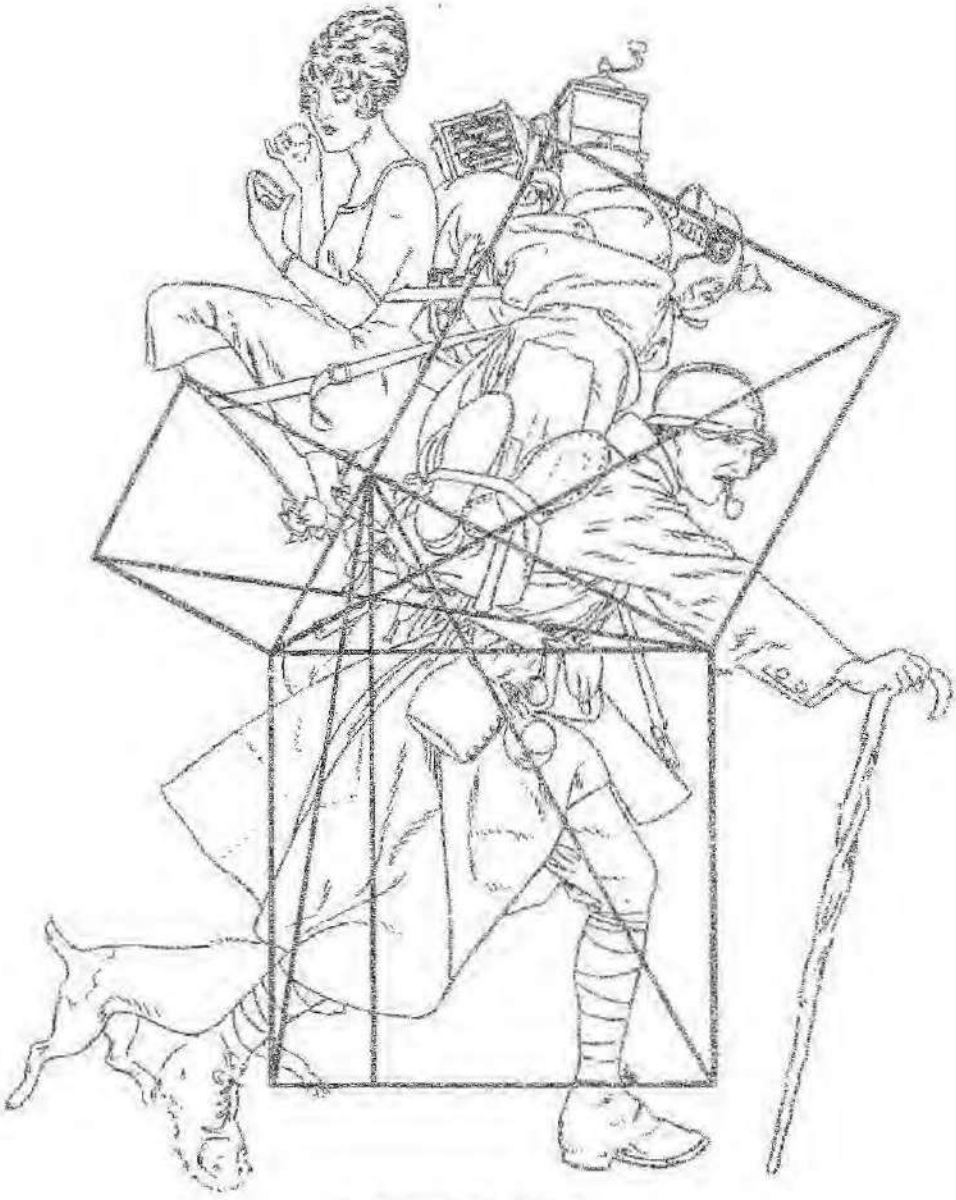
PROF. DR. ALİ DÖNMEZ

MATEMATİĞİN ÖYKÜSÜ VE SERÜVENİ



ÇİN, JAPON VE MAYA MATEMATİĞİ

DÜNYA MATEMATİK TARİHİ ANSİKLOPEDİSİ



τὸ θεώρημα τῆς νύμφης.

PROF. DR. Ali DÖNMEZ

DÜNYA MATEMATİK TARİHİ ANSİKLOPEDİSİ

MATEMATİĞİN ÖYKÜSÜ VE SERÜVENİ

V. CİLT
ÇİN, JAPON ve MAYA MATEMATİĞİ

TOPLUMSAL DÖNÜŞÜM YAYINLARI

Toplumsal Dönüşüm Yayınları
Kurucuları: *Hayri BİLDİK / Hatice BAHTİYAR*

Toplumsal Dönüşüm Yayınları: 193
Matematiğin Öyküsü ve Serüveni
"Dünya Matematik Tarihi Ansiklopedisi": 5
Prof. Dr. Ali DÖNMEZ
Çin, Japon, Hint ve Maya Matematiği: 5

1. Basım Toplumsal Dönüşüm Yayınları
1500 Adet Ocak 2003 İstanbul

© Prof. Dr. Ali Dönmez / Toplumsal Dönüşüm Yayınları
ISBN: 975 8269-94-1

Genel Yayın Yönetmeni : *Hayri Bildik*
Editör : *Hatice Bahtiyar*
Düzelti : *Gürhan Dönmez*
(Doğuş Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Öğretim Görevlisi)
Yayınevi Önsözü : *Arif Hikmet Bildik*
Kapak Tasarımı : *Ayten Köse*
Grafik : *Sadık Uygur*
Sayfa Tasarımı : *Ruhsan Gözüm Bildik*

Bu kitap 1500 Adet basılmış olup 150 Adeti numaralandırılarak
satış dışı tutulmuştur.

Genel Dağıtım
KARDAK / Narlıbahçe Sok. No: 6
34 420 Cağaloğlu - İSTANBUL
Tel/Faks: 0 212 528 66 89 - 511 62 04

Baskı cilt
Ege Basım
0216 472 84 01 (pbx)

SUNU

"Matematik Yaşamın Soyutlanmış Biçimidir." şeklinde yapılan tanım herhalde en gerçekçi ve geniş haliyle matematiği ifade eder. O halde matematik yaşam kadar eski, yaşamla birlikte gelişen, insanlık tarihi ile paralel bir gelişim gösteren bilim dalıdır. İnsanın insanlaşma sürecinde matematiğin gelişim seyri de izlenebilir. Bu boyutu ile belki de en eski bilim olup diğer bilimlerin de anasıdır.

İnsan tasarlayabildiği sürece ve soyutlayabildiğince insanlaşmış, tarihsel serüveninde avcı toplayıcı toplumdan yerleşik düzene; tarım toplumuna geçmiş önce köy, sonra kent kurmuş ve daha sonra büyük devletler, imparatorluklar örgütlemiştir. Toplumsal gelişmeyle birlikte matematikte gelişmiştir. Ya da başka bir ifade ile matematiği gelişen tüm toplumlar komşu toplumlara oranla daha fazla ve hızlı bir gelişme göstermişlerdir. Hatta günümüz bilim dünyasını geliştiren ve modern toplumu yaratanlar büyük matematikçilerdir denebilir.

Tarihsel süreçte (0) sayısının bulunması bir dönüm noktasıdır. İnsanın soyutlama yeteneğinin nitelik değişimlerinden birini oluşturur. Yine (0 ve 1) sayılarından oluşan digital sistem günümüz bilgi toplumunun görsel ve işitsel iletişim ağının en gelişmiş biçimini oluşturmaktadır. Tüm bilgisayar sistemleri, televizyon ve telefon sistemleri bu teknolojiye dayanmaktadır.

Matematik bilimi ciddi bir iştir. Ama aslında asık yüzlü ve korku duyulan bir disiplin olmayıp, tersine yaşam gibi eğlenceli, neşeli ve insanı dinlendiren uğraş alanıdır da. Tüm dünyada bilgisayar oyunları, eğlence oyunları, satranç gibi, dama gibi oyun ve sporlar dahi matematiğe dayanmaktadır. Matematiği sevmek, bilmek ve onu yaşamda kullanmak insanı ayrıcalıklı yapar. O insana saygı duyulur, o insan sevilir.

Ülkemizde matematik tarihi konusunda hemen hemen bir çalışma yoktur. Böyle bir boşluğu doldurmak amacı ile değerli bilim adamı Prof. Dr. Ali Dönmez 40 yıllık çalışması sonucu ***"Matematiğin Öyküsü ve Serüveni"*** *adlı 10 ciltlik eserini meydana getirmiştir. Bize de, öğretmenlere, öğrencilere ve aydınlara bu eseri ulaştırmada yayınlama görevi düştü.*

Türkiye'de böyle bir kitap dizisinin yayınlanabilmesi, matematiğin teorik bilgiden öteye toplumsal, kültürel, ekonomik yaşamla bağlarının oluşmasına katkıda bulunmayı amaçlayan bir dünya görüşünün yoğun çaba ve özverisi ile mümkün olabilmektedir. Sunmaktan onur duyduğumuz bu eseri ilgili herkesin beğeneceğini umuyoruz.

Toplumsal Dönüşüm
Yayınları

İÇİNDEKİLER

Çin Matematiği 13
Mayalar 170
Hint Matematiği 239
Japon matematiği 462

Kaynaklar 531
Genel Kaynaklar 533
Tarih Tablosu 535
Dizin 541

ÖNSÖZ

Yabancı kaynaklara bakıldığında, çok sayıda matematik tarihi kitabı vardır. Bu yönde yapılan özel matematik tarihi araştırmalarıysa, elden geçirilemeyecek kadar fazladır. Özellikle, İngilizce yayınlar ve araştırmalar, kütüphaneler dolduracak boyutlara ulaşmıştır. Fransızca ve Almanca'da da durum buna yakın düzeydedir. Bu konuda araştırma yapmak oldukça zordur. Özellikle Türkiye koşullarında bu daha da güçleşmektedir. Çünkü, kaynak bulma sorunu başta gelen konudur.

İkinci güçlük de, eski devirlerde yaşayan atalarımızın matematiği hakkında hiç bir bilgiye sahip olamayışımızdır. Bilebildiğimiz kadarıyla, başlattığımız matematik tarihi bize yakın dönem sayılır. Uygarlığın ve insanların yaşadığı her yerde matematik vardır. Mağara devrinde bile matematiğin varolduğu kuşkusuz. Çünkü, duvarlarda ve taşlardaki çizgilerin matematikle bağlantısı vardır. En ilkel dönemlerde de en azından saymayı biliyorlardı. Hayvanları ehlileştirdikleri zaman, kaç hayvanın veya koyunun olduğunu kontrol etmek için hayvan sayısı kadar taş toplayıp onunla karşılaştırma yapabiliyorlardı.

Bugün, Avustralya adalarında, Güney Amerika ve Afrika'da henüz uygarlığın çok az girdiği yerlerde yapılan matematik araştırmalarına göre, oldukça ilkel yaşam sürdüren ve uygarlığın çok az girdiği bu topluluklarda bile kullanılan matematik bilgisi var. Örneğin parmaklarını saymada kullanıyorlar. Aynı şekilde, mağaralarda ve ağıllarda taş yığınlarından sayma işinde yararlanıyorlar. Yiyecek ve meyvelerin azlığı veya çokluğu hakkında bir ölçüleri var. Kuşkusuz, ilkel dönemlerde bile insanların matematiği vardı. Geçirdiği evrim içinde de bu matematiği gelişmiş ve uygarlık ile birlikte bugünkü düzeye ulaşmıştır. Çok az da olsa, bazı hayvanlarda sayı kavramı olduğu deneylerle kanıtlanmıştır. Örneğin, bir köpeğin iki veya daha fazla köpekten kaçması gibi. Bundan başka, maymunlar üzerinde de ilginç deneyler yapılmıştır.

Tüm canlı yaratıkların en zekisi ve en beceriklisi olan insanların, ilkel devirlerde matematiğe ilk olarak sayma ile başladığını sanıyoruz. Bu da, İ. Ö. 50.000 yıl önce olabileceği sanılıyor. Bunu kanıtlayan mağaralar var. Daha öncede başlamış olması olasıdır. Yine kalıntılara göre, İ. Ö. 25.000 yıllarında mağara duvarlarında ilkel geometrik şekiller görülmekte. Bugünkü dille söylersek, hayvan ağılları bile oldukça eski kalıntılardır. Yine, incelemelere göre insanlığın başlangıcı İ. Ö. iki milyon yıl önce olduğu tahmin ediliyor. Buna göre, İ. Ö. 6000 tarihi ile başlattığımız matematik tarihi oldukça kısa bir süredir. Bundan önceki yıllara ve insanların matematiğine ait bilgilerimiz oldukça az. İ. Ö. 10.000 yıllarında ziraat yapıldığına göre, en azından ürünü için kullandığı bir matimatik olacaktır.

Atalarımızın matematiğini bilemediğimiz için üzülmeye pek gerekte yok. Bu kadar uzak devirlere bile gitmeye çalışmayalım. Biz Türkler'in anayurdu olan Ortaasya'daki Türk atalarımızın matematiğini bile bugün bilemiyoruz. Fakat, uygarlığın olduğu yerde muklaka bir matematik var. Çağına göre atalarımızından kalan kalıntılara ve bugün Çin'de bulunan belgelere ve kazılara göre uygarlığı oldukça ileri düzeydeydi. Öyleyse bir matematikleri olması gerekir.

Dikkat edilirse, uygarlıkla matematik beraber gelişmiştir. Örneğin, uygarlık ovalık ve verimli yeri seçmiş ve buna bağlı olarak oralarda matematik gelişmiştir. Mezopotamya, Mısır'ın Nil Vadisi, Ege sahillerimiz, Hindistan'daki ovalık bölgeler buna en güzel örneklerdir. Tarihi gelişim içinde uygarlık matematiği doğurmuştur.

Bizde, bu yönde Türkçe yazılmış bir matematik tarihi yoktur. Türkçe kaynak yönüyle bu saha oldukça boştur. Öğrencilerimden gelen istek ve destekle böyle bir çalışmaya girdim. Matematiğin gelişimi hakkındaki boşluğu biraz doldurdum sanıyorum. Öğrencilerin, meslektaşlarımın ve meraklı okuyucuların severek okuyacağını umuyorum.

Bu eserde, yaşam öykülerini anlatacağım ve tanıtacağım matematikçilerin nasıl varolduklarını ve nasıl yokolduklarını vurgulamaya çalıştım. Zaten üstün zekalı kimselerin yokolması çok kolaydır. Onlar birer gül gibidir. Bir gün sulanmazsa bir çiçek gibi solar giderler. Hiç kimse de bunu farkedemez. Türkiyemiz için bu olay daha da acıdır. Önce şunu kabul etmek gerekir. Piyano olmayan evden bir Mozart veya Chopen çıkmaz. Bunun gibi, Türkiye'de üstün zekalı birçok matematikçi çıkmış ve ortam bulamadığı için yokolup gitmiştir. Burada vurgulamak istediğimiz de budur. Üstün zekalı bir çocuğun diğer çocuklardan pek farkı yoktur. Hatta bazen hiç dikkat bile çekmez. Belki sınıfının en başarısızlarından biri olabileceği gibi, en yaramaz ve derisine bile sığmayabilir. Bu eserde bunları görecek ve okuyacaksınız. Öğretmen olarak, eğitici olarak, anne ve baba olarak insanlık ve uygarlık bizden üstün zekalı kimseleri yok etmememizi ve onları korumamızı istiyor.

Genel olarak, tarihi akış içinde, burada yaşam öykülerini anlattığım matematikçileri doğum tarihlerine göre sıralamayı uygun buldum. Bazılarının yaşam öyküleri hakkında yeterli bilgi bulamadığımdan onları atladığım da oldu. Bunun yanı sıra, bazılarının yaşam öykülerini fazla ilginç bulmadığım için de fazla derinlemesine inmedim. Fakat ilginç olan ve eğitim için gerekli gördüğüm matematikçilerin yaşamlarını en ince noktalarına kadar anlatmayı bir görev saydım.

Matematik, oldukça teknik ve kavranması çok güç bir bilimdir. Böyle bir tarihi yazarken, özellikle kaçındığım bir nokta, olanaklar ölçüsünde matematiğin teknik tarafına girmeden ve okuyucuları sıkmadan bir biyografi türünde yazmaya çalıştım. Zaten bu kadar matematikçinin matematik buluşlarından ve kendileri tarafından yapılanları buraya aktarma olanağı yoktur. Bunu hiç bir matematikçinin de beceremeyeceği açıktır. Ancak, bir ekiple bu problem çözülebilir. Bunun dışında parça parça araştırma yapılabilir.

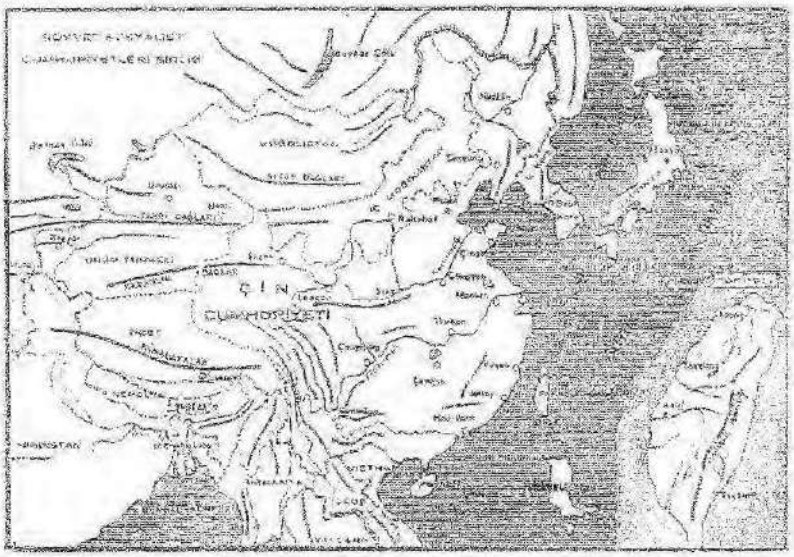
Türkiye'de, matematik tarihi bakımından matematik öğrencilerinin bu bilgisini doldurabilmek amacıyla işe başladık. İleride daha iyi olması arzusundayız. Okuyuculara ve öğrencilere biraz yararlı olabilirsek, kendimizi mutlu sayacağız. Bazı yanılgıların veya boşlukların bu tür eserlerde olması doğaldır. Gelecek her türlü öneri geliştirici bilgilere açık olduğumu hemen söyleyeyim. Saygılarımla.

Ali DÖNMEZ

ÇİN MATEMATİĞİ

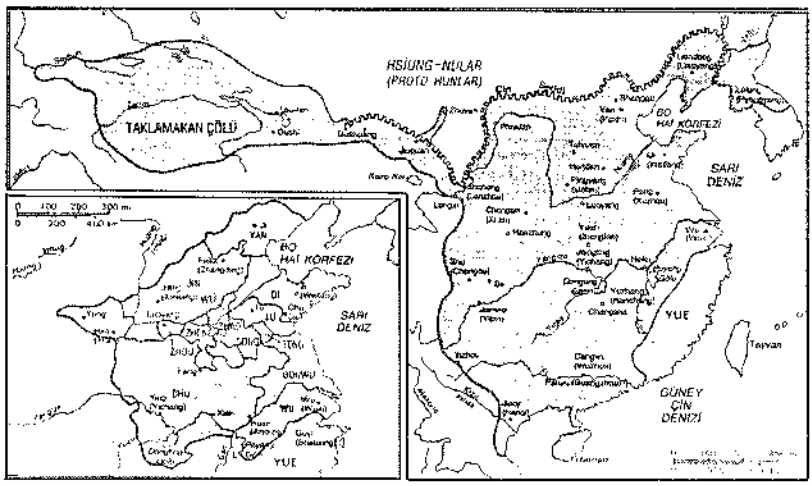
Çin ile ilgili arkeolojik bulgular oldukça eskidir. 1927 yılında yapılan bir kazıda, Pekin'in elli kilometre güney batısındaki bir mağarada Pekin insanına (homo erectus) ait kalıntıların bulunması, Çin'de ilk insan yerleşiminin yaklaşık 350 bin yıl öncesine tarihlendiğini göstermiştir. Çin uygarlığının beşiği büyük olasılıkla Sarı ırmak çevresidir. Bugünkü Hunan, Shandong ve Shanxi bölgelerinde yapılan kazılarda Çin kültürünün ipuçları bulunmuştur. Huang (Sarı) ırmağının büyük dönemecinin çevrelediği Ordos bozkırının güneş eşiğindeki üst paleolitik sitlerde bulunan küçük taş aletler zamanımızdan iki bin beş yüz ile on bin yıl öncesine ilişkin bir kültürü yansıtır.

Asıl Çin'de Jiangxi'nin güneyindeki bazı kalıntılar dışında Mezolitik Çağı yansıtan bir kültür bulunamamıştır. Doğu Asya'da bundan beş yüz bin yıl önce iki ayak üzerinde yürüyen, basit el aletleri kullanabilen avcılık ve toplayıcılıkla yaşamını sürdüren, beyin kapasitesi insanın üçte ikisi kadar olan insanların yaşadığı, arkeolog ve antropologlar tarafından belirlenmiştir. Pekin'in güney doğusunda bir kireçtaşı mağarasında bulunan bu insana ait fosiller bilim adamlarınca Pekin Adamı diye adlandırılmıştır. 1964 yılında



daha eski olduğu bildirilen aynı türden bir diş, daha batıda Sian yakınlarında Latien'de bulunmuştur. Çinli bilim adamları günümüzden iki yüz bin ile yüz bin yıl öncesine ait Neanderthal, yüz bin ile yirmi beş bin yıl öncesine ait Homo Sapiens gibi insanın ataları olan türlere ait fosilleri hem Güney hem Kuzey Çin'de bulmuşlardır. İ. Ö. 5000 yıllarında, Yontma Taş Devri'nde ilkel insanlar Sarı ırmak boylarında yoğunlaşmışlardır. Bu insanlar, ırmak boylarındaki bataklıklarda üzeri saz damla örtülmüş kulübelerde yaşamışlar, avcılık ve toplayıcılığın yanı sıra bazı bitki türlerini yetiştirmişlerdir. İlk evcilleştirdikleri hayvanlar köpek ve domuz olmuştur. Bu insanlar çapa, bıçak, ok ve yay, zıpkın, iğ, havan, iğne ve biz kullanmayı öğrenmişler, üç ayaklı kaplar yapmışlardır.

Buna karşılık, kuzey sınırlarındaki Moğolistan ve Mançurya'da hayvancılık ve ilkel çiftçilikle uğraşan bir mikrolit kültürün izlerine rastlanmıştır. Chengde bölgesindeki sitlerde bulunan kaba çakıl ve bıçaklar yerleşik tarıma dayalı ilkel Neolitik kültürün belirtilerini taşır. Bu kültürün izlerine boyalı çömlek ve cilalı taş aletlere dayalı yeni bir geç Neolitik kültürün görüldüğü Gansu ile Liaodong Körfezi arasındaki sitlerde de rastlanması, güneye doğru bir yayılmanın eski mikrolit kültürleri değişime uğrattığını düşündürmektedir.

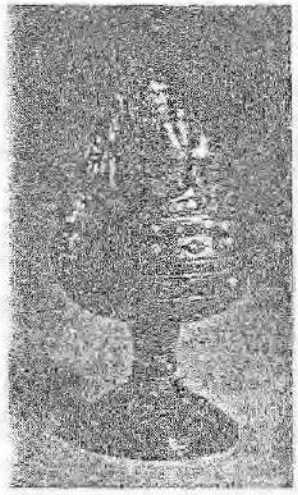


1921 yılında, Huang ırmağının aşağı çığırı yakınlarındaki Yangahao'da avcılık, hayvan besiciliği ve çiftçiliğin yanı sıra dokumacılıkla da uğraştığı anlaşılan sayısız büyük köyler ortaya çıkarılmıştır. İ. Ö. 2500 yıllarına tarihlenen bu toplulukların yetkin seramikleri, Hunan ve Gansu'da yüksek düzeyde bir uygarlığın geliştiğini kanıtlamaktadır. Daha sonraki araştırmalar bu uygarlığın güneye de yayıldığını ve Çin'in Batı Asya ve Hindistan'da olduğu gibi boyalı seramiklerden cilalı siyah seramiklere geçtiğini göstermiştir. Longahan'dan elde edilen çeşitli eşyalar bu kültür ile bilinen ilk Çin hanedanı Shangların Tunç Çağı arasında bir süreklilik olduğuna ilişkin ipuçları vermektedir.

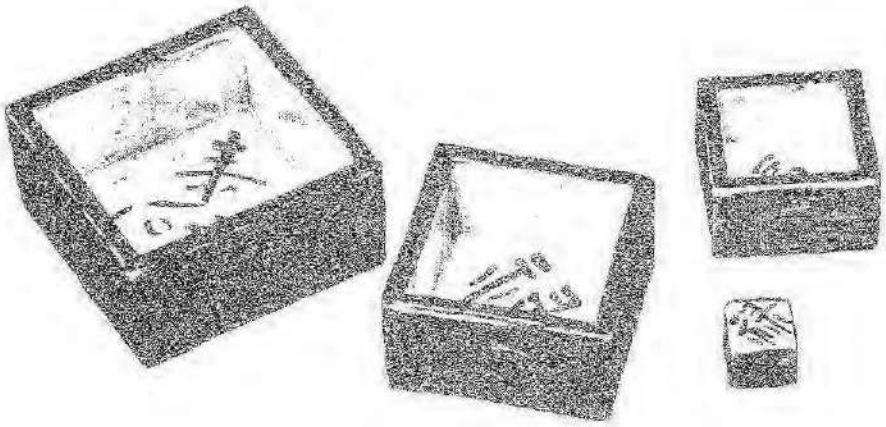


Hunan yönetim bölgesindeki Yangshao'da boyalı mezar kabı. İ. Ö. y. 5000 - 3000; Doğu Asya Müzesi, Stockholm.

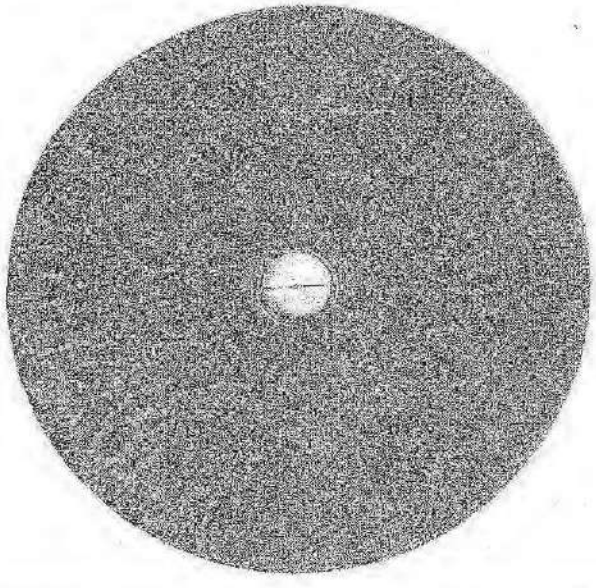
Yangshao'daki beyaz ve Longshan'daki siyah seramikler çok eski tarihlerde Batı Asya ile bağlar bulunduğuna işaret etmektedir. Çin'e özgü olduğu sanılan üç oyuk ayaklı sehpaların bir benzeri Anadolu'da bulunmuştur. Boyalı çömleklerin Çin'de birdenbire ortaya çıkması, aynı sıralarda bu alanda ilerlemiş olan İran ve Güney Rusya'dan etkilenme olasılığını güçlendirmektedir. 1950 yıllarında yapılan çeşitli araştırmalar eski tarihlerde Güney Çin'in Kuzey Çin'i geriden izlediğini ortaya koymuştur. Aşağı Yangtze çevresinde elde edilen bulgular, bu bölgelerin Batı Zhou hanedanı döneminde (İ. Ö. 1111 - 771) bile Kalkolitik çağın ilerisine gidemediğini göstermektedir. Güneydeki aletlerin çoğunda Kuzey'in belirgin bir etkisi vardır. Buna karşılık Kuzey'de bilinmeyen ve daha güneydeki Neolitik kültürlerle bağları yansıtan alettere de rastlanmıştır.



Kakma gümüş, altın, turkuvaz ve kameliyanla bezenmiş tunç buhurdanlık. Han Hanedanı dönemi; Freer Sanat Galerisi, Washington D.C.



Surlarla çevrili bir Shang kenti olan Zhengzhou ile Shangların son başkenti Anyang'daki bulgular Tunç Çağı'ndaki evrime ilişkin geniş bilgiler vermektedir. Sıkıştırılmış toprak tabakalarından yapılmış büyük surlar çarpıcı bir mimari yapı gösterir. Kentin içinde seramik fırın ve fabrikaları, kemik oyma atölyeleri ve tunç dökümhaneleri vardır. Shang yönetiminin son üç yüz yılı içinde Neolitik geleneklerden kopuşla birlikte başlıbaşına bir Çin uygarlığının geliştiği görülür. Atlı savaş arabası, ilk yazı denemeleri ve tuncu kalıba dökme yöntemleri gibi örneklerde Batı ile var olan benzerliklere karşın, özgün bir biçim kolaylıkla gözlenebilir.



Çin pusulası manyetik bir pusuladır. Söylentiye göre, 4000 yıl önce bir Çin İmparatoru buna benzer bir pusula kullanmıştır.

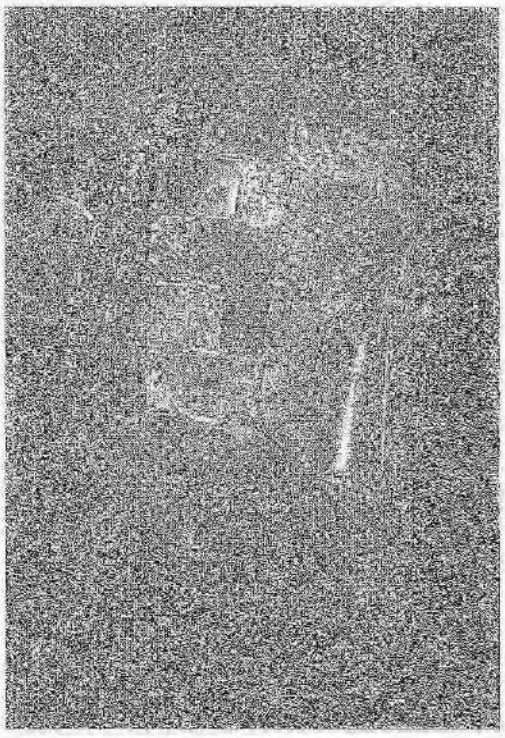
Değişik bir teknikle oyulmuş olan Shang beyaz çömleklerinde yeni ve soyut bir üslupla yapılmış insan figürleri görülür. Bir başka yenilik de yeşimden yapılmış küçük hayvan heykelcikleridir. Shang döneminin tunç silahlarında yabancı etkilerin yanı sıra özgün bazı örnekler de saptanmıştır. Ordos bölgesinde bulunan tunç eşyalar, buradaki gelişimin Avrasya bozkır kuşağı uygarlığının bir uzantısı olduğunu kanıtlamaktadır. Bölgedeki bulguları Mezopotamya çıkışlı olan metal işlemeciliğinin Çin'e kuzey batıdan girdiği varsayımını güçlendirir niteliktedir. Çin uygarlığının çarpıcı bir başarısı olan el yazısının Anyang öncesi bir evrime dayandığı bilinmekle birlikte, bu evrimi açıklayacak kesin bulgular yoktur.

İlk mürekkebin İ. Ö. 2500 yıllarında Çinliler tarafından bulunduğu bilinmektedir. Çinliler, günümüzden 4500 yıl kadar önce zamk işini kokulu maddelerle karıştırarak mürekkebi yapmayı düşünmüş ve başarmışlardı. Eski Mısırlılar da kırmızı ve siyah mürekkeple papirüs üzerine hiyeroglif yazısını yazıyorlardı.



Eski Çin'de, T'ang Hanedanı devri eserlerinden (İ. S. 618 - 907) "Kozmik Ayna" görülmektedir. Yeryüzünün ilk insanı P'an-Ku'nun gövdesinden yaratılan evren; kuzey, güney, doğu ve batıdaki dağlar tarafından simgelenmektedir.

Çin'in başlıca el sanatı çanak ve çömlekçilikti. Çin bu alanların çoğunda öncülük etmiştir. Gerçek anlamda ilk çanak çömlek pardahları İ. Ö. 2000 yıllarında önce Çin'de yapıldı. Çinliler porselen yapmayı İ. Ö. 6 yüzyılda, yani Avrupalılardan yaklaşık bin yıl önce öğrendiler. Çin'de yeşim oymacılığı, ipekböcekçiliği, ipekli dokuma Neolitik çağda, vernikli boyama ise İ. Ö. 1600 ile İ. Ö. 1200 yılları arasında Shang hanedanı döneminde başladı.



Çin tabutu.

Yine bu dönem, Çin'de kabile topluluğundan feodal topluma, Tunç Çağı'ndan Demir Çağı'na geçişiydi. Yeni bir ekonomi ve toplumsal düzen, yeni aletler ve beceriler de gerektiriyordu. Shang halkı sorunlarına çözüm bulabilmek için atalarına dua ederlerdi.

Dünyadaki en eski milletlerden biri de Çinlilerdir. Çin ancak Babilliler ve Mısırlılarla karşılaştırılabilir. Çünkü, Çin uygarlığı ile karşılaştırılabilecek başka eski bir ülke yoktur. Mayalar, Çinlilerden daha geridir. Bilim batıdaki olgun dönemine ulaşmadan önce çok değişik bölgelerde filizlenmiştir. Ortaya çıkan ilk bilim olarak astronomi, matematiğin gelişmesindeki etkinliğinden çok dinle olan sıkı ilişkisiyle göze çarpmaktadır. Çinli bilginler bir takvim yapmışlar ve takım yıldızların konumlarını belirlemişlerdi. Çin Devleti'nin İ. Ö. 2000 yıllarında kuruluşuyla birlikte yönetim, astronomi ve astrolojiden sürekli olarak yararlanmıştır. Astronomi ve astroloji için olduğu kadar öteki bilimler için de pratik önem ön planda gelmekteydi. Çinliler, evrenin, olguları keyfi bir biçimde belirleyen tanrılar ve cinlerle dolu olduğuna inanmadıklarından, aslında var olan düzenin insan tarafından ortaya çıkarılabileceğini ve ondan yararlanılabileceği kanısındaydılar. Bu nedenle, kimya ya da simya, tıp, jeoloji, coğrafya ve teknoloji gibi alanlardaki çalışmalar pratik bilgiye gereksinim duyan devletçe de desteklenmekteydi.

Kuzey Çin ovası, Çin uygarlığının beşiği olmuştur. Bu kesimde diğer Batı Asya uygarlıklarıyla ilişki kurabilmiştir. Çin halkı İ. Ö. 1523 ile İ. Ö. 1026 yılları arasında Shang hanedanı tarafından yönetilmiş, yazı bu dönemde ortaya çıkmış, kemik ve kaplumbağa kabukları yazı aracı olarak kullanılmıştır. Yazılı belgeler bir araya toplanmış ve bir tür devlet arşivi oluşturulmuştur. Shang hanedanında kuvvet önce büyük kardeşten küçük kardeşe, sonra hanedan oğula geçmiştir. Din adamları soylular ve krallar kendileri için saraylar yaptırmışlar, halk ise toprakta açtıkları ve üzerini sazla kapattıkları çukurlarda yaşamışlardır. Savaşlarda soylular arabe kullanmışlar, halk yaya olarak savaşmış, savaş esirlerinin kurban edilmesi yaygın bir gelenek haline gelmiştir. Çin'in matematiğini incelerken, bu matematiğin hangi hanedanlar döneminde olduğunu da sık sık yazacağız. Bu nedenle Çin tarihinden kısaca söz etmek gerekir.

Shang hanedanının siyasi tarihi hakkında bilinenler oldukça kısıtlıdır. Efsaneye göre Hanedan Tang adında biri tarafından Hsia hanedanının ortadan kaldırılmasıyla kurulmuştur. Hanedana bağlı olan ve Wei ırmağı boylarında yaşayan Chou halkı Shang hanedanını devirmiş, İ. Ö. 1027 yılında Çin'in en etkin kuvveti durumuna gelmiştir.

Chou Hanedanı (İ. Ö. 1027-256): Shang hanedanının şeytan olduklarını, Cennet yönetmede aciz kaldıklarını ileri süren Chou hanedanı kıralardan Wu Wang'ın intikamını almak için Shang hanedanı devirmiştir. Daha sonra Wu Wang'ın oğlunun kıral vekilliğini yapan Chou Kung, Çin halkını yücelten kurum ve geleneklerin oluşturulmasını sağlamıştır. Hanedanlık dinsel anlamda çok yüce bir kurum olarak kabul edildiği için Çin halkı sık sık hanedan değişmelerine göz yummamıştır.

Batı Chou Hanedanı ülkenin başkentini Sian yakınlarında kurmuştur. Bu hanedan zamanında Çin'de yazı ve uygarlık hızlı bir gelişme göstermiş, soylular için savaş ve barışta geçerli yeni ahlak kuralları ortaya çıkmıştır. Sözgelimi, teslim olmuş bir düşmanın ordusundan kimsenin öldürülmemesi, düşman savaş düzenini alıncaya kadar saldırılmaması yüksek bir karakter olarak değerlendirilmiştir.

Doğu Chou Hanedanı: Batı Chou hanedanının sonu İ. Ö. 7. yüzyıla kadar sürmüştür. İ. Ö. 771 yılında barbarlarla birleşen Doğu Choular Batı Chou hanedanını ortadan kaldırmış, ülkenin başkentini Honan'dan Loyang'a taşımışlardır. Doğu Chou kıralları düşmanı yok etmeyi amaç, toprak kazanmayı ise ödül olarak değerlendirmişlerdir. İ. Ö. 5. yüzyılda Çin'de Chin, Chu ve Chi krallıkları birbirleriyle sürekli olarak savaş halinde bulunmuşlardır. Bunlardan Chin krallığı barbarlarla birleşerek diğer düşmanlarını ortadan kaldırmış, ilk kez Çin'de gerçek anlamda bir imparatorluk kurmuştur. Chin İmparatorluğu zamanında öküzle çekilen ve topraktaki ucuna demir takılmış saban kullanılmaya başlanmıştır. Bu araçlarla daha çok toprak işlenebilmiştir.

Chin Hanedanı (İ. Ö. 221-206): Shih Huang Ti, Çin'i yeni baştan birleştirmiş, yönetimi güçlendirmiş, başkent yeniden Sian yakınlarına taşınmıştır. İmparator, bütün ülkeyi başkente bağlayan anayolların yapımını, bu yollar üzerine hükümet buyrukları-

nın yazıldığı taş kitabelerin dikilmesini emretmiştir. Chin Hanedanı zamanında yazı yeniden gözden geçirilmiş, ağırlık ve uzunluk ölçüleri, para ve takvim devlet tarafından denetlenmiştir. Ayaklanmaların önüne geçilebilmesi için sadece imparatorluk askerlerine silah taşıma izni verilmiştir. İ. Ö. 213 yılında kıral, istenmeyen, işe yaramayan kitapların yakılmasını buyurmuş, bunlar arasında Konfüçyüs'ün politika ile ilgili eserleri de yer almıştır.

Chin kıralları ülke sınırlarını kuzey ve batıdan gelen göçebe akınlarından korumak için değişik zamanlarda yapılmış kaleleri birleştirerek Çin Seddi'ni meydana getirmişler. Hunlar zaman zaman bu seddi aşarak Çin içlerine girmişlerdir. İmparatorluğun savunmayı güçlendirmek amacıyla halka işkence etmesi yüzünden Shih Huang Ti ölür ölmez Chin Hanedanı İ. Ö. 206 yılında yıkılmıştır. Chin Hanedanı'nın yıkılmasında Hunlar da dolaylı olarak etkili olmuşlardır.

Kayalardaki Yaşamın Kayıtları:

Fosiller, milyonlarca yıl önce yeryüzünde yaşamış bitki ve hayvanların, kayaların içinde kalmış olan izleridir. Fosiller, dünyamızda canlıların birbirini izleyişini en iyi gösteren ve değişmeyen kayıtlardır.

Bulunmuş olan en eski fosiller, ilkel suyosunları olup, 2.700 milyon yaşındadır. Sürekli fosil kayıtları, 600 milyon yıl önceki Pre-Kambriya devrinde başlar.

Gerçek omurgalılar, Ordovisyen devrinde (500 milyon yıl önce) ortaya çıktı ve hızla evrimleşerek Devon devrinde (400 milyon yıl önce) köpekbalıklarını ve zırhlı balıkları oluşturdu. İlk kurbağagiller evrimleşti. Jura devrinde dev sürüngenler yeryüzünde egemen oldu. 70 milyon yıl kadar önce sürüngenler azaldı, yerlerini memeliler aldı. Memeliler familyasına en son katılan, insandır.

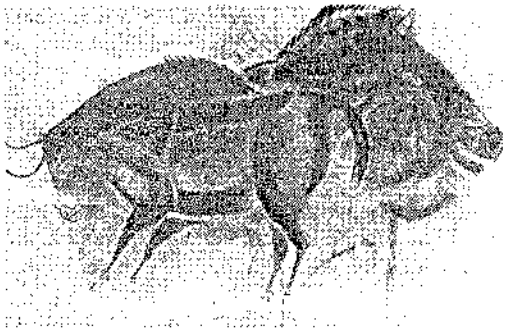
Fosilleri inceleyerek eskiden yeryüzündeki canlıların nasıl yaşadığını öğreniriz. Yunan filozofları, İ. Ö. 450 yıllarında, fosillere önem vermiş, ancak elde ettikleri bilgilerin çoğu kaybolmuştur. Karanlık çağlarda fosillere doğanın garipliklerı ya da şeytanın işi olarak bakılmıştır.

Fosillerin değeri 18. yüzyılın sonlarına kadar bilinemedi. Bir İngiliz kanal mühendisi olan William Smith, bir kaya tabakasındaki fosil türünün öteki tabakalardakinden farklı olduğunu gördü. Onun çalışmalarından "paleontoloji" bilimi doğdu. Bu bilim, kayaların yaşını bulma ve kayayı tanımada jeolojiye çok yararlı olmuştur.

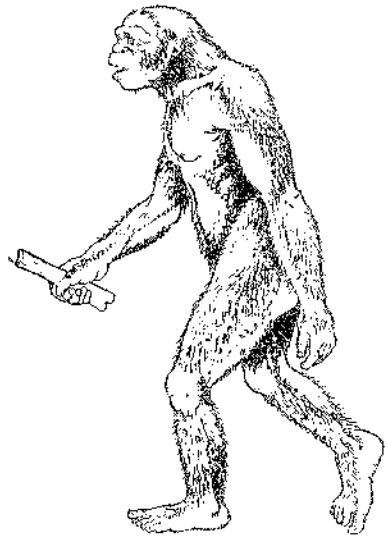
Kağıt para ilk kez İ. S. yedinci yüzyılda Çin'de kullanıldı. Zamanla Çin'de kağıt para sistemi çok yayıldı. Alışverişte altın ve gümüş kullanmak yasaklandı ve suç sayılmaya bile başladı.



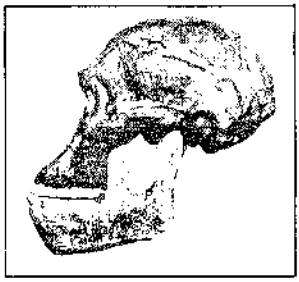
ABD'de bir mağaranın içinde bulunan eski bir mezarlık, Tanzanya'da, Olduvai Gorge'da bir maymun-adamın fosil kemiklerinin 1.750.000 yıllık olduğu saptanmıştır.



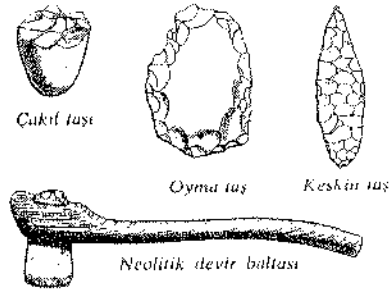
İspanya'da Altmira'da tarihöncesi insan tarafından mağara duvarına yapılmış bir resim. Bu bölgede tarihöncesi sanatın en mükemmel örnekleri bulunabilir.



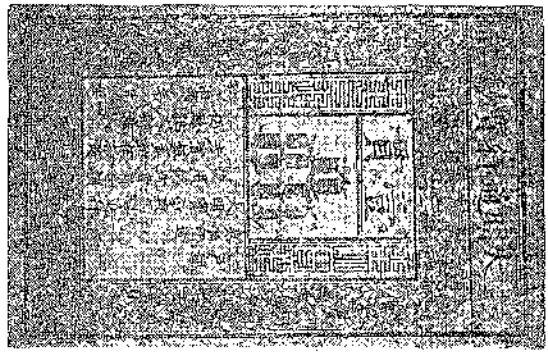
Bir sanatçının, kemik parçalarını birleştirerek yaptığı Australopithecus denen maymun-adam. Bir milyon yıl önce yaşadığı sanılmaktadır.



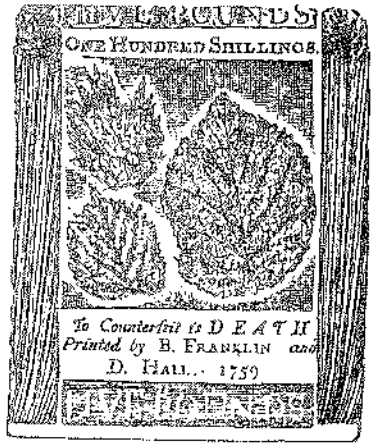
Güney Afrika'da bulunan kalıntıların birleştirilmesiyle yapılan Australopithecus'a ait kafatası.



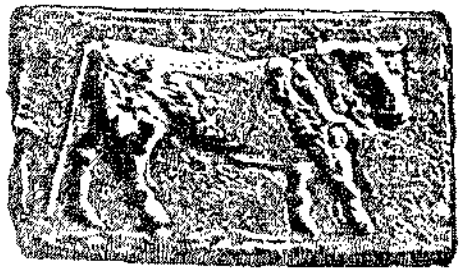
Eski insanın kullandığı araçlar. Çakıl taşı aracın yaşı 500.000 yıldan fazladır. Dökme araç, araç yapmadaki daha üstün bilgiyi gösteriyor. Keskin araç çok güçlü bir bıçaktır. Danimarka'da bulunan bir balta.



Çin'de Ming Hanedanı kağıt parası yaklaşık 1368 yılında çıkarılmıştı. Üzerinde 10'luk 100, yani 1000 para birimi belirleniyordu. Boyca günümüz kağıt paralarından büyük olan bu paranın boyutları 22x33 cm. kadardı.



İlk Amerikan kağıt paralarından birinde karmaşık yaprak şekilleri vardı. Üzerinde bulunan kesin "sahtesini yapmanın cezası ölümdür." ifadesi daha 18. yüzyılda halkın kalpazanlıktan haberli olduğunu gösteriyordu.

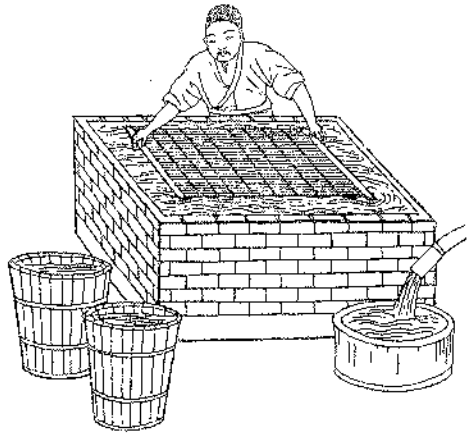


Erken Roma paraları.



Fransız İhtilali sırasında altın ve gümüş stoku geçici olarak bitmişti. Assignat adı ile bir çeşit borç senedi şeklinde kağıt para çıkarıldı.

Han Hanedanı (İ. Ö. 202 - 220): Chin Hanedanı yıkıldıktan sonra Hsiang Yü ve Liu Pang adlı kıralar Çin'de iki büyük devlet kurmuşlardır. Liu Pang İ. Ö. 202 yılında Han ırmağı adına bağlı olarak devletine Han (Cennet) adını vermiştir. Yönetimi kuvvetli olan Batı (Erken) Han devleti, kıral ailesine ait prensler ve yüksek rütbeli generaller arasında tımarlara bölünmüştür. İ. Ö. 154 yılında ayaklanan yedi tımar Wu Ti'nin kırallığı sırasında (İ. Ö. 141 - 87) bastırılmıştır. Wu Ti uzun yıllar Hun tehlikesine karşı uyanık bulunmak amacıyla kuvvetli bir orduyu ayakta tutmuştur. Hun tehlikesi, önceki Çin kıralları tarafından haraç vermekle giderilmiş, Liu Pang, Hun İmparatoruna bir prenses vererek tehlikeyi atlatmıştır. Fakat Wu Ti zamanında sınır boylarındaki göçebe kabileler üzerine şiddetli saldırılar yapılmış, İ. Ö. 52 yıllarında Hunlar Çin egemenliğine boyun eğmek zorunda kalmıştır. Bunda Wu Ti'nin kurnaz politikasının büyük etkisi olmuştur. Wu Ti, Chang Chien adlı bir devlet adamını Orta Asya halklarından Yüeçilere, Hunlara karşı işbirliği teklif etmek üzere göndermiştir. Chang Chien hem Yüeçilerden yardım almış, hem de fazla bilinmeyen Uzakbatı hakkında taze bilgi edinmiştir. Çinliler, Fergana denen şimdiki Türkistan'da büyük bir askeri birlik bulundurarak Roma'ya uzanan İpekyolu'nun kontrolünü sağlamıştır.



Çin'de kağıt yapımı.

Han Hanedanı zamanında Çinliler Kore'de 400.000 kişinin yaşadığı bir koloni kurmuşlar, çok ilkel olan Japonlar birçok şeyi Çinlilerden öğrenmişlerdir. İ. Ö. 124 yılında devlet adamı yetiştirmek amacıyla ilk üniversite Han Hanedanı zamanında kurulmuştur. Hızla büyüyen toprakları ve gelirleri artan Batı Han Hanedanı, iç karışıklıklar ve ayaklanmalar yüzünden İ. S. 23 yıllarında çok sarsılmıştır.

Doğuda ise, Han Hanedanı'ndan Kuang Wu Ti İ. S. 25 yılında başa geçmiş ve Loyang'ı başkent yapmıştır. Kuang Wu Ti'den sonra gelenler ülkede birliği bir ölçüde sağlayabilmişler fakat toprak ağaları üzerinde tam kontrol kuramamışlardır.

Sui Hanedanı (581-618): Kuzey Wei devleti yıkıldıktan sonra 581 yılında Sui Hanedanı kurulmuş ve Kuzey Çin'in yönetimine yaklaşık sekiz yıl egemen olmuştur. Sui Hanedanı zamanında Çin Seddi yeniden onarılmış ve yeni su yolları ve kanallar yapılmıştır. Vergiler artırılmış, ordu güçlendirilmiş ve Kore'ye yeni göçmenler gönderilmiştir. 615 yılında Türklerin saldırıları ve iç ayaklanmalar yüzünden 618 yılında yıkılmıştır.

Tang Hanedanı (618-906): Sui Hanedanı yıkıldıktan sonra Çin'de birliğin sağlanması o kadar kolay olmamıştır. Shansi valisinin oğlu Li Shih Min, Türklerle işbirliği yaparak 617 yılında Changan'ı ele geçirmiş ve Tang Hanedanı'nı kurmuştur. Devlet kısa sürede güçlendirilmiş ve üç yüz yıl sürecek olan bu büyük imparatorluk kurulmuştur. 627 ile 650 yılları arasında tahta geçmiş olan Tang Tai Tsung, Uygur Türkleri ile iş birliği yaparak sınırlarını genişletmiştir. Onun zamanında çok çeşitli dinler Çin'e girmiştir. Türk ve Arap tüccarlar Çin'e kadar gelip koloniler kurmuş ve Çin'in ticaretini geliştirmişlerdir. Yedinci yüzyılda imparatoriçe Wu, tahtı zorla ele geçirmiş ve Chou adında bir hanedanlık kurduğunu açıklamıştır. Onun yönetimi de 690 yılından 704 yılına kadar sürmüştür. Wu, devlet adamlarını seçerken kendine bağlı olanları iş başına getirmiş ve daha önceki gelenekleri yıkmıştır. Onun devri de 704 yılında tahttan indirilmesiyle sona ermiştir. Wu'dan sonra Hsüan Tsung başa geçmiştir. 751 yılında Çinliler Araplara yenilince Tang Hanedanlığı Türkistan üzerindeki egemenliğini kaybetmiş ve 755 yılında An Lushan ayaklanarak devletin sistemini kökünden sarsmıştır. Birçok ünlü Çin şairleri bu dönemde yetişmesine karşın, ülkede çok karışıklıklar olmuş ve Budist kıyımı yapılmıştır.

Beş Hanedanlıklar (907-960): Tang Hanedanı yıkıldıktan sonra Çin imparatorluğu parçalanmıştır. Kuzeyde beş hanedanlık kısa sürelerle birbiri ardından yönetimi ele geçirmişlerdir. Bu hanedanlıkların her biri on altı yıldan fazla yaşayamamış ve bütün Çin'e egemen olamamıştır. Özellikle Moğolların akınları onları oldukça hırpalamıştır.

Sung Hanedanı (960-1279): General Chao Kuang Yin 960 yılında tahtı zorla ele geçirerek Sung Hanedanı'nı kurmuştur. Chao, kuzeyde kurduğu devleti hızla genişleterek bütün Çin'i yönetimi altına almayı başarmıştır. Onun zamanında çok ünlü bilim adamları ve şairleri çıkmıştır.

Yüan Hanedanı (1271-1368): On ikinci yüzyılda Çin Chin ve Güney Sung hanedanlıklarının elinde ikiye bölünmüşken kuzeyde dağınık halde yaşayan Moğollar, Cengiz Han tarafından birleştirilmiştir. Cengiz Han (1167-1227) ölümünden otuz yıl önce Kore'den Volga ırmağına, Sibirya'dan Hindistan'a uzanan ve tarihin en büyük imparatorluğunu kurmuştur. Cengiz Han'ın orduları çok sert bir savaş yöntemi uygulamışlar, girdikleri ülkelerde canlı bırakmadıkları gibi taş taş üzerinde bırakmadan yakıp yıkmışlardır. Bu nedenle onun orduları gelmeden o bölgelerin halkları bulundukları yerleri terk etmişlerdir. Kalanlar da kılıçtan geçirilmiştir. At üzerinde ve çadırlarda yaşayan bu bozkır hükümdarı ve ordusu sert doğa koşullarına çok dayanıklı olduğu için, Rusya'nın soğuğunu yenerek Moskova'yı alan tek hükümdardır. Oğulları da aynı yöntemi ve başarıyı sürdürmüşlerdir. Torunu Kubilay Han, Güney Çin dahil Asya'nın büyük bir bölümünü Moğol İmparatorluğu'na katmıştır. Diğer kültürlerle sıkı bir yakınlık kuran Moğollar, Çin'e yeni bir devlet anlayışı yeni bir kültür getirmişlerdir. Moğollar, Çin'i dev ülkelerinin sadece küçük bir bölgesi saymışlardır. Orta ve Batı Asya'daki Türk, İran, Arap, Gürcü ve Ermenileri yönetimleri altına almışlardır.



Cengiz Han.



Moğol hükümdarı Kubilay.

Çin Hanedanlıkları ve Devletleri

T'ang Krallığı (efsanevi)	İ. Ö. 3000
Yü Krallığı (efsanevi)	İ. Ö. 3000
Hsia Hanedanı	İ. Ö. 1994 - 1523
Shang (Yin) Hanedanı	İ. Ö. 1523 - 1028
Chou Hanedanı	İ. Ö. 1027 - 256
Batı Chou	İ. Ö. 1027 - 770
Doğu Chou	İ. Ö. 770 - 256
İlkbahar ve Sonbahar	İ. Ö. 722 - 481
Savaşçı Devletler	İ. Ö. 403 - 222
Ch'in Hanedanı	İ. Ö. 221 - 206
Han Hanedanı	İ. Ö. 202 - İ. S. 220
Batı (Eski) Han	İ. Ö. 202 - İ. S. 9
Hsin	İ. S. 9 - 23
Doğu (Yeni) Han	İ. S. 25 - 220
Üç Krallıklar	220 - 265
Shu	221 - 264
Wei	220 - 265
Wu	222 - 280
Chin (Tsin) Hanedanı	265 - 420
Batı Chin	265 - 317
Doğu Chin	317 - 420
Güney Hanedanlıkları	420 - 589
Liu Sung	420 - 479

Ch'i	479 - 502
Liang	502 - 557
Ch'en	557 - 589
Kuzey Hanedanlıkları	386 - 581
Geç Wei	386 - 535
Doğu Wei	534 - 550
Batı Wei	535 - 556
Kuzey Ch'i	550 - 577
Kuzey Chou	557 - 581
Sui Hanedanı	581 - 618
T'ang Hanedanı	618 - 906
Beş Hanedanlıklar	907 - 960
Geç Liang	907 - 923
Geç T'ang	923 - 936
Geç Chin	936 - 947
Geç Han	947 - 950
Geç Chou	951 - 960
On Krallıklar	902 - 979
Wu	902 - 937
Güney T'ang	937 - 975
Güney P'ing	907 - 963
Ch'u	927 - 951
Erken Shu	907 - 925
Geç Shu	934 - 965
Wu-Yüeh	907 - 978
Min	909 - 944
Güney Han	907 - 971
Kuzey Han	951 - 979
Suang Hanedanı	960 - 1279
Liao	947 - 1125
Kuzey Sung	960 - 1126
Hsi-hsia	990 - 1227
Chin (Kin)	1115 - 1234
Güney Sung	1127 - 1279
Yüan Hanedanı (Moğol)	1271 - 1279
Ming Hanedanı	1368 - 1644
Ch'ing Hanedanı (Mançu)	1644 - 1911
Cumhuriyet	1912 - .....

Çinliler, Moğol egemenliğinde Batı ile ilişkilerini artırmışlardır. Batıdan misyonerler ve diplomatlar doğuya, Pekin'e gitmişler, dönüşlerinde Çin mallarını getirmişlerdir. Marko Polo gibi keşifler yapan gezginlerin getirdikleri bilgiler Batı dünyasına tanıtılmıştır. Çinli mühendis ve teknisyenler Moğollara barutun tüfekte nasıl kullanılacağını öğretmiş-

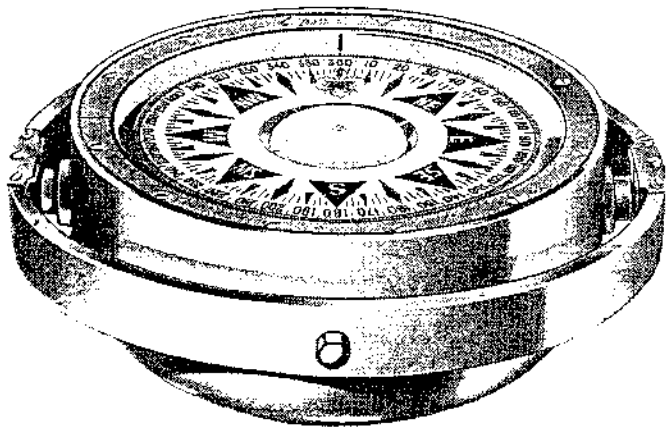
lerdir. Moğollar, Japonya'ya iki kez gemilerle saldırı düzenlemişlerdir. Bu gelişmelere karşın, Çin kültürü yine de kapalı bir kutu olarak kalmaya devam etmiş, Yüan Hanedanı Moğol yönetimi altında ezilip gitmiştir.

Ming Hanedanı (1368-1644): Moğol egemenliğinin zayıfladığı bir sırada Chu Yüan Chang adlı bir çiftçi rakiplerini yenerek Ming Hanedanı'nı kurmuştur. 1368 yılında Nanking'de kurulan Ming Hanedanı'nın kurucusu, Hung Wu sanı ile anılmıştır. Otuz iki yıllık krallığı sırasında gizli bir emniyet teşkilatı kurmuş, devlet içinde sinsice emelleri olanların yüzlercesini yakalatarak öldürtmüştür. 1380 yılında başbakanını görevinden alarak onun görevlerini de kendi üzerine almıştır.

1403 ile 1424 yılları arasında Ming Hanedanı'ndan Yung Lo kıral olmuştur. Moğol tehlikesini kökünden yok etmek üzere İç Asya'ya beş büyük askeri sefer düzenlemiştir. Seferlerinden dördüncüsünde 235 bin asker, 117 bin araba ve 340 bin merkep kullanılmış, Basra körfezi ve Afrika'nın doğu kıyılarına gemiler göndermiştir. Yung Lo zamanında Pekin kenti hızla büyümüş, Çin Seddi'ne yeni eklemeler yapılmıştır. Yung Lo'nun ölümünden sora Ming Hanedanı yavaş yavaş kuvvet kaybetmeye başlamıştır.

Ching Hanedanı (1644-1911): Ming Hanedanı'nın yıkılması Çin'de ikinci bir yabancı egemenliğe yol açmıştır. Bu kez Mançularla Moğollar işbirliği yaparak Çin'e savaş açmıştır. 1644 yıllarında ayaklanmalarla uğraşan Çin, Mançu akınlarına boyun eğmek zorunda kalmıştır. Ching Hanedanı'nın en büyük kıralı Kang Hsi (1661-1722) ve Chien Lung (1736-1795) olmuştur.

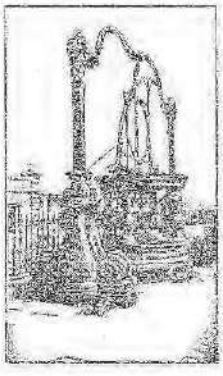
Çin Halk Cumhuriyeti 1 Ekim 1949 yılında Mao Tse Tung tarafından kurulmuştur. Son derece yüceltilmiş ve Maoist bir doktrin geliştirmiştir. Yeni yönetim karşılaştığı her türlü sorunu Mao'nun doktrinleri doğrultusunda çözmeye çalışır.



Gemici pusulası.

Çin'e Marko Polo'dan sonra ilk giden İtalyan Cizvit misyoneri Matteo Ricci olmuştur. 1644 yılında Çin'de batının matematik, astronomi, mühendislik, coğrafya ve diğer konularda yazılmış yetmiş kadar bilimsel eseri yayınlamıştır. Çok sayıda da öğrenci yetiştirmiştir. Çin, Ricci'nin bu eserlerinden yeteri kadar yararlanmıştır. Fakat, Ricci'den sonra geleniere Çinliler çok karşı çıkmışlar ve batı teknolojilerini ülkesine sokmamakta direnmişlerdir.

Çin matematiğinin kesin olarak hangi tarihte başladığını söylemek olanaklı değildir. Yalnız, diğer insanlar gibi parmaklarını sayarak başladığı söyenebilir. Yazılı kaynaklara göre Mezopotamya ve Mısır bu konuda öncüdürler. İleri sürülen ve geleneklerden gelen söylentilere göre Çin'de yaşayanlar aritmetik, geometri, mekanik, optik, denizcilik ve astronomi bilimleriyle ilgilenmeleri oldukça eskiye dayanıyordu. Zaten Babilliler ve Mısırlılarla bilimsel yönden karşılaştırılacak en eski milletlerden birisi Çin'dir. Oldukça erken bir uygarlığa ulaşan Çinlilerin milli kayıtlarına göre geçmişlerinin on milyon yıl eski olmasıyla övünür, gururlanır ve bunu anlatmaktan zevk alırlar. Şüphesiz bu tarih biraz abartılmış bir kayıttır. En eski takvimi düzenleyen, astronomik gözlemler yapan ve hava olaylarıyla ilgilenen Çinliler, en eski dönemlerde matematik sanatıyla ilgilenmişlerdir. Birçok geometrik şekille ilgilenmişler, bu geometrik şekilleri mimarilerinde kullanmışlardır. Cetvel, kare, pergel, su düzeçleri, bazı mekanik aletler, tekerlek ve dingil, ayrıca manyetik iğne Çinlilerin kullandıkları eski buluşlardan bazılarıdır. Astronomiye ilişkin olayların devirli olarak tekrarlandığını gözlemişlerdir. Fakat doğada gözlemledikleri olayları aritmetik ve geometrik kurallara bağlamada bunları genişletmede kullanmada fazla başarılı olamamışlardır. Zaten kuramsal matematikteki gelişmeleri Çin'e giden din misyonerleri, gezginler, tüccarlar ve savaşlar aracılığı ile olmuştur. Hatta, Çin'de rastlanan dikküçgen ve Pisagor bağıntısıyla çözülen on altı problem Babil'de bulunan tabletlerdeki problemlerle aynıdır. Mezopotamya'daki matematiğin Çin'e taşınmasında din misyonerlerinin etkisi çok fazla olmuştur. İpek Yolu da bu yönde iletişimi çabuklaştırmıştır. Eski Çin matematiği başlangıçta, geometrik şekillerin kenarlarının birbirlerine bölümleri, karenin alanı, dikküçgenin ve hipotenüsü gibi bazı konuları içeriyordu.



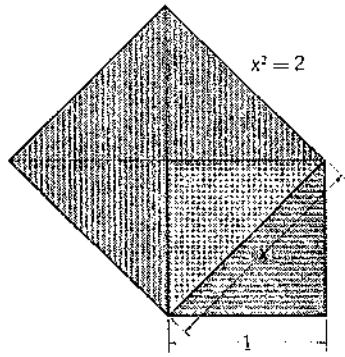
Pekin bronz dörtlüğü.

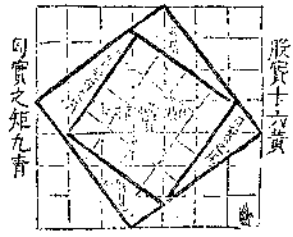


Tibet hayat çarkı.



Bir Babil tableti.

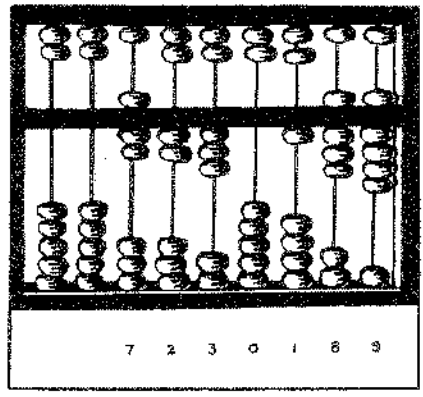




Pisagor teoreminin geometrik ispatı.



Ugarit alfabesiyle yazılmış bir tablet.

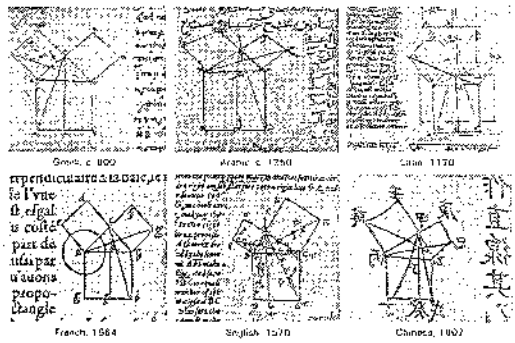


Abaküs.



Tibet tılsımı.

Çin'deki eski uygarlık Sarı ırmakla Yangtse Chiang'ın suladığı verimli topraklarda kuruldu. Buralara yerleşenler bu bölgeye batıdan gelmişlerdi. Bu nedenle Çinlilerin ataları Babillilere benzer ve onlara akraba olduğu söylenir. Böylece, Çin'de gelişen matematiğin kökenini ve beslenme kaynağının Babillilere bağlanması birçok bilim adamı tarafından ileri sürüldüğü gibi karşı görüşte olanlar da vardır. İleride yapılacak çalışmalar bu konuyu daha çok aydınlatacaktır. Şüphesiz, Çin uygarlığının tümünü batıya bağlamak oldukça haksızlıktır. En eski kaynaklara göre, Çinliler astronomik gözlemlerini İ. Ö. 17.000 yıllarında yapıyorlardı. Bu dönem de erken taş devrine rastlar. Böyle bir gözlemin yapılmasının olanaksız olduğunu söylemek de doğru değildir. Belki olabilir. Ama bu konuda resmi bir kayıt yoktur. Bunlar sadece kulaktan kulağa söylenti şeklinde gelmiş sözlerdir. Zaten en ilkel insandan çağımız modern insanına kadar bu gözlemler yapılmış ve halen yapılmaktadır. Çinlilerin binlerce yıl öncesine ilişkin bazı grup yıldızları üzerine şiirleri vardır. Profesör Schlegel'e göre İ. Ö. 14.700 yıllarında Oniki Takım Yıldızı'nı belirlemişlerdir. Diğer bazı bilim adamları bu tarihin İ. Ö. 13.000 olduğunu ileri sürerler. Yine Schlegel'e göre, Çin'deki gökküre üzerinde yapılan çalışmalar İ. Ö. 14.600 yıllarında başlanılan olaylardandır. Çin dili ve tarihçileri bu tarihlere biraz şüpheli olarak bakarlar. Tümüyle yadsımazlar ama olabilir sözcüğünü kullanırlar. Yalnız şunu söylemek kesindir. Çin uygarlığı, Yunan ve Roma uygarlıklarından eski, fakat Nil ve Mezopotamya uygarlıklarından sonradır.

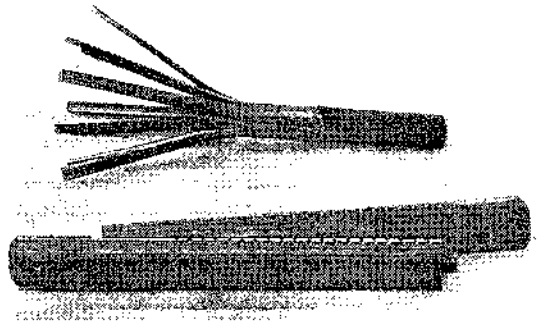


Pisagor teoreminin değişik dillerde ispatları.

Çin'e ilişkin kesin yazılı kayıtlar, ünlü ve ilk Çin imparatoru olan Fuh-Hi (İ. Ö. 2852 - 2738) zamanından kalmadır. Onun yönetimi zamanında çok sayıda astronomi gözlemleri yapılmıştır. Bu dönemde takım yıldızları sekiz hayvan adıyla söylenmesi getirilmiştir. Bunların çoğu halen bu hayvan isimleriyle söylenir. Çinlilerin yazılı kaynaklarının kesin tarihi zamanımızdan 4.500 yıl öncesine kadar gider. Bu kaynakların birçoğu güneş lekelerini, kuyruklu yıldızlar, göktaşları ve novalarla ilgili kayıtlardır. İ. Ö. 2704 yılında Sarı İmparatorluğu'nun başında 111 yıl yaşayan Huang Ti vardı. Onun döneminde Li Shu bir astronomi kitabı yazdı. Çinliler, Sümerlerden alma altmış tabanlı sayıları kullanıyorlardı. Li Shu da bu kitabında altmış tabanına göre yazılmış sayıları kullandı. Bu kitabın içinde astronomi ve aritmetik konuları vardı. Ayrıca, Güneş'in bir kez tutulması gözlenmiş ve bu tarih bu kitaba kaydedilmiştir. Yine bu dönemde Çinlilerde on tabanına göre yazıp işlemler yapma da vardı. İmparator Yau (İ. Ö. 2357 - 2258) döneminde Ho ve Hi kardeşler astronomi üzerine gözlemler yapmışlar, Güneş'in tutulacağı günü daha önceden haber vermişlerdir. Bu kestirme bu tarihten tam 1500 yıl sonra Yunanistan'da Thales zamanında hesaplanan süreye çok yakın olduğu görülmüştür. Bu olaylarla ilgili olarak Shu King adlı kitapta söylenen bir öykü de vardır. Bu kitap Yau döneminde ya da ondan sonra gelen imparatorlar döneminde yazılmıştır. Adı geçen kitaba göre Güneş tutulması kaydı İ. Ö. 7 Mayıs 2165 tarihlidir. Diğer tutulma günleri İ. Ö. 11 Ekim 2154, 12 Ekim 2127, 24 Ekim 2006, 22 Ekim 1155 ve 21 Ekim 1135 olarak yazılmıştır.

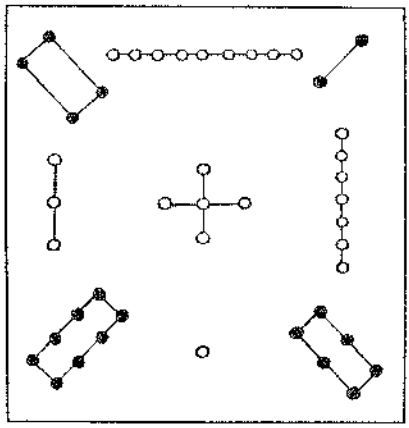
İmparator Yau ve ondan sonra gelenlerden imparator Shun zamanında batıdan gelenler doğuya doğru yerleşerek Babil uygarlığını Çin'e taşıdılar. Bu varsayım doğru ise Çin'in matematik ve astronomisinin kökeninin Babil'den geldiğini açıklamak kolaylaşır. Şüphesiz, Babil'in astronomi ve matematiği ile Çin'in astronomi ve matematikleri arasında çok benzerlikler vardır. Daha önce belirttiğimiz gibi, bazı problemler her şeyi ile aynıdır. Eski kayıtlara göre, Huang Ti döneminde, Güneş'in, Ay'ın ve yıldızların hareketlerini I Hai gözlemleriyle kaydetti. Ling Lun müzik notalarını yazdı. Tai Nao altmış tabanına göre sayıları yazmayı oluşturdu. Li Shou sayıları ve sayıların sanatını geliştirdi. Yung Cheng takvim üzerinde çalışarak onu düzeltti. Yine bu imparator döneminde, Chia Tsu adlı yapıtta, numaralama, sayıları sıralama ve bugünküne benzer

olarak koordinat sistemi yazıldı. Sayılar bir çember üzerinde eşit aralıklarla yazıldı ve diğer sayılar bu çember üzerinde dolanarak yazılıyordu. Çin rakamları dokuz tane ve bambu çubuklarıydı.



Bambu sayma çubukları ve çentikleri.

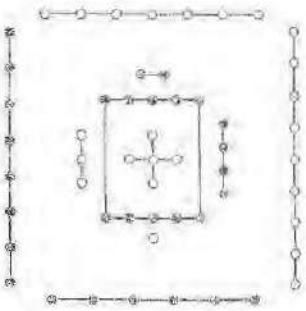
Çin'de eskilerden olan ve üçüncü sırada gelen I King ya da Permütasyonların Kitabı, sayılar, permütasyonlar, sayıları erkek ve dişi olarak ayırmalar, sayıları ilahi güçlerle ifade etme ve büyülü karelerden oluşur.



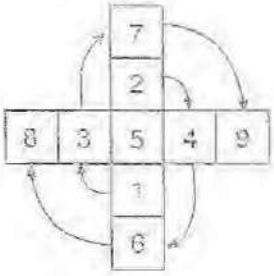
Büyülü kareler.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

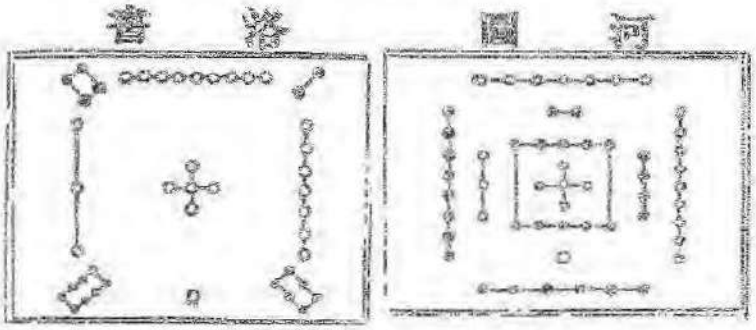
Büyülü kareler.



Büyülü kareler.

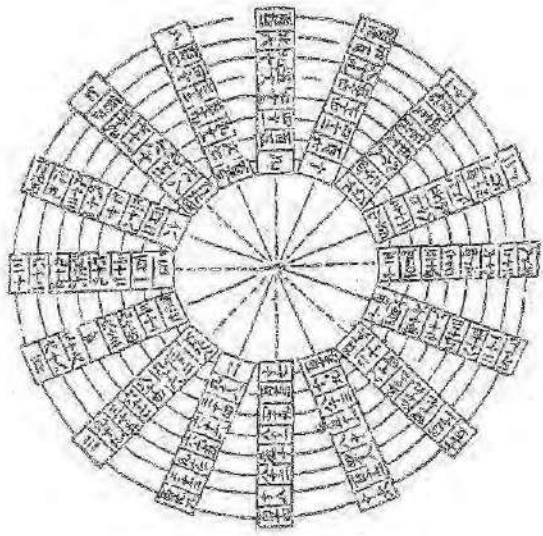


Büyülü kareler.

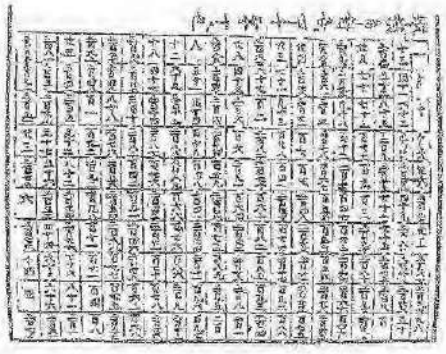


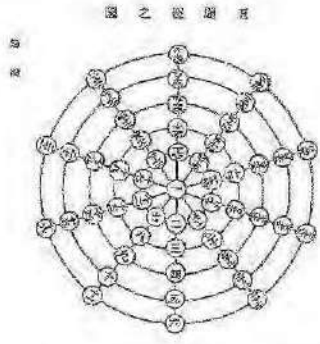
4	9	2
3	5	7
8	1	6

Büyülü kareler.



Büyülü daireler.





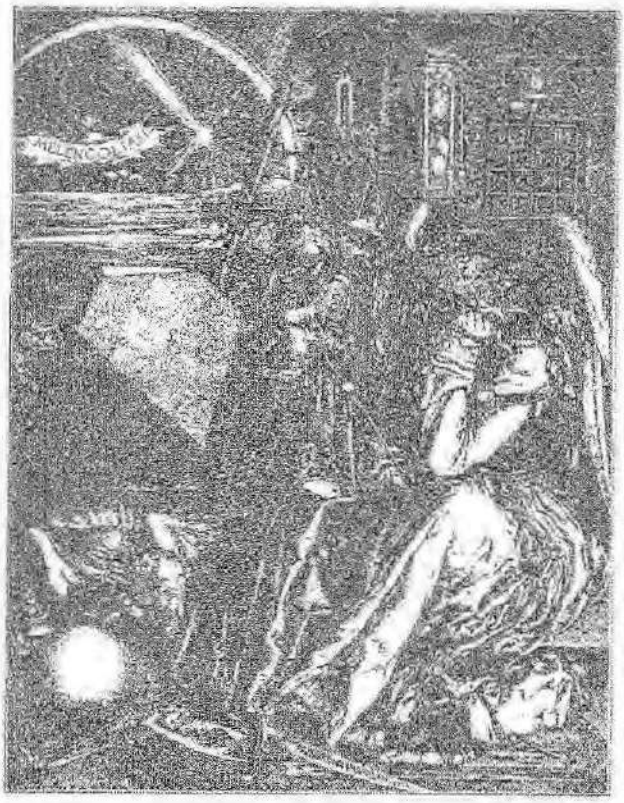
Japon büyülü kare ve daireleri.

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

Sator arepo tenet opera rotas

☰	☱	☲	☳	☴	☵	☶	☷
k'iën heaven	*tuì* steam	*li* fire	*chën* thunder	*sün* wind	*k'an* water	*kön* mountain	*k'uo* earth
7	6	5	4	3	2	1	0
HEAVEN SKY	COLLECTED WATER	FIRE	THUNDER	WIND WOOD	WATER AS IN RAIN MOON	HILLS	EARTH
S.	S.E.	E.	N.E.	S.W.	W.	N.W.	N.

Büyülü kareler.



Albert Dürer'in büyülü karesi.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Büyülü kareler.

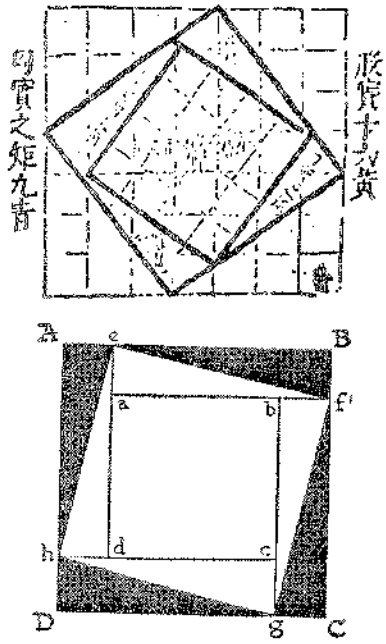
I King adlı kitapta, dünyanın en eski büyülü karesi bulunur. Dikkat edilirse bu büyülü karelerde siyah yuvarlaklar çift ve dişileri, beyaz olanlar da tek ve erkeği temsil etmektedir. Bu büyülü karede yatay ve düşey yönündeki sayıların toplamı hep on beştir. Bu çalışma İ. Ö. 2000 yıllarında yapılmıştır. Yalnız kitabın İ. Ö. 1182 ile İ. Ö. 1135 yılları arasında yaşayan Wön Wang'ın yazdığı sanılıyor. Aslında Permütasyonların Kitabı, yani I King, matematik üzerine yazılmış bir kitap değildir. İçinde çok ilginç olan büyülü kareler ve permütasyon hesapları vardır. Matematikle ilgisi bu yöndendir ve oldukça eski bir yapıttır. Bu nedenle de matematik tarihine geçmiştir.

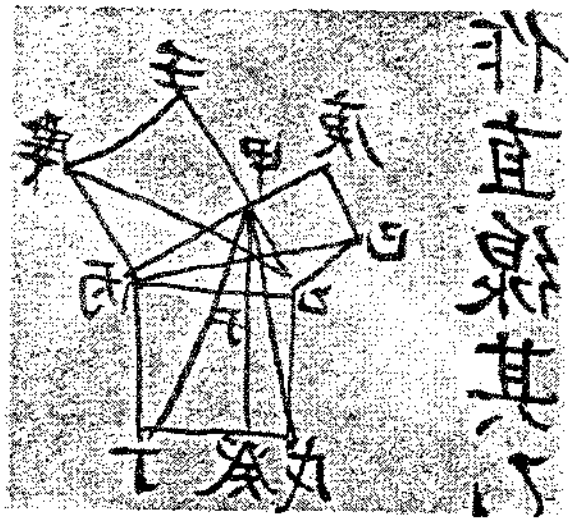
Çin'deki matematik çalışmalarının en eskisi Chou Pei'dir ve İ. Ö. 1105 yılında yazıldığı kayıtlıdır. Chou Pei sözcüğünün anlamı aritmetik klasik demektir. Bu kitap Çin'de Chou Pei Suan King adı altında geçer. Çin'deki takvimler hakkında bu kitapta oldukça geniş bilgiler vardır. Gökyüzü bu kitapta o döneme göre en iyi bir şekilde incelenmiştir. Eski Çin matematiği hakkındaki bilgiler bu kitapta yer alır. Özellikle gölge hesapları bir hayli yer tutar. İşin en önemli yanı, Pisagor teoremi de bu kitapta verilmiştir. Chou Pei'nin ne zaman ve kimin tarafından yazıldığı bilinmemektedir. Bu yapıttaki astronomi bilgileriyle Eski Babil tabletleri arasında çok benzerlikler vardır. Chou Pei'nin en önemli yanı İ. Ö. 1100 yılları ve daha önceki yıllara ilişkin Çin matematiği hakkında çok iyi bilgiler vermesi ve bunları yazılı bir kayıt olarak bugüne gelmesini sağlamasıdır. Kitap, prens Chou Kong ile bilgin hizmetçisi Shang Kao arasında takvimin ve sayıların kare ve daireden nasıl elde ettiklerini karşılıklı konuşma şeklinde vermektedir.

Chou Pei'de Pisagor teoreminin ifadesi vardır, fakat ispatı Euclides de olduğu gibi değildir. Bu kitap, ispatı geometrik görünümlü ve özel bir hal için yapmıştır. Şüphesiz bu teoremin kökeni Babil ve Mısır'dır. Çember, daire, kare, yüksekliklerin ve uzaklıkların ölçülmesi, Güneş'in hareketleri, gökyüzünün yuvaklaklığı yine Chou Pei'nin incelediği önemli konulardır. Güneş'in gölgesinden yararlanarak çapının hesabı da bu kitapta yer alır. Gün dönümü, paralellerin hesabı ve kutup yıldızı da bu kitapta incelenmiştir. Yalnız, bu kayıtlar ve hesaplar Çinliler tarafından çok eski yıllardan beri yapılıyordu. Dik üçgen, kesirler, kesirlerin çarpılması, bölünmesi, paydaların eşitlenmesi konuları bu kitapta vardır. Yalnız karekökün bulunması bu kitapta her nedense yoktur. Oysa karekökün kullanılması özellikle vardır. Örneğin $\sqrt{5}$ sayısı yaklaşık bir tamsayı olarak alınmıştır. Azalan aritmetik dizi ve bununla ilgili bir toplama verilen bir problemle anlatılmıştır. Gökyüzünün rengi mavi ve siyahtır. Yeryüzü sarı ve kırmızıdır. Diğer renkler bunların karışımından oluşur.

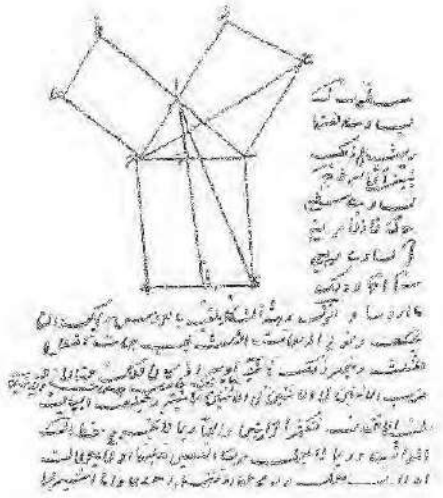
Pisagor teoremi ile problemler çözülürken, sonuç ikinci derece denkleminin çözümüne indirgenmiştir. Çin'de ikinci derece denklemleri bu şekilde ortaya çıkmıştır. Aslında, Çin kaynaklarında bugünkü modern anlamda ikinci derece denkleminin çözümünü veren bir formül yoktur. Ancak kelime ve cümlelerle ikinci derece denkleminin nasıl çözüleceğini yönlendiren bir çalışma vardır. Bu çalışma da tümüyle bir komut zinciridir. İkinci derece denkleminin ilk çözümü yine Babilliler ve Mısırlılarda görülür. Bu konudaki tam teknik çalışma ise, daha sonraki yüzyıllarda Çin matematik kitaplarında görülür.

Chou Pei'de yıl 365.25 gün olarak alınır. Çember de 365.25 tane dereceye bülünmüştür. Pi sayısı yerine İbraniler, Babilliler ve Mısırlarda olduğu gibi 3 sayısı alınır.

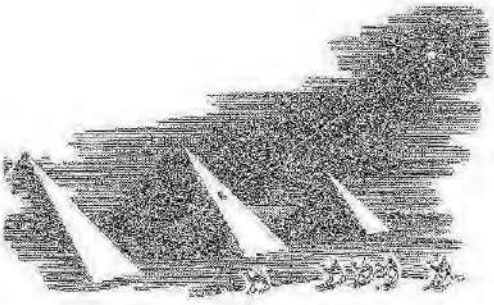




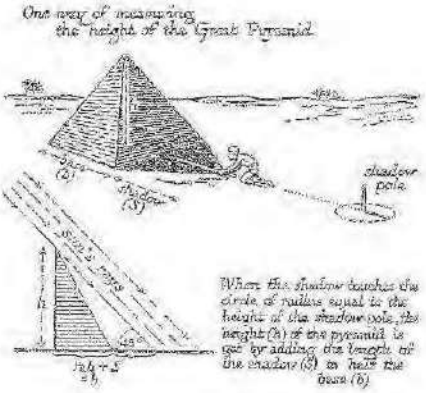
Çin'de Pisaor üçgeni.



Pisgor teoremi üzerinde Arapça bir çalışma.

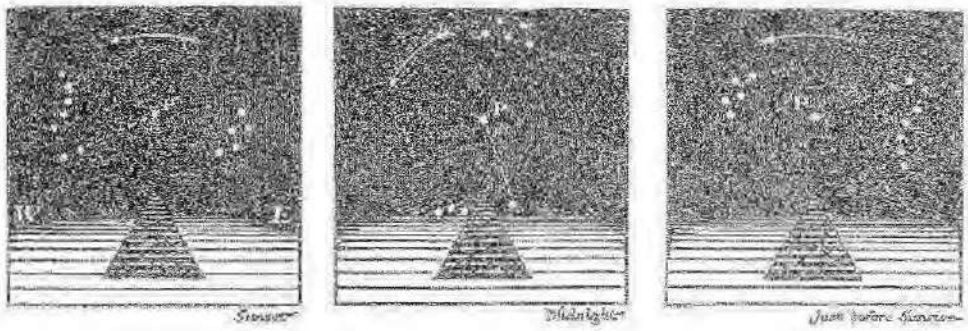


Kuzey kutup yıldızı ve piramitler.



Gölge hesabı.

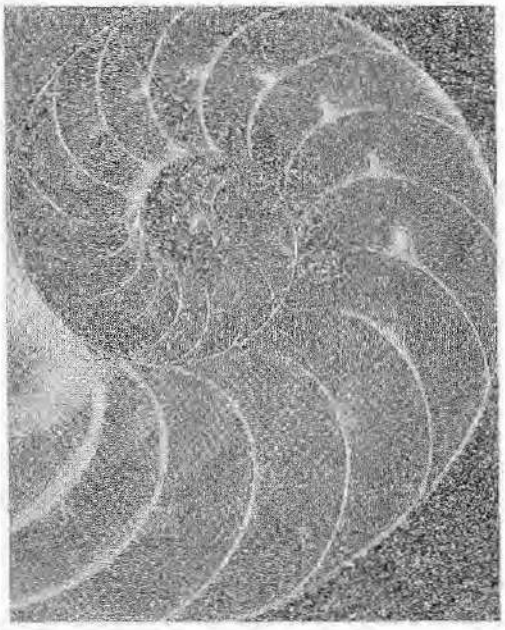
Çin'de yazılan kitapların ne zaman ve kimin tarafından yazıldığının bilinmemesinin bir öyküsü vardır. Çin hanedanlarından Shi Huang Ti (İ. Ö. 259 - 210) yönetimi ele alınca oldukça katı, sert, zalim ve despotça bir yönetim şekli uyguladı. Kıral, işe yaramayan tüm kitapların yakılmasını ve tüm bilim adamlarının yakılarak gömülmesini emretti. Buradaki işe yaramayan kitaplar kapalı olarak kıralın istemediği yönde olan yapıtlardı. Bu kitaplar arasında Konfüçyüs'ün politika ile ilgili eserleri de vardır. Bu nedenle Çin'deki kitaplar zamanla kayboldu ve bir kısmı da yok edildi. Bazı kitaplar da korkan insanların saklaması, bazılarının zamanla ortaya çıkması, bazılarının da yok olmasını getirdi. Ancak, bu kitaplardan hatırda kalanların bir kısmı gizli gizli yeniden yazıldı. Kitapların yazarlarının öldürülmesi korkusu, bu dönemlerde yazılan kitaplara yazarlar veya kopya edenler adlarını yazamamışlardır. Bu olay Çin'de uzun yıllar devam etti. Bazı kitaplar da zamanla yok olup gitti.



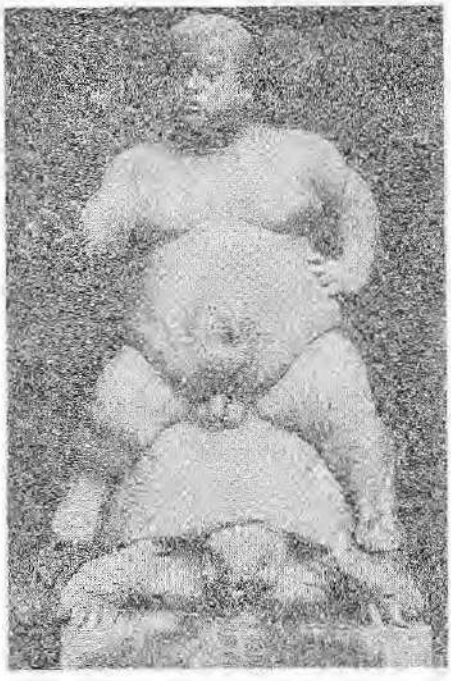
Piramitler ve gölyüzü.



Eski Mısır'da uzunluk ölçümü.



Arşimedes salyangozu.



Altın oransız şekil.

Çin'de bilimsel kitapların yok olmasına savaşlar, seller, yakmalar ve yangınlar neden olmuştur. Eskiden yazılan kitapların yazarları bilinmiyor. Bunun tek nedeni yazılan kitap zamanla yok olurken, daha sonra gelenler bu kitapları kopya ediyor ve kuşaktan kuşağa iletiyorlardı. Bu da kitabın asıl yazarının adının kaybolmasına neden oluyordu.

Çin'de yapılan çalışmalar sırasında en değerli olanı Çince Chin Chang Suan Shu, ya da Aritmetic in Nine Sections, kısaca Nine Sections adlı kitaptır. Türkçe, Dokuz Bölümde Aritmetik veya Dokuz Bölüm olarak adlandırılabilir. Çin kaynaklarında olduğu gibi, biz de bu kitaptan çok sözedecek ve sürekli onu kaynak olarak vereceğiz. Adı da Nine Sections ya da Dokuz Bölüm olarak geçecektir. Çin'de yazılan matematik kitaplarının en değerlisi, klasiği ve gözde olanı bu kitaptır. Daha önce tanıttığımız Chou Pei'den hem daha geniş, hem de daha ileri düzeydedir. Dokuz Bölüm'ün ne zaman ve kimin tarafından yazıldığı bilinmemektedir. Kitabın aslı İmparator Shi Huang Ti tarafından yaktırılmış ve yok ettirilmiştir. Fakat o dönemlerde bu kitapla eğitilmiş çok sayıda matematikçi vardı. Kitabın içeriği çoğu kimseler tarafından biliniyor, gizli olarak saklananlar da el altından meraklı matematikçilere öğretiliyordu. Bazı kimseler de kitabın bazı kısımlarını kopya ediyorlardı. Dokuz Kesim ya da Dokuz Bölüm adındaki kitap yakılmadan hemen sonra İ. Ö. 213 yıllarında Chang Tsang adlı bir matematikçi tarafından ortaya çıkarılmıştır.

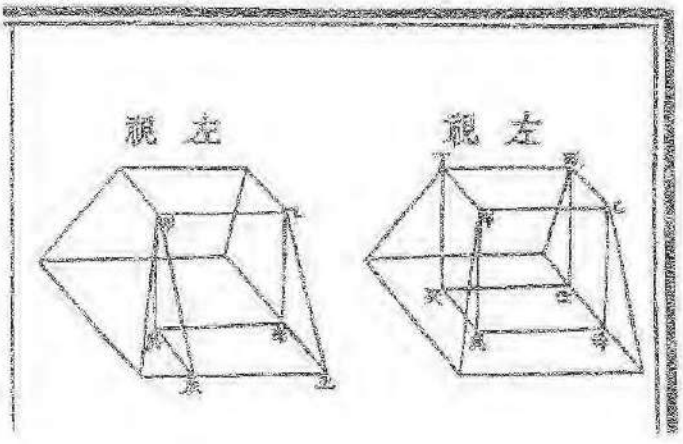
Dokuz Bölüm'ün aslı Chou Kung yönetiminde ve buyruğu ile hızırlanmıştır. Chou Kung'un ölümü de İ. Ö. 1105 yılındadır. Kitapta ileri sürülenlere göre, bu eser ve içeriği Huang Ti yönetiminden de ileri İ. Ö. 2700 yıllarına kadar gider. Bu söylentilerin kesin kayıtlar olduğunu söylemek çok zordur. Ancak, kitabın İ. Ö. 1000 yılından önce yazıldığı kesindir. Bu kitap belki de Eski Çin'de yapılan daha önceki çalışmaların bir derlemesiydi.

Dokuz Bölüm'ün İsa'dan önce üçüncü ve ikinci yüzyıllarda değişik değişik baskıları yazılmıştır. Kitabın birinci bölümü arazilerin karelenmesi başlığındadır. Daha çok geometrik şekillerin alanlarının bulunmasıyla ilgilidir. Bunlar içinde üçgen, yamuğun ve dairenin alanlarının bulunması problemleri vardır. Dairenin alanının bulunmasında, Babillilerde olduğu gibi pi sayısı yerine 3 sayısı alınmaktadır. Pi sayısının 3 olarak alınması ilk kez İbranilerde görülmüştür. Toplama, çıkarma, çarpma, kesirlerin bölümü ve sadeleştirme bu kesimdedir.

Kitabın ikinci bölümü oran ve orantı problemleri üzerinedir. Üçüncü bölümde eşit olarak bölmeler ve üç kuralı ile sağlama yer alır. Ayrıca, aritmetik ve geometrik diziler incelenir. Dördüncü bölümde, geometrik şekillerin çevrelerinin hesaplanması problemleri vardır. Bir de karekök ve küpkök hesapları konmuştur. Beşinci bölüm, katı cisimlerin hacimlerinin bulunmasıyla ilgilidir. Mühendislikle ilgili çalışmalar bu bölümde toplanmıştır. Ölçümler, pirizmalar, silindirler, piramitler, dairesel koniler, kesik koniler, düzgün dörtyüzlüler ve kama gibi katı şekillerin hacimleri bu bölümde hesaplanmıştır. Duvarlar, şehir surları, hendekler, kanallar ve ırmakların modelleri yapılarak, sayısal hesaplar bunlar üzerine uygulanmıştır. Altıncı bölüm, hareket ve karışım problemleriyle ilgilidir.



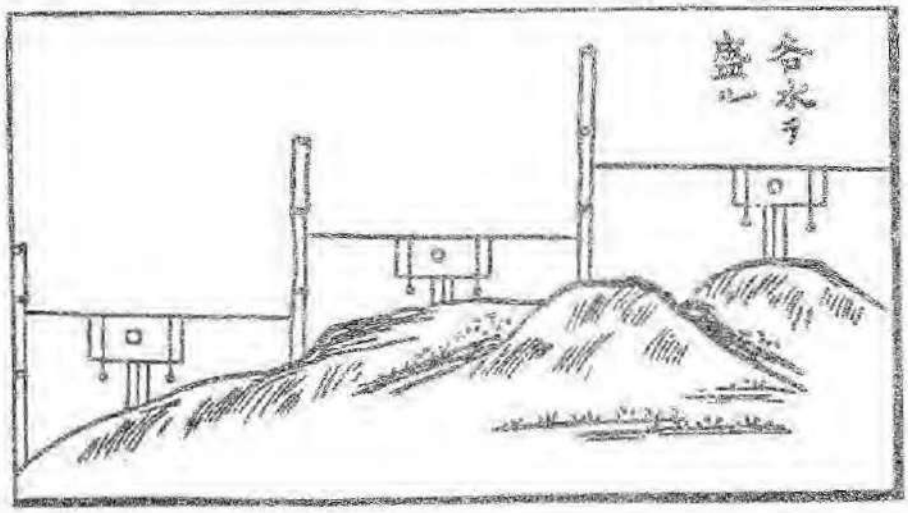
Konfüçyüs.



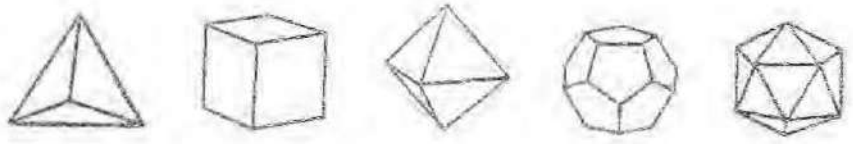
Dokuz Bölüm'den bir çalışma.

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

Büyülü kareler.



Japon düzeç aleti.



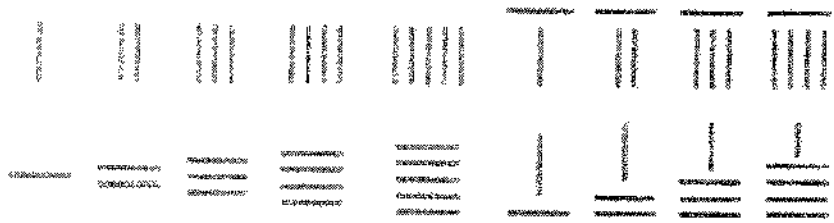
Eflatun katıları.

Yedinci bölüm denklem problemleri ve bunların çözüm yöntemlerine ayrılmıştır. Çinliler, denklemlerin çözümünde yanlışı deneme yöntemiyle problem çözüyorlardı. Bunun için yanlış bir değer seçerek çözümün bulunması yoluna gidiliyordu. Astronomi ile ilgili konular da bu kesimde toplanmıştı. Yeni ve dolunay durumları bu kesimde incelenmiştir. Günlük yaşayışla ilgili problemler ve konular bu kesime konmuştur. Şekillerin alan ve hacimlerinin bulunması dışında, kesirler, cebirsel bazı buluşlar, karekök ve küpköklerin bulunması yöntemleri vardır. Ayrıca, katsayıları negatif olmayan ikinci derece denkleminin köklerinin bulunması da bu kesime konmuştur. Bu kesimdeki yirmi dört problemin yirmincisi

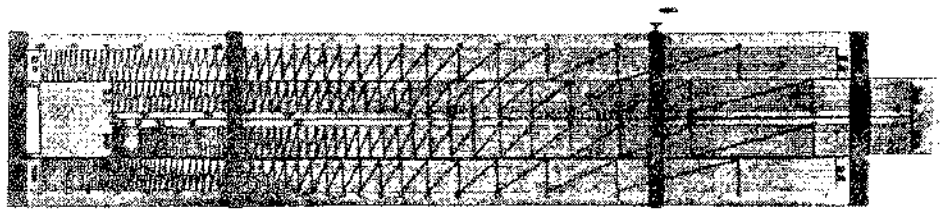
$$x^2 + (20 + 14)x - 2 \cdot 20 \cdot 17750 = 0$$

denklemi ve çözümüdür. Matematik tarihinde çok ünlü olan kırılmış bambu ağacı problemi de bu kesimdedir. Aslında bu problemin kökeni Babil'den alınmadır. Bu problem daha sonra Hint matematiğine geçmiştir. Türkler, Persler ve Araplar aracılığı ile Avrupa'ya kadar ulaşmıştır. Temelde aynı ve Pisagor teoreminin bir uygulaması olan bu problemin çok değişik şekil ve rakamlarla düzenlemeleri yapılmıştır. Benzer dik üçgenlerle uzaklıkların ve yüksekliklerin hesaplanması problemlerinin çözümleri de vardır.

Nine Sections ya da Nine Chapters denen bu kitabın en ileri yanlarından biri de, yüksek dereceli denklemlerin köklerinin, bugün Horner yöntemi adıyla bilinen yolla çözülmüş olmalarıdır.



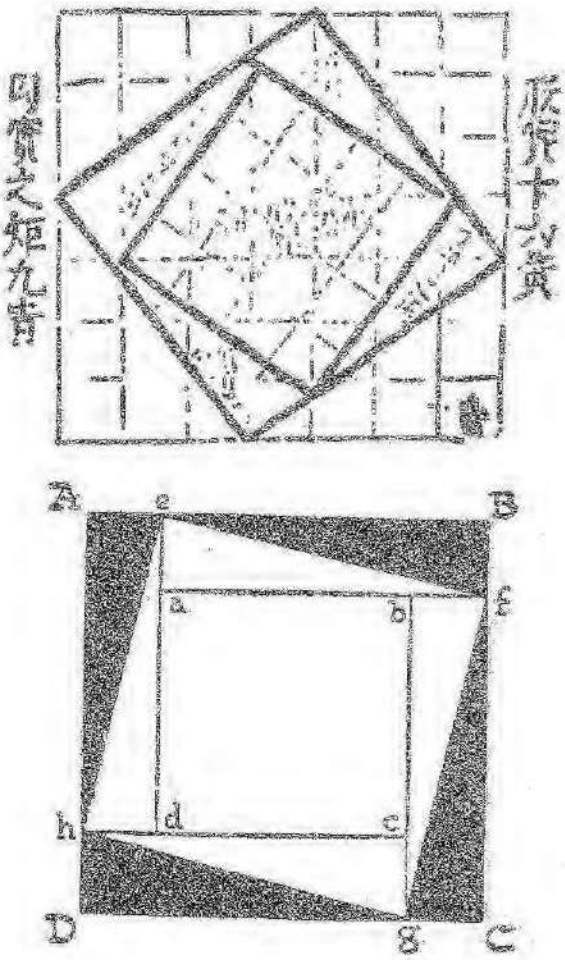
Bambu rakamları.



Sürgülü cetvel.

Nine Sections adlı kitabın sekizinci bölümü, doğrusal denklemler ve determinantlardan bazı bilgiler yer alır. Son dokuzuncu bölümde, Pisagor üçgeni ve Pisagor teoremi uzun uzun incelenir. Kitabın tümünde 246 tane problemin çözümü vardır. Diğer dört işlemi ve bu işlemlerle çözülebilen problemleri yine bu kitapta görebiliriz.

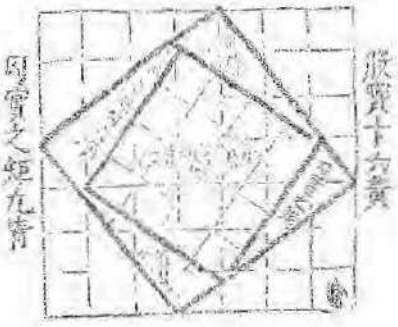
Shu King (Canon of History), I King (Five Canons), Chou Pei Suan King (Arithmetic Classic) ve Chiu Chang Suan Shu (Aritmetic in Nine Sections) adlı bu kitaplar, Çin'de İ. Ö. 2000 ile İ. Ö. 1000 yıllarından önce matematik üzerine yazılmış en eski ve en değerli yapıtlardır. Yine bu kitaplara göre, matematik biliminin Çin'de çok erken başla-

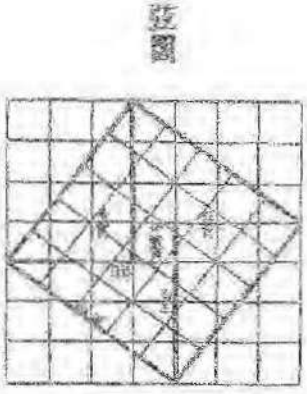


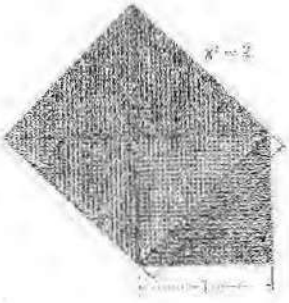
Çin'de Pisagor teoremi.

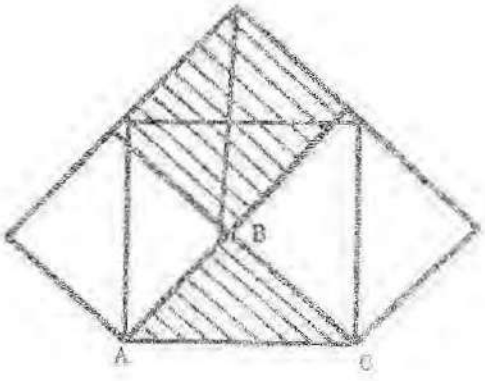
dığını ve bu bilimde önder olduklarını kolayca söyleyebiliriz. Çinlilerin bu matematikleri, Yunan ve Romalılardan çok eski, fakat Mısır ve Babil matematiğinden sonradır. Daha sonraki yüzyıllarda, Çin matematiğini Hintliler aynen izlemişler ve kendileri de özgün katkılarda bulunmuşlardır. Çinliler, bugünkü doğrusal denklem dediğimiz denklem sistemlerini çözerken halen kullandığımız determinantları kullanmışlardır. Bu da, determinantların batıda kullanılmasından en az 1500 ile 2000 yıldan öncedir.

Bugünkü, orta dereceli okullarda okutulan cebirsel kuralların çoğu Çin'den alınmadır. Kesirler, oran ve orantı, Çin'den Hindistan'a, oradan da Türkler, Araplar ve Persler yoluyla Avrupa'ya geçmiştir. Şüphesiz bu geçiş süreci yüzyıllar almıştır. Çinliler, yalnız kumtahtasını ve abaküsü batıdan, yani Babillilerden alıp kullanmışlardır. Abaküs, Semitik dilinde abq kelimesinden türetmedir. Sözcüğün temeli İbrani kökenlidir.





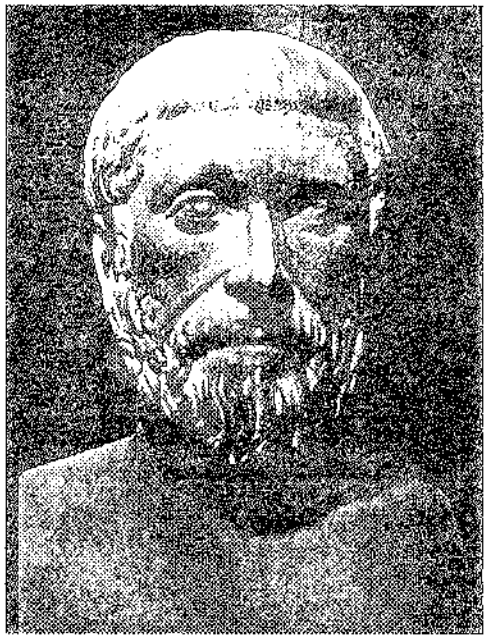




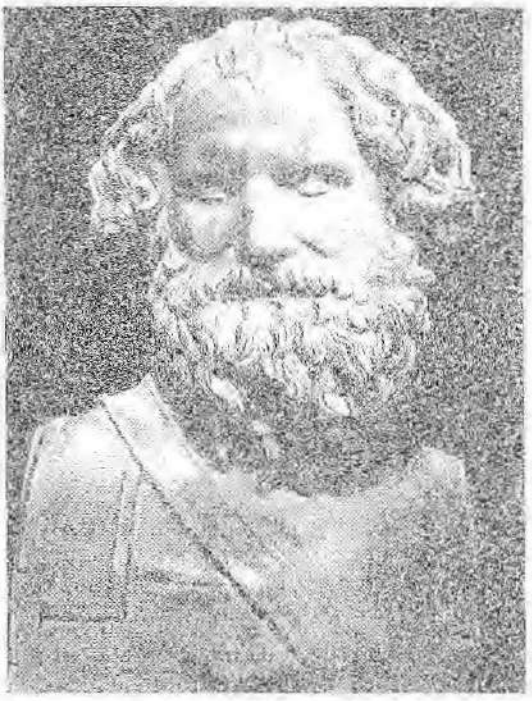
Pisagor teoreminin geometrik yolla değişik ispatları yukarıda olduğu gibidir. Bu teoremin bugüne kadar çok sayıda ve değişik türde ispatları yapılmıştır.



Thales (İ. Ö. 640 - 550).



Pisagor (İ. Ö. 569? - 500?).



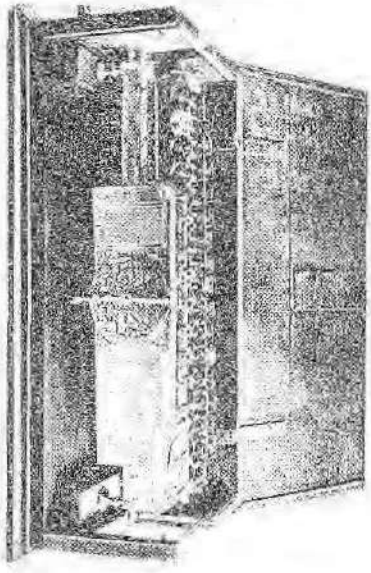
Archimedes (İ. Ö. 287 - 212)



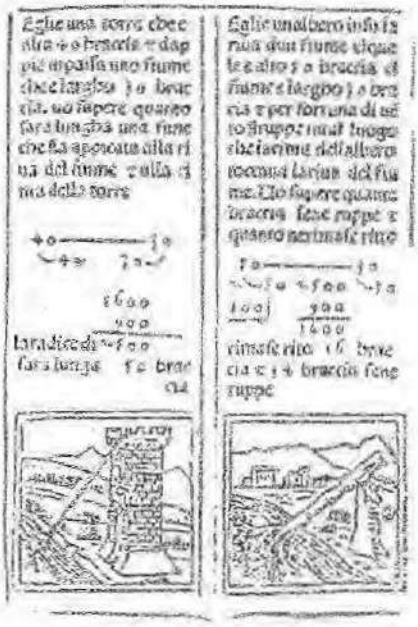
Archimedes (İ. Ö. 287 - 212).



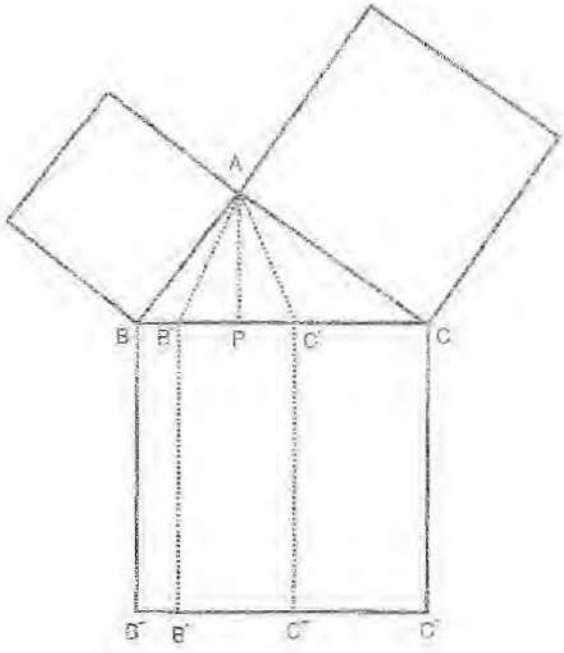
Kırılan bambu ağacı problemi.



Leibniz'in hesap makinesi.



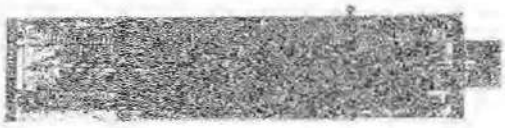
İtalya'da kırılan ağaç ve kule problemi.



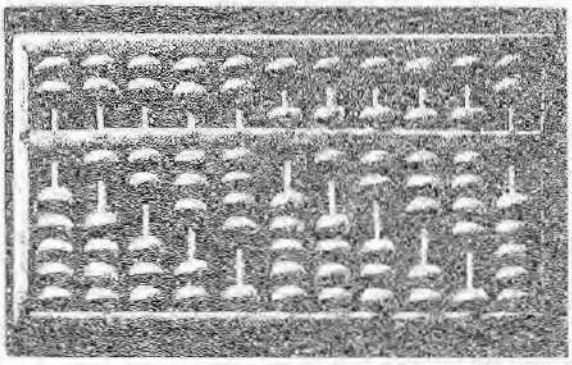
Pisagor teoreminin genelleştirilmesi.



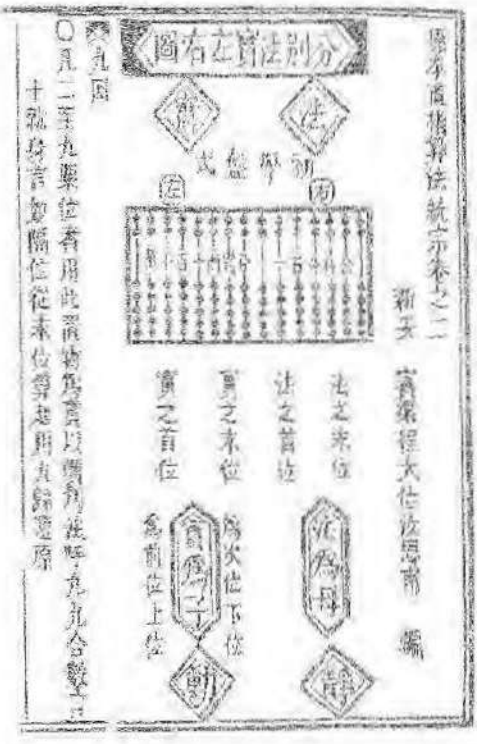
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716).



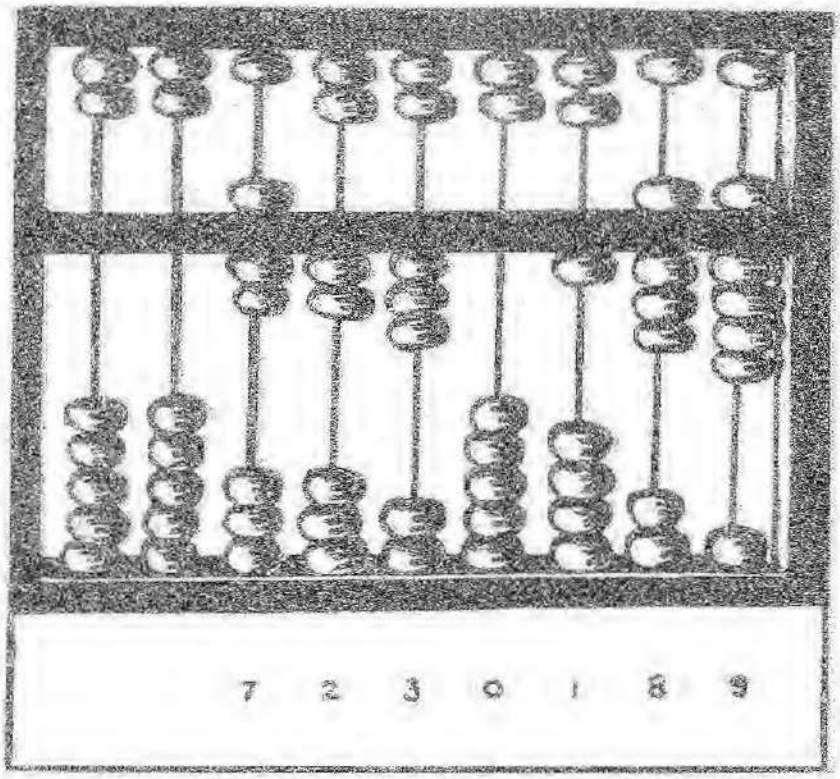
Çin sürgülü cetveli.



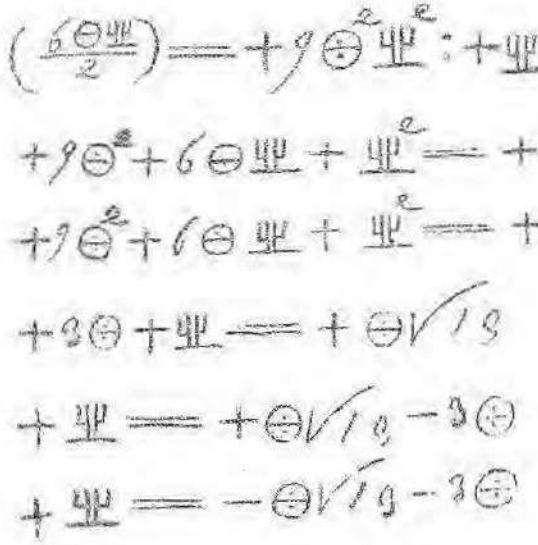
Çin abaküsü.



Çin abaküsü.



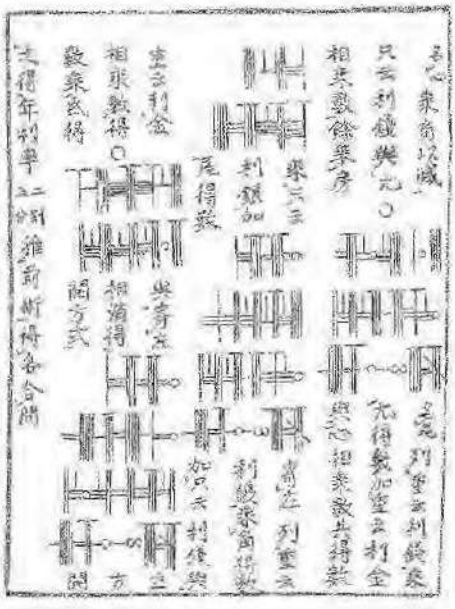
Çin abaküsü.



Japon matematiği.



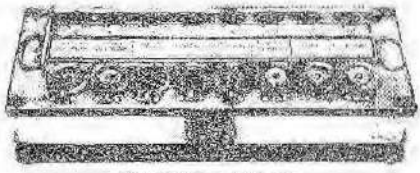
Blaise Pascal (1623 - 1662).



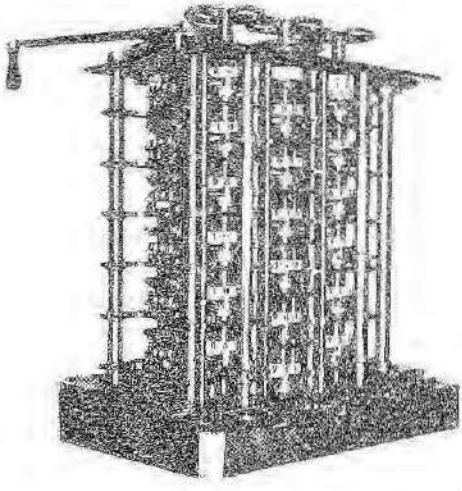
Çin rakamları.



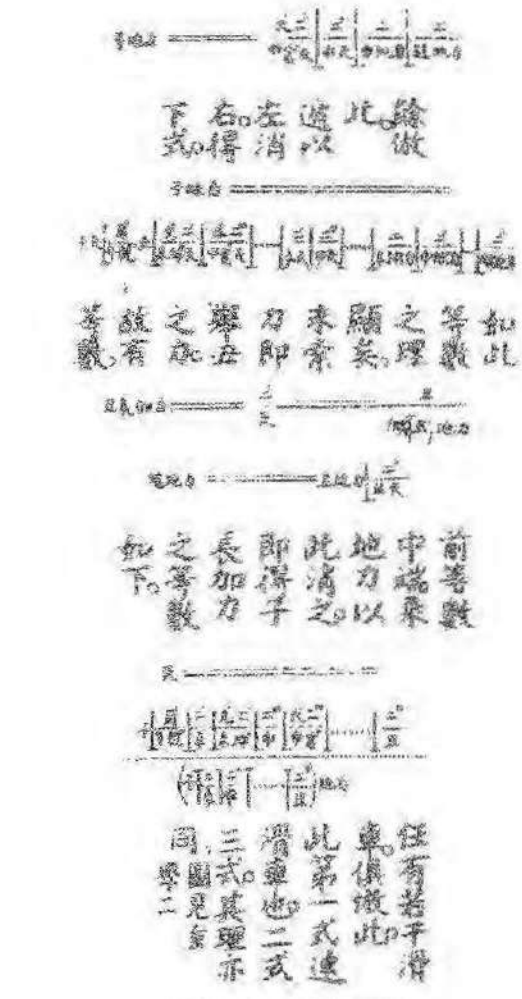
Charles Babbage (1792 - 1871).



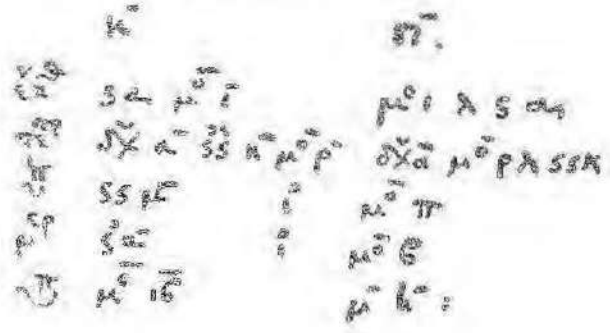
Pascal'ın makinesi.



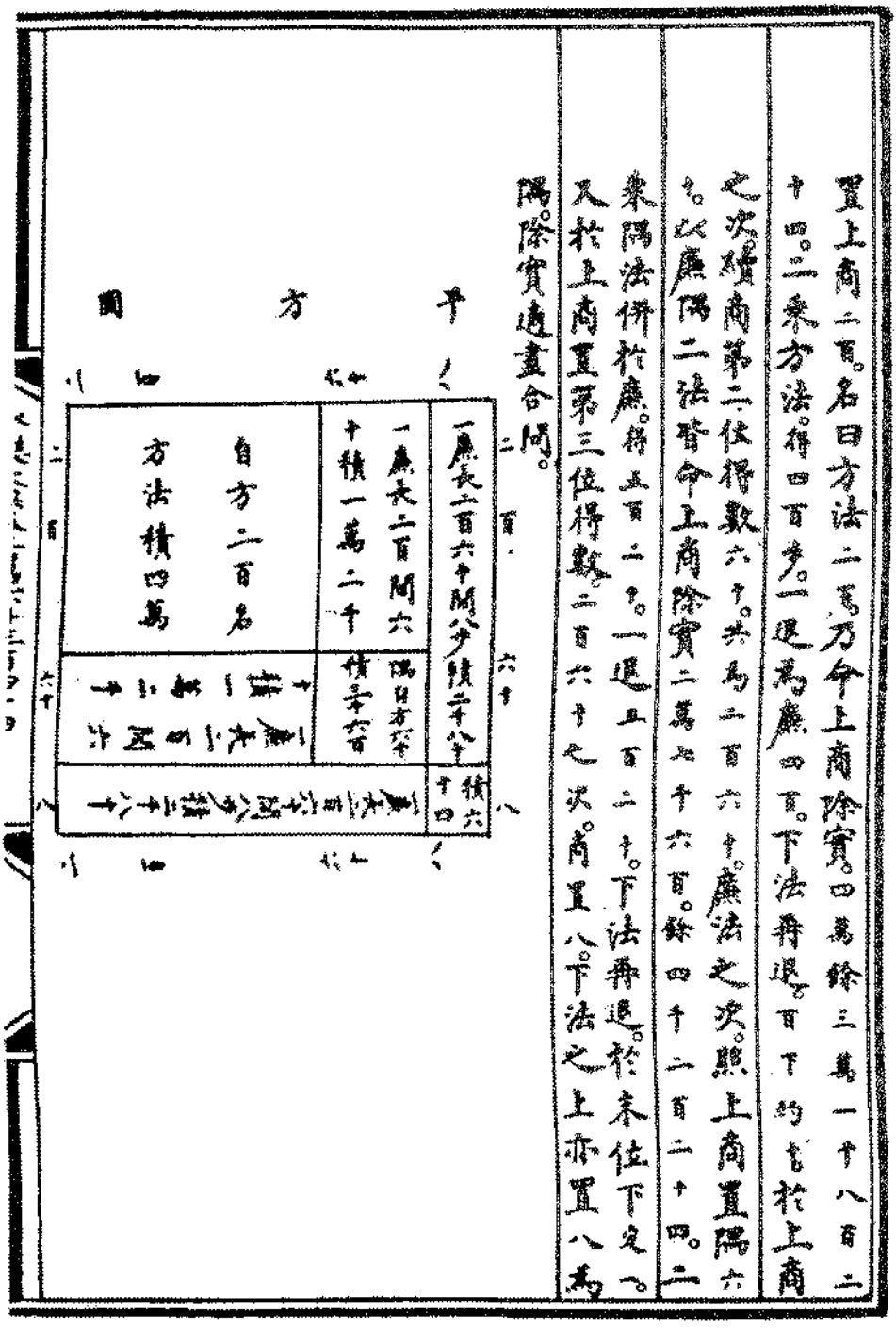
Babbage'nin fark makinesi.



Çin denklemlerinin çözümü.

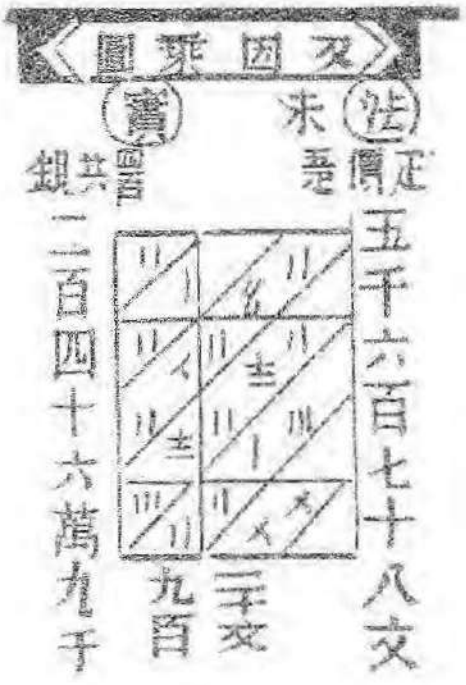


Diophantus'un denklemleri.



置上商二百。名曰方法二萬。乃令上商除實。四萬餘三萬一千八百。二十四。二乘方法。得四百步。一退為廉四百。下法再退。百下約之。於上商之次。續商第二位得數六十。共為二百六十。廉法之次。照上商置隅六。以廉隅二法皆令上商除實二萬七千六百。餘四千二百二十四。二乘隅法併於廉。得五百二十。一退五百二十。下法再退。於末位下定一。又於上商置第三位得數二百六十之次。商置八。下法之上亦置八。為隅除實適盡合問。

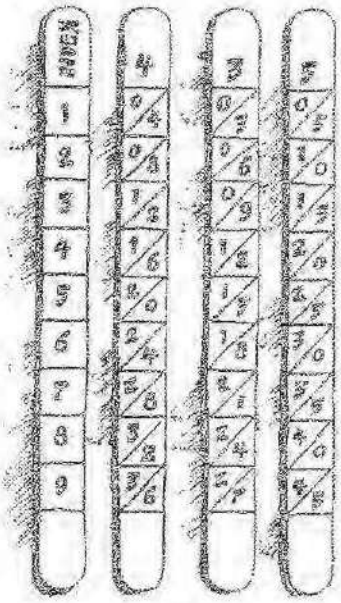
Çin matematiği.



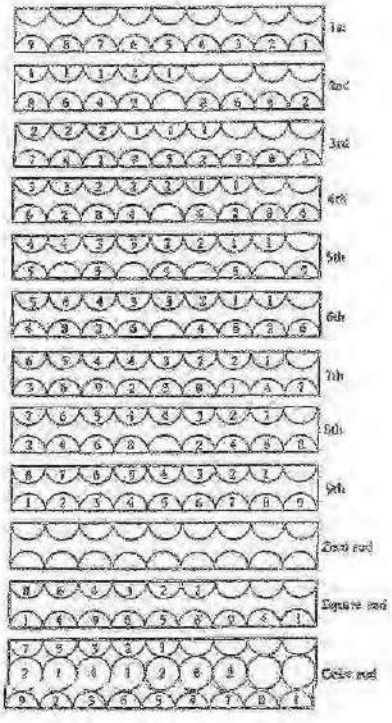
Çarpma.



Japon matematiği.



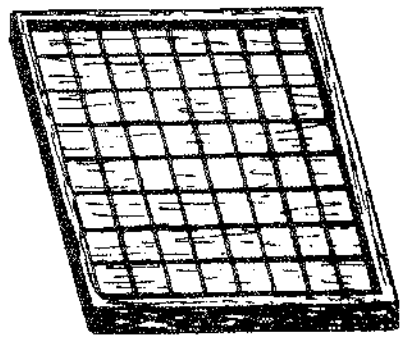
Hesap çubukları.



Çin logaritması.

Çin Dama Tahtası Üzerinde Çubuklar

Çinliler aritmetik işlemler yapmak için Chou tamı tamına hesap fişleri denen fildişi ya da bambu çubukları kullanıyor, bunları dama tahtası biçiminde düzenlenmiş bir tablonun gözleri içine koyuyorlardı.



Çin sayısal dama tahtası örneği.

İ. S. IX. yüzyıla dayanan şu küçük öykü bunun ilk tanığını oluşturur. İmparator Yang Sun'un hesap yapmadaki becirlerine ve hızlarına bakarak memurlarını nasıl seçtiğini anlatmaktadır bu öykü.

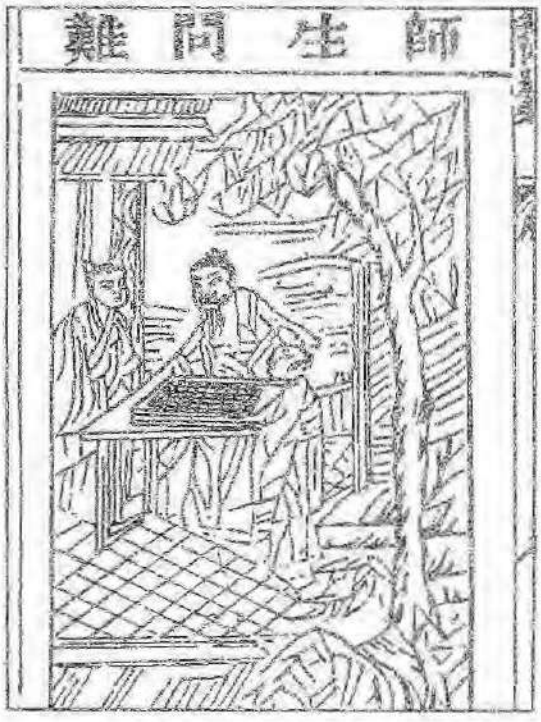
Günün birinde mevkileri, kıdemleri, sicil dosyaları aynı olan iki aday aynı işe talip olmuş. Görevli memur hangisini terfi ettireceğini bilemeyince Yang Sun'a başvurmuş. O da adayları çağırıp şöyle demiş.

– Küçük memur dediğin, hızlı hesap yapmayı bilir, ikiniz de sorumu dinleyin, ilk çözen terfi eder. İşte soru: Ormanda gezinen biri, çaldıkları kumaş toplarının paylaşımı konusunda tartışan hırsızların sesini işitiyor. Diyorlar ki, herkes 6 top alırsa geriye 5 top kalır, ama herkes 7 top alırsa 8 top eksik olur. Kaç hırsız ve kaç top kumaş var?

Yang Sun iki adayın binanın döşemesi üzerinde kamışlarla çabucak hesap yapmasını istemiş. Bir süre sonra adaylardan biri tam yanıtı vermiş ve terfi ettirilmiş. Memurlar da hiç şikayet etmeden ya da kararı eleştirmeden dağılmış.

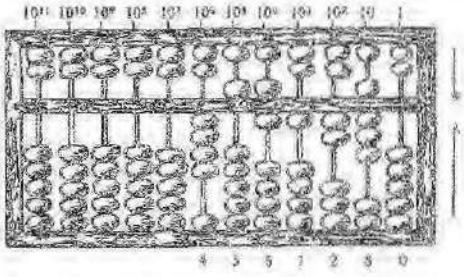
Çin sayı boncuğunun herhangi bir şişinin alttaki beş boncuğundan her biri, birim değerini taşır, ortadaki çubuğun üstündeki iki boncuktan her biri de beş birim değerindedir. Bundan böyle bütün sayısal betimlemeler, ilgili şişlerdeki boncukları enine çubuğa doğru götürerek yapılacaktır. (5).

3 sayısını mı göstermek istiyorsunuz? Sağdan ilk şişin alt kısmındaki 3 boncuğu yukarı çıkaracaksınız. 9 sayısını belirtmek istiyorsanız üstten bir boncuk indirecek, alttan dört boncuğu da yukarı çıkaracaksınız.



İki genç öğrenciye çörkü üzerinde kamışlarla hesap sanatını öğreten Çinli.

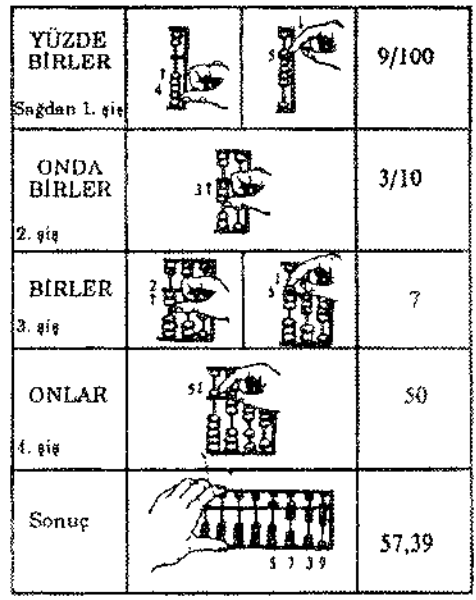




Çin abaküsü.

Suan pan üzerinde 4 561 280 sayısın belirtmek isteniyorsa, sağdan ilk şişte hiçbir boncuk yerinden oynatılmaz. Bu, sıfırın ya da yalın birimlerin yokluğunun betimlemesidir. Sonra ikinci şişte alttan üç boncuk yukarı çıkarılır, üstten bir boncuk aşağı indirilir. Böyle sürer gider.

Yine 57,39 sayısını belirtmek isteniyorsa, sağdan ilk şişin alttan dört boncuğu yukarı çıkarılır, aynı şişteki üstten bir boncuk aşağı indirilir. Sonra, ikinci şişte, alttan üç boncuk yukarı çıkarılır; ardından, üçüncü şişte, alttan iki boncuk yukarı çıkarılır, üstten bir boncuk aşağı indirilir. Son olarak, dördüncü şişte, yalnız üstten bir boncuk aşağı indirilir. (5).

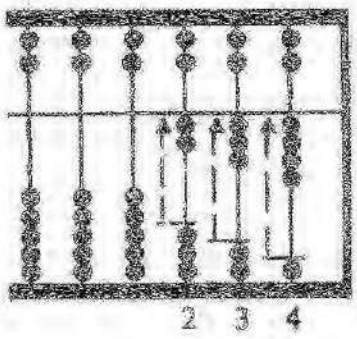


Abaküsle hesap.

Çin sayı boncuğu üzerinde sayıların betimlenişi demek ki çok yalın. Aritmetik işlemlerin yapılışına gelince, o da karmaşık değildir. 1'den 9'a kadarki sayıların toplamı ve çarpım cetvellerini ezbere bilmek yeter.

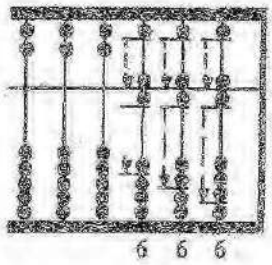
234, 432 ve 567 toplanacak sayılar olsun. Örnek elverişli olsun diye, yalnız tam sayıları göz önünde bulunduruyoruz. Böylece sağdan ilk şişi yalın birimlere, sonrakini 10'lara... vereceğiz.

Önce bütün boncukları çerçevenin iki dış kenarına yığıp, enine çubuğu boş bırakacağız. Sonra sağdan üçüncü şişte (yüzler şişinde) alttan iki boncuğu, ardından onlar şilinde alttan üç boncuğu ve birler şişinde alttan dört boncuğu ortaya çekeceğiz.

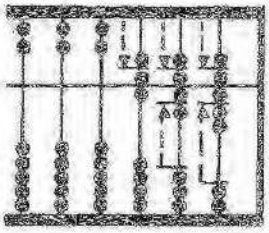


Abaküsle hesap.

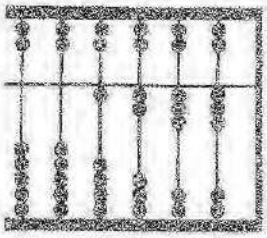
Buna 432 sayısını eklemek için, yine gerekli sayıda boncuğu ortaya çekerek işlem yapılır. Ama yüzler şişinde iki boncuk zaten orta çubuğa dayalı olduğundan, (432'nin 4'ünün) betimlemesini elde etmek için) ortaya dört boncuk çekilemez. Buna karşılık, üstten 5 değerinde olan bir boncuk indirilebilir, alttan daha önce yukarı çekilmiş bir boncuk da geri çekilebilir (yani: 5 – 1 = yüzlerin 4'ü). Sonra (üç boncuğun daha önceden orta çubuğa dayalı olduğu) 10'lar şişinde, yine üstten bir boncuk ve alttan bir boncuk aşağı indirilir (Yani: 5 – 2 = 432'nin 3'ü). Son olarak, birler şişinde, üstten bir boncuk, alttan bir boncuk aşağı indirilir (yani: 5 – 3 = 432'nin 2'si). Bu işlem sayı boncuğuna, karşılığı 666 sayısını olan şu görünümü verecektir. (5).



Şimdi, buna 567'yi eklemek için, yüzler şişinde üstten bir boncuk yani 5 aşağı indirilir. 10'lar şişinde, üstten bir boncuk aşağı indirilir, alttan bir boncuk yukarı çekilir (yani: 6 = 5 + 1). Sonra, birler şişinde üstten bir boncuk aşağı indirilir, alttan iki boncuk yukarı çekilir (yani: 7 = 5 + 2). Böylece sayı boncuğu şu görünümü alır.



Ama sonucu söyleyebilmek için kısaltmalar yapmak gerekmektedir. Bunun için, yüzler şişinin üstten (her biri 5 değerinde olan) iki boncuğu yukarı çekilir, yerine birler şişinin alttan bir boncuğu getirilir; aynı şekilde 10'lar şişinin üstten iki boncuğunun yerine yüzler şişinden bir boncuk çekilir, sonra da birler şişinin üstten iki boncuğu yerine 10'lar şişinden bir boncuk konur. Bütün kısaltmalar yapılınca, sayı boncuğu aşağıdaki biçimi alır. Bu da işlemin sonucunu vermektedir: 234 + 432 + 567 = 1233.

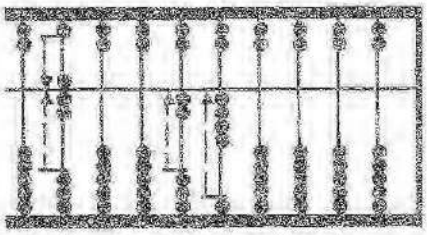


Ters yönde işlem yaparak çıkarma, çarpanı çarpılanın bütün basamakları ile çarpıp sonuçları toplayarak çarpma, aranan bölümü bulana dek böleni bölünenden çıkararak bölme yapılır.

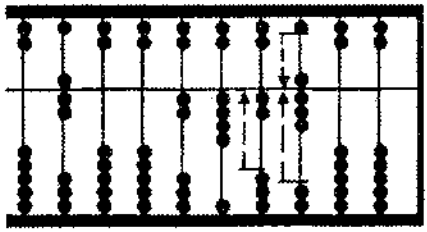
Diyelim ki 24 x 7 çarpımı yapılacak.

Önce bu tekniğin büyüklük sırasından bağımsız olarak istenen sonucu elde etmeyi sağladığını belirtelim. Başka deyişle, 24 x 7; 24 000 x 7; 0,24 x 700; 0,24 x 7 ya da 24 x 0,007 gibi çarpımlar için sonuç teknik bakımdan aynı olacaktır. Sonucu düzeltmek için büyüklük sırasını akılda tutmak yeter. (5).

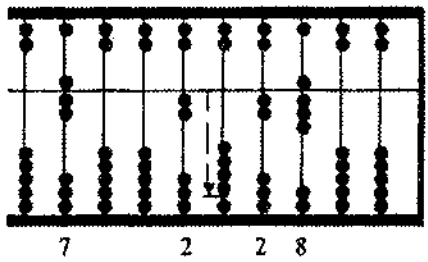
Şimdi, çarpanı çerçevenin solunda bulunan bir şiş üzerine, çarpılanı sağdaki bir şiş üzerine koyarak işe başlanır. İkisi arasınra iki ya da üç şişi boş bırakmaya özen gösterilir.



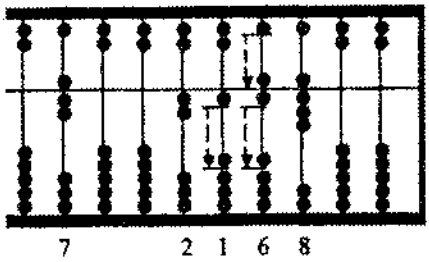
Sonra zihinden 4'ün 7'yle çarpımı yapılır, sonuç, yani 28, 2'yi bir sağdaki şiş üzerine, 8'i de ondan sonraki şiş üzerine koyarak belirtilir.



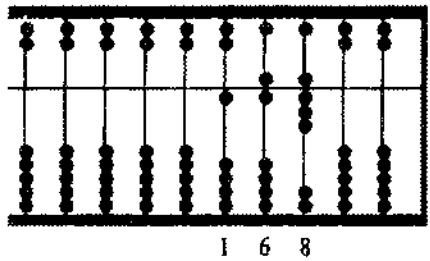
Ardından çarpılanın 4'ü onu betimleyen dört boncuğu aşağı indirerek kaldırılır.



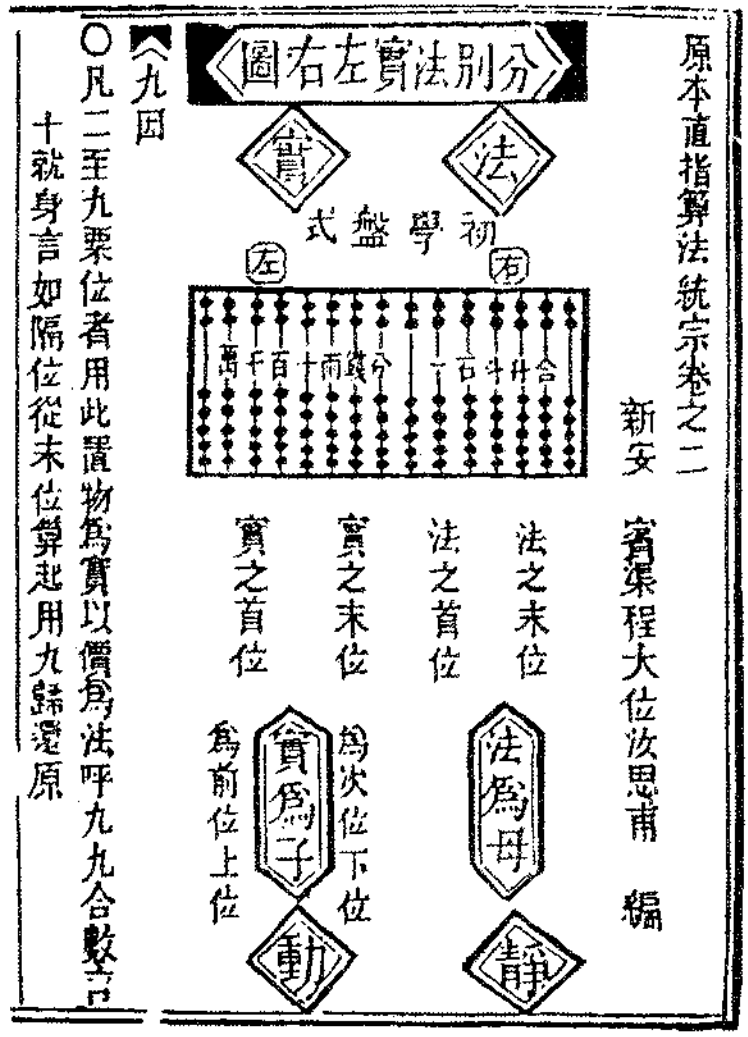
Sonra, (yine zihinden) 7'nin 2'yle çarpımı yapılır, sonuç, yani 14, sola doğru bir ileriye kaydedilir. Daha önce betimlenmiş olan sayıyla bu sayı toplanır, yüzler şişinde alttan bir boncuk geri çekilir, onlar şişinde alttan bir boncuk ve üstten bir boncuk aşağı indirilir. (5).



Ardından, çarpılanın 2'si kaldırılır, böylece çarpan artık gereksiz olur. Geriye şişler üzerinde sonucu, yani 168'i okumak kalır. Şişler şimdi şu sayısal betimlemeyi taşımaktadır.



Demek ki Çin sayı boncuğuyla işlem yapmak çok karmaşık değil. Bu alet, kullanmasını bilenlere, kare ya da küpkök almayı, çok daha karmaşık problemleri çözmeyi bile sağlar.

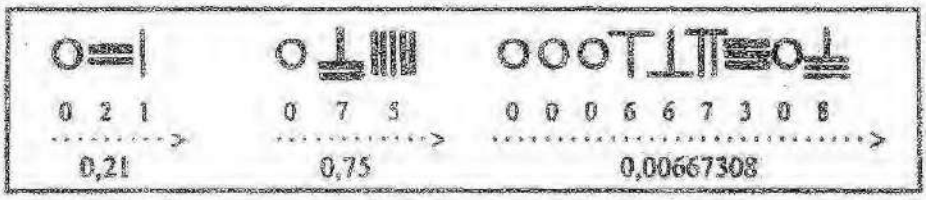


1593'te basılmış Çince bir yapıtta (Suan fa tong zong) suan pan'a ilişkin açıklamalar.

Bununla birlikte, bu hesap aleti kimi sakıncalar da gösterir. Oldukça uzun bir çıraklık dönemi, titiz bir çalışma, gerçek bir el uzluğu, tutuşta kusursuz bir dengelilik gerektirir. Üstelik en küçük bir hata yapıldığında, hesapların tümünü, işlem ilerledikçe kaybolan ara sonuçları yeniden elden geçirmek gerekir. Ama bu, aletin elverişliliğini ortadan kaldırmaz.



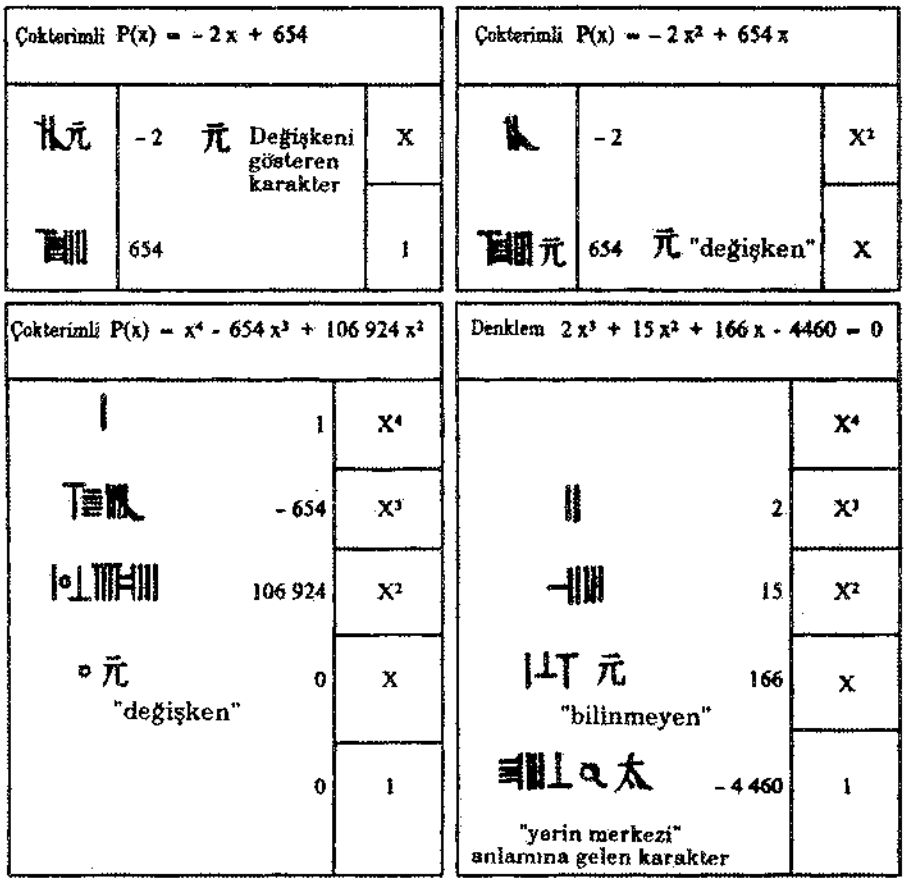
Matematikçi Li ye'nin 1248'de yayımladığı Ce yuan hai jing adlı yapıttan.



Çinli matemetikçilerin, konumlu gösterimlerini ondalık üleşkelere uygulayışı. Moğol dönemine ait bir yapıta göre yeniden canlandırılmış örnekler.

XIII. YÜZYILA AİT ÇİNCE BİR ÇALIŞMADAN ALINMIŞ ÖRNEKLER				XVIII. YÜZYILA AİT JAPONCA BİR YAPITTAN ALINMIŞ ÖRNEKLER
	6 5 4	1 3 6 0	1 5 3 6	1 5 2 7 1 0 1 0 0 9 2 8
	..>	.....>	.....>	..... >
– 2	– 654	– 1 360	– 1 536	– 152 710 100 928

Bilginlerin sayısal gösteriminin eksi sayılara uygulanışı: Çinli ve Japon matematikçiler, belli bir niceliğin eksi olduğunu belirtmek için, çoğu kez rakamlı betimlemenin sağındaki son işareti yatık bir çizgiyle işaretlemekte anlaşıyorlardı.



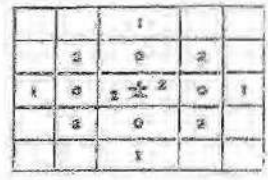
Li ye'nin (1178 - 1265) çokterimlileri ve tek bilinmeyenli cebirsel denklemleri gösterişi.

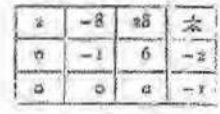
$x^3+y^3+z^3+w^3+xyz+xyw+xzw+yzw+xy+xz+xw.$

$xy^3-6y^2-zy^2+xzy+6yz-z^2-xz.$





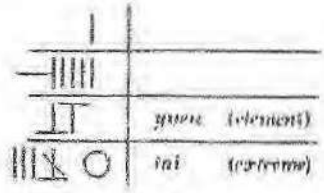






$x^3+15x^2+66x=360$

$x^3+15x^2+66x-360=0.$

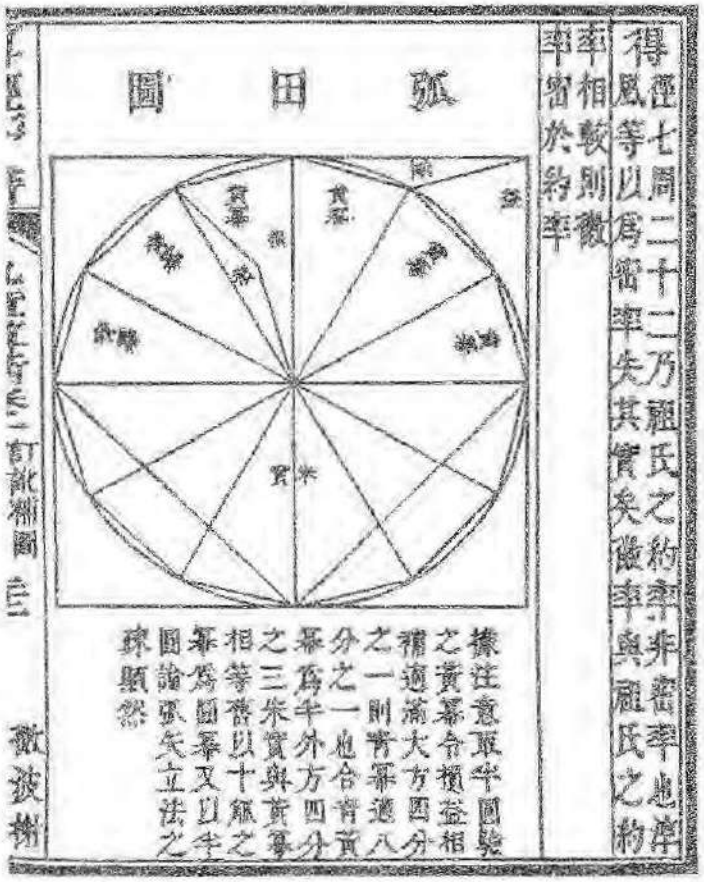


Çinlilerin denklem çözümleri.



Çin kareler tablosu.

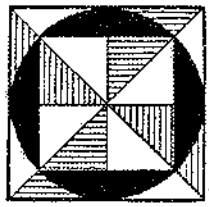
Çin'de yazılan kitaplardan biri de 220 ile 280 yıllarında hüküm süren ve Üç Krallık döneminde Liu Hui tarafından yazılan Hai Dao Suan Jing (Sea Island Mathematical Manuel) adlı kitaptır. Liu Hui, kendisinden önce yazılan, özellikle Nine Chapters adlı kitabı yeniden yorumlayarak kaleme alan biridir. Pi sayısı üzerinde çok duyarlı çalışmaları vardır. Zaten Liu Hui'den sonra pi sayısı üzerinde çalışmalar Çin'de moda olmuş ve üzerinde çok sayıda araştırma yapılmıştır. Fakat bu çalışmaların hiç birinde, pi sayısının irrasyonelliği gösterilmemiştir.



Çin tükelme yöntemi.

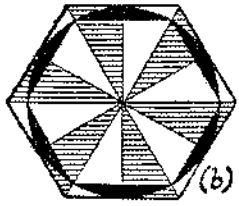
Liu Hui, 96 kenarlı düzgün bir çokgenle pi sayısını 3.14 olarak, 3072 kenarlı düzgün bir çokgenle de 3.14159 olarak hesaplamıştır. Kesik piramidin hacmini veren formülü doğru olarak hesaplayanlardan biri de Liu Hui'dir. Kesik koninin hacim formülünü de benzer yolla bulmuştur. Bugün Horner yöntemi, batıdan çok çok önce Çin'de kullanılmıştır. Benzer olarak, Pascal üçgeni veya aritmetik üçgeni ve Pisagor teoreminin Çin'de kullanılması da çok eskidir.

Circle enclosed between two squares (polygons of 4 equivalent sides).



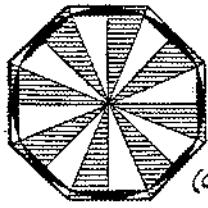
Polygon of 4 equivalent sides made up of 8 right-angled triangles with centre angles $\frac{360°}{8} = 45°$.

Circle enclosed between two polygons of 6 equivalent sides.



Polygon of 6 equivalent sides made up of 12 right-angled triangles with centre angles $\frac{360°}{12} = 30°$.

Circle enclosed between two polygons of 8 equivalent sides.

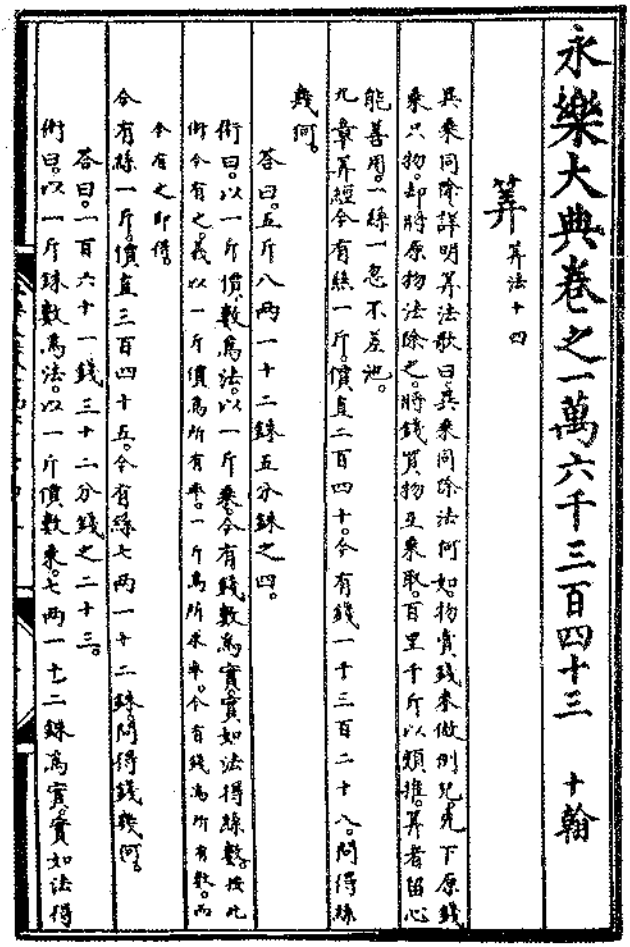


Polygon of 8 equivalent sides made up of 16 right-angled triangles with centre angles $\frac{360°}{16} = 22\frac{1}{2}°$.

FROM THE POTTER'S WHEEL TO π

Pi sayısının hesabı.

Sayma tahtası, çubukla gösterilen sayılar, tohum aritmetiği, yine Çin'de kullanılan matematik araçlarıydı. Sıfırın yuvarlak bir işaret olarak kullanılması 1247 yılında Chhin Chiu Shau'nun Su Shu Chiu Chang adlı kitabında ilk kez basılmıştır. Bu işaretin Çin'e Hindistan'dan doğrudan gelmiş olduğunu söylerler. Çünkü, İ. S. 876 yılına ait olan Hindistan'daki bir anıtta 270 sayısının aynı bugün bizim yazdığımıza benzer bir işaretleme ile yazılmış olduğu görülmektedir. Öyleyse, Hintliler sıfırı (0) bu tarihten daha önce de kullanıyorlardı. Bu 876 tarihi bazı kaynaklarda 870 olarak geçer. Bugün kullandığımız rakamlar Hint hükümdarı Kıral Asoka (İ. Ö. 270 - 232) zamanından beri bilinmektedir. Çin ve diğer Asya ülkelerinde, Hindistan'da kullanılmasından en az iki üç yüzyıl sonra olmuştur. Örneğin, Cambodia ve Sumatra'da 683, Banka Adasında 686 ve Sakalar'da 605 yılında kullanılmıştır. Paulise Siddhanta'nın yazarı sıfırı (0) beşinci yüzyılın başlarında, Aryabhata ve Varaha Mihira da 500 yıllarında kullanmışlardır. Sıfır (0), Bakhashali'nin kitaplarında da onuncu yüzyıldan önce kullanılmıştır. Bu matematikçilerin tümü de Hintlidir. Keşmir'de ve bazı Hint eyaletlerinde sıfır (0) yerine, Babillilerde olduğu gibi nokta (.) kullanılıyordu. Sakalar da sıfır yerine noktayı yazıyordu. Örneğin, Keşmir'deki Sara yazıtında sıfır rakamı nokta olarak geçer. Sakalar'da 605 sayısı 6.5 olarak yazılıdır. Hindistan'daki bilgilerin çoğunu Hindistan'da yaptığı çalışmalarla batıya El Biruni götürmüş ve tanıtmıştır. Bu nedenle, sıfırın Çin'e girişi ancak Sun Tzu Suan Ching zamanından çok önce üçüncü yüzyılın sonlarında olmuştur.


永樂大典卷之一萬六千三百四十三 十翰

算 算法十四

異乘同除詳明算法歌曰異乘同除法何如物貴錢求做此兒先下原錢乘只物。却將原物法除之。將錢買物互乘取。百里千斤以類推。算者留心能善用。一絲一忽不差池。

九章算經今有絲一斤。價直二百四十。今有錢一十三百二十八。問得絲幾何。

答曰。五斤八兩一十二銖五分銖之四。

術曰。以一斤價數爲法。以一斤乘今有錢數爲實。實如法得絲數。若此此今有之義。以一斤價爲所有率。一斤爲所求率。今有錢爲所有數。而

本有之即得。

今有絲一斤。價直三百四十五。今有絲七兩一十二銖。問得錢幾何。

答曰。一百六十一錢三十二分錢之二十三。

術曰。以一斤絲數爲法。以一斤價數乘七兩一十二銖爲實。實如法得

XV. yüzyıl başlarına ait Çince bir matematik belgesinden bir sayfa.

Hintliler sıfıra sunya derlerdi. Araplar el sifr, Bizanslılar tziphra, Fransızlar Chiffre, İngilizler cipher sözcüklerini kullanırlardı. Sıfırın Çin'de kullanılması çok hızlı oldu. 718 ile 729 yılları arasında, Chhüthan Hsi Ta tarafından yazılan astronomi ve astroloji konularını içeren Yuan Chan Ching adlı kitapta sıfır çok kullanıldı. Aslında bu kitap, Chiu Chih'in çalışmalarının bir parçasıydı. Hesapların tümü Hint yöntemiyle yapıldı.

Çinlilerin matematik işlemleri önceleri bambu ağacından yapılan çubuklarla yürütülüyordu. Bunun yanı sıra, tahta üzerine gerilmiş iplere dizilen tohumlarla da yaptıkları oluyordu. Yunanlılar ve Romalılarda olduğu gibi, matematikleri ve matematiksel işlemlerdeki becerilerini geliştirmekte ve ilerletmekte güçlük çektiler. Çünkü, Çin rakamları bulundukları yerlere göre basamak değerini alamıyordu. Aynı benzer güçlük Romen rakamlarında da vardı. Hintlilerin hesaplama yöntemi Çin'e girince hesaplarına hemen kolaylık geldi. Çünkü, Hintlilerin rakamları bulundukları yerlere göre basamak değeri

alıyordu. Rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerlerini alan bir uygarlık daha vardır. O da Mayalar'dır.

Ülkelerin matematiklerinin birbirlerini etkilemesi yüzlerce yıllara mal olmuştur. Burada dikkat çeken bir nokta, Eski Çinlilerin Babillilerde olduğu gibi altmış tabanına göre yazıp okurken, Hint matematiğinin etkisiyle on tabanına göre yazıp işlem yapmayı öğrenmeleridir. Babillilerde olduğu gibi 19 sayısını 20 – 1 ve 40 sayısını 50 – 10 biçiminde yazıyorlardı. 10, 100 ve 1000 gibi sayılarla çarpma işlemlerinde, sonraları Hintlilerden aldıkları kolaylıkları kullandılar. Çinliler, Avrupalılardan tam iki bin yıl önce matematik biliyorlardı ve ileriydi. Zaten Hint rakamlarıyla hesap yapılmasından ilk kez Fırat'ta bir kolejin müdürü, manastırda hukuk danışmanı olan Suriyeli bilgin Severus Sebokht, 662 yıllarında Hintlilerin dokuz rakamıyla hünerli hesaplar yapıldığından söz eder. Bu dokuz rakamla hesaplar yapmayı Önasya'ya ilk kez Sebokht getirdi. Henüz sıfır rakamını bilmeyen Severus Sebokht'un, sıfırsız nasıl işin içinden çıkabildiğini bilemiyoruz.

400 yılından sonra Çin'de olduğu gibi, ilk kez Hint yazıları ve rakamları Önasya'da görülmeye başladı. 598 yılında doğan büyük astronom Brahmagupta, otuz üç yaşında yazdığı bir astronomi kitabında bu dokuz rakam ve sıfırla hesap yapma işlemlerinin kurallarını koymuştu. 773 yıllarında, Kankah isimli Hintli bir bilgin astronom, Halife el Memun'un (754 - 775) Bağdat'taki sarayına gelir. Hint rakamları bu şekilde Bağdat'a girer. Fakat Hint rakamlarının Çin'e nasıl ve ne zaman kimin tarafından götürüldüğü belli değildir. Babilliler yok anlamına gelen sıfır yerini önceleri boşluk olarak bıraktılar. Bu yöntem daha sonra karışıklıklara neden oldu. Bu nedenle yok anlamına gelen sıfır



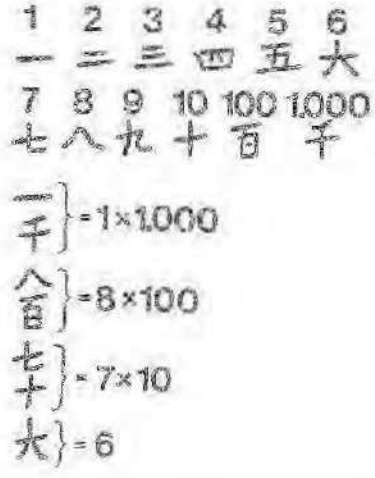
Numerals					
Our forms	1 0	1 17	15·20 0	360 0 0	19·360 13·20 13
Values	20	37	300	360	7113

Maya rakamları ve sayıları.

yerine nokta kullandılar. Amerika'daki Mayaların da sıfır yerine tabak şekilli bir rakam kullandıkları biliniyor. Anlam olarak sıfır kavramı Babilliler ve Mayaların birbirlerinden bağımsız ve habersiz olan buluşlarıdır. Fakat sıfır anlamındaki 0 işareti Hintlilerin Gobar rakamıdır. Yalnız, Çinlilerin rakamlarıyla Mayaların rakamları arasında benzerlik vardır. Eski Çincede, sıfır sözcüğünün karşılığı dolu tanesi ya da yağmur damlası anlamına gelen ling sözcüğüydü. Bu, Shih Ching adlı kitapta bu anlamda kullanılmıştır. On dördüncü yüzyılın sonlarında bu biçimde kullanılmıştır. Ming'ten önceki matematik kitaplarının hiç birinde sıfır rakamı yoktur. Sung cebircileri ancak sıfırı geniş bir yuvarlak olarak kullandılar. Yahudilerin Çin'e gelişinden hemen sonra, yani on altıncı yüzyılın sonlarında, sıfır rakamı Suan Fa Thung Tsung adlı kitapta ilk kez görüldü. Daha sonraki kitaplarda hep kullanılmıştır.

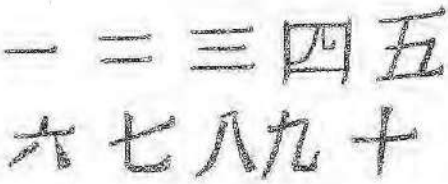
Yazarı ve ne zaman yazıldığı belli olmayan Çin kitaplarından diğer biri de Sun Tsu Suan Ching'tir. İngilizce anlamı, Aritmetical Classic of Sun Tsu'dur. Bilimsel ve metotlu olarak yazılan bu yapıt üç kitaptan oluşmaktadır. Kitapta, eski Çinlilerin matematiksel işlemleri yapmada ne kadar ileri olduğunu görmekteyiz. Bazıları, Sun Tsu ile Sun Wu'nun aynı kişi olduğunu kabul ederler. Bu matematikçi de İ. Ö. yedinci yüzyılda yaşamıştır. Yalnız bu kitabın Dokuz Bölüm adlı kitaptan eski olduğunu söyleyemeyiz.

Sun Tsu, çubuk rakamlarıyla yapılan işlemlerin özelliklerini en iyi tanıtan bir yapıttır. Çarpma, bölme, alanların ve hacimlerin ölçülmesi, kesir işlemleri, kare ve küpkök işlemleri bu kitapta uzun uzun anlatılır. Altın, gümüş, bakır, demir, kurşun, bazı değerli taşlar ve taşın ağırlıkları ve yoğunlukları açıklanır. Doğrusal denkliklerle ilgili problemler bu kitapta yer alır. Zaten bu kitabın Dokuz Bölüm adlı kitaptan ileri olduğu kısım budur. Yalnız bu tür problemlerin çözümleri daha açık olarak yapılamamıştır. Kitabın içeriği hemen hemen Dokuz Bölüm adlı ünlü kitap gibidir.



Çin rakamlarıyla 1876 sayısının yazılışı.

Çin sayıları onluk halinde gruplanmıştır. Ancak 20 ve 200 gibi benzerleri için çarpma kullanılır. 1876 sayısı yukarıda olduğu gibi yazılır. Sayılar, birler hanesi en altta gelecek şekilde düşey olarak yazılır. Eski Romalılar rakam olarak alfabelerinin harflerini kullanmışlar, bu nedenle de hesapları çok karışmıştır. Çinlilerin 1 ile başlayan rakamları 10 sayısına kadar



biçiminde yazılır. Buna göre 789 sayısı



olarak yazılır. Ayrıca, Çin tüccarları birden ona kadar



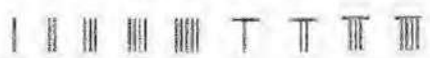
rakamlarını kullanıyorlardı. Sanskrit rakamları da



biçimindeydi.

Sun Tsu da pi sayısı için 3 değerini kullanır. Büyük sayıların yazımı da vardır. Örneğin bin kere bin i sayısı veya işareti ile gösterilir. Bin kere bin olan i gösterimine bir Chan derler. Abaküs hakkında ilk bilgiler bu kitapta yer alır. Hesap yapmada kırmızı ve beyaza boyadığı küçük bambu ve ağaç parçaları kullanır. Kırmızılar pozitif ve beyazlar negetif sayıları gösterir. Bu da, Çinlilerin ilk kez negatif sayıları düşündüğünü gösterir.

Abaküsün Çin'de ne zamandan beri kullanıldığı tam olarak bilinmiyor. Bilinen tek şey, Han Hanedanı döneminde ilk kez kullanılmadığıdır. Tso Chuan adlı kitabı göre abaküs hesabı İ. Ö. 542 yıllarında Çin'e girmiştir. Sun Tsu, abaküsün yapısı hakkında iyi bilgiler vermiştir. Çin'de dokuz rakam



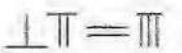
1 2 3 4 5 6 7 8 9

ve onun katları da

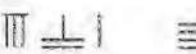


10 20 30 40 50 60 70 80 90

olarak yazılıyordu. Örneğin 13 sayısı , 33 sayısı gösterimleriyle işaret ediliyordu. Daha büyük olan 6728, 1971 ve 4716 sayıları da sırayla



6 7 2 8



1 9 7 1



4 7 1 6

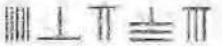
biçiminde yazılıyordu. Ayrıca, 7436 sayısı için



7 4 3 6

gösterimi vardı. Dikkat edilirse, rakamlar bulundukları yerlerdeki basamaklara göre değerler alıyordu. Yani bir rakam bulunduğu yere göre on, yüz, bin, ... gibi katları olan değerlerle okunuyordu. Örneğin yedi rakamı sağdan sola doğru birinci basamaktaysa yedi, ikinci basamaktaysa yetmiş, üçüncü basamaktaysa yedi yüz, ... şeklinde okunuyordu. Bu da, bugünkü yöntemle aynıdır. Matematikte sayıların yazılması ve okunmasında en önemli kavramlarından birisi budur.

Çinlilerin bu yazım şekilleri onluk düzeninde ve Hintlilerde olduğu gibidir. Bu düzende büyük sayıların yazılması da oldukça kolaydır. Örneğin, 56.789 sayısı



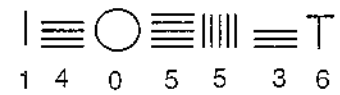
5 6 7 8 9

ve 123.456.789 sayısı için



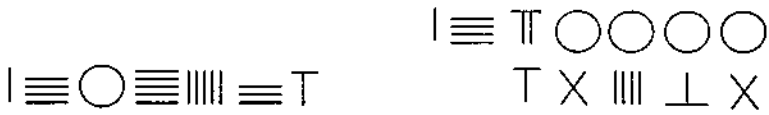
1 2 3 4 5 6 7 8 9

yazılıyordu. Çin matematiğinde sıfır (0) olarak kullanılıyordu. Örneğin 1.405.536 sayısı sıfır ile birlikte 1247 yıllarında

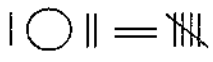


biçiminde yazılıyordu. 1.470.000 – 64.464 = 1.405.536 olan çıkarma işlemi Çin matematiğinde

1.470.000 – 64.464 = 1.405.536



olarak yazılıyordu. –10721 olan negatif sayısı da



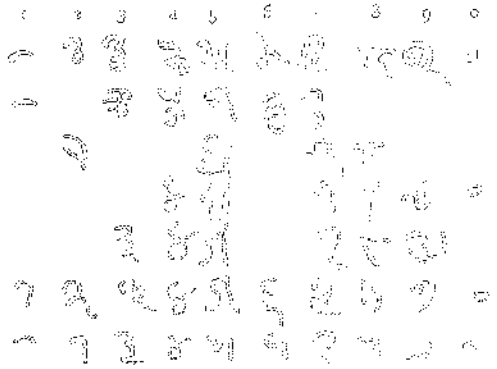
biçiminde gösteriliyordu.

Şüphesiz, Çinlilerin ilk rakamları arasında sıfır olan yuvarlak işaret yoktu. Babillilerde olduğu gibi sıfırın yeri önceleri boş bırakılıyordu. Örneğin 405 sayısı |||| |||| olarak yazılıyordu. Bu boşluk sekizinci yüzyıla kadar kullanıldı. Ancak bu yüzyıldan sonra 0 yuvarlağı sıfır anlamına kullanılmaya başlandı. Sıfır (0) işaretini Hintliler kullanıyordu. Eski Yunanlılarda da 0 işareti vardı ama onlar bu işareti sıfır anlamında kullanmıyorlardı. Yuvarlak işaret olan sıfırın 0 biçimindeki Çin basımı, ilk kez 1247 yılında Su Shu Chiu Cang'ın Chhin Chiu Shao adlı kitabında görülür. Fakat, bu işaretin Çin'deki kullanımı daha eskidir ve kökeni Hindistan'dan alınmadır. Yuvarlak sıfırın Hindistan'daki ilk bilinen yazılı belgesi Gwalior'da Bhojadeva yazıtında vardır. Bu kayıt 870 tarihlidir. Şüphesiz, sıfır denen 0 işareti Hindistan'da bu 870 tarihinden önce kulanılıyordu. Kullananlar da Gobarlardı. Gobar rakamları İ. Ö. üçüncü yüzyıllarda kullanılıyordu. Yalnız, sıfırın bu tarihlerde kullanılıp kullanılmadığını gösteren yazılı bir belge yoktur.

Çin'de, Çin rakamları ile çarpma ve bölmeyi bu gösterimlerle yapma kuralı vardı. Bölme kuralı Sun Tsu'nun üçüncü kitabında yer alıyordu. Verilen iki sayının en büyük ortak böleninin bulunması da bu kitapta yer alıyordu. Bu da, daha önce sözünü ettiğimiz ünlü Dokuz Bölüm adlı kitaptakinin aynısıydı. Kesirlerin toplanması ve çarpımı da Dokuz Bölüm adlı kitapta olduğu gibi yapılıyordu.

Sıfır işareti Çin'e girmeden önce, Hindistan'da yaygın olarak kullanılmasına dokuzuncu yüzyıldan itibaren başlanıldı. Yalnız, Gobarların bu rakamları 500 yıllarında Hindistan'da çok sık olarak kullanılıyordu. Rakamların basamaktaki yerlerine göre değer kazanması, Champa'da 609, Java'da 732, Cambodia'da 604 yıllarına ait yazıt-

larda görülür. Sıfırın uzak doğdaki yazılı belgelerde görülmesi 683 yılında Cambodia ve Sumatra'da, Banka Adası'nda 686 yıllarına rastlar. Saka döneminin 605 yılarında sıfır yerine . işareti kullanılmıştır. Boşluk ve . işaretini sıfır yerine ilk kullanan ülke Babilliterdir.

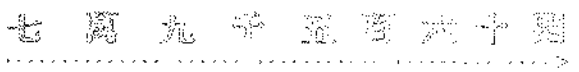


Hindistan'da kullanılan rakamlar.

