedir. Fibonacci'nin memleketi olan Pisa'nın 1200 yılı dolaylarında İskenderiye'de, Küçük Asya'da (Anadolu), Konstantinopolis'te ve Kuzey Afrika'da ticarî yerleşmeleri vardı. Leonardo da Pisa (Pisa'lı Leonardo), babasının işi dolayısıyla Pisa'nın Kuzey Afrika'daki ticarî yerleşmesi olarak

Cezayir'in Bugia (Bicaye) kentinde çalışıyordu ve ticarî geziler yoluyla Akdeniz bölgesinin her tarafından bilgi toplama, hem de ticarî konuları aşan bilgiler edinme olanağı buldu. Üstün yetenekli Fibonacci, Arap rakamlarını buradan öğrenmiş olmalıdır.

Fibonacci bu birikimlerinin sonucu, 1202 yılında el-Harezmî'nin ünlü eserinin adını taklitle *Algebra et Almuchabala* olarak adlandırdığı bir aritmetik ve cebir kitabı yayımladı. 1228 yılında üzerinde çalışarak genişlettiği bu eser, daha sonra *Liber abaci / Liber abbaci* (Hesap Kitabı) adı ile ünlenmiştir. Matematik tarihi açısından çok önem taşıyan bu kitapta Fibonacci, Arapların sayı sistemini tanımlamış ve Roma sayı sistemine olan üstünlüklerini açıklamıştır. Fibonacci, hesaplamaları Romen rakamlarının egemenliğinden kurtarmaya çalışıyordu. Buradaki "*abaci/abbaci*" terimi, Antikçağ ve Ortaçağ'da kullanılan hesap aleti (abaküs, çörkü) olmayıp, Pisa'lı Leonardo'nun aynı zamanda "Hint aritmetiği" diye adlandırdığı yeni aritmetiği ve yeni rakamlarla yapılan hesaplama işlemleri olan "*abbaco*"yu nitelemektedir.

Günümüz rakam sisteminin temeli olan ve Arap rakamları örnek alınarak Fibonacci tarafından önerilen yeni rakam biçimlerine alışmak kolay olmadı ve sıfırın basamaklar içindeki farklı konum değerleri –sıfır simgesi, yerine göre sıfır, yerine göre on katı... anlamlarına geliyordu- sayıyı ifade etmede ve anlamada güçlük yaratıyordu. Fibonacci'nin kitabında tanımladığı "algoritmik hesap", yani Doğu dünyasının rakamlarıyla işlem yapma tekniği, ancak 13. yüzyıldan sonra Avrupa'da öğrenilmeye başlanmıştır. 14. yüzyılda bile, hâlâ bu yeni sistemin yaygınlaşamamış olması nedeniyle basit çarpma ve bölme işlemlerinde çok güçlük çekiliyordu. Yeni sayı sistemini kullanan en eski Fransız elyazması 1275 tarihlidir. Ancak 16. yüzyılda özellikle Adriyatik dolayındaki bölgelerde ve Batı Avrupalı tüccarlar tarafından hesaplamaların belirli bir ölçüde hâlâ Roma rakamlarıyla yapılması sürdürülmüştür. Çok büyük sayılarla hesap yapma konusundaki güçlükler ise, İskoçya'lı matematikçi Merchiston'lu John Napier'nin (Neper) (1550-1617) geliştirdiği logaritma cetvelleri aracılığıyla ve ancak 17. yüzyıldan itibaren giderilebilmiştir.

Kilisenin bu kitabı yasaklamasına karşın kitap çok sayıda kopya edildi ve Hint-Arap rakamları İtalyan tüccarlar arasında yayıldı. Kitap Kutsal Roma İmparatoru Hohenstaufen'li II. Friedrich'in (1194-1250) dikkatini çekti. Bilime düşkün olan, bilim adamlarını koruyan ve bu nedenle "*Stupor Mundi*" ("Dünya Harikası") diye de adlandırılan imparator, 1220 yılında Fibonacci'yi huzuruna çağırdı. Fibonacci orada Friedrich'in bilim adamlarından biri tarafından sınava çekildi ve imparatorun gözüne girdi. Fibonacci, 1225 yılında yazdığı *Liber Quadratorum*'u (Kare Sayılar Kitabı) imparatora ithaf etti. İkinci dereceden Diophantos denklemlerine (x, y, z tamsayı olmak üzere $x^2 + y^2 = z^2$ şeklindeki denklemler) ayrılan bu kitap, Fibonacci'nin başyapıtıdır ve sayılar kuramına büyük katkı getirmiştir.[13] Onun, tüm içeriğini Araplardan aktardığı, olmayana ergi yoluyla problem çözümlerini içeren bir kitabı daha vardır.[9] 15. yüzyıla gelindiğinde Hint-Arap rakamları Avrupa madenî paralarında ve mezar taşları üzerinde görülmeye başlanmıştır. 17. yüzyılda ise Karanlık Çağların durgunluğundan bütünüyle sıyrılmış olan Batı matematiği, Hint-Arap rakamları, sıfır ve negatif sayılar sayesinde gelişmeye koyulmuştur.[15]

Liber abaci yayımlandığı dönemde, Sacrobosco'lu Johannes'in daha basit olan *Algorismus vulgaris* adlı kitabının gerisinde kalan bir kitap olarak değerlendirilmişse de, Avrupa'da aritmetik ve cebrin gelişmesinde oldukça etkili olmuştur. Leonardo Fibonacci bu eserinde ticarî aritmetiğe geniş yer ayırarak Arapça eserlerden, ayrıca da başkaca antik mirastan kapsamlı bir malzemeyi sistemleştirmiş ve kendi özgün bilgi ve yöntemlerini de eklemiştir. Fibonacci, aritmetiği ve doğrusal ve karesel denklemler cebrini öyle bir eksiksiz ve derinlemesine işlemiştir ki ne kendinden önce ne de kendinden uzunca bir süre sonrasına kadar ona erişilememiştir. Çarpma ve bölme için, karışık sayılar ve kesirlerle hesap için çeşitli yönergeler vermiştir. Kitabın son iki bölümü kök almaya ve cebre ayrılmıştır. Karekök ve küpkökün sayısal hesaplanmasında, İslâm ülkelerinde çoktan beri bilinmekte olan yaklaşım yöntemlerinden yola çıkmış ve değerleri, ardışık

yaklaştırma (iterasyon) algoritması ile hesaplamıştır.[17]

Pisa'lı Leonardo'nun eseri, gelecek nesilleri matematik ve cebir üzerine özel eserler oluşturmaları konusunda uyarıcı olmuştur. Onun işlenecek konu ve çözüm yöntemleri, pek çok İtalyanca, Almanca, Fransızca ve İngilizce kitaplarda yer almış olup bunlardan birkaçına Leonhard Euler'in (1707-1783) *Algebra* 'sında (1768) bile rastlanmaktadır.[17]

Ulusal Dil, Ekonomik Gelişme ve Matematik

Pisa'lı Leonardo, *Liber abaci*'yi Latince kaleme almıştır. Ama 13. yüzyıl İtalya'sında, bilim dili olan Latince, yerini artık giderek halk dilinde (İtalyanca) yazılmış eserlere bırakıyordu. Bu gelişme, bir diyalekt olan Toskana dilinin önem kazanarak İtalyanca yazı dili haline dönüşmesi ile bağlantılıdır. Dante Alighieri (1265-1321), 14. yüzyıl başında *Divina commedia*'sını (İlâhî Komedya) halk dili olan İtalyanca yazmıştı, bunu Francesco Petrarca (1304-1374) izledi. Latince yerine halk dilinde yazma yönündeki bu çabalar güçlenerek bütün eserlerde halk dilinin kullanımı benimsenmiştir. Ulusal dillerin gitgide ön plana çıkması ve uzmanlık metinlerinde kullanılması, yalnızca İtalyanca ile sınırlı değildir ve tüm Batı Avrupa'da buna benzer uygulamalar görülmekteydi.

Halk dilinde yazılmış Ortaçağ literatüründeki belirli işlev ve yapı türlerini araştıran Alman dilbilimci Hugo Kuhn (1909-1978), teoloji ve hukuk dışındaki konularda, yani sözlük, gramer (dilbilgisi), retorik (hitabet), müzik, astronomi / astroloji, simya, tıp, veterinerlik, botanik, el sanatı, yemek kitapları, gezi edebiyatı, ayrıca da aritmetik ve geometri konularında mevcut literatürü özetleyerek şu sonuca varmıştır: *"Ortaçağ'da, örneğin pratik cerrah ya da avcı ya da bahçıvan, ister ruhban ister ruhban olmayan olsun, kendi uzmanlık alanını, Latince ya da çeviri dilinden yazılarla aktarılabilenlere oranla, (yerel dillerle) aktarılan sözlü gelenek ve deneyimler aracılığıyla kesin olarak daha iyi tanıyordu".*[17]

Ulusal dillerde metinlerin ortaya çıkması ve bununla bağlantılı olarak artık derslerin Latince işlenmediği özel okulların

oluşması, genellikle "ekonomik devrim" diye de nitelenen 13. yüzyıldaki ekonomik sıçrama ile yakından bağlantılıdır. Kentlerin ortaya çıkışı, nüfusun artması ve tüketim mallarına olan gereksinimin artması ile bağlantılı olarak, o zamana dek geçerli olan ve büyük oranda takas ilkesine dayanan yerel ticaretten dış ticarete geçilmiş ve kısmen de ticarî şirketler kurulmuştur. Böyle şirketler arasında Orta Avrupa'da en tanınmış olanlar Fugger'ler ve Welser'lerdi. Ardından ilk sanayiler kuruldu. Evsel dokumacılık, özgün bir sanayiye dönüşmüştü. Madencilik uğraşında metal üretimi, büyük bir girişim halini aldı. Uzak ülkelerle yapılan ticaretin ilk merkezleri İtalyan deniz kentleri olan Venedik, Cenova ve Pisa idi ve özellikle Arap ülkeleriyle yaptıkları ticaretten çok kazanç sağlıyorlardı. Dış ticaretle bağlantılı olarak anormal ölçüde artan para dolaşımı ve kredi mektupları, para hesabı zorunluluğu, ticarethanelerle birlikte çalışacak bankaların kurulmasına ve bu işlemleri gerçekleştirecek personele ihtiyaç gösterdi. Bu işlerin organizasyonu öncelikle Toskana'nın deniz kıyısında olmayan Floransa, Siena ve Lucca gibi kentlerinde gelişti. Sonunda Floransa, ticarette başı çeken bir konum kazandı ve bu gelişmenin Floransa'nın, Rönesans'ın merkezi olmasında da katkısı oldu.[17]

"Ekonomik devrim", İtalya'yı Avrupa'da ticaretin merkezi yaptı ve Floransa ve diğer kentler, akıl almaz bir zenginliğe kavuştular. Bu durum, İtalyan kentlerinde sosyal ve politik yaşamı da derinden etkiledi. Günümüz bankaları gibi, çeşitli ticarî işlemleri kolaylaştıran yeni yöntemler geliştirildi. Üniversiteler ticarî hayatın ihtiyaç duyduğu gelişime cevap veremiyordu. Üniversitelerde kullanılan "*algorismus*" metinleri, tüccarların amaçlarına uygun düşmüyordu; çünkü bu metinler Latince idi ve yeni sayı yazım tarzı ("*numeratio*") ve hesap konusunda bilgileri içeriyorsa da uygulamacılara öğretilen hesap yöntemleri pratik değildi. Ayrıca tüccar sınıfının temsilcileri ile üniversite öğretim üyeleri arasında hiçbir iletişim yoktu. Bu nedenle özel okullar geliştirildi ve buralarda geleceğin tüccarlarının bilmek zorunda oldukları matematik ve diğer bilgiler öğretildi.[17]

Genç çocuklara özel hesap ustalarınca ("*maestri d'abbaco*"; İng. "*abacist*") bu bilgilerin öğretildiği böyle bir "abbacus.okulu" ("*scuole d'abbaco*"), ilk olarak 1284 yılında Verona'da kurulmuş ve belirleyici olarak da matematik öğretmenlerinin Floransa'lı olması belirlenmiştir. 1316 yılında Floransa'daki "*abbacus*"-öğretmenleri, diğer öğretmenlerle birlikte bir lonca oluşturmuşlardır. 1343'te 1000-1200 öğrenciyi okutan altı "*abbacus*"-okulu vardı. Öğrenciler genelde 10-12 yaşlarındaydı ve tüccar ya da esnaf çocuklarıydı. Bu okullarda kullanılan "abbacus"-metinleri, mesleklerinde karşılaşacakları problemleri çözmek için İtalyan tüccarların gereksindiği matematiksel yöntem ve teknikleri işlemekteydi. "*Abbacus*"-okullarında geometrinin ya da sanatın temellerinin de okutulduğuna ilişkin kesin bir ipucuna rastlanmamıştır; ancak Leonardo da Vinci'nin (1452-1519) bir "*abbacus*"-okulunda öğrencilik yaptığı ve çağının en ünlü sanatçılarından biri olan Piero della Francesca'nın (1412-1492) 1475 yılında bizzat bir "*abbacus*"-metni (*De corporibus regularibus*) yazdığı bilinmektedir. [17]

15. yüzyıl sonuna dek Almanya'dan ve Avrupa'nın diğer ülkelerinden matematiğin en gelişkin olduğu İtalya'ya, bu yeni hesap yöntemlerini öğrenmek için yüzlerce öğrenci gelirdi. O zamanlar anlatılan bir öyküye göre, 15. yüzyılda oğlunun ileri bir ticaret eğitimi almasını isteyen bir Alman tüccar, onu nerde okutması konusundaki önerilerini öğrenmek üzere bir üniversite profesörüne başvurur. Aldığı yanıt, şaşırtıcıdır: *"Oğlunuzun toplama ve çıkarmayı öğrenmesiyle yetinecekseniz, herhangi bir Alman ya da Fransız üniversitesi bunu verebilir. Ama öğrenimini ayrıca çarpma ya da bölme öğrenene kadar sürdürmesini istiyorsanız, yeteneği de varsa, onu İtalyan okullarına göndermeniz gerekir".* [31, 53]

15. yüzyıl ikinci yarısında bankaların, tüccarların, atölyelerin, kamu yöneticilerinin, astrolog ve akademisyenlerin matematik konusundaki gitgide artan taleplerini karşılamak üzere birçok matematik kitabı yayınlanmıştır. Yaklaşık 1290'dan 1500 yılına dek İtalyan dilinde 215 "*abbacus*"- ya da "*abbaco*"-kitabı ve ona akraba metin bulunmaktadır; bunlardan 40'ı 13./14. yüzyılda,

55'i 15. yüzyıl ilk yarısında ve 120'si 15. yüzyıl ikinci yarısında yazılmıştır. Bu sayıların büyüklüğü, bu metinlerin ne denli önemli ve yaygın olduğunu göstermektedir. Bu bolluk matematiğe olan ilgiyi artırdığı gibi, akademik düşünen kişiler arasında bir yarışma ortamı da yaratmıştır. Bunun sonucu olarak halk önünde matematik yarışmaları ve karşılıklı tartışmalar yapılmaya başlanmıştır.[17, 19] Öte yandan, basıldığı saptanan "*abbacus*"-kitaplarının % 55'inin, ticarî hesap konusundaki bilgi gereksinimini karşılamak üzere, ticaret nedeniyle gelişerek önemli bir merkez haline gelen İtalyan kenti Venedik'te basıldığı anlaşılmıştır. Sözü edilen "*abbacus*"-kitapları, şu konuları içermektedir:

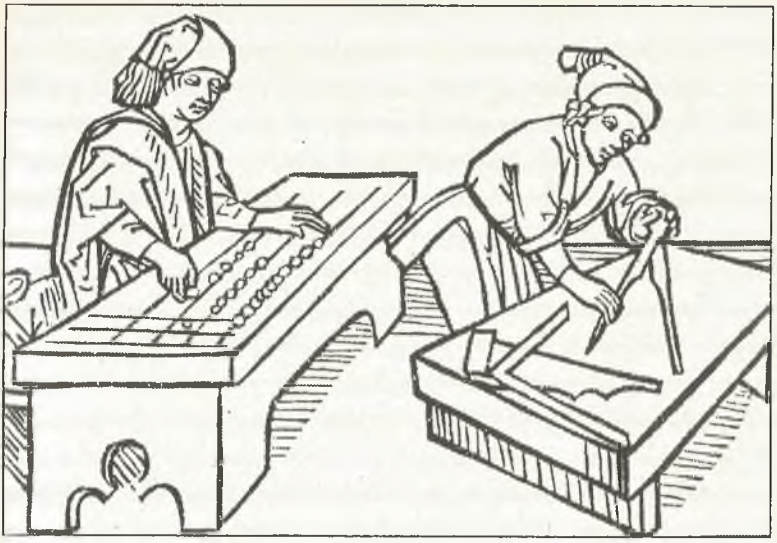
- Sayıların yazılış tarzı ve aritmetik işlemlerine giriş konuları
- Tüccarlarla ilgili problemler; örneğin mal fiyatı, para değiş-tokuşu, ölçü ve ağırlıklar, trampa örnekleri, şirket hesapları (kârın, ticarete katılan şirketler arasında bölüştürülmesi), faiz ve iskonto hesabı, borç geri ödemeleri, karışık hesaplar (farklı ayarlarda altın ve gümüş paralarla karışık ödeme hesapları)
- Eğlence matematiği (sayı bulma hesabı, bir sayının bölünmesi, para problemleri, bütünün bulunması, "Elma bahçesindeki bekçi" problemi, "Bana ... kadar... vermiş olsaydın"lı problemler, işbölümü, seri ve diziler, hareket problemleri, miras problemleri
- Geometri problemleri (tanımlar, soyut alan hesaplamaları, somut figürlerde ölçümler)
- Üçlü kuralı, basit ve çift hata (olmayana ergi) yöntemi için düzenlemeler ve cebir üzerine yöntembilimsel bölümler (yani bilinmeyen aracılığıyla ve denklemler yardımıyla bir çözümün belirlenmesi).

Ulusal bir dilde yazılmış en eski "*abbacus*" metni, 1290 yılı dolayında ortaya çıkan ve anonim bir eser olan *Livero del abbecho*'dur. Cebir konusunu da işleyen, günümüze ulaşmış en eski İtalyanca "*abbacus*"-kitabı, Floransa'lı Paolo Gerardi'nin

Montpellier'de 1328 yılında yazdığı *Libro di ragioni*'dir. Pisa'lı "Magister Dardi" adlı bir hesap ustası, 1344 yılında, ulusal bir dilde yalnızca cebir konularına yer veren ilk metin olarak *Aliabraa-Argibra* başlıklı kitabı yazmıştır.[17]

1500 yılı öncesinde Avrupa'da mevcut cebir bilgisi, Chester'li Robert'ın yaptığı el-Harezmî'nin ünlü eserinin Latince çevirisinin 1456 yılında Viyana'da Georg Peurbach'ın öğrencisi Johannes Regiomontanus (1436-1476) tarafından basımı yapılan metin ile Fibonacci'nin *Liber abaci* (1202) adlı eserinden ibaretti. Ayrıca, Regiomontanus İtalya'ya gittikten sonra 1463-1464 yılında Venedik'te keşfettiği Diophantos'un *Arithmetika* adlı kitabı vardı.[52]

Alman matematikçi Regiomontanus [asıl adı Johannes Müller olup "Regiomontanus" adı doğum yeri Königsberg'in (Rusya'da bugünkü Kaliningrad kenti olup "Kral Dağı" anlamına gelir) Latince karşılığı olarak, dönemin Latince takma ad kullanma modasına uygun olarak kendisine verilmiştir] 1464'de Nürnberg'e yerleşmiş ve orada ilk ve yetkin bir sistematik trigonometri incelemesi olan *De triangulis omnimodis* (Her Türden Üçgen Üzerine) ya da *De triangulis planis et sphericis libri V* (Düzlemsel ve Küresel Üçgen Üzerine Beş Kitap) ya da kısaca *Trigonometria* (basımı 1533) adlı eseri kaleme alarak sinüs ve kosinüs çizelgelerini yayımlamıştır. Regiomontanus, o dönemde Latince'ye çevrilmekte olan İslâm bilim eserlerini yakından izlemiş, Müslümanlardan Batı'ya geçen ondalık kesirler sisteminin Avrupa üniversitelerinde yayılmasını sağlamıştır. "Arap" rakamlarının ve bunlarla yapılan hesap yöntemlerinin yayılmasında etkili olan *Ticari Aritmetik* adlı ilk İtalyanca eser, 1478'de Treviso'da basılmıştır.[55] 15. yüzyılın hesap ve ölçme gibi matematik uğraşına ilişkin bir sahne, ŞEKİL 19'da yer almaktadır.



ŞEKİL 19. Aritmetik ve geometri [Rodericus Zamorensis (~1404-1475), *Spiegel des menschlichen Lebens*, Augsburg, 1475 dolayı].[56]

İtalyan matematikçi, Toskana'lı Fra Luca Pacioli'nin (~1445-1517) dostu olan kişiler arasında Leon Battista Alberti ve Leonardo da Vinci de bulunuyordu ve Pacioli'nin, dönemin ünlü sanatçısı Piero della Francesca'dan ders dinlediği sanılmaktadır. Daha sonra, Piero della Francesca'nın henüz yayımlanmamış matematik incelemelerini çalmakla suçlanmış olan Pacioli, 1494'te Venedik'te, aynı zamanda cebir sorularını işleyen ilk basılı eser olarak *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*'yı (Aritmetik, Geometri, Orantı ve Orantılılık Üzerine Bilgiler) yayımlamıştır. Pacioli'nin matematiğe özgün katkıları olmamış ve hemen hemen bütün kitaplarını Fibonacci'nin eserleri üzerine kurmuştur. Bu eserin önemi, matbaa baskısıyla çoğaltılabildiği için geniş bir okur çevresine ulaşmış olmasıydı. Pacioli 1497-1499 yılları arasında Milano Dükü Ludovico Sforza'nın (1452-1508) hizmetinde bulunmuştur. Orada Leonardo da Vinci ile karşılaşmış olup Leonardo, Pacioli'nin 1509'da tamamlanarak Venedik'te yayımlanan *De divina proportione* (İlâhî Oran) adlı eserinin

1496 ve 1497 yıllarında yayımlanan birinci bölümünde yer alan düzgün çokyüzlü cisimlerin figürlerinin çizimlerini yapmıştır.[17]

O dönemin uluslararası ticaretinde tüccarlar onlarca farklı ölçü ve ağırlık sistemi ve para birimi kullanmak zorunda kalıyorlardı. Bu nedenle ticarî işlemlerde hataları önlemek için etkili hesap yöntemleri geliştirilmek zorundaydı. Pacioli'nin *Summa...*'sı, ticarette hesap defterlerini tutma konusunda da geniş bilgiler vermekteydi. O dönemde denklemlerdeki bilinmeyene Latince'de "*cossa*" ve Almanca'da "*Coss*" adı veriliyordu. Alman matematikçisi Adam Ries'in *Die Coss* (Cebir Ders Kitabı) (1524) adlı bir kitabı bulunmaktadır. Adam Ries Hint-Arap rakamlarının Almanca'ya yerleşmesinde etkili olurken, İngiliz Robert Recorde (1510-1558), başta *The Ground of Artes* (Sanatların Temeli) (1543), *The Pathway to Knowledge* (Bilgiye Giden Yol) (1551) ve eşit (=) işaretinin ilk kez kullanıldığı *The Whetstone of Witte* (Zekânın Bileğitaşı) (1557) gibi eserleri ile İngilizce'de ilk matematik ders kitaplarını yazarak matematiği geniş kitlelere tanıtıp popülerlik kazandıran ilk kişi olmuştur.[7]

Denizciliğin matematikleştirilmesi yoluyla hızlanan ve inanılmaz ölçüde artan keşifler, ticaretin ve tüccarlık mesleğinin önem kazanması, temel hesap bilgilerine yönelik özel bir eğitimin gerekliliğini ortaya çıkarmıştır. Her şeyden önce de tüccarların talebi üzerine hesap kitapları kaleme alınmıştır. Matbaa icat edildikten sonra bu tür kitaplar da fazla miktarlarda basılmaya başlanmıştır. Bunlar, çoğu zaman halk dilinde yazılan hesap kitapları olup bunların yazarları, hesap ustaları idi. Hint-Arap sayı sistemi, bu eserler yoluyla Avrupa'da yaygınlaşmıştır. Burada temel matematiğin girilebilir alanlarının yavaş bir şekilde yayılması, matematik pratisyenlerinden bir grubun oluşmasına yol açmıştır. Bunlar hesap, ayar ve onay ustalarının yanı sıra denizcilik ve ölçme bilgisi konularında çeşitli yerlerde kurulmuş bulunan denizcilik okullarında görevli eğitmenleri, matematiksel aletleri bulan ve imal edenleri, uygulamalı matematik ya da ayrı ayrı kullanım alanlarını ve aletlerin kullanımlarını betimleyenleri, ders kitaplarının yazarlarını kapsıyordu.[57]

İtalyan matematiğinin başka bir görünümü, perspektif konusunun incelenmesi ve resim sanatında perspektifin uygulanmasıdır. Doğrusal perspektif sorunları ilk olarak Toskana'da, doğal olarak da resim sanatı ve mimarlıkla bağlantılı olarak araştırılmıştı. Bu konuya yönelen ilk sanatçılar, duvarcı ustalarının ve mimarların basit uygulamalı matematiğini geometrik yapılarla birleştirdiler. Floransa'lı sanatçı Lorenzo Ghiberti (1378-1455) böyle sorunlarla ilk uğraşan kişi olmalıdır. Kimi zaman perspektifin kurucusu olarak nitelenen ressam Paolo Uccello (~1397-1475), ayrıca da Floransa'lı mimar Filippo Brunelleschi (1377-1446) onun öğrencisi idiler. Tipik bir "Rönesans insanı" olan ve asıl mesleği kuyumculuk ve heykeltıraşlık olan Brunelleschi, perspektifin ilkelerini ilk araştıran ve gösteren kişi olup ayrıca mimarî yapılanma ilkelerinin derin matematiksel kavrayışına da açık bir şekilde sahip olan kişi idi. Brunelleschi, büyük bir karanlık odanın duvarına yansıyan görüntüyü bir yüzeye çizmek suretiyle perspektifin ilkelerini araştırmıştır. Perspektif konusu ile ilgilenen diğer sanatçılar Leon Battista Alberti (1404-1472), Piero della Francesca (1412-1492) ve Leonardo da Vinci'dir (1452-1519). Özellikle resim sanatına yönelik ilk perspektif çalışması, Piero della Francesca'nın *De prospectiva pingenti* (Resimde Perspektif Üzerine) (1482) adlı eseridir. Platonsal beş düzgün cisim ile Arşimedsel on üç geometrik cisim, önce della Francesca, 1619 yılında da *Harmonica mundi* (Evrenin Uyumu) adlı eserinde Johannes Kepler (1571-1630) tarafından yeniden örneklendirilmiştir.[7, 17]

Almanya'nın Nürnberg kenti, 14. yüzyılda İtalya ile ticaret ilişkileri kurmuş olan kentlerden biridir. Venedik'te de bir bürosu bulunan Nürnberg'li bir ticarî şirketin 1389-1392 yılları arasında tuttuğu defter, en eski Alman ticarî büro defteri olup defterde Roma rakamlarının yanı sıra Arap rakamlarının da kullanıldığı görülmüştür (ŞEKİL 20).[17]



ŞEKİL 20. Hesap yapmanın merkezinde, geçmişte de bugün de "defter tutma" yer almaktadır (Jost Amman (1539-1591), *Eigentliche Abbildung des ganzen Gewerbe der Kauffmanschaft*, 1585).

Özel bir sosyal grup oluşturan hesap ustaları, hesaplama tekniğinin yaygınlaştırılmasında ve bilim ile uygulama arasında önemli bir aracı olmuşlardır. Eskinin çörkü (abak) ile hesap tarzı yerine yeninin Hint-Arap rakamları ile soyut hesaplama tekniğinin konması, akılcı-soyut düşünme yönünde bir dönüşüm sağlamıştır.

16. yüzyıl sonunda hesap ustalığı okulları, Almanca konuşulan tüm bölgelere yayılmıştır. Çok sayıda hesap ustası, hesap kitapları da kaleme almış olup bunlardan en tanınmışı, kesin olarak Adam Ries'dir (1492-1559). Ries'in maden kentlerinde madenci çavuşu olarak görev yapması ve eserlerinde ticaret, madencilik, metalürji, sikkecilik ve ölçü ve ayar sistemleri konularının işlenmesi rastlantı değildir. [58] Adam Ries'in 1518 yılında Erfurt'ta *Rechnung auff der Linien vnnd Federn* (Doğrular ve Yaylar Üzerine Hesap) başlığı ile bir hesap kitabı yayımlanmıştır (ŞEKİL 21, ŞEKİL 22). [17]



ŞEKİL 21. Hesap yapma, zaman geçtikçe önemi gitgide artan bir konum kazanmıştır (Adam Ries'in *Rechnung auff der Linien vnnd Federn* adlı eserinin 1533 baskısının başlık sayfası).



ŞEKİL 22. Fıçı ölçücüler ve masa başında hesap yapanlar (Adam Ries'in *Rechnung auff der Linien vnnd Federn* adlı eserinin 1544 baskısının başlık sayfası).[17]

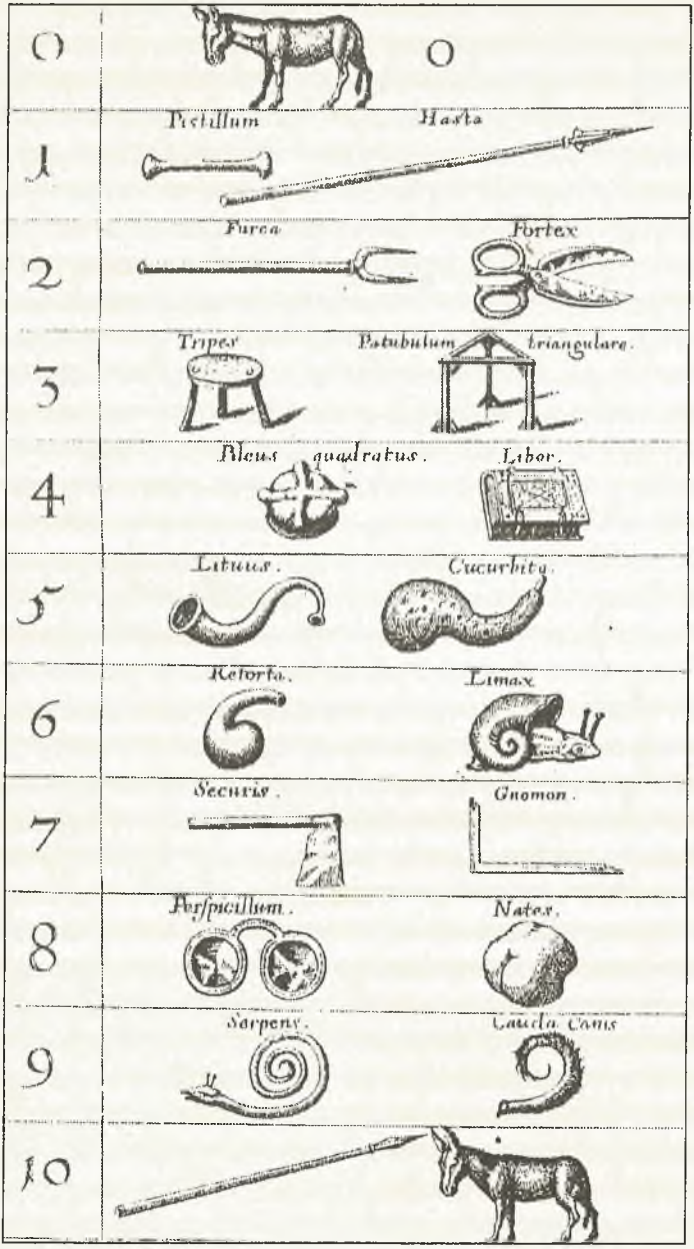
Avrupalı Matematikçiler

Bayağı kesir ve ondalık kesir, örnek olarak sırasıyla 24/5 ve 4,8 şekillerinde gösterilir. Birinci gösterim (bayağı kesir, oranlı sayı, rasyonel sayı) 4000 yıldan beri bilinmekte ve Eski Mısırlılar tarafından da kullanılmaktaydı. Araplar tarafından Hintlilerden alınarak Avrupa'ya aktarılan ikinci gösterim (ondalık kesir ya da ondalık sayı) ise Avrupa'da ilk olarak Regiomontanus tarafından benimsetilmeye çalışılmış, 1579'da François Viète (1540-1603) ve 1585'te Simon Stevin (1548-1620) tarafından düzenli olarak kullanılmıştır. Hollanda'lı matematikçi Simon Stevin tarafından Felemenkçe olarak yazılan ve 1585'te Leiden'de yayımlanan *De Thiende* (Ondalık Hesap) adlı 32 sayfalık kitapçık aynı yıl Stevin tarafından *La Disme* (Ondalık Hesap) başlığı altında Fransızca'ya da çevrilmiş ve yayımlanmış olup, Batı'da ondalık kesirleri kuramsal olarak tanıtan ilk bağımsız yapıttır. Viète'in matematik çalışmaları Frans van Schooten (1615-1660) tarafından *Opera mathematica* (Matematik Eserleri) adı altında yayımlanmıştır. Viète'in temel başarılarından biri, matematik çizelgelerinde o zamana dek kullanılagelmiş olan altmış tabanlı kesirler (derece, dakika, saniye sistemi) yerine ondalık kesirleri kullanıma koymak olmuştur. [19] Viète, *Isagogein artem analyticum* (Analiz Sanatına Giriş) (1591) adlı yapıtını yayımladığında, "*algebra*" sözcüğü yerine "*analyticum*" (çözümleme) sözcüğünü kullanarak "problem çözümünün cebirsel yöntemleri" anlamına gelecek şekilde bu yeni sözcüğü matematik literatürüne sokmuş, "cebir" sözcüğü ise bundan böyle "denklemlerin nasıl işleneceklerini gösteren kurallar topluluğu" şeklinde bir kullanım kazanmıştır.

Eski Mısırlılar bayağı kesirlerden yalnızca payı "1" olan 1/2, 1/3, 1/4... gibi "birim kesirleri", bunun dışında bir de 2/3 kesrini kullanıyorlardı. Örneğin 3/5 gibi bir oranı, birim kesirlerin toplamı olarak ifade ediyorlar ve örneğin bu kesri başlarda (1/5 + 1/5 + 1/5) şeklinde, Orta Krallık döneminden sonra ise (1/2 + 1/10) şeklinde gösteriyorlardı.

Rönesans döneminde matematikte simgeciliğin iyileştirilmesi, yeni problemlerin ortaya konması ve çözümü açısından bir hazırlık aşaması olmuştur. Matematik, basit ve elverişli simgeler olmadan ilerleyemezdi. Artı ve eksi için "+" ve "–" simgelerinin [önceleri "p." (plus) ve "m." (minus) işaretleri kullanılırdı), eşitlik için "=", bölme için "÷" kullanılması diğer kolaylıklardı. Buna 1586'da Simon Stevin'in ondalık sayıları yaygınlaştırması da eklenebilir. Stevin buna, "kesirler olmadan yalnızca sayılarla hesap yapma sanatı" diyordu. Ancak başlangıçta bunun yazımı, oldukça garip biçimdedir, örneğin Stevin 237,578 diye yazdığımız sayıyı $237^{0}5^{1}7^{2}8^{3}$ şeklinde yazıyordu. Cebirsel işaretler sistemi de bu dönemde çok gelişti. Luca Pacioli'nin incelemesinde harfler yerine karmaşık işaretler, örneğin bilinen nicelikler için "no." ("*numero*"), bilinmeyen nicelikler için "co." ("*cosa*"), kare için "ce." ("*censo*"), küp için "cu." ("*cubo*"), karekök için "ra." ("*radice*") görülmektedir.[59]

Robert Fludd'un (Robertus de Fluctibus) (1574-1637), başta *Utriusque cosmi historia* (1617) olmak üzere çeşitli eserleri, makine ve aletlerin tarihi açısından çok önem taşımaktadır. Fludd, matematiğe Hermetik-kimyasal bakışla yaklaşmanın yetkin bir örneğini vermiş; daire, üçgen, kare ve diğer şekillerin karşılıklı ilişkisi yoluyla doğadaki uyumu (harmoniyi) göstermeye çalışmıştır. Ona göre matematikçiler, bu bilimi, evrenin bütünsel tasarımını incelemek için bir araç olarak kullanmalıdırlar. ŞEKİL 23'te onun bir eserindeki sayılar ve çeşitli cisimlerin geometrisi arasındaki bağlaşıklığı sergileyen ilginç bir resim yer almaktadır.



ŞEKİL 23. Sayılar ve cisimlerin geometrisi arasında kurulan bağlantılar (R. Fludd, *Numerorum descriptio*).

Matematiğin Sınıflandırılması

Galilei 1623 yılında *Il saggiatore* adlı eserinde, *"Doğanın kitabının matematik dilinde olduğu"* şeklindeki, çok tekrarlanan özdeyişi yinelemiştir. Kepler de benzer şekilde *"Matematiğin, evreni anlamanın anahtarı olduğunu"* söylemiştir.

Pythagorasçılar tarafından saptanan "*quadrivium*"um Aritmetik, Geometri, Müzik ve Astronomi şeklindeki bölümlendirilmesi 16. yüzyıla kadar değişmeden kalmıştır. Platon (İÖ 427-348), filozofların ve devlet adamlarının eğitimlerinde öğrenmeleri gereken konuları aritmetik, geometri, astronomi ve "harmonik" olarak belirlemiştir. Platoncu düşüncede dört matematiksel bilime, özellikle de geometriye değer verilmesinin, bilim tarihi üzerinde belirleyici etkileri olmuştur. Johannes von Luneschlos (ölm. 1699), 1646 yılında, matematiğin aritmetik, statik ve geometriye ayrıldığını söylemişse de 17. ve 18. yüzyılın yürüyüşünde matematik disiplinlerinin sayısı yirmiyi aşmıştır.[17]

Yeni-Platoncu ve Eukleides yorumcusu Konstantinopolis'li Diodakos Proklos'un (411-485) Eukleides'in birinci kitabı üzerine verdiği bilgilerden ya da Arap Ebu'l-Fazl el-Neyrîzî (ölm. 922 yılı dolayı) gibi yazarların eserlerinin skolastik yorumlarından öğrenildiği üzere, Stoacı matematikçi, astronom ve aynı zamanda Poseidonios'un (~İÖ 135-51) öğrencisi olan Rodos'lu Geminos (İÖ 1. yüzyıl), *Matematiksel Bilimlerin Düzeni Üzerine* adlı eserinde, matematiksel bilimlerin kapsam alanını oldukça genişletmişti. Geminos'a göre matematiksel bilimler arasında aritmetik, geometri, mekanik, astronomi, optik, jeodezi, "*canonica*" (armoni bilgisi) ve "lojistik" (pratik hesap sanatı) yer alıyordu. Bu yaklaşım, Pierre Gassendi'nin (1592-1655) ve Descartes'ın yandaşı olan Johannes von Luneschlos tarafından da benimsenmiştir. Proklos'a göre Geminos ve çağdaşı matematikçiler, matematiğin sınıflandırmasında Aritmetik, Geometri, Astroloji (!), Perspektif (Optik), Jeodezi, "*Canonica*" ya da Müzik, "*Supputatrix*" (Pratik Hesap) ve Mekanik bilimine yer vermişlerdir.[17]

Yunanca kökenli "*mathesis*" sözcüğü, özünde "bilgi, bilim, öğrenilmesi gereken şey" anlamına gelip Geç Antikçağ'da yalnızca astroloji anlamını da taşımıştır. Siracusa kökenli Julius Firmicus Maternus (4. yüzyıl), astroloji üzerine *Mathesis* adlı bir eser yazmıştır. Buna uygun düşecek şekilde de Doğu Roma İmparatoru İustinianus'un kanunnâmesinde "*mathematiker*" teriminden, izlenmeye alınmış astrologlar anlaşılmaktadır. [17]

Lucius Annaeus Seneca ("Genç") (İÖ 4 -İS 65), yedi serbest sanattan ("*septem artes liberales*"), yani gramatik (dilbilgisi), retorik (hitabet), diyalektik ile dört matematiksel bilimden (aritmetik, geometri, müzik, astronomi) söz eden en eski yazarlardan biridir. Arkadaşı Lucilius'a (~10-64) gönderdiği mektubunda, serbest sanatlardan para kazandırmayan çalışmalar, "*studia liberalia*" olarak söz etmektedir. Bunlar "*liberal*" (serbest) olarak adlandırılmaktadır, çünkü onlarla ancak özgür bir insan uğraşmaya izinlidir. Burada ressamlık, heykeltıraşlık ve zanaatsal beceriler ("*artes mechanicae*") yer almazken, müzik, bir matematik dalı olarak serbest sanatlar kapsamında sağlam yerini almıştır. [17]

Geç Ortaçağ'da yedi serbest sanata ilişkin şu dizeler ortaya çıkmıştır:

> *"Gramatik, konuşur; Diyalektik, gerçeği öğretir; Retorik, sözleri hazır eder;*
> *Müzik, şarkı söyler; Aritmetik, sayar; Geometri, ölçer; Astronomi, yıldızlarla uğraşır".*

Yedi serbest sanatı bütünüyle içeren ilk ders kitabı, Kartaca'lı yazar Martianus Capella'nın (420-490) ansiklopedisi olup onun verdiği serbest sanatların betimi, tüm Ortaçağ boyunca geçerli kalmıştır: *De nuptiis Philologiae et Mercurii* (Philologia ile Merkür'ün Evliliği). Ortaçağ bilginlerinin eserlerinde, göğe yolculuk motifi ve alegorik kişilikler, zengin bir şekilde kullanılmıştır. Phronesis'in ("Akıl") kızı olan ölümlü saygın bâkire Philologia ("Filoloji"), evli olmayan Merkür'ü evlenmek üzere seçer ve tanrıçalığa yükselir. Gelin, düğün armağanı olarak yedi

serbest sanatı alır. Onların her birine bir kitap adanmıştır. Sanatlar, kadınlar halinde kişileştirilir. Gramatik, Mısır Kralı Osiris'in soyundan bir yaşlı kadın olur. Fildişinden bir kutucuk içinde bıçak ve törpüler taşır ve bununla, çocukların dil yanlışlarını cerrahî yolla düzeltir.[17]

Bilimler gelişmelerini, büyük oranda, fiziksel dünyayı örnekleyen soyut simgelere borçludur. Münih'teki Bavyera Devlet Kütüphanesi'nde bulunan Güney Almanya kaynaklı bir erken 13. yüzyıl elyazma eserdeki resim dizisinden alıntılanan ŞEKİL 24'teki resim, iki mimarî hücre altında alegorik figürler halinde bayan matematik ustası (sağ elinde âsâ tutan bâkire) ile onun erkek hizmetkârını göstermektedir. Ustanın sol elinde tuttuğu rulo üzerinde şu yazıt yer almaktadır: *"Per me cunctorum scitur virtus numerorum"* ("Tüm sayıların gücü, benim sayemde bilinir").[60]

Martianus, geometri konusunda, Platoncu düşüncelerin az bir kısmını işlemiş ve geometriyi, yeryüzünün betimi olarak vermiştir. Geometriye ait açı, daire, paralel gibi kavramlar, beş düzgün (Platonsal) cisim olarak cisimler geometrisi düşüncesi oluşturulmuştur.

Roma dünyasının belki de en büyük matematikçisi Anicius Manlius Boethius (~480-524), Antikçağ'ın son Stoacı filozofu ve Ostrogot Kralı Büyük Theoderich'in (~456-526; yön. 471-526) güvendiği adamı olup matematiksel bilimleri (yani aritmetik, geometri, müzik ve astronomiyi) "*quadruvium*" ("dört yol") olarak tasarlamış ve daha sonraları çoğunlukla "*quadrivium*" olarak adlandırılmıştır. Yedi serbest sanatın bunlar dışında kalan diğer üçü (yani gramatik, retorik ve diyalektik), 9. yüzyıldan itibaren "trivium" ("üç yol") diye adlandırılmıştır. ŞEKİL 25'te yedi serbest sanattan Aritmetik ve Geometri'yi işleyen bir resim görülmektedir. Engin bir bilgi sahibi olan Boethius, İustinianus ile Theoderich'in çatışmalarının kurbanı olmuş, büyücülükle suçlanarak Theoderich tarafından hapse atılmış, çeşitli işkencelere uğradıktan sonra da boynu vurularak idam edilmiştir.[17]



ŞEKİL 24. Matematik ustası bâkire ile hizmetkârı adam (bir erken 13. yüzyıl elyazmasından, *Staatsbibliothek*, Münih).[60]

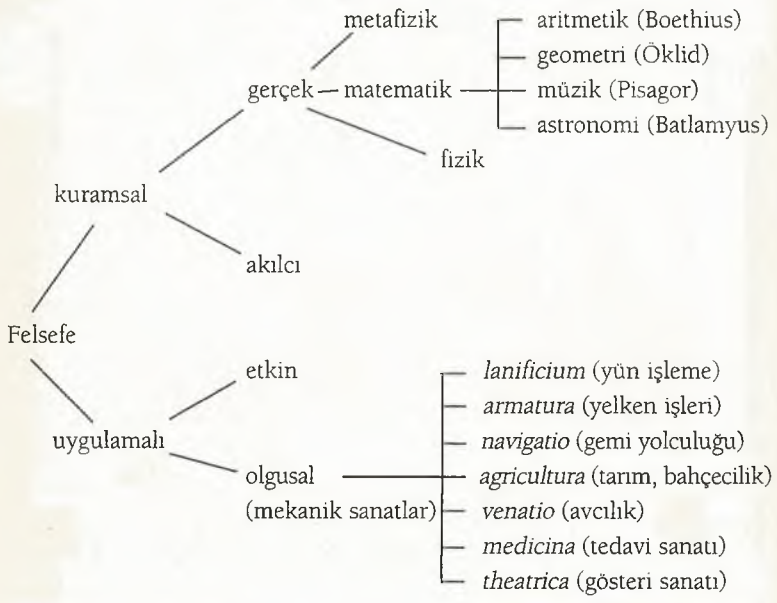
Geç Ortaçağ yazarları, "*quadrivium*"un her bir disiplinini, az ya da çok ayrıntılı olarak işlemişlerdir. Bunlardan Bruttium'lu Flavius Magnus Aurelius Cassiodorus (~480-573), Boethius'tan sonra kendi çağının en ünlü yazarıydı; ayrıca Sevilla Piskoposu Aziz İsidorus (~560-636) ve vaftiz adı "Konstantinos" (İstanbullu) olan çok yönlü bilim adamı Bizans'lı Michael Psellos (1018-1078) da bu konuda eserler vermişlerdir ki Michael Psellos'un dört matematiksel bilim ("*quadrivium*") üzerine olan elkitabı (toplu eseri), Wilhelm Holtzmann (1532-1576) tarafından 1556 yılında Yunanca-Latince iki dilli olarak yayımlanmıştır.[17]



ŞEKİL 25. "Aritmetik ve Geometri": Altta, Aritmetik'i Protagoras, Geometri'yi ise Eukleides temsil etmekte [Convenevole da Prato (~1270-1338), *Gedicht auf Robert von Anjou*, Napoli, 1334-1343; *Österreichisches Nationalbibliothek*, Viyana].[61]

Rahip Gregorius Reisch'ın (~1470-1525) *Margarita philosophica cum additionibus nouis: ab auctore suo studiosissima reuisione quarto super additis* ya da kısa adıyla *Margarita phosophica*

(Felsefe İncisi) adlı eseri 1496'da tamamlanmış ve ilk kez 1503 yılında Freiburg'da yayımlanmıştır. Eserin ünü, büyük oranda içindeki ahşap oyma resimlerden kaynaklanmaktadır. Eserde serbest sanatın her biri üzerine, ahlâk felsefesi üzerine, metafizik üzerine ve teoloji üzerine bir bölüm bulunmaktadır. Kimi bölümlerde, her bir çalışmanın bir görünümünü alegorik olarak yansıtan bir ahşap oyma resim yer almaktadır. Matbaa baskısı ilk ansiklopedi niteliğindeki bu eser çok beğenildiğinden, daha sonra on kez daha basılmıştır. "Genç" Seneca, belirgin bir şekilde matematik ile felsefeyi birbirinden ayrı tutmuşken, artık felsefe, yedi serbest sanatın kraliçesidir ve Martianus Capella'nın alegorik geleneğinde ahşap oyma başlık sayfası resimlerinde de böyle sergilenmiştir. Reisch'ın sınıflandırması şöyledir: [17]



Reisch'ın bu ansiklopedik eseri, İtalya'da mimarlığın, heykeltıraşlığın ve resim sanatının matematikselleştirilip böylelikle de bilimselleştirildiği bir dönemde yayımlanmıştır. 1400'lü yılların ("*Quattrocento*") Floransa'lı sanatçıları, el sanatları ile

uğraşan zanaatkârlardan ayrı bir grup olup onlarla karıştırılmamalıdır. Leonardo da Vinci (1452-1519) için müzik, resim sanatının ikiz kardeşidir. Leon Battista Alberti (1404-1472), yapı sanatında mimarî ve müziksel uyum (armoni) arasındaki ilişkiyi vurgulamıştır. [17]

15. yüzyıl sonlarının en yaygın kullanılan eseri olan *Margarita philosophica*'nın (Felsefe İncisi) pratik yönelimi, özellikle eserde verilen ünlü ahşap oyma resimlere yansımıştır. ŞEKİL 26'daki aritmetik konulu ünlü ahşap baskı resim, aritmetiğin maddî ve alegorik görünümlerini karşılaştırmaktadır. "*Typus Arithmeticae*" başlıklı bu resim, eski aritmetiğe karşı yeni aritmetiği, Pythagoras'a karşı Boethius'u (tam adı Anicius Manlius Torquatus Severinus Boethius) (~480-524), çörküye (abaküs) karşı Hint-Arap rakamlarını, çörkücülere karşı algoritmacıları savunmaktadır. Resimde hesap masası üzerinde sayılarla hesap yapan Boethius ile Pythagoras birlikte görülmektedir. Ortada yer alan bâkirenin iki yanındaki rulo yazılarda, 16. yüzyıl Kuzey Avrupa giysileri içindeki iki adam, Boethius ile Pythagoras betimlenmektedir. Sağda yaşlı adam olarak görünen Pythagoras, bir çörkü (abaküs) üzerinde hesap yaparken, solda genç görünümlü Boethius, hesaplamaları daha çağdaş bir yöntemle yapmakta ve sabit bakışlarını yaşlı adamın hesaplamaları üzerinde tutmaktadır. Ortada ayakta duran bâkirenin simgelediği "Bayan Aritmetik"in giysisinin sol tarafında yukarıdan aşağı 2, 4, 8 şeklinde (birbirinin ikişer katı olan sayılar), sağ tarafında ise 3, 9, 27 şeklinde (birbirinin üçer katı olan sayılar) Hint-Arap rakamlarından süsler taşımaktadır. Bu sayı dizleri, Boethius'un *De institutione arithmeticae* (Aritmetik İlkeleri) adlı eserindeki pek çok tartışmanın temelini oluşturan dizilerdir. "Aritmetik esin perisi", tercihini, sıfır dahil bu rakamlarla hesap yapan algoritmacıya doğru yüzünü çevirip ona bakarak koymaktadır. [31, 60] Matematik, çoğu yerde "bilimlerin kraliçesi" diye (kralı diye değil!) nitelenir. Gerek ŞEKİL 24'te gerekse ŞEKİL 26'da matematiğin dişi kişiliklerle simgelenmesi, bu adlandırmayı doğrular niteliktedir.



ŞEKİL 26. Roma rakamları ya da Yunan sayı harfleri ile hesap yapma yanlıları olan "abakist" ya da çörkücülerle (altta sağda, Pythagoras ile temsil ediliyor) sıfır dahil Hint-Arap rakamlarıyla hesap yapma yanlıları olan algoritmacıları (altta solda, Boethius ile temsil ediliyor) denetleyen "Aritmetik esin perisi" (ortada ayakta, elbisesi üzerinde Hint-Arap rakamlarından süsler taşımakta) (Gregorius Reisch'ın *Margarita philosophica* adlı eserinde yer alan "*Typus Arithmeticae*" başlıklı ahşap baskı resim; Basel, 1512).[25, 56, 62]

Eserin "Gramatik" metnine eşlik eden "*Typus Grammaticae*" adlı şekil, büyük boyda bir bâkire ile temsil edilmektedir (ŞEKİL 27). Bâkire, bir eliyle, üzerinde alfabe bulunan bir tabloyu yanına yaklaşmakta olan öğrenciye uzatırken, öteki eliyle, üniversite olduğu sanılan bir binanın ("Bilgi Kulesi") zemin katının kapısına anahtar sokmaktadır. Yapının alt kısmındaki odalarda, gramer metinlerinin yazarları oldukları bilinen Caesariensis Priscianus (5./6. yüzyıl) ve Aelius Donatus (4. yüzyıl) almaktadır; ikinci katta pencerelerden bakan küçük figürler, Aristoteles (Aristo) (İÖ 384-322) (Mantık), Marcus Tullius Cicero (İÖ 106-43) (Retorik) ve Boethius (Aritmetik) olarak etiketlenmiştir; üçüncü kat Pythagoras (Müzik), Eukleides (Geometri) ve Ptolemaios'u (Astronomi) temsil etmektedir; onların üzerindeki dördüncü katta, Ortaçağ felsefesinin iki görünümü için iki yüz yer almaktadır ("*philosophia practica*" ve "*philosophia theoretica*"); üstü göğe açık en üst katta ise teoloji çalışmalarının temsilcisi olarak Peter Lombard (1095-1160), tabloyu tamamlamaktadır.[60] Aynı eserden, geometri konulu resimde (ŞEKİL 28) ayarlama, saha ölçümü ve açı ölçümü aletleri ya da inşa halindeki bir geminin ahşap iskeleti resimlenmiştir. Astronomi konulu resimde Batlamyus, bir kuadrant yardımıyla yıldız gözlemi yaparken resmedilmiştir. Müzik konulu ahşap oymada ise çeşitli türde aletler çalan müzisyenler yer almaktadır.[17] Benzer konulu başka bir resim, ŞEKİL 29'da yer almaktadır.



ŞEKİL 27. "Bilgi Kulesi" (Gregorius Reisch'ın, *Margarita philosophica* adlı eserinden "*Typus Grammaticae*" başlıklı ahşap baskı resim; Basel, 1517) [56, 60, 62]



ŞEKİL 28. Geometri ("*Geometrie speculative*"): Resimde masa üzerinde pergel ve gönyeler, masanın sağında astronomi aletleri, alt tarafta ise mimarlık ve marangozluğa ilişkin çeşitli geometrik sahneler sergilenmiştir (Gregorius Reisch, *Margarita philosophica*, Basel, 1517).[62]



ŞEKİL 29. "*Arithmetica*": Bir 15. yüzyıl elyazmasında görülen bu sayma yöntemi, Bath'li Adelard zamanında (12. yüzyıl ilk yarısı) kullanılana benzemektedir.[63]

Ortaçağ ve klasik çağ aritmetiği, çağdaş matematiğe benzemeyen bir tarzda, hesap işlerini kapsamıyordu ve daha çok sayılar kuramı ile ilgiliydi. Bu sayılar kuramı da daha çok, oranların ve sayıların birbirleri ile olan ilişkilerinin araştırılmasına felsefî bir yaklaşım niteliğindeydi.[64] Ortaçağ'da "*mathematicus*" terimi, hem matematikçiyi hem de astrologu betimlemede kullanılıyordu

Aritmetiğin bir dalı, sihirli ve mistik niteliklere sahip olduğu düşünülen ve genelde eski kutsal metinlerden türetilen mistik sayılarla uğraşıyordu (nümeroloji). Örneğin kutsal üçlülükte üç varlık bulunduğundan, üç sayısı, İsa'nın çarmıha gerilmesinden ölümüne dek geçen gün sayısını da göstermekteydi. Buna benzer şekilde kırk sayısı da önemliydi. Hz. Musa (İÖ 1200'ler) ve Yahudi halkın çöldeki göçleri kırk yıl sürmüş ve İsa, çölde kırk gün geçirmişti. Nümeroloji, sayıları alfabenin harflerine, böylelikle de belirli ad ve sözcükleri birbirlerine bağlayan bir sözdebilimdir. Nümeroloji, başta horoskop çiziminde olmak üzere astrolojide de önem taşımaktadır.

Aritmetiğin başka bir dalı, sayılar arasındaki oranları ele alır. Kuşkusuz bu dalın günümüz standartlarına daha uygun olduğu düşünülecektir. Bu bilgi alanından bir örnek, bölenlerinin toplamına eşit olan "yetkin (mükemmel) sayılar"dır. Örneğin yetkin bir sayı olan 6'nın bölenleri (1, 2, 3) birbiriyle toplanırsa tekrar 6'yı verir. Başka bir yetkin sayı 28 olup, bunun bölenleri (1, 2, 4, 7, 14) toplandığında yine 28 elde edilir. Dahası, 10 sayısının her mertebesinde (birler, onlar, yüzler, binler vb.) yalnızca tek bir yetkin sayı vardır: 6, 28, 496, 8128... .[64]

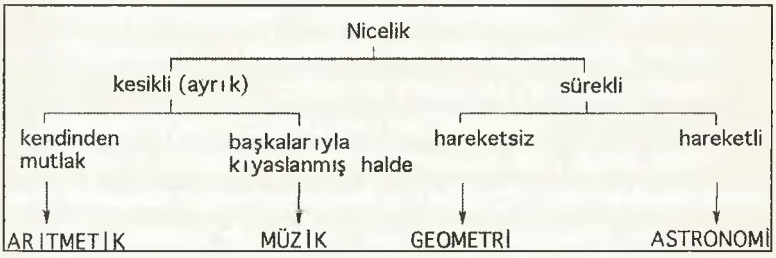
İtalyan bilgin Niccolò Tartaglia'nın (özgün adı Niccolò Fontana) (1499-1557) görüşlerine göre matematikçilerin görev aldığı bir dizi alan şöyleydi: Geometri; Aritmetik; Alan ve hacim belirlemeleri; Ölçüm aletleri tasarımı ve üretimi; Coğrafya ve kozmografya; Astroloji; Müzik; Statik; Mimarlık ve kale / istihkâm inşaatı; Optik; Makine üretimi; Sanatsal modellerin tasarımı ve üretimi; Askerî taktik konusunda öneriler (ordu formasyonunun değiştirilmesi); Merminin çapı ile ağırlığı arasındaki ilişkinin

hesaplanması; Kesin bilginin aktarılması.[65] Tartaglia'nın *Nova scientia* (Yeni Bilim) (Venedik, 1537) adlı eserinde "Matematiksel Sanatlar Bahçesi" başlığını taşıyan başka bir alegorik resim yer almaktadır (ŞEKİL 30). Avluda matematiksel bilimleri simgeleyen ve ellerinde "MÜZİK", "ARİTMETİK", "ASTRONOMİ", "GEOMETRİ" vb. yazılar bulunan kadınlar yer almakta; avluyu çevreleyen duvarın önünde GEOMETRİ'yi temsilen Eukleides durmakta; arka avluda "Felsefe Bahçesi" ve en üst konumda ise "FELSEFE" yer almaktadır. Felsefe Bahçesi'nin girişinde Platon ve Aristoteles, ayakta durmakta; Platon'un elindeki yazılı şeritte ise, onun "Akademi"sinin giriş kapısında da yazılı olan şu ünlü sözü okunmaktadır: "*Geometri bilmeyen içeri giremez*".[66] O dönemde "matematik" sözcüğü henüz yaygın şekilde kullanılmadığından, buradaki "geometri" sözcüğü matematik anlamına alınmalıdır ve bu deyiş de çoğu zaman matematik şeklinde dile getirilir. Platon'un bu ünlü okulu, İS 529 yılında Doğu Roma İmparatoru Flavius Petrus Sabbatius Iustinianus (Jüstinyen) (yön. 527-564) tarafından kapatılana dek 900 yılı aşkın süre boyunca etkinlik göstermiştir. Burada yetişen ünlü matematikçilerden ilki Eukleides, sonuncusu ise Proklos'tur (411-485).



ŞEKİL 30. "Matematiksel Sanatlar Bahçesi" [N. Tartaglia'nın *Nova scientia* (Venedik, 1537) adlı eserinden ahşap baskı resim][25, 56, 65, 66]

17. ve 18. yüzyıl bilimler sınıflandırmasında buna uygun olarak mimarlık ve yapı sanatı, matematiksel bilimler arasında yer almıştır. Tüm matematik fakülteleri, niceliklerle, aşağıdaki geleneksel düzenleme şemasına uygun olacak şekilde belirli tarzda uğraşmışlardır: [17]



Johannes Kepler'de (1571-1630) bu şemadan görülen karakteristik sapma, Kepler'in, müziği, sürekli bir nicelik saymasıdır. *"Matematik, büyüklükler bilimidir"* şeklindeki tanım, Christian Wolff'un (1679-1754) 1716 yılında yayımlanan *Mathematischem Lexikon* adlı eserinde ve onun uzantısında Jakob Hermann (1678-1733) tarafından 1728 yılında yayımlanan *Abrégé des mathématiques pour l'usage de sa majesté impériale de toutes les Russies* adlı eserinde yer alır. Bu ikinci eserin başında, *"Matematik nedir?"* sorusunu sormakta ve şöyle yanıtlamaktadır: *"Matematik, büyüklükler bilimidir. Büyüklük, artabilen ve azalabilen her şeydir"*. [17]

Johann Heinrich Alsted'in (1588-1638) *Enzyklopädie aller Wissenschaften* adlı eseri, ilk olarak 1630'da yayımlanmıştır. Reisch gibi Alsted de kuramsal ve pratik felsefe ayrımını gütmüştür. Ama Reisch'tan farklı olarak Alsted'de felsefe, bütün bir bilim olarak kapsanmamış, özellikle de mekanik sanatlar arasında yer verilmemiştir. Ona göre kuramsal felsefe, şunlardan oluşuyordu: [17]

Metafizik: Genel olarak varlıkların bilimi ("*scientia*").
Pnömatik: Ruhların ("*spiritus*") doğasının bilimi.
Fizik: Doğal cisimlerin bilimi.

Aritmetik: Sayıların bilimi.
Geometri: Ölçülerin bilimi.
Kozmografya: Yerkürenin bilimi olup kendi içinde uranometri ve coğrafya olarak ikiye ayrılır; uranometri, gökkürenin boyutuyla ilgili bilim iken coğrafya, yerkürenin boyutu ile ilgilidir.
Optik: Kullanışlı görüntülerin bilimidir.
Müzik: Kullanışlı şarkıların bilimidir.

Pratik felsefe (etik, ekonomi, politika, skolastik), temel fakültelerin (teoloji, hukuk, tıp) ve mekanik sanatların yanı sıra aynı önemde yer almaktaydı. Mekanik sanatlar (*"mechanologia"*), tanımsal olarak bedensel dış organlar tarafından uygulananlardı ve insanlar tarafından ne gerçek bir bilim halinde oluşturulabilir ne de öğretilebilirdi. Alsted bunları *"Mechanologia generalis et specialis miscellana, Mechanologia physica, Mechanologia mathematica"* olarak adlandırıyordu. Son olarak "çeşitli" diye adlandırdığı *"Praecipuae farragines disciplinarum"* diye bir grubu verir. Bunun içinde "*Mnemonica*", *"Historica"* ve de *"Chronologia"*, *"Architectonica"* ve *"Apodemica"* (nasıl seyahat edilmesi gerektiğinin bilimi) da yer alıyordu. Onun tanımına göre kronoloji, zaman hesabını iyileştirme bilimi; arkitektonik, kullanışlı inşaat bilimi idi ve buna yarık ve çatlakların onarımı, yapı estetiği, sivil ve askerî alanlar arasındaki farklılık da dahildi.[17]

Özel ilgi açısından altı matematiksel bilim, ayrıca da mekanik sanatların dört alanı önem taşımaktaydı:[17]

- Aritmetik bilimi kapsamına girenler: "*Logistica*", "*Algebraica*", "*Algorithmus*", "*Praxis Italica*", "*Rhabdologia*" (Napier hesap çubukları yardımıyla hesap yapma).
- Geometri bilimi kapsamına girenler: "*Geodesia*", "*Euthymetria seu Mecometria*" (uzunluk ölçümü), "*Embadometria*" (ayakla ölçüm), "*Stereometria*", "*Apomecometria*", "*Hypsometria*" (yükseklik ölçümü), "*Platometria*" (genişlik ölçümü), "*Trigonometria*", "*Cyclometria*".

