PROF. DR. ALİ DÖNMEZ

MATEMATİĞİN ÖYKÜSÜ VE SERÜVENİ



İTALYAN MATEMATİKÇİLER

DÜNYA MATEMATİK TARİHİ ANSİKLOPEDİSİ

MATEMATİĞİN ÖYKÜSÜ VE SERÜVENİ

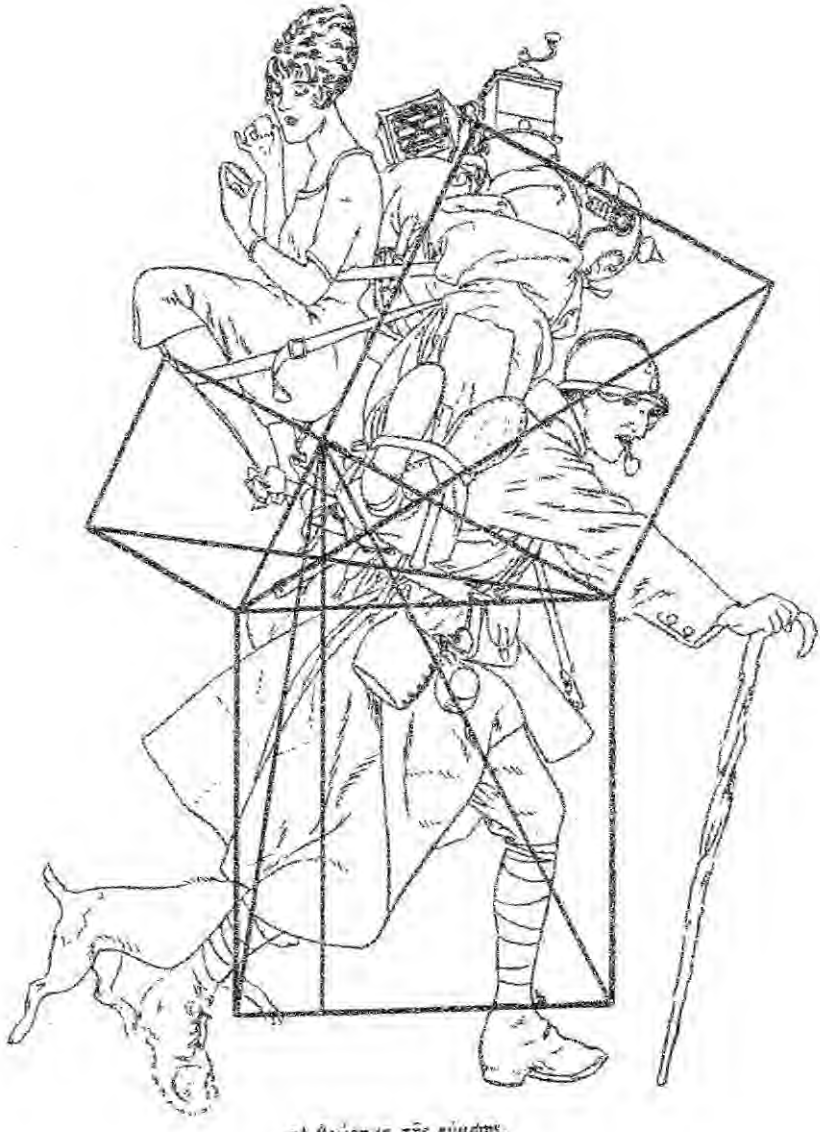
"DÜNYA MATEMATİK TARİHİ ANSİKLOPEDİSİ"

Prof. Dr. Ali DÖNMEZ
(DOĞUŞ ÜNİVERSİTESİ)

X. CİLT

İTALYAN MATEMATİKÇİLER

TOPLUMSAL DÖNÜŞÜM YAYINLARI



τὸ θεώρημα τῆς νύμφης.

Toplumsal Dönüşüm Yayınları: 198

Matematiğin Öyküsü ve Serüveni
"Dünya Matematik Tarihi Ansiklopedisi": 10

Prof. Dr. Ali DÖNMEZ
İtalyan Matematikçiler: 10

1. Basım Toplumsal Dönüşüm Yayınları
1500 Adet Ocak 2005 İstanbul

© Prof. Dr. Ali Dönmez / Toplumsal Dönüşüm Yayınları
ISBN: 975 8269-00-2

Yayınevi Kurucusu : *Hayri Bildik*
Genel Yayın Yönetmeni : *Hatice Bahtiyar*
Düzelti : *Gürhan Dönmez*
(Doğuş Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Öğretim Görevlisi)
Yayınevi Önsözü : *Arif Hikmet Bildik*
Grafik Tasarım : *Sadık Uygur*

Genel Dağıtım

KARDAK / Narlıbahçe Sok. No: 6
34 420 Cağaloğlu - İSTANBUL
Tel: 0 212 528 66 89
Belgeçer: 0 212 519 84 85
e-mail:kardak@sistemd.com

Can Matbacılık
İstanbul

SUNU

"Matematik Yaşamın Soyutlanmış Biçimidir." şeklinde yapılan tanım herhalde en gerçekçi ve geniş haliyle matematiği ifade eder. O halde matematik yaşam kadar eski, yaşamla birlikte gelişen, insanlık tarihi ile paralel bir gelişim gösteren bilim dalıdır. İnsanın insanlaşma sürecinde matematiğin gelişim seyri de izlenebilir. Bu boyutu ile belki de en eski bilim olup diğer bilimlerin de anasıdır.

İnsan tasarlayabildiği sürece ve soyutlayabildiğince insanlaşmış, tarihsel serüveninde avcı toplayıcı toplumdan yerleşik düzene; tarım toplumuna geçmiş önce köy, sonra kent kurmuş ve daha sonra büyük devletler, imparatorluklar örgütlemiştir. Toplumsal gelişmeyle birlikte matematikte gelişmiştir. Ya da başka bir ifade ile matematiği gelişen tüm toplumlar komşu toplumlara oranla daha fazla ve hızlı bir gelişme göstermişlerdir. Hatta günümüz bilim dünyasını geliştiren ve modern toplumu yaratanlar büyük matematikçilerdir denebilir.

Tarihsel süreçte (0) sayısının bulunması bir dönüm noktasıdır. İnsanın soyutlama yeteneğinin nitelik değişimlerinden birini oluşturur. Yine (0 ve 1) sayılarından oluşan digital sistem günümüz bilgi toplumunun görsel ve işitsel iletişim ağının en gelişmiş biçimini oluşturmaktadır. Tüm bilgisayar sistemleri, televizyon ve telefon sistemleri bu teknolojiye dayanmaktadır.

Matematik bilimi ciddi bir iştir. Ama aslında asık yüzlü ve korku duyulan bir disiplin olmayıp, tersine yaşam gibi eğlenceli, neşeli ve insanı dinlendiren uğraş alanıdır da. Tüm dünyada bilgisayar oyunları, eğlence oyunları, satranç gibi, dama gibi oyun ve sporlar dahi matematiğe dayanmaktadır. Matematiği sevmek, bilmek ve onu yaşamda kullanmak insanı ayrıcalıklı yapar. O insana saygı duyulur, o insan sevilir.