ONLAR		YÜZLER		BİNLER		ONBİNLER	
10	1 × 10	100	1 × 100	1 000	1 × 1 000	10 000	1 × 10 000
20	2 × 10	200	2 × 100	2 000	2 × 1 000	20 000	2 × 10 000
30	3 × 10	300	3 × 100	3 000	3 × 1 000	30 000	3 × 10 000
40	4 × 10	400	4 × 100	4 000	4 × 1 000	40 000	4 × 10 000
50	5 × 10	500	5 × 100	5 000	5 × 1 000	50 000	5 × 10 000
60	6 × 10	600	6 × 100	6 000	6 × 1 000	60 000	6 × 10 000
70	7 × 10	700	7 × 100	7 000	7 × 1 000	70 000	7 × 10 000
80	8 × 10	800	8 × 100	8 000	8 × 1 000	80 000	8 × 10 000

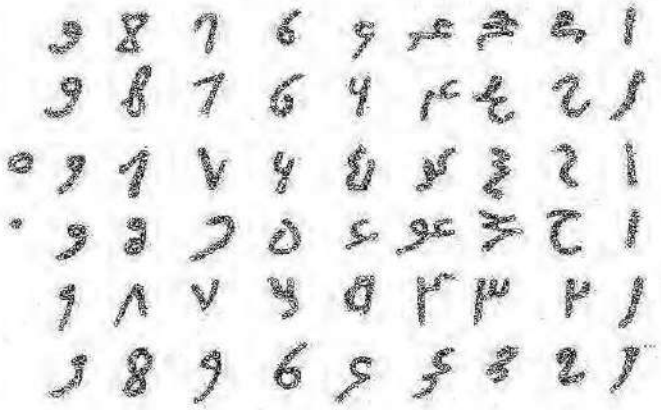
10'un ilk dört kuvvetinden her birinin ardışık katları nın günümüz Çincesinde'ki gösterimi.

Ayrıca, Çinliler, bütün ara sayılar için, hem toplama hem çıkarma yoluyla işlem yapar, örneğin 79 564 sayısını şöyle ayrıştırır:

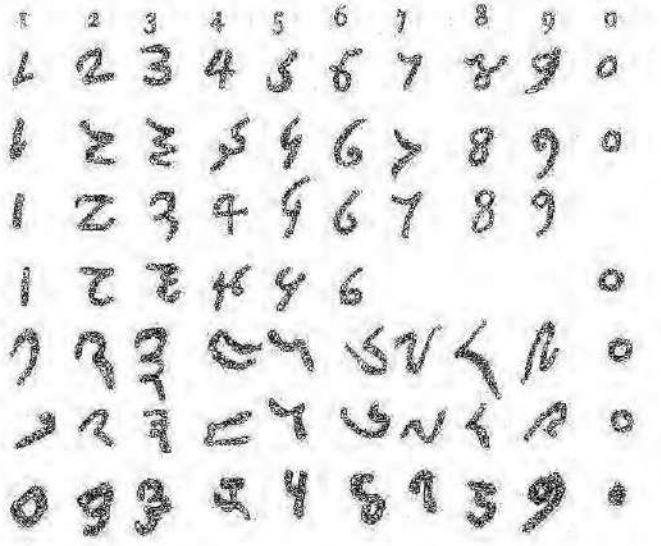


7 × 10 000 + 9 × 1 000 + 5 × 100 + 6 × 10 + 4

79 564



Gobar rakamları.



Avrupa'da kullanılan Gobar rakamları.



Gobar rakamları.

1	一	10	十
2	二		
3	三	100	百
4	四		
5	五	1 000	千
6	六		
7	七	10 000	萬
8	八		
9	九		

Çinliler, sayıları dile getirmek için, genellikle, dokuz birime ve 10'un ilk dört kuvvetine (10, 100, 1000, 10 000) bağlanmış onüç temel biçimini içeren onlu bir dizge kullanırlar. Günümüzde en yaygın olarak kullanılan, en yalın biçimde çizilmiş sayı biçimleri yukarıdadır.

SAYISAL İFADELER

Sat. VIII	Sat. VII	Sat. IV	Sat. I
1 × 100 + 6 × 10 + 1 → 一百六十一 161	3 × 100 + 4 × 10 + 5 → 三百四十五 345	2 × 100 + 4 × 10 → 二百四十 240	1 × 10 000 + 6 × 1 000 + 3 × 100 + 4 × 10 + 3 → 一萬六千三百四十三 16 343
3 × 10 + 2 → 三十二 32	1 × 10 + 2 → 一十二 12	1 × 1 000 + 3 × 100 + 2 × 10 + 8 → 一千三百二十八 1 328	

Genel olarak Çin karakterleri gibi, bu rakamlar da, geleneksel biçimde, yukarıdan aşağıya ve sağdan sola doğru dikey sıralanıyordu; Çin Halk Cumhuriyeti'nde halen soldan sağa doğru yatay kullanım yaygınlaşmaktadır.

Çin sayı harfleriyle yazılmış ara sayılardan örnekler.

Üçüncü yüzyılın sonlarında Sun Tzu Suan Ching döneminden çok önceleri de, Çin rakamları yazılırken basamaktaki değeri alması hali kullanılıyordu. Yine büyük bir astronom ve astrolojist olan Chhüthan Hsi Ta tarafından 718 ile 729 yılları arasında yazılan Khai Yuan Chan Ching adlı kitapta, Hint yöntemiyle hesap yapılıyor ve sıfır bu kitapta kullanılıyordu.

Yalnız, Shang sayı sistemi Eski Babil ve Mısırlıların sayı sisteminden daha ileri ve bilimseldi. Eski Babillilerin 19 sayısını 20 – 1, kırk sayısını 50 – 10 ve 1000 sayısını da 10 x 100 biçiminde yazıyorlardı. Bu yazım şekli Shang'ın sayı yazımı bu gösterimlerden daha kullanışlıydı. Çin'deki astronomlar sadece altmış tabanlı sayılarla hesap yapıyorlardı. Çinli Chang'ın büyük sayıları yazmadaki becerileri Eski Babillilerin yazmalarından daha ileriydi. Zaten Hintlilerin bu dokuz rakamını yedinci yüzyılda Bağdat'a Hintli astronom Severus Sebokht getirmiştir. Her nedense Severus Sebokht sıfır rakamını bilmiyordu. Kısaca özetlenirse, sıfırın icadı birbirlerine paralel olarak Babillilerle Mayalara aittir. Seleucid Babilliler İ. Ö. 300 yıllarında sıfırı $\overset{\circ}{\underset{\circ}{\circ\!-\!\circ}}$ biçiminde kullandığını gösteren tabletler vardır. Mayalar da tepsi biçimini kullanıyorlardı.

Çinliler, sıfıra ling diyorlardı. Anlamı da küçük yağmur damlası demekti. Zamanla bu ling 0 sembolü ile gösterildi. Bu söylediğimiz şey, Shih Ching adlı kitapta bu anlamda kullanılmıştır. Yalnız, sıfır işareti Ming Hanedanı döneminden önceki kitaplarda görülmez. Oysa, Sung Hanedanı dönemindeki kitaplarda çok sık olarak kullanılır. Hıristiyan misyonerlerinin Çin'e gelmesinden önce on altıncı yüzyılın sonunda yazılan Suan Fa Thung Tsung adlı kitapta da bu işaret 0 olarak kullanılır. Daha sonra Suan Hsüeh Pi, Li Hui Thung adlı kitabında, Lo Shih Lin'in 1818 yılında yazdığı kitapta ve onun çağdaşlarının çalışmalarının tümünde sıfır yaygın olarak kullanılır.

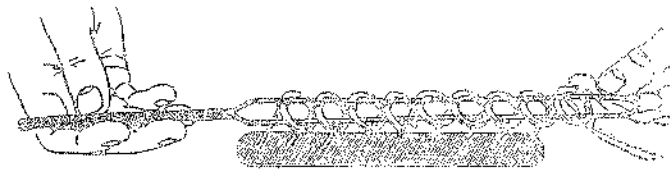
Sıfır anlamına gelen ling sözcüğü önce 0 işareti yazılmadan kullanılmış. Bu sözcüğün Ming Hanedanı döneminde neden kullanıldığı, daha sonra bu kelimenin yerine küçük yağmur damlası için 0 işaretini kullandıklarını açıklamakta güçlük vardır. 0 işaretinin ilk kullanıldığı dönem Sung Hanedanı zamanına rastlar. Çin'deki basamak kavramı, 280 yıllarında astronom Shu Hsi tarafından yazılan Chhüan Nung Fu adlı kitapta vardır.

d, dairenin çapı ve c de çevresini göstersin. Sun Tsu, dairenin alanını $cd/4$, $c^2/12$ veya $3d^2/4$ olarak alıyordu. Bu formüller, Dokuz Bölüm'de de aynıydı. Karekökün bulunması, Dokuz Bölüm adlı kitapta açıklandığından çok az bir farkı vardı. Bunun için kökü bulacak güzel tablolar geliştirilmişti. Bu tabloyla karekökü buluyordu. Yalnız Sun Tsu, küpkökün bulunmasını incelememişti.

Sun Tsu'nun üçüncü kitabı çok sayıda ilginç problemler ve onların çözümleriyle doludur. Dokuz Bölüm adlı kitapta olduğu gibi doğrusal denklem sistemlerinin çözümleri de bu kitapta yer alıyordu. Dokuz Bölüm'den farklı olarak, doğrusal denklikler üçüncü kitapta yer alıyordu. Sayıların en küçük ortak katının bulunması da Sun Tsu'da vardı.

Örneğin, bir evde çalışan üç kız kardeş vardır. Büyüğü eve beş günde bir, ortancası dört günde bir ve en küçüğü de üç günde bir eve gelmektedir. Evden beraber çıkan bu kızlar kaç gün sonra evde beraber olurlar? Bu zaman içinde her biri eve kaç kez gelmişlerdir? Yanıt, en küçük ortak katla alınmış gün olarak bulunur. Yine bu kitapta $2x + y = 96$ ve $2x + 3y = 144$ denklem sisteminin ortak çözümü de vardır.

Sun Tsu'nun kitabında, falın söylenmesiyle ilgili problemler de vardır. Örneğin, 29 yaşında olan bir kadın hamileliğinin dokuzuncu ayında bir çocuk doğuracaktır. Doğacak çocuk kız mıdır, erkek midir? Sun Tsu, bununla ilgili bir kural verir. Sun Tsu, önce 49 sayısını alır. Çocuğun doğum ayını 49 sayısına ekler. Bu sayıdan kadının yaşını çıkarır. Ondan sonra bu sayıdan gökyüzü için 1, yeryüzü için 2, erkek için 3, mevsimler için 4, elemanlar için 5, yasalar için 6, yıldızlar için 7, rüzgarlar için 8 ve eyaletler için 9 sayısı çıkarılır. Sonunda kalan sayı tekse doğacak çocuk erkek, çiftse kızdır. Bu ve bunun gibi daha çok sayıda ilginç problemler vardır.

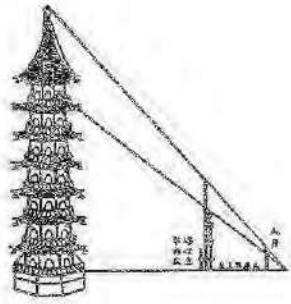


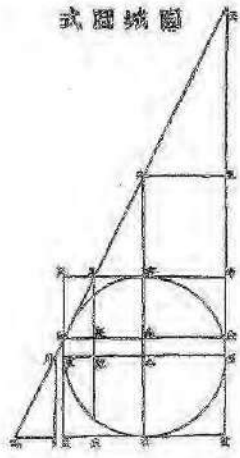
Bir Çin bilmecesi.

Çin'deki klasik matematik kitaplarının yazımları daha çok İ. Ö. 206 ile İ. S. 1368 yılları arasında Han, Tang, Song ve Yuan hanedanlıkları dönemlerinde yapılmıştır. Bu dönemde yazılan kitaplar daha çok eski klasiklerin yeniden düzenlenmesi şeklinde olduğu gibi, bu konuların üzerine yeni yeni matematik bilgileri de eklenmiştir. Özellikle Han Hanedanı'nın döneminden Tang Hanedanı dönemine kadar geçen bin yıllık dönemde, İ. Ö. 206 yıllından İ. S. 907 yılına kadar on tane temel matematik kitabı yazılmıştır. Bu kitaplar İmparatorluk Koleji'nin Matematik Fakültesi'nde altıncı yüzyıl ile onuncu yüzyıl arasında ders kitabı olarak kullanılmıştır. Bu kitapların adları ve yazıldığı yüzyıllar şöyledir. Zhou Bu Suan Jing, Jiu Zhang Suan Shu, Hai Dao Suan Jing (üçüncü yüzyıl), Wu Cao Suan Jing (altıncı yüzyıl), Sun Zi Suan Jing (dördüncü yüzyıl), Xia Hou Yang Suan Jing (sekizinci yüzyıl), Zhang Qiu Jian Suan Jing (beşinci yüzyıl), Wu Jing Suan Shu (altıncı yüzyıl), Ji Gu Suan Jing (yedinci yüzyıl) ve Zhui Shu (beşinci yüzyıl) şeklindedir. Kitapların Çinceden Latinceye çevrilerek yazılmasında isimlerinde yazım değişiklikleri olur. Örneğin, 1913 yılında Mikami'nin yazdığı kitapla, 1986 yılında Çin Fen Bilimleri Akademisi'nin hazırladığı kitap arasında yazım farklılıkları vardır. Örneğin, Zhou Bi Suan Jing, Mikami'de Chou Pei Suan Ching, Jiu Zhang Suan Shu adlı kitap da Chui Chang Suan Shu olarak yazılmıştır. Bu yazım farklılıkları büyük olasılıkla Çinceden Latinceye çevrilmesinde okunuş farklılıklarından ileri geldiğini sanıyoruz.

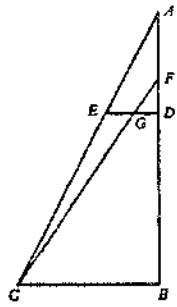
Çin'deki önemli kaynaklardan biri de Liu Hui tarafından yazılan Hai Tao Suan Ching adlı kitaptır. Kitabın İngilizcedeki anlamı Sea Island Arithmetical Classic'tir. Türkçesi, Deniz Adası Aritmetik Klasiği olarak çevrilebilir. Kitap, Üç Krallık döneminde, yani 220 ile 280 yılları arasında yazılmıştır. Bu yapıt, çubuk numaraları ile hesap yapılması yönünden önemli bir kaynaktır. Kitap, Üç Monarşi döneminde Wei krallığının hüküm sürdüğü döneme aittir. O sırada Wei kuzeyde, Wu güneyde ve Shih de batıda monarşi dönemlerini sürdürüyorlardı. Kitabın yazarı Liu Hui'nin yaşamı hakkında çok az ya da hiç bir bilgi yoktur. Bilinen tek şey 263 yılında Wei krallığının Chen Liu döneminde Dokuz Bölüm üzerine bir yorum yazmış olmasıdır. Çin kayıtlarında geçen bazı bilgilere de inanmak zordur. Zaten bu kaynaklardaki bilgiler de yöresel kaynaklardan alınmıştır. Bunların ne kadar güvenilir olduğundan şüpheler vardır.

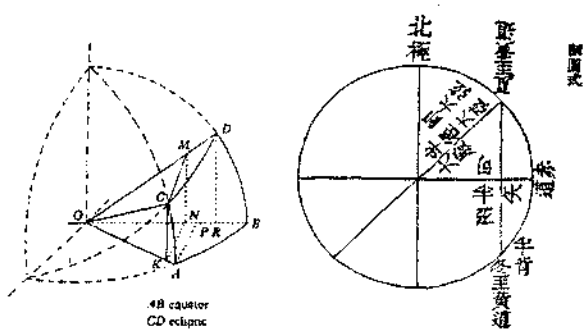
Hai Tao Suan Ching adlı kitabın konusu daha çok Nine Sections (Dokuz Bölüm) adlı kitabın dokuzuncu bölümünün bir çevirisi, genişletilmesi ve daha çok örneklerin çözülmesi şeklindedir. Kitapta geçen konular, uzaklık, yükseklik veya yanına varılamayan uzaklıkları dik veya benzer üçgenleri kullanarak hesaplama şeklindedir. Örneğin,





Çinde geometri problemleri.





Çin gökküresi.

Thales'te olduğu gibi, bir kulenin yüksekliğinin hesabı, bir adanın uzaklığının ve genişliğinin hesabı konuları epeyce yer tutar. Arazi üzerinde iki, üç veya dört farklı ölçümler yapılarak bilinmeyen değerler hesaplanır. Bu bilgiler ve ölçümler Eski Çinlilerin haritacılıkta ne kadar ileri olduklarını göstermektedir.

Bu kitapta geçen problemin birisi, bir deniz adasının yüksekliğinin ve adanın karadan uzaklığının ölçülmesi şeklindedir. İkinci bir problem de, bir tepe üzerinde bulunan ağacın yüksekliğinin hesabıdır. Bunun gibi bir dizi problem ve çözümleri bu kitabın konuları arasında yer alır. Kitabın on sekizinci yüzyılda Ta Tien tarafından yapılan derlemesi halen İngiltere'de Cambridge Üniversitesi Kütüphanisi'nde koruma altındadır.

Hai Tao Suan Ching'deki problemlerin çözümündeki ustalık, hiç bir trigonometri bilgisi kullanılmadan trigonometriyle kolayca çözülebilecek problemleri çözme yöntemi getirmesidir.

Matematik klasiklerinin bundan sonraki dönemi Tang Hanedanı (618 - 906) zamanında olmuştur. Bu eserler, Wu Tsao Suan Ching, Hsia Hai Yang, Chang Chiu Chien ve Chen Luan adlı kitaplardır. Wu Tsao Suan Ching adlı kitabın yazarı bilinmemektedir. Yazıldığı tarih altıncı yüzyıldır. Bu yapıt beş kitaptan oluşmuştur. Daha önce birçok

matematikçi tarafından yazılanlar, bu kitap için derlenerek tek bir isim altında toplanmıştır. Bu derlemeyi yapan kişinin adı da belli değildir. Her nedense Çin'deki kitapların yazarlarının adlarının yazılmaması sanki bir gelenek şeklinde devam etmiştir. Belki de daha önceki yüzyıllarda kitapların ve yazarlarının öldürülmesi ve yakılması korkusu devam etmekteydi. Ne yazık ki, Hsia Hou Yang ve Chang Chiu Chien adlı kitapların yazarlarının adları da kaybolmuştur. Bu kitaplar hakkındaki yorumları Kuzeyli Chou (560 - 580) yapmış ve bunlar üzerine bir kitap derlemiştir. Kitaplar daha çok aritmetik konularını içermektedir. Bu kadar ünlü olan bu yapıtlar hakkında Chen Luan ve Liu Hui de geniş birer yorum ve derleme yapmıştır. Aslında bu yazarların yorum ve derlemeleri de zamanla kaybolmuş, ama daha sonra gelen yazarların yorumları zamanımıza kadar gelmiştir.

Hsia Hou, hacim ölçüleri üzerine yapılan çalışmaları 425 yılında, Chen Luan da 535 yılında yeniden derleyerek yayınlamıştır. Bu kitaplarda çok sayıda problem çözümleri vardır. Tümü kaybolan bu kitaplar üzerine yeni yeni yorumlar yazılmıştır. Eski Çin'den zamanımıza kadar gelen kitaplar hep birbirinin yorumu olan bu eserlerdir. Yine bu yüzyıllarda kaybolanlar arasında yirmi altı kitaptan oluşan Hsu Shang Suan Shu (ya da Hsü Shang'ın Aritmetiği) ve onaltı kitaptan oluşan Tu Chung Suan Shu ya da Tu Chung'ın Aritmetiği adlı yapıtlar sayılabilir.

Burada belirtilmesi gereken bir nokta daha vardır. Çin'deki bu tür matematik çalışmaları çevrelerinden soyutlanarak oluşmamıştır. Mezopotamya, Mısır, Yunan, Türk, Arap, Pers ve Hintlilerden de etkilenmişler ve onlarla ilişkiler kurmuşlardır. Bu iletişimde İpek Yolu'nda gidip gelen kervancılar, tüccarlar, savaşlar, dostluklar, gezginciler ve din misyonerleri en önemli rolü oynamıştır. Özellikle din misyonerleri bu iletişimde ve öğretimde aracı olmuşlardır. Mezopotamya'daki matematiğin Çin'e götürülmesinde tüccarlar ve din misyonerleri etkilidir.

Çinlilerin, Hindistan matematiğinden de etkilendiği görülür. Bu isimlerden Hintli Aryabhata (476 - 510) ve Brahmagupta'dır (598 - 628). Yunanlı Nicomachus (90 yılları) ve Diophantus'tan (210 - 294) da yararlanmışlardır. Bizanslı papaz İssac ve Argyros da burada etkili olmuştur. İ. Ö. üçüncü yüzyılda yaşayan Archimedes'ten de yararlanmışlardır. Diophantus'un doğrusal ve kuadratik denklemlerinin çözümleriyle Sun Tsu'nun çözümleri arasında benzerlikler vardır. Bu denklik sınıflarının çözümlerinin kökeni Babillilerden alınmadır. Buradaki iletişimin de o dönemdeki ulaşım araçlarıyla yapılmasını gözönüne almada yarar vardır.

65 yıllarında Han İmparatoru Ming Ti, rüyasında altın adamı görür. Bunun üzerine Hindistan'a bir haber gönderir. Bu haberle Hindistan'daki Buda dinini Çin'e getirmelerini ister. Böylece iki devlet arasında bir yakınlaşma ve ortaklık kurulur. İ. Ö. 218 yıllarında bu iki devlet arasında yakınlaşma ve yardımlaşma doğar. Böylece, Çin ile Hindistan arasında dini bir yolla yakınlaşma sağlanmış olur. Ming Ti döneminde Hindistan budistlerinden Kashiapmadanga, Godharna ve diğerleri Çin'e gelerek yerleşirler. Budist ayetlerini Çinceye çevirirler. Böylece, Budizm Çin'de hızla yayılır.

Çinli bir Budist olan Fa Hsien Hindistan'ı ziyaret ederek Hindistan'ı ve Orta Asya'yı dolaşır. Sonra deniz yoluyla 414 yılında Çin'e geri döner. Gittiği yerlerde Budist ayetlerini toplar ve yaşamı boyunca bu ayetleri Çin'de yayıp öğretir. Fa Hsien'in Hindistan'a yaptığı ziyaretten sonra Hintli Bodhidharma 520 yılında deniz yoluyla Çin'e gelir. Bu gidiş gelişler bu iki ülke arasında deniz ulaşımını geliştirir. İki yüz kişi taşıyan büyük gemiler yapılır.

Yine bir Çinli olan Hsüan Tsang 629 yılında Hindistan'a gitti ve 645 yılında Çin'e geri döndü. Hsüan bu on altı yıllık Hindistan gezisinde çok sayıda olan Hint bilginlerinin kitaplarını Çinceye çevirdi. Geri dönüşünde yanında çok sayıda bilimsel kitaplar vardı. Bu kitaplar ve Hsüan'ın çevirileriyle Çinliler Hindistan'ın etkisi altına girdi. Beşinci ve altıncı yüzyıllarda Budizm tüm Çin İmparatorluğu'nda yaygın ve genel bir düşünce biçimi oldu. Hint klasikleri sürekli olarak Çinceye çevrildi. Çevirilerin çoğu sanat, din, edebiyat, felsefe, matematik, astronomi ve yaşam şekilleri üzerineydi. Çinliler özellikle Hintlilerin matematiğini tam olarak özümlediler.

Çinlilerin en eski matematik çalışmalarından olan Chou Pei'de (Nine Sections) pi sayısı 3 olarak alınıyordu. Hintlilerin bu çalışmalarından esinlenen Çinliler, çemberin uzunluğunu ve dairenin alanı üzerine olan çalışmalarını yoğunlaştırdılar. Hindistan'ın uygarlığından ve bilminden yararlanırken, Chang Heng, Liu Hui, Wang Fan ve diğer matematikçiler dairenin kareleştirilmesi problemiyle uğraştılar. Bunların içinde Liu Hsing birinci yüzyıldan ikinci yüzyıla kadar matematikte çok ilerlemeler sağladı. Wang Fan da Budist düşünceleri benimsedi. Astronom olan ve Wang'tan önce yaşayan Han Chai de bu tür çalışmaların Çin'e yayılmasına katkılarda bulundu.

Çin matematikçilerinin çoğu, dairenin kareleştirilmesi probleminin Çinliler tarafından Hindistan'dan alınmamış olduğunu ileri sürerler. Liu Hui'nin dairenin kareleştirilmesi üzerine olan çalışmalarının bazıları kendisine özgün denemelerine karşın, bazıları da bu problemi doğrudan veya dolaylı bir yolla Hint'ten Çin'e geçtiğini, ya da Orta Asyalılardan kaynaklandığını şüpheli bir şekilde yazarlar. Yalnız gerçek olan şey, Liu Hui bu problemi Çin İmparatorluğu dışından almış olmasıdır.

Dairenin kareleştirilmesi problemi Eski Yunanlılarda da vardı. Yine din elçileri tarafından Çin'e buradan gitmiş olması olasılığı vardır. Benzer olarak, Tsu Chung Chih'in çalışmalarının kaynağı da bu yolla gelmiş olduğunda birleşirler.

Çinlilerin eski dinlerinden biri de Taoizm'di. Chen Luan da Budist inanışlı biriydi. Bu nedenle Taoizm'e karşı bir cephe aldı. Hsü Yüeh'in yazdığı Su Shu Chii adlı kitap Sanskirtçe içeriklİydi. Chen Luan bu kitabı Çinceye çevirerek uyarladı. Hsü'nün bu kitabının aslında Budist ayetleri vardı. Fakat uyarlamayı, çeviriyi ve yorumu yapan Chen, kitabın içine Hint matematiğini de soktu. Bu kitapta en önemli matematik, doğrusal denklemlerin modüler aritmetiğini kullanarak çözülmesidir. Kitap Budizm'i öğretirken Hint matematiğini de öğretiyordu. Böylece, din kılık ve kıyafeti altında Hint matematiği,

astronomisi ve diğer bilimleri Çin'e girmiş oldu. Bu nedenle, Çin matematiğinin kökeninin çoğu Hintlilerden alınmadır. Daha eskileri ise Babil matematiğine dayanır.

Hint matematiği üzerinde çalışan Hintliler, Brahman matematiği ve Brahman astronomisi hakkında tam otuz kitap yazmışlardır. Bu olay sadece kitap yazılmasıyla kalmamış, aynı zamanda bu bilgiler öğretilmiştir. Kitapların asıl kopyaları zamanımıza kadar gelememiştir. Ancak bu kitapların kopyaları ve yorumları günümüze kadar ulaşabilmiştir. Bazıları da zamanla kaybolmuştur.

Tang Hanedanı döneminde bir astronomi bilim heyeti kurulmuştur. Bu heyet 618 yılında Hintlilerden aldıkları astronomi bilgileri ışığı altında bir takvim oluşturmuşlardır. Astronomi heyetinin çalışmaları yedinci yüzyılın sonuna kadar sürmüştür. Bu heyette bulunan Chü Tan Chüan, Chü Tan Lo, Chü Tan Chien ve Chü Tan Hsi Ta adlı astronomların adları Tang kayıtlarında tam olarak Hintli oldukları yazılmamasına karşın bu kişiler Hintlidir. Chü Tan Lo, bu heyetin başkanıydı. Chü Tan Hsi Ta ya da Gautama Sidharta, imparatorun emriyle Sanskritçeden Çinceye Chin Chih Takvimi adı altında çevrildi. Bu kitabın adı takvim sözcüğünü içermesine karşın tam bir matematik kitabıydı. Bu takvim de zamanla kayboldu. Fakat kitabın içeriği Tang kayıtlarındaki bazı paragraflardan öğrenilmektedir. Bu kayıtlara göre, daire 360 dereceye bölünür. Her bir derece 60 dakikadır. Bunların da Babil kaynaklı olduğu hemen sezilir. Çinlilerin sıfır olarak kullandıkları 0 da Hindistan'dan alınmadır. Onlar bu sıfırı daha büyük yuvarlak olarak kullanıyorlardı.

Çinlilerin, Hindistan matematiğinden etkilenmeleri çok eskiye dayanmasına karşın, bu matematiğin yaygın olarak kullanılması bin yıl sonra, yani on üçüncü yüzyıla doğru ancak olabilmiştir. Bu matematiğin Çin'de yaygın olarak kullanılmasını Cheng Tai Weili olan Suanfa Tang Tsung, Chiu Chih Takvimi'ni çevirmekle sağlamıştır. Chü Tan Hsi Ta aynı zamanda Kai Yüan Chan Ching adlı yapıtı da yazmıştır. Bu yapıt tam 100 kitaplık bir seriydi. İçeriği ise 713 ile 741 yılları arasındaki çalışmalardan oluşuyordu. Bu kitaplar Çin'de kaynak olacak bir bilgi deposu niteliğindeydi.

Chü Tan Hsi Ta'nın Chiu Chih Takvimi'nin çevirisinden hemen sonra, bu kitapları bir Buda rahibi olan I Hsing okudu. Kendisi imparatorun da danışmanıydı. Saray çevresinde nüfuzu oldukça fazlaydı. Akıllı ve kapasiteli biriydi. Bu astronomi kitabını eline aldı, hemen okudu ve çok iyi anladı. 721 yılında yeni bir takvim yapılmasını emretti ve bu takvim 727 yılında tamamlandı. Hemen, bu takvimlerin matematik ve astronomi içerikli olduklarını belirtelim. Çin'de bu dönemlerde kitapların adlarına takvim denmesi geleneği vardı. Yoksa kitaplar matematik ve astronomi içerikliydi. I Hsing sistemi bugün Tai Yen Takvimi olarak bilinir. İcat ettiği matematik yöntemine de Tai Yen Shu denir. Bu yöntem bugün indeterminate analysis dedikleri şeydir. Yani, doğrusal denklemlerin modüler yolla çözülmesi yöntemidir. Bu güzel yöntem Çin'de altı yüzyıl sonra Sung Hanedanı sonuna doğru Chin Chiu Shan tarafından yeniden kuruldu ve geliştirildi.

I Hsing 683 yılında doğdu ve 727 yılında öldü. Öldüğünde 44 yaşında ve oldukça gençti. Düşündüğü Tai Yen Takvimi öldüğü yıl içinde tamamlanmıştı. I Hsing, yaşamı şaşılacak derece mucizeler, harikalar ve kerametlerle dolu olan biriydi. Kendisi çok usta bir sihirbazdı. Bu hünerleri ve yetenekleri diğer papazlarda yoktu. Sihirbazlık becerileri onu çevresinde bambaşka bir insan olarak görülmesini sağlamıştı. Hatta çokları onun bu yeteneğinden korkuyordu. I Hsing'in ölümünden sonra takvimi kullanılmaya başlandı. Fakat Hintli bilgin Chü Tan Chien takvimin kullanışsız olduğu noktaları gördü ve astorom Chen Yüan Ching ile birlikte 733 yılında bu takvimi eleştirdiler. Aslında I Hsing'in takvimi daha önceki Chiu Chih Takvimi'nin kopyasından başka bir şey değildi. Uzun zaman kullanılan bu takvim de düzeltilerek daha uygunları yapıldı. I Hsing bir Buda rahibiydi. Alışılmışın dışında çok üstün bir öğrenme yeteneği vardı. Çok iyi Sanskritçe öğrenmişti.

Çin, eskiden beri Orta Asya ve Hindistan'la çok yakın ilişkilerde bulundu. Bu ilişkiye ticaret, savaş ve Budizmin yayılması etkili oldu. 582 yılından sonra Türkler, Persler ve Araplarla olan alışverişleri onların batıya açılmasını sağladı. İpek Yolu o dönemde en büyük iletişim aracıydı. Tüccarlar, gezginler ve din elçilerinin bu yakınlaşmada payı büyüktür. Bu devletler Çin ile Yunanlılar arasındaki bilgi alışverişinde köprü görevi yaptılar. Moğolların Çin'i ellerine geçirmesi, Çin'in batıyla olan ilişkisini daha da artırdı. Moğol Prensi Kubilay Han'ın 1271 yılında Çin'in büyük bir kısmını ele geçirmesi, batının Çin'e girmesine yardımcı oldu. Moğol Hanedanlığı döneminde yeni bir Astronomi Heyeti oluşturuldu. Bu heyetin astronomi ve takvim alanında önemli çalışmaları vardır. Yuen Astronomi Heyeti'nde Türk ve Arap olmak üzere tam on üç tane astronom vardı. 1369 yıllarında bir o kadar daha astronom batıdan getirildi. 1370 yıllarında Hui Hui, astronomi kürsüsünü kurdu. Çok sayıda olan Arapça yazılan kitaplar 1382 yıllarında Çinceye çevrildi. Çevirilerin çoğunda bazı yanlışlıklar vardı. Bunların çoğu o dönemlerdeki ölçme hatalarından ileri geliyordu. Bu yanlışlıkların çoğunu Pei Lin 1470 ve 1477 yıllarında gözden geçirerek düzeltti.

On altıncı yüzyılın sonlarına doğru Yahudi din elçileri Çin'e geldiklerinde Türk, Arap, Pers ve Hintlilerin çalışmalarının buralara onlardan önce geldiklerini gördüler. Hatta, Nanking'de bir de bir gözlemevi kurmuşlardı. Çinli astronomlar, Moğollar dönemine kadar tam üç yüzyıl Türk, Hint, Pers ve Arap bilimleri üzerinde çalışmışlardı. Çin'in bilim düzeyi Moğol yönetimi altında en yüksek ve parlak dönemini yaşadı. Moğollardan sonra gerilemeye başladı ve bir daha da bu düzeye erişemedi. Sung Hanedanı'ndan Moğol Hanedanlığı'na kadar en parlak dönemi yaşayan Çin'de, astronomi çalışmaları oldukça modaydı. Matematik çalışmalarına fazla bir ağırlık verilmedi. Ancak on altıncı yüzyılda Ming Hanedanı döneminde değerli matematikçilerin çıktığı ve çok değerli çalışmalar yaptıkları bilinmektedir. Bu matematikçilerden biri, 1507 ile 1560 yılları arasında yaşayan Tang Shun Chih'tir. Tang'ın uzmanlık alanı çember ve daireydi. Çemberin uzunluğu ve dairenin alanı üzerinde değerli çalışmaları vardır.

Bu dönemin matematikçilerinden biri de Ku Ying Hsiang'dır. Ku, on altıncı yüzyı-

lın ortalarında yaşamıştır. Yüan döneminde de mahkeme başkanlığı yapmıştır. Tang' ın ve Yeh'in çalışmalarının yorumlarını yapmıştır. İkinci, üçüncü ve dördüncü dereceli denklemleri, katsayılarının işaretlerine bağlı olarak incelenmesini yapmıştır. Bu hallere göre çözümleri üzerinde çalışmaları vardır. Ku, bağımsız düşünen biriydi. Altı tane matematik kitabı yazmıştır. Tang ve Ku, Ming Hanedanı matematikçilerindendir. Ku' nun cebirsel çalışmaları da bu dönemin önemli yapıtlarıdır.

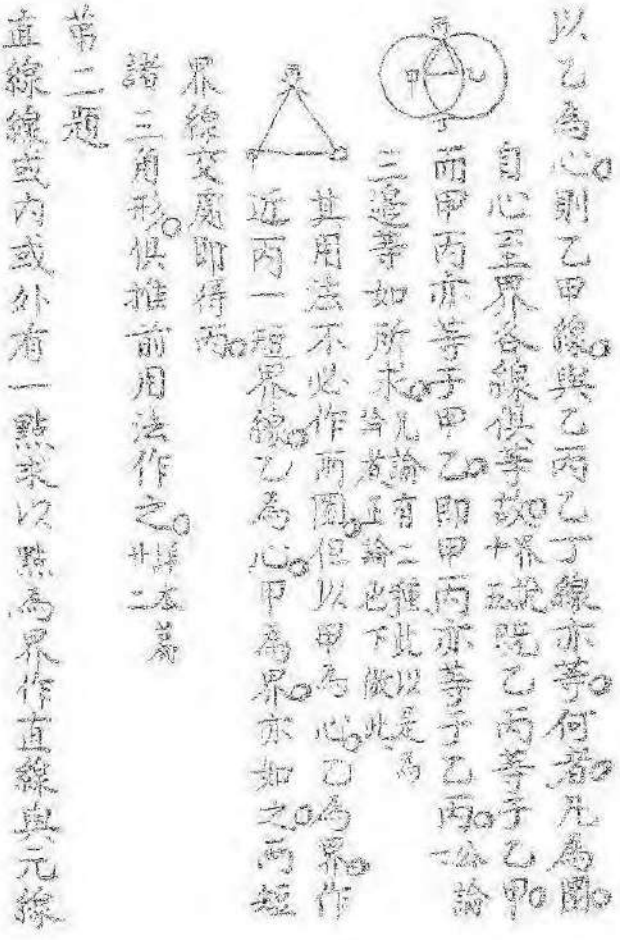
1593 yıllarında, Hsu Kuang Ching, Li Chi Tsao ve diğerlerinin Avrupa'nın matematiğine etkileri olmuştur. On yedinci yüzyılın sonları ve on sekizinci yüzyılın başları arasında bu etkileşim daha fazladır. Özellikle Chen'in matematik tarihi üzerindeki çalışmasının ayrı bir değeri vardır. Bu tarih, Çin abaküsünü dünyaya tanıtmıştır. Aslında Çin abaküsü Cheng Tai Wei'nin yeni bir buluşu değildir ve eskilere aittir. Cheng bu abaküsle bölme yapabiliyordu. On yedinci yüzyılın sonlarına doğru tüm Çinliler abaküsü yaygın olarak kullanıyorlardı. Abaküsün kullanımı en az Ming Hanedanlığı'nın başlangıcından, Sung Hanedanlığı'nın sonuna kadar kullanılmıştır. Çince suan pan, Japonca sorobon denen abaküsü, on üçüncü yüzyılda Yang Hui ve Chu Shih Chieh de kullanmıştır. On sekizinci yüzyılın sonlarına doğru yaşayan Chien Tang, Moğol döneminde Çin'de kullanılan abaküs aritmetiğini uygulamalı olarak yeniden dünyaya tanıtmıştır.

On birinci ve on ikinci yüzyılda matematik üzerinde çalışmalar yapan Yang Hui' nin, Pan Chu ve Tsou Chi adlı kitapları oldukça önemlidir. Çubuk ve abaküs aritmetiği bu kitaplarda da vardır. 1830 yıllarında yaşayan, Suan Yu adlı kitabı yazan Hsü Kuei Lin'in çalışmaları da on birinci ve on ikinci yüzyılda yapılan matematik çalışmaları paralelindedir. İkinci yüzyılda Han Hanedanı zamanında yaşayan Hsü Yüeh'in yazdığı Su Shu Chil adlı matematik kitabı, altıncı yüzyılda Chen Luan tarafından yorumu yapılmış değerli bir kaynaktır. Çok değerli olan bu kitapta Chu Suan sözcüklerine rastlanır. Chu, taş boncuk ya da bilye anlamındadır. Suan ise aritmetik ya da hesap demektir. Buna göre Chu Suan, boncuk aritmetiği olarak yorumlanabilir. Bu nedenle abaküsten oldukça farklı olan boncuk aritmetiği, Çin'deki abaküsün dedesi sayılabilir. Özellikle Ming Hanedanı döneminde çok sayıda matematikçi yetişmiş ve her biri çok değerli matematik çalışmaları yaparak kitaplar yazmışlardır. Bu kitapların bazıları zamanımıza kadar gelemeden kaybolmuşlardır. Bazılarının da yalnız yorumları zamanımıza kadar ulaşabilmiştir.

Cheng Tai Weis'in Sistematik Çalışma adlı yapıtı, abaküs aritmetiğini ilk ve en önce açıklayanlardan biridir. Yine aynı yazarın büyülü kareleri ve daireleri üzerindeki çalışmaları, diğer Çinli matematikçilerin yapıtlarında yoktur. Bu nedenle, Cheng'in çalışmaları yalnız Çin matematiği değil matematik tarihi yönüyle de değerlidir. Cheng ayrıca, on yedinci yüzyılda Japon matematiğine de önder olmuştur.

On üçüncü yüzyılda Ming Hanedanı döneminde ünlü olan Chin Chiu Shao, Li Yeh, Kuo Shou Ching, Chu Shih Chieh Çin'in astronom ve matematikçileridir. Yahudi

dın misyonerleri Çin'e geldiğinde Çin'in bilimnde bir ilerleme olduğunu gördüler. Misyonerlerin amacı astronomi, matematik ve diğer bilim dallarındaki bilgileri onlara aktarırken Çinlilere kendi dinlerinin propagandasını yapmaktı. Bu yöntemlerinde oldukça da başarılı oldular. Kendi dinlerinin propagandasını yaparken, doğal olarak Eski Çin kültür ve uygarlığını da öğrendiler. Böylece, Ming Hanedanı döneminde ilk Avrupalı bilginler Çin'e girmeye başladı. Han Hanedanı döneminde bir saray elçisi Roma'yı ziyaret etti ve dönüşünde Suriye'ye uğradı. İ. Ö. 61 yılında Roma İmparatoru Marcus Antonius'un bir mesajını Çin yönetimine ulaştırdı. Çin'e giden İtalyan gezgini Marco Polo, Çin'de çok iyi tanındı. Marco Polo 1274 yılında Çin'e gitti. Yanında iki Arap gezgini daha vardı. Zaten Can Fu Limanı dokuzuncu yüzyılda Hıristiyanlara açılan açık bir pazardı. Zaten yedinci yüzyıldan beri karadan ve denizden İpek Yolu ile alışverişler sürdürülüyordu.



Elementa'nın Çince çevirisi.

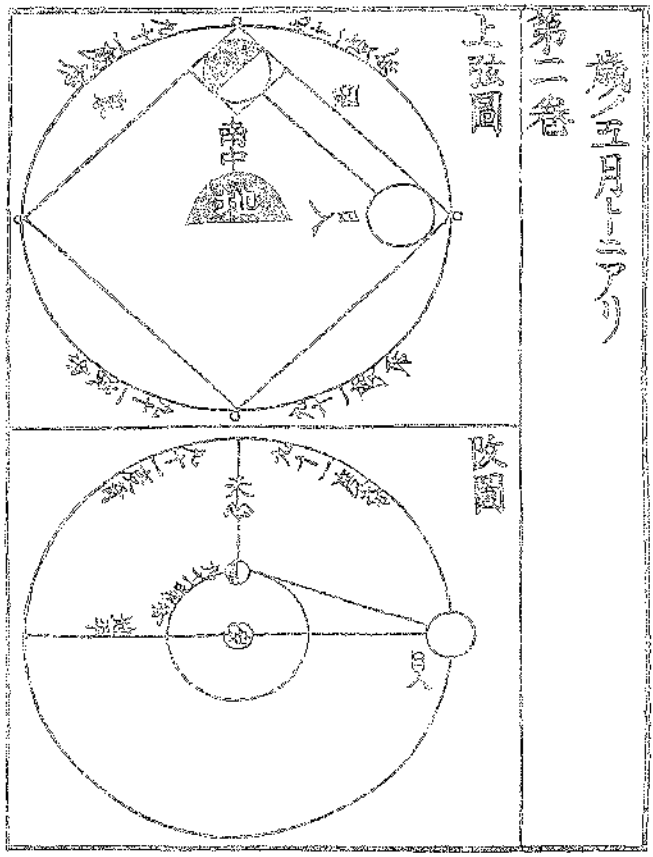
Marco Polo'dan çok az sonra Ermeni Hayton, papazın elçisi olarak Çin yöneticilerini birkaç kez ziyaret etti. Tüm bu ziyaretlere ve gidip gelmelere karşın, Avrupa uygarlığı Ming Hanedanlığı'nın sonuna kadar Çin'e giremedi. Ancak 1516 yılında Portekizlilerin Güney Çin'de Canton'a gelmeleri, Macao'da bir koloni kurup oraya yerleşmelerinden sonra Avrupa uygarlığı Çin'e girmeye ve yayılmaya başladı. 1579 yılında İtalyan Yahudi M. Ruggiero, Canton'a geldi. Ondan hemen sonra Matteo Ricci (1552 - 1610) Çin'e gitti. Ricci ve din misyonerleri olan arkadaşları 1601 yılında Pekin'e gittiler. Ming yönetiminin askeri kanattan gelen Hsü Kuang Ching (1562 - 1634) ile Li Chih Tsao (ölümü 1631) ve diğerleri Ricci ve arkadaşlarının matematiğin, astronominin, topçuluğun ve diğer bilimlerin babaları olduklarını öğrendiler. Bunlardan yeteri kadar yararlanarak, Avrupalı bir yaklaşımla onlara çeviriler yaptırdılar. Euclides'in geometrisinin ilk altı kitabı Ricci ve Hsü tarafından 1603 yılında çevrilmeye başlandı ve bu çeviri işi 1607 yılında bitirildi. Tung Wen Suan Chih, Ricci tarafından söylenerek Li Chih Tsao'ya yazdırıldı. Li'nin bu kitap için önsözünün tarihi 1613 ve Hsü'nün önsözünün bu kitaptaki tarihi 1614 yılında yazılmıştı. Ricci'nin 1610 yılında ölümünden sonra bu yapıt ancak tamamlanabildi. Tung Wen Suan Chih adlı yapıt, bir Avrupa aritmetiğiydi. İçeriğinde dört işlem, oran, orantı, açıklamalar, aritmetik ve geometrik diziler, kare ve küpkök işlemleri vardı. Şüphesiz bunlar Yang Hui ve diğerlerinin yaptığı eklerle Çin'de ilerletildi. Doğrusal denklem sistemlerinin çözümleri üzerindeki çalışmalar, Chu Shih Chieh ve Cheng Tai Wei tarafından daha da ileri götürüldü. Euclides'in bir devamı olan Huan Yung Chiao adlı yapıt Ricci tarafından söylenerek Çince yazıldı ve Li tarafından yayınlandı. Benzer yolla Tso Liang Fai, yine Ricci tarafından yazdırıldı ve Hsü tarafından yayınlandı. Aynı zamanda Hsü Kuang Ching tarafından Tso Liang I Tung ve Ku Kou I adlı kitaplar yazıldı. Bunlardan birinci kitap ölçümler, ikinci kitap çember, daire ve karenin üçgen içine yerleştirilmesiyle ilgili konuları içerir. Avrupa'dan gelen bu misyonerler astronomi üzerinde de çalıştılar. 1629 yılında Güneş tutulması oldu. Daha önce Ta Tung takvimi ve Hui Hui Takvimi adlı kitaplarda yapılan çalışmaların doğru olmadığı görüldü. Bunun üzerine Hsü Kuang Ching, Avrupalı bilginlerin yardımıyla düzeltmeleri yaptı. İmparator Szu Tsung, takvimi yanlış olarak yapanların cezalandırılmalarını istedi. Hsü'nün araya girmesiyle bunların cezalandırılmaları önlendi ve bağışlandılar. Hsü'nün, bilim adamlarının bağışlanmasında kurnaz bir davranışı vardır. Ona göre, bu yanlışlık Kuo Shou Ching zamanında yapılmıştır. O günden bugüne kadar da Güneş tutulması olmadığından düzeltme uzun yıllar yapılamamıştır. Hsü, düzeltmeler için bir plan hazırlamıştır. Bu düzeltmedeki Astronomi Heyeti'nde Li Shih Tsao, Li Tien Ching, Avrupalılardan Lung Hua Ming (Congobaldi?) ve 1630 yılında ölen Tong Yü Han adlı bilginler bulunuyordu. Bu heyet çalışmaya başladığından kısa bir süre sonra 1630 yılında İtalyan Lo Ya Ku (ya da Jacomo Rus) ve Alman Tang Jo Wang (ya da Adam Schaal) da bu gruba atandılar. Rus, 1625 yılında Çin'e gelmiş ve 1636 yılında Çin'de ölmüştür. Hsü de 1634 yılında ölmüştür. Bundan sonra heyetin başkanlığını Li Tien Ching yapmıştır. Heyetin çalışmaları sonucunda Chung Chen Li Shu adı altında tam 126 tane kitap yazılmıştır. Bu dizi çok sayıda matematik çalışmaları içeriyordu. Çubuk aritmetiğiyle Napier'in logaritması bile sekiz ondalıklı olarak bir kitap halinde yazılmıştır.

Tang Jo Wang (ya da Adam Schaal), Çin'e 1629 yılında gelmiş 1630 yılında da Astronomi Heyeti'ne girmiştir. Burada Chung Chen Calendrical Works adlı ünlü kitabı yazmıştır. Ming Hanedanlığına yakın bir zamanda ülkenin birçok yerinde ayaklanma olmuştur. 1644 yılında Pekin kenti Mançuryalı Tatarlar tarafından alınarak kendi yönetimlerine geçirmişlerdir. Chung ya da Shung Hanedanı adı altında kendi yönetimlerini ve yasalarını Çin'de uygulamışlardır. Pekin'in düşmesinden sonra Schaal tutuklanarak hapse atılmıştır. Adam Schaal, Tatar işgalinden hemen sonra suçlu bulunarak ölüm cezasına çarptırılmıştır. Adam Schaal idam edilmeden hemen önce büyük bir deprem olmuş, Pekin'de taş taş üzerinde bir şey kalmamıştır. Meclis binası yerle bir olmuş, bu yıkım karşısında aciz kalan yönetim tüm hapishaneleri boşaltarak ve genel bir af çıkararak tutukluları bağışlamıştır. Yalnız Adam Schaal tutuklu olarak kalmıştır. Bir ay sonra da kırallık sarayı bir yangın sonucu yanarak kül olunca Schaal ancak hürriyetine kavuşmuştur. Yüan Yüan'a göre Jo Wang ya da Adam Schaal 1645 yılında Shih Hsien Calender adlı kitabı yazdıktan sonra, Astronomi Heyeti'ne girmiştir. Fakat 1665 yılında bazı kusurları ya da bazı hataları yüzünden suçlanmış ve bu heyetteki görevini kaybetmiştir. Onun heyetten ayrılmasıyla yeni takvim çalışmaları durdurulmuştur. Bunun üzerine eski Ta Tung Takvimi yeniden uygulanmıştır. Beş yıl sonra yeni bir sistem ikinci kez uyarlanarak uygulanmıştır. Schaal, daha önce yazdığı Chung Chen Calendrical Works adlı yapıtına yeni ekler yazmış, onları Hsin Fa Suan Shu adı altında yüz kitaptan oluşan bir seri yayınlamıştır. 1678 yılında da Çin'de ölmüştür.

Logaritma Çin'e ilk kez Shun Chih dönemi olan (1644 - 1660) zamanında Chiang Ming'de din misyoneri olan Mu Ni Ko tarafından sokulmuştur. Onun bu konudaki yayını Tien Pu Chen Yüan adını taşıyan bir kitaptır.

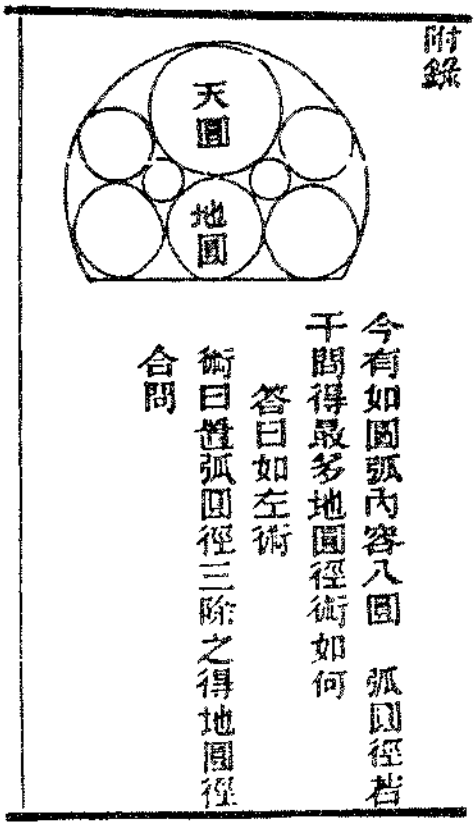
Alman din misyoneri Nan Huai Jen ya da Ferdinant Verbiest, 1660 yıllarından hemen sonra Khanghy döneminin başlarında Çin'e gelmiştir. Bu sırada Adam Schaal Astronomi Heyeti'nden uzaklaştırılmıştı. Heyetteki kişiler daha az bilgisi olan yerli astronomlardı. Bu olay Verbiest'i kendisini onlara göstermesi için iyi bir fırsat oldu. Güneş saatinin gölgesiyle yaptığı bir hesapta yerli astronomların hataya düştüklerini gösterdi ve doğrusunu kendi hesapladı. Bu olay 1669 yılında meydana geldi ve Verbiest oldukça ünlendi. İki yıl sonra Avrupalıların takvimi pratik olarak uygulamaya konuldu ve Verbiest Astronomi Heyeti'nin başkan yardımcılığına getirildi. 1673 yılında da heyetin başkanı oldu. On sekizinci yüzyılın ilk on yılında Yahudi Misyoner Chi Li An, Astronomi Heyeti'nde çalıştı. Ricci ve ondan sonraki Avrupalar, Avrupa bilimini ve düşüncesini Çin'de tanıtınca, Ming Hanedanlığı'nın sonlarına doğru Hsü Kuan Ching, Li Chih Tsao, Li Tien Ching ve diğer yerli bilim adamları Avrupa ve Avrupalıların bilimlerinin yayılıp çoğaltılmasını Çin'de gerçekleştirdiler. Ching Hanedanlığı'nın ilk yıllarında takvim düzenlemeleri Adam Schaal ve Verbiest tarafından yapıldı. Bunlara katılan yerli astronomlar da onlara yardım etti. Tu Chih Ching, Ching Hanedanı döneminde Euclides'in kitabına dayanan bir yapıtı Chi Ho Lun Yüeh adıyla yazdı. Aynı yazarın Su Hsiao Yao adlı kitabı da Avrupa matematiğine dayalı bir yapıttı. Huang Tsung, Ta Tung, Shou Shih ve Hui Hui Takvimi'nin yöntemleri üzerindeki çalışmalarını bir kitapta

topladı. Shih Hsien Takvimi'ni Avrupa yöntemiyle açıklayan çalışmaları gerçekleştirdiği gibi, trigonometri tabloları üzerine de bir çalışma yaptı. Huang Tsung, 1679 yılında seksen beş yaşındayken öldü. Oğlu Huan Pai Chia da bir matematikçiydi.

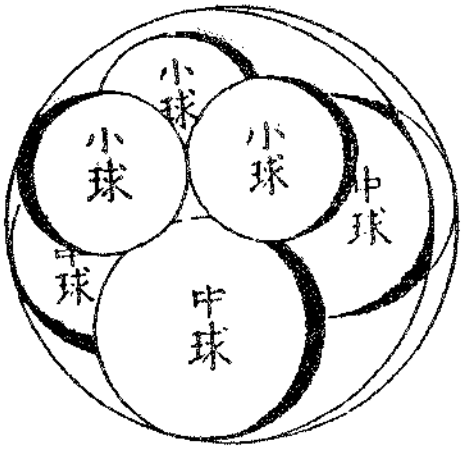


Japon astronomisi.

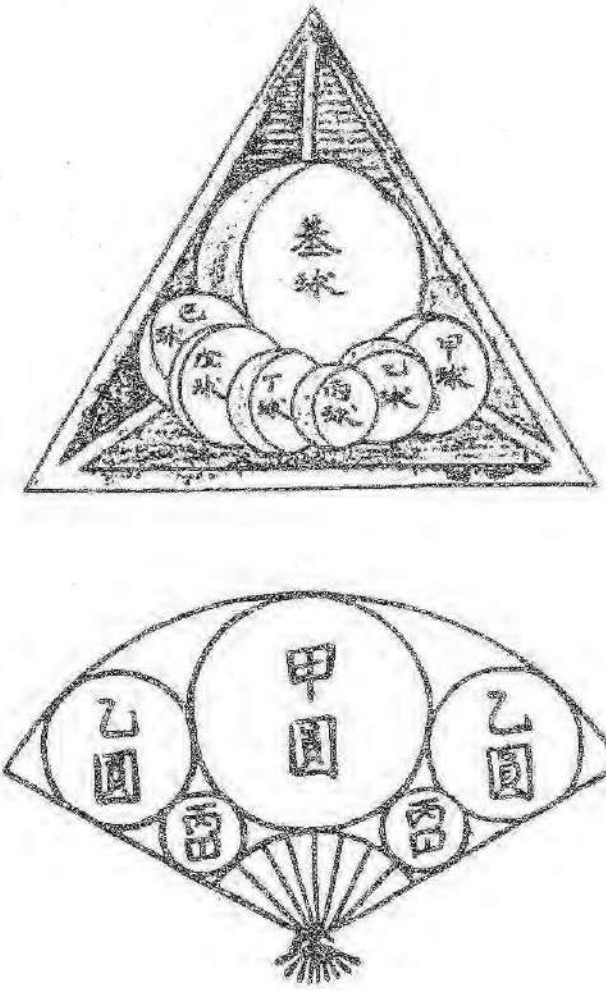
İmparator Kanghy, 1662 ile 1722 yılları arasında Çin'i yöneten yetenekli bir yönetici ve devlet adamıydı. Kuralları farklı bir şekilde uygulayan, çok hızlı öğrenen ve bilime çok değer veren biriydi. Onun yönlendirmesi ve yönetimi altında 1713 yılında Lü Li Yüan Yüan başlığı altında bir dizi yapıtlar ortaya çıkarıldı. Bu yapıt iki parçalıydı. Li Hsiao Kao Cheng 42 kitap, Su Li Ching Yün de 53 kitaptan oluşuyordu. Bu kitaplardaki takvim ve matematikler Avrupalı biçimde yazılmıştı. Bu heyette hem Avrupalı hem de yerli matematikçiler ortak çalışarak bu ürünleri ortaya çıkarmışlardı. Kitaplarda geometri, aritmetik, Euclides, dört işlem, oran, orantı ve diziler uzun uzun incelenmiştir. Euclides anlatılırken, ondan farklı olarak önermelerin her nedense ispatları konmamıştır. Kitapların ikinci içerikleriyse, oranlamalar, yüzdelik hesapları, kare ve küpkök almalar, alanlar, eğri uzunlukları, hacimler, serilerin toplamı, logaritma, trigonometri



Çince Euclides'ten bir sayfa.



Pi sayısının hesabı.



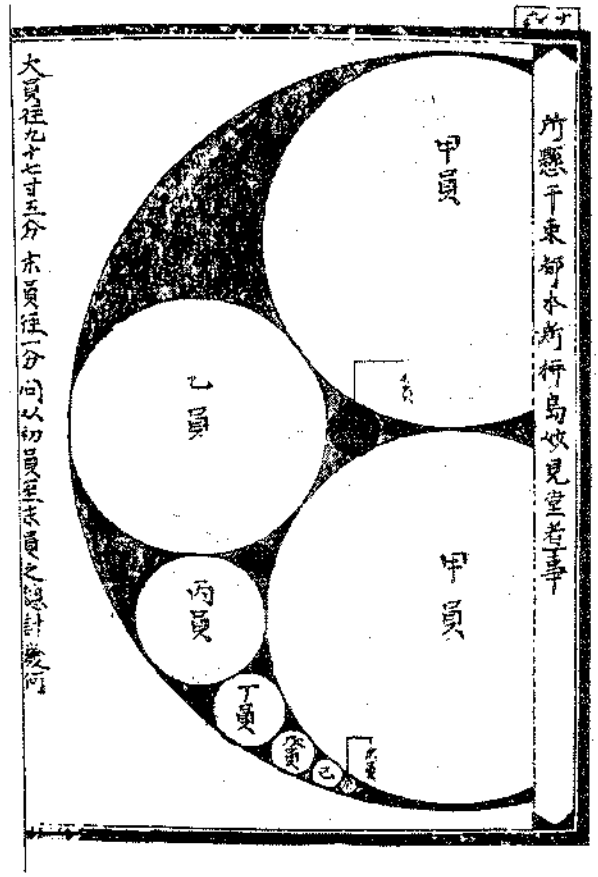
Japonlarda yelpaze problemi.

ve trigonometrik tablolar uzun uzun incelenmiştir. On tabanlı logaritma on basamak üzerinden hesaplanmıştı. Bu tablolar, Hollandalı matematikçi Adrian Vlacq tarafından 1628 yılında yayınlanan tablolarla aynıydı. Chieh Ken Fang adını taşıyan kitap, o dönemdeki Avrupa cebiriyle aynıydı. Harf gösterimleri, yalnız bilinmeyen çokluklar için gösteriliyordu. Üstler de harflerle gösteriliyordu. Sabit terimler harflerle değil rakamlarla yazılıyordu. Chieh Ken Fang'ın cebiri abaküs ile yapılan hesaplardan oluşuyor ve eski yazarlardan alınmaydı.

Bu yapıtların hiç birinde negatif ve katlı kök diye bir kavram yoktu. Bu da, Çin'deki denklem çözümlerinin Hint, Türk, Pers ve Araplardakilerle benzer, hatta aynı olduğunu gösteriyordu.

Pi sayısının Mezopotamya ve Mısır'da olduğu gibi Çin'de kullanılması da oldukça eskidir. Pi sayısı Çin'de de 3 olarak alınıyordu. Bu değerin kullanılması İ. Ö. on ikinci yüzyılda en az Chou Kong döneminde veya daha önce kullanılmıştır. Chou Pei ve Chiu Chang adlı kitaplarda hep bu değer kullanılmıştır. Aynı şekilde Sun Tsu, Wu Tsao Suan Chung, Hsia Hon Yang, Chang Chiu Chien ve Chen Luan'da hep aynı 3 değeri kullanılmıştır. Bugün bile çoğu kez bu değer kullanılmaktadır. Yani, çemberin çevresinin uzunluğu çapının üç katı olarak alınmıştır. Sui Hanedanı dönemindeki kayıtlara göre, pi sayısı takvimle ve soy kütükleri ile ilgili kayıtlardan, Liu Hsing, Chang Heng, Liu Hui, Wang Fan, Pi Yen Tsung ve diğerleri tarafından pi sayısı üzerinde yapılan çalışmalarda tümü birbirinden farklı değerler bulmuşlardır.

Otuz sekiz yaşında ölen Wang, çevresi 142 olan çemberin çapının 45 olduğunu görerek pi sayısını 3.1555... şeklinde hesapladı. Bu hesaplamalar 267 yılları yöresinde yapılmıştı. Wang Fan'ın çağdaşı olan ve Dokuz Bölüm üzerine 263 tane yorum yazan Liu Hui'nin pi sayısına ilişkin özel ve daha hassas ve ince hesapları vardır.



Teğet daireler.

Liu Hui'nin yaptığı hesap çok ilginçti. Hui, önce iki birim çaplı bir çemberi altı tane eşit eşkenar üçgene bölüyor. Bu şekilde önce düzgün altıgen, bunları yarılayarak düzgün onikigen, yirmidörtgen, kırksekizgen, doksanaltıgen ve yüz doksanikigen elde ediyor. Bu şekilde bölmeler sonucunda düzgün yüz doksanikigenin çevresini hesaplıyor. Bu hesap sonucunda pi sayısının gerçek değeri ile Liu Hui'nin bulduğu sayı arasında çok az fark vardır. Bir birim çaplı dairenin düzgün yüz doksanikigenin alanı 3.14(64/625) ≈3.14024 olarak bulunuyor. Düzgün 3.072 gen için yapılan hesaplardan da 3927/1250 ≈3.1416 olarak hesaplanıyor. Bu da pi sayısının gerçek değerinden 0.000001 kadar farklıdır. Liu Hui, pi sayısını ondalık değil de bayağı kesir terimleri cinsinden vermiştir. Çünkü o dönemde ondalık kesirlerin yazımı henüz bilinmiyordu.

Pi sayısı üzerine hesap yapanlardan biri de Zu Chong (429 - 500) olmuştur. Zu'ya göre pi sayısının değeri 355/113 olmalıdır. Ya da 22/7 ile 355/113 arasındadır. Zu'nun kendisi aynı zamanda büyük bir astronomdu. Ayrıca büyük bir matematikçi ve bilgindi. Onun hesaplamalarına göre pi sayısı 3.1415926 ile 3.1415927 arasında olmalıdır. Zu'nun 355/113 ve 22/7 sayıları ondan yüzlerce yıl önce yaşayan Archimedes'in (İ. Ö. 287 - 212) yaptığı hesaplardan ince ve duyarlı değildir. Archimedes, düzgün doksan altıgenle pi sayısının

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{10}{70}$$

biçiminde olduğunu hesaplamıştı. Fakat, Archimedes'in öldürülmesiyle insanlık karanlık çağa girmiş ve bu hesaplar unutulup gitmiştir. Avrupa dışında bu tür çalışmaların sürdürülmesi açısından önemlidir. Örneğin, bu tür çalışmalara Çinliler Avrupa'dan bin yıl önce başlamışlardır. Zu'nun bulduğu bu değer, ondan tam bin yıl sonra pi sayısı üzerine hesaplamalar yapan El Kaşi ve Fransız matematikçi Vieta'nın sonuçlarından daha iyidir. Zu'nun 355/113 değeri üzerine ondan tam bin yıldan fazla bir zaman sonra hesaplamalar yapan Alman Otto ve Dutch Antonisz olmuştur. Antonisz bu hesabı 1585 yılında yapmıştır.

Çin, Zu Chong döneminde oldukça iyi bir matematik kültürüne sahipti. Zu'nun bu dönemdeki çalışmaları ve pi'nin hesabı Zhui Shu adlı kitapta toplanmıştır. Kitabın aslı da zamanla kaybolmuştur. Zu da Liu Hui'nin yönetimini izledi. 12.288 kenarlı düzgün çokgenle pi sayısının daha küçük ve 24.576 kenarlı düzgün çokgenle de daha büyük olabileceği sayıları buldu. Zu, yeni bir takvim sistemi de yapmıştır. 500 ya da 501 yılında yetmiş bir yaşında ölen Zu, Çin matematik tarihine üstün zekalı olarak kayıtlara geçmiştir. Zu'nun oğlu Tsu Hong Chih ve onun büyük oğlu Tsu Hao da bilgili kimselerdi. Hao, yerel hükümetin generali oldu. Daha sonra savaşta tutuklanarak acı bir şekilde öldürüldü.

Qing Hanedanlığı'nın (1644 - 1911) ilk başlarında Ming Antu (? - 1765) diye bir Moğol matematikçi vardır. Ge Yuan Mi Lü Jie Fa, Daire Kesmesinin Alanının Çabuk

Bulunması Yöntemi adlı bir kitap yazar. Bu kitapta bazıları trigonometrik olmak üzere dokuz tane sonsuz seri açılımı yazar ve bunları ispatlar. Bunlardan biri de pi sayısının sonsuz seriyle açılımını göstermektedir. Bu dönemde Çin matematiğinde bir düşüş görülür. Avrupa matematikte olduğu gibi diğer bilim alanlarında hızla ilerlemektedir. Bu dönemlerden sonra Osmanlı İmparatorluğu da duraklama ve gerileme dönemlerine girecektir. 1667 yılında Gregory

$$\sin x = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \ldots$$

ve 1676 yılında Newton

$$\frac{\pi}{3} = 1 + \frac{1^2}{4 \cdot 3!} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{4^2 \cdot 5!} - \ldots$$

şeklindeki formülleri bulurlar. Ming Antu, batıdan öğrendikleriyle yeni trigonometrik ve ters trigonometrik fonksiyonların kuvvet serilerine açılımlarını ve ispatlarını yapar.

Qing Hanedanı döneminde Xiang Mingda (1789 - 1850), trigonometrik fonksiyonların kuvvet serisine açılımlarına ilişkin çalışmalar yapar. Bu çalışmalarını Xiang Shu Yi Yuan, Sayı ve Şekillerin Ortak Kökeni adlı kitabında toplar. Xiang Mingda bu kitabında elipsin çevresinin hesabı ve $1/\pi$ sayısının hesabıyla ilgili sonsuz seri formülleri vardır. Yalnız elipsin hesabını tamamlayamamıştır.

Daha önce belirtildiği gibi, ikinci derece denkleminin sayısal katsayılı olanların çözümleri Aritmetic in Nine Sections adlı kitapta çözülmüştü. Daha sonra, Chang Chiu Chien, yani Aritmetic Classic adlı kitapta bu tür denklemlerin çözümlerine devam edilmiştir. Çinlilerin ikinci derece denklemlerin çözümleriyle ilgilenmeleri en geç İ. Ö. ikinci ve birinci yüzyılın başlarında olmuştur. Fakat, genel çözüm formülü bulunamamıştır. Oysa Babillilerin çözümleri bugün kullanılan formüle çok yakındı ve ikinci derece denklemlerini çözebiliyorlardı. Babillilerin kullandıkları yöntem bugün çok iyi bildiğimiz tamkareye tamamlamadan başka bir şey değildi. Çinlilerin ikinci derece denklemleri çözmeleri yöntemi altıncı yüzyıla kadar devam etmiştir.

İkinci derece denkleminin çözümü ile ilgili çalışmaları Türk matematikçisi Harizmi (829), Cebir adlı kitabında açıklamıştır. Onun çözümü de geometrik görünümlü ve değişik hallerde olan ikinci denklemlerinin çözümleriydi.

Çinlilerin üçüncü derece denklemlerini çözmek için yaptığı çalışmalarda vardır. Onların bu çalışmaları ancak yedinci yüzyılın ilk yarılarında Tang Hanedanı'nın (618 - 907) dönemi başlarında Wang Hsiau Tung tarafından yazılan Chi Ku Suan Ching adlı kitapta geçer. Wang'ın yaşamı hakkında hemen hemen hiç bir bilgi yoktur. Kitabını 623 ile 626 yılları arasında yazmıştır. Kitapta yirmi problem vardır. Bu problemlerden

birisi üçüncü dereceden bir denkleme dönüşecek türdendir. Örneğin, bir dik üçgenin dik kenarlarının çarpımı

$$706\,\frac{1}{50}$$

hipotenüsü de ilk dik kenarından

$$30\,\frac{9}{60}$$

kadar daha fazladır. Dik üçgenin kenarlarını bulunuz. Problemin çözümü $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ şeklinde bir denklemin çözümüne gider. Wang bu problemi çözmüş ve kenarları

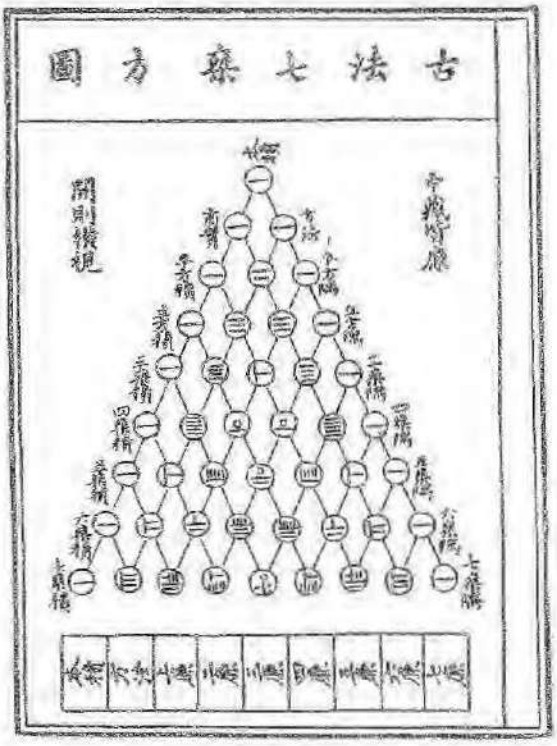
$$14\,\frac{7}{20},\quad 49\,\frac{1}{5}\quad \text{ve}\quad 51\,\frac{1}{4}$$

olarak hesaplanmıştır.

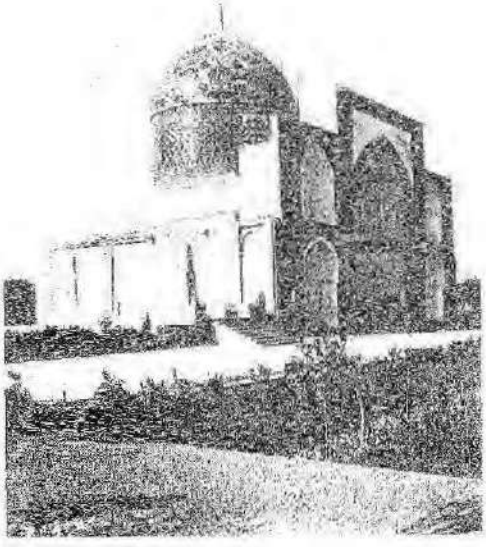
Kesik piramit şekilli bir mısır ambarının üst ve alt kenarları arasındaki fark altıdır. Yüksekliği alt kenardan dokuz fazladır. Hacmi 187.2 olan ambardan 50.4 kadar mısır alınmıştır. Ambarın alt ve üst kenarlarını, yüksekliğini bulunuz. Burada sayıların yanına özellikle birim konulmuştur. Bu problemin çözümü de yine üçüncü derece bir denklemin çözümüne dönüşür. Üst kenarın uzunluğu 4, alt kenarın uzunluğu 9, yükseklik 12 ve alınan mısırın yüksekliği de 6 birim olarak hesaplanmıştır. Bu tür kesik piramit hesapları Babillilerde de vardır.

Wang'ın çalışmalarında dördüncü ve daha yüksek dereceli denklemlerden söz edilmez. Çin'de dördüncü ve daha yüksek dereceli denklemlerin sayısal yollarla çözümleri daha sonraki yüzyıllara rastlar.

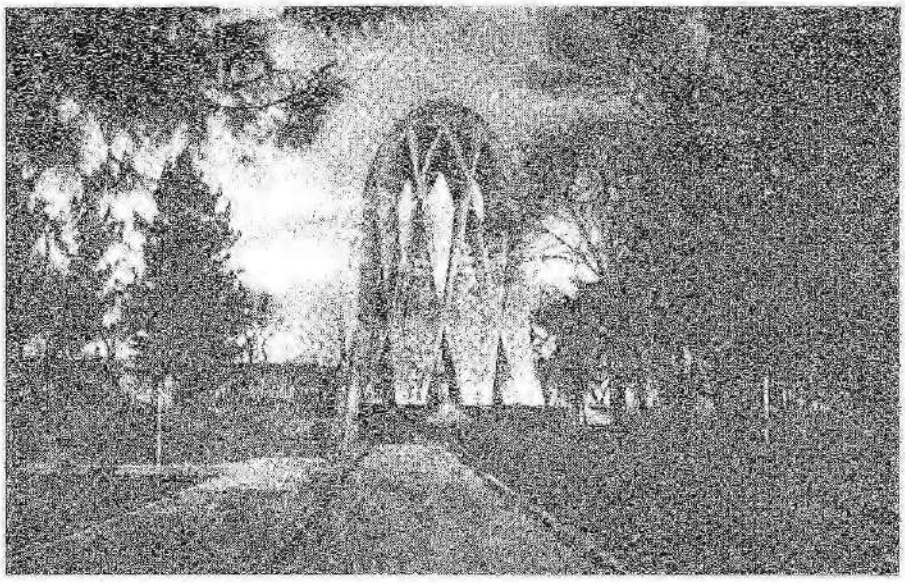
Çinliler Pisagor teoremine Gougu teoremi derler ve Pisagor'dan çok önce Chou Hei ve Nine Sections adlı kitaplarda bu teorem geçer. Pascal Üçgeni, on birinci yüzyılın ilk yarısında yaşayan Jia Xian'ın Huang Di Jiu Zhang Suan Fa Xi Cau adlı kitabında vardır. Üçgen şeklini yapmadan $(a + b)^n$ olan şeklin açılımlarını İranlı şair matematikçi Ömer Hayyam da aynı 1100 yıllarında yapar. Yalnız Arap kaynaklarındaki binom açılımı el Kaşi'de Ömer Hayyam'dan daha öncedir. Çinliler Pascal Üçgenine Jia Xian üçgeni derler. Çünkü Jia Xian, Blaise Pascal'dan (1654) altı yüzyıl öncedir. Bu aritmetik üçgeni Alman matematikçi Petrus Apianus'un (1527) Aritmetik adlı kitabında Pascal' dan önce açıklamıştır. Binom açılımı ile ilgili bilimsel uygulamaları tam ve etraflı olarak açıklayan Pascal olduğu için bu deyim Avrupa'da bu şekilde yayılmıştır. Yalnız binom açılımlarının bazıları Babillilerde de görülür. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ şekli Euclides'te de vardır. Pascal üçgeninin şekli matematiksel yazımın dışında çok eski geometrik dönemde taban mozaiklerinde, bezemelerde ve çanak çömleklerin süslemelerinde görülür. Boru veya tomruk yığınları da Pascal üçgeni için çok güzel örnekler oluşturur.



Çin'de pascal üçgeni.



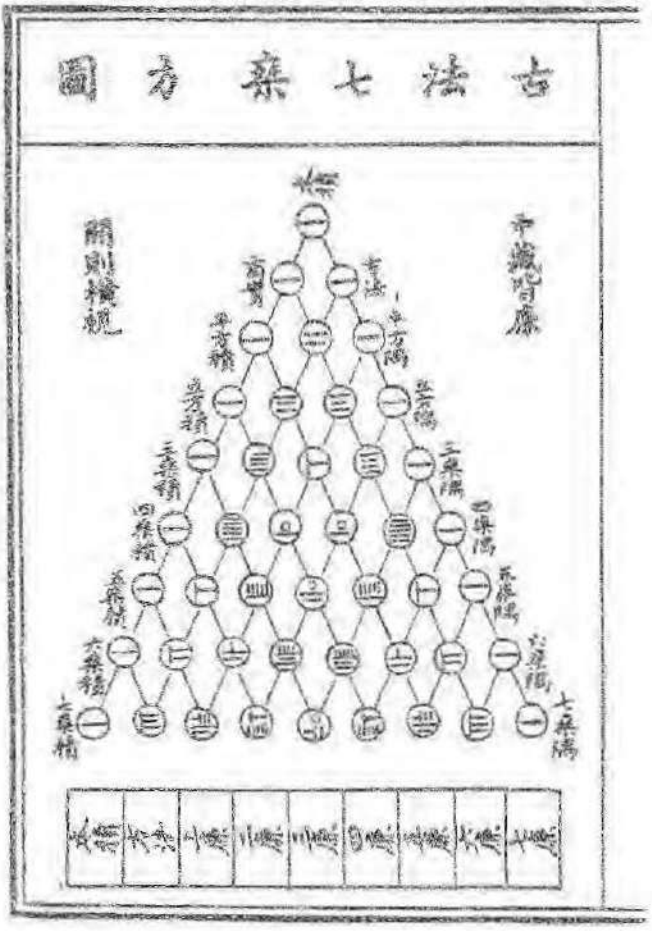
Ömer Hayyam'ın mezarı.

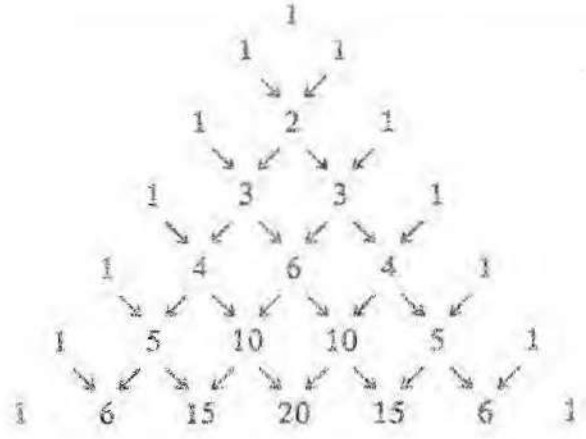


Ömer Hayyam'ın türbesi.

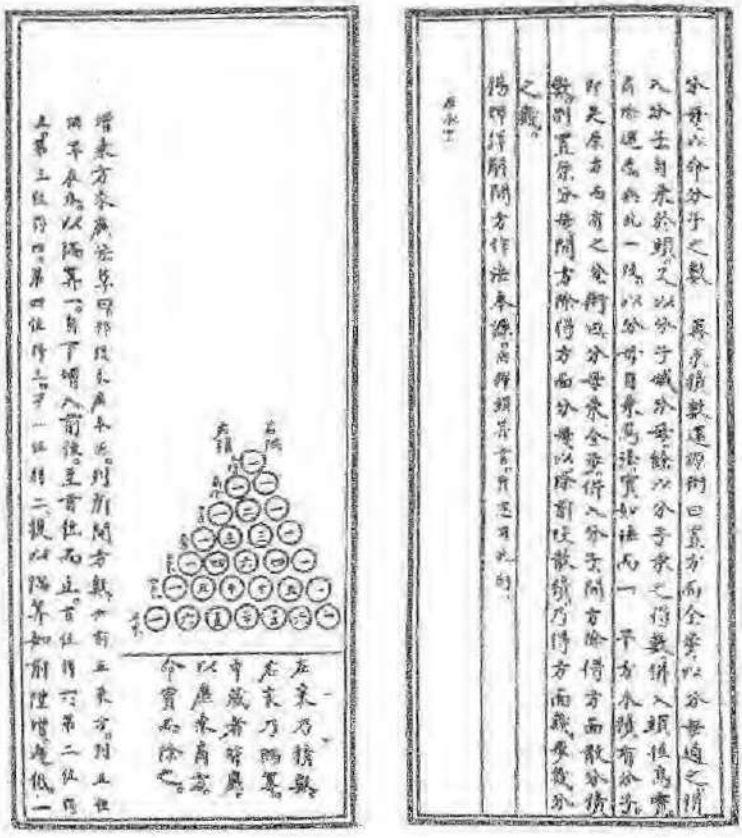


Japonya'da Pascal üçgeni.

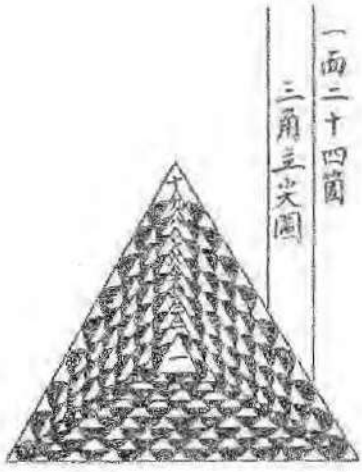




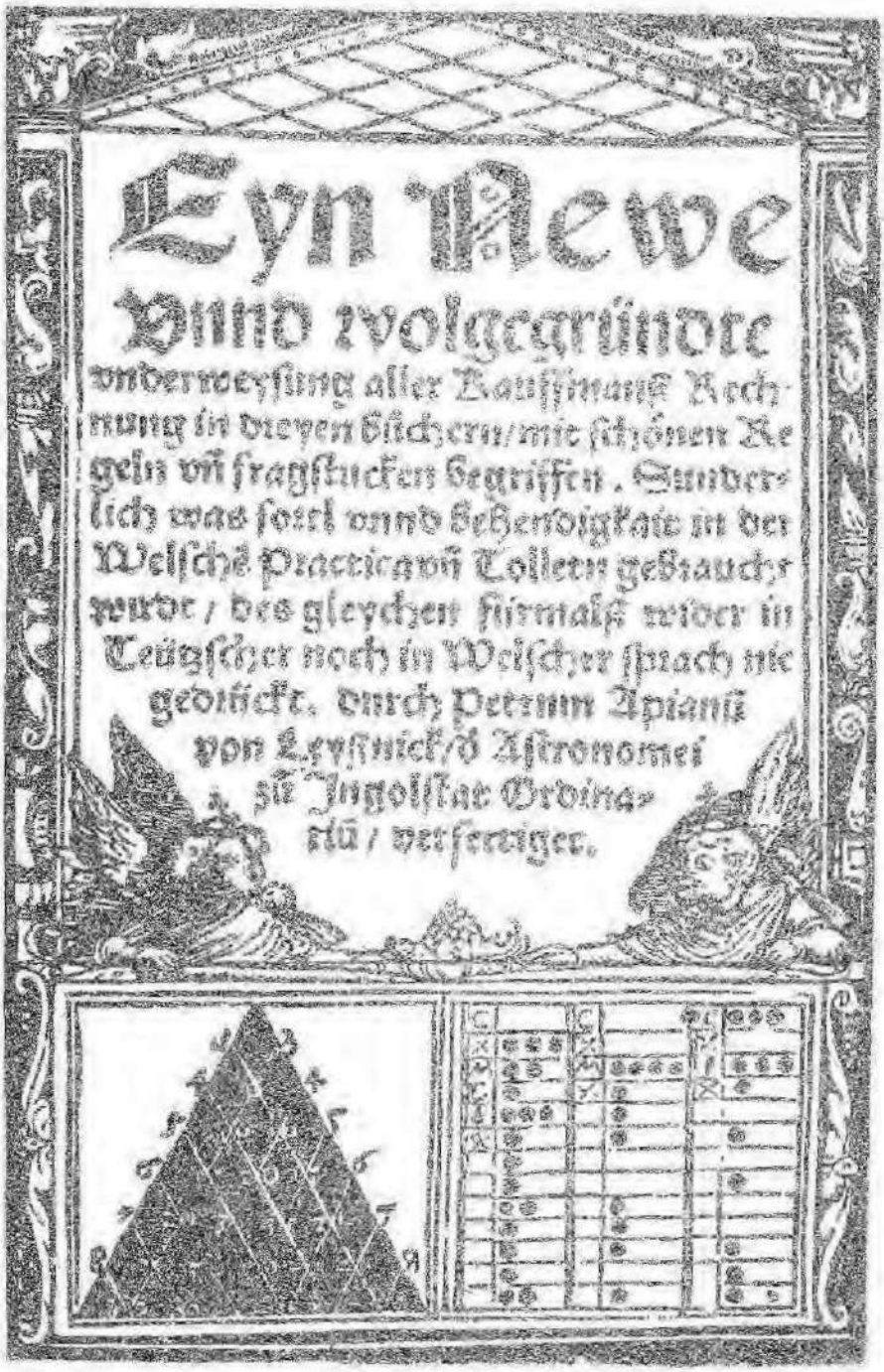
Pascal üçgeninin açıklanması.



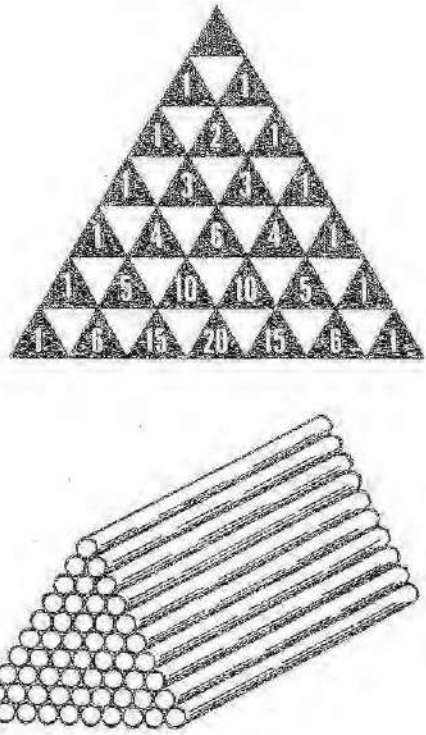
Pascal üçgeni.



Piramitte paketleme problemi.



Petrus Apianus'un Almanya'da Pascal üçgeni. 1527.



Pascal Üçgeni.



Blaise Pascal (1623 – 1662).

Denklem çözümlerinde köklerin bulunmasında kullanılan Horner yöntemini Çin'de ilk uygulayanlardan biri Li Chih (1192 - 1279), diğerleri de Chin Chiu Shau (1202 - 1261) ve Yang Hui (1261 - 1275) adlı matematikçilerdir. Oysa Horner 1819 yılında bu yöntemi yayınlamıştır.

Çin'deki matematik kitaplarının eskilerinin birçoğu zamanla kaybolmasına karşın, bu kitapların üçüncü veya sonraki kopyaları kuşaktan kuşağa yenilenerek ya da onlara yeni yorumlar yapılarak zamanımıza kadar gelmiştir. 1898 yılında toplanan Ku Chin Suan Hsüeh Tshung Shu adı altındaki koleksiyon yetmiş üç kitaptan oluşuyordu. Li Nien'in kütüphanesinde 450 tane matematik kitabı vardı. 1936 yılında Teng Yen Lin ve Li Nien'in Pekin'de yayınladıkları katalogda binin üzerinde kitap ismi geçmektedir. Bu sayıya on yedinci yüzyıldan sonra Çin'e gelen Cizvit misyonerlerinin Avrupa'dan çevirileri dahildir. Bu da Çinlilerin matematiğe ne kadar önem verdiğini gösterir.

Çin'in ilk ve bilinen en eski matematik kitabı Chou Pei Suan Ching'dir. Bu kitap, ikinci bir Çin klasiği olan Chiu Chang Suan Shu'dan (Nine Sections) yaklaşık iki yüzyıl önce yazılmıştır veya tanınmıştır. Chou Pei, İ. Ö. 1100 yıllarında Çin matematiğinin ne olduğu hakkında çok iyi bilgiler veren bir kayıttır. Pisagor teoremi ve dik üçgen bu kitapta çok sık geçer. Fakat ispatı Euclides'te olduğu gibi tam olarak yoktur. Bu teoremin yalnız geometrik ispatı vardır. Bu geometrik ispat da 3, 4 ve 5 gibi Pisagor sayılarına dayalı olarak yapılmıştır. Bazı yerlerde bu Pisagor sayılarını kullanmadan yine geometrik görünüme dayalı ispatlar yapılmıştır. Astronomiye ilişkin gözlemler, takvim, uzunluk ve yükseklik ölçümleri, kutup yıldızı, Güneş, Ay, yıl, gölge hesabı, gece, gündüz, yirmi sekiz yıldızın gözlenmesi, su düzecinin kullanımı, meridyenler, yıldızların hareketleri, çarpma, bölme ve payda eşitleme konuları bu kitapta açıklanmıştır. Karekök her nedense bu kitapta yoktur. Pisagor teoremindeki hipotenüsü, örneğin $\sqrt{5}$ değerini ona en yakın olan 2 tamsayısı olarak alınırdı.

Çin'deki eski aritmetik, bugün toplama ve çıkarma şeklinde bildiğimiz işlemlerden oluşmuyordu. Sayıların oluşturulması ve incelenmesi Çin'de oldukça eskidir. Yunanlılarla Çinlilerin bu başlangıçları aynıdır. Fakat Babilliler ve Mısırlılar her ikisinden de eskidir. Pisagor'da olduğu gibi, Çinliler sayıları tek, çift ve asal sayılar diye ayırıyorlardı. İkinci yüzyılda Çinli matematikçi Liu Hung ile Yunanlı Nicomachus ve İzmirli Theon çağdaştı. Yine üçüncü yüzyılda yaşayan İskenderiyeli Diophantus ile Çinli Liu Hui çağdaştı. Pisagor'da olduğu gibi, Çinliler de tek sayıları erkek, çift sayıları da dişi olarak adlandırıyorlardı. Çinliler tek sayılara şanslı, çift sayılara da şanssız diyorlardı.

Çinlilerin sayılarla değişik bir şekilde daha ilgilenmesi vardı. O da, sayıların büyülü karelerle yazılmasıydı. Bu büyülü kareler oldukça eskiydi. İ. Ö. beşinci ve dördüncü yüzyıllara kadar gider. Büyülü kareler üzerine oldukça ilginç öyküler de vardır. Ho Thu ve Lo Shu'nun büyülü kareleri ilginçtir. Batıda, Theon'dan sonra büyülü karelerle Müslüman matematikçiler de uğraşmıştır.

Mekanik olarak hesap yapan makine ilk kez Avrupa'da 710 yıllarında Bede tarafından yapıldı. On üçüncü ve on dördüncü yüzyıllarda Müslümanlar basit aletlerle hesap yapıyordu. Bu dönemlerde, bu aletlerden hiç birinin kaydına rastlanılmamıştır. Perulularda da hesapları kolaylaştıran aletler yapılmıştır. Daha eskiye gidilirse, Babillilerin değişik kil tabletleri bu kolay hesap için basit aletler olarak sayılabilir. Çinlilerin basit sayma aletleri de, düz sayma çubukları, işaretli sayma çubukları ve abaküstü. Bu aletlerin kökeninin Çin olduğu da söylenemez. Batı'da ve ilkel topluluklarda da buna benzer aletler vardır. Örneğin, çoban koyunlarının sayısını taşlarla ya da değneğe kazıdığı çentiklerle belirliyordu.



Blaise Pascal.

Düzlemsel sayma çubukları Çin'de İ. Ö. dördüncü ve üçüncü yüzyıllarda Warring Devleti döneminde görülür. Sayma çubukları Napier'in saymasına eşdeğerdir. Çin abaküsü de yapısal yönüyle bugünkünün hemen hemen aynısıdır. Çin sürgülü cetveli 1660 yıllarında yapılmıştır.

Kesirli sayıları ilk kez Babil ve Mısır'da görürüz. Örneğin, Ahmes'in İ. Ö. 1500 yıllarına ait olan papirüsünde kesirli sayılar ve bu sayıların kullanılması vardır. Çin'deki kesirli sayılar Chou Pei'de kelimelerle yazılmıştır ve bu kesir

$$247\,\frac{933}{1460}$$

biçimindedir. Bu kitabın İ. Ö. 2000 yıllarında yazıldığı sanılıyor. Her nedense, kesirli sayıların yazılması ve kullanılması Mayaların matematiğinde yoktur. Bazı tarihçilere göre Mayaların matematiği hiç bir zaman kesirli düzeye ulaşamamıştır.

Müslüman ülkelerin geliştirdiği kesirli sayı işlemleri Çin'e ancak on yedinci yüzyılda girmiştir. Avrupa'ya da on beşinci ve on altıncı yüzyılda ulaşmıştır. Altmış tabanına göre işlem yapan Sümerler ve Babilliler, altmışın kesirlerini en çok kullanan devletlerdir. Yıl, ay, gün, saat ve dakika, bu 360 sayısının kesirleri olarak alınmıştır. Daireyi 360 eşit parçaya bölerek, bölünen yay üzerinde derece, dakika ve saniyelik yayları kullanmışlardır. Bu tür kullanma şekli Mezopotamya'dan Çin'e çok eski yıllarda geçmiştir. Kesirli sayılar Mezopotamya, Yunan ve Hint yoluyla Çin'e gelmiş ve kullanılmıştır.

Kesirli sayıların Çin'de ilk kullanıldığı yerler, meteorolojideki ölçmelerde olmuştur. Bu ölçümlere ilişkin çok eski olan kayıtlar vardır. Ondan sonra diğer ölçüm alanlarına girmiştir. Pisagor döneminden beri bilinen irrasyonel sayılar ve bu sayıların incelenmesi Çin'e pek girmemiş ve bu konu Çin'de pek incelenmemiştir. Fakat negatif sayıları doğal olarak İ. Ö. ikinci yüzyıldan beri kullanmışlardır. Çinliler negatif sayıları siyah, pozitif sayıları da kırmızı renklerle yazarlardı. Sung Hanedanı cebircileri de bu işaretleri 1299 yıllarında kullanmışlardı. Diophantus 275 yıllarında sayıların negatifliğinden söz eder. Negatif sayıların Hindistan'da ilk kez kullanılması 630 yıllarında Brahmagupta tarafından olmuştur. Bilimsel olarak ilk kullanan da 1545 yıllarında Jerome Cardano'dur. On yedinci yüzyılda Rönesansla birlikte modern (–) işaretine geçilmiştir.

Herodot'a göre geometri Mısır'da doğmuştur. İ. Ö. 300 yıllarında bilimsel gömleğini Euclides ile giymiş, yine İ. Ö. 200 yıllarında Apollonius'la gelişmiştir. Her nedense, geometri kuramsal olarak Çin'e kolay girmemiştir. Ancak arazi ölçümleri gibi uygulamalara yönelmiştir. Avrupa'dan gelen cizvit misyonerleri Euclides'i Çinceye çevirince geometri doğru olarak Çinlilerin günlük yaşamlarına girmiştir. Konikleri de Apollonius'tan öğrenmişlerdir.

Koordinat düzlemini ve koordinatları Mısır, Babil, Yunan, Müslüman, Pers ve Hintlilerden alarak, enlem, boylam ve bunların kesişimleri olarak inceliyorlardı. Bu da daha çok astronomide yıldızların yerlerini belirlemede kullanılıyordu. Fakat koordinat geometrisini, geometri ile cebiri birbirine cebirsel yolla on yedinci yüzyılda Fermat ve Descartes bağlamıştır.



René Descartes (1596 - 1650).

Çinliler trigonometriyi Yunan, Müslüman, Pers ve Hintlilerden alarak kullanmışlardır. Dik üçgenin kenarlarının oranı, astronomi gözlemlerinde önemli olduğundan Chou Pei'de kullanılıyordu. Bu oranlar, Yunanlılarda Aristarchus (İ. Ö. 260), Hipparchus (İ. Ö. 140), Menelaus (100) ve Ptolemaios (150) tarafından geliştirilerek kullanılmıştır. Trigonometri Hindistan'da modern şeklini almıştır. 400 yıllarından sonra Paulisa Siddhanta'da trigonometriyi daha belirgin olarak görürüz. Aryabhata 510 yıllarında her derecenin sinüsünün tablosunu yapar. Onun çağdaşı olan Varaha Mihira 505 yılında yazdığı Panca Siddhantika adlı yapıtta sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını modern biçimde içeren formüllerle vermiştir. Hintlilerin bu türdeki çalışmaları Türkler, Araplar ve Persler aracılığıyla Avrupa'ya geçmiştir. Yine bu trigonometri Hint yoluyla Çin'e ulaşmıştır. 858 ile 929 yılları arasında yaşayan İbn Jabir İbn Sinan El Battani, Yunanlıların kullandığı kirişleri kullanarak tanjant ve kotanjat fonkisyonları elde etti. 940 ile 998 yılları arasında yaşayan Ebül Vefa El Buzjani sekant ve kosekant fonksiyonlarını tanıttı. Düzlemsel trigonometri üzerindeki bilimsel kitabı da 1201 ile 1274 yılları arasında yaşayan Nasireddin El Tusi yazdı. Bu kitabın yazıldığı dönem Pers Moğollarının hüküm sürdüğü yıllardı. Bu dönemde Avrupa'da bu kitap düzeyinde hiç bir yapıt yoktu. Ancak 1533 yılında bu düzeyde bir kitap Avrupa'da Regiomontanus tarafından yazılmıştır. Adı da De Triangulis'dir. Türk, Arap ve Perslerin bu trigonometrilerinin Avrupa'ya geçişinin öyküsü birçok matematik tarihçisi tarafından dile getirilmiştir.

Şüphesiz, Müslümanlarla çok yakın ilişkide bulunan Çinlilerin trigonometriyi almaları, öğrenmeleri ve ülkelerinde geliştirmeleri kaçınılmazdı. Çinliler, Sui ve Tang Hanedanlıkları döneminde trigonometriyi Hindistan'dan almışlardır. Khai Yüan Chan Ching adlı yapıt, 718 yılında Hintçeden Çinceye çevrilmişti. Kitabın içeriğinde bir de sinüs fonksiyonunun bir tablosu vardı. Çin'de gelişen, kiriş ve yayları içeren trigonometri üzerine olan en önemli çalışmayı on birinci yüzyılda Shen Kua yapmıştır. Shen Kua, bu çalışmasında dik üçgeni ve kenarlarını yetenekli bir şekilde kullanmıştır. Shen Kua'nın çalışmalarında düzlemsel trigonometri incelenerek, tanjant ve sekant fonksiyonları pratik olarak kullanmıştır.

Nasireddin Tusi'ye kadar, Çinliler takvim ve astronomide olan hesaplamalarında çok zorlanıyorlardı. Bu zorlanmalar Kuo Shou Ching'in çalışmalarında görülebilir. Kuo Shou'nun küresel trigonometrisi daha sonra Gauchet tarafından dikkatlice incelenmiştir. Burada yapılanların büyük bir çoğunluğu kendisinin olmayıp başkalarından derlenmiştir. Fakat kitabının yazılması ve düzeni her türlü övgüye değer düzeydedir. 1276 yılında yazdığı küresel trigonometri kitabındaki şekiller ve açıklamaları oldukça ilginçtir. Kuo Shou Ching'in kitabındaki hesaplamaların çoğu, Hsing Yün Lu'nun 1600 yılında yaptığı çalışmalara yeniden alınmıştır.

Kuo'nun çalışmaları, Pers astronomları etkisinde kalınarak yazılmıştır. Bu da Moğollar döneminde olmuştur. Zaten Kuo'dan sonra Çin'de küresel trigonometri üzerinde önemli çalışma çok az görülür. Ancak, Avrupalılar Çin'e geldikten sonra modern trigonometri gelişir. Modern trigonometrinin Çin'e ilk gelmesinde Hsü Kuang Chi ve Matteo

Ricci öncüdür. 1607 yılında yazdıkları Tshe Liang Fa I adlı kitap Çin'deki ilk modern trigonometridir. Hsü, bu çalışmalara 1631 yılında Tshe Liang I Thung adlı bir ek yapıt daha ekleyerek açı fonksiyonları gibi yeni terimle trigonometriyi daha iyi anlaşılır hale getirmiştir. Trigonometrinin daha sonraki yıllarda Çin'de tanıtılması ve geliştirilmesi Li Nien tarafından yapılmıştır.

Çin'de bir hayli bilmece türü problemler vardır. Bunların çoğunun kaynağı Doğu Asya kökenlidir. Bu bilmece türü problemlerin çoğunun kökeni Montucla ve Ozanam'a kadar gider. Bilmecelerin çoğu matematiğin birçok dalına yayıldığı gibi, bazıları da çok değişik aletlerle yapılmıştır. Bunların en önemlisi topolojideki Çin halka bilmecesidir. Abaküsten elde edilen bu bilmeceyi ilk kez batıda 1550 yılında Cartan bulmuştur. İçerdiği matematiği de 1685 yılında John Wallis incelemiştir. Bir de ağaçtan yapılmış bir bilmece vardır. O da, farklı boyutlarda olan bir kare, bir eşkenar dörtgen ve beş tane de üçgenin birleştirilmesi bilmecesidir. Bunun gibi daha çok sayıda Çin kökenli matematik bilmeceleri vardır. Tu Fu'nun ünlü olan bir şiirinde kağıdın katlanmasıyla ilgili bilmece sayılabilir. Yani, bir milimetre kalınlığındaki bir kağıt elli kez katlanınca kalınlığı ne olur?



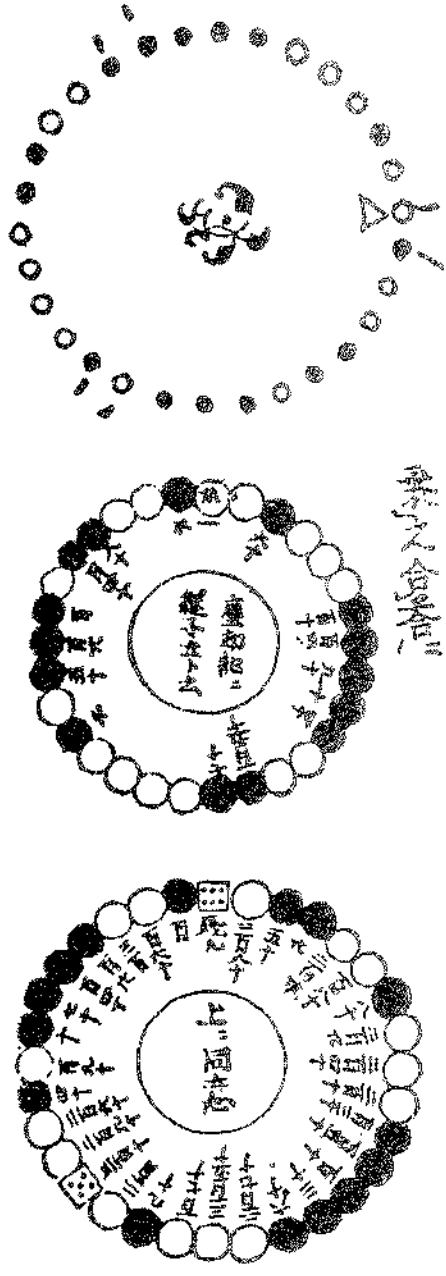
Jean Étienne Montucla.



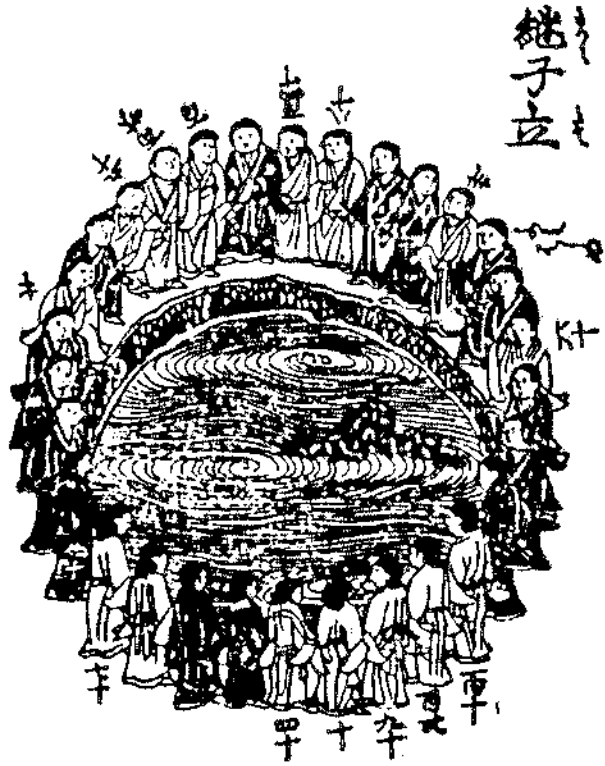
John Wallis.

Kökeni Japonya olduğu sanılan ve tüm Avrupa matematik kitaplarında da geçen ünlü Türk-Hıristiyan problemi anılmaya değer. Bu problem de şöyledir. On beş Türk ile on beş Hıristiyan bir gemide yolculuk yapmaktadırlar. Çok şiddetli bir fırtına çıkar ve azılı dalgalar gemiyi batırmak üzeredir. Bu otuz kişiden on beş tanesi denize atılırsa ancak geminin batması önlenebilecektir. Bu on beş kişinin seçimi için gemi kaptanı şöyle bir öneri getirir. Otuz kişiyi bir daire çevresine öyle yerleştirir ki, denize atılacak ilk kişi Hıristiyan olacak ve bu atılan kişiden sonra sayılan onbeşinci yine hiristiyan

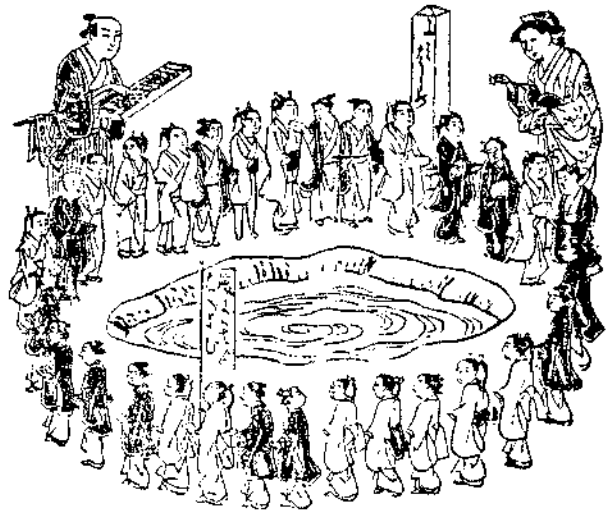
olacaktır. Bu şekilde on beş Hıristiyanı denize atmak için nasıl bir sırada dizmelidir? Bu problemin yabancı kaynaklardaki atılan kişilerin Türkler olduğu yazılmaktadır. Ben bu deyimi Hıristiyanlara değiştirerek yazdım.



Türk ve Hıristiyan problemi.



The Josephus problem, From a Japanes book, the Jinkoki of Yoshida Mitsuyoshi (1634).



Türk-Hıristiyan problemi.

Bu problemle hemen hemen birçok matematikçi ilgilenmiş ve çözüm için çok sayıda resim çizilmiştir. Ben bunlardan beş tanesini örnek olsun diye koydum. Bu problem bu şekliyle Çin kaynaklarına da geçmiştir.

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin bugünkü çözümüne eşdeğer ifadesi Babillilerce yapılmış, fakat bu çözüm zamanla kaybolmuştur. 1940 yılından sonra yapılan kazılarda bu çözümü içeren tabletler bulunmuştur. Hemen belirtelim. Bir denklemi çözmek demek, bilinmeyen x değerini denklemin verilen katsayılar cinsinden yazılması demektir. İkinci derece denkleminin bu anlamdaki çözümü ancak onaltıncı yüzyılda yapılmıştır. Kimin yaptığı da belli değildir. Kolaylaştırıcı bazı yöntemlerle kökün bulunması çalışmaları en az üçüncü yüzyıla kadar gider. Geometrik yolla çözümlerse İ. Ö. üçüncü yüzyıla kadar uzanır. Cebirsel çözümlerse biraz önce söylediğimiz gibi İ. Ö. 2000 yıllarında Mezopotamya'da Babilliler tarafından yapılmıştır. Zaten cebir (algebra) sözcüğü Babil kökenlidir. Çinliler de Babillilerden almışlardır.

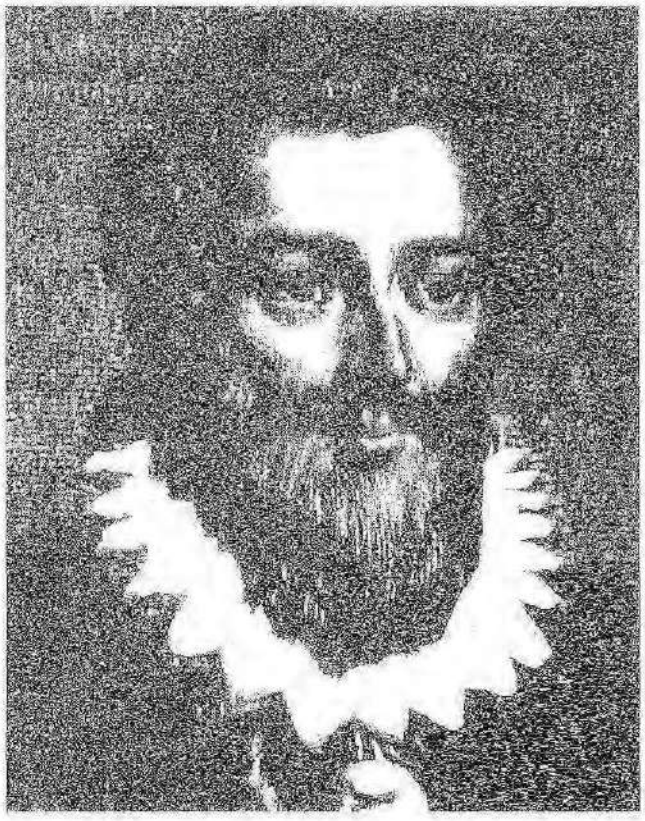
Eskiden cebir denilince akla denklemlerin çözümü gelirdi. Zaten bu kesim boyunca bu deyim bu anlamda kullanılacaktır. Soyut cebir ya da modern cebir deyimleri on sekizinci yüzyıldan sonra ortaya çıkmıştır. Eski Çin cebiri de İ. Ö. ikinci yüzyıla kadar gider. Fakat onların cebiri o dönemlerde kelimelerle yazılıp ifade edildiği için çözümleri de kelimelerle oluyordu. Zamanla sembollerin kullanımına geçmişlerdir. Sayma tahtası ile de matematiksel işlemler yapan Çinlilerin başlangıçta denklemlerin genel kuramı hakkında bilgileri yoktu. Zaten Çinliler denklem çözümlerine başlangıçta geometrik bir yaklaşımla girdiler. Yunanlılar da denklemleri cebirsel değil de geometrik yolla çözüyorlardı. Babillilerin dışında ikinci derece denkleminin cebirsel olarak çözümünü yapan yoktur. Bu nedenle Babilliler modern matematikçilerdi. Ancak on altıncı yüzyılda bu çözüm gerçekleşti.

Euclides, $x^2 + ax = b^2$ denklemini geometrik kareye tamamlayarak ve negatif kökü de gözönüne almadan çözmüştür. Euclides'in bu çözümü de cebirsel değildi. Aslında Euclides, Diophantus, Hintliler, Türkler, Araplar ve Perslerin yaptığı bu geometrik şekil her nedense cebirsel bir ifadeye bağlanamamıştı. Oysa geometrik yolla yapılan çözümlerin bugünkü formülden çok az farkı vardı ve bu geometrik çözümde bu cebirsel ifade kokuyordu. Yani, Babillilerin dışında yapılan bu geometrik çözümü cebirsel ifadelere bağlayan birisi çıkmamıştı.

En yoğun cebir çalışmalarını 250 ile 275 yılları arasında gerçekleştiren İskenderiyeli Diophantus'la, Çinli Liu Hui oldukça birbirine yakın çağlarda yaşayan matematikçilerdir. Buna karşın, ikisi de birbirlerinden farklı cebirsel gösterimler kullanmışlardır. Bir söylentiye göre Diophantus Sarmatianlıdır. Bu nedenle onun cebiri İran ve Çin kaynaklarından alınmadır. Oysa son yıllarda Mezopotamya'da yapılan kazılarda çıkan tabletlerin okunmasından sonra, bu söylentinin doğru olmasının olanaksızlığı dışında, Neugebauer ve diğerlerinin yaptığı araştırmalar çok daha farklıdır. Yani, Babil cebiri bunların tümünden ileridir. Hatta üçüncü ve dördüncü dereceden denklemlerle ifade edilen problem-

ler vardır. Bu problemleri Babil matematiğinde derinlemesine incelemiştik. Çiviyazısıyla yazılan bu tabletlerdeki problemler geometrik görünümlü, fakat çözümleri hiç bir geometrik yoruma gereksinme duymadan cebirsel yolla yapılmıştır. Oysa, bu dönemdeki Mısırlılar problem çözümlerinde geometrik yorum yapıyorlardı. Zaten Babillilerle Mısırlılar arasındaki büyük fark da budur.

Özetlenirse, Babil cebirinin Yunanistan'a, Hindistan'a ve Çin'e nasıl ve ne zaman geçtiği tam ve kesin olarak bilinemiyor. Ancak, Babil kökenli problemlerin Çin'e kadar gitmesi, Hint ve Çin cebirinin Babil'den alınma olduğunu kuvvetlendirir. Yunan ve Helen bilimlerinin Ortaçağ boyunca zayıflayarak gerilemesi Diophantus'un cebirinin unutulmasına neden olmuştur. Özellikle Arap, Suriyeli, İranlı ve Türk bilim adamları Hindistan'a, belki de bazıları Çin'e kadar gidip buralardaki cebiri öğrendikten sonra Yunanlılardan yaptıkları çevirilerle Önasya bilim merkezini oluşturmuşlardır. Bu dönemin en ünlü cebircisi Harizmi'dir. 850 yıllarında yazdığı Hesabül Cebir el Mukabele, onu Avrupa'da tanıtan yapıtıdır. Batılıların algebra sözcüğü de bu kitabın adındaki el Cebir' den gelir. Cebirsel işlemleri batılılar Harizmi'nin bu cebir kitabından öğrenirler.



François Viète (1540 - 1603).

Bu sıralarda Çin'de eşitlik işareti olmadığından, denklem çözümlerindeki kurallar ve Harizmi'nin cebiri Çin'de bilinmemektedir. Ancak Li Yeh'in 1250 yıllarında yaptığı çalışmalarda ufak kıpırdanışlar görülür. Burada bir noktayı daha açıklayalım. Avrupa' da cebirsel gösterimlerin kullanılması çok yavaş ve ağır olmuştur. Bu nedenle de Avrupa'nın cebirinin gelişmesi Rönesans dönemine kadar uzamıştır. Fakat bundan sonra çok hızlı bir artış göstermiştir. + ve – işaretlerinin kullanımı on üçüncü ve on beşinci yüzyıllarda gerçekleşmiştir. Bu işaretler Avrupa'da ilk kez 1489 yılında kullanılmıştır. x işareti de ancak 1600 yılında, bölme işareti olan ÷ gösterimi de on yedinci yüzyılda ancak kullanılabilmiştir. On altıncı yüzyılın en büyük matematikçilerinden sayılan François Viète, sayıları harflerle göstererek en büyük matematik devrimini yapmıştır.

Çin'e modern olan cebiri cizvit misyonerleri getirmiştir. Çünkü, Eski Çin'deki cebir gösterimleri Babil ve Mısır kökenliydi. = işaretini ilk kez 1557 yıllarında Recorde kullanmıştır. On altıncı yüzyıldaki Çin kitaplarında eşitlik (=) işareti yaygın olarak kullanıldı. Yeh Yao Yuan'ın fizik üzerine 1889 yılında yazdığı Chung Hsi Suan Hsüeh Ta Cheng adlı kitapta eşitlik işareti tam ve modern anlamda kullanılmıştır.

Aynı zamanda sağlanan doğrusal denklem sistemlerinin çözümü oldukça eski ve İ. Ö. 100 yıllarına kadar gider. Bu denklem sistemlerini ilk çözen yine Babillilerdir. Doğrusal denklem sistemlerinin çözümü Çin Hanedan kitaplarından Chiu Chang Suan Shu adındaki ve İ. Ö. 100 yıllarına ait olan yapıtta vardır. Burada ilginç olan nokta, Çinliler ve doğrusal denklem sistemlerini Babillilerden, Yunanlılardan ve Diophantus'tan da daha kolay ve mekanik yolla çözerler. O da bugün çok iyi bildiğimiz matris bloklarıdır. Örneğin, bugünkü dille

$$x + 2y + 3z = 26$$

$$2x + 3y + z = 34$$

$$3x + 2y + z = 39$$

şeklinde aynı zamanda sağlanan doğrusal denklem sistemini

1	2	3
2	3	2
3	1	1
26	34	39

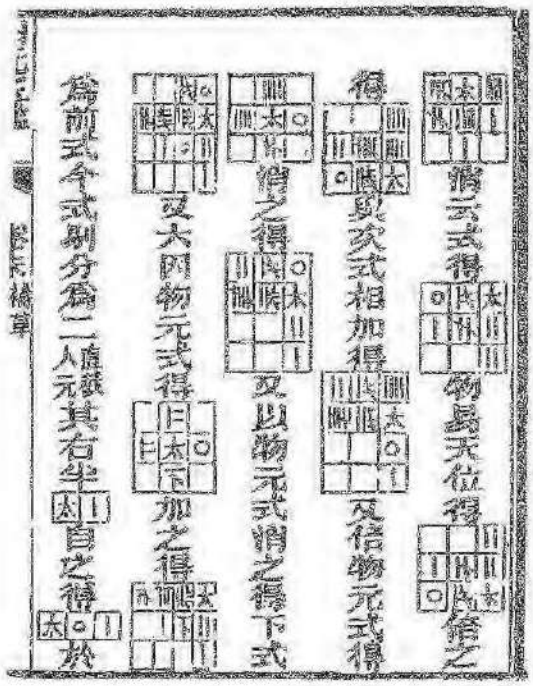
biçiminde bloklarla yazarlardı. Ondan sonra bugün Gauss indirgeme ya da yok etme yöntemi dediğimiz yolun aynısını kullanarak denklemi kolayca çözerlerdi. Şimdi bir örnek olsun diye Çinlilerin bu denklem sistemini nasıl çözdüklerini gösterelim. Bu denklem sistemini katsayılara bağlı olarak

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 34 & 39 \end{bmatrix} \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}$$

olarak yazıyorlardı. Sonra bu katsayı matrisi üzerinde yapılacak işlemlere geçiyorlardı. Buradaki yapılan işlemlerde, bir satırın herhangi bir katını alma veya bir satırdan diğer bir satırı çıkarma şeklinde devam ediyordu. Aynı kural sütunlar için de geçerlidir. Aşağıdaki işlemler sütunlar arasında yapılmıştır. O da

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 2 & 9 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 26 & 102 & 39 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 26 & 63 & 39 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 24 & 39 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 36 & 1 & 1 \\ 99 & 24 & 39 \end{bmatrix}$$

oluyordu. Buradan $36z = 99$, $5y + z = 24$ ve $3x + 2y + z = 39$ denklemleri yazılır. Böylece, birinci denklemden z, ikinci denklemden y ve üçüncü denklemden de x değeri kolayca bulunur.



Çin'de matris bloklarıyla problem çözümleri.

Çinlilerin Chih Chu yöntemi, Liu Hui'nin Chiu Chang isimli yorumunda da vardır. Ondan sonraki birçok kitapta bu yöntem daha da geliştirilerek kullanılmıştır. Örneğin, beşinci yüzyılda Chang Chiu ve Chien Suan Ching adlı kitaplarla, yedinci yüzyılda Liu Hsiao Sun'un yazdığı Chiu Chang Hsi Tshao isimli kitapta vardır. Chih Chu yöntemi, hem Han hem de San Kuo dönemlerinde terkedilmeden, aynı zamanda sağlanan denklem sistemlerinin çözümlerinde birer kural olarak kullanılmıştır. Hatta, Sung Hanedanı döneminde yaşayan Yang Hui tarafından bu yöntemin tam bir geometrik ispatı da yapılmıştır.

Doğrusal denklem sistemlerinin çözümleri o dönemde devlet işlerinde ve günlük yaşamlara bile girmiştir. Bir yere bir görevli alınacaksa bu tür soruların çözümleriyle becerileri ölçülüyordu. 855 yıllarında yazılan Thang Chüeh Shih adlı kitapta bunu vurgulayan bir öykü de vardır. Bu öyküdeki soru Yang Sun tarafından sorulmuştur.



Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716).

Çin'de, gerek denklem sistemlerinin gerekse problemlerin çözümleri hep sayma tahtası denen araçla yapılıyordu. Matris bloklarını kullanmadan denklem sistemlerini çözen ve Çinlilerden bağımsız bir yol izleyen Japonların büyük matematikçisi Seki Kova, 1683 yılında yazdığı Kai Fukudai No Ho (Determinantlarla Problem Çözme Yöntemleri) adlı kitabında determinantları kullanarak denklem sistemlerini çözmüştür. Oysa determinantların Avrupa'da tanıtılması 1693 yılında Leibniz tarafından yapılmıştır.

Çok eski zamanlarda doğrusal denklemlerin çözümü oldukça zordu. Bu zorluk da denklemlerin cebirsel işaretlere bağlı olarak yazılmamasından kaynaklanıyordu. Oysa $ax + b = 0$ denkleminin çözümü hiç de zor olmamıştır. Bu denklemin çözümü için değişik yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden biri yanlış varsayım yöntemidir. Bu yöntem de Çinliler tarafından kullanılmıştır. Bu yöntem daha çok çift yanlışlık veya yanlış deneme yöntemi de denir. Bu yöntem Harizmi'nin 825 yılında yazdığı cebir kitabıyla Avrupa'ya taşınmıştır. Türklerde, İranlılarda ve Avrupalılarda bu yöntem oldukça sık olarak kullanılıyordu. Bu yöntem Avrupa'da on üçüncü yüzyılda Fibonacci, on beşinci yüzyılda Pacioli, on altıncı yüzyılda Tartaglia ve Pagnani tarafından kullanılmıştır.

Çin kaynaklarına göre bu yanlış varsayım yönteminin kökeni Çin olduğunu yazarlar. Oysa bu yöntemin kökeni Babil ve Mısır'dır. Bu yöntem daha sonra Hindistan'da görülür. Bu yöntemle problemlerin çözüldüğünü gösteren Babil tabletleri bulunmuştur. Bunun yanı sıra Çin'de İ. Ö. birinci yüzyılda Chiu Chang Suan Shu adlı kitapta bu başlık altında bir kesim vardır. Liu Hui bu yönteme thiao nu yöntemi adını vermiştir. Şimdi, bu yöntemin ne olduğunu açıklayan bir problem çözelim. Amaç, $ax + b = 0$ denkleminin çözümüdür. g_1 ve g_2 sayıları ve bu denklemi sağlamayan f_1 ve f_2 sayıları için

$$ag_1 + b = f_1 \tag{1}$$

ve

$$ag_2 + b = f_2 \tag{2}$$

olarak yazılsın. Eğer $ag_1 + b$ ile $ag_2 + b$ değerleri eşitse seçimimiz doğru demektir. (1) denkleminden (2) denklemi çıkarılırsa

$$a(g_1 - g_2) = f_1 - f_2 \tag{3}$$

elde edilir. (1) denkleminin her iki yanı g_2 ve (2) denkleminin her iki yanı da g_1 sayısıyla çarpılırsa $ag_1g_2 + bg_2 = f_1g_2$ ve $ag_1g_2 + bg_1 = f_2g_1$ denklemleri yazılır. Bu son iki denklem taraf tarafa çıkarılırsa,

$$b(g_2 - g_1) = f_1g_2 - f_2g_1 \tag{4}$$

denklemi bulunur. (4) denklemi ile (3) denklemi taraf tarafa bölünürse



Harizmi (780 - 850).



Leonardo Fibonacci.

$$-\frac{b}{a}=\frac{f_1g_2-f_2g_1}{f_1-f_2}$$

çıkar. Oysa –b/a değeri ve onun eşiti olan sayı ax + b = 0 denklemini sağladığından, f_1, f_2, g_1 ve g_2 türünden yazılan ve –b/a değerine eşit olan sayı bu denklemin köküdür. Bir de, bu denklemin modern çözümü, yani a ≠ 0 için

$$ax + b = 0$$
$$ax = -b$$
$$x = -\frac{b}{a}$$

olduğu hatırlanırsa, matematik dünyasının bugüne gelmesi için ne kadar güçlükler çektikleri ortaya çıkar.

Çin matematiği ve kaynaklarında doğrusal denklem sistemlerin çözümleri bir hayli yer tutar. n tane bilinmeyenli n tane denklemin sonsuz tane çözümü olabilir. Bu tür denklemler ve çözümleri Çin'de en az dördüncü yüzyıldan beri bilinmektedir. Örneğin, Sun Tsu Suan Ching tarafından verilen şu probleme bir bakalım. Bilinmeyen bir çokluk üçer üçer sayılınca geriye iki tane, beşer beşer sayılınca üç tane ve yedişer yedişer sayılınca iki tane kalır. Bilinmeyen çokluğun sayısı nedir?

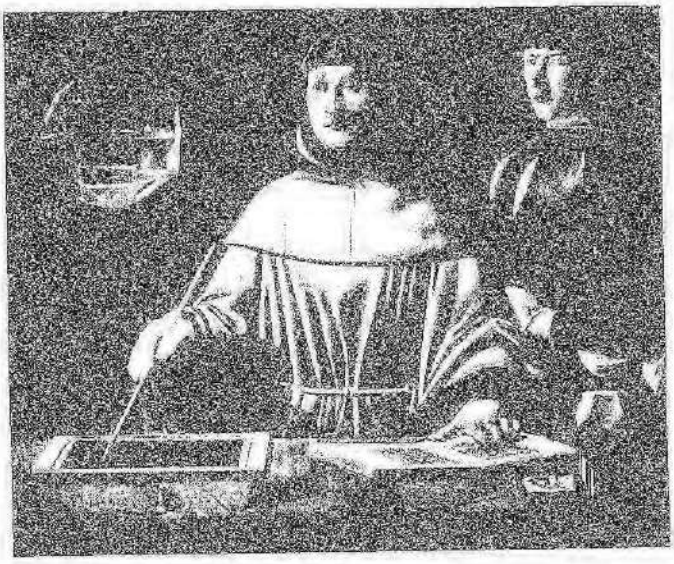
Sun Tsu bu problemi şöyle çözer. 5 x 7, 3 x 7 ve 3 x 5 sayılarının katları ve sırasıyla 3, 5 ve 7 sayılarına bölündüğünde 1 kalın veren deneme sayıları 70, 21 ve 15 olarak belirlenir. Sonra 2x70+3x21+2x15 = 233 sayısı yanıtlardan biridir. 3x5x7 = 105 sayısı 233 sayısına katlanarak eklenir veya çıkarılırsa bu özellikteki sayıların en küçüğü 23 olarak bulunur. Böylece, 233 – 105 = 128, 128 – 105 = 23, 233 + 105 = 338, 338 + 105 = 443, . . . gibi sonsuz tane sayı vardır. Bu çözüm modern dille yazılırsa,

$$N \equiv 2 \bmod 3, \quad N \equiv 3 \bmod 5 \quad \text{ve} \quad N \equiv 2 \bmod 6$$

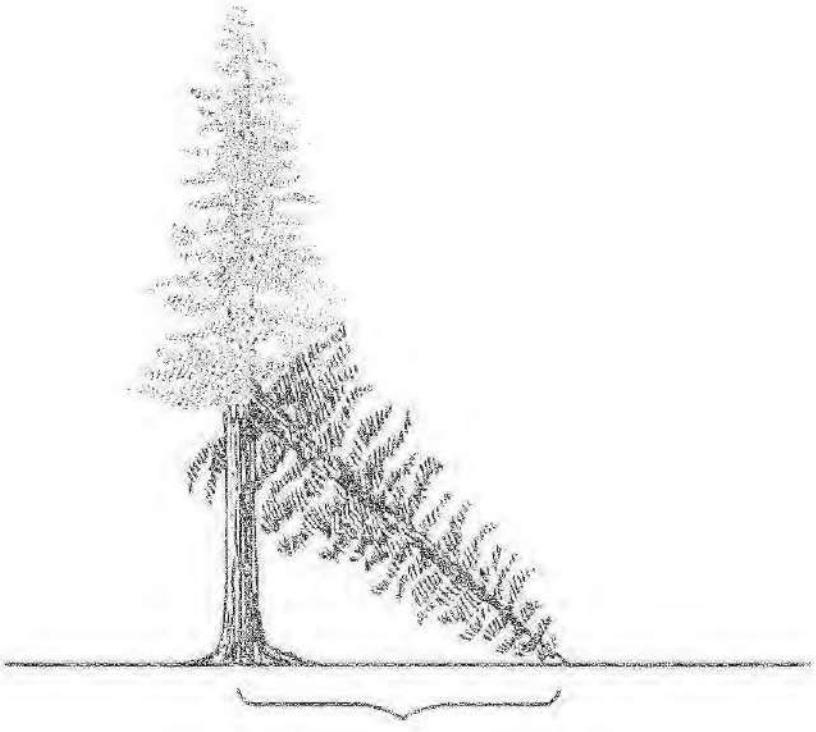
demektir.

Doğrusal denklikler analizi, matematik tarihinde oldukça önemlidir. Wlylie, Çinli Li Nien ve Chien Pao Tsung'un bu konudaki çalışmaları üzerine uzun bir yazı da hazırlamıştır. Modüler aritmetiği Çin'de sekizinci yüzyılda I Hsing tarafından iyice incelenmiştir. I Hsing bu çalılşmalarını Ta Yen Li Shu adlı kitabında toplamıştır. Bu konudaki sonraki çalışmalar Yin ve Yang tarafından verilmiştir.

İkinci derece denklemlerin geometrik yolla çözümü Çinlilerde de vardı. Üçüncü ve dördüncü derece denklemlerin köklerini de sonlu farklar yöntemiyle yaklaşık olarak buluyorlardı. Daha yüksek dereceli denklemlerin köklerini yine yaklaşık olarak hesaplıyorlardı. Oysa, gerek Yunan gerekse Hint matematiğinde bu tür bir çalışma görülmez.



Fra Luca Paccioli.



Kırılan ağaç problemi.



Bonaventura Cavalieri.

Pascal üçgeni denen ve binom açılımındaki katsayıların yazılışı, Çinlilerde ve aynı zaman dilimi içinde de Ömer Hayyam'da vardır. Ömer Hayyam'ın çalışmaları Hint kökenlidir. Brahmagupta 628 yıllarında $(a + b)^2$ ve $(a + b)^3$ ifadelerinin binom açılımlarını yapmıştı. Aynı katsayılar üçüncü ve dördüncü yüzyıllarda Sun Tsu'da görülür. $(a + b)^2$ ifadesinin açılımı Babillilerde, daha sonra da Yunanlılarda vardır.

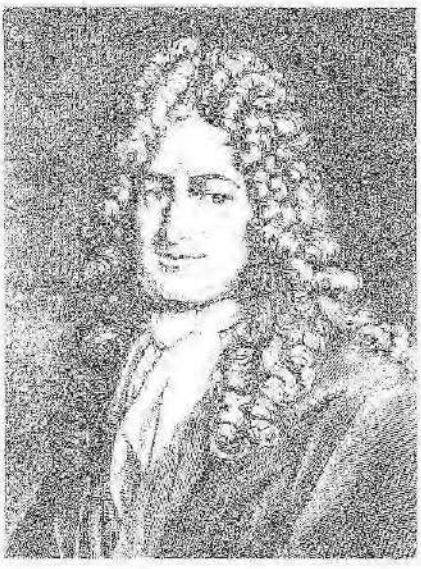
Binom açılımları üzerinde çalışanlardan biri de Ebül Vefa'dır. Ebül Vefa'nın 940 yılından 998 yılına kadar yaptığı çalışmalarda, üçüncü, dördüncü ve yedinci dereceye kadar olan açılımlar vardır. 1019 ile 1029 yılları arasında yayın yapan Ebu Bakır El Karaji de, üçüncü ve dördüncü dereceli açılımları yapmıştır. Ömer Hayyam'ın çağdaşı Chia Hsien'dir. Pascal üçgeninin kökünün Hintli Singh'e ait olduğu ileri sürülür. Benzer olan sayısal çalışmalar İ. Ö. 200 yıllarında yazılan ve Pingala'ya ait olan Chandah



Nicolo Tartaglia.



Isaac Newton (1642 - 1727).



Gottfried Wilhelm Leibniz.



Johann Bernoulli (1667 - 1748).



Daniel Bernoulli.



Jacob Bernoulli.

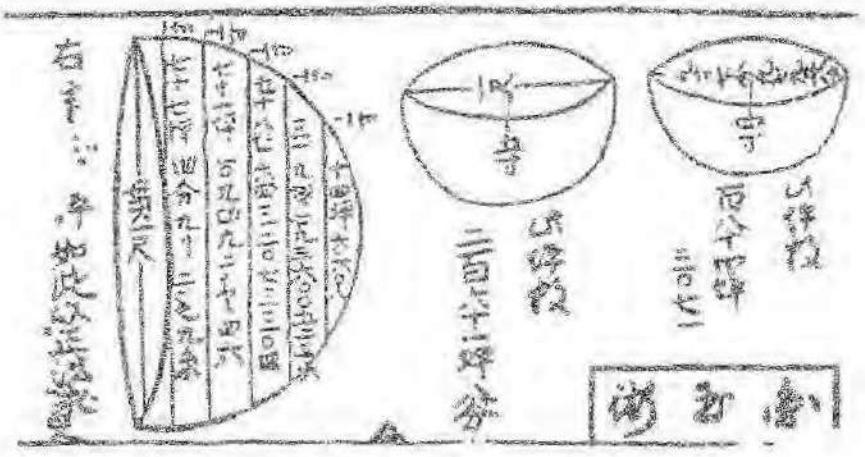
Sutra'da vardır. Zaten binom açılımı kök bulma çalışmaları nedeniyle doğmuştur. Kime ait olduğu kesin olarak belli değildir. Ancak, herkes belli bir aşamaya kadar getirmiştir. Açılımın en genel ve son şeklini de Norveçli matematikçi Abel yapmıştır.

Aritmetik ve geometrik dizi ve serileri Çin'de çok eskiden beri incelenen moda konulardı. Eski Mısırlılardan Ahmes'in papirüsünde değişik dizi ve seriler görülür. Aritmetik, geometrik ve harmonik seriler Yunan matematiğinde olduğu gibi Hint, Türk, Pers ve Arap matematiğinin de moda konuları arasındaydı. Dizi ve seri konuları Çin matematiğinde ilk kez Chou Hei adlı kitapta görülür. Chiu Chang'ın üçüncü bölümü bu konulara ayrılmıştır. Han ve San Kuo dönemlerinde dizileri içeren tekstil problemleri düzenlenmiştir. Ayrıca, bu dizilerle kadın giyecekleriyle ilgili problemler de vardır. Aritmetik ve geometrik dizi ve serilerin genel terimleri ve toplam formülleri, diğer uluslarda olduğu gibi Çin'deki kaynaklarda da vardır.

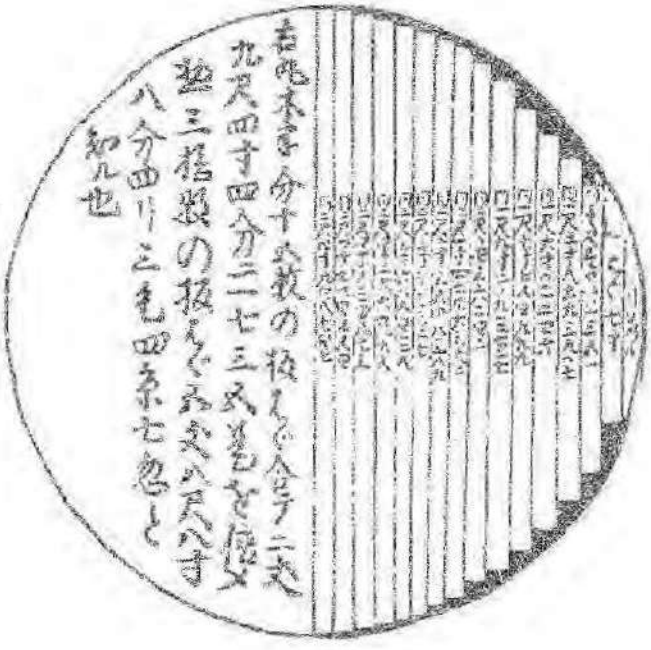
Permütasyon ve kombinasyon hesaplarının Çin'de kullanılması oldukça eskidir. Bu konuda en bilimsel çalışmaları Shen Kua ve I Hsing vermiştir.

Sonsuz küçükler hesabı konusu ilk kez İ. Ö. beşinci yüzyılda Antiphon tarafından bulunmuştur. Zenon da bu konuda ilk hesap yapanlardan biridir. Bu konuyu en iyi ve bilimsel olarak Archimedes (İ. Ö. 287 - 212) incelemiştir. Modern olarak tanıtılması

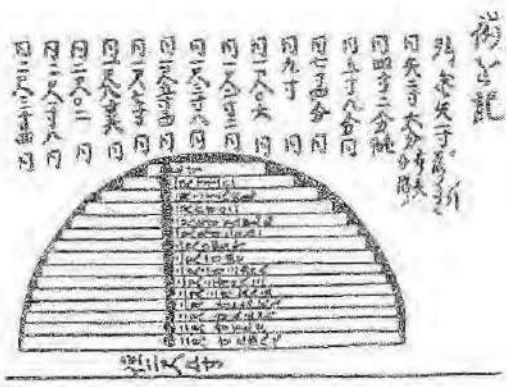
da on yedinci yüzyılda Kepler, Cavalieri, Newton ve Leibniz tarafından yapılmıştır. Avrupa'ya yayılması ve Avrupa'da öğretilmesi de Bernoulli ailesi tarafından gerçekleştirilmiştir. Sonsuz küçükler hesabının meyvesi integral olmuştur. Bu meyveyi, Newton ve Leibniz aynı dönemlerde birbirlerinden habersiz olarak yaparak yiyeceklerdir.

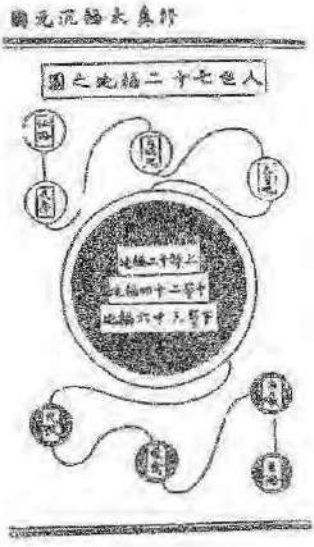


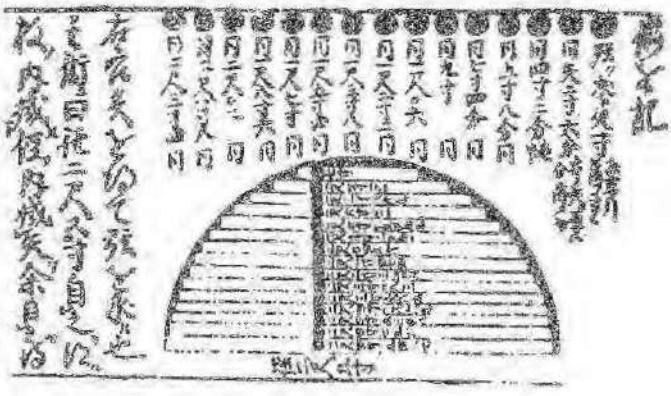
Kürenin hacminin hesabı.



Japonya'da integral.







Japonlarda integral.

Binom katsayıları

n	${}_nC_0$	${}_nC_1$	${}_nC_2$	${}_nC_3$
1	1	1		
2	1	2	1	
3	1	3	3	1

olmak üzere

$$(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$
$$(x + a)^n = x^n + {}_nC_1x^{n-1}a + {}_nC_2x^{n-2}a^2 + \ldots + {}_nC_na^n$$

olarak yazılır.

Sonsuz küçükler hesabı üzerinde Çin'de ve Japonya'da dinamik bir çalışma yoktur. Ancak Cizvitlerin Çin'e gelmesinden sonra bu konu Çin'de tanınmıştır. Bir bölgeyi küçük şeylerle doldurma düşüncesi Shen Kua'nın yapıtlarında vardır. Cavalieri, Shen Kua'dan tam 600 yıl sonradır. Örneğin, bir kabı küçük kum taneciklerivle doldurulması düşüncesi Shen Kua'ya aittir. Pi sayısının hesabında, çemberin içine ve dışına düzgün altıgenler çizerek çemberin uzunluğuna yaklaşılması Liu Hui'ye aittir. Benzer düşünceyi Shen Kua da kullanmıştır. Hui Shih de, İ. Ö. 400 yıllarında hacimleri küçük atomsal noktalarla doldurulmuştur diyordu. Piramidi, Chou Shu Hsüeh 1558 yıllarında yazdığı kitapta küçük taneciklerle doldurarak hacmini hesaplıyordu. Sonsuz küçükler hesabı üzerinde Japonya'da Seki Kowa'nın (1642 - 1708) çalışmaları vardır.

Çinliler, sayıları dile getirmek için, genellikle dokuz birime ve on sayısının 10, 100, 1000 ve 10 000 gibi ilk dört kuvvetine bağlanmış on üç temel işaret kullanırlar. Günümüzde en yaygın olarak kullanılan sayı işaretleri

1	一	10	十
2	二		
3	三	100	百
4	四		
5	五	1 000	千
6	六		
7	七	10 000	萬
8	八		
9	九		

biçimindedir. (5).

Bu yazılı işaretleme, Sami dünyasının onlar, yüzler, binler ve on binler çarpma ilkesine göre dile getirilir. Çinliler ayrıca, bütün ara sayılar için hem toplama hem çıkarma yoluyla işlem yaparlardı. Örneğin, 79 564 sayısını

七 萬 九 千 五 百 六 十 四

$7 \times 10\,000 + 9 \times 1\,000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 4$

79 564

biçiminde ayrıştırarak yazarlardı.

ONLAR		YÜZLER		BİNLER		ONBİNLER	
10	一 十 1 × 10	100	一 百 1 × 100	1 000	一 千 1 × 1 000	10 000	一 萬 1 × 10 000
20	二 十 2 × 10	200	二 百 2 × 100	2 000	二 千 2 × 1 000	20 000	二 萬 2 × 10 000
30	三 十 3 × 10	300	三 百 3 × 100	3 000	三 千 3 × 1 000	30 000	三 萬 3 × 10 000
40	四 十 4 × 10	400	四 百 4 × 100	4 000	四 千 4 × 1 000	40 000	四 萬 4 × 10 000
50	五 十 5 × 10	500	五 百 5 × 100	5 000	五 千 5 × 1 000	50 000	五 萬 5 × 10 000
60	六 十 6 × 10	600	六 百 6 × 100	6 000	六 千 6 × 1 000	60 000	六 萬 6 × 10 000
70	七 十 7 × 10	700	七 百 7 × 100	7 000	七 千 7 × 1 000	70 000	七 萬 7 × 10 000
80	八 十 8 × 10	800	八 百 8 × 100	8 000	八 千 8 × 1 000	80 000	八 萬 8 × 10 000

10'un ilk dört kuvvetinden her birinin ardışık katlarının günümüz Çincesindeki gösterimi.

yi	er	san	si	wü	liü	qi	ba	jtü	shi
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11'den 19"a kadarki sayılar için, toplama yoluyla iş görür:

11 shi yi	"on-bir"	= 10 + 1
12 shi er	"on-iki"	= 10 + 2
13 shi san	"on-üç"	= 10 + 3
14 shi si	"on-dört"	= 10 + 4
.....		

Buna karşılık 10'lar için çarpma ilkesini izler:

20	er shi	"iki-on"	= 2 x 10
30	san shi	"üç-on"	= 3 X 10
40	si shi	"dört-on"	= 4 x 10
50	wü shi	"beş-on"	= 5 x 10
60	Uji shi	"altı-on"	= 6 x 10
....	.....	.....	.....

Yüz (=10^2), bin (=10^3) ve on bin (= 10^4) için, sırasıyla bdi, qian ve wan sözüklerini, bunların çeşitli katları için de çarpma ilkesini kullanır.

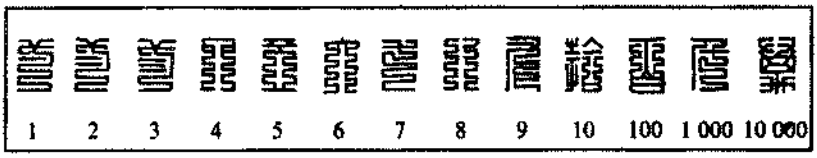
100	yi bdi	"bir-yüz"	
200	er bdi	"iki-yüz"	= 2 x 100
300	san bdi	"üç-yüz"	= 3 x 100
400	ji bdi	"dört-yüz"	= 4 x 100
.....	.....	.....	.....
1000	yi qian	"bir-bin"	
2000	er qian	"iki-bin"	2 x 1000
3000	san qian	"üç-bin"	3 x 1000
4000	si qian	"dört-bin"	4 X 1000
.....	.....	.....	.....
10000	yi wan	"bir-on bin"	
20000	er wan	"iki-on bin"	2 x 10 000
30000	san wan	"üç-on bin"	3 X 10 000
40000	si wan	"dört-on bin"	4 x 10 000
.....	.....	.....	.....

SAYISAL İFADELER

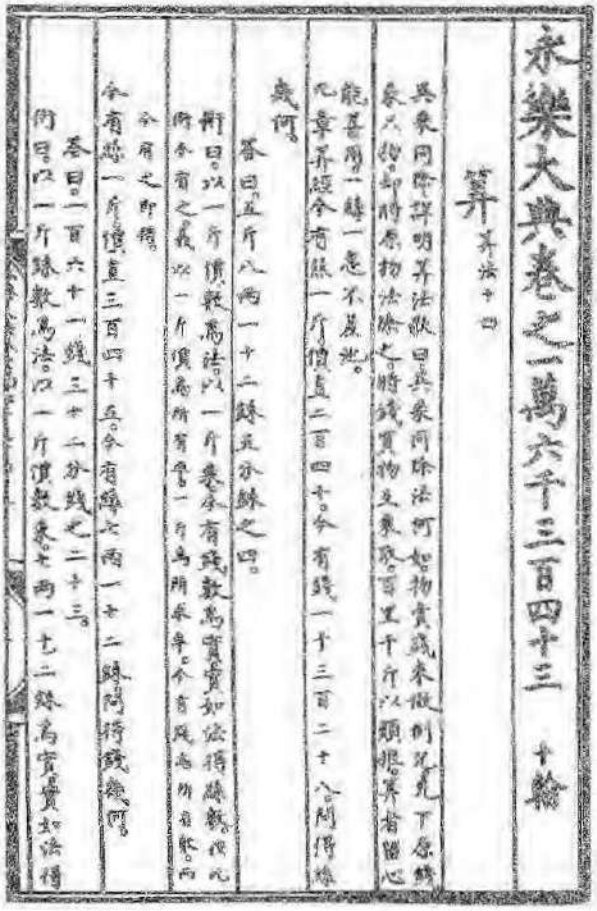
Süt. VIII	Süt. VII	Süt. IV	Süt. I
1 × 100 + 6 × 10 + 1 = 161	3 × 100 + 4 × 10 + 5 = 345	2 × 100 + 4 × 10 = 240	1 × 10 000 + 6 × 1 000 + 3 × 100 + 4 × 10 + 3 = 16 343
3 × 10 + 2 = 32	1 × 10 + 2 = 12	1 × 1 000 + 3 × 100 + 2 × 10 + 8 = 1 328	

* Genel olarak Çin karakterleri gibi, bu rakamlar da, geleneksel biçimde, yukarıdan aşağıya ve sağdan sola doğru dikey sıralanıyordu; Çin Halk Cumhuriyeti'nde halen soldan sağa doğru yatay kullanım yeğlenmektedir.

Bu tablo, Çin sayı harfleriyle yazılmış ara sayıların nasıl yazıldığını göstermektedir.



Çin sayılamasının onüç temel karekterinin çizgileriyle ilgili kendine özgü kaligrafiden bir örnek: Shan fang da zhuan denen, imza ve mühürlerde hala kullanılan rakamlar.



XV. yüzyıl başlarına ait Çince bir matematik belgesinden bir sayfa.

Çinliler de sayıları sözlü ve bu sözlere karşılık gelen kendi işareileriyle gösterirler. Örneğin, 53 781, 504, 1058 ya da 2003 sayılarını sırasıyla sözlü ve yazılı olarak

53 781	wǔ wan	san qian	qi bai	jiǔ shi		yi
	("beş-on bin	üç-bin	yedi-yüz	sekiz-on		bir")
	(= 5 x 10 000	+ 3 x 1000	+ 7 x 100	+ 8 x 10	+	1)

biçimindedir. Demek ki Çin sayı şekilleri ilgili sayıların yalın bir biçimde harfle gösteriminden oluşuyor. (5).

Son olarak şunu belirtelim. Böyle bir sayılama dizgesinde sıfır hiç gerekli değildir. Örneğin, 504, 1058 ya da 2003 sayıları için şunları yazmak ya da söylemek yeter. (5). Bunlar,

五 百 四
wǔ bǎi sì (= 5 × 100 + 4)

一 千 五 十 八
yī qiān wǔ shí bā (= 1 × 1 000 + 5 × 10 + 8)

二 千 三
èr qiān sān (= 2 × 1 000 + 3)

biçimlerinde gösteriliyordu. Bu yazmalarda herhangi bir yorum veya yazış yanlışlığına düşmemek için, 10 sayısının bir ya da birkaç kuvvetinin eksik olduğunu her durumda zorunlu olarak ling sözcüğünün, yani sıfırın bu boşlukta bulunmasını isterlerdi. Bu söylediğimizi,

304 五 百 〇 四 wǔ bǎi líng sì
5 100 0 4 ("beş yüz sıfır dört")

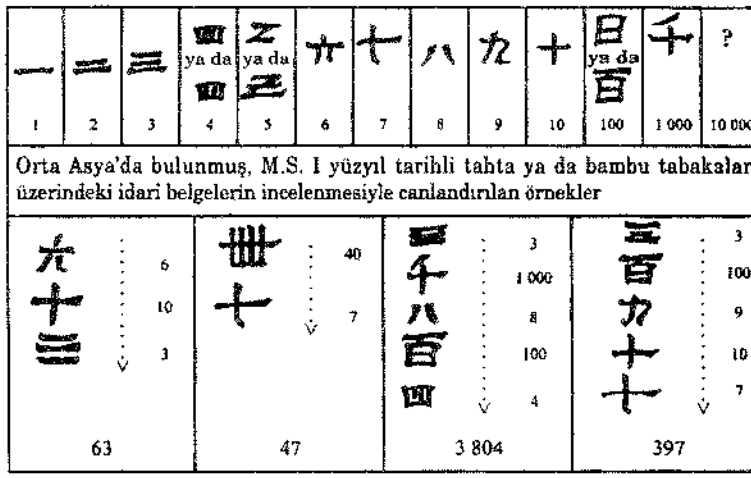
1 058 一 千 〇 五 十 八 yī qiān líng wǔ shí bā
1 1 000 0 5 10 8 ("bir bin sıfır beş on sekiz")

2 003 二 千 〇 三 èr qiān líng sān
2 1 000 0 3 ("iki bin sıfır üç")

listesinde kolayca görebiliriz. Ama bu yazım şekli Çin sayılamasının tarihinde geç ortaya çıkmış bir kullanımıdır. Bu sayılamanın on üç karekterinden her biri için bugün çok farklı işaretler vardır. Bunlar gerçekte hep aynı biçimde okunur. Klasik denen bu biçim bugün en yaygın olarak kullanılanıdır. Aynı zamanda en yalın olanıdır. Hatta Çin yazısının anahtar listesinde bulunur. (5).



Çin yazısının temel çizgileri ve karakterleri bunlardır.



Modern Çin sayısal gösterimlerinin ilki bunlardır. İ. Ö. 206 ile İ. S. 220 yılları arasında arasında eskiden Han çağında kullanılmış olan Lishu sayılama yöntemidir. Bu tablodaki yönetim belgeleri İ. S. 1. yüzyılın memurlarınca kaleme alınmıştır.

Çin rakamlarının ikinci biçimi resmi rakamlar adıyla bilinir. Bunlar sözleşmelerde, alım satım yazılarında, banka çeklerinde, faturalarda ve diğer resmi belgelerde kullanılır. Bu yazım şekli klasik biçimden daha karışıktır. Mali işlemlerde yanılmayı ya da hileli değişiklikleri önlemek için bu karmaşa özellikle yapılmıştır. Klasik ve guanzi denen bu resmi rakamların listesi

13 684

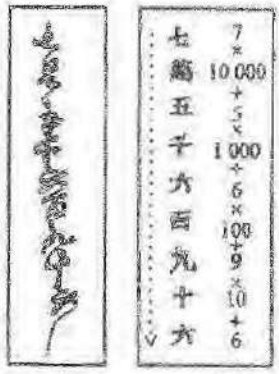
Klasik gösterim	一 萬 三千 六百 八十 四
Guānzi gösterimi	壹 萬 參仟 陸佰 捌拾 肆
	yī wàn sān qiān liù bǎi bā shí sì
	1 × 10 000 + 3 × 1 000 + 6 × 100 + 8 × 10 + 4

biçimindedir. (5).

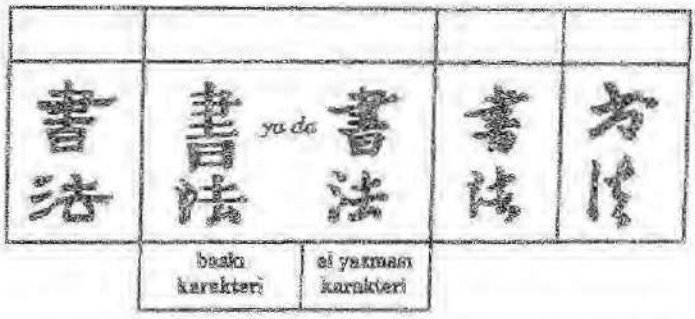
Çinlilerin üçüncü bir el yazısı biçimi daha vardır. Bu biçim daha çok halk tarafından yaygın olarak kullanılanıdır. Bu da xingshu usulü gösterimine girer. Bu

Klasik gösterim	四 萬 九 千 二 百 六 十 五
Xingshū gösterimi	
	sì wàn jiǔ qiān èr bǎi liù shí wǔ
	4 × 10 000 + 9 × 1 000 + 2 × 100 + 6 × 10 + 5

tablosunda olduğu gibidir. Sanatçıların kaligrafların kullandığı biçim de



türdedir. Bunlar resimde ve şekillerde kullanılır.



Bu tablo modern Çin yazısının lishu denen memur yazısı, kaishu ve xingshu denen yazı yazıları arasındaki farkları göstermektedir.

Çinlilerin en eski rakamları, geçen yüzyılda Xiao dun da yapılan kazılarda bulunmuştur. Bunlar, kemik ve boynuz taraklar üzerine çizilmiş yazılar ve rakamlardan oluşur. Bu belgeler İ. Ö. 14. ve 11. yüzyıllara aittir. Yazılar daha çok resim-yazı türündedir. Çok evrim geçirdiği düşünülmektedir. Arkaik Çin yazısının bu işaretleri

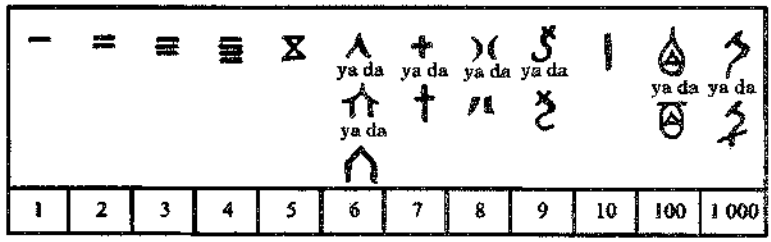


biçimindedir. Bu yazılarla bağlanan sayılar soyut gösterim yoluna daha eskiden girmiş olduğu düşüncesini verir. Bu dönemin rakamları arkaik Çin sayılamasının temel işaretleridir. Bunlar Yin döneminin (İ. Ö. 14. ile 11 yüzyıl) falcılık kemikleri ile boynuz kemiklerinde vardır. Bu rakamları Zhou döneminin (İ. Ö. 10. ve 6. yüzyıl) tunçları üzerinde

DEĞERLER	*guān zi* 1. biçim: Klasik biçimler	*guān zi* 2. biçim: Maliyecilerce kullanılan karmaşıklaştırılmış biçimler	*guān zi* 3. ve 4. biçimler: Klasik imlerin işlek biçimleri		*gàn mà zi* 5. biçim: Ticarette ve günlük hesapta kullanılan işlek biçimler	ÇEVRİYAZILAR
1	一	壹 ya da 弌	一	一	𝍠	*yī*
2	二	貳 ya da 弍	二 ya da 𝍡	二	𝍢	*èr*
3	三	叁 ya da 弎	三 ya da 𝍣	三	𝍤	*sān*
4	四	肆	四	四	𝍥	*sì*
5	五	伍	五	五	𝍦 ya da 𝍧	*wǔ*
6	六	陸	六	六	𝍨	*liù*
7	七	柒	七	七	𝍩	*qī*
8	八	捌	八	八	𝍪	*bā*
9	九	玖 ya da 𠂤	九	九	𝍫	*jiǔ*
10	十	拾 ya da 什	十 ya da 𝍬	十	𝍭	*shí*
100	百	佰	百	百	𝍮 ya da 𝍯	*bǎi*
1 000	千	仟	千	千	𝍰	*qiān*
10 000	萬	萬	万	万	𝍱	*wàn*
	Kāishū kuralı üslûbu		*Xíngshū* üslûbu	*Cǎoshū* üslûbu		

Bunlar, bugün Çin sayılamasının temel on üç rakamlarıdır.

görürüz. Bunların biçimleri



olarak gösterilir. Yine Xiao dun'da bulunmuş, Yin döneminden kalma kablumbağa kabuğuna yazılmış falcı rakamları vardır. Bu rakamlar İ. Ö. 14. ile 11. yüzyıllara aittir. Bu sayıların yazılışlarına göre, Çin rakamlarının gösterim şekillerinin çoktan yoluna

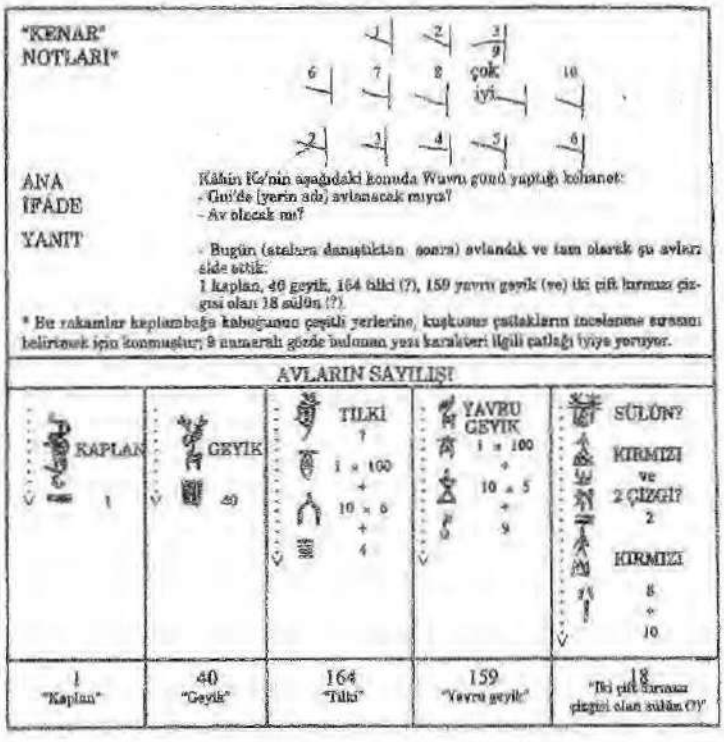
girmiş olduğunu gösterir. Kablumbağa kabuğunun alt kısmına yazılan yazıtın kopyası



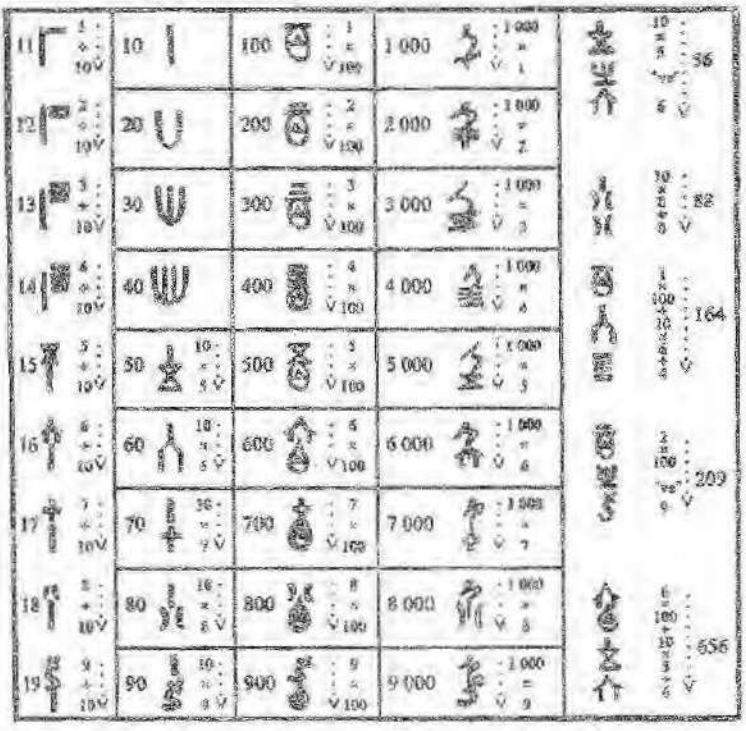
Xiao dun'da bulunmuş, Yin döneminden (İ. Ö. XIV. ile XI. yüzyıl) kalma bir kablumbağa kabuğunun alt kısmında bulunan bir kahinlik yazılının kopyası.

biçimindedir. Bu yazının çevirisi

ÇEVİRİ



olarak yazılmıştır. (5).



Arkaik Çin sayılamasının ilkesi bu tabloda olduğu gibidir. Yin hanedanı dönemine ait olan bu falcı işaretleri bilinen en eski Çin rakam ve sayılarıdır.

	10	20	30	40
Shang hanedanı döneminin (M.Ö. XIV. - XI. yüzyıl) kâhinlik yazıları				
Zhou döneminin (M.Ö. X. - VI. yüzyıl) tunçları				
Savaşan krallıklar döneminin (M.Ö. V. - III. yüzyıl) sonuna ait yazılar				
Kin hanedanı döneminin (M.Ö. 200'e doğru) yazıları				
Kitap sayfalarının numaralanmasında halen kullanılan imler				

Bu tablo, 10, 20, 30 ve 40 sayılarının değişik dönemlerde hangi şekillerde kullanıldığını göstermektedir.



Bu tablo, İ. Ö. 5. ile 3. yüzyılları arasına ait dönemde Çin rakamlarının savaş krallıklar döneminin çizgisel değişikliklerin nasıl oluştuğunu gösterir.

Çin'de eski Annam krallığının Çin rakamları ve Çince-Annamca dilinde sayı adları

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
nhất	*nhi*	*tam*	*tir*	*ngũ*	*lyc*	*thất*	*bát*	*ciru*	*thập*	*bách*	*thiên*	*vạn*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1 000	10 000

Çin rakamları ve Çince-Annamca sayı adları.

tablosundaki gibidir. Chu nom rakamları ve Annamca sayı adları günlük işlerde kullanılmıştır ve

沒	𠄼	巴	罕	𠀧	尭	𠔭	𠀤	𠄻	𠀧	𠀧	𠀧	𠀧
một	*hai*	*ba*	*bòn*	*năm*	*sáu*	*bảy*	*tám*	*chín*	*muời*	*trăm*	*nghìn*	*muôn*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1 000	10 000

biçimde yazılmıştır. Bunlara göre, bu rakamlar

	2	3	4	6	9	100	10 000
Çin rakamları	二	三	四	六	九	百	万
Chữnôm rakamları	𠀧	𠄩	罕	𤾓	𠬠	𩫖	閒

tablosunda daha iyi karşılaştırılabilir. 6498 sayısı

6498

𣍐	*sáu*	6
		×
𠄼	*nghìn*	1 000
		+
罕	*bốn*	4
		×
𩫖	*trăm*	100
		+
𠬠	*chín*	9
		×
迸	*mươi*	10
		+
執	*tám*	8

biçiminde yazılmıştır. (5).

Japonlar da Çin yazısını almışlar ve kullanmışlardır. Japonya'da kullanılan Çin kökenli rakamlar ve sayıların gösterimi oldukça eskidir. Gelenek ve göreneklerine çok bağlı olan Japonları kimse değiştirmeyi düşünemez ve onlar da bu düşünüşlerinden ayrılmazlar. Ama gelişen teknolojileri hemen alır ve onu ilerletirler. Bu nedenle Japonlara evrensel değişmezler deyimini yakıştırırlar. Hala batıl inançları olan Japonların bu kadar hızlı bir şekilde kalkınması ve uygarlıklarınının ilerlemesi incelemeye değer konulardan biridir.

	Kısaltılmış biçimler			Tam biçimler	
1	hi-	ya da	hito-	hitotsu[a]	hitori[b]
2	fu-	ya da	futa-	futatsu[a]	futari[b]
3	mi-			mitsu[a]	mitari[b]
4	yo-			yotsu[a]	yotari[b]
5	itsu-			itsutsu	
6	mu-			mutsu	
7	nana-			nanatsu	
8	ya-			yatsu	
9	kokono-			kokonotsu	

a. -tsu sonekiyle biten sayı adları yalnız nesnelere göndermede bulunur.
b. -tari sonekiyle biten sayı adları yalnız kişlere göndermede bulunur.

Saf Japoncada sayı adları.

Bu arada kişilerin gösterimi için yalnızca ilk dört sayı adının -tari soneki ile bittiğini belirtelim. Beşinci kişiden itibaren ad çekimi de, cinsi de bulunmayan temel biçimler kullanılır.

Öte yandan, sekiz sayısının adının aynı zamanda büyük sayı anlamına geldiğini ve bugün çokluk ifadesi olarak bu sözcüğü kullanan bir sürü Japonca deyim bulunduğunu dikkati çekecektir. Örneğin bizim parçalara ayırmak ya da bin parçaya bölmek diyeceğimiz yerde Japonlar şöyle der.

八つ裂き (tamı tamına: 8'e bölmek").

yatsuzaki

Her çeşit sebze ve meyveyi sattığı düşünülen bir turfanda satıcısı için de aynı sözcük kullanılır.

八百屋 (tamı tamına: 800 ürün [-ü olan satıcı]).

yaoya

Yine aynı şekilde, yüzölçümünün büyüklüğü çoktandır bilinen Tokyo kentine eskiden şöyle denirmiş. (5).

八百八区 (tamı tamına: 808 mahalle [-li kent]).

happyakuhakku

Buna karşılık ikinci Japon sayı dizgesi çok daha hatırı sayılır bir genişliktedir. Eksiksiz bir sayı adları dizisini barındırır. İşte listesi.

1	ichi	10	jü
2	ni	100	hyaku
3	san	1000	sen
4	shi	10 000	man
5	go		
6	roku		
7	shichi		
8	hachi		
9	ku		

Çince-Japonca sayı adları.

Dizge, 11'den 19'a kadar sayılar için yan yana koyup toplama kurallarıyla işler.

11	jū.ichi	on-bir	= 10 + 1
12	jū.ni	on-iki	= 10 + 2
13	jū.san	on-üç	= 10 + 3

Onlar, yüzler, binler... için çarpımlı birleştirme ilkesiyle işler.

20	ni.jū	iki-on	= 2 × 10
30	san.jū	üç-on	= 3 × 10
.....			
100	hyaku	yüz	= 10^2
200	ni.hyaku	iki-yüz	= 2 × 100
300	san.hyaku	üç-yüz	= 3 × 100
.....			
1000	sen	bin	= 10^3
2000	ni.sen	iki-bin	= 2 × 1000
3000	san.sen	üç-bin	= 3 × 1000
.....			
10 000	ichi.man	bir-on bin	= 10^4
20 000	ni. man	iki-on bin	= 2 × 10 000

五萬	三千	六百	八十	一
go.man	san.sen	roku.hyaku	hachi.jū	ichi
("beş-on bin,	üç-bin,	altı-yüz,	sekiz-on,	bir")
(= 5 × 10 000	+ 3 × 1 000	+ 6 × 100	+ 8 × 10	+ 1)

53 681

Çin kökenli olup da halen Japonya'da kullanılan sayılar ve bu sayıları gösteren işaretler

	ÇİN KÖKENLİ RAKAMLAR				OKUNUŞLAR		
	Yuvarlak biçimler	Işlak biçimler	Kaligrafik biçimler	Ticari biçimler	Sino-Japonca	Saf Japonca Eskimiş	Yeni
1	一	一	一	壹	ichi	hi, hito-	hitotsu
2	二	二	二	貳	ni	fu-, futa-	futatsu
3	三	三	三	參	san	mi-	mittsu
4	四	四	四	肆	shi	yo-	yattsu
5	五	五	五	伍	go	itsu-	itsutsu
6	六	六	六	陸	roku	mu-	muttsu
7	七	七	七	柒	shichi	nana-	nanatsu
8	八	八	八	捌	hachi	ya-	yattsu
9	九	九	九	玖	ku	kokono-	kokonotsu
10	十	十	十	十	jū	to	
100	百	百	百	百	hyaku		
1 000	千	千	千	千	sen		
10 000	萬	万	万	万	man		

Japonya'da bugün kullanılan sayı adları.

bu tabloda görülebilir. (5).

Çin'in on tabanına dayalı büyük sayıları yazması ve okuması

10 000 :	yī wàn (=	1 × 10 000)
100 000 :	shí wàn (=	10 × 10 000)
1 000 000 :	yī bǎi wàn (=	1 × 100 × 10 000)
10 000 000 :	yī qiān wàn (=	1 × 1 000 × 10 000)
100 000 000 :	yī wàn wàn (=	1 × 10 000 × 10 000)
1 000 000 000 :	shí wàn wàn (=	10 × 10 000 × 10 000)
10 000 000 000 :	yī bǎi wàn wàn (=	1 × 100 × 10 000 × 10 000)
100 000 000 000 :	yī qiān wàn wàn (=	1 × 1 000 × 10 000 × 10 000).

10^4	一萬 *yī wàn*	1×10^4	10^8	一萬萬 *yī wàn wàn*	$1 \times 10^4 \times 10^4$
10^5	十萬 *shí wàn*	10×10^4	10^9	十萬萬 *shí wàn wàn*	$10 \times 10^4 \times 10^4$
10^6	一百萬 *yī bǎi wàn*	$1 \times 10^2 \times 10^4$	10^{10}	一百萬萬 *yī bǎi wàn wàn*	$1 \times 10^2 \times 10^4 \times 10^4$
10^7	一千萬 *yī qiān wàn*	$1 \times 10^3 \times 10^4$	10^{11}	一千萬萬 *yī qiān wàn wàn*	$1 \times 10^3 \times 10^4 \times 10^4$

Şu sayıları söylemek için	Bir Japon hiçbir zaman şunları kullanmaz	Şu sözcükleri ya da deyimleri kullanır
4	shi	yo
7	shichi	nana
9	ku	kokono
14	jū.shi	jū.yon
17	jūshichi	jū.nana
40	shi.jū	yon.jū
42	shi.jū.ni	yon.jū.ni
47	shi.jū.shichi	yon.jū.nana
70	shichi.jū	nana.jū
400	shi.hyaku	yon.hyaku
4 000	shi.sen	yon.sen
7 000	shichi.sen	nana.sen

biçimindedir. Buna göre 487 390 629 sayısı

四 萬 八 千 七 百 三 十 九 萬 六 百 二 十 九

sì wàn bā qiān qī bǎi sān shí jiǔ wàn liù bǎi èr shí jiǔ

$(4 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 3 \times 10 + 9) \times 10^4 + 6 \times 10^2 + 2 \times 10 + 9)$

olarak yazılır. Bu sayının ayrışımı

$$(4 \times 10\,000 + 8 \times 1000 + 7 \times 100 + 3 \times 10 + 9) \times 10\,000 + 6 \times 100 + 2 \times 10 + 9$$

ya da 48 739 x 10 000 + 829 olarak yazılır. Yine bir milyon ve üç milyon sayıları

	ya da yaygın olarak:	
一兆 *yī zhào* 1×10^6		一百萬 *yī bǎi wàn* $1 \times 100 \times 10\,000$
三兆 *sān zhào* 3×10^6		三百萬 *sān bǎi wàn* $3 \times 100 \times 10\,000$

olarak yazılır. On sayısının daha büyük kuvvetleri aşağıda olduğu gibidir.

五 載 三 正 一 壤 七 垓 二 兆
wǔ zǎi sān zhèng yī rǎng qī gāi èr zhào

$5 \times 10^{14} + 3 \times 10^{13} + 1 \times 10^{12} + 7 \times 10^{8} + 2 \times 10^{6}$

Orta derecede, söz konusu on karakter yine 10^4'ten büyük değerler alır ve 10'un kuvvetlerine karşılık gelir. Ama bu değerler demirki gibi onar onar güçlenecek yerde, on biner on biner yükselir. Çünkü bu işlem,

yi, zhao, jing, . . ., zheng, zai

karakterlerine şu değerleri yükler.

$10^8, 10^{12}, 10^{16}, \ldots, 10^{40}, 10^{44}$.

Böylece, orta derecenin kullanıcıları, günlük kullanımdaki gibi işlem yaparak, ama bir sayının anlatımında, hiçbir zaman yan yana konmuş iki sayı karakteri bulunmaması ilkesine uyarak, 10^{48}'den küçük bütün sayıları güçlük çekmeden dile getirmeyi başarırlar. (5).

三 百 五 十 壤 七 千 三 百 兆 二 十 六 億
sān bǎi wǔ shí rǎng qī qiān sān bǎi zhào èr shí liù yì

$(3 \times 10^2 + 5 \times 10).10^{48} + (7 \times 10^3 + 3 \times 10^2).10^{12} + (2 \times 10 + 6).10^8$

3 500 000 000 000 007 300 002 600 000 000

三京五千三百一億二百七萬六千一百八十五兆三億一萬

sān jīng wǔ qiān sān bǎi yī yì èr bǎi qī wàn liù qiān yī bǎi bā shí wǔ zhào sān yì yī wàn

$3 \times 10^{32} + [(5 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 1) \cdot 10^4 + (2 \times 10^3 + 7) \cdot 10^4 + 6 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 8 \times 10 + 5] \cdot 10^8 + 3 \times 10^4 + 1 \times 10^4$

300 005 301 020 761 850 000 000 300 010 000

	Xià deng dizgesi ALT DERECE	*Zhōng deng dizgesi* *ORTA* DERECE	*Shàng deng dizgesi* ÜST DERECE
萬 *wàn*	10^4	10^4	10^4
億 *yi* [a]	10^5	10^8	10^8
兆 *zhào*	10^6	10^{12}	10^{16}
京 *jing*	10^7	10^{16}	10^{32}
垓 *gai*	10^8	10^{20}	10^{64}
秭 *bù* [b]	10^9	10^{24}	10^{128}
壤 *ràng*	10^{10}	10^{28}	10^{256}
溝 *gou* [c]	10^{11}	10^{32}	10^{512}
澗 *jiàn*	10^{12}	10^{36}	10^{1024}
正 *zheng*	10^{13}	10^{40}	10^{2048}
載 *zài*	10^{14}	10^{44}	10^{4096}

KURAMSAL DEĞERLER

a. Çizgesel değişke: 亿 b. Eşdeğer sözcük: 溝, cè c. Çizgesel değişke: 垵

Çinli bilginlerin büyük sayılara ilişkin gösterimi.

Ama bu denli yüksek niceliklerin kullanımı pek sık değildir. Çünkü matematik çalışmalarında, ticari işlerde ya da iktisadi ilişkilerde 10^{14}'ü aşan sayılara çok ender rastlanır. Daha yüksek sayılardan yalnız takvim çalışmalarında ve gökbilim incelemelerinde söz edilir. (5).

Bu alt başlığı, Çinli ve Japon bilginlerin on tabanının eksi kuvvetlerini dile getirmek için kullandıkları şu ilginç gösterimi belirterek bitirelim.

$10^{-1} = 1/10$, $10^{-2} = 1/100$, $10^{-3} = 1/1000$, $10^{-4} = 1/10\,000$...

Bu gösterimden 1627'de Japon matematikçi Yoshida Mitsuyoshi'nin yayımladığı aritmetik incelemesi Jinkoki'de söz ediliyor. (5).

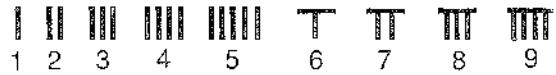
Çinli ve Japonlu bilginler onun eksili kuvvetlerini de yazmışlardır. Japon matematikçi Yoshida Mitsuyoshi'nin 1627 yılında yayınladığı kitapta vardır. Onun eksi kuvvetlerine ilişkin Sino-Japonca bilgin gösterimi



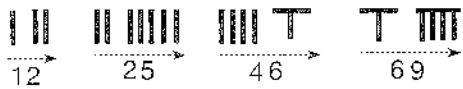
10'un eksi kuvvetlerine ilişkin Sino-Japonca bilgin gösterimi.

biçimindedir.