- Uranometri bilimi kapsamına girenler: "*Astronomia*", "*Sphaerica*", "*Theorica*", "*Computus*", "*Astrologia*", "*Canon Mathematicus*".
- Coğrafya kapsamına girenler: "*Hydrogrophia*", "*Topographia*".
- Optik kapsamına girenler: "*Catoptrica*", "*Mesoptica*".
- Müzik kapsamına girenler: "*Harmonica*", "*Melopoetica*", "*Rhythmica*", "*Canon Harmonicus*".

Mekanik sanatlarda dört alan sayılmaktaydı: [17]

- *"Thaumaturgica"* (olağandışı sanatlar): *"Automatopoëtica"*, *"Pneumatica"* vb.
- *"Archimagisterica"* (mutfak sanatı): *"Clasmatica"* (kızartma sanatı), *"Hydraulica"* vb.
- *"Horometria"*: *"Gnomonica seu Sciatherica"*.
- *"Zographia"* (resim sanatı): *"Scenographica"* (perspektifli çizim).

Alsted'in otomat yapımı olarak ele aldığı "*Thaumaturgica*", 17. yüzyılda gerçekte bilimsel alan çerçevesinde önemli bir konum kazanmıştır. Bu bağlamda Kaspar Ens (~1570- ~1636), 1636 yılında Köln'de *Thaumaturgus mathematicus, id est admirabilium effectuum e mathematicarum disciplinarum fontibus profluentium syllope* (Matematiğin Olağandışı Yönü, yani Matematiksel Bilimlerin Kaynaklarından Yol Alan Hayret Verici Etkiler Derlemesi) adlı eserini yayımlamıştır. Gaspar Schott'un (1608-1666), 1657-1658'de yayımladığı dört ciltlik Magia universalis naturae et artis (Doğal ve Yapay Evrensel Büyü) adlı eserinin üçüncü cildi "Thaumaturgus mathematicus", dördüncü cildi ise "Thaumaturgus physicus" başlığını taşıyordu. [17]

Francis Bacon (1561-1626), 1605 tarihli *The Advancement of Learning* (Öğrenimin İlerlemesi) adlı eserinin 1623 tarihli genişletilmiş Latince nüshası olan *De dignitate et augmentis scientarum* adlı eserinde matematiği kendine özgü bir bilim olarak değil, kozmoloji ve felsefeye bir ek olarak işlemiştir. Burada

saf ve karışık matematik ayrımı yapmış ve karışık matematiğin kapsamına astronomi, coğrafya, perspektif, yapı sanatı ve müziği almıştır.[17]

Johann Faulhaber (1580-1635) Ulm'lu bir dokumacının oğlu olup Ulm kentinde hesap ustası olarak ün kazanmıştır. Almanya'nın dört bir yanından ve komşu ülkelerden çok sayıda öğrenci, onun okuluna gelerek okumuş ve bu okul, daha sonra bir topçuluk ve mühendislik okulları şeklinde iki okul haline ayrılmıştır. Bunun yanı sıra Faulhaber, istihkâmcılıkla ilgilenmiş ve Güney Almanya'nın çeşitli kentlerinde kale ve hisar yapımında görev almıştır. Matematiksel çalışmaları kolaylaştırmak için çeşitli türde aletler geliştirmiştir. Faulhaber'in *Ingenieurs-Schul* (Mühendisler Okulu) (Nürnberg, 1637) adlı eserinin ilk baskısı, Alsted'in ansiklopedisi ile aynı zamanda yayımlanmış ve burada, Reisch'ta olduğu gibi "*philosophia*" (felsefe) kapsamına değil de "*sapientia*" (bilgi) kapsamına alınan 12 matematiksel bilim sayılmıştır: Geometri, Topoğrafya, Coğrafya, Aritmetik, Müzik, Gnomonik, Trigonometri, Optik, Arkitektonik, Astronomi, Logaritmografi ve Mekanik (ŞEKİL 31). Buna göre Faulhaber'de, Alsted'den farklı olarak Arkitektonik (mimarlık), matematiksel bilimler arasına alınmıştır. Bu eserin ikinci baskısında, aynı bölümleme yapılıp yeni disiplinler de eklenerek matematik, 18 dala ayrılmıştır. Buna göre arkitektonik bilimi askerî mimarlık, gemi mimarlığı ve sivil mimarlık olarak üçe ayrılmış; ayrıca da yeni dallar olarak cebir, stereometri ("*Stereometria*"), jeodezi (yerölçümü) ve pirobolik ("*Pyrobolia*", havai fişekçilik sanatı) eklenmiştir.[17]



ŞEKİL 31. Johann Faulhaber'in *Ingenieurs-Schul* adlı eserinin başlık sayfası resminde "*Architectonica*", "*Astronomia*", "*Logarithmographia*", "*Mechanica*", "*Musica*", "*Gnomonica*", "*Trigonometria*", "*Optica*", "*Geometria*", "*Topographia*", "*Geographia*", "*Arithmetica*", konu ile ilgili bir nesne eşliğinde kadın figürleri ile sergilenmektedir. Eserde 18 dala ayrılan matematiksel bilimlerin diğer dalları da benzer şekilde sergilenmiş olup, örneğin, "*Stereometria*" , bir küpün boyutlarını ölçen bir figürle, "*Pyrobolia*" ise bir top kundağı üzerindeki top eşliğinde bir kadın figürü ile verilmiştir.[67]

Pierre Hérigones (ölm. ~1643), ilk olarak 1634-1642'de yayımlanan altı ciltlik *Lehrbuch der Mathematik* (Matematik Ders Kitabı) adlı eserinin 1644 tarihli beş ciltlik nüshasında, Eukleides'in *Stoikheia* ve *Data* adlı eserlerini, Apollonius'un yeniden oluşturulan yazıları ve Theodosius'un (İÖ 100 yılı dolayı) Sphaerika adlı eserlerini işlemiş olup matematiği yirmi disipline ayırmıştır: [17]

1. Açı bölümleri öğretisi
2. (Uygulamalı) Aritmetik
3. Paskalya Bayramı'nın hesabı (kilise hesabı, "*computus ecclesiasticus*")
4. Cebir (adi cebir ve harflerle yapılan cebir)
5. Sinüs ve logaritma çizelgelerinin düzenlenmesi
6. (Uygulamalı) Geometri
7. Kale ve istihkâm inşa sanatı ("*ars muniendi*")
8. Savaş bilimi (savaş düzenleri, komuta terimleri)
9. Mekanik
10. Yerküre bilimi
11. Coğrafya (eski ve yeni)
12. Denizcilik ("*ars navigandi*")
13. Optik
14. Katoptrik
15. Dioptrik
16. Perspektif
17. (Küresel) Trigonometri
18. Gezegen Kuramı (yer merkezli ve güneş merkezli evren tablolarına göre)
19. Gnomonik
20. Müzik

Bu eserin altıncı ek cildinde ayrıca kübik denklemlerin geometrik çözümleri, orantı pergeli, kronoloji gibi konular da verilmiş ve bunlar Hérigones tarafından matematiksel disiplinler arasında sayılmamıştır. [17]

Johannes von Luneschlos (ölm. 1699) tıp doktoru olup Pierre Gassendi (1592-1655) ile René Descartes'ın öğrencisi ve aile dostu idi. 1646 yılında Passau'da yayımlanan *Thesarus mathematum reseratus per algebram novam* adlı eserinde matematik disiplinlerinin özeti, aritmetik, cebir ve geometri şeklinde verilmiştir. Kısa bir süre sonra "*arithmetica universalis*" diye nitelenen cebir, böylelikle zafer alayında yerini almıştır. "Karışık (*mixta*) matematik" terimi, Luneschlos tarafından kozmografya, optik, arkitektonik ve statik gibi kısmen matematiksel kısmen de fiziksel bağlamlı matematik olarak ortaya atılmış, ancak "*Mathesis*"e fizikten daha yakın olduğundan bunlar matematiksel bilimler olarak adlandırılmışlardır. Bu arada müzik de artık bağımsız bir matematik olarak "*quadrivium*"un diğer üç bilimi yanında yer almayıp ona, karışık matematik de yer verilmiştir. Luneschlos'un geometriye verdiği alt bölümler şöyledir: Astronomi, astroloji, coğrafya, hidrografya, optik, sivil mimarlık, askerî mimarlık, gemi mimarlığı, statik, mekanik.[17]

Thesarus mathematum...'un başlık sayfasındaki bakır kazıma resimde, altı değişik ulusun önde gelen cebircilerinin portreleri yer almaktadır: (1) Yunan matematikçi "Megara"lı Eukleides (~İÖ 450-380) [Aslında *Stoikheia*'nın ünlü yazarı olan İskenderiye'li Eukleides (~İÖ 316-250) kastedilmekteydi]; (2) Mısır'dan, İskenderiye'li Diophantos (206-290); (3) Alman, Esslingen'li Michael Stifel (~1487-1567) (1544 tarihli *Arithmetica integra* adlı ünlü eserin yazarı olan Stifel, resimde Prusya'lı olarak nitelenmiştir); (4) "İspanyol", Lusitanya'lı (yaklaşık olarak bugünkü Portekiz'e karşılık gelen bir bölge) Pedro Nuñez (1502-1578); (5) Fransız, Fontenay'li François Viète (Franciscus Vieta) (1540-1603); (6) İtalyan, Milano'lu Geronimo Cardano (1501-1576).[17]

Luneschlos, "*Mathesis*"i özel ve genel olarak ikiye ayırıyor; özel "*Mathesis*"i Aritmetik, Cebir ve Geometri olarak ayırıyor; genel "*Mathesis*"i ise saf / karışık, basit / bileşik, kuramsal / pratik şeklinde tekrar çeşitli alt gruplara ayırıyordu. Onun sınıflandırmasında tüm diğer matematiksel bilimler, geometri

altında gruplara ayrılıyordu. Uygulamalı Saf Geometri ("*ars bene metiendi*") içinde Longimetri, Planimetri, Stereometri yer alıyordu. Karışık Geometri'ye ise çeşitli sınıflandırma düzlemlerinde Statik, Arkitektonik, Optik ve Kozmografya dahildi. Statik biliminden Mekanik, Pirostatik, Aerostatik ve Hidrostatik ortaya çıkıyordu. Arkitektonik, kendi içinde sivil, askerî ve gemi mimarlığı olarak dallara ayrılıyordu; Kozmografya içinde Uranoskopya ile Coğrafya yer alıyordu; Uranoskopya bilimi Astronomi ve Astroloji'den ibaret iken Coğrafya'nın içinde Hidrografya da yer alıyordu. [17]

Cizvitler, özellikle geometri, aritmetik, ölçme bilimi, takvim düzenlemesi, denizcilik, astronomi, mekanik gibi matematiksel bilimlerde yoğun çalışmalar yapmış ve çok sayıda kitap yazmışlardır. 631 Cizvit yazar birer geometri kitabı ve yalnızca Öklid geometrisi konusunda 77 Cizvit yazar birer kitap yazarken, Athanasius Kircher (1602-1680) 39, Roger Joseph Boscovich (Ruggiero Giuseppe) (1711-1787) 151 geometri kitabı yazmışlardır! Christopher Clavius (1538-1612) da önde gelen Cizvit matematikçilerdendir. Cizvit bilgin Gaspar Schott (1608-1666), Athanasius Kircher'in bir öğrencisi idi. Ünlü eserleri arasında *Magia universalis* (1657), *Physica curiosa* (1662) ve *Technica curiosa* (1664) yer alır. Hérigones'in *Cursus mathematicus* (Matematik Ders Kitabı) adlı eserinden yaklaşık yirmi yıl sonra Gaspar Schott'un *Cursus mathematicus*'u (Würzburg, 1661) yayımlanmıştır. Burada matematik disiplinleri, şu yirmi iki alana ayrılmıştır: [17]

1- (Uygulamalı) Aritmetik
2- (Temel ve uygulamalı) Geometri
3- (Temel ve uygulamalı) Trigonometri
4- (Temel, kuramsal ve uygulamalı) Astronomi
5- Astroloji
6- Kronografi (kronoloji)
7- Coğrafya
8- Hidrografi (denizcilik)
9- Horografi (güneş saati yapımcılığı)

10- Mekanik [ilk beş basit makine (kaldıraç, makara, palanga, çıkrık, dişli çark / burgu)]
11- Statik (tartım sorunları)
12- Hidrostatik
13- Hidroteknik
14- Optik (gözün yapısı, görme kuramı)
15- Katoptrik (aynalar kuramı)
16- Dioptrik (ışığın kırılması kuramı)
17- Askerî mimarlık (istihkâmcılık)
18- Saldırı ve savunma savaşının yönetimi
19- Taktik (ordugâhların ve birliklerin konuşlandırılması)
20- Müzik (armoni bilgisi)
21- Cebir
22- Logaritma kuramı

Claude François Milliet Dechales'in (1621-1678), birinci baskısı 1674'te, ikinci baskısı onun ölümünden sonra 1690'da yayımlanan *Cursus seu mundus mathematicus* adlı eserinde, matematiğin 27 disiplini sayılmakta ve bunlar şu 28 makale halinde işlenmektedir: Aritmetik, Trigonometri, Cebir, Uygulamalı geometri, Mekanik, Statik, Coğrafya, Manyetizma, Sivil mimarlık, Ahşap işleme sanatı ("*ars tignaria*"), Taş oymacılığı (tasarı geometrinin bir uygulama alanı), Askerî mimarlık, Hidrostatik, Kaynak suları ve ırmaklar, Hidrolik makineler, Denizcilik, Optik, Perspektif, Katoptrik, Dioptrik, Müzik, Piroteknik, Astrolab, Gnomonik, Astronomi, Astroloji, Meteorik, Takvim hesabı. Bu listede özellikle öncekilerden farklı olarak manyetizma, taş oymacılığı, piroteknik ve ahşap işleme sanatı gibi yeni dalların eklendiği görülmektedir. Dechales, 18. yüzyılda Christian Wolff'un (1679-1754) da benzer şekilde düşüneceği üzere, piroteknik gibi, özünde matematiksel bilimler alanına girmeyen bir dalın, "hareketli ateşin doğasının, yalnızca matematiksel yasalarla kanıtlanabileceğini" duyumsamıştı.[17]

İngiliz matematikçi William Leybourn (1626-~1700) de 1690 yılında Londra'da kendi matematik ders kitabını (*Cursus*

mathematicus...) yayımlamıştır. Dokuz kitaba ayrılan eserde şu konular yer almaktadır: [17]

Kitap 1: Aritmetik (adi, ondalık, aletsel, cebirsel aritmetik)
Kitap 2: Geometri (düzlemsel, üç boyutlu geometri)
Kitap 3: Astronomi [uygulamalı astronomi, yani ilk hareket ettirici ('*primum mobile*') bilgisi ve küresel projeksiyon]
Kitap 4: Trigonometri (düzlemsel ve küresel trigonometri)
Kitap 5: Kozmografya (gök ve yer kozmografyası)
Kitap 6: Geometrik aletler (uygulamalı geometri, yani saha ölçümü ve istihkâmcılık)
Kitap 7: Navigasyon (düzlemsel, küresel)
Kitap 8: Zaman ölçümü
Kitap 9: Kuramsal astronomi (gezegenler kuramı)

Jacques Ozanam'ın (1640-~1717) *Mathematisches Wörterbuch* (1691) adıyla yayımlanan eserinde ise matematik dalları şöyle verilmişti: [17]

- Aritmetik
- Cebir
- Geometri
- Kozmografya
- Astronomi (bunun çok sayıdaki alt dalları içinde güneş kuramı, ay kuramı, her bir gezegenin kuramı vb. vardı)
- Coğrafya (çok sayıdaki alt dalları arasında astronomik coğrafya, doğal coğrafya, tarihsel coğrafya vb. vardı)
- Denizcilik (çok sayıdaki alt dallarında rüzgâr, gemi, gemi direği, çapa, yelken terimleri yer alıyordu)
- Optik
- Perspektif
- Gnomonik
- Katoptrik
- Dioptrik
- Resim sanatı

- Mekanik
- Statik
- Hidrostatik
- Mimarlık
- İstihkâmcılık
- Müzik

Christian Wolff (1679-1754), 1713-1715'te ilk kez yayımlanan *Elementa matheseos universe* (Evrensel Matematiğin Öğeleri) adlı ders kitabında matematiğin dallarını Aritmetik, Geometri, (Düzlemsel) Trigonometri, (Sonlu ve Sonsuz Büyüklüklerin) Analizi, Mekanik, Statik, Hidrostatik, Aerometri, Hidrolik, Optik, Perspektif, Katoptrik, Dioptrik, Sferik (Küre Bilgisi), (Küresel) Trigonometri, (Küresel ve Kuramsal) Astronomi, Coğrafya, Hidrografya, Kronoloji, Gnomonik, Piroteknik, (Askerî ve Sivil) Mimarlık.[17]

Avrupa'da Alet Yapımı ve Matematik

Uygulamalı matematik ve matematiksel bilimlerdeki gelişme, aletli yardımcı araçların keşfi, kullanılması ve yetkinleştirilmesiyle yakından bağlantılıdır. Aletler, özellikle astronom, hesap uzmanı, çizimci, inşaatçı, denizci, haritacı, mimar, saha ölçümcü ve topçu gibi bir nesneyi gözlemleyene hizmet etmekteydiler.[17]

John Peckham (1240-1292), 1278 tarihinden itibaren Canterbury başpiskoposluğu görevinde bulunmuş; *Theoretica planetarum* adlı astronomi ve *Perspectiva communis* adlı optik eserlerinin dışında *Mathematica rudimenta* adlı bir matematik kitabı kaleme almıştır.[65]

Nesne ve olayların sayılarla kavranması geliştikçe, daha kesin ölçme gereksinimi ve buna karşılık gelecek şekilde de alet yapımı gerekmiştir. Teknik bilgilere karşılık gelen araştırma konularının önemli bir alanı, aletlerin tarihidir. Alet yapımcısının ("*mechanici*"), bilimin (astronomi, matematik, jeodezi) daha da ilerlemesindeki

ve oluşan erken ulus devletlerin şekillenmesindeki önemi göz ardı edilmemelidir. Bunlar yalnızca arazi ölçümü ve kartografi için ölçüm aletleri geliştirmekle kalmamış, topçulukla ilgili olarak geliştirdikleri yardımcı ölçüm aletleriyle, modern topçuluk tekniğinin gelişmesine de katkıda bulunarak, oluşan mutlak tahakküm politikası çerçevesinde büyük önem taşımışlardır [58]

Matematik pratisyenlerinin tarihe kazandırdıkları, önce, günlük pratik için gerekli olan matematiksel temel bilgilerin aktarılması ve yaygınlaştırılması, öte yandan da gerekli araç ve aletlerle bilimi ve pratiğini beslemek, matematiğin bir dizi uygulama alanlarını pratiksel ve kuramsal olarak işlemek olmuştur. Aralarında Jakob Köbel (1460-1533) [*Ain new geordnet Rechenbiechlein* (Yeni Düzenlenmiş Bir Hesap Kitapçığı), 1514], Rainer Gemma Frisius (1508-1555), Pedro Nuñez (1502-1578), Niccolò Tartaglia (1499-1557) (*General trattato di numeri et misuri*, 1556-1560) ya da Galileo Galilei (1546-1642) gibi kişiler de yer alsa bile, bu pratisyenler grubunun çoğu üyesi, tarih bakımından tanınmayan adsız kahramanlardır ve öyle kalmışlardır. Yeniçağ Avrupa'sında bilimsel aletlerin üretiminde ilk merkez, Nürnberg'dir. Bu kent, Ortaçağ sonlarında önemli Avrupa ticaret yolunun kavşak noktasındaki uygun konumu ve Orta Avrupa'nın en önemli maden yataklarına nispeten yakın olması nedeniyle, öncelikle silah, donanım, ev eşyası üretimi ve çan ve top dökümü olmak üzere metal işlerinde başı çeken bir rol oynamıştır. Ahşabın yanı sıra bronz ve pirinç, 15. yüzyılda yapımına başlanan bilimsel alet üretiminin en önemli malzemeleri olmuştur. Nürnberg'de bulunan çok sayıdaki bilim adamının çağrısı üzerine, loncalar halinde örgütlenmiş olan mesleklerde, her şeyden önce astronomiye ve denizciliğe ilişkin aletlerin yapımı konusunda bir işbirliğine gidilmiş ve üretilen aletler bu kentten Avrupa'nın tüm kentlerine doğrudan ya da İtalya üzerinden dolaylı olarak Portekiz ve İspanya'ya kadar ihraç edilmiştir. Alet yapımcıları loncalar halinde Almanya'da Nürnberg ve Augsburg'da, İngiltere'de Londra'da, Fransa'da ise Paris'te örgütlenmişlerdir. Alet yapımı konusunda 16. yüzyılda bile Almanya

ile Hollanda ve bugünkü Belçika arasında bir rekabet vardı. 16. yüzyılda İngiltere'de de, başlangıçta yabancı alet yapımcıların istihdamı ile özgün alet üretimine başlanmıştır. 18. yüzyılda İngiliz alet yapımcıları, Fransız, İtalyan ve Alman atölyeleri karşısında muazzam bir güce eriştiler. Bu matematik pratikçileri, topçuluk ve ölçme biliminde, istihkâmcılık, denizcilik ve haritacılık alanlarında uğraşlar vermişlerdir.[57]

Pedro Nuñez (Latinceleştirilmiş şekliyle Petrus Nonius) (1502-1578), olasılıkla Yahudi kökenli ve Hıristiyan dönmesi Portekizli bir aileye mensup olup zamanının en büyük matematikçilerinden biri idi. En iyi bilinen katkısı, seyrüsefer tekniği konusunda olup "*loxodrome*" (kerte hattı) düşüncesini ortaya atması olup ayrıca çeşitli ölçüm aletleri geliştirmiştir.

İtalya'nın Brescia kentinde doğan, bir ara Verona ve Venedik'te çalışan matematikçi ve hesap ustası Niccolò Tartaglia (1499-1557), 1512 yılında henüz çocukken, Brescia'nın Fransızlarca yağmalanması sırasında, bir askerin sorduğu soruyu doğru yanıtlamaması sonucu ondan aldığı kılıç darbesiyle kafatası kırılıp yüzü, çenesi ve damağı parçalanmıştı. Bu sırada korkudan dili tutulan Niccolò, daha sonraları kekeleyerek konuştuğu için, ünü yayıldığı dönemde, özgün adı olan Fontana yerine "Kekeme" ("*Tartaglia*") lakabını benimsemişti. Tartaglia matematikteki ününü, 1535 yılında kübik (3. derece) denklemlerin bir genel çözümünü bulmasıyla kazanmıştı. Ancak bu çözümü yayımlamamış ve bir ara yakın dostu bildiği matematikçi Cardano'ya açıklamıştır. 1543 yılında Eukleides'in ünlü eseri *Stoikheia*'nın Latince'den İtalyanca'ya çevirisini (Latince'ye ilk çevirisi, Arap kaynaklarına dayanarak 12. yüzyılda Bath'li Adelard tarafından yapılmış ve ilk kez 1482'de Venedik'te matbaa baskısıyla yayınlanmıştır) ve Arkhimedes'in çok sayıdaki eserini Latince olarak yayımladı. Kendi matematiksel çalışmalarını *General trattato di numeri et misuri* (Sayılar ve Ölçme Üzerine Genel İnceleme) (Venedik, 1556-1560) adı altında yayımladı. *Nova scientia* (Yeni Bilim) (Venedik, 1537) ve *Quesiti et inventioni diverse* (Çeşitli Sorunlar ve Buluşlar) (Venedik, 1546) adlı eserlerinde değişik

konuların yanı sıra balistik konulu sorunları geometrik yolla incelemiştir. Özellikle *Quesiti...*'de balistik kuramını daha geliştirmiş ve havan mermisi yolunun önceleri kabul edildiği gibi zirveye dek doğrusal değil, aksine, eğrisel olduğunu ve en uzağa atışın 45° eğimli atışta elde edileceğini belirtmiştir. Topçu pratisyenlerin kullanması için *Quesiti...*'de verdiği atış çizelgesinde 45° eğime kadar artırılan atış açısında erimin arttığını, bu değerden sonra atış eğimi artırıldığında ise azaldığını göstermiştir (ŞEKİL 32). *Quesiti...*'nin 1554'teki genişletilmiş baskısına istihkâmcılık bilgileri de konmuştur. Tartaglia, 1551'de Venedik'te yayımlanan *Regola generale* adlı kitabında Rönesans mühendisleri tarafından sıkça ele alınan batık gemi ve metal nesnelerin yüzdürülmesini, Arkhimedes'in hidrostatiğinden yola çıkarak işlemiştir. Niccolò Tartaglia da, Vannoccio Biringuccio (1480-1539) gibi İtalyan halk dilinde ("*lingua volgare*") yazmıştır (daha geç dönemde Galilei de aynı yolu izleyecektir). Böylece Latince ve Yunanca bilmeyen sade insanların da bilimsel konuları izlemelerine olanak tanınmıştır.[68]



ŞEKİL 32. Niccolò Tartaglia ("Kekeme" Niccolò) (N. Tartaglia, *Quesiti et inventioni diverse*, 1546).[69]

Arkhimedes'in eserleri ilk kez 1543'de Venedik'te Tartaglia tarafından Latince'ye çevrilerek bastırılmıştır. Arkhimedes, Eukleides'in geometri konusundaki *Stoikheia* adlı kitabına benzer yapıdaki düzenlemelerle, başta mekanik problemleri olmak üzere aksiyomatik ve dedüktif (tümdengelimli) yolla problem çözümleri vermiştir.[66] Avrupa matematiğinde ana ilerlemeler 16. yüzyılda kübik (3. dereceden) ve kuadratik (4. dereceden) denklemlerin cebirsel çözümüyle önce Luca Pacioli, ardından da Geronimo Cardano, Tartaglia ve Ludovico Ferrari (1522-1565) ile başlamıştır. Nikolaus Kopernicus (1473-1543) ve Galilei, evrenin incelenmesinde matematiksel uygulamaları devrimleştirmişlerdir.[10] Pisa'lı Galileo Galilei, 1606 yılında Padua'da İtalyanca olarak *Le operazioni del compasso geometrico et militare* (Geometrik ve Askerî Pergellerle İşlemler) adlı eserini yayımlamıştır.

16. yüzyıldan itibaren alet kitapları yayımlanmaya başlanmıştır. Bunların yazarları, çoğu zaman aletleri bulan, üreten ve pazarlayan kişilerdir:[17]

(•) Fransız Jacques Besson (1540-1573) ve onun *Theatrum instrumentorum et machinarum* (Aletler ve Makinelerin Gösteri Alanı) (Lyon, 1578) adlı eseri.

(•) Belçikalı Levinus (Liévin) Hulsius (1550-1606) ve onun *Mekanik Aletler Üzerine Dört İnceleme*'si (Frankfurt a. M., 1602-1605).

(•) Fransız Nicolas Bion (1653-1733) ve onun *Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématique* (Matematiksel Aletlerin Yapımı ve Kullanım İlkeleri Üzerine İnceleme) (Paris, 1709) adlı eseri.

(•) Alman Jakob Leupold (1674-1727) ve onun *Theatra*'sı [yani *Theatrum machinarum* (Makinelerin Gösteri Alanı) adlı eserler dizisi] (Leipzig, 1724-1739).

(•) İngiliz George Adams (1750-1795) ve onun *Geometrical and graphical essays containing a general description of the mathematical instruments used in geometry, civil and military surveying, levelling, and perspective* (Geometri, Sivil ve Askerî Saha Ölçümü, Saha Tesviyesi ve Perspektifte Kullanılan Matematiksel Aletlerin Genel Bir Tanımını İçeren Geometrik ve Grafiksel Denemeler) (Londra, 1791) adlı eseri.

Mevcut aletlerdeki iyileştirmeler öncelikle şu konularda olmuştur: [17]

1- Benzer üçgenlerden yararlanarak bir şekli büyültmek ya da küçültmek üzere kopyasını çıkarmada kullanılan eklemli bir tür cetvel olan pantograf, ilk olarak Cizvit bilgin Christoph Scheiner (1575-1650) tarafından bulunmuştur. Başka bir Cizvit bilgin olan Athanasius Kircher ise pratik geometri problemlerini çözmek için "*pantometrium*" diye adlandırdığı bir alet ile bir sayım makinesi geliştirmiş ve bunları *Pantometrum Kircherianum* (Kircher'in Açıölçeri) (Würzburg, 1669) adlı eserinde betimlemiştir.

2- 1700 yılından itibaren ölçüm kesinliğinin yükseltilmesine güçlü bir şekilde, gereksinim duyulmuştur. Bu bağlamda çapraz bölmelemenin (taksimatlama) uygulamaya konması, "*Nonius*" ya da verniye'nin bulunması sayılabilir. Doğrusal bölmeli ölçeklerin okunmasında yardımcı olan bu araçlar, ölçek çizgilerinin değerleri arasındaki kesirli okumalara izin vermektedir. "*Nonius*", Portekizli matematikçi Pedro Nuñez'in (1502-1578) adının Latinceleştirilmişi olup özel bir ölçüm çubuğu üzerindeki birimlerin onda birlerinin okunmasını mümkün kılan, kaydırılabilir ölçü çubuğu aletidir. Kimi bilim tarihçileri, bu aletin Nuñez'in öğrencisi Cizvit bilgin Christopher Clavius (1538-1612) tarafından keşfedilmiş olduğunu, bu nedenle de bu ölçeğe "Clavius ölçeği" denmesi gerektiğini öne sürerlerken, günümüzde, onu yeniden geliştiren Pierre Vernier'nin (~1580-1637) adından hareketle "Vernier

(okunuşu 'verniye') ölçeği" ya da "verniye" diye adlandırılmaktadır. Clavius bu alet ve yöntemi *Geometrica practica* (Pratik Geometri) (Roma, 1604) adlı eserinde betimlemiştir. Vernier 1631'de yazdığı *La Construction, l'usage et les propriétés du quadrant nouveau de mathématiques* (Yeni Bir Matematiksel Kadranın Yapılanması, Kullanımı ve Özellikleri) adlı eserinde trigonometrik sinüs çizelgelerini, kenar uzunluklarından hareketle bir üçgenin açılarının hesaplanma yöntemini, ayrıca da "Vernier çap pergeli" diye bilinen yeni ölçüm aletinin betimini vermiştir.

3- Aletlerin kullanımına çok yönlülük kazandırılmıştır. Bu bağlamda astrolab ve teodolit gibi aletler örnek verilebilir.

4- Hesap işinin çizelgeler (logaritma cetveli, kiriş çizelgesi vb.) ve mekanik hesap gereçleri (Napier çubukları, hesap makineleri, orantı pergeli vb.) hazırlanarak mekanikleştirilmesi.

16. yüzyıl başlarında belirli bir geometrik çizimi belirli bir oranda küçültmek için "küçültme pergeli" (Alm. "*Reduktionszirkel*") kullanılmakta idi. Her iki uçları da sivri olan "X" harfi şeklindeki pergelin kolları üzerinde belirli aralıklarla delikler bulunmakta ve uygun oranlı deliklerden vidalanarak sabitlendiğinde uzun kollara bağlı uçlar üzerinden ölçüsü alınan bir şekil, kısa kolların uçları üzerinden çizilerek küçültülebilmekteydi. Bu işlem, ters yönde (büyütme yönünde) de uygulanabilmekteydi.

Fransız matematikçi ve mühendis Jacques Besson (1540-1573), 1569 yılında Orléans'da matematik profesörü idi. 1578'de Lyon'da *Theatrum instrumentorum et machinarum* (Aletler ve Makinelerin Gösteri Alanı) adlı eserini yayımlamıştır. Eserin başlık sayfasında Besson, "yüksek akıl sahibi matematikçi" ("*Mathematici ingeniosissimi*") şeklinde nitelenmektedir. Besson çok sayıdaki gezileri sırasında çeşitli buluşları tanımış, bunları bizzat uygulamaya çalışmış ve onların bakır kazıma resimlerini hazırlatmıştır. Eserinde çeşitli türde pergeller, torna tezgâhları, körükler, krank milli balyozlar, kesme değirmenleri, kaldırma makineleri, el değirmenleri, su değirmenleri, bir müzik

aleti ve taşıma düzenekleri yer almaktaydı. Besson'un bir buluşu da büyük taş sütunları ya da obeliskleri taşımaya yönelikti. Bunların dışında, kısmen fantastik türde olan çok sayıda teknik düzenekler (örneğin bir gemiyi, yükü ile birlikte, yalnızca el kullanılarak, sudan yukarı kaldırıp bir limana getirecek ya da limandan dışarı götürecek bir makine) de vardı. Onun bu eseri çok ilgi toplamış ve Agostino Ramelli (~1531-1608 sonrası), Vittorio Zonca (1568-1627), Fausto Veranzio (1551-1617), Giovanni Branca (1571-1645), Salomon de Caus (1576-1626), Heinrich Zeising (16./17. yüzyıl) ve Jacopo da Strada (1507-1588) gibi yazarlar tarafından bunun modelinde çok sayıda makine kitabı ortaya konmuştur. [17]

"Kralın matematiksel aletler mühendisi" unvanlı Fransız Nicolas Bion (1653-1733), en tanınmış Fransız alet yapımcılarından biri idi. Gökküreleri ve astrolabların kullanımı üzerine *Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématique* adlı eseri ilk olarak 1709'da yayımlanmıştır. Eserin 1723 tarihli ikinci baskısında, sırasıyla şu konular işlenmiştir: En çok kullanılan aletler; Orantı pergeli; Çalışma odası aletleri; Saha ölçüm aletleri; Su terazileri ve topçuluk aletleri; Astronomi aletleri; Denizcilik aletleri; Güneş saatleri, ay saatleri ve yıldız saatleri. Üçüncü baskısına yeni bir bölüm olarak diğer fiziksel-matematiksel alet ve makinelerin inşası ve kullanımı da yer almıştır. Bion'a göre en sık kullanılan aletler pergel, cetvel, dolma kalem, kurşun kalem kılıfı, gönye ve iletki ("*rapporteur*") idi. [17]

Alet yapımcısı Jakob Leupold (1674-1727), mesleklerle bilimi birbirine bağlamaya, böylelikle ülkesinin genel teknoloji düzeyini yükseltmeye çaba harcamıştır. Alet yapımcısı olarak her şeyden önce hava pompaları üretimi ile ün kazanmıştır. *Theatrum machinarum* (Makinelerin Gösteri Alanı) adlı kapsamlı eser dizisinin yayımına Leipzig'de 1724'te başlanmışsa da eser tamamlanamamıştır. Ölümüne kadar yedi cilt, ölümünden sonra da üç cilt yayımlanmıştır. Yayımlananlar arasında *Theatrum arithmetico-geometricum* (Aritmetik ve Geometrinin

Gösteri Alanı), *Das ist Schau-Platz der Rechnen- und Meß-Kunst* (Hesaplama ve Ölçme Sanatının Gösteri Alanı...) (Leipzig, 1727) da bulunmaktadır. *Theatrum machinarum generale* (Genel Makineciliğin Gösteri Alanı) adlı birinci cildin önsözünde şöyle yazılıdır: "*Artık günümüzde olağandışı ve kuvvet uygulamadan kuvvet üretebilecek makineler yapan, ya da iki atın yapabileceği işi tek bir atla yapabilecek makine, hattâ 'perpetuum mobile' yapabilecek çok sayıda yeni sanatçı ve buluş ustasına rastlanabilir. Ancak tüm bunlar çılgınlık ve palavracılıktan başka bir şey değildir; çünkü bu insanların hiçbir bilimsel temelleri yoktur ve kuvvet, yük ve zamanı hesaplamayı düşünmezler*". Eserin oldukça geniş yaygınlık kazanmasını, kuşkusuz içinde yer alan 446 adet bakır kazıma resim sağlamıştır. Bu resimlerden 45'i *Theatrum arithmetico-geometricum*'da yer alır ve hesap gereçleri ve geometrik aletler üzerine kapsamlı bir bakış açısı verir. Bunlar arasında Napier'in hesap çubukları, Leibniz'in hesap makinesi, orantı pergelleri, çok sayıda gereçler de vardır. Bu ciltte, *Kutsal Kitap*'ta yer alan şu ünlü söz de zikredilmektedir: "*Numero, mensura et pondere deus omnia creavit*" ("Tanrı her şeyi, sayı, ölçü ve ağırlığa göre yaratmıştır"). [17]

Uygulamalı geometri ya da saha ölçümünde 16. yüzyıl ortasında temel olarak şu aletler kullanılmıştır: Ölçü kuadratı ("*Meßquadrat*"; dolaylı yoldan uzaklık ölçümü için), kuadrant ("*Quadrant*"; uzaklık ölçümünde ölçü kuadratı kullanılması eşliğinde düşey açı ölçümleri için), Jakob çubuğu, ayna (yükseklik ölçme yöntemi için), astrolab (açı ve uzaklık ölçümleri için derece bölmeli ve ölçü kuadratlı), "*Bussolen*" aletleri (bir iletkinin ölçü dilimi ile birlikte "*Bussolen*" yani pusula, ayna düzenekleri, yatay yöneltme açısı ölçümü için rüzgâr gülü), çekül, doğrudan uzaklık ölçümleri için ölçü çubuğu ya da ölçü zinciri, gönye. [17]

Latince Johann Prätorius adıyla daha iyi tanınan Johannes Richter (1537-1616), 1590 yılında kendi adıyla "*Mensula Praetoriana*" diye adlandırılan ölçüm masasını geliştirmiştir. Wenzel Jamnitzer (1508-1586) tarafından ölçü çubuğu (1575), "Genç" Christoph Drechsler (16./17. yüzyıl) tarafından yükseklik

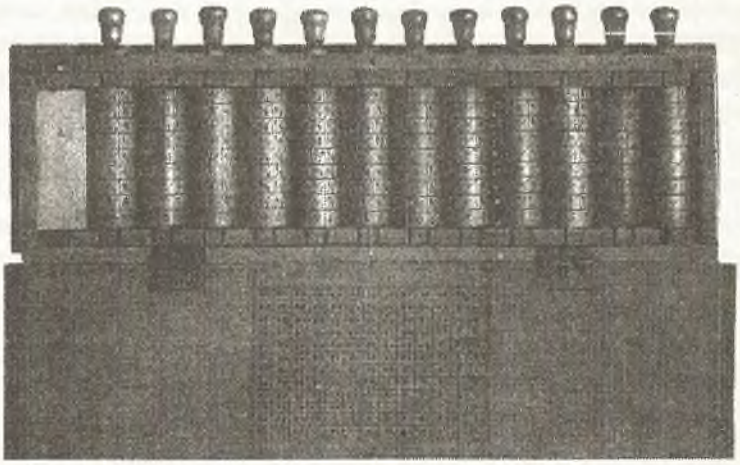
açısı ölçeri (1623) ve özellikle de teodolit gibi çeşitli ölçüm aletleri zaman içinde çeşitli kişilerce geliştirilmiştir. Bir teodolit türünde, Avrupa'nın en erken saha ölçüm aleti, Martin Waldseemüller'in (1470-~1520) "*Polimetrum*" (1512) adlı aletidir.[17]

Astronomide açıölçerler, kuadrant, Jakob çubuğu, geometrik kuadrant, teodolit gibi çok sayıda ölçüm aleti kullanılmıştır. Bununla bağlantılı olarak zaman ölçümüne yönelik olarak çeşitli türde güneş saatleri (18. yüzyıla dek güneş saatlerinin üretim bilimi olan Gnomonik, önemli bir matematiksel bilimdi ve bu konuda çok sayıda ders kitapları yazılmıştı), astrolab, güneş kuadrantı, "*Safea*" (astrolabın akrabası bir alet olup kutup yüksekliğinden bağımsız olarak göğün hareketinin betimine izin veriyordu), yıldız saati (ya da "gece saati", "*nokturnal*") ve ay saati kullanılmaktaydı. Astronomik inceleme aletleri arasında gök küresi, "yıldızbulan", "yıldız tekeri", "Türk aleti" ("*torquetum*"; Ortaçağ'ın bir aleti olup 1284 yılında Franco von Paris tarafından betimlenmiştir), "*Instrumentorum primi mobilis*" (ilksel hareket aleti), takvim levhası ve orantı pergeli sayılabilir. Gözlem aletleri arasında ise "üç çubuk" [daha Batlamyus tarafından ay paralaksının belirlenmesinde kullanılmış olan bir alet], "*armille*" (Batlamyus tarafından "*astrolabon*" diye adlandırılan, gözlemler için kullanılan, bilezikli kürenin değişik bir şekli), "üçgen" ("*triangulum*"), sekstan, periskop, dürbün (1600 yılı dolayında kullanılmıştır) ve pusula yer almaktaydı. Açı ölçen aletler denizcilikte, haritacılıkta, istihkâmcılıkta ve topçulukta da kullanılmıştır.[17]

Alman haritacı ve astronomu Peter Apian (asıl adı Peter Bienewitz ya da Bennewitz) (1495-1552), bilimsel ününü 1524 yılında ilk kez yayımlanan *Cosmographia seu descriptio totius orbis* adlı eseri ile sağlamıştır. Apian, yeni astronomi ve jeodezi aletleri inşa etmiş ve çeşitli aletler üzerine yazılar (1532'de "Türk aleti" ve teodolit üzerine; 1533'te yıldız saati ve Jakob çubuğu üzerine) yayımlamıştır.[17]

Logaritmasını tanıtmasından üç yıl sonra 1617'de John Napier (daha çok Neper adıyla bilinir) (1550-1617), *Rhabdologie* (Hesap Çubuklarıyla Hesap Yapma) adlı eserinde mekanik bir

hesap aracı olarak kendi adıyla anılan hesap çubukçuklarını tasarladı. Bunlar, üzerlerinde çarpım tablolarının yazılı olduğu ve ahşap bir kafes içinde döndürülerek çarpma işlemlerinin sonucunu bulmak için kullanılan küçük çubuklardı (ŞEKİL 33). Bu buluşu, sayılarla hesap yapma işini kolaylaştırmaya yönelikti. "Napier çubukları", mekanik yolla çarpma, bölme ve –ek bir çubuğun yardımıyla- karekök ve küpkök alma işlemini mümkün kılıyordu. Üzerinde sayısal değerler bulunan çubuklar, yapılacak çarpma işlemine göre yerleştirildiğinde, işlemin sonucu ortaya çıkıyordu. 17. yüzyıl sonuna kadar bu uygulama yönünde çok sayıda modifikasyon ve iyileştirme yapıldı. (ŞEKİL 34). Napier çubukları, 52 mm uzunluğunda ve 5 mm genişliğinde iken, buna benzer yapıda Adriaen Metius'un (1571-1635) 1633 yılında tasarladığı çubuklar 108 mm uzunluğunda, Georg Andreas Böckler'in (17. yüzyıl ikinci yarısı) 1661'de yaptığı çubuklar 115 mm uzunluğunda idi. Gaspar Schott (1608-1666) 1661 yılında çarpım cetvelini döner silindir üzerine taşıyarak bunları çarpma-bölme işlemi yapabilen bir "hesap kutusu" ("*cistula*") halinde bir araya getirdi ve *Organum mathematicum* (Matematik Mantığı) (Würzburg, 1668) adlı eserinde tanıttı.[17]



ŞEKİL 33. John Napier'in, çarpma işlemlerinin sonucunu bulmak için ahşap bir kafes içinde döndürülerek kullanılan küçük hesap çubuklarının yer aldığı aleti.



ŞEKİL 34. "*Theutometer*" (tötometre): Napier çubuklarına benzer, çubuk şeklinde hesaplama aracı. Ahşap kutunun boyutları: 22,5 x 10,5 x 5,5 cm. Merkur Verlag, Remig Rees, Wehingen / Württ., 1914 (*Braunschweigisches Landesmuseum*).[17]

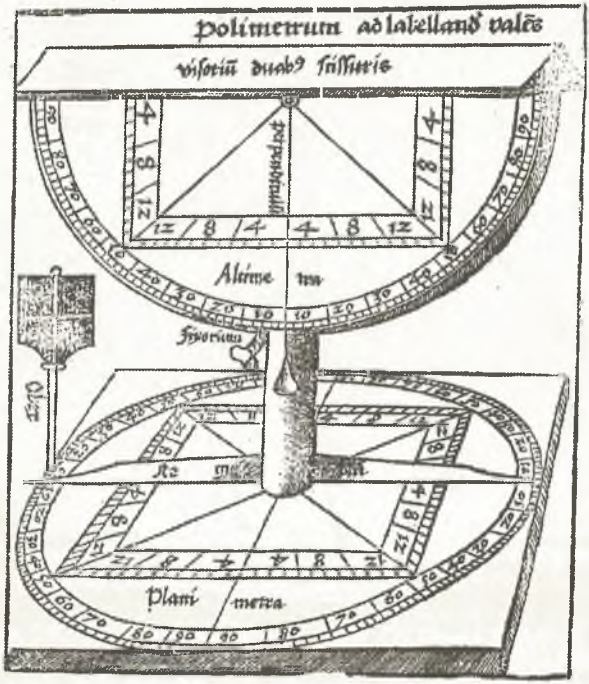
Yunan astronom Claudius Ptolemaios (Batlamyus) astronomi elkitabında, kendisinin üç gözlem aleti olan "üç çubuk", "*astrolabon*" ("*armille*") ve kuadrantı ("*quadrant*") betimlemiştir. Kuadrant, çeyrek daire şeklinde ve üzerinde okuma düzeni olan bir alettir (ŞEKİL 35). Biri yükseklik açısı ölçmeye, diğeri de yatay konumda açı ölçmeye yarayan iki ana şekli vardır. Tycho de Brahe (1546-1601) kendi gözlemleri için Hveen Adası'nda (Venüs Adası) çok sayıda kuadrant hazırlamıştır. Kendi ana aleti ise görkemli bir duvar kuadrantı idi.[17]



ŞEKİL 35. Arnoldo di Arnoldi (17. yüzyıl ilk yarısı) tarafından 1623-1627 arasında İtalya'da yapılan kuadrant: Pirinç üzeri altın kaplama; yarıçapı 38,75 cm. (*Museum für Kunst und Gewerbe, Hamburg*).[17]

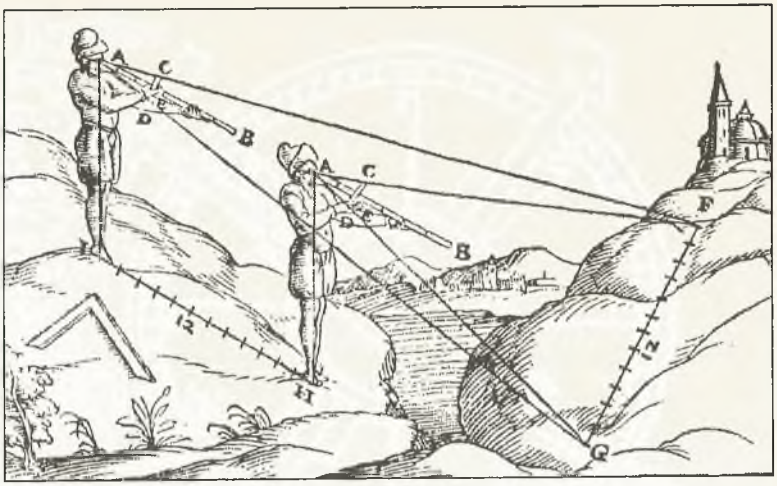
Çeşitli jeodezik açıölçerlerin gelişiminde, geç Antik Çağ'da varlığı kanıtlanan ama olasılıkla çok daha eski olan astrolab ("yıldız yakalayan") belirleyici bir rol oynamıştır. Astrolab, alışılmışın dışında çok yönlü kullanılabilen bir astronomi aletidir ve onun yapım ilkesi, önceleri Hipparkhos ve Batlamyus tarafından ortaya konmuştur. Astrolabın ön yüzü, temelde astronomik ve astrolojik görevlere hizmet ediyordu; arka yüzü ise Müslümanlar tarafından jeodezik kullanım için yapılandırılmıştı. Astrolaba dayanarak 16. yüzyılda Avrupa'da teodolitin öncüsü olan bir alet geliştirilmiştir. Gregorius Reisch'ın *Margarita philosophica*'sının matematik konulu ek kısmında, aynı anda yatay ve düşey açıların ölçümüne yönelik bir yatay ve bir düşey çember

içeren bir alet resmi yer almaktadır (ŞEKİL 36). Düşey yarım dairenin orta noktasında, onun düzeçleme (tesviye) aleti olarak kullanılmasını mümkün kılacak bir çekül bulunmaktadır.[57]



ŞEKİL 36. Teodolitin öncüsü olan alet (G. Reisch'ın *Margarita philosophica*'sından bakır kazıma resim, 1512).[57]

Uzaklık ölçümünde kullanılan "Jakob çubuğu" ("*baculum*"), Ortaçağ'da Hz. Yakup'un hac âsâsı ile özdeşleştirilerek adlandırılmıştır. En basit şekliyle, yaklaşık 4 ft (120 cm) uzunluğunda, üzeri derecelenmiş dikdörtgen kesitli bir çubuktur. Buna dik olan haç şeklinde küçük bir parça, aynı dikliği koruyacak şekilde bunun üzerinde kaydırılabilmektedir (ŞEKİL 37). Kabul edilen görüş, bu basit düzeneğin ilk olarak Provence'lı Yahudi bilgin Levi ben Gerson (1288-1344) tarafından kaba bir formda tanımlandığı şeklindedir.[70] Bu alet, 15. yüzyılda Theodor Ruffi tarafından tasarlanmış ve Johannes Regiomontanus (1436-1476) tarafından kullanılmıştır.[17]



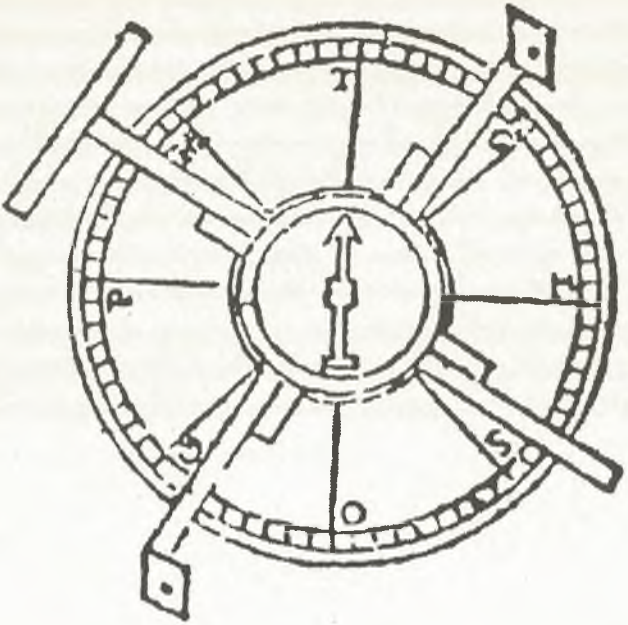
ŞEKİL 37. Jakob çubuğunun kullanılması [Oronce Finé (1494-1555), *De re praxi geometrica*, Paris, 1556].[70]

Batlamyus, saha ölçümü için "*Chorographia*" terimini kullanır. Tartaglia, topçuluk sanatında uzaklık ve yükseklik ölçümü için açı ölçecek iki alet geliştirmişse de bunlar özgün aletler olarak görülmeyip astronomide kullanılan ölçme aletlerinin çeşitlemeleridir (ŞEKİL 38, ŞEKİL 39). İtalyan hesap ustası Tartaglia, 1537'de *Nuovo Scienza* adlı eserinde topçuluğu matematikselleştirmeye çalışmış ve burada atış yolunu üç kısma ayırmıştır; önce doğrusal yükselme adımı; ardından eğrisel gidiş; son olarak da düşey yönde serbest düşme hattı. İlk olarak Galilei, 1638 yılında *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienzi attenenti alla meccanica & i movimenti locali* (Mekanik ve Yersel Harekete İlişkin İki Yeni Bilimi Kapsayan Söylevler ve Matematiksel Kanıtlar) adlı eserinde, iki kuvvetin etkisinde kalan merminin seyir yolunun bileşke kuvvete göre parabol yapısında olduğunu belirtmiştir. Hava direncinin ve merminin kütle, hız ve şeklinin göz önüne alınmasıyla 18. yüzyılda, "balistik eğri" diye adlandırılan ve ikinci adımın kısaltılmış bir parabol olduğunu sergileyen daha iyi bir mermi seyir yolu düşüncesine gelinmiştir.[17]



ŞEKİL 38. Tartaglia'nın uzaklık belirleme aleti (N. Tartaglia, *La nuova scientia* 1537).[71]

Pavia'lı Geronimo Cardano (1501-1576) fırtınalı bir yaşam süren parlak bir bilim adamıdır. Otobiyografisi hakkında ayrıntılı bilgiler, *De vita propria liber* (Özel Yaşamım Üzerine Kitap) (1576; basımı 1643) adlı eserinden edinilmektedir; babası, Leonardo da Vinci'nin de yakın arkadaşı olan bir geometri öğretmeniydi. Hem kumarbaz hem de gayri meşru bir çocuk olan Cardano 1526'da mezun olduğu Padua Üniversitesi'nden tıp doktoru unvanını elde ettiyse de gayri meşru olduğundan Milano'daki üniversiteye hekim olarak kabul edilmedi. Milano'da (1534-1539) matematik, Pavia (1543-1560) ve Bologna (1562-1570) üniversitelerinde ise tıp okutmuştur. 1539 yılında *Practica*



ŞEKİL 39. Tartaglia'nın açıölçer aletlerinden biri: Bakır ya da pirinçten yapılmış bu alet, rüzgâr gülüne benzemektedir. Sekiz ana yön, kuzeyden başlayıp doğu üzerinden geçerek, sırasıyla "*Tramontana*", "*Grego*", "*Levante*", "*Sirocco*", "*Ostro*", "*Garbino*", "*Ponente*", "*Maistro*" şeklinde yerleştirilmiştir. Tüm daire üzerinde 360 derece çizgileri yer almaktadır. Rüzgâr gülünün merkezinde bir mıknatıs iğnesi bulunmaktadır. Düzgün yöneltmede mıknatıs iğnesinin sivri ucu, "*Tramontana*"yı işaret etmelidir. Aletin üzerinde, dört kollu dönebilir hedef arama aynası yerleştirilmiştir ve onun konumu, derece işaretleri üzerinde okunabilmektedir.[65]

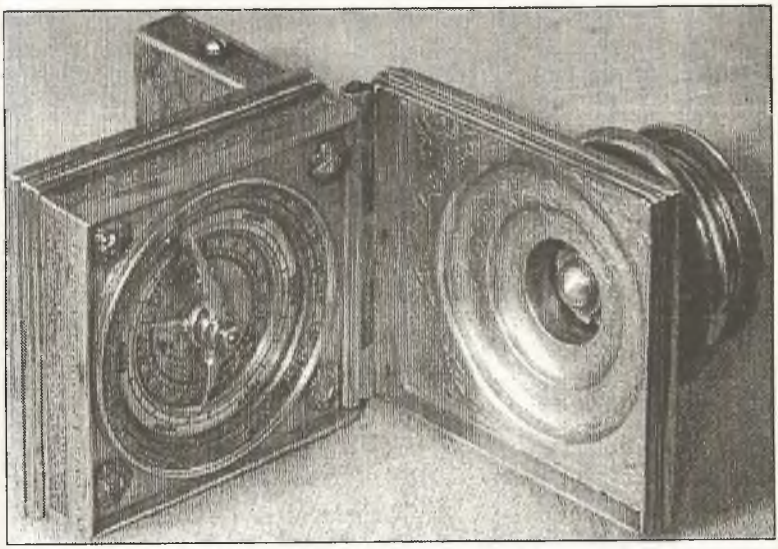
arithmeticae et mensurandi singularis (Matematik Uygulamaları ve Özel Ölçümler) adlı eseri yayımlandığında adı duyulmaya başladı. Bu eserinin bir bölümünü, Luca Pacioli'nin *Summa...*'sındaki hataları düzeltmeye ayırmıştır. 1545'te matematik konulu ünlü eseri *Ars Magna* (Büyük Sanat) Nürnberg'de yayımlanmıştır. *Ars Magna*, yalnızca cebir konusunda yazılmış ilk büyük Latin kitabıdır. Bu eser, içinde yer alan ve hâlâ "Cardano formülü" diye anılan kübik (3. derece) denklem çözümleri ve dördüncü dereceye kadar cebirsel denklem kuramı nedeniyle Rönesans'ın en önemli cebir çalışması olarak kabul edilir. Ancak üçüncü ve dördüncü derece denklemlerin ilk doğru çözümleri,

1515'te Bologna'daki matematik profesörlerinden Scipione del Ferro (1465-1526) ve 1545'te Ludovico Ferrari tarafından gerçekleştirilmiş, beşinci ve daha yüksek dereceli denklemlerin çözümlerinin olanaksızlığı ise geç dönemde Niels Henrik Abel (1802-1829) tarafından gösterilmiştir. Kübik denklemlerinin cebirsel çözümünün Tartaglia tarafından bulunduktan sonra Cardano tarafından aşırılarak yayımlandığı ileri sürülür. Cardano, *Ars magna* (Büyük Sanat) (1545) adlı eserinde bu genel çözümü açıklayınca Tartaglia ile olan dostluğu düşmanlığa dönüşmüştür. Bunun üzerine Cardano, genel olmasa da 3. derece denklem çözümünün gerçekte Ömer Hayyam tarafından başarıldığını öne sürerek Tartaglia'ya ihanet etmediğini ileri sürmüştür. Cardano ünlü eserinde aritmetik, cebir, takvim, negatif nicelikler, sanal sayı kavramı ve sayılar kuramı ve kendi kumarbazlık deneyimlerine dayanarak şans ve olasılık gibi çok çeşitli konulara yer vermiştir. Cardano 1543'te Pavia Üniversitesi Tıp Fakültesi'nde kürsü sahibi olmuş, 1570 yılında dinsizlik suçlamasıyla hapse girmiş ve öğretmenliğini daha fazla sürdürememiştir. 1571'den ölümüne dek Roma'da yaşamış ve tüberküloz hastalığı sonucunda intihar ederek yaşamına son vermiştir.[7, 72, 73]

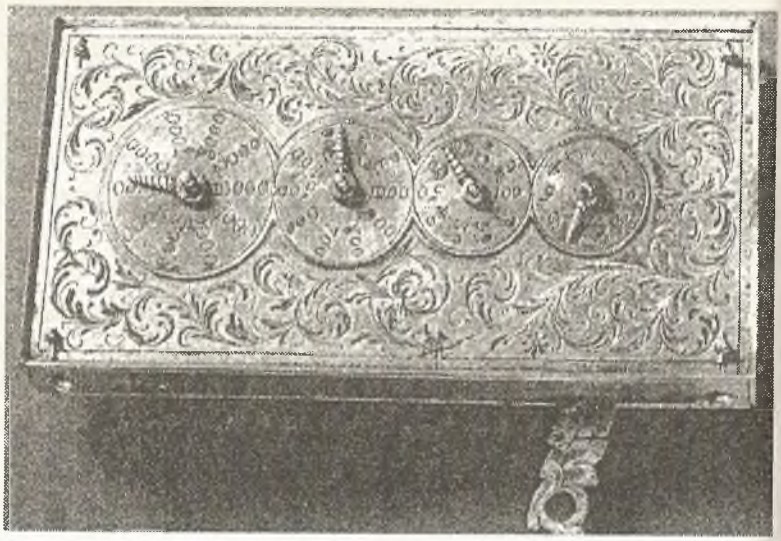
Hümanist yazarlardan Petrarca, 1354 tarihli *De remediis utriusque fortunae* (Alınyazılarının İlaçları Üzerine) adlı eserinde kumar oyununa ve şans oyunlarına karşı kimi görüşler ileri sürmüş, Baldassare Castiglione (1478-1529) ise 1528 tarihli *Il libro del cortegiano* (Centilmen'in Kitabı) adlı eserinde döneminin sevilen şans oyunlarından söz etmiştir. Yaşamının büyük bir bölümünü tutkulu bir kumarbaz olarak geçiren Cardano'nun zar ve kart oyunlarında sağlam kestirimler yapmanın yollarını anlattığı *Liber de ludo aleae* (Zar Oyunları Üzerine Kitap) (1564) adlı bir yapıtı, olasılık kuramı üzerine ilk inceleme olup bir kumar elkitabı niteliğindeydi. Cardano bu eserinde, zamanın iskambil / kart oyunlarına ilişkin basit olasılık hesaplamalarını ve zar oyunlarının olasılık hesabı için çarpma kuralının basit bir varyasyonunu vermiştir. Eserde oyun kurallarının yanı sıra hileye karşı nasıl korunulabileceğine ilişkin öneriler de yer almakta

olup hileli zarlar, kâğıt çalma, oyun tahtasını sarsma, iskambil oyuncularının arkasında yer alan ispiyoncularla ilgili büyük hile yöntemleri tartışılmaktadır.[74]

16. yüzyılın en büyük cebircisi, Bologna'lı Raffaele Bombelli'dir (1526-1572). 1572 yılında yayımladığı *Algebra* (Cebir) adlı kitabı, Rönesans döneminde yayımlanmış en sistematik eser olup soyut matematiğin gelişmesinde ve uygulamalı matematiğin ortaya çıkışında etkili olmuştur. ŞEKİL 40 ve ŞEKİL 41'de çeşitli adım sayaçları görülmektedir.



ŞEKİL 40. Thomas Rückert (~1532-1606) tarafından 1581'den sonra Augsburg'da yapılan bir adım sayacı. Pirinç üzeri altın kaplama; iki adet gümüş rakam kadranı bulunmakta; 6,8 x 6,2 cm; yükseklik 9 cm. Bu sayaç kemere takılırken kulp kısmı bir şeritle bacağa bağlanır ve her çift-adımda bir rakam atlar (*Staatliche Museen Kassel, Museum für Astronomie und Technikgeschichte*).[17]



ŞEKİL 41. Adım sayacı (adımölçer, podometre < Yun. "*podion*": adım + "*metron*": ölçü) (1700 yılı dolayı): Bu sayaç, yaya yürüyen bir insanın yanında taşınmakta ve sayaç kolu, bir iple ayağa bağlanmakta olup her iki adımda bir atlayarak çift-adımları saymaktadır. Aletin üzerindeki göstergeler, 11 bin çift-adımın ölçümünü kapsamaktadır. [75]

17. yüzyıl başlarında matematik ile diğer doğa bilimleri, teknik ve ticaret arasında gitgide artan verimli bir alışveriş kurulmuştur. Uluslararası ticarette, seyrüseferde, kentlerin kurulmasında ve silah donanımında ortaya çıkan pratik sorunlar cebir, geometri ve hesap biliminde yeni temel gelişmelere yol açmıştır. Yüzyılın ilerleyişinde Thomas Harriot (1560-1621) ve William Oughtred (1574-1660) gibi matematikçiler, Arap matematikçilerin Ortaçağ'da kullandıkları cebir tekniklerini yeniden keşfetmişler ve onları simgelerin yeni bir diliyle yeniden kaleme almışlar; Girard Desargues (1591-1661), Blaise Pascal (1623-1662) ve René Descartes (1596-1650) ise geometri problemlerini kendi keşfettikleri yollarla yeniden araştırmışlar; John Napier (Neper) (1550-1617) hesaplama için "logaritma" diye adlandırılan yeni bir aracı uygulamaya koymuş; ve Pierre de Fermat (1601-1665), "türev"in bulunması bağlamında bir fonksiyonun maksimum ve minimum değerlerini bulma problemine

sonsuz küçükler hesabı (diferansiyel ve integral hesap ya da kalkülüs) yöntemini uygulamıştır. Böylece 17. yüzyılın sonlarında tüm bu gelişmeler, pratik bilime matematiğin en etkili katkılarından biri olarak "kalkülüs" halinde bir araya getirilmiştir. 17. yüzyılda halkın kullanımına sunulu "matematiksel" aletler olarak hesap makineleri, çizim aletleri, usturlablar, güneş saatleri, sektör ve sürgülü hesap cetveli bulunmakta idi ve bunlar, dönemin zengin evlerindeki ilginç nesneler vitrinlerinde (kabine) yerlerini almaktaydılar. Sonuç olarak Avrupalı matematikçiler Eski Yunanlıların yaklaşık on yüzyıl boyu ürettiğinden daha fazla matematiği, 1550-1700 yılları arasında geliştirmişlerdi.