Ülkemizde matematik tarihi konusunda hemen hemen bir çalışma yoktur. Böyle bir boşluğu doldurmak amacı ile değerli bilim adamı Prof. Dr. Ali Dönmez 40 yıllık çalışması sonucu ***"Matematiğin Öyküsü ve Serüveni"*** *adlı 10 ciltlik eserini meydana getirmiştir. Bize de, öğretmenlere, öğrencilere ve aydınlara bu eseri ulaştırmada yayınlama görevi düştü.*

Elinizde bulunan bu birinci ciltteki ilk bilgiler, ilkel matematiğin başlaması ve gelişmesi şeklinde olacaktır. Bu konulardan en önce incelenen yaygın söyleyişle aritmetiktir. Eski Yunanlılar ve Romalılar hesaplama sanatına ya da disiplinine aritmetik diyorlardı. Yazarımız bu kitapla eski aritmetikle başlayıp çağdaş aritmetiğe doğru gitmektedir. Önce sayılar arasındaki ilişki verilmekte, sonra sayılar kuramı özet olarak tanıtılmaktadır. Yine, eski halkların matematikleri, işaretleri, kuralları ve kullandıkları yöntemler bu kitapta işlenmektedir.

Türkiye'de böyle bir kitap dizisinin yayınlanabilmesi, matematiğin teorik bilgiden öteye toplumsal, kültürel, ekonomik yaşamla bağlarının oluşmasına katkıda bulunmayı amaçlayan bir dünya görüşünün yoğun çaba ve özverisi ile mümkün olabilmektedir. Sunmaktan onur duyduğumuz bu eseri ilgili herkesin beğeneceğini umuyoruz.

Toplumsal Dönüşüm Yayınları

İÇİNDEKİLER

Gerard	*13*	*Angeli*	*306*
Fibonacci	*15*	*Mengoli*	*307*
John	*41*	*Cassini*	*310*
Rithmomachia	*42*	*Ceva Kardeşler*	*311*
Campanus	*45*	*Saccheri*	*312*
Barlaam	*52*	*Grandi*	*316*
Beldomandi	*53*	*Manfredi Kardeşler*	*318*
Leonardo	*53*	*Riccati*	*319*
Dominicus	*55*	*Fagnano*	*321*
Cusa	*57*	*Poleni*	*324*
Purbach	*59*	*Riccati*	*325*
Pacioli	*61*	*Fagnano*	*329*
Leonardo da Vinci	*70*	*Agnesi*	*329*
Ferro	*86*	*Malfatti*	*332*
Albert Dürer	*88*	*Piazzi*	*333*
Calandri	*103*	*Giuseppe*	*334*
Maurolico	*107*	*Mascheroni*	*335*
Tartaglia	*110*	*Lhuilier*	*338*
Cardano	*121*	*Ruffini*	*338*
Commandino	*134*	*Argand*	*339*
Ferrari	*136*	*Plana*	*340*
Bombelli	*139*	*Doppler*	*341*
Benedetti	*141*	*Bellavitis*	*342*
Barocius	*143*	*Boncampagni*	*344*
Ricci	*144*	*Betti*	*345*
Valerio	*155*	*Brioschi*	*346*
Cataldi	*156*	*Cremona*	*347*
Magini	*163*	*Beltrami*	*349*
Galile	*165*	*Dini*	*351*
Ghetaldi	*246*	*Bertini*	*352*
Guldinus	*247*	*Ricci*	*353*
Juan Diaz	*248*	*Veronese*	*355*
Cavalieri	*250*	*Guccia*	*356*
Torriçelli	*259*	*Peano*	*357*
Ricci	*263*	*Cesaro*	*362*
Viviani	*265*	*Volterra*	*365*
Pascal	*269*	*Pieri*	*368*

İÇİNDEKİLER

Burali Forti	*369*
Loria	*370*
Segre	*371*
Castelnovo	*373*
Bortolotti	*373*
Enriques	*374*
Fano	*376*
Levi Civita	*376*
Vitali	*378*
Severi	*379*
Fubini	*381*
Özet	*431*
Kaynaklar	*463*
Tarih tablosu	*465*
Dizin	*471*

ÖNSÖZ

Yabancı kaynaklara bakıldığında, çok sayıda matematik tarihi kitabı vardır. Bu yönde yapılan özel matematik tarihi araştırmalarıysa, elden geçirilemeyecek kadar fazladır. Özellikle, İngilizce yayınlar ve araştırmalar, kütüphaneler dolduracak boyutlara ulaşmıştır. Fransızca ve Almanca'da da durum buna yakın düzeydedir. Bu konuda araştırma yapmak oldukça zordur. Özellikle Türkiye koşullarında bu daha da güçleşmektedir. Çünkü, kaynak bulma sorunu başta gelen konudur.

İkinci güçlükte, eski devirlerde yaşayan atalarımızın matematiği hakkında hiç bir bilgiye sahip olamayışımızdır. Bilebildiğimiz kadarıyla, başlattığımız matematik tarihi bize yakın dönem sayılır. Uygarlığın ve insanların yaşadığı her yerde matematik vardır. Mağara devrinde bile matematiğin varolduğu kuşkusuz. Çünkü, duvarlarda ve taşlardaki çizgilerin matematikle bağlantısı vardır. En ilkel dönemlerde de en azından saymayı biliyorlardı. Hayvanları ehlileştirdikleri zaman, kaç hayvanın veya koyunun olduğunu kontrol etmek için hayvan sayısı kadar taş toplayıp onunla karşılaştırma yapabiliyorlardı.

Bugün, Avustralya adalarında, Güney Amerika ve Afrika'da henüz uygarlığın çok az girdiği yerlerde yapılan matematik araştırmalarına göre, oldukça ilkel yaşam sürdüren ve uygarlığın çok az girdiği bu topluluklarda bile kullanılan matematik bilgisi var. Örneğin parmaklarını saymada kullanıyorlar. Aynı şekilde, mağaralarda ve ağıllarda taş yığınlarından sayma işinde yararlanıyorlar Yiyecek ve meyvelerin azlığı veya çokluğu hakkında bir ölçüleri var. Kuşkusuz, ilkel dönemlerde bile insanların matematiği vardı. Geçirdiği evrim içinde de bu matematiği gelişmiş ve uygarlık ile birlikte bugünkü düzeye ulaşmıştır. Çok az da olsa, bazı hayvanlarda sayı kavramı olduğu deneylerle kanıtlanmıştır. Örneğin, bir köpeğin iki veya daha fazla köpekten kaçması gibi. Bundan başka, maymunlar üzerinde de ilginç deneyler yapılmıştır.