Çinli, Japon ve Koreli matematikçilerin eskiden yapılan çeşitli çalışmalarında bu sayıların ve gösterimlerinin başlangıcının oldukça eski olduğunu göstermektedir. Bu sayıların gösterimleri önce beşe kadar dikey çizgilerle



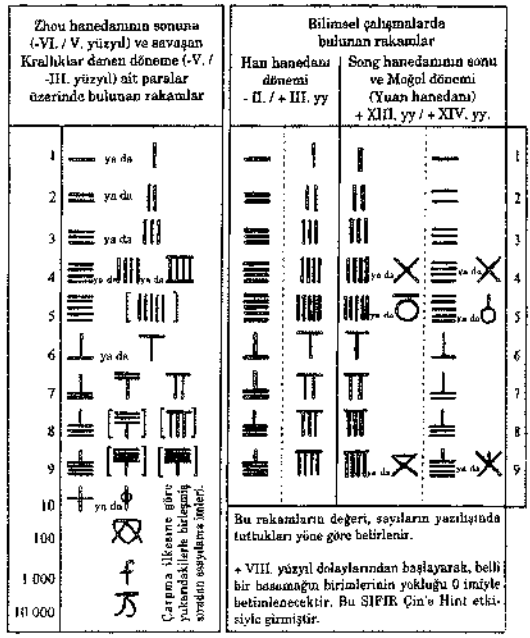
biçiminde gösterilmiş ve sayılar bu gösterimlere göre



olarak yazılmıştır. Daha sonra bu yazım şekli yatay çizgilere dönüşerek



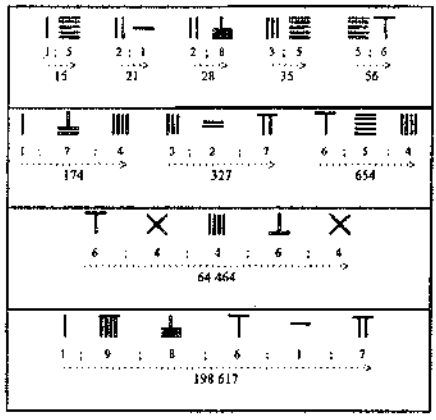
biçiminde kullanılmıştır. Çağlar boyunca Çin sayı çubukları



Çağlar boyunca Çin sayı çubukları.

olan tabloda olduğu gibi kullanılmıştır. Bu gelişme daha çok Han döneminde, İ. Ö. 2. yüzyıl ile İ. S. 3. yüzyıl arasında olmuştur. Çinli matematikçiler yüzyıllar boyunca sıfır rakamından ve bu sıfırın kullanılmasından habersiz yaşamışlardır. Bunu, ünlü matemakçi Mei Wen ding'in (1631 - 1721) bir bilmecesinden görebiliriz. (5).

Çinliler sayı çubuklarıyla hesaplamalar yapıyorlardı. Bu sayı çubuklarıyla yapılan ve yazılan sayıların tablosu



Çin sayı çubukları dizgesinde (suan zi) sayılarının yazılışına örnekler.

biçimindedir.

Çin sayılamasında eksik yerleri işaret edecek bir gösterim yoktu. Bu da bazı karışıklıklara yol açıyordu. İlk aşamada onun bir kuvvetinin eksik olduğu her yerde bir boşluk bırakıldı. Bu çözüm de Babillilerde olduğu gibi yetersiz kaldı ve yanlışlıklara neden oldu. Örneğin, 764, 7064, 70640 ve 76400 gibi sayılar



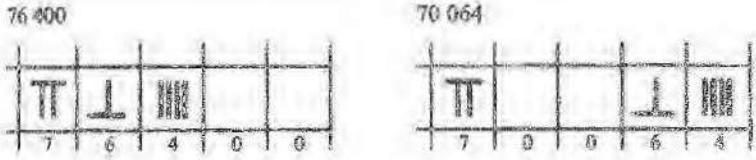
olarak yazılınca güçlük hemen ortaya çıkıyordu. Bunu daha sonra



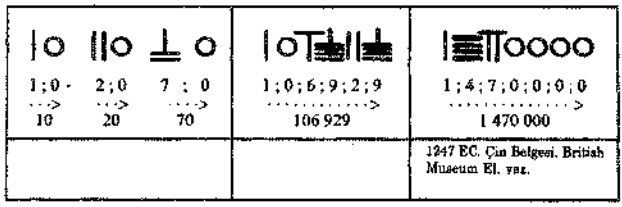
biçiminde yazarak önlemeye çalıştılar. Babilliler de buna benzer bir işaretle bir çözüm getirmişlerdi. Babillilerde olduğu gibi, Çinlilerin bu sıfır gösterimi hiçbir zaman Hintlilerin sıfırının yerine geçemeyecektir. Kimileri de geleneksel anlatıma başvurarak bu sayıları harflerle



olarak yazdılar. Bazıları da sayı çubuklarını kullanıp



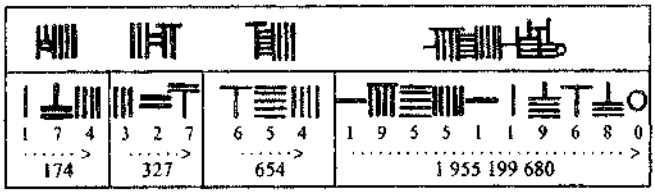
biçiminde yazarak boşluklara bir göz ayırmakla çözüm buldu. Çinli bilginler ancak İ. S. 7. yüzyıldan itibaren sıfırı kullanmayı Hint uygarlığı matematikçilerinden öğrendikten sonra bu sıfırı



1247 EC. Çin Belgesi. British Museum El. yaz.

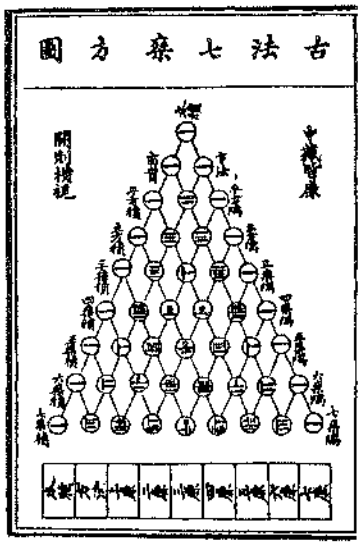
yerinde kullanmaya başladılar. Böylece, Çinlilerin tüm aritmetik ve cebir kuralları bundan sonra bizim bugünkü bilimsel matematik kullanımızın kurallarına oldukça yakın bir yetkinlik düzeyine ulaşmıştır. Bundan sonra Çinlilerin matematiğinin hızla geliştiğine tanık olmaktayız. (5).

Çince el yazmalarında ya da baskılarında, sayı çubuklarıyla dile getirilen sayılar genellikle yatay ve dikey çizgileri birbirine bağlayan bir özet biçiminde yazılmıştır. Buna ilişkin bir örnek



Çince el yazmalarında ya da baskılarında, sayı çubuklarıyla dile getirilen sayılar genellikle "monogram" biçiminde, yani yatay ve dikey çizgileri biribirine bağlayan bir özet biçiminde yazmıştır.

biçiminde verilebilir.

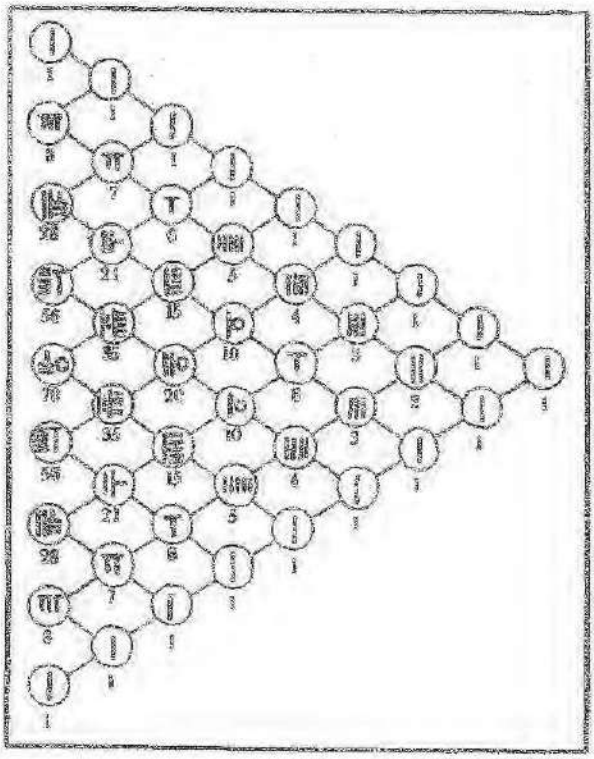


Bu tablo, Su Yuan Yu Zhian başlıklı, 1303 yılında Çinli matematikçi Zhu Shi Jie'nin yayımladığı yapıttan bir sayfayı göstermektedir.

m, sıfır dahil pozitif tamsayı olmak üzere, $(a + b)^m$ ikilisinin açılımının işlemleri çok eskidir. Burada katsayıları veren ünlü üçgeni Fransız matematikçisi Pascal'ın bulduğu söylenmişse de, Çinliler bu üçgeni ondan daha çok önceleri biliyorlardı. Bu ikili denen binom açılımı

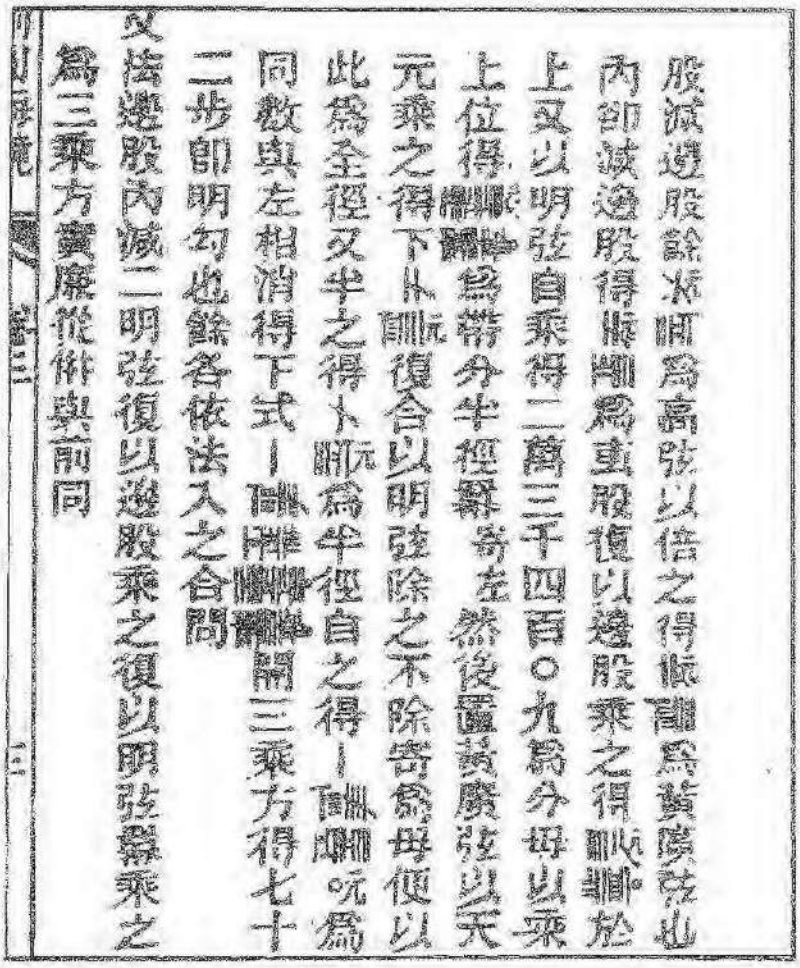
İKİTERİMLİLERİN AÇILIMI	"PASCAL ÜÇGENİ" DENEN ÜÇGEN
$(a+b)^0 = 1$	1
$(a+b)^1 = a+b$	1 1
$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$	1 2 1
$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	1 3 3 1
$(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$	1 4 6 4 1
$(a+b)^5 = a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$	1 5 10 10 5 1
$(a+b)^6 = a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$	1 6 15 20 15 6 1
.....	.....

olarak yazılır. Çinliler bunu sağdan sola doğru

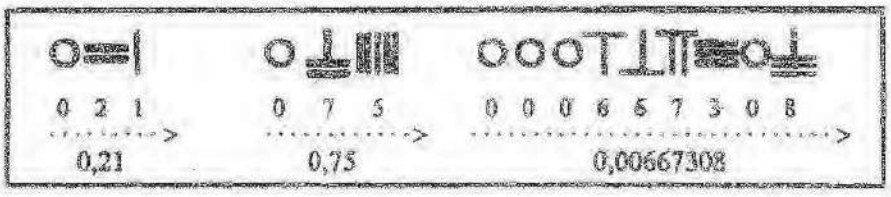


Çin Pascal üçgeni.

biçiminde göstermişlerdi.



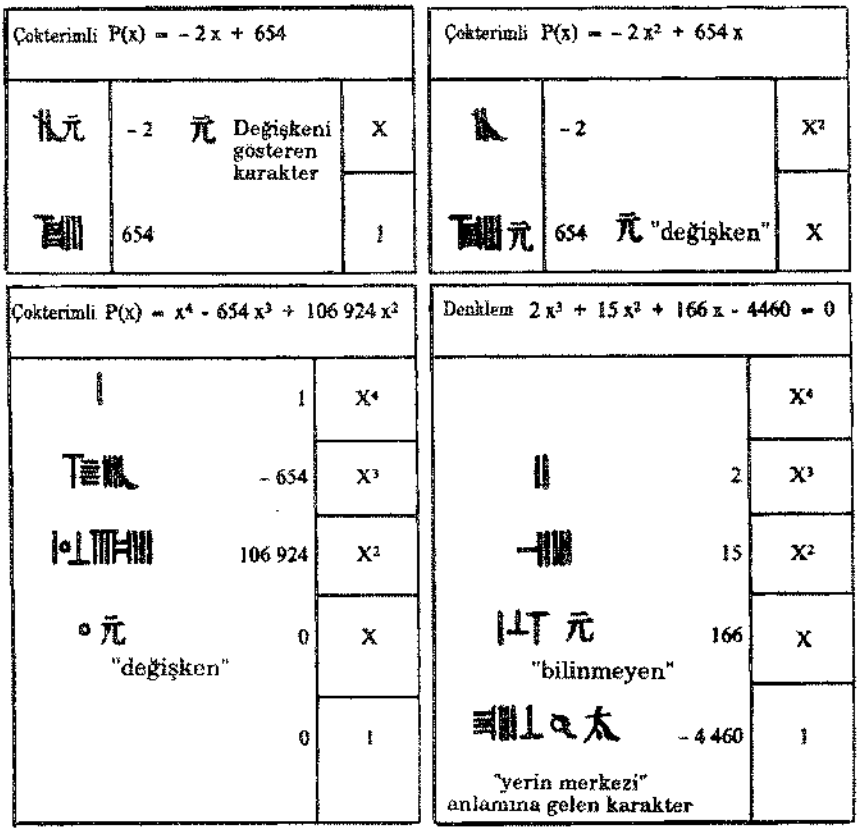
Matematikçi Li Ye'nin 1248'de yayımladığı Ce yuan hai jing adlı yapıtan.



Çinli matematikçilerin, konumlu gösterimlerini ondalık üleşkelere uygulayışı. Moğol dönemine ait bir yapıta göre yeniden canlandırılmış örnekler.

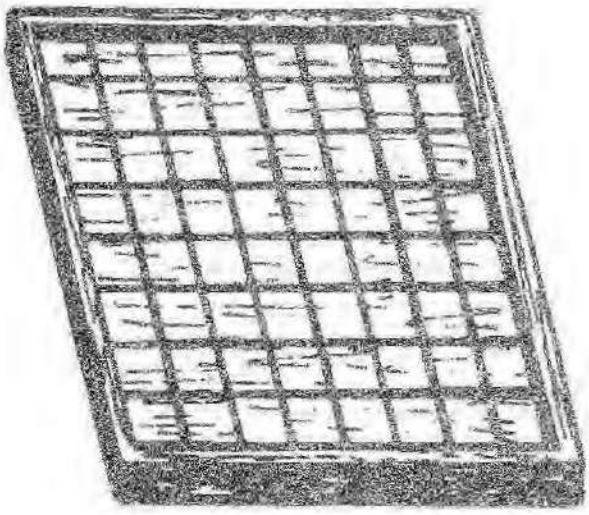
XIII. YÜZYILA AİT ÇİNCE BİR ÇALIŞMADAN ALINMIŞ ÖRNEKLER				XVIII. YÜZYILA AİT JAPONCA BİR YAPITTAN ALINMIŞ ÖRNEKLER
	654	1360	1536	152710100928
	‹ · · ›	‹ · · · · · ›	‹ · · · · · ›	‹ · · · · · · · · · · · · · · · · ›
- 2	- 654	- 1 360	- 1 536	- 152 710 100 928

Bilginlerin sayısal gösteriminin eksi sayılara uygulanışı: Çinli ve Japon matematikçiler, belli bir niceliğin eksi olduğunu belirtmek için, çoğu kez rakamlı betimlemenin sağındaki son şekli yatık bir çizgiyle işaretlemekte anlaşıyorlardı.



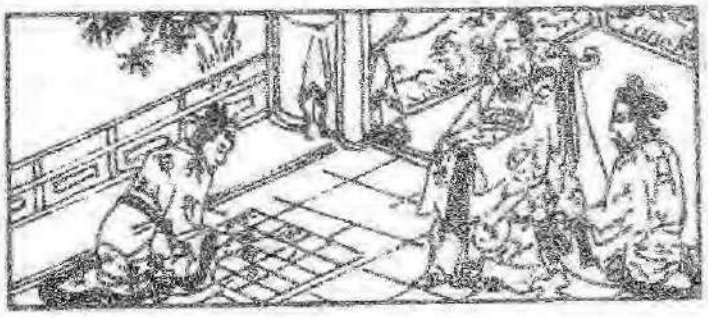
Li Ye'nin (1178 - 1265) çokterimlileri ve tek bilinmeyenli cebirsel denklemleri gösterişi.

Çinlilerin rakamları sayıların yazılmasında ve okunmasında kullanılmalarına karşın, Çinliler bunlarla hesaplar yapmıyorlardı. Aritmetik işlemleri yapmak için chou denen fildişi ya da çoğu kez bambu çubukları kullanıyorlardı. Bu çubuklarla yapılan işlemlere de çubuk aritmetiği ismini vermişlerdi. Dama tahtası biçimindeki gözlere yerleştirilen bu çubuklar onların aritmetik işlemlerini kolaylaştırıyordu. Çinlilerin sayısal dama tahtası

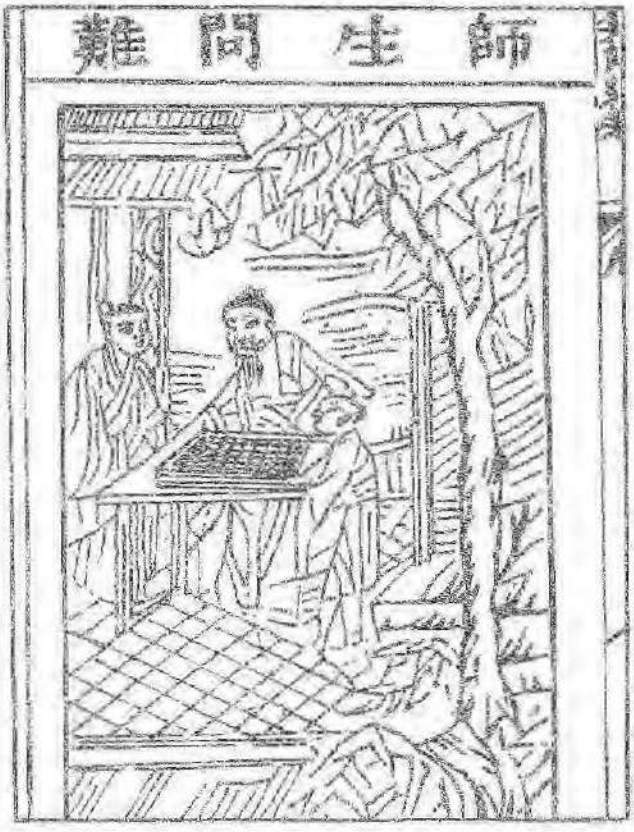


Çin sayısal tahtası örneği.

biçiminde 8 x 8 gözlüydü. İ. S. 9. yüzyılda İmparator Yang Sun'nun memur alımlarında bu tahtayı onların becerilerini ölçmek için kullandığı öyküsü vardır. Bu öykü Çin kaynaklarında değişik biçimlerde süslenerek de anlatılır.

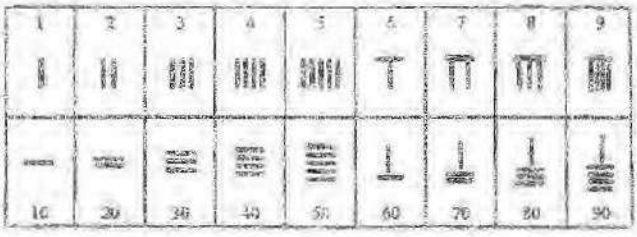


Bu resim, kamışlı sayısal bir dama tahtası üzerinde hesap yapan Çinli bir sayman göstermektedir. Bu resim, Miyake Kenriyu'un 1795 tarihli Japonca yapısından alınmıştır.



İki genç öğrenciye abaküs üzerinde kamışlarla hesap yapma sanatını öğreten Çinli bir usta ve matematik öğretmeni görülmektedir. Bu resim 1593 yılında Çin'de yayımlanmış olan Suan fa tong zong isimli yapıttan alınmıştır.

Çinlilerin bu abaküslerinde soldan sağa doğru birinci sütun birimlere, ikinci sütun onlara, üçüncü sütun yüzlere, ... şeklinde ayrılmıştı. Bir de, birler boyuna, onlar enine, yüzler dik, binler yatık olsun ... şeklinde ortak bir uyum sağlamışlardı. Buna göre, sayısal dama tahtası üzerinde kamışlar yardımıyla birimler ve onların gösterilişi



Çin rakamları ve sayıları.

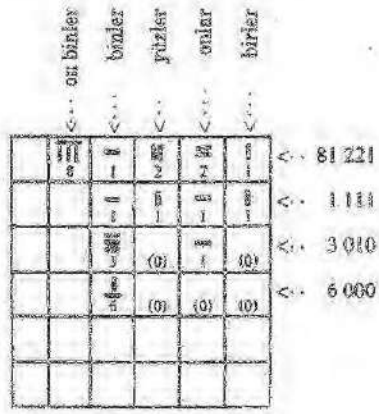
biçiminde gösteriliyordu. Yorum yanlışlıklarından kaçınmak için, kamışları sağdaki ilk sütundan başlamak üzere, sıra sayısı tek olan sütunlara dikey, sıra sayısı çift olan sütunlara yatay olarak koymayı bir ortak düşünce olarak kabul etmişlerdi. Ardışık iki sıralı birimlerin sayısal dama tahtası üzerinde, çubukların yönlerine göre birler, yüzler, on binler, ... dama tahtası üzerindeki sıra sayısı tek olan birimler için dikey konum ve onlar, binler, yüz binler, ... dama tahtası üzerindeki sıra sayısı çift olan birimler için yatay konum olarak seçilmişti. Buna göre bu konumlar,



Ardışık iki sıralı birimlerin, sayısal dama tahtası üzerinde, çubukların yönlerine göre belirlenişi:
- birler, yüzler, on binler... (dama tahtası üzerindeki sıra sayısı tek olan birimler) için dikey konum;
- onlar, binler, yüz binler... (dama tahtası üzerindeki sıra sayısı çift olan birimler) için yatay konum.

tablosu düzenindedir.

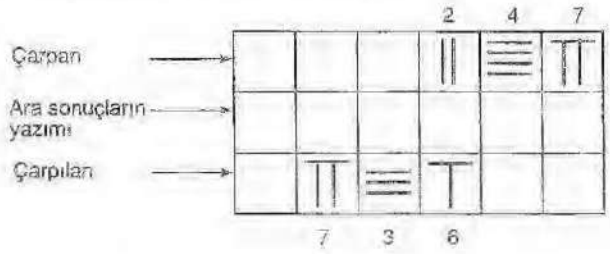
Bazı teksayılar dama tahtası üzerinde kamışlarla



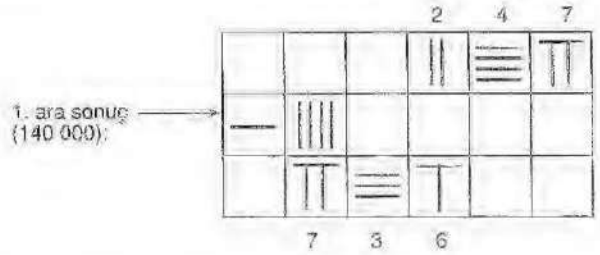
biçiminde gösteriliyordu.

Çinlilerin bu abaküsü ile çok eski çağlardan beri toplamalar, çıkarmalar, çarpmalar, bölmeler, kuvvet almalar, kare veya küpkök... gibi işlemleri yapabiliyorlardı. Toplama ve çıkarma işlemleri kolaydı. (5).

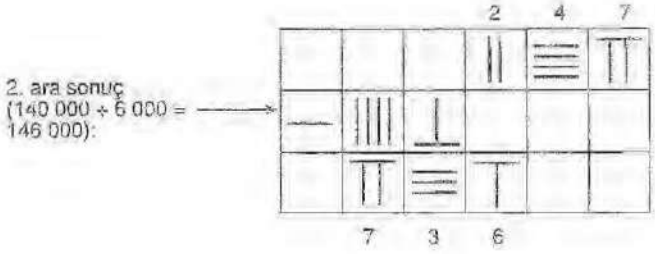
Şimdi fazla karmaşık olmayan çarpma işleminin nasıl yapıldığını gösterelim. Örneğin 736 x 247 çarpmasını yapalım. Önce bu sayılar



biçiminde yerleştirilir. Çarpanda üç birim basamağı olduğundan işlemler üç aşamada yapılacaktır. Birinci aşamada 736 sayısı 200 sayısı ile çarpılacak. Birinci aşamada zihinden kamışlarla

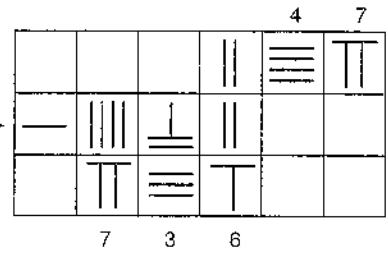


biçimindeki birinci ara sonuç bulunur. İkinci ara sonuç



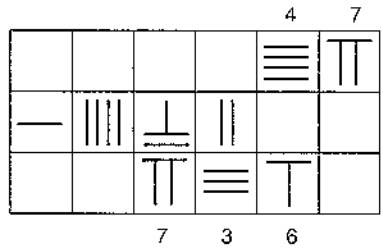
ve üçüncü ara sonuç

3. ara sonuç
(146 000 + 1 200 =
147 200):



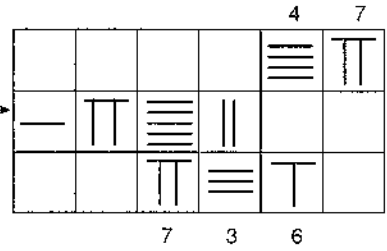
olarak yerleştirilir.

İkinci aşamada 736 sayısının 40 sayısı ile çarpılması yapılacaktır. Bu da



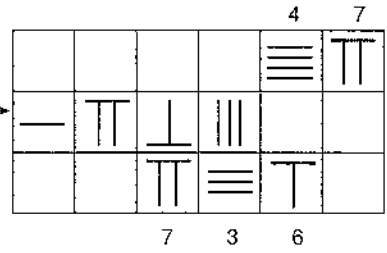
biçiminde yerleştiriliyor. Sonra dördüncü ara sonuç

4. ara sonuç
(147 200 + 28 000 =
175 200):



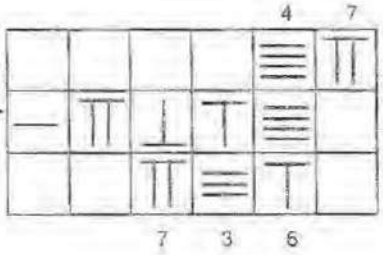
biçimde düzenleniyor. Beşinci ara sonuç

5. ara sonuç
(175 200 + 1 200 =
176 400):



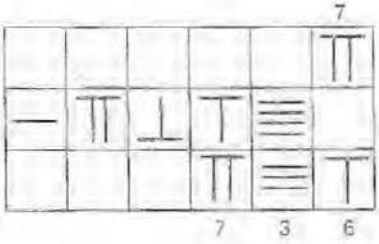
ve altıncı ara sonuç

6. ara sonuç
(176 400 ÷ 240 =
176 640):



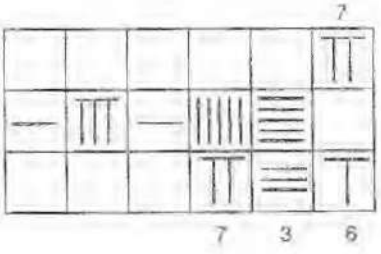
biçimini alıyor.

Üçüncü aşamada 637 sayısı ile 7 sayısı çarpılacaktır. Buna göre



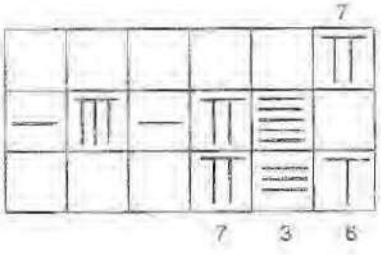
konumu gözönüne alınır. Yedinci ara sonuç

7. ara sonuç
(176 640 ÷ 4 900 =
181 540):

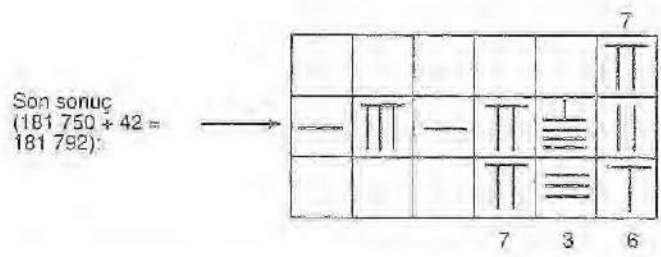


olur. Devam edilerek sekizinci ara sonuç

8. ara sonuç
(181 540 ÷ 210 =
181 750):



biçiminde düzenlenir. Son olarak



tablosu elde edilir ve çarpmanın sonucu 736 x 247 = 181 792 olarak bulunur.

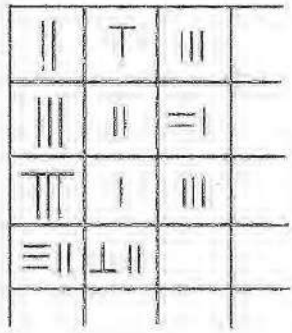
Çinliler, denklem sistemlerini de çözebiliyorlardı. Örneğin,

$$2x - 3y + 8z = 32$$
$$6x - 2y - z = 62$$
$$3x + 21y - 3z = 0$$

denklem sistemini hesap tahtasına

$$2x - 3y + 8z = 32$$
$$6x - 2y - z = 62$$
$$3x + 21y - 3z = 0$$

gibi bir dizge (kamışlarla ustaca oynayarak kolaylıkla çözülebilir) şöyle betimleniyordu.



x	2	6	3
y	−3	−2	21
z	8	−1	−3
	32	62	0

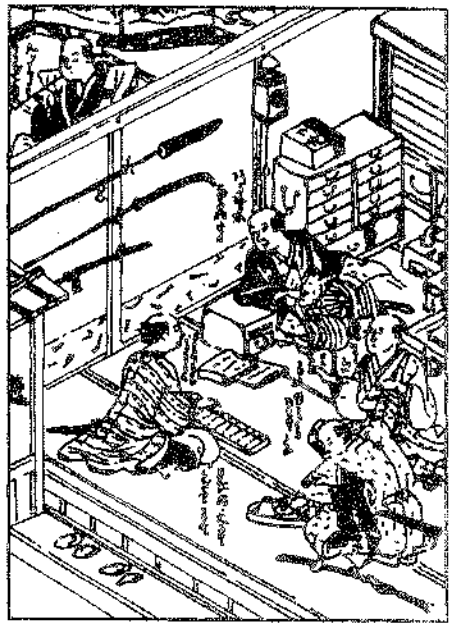
Üç bilinmeyenli bir denklem dizgesinin sayısal dama tahtası üzerinde kamışlarla betimlenişi (Han hanedanı dönemine ait bir matematik çalışmasından: İ. Ö. 206 – İ. S 220):
Soldan 1. sütun.
$2x - 3y + 8z = 32$
2. ve 3. sütunlar
$6x + 2y - z = 62$
$3x + 21y - 3z = 0$

biçiminde yerleştirerek belli kurallarla bilinmeyenleri bulabiliyorlardı. (5).

Çinliler ve Japonlar, hesap boncuklarını da kullanarak hesaplar yapabiliyorlardı.

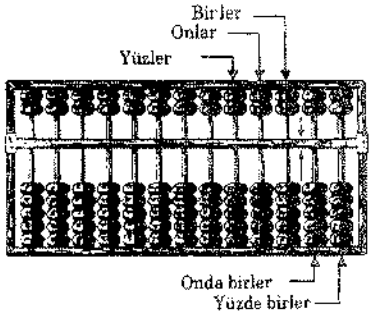


Abaküsle hesap.



Sorobonla işlem yapan bir Japon saymanı.

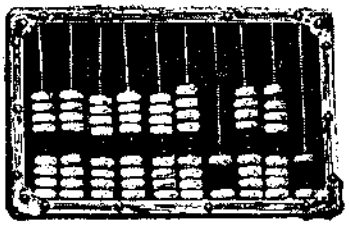
Çinlilerin suan pan dedikleri hesap boncuklarıyla hesap yapmaları da eskidir. Böyle bir boncuk hesap makinesi



biçimindedir. Yalnız, Rus sayı boncuğu Çinlilerin sayı boncuğundan biraz farklıdır. Çin sayı boncuğu genel olarak sağdan sola doğru basamak değerini alır.

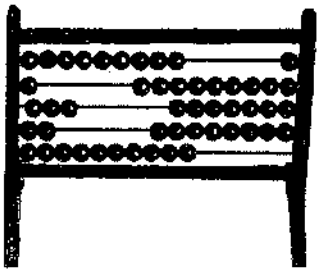
Bu aletlerde genellikle boncuklar şişlere geçirilir. Bu şişler genellikle sekiz ile on ikiye kadar çıkabilir. Kullanılma amacına göre, şişlerin sayısı on beşe yirmiye veya daha fazlaya çıkabilir. (5).

Rus sayı boncuğunda genellikle her şişte 4 beyaz, 2 siyah ve 4 beyaz boncuk bulunur. İran, Afganistan ve Türkiye'de kullanılanlar



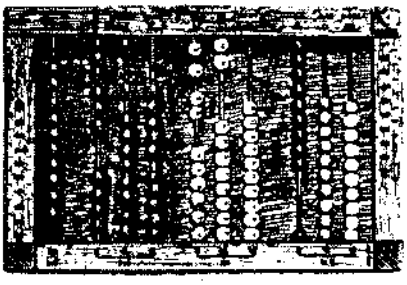
Rus sayı boncuğu (şoti). Her şişte genellikle 4 beyaz, 2 siyah, 4 beyaz boncuk taşıyan aletin aynısı, İran ile Afganistan'da (buralarda koreb adıyla bilinir), Ermenistan'da ve Türkiye'de (buralarda kulba adını taşır) hala kullanılmaktadır.

biçiminldedir. 19. yüzyıl Fransız sayı boncuğu taşra okullarında hesap yapmak için kullanılır ve



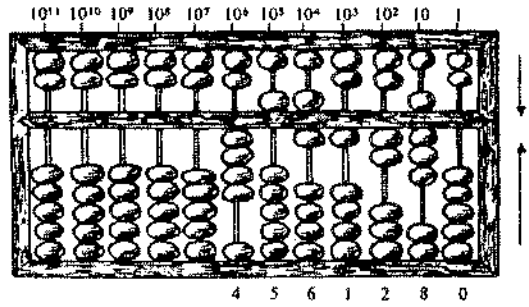
XIX. yüzyılın taşra okularında hesap yapmayı öğretmek için kullanılan Fransız sayı boncuğu.

yapıdadır. Fernand Nathan'ın ticarileştirdiği 20. yüzyıl sayı boncuğu da

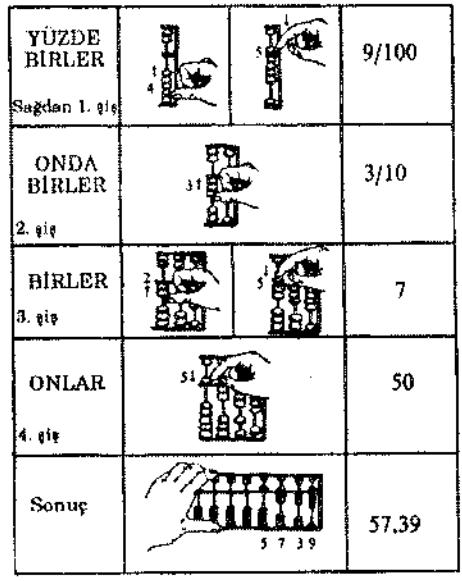


XX. yüzyıl başında eğitim gereksinimleriyle Fernand Nathan'ın ticarileştirdiği sayı boncuğu.

biçimindedir. Suan pan dediğimiz Çin abaküsünde 4561280 biçimindedir. Suan pan denilen Çin abaküsünde 4 561 280 sayısı



biçiminde gösterilir. 57,39 sayısı



tablosunda olduğu gibi yazılır.

Çin suan panı ile cebirsel işlemlerin yapılması olasıdır. Bunlar için yine uzun uzun işlemler geliştirilmiştir.

Zen rahipleri para miktarlarını dile getirmek için kullandıkları ilginç bir sayılama sistemi getirmişlerdir. Bu rahipler parayla ilgili herşeyin bayağı sayıldığını, böyle şeylerin sözlerinin edilemediğini belirtelim. Bu nedenle Zen rahipleri aslında sayı isimlerini dile getirmek için karakter oyunlarına dayalı ve kendilerine özgü işaretleri vardı. Bunlar

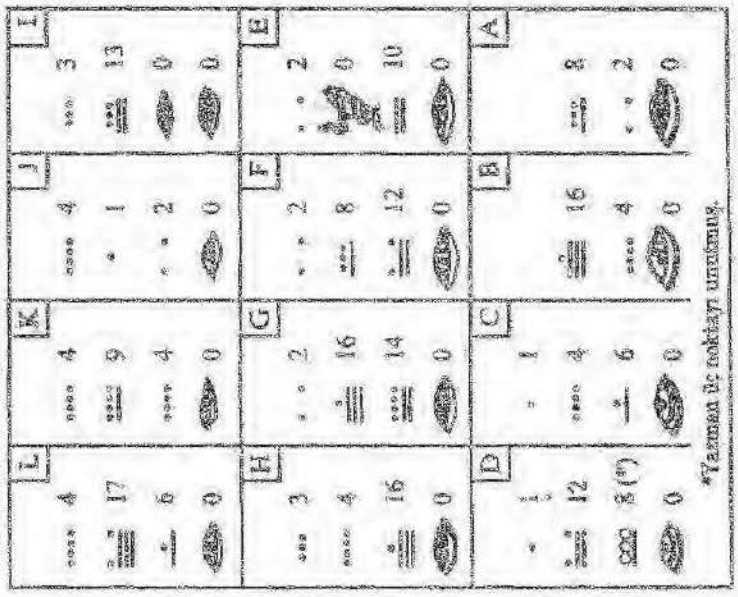
	ÇİN RAKAMLARI	BİRE BİR ANLAM	KARAKTER OYUNLARININ AÇIKLAMASI
1	大無人 *dai ni jin nashi*	"insansız büyüklük"	- 人→ 一 -siz 大 - 1
2	天無人 *ten ni jin nashi*	"insansız gök"	- 人→ 二 -siz 天 - 2
3	王無中 *ô ni chû nashi*	"orta'sız kral"	- 丨→ 三 -siz 王 - 3
4	罪無非 *zai ni hi nashi*	"insansız kusur"	- 非→ 四 -siz 罪 - 4
5	吾無口 *go ni kuchi nashi*	"ağızsız ben"	- 口→ 五 -siz 吾 - 5
6	交無人 *kô ni jin nashi*	"insansız değiştokuş"	- 人→ 六 -siz 交 - 6
7	切無刀 *setsu ni tô nashi*	"bıçaksız kesmek"	- 刀→ 七 -siz 切 - 7
8	分無刀 *bun ni tô nashi*	"bıçaksız pay etmek"	- 刀→ 八 -siz 分 - 8
9	丸無点 *gan ni chû nashi*	"virgülsüz yuvarlak"	- 丶→ 九 -siz 丸 - 9
10	針無金 *shin ni kin nashi*	"madensiz iğne"	- 金→ 十 -siz 針 - 10



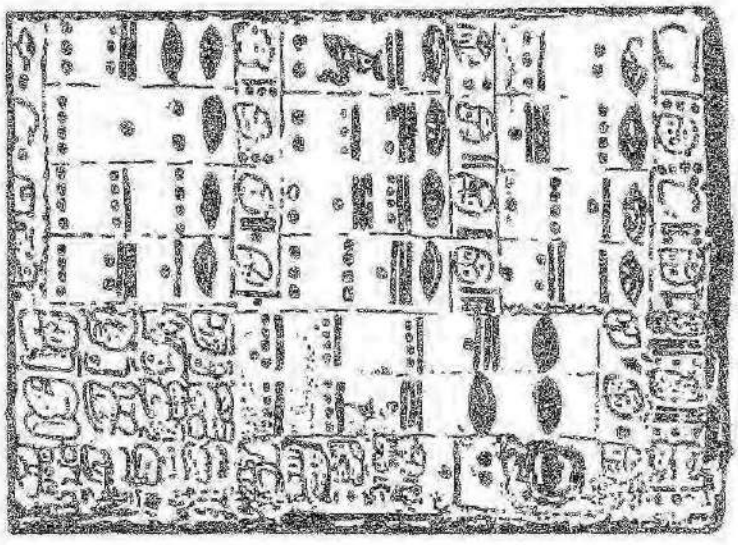
Bu yazıların bulunduğu eser 1593 yılında Çince Suan fa tong zong ismiyle basılmıştır. Burada suan pan ile ilgili açıklamalar vardır.

tablosunda gösterilmiştir.

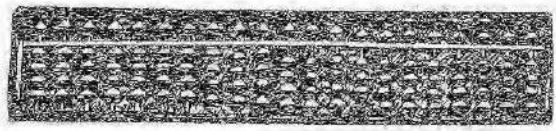
Son olarak, bazı ülkelerde olduğu gibi Osmanlı İmparatorluğunda harflerle gösterilen gizli şifreli rakamlar ve sayılar kullanılıyordu. Bunlar daha çok şifreli sayılardı. Amacı, savaşlarda ordusu ile ilgili bilgilerin düşman kuvvetleri eline geçmemesi içindi. Bunun dışında yine gizli amaçlarla kullandıkları oluyordu. (5).



Yukarıdaki belgenin sağ tarafında bulunan sayısal ifadelerin çeviriyazısı.

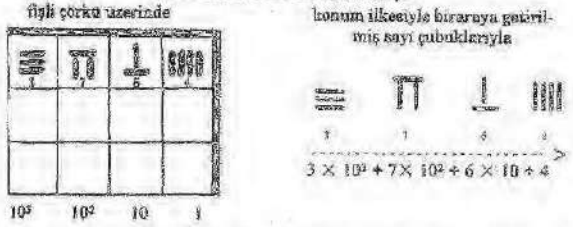


Dresden Kodeksi (s. 24, ayrıntı)



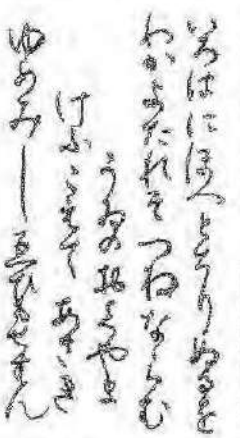
Savaştan sonraki Japon soroban'ı (üstte bir boncuk + altta dört boncuk).

3704 SAYISININ BETİMLENİŞİ



Çin sayı çubuklarının kökeni ya da eski bir şekilli hesap aletinin konumlu yazılı sayılamaya götürülüşü.

Kobo Daishi'ye (775 - 835) atfedilen şu Japonca dizelerle bitirelim.



ÇEVRİYAZI

I-ro-ha-ni-ho-he-to
Chi-ri-nu-ru-wo
Wa-ka-yo-ta-re-so
Tsu-ne-na-ra-mu
U-i-no-o-ku-ya-ma
Ke-fu-ko-e-te
A-sa-ki-yu-me-mi-shi
E-hi-mo-se-su-n'

ÇEVİRİ

Ne hoş renkli olmasa,
Ne yazık ki (çiçek) yok olur.
Bu dünyaya gelip de,
Kim kalabilir sonsuza dek?
Bugünün ötesine geçince,
Dünyanın sınırı görünür,
Dalgalanarak geçip giden düşler görmem artık,
Geçmem bir daha oyununa onların.

Çin sayı çubuklarının kökeni ya da eski bir şekilli hesap aletinin konumlu yazılı sayılamaya götürüşü.

Bu şiir, hiçbirini yinelemeden, Japon dilinin bütün seslerini içermektedir. Bundan ötürü bu dilin öğretiminde çok işe yarar.

Ama doğu kültürlerinde sayılar şiirle her zaman biraraya geldiğinden, aynı heceler, neredeyse değişmez olan bu sırayla, sonunda sayısal bir değer kazanmıştır. Bunun için Japonlar bu şiiri çoğu kez sayısal dizi olarak kullanırlar.

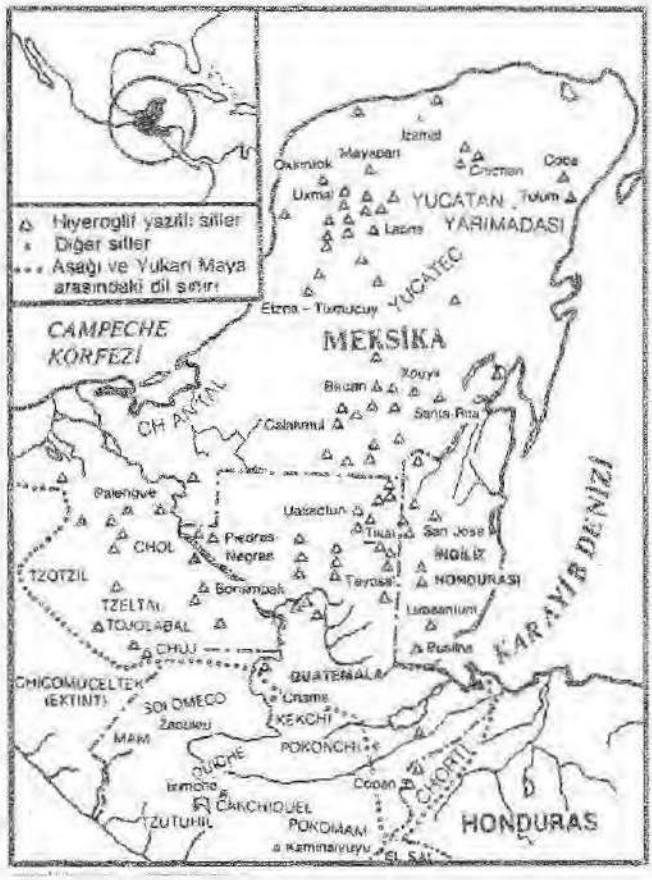
I - ro - ha - ni - ho - he - to - chi - ri . . .
1 2 3 4 5 6 7 8 9 . . .

KAYNAKLAR

1. **Boyer, C. B.**, A History of Mathematics, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1985.
2. **Cajori, F.**, A History of Mathematics, 2 nd ed., New York, Macmillan, 1919.
3. **Eves, H.** An Introduction to the History of Mathematics, 2 nd ed., New York, Holt, 1963.
4. **Ho, P. Y.**, Articals on Liu Hui, Chu Shih Cheh, Chin Chiu Shao, Li Chih and Yang Hui, Dictionary of Scientific Biography, New York 1964.
5. **Ifrah, G.**, Histoire Universelle Des Chiffres, Paris, 1994. Türkçesi Kurtuluş Dinçer.
6. **Kaye, G. R.**, Indian Mathematics, Isis 2(1914).
7. **Lam, L. Y.**, The Chinese Connection between the Pascal Triangle and Solution of Numerical Equations of Any degree, HM, Vol. 7(1980), 407-424.
8. **Lam, L. Y.**, A Critical Study of the Yang Hui Suan Fa, Singapore, J. Needham, HM, Vol. 6(1979), 466-468.
9. **Mikami., Y.**, The Development of Mathematics in Chine and Japan, New York, Chelsea, 1913.
10. **Needham, J.**, Science and Civilization in China, Cambridge University Press, 1959, Vol. III.
11. **Sarton, G.**, An Introduction to the History of Science, Baltimore, Carmegie Institution of Washington, 1927-1943, 3 Vols.
12. **Scott, J. F.**, A History of Mathematics, London, Taylor and Francis, 1958.
13. **Smith, D. E.**, Historiy of Mathematics, Boston, Ginn, 1923 - 1925, 2 Vols, New York, Dover Publication, 1958.
14. **Smith D. E.**, Unsettled Questions Concerning the Mathematics of China, Scientific Monthly, Vol 33(1931), 244-250.
15. **Struik, D. J.**, On Ancient Chinese Mathematics, The Mathematice Teacher, 56(1963), 424, 432.
16. **Wang, L. and Needham, J.**, Horner's Method in Chinese Mathematics, Toung Pao Leiden, Vol 43(1955), 345 - 401.
17. **Winter, H. J. J.**, Eastern Sciences, London, John Murray, 1952.
18. Ancient China'a Technology and Science, the Institute of the History of Natural Sciences, Chinese Academy of Sciences, 2 nd ed. 1987.

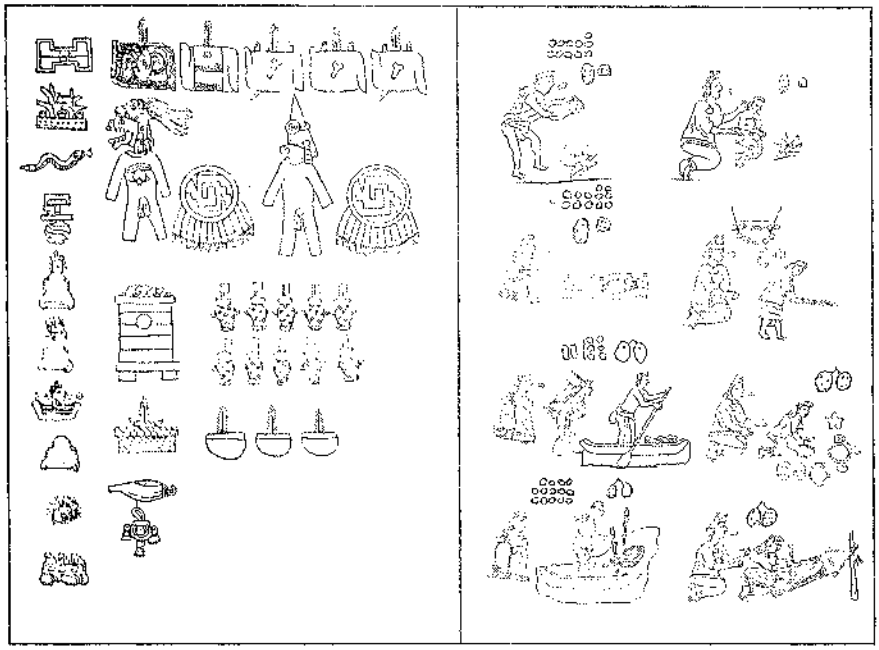
MAYALAR

Mayalar, Orta Amerika'nın Kolomb öncesinin en gelişmiş yerli Kızılderili halkıdır. Kaynakları aydınlatılamamış bulunan Mayalar, beş bin yıl kadar önce Guatemala yaylasına yerleşmişler, Meksika'nın güneyini ve Yucatan'ın aşağı bölgelerini işgal etmişler ve bu yörede, kıtanın en parlak uygarlığını yaratmışlardır. Meksika'da çeşitli kültürlere dahil değişik ırklar bulunmasına karşın, Maya halkının kendisine özgü bir kültür ve dili bulunmaktadır.



Eski Maya uygarlığı, bugünkü Guatemala, İngiliz Hondurası'nın tümünü, Batı Honduras, El Salvador ve Meksika'da Chiapas ve Tabasco'nun doğu kısımlarını, Campeche ve Yucatan devletleri ile Quintana Roo bölgesini kapsayan coğrafi alana yayılmıştır. Bu coğrafi alan, Avrupalıların kıtayı keşifleri sırasında Maya Quiche (Maya Kişe) dili konuşulan alanla hemen hemen birbirine yaklaşmaktadır. Kuzey Maya, Orta

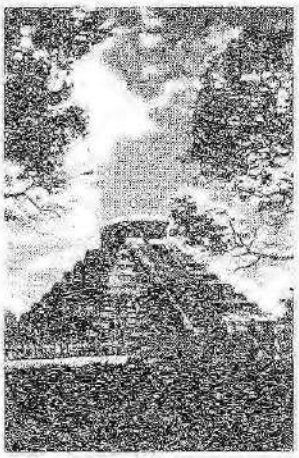
Maya ve Güney Maya diye üç ayrı bölgeye ayrılır ve incelenir. Mayalar, Meksika ve Orta Amerika'daki İspanyol istilasından önce, Batı Yarımküre'nin en büyük uygarlıklarından birini kurmuşlardır. Büyük taş binalarla piramit biçimli tapınaklar, altın ve bakır işleri ile bir bölümü çözülmüş olan Maya hiyerolif yazısı, tarıma dayanan bu uygarlığın ürünleri arasındadır.

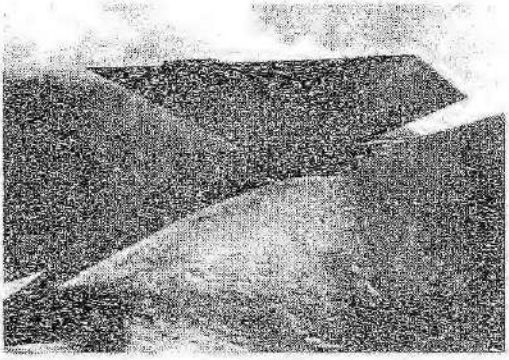


Maya Hiyerolif rakamlarının işaretleri.

Yakın zamana kadar Maya uygarlığının yeni olduğu ve üçüncü yüzyıldan geriye gitmediği sanılıyordu. Bundan önceki dönem de, Maya öncesi dönem diye adlandırılmıştır. Fakat sürdürülen arkeoloji çalışmaları, tropikal ormanın altında gömülü kalmış kentlerin ortaya çıkarılmasını sağlamıştır. Yapılan kazılarda son derece değerli bulgular elde edilmiş, böylece Mayaların matematik, gökbilim, mimarlık alanında çok bilgili oldukları ve büyük bir oranda sanat ürünü verdikleri ortaya çıkmıştır.

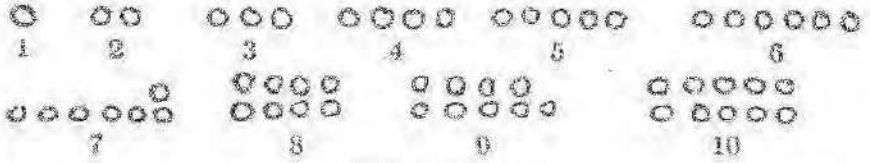
Mayalar daha İ. Ö. 1500 yıllarında köylerde ilkel tarım yöntemleriyle mısır, fasulye ve kabak yetiştiriyordu. İnşa ettikleri tören merkezleri, İ. S. 200 yıllarında, tapınakları, piramitleri, sarayları ve meydanları bulunan kentlere dönüşmüştü. Ayrıca bir hiyerolif yazı sistemi ile çok gelişmiş takvim ve astronomi sistemleri oluşturuldu. Taş ocakları da işleten Mayalar, çıkardıkları büyük çapta yapı taşını, volkan camı gibi daha sert kayaçları kesmekte kullanırlardı. Temel olarak bitki örtüsünü yakıp tarla açarak tarım yapmakla birlikte, sulama ve teraslama gibi ileri yöntemler de uyguladılar. Yabani incir ağacının iç kabuğundan ürettikleri kağıdı kullanarak hiyerolifle yazdıkları kodekslerden birkaçı günümüze ulaşmıştır.







Maya uygarlığı.



AZTEC NUMERALS

Primitive American numeral forms as found among the Aztecs in Mexico. (*See* the frontispiece.)

MAYA CODEX

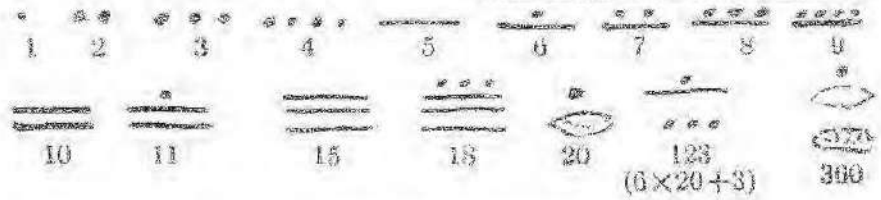
In column form in the lower right-hand corner is found the Maya numeral representing 8 years; 8 in the third line represents 8×360; 2 in the second line represents 2×20 or 40; together this makes 8×(360+5) or 8×365.

At the left this is doubled, giving 16.4.0; then added again, giving 24.6.0 which is written 1.4.6.0, in a vertical column.

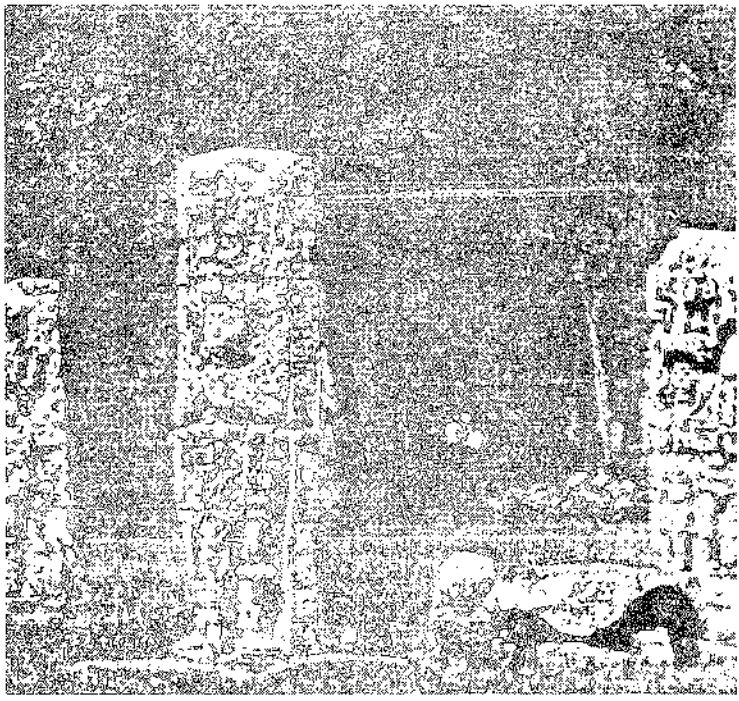
In the next numeral three dots were left out of the original, which should be 1.12.8.0. This continues above at the right.

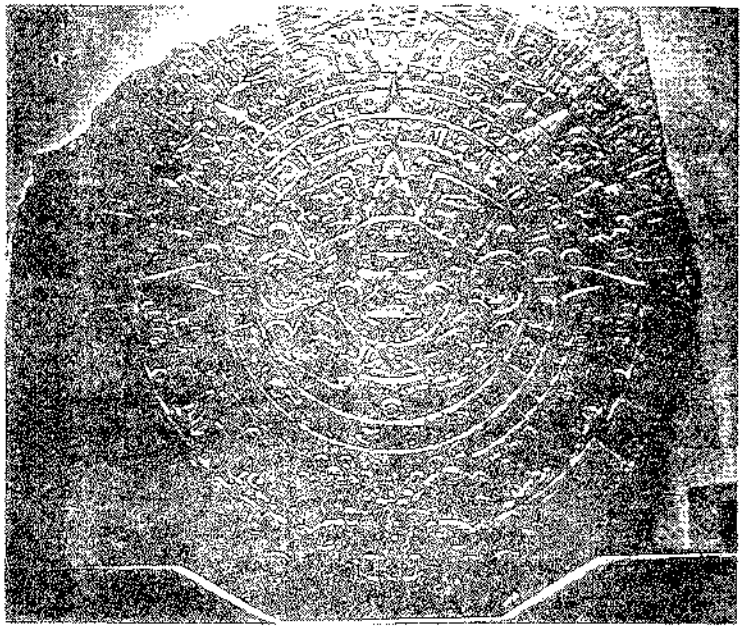
The other symbols represent months and days.



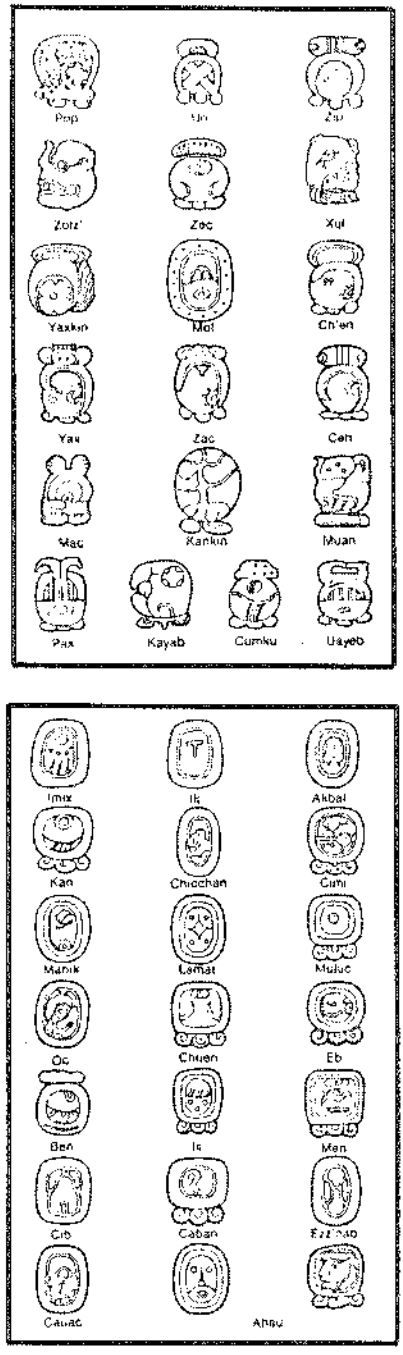


Aztek ve Maya matematiği.





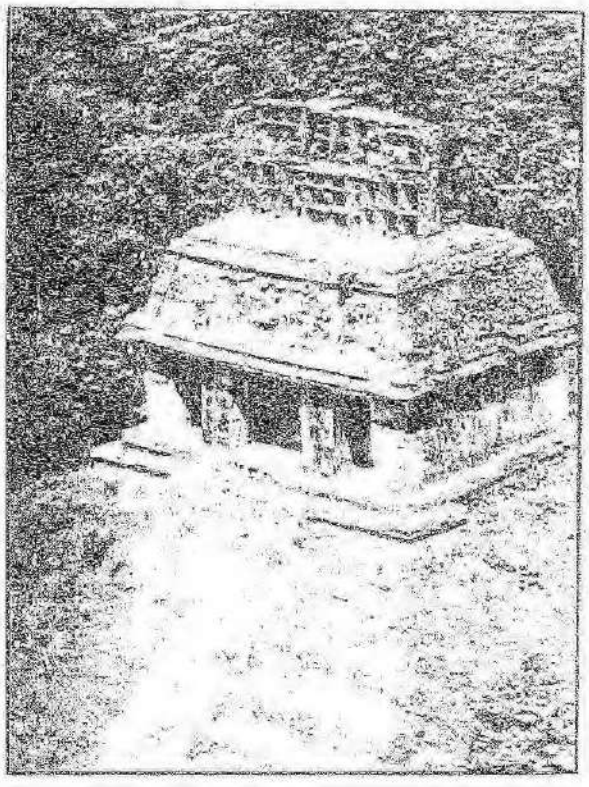
Aztek takvimleri.



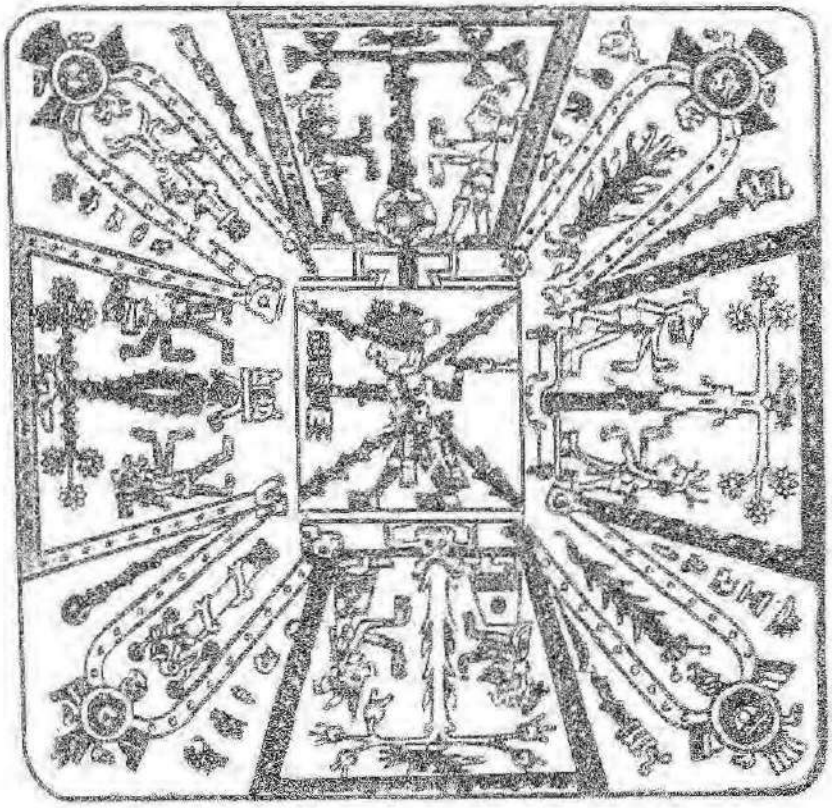
Maya takvimi; üstte ay işaretleri, altta gün işaretleri (British Museum, Londra).



Maya hiyerolif yazısı 6. yüzyıl Chiapas, Meksika.



Haç Tapınağı adıyla tanınan Palenque'deki piramit biçimli tapınak.
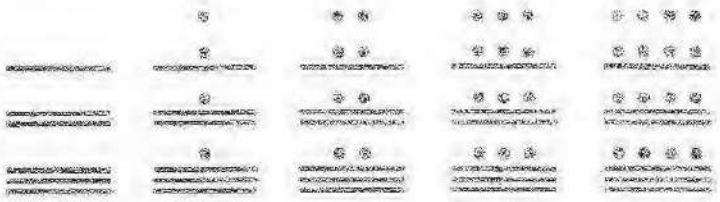


Aztek mitolojisine göre Dünya'nın beş bölgesi görülmektedir. Bu bölgeler, Dünya'nın yaratıcısı Ometecuhtli'nin dört oğluna verilmiştir. Merkezdeki bölge, dengesizliği ve yer sarsıntılarını belirten yeryüzüdür.



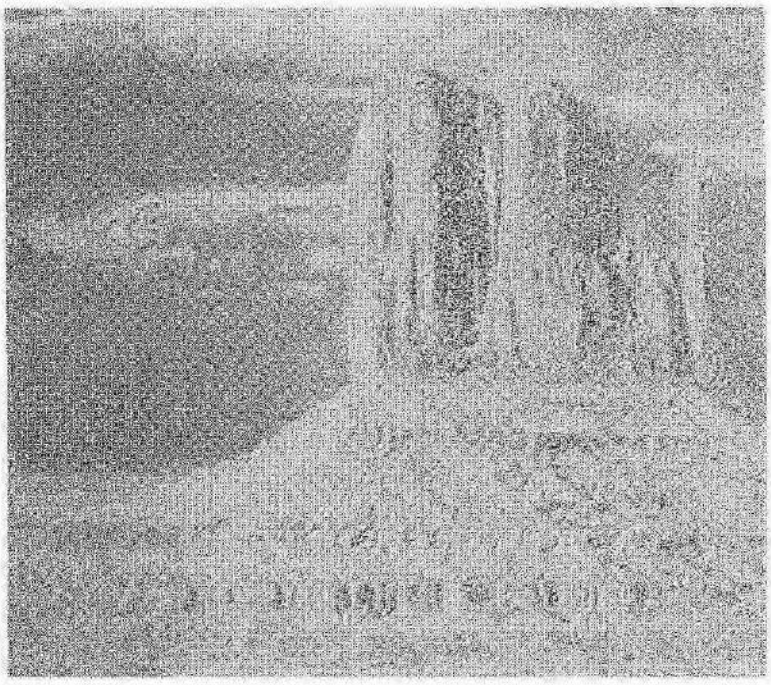


Kuzey Amerika kızılderililerinin bir totemi.



Numerals					
Our forms	1 0	1 17	5.20 0	360 0 0	19.360 13.20 13
Values	20	37	300	360	7113

Maya sayılamaları



Yucatan.

Mayaların ayrıca zengin bir heykel ve kabartma geleneği vardı. Mimari yapıtların yanı sıra taş yazıt ve kabartmalar, Mayalarla ilgili temel bilgi kaynaklarıdır. İlk dönemlerinde Maya kültürü, kendinden önceki Olmek uygarlığının etkilerini taşıyordu.

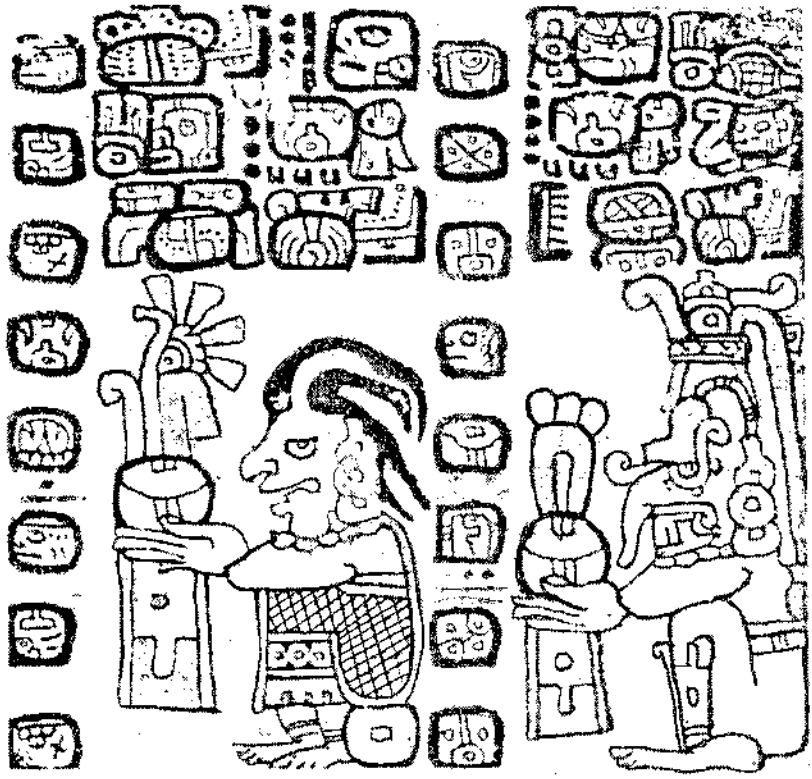
Mayalardan günümüze kalan büyük kentler ve tören merkezlerinde, kireçtaşı bloklarından yapılmış birçok piramit biçimli tapınak ve saray bulunur. Bu yapıların duvarları, çeşitli olayları aktaran, törensel ya da astronomik anlamlar taşıyan kabartma ve yazıtlarla bezelidir. Bütün bunlar, Maya uygarlığının Amerika kıtasının öbür yerli kültürleri içinde üstün konumunu ortaya koymaktadır. Yine de Maya toplumunun gerçek yapısı, tarihi ve hiyeroliflerin anlamı, İspanyol istilasından yüzyıllar sonra anlaşılmıştır.

Eski Maya yerleşmelerinde ilk sistemli araştırmalar 1830 yıllarında başladı. Yirminci yüzyılın başları ile ortalarında Maya yazı sisteminin küçük bir bölümü çözülebildi. Bu çalışmalar sonucu Maya dininde Güneş, Ay, Yağmur ve Mısır tanrıları gibi doğa tanrılarının bulunduğu anlaşıldı. Ayrıca son derece ayrıntılı törensel uygulamalardan sorumlu bir din sınıfı vardı. Matematik ve astronomideki çarpıcı gelişme Maya diniyle yakından ilişkili, hatta onun ayrılmaz bir parçasıdır. Basamaklı yazım sistemi ve sıfırın kullanılması, matematikte ulaşılan aşamayı göstermektedir. Zaten rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerini kazanması bir Hintlilerde bir de Mayalarda vardır. Çok karmaşık bir takvim sistemi geliştiren Maya astronomları, Ay ile Venüs'ün konumunu doğru olarak gösteren tablolar yapmış ve Güneş tutulmalarını önceden saptamayı başarmışlardı.

Maya takvimi, Meksika, Orta Amerika ve Batı Hint Adaları'nda kullanılmış bir takvimdir. Her birinin ayrı adı ve numarası bulunan 260 günden oluşmuş dinsel bir yıl ile 365 günlük normal bir yıla dayanırdı. Dinsel yıl yirmişer günlük on üç bölüme ve normal yıl da yirmişer günlük on sekiz aya bölünmüştü. Ayrıca, normal yıl beş isimsiz gün içeriyordu. Mayalar, uğursuz saydıkları isimsiz günleri oruç tutup tanrılara kurbanlar adayarak geçirirlerdi.

Dinsel yıl ile normal yıl aynı zamanda var olduğundan, Maya takvimine göre bir gün dört ayrı biçimde tanımlanabilir. Bunlar, 260 günlük döngüye ait gün adı ve gün numarası ile ay adı ve ay numarasıdır. 260 ve 365 günlük döngüler, her 52 yılda bir aynı noktaya gelerek yinelenmeye başlar. Çağdaş uzmanlarca takvim dönümü olarak adlandırılan bu zaman dilimine Mayaların ne isim verdiği bilinmemektedir. 18.980 günlük takvim dönümü içinde her günün bir gün numarası, gün adı, ay numarası ve ay adından oluşan farklı bir bileşimi vardır. Örneğin, 12 Caban 15 Ceh'dir.

Mayalar, hükümdarlarının yaşamlarına ilişkin önemli olayları, tarihleri ve tanıtıcı figürleri taş anıtlar üstüne kazıyarak göstermişlerdir. Ayrıca, tarihleri doğru biçimde verebilmek için Uzun Hesap denen yöntem kullanılır. Buna göre belli bir tarih başlangıç

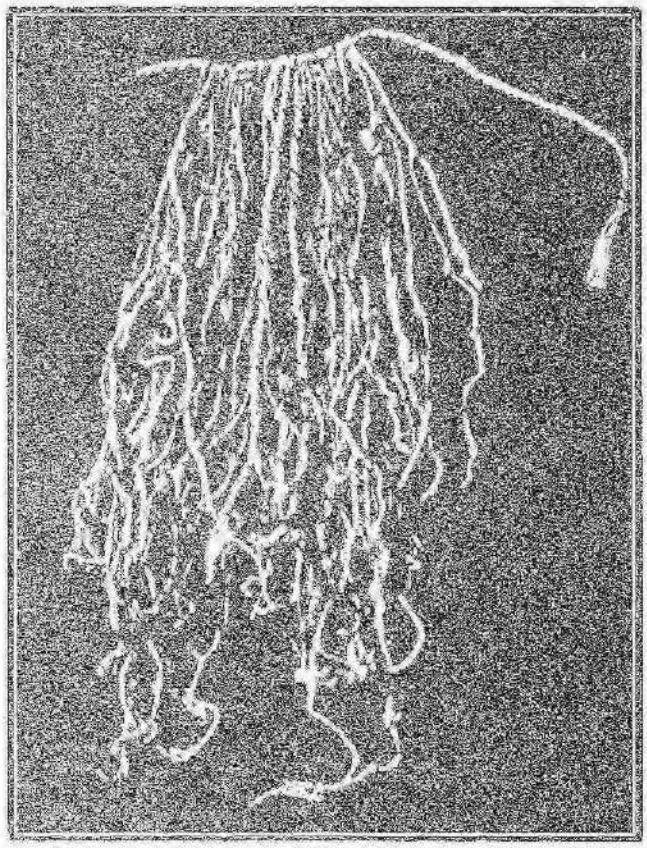


Maya duvar yazıları.

sayılırdı. Mayalara göre kendi tarihlerinin başlangıç noktası 4 Ahan 8 Cumku'dur. Yani, İ. Ö. 3114 tarihidir.

Maya hiyerolif yazısı, Meksika, Orta Amerika ve Batı Hint Adaları'ndaki Maya uygarlığının geliştirdiği, 850 hiyerolif içeren bir yazı sistemidir. İ. S. üçüncü yüzyıldan on yedinci yüzyıl sonlarına, yani Meksika'nın İspanyollarca işgal edilmesinden iki yüzyıl sonraya değin kullanılmıştır. Sayılar, tarihler ve yöneticilerin adlarıyla doğum, ölüm ve fetih gibi olayları belirten simgeler dışında henüz çözülememiştir. Resim-yazı kökenli simgelerin yalnızca bir bölümü sese dayalıdır. Bir ölçüde Mısır kartuşları ile Çin yazı karakterlerini çağrıştıran bu simgeler, ileri düzeyde bir yazım biçimini gösterir.

Maya hiyerolif yazısıyla oluşturulmuş birçok metin olduğu bilinmektedir, ama Yucatan'ın işgal edilmesinden sonra İspanyol rahipler, bunların çoğunu yok etmiştir. Günümüzde bilenen üç Maya kodeksi vardır. Bunlardan çoğu çok eski yıllara ilişkin kodekslerin kopyasıdır. İçerikleri bilinmesine karşın, bu kodeksler tam olarak çözülememiştir. Mayaların 24 tür dil çeşidi vardır. Bu yazıtların çözülememesinde bu ayrılıkların da etkisi vardır.



Aztek sicimleri.

Yirminci yüzyılda hemen hemen tümüyle çözülen Maya hiyeroliflerinde genellikle hanedanların tarihi ve kentler arasındaki savaşlar anlatılır. Bu hiyeroliflerden, işkence ve insan kurban etmenin ayinlerde önemli yer tuttuğu anlaşılmaktadır. Maya inanışına göre dindarlığın ifadesi olan bu uygulamalar bereketi güvence altına alır ve tanrıların hırslarını yatıştırırdı. Bu dinsel gerekler yerine getirilmezse evrende düzensizlik ve kargaşa baş gösterir. Bu yüzden özellikle savaş esirlerinin işkenceye uğradığı, sakat bırakıldığı ve kurban edildiği anlaşılmaktadır. Ayrıca, insan kanının tanrıları besleyeceği ve onlarla ilişki kurmak için kan dökülmesi gerektiği yolundaki inançtan ötürü Maya hükümdarları, halkları ile tanrılar arasındaki aracı olarak, ayinlerde kendi kanlarını akıtmış ve kendi kendilerine işkence etmişlerdir.

Orta Amerika'daki Mayalar, Avrupa ve Asya uygarlıklarından tümüyle bağımsız olarak karmaşık bir toplum düzeni kurmuşlardır. Bu toplumda astronomi ve astroloji önemli rol oynuyordu. Takvim, Mayalarda hem pratik, hem dinsel amaçlara hizmet ediyor, Güneş ve Ay tutulmalarıyla Venüs'ün konumu dikkatle izleniyordu. Bu astronomi

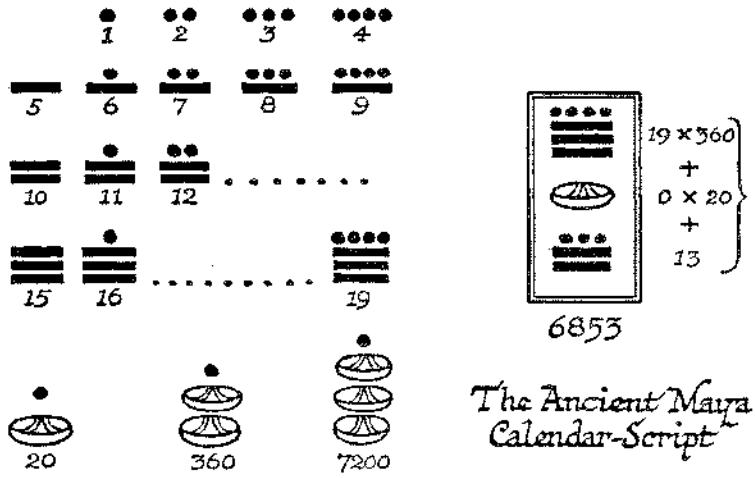
incelemelerine gelişkin bir matematiğin eşlik ettiği söylenemez. Bununla birlikte dikkatli gözlemlerin sonucu olan Maya takvimi büyük bir ustalığı yansıtmaktadır.

Maya uygarlığının ilk döneminin İ. Ö. 1500 yıllarına dek uzandığı sanılır. Ancak günümüze ulaşan uygarlık kalıntıları genellikle İ. Ö. 1000 yıllarında Meksika'dan Yucatan'a yapılan göçler sonrasına aittir. Maya uygarlığının asıl gelişimi dördüncü yüzyıla rastlar. Bu döneme ait büyük yapılar ve anıtlar çok işlevlidir. Ticaret merkezleri, aynı zamanda büyük dinsel törenlerin yapıldığı yerleşim birimleridir. Dinsel bayramların, ticaret ve ekonomik amaçları vardır. Toplum yapısı sanki bir rahiplik örgütlenmesini yansıtır. Rahiplik kurumu, matematik, astronomi, sanat ve başka konuları da örgütleyip geliştirdi. Büyük din ve ticaret merkezlerinin kuruluşuna koşut olarak Maya takvimi ve sayılarını oluşturdu. Güneş, Ay, Venüs ve diğer gezegenlerin hareketlerine göre, altmış milyon yıldan fazla bir çağı hesaba katarak düzenlenen tarih ve takvim sistemi, bu bakımdan önemlidir. Dinsel simgelerle sunulan bu takvimin kökeninde 260 günü kapsayan tarımsal üretim dönemleri vardı. Belli dönemlerde ve matematik hesaplamalarla dikilen taşlar, yılları, ayları, günleri gösteriyordu. Bu zaman dönemleri tanrıların adlarını taşıyordu. Tanrıların sayısı, aylara ve günlere bağlıydı. Bu uygarlığın en önemli yanı, sıfır kavramı dahil ileri bir matematikleri, sayı ve işaretler sistemi ve astronomi alanında gösterdikleri gelişmelerdir. Takvim hesapları oldukça karışık olan Mayaların 850 kadar harfi içeren ve çoğu halen çözülemeyen bir hiyerolif yazısı vardı. Sayıları yüz on kadar olan tabletleri bulunmuştur. Maya dili çok değişik lehçeler içerdiğinden bu dilin çözümünü güçleştirmiştir. Ayrıca, çok sayıda mezar buluntusu bulunmuştur. Piramitler ve tapınaklar bu uygarlığın en belirgin özelliğidir.

Maya uygarlığı gelişiminin doruğundayken, hatta bir gerileme dönemi geçirmeden birden çökmüş ve yok olmuştur. 950 yıllarında kent kültürü yok olmuş ve yalnız köy kültürü kalmıştır. Bu kültür de halen ufak tefek değişikliklerle bazı ilkel kabilelerde devam eder. Hiyerolif nitelikteki son derece karmaşık olan Maya yazısı bilinen hiç bir yazı sistemine benzemediği için bu dilin anahtarı da bulunamamıştır. Yalnızca takvim ve matematik hiyerolifleri çözülebilmiştir.

Orta Amerika ve Meksika'nın güneyinde yaşamış olan Mayaların Hiyerolif türde yazılmış çok sayıda yazılı belgeleri bulunmuştur. Mayaların sayı sistemi, Hintlilerden beş ya da altı yüzyıl öncedir. Hintliler sayıları onluk sistemde yazmalarına karşın, Mayaların sayı sistemi yirmilik düzendeydi. Maya kodekslerine göre bu gösterimler birden on dokuza kadar nokta ve çizgiden oluşan sembollerle gösteriliyordu. Sıfır rakamı yarı kapanmış göz şeklindeydi. Daha büyük rakamları göstermek için bir dizi gösterimleri vardı. Mayaların bu sayı sisteminde rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değerlerini aldıkları halde, yine bulunan diğer kodekslerde bulundukları yerdeki basamak değerlerini almayan bir sayı sistemi daha vardı. Rakamların bulundukları yerlere göre değer kazanmaları bir de Hint matematiğinde vardır. Bu nedenle Hintlilerin matematiği tutunmuş ve ilerlemiştir. Babilliler, Mısırlılar ve Hintlilerin matematiklerinde kesirli sayılar ve bu kesirli sayılarla işlemler yaptıkları halde, her nedense, Mayaların matema-

tiğinde kesirli sayılar yoktur. Bazı matematik tarihçilerine göre Mayaların matematiği kesirli sayılar düzeyine çıkamamıştır. Bu nedenle kesirli sayılar yoktur.



Maya rakamları.

1517 yılında İspanyol olan Kordobalı gezginci Francisco, Yucatan kıyılarına çıktığında buralarda oldukça ilerlemiş bir Maya uygarlığı ile karşılaştı. Zaten Avrupalıların Amerika'yı keşfi sıralarında bu Maya uygarlığı hemen hemen yok olmuştu. 1565 yıllarında Merida papazı Diego, Yucatan'a gidip buranın halkını ve tarihi üzerinde araştırmalar yapınca, bu uygarlığın oldukça eski ve İ. Ö. 3373 yılından önce başlamış olduğunu gördü. Bu araştırmayla ilgili kalınca bir kitap yazdı.

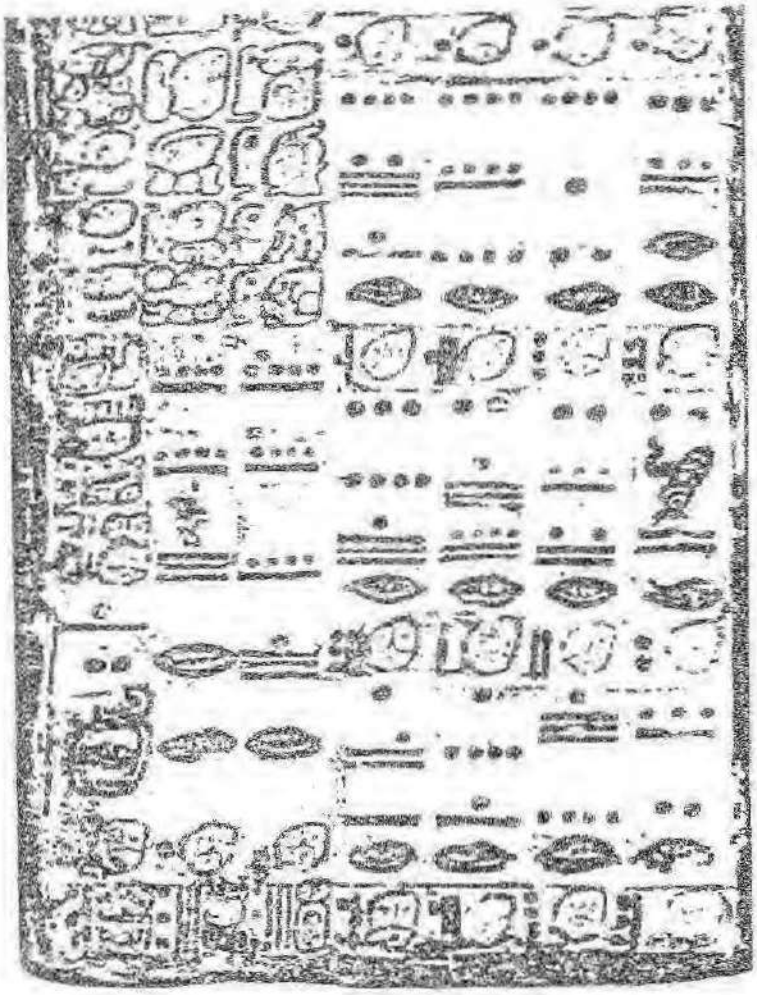
Sıfır kavramı Mayalarda da vardır. Genelde sıfırın yeri boşluk olarak bırakılıyordu. 17 sayısı



yazılıyor ve 3(5) + 2 anlamına geliyordu. 352 sayısı



şeklinde yazılarak 17(20) + 12 anlamındaydı. Mayalar daha büyük sayıları bu yirmilik düzende kolayca yazabiliyorlardı. Örneğin, yukarıdan aşağıya 9, 9, 16, 0, 0 gösterimi



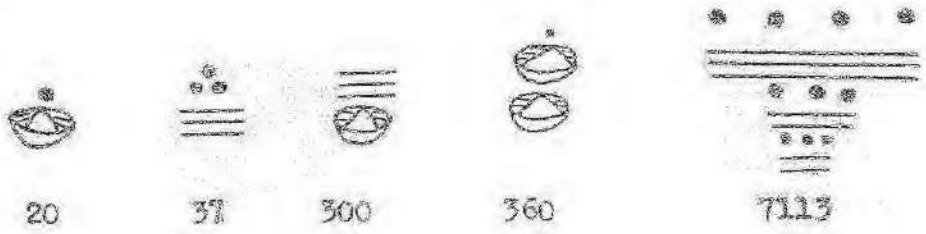
Maya kodeksi.

9 x 144.000 + 9 x 7200 + 16 x 360 + 0 + 0 = 1.366.560,

9, 9, 9, 16, 0 gösterimi 1.364.360 sayısını gösteriyordu. Yine yukarıdan aşağıya



gösterimi 17(20.18.20) + 0(18.20) + 13(20) + 0 demekti.



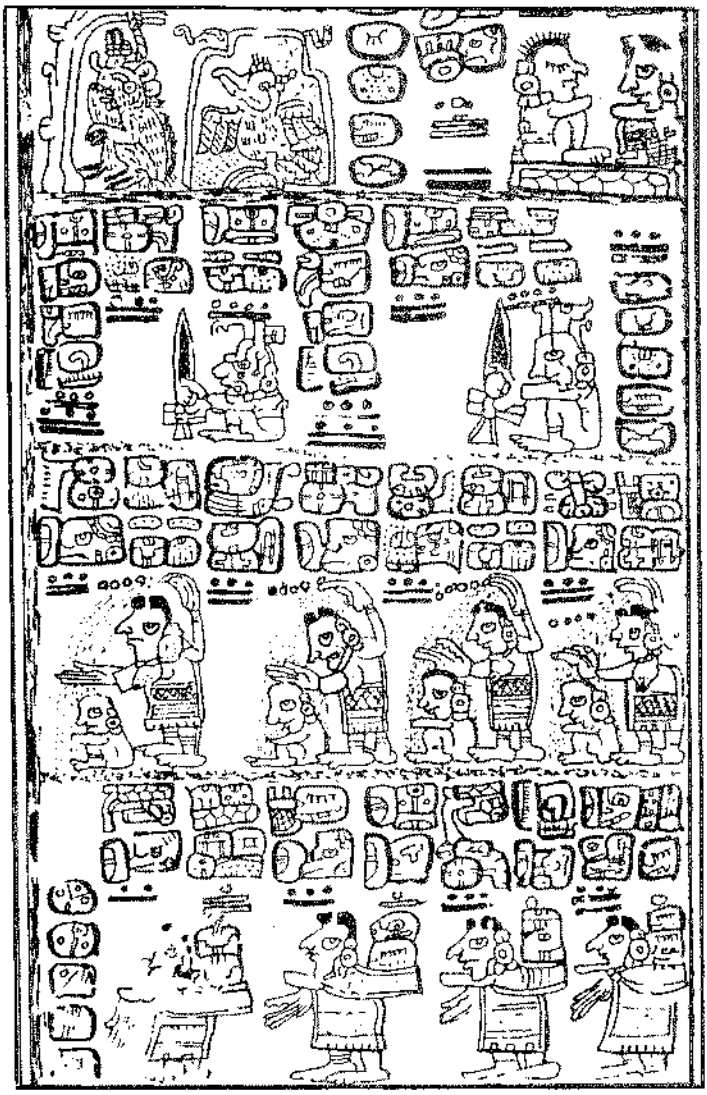
Bu yazılımlar Mayaların matematikleri hakkında ufak bilgiler verir.

Mayalar, Güneş'in, Ay'ın, Venüs'ün, Mars'ın, Merkür'ün ve Jüpiter'in devinimleri konusunda kesin bilgiler edinmişlerdir. Gökbilimsel keşifleri, zaman hesapları, takvimleri, göksel olgular üzerine topladıkları zengin belgeler, şaşırtıcı kesinliktedir. Aynı çağda Avrupa'da yapılan gözlem ve hesapların çoğunu aşar. Güneş, Ay ve Venüs gezegeni üzerinde devinimler için yapılan hesaplar çok dakik bir biçimde kayda geçirilmiştir. Kimi belirtiler, aynı şekilde Mars, Merkür ve Jüpiter gezegenlerinin de gözlendiği düşüncesini vermektedir. Güneş tutulmaları üzerine ileri düzeyde çalışmalar yapmışlar, bu olayı önceden kesin olarak belirleme ve bilme olanağını elde etmişlerdir. Görünüşteki en küçük hatanın ilgisiz sapmalara yol açabileceğinin tamamen bilincine varmışlardır. Gözlemlerine gösterdikleri aşırı özen, sonuçlarda son derece küçük bir hata payı bırakıyordu.

Örneğin Venüs'ün Güneş çevresindeki dönüş süresini 584 gün diye tahmin etmişlerdi. Buradaki hata çok küçüktür. Çünkü bu dönüş 583.92 gün sürer. Yine, 365 günlük yılın gerçekliğe tam olarak uymadığının, tamlık olmadığı için takvim ile güneş yılı arasında önemli sapmalarla karşılaşılacağının farkına varmışlardı. Böylece Güneş yılının aslında 365.242 000 gün sürdüğü sonucuna varmışlardı. Bizim Gregorius takvimimizden kuşkusuz daha kesin bir sonuçtur. Çok yakın zamanlardaki hesaplar gerçek Güneş yılı için 365.242 198 gün sonucunu vermiştir. Gregorius yılı 365.242 500 günlüktür. Bu da Maya yılının topu topu 1.98/10 000 kadar günlük sapmasına karşılık, Gregorius yılı 3.02/10 000 günlük sapması demektir.

Orta Amerika'nın Kolomböncesi kültürleri arasında, Maya uygarlığı kuşkusuz en büyüleyicisidir. Öteki kültürler özellikle Aztekler üzerindeki etkisi Eskiçağ boyunca Yunanlıların Romalılar üzerindeki etkisiyle karşılaştırılmıştır.

İ. S. 1. bin boyunca Mayalar çok çeşitli alanlarda doruk noktalarına ulaştılar. Sanat, heykelcilik, mimarlık, eğitim, ticaret, matematik, gökbilimi, ziraat, ... gibi konularda ustaydılar. Maya sanatının en dikkat çekici çizgilerinden biri, yontucular ile kalıpçıların mimarlarla paylaştığı ustalıktı. Bezeklerdeki uyum, şekillerdeki altın oranlar, ışık ve gölge oyunlarını kullanışları bu yontucuları en iyiler arasına sokar. Oysa bu iş için kullandıkları cilalı taştan, kemikten ya da tahtadan basit aletler ancak neolitik çağa



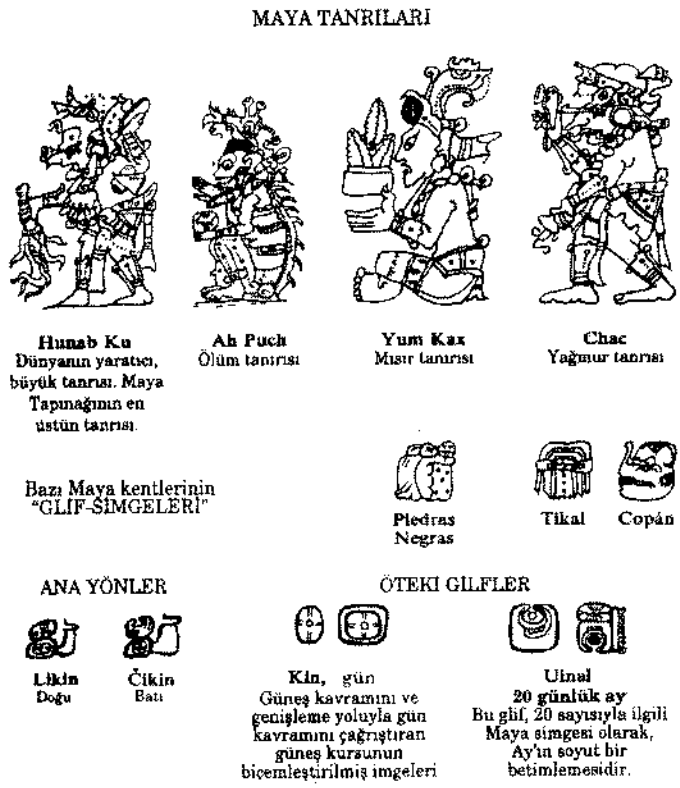
Maya kodeksi.

yaraşır. Mayaların resimleri de güzeldir. Bu resimleri, İtalya'nın Rönesansı ile aynı düzeydedir. Çömlekçilik de çok ince ve çok renkli bezeklerle donatılmıştır.

Maya mimarları çimentoyu keşfetmiş, yalancı kubbe ya da bindirme kubbe denen iç mimarilerinde tipik bir özelliktir. Dev bir görünümle görkemli kentler kurmuşlardır. Yolları yaptıkları halde tekerlekten, koşun hayvanından ya da binek hayvanlarından habersiz olmuşlardır. Saygınlıklarını ve büyüklüklerini düşünsel düzeydeki başarılarında görebiliriz.

Rahipler ve gelecekten haber verenler için bir tür akıl defteri olan Maya el yazmaları vardır. Bu el yazmaları daha çok gökbilimle ilgili din üzerine bazı düşünceleri içeren, ayin ve gelecekten haber veren kitaplardır. Bu tür bir el yazması kitaptan alınan bu örnek, Tro Cortesianus Kodeksinin 93. sayfasının alt kısmından alınan bir kopyasıdır. Bu kitap halen Madrit Amerikan Müzesi'ndedir.

Mayaların ve Kolomböncesi Orta Amerika halklarının bir o kadar şaşırtıcı olan başka bir düşünsel başarısı da, bugün tümüyle yazıtlarla örtülü duvarların tanıklık ettiği çok sayıda dikili taşın ve başka heykellerin yanı sıra kodekslerde gördüğümüz yazı biçimi geliştirmiş olmalarına bağlarız. Çok sayıda yapılan araştırmalara karşın, bu hiyerolif yazı türü hala çözülememiştir. Bugüne dek uzmanlar Mayaların yalnız sayılarını ve rakamlarını, takvimle ilgili hiyeroliflerini ve orta kısımdaki Panleque, Quirigua, Tikal ya da Yaxchilan gibi kimi ana kentlerin simgelerinin anlamlarını ve okunmalarını başarmışlardır. Diğerlerine gelince, onlar galiba şifre çözücülerin ve yorumcuların kavrayışına uzun bir süre daha direneceklerdir. Mısır firavunlarının dili nasıl çözüldüyse, onların da bir gün çözülebileceğini umuyoruz.



Bunlar, bugüne kadar çözülmüş bulunan Maya hiyerolif yazılarının bazılarıdır.

Orta Amerika'nın tropikal ormanları ile çalılıkları içinde yüzyıllardır yitip gitmiş olan onlarca ölü Maya kenti, tarihin en gizemli öykülerinden birini resimler. Kimi zaman elli metrelik bir yüksekliğe varan piramitlerin tepesine oturtulmuş görkemli tapınaklarında, bilmece dolu kimi alçak kabartmaların sunduğu dinsel törenler, kabul törenleri ve dinsel ayinlerin buralarda yapıldığını unutmamak gerekir. Bunların mimari yapıları, yontulmuş dikili taşları, çok renkli çömlekleri, anıtlar üzerine kazınmış gizemli hiyerolif yazıları bu yüksek uygarlığın birer kanıtıdır.

Görkemli günlerinde, kuşkusuz kimi dinsel yetkililerce yönetilen bağımsız küçük devletlerin yönetim merkezini oluşturan bu kentlerde Maya uygarlığı oturuyordu. Maya uygarlığının oturduğu topraklar, eskiden verimliydi.

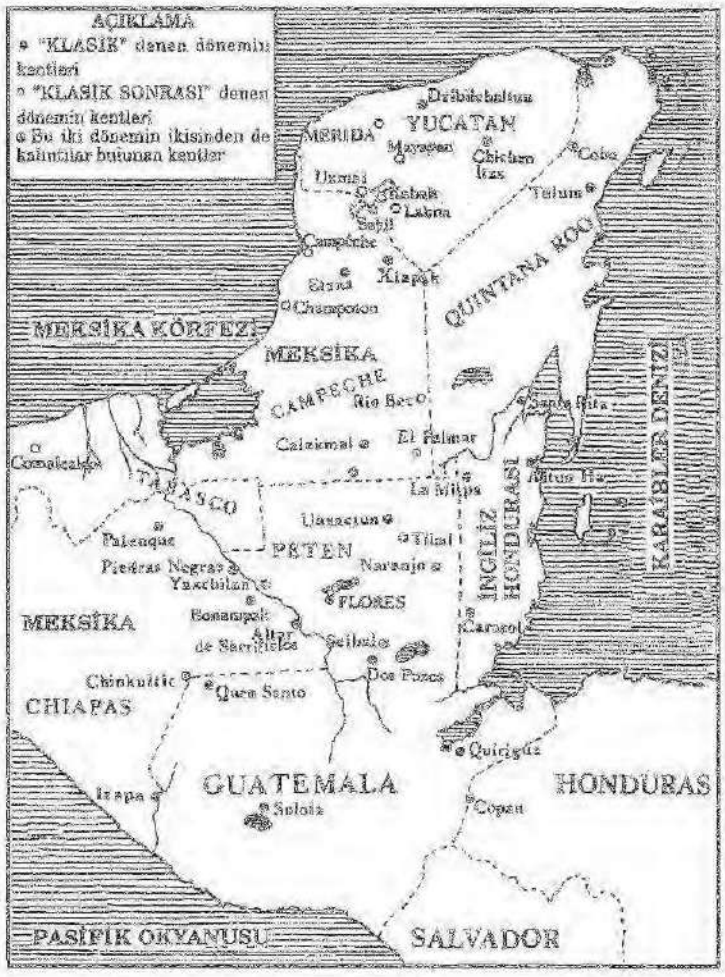
Bugünkü Tabasco, Campeche, Yucatan eyaletlerini, Quintana Roo topraklarını ve Meksika'nın güneyindeki Chiapas'ın bir kısmını, neredeyse tümüyle Peten eyaleti ile Guatemala'nın yüksek bölgelerini, İngiliz Honduras'ının tümünü, Honduras'ın bir kısmını ve Salvador'un batı kesimini kapsıyordu. Bu toprakların tümü 325 000 km kare kadardır.

Bu uygarlık tam olarak İ. S. 3. yüzyılda serpilmiş, Kristof Kolomb'un Yeni Dünya'yı keşfinden çok önce düşünsel ve sanatsal alanlarda doruk noktasına ulaştırmıştır. Aslında bu dönem pek iyi bilinmemektedir. Çünkü, birkaç çömlek kalıntısı dışında, bu dönemin Maya uygarlığını, torunlarına bakarak buraya yerleştirmeyi olanaklı kılan hiçbir şey bulunmuş değildir. Eski denebilecek hiçbir anıt, hiçbir hiyerolif yazıt, hiçbir yıkıntı yoktur. Elbette bu dönemde anıtlar ve yazıtlar vardı ama bunlar tahta ya da yalancı mermerler üzerinde olduğundan, zamana ve iklime direnememişlerdir.

Mayaların bilinen ilk yazıtsal belgelerinin ait olduğu çağda ulaştıkları kültür düzeyi incelenirse, bir oluşum dönemi geçirdikleri, bu dönem boyunca kendi kültürlerini geliştirerek kendilerini öteki Amerika yerlilerinden ayırmaya başladıklarını varsaymak zorunlu olur. Bu dönem İ. Ö. 5. yüzyıl dolaylarında başlamıştır. Klasik denen dönem 3. yüzyıl ile 10. yüzyıl arasına rastlar. Bu dönemde Maya uygarlığı en yüksek düzeyine ulaşmıştır. Sanat, heykelcilik, mimarlık, eğitim, ticaret, din, matematik, gökbilim,... sayılabilir. Bu dönemde birçok alanda gelişmiş özgün ve parıltılı bir uygarlık buluruz.

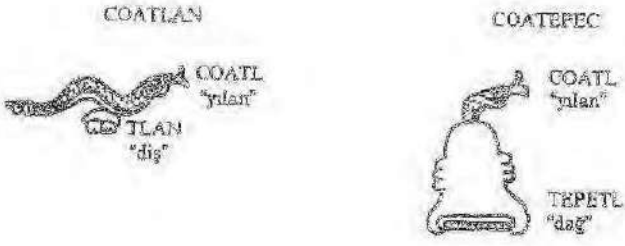
Mayalar, türlü nedenlerden dolayı bulundukları yerleri ani ve çok hızlı bir şekilde terk etmişlerdir. Bunun için yine türlü nedenler ileri sürülmüştür. Bu nedenler ne olursa olsun Mayalar dinsel ve törensel merkezlerini gerçekten bırakmışlardır. Bir kısmı kalmıştır ama çoğu başka yerlere göçmüştür. Kentlerde ayinler yapılmayınca anıtlar harabeye dönmüş ve birçoğu yıkılmıştır. Dayanıklı olanlar günümüze kadar gelebilmiştir. Hızlı bir çöküş dönemine girmiş, hatta bazı yapıtların inşaatı yarım bile kalmıştır.

Meksika öğesi Mayaların içine girmek istemiş, fakat kendisi bu uygarlığın içinde özümlenmiştir. On altıncı yüzyılda İspanyolların buraları ellerine geçirmesi bu Maya uygarlığının sonunu getirmiştir.



Maya ülkesi.

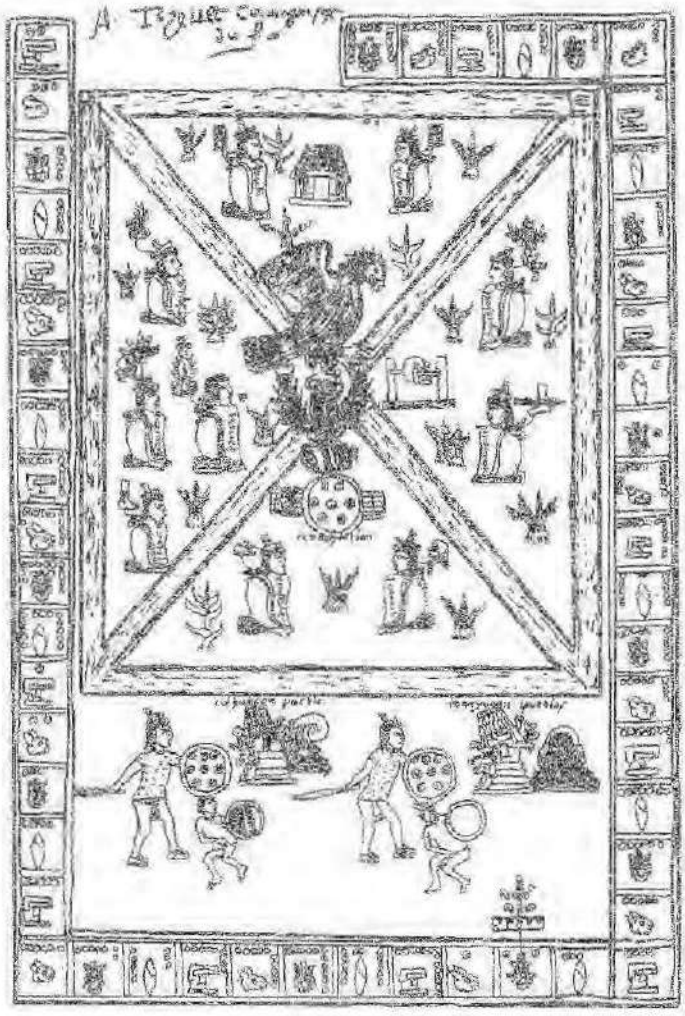
Daha sonra bu bölgelere Aztekler girmiş ve yeniden bir canlanma olmuştur. Tüm kıymetli madenleri ve ürünlerin yağmalanması sürmüştür.



Bulmaca ilkesiyle yazılmış Aztek adlarından örnekler.

Mendoza Kodeksi, değerli belgelerden bir tanesidir. İspanyolca yazılan bu kodeks sayesinde okuyabildiğimiz sayılarla, gökbilimle ve takvimle ilgili veriler olmasaydı belki Mayaların bu becerilerini de elde edemeyebilirdik. Şimdi bu sayılamaların neler olduğunu görelim.

Orta Amerika'nın öteki Kolomböncesi halkları gibi, Mayalar da on tabanıyla değil, yirmi tabanına göre işlemlerini yapıyorlardı. Burada on değil yirmi sayısının kuvvetleri işlemlere sokuluyordu. Atalarının yalnız on parmağı değil on ayak parmakları da işlemlere girmişti.



Bu resim, Mendoza Kodeksi'nin İspanyol istilasından sonraki el yazmasının ilk sayfasıdır. Burada, Aztek yazısının belli sayıdaki hiyerolifleriyle Aztek tarihini özetler ve Tenochtitlan kentinin kuruluşunu anlatır.

Mayaların sayma biçimi hakkında kesin bir fikir edinmek için, günümüzde Yucatan Yarımadası'nda konuşulan lehçedeki sayı isimlerine bakalım. Çünkü, Yucatan'ın bugünkü eyaletlerinde, Campeche'te Tabasco'da, Chiapas'ın bir bölümünde ve Quintana Roo topraklarında, Guatemala'nın hemen hemen tümünde, Salvador'da, Honduras'ın batı kesiminde hala Maya dili ve onun çeşitli lehçeleri konuşulmaktadır. (5).



Bu belge, yedi Meksika kentinin Tenochtitlan kentinin ileri gelenlerine vermesi gereken vergiyi bir bir sayan Mendoza Kodeksinden bir sayfadır.

1 : hun	11 : buluc	
2 : ca	12 : lahca	(lahun + ca = 10 + 2)
3 : ox	13 : ox-lahun	(3 + 10)
4 : can	14 : can-lahun	(4 + 10)
5 : ho	15 : ho-lahun	(5 + 10)
6 : uac	16 : uac-lahun	(6 + 10)
7 : uuc	17 : uuc-lahun	(7 + 10)
8 : uaxac	18 : uaxac-lahun	(8 + 10)
9 : bolon	19 : bolon-lahun	(9 + 10)
10 : lahun		

Bu tablo, sayıların yani birimlerin Maya dilinde söylenişini göstermektedir.

Bu tabloya göre, on dahil ona kadar olan sayılar bağımsız olarak adlandırılır. Sonra yirmiden küçük sayıların adlandırılışında ona yardımcı taban rolü verilerek bileşik adlar yapılır. Bu arada bir ayrıcalığı olan on bir hun-la-hun (bir-on) diye değil, sadece buluc diye söylenir. Burada bir-on yazımı on bir anlamındadır. Bazı Maya leh-

çelerinde aynı sayı için hun-lahun deyiminin kullanılmasına dayanarak, Yucatan Yarımadası'nın sakinlerinin, bu deyimin bir on deyimi ile karıştığını düşünüp, her türlü belirsizlikten kaçınmak amacıyla yeni bir sözcük buldukları varsayılabilir. (5).

Maya dilinde 20 sayısından 39 sayısına kadar olan sayı adları da

20 : kun kal. bir yirmi *	
21 : hun tu-kal	yirminci (-den sonra) bir *
22 : ca tu-kal	(yirminci (-den sonra) iki
23 : ox tu-kal	yirminci (-den sonra) üç
24 : can tu-kal	yirminci (-den sonra) dört
25 : ho tu-kal	yirminci (-den sonra) beş
26 : uac tu-kal	yirminci (-den sonra) altı
27 : uuc tu-kal	yirminci (-den sonra) yedi
28 : uaxac tu-kal	yirminci (-den sonra) sekiz
29 : bolon tu-kal	yirminci (-den sonra) dokuz
30 : lahun ca kal	on - iki - yirmi
31 : buluc tu-kal	yirminci (-den sonra) onbir
32 : lahca tu-kal	yirminci (-den sonra) oniki
33 : ox-lahun tu-kal	yirminci (-den sonra) onüç
34 : can-lahun tu-kal	yirminci (-den sonra) ondört
35 : holhu ca kal	onbeş - iki - yirmi
36 : uac-lahun tu-kal	yirminci (-den sonra) onaltı
37 : uuc-lahun tu-kal	yirminci (-den sonra) onyedi
38 : uaxac-lahun tu-kal	yirminci (-den sonra) onsekiz
39 : bolon-lahun tu-kal	yirminci (-den sonra) ondokuz
*Kimi Maya lehçeleri de tamı tamına bir adam anlamına gelen hun uinic deyimini kullanır.	

biçiminde oluşturulmuştur. Burada 21 sayısından 39 sayısı dahil, sayıların adları genellikle yirminin adı ile ilgili birimin arasına Mayaca sıra öneki olan tu sözcüğünü sokarak oluştururlar. Ama 30 ve 35 sayıları bu kurala uymaz. Çünkü bunlar sırasıyla

30 : on - iki - yirmi (yani yirminci - den sonra on yerine)
35 : on beş - iki - yirmi (yani yirminci -den sonra - onbeş yerine)

biçiminde yazılarak okunurlar. Bu sapmalar toplama veya çıkarmayla açıklanamazlar. Çünkü 35 sayısının adı ne 15 + (2 x 20) sayısına ne de (2 x 20) – 15 sayısına uyar.

Burada en şaşırtıcı olan doğrudan doğruya bir-üç-yirmi, iki-üç-yirimi diye söylenen 41 sayısından sonra kuraldışılık bulunmasıdır. Bu deyimleri sayma sayıları dizileri olarak değil, sayma sayıları ile sıra sayılarının bir-üçüncü yirmi, iki-üçüncü yirmi, üç-

üçüncü yirmi . . . biçimine sokulmuş birleşimleri olarak yorumlama düşüncesi akla gelince bilmece bir parça çözülmüştür. Bu söylediklerimizi

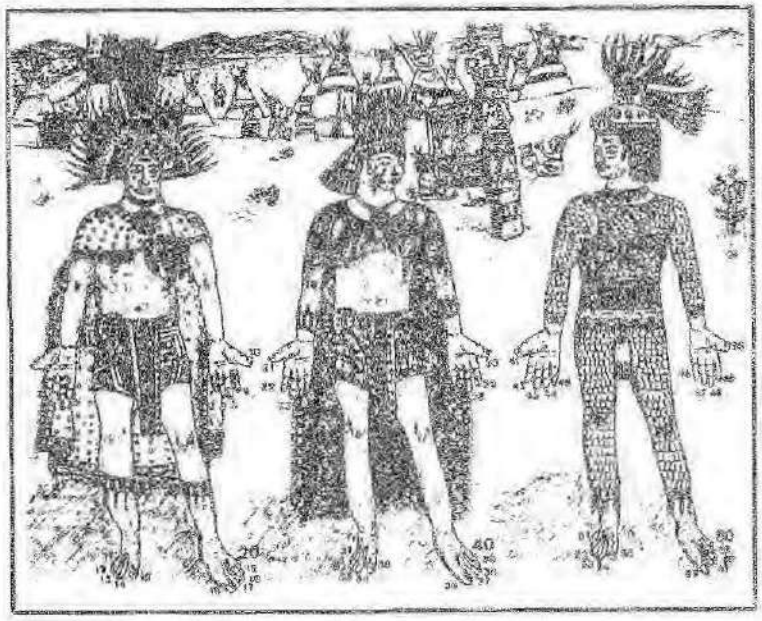
40 : ca kal, iki yirmi		
41 : hun tu-y-ox-kal	bir-üçüncü yirmi	
42 : ca tu-y-ox-kal	iki-üçüncü yirmi	
43 : ox tu-y-ox-kal	üç-üçüncü yirmi	
44 : can tu-y-ox-kal	dört-üçüncü yirmi	
.....	.....	
58 : uaxac-lahun tu-y-ox-kal	onsekiz-üçüncü yirmi	
59 : bolon-lahun tu-y-ox-kal	ondokuz-üçüncü yirmi	
60 : ox kal üç yirmi		
61 : hun tu-y-can kal	bir-dördüncü yirmi	
62 : ca tu-y-can kal	iki-dördüncü yirmi	
.....	.....	
78 : uaxac-lahun tu-y-can-kal	onsekiz-dördüncü yirmi	
79 : bolon-lahun tu-y-can-kal	ondokuz-dördüncü yirmi	
80 : can kal, dört yirmi		
81 : hun tu-yho-kal	bir-beşinci yirmi	
82 : ca tu-y-ho-kal	iki-beşinci yirmi	
.....	.....	
98 : uaxac-lahun tu-y-ho-kal	onsekiz-beşinci yirmi	
99 : bolon-lahun tu-y-ho-kal	ondokuz-beşinci yirmi	
100 : ho kal, beş yirmi		
.....	.....	
400 : hun bak,	bir dört-yüz	(20^2)
8 000 : hun pic,	bir sekiz-bin	(20^3)
160 000 : hun calab,	bir yüz-altmış-bin	(20^4)

biçimindeki tablodan daha kolay olarak görebiliriz.

Böyle bir sözlü anlatım saymasının oluşturulmasında egemen olan düşünceyi daha iyi kavramak için, birkaç bin yıl geriye gidip, torunlarının torunları daha sonra Maya uygarlığını kuracak olan yerlilerin bir köyünde geçen şu sahneyi tasarlamak üzere, kendimizi Orta Amerika'da bir yere yerleştireceğiz.

Bir askeri sefere hazırlanan ve savaşçılarını saymaya girişen birkaç kişi hesap makinesi görevi görmek üzere sıralanmışlar. Bu iş için seçilmiş bir yardımcı, sayımı bu adamlar üzerinde özel bir teknikle art arda işlem yaparak gerçekleştirecektir.

Bu adam, ilk savaşçı geçince ilk adamın ilk parmağına, ikinci asker geçince aynı adamın ikinci parmağına dokunuyor. Onuncu askere dek bu sayma ve dokunma devam ediyor. Sonra saymanımız aynı adamın ayak parmaklarına geçiyor. Aynı işlem onuncu ayak parmağına gelinceye kadar devam ediyor. Bu son parmak yirminci savaşçının geçtiği anlamına geliyor. Saymanımız, sonraki savaşçıda ikinci adam üzerinde tıpkı ilkinde olduğu gibi işlem yapıyor. İkinci adamın son ayak parmağına dokunduğunda yirmi asker daha, yani kırk asker geçmiş oluyor. (5)



Aztekler'de parmaklarla sayma.

Şimdi, üçüncü adam üzerinde altmışıncı askerin geçişine dek işlem yapacak. Böylece, sayım bitene kadar gerektiği kadar adam üzerinde işleme devam edecek.

Toplam asker sayısı 53 ise, saymanımız son askerin geçişi sırasında üçüncü adamın ilk ayağının üçüncü parmağına dokunacaktır. O zaman şöyle birşey söyeyerek sonucu dile getirecektir. Şu kadar savaşçı var. Bu üçüncü adamın ilk ayağının üç parmağı olacaktır. Ama bu sayı şöyle de dile getirilebilir. Üçüncü adamın iki eli ve üç ayak parmağı şeklindedir. Ya da, üçüncü yirminin on-ve-üçü biçiminde söylenir.

İşleme bakılırsa, bu biraz bizim aşağıdaki iki modelden birine göre saymamız gibidir. Bu tabloya göre, A modeline göre sayarsak, 53 sayısı ikinci adamdan sonra on-üç, B modeline göre sayarsak üçüncü adamın on-üçü biçiminde sayarız. Bu da yirmi tabanına göre saymanın kendisidir. (5).

Her iki modelde bir adam = 20, iki adam = 40, üç adam = 60, dört adam = 80, beş adam = 100 ... biçiminde devam eder. Oysa

birinci adamdan sonra üç = 23 = ikinci adamın üçü,
birinci adamdan sonra yedi = 27 = ikinci adamın yedisi,
birinci adamdan sonra on-bir = 31 = ikinci adamın on-biri,
birinci adamdan sonra on-dört = 34 = ikinci adamın on-dördü,
ikinci adamdan sonra iki = 42 = üçüncü adamın ikisi,
ikinci adamdan sonra on-bir = 51 = üçüncü adamın on-biri,

ikinci adamdan sonra on-dokuz = 59 = üçüncü adamın on-dokuzu,
üçüncü adamdan sonra iki = 62 = dördüncü adamın ikisi
. . . . . .

olarak devam eder. Şu tablo daha iyi sergilemektedir. (5).

1 : bir 2 : iki 3 : üç 4 : dört 5 : beş 6 : altı 7 : yedi 8 : sekiz 9 : dokuz 10 : on		11 : on-bir 12 : on-iki 13 : on-üç 14 : on-dört 15 : on-beş 16 : on-altı 17 : on-yedi 18 : on-sekiz 19 : on-dokuz 20 : bir adam
A modeli		B modeli
birinci adamdan sonra bir	21	ikinci adamın biri
birinci adamdan sonra iki	22	ikinci adamın ikisi
birinci adamdan sonra üç	23	ikinci adamın üçü
birinci adamdan sonra dört	24	ikinci adamın dördü
birinci adamdan sonra beş	25	ikinci adamın beşi
birinci adamdan sonra altı	26	ikinci adamın altısı
birinci adamdan sonra yedi	27	ikinci adamın yedisi
birinci adamdan sonra sekiz	28	ikinci adamın sekizi
birinci adamdan sonra dokuz	29	ikinci adamın dokuzu
birinci adamdan sonra on	30	ikinci adamın onu
birinci adamdan sonra on-bir	31	ikinci adamın on-biri
birinci adamdan sonra on-iki	32	ikinci adamın on-ikisi
birinci adamdan sonra on-üç	33	ikinci adamın on-üçü
birinci adamdan sonra on-dört	34	ikinci adamın on-dördü
birinci adamdan sonra on-beş	35	ikinci adamın on-beşi
.....	....	.....
birinci adamdan sonra on-dokuz	39	ikinci adamın on-dokuzu
iki adam	40	iki adam
ikinci adamdan sonra bir	41	üçüncü adamın biri
ikinci adamdan sonra iki	42	üçüncü adamın ikisi
ikinci adamdan sonra üç	43	üçüncü adamın üçü
.....	.....	.....
ikinci adamdan sonra on-bir	51	üçüncü adamın on-biri
ikinci adamdan sonra on-iki	52	üçüncü adamın on-ikisi
ikinci adamdan sonra on-üç	53	üçüncü adamın on-üçü
.....	....	.....
ikinci adamdan sonra on-dokuz	59	üçüncü adamın on-dokuzu
üç adam	60	üç adam
üçüncü adamdan sonra bir	61	dördüncü adamın biri
üçüncü adamdan sonra iki	62	dördüncü adamın ikisi
.....	....	.....
üçüncü adamdan sonra on-dokuz	79	dördüncü adamın on-dokuzu
dört adam	80	dört adam

Yucatan'daki Maya sayılamasının kural dışılıklarının nedeni böylece açıkça görülmektedir

30 ile 35 sayıları hariç, 21 sayısından 39 sayısına kadar olan sayıların adlandırılışı yukarıdaki tabloda görülen A modeline göre yapılır.

21 = hun tu-kal yirminci (-den sonra) bir ya da ilk yirmi (-den sonra) bir,
22 = ca tu-kal yirmi (-den sonra) iki ya da ilk yirmi (-den sonra) iki,
.....
39 = bolon-lahun tu-kal yirminci (-den sonra) dokuz ve on ya da ilk yirmi (-den sonra) dokuz ve on olarak söylenerek yazılır.

Bunlara karşılık 41 sayısından 59 sayısına, 61 sayısından 79 sayısına kadar olan sayıların adlandırılışı, tıpkı 30 ve 35 sayılarının adlandırılışı gibi aynı tablodaki B modeline göre yapılır. Buna göre,

30 = lahun ca kal on-iki-yirmi ya da ikinci yirmi (-nin) on(-u),
35 = holhu ca kal onbeş-iki-yirmi ya da ikinci yirmi (-nin) onbeş (-i),
41 = hun tu-y-ox-kal üçüncü yirmi (-nin) bir (-i),
42 = co tu-y-ox-kal üçüncü yirmi (-nin) iki (-si),
.....
59 = bolon-lahun tu-y-ox-kal üçüncü yirmi (-nin) dokuz ve on (-u),
60 = ox kal üç yirmi
61 = hun tu-y-can-cal dördüncü yirmi (-nin) bir (-i),
62 = ca tu-y-can-kal dördüncü yirmi (-nin) iki (-si),
.....
79 = bolon-lahun tu-y-can-kal dördüncü yirmi (-nin) dokuz ve on(-u),
80 = dört yirmi biçiminde yazılarak okunuyordu. (5).

Mayalar bu biçimde sayı sayan tek halk olmamıştır. Örneğin, 53 sayısı için Groenland Eskimoları

inup pinggajugsane arkanek pingasut

yani, üçüncü adamın ilk ayağı üzerindeki üç demekti.

Eskiden Japonya'da ve doğu Asya kıyıları ile Othostk Denizi yakınlarındaki Sakhaline Adası'nda yaşayan Aynular

53 = wan-re wan-e-re-hotne

diyorlardı. Yani üçüncü yirminin üç ve onu demekti.

Yukarı Senegal ile Gine Yorubaları bugün hala

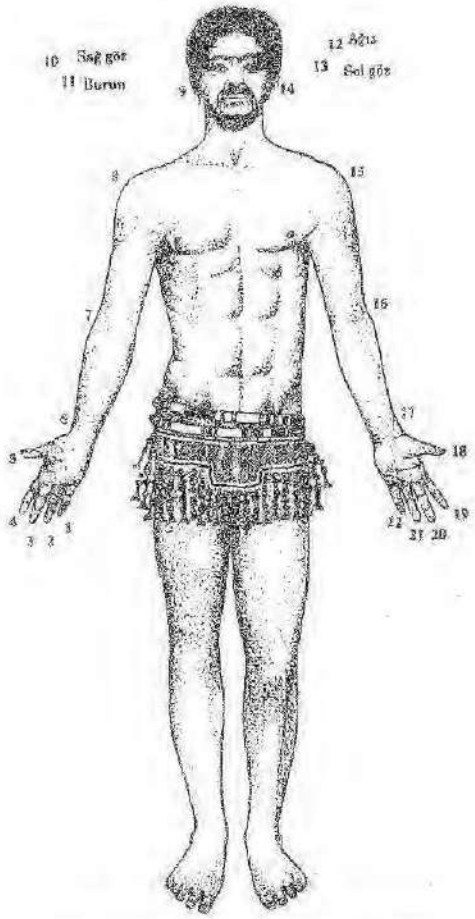
53 = eeta laa din ogota

diyorlar. Bu da üç kere yirmiden önce on ve üç demektir. (5).

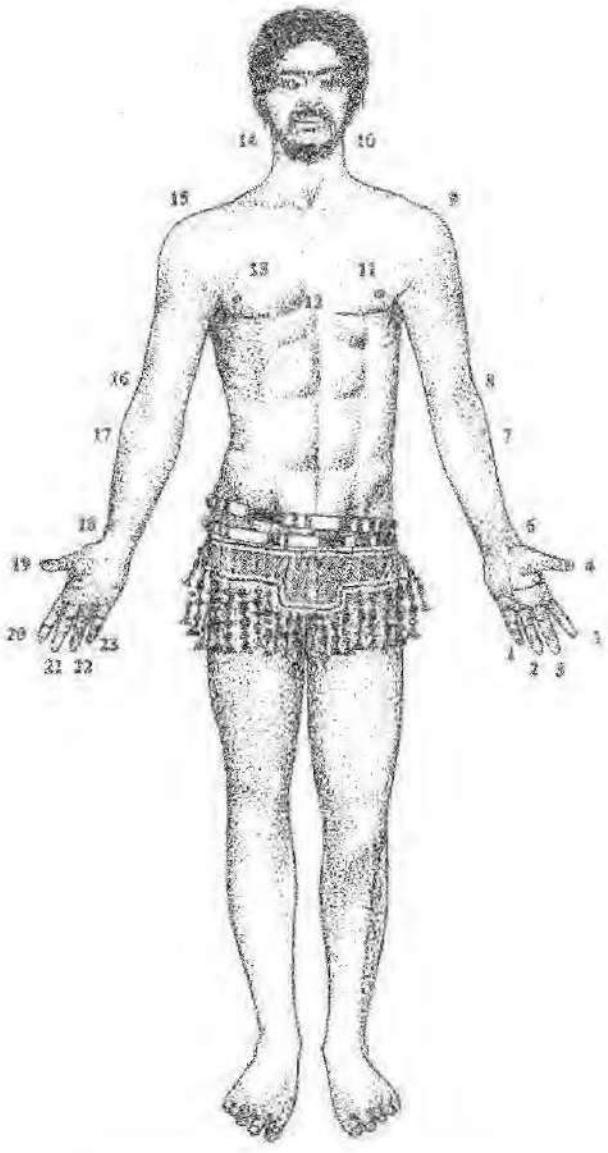
Böyle ilginç sayı saymaları ve yazmaları Benin'in Yedolarında ve Guyanalardaki Venezuela ovasının eteğinde bulunan Orenok Tamaraslarında kullanılmaktadır.

Şimdi, sırası gelmişken sayı saymaları ve okunuşları üzerinde bazı bilgiler verelim.

İnsanlar, saymanın ve sıra sayılarının gerektiğini öğrenince çakıllar, kavkılar, çubuklar, boncuklar, kolyeler, beden parçaları, ... gibi aletleri bu saymalara ve sırasına koymalarda kullandılar. Daha sonra bunları sözlü olarak yaşama geçirdiler. Ardından bu sayma sözcüklerini simgelerle ifade ettiler. Tüm halkların kendilerine özgü sayma sözcük ve işaretleri oluştu. Birbirinden etkilenenlerde ortak bir kullanıma yönelme görülür. En kolay ve kullanışlısı benimsenir.



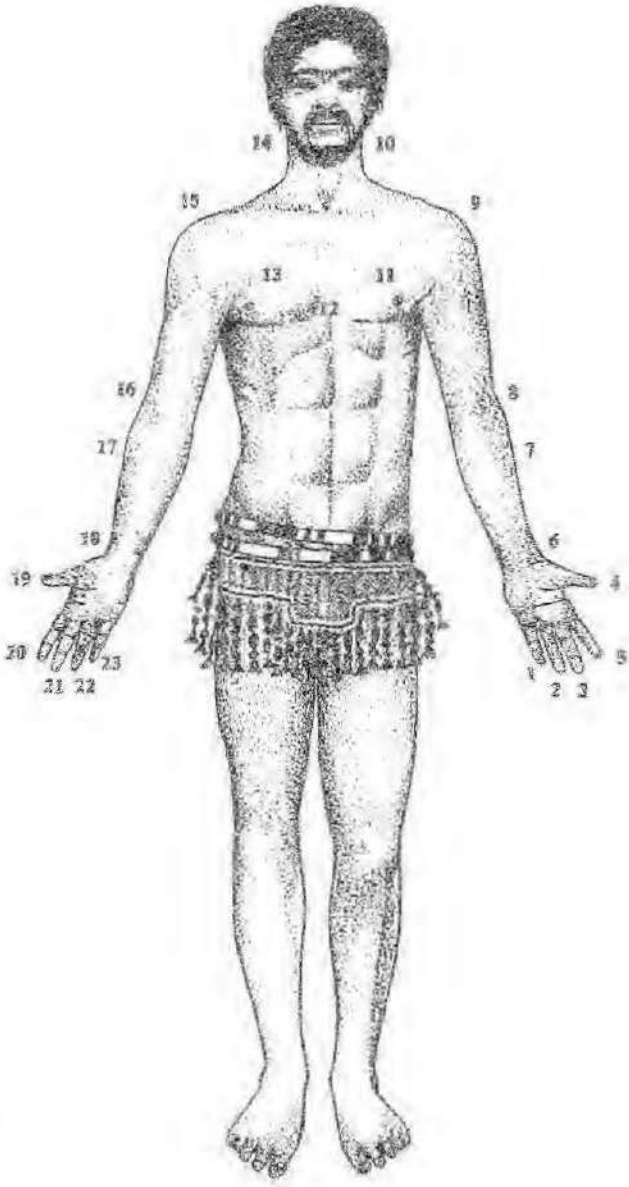
Yeni Gine Papualarının kullandığı yöntem.



Yeni Gine Papualarının kullandığı yöntem.

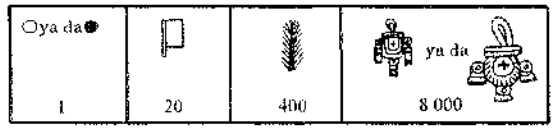
En eski olan sayma aleti el parmaklarıdır. Ondan sonra vücudun parçaları gelir. Yirmili saymanın kökeni Yorubalar'ın hep beşli, yirmili, iki yüzlü, ... paketler halinde düzenlenmiş küçük deniz kabuklarından oluşan bir para kullanmalarıyla açıklanır. Kmer dili de yirmili düzende sayılıyor. Bretonlar, Galler ve İrlandalılar da yirmili sayı düzeni kullanmışlardır. Baskların yirmili tabana göre saydıkları biliniyor.

1. sağ elin serçe parmağı
2. sağ yüzük parmağı
3. sağ orta parmak
4. sağ işaret parmağı
5. sağ baş parmak
6. sağ el bileği
7. sağ dirsek
8. sağ omuz
9. göğüs kemiği
10. sol omuz
11. sol dirsek
12. sol elbileği
13. sol baş parmak
14. sol işaret parmağı
15. sol orta parmak
16. sol yüzük parmağı
17. sol serçe parmağı
18. sol ayak küçük parmağı
19. sonraki ayak parmağı
20. sonraki ayak parmağı
21. sonraki ayak parmağı
22. sol ayak baş parmağı
23. sol ayak bileği
24. sol diz
25. sol kalça
26. sağ kalça
27. sağ diz
28. sağ ayak bileği
29. sağ ayak baş parmağı
30. sonraki ayak parmağı
31. sonraki ayak parmağı
32. sonraki ayak parmağı
33. sağ ayak küçük parmağı



Torres Boğazı'ndaki bazı adalıların kullandıkları bedensel sayma yöntemi.

Mayaların sözlü anlatımlardaki kuraldışılık olayını açıkladık. Sayılarla ilgili yazılı anlatım şekilleri ve hangi rakamlarla gösterdiklerini bilmiyoruz. Çünkü, İspanyol istilacıları Mayalara ait belgelerin tümünü yok etmişlerdir. Ancak Aztekler ve diğer halklardan kalanlarla Mayaların sayıları hakkında bazı bilgiler edinilmiştir. Örneğin, 20 tabanlı olan Aztek sayılamasında, birim bir nokta ya da bir daireyle, yirmi bir baltayla, 400 (= 20 x 20) sayısı tüye benzer bir işaretle, 8000 (20 x 20 x 20) bir keseyi gösteren bir resimle işaret ediliyordu. Bunlar kısaca



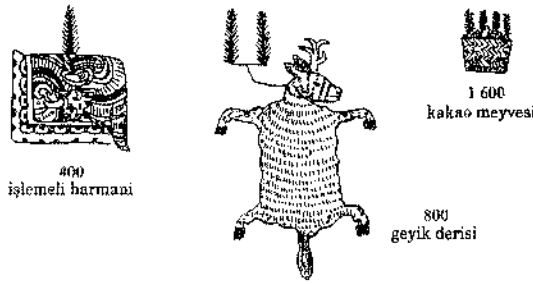
şekillerindeydi. Bu sayılama toplama ilkesine dayanıyordu. Öteki sayılar ise gösterimlerin her birini yeteri kadar tekrarlanarak gösteriliyordu. Örneğin, 20 kalkan, 100 çuval kakao çekirdeği ya da 200 küp bal için, ilgili resim işaretiyle birlikte yirminin baltası bir, beş ya da on kez çizilerek



biçimde yazılıyordu. (5).

Bu resim-yazı işaretlerinden de görüldüğü gibi, Aztek sayılaması temelde toplama ilkesine dayanıyor ve kullanılacak işaretler yeteri kadar tekrarlanıyordu.

400 işlemeli harmani, 800 geyik derisi, 1 600 kakao meyvesi için, aynı şekilde bir, iki ya da dört kez tüy



biçiminde çiziliyordu.

Mendoza Kodeksinin yazmanı, Azteklerin fethettiği Meksika kentlerinin yılda bir, iki ya da dört kez, imparatorluğun başkenti olan Tenochtitlan kentinin soylularına ödemesi gereken vergileri bu işaretlerle göstermişlerdi. Yukarıda çizilen sayfa, aynı eyaletin yedi kentinden her yıl toplanan vergilerin dökümü şöyle yapılmaktadır.

1. Sol sütunda, her biri resimli bir birleşimle gösterilmiş ilgili yedi kentin isimleri bulmaca ilkesiyle

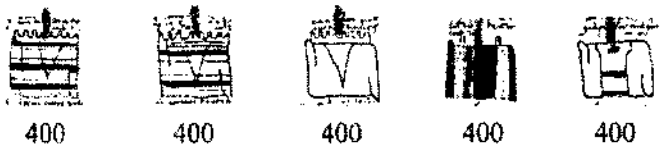


biçiminde okunuyor.

2. Üstten ilk satırda,



şekilleri vardır. Siyah ve beyaz kareli kumaştan yapılmış harmanilerden dört yüzlük bir pay, Tenochtitlan soylularının giydiği kırmızı ve beyazla zengince işli kumaştan yapılmış harmanilerden dört yüzlük bir pay, peştemallerden dört yüzlük bir pay ve 4 braza yani parmaklarla gösterilen uzunluk birimi uzunluğunda büyük beyaz harmanilerden dört yüzlük bir pay



biçimdeki işaretlerle gösterilmiştir.

3. İkinci satırda, her biri 8 braza uzunluğunda turuncu ve beyaz çizgili harmanilerden dört yüzlük iki pay, her biri 8 braza uzunluğunda büyük beyaz harmanilerden dört yüzlük bir pay, her biri 2 braza uzunluğunda çok renkli harmanilerden dört yüzlük bir pay, kadın gömleği ile eteklerinden dört yüzlük bir pay işaretleri görülmektedir.

4. Üçüncü satırda



resimli işaretleri görülmektedir. Bunlar, başkentin soylularının giydiği zengince işlenmiş renkli harmanilerden seksenlik üç pay, kuru biberden 400 balyalık iki pay, başka şeylerin yanı sıra kural çiğneyen çocukları cezalandırmak için bu biberler ağızlarına sürülerek cezalandırılacak. (5).

5. Dördüncü satırda



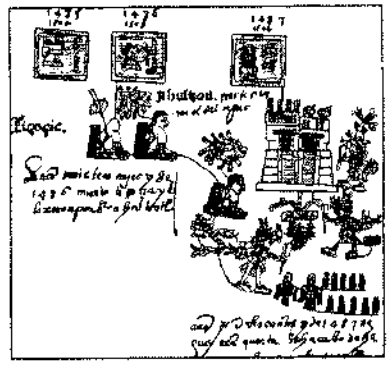
resim işaretleri görülmektedir. Bunlar 2 tane şatafatlı giysi, 20 çuval beyaz kuş tüyü, 2 sıra yeşil buncuktan oluşmaktadır.

6. Son satırda



biçiminde resim işaretleri vardır. Bunlar 2 kalkan, bir sıra firuze, firuze kakmalı 2 tepsiden oluşur.

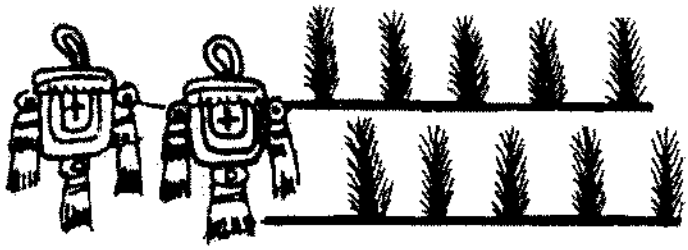
İspanyol istilasından sonraki bir başka Meksika el yazmasından, Telleriano Remensis Kodeksinden alınan



Telleriano Remensis Kodeksinden bir sayfanın ayrıntısı (Aztek).

bu parça, Azteklıler hakkında bazı bilgiler sunmaktadır.

Azteklerin, Meksiko'daki bir yapıyı kutsamak üzere, savaşla ele geçirdikleri bölgelerden getirdikleri 20 000 kişiyi kurban ettikleri söz konusu sayı yerli yazmanca



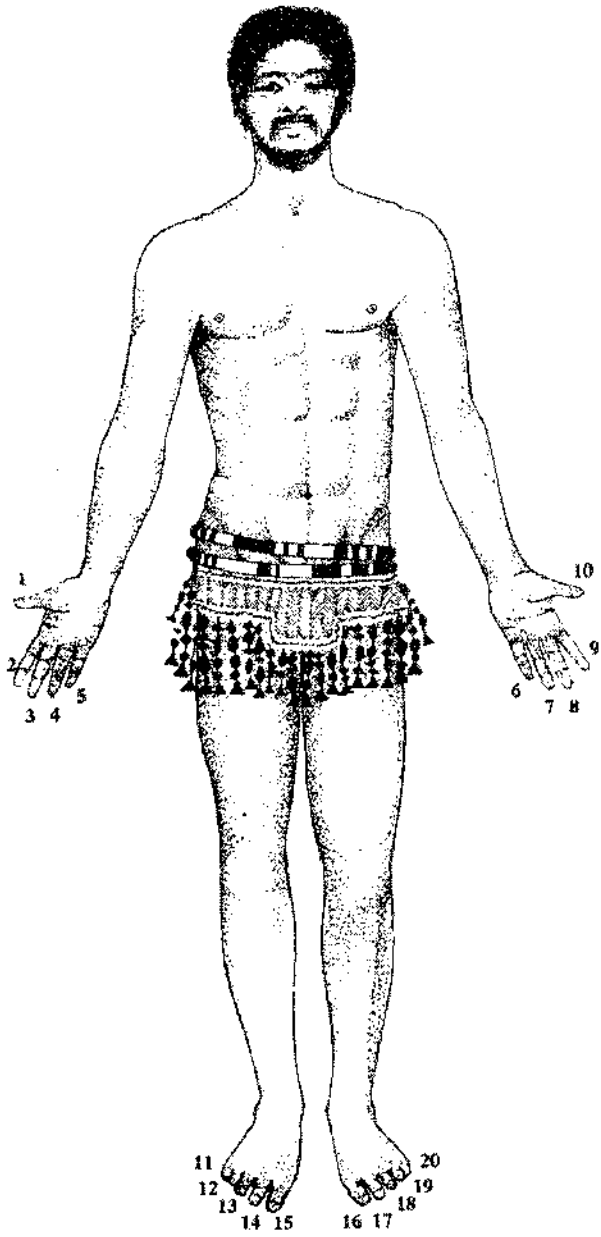
16 000 4 000

biçiminde dile getiriliyor.

Maya halkının günlük sayılaması tamamen yirmi tabanlı ve toplama ilkesine dayalı olsa gerekti. Birim bir yuvarlak ya da bir noktadır. Bu gösterim kaynağını o zamanlar para olarak kullanılan kakao tanesinden alan ve bütün orta Amerika halklarında ortak olan bir işarettir. Yirmiyi özel bir işaretle gösterirler. Bu işaret belki de bölgenin öteki halklarınınca aynı değere yüklenen baltaya benziyordu. 400 (= 20^2) sayısına yine bir başka işaret bulunmuştu. Bu kuş tüyüne benzeyen bir gösterimdi. 8 000 (= 20^3) sayısına bir başka işaretin kullanılmış olması gerek. (5).

Mayaların sayılarını yazmada basitlik sağlaması için geleneksel diziye bir rakam soktuklarını tahmin ediyoruz. Çünkü bu işaret bir çizgiyle gösterilen ve Zapoteklerde gördüğümüz 5 sayısı rakamıdır. Ara sayılar için temel gösterimler gerektiği kadar tekrarlanması bir gelenekti. Bugün Mayaların bu rakamları ve sayıları hakkında elimizde bir belge bulunmasa bile, belli bir sayılamalarının bulunma olasılığı çok fazladır. Yine bu sayılamanın aritmetik işlemlerine çok yatkın olduğu sanılıyor. Ayrıca, eski kıta halklarında olduğu gibi abaküslerinin olması doğal gürülüyor. Bunu Orta Amerika halkları için de varsayabiliriz. Zaten Güney Amerika İnkalarında bu tür abaküse benzer aletler görülmüştür. İnkalar gerçekten abaküs yapmışlar ve kullanmışlardır. Dört beş sıra halinde olan bu yirmi gözlü abaküslere İspanyollar hayran kalmışlardır. Bu abaküs üzerinde mısır taneleri, fasulyeler veya çakıl taşlarını kaydırarak hesap yaptıkları bilinmektedir. İnkaların abaküsleri taştan, pişmiş topraktan ya da ağaçtan yapılıyordu. Ağaçtan yapılanlar doğa koşullarına dayanmadığından zamanla yok olmuşlardır. Ama diğerleri kalmıştır.

Peru ve Ekvator'un İnkalarında abaküsü kullandıklarına ilişkin belgeler çoktur. Bu tür belgelere kipo denir ve bunlardan birisi



Mayalarda parmaklarla sayma.

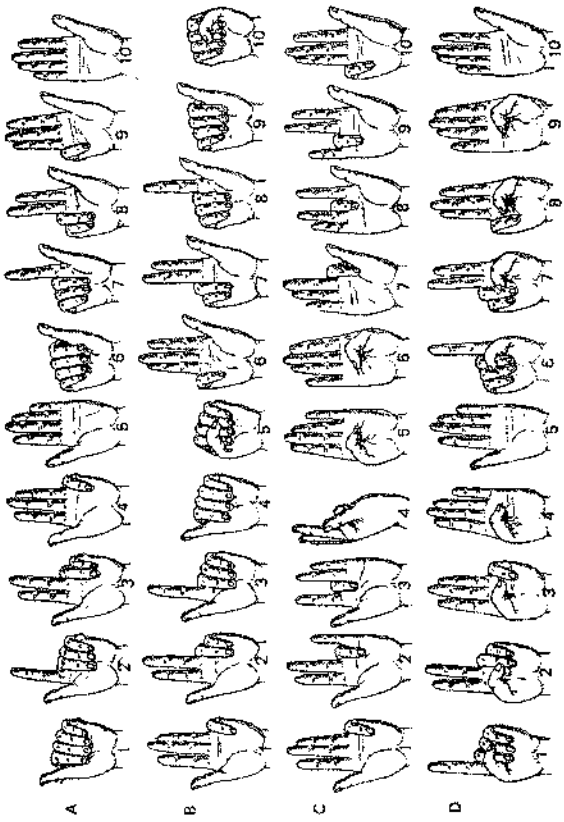
1. sağ baş parmak
2. sağ işaret parmağı (= 1 + 1)
3. sağ orta parmak (= 1 + 2)
4. sağ yüzük parmağı (= 1 + 3)
5. sağ serçe parmağı (= 1 + 4)
6. sol serçe parmağı (= 5 + 1)
7. sol yüzük parmağı (= 5 + 2)
8. sol orta parmak (= 5 + 3)
9. sol işaret parmağı (= 5 + 4)
10. sol baş parmak (= 5 + 5)
11. sağ ayağın küçük parmağı (= 10 + 1)
12. sonraki parmak (= 10 + 2)
13. sonraki parmak (= 10 + 3)
14. sonraki parmak (= 10 + 4)
15. sağ ayağın baş parmağı (= 10 + 5)
16. sol ayağın baş parmağı (= 15 + 1)
17. sonraki parmak (= 15 + 2)
18. sonraki parmak (= 15 + 3)
19. sonraki parmak (= 15 + 4)
20. sol ayağın küçük parmağı (= 15 + 5)



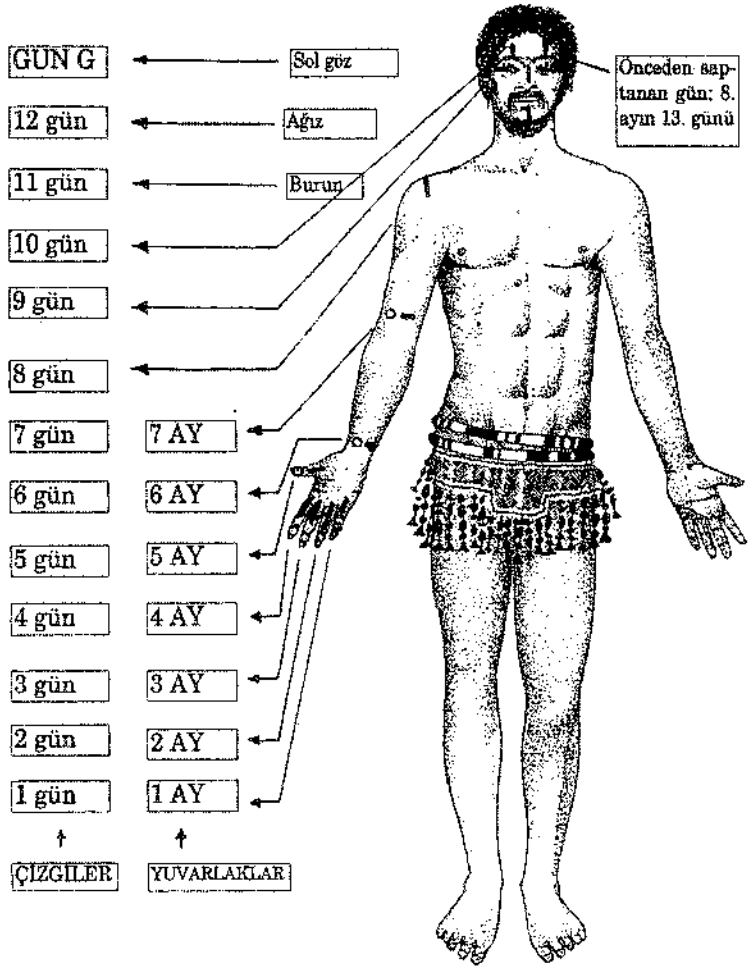
Azteklerde parmak sayımı (Kolomb öncesi Meksika). Diego Rivera'nın duvar resminden ayrıntı (pazar sahnesi). Meksiko Ulusal Sarayı.

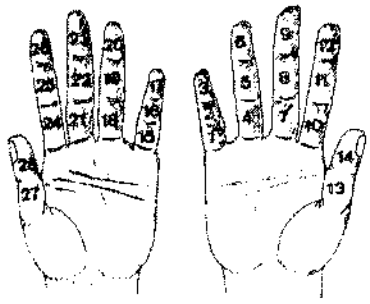


Parmaklarıyla özel bir sayılamanın hareketlerini gerçekleştiren Latin matematikçi ve filozof Boetius (480 - 524). Juste de Gand'ın (XV. yy.) bir resminden.

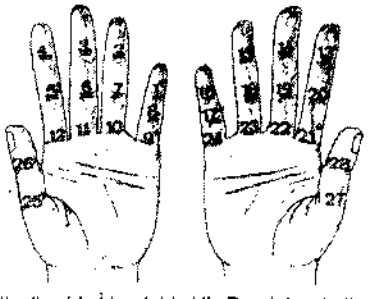


Temel parmak sayımının çeşitleri.

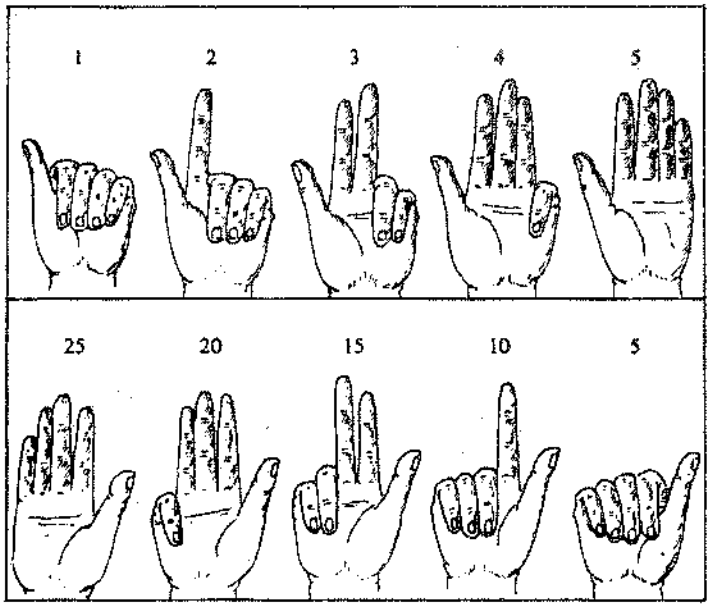




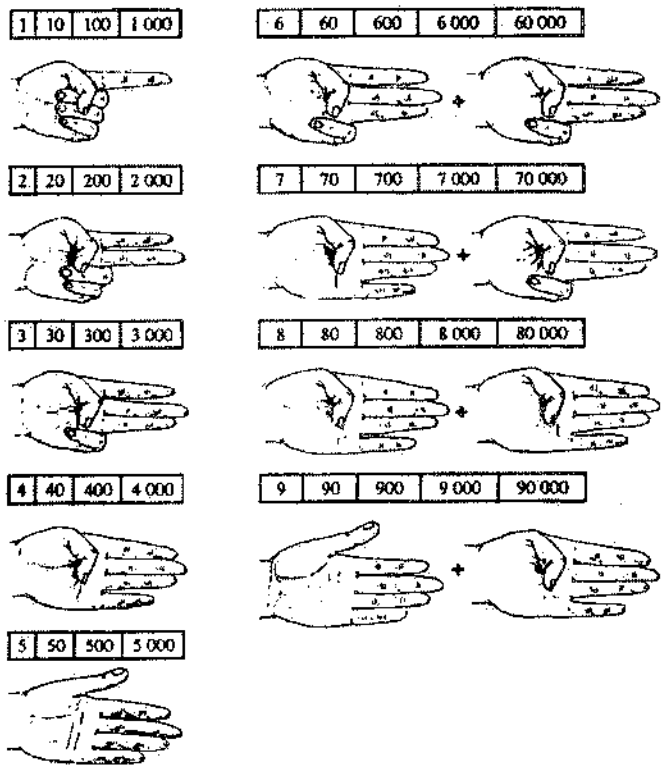
Hindistan'da, Çin'de ve Hindi-Çin'de kullanılan elle sayım tekniği. Bu teknik her elde 14 parmak hesaba katılıyor.



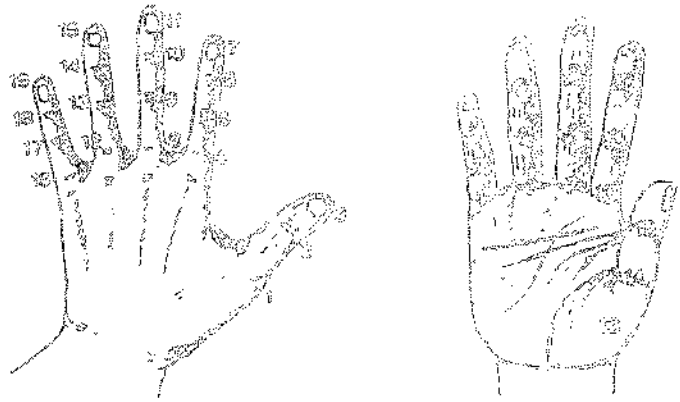
VII. yüzyılda İrlanda'da Ulu Baeda'nın kullandığı el takvimi: Julianus takvinin artık dönemleriyle birlikte yirmi sekiz ardışık Güneş çevrimi yılını saymayı sağlayan yöntem (yılların her biri tam olarak artık yıllardan birini gösteriyor).



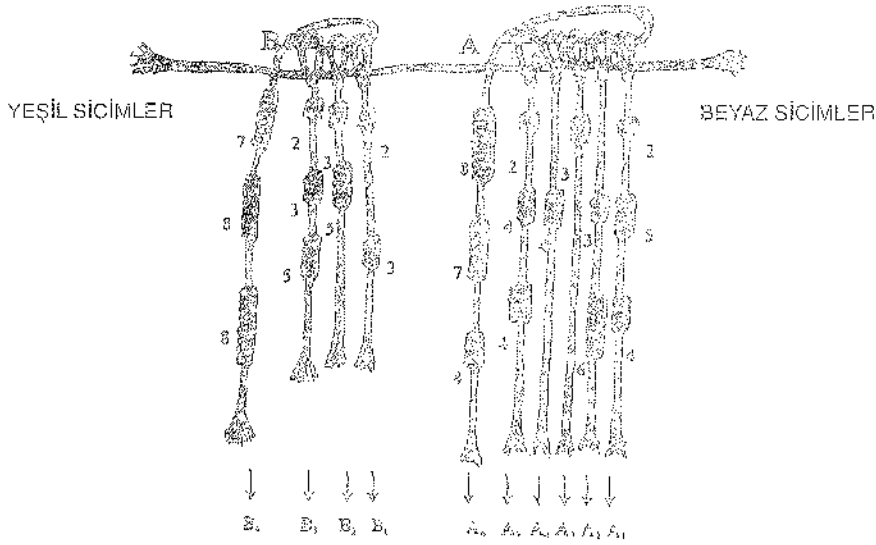
Beşli (beş tabanlı) parmak tekniği.



Eskiden doğulu tüccarların gizli pazarlıklarda kullandıkları parmak sayımı.

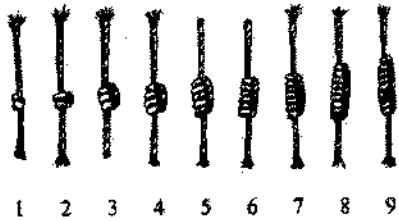


biçimindedir. Aslı Kopenhag Kraliyet Kütüphanesi'nde saklanan bu belge Peru Kodeksinden alınmıştır. Yalnız, İnka uygarlığı Orta Amerika kültüründen tamamen farklıydı. Ama bu alanda onlarınkine tıpa tıp benzer başlangıç koşullarında bulunuyordu. İnkalar sayıları kaydetmek için kipu denen düğümlü sicimleri kullanıyorlardı. (5).

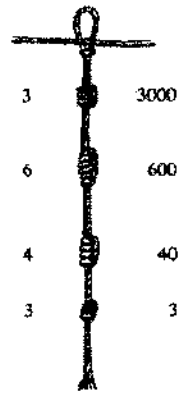


Geçen yüzyılda Peru'nun yüksek yaylarındaki çobanların hayvanlarının sayımını yapmak için kipu kullanımı.

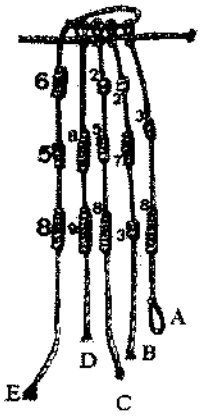
1) A demeti (beyaz sicimler) Küçükbaş hayvanların dökümü. A_1 = 254 koyun, A_2 = 36 kuzu; A_3 = 300 keçi; A_4 = 40 keçi yavrusu; A_5 = 244 marya; A_6 = toplam = 874 koyun ve keçi.
2) B demeti (yeşil sicimler): Sığırların dökümü. B_1 = 203 boğa; B_2 = 350 sağmala inek, B_3 = 235 kısır inek; B_4 = toplam 788.



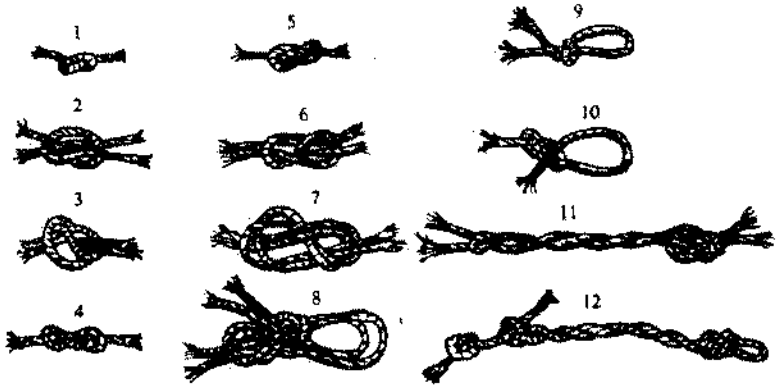
İnkaların kipu yöntemiyle dokuz birimin bir sicim üzerinde gösterilmesi.



Perulıların kipu yöntemiyle 3643 sayısının bir sicim üzerinde gösterilmesi.



Bir İnka kipusundaki düğümlü sicimler demetinin sayısal yorumu: E siciminin 658 sayısı A, B, C ve D sicimlerinde bulunan sayıların toplamına eşittir. Bu demet New York'taki American Museum of Natural History'de saklanan bir Peru kipusunun ilk demetidir.

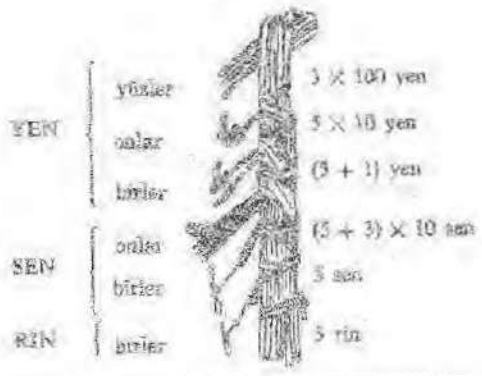


XIX. yüzyılın sonunda Alman değirmencilerin fırıncılarla yaptıkları anlaşmalar için düğümlü sicimleri kullanışı (buradaki, Baden'de kullanılan yöntem).



Peru ve Bolivya yerlilerinden bir şimpunun dalları.





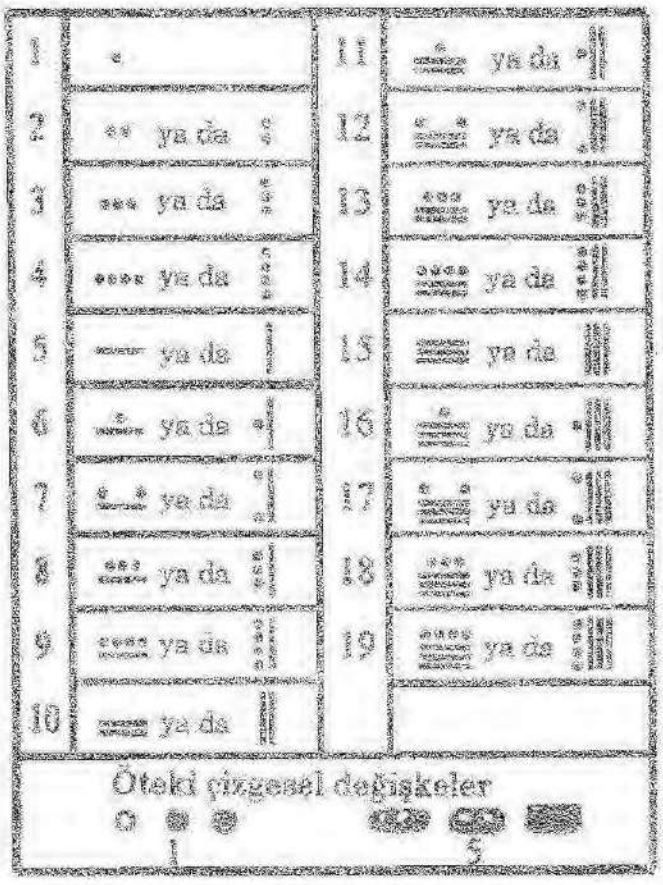
356 YEN, 85 SEN, 5 RIN

Bir para miktarının ip düğümleriyle gösterimi: Ryu-Kyu adalarında (özellikle Okinawa işçilerince ve Yaeyama tahsildarlarınca) kullanılıyor. Burada 356 yen, 85 sen, 5 rin (1 yen = 100 sen ve 1 sen = 10 rin) gösterilliyor. 5 sayısının, dıştaki hasır telinin ucuna atılan düğümün gösterildiğini belirtelim.



Bu resim, bir imparatorluk görevlisine hesap veren, kipu üzerine işlenmiş bir sayımın sonucu anlatan bir inka kipukameyokusunu göstermektedir. Aslı Kopenhag Kraliyet Kütüphanesi'nde bulunan bu resmin aslı Peru Kodeksi'nden alınmış ve 16. yüzyıla aittir.

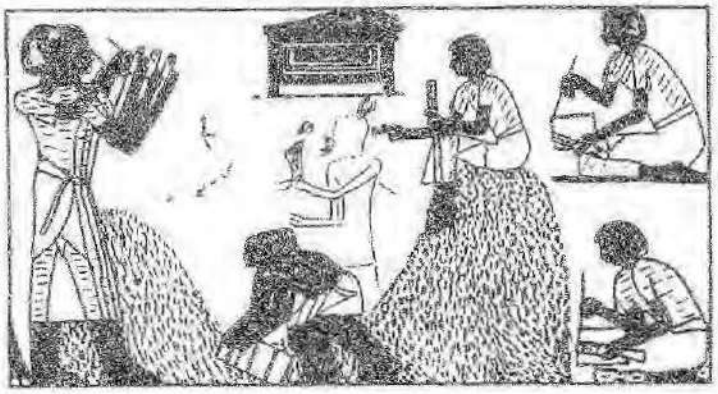
Maya uygarlığı ile ilgili elimizde bulunan sayısal ifadeler, uygulamalı pratik aritmetikten değil, gökbilimden ve zaman hesabından söz etmektedir. Bunlar, bugün elimizde az bulunan Maya el yazmaları, daha çok Dresden Kodeksi'nden alınmıştır. Bu ifadeler Maya rahipleri ile gökbilimcileri arasında gerçek bir sıfır bulunan ve rakamları sayıların bulundukları yerlere göre basamak değerini alan ve belli bir değer alan 20 tabanlı bir gösterimin varlığını açığa vuruyor. Zaten Mayaların birisi gökbilimi diğeri de kahinlik denilen gelecekten haber veren sayısal işlemlere dayalı aritmetikleri de sözkonusudur. Bu yirmili sayılamanın birinci basamağının birimleri, on dokuz sayısına kadar çok yalın gösterimlerdir. Bu birimler noktalarla ve çizgilerle gösteriliyordu. İlk dört birim için dörde kadar nokta konuyordu. 5 sayısı için yatay ya da dikey bir çizgi, altıdan dokuza kadarki sayılar için çizginin yanına ya da üstüne konmuş bir, iki, üç ya da dört nokta konuyordu. 10 için yatay iki çizgi ... konarak devam ediliyordu. Maya rahiplerinin ilk on dokuz rakamı ve sayıları



tablosu ile gösterilir.



Eski İmparatorluk döneminden bir Mısır anıtında özel bir parmak sayımı. (V. hanedan; İ. Ö. XXVI. yüzyıl).

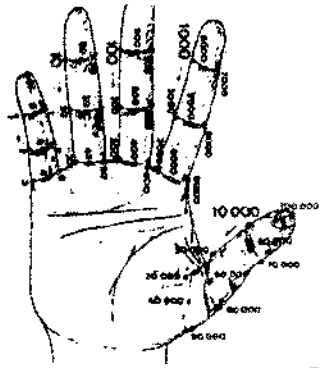


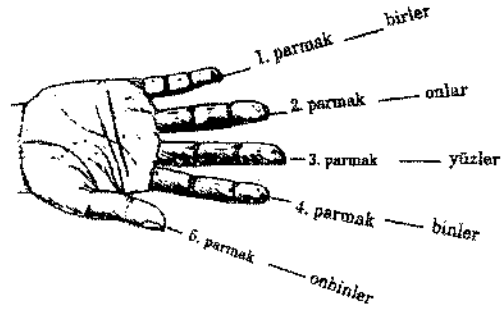
Yeni İmparatorluk çağı Mısır'ından bir mezar taşı resminde parmak hesabı (IV. Tutmosis'in egemenliğindeki XVIII. hanedan döneminde, yani İ. Ö. XV. yüzyılın sonunda yaşamış olan prens Menna'nın Teb'deki mezarını süsleyen bir duvar resminden) Altı sayman buğdayı ölçüp tenekelerle bir yığından ötekine boşaltan dört işçiyi izliyor, sağda, tahıl yığınlarından biri üzerinde, beş yazman parmaklarıyla aritmetik işlemler yapıyor ve sonuçları levhalar üzerine kaydeden soldaki üç yazmana bildiriyor. (bu, sonradan, sonuçların temel öğelerini firavun arşivinde saklanan papirüsler üzerine kopyalamalarını sağlayacak). Teb mezarı no 69, giriş duvarı, sağdan 1. oda.



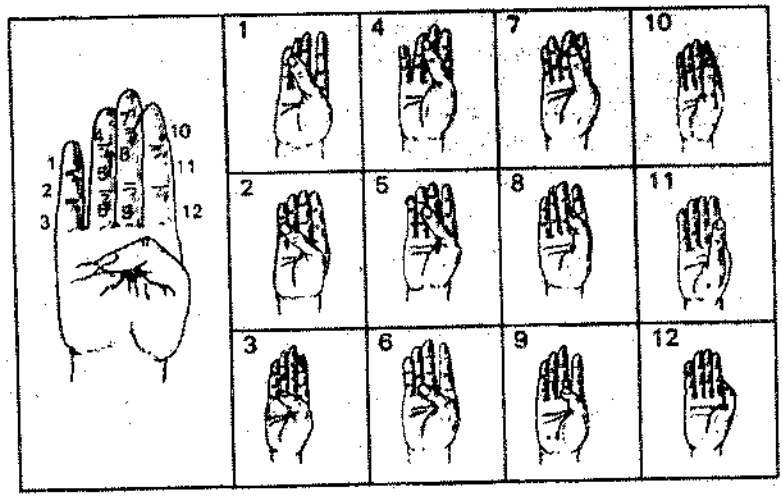


Yahudi duasının alın bağları ve saçağı.



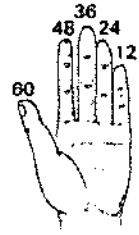


Büyük sayıların gösterimi.

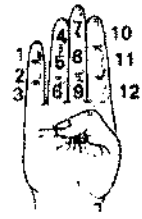


Parmak işaretleriyle saymalar.

SOL EL	SAĞ EL



Her biri oniki değerinde olan parmaklarla sayım

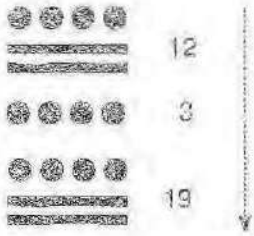


Her biri birim değerinde olan parmaklarla sayım

20 sayısından büyük her sayı, ne kadar birim varsa o kadar kat içeren bir sütun üzerine yazılıyordu. İki basamaklı bileşik sayılar için, yalın birimlerin rakamı alt kata, yirmilerin rakamı ise ikinci kata yerleştiriyordu. Örneğin, 21 (= 1 x 20 + 1) ve 79 (= 3 x 20 + 19) sayıları

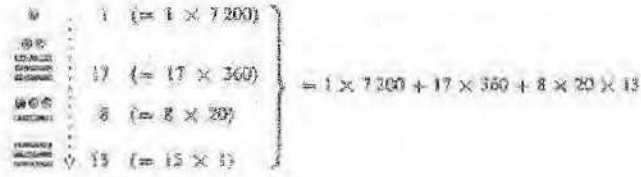


biçimlerinde yazılıyorlardı. Bu durumda, bir üstteki kat 20 tabanlı bu dizilişin üçüncü konumu, ikincinin değerinden yirmi kez daha büyük değerlere karşılık gelir. Bizim kullandığımız basamaklar gibi, üçüncü kat yüzlere yani 10 x 10 = 100 sayısının katlarına ayrılmıştır. Bu sayılamadaki üçüncü sırası ise dört yüzlere, yani 20 x 20 = 400 sayısının katlarına karşılık gelmesi gerekirdi. Her nedense burada ilginç bir kural dışılıkla karşılaşıyoruz. Maya bilginleri için, üçüncü kat aslında 360 sayısının katlarını gösteriyordu. Örneğin,



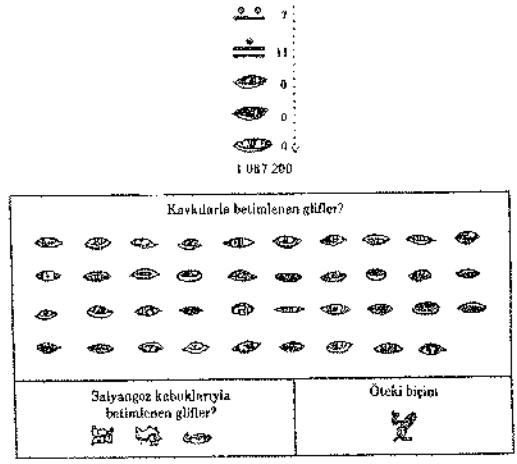
gösterimi, $12 \times 20^2 + 3 \times 20 + 19 = 12 \times 400 + 3 \times 20 + 19$ sayısına değil, $12 \times 360 + 3 \times 20 + 19$ sayısına karşılık geliyordu.

Dördüncüden sonra her kat bir alt kattakinden yirmi kez daha büyük değerli olduğundan, sonraki konumlarda 20 tabanının sıkı bir biçimde kullanımına geri dönülmüş olunur. Çünkü, üçüncü basamağın kural dışılığından ötürü, dördüncü konum 7200 = 20 x 360 sayısının katlarına (yani 8000 = 20 x 20 x 20 sayısının katlarına değil), beşinci konum 144000 = 20 x 7200 sayısının katlarına (yani 160000 = 20 x 20 x 20 x 20 sayısının katlarına değil), . . . şeklinde karşılık geliyordu. Örneğin, dört rakamlı bir gösterimi okumak için, üç çarpma ile bir toplama yeter. Bunu



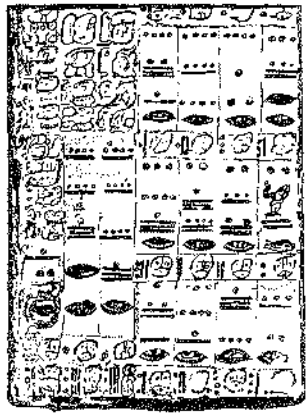
konumundaki işlemlerle daha kolay görebiliriz.

Belli bir basamağın birimlerinin eksilmesi durumunda her rakamın kendi katında kalması için de, Maya bilginleri bir sıfır icat etmişlerdir. Bilemediğimiz nedenlerden dolayı, bir midye ya da salyangoz kabuğuna çok benzeyen bir işaret sıfır olarak gösterilmiştir. Örneğin, bizim bugün kullandığımız onlu gösterimlerle 1 087 000 biçiminde gösterdiğimiz ve Maya gösteriminin birimlerine göre aritmetik ayrıştırılışı 7 x 144000 + 11 x 7200 + 0 x 360 + 0 x 20 + 0 biçiminde olan sayı

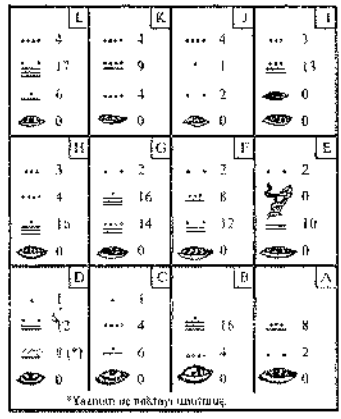


Kodekslerde bulunan sıfır glifinin çeşitli biçimleri.

olarak yazılıyordu. Dikkat edilirse üç yüz altmışların, yirmilerin ve yalın birimlerin yokluğu sıfır ile dile getiriliyor. Yani bu basamaklarda sıfır kullanılıyor. Sıfırın kullanılması Dresden Kodekslerinde açık bir biçimde görülür. Bu da aşağıda olduğu gibidir.



Dresden Kodeksi.



Yandaki belgenin sağ tarafında bulunan ifadelerin çevriyazısı.

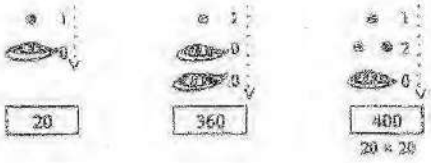
Maya bilginleri her biri belli bir gün sayısını dile getiren çeşitli sayısal ifadeleri

A	=	[8;	2;	0]	=	2 920	=	1	×	2 920	= 5 × 584
B	=	[16;	4;	0]	=	5 840	=	2	×	2 920	= 10 × 584
C	=	[1;	4;	6;	0]	= 8 760	=	3	×	2 920	= 15 × 584
D	=	[1;	12;	8;	0]	= 11 680	=	4	×	2 920	= 20 × 584
E	=	[2;	0;	10;	0]	= 14 600	=	5	×	2 920	= 25 × 584
F	=	[2;	8;	12;	0]	= 17 520	=	6	×	2 920	= 30 × 584
G	=	[2;	16;	14;	0]	= 20 440	=	7	×	2 920	= 35 × 584
H	=	[3;	4;	16;	0]	= 23 360	=	8	×	2 920	= 40 × 584
I	=	[3;	16;	0;	0]	= 26 280	=	9	×	2 920	= 45 × 584
J	=	[4;	1;	2;	0]	= 29 200	=	10	×	2 920	= 50 × 584
K	=	[4;	9;	4;	0]	= 32 120	=	11	×	2 920	= 55 × 584
L	=	[4;	17;	6;	0]	= 35 040	=	12	×	2 920	= 60 × 584

tablosuna karşılık gelmek üzere düzenlemişlerdir. Bu dizide görüldüğü gibi, Venüs'ün güneş çevresinde Mayalarca 584 gün olarak tahmin edilen dönüşüne ilişkin bir cetvelden başka bir şey değildir. Burada Maya gökbilimcilerinin matematiksel zekasının iki tartışılmaz kanıtını görüyoruz. Bunlardan birisi konumlu bir sayılama geliştirmişler. İkincisi sıfırı keşfedip kullanmışlardır. Oysa, dünya halklarının çoğu bunu ancak Hintlilerden almış, Avrupa'ya çok sonra iletmişlerdir. Bu da onların sıfırı bulmaları ve kullanmaları için Ortaçağı beklemeleri gerektiğini ortaya koymuştur. Yani, Mayalar da sıfırı daha önce kullanmışlardır. (5).