18. yüzyıl Fransa'sında devlet desteği altında doğa bilimlerinde sürekli bir gelişme sağlanmıştır. ŞEKİL 42'de, Kral XIV. Louis'nin (yön. 1661-1715) "*Jardin de Plantes*"daki (Botanik Bahçesi) Paris Bilimler Akademisi Matematik Sınıfı'nı ziyareti anısına hazırlanan bir kazıma resim görülmektedir.[76]



ŞEKİL 42. Sébastian Le Clerc'in (1637-1714) 1667'den sonraki bir tarihte yaptığı bu bakır kazıma resim, "Güneş Kral" ("*Roi Soleille*") XIV. Louis'nin (tüylü şapkalı), Paris'te yeni kurduğu "*Académie des Sciences*"ın "Matematik Salonu"nu ("*Salle de mathématiques du Jardin du Roi*"), bir rehber eşliğindeki ziyaretinden bir sahneyi sergilemektedir. Bu dönemin bilimdeki hızlı gelişmesini yansıtacak şekilde, kralın bilgilenmesi için aletlerin yetenekleri tanıtılırken, Jean-Dominique Cassini'nin (1625-1712) bir çukur yakıcı aynası, astronomların bir küresel usturlabı, haritacıların bir haritası ve ayrıca hayvan ve insan iskeletleri sergilenmiştir; sol tarafta bir değirmen modeli bulunmaktadır [Claude Perrault (1613-1688); *Bibliothèque Nationale*, Paris].[76]

Hesap İşleri ve Logaritma

İsviçreli matematikçi ve saatçi Jost (Jobsten) Bürgi (1552-1632), 1579'da Hessen Dükü IV. Wilhelm'in (ölm. 1603) hizmetine saatçi olarak girmiş ve astronomik gözlemlerinde Wilhelm'e yardımcı olmuştu. Bürgi, olasılıkla 1588 yılı dolayında Kassel'de bir logaritma sistemi üzerinde çalışmaya başlamış ve 1605 yılında Prag'da Johannes Kepler'e sunmuştur. Ondalık kesir kavramına ve üstel notasyon kullanımına önemli katkılarda bulunan Bürgi, anti-logaritma çizelgeleri de hazırlamıştır. Bürgi'nin bu konudaki eseri, Prag'da *Arithmetische und Geometrische Progress Tabulen* (Aritmetik ve Geometrik Dizi Çizelgeleri) başlığı altında yayımlanmıştır.[17, 77]

Birçok matematikçi, aritmetik ve geometrik diziler arasındaki ilişkilerden ve tabanları aynı iki üstel terimin çarpımının, üslerin toplamına eşit olmasından büyük ölçüde etkilenmişti. Logaritma, karmaşık sayılarla çarpma ve bölme yaparken, ortak tabanlı üsleri kullanarak, bu işlemleri toplama ya da çıkarma işlemine dönüştürme yöntemidir. İlk logaritma cetveli, bulucusu olan Merchiston'lu John Neper (Napier) (1550-1617) tarafından, kısa bir kullanım açıklaması ile birlikte 1614 yılında Edinburgh'da *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio...* (Logaritmanın Olağanüstü Yasasının Tanımı...) adıyla yayımlanmıştır (ŞEKİL 43). Napier, geometrik bir dizinin terimleri ile aritmetik bir dizinin terimleri arasındaki karşılıklılığı keşfederek logaritma ilişkisini bulmuştur. Napier, "logaritma" sözcüğünü, "orantıların sayısı" ya da "algoritmik hesap" anlamına "*logos*" ve "*arithmos*" sözcüklerinden oluşturmuştur. Napier'nin logaritma cetvelleri "e" (= 2,71828...) tabanlı (doğal logaritma) olup, logaritmaları 0°'den 90°'ye kadar her açı derecesi için 7 ilâ 8 haneli değerlerle vermekte ve yorucu astronomi hesaplamalarını, çok daha basit hale getirmekteydi. Bu bağlamda Kepler, yaşadığı dönemde logaritma keşfedilmiş olduğu için çok şanslıydı. Kepler logaritmaya karşı büyük bir hayranlık duymuş, bu konuda yazı yazmış ve 1620 tarihli bir

yayınında logaritmanın kâşifi Napier'ye kendi çalışmalarından birini ithaf ederek teşekkür etmiştir. Logaritma, elektronik hesap makinelerinin bulunuşuna dek, tüm bilimsel hesaplamaların vazgeçilmez bir aracı olmuştur. Ama Napier'in ilk başta önerdiği özgün hesap formülünde, sayı büyüdükçe onun logaritması küçülüyordu. Napier'nin çalışması, İngiltere'de iki matematikçinin hemen dikkatini çekmiştir. Bunlardan Edward Wright (~1560-1640), cetvellerin denizcilikte yön tayininde yararlı olacağını anlayarak eseri Latince'den İngilizce'ye çevirmiştir. Londra'daki Gresham Koleji geometri profesörü olan Henry Briggs (1561-1631) ise İskoçya'da Napier'yi ziyaret ederek birlikte yeni hazırlayacakları cetvellerde "e" tabanı yerine "10" tabanının alınmasının uygun olacağına karar vermişlerdir. Briggs, 1617 yılında bastırdığı *Logarithmorum Chilias primi* (İlk Bin Sayının Logaritması) adlı eserinde ilk kez 10 tabanını kullanarak 1'den 1000'e kadar olan sayıların 14 ondalık basamaklı logaritmalarını verir. 1624'te ise *Arithmetica logarithmica* (Logaritmik Aritmetik) adlı eserinde 1'den 20 000'e ve 90 000'den 100 000'e kadar sayıların logaritmalarını 14 ondalık basamaklı olarak verir. Briggs, logaritma işleminde kullanılan ve logaritmayı gösteren sayıda virgülün solundaki kısmı niteleyen "karakteristik" sözcüğünü de matematik terminolojisine kazandırmıştır. Virgülün sağını niteleyen "mantis" terimi ise 1693'te İngiliz matematikçi John Wallis (1616-1703) tarafından önerilmiştir.[78] İngiltere'de Napier tarafından ortaya konan ve Briggs tarafından iyileştirilen logaritma çizelgeleri, hayret edilecek kısa bir süre içinde uygulama alanına girmiştir. Benjamin Ursinus (1587-1633), ilk kez Almanya'da Napier logaritmasının yaygınlaşmasına çalışmış ve 1618 yılında *Trigonometria logarithmica Iohannis Neperi* (John Neper'in Trigonometrik Logaritması) adlı eserini yayımlamış, Johannes Kepler de logaritmanın tanıtılmasında çaba harcamıştır. Cep logaritma çizelgeleri iki yıl sonra geliştirilmiş ve ondan birkaç yıl sonra da İngiltere'de Gresham Koleji'nden Edmund Gunter (1581-1626), "Gunter ölçeği" (1624) diye anılan logaritma ölçeğinin hazırlan-

ması yoluyla, 1650 dolaylarında ortaya çıkan sürgülü hesap cetvelinin öncüsü olan, logaritmaya göre ölçeklendirilmiş cetveli geliştirmiştir. 20 ondalık hane kesinlikli büyük logaritma cetvellerinin sonuncusu olan *Logarithmetica Brittanica* (Britanya Logaritması), 1924-1952 yılları arasında dokuz cilt halinde yayımlanmıştır (ŞEKİL 44).[69,79]. Başlangıçta logaritmik uzunlukların aktarılması, bir pergelle yapılmak zorundaydı. İngiliz rahip ve amatör matematikçi William Oughtred (1574-1660), 1632-1633'te iki adet "Gunter cetvelini" birbiri üzerinde kayacak şekilde yerleştirerek logaritmik-trigonometrik sürgülü hesap cetvelini gerçekleştirdi. Oughtred, genel olarak sürgülü hesap cetvelinin mucidi olarak bilinir. Bu alet, dairesel ya da düz bir ölçek üzerine logaritmik değerlere uygun sayıların yerleştirilmesiyle hazırlanmıştır. Burada bir ölçekten diğerine geçmek suretiyle logaritmalara karşılık gelen uzunluklar, mekanik olarak birbirine eklenebilir ya da çıkarılabilir. Bu iki işlem, logaritmaların toplanması yoluyla çarpma, logaritmaların çıkarılması yoluyla da bölme işlemine karşılık gelir. Oransal ("analog" ya da "analojik") diye nitelenen böyle bir hesap cetveli yardımıyla, büyük sayılarla çarpma ve bölme işlemleri, hattâ kuvvet alma ve kök alma işlemleri büyük ölçüde kolaylaşmış ve çok uzun bir süre mühendis ve teknisyenlerin hesap makinesi olarak iş gördükten sonra 1970'li yılların başından itibaren cepte taşman sayısal ("dijital") elektronik hesap makinelerinin ortaya çıkması sonucu terk edilmiştir. Oughtred'in dairesel sürgülü hesap cetveli, 1632 yılında onun *Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* (Orantı Dairesi ve Yatay Alet) adlı eserinde betimlenmiştir (ŞEKİL 45).[69] Ancak sürgülü hesap cetvelinin yaygın şekilde üretilip kullanılması, 1960'lı yıllarda gerçekleşmiştir (ŞEKİL 46).

Gr. 11

11 mi.	Sinus	Logarithmi	Differentia	Logarithmi	Sinus	
0	1908090	16564818	16379581	185437	98162721	60
1	1910945	16549865	16363862	186003	98157161	59
2	1913800	16534935	16348365	186570	98151601	58
3	1916655	16520028	16332890	187138	98146031	57
4	1919510	16505144	16317438	187706	98140451	56
5	1922365	16490285	16302008	188275	98134861	55
6	1925220	16475449	16286600	188845	98129261	54
7	1928074	16460636	16271214	189416	98123651	53
8	1930928	16445837	16255849	189988	98118031	52
9	1933782	16431067	16240506	190561	98112431	51
10	1936636	16416320	16225185	191135	98106801	50
11	1939490	16401598	16209886	191710	98101161	49
12	1942344	16386895	16194610	192285	98095511	48
13	1945197	16372216	16179355	192861	98089861	47
14	1948050	16357559	16164121	193438	98084201	46
15	1950903	16342924	16148908	194016	98078531	45
16	1953756	16328311	16133716	194595	98072851	44
17	1956609	16313720	16118545	195175	98067161	43
18	1959462	16299151	16103395	195756	98061471	42
19	1962314	16284604	16088266	196338	98055771	41
20	1965166	16270079	16073159	196920	98050061	40
21	1968018	16255576	16058073	197503	98044341	39
22	1970870	16241095	16043008	198087	98038611	38
23	1973722	16226636	16027964	198672	98032871	37
24	1976574	16212198	16012940	199258	98027121	36
25	1979425	16197782	15997937	199845	98021371	35
26	1982276	16183388	15982955	200433	98015601	34
27	1985127	16169016	15967994	201022	98009841	33
28	1987978	16154665	15953053	201612	98004061	32
29	1990829	16140336	15938133	202203	97998271	31
30	1993679	16126028	15923233	202795	97992471	30

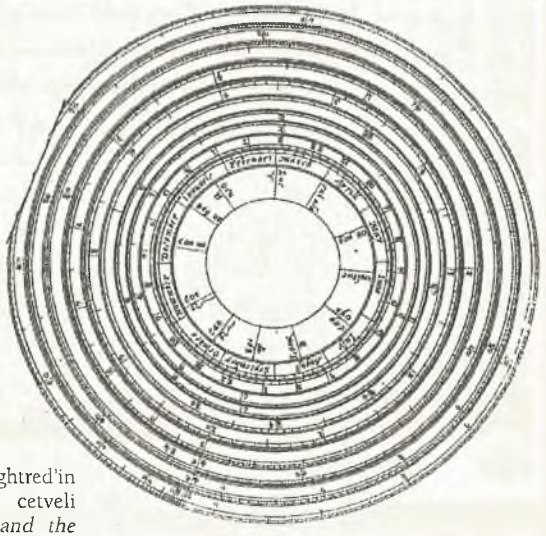
ŞEKİL 43. Napier'nin logaritma cetvelinden, 11° 'ye ilişkin sinüs değerlerini gösteren sayfa (1614).[69]



Zehentauſent
LOGARITHMI,
Der Abſolut
oder ledigen Zahlen/ von
1. biß auff 10000.
Nach Herrn Johannis
Neperi Baronis Merchſtenij
Arteh vnd inuention, welche Heinri-
cus Briggius illuſtrirt vnd Arta-
mus Vlacq augiert,
gerichtet.
Gedruckt zu Augſpurg/ durch
Andream Aperger/ auff vn-
ſer lieben Frawen Chor.
ANNO M. DC. XXXI.



ŞEKİL 44. Johann Faulhaber'in *Logarithmi der Absolut oder ledigen Zahlen / von 1 bis auff 10000* (Augsburg, 1631) adlı eserinin başlık sayfası ve logaritma cetvellerinin ilk sayfası.[79]



ŞEKİL 45. William Oughtred'in dairesel sürgülü hesap cetveli (*Circles of Proportion and the Horizontal Instrument*, 1632).[69]



ŞEKİL 46. 1960'ların sürgülü hesap cetveli.

Verili bir sayının logaritması, "taban" denilen sabitlenmiş bir sayının, verili bir sayıya ulaşmak için yükseltilmesi gereken kuvvetidir. Buna göre, 100'ün 10 tabanlı logaritması ($\log_{10}$), 2'dir; çünkü $10^2 = 100$. Aynı şekilde 1000 sayısının 10 tabanına göre logaritması ($\log_{10}$), 3'tür; çünkü $10^3 = 1000$. Logaritmaların ne kadar yavaş büyüdükleri görülmektedir; 100'den 1000'e kadar sayıların $\log_{10}$ değerleri yalnızca bir tamsayı kadar artmakta, yani 2 ile 3 arasında uzanmaktadır.

Deprem büyüklüğünü ölçen "Richter ölçeği" de logaritmiktir. Richter ölçeğinde bir basamak, diyelim ki 6'dan 7'ye geçiş, deprem büyüklüğünde on katı bir artışı ifade eder. 6'dan 8'e geçiş ise, 100 katı bir artışa denk düşer. Logaritmik artma üstel artmanın tersidir. Başka tabanlı logaritmalar da vardır. Örneğin 1000 sayısının 2 tabanlı logaritması 9'dan büyük 10'a çok yakın bir sayıdır: $2^9 = 512$ ve $2^{10} = 1024$. Verili bir sayının doğal logaritması ($\log_e$ ya da ln), verili sayıya ulaşmak için "e" sayısının (2,71828...) yükseltilmesi gereken kuvvet olarak tanımlanır.

Peter Barlow (1776-1862), 1814 yılında 1'den 10 000'e kadar tamsayıların kare, küp, karekök, küpkök ve terslerine ilişkin çizelgeleri içeren *Barlow's Tables* adlı kitabını yayımladı. Bu çizelgeler gemi tasarımında ve diğer mühendislik uygulamalarında çok önem taşımaktaydı ve bu kitap, 1965 yılında hesap makineleri ve bilgi işlemcilerin ortaya çıkmasına kadar pek çok kez basıldı.[77]

Dünyamız değişmiş ve cep hesap makineleri kullanıma girmiştir. 30 yıl öncesine kadar hesap işlemlerini gerçekleştirmede logaritma cetvelleri

ve sürgülü hesap cetvelleri bir hesap makinesi gibi kullanılıyordu. Logaritma, önemli bir matematiksel fonksiyon olarak kalmışsa da hesaplamada artık kullanılmamaktadır. Günümüzde bunların yerini, yarı iletken teknolojisiyle gerçekleştirilen mikroişlemcili kalkülatörler (hesap makineleri) almıştır.

Avrupa'da Uygulamalı Geometri ve Ölçme Tekniği

"Geometri" sözcüğünün özgün anlamı, yeryüzü ölçümü olup bununla da pratik bir uğraşı nitelemektedir. Bu kök anlamı, Yeniçağ'a dek unutulmamıştır. Johann Heinrich Alsted (1588-1638), 1630'da kendi ansiklopedisinde, geometriyi "*ars bene metiendi*" (kullanışlı ölçme sanatı) olarak tanımlamıştır. Yunanlıların Pythagorasçı-Platoncu geleneği, bu kavram altında ideal, kuramsal bir bilimi anlarken, Romalılar, daha çok ön planda saha ölçümcüsü ("*gromatici*") eliyle uygulamalı uğraşı benimser. "*Gromatici*" ya da "*agrimensores*" adı verilen Romalı saha ölçümcülerinin bu adı, "*groma*" adı verilen bir sopanın ucuna yatay yerleştirilmiş olan ve her bir kolu üzerinde bir çekül asılı bulunan iletkiden (açiölçer) ibaret, uzaklık ölçen aletten gelmektedir. Ortaçağ "*quadrivium*"unda ve onu izleyen bilim sınıflandırmasında kuramsal ve uygulamalı geometri ayrımı yapılmasa da saha ölçümünün bu geleneğinden ("*ars bene metiendi*"), yalnızca uygulamalı geometri anlaşılmaktadır.[17]

16.-18. yüzyılın uygulamalı geometri konulu sayısız ders kitaplarında, sürekli olarak saha ölçümü uygulamalı geometri ile eş tutulmuş ve bu bağlamda da 15. ve 16. yüzyıllarda jeodezi terimi kullanılmıştır. Geç Ortaçağ ve Rönesans'ta uygulamalı geometri alanına giren uğraşlar, uzaklık, alan ve hacim ölçümü ile bu amaçla kullanılan ölçüm aletleri, onların üretimi, çalışma tarzı ve kullanımı idi.[17]

Uygulamalı geometrinin çeşitli görevleri ve düzenekleri, ilk başlarda şu alanlara ayrılarak her biri çeşitli eserler halinde işlenmiştir:[17]

1- **Gözle Kestirim Sanatı** ("***Visierkunst***"): Stereometri adı da verilen bu sanata, başka uygulamaların yanı sıra çeşitli büyüklüklerin ölçümü yoluyla örneğin şarap ya da bira fıçısı iç hacminin hesaplanması da giriyordu.

2- **Perspektif:** "Üç boyutlu cismin ya da uzayın görünümünü, geometrik yolla iki boyutlu kâğıt düzlemine aktarmak" anlamına gelir ve kenarları geriye doğru uzaklaşan ve tüm çizgilerin dairenin merkezinde birleştiği bir cepheyi resmetme yöntemidir. Bu sorunla ilgili en önemli kitaplardan biri, aynı zamanda Alman dilinin ilk matematik kitabı sayılan, Albrecht Dürer'in (1471-1528) 1525 tarihli *Die Underweysung der Messung mit Zirckel und Richtscheyt in Linien, Ebenen und ganzen Körpern* (Doğrularda, Düzlemlerde ve Tüm Cisimlerde Pergel ve Cetvelle Ölçüm Yönergeleri) adlı eseridir. Perspektif kavramı Ortaçağ'da, geometrik, fiziksel ve fizyolojik optik şeklinde üç türe ayrılan optik bilimini niteliyordu. Bu perspektif kavramlarını sanatsal perspektiften ayırt etmek için, perspektifsel yapılandırma bilimi "*perspectiva artificialis*" diye adlandırılırken, optik anlamında olanı "*perspectiva communis*" diye niteleniyordu. "*Perspectiva artificialis*" ile ilgili çok sayıda çizim örneği bulunmaktadır. Projektif (tasarı) geometrinin, Ortaçağ'ın "*perspectiva*"sının uygulamalı geometrisinden kurtularak bağımsızlığına kavuşması, zanaatsal uğraşların matematikselleştirilmesine dayanmıştır. Bu doğrultudaki başlangıcı, Leon Battista Alberti (1404-1472), 1435 tarihinde kaleme aldığı ve 1540 yılında Basel'de yayımlanan *Della pittura* (Resim Üzerine) adlı eseriyle yapmıştır.

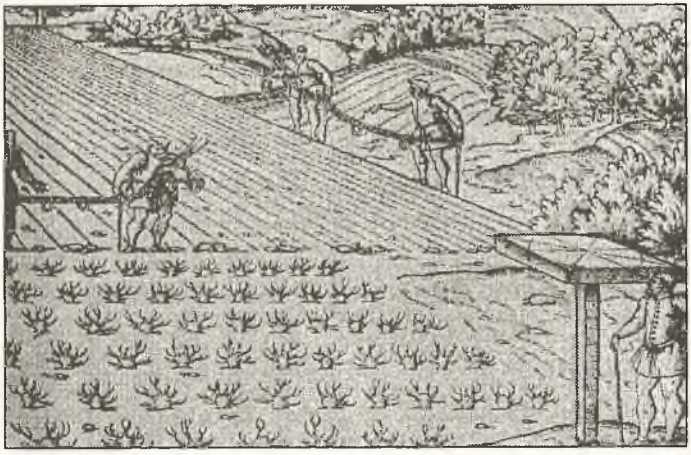
3- **Yapı Sanatı, özellikle de kale ve istihkâm inşası:** Ünlü mimar ve mimarlık kuramcısı Vincenzo Scamozzi (1552-1616), 1615 yılında bu konuda *L'idea della architettura universale* (Evrensel Mimarlık Üzerine Düşünceler) adlı eserini yayımlamıştır.

4- **Alet Yapım Sanatı:** Christopher Clavius'un (1538-1612) *Praktische Geometrie* (Uygulamalı Geometri) adlı eseri, sekiz kitaptan (bölüm) oluşmaktadır. Bunlardan ilk üçü, uygulamalı geometrinin üç kısmı olan uzunluk ölçümü, alan ölçümü ve hacim ölçümünü içerir. Birinci kitapta bir çeşit orantı pergeli, astronomik kuadrantlar, geometrik kuadrant ve üçgenlerle ilgili kimi bilgiler yer alır. İkinci kitapta astronomik kuadrantlar yardımıyla uzunluk ve uzaklık ölçümleri, üçüncü kitapta ise aynı işlemlerin geometrik kuadrantla nasıl yapılacağı bulunmaktadır. Ele alınan problemler arasında uzaklıkların, ara bölme büyüklüklerinin, uzunlukların, kule ve bina yüksekliğinin, maden ocağı ve kuyu derinliğinin ölçülmesidir. Dördüncü ve beşinci kitaplarda prizma, küp, piramit, kesik piramit, silindir, beş düzgün geometrik cismin ve kürenin yüzey ve hacim ölçümleri işlenmektedir. Altıncı kitapta ilk başta jeodezi ele alınmakta, yanı sıra daire ve küre dahil düzlemsel ve hacimsel figürlerin, belirli bir ölçeğe uygun olarak büyütülme ve küçültülme işlemleri ele alınmaktadır. Yedinci kitapta izoperimetrik figürler, sekizinci ve son kitapta ise çeşitli geometrik problem ve teoremler ele alınmaktadır. Clavius, eserinde her fırsatta ilgili konuya herhangi bir şekilde katkıda bulunmuş yazarların adlarını zikreder. Bunlar arasında Pedro Nuñez (1502-1578), Rainer Gemma Frisius (1508-1555), Benjamin Ursinus (1587-1633), Giovanni Antonio Magini (1555-1617) [ünlü eseri: *De planis triangulis* (Üçgen Düzlemler Üzerine), Venedik, 1592], Georg Peurbach (1423-1462) [ünlü eseri: *Tractatus super propositiones Ptolemai de sinubus et chordis* (Sinüs ve Kosinüs Üzerine Batlamyus'un İncelemeleri), Nürnberg, 1541], Simon Stevin (1548-1620) vö. bulunmaktadır.

ŞEKİL 47-51'de uygulamalı geometri ve ölçüm tekniği ile ilgili çeşitli resimler yer almaktadır.



ŞEKİL 47. Jakob Köbel'e (1460-1533) göre "ortalama ayak" uzunluğunun belirlenmesi yoluyla "bir ölçüm çubuğunun üretilmesi" işlemi (1584): Olasılıkla kilisedeki törenden çıkan on altı adam, sol ayaklarını uç uca yerleştirmekte; toplam uzunluk, on altıya bölünerek bir "ayak" uzunluğu saptanmaktadır (J. Köbel, *Geometrey. Von künstlichem Feldmessen und absehen*, Frankfurt a. M., 1608).[80]



ŞEKİL 48. Üzeri düğümlü ölçü ipleriyle ("gez") tarla ölçenler [Jean de Merliers (ölm. 1580), *La practique de geometrie descripte et demonstrée* (Geometrinin Betimsel ve Kanıtsal Pratiği), Paris, 1575].[17, 58]



ŞEKİL 49. Hekim ve bilim derlemecisi Walter Hermann Ryff'in (Rivius) (1500-1548) *Der fürnembsten notwendigsten der gantzen Architectur angehörigen Mathematischen und Mechanischen künst eygentlicher bericht...* (Nürnberg, 1547) adlı eserinin başlık sayfası resminde 16. yüzyılın çeşitli aletleri: Bir kübün üzerinde bir çocuk, çevresinde inşaat ustasının, matematikçinin ve mimarın çok çeşitli gereçleri (çekiç, çekül, ölçü ipi, pergel, kalibre pergeli, gönye, düzeç aleti vb.) yer almaktadır. Resmin üzerinde yer alan yazıda ("*Vivitur ingenio, caetera mortis erunt*") insanın buluşçu ruhu övülmektedir: "İnsan, ruhu ile yaşar; geriye kalan şeyler ise ölüme aittir". Resmin altındaki yazıda ("*Aurum probatur igni, ingenium vero Mathematicis*") ise, "Altın, ateş yoluyla; ruh ise matematik yoluyla sınanır" sözleri yazılıdır.[17, 81]



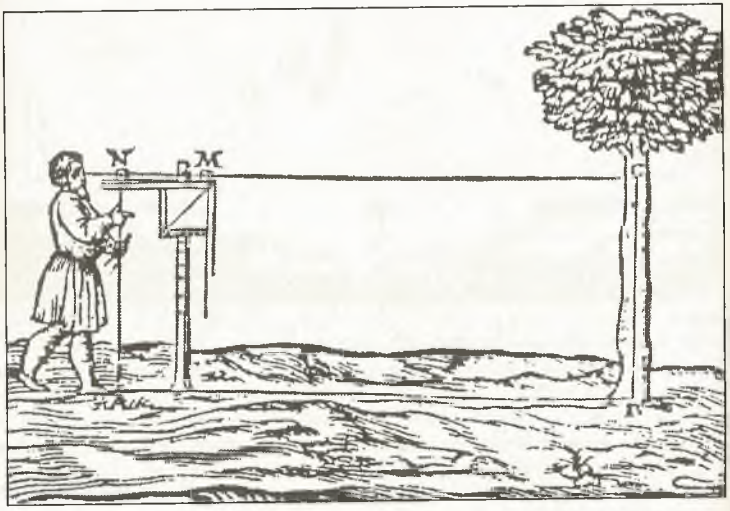
ŞEKİL 50. Augsburg'lu ressam, süsleme öğesi ve ahşap figür kesicisi Lorenz Stör'ün (ölm. 1570) *Geometria et perspectiva...* (Augsburg, 1567) adlı eserinin başlık sayfası resmi; Elips şeklinde bir çerçeve üzerinde perspektif çizimleri halinde sekiz cisim yer almaktadır. Dört dış köşede dört adet düzgün çokyüzlü (oktahedron, ikozahedron, tetrahedron, dodekahedron); bunların aralarında ise dört tane bileşik cisim görülmektedir. Bu ikinciler, iki adet düzgün geometrik cismin birbiri içine geçmesiyle oluşmaktadır: İki tetrahedrondan (Stör, oluşan bu cismi "*Octahedron elevatum solidum*" diye adlandırmaktadır); bir küp (hekzahedron) ile bir oktahedrondan; iki küpten ve "iki adet dört köşeli prizma gibi adsız bir cismin, birbiri içine geçmesiyle" oluşan cisimler. Stör'den bir yıl sonra kuyumcu Wenzel Jamnitzer buna çok benzer bir eser yazmıştır: *Perspectiva corporum regularium* (1568).[17]



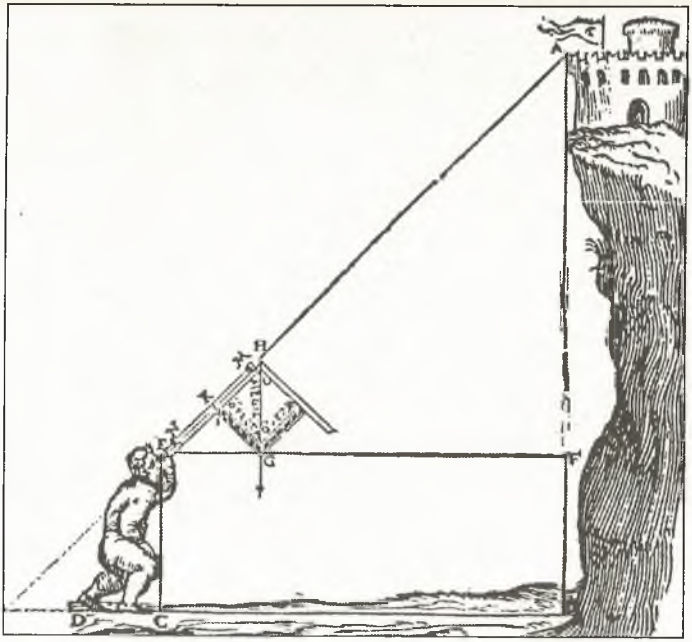
ŞEKİL 51. Üslûpçu (manieristik) bir geometrik ölüdoğa (L. Stör, *Geometria et perspectiva*... Augsburg, 1567).[82]

Rainer Gemma Frisius tarafından yazılan *Libellus de locorum describendorum ratione, et de eorum distantijs inueniendis* (Anvers, 1533) adlı eserle 16. yüzyılda olgunlaştırılan ve Hollanda'lı Willebrord Snell (ya da Snellius) (1591-1626) tarafından yazılan *Eratosthenes Batavus seu de terrae ambitu* (Leiden, 1617) adlı eserle 17. yüzyıl başlarında gerçekleştirilen "üçgenleme yöntemi", bir uzunluk ve açı ölçümlerini gerektiriyor-

du. Bir dik üçgende dar açılardan biri ile kenar uzunluklarından biri bilinirse, Pisagor teoreminden ve trigonometriden yararlanarak o üçgenin tüm ölçüleri hesaplanabilir. Bu özelliği kullanan yönteme "üçgenleme yöntemi" denir ve astronomide ve yerölçümünde yaygın olarak kullanılmıştır. Büyük uzaklıklar durumunda, üçgenleme işleminden önce, yayan, atla ya da arabayla yapılan yolculuk süresi bilgilerini içeren gezi betimlerinden yararlanılıyordu. Bunun dışında, tâ Vitruvius tarafından betimlenmiş olan odometrenin (basit bir takometre), arabalarda tekerleğin dönme sayısı olarak, insan ve atlarda ise adım sayısı olarak ölçüm yapacak çeşitli formlarının geliştirilmesine önem verilmiştir.[57] ŞEKİL 52 ve ŞEKİL 53'te Tartaglia'nın *Nova Scientia* (1537) adlı eserinden uzaklık ve yükseklik ölçümüne ilişkin resimler yer almaktadır. ŞEKİL 54'te matematikçi Gemma Frisius'u aletler ve kitaplar arasında gösteren bir resim, ŞEKİL 55'te ise parmak ve el kullanarak ya da adımlayarak basitçe uzunluk ölçme konulu bir resim görülmektedir. ŞEKİL 56'da astronom Nicolas Kratzer'in (~1486-1550 sonrası) "Genç" Hans Holbein (1497-1543) tarafından yapılmış portresinde astronomun elinde, masa üzerinde ve arka planda çeşitli ölçüm aletleri görülmektedir.



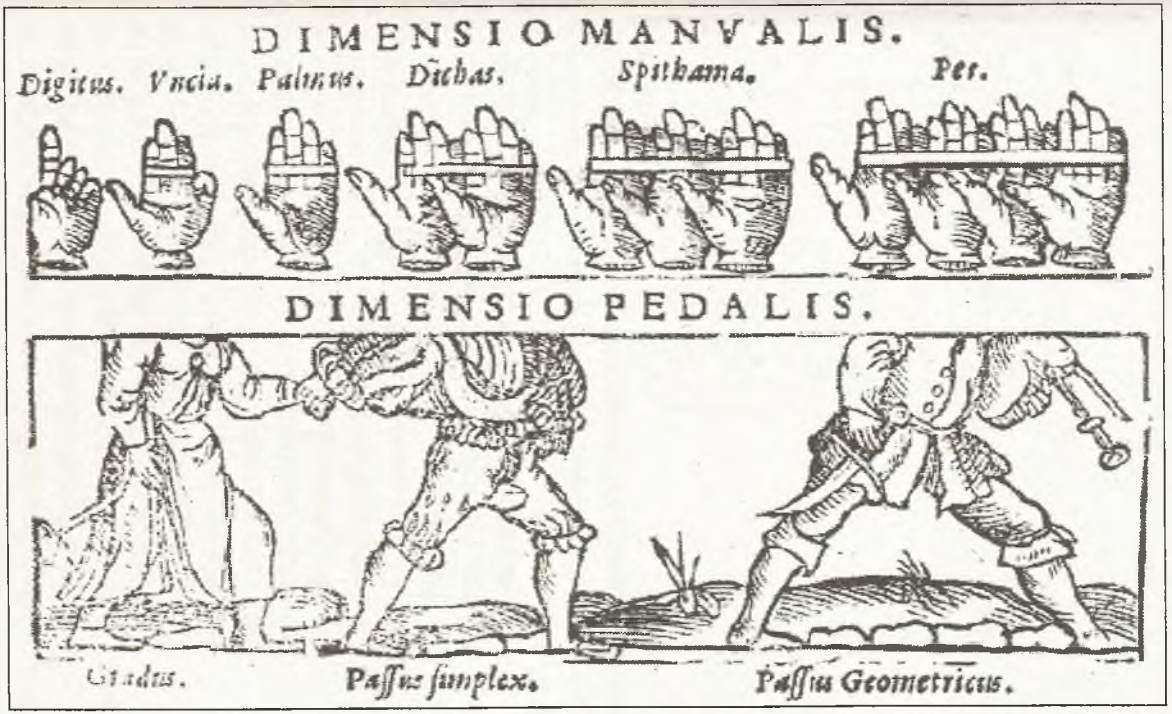
ŞEKİL 52. Uzaklık ölçümü (N. Tartaglia, *Nova Scientia*, Venedik, 1537).[65]



ŞEKİL 53. Yükseklik ölçümü (N. Tartaglia, *Nova Scientia*, Venedik, 1537).[65]



ŞEKİL 54. Aletler ve kitaplar arasında matematikçi Rainer Gemma Frisius [R. G. Frisius'un *Arithmeticae practicae methodus facilis per Gemma Frisium medicum ac mathematicum* (Anvers, 1540) adlı eserinden].[83]

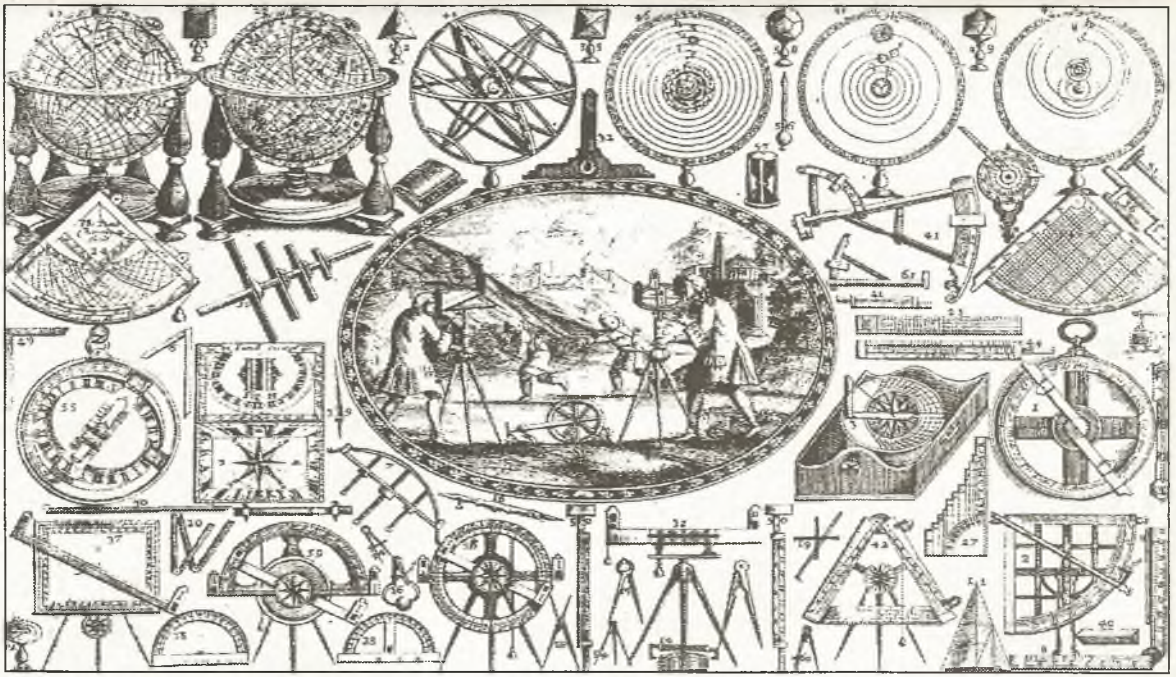


ŞEKİL 55. Basitçe parmak ve el kullanarak uzunluk ölçme ("*dimensio manualis*") ve adımlayarak uzunluk ölçme ("*dimensio pedalis*") [Gemma Frisius tarafından basılan, Peter Apian'ın (1495-1552) *Cosmographia...* (Anvers, 1584) adlı eserinden].[93]

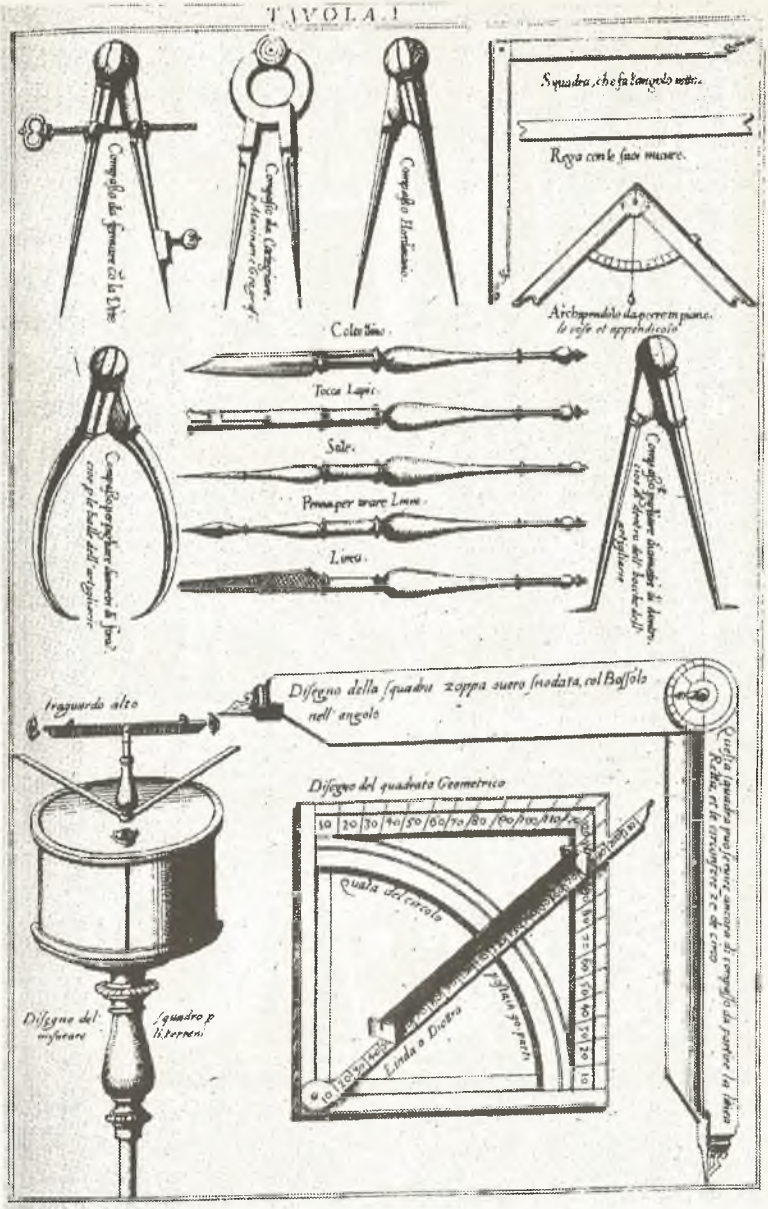


ŞEKİL 56. "Astronom Nicolas Kratzer": Astronomun elinde , masa üzerinde ve arka planda çeşitli ölçüm aletleri ("Genç" Hans Holbein, 1528, *Musée du Louvre*, Paris).[84]

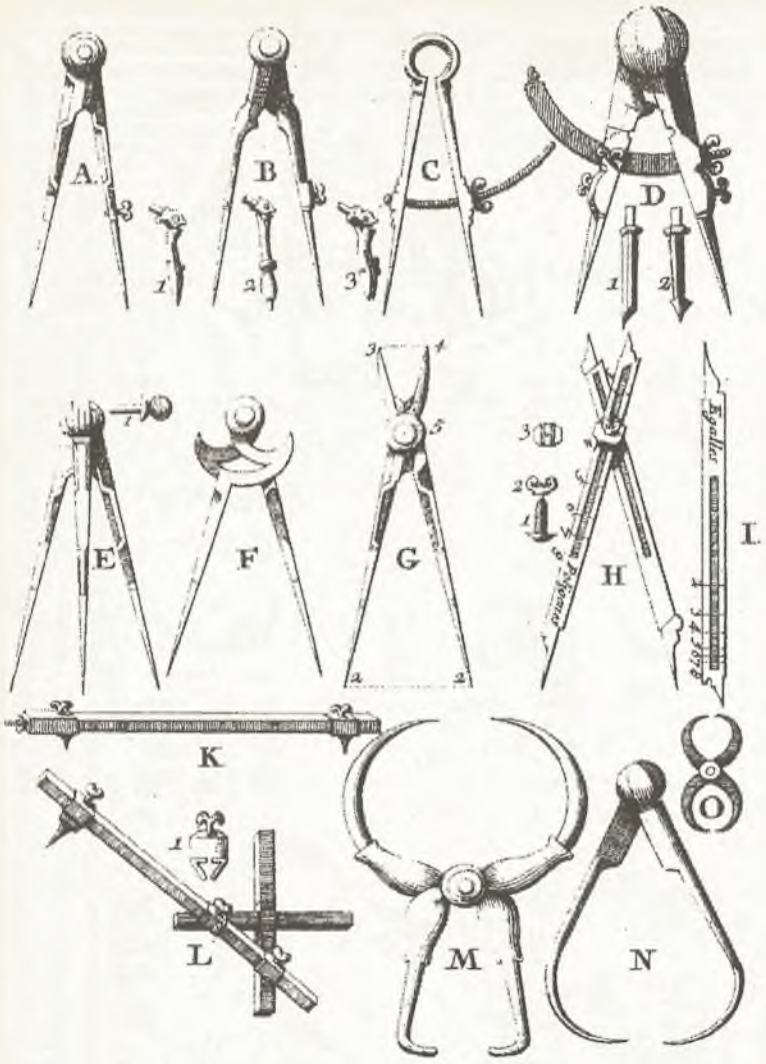
Çeşitli ölçüm aletlerinin görünümü yansıtan benzer resimler ŞEKİL 57-ŞEKİL 63'te görülmektedir.



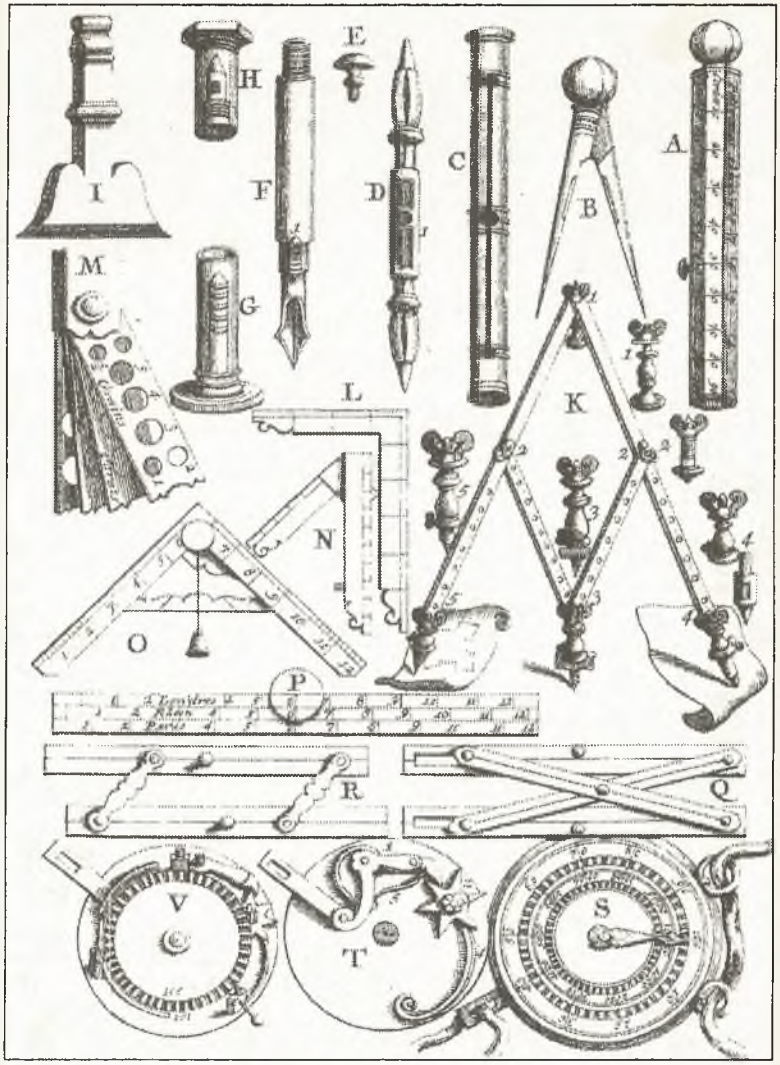
ŞEKİL 57. Joseph Moxon'un (1627-1700) *Matematics made Easie* (1701) adlı eserinin *Description and Explanation of Mathematical Instruments* başlığı altında yayımlanan düzeltilmiş baskısı için Thomas Tuttell tarafından gravürlenmiş resim levhasında çeşitli jeodezik ve astronomik ölçüm aletleri. [84]



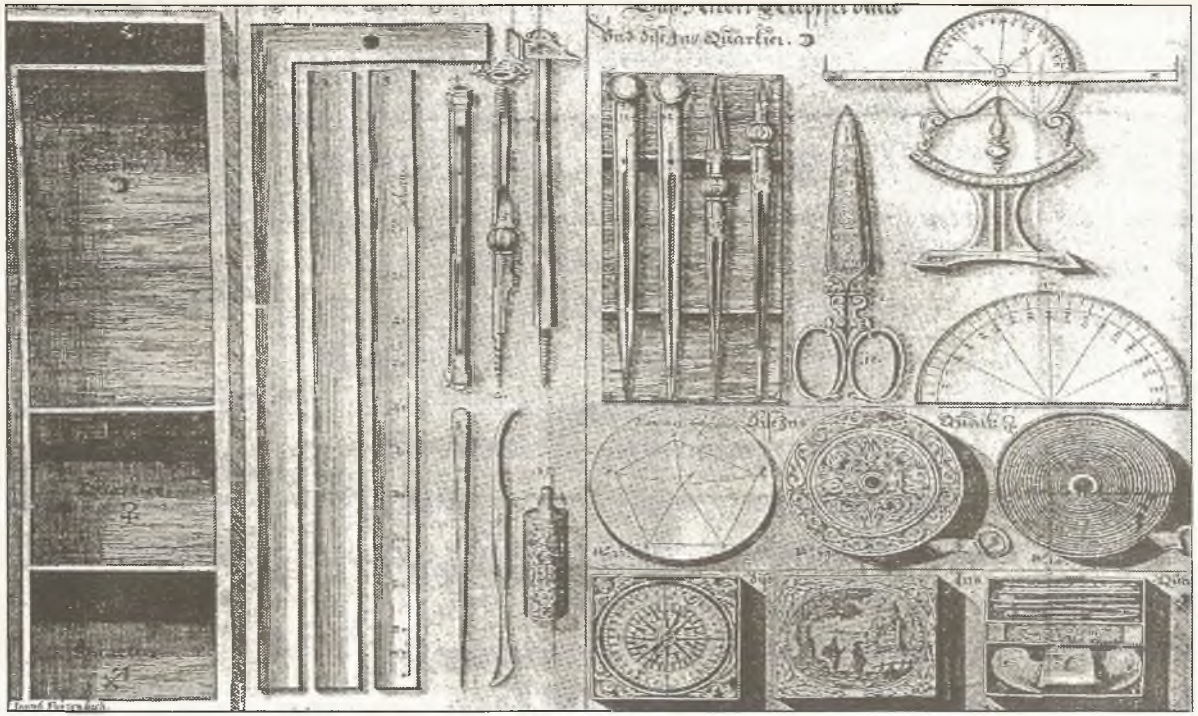
ŞEKİL 58. Giovanni Pomodoro'nun (16. yüzyıl) *Geometria prattica* (1722 baskısı) adlı eserinin 1599 tarihinde gravürlenmiş resim levhasında, askerî gözetleme düzeneği ile birlikte bir dizi aritmetik aletinin görünümü (*Museo di Storia della Scienza*, Floransa).[84]



ŞEKİL 59. Nicolas Bion'un *Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématique* (Den Haag, 1723; birinci baskısı Paris, 1709) adlı eserinden sekiz değişik pergel: (A) Sac pergeli, (B) Alman pergeli, (C) Kanatlı bölme pergeli, (D) Metal çizmeye yarayan kanatlı pergel, (E) Üç ayaklı pergel, (F) Deniz haritası pergeli, (G) Sabit oranlı pergel, (K) Büyük daire çizmek için sürgülü pergel, (L) Eliptik pergel, (M) Küresel pergel, (N) Silindirik pergel, (O) Eşit ya da simetrik küresel pergel. Böyle aletlerin yer aldığı koleksiyonlar, kullanımdan çok, o dönemde zenginler için bir statü simgesi olarak derleniyordu (*Science Museum Library*, Londra).[84]



ŞEKİL 60. Nicolas Bion'un *Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématique* (Den Haag, 1723; birinci baskısı Paris, 1709) adlı eserinden başka bir sayfada çeşitli ölçüm ve çizim aletleri: (A) ve (B) Çeşitli ölçeklere göre hekzagonal yapıda bölmeleyici (taksimatlayıcı); (C) ve (D) İki uçlu tebeşir tutacağı; (E), (F) ve (G) Erken bir dolmakalem tipinden görüntüler; (I) Bion'un kâğıt kıskacı; (K) Basit pantograf; (L), (N) ve (O) Çeşitli kuadratlar (sonuncusu kurşun bir ağırlık asılarak düzeç olarak da kullanılabilmekteydi); (P) Londra, Paris ve Rheinland için karşılaştırmalı üç dereceleme ölçeği ile birlikte ölçek cetveli; (Q) Makas bağlantılı paralel cetveli; (R) Köşegen bağlantılı paralel cetveli; (S) Podometre (adımölçer); (T) ve (V) Ölçü tekerleri (*Science Museum Library*, Londra).[84]



ŞEKİL 61. Joseph Furttenbach'ın (17. yüzyıl) *Mechanischer Reissladen* (Augsburg, 1644) adlı eserinden, çizim ve saha ölçümü için kullanılan 23 aleti içeren, gravürlenmiş resim levhası. Burada düz bölme pergelleri ve sabit oranlı pergeller görülmektedir.[84]



ŞEKİL 62. "Yaşlı" Pieter Brueghel'in (1525-1569) "*Temperance*" (Ölçülülük) adlı tablosunda ölçüm aletleri ve ölçüm yapanlar (H. A. Klein, *Graphic Worlds of Peter Bruegel the Elder*, New York, 1963).[85]



ŞEKİL 63. Levinus Hulsius'un *Theoria et praxis quadrantis geometrici* (Nürnberg, 1594) adlı eserinden 16. yüzyılda ölçüm çalışmalarını gösteren bir bakır kazıma resim.[87]

Fransız François Viète (Vieta) (1540-1603), bilinmeyen değişken nicelikleri göstermek için harf kullanımını matematiğe sokmuştur. Bilinmeyenler için a, e, i, o, u... gibi sesli harfler, bilinen nicelik ya da sabitler için ise b, c, d, f, g... gibi sessiz harfler kullanmıştır. René Descartes'ın (1596-1650) *Discours de la Methode...* (Yöntem Üzerine Konuşma...) adlı ünlü eserinde dizin olarak yer alan ve eserin daha sonraki baskılarında yayıncılar tarafından ana metinden çıkarılarak 1637'de ayrı bir kitap halinde basılan *"La Géometrie"* başlıklı bölümde Descartes aynı şeyi yapmış, ancak büyük harfler yerine küçük harfler kullanmış, bilinmeyenler için alfabenin son harflerini (x, y, z, t...), katsayı ve sabitler için ise alfabenin ilk harflerini (a, b, c, d...) kullanmıştır. Descartes'ın asıl başarısı, koordinat geometrisini geliştirmesidir. Günümüzde hâlâ eksenler ve koordinatlar, onun adından gelme "kartezyen eksenler" ve "kartezyen koordinatlar" diye adlandırılır. Kartezyen geometri, birbirini dik kesen iki doğru çizgiden oluşmuş bir referans sistemine bir eğri yerleştirerek, eğrinin denklemini bu iki eksene göre yazabilmeyi sağlar. Böylece Descartes'ın dediği gibi, geometri cebire indirgenmiş olur. Descartes'ın analitik geometriyi geliştirmesi, matematik tarihindeki en parlak başarılardan biridir. Descartes'ın analitik geometrisinin matematiğe temel katkısı, cebir ve geometriyi koordinat geometrisi halinde birleştirmesidir. Descartes, matematiğinde tümdengelim yöntemini kullanmış ve bununla bir mekanik felsefe geliştirmiştir. Descartes, insan ruhunda olan matematiksel gerçeklerin doğayı fizik bilimi aracılığıyla açıklayabileceğini ve böylelikle insanı doğanın sahibi ve egemeni yapabileceğini varsayıyordu.[1]

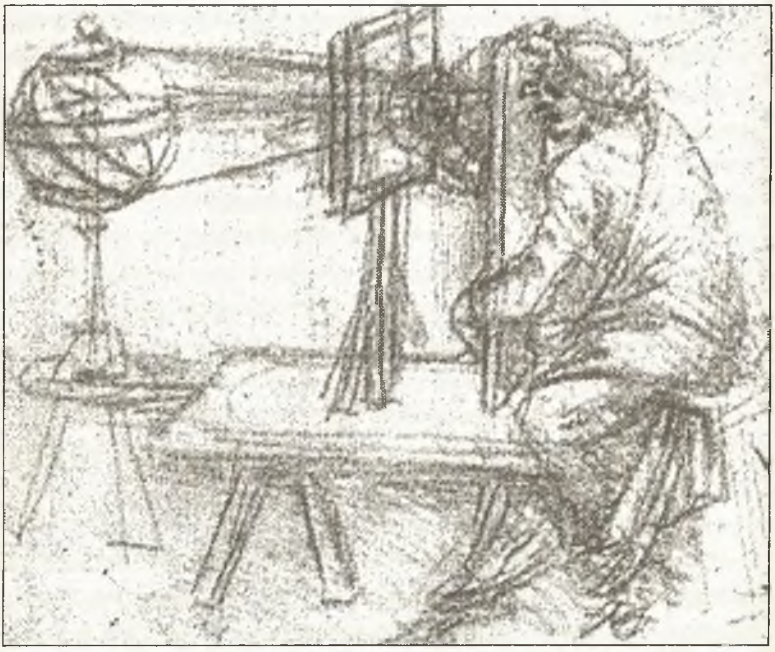
Matematiksel Sanat Olarak Perspektif Bilimi

Rönesans dönemi sanatçılarının çalışmaları, özellikle "altın oran", perspektif, doğadaki geometri ve müzik gibi konular, matematiksel sanatın (*"math-art"*) kapsamına girer. On sekiz çocuklu Macar kökenli bir ailenin oğlu olarak Nürnberg'de dünyaya gelen ünlü ressam Albrecht Dürer (1471-1528), çağının mesleğiyle ilgili teknolojik yeniliklerine de ilgi duyarak çeşitli

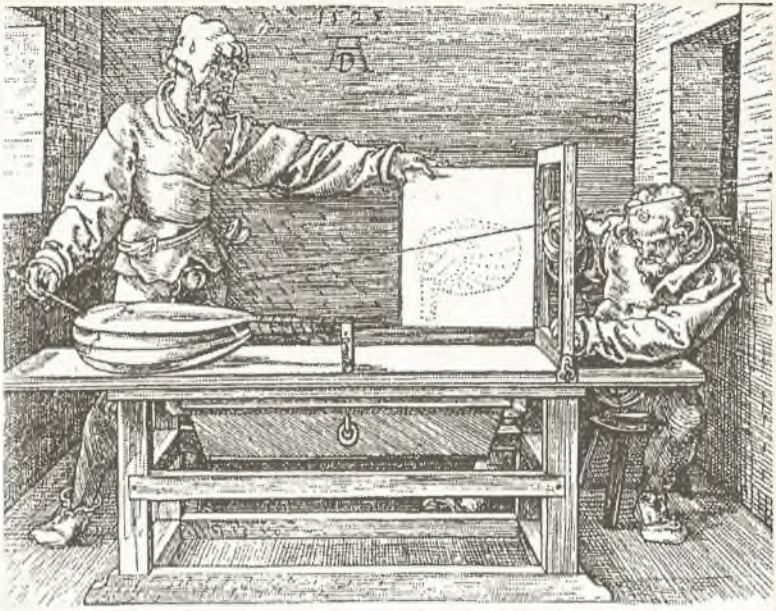
eserler kaleme almıştır. Alman dilinde uygulamalı geometrinin ilk ders kitabı niteliğindeki *Die Underweysung der Messung mit Zirckel und Richtscheyt in Linien, Ebenen und ganzen Körpern* (Doğrularda, Düzlemlerde ve Tüm Cisimlerde Pergel ve Cetvelle Ölçüm Yönergeleri) (Nürnberg, 1525) adlı basılı ilk kitabı, ünlü basımcı Anton Koberger (doğ. 1440) tarafından basılmıştır. Geometri konulu bu ders kitabında, felsefî-dinsel bir temele dayanarak Tanrı tarafından bahşedilmiş insan ruhunun ilk tabloları (düşünceleri) olarak matematiksel figürler şekillendirilmiştir. Doğru kavramından başlayarak sarmallar, daire çevresinden koni kesitlerine, elips, parabol ve hiperbol çizimlerine ve eğri çizme aletine dek çeşitli konular işlenmiştir. Bölümlerden biri üçgen, dörtgen, beşgen vb. düzgün geometrik şekillere, stereometriye ilişkin olarak bir üçgenin kareye ve dairenin kareye dönüştürülmesi konularına ayrılmıştır. Ardından, bir küre yüzeyi üzerinde oluşturulan eğriler yardımıyla ikozidedokahedrona kadar olan Platonsal ve Arşimedsel düzgün geometrik çokyüzlülerin yapılanması ve açılımları, Platon'a dek geri uzanan "Delos problemi"ne ilişkin olarak bir kübün katlarının alınmasına yönelik olarak küre yüzeyinin açılımı konuları gelmektedir. Ayrıca güneş saatinin yapılması, Antik Roma alfabesi, Gotik alfabe, son olarak da ışığın cisimler üzerine etkisi ve gölge gibi konular ele alınmıştır. Bu eserin ana kaynakları, başta Eukleides olmak üzere Antik yazarlardı. Dürer, 1507 yılında yaptığı ikinci İtalya gezisi sırasında Venedik'te, Bartolomeo Zamberti'nin (1479-1539 sonrası) basımı olan Eukleides nüshasından satın almış ve üzerine kendi eliyle, resimlerinde yer alan amblem şeklindeki ünlü imzasını attıktan sonra, *"Bu kitabı, 1507 yılında Venedik'te 1 Duka'ya satın aldım"* şeklinde not düşmüştür. Eserinde kaynak olarak bunun dışında İtalyan Leon Battista Alberti ve Luca Pacioli'den de yararlanmıştır. Venedik'te matematik, perspektif bilgisi ve sanat kuramı incelemesi yapan Dürer, dört bölümlük *Underweysung...* adlı kitabının birinci bölümünde tasarı geometri tekniğini kullanarak konikler, Arşimed burgusu ve konkoidler dahil çeşitli eğrilerin yapılanmasını, ikinci bölümünde düzgün çokyüzlüleri, üçüncü bölümünde Öklidsel araçlar kullanarak basımcılık açısından alfabe

harflerinin çeşitli tasarımlarını, dördüncü bölümünde ise Platonsal ve Arşimedsel cisimleri incelemiştir.

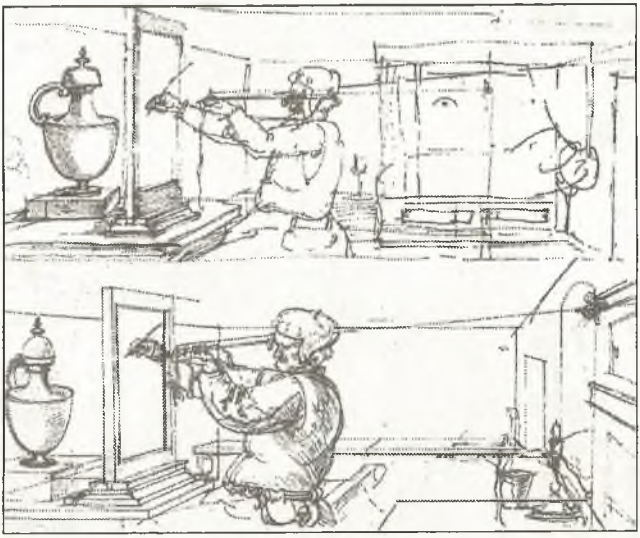
Ünlü ressam Leonardo da Vinci, perspektograf (perspektif makinesi) yapımı ile ilgilenen sanatçılardan bir idi (ŞEKİL 64). Perspektif makinesi geliştirme çalışmalarında da bulunan Dürer, *Die Underweysung der Messung...* için 1525 yılında "Oturan Adamı Çizen Adam", "Lavta Çizen Adam" (ŞEKİL 65), "Güğüm Çizen Adam" (ŞEKİL 66) ve "Uzanıp Yatan Kadın" (ŞEKİL 67) konulu ahşap oyma resimler hazırlamışsa da, bunlardan son ikisi ilk kez eserin 1538 baskısında yer almıştır. Bu resimlerde, üç boyutlu bir nesnenin düz bir yüzey üzerine projeksiyonunu yapmada ressamın kullanabileceği alet (projeksiyon aleti) sergilenmiştir (ŞEKİL 68).[86]



ŞEKİL 64. Leonardo da Vinci'nin perspektografının taslak çizimi.[87]



ŞEKİL 65. "Lavta Çizen Adam" (A. Dürer'in *Die Underweysung der Messung mit Zirckel und Richtscheyt in Linien, Ebenen und ganzen Körpern*, Nürnberg, 1525, adlı eserindeki ahşap oyma resim).[86]



ŞEKİL 66. Albrecht Dürer'in, perspektif ilkelerine göre güğüm resmi çizen bir ressama ilişkin iki taslak çizim (16. yüzyıl).[88]



ŞEKİL 67. Uzanıp sereserpe yatmış bir çıplağı, perspektif aleti yardımıyla çizen ressam (A. Dürer'in çizimi): Arada bulunan ve içi ızgara şeklinde tellerle bölünmüş bir kasnak ya da ızgara olan ve "*graticola*" adı verilen ahşap bir çerçeve üzerinde yer alan yüzlerce küçük dikdörtgensel yüzeyler üzerinden belirlenen görünümler, aynı şekilde masa üzerindeki çerçevenin içine aktarılmaktadır. Bu teknik, basılı resimlerin yeniden çizimlerinde de kullanılmaktaydı (A. Dürer, *Hierin sind begriffen vier Bücher von menschlicher Proportion*, 1528).[85]



ŞEKİL 68. Dürer'in, perspektifli çizimler yapmak için mekanik kolaylık önerileri:[82]
(a) Buradaki temel öğe, göz noktasının sabitleştirilmesi için ayarlanabilir bir çubuktur (*Die Underweysung...* adlı eserin 1. baskısından, 1525),
(b) Güğüm resmi çiziminin başka bir örneğinde, arka duvardaki bir çiviye çakılmış gergin bir tel ve ona bağlı olan çizim kalemi aracılığıyla göz noktası, resim düzleminden, çizimcinin ulaşma uzaklığını aşan bir uzaklığa konabilmektedir (*Die Underweysung...*'un 2. baskısından, 1538).