Tüm canlı yaratıkların en zekisi ve en beceriklisi olan insanların, ilkel devirlerde matematiğe ilk olarak sayma ile başladığını sanıyoruz. Bu da, İ. Ö. 50.000 yıl önce olabileceği sanılıyor. Bunu kanıtlayan mağaralar var. Daha öncede başlamış olması olasıdır. Yine kalıntılara göre, İ. Ö. 25.000 yıllarında mağara duvarlarında ilkel geometrik şekiller görülmekte. Bugünkü dille söylersek, hayvan ağılları bile oldukça eski kalıntılardır. Yine, incelemelere göre insanlığın başlangıcı İ. Ö. iki milyon yıl önce olduğu tahmin ediliyor. Buna göre, İ. Ö. 6000 tarihi ile başlattığımız matematik tarihi oldukça kısa bir süredir. Bundan önceki yıllara ve insanların matematiğine ait bilgilerimiz oldukça az. İ. Ö. 10.000 yıllarında ziraat yapıldığına göre, en azından ürünü için kullandığı bir matimatik olacaktır.

Atalarımızın matematiğini bilemediğimiz için üzülmeye pek gerekte yok. Bu kadar uzak devirlere bile gitmeye çalışmayalım. Biz Türkler'in anayurdu olan Ortaasya'daki Türk atalarımızın matematiğini bile bugün bilemiyoruz. Fakat, uygarlığın olduğu yerde muklaka bir matematik var. Çağına göre atalarımızından kalan kalıntılara ve bugün Çin'de bulunan belgelere ve kazılara göre uygarlığı oldukça ileri düzeydeydi. Öyleyse bir matematikleri olması gerekir.

Dikkat edilirse, uygarlıkla matematik beraber gelişmiştir. Örneğin, uygarlık ovalık ve verimli yeri seçmiş ve buna bağlı olarak oralarda matematik gelişmiştir. Mezopotamya, Mısır'ın Nil Vadisi, Ege sahillerimiz, Hindistan'daki ovalık bölgeler buna en güzel örneklerdir. Tarihi gelişim içinde uygarlık matematiği doğurmuştur.

Bizde, bu yönde Türkçe yazılmış bir matematik tarihi yoktur. Türkçe kaynak yönüyle bu saha oldukça boştur. Öğrencilerimden gelen istek ve destekle böyle bir çalışmaya girdim. Matematiğin gelişimi hakkındaki boşluğu biraz doldurdum sanıyorum. Öğrencilerin, meslektaşlarımın ve meraklı okuyucuların severek okuyacağını umuyorum.

Bu eserde, yaşam öykülerini anlatacağım ve tanıtacağım matematikçilerin nasıl varolduklarını ve nasıl yokolduklarını vurgulamaya çalıştım. Zaten üstün zekalı kimselerin yokolması çok kolaydır. Onlar birer gül gibidir. Bir gün sulanmazsa bir çiçek gibi solar giderler. Hiç kimse de bunu farkedemez. Türkiyemiz için bu olay daha da acıdır. Önce şunu kabul etmek gerekir. Piyano olmayan evden bir Mozart veya Chopen çıkmaz. Bunun gibi, Türkiye'de üstün zekalı birçok matematikçi çıkmış ve ortam bulamadığı için yokolup gitmiştir. Burada vurgulamak istediğimiz de budur. Üstün zekalı bir çocuğun diğer çocuklardan pek farkı yoktur. Hatta bazen hiç dikkat bile çekmez. Belki sınıfının en başarısızlarından biri olabileceği gibi, en yaramaz ve derisine bile sığmayabilir. Bu eserde bunları görecek ve okuyacaksınız. Öğretmen olarak, eğitici olarak, anne ve baba olarak insanlık ve uygarlık bizden üstün zekalı kimseleri yok etmememizi ve onları korumamızı istiyor.

Genel olarak, tarihi akış içinde, burada yaşam öykülerini anlattığım matematikçileri doğum tarihlerine göre sıralamayı uygun buldum. Bazılarının yaşam öyküleri hakkında yeterli bilgi bulamadığımdan onları atladığım da oldu. Bunun yanı sıra, bazılarının yaşam öykülerini fazla ilginç bulmadığım için de fazla derinlemesine inmedim. Fakat ilginç olan ve eğitim için gerekli gördüğüm matematikçilerin yaşamlarını en ince noktalarına kadar anlatmayı bir görev saydım.

Matematik, oldukça teknik ve kavranması çok güç bir bilimdir. Böyle bir tarihi yazarken, özellikle kaçındığım bir nokta, olanaklar ölçüsünde matematiğin teknik tarafına girmeden ve okuyucuları sıkmadan bir biyografi türünde yazmaya çalıştım. Zaten bu kadar matematikçinin matematik buluşlarından ve kendileri tarafından yapılanları buraya aktarma olanağı yoktur. Bunu hiç bir matematikçinin de beceremeyeceği açıktır. Ancak, bir ekiple bu problem çözülebilir. Bunun dışında parça parça araştırma yapılabilir.

Türkiye'de, matematik tarihi bakımından matematik öğrencilerinin bu bilgisini doldurabilmek amacıyla işe başladık. İleride daha iyi olması arzusundayız. Okuyuculara ve öğrencilere biraz yararlı olabilirsek, kendimizi mutlu sayacağız. Bazı yanılgıların veya boşlukların bu tür eserlerde olması doğaldır. Gelecek her türlü öneri geliştirici bilgilere açık olduğumu hemen söyleyeyim. Saygılarımla.

Ali DÖNMEZ

GERARD (1114 -1187)

Bir İtalyan bilim adamı olan Gerard 1114 yılında İtalya'da Cremona'da doğdu. Bu nedenle kendisi Cremonalı Gerard ismiyle bilinir. Kendisi doğuştan İtalyan olmasına karşın, yaşamının büyük bir kısmını o dönemde İspanya'nın bilim merkezi olan Toledo' da geçirdi. O dönemin bilim dili Arapçaydı. Gerard, Arapçayı öğrenmek için İspanya'ya gitti ve Ptolemy'yi anlayabilmek için Arapça öğrendi.

İspanya'da başrahip Raymond, 1151 yılında Toledo'da bir çeviri koleji kurmuştu. Gerard burada, batılıların ilk kez karşılaştıkları Yunanlılardan ve Araplardan çok sayıda bilimsel kitapları Latinceye çevirdi.

Toledo kenti başlangıçta Vizigotların başkentiydi. Daha sonra şehir Endülüs Emevilerinin eline geçti. Toledo Kütüphanesi Müslüman, Hıristiyan, Yahudi ve Yunanlılardan alınma kitaplarla doluydu. Bu kentteki ilk çeviriler Adelard'a (1075 – 1160) aittir. Bu çevirilerin en önemlileri Euclides'in Elements'i ve Harizmi'nin Arapçadan Latinceye çevrilen gökbilimi tablolarıydı. Fakat bu yapıtların Avrupalılara fazla bir etkisi olmadı. Ya da Avrupalılar bu çevirilerden fazla yararlanamadılar. Adelard 1155 yılında da Ptolemy'nin Almagest'ini Yunancadan Latinceye çevirdi. Çevirilerinin sayısı doksan tanedir.