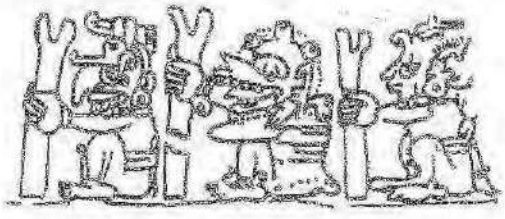
Mayaların sözlü sayılamaları yirmi tabanlı olduğu halde sayılamaları neden yirmili değildi? Yirminin ardışık katlarlıyla (1, 20, 20^2 = 400, 20^3 = 8000 . . .) iş görecek yerde ardışık sahanlıklarına 1, 20, 18 x 20 = 360, 18 x 20^2 = 7200 . . . değerlerini veriyordu. Bu sayılamanın üçüncü konumu niye 400 sayısının katlarıyla değil de 360 sayısının katlarıyla yapılıyordu? Bizim bugünkü sayılamamızda sıfır aritmetik işlemci görevini görür. 46 (= 4 x 10 + 6) sayısının gösteriminin sonuna bir sıfır ekleyerek türetilen 460 (=4 x 100 + 6 x 10 + 0) sayısının değeri, 46 sayısının 10 tabanıyla 46 x 10 = 460 biçimindeki çarpımıdır.

Maya sayılaması tümüyle yirmili tabanla yapılsaydı, onun sıfırı da işlemci özelliği taşırdı. Rakamlı bir gösterimin sonuna bir sıfır eklenince, ilgili sayının değeri 20 sayısıyla çarpılmış olurdu. Bir başka deyişle, [1; 0] (=1 x 20 + 0) sayısına bir sıfır ekleyerek türetilmiş olan [1; 0; 0] yazısı, bu durumda 1 x 20^2 + 0 x 20 + 0 = 400 sayısına eşit olurdu. Yani bu hal yirmi sayısının karesine karşılık gelirdi. Oysa Mayaların gösterimlerinde durum hiç de öyle değildir. Çünkü, [1; 0] ve [1; 0, 0] gösterimleri Maya yazımında sırasıyla 1 x 20 + 0 = 20 ve 1 x 360 + 0 x 20 + 0 = 360 sayılarına karşılık gelmektedir. 400 = 20 x 20 (=1 x 360 + 2 x 20 + 0) sayısına gelince, bu da [1; 2; 0] biçiminde yazılıyordu. Bunlar da Maya gösterimleriyle



biçiminde yazılıyordu. Mayaların sıfırı, bu kuraldışı kullanımdan dolayı, her türlü işlemsel olanaktan yoksun kalmıştır. Bu kuraldışılık, aritmetik ve hesap alanlarında Maya bilginlerinin bu can alıcı keşiflerinin tüm meyvelerini elde etmelerini engellemiştir. Mayaların sıfırı işlevsel bakımından bizim bugünkü sıfırımızla özdeşleştirip övmeye kalkışamayız. Bu ürünü ancak Hint matematiğinin sıfırı alacaktır.

Mayalarda gökbilimciliği ve gizemcilik vardı. Günlük hesap, daha çok tüccarların ve halkın işiydi. Oysa bu sayılama zaman ölçümü ile gökbilimcilerin gözlemlerinin gereksinimlerini karşılamak için geliştirilmişti. Bu nedenle bu sayılama Maya rahiplerinin tekelindeydi. Zamanın bölümlenmesi ile tanrısal dünya arasında sıkı bir ilişki olduğundan bununla ancak rahipler uğraşabilirdi. Maya bilimi gerçekten tapınakların tepesinde işlenmişti. Rahip demek gökbilim demekti. En iyi takvimleri onlar yapmışlardı. Bu halkta gizemcilik önemli bir yer tutuyordu. Tanrısal varlıklar belirli sayılara balanıyor, hiyeroliflerle gösterilen şekiller kazanıyordu. Maya takviminin bölümleri en inceliklerine kadar hesaplanmıştı. İyilik ve kötülükler tanrılardan geliyordu. Bunun gibi daha birçok batıl inançları vardı. Gökbilim, gizemcilik ve din bu halkın temel yaşamıydı. Bunda da rahiplerin bir ayrıcalığı olacaktı. (5).

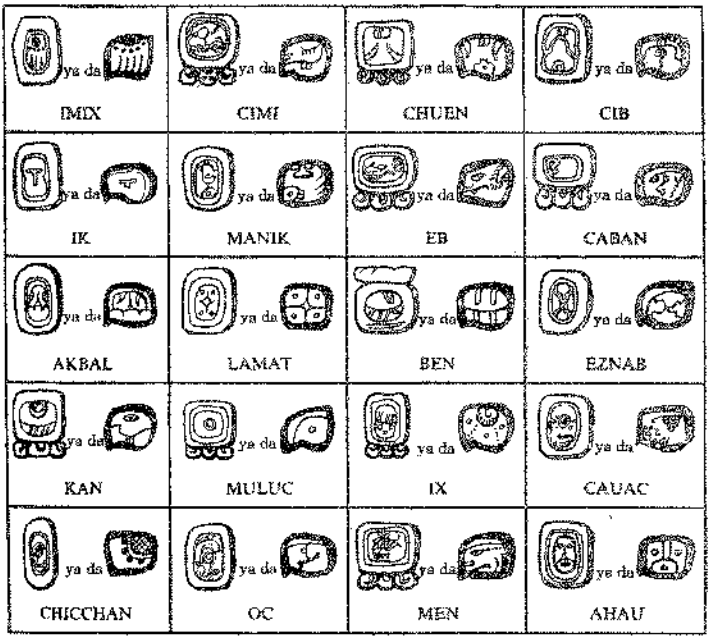


Bu resimde Yamur Tanrısı Chaç bir ağaç dikiyor. Onun ardından Ölüm Tanrısı Ah Puch ağacı kırıyor. Son olarak da Mısır ve Tarım tanrısı Yum Kax onu onarıyor. Bu, Tro-Cortesianus Kodeksinden bir ayrıntıdır.

Mayaların aslında aynı zamanda kullandıkları iki ayrı takvimleri vardı. İlk takvimleri Tzolkin dinsel nitelikliydi. Haab denen ikincisi ise bir güneş takvimiydi. Mayaların dinsel yılı on üç günlük yirmi çevrimden oluşuyordu. Adları, değişmez sıra içinde

İmix	Cimi	Chuen	Cib
İk	Manik	Eb	Caban
Akbal	Lamat	Ben	Eznab
Kan	Muluc	İx	Cauac
Chiccam	Oc	Men	Apau

biçiminde yazılıyordu. Bunların her biri bir hiyerolifle gösteriliyordu. Tanrı, hayvan veya kutsal nesnelerle dolaylı veya dolaysız bir ilişkiye sokulmuştu. Maya takviminin yirmi gününün hiyerolifleri ve Yukatek dilindeki adları aşağıda olduğu gibidir.



Maya takviminin yirmi gününün hiyerolifleri ve Yukatek dilindeki adları.

Bu 260 gün olan dinsel çevrim ile 365 günlük güneş çevrimi arasında 105 günlük bir fark vardır.

Dinsel takvimde bu yirmi ana günün her birine 1 sayısından 13 sayısına kadar çevrimsel olarak değişen bir numara işareti verilmişti. İlk gün 1 numarayı, ikinci gün 2 numarayı, . . . onüçüncü gün 13 numarayı taşıyordu. On dördüncü güne 14 numarayı vereceğine 1 numarayı, onbeşinci güne 2 numarayı . . . yirminci güne 7 numarayı veriyordu. Sonra yirmi günlük dizi baştan alınıyor, ilk güne 8 numara, ikinci güne 9 numara veriliyor ve 13 numarayı taşıyan altıncı güne dek böyle devam ediyordu.

Rakamların ve günlerin sayımının başlangıç noktasına geri dönmesi için 260 günün geçmesi gerekiyordu. Bu da Maya takviminin yirmi ana gününden birinin yeniden aynı numarayı taşıdığının görülmesi için, bu zaman aralığının geçmesi gerektiği anlamına gelir.

Mayaların, dinsel takvimlerinin yanı sıra, Haab adıyla bilinen bir güneş takvimleri daha vardı. Bu takvim 365 gündü. Bu yıl on sekiz ay ve her ay da yirmi gün sürüyor-

du. On sekizinci ayın sonuna beş günlük ekleme yapılıyordu. On sekiz ay hep değişmez bir sırayla

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
IMIX	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
IK	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8
AKBAL	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9
KAN	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10
CHICCHAN	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11
CIMI	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12
MANIK	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13
LAMAT	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1
MULUC	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2
OC	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3
CHUEN	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4
EB	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5
BEN	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6
IX	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
MEN	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8
CIB	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9
CABAN	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10
ETZNAB	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11
CAUAC	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12
AHAU	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13

Mayaların dinsel yılının ardışık 260 günü.

Pop	Yaxkin	Mac
Uo	Mol	Kankin
Zip	Chen	Muan
Zotz	Yax	Pax
Tzec	Zac	Kayab
Xul	Ceh	Cumku

olarak söyleniyordu. Bu aylar da birer tanrısal güçlere bağlanıyor ve her birinin hiyerolifl erle özel birer gösterimleri vardı.



Maya güneş takviminin 20 gün süren 18 aylık dönemin işaretleri ve isimleri.

Eklenen beş güne adı olmayan anlamına gelen Uayeb deniyordu. Daha çok kaos, yıkım ve bozulma kavramına bağlanan bir hiyerolifle gösteriliyordu. Hayaletler ya da işe yaramaz diye nitelenen bu günler insanoğlu için boş, can sıkıcı, uğursuz diye görülüyordu. Bunun gibi bu günlere yüklenen bir sürü suçlamalar vardı. Bu günlerde kötü şeyler olur diye birçok iş yapılmazmış. (5).

POP	UO	ZIP	ZOTZ	TZEC	XUL	YAXKIN	MOL	CHEN	YAX	ZAC	CEH	MAC	KANKIN	MUAN	PAX	KAYAB	CUMKU	UAYEB
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	
14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	
15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	
16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	
17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	
18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	
19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	

Mayaların belirsiz (ya da sivil) yılının ardışık 365 günü.

Günün "dinsel" yıldaki konumu



13 AHAU

Günün "sivil" yıldaki konumu



18 CUMKU

Sivil takvim de dinsel takvimin ikisini de hesaba katan tam tarihten örnekler.

20 ana günün listesi	1. yıl		2. yıl		3. yıl		4. yıl		5. yıl	
	☆	UAYEB	☆	UAYEB	☆	UAYEB	☆	UAYEB	☆	UAYEB
Eb	0	0	. 15		. 10		. 5		0	0
Ben	1	1	. 16		. 11		. 6		1	1
Ix	2	2	. 17		. 12		. 7		2	2
Men	3	3	. 18		. 13		. 8		3	3
Cib	4	4	. 19		. 14		. 9		4	4
Caban	5		0 .	0	. 15		. 10		5	
Eznab	6		1 .	1	. 16		. 11		6	
Cauac	7		2 .	2	. 17		. 12		7	
Ahau	8		3 .	3	. 18		. 13		8	
Imix	9		4 .	4	. 19		. 14		9	
Ik	10		5 .		0 .	0	. 15		10	
Akbal	11		6 .		1 .	1	. 16		11	
Kan	12		7 .		2 .	2	. 17		12	
Chicchan	13		8 .		3 .	3	. 18		13	
Cimi	14		9 .		4 .	4	. 19		14	
Manik	15		10 .		5 .		0 .	0	15	
Lamat	16		11 .		6 .		1 .	1	16	
Muluc	17		12 .		7 .		2 .	2	17	
Oc	18		13 .		8 .		3 .	3	18	
Chuen	19		14 .		9 .		4 .	4	19	

☆: 20 günlük 18 "aydan" herhangi biri.

Maya "sivil" takviminde yirmi taban günün biribirini izleyen konumları.

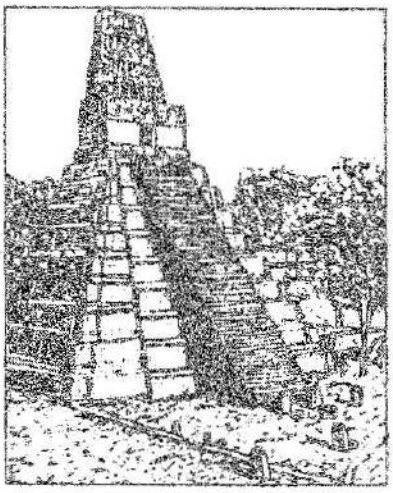
Mayalar, insanlar, hayvanlar ya da nesneler söz konusu olduğunda tümüyle yirmili düzende sayıyorlardı. Buna karşın zaman ölçülerinde öyle değildi. Bunun için kural dışı olan hesaplamaları vardı. Bunlarla ilgili dönüşümler

1 kin		1 g	= 1 gün
1 uinal	= 20 kin	20 g	= 20 gün
1 tun	= 18 unial	= 18 x 20 g	= 360 gün
1 katun	= 20 tun	= 20 x 18 x 20 g	= 7200 gün
1 haktun	= 20 katun	= 20 x 20 x 18 x 20 g	= 144 000 gün
1 pictun	= 20 haktun	= 20 x 20 x 20 x 18 x 20 g	= 2 880 000 gün

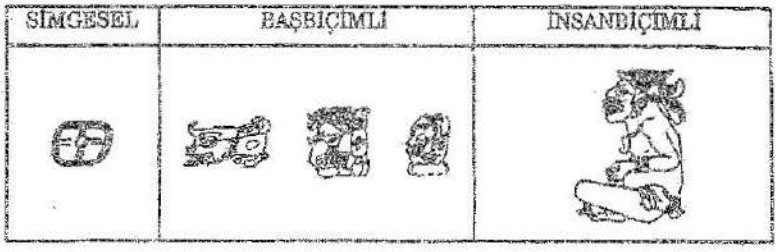
tablosundan elde edilir. (5).

BİRİM BASAMAKLARI	ADLAR VE TANIMLAR	DENKLtKLER	KARŞILIK GELEN GÜNLERİN SAYISI
1.	kin GÜN		1
2.	unial 20 "GÜNLÜK" "AY"	20 kin	20
3.	tun 18 "AYLIK" "YIL"	18 uinal	360
4.	katun 20 "YILLIK ÇEVRİM"	20 tun	7 200
5.	baktun 400 "YILLIK ÇEVRİM"	20 katun	144 000
6.	pictun 8000 "YILLIK ÇEVRİM"	20 baktun	2 880 000
7.	calabtun 160 000 "YILLIK ÇEVRİM"	20 pictun	57 600 000
8.	kinchiltun 3 200 000 "YILLIK ÇEVRİM"	20 calabtun	1 152 000 000
9.	alautun 64 000 000 "YILLIK ÇEVRİM"	20 kinchiltun	23 040 000 000

Bu tablo, Maya zaman oranlarını göstermektedir.



Tikal'da İ. S. 702 yılında yapılmış Dev Jaguar Tapınağı.



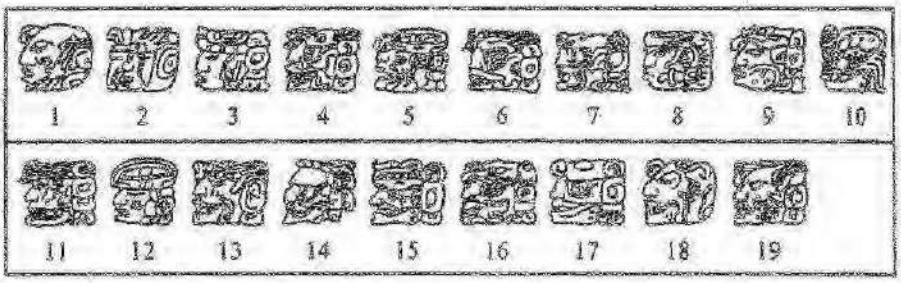
Kin, "gün"ün çeşitli hiyerolif gösterimleri.

Maya yazmaları ile yontucuları, "uzun hesap"ta zaman sürelerinin anlatımına giren farklı birimlere verilmiş katsayıları belirtmek için de deminki gibi aynı sayı için iki ya da üç farklı biçime girebilen bir gösterim dizgesi kullanılıyordu.



Quirigua dikilitaşları üzerinde bulunmuş zaman birimlerinin hiyerolifleri.

İlk ondokuz sayı bir tanrı başıyla gösteriliyordu. Örneğin 5 sayısı Mısır Tanrısının başıyla ve 10 sayısı da Ölüm Tanrısının başıyla gösterilmesi geleneği vardı.

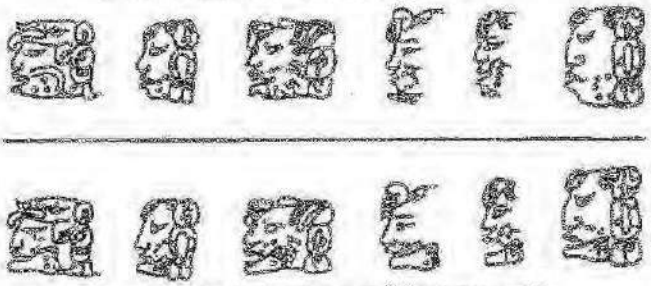


Mayaların ilk ondokuz tamsayıyı sayıyı başbiçimli gösterimleri (bunlar Quirigua'daki bazı çömlekler ile heykeller üzerine, özellikle de J ve F dikilitaşları ile Palenque'deki hiyerolif merdivende görülmektedir.)

1 sayısından 13 sayısına kadar numaralanmış glifler Oxlahuntiku'ların yani yukarı dünyanın on üç tanrısının baş resimlerinden oluşuyordu. Bunlar gökkubbenin on üç katını yönetiyordu. Dinsel takvimin günlerinin aralarında gelişini düzenliyordu.

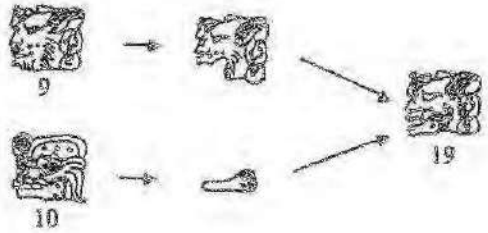
14'ten 19'a kadar numaralanmış glifler ise, aşağıdaki örnekte olduğu gibi algıya dayalı bir ilkeyle, 4'ten 94a kadarki sayıların gliflerinden türetilmişti. (5).

9'UN GLİFİNİN DEĞİŞKELERİ



19'UN GLİFİNİN DEĞİŞKELERİ

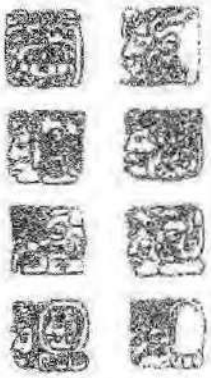
Açıkçası, bunlar tanrıların alt çenelerini ayırarak, 4'ten 9'a kadarki glifferden hareketle tasarlanmıştı. Temel aritmetik kural; alt çene kemiği Ölüm Tanrısını, yani 10 sayısını simgeliyordu.



Ama ilk ondokuz sayının bu gösteriminin kullanımı yine de sınırlıydı. Mayalar zamandizinle ilgili yazıtlarında bu sayılar için çok daha sık olarak daha önce sözünü ettiğimiz noktalı ve çubuklu gösterimi kullanıyorlardı.

Her ne ise, tarihlerin ve zaman sürelerinin anlatımı, oldukça açık bir biçimde, yukarıdaki verilerden yola çıkarak yapılıyordu. Amerikancılar buna başlangıç dizileri adını verirler.

Bunun bir örneği, Palenque'deki hiyerolif merdiven'de bulunur. Orada rakamlar demin söz konusu edilen tanrıların başlarıdır. (5)



Palenque'deki hiyerolif merdivende bulunan başlangıç dizisi: Tarih başbiçimli rakamlarla dile getiriliyor.

Yazıt, başlangıç dizisinin giriş glifi denen şu glifle başlıyor:



POP

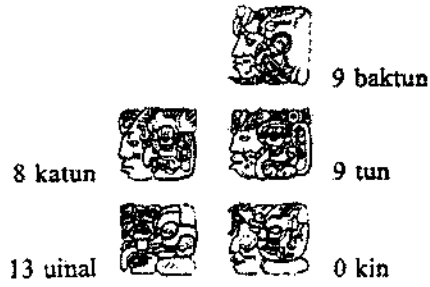
Bu, yazıtın yazıldığı günün içinde bulunduğu sivil yılın ayını yöneten tanrının ya da, daha kesin olarak, dile getirilen tarihin son gününün içinde bulunduğu dünyasal takvim ayının ismidir.

Sonra, yazıtın altında, söz konusu günün konumu sivil yıla göre ve dinsel yıla göre şöyle belirtilmiştir.



8 AHAU 13 POP

Maya çağının başlangıç tarihinden itibaren geçen günlerin sayısı ise uzun hesapla şöyle dile getirilir.

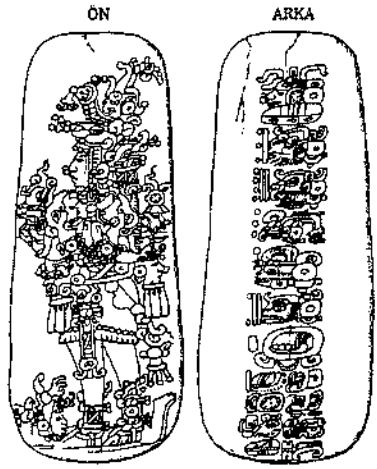


Bu tarih, en yüksek zaman birimlerinden başlayarak yukarıdan aşağıya doğru okunur. Uzmanlar bunun çeviriyazısını yalnızca 9. 8. 9. 13. 0 katsayılarını kullanan bir kısaltılmış gösterimle yaparlar. Bu da şöyle yorumlanır. (5).

9 baktun	=	9 x 144 000 g	1 296 000 g
8 katun	=	8 x 7 200 g	57 600 g
9 tun	=	9 x 360 g	3 240 g
13 uinal	=	13 x 20 g	260 g
0 kin	=	0 x 1 g	0 g
			1 357 100 g

Çok basit bir dönüştürme işlemiyle, bu tarih İ. S. 603 yılına karşılık gelir.

Leiden levhası da başka bir örnek sunmaktadır.



Leiden Levhası. Guatemala'da, Puerto Barrios'ta bulunmuş, Tikal'de işlenmiş olan, 21,5 cm uzunluğunda, fazla kalın olmayan, yeşim taşından yapılma bu yapıtın ön yüzünde bir tutsağı çiğneyen zengin giyimli bir Mayalıyı gösteriyor. Kuşkusuz arka yüzünde İ. S. 320 yılına karşılık gelen, kazınmış bir tarih bulunuyor. Rijkmuseum voor Wolkenkunda, Leyde, Hollanda.

Deminki gibi, zamandizinle ilgili yazıt da bir giriş glifiyle başlıyor. Bu glif, binanın yapılışının son gününün içinde bulunduğu, YAXKIN ayını yönetmekle görevli olan tanrının adına karşılık gelmektedir. (5).



YAXKIN

Bu gün ise, sivil takvimdeki ve dinsel takvimdeki konumuyla şöyle dile getirilmektedir.



1 EB



0 YAXKIN

Uzun hesapla buna karşılık gelen tarih de şöyle yazılmıştır.



8 baktun



14 katun



3 tun



1 uinal

Yine yukarıdan aşağıya ve soldan sağa okunan bu tarihin çeviriyazısı 8. 14. 3. 1. 12 kısaltılmış biçimiyle yapılır ve şifresi şöyle çözülür.

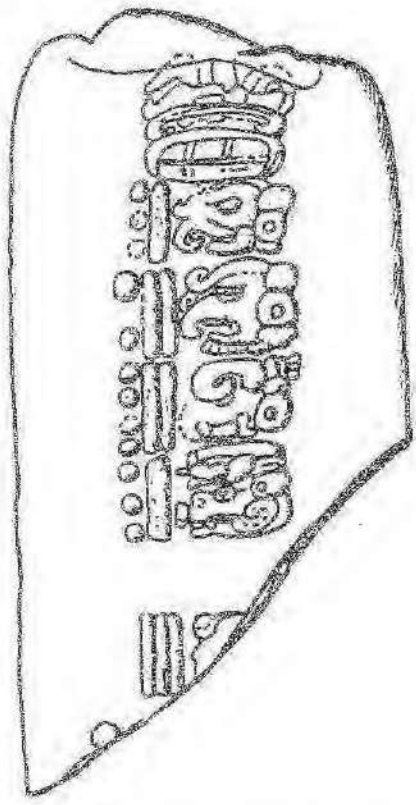
8 baktun	= 8 x 144 000 g	.....	1 152 000 g
14 katun	= 14 x 7 200 g	.....	100 800 g
3 tun	= 3 x 360 g	.....	1 080 g
1 uinal	= 1 x 20 g	.....	20 g
12 kin	= 12 x 1 g	.....	12 g
			1 253 912 g

Maya çağının sıfır yılından itibaren geçen günleri dile getiren bu sayı, basit bir hesapla, İ. S. 320 yılına karşılık gelmektedir.

Uzun süre Leiden levhasının Maya uygarlığına ait tarihli ilk parça olduğu düşünülmüştür. Ama, 1959'da Guatemala'daki Tikal kentinin yıkıntılarında yapılan arkeolojik kazılar çok daha eski bir yazıt çıkarmıştır ortaya. Tarihi aynı şekilde aşağıdaki gibi bir toplamı veren 29 dikilitaşı vardır.

8 baktun	= 8 x 144 000 g	.....	1 152 000 g
12 katun	= 12 x 7 200 g	.....	86 800 g
14 tun	= 14 x 360 g	.....	5 040 g
8 uinal	= 8 x 20 g	.....	160 g
0 kin	= 0 x 1 g	.....	0 g
			1 243 600 g

Bu da İ. S. 292 yılına karşılık gelmektedir.



Tikal'deki (Guatemala) 29 dikilitaşın arka yüzü. Bu, bugün bildiğimiz en eski tarihli Maya yazıtıdır. Üzerinde bulunan ve çeviriyazısı genellikle 8. 12. 14. 8. 0 biçimde yapılan tarih, İ. S. 292 yılına karşılık gelmektedir.

Çeşit çeşit gösterimlerle dolu dikilitaşların birçoğunu süsleyen görkemli zamandizinsel yazıtlarda sayısız başka örnek bulunmaktadır.

Dikilitaşın dikilme tarihi, üst satırda iki hiyerolif öbeğiyle başlıyor. Solda bulunan ilk hiyerolif 9 rakamı ile baktun'u gösteren tanrının başından, öteki 17 rakamı ile katun'u gösteren tanrının başından oluşuyor. Bir alt satırda, sırasıyla sıfır tun ve sıfır uinal'i gösteren iki başka öbekle devam ediyor. Sonra, alt satırda, 0 kin anlamına gelen bir öbekle bitiyor.



9 BAKTUN
9 × 144 000 g
(= 1 296 000 gün)



17 KATUN
17 × 7 200 g
(= 122 400 gün)



0 TUN
0 × 360 g
(= 0 gün)



0 UINAL
0 × 20 g
(= 0 gün)



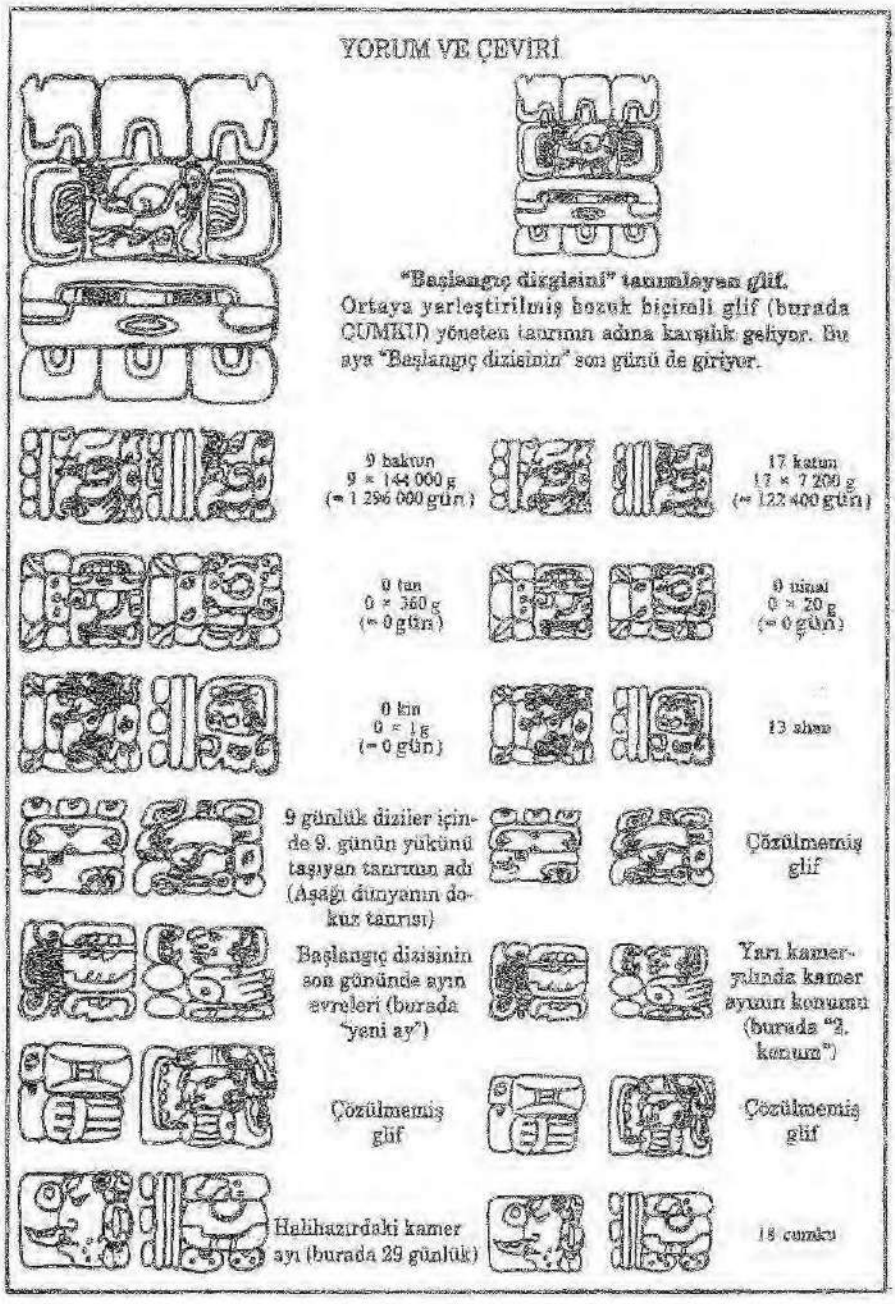
0 KIN
0 × 1 g
(= 0 gün)

Dikilitaşı dikenler böylece Maya çağının başlangıcından belirtmek istedikleri tarihe kadar geçen günlerin sayısını dile getirmişlerdi. Anıtın dikiliş tarihi sayısal olarak şöyle yorumlanır.

9 baktun	=	9 x 144 000 g	1 296 000 g
17 katun	=	17 x 7 200 g	122 600 g
0 tun	=	0 x 360 g	0 g
0 uinal	=	0 x 20 g	0 g
0 kin	=	0 x 1 g	0 g
			1 418 400 g

Demek ki, Maya çağının başlangıcından söz konusu güne dek bir milyon dört yüz on sekiz bin dört yüz gün geçmiş. Çok basit bir dönüştürme işlemiyle, buradan Quirigua'daki E dikilitaşının bizim Gregorius takvimiyle İ. S. 771 yılının 24 Ocak günü dikilmiş olduğu sonucu çıkarırız. (5).

Bu arada, bu dikilitaşların Mayaların bize bıraktığı en ilginç yazıtlar arasında bulunduğunu belirtelim. İki uç tarihi yan yana koyunca, bunlar gerçekte büyük Maya kentlerinin yaşam süresi konusunda belirli bir fikir vermektedir. Tikal'deki en eski dikilitaş 292, en yenisi 869 tarihlidir. Uaxacut'daki en eski dikilitaş 328, en yenisi 889 tarihlidir. Copan için de öyle. İlk dikilitaş 469, sonuncusu 800 tarihlidir. Yaxchilan'da ilki 509, sonuncusu 771 tarihlidir. Piedras Negras'ta ilki 509,



Başlangıç dizisini (ve dikilitaşın dikilme tarihiyle ilgili birçok başka ayrıntıyı veren bir tamamlayıcı diziyi) gösteren, Quirigua'daki E dikilitaşından ayrıntı. Üzerindeki tarih (9. 17. 0. 0. 0.; 13 ahau, 18 cumku) bizim takvimimizle 24 Ocak 771 yılına karşılık geliyor.

sonuncusu 809 tarihlidir. Palenque'de ilki 538, sonuncusu 785 tarihlidir.

Ayracı kapatırsak, yukarıdaki örnekler, Mayaların zamandizinsel yazıtlarında, belli bir basamaktaki zaman birimlerini çok çeşitli biçimlerdeki hiyeroliflerle simgeleştirdiklerini kanıtlamaktadır.



Çeşitli Maya dikilitaşları ve yontuları üzerinde bulunan, sıfırın hiyerolif gösterimleri. Soldan sağa doğru: En çok kullanılan ilk altısı simgesel gösterimlerdir. Yedinci ile sekizinci başbiçimli, sonuncusu ise insan biçimlidir.



Palenque'deki Palacio'da bulunmuş bir levhadan ayrıntı. Bu levha O kin (günün yokluğu) deyiminin olağandışı bir insan biçimli betimlemesini taşıyor.

Peki öyleyse, matematik bakımından sıfırın hiç de gerekli olmadığı bir dizgede, sıfırın yerine geçen özel bir hiyerolifin kullanımı niye?

Yukarıdaki tarih niye

9 baktun, 17 katun, 0 tun, 0 uinal, 0 kin

biçiminde belirtilmiş?

Bu kolayca,

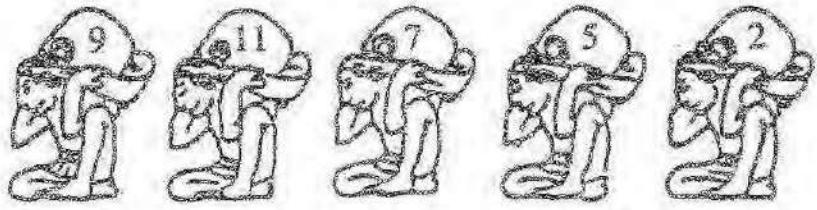
9 baktun, 17 katun

biçiminde dile getirilebilirdi.

Doğrusu, Mayalar, çizgesel, estetik ve dinsel kaygılarla, bir zaman biriminin hiyerolifini es geçmeyi yasaklamışlardır.

Dinsel açıdan, daha önce belirtildiği gibi, bu birimlerin her biri, zamanın koruyucusu olan bir tanrının sırtında taşıdığı bir yük olarak tasarlanıyordu. Bu zaman birimlerinin her birinin bitiminde gelecek olan zamanı, Maya takviminin bir sonraki sayıyı yüklediği tanrı üstleniyordu.

Örneğin, 9 baktun, 11 katun, 7 tun, 5 uinal ve 2 kin tarihinde, günleri 2 sayısının tanrısı, ayları 5 sayısının tanrısı, yılları 7 sayısının tanrısı . . . taşıyordu.

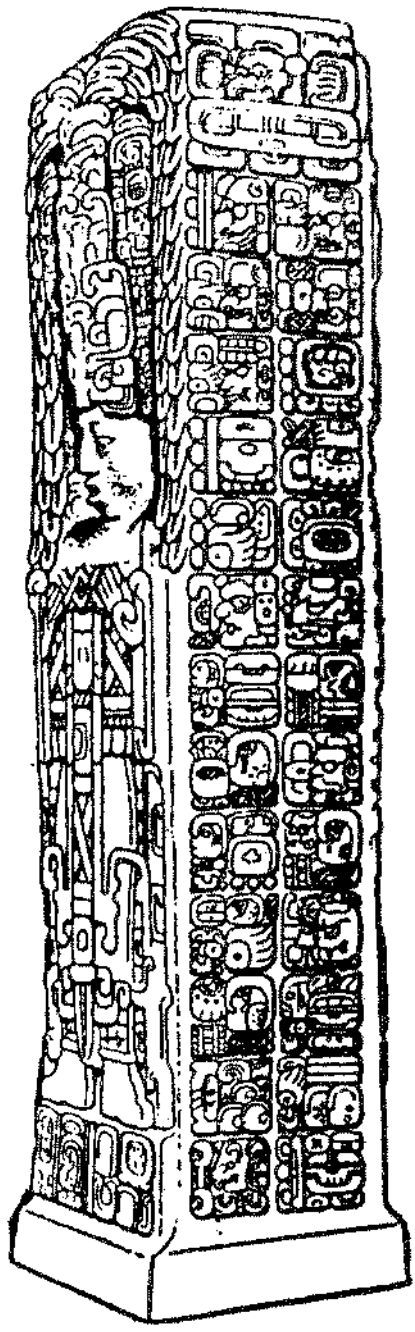


Baktun'ları taşıyan tanrı | *Katun*'ları taşıyan tanrı | *Tun*'ları taşıyan tanrı | *Uinal*'leri taşıyan tanrı | *Kin*'leri taşıyan tanrı

Bizim takvimimizle karşılaştırırsak, bu biraz 31 Aralık 1899 için altı taşıyıcı tanrı varmış gibi olur. (5).

- gün olarak 31 sayısını taşıyan bir tanrı;
- ay olarak 12 sayısını taşıyan bir tanrı;
- yıl olarak 9 sayısını taşıyan bir tanrı;
- on yıl olarak 9 sayısını taşıyan bir başka tanrı...

Bu günün sonunda, tanrıların bu ardarda gelişi kısa bir ara verip yeniden başlayacaktır. Ama bir sonraki yılın ilk ayının başında bulunan ertesi gün, günlerin taşıyıcısı olan tanrı gibi yılların taşıyıcısı olan tanrı da 1 sayısını yüklenmektedir. Yüzyılın değişmesiyle birlikte 1899'dan 1900'e geçiş yılların ve onyılların taşıyıcısı olan tanrılar yüklerini hemen bırakacak, bu arada yüzyılların taşıyıcısı olan tanrı 9 sayısını üstlenecektir. Binyılların tanrısı ise 900 yıldır sırtında taşıdığı yükü taşımaya devam edecektir.



Quiriga dikilitaşı. İ. S. 775 yılında dikilmiş bu anıtın önünde ve arkasında tanrılar, yanlarında da glifler (gökbilimsel ve başka türden takvimler) yontulmuştur.

Mayaların gizemli düşüncesi içinde kalarak akıl yürütür de 9 baktun, 17 katun, 0 tun, 0 uinal ve 0 kin tarihine geri dönersek, anıtsal bir dikilitaştan kinlerin, uinallerin ve tunların tanrılarının gösterimini kaldırmaya girişilseydi, bu tanrıların tepkisi ne olurdu?

Maya yontucuları ile kalıpçıları tanrıları öfkelendirmeyi kesinlikle göze alamazlardı.

Öte yandan, zaman birimleri değişmez bir sırayla birbirini izliyor, durmadan yeniden başlıyordu. Yukarıdan aşağı doğru, en yüksek birimlerden başlayarak, kesin bir azalan değer sırası içinde kaydediliyordu.

Bundan ötürü, belli bir basamaktaki zaman biriminin yokluğunu belirten özel bir işaret kullanılmasaydı, dikilitaşların üzerindeki hiyeroliflerin o güzelim düzenlenişinin hiçbir anlamı kalmazdı.

Estetik kaygı, gizemli korku, Maya dikilitaşlarının ayrı bir özen gösterilmiş sayfa düzeninin gerekleri ve törensel yapısı, sıfırın icadını mutlak bir zorunluluk haline getirmiştir.

Ama dizge, ayrıca ve özellikle, kaçınılmaz olarak konum ilkesinin keşfine götürmesi gereken bir evrim çizgisi üzerinde bulunuyordu. Bu dizgenin zaman birimleri, bir sayım tablasının üzerindeki birimler kadar katı bir biçimde, yontucuların ve kalıpçıların usta kazı kalemiyle matematiksel bir ilerleme sırasını izliyordu.

Maya rahip gökbilimcileri böyle bir sergilemenin üstünlüklerini kullanmaktan da geri durmamışlardır.

Gerçekte, el yazmaları üzerinde, tarihlerin anlatımı sırasında, yalınlaştırma kaygısıyla, zaman birimlerini belirten her türlü hiyerolif ifadeyi kaldırma yoluna gitmiş, geriye yalnızca söz konusu katsayı dizilerini bırakmışlardır. (5).

Bundan böyle bunların yerine sıfırı ya da 1'den 19'a kadarki rakamlardan birini yazmakla yetinmişlerdir.

8 baktun, 11 katun, 0 tun, 14 uinal ve 0 kin tarihini



biçiminde göstereceklerine, rakamların yönünü değiştirip sıfır işaretinin yerine yapılması daha kolay bir işaret koyarak şöyle dile getirmişlerdir.



Bu el yazmaları anıtsal dikilitaşların törensel ve kutsal niteliğini taşımadığından, zaman birimlerini dile getiren gliflerin kaldırılışı her halde dinsel bakımdan sorun yaratmamıştır.

Şurası açıktır. Sıfırın kullanımı yine de zorunlu olmuştur. Ama bu kez matematiksel nedenlerden ötürüdür.

Yani, dikkate değer bir konumlu yazılı sayılamayla donanmış olan Maya gökbilimcileri, mistik ve teolojik kaygılardan kurtulunca gerçek bir sıfır sahibi olmuştur.

Yalnızca gökbilimin ve zaman hesabının gereksinimlerini gidermek üzere tasarlanmış ve tamamen tarihlerin anlatım dizgesine göre düzenlenmiş olan bu sayılama, yine de, üçüncü konumda, üçüncü zaman biriminin değerini korumuştur. Bu basamağa 20 x 20 = 400'ün katlarını yazacağına, yalnızca 18 x 20 = 360'ın katlarını dile getirmiştir. Bu da elbette onu işlem pratiğine ve her türlü matematiksel gelişmeye elverişsiz kılmıştır. (5).

Maya bilginlerinin herşeyden önce gizem ve kahinlik kaygılarıyla hareket ettikleri doğrudur, ama uygarlıklar tarihinde müneccimlik ile dinin felsefeye ve bilime yol açtığı sık sık görülmemiş midir?

Ne olursa olsun, Eski Dünya etkilerinden uzakta, hesapların yalnızca çok sınırlı maddi koşullar altında gerçekleştirdikleri gözlemlere dayandırarak, böylesine dikkate değer kavramlar geliştirmeyi, böylesine şaşırtıcı bir kesinlik taşıyan gökbilimsel sonuçlara ulaşmayı bilmiş olan bu parlak rahipler ve gökbilimciler soyunun önünde saygıyla eğilmemiz gerek.

KAYNAKLAR

1. **Boyer, C. B.**, Fundamentel Steps in the Devolopment of Numeration, İsis, 35 (1994), 153 - 168.
2. **Boyer, C. B.**, A History of Mathematics, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1985.
3. **Cajori, F.**, A History of Mathematics, 2 nd ed., New York, Macmillan, 1919.
4. **Eels, W. C.**, Number Systems of North American Indians, American Mathematical Monthly, 20 (1913), 293.
5. **Ifrah, G.**, Histoire Universelle Des Chiffres, Paris, 1994. Türkçesi Kurtuluş Dinçer.
6. **Morly, S. G.**, An Introduction to the Study of Maya Hieroglyphics, Washington, Carnegie Institution, 1915.
7. **Sarton, G.**, An Introduction to the History of Science, Baltimore, Carnegie Institution of Washington, 1927-1943, 3 Vols.
8. **Scott, J. F.**, A History of Mathematics, London, Taylor and Francis, 1958.
9. **Smith, D. E.**, Historiy of Mathematics, Boston, Ginn, 1923 - 1925, 2 Vols, New York, Dover Publication, 1958.

HİNT MATEMATİĞİ

Hindistan matematiği hakkında bilgi veren kaynakların bazılarında yanlış bazılarında da şişirilmiş bilgiler vardır. Özellikle eski Ortodoks Hintli söylentilerine göre, Surya Siddhanta Hint astronomisinde en önemli bir kaynaktır. Burada özellikle Hintlilerin atalarından kalan ve nesiller boyu rivayet şeklinde söylenen söylenti sözcüğünü kullandık. Bu tür Ortodoks Hintlilerinin söylentilerine göre Surya Siddhanta'daki astronomi üzerine olan bilgiler ve kayıtlar iki milyon yıl önce başlamıştır. Oysa bu kadar uzun ve eski bir süre neredeyse ilkel insanlara kadar gider. On sekizinci yüzyılda yaşayan bilgin Bailly'ye göre, Hindistan'da düzenli ve güvenilir gözlemler ancak İsa'dan bin yıl öncesine yapılmıştır. Laplace'ın, Bally'nin yaptığı çizimler üzerine yaptığı araştırmalara göre, Hintlilerin astronomik gözlemleri İ. Ö. 3000 yıllarında başladığı varsayılmış ve yorumlanmıştır. Play Fair ve Sir William Jones'un yaptığı araştırmalar Bailly'nin yaptığı araştırmaları destekler yöndedir ve Hintli astronomi gözlemlerinin en erken İ. Ö. 1181 yıllarında ciddi olarak başladığını vurgularlar.

Colebrooke, Whitney, Weber, Thibaut ve diğerlerinin yaptığı araştırmalara göre, Hindistan'da oldukça modern olan astronomik gözlem kayıtları 400 yılından önce değildir. Surya Siddhanta'da rivayet şeklinde söylenilen şeylerin yazılı hiç bir kaynağı yoktur. Bu nedenle bu tür söylentileri sadece birer masal gibi alıp bir eğlence olarak anlatabiliriz. Zaten modern Hint astronomisinde Sulvasutras ve Bakhshali gibi iki aritmetik kaynağı dikkate değer özelliktedir.

Hint matematiğinde üç dönem vardır. Bunlardan ilki Sulvasutras dönemidir ve bu dönem 200 yılına kadar sürmüştür. İkincisi astronomik dönemidir ve 400 ile 600 yılları arasındadır. Üçüncüsü de matematikte özel bir yeri olan Hint matematiği dönemidir ve 600 yılından 1200 yılına kadar sürmüştür. Şüphesiz Hint matematiğinin bu biçimde sınıflandırılması doğal değildir. Yalnız matematiğin gelişmesi ve ilerlemesi yönüyle böyle bir ayrıma gidilmiştir. Vedik döneminde, ölçümler ve sayıların kullanılmasından fazla ileri bir matematik görülmez. Hindistan'ın ikinci ve üçücüncü matematik dönemleriyle Sulvasutras dönemi denen birinci evresi arasında hiç bir ilişki yoktur. Daha sonra gelen Hintli matematikçiler Sulvasutras'ın matematik içeriğini delile dayanmadığı için tümüyle kabul etmezler ve önem de vermezler. Zaten on dokuzuncu yüzyılın başlarına kadar hiç bir Hintli matematikçi Sulvasutras'ın matematik yönüyle içeriğinin değerli olduğunu söylemez. Bilinen ve kabul edilen gerçek, üçüncü dönem matematiği ikinci dönemin matematiğinin bir devamı olarak ortaya çıkmış ve ilerlemiştir.

Yeteri kadar modern ve ileri olmasa da Sulvasutras'lar incelemeye değer. Sulvasutras'ın sözcük anlamı ip kuralları demektir. Bir yerde iple yapılan ölçümler ve hesaplar olarak söylenebilir. Bu da üzerinde Tanrılar için kurban kesilen taşların ve ibadet edilen yerlerin yapımıyla ilgili olan kalpasutras sözcüğünden gelir. Sulvasutras dönemi değişik yazarlar tarafından farklı dönemlerde başlatılmıştır. Örneğin, Max Müller bu dönemi İ. Ö. 500 ile İ. Ö. 200 yılları arasında sayar. R. C. Dutt bu tarihi İ. Ö. 800 yılından başlatır. Bühler ise bu dönemi Apastamba okulunun başlangıcı olan İ. Ö. 400 yılından İsa'nın doğumu olan yıllara kadar sürdüğünü söyler. Macdonnell ise bu dönemi İ. Ö. 500 ile İ. S. 200 yılları arasıyla sınırlandırır. Sulvasutras dönemi farklı yazarlar tarafından farklı tarihler arasında verildiği devam eder gider. Bu tarihlerin kesin olarak doğru olup olmadığı bilinmediğinden, dikkatli yazarlar bu konuda oldukça düşünceli davranırlar. Sulvasutras'ın, Apastamba, Baudhayana ve Katyayana adıyla yapılan baskıları birbirlerinden oldukça farklıdır.

Sulvasutras'lar temelde matematiksel yapıtlar değildir. Ancak, dini törenlerin, tören yerlerinin, tören binalarının ve kurban kesilen taşların nasıl yapılacağını gösteren kurallardır. Zaten bu yapıtlar matematik için değil dine hizmet etmesi amacıyla yazılmışlardır. Matematik içerikli kısımlarda hiç bir ispat veya uygulama yoktur. Bu özellikler sadece birer kural olarak yazılmıştır. Deneme veya uygulama da yoktur. Sadece kurallar zinciridir. Kitapların matematik içerikleri birincisi dikdörtgen ve kare çizimleri, ikincisi bu şekillerin kenarları ile köşegenleri arasındaki ilişki, üçüncüsü dikdörtgen ve karenin alanlarının birbirlerine denk oluşları ve dördüncüsü de daire ile karenin alanlarının birbirlerine denkliği konularıdır. Birinci ve ikinci olan içeriklerde, dikdörtgen ve karenin kenarları ve köşegenleri arasındaki ilişkilerde Pisagor teoremi oldukça genel olarak ele alınmıştır. Bu ilişkiler Apastamba'da Pisagor üçlüleri olarak

$$3^2 + 4^2 = 5^5$$
$$12^2 + 16^2 = 20^2$$
$$15^2 + 20^2 = 25^2$$
$$5^2 + 12^2 = 13^2$$
$$15^2 + 36^2 = 39^2$$
$$8^2 + 15^2 = 17^2$$
$$12^2 + 35^2 = 37^2$$

ve Baudhayana'da

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$
$$5^2 + 12^2 = 13^2$$
$$8^2 + 15^2 = 17^2$$
$$7^2 + 24^2 = 25^2$$
$$12^2 + 35^2 = 37^2$$

$$15^2 + 36^2 = 39^2$$

biçiminde alınmıştır. Katayyana'da rasyonel sayılarla örnekler yoktur. Yalnız, karenin kenarları ile köşegeni arasındaki ilişki, kenarları a, $a\sqrt{2}$ ve $a\sqrt{3}$ olan dik üçgen konu edilmiştir. Katayyana bir de kendi kendine $1^2 + 3^2 = 10$ ve $2^2 + 6^2 = 40$ gibi örnekleri vermiştir. Bilinen diğer bir gerçek de, Baudhayana'nın listesinin Apastamba'nın listesinden daha genel olmasıdır.

Hint matematiğinde Sulvasutras'ta birim karenin köşegeni olan $\sqrt{2}$ sayısı İ. Ö. dördüncü veya üçüncü yüzyıllarda bir kaza sonucu olarak

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{3.4.34}$$

biçiminde yazılmıştır. Bu formül Babil matematiğinde vardır. Bu sonucun Baudhayana'da ölçülerek ya da yine Babillilerce bilenen

$$\sqrt{a^2 + b} = a + \frac{b}{2a}$$

şeklinde yaklaşık kök formülü kullanılarak hesaplanmıştır. Yalnız Sulvasutras'larda bunların nasıl yapıldığına ilişkin hiç bir işlem yoktur. $\sqrt{2}$ sayısının rasyonel kesirlerin cebirsel toplamı biçiminde yazımında terimlerin tümünün payı birdir. Payı bir olan kesir işlemleri aslında Mısır matematiğinin bir özelliğidir. Bu tür çalışmalar daha sonraki Hint matematiğinde hiç görülmediğinden, bu formülün Mısır matematiğinden alınması olasılığını arttırmaktadır.

Sulvasutras'larda Pisagor teoremi ve bu teoremin uygulamaları Mısır'da olduğu gibi Güneş saatinde yapılmıştır. Diğer bir uygulama da tuğlalarla kare yapılması şeklindedir. Dini tören yerlerinin ve binaların yapımında dik açı elde etmede kullanmışlardır. Bir de ölü yıkama ve kurban kesme taşında uygulama alanı bulmuştur. Bu çalışmaların hiç birinde ve on ikinci yüzyılın sonuna kadar gelen matematikçilerin yapıtlarında irrasyonel sayılar tam olarak anlaşılmamıştır ve bu sayılar Hindistan'da incelenmemiştir. Oysa eski Yunanlılar rasyonel sayıları ve rasyonel uzunluklardan başka irrasyonel sayıları ve uzunlukları biliyorlardı.

Hintlilerde gerçek bir geometri çalışması da yoktu. Olanlar da çok zayıftı. Denemenin dışında Pisagor teoreminin ispatına rastlanılmaz. Oldukça hayalci olan Bürk'ün Pisagor'un kendisinin geometri bilgisini Hindistan'dan aldığını ileri sürdüğü görüşü hiç bir zaman hiç bir kimse tarafından destek görmemiştir. Çünkü, Pisagor teoremi

İ. Ö. 2000 yıllarından önce Babilliler ve Mısırlılarca, İ. Ö. 1000 yıllarında da Çinlilerce biliniyor ve kullanılıyordu. Bu teoremin cebirsel olan ispatı Pisagor'da görülür. Onun da kimden öğrendiği bilinmiyor. Belki de kendisi yapmıştır.

Sulvasutras'lardaki önemli problemlerden birisi, ibadet edilen yerlerin şeklinin veya kurban kesilen taşların şeklinin dikdörtgen veya kare yüzeyli olmasıyla ilgilidir. Bu da Pisagor teoremini kullanarak yapılan çizimlerdir. Bu çizimlerden bazıları şunlardır.

1. İki karenin alanları toplamı bir karenin alanına eşittir.
2. İki karenin alanları farkı bir karenin alanına eşittir.
3. Bir dikdörtgenin alanı bir karenin alanı olarak alınabilir.
4. Bir karenin alanı, bir dikdörtgenin alanına eşit yapılabilir ve
5. Bir kare küçük karelere bölünebilir.

Bu problemler ve bu problemlere ilişkin çizimler, Baudhayana'nın çalışmalarında görülen kurallardır. Oysa Apastamba bundan biraz farklılık göstermektedir. İşin en ilginç yanı, bu türdeki geometrik çizimlerin hiç birisinin daha sonra gelen Hintli matematikçilerde görülmemesidir.

Yukarıdaki çizimlerin ilk ikisi $c^2 = a^2 + b^2$ şeklindeki kuralın doğrudan uygulanmasıdır. Üçüncüsü, kenarları

$$a\sqrt{2} \quad \text{ve} \quad \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

olan bir dikdörtgenin alanı, bir kenarı a olan bir karenin alanına eşittir. Dördüncüsü,

$$ab = \left(b + \frac{a-b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

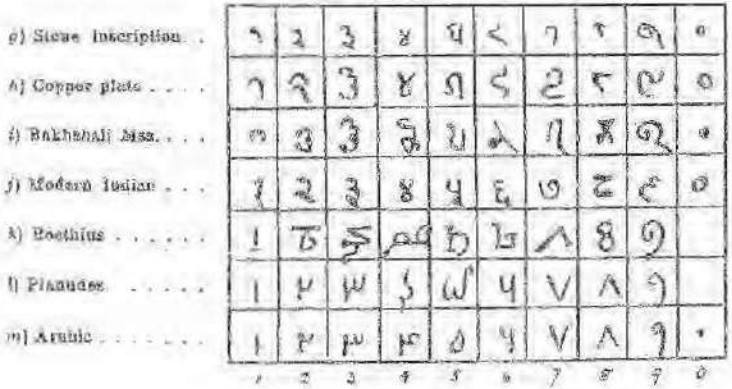
bağıntısı için bir çizim kuralıdır. Bu çizim, Euclides'in ikinci kitabında beşinci problem olarak vardır. Sulvasutras'taki beşinci çizim yeterince açık değildir. Yalnız Euclides'in ikinci kitabındaki dördüncü çizimle ilgisi olduğu bilinmektedir.

Hint matematiğinde, dairenin kareleştirilmesi problemi çok işlenmiştir. Bu da, Yunan matematiğindeki ünlü Delian problemidir. Sulvasutras'larda bu problemin çözümü için uğraşıldığı görülür. Fakat, çözüm için girişilen bu yöntemlerin tümü çok yetersiz ve yanlıştır. Örneğin, karenin kenarı a ve dairenin çapı da d ise, alanı a^2 olacağı düşünülen dairenin d çapı ile a kenarlı kare arasında

$$d = a + \frac{1}{3}(a\sqrt{2} - a), \qquad (1)$$



PLACE VALUE NOTATIONS.



REFERENCES.

a) After Bühler c. 100 A. D.

b) Inscriptions c. 100-600 A. D.

c) After Rapson c. 300-600 A. D.

d) Bower Mss. & Nepali Mss. c. 500-900 A. D.

e) After Bendall xith century.

f) Eastern Turkestan Mss. (Stein collection) J. R. A. S. 1911, 455.

g) Gwalior stone inscrip. xith cent. *Arch. Surv.*, 1903-4, Pl. LXXII.

h) Surat grant of 1050 A. D. *Ind. Ant.* XII, 156.

$$a = d - \frac{2}{15} d \qquad (2)$$

$$a = d\left(1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{8.29} - \frac{1}{8.29.6} + \frac{1}{8.29.6.8}\right) \qquad (3)$$

kuralları yazılmıştır.

(1) ve (2) şeklinde verilen bağıntıların her ikisi de Apastamba ve Baudhayana'da vardır ve bunların bilimsel hiç bir değeri yoktur. (3) bağıntısı yalnız Baudhayana'da vardır. O da, (1) denkleminde daha önce yazdığımız

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{3.4.34}$$

değeri konmuş, yapılan ufak işlemlerden sonra (3) bağıntısı elde edilmiştir. Şüphesiz bu sonuç da doğru değildir. Böylece,

$$\frac{a}{d} = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} = \frac{3}{2 + \frac{577}{408}} = \frac{1224}{1393}$$

$$= 1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{8.29} - \frac{1}{8.29.6} + \frac{1}{8.29.6.8} - \frac{41}{8.29.6.8.1393}$$

elde edilir. Eğer buradaki son terim atılırsa (3) bağıntısı bulunur. Burada ilginç olan şey, a/d bölümünü, Mısırlılarda olduğu gibi payı bir olan kesirlerle gösterilmesi ve bu tür çalışmaların hiç birisinin Sulvasutras'lardan sonra hiç bir Hintli matematikçinin yapıtlarında görülmemesidir. Ayrıca, Hintli matematikçilerin hiç birisi Sulvasutras'lardan sonra dairenin kareleştirilmesi problemiyle uğraşmamışlardır.

400 İLE 600 YILLARI ARASI

Sulvasutras'lardaki matematikle, daha sonra gelişen Hint matematiği arasında hiç bir bağ ve yakınlık yoktur. İ. Ö. 500 yıllarından başlayıp 1000 yıl sürdüğü kabul edilen Sulvasutras döneminde matematik gösterimleri bakımından tam bir boşluk vardır. Bu nedenle 400 ile 600 yılları arasına Hint matematiğinde astronomik dönem adı verilir.

Altıncı yüzyılda, Varaha Mihira, Pancha Siddhatika adında bir astronomi kitabı yazdı. Bu yapıtta, bundan böyle kullanılacak olan en önemli beş astronomi çalışmasını özetledi. Surya Siddhanta, 400 yılından daha önce olmayan bir tarihte toplanmış orijinal çalışmalardan oluşmuştu. Bu kitap daha sonra Hindistan'da başvurulacak bir kaynak olarak gösterildi. Diğer yandan, Varaha Mihira'nın derlediği çalışmalar daha erkendi ve yerli kaynaklardan toplanmış bilimsel bir Hint astronomisi çalışmasıydı. Thibaut'un yazdıklarına göre, Hintliler astronomiyi Yunanlılardan doğrudan öğrenmediler. Fakat, Hint astronomisi İskenderiye okulunun bilimsel ilkelerine bağlıydı. Varaha Mihira; Paulisa, Romaka, Vasishtha, Saura ve Paitamaha adlarında Siddhantaların yazıldığını söyler.

Varaha Mihira'nın yazdığı Pancha Siddhantika, Hint bilim tarihi ve Hint matematiği için ilginç bilgiler içermesine karşın, daha sonra yazılan Hint yapıtlarını aşacak düzeyde değildir. Paulisa Siddhanta'nın matematik kısmı en ilginç yanlarıdır ve Hint trigonometrisinin temellerini oluşturur. Örneğin, bu kitapta yapılan çalışmaların bu günkü dille olan ifadelerinden bazıları

$$\pi = \sqrt{10},$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sin 60^\circ = \sqrt{1 - \frac{1}{4}}$$

ve

$$\sin^2\theta = \left(\frac{\sin 2\theta}{2}\right)^2 + \left[\frac{1 - \sin(90^\circ - 2\theta)}{2}\right]^2$$

biçimindedir. Yalnız Biruni'ye göre, Pulisa bir Hintli ve Paulisa ise bir Yunandır.

Varaha Mihira'nın çalışmalarında, Ptolemaios'nın kirişler tablosundan bazı alıntılar vardır. Varaha Mihira, yarıçapı altmışa bölme yerine yüz yirmiye bölmüş ve

$$\sin\frac{A}{2} = \frac{\text{kirişA}}{2}$$

formülünü kullanarak, $3^\circ\ 45'$ aralıklarıyla yirmi dört tane sinüs fonksiyonunun değerini bularak bir tablo yapmıştır. (kirişA)/2 gösterimi Ptolemaios'tan alınmış ve Paulisa Siddhanta'da sinüs fonksiyonunun yirmi dört tane farklı değeri hesaplanmıştır.

Ptolemaios'taki kiriş formülünde yarıçap r = 60, Paulisa Siddhanta'da sinüste yarıçap r = 120 olarak alınırsa

$$\sin\frac{A}{2} = \frac{\text{kirişA}}{2}$$

ve Aryabhata'nın Surya Siddhanta'sında sinüste yarıçap r = 3448 olarak alınırsa,

$$\sin \frac{A}{2} = \frac{\pi}{3} \frac{\text{kirişA}}{2}$$

biçimindedir. Bu son formülde π sayısının değeri 600/191 (= 3.14136) olarak alınmıştır.

Hipparchus ve Ptolemaios'nın çalışmalarında kirişler ve bu kirişlerin tabloları kullanıldığı halde, sinüs fonksiyonunun kullanılması kaydı ilk kez bu dönemdeki Hint astronomi kitaplarında görülür. Sinüs fonksiyonunun ilk kullanılması Arap kaynaklarında el Battani (877 - 919) tarafından yapıldığı yazılsa da, Hintli kaynaklar bunun doğru olmadığını söylerler. Battani'nin bu fonksiyonu Hintlilerden alıp daha bilimsel olarak geliştirdiğini yazarlar.

Bu dönemin Hint çalışmalarında sinüs fonksiyonunun değerlerinin elde edilmesi için $\Delta_n = \text{sinn}A - \sin(n-1)A$ olmak üzere

$$\Delta_{n+1} = \Delta_n - \frac{\text{sinn}A}{\text{sin}A}$$

biçiminde olan bir yaklaştırma formülü kullanılmıştır. Aslında bu formülle sinüs fonksiyonlarının değerlerinin bulunması hesabı yapılamaz. O dönemlerde bu formül zorunlu olarak kullanılmıştır.

Bu dönemde 476 yılında Aryabhata doğdu. Aryabhata , Hindistan matematiğinin başıydı ve gerçekten ilkiydi. İyi bir astronom olan Aryabhata, iyi bir bilim adamı ve matematikçisi olmasına karşın, Ortodokslar ona çok acımasız davrandılar ve çok büyük kötülükler yaptılar. Matematik üzerine otuz üç çalışması vardır. Sayılar, alanlar ve hacimler üzerine çok sayıda araştırmalar yapmıştır. Yarı astronomik olan çalışmalarında, çember, daire, gölge hesapları, diziler ve cebirsel özdeşlikler gibi birçok çalışmayı gerçekleştirmiştir. Matematiği pratik olan günlük yaşama uygulamıştır. Hindistan matematiğinin ilki olarak kabul edilen Aryabhata'nın birinci dereceden doğrusal belirsiz denklemleri Hindistan'da ilk kez ele aldığı bilinmektedir. Çözümleri de sürekli kesirlerle yapılmıştır. Bu dal daha sonra Brahmagupta ve Bhaskara tarafından şahane bir şekilde geliştirilmiştir.

Aryabhata'nın önemli olan diğer bir çalışması da, çember uzunluğunun çapına bölümü olan pi sayısı üzerinedir. Yaptığı hesaplarla pi sayısını çok yakın bir doğrulukta

$$\pi = 3 \frac{177}{1250} \ (= 3{,}1416)$$

olarak bulmuştur. Aryabhata bu değeri hiç bir zaman kullanmadığı gibi, on ikinci yüz-

yılın başlarına kadar hiç bir Hintli matematikçi tarafından da kullanılmamıştır. Aryabhata, bazı katı cisimlerin hacimlerinin bulunmasında yanlışlıklar yapmıştır. Bu yanlışlıkların bazıları eski matematiklerde de vardır. Örneğin, piramidin hacmini, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımının yarısına eşit olduğunu yazmıştır. Kürenin hacmini de, en büyük dairenin alanı ile bu dairenin alanının kare kökünün çarpımına eşit olduğunu, yani kürenin hacim formülünü

$$V = \pi r^2 \sqrt{\pi r^2} = \pi^{3/2} r^3$$

biçiminde olduğunu söylemiştir. Oysa bu yanlışlıklar daha sonraki Hintli matematikçilerde yoktur.

600 İLE 1200 YILLARI ARASI

Bu dönemin matematikçileri, Brahmagupta (598 - 665), Mahavira (505? - 587?), Sridhara (991 - ?) ve Bhaskara (1114 - 1185) olarak sayılabilir. Bu matematikçilerin en önemlisi Bhaskara'dır. Bhaskara'nın listesinde Padmanabha adlı bir matematikçi daha vardır ama bu isim Mahavira'nın listesinde yoktur.

Bu dönemin en önemli karakteristik matematik çalışmaları,

1. Belirsiz denklemler,
2. Rasyonel kenarlı dik üçgenler ve
3. Dikkate değer olmayan geometri çalışmaları şeklinde özetlenebilir.

Belirsiz denklemlerle Diophantus (360), Hypatia (400), Aryabhata, Brahmagupta ve Bhaskara uğraşmıştır. Rasyonel kenarlı dik üçgenler daha önce Sulvasutras'larda vardır. Fazla değerli olayan geometri de, Baudhayana ve Apastamba'da vardır. Yunanlıların etkisi altında gelişen belirsiz denklemler,

$$ax \pm by = c \qquad (A)$$
$$Du^2 + 1 = t^2 \qquad (B)$$

biçimindedir ve bunların tamsayılarla çözümleri yapılmıştır. (A) denkleminin Aryabhata tarafından verilen çözümü biraz daha kaba olmasına karşın Brahmagupta'nın çözümü pratik olarak

$$x = \pm cq - bt \quad \text{ve} \quad y = \pm cp + at$$

şeklindedir. t, sıfır veya herhangi bir tamsayıdır. Oldukça eski olan $Du^2 + 1 = t^2$ biçi-

DATE CIRCA	AUTHORITY	VALUE OF π	
B. C. 1700	Ahmes the Egyptian	$\left(\frac{16}{9}\right)^2$	= 3,160..
» 250	Archimedes	$< 3\frac{1}{7}$ and $> 3\frac{10}{71}$	
» ?	The Sulvasûtras	$\left(\frac{26}{15}\right)^2$	= 3,004..
	»	$\left(\frac{9785}{5568}\right)^2$	= 3,097..
» 230	Apollonius	$3\frac{17}{120}$	= 3,14166..
» 120	Heron	3	= 3
	»	$3\frac{1}{7}$	= 3,14286..
A. D. 150	Ptolemy	$3\frac{17}{120}$	= 3,14166..
» 263	Liu Hiu (Chinese)	$3\frac{7}{50}$	= 3,14
» ?	Pulisa (According to Alberuni)	$3\frac{177}{1250}$	= 3,1416
» 450	Tsu Ch'ung-chi (Chinese)	$3\frac{1}{7}$	= 3,14286..
» 500	Âryabhata	3	= 3
		$\frac{62832}{20000}$	= 3,1416..
	» (According to Alberuni)	$\frac{3393}{1080}$	= 3,14166..
» 628	Brahmagupta	3	= 3
		$\sqrt{10} = 3\frac{1}{7}$	= 3,14286..
	» (According to Alberuni)	$\sqrt{10} = \frac{721}{228}$	= 3,16228..
» 800	M. ibn Musa	$\sqrt{10}$	= ?

DATE CIRCA	AUTHORITY	VALUE OF π	
» 800	M. ibn Musa	$\frac{62832}{20000}$	= 3.1416
»	Mahavira	3	= 3
	»	$\sqrt{10}$	= ?
» 1020	Sridhara	3	= 3
	»	$\sqrt{10}$	= ?
	»	$3\frac{1}{6}$	= 3,1666 ..
» 1150	Bhaskara	3	= 3
	»	$3\frac{1}{7}$	= 3,14286..
	»	$3\frac{17}{120}$	= 3,14166
	»	$3\frac{177}{1250}$	= 3,1416 ..
	Approximately correct value		3,14159..

mindeki denklemi de Hintli yöntemlerle çözülür. Bu çözüm yalnız Brahmagupta tarafından verilmiştir. Bu denklemin tam çözümü Brahmagupta'dan beş yüz yıl sonra Bhaskara tarafından yapılmıştır. Kökeni Yunan kaynaklı olan bu denklemleri çözen Hintliler bu nedenle matematik tarihine olumlu izler bırakmışlardır.

Dik üçgenin kenarlarını veren formüllerin bulunması Hintli matematikçileri de ilgilendirmiştir. Bu da aşağıdaki tabloda özetlenmiştir. Tamsayılarla olan en önemli formül $2mn$, $m^2 - n^2$, $m^2 + n^2$ üçlüleridir. Bu formül üzerine en fazla örneği Mahavira yapmıştır. Bhaskara'nın yaptığı örnekler tarihsel açıdan ilginçtir.

Hint matematiğinin geometrisi kısaca şöyle özetlenebilir. Bunlardan ilki, tanımlardaki boşluklardır. Açılarla fazla ilgilenmemişler, paralelliğe hiç değinmemişler ve oranlar kuramıyla işlemler yapmamışlardır. Geleneksel yanlışlıklar tekrar eder. Hintlilerin geometrisinde bir gerileme görülür ve iyi bir geometrileri yoktur. Yalnız, kenarları (a, b, c, d) olan kirişler dörtgenleri ve x, y köşegenleri için

$$Q = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)} \qquad (1)$$

	A	B	$\sqrt{A^2+B^2}$	Authorities
(I)	n	$\frac{n^2-1}{2}$	$\frac{n^2+1}{2}$	Pythagoras (according to Proclus)
(II)	$\sqrt{mn}$	$\frac{m-n}{2}$	$\frac{m+n}{2}$	Plato (according to Proclus)
(III)	$2mn$	m^2-n^2	m^2+n^2	Euclid & Diophantus
(IV)	$\frac{m(n^2-1)}{n^2+1}$	$\frac{2mn}{n^2+1}$	m	Diophantus
(V)	$2mn$	m^2-n^2	m^2+n^2	Brahmagupta & Mahāvīra
(VI)	$\sqrt{m}$	$\frac{1}{2}\left(\frac{m}{n}-n\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{m}{n}+n\right)$	Brahmagupta, Mahāvīra & Bhāskara
(VII)	n	$\frac{2mn}{n^2-1}$	$m\frac{(n^2+1)}{n^2-1}$	Bhāskara
(VIII)	$\frac{m(n^2-1)}{n^2+1}$	$\frac{2mn}{n^2-1}$	m	Bhāskara
(IX)	$2lmn$	$l(m^2-n^2)$	$l(m^2+n^2)$	General formula

$$x^2 = (ad + bc)(ac + bd) / (ab + cd)$$
$$y^2 = (ab + cd)(ac + bd) / (ad + bc) \qquad (2)$$

formülleri vardır. (2) formülleri çoğu kez Brahmagupta teoremi olarak söylenir.

Hint matematiğinde görülen yanlışlıkların çoğu eskiye dayanır. Örneğin, dörtgenin alanının, karşılıklı kenarlarının toplamlarının yarılarının çarpımına eşit olduğu, Ahmes'in papirüsünde, altıncı yüzyılda Çin'de, Brahmagupta'da, Mahavira'da, Boethius ve Bede'nin çalışmalarında da vardır. Koninin ve kürenin hacim formülleri Aryabhata, Sridhara ve Mahavira'nın çalışmalarında yanlış olarak tekrarlanmıştır. Pi sayısını 3 olarak alırlar. Mahavira'nın çalışmalarında elipsin alanı ve çevresinin hesabı kuralı da yanlıştır. Bu ve bunun gibi daha başka yanlışlıklar sürer gider. Oysa, Brahmagupta tarafından yazılan

$$2r = \frac{a}{\sin A}$$

gibi çok sayıda olan trigonometri formülleri doğrudur.

Hindistan'da matematik çalışmaları ilerlerken, Yunanistan'da Pappus'tan (300) sonra geometrik bilgiler durmuş ve sürekli olarak gerilemiştir. Pappus'tan sonra geometride değerli hiç bir çalışma yapılmamıştır. Zaten İskenderiye Kütüphanesi yakıldık-

tan sonra Yunan matematiği bir daha kendisine gelmemek üzere sürekli olarak kaybolup gitmiştir. Tam bu sıralarda geometri üzerine Hindistan'da Brahmagupta bazı çalışmalar yapmaktadır. Fakat onun çalışmalarının bir ikisi hariç, diğerlerinin tümü batıdan alınma oldukları açıkça görülür. Bu nedenle Brahmagupta'yı bu yönde fazla övemeyiz.

Yunanistan'da matematik gerilerken, Çin'de, Araplarda, Türklerde, İranlılarda ve Hintlilerde matematik çalışmaları dikkati çeker ve bu ülkeler İpek Yolu'yla birbirlerinin çalışmalarından haberdar olurlar. Savaşların, göçlerin, tüccarların, gezginlerin ve din misyonerlerinin bu iletişimde çok büyük etkisi olur. Örneğin, Brahmagupta'nın yaptığı aritmetik işlemleri, kare ve küpkökler, üçle sağlama yapma, faiz hesapları, metallerin karışımı problemleri, aritmetik ve geometrik dizi ve seriler, doğal sayıların karelerinin toplamı, alan ve hacimler, gölge hesabı problemleri, cebirsel özdeşlikler, birinci ve ikinci dereceden belirsiz denklemlerin çözümleri dikkat çeker. Bu çalışmaların çoğu eski ülke matematiklerinde de vardır. Diğer yandan, tümüyle daha basit olan Mahavira'nın çalışmaları her yönüyle doyurucu tamlıktadır. Çok sayıda problem çözümleri Mahavira'nın çalışmalarında görülmektedir.

Sridhara'nın çalışmaları Mahavira'nın çalışmaları paralelindedir. Fakat onun çözümleri daha kısadır. İkinci derece denklemleriyle ve bu denklemlerin çözümleriyle de uğraşan Sridhara'yı Bhaskara'nın ünlü Lilavati'si izler. Oysa, Bhaskara'nın Vijaganita'sı daha çok Brahmagupta paralelinde bir çalışmadır ve en iyi bir yapıttır. Zaten Bhaskara'dan sonra Hint matematiği bir gerileme dönemine girer ve bir daha da kendisine gelemez.

Başlangıçta, Hintlilerin rakamları harflerle gösteriliyordu. Bu nedenle rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değerini alamıyordu. Bu söylediğimiz daha sonra Hindistan'da Gobar rakamlarıyla kazanıldı. Gobar rakamlarının bu üstün kullanılışı daha sonra tüm dünyaya yayıldı.

Doğulu olan ilk kimseler matematik tarihi bakımından çok yanlışlıklar yaptılar. Onların bu yanlışlıkları Chasles, Woepcke, Hankel ve diğer otoriteler tarafından görüldü. Bugün bile ilkler konusunda çok duygusal davranan kişiler ve uluslar vardır. Bu duygusallık nedeniyle çok hatalara düşülür. Örneğin, dokuzla sağlama Hint kökenli denmiştir. Hintliler üçle sağlama yapıyorlardı. Oysa dokuzla sağlama Arap kökenlidir ve on ikinci yüzyıldan önce hiç bir Hint çalışmasında görülmez.

Hintlilerin sanat ve fen alanlarındaki çalışmaları çok eskilere dayanır. Mohenjodaro'da yapılan kazılarda elde edilen bulgulara göre bu tarih İ. Ö. 3.000 yıllarına kadar gider. Bu bulgulara göre tuğladan yapılmış evler ve planlı şehirler kurmuşlar, altın, gümüş, bakır ve bronz gibi metalleri işleyerek kullanmışlardır. Dönemine göre ileri ve organize bir yaşam biçimi sürdürmüşlerdir. İleri bir uygarlık yaşamı sürdürdüklerini, İ. Ö. 3.000 veya daha eski olabilecek Vedas kaynaklarından öğreniyoruz. Bu kaynaklar daha çok dinsel ilahiler ve tapınma şiirleri şeklindedir.

Brahma edebiyatı, Vedas döneminden sonradır ve İ. Ö. 2.000 yıllarına düşer. Bu dönemin edebiyatı biraz dini törenler biraz da felsefe içeriklidir. Felsefeleri de yine dinsel düşüncelerden oluşmuştur. İki bin yıl süren bu Vedas döneminde ileri uygarlığın yanında, aritmetik, geometri, cebir ve astronominin başladığı görülür. Brahmana döneminde ülke çok kez yabancılar tarafından işgal edilmiş, yakın ve uzak olan diğer ülke uygarlıklarıyla sürekli ilişkilerde bulunmuştur. İç ve dış savaşlardan çok etkilenmiştir. Çok sayıda krallıklar kurulmuş ve yine bu ülkede yıkılmıştır. Dışarıdan gelen işgalciler, Hindistan'a yeni bir hareket ve yeni bir kan getirmiştir. Ülkeye gelen ve yerleşen yabancılar dinlerini, geleneklerini ve yaşam biçimlerini Hint halkına özümlettirmişlerdir. Bu iletişim ve yakınlaşma sonucunda bilim, sanat, din ve felsefede büyük değişiklikler ve ilerlemeler olmuştur.

İ. Ö. 1.000 yıllarında, Sanskrit şiirinin babası kabul edilen Valmiki tarafından ünlü ve uzun Ramayana şiiri yazılmıştır. İ. Ö. 700 yıllarında Panini tarafından Sanskrit dilbilimi yazılmıştır. Susruta, İ. Ö. 600 yıllarında ilaç ve cerrahlık üzerine yazılar yazmıştır. Bir yüzyıl sonra Mahavira ve Buda, ülkenin tek dini olan sistemi düşünürler ve dinin ilkelerini koyarlar. Nirvana ilkeleri olarak isimlendirilen bu dini çalışmalar Jaina ve Budist edebiyatını doğrurur. Bu konuda Puranas ve Dharma-sastraslar İ. Ö. 400 yıllarında yazılır.

İ. Ö. 400 ile İ. S. 400 yılları arasında Hindistan'da büyük bir hareketlilik ve gelişme görülür. Bu dönemde düşünürler, dilciler, politikacılar, kimyacılar, fizikçiler, astronomlar ve matematikçiler kendi dallarında ürünlerini verirler. Bizim konumuzla çok yakın ilgisi bulunan astronomi ve matematik içerikli Siddhantas, Burya, Pitamaha, Vasistha ve Parasara gibi çalışmalar bu dönemlerde yazılır. Zaten rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerini alması bu dönemde tam olarak yerleşir ve kullanılır. Ondalık sistem ve sayıları birler, onlar, yüzler, binler, . .. şeklinde bölüklere ayırma matematikte en büyük ve önemli bir buluştur. Zaten Hint matematiğinin tüm dünyaya yayılması ve tutunması bu nedenle olmuştur. Bu özellik Mayaların dışında hiç bir ırkın matematiğinde yoktur. Bu nedenle onların matematikleri evrensel olamamıştır.

Bazılarına göre eski Hindistan'ın fen bilimleri diğer ülkelerden bağımsız olarak varolmamış, Vedik kaynakları bu bilimlere sadece bir başlangıç vermiştir. Hindistan'a bilim yabancı kanallardan gelmiştir. Bu, aslında o kadar doğru bir görüş değildir. Şüphesiz, eski Vedik kaynakları dinsel içerikliydi ama, dinsel törenler, tapınmalar ve dualar hep fen bilimlerinin gelişmesinin temelini oluşturdu. Bu konuda Chandogya Upanişad'da bir öykü anlatılır. Bir zamanlar, Narada saygılı bir biçimde Sanatkumara'yı ziyaret eder ve ondan Brahmavidya isimli eserini ister. Sanatkumara, Narada'dan fen ve sanat alanlarında neler bildiklerini sorarak onu yoklar. Narada burada uzun zaman kalır, fen ve sanat alanında Sanatkumara'dan çok şeyler öğrenir. Öğrendiği şeyler arasında astronomi ve aritmetik başta gelir.

Hindistan'da matematiğe ganita denir. Bu bilimin önemini ilk kez Jainas belirtmiştir. Hintlilerin dinsel edebiyatı dört temel bölümden oluşur. Bunlardan birisi ganitanuyogadır.

Bu da, matematiğin ilkelerinin ve kurallarının açıklanması şeklinde söylenebilir. Budist edebiyatında da aritmetik vardır. Hintliler aritmetiğe sanatların ilki, en asili ve en yüksek sıfatlarını vermişlerdir. Buna göre, matematik Hindistan'da sıradan bir bilim dalı değil, sanki dinsel bir ibadet biçimidir. Neredeyse kutsallaşmış bir bilimdir. Matematik Hindistan'da gelişmiş, İ. S. 850 yıllarında döneminin en iyi matematikçilerinden birisi olan Mahavira'nın kaleminden en iyi bir biçimde açıklanmıştır. Mahavira bu yazısında, Vedikler ve diğer dinlerin tümü hesaplama işlemlerini yaptıklarını, feni, sağlık bilimlerini, tıbbı, müziği, öyküleri, mutfak sanatını, mimarlığı, şiiri, mantığı, dilbilimini ve diğer dalları sevdiklerini uzun uzun anlatır. Bunların içinde en yüksek yerin ganitanın (yani matematiğin) aldığını özellikle vurgular. Matematik, eskiden astronomi ile birlikte düşünülür ve birlikte işlenirdi. Güneş, Ay, gezegenler ve büyük cisimlerin hareketleri incelenerek aralarındaki ilişkiler ortaya çıkarılır. Sayılar, çaplar, adaların çevresinin hesabı, okyanusların yüzölçümleri, dağların yükseklikleri, evlerin ve ibadet yerlerinin yapımlarında matematiğin önemli olarak kullanıldığı alanlardır. Hintlilere göre matematik (ganita), ölçme ve hesaplama sanatıdır. Öyleyse bilim alanında en öndeki yerini almalıdır.

Hindistan'da matematik eğitimi çok önemli bir yer tutardı. Beş ile on iki yaşları arasında verilen bu eğitim, kıral ve asillerin çocukları için özel olarak verilirdi. Okuma ve yazmadan sonra çizimler, geometri ve aritmetik özel olarak öğretilirdi. İ. Ö. 400 yıllarında Kantilya tarafından yazılan Arthasastra'da anlatılanlara göre, bu derslerden sonra özel törenler düzenlenir ve eğlenilirdi. Kalinga kıralı Kharavela'nın (İ. Ö. 163), on altı yaşından yirmi beş yaşına kadar tam dokuz yıl böyle bir eğitimden geçtiğini, Hathigumpha yazıtından öğrenebiliyoruz. Yine Prens Gautama'nın sekiz yaşında bu eğitime başladığını, okuma ve yazmadan sonra aritmetik öğretildiğini biliyoruz.

Hesaplamaların bilimi anlamına gelen ganita sözcüğü, Hindistan'da matematik sözcüğü yerine kullanılır. Bu sözcüğün Hindistan'da kullanılması çok eskidir ve Vedik kaynaklarında görülür. Bu sözcüğe en yüksek onurun verildiği kaynak İ. Ö. 1.200 yıllarına rastlar. Bundan sonra Budist kaynaklarında da aynı şekilde kullanılır. Hint matematiği, İsa'nın doğumundan hemen önceki yıllarda astronomi, geometri ve aritmetikle en büyük olmuş, buna Hindistan matematiğinin Rönesansı ismini vermişlerdir.

Hint matematiği önce temel işlemlerle başlamıştır. Geometri, üç, yedi ve dokuz sayısıyla işlemlerin doğru yapılıp yapılmadığını sağlama, kesir işlemleri, basit denklemlerin çözümleri, ikinci ve üçüncü derece denklemlerin çözümleri, dördüncü derece denklemlerinin çözümleri, permütasyonlar ve kombinazonlar konuları daha sonra gelmiştir. Oran ve orantı konuları önemli bir yer tutmuştur. Üçlü, beşli, yedili ve dokuzlu orantılar üzerinde çoksayıda kurallar getirilmiş ve problemler çözülmüştür.

Ganita aslında parmak ve zihin aritmetiği anlamından farklı bir içerikle kullanılmıştır. Çünkü ganitada yazma işlemleri temel ilkedir. Bu yazma da, tahta, toprak, kum veya toz üzerine geçirme şeklinde olmuştur. Özellikle yazı tahtası sanki matematik

içerikli tablolar şeklindedir. Hintliler cebire bija-ganita derlerdi. Cebir ilk kez Brahmagupta'nın (628) eserlerinde etkili bir biçimde işlenmiş ama, bija-ganita sözcüğü henüz kullanılmamıştır. Bu sözcük 750 yıllarında Sridharacarya'da pati-ganita olarak kullanılmıştır. Daha sonra gelen yazarlar, bu sözcükleri bijaganita ve patiganita şeklinde kullanmışlardır. Eski Hindistan'ın matematiğinin kısa özeti bu şekilde verilebilir.

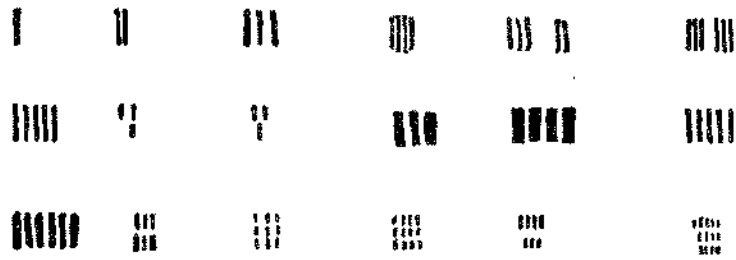
Saymanın onluk düzenle yazılarak söylenmesi Hindistan'da çok eskidir. Sanskrit kaynaklarında başka tabanlı düzende sayma sistemi görülmemiştir. Altmış tabanlı düzen Babillilerden gelmiştir. Büyük sayıların Hindistan'da yazımı çok eski ve Yunan kökenli değildir. İ. Ö. beşinci yüzyılda yüzdelik düzen kullanılmıştır. Örneğin 1, 10, 100, 1.000, . . . şekilleri Hindistan'da yaygın olarak yazılmış ve okunmuştur. İ. Ö. birinci yüzyılda Budistlerin ünlü Lalitavistara'sında, matematikçi Arjuna ile Prens Gautama'nın karşılıklı konuşmaları olan Bodhisattva'da bu tür yazımlar görülür. Bundan sonra gelen matematikçilerde hep bu yüzdelikler kullanılmıştır. İ. Ö. 100 yıllarında 24, 29 ve 32 basamaklı sayıların yazıldığı görülür. 2^{96} sayısı bile kullanılmıştır. 194 basamaklı sayı özel bir amaçla yazılmıştır. Pi sayısının hesabı için eşkenar üçgen veya karenin kenarları ikiye bölünmek suretiyle hesaplar yapılmıştır. Bu tür yazımlar ve hesaplamalar Yunanistan, Çin ve Türkistan'da da kullanılmıştır.

Sayılardaki birler, onlar, yüzler, binler, ... şeklindeki hanelerin işaretlenmesi I. Aryabhata'nın (499) yapıtında açıkça görülür. Bu konu Sridhara (750) tarafından on sekizinci bölüğe ve Mahavira (850) tarafından da yirmi dördüncü bölüğe kadar isimlendirilerek ilerletilmiştir. Bhaskara (1150) ve Narayana (1356) da bazı katkılarda bulunmuştur.

Vedik döneminde 19, 29, 39 ve 49 gibi sayılar, sırasıyla yirmiden, otuzdan, kırktan ve elliden bir noksan şeklinde yazılarak okunuyordu. Örneğin 139 sayısı 40 + 100 – 1, 297 sayısı 300 – 3, 18 sayısı 2 x 9, 27 sayısı 3 x 9, 12 sayısı 2 x 6 ve 28.483 sayısı 83 + 400 + (4.000 x 7) olarak yazılıyordu.

Hindistan'da, sayılar önce sözcüklerle söylendi. Daha sonra harf düzeyine indi. Bunun ardından da sembollere geçildi. Rakamların yazımı Vedik döneminde görüldü. Yazı, Hindistan'a batıdan İ. Ö. sekizinci yüzyılda Mısır ve Mezopotamya'dan geldi. Kendilerine göre bir yazı sistemi geliştirildi. Eski Hindistan yazıları ilk kez Asoka yazıtlarında görülür. Madras Müzesi'ndeki çömleklerde görülen yazıların bazıları Megalik (İ. Ö. 1.500) ve Neolitik (İ. Ö. 6.000 - İ. Ö. 3.000) dönemine aittir. Asoka döneminin Brahmi karakterleri beş tanedir. Mohenjodaro ve Harappa'da yapılan kazılarda çıkarılan damga ve yazıtların İ. Ö. 3.000 yıllarından öncesine ait olduğu ve fazla ileri düzeyde olmayan yazılardan oluştuğu belirlenmiştir.

Hindistan'da kullanılan ilk sayısal rakamlar, Mohenjodaro'da yapılan kazılarda bulunmuştur ve halen bu rakamların okunması tam olarak çözülememiştir. Düşey çizgilerin yanyana veya yanyana gruplar ya da alt alta gruplar şeklinde yazılan bu sayılar birden on üçe kadar aşağıda olduğu gibi sıralanmıştır. 20, 30, yüzler ve daha büyük sayıları göstermek için özel işaretlerin kullanılıp kullanılmadığı bilinmemektedir.



Mohenjodaro bulguları.

Mohenjodaro'da yapılan kazılarda bu rakam ve sayılaran başka çok sayıda daha işaretler bulunmuştur ama, anlamları halen çözülememiştir. Mohenjodaro'da bulunan belgelerle Asoka yazıtları arasında 2.700 yıldan daha fazla bir boşluk vardır. Bu nedenle Mohenjodaro'da bulunan işaretlerin okunması güçleşmektedir. Eski Hint rakamlarının Mohenjodaro kaynaklarından daha ne kadar eski olduğunu gösteren yazılı hiç bir kayıt bulunamamıştır. Oysa, Asoka yazıtlarının okunması, bu ülkenin matematiksel sembollerini kullanmasındaki ileri becerilerini ortaya koyar. Zaten Asoka rakamları sayılarına Brahmi karakterleri denir. Bazı farklılıklar gösterenlere de Kharosthi rakamları ismi verilmiştir. Şimdi bunları ayrı ayrı görelim.

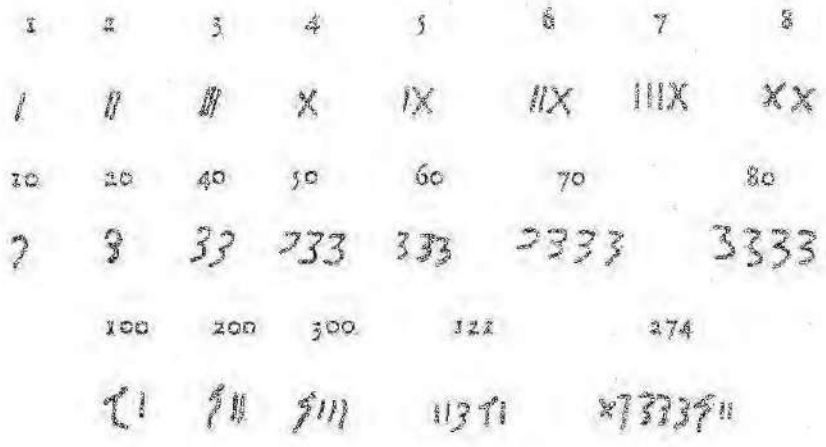
Kharosthi rakamları ve sayıları sağdan sola doğru yazılıyordu. Kharosthi yazıtları eski Gandhara ili yöresinde bulunmuştur. Burası bugünkü Afganistan'ın doğu kısımlarıyla kuzey Penjap yörelerini içerir. Bu yazıtların yazıldığı dönem, İ. Ö. dördüncü yüzyıl ile İ. S. üçüncü yüzyılları arasına düşer. Asoka'nın Kharosthi yazıtlarında yalnız dört rakam işareti veya sembolü bulunmuştur. Bunlar da biri, ikiyi, dördü ve beşi gösteren düşey çizgiler şeklindeki sembollerdir.



1 2 4 5

Asoka'nın Kharosthi rakamlarının ve sayılarının daha gelişmiş şekilleri, Sakaların, Parthianların ve Kuşanalıların İ. Ö. birinci yüzyıl ile İ. S. ikinci yüzyılları arasındaki yazıtlarıyla, sonraki yüzyıllardaki belgelerde vardır. Bu döneme ilişkin rakamların ve sayıların bazıları aşağıda olduğu gibidir. Başlangıçta dört rakamı dört tane düşey çizgi biçiminde olduğu halde, bu sembol daha sonra X biçiminde çapraz bir işarete dönüşmüştür. Nedeni de pek belli değildir. Beş sayısından sekiz sayısına kadar sanki toplama kuralı uygulanmıştır. Buna göre taban da dört rakamı alınmıştır. Dört rakamından sekiz rakamına kadar olan işaretler eski Semitik kayıtlarında yoktur. Yine, bu sistemde dokuz rakamının nasıl yazıldığı bilinmemektedir. Ama, dokuz sayısının IXX biçiminde, yani 4 + 4 + 1 olarak yazılmış olacağı sanılıyor. Yalnız bu yazım şeklinin sağ-

dan sola doğru yazılarak okunduğunu gözönüne almamız gerekir. Burada on için yeni bir işaret kullanılmıştır. Dört tabanı kullanılarak niçin IIXX biçiminde yazılmadığını gösteren doyurucu bir açıklama da yoktur.



Saka, Parthian ve Kuşana rakamları ve sayıları.

Kharosthi rakamlarınının tümü yabancı kökenli ve Hindistan'a batıdan gelmiş olduğu kabul edilir. Geliş dönemi tam olarak bilinmemektedir. Fakat, Penjap'ı işgal eden İran hükümdarı Darius (İ. Ö. 500) zamanında veya biraz önce gelmiş olabileceği sanılıyor. Kharosthilerde dört rakamını gösteren X sembolü Brahmilerde + işaretine dönüştüğü Asoka yazıtlarında açıkça görülür. Dört rakamını gösteren X sembolü, İsa' dan hemen önce kullanılmış bir Nabatean rakamıdır. Nabatean rakamları da Kharosthi rakamlarına benzer. Semitiklerin, Kharosthilerin dört sembolünü almış olmaları olasılığı vardır. Oysa Bühler bu sembolün Semitiklerin bağımsız kendi buluşları olduğunu düşünmektedir. Her iki ülke de bu sembolü birbirlerinden bağımsız olarak buldukları ve kullandıkları sanılıyor.

7 işareti 10 sayısını göstermek için kullanılmıştır. Bu sembol, Brahmilerin alfabesinin ilk harfi olan a harfine benzer. 3 işareti de 20 sayısını göstermektedir. Bu sembol, İ. Ö. beşinci yüzyıla ait olan Blacas papirüsünde bulunan ilk Fenike rakamına benzer. 30, 40 ve diğer sayılar 10 ve 20 sembolleri yardımıyla elde edilmişlerdir. Bu türde yazımlar eski Fenikelilerde ve Ermenilerde görülür. Kharosthi rakamlarının ve sayılarının diğer yazım şekilleri yukarıdaki tabloda daha açık bir biçimde görülür. Örneğin, 200, 300 ve diğer yüzlükler yüz sembolü, 2, 3 ve diğer rakamların yardımlarıyla kolayca yazılır. Yazım şekli de sağdan sola doğru olan yöndedir. Bu sistemde yazılış, eski Fenikelilerde vardır. Yine sağdan sola doğru 2, 100, 20, 10 ve 4 sembollerini kullanarak 274 sayısını



biçiminde yazabiliriz. Burada, sağdaki 2 rakamı 100 ile çarpılarak 200 sayısı elde edilmiştir. Bundan sonra diğer sayılar sağa doğru toplanarak 274 sayısı yazılmıştır.

Kharoṣṭhī Numerals

Śaka, Pārthian and Kuṣāṇa Inscriptions			Aśoka Insc.	
33	40	1	1	1
233	50	11	11	2
333	60	111		3
2333	70	X	1111	4
3333	80	IX	11111	5
21	100	11X		6
211	200	111X		7
311	300	XX		8
1121	122	2		10
x13335 11	274	3		20

Kharosthi rakamları ve sayıları.

Brahmi yazıları, Hindistan'ın hemen hemen her tarafına yayılmış olarak bulunmuştur. Buna göre, Brahmi karakterleri eski Hindistan'ın kullandığı ulusal yazılarıdır. Son incelemelere göre bu yazılar İ. Ö. 1.000 yıllarına aittir. Bu nedenle Brahmi yazıları tümüyle Hindistan halkının buluşudur.

Brahmi rakamları ve sayılarının kökeni İ. Ö. 300 yıllarında egemenlik sürdüren Kıral Asoka dönemine kadar gider. Bu rakamlar ve sayılar Hindistan'ın tümüyle Orta-asya'nın kuzeyine kadar yayılmıştı ve kullanılıyordu. Brahmi rakamlarının kökeni üzerine çok sayıda araştırmalar yapılmıştır. Cunningham'a göre bu rakamlar ve sayılar Mohenjodaro ve Harappa yöresinde yapılan kazılarda bulunmuştur ve Hint kökenlidir. Bayley'e göre bu rakamlar Mısırlıların Hiyeroli[f] yazılarına benzediği için Mısır kökenlidir. Ayrıca, Hint rakamları Fenikeliler, Bactrian ve Akadlardan alınmıştır. Oysa, Brahmi

ve hiyerolif rakamları birbirlerinden tümüyle farklıdır ve birbirleriyle ilişkileri yoktur. Bu farklılıkları ilişikteki tablolarda daha açık bir şekilde görebiliriz. Bu nedenle Bayley'in bu önerisi kabul edilmemiştir.

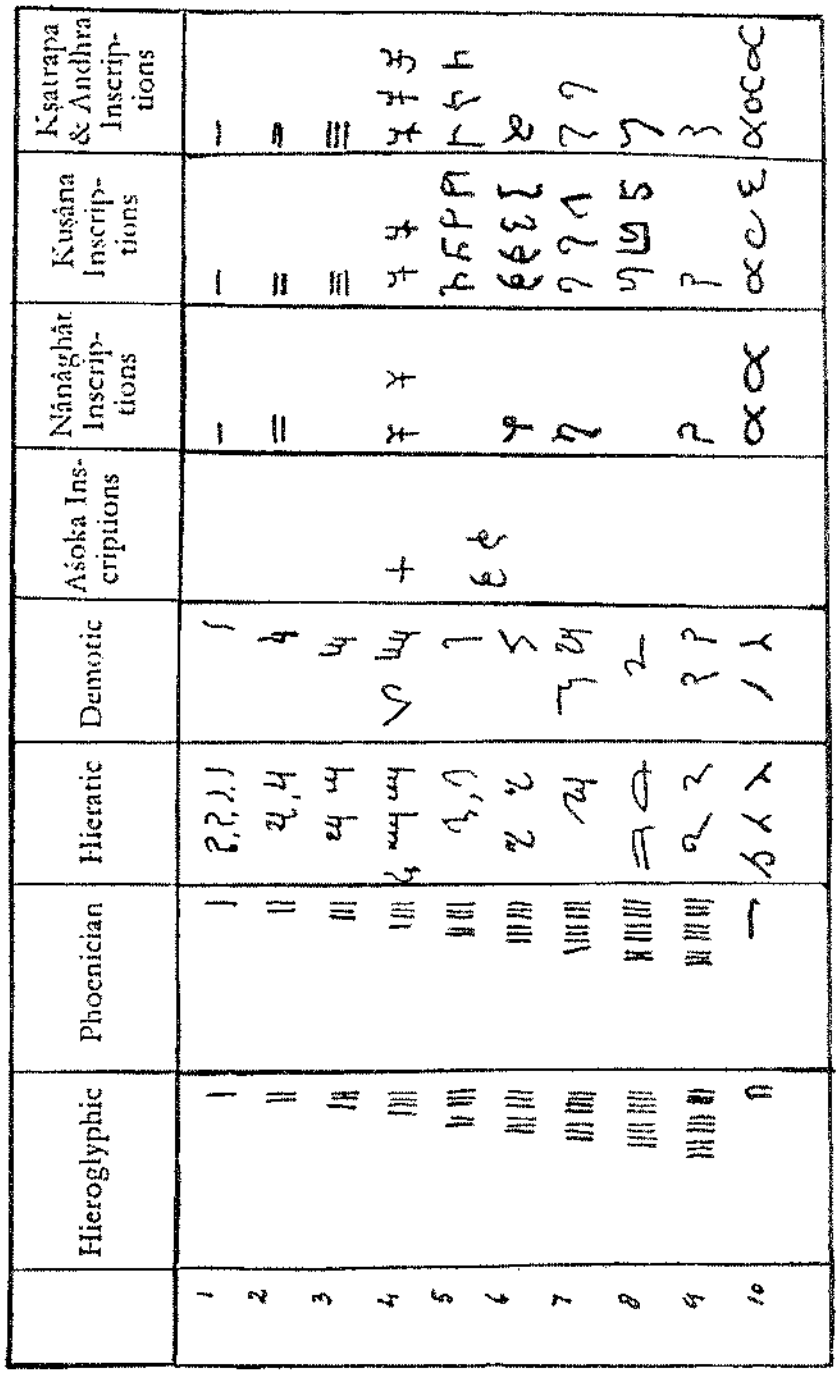
Burnell'e göre Brahmi rakamları Mısırlıların demotik türdeki rakamlarına benzediği için Mısır'dan alınmıştır. Daha sonra kendileri bazı değişiklikler yapmışlardır. Oysa Bühler, Brahmi rakamları, Mısırlıların hiyeratik türdeki rakamlarına benzemektedir. Hintliler bu rakamları Mısır'dan alıp kendilerine göre değiştirmişlerdir. Bu görüş de kabul edilmemiştir. Çünkü, gerek rakamların şekillerinde gerekse sayıların yazılmalarında çok farklılıklar vardır.

Bir de, Mısırlıların bu rakamları ve sayıları dışardan veya Hindistan'dan almış olabilmesi kalıyor. Bu da olanaksızdır. Çünkü Mısırlılar, Hintlilerden çok daha eskidir. Fakat söylenebilecek şey, savaşlar, ticaret, göç ve gezgin bilginler bu iletişimde büyük görevler üstlenmişlerdir.

Matematikte, 1, 2 ve 3 rakamları hemen hemen her ülkede düşey veya yatay çizgilerle gösterildikleri için birbirlerine çok benzemektedirler. Bundan sonraki rakamlarda ve sayıların yazılmalarında çok farklılıklar vardır. Fakat, gerek rakamlarda gerekse sayıların yazılmasında, düşünüş bakımından çok benzerlikler vardır. Hatta Mayaların Anakara ile yakından bir ilişkisi olmadığı halde sıfır ve rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerlerini alması bir rastlantı değil, insan denen yaratığın zekasının bir ürünüdür. Belki de genetik bir şifredir.

İ. Ö. 1.000 yılından İ. Ö. 600 yılına kadar olan dönemde Brahmi sisteminin bulunuşu ve kullanılışı olarak alınabilir. Çünkü İ. Ö. 600 yıllarında Asoka rakamları ülkenin her tarafına yayılmış ve geniş bir biçimde kullanılıyordu. Zaten eski Budist kaynaklarında altmış dört tane farklı sayısal işaretler kullanılıyordu. Bu işaretlerle çok büyük sayıları erken dönemlerde yazabiliyorlardı. Bu erken dönem İ. Ö. 1.000 yıllarıydı.

Hindistan'da rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerlerini alması, ondalık sistemin kullanılması ve sayıların bölüklere ayrılmasını gösteren çok sayıda belge vardır. Bunlardan ilki Gurjara yazıtıdır. Bu yazıt 346 veya 594 tarihine aittir. Belhari yazıtı 646, Kanheri yazıtı da 674 tarihlidir. Bu ve bunlar gibi çok sayıda daha yazılı belgeler vardır. Bunların bazıları yazıtlar, bazıları paralar ve bazıları da çeşitli dönemlerde verilmiş hediyelerde görülmüştür. Bu yazıtlarda ve hediyelerde rakamların hep basamak değerlerini alması açıkça görülür. Zaten bunların uygulanması bu önerinin kanıtıdır. 595 yılından 972 yılına kadar tam otuz üç tane yazılı belge, B. Datta ve A. N. Singh'in Hint Matematik Tarihi isimli kitabının birinci cildinde uzun uzun incelenmiştir. Bu belgelerde, Hint rakamlarının bulundukları yerlere göre basamak değerlerini almaları ve ondalık sistemin kullanıldığını kanıtlaması bakımından çok önemlidir. 860 yılına kadar bulunan belgelerde ve yazıtlarda hep ondalık sistem kullanılmış ve sayılar hep bu ondalık sistemle yazılmıştır. Bu belgelerin içinde en önemlileri Srivijaya



Semitik ve Brahmi rakamları.

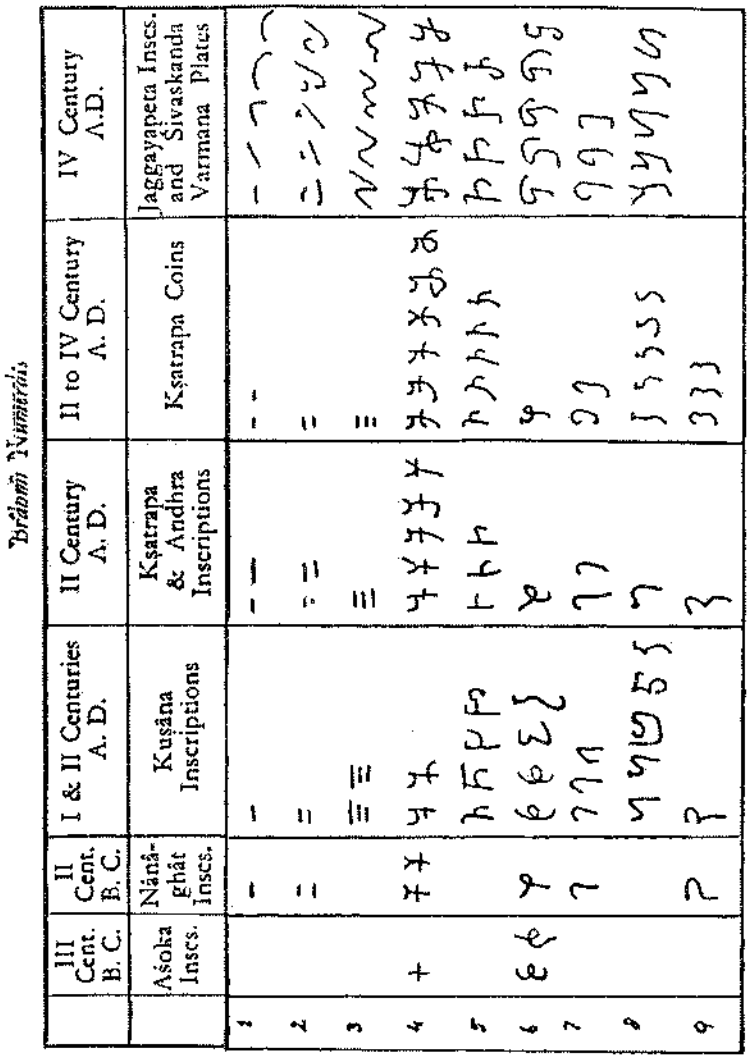
Semitic and Brāhmī Numerals

	Hieroglyphic	Phoenician	Hieratic	Demotic	Aśoka Inscriptions	Nānāghāt Inscriptions	Kuṣāṇa Inscriptions	Kṣatrapa & Andhra Inscriptions
1								
10								
20						0		
30								
40								
50								
60								
70								
80								
90								
100						H		

Semitic and Brâhmî Numerals

	Hieroglyphic	Phoenician	Hieratic	Demotic	Aśoka Inscriptions	Nânâghât Inscriptions	Kuṣâna Inscriptions	Kṣatrapa & Andhra Inscriptions
200	𓍢𓍢	(𐤌𐤕)						
300	𓍢𓍢𓍢	𐤌𐤌𐤌						
400								
500								
700								
1000								
2000								
3000								
4000								

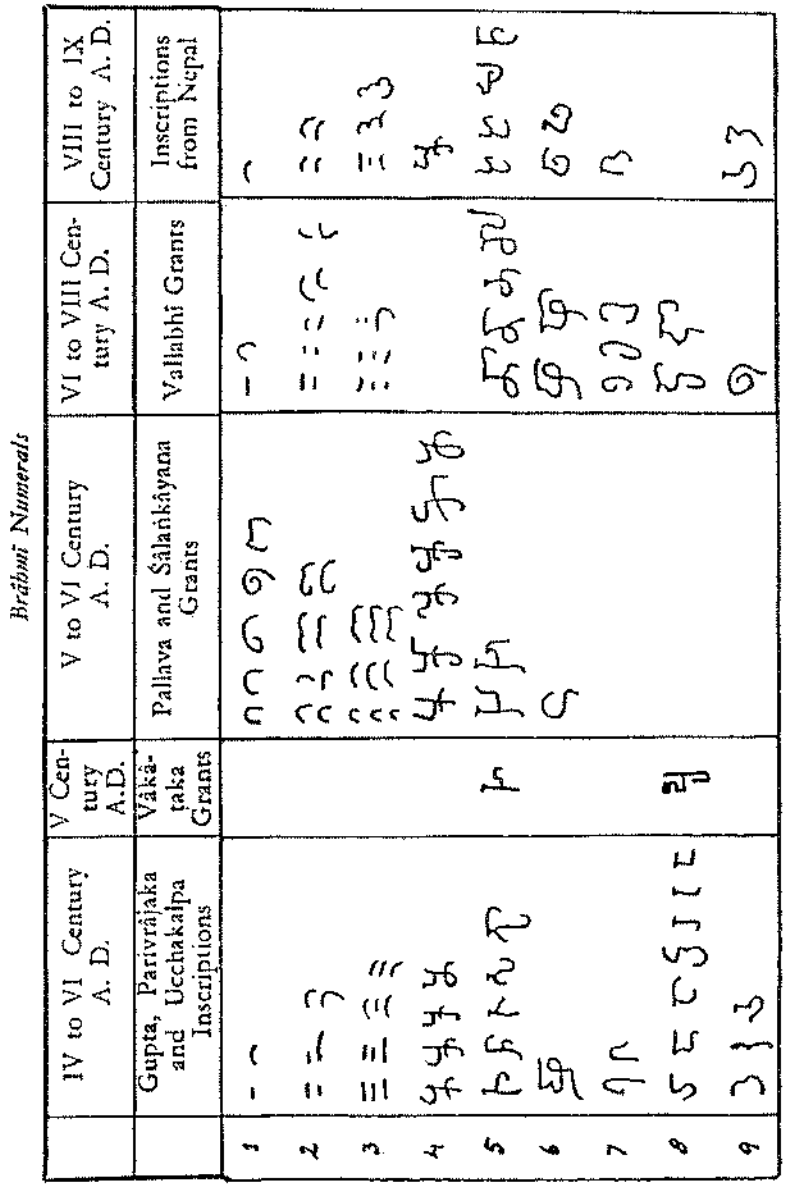
Bazı Semitik ve Brahmi sayıları.



Brahmi rakamları.

yazıtlarıdır. Bunların ikisi Sumatra'da Palembang'da bulunmuştur. Bu iki belge 605 ve 606 yıllarına aittir. Üçüncüsü 608 tarihlidir ve Banka adasında bulunmuştur. Ondalık sistemi en iyi bu ve buna benzer belgeler ortaya çıkarmıştır. Sakalara ait olan çok sayıda ondalık sistemli belgeler daha vardır. Kamboçya'da bulunan Sambor yazıtı 605 tarihlidir ve Sakalar döneminde yazılmıştır.

Bugün çeşitli müzelerde bulunan otuzdan fazla belge, ondalık sistemin Hindistan'da nasıl kullanıldığını göstermektedir. Bu belgeler 595 ile 972 yılları arasında yazılmışlardır. Ondalık sistemi gösteren belgelerin çoğu bakır levhalardır. Bunların çoğu zen-



Brahmi rakamları.

gin kişilerce kırallara ve saraylarda yaşayan ileri gelir kişilere dini günlerde veya bayramlarda hediyeler olarak verilmişlerdir. Bu tabaklardaki rakamlar farklı dönemlerde farklı farklı kişilerce yazıldıkları için rakamların şekillerinde de bazı farklılıkların ve değişik sembollerin görülmesi doğaldır. Bakır tabaklar Hindistan'da yasal belgelerdir. Bu belgelerin hemen tümü usta ve uzman kişilerce yazılmışlardır.

Brâhmî Numerals

	VII to VIII Century (?) A. D.	IX to X Century A. D.	V to VIII Century A. D.	Manuscripts		
	Grants of the Gangâ Dynasty	Pratihâra Inscs. & Grants	Misc. Inscs. & Grants	Bower Manuscripts	Buddhist Manuscripts from Nepal	Jaina Manuscripts
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						

Brahmi rakamları.

Brâhmî Numerals

	III Cent. B. C.	II Century B. C.	I & II Centuries A. D.	II Century A. D.	II to IV Century A. D.	IV Cent. A.D.
	Aśoka Inscs.	Nânâghât Inscriptions	Kuṣâna Inscriptions	Kṣatrapa & Andhra Inscriptions	Kṣatrapa Coins	Jaggayapeta & Pallava Grants
10						
10						
20						
30						
40						
50						
60						
70						
80						
90						

Bazı Brahmi sayıları.

Brâhmî Numerals

	IV to VI Century A.D.	V Cent. A.D.	VI to VIII Century A.D.	VI Cent. A.D.	VIII to IX Cent. A.D.	VII to VIII (?) Cent. A.D.
	Gupta, Parivrâjaka and other Inscs.	Vâkâtaka Grants	Vallabhî Grants	Śâlankâyana Grants	Nepal Inscs.	Grants of the Gangâ Dynasty
10						
20						
30						
40						
50						
60						
70						
80						
90						

Bazı Brahmi sayıları.

Brâhmî Numerals

	IX—X Cent. A.D.	V—VIII Century A. D.	Manuscripts		
	Pratihâra Grants	Miscellaneous Grants and Inscriptions	Bower Mss.	Buddhist Manuscripts from Nepal	Jaina Manuscripts
10					
20					
30					
40					
50					
60					
70					
80					
90					

Bazı Brahmi sayıları.

Brâhmī Numerals

	III Century B. C.	II Century B. C.	I & II Cent. A. D.	II to IV Century A. D.	IV to VII Century A. D.	VI to VIII Century A.D.
	Aśoka Inscriptions	Nânâghât Inscriptions	Nâsik Inscriptions	Kṣatrapa Coins	Gupta and other Inscriptions	Vallabhî Grants
100						
100						
200						
200						
300						
400						
500						
700						

Bazı Brahmi sayıları.

Brâhmī Numerals

	VIII to IX Cent. A.D.	VII to VIII Cent. A.D.	IX to X Century A.D.	V—VIII Cent. A.D.	Manuscripts	
	Inscs. from Nepal	Grants of the Gangâ Dynasty	Pratihâra Grants	Misc. Inscriptions	Buddhist Manuscripts	Jaina Manuscripts
100						
200						
300						
400						
500						
600						
700						
800						
900						

Bazı Brahmi sayıları.

Brâhmî Numerals

	II Cent. B.C.	I & II Cent. A.D.	V Cent. A.D.	Composite numbers in Brâhmî numerals					
	Nânâghât Insces.	Nâsik Inscriptions	Vâkâtaka Grants						
1000	𑀢	𑁔	𑀚	15	𑀳𑀫	129	𑁓𑁐𑁒	1001	𑀢𑀦
2000		𑁔𑁔		28	𑀷𑀮	289	𑀳𑀷𑀮	1002	𑀢𑀫
3000		𑁔		33	𑀶𑀬	301	𑁓𑀦	1101	𑀢𑀶𑀦
4000	𑀣	𑁔		45	𑀵𑀮	428	𑁔𑁕𑀷𑁖	1300	𑀢𑀳𑀵
5000	𑀣𑀤			52	𑁖𑀫	538	𑀶𑀳𑀶𑁕	6001	𑀣𑀦
8000		𑁔𑁔	𑁔𑁕	62	𑀸𑀫	679	𑁒𑁕𑁔𑀷	10001	𑀥𑀫
10000	𑀥𑀫			79	𑀵𑁐	703	𑁔𑁐𑁓	11000	𑀥𑀫𑀢
20000	𑀣𑀷			81	𑀷𑀦	813	𑁒𑁖𑁕𑁓	24400	𑀷𑀣𑀳 𑀵𑀲
70000		𑁔𑁔		93	𑀭𑀫	955	𑁒𑀶𑁓𑁔		

Bazı Brahmi sayıları.

Sıfır (sunya) sembolü İ. Ö. 200 yıllarında Pingala'nın Chandah-sutra'sında problemlerin çözümlerinde ilk kez kullanılmıştır. 1. Bakhshali'nin Elyazması 200 yıllarına aittir ve sıfır (sunya) bu elyazmasında hesaplamalarda kullanılmıştır. 505 yılında yazılan Panca Siddhantika'da sıfır (sunya) birçok yerde kullanılmıştır. 400 yıllarında yazılan Pulisasiddhanta'da da sıfır (sunya) kavramı kullanılmıştır. Varahamihira'nın çağdaşı olan Jinabhadra Gani'nin (529 - 589) yazılarında sıfır (sunya) farklı bir sembolle gösterilerek kullanılmıştır. 1. Bhaskara (525) ve Siddhasena Gani'nin (altıncı yüzyıl) çalışmalarında sıfır (sunya) rakamı kullanılmıştır.

Bakhshali'nin Elyazması'nda sıfır anlamına gelen yerde nokta (.) işareti kullanılmıştır. Bu elyazması üçüncü yüzyılda veya daha önce yazılmıştır. Şimdiki kopyası sekizinci veya dokuzuncu yüzyıla aittir. Sıfır öncelerl Babillilerde olduğu gibi nokta ile gösterilmiştir. Yuvarlak olan (0) işareti sekizinci yüzyıla ait olan Ragholi tabağında görülmüştür. Bu tabakta otuz sayısı 30 biçiminde yazılmıştır. Bhojadeva döneminin Gwalior yazıtlarında da yuvarlak olan sıfır (0) rakamı görülür. Sıfır (0) işareti Hindistan'da sekizinci yüzyıldan önce kullanılmıştır.

Hazreti Muhammet'ten önceki Arap kabilelerinde ve Kureyişlilerde iyi bir sayı sistemi yoktu. Araplar ilk çevirilerini İranlılardan almışlardır. Bu çeviriler daha çok savaş sanatı, silahlar, veterinerlik, avcılık sanatı, Tanrıbilim ve tıpla ilgiliydi. Gerçek fen bilim-

leri kitaplarını da Yunanlılardan ve Hintlilerden elde ettiler. Araplar, Hintlilerin Gobar rakamlarını Suriyeli bilgin Sebokht'tan (650) ve başka kaynaklardan öğrendiler. Halife el Mansur (753 - 774) döneminde Brahmagupta'nın (628) astronomi kitabı, Yakup ibni Tarık tarafından Arapçaya çevrildi. Araplar bu kitapla eğitildiler. Böylece Araplar arasında Gobar rakamlarıyla hesap yapmalar yayıldı ve öğretildi. Gobar rakamlarıyla en etkili çalışmayı Harizmi (825) gerçekleştirdi.

Early Hindu Numeral Forms

	594 A.D.	733 A. D.	793 A. D.	815 A.D.	837 A. D	867 A. D.	870 A. D.	876 A. D.	917 A. D.	921 A. D.
	Gurjara Grants	Danti-durga Grants	Śaṅka-ragana Grants	Nāga-bhaṭa Insc.	Bāuka Insc.	Danti-varman Grants	Bhoja-deva Insc.	Bhoja-deva Insc.	Mahī-pāla Insc.	Paṣkara Insc.
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
0										

İlk Hint rakamları şekilleri.

Belli bir zaman sonra, doğu Arapları eski Gobar rakamlarıyla sağdan sola doğru yazmada zorluk çektikleri bu sistemden vazgeçtiler. Tam iki yüzyıllık bir uğraştan sonra, onuncu ve on birinci yüzyıllarda kendileri için kullanışlı olan ve bugünkü Arap rakamlarını kullanmaya başladılar. Oysa batı Arapları eski Gobar rakamlarını kullanmaya devam ettiler ve bu rakamları Avrupa'ya taşıdılar. Bunun sonucunda Arapların ve Avrupalıların modern rakamları ayrı ayrı doğdu.

Hint rakamlarını kullanarak yayılmasını Türkler, İranlılar ve Araplar gerçekleştirmiştir. Bu ülkeler içinde bu rakamlarla eserler vermiş çok sayıda bilim adamları çıkmıştır. İbni Wahshiya (855), eski alfabe ve hiyerolif karakterler hakkında açıklamalar yapmıştır. Wahashiya döneminde Hint rakamları biliniyor ve kullanılıyordu.

869 yılında ölen Djahiz, ünlü bir Arap düşünürüdür. Djahiz, bu sembollere "Hint Rakamları" diyordu. Djahiz'in, Fransızca çevirisi olan çalışmalarında Hint rakamları kullanılmıştı.

Ebül Hasan el Masudi (943), bir Arap tarihçisidir. Hindistan astronomisi hakkında ilk elden en önemli bilgileri veren kişidir. Dokuz rakamı, astronomiyi ve diğer bilimleri Hintlilerin bulduğunu yazar. Masudi, 912 yıllarında Multan'da ve 916 yıllarında da Cambay'da bulunmuştur.

Ebül Sahl ibni Tamim (950), Kairwan uyrukludur. Kuzey Afrika'da Tunus'ta bir köyde Sefer Yesirah isimli bir yorum yazmıştır. Bu kitapta "Dokuz rakamı Hintliler bulmuştur" diye yazar. Hibab el Ghobar isimli kitabında Hint hesabı yöntemlerini açıklar.

Early Hindu Numeral Forms

	987 A.D.	997 A.D.	XI Century	1042 A.D.	1050 A.D.	1114 A.D.	1160 A.D.	Manuscripts		
	Mûla-râja Grants	Aparâ-jit Grants	Kûrma-śataka of Bhoja	Karna Grants	Triłocana pâła Grants	Jâjalla-deva Grants	Ajmere Inscs.	Bakh-shâli Mss.	Bud-dhist Mss.	Jaina Mss.
1	۹ ۹	۹	۹		۹ ۹ ۹	۹ ۹	۹	~ ∩	۹	۱
2		۲	۲		۲ ۲	۲	۲	۲ ३	২	३
3	३		३	३	३ ३	३	३	३ ३	३	३
4	४	४	४		४ ४	४ ४	४	४	४	४
5	५		५		५ ५	५ ५	५	५	५	५
6		६	६		६ ६	६ ६	६	६	६	६
7			७	৭	७	७ ७	७	७	৭ ৭	७
8			८		८ ८ ८	८ ८	८	८	८	८
9		९	९	९ ९	९ ९	९	९	९	९	९
0	०	०	०		०	•	०	•	०	०

İlk Hint rakamları şekilleri.

El Nedim (987), Hintlilerin iki yüz tür alfabelerinin olduğunu açıklayan uzun olan çalışmasında, Hint rakamlarını da vermiştir. Bu rakamlara hindisah ismini vermiştir.

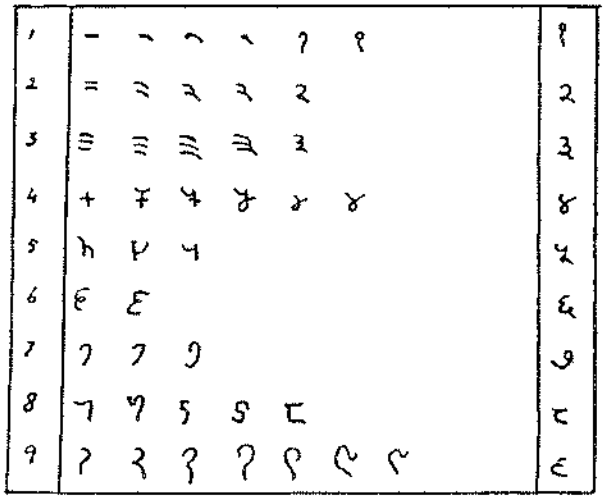
El Biruni (1030), Hindistan'da 1017 yılından 1047 yılına kadar tam otuz yıl kalmıştır. Hindistan'ın tüm bölgelerini dolaşmış bir Türk bilginidir. Kendisini Hint bilimi ve sanatına vermiş biridir. Bu nedenle Hint bilimi ve matematiği için dünyada en güvenilir bir kişi olarak tanınır. Yunan ve Arap bilimlerini de çok iyi bilen Biruni, Hint rakamları

ve bunların kökeni hakkında en iyi ve güvenilir bilgiler veren tek kaynak ve otoritedir. Hindistan hakkında çok kitap yazmıştır. Bu kitaplarda, sıfır, Hint rakamları, sayıları ve bu rakamlarla yapılan Hint hesaplama yöntemlerini uzun uzun anlatır. Hint tarihi üzerine yazdığı kitabında, rakamların Hindistan'ın değişik yörelerinde farklılıklar gösterdiğini, fakat matematikte kullanımı iç anlamı bakımından aynı olduğunu özellikle belirtir.

Abenragel (1048), Ali bin Abil Regal Ebül Hasan'ın kısa yazılışı ve söylenişidir. Abenragel, astronomi üzerine yazdığı bir çalışmasında, dokuz rakamla hesap yapma bir Hint buluşudur diye yazar.

Mekkeli olan Saraf Eddin (1172), geometri ve Hint matematiği üzerine olan bir çalışmasında Hint rakamlarını ve Hint matematik sanatını anlatır.

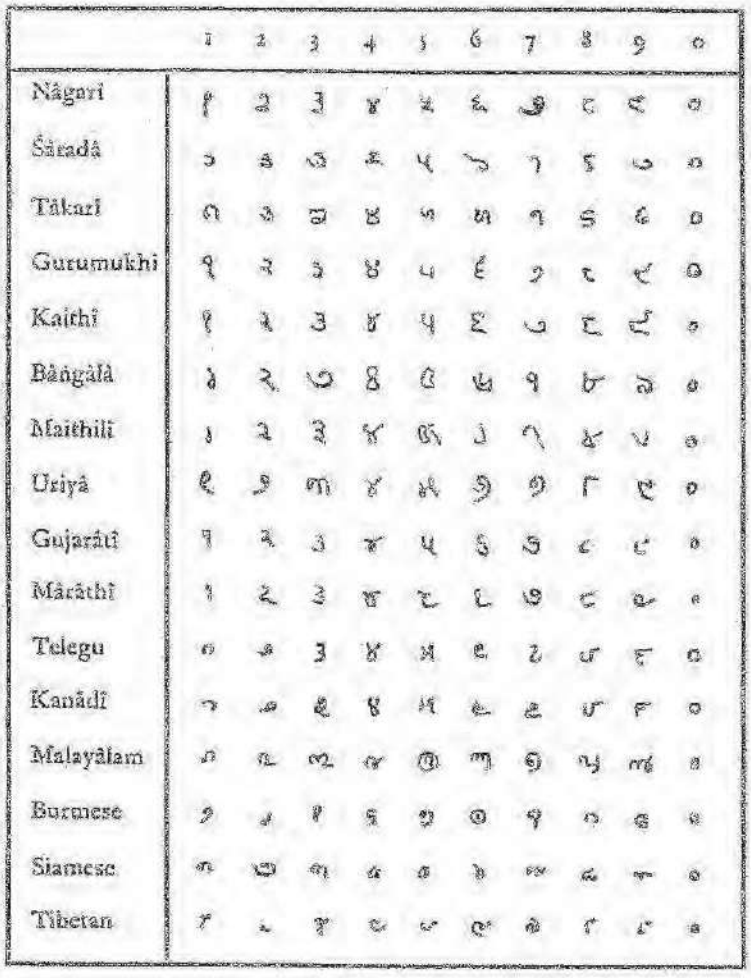
1486 yılında ölen Ebül Hasan Ali Alkalasadi, bu dokuz rakamdan Gobar (toz ve kum) işaretleri diye söz eder. Bu rakamlar Afrika'nın, Maghrib'in ve İspanya'nın şehirlerinde çok yaygın olarak kullanıldığını ve bu rakamlarla hesapların yapıldığını Talkhis isimli bir çalışmasında dile getirir. Bu rakamların bir söylentiye göre Hintli bir adamdan alındığı yorumu yapıldığını yazar.



Nagari rakamlarının gelişmiş halleri.

Afrikalılar bu rakamlara Gobar rakamları demektedirler. Gobar, toz veya kum demektir. Afrikalıların Gobar sözcüğünü neden kullandıkları ilginçtir. Eski dönemlerde yazı yazılacak araçların fazla olmaması nedeniyle, insanlar matematiksel işlemleri masalar üzerine toz veya kum döker, hesapları bu şekilde öğretirlerdi. Bu yöntem Hindistan'da kullanıldığı gibi diğer ülkelerde de kullanılıyordu. Archimedes de bu yöntemle çalışıyordu. Bu nedenle bu rakamlara toz rakamları ismi verilmiş olmalıdır.

Beha Eddin (1600) de dokuz rakamın Hintli bilginlerin buluşu olduğunu yazar.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Nâgarî	१	२	३	४	५	६	७	८	९	०
Śâradâ	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	০
Tâkarî	੧	੨	੩	੪	੫	੬	੭	੮	੯	੦
Gurumukhi	੧	੨	੩	੪	੫	੬	੭	੮	੯	੦
Kaithî	१	२	३	४	५	६	७	८	९	०
Bângâlâ	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	০
Maithilî	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	০
Uriyâ	୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯	୦
Gujarâtî	૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯	૦
Mârâthî	१	२	३	४	५	६	७	८	९	०
Telegu	౧	౨	౩	౪	౫	౬	౭	౮	౯	౦
Kanâdî	೧	೨	೩	೪	೫	೬	೭	೮	೯	೦
Malayâlam	൧	൨	൩	൪	൫	൬	൭	൮	൯	൦
Burmese	၁	၂	၃	၄	၅	၆	၇	၈	၉	၀
Siamese	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙	๐
Tibetan	༡	༢	༣	༤	༥	༦	༧	༨	༩	༠

Modern Hint elyazmalarında rakam şekilleri.

Türk bilginler daha çok Hint rakamları sözcüğünü kullanırken, İranlılar daha çok İndia sözcüğünü yeğlemişlerdir. El Masudi ve El Biruni, Sind sözcüğünü kullanmıştır. Sind daha çok İndus nehrinin doğu kısmını ifade ettiği bilinmektedir. Hindistan ise tüm ülkeyi ifade eder. "Hint sözcüğü, ölçme, aritmetik veya geometri anlamına gelen end veya hend sözcüklerinden türetilmiştir. Hint, aritmetiksel işaret demektir. Hindi sözcüğü de sıfat halidir." Bu varsayım Carra de Vaux tarafından ileri sürülmüştür. Bir dayanağı olmadığı için de kabul edilmemiştir. Çünkü Hint sözcüğü çok eskidir. Hindasa, hindisa, handasa, hindisi, handasi, hendese, . . . gibi sözcükler geometri anlamında kullanılmıştır.

Şimdi, Hint rakamları üzerine çalışan Avrupalı bilginlerden söz edilim. Sevilleli İsidorus (892), dokuz rakamının Hint kökenli olduğunu yazar.

Rabbi bin Ezra (1092 - 1167), Sefer ha Mispar (Sayıların Kitabı) isimli kitabında bu rakamların Hint şekillerini tanıtır. Bu dokuz rakamın Hint kökenli olduğunu yazar.

Pisalı Leonardo, 1202 yılında yazdığı Liber Abaci isimli kitabında sık sık Hintlilerin dokuz rakamını kaynak olarak verir.

Alexander de Villa Dei, 1240 yılında yazdığı Carman de Algorismo isimli bir yorumunda, Hint rakamlarını kullandığını belirtir. İstanbullu Maximus Planudes (1330), bu dokuz rakamın Hindistan'dan geldiğini özellikle belirtir. Kendisinin de bu rakamları kullandığını yazar.

Hindistan'da aritmetiğin ayrı bir önemi vardır. Diğer eski ülkelerde olduğu gibi yazıtahtası Hindistan'da aritmetik işlemleri için kullanılıyordu. Patiganita ismi verilen bu tahtalar Hindistan'da abaküs gibi kullanılıyordu. Patiganita, hesap tahtası demekti. Kum veya toz tahtası denilen gobar da bu amaçla kullanılıyordu. Yazıtahtasının özel olarak donatılmışları da vardı. Bu tahtalarda toplama, çıkarma, çarpma, bölme, kare, karekök, küp, küpkök ve kesirler gibi yirmi aritmetiksel işlemlerin yanında, sekiz tane daha değişik amaçla kullanılıyordu. Patiganitalarda bu işlemleri kolaylaştıracak düzenekler vardı. Mahavira (850) ve daha sonraki yazarlar hep bu tahtaları kullandılar. Bakhshali'nin Elyazması'nda (200), Trisatika'da (750), Ganita-sara-samgraba'da (850), Ganitatilaka'da (1039), Lilavati'de (1150), Ganita-kaumudi'de (1356) ve Patisara'da (1658) bu tahtalardaki işlemler hep kullanılmıştır. Astronomi içerikli Siddhantaların matematik içerikli kısımlarda bu işlemler kullanılmıştır. 1. Aryabhata (499) isimli bilginin Siddhantası'nda ve Aryabhatiya'sında bunları görebiliriz. Bu konuda 1. Aryabhata'yı Brahmagupta (628) izlemiştir. Oysa, daha önce 300 yıllarında yazılan Surya-siddhanta isimli astronomik çalışmada fazla matematik yoktur. Benzer olarak, Vasistha, Pitamaha ve Romaka gibi astronomi çalışmalarında da matematik belli bir düzeyde görülmez. 1. Bhaskara, Lalla ve 1. Aryabhata'nın astronomi içerikli kitaplarında matematik içerikli kısımlarında bu tahtaları kullanmayı pek yeğlememişlerdir.

Eskiden tahtalara yazıcı maddelerin kıt olması, matematik ve astronomi öğretimini olumsuz yönde etkiliyordu. Öğrenciler işlem yapmaktan çok, her şeyi ezberliyorlardı. Bu nedenle sonuç işlemlerde çoğu kez yanlışlıklar yapıyorlar ve matematikleri ilerlemiyordu. Formüllerin ezberlenmesi ve uygulanması çok yaygındı. Bu nedenle matematik ve astronomi öğrenmek hem zordu hem de pahalıydı. Astrologlar tarafından her öğrenciye fala bakma işlemleri öğretiliyordu. Fala bakmada bazı rakam ve sayıların büyüsünden yararlanıldığı için ister istemez çoğu kişi matematik ve astronomiyle ilgilenmek zorunda kalıyordu.

On ikinci yüzyıla doğru Hindistan'a dışarıdan gelenler, Hindistan'ı işgal edenler

ve ülkelerini kötü yönetenlerden dolayı diğer bilimlerde olduğu gibi matematikte de gerilemeler oldu. Bir daha eski parlak ve önder durumunu hiç bir zaman yakalayamadı. El Biruni'nin (1030) zamanında Keşmir'de Sripati isimli iyi bir matematikçileri görüldü ama o da ülkeyi kurtaracak güçte değildi. II. Bhaskara (1114 - 1185), on ikinci yüzyılın ileri gelen ünlü Hint matematikçilerinden biriydi. Kendisi Brahmagupta (598 - 665) soyundan gelmektedir. Lilavati ve Bijaganita en önemli yapıtlarıdır. Ondalık sayı sistemini kullanmıştır. Denklem çözümleri üzerine çok sayıda çalışmaları olmuştur. Zaten II. Bhaskara en son Hintli matematikçilerinden birisidir.

Hint matematiğinde sekiz temel matematik işlemi vardır. Bunlar toplama, çıkarma, çarpma, bölme, kareleri alma, karekök, küpleri alma ve küpkökler şeklindedir. Bu işlem kuralları verilirken çok sayıda yan ürünler de alınmıştır. Brahmagupta'nın çalışmalarında küpkökün alınması kuralı da vardır. Hint matematiği işin özüne inilmeden tam on beş yüzyıl okul çocuklarına körü körüne ezbere öğretilmiştir. Logaritma tablolarından trigonometrik tablolara kadar ezberleme dersleri verilmiştir. Bu da bu matematiğin ilerlemesini geriletmiştir.

II. Aryabhata (950), toplama ve çıkarma işlemlerini tanımlamıştır. II. Bhaskara, diğer işlemleri Hint matematiğine sokmuş ve kurallarını tanıtmıştır. Çarpma işlemleri eski Vedik kaynaklarında görülmüştür. Yaygın olarak I. Aryabhata (499), Brahmagupta (628), Sridhara (750) ve daha sonraki matematikçiler bu işlemleri ilerletmişlerdir. Çarpma işlemi I. Bhakhshali'nin Elyazması'nda da görülür.

Abhyasa sözcüğü, toplama ve çarpma için İ. Ö. 800 yıllarında Sulba'nın çalışmalarında kulanılmıştır. Tekrarlayan toplamaların çarpma anlamında kullanılması Hindistan'da oldukça eskidir. Çarpmanın en iyi ve kullanışlı kuralları II. Bhaskara'nın Lilavati isimli kitabında görülür. I. Aryabhata'nın çalışmalarında çarpmanın genel kuralları yoktur ama Brahmagupta'da dört farklı çarpma yöntemi vardır. Sridhara da çarpma işlemi için dört yöntem vermiştir. II. Aryabhata ve II. Bhaskara bu yöntemleri Hindistan'da tam olarak yerleştirmişler ve yaygın olarak kullanılmalarını sağlamışlardır.

Hintlilerin ondalık sistemli çarpma yöntemleri, Türkler ve Araplar tarafından Avrupa'ya taşınmıştır. Bu kişiler arasında Harizmi (825), El Nasavi (1025), El Hassar (1175), El Kalasadi (1475) ve diğerleri sayılabilir. Batıya iletilen Hintli çarpma yöntemleri sandhi, gelosia, çarpraz, ayırma, zigzag, parçaları çarpma ve cebirsel yöntemlerin tümü Hindistan'dan Avrupa'ya iletilmiştir.

Çarpma işleminin tersi, Hintlilerde bölme olarak alınmıştır. Yalnız, bölme işlemi yöntemi, on beşinci ve on altıncı yüzyılda Avrupalı bilginler tarafından tanıtılmıştır. Hintlilerin verdiği bölme yöntemleri oldukça zor ve kullanışsızdı. I. Aryabhata'da bölme işlemi kuralı yoktur. Brahmagupta (628), Sripati (1039) ve diğerlerinin bölme işlemi üzerine yaptığı çalışmalar incelemeye değer türden değildir. Uzun bölme yöntemi Sridhara'nın Trisatika isimli kitabında vardır. Hintlilerin bölme yöntemleri, Harizmi'nin, El Nasavi'nin ve diğerlerinin yapıtlarıyla Avrupa'ya taşınmıştır.

Sayıların karalerinin alınması için Hindistan'da çok sayıda yöntemler geliştirilmiştir. Sridhara, Brahmagupta, Prthudakasvami, Mahavira, II. Bhaskara, Narayana ve diğerleri bu konuda çok sayıda kurallar getirmişlerdir. Örneğin, Brahmagupta,

$$n^2 = (n - a)(n + a) + a^2$$

formülünü kullanarak, $15^2 = 10 \times 20 + 25$ işlemini yapmıştır. Mahavira, II. Bhaskara, Narayana ve diğerleri,

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

veya

$$(a + b + c + \ldots)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + \ldots + 2ab + \ldots$$

formüllerini kullanmışlardır.

Sridhara ve Mahavira

$$n^2 = 1 + 3 + 5 + \ldots + n \quad (n \text{ tek})$$

formülünü kullanmışlardır. Narayana,

$$A^2 = (a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$$

formülünü kullanmıştır.

Küpün bulunmasında, Sridhara, Mahavira ve II. Bhaskara'nın çalışmaları vardır. Bunlardan birisi,

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

formülüdür. Sripati ve II. Bhaskara,

$$(a + b)^3 = a^3 + 3ab(a + b) + b^3$$

formülünü kullanmışlardır. Ayrıca, Mahavira

$$(a + b + c + \ldots)^3 = a^3 + 3a^2(b + c + \ldots) + 3a(b + c + \ldots)^2 + (b + c + \ldots)^3$$

formülünü çok sık kullanmıştır. Yine,

$$n^3 = n(n + a)(n - a) + a^2(n - a) + a^3$$

formülünü de kullanmıştır. Sridhara, Mahavira, Sripati ve Narayana'nın çalışmalarında

$$n^3 = \sum_{r=1}^{n} [3r\,(r-1) + 1]$$

formülü vardır. Bu formül ilk kez Sridhara tarafından kullanılmıştır. Mahavira bu formülü

$$n^3 = 3\sum_{r=2}^{n} r\,(r-1) + n$$

biçiminde kullanılmıştır. Mahavira ayrıca,

$$x^3 = x + 3x + 5x + \ldots \text{ (x tane terim)}$$
$$x^3 = x^2 + (x-1)\,[1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (2x-1)]$$

formüllerini de kullanmıştır.

Karekök ve küpköklerin alınmaları için çok sayıda yöntemler bulunmuştur. Yalnız, yukarıdaki formüllerin tümü hep sözcükler biçiminde verilmiş kurallardır. Çünkü o dönemlerde yukarıda verdiğimiz artı, eşit ve toplam gibi modern matematik işaretleri yoktu.

Hint matematiğinde yapılan işlemlerin doğruluklarını sağlamak için bazı yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin tümü bilimseldir.

Bayağı kesirlerin Hindistan'da kullanılması oldukça eskidir. Yarım, üçte iki, . . . gibi kesirlerle çok sıkça karşılaşılır. Eski Mısırlılarda ve Babillilerde payı bir olan kesirler çok kullanılmıştı. Payı bir olan kesirlere birim kesirler ismi verilir. Hindistan'da, kesirlerde kısaltma denen sadeleştirilmeleri ilk kez Narayana yapmıştır. Hintliler, üçle, yediyle ve dokuzla, çarpmalarda ve kalansız bölmelerde sağlama yapıyorlardı. Dokuz ile sağlama yapma Hint kökenlidir ve oldukça eskidir. Türklerde dokuz ile ilk kez sağlama yapma İbni Sina'nın (980 - 1037) çalışmalarında görülür. İbni Sina buna Hint yöntemi demiştir. Çünkü o bu kuralı Hindistan'dan almıştır. Maximus Planudes (1330) da dokuzla sağlama yapma yönteminin Hint kökenli olduğunu yazar. II. Aryabhata (950) dokuzla sağlama yapmayı İbni Sina'dan önce yapmıştı. Hindistan'da bu tür işlemler daha önce de yapılıyordu. Beha Eddin (1600) de dokuzla sağlama yapmayı II. Aryabhata gibi veriyordu.

Kesirlerin Hindistan'da kullanılması İ. Ö. 3.000 yıllarına kadar gider. Çünkü, ağırlıkların, uzunlukların, o dönemlerde kullanılan paraların ve diğer bazı ölçülerin ast katlarında kesirler doğal olarak kulanılmıştır. Uygarlığı ileri her ülkede kesirler kullanılmıştır. Bu da uluslar arasındaki ticareti harekete geçirmiş ve ticaret aritmetiğinin gelişmesini hızlandırmıştır. İ. Ö. 2.000 yıllarında, zamanın alt dilimleri için kesirler kullanılmıştır. Örneğin Hindistan'da bir günü 30 muhurtaya, 1 muhurtayı 15 ksipraya, 1 ksiprayı 15 itarhiye, bir itarhiyeyi 15 idaniye ve bir idaniyi de 15 pranaya bölmüştür. Buna göre 1 prana yaklaşık olarak 1 saniyenin on yedide biri kadar bir zaman dilimine karşılık gelir.

Uzunluk, ağırlık ve hacim ölçülerinin benzer alt dilimlere bölündüğü görülür. Bu alt dilimler de kesirleri kullanmayı zorlamıştır. Patiganita denilen yazı tahtası çalışmalarının tümünde ağırlıklar ve ölçüler için bayağı kesir işlemleri yapılmıştır. Hint matematiğinde kesirlerin kullanılması önemli bir yer tutar. Bu konuda Sridhara, Mahavira, Brahmagupta, II. Bhaskara ve Skandasena'nın özel olarak çalışmaları vardır.

Kesirler, Hindistan'da 200 yıllarında yazılmıştır ve şekli bugünkü gösterimlerin aynısıdır. Fakat, bugünkü yatay çizgi düşey veya yatay biçimde kullanılmıştır. Kesirlerin basit biçimde kesir olarak yazılması, Umasvati'nın matematiksel olmayan, daha çok felsefeye kaçan ve 150 yıllarında yazılan yapıtında vardır.

Kesirlerin toplanması ve çıkarılması için paydalar eşitleniyordu. Oysa Babilliler ve Mısırlılar bu işlemleri yapamamışlardı. Bu konuda Sridhara, Mahavira ve diğerleri oldukça başarılıydı. En küçük ortak katı ilk kez Mahavira kullanmıştır. II. Bhaskara, Mahavira'nın işlemlerini daha da kısaltmıştır. Kesirler üzerindeki işlemler, Hindistan'da bugünküyle aynıydı ve oldukça da eskiydi. I. Aryahbata'nın çalışmalarında kesir işlemleri işlenmemiştir. Oysa, Bakhshali'nin (200) Elyazması'nda tüm kesir işlemleri vardır. Kesirlerin çarpımı kuralını Brahmagupta vermiştir. Sadeleştirme de Brahmagupta ve Mahavira'nın çalışmalarında gösterilmiştir.

Aritmetik bölme işlemleri I. Aryabhata'nın çalışmalarında olmadığı halde, bayağı kesirlerin bölünmesi kurallarının bulunması çok ilginçtir. I. Aryabhata'nın bu karışık bölme işlemlerini, Suryadeva ve I. Bhaskara kısaltmışlardır. Brahmagupta, Sridhara ve Mahavira, bayağı kesirlerin bölme işlemlerini tam olarak açıklamışlardır.

Kare ve karekökler ile küp ve küpkökler üzerine olan kuralları Brahmagupta, Sridhara ve Mahavira açıklamışlardır.

Payı bir olan birim kesirler üzerine olan en eski çalışmalar ilk kez Mısırlılarda görülmüştür. Hindistan'da bu konudaki ilk çalışmaları Mahavira gerçekleştirmiştir. Çok sayıda formüller veren Mahavira bu konuda çok başarılıdır.

Hindistan'da önemli olan bir yöntem de üçün kuralı olarak geçer. O da bugünkü modern dille üçlü ters veya düz orantıdır. Orantı üzerine çok sayıda çalışmalar yapılmış ve kuralları verilmiştir. Bu tür problemlerin ifade edilişi ve çözümleri İsa'dan önceki dönemlere rastlar. Bakhshali'nin Elyazması'nda, I. Bhaskara'nın (525), I. Aryabhata'nın (499), Mahavira'nın, II. Aryabhata'nın, II. Bhaskara'nın ve Narayana'nın çalışmalarında bu konu hep işlenmiş ve problemler düzenlenerek çözülmüştür. Benzer olarak beşli, yedili ve dokuzlu olan ters ve düz orantı Hint matematiğinde uzun uzun işlenmiştir.

Ticaret hesapları Hindistan'da çok eski yıllarda kullanılmıştı. Bu tarih Panini (İ. Ö. 700) dönemine kadar gider. Bu tür ticaret problemleri İ. Ö. dördüncü yüzyılda Kauntilya'nın Arthasastra'sında da yer almıştı. Beşli orantıyla çözülmüş çok sayıda ticaret problemleri ve bu problemlerin çözümleri vardı.

İkinci derece denkleminin çözümü Hint matematiğinde de incelenmiştir. Onlar da bu denklemleri sözcüklerle söyleyen kurallarla veriyorlardı. I. Aryabhata (499), bir problemi

$$tx^2 + px - Ap = 0$$

biçiminde dönüştürerek

$$x = \frac{-\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + Apt}}{t}$$

biçiminde çözmüştür. I. Aryabata, bu problemi bu formülle değil de sözcükleri içeren ve bu formüle eşdeğer olan bir kuralla söylenmiştir.

Brahmagupta (628), daha genel olan çözüm kuralını açıklamıştır. Babilliler, ikinci derece denklemi tam kareye tamamlayarak çözüyorlardı. Mahavira (850), farklı olan iki yöntemle ikinci derece denklemlerini çözmüştür. II. Bhaskara da ikinci derece denklemlerle uğraşmıştır. İkinci derece denklemleriyle çözülebilecek çok sayıda ilginç problemler düzenlenerek çözülmüştür. Bu tür problemlerin en ilginçleri II. Bhaskara'nın Lilavati isimli kitabında toplanmıştır.

Sıfır kavramı ve işaretleri, Hindistan'da İsa'nın doğumundan önce görülür. Başlangıçta sıfır, sunya sözcüğü ile ifade edilmiştir. Daha sonra bunun yerine Babillilerde olduğu gibi nokta (.) sembolü kullanılmıştır. Bu gösterim, Bakhshali'nin üçüncü yüzyılda yazılan Elyazması'nda kullanılmıştır. Sıfır, Varahamihira'nın (505) ve I. Bhaskara'nın (525) yorumlarında da görülür. Sıfırın yaygın ve bilinçli olarak kullanılması Brahmagupta'nın (625) ve daha sonra gelen matematikçilerin çalışmalarının tümünde kullanılmıştır.

Sıfır, Hint aritmetiğinde $a - a = 0$ işleminin yapılmasının bir sonucu olarak doğmuştur. Yani, tabakta iki elmanın ikisini de yedim. Geriye kaç elma kaldı? Bu da boş bir tabak kaldı şeklinde yorumlandı. Aynı düşünüş şekli Mayalarda da benzer biçimde kullanılmıştır. Bu tanım ve yorum Brahmagupta'nın çalışmalarında ve daha sonra gelen matematikçilerde hep görülür. Sıfırla işlemler yapma ilk kez Hint matematiğinde vardır. Babilliler de aynı yöntemi kullanmışlardır. Fakat bu konu fazla ilerletilmemişti. Sıfır Babillilerde rakamları yazmada kullanılmıştı. Önceleri sıfırın yeri boş bırakıldı. Fakat bu boşluk karışıklıklara neden olduğu için bundan vazgeçildi ve boşluğa nokta (.) konuldu. Babilliler sıfırı aritmetik işlemlerinde pek kullanmamışlardı. Bu konu, yani sıfırın aritmetik işlemlerinde kullanılması ilk kez Hintlilerde görülür.

Sridhara, bir sayıya sıfır eklenir ya da çıkarılırsa sonuç değişmez kuralını koymuştur. Bir sayının veya sıfırın sıfırla çarpımı yine sıfırdır. Aynı kuralları II. Aryabhata da koymuştur. Sıfırın bir sayıya bölümünün sıfır olduğunu da eklemiştir. Narayana ve

Mahavira da aynı kuralları koymuşlardır. Mahavira, bir sayının sıfıra bölümü yine kendisini verir ifadesi şüphesiz yanlıştır. Oysa, Mahavira'dan iki yüzyıl önce yaşayan Brahmagupta'nın bu konuda söylediği, sıfıra bölme yapılamaz sözünü daha doğruydu. Oysa bugün sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölümü tanımsızdır.

Sıfırın cebirde erken dönemlerde kullanılması 628 yıllarında Brahmagupta'nın Siddhanta isimli kitabına görülmüştür. Negatif bir sayıdan sıfır çıkarılırsa sonuç negatif, pozitif bir sayıdan sıfır çıkarılırsa sonuç pozitiftir. Ayrıca, sıfır eksi sıfır yine sıfırdır şeklindeki işlemler Hint matematiğinde devam edip gider. Sıfır artı sıfır sıfır, sıfır çarpı sıfır sıfırdır. Negatif bir sayının sıfırla veya pozitif bir sayının sıfırla çarpımı yine sıfırdır. Sıfırın pozitif veya negatif bir sayıya bölümü sıfırdır. Bu kuralların tümü doğrudur. O dönemde sıfırla yapılan işlemlerdeki hatalar da şöyle sıralanabilir. Pozitif veya negatif bir sayının sıfıra bölümü sıfırdır. Sıfırın sıfıra bölümü yine sıfırdır.

II. Bhaskara'nın Lilavati isimli kitabında sıfırla ilgili işlemler için bir dizi kurallar vardır. Bhaskara, sıfıra bölmeyle ilgili kuralında hataya düşmüş ama, ondan sonra gelenler bu yanlışlığı hemen düzeltmişlerdir. II. Bhaskara $a/0 = \infty$ olduğunu söylemiştir. Oysa Ganesa $a/0$ bölümünün tanımlı olmadığını ters örnekler oluşturarak göstermiştir. Brahmagupta,

$$\frac{0}{0} = 0$$

olduğunu söyeme yanlışlığına düşmüştür. II. Bhaskara

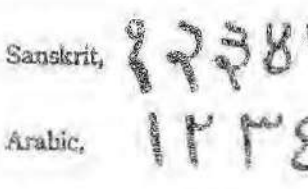
$$\frac{a}{0} \cdot 0 = a$$

işlemini hatalı yapmıştır. İyi bir yorumcu olan Krsna $0 \cdot a = 0 = 0 \cdot a$ olduğunu ispatlamıştır. Hint matematiğinde, sıfırla ilgili çoğu doğru olan çok sayıda işlemler yapılmıştır.

Yunanlı ünlü avukat Protagoras, verdiği özel dersin ücreti ile ilgili olarak öğrencisiyle bir anlaşma yapar. Bu anlaşmaya göre, öğrencisi aldığı ilk davayı kazanırsa bu ücreti öğretmeni olan avukata ödeyecek, kazanamazsa ödemeyecektir. Dersin bitiminden hemen sonra herhangi bir dava alamayan öğrencisinden ses seda çıkmaz. Sabrını yitiren avukat bir dava açarak ders ücretini öğrencisinden ister. Yeni avukat olan öğrenci bu ilk davasında kendini savunmayı üstlenir. Öğrenci para öder mi ödemez mi? Bu ifade matematiksel bir dille nedir?

Biraz daha Hint rakamları ve sayılarının tarihi gelişimi ve Avrupa'ya nasıl yayıldığını görelim.

Son dörtyüz yıldır Avrupalıların, Asyalıların ve Amerikalıların çok yanlış olarak bildiği bir şey vardır. O da, bugün kullanılan modern rakamlara Arap rakamları denmesidir. Hatta bu söyleniş o kadar yaygınlaşmış ki neredeyse Araplar bile buna inanacak duruma gelmişlerdir. Bu yanlışlık sözlüklere ve ansiklopedilere kadar geçmiştir. Arapların dışındaki Müslüman ülkelerde de bugünkü modern rakamların Arap rakamları olduğu sanılır. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ve 0 rakamlarının Avrupa'da kullanılışının bin yıldan fazla bir geçmişi vardır. Oysa bu rakamlar Hindistan'da en az 500 yıllarında görülmüş ve kullanılmıştır.



Sanskrit ve Arap rakamları.

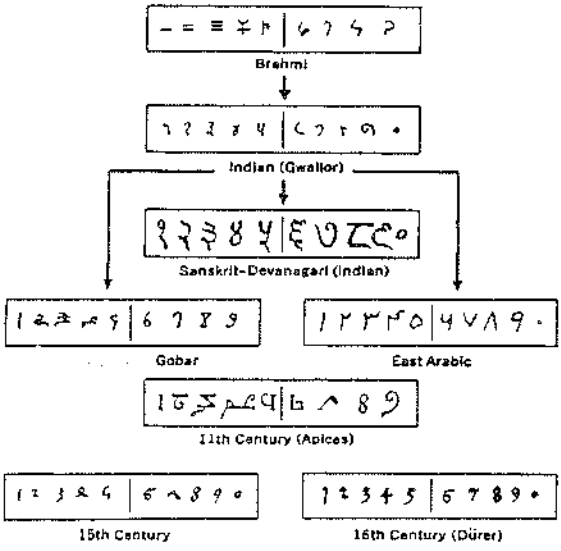
Aslında rakamların şekilleri o kadar önemli değildir. Babilliler, Mayalar, İbraniler, Kaldeliler, Fenikeliler, Yunanlılar, Romalılar, Hintliler ve Çinliler sayılarını yazmaları için hep farklı rakamlar kullanmışlardır. Sonuçta bu semboller sayıları yazmada işe yaramıştır. Bugün kullanılan rakamların ilk şekillerinin Akdeniz yöresinden, İbranilerden, bazen de Mısırlılardan geldiğini söylemişlerdir. Babillilerin rakamları çok farklı olduğu için buna benzeten çıkmamıştır.

Gemma Frisius'un (1508 - 1555) aritmetiği üzerine yorum yazan Peletarius ve bazı yazarlar bu rakamların ilk ve eski Fenikelilerin olduğunu yazmışlardır. Ortaçağ ve Rönesans yazarları 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamlarının Hint kökenli olduğunu yazmışlardır. Yunanlı bir papaz olan Maximus Planudes (1340), 1327 yıllarında Venedik'te elçi olarak bulunduğu yıllarda Hint-Arap rakamları üzerine yazdığı aritmetik kitabında bunu özellikle belirtir ve bu rakamların Hint kökenli olduğunu yazar. Planudes, 1260 yılında İzmit'te doğmuş ve İstanbul'da yaşamış bir papazdır. Hintlilere Göre Aritmetik isimli yapıtı önce Bizans'ta, sonra da Avrupa'da matematiğin gelişmesini hızlandırmıştır. Bağdat okulundan etkilenen Planudes, karekök alma gibi öteki matematik işlemlerini tanıttı. 1310 yılında İstanbul'da öldü. Bu dönemlerde Bağdat matematiğinin İstanbul üzerinde büyük bir etkisi vardı. Buna bağlı olarak İstanbul'da matematik üzerine çalışan bazı kimseler görülür. Bunlar daha çok Planudes'in çevresindeki papazlardır. Planudes, Hint rakamlarının kullanılmasını ve bunlarla işlemlerin daha kolay yapıldığını söylemiştir. Gittiği yerlerde Hint matematiğinin propagandasını yapmıştır.

Woepcke gibi bu dokuz rakamın Hint kökenli değil de başka Asya ülkesi kökenli olduğu da ileri sürülmüştür. Bu sav doğru değildir. Bu rakamların kesin olarak Hint kökenli olduğunu ünlü matematikçi John Wallis (1616 - 1703), 1685 yılında yayınladığı cebir kitabında yazmıştır.

𒐜	3600	
𒐜𒌋	36,000,	*i.e.*, 3600 × 10
𒐜𒌋𒌋	72,000,	*i.e.*, 3600 × (10 + 10)
𒐜𒌋𒌋𒁹	216,000	
𒁹𒁹𒁹𒁹	2400	
𒁹𒁹𒁹𒁹𒁺	171½,	*i.e.*, 2 × 60 + 50 + 1 + ½
𒌋	10	
𒌋𒌋𒌋	36	
𒌋𒌋𒁹𒁹	19,	*i.e.*, 20 − 1
𒌋𒌋𒁹𒁹	18,	*i.e.*, 20 − 2
𒌋𒌋𒁹𒁹𒁹	17,	*i.e.*, 20 − 3
𒌋𒌋𒌋𒁺	130½,	*i.e.*, 2 × 60 + 10 + ½
𒐜𒐜𒌋𒌋𒌋	53,	*i.e.*, 50 + 3

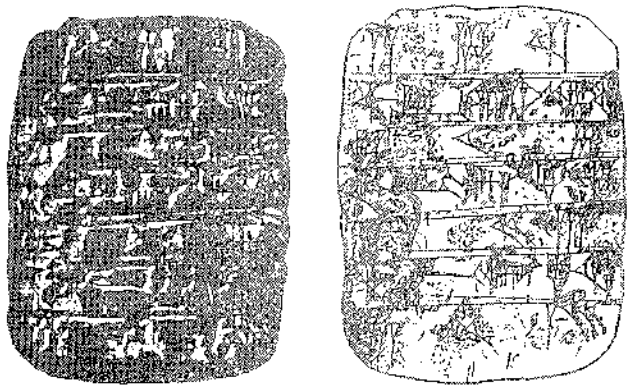
İ. Ö. 2400 yıllarında kullanılan Babil sayıları.



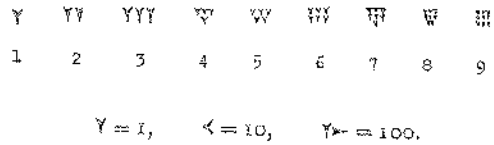
Hint rakamlarının geçirdiği evreler.



Avrupalıların ilk rakamları.



Bu Babil tableti, 60^4 sayısının çarpanlarını gösterir ve İ. Ö. 2400 yıllarına aittir. Geometrik dizileri gösteren bu tabletin üst kısmı 2(.60) 5(.60) ve 12(.60) dizisini göstermektedir. Soldaki şekil orijinal ve sağdaki şekil elle çizilmiştir. Bu tablet halen Pensilvanya Üniversitesi'ndedir.



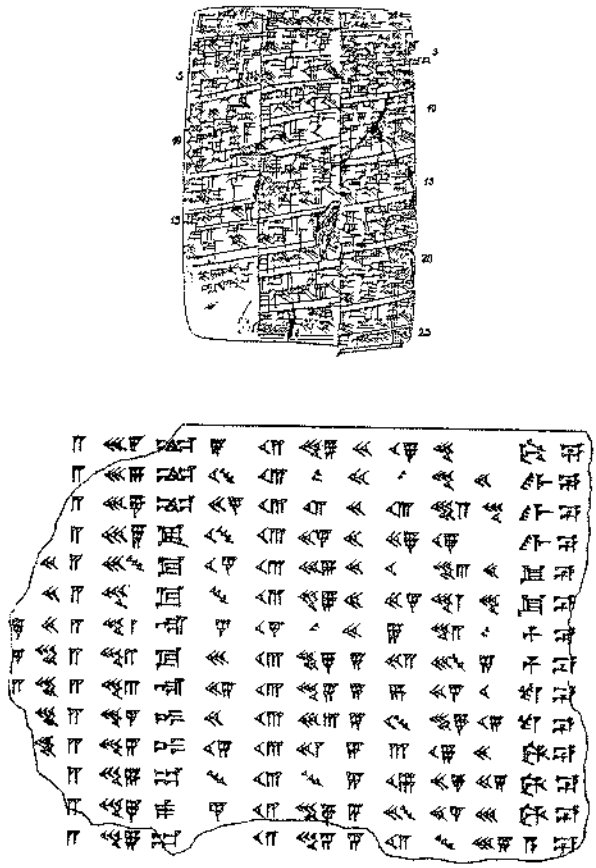


Babillilerin çivi yazıları.

Hint rakamları bulundukları yerlere göre basamak değerlerini sağdan sola doğru büyüyerek aldıkları için, bu rakamların Kaldeli veya İbrani kökenli olduğu da ileri sürülmüştür. Çok sayıda ders kitabı yazarı olan İngiliz Robert Recorde (1510 - 1558) da, bu rakamların Kalde kökenli olduğunu yazar. Papaz olan matematikçi Tonstall (1474-1559) de 1522 yılında Londra'da yayınladığı kitabında bu rakamların Kalde kökenli olduğunu söyler. Çünkü, İbraniler, Kaldeliler ve Arapların kitapları, Latinlerin ve Avrupalıların kitapların tersine sağdan sola doğru yazılarak okunur. İngiltere dışında o dönemlerde Recorde'la karşılıklı yarışan Gemma Frisius da Recorde gibi bu rakamların Kalde veya İbrani kökenli olduğu düşüncesindeydi. Batılı matematik tarihçilerinin çoğu Türkler dahil Önasya ülkelerinin tümüne Arap derler. Bu oldukça yanlış bir şey ama, bu alfabede bu rakamların Arap kökenli olduğu sonucu çıkar. Hatta, Sacrobosco (1200 - 1256) da aynı konuya değinmiş ve bu rakamların Arap kökenli olduğunu söylemiştir. Modern Yahudi yazarlarından olan ve el Memun (786 - 833) döneminde Bağdat'ta eserler veren Maşallah (800), bu rakamları İslam dünyasına yayarak tanıtmıştı. İtalya'dan Tartaglia (1506 - 1557), Almanya'dan Köbel (1470 - 1533) ve diğerleri de yine bu rakamların Arap kökenli olduğunu yazdıkları kitaplarında belirtiyorlardı. Bu yazarlar arasında bulunan İsveçli matematikçi Glareanus (1488 - 1563), bu rakamların Kalde veya Hint kökenli olup olmadığında kararsızdı. Bazı Avrupalı matematikçiler de bunlara "barbar rakamları" diyorlardı. O dönemin Avrupasında barbar sözcüğü daha çok Arap sözcüğüyle eşanlamda kullanılıyordu. Özellikle müslüman rakamları olduğu için karşı çıkanlar ve kullanmayanlar da vardı. Bunun için özel yasaklar koyan ülkelere bile rastlanılmıştır. Oysa, Araplarda bu rakamlara sahip çıkma yönünde herhangi bir yazı veya çıkış yoktur. Hatta bu konuda herhangi bir görüş hiç bir zaman ileri sürülmemiştir. Bu nedenle Araplar bu rakamlara sahip çıkmamıştır. Zaten doğru olan da buydu. Sadece, bu rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değerini aldığı, matematiksel olarak yazılıp okumasının kolay olması ve matematiksel işlemleri kolaylaştırdığı için Türkler ve Araplar kullanmışlardır.

Müslüman ülkelerinin en büyük bilgini ve matematikçisi Harzemşahlı bir Türk olan Harizmi (780 - 850), doğu ve batının o dönemlerde en büyük matematikçisi ve derleyicisiydi. Aritmetik ve cebir konularında batılıların en çok yararlandığı bilgin Harizmi'dir. Zaten algebra sözcüğü batıya Harizmi'nin el Cebri el Mukabele (Al Jabr wa'l muqabaah) isimli kitabının isminden türetilerek gitmiştir. Harizmi'nin kitabı Avrupa'ya çok geç girmiştir. Ancak on birinci ve on ikinci yüzyıllardan sonra Fibonacci ile etkisini göstermeye başlamıştır. Harizmi'nin kitaplarını çevirenlerden biri de İngiliz matematikçisi ve papazı olan Bathlı Adelhard (1075 - 1160) olmuştur. İspanya'da çeviri grubunda çalışan Adelhard, İspanya'da Müslüman bilginlerle çok yakın ilişki kurmuş iyi bir çevirmendir. O da bu rakamların Hint kökenli olduğunu yazar. Zaten o dönemlerde Türklerde ve Araplarda bu rakamlarla işlem yapmaya "Hint Bilmi" ismi verilmiştir. Hatta çoğu kez buna "Hint Sanatı" deyimini kullanmışlardır.

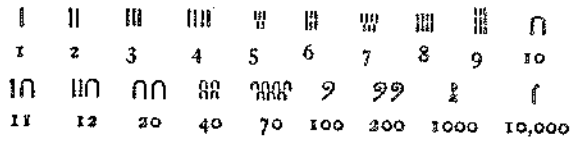
Bugün kullanılan rakamların Hint kökenli ve Hindistan'dan yayıldığını en iyi el Biruni (973 - 1048) göstermiştir. Bu konuda en iyi kaynaklardan birisi el Biruni'dir. Ba-



Babil tabletleri ve çivi yazıları.

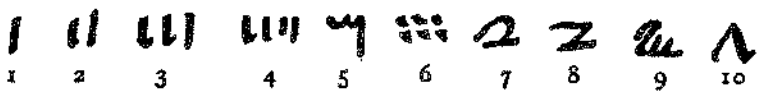
tılılar da bunu kabul etmişlerdir. Başka belgeler de vardır. Sırası geldikçe onları en ince noktalarına kadar inceleyeceğiz. Çok iyi bir bilgin ve gezginci olan el Biruni, Hindistan'a kadar gitmiş, oralarda uzun yıllar yaşamış, bu ülkenin tüm geleneklerini ve bilimini öğrenmiştir. El Biruni, Hindistan isimli hacimli bir kitap yazmıştır. O dönemin Hindistan'ını en iyi ve bilimsel olarak bu kitap anlatmaktadır. Tüm Avrupa dillerine çevrilen bu yapıt bu rakamların kökeninin Hindistan olduğunu kesin olarak kanıtlar. Biruni'nin yazdığ bu kitap çok kapsamlıdır. Bunlardan birisi eski takvim üzerinedir. Babilliler, Mısırlılar ve Çinlilerden beri takvim başlığında kitaplar yazmıştır ve bu tür kitapların içerikleri hep matematik takvim olmuştur. Hesapların Kitabı'nın kaybolması çok üzücüdür. Bu kitap aslında Hint hesabı sanatını içeriyordu.

Biruni'nin başka kitapları da vardı. Bunların sayısı yüz elliden fazladır. Zaten o, inanılmayacak kadar güçlü, yetenekli ve çok sayıda eserler veren birisi olarak tanınır. Arapça, Türkçe, Farsça, Sanskritçe, İbranice ve Suriyece dillerini biliyordu. Hindistan'da kullanılan dillerin çoğunu öğrenmişti. Hindistan üzerine yazdığı kitabında, bu ülkenin





Mısırlıların hiyorolif yazı türü.



Sağdan sola doğru yazılan bu Mısır Hiyeratik yazı türü, Ebers Papirüsü'nden Eisenlohr tarafından kopye edilmiştir.

dillerini, geleneklerini, edebiyatını, yaşayışlarını ve bilimlerini çok geniş bir şekilde bulabilirsiniz. Hindistan'ın coğrafyası hakkında da geniş bilgiler bu kitapta yer almıştır.

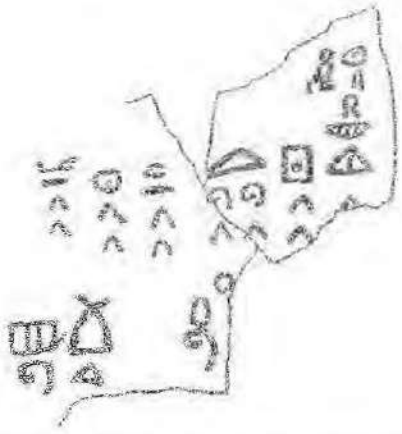
Hint dilini ve bilimini çok iyi bilen el Biruni, yalnız şekillerin değil, rakam şekillerini de bir ülkeden diğer bir ülkeye geçerken değiştiğini bizlere öğretir ve bunları örneklerle anlatır. Sayıların iç anlamı bilinince şeklinin pek önemli olmadığını yine Biruni bize açıklar. Biruni, Hindistan'da bulunduğu yıllarda, Arapların yaptığı gibi sayıları alfabelerindeki harflerle gösterme alışkanlıklarının olmadığını açıkça söyler. Oysa, Yunanlılarda ve Araplarda sayılar alfabelerindeki harflerle gösteriliyordu. Hindistan'da ondalık sistemin sembolleri için kullanılan işaretlere anka deniliyordu ve bu semboller ülkenin değişik bölgelerinde çok farklı biçimlerde yazılıyordu. Biruni'nin, Eski Ülkelerin Takvim-

leri isimli kitabı bu yönüyle çok ilginç bilgiler içerir. Örneğin, Biruni bu kitapta bir yanlış anlama olmasın veya yanlış bir anlaşılma olmasın diye, geometrik bir serinin toplamı işlemlerini bir kez Hint rakamlarıyla, bir kez altmış tabanlı gösterimlerle ve bir kez de alfabedeki harf sistemiyle vermiştir. 179, 876 ve 735 sayılarını Hint rakamlarıyla Hint kaynaklarında nasıl yazıldığını kanıtlayarak vermiştir.

Onuncu yüzyılda, el Biruni'den önce Mofahhar ibni Tahir isimli bir Arap yazar daha vardır. Yalnız, Tahir'in milliyeti açıkça belirtilmemiştir. Sadece Arap sözcüğüyle milliyeti geçiştirilmiştir. Tahir, Evrenin ve Tarih'in Kitabı isimli yapıtın yazarıdır. Tahir bu kitapta, Hindistan'da Nagari sembollerinin ne kadar geniş bir anlamda kullanıldığını söyler. Huart'a göre, Tahir'in zamanında bugünkü Arap rakamları kullanılmıyordu. Oysa Hint rakamları bilginler tarafından kullanılıyor, fakat bugünkü modern şekillerine henüz kavuşmamışlardı.



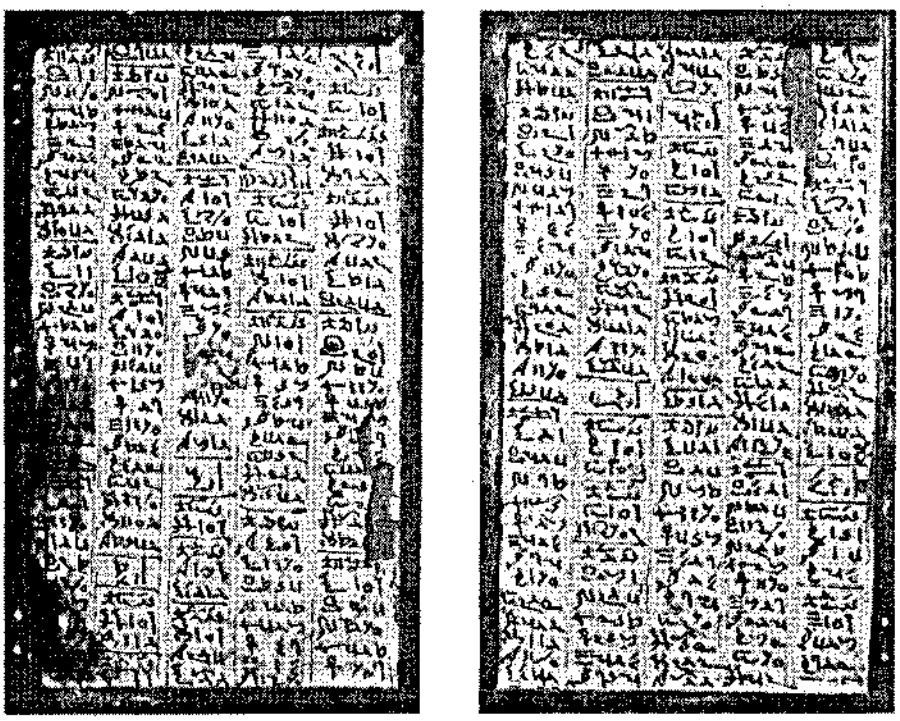
İ. Ö. 500 yıllarında Mısır'da 6000 sayısı hiyerolif türde bu şekilde yazılmışır.



İ. Ö. 3400 yıllarında kullanılan ilk Mısır rakamları bu türdeydi ve halk kullanıyordu. Bu rakamlar, Birinci Hanedanlık döneminden kalma bir çömleğin üzerinden alınan parçalardır.

Burada değinilmesi gereken bir kişi daha vardır. O da el Maksudi'dir (885? - 956). Maksudi çok gezmiş ve görmüş biridir. Bağdat'tan geziye çıkmış, İran, Hindistan ve Seylan'a gelmiştir. Buradan Çin Denizi'nden karşıya geçmiştir. Başka bir gezisinde de Madakaskar Adası, Suriye ve Filistin'e kadar yolculuklar yapmıştır. Gittiği yerlerden geniş bilgiler toplamış ama bunların çoğunun kaynaklarını ve nereleri olduğunu tam ve bilimsel bir yöntemle belirtmemiştir. Altın Alanları isimli çalışmasını Halife el Mansur (709 - 714, 775) döneminde yazmıştır. Hintlilerin Sidhind denen yapıtından çok yararlanmıştır. Fen bilimlerine ve astrolojiye çok yer ayırmıştır. Sindhindlerden en iyi çevirileri yine Halife el Mansur döneminde tarihçi Muhammet ibni Ali Abdi yapmıştır.

Hintlilerin Sindhindleri, gökyüzü, yıldızlar, aritmetik ve diğer fen konularından oluşuyordu. Yine Maksudi'nin yazdıklarına göre, Sindhindlerin astronomi tablolarını en iyi bir biçimde Harizmi ve Ahmet ibni Abdullah Habash çevirmişlerdir. El Biruni'nin yazdıklarına göre, Hindistan'dan iki çevirmen politik misyoner olarak Bağdat'a 771 yılında Halife el Mansur'a gönderilir. Tam olan ve en eski Arap edebiyatı tarihi ve Arap tarihi çalışması 987 yılında İbni Abi Yakup el Nadim tarafından yazılmıştır. On temel bölümden oluşan bu çalışmanın yedinci bölümünün ikinci alt kesimi matematik ve astronomi konularına ayrılmıştır. İşte bu alt kesim Arap matematiğinin ve astronomisinin ilk durumlarını açıklaması yönüyle çok ilginçtir.



Mısırlıların demotik yazı türü.