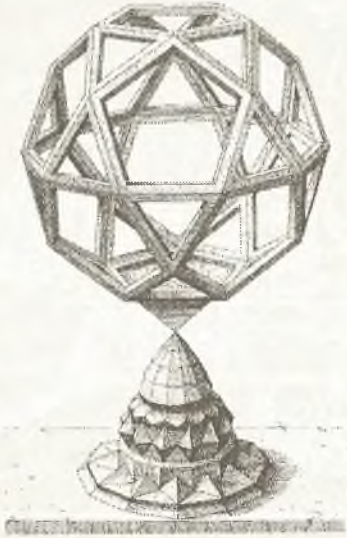
Dürer'in ikinci perspektif makinesi yeni bir gelişmenin kapısını açmıştır; Nürnberg'li kuyumcu Wenzel Jamnitzer'in (1508-1585) perspektif makinesinde onun kimi izleri görülür. Yine de Jamnitzer, yeni bir yöntemin bulucusu olarak nitelenmeye hak kazanmıştır. Onun makinesi, çokyüzlüleri üç boyutlu olarak çizmeye olanak vermektedir. Jamnitzer bu makinenin kullanımı konusunda geriye yazılı bir betim bırakmamıştır. Bu konuda çeşitli kazıma resimlerden ve Nürnberg'li matematikçi "Yaşlı" Paulus Pfinzing'in (1554-1599) bir kitabından bilgi edinmekteyiz (ŞEKİL 69-ŞEKİL 73). Johannes (Hans) Lencker (ölm. 1637) de bir perspektif makinesi geliştirmiştir (ŞEKİL 74, ŞEKİL 75).[89]



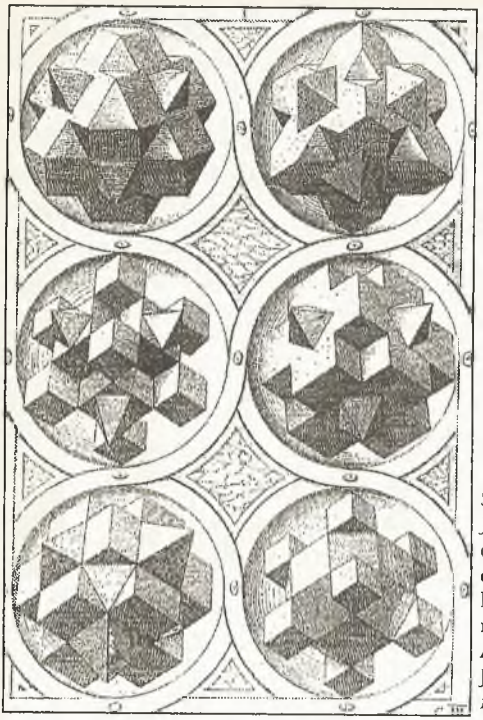
ŞEKİL 69. Wenzel Jamnitzer, kendi geliştirdiği perspektif makinesi ile çalışırken (Jost Amman, 1568): Jost Amman (1539-1591), Jamnitzer'in *Perspectiva corporum regularium* (Düzgün Cisimlerin Perspektifleri) (Nürnberg, 1568) adlı eserinin hazırlanmasında onunla birlikte çalışmış ve eserin tüm bakır kazıma resimlerini hazırlamıştı.[89]



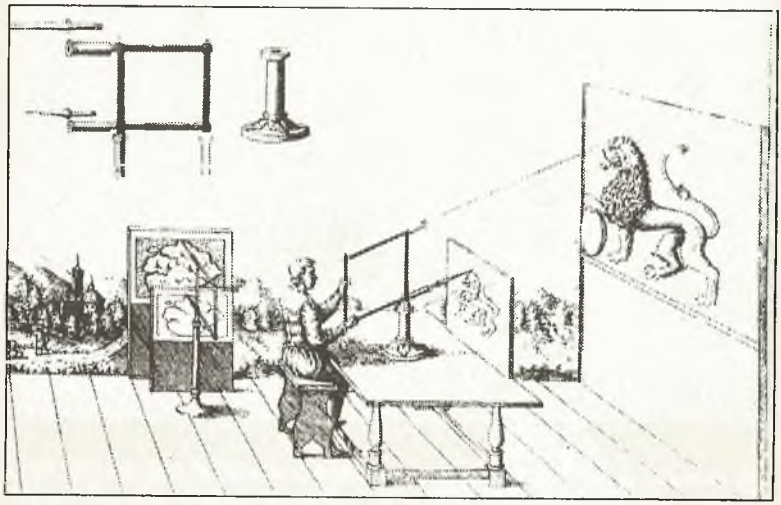
ŞEKİL 70. Jamnitzer'in perspektif makinesi [Johannes Faulhaber, *Newe Geometrische und Perspectivische Inventiones etlicher sonderbahrer Instrument...* (Birkaç Özel Alet Yardımıyla Yeni Geometrik ve Perspektifsel Buluşlar), Frankfurt, 1610].[89]



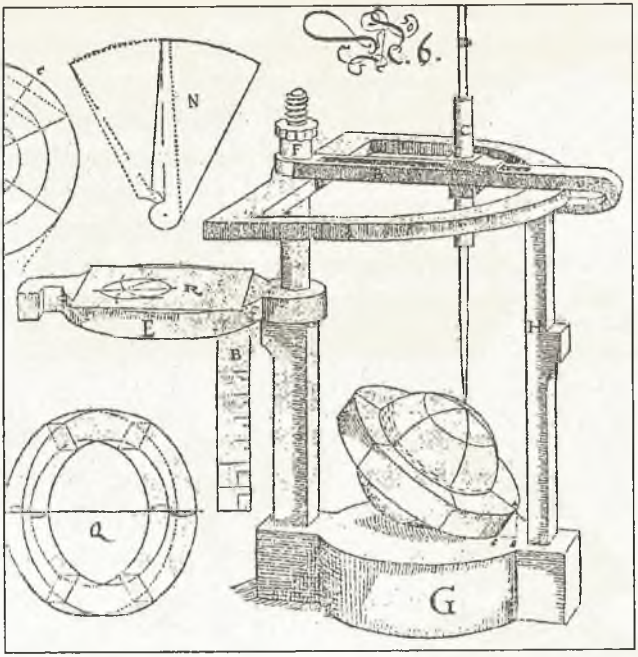
ŞEKİL 71. Perspektif makinesi ile çizilmiş düzgün çokyüzlü (Wenzel Jamnitzer, *Perspectiva corporum regularium*, Nürnberg, 1568).[90]



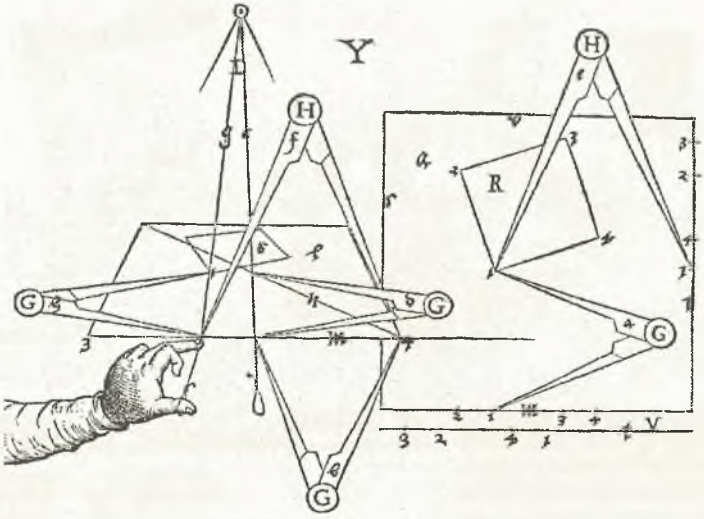
ŞEKİL 72. "Tanısal geometri": Jamnitzer'in çokyüzlülerinden örnekler. Jamnitzer, böylesi 140 düzgün geometrik cisim tasarlamış ve bunların kazıma resimlerini, Zürih'li ünlü sanatçı Jost Amman'a hazırlatmıştır (W. Jamnitzer, *Perspectiva corporum regularium*, Nürnberg, 1568).[90]



ŞEKİL 73. Perspektif makinesi ile yapılmakta olan bir çizim.[91]



ŞEKİL 74. Hans Lencker'in, üç boyutlu cismin temel çizgilerini belirleyip çizmek için geliştirdiği perspektif makinesi (1571).[89]

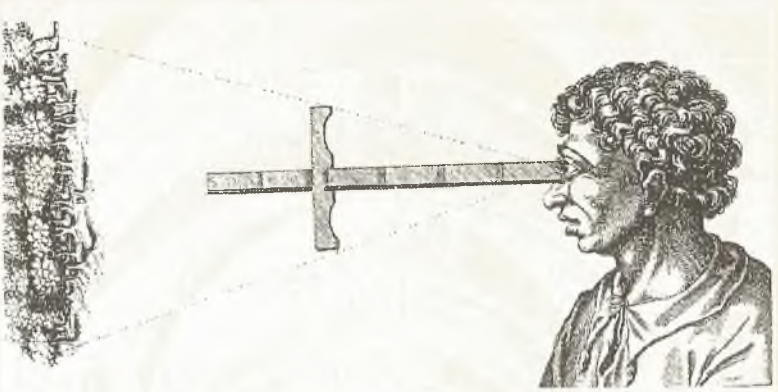


ŞEKİL 75. Lencker'in perspektif makinesinin kullanılması (1571).[89]

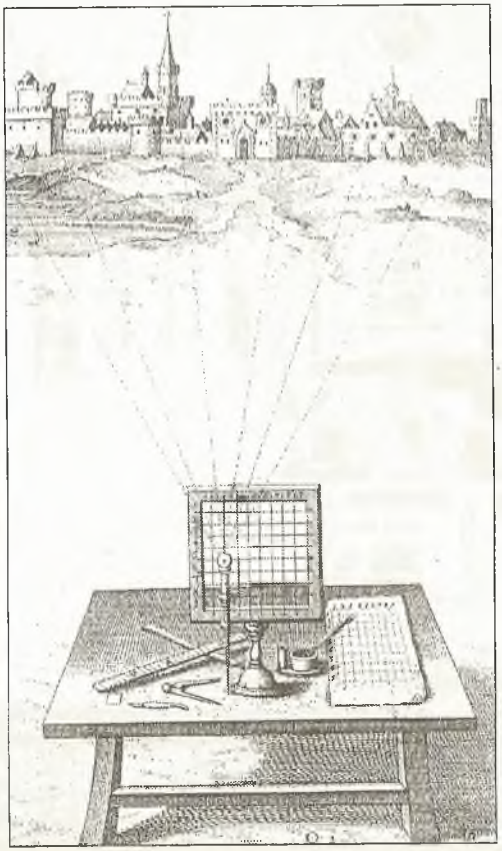
Robert Fludd'un (1574-1637) çeşitli eserlerinde yer alan alet, ölçüm ve ve perspektifle ilgili kimi resimler ŞEKİL 76, ŞEKİL 77 ve ŞEKİL 78'de yer almaktadır. Mimar Girard Desargues (1591-1661), 1639 yılında değişik açılardan bakılarak çizilmiş geometrik şekilleri inceleyen "izdüşüm geometrisi"nin temellerini atmıştır. ŞEKİL 79 ve 80'de geometrik merkezî perspektifin yer aldığı mimarî çizimler, ŞEKİL 81'de ise eğri yüzeyler üzerinde izdüşüm çizgilerine ilişkin bir resim görülmektedir.



ŞEKİL 76. Paracelsusçu-Hermetik görüşlere göre evrenin makrokozmosu ile insanın mikrokozmosu arasındaki benzeşim: Serbest sanatları ya da insanın bilgi alanlarını gösteren bu resimde, insanı taklit etmede en yüksek yeteneğe sahip hayvan olan maymuna benzer yapısıyla insanın görüş alanı içinde çeşitli pratik sanat ve bilimlerle bunlara ilişkin aletler görülmektedir (Robert Fludd, *De naturae simia*, 1624).[90, 92]



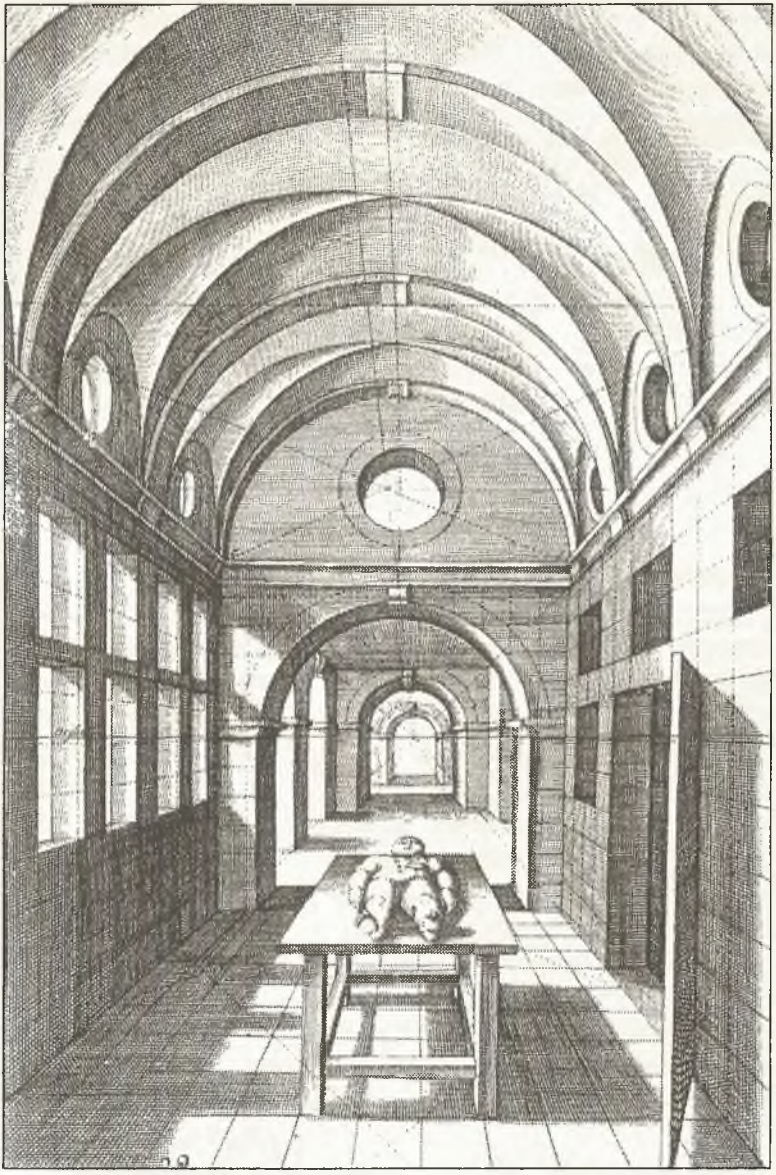
ŞEKİL 77. Robert Fludd'dan, Jakob çubuğu ile ölçüm sahnesi (R. Fludd, *De geometricis instrumentis*).



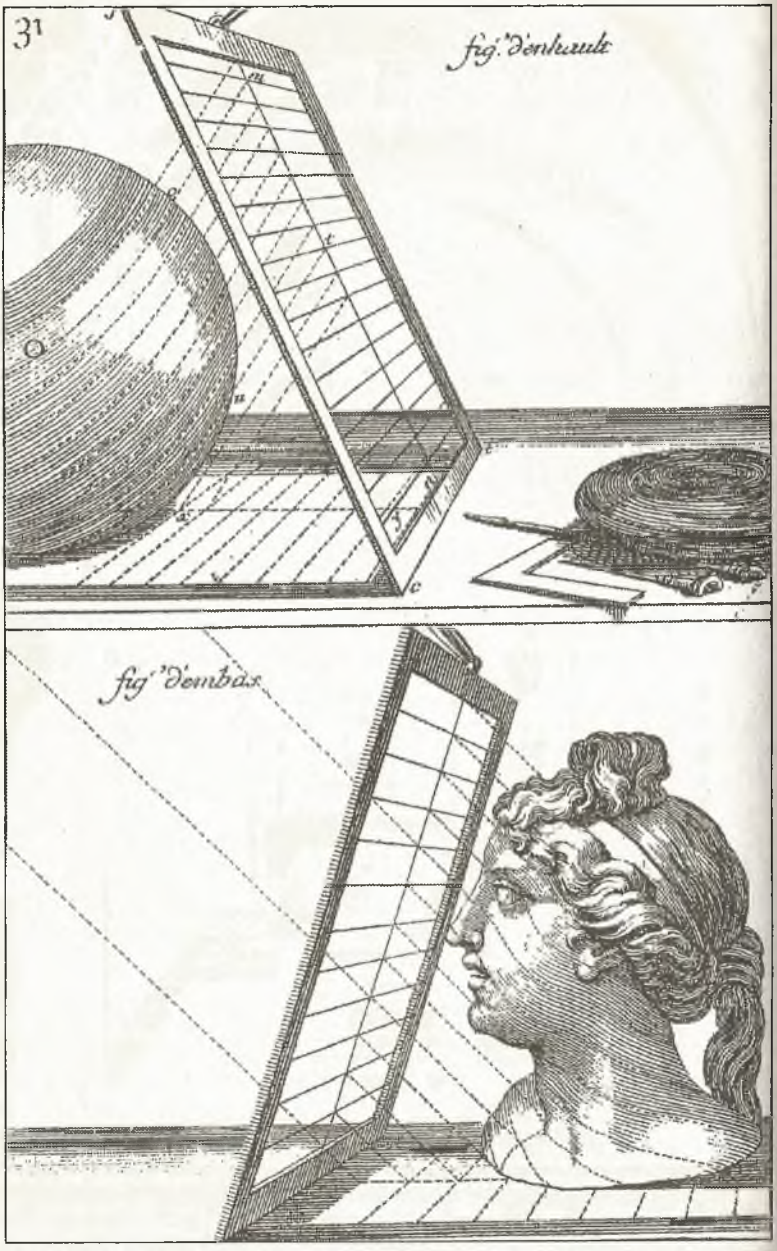
ŞEKİL 78. Perspektif aleti ve doğrusal ışınlar (R. Fludd, *De radiis directis*).



ŞEKİL 79. Geometrik merkezî perspektif: 1400 yılından kısa bir süre sonra Rönesans İtalya'sında matematik bilimi ile görme ve betimleme sanatı arasında bir ilişki keşfedildi; bir göz tarafından görülen bir gerçekliğin tüm doğrusal çizgileri, birlikte, merkezî bir uzak nokta içine doğru akıyor görünüyordu. Romalılar bile böyle perspektifsel etkileri resimlerine yansıtmışlardı ama onun tam matematiksel olarak inşa edilmesi, ilk olarak Rönesans'ta öğrenildi ve 15. ve 16. yüzyılda her yerde resimler bu tarzda oluşturuldu [Henricus Hondius'un (1597-1651) *Institutio artis perspectivae*, Den Haag, 1622, adlı eserinden alıntılanarak geç dönemde basılan bakır kazıma resim]. [93]



ŞEKİL 80. Geometrik merkezî perspektifin yer aldığı mimarî çizimler Jan (Hans) Vredeman de Vries'nin (1526-1609) *Perspective* (Leiden, 1604) adlı eserinden resimli bir sayfada, merkezî perspektifin örnek bir çiziminde ince çizgilerin kullanılması.[84]



ŞEKİL 81. Eğri yüzeyler üzerinde gölge çizgilerinin izdüşümü [Robert Nanteuil (1623-1678) ve Abraham Bosse (1602-1676), 1653].[89]

18. yüzyıl sonlarında teknik alanda uygulanan bilimsel yasaları kullanışlı grafik ve çizelgeler halinde açıklama yöntemi olarak "nomografi tekniği" geliştirilerek kullanım alanına sokulmaya başlanmıştır.

Sonsuz Küçükler Matematiği ve Modern Çağ

17. yüzyılda Napier, Briggs ve diğerleri, logaritmayı keşifleriyle bir hesap bilimi olarak matematiğin gücünü alabildiğine artırmışlardır. Galilei'nin öğrencisi Bonaventura Cavalieri (~1598-1647), alan ve hacim hesapları için kendi sonsuz küçükler yöntemleri ile kalkülüse ("diferansiyel ve integral hesabı" ya da "sonsuz küçükler hesabı") doğru yol almış ve Descartes, cebirsel yöntemlerin gücünü geometriye eklemiştir. Kalkülüse yönelik ilerleme Pierre de Fermat (1601-1665) ve Blaise Pascal (1623-1662) ile birlikte sürdürülmüş ve olasılığın matematiksel incelemesi başlamıştır. Isaac Newton (1642-1726), kalkülüsü geliştirmiş; onun çalışması matematik, fizik ve astronomi arasındaki etkileşimi sergileyen yeni keşiflere yol açmıştır. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), kalkülüse çok daha özenle yaklaşmış ve matematik konusunda Newton'a oranla daha çok 18. yüzyıla uygun düşecek bir şema oluşturmuştur.[10] 1489 yılında Alman matematikçi Eger'li Johann Widmann (1462-1498), daha önce toplama ve çıkarmayı dile getirmek için kullanılan "*piu*" (artı) ve "*meno*" (eksi) sözcüklerinin baş harfleri olan "p" ve "m"nin yerine "+" ve "-" işaretlerini getirmiştir. 1525 yılında Christoph Rudolff (~1500-1545), karekök için " $\sqrt{}$ " simgesini kullanıma sokmuştur [bu simge, Latince "*radical*" ("kök ile ilgili") sözcüğünün baş harfi olan R'nin bir kısaltmasıdır].[30] Fermat ve Descartes, eşitlik işareti olarak "∞" işaretini kullanmışlar ve bu tercihlerinin nedeni olarak, Latince "eşit" anlamına gelen "*æquus*" sözcüğünün ilk harfinden yararlandıkları sanılmaktadır. "∞" işaretini sonsuz büyüklük anlamında ilk kez kullanan ise İngiliz matematikçisi John Wallis (1616-1703) olmuştur. Viète ve Wallis gibi matematikçiler, yapılan yazışmalarda devlet düşmanlarının ihanetlerini saptamak için zaman zaman şifre çözme uzmanları olarak da krallığa hizmet etmişlerdir.

Ancak negatif sayıların benimsenmesi güç olmuştur. Aralarında Viète ve Pascal'in de yer aldığı 16. ve 17. yüzyılın çoğu Batı'lı matematikçisi negatif sayıları reddetmiş ya da kuşkuyla karşılamıştır. 1830 gibi geç bir tarihte, seçkin matematikçi ve mantıkçı Augustus de Morgan (1806-1871), *"3-8, bir imkansızlıktır; bu işlem 3 sayısından, kendisinden büyük bir sayının çıkartılmasını gerektirir ki saçma bir işlemdir"* diye yazmıştır.

Isaac Newton ve Gottfried Wilhelm Leibniz, birbirlerinden bağımsız olarak türev ile integral arasındaki ilişkiyi kurarak "kalkülüs"ü geliştirdiler. Kalkülüs, hem sonsuz küçüğü, hem de sonsuz büyüğü kapsar. Sonsuz küçük, "bir eğri altındaki alan"ı bulma süreci olan "integrasyon"da kullanılır. Bu alan, tekrar tekrar küçük parçalara bölünerek ve bu parçaların her birinin alanı toplanarak bulunur. Sonsuz büyük ise, kalkülüsün temel kavramı olan limitte karşımıza çıkar. [15]

Newton, 1704 yılında yayımladığı *Opticks* (Optik) adlı eserinin sonuna, 38 yıl önce keşfettiği bu hesapla ilgili bilgileri eklemişti. Leibniz'e gelince; ünlü Alman filozofu ve bilimcisi, Berlin Akademisi'nin kuruluşunda en çok emeği geçen ve İmparator Büyük (II.) Friedrich'in (yön. 1740-1786) "başlı başına bir akademi" dediği Leibniz ise diferansiyel ve integral hesabını Newton'dan bağımsız geliştirmiş ve bulgularını çeşitli dergilerde makaleler halinde Newton'dan önce ve 1684 yılından itibaren yayımlamaya başlamıştır (ŞEKİL 82). Söylendiğine göre Leibniz, 1676 yılında Royal Society'nin sekreteri Henry Oldenburg (1615-1677) kanalıyla Newton'ın kalkülüs konulu çalışma notlarını görmüş ve onlardan yararlanarak ve başka notasyon kullanarak yayım konusunda ilk olmayı becermiştir. Newton'ın bu durumun farkına varan bir öğrencisi, 1699'da Leibniz'i "bilgi hırsızlığı" ile suçlamıştır. Çalışmalarını yayına dökme konusunda isteksiz davranan Newton'ı, vatandaşı ünlü astronom Edmond Halley (1656-1742) teşvik etmiş ve gerçekte kalkülüs konusunda daha önceden beri başarılı çalışmalar yapmış olmasına rağmen Newton, çalışmalarını ancak 1704 yılında Royal Society'ye sunarak ilk kez yayımlamıştır. Leibniz ile Newton arasında kalkülüs alanında notasyon sorunları yaşanmıştır. Örneğin bir "x" büyüklüğünün "t" değişkenine göre değişme hızını Leibniz "dx/dt" ile gösterirken,

Newton "x"in üzerinde bir nokta ile gösteriyordu. Leibniz'in notasyonu kalkülüs düşüncesine çok daha kolay uzandırılabilirken, Newton'ın notasyonu hız ve ivmeyi daha iyi betimlemesine karşın iki değişkenli fonksiyonlar durumunda daha az etkin kalıyordu. İngiliz matematikçiler, vatanseverlik duyguları içinde Newton'ın notasyonunu kullanmışlarsa da, Leibniz'i izleyen kıta Avrupa'sı matematikçilerine kıyasla bir dezavantaj yaşamışlardır. Sonuç olarak günümüzde Leibnizci "d" simgesi benimsenmiş ve Newton'un nokta ("·") sistemi genel kabul görmemiştir.[10] Newton'ın şu sözü ünlüdür: *"Matematikte en küçük bir hata bile yok sayılmamalıdır".*

Aydınlanma döneminde matematik biliminde devrim yaratacak yeni bir ilke bulunamamış ve matematikçiler, pratiğe yönelik çalışmalar yapmışlardır. Örneğin mekanik ve astronominin ortaya koyduğu sorunları çözmüşler, akışkanların hareketini, titreşim problemlerini, rüzgârla dolmuş bir dikdörtgen yelkenin biçimini incelemişler, Newton'ın çalışmalarından yararlanarak sonsuz küçükler hesabını geliştirmiş ve matematiği bir araç olarak yetkinleştirmişlerdir. Sonuçta matematiğin önü açılarak evrensel bir bilim konumuna getirilmiş, kalkülüsün bir aracı olan diferansiyel denklemler yardımıyla bilimsel fizik ve mühendislik bilimleri doğmuştur. Bunlardan Jean le Rond d'Alembert (1717-1783), kısmî diferansiyel denklemleri ilk inceleyen bilim adamlarından biri olup akışkanlar mekaniği ile ilgili çalışmalar yapmış, Gaspard Monge (1746-1818) ise tasarı geometriyi yaratmıştır. Bu tip matematikçilerin en önde gelen örneği, İsviçreli matematikçi ve fizikçi Leonhard Euler'dir (1707-1783).[94] 18. yüzyılın en önemli matematikçisi olan Euler, matematiğin çok çeşitli alanlarını kapsayan çalışmalarına ek olarak varyasyonların kalkülüsü (*Varyasyonel Hesaplama,* 1744) ve diferansiyel geometri olarak iki yeni dalı geliştirmiş; Fermat tarafından etkin olarak başlatılan sayılar kuramındaki araştırmalara ivme kazandırmıştır. 18. yüzyıl sonuna doğru Joseph Louis Lagrange (1736-1813), fonksiyonlar kuramı ve mekanik kuramı [*Mechanique analitique* (Analitik Mekanik), 1788] konularında özenli çalışmaları başlatmış; yüzyılın dönüm noktasında Pierre Simon Laplace (1749-1827), gök mekaniği konusundaki büyük çalışmasını [*Traité de mechanique celeste* (Gök Mekaniğinin İncelenmesi), 1799] yaptığı gibi Monge ve Lazare N. M. Carnot (1753-1823) da sentetik geometride temel gelişmeleri sağlamışlardır.[10]

NOVA METHODVS PRO MAXIMIS ET MINIMIS, itemque tangentibus, quæ nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus, per G. G. L.

SIt axis AX, & curvæ plures, ut VV, WW, YY, ZZ, quarum ordinatæ, ad axem normales, VX, WX, YX, ZX, quæ vocentur respective, *v*, vv, y, z; & ipsa AX abscissa ab axe, vocetur x. Tangentes sint VB, WC, YD, ZE axi occurrentes respective in punctis B, C, D, E. Jam recta aliqua pro arbitrio assumta vocetur dx, & recta quæ sit ad dx, ut *v* (vel vv, vel y, vel z) est ad VB (vel WC, vel YD, vel ZE) vocetur d*v* (vel d vv, vel dy vel dz) sive differentia ipsarum *v* (vel ipsarum vv, aut y, aut z) His positis calculi regulæ erunt tales:

Sit a quantitas data constans, erit da æqualis o, & d ax erit æqua dx: si sit y æqu. *v* (seu ordinata quævis curvæ YY, æqualis cuivis ordinatæ respondenti curvæ VV) erit dy æqu. d*v*. Jam *Additio & Subtractio:* si sit z -y † vv † x æqu. *v*, erit dz--y † vv † x seu d*v*, æqu. dz -dy † dvv † dx. *Multiplicatio*, d x *v* æqu. x d*v* † *v* dx, seu posito y æqu. x*v*, fiet dy æqu. x d*v* † *v* dx. In arbitrio enim est vel formulam, ut x*v*, vel compendio pro ea literam, ut y, adhibere. Notandum & x & dx eodem modo in hoc calculo tractari, ut y & dy, vel aliam literam indeterminatam cum sua differentiali. Notandum etiam non dari semper regressum a differentiali Æquatione, nisi cum quadam cautione, de quo alibi. Porro *Divisio*, d—*v* / y vel (posito z æqu. —*v* / y) dz æqu. † *v* dy † y d *v* / yy

Quoad *Signa* hoc probe notandum, cum in calculo pro litera substituitur simpliciter ejus differentialis, servari quidem eadem signa, & pro † z scribi † dz, pro--z scribi--dz, ut ex additione & subtractione paulo ante posita apparet; sed quando ad exegesin valorum venitur, seu cum consideratur ipsius z relatio ad x, tunc apparere, an valor ipsius dz sit quantitas affirmativa, an nihilo minor seu negativa: quod posterius cum fit, tunc tangens ZE ducitur a puncto Z non versus A, sed in partes contrarias seu infra X, id est tunc cum ipsæ ordinatæ

ŞEKİL 82. Leibniz'in diferansiyel hesap yöntemiyle maksimum ve minimum problemlerini çözme yöntemi: Leibniz'in 1684 yılında *Acta eruditorum*'da yayımlanan makalesinde yer alan bu sayfada, onun kalkülüs (sonsuz küçükler hesabı) için düzenlediği algoritmada, bilinen "d" notasyonunu kullanışı görülmektedir.[69]

19. yüzyılda matematiğin en önemli güdülerinden biri matematiğin diğer alanlara uygulanması olmuştur. Örneğin haritacılık ve astronominin zorlaması ile küresel trigonometri ve Eukleidesdışı geometriler, eğri ve yüzeylerin diferansiyel geometrisi; elektrik ve mekaniğin zorlaması ile diferansiyel denklemler, varyasyonlar hesabı, vektör ve tensör analizi, özel fonksiyonlar, sınırdeğer problemleri, integral denklemler, kompleks değişkenli fonksiyonlar, dağılma kuramı, fonksiyonel analiz vb. konular hızla gelişmiştir. Sanayi toplumları kendi gelişimleri sırasında rastladıkları yeni ve ilginç problemleri çözecek beyinleri yetiştirmeye özen göstermişlerdir.[45]

19. yüzyıl sonlarına doğru hızlı bir gelişme görülür. Jean Baptiste Joseph Fourier'nin (1768-1830) ısı konusundaki çalışması [*Theorie analytique de la chaleur* (Isının Analitik Kuramı), 1822], temel önemdedir. Julius Plücker (1801-1868) analitik geometride, Jakob Steiner (1796-1863) ise sentetik geometride temel çalışmalar yapmışlardır. Rus matematikçi Nikolai Ivanovich Lobachevski (1793-1856) ile Macar matematikçi János (Johann) Bolyai (1802-1860) tarafından geliştirilen Eukleidesdışı geometri, Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866) tarafından geometrinin karakterizasyonunda değerlendirilmiştir. Eukleides geometrisinin "Bir doğruya, dışındaki bir noktadan yalnızca tek bir paralel çizilebilir" ve "Bir üçgenin iç açıları toplamı 180°'dir" şekllindeki postulatlarına karşılık Eukleidesdışı geometrilerden Lobachevski geometrisinde "Bir doğruya, dışındaki bir noktadan pek çok paralel çizilebilir" ve "Bir üçgenin iç açıları toplamı 180°'den küçüktür" önermeleri, Riemann geometrisinde ise "Bir doğruya, dışındaki bir noktadan paralel çizilemez" ve "Bir üçgenin iç açıları toplamı 180°'den büyüktür" önermeleri geçerlidir. Bu geometrilerin birbiriyle ilişkisini gösteren matematikçi Felix Christian Klein (1849-1925), "sıfır eğimli bir yüzeyi işaret eden Eukleides geometrisinin, negatif eğimli bir yüzeyi (örneğin küre içini) işaret eden Lobachevski geometrisi ile pozitif eğimli bir yüzeyi (örneğin küre dışını) işaret eden Riemann geometrisinin arasında yer aldığını; başka bir deyişle parabolik geometri olan Eukleides geometrisinin, hiperbolik

geometri olan Lobachevski geometrisi ile eliptik geometri olan Riemann geometrisinin limiti olduğunu" belirtmiş, "Klein şişesi" adı verilen önemli topolojik yapılanmayı ortaya koymuştur. "Klein şişesi", tek yüzeyli bir yapı olup iç ve dış diye iki ayrı yüzü yoktur; bu nedenle "Klein şişesi" içine su doldurmak mümkün değildir, dökülür. Üzerinde yaşadığımız dünyada pratik ölçekteki boyutlarda Eukleides geometrisi geçerli iken evrensel boyutlarda geçerliliğini yitirmektedir. Albert Einstein (1879-1955) Görelilik Kuramı'nın ve çağdaş evren modellerinin temellerini oluştururken Riemann geometrisini kullanmıştır.[24] Karesel (kuadratik) ilişkiyi ve tamsayı uyumluluğunu araştıran Carl Friedrich Gauß (1777-1855), tüm zamanların en büyük matematikçisi olarak kabul edilir. Onun diferansiyel geometriye ilişkin çalışması, bu alanda devrimseldir. Temel bağlamda astronomi ve manyetizmaya da katkıda bulunmuştur. Yine bu yüzyılda Évariste Galois, matematiğe grup kavramını sokmuştur. Lagrange'ın fonksiyonlar üzerine olan çalışmasına dayanan Augustin-Louis Cauchy (1789-1859), 1820'lerde limit kavramını bugünkü kullandığımız şekliyle tanımlamış, özenli analizlere ve matematiksel fiziğe kaynaklık edecek çalışmalara [*Exercises d'analyse et de physique mathématique* (Matematiksel Fizik ve Analiz Üzerine Alıştırmalar), 1840-1847] koyularak kompleks değişkenli fonksiyonlar kuramı çalışmasını başlatmış, bu çalışma Karl Weierstrass'ın (1815-1897) ve Riemann tarafından sürdürülmüştür. Cebirsel geometri Arthur Cayley (1821-1895) tarafından ilerletilmiş; onun matrisler ve lineer cebir konulu çalışması William Hamilton (1788-1856) ve Hermann Grassmann (1809-1877) tarafından tamamlanmıştır. 19. yüzyıl sonunda Rus kökenli Alman matematikçi Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918) hemen hemen tek başına küme kuramını bulmuş, onun sayıların kavramsal analizine Richard Dedekind (1831-1916) ve Karl Weierstrass'ın irrasyonel sayılar konulu ana çalışması eklenmiştir. Kümeler kuramının babası Georg Cantor, sonsuzun tek değil çok sayıda olduğunu söylemiş ve çok tepki çekmiştir. Ona göre sonsuz kümeler, kendi aralarında, sonsuzluklarına göre çeşitli sınıflara ayrılabilirler ve böylelikle de ortaya

sayısız "sonsuz küme" sınıfları çıkabilir. 19. yüzyılda Georg Cantor'un "sonsuz" kavramını matematiğe sokması, Tanrı'nın işine karışmak gibi algılanarak tutucu çevrelerde tepki ile karşılanmıştır; çünkü yalnızca Tanrı, bu kavrama uygun düşüyordu ve başka "sonsuz" olamazdı. Cantor, sonsuz kümeler tanımının çok daha ötesine giderek tümüyle yeni bir "sonluötesi sayılar" aritmetiğini de geliştirmiştir. Cantor'un 1870'te yazmaya başladığı *Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre* (Sonlu-Ötesi Kümeler Kuramının Temelendirilmesine Katkılar) (1895-1897) adlı eseri, sonsuzluğun Eski Yunan filozofu Abdera'lı Demokritos'la başlayan tarihinin yeniden gözden geçirilişidir. Bundan yola çıkarak, kümeler kuramına dayanan yepyeni bir matematik dalı geliştirilmiştir.[95] Ancak bu tepkiler aşılmış ve günümüz geometrisi sonsuz boyutlu uzaylarla boğuşur hale gelmiştir. Matematiksel fiziğin ve matematiksel astronominin gereksinimlerine yönelik analizler yürütülmüştür. Simetri özelliklerini araştıran Norveçli matematikçi Sophus Lie'nin (1842-1899) diferansiyel denklemler üzerine çalışması, topolojik gruplar ve diferansiyel topoloji çalışmalarına yol açmıştır. James Clerk Maxwell (1831-1879), matematiksel analizin matematiksel fiziğe uygulanmasını devrimleştirmiştir. İstatistiksel mekanik Maxwell, Ludwig Boltzmann (1844-1906) ve Josiah Williard Gibbs (1839-1903) tarafından geliştirilmiştir. İntegral denklemlerin incelenmesi, elektrostatik bilimi ve potansiyel kuramı konulu çalışmaları şekillendirmiştir. Erik Ivar Fredholm'un (1866-1927) çalışması, David Hilbert'e (1862-1943) yön vererek fonksiyonel analizin gelişmesine yol açmıştır.[10]

Müzik ve Matematik

Batı felsefesinde eski Yunan filozofu Pythagoras, müziğin mucidi olarak kabul edilir. Söylentiye göre Pythagoras, demirciler çarşısından geçerken, kulağına ahenkli çekiç darbelerinin gelmesinden esinlenerek, üzerine tek bir tel ("*monochord*") gerdiği alet yaparak, tel uzunluğu ile duyulan ses arasındaki ilişkiyi belirler (ŞEKİL 83).



ŞEKİL 83. Sayıların düzeni ve sesin frekansı arasındaki ilişkiyi saptamak üzere Pythagoras'ı çanlar, içi değişik yüksekliklerde suyla dolu bardaklar, çeşitli kuvvetlerle gerili teller ve farklı büyüklüklerde flütlerle deney yaparken gösteren bir resim [Franchino Gaffurio'nun (1451-1522) *Theoria musica*, Milano, 1492, adlı eserinden ahşap baskı resimler).[96]

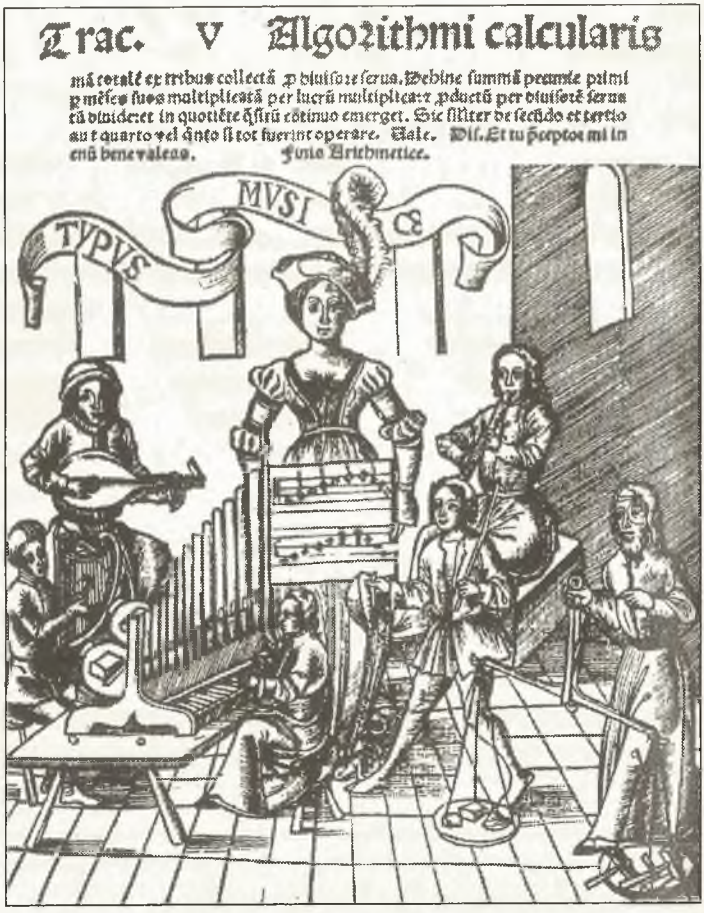
Pythagoras'a göre *"evrenin başlangıcı ve özü, tamsayıdır"*, *"evrende her şey bir ahenge, bir ölçüye, bir sayıya bağlıdır"*. Gergin bir telin kısaltılmasıyla, çıkardığı sesin inceldiğini keşfetmiştir. İki telden birinin uzunluğu diğerinin iki katıysa, kısa telin çıkardığı ses, uzun telin çıkardığı sesin bir oktav üstündeydi. [13] Pythagorasçılar, uzunlukları 1:2; 2:3; 3:4 oranında değişen eşit biçimli tellerin, armonik sesler çıkardığını bulmuşlardı. Aynı ilişki bir örs üzerine vurulan ve ağırlıkları yukarıdaki gibi basit oranlar içinde değişen farklı ağırlıklardaki çekiçlerle armonik sesler elde etmede de geçerli olmalı diye düşünülüyordu.

Pythagoras'ın yandaşı ve öğrencileri olarak Pythagorasçılar (İÖ 6.-4. yüzyıl) için müzik, dört matematiksel bilimden biri idi. Yersel müzik, göksel müziğin bir taklidi olup temelleri sayıların oranlarına dayanıyordu. Pythagorasçıların bu temel düşüncesi 17. yüzyıla kadar müzik kuramcılarınca, öncelikle de Boethius, Gregorius Reisch ve Johannes Kepler tarafından sürekli olarak dile getirilmiştir. Ünlü bilgin Boethius'un aritmetik konulu eseri dışında müzik konulu eserleri arasında *De institutione musica* (Müzik İlkeleri) adlı bir kitabı da bulunmaktadır. Müzikte kanon, daha Platon zamanında bilinmekteydi. [17]

Antikçağ'ın Geç Hıristiyanlık döneminde tekrar Platoncu-Pythagorasçı bilgi kuramına dönüldü ve Pythagorasçıların uyum ("*harmoni*") kuramı da önem kazandı. Ostrogot (Doğu Got) Kralı Büyük Theoderich'in (yön. 471-526) yakın dostu olan Boethius (~480-524), antik müzik öğretisinin Ortaçağ'daki temsilcisi oldu. Boethius'un "*quadrivium*" üzerine eserleri, aritmetik konulu iki eseri ile müzik konulu beş eseridir. Boethius, "*quadrivium*"daki dört bilimin kuramsal yönü ile ilgilenmiştir. Aritmetik eserlerinde sayılar kuramını işlemiş ve pratik hesap sanatını ele almamıştır. Büyük oranda Eukleides'in oranlar kuramına dayanan müzik konulu eserlerinde ise müziğin spekülatif (kurgusal) yanını ele almış ve beste öğretisini ve alet sanatını işlememiştir. Aynı tutumu geometri konusunda da takınmıştır. Boethius, müziğin sınıflandırmasını üç türe ayırarak yapmıştır: Evren müziği ("*musica mundana*"), insansal müzik ("*musica humana*") ve belir-

li aletlerle üretilen müzik ("*musica instrumentalis*"). Pythagoras'a ilişkin olarak, onun telleri ağırlıklar yardımıyla gererek ve demirci balyozlarının ağırlıklarını karşılaştırarak ses uyumunu (konsonanz) araştırdığı söylencesini aktaran da Boethius'tur. [17]

Gregorius Reisch'ın *Margarita philosophica* (Felsefe İncisi) adlı eserindeki "*Typus Musicae*" başlıklı resimde beş müzisyen ve aletleri (üflemeli, çektirmeli, yaylı, tuşlu, telli) görülmektedir (ŞEKİL 84). Sağda erkeğe benzer kişi, bir terazi yardımıyla çekiç-

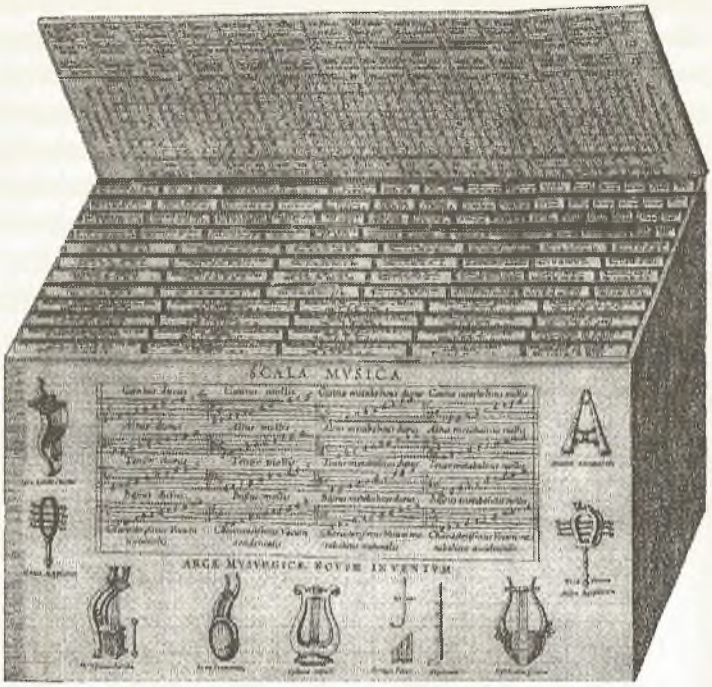


ŞEKİL 84. "*Typus Musicae*" (G. Reisch, Margarita philosophica, Basel, 1517). [17]

leri tartmakta ve belki de Pythagoras'ı temsil etmektedir. Eserin 1512 yılında yapılan baskısında yer alan aynı konulu resim ise daha zengin bir şekilde şekillendirilmiştir ve onda, resmin arka planında bir demirci çalışmakta ve Pythagoras'ın demirci çekiçlerinin sesini işiterek kendi armoni öğretisinin temellerini kavradığına ilişkin söylenceyi ima etmektedir, Eserin bir yerinde Reisch, evren müziği ("*musica mundana*") konusunda evrendeki her şeyin oranlar ve armoni yoluyla düzenlendiğini ifade ederek Kutsal Kitap'taki şu ünlü sözü yineler: "*Deus enim gloriosus omnia in numero pondere et mensura creavit*" ("Yüce Tanrı her şeyi, sayı, ağırlık ve ölçüye göre yaratmıştır"). [17]

Alman astronom ve matematikçisi Johannes Kepler 1596'da yayımlanan ilk eseri *Mysterium cosmographicum*'da (Kozmografyanın Gizleri) evren sisteminin düzen ve uyumunu, geometri üzerine bir analoji yardımıyla açıklamıştır.

Alman evrensel bilgini ve doğa araştırıcısı Athanasius Kircher (1602-1680), 1633 yılından itibaren Roma'daki Cizvit okulu Collegium Romanum'da bulunmuştur. Çağdaşları arasında Johannes Kepler, Robert Fludd, René Descartes, Marin Mersenne (1588-1648), Isaac Newton ve Gottfried Wilhelm Leibniz bulunmaktaydı. *Musurgia universalis* (Evrensel Müzik Sanatı) (Roma, 1650) adlı eserinde, Marin Mersenne'in müzik kombinatoriğine ilişkin çok sayıda örnek yer almaktadır (kombinatorik terimi, verilen belirli sayıdaki öğelerden çeşitli düzenleme olanakları anlamına gelir). Kircher'e göre Mersenne, çağının en büyük müzik kuramcısıdır. Kircher, mekanik yoldan bestelemeyi ("*musurgia mechanica*") bir mekanik beste makinesiyle ("*arca musarithmica*") gerçekleştirmek istemiştir (ŞEKİL 85). Kircher'in yaşadığı çağda ve daha geç dönemlerde bu "ses veren cebir" makinesi üzerinde çeşitli tartışmalar yaşanmıştır. Kircher, müzik konulu çalışmalarıyla matematiği, müziksel estetiğin değerini ölçen bir araç haline getirmiş ve Mersenne gibi, müzikte bestecinin yaratıcı dehâsını reddetmiştir. [17]



ŞEKİL 85. Kircher'in mekanik beste makinesi ("*arca musarithmica*") (A. Kircher, *Musurgia universalis*, Roma, 1650).[17]

Aynı zamanda bir besteci olan Cenevre doğumlu Fransız filozof ve yazar Jean-Jacques Rousseau (1712-1778), 1741'den 1743'e kadar Paris'te yaşamış, 22 Ağustos 1742'de Académie des Sciences'a "Müzik Konusunda Yeni İşaretlerle İlgili Proje" adlı bir çalışmasını sunmuştur.[17]

Fransız matematikçi Alexandre Théophile Vandermonde (1735-1796), 1778-1780 dolayında yazdığı makalelerinde tüm müzik kuramlarını reddeden bir tutum sergilemiş, müzisyenlerin müziğin temellerine sahip olabilmeleri için yalnızca eğitilmiş kulağa sahip olmalarının yeterli olacağını belirtmiştir. Bu görüşü, Fransız Bilimler Akademisi'nin görüşüyle de büyük oranda çakışıyordu ve Akademi, 18. yüzyıl sonunda müziği, matematiksel-fiziksel bilimler listesinden silme ve müziği sanat olarak sınıflandırma kararına varmıştı.[17]

Dokuzuncu Bölüm
OYUN VE EĞLENCE AMAÇLI MATEMATİK

Tüm matematik tarihi matematiksel oyunlarla (sayısal oyunlar, geometri bilmeceleri, ağ örgüsü oyunları, kombinatoryal problemler vb.) iç içe olmuştur. Ünlü matematik eserlerinden *Rhind Papirüsü* 'nde ve Fibonacci'nin *Liber abaci*'sinde bu tür oyunlar yer almaktadır. Arkhimedes bir kareyi 14 parçaya ayırarak, Çinlilerin *"Tangram"* adlı oyununa benzer şekilde, bu parçalardan, anlamlı çeşitli şekiller yaratma çalışmaları yapmıştır.

"Rithmimachie" ya da *"Rhytmomachie"*, satranç gibi, bir oyun tahtası üzerinde, Yüksek Ortaçağ'ın yaygın bir oyun aracı olup, Avrupa'da satrançtan daha da yaygın olduğu ileri sürülmektedir. Bunda oyun tahtası iki satranç tahtası büyüklüğündedir, boylamasına 16 kare, enlemesine 8 kare bulunmaktadır. Her bir tarafın üç sıra (3 x 8 = 24) taşı vardır. Oyunun tüm öğeleri Pythagorasçı sayı kuramından kök almıştır. Bu konuda yazılmış çeşitli kitaplar bulunmakta olup, kimilerinde rakip oyuncular, Türklerle savaşan Hıristiyan ordusu şeklinde sergilenmiştir. [17]

Eğlence amaçlı matematik (İng. *"recreational mathematics"*) problemlerine, tüm zamanlarda ve tüm kültürlerde rastlanmaktadır ve günümüzde öğrencilere matematiği sevdirmek amacıyla, eğitim amaçlı olarak kullanılmaktadır. Bununla ilgili olarak ele geçen en eski matematik metinlerinden biri, İÖ 17. yüzyıla tarihlenen *Rhind Papirüsü* olup dayandığı kaynaklar İÖ 19. yüzyıla tarihlenir. Buradaki problemlerden birine göre, *"7 evde 7'şer kedi*

vardır ve her bir kedi 7 fare, her bir fare ise 7 başak yemektedir; her bir başaktan 7 çanak ürün alınabilmektedir. Toplam kaç çanak ürün eder?" Eğlenme amaçlı problemlere Çin'de, öncelikle Erken Han Hanedanlığı (İÖ 202-İS 9) döneminden bir hesap kitabı olan *Chiu Chang Suan Shu* adlı eserde, ayrıca Eski Yunan'da, örneğin İskenderiye'li Heron'da (50-120), bir hiciv derlemesi olan ve 3.-4. yüzyıla tarihlenen *Anthologia Graeca* (Eski Yunan Antolojisi) adlı eserde ve başkaca eserlerde de rastlanmaktadır. Eğlenme amaçlı problem kurma geleneği, Hintlilerde (5. yüzyıldan itibaren) ve Ermenilerde [özellikle Anania Schirakazi'de (ölm. ~670)] görülür. Bu konuda Araplar, Yunan-Bizans kaynaklarından, Hint kaynaklarından ve –dolaylı yolla– Çin'den aldıkları bilgileri işleyip geliştirerek zirveye çıkarmışlardır. Arapça'dan Latince'ye çevrilmek suretiyle bu bilgiler 11. yüzyıldan itibaren Batı'ya da ulaşmıştır. Çeviri etkinliklerinden bağımsız olarak 8. yüzyıldan itibaren böyle problemler Latin dilinde de görülmekte olup York'lu Alcuin'e (732-804) yakıştırılan *Propositiones ad acuendos iuvenes* adlı eserde de yer alır ve eserin adının belirttiği üzere *"genç insanların aklını keskinleştirmeye yönelik"* problemlerin ele alındığı belirtilmektedir. Bu eser, Yunan-Roma kültür çevresinden kaynaklanan ve daha önce işlenmemiş olan, *"bir kayıkla bir ırmağı geçmede, kayığa kurt, keçi ve lahanadan en çok birini yanına alabilen kayıkçının, bu üçünü sağ salim karşıya geçirmesi"* gibi problemleri de içermektedir. Bu eserden ve Arapça-Latince metinlerden yola çıkarak hazırlanan eğlenme amaçlı matematik konulu diğer eserlere, çoğunlukla "*Enigmata*" ya da "*Subtilitates*" başlığı altındaki manastır literatür derlemelerinde, ayrıca da Latince ve ulusal dillerdeki uygulamalı matematik yazılarında rastlanmaktadır.[17]

17. yüzyılda oluşan eserlerden en önemlilerinden biri, Diophantos'un *Arithmetika* adlı ünlü eserinin 1621 tarihli çevirisi ile tanınan Fransız hümanist, matematikçi ve dilbilimcisi Claude-Gaspard Bachet de Méziriac'ın (1581-1638), ilk kez 1612'de yayımlanan *Problèmes plaisans et délectables qui se font par les nombres* (Sayılarla Düzenlenmiş Eğlendirici ve Zevk Verici Problemler) adlı eseridir. Bachet de Méziriac, diğer örnek-

ler arasında "Josephus oyunu", nehir geçme ve tartım problemleri, sayılarla ilgili hünerli oyunlar, sihirli kareler gibi problemleri de işlemiştir. Ardından Jean Leurechon'un (~1591-1670) ve *Deliciae physico-mathematicae* (Zevkli Fiziksel Matematik) (ilk baskısı 1636'da) başlığı altında Daniel Schwenter'in (1585-1636) eserleri görülür. Başka bir zirve noktasına Jacques Ozanam (1640-~1717) ile erişilir ve onun *Récréations mathématiques et physiques* (Matematik ve Fizikte Yeni Yaratımlar) adlı iki ciltlik eseri 1694'te yayımlanır. Bu tür eğlenme amaçlı problemler, günümüze kadar düşünme sporu problemleri olarak yaşatılmıştır. Hesap kitaplarında bunlardan çokça örnek hâlâ yer almaktadır ve yalnızca çağa uygun kılığa sokulacak şekilde değişikliklere uğratılmıştır.[17]

Eğlenme amaçlı matematik problemlerinin incelenmesi, ilgili çağın matematik bilgisi konusunda fikir vermekle kalmayıp kültür tarihi açısından da çeşitli ipuçları verir. Coğrafya ve zaman açısından birbirinden farklı kültürlerde, birbirine çok benzeyen ya da özdeş sayısal değerlerle aynı problemlere sıkça rastlanması, şaşırtıcıdır. Böyle benzer ya da özdeş matematik problemlerinin kurgusu eğer basit değilse, o kültürler arasında bir temasın bulunduğu umulabilir. Bu yolla, yazılı belgeler temelinde kanıtlanmamış olan kültürel ilişkiler ortaya çıkabilir. Çeşitli problem derlemelerinin birbirine yakın örneklerinin sayısal değerlerinin karşılaştırması, bir erken dönem kültürü çevresinde ortaya konan bir problemin Yeniçağ'a kadar yol aldığı sonucunu bize gösterebilmektedir. Alman matematik tarihçisi Kurt Vogel'in (1888-1985) araştırmalarında buna yönelik ayrıntılar yer almaktadır.[17]

Bu tür tipik problem örneklerinden kimileri şunlardır:[17]

(•) **Yığın hesabı:** Burada, verilen kimi ipuçlarından hareketle bir kümedeki insan sayısı, bir kişinin yaşı, bir çubuk ya da ağacın boyunun bulunması istenir.

(•) **Havuz problemleri:** Çinlilerde, Hintlilerde, Araplarda ve daha sonra da Avrupa'da çokça rastlanan problem örneklerindendir. Farklı büyüklüklerdeki muslukların tekli açılmalarında

bir kap ya da havuzun dolma ya da boşalma süreleri verilerek, hepsinin birlikte açılması durumunda sürenin ne olacağının hesaplanmasıdır.

(•) **Kutu problemleri:** Bunun çok sevilen bir örneği, *"Elma bahçesinin bekçisi"* problemidir. Burada, bir kişi bir elma bahçesinden X elma toplar; bahçeden dışarı çıkarken topladığı elmaların belirli bir kısmını vermesi gerektiği üç (ya da daha fazla sayıda) bekçinin önünden geçmek zorundadır. Çoğu zaman, birinci bekçiye, topladığının yarısını ve bir fazla elma; ikinciye, geri kalan elmaların yarısı ile bir fazla elma; ...verir; sonunda kendisine tek bir elma kalır. Adam, bahçeden ne kadar elma toplamıştır?

(•) **Hareket problemleri:** Burada, bir kişinin bir hedefe ulaşması, birbirine doğru hareket eden farklı hızlardaki iki kişinin buluşması ya da aynı yönde hareket eden iki kişiden daha önce yola çıkan ilkini izleyen ve daha hızlı yürüyen adamın ona ulaşması gibi senaryolanmış problemler işlenir. Genelde kişiler sabit hızla hareket etmekte ise de, aşama aşama hızlanan hareket ya da belli bir yönde giderken geçici olarak mola vermek veyahut da ters yönde gitmek gibi çeşitlemelere de rastlanmaktadır. Bunun tipik örnekleri arasında *"Tavşan ile tazı"* problemi ile bir kuyuya düşen bir aslanın (ya da örümceğin) gündüz fazlaca yol alıp yukarıya çıkarken gece bir miktar aşağı kayması ve toplam kaç günde yukarı çıkabileceğinin sorulduğu problemler yer alır. Bu tür problemlerin doruk noktasına, 15. ve 16. yüzyıllarda Pacioli ve Tartaglia ile erişilmiştir. Tartaglia'nınkinde, bir ağacın üzerinde bir fare, aşağıda bir kedi bulunmaktadır. Fare gündüzleyin aşağı, geceleyin bir miktar yukarı doğru hareket ederken, kedi, gündüz yukarı tırmanır ve gece de bir miktar aşağı kayar; bu arada ağaç da gündüzleri uzar ve geceleri bunun bir miktarı kadar kısalır vb... Bu problem, yaklaşık olarak aynı dönemde Cardano tarafından başka bir kılıkta ortaya konur: İki kuş, dünya çevresinde dolanarak uçarken biri doğu yönünde ve aritmetik diziye göre artan bir hızda, diğeri ise batı yönünde üçüncü kuvvetle artan bir hızda uçarken nerede rastlaşırlar? ...

(•) **Tartım problemleri:** 1 ile n kg arasındaki tamsayılı tüm ağırlıkları tartmak için en az sayıda hangi tartılara sahip olmak gerekir? Bunda da tartıların yalnızca bir ya da her iki kefeye konabileceği çeşitlemesine rastlanabilmektedir. Birinci durumda 1, 2, 4, 8, ..., 2^{n-1} kg'lık tartılarla (2^n - 1)'e kadar olan tüm ağırlıklar tartılabilir; burada

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{n-1} = 2^n - 1$$

ilişkisi geçerlidir. Tartıların her iki kefeye konabilmesi durumunda en az sayıda tartı, üç sayısının kuvvetleri ile belirlenir. Bu durumda ağırlıkları 1, 3, 3^2, 3^3, ..., 3^{n-1} kg ağırlıklı n tane tartı kullanılarak,

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{n-1} = 1/2\ (3^n - 1)$$

olduğundan, 1/2 (3^n – 1) kg'a kadar olan tüm tamsayılı ağırlıklar tartılabilir. Bu tür probleme ilk olarak İranlı Sehl el-Taberî'de (11. yüzyıl ikinci yarısı) rastlanır ve 1'den 10 000'e kadar olan tüm ağırlıkların 1, 3, 9, 27, ..., 3^9 kg'lık, toplam on adet tartı ile tartılabileceğini belirtir [1'den dokuzuncuya (yani 3^8'e) kadar olan tartılarla 9841 kg'a kadar olan ağırlıklar, yukarıda belirtilen on tartı ile ise 29524 kg'a kadar olan ağırlıklar tartılabilmektedir]. Pisa'lı Leonardo 1, 3, 9, 27 kg'lık dört adet tartı ile 1'den 40 kg'a kadar olan bütün ağırlıkların tartılabileceğini belirtmiştir. Yine de 17. yüzyıla kadar bu problem, herhangi bir bilimsel temeli olmaksızın yalnızca hesap reçetesi şeklinde işlenmiştir. Niccolò Tartaglia da bu tür tartım problemleri ve kayık problemleri türünde problemler kurgulamıştır. İlk olarak 1612'de Bachet de Méziriac, niçin yukarıda belirtilen kuralın geçerli olduğu üzerine düşünce yürütmüştür. Frans van Schooten (1615-1660), *Exercitationes mathematicae* (Matematiksel Alıştırmalar) (1657) adlı eserinde, ardından da G. W. Leibniz ve nihayet L. Euler, konuyu tümüyle açıklığa kavuşturmuşlardır.

(•) **Kalanlı problemler:** Matematiksel açıdan çok çekici bir konu da kalanlı problemlerdir. Burada problem, belirli sayılarla bölündüğünde kalanı bilinen sayıyı bulmak şeklinde kurulmaktadır. Böyle bir problem ilk olarak İS 3. yüzyılda Çin'de görülmektedir. Çinliler, bunun çözümü için bir kural da belirlemişlerdir.. Bu kural, Ch'in Chiu-shao (13. yüzyıl) tarafından açıkça formüle edilmiş, ama ilk olarak ancak 1801 yılında C. F. Gauß tarafından kanıtlanmıştır.