Toledo kolejinin çok değişik ülkelerden çok sayıda karma bir çeviri grubu vardı. Bunlar arasında Chesterli Robert, Dalmatianlı Hermann, Tivolili Plato, Brugesli Rudolph, Cremonalı Gerard ve Sevilleli John da bulunuyordu. Bu çeviriciler arasında en ünlüsü Cremonalı Gerard'dı. Çünkü, yaşamının çoğunu Arapçadan çevirilerle geçirmiştir. Çeviri yaptığı kimseler arasında Aristo, Kindi, Farabi, Alhazen, İbni Sina, Sabit bin Kurra, Theodosius, Euclides, Harizmi, Gallen, İsaac İsraeli ve Hippocrates bulunuyordu. Özellikle, Sabit bin Kurra tarafından Arapçaya çevrilen Euclides'in Elements isimli kitabını Arapçadan Latinceye çevirisi çok etkili olmuştur. Oysa, Adelard'ın aynı kitabının çevirisinin etkisi hemen hemen olmamıştır.

Gerard'ın ikinci büyük yapıtı, Ptolemy'nin Almagest'ini Latinceye çevirip onu batıya ilk tanıtan olmasıdır. Gerard'ın bunlardan başka seksen beşin üzerinde daha çevirisi vardır. Bu çeviriler arasında en ünlülerden biri de Harizmi'nin Cebir'ini uyarlaması olmuştur. Harizmi'nin bu Cebir kitabını daha önce Chesterli Robert de 1145 yılında Latinceye çevirmişti. Nedense Gerard'ın çevirileri daha çok tutunmuştur. Gerard, Archimedes'in Arapçaya çevirilen yapıtlarını da Latinceye çevirmiştir. Bunlar arasında, Dairenin Ölçümü, Küre ve Silindir kitapları sayılabilir.

Geber bin Aflah, on ikinci yüzyılda Seville'de doğup bu yüzyılın sonlarına doğru Cordova'da ölen Endülüs Emevilerinden olan bir bilim adamıydı ve çok sayıda Arapça yapıtı vardı. Kullandığı rakamlar da Hint kökenli Gobar rakamlarıydı. Gerard, Geber'in yapıtlarını da Latinceye çevirdi ve bu yapıtlar 1533 yılında Nürnberg'de basıldı.

Gerard'ın İtalya'nın Cremona kentine İspanya'dan ne zaman döndüğü bilinmiyor. Yalnız 1187 yılında doğduğu bu şehirde öldüğü kesindir.

Gerard'ın çevirdiği ünlü bilginlerin yapıtları kısaca şöyle sıralanabilir. Bu çeviriler

1. Aristotetles'in Posterior Analytics,
2. Autolycus'un De Sphaera Mota,
3. Euclides'in Elements,
4. Euclides'in Data,
5. Archimedes'nin Measurement of a Circle,
6. Thedosius'un Spherica,
7. Ptolemy'nin Almagest,
8. Menelaus'un De Figuris Sphaericis,
9. Harizmi'nin Algebra ve
10. Jabir ibn Aflah'ın Elementa Astronomica olarak sıralanabilir.

Yalnız, Euclides'in Elements isimli kitapları Gerard tarafından çevrildiği biliniyordu. Fakat bunların içinde X., XI., XII. ve XIII. kitaplarının çevirisi 1901 yılına kadar kayıp oldukları sanılıyordu. Gerard'ın bu çevirileri 1901 yılında Vatikan kütüphanesinde bulundu.

Gerard'ın, Apollonius'un Conics isimli seri kitaplarını da Arapçadan çevirmişti. Bir de Abraham bar Hiyya'dan çevirdiği kitap daha çok İslam ülkelerinde çözülen ikinci derece denklemlerini içeriyordu. Euclides'in Elements isimli dizi kitaplarını büyük bilgin Sabit bin Kurra'nın çevirisinden yapmıştı. Gerard gibi bu çeviricilerle Avrupa Rönesansa hazırlanıyordu. Ayrıca,

11. Sabit bin Kurra'nın bir kitabını,
12. Al Farghani'nin bir kitabını,
13. Pseudo-Aristotles'in bir kitabını, Aristo'nun bir fizik kitabını,
14. Harizmi'nin Aritmetik isimli kitabını,
15. Farabi'nin bir kitabını,
16. Kusta bin Luka'nin bir kitabını,
17. Zargali'nin bir kitabını
18. Alcabitius isimli kitabı ve
19. Ebu Mashar isimli kitabını Arapçadan Latinceye çevirmiştir. Onun bu çevirileri Seville'de bastırılmıştır. 1133 yılına kadar çevirilerini tamamlamıştır.

Gerard, Ortaçağ'da fen ve felsefe alanlarında Arapçadan Latinceye en fazla çeviri yapan bir çevirmen olarak bilinir. Bunun yanı sıra, bu alanlarda yeni yapıtlar da vermiştir. Fakat onu ünlü yapan daha çok çevirileridir. Gerard'nın çevirileri çok iyi olmuş ve zamanında bastırılmıştır. Üstelik, çevirilerinde hatalar çok azdır. Gerard'ın çevirdiği kitapların listesini Sarton ikinci kitabının 339 ile 344 sayfaları arasında yazmıştır. Bu liste diğer yazarların her konuda yazdıklarından daha iyidir ve daha iyi bilgiler verir. Bundan daha iyi bilgiler, Dictiomary of Sicentific Biography isimli çalışmanın 15. cildinin 175 ile 192. sayfaları arasında verilmiştir. Çift sütunda yazılan bu açıklamalar Rishard Lemay tarafından yapılmıştır.

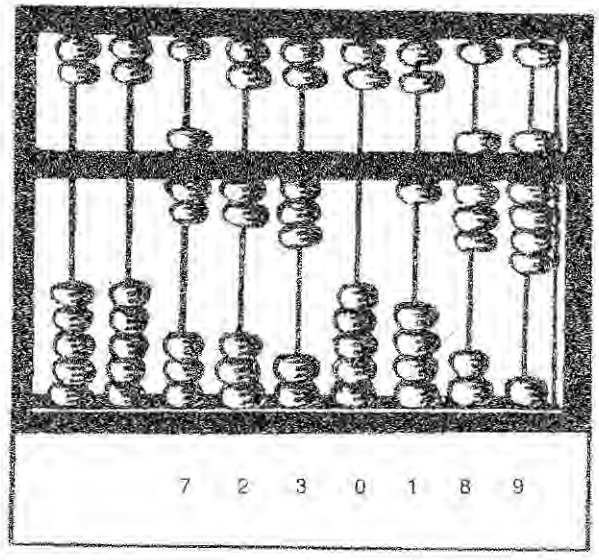
FİBONACCİ (1170 - 1250)

Avrupa, Roma rakamları, abaküs ve Gerbert'in Hintlilere ilişkin 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamlarıyla hesap yapmaya uğraştığı sıralarda, Hint sayı yazısının dünyadaki zaferine çığır açan bir kişi dünyaya geldi. O da Pizalı Leonardo Fibonacci'ydi.

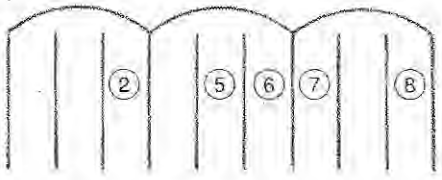


Leonardo Fibonacci.