一 二 三 四 五
1 2 3 4 5
六 七 八 九 十
6 7 8 9 10

七 百 八 十 九

789

Çin rakamları ve sayıları.



Çin sayıları.

Arapların önemli olan ilk yazarı el Kindi'dir. 796 yılında Kufe'de doğdu. Çocukluğu babasının vali olarak bulunduğu Kufe ve Basra'da geçti. Döneminin bilim ve kültür merkezi olan Bağdat'a gitti. Burada çeviri çalışmalarına katıldı. Abbasi halifelerinden el Memun (786 - 833) ve Mutasım (794 - 842) tarafından korunduğu için rahat çalışmalar çıkardı. Çok sayıdaki çeviriyi denetledi. Felsefe, astroloji, tıp, Hint aritmetiği ve aşçılık gibi konularda iki yüz yetmişi aşkın eser verdi. Bu yapıtların çoğu Latinceye çevrildi. Aritmetik üzerine beş kitabı olan Kindi'nin diğer dört kitabı Hintlilerin hesap yöntemlerini ve bu Hint rakamlarıyla hesapların nasıl yapılacaklarını anlatır. Bizim için önemli olan bu Hint matematiği kitaplarıdır.

Halife el Memun döneminde Bağdat'a Yahudilikten İslamiyete geçen Sened ibni Ali isimli bir bilgin gelir. O da Hint matematiğiyle sayıların yazılması, okunması ve bu rakamlarla hesapların yapılması yöntemlerini Müslüman dünyasına tanıtan bir kitap yazar. Aslında Sened ibni Ali'nin çalışmalarının bazıları Harizmi'nin çalışmalarından önce gelir. Harizmi bu çalışmaları da okumuştur. Casiri de aritmetik üzerine en seçme eserlerin yazarıdır. 986 yılında ölen el Şufi de aritmetik üzerine diğerleri gibi geniş çalışmalar yapmıştır.

Buraya kadar anlattıklarımız çerçevesinde, dokuzuncu yüzyılda Türkler ve Araplar, Hint matematiğini tümüyle özümlemişler, Hint matematiğiyle ve Hintlilerin bu sembolleriyle özgün yapıtlar üretmişlerdir. Böylece, Hint matematiği sanatı dünyaya yayılacak durum gelmiştir.

Bu arada, Hint rakamlarını ve Hint hesap sanatını Avrupa'ya en etkin bir şekilde sokan ve kullanan Pisalı Leonardo Fibonacci'dir (1170 - 1240). 1202 yılında yazdığı Liber Abaci isimli kitabıyla bu işi başarmıştır. Harizmi'den çok yararlanan Fibonacci, bu kitapta Hint kökenli dokuz rakamı kullanılıyordu. Böylece, Ortaçağ genelinde bu rakamların Hint kökenli olduğu ortak bir anlaşma olarak ortaya çıkmıştı. Fakat bunu çok az kimse biliyordu. Bu konudaki tartışmalar ve yazışmalar daha uzun yıllar devam edecektir.

Hitlilerin astronomi alanında bilimsel olarak ilerlemeleri, İsa'nın doğumu yıllarının başlarında, Yunanistan ve Çin kaynaklarından alınarak sağlanmıştır. Buna karşın, diğer alanlardaki ilerlemeleri Yunanlıların Altın Çağı'ndan öncedir. Özellikle fen, felsefe, edebiyat ve özellikle şiir konusunda çok ileriydiler. Şiirlerinde ritmik bir uyum ve müzikli bir ahenk vardı. Hatta matematikleri bile şiirseldi. Rakamların okunuşunda bile şiirsellik seziliyordu. Şiirsel bir dille yazılmış çok sayıda matematik kitabı vardı. Dini törenlerde, ayinlerde, ibadet edilen yerlerde ve dualarında hep bu uyum vardı.

Hindistan'da İ. Ö. 2000 ile İ. Ö. 1400 yılları arasına Vedik dönemi denir. Bu dönemdeki şiirler, dualar ve ayinler Hint edebiyatında çok önemli bir yer tutar. Vedik döneminden sonra Brahman edebiyatı hüküm sürmüştür. Brahman edebiyatının bir parçası dini, bir parçası da felsefe içerikliydi. Bu felsefe onları pozitif yöne yöneltmiştir ama, daha soranki yıllarda falcılık, büyücülük ve astrolojiye kaymaları bilimdeki sonlarını hazırlamıştır.

Hindistan'da astronomi konusunda Sutraslar önemli bir yer tutar. Sutrasların konusu dini felsefe ve ayin kurallarından oluşur. Fakat içeriklerinde astronomi ve matematik vardır. Dini ayinlerin yapıldığı alanlar, binalar ve ibadet yerleri geometrinin kullanıldığı sahalardı. Bu yerlerde kullanılan malzemelerden tutunuz da yerleştirileceği yerlere kadar ölçüler kullanılıyordu. Örneğin bu alanlar, taşlar ve ibadet yerleri için çok sayıda matematiksel örnekler oluşturuluyordu. Bu alanlarda, toplamlarının karesi bir kare olan rasyonel sayılara ilişkin çok sayıda örnekler oluşturulmuştu. Bunlar da Pisagor sayılarıydı. Sutraslar dönemi Pisagor'dan çok önceki yıllara rastlamasına karşın, Hintliler Pisagor teoremini biliyorlardı. Yalnız, Babilliler ve Mısırlılar Pisagor teoremini Hintlilerden çok önce bildiklerini hemen belirtelim.



Numerals					
Our forms	1 0	1 1/2	15·20 0	360 0 0	19·360 13·20 13
Values	20	37	300	360	7133

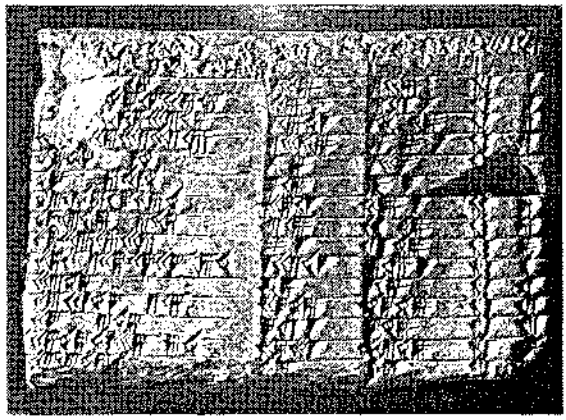
Mayaların rakamları ve sayıları.

א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
1	2	3	4	5	6	7	8	9
י	כ	ל	מ	נ	ס	ע	פ	צ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ק	ר	ש	ת	ך	ם	ן	ף	ץ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

İbranilerin rakamları ve sayıları.

Units	A	B	Γ	Δ	E	F	Z	H	Θ
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Tens	I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π	Ϙ
	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Hundreds	P	Σ	T	Y	Φ	X	Ψ	Ω	ϡ
	100	200	300	400	500	600	700	800	900

Yunanlıların rakamları ve sayıları.



Babillilerin Pisagor sayılarıyla ilgili Plimpton 322 numaralı tableti budur.

Α = 1	Η = 7	Ν = 13	Τ = 19
Β = 2	Θ = 8	Ξ = 14	Υ = 20
Γ = 3	Ι = 9	Ο = 15	Φ = 21
Δ = 4	Κ = 10	Π = 16	Χ = 22
Ε = 5	Λ = 11	Ρ = 17	Ψ = 23
Ϝ = 6	Μ = 12	Σ = 18	Ω = 24

ΓΙ = 6	ΓHHH = 800
ΔΓΙΙΙ = 19	MMMM = 40,000
ΓΔΔΔΔ = 90	Γ = 50,000

Yunan rakamları ve bazı sayılar.

Quęnam fuerunt notæ Romæ
nostræ?

I. 1.
V. 5.
X. 10.
L. 50.
C. 100.

Iↀ D. Iↀ. 500. *Quingenta.*
CIↃ. ↀ. CIↃ. 1000. *Χίλια. Mille.*
Iↀ . IↃↃ. 5000. *Quinque millia.*
CMↃↃ. . CCIↃↃ. 10000. *Μύρια. Decem millia.*
. IↃↃ. 50000. *Quinquaginta millia.*
. CCCIↃↃ. 100000. *Centum millia.*
IↃↃↃ. 500000. *Quingenta millia.*
CCCCIↃↃↃↃ. . CCCCIↃↃↃↃ. 1000000. *Decies centena millia.*

Romani numeri non progrediuntur ultra decies centena millia illa ut cũ plura significare volunt, duplicant notarum,
ↀ, ↀ. 2000.
CIↃ. CIↃ. CIↃ. 3000.
CIↃ, IↃ, 1500. ↀ. D.

100,000: CCCIↃↃↃ
10,000: CCIↃↃ
5,000: IↃↃ

Romen rakamları ve bazı sayıları.

İ. Ö. 1500 ile İ. Ö. 800 yılları arasına Hindistan'da Veda edebiyatı dönemi denir. Bu dönem Vedalar, Brahmanlar ve Sutraslar olarak üç bölüme ayrılır. Sutras dönemi İ. Ö. 800 yıllarına kadar gider ve bu dönemde Hintliler Pisagor teoremini bilirler ve kullanırlar. Yine bir söylentiye göre, Pisagor Hindistan'a kadar gelir ve din bilginlerinden Pisagor teoremini öğrenir. Aslında gerçek bu değildir. Pisagor, Pisagor teoremini Mısır ve Mezopotamya'ya yaptığı gezilerde buralarda öğrenmiştir. Çünkü, Pisagor'un Hindistan'a gidip gitmediği kesin değildir. Yalnız, Pisagorculukta Hint felsefesi çok görülür.

Von Schroeder'in 1887 yılında yazdığı Hint Edebiyatı ve Kültürü isimli kitaba göre, Hintlilerin Sutraslarındaki geometrileri hiç bir kaynağa dayanmadan Hint kökenlidir ve özgündür. Oysa ünlü matematik tarihçisi Moritz Cantor'un 1880 ile 1896 yılları arasında yazdığı Matematik Tarihi Üzerine Dersler isimli üç ciltlik yapıta göre, Hint geometrisi tümüyle Yunan kökenlidir. Cantor bu konuda daha ağır basmaktadır. Bunun tersine, Türklerin ve Arapların uzun yıllar kullandığı rakamların kökeni Hindistan'dır. Kullanma şekilleri ve kullanma yöntemleri belki Mısır, Doğu İran, Çin veya Mezopotamya'dan etkilenmiştir. Bu kısımların biraz karanlık olmasına karşın her nasıl olmuşsa, Hint rakamları bulundukları yerlere göre basamak değerlerini almışlardır. Bu özellik de Hint matematiğinin ve rakamlarının hemen hemen tüm dünyaya yayılmasını sağlamıştır. Yalnız bilinen kesin gerçek, İ. Ö. 2000 ile İ. Ö. 1400 yılları arasındaki Vedik dönemindeki Hint astronomisi ve ilk uygarlıkları Babil, Çin ve Mısır uygarlıklarından etkilenmiştir. Bu etkilenmede elçiler, misyonerler, seyyahlar, İpekyolu, tüccarlar, savaşlar ve deniz yolculukları önemli bir rol oynamıştır.

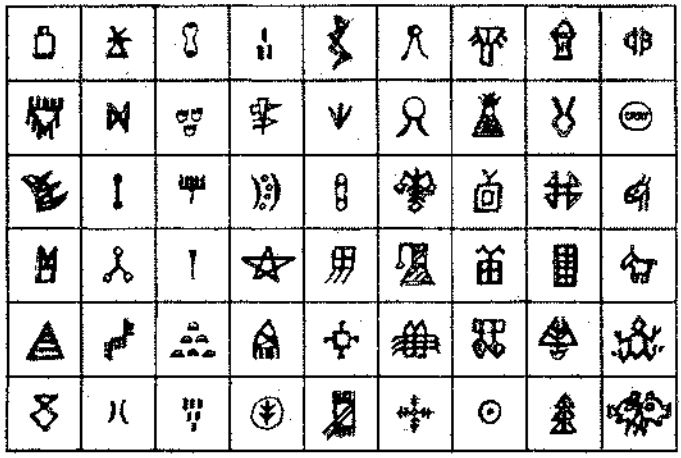
Eski Hint matematiğinde saymayla ilgili çok sayıda müzikli şiirler vardır. Büyük sayıların yazılmasında da ustalık gösterirler. Müzikli, uyaklı ve ahenkli matematik içerikli problemleri ve bu problemlerin çözümleri vardır. Astronomi üzerine yazılan bir çalışmanın ilk kitabı İ. Ö. 300 yılından sonra yazılmıştır. Yani, bu tarihten önce yazılmamıştır. Eskiden yazılan on sekiz tane astronomi çalışması olan Siddhantalar zamanla kaybolmuştur. Fakat bu sayıları doğrulayan kanıtlar vardır.

Eski Hintlilerin, Hazreti Muhammet'in (570 - 632) peygamberlik döneminden önce Arap kabileleriyle hiç bir ilişkisinin olmadığını yöresel destanlardan ve hikayelerden öğreniyoruz. Erken uygarlıklarına ulaştıklarını da Mahabharata ve Ramayana gibi iki ünlü destandan, bazı paralardan ve bazı yazıtlardan öğreniyoruz.

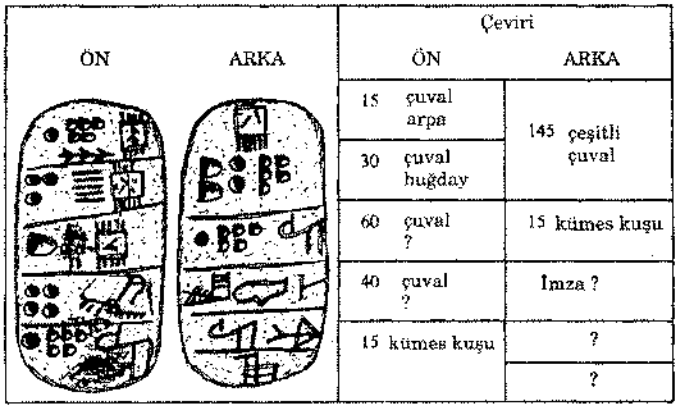
Hint rakamlarının ilk kökenine ilişkin çok eski kaynaklar elde değildir. Bu konu halen karanlık ve halen tam olarak açıklığa kavuşturulamamıştır. Yani Hint rakamlarının kökeni nedir ve ne zaman kullanılmıştır? Büyük bir olasılıkla İ. Ö. dördüncü yüzyılın bitiminden önce Hindistan'da yazı yoktu. Bu dönemde ancak sözlü edebiyat vardı. Sayılar üzerindeki çalışmalar ilkel kabilelerde olduğu gibiydi. Sayma araçları çubuklar, taşlar, kum tahtasındaki çizgiler ve bugünkü Güney Hindistan'da ilkel kabilelerde olduğu gibi ağaç sopalar üzerine kazınan çentikler veya ip üzerine atılan düğümler şeklindeydi. Parmakların sayımı da en eski araçlardı.

İlk Hint rakamları üç büyük grupta sınıflanabilir. Bundan ilki Kharosthi (Karosthi), ikincisi Brahmi ve üçüncüsü de kelime ve harf şekilleridir. Şimdi bunları sırasıyla inceleyelim.

Khasorthi rakamları, Bactrian, İndo-Bactrian ve Aryan olarak bilinen ve eski Gandhara, şimdiki doğu Afganistan ve kuzey Penjap'ta bulunan eski yazıtlarda bulunmuştur. Bu dilin alfabesi bu yazıtlarda bulunmuştur ve İ. Ö. dördüncü yüzyıl ile İ. S. üçüncü yüzyıl arasında kullanılmıştır. Bu alfabedeki sözcükler sağdan sola doğru yazılır ve Mısır'daki Semitik kökenli yazı olduğu kabul edilir. Bu döneme ilişkin yazıtların ilklerinde hiç bir rakam bulunamamıştır. Yalnız, sayıların isimleri eski kabilelerin çoğunda olduğu gibi sözcüklerle yazılmıştır. İ. Ö. üçüncü yüzyılda yaşayan güçlü olan Kıral



Proto-Elam yazısının şekilleri.



Uruk'ta bulunmuş, Cemdet Nasr dönemine ait (İ. Ö. yaklaşık 2850) Sümer "bordrosu".

Asoka dönemine kadar, rakamlar içeren yazıtlar görülmemiştir. Oysa, Hintlilerden eski olan Mısır'da, Yunanistan'da, Roma'da veya dünyanın diğer değişik yerlerinde ilkel de olsa bazı işaretler bulunmuştu. Tümü otuz tane olan Asoka yazıtları Hindistan'ın geniş bir alanına yayılmış olarak bulunmuştur. Düşey çizgiler şeklinde yazılan bu yazıtlar yöresel bazı farklılıklar gösteriyor ve o yörenin halkı tarafından ancak anlaşılabiliyordu. Kharosthi rakamlarında iki karakter vardı. Geri kalan şekiller Brahmi karakterleriydi. Kharosthi yazıtlarında tam dört rakam bulunmuştur. Bunlar bir, iki, dört ve beşi ifade eden

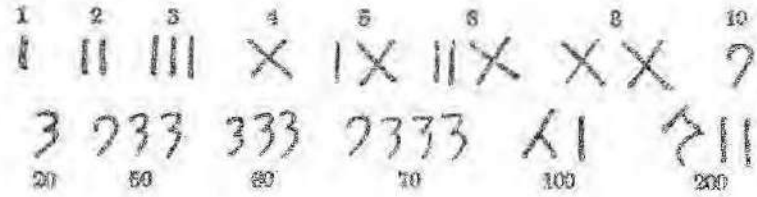


biçiminde düşey çizgilerdir. Bunlar da eski Fenikelilerin, Mısırlıların, Kıbrıslıların ve Babillilerin hatta Çinlilerin ilk rakamlarına benzemektedir. Dikkat edilirse Kharosthi yazıtlarında üçü gösteren düşey üç çizgi bulunamamıştır. Bir, iki, dört ve beş için düşey çizgileri çizenler, büyük bir olasılıkla



biçimindeki üç sayısını gösteren üç düşey çizgiyi de çizmişlerdir. Yalnız yazılı kayıtlarda bu üç düşey çizgi silinmiş veya kaybolmuş olabilir. Bu varsayıma göre Kharosthi rakamlarının sayısı beş tane olur.

İ. Ö. birinci yüzyılda yazıldığı sanılan ve çok sayıda rakamları bulunan Saka rakamları sağdan sola doğru yazılıyordu. Oldukça geliştirilmiş şekilleri bulunan bu dönemin rakamları ve sayılarının bazıları



Bazı Saka rakamları ve sayıları.

biçimindeydi. Bu sayı sistemine bakınca dikkate değer çok şey görülür. Bunlardan ilki, bu sayı sistemi Nana Ghat sayı sisteminden sonradır. Nana Ghat sayı sistemi de

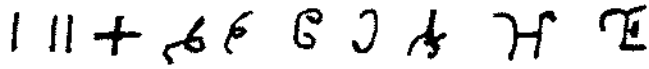
Asoka döneminden sonradır. Yalnız, Saka rakamlarındaki dört rakamını gösteren işaret, Romen rakamlarındaki X işareti ile aynıdır. Burada üç rakamı için kullanılan üç düşey çizgi kısaltılmış ve bir tane de destek konarak X olan dört rakamı elde edilmiş gibi yorumlanabilir. Oysa on sayısını gösteren işareti açıklayacak doyurucu hiç bir gerekçe yoktur. Zaten dillerde gerekçe aramaya fazla neden yoktur. Bunları böyle kabul etmek zorundayız.

Kharosthi alfabesinde Λ harfi de vardır. Niçin bu harfin seçildiğine ilişkin hiç bir bilgi yoktur. Yirmi sayısı iki tane on işareti birbirine bağlanarak yazılmıştır. Doksan sayısı Fransızlarda olduğu gibi dört tane yirmi ve bir tane on şeklinde yazılmış ve okunmuş olabilir. Yüz sayısının yazımında hiç bir açıklama yoktur.

Sakaların bu sayı sistemi ile birinci yüzyılda Nabateanların kullandığı sayı sistemleri birçok yönüyle birbirlerine benzer. Sakalar'da dördü gösteren X işareti, Kharosthi karakterinde yirmi sayısını gösterir. Yüz sayısını gösteren sembol oldukça farklıdır. Diğer yüzleri oluşturma yöntemi aynıdır.

Kökeni Kharosthi numaralama sistemine dayanmayan ikinci bir Hint rakamları Brahmi karakterleridir. Hindistan'da çok sayıda bilinen eski dillerden birini de Brahmaların kullandığ dil ve alfabedir. Brahmalara dayandırılan ve tarihin çok eski dönemlerinden beri kullanılan bu alfabenin kökeni hakkında kuramlar vardır ama bunların hiç biri yaygın bir kabul ortamı henüz bulamamıştır. Zamanımızda bu problemin çözümü hakkında bazı umutlar vardır. Brahmaların rakamları, alfabeleri kadar eski değildir. En azından Asoka yazıtlarından önce hiç bir yazıtı bulunamamıştır. Seylan'daki ilk Paliler gibi, onlar da ilk başlarda sayılarını sözcüklerle söylemişlerdir.

Aşağıdaki rakamlar ve sayılar, Asoka buyruklarında ve fermanlarından bilindiği kadarıyla yalnız bir kez görülmüştür. Bir kez görülen bu parçalar İ. Ö. üçüncü yüzyıla aittir ve hiç bir doyurucu açıklama bugüne kadar yapılmamıştır.

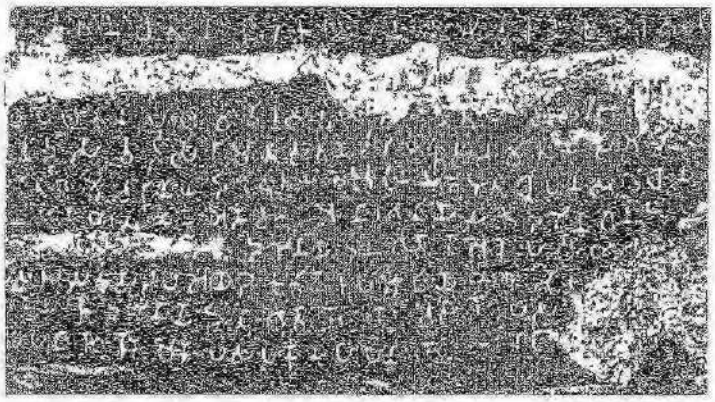


Bazı Asoka rakamları ve sayılar.

Asoka buyruklarından bir yüzyıl sonra, yani İ. Ö. ikinci yüzyılda, Orta Hindistan'da, Poona'dan yüz yirmi kilometre uzakta bulunan Nana Ghat dağının tepesindeki bir mağarada bazı yazıtlar bulunmuştur. Bu nedenle bu yazıtlara bu dağın ismine uygun olarak Nana Ghat yazıtları denmiştir. Bu yazıtların bir parçası aşağıda olduğu gibidir.

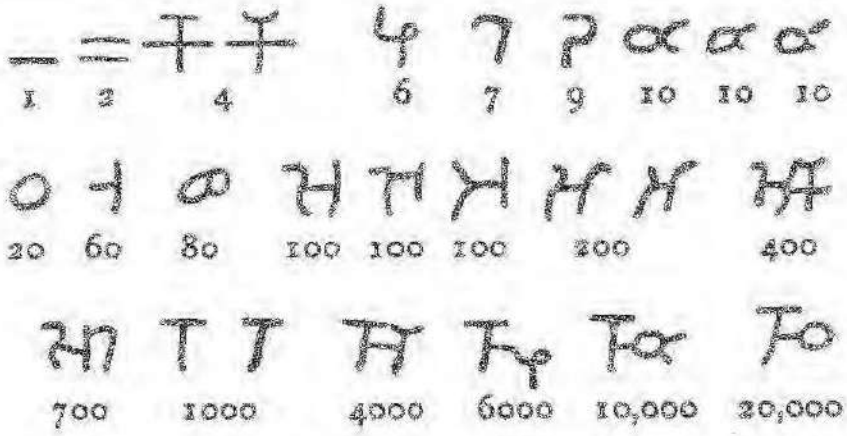
Bu yazıt, Güney Hindistan'da yaşayan Andhra hanedanı anısına yazılmıştır. Yazatın ilginç yanı rakamlar ve sayıları içermesidir. Bu mağara, dağın tepesine tırmanan

dağcıların dinlenmesi için yapılmış bir barınaktır. Bu tepeye, Kalyana'dan Junar'a giden bir yolla çıkılır. Bu yazıyı, Kıral Satavahana ailesinden birisi tarafından, bu ailenin soyağacını göstermesi amacıyla mağaranın girişinin karşısındaki duvarın içine oydurulmuştur. Bu oyukların bazıları aşınmış ama isimler halen okunabilmektedir. Bu tepedeki kazı kıral Vedisiri'nin buyruklarıyla yaptırılmıştır. Yazılar ve sayılar böylece ortaya çıkmıştır. Yazıtın en az otuz yerinde rakamlarla yazılan sayılar vardır. Yazıtta, dini günlerde kesilen kurbanların ve verilen hediyelerin listesi yer almaktadır.



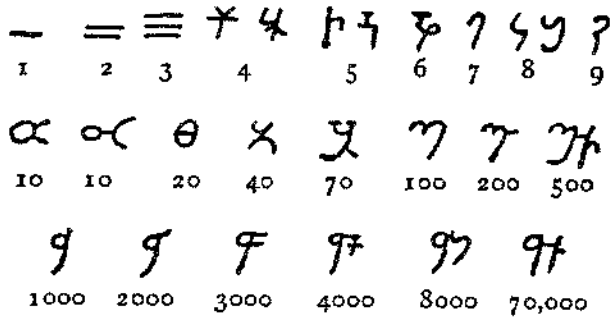
Nana Ghat yazıtından bir parça

Nana Ghat yazıtlarında bulunan sayıların çözümündeki güçlükten ve bazı kısımlarının aşınmasından dolayı, bazı kısımlarında halen tartışmalar ve anlaşmazlıklar vardır. Bu yazıtın kendisi, bugünkü Hint sayı sistemiyle olan ilişkisi yönünden çok önemlidir. Bu yazıtın muhtemel okunuşu aşağıda olduğu gibidir.



Bazı Nana Ghat rakamları ve sayıları

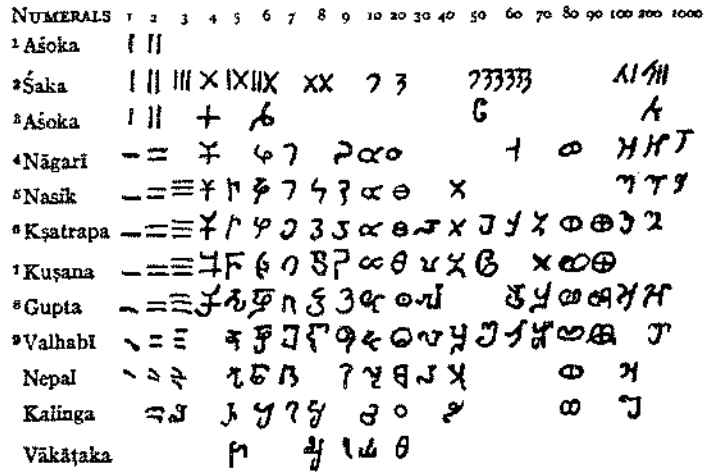
Hindistan'da bundan sonra önemli olan matematiksel belgeler, Nasik'teki mağarada bulunan rakamlar ve sayılardır. Bu mağarada bulunan yazıtların tarihi İ. S. birinci ve ikinci yüzyıla aittir. Nasik yazıtları aşağıda olduğu gibidir.



Bazı Nasik rakamları ve sayıları.

Nasik rakamlarının ve sayılarının önemli bir özelliği, Nana Ghat rakam ve sayılarına benzemesidir. Bu rakamların ve sayıların her ikisi de, bugün kullanılan rakam ve sayıların ataları oluşudur. Tüm bunlara karşın, Nana Ghat ve Nasik rakam ve sayılarının bugünkü modern rakam ve sayıların ataları olduğu tüm dünyaca kabul edilmiş değildir. Fakat, şu andaki bilgilerimize göre şimdi kullandığımız rakamların muhtemel ataları olduğunu, henüz daha sıfır rakamını içermediğini, rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerlerini aldığını, fakat daha bu basamak değerini bugünkü modern anlamda henüz alacak kadar ilerletilemediğini söyleyebiliriz.

Aşağıda, Hint rakamları ve sayılarının bazılarının değişik şekilleri yer almaktadır.



Hindistan'da bazı rakam şekillerini ve sayılarının gelişimi tablosu.

1. Kharoshti rakamları, İ. Ö. 250 yıllarına aittir ve Asoka yazıtlarında bulunmuştur.

2. Saka yazıtlarıyla aynıdır ve İ. Ö. birinci yüzyıla aittir.

3. Brahmi rakamlarıdır, İ. Ö. 250 yıllarına aittir ve Asoka yazıtlarında bulunmuştur.

4. Nana Ghat yazıtlarında bulunanlarla aynıdır ve İ. Ö. 150 yıllarına aittir.

5. Nasik yazıtlarında bulunanlarla aynıdır ve İ. Ö. 100 yıllarına aittir.

6. 200 yıllarına ait olan bu rakamlar ve sayılar Kşatrapa paralarında bulunmuştur.

7. 150 yıllarına ait olan bu rakamlar ve sayılar Kuşana yazıtlarında görülmüştür.

8. 300 ile 450 yılları arasına ait olan bu rakamlar ve sayılar Gupta yazıtlarında görülmüştür.

9. Valhabi rakam ve yazıtları 600 yıllarına aittir.

Diğer rakam ve sayılar, Nepal, Kalinga ve Vakataka bölgelerine aittir.

Bu tablodaki rakamlara sıfır rakamını ekler, ondalık sistemi uygular ve geliştirirsek, bugünkü modern sistemi elde ederiz. Dikkat edilirse bu tabloda sıfır rakamı yoktur. Rakamların basamak değerlerini alması da biraz olanaksızdır. Bu nedenle sayı sistemlerinin daha gelişmiş hallerini ileride göreceğiz.



Değişik tarihlerde Hint sayıları.

3. 174 sayısına karşılık gelen bu Hint sayısı Orta Hindistan'da Karitalai'de 493 tarihli bakır bir tabletten alınmıştır.

4. 191 sayısına karşılık gelen bu Hint sayısı Orta Hindistan'da Majhgawain'de 510 tarihli bakır bir tabletten alınmıştır.

5. 269 sayısına karşılık gelen bu Hint sayısı, Bengaldeş'te Bodh-Gaya'da 588 tarihli bir yazıttan alınmıştır.

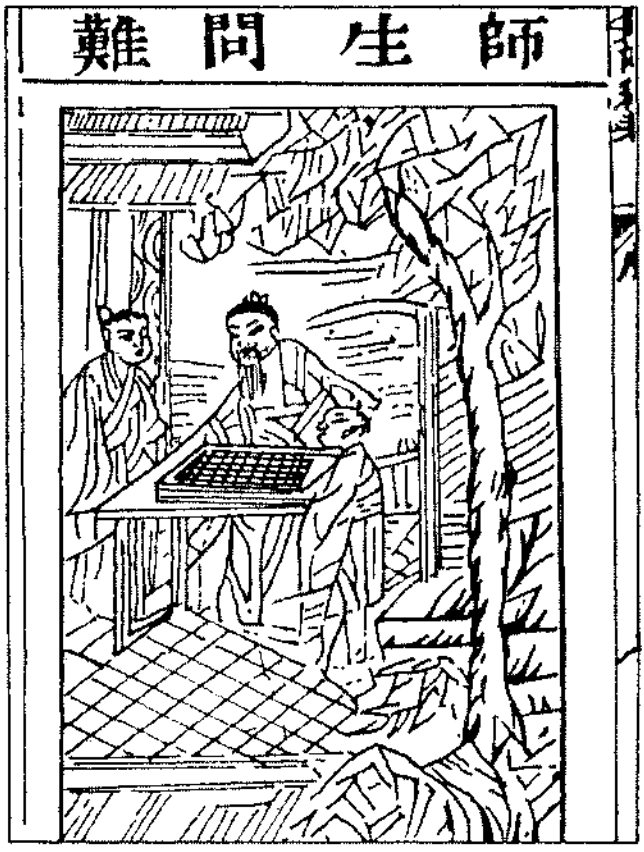
6. 252 sayısına karşılık gelen bu Hint sayısı, Bombay'da Maliya'da 571 tarihli bakır bir tabletten alınmıştır.

7. 400 sayısına karşılık gelen bu Hint sayısı, 372 tarihli bir Bijayagadh sütun yazıtından alınmıştır.

8. 356 sayısına karşılık gelen bu Hint sayısı, 434 tarihli bakır bir tabletten alınmıştır.

YÜZDE BİRLER Sağdan 1. çiğ		9/100
ONDA BİRLER 2. çiğ		3/10
BİRLER 3. çiğ		7
ONLAR 4. çiğ		50
Sonuç		57.39

Abaküs.

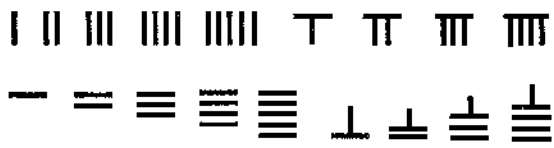


İki genç öğrenciye çörkü üzerinde kamışlarla hesap sanatını öğreten Çinli usta. Resim 1593'te Çin'de yayımlanmış olan Suan fa tong zong'tan alınmıştır.

Buraya kadar olan kısımda Kharosthi ve Brahmi numaralarını tanıttık. Şimdi değineceğimiz konu, sözcük ve harf şekilleriyle Hint sayıların tanıtmadır.

Her nerede olursa olsun | veya — işaretleri hep bir sayısını, || veya 〓 işaretleri iki ve ||| veya 〓 işaretleri de üç sayısın göstermiştir. || biçimindeki gösterim oldukça eskidir. Mısır, Roma, ilk Yunanlılar ve diğer uygarlıklarda bu iki sayısının işareti hep ortak olarak görülür. Zaten bu işaretler parmakla saymadan ve göstermeden başka bir şey değildir. Mısır'da, hiyerolif, hiyeratik ve demotik biçiminde üç tür numaralama sistemi gelip geçmiştir. 〓 işareti Çin kökenlidir ve Hindistan'da İ. Ö. 150 ile İ. S. 700 yılları arasında kullanılmıştır. Yalnız, Hintliler bu çubukları düşey bir biçimde kullanmışlardır. Bunun tersine, Nan Ghat yazıtlarında bu şekil yatay olarak yazılmıştır. Çinliler ilk üç numarayı yatay yazarlar ve Hintliler de bu dönemlerde bunlara eşdeğer sembolleri kullanıyorlardı.

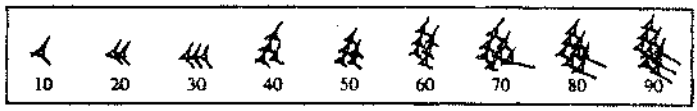
Çinliler ilk uygarlıklarını kuzey Tibet'ten ve Moğolistan'dan almışlardır. İlk gelenekleri de Mezopotamya ve Türkistan'dan gelmiştir. Çinliler, altmış tabanlı sayı sistemini Mezopotamya'dan almışlardı. Ayrıca, eski Sümerler ilk üç rakamı yatay çizgilerle gösterdikleri için, Çinliler de aynı yatay çizgileri kullanmışlardır.



Düşey ve yatay Çin rakamları.

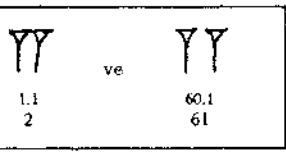
Sıfırı içeren ve basamak değerlerini alan gelişmiş Hint rakamlarını vermeden önce, sözcükler ve harflerle verilen Hint rakamı şekillerini tanıtalım. Basamak değerini alan sözcüklerin Hint matematiğinde kullanılması en az altıncı yüzyıla kadar gider. Astronomi ve matematiğe ilişkin elyazması kitaplarında bu örneklere sık rastlanır. Örneğin sıfır (sunya), gökyüzü (ambara asaka), bir (rupa), ay (indu sasin), yer (bhu), başlangıç (adi), iki (yama) eller (kara), gözler (nayana), dört (oceans), beş (visaya), altı (seasons), yedi (aga) ve diğerleri bu şekilde devam edip gider. Şüphesiz bu sözcüklerle bazı bilimsel yapıtlar yazılmıştır. Örneğin bu sistemle "saka samvat 867" tarihi, "giri-rasa-vasu" şeklinde söylenir. Bu yazım şeklinde sağdan sola doğru okuma vardır. "Dağlar" (yedi), "çiçekler" (altı) ve tanrı anlamına gelen "Vasu" da (sekiz) olarak söylenir.

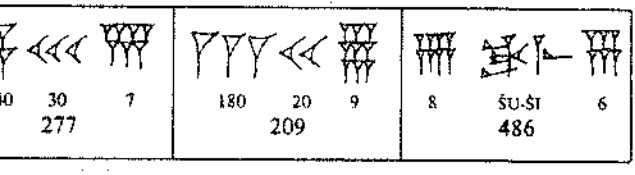
Bu yazım sisteminin bulunuş dönemi tam olarak belli değildir. Bu sistemin izleri, Katyayana'nın Strautasutra'sında ve Latyayana'da görülür. Tam olarak da Varaha Mihira'nın (587) Brhat-Samhita isimli yapıtında yer almıştır. Aryabhata'nın (475 - 550) bu sisteme alışkın olduğu ileri sürülür ama, bunu kanıtlayacak herhangi bir belge yoktur. Bu sisteme ilişkin ilk kitabe örnekleri 604 ve 624 yıllarının Bayang (Kamboçya) yazıtlarında bulunmuştur.



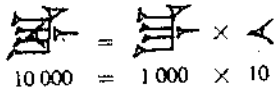
SÜMER DİZGESİ	SÜMER-AKAD BİREŞİMİ	BABİL BİLGİNLERİNİN DİZGESİ
 60 + 50 + 7	 60 + 50 + 7	 [1 ; (50 + 7)]
 60 + 60 + 40 + 1 60 + 60	 60 + 60 + 40 + 1 60 + 60	 [4 ; (40 + 1)]

 60 1 61	 60 2 62	 60 3 63	60 4 64	60 5 65	60 6 66	 60 7 67	 60 8 68	60 9 69

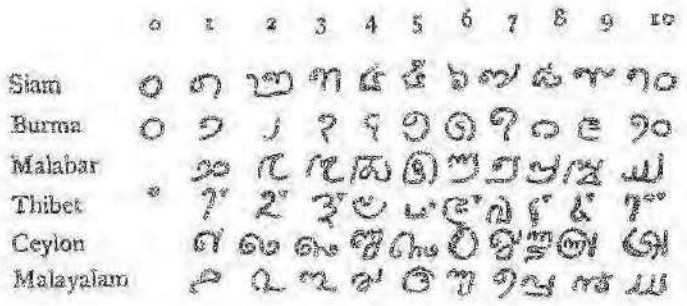








Çivi yazısıyla bazı rakam ve sayılar.



Hindistan'a komşu olan bazı Asya ülkelerinin rakam şekilleri yukarıda olduğu gibidir.

Hindistan'da, harflerin rakamları ve sayıları göstermesi güney Hindistan'da yaygın olarak kullanılmıştır. Sayıları gösteren harfler aşağıda olduğu gibi kullanılmıştır.

Harfler	k	kh	g	gh	n	c	ch	j	jh	n
Değerleri	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Harfler	t	th	d	dh	n	t	th	d	dh	n
Değerleri	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Harfler	p	ph	b	bh	m	y	r	l	v	'	sh	s	h
Değerleri	21	22	23	24	25	30	40	50	60	70	80	90	100

Bu tabloya göre bir sayı çok sayıda harflerle yazılabilir. Bu da biraz karışıklık yaratır. Bu nedenle sayıları sözcüklerle yazma daha kolaydır. Örneğin, 1.565.132 sayısı sağdan sola doğru sözcüklerle

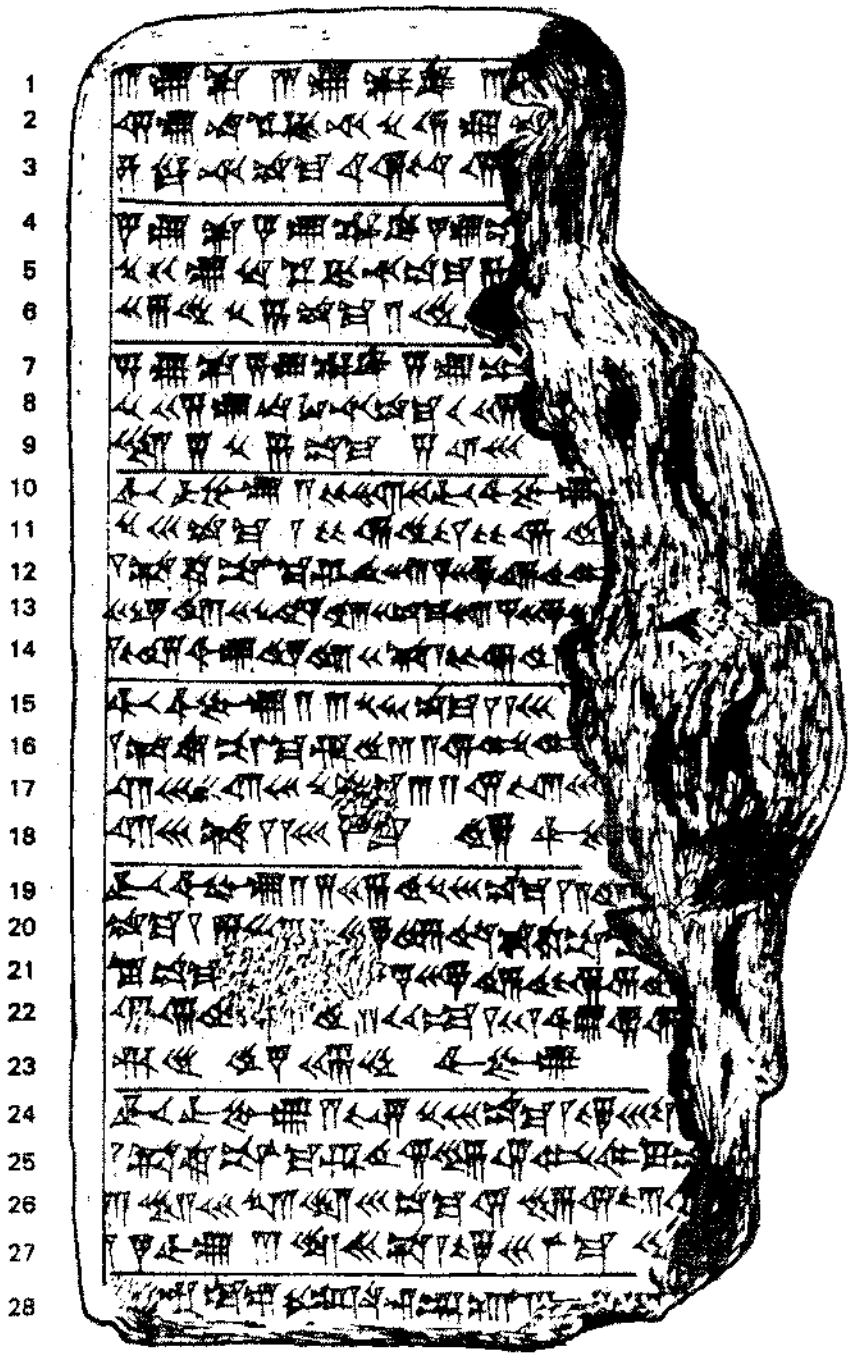
2	3	1	5	6	5	1
kha	gont	yan	me	şa	ma	pa

biçiminde yazılarak okunur. 1184 yılında yazılan bu sayı sözcüklerle basamak değerini almış ve astronomide kullanılmıştır.

Aryabhata'nın harfli sisteminin üslülü şekilleri aşağıda olduğu gibiydi ve basamak değerlerini almıyordu. Bu sistem ayrıca Brahmi gösterimlerinden farklıydı.

Sesli harfler	a	i	u	ri	li	e	ai	o	au
Değerleri	1	10^2	10^4	10^6	10^8	10^{10}	10^{12}	10^{14}	10^{16}

Aryabhata'nın Gitika isimli çalışmasında



Olasılıkla İ. Ö. III binin sonuyla ya da II. binin başıyla tarihlenen ve Uruk'taki gizli kazıllarda bulunan matematik tableti. Bu tablet Babillilerin sıfırı kullanmalarıyla ilgili bilinen en eski tanıklardan biridir. Louvre Müzesi.

$$\text{khyughri} = (2 + 30)10^4 + 4 \cdot 10^6 = 4{,}320{,}000$$

ve

$$\text{kayagiyinusulchli} = 6 + 30 + 3 \cdot 10^2 + 30 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^4 + 70 \cdot 10^4 + (50 + 7)10^8 = 57{,}753{,}336$$

şeklinde yazıyorlardı. Özellikle astronomi kitaplarında bu türde hesaplar vardı.

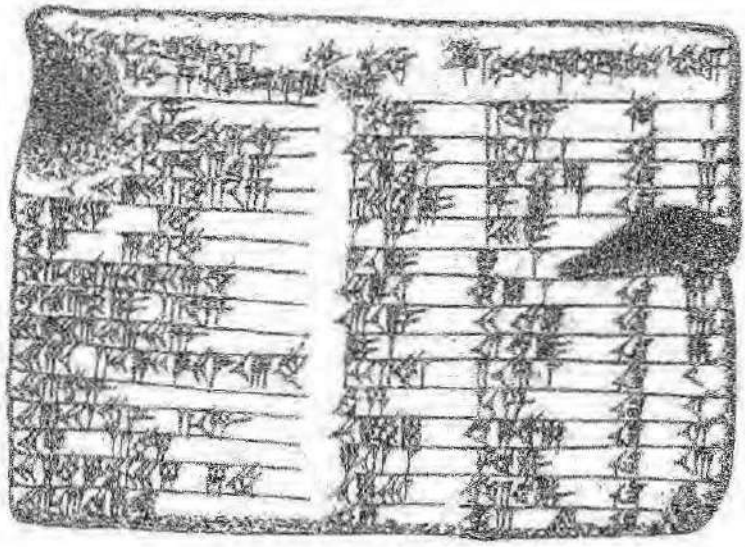
Hindistan'da halen kullanılan bir sayı sistemi daha vardır. Bu sayı sistemi Seylan, Siam ve Burma ile güney Hindistan'da kullanılır. Buralardaki sayıları yazmak için otuz dört tane sessiz harf kullanılır. 1 sayısından 34 sayısına kadar olan sayıları a harfi ile (ka, . . ., la) biçiminde, ā harfi veya işaretiyle 35 sayısından 68 sayısına kadar olanları (kā, . . ., lā) biçiminde, 69 sayısından 102 sayısına kadar olanları i harfiyle (ki, . . ., li), . . . şeklinde yazarlar.

Yunanlılar ve İbraniler de sayıları yazmak için harfler kullanmışlardır. Fakat Hintlilerin harf kullanma sistemi bu ülkelerin sistemine uymaz ve aralarında benzerlik yoktur. Harf kullanan diğer ülkelerin harflerle sayıları yazmalarındaki düzeltmeler Hintlilerin sayıları için de çok zordur. Hatta bu sistemle sayıların yazılımının geliştirilmesi de olanaksızdır. Sıfır rakamını da kullanarak onları, yüzleri, binleri, . . . ve diğer yüksek sıralı birimleri 1 rakamından dokuz rakamına kadar olan harflerle gösterilmesi kullanışlı değildir. Diğer bir deyişle harf ve kelime kullanma sistemiyle sayıların yazılması, okunması hatta bu sistemle matematiğin ilerletilmesi olanaksazdır. Sonuçta da zaten böyle olmuştur.

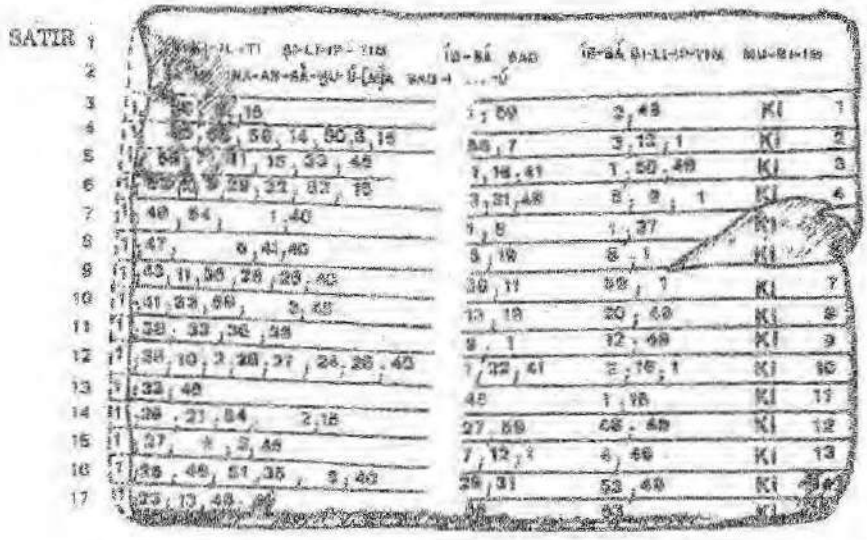
Nana Ghat sembolleriyle 7024 sayısı T7, tw, 4 şeklinde yazılıyordu. Okunuşu da "bin yedi yirmi dört" biçimindeydi. T7 bin tane yedi, tw iki tane yirmi ve 4 tane de bir şeklinde yorumlanarak okunuyordu. Bu sistemi tamamlamak için yalnız sıfır rakamına gereksinme vardı. Nana Ghat yazıtlarından sonra sekiz yüzyıl bu tür yazıtların yazılması her nedense bırakıldı. Zaten bundan önce de matematikte çok önemli görevler üstlenen sıfır sembolü görüldü ve bu dönemin sonuna doğru herkes tarafından bilinir duruma geldi. Buna göre, sıfır rakamını kimin bulduğu, kime ait olduğu ilk kez Hindistan'ın nerelerinde kullanıldığı ve hangi yüzyılda ortaya çıktığı halen bir sır olarak gizemini koruyucaktır. Hintli astronomların veya matematikçilerin eski abaküsteki boş satırı işaret etmek için sıfır sembolünü kullanmayı önerdikleri olanak dahilindedir. Kısaca, sıfır sembolü Hindistan matematiğinde boşluğu doldurmak için kullanılan bir sözcüğün yerine kullanılmıştır. Boşluğu doldurmak için Babillilerde nokta (.) gösterimi çok eski yıllarda kullanılıyordu.

8.443.682.155 sayısını Hintliler kolayca yazar ve okurdu. Aynı şekilde Yunanlılar, Türkler ve Araplar da bu tür sayıları okuyabiliyorlardı. Modern dille 8 milyar, 443 milyon, 682 bin, 155 biçiminde okunan bu sayı, Hintliler tarafından 8 padmas, 4 vyarbudas,

MEZOPOTAMYA SAYILAMALARI



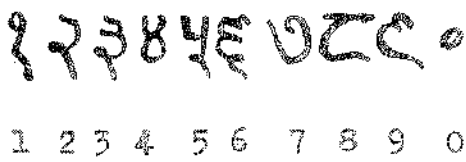
ÇEVRİYAZI



İçeriğiyle Babilli matematikçilerin daha I. Hanedan çağında "Pythagoras (Pisagor)" teoremi denen teoremi bildiklerini gösteren İ. Ö. 1800 - 1700'le tarihlenen matematik tableti.

4 vyarbudas, 4 kotis, 3 prayutas, 6 laksas, 8 ayutas, 2 sahasra, 1 sata, 5 dasan, 5 biçiminde okunuyordu. Türkler, Araplar ve ilk Almanlar bu sayıyı sekiz bin bin bin ve dört yüz bin bin ve kırk üç bin bin ve altı yüz bin ve seksen iki bin ve bir yüz elli beş olarak okuyorlardı. Aynı sayıyı Yunanlılar da seksen dört miradın miradı ve dört bin üç yüz altmış sekiz mirat ve iki bin ve bir yüz elli beş biçiminde okuyorlardı.

Woepcke'nin belirttiği gibi, sayıların bu biçimde okunması yöntemi, Hintliler tarafından kullanılan basamak değerini almasından uyarlanmış ve okunmuştur. Sayıların ondalık sistemde yazılması, numaralanması ve tutarlı olarak uygulanması Sanskrit dilinden başka hiç bir dilde yoktur.

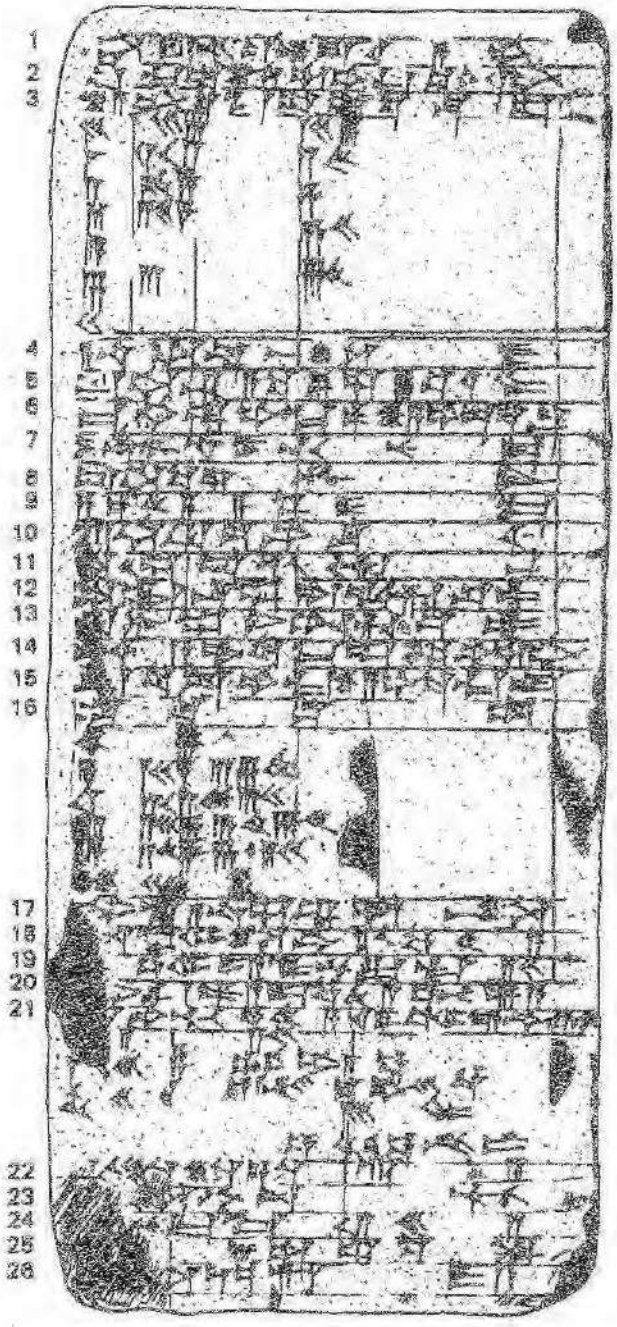


1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Modern Sanskrit rakamları.

Mirat, Yunanca bir sözcüktür ve bin demektir. Bin, Türk ve Araplarda da vardır. Modern sayıların yazımında, bu sözcüklerin kullanılması ondalık sayı sisteminin yazımını ve okunmasını güçleştirmiş, hatta bu sistemden uzaklaştırmayı hızlandırmıştır. Yüz deyimi İngilizlerindir. İngilizce dilinde on bir sayısından yirmi sayısına kadar olan söylenişlerde iyi bir uyum yoktur. 20, 30, . . ., 21, 31, . . . yani, yirmi, yirmi bir, . . . otuz bir gibi bir uyum devam eder. Türkçe bu yönüyle tam bir uyum gösterir. Yani, on, on bir, on iki, . . . yirmi, yirmi bir, . . . otuz, otuz bir, . . . şeklinde yazılarak okunur ve oldukça bilimseldir. İşte, eski milletlerin hiç birinin yapamadığını Hintliler yapmış, rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değerini almış, bunun sonucunda sayıların yazılması okunması ve bu şekilde işlemlerin yapılması çok kolay olmuştur. Bu özellik, Hint matematiğinde eskiden olduğu gibi hemen hemen tüm düyada tutunmuş ve kullanılması geliştirilmiştir. Her ne kadar Mayaların rakamları ve bulundukları yerlere göre basamak değerini almışsa da, onların matematiği kesir düzeyine çıkamamış ve geliştirilememiştir. Bir de Mayaların Anakıta'dan ayrı olması, salgın hastalıklardan kırılması ve daha sonra Avrupalıların bu kabileleri öldürmesi bu matematiğin yayılmasını önlemiştir.

Sayıların Hindistan'da ondalık sistemde yazımı tutunurken, onuncu rakam sunya-bindu veya kısaca sunya (yani sıfır) şeklinde ortaya çıkmıştır. Hint sayı sistemi çok iyi bir uyum ve ahenk içinde Hintlilerin üstün zekasının bir ürünü olarak kendini kabul ettirmiştir. Zaten Hint rakamlarının ondalık sistemde yazılması ve rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerini alması üstünlüğü hiç bir ülkenin rakamlarında ve sayılarında yoktur. Mayaların sayıları yirmi tabanına göre yazılıyordu. İleri bir uygarlığa sahip olan Mayalar Hintlilerden çok eskiydi ve başlangıcı İ. Ö. 3373 yılına kadar gidiyordu.



Larsa'da (Senkereh) bulunmuş, birinci Babil hanedanıyla tarihlenen önemli matematik metni. Örneğin 16. satır ile 17. satır arasında 18 144 220 sayısının [1; 24; boşluk); 3; 40] biçiminde yazıldığı görülecektir.

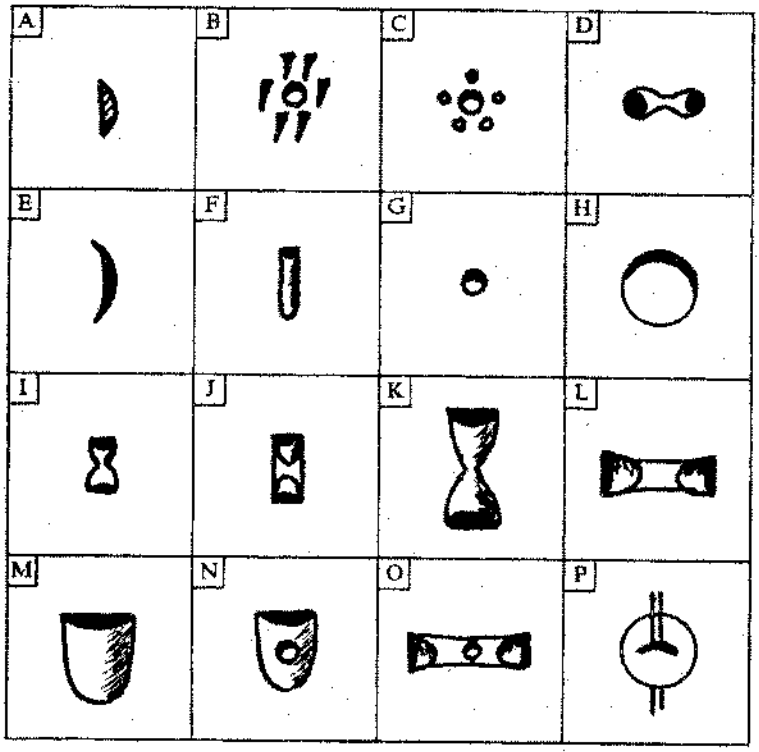
Yalnız, sunya denen sıfır sembolü 500 yıllarından önceki Hint matematiğinde görülmediği genelde ortak bir görüş olarak kabul edilir. Fakat ünlü matematik tarihçisi Moritz Cantor gibi bazı yazarlar sıfırın üçüncü veya dördüncü yüzyıllarda Hindistan'da kullanıldığını yazarlar. Çünkü ondalık sistem daha çok eskidir. Çin'de ve Hindistan'da bu sistem çok yaygın olarak kullanılmıştır. Hintistan'da 595 yılında bulunan ondalık sistemli bir tablet 346 yılında yazılmıştır ve bu tablette rakamlar basamak değerlerini almıştır. İlk Hint yazmalarında boşluğu doldurmak için sıfır anlamına gelen sunya (sıfır) sözcüğü burada açıkça kullanılmıştır. Bakhsali'nin ünlü aritmetik kitabında sıfırın (sunya) kullanıldığı görülür. Hindistan'da yetmiş tane huş ağacı kabuğuna yazılmış bir elyazması matematik belgesi vardır. Bu kabuklar Bakhsali tarafından matematik dünyasına tanıtılmıştır. Bu elyazması huş kabuğu sayfalı matematiğin kökeni ve ne zaman yazıldığı tam olarak belli değildir. Bu süre üçüncü ile on ikinci yüzyıl arasında yazılmış olabilir. Tüm bu olumsuzluklara karşın, bu huş ağacı kabuklarına bakılarak sunyanın (sıfırın) üçüncü veya dördüncü yüzyıllarda yazılarak kullanılmış olacağı olasılığını artırıyor.

Bakhsali tarafından düzenlenen bu elyazması aritmetik ve cebir problemleri içerir. Yetmiş tane huş ağacı kabuğuna yazılan bu aritmetiğin Hindistan kökenli olmadığı da söylenmektedir. Bu karı, Yunan kökenli oları ve Bakhsali elyazmasında bulunarı şu problem ortaya çıkar.

Ülkeler arasında kervancılık yapan bir tüccar elindeki malı için üç farklı yerde vergi ödemektedir. Başlangıçta malının değerinin üçte birini vergi olarak verir. İkinci yerde [geri kalan] malının dörtte birini ve son yerde de [geri kalan] malının beşte biri değeri kadarını vergi olarak öder. Vergilerin toplamı yirmi dört birim olduğuna göre, tüccarın başlangıçtaki malının değeri nedir? Yanıt kırk olarak verilir. Problemin aslında köşeli parantezin içindeki [geri kalan] sözcükleri yoktur. Ama yanıt olan kırk rakamına göre bu geri kalan sözcükleri gereklidir. Bu tür problemler de Yunan kökenlidir.

Yetmiş huş kabuğuna yazılan bu aritmetik, matematik tarihi ve Hint matematiği yönünden çok önemlidir. Bazıları bu aritmetiğin üçüncü veya dördüncü yüzyıllarda yazıldığını, bazıları altıncı yüzyılda, bazıları sekizinci veya dokuzuncu yüzyılda yazıldığını savunur. Bazıları da bunun daha sonraki yüzyıllarda yazıldığını söyler. Bazıları da bu aritmetiğin üçüncü veya dördüncü yüzyıllarda yazıldığını, bu haliyle tam olmadığını, sekizinci veya dokuzuncu yüzyıllarda yeniden düzenlenerek tam olarak yazıldığını ileri sürerler. İçeriğindeki problemlerin çoğu Yunan kökenli olduğundan bu çalışmanın Hint kökenli olmadığını söylerler. Bu çalışmayı matematik dünyası daha çok Bakhsali'nin elyazması ismiyle tanır.

Sıfır anlamı ve matematikte kullanılması Babillilerde de çok eski yıllarda görülür. Babilliler, sayılarını yazarken ilk dönemlerinde sıfır yerini boşluk olarak bırakıyorlardı. Rakamlar arasında böyle boşlukların bırakılması daha sonra bazı karışıklıklara ve yanlış anlamlara neden oldu. Bunun üzerine bu boşluklara bugünkü nokta (.) işaretini



Proto-Elam rakamlarının listesi.

	F	G	H	M	N
V. Scheil'ın önerdiği dizge. Bkz. MDP VI/1905	1	10	100	1 000	10 000
V. Scheil'ın önerdiği dizge. Bkz. MDP VII/1923	1	10	100	60	600
V. Scheil'ın önerdiği dizge. Bkz. MDP VII/1923	1	10	100	600	6 000
S. Langdon'un önerdiği dizge. Bkz. JRAS/1925	1	?	100	1 000	10 000
V. Scheil'ın önerdiği dizge. Bkz. MDP XXVI/1935	1	10	100	1 000	10 000
R. de Mecquenem'in önerdiği dizge. Bkz. MDP XXXI/1949	1	10	100	300	1 000

Proto-Elam rakamlarının değeri konusunda yıllar boyu yapılmış bazı çelişik öneriler.

kullandılar. Aslında, Hintlilerin kullandığı sıfır (0) anlamlı 0 işareti, Yunancada sıfır anlamında kullanılmayan bir harftir ve ouden sözcüğünün ilk harfidir. Yunancadaki anlamı da hiç bir şey değil demektir. Ama Mayaların kullandığı sıfır tam bir boş tabak şeklidir ve



biçimindedir.

Ondalık sistem bilinebildiği kadarıyla önce Çin'de başlamış, daha sonra İpekyolu'yla Yakın Doğu ülkelerine yayılmıştır. İran'da, hatta Mısır'a kadar uzanması, Sasaniler (224 - 641) ile Mısırlıların savaştığı dönemlerde olmuştur. Hindistan, Çin'e yakın olduğundan Çin'in bu ondalık sistemi zamanla Hindistan'ı da etkisi altına almıştır. Bu dönemlerde Mezopotamya'da eski altmış tabanlı sistemi değerini koruyor ve yaşıyordu. Çinliler, Babillilerin etkisiyle altmış tabanını da kullanmışlardır.

Hint rakamlarının basamak değerini alması kuralı, Hindistan dışına ilk kez Suriyeli bir papaz olan Severus Sebokht'un 622 yılında yazdığı bir çalışmada görülür. El Farazi 773 yılında Hintlilerin Siddhantalarını Arapçaya çevirdi. Böylece İslam dünyası Hint sistemi veya Hint sanatı denen matematiği ile eğitildi.

Aryabhata, karekökün alınması yöntemini verdi. Karekökün bulunması yöntemi daha önce Babilliler tarafından altmış tabanına göre yapılmıştı. Oysa Aryabhata bu işlemleri bugün bilinen ondalık sisteme göre çözümlemiş ve öğretmişti. Fakat kullandığı rakamlar bugün kullandığımız semboller değil, alfabelerindeki harflerdi.



Babillilerin karekök ile ilgili çalışmalarını içeren kil tablet budur.

Aryabhata karekökle ilgili olan çalışmasında sıfır anlamına gelen ve sunya ile eşanlamlı kullanılan kha gösteriminden sık sık söz eder. 500 yıllarında veya daha önce kullanılan sıfırı kullanmayı yeğleseydi, hiç bir şey değil anlamına gelen Yunan harfi kavramına tam olarak ulaşmış olurdu. Bunu da yapmamıştır.

Bundan kısa bir süre sonra ve altıncı yüzyılda Varaha Mihira, Brhat Samhita isimli bir kitap yazdı. Mihira'nın bu kitabında ve hesaplarında sıfır rakamı hep kullanıldı. Aslında Aryabhata da aynı şeyleri yapmıştı. Varaha Mihira çalışmalarında basamak değeri alan sözcük sistemiyle hesaplarını yapmıştı. Pancasiddhantika isimli kitabında da sözcükleri kullanmıştı. Gerek alfabedeki harf numaraları gerekse sözcük sistemi birçok aritmetik kitabında değişik biçimlerde kullanıldı.

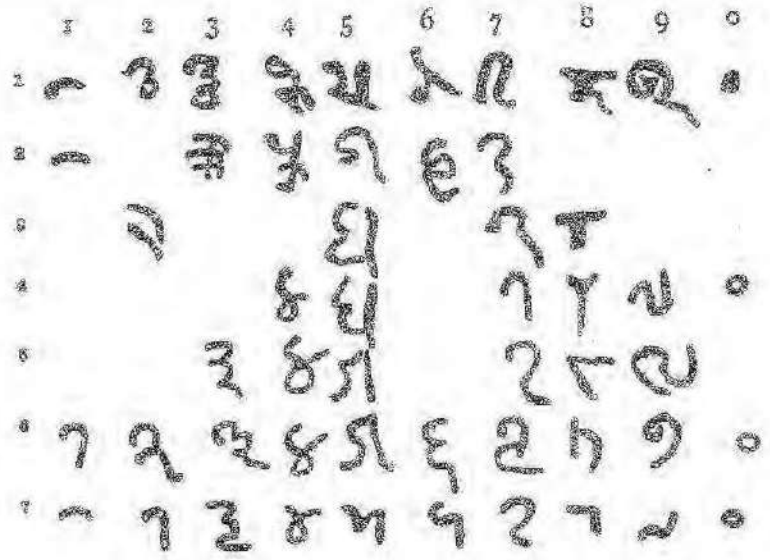
Bana, 620 yılarında Subandhus'un Vasavadatta isimli seçkin olan kitabını yazdı. Yıldızlar gökyüzünde sıfır şeklinde beneklerle işaretlenmişti. Burada kullanılan yöntem modern Arap sistemiydi. İşte, Arapların sıfıra sahip çıkmaları bu çalışmayla başladı. Aslında yıldızların gökyüzünde sıfıra benzer beneklerle gösterilmesi görünümleri yönüyle oldukça doğaldı. Bu sırada tarih de 700 yılları civarıydı. Bundan sonra Araplar ve Türkler birçok konuda üstün gelmeye başladılar ve bu tür çalışmalarını 776 yılları döneminde hemen hemen tamamladılar. Böylece her şeyin sahibi durumuna geldiler.

Sekizinci yüzyılın başlarında Hintliler tam olan sistemi kullanamamışlardı. Diğer yandan, 1700 yıllarında Almanların ondalık kesirlerden henüz haberleri yoktu. Aryabhata dönemindeki seçkin matematikçiler sıfırı çok iyi biliyorlardı ama tüccarlar ve halk tabakaları sıfırın önemini ve yeni usüllerde nasıl kullanıldığını uzun zaman kavrayamadı. Bu tam sistem ülkenin tümünde, Hindistan'ın batı kıyılarında ilk kez görüldü. İşin ilginç yanı, sayıların kelimelerle işaret edilmesi ve tam olarak basamak değerini almaması Kamboçya ve Hindistan'da aynı erken dönemlerde görülmesidir. Bu da, milletlerin matematiği birbirleri ile olan ilişkileriyle gelişmiş ve ilerlemiştir. Yani birbirlerinin matematiklerinden sürekli haberdar olmuşlardır.

Sıfır ile dokuz rakamının ilk kez kullanılması ve basamak değerini almasında bazı sorular vardır. Bunlardan ilki, 1807 yılında Colebrooke tarafından soruldu. Çünkü, topraktan çıkarılan eski bakır tabletlerdeki yazılarda kazıntılar ve değişikliklerin yapılmış olması olasılığından söz eder. Fleet, bazı bakır kaplar ve tabletler üzerinde yaptığı uzun incelemeleri sonunda, on birinci yüzyılın sonlarına ait olan bazı yazılarda değişikliklerin ve kazıntıların yapıldığını yayınladı. Colebrooke, bu yazı değişikliklerine Kaye'den daha gerçekçi bir yolla yaklaştı. Bundan sonra uzun tarihi dönemlerine ait yazıtlar farklı kişilerce değişik zamanlarda uzun uzun incelendi. Böylece, Hintlilerin bu sistemi hiç bir şüpheye yer bırakmayacak şekilde Hint kökenli olduğu kanıtlandı. Bu araştırmalar sonucunda, Hint sisteminin en az 600 yıllarından beri bu ülkede kullanıldığı ortaya çıktı.

Hint rakamları üzerine ilk yazı yazanların belki ilki el Biruni'dir. (973 - 1052). Hint

rakamlarını ve sayı yazma sistemini, bu ülke üzerine yazdığı Tahkiku Malil Hint isimli kitaptır. Hint ülkesi konusunda çalışmalar yapan dikkate değer bir kişi de Johannes Hispalensis'dir. Bu konuda diğer bir yetkin kişi olarak Bühler sayılabilir.



Sıfır rakamı görüldükten sonra Hindistan'da kullanılan rakamların değişik şekilleri.

1. Birinci satır Bakhsali'nin elyazmalarında görülün Hint rakamlarıdır.

2. Bu satırdaki rakamlar 595 ve 798 tarihli tabletlerden alınmıştır.

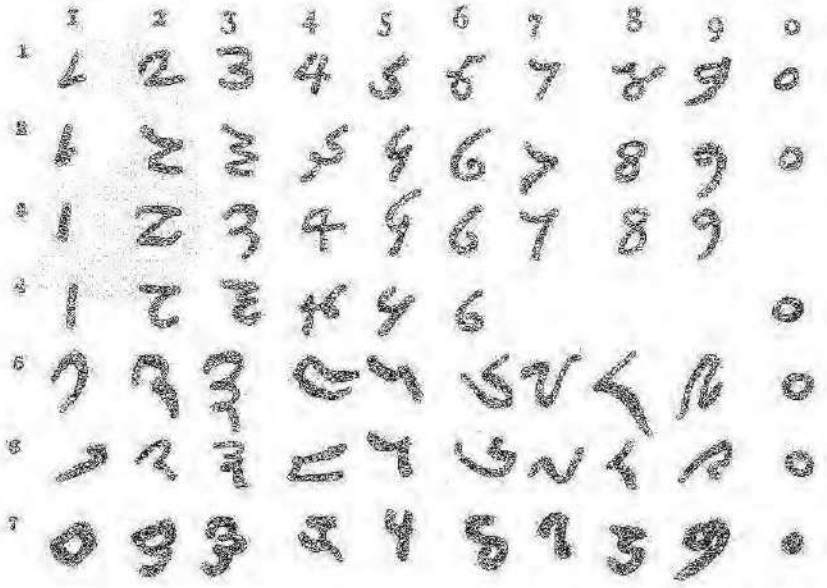
3. Bu satırdaki 8, 7 ve 2 rakamları Nagabhatta'nın Buckhala yazıtlarından alınmış ve 815 tarihlidir. 5 rakamı Morbi bakır tabletinden alınmış ve 804 tarihlidir.

4. Bu satırdaki 8 rakamı 804 tarihli Morbi bakır tabletinden alınmıştır. 4, 5, 7, 9 ve 0 rakamları Mahipala'nın Asni yazıtından alınmış ve 917 tarihlidir.

5. Bu satırdaki 8, 9 ve 4 rakamları Amoghavarsha'nın Rashirakuta hediyelerinden alınmıştır ve 972 tarihlidir. 7, 3 ve 5 rakamları Torkhede bakır tablet hediyelerinden alınmış ve Gujeratlı Govindaraja dönemine aittir.

6. Bu satırdaki rakamlar Latadeşa'nın Tritochanapala Chanlukya Kıralının bakır hediye tabletinden alınmıştır ve 1050 tarihlidir.

7. Bu rakamlar on birinci yüzyıl Telugu Canarese rakamlarıdır.



Avrupalıların ve Doğuluların son dönemlerinde kullanıldıkları Hint kökenli rakamlar, yukarıdan aşağıya doğru bu şekillerdeydi.

1. ve 2. satırda kullanılan rakamlar, on üçüncü yüzyılın ikinci yarısında Avrupa'da kullanılmıştır.

3. ve 4. satırlardaki rakamlar on dördüncü yüzyıl elyazmalarından alınmıştır.

5. Bu satırdaki rakamlar D. E. Smith'in kendi kitaplığında bulunan Thibetan elyazması kitaplarından alınmıştır.

6. Bu satırdaki rakamlar, D. E. Smith'in kendi kütüphanesinde bulunan bir tür taş baskı kitaptan alınmıştır.

7. Bu satırdaki rakamlar, The Kashmirian Atharva-Veda isimli kitaptan alınmış Sarada rakamlarıdır.

Sarada rakamlarında bir için yuvarlak 0 sembolü, sıfır için de nokta (.) kullanılmıştır. Saradan rakam şekilleri, Kashmirian Athavra-Veda isimli kitaptan alınmıştır. Beş yüz on yıl kadar bir geçmişi olan bu yazı türü halen Tübingen Üniversitesi'nde bulunmaktadır. Bu yazının diğer değişik iki şekli Tibet kitaplarından alınmıştır. Bu rakamlarla karşılaştırılabilecek modern Sanskrit ve Arap rakamları da bir birbirlerinden farklıdır.

Şimdi, biraz daha geniş olarak sıfır sembolü üzerinde duralım. İlk Brahmi ve Kharosthi rakamlarının kullanılmasından birkaç yüzyıl sonra sıfır işareti Hindistan'da

meydana çıktı ve kullanıldı. Bu karakter İsa'dan çok önceki yüzyıllarda Babilliler tarafından kullanılmıştı, fakat hesap işlemlerine pek girmemişti. Daha çok yeri boş bırakılarak kullanılmıştı. Örneğin 180 sayısı üç tane altmış anlamında  olarak yazılmıştı. 181 sayısı da

biçiminde çivi yazısı türünde gösteriliyordu.

Hindistan'da sıfır rakamı en erken 876 yılında Gwalior'daki yazıtlarda görüldü. Örneğin 50 sayısı



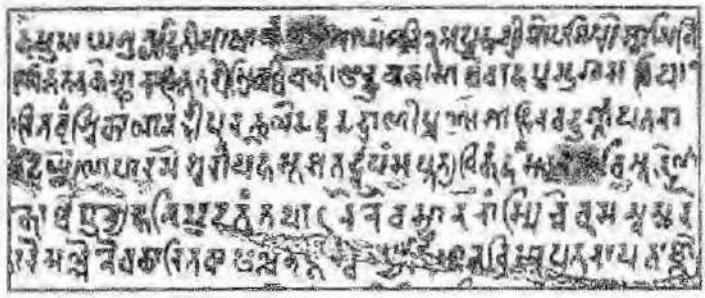
ve 270 sayısı da



olarak yazılıyordu. Oysa Bakhsali'nin elyazmalarında sıfır yerine nokta (.) kullanılmıştı. 738 yılında Okamandel'de bulunan bir hediyede sıfır işareti vardı. Yine 897 yılında ele geçen bir parada sıfır işareti kullanılmıştı. Yazıtlarda ve paralarda kullanılan sıfır rakamı ülkenin her tarafına yayılmıştı. Ayrıca, Tamil'de ve Malayalam'da halk halen bu sistemi korur.

Hindistan kökenli olan sıfırın bazı özellikleri de tanıtılmıştır. Yedinci yüzyılın başlarında Ujjain'de yaşayan Hint astronomu Brahmagupta, yazdığı aritmetik isimli kitabında sıfır rakamının özelliklerini özetlemiştir. Sıfırın bu özellikleri Mezopotamya, Mısır, Yunanistan, Roma ve diğer ülkelerin hiç birinde yazılmamıştır. Çin'de de görülmez. Sıfırın bu özellikleri daha çok cebirsel işlemlere nasıl girdiği yönündedir. Sıfırla işlem yapmalar Hindistan'da çok yaygın olarak kullanılmıştır. Hatta Bhaskara sıfıra bölmeyi bile yapmıştır ama ondan sonra gelen Hint matematikçileri bu yanlışlığı hemen düzeltmişlerdir.

Babillilerin sıfır yerine kullandığı nokta işareti bir süre Hindistan'da da kullanılmıştır ama bu kullanım şekli yaygın ve sürekli olmamıştır. Araplar sıfır yerine bugün bile noktayı kullanırlar. Nepal'de yaşayan Fazzari, sıfır yerine X işaretini kullanmıştır. Bakhsali'nin elyazmalarında sunya (sıfır) sözcüğü nokta ile birlikte hem bilinmeyen çokluğu göster-



İkinci Gwalior yazıtından (İ. S. 876) ayrıntı. Çerçeve içinde 933 ve 270 sayılarının betimlenişi.

Bu kuramın yandaşlarınca (aşağıdaki göndermelerde italik yazıldı) Karoşti harflerine verilen biçimler		Brâhmî rakamları: Aśhoka fermanlarında ve Nâná Ghât ile Nâsik yazıtlarında görülen biçimler		Sanskritçedeki sayı adları		Karoşti harfleri: Aśhoka fermanlarından görülen biçimler	
cha	𐨪 𐨫	4	+ 𐨪 𐨫	4	*chatur*	𐨪	*cha*
pa	𐨬	5	𐨬 𐨬 𐨭	5	*pañcha*	𐨬	*pa*
sha	𐨮	6	𐨯 𐨰 𐨱	6	*shat*	𐨲	*śha*
sa	𐨵 𐨶	7	𐨵 𐨶 𐨷	7	*sapta*	𐨳	*sa*
na	𐨹 𐨺	9	𐨺 𐨹	9	*nava*	𐨴	*na*

क *ka*	ख *kha*	ग *ga*	घ *gha*	ङ *ṅa*
च *cha*	छ *chha*	ज *ja*	झ *jha*	ञ *ña*
ट *ṭa*	ठ *ṭha*	ड *ḍa*	ढ *ḍha*	ण *ṇa*
त *ta*	थ *tha*	द *da*	ध *dha*	न *na*
प *pa*	फ *pha*	ब *ba*	भ *bha*	म *ma*
य *ya*	र *ra*	ल *la*	व *va*	
श *śha*	ष *ṣha*	स *sa*		
ह *ha*				

Devanagari (ya da Negari) alfabesinin ünsüzleri.

mede, hem de sıfırı işaret etmede kullanılmıştır. Buradan çağrışım yaparak, 1467 ve 1468 yıllarında Erfurt Üniversitesi'nde dersler veren Gottfried Wolack'ın bazı ders notlarında sıfırın bilinmeyen çokluklarını göstermede kullandığı görülür. Bu tür kullanımların on sekizinci yüzyılın başlarına kadar devam etmesi dikkat çekicidir.

On sayısını 10 biçiminde yazabilmek için sıfır rakamı kullanılmıştır. Ptolemaios (ikinci yüzyıl) (108 - 168), Almagest isimli kitabında omicron sözcüğünün ilk harfi olan küçük o harfini, altmışlı sistemde istenmeyen boşlukları işaret etmek için kullanılmıştır. Bundan Hindistan yazarları da etkilenmiştir. Bu sembol Avrupa ve Asya'da çok kullanılmıştır. 929 yılında ölen Arap astronom el Battani de, boş olan dakika ve saniye yerlerine bu küçük o harfini Ptolemaios gibi kullanmıştır. Battani Arap kökenli olduğu için yok olan dakika ve saniye yerlerine la gösterimini de kullandığı yerler vardır.

Sarada karakterlerinde bir yerine sıfır (0) işareti kullanılmıştır. Bhaskara (1150), küçük sıfırı (o) çıkarma için kullanmıştır. O'Creat, öğretmeni olan İngiliz Bathli Adelhard'a yazdığı mektuplarında sıfır yerine teca sözcüğünün kısaltılmışı olan ℥ harfini yazar. Hindistan'da sıfır yerine önce nokta kullanılmasına karşın, daha sonra 0 işareti kullanıldı ve bugüne kadar kullanımı devam etti. Türkler ve Araplar her nedense daha sonra sıfır yerine 0 işaretini değil de • işaretini kullandılar. Arapçada 0 işareti beş sayısını göstermede kullanıldı. Matematikle uğraşan ilk Türkler ve Araplar, nokta şeklinde gösterilen sıfır işaretini 873 yıllarında yazdıkları eserlerinde kullanmışlardır. Bazen hem nokta hem de 0 işareti aynı çalışmanın içinde aynı sıfır anlamında kullanıldığı ilginç bir olaydı. Örneğin, Türk matematikçisi Giyasettin Cemşit'in (1575) aritmetik kitabında bu tür örneklere çok sık rastlanılır. Hatta beş rakamı aynı çalışmanın içinde bir yerde Mısır rakamı, bir yerde Yunan rakamı veya Hint rakamı biçiminde yazıldığı oluyordu.

Osmanlılar eskiden Arapların bugün kullandığı rakamları kullanıyorlardı. 1928 yılında yapılan Harf Devrimi'nden sonra bugünkü modern rakamları kabul ettiler. Oysa Araplar bugün yalnız Avrupalı bir kitabı okuyorsa veya Avrupalı bir kitap üzerinde çalışıyorsa o zaman sıfır yerine o işaretini kullanır.

Sıfırın Çin'de ilk kez kullanılması 1247 yılında Tsin'in çalışmalarında görülür. Yuvarlak şekli olan sıfırın Çin'e götürülüşü, elçiler, bilginler, misyonerler, tüccarlar ve İpekyolu'yla sağlanmıştır. Sıfır Çin'de yağmur damlası anlamına gelen Çince bir sözcükle söylenir.

Sıfır işaretinin bugün kullanılan çok sayıda ismi vardır. Zero, naught, cipher ve null bunlardan bazılarıdır. Telefon memurları buna kısaca O derler. Hintliler sunya, Araplar aş-şifr ya da şifr sözcüğünü kullanır. Pisalı Leonardo (1202), Hint sayıları üzerine yazdığı kitapta sıfıra zephirum demiştir. Yunan ve Arap etkisi altında kalarak kitaplar yazan Maximus Planudes (1330) sıfıra tziphra, Çinliler tsiphron zeron, İbraniler sepher, İtalyanlar zeuero, ceuro, zepiro veya zephirum gibi sözcükleri değişik zamanlarda kullanmışlardır. İngilizler cipher, Fransızlar chiffre sözcüklerini kullanırlar.

Bu ülkelerin her ikisi de bu sözcükleri Arapların aş-şifr sözcüğünden türetmişlerdir. Bugün her ülke kendi dillerinde bu sözcüğe karşılık gelen kelimeyi kullanır. Bugün dünyada en yaygın olarak kullanılan şekli zero kelimesidir.

Hint rakamlarının rakamsal şekillerinin ilk kökenini nasıl tam olarak bilemiyorsak, bu rakamların Avrupa'ya ne zaman ve nereye ilk kez geldiğini de tam olarak bilemiyoruz. Avrupalıların bu rakamları tanımalarında ileri sürülen iki kuram vardır. Bunlardan ilki, sekizinci veya dokuzuncu yüzyılda Faslı Müslüman Araplar bu rakamları kuzey Afrika yoluyla İspanya'ya getirdi ve buradan Avrupa'daki Hıristiyan dünyasına yayıldı. Son geliştirilen ve kabul edilen görüş budur. İkincisi, Woepcke tarafından ileri sürülendir. Bu görüşe göre, bu rakamlar Faslılar tarafından İspanya'ya getirilmedi. Araplar İspanya'ya geldiklerinde bu rakamlar buralarda vardı. Yani bu rakamları Yeni Pisagorcular veya onları izleyenler Avrupa'ya getirmişlerdi. Bu iki tez üzerine uzun yıllar çok sayıda araştırma yapıldı. Ortaçağ'dan önce ve Ortaçağ boyunca ülkeler arasında meydana gelen savaşlar, ticari alışverişler, göçler, gezginler, din ve politik elçiler ve bilginler aracılığıyla kültür ve uygarlıklar bir ülkeden diğer bir ülkeye iletildi ve oralarda gelişti. Mezopotamya, Mısır ve Yunan matematiği nasıl tüm ülkelere, hatta Hindistan'a, Çin'e ve Japonya'ya kadar gitmişse, Hint matematiği de savaşlar, göçler, tüccarlar, gezginler, din ve politik elçiler, bilginler ve İpekyolu'yla Türkistan, Bağdat, Mısır, İskenderiye ve Kuzey Afrika yoluyla önce İspanya'ya, oradan da Avrupa içlerine kadar ilerlemiştir. Diğer yandan gemici tüccarlar ve elçiler aracılığıyla Akdeniz'den Avrupa'ya gitmiştir.

Hindistan'dan Bağdat'a gelen Hint matematiğini İstanbul'daki matematikçiler de almışlardı ama bunların Avrupa'ya etkisi fazla olmadı. Zaten İstanbul'a gelen Hint matematiği İstanbul yöresinde eriyip gitti. Matematiklerin bir ülkeden diğerine geçmesini bu konuda bilgisi olan kişilerin etkisi çok fazla olmuştur.

Arap Müslümanlarının fetihlerinden önce, ülkeler arasında çok sayıda savaşlar olmuştu. İskender Avrupa'dan kalkıp hemen hemen üç kıtayı zaptetmişti. Cengiz Han'ın orduları ve oğulları Çin'den Rusya'ya kadar çok geniş bir bölgeye yayılmıştı. Türk devletleri, Sasaniler, Çinliler, Araplar ve diğer ülkeler arasında çok uzun yıllar süren savaşlar olmuştu. Attilla, Asya'dan Avrupa'ya kadar uzanmıştı. İpekyolu önemini hiç yitirmemişti. Savaşlar sonunda alınan ganimetler, hediyeler, esirler, tüccarlar, bilginler ve diğer etkenler ülkeler arasında kültür ve uygarlığı birbirine iletiyordu. Haçlıların seferleri yüzyıllar sürmüştü. Alış verişlerde paraların ve malların değişimi yapılıyordu. Abbasi Halifesi Harun Reşit, Bağdat'tan kuzey Afrika'yı ve neredeyse Asya'yı yönetiyordu. Strabon ve Marko Polo gibi çok sayıda gezgin bilgin Afrika, Avrupa ve Asya'yı dolaşarak ciltlerce kitaplar yazıyorlardı. Müslüman Arapları Mısır'ı, İskenderiye şehrini, Kıbrıs'ı ve Girit'i almış, Asya kıtasının içlerine kadar sokulmuşlardı. Hazreti Muhammet'in en büyük emeli İstanbul'u almaktı. Persler, İran'dan kalkıp Anadolu'ya, Ege Denizi'ni ve Yunanistan'ı kuşatmış, hatta Kıbrıs'ı almış, Mısır'a kadar sokulmuştu. İranlı büyük komutan Darius'un bastırdığı paralar birçok ülkede kullanılmış ve el değiştirmiştir.

Tüm bu olaylar, ülkeler arasında kültür ve uygarlıkları birbirine geçirirken, bunun doğal sonucu olan matematik aracı da ufak tefek bazı değişikliklerle birbirine geçiş yapmıştır. İşte bu geçişlerde en büyük saygıyı Hintlilerin Gobar rakamları ve bu rakamlarla yapılan Hint sanatı dedikleri hesapları görmüştür.

Hintlilerin Gobar rakamları neden bu kadar baş köşede saygı görmüş ve gelişmiştir? Mezopotamya'daki çivi yazısı, Babil matematiği, Mısırlıların matematiği ve Yunanlıların alfabetik harfe dayalı rakamları çok yaygın olarak geniş bir alanda uzun yıllar kullanıldıkları halde neden fazla gelişemedi ve neden bu saygıyı yeteri kadar göremedi? Hatta Hindistan'da Gobar rakamlarından farklı şekilli olan rakamlar da vardı. Bunların da kendilerine özgü hesap yöntemleri ve kuralları vardı. Sayıların yazılıp okunmasında en önemli özellik, rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerini almasıdır. Bugüne kadar bu kuraldan daha kullanışlı bir kural bulunamamıştır. İşte Hintlilerin Gobar rakamları ve bu rakamlarla yapılan işlemlerde bu basamak değeri alması bu sayı sistemine tüm dünyada saygınlık kazandırmış, hemen hemen tüm dünya bu sistemi benimsemiştir. Gobar rakamlarında ikinci bir kolaylık ondalık sistemi kullanmasıdır. Bu kolaylıklar bu sistemin tutunmasını ve gelişmesini sağlamıştır.

Hintliler, başlangıçta Çinlilerde olduğu gibi altmış tabanlı sistemi de kullanmıştır. Bu sistem onlara on tabanlı sistem kadar etkili olamamıştır. Yalnız, ondalık sistemin kullanılması Hintlilere özgü değildir. Çok eski olan bu sistemi Mısırlılar ve Yunanlılar da kullanıyordu. Ondalık sistemin kökeni ve ilk kez kimler tarafından kullanıldığı tam olarak bilinmemektedir. Büyük bir olasılıkla ellerdeki parmakların sayısının on olmasına bağlanabilir. Bugün olduğu gibi ilkel insanlar da parmaklarını sayıyordu. Bu saymalar belki ondalık sistemi doğurmuştur.

Ondalık sistemle hesap yapılan yazılı Hint tableti 346 tarihlidir. Buna göre ondalık sistem Hindistan'da 346 yılından önce kullanılıyordu. Ama ne kadar eski olduğunu gösteren yazılı bir belge yoktur.

Hintlilerin Gobar rakamlarını, Türkler ve hem doğu hem de batı Arapları kullanıyordu. Doğuda Türkler, İranlılar, Abbasiler ve Suriyeliler, batıda da Endülüs Emevileri kullanmıştır. Oysa Hazreti Muhammet'in kabilesi olan Kureyişliler bu Gobar rakamlarını kullanmamıştır. Hazreti Muhammet'ten önce ve onun döneminde en fazla yedi tane okur yazar olduğu söylenir. Savaşmak ve kılıç sallamak daha değerli bir meziyet olarak kabul edilmiştir. Muhammet'in kabilesi olan Araplar döneminde sayma sözcükler düzeyindeydi. Hatta ilk Kuran sayfalarında numaralama için sözcükler yazılmıştı. Sayfaların sıralarının karışmaması için bir sayfanın son sözcüğü, bundan sonra gelen sayfanın bir köşesine konuyordu.

Hintlilerin Gobar rakamlarıyla birlikte, Hint hesabı yönteminin İspanya'ya ve Avrupa'ya geçiş yolu, kökeni ve geçiş tarihleri çok tartışılmıştır. Hatta bunun üzerine çok sayıda araştırmalar ve kitaplar yazılmıştır. Bu araştırmalarda çok sayıda hatalara dü-

şülmüş ve yanlış kuramlar bile geliştirilmiştir. Ünlü bilgin Humboldt bile bu yanlış tuzağa düşmeden kurtulamamıştır. Tüm bu çalışmalardan sonra gerçek delillere dayalı olarak bulunmuştur. Özet olarak bu gerçek şöyledir: Hindistan'dan çıkan Gobar rakamları Türkistan, Batı Türkistan, Bağdat, Suriye, Mısır, Akdeniz ve Kuzey Afrika yoluyla İspanya'ya ulaşmış, buradan da Avrupa'ya yayılmıştır. Uzun yüzyıllar süren bu yolculukta her nasıl olmuşsa sıfır yolda kaybolmuş ve İspanya'ya sıfırsız ilk dokuz rakam gelmiştir. Sıfır daha sonra Harizmi'nin cebiriyle gelmiş ve Fibonacci tarafından Avrupa'ya tanıtılmıştır. Son ve benimsenen görüş budur.

Şimdi, bu sonuca varabilmek için ne gibi çalışmalar yapılmış, kısaca onları görelim.

500 yıllarından önce, basamak değerini alan Hint rakamları Hindistan'da kullanıldı. Suriyeli papaz Severus Sebokht 662 yıllarında Hindistan dışında Hint sistemiyle ilk kitap yazan matematikçi olarak bilinir. 773 yılında Hintli astronom Kankah, Halife el Mansur'un sarayına gelir. Elindeki Hint sanatı Arapça'ya çevrilir. Oysa 450 yıllarında sıfırsız olan Hintlilerin dokuz rakamı İskenderiye'ye kadar gelmiştir. Zaten kuzey Afrikalı Araplar 711 yılında İspanya'ya girdiklerinde Hint matematiğini çoktan öğrenmişlerdi. Doğunun bu sanatı Akdeniz yoluyla Atina ve Roma'ya kadar uzanmıştı. Böylece, Boethius (480 - 525) bu sistemi öğrenmişti. Çünkü, Boethius'un rakamlarında Hint rakamları karakterleri vardı. Fakat bu konu biraz şüphelidir.

Rus matematikçi Bubnov'un yazdıklarına göre, sıfırsız olan bu rakamlar Avrupa'da biliniyor, abaküslerde kullanılıyor, fakat sıfır Hindistan'dan alınıyordu. Bu görüşü kanıtlayacak bir belge yoktur. Burada Woepcke'nin görüşlerine de bazı sorular sorulabilir. Eğer bu rakamlar İspanyollarınsa kökeni nedir? İtalya'ya veya Atina'ya nasıl gitmiştir? Boethius bu rakamları biliyor muydu? Şüphesiz, bu sorulara yanıt aramak bizleri yine Hindistan yolculuğuna çıkarır.

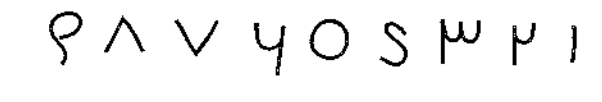
İspanyollar bu rakamlara huruf al gobar kısaca gobar derler. Ya da kuzey Afrika çöllerinden geldiği için kum sayıları diyorlardı. Biruni'nin yazdıklarına göre, Hintliler sayısal hesaplarını hep kum yüzeyinde yapıyorlardı. Bu nedenle İspanya'ya kadar bunlar kum sayıları olarak gelmiştir. Bu kum sayıları veya rakamları deyimi 950 yıllarından önce Tunus'ta Kairwanlı ve yazarı belli olmayan bir kitapta kullanılmıştır. Yazarı belli olmayan bu kitapta Gobar rakamlarıyla hesaplar yapılıyordu. Kitabın yazarının Ebu Sahl Dunash ibni Tamim olması olasılığı kuvvetlidir. Kum Rakamları Üzerine isimli ikinci bir kitabı, soyadı Hassar olan Ebu Bekr Muhammet ibni Abdullah isimli bir matematikçi yazmıştır.

Gobar rakamlarını modern olarak ilk kez tanıtan da Silvestre de Sacy olmuştur. Bu matematikçinin Arapça olarak yazdığı elyazmaları halen Saint Germain des Pres kilisesinin kütüphanesinde koruma altındadır. Bu çalışmada tam dokuz rakam vardır, fakat sıfır yoktur. Rakamın üzerine konulan bir nokta on, iki nokta yüz ve üç nokta

bin, . . . sayılarını gösteriyordu. Örneğin,

$$\dot{5} = 50, \quad \ddot{5} = 500, \quad \dddot{5} = 5\,000, \ldots$$

demekti. Aslında bu noktalı sistem modern Arap rakamlarına benzer olarak son zamanlarda İran'da kullanılmıştı. İranlıların kullandığı rakamlar sağdan sola doğru



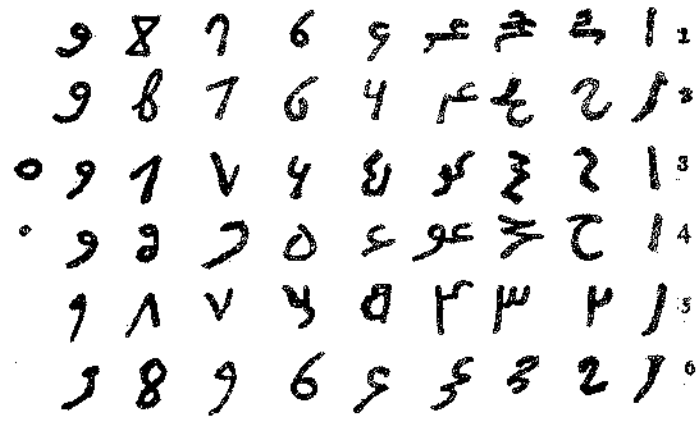
9 8 7 6 5 4 3 2 1

biçimindeydi. $\dot{۲} = 20, \ddot{۲} = 200, \dddot{۲} = 2000, \ldots$ sayılarını gösteriyordu. Buradaki nokta işaretini İstanbul'da yaşayan Bizanslı papaz matematikçi Maximus Planudes (1340) de kullanmıştı ve sıfır anlamını taşıyordu.

Babillilerden beri sıfır için nokta işareti kullanılıyordu. Araplar veya bunlara yakın halklar da sıfır anlamına gelen nokta (.) işaretini kullanmışlardı. Bakhsali'nin huş ağacı kabuğuna yazılan elyazmasında da sıfır yerine nokta kullanılmıştı. Noktanın sıfır yerine kullanılması ne Arap ne de Hint kökenlidir. Bu kullanım Babillilere aittir. Aslında bugünkü Araplar, Hintlilerin Gobar rakamı olan sıfırı hiç bir zaman kulanmamışlardır. (0) işareti Arap rakamlarında beş sayısını gösterir. Babillilerin sıfır anlamındaki nokta rakamı daha sonra İran'a geçmiştir. Onuncu yüzyılda, kuzey Afrika'daki Arap ve İbranili bilginler bu rakamların Hindistan şekilli olduğunu biliyorlardı. 950 yılında Ebu Sahl ibni Tamim tarafından, Sefer Yeşirah isimli kitap üzerine bir yorum yazılmıştır. Bu yorumda, bu rakamların Hint aritmetiği anlamına gelen Gobar veya kum hesabı olduğunu belirtmiştir. Gobar rakamları 773 yıllarında Bağdat'ta çok iyi biliniyordu. Yalnız, on dördüncü yüzyılda Cezayir'de iki farklı rakam şekilleri kullanılıyordu. Oysa kuzey Afrikalı Faslı Müslüman Arapların, bugünkü Arapların rakamlarını değil de Avrupalıların bugünkü gösterimlerini kullanıyorlardı. 987 yılında yazılan Kitab al-Fihrist isimli kitabın bir paragrafında, Hintlilerin sıfır anlamında kullandığı nokta, on, yüz, bin, . . . anlamında, kullanılmış ve kullanımın Hint dilinden geldiğini özellikle belirtmiştir. Aşağıdaki tablodaki beşinci satıra Woepcke, Gobar ve altıncı satıra da Hint demiştir. Bu da bugüne kadar yazılanların tam tersini gösterir. Beşinci satır Arapların kullandığı bugünkü rakamların atası olarak kabul edilebilir.

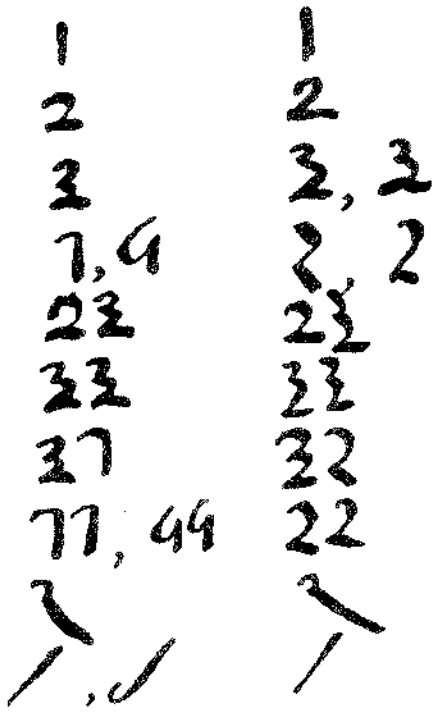
Gobar rakamlarının bazılarıyla Mısırlıların demotik ve hiyeratik şekilleri karşılaştırılırsa aralarında biraz benzerliklerin olduğu görülür. Bu nedenle Gobar rakamlarının şekilleri Mısır rakamlarının şekillerinden biraz etkilendiği söylenebilir. Hatta bazı Mısır rakamlarıyla Gobar rakamları aynıdır.

Mısırlıların demotik ve hieratik rakamlarının ilk üçü Hint rakamlarıyla aynıdır. Bundan sonra 4 ve 9 rakamlarında benzerlikler vardır. Bu benzerliklerine karşın, Gobar



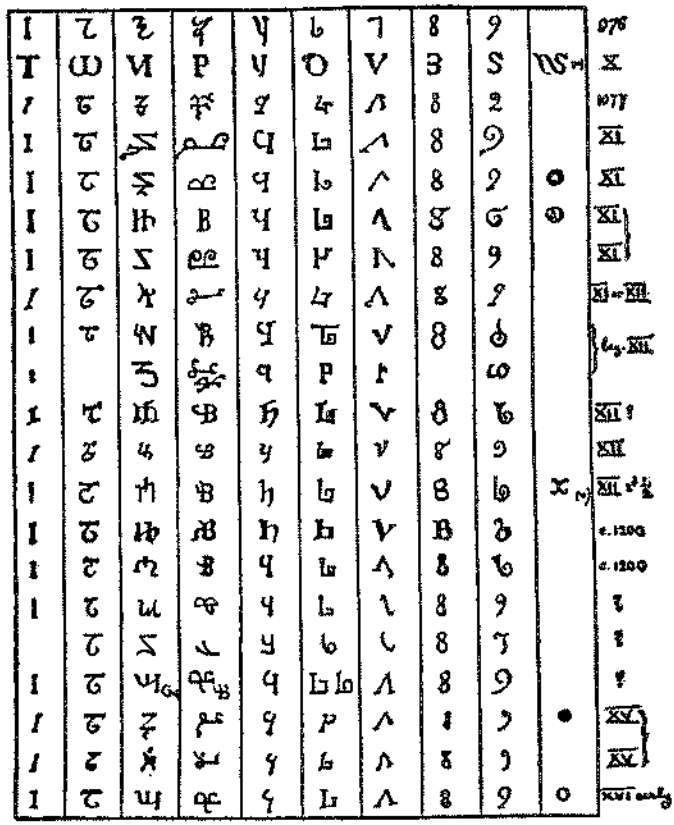
Değişik Gobar rakamları.

rakamlarının Mısır rakamlarından geldiğini gösteren hiç bir kaynak bulunamamıştır. Aşağıdaki şekiller göre Mısırlıların ilk kardinal sayıları bugünkü modern Arap rakamlarına benzer.



Demotik ve Hieratik rakamları.

Herodot, İkinci Ramses'e, Hindistan'ın pamukları ve altınlarından çok söz eder. Bunun üzerine Kızıl Deniz'den çıkan gemiler Hindistan'a kadar gider. Daha sonra bu deniz yolunu Fenikeliler, Yunanlılar ve Romalılar kullanır. Böylece, İ. Ö. dördüncü yüzyılda doğu ile batı arasında yakın bir ilişki kurulur. 330 yıllarına kadar, İngiltere, Almanya, Makedonya, Fransa ve İskenderiye şehirleri arasında Büyük İskender ile yakınlık oluşur. İskender doğuya yaptığı büyük seferinde Afganistan ve Penjap'a kadar gider. İskender bu doğu seferinde Hindistan yolunu açar. Bunun sonucunda ülkeler arasında elçilerin gönderilmesi İ. Ö. 295 yılında gerçekleşir.



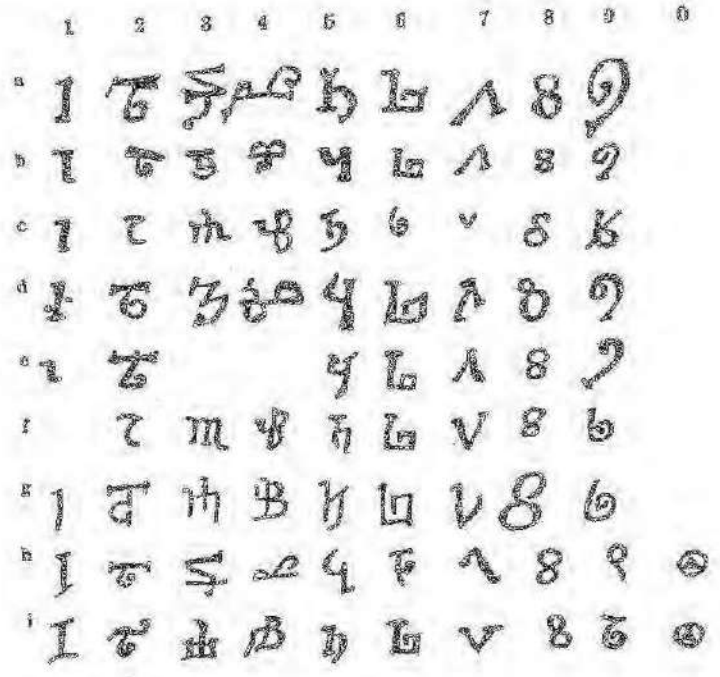
Değişik tarihlerde kullanılan değişik rakamlar.

Hintliler, Yunanlılardan veya Çinlilerden para yapma sanatını öğrendiler. Kuzey Hindistan'da bulunan paralar Yunan-Hindistan damgasını taşır. Bu paraların çoğu Yunanistan'dan gelmişti. Tüccarlar İpekyolu'yla ve deniz yoluyla Seylan, Malaka, Siam ve Java adalarına kadar gidip alış veriş yaptılar. Bu adaların çoğu o dönemde Hintlilerin kolonileriydi. Mallarını bu ülkelerde satan veya değiştiren Hintli tüccarlar Hint matematiğini buralarda öğrettiler ve kullandılar. İskender'in, Hindistan'ın yönetiminde etkisi çoktur. Metrik sistemler, ölçüler, astronomik terimler ve teknik araç isimleri Yu-

nancadan ve Roma dilinden Sanskritçeye geçti. Batının paralarının Hindistan'da kullanılması, Hindistan ile batı arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarması tarih yönünden önemlidir. İkinci yüzyıldan beşinci yüzyıla kadar olan Hint paralarında Yunan etkisi görülür. Hindistan astronomisi, ünlü astronom Ptolemaios'un (108 - 168) (ikinci yüzyıl) astronomisinden çok etkilenmiştir. Altıncı yüzyılda Varaha Mihira'nın yazdığı astronomi kitabı tam batılı bir düşünceyle yazılmıştır. Aryabhata daha çok Ptolemaios'dan yararlanmıştır.

Ünlü tarihçi ve coğrafyacı bilgin Strabon (İ. Ö. 64 - İ. S 23), Yunanistan'dan çıkıp Efes'ten, Antalya'dan ve Kapadokya'dan Hindistan'a hangi yolla gidileceğini açıklamıştı. Böylece, doğunun ürünleri batıya bu yolla ulaştı. Bu ticaret yolları Hindistan ile batı arasındaki ticareti geliştirdi. Bu iletişim matematikle pekişti. Çin'in, Mezopotamya, Mısır ve Yunanistan ile olan ilişkisi daha eskiydi. Çünkü Herodot, Çin'in ev yaşamının, gelenklerinin, evlenme şenliklerinin, halk öyküleri anlatanların ve kukla gösterilerinin Mısır'dan alındığını yazar. Bunun gibi daha çok sayıda araç ve teknolojiler Mezopotamya, Mısır, Yunan ve Romalılardan Çin'e geldiğini yine Herodot uzun uzun anlatır. Klasik Akdeniz uygarlığı Çin'de görülür. 1898 yılında Çin'in Pakli kentinde bulunan Roma paraları, İ. Ö. 114 yıllarında yaşayan Hadrian dönemine aittir.

Batının Çinlilerle olan alış verişlerinden Hintliler de yararlandılar. Özellikle İpekyolu'nun bu olayda önemi büyüktür. İ. Ö. üçüncü yüzyılda Hindistan'da Budizm dini doğdu. Himalayalar'a Türkistan'a ve Çin'e yayıldı. Çin İmparatoru 62 yıllarında Hin-



Abaküs çalışmalarında kullanılan bazı rakamlar.

distan'a bir elçi gönderdi. 67 yılında Budist rahip Çin'i ziyaret [illegible] Afganistan' dan Penjap'a kadar olan yörelerde Asoka rakamları [illegible] başladı.

Hindistan'a, Perslerin de etkisi oldu. Çünkü Persler, Jon[illegible] zacılık okulu açtılar. Bu okulda Hint ve Yunan ilkelerinde dersler [illegible] edebiyatı altın çağını yaşıyordu. Hintlilerin satrancı Perslere geçti. [illegible] döneme rastlayan altıncı yüzyıllarda Mısırlı rahip Cosmas, [illegible] ve Seylan'a bir gezi yaptı. 547 yılında, bu yolculuk sonunda çizdiği [illegible] Afas Okyanusu'ndan Hindistan'a kadar olan bölgeleri içeriyordu. Cosmas, burada Hint matematiğini yakından gördü.

Hintlilerin, Türklerle ilişkisi çok eskiydi. Araplarla olan yakınlığı Hazreti Muhammet'le başladığını söylemek doğru değildir. Çünkü Mekke'de yerleşen Yahudilerin kervanları İpekyolu'yla Hindistan'a ve Akdeniz kıyılarına ticaret amacıyla gidip gelirdi. Yemen'in kumaşı Akdeniz kıyılarına ve doğuya kadar bu kervanlarla yayılıyordu. Dokuzuncu yüzyılda bu ticaret deniz yoluyla Hindistan'a ve Çin'e ulaştı. Kısacası, çağdaş malların pazarlandığı bir yer durumuna geldi. Yalnız bu pazarlarda [illegible] kenin sayısal sisteminin kullanılması oldukça sınırlıydı. Araplarla, Arabistan'da [illegible] Müslümanlığı yaymak için savaşlardan çok önce, dünyanın en [illegible] ticaret merkezi ve pazar yeri Mısır'ın İskenderiye kentiydi. Kervanlar ve gemilerle buradan Akdeniz yöresine, Karadeniz'e, Ortadoğu ve Uzakdoğu'ya ve Hindistan'a kadar Orta[illegible] malları gidip geliyordu.

Buraya kadar kısa bir özetini yaptığımız sosyal, ekonomik ve kültürel [illegible] distan matematiğinin gelişmesini ve kullanışlı olması nedeniyle neden dünyaya yayıldığını gösterir. Bu matematik, Çin, Seylan, İran, Malay, Türkistan, Bağdat, Suriye, İstanbul, İskenderiye, Kuzey Afrika, Tunus, Fas, İspanya, İtalya, Almanya ve Avrupa'nın [illegible] dar yayılmıştır. Bugün ise, hemen hemen tüm dünyada modern matematiğin [illegible] olarak kabul eldilmiştir.

Doğu ile batı arasındaki ticaret ve yolculuklar hiç bir zaman durmamıştır. Tüccarlar bu alış veriş işlerinde matematiklerin bir ülkeden diğer bir ülkeye geçişlerini sağlamışlardır. Bunun sonucunda matematikçi bilginler ortaya çıkmıştır. Gobar rakamlarıyla tüccarlar ve matematikçiler hesaplar yapmışlar ve etraflarına öğretmişlerdir. 1000 yılına kadar Avrupalılar Gobar rakamlarından yeteri kadar yararlanamamışlardır. 1202 yılında Fibonacci bu işte öncü bir görev üstlenmiştir. Avrupa matematiğini [illegible] uykudan Harizmi'nin cebiri uyandırmıştır.

Şimdi, Hint kökenli olan rakamlar Müslüman dünyasında nasıl [illegible]

Hazreti Muhammet zamanında ve onu izleyen halifelerin [illegible] için büyük fetihler yaptılar. Bu fetihlerde Kuzey Afrika'dan Anadolu'ya, İran'a, Irak'a,

Türkistan'a, Afganistan'a ve Hindistan'a kadar olan bölgelere hemen hemen ulaşıldı. Müslümanlar bu bölgelere gelmeden önce buralarda bilim ve bilginler vardı. Örneğin, 531 yıllarında İran'da yönetime gelen Khosru Nusirvan, doğu ve batıyı çok iyi bilen bir yöneticiydi. Bilime çok önem verdiği için Aristo ve Eflatun'un tüm yapıtlarını Farsçaya çevirtti. Pilbay'ın masalları Sanskritçeden Farsçaya hemen çevrildi.

Hint rakamlarını Bağdat'a 773 yılında Hintli astronom Kankah getirdi. Bu kitap Fazari (?, 796 - 806) tarafından Arapçaya çevrildi. Harizmi ve Habash, çalışmalarını bu çevirideki astronomik tablolara dayandırdı. Zaten Hint rakamları Müslüman dünyasına bu kitapla tanıtıldı. Sekizinci ve dokuzuncu yüzyıllarda el Masudi, el Biruni, el Kindi, Sened ibni Ali ve el Şufi, Hint rakamlarıyla eserler veren ve anılmaya değer matematikçilerdi. Bağdat'ta bulunan Türk, Arap ve İranlı matematikçiler tam beş yüzyıl Hint aritmetiği üzerine eserler verdiler. Bunlardan bazıları, Abdallah ibni el Hasan, Ebül Kasım, Muhammet ibni Abdullah ve Ebu Nasr olarak sayılabilir. Bu dönemde veya bu dönemden önce Hint matematiğiyle hesap yapan matematikçilerin bir listesi 987 yılında Harranlı Sinan ibni el Fath ve Ömer el Karabisi tarafından Fihrist'te yayınlanmıştır. On birinci yüzyılda el Biruni (973 - 1048), Ali ibni Ahmet, Ebül Hasan ve el Nasavi (1030) gibiler Hint matematiğiyle çalışmalar yaptılar. On ikinci yüzyılda İshak ibni Yusuf el Şardafi ve Samuil ibni Yahya ibni Abbas el Magrebi el Andalusi (1174) ve on üçüncü yüzyılda Abdallatif ibni Yusuf ibni Muhammet, Muvaffak el Din Ebu Muhammet el Bağdadi (1231) ve ibni el Banna gibi isimler sayılabilir.

Hint matematiğiyle yalnız Türk, İran ve Arap bilginler eserler vermemiştir. İstanbullu Yunan papaz Maximus Planudes, on dördüncü yüzyılın ilk yarısında Indian Aritmetics (Hindistan Matematiği) isimli bir kitap yazmıştır. Yunan dilinde yazılan bu kitap tümüyle Hint matematiği kuralları ve Hint rakamlarıyla doluydu. Zaten Planudes Hint matematiğini Bağdat'ta öğrenmiş, bu konuda eserler verecek durumu gelmişti. Yalnız, Planudes'in bu çalışmaları her nedense Avrupalılar tarafından yeteri kadar ilgiyle karşılanmadı ve İstanbul yöresinde eriyip gitti.

Woepcke tarafından değinilen önemli ve ilginç bir belge vardır. Bu belge 970 yıllarından hemen önce yazılmıştır. Bu belgeye göre Araplar, Hintlilerin Gobar rakamlarından farklı olan Arap rakamlarını kullanmışlardır. Bu konuda yazılan çalışma, Sayılar Üzerine İlginç ve Güzel Problemler başlığıyla yazılmıştır. Bu kitap, Ahmet ibni Muhammet ibni Abdaljalil Ebu Sait el Sijzi (951 - 1024) tarafından, papaz ve fizikçi olan Nazif ibni Yumn el Qass'ın (ölümü 990) bir çalışmasından kopya edilmiş ve Arap rakamlıdır. Her nedense Suter, Nazif'in bu çalışmasından hiç söz etmez.

Yalnız Arapların kendileri, çok kuvvetli bir zeka ürünü olan özgün buluşları hiç bir zaman gerçekleştirememişlerdir. Örneğin içlerinden bir Euclides, bir Archimedes veya bir Newton çıkmamıştır. Yunanistan ve Hindistan'dan aldıkları matematikleri belli bir dönemde çeviri yoluyla yaşatmışlar ve gelecek kuşaklara iletilmesi görevini yapmışlardır. Bu çeviriler ve yazmalar daha çok saray çevresinde ve bilginler arasında kalmış

ve halka inemediği için belli bir süre sonra yok olup gitmiştir. Eğer halk okulları açılıp bu bilimler yoğun bir şekilde gençliğe iletilebilseydi, Türkler ve Müslüman dünyası Rönesans'a Avrupa'dan daha önce ulaşabilirdi.

Hazreti Muhammet, Müslüman dünyasının bilim yolunu izlemeleri için ışığı yakmıştı ve bilimin Çin'de de olsa alınıp öğrenilmesi gerektiğini söylemişti. Bu geleneği Abbasi Halifelerinden Mansur (709 - 775), Harun Reşit (766 - 809), Memun (786 - 833) ve diğerleri biraz olsun sürdürdü. Taht kavgaları ve savaşlar bu işi bitirdi. Müslümanlığın yayılması sekizinci yüzyıldan on üçüncü yüzyıla kadar Roma, Atina ve diğer uygarlıklarla karşılaştı ve bu uygarlıklardan etkilendi.

İslamiyetin geniş bir bölgeye yayılmasından önce ve sonra, Hintlilerin Gobar rakamları Kuzey Afrika'ya ve Avrupa'ya doğru yolculuğuna devam ediyordu. Sekizinci yüzyılda Bağdat'ta ürününü çoktan vermişti. Mansur, Harun Reşit ve Memun döneminde Bağdat bilim merkezi durumuna gelmişti. Özellikle matematik burada en yüksek düzeyine ulaşmıştı. Sindhind'in Arapçaya çevrilmesinden sonra bu konuda en yetkin ve ünlü kişi Harizmi olmuştu. Doğunun ve batının seçkin matematikçi grubu burada toplanmış, aritmetik, güneş saati, astrolap, takvim bilimi, geometri, astronomi ve cebir üzerine çeviriler yapılmıştı. İlk aritmetik kitaplarında yeni Hint rakamlarıyla algorizm sözcüğü kullanılıyordu. İşte Hint rakamlarıyla yazılan bu eserler Bathlı Adelhard (1130) ve Robert Cestrensis tarafından Latinceye çevrilecekti. Bu çeviriler daha sonra Cambridge'de bulunacak ve 1857 yılında Boncompagni tarafından yayınlanacaktı.

El Memun döneminde Bağdat sarayında çalışan Yahudi bir astronom vardır. Harizmi'nin çağdaşı olan Ebül Teiyip Sened Ali, Memun'un ricasıyla müslüman olmuştu. Hint aritmetiği üzerine yaptığı bir çalışma o dönemlerde oldukça dikkati üzerine çekmişti. Bu tarihten çok uzun bir süre sonra bile Hint sayılarıyla Arap sayıları arasında kavga durmadı ve devam etti. Örneğin, Ali ibni Almet el Nasavi, 1025 yılında yazdığı aritmetik kitabında, sayıların sembol şekillerinin kendi yaşadığı dönemde halen belirlenmemiş olduğunu ve halkın çoğunun kesinlikle Arap rakamı şekillerini yeğlediğini bize söyler.

Müslüman dünyasında iki tür rakam şekli kullanılmıştır. Bunlardan birisi bugün Arapların kullandığı, diğeri de Harizmi'nin kullandığı Hint kökenli Gobar rakamlarıdır. Şimdi, Harizmi ve diğer matematikçilerin kullandığı Hint kökenli Gobar rakamlarının nasıl bulunduğunu, Avrupa'ya hangi yollarla geçtiğini ve değişerek nasıl bir evrim geçirdiğini görelim.

Her ne kadar Boethius'un rakam şekillerini bazıları Hint rakamlarına benzetiyorsa da, Boethius'un sıfırsız Hint rakamlarını tam olarak bilip bilmediği biraz şüphelidir. Avrupalılar bu rakamları öğrendiklerine göre, bu rakamları nasıl tanıdıklarını göstermek gerekir. Yoksa ben söyledim oldu buyruğu bilimsellikten çok uzaktır.

Doğu ile batı arasında tarih boyunca alış veriş devam etmiştir. Büyük bir olasılıkla, bu matematikler bu ticaret merkezlerine sıradan tüccarlar tarafından değil de bilginler tarafından getirildiği söylenir. Böylece, Hint rakamlarının Avrupa'ya ilk girişini hiçbir zaman bilemeyeceğiz. Daha önceden geleceği ve törenler düzenleneceği gibi bir ortam olmadığı gibi böyle bir bilinç de yoktu. Çünkü, ilk girişi o dönem için belki hiç önemli değildi. Bugün bu konunun ne kadar işe yarayacağını hiç kimse bilemezdi. Her nasıl ve ne yolla olursa olsun Hint rakamları Avrupa'ya ilk girişini yapmıştır. Bu konuda İspanya'ya ve İtalya'ya girişi hakkında bazı bilgiler vardır. Kuzey Afrikalı olan Faslı Müslümanlar, İspanya kıraliık tahtında hakları olduğu savıyla İspanya'ya girerek zaptettiler.

İspanya, üç yüzyıl Gotların yönetiminde kalmıştı. Halife bin Melik döneminde kuzey Afrika ele geçirilmiş, ordu komutanlığına da Musa bin Nusayr atanmıştı. İspanya ve Avrupa'yı ele geçirmek amacıyla Nusayr'ın komutanlarından Tarık bin Ziyat (654 - 720), 710 yılında önce keşif seferiyle, daha sonra da İspanya'yı zaptetmek amacıyla, Nusayr'dan aldığı yedi bin kişilik bir orduyla Septe Boğazını geçmiş ve İberik Yarımadası'na ayak basar basmaz ordunun geri dönme umudunu kırmak için 711 yılında donanmasını yaktırmıştır. Yaptığı savaş sonunda Gotları yenmiş ve İspanya'yı ele geçirmiştir. Got kıralı öldürülmüş, Archidona, İlbire, Kordoba ve Toledo alınmıştır. Ordusunu geçirdiği yere Cebelik Tarık Boğazı, ordusunun ilk karaya çıktığı kısma da Cebeli Tarık Dağı ismi verilmiştir. Endülüs Emevileri ismiyle anılan bu yönetim İspanya'da tam beş yüzyıl egemenliğini sürdürmüştür.

850 yıllarında Hıristiyanlara dinlerini serbestçe seçme özgürlüğü verilmişti. Endülüs Emevileri aracılığıyla Hint rakamları kuzey Afrika'dan İspanya'ya girmiş, Kordoba, Granada ve Toledo'da çeviri merkezleri oluşturulmuştu.

Uygurun Gobar rakamlarını Avrupa'ya taşıyan gezginciler ve elçiler de vardır. Tüccar Süleyman'ın kayıtlarına göre, ünlü bir Arap tüccarı dokuzuncu yüzyılda Avrupa'ya deniz yoluyla gelmişti. İşte bu tür tüccarlar ve elçiler aracılığıyla Avrupa, Hint rakamlarıyla tanışmaya başladı. Bundan az sonra 956 yılında yola çıkan Ebül Hasan Ali el Masudi, doğuda Çin Denizi'ne açıldı. Daha sonra Zengibar'a gitti. Batıdaki Atlas Okyanusu kıyılarını da dolaşan Masudi, Hintlilerin dokuz rakamıyla hesap yapılması üzerine konuşmalar yaptı.

Bağdatlı bir tüccar olarak da bilinen Ebül Kasım Obeidallah ibni Ahmet 850 yılında Yollar ve Şehirler isimli bir kitap yazdı. Bu kitap, Yahudi tüccarların Farsça, Yunanca, Latince, Arapça, Fransızca, İspanyolca ve Slavca dillerinde konuştuklarını özellikle belirtir. Bu tüccarlar doğudan batıya ve batıdan doğuya kara ve deniz yollarıyla yolculuklar yaptılar. Akdeniz yöresi, Avrupa, Arap Yarımadası, Önasya, Hindistan, Çin, Hicaz, Cidde ve Kızıl Deniz yollarıyla Kervancılar ve gemiciler mallarını sattılar. Fransa'dan ve İspanya'dan ayrılan tüccarlar Afrika ve Mısır şehirlerinden geçtiler. Venedikli gemiciler de boş durmuyorlardı. Daha sonra Ramleh, Damacus, Küfe, Bağdat ve Basra'ya ulaştılar. Ahvaz, Fars, Kirman ve Sind yoluyla Hindistan'a ve Çin'e kadar gittiler.

900 yılları dolaylarında yapılan bu yolculuklarda, tüm sayı sistemleri pazarlarda malların değerlerini göstermede ve satış heseplarında çok sık kulanılırdı. Tüccarlar bu alış verişlerde hangi sayı sisteminin okunup yazılması ve hesap işlemlerinde hangisinin daha kolay olduğunu gördüler. Ülkeler arasındaki bu olayı kanıtlayan ve halen British Müzesi'nde bulunan çapraz şekilli elmas işlemeli bir broş vardır. Bu broş, Müslümanların Kufik yazı karakterleriyle on birinci yüzyılın başlarında İngilizce olarak elmaslarla "There is no God but Got" süslemeleri vardır. Yani, "Tanrıdan başka tanrı yoktur" şeklinde çevirilebilir. Bu tür yazı şekli nasıl ve hangi yolla İngiltere'ye gelmiştir? Yorklu Alcuin zamanında gelmiş olacağı sanılıyor. Eğer Kufi karakterli yazı İngiltere'ye ulaşmışsa, Arapların rakamları neden buralara kadar ulaşmamıştır?

Edebiyat alanında da birbirine geçmiş olaylar vardır. İranlı şair Sadi'nin Gülistan isimli eserindeki bir paragraf şöyledir:

"Yüz kırk devesi, elli kölesi ve hamalı olan bir kervancıyla karşılaştım. Bana verdiği yanıtta, İran'dan Çin'e kükürt götüreceğini, çünkü kükürdün oralarda çok iyi para ettiğini söyledi. Çin'den alacağı Çin çinilerini Roum'da satıp oradan yüklediği ipekleri Hindistan'a satacağım. Hindistan'dan alacağım çelik eşyaları Halep'te, Halep'te alacağım cam eşyaları Yemen'de ve Yemen'den alacağım elbiseleri de İran'da satacağım."

Bu kervancının kültürlü biri olduğu ve seçkin bir sınıftan geldiği söyenemez. Bilgin zaten değildir. Sadece kulaktan işittiği ufak bilgileri bir ülkeden diğer bir ülkeye taşıyan sıradan bir aracı olabilir. Doğu ile batı arasındaki bilgileri aktaran elçiler de vardır. Ülkeler arasında elçilerin atanması, sayıların Avrupa'ya girmeye başladığı döneme rastlar. Örneğin, Charlemagne, 800 yıllarında bir adamını Bağdat'a gönderir ve matematik hareketlerini izlemesini, öğrenmesini ve ülkesine getirmesini ister. Bu elçilerin bazıları serüvenleri seven bilginlerdi ve bir macera olsun diye tehlikeli görevlere giderlerdi. Tehlike dolu yolculuklar yapar, bu uzun yolculuklarda ölenler veya öldürülenler olurdu. Soygunlar sıradan olaylardı. Bu bilgin gezginciler gittiği yerlerin kitaplarını ve bilgilerini toplar, bunlar üzerine yorucu çalışmalar yaparlardı. Yorklu başpiskopos Albert bunlardan biriydi. 766 ile 780 yılları arasında bu şekilde tehlikeli ve zor elçiliklerde bulunmuştur. Suriyeli Timotheus (778 - 820), Hindistan'a elçi olarak gönderildi. Daha sonra Hindistan'a papaz olarak atandı. Dokuzuncu yüzyılda Çin'e giden İbni Vahap, burada Hıristiyan putlarını gördü ve imparatorluk mahkemesinde dini önder olarak görev yaptı. Bu şekilde elçilik görevlerini yapan kişiler, gittikleri ülkelerin herşeyini öğrenerek ülkelerine döndüler. Alfred (849 - 901) zamanında bir misyoner İngiltere'den Hindistan'a kadar gitti.

Ortaçağ boyunca Avrupa bakkallarında satılan mallar genel olarak Asya'dan geliliyordu. Suriye, Önasya ülkeleri ve Kıbrıs'tan yün, bal ve tatlı şeyler gelirdi. Güzel kokulu maddeler Hindistan'dan, işlemeli ürünler İran'dan ve Çin'den satın alınıyordu. Justinian (550) döneminde Çin ile ipek ticareti yapılıyordu. Bu amaçla Seylan'da bir ticaret merkezi kurulmuştu. Türkistan'a kadar ulaşan tüccarlar doğuda yetişen ürünleri

batıya taşıyorlardı. Yedinci yüzyılda, İran ile Hindistan ve İran ile İstanbul arasında çok iyi işleyen bir ticaret sistemi geliştirilmişti. Hatta bu İpekyolu'nda yolculuk yapan kervancıları her ülke kendi sınırları içinde özel olarak koruyorlardı.

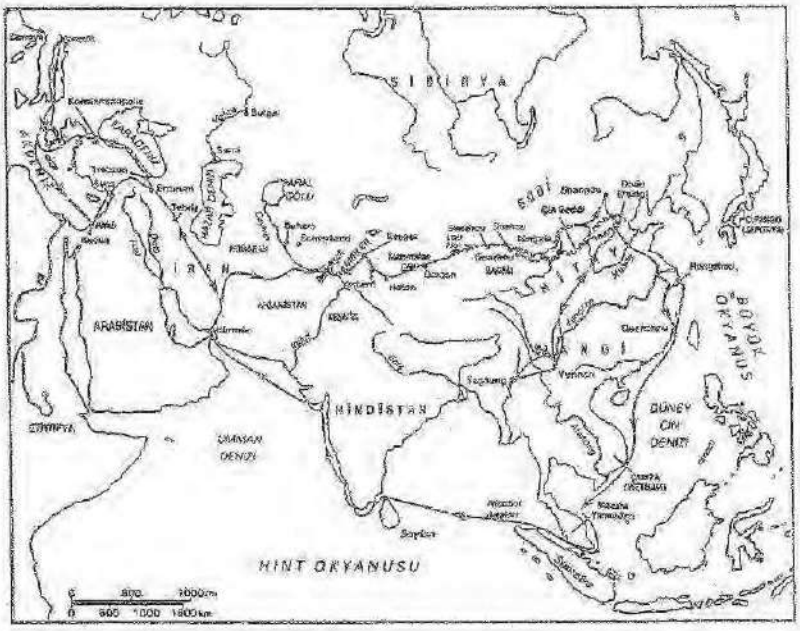
İşte bu kervanlarla veya deniz yoluyla gidip gelen tüccarların arasında sık olmasa da gerçek bilginler de yolculuk yapıyordu veya bazı tüccarlar bu düzeydeydi. Bu iletişimde ülkeler arasında bilgiler, gelenekler ve uygarlıklar gidip geliyordu. İtalya'ya Hint rakamlarının geldiği ve bazı hesapların yapıldığı on birinci yüzyılın başlarında, İtalya'da yaşayan Afrikalı bir Bizans, Afrika'nın ve Asya'nın, hatta Hindistan'ın büyük bir kısmını gezmek üzere İtalya'dan yola çıkar. Bu serüvenci gezgincinin amacı, doğunun fen bilimlerini öğrenmekti. Tam otuz dokuz yılını bu yolculuklarda geçiren Afrikalı, Babil'de çok sıcak karşılandı, ağırlandı ve konuk edildi. Salerno'ya döndüğünde kıraliar gibi karşılandı ve ödüllendirildi. Onuncu yüzyılda I. Otto'nun (936 - 973) oğlu İstanbul'dan bir prensesle evlendi. Bu kıral İspanyol Faslıları ile görüştü ve saray bilginleriyle tanıştı. Bu yakınlaşma sonucunda doğu ile batı bilginleri bir araya getirildi.

Tüm bunların ötesinde 312 yılında Hıristiyan olan Avrupalılar, Jaruselam'da hacı olmak amacıyla Ortadoğuya gidip hacı oldular. Bu olay bundan sonra her yıl bir gelenek halinde devam etti. Hacılar doğunun mallarını dönüşte ülkelerine götürdüler. Bunların içinde kağıt, mücevher gibi çok sayıda uygarlık araçları bulunuyordu. Hac yolculukları Avrupa ile Asya ve Afrika'nın uygarlıklarını birbirine yaklaştırdı. 652 yıllarının başlarında Araplar kuzey Afrika kıyılarını aldılar. Sicilya'yı yağmalayıp Kıbrıs ve Girit'i kendilerine bağladılar. 827 yılında bu adalar yeniden geri alında. 850 ile 900 arasında Araplarla Avrupalılar arasında gidip gelmeler ve savaşlar, bu ülkelerin kültürlerini ve uygarlıklarını kaynaştırdı. Amalfi kenti Faslıların ticaret merkezi durumuna geldi.

Nicolo ve Maffeo Polo kardeşler 1260 yılında İstanbul'dan Çin'e gitmek üzere yola çıktılar. Çin'i kendisine bağlayan Moğol hükümdarı Kubilay Han'a misafir oldular. 1269 yılında Venedik'e geri döndüler. İkinci Çin yolculuğuna Nicolo'nun oğlu Marko Polo'yu (1254 - 1324) da aldılar. 1271 yılında yola çıktılar. İran'ı, İçasya'yı ve Hindistan'ı geçerek üç yıl sonra Çin'e vardılar. 1275 yılında Kubilay Han'ın hizmetine giren Marko Polo, çeşitli görevlerle ülkenin çok yerini gezdi ve bu ülke hakkında çok bilgiler topladı. Yirmi yıl Çin'de kaldıktan sonra zengin olarak 1292 yılında kara ve deniz yollarıyla Venedik'e geri döndü. Bu gezi notlarını geniş ciltler tutan kitaplarla yayınladı.

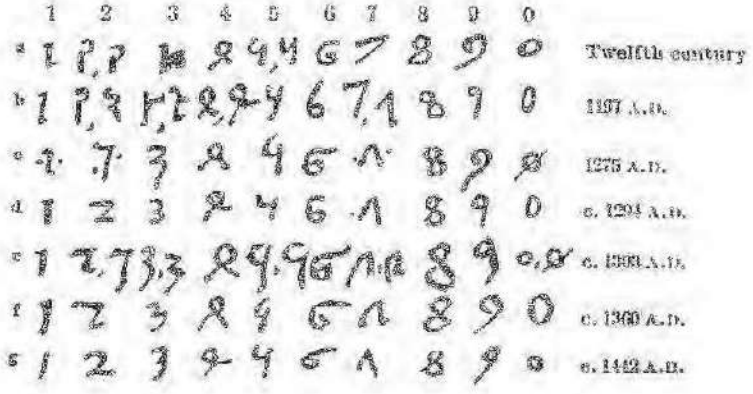
Boethius'un döneminde, bilginlerin doğu rakamları hakkında bilgileri olmuştu. Gerbert, sıfırsız dokuz rakamı doğululardan değil de İspanyol Müslümanlarından öğrenmişti. Bu iletişimde kuzey Afrikalı Müslüman tüccarların etkisi çok fazladır. Zaten Gerbert zamanında bu bilgilere İtalya'nın birçok yerinde rastlamak mümkündü.

Doğu ile batının birbirlerine yaklaşmasından birkaç yüzyıl önce, Hint rakamlarının baskıları Hıristiyan Avrupa'sında görüldü. İtalya'da olduğu gibi, dokuzuncu yüzyılda Avrupa'nın birçok yerinde bu rakamlara rastlanılıyordu. Gerbert, bu rakamları ve Hint



Marko Polo'nun 1271 - 1295 yılları arasında yaptığı gezide izlediği yol.

hesabı yöntemini İtalya'da öğretmek için uzun yıllar harcayanlardan biridir. 1003 yılında ölünce, onun çalışmalarını öğrencilerinden Bernelinus ve Richer devam ettirdi ama bu kişiler fazla etkili olamadılar. Çok sayıda Avrupalı matematikçinin çalışmaları sonucunda Hintlilerin Gobar rakamları benimsendi. İspanyol ve İtalyan matematikçilerinin bu konudaki hizmetleri çok fazladır. Yalnız, Gerbert'in matematiğinde de sıfır rakamı olmadığı için bu matematik bir türlü ilerleyemiyordu. İlerlemesi için sıfır rakamının Avrupa'ya Harizmi'nin cebiriyle girmesi ve kullanılması gerekecekti.



Hintlilerin Gobar rakamlarının Avrupa'da ilk elyazması şekilleri ve bu rakamların evrimi yıllara göre bu biçimdeydi.

a. Bu satırdaki rakamlar on ikinci yüzyıla aittir. Curtze'nin aritmetik üzerine yaptığı bir elyazmasından alınmıştır.

b. Bu satırdaki rakamlar Regensburg'un olayları açıklayan bir defterinden alınmıştır. Bu rakamların bazıları Alman kaynaklarında da görülür.

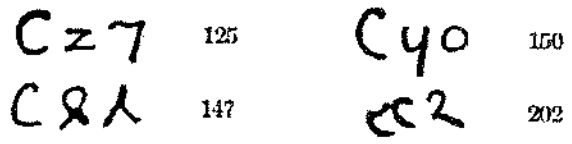
c. Bu satırdaki rakamlar 1275 tarihli Fransız Algoritması'ndan alınmıştır. Orijinal fotografları yayınlanmamış olan bu rakamların D. E. Smith'in kendi koleksiyonunda saklanmaktadır.

d. Bu satırdaki rakamlar Boethius'un 1294 tarihli elyazması notlarından alınmıştır ve halen Mr. Plimpton Kütüphanesi'ndedir.

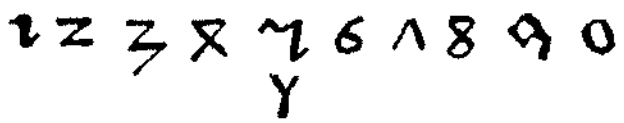
e. Bu satırdaki rakamlar 1303 tarihlidir ve Sigmaringen'de elyazması şeklindedir.

f. Bu satırdaki elyazması rakamlar 1360 tarihlidir ve halen British Müzesi'ndedir.

g. Bu satırdaki rakamlar 1442 tarihlidir ve Sacrobosco'nun Algorismus isimli kitabından alınmıştır. Halen Mr. Plimpton Kütüphanesi'ndedir.

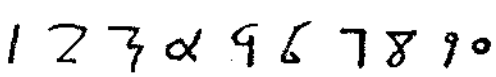


Bazı Romen sayıları. Bazı Hint sayıları. (1470)



Hintlilerin Gobar rakamlarının Avrupa'daki ilk elyazmaları bu şekle kadar ilerlemişti. (1471).

Ortaçağ yazarları içinde bu yeni rakamların Avrupa'ya yayılmasında ve tanıtılmasında en büyük hizmeti Pisalı Leonardo Fibonacci (1170 - 1240) yapmıştır. Çok sayıda ülke gezen Leonardo, 1202 yılında Liber Abaci isimli kitabını yazdı.

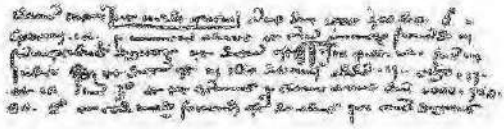


1370 yıllarında İtalya'da kullanılan Gobar rakamları.

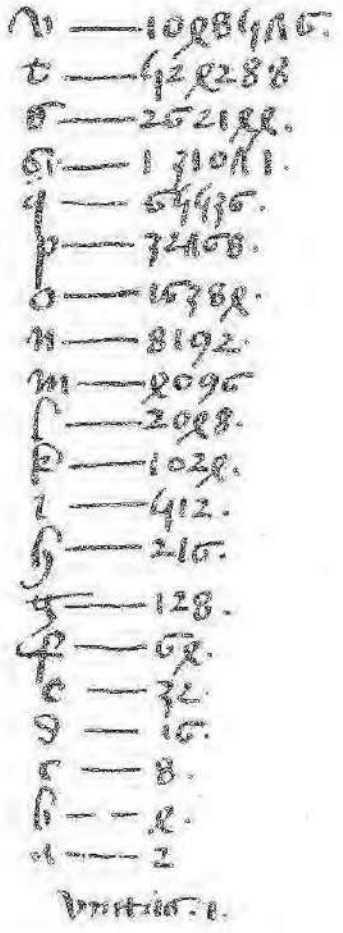


1430 yıllarında İngiliz paralarında görülen bazı rakamlar ve sayılar bu şekilde yazılmıştı.

Ortaçağ boyunca rakamların elyazmaları yüzyıldan yüzyıla değişiklikler gösterdiği gibi yazardan yazara da değişiklikler gösteriyordu. Örneğin 1400 yıllarında 5782 sayısı 5.7.8.2. biçiminde yazılıyordu. İtalya'da 1384 sayısı 1000.300.80.4. biçiminde yazma gibi güçlükleri vardı ve bununla ilgili bir yazı aşağıda olduğu biçimdeydi. Bu belge halen Mr. Plimpton Kütüphanesi'ndedir. Kitap baskıları yapılmaya başladığında bu yazımlar daha kısaldı.



1384 sayısının yazılması.



Bu belgenin birinci sütünu Latince ve ikinci sütunun da Gobar rakamlarıyla yazılmıştır. Yazılar 1424 yılında Portekizli bir fizikçi olan Rollandus tarafından Paris'te yazılmıştır.

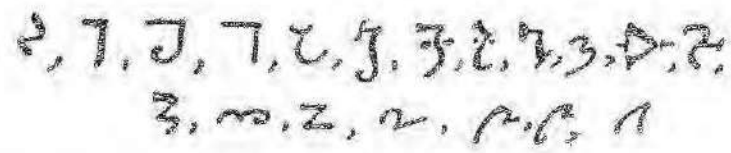
Şimdi, rakamların geçirdiği evrimleri görelim.

1. Bir sayısı ilk basılan kitaplarda i harfi ile yazılmıştır. j harfini kullananlar da vardı. Bugünkü modern şekli 1 olarak yerleşmiştir. Elyazması bir rakamı



biçiminde kullanılmıştır.

2. İki sayısı ilk basılan kitaplarda z şeklinde yazılmıştır. 12 sayısı iz biçiminde yazılıyordu. Ortaçağ elyazmalarında



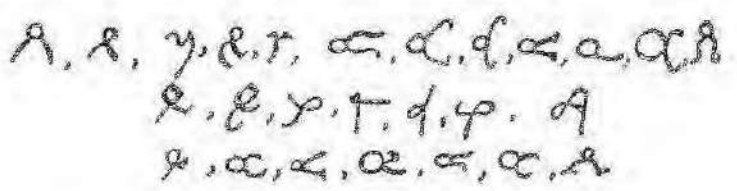
şeklinde görülmüş ve kullanılmıştı.

3. Üç sayısının rakam şekilleri



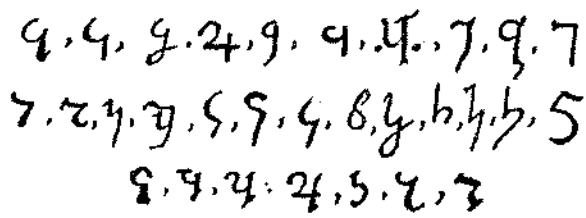
biçiminde kullanılmıştır.

4. Dört sayısının çok değişik rakam şekilleri kullanılmıştır. Modern şekli 4 işaretlidir. Dördün elyazmaları



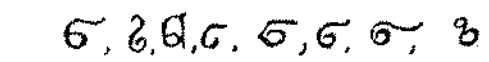
olarak görülmüştür.

5. Beş sayısını gösteren rakamlar



şekillerinde kullanılmıştır. Modern şekli 5 işaretidir.

6. Altı sayısını gösteren rakamın şekli diğerlerine göre çok fazla değişiklikler göstermemiştir. Elyazması şekilleri



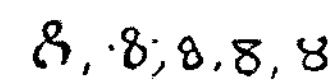
biçimindedir.

7. Yedi sayısının dört sayısı gibi fazla değişik şekilleri vardır. Modern gösterimi 7 biçimindedir. Avrupa'daki elyazmalarında



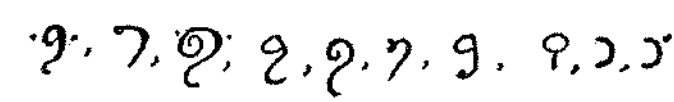
şekilleri görülmüştür.

8. Sekiz sayısını gösteren rakamın şeklinde fazla bir değişiklik yoktur ve



olarak kullanılmıştır.

9. Dokuz sayısını gösteren rakamda da fazla bir değişiklik olmamıştır ve Ortaçağ boyunca



olarak kullanılmıştır. Modern kullanın şekli 9 biçimindedir.

0. Sıfır rakamı tarih boyunca değişik biçimlerde kullanılmıştır. Ortaçağ boyunca elyazması kitaplarda



olarak kullanılmıştır.



El Biruni (973 - 1048).

Şimdi biraz da eğlenelim. Bu eğlencenin tarihi kökeni çok eskidir ve kökü doğuludur. Kökeninin nereye kadar gittiği de belli değildir.

Sessa Efsanesi

Arap-Fars yazınında, Hint ulusunun övündüğü üç eser bulunduğu söylenmiştir sık sık.

– Hintlilerin onlu sayılaması ve hesap yöntemleri;

– Panchatantra masalları (Kalila wa Dimna diye bilinen masal belki oradan alınmıştır);

– Ünlü efsanesini burada modern ifadelerle anlatarak bu bölüme başlayacağımız, santranç oyunun atası Chaturanga'dır ...

Sessa adında bir Brahman, bir hükümdarın, ne denli güçlü olursa olsun, halkı olmadan bir hiç olduğunu çağdaşlarına kanıtlamak için, günün birinde Chaturanga oyununu icat etmiş.

Oyun 8'e 8 gözlü bir dama tahtası üzerinde, 8 taşla şah, fil, at, araba ve 4 asker ve dört kiyişle oynanmaktadır; zar atarak kazanılan noktalara göre ilerlenir.

Hindistan kıralına sunulduğunda, kıral oyunun uzunluğuna ve olanaklı birleşimlerinin hatırı sayılır çeşitliliğine öyle hayran kalmış ki, ödüllendirmek için Brahmanı yanına çağırtmış:

– Bu müthiş icadın için sana bir hediye vermek istiyorum, demiş kıral. Ödülünü kedin seç, hemen vereceğim. Senin en çılgın dileğini bile yerine getirecek kadar zengin ve güçlüyüm ben.

Brahman, yanıtını düşündükten sonra, dileğinin inanılmaz alçak gönüllülüğüyle herkesi şaşırtmış.

– Hükümdarım, demiş, bana tablanın 64 gözünü dolduracak kadar buğday tanesi vermeni dilerim: Birinci göze bir tane, ikinci göze 2 tane, üçüncü göze 4 tane, dördüncü göze 8 tane, beşinci göze 16 tane .... Her göze bir öncekinden iki kat fazla buğday tanesi.

– Böyle basit bir dilekte bulunacak kadar akılsız mısın sen? demiş şaşkınlıkla kıral. Yüce gönlüme yakışmayan, sana verebileceklerimin yanında hiç olan bir dilekle beni kırıyorsun. Ama sen bilirsin.

Madem dilediğin bu, uşaklarım hava kararmadan istediğin buğday çuvalını getirir sana.

Brahman gülümseyerek sarayda ayrılmış.

Akşam olunca kıral verdiği sözü hatırlamış, vezirine bu Sessa delisinin küçük ödülünü alıp almadığını sormuş.

– Hükümdarım demiş, yüksek görevli, buyrukların yerine getiriliyor. Şanlı sarayının matematikçileri Brahmana verilecek tanelerin sayısını belirlemekteler.

Buyruklarının bu denli yavaş yerine getirildiğini hiç görmemiş olan kıralın yüzü asılmış.

Yatmadan önce Brahmanın çuvalını alıp almadığını bir daha sormuş.

– Hükümdarım, demiş vezir ürkek ürkek, matematikçilerim henüz işlemi bitiremediler. Aralıksız çalışıyorlar, şafak sökmeden işlerini bitirmeyi umuyorlar.

Böylece hesabın sanıldığından çok daha uzun olduğunu anlaşılmış. Ama hiçbir şey dinlemek istemeyen kıral, sorunun sabaha kalmadan çözülmesini buyurmuş.

Ertesi gün de buyruk yerine gelmemiş ve öfkelenen hükümdar bu iş için seçilen hesaplayıcılara yol vermiş.

– Hükümdarım, demiş o zaman danışmanlarından biri, bu iş bilmez adamları yollamakta haklıydın. Çok eski yöntemler kullanıyorlardı! Parmaklarının sayısal olanaklarına bakıyor, bir çörkünün sütunlarını kullanıyorlardı. Ben diyorum ki, kırallığın merkez eyaletindeki hesaplayıcılar birkaç kuşaktan beri onlarınkinden çok üstün ve çok daha hızlı bir yöntem kullanıyorlar. Hem en hızlısı hem en kolay akılda tutulanı o yöntemmiş. Matematikçilerin birkaç çalışma günü ayırması gereken işlemler, bu sözünü ettiklerim için çok kısa bir süre istiyormuş.

Bu öneriler üzerine bu usta matematikçilerden biri getirilmiş. O da sorunu çok kısa bir sürede çözüp sonucu bildirmek üzere hükümdarın huzuruna çıkmış.

– Senden istenen buğday miktarı çok büyük, demiş ciddi bir ses tonuyla.

– Bu miktar ne kadar büyük olursa olsun, ambarlarım boşalmaz ya! diye karşılık vermiş kıral.

O zaman şaşkınlık içinde bilginin sözlerini dinlemiş.

– Hükümdarım, tüm gücüne ve zenginliğine karşın, bu miktarda buğdayı bulmak elinde değil. Bu miktar bizim sayılar hakkındaki bilgimizin ve kullanımımızın ötesinde. Bil ki, kırallığının bütün ambarlarını boşaltsan bile, elde edeceğin sonuç bu büyük niceliğin yanında hiç olacaktır. Zaten bu miktar yeryüzünün bütün kırallıklarının ambarlarının tümünde bile bulunmaz. Bu ödülü ille de vermek istiyorsan, nehirleri, gölleri, denizleri, okyanusları kurutmakla, dünyanın dağlarını örten karları ve buzları eritmekle, her yeri buğday tarlasına çevirmekle işe başlaman gerek. Bu ağır borcu ödeyebilmek için de bu alanın tümünü ardarda 73 kez ekmen gerek. Doğrusu, bu miktardaki buğdayı koymak için sana yaklaşık 12 tirilyon 3 milyar metre küp hacminde bir yer gerekir. Bunun için de 5 metre genişliğinde, 10 metre uzunluğunda ve .... 300 milyon kilometre derinliğinde yani Yer'in Güneş'e uzaklığının iki katına eşit yükseklik bir ambar inşa etmen gerek!

Heseplayıcı, doğduğu bölgenin bilginlerinin devrim niteliğindeki sayılamasının özelliklerini hükümdara anlatmış.

– Senin ülkende geleneksel olarak kullanılan sayı gösterimleri biçimi çok karmaşık. Çünkü 10'dan büyük ya da 10'a eşit birimleri betimleyen bir sürü şekille dolu. Üstelik çok sınırlı, çünkü rakamlarının en büyüğü yüz bini geçmiyor. Bu yolla hiçbir aritmetik işlem olanaklı olmadığından, bir işe yaramıyor. Buna karşılık, bizim bölgede kullanılan dizge, çok yalın ve benzersiz bir biçimde sonuç verici. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 şekilleri bunlar dokuz yalın birimi betimliyor. Ama sayıların yazılışında bulundukları konuma göre farklı bir değer taşıyor. Sıfır, diye yazılan bir onuncu şekil (0) hiç anlamına geliyor ve olmayan birimleri yazmaya yarıyor. Bu sayılar ne denli büyük olursa olsun her sayıyı güçlük çekmeden yazmayı sağlıyor. Bu dizgeye üstünlüğünü ve her türlü aritmetik işlem pratiğine sağladığı inceliği, kolaylığı veren de tam bu.

Bu sözlerden sonra, söz konusu hesabın başlıca yollarını hükümdara öğretmiş, bu arada da kendi işlemlerinin doğrulamasını yapmış.

– Brahmanın dileğine göre,

Birinci göze 1 buğday tanesi;
İkinci göze 2 buğday tanesi;
Üçüncü göze 4 (yani 2 kere 2) buğday tanesi;
Dördüncü göze 8 (yani 2 kere 2 kere 2) buğday tanesi;
Beşinci göze 16 (yani 2 kere 2 kere 2 kere 2) buğday tanesi;

koymak gerekecek ve buğday taneleri her sonraki gözde iki katına çıkararak devam edecektir. Altmış dördüncü göze, 63'ün ardarda 2 ile çarpımlarının sonucunda kaç birim varsa o kadar tane (yani 2^{63} tane) koymak gerekecektir. Dolayısıyla istenen miktar bu 64 sayının toplamına eşittir. Yani: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{63}$ olur.

– Bu sayıya bir buğday tanesi ekleseydin, diye devam etmiş hesaplayıcı, o zaman ilk gözde 2 tane, dolayısıyla ilk iki gözde 2 x 2 tane olurdu. Üçüncüde 2 x 2 + 2 x 2 buğday tanesi, yani toplam 2 x 2 x 2 tane elde ederdin. Dördüncüde toplam 2 x 2 x 2 + 2 x 2 x 2, yani 2 x 2 x 2x 2 tane olurdu. Böylece birer birer ilerleyince, damanın son gözünde, topamın, 2'nin 64 kez çarpımının sonucuna (yani 2^{64}'e) eşit olduğunu görürdün. Şimdi bu sayı 2'nin 10 kez çarpımının sonucunun 6 kez çarpımının 16 sayısıyla çarpımına eşittir. Yani,

$$2^{64} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^4$$
$$= 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 16$$

hale geldi.

– Bu sayı aranan miktara bir birim ekleyerek elde edildiğinden, tanelerin toplamı bunun bir eksiğine eşittir, diye sonuca varmış. Bu işlemleri sana gösterdiğim yöntemi izleyerek yapınca, istenen tanelerin miktarının tamı tamına on sekiz kentrilyon, dört

yüz kırk altı katrilyon, yedi yüz kırk dört trilyon, yetmiş üç milyar, yedi yüz dokuz milyon, beş yüz elli bir bin, altı yüz on beş (18 446 744 073 709 551 615) ettiğinden emin olabilirsin hükümdarım!

– Hiç kuşku yok, demiş çok etkilenen kıral, Bu Brahmanın icat ettiği oyun ne kadar usta işiyse, dileği de o kadar kurnazca. Hesap yöntemleri ise hem yalın hem sonuç verici. Şimdi söyle bana bilge adam, bu denli yüklü bir borcu ödemek için ne yapayım?

Öteki bir an düşünmüş ve şöyle demiş.

– Bu kurnaz adamı kendi tuzağına düşür! Söyle ona, gelsin, senden isteme cüretini gösterdiği buğday miktarını bir bir saysın. Hiç durmadan, gece, gündüz saniyede bir tane saysa, altı ayda ancak bir metre küp, on yılda yirmi metreküp, ömrünün geri kalanında da çok önemsiz bir miktar buğday toplar!

Modern Sayılama: Büyük Bir Keşif

Modern sayılama denen bu temel başarıyı gerçekleştirme onurunu Hint uygarlığına yüklenen Sessa efsanesi işte böyle. İleride göreceğiz. Öykünün söylensel niteliğine karşın, bu olgu tamamen gerçeğe uygundur.

Ama önce, derinliğini ve gerçek değerini unutmamıza yol açacak kadar sık kullanılır ve tanıdık hale gelmiş olan bu sayılama dizgesinin önemini ortaya koymamız gerek.

Yazılı sayılamaların evrensel tarihi üzerine düşünen herkes bu dizgedeki ustalık karşısında şaşırır. Çünkü sıfır kavramı ve sayısal betimlemelerde temel rakamlarından her birine yüklediği konum değeri, ona, insanların çağlar boyu yaratmış olduğu sayısal gösterimlerin tümü karşısında çok büyük bir üstünlük sağlar.

Bu dizgeyi anlamak için, bu tarihin başına geri döneceğiz. Ama onun salt bir zamandizine göre farklı aşamalarını ve söz konusu uygarlıkların her birinin kendine özgü çıkış yollarını izlemek yerine, tarihsel verileri düzenleyen, zorunlu olarak insan kültürünün derin birliğini oluşturan bir çeşit zaman mantığını kılavuzluğuna bırakacağız kendimizi.

Bu tarih beş bin yıldan biraz daha önce Mezopotamya ile Mısır'da insan belleğinin sınırlı olanaklarına güvenilmeyecek ölçüde çok ve çeşitli iktisadi işlemleri kaydetmeye çalışan, büyüme halindeki ileri toplumlarda başladı. O zaman somut arkaik yöntemleri kullanan ve sürekli olarak sayımlarının, dökümlerinin anısını saklama gereksinimi duyan bu toplumların sorumluları, bambaşka bir yöntemin gerekli olduğunu anlamışlardı.

Bunlar, güçlüğü aşmak için, sayıları toprağa, kil tabletler, taşlara, papirüs yapraklarına, çömlek parçalarına çizdikleri çizgesel şekillerle betimlemeyi akıl ettiler. Tarihin ilk yazılı sayılamaları böyle doğdu.

Birçok başka halk, başkalarının etkisiyle ya da her türlü etkiden bağımsız olarak, sonraki binyıllar boyunca bu yola girdiler. Sonra herşey, sanki insanlık çağlar boyunca ve farklı uygarlıklar içinde sayıları betimleme sorununa çeşitli olanaklı çözümler getirmiş de, sonunda en soyutu, en tamı, en işe yararı gibi görünen çözümü alıkoymuş gibi gelişti.

Yazılı sayılamalar başlangıçta toplama ilkesine dayanıyordu. Bu kurala göre, bir sayısal betimlemenin değeri, içerdiği tüm rakamaların değerlerinin toplamasını yaparak elde edilir. Dolayısıyla bu sayılamalar çok ilkeldi. Temel rakamları birbirinden tamamen bağımsızdı.

Şimdi, Hint matematiğinin tarihi gelişim içinde neler olduğunu kısaca görelim. Yalnız, burada kullanılan modern gösterimleri konunun daha kolay anlaşılması ve güncel olması nedeniyle seçtik. Yoksa Hint kaynaklarının çoğu Sanskritçe ve gösterimleri oldukça farklıdır. Üstelik, bu modern gösterimlerin hemen hemen çoğu Hint matematiğinde o dönemlerde yoktur. Bu kesim daha çok cebir, geometri biraz da ölçümler üzerine olacaktır.

Cebirin Hintçe karşılığı bijaganitadır. Bija, eleman veya analiz, ganita da hesaplama bilimi demektir. Buna göre bijaganita, elmanlarla hesap yapma bilimi veya analitik hesaplama bilimi demektir. Bu sözcüğün Hindistan'da kullanılması oldukça eskidir ve en az 860 yıllarında yaşayan Ptrhudakasvami dönemine kadar gider. Ptrhudakasvami çalışmalarında bu sözcüğü kullanmıştır. Oysa Brahmagupta 628 yıllarında cebir yerine kuttakaganita ya da kısaca kuttaka sözcüğünü kullanmıştır. Bu sözcük daha çok birinci dereceden belirsiz denklemlerin çözümü bilimi anlamındadır. Cebirin Hindistan'da gerçek anlamda kullanılması, on yedinci yüzyılda avyakta-ganita sözcüğü ile söylenmesidir. Bu da bilinmeyenlerle hesap yapma demektir.

Cebiri Hindistan'da analiz anlamına gelen bija sözcüğüyle yaygın olarak 1150 yıllarında yaşayan II. Bhaskara kullanmıştır. Aritmetik, vyakta sözcüğüyle söyleniyordu ve cebirden farklıydı. Cebir daha çok denklem çözme anlamında kullanılıyordu. Denklem çözme işlemleri birincisi geometrik yol, ikincisi de sembollerle olan yoldu. Yalnız, bu yöntemlerin hangisinin daha eski olduğu bilinmemektedir. Her iki yöntem de uzun yıllar kullanılmıştır.

Hint matematiğinin en önemli yanı cebirleridir ve 628 yıllarında yaşayan Brahmagupta'nın çalışmalarında bu açıkça görülür. Negatif sayılar, sıfır ve pozitif sayılarla işlemler yapılıyordu. Bilinmeyen çokluklar, orta terimin yok edilmesi, bir bilinmeyenli denklemlerin çözülmesi gibi konular hep Brahmagupta'nın çalışmalarında görülür.

II. Bhaskara (1150) ve Narayana (1350) bu konularda oldukça ileri açıklamalar yapmışlar ve cebirin önemini vurgulamışlardır. Cebirsel işaretlerin kullanılması kuralları, sıfır ve sonsuz ile yapılan işlemler, bilinmeyenlerle işlemler yapma, birinci dereceden belirsiz denklemlerin çözümleri gibi konular hep bija sözcüğü ismi altında işlenmiştir.

Hint cebirinin kökeni İ. Ö. 2000 yıllarında yaşayan Brahmanlar dönemine kadar gider, ama kesin olan tarih İ. Ö. 800 ile İ. Ö. 500 yılları arasındaki Sulba dönemidir. Bu dönemin cebiri daha çok geometrik çözüme dayanır. Kurban kesme taşları bu amaç için yapılmıştı. Örneğin, birinci dereceden olan bir bilinmeyenli $ax = c^2$ doğrusal denkleminin geometrik yolla çözümü Sulba döneminin önemli bir problemiydi. Bu amaçla kurban kesme taşları yapılmıştı. O dönemde ikinci derece denkleminin çözümü de geometrikseldi. Örneğin, Vedik döneminin Mahavedi denilen Büyük Kurban taşının yüzeyi ikizkenar bir yamuktu ve bir problemin çözümüyle ilgili olarak yapılmıştı. Bu taşın üst yüzünün alt tabanı 30, üst tabanı 24 ve yüksekliği de 36 birimdi. Bu yüzeyin her boyutunun x katı alındığında yüzeyin alanı m kadar arttığına göre, bugünkü dille

$$972x^2 = 972 + m$$

biçiminde ikinci derece denklemi ortaya çıkar. Bu denklem de

$$x = \sqrt{1 + \frac{m}{972}}$$

olarak çözülür. $m = 972(n - 1)$ ise $x = \sqrt{n}$ olur. Bu çözümün özel halleri Sulba döneminde çok görülür. $n = 4$ veya $n = 14\frac{3}{7}$ gibi özel halleri İ. Ö. 2000 yıllarında Satapatha Barhmalarında görülmüştür. Çözümler de geometriksel yolladır.

Syenacit denen ateş taşı ile ilgili problem de

$$x^2 = 1 + \frac{2m}{15}$$

şeklindeki ikinci derece denkleminin geometrik çözümüne gider. $m = 94$ olan özel hali Satapatha Brahmanlarında görülür. Yine,

$$7x^2 + \frac{1}{2}x = 7\frac{1}{2} + m$$

şeklindeki ikinci derece denklemine dönüşen bir problem de geometrik yolla çözülmüştür. Bunlardan başka

$$x^2 + y^2 = z^2 \quad \text{ve} \quad x^2 + a^2 = z^2$$

biçiminde belirsiz ikinci derece denklemlerinin çözümüne giden kurban kesme taşları yapmışlardır. Ayrıca,

$$ax + by + cz + dw = p$$
$$x + y + z + w = q$$

şeklinde aynı zamanda sağlanan belirsiz denklemlerinin çözümüne giden kurban kesme taşları veya dua etme taşları örneklerini yapmışlardır.

Hint cebirinde sistemli olarak kullanılan herhangi bir katsayı gösterimi yoktur. Bilinmeyen terimlerin üslülü hallerine yer verilmiştir. Brahmagupta ve onu yorumlayan Prthudakasvami'nin çalışmalarında sözcüklerle söylenen katsayılar vardır. Sözcüklerle söylenen bu katsayılar daha sonra Sripati (1039) ve II. Bhaskara'nın (1150) çalışmalarında yeniden görülmüştür.

Bilinmeyen çokluklara İ. Ö. 300 yıllarında sthananga-sutra deniyordu. Daha sonra Bakhshali katsayıları farklı sözcüklerle söyledi. I. Aryabhata (499) da başka bir sözcük kullandı. Bilinen veya bilinmeyen terimlerin kuvveti İ. Ö. 300 veya önceki yıllarda biliniyordu. Terimlerin kuvvetleri, İ. Ö. 300 yılarında Uttaradhyayana'da görülür. Bunların bilimsel olarak yazılmaları daha çok Brahmagupta'da verilmiştir. II. Bhaskara bu üstleri Brahmagupta'da olduğu gibi sözcüklerle yazılmıştır. Karekökler, küpkökler ve rasyonel üsler hep sözcüklerle söylenmiştir. Bu da Hindistan matematiğinin ilginç bir yanıdır.

Brahmagupta (628) denklemlere sama-karana veya sami-karana diyordu. Sripati (1039) ve Narayana (1350) da denklemler için farklı sözcükler kullanmışlardı. Bir denklemin iki yanının olduğunu Sridhara (750), Padmanabha ve diğerleri söylemişlerdi. Bakhshali'nin çalışmalarında özel olarak kullanılan semboller yoktu. Semboller yerine daha çok Sanskritçe sözcükler kullanılıyordu. Artı (+) yerine yuta sözcüğünden gelen yu, eksi yerine ksa, çarpma yerine gu ve bölme yerine bha kısaltmalarını kullanıyorlardı. Bu işaretlerin ve sözcüklerin kullanılması Bakhshali'nin çalışmalarında açıkça görülür.

Hintlilerin daha sonraki matematik çalışmalarında eksi (–) yerine nokta veya yuvarlak o işareti kullanılmıştır. Örneğin bugünkü –7 gösterimi $\dot{7}$ veya $\overset{o}{7}$ sembolleriyle gösterilmiştir. Bu gösterimler II. Bhaskara (1150) ve Narayana'nın (1350) çalışmalarında vardır. Eksi yerine kullanılan • veya o sembollerinin sıfır sembolü olan (0) gösterimi ile kökenden bir ilişkisi vardır. Bu semboller Bakhshali'nin çalışmalarından hem önce hem de sonra kullanıldığı bilinmektedir. Kuvvetler ve kökler, yine Bakhshali'nin çalışmalarında vardır. Bilinmeyen çoklukları Bakhshali ve Sridhara (750) işlemlerinde sözcüklerle göstermişlerdir.

I. Aryabhata (499), bilinmeyen çoklukları renkli olan düşey çizgilerle göstermiştir. Oysa Brahmagupta (628) bilinmeyen çokluklarının yerine geçen varna sözcüğünü kullanmıştır. Varna, Sanskritçede renkli demektir. Hint matematiğinin sonraki yıllarında

bilinmeyen çokluklar yerine renkli harfler kulanılmıştır. II. Bhaskara (1150) ve ondan sonra bilinmeyen çokluklar için ya sözcüğü kullanılmıştır.

Toplama kuralları Brahmagupta'nın (628) çalışmalarında açıkça görülür. Brahmagupta, iki pozitif sayının toplamı pozitif, iki negatif sayının toplamı negatif ve bir pozitif ve bir negatif sayının toplamı bunların farkıdır diyordu. Mahavira (850), Sripati (1039), II. Bhaskara (1150) ve Narayana (1350) da benzer tanımları yapıyorlardı. Sripati, işaretçe farklı olan aynı sayıların toplamının sıfır olduğunu söylüyordu. Diğer bir deyimle, pozitif ve negatif sayıların toplamları Hintlilerce biliniyordu.

Çıkarma kuralları da Brahmagupta'nın çalışmalarında görülür. Büyük olan pozitif bir sayıdan küçük olan pozitif bir sayı çıkarılırsa sonuç pozitif, mutlak değerce büyük olan negatif bir sayıdan mutlak değerce küçük olan bir sayı çıkarılırsa sonuç negatif olur. Bunun gibi diğer çıkarma kuralları doğru biçimde art arda sıralanır. Mahavira, Sripati, II. Bhaskara ve Narayana, bu biçimdeki çıkarma kurallarını çalışmalarında örneklerle uzun uzun anlatırlar.

Aynı işaretli iki sayının çarpımlarının ve bölümlerinin sonucu pozitif ve ters işaretli iki sayının çarpımlarının ve bölümlerinin negatif olması kuralları yine Brahmagupta'da vardır. Bu kuralları Mahavira, Sripati, II. Bhaskara ve Narayana tekrar eder.

Brahmagupta, pozitif veya negatif bir sayının karesinin her zaman pozitif olması kuralını vermiştir. Prthudakasvami (860), Mahavira, Sripati, II. Bhaskara ve Narayana'da da aynı kuralları söylemişlerdir. Yalnız, negatif bir sayının karekökününün alınmasında karışıklıklar çıkmıştır. Prthudakasvami, karekökte, işlemlerde uygun olan pozitif sayı alınır demiştir. Mahavira, pozitif bir sayının karekökünün pozitif ve negatif olduğunu söylemiştir. Yalnız, negatif bir sayı kendi başına bir kare sayı olmadığından bu sayının karekökünün olmadığını özellikle yazar. Sripati, negatif bir sayının karekökünün gerçel olmadığını söyler. Bu nedenle yalnız pozitif sayıların kareköklerinin alınabileceğini yazar. II. Bhaskara ve Narayana da negatif sayıların kareköklerinin alınmayacağını söyler.

Hint cebirinde altı tane temel işlem vardır. Bunlar, toplama, çıkarma, çarpma, bölme, kare ve karekök almalardır. Yalnız,

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

veya

$$(a + b)^3 = a^3 + 3ab(a + b) + b^3$$

formülleri, Brahmagupta'yla başlayan tüm Hint matematiklerinde görülür. Mahavira, bu açılımları daha çok terimli açılımlara genişletir. Dikkat edilirse, binom açılımları 850 yıllarında Mahavira tarafından yapılmıştı. Şüphesiz bu açılımların bazılarını Babilliler, Mısırlılar ve Yunanlılar da biliyordu.

Bu altı temel işlemlerle Brahmagupta, II. Bhaskara, Narayana ve diğerleri çok sayıda çalışma gerçekleştirmişlerdir. Denklem çözümleri bu temel işlemlerle gerçekleştirilir.

Hint matematiğinde bir çokterimli bilinmeyen terimin azalan kuvvetlerine göre yazılması geleneği vardır. Bu gelenek halen devam etmektedir. Katsayılar bilinmeyen terimin sağına yazılır. Bugün bunun tam tersi soluna yazılır. Olmayan terimlerin katsayıları hep sıfır olarak alınır ve işlemlere bu şekilde sokulur. Denklem çözümleri özel bir yer tutar. Hatta, denklem çözümleri Hint matematiğinde cebir sözcüğü ile hemen hemen eşdeğer anlamda kullanılmıştır. Bu anlayış daha sonraki yıllarda diğer ülkelerde de devam etmiştir. Denklemi çözebilmek için önce denklem kurulur, sonra hangi türde olacaksa o şekle sokulur ve çözüme geçilir. Örneğin, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem bu tür sınıflardan ilkidir. Prthudakasvami (860), II. Bhaskara ve Narayana'nın çalışmalarında bu çözümler açıkça görülür. İkinci derece denklemi a, b ve c katsayıları için

$$ax^2 + bx = c$$

olarak yazılır.

Hindistan'da denklemlerin sınıflandırılması çok eskidir ve İ. Ö. 300 yıllarına kadar gider. Fakat, bu sınıflandırma o kadar bilimsel değildir. Bu konuda en iyi sınıflandırmayı Brahmagupta (628) yapmıştır. Bu sınıfların ilki bir bilinmeyenli denklemdir. Doğrusal denklemler ve ikinci derece denklemleri bu sınıfa girer. İkincisi çok bilinmeyenli denklemler ve üçüncüsü de çok bilinmeyenlilerin çarpımlarını da içeren denklem sınıflarıdır.

Bu sınıflandırmalar sabit değildir. Denklemleri, birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü dereceli şeklinde sınıflara ayıranlar da çıkmıştır. Prthudakasvami (860), bu sınıflandırmayı biraz daha farklı yapmıştır. Bunlar, bir bilinmeyenli doğrusal denklemler, çok bilinmeyenli doğrusal denklemler, üçüncüsü bir, iki veya daha çok bilinmeyenli iki veya daha yüksek dereceli denklemler ve dördüncüsü de bilinmeyenlerin çarpımlarını içeren denklemlerdir. II. Bhaskara ve Krsna (1580) da daha farklı sınıflandırmalar yapmışlardır.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin geometrik olan çözümü İ. Ö. 800 yıllarından önce Sulba'da bulunmuştur. Bu çözüm daha sonra İ. Ö. 300 yılarında tekrarlanmıştır. Örneğin, İsa'nın doğumundan az önceki yıllarda yazılan bir problem Bakhshali'nin bir çalışmasında vardır. Bu problem şöyledir. Bilinmeyen bir çokluk vardır. İkinci çokluk bu bilinmeyenin iki katı, üçüncüsü ikincisinin üç katı ve dördüncüsü de üçüncünün dört katı kadardır. Bunların tümü 132 ettiğine göre ilk çokluk nedir? Bu problem bugünkü dille

$$x + 2x + 6x + 24x = 132$$

denkleminden başka bir şey değildir. Çözümü de yanlış durumu deneme yoluyla ya-

pılmıştır. O da şöyledir. İlk çokluk 1 ise diğerleri 2, 6 ve 24 olur. Bunların toplamı 33 eder. 132 sayısı 33 sayısına bölünürse ilk çokluk 4 olarak bulunur. Artık diğer sayıları bulmak zor değildir.

Bakhshali'nin bir çalışmasında yanlış durumu denemeye ilişkin bir örnek vardır. Bu da $ax + b = p$ denkleminin çözümüne giden bir sorudur. Çözüm olan x yerine g sayısını koyalım ve $ag + b = q$ olsun. Bu durumda gerçek x değeri

$$x = \frac{p - q}{a} + g$$

olacaktır.

Doğrusal denklemlerin bu biçimdeki çözüm yöntemi Hindistan'dan sonra Ortaçağ' da bazı Türk, Arap, İran ve Avrupalı cebirciler tarafından uygulanmıştı. Bu yönteme daha çok yanlış durumu deneme yolu ismi verilir ve kökeni büyük bir olasalıkla Hindistan'dır. Bu yöntem Hindistan'da I. Aryabhata (499), Sridhara (750), Mahavira (850) ve II. Bhaskara'nın (1150) çalışmalarında vardır. Mahavira'nın bu yöntemle çözdüğü çok sayıda problem vardır.

I. Aryabhata (499), sonuçta $ax + c = bx + d$ şekline dönüşen doğrusal denklemi

$$x = \frac{d - c}{a - b}$$

biçimine eşdeğer olan bir formülle çözer. Ayrıca, Brahmagupta'nın, II. Bhaskara'nın, Narayana'nın (1350) ve Prthudakasvami'nin (860) çok sayıda problemleri ve bu problemlerinin çözümleri vardır.

$$x + y = a$$
$$x - y = b$$

şeklinde olan iki bilinmeyenli doğrusal denklemleri, Brahmagupta, Sripati, Narayana, Gangadhara (1420) ve Mahavira tarafından çözülmüştür. Her birinin kendine özgü kuralları vardır. Genel olarak

$$ax + by = m$$
$$bx + ay = n$$

türünde olan denklem sistemini

$$x = \frac{am - bn}{a^2 - b^2} \quad \text{ve} \quad y = \frac{an - bm}{a^2 - b^2}$$

formülüne eşdeğer olarak çözmüşlerdir. Yine çok bilinmeyenli doğrusal denklemleri çözen kuralları, Brahmagupta, Prthudakasvami, Mahavira ve II. Bhaskara örneklerle açıklamışlardır.

Hindistan'da, ikinci derece denkleminin çözümü ile Vedik döneminden önce uğraşılmıştır. Bu amaçla kurban kesilen taşlar yapılmıştır. Hintliler,

$$ax^2 + bx = c \quad \text{ve} \quad ax^2 = c$$

türündeki ikinci derece denklemlerini o dönemin yöntemleri ve kurallarıyla çözebiliyorlardı. Örneğin, çözümü

$$7x^2 + \frac{1}{2}x = 7\frac{1}{2} + m$$

biçimindeki ikinci derece denklemine dönüşen problemi

$$x = \frac{1}{28}\left(\sqrt{841 + 112m} - 1\right)$$

veya

$$x^2 = \frac{1}{784}\left(842 + 112m - 2\sqrt{841 + 112m}\right)$$

biçiminde çözebiliyorlardı. Gerekli kısaltmalar yapılır ve m sayısının yüksek dereceli terimleri atılırsa, x^2 terimi yaklaşık olarak

$$x^2 = 1 + \frac{4m}{29}$$

olarak bulunur. Katyana (İ. Ö. 400), bu denklem için yaklaşık olarak

$$x^2 = 1 + \frac{m}{7}$$

değerini verir. Yine $4x^2 - 4dx = -c^2$ biçimindeki ikinci derece denkleminin geometrik çözümü Jainas'ın (İ. Ö. 500 - 300) ilk çalışmalarında bulunmuştur ve bu çözüm

$$x = \frac{1}{2}\left(d - \sqrt{d^2 - c^2}\right)$$

ifadesine eşdeğerdir. Ayrıca bu çözüm Umasvati'nin (İ. Ö. 150) Tattvart Hadhigama-sutra'sında da vardır. Şüphesiz, ikinci derece denkleminin gerçek çözümü tamkareye tamamlama yöntemiyle Babillilere aittir.