(•) **Sayı kestirimi:** Kalanlı problemler dışında Çin ya da Hindistan kaynaklı başka bir yöntem daha vardır. Burada, düşünülen bir sayı ya da herhangi bir nesnenin dağılımı kestirilir. Bu problem de Araplar yoluyla Batı'ya geçmiş, manastır kitaplarında *"Enigmata"* ya da *"Cautele"* lerde, geç dönemde ise hesap ustalarının yazdığı okul kitaplarında yer almıştır. Burada, bir dizi hesap işlemleri yoluyla soru yöneltilir ve geri (ters) işlemle yanıt bulunur.

(•) **"Josephus oyunu":** Bu oyunun en sık kullanılan değişkesinde, bir teknede 15'er kişiden oluşan iki grup insan bulunmaktadır ve tekne aşırı yüklüdür. Fırtınalı denizde teknenin alabora olma durumu vardır ve yolculardan yarısının denize atılması gerekmektedir. İnsanlar teknenin çevresine dizilir. Sırayla sayılarak her dokuzuncu kişi denize atılacaktır. Nasıl dizilmelidir ki, geriye "bizim takım" hayatta kalsın? Bu probleme ilk olarak 840 yılından sonra kaleme alınmış bir elyazmasında rastlanmıştır. Buradaki şekli, iki grup askerden, gece nöbet tutma işiyle cezalandırılacak olan grubun üyelerinin seçilmesi şeklindedir. 10. yüzyıldan 14. yüzyıla kadar üç nüshası ele geçen bir şiirde ise 12 avcı, bir ormanda bir kasırgaya yakalanır ve küçük bir kulübeye sığınmak isterler; oysa kulübede, daha önce oraya gelmiş olan 12 kişilik başka bir grup vardır. Ancak şiir bu noktada kalmış ve gerisi tamamlanmamıştır. Bu oyunun Ortaçağ'daki en yaygın şekli, bir teknedeki 15 Hıristiyan ile 15 Yahudi'yi işler. Bu şekliyle saptanan ilk belge, gezgin ozan Reinmar von Zweter'in (~1200-1252 sonrası) *Colmar Şarkılar Kitabı*'nda olup 13. yüzyılın ilk yarısına tarihlenir. Bu oyun, 15. yüzyılda yaygın

bir aktarıma uğramıştır. Bu amaçla çeşitli cümleler oluşturulmuş ve dışlanacak kişiler, sesli harflerle belirlenmiştir. [17]

Endülüslü Yahudi matematikçi Abraham Rabbi ben Ezrâ'nın (1093-1168) kitaplarında yer alan "Josephus problemi" aşağıda yer almaktadır: [97]

Josephus Problemi:

On beşi beyaz ve on beşi siyah bilye, bir daire çevresi üzerine öyle yerleştirilsin ki, herhangi bir renkten itibaren dokuzar dokuzar sayılmak suretiyle her dokuzuncu bilye, ilk seçilenin zıddı renkte olsun. Çok eski bir tarihsel geçmişi olan bu problem, Ortaçağ'da bir Türk-Hıristiyan tiplemesiyle kitaplarda yer almıştır. Buna göre, kazaya uğrayan bir gemide bulunan 30 yolcunun 15'i Türk, 15'i Hıristiyan olduğunda ve geminin batmaması için 15 yolcunun denize atılması gerektiğinde, bu 30 yolcu hangi ilkeye göre bir halka şeklinde dizilmelidir ki, bir Hıristiyandan itibaren dokuzar dokuzar sayıldığında, her dokuzuncu kişi hep Türk olsun ve böylece Türklerin hepsi denize atılsın (!) Bunun için, hep siyah (S) bilyelere rastlamak üzere beyazdan (B) başlayan sıralama:

4B+5S+2B+1S+3B+1S+1B+2S+2B+3S+1B+2S+2B+1S

şeklinde olmalıdır. Bu ünlü formülü akılda tutmak için, çeşitli kişiler, içindeki sesli harflerle belli sayıların eşleştirildiği cümleler ortaya koymuşlardır. Bu bağlamda örneğin (a = 1; e = 2; i = 3; o = 4; u = 5) olmak üzere Niccolò Tartaglia'da, *"Populeam virgam mater regina tenebat"* cümlesini, B. de Meziriac'ta *"Mort tu ne falliras pas en me livrant le trepas"* cümlesini, İngilizce eserlerde ise *"From numbers add and art never will fame part"* cümlesini bulmaktayız.

Bu örnekteki Tartaglia'nın cümlesini bir başka benzeri, *"Populeam virgam mater regina ferebat"* (Meryem Ana'nın elinde kavak dalı var) şeklindedir. Hıristiyanlar (H), Yahudiler (Y) ile gösterilirse, diziliş şöyle olmaktadır: [17]

H H H H **Y Y Y Y Y** H H **Y** H H H **Y** H **Y Y** H H **Y Y Y** H **Y Y** H H **Y**

Daha geç dönemlerde, çeşitli ulusal dillerde de buna benzer sayım dizeleri oluşturulmuştur. Josephus oyununun pek çok örneğine 15.-18. yüzyıl hesap kitaplarında rastlanmaktadır. Bu dönemde Hıristiyan / Türk karşıt ikilisi sıkça kullanılmışsa da iki grup insandan, hesabı kimlerin ödeyeceğine yönelik barışçıl örnekleri de bulunmaktadır. Japonya'da da, özellikle 17. yüzyılda Josephus oyunu sıkça görülmektedir. Burada, her biri 15 çocuğa sahip iki karısı olan bir toprak ağasının miras

paylaşımı ele alınmaktadır ve dizilen çocuklardan her 10. çocuk atılacak ve miras, geriye kalan son çocuğa verilecektir. Problemin bu kılığının, Japonya'da özgün olarak mı bulunduğu, yoksa Batılı kaynaklardan mı alıntılandığı bilinmemektedir. Bu oyun, ilk olarak 18. yüzyılda matematiksel olarak ele alınmıştır ve bunun da çözümünü bulan Euler'dir (1776). Ondan bağımsız olarak P. G. Tait (1831-1901) ve başkaları da 19. yüzyıl sonuna doğru bu problemi matematiksel yoldan çözmüşlerdir.[17]

"Josephus oyunu" (*"Ludus Joseph"*) adına ilk olarak G. Cardano'nun *Practica arithmeticae generalis* (1539) adlı eserinde rastlanmaktadır. Oyun, *Antiquitatum Judaicarum* (Yahudilerin Tarihi) adlı eseriyle ünlenmiş olan Yahudi tarihçi Flavius Josephus'un (37-~95) yaşamına ilişkin bir olayla bağıntılandığından onun adıyla anılmaktadır.[17]

(•) **Sihirli kareler:** Sihirli karede, genellikle 1'den itibaren ardışık sayıların karesel düzende uygun yerleştirilmesiyle yatay, düşey ve köşegensel sırada toplamların hep aynı sayıyı vermesi amaçlanıyordu. "nxn" boyutlu sihirli karedeki her satır, sütun ve köşegenin toplamı [$\Sigma = n(n^2+1)/2$]'ye eşittir ve Σ'ye "sihirli/büyülü toplam" adı verilir. Sayılar yerine harflerin dizilmesiyle de oluşturuluyor ve sihirli bir sözcük işlenmeye çalışılıyordu. Zamanın yürüyüşünde çok sayıda sihirli kare oluşturma yöntemi bulunmuştur. Bunlar "tek dereceli" (tek sayılı kareler, yani "3x3"; "5x5"; ...) olabildiği gibi "çift dereceli" (çift sayılı kareler, yani "4x4"; "6x6"; ...) de olabilmekteydi. Ancak tek dereceli sihirli kareler oluşturmak için birçok genel yöntem bulunmuşsa da çift dereceli sihirli kareler için henüz genel bir yöntem bulunamamıştır. En düşük dereceden olan "3x3"lük sihirli kare, biriciktir ve tek bir şema halinde düzenlenebilmektedir:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

"3x3"lük sihirli kareye "Lo Shu karesi" denir. Söylenceye göre İÖ 2800'ler gibi erken bir tarihte Eski Çin'de büyük bir sel felâketi olmuş, insanlar taşan Lo Irmağı'nın tanrısının gazabını yatıştırmak amacıyla ona bir kurban sunmak üzere ırmağa girmişler; o sırada sudan, bağasında "1" sayısının tabanın orta yerinde, "2" sayısının ise sağ üst köşede yer aldığı (tam yukarıdaki şekilde olduğu gibi) bu sihirli kare işaretlerinin yer aldığı bir kaplumbağa çıkmış.

"4x4"; "5x5"... gibi daha yüksek dereceden sihirli kareleri ise gitgide artan sayıda farklı şemalar halinde düzenleme olanağı bulunmaktadır. Aşağıda dörtlü bir sihirli kare görülmektedir:

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Arap-İslâm kültür çevresinde 900 yılı dolayında simyacı Câbir ibn Hayyan'ın ("*Geber*") (720-803) "9x9"luk bir sihirli kare hazırladığı saptanmıştır. Ondan yaklaşık 90 yıl sonra ortaya çıkan İhvan el-Safâ'nın (10.-11. yüzyıl) *Resâil* (983) adlı ansiklopedik eserinde, hazırlama yöntemi üzerine bilgi verilmeksizin "3x3"lükten "9x9"luğa kadar sihirli kareler yer almıştır. Dördüncü dereceden bilinen en erken sihirli karenin *Resâil* 'de yer aldığı söylenmektedir. Yakın dönemdeki incelemeler, sihirli kareler üzerine bir dizi Arapça eserde, en geç 12. yüzyılda, sihirli kare üretmek için çeşitli matematiksel yöntemlerin yer aldığı ve bir kuram üzerinde yoğun bir şekilde çalışıldığı saptanmıştır. 1200 yılı dolaylarında Şemseddin el-Bûnî (ölm. ~1250) sihirli kareler üzerinde çalışmalar yapmış ve onlara mistik özellikler yakıştırmıştır. Arap kültür çevresinde sihirli kareler, büyü / sihir amacıyla da kullanılmıştır. Bu uygulamada çeşitli harflere biçilen sayısal değerlerle sihirli sözcük oluşturulmakta ve "3x3"lükten "9x9"luğa kadar sihirli kareler, sırasıyla Satürn-Jüpiter-Mars-Güneş-Venüs-Merkür-Ay şeklinde yedi gezegenle ilişkilendiril-

mektedir. Uzun süre boyunca sihirli karelerin matematiksel bir kuramının ilk görüldüğü kişi olarak Bizanslı Manuel Moschopulos (~1265-~1316) kabul edilmişse de, Arapların sihirli kareler konusundaki bilgilerinin yüksek düzeyine bakıldığında bunun pek geçerli olmadığı kabul edilmiştir. [17]

Aynı zamanda matematikçi olan ünlü Alman gravür sanatçısı Albrecht Dürer, 1525 yılında, ressamların kullanımı için hazırladığı, perspektif sorunlarını inceleyen ve pergel-cetvel kullanarak çizim yöntemlerini kapsayan *Die Underweysung der Messung...* adlı kitabı yazmıştır. Onun "*Melencolia-I*" adlı, melankolik mizacı simgeleyen simyasal bir gravüründe, yukarıda verilen sihirli kare, duvarda asılı durmaktadır (ŞEKİL 86). [13] Bilginin boşunalığını dile getiren bu ünlü resimde, bir taş basamağa oturmuş ve elinde ölçme işlemini simgeleyen bir pergel tutan, hayale dalmış, çok küçük görünen güçlü melek kanatlarıyla birlikte bir kadın figürü yer almaktadır. Yanıbaşında bir deri bir kemik kalmış bir köpek bulunurken, geride uzaklarda, "Kuzey Işıkları"nın oluşturduğu bir hâle ile harika bir kent görünmekte, ancak bu görkemli manzarada, karışık bir zihnin karmaşık hayallerinden birini simgelercesine yarasa benzeri bir yaratık, kanat çırpmaktadır. [57] Kadının çevresinde pusula, kitap, terazi, çekiç, kum saati, çan gibi çeşitli matematik ve ev aletleri bulunmaktadır. Önünde oturduğu duvarda bir terazi, bir kum saati ve bir çan asılı bulunmaktadır. Çanın altında ve kum saatinin yanında 16 hücreli (4x4'lük) bir sihirli kare görülmektedir. Luca Pacioli'nin ünlü eserinde de yer alan bu sihirli kare, Ortaçağ geleneğinde Jüpiter'e karşılık gelir ve onun için hazırlanan amulet ve muskalarda yer alır. Bu nedenle de buradaki sihirli kare, Jüpiter muskası olarak yorumlanarak melankolik kişilikle bağdaştırılır. Başka bir yoruma göre ise buradaki sihirli kare, bir muska değildir; öyle olması için, ona inanan kişinin onu üzerinde taşıması gerekirdi ve burada yalnızca aritmetiksel bir simge olarak görülmelidir. Bir yoruma göre sihirli karenin en alt satırının ortasındaki (15)(14) sayıları, resmin yapıldığı tarihi; onların dışındaki (4) ve (1) sayıları, kendi adının monogramı

olarak alfabenin dördüncü ve birinci harflerini (yani D ve A harflerini) gösterir. Yine bir görüşe göre, Dürer'in, annesinin ölüm tarihini bu kare üzerine gizli bir şekilde yerleştirdiği belirtilmişse de, bu yorum, doyurucu değildir. Yeni bir yoruma göre ise bu kare, Doğu'da hâlâ uygulanmakta olduğu şekliyle, Arapların harflere sayı değerleri vermesiyle oluşturdukları Arap türü bir sayısal karedir. Arapça "*ecel*" sözcüğünden yola çıkılarak, bu karede olduğu gibi, satırsal-sütunsal-köşegensel toplam değer olarak 34'e varılır ve bu durumda kare, kumunun yarısı alt bölmeye akmış bulunan kum saati ile ve üzerinde asılı bulunan çan ile birlikte yorumlanacak olursa, yeryüzündeki tüm yaşamın geçici (fâni) olduğunu ve önceden belirlenmiş kaderin değiştirilemezliği şeklinde de yorumlanabilmektedir. Bu durumda ise Albrecht Dürer'in bizzat ya da bir başkası aracılığıyla, Arapların sihirli kareler bilgisini öğrenmiş olduğu sonucu çıkarılabilmektedir. Ünlü hekim ve simyacı Paracelsus'a (Philippus Aureolus Theophrastus Bombastus von Hohenheim) (1493-1541) yakıştırılan *Archidoxis magica* adlı metinde de sihirli kareler yer alır. Onun resminin yer aldığı bir levhada yukarıda verilen dörtlü sihirli kare ile birlikte beşli bir sihirli kare de görülmektedir (ŞEKİL 87). 16. yüzyılda Avrupa'da da sihirli kare hazırlama yöntemlerine ve onları sihir ve astroloji ile bağıntılamaya yönelik bir ilgi başlamıştır. [17, 98] Ünlü gizlibilimci Heinrich Cornelius Agrippa von Nettesheim (1486-1535) 3'lü, 4'lü, 5'li, 6'lı, 7'li, 8'li ve 9'lu sihirli kareler kurmuş ve bunları, o zamanlar bilinen yedi gök cismi ile eşleştirerek sihir ya da fal bakma aracı olarak kullanmıştır.



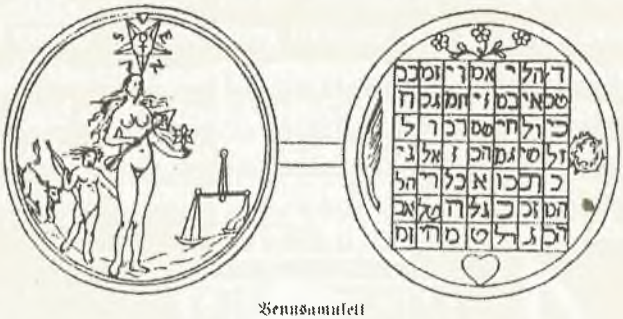
ŞEKİL 86. Albrecht Dürer'in "*Melencolia-I*" (1514) adlı bakır kazıma resmindeki sihirli kare (*Instituto Nazionale per la Grafica*, Roma).



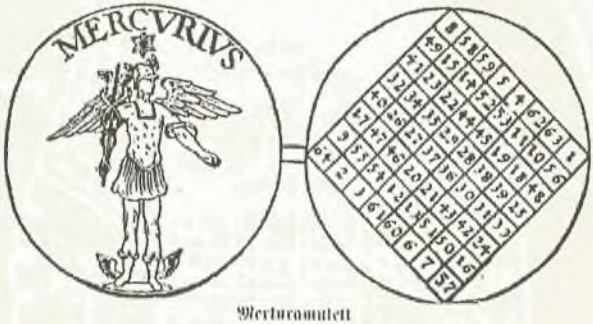
ŞEKİL 87. Ünlü hekim ve simyacı Paracelsus'un tıbbî-simyasal yönergelerinin yer aldığı, Balthasar Jenichen (ölm. 1621) tarafından hazırlanmış bir el ilanı üzerinde yer alan sihirli kareler (Nürnberg, 1605).



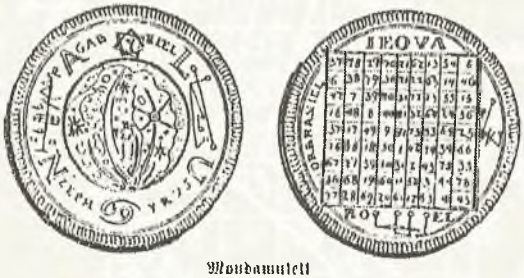
ŞEKİL 88a. Ortaçağ Avrupa kültüründe sihirli karelerle eşleştirilen gezegenlere ilişkin muskalar [(Satürn-Jüpiter-Mars-Güneş) (Venüs-Merkür-Ay).[99]



Venusamulett



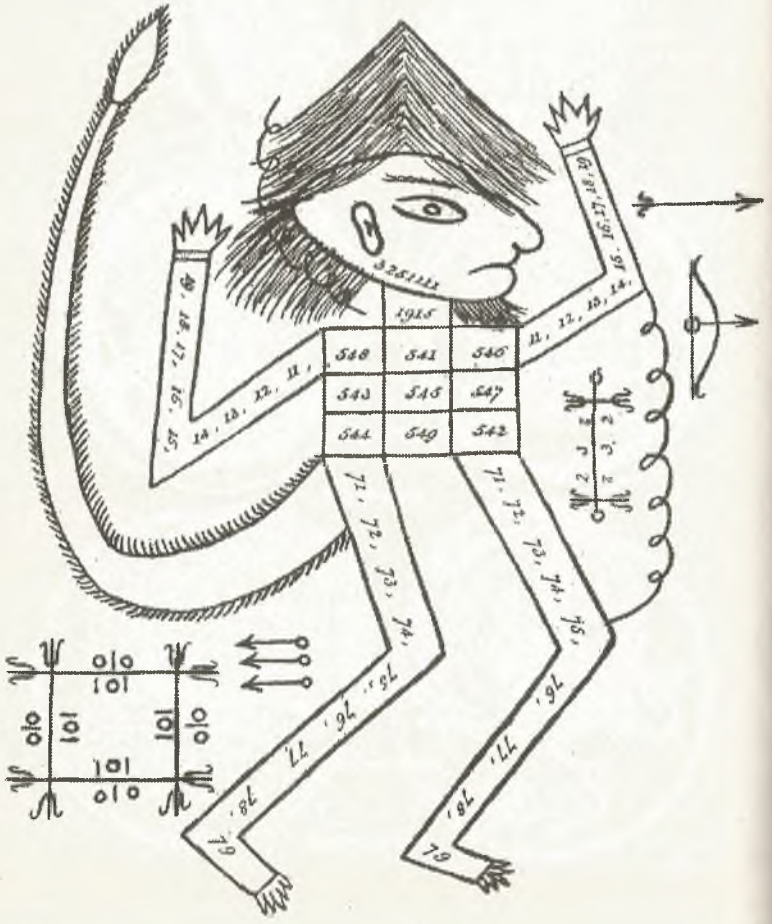
Merkuramulett



Mondamulett

ŞEKİL 88b. Ortaçağ Avrupa kültüründe sihirli karelerle eşleştirilen gezegenlere ilişkin muskalar [(Satürn-Jüpiter-Mars-Güneş) (Venüs-Merkür-Ay).[99]

ŞEKİL 88a ve 88b'de Ortaçağ Avrupa kültüründe sihirli karelerle eşleştirilen gezegenlere ilişkin muskalar, ŞEKİL 89'da ise sihirli kareli bir Hint muskası görülmektedir. Birinci Dünya Savaşı'nda 1917 yılında savaş alanında Fransızlara esir düşen bir Hintli Müslümanın üzerinde, düşman ateşine karşı kişiyi ölümden korumak üzere tılsım olarak hizmet ettiğine inanılan, Arapça dua formunda ve üç çeşit sihirli kare içeren, büyü muskası şeklinde bir belge bulunmuştur.[99]



ŞEKİL 89. İnsan figüründe, sihirli kareli bir Hint muskası.[99]

Aşağıda 5'li, 6'lı, 7'li ve 8'li sihirli karelerden çeşitli örnekler yer almaktadır.

3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

36	31	7	8	27	2
3	26	13	12	23	24
4	19	16	17	22	33
5	15	20	21	18	32
28	14	25	24	11	9
35	6	30	29	10	1

1	32	35	3	34	6
30	8	27	28	11	7
20	25	14	16	13	23
19	17	21	22	18	15
10	26	12	9	29	24
31	5	2	33	4	36

4	29	12	37	20	45	28
35	11	36	19	44	27	3
10	42	18	43	26	2	34
41	17	49	25	1	33	9
16	48	24	7	32	8	40
47	23	6	31	14	39	15
22	5	30	13	38	21	46

64	63	3	4	5	6	58	57
56	55	11	12	13	14	50	49
17	18	46	45	44	43	23	24
25	26	38	37	36	35	31	32
33	34	30	29	28	27	39	40
41	42	22	21	20	19	47	48
16	15	51	52	53	54	10	9
8	7	59	60	61	62	2	1

Johann Faulhaber'in, *Arithmetischer Cubiccossischer Lustgarten...* (Tübingen, 1604) adlı eserinde yer alan (15x15)'lik sihirli kare ŞEKİL 90'da görülmektedir. Faulhaber'in *Himlische gehaime Magia oder Newe Cabalistische Kunst- und Wunderrechnung vom Gog und Magog* (Göksel Gizli Sihir ya da Gog ve Magog'un Yeni Kabalacı Sanatsal ve Harika Hesabı) (Nürnberg, 1613) adlı ilginç bir metni vardır. İslâm kültüründe Yecüc ve Mecüc'e karşılık gelen Gog ve Magog terimleri, Eski Ahit'te, Magog ülkesinin kralı Gog olarak yer alır. Buna göre Gog, ahiret gününde Yehova (Tanrı) tarafından, Tanrı'nın gücünün kanıtı olarak Kudüs'e gönderileceği, ama kent surları önünde yok edileceği belirtilir. Daha geç dönem eskatolojisinde ise Gog ve Magog, barbar kuzey halkları (ve de Türkler) olarak yer almıştır.[17]

☞ Fol. 33.

8	121	24	137	40	153	56	169	72	185	88	201	104	217	120
135	23	136	39	152	55	168	71	184	87	200	103	216	119	7
22	150	38	151	54	167	70	183	86	199	102	215	118	6	134
149	37	165	53	166	69	182	85	198	101	214	117	5	133	21
36	164	52	180	68	181	84	197	100	213	116	4	132	20	148
163	51	179	67	195	83	196	99	212	115	3	131	19	147	35
50	178	66	194	82	210	98	211	114	2	130	18	146	34	161
177	65	193	81	209	97	225	113	1	129	17	145	33	161	49
64	192	80	208	96	224	112	15	128	16	144	32	160	48	176
191	79	207	95	223	111	14	127	30	143	31	159	47	175	63
78	206	94	222	110	13	126	29	142	45	158	46	174	62	190
205	93	221	109	12	125	28	141	44	157	60	173	61	189	77
92	220	208	11	124	27	140	43	156	59	172	75	188	76	204
219	107	10	123	26	139	42	155	58	171	74	187	90	203	91
106	9	122	25	138	41	154	57	170	73	186	89	202	105	218

ŞEKİL 90. Johann Faulhaber'in "15x15"lik sihirli karesi: Ancak, 3. sütunun alttan 3. satırındaki 208 sayısının 108 olması gerekmektedir (J. Faulhaber, *Arithmetischer Cubiccossischer Lustgarten...*, Tübingen, 1604).[17]

3. dereceden bir çeşit sihirli kare vardır ve çeşitli eksenlere göre simetrik görünümleri halinde farklı şekillerde karşımıza çıkarsa da biriciktir. Daha yüksek dereceden sihirli kareler ise birden fazla sayıda farklı halde oluşabilmektedir. Verilen bir dereceden kaç çeşit sihirli kare bulunduğu sorusu, hâlâ çözülememiştir. Örneğin 880 çeşit 4'lü sihirli kare ve 275 305 224 çeşit 5'li sihirli kare vardır ve daha yüksek dereceden olanların sayısı da hâlâ bilinmemektedir.

(•) Filippo Calandri'nin (doğ. 1467/1468) *De arithmetica opusculum* (Aritmetik Makaleleri Üzerine) (Floransa, 1491) adlı eserinde yer alan bir problem: Aslan, kurt ve tilki, birlikte bir keçi yiyorlar. Aslan keçiyi tek başına 2 günde, kurt 3 günde, tilki 5 günde yiyebiliyor; birlikte kaç günde yerler? (Yanıt: 30/31 = 0,97 günde).[17]

(•) A, bir fıçı birayı 42 günde, (A + B) 30 günde bitiriyor. B, o fıçıdaki birayı tek başına kaç günde bitirir? [Yanıt: (1/30) – (1/42) = (1/105); 105 günde bitirir].[17]

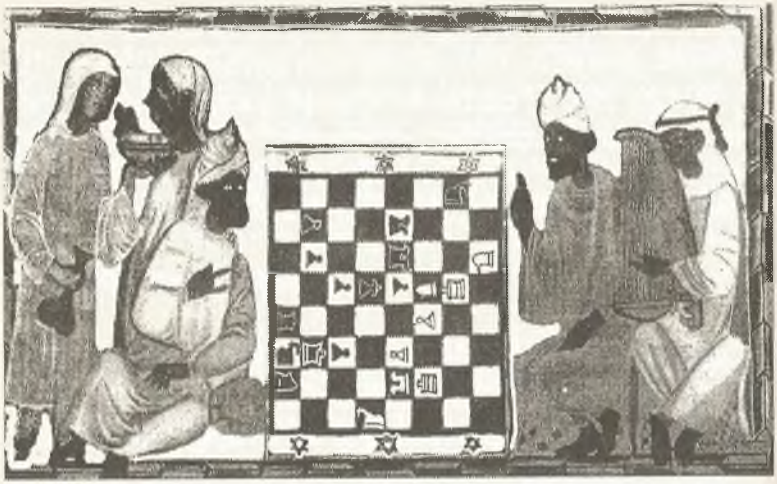
(•) Bir ayakkabıcı, yalnızca ayakkabı malzemesi hazırlamakla uğraştığında, bir günde 10 ayakkabılık malzeme hazırlayabiliyor. Hazır malzemeden ayakkabı yaptığında ise bir günde beş ayakkabı yapabiliyor. Her iki işi birlikte ve uyum içinde yapan ayakkabıcı, bir günde en çok kaç ayakkabı yapar?[17]

(•) **Satranç tahtası problemi:** Satranç oyununun kökeni Hindistan olup Araplar aracılığıyla İspanya üzerinden Avrupa'ya geçtiği sanılmaktadır (ŞEKİL 91). Temelde bir savaş ve strateji oyunu olan satranç oyununun atasının Hintlilerin "Chaturanga" adlı oyunu olduğu söylenmektedir ve bununla ilgili olarak "Sessa Efsanesi" bulunmaktadır. "Chaturanga", (8x8)'lik dama tahtası üzerinde sekizer taşla ve zar atarak oynanan bir oyundur. Söylenceye göre bu oyunu icat eden Sessa adlı Brahman, dönemin yöneticisine gidip bu oyunu sunarak ondan maddî bağış

talep etmiştir. Bütün istediği, 64 satranç karesinin her birine 2^n şeklindeki geometrik dizide iki kat artan sayılarda (1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, ...) tahıl tanesi düşecek şekilde toplam miktarlardaki buğdayın kendisine verilmesidir. Yönetici önce kabul eder; sonra anlar ki bütün ülkenin tahıl ambarları bunu karşılamaya yetmeyecektir. Problemi çözen el-Bîrûnî, sonucu:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + ... + 2^{63} = 2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$$

olarak verir. "Satranç tahtası problemi", 1256 yılında tarih yazarı Ahmed İbn Muhammed ibn Hallikan (1211-1282) tarafından da aktarılmıştır. Bu sayının büyüklüğü, bir Ortaçağ Avrupa elyazmasında, *"bunu ödeyebilecek kral yoktur"* şeklinde ifade edilmiştir. 1000 tahıl tanesi yaklaşık 40 gram kabul edilirse, bu sayı, 738 milyar ton tahıla denk gelir ki günümüzde dünyanın yıllık tahıl üretimi 520 milyon tondur. Söylencede yer alan Hintli hükümdarın danışmanı olan bilgin, hükümdara, bu miktardaki buğdayın niceliği konusunda şunları söyler: *"... Bil ki, krallığının bütün ambarlarını boşaltsan bile, elde edeceğin sonuç bu niceliğin yanında hiç kalacaktır. Bu miktar, yeryüzünün bütün krallıklarının ambarlarının tümünde bile bulunmaz. Bu ödülü ille de vermek istiyorsan nehirleri, gölleri, denizleri, okyanusları kurutmakla, dünyanın dağlarını örten karları ve buzları eritmekle, her yeri buğday tarlasına çevirmekle işe başlaman gerek. Bu ağır borcu ödeyebilmek için de bu alanın tümünü art arda 73 kez ekmen gerek. Doğrusu bu miktardaki buğdayı koymak için sana yaklaşık 12 trilyon 3 milyar metre küp hacminde bir yer gerekir; bunun için de 5 metre eninde, 10 metre boyunda ve ... 300 milyon kilometre yüksekliğinde (yani dünyanın güneşe uzaklığının iki katına eşit yükseklikte) bir ambar inşa etmen gerekir!"*. Yine söylenceye göre bilge danışman, daha sonra hükümdara, bu konuda ne yapması gerektiği konusunda şunu salık verir: *"Bu kurnaz adamı kendi tuzağına düşür! Söyle ona gelsin, senden isteme cüretini gösterdiği buğday miktarını bir bir saysın. Hiç durmadan gece gündüz, saniyede bir tane saysa, altı ayda ancak bir metre küp, on yılda yirmi metre küp, ömrünün geri kalanında da çok önemsiz bir miktarda buğday toplar!"*.[27]



ŞEKİL 91. Satranç ve müzikli eğlenceyi yansıtan bir ev sahnesi: Ortada satranç, sağ tarafta 13 telli bir arp çalan bir kadın, solda şarap testisi ve serinletici sıvı içecek dolu kâse ile hizmete hazır iki cariye görülmektedir [Alfonso X. el-Sabio ("Bilge Alfonso") (1221-1284), *Libro de Juegos* (Oyunlar Kitabı), 1283; *Bibliothek des Escorial*, Madrid]. [100]

Oryantalist ve matematikçi Daniel Schwenter'in (1585-1636) matematikle ilgili çok sayıda eseri varsa da en tanınmışı *Deliciae physico-mathematicae oder mathematische und philosophische Erquickstunden* (Zevkli Fiziksel Matematik ya da Matematiksel ve Felsefî Canlılık Saatleri) adlı eseridir ve ünlü satranç tahtası probleminin çözümü bu eserinde yer almaktadır. Schwenter, 64. kareye konulacak tahıl tanesini, 40. terim (1 099 511 627 776) ile 24. terimi (16 777 216) çarparak bulmuş; tüm kareler üzerinden toplam sayı olarak da yukarıda verilen sonucu bulmuştur. Bu sonucu, eserde şöyle yorumlamaktadır: *"Böyle bir toplam sayıdaki tahıl tanesini 1 779 199 852 gemi ancak taşır... Bu tahıl, en düşük fiyattan satılmak istense, Büyük Türk'ün, Çinlilerin, İspanyolların ve yeryüzünün tüm krallıklarının tüm hazineleri, bunun ancak onda bir miktarının parasını karşılamaya yetecektir. Bu, her ne kadar büyük bir sayı ise de, 1'den başlayarak 64. kareye kadar iki kat yerine üç kat artan sayılarda yerleştirilmesi durumuna göre hiç de fazla sayılmaz. Bu ikinci durumda ulaşılacak tahıl tanesi sayısı, yerkürenin 100 milyon katı büyüklüğünde bir küre kadar yer tutardı..."*. [17]

(•) *Kutsal Kitap*'ta yer alan, Nuh'un gemisinin büyüklüğü konusundaki bilgiler, Ortaçağ'da onun dışsal şekli ve geminin inşası konusunda kesin bir görünüm tahmin etme yönünde denemelere yol açmıştır. Böyle çok sayıdaki literatür arasında 12. yüzyılda St. Viktor'lu Hugo'nun (Hugo von Blankenburg) (~1096-1141), 16. yüzyılda Jean Butéon'un (~1492-~1570 dolayı) ve 18. yüzyılda Johann Jakob Scheuchzer'in (1672-1733) eserleri ön planda yer almaktadır. Paris'in önde gelen ruhanî kişiliklerinden St. Viktor'lu Hugo, çok sayıda içtihat, felsefe ve teoloji kitapları ve bilimlerin yeni tarzda sınıflandırmasını içeren *Didascalicon* adlı eserinin yanı sıra, Aurillac'lı Gerbert'in (Papa II. Sylvestre) (938-1003) geleneği doğrultusunda geometrik ve astronomik konuları öğretsel tarzda sergileyen *Practica geometriae* (Uygulamalı Geometri) adlı eser de yazmıştır. Onun *De arca Noe mystica* (Nuh'un Gizemli Gemisi Üzerine) adlı yazısında, Nuh'un gemisinin *Kutsal Kitap*'taki inşaat verilerine ve ölçülere karşılık gelecek şekilde bir çizimi de yer almaktadır. Jean Butéon da benzer konuyu *De arca Noe, cuius formae, capacitatisque fuerit libellus* adlı eserinde işlemiştir. Scheuchzer ise her türden tarihsel ve doğa-bilimsel konularla ilgilenmiştir. İsviçre'ye yaptığı bir gezide fosil biliminin temellerini atmış, barometrik ve meteorolojik gözlemler yapmış ve dağlık bölgelerdeki değişimleri gözlemlemiştir. Tufan olayından arta kalan kalıntılar gözüyle bakılan fosillerin incelenmesi, Scheuchzer'i, *Kutsal Kitap*'ın daha açık anlaşılması ve teoloji araştırmaları için en başta doğa-bilimsel bilgilerin gerektiği görüşüne vardırmıştır. Bu düşünce onu, *Kutsal Kitap*'ın her noktasını, doğanın nesneleri ya da görüngüleri olarak ele almasına yol açmıştır. Scheuchzer, 1720 yılı dolayında yazdığı ve Almanca'da kısaca *Kupfer-Bibel* (Bakır Kazıma Resimli Kutsal Kitap) diye adlandırılan *Physica sacra iconibus aeneis illustrata* (Kutsal Kitabın Doğal Tarihi) (Almanca basımı Augsburg / Ulm, 1731-1735) adlı dört ciltlik eserinin birinci cildinde Nuh'un gemisini enine boyuna ayrıntılı bir şekilde ele almış ve geminin matematiksel olarak ölçülendirilmesi ve olası boyutları konusunda görüşler geliştirmiştir.

Konunun bir yerinde, gemiye yiyecek olarak yalnızca tahıl yüklendiğinden söz edilerek Tufan'dan önce hayvan ve insanların et yemedikleri ve yalnızca bitkilerle beslendikleri konusu tartışılmıştır. Özellikle Tufan sırasında yeryüzünün suyla kaplanması durumunda içecek suyun nereden sağlandığı, Tanrı'nın Nuh'a deniz suyundan içilebilir su hazırlama yeteneğinin verilip verilmediği ya da gemiye yüklenen içilebilir suyun uzun süre kokuşmadan saklanabilip saklanamayacağı gibi konular tartışılmıştır.[17]

(•) **Rubik kübü**: Yakın geçmişin en ünlü matematiksel bulmacası, Macar Ernö Rubik (doğ. 1944) tarafından 1974'te geliştirilmiş, 1975'te patentlenmiş ve 1977'de Macaristan'da piyasaya sürülmüştür. 1982'ye kadar yalnızca Macaristan'da, ülke nüfusunun bile üzerinde bir sayı olarak 10 milyon adet satılmış olup günümüze dek dünya çapında 100 milyon adet satıldığı kestirilmektedir.

Rubik kübü 3 x 3 x 3'lük, eşit sayıda 6 değişik renkte küçük küplerden oluşmakta ve küpler 9'lu dilimler halinde döndürülebilmektedir. Oyunda, büyük kübün her bir yüzeyinde yanyana gelen küçük karelerin rengi aynı olacak şekilde düzenlenmesine çalışılır. Rubik kübünün farklı düzenlenme sayısı 43 252 003 274 489 856 000 olup bunlardan yalnızca biri, istenen doğru düzenlemedir.

Onuncu Bölüm
MATEMATİĞİN FANTASTİK YANLARI

Pythagoras Üzerine

Pythagoras'ın adıyla anılan ünlü teorem, daha eski dönemlerin uygarlıklarında bilinmekteydi. Eski Mısır'da işini seven her marangoz, kenarlarının uzunluğu 3- 4- 5 olan her üçgenin bir dik üçgen olduğunu biliyordu ($3^2 + 4^2 = 5^2$). Daha sonra bu sayıların katları ve azkatları olan (6-8-10), (3/2-2-5/2), (3/4-1-5/4) gibi pratik dik üçgenler de tanındı. Bu teorem, Eukleides'in ünlü eserinin 1. cildinde 47. problem olarak yer alır. Rönesans sonrası Avrupa'sında "Marangoz teoremi" denmiş; Arap kültüründe kenarları üzerinde karelerin çizili olduğu ikizkenar dik üçgen şekli gelin koltuğunu andırdığı için "Gelin Teoremi" diye adlandırılmış; bizde ise dik kenarları üzerinde karelerin çizili olduğu ikizkenar dik üçgen şekli eşeğin alnına, dik kenarlara bitişik kareler de kulaklarına benzetilerek bir zamanlar "Eşek Davası" olarak öğretilmiştir. 1940 yılında Elisha Scott Loomis (1852-1940), *Pythagorean Propositions* (Pisagor Kanıtları) adlı kitabında o zaman için Pisagor teoreminin birbirinden farklı 367 kanıtını bir araya derlemiştir.

Pythagoras, İÖ 6. yüzyılda, sayıların dostça, yetkin, kutsal, şanslı ya da şeytanî olabilen numaralandırma araçları olduğuna inanarak onlardan bir çeşit mistik okul ya da tarikat yarattı. Tam sayılara, basit kesirlere ve tamsayı oranlarına tapıyor ve bu inancı

ciddiye alıyordu. Onun izleyicilerinden biri, ortak ölçünün, yani bir birim karenin köşegeninin uzunluğu olan 2'nin karekökünün ($\sqrt{2}$), ne tamsayı ile ne de basit kesirle ifade edilemeyeceğini gösterdiğinde Pythagoras çılgına döndü ve müridine bunu gizli tutması için yemin ettirdi. Söylentiye göre müritlerinden biri sonradan bu gizi açığa vurduğunda Pythagoras onu idam ettirmiştir.

Pythagoras'ın bireysel sayılar hakkında acayip bir sezgisi vardı. 220 ile 284'ün "dost sayılar" olduğuna inanıyordu. "Dost sayılar", her biri diğerinin tam bölenlerinin (yani sayının kendisi dışındaki bölenlerinin) toplamına eşit olan sayılardır. 220'nin tam bölenleri 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 ve 110'dur ve toplamı 284 eder; 284'ün tam bölenleri ise 1, 2, 4, 71 ve 142'dir ve bunların toplamı ise 220'dir. Pierre de Fermat 1636 yılında 17296 ve 18416 dost sayı çiftini bulana kadar ikinci bir dost sayı çifti keşfedilemedi. Daha sonra Descartes, yeni bir dost sayı çifti keşfetti. Euler ise işi, tam 62 dost sayı çiftinin yer aldığı bir liste hazırlamaya kadar götürdü. Ancak 1866'da 16 yaşında bir İtalyan lise öğrencisi Nicolo Paganini, ikinci en küçük dost sayı çiftini (1184 ve 1210) buldu [Ev ödevi: Bu iki sayının dost sayılar olduğunu gösteriniz]. Şu ana kadar yüzlerce dost sayı çifti bulundu, ama bunların sonsuz sayıda olup olmadıkları bilinmemektedir. [15]

Pythagoras'a göre "yetkin (mükemmel ya da kusursuz) sayı", kendisini tam olarak bölebilen tam sayıların toplamına eşit olan tamsayıdır. İlk yetkin sayı 6'dır. 1, 2 ve 3'e tam olarak bölünebilir ve bölenleri olan 1, 2 ve 3'ün toplamı 6'dır. İkinci yetkin sayı 28'dir; bunun bölenleri 1, 2, 4, 7 ve 14'dür ve bunların toplamı 28'dir.

Ortaçağ'da din bilginleri 6 ve 28'in kusursuzluğunun, evrenin yapısının bir parçası olduğunu iddia ederlerdi. Tanrı dünyayı 6 günde yaratmıştı ve Ay, Dünya'nın etrafını her 28 günde bir kez dönerdi. Antik Yunanlılar 6 ve 28'in dışında yalnızca iki yetkin sayı daha biliyordu: 496 ve 8128. Beşinci yetkin sayı olan 33 550 336 keşfedilene kadar 17 yüzyıl geçmesi gerekecekti. Yunanlıların bildiği yetkin sayıların dördü de çift sayı olduğu için, tek sayı olan yetkin sayı olup olmadığını merak ettiler. Nisan 1998'de matema-

tikçiler, en büyüğü 1 819 050 basamaklı olan ve hepsi de çift olan otuz yedi adet yetkin sayı biliyorlardı.[9]

Kendisi ile 1'den başka sayıya bölünemeyen sayılara "asal sayı" denir. Eukleides, geometrik yolla (2^n-1) çarpanı bir asal sayı olmak üzere $2^{n-1}(2^n-1)$ çarpımının bir yetkin sayı olacağını kanıtlamıştır. Buna göre: 9

n = 2 için:	$2 . (2^2-1) = 6$	çünkü $2^2-1 = 3$ asal sayıdır;
n = 3 için:	$2^2 . (2^3-1) = 28$	çünkü $2^3-1 = 7$ asal sayıdır;
n = 5 için:	$2^4 . (2^5-1) = 496$	çünkü $2^5-1 = 31$ asal sayıdır;
n = 7 için:	$2^6 . (2^7-1) = 8128$	çünkü $2^7-1 = 127$ asal sayıdır.

Eukleides'in Postulatları ve Eukleides-Dışı Geometri

Eukleides'in ünlü beş postulatı şunlardır:[13]

1) İki noktadan bir ve yalnız bir doğru geçer.
2) Bir doğru parçası iki yöne de sınırsız bir şekilde uzatılabilir.
3) Merkezi ve üzerinde bir noktası verilen tek bir çember çizilebilir.
4) Bütün dik açılar birbirine eşittir.
5) Bir doğruya, dışındaki bir noktadan, bir ve yalnız bir paralel çizilebilir.

Eukleides'in bunlardan sonuncusu olan "paralel postulatı", bir yüzeyde yer alan bir doğruya, bu doğru üzerinde bulunmayan bir noktadan tek bir paralel doğru çizilebileceğini iddia etmektedir. Oysa Riemann geometrisinde, böylesi sonsuz sayıda paralel çizilebileceği gösterilmiştir. Yine Riemann geometrisinde bir üçgenin iç açıları toplamı 180°'den fazladır. Aslında bu toplam üçgenin boyutuna göre değişir ve üçgen küçüldükçe 180°'ye yaklaşır.

Yunanlılar hiçbir neden yokken elips dedikleri bir eğri üzerine çalışmaya başlarlar ve 2000 yıl sonra gökbilimciler bunun gezegenlerin güneşin etrafındaki dönüşünü açıkladığını keşfederler.

Yine hiçbir geçerli neden yokken Alman matematikçi Bernhard Riemann, 1854 yılında yayınladığı *On Hypotheses which Lie at the Foundation of Geometry* (Geometrinin Temelinde Yatan Varsayımlar Üzerine) adlı kitabında, Eukleides'in düzlemsel geometrisindeki kutsal postulatlardan birisi yok sayılısa neler olabileceğini irdeler. Sonunda birbirine paralel iki doğru çizmenin olanaksız olduğunu ileri süren, görünüşte saçma bir varsayım yaratır. Onun "Eukleidesci olmayan", yani "Eukleides-dışı" geometrisi, eğri düzlem denilen garip bir soyutlama ile Eukleides'in düzleminin yerini alır ve 60 yıl sonra Albert Einstein (1879-1955), bunun evrenin şekli olduğunu ilan eder.[15]

Uzay, Eukleides-dışıdır, bunun da nedeni kütle çekimidir. Bir kütlesel çekim alanında yalnızca paralellik ortadan kalkmaz, doğru çizgi kavramı da anlamını yitirir. Küre üzerindeki iki noktayı birleştiren en kısa uzaklık, bu noktalardan geçen en büyük çemberin bir yayının uzunluğudur; en uzun uzaklık da aynı çemberin öteki yayıdır. Deniz üzerindeki küçük uzaklıklar bile Eukleides düzlemi gibi düz bir yüzey olarak düşünülemez. Bu ancak bir küre kabuğudur. Eukleides düzleminde paralel olmayan iki doğru yani iki jeodezik bir tek noktada kesiştikleri halde, küre üzerindeki herhangi iki jeodezik, her zaman iki noktada kesişirler. Ayrıca Eukleides geometrisinde iki jeodezik tarafından sınırlanan bir alan olmadığı halde, küre üzerindeki iki jeodezik tarafından sınırlanan alan her zaman vardır.[101]

Zenon Paradoksları

Elea'lı Zenon'un (İÖ 489-430) paradoksları üzerine bilgiler, Platon'un *Parmenides* ve Aristoteles'in *Physika* (Fizik) adlı eserlerinden öğrenilmiştir. Zenon'un öğretmeni olan Elea'lı Parmenides (İÖ ~520-450 sonrası), şu inanılmaz düşünceyi savunuyordu: *"Gerçek tektir ve değişmez. Çokluk, değişim ve hareket, aslında yokturlar ve duyularımızın bizi aldatmasından kaynaklanırlar..."*. Zenon, mantıksal olarak zaman ve uzaklığın ne sürekli ne de süreksiz olamayacağını kanıtlar gibi görünen çok

ustalıkla ortaya koyduğu paradoksları (aykırıkanı, açmaz) ile ünlüdür. Zenon'un kanıtlamaları *"reductio ad absurdum"* (çelişmeli kanıt, olmayana ergi) denilen kanıt yönteminin belki de ilk örnekleridir. Bu paradokslar, diyalektik yöntemin bir kaynağı olarak Sokrates (İÖ 470-399) tarafından değerlendirilmiştir. [102]

Zenon'un dört paradoksu ünlenmiştir:

(1) "*Dikotomi*" (ikiye bölünme) paradoksu

(2) Aşil ile kaplumbağa paradoksu

(3) Ok paradoksu

(4) Stadyum paradoksu.

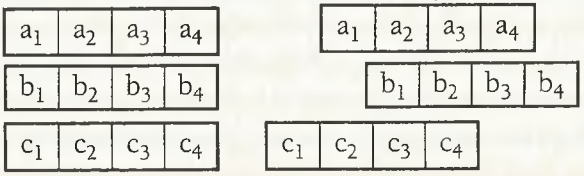
"*Dikotomi*" (ikiye bölünme) paradoksu, iki değişke halinde işlenebilmektedir. İlkine göre, hareketli bir nesne verilen bir uzaklığa ulaşmak için önce bu uzaklığın yarısına gelmeli, bunu yapmak için de bu yarı uzaklığın yarısına gelmeli..., bu düşünce böylece sonsuza kadar (*ad infinitum*) yinelenecek olursa, bu durumda hareketin mümkün olmadığı ve harekete başlanamayacağı sonucuna varılır. İkinci değişkede ise hareketli bir nesne verilen bir uzaklığa ulaşmak için önce bu uzaklığın yarısını gitmeli, daha sonra kalan yolun yarısına gitmeli..., böylece sonsuz sayıda hareket yapılması gerekir ki bu durumda hedefe hiçbir zaman ulaşılamayacağı sonucuna varılır. [102]

Onun en iyi bilinen paradoksu, "Aşil ile kaplumbağa" paradoksudur. Buna göre, çok hızlı koşabilen Yunan kahramanı Akhilleus (Aşil), kaplumbağadan 10 kez daha hızlı koşabilmektedir ve avans verdiği kaplumbağa, yarışa 10 m önden başlamaktadır. Bu durumda Aşil, hiçbir zaman kaplumbağayı geçemeyecektir! Çünkü, Aşil'in aradaki 10 m farkı kapatacağı süre içinde kaplumbağa 1 m daha ileri gidecek; bu kez Aşil bu 1 m'lik farkı koşarken kaplumbağa bir 10 cm'lik daha yol alacaktır vb. Duyu organlarımız bize, Aşil'in kaplumbağayı geçtiğini göstereceğine göre ve Aşil'in kaplumbağayı hiçbir zaman geçemeyeceğini akıl yürüterek kanıtladığımıza(!) göre, duyu organlarımız bize yanlış bilgi veriyor olmalılar(!). [13] "*Dikotomi*" paradoksundaki geriye

doğru sonsuz bölünme, Aşil paradoksunda ileriye doğru işlemektedir. Başka bir anlatıma göre, belli bir uzaklıkta geriden koşmaya başlayan Aşil'in, kaplumbağayı, bu yorumlara göre hiçbir zaman yakalayamaması gerekir. Çünkü Aşil'in aradaki mesafenin önce 1/2'sini, ondan da önce 1/4'ünü, ondan da önce 1/8'ini, ... ve böyle sonsuza dek bölünebilen aralıkları koşması gerekir ki gerçekleşmesi olanaksızdır. Oysa, Aşil'le kaplumbağa arasındaki mesafenin sonsuz bölünebilir olması bu mesafenin sonsuz olduğu anlamına gelmez; başka bir deyişle, bir büyüklüğün sonsuz sayıdaki bölümlerinin toplamı, o büyüklüğü sonsuz yapmaz; paradoksun yanlışlığı buradadır. [103, 104]

Zenon, ok ve stadyum paradokslarında sabit bölünmezler fikri ile de hareketin olanaksız olduğunu göstermiştir. Ok paradoksuna göre havada uçan bir ok, her an kendisine eşdeğer bir hacim süpürür; hacim kaplama ise harekette olmama, yani durma demektir. Bu nedenle uçuyor gibi görünen ok, aslında durgun haldedir ve onun hareketi, bir göz aldanmasından başka bir şey değildir. [104] Okun fotografı çekilecek olursa, onun havada durduğu görülür; o anda aynı konumdaki hareketsiz sabit bir oktan ayırt edilemez; buna göre ok hareket etmemekte, her an havada durmaktadır. [102]

Stadyum paradoksunda a_1, a_2, a_3, a_4, eşit büyüklükte ve hareketsiz cisimler olsun. b_1, b_2, b_3, b_4 de a'larla aynı büyüklükte cisimler olsun ve bir an içinde bir a-bölmesini geçecek şekilde sağa doğru hareket etsinler. c_1, c_2, c_3, c_4'ler de a'lar ve b'lerle aynı büyüklükte olsun ve bunlar da bir an içinde bir a-bölmesi kadar sola doğru hareket etsinler. Zamanın en küçük birimi olan bir "an"lık süre sonra, c'lerin b'lere göre iki bölmelik hareket ettiği görülür. Bir birimlik hareketin gerçekleştiği bir an içinde iki birimlik hareket de gerçekleştiğine göre, "an", en küçük zaman birimi olamaz, yani en küçük olarak kabul edilen zaman birimi bile ikiye bölünebilir; sonuç olarak zaman, atomlardan meydana gelmez. [104]



"Pi" (π) Sayısının Öyküsü

Pi (π), Yunan alfabesinin 16. harfi ve Yunanca "çevre" sözcüğünün ilk harfidir. İsviçreli büyük matematikçi Leonhard Euler'in de 1737 yılında yayınladığı bir kitabında benimseyip kullanmasıyla, dairenin çevresinin çapına oranı, artık herkes tarafından bu harfle gösterilir olmuştur.[13]

Hz. Süleyman'ın (İÖ. 1010-937) İÖ 950 dolayında inşa edilen büyük tapınağının karakterizasyonunun bir listesinde $\pi = 3$ olarak yer alır. Eski Mısır ve Mezopotamya, π için $25/8 = 3{,}125$ ve $\sqrt{10} = 3{,}162$ değerlerine sahipti. Eski Mısır'ın İÖ 1650 dolayına tarihlenen *Rhind Papirüsü*'ndeki 50. problemde bir dairenin alanı, kenarı bu daire çapının 8/9'u olan karenin alanına eşit kabul edilmiş olup bu kabul, π'nin değerinin $4(8/9)^2 = 3{,}1605$ kabulü anlamına gelmektedir. İlk kuramsal hesaplamayı Siracusa'lı Arkhimedes'in yürüttüğü anlaşılmaktadır. Arkhimedes, önce düzgün altıgenden başlayarak bir çembere hem içinden hem de dışından n-kenarlı çokgenler çizmiş, içteki çokgenin çevresinin daireninkinden küçük, dıştaki çokgenin çevresinin ise daireninkinden büyük olacağından hareketle, düzgün altıgenden başlayarak her defasında kenar sayısını iki katına çıkararak (12-gen, 24-gen, 48-gen...) sonunda çokgenin kenar sayısını 96'ya çıkarıp çokgenleri dairesel bir şekle yaklaştırmaya çalışarak π sayısının değerini $223/71 < \pi < 22/7$ ya da $3\ 10/71 < \pi < 3\ 10/70$ olarak (yani $3{,}14084 < \pi < 3{,}14285$ olarak) aralığında vermişti. Bu iki sınır değerin ortalaması alınırsa 3,1418 bulunur ki gerçek değeriyle arasında yaklaşık 0,0002 kadar bir hata vardır. 1882 yılında Münih Üniversitesi'nden Ferdinand von Lindemann (1852-1939) π'nin aşkın (transandantal) bir sayı olduğu bularak 3,14 şeklinde vermiştir.

Pek çok matematikçi, dairenin içine ve dışına çokgenler çizip zamanla çokgenlerin kenar sayılarını artırarak ve böylece çokgeni daireye dönüştürmeye çalışarak π sayısını hesaplamaya çabalamıştır. Zamanın yürüyüşünde çeşitli matematikçilerin kullandığı π değerleri için şu bilgiler verilebilir:[105]

Batlamyus (yakl. İS 150'de): 3,1416
Tsu Ch'ung Chi (430-501): 355/113 = 3,1415926
Aryabhata-I (yakl. 510'da): 62 832/20 000 = 3,1416
El-Harezmî (yakl. 800'de): 3,1416
El-Kâşî (~1420'ler): Virgülden sonra 16. basamağa kadar doğru (π = 3,1415926535898732)
François Viète (1540-1603): Virgülden sonra 9. basamağa kadar doğru
Adriaen van Roomen (1561-1615): Virgülden sonra 17. basamağa kadar doğru
Ludolph van Ceulen (1540-1610) (~1600'da): Virgülden sonra 35. basamağa kadar doğru.

Avrupa Rönesansı tüm matematik dünyasına yeni bir yol çizdi ve π için matematiksel formüler ortaya atılmaya başlandı. Bunlardan ilklerinden biri, John Wallis (1616-1703) tarafından 1665 yılında:

$$\pi/2 = (2.2.4.4.6.6.8.8. \ldots 2n.2n) / [1.1.3.3.5.5.7.7. \ldots (2n-1)(2n-1)]$$

şeklinde verilmiştir.

π'nin hesaplanmasına ilişkin olarak çok çeşitli seriler önerilmiştir. Bunlardan iyi bilinen iki seri:

$$\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - \ldots$$

ve

$$\pi^2/12 = 1 - 1/4 + 1/9 - 1/16 + 1/25 + \ldots$$

şeklindedir. Bunlardan ilki kimi zaman Leibniz'e yakıştırılır, ama ilk kez James Gregory (1638-1675) tarafından keşfedilmiştir. İkinci seri ise burada verilen terimlere kadar seri üzerinden hesap yapıldığında çok başarılı bir sonuç (**3,14159**169961492) sayısını verir ki virgülden sonra 5. basamağa kadar doğrudur.

Aynı seride 10 bininci terime kadar hesap yapılacak olursa, virgülden sonra 7. basamağa kadar doğru sonuç elde edilir.

18. yüzyıldan itibaren π sayısının tarihsel gelişimi şu basamaklardan geçmiştir:

1699: Abraham Sharp (1651-1742), Gregory'nin formülünü kullanarak sonucu 71. basamağa kadar doğru vermiştir.

1701: John Machin (1680-1751), kendi yöntemlerini kullanarak 100. basamağa kadar geliştirmiştir.

1719: Fransız Thomas Fantet de Lagny (1660-1734), 127. basamağa kadar ilerletmiştir.

1789: Baron Georg (Jurij) von Vega (1756-1802) 126. basamağa, 1794'te ise 136. basamağa kadar gitmiştir.

1841: William Rutherford 152. basamağa, 1853'te ise 440. basamağa kadar hesaplamıştır.

1873: William Shanks (1812-1882), 527. basamağa kadarı doğru olacak şekilde 707 basamaklı değer vermiştir.

1947'de D. F. Ferguson ile J. W. Wrench Jr, π'nin 808 ondalık basamağını, 1949'da Georg W. Reitwiesner ise ENIAC (*Electronic Numerical Integrator and Computer*) adlı elektronik hesap makinesiyle yaklaşık 70 saatlik süre içinde 2037 ondalık basamağını hesaplamıştır. 1954'te S. Nicholson ile J. Jeenel, IBM NORC (*Naval Ordnance Research Calculator*) adlı makine ile 12 dakikada 3089 basamak; 1958'de F. Genuys, IBM 704 makinesi ile 1 saat 40 dakikada 10 000 basamak; 1976'da J. Guilloud ile M. Boyer bir CDC 6600 model makine ile 2 saatten kısa bir süre içinde 1 milyon basamak; 1995'te Tokyo Üniversitesi'nden Daisuke Takahuski ve arkadaşları 6 milyar 442 milyon 450 bin basamağa kadar, 1997 yılında ise Yasumasa Kanada 51 milyar 539 milyon 600 bin basamağa kadar belirlemiştir.

Doğa araştırıcısı ve zoolog olan Comte de Buffon (Buffon Kontu George-Louis Marie Leclerc) (1707-1788) 1777 yılında ünlü "iğne problemi"ni geliştirerek π sayısına çok farklı bir yoldan ulaşmaya çalıştı. Buna göre, yatay bir düzlem üzerinde birbirinden "A" kadar uzaklıkta dizilmiş paralel doğrular olsun.

$S < A$ olmak üzere S uzunluğunda homojen bir düzgün çubuğun (iğnenin) bu düzlem üzerine rasgele düşürüldüğünü varsayalım. Bu çubuğun kâğıt düzlemindeki paralel doğrulardan birinin üstüne düşme olasılığı $(2S / \pi A)$'ya eşittir. Bu deney 1901 yılında bir İtalyan tarafından yapılmış ve çubuğu 3408 kez atarak π sayısını virgül sonrası 6. basamağa kadar hesaplayabilmiştir.

Johann Heinrich Lambert'in (1728-1777) 1761'de kanıtladığı üzere Shanks, π'nin irrasyonel olduğunu bilmekteydi. Shanks'in hesaplamasından kısa bir süre sonra 1882'de Ferdinand von Lindemann (1852-1939), π'nin aşkın (transandantal) bir sayı olduğunu (yani π'nin, katsayıları tamsayı olan herhangi bir polinomsal denklemin cebirsel çözümünün olmadığını) kanıtladı. Lindemann'ın bu sonucu, gerçekte "dairenin kareselleştirilmesinin" olanaksız olduğunu göstermekteydi. π'nin aşkınlığı, verilen bir dairenin alanına eşit alanda bir karenin cetvel ve pergel yardımıyla çizilemeyeceği anlamına gelir.[30, 106]

Doğada π sayısı yoktur. Günümüzde ise 50 milyarı aşkın ondalık haneye kadar π sayısının değeri bilinebilmektedir: π = 3,141592653589... Mühendislik dünyasında ise, "evreni, hidrojen atomu yarıçapından bile küçük bir hata ile kuşatan bir dairenin çevresini hesaplayabilmek için" π'nin yalnızca 39 hanesini bilmek yeterlidir.[15] İlk bilgisayar olan ENIAC, 1947 yılında π'yi 2037 basamağa kadar hesaplamıştır. Başlangıçta insanlar π'nin rasyonel bir sayı olduğunu ummuşlardı ve onu bu kadar çok basamağa kadar hesaplamalarının nedenlerinden biri de bunu kanıtlamaktı. Bekliyorlardı ki bir yerden sonra basamaklar, önceki değerlerini tekrar etsin, yani π, devirli bir ondalık sayı halinde yazılabilsin ve böylece π'nin rasyonel olduğu anlaşılsın. Ancak bu olmamıştır. Sonunda 1761'de İsviçreli matematikçi Lambert, π'nin irrasyonel olduğunu, yani dairenin çevresi ile çapının bir ortak ölçüsü olmadığını kanıtlamıştır.[13]

"e" Sayısı Üzerine

"e" sayısının tanım denklemleri şöyledir:

$$e = \lim_{n \to \infty} (1 + 1/n)^n = \lim_{n \to \infty} [(n + 1)/n]^n$$

ya da

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} 1/n!$$

$$e = 1 + 1/1 + 1/(1x2) + 1/(1x2x3) + 1/(1x2x3x4) + 1/(1x2x3x4x5) + ...$$

$$e = 2,71828182845904523536028...$$

"e" sayısı π'den daha önemlidir. Bir niceliğin kendi büyüklüğü ile orantılı bir hızla değiştiği bütün olaylar, "e" sayısına dayanan matematiksel bağıntılarla anlatılırlar. Tepkime hızları, buhar basıncı, elektromotor kuvvet, titreşen bir diyapazonun genliğinin zamanla küçülmesi, bir müzik topluluğunda çıkan ses ile çalgı sayısı arasındaki bağıntı, bir bilimin zamanla gelişmesi, bir tavuğun yumurtlamasındaki yıllık azalmalar gibi fiziksel, kimyasal, biyolojik ve toplumsal pek çok olay, "e" sayısına bağlı matematiksel bağıntılarla gösterilebilir. "e" sayısı, örneğin bileşik faiz formülünün temelini oluşturur. Yıllık bileşik faiz olarak % 100 kazanç vaat eden bir bankaya 1,00 dolar yatırdığınızı varsayalım. Yıl sonunda paranız iki katına çıkacaktır. Başka bir banka ise altı aylık bileşik faiz olarak % 100 kazanç önermektedir. Bu daha iyi bir yatırımdır, çünkü altı ayın sonunda yatırımınızın % 50'si kadar yani 50 sent kazanç sağlayacaksınız; yıl sonunda ise faizden aldığınız para üzerinden de kazanç elde edecek ve böylelikle toplam kazancınız 2,25 dolar olacaktır. Peki ya % 100 üç aylık bileşik faiz durumunda ne olur? Yılda 2,57 dolar kazanırsınız. Peki ya eli açık Filan Feşmekan Bankası sürekli olarak (günlük) % 100 bileşik faiz önerirse ne olur? Yıl sonunda elde edebileceğiniz

miktar "e" kadar, yani 2,718... dolar olur.[15] Başka bir örnek olarak, bankaya yıllık % 4 faizle 1 lira yatırdığımızı düşünelim. Basit faiz uygulandığında paramız 25 yıl sonra 2 lira olacaktır. Bileşik faiz uygulanacak olursa 1 lira, 25 yıl sonra $(1 + 1/25)^{25} = 2,66$ lira olur. Eğer altı ayda % 2 faiz alarak hesaplanırsa 25 yıl sonra paramız yaklaşık olarak $(1 + 1/50)^{50} = 2,69$ lira olur. Daha kısa süreler için bileşik faiz uygulanacak şekilde bir genelleme yapılırsa, n-sonsuza giderken 25 yılda 1 lira, $(1 + 1/n)^n = 2,718...$ lira şeklinde bir limite yaklaşır. Bankanın verdiği faiz ne olursa olsun 1 liranın 2 lira olması için geçen sürede bileşik faiz uygulanırsa 1 lira, e lira (2,718... lira) olur. Genel olarak söylenecek olursa büyüme hızı, her an o niceliğin büyüklüğü ile orantılıdır. Bir tepeden aşağı yuvarlanan kartopunun büyüklüğü artıkça büyümesi de hızlanır. Dünya nüfusunun artışı da böyledir. Tüm büyüme olaylarının formülü, $y = e^x$ şeklindedir.