O, bilgisini manastırlarda papazlardan edinmiş, bilgisini bilginler için manastır hücrelerinde kaleme almamıştı. Batının bu ilk hür düşünceli düşünürü ve bilgini, on sekizinci yüzyıla kadar Avrupa'nın en üstün zekalı, gayretli, çalışkan ve pratik bir yaşam adamıydı. Ününü ortaya çıkaran yapıtı Liber Abaci'yi, İtalyan ulusunun bu konularda daha fazla bilgisiz kalmaması amacıyla henüz otuz iki yaşındayken Latince olarak 1202 yılında yazmıştır. Yapıtına karşı duyduğu hayranlığı "Gayretli bir çalışmanın bilimsel başarısını ortaya koyan olağanüstü ve görülmedik yeni bir yapıt" demekle belirten matematik tarihçisi Moritz Cantor, ona ilişkin övgülerini kitabında sürdürür.



2.056.708



Abaküsler.

Fibonacci, 1170 yılında İtalya'da Piza kentinde doğduğu için kendisine Pizalı Leonardo da denir. Piza, Arno nehri üzerinde Etrüskler tarafından kurulmuş bir şehirdir. Bu sırada şehiri dışarıdan gelen göçmenler sürekli karıştırmakta ve olaylar çıkarmaktaydı. Libyalılar, Sardunyalılar, Sicilyalılar ve Kuzey Afrika'da bulunan Endülüs Emeviler'i denen Müslümanlar yaptıkları uğraşılar sonucu burada kuvvet ve servet kazanmışlardı. Piza, doğu ile batı, kuzey ile güney arasındaki ticareti elinde bulunduruyordu. Tüm Akdeniz kıyıları ve ülkelerinin ticaret ve alışveriş merkeziydi.

Leonardo Fibonacci'nin aile ismi, soyu daha sonraki yıllara ulaşamadan kaybolup gitti. Ancak ailesinin takma isminin, iyilik seven anlamına gelen Bonaccio olduğu, onun ünlü kitabı Lider Abaci de, kendisini Leonardo Filius Bonaccio şeklinde sunmasından öğreniyoruz. Daha sonra bununla büyük Pizalının tarihe Leonardo Fibonacci ismi altında geçmesi arasında bir ilişki meydana geldi.



Alışverişlerde abaküsün kullanılması.

Fibonnaci'nin babası, bu uyanık ve zeki çocuğun daha erken bir yaşta Bugia kentine gelmesine izin verir. Baba, Magrip ve sahra kürk satıcıları ile ilişkilerinde, deniz gümrük dairesinde Müslüman arkadaşlarının güvenilir ve çok hızlı olan yazıları ve rakamlarıyla hesap yapma yöntemlerine uymak zorunda kalır. Üstelik bu hesap yapma yöntemini çok beğenir. Şüphesiz oğlu da gelişen ticaret olayları içine istemeden de olsa girecektir. Öyleyse oğlunu bu konuda eğitmeliydi. Bu amaçla baba Bonacci, oğluna bir Müslüman hesap öğretmeninin yanında dersler aldırtı.

Hint ve Müslüman matematiği üzerinde Avrupa'da yayınlanan ilk yapıt olan Liber Abaci ya da Abaküs Kitabı 1202 yılında yayınlandı. O, bu kitabıyla Ortaçağın büyük İtalyan matematikçileri arasında sayılır. Matematik yazılarından öğrenilen birkaç olgunun dışında Leonardo'nun yaşamına ilişkin bilinen şeyler çok azdır. Çocukluğu sırasında, Pizalı bir tüccar olan Babası Guglielmo Bonacci, oğlunun yetişmesi için çok özen gösteriyordu.

Pizalı Leonardo Fibonacci, Rönasanstan önce, Asya ülkelerinin matematiğini Avrupa'ya en etkili olarak taşıyan ve götüren biri olarak bilinir. Doğumundan 1230

yılına kadar yaşam öyküsü hakkında hemen hemen hiç bir şey bilinmiyor. Yalnız, o zamanın İtalya'sında en büyük ticaret merkezlerinden biri olan Piza'da doğduğu bilinmektedir. Babası, karşı sahillerdeki Müslümanlarla ticaret yapan bir tüccardı. Fibonacci de, babasının dükkanında çalışıyordu. Daha sonra babası Piza'lı tüccarların yaşadığı Kuzey Afrika'da bugünkü Cezayir'de Bugia liman kentine konsül olarak atanır. Babası, Leonardo'ya hesap öğretmesi için Arap bir hoca tutar. Araplarla olan bu ilgi ve derslerden, Harizmi'nin büyük kolaylıklar sağlayan rakamlarını, Arapçayı ve hesaplarını burada öğrenir.



Fibonacci.

Baba Guglielmo burada Leonardo'yu hesap öğretmesi için bir Arap ustanın yanına verdiğine çok sevinir. Çünkü, Leoardo daha sonraları Liber Abaci'de anlattığı özgeçmişinde "dokuz rakamı sanatı"nı öğrenmekten büyük zevk duyduğunu yazacaktı. Fibonacci, önce Kuzey Afrika'da ticaret merkezi Bugia kentine gitti. Daha sonra Mısır, Suriye, Yunanistan, Sicilya, Güney Fransa, Bizans ve Akdeniz kıyılarına yapılan ticari amaçlı gezilere katıldı. Bu ülkelerde kullanılan değişik sayı sistemlerini ve hesap yön-

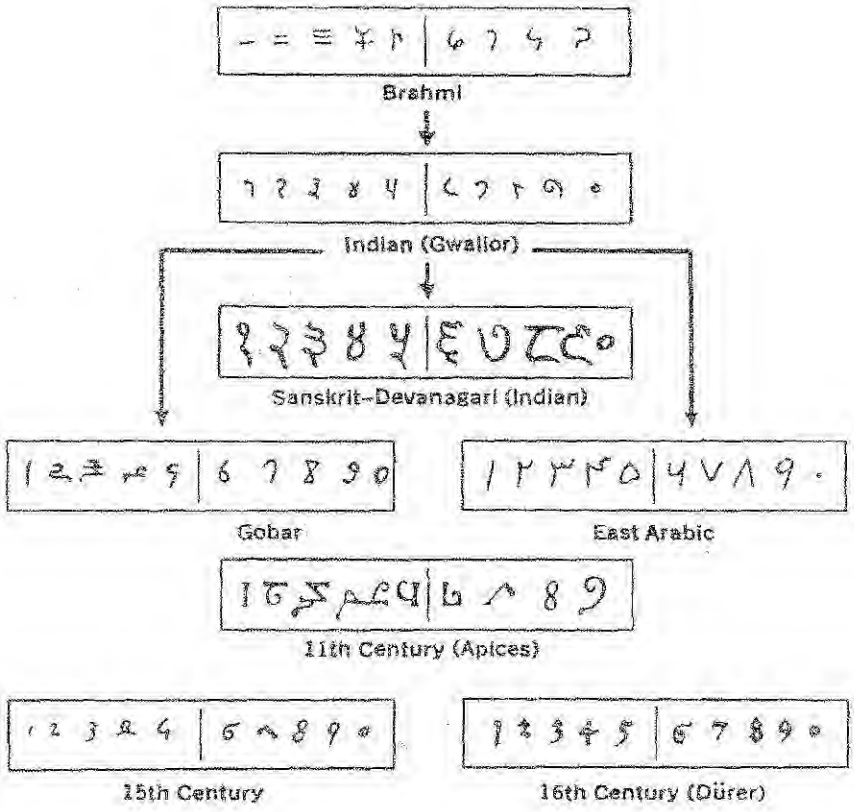


Alışveriş.

temlerini hemen öğrendi. Ama hiç biri Hint sayıları kadar onu doyurmadı. Bu sayı sisteminin en büyük özelliği rakamlarının bulunduğu yere göre basamak değerini kazanmasıydı. Bu da Hint sayılamasının en büyük özelliğiydi.