İkinci derece denklemini Bakhshali 200 yıllarında çözmüştür. Bu çözüm kurallarıyla ilgili bazı problemleri ve çözüm yolları vardır. İkinci derece dekleminin çözümüyle ilgili I. Aryabhata'nın (499) da bazı kuralları vardır. I. Aryabhata,

$$tx^2 + px - Ap = 0$$

şeklindeki ikinci derece denkleminin çözümüne dönüşecek bir problemi

$$x = \frac{\sqrt{Apt + (p/2)^2} - p/2}{t}$$

olarak çözmüştür.

Brahmagupta'nın (628),

$$ax^2 + bx + 0 = 0x^2 + 0x + c$$

şeklinde olan ikinci derece denkleminin çözümü için verdiği kuralı

$$x = \frac{\sqrt{4ac + b^2} - b}{2a}$$

formülü ile ifade edilir. İkinci kuralı da

$$x = \frac{\sqrt{ac + (b/2)^2} - (b/2)}{a}$$

formülüne eşdeğerdir. Brahmagupta'nın bu son kuralı I. Aryabhata'nın kuralı ile aynıdır. Ayrıca, $ax^2 + bx = c$ türündeki ikinci derece denkleminin çözümü ile Sridhara (750) da uğraşmıştır. Onun bu konuda cebir üzerine yazdığı kitabın aslı zamanla kaybolmuştur. Fakat Sridhara'nın bu çözüm yöntemleri II. Bhaskara ve diğer Hintli cebirciler tarafından korunarak zamanımıza kadar gelebilmesi sağlanmıştır. Sridhara'nın çözüm kuralı bugünkü modern dille şöyle söylenebilir. $ax^2 + bx = c$ olan ikinci derece denklemini çözmek için önce her iki yan 4a ile çarpılır. Sözcüklerle söylenen bu kural

$$4a^2x^2 + 4abx = 4ac$$
$$(2ax + b)^2 = 4ac + b^2$$
$$2ax + b = \sqrt{4ac + b^2}$$

$$x = \frac{\sqrt{4ac + b^2} - b}{2a}$$

çözümüne eşdeğerdir.

İkinci derece denkleminin çözümü üzerine Mahavira (850), II. Aryabhata (950), Sripati (1039) ve II. Bhaskara'nın (1150) da çözüm yöntemleri kuralları vardır. Jnanaraja (1503) ve Ganesa'nın (1545) verdiği kurallar, II. Bhaskara'nın (1150) verdiği kurallarla aynıdır.

Yalnız, Hintlilerin bu dönemlerinde bugün kullanılan sembollerin çoğu olmadığı gibi işlem kuralları da yoktu. Onların çözümleri daha çok komutlar şeklinde sözcüklerle söylenen kurallardı. Bu kuralların yanında bazı sembolleri ve harfleri de kullandıkları görülüyordu. Fakat bugünkü modern sembol ve işlemler düzeyinde değildi. Tüm bunlara karşın Hintliler çok iyi ve ileri düzeyde matematik çalışmaları gerçekleştirmişlerdir.

İkinci derece genel denklemini çözmek için, orta terim denilen bx değerinin yok edilmesiyle $ax^2 = c$ denklemi elde edilebiliyordu. Buradan çözüme gitmek artık oldukça kolaydı. Bu çözüm yöntemi ve kuralı, Brahmagupta'nın ve II. Bhaskara'nın çalışmalarında vardır. Diğer Hintli cebirciler de bunlara paralel kurallar vermişler ve bazı problemler çözmüşlerdir.

İkinci derece denkleminin iki kökünün olabileceğini ilk kez II. Bhaskara, Padmanabha isimli eski bir yazarın bir çalışmasına dayandırdı ve bu köklerle ilgili kuralını verdi. Yalnız, Padmanabha'nın bu çalışması zamanla kaybolarak günümüze kadar gelemedi.

Şimdi, II. Bhaskara'nın iki kökle ilgili olan problemlerinden birisini verelim.

Bir sürü dağ keçisinin sekizde birinin karesi koşarak otlamak için ormanın içine neşeli bir şekilde girerken, on iki tanesi de dağın tepesine tırmanıyor. Sürüdeki keçi sayısı nedir?

ÇÖZÜM: Sürüdeki keçi sayısına x diyelim. Buna göre

$$\frac{1}{64}x^2 + 0x + 12 = 0x^2 + x + 0$$

biçimindeki ikinci derece denklemi kurulur. Bu da

$$x^2 - 64x + 0 = 0x^2 + 0x - 768$$

demektir. Eşitliğin her iki yanına 32 sayısının karesi eklenir ve tamkareye tamamlanarak her iki yanın karekökü alınırsa

$$x - 32 = \pm(0x + 16)$$

elde edilir. Buradan sürüdeki keçi sayısı x = 16 ve 48 olarak bulunur. Gerçekten bu sayılar problemdeki koşulları sağlayan keçi sayısıdır. Bu da, o dönem için matematikte ileri bir adım sayılır.

Bu konuya ilişkin ikinci örnek, çözüm yöntemiyle daha ilginçtir. Bir sürü dağ keçisinin beşte birlik bir sayının üç noksanının karesi bir mağaraya girer ve geriye kalan bir tanesi de dışarıda ağacın dalının yapraklarını yemektedir. Sürüdeki keçi sayısı nedir?

ÇÖZÜM: Sürüdeki keçi sayısı x olsun. Buna göre

$$\left(\frac{x}{5} - 3\right)^2 + 1 = x$$

denklemi kurulur. Gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$x^2 - 55x + 0 = 0x^2 + 0x - 250$$

elde edilir. Bu denklemin her iki yanı 4 ile çarpıldıktan sonra her iki yana 55 sayısının karesi eklenirse bir tamkare elde edilir. Yine her iki yanın karekökü alınırsa

$$2x - 55 = \pm(0x + 45)$$

olur. Buradan, x = 5 veya x = 50 olarak bulunur.

Hint matematiğinde bu ve bunun gibi iki köklü ikinci derece denklemleri ile çözülebilecek problemler uzayıp gider. Yalnız, o dönemin Hintli cebircileri olmayan terimlerin katsayılarını hep sıfır olarak alıyorlardı. Bunun nedeni, denklemler komutlarla çözüldüğü için kalıplarda buna gereksinme vardı.

Mahavira da ikinci derece denkleminin iki kökü olacağını biliyordu. Onun bu kuralının eşdeğer formülü de

$$x = \frac{\frac{b}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{a} - \frac{4c}{b}\right) b/a}}{2}$$

biçimindeydi.

İkinci derece denkleminin iki kökünün olacağı, Brahmagupta'nın (628) iki problemin çözümünde vardı. Benzer olarak Prthudakasvami'nin (860) çalışmalarında da iki

kökü olan problemler ve bu problemlerin çözümleri yer alıyordu.

Özet olarak Hintliler, Babilliler gibi ikinci derece denkleminin çözümünü biliyorlardı. Ancak üçüncü ve dördüncü dereceden denklemlerin çözümlerine ulaşamamışlardı. II. Bhaskara'nın (1150) üçüncü ve dördüncü derece denklemlerini çözebilmek için yaptığı çalışmalar iyi sonuç vermemişti. II. Bhaskara tarafından verilen iki örneği görelim.

Bilgin bir grubun on iki katına kendi sayılarının küpü eklenince, bu toplam bilginlerin sayısının karesinin altı katının otuz beş fazlasına eşit oluyor. Bilginlerin sayısı nedir?

ÇÖZÜM: Bilginlerin sayısına x diyelim. Bu verilenlere göre denklem

$$x^3 + 12x = 6x^2 + 35 \text{ veya } x^3 - 6x^2 + 2x = 35$$

biçimindedir. Eşitliğin her iki yanından sekiz çıkarılırsa

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 27$$
$$(x-2)^3 = 3^3$$
$$x - 2 = 3$$
$$x = 5$$

olarak bulunur. Dikkat edilirse bu da denklem çözümünden oldukça uzak bir yöntemdir.

İkinci bir problem de şöyledir.

Bir sayının iki yüz katına karesi eklenip bu toplamın iki katı aynı sayının dördüncü kuvvetinden çıkarılırsa on binden bir noksan sayıya eşit oluyor. Bu sayı nedir?

ÇÖZÜM: Bu sayı x ile gösterilirse,

$$x^4 - 2x^2 - 400x = 0x4 + 0x^2 + 0x + 9999$$

olur. Eşitliğin her iki yanına 400x + 1 eklenirse

$$x^4 - 2x^2 + 1 = 400x + 10\,000$$

yazılır. Buna göre birinci yan $(x^2 - 1)^2$ olduğu halde ikinci yanın kökü yok deniyordu. Bu nedenle bu tür işlemler yapmaktan vaz geçiliyordu. Eğer eşitliğin her iki yanına

$$4x^2 + 400x + 1$$

eklenirse bu halde denklem

$$x^4 + 2x^2 + 1 = 4x^2 + 400x + 10\,000$$
$$(x^2 + 1)^2 = (2x + 100)^2$$
$$x^2 + 1 = 2x + 100$$
$$x^2 - 2x = 99$$

haline geliyordu. Bu da ikinci dereceden bir denklemdir. Önceki yöntemlerle $x = 11$ olarak buluyorlardı.

Mahavira,

$$ax^n = q \quad \text{ve} \quad a\,\frac{x^n - 1}{x - 1} = p$$

türündeki basit olan yüksek dereceli denklemleri çözebiliyordu. Örneğin, birinci denklemin çözümü

$$x = \sqrt[n]{\frac{q}{a}}$$

şeklindeydi.

İkinci denklem de özel bir geometrik serinin toplamıyla ilgiliydi. Altı terimli bir geometrik serinin ilk terimi üç ve toplamı 4095 olduğuna göre bu geometrik serinin ortak çarpanı nedir?

ÇÖZÜM: Ortak çarpan x ise, geometrik serinin toplam formülünden

$$3 \cdot \frac{x^6 - 1}{x - 1} = 4095$$

veya

$$3(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = 4095$$

ya da

$$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 1365$$

olur. Bu da beşinci dereceden bir denklemdir. Bu denklemi çözmek için 4 çarpanı ile deneme yapılıyordu. Bu amaçla

$$\frac{1365-1}{4} = 341$$

$$\frac{341-1}{4} = 85$$

$$\frac{85-1}{4} = 21$$

$$\frac{21-1}{4} = 5$$

$$\frac{5-1}{4} = 1$$

$$\frac{1-1}{4} = 0$$

elde edildiğinden, x = 4 sayısı bu serinin ortak çarpanıdır, deniyordu. Dikkat edilirse bu yöntem de çözümden çok uzak bir denemedir.

Mahavira'nın başka tür denklemleri çözme yolları da vardı ama, bu çözümlerin tümü bugünkü anlamda çözümden oldukça uzaktı. Bu nedenle üçüncü ve dördüncü dereceden genel denklemlerin çözümü için Mahavira'dan (850) sonra Cardano'ya (1501 - 1576) kadar beklenilecekti.

Hintli matematikçilerin çoğu

i. $x - y = d$, $xy = b$,

ii. $x + y = a$, $xy = b$,

iii. $x^2 + y^2 = c$, $xy = b$,

iv. $x^2 + y^2 = c$, $x + y = a$,

v. $x^2 + y^2 = c$, $x - y = d$, ve

vi. $x^2 - y^2 = m$, $xy = b$

türündeki denklemlerin çözümlerini biliyorlardı. Bu tür denklemler çok önceleri Babilliler tarafından da çözülebiliyordu.

(i) ile gösterilen denklem I. Aryabhata (499) tarafından çözülmüştü ve kuralı da

$$x = \frac{1}{2}\left(\sqrt{d^2 + 4b} + d\right)$$

ve

$$y = \frac{1}{2}\left(\sqrt{d^2 + 4b} - d\right)$$

ifadelerine eşdeğerdi. Bu ilk denklem Brahmagupta (628) ve Narayana (1357) tarafından da çözülmüştü.

(ii) denklemi Mahavira (850) tarafından çözülmüştü ve çözümü

$$x = \frac{1}{2}\left(a + \sqrt{a^2 - 4b}\right)$$

ve

$$y = \frac{1}{2}\left(a - \sqrt{a^2 - 4b}\right)$$

biçimindeki ifadelere eşdeğerdi.

(iii) denklemi de Mahavira (850) tarafından

$$x = \frac{1}{2}\left(\sqrt{c + 2b} + \sqrt{c - 2b}\right)$$

ve

$$y = \frac{1}{2}\left(\sqrt{c + 2b} - \sqrt{c - 2b}\right)$$

biçiminde çözülmüştü. Benzer yollarla (iv) denklemi de I. Aryabhata tarafından çözülmüştü.

I. Aryabhata (499), Mahavira (850), II. Bhaskara (1150) ve Narayana'nın (1357) bu denklemlerin çözümleri için ayrı ayrı, kuralları vardı. (v) ve (vi) denklemleri Narayana tarafından sırasıyla

$$x = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2c - d^2} + d\right), \quad y = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2c - d^2} - d\right)$$

ve

$$x^2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{m^2 + 4b^2} + m\right), \quad y^2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{m^2 + 4b^2} - m\right)$$

olarak çözülmüşlerdi.

Brahmagupta, Mahavira ve diğerleri

i. $x^2 - y^2 = m$
$x - y = b,$

ii. $x^2 - y^2 = m$
$x + y = p$

biçimindeki denklemleri sırasıyla

i. $x = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{n} + n\right), \qquad y = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{n} - n\right)$

ii. $x = \frac{1}{2}\left(p + \frac{m}{p}\right), \qquad y = \frac{1}{2}\left(p - \frac{m}{p}\right),$

olarak da çözmüşlerdi.

Mahavira'nın bunlardan başka çok özel olan ve aynı zamanda sağlanan denklem sistemlerini içeren çözüm kuralları ve yöntemleri vardı.

476 yılında doğan I. Aryabhata, a, b ve c tamsayıları için $by - ax = c$ türündeki birinci dereceli belirsiz denklemin pozitif tamsayılarla olan genel çözümünü yapmıştı. I. Bhaskara (522), onun disiplini yönünde $by - ax = -c$ ve $by - ax = -1$ denklemlerinin genel çözümlerini vermişti. Brahmagupta (628) ve diğer Hintli matematikçiler I. Aryabhata ve I. Bhaskara'nın yöntemlerini izleyerek belirsiz denklemler üzerine ilerlediler. Özellikle II. Aryabhata (950) bu konuda çok iyi çalışmalar gerçekleştirdi. Özellikle

$$by - ax = \pm c$$

türündeki belirsiz denklemlerinin yeni çözümleri onun çalışmalarında yeniden görüldü.

Birinci dereceli belirsiz denklemlerin çözümleri doğu kesiminde çok önemli bir yeri olduğundan, bu denklemlerin çözümleri önemini Hindistan'da da korudu. Hatta, Çin' de olduğu gibi bu konuda çok sayıda çalışmalar yapıldı. Aryabhataların, Bhaskaraların, Brahmagupta'nın, Mahavira'nın, Sripati'nin, Devaraja'nın (499), Suryadasa'nın (1538), Krsna'nın (1580) ve Ranganatha'nın (1602) bu konular üzerine yaptıkları çalışmalar her türül övgünün üzerindedir. Aynı matematikçilerin birinci dereceden çok bilinmeyenli belirsiz denklemler üzerine çok sayıda çalışmaları vardır. Onların bu çalışmalarında çok sayıda çözüm kuralları geliştirilmiştir.

Çin Kalan Teoremi olarak bilinen problem, 499 yıllarında I. Aryabhata tarafından Hindistan'da çözülmüştü. Bu problem kısaca şöyleydi. $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sayılarına bölündüğünde sırasıyla $r_1, r_2, \ldots, r_n$ kalanlarını veren N sayısı nedir? Bu haliyle bu problem

$$N = a_1x_1 + r_1 = a_2x_2 + r_2 = a_3x_3 + r_3 = \ldots = a_nx_nr_n$$

biçiminde n tane denklem ve çözümünden başka bir şey değildir. Çin Kalan Teoremi üzerine I. Aryabhata, I. Bhaskara, Brahmagupta, Prthudakasvami, Suryadeva Yajva, II. Bhaskara, II. Aryabhata, A. A. Krishnaswami Ayyangar ve Ganguly gibi çok sayıda Hintli matematikçi uğraşmıştır.

Şimdi, Çin Kalan Teoremiyle ilgili bazı problemlere yer verelim. I. Bhaskara'nın bu konudaki ilk problemi şöyledir. Sekize bölündüğünde beş, dokuza bölündüğünde dört ve yediye bölündüğünde bir kalanı veren sayıyı bulunuz. Bu problem, matematiksel bir dille,

$$N = 8x + 5 = 9y + 4 = 7z + 1$$

demektir. Bu koşulları sağlayan en küçük N sayısının 85 olduğunu I. Bhaskara, bir probleminde bulmuştur.

I. Bhaskara'nın (522) bu konudaki ikinci problemi de şöyledir. İkiden altıya kadar olan sayılara bölündüğünde hep bir kalanını veren ve yedi ile tam bölünen sayı nedir? Bu sayı 721 olarak bulunmuştur. Aynı probleme diğer bir yanıt, farklı bir yoldan Suryadeva Yajva tarafından 301 olarak bulunmuştur. Bu problem üzerine daha sonra İbni El Haitam (1000) ve Pisalı Leonardo Fibonacci (1202) de çalışmıştır. Bu tür problemlere I. Aryabhata (499) genel bir çözüm vermiştir.

Şimdi, Hintli matematikçiler arasında ilginç problemlere ilginç çözümler veren Prthudakasvami'nin (860) bir problemi nasıl çözdüğünü görelim.

PROBLEM: 6, 5, 4 ve 3 sayılarına bölündüğünde sırasıyla 5, 4, 3 ve 2 kalanlarını veren N sayısını bulunuz.

1. ÇÖZÜM: Verilenlere göre

$$N = 6x + 5 = 5y + 4 = 4z + 3 = 3w + 2$$

yazılır. Buradan

$$x = \frac{5y - 1}{6}, \quad y = \frac{4z - 1}{5}, \quad z = \frac{3w - 1}{4}$$

elde edilir. Böylece, keyfi bir t tamsayısı için, son denklemde $z = 3t + 2$ konulursa $w = 4t + 3$ olur. $z = 3t + 2$ değeri ikinci denklemde yerine konulursa

$$y = \frac{12t + 7}{5}$$

yazılır. Yeniden $y = 12s + 11$ konulursa $t = 5s + 4$ olur. En sonunda

$$w = 20s + 19, \quad z = 15s + 14, \quad y = 12s + 11, x = 10s + 9$$

eşitlikleri yazılır. Bu eşitliklerden $N = 60s + 59$ elde edilir. $s = 1, 2, \ldots$ sayıları için N sayısı istenilen özellikleri taşır.

2. ÇÖZÜM: Bu ikinci halde, $N = 6x + 5 = 5y + 4$ olduğundan,

$$x = \frac{5y - 1}{6}$$

yazılır. x bir tamsayı olması gerektiğinden $y = 6t + 5$ ve $x = 5t + 4$ olmalıdır. Buna göre $N = 30t + 29$ olmalıdır. Diğer yandan $N = 30t + 29 = 4z + 3$ olduğundan

$$t = \frac{2z - 13}{15}$$

yazılır. t bir tamsayı olduğu için $z = 15s + 14$ olmalıdır. Buradan $t = 2s + 1$ olur. Böylece $N = 60s + 59$ elde edilir. $s = 1, 2, \ldots$ sayıları için N sayısı istenilen özellikleri taşır.

Hintli cebirciler, birinci dereceden

$$by_1 = a_1x \pm c_1$$

$$by_2 = a_2x \pm c_2$$

$$by_3 = a_3x \pm c_3$$

.....

türünde olan belirsiz denklemleri de çözmüşlerdir. Bu konuda II. Aryabhata (950) ve II. Bhaskara (1150) oldukça başarılı çalışmalar yapmışlardır. Bu konuyla ilgili bir problemi yazalım.

PROBLEM: 7 ile çarpıldığında ve 62 ile bölündüğünde 3 kalanını veren sayı nedir? Aynı sayı 6 ile çarpıldığında ve 101 ile bölündüğünde 5 kalanını, 8 ile çarpıldığında ve 17 ile bölündüğünde 9 kalanını veren sayı nedir? Matematiksel bir dille,

(1) $62y_1 = 7x - 3, \quad 101y_2 = 6x - 5, \quad 17y_3 = 8x - 9$

(2) $62y_1 = 7x + 3, \quad 101y_2 = 6x + 5, \quad 17y_3 = 8x + 9$

denklemlerindeki x sayısı istenilen koşulları sağlar.

Matematikte Pell (1650) denklemi diye geçen ve

$$Nx^2 \pm c = y^2$$

şeklinde olan ikinci derece belirsiz denkleminin kökeni Archimedes'e (İ. Ö. 225) kadar uzanır. Bu denklemin çözümü üzerine Hindistan'da II. Bhaskara (1150) ve Kamalakara (1658) gibi cebirciler bazı çalışmalar yapmışlardır. N tamkare bir sayı olmadığında $Nx^2 + 1 = y^2$ denklemi cebircileri oldukça uğraştırmıştır. Örneğin, Prthudakasvami (860), Sripati (1039) ve Kamalakara (1658) bazı çözümler vermişlerdir. N sayısını sadece bir çarpan olarak Brahmagupta (628) kullanmıştır. Narayana ve Jnanaraja'nın da bu denklemin çözümü üzerine bazı çalışmaları olmuştur.

$$13x^2 - 13 = y^2$$

denklemi $x = 1$ ve $y = 0$ için sağlanır. Ayrıca, $x = 2$ ve $y = 1$ değerleri de $-5x^2 + 21 = y^2$ denkleminin kökleridir. Bu örneklere göre bu denklemin kökleri üzerine çalışmak boş şeyler değildir. Yine Brahmagupta $3x^2 - 800 = y^2$ denkleminin $x = 20 = y$ şeklinde eşit iki kökü olabileceğini görmüştür. Pell denkleminin rasyonel kökleri de araştırılmıştır. Örneğin, $13x^2 - 13 = y^2$ denkleminin kökleri (1, 0) olduğu halde, $13x^2 + 1 = y^2$ denkleminin rasyonel köklerinden bir çifti

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{11}{2}\right)$$

şeklindedir. II. Bhaskara

$$13x^2 - 13 = y^2$$

denkleminin rasyonel köklerinden birisinin (11/2, 39/2) çiftinin olduğunu görmüştür.

$$-5x^2 + 21 = y^2$$

denkleminin tamsayı köklerinden bazıları (2, 1) ve (1, 4) oldukları halde, (1/3, 2/3) ikilisi de $-5x^2 + 1 = y^2$ denkleminin rasyonel köklerinden bir çiftidir.

Bu konuda Brahmagupta'nın iki önermesi vardır. Eğer (a, b) ikilisi

$$Nx^2 + k = y^2$$

denkleminin ve (a', b') de

$$Nx^2 + k' = y^2$$

denkleminin çözümleriyse, bu halde Brahmagupta'nın ilk önermesi

$$N(ab' \pm a'b)^2 + kk' = (bb' \pm Na')^2$$

biçimindedir. Özel olarak $a = a'$, $b = b'$ ve $k = k'$ ise Brahmagupta'nın ikinci önermesi

$$N(2ab)^2 + k^2 = (b^2 + Na^2)^2$$

şeklini alır.

Brahmagupta'nın bu önermelerinin benzerleri daha sonra II. Bhaskara (1150), Narayana (1350), Jnanaraja (1503) ve Kamalakara (1658) tarafından da ifade edilmişlerdir. Brahmagupta'nın bu önermeleri Avrupa'da ilk kez Euler 1764 ve Lagrange da 1768 yılında yeniden bulmuştur. Brahmagupta'nın birinci önermesine göre (a, b) ve (a', b') ikilileri

$$Nx^2 + 1 = y^2$$

denkleminin iki çözümüyse

$$x = ab' \pm a'b \quad \text{ve} \quad y = bb' \pm Naa'$$

de diğer iki çözümdür. Yeniden bu kökler öncekiler gibi kullanılırsa, diğer takım çözümler art arda bulunabilir. Yine

$$Nx^2 \pm k = y^2$$

denkleminin rasyonel kökleri üzerine, Brahmagupta, Sripati, II. Bhaskara, Narayana, Jnanaraja, Kamalakara, Krsna ve diğerlerinin çalışmaları vardır. Pel denkleminin Avrupa'da yeniden incelenmesi ilk kez Brouncker (1657) tarafından yapılmıştır. Bu denklem üzerine halen arasıra bazı yayınlar çıkar.

$$ax^2 + bx + c = y^2$$

türündeki ikinci derece belirsiz denklemlerinin çözümleri üzerine olan ilk çalışmalar II. Bhaskara'nın (1150) Bijaganita isimli kitabında görülür. Bu konu üzerinde daha sonra Narayana (1350) ve Jnanaraja (1503) çalışmıştır. Bu konu Avrupa'da ilk kez 1733 yılında Euler ve 1767 yılında da Lagrange tarafından çalışılmıştır. Benzer olarak,

$$ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$$

şeklindeki ikinci derece belirsiz denklemi yine ilk kez II. Bhaskara tarafından incelenmiştir. Bhaskara'nın, her iki yanı tamkareye tamamlayarak yaptığı inceleme, daha sonra Avrupa'ya geçmiştir. Bu tür denklemler daha sonra Hintli matematikçi Jnanaraja (1503) tarafından da ele alınmıştır.

$$ax^2 + by^2 + c = z^2$$

biçimindeki ikinci dereceli belirsiz denklemi de yine ilk kez II. Bhaskara tarafından incelenmiştir. Onu yine Jnanaraja ve Kamalakara (1658) izlemiştir. Özellikle Kamalakara'nın bu konuda çok ilginç çözümleri vardır. İşin ilginç yanı,

$$ax^2 + bxy + cy^2 = z^2$$

türündeki belirsiz denklemler de ilk kez II. Bhaskara tarafından incelenmiş olmasıdır. Onun bu denklemin çözümü için ilginç yöntemleri vardır. Bir de Narayana bu konuda çözümler vermiştir.

(a, b) ikilisi $Nx^2 + 1 = y^2$ denkleminin bir çözümü ise, Brahmagupta'nın önermesinden, $(2ab, b^2 + Na^2)$ ikilisinin de bu denklemin bir çözümü olacağını hemen söyleyebiliriz. Benzer olarak, diğer takım çözümler art arda uygulanarak bulunabilir. II. Bhaskara bu takım çözümlerin sonsuz sayıda olacağını belirtmiştir. Aynı önermeyi Narayana (1350) da söylemiştir.

Fermat'ın (1657), "N kare olmayan bir tamsayı ise, $Nx^2 + 1 = y^2$ denkleminin tamsayı cinsinden sonsuz tane kökü vardır" şeklindeki önermesi, Avrupalı matematik tarihçileri tarafından ilk kez söylenmiştir demeleri doğru değildir. Hintli cebirciler bu konuya Fermat'dan çok önce değinmişlerdir.

Brahmagupta'nın bu denklem üzerine daha başka önermeleri vardır. Örneğin, (a, b) ikilisi $Nx^2 + k^2 = y^2$ denkleminin bir çözümü ise,

$$\left(\frac{a}{k}, \frac{b}{k}\right)$$

ikilisi de $Nx^2 + 1 = y^2$ denkleminin bir çözümüdür. Yine (a, b) ikilisi $Nx^2 \pm k = y^2$ denkleminin bir çözümü ise, keyfi m ve n rasyonel sayıları için (a/m, b/m) ikilisi

$$Nx^2 \pm \frac{k}{m^2} = y^2$$

denkleminin ve (na, nb) ikilisi de

$$Nx^2 \pm n^2k = y^2$$

denkleminin bir çözümüdür. Bu son denkleme göre, $12 = 2^2 \cdot 3$, $75 = 5^2 \cdot 3$ ve $300 = 10^2 \cdot 3$ biçiminde olduklarından,

$$6x^2 + 12 = y^2$$

$$6x^2 + 75 = y^2$$

ve

$$6x^2 + 300 = y^2$$

denklemlerinin köklerinin $6x^2 + 3 = y^2$ denkleminin kökleriyle aynı olduğu II. Bhaskara tarafından gösterilmiştir.

Oysa

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + dx + ey + fz + g = 0$$

biçimindeki belirsiz denkleminin Hintli cebirciler tarafından incelendiğini gösteren bir çalışmaya ben rastlamadım. Belki var belki yok. Avrupalı matematikçiler bu denklemi hem iyi incelemişler hem de özelliklerini tanıtmışlardır. Ancak, bu son denklemin özel hali olan

$$x^2 + y^2 = z^2$$

denklemi, hemen hemen her ülke matematikçileri tarafından çalışılmıştır. Bu konuda yapılan ilk çalışmalar Babilliler ve Mısırlılarda görülür. Onları Yunanlılar, Hintliler, Çinliler, Türkler, Araplar, İranlılar ve Avrupalılar izler. Diğer ülkelerin bu konuda yaptığı çalışmaları bir yana bırakarak, Hintli cebircilerin neler yaptıklarını kısaca görelim.

$$x^2 + y^2 = z^2$$

denkleminin çözümleri Sulba'larda bulunmuştur. Bu konudaki ilk çözüm Baudhayana'nın (İ. Ö. 800) Sulba Sutra'sında yer almıştır. Bundan sonraki çözümler de İ. Ö. 500 ile İ. Ö. 400 yılları arasında Apastamba ve Katyayana'nın Sulba Sutra'larında yer almıştır. Bu cebircilerin verdiği yöntem kısaca şudur.

m ve n keyfi sayılar olsun. Buna göre,

$$mn = \left(m - \frac{m-n}{2}\right)^2 - \left(\frac{m-n}{2}\right)^2$$

özdeşliğini yazmak oldukça kolaydır. Bu da

$$(\sqrt{mn})^2 + \left(\frac{m-n}{2}\right)^2 = \left(\frac{m+n}{2}\right)^2$$

demektir. Burada $m = p^2$ ve $n = q^2$ yazılırsa,

$$p^2q^2 + \left(\frac{p^2-q^2}{2}\right)^2 = \left(\frac{p^2+q^2}{2}\right)^2$$

olur. Bu da $x^2 + y^2 = z^2$ denkleminin rasyonel çözümünden başka bir şey değildir.

$$x^2 + y^2 = z^2,$$

Babilliler tarafından beri bilinen ünlü Pisagor teoremi ya da dikküçgenin kenarları arasındaki bağıntıdır. Katyana (İ. Ö. 400), bu teoremin ispatını ikiz kenar bir üçgeni kullanarak çok kolay bir biçimde ispatlamıştır. Ayrıca Apastamba (İ. Ö. 400), Sulba Sutra isimli kitabında Pisagor sayılarının bazılarını

$$3^2 + 4^2 = 5^2,$$

$$(3 + 3 \cdot 3)^2 + (4 + 4 \cdot 4)^2 = (5 + 5 \cdot 5)^2$$

$$(3 + 3 \cdot 4)^2 + (4 + 4 \cdot 4)^2 = (5 + 5 \cdot 4)^2$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2,$$

ve

$$(5 + 5 \cdot 2)^2 + (12 + 12 \cdot 2)^2 = (13 + 13 \cdot 2)^2$$

biçiminde yazar.

Eğer (a, b, c) üçlüsü $x^2 + y^2 = z^2$ denklemini sağlayan sayılarsa, her hangi bir k rasyonel sayısı için (ka, kb, kc) rasyonel sayıları da $x^2 + y^2 = z^2$ denklemini sağlar.

m ve n, her hangi iki rasyonel sayı ise, Brahmagupta (628),

$$m, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{m^2}{n} - n\right) \quad \text{ve} \quad \frac{1}{2}\left(\frac{m^2}{n} + n\right)$$

sayılarının, bir dikküçgenin kenarları olduklarını göstermiştir. Bu sayıların bir dikküçgenin kenarları oldukları yine Sripati (1039) ve II. Bhaskara (1150) tarafından kanıtlanmıştır.

Apastamba Sulba'yı (İ. Ö. 400) yorumlayan Karavindasvami, Sulba Sutras'ta bulunan bu çözümü

$$m, \quad \left(\frac{n^2 + 2n}{2n + 2}\right)m, \quad \left(\frac{n^2 + 2n + 2}{2n + 2}\right)m$$

biçiminde genelleştirilmiştir. Bu sayılar da bir dikküçgenin rasyonel kenarlarıdır.

$$x^2 + y^2 = z^2$$

denkleminin tamsayılar cinsinden çözümüne özel olarak Pisagor sayıları veya üçlüleri

ismi verilir. Yoksa diküçgenin kenarları olan tüm gerçel sayılara da Pisagor üçlüleri veya sayıları denebilirdi. Bu tamsayılara özellikle bu isim verildiği için biz de bu kurala uyacağız.

m ve n iki tamsayı ise, Brahmagupta

$$(m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2)$$

üçlüsünün $x^2 + y^2 = z^2$ denklemini sağladığını göstermiştir. Yani, bu sayılar bir Pisagor üçlüsüdür.

Mahavira (850), $m^2 - n^2$ ve 2mn kenarlı bir dikdörtgenin köşegeninin uzunluğunun $m^2 + n^2$ olduğunu göstererek, yine $x^2 + y^2 = z^2$ denklemini çözmüştür. II. Bhaskara da benzer bir kuralı söylemiştir. Ganesa (1545), m, n ve k tamsayıları için,

$$x^2 + y^2 = z^2$$

denkleminin en genel çözümünün

$$(m^2 - n^2)k,\ 2mnk,\ (m^2 + n^2)k$$

olduğunu yazmıştır. Mahavira, bu çözümlerde dikdörtgenlerden başka diküçgenleri de kullanmıştır. Onun çalışmalarında sorular daha çok şöyle geçer. m ve n elemanları (veya sayıları) ile bir diküçgen (veya dikdörtgen) oluşturunuz. Kullandığı formül de $(m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2)$ üçlüsüdür. Örneğin, 7 ve 4 sayılarıyla elde edilebilecek diküçgenin kenarları

$$7^2 - 4^2,\ \ 2 \cdot 7 \cdot 4,\ \ 7^2 + 4^2 \quad \text{veya} \quad 33,\ 56,\ 65$$

olmalıdır.

Sulba'da, bir kenarı rasyonel bir sayı olarak verilen bir diküçgenin kenarlarının bulunması problemi vardır. Yani, a sayısı bir diküçgenin bir kenarı ise, diğer kenarlar

$$x^2 + a^2 = z^2$$

denkleminin çözümü olacaktır. Bunun için (a, 3a/4, 5a/4) ve (a, 5a/12, 13a/12) şeklinde çözümler bulunmuştur. Bu çözümler Mahavira'nın (850) çalışmalarında açıkça görülür.

Brahmagupta'nın bir kuralından önce, bir kenarı verilen bir diküçgenin rasyonel olan kenarları, her hangi bir n rasyonel sayısı için

$$a,\quad \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2} - n\right),\qquad \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2} + n\right)$$

olarak ifade edilmiştir. Bu da $x^2 + a^2 = z^2$ denkleminin çözümüdür. Brahmagupta, yüksekliği rasyonel bir sayı olarak verilen ikizkenar bir üçgenin kenarlarını bu yöntemle bulmuştu. Bu çözüm, Mahavira'nın (850) çalışmalarında açıkça yazılmıştır. Bu da, dikdörtgenin kenarlarının kullanılmasıyla elde edilmişti.

Diküçgenlerin birinci yarısı için

$$a,\ \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{p^2} - p^2\right),\ \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{p^2} + p^2\right)$$

ve ikinci yarısı için de

$$\frac{a^2}{4q^2} - q^2,\ a,\ \frac{a^2}{4q^2} + q^2$$

formülleri bulunmuştu.

II. Bhaskara, Brahmagupta'nın bu formülleriyle temelde aynı olan

$$a,\ \frac{2na}{n^2-1},\ n\left(\frac{2na}{n^2-1} - a\right)$$

ve

$$a,\ \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{n} - n\right),\ \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{n} + n\right)$$

formüllerini bulmuştu. Yalnız, bu çözümlerden ilki Brahmagupta'nın formülü ile aynıdır. Diğeri farklıdır.

II. Bhaskara, bir kenarı 12 olan dört diküçgenin kenarlarını (12, 35, 37), (12, 16, 20), (12, 9, 15) ve (12, 5, 13) şeklinde bulmuştu.

Diküçgenin kenarlarının rasyonel sayılar olarak bulunması ilk kez Suryadasa'da (1538) verilmiştir. Bunun için kenarları

$$n^2 - 1,\ 2n,\ n^2 + 1$$

biçiminde rasyonel sayılar olan bir diküçgenden başlayalım. Eğer bununla ilgili diğer bir diküçgenin kenarları x, y ve z ise, yapılan hesaplamalardan sonra diküçgenin kenarları her hangi bir k sayısı için

$$x = k(n^2 - 1),\ y = 2nk \text{ ve } z = k(n^2 + 1)$$

olarak bulunur. Eğer $x = a$ ise, bu halde

$$k = \frac{a}{n^2 - 1}$$

olur. Buna göre diğer kenarlar

$$y = \frac{2na}{n^2 - 1} \quad \text{ve} \quad z = n\left(\frac{2na}{n^2 - 1}\right) - a$$

olarak bulunur.

Eğer $y = a$ ise, $x^2 + a^2 = z^2$ denkleminin çözümü, Suryadasa (1538), Ganesa (1545) ve Ranganatha (1602) tarafından

$$z = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{n} + n\right) \quad \text{ve} \quad x = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{n} - n\right)$$

olarak hesaplanmıştır. Yine, Apastamba Sulba'nın (İ. Ö. 400) yönteminin genelleştirilmesi

$$a, \quad \left(\frac{m^2 + 2m}{2m + 2}\right)a, \quad \left(\frac{m^2 + 2m + 2}{2m + 2}\right)a$$

olarak yorumlanmıştır.

$$x^2 + y^2 = c^2$$

biçiminde hipotenüsü verilen diküçgenin diğer kenarlarının bulunması için Mahavira (850) üç kural verilmiştir. Her hangi uygun bir p rasyonel sayısı için ilk kural

$$p^2, \quad \sqrt{c^2 - p^4}, \quad c$$

üçlüsüdür. Uygun bir p sayısı için ikinci kural da

$$p, \quad \sqrt{c^2 - p^2}, \quad c$$

biçimindedir. Burada özellikle uygun bir p sayısı sözcüğünün kullanılması gereklidir. Çünkü uygun olmayan bazı p sayıları için böyle bir üçlü bulunamayabilir. Karekökler rasyonel olmayabilir.

Mahavira'nın üçüncü kuralı burada en önemlisidir. Rasyonel kenarlı olan $m^2 - n^2$, $2mn$, $m^2 + n^2$ diküçgeninden başlayarak, hipotenüsü c olan rasyonel kenarlı diküçgenlerin kenarları

$$\left(\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}\right)c, \quad \left(\frac{2mn}{m^2 + n^2}\right)c, \quad c$$

olur. Buna göre, köşegeni 65 olan dört dikdörtgenin kenarlarını Mahavira (39, 52), (25, 60), (33, 56) ve (16, 63) olarak bulmuştur.

Diğer yandan, bir diküçgenin kenarları olan

$$\left(\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}\right)c, \quad \left(\frac{2mn}{m^2 + n^2}\right)c, \quad c$$

formülü, daha sonra Avrupa'da Pisalı Leonardo Fibonacci (1202) ve Vieta (1540 - 1603) tarafından Sulba'nın orijinal yöntemi izlenerek bulunduğunu özellikle söylemişlerdir.

Hipotenüsü c olarak verilen bir diküçgenin kenarları II. Bhaskara (1150) tarafından

$$\frac{2mc}{m^2 + 1}, \quad m\left(\frac{2mc}{m^2 + 1}\right) - c, \quad c$$

veya

$$\frac{2mc}{m^2 + 1}, \quad c - \frac{2c}{m^2 + 1}, \quad c$$

olarak hesaplanmıştır. II. Bhaskara, bunlara ilişkin olarak, hipotenüsü 85 olan iki diküçgenin dik kenarlarını (51, 68) ve (40, 75) olarak bulmuştur.

Hipotenüsü c olarak verilen bir diküçgenin dik kenarlarının her hangi bir m rasyonel sayısı için

$$m\left(\frac{2mc}{m^2 + 1}\right) - c, \quad \frac{2mc}{m^2 + 1}$$

olduğunu, Suryadasa (1538) da hesaplamıştır.

Mahavira (850), rasyonel kenarlı dikdörtgen veya kare için, kenarları ve alanları ile ilgili problemler düzenleyerek çözmüştür. Bunlara eşdeğer olarak

$$x^2 + y^2 = z^2$$
$$mx + ny + pz = rxy$$

türünde olan denklem sistemleri çözülmüştür.

Mahavira'nın problemleri alansız da devam eder. Örneğin, çevresinin uzunluğu bir olan dikdörtgenin kenarlarını bana hemen söyleyiniz.

Buradaki hemen sözcüğü problemin çözümünün çok kolay olduğu izlenimini vermektedir. Oysa çözüm o kadar kolay değildir.

Keyfi rasyonel m ve n sayıları için, kenarları ve hipotenüsü

$$m^2 - n^2,\ 2mn,\ m^2 + n^2$$

olan bir dikörtgenin çevresi $p = 2(m^2 - n^2 + 2mn)$ biçimindedir. Buna göre, çevresi bir birim olan tüm dikdörtgenlerin kenarları

$$\frac{m^2 - n^2}{2(m^2 - n^2 + 2mn)} \quad \text{ve} \quad \frac{mn}{m^2 - n^2 + 2mn}$$

sayılarıdır.

Çevresi hep aynı bir p sayısı olan tüm diküçgenlerin kenarları

$$\left(\frac{m - n}{2m}\right)p,\ \frac{np}{m + n} \quad \text{ve} \quad \left[\frac{m^2 + n^2}{2m(m + n)}\right]p$$

sayılarıdır.

Köşegenin iki katı, tabanının üç katı, yan kenarının dört katı ve çevresinin toplamı alanına eşit olan dikdörtgenin kenarlarını bulunuz. Yani

$$x^2 + y^2 = z^2$$
$$2z + 3x + 4y + 2(x + y) = xy$$

denklem sistemini çözünüz.

Çevresinin uzunluğu alanına eşit olan bir dikdörtgenin kenarlarını bulunuz. Yani

$$x^2 + y^2 = z^2$$
$$2(x + y) = xy$$

sistemini çözünüz. Ayrıca alanı hipotenüse eşit olan bir dikdörtgenin kenarlarını bulmak için

$$x^2 + y^2 = z \quad \text{ve} \quad xy = z$$

denklem sistemini çözmek gerekecektir.

Mahavira'nın bu ve buna benzer türdeki problemleri ve bu problemlerinin çözümleri uzayıp gider.

Dikkat edilirse, yukarıdaki problemlerde birimlere pek dikkat edilmemiştir. Uzunluğun alana eşit olması Hintlileri üzmemiştir. Bu tür problemler ve çözümleri Babillilerde de vardır. Bugün bile bu tür problemleri birimlerine dikkat etmeden çözeriz. Bu da bir yerde, problemleri birimlerine aldırmadan çözmedir. Oysa fizikçiler ve mühendisler bu konuda oldukça titizdirler.

Brahmagupta ve Mahavira, kenarları tamsayı olan ikizkenar üçgenlerin kenarlarını, herhangi m ve n tamsayıları için

$$m^2 + n^2,\ m^2 + n^2,\ 2(m^2 - n^2)$$

veya

$$m^2 + n^2,\ m^2 + n^2,\ 4mn$$

sayılarıyla vermektedirler. Buna göre bu ikizkenar üçgenin yüksekliği $m^2 - n^2$ ve alanı da $2mn(m^2 - n^2)$ formülleri ile bulunur.

Brahmagupta ve Mahavira, yukarıdaki problemin çözümünü üçgensel veya dikdörtgensel bölgeleri üçgenlerle tamamen örtmede yetenekli bir biçimde hesaplamalar yapmışlardır. Bu tür hesaplamalar ilk kez İ. Ö. 800 yıllarında Baudhayana'da görülmüştür. Brahmagupta, aynı a yüksekliği tüm ikizkenar rasyonel üçgenlerinin kenarlarının her hangi bir m rasyonel sayısı için

$$\frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{m} + m\right),\ \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{m} + m\right) \text{ ve } \left(\frac{a^2 - m}{m}\right)$$

sayıları olduklarını bulmuştur. Yükseklikleri 8 birim olan tüm ikizkenar üçgenlerden birisi m = 4 için (10, 10, 12) şeklindedir. Bu hesaplama, Prthudakasvami (860) tarafından yapılmıştır. Mahavira'nın da bu konuda bazı çalışmaları vardır. Tuğla örme, duvar bezemeleri, taban döşemeleri ve bu tür mozaiklerde Hintli cebircilerin yetenekli matematiksel çalışmaları vardır. Bu tür hesaplamalar üzerine daha sonra Avrupa'da büyük kardeş olan Frans van Schooten (1657), J. H. Rahn (1697) ve diğerleri tarafından bazı çalışmalar ve hesaplamalar yapılmıştır. Kısaca mozaik hesabı diyeceğimiz bu tür çalışmalar daha önce Mezopotamya'da ve Mısır'da da görülmüştür.

Yüksek dereceli belirsiz denklemler üzerine Hindistan'da çok sayıda çalışmalar yapılmıştır. Bunların içinde en ilginç çözümleri Mahavira (850), II. Bhaskara (1150) ve Narayana (1350) vermiştir.

$$ax^{2n+2} + bx^{2n} = y^2$$

denkleminin çözümünü II. Bhaskara yapmıştır. Bijaganita isimli kitabında

$$5x^4 - 100x^2 = y^2 \quad \text{ve} \quad 8x^6 + 49x^4 = y^2$$

belirsiz denklemlerini özel olarak çözmüştür.

$$ax^4 + bx^2 + c = u^3$$

türündeki denklemlerin çözümleri de II. Bhaskara'ya aittir.

$$bx + c = y^2$$

türündeki belirsiz denklemlerin çözümleri, Prthudakasvami ve II. Bhaskara'da çok sık görülür. $bx + c = y^3$ biçimindeki belirsiz denklemini de II. Bhaskara çözmüştür. Benzer olarak

$$bx \pm c = ay^2 \quad \text{ve} \quad bx \pm c = ay^n$$

türündeki belirsiz denklemlerin çözümleri de II. Bhaskara'ya aittir. Ayrıca

$$x \pm a = u^2$$
$$x \pm b = v^2$$

biçimindeki belirsiz denklem sistemlerinin çözümleri yine II. Bhaskara'nın çalışmalarında bulunabilir. Bunların özel hali olan

$$x + a = u^2$$
$$x - b = v^2$$

türündeki belirsiz denklem sistemi daha önce Brahmagupta tarafından çözülmüştür. Bu konuda Narayana'nın (1357) da çözüm kuralları vardır. II. Bhaskara,

$$ax^2 + by^2 + c = u^2$$
$$a'x^2 + b'y^2 + c' = v^2$$

denklem sistemini de çözmüştür. Daha ileri

$$a^2x^2 + bxy + cy^2 = u^2$$
$$a'x^2 + b'xy + c'y^2 + d' = v^2$$

denklem sistemleri ve çözümleri yine II. Bhaskara'nın çalışmalarında vardır. Bu konuda Narayana da çalışmıştır.

Hintli matematikçilerin çalışmaları bu şekilde devam edip gider.

Geometrik şekiller, bunların alanları, kenar uzunlukları, bu elemanlar arasındaki ilişkiler, çember, çember içine ve dışına bazı geometrik şekillerin yerleştirilmeleri problemleri bir hayli toplam tutar. Biz burada, Hint matematiği üzerine küçük bir özet vermeye çalıştık. Bu konuda çok sayıda çalışmalar ve kaynaklar vardır. Şimdi bu kaynakların bazılarını tanıtalım.

Hindistan'da en eski kaynaklardan birisi Apastamba Sulba (İ. Ö. 400) tarafından yazılan Apastamba Sulba Sutra'dır. Sanskritçe bir seri olan bu kaynak Almancaya çevirisi de yapılmıştır. I. Aryabhata'nın (499) Aryabhata isimli kitabı çok sayıda dile çevirmiştir. I. Bakhshali'nin (522) elyazması olan üç ciltlik kitabı G. R. Kaye tarafından Kalküta'da yayınlanmıştır. Baudhayana'nın (İ. Ö. 800) Baudhayana Sulba Sutra isimli kitabının İngilizce çevirileri ve yorumları vardır.

Hint matematiğinin en önde gelen isimlerinden II. Bhaskara'nın çok sayıda eserleri vardır. Bunlardan en ünlüsü Bijaganita'dır. Çok sayıda dile çevrilen baskıları vardır. Jnanaraja (1503) ve Narayana'nın (1550) elyazmaları olan Bijaganita'ları çok önemlidir.

Dünya matematiğine en etkili olan Brahmagupta'nın (628) Brahma-sphuta-siddhanta'sı birçok dile çevrilmiştir. Bu çevirilere Arapça da dahildir. Aynı matematikçinin Dhyanagrahopadesa'sı da tekrar tekrar yayınlanmıştır. Mahavira'nın (505) Brhajjataka ve Brhat-samhita isimli kitapları bir seri olarak İngilizceye çevrilerek yayınlanmıştır. Narayana'nın (1356) Ganita kaumudi isimli elyazması ile Dhundhiraja'nın (1558) oğlu olan Ganesa'nın Ganita-manjari isimli elyazması önemlidir. Sripati'nin (1039) Ganita-tilaka'sı, Mahavira'nın (850) Ganita-sara- samgraha'sı, Ganesa Daivajna'nın (1545) Graha - Laghava'sı, II. Bhaskara'nın (1150) Karana-kutuhala'sı, Katyayana'nın (İ. Ö. 400) Katyayana Sulba Sutra'sı, Brahmagupta'nın (628) Khunda-khadyaka'sı, I. Bhaskara'nın (522) Laghu-Bhaskariya'sı, Manjula'nın (932) Lanhu-manasa'sı, II. Bhaskara'nın (1150) ünlü Lilavati isimli kitabı, yine I. Bhaskara'nın (522) Maha-Bhaskariya'sı, II. Aryabhata'nın (950) Maha-siddhanta'sı, Varahamihira'nın (505) Panca-siddhantika'sı, Sripati'nin (1039) Siddhanta-sekhara'sı, II. Bhaskara'nın (1150) Siddhanta-siromani'si, Kamalakara'nın (1658) Siddhanta-tattvaviveka'sı ve Sridhara'nın (750) Trisatika'sı Hint matematiğinin birçok dile çevrilmiş ve yorumları yapılmış kaynaklarıdır.

Lala'nın (598) Sisya-dhi-vrddhida isimli çalışmasının çevirisi 1886 yılında yapılmıştır. Bu çalışmanın ilk yorumu 1179 yılında Mallikarjuna Suri tarafından bir elyazması olarak yapılmıştır.

Yazarları belli olmayan Surya-siddhantaların basımları ve yorumları Sanskritçedir. Bu yapıtlar daha sonra İngilizceye çevrilerek çok sayıda yorumları yapılmıştır.

Son olarak, Hintlilerin bazı matematiksel formülleri nasıl yazdıklarını gösterelim. Örneğin, modern dille

$$\sqrt{x+5} = s, \quad \sqrt{x-7} = t$$

denklem çifti

0	5	yu	mu	0	sa	0	7	+	mu	0
1	1			1		1	1			1

ve

$$10x - 8 = x^2 + 1$$

denklemi de

ya	va	0	ya	10	ru	8
ya	va	1	ya	0	ru	1

biçimlerinde yazılıyordu.

Benzer olarak, çarpım tablosuna da Hint kökenli denmiştir. Oysa çarpım tablosu Hindistan'da on altıncı yüzyılda kullanıldığı halde, aynı çarpım tablosu Araplarda ve Türklerde bu tarihten çok önce görülür. Yanlışı deneme yöntemi de Hint kökenli değildir. İkinci derece denkleminin pozitif ve negatif köklerinin olabileceği ilki de Hintlilere ait değildir. Bu ve bunun gibi daha çok yanlış ilkler vardır.

Hintli matematikçilerden önceleri dünyada kimsenin haberi yoktu. Hint matematiğini ve Hintli matematikçileri dünyaya Harizmi ve el Biruni tanıttı. Bir de Hint matematiği ile Çin matematiği arasında sürekli bir iletişim oldu. Dördüncü yüzyıl ve sonrasında çok sayıda Hintli elçiler Çin'e gitti. Bunun tersine çok sayıda Çinli de Hindistan'ı ziyaret etti. Bu geliş gidişlerde matematiğin iletildiği Çin kaynaklarına geçtiği halde, hiç bir Hint kaynağı bu konuda bir bilgiye sahip değildir. Bu iki ülke arasındaki matematiğin nasıl iletildiğini Yoshio Mikami uzun uzun anlatır. Oysa, Hint matematiğini batıya tanıtan ve götüren Harizmi (780 - 850) ile Biruni (973 - 1052) olmuştur. Halife el Memun (772) döneminde Hintlilerin astronomi ve matematik çalışmaları Arapçaya çevrilerek Müslümanlar tarafından okunmuştur. Bu nedenle Arap astronomisine ve matematiğine, Hintlilerin çok etkisi olmuştur. Oysa, Şakir ve oğullarının matematikleri daha çok batı kökenlidir.

Yanlışlıkla Arap rakamları denen Hint rakamları ve sıfır çok araştırmaya ve tartışmaya konu olmuştur. Bu konuda az bilgisi olanlar hala bir yanılgı içindedirler. Bu konuda araştırma yapan belli başlı kişiler, Cajori, Datta ve Singh, Guitel, Menninger, Pihan, Smith, Karpinski, Woepcke ... gibi sayılabilir. Ayrıca, bu sayıların kökenine kadar gidip araştıran özel meraklılar bile çıkmıştır. Biz bu kesimde daha çok Hindistan'da kullanılan rakamların nasıl bir evrim geçirdiğini ortaya koyacağız.

Dünya'nın hemen hemen en çok değişik dilinin konuşulduğu ülke Hindistan'dadır. Bu olay bugün hala aynıdır. Yetmişin üzerinde dilde filim çevrildiği ve seslendirildiği

BİRİM BASAMAĞI	İLGİLİ AD	SAYISAL DEĞER	ONUN KUVVETİ
1	*eka	1	1
2	*dashan	10	10
3	*shata	100	10^2
4	*sahasra	1 000	10^3
5	*ayuta	10 000	10^4
6	*laksha	100 000	10^5
7	*prayuta	1 000 000	10^6
8	*koti	10 000 000	10^7
9	*vyarbuda	100 000 000	10^8
10	*padma	1 000 000 000	10^9
11	*kharva	10 000 000 000	10^{10}
12	*nikharva	100 000 000 000	10^{11}
13	*mahapadma	1 000 000 000 000	10^{12}
14	*shankha	10 000 000 000 000	10^{13}
15	*samudra	100 000 000 000 000	10^{14}
16	*madhya	1 000 000 000 000 000	10^{15}
17	*antya	10 000 000 000 000 000	10^{16}
18	*parardha	100 000 000 000 000 000	10^{17}

El Biruni'den alınan onun kuvvetlerinin Sanskritçe isimlerinin listesi.

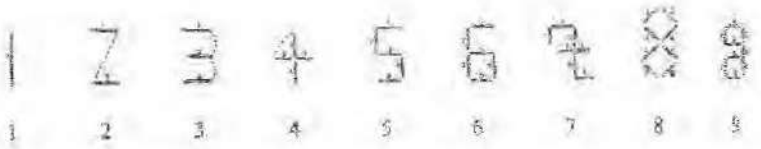
bilinmektedir. Bu olay bugün de böyle, geçmişte de böyleydi. Bu nedenle Hindistan'da çok sayıda değişik sayı rakamları ve işareti kullanılmıştır. Bunları birazdan göreceğiz.

Bugünkü sayı rakamlarımızın kökeninin Hindistan olduğunu kolay bir şekilde elde edememişizdir. Bunun için çok tartışmalar, yazılar, gerçek olan belgelerin yanı sıra uydurma diyebileceğimiz belgeler bile oluşturulmuştur. Özellikle bakır levhalar üzerine yazılmış sahte tapu belgeleri bile düzenlenmiştir. Şüphesiz, özellikle bakır levha üzerine çizilmiş gerçek tapu belgeleri de çoktur. En güvenilir olanlarından birisi de mezar taşları ve duvarlarıdır. Tapınak duvarları, bugün halen birer canlı belgelerdir. Bugün kullandığımız Hint rakamları, önce Bağdat'a, buradan Kuzey Afrika yoluyla İspanya'ya ve İtalya'ya ulaşmıştır. Bu göç yüzyıllar sürmüştür. Zamanla kökeninin Hindistan olduğu bile unutulmuştur. Mısır ve Kuzey Afrika'da halen sürüp giden bir söylentiye göre, yanlışlıkla Arap rakamları dedikleri gösterimler, Kuzey Afrika kökenli Endülüs Emevilerinden olan Mağripli bir camcı geometricinin buluşuymuş. Kuzey Afrikayı eline geçiren Endülüs Emevileri Arap olduklarından Avrupalılar bu rakamları onlardan aldıkları için hep bunlara Arap rakamları ismini vermişlerdir. Mağrip kökenli camcı geometriciye mal edilen efsaneye göre, dokuz temel rakama her birinde bulunacak açıların sayısına bağlı olan çağrıştırıcı bir biçim vermiş, 1 rakamının çizgisi için bir açı, 2 rakamının çizgisi için iki açı, 3 rakamının çizgisi için üç açı, . . . düşünmüştür. Rakamlarımızın kökenine ilişkin ilk düşsel varsayım budur. Buna göre rakamlarımız,



biçiminde olacaktır. Gerçekten her rakamda rakamın gösterdiği sayı kadar açı vardır. (10).

İkinci düşsel bir varsayım da



biçimindedir. Üçüncü düşsel varsayım noktaların sayısı gözönüne alınarak düşünülmüş ve



biçiminde alınmıştır. Bu varsayım daha çok Pisagorcuları kaynak göstermiştir. Dördüncü düşsel varsayım, daha çok bir dairenin çap ve yay parçalarının oluşturduğu şekil olarak düşünülmüş, tam daireden de sıfır türetilmiştir. Buna göre rakamlarımız



şeklinde olacaktır. Beşinci düşsel varsayım yine camcı geometricinin düşündüğü şekillerin birisidir. Yalnız burada sıfır da vardır. Bunlar da



rakamlarıdır. Altıncı düşsel varsayım, Salamon halkası efsanesinden kaynaklanan karesel şekilden çıkan



rakamlarıdır.

Bu düşsel varsayımların tümü birer çizgiden çıkmış birer üründür ve kanıttan yoksundur. Bu tür tahminlerin çok kısır olacağı açıktır. Bu rakamların kökenine bakılacak olursa, bu işlerin o kadar kolay bir biçimde elde edilemeyeceğini görecektir. Bu işten anlayan uzmanların deyimiyle bu sonuçlar toptan bir çelişkidir.

Günümüzde hala sürüp giden söylentilere göre bugünkü rakamlarımızın bulunuşu Araplara verilir. Oysa, Arap rakamları denen işaretlerin buluşçusu kesinlikle Araplar olmamıştır. Zaten Arapların kendi yazılarında da bu söylentiye ilişkin en ufak bir belirti görülmemiştir. Matematik ve aritmetik üzerine Hintli, Türk, İran, Süryani, Arap, Mısır ve Kuzey Afrikalı bilginler eserler vermişler ve hiç biri bu yönde bir düşünce söylememişlerdir. Daha sonra görüleceği gibi, onlar hep doğruyu yazmış ve bu rakamların Hint kökenli olduğunu söylemişlerdir. Arap rakamları söylentisini zaten Avrupalılar uydurmuş ve yaymışlardır. Bu yalanı temizlemek de yine sonunda onlara düşmüştür. Hatta bu konuda ünlü Avrupalı araştırmacılar bile hatalara düşmüşlerdir. Onlara göre, bu rakamlar Hıristiyanlık çağının hemen başlarında yeni Pisagorcular bu rakamları icat etmişler, İmparatorluk çağında İskenderiye limanından Roma'ya, oradan da Hindistan'a ticaret yoluyla geçmiştir. Roma'dan İspanya'ya ve Kuzey Afrika ülkelerine geçtiği ve yayıldığını söylemişlerdir. Müslümanlar ve Arap halkları bunları Hintli tüccarlardan almışlar ve kullanmışlardır. Birazdan bu görüşün ne kadar tutarsız olduğunu göreceğiz. Bu karışıklığa ve ileri sürülen görüşe, Boethius'ün elyazmalarının daha sonraki kopyalarının neden olduğunu hemen belirteyim. (10).

Şimdi, bu rakamların kökenine ilişkin görüşlerini yazarı araştırmacıları ve yazdıklarını sıralayalım.

Alman matematikçi Köbel, 1514 yılında yayınladığı yapıtında, "Bu sanat da Araplar arasında doğmuştur." demektedir. Ünlü İtalyan matematikçisi Tartaglia, 1556 yılında yayınladığı yapıtında, "Arapların on rakamla yaptıkları budur." biçiminde yazmıştır. İngiliz matematikçisi Robert Recorde, 1558 yılında yayınladığı bir eserinde, "Bu alanda, bu sanatı icat etmiş olan Kaldelilerin harflerini nasıl yapıyorlarsa rakamlarını da öyle çizdiklerini herkes kabul eder. Çünkü, Kaldeliler tersten yazarak okurlar. İbranilerin, Kaldelilerin ve Arapların tümü sağdan sola doğru yazarak okurlar. Oysa, Yunanlılar ve Latinliler hatta bütün Avrupalılar soldan sağa doğru yazarak okurlar." Peletarius'un 1563 yılında yazdığı eserinde "Şekillerin değeri sağdan başlar, sola doğru gider. Bizim yazma yöntemimizin tam tersine yaparlar. Bunun ilk uygulaması Kaldelilerden ya da ilk kaçakçılar olan Fenikelilerden gelir".

"Kimileri aritmetiğin icadını aynı ticari nedenlerle Fenikelilere, kimileri de Hintlilere mal eder. Mezarı Paris'te bulunan Ioannes de Sacrobosco ise onu Araplara verir." diyen Ramus, 1569 yılında böyle yazıyordu.

Strasbourglu Conrad Rauhfuss Dasypodius, 1592 yılında yazdığı eserinde,



rakamlarını yazıyor ve "Bu rakamları yapan kim? Rakamlar için kullanılan bu işaretleri kimler yapmış? Bunlar şimdiye dek bilinmeden kalmış. Bunlar hakkında çok az şeyler bildiğimi söyleyeyim. Eskiçağ Yunanlıları sayıları göstermek için harfleri kullanmışlardır. Yunan rakamları bu rakamlardan farklıdır." diyordu.

Erpenius, 1613 yılında yazdığı bir yapıtında, "Arap rakamları aslında Toledolu noterlerin rakamlarıdır. Bunlar eski Pisagorculardan alınmıştır." diyordu. (10).

Laurembergus, 1636 yılında yayınladığı yapıtında, "Bu kaba, bayağı şekiller yaşayıp geldi. Bugün neredeyse tüm dünya onları kullanıyor. Tüm dokuz tane 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakamlarına bir de 0 rakamı, başka bir deyişle hiç ya da hiçbir şey anlamına gelen Arap sıfır işareti ekleniyor. Kimileri bu işaretlerin Arapların icatları olduğunu düşünürken, bazıları da Fenikelilerin ya da Hintlilerin buluşu olduğunu yeğler. Çünkü, Araplar nasıl bir zamanlar hemen hemen tüm dünyanın efendisi oldularsa, bilimin yayıcısı olmaları da akla yatar. Sonuç olarak, icatçısı kim olursa olsun, en büyük yeniden doğuşu bu rakamlara borçluyuz." diye yazıyordu.

Vossius, 1640 yılında yazdığı yapıtında, "Arap rakamları dizisinin Hintlilerden ya da İranlılardan Araplara, sonra da İspanyol Mağriplilerine, oradan da Avrupa'ya geçtiğini" söyler. Ama bu rakamların Yunanlılardan Hintlilere geçtiğini kanıt göstermeden savunur.

Nottnagelus, 1645 yılında yayınladığı eserinde, "Hesaplayıcılar daha kolay hesap yapmak için kendilerine özgü işaretler uydurmuşlar, kimileri onların icadını Fenikelilere, Valla ve Cardanus gibiler de Hintlilere ait olduğunu söyler. Çoğu kez bu icat Araplara ve İspanya ve Kuzey Afrika Müslümanları olan Zebanilere yüklenir. Kimileri de bu rakamların Yunanlılara ait olduğunu söyler. Kimileri de onların başka kökenden geldiğini savunur. Günümüzdeki aritmetikçiler de onları kullanır" şeklinde yazıyordu. Theophanes (1655), bunların Arap işi ya da Arap icadı olduğunu söyleminin hiçbir gerekçesi bulunmadığını kabul eder. Rahip Goar, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakamlarının daha çok Hintlilerden ve Kaldelilerden geldiği görüşündedir. Avranches piskoposu Huet (1679), Ortaçağ Avrupa rakamlarının Pisagorcularca icat edildiğini savunur. Don Calmet (1707), bu rakamların Yunan kökenli olduğunu savunur. Benzer olarak Veidler (1755) de aynı sözleri söyler. Yahudi yazar C. Levias (1905) bu rakamların İsrail halkının icadı olduğunu ve Yahudi bilgin Maşallah'ın bunları İ. Ö. 800 yıllarına doğru İslam dünyasına getirdiğini ileri sürer. Levi Della Vida (1933), bu rakamların Yunan kökenli olduğunu söyler. (10).

Bu ve bu görüşü savunanlar yine vardır. Dikkat edilirse, bu yazarların ileri sürdüğü görüşleri kanıtlayacak bir belge yoktur.

Şimdi de, modern sayılamanın Hint kökenli olduğunu söyleyen Avrupalı tanıkların yazdıklarına bakalım.

Vigila isimli bir rahibin 976 yılında Kuzey İspanya'da Logrono kenti yakınlarında Albelda manastırında kaleme aldığı Codex Vigilanus isimli kitap, sıfırsız dokuz temel rakam içerir. Bu kitap, Sevillalı Isidore'nin Kökenler Kitabı'ndaki üçüncü kitabın ilk bölümüne ek olarak yazılmıştır. Yazar, bu rakamların Hint kökenli olduğunu yazısında açıkça belirtir. Burada, "Aritmetiğin rakamları için de aynı. Hintlilerin son derece ince bir zekası olduğunu, öteki uluşların aritmetik, geometri ve tüm diğer serbest disiplinler konusunda onlardan sonra geldiğini bilmek gerek. İşte, Mağripli Arapların rakamlarının biçimi,

9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1

biçimindedir."

Benedictus tarikatından olan William (1125), Arapların Hint rakamlarını benimseyip bunları fethettikleri ülkelere özellikle İspanya'ya aktardıklarını yazar. Gerbert'in, Sevilla'da ya da Kurtuba'da okuduğunu, orada Hint rakamlarını ve bunların nasıl kullanıldıklarını öğrenip Avrupa'ya nasıl yayıldığını anlatır. Bathlı Adelhardus (1130), Hint hesabı üzerine Arapça bir yapıtın çevirisinden başka bir şey olmayan Hint Rakamları isimli yapıtı kaleme alır. Piskopos Toledolu Raimond, dönme Yahudi Jean de Luna ile başdiyakos Domingo Gondisalvo'nun, Hint Rakamları Üzerine Algorismi Kitabı isimli kitap, Hint aritmetiği üzerine Arapça bir incelemenin İspanyolca ve Latince çevirisinden başka birşey değildir.

Chesterli Robert (1143), Hint aritmetiği üzerine Arapça bir yapıtın çevirisinden başka birşey olmayan Hint Rakamları başlıklı yapıtı kaleme alır. Sevillalı Jean (1150), yazdığı aritmetik kitabında Hintlilerin üstün bir başarı gösterdiklerini, onların kurallarını uzun uzun anlatır.

Rabbi Abraham Ben Meir Ben Ezra (1092 - 1167), bu konuda en yetkili ve eserler vermiş biridir. Doğuya bir gezi yapıp İtalya'da da bir süre kaldıktan sonra, Sayı Kitabı başlıklı İbranice bir kitabı kaleme alır. İbranice yazılan bu kitabın Hint rakamları ve kurallarının nasıl uygulandığını yazar. Bu kitapta dokuz birimi İbrani alfabesinin ilk dokuz harfi ile işaret eder. Sıfırı ise küçük bir yuvarlak işaretle gösterir. Ona İbranice tekerlek anlamına gelen galgal ya da daha sık olarak Arapçadan gelen sifra yani boşluk adını verir. Aslında Ezra'nın yaptığı Hint rakamlarıyla yapılan aritmetiği İbranice harflerle yapmaktan başka bir şey değildir. Kitabın girişinde bu rakamların Hint kökenli olduğunu açıkça söyler ve onlarda meydana gelen değişiklikleri işaret eder. Rakamların

bulundukları yerlere göre basamak değerleri aldıklarını bu kitapta açıklar. Zaten Ezra'nın Avrupa'ya yaptığı en büyük hizmet budur.

Pisalı Leonardo Fibonacci (1202), Yakın Doğu'ya ve Kuzey Afrika'ya, özellikle de Bugara'ya yaptığı yolculuklardan sonra Liber Abaci isimli kitabı yazar. Kitabında, "Bugara'ya gelen Pisalı tüccarların çıkarlarını korumak için babam gümrüğe hükümet katibi olarak atandı. Benim abaküsle hesap yapmamı öğrenmemi istedi. Bundan ileride çok yararlandım. Böylece, dokuz Hint rakamıyla hesap yapmayı bu sayede öğrendim. Bu şekildeki Hintli dokuz rakam 9 8 7 6 5 4 3 2 1 biçimindedir. Bu dokuz rakama Arapçada zephirum denen sıfır da vardır." diye yazıyordu. (10).

İstanbullu rahip Maksimos Planudes (1260 - 1310), Bağdat'a kadar giderek Araplardan Hint matematiğini öğrenmiş ve Hint Aritmetiği ya da Hintlilere Göre Hesap Yapma Yöntemi isimli bir kitap yazmıştır. Hint rakamlarının sayısının 1 2 3 4 5 6 7 8 9 biçiminde dokuz tane olduğunu, ayrıca, hiç anlamına gelen sıfır işaretinin de kullanıldığını söyleyerek, bunların Hint kökenli olduğunu yazar.

Petrus de Dacie (1291), Sacrobosco'nun Algorismus isimli yapıtına ilişkin bir yorum kaleme alır ve orada bir matematiksel hatayı yorumlarken, "Çünkü her sayı ne olursa olsun Hint rakamlarıyla işaretlemeye uygun değildir." diye yazar. İngilizce yazılmış en eski aritmetik çalışması olan The Crafte of Nombrynge'den alınan bir parça, "Bu alanda 0 9 8 Λ 6 5 4 3 2 1 diye yazılan rakamların kullanıldığını bilmek gerekir. Uygulamada Hindistan'nın on rakamını kullanırız. Niye Hindistan rakamları? Çünkü bu rakamlar Hindistan'da icat edilmiştir." diye yazar.

Willichius (1540) bir aritmetik kitabında Hint rakamları sözcüğünü kullanır.

Venedikli Cataneo (1546), yazdığı bir temel aritmetik kitabında Hindistan'ın dokuz rakamı sözcükleri vardır. İngiliz matematikçisi John Wallis (1616 - 1703), dokuz Hint rakamları deyimini kullanır. Ünlü matematik tarihçisi Montucla (1789), "Modern aritmetiğimizin temelini oluşturan ustalıklı Hint matematiği, ülkemize gelmeden önce Araplar onlarla çoktan tanışmışlardı. Bu rakamların Arapların icadı olduğu söylense de, sözünü ettiğimiz rakamların onlara Hindistan'dan geldiğine ilişkin elimizde çok sayıda belge vardır." diyordu. Ünlü Fransız matematikçisi Laplace (1814), "Bugün kullandığımız rakamları ve bu rakamlarla hesap yapma yöntemini usta matematikçi olan Hint ulusuna borçluyuz." şeklinde yazıyordu.

Bugün kullanılan rakamların ve sayılamanın Hintlilere ait olduğunu sadece Avrupalı matematikçiler söylememiştir. Aşağıdaki Müslüman-Arap yazarların, bin yıldan daha fazla bir süre boyunca, kendilerine onur kazandıran dikkat çekici bir açıklık anlayışıyla, ondalık konumlu sayılamanın keşfinin Hintlilere ait olduğunuğu hiç durmadan belirttiklerini kanıtlamaktadır. Yalnız, burada Müslüman-Arap deyimi biraz dar çerçevede kalmaktadır. Bu görüşü destekleyen doğulu bilginlerin birçoğu Türk kökenli, bazıları

İranlı, içlerinde Hıristiyan, Süryani, Yahudi veya başka ırklardan kimseler de vardır. Bu matematikçilerin içinde Müslüman, Arap ve Hıristiyan olmayanlar da vardır. Batının burada çok genelleme yaparak, bu çalışmaların sadece Müslüman Araplarınca yapıldığı savı yanlış olmaktadır. Yoksa matematik üzerine çalışanların yerleşim bölgeleri ve geldikleri ulusların çok geniş bir topluluk oluşturduğunu söylemek gerekir. Hatta bu konuda daha ileri görüşlü batılı matematik tarihçileri bu konuyu özellikle geniş bir topluluğa ve uluslara yüklemeyi bir görev sayarlar. İşi sadece Müslüman-Arap deyimi ile sınırlandırmazlar. Örneğin, bu konuda çalışan Müslüman olan veya olmayan Türk, İran ve Süryani olan matematikçiler vardır.

Hint matematiği ve Hint rakamları üzerine bilgi verecek olanlardan ilki Ebu Cafer Muhammet İbu Musa Al Harizmi'dir (810). Hindistan Hesabına Göre Toplama ve Çıkarma Hesabı isimli kitabı yazar. Bu kitabın Latince çevirisi on ikinci yüzyıldan beri bilinir. Kitap şöyle başlar. "... Hintlilerin dokuz şekil yardımıyla nasıl hesap yaptığını sergilemeye ve bu şekillerin, sade ve özlülükleri sayesinde bütün sayıları nasıl dile getirebildiğini göstermeye karar verdik. Sonra, dokuz rakamın ve konumlarını karıştırmamak için mutlaka kullanılmasını önerdik. Daire biçimindeki onuncu şeklin yani sıfırın Hint kökenli olduğunu belirterek, ondalık konumlu ve rakamların bulundukları yerlere göre basamak değeri aldığını ve sayılamanın ilkesini ayrıntılı olarak açıkladık." demektedir.

Halife el Memun'un gökbilimcilerinden biri olan Müslüman olmuş Yahudi matematikçi Sanad Bin Ali (820), Hint Hesabı Üzerine İnceleme isimli bir kitap yazar. Bu kitap İbn al Nedim'in kitap listesinde yer alır. Hint matematiği hakkında bilgiler verir.

Arap düşünürü Al Cahiz (850), rakamlara Hint rakamları ismini verir ve büyük sayıların Hint rakamlarıyla kolaylıkla yazılabileceğini söyler. Aslında Hint rakamlarını horladığı ve küçümsediği halde bunları özellikle yapar. Sonra, "Hint rakamlarını ve bu rakamları kim icat etti?" diye soru sorar. (10).

Ebu Yusuf Yakub İbn İshak al Kindi (873), Dört Kitapta Hint Hesabını Kullanma Biçimi isimli kitabı yazar. Bu kitap da İbn al Nedim'in kitap listesinde yer alır.

Bilgin Ebu Kamil Şuca İbn Aslam İbn Muhammed al Hasib al Mısri (900), Hintlilere mal ettiği iki düzmece konum kuralını kullanan bir aritmetik kitabı yazar. Zaten kendisi devlet dairesinde hesap uzmanı olduğu için, isminin sonundaki Hasip al Mısri Mısırlı Hesaplayıcı anlamındadır. Latince çevirisi ile bilinen bu kitap, Hint bilginlerinin ortaya koyduklarına ve İbrahim'in Hint Kitabı denen kitaba göre derleyip oluşturduklarına dayanarak, "Tahmin Hesabı" denen büyütme ve küçültme üzerine bir yapıttır.

Bugünkü Tunus'ta Kairuan doğumlu Ebu Sahl İbn Tamim (950), Sefer Yestsirah Kabala'yla ilgili İbranice bir yorum yazar. Kitapta "Hintliler birimleri göstermek için dokuz işareti icat etti." Tozla hesap anlamına gelen Hisab al Hindi isimle bilinen ve daha önce yazdığı bir kitapta bu rakamlardan söz ettiğini yazar.

Ebul Hasan Ahmed İbn İbrahim al Uklidisi (952), Hint Aritmetiği Üzerine İnceleme isimli bir kitap yazar. Bu kitap Hint aritmetiği ve Hint rakamları hakkında bilgiler içerir. Ebu Nasr Muhammed Bin Abdullah al Kalvadzani (952), Hint Hesabıyla İlgili Levha Üzerine isimli bir kitap yazar. Bu kitap da İbn al Nedim'in kitap listesinde yer alır. Al Sufi (986), Hint Hesabı Üzerine İnceleme isimli bir kitap yazar. Ali Bin Ahmed Ebul Kasım al Mucitabi al Antaki al Mualivi (987), Hint Hesabıyla İlgili Levha Üzerine Büyük İnceleme isimli bir kitap yazar.

Ahmet Bin Umar al Karabisi (987), Hint Hesabı Üzerine İnceleme isimli bir kitap yazar. Bu kitap da İbn al Nedim'in kitap listesinde yer alır. Sinan İbn al Fath min ahl al Harran (987), Hint Hesabıyla İlgili Levha Üzerine İnceleme isimli bir kitap yazar. Bu kitap İbn al Nedim'in kitap listesinde yer alır.

Tarihçi ve yaşam öykü yazarı Bağdatlı Yakup İbn al Nedim (987), Arap-İslam toplumunun ve edebiyatının tarihi üzerine en önemli yapıtlarından birini kaleme alır. Bilimler Kitabı Dizini ismiyle bilenen bu kitap, orada özellikle çağının büyük Arap-Müslüman gökbilimcileriyle matematikçilerinin yapıtlarından söz eder. Hesap yöntemlerini sürekli olarak Hint hesabı deyimi ile dile getirir.

Matahar İbni Tahir (1000), Yaratılış ve Tarih Kitabı'nda, ilginç olsun diye Hint rakamlarını Nagari biçimiyle verir. Hintlilere göre, büyük bir sayının ondalık konumlu anlatımı dünyamızın yaşını yazar.

Hint matematiği hakkında en iyi kaynak kişi, gökbilimci ve matematikçi olan Muhammed İbni Ahmet Ebul Reyhan al Biruni (973 - 1048), Hindistan'da tam otuz yıl oturup Hint bilimleriyle haşır neşir olduktan sonra, bu ülkenin bilimleri hakkında çok sayıda kitaplar yazar. Bunlar arasında matematik için en önemlileri Rakamlar Kitabı, Aritmetik İncelemesi ve Sint ve Hint Rakamlarıyla Sayım Dizgesi isimli kitaplardır. O dönemin Hindistan hakkında tanıklarının en önemlilerinden birini oluşturan Kitab fi Tahkik-i Ma-li'l Hind isimli yapıtında, Hindistan'da kullanılan rakamların çizgisel biçimlerinin çeşitliliğinden söz edip Araplarca kullanılan rakamların Hint kökenli olduğunu özellikle vurgular ve yazar. Ayrıca, "Hintliler bu sayı işaretlerini aritmetiklerinde bizim kullandığımız gibi kullanırlar. Hintlilerin bu alanda bizden ne kadar ileri olduğunu ayrıntılarıyla gösteren bir kitap yazdım." Geçmişin Kalıntıları ya da Eski Uluslar Zamandizini isimli yapıtında da, dokuz rakama Hint rakamları ismini verir. Bunların Babil kökenli altmış tabanlı sayılama ile bu sayılamanın karşılaştırmasını yaparak, Hint sayılamasının üstünlüğünü gösterir. (10).

Basra kökenli Ebu Ali Al Hasan İbn al Hasan İbn al Haytam (1020), Hint Hesabının İlkeleri Üzerine Kitap isimli bir yapıtını kaleme alır. Burada Hint aritmetiği ve Hint rakamlarından söz eder.

Ebul Hasan İbn-i Labban al Gili (971 - 1029), Fi Usul Hisab al Hind başlığını taşıyan bir yapıt kaleme alır. Halen İstanbul'da Ayasofya Müzesi'nde bulunan bu kitap,

"Hint rakamlarıyla gösterilen işlemler üzerine yazılan bu inceleme... " şeklinde devam eder ve Hint matematiği ile hesapların nasıl yapılacağını açıklar.

Müslüman dünyası ve Avrupalılarca en çok bilinen Al Hüseyin İbni Sina (980 - 1037), daha çok gençken babasıyla ağabeyi arasında geçen, çoğu kez felsefe, geometri ve Hint hesabı sorunlarının söz konusu eldiği konuşmalara katıldığını, babasının, on yaşında, yani 990 yıllında Hint hasabı sanatını öğrensin diye kendisini sayılarla çok ilgilenen bir tüccarın yanına gönderdiğini anlatır. İbni Sina, yazdığı aritmetik kitabında "Hint yöntemiyle karelerin doğrulanmasına gelince ... Küplerin özelliklerinden biri, onları Hint hesabının işlem yapma yöntemiyle doğrulama olanağının bulunmasıdır..." biçiminde söz eder.

Ebul Hasan Ali İbni Ahmed an Nisavi (1030), Hint Aritmetiği Üzerine Tüm Bilgileri Veren Kitap isimli yapıtı kaleme alır ve Hint matematiği üzerine çalışır. Ali İbni Abil Rical Ebul Hasan (1048), yazdığı bir gökbilim kitabının önsüzünde, dokuz rakamlı aritmetiğin icadını Hintli düşünürlere borçlu olduğunu söyler. Mahmud İbni Kaid al Amuni Şerafeddin al Meki (1172), Geometri ve Hint Rakamları Üzerine isimli bir inceleme yazar. Burada Hint matematiği hakkında bilgiler vardır. (10).

Sonradan Müslüman olmuş Yahudi kökenli matematikçi As Samaval İbni Yahya İbni Abbas al Magribi al Andalusi (1174), Aritmetik Üzerine Işıklı Kitap isimli bir yapıt kaleme alır. Burada kullanılan rakamların ve hesap yöntemlerinin Hint kökenli olduğunu açık bir dille yazar.

İranlı ansiklopedici Fahreddin al Razi (1149 - 1206), Hadaik al Anvar isimli bir matematik kitabı yazar. Bu kitabın bir bölümü Hint hesabı başlığını taşır. Muvaffak al din Ebu Muhammed al Bağdadi (1230), Hint Aritmetiği isimli bir kitap yazar.

Ebul Abbas Ahmet İbn al Banna al Marrakuşi (1300), Aritmetik İşlemlerin Özeti isimli bir kitap yazar. Bu kitapta, rakamların ve hesap yöntemlerinin Hint kökenli olduğuna açıkça göndermede bulunur.

Abdurrahman İbni Haldun (1332 - 1406), Önsözler isimli yapıtında, Arapların Hintlilerin bilimini rakamları ve hesap yöntemlerini aynı zamanda aldıklarını yazar. Tarih olarak 773 yılını gösterir. Gerçekten, Kankah isimli Hintli bilgin, Brahmagupta'nın Astronomi Kitabını bu tarihte Halife el Memun'un sarayına getirir ve Halife bu kitabı hemen Arapçaya çevirttirir.

Ebul Hasan al Kalasadi (1470), bir aritmetik çalışmasında yaptığı bir yorumda, Müslüman İspanya ile Kuzey Afrika'da Endülüs Emevilerinin kullandıkları dokuz rakamdan söz eder ve "Bunların kökeninin Hintli bir adam olduğu söylenir" diye yazar. Behaeddin al Amuli (1600), Hesabın Özü adlı yapıtında, temel rakamlara göndermede bulunarak,, "Gerçekte, bu dokuz şekli icat edenler Hint bilginleridir" şeklinde söz eder.

Yukarıdaki tanıkların sözleri, bugünkü yazılı sayılamamızın Hint uygarlığının yaratıcı atılımlarının ürünü olduğu konusunda tam bir oybirliği içindedir. Çünkü, tanıklık tarihsel bir olaydır ve belgelere dayanır. Sözlü tanıklık zamanla gerçekliğini yitirir. Yukarıdaki yazılı ifadeler ve belgeler bu rakamların ve hesap yöntemlerinin kesin olarak Hindistan'dan geldiğini gösterir. Zaten Avrupalı bilginler bunu karıştırmasaydı Hindistan ve Müslüman dünyasında böyle bir sorun yoktu. Yukarıdaki tanıkların zaman ve yer bakımından birbirleriyle bağlılığı da yoktur. Bu yazarların tümü birbirlerinden bağımsız olarak bunları yazmışlardır. Sonra, anlatılanlar birer öykü de değildir. Maksimos Planudes, Fibonacci, İbni Haldun, İbni Sina, Al Biruni, Al Harizmi ve çoğu matematikçi olayın geçtiği yerlere gitmiş, oraları incelemiş ve yapıtlarına bunları yazmıştır. Bu nedenle, onların anlattıkları ve tanıklıkları tümüyle birer gerçektir. Anlattıklarında da tam bir uyum vardır. Gerçek görgü tanıkları ve yazarlarıdır.

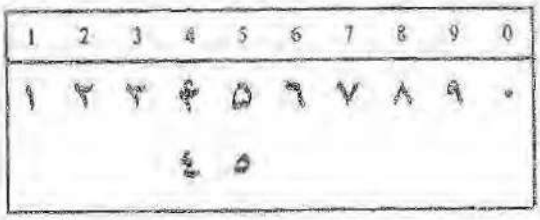
Hint matematiği ve Hint rakamları hakkında bilgiler veren tanıklar sadece bunlar değildir. Buna Avrupalılardan ve Araplardan başka tanıklar da vardır. İslamiyetten çok önce ve İslam topraklarında Müslüman olmayanlar tarafından da Hint matematiği ve Hint rakamları gözlenmiştir. İlk Emevi Halifesinin Şam'da yönetime gelişinden az sonra, İslamiyetin daha yeni yeni oluştuğu ve yayılması döneminde Orta Doğu'ya yapılan bir gezi bunu kanıtlar. Bu kişi, bu çağda yaşamış ve Fırat nehri kıyısında Kenesre manastırında felsefe, matematik ve gökbilimi okumuş olan Suriyeli piskopos Severus Seboktius'dur. Burası Yunanlı, Mezopotamyalı ve Hintli bilginlerin yollarının birbirine kavuştuğu çok ayrıcalıklı coğrafi konumundan ötürü hatırı sayılır ölçüde ışık görmüş bir yerdi. Yani İpek Yolu üzerindeydi. Severus Seboktius hem Yunan ve Babil bilimini hem de Hint bilimini çok iyi biliyordu. Günün birinde kalemini eline aldı ve yazılar yazdı. Severus Seboktius'un yazdığı açıklamaların kısaca özeti şöyleydi. Yunanlıların İ. S. 662 yılında kendilerini beğenmişliklerinden incinen Severus Seboktius, gökbilim icadının Suriyelilere ait olduğunu ileri sürer. Yunanlılar aslında Babil'deki Kaldelilerin okuluna gitmişlerdir. Kaldeliler ise, Severus'a göre Suriyelidir. Bilim herkese açıktır. Kimsenin tekelinde değildir. Yani, bilim Yunanlıların malı değildir. Severus bundan sonra Hintlilerin bilimine değinir. Orada, Hinduların biliminin, Babillilerin ve Yunanlıların biliminden bile daha ince ve ustalıklı olduğunu, hesaplarının akıcı, sağlam ve dokuz rakamla yapılan hesapların daha kolay ve sağlıklı olduğunu yazar. Bu dokuz rakamla takvim düzenlemeleri yaptıklarını belirtir. Yine bu dokuz rakamla sözlü sayılamadan da ileri yazılı sayılama, toplama ve çıkarmaları yaptıklarını, istenildiği kadar büyük sayıların bu dokuz rakamla yazılabileceğini söyler. Burada konumlu bir matematikten ve rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerini aldıklarını yazar. (10).

Burada ilginç olan nokta, Severus'un bu yazılarında niçin sıfırdan söz etmediğidir. Burada yorum yapanlar, Severus'un hesapları hesap tahtası üzerinde yaptığı için sıfırı kullanmıyordu şeklindedir. Büyük bir olasılıkla kum ya da tozla kaplanmış bir levhayla hesap yapıyordu. Kısaca abaküs diyebileceğimiz bu levhaladaki sütunlarda Hintlilerin dokuz rakamı ile sayıları yazıyordu. Bu sütunlar ardışık olarak sayıların basamak yerlerini işaret ediyordu. Bu nedenle sıfırın dile getirilmesine gerksinim yoktu. Çünkü,

belli bir basamağın biriminin yokluğu bir boşlukla belirtiliyordu.

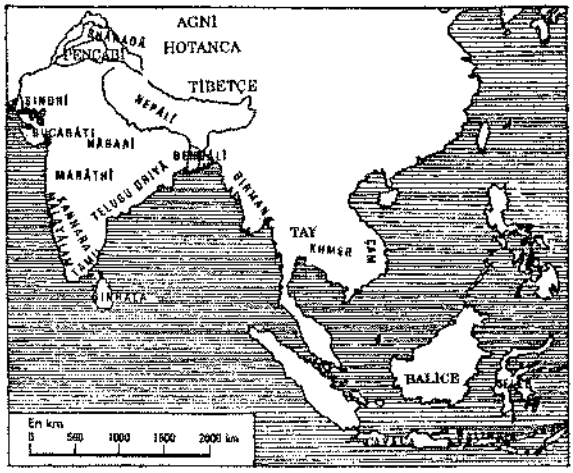
Severus'un bu ilginç tanıklığı, Hint kökenli rakamların yedinci yüzyılın ortasında Hindistan sınırlarının çok ötesinde bilinmekte ve takdir edilmekte olduğunu kanıtlar. Bu, yukarıda geçen ifadelerin birbirlerinden bağımsız bir şekilde yazıldıklarını, üstelik birbirlerinden çoğu kez haberleri olmadıklarını tarihi birer gerçektir. Bunlar, Hint uygarlığından, gökbiliminden ve matematiğinden gelen yazılı belgelerdir.

Buraya kadar olan açıklamalardan sonra, bugünkü rakamlarımızın Hint kökenli olduğunu gösterdik. Şimdi, bu konuda daha ileri bilgilere geçebiriz. Bunlar daha çok bu rakamların Hindistan'ın değişik yörelerinde nasıl kullanıldığını ve geçirdikleri evrimler nelerdir onları açıklayacağız. Yakın Doğu ve Orta Doğu'dan Müslüman Hindistan'a, Endonezya'ya ve Malezya'ya kadar olan yörelerde



biçimindeki rakamlar kullanılır. Bu rakamlar Libya, Mısır, Ürdün, Suudi Arabistan, Yemen, Lübnan, Suriye, Irak, İran, Afganistan, Pakistan, Madagaskar ... gibi ülkelerde geniş bir biçimde kullanılmaktadır. Bunlara daha çok biz doğu Arap rakamları ismini vereceğiz. Zaten Türk kökenli olduğu söylenen Al Biruni'nin, 1030 yıllarına doğru Hindistan ile Sind'de yaklaşık otuz yıl geçirdikten sonra, Hindistan'ın farklı kesimlerinde o dönemlerde kullanılan çizgisel rakam biçimlerinin çeşitliliğini Hindistan üzerine tanıklık eden yapıtı olan kitap bizim için şaşmaz ve sağlam bir kaynaktır. Bu kitaptan alınan bazı satırlar şöyledir. "Hintliler hesaplarında harflerine, bizim harflerimizi sayısal değerlerinin sırasına göre sınıflayarak yaptığımız gibi herhangi bir görev yüklemezler. Yazılarındaki harflerin şekilleri ülkelerinin çeşitli bölgelerinde nasıl farklı farklıysa, hesaplamalarda kullandıkları işaretler de öyle değişiklikler gösterir. Bunlara anka ismini verirler. Bizim Arapların rakam olarak kullandığımız şey Hintlilerde bulunan rakamların en iyisi ve en kurallıları arasından seçilmiştir. Ama biçimler o kadar önemli değildir. Yeter ki bu rakamların ne anlama geldiği bilinsin. Keşmirliler sayfalarını süsleme çizimlerine ya da Çinlilerin harflerine, yazı karekterlerine benzeyen rakamlarla numaralarlar. Bu rakamlar uzun uzun çalışıldıktan ve sürekli çabalar gösterildikten sonra öğrenilir ama toz üzerinde yapılan hesapta kullanılmaz...".

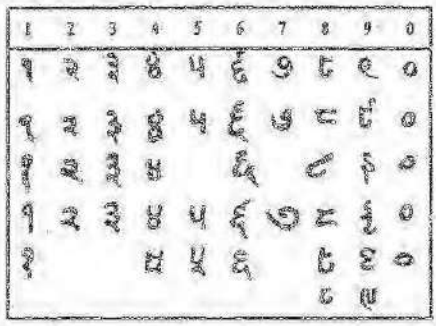
Hindistan'ın farklı kesimlerinde eskiden kullanılan ve bugün hala yaygın bir biçimde kullanılmakta olan rakamların en kurallı olanları, biraraya geldikleri görkemli yazının isminden dolayı Devanagari de denen Sanskritçe sözcük tanrıların yazısı an-


AGNİ
HOTANCA
TİBETÇE
NEPALİ
BENGALİ
BİRMANCA
TAY
KHMER
CAM
BALİCE
SİNHALA
En km
0 500 1000 1500 2000 km


S. S. C. B.
ÇİN
Tartışmalı Topraklar
AFGANISTAN
PAKISTAN
TİBET
NEPAL
BUTAN
SİKKİM
BİRMANYA
BANGLADEŞ
BENGAL KÖRFEZİ
ARAP (UMMAN) DENİZİ
HİNT OKYANUSU
SRİ LANKA
MALDİVLER
LAKDİVLER (Hint)
ANDAMAN (Hint)
NİCOBAR (Hint)
DELHİ
BİHAR
ASSAM
ORİSSA
GUCARAT
MAHARASHTRA
MADHYA PRADESH
UTTAR PRADESH
RACASTHAN
KERALA
TAMİL NADU
PALK BOGAZI

lamına gelir ve bunlara kısaca Nagari rakamları denir. Bu rakamlara ileride çok sık rastlayacağımız için tanrıların yazısı denen bu gösterimler bazen modern Nagari ya da Devanagari rakamları adıyla anılacaktır. Karşılaştırmalarımız bu rakamlarla olacağı için bu rakamların bulunduğu listeyi bir başvuru listesi için A harfi ile göstereceğiz. Sanskrit dilini ve yazısını çok iyi bilen Al Biruni'nin, Araplar Hintlilerden on tabanlı ve rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerini alan en iyisini ve kurallılarını almışlardır demektedir.

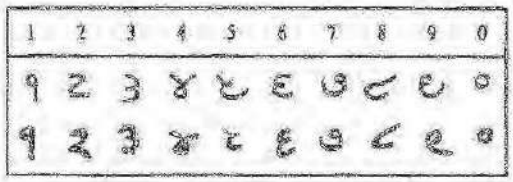
Modern Nagari ya da Devanagari rakamları



(A)

tablosunda olduğu gibidir. Bu rakamlar Hindistan'ın geniş bir kesiminde kullanılmaktadır. Bu bölgeler, Madhya Pradesh, Uttar Pradesh, Racasthan, Haryana, Himalaya Tepeleri ve Delhi olarak sayılabilir.

Marathi rakamları, Hindistan'ın batısında Maharashtra denen eyaletinde Bombay'da kullanılır. Bunlar, Nagari rakamlarının işlek biçimleridir ama, yine de 5 ile 6 rakamlarında değişiklikler vardır. 2, 3 ve 0 rakamları bizim bugün kullandığımız rakamlara benzemektedir. Marathi'nin 9 rakamı Avrupalı 9 rakamının bir simetrisi olduğu gözlenir. Bu Marathi rakamları



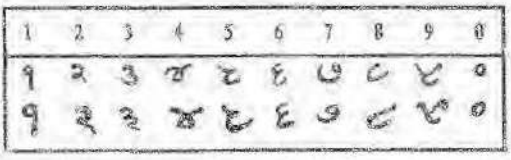
biçimindedir. Daha çok batıda Konkan ve Daman kıyılarıyla, kuzeyde Gucarat ve Madhya Pradesh'le, güneyde Karnataka'yla, güneydoğuda Andhra Pradesh'le çevrilmiş bölgede kullanılıyor.

Pencabi rakamları



tablosunda olduğu gibidir. Bu rakamlar daha çok Hindistan'ın kuzeybatısında, Pakistan sınırında İndüs, Chenab, Jhelem, Ravi ve Satlej'in birleştiği bölgede, ayrıca Himachal, Pradesh ve Haryana eyaletlerinde kullanılıyor. Dikkat edilirse 7 rakamı hariç bu rakamlar A tablosunda verilen Nagari rakamlarından hiçbir farkı yoktur. Bu rakamlardan 2, 3, 7 ve 0 rakamları bizim bugün kullandığımız rakamlara çok benzemektedir.

Sindhi rakamları



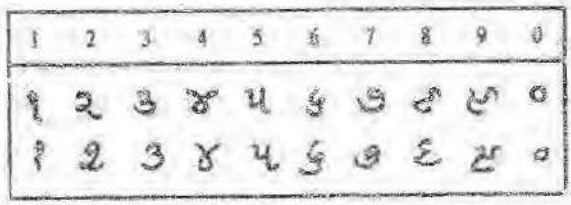
tablosunda olduğu gibidir. Bunlar, Pencab'ın güneyinde, İndüs'ün alt kısmında, güneyde Umman körfeziyle, batıda Thar Çölü'yle sınırlanan bölgede kullanılıyor. Bu rakamların ismi İndüs denen nehirden gelir ve Sindhi denir. Bunlar A tablosunda kullanılan Nagari rakamlarıyla hemen hemen aynıdır. Bu rakamlar da bizim 2, 3 ve 0 rakamlarıyla benzerdir. Sindhi rakamının beşi, Avrupa rakamının beşi ile simetrik bir görünümdedir. (10).

Gurumukhi rakamları



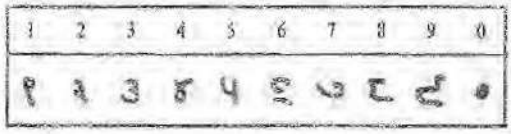
tablosunda gösterildiği gibidir. Bu rakamlar Haydarabad kentinde Sind'de ve Pencab'da kullanılıyor. Tüccarlar, eskiden Khudawadi denen bir şekilde yukarıdaki rakamların hafifçe farklı bir değişmiş şeklini kullanıyorlardı. Buna karşılık, Shikarpur ve Sikkur tüccarları bazen Sindhi ya da Pencabi rakamlarını veya doğu Araplarının rakamlarını, bazen de Sindhi ile Pencabi şekillerinin bir tür karışımı olan Gurumukhi rakamlarını kullanıyorlardı. 2, 3, 7 ve 0 rakamlarındaki benzerlik bizim rakamlarımızla bağdaşmaktadır.

Gucarati rakamları



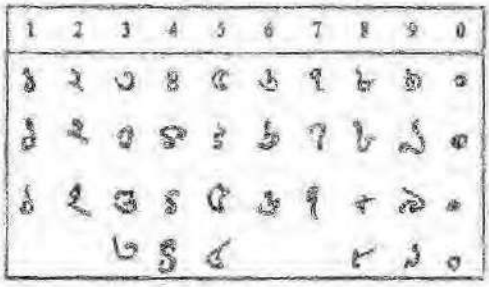
biçimindedir. Bu rakamlar Hindistan'ın batısında, Hint Okyanusu kıyısında, Bombay ile Kambay Körfezindeki Pakistan sınırı arasında kalan bölgede kullanılıyor. Bu rakamlar da Nagari rakamlarından türer, ama onlardan daha işlektir. A tablosundaki 6 rakamı ile Gucarati'nin 6 rakamının benzerliği dikkati çekecektir. Bundan başka, bu rakamlardan 2, 3 ve 0 rakamları bizim rakamlarımıza benzer yönleri vardır. 6 rakamında çengel kısmı hafif hariç tutulursa bu da benzerdir. (10).

Kaithi rakamları



tablosunda olduğu gibidir. Bu rakamlar, Hindistan'ın doğusunda, doğuda Bengal'le kuzeyde Nepal'le, batıda Uttar Pradesh'le ve güneyde Orissa'yla çevrili bölgede kullanılıyor. Kimi zaman Gucarat'ta da kullanılıyor. Çok açık bir şekilde, Gucarati rakamlarına oldukça yakın bir şekil altında Nagari rakamlarından türemiştir.

Bengali rakamları



tabolsunda olduğu gibidir. Bu rakamlar, Hindistan'ın alt kıtasının kuzeydoğu bölgelerinde, Bihar, Nepal, Assam, Sikkım, Bhütan ile Bengal Körfezi arasında kullanılıyor. Ayrıca, Brahmaputra nehri boyunca ve Bengladeş'te kullanılmıştır. Bunlardan dördünün biçimi A tablosunda verilen Negari rakamlarının biçimini anımsatır. Bunlar 2, 4, 7 ve 0 rakamlarıdır. Diğerleri Hindistan'ın öbür kesimlerinde kullanılan rakamlardan hatırı sayılır

ölçüde uzaklaşır. Yukarıdaki değişkelerden birinde bizim 2, 3, 7 ve 0 rakamlarımızın biçimi görülecektir. Ayrıca, değişkelerinden birinin 8 rakamının bugünkü halinin ilk biçimi olduğu dikkati çekecektir. (10).

Maithili rakamları



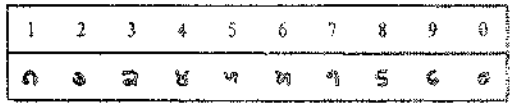
tablosunda olduğu gibidir. Bu rakamlar temelde Bihar Eyaletinin kuzeyinde kullanılan rakamlardır ve Bengali rakamlarından türemiştir. Daha çok Mithila bölgesinde, Bihar'ın kuzeyinde, Ganj Nehri ile Nepal'in güney sınırı arasında kullanılıyor.

Oriya rakamları



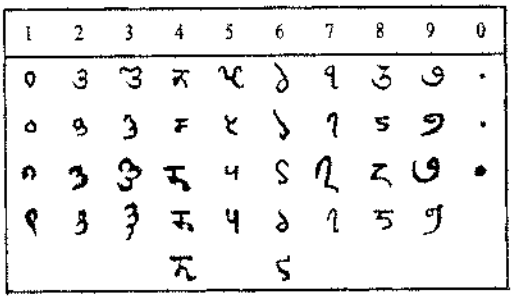
toblosunda olduğu gibidir. Bunlar, Orissa Eyaletinde kullanılan rakamlardır. Orissi rakamları diye de isimlendirilir. A tablosundaki Negari rakamlarıyla aynı kaynaktan türemelerine karşın, onlarla önemli farklar göserirler. Dekkan'ın doğu kıyısı üzerinde, kuzeyde Bengal ve Bihar'la, batıda Madhya Pradesh'le güneyde de Andhra Pradesh'le çevrili bölgede kullanılıyor.

Takari rakamları,



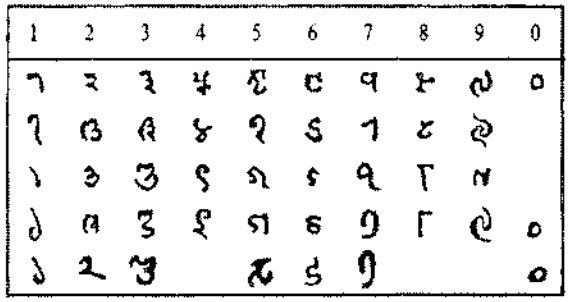
biçimindedirler. Bunlar, Keşmir'de doğu Arap rakamlarının yanı sıra kullanılan rakamlardır. Tankri rakamları ismiyle de bilinir. Bu rakamların Dogri türünden olan bir değişkesi Jammu'nun Hint kesiminde Keşmir'in güneybatı bölgesinde kullanılır. Hindistan alt kıtasının kuzeybatı ucunda bugün Hindistan-Pakistan sınırıyla bölünmüş olan ve Himachal Pradesh'in kuzeybatısındaki Jammu ülkesini, Jhelam'ın yukarı havzasındaki Keşmir ovasını, Himalaya'nın kuzeyindeki Zanskar vadisini ve Tibet ile Çin'e bitişik olan Ladakh vadisini biraraya getiren bölgede kullanılır.

Sharada rakamları



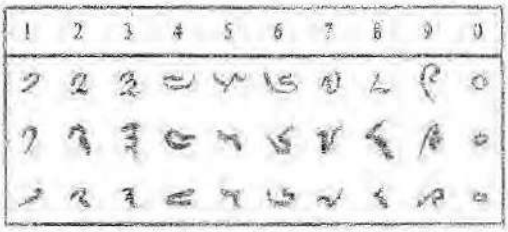
biçimindedir. Bunlar Keşmir ile Pencab'da yüzyıllar boyunca kullanılmış rakamlardır. Özellikle Dogri ile Takari rakamları bu rakamlardan türemiştir. Bu rakamlar bölgede en azından dokuzuncu yüzyıldan beri kullanılan ve görece yakın zamanlarda yerini Arap-Fars yazısının karakterlerine bırakan Sharada yazısıyla bağlantılıdır. Bu gösterim en yeni biçiminde bile ayrıca ele alınmaya değer. Çünkü sıfırı küçük birer nokta veya küçük kapalı bir daire biçimindedir. Sharada'nın 2 rakamı A numaralı tablodaki Nagari rakamının 3 rakamını anımsatır. Ancak alttaki çıkıntının kaldırılmış olması farkı vardır. 3 rakamı 2 rakamından yılan gibi uzayıp giden tepesiyle ayrılmasına karşın, alışık olmayan bir göz 2 ile 3 rakamlarını pek birbirinden ayıramayacaktır. 6 rakamı Avrupa'nın 6 rakamının simetrik şeklidir. 8 rakamı bizim 3 rakamının elle yazılmış şekline benzer. 7 ve 9 rakamlarına gelince, onlar da Nagari gösterimindeki 1 ve 7 rakamlarıyla hemen hemen aynıdır. (10).

Nepali rakamları



biçimindedir. Bunlar Nepal Eyaletinde kullanılan rakamlardır. Bazen Gurkhali rakamları da denir. Yukarıdaki değişkelerden birinde bizim 1, 2, 3, 4, 7 ve 0 rakamlarımız ile belli ölçüde 8 rakamımız birinci değişkede dikkati çekecektir. Bu rakamlarla Nagari ve Sharada rakamları arasında açık bir benzerlik bulunur ve hepsinin ortak bir kaynağı vardır. Bu rakamlar, Hindistan'ın kuzeyinde, Hindistan ile Tibet arasında bulunan Himalaya'nın güney yamaçlarındaki bölgelerde kullanılır. (10).

Tibet rakamları



bu tabloda olduğu gibidir. Bu rakamlar Pakistan sınırlarından Birmanya ile Bhutan sınırına kadar Tibet'in bölgelerinde kullanılıyor. Bunlar bağlı oldukları ve İ. S. 7. yüzyılda Budacılıkla aynı zamanda bölgeye gelen Nagari ile aynı kaynaklan çıkan yazı gibi Devanagari rakamlarıyla akrabadır. 2 ile 3 rakamları bizim rakamlarımızla aynıdır. 9 rakamı bizim 9 rakamımızın ters yazılmış şeklidir. Sıfırlarımız aynıdır.

Tamil rakamları



bu tabloda olduğu gibidir. Bu rakamlar Hint yarımadasının doğu kıyısında bulunan, Tamizhagam (Madras) kentinin kuzeyinden Komorin (Kanya Kumari) burnunun ucuna dek uzanan ve doğuda Bengal Körfezi'yle, batıda Kerala'yla, kuzeybatıda Karnataka'yla kuzeyde Andhra Pradesh'le sınırlanan bölgede kullanılıyor. Aynı şekilde Sri Lanka (Seylan) adasının kuzey ve kuzeybatı kısımlarında da kullanılıyor. Bu bölgelerin Dravidi denen halkları, alt kıtanın kuzeyindeki ve merkezindeki halkların tersine, Hint-Avrupa kökenli diller konuşmazlar. (10).

Tamil rakamları Hindistan'ın güneydoğusunda, Tamilnadu Eyaleti'nde yani başkent Madras'ta kullanılan rakamlardır.

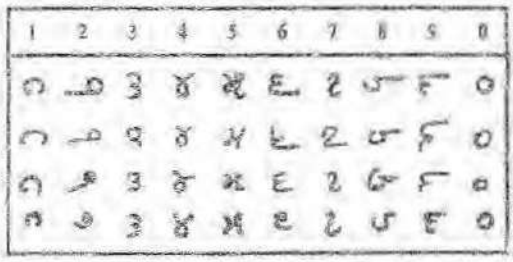
Tamil sayılamasında rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değeri almadıkları için bu gösterim dizgesinde sıfır rakamı kullanılmamaktadır. Onların dizgesi, dokuz birimin işaretleri dışında, 10 için, 100 ve 1000 için özel bir rakam içerir. Onları, yüzleri ve binleri dile getirmek için de ilgili birimlerin işaretinin önüne onun, yüzün ya da binin işareti konur. Böylece bu işaret bir çarpan görevi görür. Tamil sayılarının yazılması ve okunması toplamalı ve çarpmalı bir ilkeye dayanır. Tamil rakamlarının ilk dokuz bi-

riminin rakamlarının görünüşte önceki rakam gösterimlerinden hiçbirisiyle bir bağı yoktur. Bu nedenle, bu Dravidi halkının bu özgün buluşu dikkat çeker. Gerçekten de ilk on rakam ile Tamil alfabesinin harfleri arasında bunların karşılığıymış gibi görünenler arasında, tam bir uygunluk olmasa bile belli bir benzerlik vardır. Bunları

Karşılaştırma: rakam		ve harf		İlgili sayının Tamil dilindeki adı	
1	௧	க	*ka, ga*	*úru*	1
2	௨	உ	*u*	*iranàu*	2
3	௩	ஙா	*ña*	*mûnru*	3
4	௪	ஷ	*sha*	*nâlu, nângu*	4
5	௫	ர	*ra*	*aïndu, anéju*	5
7	௬	ஞ	*cha*	*áru*	6
7	௭	ஏ	*é*	*érlu, ézha*	7
8	௮	அ	*a*	*eîtu*	8
9	௯	கூ	*kû, gû*	*onbadu*	9

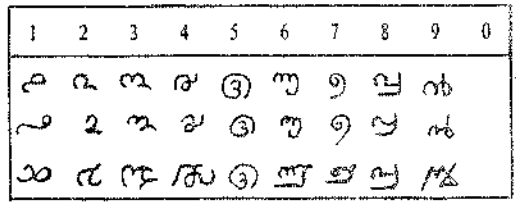
bu tablodan daha iyi görebiliriz. Bu alfabe ve sayılama Hintli diğer halklardan çok farklı ve bağımsız olarak gelişmiştir. Alfabelerinin harfleri ve rakamları da şekil bakımından diğer halkların harf ve rakamlarından oldukça farklıdır. Fakat bu ayrıcalık bu dile bir yenilik getirmiştir. Yalnız, ilk dokuz Tamil rakamı öteki rakamlarıyla aynı ailedendir.

Malayalam rakamları



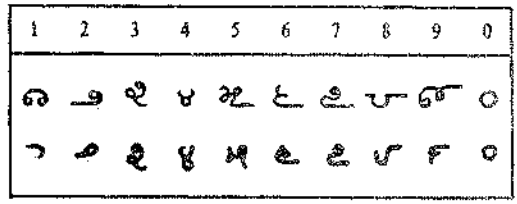
biçimdedir. Bu rakamlar Hindistan'ın güneybatı kıyısı boyunca kuzeyden güneye, kuzeydeki Mangalore'den Hindistan'ın güney ucuna uzanan ve Malabar kıyısını izleyen geniş bir kıyı şeridinden ve Cardamome tepelerinin ağaççıklarını içine alan Ghatların bir kısmından oluşan bölgede kullanılıyor. Bu rakamlarda Tamiller gibi sıfır yoktur. Rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değerini almamıştır. Tamil ve Malayalam rakamları birçok yönüyle birbirlerine çok benzerler. (10).

Telugu rakamları



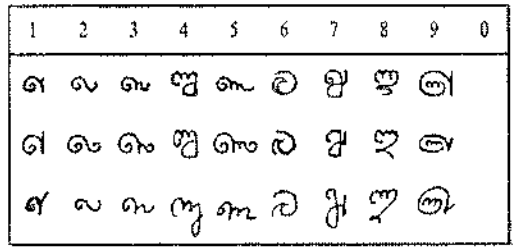
tabloda görüldüğü gibidir. Bunlara telinga rakamları da denir. Bengal Körfezi, Orissa, Madhya, Maharashtra, Karnaka ve Tamilnadu ile çevrili bölgede kullanılıyor.

Kannara rakamları



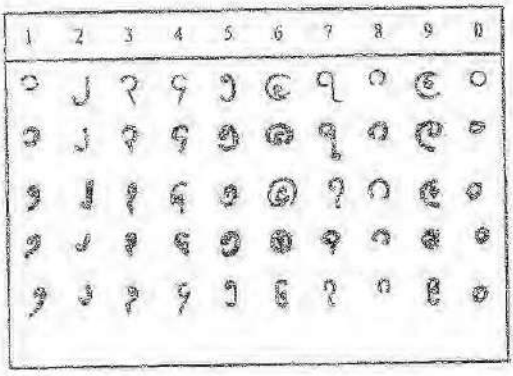
biçimindedir. Bunlar Karnataka Eyaleti ve Andhra Pradesh'in bir kısmını kapsayan Dekka'nın merkezindeki Dravidi halkının kullandığı rakamlardır. Bu rakamlara Kannada ya da Karnata rakamları da denir. Mysora tepelerinden Hindistan'ın alt kıtasının batı kıyısına uzanan, Hint Okyanusu ile Batı Ghatları arasındaki bölgede kullanılan bu rakamlarda sıfır tam bir yuvarlaktır.

Sinhala ya da Singhala rakamları



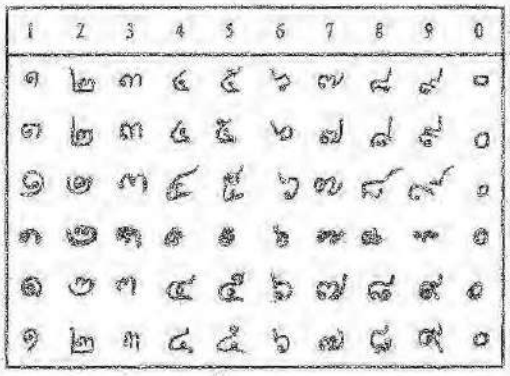
tablosunda olduğu gibidir. Bunlar Sri Lanka ve Maldiv Adaları'nda kullanılıyor. Daha çok süsleme bakımından güzel olmakla birlikte Dravidi yazılarıyla bir akrabalığı olsa bile yazıya geçirilen dil Dravidi değildir. Singhala aslında Hint-Avrupa kökenli bir dildir. Brahmi yazısı ve Prakrit lehçeleriyle akraba bir dildir. Yalnız Tamil dilinden ayrılır. Singhala rakamlarının sayısı yirmidir. Sıfırları yoktur. Konum ilkesine dayanmaz. (10).

Birman rakamları



bunlardır. Laos, Bengal Körfezi, Manipur, Birmanya ve Pegu'ya arasında uzanan bölgede kullanılıyor. Sıfır burada ortaktır ve bizim sıfırımızla aynıdır.

Tay-Kmer rakamları



biçimindedir. Bu rakamlar Tayland, Laos, Kamboçya, Birmanya, Vietnam, Çin ve Yunnan bölgeleri ile Nikobar arasında kullanılıyor. Sıfır yine bizim sıfırımız gibidir.

Bali rakamları



bunlardır. Bu rakamlar da eski Pali rakamlarıyla akrabadır.

Cava rakamları



tablosunda olduğu gibidir. Bu rakamlar Cava Adası'nın rakamlarıdır. Ayrıca, Sonda, Bali, Madura ve Lombak adalarında da kullanılıyor. Dikkat edilirse 0 ile 5 rakamının biçimi bir yana bırakılırsa, bu gösterimler oldukça yapay bir ürünün sonuçlarıdır.

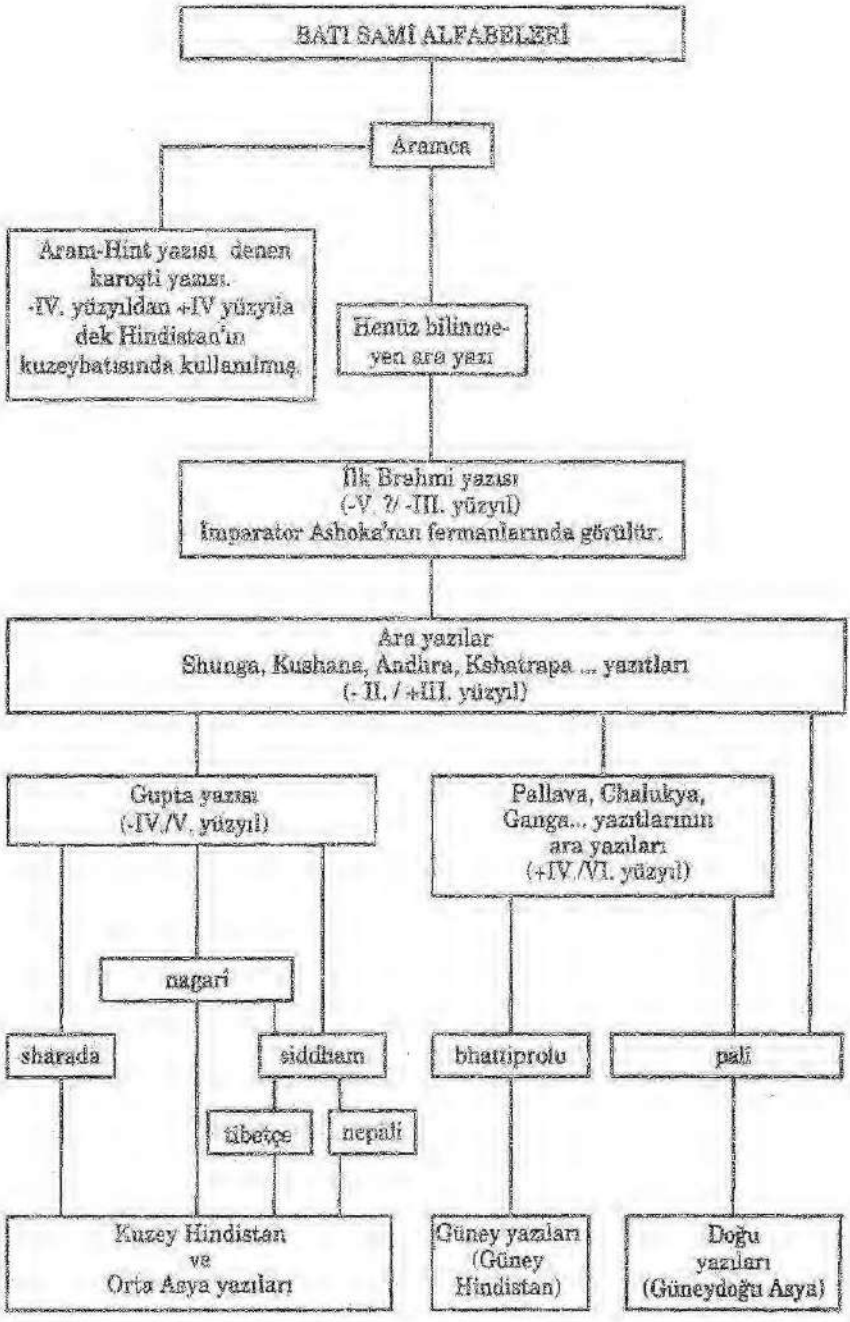
Tüm Hint rakam ve harflerinin anası Brahmi gösterimleridir. Hindistan alt kıtasının bilinen en eski yazısı, İ. Ö. 2500 ile İ. Ö. 1500 yılları arasında hüküm süren İndüs uygarlığının, eski Mahenjo Daro ve Harappa kentinin yıkıntılarında bulunmuş mühürlerde ve levhalarda görülen yazısıdır. Bu yazı henüz çözülememiştir. Bu nedenle hangi dili yansıttığı da bilinmiyor. Bu yazıların Hint yazısı ve Hint dili olduğunu tahmin ediyoruz. Tam olarak Hint yazılarının tarihi İ. Ö. 273 yılı ile İ. Ö. 235 yılları arasına rastlar. Bunlar daha çok Ashoka fermanlarıyla başlar. Bu fermanların bazıları Yunanca ve Aramca olduğu halde, bazıları Karoşti ve bölgenin çoğunda kullanılan da Brahmi yazısıdır. Karoşti yazısı doğrudan eski Arami alfabesinden türer ve sağdan sola doğru yazılır. Bu nedenle buna Aram-Hint yazısı denir. Brahmi yazısı ise soldan sağa doğru yazılıyor. Bu yazı Sanskritçenin seslerini dile getiriyor. Brahmi yazısının kökeni henüz aydınlatılamamıştır. Karoşti yazısından türetmeye çalışmışlar ama pek inandırıcı olmamıştır. Bu dilin Aramca ve Sami dünyasının eski alfabe yazılarından geldiği biliniyor. (10).

İ. Ö. 1. binin ikinci yarısından sonra Hindistan, İran ve Suriye ile Mezopotamya'dan İndüs vadisine kadar giden İpek Yolu Arami kökenli tüccarları bu işte öncü olmuşlar ve bu dilleri getirmişlerdir. Brahmi yazısının doğduğu yer de Hindistan'ın alt kısımlarında olmuş ve bu çağ Ashoka dönemine rastlar. Bu Ashoka fermanlarından sonra Brahmi gelişerek değişikliklere uğramıştır. Daha sonra gelen tüm hanedanlar döneminde ülkenin çoğu yörelerinde hep Brahmi yazısı kullanılmıştır. Brahmi yazısından

1. Kuzey ve Orta Hindistan ile Orta Asya yazıları öbeğine Tibet ve Çin Türkistan'ı dahildir.

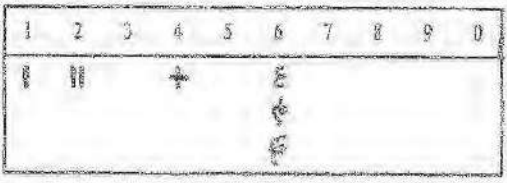
2. Güney Hindistan yazı öbeği ve

3. Kuzeydoğu Asya yazıları öbeği oluşmuştur. Bunları aşağıdaki tablodan daha iyi inceleyebiliriz.



Bu tablo Hint yazılarını ve Hint kökenli yazıların birbirini izlemelerini gösteriyor.

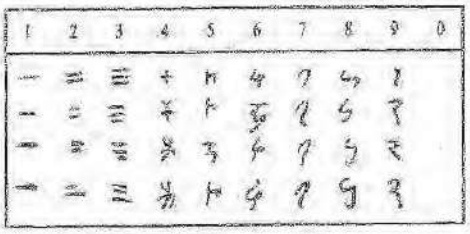
Hindistan'da ve çevre bölgelerde, dokuz birimin gösterimi yüzyıllar boyunca Brahmi'den çıkan yazıların evrimine tümüyle uyan bir benzer evrim geçirmiştir. Diğer bir deyişle, Hindistan'da, Orta Asya'da ve Güneydoğu Asya'da eskiden ve halen kullanılan birden dokuza kadar olan rakamların az ya da çok dolaysız olarak ilgili sayıların eski Brahmi gösterimlerinden türemiştir. İlk Brahmi rakamlarının gösterimi



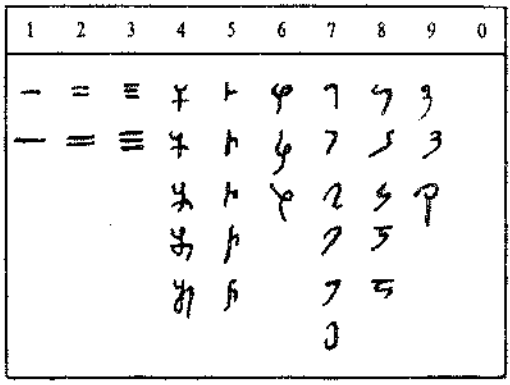
biçimindedir. Ülkenin çoğu yerinde kullanılan bu rakamların dönemi İ. Ö. 273 ile İ. Ö. 235 yılları arasındadır. Bu yazılar Ashoka imparatorluğunun döneminde kayalar üzerine, kumtaşından sütunlar üzerine veya kaya içine oyulmuş tapınaklardaki fermanlarda görülür. Başlarda sayısal gösterimlerin sayısı azdır ve yalnızca 1, 2, 4 ve 6 işaretleri bulunur. Bu rakamların bir de ara gösterim şekilleri vardır. Bu ara gösterim rakamlarının Magadha'nın Shunga hanedanı döneminin başından itibaren (İ. Ö. 2. yüzyıl) Nana Ghat mağaralarının duvarlarını süsleyen Buda'yla ilgili yazıtlarda ortaya çıktığını görürüz. Shungaların bu ara gösteriminin rakamları 4, 6, 7 ve 9 olan bizim rakamlarımızın ilk biçimleri oldukları hemen görülür. Bunları aşağıdaki tablodan görebiliriz. Bu rakamlar, Nana Ghat mağaralarında bulunmuştur. Nana Ghat, Hindistan'ın merkezinde Poona'ya 150 km uzaklıktaki Maharashtra'dadır. Bu yazılar Vedishri isminde bir hükümdarın buyrukları üzerine kaleme alınmıştır. İçeriği daha çok dinsel törenlerde sunulan hediyelerle ilgili Budacı yazıtlardır. (10).



Brahmi gösterimlerinin ara dönemine ilişkin aynı dizisi, bir süre sonra ama bu kez eksiksiz bir biçimde İ. S. 1. ya da 2. yüzyılda Nasik'te Buda mağaralarında görülür. Bu mağara Bombay'ın kuzeyinde en az 200 km uzakta, Maharashtra'dadır. Nasik'teki bu ara gösterimin rakamları

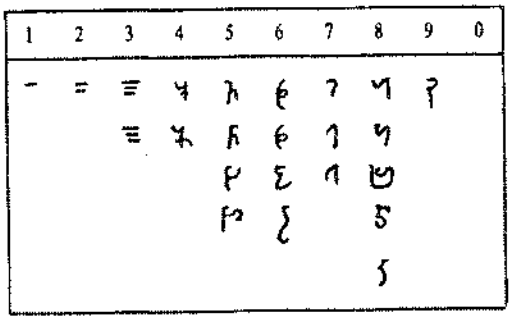


tablosunda olduğu gibidir. Bizim 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamlarımızın ilk biçimleri burada bile açıkça görülmektedir. Bu gösterimler zamanla değişik hanedanların yazıtlarında ve paralarında farklılaşmış şekilleriyle karşımıza çıkar. Brahmi'lerin bu ara gösterim rakamları ve bunlardan türeyenler bundan böyle ara gösterim rakamları olarak isimlendirilecek ve birden dokuza kadar yazılacaktır. Bunların değişik şekillerini ve isimlerini aşağıda bulabiliriz.

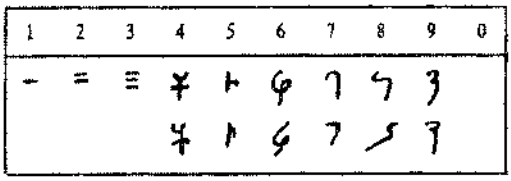


Bunlar, Mathura ara gösteriminin rakamlarıdır. 2. ve 3. yüzyıllara aittir.

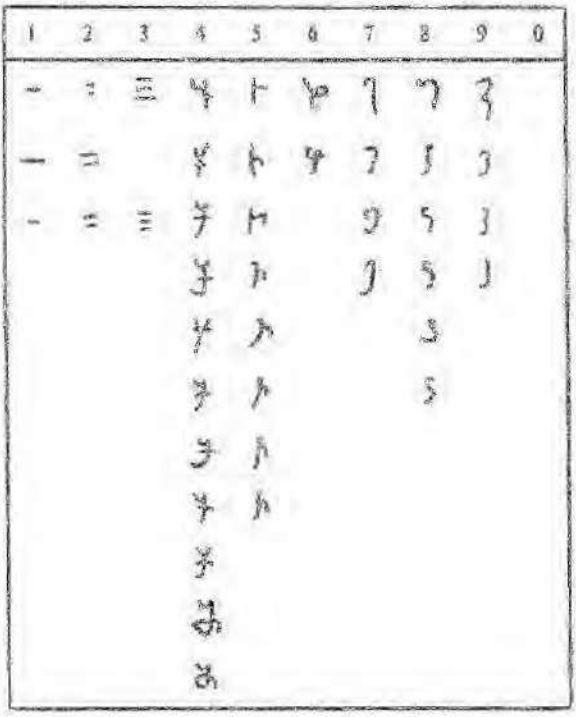
Bu rakamlar Shaka kökenli bir hanedanla çağdaş olan Agra'nın kuzeybatısından 60 km uzaklıktaki Yamuna yakınlarında, Uttar Pradesh kenti Mathura yazıtlarıdır.



Kushana ara gösteriminin rakamları. 1. ve 2. yüzyıl.



Andhra ara gösteriminin rakamları. 2. yüzyıl.



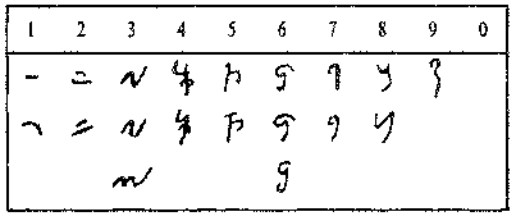
Batı Satraplarının ara gösteriminin rakamları.

Bu rakamlar, Batı Satraplarının (Ksahatrapa) paraları üzerinde bulunmuştur ve 2. ile 4. yüzyıllara aittir.



Caggayyapeta ara gösteriminin rakamları. 3. yüzyıl.

Bunlar, Hindistan'ın alt kıtasında Shatavahanalar hanedanı sırasında Andhra krallığının başkenti olan Amavaratinin karşısında, bugünkü Andhra Pradesh Eyaleti'nde, Krishna nehri üzerinde kurulmuş eski Budacılık merkezinin Caggayyapeta yazıtlarıdır.

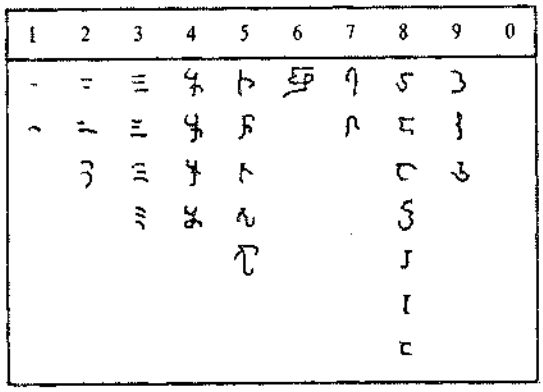


Pallava ara gösteriminin rakamları. 4. yüzyıl.

Bunlar, Pallava hanedanından olan ve Andhra ve Pandya'nın düşüşünden sonra, 3. yüzyılın sonundan itibaren Hindistan alt kıtasının güneydoğusu üzerinde hüküm süren kıral Skandavarman'ın (375) yazıtlarıdır.

Bu ara gösterimler zamanla diğer yazılar gibi ufak tefek bazı değişikliklere uğramıştır. Ama asılları temelde aynı kalmış ve şekillerini korumuşlardır. Yeni gelen şekiller daha kullanışlı olduğu için tutunanlar çok olmuştur.

Kuzey ve Orta Hindistan rakamlarının kökeni de ilginçtir. Bireylik kazanmış ilk gösterimlerden biri Gupta olmuştur. Bu gösterim aynı ismi taşıyan hükümdarları bütün Ganj vadisinde ve Ganj nehrinin tüm kollarında İ. S. 240 ile İ. S. 535 yılları arasında egemenlik sürmüş olan hanedan döneminde kullanılmıştır. Gupta gösterimleri 4. ve 6. yüzyıllara aittir. Bunlar, Parivrajaka ve Uchcakalpa yazıtlarıdır. Kuzey Hindistan'da ve Orta Asya'da kullanılan tüm rakam dizilerinin kökenindeki gösterim de bu Gupta işaretleridir. (10).

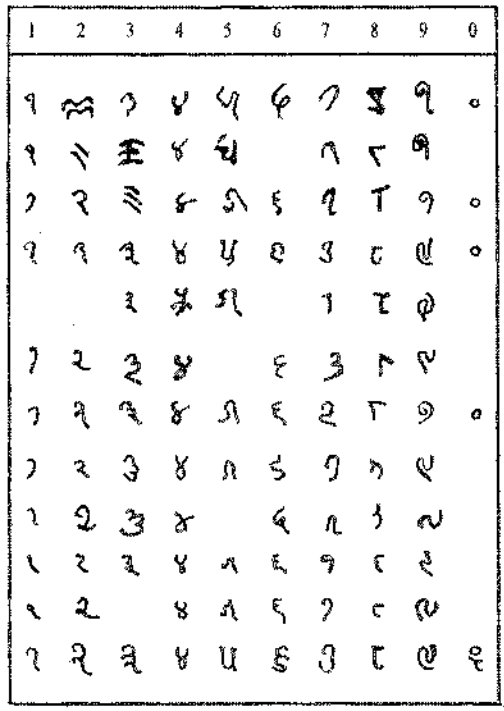


Gupta gösteriminin rakamları.

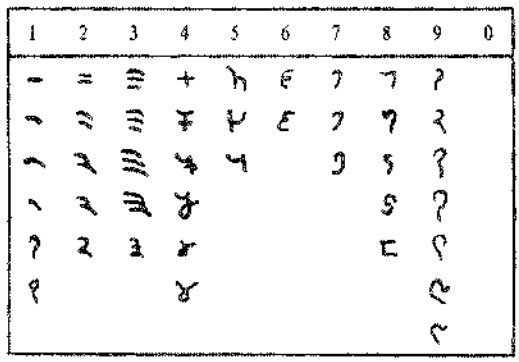
Gupta rakamlarının biçimsel evriminden sonra Nagari rakamları doğmuştur. Zaten Gupta yazısı arılaşarak İ. S. 7. yüzyıldan itibaren Nagari şeklindeki ya da Devanagari ismi verilen yazıyı doğurmuştur. Bu yazıya Tanrıların Nagarisi ya da kentli yazısı deniyordu. Nagari yazısı sonradan çok önem kazanmış, Sanskritçenin başlıca yazısı

olmakla kalmayıp, bugünkü Orta Hindistan'ın büyük dili olan Hindi'nin de yazısı haline gelmiştir.

Nagari rakamları 7. ve 8. yüzyıllara aittir. Orta ve Kuzey Hindistan kaynaklı bakır levhalar veya tepsiler üzerine yazılan yazıtlar olarak geçer. Bu bakır yazıt levhalarının çoğu halen müzelerde bulunmaktadır. Bazı sahteleri de yapılmıştır.



Eski Nagari rakamları.



Eski Nagari rakamları.

Bu rakamlar 8. ile 12. yüzyıllara aittir. Bu yazılar daha çok Orta ve Kuzey Hindistan kaynaklı Hint elyazmalarında görülür. Bu gösterimlerde rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değeri almazlar ve sıfırı içermezler.

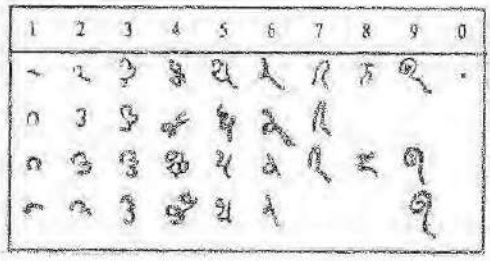
Şimdi gelelim bizi en çok ilgilendiren rakamlara. Bunlar



Eski Nagari rakamları.

biçimindeki rakamlardır. Gwalior, bugünkü Madhya Pradesh ile Racastan arasında bulunan, Agra'ya yaklaşık 120 km uzaklıkta, Delhi'nin güneyine ise 300 kilometreden daha uzak olan eski Madhyabharat prensliğinin başkentidir ve bu yazılar da bu yöreye aittir. Bu yazılar Vishnu'ya adanmış Vaillabhatta-svamin tapınağına aittir. Bhojadeva'nın hükümdarıyla çağdaştır. Vikrama Samvat takvimiyle 932 ve 933, bizim takvimimizle 875 ve 876 tarihli iki yazıttır.

Arapların Hint sayılamasını benimsedikleri zaman aldıkları biçimlerin bunlar olduğunu özellikle belirtelim. Bu nedenle bu rakamlar ve yazılmaları bizde önem taşımaktadır. Zaten tabloya bakıldığında bizim bugünkü 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9 ve 0 rakamlarımızla aynı değillerse bile en azından benzerlikleri güçlük çekilmeden görülebilmektedir. Nagari'den türeyen başka rakamlar olduğu gibi Sharada'dan türemiş rakamlar vardır. (10).



9. ve 12. yüzyıllar arasına ait eski Sharada rakamları bunlardır.

Bu rakamlar Bakhshali'nin elyazmaları 1. Bakhshali, bugünkü Pakistan'da Peshawer yakınlarındaki Gandhara köyünün ismidir. Bu rakamlar ve yazılar bilinmeyen bir yazarın Sankritçe yazdığı, tamamen Sharada yazı şekliyle kaleme alınmış bir elyazmasıdır. Bu elyazması ne dokuzuncu yüzyıldan önce ne de on ikinci yüzyıldan sonradır. Ama, bu elyazması daha önce yazılan eski bir belgenin yorumunu ya da kopyasını oluşturuyor olabilir.



Bu da, on beşinci yüzyıla ait daha yeni biçimler olan Sharada rakamlarıdır. Veda ilahilerini içeren ve içinde Sharada karakterleriyle yazılan Kashmiri elyazması olan bu belge halen Tübingen Üniversitesi'nde korunuyor.

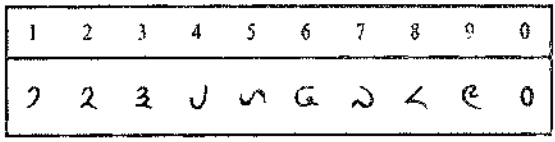


Bu da eski Nepali rakamlarıdır. 8 ile 12. yüzyıllar arasına aittir. Nepal yazıtlarında ve Nepal kaynaklı Budacı elyazmalarında görülür. Sıfır rakamının kullanılmadığı dikkati çekmektedir.

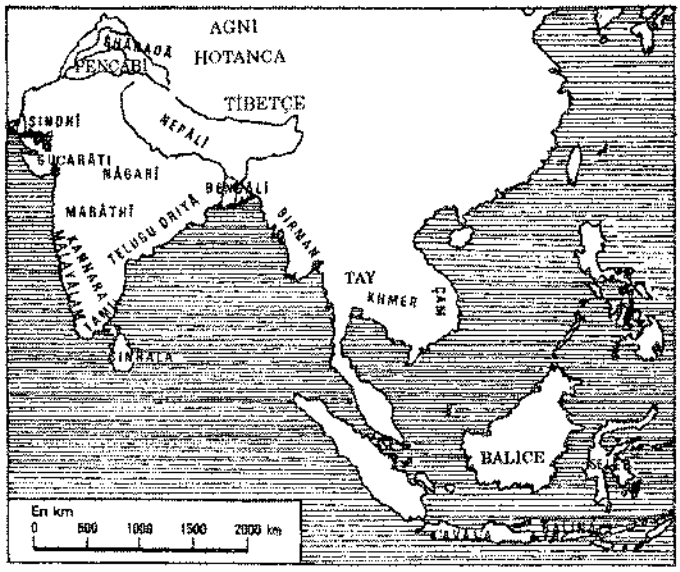
Gupta yazıları ve rakamları Çin ve Japonya'yı da etkilemiştir. Nepal'e olan etkisinden modern Nepal rakamları doğmuştur. Hintlilerin Buda öğretisinin etkisiyle Gupta imparatorluğu döneminden başlayarak Çin, Afganistan ve Tibet Gupta rakamlarını ve bunların türevlerini almışlardır. Tibet bölgelerinde, Himalayaların tepelerinde ve Birmanya'ya kadar Gupta yazısı ve rakamları gitmiştir. (10).

J. G. Fevrier, Moğolların hiç yazısının olmadığını, tüm sözleşmelerini sözlü yaptıklarını, sözleşme olarak tahta tabletler üzerine bazı işaretler koyduklarını söyler. Oysa, büyük komutan ve büyük fatih Cengiz Han öldüğünde tarih 1227 yılını gösteriyor ve Moğol İmparatorluğu Pasifik Okyanusu'ndan Hazar Denizi'ne kadar uzanıyordu. Dünyaya korku salan, girdiği yerlerde canlı bırakmayan ve taş üzerinde taş kalmayıncaya kadar yakıp yıkan bu göçebe halkın atları ve kıl çadırları vardı. Asya'ya bu kadar egemen olan yarı yaban olan bu göçebe halk bundan böyle ilkel çözümlerle yetinemezdi.

Süryani yazısının bir değişkesi olan Nasturi rahiplerince bölgeye getirilen Uygur alfabesini benimsediler. Daha sonra kendi dillerine uygun olan alfabelerini geliştirdiler. Bunlar dikey sütunlar halinde soldan sağa doğru okunan Moğol alfabesini doğurdu. Ama, Moğollar kendilerinin basamak değerini almayan sayı sistemini benimseyecekleri yerde, Tibetlilerle kurdukları yakın ilişkilerden dolayı Tibet rakamlarını ve sayılamasını aldılar. Bu da Moğol rakamlarını doğurdu. 12. ile 14. yüzyıllara ait olan Moğol rakamları



biçimindedir. Dikkat edilirse bu rakamlar bizim 2, 3, 6 ve 0 rakamlarıyla çok benzemektedir. 9 rakamı ise simetrik bir görünümdedir. (10).

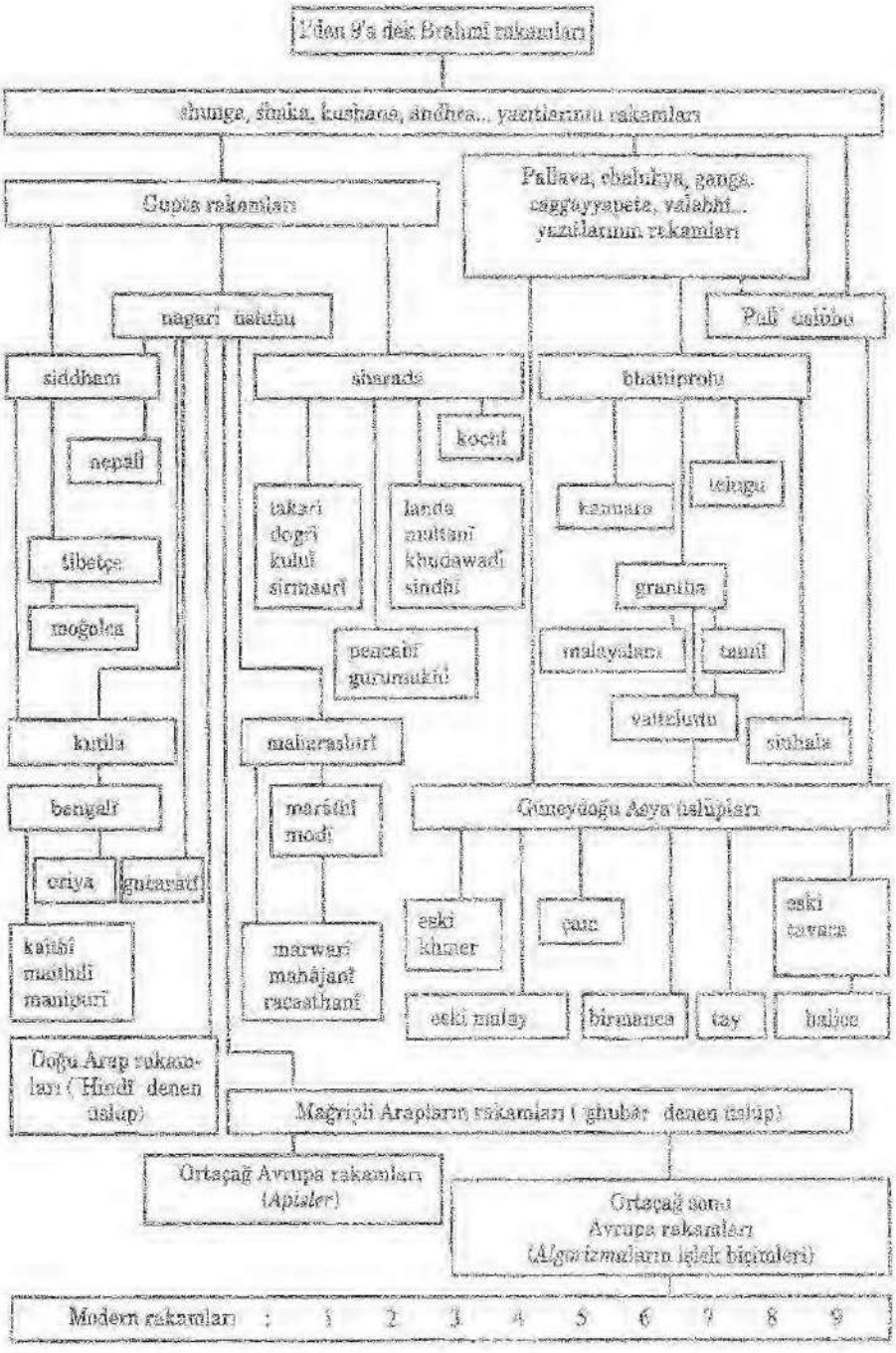


Hint kökenli yazıların coğrafi durumu.

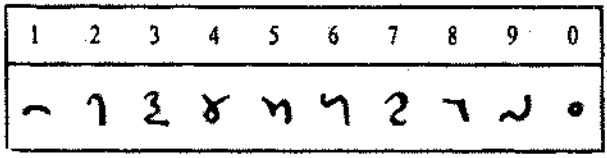
Brahmi sayısal gösterimler, bağlı oldukları yazılar gibi üç temel gruba ayrılır. Bunlar,

I. Gupta'dan çıkan Orta ve Güney Hindistan ile Orta Asya gösterimleri öbeği,

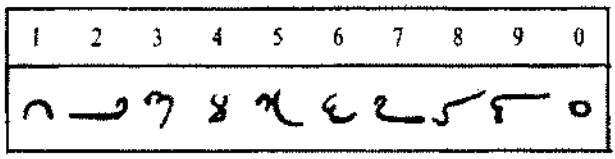
II. Gupta'nın uzak akrabası olan Bhattiprolu'dan çıkan Güney Hindistan gösterimleri öbeği ve



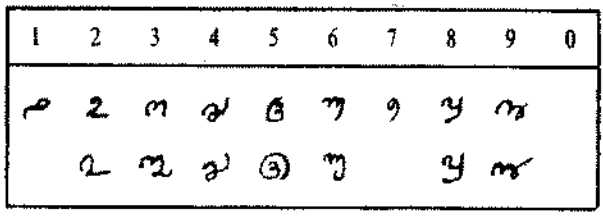
Brahmi gösteriminden çıkan rakamlar



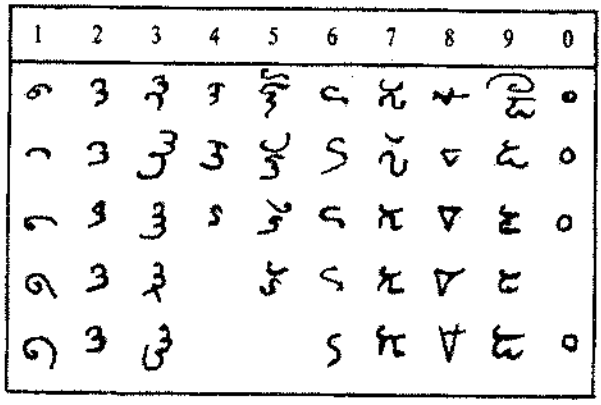
Eski Telugu rakamları.



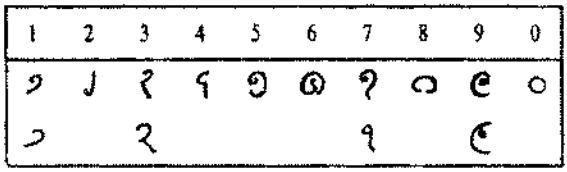
Eski Kannara rakamları.



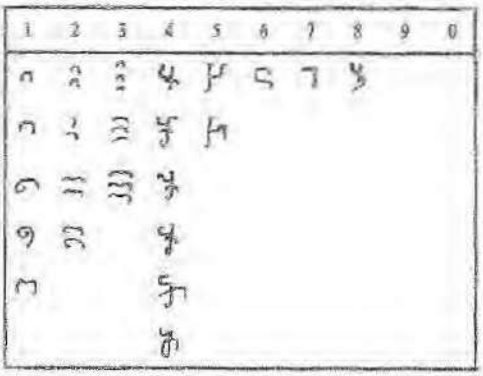
Eski Tamil rakamları.



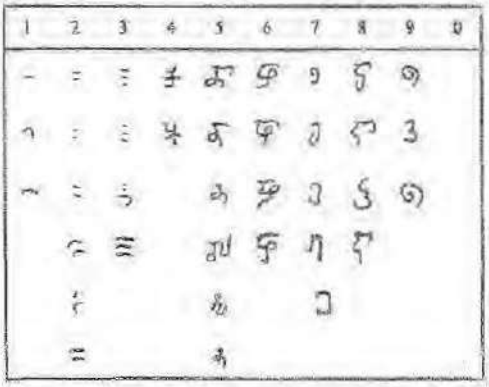
Kawi (eski Cava ve Bali) rakamları.



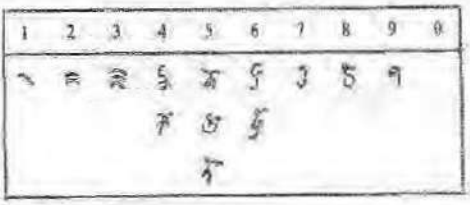
Eski Birman rakamları.



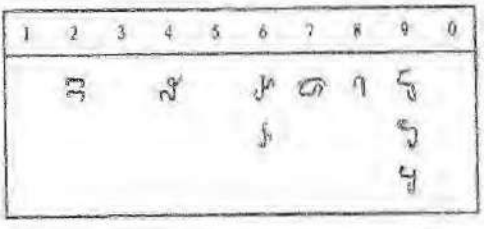
Pallava ara gösteriminin rakamları. 4. ve 6. yüzyıl.



Valabhi ara gösteriminin rakamları. 5. ve 8. yüzyıl.



Dekkan'ın Chalukyalarının ara gösterimindeki rakamlar. 5. ve 7. yüzyıl.



Mysore'nin Gangalarının ara gösterimindeki rakamları. 7. ve 8. yüzyıl.

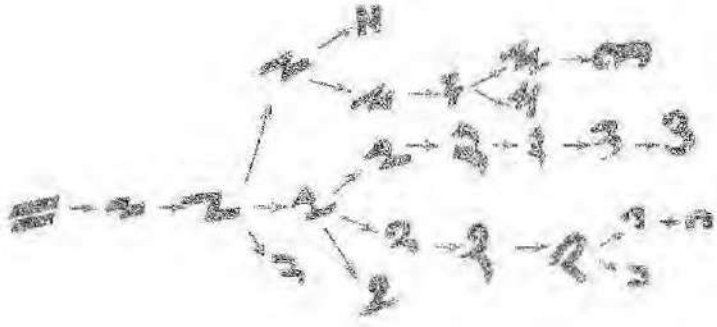
III. Kendisi de Bhattiprolu ile aynı kaynaktan türeyen Pali gösterimlerinden çıkmış doğu gösterimleri denen gösterimler öbeğinden oluşur. Önceki şemadan, bu öbeklerin alt dallarını en ince noktalarına kadar görebiliriz.

Gerek doğulu gerekse Mağripli Araapların rakamlarının Nagari tipi Hint rakamlarının biçimlerinden türediğini ve bizim bugünkü rakamlarımızın Mağribin Ghubar denen rakamlardan geldiğini bu tablodaki şekilden görebiliriz.

	Ashoka fermanları	Shaka ve Kushana hanedanlarının Karoşti yazıtları		
1	𑁇	𑁇	30	
2	𑁈	𑁈	40	33
3		𑁉	50	733
4	𑁊	X	60	333
5	𑁋	IX	70	7333
6		IIX	80	3333
7		IIIX	100	𑁍
8		XX	122	𑁍𑁇𑁈
9			200	𑁍𑁉
10		𑁍	274	𑁍𑁇𑁇𑁉𑁈
20		𑁎	300	𑁍𑁉𑁉

Aram-Hint gösterimi denen sayısal gösterimler.

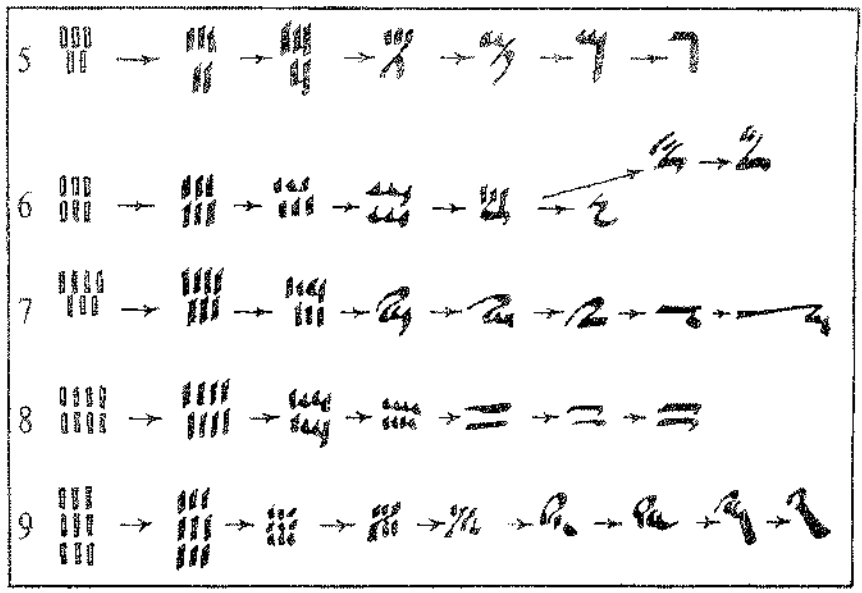
Bu rakamlar ve sayıların gösterimi İ. Ö. 3. yüzyıl ile İ. S. 4. yüzyıl arasında kullanılmıştır. Ashoka fermanları bu konuda önemli belgelerdir.



Başlangıçta iki yatay çizginin üst üste konmasından oluşan işaretin evriminin sonucu burada ilginç bir biçimde görülmektedir. Bu evrim Batı Samilerinde, Aramiler, Nabatiler, Palmiralılar... gibi halkların kullandığı iki sayısının değişmesini göstermektedir. (10).

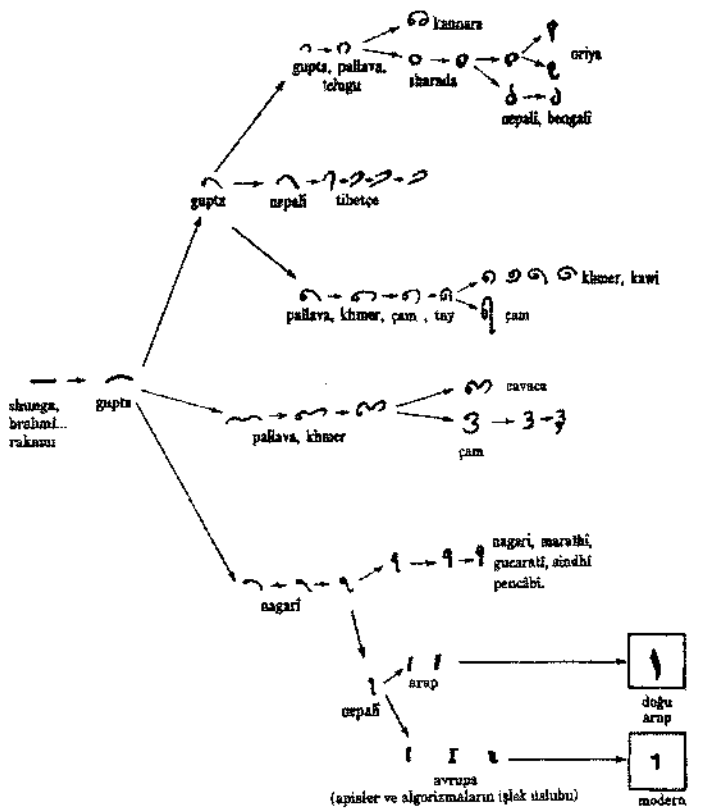


İlk Hint düşün-yazımsal gösteriminin akla en uygun bir canlandırması bu biçimde yapılmıştır. 4 sayısından dokuz saysına kadarki birimlerin Brahmi gösterimiyle sonuçlanan çizgesel bir evrimin hareket noktasıdır. Birden üçe kadarki işaretler yatay hale geldikten sonra yüzyıllar boyu bu biçimde gösterimleri korunmuştur.

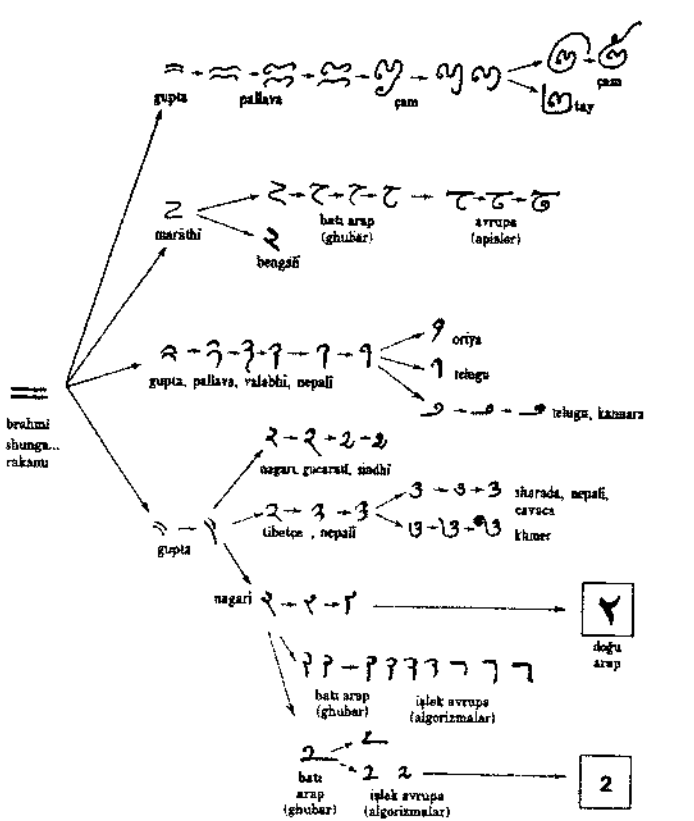


Başlangıçta birçok dikey çizginin yan yana ya da üst üste konmasıyla oluşturulan işaretlerin çizgesel evriminin sonuçları bu grafikte görülmektedir. Mısırlılarda görülen evrim zaten budur.

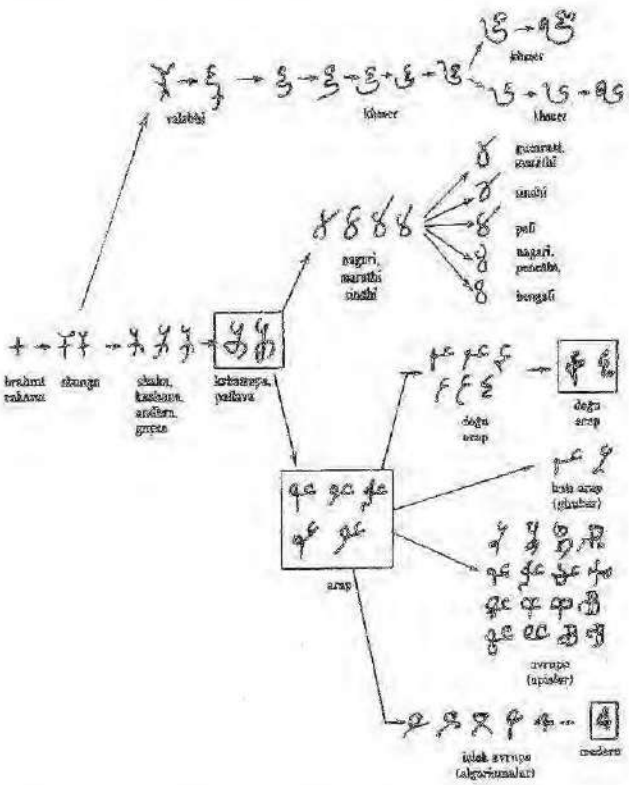
Şimdi, ilk dokuz Hint rakamının geçirdiği evrimi yansıtan şekilleri verebiliriz. Yalnız, bu rakamlar renk verici bir maddeye batırılmış ezik uçlu bir kalemle kaygan bir zemin üzerine çiziliyordu. Eskiden beri doğada bu tür renk veren maddeler çoktur. Kaleme benzer bir aletin yapımı da pek zor bir şey değildir.



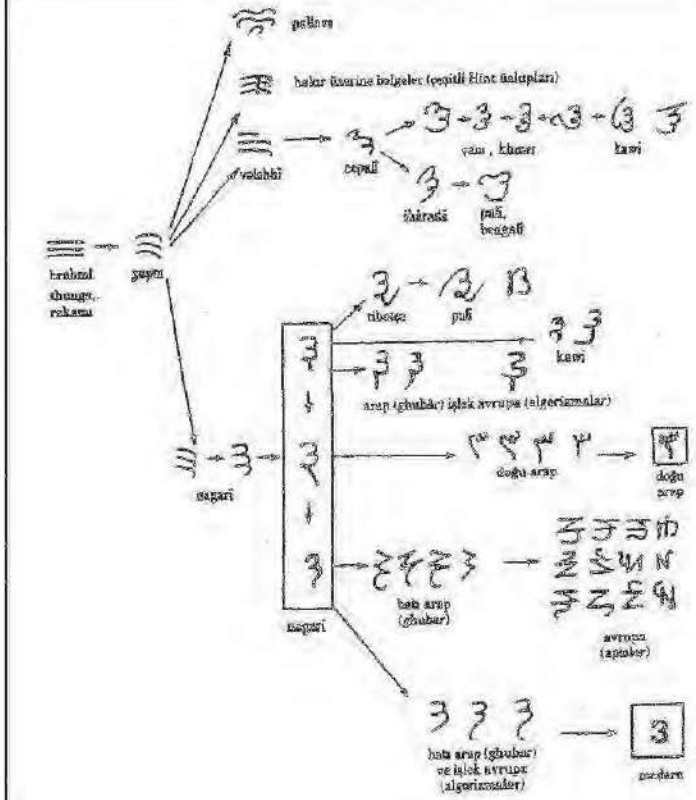
Yatay bir işaretle başlangıçta gösterilen bir rakamının kökeni, değişik halklarda geçirdiği evrimi ve bizde kullanılan 1 şeklini yukarıdaki şema göstermektedir. (10).



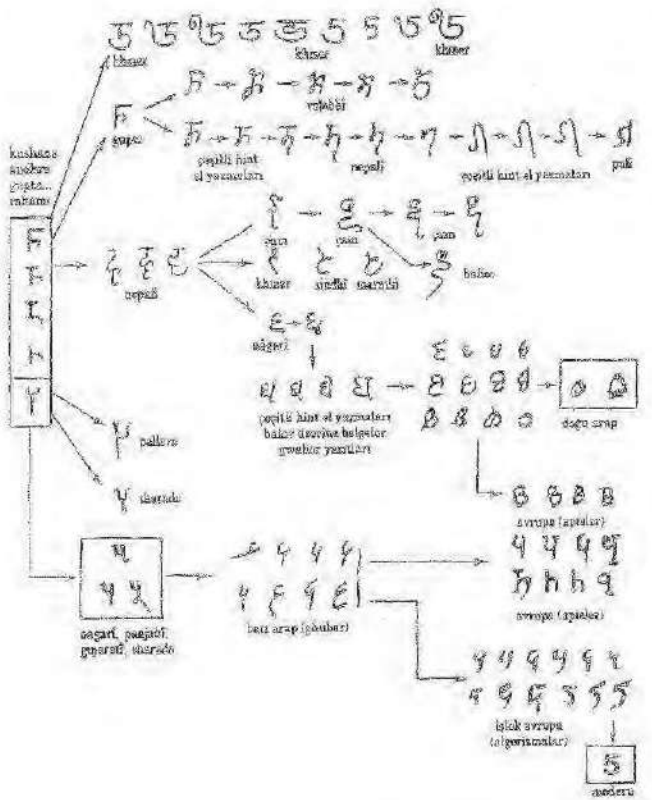
Yatay iki paralel çizgi işaretiyle başlangıçta gösterilen iki rakamının kökeni, değişik halklarda geçirdiği evrimi ve bizde kullanılan 2 şeklini yukarıdaki şema göstermektedir. (10).



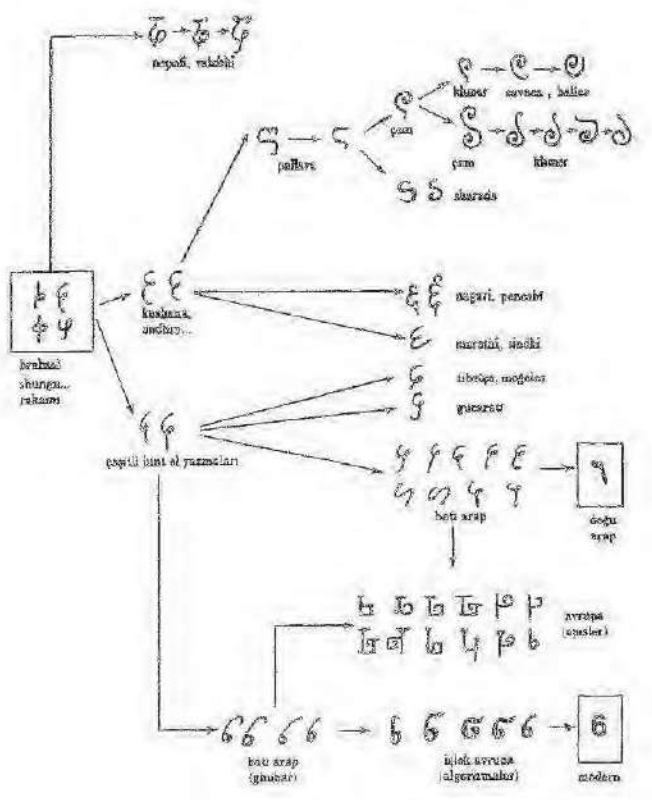
Brahmi rakamı ile dört sayısını gösteren işareften başlayıp değişik halklarda bu işaretin kökeni, geçirdiği evrimi ve bizde kullanılan 4 rakamına nasıl geldiğini yukarıdaki şema göstermektedir. 10).



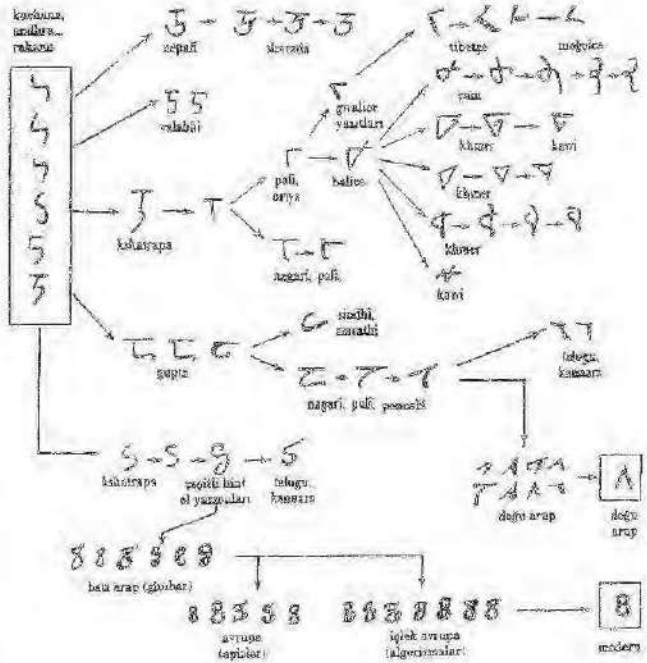
Yatay üç paralel çizgi işareti ile başlangıçta gösterilen üç rakamının kökeni, değişik halklarda geçirdiği evrimi ve bizde kullanılan 3 şeklini yukarıdaki şema göstermektedir. (10).



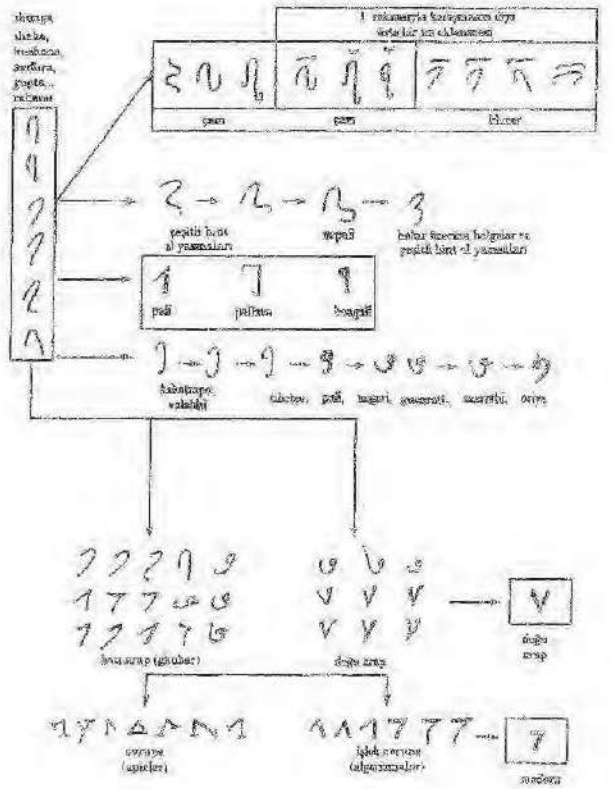
Farklı halkların beş sayısını gösteren işareti ile başlayan bu rakamın kökenini, geçirdiği evrimi ve bu evrim sonucunda moden 5 rakamına nasıl ulaşıldığını yukarıdaki şema göstermektedir. (10).



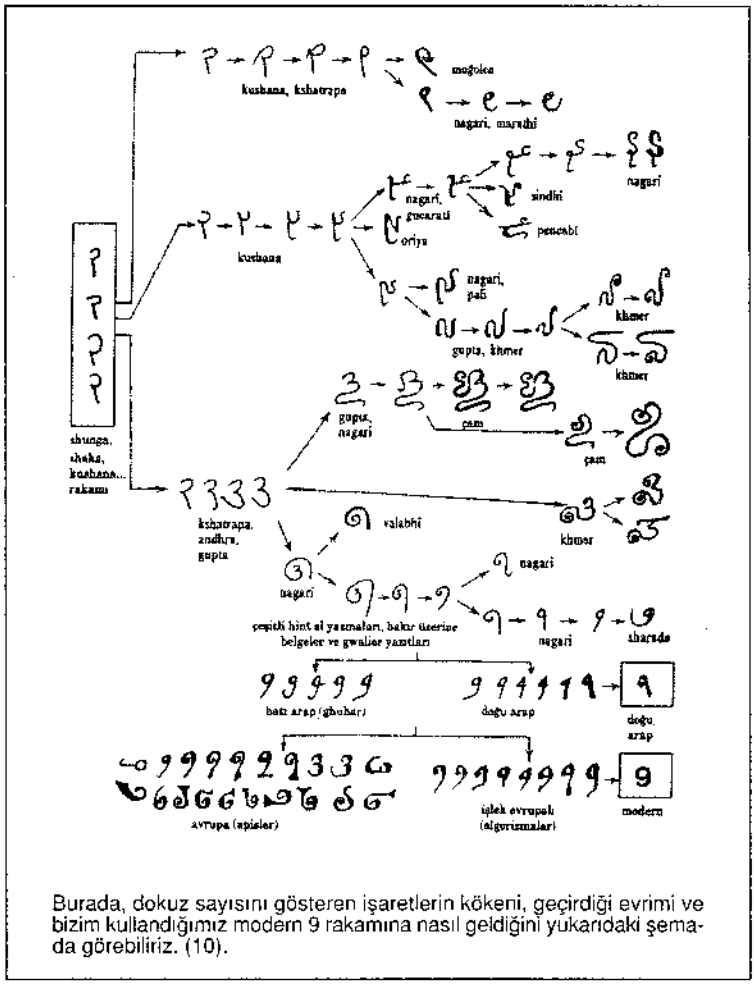
Farklı halkların altı sayısını gösteren işareti ile başlayan bu rakamın kökenini, geçirdiği evrimi ve bu evrim sonucunda modern 6 rakamına nasıl ulaşıldığını yukarıdaki şema göstermektedir. (10).



Farklı halkların sekiz sayısını gösteren farklı işaretleriyle başlayan gösterimin kökeni, geçirdiği evrimi ve bizim kullandığımız 8 rakamına nasıl dönüştüğünü yukarıdaki şema göstermektedir. (10).



Değişik halkların yedi sayısını gösteren işaretlerinin kökeni, değişik bu halklardaki evrimi ve bizim kullandığımız modern 7 rakamına nasıl dönüştüğünü yukarıdaki şemada görebiliriz. (10).



Burada, dokuz sayısını gösteren işaretlerin kökeni, geçirdiği evrimi ve bizim kullandığımız modern 9 rakamına nasıl geldiğini yukarıdaki şemada görebiliriz. (10).

Yukarıdaki açıklamadan dolayı, dokuz yalın birimle ilgili Hint rakamları, ilk ortaya çıkışlarından beri, bugünkü sayılamamızın dokuz temel rakamının ön biçimlerini oluşturmuşlardır. Bugün haksız olarak Arap rakamları dediğimiz işaretler oysa birkaç yüzyıl sonra bu işaretlerden doğacaktır. Bugün kullandığımız modern Mağrip rakamlarının torunları olduğunu, Mağrip rakamlarının da doğu Araplarının rakamlarının yeğenleri olduğunu, bu sonuncuların ise Hindistan'da, Güneydoğu Asya'da ve Orta Asya'da halen kullanılmakta olan tüm onlu gösterimlerin büyük ailesine girdiğini bildiğimiz Nagari rakamlarıyla bir akrabalık bağı bulunduğunu söyleyebiliriz. (10).

Dokuz birimle ilgili Brahmi rakamları, çizgesel bakımından temel özelliklerinden birini taşıyordu. Ashoka fermanlarından Shunga, Shaka, Kushana, Andhra, Kshatrapa, Gupta, Pallava, hatta Chalukya yazıtlarına kadar bu yazılar incelendiğinde bu yazıtların ilkel kaldıkları hemen görülür. On tabanına dayalı olan bu gösterim temelde toplama

ilkesine dayanıyordu. Örneğin 24 400 sayısını yazmak için 20 000, 4 000 ve 400 sayılarını bu sıra içinde yanyana koymak gerekiyordu. Bu da



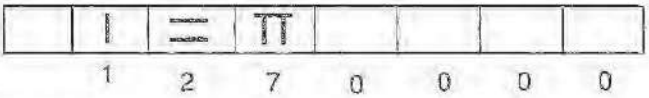
biçiminde yazılıyordu. Eğer bu sayılamada rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değeri alsaydı 24 400 sayısı



biçiminde yazılacaktı. Bu nedenle, bu rakamlar bile uzun süre konumlu olarak yazılmadıklarından fazla işleklik kazanmadan kalmışlardır. Konumlu hale geldikten sonra bu sayılamanın ne kadar önemli işler gördüğünü şimdi daha iyi anlıyoruz.

Çinli bilginler İ. Ö. 206 ile İ. S. 220 yılları arasında Hanlar çağından beri suan zi denen fişlerle hesap ismiyle bilinen on tabanlı ve konumlu dediğimiz rakamların bulundukları yerlere göre basamak değeri alması sayılamasının kullandıklarını biliyoruz. İlk dokuz yalın birimi belirtirken sayı çubuklarını dikey ya da yatay olarak düzenli bir biçimde biraraya getiren bu yöntem, bir tür sütunlu abaküs olarak düşünülmüş damalı tahtanın üzerinde bulunan saz çubukları bazen dik bazen yatık biçimde bir hesap yöntemini kullanıyorlardı. Fakat konum dediğimiz durumu bu dönemlerde henüz kavrayamamış ve uygulamaya sokamamışlardı.

Hint bilginlerinin, Hıristiyanlık çağı öncesinden başlayarak Hindistan ile Çin arasında ilişkiler sonucunda Çinlilerin Hintlilerden hesap yöntemlerini aldıklarını görüyoruz. Çin'de daha önceleri sıfır yoktur. 1 270 000 sayısını yazmak için konuma gerek duymayan dama tahtası üzerinde saz çubuklarını kullanarak



biçiminde yazıyorlardı. (10).

Çinli hesap bilginleri nokta ya da küçük daire biçimli ve Hint kökenli olan sıfırın kullanımını ancak İ. S. 8. yüzyıl dolaylarından itibaren ve kuşkusuz Hint kökenli Budacı din elçilerinin etkisiyle getirmişler, o zamandan beri 1 270 000 sayısını kendi rakamlarıyla



biçiminde yazmaya başlamışlardır.