Yukarıda açık şekli yazılmış olan $e = 1 + 1/1! + 1/2! + 1/3! + 1/14! + 1/5! + ...$ formülü, ünlü matematikçi Euler tarafından bulunmuş ve "e sayısı"na "Euler sayısı" denmiştir.

Fibonacci Üzerine

Leonardo Fibonacci (Leonardo da Pisa, Pisa'lı Leonardo) (1174-1240), Pisa'da varlıklı bir tüccar ve cemaat liderinin oğlu olarak dünyaya gelmiştir. Henüz öğrenci iken, babasının gümrük memurluğu yaptığı ve derilerle kürklerin Pisa'ya gönderilmek üzere gemiye yüklenmeden önce incelendiği Kuzey Afrika'daki Müslüman kenti Bugia'ya taşındı. Genç Leonardo, Arap kültürü eğitimi aldı ve Akdeniz çevresinde İstanbul, Mısır, Suriye gibi yerlerde bulundu. Bugün bizim kullandığımız sayılar olan Hint-Arap rakamlarının, Batı'da kendisine öğretilen Romen rakamlarından daha üstün olduğunu fark etti.

Eski Mısır'dan kalma *Rhind* ya da *Ahmes Papirüsü*, *n*'nin 5'ten 101'e kadarki tüm tek sayıların değerini aldığı durumda 2/*n*'nin farklı birim kesirlerin toplamı olduğunu gösteren bir tablo ile başlamaktadır. Örneğin,

2/5 = 1/3 + 1/15
2/7 = 1/4 + 1/28
2/13 = 1/8 + 1/52 + 1/104
2/15 = 1/10 + 1/30

Bir kesrin, tüm paydaları farklı birim kesirlerin (yani payı 1 olan kesirlerin) toplamı olarak ifade edilebileceği, Ortaçağ'ın büyük matematikçisi Leonardo Fibonacci tarafından 1202'de kanıtlanmıştır. Fibonacci, [1/a = 1/(a + 1) + 1/a(a + 1)] özdeşliğinden yararlanarak, birim kesirlerin toplamının sürekli olarak genişleyebileceğini biliyordu. Örneğin, 1/2 = 1/(2+1) + 1/2(2+1) = 1/3 + 1/6 özdeşliği, sonucun içinde yer alan 1/3'e uygulandığında bir genişleme gerçekleşir: 1/2 = 1/4 + 1/12 + 1/6. Aynı özdeşlik yine sonucun ilk kesri olan 1/4'e uygulandığında, elimize 1/2 = 1/5 + 1/20 + 1/12 + 1/6 özdeşliği geçer. Bu genişletme, istendiği kadar yürütülebilir.

Fibonacci, birim kesirleri "hırslı işlem" denilen bir yöntemle üretmeyi yeğliyordu. Bu işleme göre, her genişletme işlemi için en büyük birim kesir seçiliyordu. Örneğin, 3/7'nin "hırslı" genişlemesi şu şekilde gerçekleşir:

3/7 = 1/3 + 1/11 + 1/231

(İşlemin ayrıntılarını öğrenmek isteyenler için açıklamak gerekirse, bu genişleme, 3/7'den küçük en büyük birim kesir ele alınarak gerçekleştirilmektedir. Yani 1/3 alınır; çünkü 1/2, 3/7'den biraz daha büyüktür. Sonra 1/3, 3/7'den çıkarılır ve 2/21 sonucu elde edilir. 2/21'in kalanından daha küçük en büyük birim kesir ise 1/11'dir. 1/11, 2/21'den çıkartılarak 1/231 elde edilir. Fibonacci, bu hırslı işlemin her zaman sonlanan bir kesirler toplamı ürettiğini göstermiştir).[15]

Bir dikdörtgende uzun kenarın kısasına oranı, bu dikdörtgenden bir kare çıkarıldığında da aynı oluyorsa, bu dikdörtgene "altın dikdörtgen" denir ve bu oran (Ø = 1,61803...), "altın oran" diye adlandırılırdır. Ø, Yunanca'da "*phi*" harfi olup "fi" diye okunur.

Fibonacci dizisi:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, ...

şeklinde olup, Fibonacci dizisindeki her sayı, kendisinden önceki iki sayının toplamına eşittir:

$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

Bu dizinin ilginç yanı, 5. terimden sonraki ardışık terimlerin oranlarının Ø sayısına (altın orana) çok yakın olmaları, 12. terim olan 144'ten sonraki bütün ardışık terimlerin oranlarının ise sürekli olarak 1,61803... olarak çıkmasıdır. Fibonacci dizisi Pascal üçgeninde, ikiterimli (binom) teoreminde, altın oranda, doğadaki çeşitli hayvan ve bitkilerde vb. görülür.

Fibonacci dizisinin terimlerini, bir sonraki terime bölerek:

1/1 , 1/2 , 2/3 , 3/5 , 5/8 , 8/13 , 13/21 , 21/34 , 34/55 , 55/89 , ...

şeklindeki kesir dizisini elde edelim. Bu kesir dizisinin terimleri olan oranlar, doğada çok sık biçimde, örneğin çam kozalaklarında (5/8 , 8/13), ananas meyvesinde (8/13), papatyanın orta kısmındaki çiçekçiklerde (21/34), ayçiçeklerinde (21/34 , 34/55 , 55/89) sağ ve spirallerin sayıları olarak karşımıza çıkmaktadır.[107] Fibonacci sayılarının doğada bu kadar sık olarak karşımıza çıkması bir rastlantı olmayıp, çiçek, yaprak vb. oluşumunda doğanın, minimum enerji harcayarak maksimum etki yaratma şeklindeki iç dinamiği ile bağdaştırılmaktadır.

Fibonacci dizileri ilk olarak tavşanların cinsel üremeleriyle ilgili bir problemde ortaya çıkmış ve Fibonacci'nini *Liber abaci* (Hesap Kitabı) adlı eserinde dile getirilmiş; ancak sonradan tekrar tekrar şekillendirilerek hem doğal hem de insan yapımı bir ölçü halini almıştır. "Tavşan problemi", tavşan çiftlerinin bir aylıkken yetişkin tavşanlar haline geldiği ve onu izleyen her ay

bir tavşan çifti doğurdukları bilgisine dayalı olarak "n" ay sonra toplam kaç tavşan çiftine ulaşılacağı şeklindedir. On iki sonra ulaşılan tavşan çifti sayısı, 233'tür. Öte yandan bir ayçiçeğindeki çekirdekler, her zaman için biri saat yönünde, diğeri tam ters yönde birbirine karışmış iki sarmal küme oluşturur. Her iki kümedeki, sarmalların sayısı aynı değildir ve bunlar aslında ardışık Fibonacci sayılarıdır. Buna göre, saat yönünde eğer 144 tane sarmal varsa, diğer yönde her zaman ya 89 ya da 233 sarmal vardır.

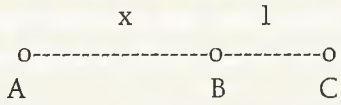
Ardışık Fibonacci terimleri birbirine oranlanacak olursa, n büyüdükçe, Yunanlıların resim ve klasik mimarlıkta kullandıkları altın orana (Ø) (estetik açıdan göze en güzel görünen dikdörtgenin, yani "altın dikdörtgen"in eninin boyuna oranına) yakın sonuç elde edilir:

$$\lim_{(n \to \infty)} [F_{n+1} / F_n] = Ø$$

"Altın Oran" ve "Altın Şekiller"

Binlerce aday üzerinde yapılan araştırmalarda, estetik olarak en beğenilen dikdörtgen şeklinin, kenarları altın oranlı dikdörtgen ("altın dikdörtgen") olduğu anlaşılmıştır. Mimaride altın oran kullanımının ilk örneği, Eski Mısır'da İÖ 2650'lerde yapılan Keops Piramiti'dir. Ayrıca Atina'da İÖ 447-423 yılları arasında inşa edilen Parthenon Tapınağı'nda, İtalya'nın güneyinde İÖ 460 yılında yapılmış olan Poseidon Tapınağı'nda ve Ortaçağ'da Paris'te 1163-1245 yılları arasında inşa edilen Notre-Dame Katedrali'nde altın oran kullanıldığı söylenir. Mimar Sinan'ın (1491-1588) Edirne'deki Selimiye Camisi'nin (1568) orantılandırılmasında, Prof. Emin Onat'ın (1908-1961) Anıtkabir tasarımında altın orandan yararlandıkları belirtilmektedir.[107] Altın oran için kullanılan Yunanca "Ø" (*phi*, fi) simgesi, Parthenon'un inşasında sanat yöneticisi olan Yunanlı heykeltıraş Phidias'ın (İÖ 490-430) adından esinlenilmiştir.

Altın oran (Lat. "*aurea proportio*", İng. "*golden section*", Fra. "*section d'or*", Alm. "*goldener Schnitt*"), Ø = 1,61803... olarak bilinen tılsımlı bir sayıdır. Orandışı (irrasyonel) bir sayı olan bu sayının ilginç özelliklerini kavrayabilmek için aşağıdaki özel şekli ele alalım:



(•) AC/AB = AB/BC ise; $(x + 1)/x = x/1$; $x^2 - x - 1 = 0$; denkleminin iki kökünden pozitif olan $Ø = (1 + \sqrt{5}) / 2 = 1,61803398... \approx 1,618...$; negatif kök ise $Ø' = (1 - \sqrt{5}) / 2 \approx -0,618...$ 'dir. Pozitif kök ile negatif kökün toplamı "1", çarpımı ise "- 1"dir: $Ø + Ø' = 1$; $Ø \times Ø' = -1$.

(•) Ø sayısı, kendisinden "1" çıkarıldığında, kendi ters değerine dönüşen biricik sayıdır: $Ø - 1 = 1/Ø$; $1,618... - 1 = 1/1,618... = 0,618...$

(•) $Ø^2 = 2,618...$; $Ø^2 = Ø + 1$; yani altın oranın bir fazlası, onun karesine eşittir. Benzer şekilde: $Ø^3 = Ø^2 + Ø$; $Ø^4 = Ø^3 + Ø^2$; .....; $Ø^n = Ø^{n-1} + Ø^{n-2}$. Bu ilişki, negatif üslere de genişletilebilir: $Ø = 1 + 1/Ø = Ø^0 + Ø^{-1}$; $Ø^0 = 1 = Ø^{-1} + Ø^{-2}$; $Ø^{-1} = Ø^{-2} + Ø^{-3}$; $Ø^{-2} = Ø^{-3} + Ø^{-4}$; ... ; $Ø^{-n} = Ø^{-(n+1)} + Ø^{-(n+2)}$.

Ayrıca $Ø + 1/Ø^2 = 2$; $Ø = 1/(Ø - 1)$.

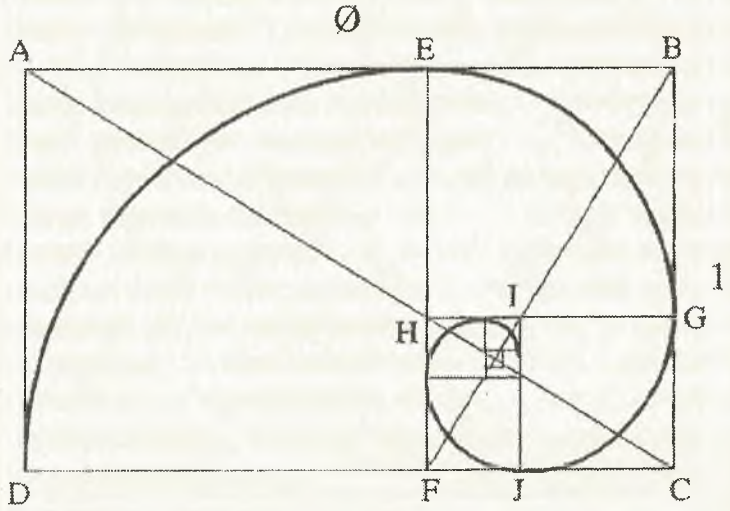
Altın oranın başkaca iki marifeti:

$$\varphi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cdots}}}} \qquad \varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \cdots}}}}}$$

şeklindedir.

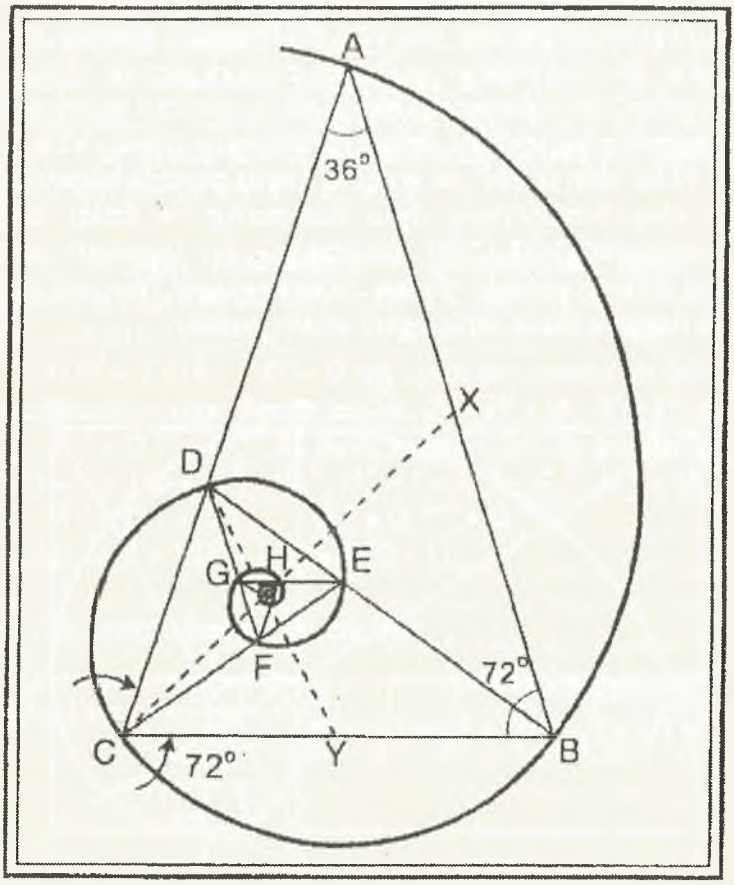
(•) Kenarlarının oranı Ø olan bir dikdörtgen çizilir ve bu dikdörtgenden, kenar uzunluğu dikdörtgenin kısa kenarına eşit bir kare çıkarılırsa, geri kalan dikdörtgenin kenarlarının oranı da aynı olacaktır ve bu işlem sonsuza dek sürdürülebilir.

Uzun ve kısa kenarlarının oranı Ø olan bir "altın dikdörtgen" alalım (ŞEKİL 92). Bunun içine, kısa kenara eşit bir kare çizilecek olursa, geriye kalan yine bir altın dikdörtgen olur. İlk alınan altın dikdörtgenin dışına, uzun kenara eşit bir kare çizildiğinde de yine yeni bir altın dikdörtgen oluşur. Bu işlemi içe ve dışa doğru sonsuz kez yinelediğimizde, yeni altın dikdörtgenler oluştuğu görülecektir. Bu dikdörtgenler yardımıyla çizilecek spiralin, "*Nautilus pompilius*" türü salyangozun sarmal şeklini gösteren eş-açılı ya da logaritmik spiral şeklinde olduğu görülür ve bu spirale, "altın spiral" ya da "altın sarmal" adı verilir.[107] Fransa'nın ünlü bilim insanları ailesi Bernoulli'lerin üyesi matematikçi ve fizikçi Jakob Bernoulli'nin (1655-1705) mezartaşında, bir logaritmik spiral eğrisi şeklinin yanında "*Eadem mutata resurgo*" (Ben özü aynı, ama değişmiş olarak dirileceğim) sözleri yazılıdır.



ŞEKİL 92. "Altın dikdörtgen" ve sarmalı.[38]

Taban açıları 72° ve tepe açısı 36° olan bir ikizkenar üçgen, "altın üçgen" diye tanımlanır; çünkü bunda üçgenin uzun kenarının kısa kenarına oranı, Ø değerine eşittir (ŞEKİL 93). Taban açısının açı ortayı, uzun kenarı yine Ø oranında içten böler ve bu açıortay, başlangıçtaki büyük altın üçgeni, tepe açıları sırasıyla 36° ve 108° olan yeni iki altın üçgene ayırır. Özgün altın üçgen ile oluşan yeni altın üçgenlerin alanlarının birbirine oranı $Ø^2 : Ø : 1$ şeklindedir. Altın üçgenin taban açısının açıortayını çizerek yeni altın üçgenler oluşturma işlemi de sonsuz kez yinelenebilir.[107]



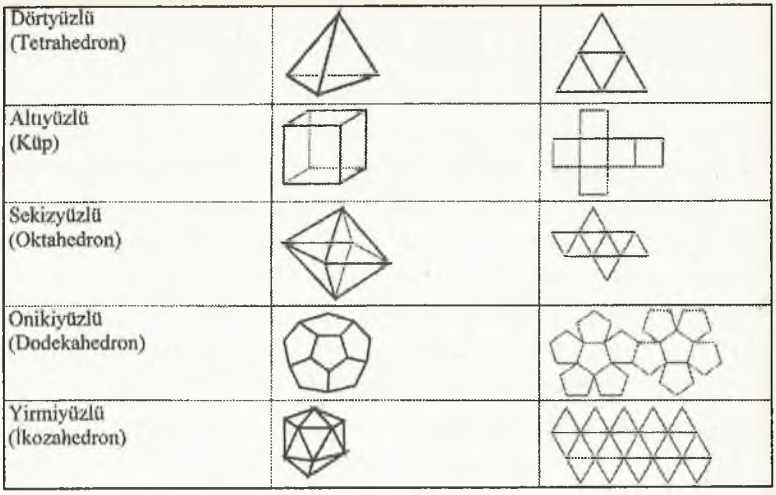
ŞEKİL 93. "Altın üçgen" ve sarmalı.[38]

Tarih boyunca Eski Mısır ve Yunan'dan itibaren mimarlık alanında geçerli olan "uyum (armoni)", "ritim", "simetri" gibi oransal düzenler yanında, seçilen bir boyuta bağlı olarak ikinci ya da üçüncü boyutun saptanması için geometriden ve p, j diye adlandırılan sayısal değerlerden yararlanılmıştır. Planlama ve cephe tasarımında "kanon", "modül", "Fibonacci dizisi" gibi aritmetik ve "altın oran", "quadratur", "triangulatur" gibi geometrik oranların kullanılmasıyla belirli kurallara uyan formların elde edilmesi sağlanmıştır. Bu orantı sistemleri içinde, Antikçağ'dan bu yana en yaygın şekilde kullanılanı "altın oran" olmuştur. [108]

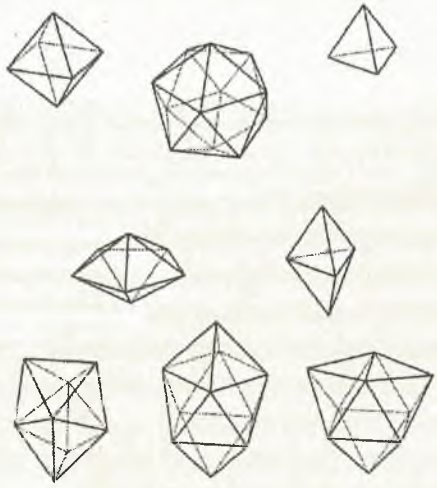
Eski Mısır mimarlığında geçerli olan aritmetik ve geometrik orantı sistemleri, bir bakıma yukarıda belirtilmeye çalışılan tüm oranların temelini oluşturur. Keops piramidinde ikizkenar üçgen şeklindeki yüzeyinin yüksekliğinin kare tabanın yarı kenar uzunluğuna oranı Ø olup bu durumda piramidin yüksekliği $\sqrt{Ø}$ olur. Burada oluşan ve kenarları (1- $\sqrt{Ø}$ - Ø) olan dik üçgen, yaklaşık olarak bir "Mısır üçgeni"dir. "Mısır üçgeni" ("Kepler üçgeni" de denir), kenarları (3-4-5) birim uzunluklu olan dik üçgendir. Bu dönemde kullanılan "modül", "kutsal Mısır üçgeni", "ikizkenar üçgen", "çift kareden oluşan dikdörtgen", geometrik sistemin özel bir durumu olan "altın oran", birim kenarlı bir kare köşegeninin tabana yatırılmasıyla elde edilen "$\sqrt{2}$ dikdörtgeni" ve işlemin devam ettirilmesiyle gelişen "köşegenler sistemi", "karemsi dikdörtgen" ile "art arda büyüyen kareler"in form oluşturma yeteneğinden, bir gelenek halinde, daha sonraki uygarlıklarda ve olasılıkla Osmanlı mimarlığında da yararlanılmıştır. Çünkü bu sistemlerle hem basit olarak (yalnızca uzunluk ölçen düz bir çubuk ve ip pergel ile) çizim yapılabilmekte; hem de Rönesans'tan itibaren kareden daha dinamik ve üstün kabul edilen dikdörtgen formun "güzelliği", önceden belirlenmiş kurallara uymaktadır. [108]

Çokyüzlüler

Çokyüzlü betimlemelerinin en eski örneklerinden biri, Platon'un ünlü *Timaeus* adlı yapıtında yer aldığından bunlara "Platonsal cisimler" adı verilir. Bu eserinde Platon, beş ilksel öğe ile eşleştirilen düzgün çokyüzlüler için şöyle demektedir: *"Tanrı'nın, onların sayıları, hareketleri ve diğer nitelikleri arasında uygun oranlar ayarladığını ve bu oranları tam bir mükemmellik içinde bir araya getirdiğini varsaymalıyız"*. Eukleides'in ünlü eserinin 13. ve son cildinde mevcut beş düzgün çokyüzlü konusunda bilgi verilerek bunlara "Platonsal" adı verilmişse de bunları Platon bulmamıştır. Platon'un (ya da Philolaos'un) belirlediği, her birinin yüzleri aynı kusursuz çokgenden oluşan ve her birinin kenarları eşit olan yalnızca ideal beş tane düzgün üç boyutlu cisim vardır ve bunlar, dörtyüzlü (üçgen piramit ya da "tetrahedron"; dört adet eşkenar üçgenden oluşur), altıyüzlü (küp ya da "hekzahedron"; altı adet kareden oluşur), sekizyüzlü ("oktahedron"; sekiz adet eşkenar üçgenden oluşur), onikiyüzlü ("dodekahedron"; on iki adet eşkenar beşgenden oluşur) ve yirmiyüzlü ("ikozahedron", yirmi adet eşkenar üçgenden oluşur) şeklindedir (ŞEKİL 94). Bu geometrik şekillerle eşleştirilen temel unsurlar, ATEŞ (tetrahedron), TOPRAK (hekzahedron), HAVA (oktahedron), SU (ikozahedron) idi ve dodekahedron ise "*AETHER*" (esîr) ya da EVREN'i simgeliyordu. Küre, olası tüm cisimler arasında hacmine göre en küçük dış yüzey alanına sahipken, tetrahedron, düzgün çokyüzlüler arasında hacmine göre en büyük dış yüzey alanına sahip olan cisimdir. Geometrik yapılar olarak dörtyüzlü, küp ve onikiyüzlü Pythagoras'a, sekizyüzlü ile yirmiyüzlünün keşfi ise Theaitetos'a aittir. Bunlardan onikiyüzlünün daha erken dönemde Pythagoras tarafından bulunmasına şaşmamalıdır; doğada yaygın bir mineral olan adi piritin [demir(II)-sülfür, FeS] kristalleri onikiyüzlüdür. ŞEKİL 95'te, eşkenar üçgen şeklindeki yüzeylerden oluşan, Platonsal ve Platonsal-olmayan cisimlerden örnekler yer almaktadır.



ŞEKİL 94. Platonsal cisimler ve açılımları.

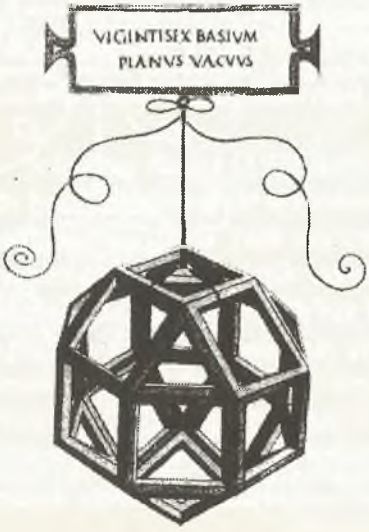


ŞEKİL 95. Yüzeyleri eşkenar üçgenlerden oluşturulmuş Platonsal üç cisim ile Platonsal-olmayan beş cisim: Platon'un listelediği düzgün beş cisimden üçü, eşkenar üçgen yüzeyli olup en üst sırada yer almaktadır: Soldan sağa doğru oktahedron (8 yüzlü, 6 köşeli, 12 ayrıtlı), ikozahedron (20 yüzlü, 12 köşeli, 30 ayrıtlı) ve tetrahedron (4 yüzlü, 4 köşeli, 6 ayrıtlı). Bunların yanı sıra yine eşkenar üçgen yüzeylerden yapılı yarı-düzgün dışbükey (konveks) cisimler de vardır: Orta sırada, taban tabana yapışmış iki adet beş köşeli piramit "10 yüzlü, 7 köşeli, 15 ayrıtlı" bir cisim verirken, taban tabana yapışık iki adet tetrahedron "6 yüzlü, 5 köşeli, 9 ayrıtlı" cismi verir; en alt sırada ise sırasıyla "12 yüzlü, 8 köşeli, 18 ayrıtlı", "16 yüzlü, 10 köşeli, 24 ayrıtlı" ve "14 yüzlü, 9 köşeli, 21 ayrıtlı" cisimler yer almaktadır. [39]

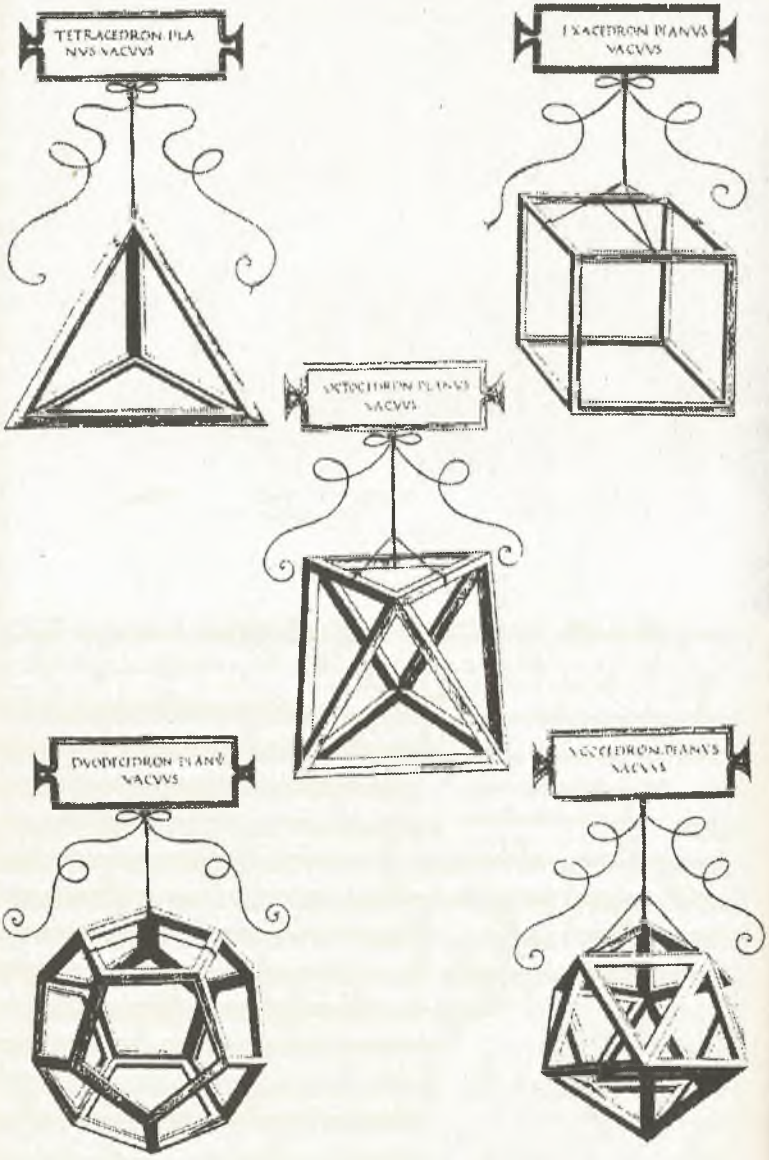
Piero della Francesca (1412-1492) *De corporibus regularibus* [Düzgün (Platonsal) Çokyüzlü Cisimler Üzerine] (1475) adlı eserinde Platonsal cisimleri işlemiş, Albrecht Dürer *Die Underweysung der Messung mit Zirckel und Richtscheyt in Linien, Ebenen und ganzen Körpern* (Doğrularda, Düzlemlerde ve Tüm Cisimlerde Pergel ve Cetvelle Ölçüm Yönergeleri) (Nürnberg, 1525) adlı eserinin dördüncü kitabında birkaç Arşimedsel cisim vermiştir. Luca Pacioli (1445-1517), en ünlü eseri *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*'nın (Aritmetik, Geometri, Orantı ve Orantılılık Üzerine Bilgiler) (1494) yanı sıra, güzelliğin sırrını altın oranla açıklamaya çalışan *De divina proportione* (İlâhî Oran / Altın Oran) (1497) adlı bir kitap da yazmıştır. *Summa...*'nın birinci bölümü aritmetik ve cebir ile, ikinci bölümü ise geometri ile ilgilidir. *Summa...*, özgün bir eser olmayıp derleme bir eser ise de 16. yüzyıl matematikçileri tarafından yaygın biçimde kullanılmıştır. Bilinmeyen bir ressam olarak Jacopo Barbari Vigonnis'in [ünlü ressam Jacopo de Barbari (1440-1515) değil] ünlü bir tablosunda, çeşitli geometrik gereçlerin (taş tahta, tebeşir, pergel, iletki, dodekahedron modeli vb.) yanı sıra yarısına dek su ile dolu olan camdan yapılı güzel bir "*rhombicuboctahedron*" yer almaktadır (ŞEKİL 96). Tablonun merkezinde yer alan Luca Pacioli'nin yanında görülen kişinin, ünlü ressam Albrecht Dürer olduğu ve Dürer'in Bologna'da perspektif kuramını öğrendiği, öğretmeninin de Pacioli olabileceği ileri sürülmektedir. Bu polihedron (çokyüzlü), yansıma, kırılma ve perspektif konusunu örneklemek üzere tabloda ustalıklı olarak işlenmiştir. "*Rhombicuboctahedron*" yapısı, olasılıkla ilk olarak Arkhimedes tarafından keşfedilmişse de de Pacioli'nin zamanına dek bilinmeden kalmış ve ilkin Pacioli'nin *De divina proportione* adlı eserinin geç dönem nüshalarında, ünlü dâhi Leonardo da Vinci'nin çizimiyle yer almıştır (ŞEKİL 97). *De divina proportione* 'de ayrıca kimi basit çokyüzlülerin çizimleri ile ikozidodekahedron'un bir çizimi de bulunmaktadır (ŞEKİL 98, ŞEKİL 99). Leonardo da Vinci'nin erken çokyüzlü çizim örneklerine, onun 1480-1482 yılları arası çizimlerinden derlenen ve *Codex Atlanticus* adı verilen eserde de rastlanmaktadır.



ŞEKİL 96. "Luca Pacioli'nin Polihedrası": Jacopo Barbari Vigonnis (Napoli, 1495) (M. Kossok, 1492: *Die Welt an der Schwelle zur Neuzeit*, Edition Leipzig, Leipzig, 1992, adlı eserden; *Muse e Gallerie di Capodimonte*, Napoli). [109]



ŞEKİL 97. Leonardo da Vinci tarafından Luca Pacioli'nin *De divina proportione* (Venedik, 1509) adlı eseri için 1498 tarihinde yapılan bir "rombiküboktahedron" çizimi. [110]

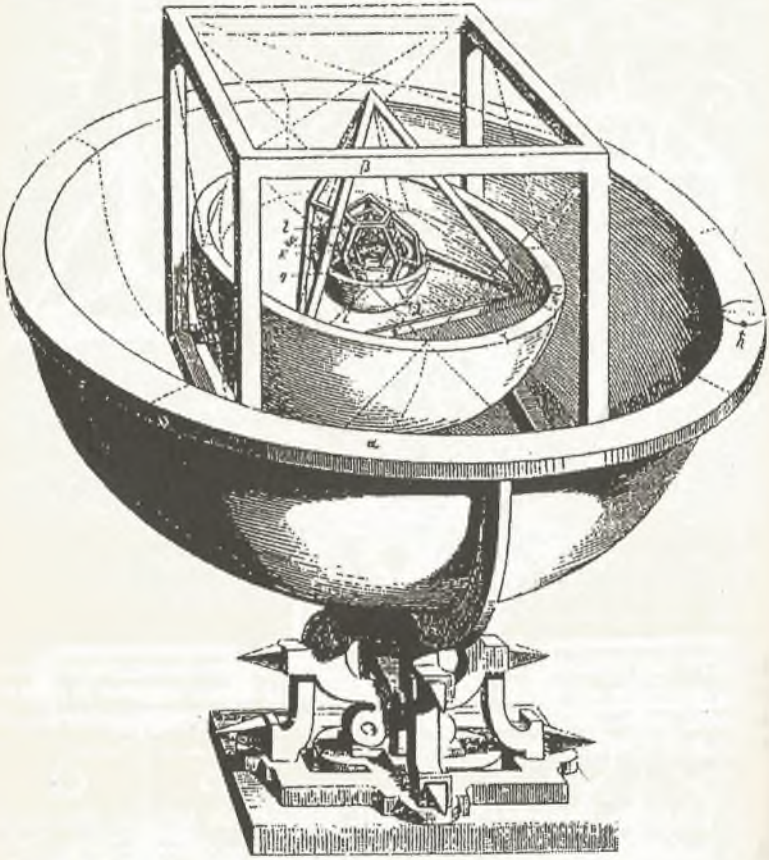


ŞEKİL 98. Luca Pacioli'nin *De divina proportione*'si için Leonardo da Vinci'nin çizimlerinden kimileri: Sol üstte "tetrahedron" (düzgün dört-yüzlü), sağ üstte "hekzahedron" (düzgün altı-yüzlü; küp), ortada "oktahedron" (düzgün sekiz-yüzlü), sol altta "dodekahedron" (12-yüzlü), sağ altta "ikozahedron" (20-yüzlü).[111]

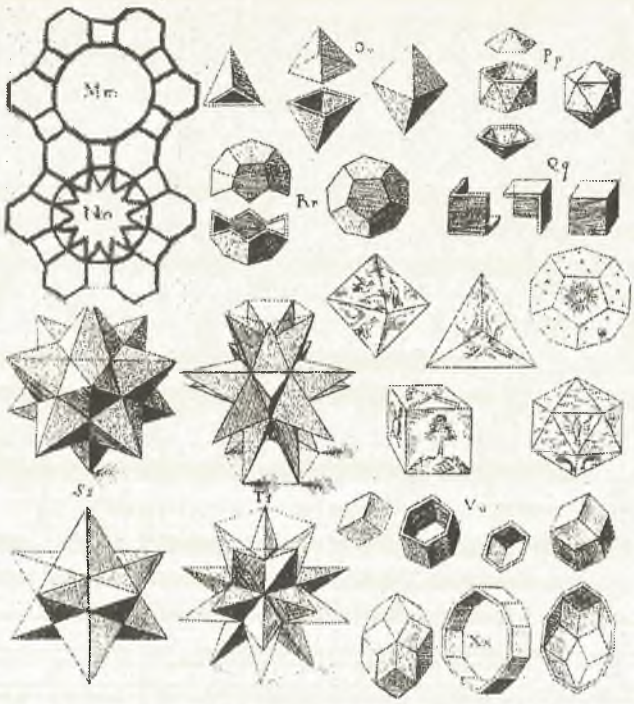


ŞEKİL 99. Luca Paciolinin 1497 yılında tamamladığı ve Ludovico Sforza'ya ithaf ettiği *De divina proportione* adlı eserinin 1509 yılı nüshasından, 12 eşkenar beşgen ve 20 eşkenar üçgenden yapılı, yarı-düzgün bir geometrik çokyüzlünün ("ikozidodekahedron") Leonardo da Vinci tarafından yapılmış çizimi.

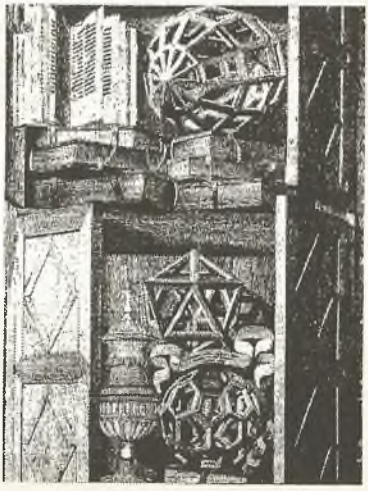
Johannes Kepler (1571-1630), gençliğinde gelirini artırmak için hava tahminlerinde bulunmuş; prenslerin gelecekleri, köylü ayaklanmaları ya da Türk saldırıları konusunda geleceğe ilişkin haberler verdiği astrolojik takvimler hazırlamıştır. Arşimedsel cisimler sistematik olarak ilk kez Kepler tarafından araştırılmış ve Kepler, dışbükey olmayan iki çokyüzlü ("Keplersel yıldız çokyüzlüler") daha bulmuştur. Kepler, 1596 yılında yayınladığı *Mysterium Cosmographicum* (Kozmografyanın Gizleri) adlı kitabında yaşamı boyunca yaptığı çalışmaları ve matematiksel gizemleri açıklamıştır (ŞEKİL 100-102).[112]



ŞEKİL 100. Johannes Kepler'in *Mysterium cosmographicum*'undan, gezegenlerin yörüngelerini açıklamak üzere tasarlanmış, herbiri birer yarımkürenin içine yerleştirilmiş Platonsal beş yetkin cisim olarak dıştan içe doğru küp (altıyüzlü, hekzahedron), dörtyüzlü (üçgen piramit, tetrahedron), onikiyüzlü (dodekahedron), yirmiyüzlü (ikozahedron) ve sekizyüzlü (oktahdron). Buna göre Satürn küresi kübü, o da Jüpiter küresini çevrelemekte; Jüpiter küresinin içinde dörtyüzlü bulunmakta ve sıralama böyle sürüp gütmektedir. Bu kürelerin geometrik oranları ile Kopernicus tarafından hesaplanan, gezegenlerin birbirlerine uzaklık oranları arasında oldukça iyi bir uyum bulunmaktadır (Johannes Kepler, *Mysterium cosmographicum*, 1660). [90]



ŞEKİL 101. Kepler'in *Harmonica mundi* (Linz, 1619) adlı eserinden çeşitli çokyüzlüler: Resmin sağ orta kısmında yer alan ve üzerlerinde onları niteleyen uygun motifler bulunan beş Platonsal cisim, dört yersel element olan Hava, Ateş, Toprak ve Su ile beşinci (göksel) element olan Esir'i (Eter) göstermektedir.[113]



ŞEKİL 102. Verona / Organo'da bulunan Santa Maria Kilisesi'nde, Fra Giovanni'nin yapımı olan ahşap kakma çokyüzlü modellerinden örnekler.[111]

Bir düzgün çokyüzlünün herhangi iki noktasını birleştiren doğru parçası, Platonsal cisimlerde olduğu gibi bu çokyüzlünün ortasında kalıyorsa, buna "dışbükey (konveks) çokyüzlü" denir. Euler, düzgün çokyüzlülerde [tetrahedron, oktahedron, hekzahedron (küp), dodekahedron, ikozahedron] ve farklı şekildeki çokgenlerin bir araya getirilmesiyle oluşturulan "yarı-düzgün çokyüzlü"lerde (kesik hekzahedron, kesik dodekahedron, kesik ikozahedron, rombiküboktahedron, ikozidodekahedron vb.) yüzey sayısı (Y), ayrıt sayısı (A) ve köşe sayısı (K) arasındaki ilişkiyi de vermiştir: [33]

$$Y + K = A + 2$$

Buna göre düzgün çokyüzlülerle ilgili olarak aşağıdaki çizelge verilebilir:

DÜZGÜN ÇOKYÜZLÜ	YÜZEY SAYISI (Y)	KÖŞE SAYISI (K)	AYRIT SAYISI (A)
Dörtyüzlü	4	4	6
Küp (Altıyüzlü)	6	8	12
Sekizyüzlü	8	6	12
Onikiyüzlü	12	20	30
Yirmiyüzlü	20	12	30

Düzgün çokyüzlüler, her bir yüzü oluşturan ayrıt sayısı "p" ve her bir köşede birleşen ayrıt sayısı "q" olmak üzere, "Schlaefli simgesi" denilen ve matematikçi ve hümanist Ludwig Schlaefli'nin (1814-1895) adıyla anılan {p, q} kodları şeklinde de gösterilmektedir ve bunlarda ayrıca K q = Y p = 2 A bağıntısı geçerlidir:

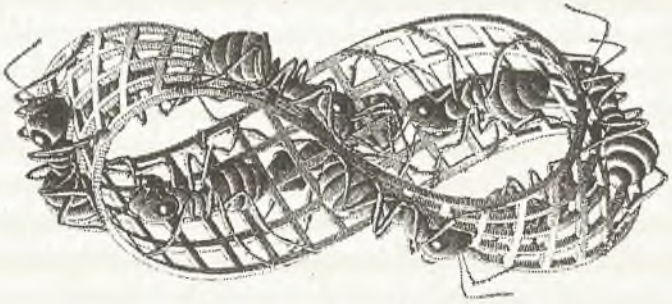
Düzgün dörtyüzlü	{3, 3}
Düzgün altıyüzlü (küp)	{4, 3}
Düzgün sekizyüzlü	{3, 4}
Düzgün onikiyüzlü	{5, 3}
Düzgün yirmiyüzlü	{3, 5}

Dışbükey çokyüzlülerin yüzlerini oluşturan düzlemlerin uzatılarak kesiştirilmeleri ya da yüzlerinin dışa doğru piramitler oturtulması yoluyla "yıldız çokyüzlü" denilen yeni çokyüzlüler

oluşturulabilir. Böyle yıldız çokyüzlülerden ikisi, 1619'da Kepler tarafından, bir başkası 1809'da matematikçi Louis Poinsot (1777-1859) tarafından keşfedilmiştir. Gerek dışbükey gerekse yıldız çokyüzlüler, ünlü sanatçı ve bilim adamı Maurits Cornelis Escher'in (1898-1972) resimlerinde çokça yer almaktadır.

Möbius Şeridi

1865 yılında kendi adıyla anılan şeridin bulucusu Alman matematikçi August Ferdinand Möbius (1790-1868), 1815 yılında Leipzig'de astronomi profesörü olmuş bir bilim adamıdır. Möbius şeridi, düz bir şeridin bir ucunu 180° döndürüp diğer uca yapıştırmakla elde edilir. Otomobillerin vantilatör kayışları ya da başka mekanik aletlerin kayışları olarak kullanılan Möbius şeritleri, eski tip kayışlarla karşılaştırıldığında, daha düzgün bir biçimde yıprandıkları için, sanayiyi de yakından ilgilendirmektedir (ŞEKİL 103). Möbius şeridinin bir yerinden başlayıp uzunlamasına aynı yönde giderek ve elimizi hiç kaldırmadan boyarsak, sonunda şeridin üzerinde (önünde ve arkasında!) boyanmamış hiçbir noktanın kalmadığını görürüz ve bu bağlamda Möbius şeridinin, tek bir yüzü olduğu söylenebilir. Boyama işini şeridin bir tarafından yeşil, diğer tarafından kırmızı boya ile aynı anda yürütürsek, kırmızı kalemin yeşilin başladığı noktaya, yeşil kalemin de kırmızının başladığı noktaya ulaştığını görürüz.



ŞEKİL 103. M. C. Escher: "Möbius Şeridi-II" (1963): Bu şerit üzerinde yürüyen bir karınca, şeridin kenarını aşmaksızın diğer tarafa geçebilir, çünkü burada tek yüzey ve tek kenar vardır; karınca kenarı aşmadan, şerit üzerinde hep uzunlamasına yürürse, başladığı noktaya ulaşır.

Doğada Minimum Yasası

Eşit alanlı geometrik yüzeylerin, çevresi en küçük olandan en büyüğe doğru sıralaması daire, altıgen, beşgen, kare ve üçgen şeklindedir. Bal peteği altıgenlerden oluşur, böylece daha az balmumu kullanılmış ve daha az iş yapılmış olur (ancak arı bu altıgen şekli bilinçli olarak biçimlendirmez; sınırlı bir alanda bir sonraki sıraya yarım birim kaydırılarak dizilen küresel damlacıklar, birbirleri ile temas ettikleri noktalarda kendiliklerinden altıgen şekil alırlar). Benzer şekilde, eşit hacimli geometrik cisimler arasında dış yüzey alanı en küçük olan, küredir (Yağmur damlası niçin kureseldir?).

Eskiçağ'ın En Ünlü Üç Problemi

Eski Yunanlılar, ne zaman geometrik bir çizimden söz edilse, pergel ve cetvelle yapılan çizimleri anlıyorlardı. Oysa basit bir çizimle yalnızca doğru çizgi ve çember çizilmekle kalınmaz, birbirine yakın iki noktayı sabitleyerek bir elips de çizilebilir.

Eskiçağ'da yalnızca pergel ve cetvel kullanılarak çözülemeyeceği kabul edilen çizimler şunlardı:

- Bir açıyı üç eşit parçaya bölmek,
- Bir kübün hacmini iki katına çıkarmak ("Delos problemi" olarak da bilinir) (Hacmi $2a^3$ olan kübün kenarı: $a\sqrt[3]{2}$),
- Bir daireyi kareleştirmek (Ar. " *terbi-i daire* "); yani alanı verilen bir dairenin alanına eşit olan karenin kenarını bulmak ($x^2 = \pi r^2$, $x = r\sqrt{\pi}$).

Bunlardan ilk ikisinin olanaksızlığı, 1837'de Fransız matematikçi Pierre-Laurent Wantzel (1814-1848) tarafından kanıtlanmıştır. Üçüncü sorunun çözümüne kendisini kaptıranların atası, Eski Yunanlı bilgin Klazomenai'li (Urla'lı) Anaksagoras'tır (İÖ 500-428). Matematik tarihi, kendini bu uğraşa adayan matematikçilerin ve amatörlerin adlarıyla dolu

olup hepsi de düş kırıklığı ile sonuçlanmıştır. Bu konuda en büyük düş kırıklığını, 18. yüzyılda daireyi kare yaptığını ilan eden ve yönteminin yanlışlığını bulana çok yüklü bir tazminat ödeyeceğini vaat eden Sieur Mathulon yaşamış ve yanlışını bulana mahkeme huzurunda bu parayı ödemiştir. 18. yüzyıl sonlarından itibaren dairenin kare yapılmasının olanaksızlığı matematikçilere egemen olmuş, 1775 yılında Paris Bilimler Akademisi devr-i daim makinesi projeleri ve açıyı pergel ve cetvel kullanarak üçe bölme yöntemlerinin yanı sıra daireyi kare yapma yöntemlerini de artık incelememe kararı almıştır. 1775'te Euler, 1794'te ise Adrien-Marie Legendre (1752-1833), π'nin belki de cebirsel bir sayı olmadığına, dolayısıyla aşkın (transandantal) bir sayı olması gerektiğine ilişkin inançlarını belirtmişlerdir. İrrasyonel sayıların kimileri cebirseldir, kimileri de cebirsel değildir (örneğin $\sqrt{2}$ sayısı, $x^2 - 2 = 0$ denkleminin kökü olup cebirseldir). Denklemde bilinmeyenin yerine konduğunda eşitliği sağlayan değere, o denklemin kökü denir. Cebirsel bir denklemin kökü olmayan sayılara ise aşkın sayılar denir ve eğer π sayısı aşkın bir sayı ise, daire, kareye dönüştürülemez. π'nin aşkın bir sayı olduğu 1882 yılında Alman matematikçisi Lindemann tarafından kanıtlanmıştır. [13]

Çeşitli Tabanlarda Sayı Sistemleri

Gottfried Wilhelm Leibniz'in sayı sisteminde yalnızca iki işaret bulunmaktaydı: 0 ve 1. Bunda iki sayısı "10" diye yazılır (bir ikilik ve sıfır birlik); üç sayısı "11" diye yazılır (bir ikilik ve bir birlik); dört sayısı "100" diye yazılır (ikili ikilik) vb. İlkenin olağanüstü basitliği, yazılmasındaki güçlük nedeniyle gölgelendiyse de bilgisayar dilinde bu sistemden yararlanılmaktadır.

Onluk sistemde, örneğin 485 sayısı:

$$[(4 \times 100) + (8 \times 10) + (5 \times 1)]$$

ya da

$$[(4 \times 10^2) + (8 \times 10^1) + (5 \times 10^0)]$$

biçiminde yazılabilir; yani onlu sayı sisteminde bir sayının çeşitli basamaklarında yer alan rakamlar, bulundukları konuma bağlı olarak 10'un çeşitli kuvvetleri olarak değer alırlar. İkili (İng. "*binary*") sayı sisteminde taban olarak 2 kullanılır. Onlu sistemdeki 1'den 10'a kadar olan sayıların ikili sistemdeki karşılıkları (en sağda koyu rakamlarla) şöyledir:

$0 = 0 = (\mathbf{0} \times 2^0) <=> \mathbf{0}$
$1 = 1 = (\mathbf{1} \times 2^0) <=> \mathbf{1}$
$2 = 2 + 0 = (\mathbf{1} \times 2^1) + (\mathbf{0} \times 2^0) <=> \mathbf{10}$
$3 = 2 + 1 = (\mathbf{1} \times 2^1) + (\mathbf{1} \times 2^0) <=> \mathbf{11}$
$4 = 4 + 0 + 0 = (\mathbf{1} \times 2^2) + (\mathbf{0} \times 2^1) + (\mathbf{0} \times 2^0) <=> \mathbf{100}$
$5 = 4 + 0 + 1 = (\mathbf{1} \times 2^2) + (\mathbf{0} \times 2^1) + (\mathbf{1} \times 2^0) <=> \mathbf{101}$
$6 = 4 + 2 + 0 = (\mathbf{1} \times 2^2) + (\mathbf{1} \times 2^1) + (\mathbf{0} \times 2^0) <=> \mathbf{110}$
$7 = 4 + 2 + 1 = (\mathbf{1} \times 2^2) + (\mathbf{1} \times 2^1) + (\mathbf{1} \times 2^0) <=> \mathbf{111}$
$8 = 8 + 0 + 0 + 0 = (\mathbf{1} \times 2^3) + (\mathbf{0} \times 2^2) + (\mathbf{0} \times 2^1) + (\mathbf{0} \times 2^0) <=> \mathbf{1000}$
$9 = 8 + 0 + 0 + 1 = (\mathbf{1} \times 2^3) + (\mathbf{0} \times 2^2) + (\mathbf{0} \times 2^1) + (\mathbf{1} \times 2^0) <=> \mathbf{1001}$
$10 = 8 + 0 + 2 + 0 = (\mathbf{1} \times 2^3) + (\mathbf{0} \times 2^2) + (\mathbf{1} \times 2^1) + (\mathbf{0} \times 2^0) <=> \mathbf{1010}$

Benzer şekilde ikili sistemdeki 111010 sayısının onlu sistemdeki karşılığı 58'dir:

$(1 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0)$
$= 32 + 16 + 8 + 0 + 2 + 0 = 58$

Bir sayının hangi tabanda yazıldığı konusunda karışıklık çıkmasını önlemek amacıyla, gerek görüldüğünde, onluk sistem dışındaki sayıların tabanı, altsimge durumunda o sayının yanına yazılır. Örneğin:

$5 = 101_2$; $58 = 111010_2$.

İkili sayı sisteminden başka sekizli ve on altılı sayı sistemleri de bilgisayar açısından önemlidir. Buna göre örneğin 1703_8 için açılım:

$$(1 \times 8^3) + (7 \times 8^2) + (0 \times 8^1) + (3 \times 8^0)$$

şeklinde olup bunun onlu sistemdeki değeri:

$$512 + 448 + 0 + 3 = 963$$

olur. On altı tabanlı sistemde ise 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A (10), B (11), C (12), D (13), E (14) ve F (15) sayı simgelerinden yararlanılır. On altılı sayı sisteminde, örneğin $5E4_{16}$ sayısı, açık olarak

$$(5 \times 16^2) + (14 \times 16^1) + (4 \times 16^0)$$

biçiminde yazılabilir ve onlu sistemdeki eşdeğeri

$$1280 + 224 + 4 = 1508$$

olur.

Dört Renkli Harita Teoremi

Bu teorem, bir düzlem üzerine çizilen her haritanın, birbirine komşu iki yörenin farklı renklerde olması koşuluyla, dört renk kullanılarak boyanabileceğini bildirir. Yani, herhangi bir haritada gerçek ya da hayalî ülkeleri, iki komşu ülke aynı renk olmayacak şekilde boyamak için, dört renk yeterlidir. Bu teorem, 1976 yılında Illinois Üniversitesi'nden Kenneth Appel (doğ. 1932) ve Wolfgang Haken (doğ. 1928) tarafından yüksek hızlı üç bilgisayarla 1000 saati aşkın bir süreyle çalışma sonunda kanıtlanabilmişti. Onların yaptıkları, olası tüm haritaların, aslında bilgisayarların en fazla dört renk kullanarak boyayabildiği 1500 temel durumun çeşitlemeleri olduğunu göstermekti. Ancak ünlü matematikçi Paul Erdös (1913-1996), *"İspatın doğru olduğunu sanıyorum; yine de güzel değil.* (Bilgisayar kanıtı yerine) *Neden dört rengin yeterli olacağını anlamayı sağlayan bir ispatı buna yeğlerdim"* demiştir.[15]

Asal Sayılar Üzerine

2 dışında hiçbir çift sayı asal değildir. Her doğal sayı (1, 2, 3... gibi sayma sayıları) yalnızca tek bir şekilde asal çarpanlarla ifade edilebilir. Örneğin 30 = 2 x 3 x 5. Otuz sayısı başka asal çarpanlarla ifade edilemez. Öyleyse sayıyı verdiğiniz zaman asal çarpanları, asal çarpanları verdiğiniz zaman sayıyı belirlemiş olursunuz.[13]

Çok yoksul bir yaşam sürmüş olan Christian Goldbach (1694-1764), 1742 yılında, 2'den büyük her çift sayının, iki asal sayının toplamı olduğu varsayımını ortaya attı:

4 = 2 + 2
6 = 3 + 3
8 = 5 + 3
10 = 5 + 5
12 = 7 + 5
14 = 7 + 7

Bilgisayarların yardımıyla 20. yüzyıl matematikçileri, 100 milyona kadar olan çift sayıların, iki asal sayının toplamı olduğunu gösterdilerse de Goldbach'ın bu masum görünüşlü basit önermesinin evrensel olarak doğru olduğunu kanıtlayamadılar. Benzer şekilde, bilgisayar araştırmaları pek çok "ikiz asal sayı" (ikisi de asal olan ardışık tek sayı çifti) açığa çıkardılar: (3 ve 5), (5 ve 7), (11 ve 13), (71 ve 73), (1 000 000 000 061 ve 1 000 000 000 063). Sayı kuramcıları, asal sayılar gibi, ikiz asalların kaynağının da tükenmez (sonsuz) olduğuna inanıyorsa da hiç kimse bunu kanıtlamayı başaramamıştır. Daha derin bir konu olarak, hiç kimse, bir asal sayının bir sonrakinden ne kadar uzakta olduğunu söylemenin bir yolunu da bulamamıştır.[15]

Asal sayılar arasındaki boşlukların belli bir modele bağlı olmaması, 1980'lerde birkaç yıl boyunca İran'da tek başına hapsedildiğinde, gazeteci Roger Cooper için bir eğlence aracı oldu: *"İngiliz ajanı olduğumu itiraf etmeyi reddettikten sonra, sürekli gözlerim kapalı, şamarlar ve yumruklarla geçen sorgulamaların*

arasında, kitaplar olmaksızın kendimi oyalayıcı şeyler bulmaya çalıştım. Ekmek parçalarından bir tavla seti yaptım ve Romen rakamları üzerine kurulu bir matematik sistemi geliştirdim, ancak sıfırım bir elma çekirdeğiydi. Portakal çekirdekleri birler, erik çekirdekleri beşlerdi ve onlar ve yüzler ise durumsaldı (konumsal). Bu, 5000'e kadar tüm asal sayıları hesaplamamı sağladı. Bunları kapının açıldığı yere yazdım ve görünüşlerindeki anormallikler hakkında kestirimlerde bulundum". [15]

Gauß Üzerine

Bir duvar ustasının oğlu olarak dünyaya gelen Alman matematikçi, astronom, jeodezist ve fizikçisi Carl Friedrich Gauß (30.04.1777 Braunschweig – 23.02.1855 Göttingen), Arkhimedes ve Newton'ın yanı sıra tüm zamanların en iyi matematikçilerinden biri ve gerçek bir dâhi olarak kabul edilir. Ailenin tek çocuğu olarak dünyaya gelmiştir. 1796 yılında, Antikçağ'dan, Eukleides'ten beri üzerinde bir gelişme sağlanamayan bir konu olarak bir pergel ve cetvel yardımıyla düzgün 17-gen çizebilmeyi gerçekleştirince, matematik öğrenimi görmeye karar vermiştir. Çocukken hesap yapmayı, konuşmadan önce öğrendiğini söylemiştir. 1791 yılında kendisine bir logaritma cetveli armağan edildiğinde, kısa sürede tüm logaritma değerlerinin ilk ondalık sayılarını ezberleyebilmiştir. 1795 yılında Braunschweig dükü Ferdinand'ın desteğiyle Göttingen Üniversitesi'ne girmiştir. 1799'da "cebirin temel problemi" olarak bilinen ve "n'inci dereceden bir cebirsel denklemin tam n tane kökü vardır" şeklinde ifade edilebilen teoremi kanıtlayarak doktora derecesi almıştır. Gauß, sayılar teorisi, diferansiyel geometri, matematiksel fizik ve astronomiye katkıları başta olmak üzere matematiğin her dalında ürün vermiştir. 1801'de matematiğin temel teoremi olarak "her doğal sayı, asal sayıların çarpımı olarak bir ve yalnız bir şekilde gösterilebilir" olgusunu bulmuştur. Gauß'a göre *"Matematik, bilimlerin kraliçesi; aritmetik ise matematiğin kraliçesi"*dir. Gauß, yerin manyetik alanı üzerinde de çalışmalar yapmış, bu amaçla üniversitede bir gözlemevi

kurmuş, çeşitli ölçüm aletleri geliştirerek jeodezik ölçümler yapmış, çeşitli gezegenlerin yörüngelerinin hesaplanması konusunda yöntem geliştirmiş ve yerin manyetik kutuplarının yerlerini saptamıştır. Bu konudaki çalışmaları nedeniyle, onun adı, manyetik akı yoğunluğu birimine "Gauß" denmesiyle onurlandırılmıştır. [13] Onun portresinin basılı olduğu bir anı madalyasının üzerinde kral tarafından kendisine verilen *"Mathematicorum Princeps"* ("Matematikçilerin Prensi") unvanı yer almaktadır. Gauß, yaklaşık olarak yarım yüzyıl boyu Göttingen'de gözlemevi müdürü ve astronomi profesörü olarak çalışmış ve geç yaşlarında jeodezi ve fiziğe yönelmişse de gerçekte matematikçidir (ŞEKİL 104). Bu çerçevede jeodezik çalışmalardan geometrinin temellerine ve diferansiyel geometriye varıncaya dek çeşitli konular arasında saf matematiksel çapraz bağlantılar kurmuştur. Matematik konusundaki temel eseri, *Disquisitiones arithmeticae* (Aritmetik Tartışmaları) (1801) başlığını taşır. Çalışmalarının büyük bölümünü yayımlamamış olup matematik konularını sürekli olarak işlediği günlükleri ölümünden sonra 1898'de ortaya çıkmış ve değerlendirilmiştir.



ŞEKİL 104. Carl Friedrich Gauß, Göttingen Gözlemevi'nin terasında (E. Ritmüller'in litografı).

Gauß, "en küçük kareler yöntemi"ni ve bunun uzantısında istatistiksel dağılım gösteren verilerin uyduğu "normal dağılımı / normal hata dağılımı" ve bu dağılımı belirleyen çan eğrisini ("Gauß eğrisi") ortaya koyan kişi olup bu eğri hâlâ istatistik ve olasılık hesaplarında kullanılmaktadır. Bolyai ve Lobachevski tarafından Öklid-dışı geometrilerin ortaya konmasından önce, Öklid'in paralel aksiyomunun savunulamayacağını farketmişse de bunu açıklamaktan kaçınmıştır. Matematikte onun adını taşıyan çok sayıda kavram ve yöntem bulunmaktadır. Sayılar arasında beklenmedik bağlantılar kurma konusunda ustaydı. 10 yaşındayken, bir gün matematik öğretmeni, çocuklardan, 1'den 100'e kadar olan sayıların toplamını bulmalarını istedi. Birkaç saniye sonra Gauß, ayağa kalktı, cevabı gösteren işlem sonucunu (5050), öğretmenin masasının üzerine koydu ve yerine oturdu. Çözüm yöntemi şöyleydi:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 97 + 98 + 99 + 100$$
$$100 + 99 + 98 + 97 + \ldots + 4 + 3 + 2 + 1$$

Gauß, bu sayıları dikey yönde ikişer ikişer toplayarak her biri 101'e eşit 50 çift sayı düzenine sokmuştu ve sonuç, $101 \times 100/2 = 5050$ [yani, $n(n+1)/2$] idi. Gauß bu hesabı kafadan yapmıştı.[15]

Gauß tarafından verilen garip görünümlü

$$\text{Sayı} = \Delta + \Delta + \Delta$$

eşitliği, bütün pozitif sayıların üç adet "üçgen sayının" toplamı olarak ifade edilebileceğini gösterir. Bir kâğıt parçası üzerindeki üç nokta, bir üçgenin köşelerini gösterir. Benzer biçimde, altı nokta ile (ilki bir, ikincisi iki, üçüncüsü de üç nokta içeren üç satır halinde düzenlendiğinde) ya da dört noktalı bir çizginin tabanı oluşturduğu bir düzenlemede on nokta ile de bir üçgen tanımlanabilir. Sıfırdan başlayarak her terimi, sırayla, tam sayı dizisinin sayıları (yani 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...) kadar artan dizinin

sayıları (yani 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...), "üçgen sayılar" olarak adlandırılır ve bu dizi sonsuza kadar devam eder. Yukarıdaki denklemin doğrulaması, şu örneklerden anlaşılabilir: 7 = 3 + 3 + 1; 16 = 10 + 6 + 0.