Kuzey Afrika'da Beriberi kabileleri içinde bir süre yaşayan Fibonacci, Endülüs Emevileri tarafından kullanılan kökeni Gobar rakamları olan işaretleri kullanmayı öğrendi. Fibonacci bu rakamları Endülüs Emevileri denen Araplardan aldığı için bu rakamları Arapların sandı. Böylece, bugün kullandığımız rakamlara yanlışlıkla Arap rakamları dendi. Bu olayın kökeni çok daha sonra anlaşıldı ve bunlara Hint-Arap rakamları veya kısaca Hint rakamları dendi. Aslında Doğu arapları, yani Abbasiler bugünkü Hintlilerin kullandığı rakamları kullanıyorlardı.

Özet olarak söylenirse, bugünkü kullandığımız Hintlilerin Gobar rakamlarıyla Arap rakamları arasında hiç bir benzerlik yoktur. Onluk sayı sistemini Avrupa'ya ilk kez Fibonacci soktu.



Devanagari (Indian) numerals, *circ.* 950.	٦, ٢, ٣, ٨, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠
Gobar numerals, *circ.* 1100 (?).	1, ২, ৩, ৯, ৪, ৬, ৭, ৮, ৯, 10
From a missal, *circ.* 1385, of German origin.	1, 2, 3, ᘿ, 4, ᘓ, ᘙ, 8, 9, 10
European (probably Italian) numerals, *circ.* 1400.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
From the *Mirrour of the World*, printed by Caxton in 1480.	1, 2, 3, 4, 5, 6, ᘙ, 8, 9, 10
From a Scotch calendar for 1482, probably of French origin.	1, 2, 3, 4, 4, 6, ᘙ, 8, 9, 10

Hint kökenli rakamların evrimi.

١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠

Arap rakamları.



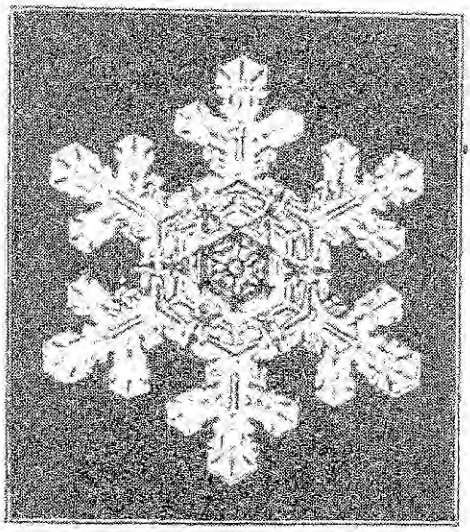
Matematik öğretimi

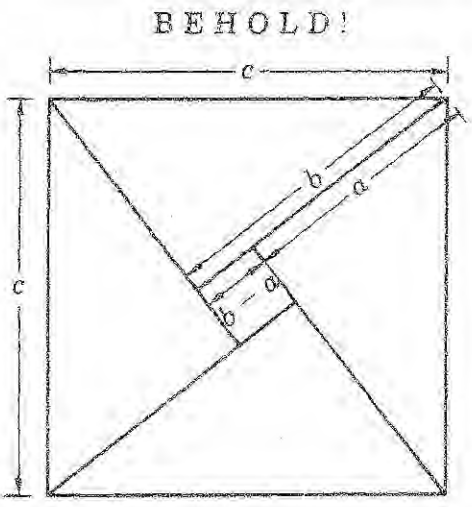


Yapılarda geometri

Fibonacci, şimdiye kadar bilinmeyen olanakları gözlerinin önüne koyan Hint rakamları ve sayıları ile hesap yapmaya hayran kaldı. Gezdiği ülkelerde gördüğü rakamlar ve bu rakamlarla çok değişik hesap yapmalar onu bu kadar kendisine çekmemişti. Çünkü Hint matematiği veya onun öğrendiği kaynak olarak Kuzey Afrika'da yaşayan Endülüs Emevileri'nin çok sağlam ve pratik bir matematiği vardı.

Romen rakamlarıyla ne yapılabilirdi? En fazla bir parçacık toplama ve çıkarma işlemlerinden ileri gidemezdi. Bu sayı sistemi ve kullanılması çok hantal ve yetersizdi. Uygulamalarının yöntemleriyse son derece kötüydü. Oysa Hint rakamları ve sayılarının uygulamalarının yöntemleriyse son derece hareketli, geniş ve çok yönlüydü.

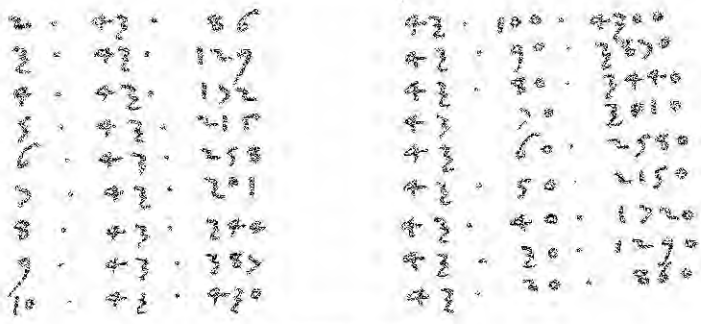




Altın oranlar.

Leonardo Fibonacci, Hintliler gibi hemen toplama, çıkarma, çarpma ve bölme yapabilmişti. Yalnız tamsayılarla değil, öğretmeni Sidi Ömer'in iki sayı arasında oran diye söylenen bayağı kesirlerle de hesap yapabiliyordu. Öğretmeni Sidi daha sonra bu zeki, dikkatli ve çok hızlı öğrenen öğrencisine çok şeyler öğretecektir.

Hint rakam ve sayılarından yalnızca birkaç Avrupalı aydın haberdardı. Onlar da bunu dokuzuncu yüzyılda yaşamış Türk matematikçisi ve gökbilimcisi Harizmi'nin yapıtlarının çevirilerinden öğrenmişlerdi. Leonardo kitabına şöyle girer. "Dokuz Hint rakamı, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 ve 1 şeklindedir. Bu dokuz rakam ve sıfır (0) işaretleriyle herhangi bir sayı kolayca yazılabilir." Kitabın yedi bölümünde sayıların gösterimini ele alır. Rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerini aldığını ve bu ilişkiyi özellikle açıklar. Çünkü rakamların bulundukları yerlere göre değer alması Hintlilerde ve bir de Mayalarda vardır. Diğer ülkelerin matematiklerinde bu ilişki yoktur. Bu nedenle de matematikleri ilerleyip evrensel boyutlara gelememiştir.