Hint matematiği üzerine Çinli tanıklar da vardır. Bunlardan Qutan Xida'nın İ. S. 718 ile 729 yılları arasında yayınladığı büyük gökbilim ve müneccimlik derlemesi Kai yuan zhan jing'de sıfır için bir işaret kullanılmıştır. Bu yapıtın İ. S. 718 Jiu zhi takvimiyle ilgili olan kısmında Hint hesap yöntemlerine ilişkin bir bölüm vardır. Hint rakamlarının tümünün tek bir çizgiyle işlek bir biçimde yazıldığını söyledikten sonra şöyle devam ediyor. "Onun bir katını dile getirmek için dokuz rakamdan birini kullanmak gerektiğinde öndeki bir sütuna birimin rakamları yazılıyor. Bir sütunda ne zaman bir boşluk görünse o boşluğu belirtmek için bir nokta konuyor." Bu gökbilim derlemesinin yazarı Çinli değildi. Qutan Xida aslında Çin'e yerleşmiş ve İ. S. 708 yılarından itibaren Changan'da bir gökbilim okulunu yönetmiş Hint kökenli ünlü bir matematikçi ve gökbilimci olan Budacı Gautama Siddharta'nın Hintçe isminin çinceleşmiş bir biçimiydi. Matematiksel sıfır kavramını ve daireyi 60 parçaya bölme işlemini Çin'e zaten o getirmiştir.

Bu ilginç tanıklık, Budacı akımın yükselişinin Hint biliminin Uzak Doğu'ya yayılışı üzerindeki, daha önce başka yerlerde de kanıtlanmış etkisini doğrulamaktadır. Sürün ve konum ilkesinin keşfinin tümüyle Hint uygarlığına özgü bir çabanın ürünü olduğunu görüyoruz. İlk dokuz tamsayı rakamlarıyla ilgili Brahmi gösterimi, modern rakamlarımızın atasıdır. Bu rakamlar o dönemlerde Güneydoğu Asya, Orta Asya, Yakındoğu ve Malezya'ya kadar yayılmıştır. (10).

Konumlu Çin dizgesinde birimlerin gösterimi bir ya da daha çok dikey veya yatay çizgiyi yan yana ya da üst üste koymakla sınırlıydı. Bunlar



biçiminde olabiliyordu. Bunlardan başka büyük sayıları göstermek için oluşturdukları işaretler vardı. Hindistan kökenli onlu sistem ve konum aritmetiği özelliği taşıyan sayılama sistemi Çin'e girdikten sonra onların matematik ve gökbilimlerinde ilerlemelerin olduğu görülür.

Aslında modern rakamlarımızın kökeninin Hindistan olup olmadığı tartışılması dönemleri eskidir. Özellikle bakır levhalardaki yazılara güvenmeyenler 1910 ile 1920 yılları arasında yapılan araştırmalara karşı çıkmışlardır. C-14 deneyi yaş belirleyen bir yöntemdir. Bu deney 1950 yılında yapılmış ve 1960 yılında Nobel ödülünü almıştır. Şimdi böyle bir belgenin ne zaman yazıldığını belirlemek çok kolaydır. Uzun uzun tartışmalara ve yazışmalara gerek yoktur. Şu dönemde sahip olduğumuz teknoloji bunu hemen açığa çıkaracak güçtedir. Bu nedenle bu tartışmaya gerek yoktur. Çünkü, şüphelendiğimiz bir yazılı belge varsa hemen onun yaşını belirlemek için laboratuvara

gidip yaş belirlemesi yaptırır ve yaşını öğrenir. Buradan bu belgenin ne zaman yazıldığı, doğru bir belge mi yoksa sahte mi hemen anlaşılır. Bunun için karbon 14 deneyi yeter.

BİRLER

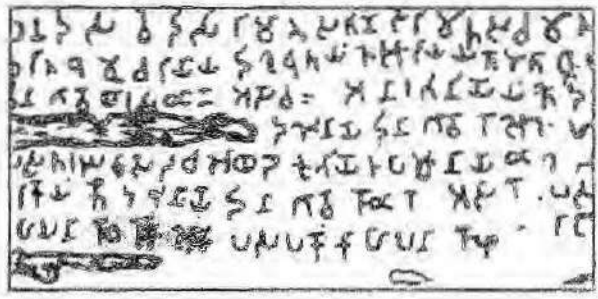
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-III. yüzyıl Aşoka'nın Brahmî yazısı									
-II. yüzyıl Nana Ghat yazıtları									
-I. ya da +II yüzyıl Nâsik yazıtları									
+I. / +II yüzyıl Kushana yazıtları									
+I. / +III yüzyıl Andhra, Mathura ve Kshatrapa yazıtları									
IV. / VI yüzyıl Gupta yazıtları									
VI. / IX yüzyıl Nagari yazıtları									
+V. / +VI yüzyıl Pallava yazıtları									
+VI. / +VII yüzyıl Valabhi yazıtları									
Çeşitli Hint oyunları									

Bu tablo, Brahmi yazısına ve onun doğrudan türevlerine bağlı sayısal işaretlerini göstermektedir. Burada tek çizgiyle çizilmiş işaretlere tanıklık edilmiştir. Buna karşın çift çizgiyle çizilmiş olanlar üçlülerin karşılaştırmalı incelemesine dayanarak yapılmış olanlardır. Eskiçağ dünyasının kimi sayılamaları çok sınırlıydı. Toplama dışında aritmetik işlemlerin yapılması bile olanaksızdı. Üstelik en yüksek olarak yazılabilecek sayı 90 000 kadardı. Bu nedenle büyük sayıları yazmak mümkün değildi. (10)

ONLAR

	10	20	30	40	50	60	70	80	90
-III. yüzyıl Ashoka'nın Brahmi yazısı									
-II. yüzyıl Nana Ghat yazıtları									
+I. ya da + II. yüzyıl Nasik yazıtları									
+I. / + II. yüzyıl Kushana yazıtları									
+II. / + III. yüzyıl Andra, Mathura ve Kshatrapa yazıtları									
+IV. / + VI. yüzyıl Gupta yazıtları									
+VI. / +IX. yüzyıl Nepal yazıtları									
+V. / +VI. yüzyıl Pallava yazıtları									
+VI. / +VII. yüzyıl Valabhi yazıtları									
Çeşitli Hint el yazmaları									

On ve onun katlarının her biri özel bir imle gösterilir.



Bu belge, Nana Ghat mağarasının duvarlarından birisini süsleyen, Brahmi karakterleriyle yazılmış Budacı bir yazıttan bir ayrıntıdır. Bu yazı İ. Ö. 2. yüzyıla aittir. Çerçeve içinde 24 000 sayısının Brahmi gösterimiyle yazılışı görülmektedir.

YÜZLER, BİNLER VE ON BİNLER

	100	200	300	400	1 000	2 000	3 000	4 000	6 000	8 000	10000	20000	70000
-III. yüzyıl Aśhoka'nın Brahmî yazısı													
-II. yüzyıl Nana Ghat yazıtları													
+I. ya da +II yüzyıl Nasik yazıtları													
+I. /+II yüzyıl Kushâna yazıtları													
+I. /+III yüzyıl Andhra, Mathura ve Kshatrapa yazıtları													
+IV. /+VI yüzyıl Gupta yazıtları													
+VI. /+IX yüzyıl Nepal yazıtları													
+V. /+VI. yüzyıl Pallava yazıtları													
+VI. /+VII. yüzyıl Valabhî yazıtları													
Çeşitli Hint el yazmaları													
	Özel isim	= 100 + 1 × 100 100'e bir yatay çizgi eklenmiştir	= 100 + 2 × 100 100'e iki yatay çizgi eklenmiştir	= 100 × 4	Özel isim	= 1000 + 1 × 1000 1000'e bir yatay çizgi eklenmiştir	= 1000 + 2 × 1000 1000'e iki yatay çizgi eklenmiştir	= 1000 × 4	= 1000 × 6	= 1000 × 8	= 1000 × 10	= 1000 × 20	= 1000 × 70

TARİHLER	DOKUZ RAKAM	SAYI ADLARI
— III/ -II. yüzyıl	*Brahmi* sayısal gösteriminin İmparator Ashoka fermanları ile Nana Ghat yazıtlarında ilk görülüşü. Bu gösterim çok ilkseldir. *Ama ilk dokuz rakamı bugünkü dokuz temel rakamın* (Hint, sonra Arap ve Avrupa rakamlarının) *gerçek ilk biçimlerini oluşturuyor.*	Sanskrit dilinin sayılaması çoktan tamamen gelişmiş ve 10'un en azından 10^8 (=100 000 000)'a kadarki bütün kuvvetleri için özel sayı adları içeriyor.
— I./ +III. yüzyıl	Birçok yazıtta görülen gösterim dizgesi, daha sonraki üslûplara bağlanan bir çeşit ara dizge olan *Brahmi* rakamlarından çıkmış sayısal simgelerden oluşuyor. *Ama ilk dokuz rakamı henüz konum ilkesine uydurulmamış.*	Sanskrit sayılamasının en azından 10^{12} (=1 000 000 000 000)'a kadar giden 10'un kuvvetlerine genişletilmesi.
+ IV./ +V. yüzyıl	*Brahmi* gösteriminden çıkan rakamlar ayrıksılaşmaya ve çeşitlenmeye başlıyor (Gupta, Pali, Pallava, Chalukya, ... üslûpları).	Sanskrit sayılaması 10^{421} basamaklı, hatta daha büyük dev sayıları tasarlamayı ve bunlarla işlem yapmayı sağlıyor. Bu sayılar bu çağdan itibaren *Lalitavistara*'da (M.S. 308'den önce) görülüyor.
	Sıfırın ve konumlu sayılamanın keşfi	
+ 458	(Dokuz birimin rakamlarının bu çağdan itibaren konum ilkesiyle düzenlendiğine tanıklık eden hiçbir belge görülmemiştir.)	*Lokavibhaga*'da V. yüzyılın ortasından itibaren görüldüğü gibi, *ilk dokuz sayı adı konum ilkesine uydurulmuş.* M.S. 458 tarihli *Lokavibhaga*'da sayı adlarının yerini kimi kez sayısal simgeler alıyor ve *shûnya* ('boşluk') sözcüğü ile onun eşanlamlıları gerçek *sıfır* olarak kullanılıyor.

TARİHLER	DOKUZ RAKAMLI VE SIFIRLI KONUMLU DİZGE
VI. yüzyıldan itibaren	Dokuz rakamlı ve sıfırlı konumlu dizgenin kullanımı Hindistan ve Güneydoğu Asya belgelerinde bol bol görülmeye başlıyor (tam olmayan liste; s. 101-120):
+ 594	Shankheda'daki bakır üzerine belge
+ 628	Brahmagupta'nın *Brâhmasputasiddhânta*'sı
+ 629	Bhâskara'nın *Aryabhatiya* yorumu
+ 683	Trapeang Prei'deki Khmer yazıtı
+ 683	Kedukan Bukit'teki Malay yazıtı
+ 684	Talang Tuwo'daki Malay yazıtı
+ 786	Kota Kapur'daki Malay yazıtı
+ 737	Dhaiki'deki bakır üzerine belge
+ 753	Devendravarmana yazıtları
+ 760	Dinaya'daki Cava yazıtı
+ 793	Râshtrakûta'daki bakır üzerine belge
+ 813	Pâ Nagar'daki Çam yazıtı
+ 815	Buchkhalâ'daki bakır üzerine belge
+ 829	Bakul'deki Çam yazıtı
+ 837	Bâuka yazıtı
+ 850	Mahâvirârya'nın *Ganitasârangraha*'sı
+ 862	Deogarh yazıtı
+ 875	Gwâlior yazıtı
+ 877	Haliwangbang'daki Bali yazıtı
+ 878	Mamali'deki Bali yazıtı
+ 880	Taragal'deki Bali yazıtı
+ 917	Mahîpâla'daki bakır üzerine belge
+ VII. yüzyıl	Gupta gösterimi Kuzey ve Orta Hindistan'ın rakamlarının (*Bengali, Gucarati, Oriyâ, Kaithi, Maithili, Manipuri, Marâthi, Mârwari* ...) kökenini oluşturacak olan Nâgarî üslûbundaki rakamları doğuruyor. Bkz. s. 31 vd).
+ VII. yüzyıl	Güneydoğu Asya'nın üslûplaştırılmış rakamlarının (*Khmer, Cam, Kawi* ... rakamlarının) ilk ortaya çıkışı.
+ IX. yüzyıl	Gupta gösteriminin kuzeyli bir çeşidi, Keşmir'de Kuzeybatı Hindistan rakamlarının (*Dogri, Tâkari, Multâni, Sindhi Pencâbi, Gurûmukhî* ...) atası olan *Shâradâ* üslûbundaki rakamları doğuruyor.
+ XI. yüzyıl	Telugu üslûbundaki (Güney Hindistan) rakamların ilk ortaya çıkışı.

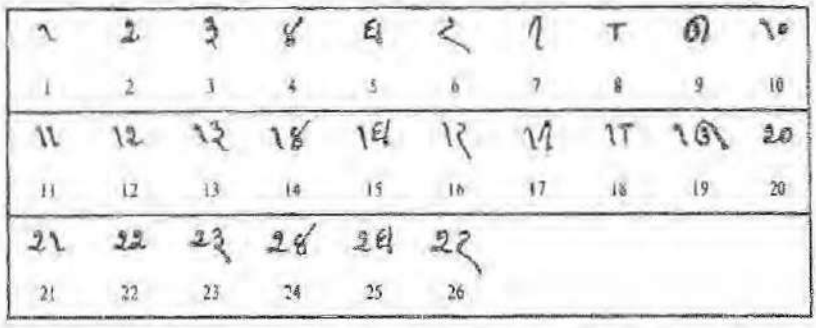
Mahaviracharya'nın Ganitasarasamgraha'sında bulunan ve önceden yapılmış bir hesapta

$$1^2 = 1$$
$$11^2 = 121$$
$$111^2 = 12321$$
$$1111^2 = 1234321$$
$$11111^2 = 123454321$$
$$111111^2 = 12345654321$$
$$1111111^2 = 1234567654321$$
$$11111111^2 = 123456787654321$$
$$111111111^2 = 12345678987654321$$

tablosu verilmektedir. Bu da ilginç bir gösterimdir.

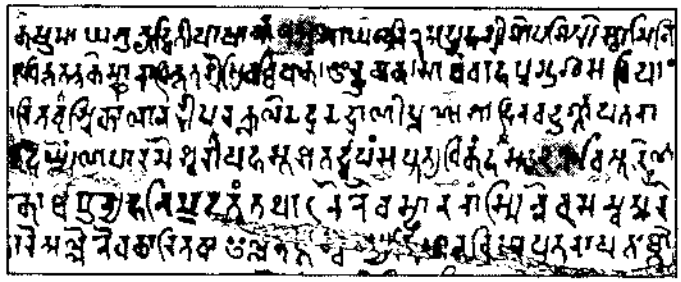
Altıncı yüzyılın sonunda yaşamış olan aritmetikçi Jinabhadra Gani, Brihatkshetrasamasa isimli yapıtında 224 400 000 000 sayısını Sanskritçe anlatımla veriyor ve bugünkü dille yirmi iki kırk dört ve sekiz sıfır diye yazıyor. (10).

Agra'ya yaklaşık 120 km uzaklıkta, Delhi'nin yaklaşık 300 km güneyinde bulunan, eski Madhyabharad prensliğinin başkenti olan Gwalior yakınlarında, Vishnu'ya adanmış Vaillabhattasvamin tapınağında, geçen yüzyılda bulunmuş Bhojadeva dönemiyle çağdaş iki taş yazıt vardır. İlk yazıt harf kullanılarak yazılanlara göre İ. S. 875 yılına aittir. Bu, Sanskrit diliyle paralel bir biçimde yazılmış bir parçadır. Parçanın 26 kıtası vardır. 1, 2, 3, 7, 9 ve 0 rakamlarının çizgeleri çok açık bir biçimde bugünkü rakamlarımızla aynı olan Nagari tipi bir numaralamadır. Bu yazıt aşağıda olduğu gibidir.



İlk Gwalior yazıtından alınan sayısal ifadeler açıkça görülmektedir.

İkinci yazıt ise rakamlar kulanılarak yazılmıştır ve İ. S. 876 tarihlidir. Burada, Gwalior kenti sakinlerinin Vishnu tapınağına yaptığı bağışların belgesidir.



İkinci Gwalior yazıtında çerçeve içinde 933 ve 270 sayılarının yazıldıkları açıkça görülmektedir.

Sanskritçe düzyazı olarak kaleme alınan bu yazıtta, çiçek bahçesi yapılsın diye bağışlanan 270 hasta uzunluğunda, 187 hasta genişliğinde bir topraktan ve Gwalior kenti bahçevanlarının tapınağa günlük yardım olarak getirmeleri gereken 50 mevsimlik çiçek tacından söz edilmektedir. 933, 270, 187 ve 50 sayıları bu yazıtta vardır ve şekleri

९३३	२७०	१८७	५०
933	270	187	50

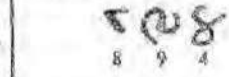
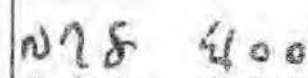
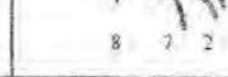
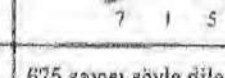
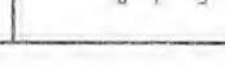
biçimindedir.

Gwalior yazıtları bizim kullandığımız rakamların Hindistan kökenli olduğunu gösteren tek belge de değildir. Bunlardan başka bakır tabaklar üzerine kazınmış hukuksal belgeler ve tapular da vardır. Özellikle yapılan bağışların miktarları için hep bu Hint rakamları kullanılmıştır. Bağışı yapanın ismi ve yaptığı bağışlar hep yazılmıştır. Bu nedenle, bizim kullandığımız rakamların Hint kökenli olduğu ortaya çıkmıştır. Hint kökenli rakamlarımız altıncı yüzyıldan sonra tam olarak belirlenmiştir.

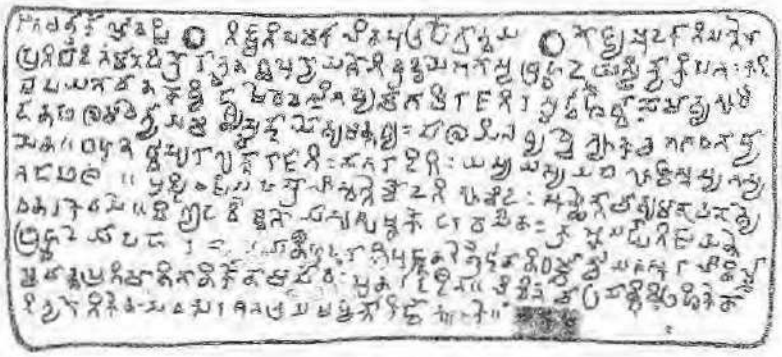
Tüm bu belgelere karşın bu görüşe karşı çıkanlar da vardır. Bunlardan üç tarih bilimci G. R. Kaye, N. Bubnov ve B. Carra de Vaux gibi kişilerdir. Özelikle bakır üzerine yazılan yazıların özgünlüğünün kuşkulu olduğunu ileri sürmüşlerdir. Onlara göre bu belgeler yazıldıkları tarihten çok sonraki bir çağda kopyalanmış, değiştirilmiş ya da bozulmuştur. Bu yönde itiraz etseler de taş yazıtlar bunu kanıtlamaya yeter de artar bile. Yalnız bazı bakır levhaların yazılarının sahte olduğu doğrudur. Ama bunların sayısı bellidir. Oysa bu bilim tarihçileri Hintlilerin belgelerini çürütecek sağlam bir kanıt bugüne kadar getirebilmiş değillerdir. (10).

Bu bilimciler kanıta dayanmadan Yunan matematiğini göklere çıkarmak için çırpınıp durmuşlardır. Sonuçta geçerli bir belge de sunamadıkları için bugünkü rakamlarımızın kökeninin Hindistan olduğunu kabul etmek zorunda kalmışlardır.

Şimdi, bu konuda bazı belgeleri sıralayalım.

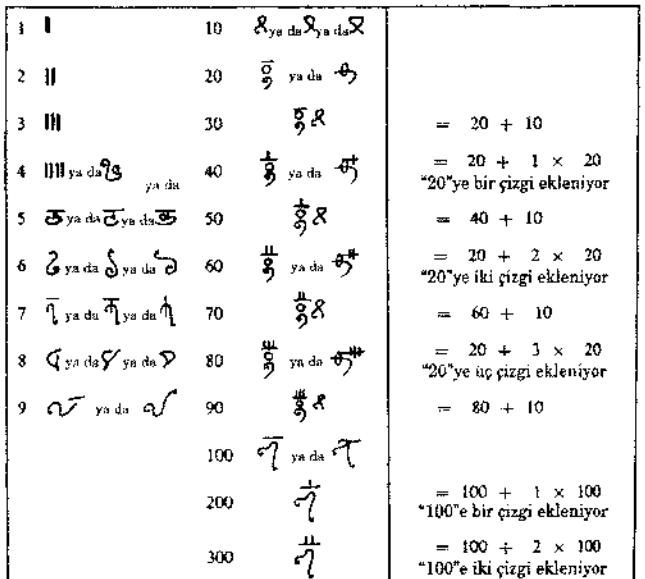
TARİHLER (M.S.)	BELGELER VE KAYNAKLAR	
972	Amoghavarsha'nın Râshtrakûta kaynaklı bağış belgesi. *Shaka* takvimiyle 894 (=894+78=+972) tarihli.	894 sayısı şöyle dile getiriliyor:  8 9 4
933	IV. Govinda'nın Râshtrakûta kaynaklı bağış belgesi. *Shaka Samvat* takvimiyle 855 (=855+78=+933) tarihli.	855 sayısı şöyle dile getiriliyor:  8 5 5
917	Mahipâla'nın bağış belgesi. *Vikrama Samvat* takvimiyle 974 (=974—57=+917) tarihli.	974 ve 500 sayıları şöyle dile getiriliyor:  9 7 4 5 0 0
837	Bauka yazıtları. *Vikrama Samvat* takvimiyle 894 (=894—57=+837) tarihli.	894 sayısı şöyle dile getiriliyor:  8 9 4
815	Nâgbhata'nın Buchkkalâ kaynaklı bağış belgesi. *Vikrama Samvat* takvimiyle 872 (=872—57=+815) tarihli.	872 sayısı şöyle dile getiriliyor:  8 7 2
793	Shankaragana'nın, Daulatâbâd kaynaklı bağış belgesi. *Shaka* takvimiyle 715 (=715—78=+793) tarihli.	715 sayısı şöyle dile getiriliyor:  7 1 5
753	Dantidurga'nın Râshtrakûta kaynaklı bağış belgesi. *Shaka* takvimiyle 675 (=675—78=+753) tarihli.	675 sayısı şöyle dile getiriliyor:  6 7 5

TARİHLER (M.S.)	BELGELER VE KAYNAKLAR	
753	Devendravarman yazıtı. *Shaka* takvimiyle 675 (=675+78=+753) tarihli.	20 sayısı şöyle dile getiriliyor: 2 0
737	Dhiniki kaynaklı bakır üzerine bağış belgesi. *Vikrama Samvat* takvimiyle 794 (=794—57=+737) tarihli.	794 sayısı şöyle dile getiriliyor: 7 9 4
594	III. Dadda'nın Gucarat'taki (Bharukaccha bölgesi) Sankheda kaynaklı bağış belgesi. *Chhedi* takvimiyle 346 (=346+248=+594) tarihli.	346 sayısı şöyle dile getiriliyor: 3 4 6

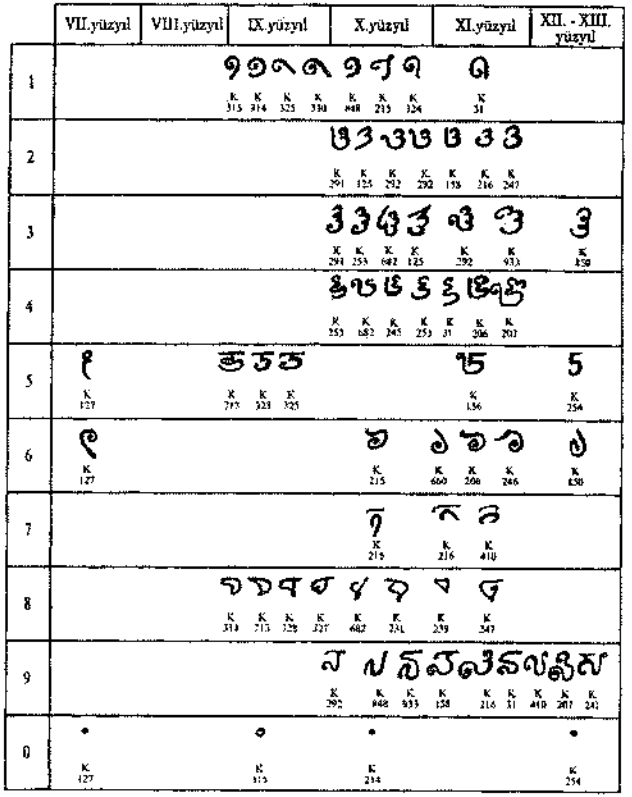


Bu belge Bharukachcha bölgesinde Gucarat'taki Sankheda'da bulunmuştur. III. Dadda'nın bir bağış belgesidir. Chhedi takvimine göre 346 tarihlidir. Ama bizim takvimimize göre 346 + 248 = l. S. 594 tarihli bir belgedir. Bu belge Hindistan'da sayıların bulundukları yerlere göre basamak değerini aldığını gösteren ve kullanılan en eski tanığıdır. Son satırdaki çerçeve içinde 346 sayısının bu söylediğimizi gösterdiği açıkça görülür.

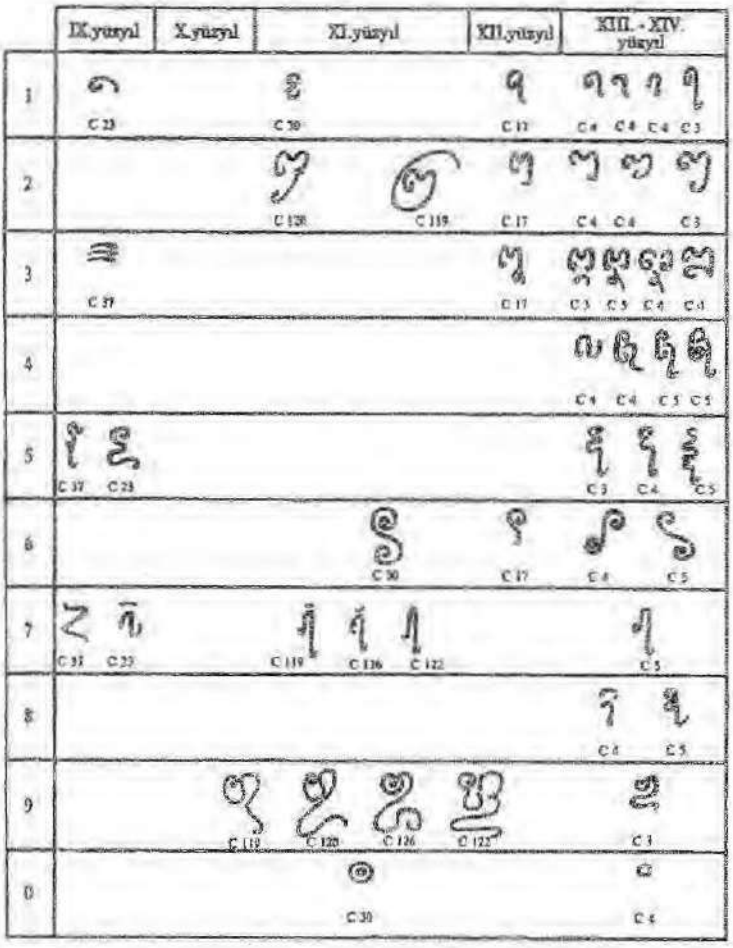
Hint rakamlarını, bunların sayılarını, konum aritmetiği ile işlemlerin yapıldığını sadece Sanskritçe olan dille yapılmadığını hemen söyleyelim. Bu konuda eski Khmerce, eski Malayca, eski Çamca, eski Cavaca ... kaleme alınmış taş yazıt olan belgeler çoktur. Bu taş yontucuları sadece taşlara birtek dili de kazınmışlardır. Sadece on tabanlı aritmetik de yapmamışlar, yirmi tabanlı bir belge aşağıda olduğu gibidir. Şimdi bu belgelerden bazılarını sunalım.



Eski Khmerlerin yazılı sayılaması: Toplama ilkesine dayanan ve 20 tabanının ilginç bir çizgisi bulunan bir dizge, Kamboçya'nın yerli yazıtlarında XIII. yüzyıla dek günlük sayıları dile getirmek için kullanılmıştır.



Yalnızca Kamboçya'nın eski Khmerce yazılmış yerli yazıtlarında Shaka tarihlerini dile getirmeye ayrılmış ondalık konumlu gösterimin rakamlarının (tarihli) paleografik değişkelerinden seçme.

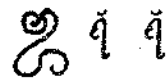
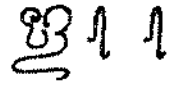
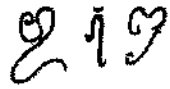
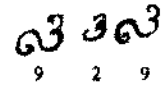
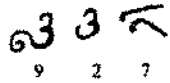
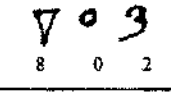


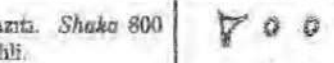
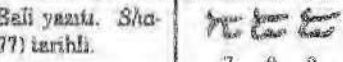
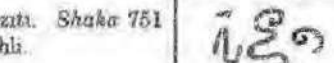
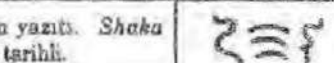
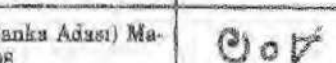
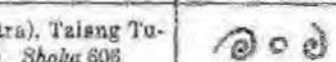
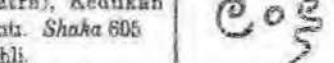
Yalnızca Çampa'nın Çam diliyle yazılmış yerli yazıtlarında Shaka tarihlerini dile getirmeye ayrılmış ondalık konumlu gösterimin rakamlarının (tarihli) paleografik değişkelerinden seçme.

KONUMLU ARİTMETİKLE İLGİLİ TARİHSEL OLGULARIN ÖZETİ

÷ 1150. Hint matematikçisi (II. Bhaskara denen) Bhaskaracharya, sıfırı ve ondalık konumlu sayılamayı tanrı Brahma'nın icat etmiş olduğu yollu bir söylentiden söz eder. Başka deyişle, bu kavramlar Hint düşüncesine ve söylentilerine öylesine yerleşmiştir ki, insan varolalı onlar da varmış gibi düşünülür, tanrıların bir vahyi olduğu varsayılır.

÷ 1010 / ÷ 1030. İran kökenli Müslüman bilgin, Al Biruni'nin Hindistan'a ve özellikle onun konumlu dizgesi ile hesap yöntemlerine ilişkin tanıklıklarının tarihi; Hristiyan Batı'dan ve Arap-Müslüman dünyasından daha önce gelmiş ya da gelecek olan tanıklıklara eklenen çok belgeli bir tanıklık vardır.

TARİHLER (M.S.)	BELGELER VE KAYNAKLAR	*SHAKA* TAKVİMİYLE YILIN GÖSTERİMİ
1079	Pô Nagar'daki Çam yazıtı. *Shaka* 1006 (=1006+78=+1084) tarihli.	 1 0 0 6
1055	Hanoi Kantonu, Lai Çam'daki Çam yazıtı. *Shaka* 977 (=977+78=+1055) tarihli.	 9 7 7
1055	Phanrang bölgesi, Phû-gui'deki Çam yazıtı. *Shaka* 977 (=997+78=+1055).	 9 7 7
1050	Pô Klaun Garai'deki Çam yazıtı (1. yazıt). *Shaka* 972 (=972+78=+1050) tarihli.	 9 7 2
1050	Pô Klaun Garai'deki Çam yazıtı (2. yazıt). *Shaka* 972 (=972+78=+1050) tarihli.	 9 7 2
1007	Phnom Prah Net Prah'taki Khmer yazıtı. *Shaka* 929 (=929+78=+1007) tarihli.	 9 2 9
1005	Phnom Prah Nét Prah'taki Khmer yazıtı. *Shaka* 927 (=927+78=+1005) tarihli.	 9 2 7
880	Taragal'daki Bali yazıtı. *Shaka* 802 (=802+78=+880) tarihli.	 8 0 2

TARİHLER (M.S.)	BELGELER VE KAYNAKLAR	SHAKA TAKVİMİYLE YILIN GÖSTERİMİ
878	Mamali'deki Bali yazıtı. *Shaka* 800 (=800+78=+878) tarihli.	 8 0 0
877	Haliwanghang'deki Bali yazıtı. *Shaka* 799 (=799+78=+877) tarihli.	 7 9 9
829	Bakul'deki Çam yazıtı. *Shaka* 751 (=751+78=+829) tarihli.	 7 5 1
813	Po Nagar'daki Çam yazıtı. *Shaka* 735 (=735+78=+813) tarihli. *Bu, rakamla tarihlenmiş ilk yazıttır.*	 7 3 5
686	Kota Kapur'daki (Banka Adası) Malay yazıtı. *Shaka* 608 (=608+78=+686) tarihli.	 6 0 4
684	Palembang (Sumatra), Talang Tuwa'daki Malay yazıtı. *Shaka* 606 (=606+78=+684) tarihli.	 6 0 6
683	Palembang (Sumatra), Kedukan Bukit'teki Malay yazıtı. *Shaka* 605 (=605+78=+683) tarihli.	 6 0 5
683	Sambor bölgesi, Trapeang Prei'deki Khmer yazıtı. *Shaka* 605 (=605+78=+683) tarihli. *Bu, rakamla tarihlenmiş ilk Khmer yazıtıdır.*	 6 0 5

+ IX. yüzyılın sonu. Filozof Shankaracharya yazılarında Hint rakamlarının ondalık konum ilkesine açık bir göndermede bulunur.

+ 875 / + 876. Bunlar Gwalior yazıtlarının tarihleridir. Küçük daire biçimli sıfırın ve Nagari üslubuyla dokuz rakamın ondalık konum ilkesine göre kullanılışına tanıklık eden, tam olarak Hint kökenli olduğu bilinen en eski taş yazıttır.

+ 869. Hint gökbilimcisi Shankaranarayana ondalık konumlu sayısal simgeler gösterimini bol bol kullanır.

+ 850. Hint gökbilimcisi Haridatta, Hint alfabesinin harflerinden yararlanan, düzenli olarak konum ilkesine dayanan ve ayrım gözetmeden iki harfle betimlenmiş sıfır kullanan bir gösterim dizgesi icat eder. Bu, tarihin ilk alfabetik konumlu sayılamasıdır.

+ 850. Hint matematikçisi Mahaviracharya dokuz rakam aracılığıyla ya da Sanskritçe sayısal simgeler yardımıyla ondalık konumlu sayılamayı bol bol kullanır.

+ 830. Hint gökbilimcisi Govindasvamin konumlu sayısal simgeler gösterimini bol bol kullanır.

+ 813. Çampa'nın (Güneydoğu Asya'nın hintleşmiş uygarlığı) bilinen en eski yerli yazıtının tarihidir. Bu yazıtta Shaka takvimiyle yazılan tarih Hint kökenli dokuz rakam ve sıfır kullanılarak belirtilmiştir.

+ 760. Cava'nın (Güneydoğu Asya'nın hintleşmiş uygarlığı) bilinen en eski yerli yazıtının tarihidir. Bu yazıtta Shaka takvimiyle yazılan tarih Hint kökenli dokuz rakam ve sıfır kullanılarak belirtilmiştir. (10).

+ 732. Cava'nın bilinen en eski Sanskritçe yazıtının tarihidir. Bu yazıtta Shaka takvimiyle yazılan tarih Hint gökbilimcilerinin konumlu sayısal simgeler dizgesiyle belirtilmiştir.

+ 718 / + 729. Aslında Hint kökenli olan ve adı Gautama Siddhanta'nın çinceleşmiş biçiminden başka birşey olmayan Budacı Çinli Qutan Xida'nın gökbilim ve müneccimlik çalışması Kai yuan zhan jing'in tarihidir. İ. S. 708'de, Çin'e yerleşmiş olan yazar, yapıtında Hint kökenli sıfırı, dokuz rakamlı konumlu dizgeyi ve hesap yöntemlerini betimler.

+ VIII. yüzyıl. Şair Subandhu, aritmetik işlemci kavram olarak nokta biçimindeki Hint sıfırına çok açık göndermelerde bulunur. Demek sıfır ve ondalık konumlu sayılama bu çağda Hint geleneklerine öyle yerleşmiş ki, bu şair kendi benzetmeleri için böyle incelikleri serbestçe kullanabiliyor.

+ 687. Çampa'nın bilinen en eski Sanskritçe yazıtının tarihidir. Bu yazıtın Shaka takvimiyle yazılan tarihi, Hint gökbilimcilerinin konumlu sayısal simgeler dizgesiyle belirtiliyor.

+ 683. Malezya'nın (Güneydoğu Asya'nın Hintleşmiş uygarlığı) bilinen en eski yerli yazıtının tarihidir. Bu yazıtın Shaka takvimiyle yazılan tarihi Hint kökenli dokuz rakam ve sıfırla belirtiliyor.

+ 683. Kamboçyanın (Güneydoğu Asya'nın hintleşmiş uygarlığı) bilinen en eski yerli yazıtının tarihidir. Bu yazıtın Shaka takvimiyle yazıları tarihi Hint kökenli dokuz rakam ve sıfırla belirtiyor.

+ 662. Suriyeli rahip Severus Seboktius dokuz rakamlı Hint dizgesi ile Hint hesap yöntemleri konusunda tanıklık eder.

+ 629. Hint matematikçisi ve gökbilimcisi I. Bhaskara, dokuz rakamlı ve sıfırlı konumlu dizgedeki çevirisini de vererek, ondalık konumlu sayısal simgeler gösterimini bol bol kullanır.

+ 628. Hint matematikçisi ve gökbilimcisi Brahmagupta, dokuz rakamlı ondalık konumlu gösterimi ve sayısal simgeler sayılamasını bol bol kullanır. Ayrıca dokuz rakamla ve sıfırla hesap yöntemlerini bizim modern hesap yöntemlerimize çok yakın olan yöntemler betimler. Üstelik sıfırın matematiksel bir kavram yok sayının kavramı olarak sunulduğu temel cebir kurallarını verir ve matematiksel sonsuzdan açık bir biçimde söz edip onu sıfırın tersi olarak tanımlar.

+ 598. Kamboçya'nın bilinen en eski Sanskritçe yazıtının tarihidir. Bu yazıtın Shaka yılıyla yazılmış tarihi. Hint gökbilimcilerinin konumlu Sanskritçe sayısal simgeler dizgesiyle belirtiliyor. (10).

+ 594. Bilinen en eski Hint epigrafi belgesi olan ve ondalık konum ilkesine dayalı, yani on tabanlı ve rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değerini alan ilkesine göre dokuz rakamın kulanımına tanıklık eden belge 794 tarihlidir. Gucarat'taki Sankheda'da bulunmuş olan bu kanıt III. Dadda'nın tapınağa yaptığı bağışların miktarını gösterir. Bu konuda söyenenler gözönüne alınırsa, bu belgenin özgünlüğünden kuşkulanmak için artık hiçbir neden yoktur. Zaten soru artık eski önemini taşımamaktadır. Bunun da nedeni konumlu ondalık sayılamanın keşfi konusunda bugün elimizde çok sayıda bilgi bulunmasıdır.

+ VI. yüzyılın sonu. Aritmetikçi Jinabhadra Gani, sıfırı ve on tabanlı rakamların konum ilkesini bildiğini kanıtlayan birçok sayısal ifade kullanır.

+ 575. Hint gökbilimcisi ve müneccimi Varahamihira, ondalık konumlu Sanskritçe sayısal simgeler gösterimini bol bol kullanır. Bunun için kendisi tarafından yazılan Hint Müneccimliği isimli kitabı çok iyi bir kaynaktır.

+ 510. Hint gökbilimcisi Aryabhata, sıfırın ve on tabanlı konum ilkesinin çok iyi bilinmesini gerektiren bambaşka bir sayısal gösterim icat eder. Ayrıca kare ve küpkök için ilginç bir yöntem kullanır. Söz konusu sayılar yazılı olarak, konum ilkesine göre biribirinden ayrı dokuz rakam ve gerçekte sıfırın yerini tutan onuncu bir rakam yardımıyla dile getirilmezse, bu yöntemi uygulamak olanaksızdır. Bunlar için Aryabhata'nın

Sayısal Gösterimleri, Aryabhata'nın Sayılaması ve Karekökleri Aryabhata Nasıl Hesaplıyordu isimli eserlere bakmak yeter.

+ 458 (25 Ağustos Pazartesi). Caina, evrenbilim çalışması olan Evrenin Parçaları isimli yapıt bu konuda çok kesin bir tarih bildirir. Sayısal simgeler aracılığıyla sıfırın ve ondalık konumlu sayılamanın bulunduğu bilinen en eski bir Hint belgesi ve metnidir. (10).

Bir borcun sıfır eksiği bir borçtur.
Bir malın sıfır eksiği bir maldır.
Sıfırın (shunya) sıfır eksiği hiçtir (kham),
Sıfırdan çıkarılmış bir borç bir maldır.
Oysa sıfırdan çıkarılmış bir mal bir borçtur.
Sıfırın bir borçla ya da bir malla çarpımı sıfırdır.
Sıfırın kendisiyle çarpımı hiçtir.
İki malın çarpımı ya da bölümü bir maldır.
İki borcun çarpımı ya da bölümü bir maldır.
Bir borcun bir malla çarpımı ya da bölümü bir borçtur.
Bir malın bir borçla çarpımı ya da bölümü bir borçtur.

Modern cebir doğmuştu ve bilgin bu yolla onun temel kurallarını dile getiriyordu. Yukarıdaki metinde mal ile borç yerine sırasıyla pozitif sayı ile negatif sayıyı koyarsak, hemen görürüz ki, bu çağda, Hint matematikçileri ünlü şekiller cetvelini ve bütün temel cebir kurallarını biliyorlarmış.



Bilginin ve müziğin tanrıçası Sarasvati.

BÜYÜK SAYILAR ÇILGINLIĞIYLA ULAŞILAN BİR KÜLTÜR

Konum ilkesinin keşfinin temel koşullarından biri, Hint uygarlığının yaşadığı ve onu hesaplanabilir fizik evrenin sınırlarının çok ötesine geçirmekle kalmayıp, matematiksel sonsuz kavramını bizden çok önce tasarlamasını sağlayan büyük sayılar tutkusudur.

Örneğin, sürekli olarak çok büyük sayıların söz konusu edildiği Lalitavistara Sutra ya da (Buda'nın) kuralların(ın) gelişmesi (Shakyalar ailesinin Azizi Buda'nın yaşamı üzerine koşuk ve düzyazı halinde yazılmış, Mahayana Budacılığın Sanskritçe metni) bunu gösterir.

Gelişigüzel örnekler seçerek, orada on bin din adamının, seksen dört milyon Apsaras'ın otuz iki bin Bodhisattva'nın, altmış sekiz bin Brahma'nın, bir milyon Shakra'nın, yüz bin tanrının, yüz milyon tanrısal varlığın, beş yüz Pratneka Buda'nın, tanrıların seksen dört bin oğlunun, sonra başka tanrıların otuz iki bin ve otuz altı milyon oğlunun, tanrıların ve Bodhisattva'nın altmış sekiz bin koti [=680 000 000 000] oğlunun, seksen dört yüz bin niguta koti [8 400 000 000 000 000 000 000] tanrısal varlığın bileşimini buluruz. (10).

Buda'nın baş niteliklerinin sayısı otuz iki, ikincil niteliklerini sayısı seksendir. Anasının niteliklerinin sayısı otuz iki, doğduğu evin ve aileninki ise sekiz ve altmış dörttür. Kıraliçe Maya-Devi'ye on bin kadın hizmet eder, Buda tahtının süslemeleri yüzbinlercedir. Kalpa başına dört milyar üç yüz yirmi milyon yıl olmak üzere yüz bin milyon kalpa boyunca üst üste eklenmiş erdemlerin ürünü olan bu tahta yüzbinlerce tanrısal varlık, yüz bin milyon Bodhisattva ve Buda şükreder. Buda'ya gebe kalındığı gece açan büyük nilüfer altmış sekiz milyon yojana genişliğindedir. Buda doğduğunda iki yüz bin gömü ortaya çıkar. Bu olay binlerce üç bin dünyayı sevince boğar, varlıklar seksen dört binlik ve altmış binlik topluluklar halinde gelir, anası kıraliçe Maya-Devi'nin önünde saygıyla eğilir.

Yine, Edwin Arnold, Asya'nın Işığı (The Light of Asia) adlı kitabına Lalitavistara Sutra'dan alınmış aşağıdaki parçayı koyar. Bu parçada Bilge Vishramitra'nın o zaman sekiz yaşında olan çocuk Buda'yı eğitmesi söz konusu edilmektedir. Bilge Vishvamitra başka bir parçada da sayılamanın, sayıların ve aritmetiğin, Bodhisattva'nın öğrenmesi gereken yetmiş iki sanat ve bilim arasında en önemli disiplin olduğunu belirtir. (10).

Gerçekten, büyük sayıların adlarının ilk tutarlı dizisi Nicolas Chuquet'nin Triparty en la Science des Nombres'unda (1484) görülür.

10^{12} byllion	10^{36} sixlion
10^{18} tryllion	10^{42} septyllion
10^{24} quadrillion	10^{48} octyllion
10^{30} quyllion	10^{54} nonyllion.

745 324 804 300 700 023 654 321 sayısıyla ilgili şu örnek ve açıklama Chuquet'nin kendisinindir.

745 324 . 804 300 . 700 023 . 654 321.

Burada ilk nokta milyon anlamına gelir. İkinci nota bylion. Üçüncüsü tryllion. Dördüncüsü quadrillion. Beşincisi quyllion. Altıncısı sixlion. Yedincisi septyllion. Sekizincisi octyllion. Dokuzuncusu nonyllion ve bu böyle devam eder. Bir milyonun bin tane bin birim, bir bilyonun bir tane bin bilyon, bir trilyonun bin tane bin bilyon ettiğini herkesin bilmesi gerekir.

Ama yapıt hiçbir zaman yayımlanmadığ için, bu ilginç yenilik hemen hemen tamamen bilinmeden kalmıştır. Öyle ki, billion, trillion, quadrillion, quintillion, sextillion, septillion, octillion, nonillion... sözcüklerinin Fransız diline girmesi için XVII. yüzyılı beklemek gerekmiştir. Bununla birlikte XVII. yüzyılda bu sözcükler Chuquet'ninkilerden çok farklı değerlerle girmiştir Fransızcaya.

10^{12} billion	10^{36} sixtilion
10^{18} trillion	10^{42} septillion
10^{24} quadrillion	10^{48} octillion
10^{30} quintillion	10^{54} nonillion.

İşte, gerekliyse eğer, çağın Batılı düşüncelerinin tümü karşısında Hintlilerin düşünsel bakımdan önde olduğunun çok açık bir kanıtı budur. Hint bilginlerinin düşünce zenginliğine bu tanıklık eder.

Büyük sayıların anlatımı konusunda Arap, Yunan, Çin ve bugünkü Fransız dizgeleriyle yapılacak bir karşılaştırma Sanskrit sayılamasının çok yüksek kavramsal niteliklerini daha iyi kavramayı sağlayacaktır.

Olguyu daha da açık kılmak için, bütün bu sayılamalarda aşağıdaki büyük sayıdan yola çıkacağız.

5 2 3 6 2 2 1 9 8 4 4 3 6 8 2 4 3 9

Bilindiği gibi, eski Araplar, 10'un kuvvetlerinin adlarını sayarken hep binde durmuşlardır. Çünkü buradan sonra binlerle binleri üst üste koyuyor, araya da 10'un daha alt kuvvetlerinin adlarını karıştırıyorlardı. Başka deyişle, bu sayı onların dilinde biraz şunun gibi dile getiriliyordu. (10).

Beş yüz bin bin bin bin bin ve yirmi üç bin bin bin bin bin ve altı yüz bin bin bin bin ve yirmi iki bin bin bin bin ve yüz bin bin bin ve doksan sekiz bin bin bin ve dört yüz bin bin ve kırk üç bin bin ve altıyüz bin ve seksen iki bin ve dört yüz otuz dokuz.

Vishvamitra der ki: [Şimdi] bu kadar yeter,
Sayılara geçelim. Benden sonra sayılamanı söyle
lakh'a (= yüz bin) varıncaya dek.
Bir, iki, üç, dört, ona dek,
Sonra onar onar, yüzlere ve binlere dek.
Ondan sonra sayılara ad verdi çocuk,
[Sonra] onyıllar ve yüzyıllar, hiç durmadan.
Dairesel lakh'a varınca [bir kez], sessizce fısıldanan,
Gelir hemen koti, nahut, ninnahut, khamba,
viskhamba, abab, attata,
kumud'a, gundhika'ya, utpala'ya dek
[Sonunda] puadarika'yla biter [ve yönelir]
Saymayı sağlayan paduma'ya Dağların tepelerine yığılmış
En küçük kum tanesine.

Ustanın sözünü bir an için kesip çağrıştırılan sayısal değerleri belirtelim.

lakh	eder	$100\,000 = 10^5$
koti	,,	$10\,000\,000 = 10^7$
nahut	,,	$1\,000\,000\,000 = 10^9$
ninnahut	,,	$100\,000\,000\,000 = 10^{11}$
khamba	,,	$10\,000\,000\,000\,000 = 10^{13}$
viskhamba	,,	$1\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{15}$
abab	,,	$100\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{17}$
attata	,,	$10\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{19}$
kumud	,,	$1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{21}$
gundhika	,,	$100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{23}$
utpala	,,	$10\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{25}$
pundarika	,,	$1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{27}$
paduma	,,	$100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{29}$

Her adın değerinin bir önceki değerinin yüzle çarpımı yoluyla türetildiği yüzdelik bir merdivendir bu. (10).

Ama bu sayılamadan sonra,
Gecenin yıldızlarını saymakta kullanılan katha,
Okyanusların damlaları [-nı saymak] için koti-katha,
Dairesel [hareketleri] hesaplamak için ingga,
Sayesinde bir Gunga'nın tüm kumları üzerinde
İşlem yapılabilen Sarvanikchepa,
Birimi on Gunga'nın kumları olan antahkapa vardır.
Daha anlaşılır bir merdiven istenirse,
Aritmetik artış, on bin yıl içinde

Yeryüzüne her gün düşücek bütün yağmur damlarının,
Sayısı olan asankhya'dan geçerek,
Tanrıların geleceklerini ve geçmişlerini hesaplarken kullandığı,
mahakalpa'ya yöneltir [hesaplayıcıyı].

Hint Sayılaması'nın Çeşitli Sınırları

Yukarıda şiirsel olarak on bin yıl içinde yeryüzüne her gün düşücek bütün yağmur damlarının sayısı diye tanımlanan asankhya ya da asankhyeya aslında sayılmazı gösteren Sanskritçe sözcükten başka birşey değildir. Tamı tamına sayılması olanaksız sayı anlamına gelir. Sankhya ya da sankhyeya, sayıdan gelir ve önüne yoksunluk bildiren sayıyı alır.

Bu ifadeye özellikle Brahmacı evrendoğumdu başvurulur ve orada Brahma günü' nün süresini 4 320 000 000 insan yılını belirtmek için kullanılır.

Ama Bhagavad Gita'da, sayılamaz daha çok Brahma'nın tüm yaşam süresine, yani 311 040 000 000 000 insan yılına karşılık gelir. Yapıtın yorumlarından birinde, bizim için sonsuz olan bu çok çok uzun ömrün, sonsuzluğun akışı içinde ancak bir sıfır olduğu eklenir.

Elbette sonsuza verilen değer, metinlere, yazarlara, bölgelere, çağlara göre hatırı sayılır ölçüde çeşitlidir. Örneğin Sankhyayana Shranta Sutra bu sınırı 10 000 000 000 000 değeriyle saptar ve bu sayıya sonsuz anlamına gelen ananta ismini verir. Tibetliler ve Singhalalar asankhyeya'nın sınırını daha da öteye iter. Ona 97 sıfırlı bir 1'den oluşan sayının değerini verir. Aynı kavrama 10^{140} (yani on miyonun 20. kuvveti) değerini verip ölçeği on milyon olan aşağıdaki çok etkileyici isimler dizisinin sonuna bu sözcüğü koyan Kahchayana'nın Pali Grameriden de söz edelim. (10).

Yüz kere yüz kere bin		eder bir koti	$= 10^{7}$
Yüz kere yüz kere bin	koti	eder bir pakoti	$= 10^{14}$
,, ,, ,, ,, ,,	pakoti	,, ,, kotippakoti	$= 10^{21}$
,, ,, ,, ,, ,,	kotippakoti	,, ,, nahuta	$= 10^{28}$
,, ,, ,, ,, ,,	nahuta	,, ,, ninnahuta	$= 10^{35}$
,, ,, ,, ,, ,,	ninnahuta	,, ,, akkhobhini	$= 10^{42}$
,, ,, ,, ,, ,,	akkhobhini	,, ,, bindu	$= 10^{49}$
,, ,, ,, ,, ,,	bindu	,, ,, abbuda	$= 10^{56}$
,, ,, ,, ,, ,,	abbuda	,, ,, nirabbuda	$= 10^{63}$
,, ,, ,, ,, ,,	nirabbuda	,, ,, ahaha	$= 10^{70}$
,, ,, ,, ,, ,,	ahaha	,, ,, ababa	$= 10^{77}$
,, ,, ,, ,, ,,	ababa	,, ,, atata	$= 10^{84}$
,, ,, ,, ,, ,,	atata	,, ,, sogandhika	$= 10^{91}$
,, ,, ,, ,, ,,	sogandhika	,, ,, uppala	$= 10^{98}$

,,	,,	,,	,,	,,	utpala	,,	,, kumuda	=	10^{105}
,,	,,	,,	,,	,,	kumuda	,,	,, pundarika	=	10^{112}
,,	,,	,,	,,	,,	pundarika	,,	,, paduma	=	10^{119}
,,	,,	,,	,,	,,	paduma	,,	,, kathana	=	10^{126}
,,	,,	,,	,,	,,	kathana	,,	,, mahakathana	=	10^{133}
,,	,,	,,	,,	,,	mahakathana	,,	,, asankhyeya	=	10^{140}

Buda Efsanesinin Çılgınca Sayıları

Hintlilerin sayı adları dizilerini nereiere vardırdığı görülüyor.

Lalitavistara Sutra'ya geri dönersek bu konuda daha kesin bir fikir ediniriz. Orada, artık yetişkin olan Bodhisattva (Buda) bir yarışmaya girmek için neredeyse zorlanmaktadır.

Bodhisattva evlilik çağına gelince, Shakya Dandapani'nın kızı Gopa onun karısı olmaya aday gösterilir. Ama Dandapani, kıral Shuddhodana'nın oğlu [Bodhisattva] sanatlardaki becerisini halk önünde kanıtlamadıkça kızını ona vermeyi rededer. Böylece Bodhisattva ile öteki beş yüz genç Shakya arasında bir çeşit yarışma geçer. Kazanan Gopa'yı alacaktır. Bu sınavın konuları yazı, aritmetik, güreş ve ok atma sanatıdır.

Bodhisattva bu yarışa giren bütün genç Shakyaları hiç güçlük çekmeden, birer birer yenince, babası onu yarışmanın hakemi olarak gösterilen büyük aritmetikçi Arjuna'yla boy ölçüşmeye davet eder.

– Genç adam, der Arjuna, yüz koti'den sonraki sayıların nasıl dile getirildiğini biliyor musun?

Bodhisattva başını sallar, ama Arjuna sabırsızdır:

– Peki öyleyse, yüzler merdiveninde yüz koti'den sonrasını saymak için ne yapılır?

İşte bir koti'nin on miyona (10^7) karşılık geldiğini bilen Bodhisattva'nın yanıtı:

– Yüz koti'ye ayuta denir, yüz ayuta bir niyuta eder, yüz niyuta bir kankara eder, yüz kankara bir vivara eder, yüz vivara bir kshobhya eder, yüz kshobhya bir vivaha eder, yüz vivaha bir utsanga eder, yüz utsanga bir bahula eder, yüz bahula bir nagabala eder, yüz nagabala bir titilambha eder, yüz titilambha bir vyavasthanaprajnapati eder, yüz vyavasthanaprajnapati bir hetuhila eder, yüz hetuhila bir karuhu eder, yüz karahu bir hetvindriya eder, yüz hetvindriya bir samaptalambha eder, yüz samaptalambha bir gananagati eder, yüz gananagati bir niravadya eder, yüz niravadya bir mudrabala eder, yüz mudrabala bir sarvabala eder, yüz sarvabala bir visamjñagati eder, yüz visamjnagati bir sarvajna eder, yüz sarvajna bir vibhutangama eder ve yüz vibhutangama bir tallakshana eder. (10).

Böylece, Rodhisattva yanıt olarak şu merdiveni vermeştir.

1 ayuta	= 100 koti	$= 10^{9}$
1 niyuta	= 100 ayuta	$= 10^{11}$
1 kankara	= 100 niyuta	$= 10^{13}$
1 vivara	= 100 kankara	$= 10^{15}$
1 kshabhya	= 100 vivara	$= 10^{17}$
1 vivaha	= 100 kshobhya	$= 10^{19}$
1 utsanga	= 100 vivaha	$= 10^{21}$
1 bahula	= 100 utsanga	$= 10^{23}$
1 nagabala	= 100 bahula	$= 10^{25}$
1 titilambha	= 100 nagabala	$= 10^{27}$
1 vyavasthanaprajnapati	= 100 titilambha	$= 10^{29}$
1 hetuhila	= 100 vyavasthanaprajnapati	$= 10^{31}$
1 karahu	= hetuhila	$= 10^{33}$
1 hetvindriya	= 100 karahu	$= 10^{35}$
1 samaptalambha	= 100 hetvindriya	$= 10^{37}$
1 gananagati	= 100 samaptalambha	$= 10^{39}$
1 niravadya	= 100 gananagati	$= 10^{41}$
1 mudrabala	= 100 niravadya	$= 10^{43}$
1sarvabala	= 100 mudrabala	$= 10^{45}$
1 visamjnagati	= 100 sarvabala	$= 10^{47}$
1 sarvajna	= 100 visamjnagati	$= 10^{49}$
1 vibhutangama	= 100 sarvajna	$= 10^{51}$
tallakshana	= 100 vibhutangama	$= 10^{53}$

Modern terimlerle, tallakshana'nın diğeri şu anlatıma karşılık gelir: 1 tallakshana $= (10^{7}) \times (10^{2})^{23} = 10^{7+46x1} = 10^{53}$.

Bodhisattva böylece bizim bugün elli üç sıfırlı bir birle yazacağımız sayı olan tallakshana'ya ulaşınca, bu merdivenin yalnızca bir sayılamayı, yani tallakshana (son terimin adı) sayılamasını oluşturduğunu, ama bunun üstünde dhvajagravati sayılamasının, onun üstünde dhvajagranishamani sayılamasının onun da üstünde her birin adını verdiği altı başka sayılamanın bulunduğunu ekler.

Dhvajagravati sayılaması da yine 24 terim içerir ve ilk terimi tallakshana'dır. Öncekinin en büyüğü, yani 10^{53} sayısıdır. Bu sayılama geometrik olarak 100'e eşit bir oranla artarak ilerlediğinden, son terimi şu değeri taşır. Bu da

1 dhvajagravati $= (10^{7+46x1}) \times (10^{2})^{23} = 10^{7+46x2} = 10^{99}$ sayısıdır.

Bu da önceki sayılamanın son terimi olarak sonrakinin, yani üçüncünün, dhvajagranishamani denen sayılamanın ilk terimi olur. Onun da en büyük terimi şu değere denktir. Yani,

1 dhvajagranishamani $= (10^{7+46x2}) \times (10^{2})^{23} = 10^{7+46x3} = 10^{145}$ olur.

Böylece yavaş yavaş dokuzuncu sayılamaya ulaşılır. Bu sayılamanın son terimi şu değeri taşır. Yani

$$(10^{7+46x8}) \times (10^2)^{23} = 10^{7+46x9} = 10^{421}$$

olur. (Yani bizim 421 sıfırlı bir 1'le yazacağımız sayı)

Buda'nın bilgisinin büyüklüğüne hayran olan ve onu sınava çekmekten artık vazgeçen Arjuna, ilk atomların (Paramanus) tozuna kadar sızan sayılamaya (Sanskritçe metne göre, tamı tamına. ilk-atom-toz-sızma-sayılama) nasıl gitlebileceğini açıklamasını ve bir yojana'da (uzunluk birimi) kaç tane ilk atom bulunduğunu hem kendisine hem genç Shakyalara öğretmek lütfunu göstermesini ister.

İşte Buda'nın yanıtı:

Bu sayıyı bilmek istiyorsan, seni yojana'dan Magadha ülkesinin dört krosha'sına, Magadha ülkesinin krosha'sından bin yaya (dhanu), yaydan dört dirseğe (hasta), dirsekten iki karışa (vitasti), karıştan oniki parmak boğumuna (anguli parva), parmak boğumundan yedi arpa (yava) tanesine, arpa tanesinden yedi hardal (sarshapa) tanesine, hardal tanesinden yedi haşhaş (liksha raja) tanesine, haşhaş tanesinden bir ineğin kaldırdığı yedi toz tanesine (go raja), bir ineğin kaldırdığı toz tanesinden bir koçun kaldırdığı yedi toz tanesine (edaka raja), bir koçun kaldırdığı toz tanesinden bir tavşanın kaldırdığı yedi toz tanesine (shasha raja), bir tavşanın kaldırdığı toz tanesinden rüzgarın getirdiği yedi toz tanesine (vayayana raja), rüzgarın getirdiği toz tanesinden yedi ince toz tanesine (truti), ince toz tanesinden yedi çok ince toz tanesine (renu), çok ince toz tanesinden yedi ilk atom tanesine (paramanu raja) götüren merdiveni kullan. (10).

Başka deyişle, üslerin modern gösterimini kullanır. İlk atomlardan (paramanu) herhangi birini p harfiyle gösterirsek, bu merdiven en küçükten en büyüğe doğru şöyle tanımlanır:

1 çok ince toz tanesi = 7 ilk atom tanesi ..... 7^1p
1 ince toz tanesi = 7 çok ince toz tanesi ..... 7^2p
Rüzgarın getirdiği 1 toz tanesi = 7 ince toz tanesi ..... 7^3p
Bir tavşanın kaldırdığı 1 toz tanesi = rüzgarın getirdiği 7 toz tanesi ..... 7^4p
Bir koçun kaldığırdığı 1 toz tanesi = bir tavşanın kaldığırdığı 7 toz tanesi..... 7^5p
Bir ineğin kaldığırdığı 1 toz tanesi = bir koçun kaldığırdığı 7 toz tanesi ..... 7^6p
1 haşhaş tanesi = bir ineğin kaldırdığı 7 toz tanesi ..... 7^7p
1 hardal tanesi = 7 haşhaş tanesi ..... 7^8p
1 arpa tanesi = 7 hardal tanesi ..... 7^9p
1 parmak boğumu = 7 arpa tanesi ..... 7^{10}p

1 karış = 12 parmak boğumu ..... 12×7^{10}
1 dirsek 2 karış ..... $2 \times 12 \times 7^{10}$p
1 yay = 4 dirsek ..... $8 \times 12 \times 7^{10}$p
Magadha ülkesinin 1 krosha'sı = 1000 yay ..... $1000 \times 8 \times 12 \times 7^{10}$p
1 yojana = Magadha ülkesinin 4 krosha'sı ..... $4 \times 1000 \times 8 \times 12 \times 7^{10}$p

Bu merdivenin son basamağında gösterilen $4 \times 1000 \times 8 \times 12 \times 7^{10}$ çarpımını yapınca, Buda, bir yojana uzunlukta bulunan lik atomların sayısını söyler. O da

108 470 495 616 000

sayısıdır.

Çok Büyük Sayılardan Çok Küçük Sayılara

İlgili Sanskritçe terimleri kullanarak ve merdiveni tersine çevirerek, yukarıdaki verilere göre, parmak boğumlarıyla (anguli parva) başlayıp son atomlarla (paramanu raja) biten şu tabloyu elde ederiz:

1 anguli parva	=	7 yava
1 yava	=	7 sarshapa
1 sarshapa	=	7 liksha raja
1 liksha raja	=	7 go raja
1 go raja	=	7 edaka raja
1 edaka raja	=	7 shasha raja
1 shasha raja	=	7 vatayana raja
1 vatayana raja	=	7 truti
1 truti	=	7 renu
1 renu	=	7 paramanu raja

Öyleyse çarpma yoluyla: 1 anguli parva = 7^{10} panamanu raja

Paramanu ya da son atom, Hint düşüncesinde bölünemeyen en küçük maddi parçacıktır ve tadı, kokusu, rengi vardır.

Şimdi, bir paramanu, ağırlık birimi olarak, bir atom'un (anu) yedide birine eşittir. (10).

Bir anu bir tola'nın yaklaşık 1/2707200'üne eşit olduğuna, bir tola da 11.644 gram ettiğine göre, paramanu ağırlık olarak 11.644 gramın 1/18950400'üne denktir. Yani,

1 paramanu = 0.000000614 gr = 6.14×10^{-7} gr. Şimdi, hesaplara başka bir açıdan bakalım.

Yukarıdaki tabloya göre, bir parmak boğumu (anguli parva) bir son atomun tozunun 7 tanesine (paramanu raja) karşılık geliyor. Bu durumda

1 paramanu raja = 7^{-10} anguli parva.

Şimdi, üç parmak boğumu bir baş parmak değerindedir. Öyleyse uzunluk birimi olarak paramanu raja'nın değeri 3.7^{-10} baş barmağa eşittir. Bir baş parmak 27.06995 mm değerinde olduğuna göre,

1 paramanu raja = 0,000000287 mm = 2,87 x 10^{-7} mm değerini elde ederiz.

Böylece İ. S. ilk yüzyıllarda Hindistan'daki en küçük ağırlık birimi ile en küçük uzunluk birimini biliyoruz.

Hintlilerin çok büyükten çok küçüğe kolayca inmeyi nasıl başardıklarını da görmüş oluyoruz.

Bu Sayısal Kurgulamaların Başlangıcı

Daha çok Buda adıyla bilenen, Gautama Siddhartha adlı Hintli prens Shakyamuni ya da Shakyaların Bilgesi, söylendiğine göre İ. Ö. V. yüzyılda yaşamıştır. Hintlilerin bu çağdan beri büyük sayılara böylesine tutkulu oldukları anlamına gelir mi bu? Hiç birşey bilmiyoruz bu konuda. Çünkü Buda'nın kendi eliyle yazdığı bir yapıt bize ulaşmış değildir.

Bu olguları aktaran Lalitavistara Sutra ise gerçekte görece geç bir dönemde oluşturulmuş bir öyküler ve eski efsaneler derlemesidir.

Bununla birlikte soruna biraz daha yakından bakabiliriz. Vajasaneyi Samhita'da, özellikle kutsal ateş sunağının yapımı için gerekli olan taşların aşağıdaki sözcükleri kullanarak sayıldığı bir parça vardır. (10).

ayuta	=	10 000
niyuta	=	100 000
prayuta	=	1 000 000
arbuda	=	10 000 000
nyarbuda	=	100 000 000
samudra	=	1 000 000 000
madhya	=	10 000 000 000
anta	=	100 000 000 000
parardha	=	1 000 000 000 000

Hint gökbilimcilerinin Sanskritçe sayı simgeleri yöntemine bu denli ayrıcalık tanımasını açıklayan da tam budur.

Çünkü Hintlilerin sayı cetvelleri, matematik ya da gökbilim çalışmaları, tıpkı gizemcilikle, ilahiyatla, efsanelerle, evrenbilimle ilgili yapıtları gibi, çoğu kez şiir halinde yazılmıştır.

Aşk oyunları sırasında bir kolye koptu.
Bir sıra inci saçıldı ortalığa.
Altıda biri yere düştü.
Beşte biri yatağa.
Üçte birini kurtardı genç kadın.
Onda birini sevgilisi tuttu.
Altı inci ipte kaldı.
Söyle bana kaç inci vardı mutlu çiftin kolyesinde?

Bu, Bhaskaracharya'nın (1150'de) şiir biçiminde yazdığı, adı matematikçinin kızının adı olan ünlü matematik çalışması Lilavati'de soruları bir aritmetik problemidir. İşte bir örnek daha:

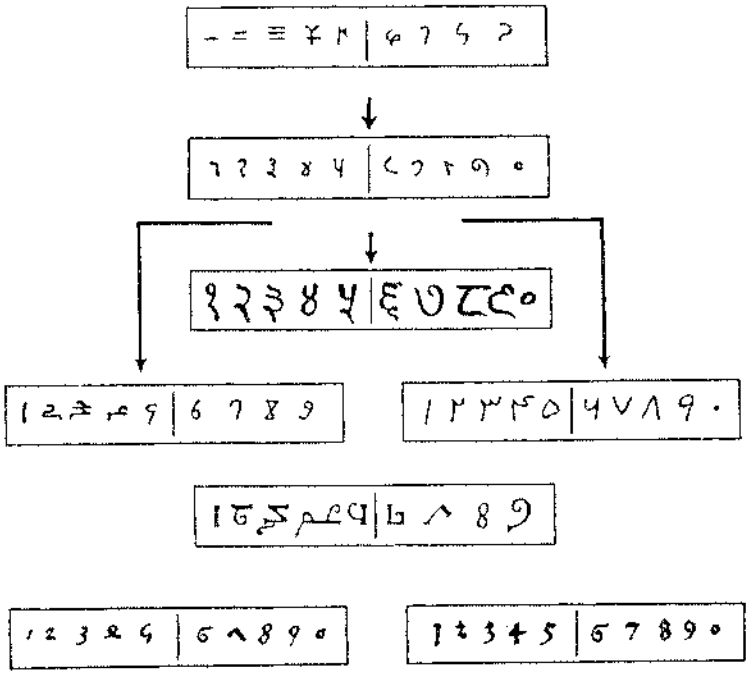
Bir tutam nilüfer çiçeğinin,
Üçte biri Shiva'ya,
Beşte biri Vishnu'ya,
Altıda biri Surya'ya
Dörtte biri Bhavani'ye sunuldu.
Kalan altı çiçek
Ulu öğretmene verildi.
Çabuk söyle bana çiçekler kaç taneydi?

Bilginler kendilerini çeşitli sayı oyunlarına ve sayı üzerine kurgulamalara vermekten çok hoşlandıkları için de, bundan duydukları ince haz, genellikle, duygusal değilse de şiirli bir anlatım biçimiyle aktarılmıştır. Sayıları simgesel değerleri olan sözcüklerle, neredeyse sınırsız sayıda eşanlamlılar içinden, Sanksritçe şiir kurallarına uygun olarak, aranan etkiye göre seçilmiş sözcüklerle dile getiren şekilli gösterim de burada gelir. Yani, bir sayı cetvelinin ya da en kuru matematiksel formüllerin anlatımı bu deyim yerindeyse destansı bir şiire benzer.

Gerçekten de, iki gökbilimsel veriyi bu şiirsel ve çok eksiltili biçimde dile getiren bir çalışmadan alınmış şu dizeleri anımsamak yeter.

Ayın apsidlerinin bir yuga içindeki
ateş, boşluk, süvariler. Vasu, yılan, okyanus
ters yönde düğümlerinin ise
Vasu, ateş, çift, ilk, süvariler, ateş süvariler

Ama estetik incelik herşeyi açıklamaz. Bu yöntem aynı zamanda ve özellikle çok büyük pratik yararlar sağlıyordu.



Modern rakamlarımızın kökeni.

Modern sayılamanın Hint uygarlığının bir ürünü olduğunu artık herkes biliyor. Bu sayılama on tabanlıdır ve rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değerini alır. Buna bağlı olarak onun çeşitli kuvvetleri ve bu özelliği kullanarak büyük sayılar yazılabilir. Boş, boşluk veya sayı yok anlamına gelen sıfırı ve sıfır kavramını Hintliler icat etmiş ve kullanmışlardır. Hintlilerin bu matematikleri çok eski çağlardan beri Hindistan'ın dışında Orta Asya'da, Güneydoğu Asya'da, doğu ve batı Araplarında kullanılmıştır. Batı Arapları yoluyla Avrupa'ya ulaştırılmıştır. Hint uygarlığının bilginleri bütün bu keşiflerin Hindistan'da ve yalnızca Hindistan'da her türlü dış etkiden bağımsız olarak bulduklarını ve kurallarını koyduklarını biliyoruz. Sonunda, Hint rakamları tüm dünyaya egemen olmuş ve yaygın olarak kullanılmıştır. Bu rakamların tüm dünyada tutunması ve kullanılmasının tek nedeni rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerini alması, ikincisi de on tabanlı olarak kulanılmasıdır.

Sıfırın ve ondalık konumun, yani rakamların bulunduğu yerlere göre basamak değerini almaları Hint ve yalnız Hint kökenli olduğunu hiçbir tartışmaya olanak bırakmadan kanıtlayan, tümüyle özgün, çok büyük sayıda begeler vardır. Sıfırın ve ondalık konumlu sayılamanın keşfinin bilinen bakır üzerindeki yazıtların en eskisinden çok

daha önceki bir döneme dayandığını göstermektedir. Bu bakır levhaların bazıları da tapu senetleri biçiminde görülmektedir. Bu belgelerin bazıları taş yazıtlarıdır. Üzerinde hiçbir kimsenin özgünlüğünden kuşku duyamayacağı belgeler olarak halen durmaktadır. Bunların tümü çok eski Hint çağlarında yazılmış yazıtlardır. Bu yazıtların ya Sanskritçe ya da yerli Hint diliyle yazıldığı bilinmektedir. Bazıları da eski Khmerce, eski Malayca, eski Çamca, eski Cavaca ... dillerinde kaleme alınmış yazıtlardır. Bunların birçoğu tapınaklara yapılmış bağışların belgeleridir. Söz konusu yazıtların üzerinde özellikle tarihler vardır. Bu tarihler bu yazıtların yazıldığı tarihi göstermekte ve yapılan bağışların ayrıntılı olarak Hint rakamlarına dayalı sayılarını göstermektedir.

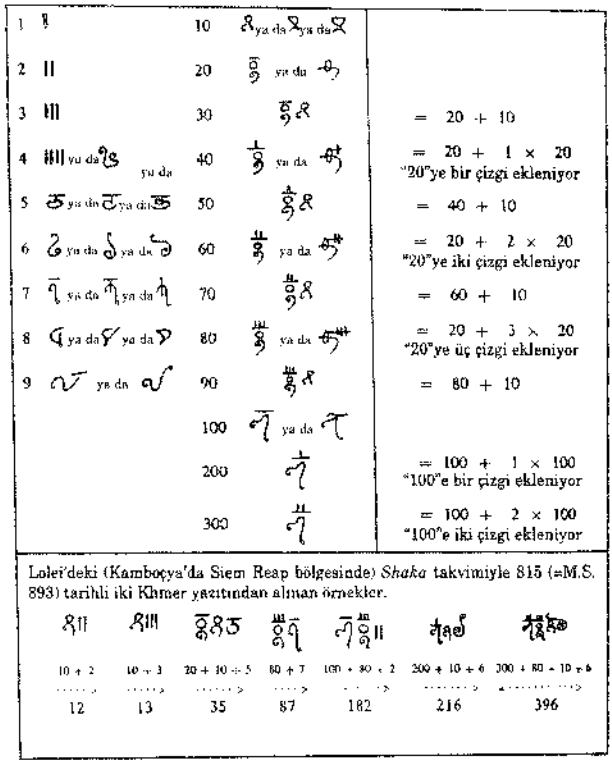
Hint kökenli olan bu yazıtların, ondalık konumlu sayılamanın kullanımına ilişkin en anlamlı ipuçları tam olarak sayıların anlatım biçimlerinden derlenmektedir. Özellikle bu rakamların yerli yazıtlar olması ve yerli halkın çok ilginç özelliklerini sergilemesi bakımından özgün oldukları görülür. Halkın gündelik gereksinimlerini de karşıladıkları için orijinaldir. Taş yontucular, günlük olarak kullandıkları sayılar için, uzunlukların, alanların, hacimlerin anlatımı, kölelerin, nesnelerin ve hayvanların sayımı, tanrılara ve tapınaklara sunulan armağanların dökümü için dillerinin harfli gösterimleriyle yetinmişlerdir. Bunların içinde bir tek Kamboçya'da Khmer yontucuları bunun için çoğu kez ilkel olduğu ilk bakışta görülen ve belli olan kendi yerel sayısal gösterimlerini kullanmayı yeğlemişlerdir. Bu gösterim ilk dört birime bir, iki ya da dört dikey çizgi yükler. Dördüncü çoğu kez her türlü düşün-yazıdan uzak özel bir işaretle gösterilir. 5 sayısından 9 sayısına kadarki birimler ise her türlü duyulur algıdan ayrı birer işaretle gösterilir. Bu gösterimler ayrıca on, yirmi ve yüz için ayrı birer işaret içerir. Yüzden küçük sayıların gösterimi toplama ilkesine dayandığından, otuzdan doksana kadarki onlar belli çizgiler kullanılarak,

$$30 = 20 + 10$$
$$40 = 20 + 1 \times 20$$
$$50 = 40 + 10$$
$$60 = 20 + 2 \times 20$$
$$70 = 60 + 10$$
$$80 = 20 + 3 \times 20$$
$$90 = 80 + 10$$

biçimlerinde gösterilmişti. Yüzün üzerindeki 200 ve 300 sayıları da $200 = 100 + 1 \times 100$ ve $300 = 100 + 2 \times 100$ şekline karşılık gelen özel işaretleri kullanmışlardır. Bunlarla ilgili yazımları diğer sayfada görebiliriz.

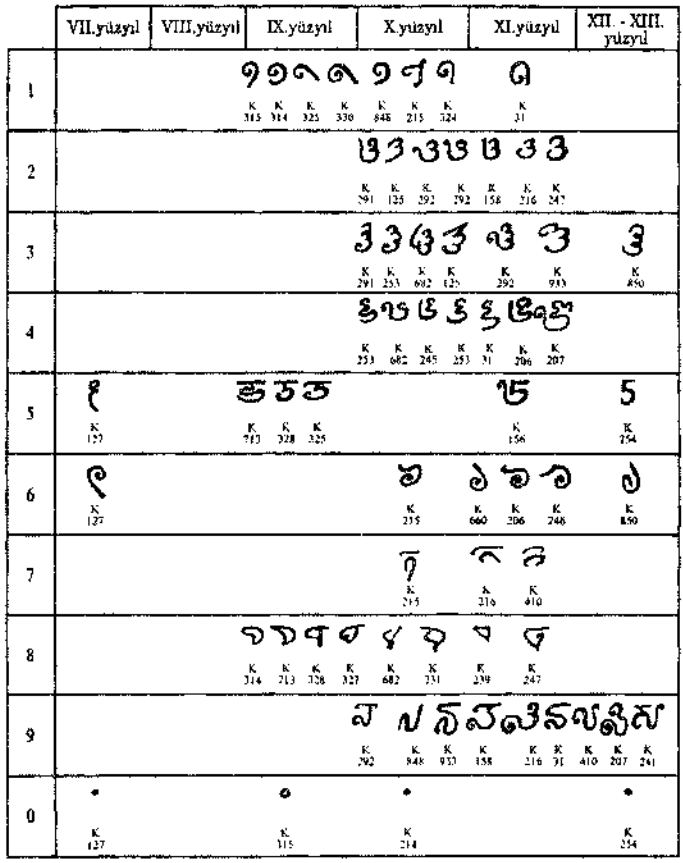
Çizgisel bakımından incelenirse, eski Khmerlerin yerli sayısal gösterimi eski Brahmi rakamlarından türüyor. Ayrıca, eski Khmerlerin sayılamasının yirmi tabanlı olduğu yine bilinmektedir. Bu da onların önceleri daha eskiden sözlü sayılamaları kullanmalarından ileri geliyor. Bugün bile Kamboçya'da sayılama on tabanlı değildir. Oldukça değişik bir sayılama sistemlerinin olduğunu hemen söyleyelim. Khmerlerin hem dört

hem de beş tabanlı sayılamaları kullandıkları bilinmektedir. Özellikle Güneydoğu Asya kökenli taş yontucular tarihleri dile getirmek için kendi rakamlarını ve harflerini kullanmaktan özellikle kaçınmışlardır. Bunlarda Hint rakamları kullanıldığı için matematik tarihi açısından bu davranış çok önemlidir. Burada görülen yazıtlarda sıfır dahil Hintlilerin on rakamını kullandıklarını görüyoruz. Üstelik bu yazıtlar tıpkı Hintlilerde olduğu gibi rakamlar bulundukları yerlere göre on tabanına göre basamak değerini alıyor. Bu konudaki belgeler yedinci yüzyıldan başlayarak on üçüncü yüzyıla kadar devam eder. (10).



Eski Khmerlerin yazılı sayılaması. Toplama ilkesine dayanan ve 20 tabanının ilginç bir çizgis bulunan bir dizge. Kamboçya'nın yerli yazıtlarında XIII. yüzyıla dek günlük sayıları dile getirmek için kullanılmıştır.

Çampa'da, en azından Po Nagar'daki bir Çam yazıtında bulunan bildiğimiz en eski tanığının tarihi olan Shaka 735 (=İ. S. 813) yılından başlayarak, hiç kesiksiz kullanılacaktır. Bu nedenle Çam yazıtlarına ilişkin elimizde çok sayıda belge vardır. Bu ve buna benzer belgeleri Güneydoğu Asya kıtasında görüyoruz. Bu belgeler, Hint kökenli konumlu matematiğin yedinci yüzyılda Hindistan'ın sınırları dışında çoktandır bilinip kabul edildiğini söyleyen Suriyeli Severus Seboktius'un tanıklığını tümüyle doğrulamaktadır.



Bunlar, yalnızca Kamboçya'nın eski Khmerce yazılmış yerli yazıtlarında shaka tarihlerini dile getirmeye ayrılmış ondalık konumlu ve on tabanlı gösterimin rakamlarının değişik biçimlerinden alınan seçmelerdir.

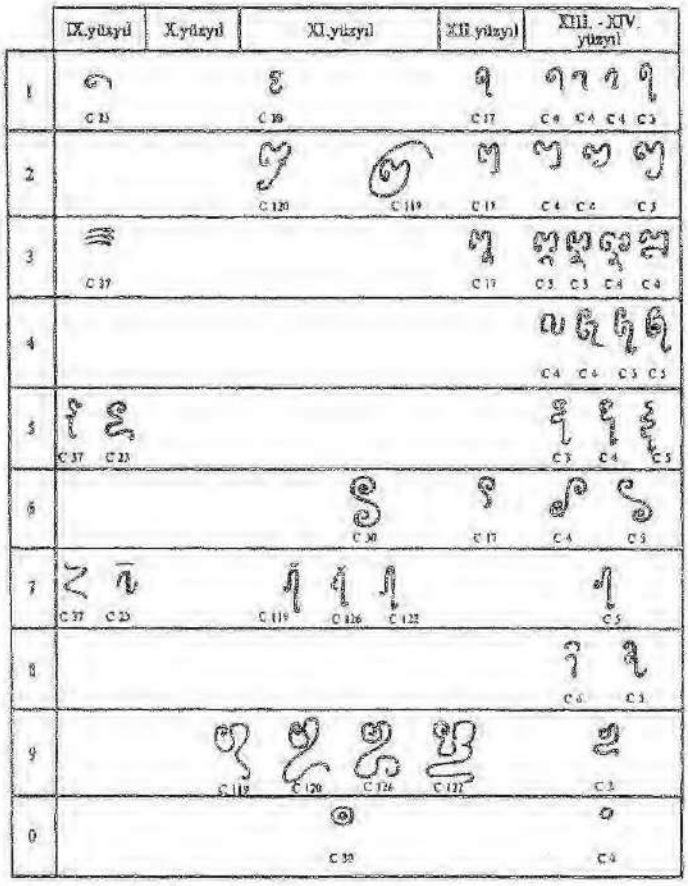
Hindistan karasında Hint matematiği çok daha erken ortaya çıkmıştır. Çevresine yayılması doğal olarak biraz daha geç dönemlere rastlar. Bu da bir yerde doğaldır.

Sekizinci yüzyılın sonunda Cava'da Hint rakamlarının kullanımına tanıklık eden en eski yazıtı Kawi yazısıyla yazılmış Shaka 682 (=İ. S. 760) tarihli Diaya yazıtıdır.

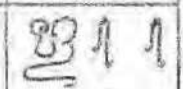
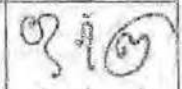
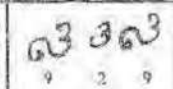
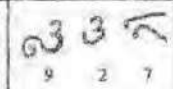
Yedinci yüzyılda Banka'da Hint rakamlarının kullanımına tanıklık eden en eski yerli yazıtı eski Malayca yazılmış Shaka 608 (=İ. S. 686) tarihli Kota Kapur yazıtıdır. Yine yedinci yüzyılın sonunda Sumatra'da, Hint rakamlarını içeren en eski tanık eski Malayca yazılmış Shaka 606 ve 605 (=İ. S. 684 / 683) tarihli Palembang'da bulunmuş Talang Tuwu ve Kedukan Bukit yazıtlarıdır. Yine yedinci yüzyılın sonunda Kamboçya'da bulunan en eski yerli yazıtı eski Khemerce yazılmış Shaka 605 (=İ. S. 683) tarihli Sambor eyaletinde bulunmuş Trapeang Prei yazıtı Hint kökenlidir. Bu yazıt Kamboçya'da

bulunan Hint kökenli yazıtların en eski yerli yazıtı değildir. Bu ülkeye ait Hint kökenli daha eski yazıtlar da vardır. Örneğin, Shaka 596 (=İ. S. 674) tarihli Prah Kuha Luan yazıtı daha eskidir ve Sanskrit dilinin sayı isimleri kullanılarak harflerle yazılmıştır. Bu da, "Beş yüz doksan altı eden Shaka yılı" şeklindedir. (10).

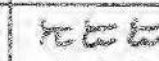
Güneydoğu Asya'nın yerli yazıtlarında, günlük sayılar yerli dilinin sayı isimleriyle ya da çok ilkel bir yerli gösterim yardımıyla dile getirilmiştir. Bu yazıtlarda Shaka takvimiyle bağlantılı olan tarihleri dile getirmek söz konusu olduğunda yukarıdaki dizgelerin kullanımı hep yasaklanmıştır. Bunları dile getirmek için ya Sankritçenin sözlü sayılaması ya da sıfırı bulunan tümüyle on tabanlı ve konumlu bir onlu sistem kullanılmıştır. Bu kullanım bu bölgelerde en azından İ. S. yedinci yüzyılın sonunda başlar ve devam eder.



Bu tablo, yalnızca Çampa'nın Çam diliyle yazılmış yerli yazıtlarında Shaka tarihlerini dile getirmeye ayrılmış, rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerlerini alan ondalık gösterimin rakamlarının paleografik değişkelerinden seçmelerdir. Buradaki rakamların tümü Hint kökenlidir ve oldukça eski şekillerdir.

TARİHLER (M.S.)	BELGELER VE KAYNAKLAR	*SHAKA* TAKVİMİYLE YILIN GÖSTERİMİ
1079	Po Nagar'daki Çam yazıtı. *Shaka* 1006 (=1006+78=+1084) tarihli.	 1 0 0 6
1055	Hanoi Kantonu, Lai Çam'daki Çam yazıtı. *Shaka* 977 (=977+78=+1055) tarihli.	 9 7 7
1055	Phanrang bölgesi, Phu-gui'deki Çam yazıtı. *Shaka* 977 (=997+78=+1055).	 9 7 7
1050	Po Klaun Garai'deki Çam yazıtı (1. yazıt). *Shaka* 972 (=972+78=+1050) tarihli.	 9 7 2
1050	Po Klaun Garai'deki Çam yazıtı (2. yazıt). *Shaka* 972 (=972+78=+1050) tarihli.	 9 7 2
1007	Phnom Prah Net Prah'taki Khmer yazıtı. *Shaka* 929 (=929+78=+1007) tarihli.	 9 2 9
1005	Phnom Prah Net Prah'taki Khmer yazıtı. *Shaka* 927 (=927+78=+1005) tarihli.	 9 2 7
880	Taragal'daki Bali yazıtı. *Shaka* 802 (=802+78=+880) tarihli.	 8 0 2

Bu tablo, Shaka takviminin tarihlerinin Güneydoğu Asya yerli yazıtlarında Hint kökenli dokuz rakamı ve sıfırı bulunan konum aritmetikli yazım şekilleridir.

TARİHLER (M.S.)	BELGELER VE KAYNAKLAR	SHAKA TAKVİMİYLE YILIN GÖSTERİMİ
678	Memali'deki Bali yazıtı. *Shaka* 800 (=800+78=+878) tarihli.	 8 0 0
877	Haliwanghang'deki Bali yazıtı. *Shaka* 799 (=799+78=+877) tarihli.	 7 9 9
829	Bakul'daki Çam yazıtı. *Shaka* 751 (=751+78=+829) tarihli.	 7 5 1
813	Fo Nagar'daki Çam yazıtı. *Shaka* 735 (=735+78=+813) tarihli. *Bu, rakamla tarihlenmiş ilk yazıttır.*	 7 3 5
686	Kota Kapur'daki (Banka Adası) Malay yazıtı. *Shaka* 608 (=608+78=+686) tarihli.	 6 0 8
684	Palembang (Sumatra), Talang Tuwo'daki Malay yazıtı. *Shaka* 606 (=606+78=+684) tarihli.	 6 0 6
683	Palembang (Sumatra), Kedukan Bukit'teki Malay yazıtı. *Shaka* 605 (=605+78=+683) tarihli.	 6 0 5
683	Sambor bölgesi, Trapeang Prei'deki Khmer yazıtı. *Shaka* 605 (=605+78=+683) tarihli. *Bu, rakamla tarihlenmiş ilk Khmer yazıtıdır.*	 6 0 5

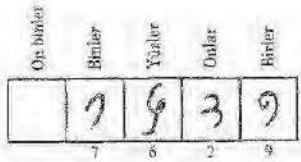
Cava adasında rakamla tarihlenmiş en eski Cava Kavi yazıtı Shaka 682 (=682 + 78 = 760) tarihini taşıyan Dinaya yazıtıdır. Bu yazıt, bilinen en eskisidir. (10).

Tüm Güneydoğu Asya'da kullanılan farklı rakamların aslında Hint kökenli rakamların paleografik değişkeleri olduğunu, Hint kökenli rakamların da ilk dokuz birimle ilgili Brahmi rakamlarının gösterimlerinden çıktığını daha önce görmüştük. Bu yeğenler arasındaki tek fark özgün rakamların işlek yerel Khmer, Cava, Çam, Malay, Bali... gösterimlerine tam olarak uyarlanmasıydı. Yerel gösterimler ise, tam anlamıyla Güneydoğu Asya kökenli taş yontucularının yazman alışkanlıkları ve estetik kaygılarıyla biçimlenmişti. Bu arada, geçmişte Çam yazıtlarındaki sayısal işaretlerin yorumlanışında, söz konusu rakamların karşılığı olan değerlerle ilgili ilk şifre çözümlerinden itaberen yapılmış hatalı çevirilerden kaynaklanan önemli güçlüklerin çıktığını özellikle belirtelim. Bu yanlış yorum ve hatalı çevirmeler çok acı gerçekleri bilim tarihçilerine tattırmıştır. Ama sonunda bu yazıları çözümleyenler doğruları bulmuşlardır. Bu yazıtlar, yüzyıllar boyunca bu yörelerde kullanılan rakamların Hint kökenli olduğunu hiç kimsenin tartışmayacağını açığa vurmuştur. Hindistan gökbilimcilerinin rakamları yazdığı sayılar hep Shaka takvimidir.

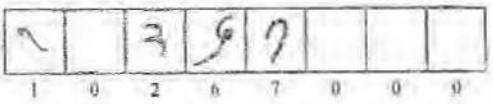
Şivacılık ile Budacılık Çin ve Hindistan'da hızla yayılırken bu ülkeler arasında yapılan alış verişte baharat, ipek ve fildişi ticaretinin önemli bir aracılığı yaptığını görüyoruz. Bu da ünlü İpek Yolu aracılığıyla yapılmıştır. İ. S. ilk yüzyıllardan sonra hızla Hintleştiği bilinen eski Hindiçin ve Endonezya uygarlıkları arasında Kamboçya, Çampa, Cava, Bali ve Malezya söz konusu olduğunda, bu yayılmalar ve olgular daha da çok önem kazanır. (10).

Çampa, bugünkü Vietnam'ın güneydoğu kıyısı üzerinde uzanan ve ana bölümü Hue bölgesi olan eski bir krallıktır. Çam halkı yerli olmakla birlikte, Hindistan'dan gelen halkla çok sıkı ticari ilişkilerde bulunmuş, bu ilişkiler sonucunda Hindulaşmış oldukları bilinmektedir. Benzer olarak Çampa'nın yakınlarında olan Kamboçya da Hintlileşmiş bir topluluktur. Yedinci yüzyıldan sonra Hindulaşmış olan Fa Nan krallığının egemenliği altına girmiş ve Khmer uygarlığının merkezi konumuna gelmiştir. Benzer olarak Cava ve Endonezya da Brahmacı ve Budacı dini görüşlere uyarak Hint uygarlığının etkisi altında bulunmuştur. Böylece, Hint matematiği ve gökbilimi, Khmerlerin, Çamların, Malayların, Cavalıların, Balililerin ve diğer Hint kültüründen etkilenen halkların bilimi olmuştur. Hatta bu bilimi o kadar benimsemişlerdir ki, sanki bir dinmiş gibi korumuşlardır. Shaka takvimini nasıl almışlarsa onu dokunulmazlık zırhı içinde değiştirmeden kullanmışlardır.

Sonuç olarak, Hint rakamları, aritmetiği ve gökbilimi sadece batı yönünde yayılmacılığını sürdürmemiş, doğu ve güneydoğu yönünde de sürdürmüştür. Hint matematiğinin bu kadar yayılması ve günümüzün kullanılan en iyi gösterimleri olmasının tek nedeni rakamların bulundukları yerlere göre basamak değeri alması ve on tabanına göre işlemleri yapmaya uygun olmasından kaynaklanmaktadır. Örneğin, 7 629 sayısı



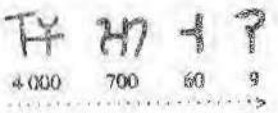
biçiminde, 10 267 000 sayısı



biçiminde, 4 769 sayısı



veya



biçimlerinde kullanılması çok önemlidir.

Hint sayılamasında

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	200	300	400	500	600	700	800	900
.	.	.	.	.	.	.	.	.

yazım şekli devam ediyordu. Buna göre

$200 = 100 + 1 \times 100$ $\quad$ $2\,000 = 1\,000 + 1 \times 1\,000$
$300 = 100 + 2 \times 100$ $\quad$ $3\,000 = 1\,000 + 2 \times 1\,000$

olarak yazılıyordu. Diğerleri çarpma ilkesine göre,

$400 = 100 \times 4$ $\quad$ $4\,000 = 1\,000 \times 4$
$500 = 100 \times 5$ $\quad$ $5\,000 = 1\,000 \times 5$
$600 = 100 \times 6$ $\quad$ $6\,000 = 1\,000 \times 6$
$700 = 100 \times 7$ $\quad$ $7\,000 = 1\,000 \times 7$
$800 = 100 \times 8$ $\quad$ $8\,000 = 1\,000 \times 8$
$900 = 100 \times 9$ $\quad$ $9\,000 = 1\,000 \times 9$

ve

$10\,000 = 1\,000 \times 10$
$20\,000 = 1\,000 \times 20$
$30\,000 = 1\,000 \times 30$
$40\,000 = 1\,000 \times 40$
.....

biçiminde devam ediyordu. Bu durumda 4 769 sayısı Sanskritçe harflerle soldan sağa doğru



1 000 × 4 + 100 × 7 + 60 + 9

nava shashti saptashata cha chatur sahasra
9 + 60 + 7 x 100 + 4 x 1000

olarak yazılıyordu. 523 622 198 443 682 439 sayısı Sanskritçe dille

Dokuz ve üç dasha ve dört shata ve iki shasra ve sekiz ayuta ve altı laksha ve üç prayuta ve dört koti ve dört uyarbuda ve sekiz padma ve dokuz kharva ve bir nikharva ve iki mahapadma ve iki shankha ve altı samudra ve üç madhya ve iki antya ve beş parardha

biçiminde yazılıyordu. Bu sayının aritmetik ayrıştırması

$$= 9 + 3 \times 10 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10^3 + 8 \times 10^4 + 6 \times 10^5 + 3 \times 10^6 + 4 \times 10^7 + 4 \times 10^8 + 8 \times 10^9 + 9 \times 10^{10} + 1 \times 10^{11} + 2 \times 10^{12} + 2 \times 10^{13} + 6 \times 10^{14} + 3 \times 10^{15} + 2 \times 10^{16} + 5 \times 10^{17} = 532\,622\,198\,443\,682\,439$$

şeklindeydi. Bu sayının kısaltılmış biçimi de

Dokuz, üç, dört, iki, sekiz, altı, üç,
dört, dört, sekiz, dokuz, bir, iki, iki,
altı, üç, iki, beş.

harfleriyle söylenerek yazılıyordu.

Üç sayının sanksritçe isminin tri olduğu bilindiğine göre 33333333333 sayısını dile getirmek için

tri. tri. tri. tri. tri. tri. tri. tri. tri. tri. tri.
üç. üç. üç. üç. üç. üç. üç. üç. üç. üç. üç

$$= 3+3x10+3x10^2+3x10^3+3x10^4+3x10^5+3x10^6+3x10^7+3x10^8+3x10^9+3x10^{10}$$

biçiminde yazılması gerekiyordu. 103 sayısı

eka. shunya. tri
bir. boş. üç
1 0 3

olarak yazılıyordu.

Konumlu Hint matematiğinin sayılaması yabancı bir etkinin mi yoksa özgün bir Hint keşfi mi sorusu uzunca bir zaman incelenmiştir. Bir kere konumlu ondalık Hint sayılaması Hint kökenlidir ve keşfedilişi kesinlikle İ. S. yedinci yüzyıldan çok daha önceki çağa dayanmaktadır. Buradaki soru, bu sayılama anlayışının kaynağında yabancı bir etki var mıdır? Yoksa bunun tümü Hint kökenli, özerk bir keşifin meyvesi midir?

Tarih boyunca rakamların bulundukları yerlere göre basamak değeri almaları, yani konumlu sayılamaya ulaşmayı başarmış dört ülke vardır. Bunlar Babilliler, Çinliler, Mayalar ve elbette Hintlilerdir. Özellikle Mezopotamya'da yaşamış Ugaritler bu konuda incelemeye değer bir konum aritmetikleri olduğunu daha önce belirtmiştik. Yeni kıtada gelişmiş olan Mayaları bir yana bırakırsak, Hintliler Babilliler ile Çinlilerin etkisi altında kalmış olabilir savı geriye kalıyor. (10).

Hindistan İ. Ö. 326 yılında Büyük İskender tarafından işgal edilmiş, İ. Ö. 30 yıllarına kadar Hint-Yunanlı Satraplarca yönetilmiştir. Bu dönemde etki altında kalsa bile Babilliler tüm sayılamalarını altmışlı tabanla yazıyor ve hesaplamalarını hep bu altmışlı tabana göre yapıyordu. Oysa Hintlilerin tüm halkları hep on tabanlı aritmetik kullanmış ve hesaplarını bu tabana göre yürütmüştü. Bu nedenle Hint matematiğinin üzerine Babil matematiğinin hiç etkisi olmamıştır.

Babil bilginlerinin altmışlı konumlu sayılaması Yunan gökbilimcilerince yalnız altmışın eksi kuvvetlerini dile getirmek için, yani birimin altmışlı kesirleri için kullanılmıştı. Oysa bu biçimde yazım başlangıçta tamsayıları ve kesirlerini dile getirmeye yarıyordu. Zaten Hintlilerde böyle bir konum ve yazım şekli yoktur. Bu nedenle Hint konum aritmetiğinde Babilin etkisi olamaz ve yoktur.

Çinlilerin suan pan dedikleri abaküslerinde boşluk bırakılarak sıfır görevi gördürdükleri ve konum aritmetiğine benzer bir yapı oluşturduklarını görmüştük. İ. Ö. 206 ile İ. S. 220 yılları arasında fişlerle hesap ismiyle bilinen onlu ve konumlu bir sayılama kullandıklarını biliyoruz. Bu da, bu dama tahtası üzerinde yatay veya dikey koyarak ya da bunları kaydırarak hesaplarını yapıyorlardı. Buradan Hintlilerin etkilenmiş olduklarını biraz düşünebiliriz. Ama suan zi dizgesinde görece geç bir döneme dek sıfırın bulunmayışıyla yanlışlanmaktadır. Çünkü, Çinli hesap adamları nokta ya da küçük daire biçimli olan Hint kökenli sıfırın kullanımını ancak İ. S. 8. yüzyıl dolaylarından sonra ve kuşkusuz Hint kökenli Budacı misyonerlerin etkisiyle getirmiş, o zamandan bu yana sıfırı kullanmışlardır. Yani, Hintlilerin onlu ve konumlu sayılaması Çin'den etkilenmediği gibi, tersine Çinliler bu sistemi ve sıfırı Hitlilerden almışlardır. Bu durumda, sıfırın ve konum ilkesinin keşfinin tümüyle Hint uygarlığına özgü bir çabanın ürünü olduğunu görüyoruz. Hintlilerin bu gösterimlerinin yerli olduğunu, her türlü yabancı etkiden uzak, Hindistan'da doğduğunu, yalnız Hint uygarlığının ürünü olduğunu söyleyebiliriz. (10).

Sanskritçe kaleme alınmış Hint gökbilim ve matematik yazılarında sık sık kullanıldığını gördüğümüz ve Hint kökenli olduğu konusunda hiçbir kuşku bulunmayan, sayılarla ilgili dikkat çekici bir anlatım biçimi vardır. Bu anlatım biçimini en iyi Al Biruni'nin Hindistan üzerine yaptığı çalışmalarda görebiliriz. Hintlilerin Güneş, Ay, takvim ve bu cisimlerin dönme hareketleri ve onları isimlendirilişleri tümüyle özgün ve hiçbir halkın astronomisinde yoktur. Gökbilimciler bunları sıralarken, buna bağlı olarak Hint matematiğini ve rakamlarını uzun uzun özgün bir biçimde kullanmaktadırlar. Sıfır gösterimi de bu metinlerde ve bilgilerde yer alır.

Hint bilginleri gökbilim tablolarında, birçok basamaktan oluşan bir sayıyı dile getirmeleri gerektiğinde, o sayıyı bu kullanımda bir ya da iki basamaklı her bir sayı için belirlenmiş sözcüklerle dile getirirler. Bu sözcüklerden birini bir yere yerleştirmek zor olursa, onun yerine kardeşler arasından aynı anlamı taşıyanlar arasından alınmış daha kolay bir sözcük konabilsin diye, her sayı için belli sayıda sözcükler seçmişler ve kullanmışlardır. Bu şekilde bir gösterim diğer gökbilimlerinde yoktur.

Hintliler, 1 sayısından 9 sayısına kadar olan sayıları dile getiren Sanskritçe günlük isimleri (eka dvi, tri, chatur, pancha, shat, sapta, ashta nava) yani 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 işaretleri ve bu sayıların simgesel değerleri için türlü sözcükler kullanmışlardır. Bu nedenle gökilimlerinde bir yığın sözcük vardır. Bu kullanım matematiklerine de geçmiştir. Bu nedenle bu sözcüklerin bir tam listesini vermek olanaklı değildir. Aşağıda sunacağımız liste bu konuda bir önfikir verebilir. (10).

BİR

eka	1 sayısının günlük adı
pitamaha	"ilk baba"
adi	"başlangıç"
tanu	"beden"
kshiti, go...	"yer" anlamına gelen sözcükler
abja, indu, soma...	"Ay" anlamına gelen sözcükler

İKİ

dvi	2 sayısının günlük adı
Ashvin	"Süvariler"
Yama	"İlk Çift"
yamala, yugala...	İkizleri ya da çiftleri gösteren sözcükler
netra	"gözler"
bahu	"kollar"
gulpha	"topuklar"
paksha	"kanatlar"

ÜÇ

tri	üç sayısının günlük adı
guna	"ilk nitelikler"
loka	"(üç) dünyalar"
kala	"zaman"
agni, vahni...	"ateş"
Haranetra	"Hara'nın gözleri"

DÖRT

chatur	4 sayısının günlük adı
dish	"(dört) ana yönler"
abdhi, sindhu...	"(dört) okyanuslar"
yuga	"(dört) kozmik çevrimler"
irya	"(insan bedeninin) konumları"
Haribahu	"Vishnu'nun kolları"
Brahmasya	"Brahma'nın yüzleri"

BEŞ

pancha	5 sayısının günlük adı
bana, ishu...	"oklar"
indriya	"(beş) duyular"
rudrasya	"Rudra'nın yüzleri"
bhüta	"öğeler"
mahayajna	"kurbanlar"

ALTI

shat	6 sayısının günlük adı
rasa	"tatlar"
anga	"(insan bedeninin) (altı) üyeleri"
shanmukha	"Kumara'nın yüzleri"

YEDİ

sapta	7 sayısının günlük adı
ashva	"atlar"
naga	"dağlar"
rishi	"(yedi) bilgeler"
svara	"sesli harfler"
sagara	"(yedi) okyanuslar"
dvipa	"adalar- kıtalar"

SEKİZ

asma	8 sayısının günlük adı
gaja	"(sekiz) fiiller"
naga	"yılan" anlamına gelen sözcük
murti	"biçimler"

DOKUZ

nava	9 sayısının günlük adı
anka	"rakamlar"
graha	"gezegenler"
chhidra	"(insan bedenin) delikleri"

SIFIR

shunya	0'ın günlük adı
bindu	"nokta"
kha, gagana...	"gök" anlamına gelen sözcükler
akasha	"eter"
ambara, vyoman...	"atmosfer"

Dünya, ondalık konumlu yeni sayıların yazılmasında rakamların bulundukları yerlere göre değer alması ve sıfır (0) işaretinin işlevsel biçimde kullanılmasını Hint uluslarına borçludur. Bu olay beşinci yüzyıldan önce gerçekleşmiştir. Aslında sıfır işareti olan (0) yerine Mezopotamyalılar ve başka ülke matematikçileri de işaretler kullanmışlardır. Örneğin Babilliler sıfır yerine önce boşluk, daha sonra da nokta işaretini kullanmışlardır. Mayalar ise boş tabak işaretini kullanıyorlardı. Eski Hint matematikçilerinin bazıları da sıfır (0) yerine nokta (.) kullanmışlardır. Özellikle Babillilerin ve Mayaların matematiklerinde ondalık gösterim ve konum aritmetiği bulunmadığı için matematikleri çok ilerlememiş ve evrensel bir kimlik kazanamamıştır. İşte Hint matematiğinin evrensel olması ondalık gösterim ve konum özelliğinden ileri gelir. Belki Uygurlar erken bir biçimde savaşlarda yok olmasaydı bu ilkelere ulaşabilirdi.

Hintlilerin ilk dokuz rakamı Hindistan dışına ve Avrupa'ya ulaşması tam beş yüzyılcan fazla zamanda olmuştur. Sıfırın Avrupa'ya ulaşması ise tam sekiz yüzyılda gerçekleşmiştir. Bu rakamların ve konumlu aritmetiğin Avrupa'ya ulaşması Hintlilerin aracılığıyla değil Araplar ve Müslüman olan halklar tarafından gerçekleştirilmiştir. Kısaca yoldaki, Batı Türkeli, Bağdat, Doğu Akdeniz, Kuzey Afrika, Akdeniz, İspanya ve İtalya üzerinden olmuştur.

Müslüman Araplar, peygamber Hazreti Muhammed'in ölümünden sonra, bir yüzyıl içinde çok büyük bir imparatorluk kurdular. Sınırları Pirenelerden Çin sınırlarına kadar uzanıyordu. Bu imparatorluk, Güney İtalya, Sicilya, Malta, Kuzey Afrika, Tunus, Cezayir, Fas, Filistin, Suriye, Ortadoğu, Küçük Asya, Kafkasya'nın bir kısmı, Mezopotamya, İran, Afganistan ve Hindistan'ın İndüs vadisine kadar uzanıyordu. Bu genişleme, 718 yılında İstanbul önlerinde Bizanslılar, 732 yılında Poitiers'de Charles Martel'ine ve 751 yılında da Soğdak sınırında Çinlilerce durdurulduğu. İmparatorluğun genişlemesi sırasında bulunduğu ülke yüz yıla yakın bir süre 661 yılından 750 yılına kadar başkenti Şam'da Emevi halifeleri tarafından yönetildi. Ondan sonra yönetim 750 yılında Abbasi hanedanına geçti ve başkenti Bağdat'a taşıdılar. İşte bilime hizmet edenler bu Abbasi halifeleri döneminde yaşamışlardır. Bu yönetim tam beş yüzyıl sürmüştür. On üçüncü yüzyılda Moğol saldırıları ve Haçlı seferleri sonunda Abbasi devleti parçalanmış ve iç savaşlar sonunda yıkılmıştır.

Aslında Arap Müslümanlarının yaşamı yerleşik bir düzende değil, daha çok göçebe halindeydi. Onları yerleşik düzene Hazreti Muhammet soktu ve yönetti. Peygamberden önce ve sonra Arapların rakamları bile yoktu. Sayılar sözcüklerle söylenerek yazılıyordu. Fakat yönetimi altına aldıkları ülkelerin uygarlıklarından çok iyi yararlandılar ve bu kültürleri özümsediler. Ticari ilişkiler, vergiler, yönetim ve bütçe gibi işleri mükemmel lediler. Bu dönemlerde, Suriyeliler, İranlılar, Yunanlılar, Mezopotamyalılar, Yahudiler, Sabalılar, Türkler, Endülüsler, Beriberiler, Orta Asyalılar, Hazar kıyısı halkları, Afganlılar, Hintliler ve Çinliler gibi halklarla daha çok ilişkide bulundular. Bu kadar geniş ülkelerin halklarının değişik kültürleri ve uygarlıkları vardı. Bunlarla uyum sağlamakta hiçbir sıkıntıya düşmediler. Hatta bu uygarlıkları, kültürleri, bilim ve teknikleri özümseyerek kendi çıkarlarına uyarlamayı bildiler. Özellikle Orta Doğu bu kültürlerin kesişim noktasıydı. Urfa ve yöresinde çok eskilere dayanan bir kültür ve uygarlık vardı. Daha sonra bu bilim merkezi Bağdat'a taşınmıştır.

Gerçek bilimin ve kültürün gelişmesinde bilim adamlarının dostu olan Mansur'u (754 - 775), Harun Reşit'i (786 - 809) ve Memun'u sayabiliriz. Bunlar her milletten ve mezhepten bilginleri saraylarında ağırlamışlar ve korumuşlardır. Yunanistan'ın unutulmaya yüz tutmuş bilimini gün ışığına çıkararak unutulup gitmesini önlemişler, kendi buluşlarını da ekleyerek daha sonra Avrupalıların bu bilimlerden yararlanmasında öncülük yapmışlardır. Bu hizmet gerçekten Arap ve Müslüman halklarının bir hizmetidir. Bu hizmette Arap ve Müslüman olmayan bilginlerin olduğunu da ekleyelim. Özellikle ulaşabildikleri tüm Yunan yapıtlarını derlemişler ve çevirmişlerdir. Euclidos, Archimedes, Ptolemaios, Aristo, Eflatun, Galenos, İskenderiyeli Heron, Apollonius, Bizanslı Philon, Plotinos, Diophantus ve diğerlerinin yapıtları Arapçaya çevrilmişti. Bu çeviriden sonra çok sayıda bilim merkezleri ortaya çıkmış ve kütüphaneleri doldurmuştur.

Arap-Müslüman biliminin gelişiminde tarih sırasına göre ortaya çıkan matematikçilere bir göz atalım. Bunların dışında tıp, ilaç, yazın, felsefe, şiir, resim, müzik, boya ile yazma sanatı, gelenekler ve hatta yemek sanatı gibi konularda eserler verilen mühendislik alanları da boş kalmamıştır.

Sekizinci yüzyılda, Hint biliminin Hint rakamlarının ve Hint hesabının İslam dünyasına girdiğini görürüz. Gökbilimci Ebu İshak el Fazzari ve oğlu Muhammet El Fazzari, Yahudi gökbilimci Yakup bin Tarık gibi bilginler Hintli bilgin Brahmagupta'nın kitabını Arapçaya çevirirler. İslam dünyası ilk kez Hint gökbilimini, aritmetiğini ve matematiğini bu yapıt sayesinde inceleyecektir. Yine bu dönemde Yahudi gökbilimci Maşallah, Ptolemaios'un eserlerini Arapçaya çeviren Hıristiyan Ebu Yahya'yı görürüz. Bu dönemde ilk kez Bağdat'ta kağıt üretilir.

En büyük gelişme dokuzuncu yüzyılda olmuştur. Bağdat'ta Bilimler Akademisi kurulmuştur. Bu ve daha sonraki dönemlerin en büyüğü olan Harizmi bu akademide yetişmiştir. Onun Hint kökenli ondalık konumlu sayılama üzerine olan kitabı ile ikinci derece denklemlerinin çözümü kitabı dikkat çeker. Harizmi'nin bu ve bunlara benzer kitapları, Hint kökenli rakamların, hesap yöntemlerinin ve cebir işlemlerinin gerek Müslüman gerek Hıristiyan dünyasında tanımasına ve yayılmasına çok geniş ölçüde katkıda bulundu. Hatta batıda uzun zaman ders kitabı olarak izlendi. Müslüman dünyasında miras bölüşümleri bu kitaplarda uzun uzun anlatılmıştır. Tüccarlarla ilgili çok sayıda örnek problem çözümleri yanında matematik içerikli çözümler de dikkat çeker.

Yine bu dönemde matematikçi Abdulhamit bin Wasi bin Türk, Hıristiyan çevirmen Yahya bin Tarık, Euclides'in kitaplarını çeviren Al Haccac bin Yusuf, paraleller kuramı üzerinde ilk çalışan gökbilimci ve matematikçi El Cevheri, Bağdat Gözlemevi'nin kurucusu Sanad bin Ali, El Nazzam, mantık ve matematikle ilgilenen, tanım ile tanıtlamanın özünü çözümlemeye çalışan büyük düşünür ve fizikçi El Kindi, ayrıca geometrik optik ve fizyoloji çalışmaları da yapmıştır. Gökbilim tabloları hazırlayan İranlı Hıristiyan gökbilimci Yahya bin Ebu Mansur, Hazar kökenli gökbilimci ve enlem çizgisi yazarı Ebu Said el Darir, tanjant fonksiyonunu getirecek olan gökbilimci El Abbas, Cundisapurlu gökbilimci Ahmet El Nahavandi, bir tanjant tablosu hazırlayacak olan Merv kökenli gökbilimci Hasbah el Hasip, Ptolemaios'un Almagest isimli kitaplarını Arapçaya çevirerek yayınlayan Semerkant kökenli gökbilimci El Fergani, Horasan kökenli gökbilimci El Marvarradhi, Taberistan kökenli gökbilimci Ömer bin El Farruhan, Horasan kökenli Yahudi gökbilimci Sahl at Tabari, Horasan kökenli Yahudi gökbilimci Sahl bin Bişr, Belh (Horasan) kökenli müneccim Ebu Maşar, kendi ismiyle anılan aleti (astrolap) yapan Ali bin İsa el Asturlabi, Apollonius'un yapıtlarını açıkayacak olan El Himsi ile otomatlar üzerine bir kitabı olan, çevirmen, matematikçi, mekanikçi ve mühendis Banu Musa bin Şakir kardeşler sayılabilir.

Dokuzuncu yüzyılın ikinci yarısında da kültür, bilim ve teknik alanlarında eserler vermiş bilim adamları vardır. Kendi ismini taşıyan kübik denklem ile kürenin bölünmesi problemini inceleyecek olan Kirman kökenli geometrici ve gökbilimci El Mahani, Euclides ve Ptolemaios üzerine bazı yorumlar yazan Şiraz kökenli gökbilimci ve matematikçi El Nayrizi, oranlar üzerine bir kitabın yazarı olan olan Mısırlı matematikçi Ahmet bin Yusuf, Archimedes'in küre ve silindir üzerine yazdığı kitabı çevirip konik kesitleri üzerine önemli çalışmalar yapan büyük matematikçi Sabit bin Kurra, ayrıca Pisagor teoreminin çok açık bir ispatını yapmış, bağlaşık sayı çiftleri elde etmenin ilk genel kura-

lıyla birlikte büyülü kareler yapmanın bir yöntemini ortaya koymuştur. Yine bu sıralarda aritmetikçi Ebu Hanife Ahmet ve Al Kilwadhi'nin isimleri geçer. Gezegenler kuramının yanı sıra trigonometriye toplu bir bakışı bulunan gökbilimci El Battani, Latin Ortaçağının Albategnus'u olarak bilinir. El Battani'nin trigonometrisi sonradan batılı gökbilimcilerce dikkatle incelenecektir. Bu gökbilimci ayrıca tutulumun eğimini ve ilim noktalarını, eşteğetlikleri (kotanjantları) kullanarak büyük bir kesinlikle belirleyecektir. Gökbilimci Hamit bin Ali bu dönemde yaşamıştır. Özellikle İskenderiyeli Heron'un ağır cisimlerin çekilmesi üzerine yazdığı Mekanik'i ve onun yanı sıra Autolycos'un, Theodosios'un, Hypsikles'in ve Diophantos'un yapıtlarını çeviren Yunan kökenli Hıristiyan matematikçi ve mekanikçi Kusta bin Luka El Balbakki ve Yunan tıp kitaplarını ve Archimedes'in, Thedosios'un, Menelaos'un yapıtlarını Arapçaya çeviren Hıristiyan hekim Hunayn bin İshak en önde gelenlerdi.

Onuncu yüzyılın ilk yarısında Harizmi'nin çalışmalarını devam ettiren Mısır kökenli büyük cebirci Ebu Kamil gelir. Onun cebirde yaptığı yeniliklerle, 1206 yılına doğru, Fibonacci isimli İtalyan matematikçi Pisalı Leonardo katkıda bulunacaktır. Ayrıca beşgen ve ongenle ilgili ilginç formüller de Ebu Kamil'e aittir. Euclides'in Öğeler'inin X. kitabını ve Pappus'un Yorumu'nu çeviren geometrici Osman bu dönemde yaşamıştır. Ayrıca Hıristiyan çevirmen Matta bin Yunus ve Yahya bin Adi, matematikçi, fizikçi, gökbilimci ve hekim Sinan bin Sabit gibi bilginlerin isimleri anılabilir. Konik kesitler oluşturma sorunlarıyla uğraşan, parabolün ve koniksilerin alanını inceleyen İbrahim bin Sinan bin Sabit, özellikle düzlem ve küre trigonometrisinde sinüsler teoremiyle ilginç keşif yapan matematikçi Ebu Nasr Muhammet, cebir ve geometri problemleriyle uğraşan ve konik kesitler yardımıyla El Mahani'nin kübik denklemlerini çözün Horasanlı matematikçi Ebu Cafer el Hazini, İbni el Adami ismiyle bilinen gökbilimci El Husayn Ben Muhammet Ben Hamid, Ebu Kamil'in cebiri üzerine bir yorumu bulunan müneccim ve matematikçi El İmrani, aritmetikçi Ali bin Ahmet ve Nazif bin Yumn el Kass ve gökbilim aletleri yapan El Mesudi sayılabilir.

Aristo, Eflatun ve Platinos'tan esinlenerek bir metafizik kuran ve beş dal halinde bir Bilimler Sınıflaması yapan Türkistan kökenli bilgin düşünür El Farabi, Latin Ortaçağının Alpharabius'u olarak bilinir. Farabi'nin bilim sınıflaması şöyledir: Dilbilim, filoloji, mantık; aritmetik, geometri, perspektif bilimi, gökbilim, mekanik ve ağırlık bilimi olarak alt bölümlere ayrılan matematik bilimleri; siyaset, hukuk ve tanrıbilimleri olarak ayrılır.

Onuncu yüzyılın ikinci yarısında, kültür, bilim ve teknik alanlarında yine ilerlemeler vardır. Bu dönemin en önemli matematikçisi Kuhestan kökenli Ebül Vefa el Bucazani'dir. Euclides'in, Diophantus'un ve Harizmi'nin yorumlarını yapmış, küresel üçgende tanjant kuralını uygulamış, Menelaus'un çalışmalarını ilerletmiştir. Araplar, Diophantus'un cebirini Ebül Vefa aracılığıyla öğrenmişlerdir. İsmi Euclidesçi anlamına gelen ve ondalık sayılar üzerine işlemler yapan El Uklidisi, Archimedes ile Apollonius'un ortaya koyduğu geometri problemlerini inceleyen Taberistan kökenli matematikçi İbni Rüstem el Kuhi, Apollonius'un kitaplarının büyük bir kısmının Arapça çevirisini gözden geçiren İranlı matematikçi ve gökbilimci İsfahanlı Ebül Fath, konik kesitleriyle ve bir açının üç eşit

parçaya bölünmesiyle ilgili sorunları ele alacak olan Sistan kökenli matematikçi El Sicî, küresel üçgenlerle ilgili kendi sinüs teoremini ortaya atan ve iki küpün toplamının bir küpe eşit olamayacağını kanıtlayan Sir Derya bölgesi kökenli matematikçi El Hucandi, matematikçiler Sinan bin El Fath ve Ebu Nasr gibi bilginler yine bu dönemin ileri gelenlerindendir.

Cordoba'da yaşayan Endülüslü gökbilimci ve matematikçi Maslama bin Ahmet, İran kökenli gökbilimci ve matematikçi Abd ar Rahman el Sufin ve mekanikçi ve hidrolikçi İbni Muadh Ebu Abdullah el Cayyani bu yüzyılın son matematikçileridir.

On birinci yüzyılın en büyük matematikçisi El Biruni'dir. Hindistan'a uzun bir yolculuk yapıp orada Sanskritçeyi ve Hint bilimlerini öğrenen, Harizm'deki Hive kökenli matematikçi, gökbilimci, fizikçi ve coğrafyacı olan El Biruni Hindistan ve Hint matematiği üzerine birçok kitap yazmıştır. El Kereci, kesirli sayılar, ikinci derece denklemleri, 2n dereceli kimi denklemler, irrasyonel sayılar ve Arap aritmetiği ile cebirden geometrik gösterimleri ayrıntılarak sona erdirecek ve bir evrimin başlangıcı olacaktır.

Çalışmaları Hint aritmetiği ve altmışlı hesapla ilgili olan, Hazar Denizi'nin güneyinde yaşamış matematikçi Kuşiyar bin Labban el Gili ilginçtir. Harizmi'nin aritmetiği ile cebirini sürdüren, Horasan kökenli İranlı matematikçi An Nisawi, matematikçi Ebu Cafer Muhammet bin el Hüseyin, Kahire'deki akademide çalışan gökbilimci İbni Yunus, Optik Kitabı isimli yapıtında görme fizyolojisiyle ve temel kurallarını ortaya koyduğu ışığın yansıma ve kırılma kuramıyla ilgili önemli buluşları dile getiren matematikçi, fizikçi ve hekim olan İbni el Heysem, Cordoba kökenli Endülüslü El Kırmani, Granada kökenli olup Tunus'ta yaşayan matematikçi ve gökbilimci İbni Ebül Rica, Cordoba kökenli Endülüslü matematikçi ve gökbilimci İbni el Saffar, hem tıp hem de matematikle ilgilenen evrensel kafalı büyük düşünür El Hüseyin bin Sina bu dönemin bilginleri arasındadır.

On birinci yüzyılın ikinci yarısında Arap-Müslüman matematikçileri sayısında biraz azalma görülür. Bu dönemin en büyüğü denecek kişi Nişabur kökenli İranlı büyük şair ve matematikçi Ömer Hayyam'dır. Ömer Hayyam, Euclides'in Öğeler isimli eserine yorumlar yazmıştır. Oranlar üzerine bazı çalışmaları vardır. Denklem sistemlerini sınıflandırmış, bunların bazılarına geometrik çözümler önerdiği bilinmektedir. Ayrıca üçüncü derece denklemler de incelemiş, fakat bunları çözememiştir. Oysa onun çalışmalarından Cardano yararlanmıştır. Ayrıca, matematikçi Yusuf el Mutamim ve Muhammed bin Abd al Baki ve özellikle Ptolemaios'un çalışmalarını elden geçirmiş olan Cordoba kökenli Endülüslü gökbilimci El Zarkali isimleri anılmaya değer biginlerdir. Takvim düzeltiminde üstün bir rol oynayacak olan şair, matematikçi, gökbilimci ve düşünür El Haccami, ayrıca üçüncü derece denklemleri üzerine genel bir özet yazmış, fakat o da bu tür deklemleri çözememiştir. Haccami, Euclides'in aksiyomları üzerinde de çalışmaları vardır.

On ikinci yüzyılın ilk yarısında bu çalışmalar daha da azalıyor. Özellikle trigono-

metri çalışmalarıyla sivrilen, Sevilla kökenli Endülüslü matematikçi Cabir bin Affah ilk akla gelendir. İkinci bir büyük matematikçi de İspanyol Yahudisi matematikçi Abraham Ben Meir Ezra ya da daha çok Rabbi Ben Ezra ismiyle bilinen bilgindir. Ezra, Hint matematik kurallarını İbranice rakam ve gösterimleriyle ifade etmiştir.

On ikinci yüzyılın ikinci yarısında matematikçi El Amuni Şerafeddin el Meki, Mağrip kökenli Yahudi matematikçi, düşünür ve hekim As Samaval bin Yahya el Mağribi, İranlı ansiklopedici ve matematikçi Fahreddin el Razi ve mekanikçi Yahya el Bayasi yine ilk akla gelenlerdendir.

On üçüncü yüzyılın ilk yarısında sadece matematikçi Muvaffak el din Ebu Muhammed el Bağdadi görülür. Bir de gökbilim araçları yapan Ebül Hasan bin Ali el Marrakusi ismi geçer. On üçüncü yüzyılın ikinci yarısına aritmetik, cebir ve geometri üzerine çok önemli çalışmalar yapan Horasan'da Tus kökenli matematikçi ve gökbilimci Nasireddin Tusi'yi görürüz. Onun yapıtı kuşkusuz Arap trigonometrisi alanında doruk noktasına ulaşmıştır. Küresel dik üçgenleri eksiksiz bir biçimde inceleyerek, küresel üçgenleri başarı ile ele almış, hatta kutup üçgeninden söz etmiştir. Gökbilimde Zici İlhani denen gözlem cetvellerini yayınlamıştır. Yunancadan daha önce yapılan geometri çevirilerinde görülen yanlışları düzelterek yeniden yayınlamıştır. Euclides'in önermeleriyle ilgili tartışması, daha sonra, 1773 yılında İtalyan matematikçi G. Saccheri'ye Euclidean olmayan bir geometri arayışlarında esin verecektir. Bu dönemde başka bir matematikçiye rastlanılmamaktadır.

On dördüncü yüzyılda diğer dallarda bilim adamları görüldüğü halde matematikçiye rastlanılmaz. Ancak on beşinci yüzyılın ilk yarısında Semerkantlı bilgin hükümdar Uluğ Bey'i görürüz. Uluğ Bey, İslam bilginlerinin geliştirdiği en eksiksiz sayı cetvelleri arasında bulunan trigonometri cetvelleri kendisinindir. Bu dönemin diğer bir ünlü matematikçisi de Türk matematikçi Gıyasettin Cemşit bin mesut el Kaşi'dir. Cebir, altmış tabanlı hesap ve aritmetik üzerine, özellikle binom açılımı, ondalık kesirler hesabı, üslerle hesaplamalar, n. dereceden kökler, orantı kuramı ve oransız sayılar üzerine önemli çalışmaları vardır.

On beşinci yüzyılın ikinci yarısında, aritmetik üzerine ve özellikle simgeselliği çok ileri götürdüğü cebir üzerine önemli çalışmalar yapacak olan matematikçi El Kalasadi görülür. On altıncı yüzyılda matematikçi ve gökbilimci hemen hemen yok gibidir. Yalnız Türk aritmetikçi Taşköprüzade'nin ismi geçer. Zaten Arap-Müslüman dünyası ondördüncü yüzyıldan sonra matematikte olduğu gibi geriler, yok olur ve bir daha da kendisine gelemez.

773 yıllarına doğru Hintli bir bilgin koltuğunun altında Brahmagupta'nın Sindhind (İnci Kolye) isimli kitabıyla Halife Mansur'un sarayına gelir ve bu kitabı kendisine sunar. Bu olay İbni el Adami (900), Ebül Hasan El Kıfti (1172 - 1288) ve İbni Haldun

(1332 - 1406) gibi bilginlerin açıklamalarından anlaşılmaktadır. Brahmagupta'nın bu kitabı Sanskritçe yazılmıştır. İçeriğinde Hint matematiği, denklem çözümleri ve astronomiye ilişkin bilgiler vardır. Mansur kitabın Arapçaya çevrilmesi işini Muhammet bin İbrahim el Fazzari'ye vermiştir. Kitap hemen Arapçaya çevrilmiş, Harizmi tarafından da kitabın bir özeti kaleme alınmıştır. Brahmagupta'nın Sindhind'i, Aryabhata'nın (510), Varahamihira'nın (575) ve diğer Hintli bilginlerin yapıtlarına dayanıyordu. 628 yılında Brahmagupta tarafından yazılan bu kitaptaki sayısal simgeler, sıfır ve konumlu aritmetikten başka bir şey değildi. Zaten kitabı evrensel yapanlar da bunlardı. Kısaca, bu kitapta sayıların yazımında rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değerlerini alıyor ve yuvarlak biçimli sıfır (0) işareti kullanılıyordu. Bu söylediğimizi, 1030 yıllarına doğru müslüman gökbilimci ve matematikçi El Biruni Hindistan'a bir gezi düzenler ve bu gezisi Hindistan'da tam otuz yıl sürer. Orada tüm Hint matematiğini, coğrafyasını, geleneklerini ve kültürlerini öğrenir. Sonra da bunları bir kitap halinde yazar. Zaten Biruni'nin verdiği bilgiler bu konuda yeterlidir.

Brahmagupta, Sindhind isimli kitabını 30 yaşlarında 628 yılında yazmıştı. Müslümanlar, Hint matematiğini ve Hint gökbilimini bu kitapla tanımış oldular. Hint matematiğinin bu evrensel içeriği Mansur, Harizmi, Ebu Kamil, El Kereci, El Biruni ve El Nisavi gibi bilginleri coşturmuştur. Harizmi bu kitabı daha da geliştirerek en kısa, en çabuk, kavranması, öğrenilmesi en kolay bir şekle sokmuştur.

Harizmi (783 - 850), El Memun'un sarayında yaşamış bir bilgin olmasına karşın hakkında fazla bir bilgi yoktur. O, Hint kökenli rakamları ve Hint hesabını Müslümünlara ve daha sonra Avrupa'ya iki kitabıyla tanıtmıştır. El cebr el mukabala isimli kitabından esinlenerek algebra sözcüğü, diğer kitabının isminden dolayı da algorizma sözcüğü türemiştir. İkinci kitabının ismi Hint Hesabına Göre Toplama ve Çıkarma Kitabı şeklindeydi. Bu kitapların özgünleri zamanla kaybolmasına karşın Latince çevirileri halen müzelerde saklanmaktadır.

Hindistan'da değişik kabilelere ait değişik şekillerde rakamlar vardır. Bunların bazıları zamana bağlı olarak yazmadaki şekil değişikliğine uğrayarak bugünkü Arapların kullandığı biçime dönüşmüş, Ghubar rakamları da Avrupa'ya kadar giderek bugünkü şeklini almıştır. Ghubar aslında toz demektir. Söylentiye göre Hintliler bir tahta üzerine toz dolduruyor, bu toz üzerinde hesaplarını yapıyor, sonra döküp aynı şeyler başka bir yerde tekrarlıyor. Bu rakamların uzak yerlere iletilmesinde, Hac ziyareti, gelişen ticaret, kişisel yolculuklar, toplu göçler, hatta savaşların bile etkileri olmuştur. İpek Yolu'nda yolculuk yapan tüccarların çok değişik dilleri bilmeleri, gittikleri ülkelerle alış veriş yaparken yaptıkları hesaplar doğal bir etkileşmeden başka bir şey değildir.

İranlı şair Sadi'nin on üçüncü yüzyılda çağın gezginci tüccarlarıyla ilgili Güller Bahçesi şiirinden bir parça şöyledir.

Bir tüccar gördü.

Yüz elli deve yükü malı, kırk kölesi ve hizmetçisi vardı.
Bana dedi ki: Pars yükünü Çin'e götüreceğim,
İşittiğime göre,
Oradan Anadolu'ya Çin kasesi getiririm.
Anadolu ipeklisini Hindistan'a,
Hint çeliğini Halep'e,
Halep şişesini Yemen'e,
Yemen alacasını Pars'a götürürüm.
.....

Gerek tüccarlar, gerekse gezginler hesap işleriyle çok haşır neşir oluyorlardı. Çok sayıda dil bilmeleri ve karşılıklı kendi dillerinde hesaplar yapmaları bu iletişimi kolaylaştırdı ve karşılıklı olarak birbirlerinin hesap yöntemlerini öğrendiler. Bunlardan hangisi kolay ve hızlı ise o yöntem zamanla benimsendi. Hintlilerin hesap yöntemi çok kolay ve kullanışlı olduğu için Hindistan ile Mağrip arasında bu köprü kuruldu. Bu söylediklerimiz yüzlerce yıllar aldı.

Bugünkü Arapların kullandığı rakamlarla modern dünyanın kullandığı rakamların kökeni aynıdır. İslamiyetten sonra ikisi de evrim geçirmiştir. Biruni zaten bunu özellikle vurgulamaktadır. Gerek doğu Araplarının kullandığı rakamlarla gerekse batı Araplarının kullandığı rakamlarla yapılan matematik işlemlerindeki Hint kuralları aynıdır. Sadece zamanla rakamların şekilleri değişmiştir.

Araplar önce elle ve eklemlerle hesap yapıyorlardı. Hint kuralları toz tablasıyla ülkelerine girdiğinde bazı saymanlar buna karşı çıkmışlar ve uzun bir süre direnmişlerdir. Fakat Hint işlemlerinin işlekliği bu sorunu tümünden çözmüş ve tüm dünyaca kabul edilmiştir. Çünkü toz üstünde hesap veya kum üstünde hesap heryerde kolayca yapılıyordu. Kuralları da oldukça kısaydı. Babil, Mısır, Yunan ve Roma rakamları ile hesap yapmanın olanaksızlığı ve zorluğu gözönüne alınırsa, Ghubar rakamları ve Hint kurallarının geçerliliği hemen ortaya çıkar.

Hint rakamları ve Hint hesap yapma yöntemi Hindistan'dan akşamdan sabaha geçmiş bir olay değildir. Bu olay tam sekiz yüzyılın sonucunda gerçekleşmiştir.

Avrupa Rönesanstan önce bile doğru dürüst hesap yapmayı bilmiyordu. Çok kültürlü olanlar bile hesap yapmayı bilmediklerini söylüyorlardı. Bunun nedeni, Roma rakamlarıyla hesap yapmanın zorluğuydu. Şu küçük öykü o çağda Batı Avrupa'da egemen olan durumu özetlemektedir.

On beşinci yüzyılda, oğluna ticaret öğrenimi yaptırabilecek kadar zengin olmuş bir Alman tüccar, bir gün genç adamı hangi okula göndermesi gerektiğini öğrenmek için işin uzmanına danışmış. Uzmanın yanıtı şaşırtıcı olmuştur. "Oğlunuzun toplama ile çıkarmayı öğrenmesiyle yetineceksiniz. Bu iki işlemi herhangi bir Alman ya da Fran-

sız Üniversitesi verebilir. Ama öğrenimini çarpma ya da bölmeye kadar sürdürmesini istiyorsanız, yeteneği de varsa, onu İtalyan Üniversitelerine göndermeniz gerek." Oysa bugün Hint yöntemleriyle bu hesaplamalar ilkokul birinci ve ikinci sınıflarda ne kadar kolay öğretilebiliyor.

Avrupa'da ve İngiltere'de çok yüksek mevkili memurların alım satım işlerinde hesap yapmayı bilmediklerini anlatan çok sayıda ilginç öyküler vardır. Avrupalıları bu sıkıntıdan Rahip Gerbert (945 - 1003) kurtardı. 967 ile 970 yılları arasında Müslüman İspanyasına gitti. Orada Hint kökenli sayılama dizgesini ve Hint hesap yöntemini öğrendi. Söylentiye göre Gerbert, Hint-Arap hesabını öğrenmek için Sevilla'ya, Fez'e ve Cordoba'ya kadar gitmiş, Müslüman din adamı kılığında Arap Üniversitelerine girmiştir. İster gerçek ister bir öykü olsun, Gerbert Fransa'ya döndüğünde gerekli tüm matematik bilgileri, hatta Avrupa için yeni olan Hint matematik yöntemlerini tam olarak öğrenmişti. Fakat Gerbert'in bir şanssızlığı vardır. O da, bu yolculukta sıfır rakamının kaybolması ve Hint yöntemlerinin tümünün bilinmemesidir.

Avrupa uzun bir süre Hint kökenli matematiğin ülkelerine sokulmasına direndi. Roma rakamları asildi ve terkedilemezdi. Gerbert bu konuda çok sayıda öğrenci yetiştirdi. Onların imdadına Harizmi'nin cebiri yetişti. Harizmi'nin bu kitabında sıfır dahil on tane rakam vardı. Ondalık konumlu ve basamak değerliydi. Üstelik Hint yöntemleri çok kolay bir şekilde uygulanabiliyordu. Avrupalılar, Yunanlı bilginlerin yapıtlarını doğulu bilginlerin çevirisinden öğrendiler. Harizmi, Biruni ve İbni Sina gibi büyüklerin yapıtları kendi okullarında uzun yıllar ders kitabı olarak okutuldu.

Bu arada İspanya'da çeviri okulları açıldı. Çok sayıda eski Yunan yapıtları Arapçadan yeniden Latinceye çevrildi. 1203 yıllarına doğru, İtalyan matematikçi Pizalı Leonardo Kuzey Afrika'da öğrendiği matematiği Avrupa'ya tanıttı. Zaten Avrupa'ya en etkili olan da Leonardo oldu. Rönesansla birlikte Avrupa büyük bir devrime koştu ve matbaanın bulunmasıyla yazılı basının öne çıkması eski kültürsüzlüğü ortadan kaldırdı. Artık Avrupa'da matematik bilmeyen kültürlü yüksek memur kalmadı. Çocuklarını bölme öğrenmesi için İtalya üniversitelerine göndermedi.

KAYNAKLAR

1. **Bapu Deva Sastri and Wilkinson, L.**, The Surya Siddhanta and Siddhanta Siromoni, Calkuta, 1861.
2. **Bayley, E. C.**, On the Genealogy o Modern Numerals, London, 1882.
3. **Burges, E. and Whitney, G.**, The Surya Siddhanta, Jour. Am. Or. Soc., VI, 1855.
4. **Bürk, A.**, Das Apastamba, Sulba Sutra, Z. D. M. G., 55 (1901), 56 (1902).
5. **Colebrooke, H. T.**, Algebra with Arithmetic and Mensuration from the Sanscrit of Brahmagupta and Bhaskara, London, 1817.
6. **Data, B. and Singh, A. N.**, History of Hindu Mathematics, Lahore 1935 - 1938, 2 Vols, Bombay, Asia Publishing House, 1962.
7. **Fleet, J. F.**, Aryabhata's system of expressing Numbers, J. R. A. S., 1911.
8. **Heath, T. L.**, Diophantus of Alexandria, Cambridge, 1910.
9. **Hoernle, R.**, The Bakhshali Manuscript, Indian Antiquary, 1888.
10. **Ifrah, G.**, Histoire Universelle Des Chiffres, Paris, 1994. Türkçesi Kurtuluş Dinçer.
11. **Kaye, G. R.**, Aryabhata, J. A. S. B., IV, 17, 1908.
12. **Kaye, G. R.**, Indian Arithmetical Notations, J. A. S. B., III, 7, 1907.
13. **Kaye, G. R.**, Old Indian Numerical Systems, Indian Antiquary, 1911.
14. **Kaye, G. R.**, Indian Mathematics, Isis, 2 (1914), 326 - 356.
15. **Ramanujacharia, N. and Kaye, G. R.**, The Trisatika of Sridharacarya, Bib. Math., XIII, 3, 1913.
16. **Rangacarya, M.**, The Ganita Sara Sangraha of Mahaviracarya, Madras, 1908.
17. **Rosen, F.**, The Algebra of Muhammed ben Musa, London, 1831.
18. **Sachau, E. C.**, Alberuni's India, 2 Vols., London, 1960.
19. **Singh, A. N.**, On the use of series in Hindu mathematics, Osiris, 1 (1936), 606 -628.
20. **Smith, D. E. and Karpinski, L. C.**, The Hindu Arabic Numerals, Boston, 1911.
21. **Tannery, P.**, Diophanti Alexandria Opera Omnia, Leipzig, 1895.
22. **Thibaut, G.**, On the Sulvasutras, J. A. S. B., XLIV, 1875.
23. **Thibaut, G.**, The Baudhayana Sulvasutra, The Pandit (Benares), 1875 - 1876.
24. **Thibaut, G.**, The Katyayana Sulvasutras, Ib., 1882.
25. **Yoshio Mikami**, The Development of Mathematics in Chine and Japan, Leipzig, 1912.

JAPON MATEMATİĞİ

Burada, Japon matematiğinin çok eski yıllarından başlayıp, 1868 yılında yapılan Japon Devrimi'ne kadar olan kısmını özet halinde vereceğiz. 1868 yılında yapılan devrimden sonra Japonların Batı'ya ve Amerika'ya açılmaları, oralara gönderdikleri öğrencilerin ve bilginlerin sağlam bir batı kültürüyle ülkelerine dönmelerinden sonra matematikleri çok hızla gelmiştir.



Japonya haritası.

Batılılar, Japon matematiğine Wasan (veya Hasan) ismini verirler. Biz bu ismi fazla kullanmayacağız.

Japonya'da ilk matematik tarihi Toshisada Endo tarafından yazılmıştır. İsmi de, "Büyük Japonya'da Matematik Tarihi" ismiyle yayınlanmıştır. Endo, Akita'da sıradan fakat meraklı bir ortaokul öğretmenidir. Kendi özel tutkusuyla bu kitabı tam on altı yıl-

da büyük bir çalışmayla gerçekleştirmiştir. Kitabın kaynaklarının toplanması, düzenlenmesi, yazılması ve yayınlanması için çok zaman ve para harcamıştır. Bu kitabın içeriği Japon devrimine kadar olan Japon matematiğini içine alır. Bu nedenle batılılar bu dönemin Japon matematiğine Wasan (ya da Hasan) ismini vermişlerdir.

Endo'nun yazdığı kitap bugün o yazılış şekliyle iyi anlaşılır biçimde değildir. Bu nedenle daha sonra gelenler ancak anlaşılır hale getirmişlerdir. Hatta kitabın batı dillerine çevrilmesi bu nedenle büyük bir problem olmuştur. Japon dili, Japon matematiğinin gösterimleri ve Endo'nun mate-matik ifadeleri, modern matematik alfabesinden oldukça uzak ve epeyce de karışıktır. Tüm bu güçlüklere karşın, kitabın bugünün koşullarına uyarlanması ve açıklanması yapılarak dünya matematik tarihine kazandırılmıştır.

Endo, Japon Devrimi'nden önceki matematiği beş döneme ayırır ve inceler. Şimdi, Endo'nun bu sırasına göre Japon matematiğini inceleyelim. Bu dönemlere geçmeden önce herbir dönemin kısa birer özetini verelim.

Birinci dönem çok eski yıllardan İ. S. 553 yılına kadar olan zaman dilimidir. Bu dönemdeki Japon matematiğinin kendisine özgü bir yapısı vardır ve Çin matematiğinin etkisi hiç görülmez. Bu yönüyle bu dönemin matematiği bağımsızlık gösterir. Zaten 500 yıldan önceki dönemlerde Japonların edebiyat ve fen alanlarında fazla bir gelişmesi ve ilerlemesi görülmez. Biraz sonra açıklayacağımız ve sözcüklerle söylenen rakamları ve sayıları vardır. Bu yazı sistemindeki matematikleri üslülü biçimde yazılmıştır. Bu yazım şekliyle ilgili kayıtlar İ. Ö. 660 tarihlidir.

İkinci dönem, 554 ile 1591 yılları arasında görülen matematik çalışmalarıdır. Bu dönemde Çin'in matematiğinin etkileri çok baskın bir biçimde görülür. Çin matematiği önce Çin'den Kore'ye, oradan da Japonya'ya geçtiği gibi, doğrudan da Japonya'ya ulaşma yolları bulmuştur. 1591 yılından sonra bu bilgilerin gelişinde bir azalma görülür.

Üçüncü dönem, 1592 ile 1672 tarihleri arasındadır. İkinci dönemin sonlarına doğru Çin'den gelen matematik bilgilerinin azalmasına karşın, bu dönemde yeniden Çin matematiği Japonya'ya taşınmıştır. Bu dönemin en ünlü matematikçisi Takakazu Seki Kowa'dır (1642 - 1708). Bu ünlü matematikçi daha çok Seki ismiyle tanınır. Seki, çok sayıda matematik yöntemi tanıtmış, kendi buluşlarını kendi okulunda öğrencilerine öğretmiştir. Bu dönemde Avrupa'dan alınan matematik bilgileri daha çok Hollanda kökenlidir.

Dördüncü dönem, 1673 ile 1771 yılları arasıdır. Bu dönemdeki Japon matematiğinin kendine özgü bir yapısı vardır ve bu dönemde büyük bir ilerleme olur. Seki'nin okulunda yetişen matematikçiler Japon matematiğini bu dönemde en yüksek doruğa ulaştırırlar ve geliştirirler.



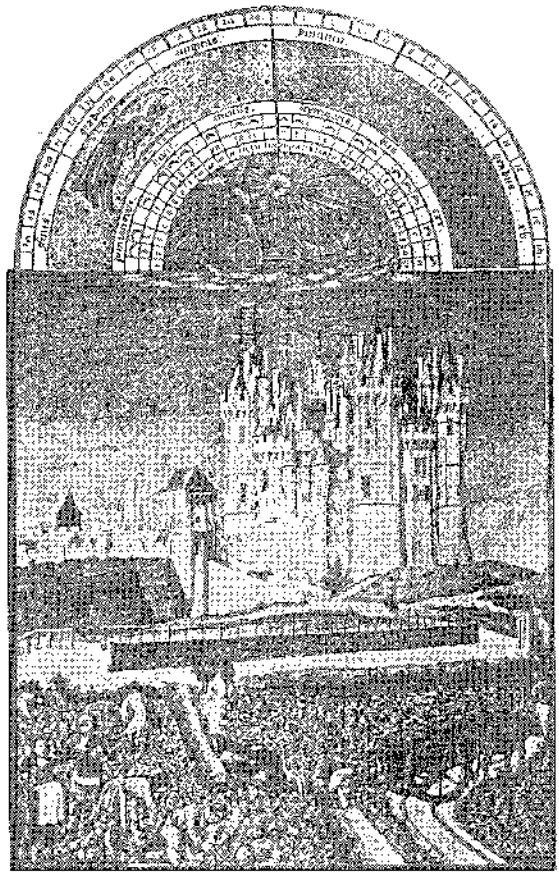
Çinlilerin sayıların karelerini gösteren tablosu.

Beşinci dönem, 1772 ile 1868 yılları arasına düşür. Bu dönemin sonlarına doğru Japon matematiğinde çok başarılı ve parlak çalışmaların yapıldığı görülür. Ayrıca çok sayıda matematikçi bu dönemde kendini gösterir. 1868 yılında yapılan Japon Devrimi'nden günümüze kadar olan Japon matematiğini ve teknolojisini burada anlatmak olanaksızdır.

Eski Japon matematiğine ilişkin bilgileri ve çalışmaları yabancı dillere en iyi bir biçimde Profesör D. Kikuchi ve Profesör R. Fujisawa tanıtmıştır. Batı dillerine yapılan bu tanıtmalardan sonra diğer yayınlar hızla birbirini izlemiştir. Japonya'da bulunan bazı Japon matematik tarihçilerinin yaptığı yayınlar da bir hayli yer tutar.

BİRİNCİ DÖNEM (–, 553)

Japonya'nın ilk ve eski uygarlığı, komşuları olan Çin ve Kore'den çok etkilenmiştir. Bu nedenle Japonların ilk uygarlıkları komşularından ve onlarla olan ilişkilerinden doğ-



Eylül'de saatler.

muştur. Bu etkileşim oldukça eski tarihlere dayanır. Japonya'da halen Çin ve Kore geleneklerine dayanan çok sayıda alışkanlık vardır. Komşularının oldukça ileri düzeyde sayılabilecek matematikleri olduğu yüzyıllarda, Japonların henüz daha sayma yöntemleri bile yoktur. Belki halkın yöresel olarak kullandığı işaretleri saymalar için kullanılıyordu. Fakat bunlara ilişkin yazılı hiçbir kayıt yoktur. Yalnız, tarihi tam ve kesin olarak bilinmeyen, Mikado'nun veya İmparator'ların atası olan İzanagi-no-Mikoto döneminde

hito (1),	futa (2),	mi (3),
yo (4),	itsu (5),	mu (6),
nana (7),	ya (8),	koko (9),
tō (10)		

şeklinde on tabanına dayalı olan ilk rakamlar ve saymalar yaygın olanak kullanılır. Saymalar on tabanlıdır ve üslü yazım şekilleri vardır. Saymaları ve yazmalarının neden

on tabanlı olduğuna ilişkin herhangi yazılı bir kayıt bulunamamıştır. Çin'de de on tabanlı saymalar kullanıldığına göre belki Çin kökenli veya kendi ellerindeki on parmaklarından esinlenmişlerdir.

Japonların sayılarını on tabanlı üslülü biçimde yazmaları çok ilginçtir. Örneğin, momo (10^2), Chi (10^3), yoruzu (10^4), so-yorozu (10^5), chi-yorozu (10^7), yorozu-yorozu-yorozu (10^{12}), . . . yazım şekilleri devam edip gider.

hito (1), futa (2), mi (3),
yo (4), itsu (5), mu (6),
nana (7), ya (8), koko (9),
tō (10),

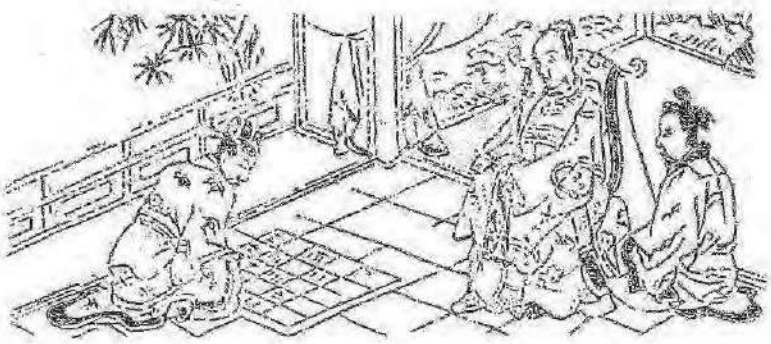
tō	(10),	so yorozu	(10^5),	so-yorozu yorozu	(10^9),
momo	(10^2),	momo-yorozu	(10^6),	momo-yorozu-yorozu	(10^{10}),
chi	(10^3),	chi-yorozu	(10^7),	chi-yorozu-yorozu	(10^{11})
yorozu	(10^4),	yorozu-yorozu	(10^8),	yorozu-yorozu-yorozu	(10^{12}),

Bu tablo, Japonların ilk on rakamının sözlü olarak nasıl söylendiğini ve üslü yazım şekillerini yine sözlerle nasıl söylendiğini göstermektedir.

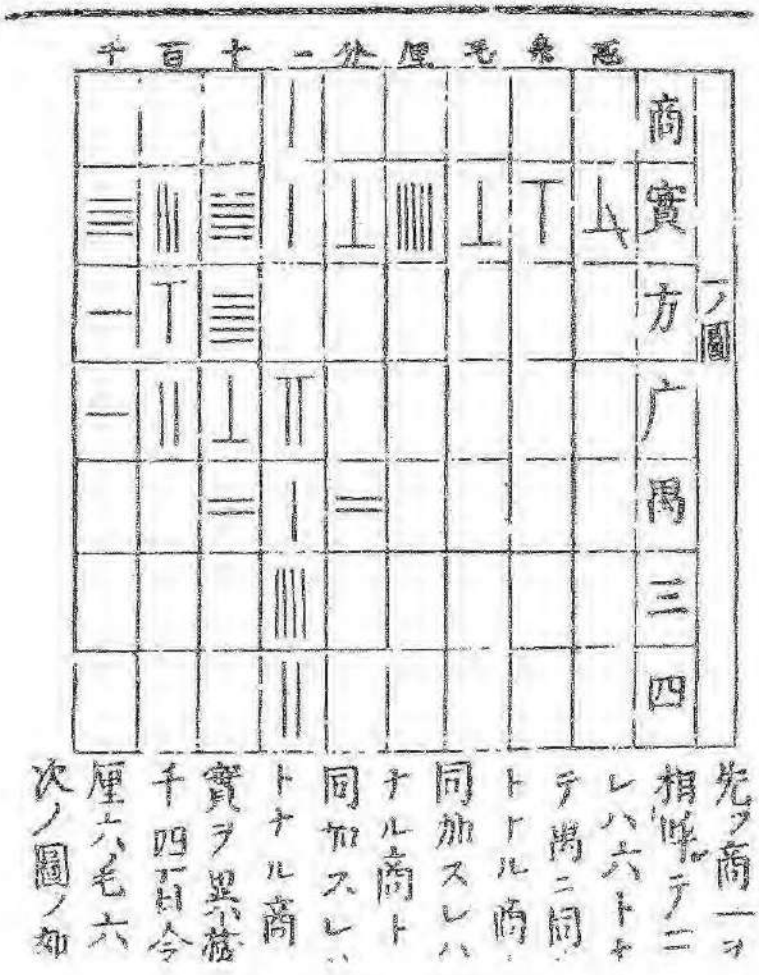
Japonların birden ona kadar olan eski rakamlarının okunuşlarıyla, bugün kullandıkları rakamlarının okunuşları birbirine çok benzer. Rakamları söylerken "tsu" son ekini ekleyerek söylerler. Örneğin hitotsu (1), futatsu (2), . . . gibi yazılarak okunur. Yalnız 9 rakamının yazılıp okunmasında kokonotsu şeklinde her nedense bir ayrıcalığı vardır. 10 sayısı tō şeklinde söylenir. o harfinin üzerinde bir de çizgi vardır ve tō biçimindedir. Bu dönemdeki Japon matematiğinde sayıların on tabanına göre yazılıp okunması ve üslülü yazım şekillerinin de hep on tabanlı olmasıdır.

Japonların rakamlarının bu şekillerde yazılıp okunması ve kullanılması İ. Ö. 660 yıllarında yaşamış olan ilk İmparator Jimmu'nun hanedanlığından çok önceki yıllara rastlar. Rakamların ve sayıların bu biçimde söyleniş şekillerinin ne zaman başladığı tam olarak bilinmemektedir.

On sayısının üslülü şekilleri, yorozu, yorozu-yorozu, yorozu-yorozu-yorozu, ... ve bazı örneklerle yazılıp gitmesi Japon matematiğinin birinci döneminin bir özelliğidir. Eski Japonlar bunların bu yazım şekillerinin kısa olarak söylenmesini denememişlerdir. Bu nedenle, Japonların rakamlarının evrimi ve düzeltilerek iyiye gitmesi farklı olmuştur. Japonlar bugün günlük yaşamlarında momo (10^2), chi (10^3), yorozu (10^4), ... şekillerini kullanmazlar. Bugünkü kullandıkları şekil aşağıdaki tabloda olduğu gibidir. Fakat, bunun yanısıra hitotsu (1), futatsu (2),... biçiminde söylenişlerini de kullanırlar.



Japonların sangi denen yazı tahtası.



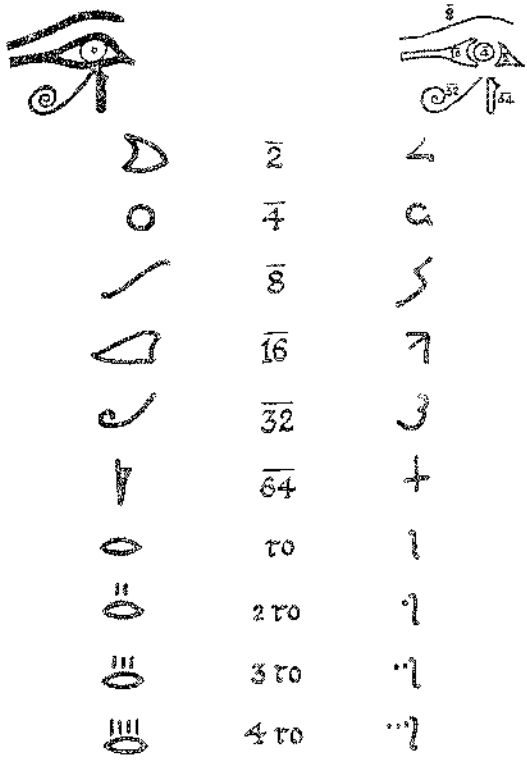
Sangi yazı tahtasının kullanılması.

ichi	(1),	ni	(2),	san	(3),
shi	(4),	go	(5),	roku	(6),
shichi	(7),	hachi	(8),	ku	(9),
jiu	(10),	hyaku	(10^2),	sen	(10^3),
man	(10^4),	jiu-man	(10^5),	hyaku-man	(10^6),
sen-man	(10^7),	oku	(10^8),	jiu-oku	(10^9),
hyaku-oku	(10^{10}),	sen-oku	(10^{11}),	chio	(10^{12}),

Japonya'da bugün kullanılan sayıların söylenişi.

On ile yirmi arasındaki sayıların yazımı, on söylenişine bazı eklemelerle yapılır. Örneğin, jiu (10), jiu-ichi (11), jiu-ni (12),... şeklinde devam eder. Yirmi sayısı iki tane on demektir ve ni-jiu (20) biçiminde yazılarak söylenir. Benzer olarak san-jiu (30), shi-jiu (40), ... devam edip giderek yüz sayısına ulaşır. O da hyaku (100) sözcüğü ile söylenir. Bu ve buna benzer yazımlar ve okunuşlar devam ederek gider.

Japonların bugün kullandığı modern rakamların ve sayıların yazımları Çin kökenlidir ve Çin'den alınmadır. Örneğin, daha aşağıdaki yazımlar ve okunuşların tümü Çin'de kullanılmış ve daha sonra Japonya'ya geçmiştir.



Mısır'da kesirli sayıların gözün kısımlarıya gösterimi.

kyō	(10^{16}),	gai	(10^{20}),	si	(10^{24}),
jio	(10^{28})	kō	(10^{32}),	kan	(10^{36}),
sei	(10^{40}),	sai	(10^{44}),	kyoku	(10^{48}),

İmparator İzanagi-no-Mikoto döneminde uzunluk ve ağırlık ölçüleri de kullanılmaktaydı. Japonların uzunluk ölçüsü diğer halklarda olduğu gibi eldi. Başparmakla diğer parmaklar arasındaki gergin uzaklıklar kullanılıyordu. El genişliğine tsuka, başparmağın ucundan ortaparmağın ucuna kadar olan gergin uzunluğa ata deniyordu. Çin'de olduğu gibi karış ve kulaç da kulanılıyordu. Kolların yatay ve gergin olarak yanlara açılmasıyla iki orta parmak arasındaki uzaklığa bir kulaç=hiro deniyordu.

Japonlar ağırlıklarını Ama-no-mihakari denilen elterazisiyle tartıyorlardı. Takvimlerine Santen-Reki diyorlardı. Santen; gün, ay ve yıl denen üçlü, reki de takvim demekti. Bu takvim, gün, ay ve yıl üçlüsü temeline dayalıydı. Ay'ın ve Güneş'in hareketlerinin gözlenmesiyle elde edilen takvimleri yeteri kadar duyarlı bir hesaplama ile yapılmamıştı. Bir yerde Güneş - Ay takvimine benziyordu.

İlk İmparator Jimmu (İ. Ö. 660 - 585) döneminde, yıl, ay ve gün sabitti. Yıl, ilkbaharla başlıyor, dört mevsim sürüyor ve on iki aydı. Yedinci İmparator Richu (400 - 405) döneminde, imparatorluk hazinesinden yapılan harcamalar ve bu harcamalara ilişkin olan belgelerden, bu belgelerin memurlar tarafından çok dikkatli bir şekilde tutulduğu ve kitap haline getirilerek saklandığı görülmüştür. Bu kitaplar incelendiğinde Japon aritmetiğinin bu döneminde çok az bir ilerlemenin olduğu görülür. Yine bu tarihi belgelere göre Japonların toplama, çıkarma, çarpma ve bölme bildikleri anlaşılıyor.

On ikinci İmparator Keiko döneminde ve ondan önce, imparatorluk il, ilçe ve köy yönetimlerine bölünmüş ve monarşik bir yönetim şekli vardı. Eldeki kayıtlara göre, o dönemlerin yöneticilerinin biraz aritmetik bilgileri vardı. Bu dönemlerde yazılmış bazı kitaplara rastlanılır. Konfiçyüs'ten Seçmeler isimli Lun-yu denen kitap, Kore'den Japonya'ya gelen Wa-Ni (Çince Wang Jen) tarafından on beşinci İmparator Ojin'e (201 - 301) sunulmuştu. Ayrıca, Çinlilerin Beş Klasik denen ve seçkin olan Değişimlerin Kitapları, Tarih Kitabı, Şiir Kitabı, Bahar ve Sonbahar Yıllıkları ve Din Törenleri Kitabı, Japonların yirmi altıncı İmparatoru Keitai (507 - 531) döneminde Japonya'da önemli eserlerdi. Bu kitapların bazı yerlerinde rakamlar vardı ve matematik bilgileri içeriyordu.

Japonların ataları ticaret işlerini yoğun olarak Korelilerle yapıyorlardı. Bu nedenle, Japon matematiği bir yerde devlet eliyle bu ticaret ve alışverişleriyle gelişmiştir. Japonların Korelilerle olan bu alışverişi tam on iki yüzyıl devam etmiştir. İlk İmparator Jimmu (İ. Ö. 660 - 585) döneminden başlayan aritmetik çağı büyük bir ilerleme göstermiştir. Bu kadar uzun yüzyıllar süren bu alışveriş ve ticaret doğal olarak Japon matematiğini etkilemiştir. Aynı zamanda büyük bir kültür gelişimi de meydana getirmiştir.

Korelilerle Japonların bu yakınlaşması en yüksek düzeye eriştiği dönemlerde,

Çinlilerin aritmetiğinin Japonya'da kullanılmaya başladığı görülür. Fakat bu geçişin ve Çin aritmetiğinin Japonya'da kullanılmaya başamasının tarihi tam olarak belli değildir. Bilinen tek gerçek, Çinlilerin Japonlar üzerindeki etkileri, 500 yıllarından önce başlamasıdır. Japonya'ya giden ilk din adamı Szu-ma-Ta'dır. Japonca Shiba Tatsu olarak söylenen bu din adamı Japonya'ya 522 yılında gelmiştir. Zaten 552 yılına kadar Çin Budizmi Japonya'da gerçek anlamda tanıtılmamıştır. Budizm ancak 554 yılında Japonya'ya tam anlamıyla girmiş ve yayılmaya başlamıştır. Bu tarihlerde Çin'den Kore yoluyla Japonya'ya gelen iki din elçisi takvim, astroloji ve bazı hesap kitapları sokmuşlardır. Gerek takvim gerekse astroloji o dönemlerde matematik ve matematik hesapları içeriyordu. Özetlemek gerekirse, Japonların eski matematikleri hakkında pratik olarak hiçbir şey bilinmemektedir. Bilinen şeyler altıncı yüzyılda Budizm'in Kore yoluyla Japonya'ya girmesiyle başlar ve getirdikleri matematik de sınırlıdır.

Şimdi, Çin matematiğinin Japonya'da sürekli olarak etkili olduğu dönemi görelim.

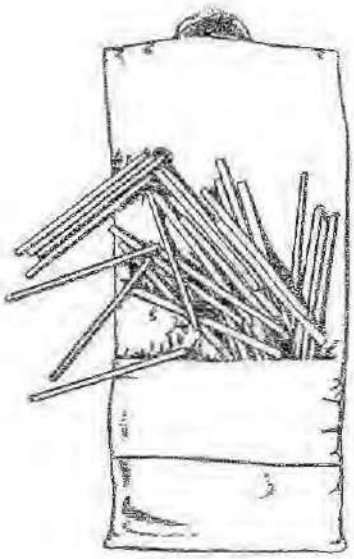
İKİNCİ DÖNEM (554 - 1591)

Bu dönemde Japonların, Çinlilerle ve Korelilerle olan ilişkileri en yüksek düzeyde devam etmiştir. Çin matematiği önce Kore'ye, sonra Japonya'ya geçmiştir. Bu geçiş bilinçli değil, tümüyle ticari alışverişlerin bir sonucu olmuştur.

Kore bu dönemde üç ya da dört krallığa bölünmüştü ve bir tek imparatorluk oluşturuyordu. Kudara Krallığı'ndan Wang-Tao-Liang'ın matematik içerikli Değişimler isimli kitabı, İmparator Kimmei (554) yönetiminin on beşinci yılında Wang-Pao-sun tarafından Japonya'ya getirildi. Bu kitap Çinlilerin Beş Klasik denen kitaplarından Değişimler Kitabı'na çok benziyordu. İşte, Japonya'ya gerçek anlamda ve en yüksek düzeyde giren ilk matematik kitabı buydu. Wang-Tao-Liang ve Wang-Pao-sun'un ikisi de Japon okullarında ders vermediler.

İmparator Suiko'nun (602) yönetime gelişinin on ikinci yılında Kudara Krallığından Budist Kwan-Ro Japonya'ya gelir. Japonya kıralına bir takvim, astronomi kitapları, büyü ve falcılık kitapları sunar. İlgili olan bilginler bu kitaplar üzerinde çalışırlar. Özellikle astronomi ve takvimle ilgili olan konular üzerinde yoğun çalışmalar yapılır. Büyücülük, falcılık ve üfürükçülük konuları daha çok halk tarafından benimsenir ve öğrenilir. Halk böylece batıl inanışlara, boş şeylere, bilinmeyen veya anlaşılmaz şeylere karşı duyulan korkulara kapılır, bunlardan kurtulmak veya bu konuda bilgi sahibi olmak için sihir, büyü ve falcılık öğrenirler. Bunun sonucu olarak, matematik modern çağa kadar Japonya'da büyülü bir bilim olarak alındı ve kullanıldı. Bu sayılarla fallar bakıldı ve büyüler yapıldı. Bunun sonucu olarak büyücülük ve falcılık farkında olmadan Japonya'da matematiğin gelişmesini engelledi.

Japonya'da 604 yılının Ocak ayında uyarlanan takvim, Çin'de Sung Hanedanlığı döneminde yazılmıştı. Japonya'ya uyarlanan bu takvimde bir gün on iki parçaya bölünmüştü. Saat gece yarısı başlıyordu. Sonra saat 2, 4, 6, 8 ve 10 zaman dilimleri belirleniyordu. Bundan sonra öğle vakti geliyor, öğleden sonra saat 2, 4, 6, 8 ve 10 zaman dilimleri sıralanıyordu. Bir günün on iki tane olan saat dilimleri aşağıdaki tabloda olduğu gibiydi ve her bir saate bir hayvan ismi karşılık getiriliyordu. Bunlar bir yerde bugün modern dünya tarafından kullanılan ve eskilerden kalma on iki burca karşılık yorumlanabilir. Belli bir saatten önce demek için saatin başına gozen, sonra demek için gogo sözcüğü getiriliyordu. Shogo öğle demekti.

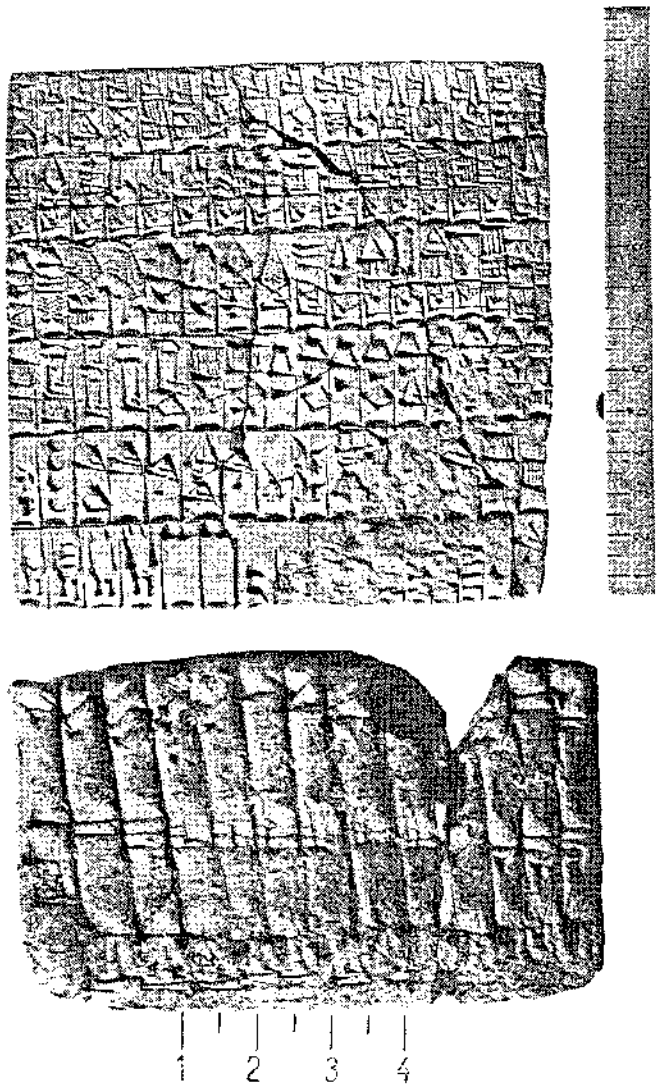


Korelilerin kullandığı sayma çubukları.

The time of ne		(rat)	refers to midnight,
,, ,, ,,	ushi	(ox)	,, ,, 2 A.M.,
,, ,, ,,	tora	(tiger)	,, ,, 4 A.M.,
,, ,, ,,	u	(rabbit)	,, ,, 6 A.M.,
,, ,, ,,	tatsu	(dragon)	,, ,, 8 A.M.,
,, ,, ,,	mi	(snake)	,, ,, 10 A.M.,
,, ,, ,,	uma	(horse)	,, ,, noon,
,, ,, ,,	hitsuji	(sheep)	,, ,, 2 A.M,
,, ,, ,,	saru	(monkey)	,, ,, 4 A.M.,
,, ,, ,,	tori	(cock)	,, ,, 6 A.M.,
,, ,, ,,	inu	(dog)	,, ,, 8 A.M.,
,, ,, ,,	i	(boar)	,, ,, 10 A.M.,

Japonların kullandığı bir günlük saat dilimleri.

Japonya'da bir günün bu dilimleri ve söylenişleri 1868 yılında yapılan Japon Devrimi'ne kadar sürekli olarak kullanıldı. 1868 yılında Japon Devrimi yapılınca Japonların bugün kullandığı saat dilimlerine geçildi. Bu eski sistem bir günü on iki dilime bölüyordu ama bunların ona böldükleri bir dilimleme daha vardı. Bunu da onluk düzende yazıyor ve söylüyorlardı. Çin'de kullanılan ve bir günü on eşit saat dilimine ayırma şekli Babil kökenlidir. Çin'de kulanılan ve Japonya'ya da geçen onluk ve on ikilik saat dilimleri aşağıdaki şekilde yazılıyordu. Her iki dilimde gece yarısı Kiah ve Tsu sözcükleriyle başlıyordu. Bunlar da,



Matematik içerikli bir Babil tableti.

Onluk düzen	Onluk ikilik dilim
Kiah,	Tsu,
Yih,	Chou,
Ping,	Yin,
Ting,	Mao,
Wu,	Shen,
Ki,	Ssu,
Keng,	Wu,
Sin,	Wei,
Jen,	Shen,
Kwei,	Yu,
	Süh,
	Hai

biçimindeydi. Bunlar, Babil'de kullanılan altmışlık bir deviri tamamlamak için Çin'deki yılları işaretlemede kullanılıyordu. Bu on ve on iki sayısının en küçük ortak katı altmış olduğundan altmışıncı kapanışta son iki sözcük üstü üste gelir. Çinlilerin bu iki sistemi eski Japonlar tarafından da kullanılmıştır. Aynı gösterimler günleri belirlemek için de kullanılmıştır.

Japonların otuz dördüncü imparatoru Jomei'nin (629 - 641) döneminde, Çinlilerin uzunluk ve ağırlık ölçüleri Japonya'ya uyarlanarak kullanılmıştır. İmparator Saimei (655 - 661) döneminde 660 yılında ilk kez zaman ölçen bir aygıt yapılmıştır. Bu aygıt belli mekanik düzeneklerle çalışan su saatinden başka bir şey değildi. Bu ve buna benzer zaman ölçen düzenekler Babil, Mısır ve Çin'de de kullanılıyordu. Mısırlıların kum saati buna en iyi örnektir. Mısırlıların ve Babillilerin gölge saati yine bilinen en eski zamanı belirleyen en iyi aygıtlardı.



Matematik içerikli bir Babil tableti.

İmparator Tenchi (662 - 671) döneminde Japonya'da ilk kez bir okul açıldı. Yirmi öğrencisi olan bu okulda yalnız iki öğretmen vardı ve iki öğretmen bu öğrencilere yalnız matematik dersleri veriyorlardı. Okulda ayrıca astronomik gözlemler yapıldı ve gözlemler için bazı öğretmenler görevlendirildi. Bu, Japonya'da yapılan ilk astronomi gözlemleriydi. Bu dönemde matematiğin çok gelişme göstermesi bu gerçeğe bağlanmaktadır.

İmparator Jito'nun 692 yılında yönetime gelişinin altıncı yılında Çin'den alınan Yuen-kia takvimi halkın kullanacağı biçimde Japonya'ya uyarlandı. Fazla duyarlı olmayan bu takvimin yerine yine Çin'den alınan Lin-teh takvimi 696 yılında kullanılmaya başlandı. 700 yıllarında İmparator Mombu yeniden bir astronomi gözlemevi kurdu. Buradaki öğretmenler öğrencilerine astronomi öğrettiler. Bu dönemde, İmparator Tenchi tarafından kurulan gözlemevi terkedilmiş ve kullanılmıyordu.

İmparator Mombu, 701 yılında bugünkü modern üniversite sistemine dayalı bir okul açtı. Bu okul bir yerde Japonya'daki ilk üniversiteydi. Okulun öğretim üyeleri alanlarının ustalarıydı. Her birisinin çalışması bugünkü doktora düzeyinde veya üstündeydi. Bu doktorlarla bu okulda hukuk, edebiyat, müzik, astronomi, takvim, matematik, tarih gibi fen ve sosyal alanların tümünde dersler veriyorlardı. Bu çağ bu nedenle bu dönemde öğrenmede bir çıkış olarak anılmaktadır. Üniversite diyebileceğimiz bu okulda okutulan matematik ders kitapları Çin'den getirtildi. Zaten bu tür ders kitaplarının Çin'de basımına Tsin hanedanı (265 - 419) zamanında başlanılmış, Wei hanedanı (386 - 557) döneminde devam edilmiş ve Tang hanedanı (617 - 935) döneminde de sürdürülmüştü. Bu kitaplara Swan-king, yani on matematik kitabı ismi verilmişti. Bu kitapların çoğu Tang hanedanı döneminde Li-Shun-Feng tarafından açıklanarak daha iyi anlaşılır duruma getirilmişti. Bu on kitabın isimleri şöyledir.

1. **Chou-pai-swan-king**, Chow hanedanı (792 - 717) döneminin ünlü bir astronomi kitabıdır.

2. **Sun-tsu-swan-king**, İ. Ö. beşinci yüzyılda Sun-Tsu tarafından yazılmış bir aritmetik kitabıdır. Kitabın yazarı yüksek rütbeli bir askerdir.

3. **Luh-chana**

4. **San-kai chung cha.**

5. **Chung-cha.**

6. **Wu-tsaou-swan-king.**

7. **Hai-tao-swan-kin**, arazi ölçümleri üzerine yazılmış bir kitaptır.

8. **Kiu-sze-swan-shu.**

9. **Kiu-chang-swan-shu.**

10. **Tio-shu.**

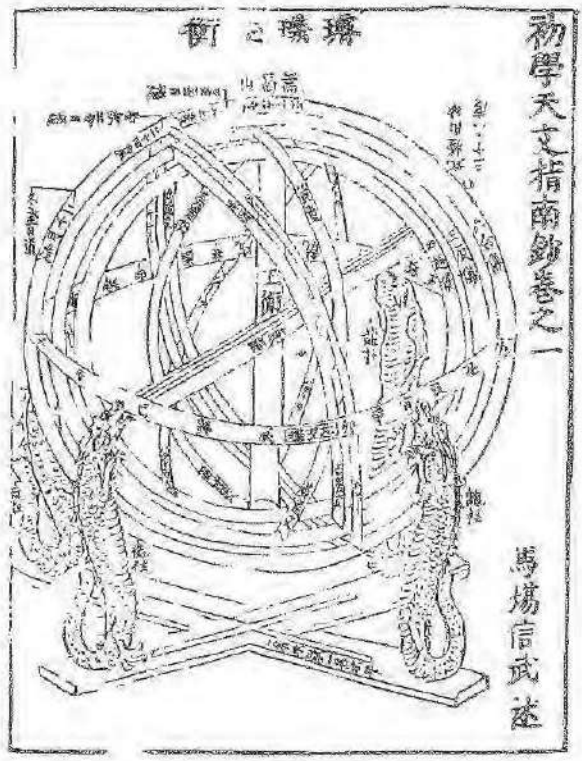


Matematik içerikli bazı Babil tabletleri.

isimleridir. Bu kitaplardan üçüncüsü, dördüncüsü ve sekizincisi zamanla kaybolmuş ve zamanımıza kadar gelememiştir. Bu kitaplardan başka, Beş Klasikte Aritmetik ismi altında Wu-king-swan-shu serisi ile Hai-hou-yang-swan-king gibi başka kitaplar da vardı. T. Endo'nun yazdıklarına göre, bu kitaplar Japonya'da birer ders kitabı olarak uyarlanmıştı. Zamanımıza kadar gelebilen bu kitapların herhangi birisinin bulunması çok zor olduğundan içeriklerinin burada yazılması daha da güçleşmektedir. Zaten Tio -shu isimli kitap, Tang hanedanı döneminden önceki Zui hanedanı döneminde bile çok iyi anlaşılamamıştır. Bu nedenle bu kitabın tam içeriği herhangi bir ülke tarafından da iyi bir biçimde öğrenilememiştir.