Euler Üzerine

Tarihin en üretken matematikçilerinden biri olan ve İsviçre'nin Basel kentinde doğan Leonhard Euler (1707-1783), Basel Üniversitesi'nden 16 yaşında mezun olduktan sonra Rus Çariçesi I. Katherina'nın (1684-1727) St. Petersburg'da kurduğu akademide 1727 yılında çalışmaya başladı. Burada güneşi gözleyerek zamanın duyarlı bir biçimde saptanması üzerine çalışmalar yaparken, güneşe çok uzun süreler bakması nedeniyle 1738 yılında (31 yaşında) sağ gözünü kaybetti. 1741'de Berlin'e gitti ve 1766 yılına dek orada Bilimler Akademisi'nde kaldı. 1766'da yeniden St. Petersburg'a dönen Euler, o yıl katarakt nedeniyle diğer gözünü de kaybetti. İki gözünü de kaybeden Euler yaşamının sonuna dek burada kaldı ve matematikteki en verimli çalışmalarını bu dönemde gerçekleştirdi. Euler, matematik tarihinin en üretken kişilerinden biri olup yaşamı boyunca sayılar teorisinden diferansiyel denklemlere, diferansiyel denklemlerden mühendislik problemlerine kadar uzanan toplam 30 bin sayfayı aşan 800'ü aşkın makale yayımlamıştır. Euler aynı zamanda günümüzde kullandığımız matematiksel simgelerin çoğunun isim babası olup onların kullanımını popülerleştirmiştir. Bunların arasında π (dairenin çevresinin çapına oranı), e (doğal logaritma tabanı), i (birim sanal sayı $\sqrt{-1}$), Σ (toplam simgesi) ve f(x) (fonksiyon) simgeleri sayılabilir.[13]

18. yüzyılın en önemli matematikçisi olan Euler, matematiğin çok çeşitli alanlarını kapsayan çalışmalarına ek olarak varyasyonların kalkülüsü ve diferansiyel geometri dallarını geliştirmiş; kalkülüsün olanaklarını sayılar kuramına, diferansiyel denklemlere ve mühendislik problemlerine uygulamış ve bilimsel çalışmalarının yayımı ölümünden yıllar sonraya kadar

sürüp gitmiştir. Euler'in, kesin uzunluklarını kullanmaksızın nesnelerin betimi için, günümüzde "topoloji" olarak adlandırılan "*analysis situ*"yu görebildiği söylenmektedir.

Çoğu matematikçi, matematiğin şıklığından, zarifliğinden ve içsel esetiğinden söz etmiş, basitlik ve genelliğe değer vermiş ve zeki bir kanıtta güzellik bulunduğunu belirtmiştir. Geç dönem matematikçileri tarafından en önemli beş matematiksel terimi (0, 1, π, e, i) içerdiği için "en estetik formül" olarak seçilen ve Euler'in, zarifliği, hiyeroglifsel güzelliği ve sadeliği ile daha çok gizemcilere çağrı yapan formülü şudur:

$$e^{i\pi} + 1 = 0.$$

Euler "sihirli kareler"le de ilgilenmiştir. Euler'in aşağıda verilen 8'li sihirli karesinde her satır ve sütunun toplamları 260 olduğu gibi, satır ve sütunların yarılarının toplamları da 260'ın yarısı olarak 130 etmektedir. Daha da ilginç olan bir özelliği ise, satranç tahtası düzenindeki bu sihirli karede bir numaralı kareden hareket eden bir at –satrançta yalnız L harfi biçiminde, yani iki ileri bir yana hareket eder- sırayla bütün sayılara erişerek kareyi tamamlayabilmektedir.[20]

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

Bir doğru üzerinde olmayan üç noktayı birleştirerek bir üçgen çizelim. Üç yüksekliği çizdiğimizde bunların aynı noktada kesiştiği gözlenir. Üç kenarortay ve üç açıortay da aynı noktalarda kesişirler. Öte yandan, kenarların orta noktalarından bir çember geçirelim. Yüksekliklerin ayakları, ayrıca da yüksekliklerin kesişim noktasını köşelere birleştiren doğru parçalarının orta noktaları da aynı çember üzerinde yer alır. Bu çembere "Euler'in dokuz nokta çemberi" denir. Euler'den sonra, aynı çember üzerinde 22 özel noktanın daha bulunduğu belirlenmiştir. [13]

Euler, düzgün çokyüzlülerde yüzey sayısı (Y), ayrıt sayısı (A) ve köşe sayısı (K) arasındaki

$Y + K = A + 2$

bağıntısını da vermiştir.

Fermat'nın Son Teoremi

Bu problemin öyküsü, Pythagoras'a dek geri uzanır. Pisagor teoreminin bilinen en yaygın sayısal biçimi, $3^2 + 4^2 = 5^2$ şeklindedir. İskenderiye'li Diophantos, 3-4-5'in bu özelliği sağlayan tek tamsayı üçlüsü olmadığını, bu şekilde sonsuz sayıda tamsayı üçlüsü bulunabileceğini gösterdi: $5^2 + 12^2 = 13^2$; $8^2 + 15^2 = 17^2$; $7^2 + 24^2 = 25^2$; vb. Bu tür tamsayı üçlülerine "Pythagoras üçlüleri", üç kenarı da tamsayı olan üçgenlere ise "Pythagoras üçgenleri" denir. [13]

Fransız matematikçi Pierre de Fermat (1601-1665), buluşlarını yayınlamayı savsaklayan, düzenli not tutmayan, kitap-ların kenarlarına acele notlar alan, buluşlarını arkadaşlarına alelade mektuplarla bildiren savruk bir kişiydi. Onun bu tutumu, analitik geometrinin kurucusu olarak Descartes'ın, diferansiyel hesabın başlatıcısı olarak da Newton'ın ön plana çıkmasına yol açmıştır. [13] 1621 yılı dolayında yeni baskısı yapılan Diophantes'in *Arithmetika* adlı eseri Fermat'nın eline geçer. Diophantos'u okuduktan sonra, 1637 yılında Pisagor teoremi ($a^2 + b^2 = c^2$) üzerinde kafa yorarken, bu denklemin 2'den büyük üsler için de tam sayı çözümleri olup olmadığını

merak eder. Başka bir deyişle, $x^3 + y^3 = z^3$ ya da $x^4 + y^4 = z^4$ ve hattâ $x^{707} + y^{707} = z^{707}$ denklemini sağlayabilen üçlüler var mıdır? Fermat, beklenmedik bir iddia ile, 2'den büyük diğer tüm üsler için mutlak olarak hiçbir çözüm bulunmadığını öne sürer. Fermat, Diophantes'in *Arithmetika* adlı kitabının kendindeki kopyasının kenarına bir not düşer. Bu notta Fermat, eğer n, 2'den büyük bir tamsayı ise, $a^n + b^n = c^n$ eşitliğinin sağlanamayacağını belirterek şunları yazar: *"Bir küpün, diğer iki küpün toplamı, ya da bir dördüncü kuvvetin, diğer iki dördüncü kuvvetin toplamı, ya da genel olarak ikiden daha büyük olan herhangi bir kuvvetin, aynı kuvvetten ikisinin toplamı olarak ifade edilmesi imkansızdır"*. Ayrıca yanına şu notu da ekler: *"Bu iddianın son derece güzel bir kanıtını buldum, ama şu kitap sayfasının kenarındaki boşluk, onu yazmaya yetmeyecek kadar dar"*. Bu teorem daha sonra, matematikçiler arasında büyük bir merak uyandırır ve nesiller boyu bir sürü matematikçi, bunun kanıtlanması üzerinde çalışır. Euler, Lagrange ve Riemann gibi büyük matematikçiler bu konuda çalışırlarsa da başaramazlar. 1908 yılında bilim ve sanat koruyucusu Dr. Wolfskeol, bilmecenin tam çözümünü bulacak olana 100 bin Mark vermeyi vaat eder. 1993 yılında İngiliz matematikçi Andrew Wiles (doğ. 1953), kendi odasında tek başına yıllar boyu çalışarak "Fermat'nın Son Teoremi"nin çözümsüz olduğunu 108 sayfa süren bir makalede kanıtlar. Ancak geriye bir tek soru kalır: "Acaba Fermat, -sayfa kenarında daha fazla yeri olsaydı- teoremin kanıtını yazabilir miydi?". [15, 114]

Olasılık, İstatistik ve Kaos Üzerine

Olasılık biliminin kumarbazlık güdüsüyle geliştirildiği söylenegelmiştir. Kumarbaz bir babanın oğlu ve kendisi de kumara eğilimli olan Geronimo Cardano, kumarbazlık deneyimlerine dayanarak şans ve olasılık gibi çok çeşitli konulara önem vermiş ve bu konuda *Liber de ludo aleae* (Zar Oyunları Kitabı) adlı bir yapıt da kaleme almıştır. Öte yandan kumarbaz Chevalier de Mere'in (1607-1685) önerisi üzerine Blaise Pascal, olasılıklar

kuramını geliştirmiş, elli iki kağıt, tavla zarları vb. ile ilgili oyunların olasılıklarını incelemiştir. Pascal ile Fermat'nın olasılık kuramı konulu yazışmalar yaptığı bilinmektedir. Ünlü Hollanda'lı fizikçi Christiaan Huygens (1629-1695), olasılık hesabına ilişkin son derece etkili *De ratiociniis in ludo aleae* (Zar Oyunu Üzerine Kurgulamalar) adlı eserini 1656'da yayınlamıştır. Olasılık bilimine katkı koyanlardan biri de, Fransa'nın çok sayıda bilim adamı vererek bir hanedan oluşturmuş ünlü Bernoulli ailesi üyelerinden matematikçi Daniel Bernoulli'dir (1700-1782).

Pascal üçgeni, olasılıkların matematiksel analizinde de kullanılmaktadır. Kareli toplam teriminin açılımındaki $[(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2]$ {1-2-1} katsayıları, iki kez para atıldığında olasılıkların permütasyon sayılarını (iki kez "tura" çıkması 1 olasılık, biri "tura" diğeri "yazı" çıkması 2 olasılık ve iki kez "yazı" çıkması ise 1 olasılık) gösterir. Benzer şekilde küplü terimin açılımındaki $[(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3]$ {1-3-3-1} katsayıları, üç kez para atıldığında çıkabilecek olasılık sayılarını (üç kez "tura" çıkması 1 olasılık, iki kez "tura" bir kez de "yazı" çıkması 3 olasılık, bir kez "tura" iki kez "yazı" çıkması 3 olasılık ve üç kez "yazı" çıkması ise 1 olasılık) vermektedir. [19]

Birden dokuza kadar bütün rakamlardan, her rakamı bir kez kullanmak suretiyle kaç tane dokuz basamaklı sayı elde etme olasılığı vardır? Her bir olasılığı kâğıda yazarak bu sayı bulunmak istenirse en az altı ay gibi uzunca bir süre gereklidir. Bu problem, ilk rakamın dokuz değişik biçimde seçilebileceği göz önüne alınarak birkaç dakika içinde çözülebilir. Bundan sonra, ikinci rakam için de sadece sekiz, üçüncü için de sadece yedi seçenek vardır ve bu böyle devam eder. Sonuçta toplam olarak $9! = 9x8x7x6x5x4x3x2x1 = 362\ 880$ farklı dokuz basamaklı sayı yazılabilir. [115]

20. yüzyılda doğa bilimlerinin insan bilgisine yaptığı en büyük katkılardan biri, belki de en büyüğü, doğal olayların önceden istenilen herhangi bir ayrıntıyla kestirilebilmelerinin mümkün olmadığını göstermiş olmasıdır. Bu konuda akla

hemen Werner Heisenberg'in (1901-1976) belirsizlik ilkesi, Niels Bohr'un (1885-1962) tamamlık ilkesi ve Erwin Schrödinger'in (1887-1961) kuantum ilkesi geliverir. Einstein, bunların üçünün de bilgi eksikliği sonucu ortaya çıkan durumlar olduğunu, daha fazla bilebilseydik bu tür istatistiksel kuramlara gereksinim duymayacağımızı öne sürmüştür. Buna karşılık Schrödinger ve genç fizikçiler kuşağı, Einstein'a, kuantum eşitliklerinin doğaları itibarıyla istatistiksel sonuçlar doğurduklarını, bunun gözlem eksikliği ile bir ilgisinin bulunmadığını, doğanın bizzat kendisinin bu şekilde çalıştığını ileri sürmüşlerdir. Bu konuda Einstein'ın yanıtı ise ünlüdür: *"Der Herrgott würfelt nicht!"* (Tanrı zar atmaz!). Einstein, doğanın anlaşılabilir olmasının, aslında en anlaşılamaz yanı olduğunu öne sürüyor, biz hiç bir zaman bilemesek bile evrenin anlaşılabilir bir bütün oluşturması gerektiğini düşünüyordu. Doğaldır ki bu, dinsel metafizik bir inançtır ve en iyi yanı da insanı sürekli anlaşılabilir ilişkiler ve süreçler bulmaya dürtmesidir.

Pierre Simon Laplace (1749-1827), 1812 yılında *Theorie analytique des probabilites* (Olasılıkların Analitik Kuramı) adlı büyük yapıtında, olasılık konusundaki tüm gelişmelerin bir sentezini sunmuş ve bu eser uzun yıllar boyunca kaynak eser olarak kullanılmıştır. Laplace'a göre olasılık, hesaplamalara indirgenmiş sağduyu idi. Newton'ın en büyük zaferini oluşturan ve Laplace'ı bilimsel falcılığa özendiren "geleceğin hesaplanabilmesi" niteliği, yalnızca kuramsal açıdan olanaklıydı ve gerçek yaşamda ancak belirli sınırlar içinde uygulanabilirdi. Bunun nedeni, hiçbir doğal olayın başlangıç koşullarının, istenilen herhangi bir ayrıntıyla gözlenememesiydi. Başlangıç koşullarında ideal halden en ufak bir sapma, sürecin daha sonraki gelişiminde, önceden kestirilemeyen büyük değişikliklere neden olabiliyordu. Bu da 20. yüzyılın son çeyreğinde geliştirilen kaos (kargaşa) kavramının doğmasına neden oldu. Kuramsal olarak son derece basit ve önceden kestirilebilir olaylar, gerçek hayatta hiç de kestirilemeyen sonuçlara varabiliyorlardı. Bunun en çarpıcı ifadesini bulan meteorolog Edward N. Lorenz (doğ. 1917), *"New York'ta bir kelebeğin kanatlarını çırpması, Çin sahillerinde ilerleyen bir tayfunun*

yönünü değiştirmesine yol açabilir" diyor.[116]

Belçikalı Lambert Quetelet (doğ. 1796), 1845'te yaptığı kuramsal bir çalışmada, "ortalama insan"ın tanımına yönelik olarak insan topluluklarındaki çeşitli fiziksel özelliklerin gözlenmesindeki rasgele hataların dağılımı konusunda, bugün "normal dağılım" ya da "Gauß eğrisi" adı ile bilinen dağılımdan söz etti. İstatistikteki diğer kimi öncü çalışmalar Fransız matematiksel fizikçisi Simon-Denis Poisson (1781-1840) tarafından yapıldı ve 1837'de "büyük sayılar yasası" ve "Poisson eğrisi" kavramını ortaya attı. Evrim kuramının babası Charles Robert Darwin'in (1809-1882) yeğeni olan Francis Galton (1822-1911), zekâ testi uygulaması ve duyuların duyarlılığını ölçme gibi fikirlerin tohumlarını atıp korelasyon ve regresyon kavramlarını kullanıma sokarken, öte yandan, "yeteneği ve sağlığı geliştirmek, hastalığı ve aptallığı yok etmek" amacıyla öjenizm (*"eugenism"* ; insan ırkını soyaçekim yoluyla ıslaha çalışan bilim dalı) programını destekleyerek bu konuda Londra Üniversitesi'nde bir laboratuvar kurdu. Onu izleyen Karl Pearson (doğ. 1857), 20. yüzyıl istatistik biliminin sağlam matematiksel temellerini hazırladı ve özellikle istatistik bilimini biyolojiye uyguladı.[19]

"Bourbaki grubu" olarak bilinen Fransız matematiksel biçimcilik okulunun bir üyesi olan matematikçi Benôit B. Mandelbrot (doğ. 1924), IBM'de çalışırken, doğada geniş bir çeşitlilik gösteren "rastlantısal" süreçlerdeki "desenleri" araştırarak ilginç sonuçlara ulaşmıştır. Örneğin telefon haberleşmesinde her zaman var olan "fon gürültüsü"nün, önceden kestirilmesi bütünüyle olanaksız olan ya da kaotik (karmaşalı) olan, ama yine de matematiksel olarak tanımlanabilen bir desen sergilediğini keşfetmiştir. Mandelbrot, bu düzensizlikler içindeki belirgin desenleri tanımlamak için "fraktal" terimini kullanmış ve *The Fractal Geometry of Nature* (Doğanın Fraktal Geometrisi) (1977) adlı bir kitap yazmıştır.[95]

Bilimsel çağda bilgi patlaması, pekçok alanda olduğu gibi matematikte de özgülleşmelere yol açmıştır. Matematikte ana dallanma "arı matematik" ve "uygulamalı matematik" şeklindedir. Modern Çağ'da uygulamalı matematiğin kimi alanları mate-

matiğin dışındaki ilgili geleneklerden ortaya çıkarak istatistik, işlem araştırması ve bilgisayar matematiği gibi kendilerine özgü birer bilim dalları olmuş ve matematiksel mantık, fraktal geometrisi, kaos kuramı, standart olmayan analiz, oyun kuramı gibi yeni yönelimler ortaya konmuştur. Eski dallardan olasılık kuramı, trafiğe ve iletişime uygulanmaya başlamış, uzay uçuşlarında roketlerin kalkış hızları, yakıt miktarları ve seyir bilgileri matematiğin kullanımını gerektirmiştir. Üretim ve tüketim hızı, enflasyon, borsa, faiz, büyüme hızı, kişi başına düşen gelir vb. ekonomik göstergelerin hesabı yoğun matematiği gerektirmiş, matematik kafası bilgisayarla ölçüştürülür olmuştur.

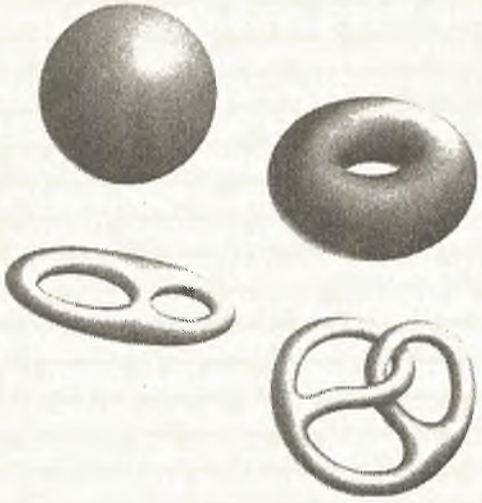
Labirent ve Çıkmaz Sokaklar

Yunan Kralı II. Minos'un İÖ 1210 yılında, yapay kanatlarla uçma efsanesi ile birlikte anılan mitolojik mimar Daedalos'a bir saray yaptırdığı ve boğa başlı erkek görünümlü bir hilkat garibesi olan ve insan eti ile beslenen yaratık Minotauros'u insanlardan gizlemek için Girit'teki Knossos Sarayı'nda labirent (Yun. *"Labyrinthos"*) inşa ettirdiği söylenir. Çok sayıda oda, koridor, karanlık dehliz ve karmaşık geçitlerden oluşan ve içine giren kimsenin bir daha dışarı çıkamayacağı düşünülen böyle bir yapı, arkeolojik kazılarda ortaya çıkarılmıştır. Efsaneye göre kral Minos ile Pasiphae'nin kızı Ariadne, Yunan kahramanı Theseus'a âşık olur; Theseus, canavar Minotauros'u öldürmek üzere içinde çok sayıda dehlizin ve dolambaçlı yolların bulunduğu *"Labyrinthos"* mağarasına girer; burada kaybolmaması ve çıkış yolunu kolayca bulabilmesi için sevgilisi Ariadne, ona bir ip yumağı vermiştir; yol boyu giderken ip yumağını açarak ipi yere bırakacaktır; sonunda canavarı öldürür ve serdiği ipi gerisin geri izleyerek labirentten çıkmayı başarır. Çeşitli labirent şekilleri Antikçağ'da sikkeler, giysiler ve mozaiklerde yer almıştır. Barok dönemi Avrupa'sında bu yapıda gezinti bahçeleri düzenlenmiştir. Labirentte yanılmamak için, Ariadne yumağı yöntemi yeterlidir. Başka bir kural ise, *"Daima sağ elle, duvarın sağ tarafını yoklayarak ilerlemektir"*.[39] Eski Mısır'da da böyle yapılar bulunmaktaydı. Tarihçilere göre labirent mezarlar,

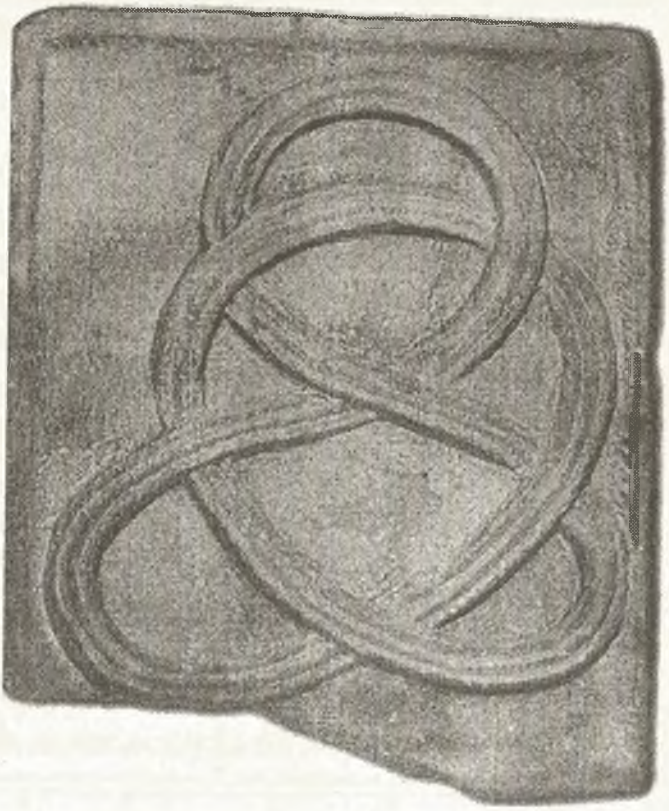
ölülerin rahatsız edilmemesi ve mezara konmuş eşyaların çalınmaması için mimarlar tarafından düşünülmüş bir yöntemdir ve Mısır piramitlerinin iç yapısı da bu mantıkla oluşturulmuştur.

Topolojik Örnekler

Topoloji, en soyut geometri dalı olup kabataslak, "esnek eğri ve yüzeylerin geometrisi" olarak tanımlanabilir. Esnek malzemeden yapıldığı düşünülen nesnelerin biçimini, yırtmadan ve kesmeden, ezip bükerek ya da çekip genişleterek başka biçimlere dönüştürme bilimidir. Bir geometrik şeklin esnek ve şeklini değiştirebilir bir malzemeden yapıldığı varsayılırsa, bu şekil, uzayıp kısalabilir ve bu yolla bir çember, elipse dönüşebilir. Geleneksel geometri bir dairenin kareleştirilemeyeceğini öğretirken, topolojide durum bunun tersidir. Topoloji esnek (elastik) yüzeyler üzerinde uygulanan bir geometri olup nicel olandan çok, nitel olanla ilgilenir (ŞEKİL 105, ŞEKİL 106).



ŞEKİL 105. Topolojiden bir örnek. Küre, "Sıfırıncı Türde" bir cisim olarak tanımlanır. Simit ("*Torus*"), bir küreden, bir halka oluşturmak suretiyle elde edilebilir ve "Birinci Türde" bir cisim olduğu söylenir. İki delikli çörek ise, topolojik açıdan "İkinci Türde" bir yapıdır. Almanca'da "*Brezel*" adı verilen özel örgülü tuzlu simit şeklinin kulpları ise birbirinin içinden geçmekte ve bunda yüzeyin topolojik karakterini belirgin biçimde ifade edecek bir türden söz edilememektedir.[39]

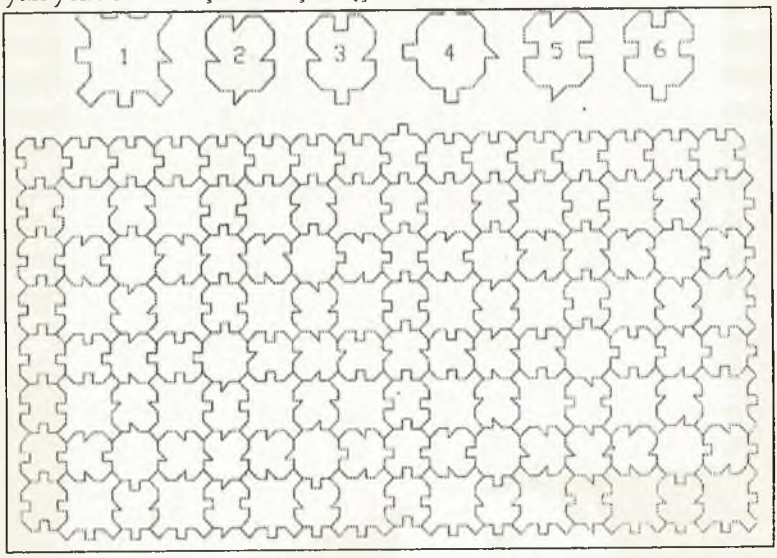


ŞEKİL 106. Matematiğin ilginç kuramlarına konu olmuş düğüm konusundan tarihsel bir örnek. Bir Roma rölyefinden ilginç bir düğüm. [39]

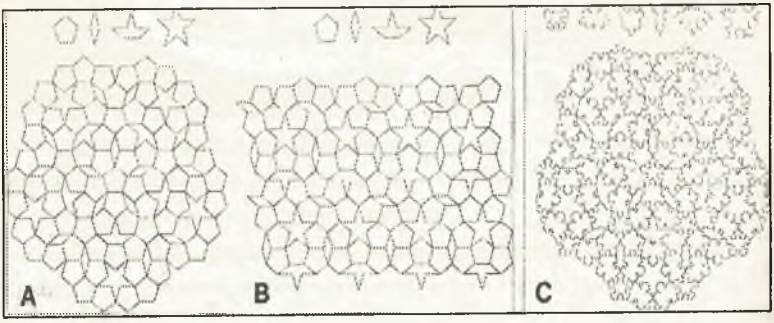
Parkeleme Sanatı

Üçgen, kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen vb. şekilli parke taşlarının (karoların) ustalıklı dizilmesiyle ilginç görüntüler elde edilebilmektedir. Bunlardan en ünlülerinden biri, Oxford Üniversitesi'nden kuantum ve görelilik fiziği uzmanı Roger Penrose (doğ. 1931) tarafından 1974 yılında oluşturulan "Penrose Parkelemesi" ya da "Penrose Karoları Deseni" diye anılan tablodur. İngiliz tasarımcı William Morris (1834-1896), böyle yinelemeli desenleri tekstil ve süsleme kağıdı örneklerinde kullanmıştı.

Karolar en az iki yöne sabit bir miktarda ötelendiğinde kaplama aynı kalıyorsa, buna "periyodik kaplama" denir. Periyodik dizilemeyen ilk karo kümesini 1966 yılında Robert Berger oluşturmuştur. Berger'in periyodik olmayan (aperiyodik) karo kümesi 20426 karodan oluşuyordu. Berger bu sayıyı daha sonra 104'e indirmiştir. 1971 yılında Raphael Robinson (1912-1995), 6 karo ile periyodik olmayan yeni bir diziliş bulmuştur (ŞEKİL 107).[117]



ŞEKİL 107. Raphael Robinson'un 6 karo kümesiyle yapılmış periyodik olmayan kaplaması (bu düzenlemede, 2 ve 5 nolu karoların simetrik olanları da kullanılmıştır).[117]

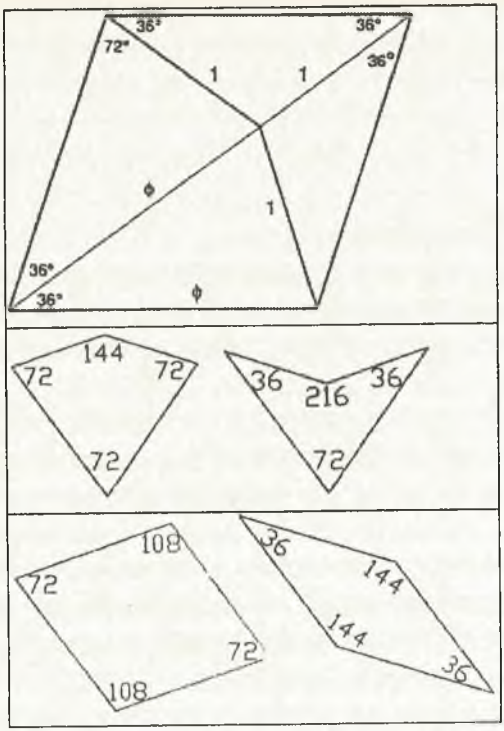


ŞEKİL 108. Roger Penrose'nin oluşturduğu, periyodik dizilemeyen 4'lü karo kümesi (A), periyodik dizilebilen 4'lü karo kümesi (B) ve periyodik dizilemeyen 6'lı karo kümesi (C)[117]

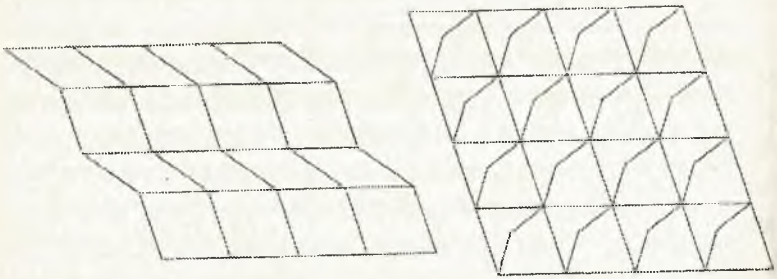
Robinson'un altılı kümesinden sonra 1973 ve 1974 yıllarında Roger Penrose de periyodik dizilemeyen karo kümeleri üzerinde çalıştı. Penrose önce, ŞEKİL 108'in A-bölümünde görülen düzgün beşgenler kullanarak 4'lü karo kümelerinden periyodik olmayan bir kaplama gerçekleştirmiştir. Bunda düzgün beşgenin yanındaki şekiller, yüzey düzgün beşgenlerle kaplanmaya çalışıldığında arada kalan şekillerdir. Şeklin B-bölümünde görüldüğü gibi Penrose, bu dörtlü kümenin periyodik kaplamaya da izin verdiğini görmüştür. Penrose daha sonra, A-daki dizilimden yararlanarak, periyodik dizilemeyen, kenarları çentikli yeni bir 6'lı karo kümesini (şeklin C-bölümü) oluşturdu.[117]

Penrose, yüzeyi aperiyodik kaplayabilen karo sayısını daha sonra ikiye düşürerek iki farklı küme oluşturdu. ŞEKİL 109'da yukarıda ok ucu (" *dart* ") ve uçurtma (" *kite* ") adları verilen 2'li karo parçalarının oluşumu, aşağıda ise "şişman karo" ve "zayıf karo" diye nitelenen farklı iki tür eşkenar dörtgenden ("*rhombus*") oluşan 2'li karo parçaları görülmektedir. Penrose'nin şekilde görülen 2'li karo kümeleri, bu halleri ile bir yüzeyi periyodik olarak da kaplayabiliyordu (ŞEKİL 110). Ancak 2'li karolarla yüzeyin periyodik kaplanmasını engellemek için, karoların kenarlarına, periyodik kaplamaya izin vermeyen çentikler koyarak da kaplama örnekleri geliştirmiştir. Burada ilginç olan nokta, üstte yer alan eşkenar dörtgenin uzun köşegeni üzerinde uçurtma ile ok ucu gövdelerinin birbirinden ayrıldığı noktanın, bu köşegeni altın orana (Ø) göre içten bölen nokta olmasıdır; yani uzunluk olarak "Uçurtma"/"Ok ucu" = Ø = 1,618 olmaktadır. "Altın oran" alttaki şekilde de karşımıza çıkmaktadır. Buna göre ise "şişman karo"nun paralel kenarları arasındaki dik uzaklığın (T) "zayıf karo"nun paralel kenarları arasındaki dik uzaklığa (t) oranı, yine altın orana eşittir (T / t = Ø = 1,618).[117]

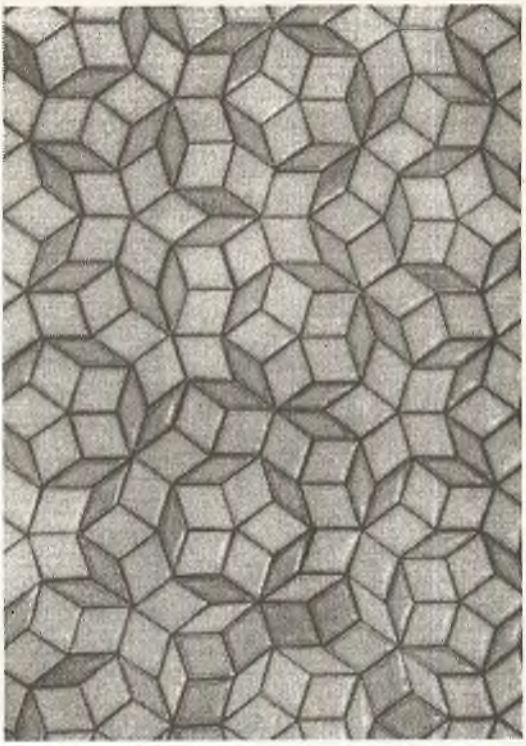
Penrose, iki farklı eşkenar dörtgen yardımıyla sonsuz bir yüzeyin aperiyodik (eşit aralıklı olmayan) bir tarzda nasıl kaplanabileceğini keşfetmişti. "Penrose Parkelemesi" diye anılan ünlü pano (ŞEKİL 111), açıları farklı olan ve "şişman karo" ve "zayıf karo" diye nitelenen farklı iki tür eşkenar dörtgenler oluşturulmuştur.



ŞEKİL 109. Roger Penrose'nin, bir yüzeyi aperiyodik kaplamak için geliştirdiği 2'li karo sistemlerine örnekler (şekil üzerindeki sayılar, derece cinsinden açıları göstermektedir): Üstte ok ucu ("*dart*") ve uçurtmanın ("*kite*") yapılandığı temel şekil ve ayrı parçaları, altta eşkenar dörtgenlerden ("*rhombus*") oluşma 2'li karolar.[117]



ŞEKİL 110. Roger Penrose'nin oluşturduğu 2'li karo kümelerinden periyodik kaplama örnekleri: Solda ok ucu ve uçurtma şeklindeki karolardan oluşan periyodik kaplama, sağda ise iki değişik eşkenar dörtgen şekilli karolardan oluşan periyodik kaplama.[117]

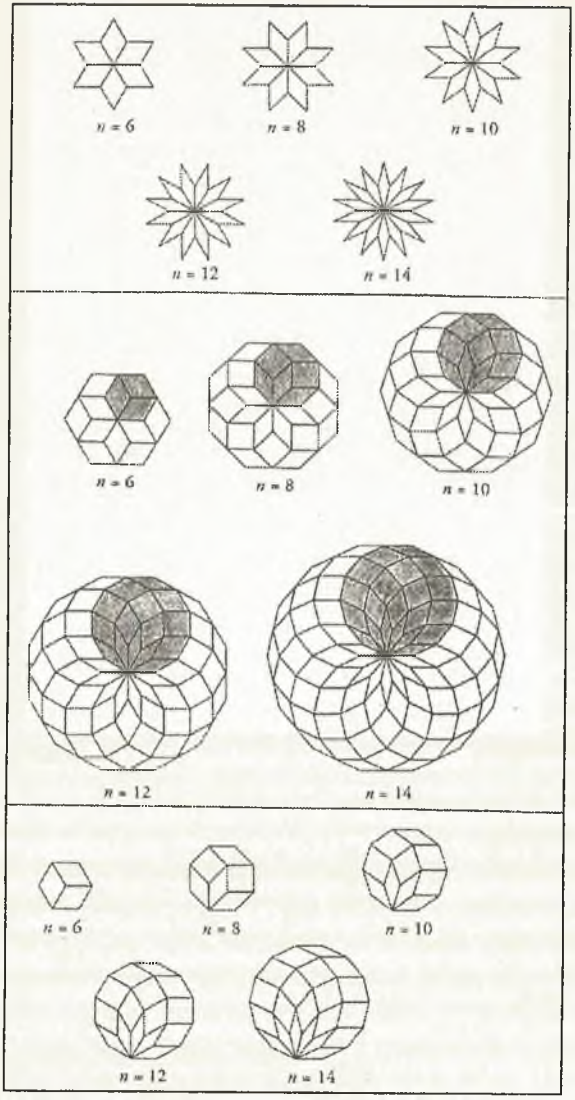


ŞEKİL 111. "Penrose Parkelemesi" (1974).[39]

Şişman karonun açıları 72° ve 108° (yani $2\pi/5$ ve $3\pi/5$), zayıf karonunki ise 36° ve 144° ($\pi/5$ ve $4\pi/5$) şeklindedir. Bu sanata örnek oluşturacak çeşitli eşkenar dörtgenlerle yapılmış parke düzenlemelerine diğer örnekler, ŞEKİL 112'te yer almaktadır.[39]

Penrose daha sonraki çalışmalarında ok ucu ("*dart*"), uçurtma ("*kite*"), eşkenar dörtgen ("*rhombus*") ve ikizkenar üçgen gibi değişik biçimli 2'li küme örneklerinden pek çok çeşitte kaplama örnekleri geliştirmiştir.[117, 118]

Şubat 2007'de Paul J. Steinhardt ve Peter J. Lu adlı iki araştırıcı *"Decagonal and Quasi-crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture"* başlıklı yayınlarında [*Science*, 315: 1106-1110 (2007)] Penrose parkelemesinin, Ortaçağ İslâm sanatının kimi mimarî örneklerinde yer aldığını duyurmuşlardır. Bu konudaki inceleme ve değerlendirmeler sürmektedir.



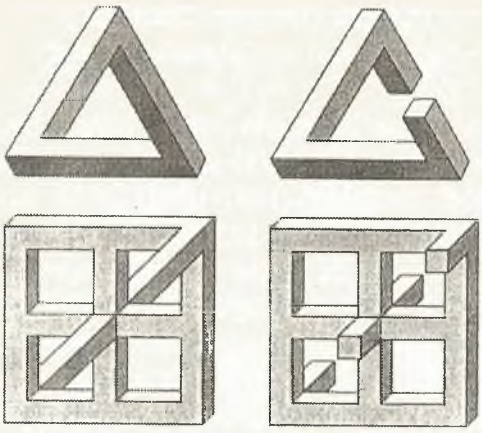
ŞEKİL 112. Eşkenar dörtgen taşlarla parkeleme sanatına diğer bir örnek: Bunda, en üstte birinci grup şekilde görüldüğü üzere, sivri köşesindeki açı $360/n = \alpha_n$ olan n adet eşkenar dörtgen taşla yıldız şeklinde rozetler oluşturulabilmektedir. İkinci grup şekilde, bu rozetlerin çevresine adım adım, sırasıyla $2\alpha_n$ açılı, daha sonra $3\alpha_n$ açılı ve nihayet $(n-1)\alpha_n$ açılı eşkenar dörtgen şekilli taşlar çelenk şeklinde dizilecek olursa, n köşeli düzgün bir parkeleme elde edilmektedir. Son grup şekilde ise, ikinci gruptaki n köşeli şekillerin iç kısımlarındaki yarım çevreli (koyu renkli) n köşeli küçük şekiller ayrı olarak verilmektedir.[39]

Gerçek Olmayan Cisimler, Paradokssal ve Çelişkili Figürler

Gerçek olmayan cisimlerin erken çizimlerine, Giovanni Battista Piranesi'nin (1720-1778) çizimlerinde rastlanmaktadır. 1916'da Marcel Duchamp (1887-1968), 1930 yılı dolayında René Magritte (1898-1967) ve 1934'te Oscar Reuterswärd (doğ. 1915) gibi sanatçılar da böyle çizimler yapmışlardır. 1956 yılında baba L. S. Penrose ile oğlu Roger Penrose (doğ. 1931), yerel olarak gerçek, global olarak gerçek olmayan oluşumlarla ilgili bir yayında bulunmuşlar, ondan kısa bir süre sonra da Hollanda'lı ünlü ressam ve kristallograf Maurits Cornelis Escher (1898-1972), ünlü taşbaskı resimlerini yayımlamıştır (ŞEKİL 113-ŞEKİL 117).[39] Matematik eğitimi almış olan Escher, sürrealist resimlerinde çoğunlukla matematiksel konuları (karo desenler, Eukleides-dışı geometri, saf matematiksel felsefî ve görsel oyunlar) ele almıştır.[7]



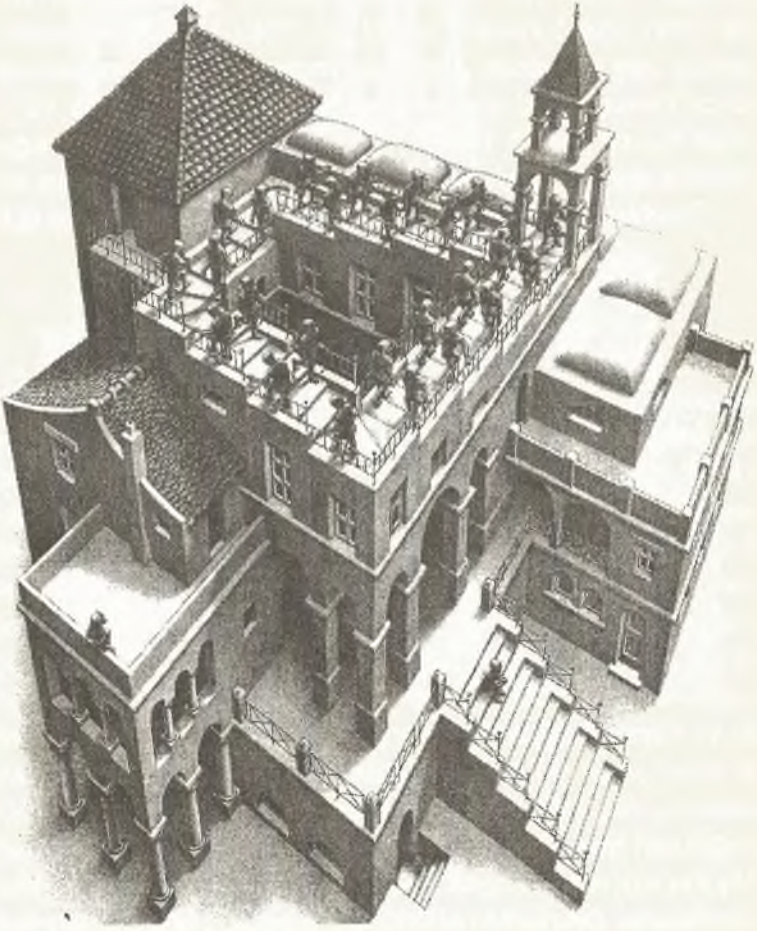
ŞEKİL 113. Mektup pulu motiflerinde yer alan, Escher'in küpleri ve Reuterswärd'in çelişkili figürleri.[82]



ŞEKİL 114. Gerçek olmayan geometrik cisim örnekleri.[39]



ŞEKİL 115. M. C. Escher: "*Belvédère*" (1958): "Güzel manzara" anlamına gelen bu sözcük, güzel manzara görmesi için yerden yükseltilerek inşa edilen bir yapıyı niteler ve Vatikan'da bu adla anılan ünlü bir bahçe ve Floransa'da aynı adlı bir hisar bulunmaktadır.[39, 119]



ŞEKİL 116. M. C. Escher: "*Treppauf und Treppab*" (Merdiven Yukarı ve Merdiven Aşağı) (1960).[39, 119]



ŞEKİL 117. M. C. Escher: "*Wasserfall*" (Şelâle) (1961).[119]

Acayip Matematikçiler

Évariste Galois (1811-1832) 21 yaşında, Niels Henrik Abel (1802-1829) 27'sinde, Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866) 40'ında öldü. Elli yaşını geçmiş birisinin büyük bir matematiksel ilerleme gerçekleştirdiğinin pek örneği yoktur.

3000'in üzerinde teorem geliştiren efsanevî Hintli matematikçi Srinivasa Ramanujan Aiyangar (1887-1920), 21 yaşında-

ken İngiltere'ye matematikçi Godfrey Harold Hardy'nin (1877-1947) yanına geldiğinde fakir, hastalıklı, kendi kendini eğitmiş biri idi. Ünlü matematikçi Hardy, bildiği matematikçilere 100 üzerinden değer biçmiş; kendisine 25, John Edensor Littlewood'a (1885-1977) 30, David Hilbert'e (1862-1943) 80, Ramanujan'a ise 100 notunu vermiştir. Hardy bir gün, plakası 1729 olan bir taksiye biner; bu sayı ona biraz kasvetli ya da uğursuz gelir gibi olur. Ramanujan der ki: "Hayır; bu çok ilginç bir sayıdır; iki küpün toplamının iki farklı biçimde ifade edilebildiği en küçük sayıdır", der. Ramanujan'ın gördüğü şudur: [15]

$$1729 = 12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3$$

İngiliz mantıkçı ve filozof Bertrand Russell (1872-1970) ve Alman matematikçi David Hilbert (1862-1943) matematiği sağlam temellere dayandırmaya çalışırlarken, hiç beklenmeyen bir sonuç olarak Avusturyalı mantıkçı Kurt Gödel (1906-1978), tamsayılar içeren herhangi bir matematiksel sistemde kanıtlanamayan gerçek ifadeler bulunduğunu, buna göre de kendi tutarlılığını kanıtlama işinin matematiğin gücünü aştığını göstermiştir. Klasik mantığın temel ilkelerinden birine göre bir önerme ya doğrudur ya da yanlış; aynı zamanda doğru ve yanlış, ya da başka bir şey olamaz. Gödel'den önce, verilen bir önermenin, bugün beceremesek bile, eninde sonunda doğruluğunun ya da yanlışlığının kanıtlanacağı yönünde sağlam bir inanç vardı ve Gödel'in teoremi, bu inancı yıkmıştır. [12] Gödel bir dâhi olmasına karşın hayaletlere ve cinlere takmış, hayalî bir kalp hastalığına sahip birisi olarak, depresyon ve akut kaygı tedavisi için pek çok kez sanatoryumlara girip çıkmışır. Her zaman kılı kırk yararak yemek yerdi. Yaşlandıkça, insanların kendisini zehirlemeye çalıştıkları korkusuyla karısı Adele dışında hiç kimseden yemek almadı ve daha da az yemeye başladı. 64 yaşındayken yalnızca 40 kiloydu. 1877'nin ortalarında karısının ciddî bir hastalığı sırasında Gödel yemek yemeyi tamamen bıraktı. 1878 başında 71 yaşında kendi kendini açlıktan öldürdü.

19. yüzyılda yaşamış olan Norveçli dâhi Niles Henrik Abel, seriler yüzünden çıldırmıştı. Ünlü matematikçi Georg Cantor, ömrü boyunca sinir bozukluğu ve depresyonla boğuştu, pek çok kez akıl hastanelerine girip çıktı.[15]

Yahudi kökenli Macar matematikçi Paul Erdös (1913-1996), matematiğe üç yaşındayken başladı ve annesinin ölümünden sonra 25 yıl boyunca 10-20 mg amfetamin ya da ritalin, sert espresso ve kafein tabletleri kullanarak günde 19 saat çalıştı. *"Matematikçi, kahveyi teoremlere dönüştürme makinesidir"* derdi. Arkadaşları onu, dinlenmesi için uyardıklarında hep aynı cevabı verirdi: *"Mezarda dinlenmek için çok vakit olacak"*.

Asal sayılar Erdös'ün en yakın arkadaşlarıydı. Onları herkesten daha iyi kavradı. *"On yaşımdayken babam bana Eukleides'in kanıtından söz etmişti ve ben çok etkilenmiştim"* demiştir. Sekiz yıl sonra üniversitede birinci sınıf öğrencisiyken, 1'den büyük herhangi bir tamsayı ile onun iki katı arasında her zaman bir asal sayı bulunabileceğini ortaya koyan basit kanıtlamasıyla Macar matematik çevrelerinde çalkantı yaratmıştı.[15]

Matematikçilerin çoğu yalnız çalışır ve grup çalışması yapmazlar. Matematik makalelerinin büyük çoğunluğu tek imzalıdır ve bir ölçüde de iki imzalı makaleler vardır. İkiden fazla imzalısına pek rastlanmaz. Oysa tıpta 15 yazarlı makalelere bile rastlanmaktadır.

Matematik Dernekleri, Matematik Kongreleri, Matematik Ödülleri

İlk matematik dernekleri İngiltere'de kurulan *"Edinburgh Mathematical Society"* (1864) ile *"London Mathematical Society"* (1865) olup bunları Fransa'da *"Société Mathématique de France"* (1872), İtalya'da *"Circolo Mathematico di Palermo"* (1884) ve ABD'de "American Mathematical Society"nin (1888) kuruluşları izlemiştir.

1900 yılının Ağustos ayında Paris'te gerçekleştirilen "İkinci Uluslararası Matematikçiler Kongresi"nde, Fransız Jules-Henri Poincaré (1854-1912) ile birlikte zamanın en büyük matematik-

çisi kabul edilen Alman matematikçisi David Hilbert (1862-1943), 8 Ağustos 1900 tarihinde, Kongre'ye katılan 226 matematikçiye, belki de matematik tarihindeki en ünlü konuşmayı yaparak, 20. yüzyılda çözüme en çok gereksinim duyulan 23 problem sayarak bunlardan 10'unu açıklayıp sundu ve 20. yüzyılın matematik araştırmalarının önemli bir kısmı, bu problemlerin çözümleri ya da bu çözümlerle ilgili önermelerin kanıtlanmasına harcandı.[15] Bu problemlerden en azından dokuzu günümüze kadar çözülmüştür. Hilbert, *Grundlagen der Geometrie* (Geometrinin Temelleri) (1899) adlı eseri yoluyla geometriyi tutarlı bir aksiyomatik yapıya kavuşturan kişidir. 19. yüzyıl başlarına kadar geometri denince akla Eukleides'in kurduğu geometriden başka bir şey gelmiyordu. Ancak 19. yüzyılda bir matematik öğretmeni olan Farkas Bolyai'nin (1775-1856) düello yapmaya düşkün ve mükemmel keman çalabilen oğlu János Bolyai (1802-1860), Nikolai İvanovich Lobachevski (1793-1856) ve George Friedrich Riemann (1826-1866), Eukleides'in paralellik postulatını değiştirerek, yeni Eukleides-dışı geometriler kurdular ve Hilbert, bu konulardaki sorunların çözümüne katkılar koydu.[13]

Hilbert'ten yüz yıl sonra aynı geleneğin sürdürülmesi amacıyla, 24 Mayıs 2000 günü, yine Paris'te ve "Collége de France" binasında, bilim dostu Amerikalı işadamı Landon T. Clay tarafından finanse edilerek Cambridge / Massachusetts'te kurulmuş olan "Clay Mathematics Institute"ün toplantısında "Milenyumun Yedi Problemi" başlığını taşıyan yeni bir dizi matematik bilmecesi duyurulmuş ve her bir problemin çözümü için 1 milyon dolarlık ödül öngörülmüştür. Hilbert'in listesindeki problemlerden yalnızca biri ("Riemann hipotezi") burada da yer almaktadır. Yine 2000 yılında S. Smale, öne çıkan 18 problemin bir listesini sunmuştur.

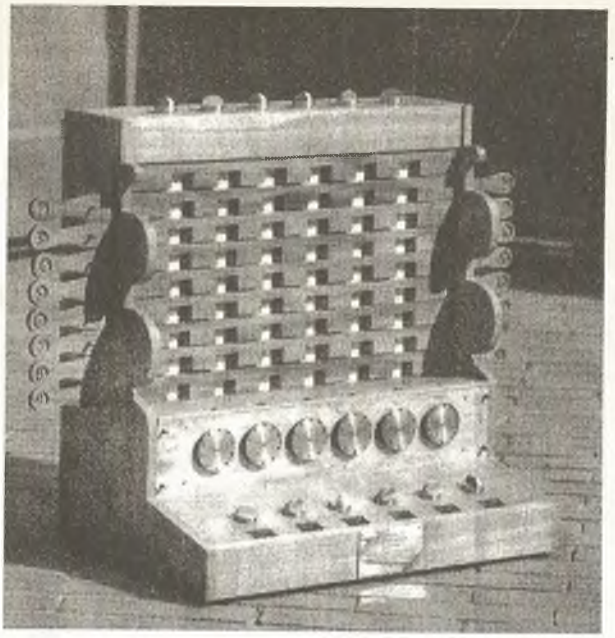
Bilindiği üzere "bilimlerin kraliçesi" diye nitelenen matematik dalında Nobel Ödülü konmamıştır. Buna neden olarak İsveçli önde gelen matematikçi Gösta Magnus Mittag-Leffler'in (1846-1927) bu ödülün kurucusu olan Alfred Bernhard Nobel'in (1833-1896) eşini baştan çıkardığı, Nobel'in de bunun öcünü

almak için, günün birinde bu ödülü alması olası olan Leffler'in önünü almak için matematik dalında ödül verilmesini vasiyet etmediği, dedikodu kabilinden ileri sürülür. Oysa Alfred Bernhard Nobel hiç evlenmemiştir. "Matematiğin Nobel'i" diye adlandırılan "Fields Madalyası", *Theory of the Algebraic Functions of a Complex Variable* (Bir Kompleks Değişkenin Cebirsel Fonksiyonlarının Kuramı) (1906) adlı bir eser de yazmış olan Kanada'lı matematikçi John Charles Fields'ten (1863-1932) ad almıştır. 1897'den bu yana her dört yılda bir Uluslararası Matematikçiler Kongresi düzenlenmektedir. 1932'de Zürih'te yapılan kongrede, son dört yıl içinde matematik dalında en önemli çalışmaları yapmış olan, 40 yaşının altındaki iki matematikçiye "Fields Madalyası" verilmesi kararlaştırılmıştır. İlk madalyalar 1936'da Oslo'daki toplantıda verilmiş; 1966'daki kongrede ise, verilecek madalya sayısının dörde çıkarılması kararlaştırılmıştır. Matematik alanında daha sonra 1979'da "Wolf Ödülü", 2003'te ise "Abel Ödülü" konmuştur.

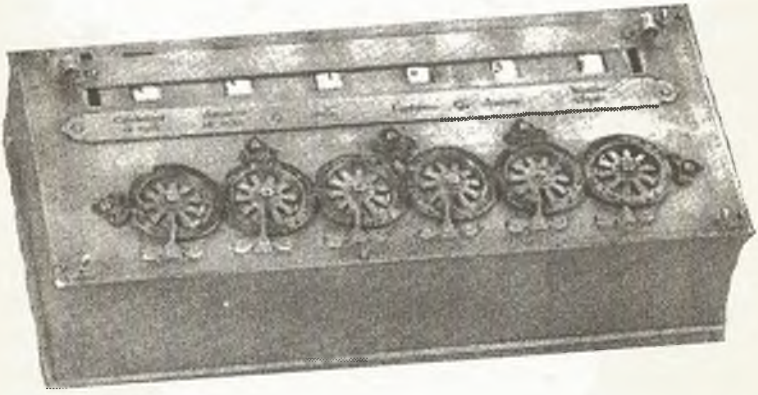
Onbirinci Bölüm
HESAP MAKİNESİNİN GELİŞİMİ

Abak(-üs) (çörkü), İÖ 4000'lerde ortaya çıkmıştır. İlk hesap makinelerinden birini, Napier'in kendi adıyla anılan hesap çubukları üzerine yazdığı eserine (1617) dayanarak, 1623 yılında Tübingen'li astronomi profesörü Wilhelm Schickard (1592-1635) yapmıştır. "Hesap saati" adını verdiği bu makine ile toplama ve çıkarma, ayrıca ek olarak Napier hesap çubuklarının şık bir düzende birleştirilerek kullanılmasıyla da çarpma ve bölme yapılabiliyordu. Schickard'ın makinesinin tek örneği, 22 Şubat 1624'te dikkatsizlikten çıkan bir yangın sonucu yok olmuştur (ŞEKİL 118). [30] Bir vergi mülteziminin oğlu olan Fransız matematikçisi ve filozofu Blaise Pascal (1623-1662), babasının bitmez tükenmez hesaplarını kolaylaştırmak amacıyla, 1641 yılında 18 yaşında iken, üzerinde küçük dişlilerin yer aldığı, sekiz haneli sayı verecek şekilde yüze kadar sayılarla toplama / çıkarma yapabilen "*La Pascaline*" adlı bir hesap makinesi geliştirdi (ŞEKİL 119). Bir örneği, Paris'teki "*Musée des Arts et Métiers*"de (Sanat ve Meslekler Müzesi) görülebilen bu makinede sayılar, telefon ahizesindeki gibi çevrilerek çarkların döndürülmesiyle toplama işlemine sokuluyor, diğer işlemler ise daha karmaşık süreçler gerektiriyordu. Ancak, Pascal'den iki yıl önce Cizvit matematikçi Jean Ciermans'ın (1602-1648), *Repetitio menstrua* (Louvain, 1639) adlı eserinde benzer bir hesap makinesi betimlediği de bilinmektedir. Samuel

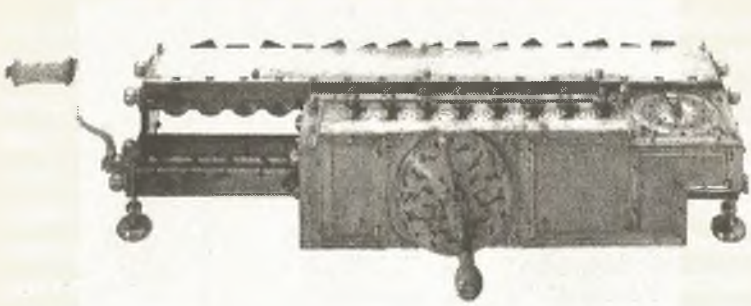
Morland (1625-1693), 1661 yılında olasılıkla Pascal'ınkinin modelinde, toplama-çıkarma işlemi yapabilen mekanik bir hesap makinesi geliştirdi ve 1666 yılında bunu, çarpma ve diğer hesap işlevlerini yapabilen başka bir makine izledi. Hesap makineleri üzerinde 1668 yılından itibaren çalışmakta olan Alman bilgini Gottfried Wilhelm Leibniz, 1673 yılında Pascal'in hesap makinesini gözden geçirmiş, yaptığı eklemelerle çarpma / bölme işlemini de devreye sokarak dört işlemi ayrı ayrı gerçekleştirebilen, dereceli-merdaneli bir hesap makinesini gerçekleştirmiştir (ŞEKİL 120). Leibniz, hesap makinesinin yalnızca çarpma işlemi yapabilen ilk modelinden bir örneği, 26 Ocak 1673'te Londra'da Royal Society'ye sunmuş ve aynı yıl Londra Dünya Sergisi'nde sergilemiş; daha gelişmiş bir değişkesi de 9 Ocak 1675'te Paris'te Académie des Sciences'a sunmuştur. Bunda çeşitli dişli ve parmaklıklı çarklar bulunuyordu. Üzerindeki bir kolun ileri döndürülmesiyle toplama, geri çevrilmesiyle de çıkarma işlemi yapılıyor, çarpma ve bölme işlemi ise yinelemeli toplama ve çıkarma işlemleri şeklinde gerçekleştiriliyor, ayrıca karekök de alabiliyordu. Derecelendirilmiş bir tekerleğin çeşitli konumları, farklı basamaklara karşılık geliyordu. Ancak bu makine Leibniz tarafından eksiksiz bir hale getirilememiş ve bunun nedeni de tam anlaşılamamıştır. Jakob Leupold (1674-1727) ise, eş-merkezli, dört haneli bir hesap makinesi (1727) geliştirmiş olup bunun bir örneği Münih'teki Deutsches Museum'da yer almaktadır (ŞEKİL 121).[120] Philipp Matthäus Hahn (1739-1790), 1774 yılında, Leibniz'den yaklaşık 100 yıl sonra gerçekleştirdiği makine ile onluk bağlantı (vitesleme) sorununun üstesinden gelerek çok büyük haneli sayılarla hesap yapılabilmesinin önünü açtı (ŞEKİL 122). 1820 yılında Fransız Charles Xavier Thomas de Colmar (1785-1870), tümüyle kendi çabasıyla, "*Aritmometre*" adını verdiği, dört işlemli bir hesap makinesi geliştirmiştir.[17, 121]



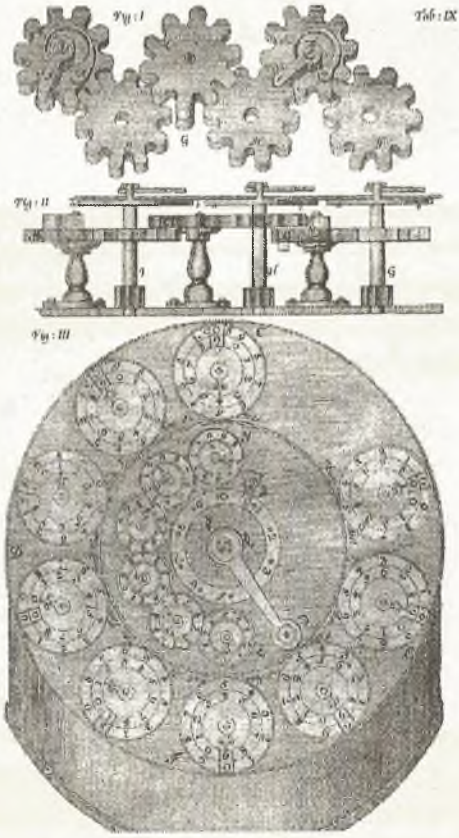
ŞEKİL 118. Tübingen'li astronom ve matematikçi Wilhelm Schickard'ın hesap makinesinin tıpkıyapımı.[75]



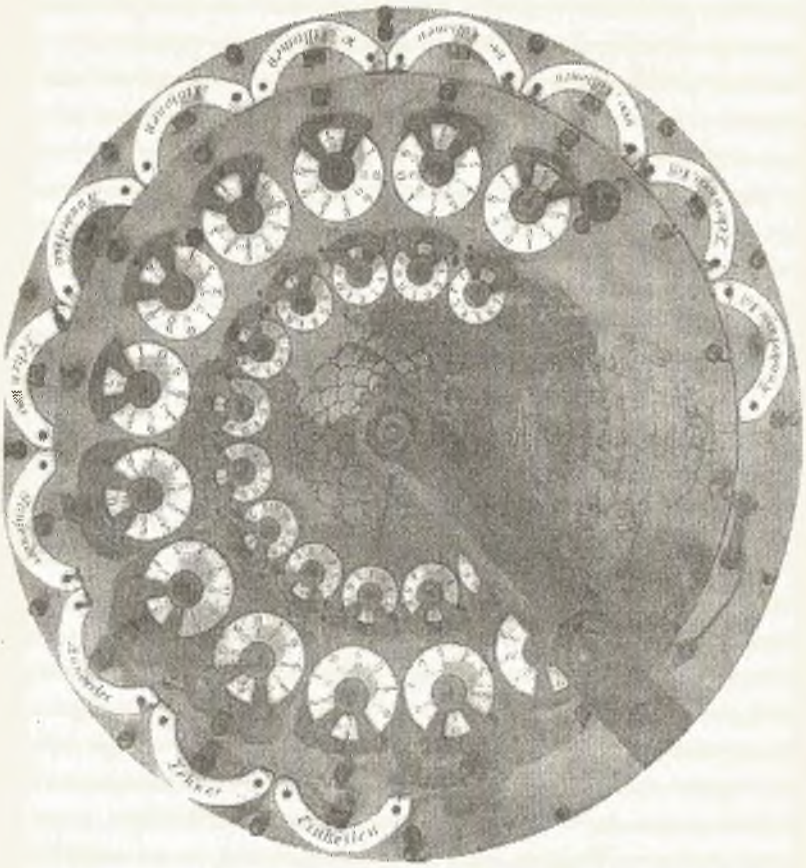
ŞEKİL 119. Pascal'in 1642-1645 yılları arasında Fransa'da toplama işlemi ile para hesabı yapmak amacıyla inşa ettiği kullanışlı hesap makinesi.[75]



ŞEKİL 120. Gottfried Wilhelm Leibniz'in dört işlem yapan hesap makinesinin 1693 sonrası yapılan kopyası.[17]



ŞEKİL 121. Jakob Leupold'un hesap makinesi (J. Leupold, *Theatrum machinarum*, 1727).[120]



ŞEKİL 122. Philipp Matthäus Hahn'ın hesap makinesi (1774).