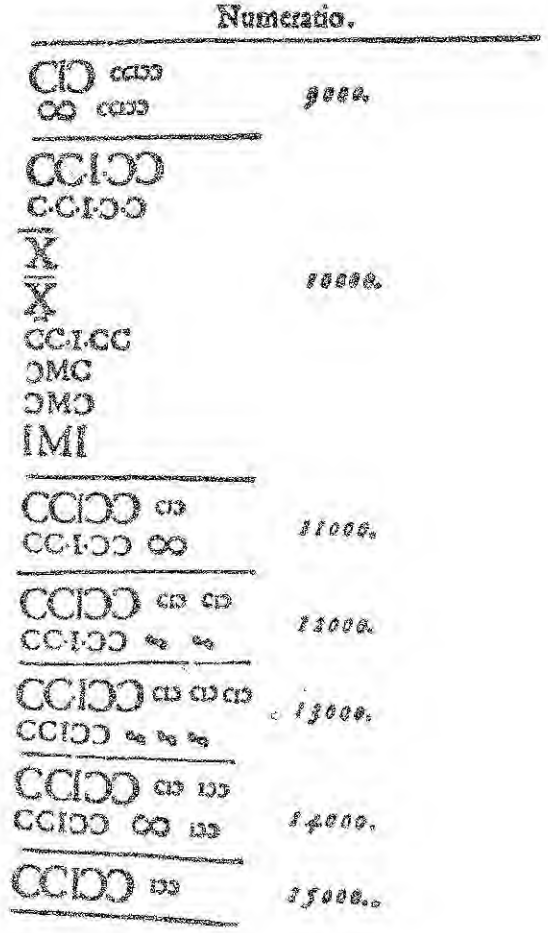
Çarpma işlemleri.

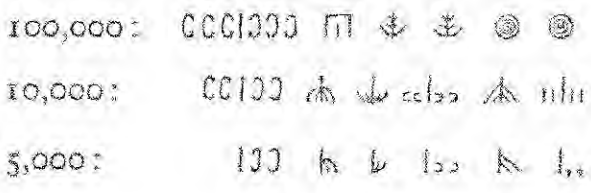
Fibonacci, aritmetik işlemlerinde Hintlilerin bu rakamlarının nasıl kullanılacağını gösterir. Daha sonra bu teknik yöntemleri kar marjı, para bozma, mal değişimi, alışveriş, ortaklık, faiz hesabı, ağırlıkların ve ölçülerin birbirlerine çevrilmesi gibi pratik ve uygulamalı ticaret problemlerine uygular. Yapıtın büyük bir bölümü orantı, kök bulma ve sayıların özellikleri gibi daha çok kurgusal matematik problemleri üzerindedir. Son bölümde biraz geometri ve cebir vardır.

Leonardo Fibonacci, 1220 yılında tümüyle geometri üzerine kısa bir kitap olan Geometri Uygulamaları'nı yazdı. Sekiz bölümlük bu kitabında Euclides'in Öğeler ve Şekillerin Bölünmesi Üzerine Kitap isimli yapıtlarına dayalı teoremleri tanıttı.

Öğretmenlerin ona verdiği matematik dersleri daha çok yaşam koşulları ile ilgiliydi. O, bunları öğrendikten, matematiği iyice kavradıktan sonra çevresine öğretti. Sonra, sayılar kuramı ve geometri üzerine iki kitap yazmıştır. O, artık öğretmenlerinin kuru matematiğinden daha da ileri giderek yeni rakamlarla düşünebiliyor ve onları birer oyuncak gibi kullanıyordu. Ünlü Fibonacci dizisi bu buluşlarının en ünlüleridir. Başlangıçta

birer rakam oyunu gibi görünen bu dizisi, daha sonra Mendel yasalarıyla uygulama alanı bulmuştur. Doğadaki çiçeklerin yaprakları üzerinde bile araştırma yapıyor, onların düzenini ve doğadaki olayların sayılarla ifade edilebileceğini keşfetmeye çalışıyordu. Bunlara daha sonra, "altın oranlar" dendiğini biliyoruz. Bulduğu bu dizinin, neye yaradığını göstermek için birçok matematik ve geometri problemleri düzenlemiştir.





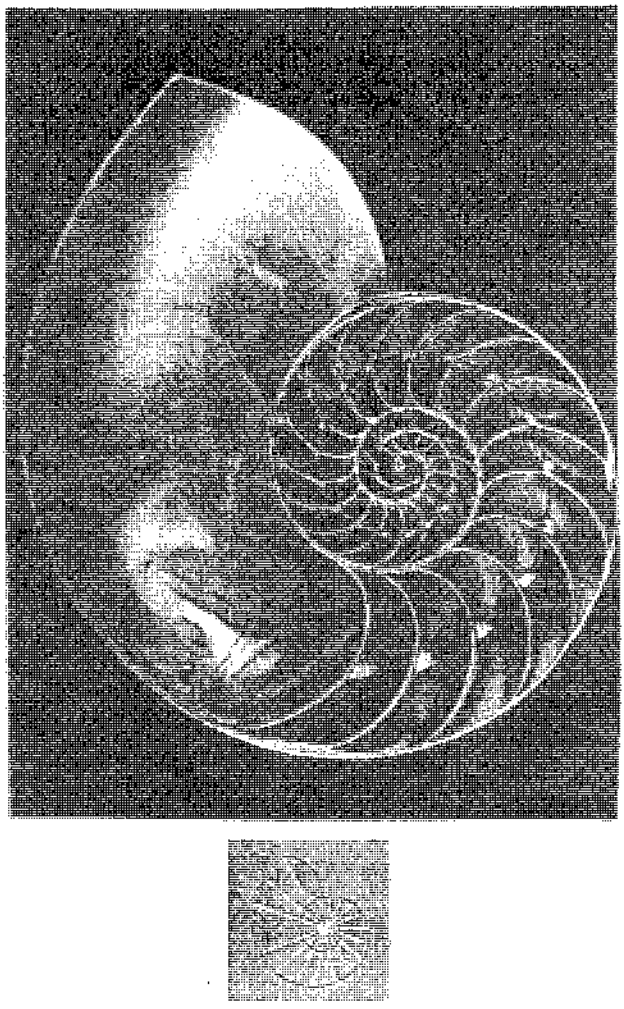
Romen rakamları.

Leonardo Fibonacci, bu değerli öğretmeninden kesirli sayıları, bunlarla işlemler yapmayı, sayıların üslü biçiminde yazılmalarını, karekök ve küpkök almaları, bir ve iki bilinmeyenli denklemlerin çözümlerini Hint rakamlarıyla yapılmasını öğrenir. Ebu Kamil, Ömer Hayyam, İbni Sina, el Biruni ve el Karasi gibi doğulu bilgin matematikçilerin yapıtlarını okur. Düzgün ve düzgün olmayan geometrik şekillerin alan ve hacimlerinin bulunmasını öğrenir. Bunlarla ilgili bazı problemler düzenler ve çözer. Onun yaşıtları sokaklarda itişip kakışır, oynar, kavga eder ve rıhtımdaki tersanelerde, mağazaların arasında başları boş dolaşırken, Leonardo hep sayılarla oynardı.