Çinlilerin bu on kitabının içinde en ünlüsü ve klasiği Kiu-chang-swan-shu'dur. Dokuz Bölümde Aritmetik ismiyle çevirebileceğimiz bu kitap Nine Sections şeklinde matematik tarihine girmiştir. Bu kitabın farklı olan iki değişik baskısı vardır. Bunlardan ilki İmparator Hwang-te'nin buyruklarıyla İ. Ö . 2700 yıllarında Li Shou'ya yazdırılmış-

tır ve o tarihlerine kadar olan Çin matematiğini hemen hemen özetler. İkincisi de Chou hanedanı (İ. Ö. 792 - 717) döneminde Chou-Kung tarafından yazılmıştır. Bu kitabın kendisi ve içeriği Çin matematiğinde en iyi bir şekilde incelenmiştir. Bu içerikler ve konular Kore ve Japon matematiğine de geçtiğinden kısaca özetleyelim.



Japonların gökküresi.

Dokuz Kesim (veya bölüm) isimli kitabın içerikleri kasıca şöyle özetlenebilir:

1. **Fang-tie** ..., geometrik şekillerin anlarının hesaplanması konularını işlemektedir.

2. **Shu-pu** ..., ticaret hesapları, uzunluk ve ağırlık ölçüleri konu edilmiştir.

3. **Shawai-fen** ..., sıvıların karıştırılması yöntemleri, tahıllar ve diğer karışım problemleri üzerine hesaplamalardan oluşur. Bu kesimin sonunda belirsizlik analizindeki bir problemin çözümünü incelemektedir. Sun-tsu-swan-king isimli kitapta da bulunan bu problem, bugünkü modern dille

$$z = 3x + 2 = 5y + 3 = 7t + 2$$

biçimindedir ve belirsiz denklemlerin çözümü yapılmaktadır.

4. Shao-kang ..., kareleri, dikdörtgenleri, üçgenleri, çemberleri ve daireleri incelemektedir. Burada dikdörtgenin alanı kenarlarına bağlı olarak hesaplanmaktadır. Karekökün bulunması da bu kesimde açıklanmıştır. Daha sonra

$$x(x + a) = s$$

biçimindeki ikinci derece denkleminin kökü, deneme yoluyla veya bugünkü modern dille

$$x = -\frac{a}{2} + \sqrt{a + \frac{1}{4}a^2}$$

biçiminde yazılan bu formüle eşdeğer olan yöntemle bulunuyordu. Ayrıca,

$$(x + a)x^2 = v,$$
$$(x + a)^2x = v$$

veya

$$x^2 (x - a) = v$$

biçimindeki üçüncü derece denklemleri çözümleriyle, tabanı kare olan ve hacmi verilen bir paralelyüzün kenarları hesaplanıyordu.



Karekökün bulunmasını gösteren bir Babil tableti.

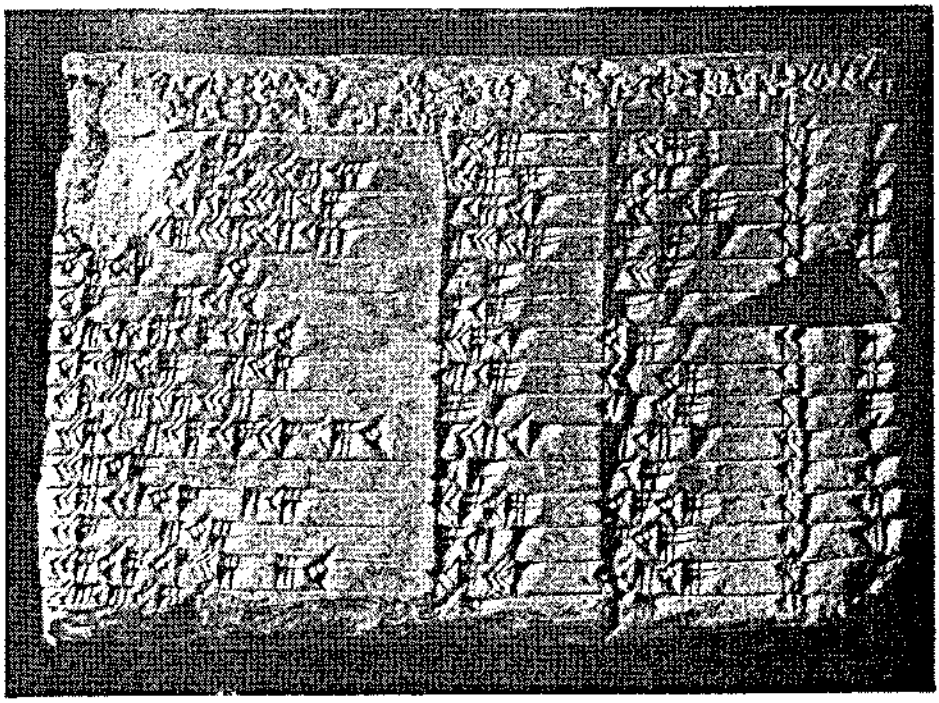
5. Shang-kung ..., hacim hesaplarıyla ilgiliydi. Üçgensel ve piramidal sayılarla aritmetik diziler bu kesime konmuştu.

6. King-shu ..., oran ve orantı, hareket problemleri ve karışım problemleri bu kesimde inceleniyordu.

7. Yung-Yu ..., pozitif ve negatif çokluklar bu kesimin özünü oluşturuyordu. Yanlışı deneme yöntemiyle ilkel bir şekilde denklemler çözülüyordu. Bilinmeyen çokluk, art arda yapılan yaklaşımlarla bulunabiliyordu.

8. Feng-cheng ..., denklemlerin çözümlerini içermekteydi. Burada bazı determinant düşünceleri ve kalıplarıyla, aynı zamanda sağlanan doğrusal denklem sistemleri çözülüyordu.

9. Kou-ku ..., dikdörtgenler üzerine olan bir çalışmaydı. Dik üçgenler ve Pisagor teoreminin uygulamaları bu kesime konmuştu. İplere 3, 4 ve 5 kuralına göre düğümler atılarak karada ve denizlerde ölçümler yapılıyordu. Bu kesimde ayrıca astronomiye ilişkin bazı hesaplamalar vardı. Oysa, Pisagor teoremi Babilliler ve Mısırlılarca çok daha önceki yüzyıllarda biliniyor ve kullanılıyordu. Bunu kanıtlayan, Plimpton 322 isimli Babil tabletidir.



Babillilerin Pisagor sayıları ile ilgili Plimpton 322 numaralı tableti.

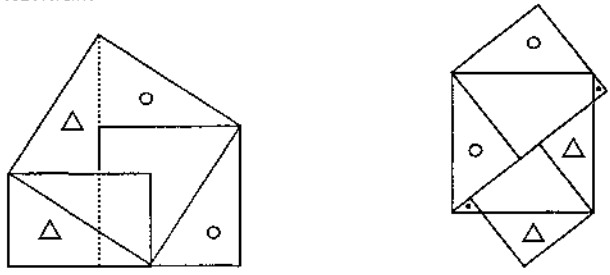
Japonya'da bu dönemde, çemberin çapına bölümü olan oran, yani pi sayısı ve bununla ilgili hesaplar çok iyi biliniyordu. Çapı bir birim olan dairenin çevresi üç birim oluyordu. Pi sayısı eski Japonlar tarafından da 3 olarak alınıyordu. Oysa eski Museviler, Babilliler ve Mısırlılar bu değeri yüzyıllarca önce kullanmışlardı. Çinlilerde de 3 sayısı alınıyordu.

Japonların ikinci olarak iyi bildiği şey, bir karenin köşegen uzunluğunun kenarına bölümü olan sayının 7/5 şeklinde olduğudur. Bu değer $\sqrt{2}$ sayısına çok yakın bir değerdir. Japonlar, bir kenarı 5 birim olan karenin köşegenini 7 birim olarak alıyordu. Bu da çok fazla bir yanlışlık değildi. Yaklaşık bir değerdi.

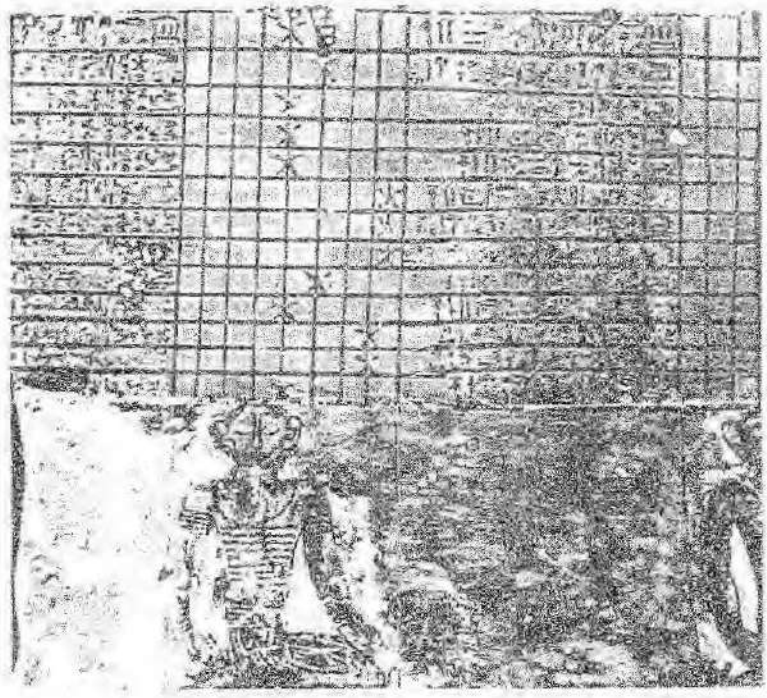
Japonlar, Çinlilerde olduğu gibi dik açılı bir diküçgende kenarların 3, 4 ve 5 biçiminde tamsayılar olabileceklerini geometrik yolla göstermişlerdi. Yalnız, onlar bu yöntemi diğer hallere uygulamaktan oldukça uzaktı. Bu söylediğimiz geometrik yolla gösterme yöntemi, daha önce sözünü ettiğimiz Dokuz Kesim isimli Çin kitabında vardı. Japonlar, bir dik üçgende, dik kenarların karelerinin toplamının hipotenüsün karesine eşit olduğunu bilmiyorlardı. Bu teorem daha sonra Japonya'da geometrik olan tam ispatını ünlü Japon matematikçi Takakazu Seki Kowa yapmıştır.

Çinlilerin Dokuz Kesim isimli kitabı, aritmetiğin, cebirin, geometrinin ve günlük yaşamda karşılaşılan kolay problemlerin çözümlerini incelediği için, bu kitap Çinliler, Koreliler ve Japonlar tarafından kolayca öğrenilmiştir. Bu nedenle bu kitabın baskıları gelecek kuşaklara aktarılarak günümüze kadar gelmesi sağlanmıştır.

Sekizinci yüzyılda çok sayıda Çinli Budist Japonya'ya gelmiştir. Bunların içinde en ünlüsü ve matematikçi olanı Yi-Hing'dir (717). Onu, Japonya'dan Çin'e elçi olarak gönderilen Kibi-No Mabi, dönüşünde ülkesine getirmiştir. Yi-Hing, Ta-yen-lei-suh isminde belirsiz denklemler üzerine bir kitap yazmıştır. Verdiği çözüm yöntemine Ta-yen kuralı denir. Bu kural aynı zaman dilimi içinde Hint matematiğinde de görülür. Ta-yen kuralı daha sonra Gauss'un işlediği denklikler yönteminden başka bir şey değildir. İşin ilginç yanı, aslında Ta-yen kuralı İ. Ö. beşinci yüzyılda yüksek rütbeli Çinli bir subay olan Sun-Tsu tarafından yazılan Sunt-tsu-swan-king isimli kitapta vardır. Bu kural Çin'de Sun-tsu kuralı, Japonya'da da Son-shi kuralı olarak bilinir ve oldukça eski bir çözüm yöntemidir.



Pisagor teoreminin geometrik ispatı.



Mısırlıların gökyüzünü gösteren yıldızlı haritası.

I-feng takvimi Çin'de altmış yedi yıl kullanılmıştır. İçinde çok sayıda yanılışlıkları içeren bu takvimin yerine 760 yıllarında Çinli Budist Yi-Hing tarafından yapılan ve daha iyi olan Ta-yen takvimi kullanılmıştır. Ta-yen takvimi Japonya'da tam doksan dört yıl kullanılmıştır. Bunun yerine 850 yıllarında Wu-ki takvimi uyarlanmıştır. Japonya'daki Sion-ming takvimi 860 yıllarında kullanılmaya başlanmıştır. Çok ince hesaplı ve oldukça doğruya yakın olan bu takvim, Japonların Çin'den aldıkları bilimi nasıl geliştirdiklerini kanıtlar. Oldukça duyarlı olan bu takvim, Japonya'da uzun yıllar kullanılmıştır.

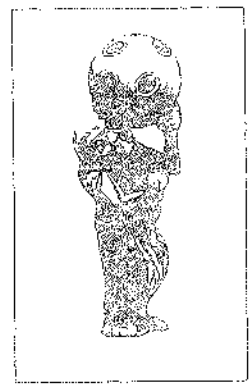
Japonya'daki üniversite sistemi İmparator Mombu (679 - 707) döneminde kuruldu. Edebiyat, fen ve sanat alanlarında eğitim ve öğretim sürdürüldü. Bundan sonra, bu alanlarda yapılan çalışmalarda gerilemeler oldu. Üniversiteye birkaç öğrenci girmeye başladı. Dokuz Kesim isimli kitap üzerinde çalışan bir tek bilgin vardı. Engi (901 - 922) döneminde yeniden bir okul açıldı ve Dokuz Kesim'i okuyanların sayısı birden arttı. Bu da Japonya'da matematiğin yeniden canlanmasını sağladı.

Japonya'daki ilk su saati 660 yılında İmparator Tenchi tarafından yapılmıştı. Engi zamanında büyük davullar yapılarak ülkenin birçok yerine bu davullardan yerleştirildi. Günün on ikiye bölünen dilimlerinin başında belli sayıda tokmaklar vurularak halka zamanın kaç olduğu bildirildi. Engi zamanında matematik çalışmalarında yine bir dü-

şüş başladı. Ülkede içsavaşın çıkması bu gerilemeyi daha da hızlandırdı. Okullar kapandı, ülkenin hiç bir yerinde bilgin bulunmaz oldu. Japonya çok uzun süren karanlık bir çağa girdi. Bilim adına hiçbir yenilik yapılamaz duruma geldi. Bazı Budist rahipler edebiyat alanında yapılan çalışmaları korudular ve biraz devam ettirdiler ama diğer alanlarda bu çaba görülemedi. Ortalıkta dolaşanlar astrologlar, falcılar ve büyücüler oldu. Falcıların ve astrologların bazı aritmetiksel olan hesaplamalar yaparak doğacak çocukların cinsiyeti hakkında bilgi vermeleri bilimsellikten uzaktı ama neredeyse matematik falcıların eline düşmüştü. Onların yaptığı matematikten de ne çıkarılabilirdi?



Prens Shotoku ve yanında iki kızı.



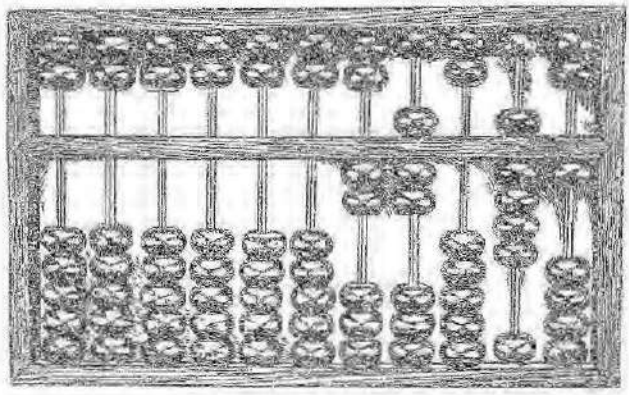
Fildişinden yapılmış bir Japon astronomu heykeli.

Japonya'daki karanlık çağ 1336 yılına kadar sürdü. Ashikaga kabilesi 1336 yılında bir ayaklanmayla yönetimi ele aldı ve bu klan kabilesi ülkeyi 1573 yılına kadar yönetti. İşte bu kabile yönetiminde parlak matematik çalışmalarının yapıldığı görülür. Özellikle Nobunage Oda ve Hideyoshi Toyotomi gibi ülkesini seven kahramanlar ülkelerini kalkındırmak ve güçlendirmek için tüm güçleriyle çalıştılar. Arazi ölçümleri ve uygulamalı pratik matematiğe önem verdiler. Bu alanda sivrilenlerden birisi Mitsuyoshi Yoshida'ydı. Çok sayıdaki ırmaklar üzerinde barajları onarıp sulamaya soktular. Bu nedenle Yoshida Japon fen bilimlerinin başlatanı olarak bilinir.

Yoshida, yetenekli ve usta bir matematikçiydi. Özellikle arazi ölçümleri ve hesaplarında çok iyi eğitilmişti. Aynı isimdeki büyük oğlu da bu yönde başarılar kazanmıştı. Japon tarihinin en ünlü kahramanı Hireyoshi Toyotomi'dir. Kendisinin özel olarak harcadığı paralarla Kore'ye bilim heyeti gönderir, buradaki fen ve sanat üzerine yapılan çalışmaları inceletir. Özellikle Çin matematiğini tam olarak öğrenmelerini ister. Bu girişiminde çok başarılı olur ve yüzyıllardır bir kenarda duran Çin matematiğini yeniden kendi ülkesinde canlandırır. Zaten onun bu çalışmaları Japon matematiğinin üçüncü döneminde ürünlerini verir.

Japon matematiğinin üçüncü dönemine geçmeden önce, eskiden beri Japonya'da kullanılan matematik hesap araçlarını tanıtalım.

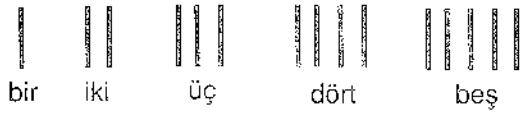
İmparator Suiko (593 - 628) döneminden beri kullanılan bambu çubukları 0.2 cm çapında ve 12 cm uzunluğunda olarak



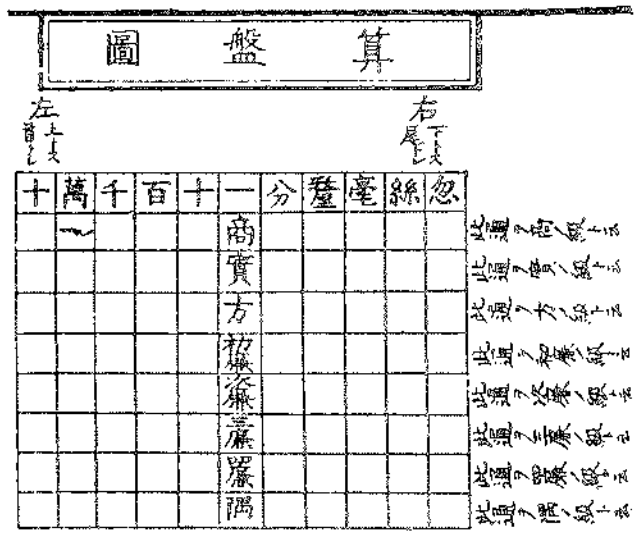
Modern bir Çin abaküsü.

kullanılıyordu. Sangi tahtası da 0.7 cm eninde ve 5 cm boyunda ağaçtan yapılmıştı ve bambu çubukları yerine kullanılıyordu. Çin'den Japonya'ya getirilen bu araçların ülkeye ne zaman girdiği tam olarak bilinmiyor. Ama her iki araç aynı zamanda aynı amaçla hesap yapmak için kullanılmaktadır. Ağaçtan yapılan Sangi tahtasının daha

büyük olanına Çinliler Swanpan (veya suanpan) derler. Bu araç özellikle matematik tarihi yönünden çok önemlidir. Sangi ya da Swanpan'de, rakamlar yatay ve düşey olarak çizilmiş paralel çizgilerin oluşturduğu kareler içine yazılır. Örneğin, birden beşe kadar olan rakamlar düşey olarak Swanpandeki karelerin içine



biçiminde çizilir. Altıdan dokuza kadar olan rakamlar da

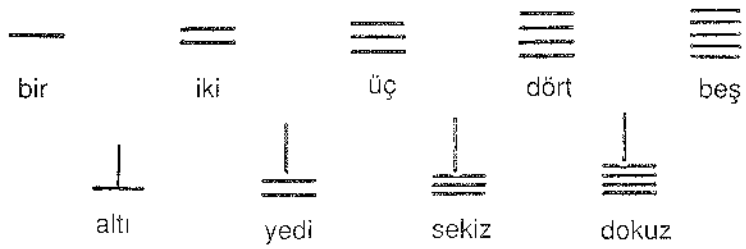


Japonya'da sangi tahtası.

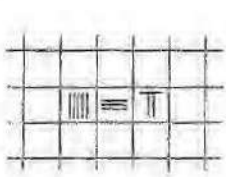
yine Swanpan'de



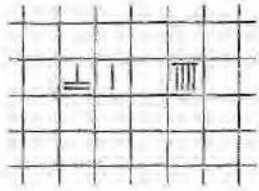
olarak gösterilir. Sangi tahtasında



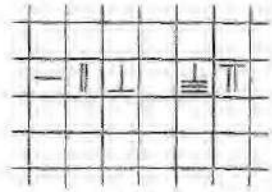
biçiminde yatay şekiller kullanılıyordu. Atlanan karelerde sıfırın var olduğu kabul ediliyordu. Aşağıdaki şekillerde, 537, 7109 ve 126087 sayılarının nasıl yazıldığını göstermektedir.



537

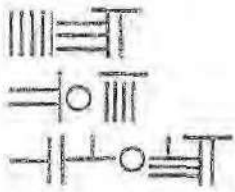


7109



126087

Bu sayılar daha kısa olarak



537

7109

126067

biçiminde yazılarak gösteriliyordu. Sıfırın gösterimi tam bir yuvarlaktı ve O biçimindeydi. Hintlilerin ve Avrupalıların kullandığı 0 işaretinden tümüyle farklıydı ama anlamı aynıydı.

Japonlar, çıkarma işlemlerini rakamın üzerine çizilen eğik bir çizgiyle belirtiyorlardı Örneğin, –2 ve –7

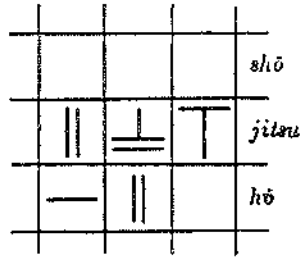


–2

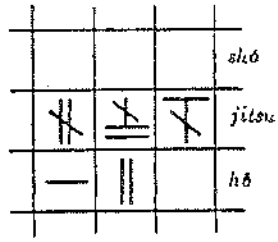
–7

sembolleriyle gösteriliyordu. Toplama, çıkarma, çarpma, bölme, üslülü işlemler, köklü işlemler ve diğer işlemleri yaparken bu gösterimleri oldukça serbest ve bir yerde keyfi olarak kullandıkları görülürdü.

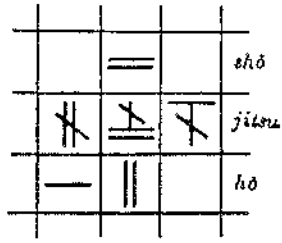
Şimdi, 276 sayısının 12 sayısına Swanpan tahtasında nasıl bölündüğünü şekille gösterelim. Bölmede bölen hō, bölünen jitsu ve bölüm de shō sözcükleriyle gösterilmektedir. 276 ve 12 sayıları Swanpande



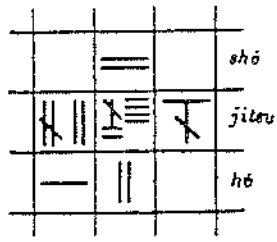
biçiminde yerleştirilir. Jitsu denilen bölünen sayısının negatif olduğunu kabul edelim. Bu halde bölme tablosu



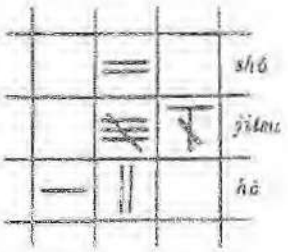
biçimde düzenlenir. Bölen (hō) iki rakamlıdır. Bu nedenle başlangıç rakamı 2 olur. Buna göre bölme tablosu



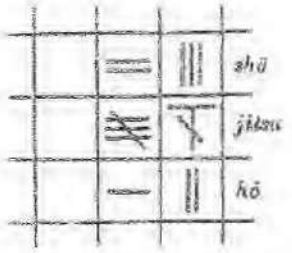
şekline girer. Bölen hō'yu 20 ile çarpar ve bu çarpım olan 240 sayısını bölünen (jitsu) hanesine yazarız. Bu halde bölme tablosu



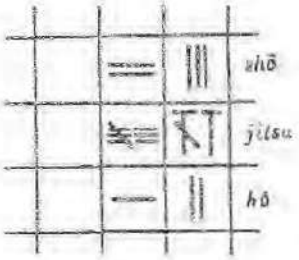
biçiminde yazılır. Bu da



demektir. Şimdi 36 sayısını 12 ile bölersek bölüm (shō) 2 olur. Bu da



biçiminde gösterilir. Bölen (hō) 12 sayısı ile 3 sayısını çarpınca 36 sayısı bulunur. Bu, bölünen (jitsu) hanesine yazılırsa

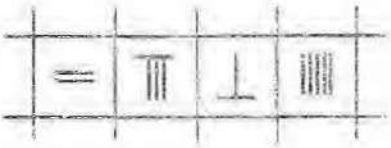


olur. Bu yapılanlardan sonra bölüm olan shō



olarak bulunur. Şüphesiz, bu bölme işlemi veya diğerleri belli bir deneyimden sonra daha kısa ve hızlı işlemlere dönüşür.

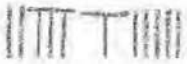
Zamanla Swanpan tahtasındaki sangi düzenlemesi değişti. Örneğin, Sun-Tsu'nun Düzenleme Yöntemi ya da genel olarak Son-shi-Reppu-hō denen Sangi düzenlemesiyle 2865 sayısı



biçiminde yazılırken, yeni yöntemle bu sayı



olarak yazılır. 2865 sayısı kağıt üzerinde

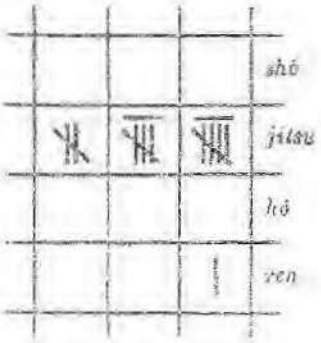


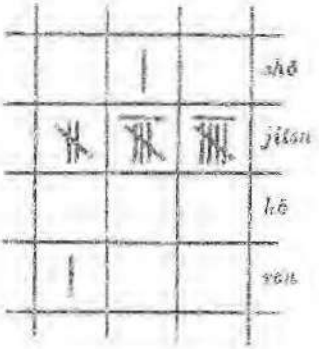
biçiminde yazılmaz da

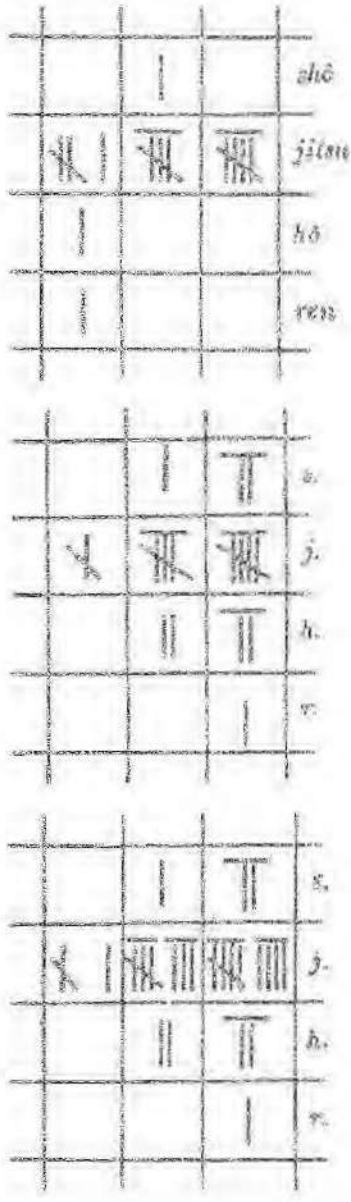


olarak yazılır.

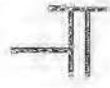
İkinci problem, 289 sayısının karekökünün bulunmasıdır. Bu da, aşağıda verilen bir dizi düzenleme ve işlemlerden sonra 17 olarak bulunur.







Bu uzun düzenleme ve işlemlerden sonra 289 sayısının karekökü

shō  17

olarak bulunur.

Üçüncü problem de şu biçimdedir.

Üç atın, dört ineğin ve 2 koyunun ederleri toplamı 131 ryo (ryo, eski Japonların kullandığı altın para birimi). İki atın, üç ineğin ve 10 koyunun ederleri toplamı 120 ryo ve dört atın, bir ineğin ve sekiz koyunun ederleri toplamı 104 ryodur. Bu üç cins hayvanın her birinin ederlerini bulunuz.

Bu problemin çözümünde, aynı zamanda sağlanan birinci derece denklemlerinin çözüm yöntemi verilmektedir. Bir dizi işlemden sonra çözüm bulunur.

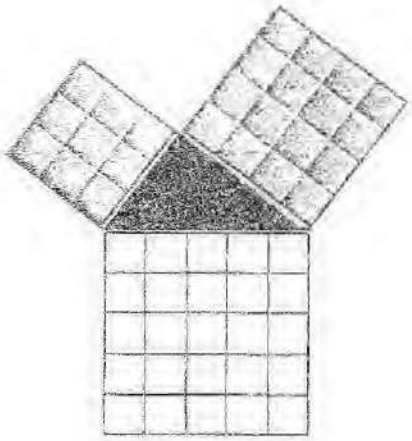
Burada izlenen çözüm yöntemi, bilinmeyenleri art arda yok etmeden başka bir şey değildir. Buradaki denklemlerde x, y ve z sayıları sırasıyla bir koyunun, bir ineğin ve bir atın ederlerini göstermek üzere, bu denklemler bugünkü modern dille

$$-131 + 2x + 4y + 3z = 0,$$
$$-120 + 10x + 3y + 2z = 0,$$
$$-104 + 8x + y + 4z = 0$$

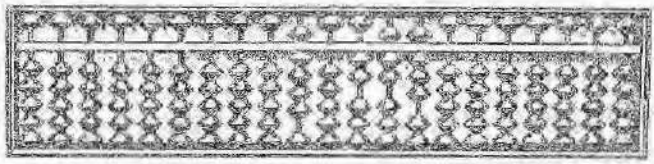
olarak yazılır. Bu da

$$-3 + x = 0,$$
$$-20 + y = 0,$$
$$-60 + 4z = 0$$

denklemlerinden başka bir şey değildir. Buna göre bir koyunun ederi 3 ryo, bir ineğin ederi 20 ryo ve bir atın ederi 60 ryo olarak hesaplanır.



Pisagor teoremi.



Japon abaküsü.

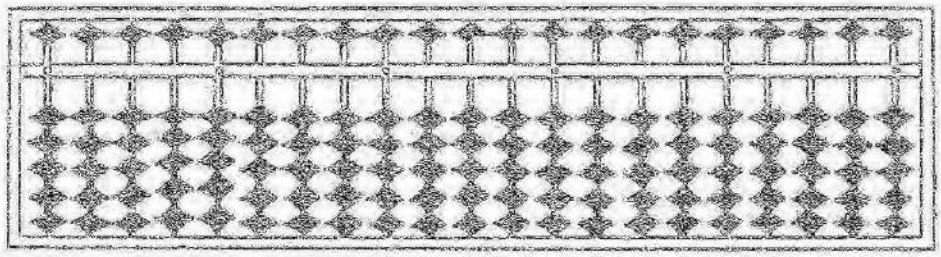
ÜÇÜNCÜ DÖNEM (1592 - 1672)

Erken dönemlerde, matematik bilimi Japonya'ya Çin'den getirilmişti. Fakat zamanla matematiğe ve diğer bilimlere önem verilmeyerek Japon bilimi çok uzun bir süre karanlık çağa girmiştir. Bu dönemin başlarında bir de Japon içsavaşları başlamış. Bu da bilimin ve matematiğin gerilemesine neden olmuştur. Japonya'yı bu karanlık çağdan 1585 yılında Japon tarihinin ünlü kahramanı ve daha çok Toyotomi Taiko olarak bilinen Hideyoshi Toyotomi kurtarmıştır. Çin matematiğini ve bilimini ülkesine yeniden getirmiştir. Bununla kalmayarak ülkesini ekonomik bakımından da kalkındırmış ve bayındır hale getirmiştir. Japonya'nın modern matematiği bu dönemde gelişmeye ve ilerlemeye başlamıştır. Çin'den alınan matematikle yeni yeni buluşlar yapılmış, çok sayıda üstün zekalı ve üstün başarılar göstermiş kişiler çıkmıştır. Bu üstün zekalı kişilerden birisi, Japonların dünyaca ünlü ismi Takakazu Seki Kowa'dır (1642 - 1708). Bu matematikçi daha çok Seki Kowa veya daha kısa olarak Seki ismiyle ünlü olmuş ve tanınmıştır.

Hideyoshi Toyotomi, Çin'de Ming hanedanlığı döneminde, kendi emrinde çalışanlardan biri olan Shigeyoshi Mori'yi matematik öğrenmek üzere Çin'e gönderir. Fakat, Mori çok sıradan birisi ve yüksek rütbeli olmadığından Çinliler ona pek sıcak bakmazlar. Onun matematik öğrenmeye uygun bir kişi olmadığını bildiren bir mektupla Hideyoshi'ye geri gönderirler. Hideyoshi, Mori'ye yüksek bir nişan (rütbe) verir ve yeniden Çin'e gönderir. Bu sırada ünlü kahraman Hideyoshi, Kore Krallığı ile savaşa tutuşur. Çin İmparatoru Kore Krallığının koruyucusu olduğunu ilan eder. Mori, Çin kralının bu itirazlarına karşı çıkacak durumda olmadığından ülkesine yeniden dönmek zorunda kalır. Dönüşünde, Cheng-Ju-Su tarafından yazılan Swan-fa-tung-tsung isimli kitabı Japonya'ya getirir. Mori'nin Japonya topraklarına ayak bastığı sırada, Tokugawa ailesinin kurucusu ve reisi olan kahraman İyeyasu Tokugawa, Toyotomi'yi devirir ve kendisini başkomutan ilan eder. Bu aile Japonya'yı 1603 yılından 1867 yılına kadar yönetir. 1869 yılında şimdiki İmparatorluk sarayı onarılır ve Tokyo şehri Japonya'nın başkenti olur.

Mori, Çin'den dönüşünde Kyoto kentine gider ve oraya yerleşir. Kyoto'daki evinin kapısına Çin yazılarıyla, "Dünyada ilk kez bölmeyi yapan öğretmen" diye bir tabela asar. Çevresine ve öğrencilerine matematik öğretir. Matematiğin diğer dallarını da çevresindeki yüzlerce öğrenciye iletir ve geniş bir matematik grubu oluşturur.

Bu zamana kadar Japonya'da birtek matematik kitabı yazılmamıştı. Mori, Kijoransho isminde iki ciltlik bir matematik kitabı yazdı. Japon ülkesinde ilk kez yazılan ve basılan matematik kitapları bunlardı. Kitapların baskısı 1600 yılında yapıldı. Yalnız burada bir noktayı daha açıklamak gerekir. Çok eskiden yazılan Japon matematik kitapları zamanla kaybolduğundan günümüze kadar gelememişlerdir. Yoksa çok eski olan Japon matematik kitapları on sekizinci yüzyıl sonlarına kadar gelmiş, fakat bundan sonra yok olmuşlardır. Bu kitapların bazılarının isimleri ve içeriklerinin bazı kısımları bilinmektedir. Bu nedenle Mori'nin iki ciltlik kitabı ilk kez yazılan Japon matematik kitapları olarak tarihe geçmiştir.



Abaküs

Mori, Çin'den matematik işlemleri yapan bazı araçlar getirmiştir. Swanpan ismiyle söylenen bir tür abaküsü Çin'den o getirmiş ve kullanmıştı. Genelde matematik tarihi kitaplarının tümünde bu isme rastlanır ama, Japonlar buna Soroban derler ve Swanpan sözcüğünü pek kullanmazlar. Japonlar Sorobanla toplama, çıkarma ve çarpma yapabiliyorlardı. Bu araçla bölmenin nasıl yapılacağına ilişkin kuralları vardı. Bölme için ayrıca bir bölme tablosu yapmışlardı. Sorobanın kullanılması üzerine çok sayıda kitaplar yazılmıştır. Örneğin, Sorobanın kullanılması üzerine Kameizan'ın 1645 yılında yayınlanan iki ciltlik bir serisi vardır. Soroban, Japonların ilkokullarında bir öğretim aracı olarak kullanılır ama hiçbir bankada veya başka bir iş yerinde kullanıldığı görülmemiştir. Sorobanın artık uygulama alanlarında sürgülü cetvel gibi pratik bir değeri kalmamıştır.

Mori'nin disiplini altında Mitsuyoshi Yoshida, Chisho İmamura ve Yoshitane Takahara isimlerinde ünlü üç matematikçi yetişmiştir. Bunların içinde Yoshida'nın (1598 - 1672), Japon matematik tarihinde önemli bir yeri vardır. 1627 yılında yazdığı Jinkoki isimli kitabı Japon matematik tarihinde yazılmış ikinci bir kitaptır. Çok sayıda baskısı yapılan bu kitap Japonların tümü tarafından bilinir. Bu nedenle günümüze kadar bazı kopyaları gelebilmiştir. Sorobanın kullanılması ve öğrenilmesinde bu kitabın önemli bir yeri vardır. Düzlemsel şekillerin alanları, küre, koni ve diğer katılar bu kitapta yer alır. Pi sayısı üzerine yapılan bazı çalışmaları da içerir.

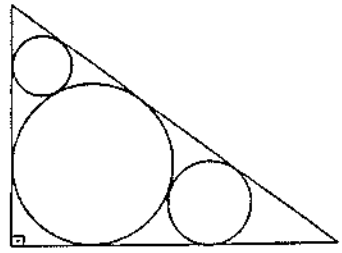
Japon dilinde yazılan üçüncü matematik kitabı Jugairoku'dur. 1639 yılında yayınlanan bu matematik kitabı Chisho İmamura tarafından yazılmıştır. Dairenin alanı, çem-

berin uzunluğu, kürenin yüzölçümü, hacmi ve küre üzerinde bazı hesaplamalar bu kitapta yer alır. Düzgün çokgenler üzerine olan hesaplamalar bu kitapta uzun uzun incelenmiştir.

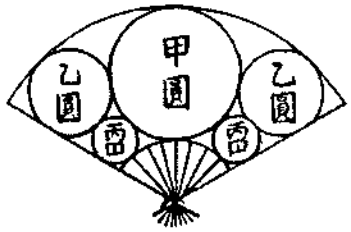
Yoshitane Takahara herhangi bir kitap yazmamıştır ama çok sayıda öğrenci yetiştirmiştir. Onun yetiştirdiği öğrencilerin Japon matematiğine hizmetleri fazladır.

T. Endo'nun yazdığı Japon Matematik Tarihi'nde çok sayıda Japon matematikçisinin adı geçer. Takahara'nın disiplininde çalışan Yoshinori İsomura'nın kitabı 1660 yılında yayınlanmıştır. Çok değerli olan bu yapıt tam beş ciltlik bir seriden oluşur. İsomura bu yapıtın son cildine alıştırma olsun diye yüz tane çözülmemiş problem eklemiştir. Yoshida'nın Jinkoki isimli kitabındaki çözülmemiş problemleri kolay ve değerli değillerdir. Oysa, İsomura'nın çözülmemiş problemleri hem çok zor hem de çok zeki matematikçiler tarafından çözülebilecek düzeydedir. Zaten bu problemler matematikçileri bu nedenle kendisine çekmiştir. İsomura'nın bu problemlerinin çözümlerini içeren iki ciltlik kitap yazılmıştır. 1664 yılında basılan bu kitaplara hala daha çözülememiş bazı problemler eklenmiştir. Bu tür problem düzenleme ve gelecek kuşaklara bunların çözülmesi için bırakılması geleneği Japonya'da tam bir yüzyıldan fazla sürmüştür. İsomura'nın beş ciltlik olan Sampoketsugisho isimli kitabının son cildinde çözülmeyen bazı problemlar numaralarıyla verelim.

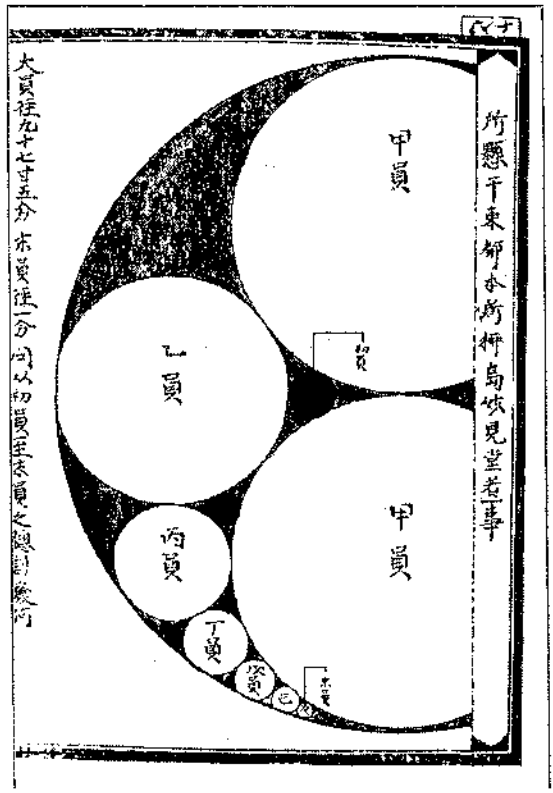
17. Problem: Kenarları verilen bir dik üçgenin içine, birbirlerine dıştan teğet olan üç çemberin yarıçaplarını bulunuz. Bu problemden sonra bu çemberlerin sonsuz sayısı ve başka daha ilginç teğet çemberlerin yerleştirilmesi Japon matematiğinde devam edip gitmiştir. Bu tür problemlerle ilgili bazı şekiller bitişik sayfalarda yer almıştır.



Teğet çemberin yerleştirilmesi.



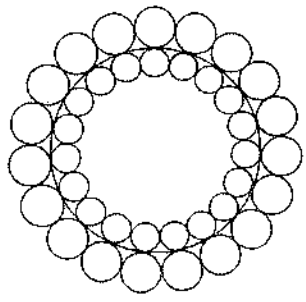
Japonların yelpaze problemi.



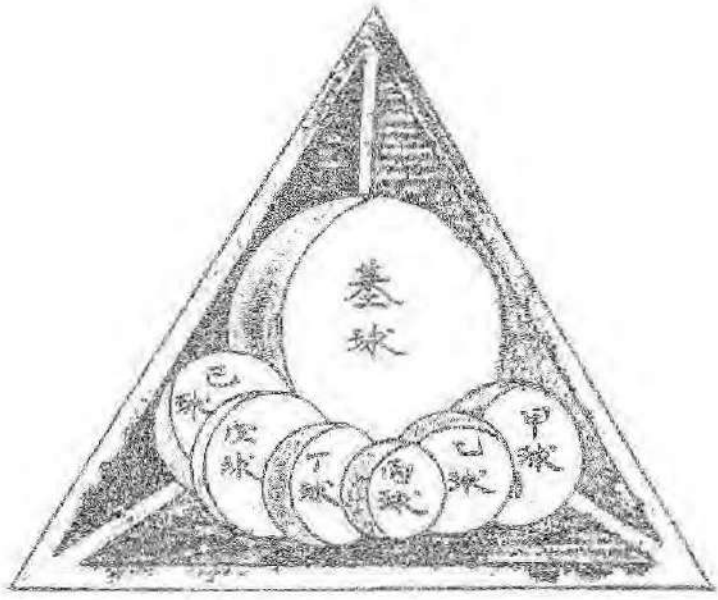
Bir daire içine birbirine dıştan teğet dairelerin bir dizi olacak şekilde yerleştirilmesi

57. Problem: Ağırlığı ve özgül ağırlığı bilinen bir bakır külçeden, boyutları bilinen ve üstü açık olan bir dikdörtgen prizması şeklinde bir su kabı yapılacaktır. Kalınlığı her yerde düzgün olan bu kabın kalınlığı ne olmalıdır?

61. Problem: Verilen bir çemberin içine ve dışına birbirine teğet olacak şekilde on dokuzar çember çizilmiştir. Yarıçapları aynı olan dıştaki ve yine yarıçapları aynı olan içteki çemberlerin yarıçaplarını bulunuz.



97. Problem: Üç değişik türdeki pirinç 625 kişi arasında dağıtılacaktır. Koku, Japonya'da bir hacim ölçüsü birimidir. Birinci tür pirinç 1612.5 koku, ikinci tür pirinç 1591.76 koku ve üçüncü tür pirinç 1766.1 koku kadardır. 625 kişi üç gruba ayrılacak ve birinci grup hep birinci tür pirinçten, ikinci grup hep ikinci tür pirinçten ve üçüncü grup hep üçüncü tür pirinçten alacaklardır. İkinci grubun sayısı üçüncü grubun sayısından 6 fazladır. İkinci gruptaki bir kişi, birinci gruptaki bir kişiden 0.58 koku, üçüncü gruptaki bir kişi de ikinci gruptaki bir kişiden 0.68 koku fazla pirinç alacaktır. Tüm pirinçler bu şekilde 625 kişiye dağıtıldığına göre, bu üç gruptaki kişilerin sayılarını bu sıraya göre bulunuz.



Düzgün bir dörtyüzlü şekil içine birbirine teğet olan kürelerin nasıl yerleştirildiğini göstermektedir.

Şimdi tanıtacağımız kitabın ismi Sanso'dur. Bu kitap 1683 yılında Shigekiyo Matsumura tarafından yayınlanmıştır. Bu matematikçi, İmamura'nın disiplini altında yetişen Yasuhida Hirage'ın bir öğrencisidir. Matsumura, bu dönemin usta ve iyi yetişmiş bir matematikçisidir. Bu kitap aslında Ming hanedanı döneminde yaşamış Çinli bir matematikçi olan Chu-Shieh-Chieh'in Swan-hsüen-chi-mong isimli kitabının bir yorumudur. Matsumura'nın doğru yazılışı Muramatsu'dur. Muramatsu bu kitabında, kenarları verilen düzgün çokgenlerin yarıçaplarının, merkezlerinin kenarlara olan uzaklıklarının ve alanlarının tam değerlerini hesaplamıştır. Bu konuda daha önce yapılan çalışmaların hiçbiri Muramatsu'nun hesaplamaları kadar tam değildir. Örneğin, kenarı bir birim olan eşkenar üçgenin yüksekliği 0.866 kadardır. Yarıçapı beş birim olan düzgün çokgenlerin kenar sayılarına göre bir kenarının uzunlukları aşağıdaki tabloda

Kenarların sayıları	5	6	7	8	9	10
Bir kenarın uzunluğu	5.8778	5.	4.3506	3.82683	3.4102	3.0876

Kenarların sayıları	11	12	13	14	15	16
Bir kenarın uzunluğu	2.801586	2.5875	2.393	2.22678	2.07953	1.95093

biçminde verilmiştir.

Muramatsu, pi sayısını 3.14 olarak hesaplamıştır. Oysa Yoshida ve İsomura bu değeri önce 3.16 sonra da 3.162 olarak bulmuşlardı. Muramatsu, çapı bir birim olan bir çemberin içine çizdiği $2^{15} = 32768$ kenarlı düzgün çokgenin bir kenarını

0.0000 95873 79865 53551 3483

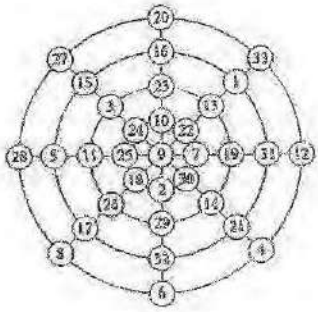
olarak hesaplamıştı. Buna bağlı olarak pi sayısını on yedinci basamağa kadar doğru olan 3.1415 92648 77769 88692 48 değerleriyle bulmuştu. Çapı bir birim olan kürenin çapını dört yüz eşit parçaya bölmüş, oluşturduğu silindirik kabuklarının hacimlerinin alt ve üst limitlerini alarak, bu ölçüdeki kürenin hacmini 0.524 birim küp olarak hesaplamıştır. Bu hesap onun, bu ölçüdeki bir kürenin hacminin pi sayısının altıda biri olduğunu bilmediğini gösterir.

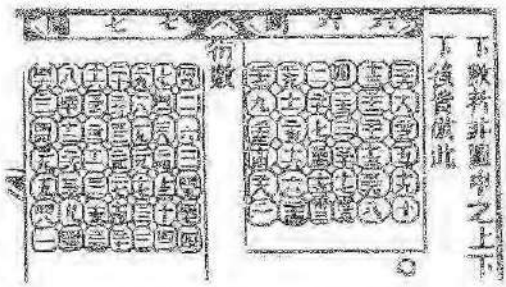
Çinli matematikçilerde olduğu gibi, Japon matematikçileri tarafından değişik tarihlerde bir birim çaplı dairenin çevresini, alanını, yine bir birim çaplı kürenin hacmini ve yüzölçümünü veren çok sayıda değişik hesaplamaları yapılmıştır. Bu bilgileri şu tabloda görebiliriz.

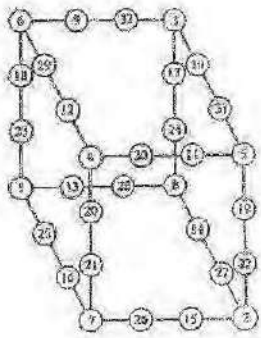
Yazar isimleri	Yıllar	Çemberin çevresi	Dairenin alanı	Kürenin Hacmi
Yoshida	1627	3.16 shaku	0.79 square shaku	0.5625 cubic shaku
Imamura	1637	3.162	0.7905	0.510
Yamada	1656	—	—	0.4934
Shibamura	1657	3.162	0.7905	0.525
İsomura	1660	3.162	0.7905	—
Muramatsu	1663	3.14	0.785	0.524
Nozawa	1664	3.14	0.785	0.523
Satö	1666	3.14	0.7852	0.519

Bu çalışmaların hiçbirisi pi sayısının irrasyonel olduğunu göstermeye yetmiyordu. Bu da, Çin matematiğinde olduğu gibi Japon matematiğinin de zayıf bir yanıydı.

Muramatsu'nun Sanso isimli kitabında çok sayıda büyülü kareler ve büyülü çemberlerle ilgili problemler de vardı. Bir büyülü karesi ilk $19^2 = 361$ tane tamsayıyı bu karelerin gözlerine yerleştirmesi ile ilgilidir. Böylece, her satırda, sütünda veya köşegenler üzerinde bulunan sayıların toplamı hep aynı olmalıdır. Bu da oldukça zor bir yerleştirmedir.





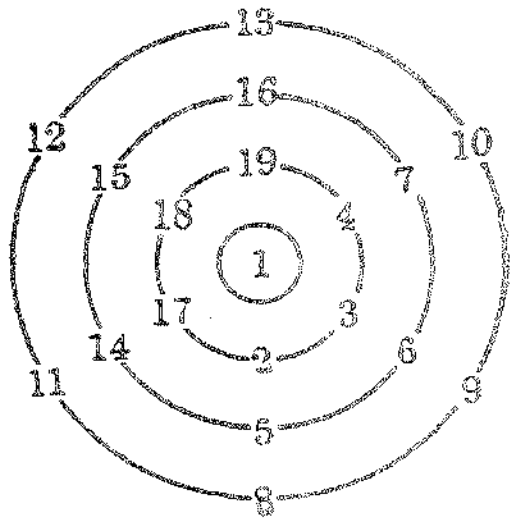


27	29	2	4	13	36
9	11	20	22	31	18
32	25	7	3	21	23
14	16	34	30	12	5
28	6	15	17	26	19
1	24	33	35	8	10

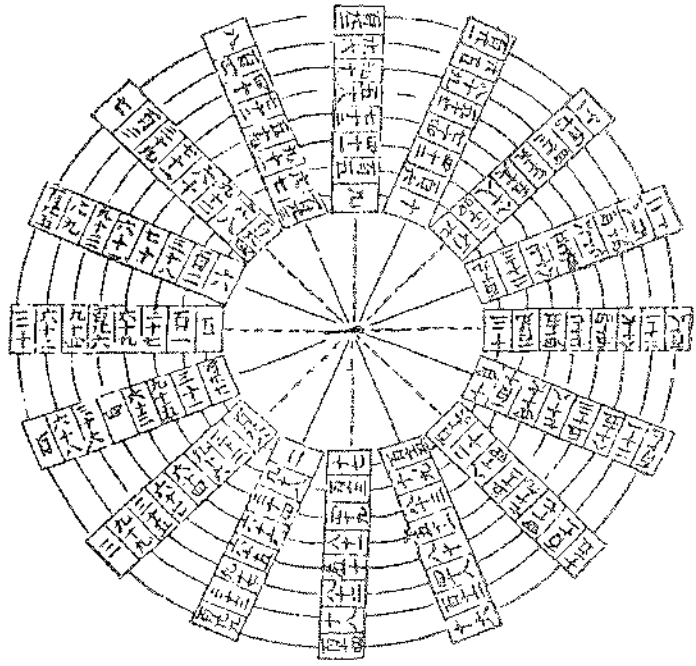
Çin'de kullanılan bazı büyülü şekiller.

Muramatsu'nun ikinci bir çalışması da büyülü çemberlerdir. Belli sayıdaki ilk tamsayılar aynı merkezli çemberler üzerine yerletirilecek ve aynı çap üzerindeki sayıların toplamı hep aynı çember üzerindeki sayıların toplamına eşit olacaktır. Muramatsu sekiz köşegenli ve on altı çemberli olan bu türde büyülü bir çember yapmıştır.

On beş Türk ve on beş Hıristiyan bir denizde fırtınaya yakalanırlar. Gemi batmak üzeredir. Kaptan tüm yolcuları etrafına dizer ve on beşinin denize atılacağını söyler. Kaptan, yolcuları nasıl bir sırada dizmeli ki denize atılacak her on beşinci kişi Türk olmasın?

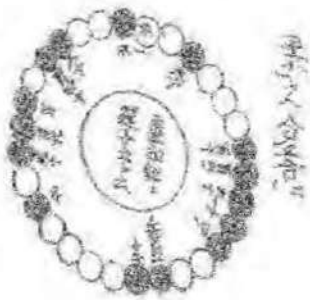


Köşegenlerin üzerindeki sayıların toplamı hep aynı ve altmış dörttür.



129 sayılı bir Japon büyülü çemberi.

Oldukça eski ve onuncu yüzyıla kadar geçmişi olan bu probleme batılılar Türk-hıristiyan problemi adını vermişlerdir. Aynı problem Japonya'da Josephus problemi olarak bilinir. Aşağıdaki çözüm şekli Muramatsu'ya aittir.





Töre-Himiko'nun problemi



Japonya'da Josephus problemi

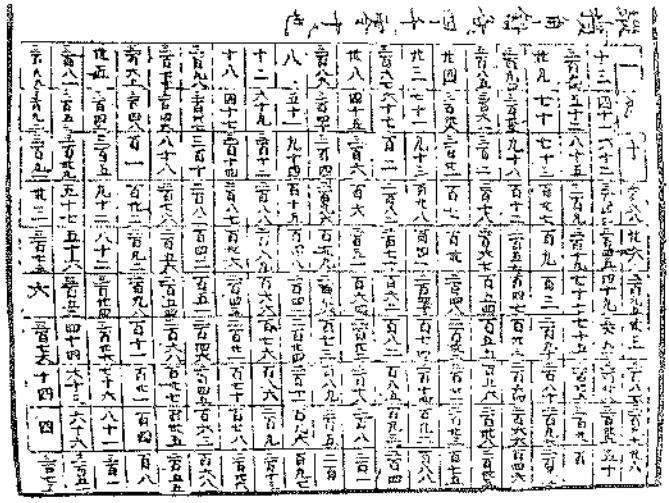
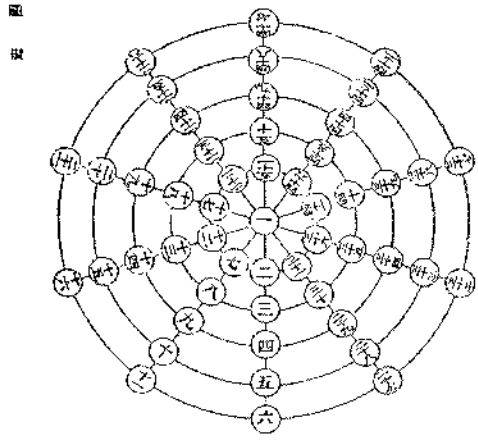


圖 之 徑 周 五



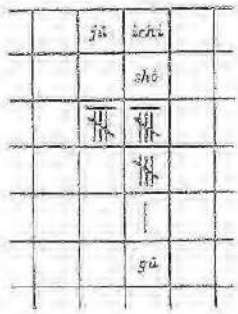
Japonların büyülü kareleri ve çemberleri.

Japonya'daki matematik çalışmaları 1670 yılında yapılan matematik devrimine kadar bu şekilde devam etmiştir. Bu dönemde Kadzuyuki Sawaguchi adında bir matematikçi ile karşılaşırız. Sawaguchi,Yoshitane Takahara disiplininde çalışmış, ondan sonra ünlü matematikçi Seki'nin yönetimine girmiştir. 1670 yılında yayınladığı Kokonsampoki isimli kitabı, Japonya'da matematik alanında tam bir devrim yapmıştır. İzlediği hesap yöntemine Tengen yöntemi denir ve Çin'den alınmadır. Bu yöntem aslında 1660 yılında Çin'den Japonya'ya getirilmişti ama bunu kimse iyi değerlendirememişti.

1666 yılında Masaoki Sato tarafından yazılan kitap da Tengen yöntemini kullanıyordu. Bu yöntemdeki çubuklar kırmızı ve siyaha boyanıyordu. Kırmızı çubuklar pozitif ve siyah çubuklar da negatif sayıları gösteriyordu. Bu yöntemle Swanpan'de toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri tam olarak yapılabiliyordu. Bununla ilgili bir problemin şimdi nasıl çözüldüğünü gösterelim.

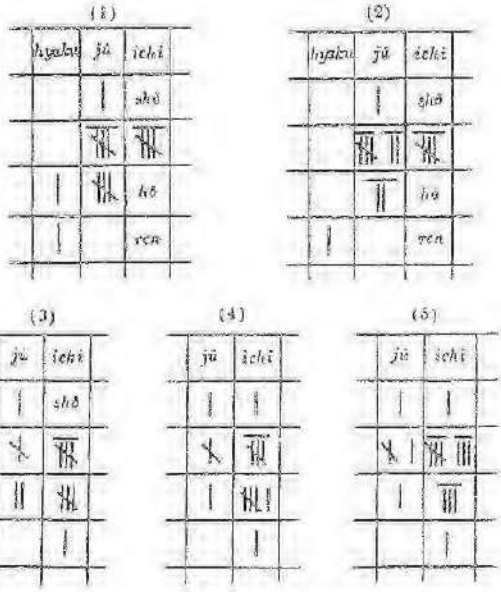
Alanı 44 birim kare olan bir diküçgenin dik kenarları arasındaki fark 3 birim kadardır. Bu üçgenin uzun olan dik kenarlarını bulunuz.

Verilenlere göre,



$$-88-3x+x^2=0$$

tablosu yapılır. Ondan sonra karekök almada olduğu gibi,



tablolarıyla dik üçgenin uzun kenarı 11 birim olarak bulunur.

Uzun kenara x denirse, verilenlere göre

$$\frac{x(x-3)}{2} = 44 \quad \text{veya} \quad x^2 - 3x - 88 = 0$$

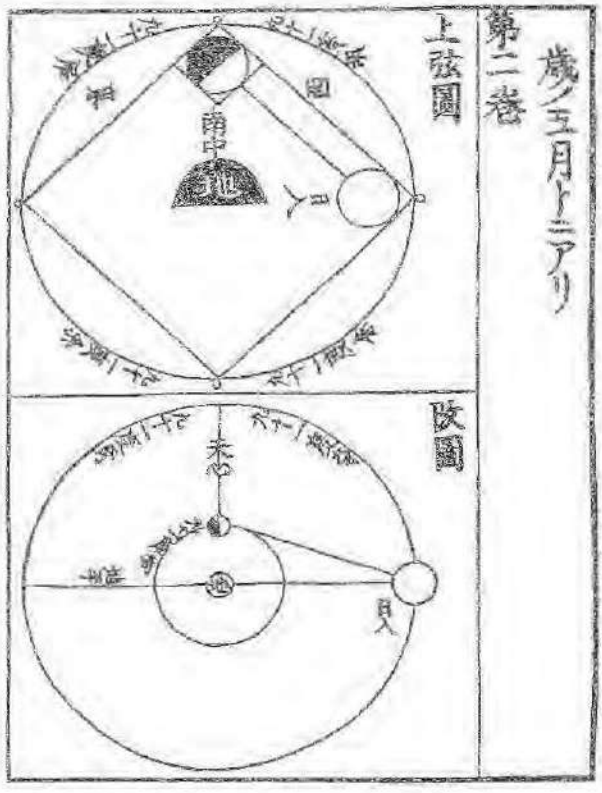
denklemi yazılır. Bu denklemin bugünkü modern dille çözümü yapılırsa üçgenin uzun kenarı x = 11 birim olarak daha kolay bulunur.

Japonların bu yönetimiyle, üç ya da daha yüksek dereceli denklemlerin kökleri yaklaşık olarak hesaplanabilir.

Yalnız burada bir şeyi daha gözden kaçırmamak gerekir. Bu dönemde Avrupalılar matematikte çok ileri çalışmalar yapıyorlardı. Japonlar zaten hep bandan bilgiler aktarıyor ve kendi bünyelerine uyarlıyorlardı. İçsavaşlar onları bu bilgi aktarımından uzaklaştırdı. Yalnız savaş için gerekli olan şeylerle ilgilendiler. Bu nedenle Japon matematiği gerileme dönemleri yaşadı. Özellikle Konfüçyüslük Japonya'ya girince, Avrupa'dan kitapların getirilmesi ve okutulması yasaklandı. Yalnız savaş teknolojisiyle ilgili bilgiler ve araçlara geçiş izni veriliyordu.

Japonya'ya dışarıdan gelen ilk batılı bir Portekizliydi. Bu kimse Japonya'ya 1541 yılında gelmişti. İspanyollar 1581, Hollandalılar 1597 yılında gelmişlerdi. Bunlardan sonra İngilizler ve diğer ülkelerden gelenler olmuştu. Bu gelen yabancıların gelişi sanki ticaret amaçlıymış gibi görülse de, asıl amacın Hıristiyanlığın Japonya'ya yayılmasıydı. O dönemin Japon yöneticileri bunu çok iyi sezdiğinden Hıristiyanlığı Japonya'ya sokmadılar. Bu nedenle yabancılarla ilişkiler kesin olarak yasaklandı ve ilişki kuranlar çok şiddetle ve acımasızca cezalandırıldı. Hatta Avrupalıların kitaplarını okuyan ve yakalananlar ya asıldı ya da hapishanelere kondu. Kitaplarına el konuldu ve yakıldı. Böylece, dışarıdan gelen yabancıların Japonya'ya geliş gidişleri azaldı. Bunda yalnız Hollandalılara bir ayrıcalık tanınmıştı. Hollandalı tüccarlar Nagazaki limanında alış veriş yapıyorlardı. Tokugawa yönetimi Hollandalılarla olan alış verişi hiç yasaklamadı. Hollandalıların fen bilimlerini, sanatlarını Japonlara öğretmelerinden hiç şüphelenmediler ve onları sanki kendi milletlerinden kabul ettiler. Japonlar, Avrupa'nın astronomisini, savaş sanayisini, silahlarını, denizciliğini ve ilaçlarını Hollandalılardan aldılar ve öğrendiler. Şüphesiz, Avrupa'nın matematiği de Japonya'ya bu dönemde girdi. Avrupa'nın matematiğinin öğretilmesi, kitaplarının Japoncaya uyarlanması ve Japonca dilinde öğretilmesi için hiçbir öneride bulunulmadı. Bu nedenle Hollandalılar tarafından Japonya'ya sokulan matematik bilimi de ilerlemedi. Yasaklanmış kitaplardan başka kitap da Hollanda'dan gelmedi. On sekizinci yüzyıla kadar Hollanda dilinde kitap okuma yasağı olduğundan bu dili öğrenen ve anlayan çıkmadı. Yine de her nasıl olmuşsa Japonlar matematiği Hollandalılardan öğrenmişlerdir.

Kichizaemon Hayashi ve Yoshinobu Kobayashi, Nagazaki kentindeki açık limanda oturuyorlardı. Kobayashi, Hayashi'nin öğrencisiydi. Bu kişiler, limanda Hollandalı olabileceği sanılan bazı yabancılardan matematik, astronomi, takvim ve diğer konuları öğreniyorlardı. 1646 yılında Tokugawa hükümetine biri tarafından bu iki bilginin her ikisinin de Hıristiyan olduklarını ihbar etti. Sonuçta Hayashi hemen idam edildi ve Kobayashi de hapishaneye atıldı. Yönetim, Hollandaca yazılan kitapların okunmasını yasakladığından, Kobayashi pratik olarak hapishanede Hollandaca dilini öğrendi ve bu dilde çok iyi konuşan biri oldu. Aslında bu dilde yazılmış bir kitabı okuyamıyordu. Yirmi bir yıl hapishanede yattıktan sonra 1667 yılında suçsuz olduğu anlaşıldı ve serbest bırakıldı. İşte ne olduysa bundan sonra oldu. Kobayashi bir okul açtı. Okuldaki öğrencilerine matematik, astronomi ve takvimi öğretti. Fazla etkili olmasa bile Avrupa matematiğinin Japonya'ya yayılmasına bu okul neden olmuştur. Kobayashi, 1683 yılında Japon takviminin çok yanlışlar içerdiğini, oysa Avrupa takviminin hiçbir yanlışlık içermediğini açıkça haykırdı. Bu nedenle Japonlar Avrupa matematiğini Hollandalılardan öğrendiklerinden hiç şüphe etmezler. Uzun yıllar sonra batı ülkelerinin matematiği Japonya'ya girecek, halk bu bilimi büyük bir heves ve istekle öğrenecektir.

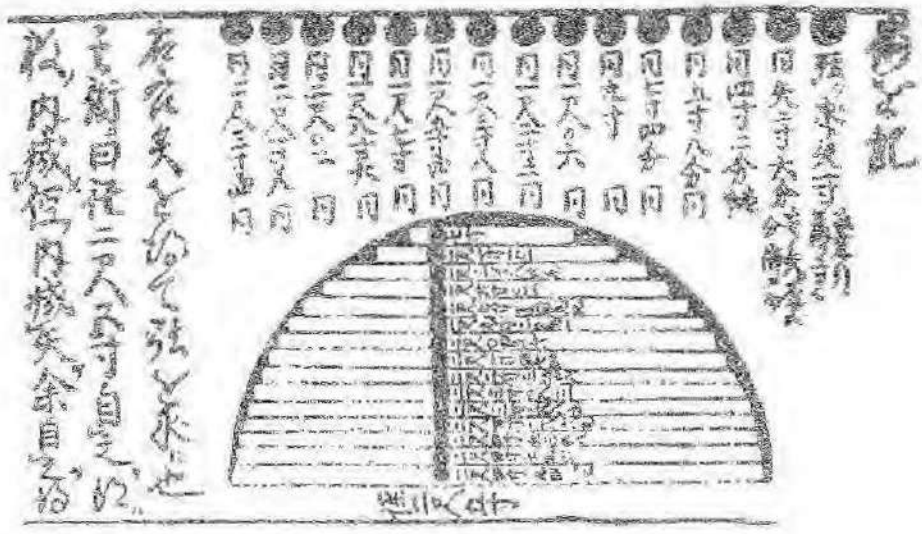


Batı etkisiyle Japonya'da yapılan astronomi çalışması.

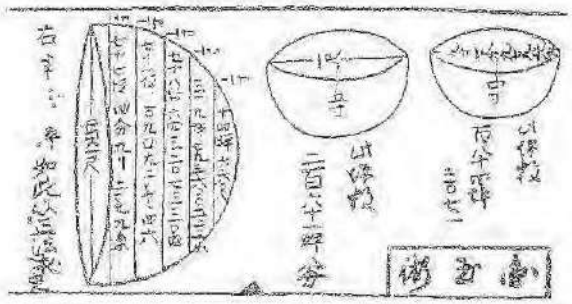
Takakazu Seki Kowa (1642 - 1708) bu dönemin en önde gelen üstün zekalı ve başarılı bir matematikçisidir. Seki'yi ayrı bir başlık altında yine inceleyeceğiz. Seki, 1642 yılında Japonya'da Kozuka ilinin küçük bir kasabası olan Fujioka'da doğdu. Tokugawa hükümetinin bir muhasebecisi olarak göreve başladı. 1708 yılında Tokyo'da öldü. Küçük bir çocukken bile matematikte çok üstün beceriler gösteriyordu. Büyüklerin matematik işlemlerinde yaptıkları yanlışları sık sık bularak onları utandırırdı. Matematiği kendi kendine öğrendi. Hep kendi kendine çalışarak çok sayıda matematiksel yöntemler ve gereçleri buldu. Tenzan ve Enri yöntemleri onun kendi buluşlarıdır. Çok sayıda kitaplar yazdı. Bunların çoğu elyazması şeklinde kaldı. Seki, Takahara yönteminde yetişmiş bir matematikçiydi.

Tengen yöntemi Çin kökenliydi. Bu yöntem, Çin'deki Ming hanedanlığı döneminde Chu-Shieh-Chieh tarafından bulunmuştu. Seki, bu yönteme dayalı olarak Endan yöntemini geliştirdi. Bu yöntem, Tengen yöntemindeki çözümlerden daha kolay anlaşılmasını sağlıyordu. Seki'nin öğrencileri olan Mitaki ve Mei tarafından yazılı bir kitap haline getirilen bu yöntem 1674 yılında yayınlandı.

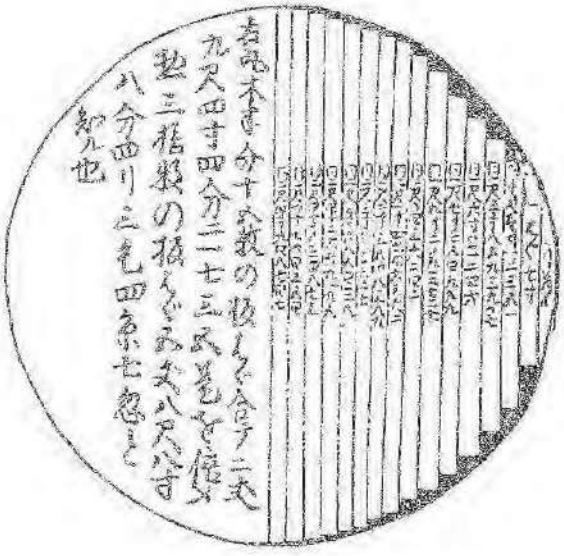
Seki, Endan yöntemindren sonra Tenzan yöntemini de buldu. Bu yöntem kısaca, geometrik problemleri de içine alan genel bir aritmetiktir şeklinde söylenebilir. Seki önce çok sayıdaki öğrencisine Soroban üzerinde hesap yapılmasını öğretti. Daha sonra Sanchu yöntemindeki hesaplamalara geçti. Bunları bitirince Tenzen-Endan yöntemine öğretti. Tenzan yöntemi sıradan her öğrenciye anlatılacak düzeyde bir yapı değildi. Bu yöntem için en iyi öğrenciler seçiliyor ve onlara bu yöntem uzun bir süre öğretiliyordu. Bu yöntem sıradan herkese öğretilemediğinden bu yöntemi bilen birkaç kişiden fazla kimse yoktu.



Japonya'da ilk integral çalışmalarından bir örnek.



Japonya'da ilkel anlamda integral çalışmaları.



Japonya'da ilkel integrallerin görülmesi.

Seki'nin öğrencileri beş sınıfa ayrılıyordu. Yüksek sınıflar matematiğin daha ileri konularında dersler görüyordu. Birinci, ikinci ve üçüncü sınıfları bitirenlere her sınıf için özel isimleri olan ayrı ayrı diplomalar veriliyordu. Bu üç diplomayı alan öğrenci sayısı çok fazla değildi. Bu sayı birkaçı geçemiyordu. Diğer yüksek iki sınıfa Betsuden ve İnka deniyordu. Bunlara aslında dersler anlatılmıyordu. İnka sınıfına öğretmen çocuklarından birisi ile en iyi öğrencilerden ikisi ancak girebiliyordu. Bunlara, diğer öğrencilerden tamamen gizli olarak izin veriliyordu.

Seki'nin Tenzen yöntemi, bildiğimiz temel aritmetik gibiydi ve temel amacı denklemlerin çözümü üzerine kurulmuştu. Japonların sözcükleri ve cümleleri yazma yöntemi Çinlilerde olduğu gibi yukarıdan aşağıya ve sağdan sola doğruydu. Tenzan yön-

teminde cebirsel ifadeler ve denklem çözümleri kağıt üzerinde bu şekilde yazılıyordu. Bu tür yazımların bazıları aşağıda olduğu biçimdeydi. Örneğin üç ve 123 sayıları sırasıyla Sanchu yöntemiyle



olarak yazılıyordu. Tenzan yöntemi kısaca Boshoho sözcüğüyle söyleniyordu. Anlamı da yanına yazma demekti. Bu sistemle sayıların yazılması ve işlemlerin yapılmasında kolaylık sağlıyordu. Bu tür yazımların bugünkü anlamlarıyla birlikte nasıl olduklarını aşağıda tablodaki görebilirsiz.

(1)

$|a\text{-}3$ *ya da* $|||a$ *demek* $+3a$

(2)

$\top a\text{-}6$ *ya da* $\overline{\top}\, a$ *demek* $-6a$

(3)

$|a$
$|b$ *a ile b toplamı* $=a+b$

(4)

$|a$
$\top b$ *a eksi b farkı* $=a-b$

(5)

$|ab$ *a ile b çarpımı* $=ab$

(6)

$b|a$ *a ile b bölümü* $=a/b$

(7)

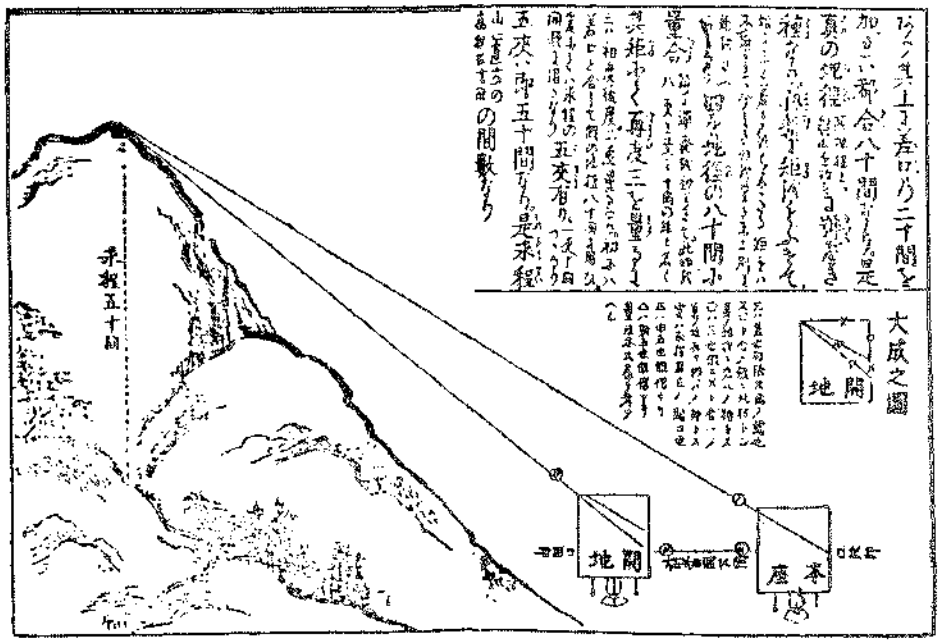
$3|a\text{-}2 = \frac{2}{3}a$

Bu yazım şeklinde, önce düşey bir çizgi çizilir, ondan sonra rakamlar yazılır. Bu sistemle sayıların yazılması ve okunması oldukça kolaylık sağlar. Bunlar da

|1 |2 |3 |5 ...

biçiminde gösteriliyordu.

Çinliler, cebirde geçen bilinen ve bilinmeyen çokluklarını harflerle gösteriyorlardı. Japonlar, Çinlilerin bu gösterimlerini aynen aldılar ve kullandılar. Yazılışları ve söyleniş-leri de birbirlerine benziyordu.



Avrupa'nın etkisiyle Japonya'da trigonometri.

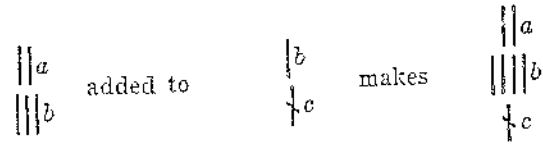
Problem: 24 ölçek iyi bir cins pirinç ile 30 ölçek normal bir cins pirincin fiatları toplamı dört liradır. İkinci cins pirincin bir liraya karşılık gelen ölçek sayısı, birinci cins pirincinkinden üç ölçek daha ucuz ise, bir liraya her iki cins pirinçten kaçar ölçek satılır.

Çözüm: Bir liraya karşılık iyi cins pirinçten satılan ölçek sayısı x ve ikinci cins de y olsun. Buna göre bu problem için bugünkü modern dille

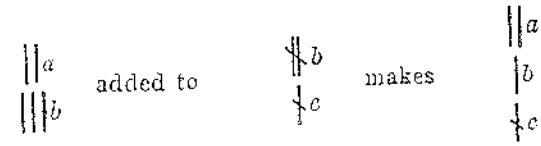
$$\frac{24}{x} + \frac{30}{y} = 4 \quad \text{ve} \quad y = x + 3$$

denklemleri kurulur. Buradan $2x^2 - 21x - 36 = 0$ ikinci derece denklemi elde edilir. Çözümünden $x = 12$ ve $x = -3/2$ olarak bulunur. Uygun olan $x = 12$, bir liraya karşılık iyi pirincin ölçek sayısıdır. $y = 12 + 3 = 15$ de ikinci cins pirincin bir liraya karşılık satılan ölçek sayısıdır.

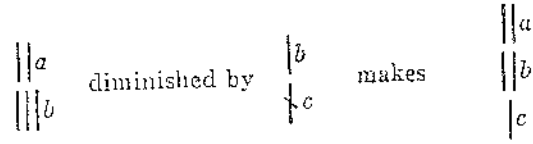
(1)



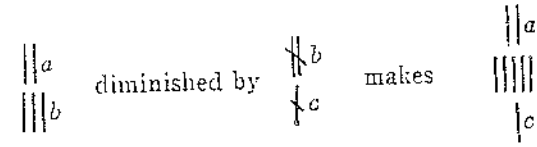
(2)



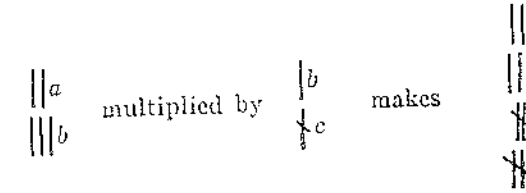
(3)



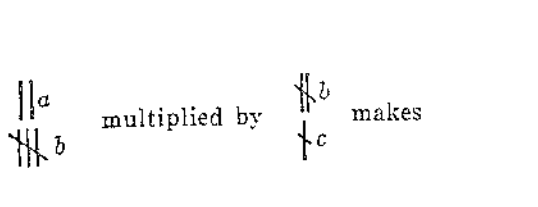
(4)



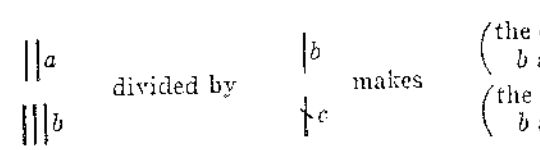
(5)



(6)

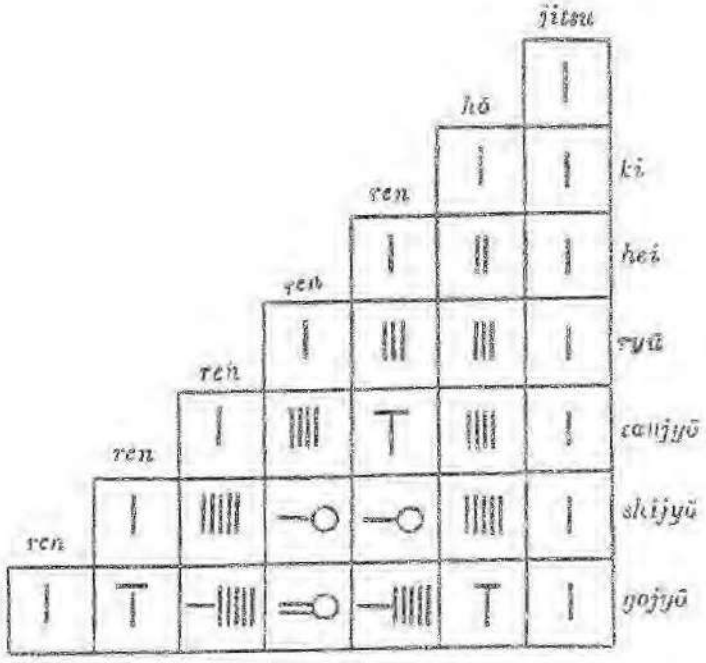


(7)



Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yukarıda olduğu gibi yapılıyordu.

Seki'nin bu Tenzan yöntemiyle yapılmış çok sayıda problem çözümleri vardır. Hatta bu yöntemle bir bilinmeyenli ikinci derece denklemi ile üç ve daha yüksek dereceli denklemlerin çözümleri yapılabiliyordu. Gerçel ve karmaşık köklerin bulunması yöntemi de vardı. Tenzan yöntemi çok sayıda problemin çözümüne uygulanmış maksimum ve minimum hesapları da incelenmiştir. Tam ve rasyonel üslülü sayılarla binom açılımı yapılmış, aritmetik ve geometrik diziler işlenmiştir. Seki daha ileri iraksaklıklarını ve yakınsaklıklarını yazmadan serileri uzun uzun incelemiştir. En sonunda sonsuz küçükler hesabını da oluşturmuştur. Bu nedenle, Seki'nin bu çalışması Newton ve Leibniz'in sonsuz küçükler hesabıyla karşılaştırılacak düzeydedir.



Japonların binom açılımı.

Seki, matematikte çok önemli sonuçlar bulmuştur. Fakat bunlara sahip olacak bir oğlu yoktu. Japonya'daki geleneğe göre yapılan bu buluşlar gizli tutuluyor ve oğluna öldükten sonra veriliyordu. Seki'nin oğlu yoktu ama onun bu çalışmalarını sürdürecek çok sayıda öğrencisi vardı. Bunlardan en önde geleni ve belki de ilki Murahida Araki'ydi. Yayınlanmayan ve çok ünlü olan Shichibusho'yu (Yedi Kitap) yazdı. Kitapların içerikleri hemen hemen tümüyle gizli kaldı ve kimseye gösterilmedi. Araki'den sonra gelen matematikçi Yoshisuke Matsunaga bu yedi kitabı gün ışığına çıkararak açıkladı. Günümüze kadar elyazmaları gelen bu kitapları herhangi bir kimse kolaylıkla anlayabilir.

Araki'nin Yedi Kitab'ının isimleri ve içerikleri kısaca şöyledir:



Japonya'da Pascal üçgeni ve açıklaması.

I. Birinci kitabın ismi Kaiho Hompen'dir. Kitap, Tenzan yöntemiyle denklemlerin köklerini bularak, bunların pozitif, negatif, gerçel veya karmaşık olduklarını inceler. Bunlardan başka Pascal üçgeninde olduğu gibi binom açılımındaki katsayıları içeren bir tablo da vardır.

II. İkinci kitabın ismi Byodai Meichi'dir. Verilen bir problemi çözebilmek için gerekli koşullar nelerdir bunları belirler.

III. Üçüncü kitabın ismi Daijutsu Bengi'dir. Bu kitapta, ikinci kitapta verilen problemlerin çözümünün neden olanaksız olduğunu açıklar.

IV. Dördüncü kitabın ismi Hojin Ensan'dır. Bu kitap büyülü karelar ve büyülü çemberlerden oluşur.

V. Beşinci kitabın ismi Sandatsu Kempu'dur. Bir ailedeki kadınlar ve çocuklarla ilgili problemler düzenlenerek çözülmüştür. Sonunda, kartlar ve harflerin dizilmesi üzerine oyun kartları problemlerine ayrılmıştır.

VI. Altıncı kitabın ismi Kyuketsu Hengyosu'dur. Küre parçalarının ölçümleri üzerine toplanmış problemlerden oluşur.

VII. Yedinci kitabın ismi Kyuseki'dir. Katı geometrik şekillerin yüzölçümlerinin ve hacimlerinin bulunması işlemlerinden oluşmuştur.

Murahide Araki, 1709 yılında öğrencisi Yoshimasa Otoka'yı bir kitap yazmaya yöneltti. Kwatsuyo Sampo ismiyle yazılan bu kitapta Endan yöntemiyle problemlerin çözümleri yapılmıştı. Araki'nin kitapları çok gizli olarak saklandığından, Sampo'da Tenzan yöntemi açıklanmamıştı ve Otaka bu yöntemi bilmiyordu. Otaka'nın bu kitabı öğrencilere ve okuyuculara çok kolaylık sağladığından, ona matematik çalışacaklara bir anahtar gözüyle bakılıyordu. Düzgün çokgenler, çember ve pi sayısı bu kitapta uzun uzun incelenmişti. Düzgün çokgenin kenarlarını 4, 8, 16, 32, . . ., 131072 = 2^{17} sayıları kadar alarak pi sayısını onuncu basamağa kadar doğru olarak hesapladı. Burada bulduğu sayı 3.14159265359... şeklindeydi. İsomura pi sayısı üzerine yaptığı hesaplamalarda bu sayının hangi basamağa kadar doğru olduğunu belirtmediği halde, Araki, bu yaptığı hesaplarda on birinci basamağa kadar doğru olarak bulduğunu belirtmişti. Bu da Japon matematiği için büyük bir ilerlemeydi. Araki'nin birinci kitabında pi sayısının değeri 355/113 olarak bulunmuştu. Bu sayı yedinci basamağa kadar pi sayısının doğru değeriydi. 355/113 sayısı daha önce Çinliler tarafından da bulunmuş bir sayıydı. 355/113 sayısının bulunması oldukça ilginç sonuçlara götürmüştür. Örneğin, önce 3/1 < π olduğu gösterilmiştir. 3/1 kesrinin payına 4 ve paydasına da 1 eklenerek 7/2 > π olduğu sonucuna varılmıştır. 7/2 sayısının payına 3 ve paydasına 1 eklenerek 10/3> π bulunmuştur. Yine devam edilerek 10/3 kesrinin payına 3 ve paydasına 1 eklenerek 13/4 > π elde edilmiştir. Bu yolla, paya 4 veya 3, paydaya da hep bir ekleyerek pi sayısından büyük ve bazen de küçük kesirler bulunmuştur. Bu çalışmayla ilgili

$$\frac{3^*}{1}, \frac{7}{2}, \frac{10}{3}, \frac{13}{4}, \frac{16}{5}, \frac{19}{6}, \frac{22}{7}, \frac{25^*}{8}, \frac{29}{9},$$

$$\frac{32}{10}, \frac{35}{11}, \frac{38}{12}, \frac{41}{13}, \frac{44}{14}, \frac{47^*}{15}, \frac{51}{16}, \frac{54}{17}, \frac{57}{18},$$

$$\frac{60}{19}, \frac{63}{20}, \frac{66}{21}, \frac{69^*}{22}, \frac{73}{23}, \frac{76}{24}, \frac{79}{25}, \ldots\ldots$$

kesirlerinin tablosu yapılmıştır. Yıldız işaretli kesirler pi sayısından küçük olan sayılardır. Bu yöntemle devam edilerek 113. basamakta 355/113 kesri bulunmuştur.

Bu hesap yöntemi pi sayısının bulunması yöntemi değildir. Fakat bu tabloda bulunan sayıların bazıları Çin'li matematikçiler tarafından daha önce bulunmuştu. Örneğin, bu tablodaki 22/7 kesri yedinci basamakta yer alır. Archimedes tarafından da kullanılan bu kesir, Sung hanedanı döneminde Tsu-Chung-Chi tarafından bulunmuştu. Bu tabloda sekizinci sırada yer alan 25/8 kesri Vitruvius (İ. Ö. 20) tarafından bulunmuştu.

Aynı kesir, ismi ve yaşadığı dönemi belli olmayan bir Çinli matematikçi tarafından da hesaplanmıştır. Yirminci sıradaki 63/20 kesri Tung-Leng ve yirmi beşinci sıradaki 79/25 kesri Seki'den önce Japon matematikçileri tarafından kullanılmıştır. Kırk beşinci sıradaki 142/45 kesri Luh-Tsih'e aittir. Ellinci sıradaki 157/50 kesri, Tsin hanedanı döneminde yaşayan Lew-Hwei tarafından bulunmuştur. Bu tablodaki otuz altıncı basamakta yer alan 113/36 kesri pi sayısına en yakın olan 113/36 = 3.14166... sayısıdır. Yüz on üçüncü sırada yer alan ve Tsu-Chung-Chi'ye ait olan 355/113 kesri de pi sayısı için doğruya oldukça yakın bir değerdir.

Çinlilerde olduğu gibi, Japon matematikçileri de pi sayısı üzerinde çok sayıda çalışma yapmışlardır. Hatta pi sayısı için çok uzun olan sonsuz seriler bulmuşlar ve bu serileri bu tür hesaplamalar için kulanmışlardır. Aynı şekilde kürenin hacmi üzerinde de çalışılmıştır. Çapı bir shaku (10 sun) olan bir kürenin hacmi

$$523\,\frac{203}{339}$$

sun küp olarak bulunmuştur. Bu da, birim çaplı kürenin hacminin ilk kez $\pi/6$ değeri olan 355/678 sayısına eşit olduğunu gösterir. Bu sonuç, Seki tarafından verilenlerden biridir. Birim çaplı bir kürenin hacminin pi sayısının altıda biri olduğunu İsomura hesap yapmadan sadece söylemiştir. Araki'nin kitabında bunlardan başka, çapı bir birim olan dairenin alanının, çevresinin dörtte birine eşit olduğu yapılan sayısal hesaplamalarla gösterilmişti. Yani, çapı bir birim olan dairenin alanı $\pi/4$ sayısına eşittir. Daire üzerine yapılan bu hesaplamalar Enri yöntemiyle hesaplanmış ve çok gizli bir şekilde tutulmuştu. Oysa aynı hesaplamalar Endan yöntemiyle çok sıkıcı ve yorucu bir şekilde yapılabiliyordu.

Araki, Seki'nin çalışmalarının tümünü o ölmeden düzenlemiş ve saklamıştır. Yine Seki'nin öğrencilerinden olan Yoshisuke Matsunaga, ustasının çalışmalarını gerçek anlamda düzenlemiş, sistemli bir hale getirmiş ve günümüze gelmesinde en büyük yardımı yapmıştır.

Katahiro Takebe de, Araki gibi Seki'nin en iyi öğrencilerinden biriydi. Takebe'nin, Katayuki Takebe ve Kataaki Takebe isimlerinde iki kardeşi daha vardı. Bu kardeşler de Seki'nin üstün zekalı süper öğrencileriydi. Ama bunların içinde Katahiro bambaşka biriydi. 1716 ile 1744 yılları arasında başkomutanlık yapan Yoshimune Tukogawa'nın yanında çalışan bir memur oldu. Astronomi gözlemleri ve takvim yapmak üzere görevlendirildi. 1718 yılında Yedo kentinde Venüs gezegeninin bir geçişini hesapladı.

Katahiro Takebe, Kenki Sampo isminde bir kitap yazdı. Bu kitaptaki problemlerin bazıları Tenzan veya Enri yöntemi uygulanmadıkça çözülemiyordu. 1685 yılında yazdığı kitabında, Seki'nin Endan yöntemini açıklıyordu.1722 yılında yazdığı kitabıysa yeni yeni sonuçlar içeriyordu. Pi sayısını kırk birinci basamağa kadar doğru hesaplayan yöntemi bulmuştu. Kürenin yüzölçümünü hesaplamak için çok ilginç bir yöntem geliştir-

mişti. Ayrıca, Seki'nin elyazması düzeyinde kalan çalışmalarını gün ışığına çıkararak bu çalışmaları Japonlara öğretti.

Murahide Araki, Seki'nin sınıflarının tümünü okuyan ve İnka-Kaiden diplomasını alan çok özel bir öğrencisiydi. Oysa Katahiro Takebe ondan hiç diploma almadı. Çok üstün yetenekli biri olduğu için Seki'nin matematik kurslarının bazılarını izledi ve bu izlemeler de gizli tutuldu. Takebe birgün, Seki'nin evlatlığı olan oğlundan gizli tutulan kitabı aldı. Hemen okudu, anladı ve gözden geçirerek bazı kısımları düzeltti. Bunları birer elyazması olarak derledi. Kopyası zamanımıza kadar gelebilen elyazması kitap işte budur. Katahiro da Seki'nin bu kitabını çok gizli bir şekilde saklamış, ancak çok üstün yetenekli olan öğrencilerinden biri olan Genkei Nakane'ye göstermiştir. Diğer öğrenciler bu kitabı görüp öğrenememişlerdir.

Genkei Nakane (1662 - 1733), çok yetenekli ve üstün zekalı bir matematikçi, aynı zamanda bir takvim yapımcısıydı. Öğretmeni Katahiro Takebe'ye çok ilginç sonuçlar sunardı. Matematikte ve takvim yapımında çok sayıda çalışmalar gerçekleştirdi. Yaptığı takvim çok duyarlıydı. 1680 yılında yaptığı takvimde törenler, bayramlar, dini ve kutsal günler ve aylar hep belliydi. 1684 yılında bu takvimi bir kez daha değiştirierek çok iyi bir uyarlama yaptı. Onun yaptığı bu değişikliğe dönemin yönetimi karşı çıktı ama, sonunda Yasui'nin yeni takvimi uygulandı. Japon bilginleri tarafından yapılan ve Japonya'da uygulanan ilk takvim buydu. Bundan sonra takvim ve saat yapımları devam etti gitti. Bundan sonra takvim yapanlar özellikle astronomik gözlemlere önem verdiler. Nakane, yılda on beş kez çalan mekanik bir saat da yapmıştı. İşte bu dönemde Hollandalıların astronomisi girmeye başladı ve iyi sonuçlar da verdi. Bunların başında Joken Nishikawa'ydı. Başkomutan Yoshimune Tokugawa zamanında 1719 yılında Nagazaki'den Yedo'ya gelerek çok önemli astronomik gözlemler yaptı.

Seki okulunun diğer önemli bir temsilcisi Yoshisuke Matsunaga'dır. Doğum ve ölüm tarihleri tam olarak bilinmemektedir. Aritmetik ve geometrik serilerin toplamları üzerine olan ilk çalışması 1716 yılında yayınlanmıştı. 1723 yılında diziler üzerine bir kitap yayınladı. Bu kuram ve bu kuramın uygulamaları üzerine çok sayıda kitaplar yazdı ve bunları yayınladı. Seki'nin Yedi Kitap'ının ilk üçünü genişletti ve 1745 yılında yayınladı. Seki'nin en iyi öğrencilerinden birisi olan Matsunaga, onun okulundan beş diploma alarak bitiren ilk öğrenciydi. Daire kesmesinin alanını ve yayının uzunluğunu inceden inceye hesaplayan yöntemler geliştirdi. Bu dönemde moda olan bu konu üzerinde çok sayıda farklı yollarla hesaplama yapan yöntemler bulundu. Matsunaga, π ve π^2 sayılarını veren sonsuz seriler yazdı. Bu seriler π ve π^2 sayılarına çok yavaş yakınsadıkları için bu değerleri yaklaşık olarak hesaplamalarda güçlük çekiliyordu. Mukihen isminde yazdığı bir kitapta, Pisagor sayılarını veren bir liste yaptı. Bu liste aslında Seki'nin bir çalışmasıydı ama, Matsunaga'nın hesapları daha iceydi. Matsunaga'nın yazdığı yedi ciltlik kitabı, çember, daire ve diğer problemlerden oluşuyordu. Bu kitabın Matsunaga'nın en iyi öğrencisi olan Yamaji tarafından yazıldığı söylenmektedir.

Matsunaga çok sayıda değerli öğrenciler yetiştirdi. Bunların en önemlisi Shuju Yamaji'dir. Yamaji, Seki'nin okulundan beş diploma ile mezun olmuş biridir. Çapı bir

birim olan kürenin hacmini veren sonsuz seriyi elde etmiştir. Düzgün çokgenler üzerine çok sayıda çalışmaları vardır. Yamaji'nin Naomaru Ajima, Sadasuke ve Raito Arima isimli süper üç öğrencisi vardı. Bunlardan en önlüsü Raito Arima'ydı. Shuki-sampo isminde bir kitap yazdı ve yayınladı. Bu, Seki'nin Tenzan yöntemiyle yazılan ilk kitabıydı. İçeriği, denklem çözümleri ve uygulamaları üzerindeydi. Zaten Japonya'da denklem çözümleri bu kitapla anlaşılır duruma gelmişti. Arima'nın bu kitabında bir de pi sayısının hesabı üzerine çalışması vardı. Pi sayısının on beşinci basamağına kadar doğru değeri ilk kez bu çalışmada gösterilmişti. Aslında Matsunaga bu değere daha önce ulaşmış, fakat çalışmasını gizli tuttuğundan bu sonucu kimse görememişti. Ayrıca, pi sayısının değerinin

$$\frac{42822\ 45933\ 49304}{13630\ 81215\ 70117}$$

olduğunu da göstermişti. Bu kesir, pi sayısının otuzuncu basamağa kadar doğru olduğunu gösterir.

Japonya'da, on yedinci yüzyılın sonlarına doğru Seki'nin okulundan başka önemli dört okul daha vardı. Bunlardan ilki

1. Kuichi okuluydu ve Yoshisue Tokuhisa tarafından kurulmuştu.
2. Nakanishi okulu Masayoshi Nakanis tarafından kurulmuştu.
3. Miyagi okulu Kiyoyuki Takuma tarafından kurulmuştu.
4. Takuma okulu Genzaemon Takuma tarafından kurulmuştu.

Bu okullardan başka okullar da vardı ama, önemlileri bu dönemde bunlardı.

Matematikçi olan Yoshita Kurushima, Bicchu kentinde doğdu ve 1755 yılında öldü. Masayoshi Nakanishi'nin ilk öğrencisiydi. Tenzan yöntemini Genkei Nakane'den öğrendi. Çok hevesli ve istekli bir öğrenme gücü olduğundan hemen kendi buluşlarını sıraladı. Matsunaga'nın çok iyi ve yakın arkadaşıydı. Açtığı okulda dersler verdi. Verdiği derslerin içerikleri Ajima'nın notlarında açıklandı. Bir sayının karekökünün bulunması işlemini, sürekli kesirlerle verdi.

Kenko Chino, 1767 yılında Sanuki ilinde doğdu. Swanpan ile hesap yapanların ve bunu kullananların en başında geliyordu. Bu konuda çok sayıda buluşu vardı ama bunların çoğu Çin kitaplarından alınmaydı.

Bu dönemde problem çözümleri için geliştirilen ve en çok uygulanan yöntemler,

1. Soroban yöntemi,
2. Sanchu yöntemi,
3. Tengen yöntemi,

4. Endan yöntemi,
5. Tenzan yöntemi
6. Enri yöntemi

olarak sayılabilir. Başka yöntemler de vardı ama başlıcaları bunlardır.

Bu dönemde çalışılan konular da şöyle özetlenebilir. Bunların içinde aritmetik yöntemleri, ilkel cebir ve geometri ve ölçümler vardır. Geometride doğrular, çemberler, daireler, bunların karışık şekilleri, küre, silindir, koni ve diğer geometrik şekiller sayılabilir. Elips tam olarak işlenmemiştir. Basit alan ve hacim hesapları yapılabilmiştir. Bu tür hesaplamalar daha çok yakınsak olan sonsuz serilerin toplamı ile bulunmuştur. Bunlara kısaca Archimedes yöntemi ismini verebiliriz. Şüphesiz, Japonların bu hesaplama yöntemleri, Newton-Leibniz tarafından geliştirilen sonsuz küçükler hesabıyla karşılaştırılacak düzeyde değillerdi. Alan ve hacim hesaplarında sonsuz küçük dilimleri Japonya'da Naomaru Ajima'ya kadar kullanan olmadı.

Japonların, serilerin yakınsaklığı hakkında bilgileri yoktu. Yaptıkları şey, sonsuz bir serinin ilk birkaç terimini alarak bu değeri yaklaşık olarak hesaplamaktı. Sonsuz serilerin genel terimi kavramı da yoktu. Üstelik, buldukları seriler istenen sayılara çok yavaş yakınsayan türdendi. Bu nedenle hesaplamaları çok zorluklar yaratıyordu. Avrupa'dan gelen Hollandalılar onlara bu yönden bazı yardımlarda bulundular ama, onların bu dönemdeki Japon matematiğinde etkisi pek görülmedi. Samuraylar matematiğe fazla önem vermediler. Onlar daha çok Konfüçyüslük ilkelerini öğrenmeye yöneldi. Bu nedenle matematik halka inemedi. Matematik Japon Samurayları tarafından değil de tüccarlar tarafından öğrenilen bir bilim oldu. Samurayların içinde çok az sayıda matematik öğrencisi çıktı. Bunların sayıları da birkaçın üzerinde değildi. İşte, Japonya bu havada ve bu politikada matematiğin dördüncü dönemini kapadı.

BEŞİNCİ DÖNEM (1772 - 1868)

Dördüncü dönemde, Japon matematiği Takakazu Seki Kowa ve öğrencileriyle kendini buldu ve bu hızla devam ederek gelişti. Zaten beşinci dönem bu çalışmaların üzerine kuruldu ve daha ileriye götürüldü. Bu da, Japon matematiğinin neden beşinci döneminin 1772 yılında başlatıldığının gerekçesidir.

Eski Japon matematikçilerinin en büyük uğraşları, çemberin uzunluğunun hesabı ile dairenin alanının bulunması üzerine yoğunlaşmıştı. Bu amaçla uzunluklar, alanlar ve hacimler için çok sayıda değişik sonsuz seriler yazmışlardı. Özellikle dairenin çevresini ve alanını bulmak için bu daireyi içten ve dıştan düzgün çokgenlerle kuşatıp sonunda limit durumuna getirmişlerdi. Fakat limit kavramını ve gösterimini bilmiyorlardı. Zaten bu tür çalışmalar eski Çin'de de yapılmıştı. Buradaki düşünce, sonsuz kenarlı düzgün bir çokgenin çemberle çakışmasıydı. Bu düşünce oldukça eskiydi ve eski Yunanlılara kadar gidiyordu. Babil ve Mısır kaynaklarında da bu düşünceye rastlanılır. Japonya'da bu düşünceyi Seki'den sonra Katahiro Takebe işlemişti. Bu amaçla yazdığı bir seri vardır.

Japon matematikçilerinde, sonsuz serinin genel teriminin yazılması yönünde bir alışkanlıkları yoktu. Ölçümleri bu serilerin ilk birkaç terimini alarak yapıyorlardı. Zaten Newton ve Leibniz'in sonsuz küçükler hesabı ve integrali bu nedenle Japon matematiğinden üstündü. Japonların integral hesabı diyebileceğimz matematiğinin özü, Archimedes'in düşüncesi paralelindeydi. Japon matematiğinin beşinci dönemi oldukça yeni şeylerin bulunması ve yeni yöntemlerin geliştirilmesinden dolayı önemlidir. Bu yeni yöntemlerin ilk bulucusu Naomaro Ajima'yla başlar. Ajima (1739 - 1798), dairenin alanını bulmak için bu dairenin içine dikdörtgenler çizdi. Köşelerde kalan alanları da toplayarak yaptığı uzun işlemlerden sonra dairenin alanını sonsuz bir seri olarak göstermeyi başardı.

Ajima, matematikteki ilk bilgilerini Nakanishi okulunda Masatada İrie'den öğrendi. Daha sonra Shuju Yamaji'nin öğrencisi oldu. Matematikte gösterdiği büyük yeteneği, bulduğu teoremler ve yöntemlerden dolayı ödüllendirildi. Diğer bilginlerin çözemediği problemleri oldukça kolay yollarla çözüyordu. İnka-Kaiden diplomasını almadan dairenin çevresini ve alanını veren formülleri bulmuştu. Suju Yamaji, onun çok usta ve buluşlarının çok sürpriz olduğunu söylüyordu. Uzunluk, alan ve hacimlerin Enri yöntemiyle bulunuşları ve bu dönemin en büyük yeniliğiydi. Elipsin çevresinin uzunluğunu sonsuz bir seriyle yazılması dikkate değer bir çalışmaydı. Bu nedenle Japonlar ona "Büyük Matematikçi" ünvanını vermişlerdi. Önceye kadar bu ünvanını korudu. Ayrıca çok sayıda öğrenci de yetiştirdi.

Ajima hakkında söylenecek bir şey daha vardır. O da, önermeleri yazarken ve çözerken sözcüklerle değil de çok sayıda kullandığı sembollerle ifade etmesidir. Bu, onun okuyucularını ne kadar sıktığını gösterir. Her ne kadar bu sembollerin anlamlarını daha önce açıklıyorsa da, yapıtlarını sembollerle boğuyordu. Onun bu sembolleri kendisi için çok kolaylıklar sağlıyordu ama henüz ortak bir dil haline gelmemişti. Çok sayıda elyazması kitabı vardır. Bunların hiçbiri basılmamıştır. Onun bu elyazmaları Makoto Kusaka tarafından kaybolmasın diye Fukyu-sampo ismiyle yeniden derlenmiştir. Bir kez basılması için bir girişimde bulunduysa da bazı nedenlerden dolayı bu işi gerçekleştirememiştir. Diğer matematikçilerin hiçbiri de bu kopyaları görememiştir.

Aşağıdaki problemin sunuluşu ve çözümü, Ajima'nın diğer matematikçilere göre ne kadar daha değerli ve üstün biri olduğunu göstermeye yeter sanırız.

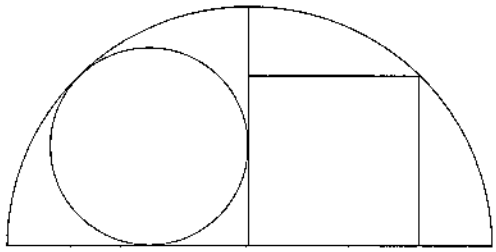
Problem: Bir daire kesmesi, kirişinin ortasından geçen bir ok doğru ile iki eşit parçaya bölünüyor. Parçalardan birine bir daire ve diğerine de bir kare çiziliyor. Bu daire kesmesinin kirişinin ve bunu ikiye bölen doğru parçasının uzunluğu biliniyor. Bunlardan başka,

yay + ok + karenin kenarı + dairenin çapı

ve

$$\frac{\text{ok}}{\text{kiriş}} + \frac{\text{çap}}{\text{ok}} + \frac{\text{karenin kenarı}}{\text{dairenin çapı}}$$

toplamları da veriliyor. Buna göre karenin kenarının uzunluğunu ve dairenin çapını bulunuz.



Bu problemin çözümü, cebirsel bir işlemden başka bir şey değildir. Bu problem ve değişik çözümleri bir tahtaya yazılmış, Kyoto'da Gion'da bir tapınağın duvarına bir matematikçi tarafından asılmıştır. Ajima bir gün bu çözümü görmeye gider ve çözümün çok uzun olduğunu sezer. Problemin çok kısa bir çözümünü yapar ve çözümü küçük bir tabelaya yerleştirerek bir budistin mezarının duvarına asar. Japonya'da bugünlerde ne böyle bir tapınak ne de bir mezar duvarında böyle bir yazı görmek olanaklı değildir. Bunun iki nedeni vardır. Birincisi, o dönemlerde zor bir problemin çözümü tanrıların yardımıyla yapıldığından ona şükranlarını ve teşekkürlerini bildirmek içindir. İkincisi de, halka bir matematik probleminin çözümünü sunarak kendisinin ne kadar yetenekli olduğunu göstererek mutlu olmaktır.

Japonya'da o dönemlerde zor bir problemin çözümünün belli yerlerin duvarlarına asılması geleneği vardı. Bir başkası aynı problemin daha kısa ve daha iyi anlaşılır bir çözümünü bulur ve başka bir yerde duvara asardı. Hatta bazıları da çok zor olan daha başka problemler düzenler, önce bir duvara asar, bir süre sonra çözümü ilan ederdi. Tüm bunlar Japon halkının matematiğe olan ilgisini ve düşkünlüğünü gösterir.

Problem: Bir çemberin içine ve dışına bu çembere teğet olacak biçimde eşit sayıda çemberler çiziliyor. Çemberlerin çaplarını bulunuz.

Bu problemin çözümü İsomura döneminde biliniyordu. Ajima 1773 yılında bu problemin oldukça farklı bir çözümünü yapmış, fakat kimseye söylemeden saklamıştır.

Bu dönemin matematiğinde sürekli kesirler de tanıtılmıştır. Kurushima ve Ajima'nın çok sayıda çalışmaları vardır. Örneğin, 67 sayısının karekökünü bularak bu karekökü sürekli kesirlerle gösteriniz. Bu sayının bayağı kesir değeri nedir?

Çözüm yapıldığında 67 sayısının karekökünün

8.18535 27718 7245 ...

ve sürekli kesirlerle

$$8+\frac{1}{5+\frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\cdots}}}}$$

olduğu görülür. Bu sürekli kesir de 48842/5967 kesrine yakınsar.

Ajima, 1794 yılında, verilen iki yüzeyin kesişiminden meydana gelen doğrunun uzunluğunu, iki yüzey tarafından sınırlanan katının hacmini ve yüzölçümlerini hesaplamıştı. Ajima bu hesaplamaları sonsuz serilerle ifade etmiş, fakat serilerin yakınsaklıklarını göstermemişti. Örneğin, Archimedes katısının hacmini sonsuz serilerle yazmıştı. O da şöyleydi.

Problem: Faklı yarıçaplı iki dik silindir birbirlerini eksenleri boyunca dik olarak kesmektedir. Ortak kısmının hacmi nedir?

Ajima'nın bu soruya yanıtı sonsuz bir seridir ve oldukça uzun bir formüldür. Bir zincir hakasının hacmini de yine serilerle hesaplayan Ajima'nın daha çok sayıda bu tür problem çözümleri vardır.

Sadasuke Fujita (1734 - 1807) Ajima ile birlikte Shuju Yamaji'den matematik öğrendiler. Matematiğin çok değişik dallarında eserler veren Fujita'nın yeni problemler içeren çok sayıda kitapları vardır. Ayrıca çok sayıda öğrenci yetiştirmiştir. Kendi oğlu Kagen Fujita da iyi bir matematikçi olmuştur. Fujita'nın matematikte yaptığı en belirgin özelliği, yaptığı genelleştirmelerdir. Daha önce yapılan çalışmaları yeniden gözden geçirmiş ve yeni yöntemlerle tekrar sunmuştur. Seki'nin Yedi Kitap ismini verdiği seriyi 1774 yılında yeniden düzenlemiş ve daha iyi bir şekilde yayınlamıştır. 1779 yılında, Seiyo-sampo ismini verdiği kitapta yalnız önemli ve kullanışlı olan problemlere yer vermiştir. İyi bir derleyici ve uyarlayıcı olan Fujita'nın eline geçen bir kitap, sanki onun kuyumcu dükkanından çıkmış gibi parlatılarak yayınlanıyordu. Shigeharu Sato'nun Tengen yöntemini tanıtan 1698 basımlı Sampo-Tengen Shinan kitabını yeniden gözden geçirerek 1791 yılında Kaisei-Tengen-Shinan ismiyle yayınladı.

Bu sırada Japonya'da iki bayan matematikçi görülür. Bunlardan ilki Genkei Nakane'nin kızı, diğeri de Ko Taira'dır. Bu bayanların yaptıkları çalışmalar sonucunda aldıkları akademik ünvanlar iyi bilinmiyor. Ko Taira, Sampo-Shojo (Matematiğin Kızı) isminde bir kitap yazmıştır.

Fujita, kendi okulunda öğretimini sürdürürken, daha sonra ismi Yasuaki Aida olan Yasumasa Suzuki, Fujita okulu ile yarışan bir matematik okulu açtı. Suzuki veya Aida, Seki'nin okulundan Katahiro Takebe çizgisinde olan Toshiaki Honda'nın disiplininde yetişmiş biriydi. Honda yetenekli matematikçiliğinin yanında çok iyi bir astronom, takvim yapımcısı ve denizcilik sanatında usta biriydi. Honda'nın, Japon matematik tarihinde önemli bir yeri vardır.

Aida (1747 - 1817), Seki okulunda yetişen matematikçi Honda'nın öğrencisi olduğundan, o da Seki okuluna dahil bir çizgide çalışıyordu. Aida, Fujita'nın okulundan ayrılıp Honda'nın öğrencisi olmak ister. İsteğini öğretmeni Fujita'ya açar. Fujita, Aida tarafından aritmetik diziyle çözülen ve Tokyo'nun kuzeyinde Shiba kentinde Atago tepesindeki Shinto türbesine astığı problemin çözümünü düzelteceğine söz verirse kendisine izin verileceğini söyler. Fujita gibi deli bir matematikçinin öğrencisi olmayı hiç bir zaman düşünmedim diyerek Fujita'nın önerisini kabul etmez ve okulundan ayrılır. Tüm bunlara karşın, Aida, Seki okulunda bağımsız bir matematikçiydi. Fujita'nın okuluyla yarışmak için kendi doğduğu yerin ismiyle Mogami okulunu açtı. Öğrencilerine öğrettiği yöntemler ve teoremler Seki okulunda öğretilenlerden başka bir şey değildi. Sadece derslerin veriliş sıraları ve yöntemlerin isimleri değiştirilmişti. Anlattıkları Seki okulunun buluşlarıydı. Tenzan yöntemini bir gece rüyasında kendisinin bulduğunu söyleyerek buna Tenshoho yöntemi ismini verdi. Tenshoho, Allahın bağışı demekti. Mogami okulu 1782 veya 1783 yılında kuruldu. Zaman zaman Seki okulunun müdürü olan Sadasuke Fujita ile Mogami okulunun başkanı olan Yasuaki Aida arasında çok şiddetli tartışmalar oldu.

Aida, Fujita'nın Seiyo-sampo isimli kitabını çok eleştirdi. Aslında derslerinde bu kitabı izliyordu ama Seiyo-sampo'nun düzeltilmişi diye Kaisei-sampo isminde bir kitap yazdı. Yazdığı bu kitabı Fujita'ya gönderdi. Fujita'nın öğrencilerinden Teirei Kamiya, Seiyo-sampo'nun düzeltilmişinin düzeltilmişi anlamına gelen Kaisei-sampo-seiron isminde bir kitap yazarak bu kitabı geri Aida'nın eleştirilerine bir yanıt olarak gönderdi. Kamiya, Aida'nın yanıtlarının yayınlanıp yayınlanmaması yönünde bir istekte bulundu. O da, bu yanıtların yayınlanıp yayınlanmamasında serbest olduğunu açıkladı ve yanıtlar yayınlandı. Bu tartışma iki okul arasında sert kavgalara yol açtı. Aida, 1788 yılında yeniden Seiyo-sampa'nun düzeltilmişinin düzeltilmişi anlamına gelen Kaisei-sampo-kaiseiron isminde bir kitap yayınladı. Kamiya, Aida'nın eleştirilerine yanıt veren bir kitap yayınladı. Böylece iki okul ve matematikçileri arasında çok sayıda kitaplar yazılarak yayınlandı. Bu tartışmalar sonucunda yazılan kitapların Japon matematiğini geliştirmede hiçbir yararı olmadı ve kısır bir çekişme olarak kaldı. Yalnız, Sadasuka Fujita bu tartışmalarda ve kavgalarda Aida'nın karşısına çıkmadı. Onun yerine öğrencisi Kamiya bu tartışmaları yürüttü. Bu tartışmaların sonucunda bu matematikçiler tarafından basılmış veya basılmamış tam on iki kitap yazıldı. Bu şiddetli tartışmalar ve kavgalar tam on yedi yıl sürdü ve çok uzun zaman aldı.

Bu tartışmalar sonucunda yazılan on iki kitaptan birisi hakkında kısa bir bilgi verelim. Shimpeki-sampo, Sadasuke Fujita'nın oğlu Kagen Fujita tarafından derlenmiş

bir kitaptı. Konusu da, Aida tarafından Shinto türbesine asılan matematiğe karşı bir yanıttı. Kagen, babası gibi matematikte derin bilgileri, deneyimi ve yetenekleri olan biriydi. Kitap, 1767 ile 1783 yılları arasında mezar veya türbe duvarlarına asılmış çok sayıda matematikçinin matematik problemlerini içeriyordu. Japon matematik tarihinde bu tür matematik problemlerinin derlendiği daha önce hiç görülmez. Ancak Kagen'den sonra bu tür problemler derlenmiş ve çözümleri yayımlanmıştır. Yalnız, Japonya'da ibadet yerleri veya türbelere problem asma geleneği Avrupa'da hiç görülmez. Bu gelenek Japonya'ya özgü bir davranıştır. Kagen Fujita, yine bu geleneğe uyarak 1798 ile 1808 yılları arasında türbe veya ibadet yerleri duvarlarına asılan problemleri toplar ve 1806 yılında Zoku-Shimpeki-sampo ismiyle yayımlar. Böylece, duvarlara asılan problemlerin kaybolup gitmesine izin vermez.

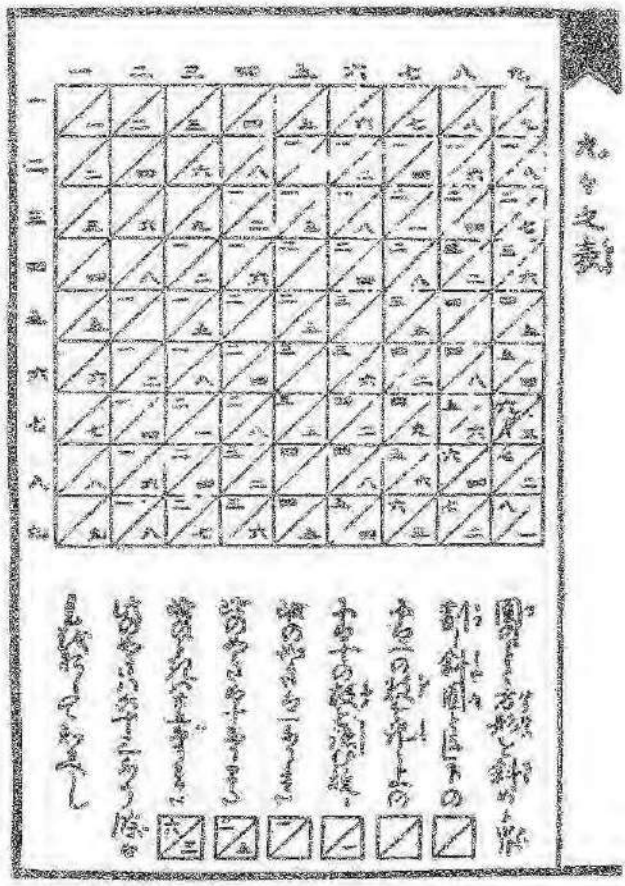
Yasuaki Aida, 1795 yılında Sampo-Kokon-tsuran ismiyle eski ve modern matematikleri özetleyen bir kitap yayımlar. Bu kitap, Aida döneminden önce yazılan on dokuz kitapta görülen yanlışlıkların düzeltilmesi üzerine yazılmıştır. Özellikle düzgün çokgenler üzerine olan çalışmalar değerlidir. n kenarlı düzgün bir çokgenin bir kenarı verilmişse, bu çokgenin çevrel çemberinin yarıçapının bulunması Aida tarafından sonsuz bir seri olarak ifade edilmiştir. Bu yanıtın doğruluğu Newton ve Euler tarafından verilen ünlü bir seriyle eşdeğer görülmüştür. Eğer şekil düzgün yedigense, bu serinin ilk on yedi teriminin toplamı, çevrel çemberin yarıçapını 1.152 382 435 47 olarak verir. Yalnız burada düzgün yedigenin bir kenarının bir birim olarak alındığını belirtelim. Aslında bu yöntem Yoshita Kurushima tarafından bulunmuştu. Her nedense Aida onun ismini hiç anmadan bunu sanki kendi buluşuymuş gibi sunmuştur. T. Edo da özellikle bu noktayı vurgulamaktadır. Tüm kusurlarına karşın, Aida döneminin en büyük matematikçilerinden biriydi.

Ryogen Maruyama, Sadasuke Fujita'nın disiplininde yetişmiş bir matematikçiydi. Bir sayının karekökünün bulunması üzerine yazdığı Shimpo-Tetsu jutsu-shokai isimli kitabı 1796 yılında yayınlandı. 2 sayısının karekökünün bulunmasına ilişkin ilginç bir yöntemi vardı. T. Endo da bu yöntem sonucunda elde edilen formülü yazar ama ne yazık ki bu sonuç yanlıştır.

Yorinao Hosokowa da Sadasuke Fujita'nın öğrencilerinden biridir. 1796 yılında mekanik üzerine küçük bir kitap yazmıştır. Makoto Kusaka, Ajima'dan İnka-Kaiden diplomasını almış bir matematikçidir. 1799 yılında öğretmeninin yazdıklarını derleyerek yayınlamıştır. Seki okulu otoriteleri tarafından önerilen çok zor problemlerin çözümlerini yapmıştır. Fakat kendisi herhangi bir kitap yayınlamamıştır. Kohan Sakabe de M. Kusaka gibi Naomaru Ajima'nın en iyi öğrencilerinden birisidir. Doğum tarihi bilinmemektedir. 1824 yılında ölmüştür. Sakabe, önce Toshiaki Honda'nın okulunda çalışmış ve daha sonra Ajima'nın öğrencisi olmuştur. Çok derin matematik bilgini olan Sakabe sadece öğrencilere dersler vermekle kalmamış, matematiği halka kadar indirmiştir. Denizcilik üzerine özel tutkusu vardı. Fakat, Tokugawa Shogoon yönetimi onun uzak denizlere açılmasını yasakladığından bu tutkularını tam olarak yerine getiremiyordu. Logaritmanın

Japonya'da tanıtılmasını ilk kez Sakabe yapmıştır. T. Endo'nun söyediklerine göre, logaritma hiç bir zaman Japonya'da bulunmuş değildir. Onlar bunu Avrupa'dan getirmişler ve öğrenmişlerdir. Bu Avrupalılar da Hollandalılardır. Logaritmanin Japonya'ya kimin getirdiği veya hangi kitapla kimin öğrettiği tam olarak bilinmiyor. Bazı az bilgisi olan kimseler logaritmanın Japonlar tarafından bulunduğuna ilişkin sözleri doğru değildir. Fakat, logaritma Japonya'ya girdikten sonra bunu kullanmak için yeni yöntemler ve kullanma tabloları yapıldığı görülmüştür. Buna benzer olarak, trigonometrik fonksiyonlar da Japonya'da bağımsız olarak bulunmamıştır. Diğer bazı ülkelerde olduğu gibi, ilkler konusunda Japonya'da da bazı fanatik milliyetçiler vardır. Fakat bunların doğru olmadığı ufak bir araştırmayla hemen görülebilir.

Sakabe, Shogoonların yönetiminde ve sonrasında ilk görev alan yetkili bir yöneticiydi. Daha sonra bu görevlerden ayrılarak kendisini tümüyle matematiğe verdi. Çok sayıda matematik kitapları yazdı ve öğrenciler yetiştirdi.



Japonya'da Napier çubukları.

Sakabe, 1795 yılında yazdığı Shinsen-Tetsujutsu isimli kitabında yeni yöntemleri açıklar. Kakujatsu-keimo isimli kitabı 1802 yılında yazılmıştır. Bu kitapta yüz on iki kenarlı düzgün çokgen problemi incelenmiştir. 1803 yılında yazdığı kitap, küpkökün nasıl alınacağını gösterir. Bu yönteme Rippo-eijiku ismini vermiştir ve Soroban üzerinde bu işlemlerin nasıl yapılacağını açıklar. Ayrıca, yüksek dereceli denklemlerin köklerinin yaklaşık olarak nasıl bulunacağını bu kitabında açıklar.

Sakabe'nin aynı yıllarda yaşayan öğrencilerinden biriside Hisanori Kawai'dir. Kawai, Sakabe'nin yöntemlerini daha duyarlı bir biçimde geliştirmiştir. Kaishiki-shimpo ismiyle yazdığı kitabı önemlidir. Bu kitapta, ikinci derece denkleminin iki, üçüncü derece denkleminin üç, ..., n. dereceli denkleminin n tane kökü olacağını söylemiştir. Bu kökler pozitif, negatif, gerçel veya karmaşık olabilir. Gerçel kasayılı bir polinomun karmaşık bir kökü varsa bu kökün eşleniği de bu polinomun kökü olacağını söyler. Fakat gerçek çözümü hiçbir zaman yapamaz. Bunu ancak Gauss çözecektir.

Sakabe, sayısal denklemlerin köklerinin nasıl bulunabileceğini biliyordu. Bu da ünlü Horner yöntemiydi. Horner yöntemi Horner'den çok önce 1767 yılında Chuzen Murai isimli bir matematikçi tarafından bulunmuştu. Bu yöntemi de Kaishotempeiho isimli kitabında açıklamıştı. Murai, Chikamitsu Koda'nın disiplininde yetişmiş ve Genkei Nakane'nin öğrencilerinden biriydi. Murai, Beş Klsikle Aritmetik denen ve daha önce isimleri geçen Sun-tsu-swan-king, Wu-tsaou-swan-king, Hai-tao-swan-king, Wu-king-swan-shu ve Hia-hou-yang-swan-king kitaplarını yeniden gözden geçirdi ve yayınladı. Bu yayınlarla çok ünlü oldu ve bu ün ona büyük olanaklar sağladı.

Sakabe, 1810 yılında Tenzan yöntemini öğreten bir klavuz yazdı. Tenzan yöntemiyle çok sayıda kitaplar yazılmasına karşın Sakabe'nin bu kitabından daha iyi bir kitap o güne kadar yazılmamıştı. Kitapta, yüz doksan altı tane tipik problem düzenlenmiş ve çözülmüştür. Problemlerin düzenlenişine çok özen gösterilmiştir. Bu düzenleme kolaydan zora doğru olduğu için kitap herkes tarafından kolayca anlaşılabilmiştir. Enri yöntemiyle de bazı problemlere değinilmiş fakat yanıtları verilmemiştir. Kitabın sonunda Ajima tarafından bulunan elipsin bir yayının ve çevresinin uzunluğu üzerine hesaplar yapılmıştır. Elips üzerine hesaplar yapan basılmış ilk kitap budur. Bu kitaptan sonra ancak elips üzerine çok sayıda kitap yayınlanmıştır.

Sakabe'nin 1812 yılında yayınladığı Kwanki-kodo-shoho isimli kitabı, teleskopla gözlemlenen büyük cisimlerin küresel yaylarının ölçümleri üzerinedir. Denizcilikte çok önemli olan bu yapıt küresel trigonometri üzerine bir kitaptı. Bu kitabın orijinali Çinli matematikçi Mai-Wang-Te'nin Tsaou-shu-shu-chieh isimli kitabı olmasına karşın, bu konuda daha sonra yazılan kitaplar öncekilerden oldukça farklılık gösterdi. Bunları kullanmak için özel trigonometrik tablolar yapıldı. Sakabe'nin 1816 yılında yazdığı Kairo-anshinroku isimli kitabı denizcilikte güvenlik anlamına geliyordu. Denizcilikte enlem ve boylamları, pergel kullanma ve diğer konular bu kitapta işleniyordu. Sakabe'nin bu kitabı, Japon denizcilik biliminde ilk yazılan yapıtıydı. Bundan sonra yazdığı

Kwanki-kodo-shoho isimli kitabı aşırı ölçüde zor olan matematik kuramlarını içeriyordu. Bu nedenle daha kolay anlaşılan ve fazla matematik bilgisi gerektirmeyen Kairo-anshinroku isimli yeni bir kitap yazdı.

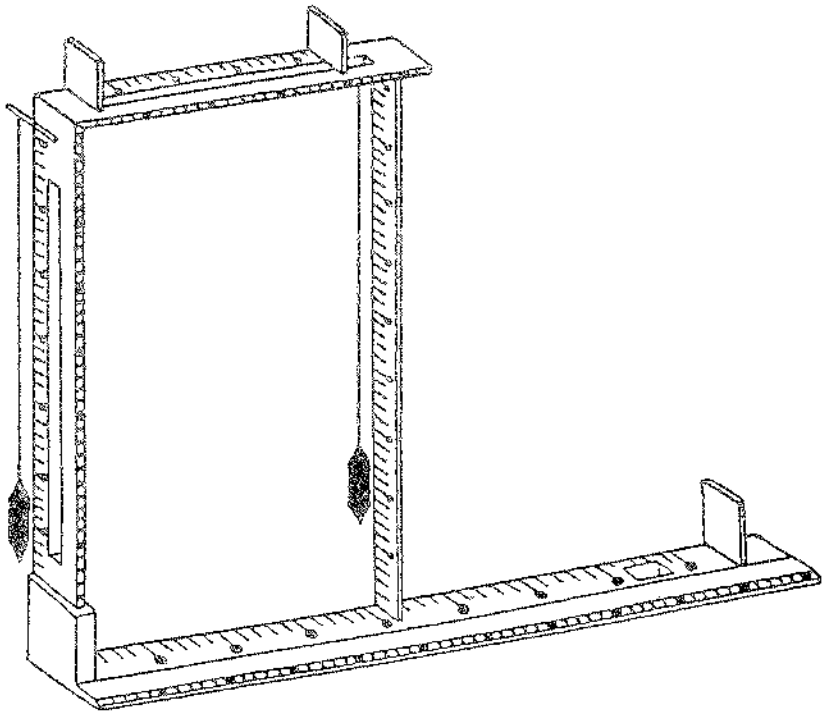
1800 yıllarına gelindiğinde, Japonya'da sekiz tane matematik okulu vardı. 1802 ile 1803 yılları arasında Ujikiyo Furukawa (1758 - 1820) da bir okul açtı. Bu sekiz okul, Momokawa, Seki, Kuichi, Nakanishi, Miyagi, Takuma, Mogami ve Shisei-sankwa okullarıydı. Birbirlerinden bağımsız olan bu okullardan başka bu okulların birer alt disiplininde çalışan bazı matematik okuları da vardı. Yoshida, Kurushima, Ohashi, Nakane, Nishikawa ve Asada okulları birer alt disiplindi. Bu disiplinlerin alt dallarında çalışan bazı okulların olduğunu da belirtelim. Bunların içinde en köklüsü Seki okuluydu. Kuich, Miyagi, Mogami, Nakane ve Shisei-sankwa okulları Seki okulunun birer uzantılarıydı. Öğretim üyelerinin çoğu Seki okulu kökenliydi. Diğer okullar ufak tefek bazı değişiklikler gösteriyordu.

Japonya'da takvim yapımı o kadar kolay olmamıştır. Başlangıçta takvimler Çin'den Japonya'ya uyarlanmıştı. Fakat fazla duyarlı olmayan bu takvimler zamanla terkedilmişler. Japonlar gözlemevleri kurup gözlemler yapmaya başlayınca duyarlı takvimlerin ortaya çıktığı görülür. Özellikle büyük cisimlerin gözlemlenmesi onları daha iyi sonuçlara götürmüştür. 1744 yılında bir gözlemevi kurulmuş, burada yapılan gözlemler 1750 yılında derlenmiştir. 1754 yılında yeni bir takvim uyarlanmıştır. Bu takvimin de iyi çalışmaması sonucu 1757 yılında yeni bir gözlemevi yapılmış ve bu gözlemevinde kayıtlar tutulmaya başlanmıştır. 1763, 1764 ve 1766 yıllarında bu tür çalışmalara devam edilmiştir.

Goryu Asada, farklı öğretmenlerden astronomi öğrenmiş iyi bir matematikçidir. Kendisi, Okaka'da Asada okulunu kurmuş biridir. Asada'nın babası tıp doktoruydu ve Hollandalılardan takvim bilimini öğrenmişti. Japonya'da Hollandaca bilen okuyan tek bu doktordu. Teleskop yaparak büyük cisimleri inceledi. Kullanılan Kojutsu takviminin yanlışlar içerdiğini buldu. Bu gözlemevinde çok sayıda öğrenci yetiştirdi. İkinci olarak Hollandaca dilini Ryuho Nanako biliyordu. Daha önceki takvimleri de gözönüne alarak 1797 yılında yeni bir takvim yaptı. Bundan sonra gözlemlerin yapılması ve bu kayıtlara dayanılarak takvimlerin düzeltilmesi sürdü gitti. 1872 yılında Gregorian takvimi Japonya'ya uyarlanarak bu işe son verildi.

Japonya'da arazi ölçümlerinin yapılması da çok eskilere dayanır. Bu konuda Çinlilerden çok yararlanılmış ve ölçüm ilkeleri, haritacılık ve düzenlemeler hep Çin'den alınmıştır. Japonya'da en dikate değer ölçüm kitabı 1722 yılında Kiku-buntoshu ismiyle Tokiharu Mano tarafından yazılarak basılmıştır.

Matsumiya'nın 1723 yılında yayınladığı kitap, S. Shimidzu tarafından bulunan arazi ölçümleri yöntemlerinin genişletilmiş bir şekliydi. Arazi ölçümlerinde ve denizcilikte kullanılan bu kitapta çok sayıda ölçüm araçlarının kullanılmasını açıklıyordu. Bu kitabın çok yeri Hollanda kökenliydi.

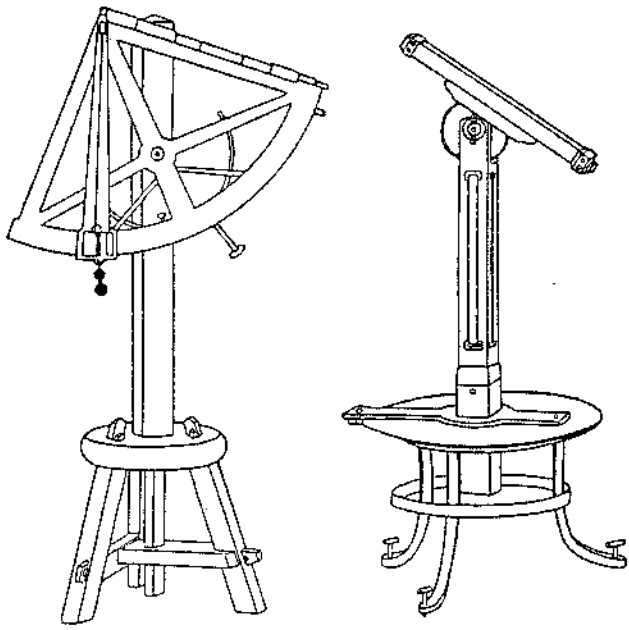


Japonya'da kullanılan ilk arazi ölçüm aletlerinden biri.

Japonya'daki arazi ölçümleri daha çok askeri alanda uygulama buldu. Astronomi ve takvimin kullanılması, enlem ve boylam hesapları, tarım ve daha başka uygulamalar bu bilmin gelişmesine yardımcı oldular.

Yasushi Wada, Seki okulunda çok büyük devrimler yapmış bir matematikçiydi. Çok sayıda öğrenci yetiştirmişti. Bu öğrencilerden birisi ve en ünlüsü Makoto Kusaka'ydı. Kusaka, Seki okulunun sekizinci müdürüydü. Wada bir samuraydı. Tokyo'da Shiba'da Zojoji tapınağında Budist olarak bulunuyordu. Daha sonra Tsuchi-mikado okulunun matematikçilerinin başkanı oldu. Kendisi Enri yöntemiyle çalışıyordu. Büyük matematikçiler gibi bu alanda yenilikler yaptı. İlk matematik bilgilerini Miyagi okulunda öğrendi. Ondan sonra Kusaka'nın okuluna girdi. Onun yeteneği başkalarına matematik öğretmekti. Hiçbir kitap yazmadı. Basılmamış çalışmalarından çok yararlanıldı. Doğum tarihi bilinmeyen Wada 1840 yılında öldü.

Wada'nın, Enri yöntemi için yazılmış çok sayıda tablosu vardı. Bu tabloların çoğu sonsuz serilerin toplamı üzerineydi. Enri-hyo isminde on dokuz tablosu vardı. İlk yazdığı Genhan-jutchi isimli notu, öğrencilerini eğitmek amacına yönelikti. İkinci notu Taisho-sampo adındaydı. Bu notların içerikleri daha çok düzlemler ve yüzeyler tarafından sınırlanan yüzeylerin alanları ve katıların yüzölçümleri üzerineydi. Yaptığı Enri tablo-



Japonya'da kulanılan ölçüm araçlarından.

larından başka, uzunlukların, alanların ve hacimlerin bir limit işleminden sonra nasıl bulunacağının öğretiyordu. Uzunluk, alan ve hacimleri, daha önce belirttiğimiz Ajima'da olduğu gibi hesaplıyordu.

Wada, bir şeklin alanını hesaplamak için, önce bu şeklin içindeki en büyük alanı buluyordu. Ondan sonra daha küçük alanlara yönelerek sonuca varıyordu. Buradaki yöntem bugünkü limit işlemine benziyordu. Dairenin alanını da bu yöntemle hesaplamıştı. Çemberin uzunluğu da bu yöntemle bulunmuştu. Elipsin çevresinin hesabı üzerine bir notu vardı. O da diğerleri gibi sonsuz bir seriydi ve çok uzun bir formüldü.

Wada da Ajima gibi çalışıyordu. Çapları a ve b olan iki dik silindirin birbirlerini eksenleri boyunca dik olarak kestiklerinde meydana gelen Archimedes katısının hacmini, Ajima'dan farklı bir yolla sonsuz bir seriyle hesaplamıştı. Wada, Enri-Kyokusujutsu yönteminin bulucusuydu. Kyokusu, limit demekti. Dairenin alanı, çapı üzerine kurulan alanla $\pi/4$ sayısının çarpımına, elipsin alanı, elipsi çevreleyen dikdörtgenin alanı ile $\pi/4$ sayısının çarpımına eşit olduğunu söyleyen İyen-sampo yönteminin de bulucusuydu. Benzer olarak, kürenin hacmi, küreyi sınırlayan küpün hacmi ile $4\pi/3$ sayısının çarpımına, küreye benzer siferoidin hacmi, siferoidi çevreleyen dikdörtgen pirizmanın hacmi ile $4\pi/3$ saysının çarpımına eşit olduğunu söylüyordu. Bu söylenenlerin tümü doğrudur. Wada, bu söylediklerini genelleştiriyordu. Herhangi bir eğri tarafından sınırlanmış bölgenin alanı, bu şekli çevreleyen

ikizkenar bir üçgenin, ikizkenar bir yamuğun veya başka bir geometrik şeklin alanı ile $\pi/4$ sayısının çarpımına eşittir diyordu. Herhangi bir katının hacmi, bunu sınırlayan dik piramidin hacmi ile $4\pi/3$ sayısının çarpımıdır.

Wada'nın 1829 yılında yazdığı Rokuyaku-sampo isimli notu, sonsuz geometrik serileri üzerineydi. 1818 ile 1829 yılları arasında rulet oyunu ile ilgili tüm ilkeleri Tenkyo-kiseki-jutsu isimli notunda topladı. Sikloidin uzunluğunu hesapladı. Ruletle ilgili kuramı açıklayan bir problemi Tokyo'da Shiba'da Atago türbesinde asılmıştı.

Kusaka'nın, Wada'dan başka çok ünlü olan matematikçi öğrencileri de vardı. Bunlar, Akiyuki Kenmochi, Nobuyoshi Saito, Kyo Uchida, Toshiaki Ohara, Shuki Koide, Yasumoto Gokai, Hiroshi Hasegawa ve diğerleri sayılabilir.

Akiyuki Kenochi, Seki gibi Kodzuke ilinde doğdu. Doğum ve ölüm tarihleri bilinmiyor. Sampo-Yakujutsu-shimpen isimli bir kitap yayınladı. Bu kitap, sonsuz ondalıklı sayıları bayağı kesirlere çevirme üzerineydi. On sekizinci yüzyılın başlarında bu konu üzerine çok sayıda kitap yazılmıştı. Kenmochi bunların tümünü en açık ve en kolay anlaşılır hale getirdi. Örneğin, 0.12345... ondalık sayısını önce

$$\frac{1}{10}+\frac{2}{10^2}+\frac{3}{10^3}+\ldots+\frac{n}{10^n}+\ldots$$

biçiminde yazıyordu. Diğer yandan,

$$\frac{1}{9}=0.111\ldots,$$

$$\frac{10}{9^2}=\frac{1.111\ldots}{9}$$

$$=\frac{1}{9}+\frac{0.1}{9}+\frac{0.01}{9}+\frac{0.001}{9}+\ldots$$

$$=0.111\ldots+0.0111\ldots+0.00111\ldots+0.000111\ldots+\ldots$$
$$=0.12345\ldots$$

olduğundan $0.12345\ldots = 10/9^2 = 10/81$ olarak yazılabilir.

0.136(10) (15) . . . şeklinde yazılan üçgensel sonsuz ondalık sayısı

$$\frac{1}{10}+\frac{1+2}{10^2}+\frac{1+2+3}{10^3}+\frac{1+2+3+4}{10^4}+\frac{1+2+3+4+5}{10^5}+\ldots=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{m(m+1)/2}{10^m}=\frac{100}{720}$$

olarak bulunur. Kenmochi'nin bu kitabında bu ve buna benzer daha çok sayıda karışık problemler ve bu problemlerin çözümleri vardır.

Nobuyoshi Saito da Kadzuke ilinde doğmuştur. Matematikçi Nobunaga Saito'nun babasıdır. Nobuyoshi Saito matematiği babasından öğrendi. Daha sonra Wada'nın okuluna girdi. 1834 yılında Sampo-Enrikan isimli kitabını yazdı. Kitap, Enri yöntemiyle ağırlık merkezini buluyordu. Ayrıca, Wada tarafından bulunan rulet yöntemleri de bu kitapta basılmıştı. Yalnız, ağırlık merkezinin bulunması yöntemi Hollandalıların kitaplarından alınmış olduğunu T. Endo özellikle belirtir. Ağırlık merkezinin bulunmasında sonsuz küçükler hesabı yöntemi kullanılır. Örneğin, dörtgenin ağırlık merkezini bulmak için üçgenler kullanılır. Kenarortaylarının kesişim noktası ağırlık merkezidir. Yine T. Endo'ya göre bu yöntem de Hollandalılar tarafından Japonya'ya sokulmuştu. 1834 yılında tanıtılan ağırlık merkezinin bulunması yöntemi Japonya'da 1834 yılından 1853 yılına kadar kullanıldı. Çapları bilinen ve birbirine dıştan teğet olan iki dairenin ağırlık merkezi özel olan iki yöntemle bulunmuştur.

Kyo Uchida 1877 yılları yöresinde yaşamıştır. Daha çok Gokwan Uchida ismiyle bilinir. Doğum yeri Yedo olmasına karşın doğum tarihi tam olarak bilinmemektedir. Tokugawa hükümetinin hizmetinde çalışmış ve çok iyi Hollandaca öğrenmiştir. Matematiği Kusaka ve Wada'dan öğrenmiştir. 1822 yılında İnka-Kaiden diplomasını almıştır. Matematica ismindeki okulunda yüzlerce öğrencisi olmuştur. Uchida, 1828 yılında halk tarafından kullanılan takvimi başlatmış ve öğrencilerine bu takvimi öğretmiştir. 1832 yılında oldukça yüksek düzeyde öğrencilerin ancak izleyebileceği Kokonsankan isimli kitabını yayınlamıştır.

Logaritma kuramının ve kullanılmasının Japonya'da hangi matematikçi tarafından ilk kez kullanıldığı tam olarak bilinmemektedir. Bilinen gerçek, logaritma Japonya'ya Hollandalıların kitaplarıyla girmiştir. Logaritma tablolarının nasıl kullanılacağını Kyo Uchida açıklamıştır. Uchida'nın öğrencisi ve arkadaşı olan Shuki Koide logaritma tablolarını 1844 yılında bastırarak yayınlamıştır. Uchida'nın logaritma tablolarının kullanılması çok zordur.

Yoshishige Ara'da Uchida'nın okulunda yetişmiş bir matematikçidir. Ölçme sanatı ismindeki ünlü kitabını 1865 yılında yayınlamıştır. Shuki Koide (1798 - 1865), Miyagi okulunun ilk matemtikçisidir. Daha sonra Kusaka'nın okuluna girmiş, Wada'dan da matematik öğrenmiştir. Haruchika Abe'nin yönetiminde astronomi ve takvim derslerine çalışmıştır. 1837 yılında başlattığı Teiyu takvimini yapmıştır. Oldukça duyarlı olan bu takvimden başka 1844 yılında bir de logaritma tablosu yayınlamıştır. Bu, Japonya'da ilk kez basılan logaritma tablosudur. Daha önce kullanılan logaritma tabloları Hollandalılara aitti.

Yasumoto Gokai (1794 - 1862), önce Kusaka okuluna girdi ve matematiği Wada'dan öğrendi. Daha sonra kendisinden daha yaşlı olan arkadaşı Nagatada Shiraishi'den Enri yöntemini öğrendi. Çalışmaları içinde en ünlü olanı, 1840 yılında yayınladığı Sampo-semmonsho isimli kitabıdır. Tenzan yönteminin en büyük problemleri bu kitapta toplanmıştır. Bundan sonraki kısımları büyülü kareler üzerine yazılmıştır. Büyülü kare-

ler Seki, Kurushima, Matsunaga ve diğer Japon matematikçileri tarafından sürekli olarak işlenmiş ve kitaplarına konmuştur. Fakat, tüm halleri içeren ve en geniş bir biçimde büyülü kareler Gokai'nin bu kitabında yer almıştır. Tek sıralı büyülü karelerin doldurulması Kurushima tarafından yapılmıştır. Çift sıralıların kim tarafından doldurulduğu tam olarak bilinmemektedir. Bunlardan üçü aşağıda olduğu gibi doldurulmuştur.

I.

31	32	24	10	25	1
35	26	17	20	8	5
4	28	21	15	10	33
3	9	22	16	27	34
2	29	14	23	11	32
36	7	13	12	30	6

II.

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

III.

57	16	24	33	25	48	56	1
7	59	42	31	39	18	10	63
6	51	45	30	38	19	11	62
60	13	21	36	28	45	53	4
61	12	20	37	29	44	52	5
8	54	46	27	35	22	14	59
9	55	47	26	34	23	15	58
64	9	17	40	32	41	49	8

Büyülü kareler.

Nagatada Shiraishi matematiği Kusaka ve Wada'dan öğrenmiştir. Çok sayıda kitap yazmıştır. Shamei-sampu isimli iki ciltlik en ünlü serisi 1826 yılında yayınlanmıştır. Kitaptaki problemler Sninto türbesinde duvara asılı olanlar dahil ülkenin birçok yerinden kendisi ve öğrencileri tarafından derlenmiştir. 1872 yılında ölen Gokai'nin doğum tarihi tam olarak bilinmiyor.

Shiraishi'nin öğrencisi olan Shigeto İwai'nin iki tane ünlü kitabı vardır. Sampozasso 1830 ve Enri-hyoshaku da 1837 yılında yazılmıştır.

Seito Baba (? - 1860) da çok ünlü matematikçidir ve okulunda çok sayıda öğrenci yetiştirmiştir. Babası Seitoku Baba (? - 1843) da matematikte uzman biriydi.

Hiroshi Hasegawa, hem Kusaka hem de Wada'nın öğrencisi oldu. 1782 yılında doğup 1838 yılında ölen Hasengawa önce Kusaka'nın öğrencisi oldu. Kötü bir davranışından dolayı okuldan atıldı. Arkadaşları onunla olan ilişkilerini kesti. Seki okulundaki matematikçiler de onu küçümsediler. Aslında matematik yönüyle o, diğer öğrencilere göre süper biriydi. Dışlanmasından dolayı buluşlarını bağımsız olarak kendi kendine yaptı ve kitaplarını da bağımsız olarak yazdı. Yazdığı kitaplarına kendi ismini hiç vermedi. Kitaplarını hep öğrencilerinin adıyla yayınladı. Kitapları Japonya'da çok üne kavuştu ve ülkenin her tarafına dağıtıldı. Matematikçi olmayanlar bile onun yapıtlarına derin saygılar duyuyor ve kolayca okuyup anlayabiliyorlardı. Oğlu Hiroshi Hasegawa da matematiği babasından öğrendi ve iyi bir matematikçi oldu. Hasegawa'nın okulundan çok ünlü kimseler çıktı. Geki Sato, Tanehide Chiba, Gilchi Akita, Tsunemitsu Murata,

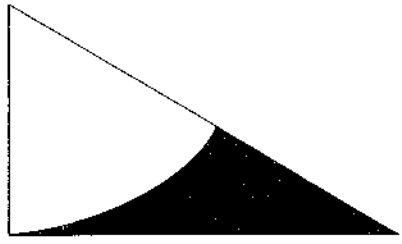
Gazen Yamamoto, Teishin Hırauchi ve diğerleri onun okulunun ürünleriydi.

Osaka'da Shingen Takeda isminde bir matematikçi vardı. Takeda, Goryu Asada' nın en iyi öğrencisi olan Masanaga Saka'nın bir öğrencisiydi. Takeda'nın okulu çok gelişmiş ve çok iyi bilginler bu okulda toplanmıştı. Okul daha çok Takeda veya Shingen okulu olarak ün salmıştı. Asada okulunda olduğu gibi, çok yetenekli ve iyi eğitilmiş astronomlar da bu okuldaydı. Sanenori Naito, Seifuku Fukuda (1806 - 1858), Riken Fukuda ve Shuki Koide ve diğerleri bu Takeda okulunun ünlü matematikçileriydi.

Bu dönemde yaşayan Nagayoshi Kikuchi, Sendai kentinde oturuyordu. 1845 yılında yazdığı Seisu-kigensho isimli kitabı tamsayılar kuramı üzerineydi. Tamsayılar kuramı Seki'nin zamanından beri birçok bilgin tarafından çalışılmış bir konuydu ve bu konu üzerinde çok sayıda kitaplar yazılmıştı. Matsunaga'nın Mukihen isimli kitabı bu konuda yazılanların ilki sayılabilir. Tamsayılar kuramı üzerine değerli bir çalışma olan bu kitap herkes tarafından çok iyi biliniyordu. Fujita'nın Seiyo-sampo isimli kitabı da bu konuyu daha derinlemesine incelemekten uzaktı. Wada'nın Koko-seisukai isimli kitabı bu konuda tektendi. Dik üçgenin kenarları olan Pisagor sayıları en iyi bir biçimde bu kitapta incelenmişti. Sayılar kuramı üzerine en iyi açıklamayı yapan son kitabı Seisu-kigensho ismiyle Kukuchi yayınlamıştır. Kitap, kenarları ve alanı tamsayılar olan üçgen üzerine bir problemi kapsar. a, b ve c bir üçgenin kenarları ve A da bu üçgenin alanı ise, k, m ve n keyfi tamsayılar olmak üzere $a = m(k^2 + n^2)$, $b = n(k^2 + m^2)$, $c = (k^2 \pm mn)(m \pm n)$ ve $A = (k^2 \pm mn)(m \pm n)kmn$ olarak çözülebilir.

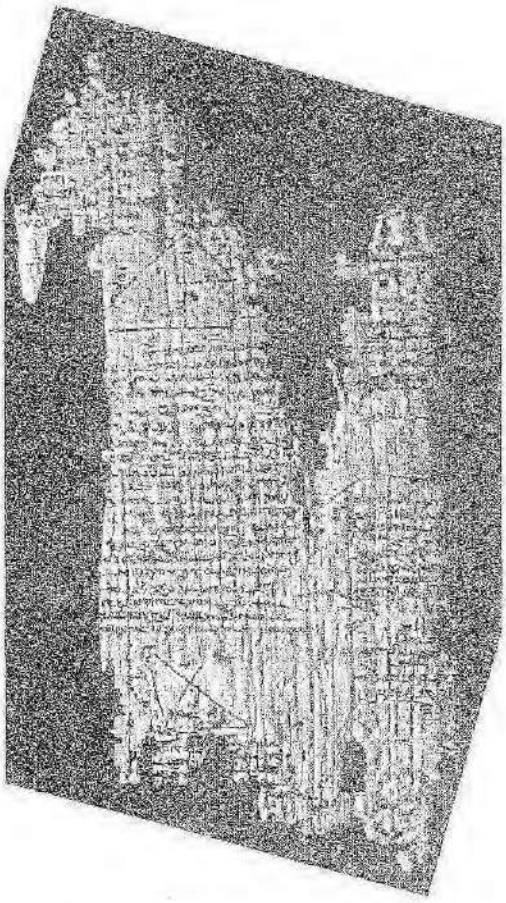
Tsuki-sampo, Gek Sato'nun öğrencisi olan Yasunobu Murayama tarafından 1863 yılında yazılmıştır. Kitabın içeriğinin çoğu Sato'nun kitabından alınmadır. Limit içeren Enri yöntemi daha ince ve duyarlı olarak açıklanmıştır. Maksimum ve minimum problemlerinin çözümleri bu kitapta yer almıştır. Bu tür problemler Wada tarafından bulunmuş ve ilk kez Nobunaga Saito (1748 - 1844) ve oğlu Nobuyoshi Saito tarafından Sampo-Enrikan ismiyle yazılmıştır. Sato, matematiği yalnız Hasegawa'dan değil Saito' dan da öğrenmiştir. Bu tür problemlerden birisi şöyledir.

Problem: Bir dik üçgenin dar açılı bir köşesinde merkezlenen ve yarıçapı dar açıya ait olan kenar uzunluğunda bir yay çiziliyor. Şekilde görüldüğü gibi, siyah taralı bir alan oluşturuluyor. Üçgenin alanı verildiğine göre, maksimum siyah alanı bulunuz. Yanıt, dik üçgenin alanının yarısıdır.

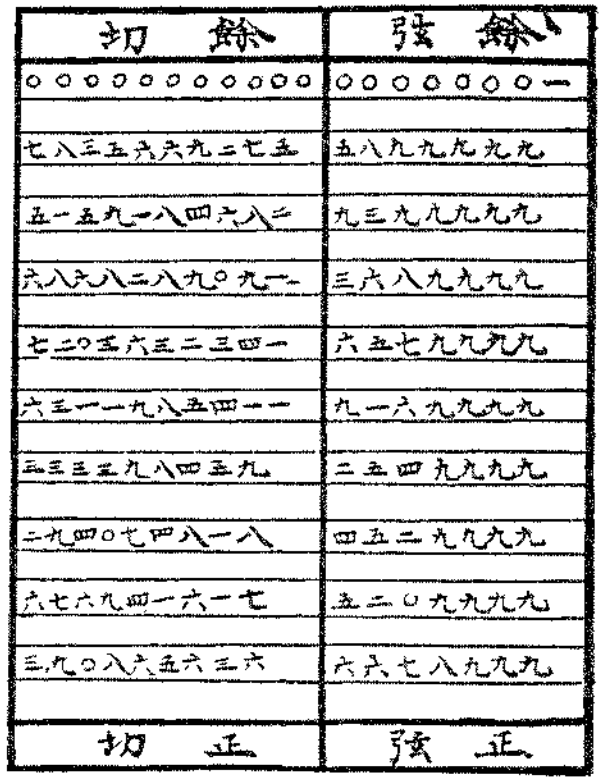


Tanehide Chiba, Soroban, Tengen, Tenzan ve Enri yöntemlerini anlatan kitabını 1830 yılında yazmıştır. Giichi Akita'nın kitabı 1835 yılında basılmıştır. İkinci kitabı 1837 yılında yayınlanmıştır. Tsunemitsu Murata elips üzerine yazdığı kitabı 1831 yılında bastırmıştır. İkinci kitabı 1834 ve üçüncü kitabı da 1853 yılında yayınlanmıştır.

1870 ile 1800 yılları arasında Hollandalı olduğu sanılan kimseler tarafından oktan denen alet Jayonya'ya getirilmiştir. Oktan üzerine ilk Japon kitabı 1852 yılında Mochichika Watanabe tarafından yazılmıştır. Bu sıralarda Hollanda dilini bilen çok az bilgin vardı. Sekstant üzerine yine ilk kitap 1853 yılında Murata tarafından yazılmıştı. Bu alet de Avrupa'dan gelmişti. Gazen Yamamoto 1841 yılında geometri problemleri üzerine bir kitap yazmıştır. Teishin Hirauchi, geometrik şekilleri inceleyen kitabını 1820 yılında yazdı. 1840 yılında yazdığı kitabı geometrik problemleri geometrik yolla çözüyordu. Oysa, 1840 yılına kadar Tenzan yöntemiyle bu problemler çözüldüğü gibi cebirsel yollar da deneniyordu.



Mısırlıların geometrik problem çözümleri.



切餘	弦餘
○○○○○○○○○○○○	○○○○○○○一
七八三五六六九二七五	五八九九九九九
五一五九一八四六八二	九三九九九九九
六八六八二八九〇九一	三六八九九九九
七二〇五六三二三四一	六五七九九九九
六三一一九八五四一一	九一六九九九九
五三三五九八四五九	二五四九九九九
二九四〇七四八一八	四五二九九九九
六七六九四一六一七	五二〇九九九九
三九〇八六五六三六	六六七八九九九
切正	弦正

Trigonometrik fonksiyonların logaritmimk tablosu yüzde birlik duyarlılıktaydı.

Kadzuhide Omura'nın 1841 yılında yazdığı iki ciltlik kitabı yeni yöntemler ve yeni teoremler içeriyordu. Bu dizi her ne kadar Gazen Yamamoto'nun 1832 yılında yazdığı kitabın bir devamı gibi gölürse de Tenzan yöntemini en ileri düzeyde işliyordu. Katenari eğrisine ilişkin teoremler tam olarak bu kitapta işlenmişti. Üç veya dört çembere ortak teğet çizimi kitabı 1865 yılında yazılmıştı. Murayama'nın bir çalışması üzerine yazdığı yorumu da 1867 yılında yalınlandı. Çok sayıda öğrenci yetiştirdi.

KAYNAKLAR

1. **Boyer, C. B.**, A History o Mathematics, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1985.

2. **Cajori, F.**, A History of Mathematics, The Macmillan Comp., New York, 1961.

3. **Hayashi, T.**, A Brief History of Japanese Mathematics, Nieuw Archief voor Wiskunde, 2 nd ser., Vol. 6, (1904 - 05), 296-361.

4. **Mikami, Y.**, The Development of Mathematics in Chine and Japan, Chelsea Publ. Comp. New York, 1913.

5. **Smith D. E.**, History of Mathematics, Dover reprint, 2 vols., Boston, 1923.

6. **Smit D. E.**, and **Mikami, Y.**, History of Japanese Mathemetics, Dover Publ., Chicago, 1914.

GENEL KAYNAKLAR

Archibald, R. C. Outline of the History of Mathematics, Buffalo, Slaught Memorial Papers of the Mathematical Association of America, 1949.
Ball, W. W. R. A Short Account of the History of Mathematics, Macmillian, London, 1888.
Bell, E. T. Men of Mathematics, Simon and Schuster, New York, 1937.
Bell, E. T. Development of Mathematics, McGraw-Hill, New York, 1940.
Boohner, S. The Role of Mathematics in the Rise of Science, Princeton University Press, Princeton, 1966.
Cajori, E. A History of Mathematics, 2nd ed. Macmillian, New York, 1919.
Coolidge, J. L. A history of Geometrical Methods, Clarendon Press, Oxford, 1940.
Dickson, L. E. History of the Theory of Numbers, Carnigie Institution, Washington, D. C., 1919-1923.
Eves, H. An Introduction to the History of Mathematics, Holt Rinehart and Winston, New York, 1964.
Heath, T. L. A History of Greek Mathematics, Clarendon Press, Oxford, 1921.
James, G. and James, R. C. Mathematics Dictionary, 2nd ed. D. Van Nostrand, Princeton, 1959.
Midenick, H. O. The Treasury of Mathematics, Philosophical Library, New York, 1965.
Newman, J. The World of Mathematics, Simon and Schuster, 4 vols., New York, 1956.
Sarton, G. Introduction to the History of Science, Carnegie Institution, 3 vols., Baltimore,1927-1948.
Sarton, G. The Study of the History of Mathematics, Harvard University Press, New York, 1936.
Schaaf, W. L. Recreational Mathematics, National Council of Teacher of Mathematics, Washington, D. C., 1963.
Scott, J. F. A History of Mathematics, Taylor and Francis, London, 1958.
Smith, D. E. History of Mathematics, Ginn, 2 vols., Boston, 1923-25.
Smith, D. E. A Source Book in Mathematics, McGraw-Hill, 1929, New York, 1959.
Struik, D. J. A concise History of Mathematics, Dover, 3rd ed., New York, 1967.
Struik, D. J. Source Book in Mathematics, Harvard University Press, Cambridge, Mass.,1970.
Tannery, P. Memoires Scientifiques, Gauthier-Vilars, 13 vols., Paris, 1912-1934.
Taylor, E. G. R. The Mathematical Practitioners of England, Cambridge University Press, 2 vols., Cambridge, 1954-1966.
Wieleitner, H. Geschichte der Mathematik, Leipzig, 2 vols., 1911-1921, Part II, Berlin, 1939.

TARİH TABLOSU

$-5x10^{12}$	Güneş'in oluşumu
$-5x10^{9}$	Dünyanın oluşumu
$-6x10^{8}$	Paleozik çağın başlaması
$-225x10^{6}$	Mezoik çağın başlaması
$-6x10^{7}$	Senoizik çağın başlangıcı
$-2x10^{6}$	İnsanların oluşumu
–50.000	Saymanın görülmesi
–25.000	İlkel geometrik şekiller
–10.000	İlkel tarım
–5.000	Neolitik medeniyet
–4.241	Mısır takvimi
–4.000	Metallerin kullanılması
–3.500	Tekerleğin kullanılması
–3.000	Mısır Hiyorolif yazısı
–3.000	Tekerlekli araçlar
–2.773	Mısır takviminin gelişimi
–2.400	Mezopotamya uygarlığı
–1.850	Moskow (Golenishev) papirüsleri
–1.800	Hamurrabi kanunları
–1.700	Mısır egemenliği
–1.600	Mezopotamya kuralları ve Mısır'da yeni krallıklar
–1.350	Alfebeler, demirin kullanımı, Güneş ve su saatleri
–1.200	Mısır'lı Eudoxus
–776	İlk olimpiyat
–753	Roma ticaretinin gelişimi
–740	Homer ve Hesoid'un çalışmaları
–585	Miletli Tales ve geometri
–540	Pisagor ve geometrisi, Çin rakamları ve Hint sayıları
–538	Babilliler
–467	Perikles devri
–450	Parmenides'in yuvarlak Dünyası
–430	Zeno'nun ölümü, Demokritus'un astronomisi ve Hippokrates'in atom kuramı
–429	Perikles'in ölümü
–427	Eflatun'un doğumu
–404	Peleponez savaşları
–399	Sokrates'in ölümü
–360	Eudoxus'un oranları
–350	Menelaus'un konik kesitleri
–347	Eflatun'un ölümü
–332	İskenderiye'nin kuruluşu
–322	Aristo ve Demosthenes'in ölümü

–311	Mezopotamya uygarlığı
–306	Batlamyus devri
–300	Euclides devri
–260	Aristark devri
–230	Eratosthenes devri
–225	Apollonius devri
–212	Archimedes'in ölümü
–210	Çin taş devri başları
–180	360° çevreli daire
–140	Hipparchus'un trigonometrisi
–75	Archimedes'in mezarının Çiçeron tarafından yaptırılması
–60	Paralellik postülatları
–44	Çesar'ın ölümü
+75	İskenderiyeli Heron'un çalışmaları
100	Nicomachus aritmetiği ve Menelaus küresi
116	Roma tiranlık devri
125	Platonik matematik ve Ptolemy'nin Almagest'i
250	Diophantus aritmetiği
320	Pappus'un topladığı matematik
324	İstanbul'un kuruluşu
470	Pi sayısının yaklaşık değeri
485	Proculus'un ölümü
529	Atina okullarının kapanması
622	Hazreti Muhammet'in hicreti
622	Hint'lerin sayıları
641	İskenderiye kütüphanesinin yanışı
662	Hintli'lerin çalışmalarının Arapça'ya çevirisi
830	El Harizmi cebiri
901	Sabit İbn Kurra'nın ölümü
998	Ebül Vefa'nın ölümü
1037	Avicenna'nın ölümü
1039	Alhazen'in ölümü
1048	El Biruni'nin ölümü
1114	Bhaskara'nın ölümü
1123	Ömer Hayyam'ın ölümü
1142	Euclides eserlerinin çevirisi
1202	Fibonacci aritmetiği
1260	Jordanus aritmetiği
1265	İngiltere'de ilk parlemento
1271	Marko Polo'nun seyahatleri ve mekanik saat
1274	Nasrettin Hoca'nın ölümü
1286	Gözlüğün keşfi
1303	Pascal üçgenleri
1440	Matbaanın bulunuşu
1453	İstanbul'un alınması

1472 Gezegenlerin yeni kuramı
1482 Euclides'in eserinin ilk basımı
1489 + ve – işaretlerinin Widmann tarafından ilk kez kullanılması
1492 Ondalıkların Pellos tarafından kullanılması
1492 Kolomb'un Amerika'yı keşfi
1517 Dinde reform
1526 Scipione del Ferro'nun ölümü
1527 Pascal üçgeninin yayınlanması
1543 Tartaglia ve Copernicus
1544 Stifel'in aritmetik integrali
1545 Cardano'nun Ars Magnası
1564 Galile'nin doğumu, Şekspir'in doğumu ve Mikelanj'ın ölümü
1572 Bombelli cebiri
1579 Viete'nin matematiği
1595 Pitiscus'un trigonometrisi
1609 Kepler'in astronomisi ve Galile'nin teleskopu
1614 Napier'in logaritması
1620 Bürgi'nin logaritması
1629 Fermat ve kritik noktalar
1635 Cavalieri geometrisi
1637 Descartes devri
1639 Desergues geometrisi
1640 Pascal'ın konikleri
1642 Newton'un doğumu ve Galile'nin ölümü
1644 Toriçelli'nin barometresi
1647 Cavalieri ve Toriçelli'nin ölümü
1655 Wallis'in aritmetiği
1657 Neil'in parabolü
1658 Huygens'in sarkaç saatleri
1662 Royal Society'nin kurulması
1666 Academie des Sciences'in kurulması
1667 Gregory ve geometrisi
1668 Mercator ve Logaritması
1670 Barrow'un geometrisi
1678 Ceva teoremi
1684 Leibniz devri
1687 Newton devri
1690 Rolle devri
1696 Bernoulli'ler devri ve L'Hospital devri
1699 Rasin'in ölümü
1706 William Jones tarafından pi sayısının kullanılması
1715 Taylor devri
1718 De Moivre devri ve Fahrenhayt termometresi
1730 Stirling formülü ve Reomür termometresi

1731 Clairaut eğrileri
1738 Daniel Bernoulli devri
1740 Büyük Frederick devri
1742 Maclaurin devri ve santigrat termometresi
1743 D'Alembert devri
1748 Euler devri
1750 Cramer kuralı ve Fagnano elipsi
1752 Franklin'in paratoneri
1767 Watt'ın buharlı makinesi
1770 Hiperbolik trigonometri
1774 Oksijenin keşfi
1776 Amerika'nın bağımsızlığı
1781 Uranüs gezegeninin keşfi
1783 Suyun ayrıştırılması
1788 Lagrange devri
1789 Fransız ihtilali
1794 Legendre'ın geometrisi ve Lavoisier'in giyotinle başının kesilmesi
1795 Monge geometrisi
1796 Laplace, Mascheroni, Wessel ve Carnot devri
1797 Lagrange'ın analizi devri
1799 Metrik sistemin bulunuşu
1800 Volta pilinin bulunuşu
1801 Gauss devri
1803 Carnot'un durum geometrisi ve Dalton'un atom kuramı
1804 Napolyon'un imparator oluşu
1815 Waterloo savaşı
1817 Bolzano devri, Young ve Frensnel'in ışık üzerine deneyleri
1820 Orstet'in elektrik manyetizmayı buluşu
1822 Poncelet ve geometrisi
1826 Crelle dergisinin kuruluşu ve Amper'in elektrodinamiği, Plüker, Gergonne'nin düalitesi, Abel, Gauss ve Jacobi'nin eliptik fonksiyonları
1827 Möbius, Plüker ve Feuerbach'ın homogen koordinatları, Cauchy'nin karmaşık fonksiyonları
1828 Green'in elektriği ve manyetizması
1829 Lobatchewsky geometrisi ve Abel'in ölümü
1830 Peacock cebiri
1832 Bolyai geometrisi ve Galois'nın ölümü
1834 Steiner'in Berlin'de profesör olması
1836 Liouville'nin ünlü dergisini çıkarması ve ilk telgraf
1843 Hamilton'un kuaterniyonları
1846 Neptün gezegeninin keşfi
1852 Chasles geometrisi
1854 Riemann ve Boole devri

1855 Dirichlet devri
1858 Atlas Okyanusu kablosu
1859 Darvin'in evrimi, Bunsen ve Kirchhoff'un çalışmaları
1863 Cayley devri
1865 Weierstrass devri
1869 Mendelyef'in periyodik tablosu
1872 Dedekind, Heine, Meray ve Klein devri
1873 Hermite ve e sayısının transandantlığı, Maxwell'in çalışmaları
1874 Cantor teoremleri ve alef sıfır
1876 Bell'in telefonu
1877 Sylvesler devri
1881 Gibb'in vektör analizi
1882 Pi sayısının Lindemann tarafından transandantlığının gösterilmesi
1888 Pasteur Enstitüsünün kuruluşu
1889 Peano aksiyonları
1895 Poincare analizi ve X ışınları
1896 Hadamard ve De la Vallee Poussin'in asal sayılar teoremi, Becquerel tarafından radyoaktivitenin bulunuşu
1897 J. J. Thomson tarafından elektronun buluşunu
1898 Marie Curie tarafından radyumun bulunuşu
1899 Hilbert ve geometrisi devri
1900 Hilbert problemi, Russell ve Whitehead'in Principia'sı ve psikanalist Freud devri
1901 Planck'ın kuantum kuramı
1903 Lebesgue integrali ve ilk uçağın havada uçuşu
1905 Eistein'in özel bağlılığı
1906 Frechet devri
1907 Brouwer devri
1914 Hausdorff devri
1915 Panama kanalının açılışı
1916 Einstein'ın genel bağlılık kuramı
1917 Rus ihtilali, Hardy ve Ramanujan'ın sayılar kuramı
1919 Atatürk'ün Samsun'a çıkışı
1920 TBMM açılışı
1921 İnönü savaşları
1922 Sakarya meydan savaşları ve büyük taarruz
1923 Cumhuriyetin ilanı ve Banach uzayları
1927 Atlas Okyanusunun ilk geçilişi
1928 Penisilinin bulunuşu
1930 Weyl devri
1931 Gödel devri ve teoremi
1933 Hitler devri
1934 Gelfond devri ve teoremi

1938 Atatürk'ün ölümü
1941 Pearl Harbor baskını
1945 Hiroşima'ya atom bombasının atılması
1946 Türkiye'de ilk demokratik seçimlerin yapılması
1950 Demokrat Partinin iktidara gelişi
1955 Cartan ve Eilenberg tarafından homological algebranın kurulması
1960 27 Mayıs Devrimi ve Türk Silahlı Kuvvetlerinin Türkiye'de yönetime el koyması
1963 Paul J. Cohen'in süreklilik hipotezi ve Amerika Birleşik Devletleri Başkanı Kenedi'nin öldürülmesi
1980 Nevanlinna'nın ölümü.
2002 Bilgisayar çağı.

DİZİN

abaküs 64
Aida 518
Ajima 515, 516
Apastamba 240, 353
Araki 508
Aryabhata 246, 353
Asoka 74, 255, 294

Bali rakamları 390
bambu ağacı 47, 52, 125
Battani 315
Baudhayana 240, 359
Bengali rakamları 384
Bhaskara 254, 347
Birman rakamları 390
Biruni 269
Brahmagupta 354, 357
Brahmanlar 291
Brahmi rakamları 260, 267
büyülü kareler 34, 36

Cawa rakamları 391
Cengiz Han 25
Chou Pei 39
Çin bilmecesi 85
Çin matematiği 12, 299
Çin rakamları 391

dama tahtası 156
determinant 122
Dokuz Bölüm 44
Dresden 217

El Kaşi 100
endan 503
Endo 463
enri yöntemi 511, 524
Ezra 374

Fibonacci 288
Fujita 518

Gerbert 328
Gobar rakamları 82, 268, 278
Gucurati rakamları 383
Gupta rakamları 399
Gurumukhi rakamları 383
Gwalior rakamları 80

Harizmi 268, 282
Harun Reşit 316
Hideyoshi 490
Hint matematiği 239
Hint rakamları 296
Hipparchus 246
Horner 47, 521

İbrani rakamları 289
İmamura 491
İsomura 516

Japon matematiği 462
Jnanaraja 358
Josephus problemi 498

Kaithi rakamları 384
Kamalakara 356
Kamboçya 440
Kannara rakamları 389
Kharosthi rakamları 255
Kıbrıs 293
Kindi 288
Ko Taira 517
Kubilay Han 26

Larsa 306
Lilavati 273
Li Nien 114
Li Shou 479
Liu Hui 100

Mahavedi 340
Mahavira 275, 351
Maithili rakamları 385
Malayalam rakamları 388
Marko Polo 94, 316
Masudi 269
Matris 122
Matsunaga 511
Maya rakamları 170, 219, 289
Memun 76, 288
Mendoza 191
Mısri 376
Ming Antu 100
Moğol rakamları 400
Mori 490
Murai 521
Murayama 530
Mutasım 288

Nagari rakamları 383
Nana Ghat 293, 295, 303
Narayana 275
Nasik rakamları 293, 296
Nedim 377
negatif sayı 78
Nepali rakamları 386

Omura 530
Oriya rakamları 385
Planudes 315, 319
Plimpton 478
Ptolemaios 246
pozitif sayı 78

Ricci 94
Romen rakamları 290

Sacy 318
sangi tahtası 483
Sanskrit rakamları 305
Sato 500
Schaal 95
Sebokht 268
Seki Kowa 463
Sened Ali 325
Sessa elsanesi 334
Shanada rakamları 380
Shu King 47
sıfır 313, 315
Singhala rakamları 383, 398
soroban 491
Sridhara 275
suan pan 69
Sulba 340
Sulvasutras 239
sunya 267
Suryadasa 363

Tabari rakamları 385
Tahir 377
Takebe 514
Tamil rakamları 383
Tay-Kmer rakamları 390
Telugu rakamları 389
tengen 500, 504
tenzan 504
tenzeri 503, 504
Tibet rakamları 385
Tusi 113
Türk-Hıristiyan problemi 115, 116

Uklidisi 377

Vedalar 291
Vedik dönemi 288

Wada 523
Wang 102

yanlışı deneme 122
Yucatan 183
Yunan rakamları 289

Zu Chong 100

TOPLUMSAL DÖNÜŞÜM YAYINLARI

Matematik sayıma ile başlamıştır. Zamanımızdan onlar bin yıl öncesine ait kemiklerde bunları görebiliriz. 1937 yılında bulunan kurt kemiği üzerindeki beşli gruplamayla yapılan çentikler bu sayımın oldukça eski olduğunu göstermektedir. Mağara ve Taş Devirlerinde sayımların yapıldığı artık biliniyor. Bir Nehirden diğerine yer olan Edward Gölü yakınlarındaki Ishango'da taştan aletlerden çıkarılan sayma içerikli kemikler yirmi bin yıllıktır. Tarım hiç bulunmadığı bazı Afrika kültürlerinde sayımda kullanılan ve hayvan alışından çıkarılan çeşitli örnekler bulunmuştur. Bu çeşit toplanmanın hayvanların sayısının belirlenmesinde kullanıldığı sanılıyor.

Eski dünyada bu sayımlar olurken yeni dünyada Amerika'da, Peru'da bulunan yerliler iç düğümlerleyle sayımlarını yapıyorlardı. Bu uzun tarihi süreç içinde matematiğin yeşerdiği ilk yerler Mısır ve Mezopotamya olarak görülür. Matematik daha sonra Yunanistan'da edebilsin. Ortaçağ boyunca Hintliler ve İslam dünyası matematiği sürdürür. Endülüs Emevileri yoluyla Kuzey Afrika'dan İspanya'ya Avrupa'ya geçiyor. Bugün kullandığımız matematik Avrupa'da gelişir ve kutulur.

ISBN: 978-975-333-04-1