Fransız bilim adamı ve filozofu Pascal'in ikili sistem üzerine kurulu "sayısal ayarlama makinesi" ile Alman bilim adamı ve filozofu Leibniz'in otomatik toplama, çıkarma, çarpma ve bölme makinesi, 1822'de İngiliz matematik profesörü Charles Babbage (1792-1871) tarafından ele alınmış ve Babbage, tüm ömrünü, önce *"Difference Engine"* ("Fark Makinesi"), sonra da *"Analytical Engine"* ("Analitik Makine" ya da "Çözümleyici Makine") şeklinde, bir belleğe de sahip olabilecek "kendiliğinden çözümleme yapabilen" iki makineyi yapabilmek için harcamışsa da başarıya ulaşamamıştır. Babbage'ın günümüz bilgisayarlarının öncülerinden olan analitik makinesi, buhar enerjisiyle çalışan, dişlilerden, sayaçlardan ve bağlayıcılardan oluşan, Fransız otomatçı Joseph-Marie Jacquard'dan (1752-1834) esinlendiği delikli kartlar yardımıyla denetlenen büyük bir makine olarak tasarlanmıştı. Jacquard bu sistemi, 1820'de kendi geliştirdiği ve kendi adıyla anılan dokuma tezgâhlarında kullanmıştı. "Analitik Makine", Lord Byron olarak bilinen ünlü şair George Gordon'un (1788-1824) kızı olan ve ilk matematik derslerini Babbage'dan alan Lovelace Kontesi Augusta Ada King (1815-1852) tarafından matematiksel açıklamalar eşliğinde yayımlanarak tanıtılmıştır. Babbage analitik makineyi, 1862 Londra II. Uluslararası Sergisi'nde izleyicilere sunmuştur. Sonunda bu bilim adamlarının çabaları "sibernetik bilimi"nin ve "elektronların 0-1 biçimindeki darbeleriyle sağlanan bilgi iletim sistemi"nin temelini oluşturmuştur.[122] Bu yeni sistemde "sıfır" ve "bir" değerleri, sırasıyla "yanlış" ve "doğru" değerlerine karşılık geliyordu.

Sanayici William Steward Burroughs (1855-1898) bir toplama makinesi, Amerikalı makine mühendisi George Barnard Grant (1849-1917) ise 1872-1873'te kendi adını alan bir "Fark Makinesi" geliştirmiştir. Burroughs'un makinesi, sonuçları aynı zamanda bir kâğıt rulosu üzerine de yazabiliyordu. Amerika Birleşik Devletleri'nde 1880 nüfus sayımı sonuçları, ancak 1887 yılında alınmıştı. Amerika'lı istatistikçi Hermann Hollerith (1860-1929), 1886'da geliştirdiği, delikli kartlar ve elektromekanik sayıcılar kullanan bir makine yardımıyla 1890 sayımının ista-

tistiksel değerlendirmesini iki buçuk yılda sağladı. Gerek Babbage'ın gerekse Hollerith'in makineleri, hesap yapmanın ötesinde bilgiyi depolayıp işleyen makineler olarak bilgisayarın öncüleri kabul edilmektedir. Hollerith'in 1896 yılında kurduğu *"Tabulating Machine Company"* adlı şirket, 1924 yılında başka ortaklarla birleşerek "IBM-Şirketi" (*"International Business Machines Corporation"*) adını aldı. 1893 yılında İsviçreli Steiger, *"Millionaire"* adını verdiği, çok kullanışlı bir hesap makinesi geliştirdi. 1931 yılında Vannevar Bush (1890-1974) adlı Amerikalı bilim adamı, diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılmak üzere mekanik bir hesaplayıcı ("Diferansiyel Analitik Makine") geliştirdi. Buraya kadar anlatılan bütün makineler tümüyle mekanikti ve bu nedenle de fazla yer kaplayan ve çok ağır olan makinelerdi. Bunlar birer "hesaplayıcı" olup bilgisayar diye nitelenemezler. [114, 121, 123]

"İkili sayı sistemi", Alman matematikçi Leibniz'in ürünüydü. "İkili Sistem Üzerine Kurulu Yeni Cebir", İngiliz matematikçisi George Boole (1815-1864) tarafından geliştirilerek ileri sürülmüştür. Çağdaş bilgisayarın çalışma ilkelerinin temellerini atan simgesel mantığı geliştiren Boole'nin *The Mathematical Analysis of Logic* (Matematiksel Mantık Çözümlemesi) (1847) ve *Investigation of the Laws of Thought* (Düşüncenin Yasaları Üzerine İnceleme) (1854) adlı kitaplarında işlediği ve daha çok "Boole cebri" diye bilinen bu cebir, yüz yıl sonra heyecanla ele alınmış ve elektronik makineler içinde akan elektronların, bilgi birimleri olabilmesini sağlamıştır. Bunda ikili sayı sisteminin elektronikteki karşılığı, bir devreden geçen elektrik sinyalinin varlığı ya da yokluğu esasına dayanıyordu.

Bilgisayarın bulucusu olarak, mühendis Konrad Zuse (doğ. 1910) kabul edilir. Onun ikili sayı sistemine dayalı olarak 1938'de geliştirdiği tam işlevli ve programlanabilir mekanik hesap makinesi *"Z3"*, ilk bilgisayar olarak kabul edilir. İlk otomatik hesap makinesi, IBM'in kurulmasıyla 1940 yılında üretilmiştir. Programlanabilir ilk elektronik bilgisayar makinesi ise Alan M. Turing (1912-1954) ve John (Janos) von Neumann

(1903-1957) tarafından 1943 yılında üretilen *"Colossus"*tur. İkinci Dünya Savaşı sırasında Alman ordusunun haberleşme şifresi *"Enigma"*yı kıran ekibin beyni olan Turing, eşcinsel olduğu için mahkeme tarafından östrojen tedavisi görmeye mahkûm edilince siyanür içerek intihar etmiştir. Turing, *Computing Machinery and Intelligence* (Hesap Makinesi ve Zekâ) (1950) adlı kitabın da yazarıdır. Ancak, gelecekteki bilgisayar üretimini etkileyecek olan tasarı ENIAC olup, varlığını İkinci Dünya Savaşı'na borçludur. O tarihlerde şifre haberleşmesini çözmek amacında olan ABD, hem böyle bir işi gerçekleştirmek hem de balistik hesaplamalardaki kimi problemlerin önüne geçmek istiyordu. 1946 yılında İkinci Dünya Savaşı ortamında, Amerika'da Pennsylvania Üniversitesi laboratuvarlarında John W. Mauchly (1907-1980), John P. Eckert (1919-1995), Arthur Walter Burk (doğ. 1915) ve Herman H. Goldstine (doğ. 1913) tarafından, 30 ton ağırlığındaki, 6 metreye 12 metrelik (72 m^2) bir alanı kaplayan devâsa ENIAC (*Electronic Numerical Integrator And Computer*) adı verilen ilk sayısal hesaplayıcı geliştirilmiştir. O zamanki teknolojiye göre bu makinede 18 bin elektron tüpü, 1500 elektromekanik röle, 50 bin direnç, 10 bin kondansatör ve 6 bin anahtar bulunuyordu. Karmaşık matematiksel hesaplamalar böyle makinelerle o zaman için akıl almayacak hızlılıkta yapılabiliyordu. Saniyede 357 çarpma, 38 bölme yapabiliyor, on haneli beş bin sayıyı bir saniye içinde toplayabiliyordu. 1951-1959 yılları arasında üretilen bilgisayarlarda vakum tüpleri kullanıldığından bunlar çok fazla enerji harcamakta ve fazla ısı yaymakta, veri ve programlar delikli kartlarla yüklenmekte ve manyetik band ve tamburlarda saklanmaktaydı. 1959-1964 arasında üretilen bilgisayarlarda transistörler kullanılmış ve COBOL, FORTRAN, ALGOL gibi diller ve işletim sistemleri geliştirilmiştir. 1964 yılından itibaren üretilen bilgisayarlarda tümleşik (integre) devrelerin ve silikon *chip*'lerin kullanılmasıyla makine boyutu küçülmüş, üretim ve enerji harcama maliyetleri düşmüş, güvenirlik artmıştır. 1973 yılından itibaren elektronik cep hesap makineleri kullanıma girmiştir. Hesap kapasitesini

artırma ve hesaplama süresini kısaltma konusundaki hızlı yarış, günümüzde de sürmektedir. Macar asıllı Amerikalı dâhî matematikçi John von Neumann, 1944 yılından itibaren EDVAC (*Electronic Discrete Variable Automatic Computer*) adlı bilgisayarını tasarlamıştır. Bu türden ilk pratik bilgisayar 1949 yılında İngiltere'de üretilmiş olup günümüzde EDSAC (*Electronic Delay Storage Automatic Calculator*) adıyla bilinmektedir. İlk kişisel bilgisayar 1975 yılında yapıldı. Günümüzde bilgisayar kullanımı, matematiğin güzelliğini ve büyüsünü herkese sunmayı başarmıştır.[7, 30, 66, 121, 123]

Bizde bilgisayar (*"computer"*) karşılığı olarak başlangıçta kullanılan "elektronik beyin" terimi, düşünen bir makineyi niteler gibi olduğundan uygun değildi. *Histoire universelle des chiffres* (Rakamların Evrensel Tarihi) adlı ünlü eserin yazarı Georges Ifrah'a (doğ. 1947) göre "elektronik beyin" (*"dian-nao"*) terimi, Çin'de bilgisayar karşılığı olarak günümüzde kullanılmaktadır ve mantıksal hesabı ve akıl yürütmeyi beceren bir makineyi çağrıştırdığından, böyle bir terimin kullanımı, yanlış düşüncelere yol açar niteliktedir.[114]

KAYNAKÇA

1) J. Marks, *Science and the Making of the Modern World*, Heinemann, London (1985), *s., 13, 172.*

2) *Meydan Larousse Ansiklopedisi*, *s., 13, 70.*

3) Z. Tez, *Bilim ve Teknikte Ortaçağ Müslümanları*, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara (2001), *s., 13, 39, 41, 53, 56, 57, 59.*

4) J. D. Bernal, *Materyalist Bilimler Tarihi-1* (Çev: E. Marlalı), Sosyal Yayınlar, İstanbul (1976), *s., 16.*

5) E. İlyasoğlu, *"Müziğin Zamanda Yolculuğu"*, Cumhuriyet Kitap, 257, 14-15 (1995), *s., 16.*

6) G. İfrah, *Rakamların Evrensel Tarihi-I: Bir Gölgenin Peşinde* (Çev:. K. Dinçer), TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Ankara (1995), *s., 16, 17, 44.*

7) R. Mankiewicz, *Matematiğin Tarihi* (Türkçesi: G. Ezber), Güncel Yayıncılık, İstanbul (2000), *s., 17, 20, 21, 36, 40, 62, 96, 97, 137, 144, 275, 291.*

8) D. Breuers, *Ritter, Mönch und Bauersleut: Eine unterhaltsame Geschichte des Mittelaiters*, Bastei-Lübbe-Taschenbuch, Bergisch Gladbach (1997), *s., 48, 49.*

9) Salih Zeki, *Âsâr- Bâkiye, Cilt 2* (Yay. Haz.: M. Dosay Gündoğan), Babil Yay., Ankara (2003), *s., 82, 89, 225.*

10) http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/History_overview.html *s., 21, 187, 189, 193.*

11) S. Sertöz, *Matematiğin Aydınlık Dünyası*, TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Ankara (1996), *s., 21-23.*

12) *Bilim Konuşmaları*, TÜBİTAK Yay., Ankara (2003): A. Ülger, *"Matematiğin Kısa Bir Tarihi"*, s: 111-151, *s., 22, 35-36, 69, 279.*

13) N. Tepedelenlioğlu, *Kim Korkar Matematikten*, Sarmal Yay., İstan-

bul (1995), *s., 21, 89, 195, 208, 225, 227, 229, 232, 253, 256, 258, 260, 262, 281.*

14) Vitruvius, *Mimarlık Üzerine On Kitap* (Çev.: S. Güven), Şevki Vanlı Mimarlık Vakfı Yay., 3. Baskı, İstanbul (1998), *s., 25.*

15) P. Hoffman, *Yalnızca Sayıları Seven Adam* (Çev: D. Kömürcü), Sistem Yayıncılık, İstanbul (1999), *s., 87, 89, 188, 224, 226, 232, 234, 235, 255, 256, 257, 259, 263, 279, 280, 281.*

16) G. Gönenç, *"Osmanlı Kültürünün Anatomisi"*, Cumhuriyet Kitap, 321, 12-13 (1996), *s., 27.*

17) *Mass, Zahl und Gewicht: Mathematik als Schlüssel zu Weltverständnis und Weltbeherschung* (M. Folkerts, E. Knobloch, K. Reich), Harrassowitz Verlag, Wiesbaden in Kommission, Herzog August Bibliothek, Wolfenbüttel (2001), *s., 27, 29, 30, 45, 85, 87, 90-94, 96-99, 103-105, 107-109, 111, 117-120, 122-127, 131-132, 134-141, 145, 149, 155, 158-160, 195-201, 205-206, 208-209, 216-218, 220, 222, 284, 286.*

18) *Müteferrika ve Osmanlı Matbaası:* (I) F. Babinger, *"18. Yüzyılda İstanbul'da Kitabiyat"* (Çev ve Haz.: N. Kuran-Burçoğlu); Tarih Vakfı Yurt Yayınları, İstanbul (2004), *s., 29.*

19) C. A. Ronan, *Bilim Tarihi: Dünya Kültürlerinde Bilimin Tarihi ve Gelişimi* (Çev.: E. İhsanoğlu, F. Günergun), TÜBİTAK Yayınları, Akademik Dizi: 1, Ankara (2003), *s., 29, 93, 100, 264, 266.*

20) A. O. Gürel, *Doğa Bilimleri Tarihi*, İmge Kitabevi, Ankara (2001), *s., 30, 261.*

21) S. H. Nasr, *İslam ve İlim: İslam Medeniyetinde Aklî İlimlerin Tarihi ve Esasları* (Çev: İ. Kutluer), İnsan Yayınları, İstanbul (1989), *s., 31.*

22) http://www.mcs.drexel.edu/~crorres/Archimedes/... *s., 31.*

23) D. Wells, *Geometrinin Gizli Dünyası* (Çev.: S. Alsan), Sarmal Yay., İstanbul (1998), *s., 31.*

24) S. Tekeli, E. Kâhya, M. Dosay, R. Demir, H. G. Topdemir, Y. Unat, A. Koç Aydın, *Bilim Tarihine Giriş*, Nobel, Ankara (1999), *s., 32, 83, 192.*

25) M. Heidelberger, S. Thiessen, *Natur und Erfahrung*, rororo (Deutsches Museum), Hamburg (1985), *s., 33, 110, 116, 234.*

26) M. Dosay, *Jens Høyrup: Jordanus De Nemore, 13 th Century Mathematical Innovator, Erdem*, 2:4, 319-324 (1986), *s., 38.*

27) *The Genius of Arab Civilization: Source of Renaissance*, Eurabia (Publishing) Ltd, London (1983), *s., 39, 219.*

28) G. İfrah, *Rakamların Evrensel Tarihi-IV: Uzak Doğu'dan Maya Ülke-*

sine Bir, İki, Üç... (Çev: K. Dinçer), TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Ankara (1995), *s., 43, 46, 48, 62.*

29) H. R. Turner, *Science in Medieval Islam,* University of Texas Press, Austin (1999), *s., 51.*

30) G. Ifrah, *Rakamların Evrensel Tarihi-VIII: Hesabın Destanı* (Çev: K. Dinçer), TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Ankara (2000), *s., 187, 232, 283, 291.*

31) G. Ifrah, *Rakamların Evrensel Tarihi-VII: İslâm Dünyasında Hint Rakamları* (Çev: K. Dinçer), TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, İstanbul (1998), *s., 49, 52, 58, 92, 109.*

32) R. Demir, *Takiyüddîn'de Matematik ve Astronomi,* Atatürk Kültür Merkezi Balkanlığı Yay., Ankara (2000), *s., 52.*

33) B. Atalay, *Matematik ve Mona Lisa – Leonardo da Vinci'nin Sanatı ve Bilimi* (Çev.: Ö. Özgür, K. Sarıoğlu), Albatros Yay., İstanbul (2006), *s., 53, 250.*

34) H. Dilgan, *"8.Yüzyıldan Ömer Hayyam'a Kadar Doğu Matematiği",* Bilim ve Ütopya, 70, 13-29 (2000), *s., 56, 60, 70.*

35) H. Wußing, *Adam Ries,* B.G.Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart.Leipzig; Verlag der Fachvereine, Zürich (1992), *s., 56.*

36) M. Bayrakdar, *İslamda Bilim ve Teknoloji Tarihi,* Türkiye Diyanet Vakfı Yay., 4.Baskı, Ankara (2000), *s., 59.*

37) H. Dilgan, *"Şair Matematikçi Ömer Hayyam",* Bilim ve Ütopya, 66, 17-25 (1999), *s., 66.*

38) İ. Okur, *Çağlar Boyunca Matematik ve İlahiyat,* Okursoy Kitapları, Bursa (2003), *s., 72, 240.*

39) F. L. Bauer, *Einladung zur Mathematik: Mathematik zum Begreifen und Erschauen,* Begleitbuch zur Ausstellung Mathematisches Kabinett, Deutsches Museum, Münih (1999), *s., 72, 243, 267-269, 273-277.*

40) http://www.ee.bilkent.edu.tr/~history/geometry.html *s., 73.*

41) M. Kunt, S. Faroqhi, H. G. Yurdaydın, A. Ödekan, (Ed.: S. Akşin), *Türkiye Tarihi-2: Osmanlı Devleti, 1300-1600,* Cem Yayınevi, İstanbul (1997), *s., 75.*

42) M. Dosay Gökdoğan, *"Fatih Dönemi Matematikçileri",* Bilim ve Ütopya, 96, 32-33 (2002), *s., 76.*

43) A. Kazancıgil, *Osmanlılarda Bilim ve Teknoloji,* Gazeteciler ve Yazarlar Vakfı Yay., İstanbul (1999), *s., 76-77, 82.*

44) E. Dölen, *"Tanzimat'tan Cumhuriyet'e Bilim", Tanzimat'tan Cumhuriyet'e Türkiye Ansiklopedisi, Cilt 1,* İletişim Yay., İstanbul (1985), s.153-196, *s., 78, 80-81.*

45) *Türkiye Cumhuriyeti'nin 75. Yılında Bilim "Bilanço 1923-1998" Ulusal Toplantısı*, Ankara, Eylül 1999, Türkiye Bilimler Akademisi Yayınları, Ankara (2002): M. İdemen, H. Şenkon: *Türkiye Cumhuriyeti'nin 75. Yılında Pür ve Uygulamalı Matematiğin Gelişimi, I. Kitap, I. Cilt*, s: 53-91. *s., 81, 83, 191.*

46) E. Dölen, *"Ottoman Scientific Literature during the 18 th and 19 th Centuries", The Introduction of Modern Science and Technology to Turkey and Japan*, International Symposium 1996, s. 159-186, *s., 81.*

47) Salih Zeki, *Âsâr- Bâkiye, Cilt 1* (Yay. Haz.: R. Demir, Y. Unat), Babil Yay., Ankara (2003), *s., 81-82.*

48) Salih Zeki, *Âsâr- Bâkiye, Cilt 3* (Yay. Haz.: M. D. Gündoğan, R. Demir, M. Kılıç), Babil Yay., Ankara (2004), *s., 82.*

49) R. Demir, *Türk Aydınlanması ve Voltaire*, Doruk Yay., Ankara (1999), *s., 84.*

50) V. Belgil, *"Osmanlı İmparatorluğu Neden Battı?"*, Tarih ve Toplum, 11, 358-360 (1984), *s., 84, 234.*

51) B. L.van der Waerden, *Bilimin Uyanışı-Eski Mısır, Babilonya ve Eski Yunan Matematiği* (Çev: O. Ş. İçen, Y. Öner), Türk Matematik Derneği Yay., İstanbul (1994), *s., 85.*

52) http://www.ukans.edu/kansas/medieval/... *s., 86, 94.*

53) A. Berry, *Bilimin Arka Yüzü* (Çev.: R. L. Aysever), TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Ankara (1996), *s., 92.*

54) M. Dosay, *"Matematik Rönesansına İslam Dünyasının Etkisi", Araştırma, Cilt XIV*, Ankara (1992), s.147-158.

55) J. Attali, *1492* (Çev: M. A. Kılıçbay), İmge Kitabevi, Ankara (1999), *s., 94*

56) U. Lindgren, *Die Artes Liberales in Antike und Mittelalter: Bildungs- und Wissenschatfsgeschichtliche Entwicklungslinien*, Institut für Geschichte der Naturwissenschaften, München (1992) *s., 95, 110, 112, 116.*

57) I. Schneider, *"Die mathematischen Praktiker im See-, Vermessungs- und Wehrwesen vom 15. bis zum 19. Jahrhundert", Technikgeschichte*, 37, 210-242 (1970), *s., 96, 129, 140, 162, 171, 208.*

58) G. Bayerl, *"Technische Intelligenz im Zeitalter der Renaissance", Technikgeschichte*, 45, 336-353 (1978), *s., 98, 128, 158.*

59) P. Smith, *Rönesans ve Reform Çağı* (Çev.: S. Çağlayan), Türkiye İş Bankası Kültür Yay., İstanbul (2001), *s., 101.*

60) M. Masi, *Boethian Number Theory: A Translation of the De institutione Arithmetica* [Studies in Classical Antiquity (6)], Edition Rodopi

B.V. (1983), *s., 105-106, 109, 111, 112.*

61) J. Tezmen-Siegel, *Die Darstellungen der septem artes liberales in der Bildenden Kunst als Rezeption der Lehrplangeschichte,* tuduv-studie, München (1985), *s., 107.*

62) G. Reisch, *Margarita Philosophica, Basel, 1517,* Faks. Druck, Stern-Verlag Janssen & Co., Düsseldorf (1973), *s., 110, 112-113.*

63) L. Cochrane, *Adelard of Bath-The First English Scientist,* British Museum Press, London (1994), *s., 113.*

64) http://quarles.unbc.edu/ideas/net/history/libarts.html *s., 114.*

65) G. Arend, *Die Mechanik des Niccolò Tartaglia im Kontext der zeitgenössischen Erkenntnis- und Wissenschaftstheorie,* Inst. Für Geschichte der Naturwiss., Münih (1998), *s., 115-116, 127, 143, 162-163.*

66) Z. Tez, *Tekniğin Evrimi,* Paragraf Yay., Ankara (2005), *s., 115-116, 131, 291.*

67) G. Buchheim, R. Sonnemann, *Geschichte der Technikwissenschaften,* Edition Leipzig, Leipzig (1990), *s., 121.*

68) F. Klemm, *"Die Rolle der Technik in der italienischer Renaissance", Technikgeschichte,* 32, 221-243 (1965), *s., 130.*

69) I. B. Cohen, *Album of Science from Leonardo to Lavoisier,* Charles Scribner's Sons, New York (1980), *s., 130, 151-153, 190.*

70) J. Needham and Wang Ling, *Science and Civilisation in China,* Cambridge (1959), *s., 140-141.*

71) O. Ore, *Cardano-The Gambling Scholar,* Princeton University Press, Princeton/New Jersey (1953), *s., 142.*

72) *Tıp Tarihi* (Ed: P. Lewis; Çev: N. Güdücü), Khalkedon (Roche'un katkılarıyla), İstanbul (1998), *s., 144.*

73) http://www.lib.virginia.edu/science/parshall/cardano.html *s., 144.*

74) D. Bellhouse, *"Decoding Cardano's 'Liber de Ludo Aleae'",* Historia Mathematica, 32, 180-202 (2005), *s., 145.*

75) U. Troitzsch, W. Weber, *Die Technik-Von den Anfängen bis zur Gegenwart,* Westermann, Braunschweig (1982), *s., 146, 285.*

76) A. S. Lyons, R. J. Petrucelli, *Die Geschichte der medizin im Spiegel der Kunst,* Du Mont Buchverlag, Köln (1980), *s., 147-148.*

77) *Bibliographical Dictionary of the History of Technology* (Eds. L. Day, I. McNeil, Routledge, London-New York (1996), *s., 149, 154.*

78) M. Sayın, *"Logaritma ve Öyküsü",* Cumhuriyet Bilim Teknik, 80, 8-9 (1988), *s., 150.*

79) C. -F. von Braun, *"Zahlen – Magie und Manie: Die Welt der Zahlen,*

die Zahlen der Welt", Kultur und Technik, 4/1998: 44-49, *s., 151, 153.*

80) A. Brachner, *Von Ellen und Füßen zur Atomuhr,* Deutsches Museum, Münih (1996), *s., 158.*

81) G. Harig, *Physik und Renaissance,* Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften: 260, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K. -G., Leipzig (1981), *s., 159.*

82) C. J. Scriba, P. Schreiber, *5000 Jahre Geometrie,* Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/New York (2000), *s., 161, 177, 275.*

83) http://www.mhs.ox.ac.uk/measurer/text/fig... *s., 163-164.*

84) M. Hambly, *Drawing Instruments 1580-1980,* Sotheby's Publ., London (1988), *s., 165-170, 185.*

85) A. W. Crosby, *The Measure of Reality: Quantification and Western Society 1250-1600,* Cambridge University Press (1997), *s., 171, 176.*

86) H. T. Musper, *Albrecht Dürer,* Verlag M. DuMont Schauberg, Köln (1971). *s., 174-175.*

87) A. Vezzosi, *Leonardo da Vinci: Evren Bilimi ve Sanatı* (Çev.: N. Başer), YKY Genel Kültür Dizisi, İstanbul (2002), *s., 174.*

88) J. Berger, *Albrecht Dürer: Aquarelle und Zeichnungen,* Taschen Verlag, Köln/Lisboa/London/New York/Paris/Tokyo (1993), *s., 175.*

89) P. Frieß, *Kunst und Maschine: 500 Jahre Maschenlinien in Bild und Skulptur,* Deutscher Kunstverlag, München (1993), *s., 178-179, 181, 186.*

90) A. Roob, *Das Hermetische Museum-Alchemie und Mystik,* Taschen, Köln (1996), *s., 180, 182, 248.*

91) J. Errard de Bar-Le-Duc, *Le Premier Livre des Instruments mathematiques mechaniques,* Berger-Levrault, Paris (1979), *s., 180.*

92) G. Buchheim, R. Sonnemann (Hrg.), *Geschichte der Technikwissenschaften,* Birkhäser Verlag, Basel/Boston/Berlin (1990), *s., 182.*

93) J. Teichmann, *Wandel des Weltbildes* (4. Aufl.), Deutsches Museum, B. G. Teubner, Stuttgart/Leipzig (1999), *s., 184.*

94) E. Omay, *"Aydınlanma Devrimi",* Bilim ve Ütopya, 67, 40-47 (2000), *s., 189.*

95) A. Woods, T. Grant, *Aklın İsyanı: Marksist Felsefe ve Modern Bilim,* Tarih Bilinci Yayınları, Bilim ve Felsefe Dizisi: 1, İstanbul (2001), *s., 193, 266.*

96) A. Schimmel, *Sayıların Esrarı* (Çev: M. Temelli), Verka Yay., Bursa (1997), *s., 194.*

97) H. Dilgan, *"Ömer Hayyam Döneminin Diğer Matematikçileri",* Bilim

ve Ütopya, 70, 32-35(2000), *s., 205.*

98) E. E. Ploss, H. Roosen-Runge, H. Schipperges, H. Buntz, *Alchimia-Ideologie und Technologie,* Heinz Moos Verlag, München (1970), *s., 209.*

99) W. Ahrens, *Mathematische Spiele,* 5. Aufl., Verlag und Druck von B. G. Teubner, Leipzig/Berlin (1927), *s., 212-214.*

100) *Musikgeschichte in Bildern, Bd. III: Musik des Mittelalters und der Renaissance / Lieferung 2,* H. G. Farmer: "Islam", VEB Deutscher Verlag für Musik, Leipzig (1966), *s., 220.*

101) A. Dönmez, *Bir Bilim Olarak Matematik Tarihi,* V-Yayınları, Ankara (1986), *s., 226.*

102) A. Nesin, *"Zenon'un Paradoksları",* Bilim ve Teknik, Sayı 330 (1995), *s., 227-228.*

103) C. Yıldırım, *Matematiksel Düşünme,* Remzi Kitabevi, İstanbul (1988), *s., 228.*

104) M. Dosay, *"M. Ö. V. Yüzyılda Hellen Matematiği ve Felsefesi",* Felsefe Dünyası, Sayı 19, Ankara (1996), s.16-27, *s., 228.*

105) D. Blatner, *π Coşkusu* (Çev.: N. Arık), TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Ankara (2003), *s., 229.*

106) http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Pi_ through _ the_ages.html *s., 232.*

107) Ö. Çakar, *"Doğanın Güzellik Ölçüsü Altın Oran",* Bilim ve Teknik, 6-11, Cilt 25, Ağustos (1992), *s., 236-237, 239, 240.*

108) *Aptullah Kuran İçin Yazılar (Essays in Honour of Aptullah Kuran),* Haz.: Ç. Kafescioğlu, L. Thys-Şenocak; Yay. Dan.: G. Danışman, YKY, İstanbul (1999): N. Sönmez, *"Mimar Sinan Camilerinde Alt Sıra Pencereleri Boyutlandırma Özellikleri",* s: 287-309, *s., 241.*

109) M. Kossok, *1492: Die Welt an der Schwelle zur Neuzeit,* Edition Leipzig, Leipzig (1992), *s., 245.*

110) K. Maurice, *Von Uhren und Automaten – Das Messen der Zeit,* Prestel Verlag, München (1968), *s., 245.*

111) P. R. Cromwell, *Polyhedra,* Cambridge University Press, Cambridge (1997), *s., 246, 249.*

112) D. J. Boorstin, *Keşifler ve Buluşlar* (Çev: F. Dilber), T. İş Bankası Kültür Yay., Ankara (1994), *s., 247.*

113) A. Greenberg, *A Chemical History Tour,* John Wiley & Sons, Inc., New York (2000), *s., 249.*

114) G. İfrah, *Rakamların Evrensel Tarihi-IX: Bilgisayar Ne Sayar* (Çev: K. Dinçer), TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Ankara (2002), *s.,*

263, 289, 291.

115) J. Lenihan, *Bilim İş Başında* (Çev.: B. Bıçakçı), TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Ankara (1999), *s., 264.*

116) A. M. C. Şengör, *"Bilimsel Öndeyi ve Komplo Teorisi Üzerine"*, Cumhuriyet Bilim Teknik, 702, 5 (2000), *s., 266.*

117) M. Sancak, *"Penrose Karoları"*, Cumhuriyet Bilim Teknik, 871, 8-9 (2003), *s., 270-273.*

118) M. Sancak, *"Pentapleks Kaplamaların Haritası ve Yeni Pentapleks Karoları"*, Cumhuriyet Bilim Teknik, 882, 8-9 (2004), *s., 273.*

119) B. Ernst, *Der Zauberspiegel des M. C. Escher*, Taco Verlagsgesellschaft, Berlin (1986), *s., 276-278.*

120) http://www.deutsches-museum.de/bib/entdeckt/ *s., 284, 286.*

121) R. Karaçalı, *"Bilgisayarın Doğuşu ve İlk Bilişim Emekçileri"*, Bilim ve Ütopya, 101, 62-64 (2002), *s., 284, 289, 291.*

122) T. Akman, *"Otomatik Sistemler ve Robotlardan Sibernetik Sistemlere Doğru"*, *Bilgisayar*, Kasım-Aralık, 52-56 (1983), *s., 288.*

123) C. N. Taşçı, M. E. Mutlu, *Bilgisayar Tarihi*, Alternatif Üniversite Dizisi, Ağaç Yay., İstanbul, 1991, *s., 289, 291.*

KİŞİ ADLARI DİZİNİ

Abel, Niels Henrik (1802-1829): 144, 278, 280, 282
Abraham bar Hiyya Ha-Nassi (1060-1129): 87
Adams, George (1750-1795): 132
Adelard, Bath'li (1090-1150): 28-29, 45, 59, 87, 113, 129
Adıvar, Abdülhak Adnan (1882-1955): 83
Adıvar, Halide Edip (1884-1964): 82
Agrippa von Nettesheim, Heinrich Cornelius (1486-1535): 209
Ahmes (~İÖ 1650'ler): 35-36, 234
Ahmed Dede, Müneccimbaşı (1631-1702): 77
Akhilleus (Aşil): 227
Alberti, Leon Battista (1404-1472): 95, 97, 109, 156, 173
Alcuin of York (732-804): 200
Alexander de Villa Dei (~1170-~1250): 86
Alfonso X. el-Sabio ("Bilge Alfonso") (Kastilya ve Léon Kralı) (yön. 1252-1284): 220
Ali (Hz.) (Ali ibn Ebu Talib) (598-661): 71
Ali Kuşçu (ölm. 1474): 75-76
Alsted, Johann Heinrich (1588-1638): 117-120, 155
el-Âmilî, Şeyh Bahâeddin Muhammed bin Hüseyin (1547-1622): 65, 77
Amman, Jost (1539-1591): 98, 178, 180
Anaksagoras, Klazomenai'li (Urla'lı) (İÖ 500-428): 252
Anthemius, Tralles'li (Aydın'lı) (474-534): 27
Apian, Peter (Peter Bienewitz ya da Bennewitz) (1495-1552): 64, 136, 164
Apollonius, Perga'lı (Perge'li) (İÖ 262-180): 22, 39, 73-74, 122
Appel, Kenneth (doğ. 1932): 255
Arif, Cahit (Cahit Arifi) (1910-1997): 83
Argand, Jean Robert (1768-1822): 81
Ariadne: 267
Aristoteles (Aristo) (İÖ 384-322): 78, 111, 115, 226
Arkhimedes (Arşimed) (İÖ 287-212): 22, 27, 31, 39, 129-131, 199, 229, 244, 257
Arnoldi, Arnoldo di (17. yüzyıl ilk yarısı): 139
Aryabhata-I (476-550): 41, 57, 230
Aventinus, J. (1477-1534): 51
Ayala Guamán Poma de (~1538-1620): 48

Bacon, Francis (1561-1626): 119
Babbage, Charles (1792-1871): 288-289
Barbari, Jacopo de (1440-1515): 244-245
Barbari Vigonnis, Jacopo (15. yüzyıl): 244
Barlow, Peter (1776-1862): 154
Baron de Tott, François (1733-1793): 84
el-Bastî, Ebu'l-Hasan (1412-1486): 67
el-Battânî, Ebu Abdullah ("Albategnius") (858-929): 39, 55, 60, 64
Bayezid, II. (Osmanlı Sultanı) (yön. 1481-1512): 76
Ben Ezrâ (İbn Azrâ), Abraham ("Avenarius") (1093-1168): 46, 205

Benû Musa Kardeşler (Muhammed, Ahmed ve Hasan) (9. yüzyıl): 67
Berger, Robert: 270
Berker, Ratip (1910-1997): 83
Bernoulli, Daniel (1700-1782): 264
Bernoulli, I. Jakob (1655-1705): 189, 239
Besson, Jacques (1540-1573): 131, 133-134
Bhaskara (Bhaskaracharya) (1114-1185): 41
Billingsley, Henry (ölm. 1606): 30
Bion, Nicolas (1653-1733): 131, 134, 168-169
Biringuccio, Vannoccio (1480-1539): 130
el-Bîrûnî, Ebu'l-Reyhan (el-Beyrûnî, "Aliboron") (973-1048): 46, 55, 65-66, 219
Boethius, Anicius Manlius (~480-524): 50, 105, 107-111, 195-196, 200
Bohr, Niels (1885-1962): 265
Boltzmann, Ludwig (1844-1906): 193
Bolyai, Farkas Wolfgang (1775-1856): 281
Bolyai, János (Johann) (1802-1860): 191, 259, 281
Bombelli, Raffaele (1526-1572): 145
Bonneval, Comte de (Humbaracı Ahmed Paşa) (1675-1747): 83
Bonnycastle, John (~1750-1821): 79-80
Boole, George (1815-1864): 289
Boscovich, Roger Joseph (Ruggiero Giuseppe) (1711-1787): 124
Bosse, Abraham (1602-1676): 186
"Bourbaki grubu" (20. yüzyıl): 266
Boyer, M.: 231
Böckler, Georg Andreas (17. yüzyıl ikinci yarısı): 137
Brahe, Tycho de (1546-1601): 138
Brahmagupta (598-670): 41, 44-45
Branca, Giovanni (1571-1645): 134
Briggs, Henry (1561-1631): 150, 187
Brueghel, Pieter ("Yaşlı") (1525-1569): 171
Brunelleschi, Filippo (1377-1446): 97
Buffon, George-Louis Marie Leclerc Kont de (1707-1788): 16, 231
el-Bûnî, Şemseddin (ölm. ~1250): 70, 207
Burk, Arthur Walter (doğ. 1915): 290
Burroughs, William Steward (1855-1898): 288
Bush, Vannevar (1890-1974): 289
Buteon, Jean (~1492-~1570 dolayı): 221
Bürgi, Jobst (Jobsten Bürgi / Justus Byrgius) (1552-1632): 149
Byron, Lord George Gordon (1788-1824): 288

Câbir ibn Hayyan ("Geber") (720-813): 70, 207
el-Câhiz (779-869): 52
Calandri, Filippo (doğ. 1467/1468): 218
Campanus von Novara (ölm. 1296): 29
Cantor, Georg Ferdinand Ludwig Philipp (1845-1918): 192-193, 280
Capella, Martianus (420-490): 104, 108

Cardano, Geronimo (1501-1576): 68, 123, 129, 131, 142-144, 202, 206, 263
Carnot, Lazare N. M. (1753-1823): 189
Cassini, Jean-Dominique (Gian-Domenico) (1625-1712): 78, 148
Cassiodorus, Flavius Magnus Aurelius (~480-573): 107
Castiglione, Baldassare (1478-1529): 144
Cauchy, Augustin-Louis (1789-1859): 192
Caus, Salomon de (1576-1626): 134
Cavalieri, Bonaventura (~1598-1647): 187
Cayley, Arthur (1821-1895): 192
Ceulen, Ludolph van (1540-1610): 69, 230
el-Cezerî, Ebu'l-İzz İsmail ibn el-Rezzâz (1136-1206): 73
Charlemagne (Carolus Magnus, Şarlman) (Kutsal Roma İmp.) (İmp. 800-814): 200
Ch'in Chiu-shao (~1202-1261): 204
Cicero, Marcus Tullius (İÖ 106-43): 111
Ciermans, Jean (1602-1648): 283
el-Cilî, Ebu'l-Hasan Kuşiyâr ibn Lebbân (971-1029): 52
Clagett, Marshall (1916-2005): 36
Clavius, Christopher (1538-1612): 124, 132-133, 157
Clay, Landon T.: 281
Colmar, Charles Xavier Thomas de (1785-1870): 284
Commandino, Federigo (1509-1575): 30
Cooper, Roger: 256

Daidalos: 267
D'Alembert, Jean le Rond (1717-1783): 189
Damat İbrahim Paşa, Nevşehir'li (1660-1730): 78
Dante Alighieri (1265-1321): 90
Darwin, Charles Robert (1809-1882): 266
Dechales, Claude François Milliet (1621-1678): 125
Dedekind, Richard (1831-1916): 192
Dee, John (1527-1608): 30
Demokritos, Abdera'lı (İÖ 470-361): 21, 193
Desargues, Girard (1591-1661): 146, 182
Descartes, René (1596-1650): 66, 103, 123, 146, 172, 187, 197, 224, 262
Diophantos, İskenderiye'li (206-290): 28, 37, 55, 67, 89, 94, 123, 200, 262
Donatus, Aelius (4. yüzyıl): 111
Drechsler, Christoph ("Genç") (16./17. yüzyıl): 135
Duchamp, Marcel (1887-1968): 275
Dürer, Albrecht (1471-1528): 156, 172-178, 208-210, 244

Ebu Berze (ölm. 910): 56
Ebu'l-Cûd: 64
Ebu'l-Vefâ el-Buzcânî (940-997): 55, 60, 64-65, 67
Eckert, John Prosper (1919-1995): 290-291
Einstein, Albert (1879-1955): 192, 226, 265
Ens, Kaspar (~1570- ~1636): 119

Eratosthenes, Kyrene'li (~İÖ 284-192): 22-23, 32, 36, 161
Erdös, Paul (1913-1996): 255, 280
Erim, Kerim (1894-1952): 82-83
Esad bin Ali bin Osman Efendi, Yanya'lı: 78
Escher, Maurits Cornelis (1898-1972): 251, 275-278
Eudoksos, Knidos'lu (~İÖ 408-355): 22, 27
Eukleides (Öklid), İskenderiye'li (~İÖ 316-250): 25-30, 39, 59, 66-68, 73-74, 79-80, 88, 107, 111, 115, 122-123, 129, 131, 173, 191-192, 195, 200, 223, 225-226, 242, 257, 281
Eukleides, "Megara"lı (~İÖ 450-380): 123
Euler, Leonhard (1707-1783): 90, 189, 203, 206, 224, 229, 234, 250, 253, 260-263

el-Fârâbî (870-950): 38, 55, 72
Fatih Sultan Mehmed (yön. 1444-1446; 1451-1481): 75
Faulhaber, Johann (1580-1635): 120-121, 153, 179, 216-217
Ferdinand (Braunschweig Dükü): 257
Ferguson, D. F.: 231
Fermat, Pierre de (1601-1665): 146, 187, 189, 224, 262-264
Ferrari, Ludovico (1522-1565): 131, 144
Ferro, Scipione del (1465-1526): 144
Fibonacci, Pisa'lı Leonardo (Leonardo Pisano) (1174-1240): 87-89, 94-95, 199, 234-237
Fields, John Charles (1863-1932): 282
Finé, Oronce (1494-1555): 141
Fludd, Robert (Robertus de Fluctibus) (1574-1637): 101-102, 182-183, 197
Forcadel, Pierre (1520-1576): 30
Fourier, Jean Baptiste Joseph (1768-1830): 191
Francesca, Piero della (1412-1492): 92, 95, 97, 244
Fredholm, Erik Ivar (1866-1927): 193
Friedrich, II. (Büyük) (Prusya İmparatoru) (yön. 1740-1786): 188
Friedrich, II. (Hohenstaufen'li) (Sicilya Norman Kral ve İmparatoru) (1194-1250): 89
Frisius, Reiner Gemma (1508-1555): 128, 157, 161-164
Fugger Ailesi (14./16. yüzyıl): 91
Furttenbach, Joseph (17. yüzyıl): 170

Gaffurio, Franchino (1451-1522): 194
Galilei, Galileo (1546-1642): 11, 79, 103, 128, 130-131, 141, 187
Galois, Évariste (1811-1832): 83, 192, 278
Galton, Francis (Sir) (1822-1911): 266
Gassendi, Pierre (1592-1655): 103, 123
Gau_, Carl Friedrich (1777-1855): 192, 204, 257-259, 266
el-Gazzâlî ("Algazel") (1058-1111): 73
Gelenbevî İsmail Efendi (1730-1791): 78
Geminos, Rodos'lu (İÖ 1. yüzyıl): 103

Genuys, F.: 231
Gerard (Gherardo), Cremona'lı (1114-1187): 29, 38, 58
Gerardi, Paolo: 93
Gerbert, Aurillac'lı (ya da Auvergne'li) (Papa II. Sylvestre) (938-1003): 13, 85-86, 221
Ghiberti, Lorenzo (1378-1455): 97
Gibbs, Josiah Williard (1839-1903): 193
Giovanni da Verona, Fra: 249
Goldbach, Christian (1694-1764): 256, 260
Goldstine, Herman H. (doğ. 1913): 290
Gödel, Adele: 279
Gödel, Kurt (1906-1978): 279
Grant, George Barnard (1849-1917): 288
Grassman, Hermann Günther (1809-1877): 192
Gregory, James (1638-1675): 230-231
Guidobaldo da Montefeltro (Urbino Dükü) (1472-1508): 244
Guilloud, J.: 231
Gunter, Edmund (1581-1626): 150-151

el-Haccâc (~737- 813 sonrası): 28
Hahn, Philipp Matthäus (1739-1790): 284, 287
Haken, Wolfgang (doğ. 1928): 255
Halley, Edmond (1656-1742): 188
Hamilton, William (1788-1856): 192
Hardy, Godfrey Harold (1877-1947): 279
el-Harezmî, Ebu Cafer Muhammed ibn Musa (~783-850): 38, 45, 55-59, 64, 86, 88, 94, 230
el-Harezmî, Mahmud bin Ömer (ölm. 1221): 75
Harriot, Thomas (1560-1621): 146, 253
Harun el-Reşid (Abbasi Halifesi) (yön. 786-809): 28
Hasan Sabbah ("Şeyh el-Cebel": "Dağın Şeyhi") (ölm. 1124): 68
Hasse, Helmut (1898-1979): 83
Hatipzâde: 76
Heisenberg, Werner (1901-1976): 265
Hérigones, Pierre (ölm. ~1643): 122, 124
Hermann, Jakob (1678-1733): 117
Hermann, Kärnten'li (ölm. 1143): 129
Herodotos (Herodot), Halikarnassos'lu (Bodrum'lu) (~ İÖ 484-426): 35
Heron, İskenderiye'li (50-120): 73, 200
Hızır Bey (ölm. 1459): 76
Hızır Halife: 77
Hilbert, David (1862-1943): 193, 279, 281
Hipparkhos, Nikaia'lı (İznik'li) (~İÖ 190-120): 60, 139
Hippasus, Metapontum'lu (İÖ 500 yılı dolayı): 26
el-Hocendî, Ebu Mahmud Hâmid: 55
Holbein, Hans ("Genç") (1497-1543): 162, 165

Hollerith, Hermann (1860-1929): 288-289
Holtzmann, Wilhelm (1532-1576): 30, 107
Hondius, Henricus (1597-1651): 184
Hugo, St. Viktor'lu (Hugo von Blankenburg) (~1096-1141): 221
Hulsius, Levinus (Liévin) (1550-1606): 131, 171
Huneyn ibn İshak (Ebu Zeynel İbadi ya da "Johannitius") (809-873): 31
Huygens, Christiaan (1629-1695): 264
Hülâgu Han (Moğol-İlhanlı Hanı) (yön. 1256-1265): 68
Hüseyin Rıfkı Tamânî, Kırım'lı (ölm. 1816): 78-80
Hüseyin Tevfik Paşa, Vidin'li (1832-1901): 80-81
Hypatia (370-415): 33

İbn el-Hâim el-Mısrî, Ebu'l-Abbas: 66
İbn Haldun (1332-1406): 74
İbn Hallikan, Ahmed İbn Muhammed (1211-1282): 219
İbn el-Heysem (965-1041): 39, 55, 65
İbn Luka, Kosta (820-912): 67
İbn Matar el-Kûfî, Haccâc ibn Yusuf (786-835): 59
İbn Sina ("Avicenna") (980-1037): 55, 72
İbn Türk el-Ceylî, Abdülhamid ibn Vâsi (ölm. 854): 38, 55-56, 59
İbn Yunus, Ebu'l-Hasan ("Ben Jonis") (950-1009): 55
İhvan el-Safâ (Arınmışlık Kardeşleri (10./11. yüzyıl): 207
İfrah, Georges (doğ. 1947): 291
İshak Efendi, Başhoca (1748-1836): 79-80
İshak ibn Huneyn (830-910): 28
İskender ("Büyük") (Makedonya İmparatoru) (yön. İÖ 336-323): 19
İsmail Çınarî, Kalfazâde (ölm. 1790): 78
İsidoros, Miletos'lu (Milet'li) (6. yüzyıl): 27
İsidorus (Aziz) (~560-636): 107
İustinianus, Flavius Petrus Sabbatius (Bizans İmparatoru) (yön. 527-565): 104-105, 115

Jacquard, Joseph-Marie (1752-1834): 288
Jamnitzer, Wenzel (1508-1586): 135, 160, 178-180
Jeenel, J.: 231
Jenichen, Balthasar (ölm. 1621): 211
Jordan: 83
Josephus, Flavius (37-~95): 201, 204-206

Kadızâde Rûmî (1337-1412): 75, 77
Kanada, Yasumasa (20. yüzyıl): 231
Kanuni Sultan Süleyman (yön. 1520-1566): 76
el-Kâşî, Gıyaseddin Cemşid (1380-1429): 61, 65, 69, 230
Katherina, I. (Rus Çariçesi) (1684-1727): 260
Kepler, Johannes (1571-1630): 97, 103, 117, 149-150, 195, 197, 247-249, 251
el-Kerecî (953-1029): 55, 60-61, 63-65

Kircher, Athanasius (1602-1680): 124, 132, 197-198
Klein, Felix Christian (1849-1925): 191-192
Klein, H. A.: 171
Koberger, Anton (doğ. 1440): 173
Kopernicus, Nikolaus (1473-1543): 131, 248
Köbel, Jakob (1460-1533): 128, 158
Kratzer, Nicolas (~1486-1550 sonrası): 162, 165
Kronecker, Leopold (1823-1891): 72
Kuhn, Hugo (1909-1978): 90
Kutbeddin Şîrâzî (1236-1311): 72
Kyrillos (Kyril) (Başpiskopos) (yön. 412-444): 33

Lagny, Thomas Fantet de (1660-1734): 231
Lagrange, Joseph Louis (1736-1813): 189, 192, 263
Lambert, Johann Heinrich (1728-1777): 232, 266
Laplace, Pierre Simon (1749-1827): 189, 265
Le Clerc, Sébastian (1637-1714): 148
Leffler, Gösta Magnus Mittag (1846-1927): 281-281
Legendre, Adrien-Marie (1752-1833): 253
Leibniz, Gottfried Wilhelm (1646-1716): 18, 135, 187-190, 197, 203, 230, 253, 284, 286, 288-289
Lencker, Johannes (Hans) (ölm. 1637): 178, 181
Leupold, Jakob (1674-1727): 131, 134, 284, 286
Leurechon, Jean (takma adı H. van Etten (~1591-1670): 201
Levi ben Gerson (Gershon / Gersonides) (1288-1344): 140
Leybourn, William (1626-~1700): 125
Lie, Sophus (1842-1899): 193
Lilavati: 41
Lindemann, Ferdinand von (1852-1939): 229, 232, 253
Littlewood, John Edensor (1885-1977): 279
Lobatchevski, Nikolai Ivanovich (1793-1856): 67, 82, 191-192, 259, 281
Lombard, Peter (1095-1160): 111
Loomis, Elisha Scott (1852-1940): 223
Lorenz, Edward N. (doğ. 1917): 265
Louis, XIV. (Fransa Kralı) (yön. 1661-1715): 147-148
Lovelace, Ada (Augusta Ada King, Lady Lovelace) (Kontes) (1815-1852): 288
Lu, Peter J.: 273
Lucilius (~10-64): 104
Luneschlos, Johannes von (ölm. 1699): 103, 123

Machin, John (1680-1751): 231
Magini, Giovanni Antonio (1555-1617): 157
"Magister Dardi", Pisa'lı (14. yüzyıl): 94
Magritte, René (1898-1967): 275
el-Mağribî, Ali ibn Veli ibn Hamza el-Cezairî (ölm. 1614): 65, 77
Mahmud, I. (Osmanlı Sultanı) (yön. 1730-1754): 78

Maier, Michael (1568-1622): 33
Mandelbrot, Benôit B. (doğ. 1924): 266
el-Mansur (Abbasi Halifesi) (yön. 754-775): 41, 45
Manuel Moschopulos, Bizanslı (~1265-~1316): 208
el-Marâkuşî, Ebu'l-Abbas ibn Bennâ (1256-1321): 65
el-Mârdînî, Bedreddin Sıbt (1423-1497): 41
Marre, Aristide (1823-1918): 57
Maternus, Julius Firmicus (4. yüzyıl): 104
Mauchly, John W. (1907-1980): 290-291
Maxwell, James Clerk (1831-1879): 193
el-Mecritî, Ebu'l-Kasım Mesleme (ölm. 1007): 59
Melikşah Celâleddin (Selçuklu Sultanı) (1052-1092): 67
el-Me'mun (Abbasi Halifesi) (yön. 813-833): 28
Menelaos (1. yüzyılın ikinci yarısı): 40, 73-74
Mêrê, Chevalier de (1607-1684): 263
Merliers, Jean de (ölm. 1580): 158
Mersenne, Marin (1588-1648): 197
Metius, Adriaen (1571-1635): 137
Mêziriac, Claude-Gaspard Bachet de (1581-1638): 200, 203, 205, 262
Mimar Sinan (1491-1588): 237
Minos, II. (Kral): 267
Minotauros: 267
Mises, Hilda Geiringer von (1893-1973): 282
Mises, Richard Edler von (1883-1958): 282
Molla Lütfi ("Deli Lütfi"), Tokat'lı (ölm. 1494): 76
Monge, Gaspard (1746-1818): 189
Morgan, Augustus de (1806-1871): 188
Morland, Samuel (Sir) (1625-1693): 284
Morris, William (1834-1896): 269
Moxon, Joseph (1627-1700): 166
Möbius, August Ferdinand (1790-1868): 251
Muhammed (Hz.) (571-632): 71
Murad, II. (Osmanlı Sultanı) (yön. 1421-1444; 1446-1451): 75
Murad, III. (Osmanlı Sultanı) (yön. 1574-1595): 77
Murad, IV. (Osmanlı Sultanı) (yön. 1623-1640): 77
Musa, Hz. (İÖ 1200'ler): 114
Mustafa, III. (Osmanlı Sultanı) (yön. 1757-1774): 78, 83

Nanteuil, Robert (1623-1678): 186
Napier (Neper), John (1550-1617): 88, 118, 133, 135-138, 146, 149-150, 152, 187, 283
el-Nesevî (Nisavî), Ebu'l-Hasan Ali ibn Ahmed (~980-1040): 52, 55
Nasuh, Matrakçı (Nasuh el-Silahi) (ölm. 1564): 76
Needham, Joseph (1900-1994): 62
Neumann, John (Janos) von (1903-1957): 289, 291
Newton, Isaac (1642-1726): 13, 187-189, 197, 257, 262, 265

el-Neyrîzî, Ebu'l-Fazl ("Anaritius") (ölm. ~922): 55, 103
Nicholson, S.: 231
Nikomakhos, Gerasa'lı (60-120): 39
Nobel, Alfred Bernhard (1833-1896): 281-282
Nuñez, Pedro (Petrus Nonius) (1502-1578): 123, 128-129, 132, 157

Oldenburg, Henry (1615-1677): 188
Onat, Emin (1908-1961): 237
Oughtred, William (1574-1660): 146, 151, 153
Ozanam, Jacques (1640-~1717): 126, 201

Ömer Hayyam (1048-1131): 55, 61, 65-67, 72, 144

Pacioli, Fra Luca (~1445-1517): 95-96, 101, 131, 143, 173, 202, 208, 244-247
Paganini, Nicolò (doğ. 1850): 224
Pappus (~290-~350): 31
Paracelsus (Theophrastus Bombastus von Hohenheim) (1493-1541): 182, 209, 211
Paris, Franco von (Paris'li Franco): 136
Parmenides, Elea'lı (İÖ ~520-450 sonrası): 226
Pascal, Blaise (1623-1662): 40, 61-64, 146, 187-188, 236, 263-264, 283-285, 288
Pasiphae: 267
Pearson, Karl (1857-1936): 266
Peckham, John (1240-1292): 127
Penrose, L. S.: 275
Penrose, Roger (doğ. 1931): 269, 271-273, 275
Perikles (yön. İÖ 495-429): 32
Perrault, Claude (1613-1688): 148
Petrarca, Francesco (1304-1374): 90, 144
Peurbach, Georg (1423-1462): 94, 157
Pfinzing, Paulus ("Yaşlı") (1554-1599): 178
Phidias (Pheidias) (İÖ 490-430): 237
Philolaos (İÖ 480-400): 21, 242
Philon, Byzantion'lu (İstanbul'lu) (İÖ 2. yüzyıl): 73
Piranesi, Giovanni Battista (1720-1778): 275
Pitiscus, Bartholomaeus (1561-1613): 38
Platon (Eflatun) (İÖ 427-348): 32, 74, 97, 103, 105, 115, 155, 173-174, 195, 226, 242-244, 248-250
Plücker, Julius (1801-1868): 191
Poincaré, Jules-Henri (1854-1912): 280
Poinsot, Louis (1777-1859): 251
Poisson, Simon-Denis (1781-1840): 266
Pomodoro, Giovanni (16. yüzyıl): 167
Poseidonios (~İÖ 135-51): 103
Prätorius, Johann (Johannes Richter) (1537-1616): 135
Prager, Wilhelm (~20. yüzyıl): 82
Prato, Convenevole da (~1270-1338): 107

Priscianus, Caesariensis (5./6. yüzyıl): 111
Proklos, Diodakos (Konstantinopolis'li) (411-485): 103, 115
Psellos, Michael (1018-1078): 107
Ptolemaios I. Soter ("Kurtarıcı") (Mısır Kralı) (yön. İÖ 305-283): 27
Ptolemaios, Claudius (Batlamyus) (108-168): 31, 111, 138
Pythagoras (Pisagor), Samos'lu (İÖ 570-480): 13, 19, 21-26, 39-40, 70, 103, 109-111, 155, 193-197, 199, 223-224, 226, 242, 262

Quételet, Lambert-Adolphe Jacques (1796-1874): 266

Ramanujan Aiyangar, Srinivasa (1887-1920): 278-279
Ramelli, Agostino (~1531-1608 sonrası): 134
Rankin: 82
Recorde, Robert (1510-1558): 96
Regiomontanus, Johannes (Johannes Müller) (1436-1476): 94, 100, 140
Reisch, Gregorius (~1470-1525): 107-108, 110, 112-113, 117, 120, 139-140, 195-197
Reitwiesner, Georg W. (20. yüzyıl): 231
Reuterswärd, Oscar (1915-2002): 275
Rhind, Alexander Henry (1833-1863): 28, 35-36, 199, 229, 234
Riemann, Georg Friedrich Bernhard (1826-1866): 82, 191-192, 225-226, 263, 278, 281
Ries, Adam (1492-1559): 51, 96, 98-99, 185
Ritmüller, E.: 258
Robert, Chester'li (ya da Ketton'lu) (12. yüzyıl ilk yarısı): 58, 94
Robinson, Raphael (1912-1995): 270
Roomen, Adriaen van (1561-1615): 230
Rousseau, Jean-Jacques (1712-1778): 198
Rubik, Ernö (doğ. 1944): 222
Rudolff, Christoph (~1500-1545): 187
Ruffi, Theodor: 140
Russell, Bertrand (1872-1970): 279
Rutherford, William: 231
Rückert, Thomas (~1532-1606): 145
Ryff, Walter Hermann (Gualtherius Rivius) (1500-1548): 159

Sabit ibn Kurra (836-901): 28-29, 39, 55, 70
Sacrobosco, Johannes de (John of Halifax / John of Holywood) (1200-1256): 86, 89
Salih Zeki (1864-1921): 81-82
Sarton, Georg Alfred Léon (1884-1956): 68
Scamozzi, Vincenzo (1552-1616): 156
Scheiner, Christoph (1575-1650): 132
Scheuchzer, Johann Jakob (1672-1733): 221
Schickard, Wilhelm (1592-1635): 283, 285
Schirakazi, Anania (ölm. ~670): 200

Schlaefli, Ludwig (1814-1895): 250
Schooten, Frans van (1615-1660): 100, 203
Schott, Caspar (1608-1666): 119, 124, 137
Schrödinger, Erwin (1887-1961): 265
Schwenter, Daniel (1585-1636): 201, 220
Selim, III. (Osmanlı Sultanı) (yön. 1789-1807): 80
Seneca, Lucius Annaeus ("Genç") (İÖ 4-İS 65): 104, 108
Sessa: 218
Sforza, Ludovico (Dük) (1452-1508): 95, 247
Shanks, William (1812-1882): 231-232
Sharp, Abraham (1651-1742): 231
Sieur Mathulon: 253
Smale, S.: 281
Snell (Snellius), Willebrord (1591-1626): 161
Sokrates (İÖ 470-399): 227
Sözde-Tûsî: 29
Steiger, Otto: 289
Steiner, Jakob (1796-1863): 191
Steinhardt, Paul J.: 273
Stevin, Simon (1548-1620): 100-101, 157
Stifel, Michael (~1487-1567): 123
Stör, Lorenz (ölm. 1570): 160-161
Strada, Jacopo da (1507-1588): 134
Süleyman, Hz. (~İÖ 1000-937): 229

Şemin, Hüseyin Ferruh (1908-1985): 83
Şirvânî, Fethullah (ölm. 1486): 75
el-Şuca, Ebu Kâmil (~850-930): 55

el-Taberî, Sehl (11. yüzyıl ikinci yarısı): 203
Tahmasp, I. (Safevi Şahı) (1514-1576): 77
Tait, P. G. (1831-1901): 206
Takahuski, Daisuke: 231
Takiyüddin ibn Ma'ruf (1521-1585): 76
Tartaglia, Niccolò (Niccolò Fontana) (1499-1557): 30, 114-116, 128-131, 141-144, 162-163, 202-203, 205
Thales, Miletos'lu (Milet'li) (İÖ 624- 545): 21, 23, 37
Theaitetus (İÖ 417-369): 27, 242
Theoderich (Teodorik), "Büyük" (Ostrogot Kralı) (yön. 471-526): 105, 195
Theodosius (İÖ 100 yılı dolayı): 122
Theon, İskenderiye'li (Astronom) (4. yüzyıl): 33
Theon, Smyrna'lı (İzmir'li) (İS 70-135): 32, 76
Theseus: 267
Tsu Ch'ung Chi (430-501): 40, 230
Turing, Alan Mathison (1912-1954): 289-290
el-Tûsî, Nâsireddin (1201-1274): 28-29, 49, 55, 61, 63, 65, 67-68, 77, 80

el-Tûsî, Şerafeddin (1135-1213): 69
Tuttell, Thomas (etk. 1695-1702): 166

Uccello, Paolo (~1397-1475): 97
el-Uklîdusî, Ebu'l-Hasan (~920-~980): 52
Uluğ Bey (Timurlu Hükümdarı) (1394-1449): 69
Ursinus, Benjamin (1587-1633): 150, 157

Val, Patrick du (1903-1987): 82
Vandermonde, Alexandre Théophile (1735-1796): 198
Vega, Georg (Jurij) von (Baron) (1756-1802): 231
Veranzio, Fausto (1551-1617): 134
Vergilius (Virgil) Maro, Publius (İÖ 70-19): 16
Vernier, Pierre (~1580-1637): 132-133
Viète, François (Franciscus Vieta) (1540-1603): 69, 100, 123, 172, 187-188, 230
Vinci, Leonardo da (1452-1519): 92, 95, 97, 109, 142, 174, 244-247
Vitruvius Pollio, Marcus (~İÖ 80-25): 25, 162
Vogel, Kurt (1888-1985): 201
Vries, Jan (Hans) Vredeman de (1526-1609): 185

Waldseemüller, Martin (1470-~1520): 136
Wallis, John (1616-1703): 150, 187, 230
Wantzel, Pierre-Laurent (1814-1848): 252
Weierstrass, Karl (1815-1897): 192
Welser Ailesi: 91
Widmann, Johann (Eger'li) (1462-1498): 187
Wiles, Andrew (doğ. 1953): 263
Wilhelm, IV. (Dük) (ölm. 1603): 149
Woepcke, Franz (1826-1864): 66-67
Wolff, Christian (1679-1754): 117, 125, 127
Wolfskeol: 263
Wrench Jr, J. W.: 231
Wright, Edward (~1560-1640): 150

Yakup, Hz.: 140
Yang Hui (1238-1298): 61
Yar, Ali (1884-1965): 83
Yavuz (I.) Sultan Selim (yön. 1512-1520): 76
Yusuf Sinan Paşa (ölm. 1486): 76

Zamberti, Bartolomeo (1479-1539 sonrası): 30, 173
Zamorensis, Rodericus (~1404-1475): 95
Zeising, Heinrich (ölm. 1613): 134
Zenon, Elea'lı (İÖ 489-430): 21, 226-228
Zonca, Vittorio (1568-1627): 134
Zuse, Konrad (1910-1995): 289
Zweter, Reinmar von (~1200-1252 sonrası): 204