Bu çekici matematik oyununun erken başlayan aşırı istek ve tutkusu, babası kendisine ilk ticaret hesabı işlemlerini verince artık bu uğraşını bırakamaz. Onun matematik uğraşı, Mısır, Suriye, Yunanistan, Akdeniz adaları, Güney Fransa, İspanya ve Kuzey Afrika'ya yaptığı uzun gezilerde ona hep eşlik eder. Tyrus, Korent, Centa ve Tunus'ta uğradığı yerlerdeki yazıhanelerde oturur, ticaret ortaklarının hesaplarına bakar. İskenderiye ve Şam kütüphanelerinin altını üstüne getirir. Çok iyi bir Arapça öğrenmiştir. Kahire'de saray bilginleriyle tartışmalar yapar. Hesap sanatına düşkün pratik bir tüccar olarak, Yunan, Hint ve Arap rakam ve hesaplarına ilişkin bilgiler veren tüm eski yapıtları inceler.

Liber Abaci, Hint rakamlarıyla hesap yapmayı tanıtan kitaplarından biridir. Aslında Liber Abaci'den önce de batı dünyası bu Hint rakamlarıyla karşılaşmıştı. Önce bu rakamların içinde sıfır (0) yoktu. Bu rakamların batıya gelişi tüccarlar, elçiler, bilginler, hacılar, din misyonerleri, korsanlar ve askerler aracılığıyla olmuştu. İpekyolu'nun önemi de bunlar arasındadır. Hint rakamlarıyla yazmanın Avrupa'ya en eski geçişi 976 yılında İspanya'da yazılan Codex Vigilanus isimli yapıttır. Fakat, bu rakamların Avrupa'ya yayılması çok yavaş olmuştur. Yine en erken Fransız basımı 1275 tarihlidir. Çünkü, ellerindeki yayınlar hep Yunan rakamlarıylaydı. Hesaplamaları da zor olan abaküsle yapıyorlardı. Özel bir yasayla 1299 yılında Hint rakamlarının kullanılmasını ve bu rakamlarla hesapların yapılmasını yasaklamışlardı. Çünkü yabancılar bu hesaplarla Avrupalı tüccarları kandırabilir ve yanıltabilirlerdi. Fakat, İtalyan tüccarlarının Kuzey Afrika ile ticari ilişkileri olduğundan Hint rakamlarını alışverişlerinde ve defterlerinde kullanıyorlardı. Üstelik bu rakamlarla hesap yapmak onlara çok kolay geliyordu. 1406 yıllarında Medici isimli ticari kitapta Hint rakamları kullanıldı. 1494 yılından sonra bu rakamların kullanımı yaygınlaştı ve Avrupa bir daha bu rakamlardan vazgeçemedi.

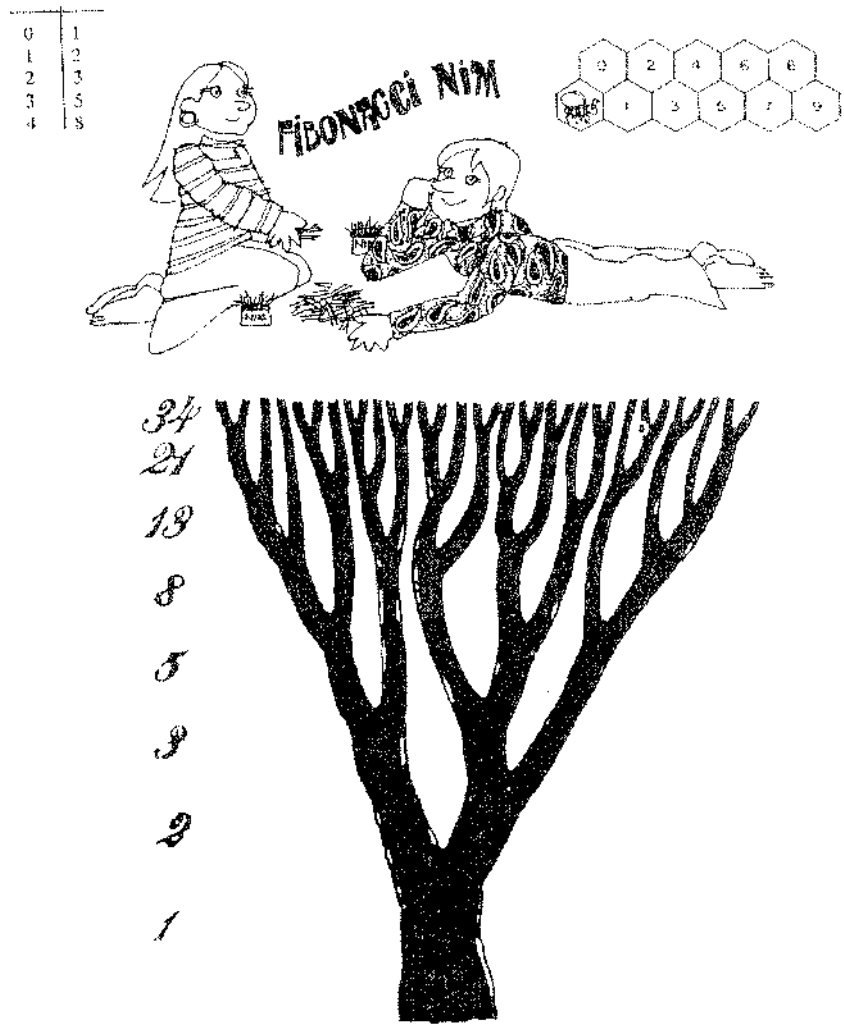
Kısa sürede yaygın biçimde kopya ve taklit edilmeye başlanan Liber Abaci, bilim adamlarını korumasıyla ün salan Kutsal Roma-Germen İmparatoru II. Friedrich'in dikkatini çekti. 1220 yıllarında İmparatorun huzuruna çıkarılmak üzere Piza'ya davet edilen Leonardo'ya İmparatorun çevresindeki bilim adalarından Palermolu Giovanni, ona bir dizi problem sordu. Leonardo daha sonra bu problemlerden üçünü kitaplarına alacaktı. Bu üç problemden ikisi, üçüncü yüzyıl Yunanlı matematikçi Diophantus tarafından geliştirilen doğu kökenli belirsiz denklemlere ilişkindi. İki ya da daha çok bilinmeyen içeren bu denklemlerin çözümünün rasyonel sayı olması gerekiyordu. Üçüncü problemse, bugünkü modern cebir gösterimleriyle $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$ biçimindeki



Salyangoz sarmalı.

üçüncü derece denklemiydi. Leonardo, problemi yaklaşık olarak isimlendirilen bi deneme yanılma yöntemiyle çözerek sonucu 1.3688081075 olarak buldu. Bu denklemin köklerinin pergel ve cetvelle çizilemez olduğunu kanıtladı. Bulunan bu kök gerçekten dokuz ondalığa kadar doğrudur. Leonardo'nun problemlere getirdiği çözümler, yaratıcılığın ve kesinliğin birer ürünüydü.

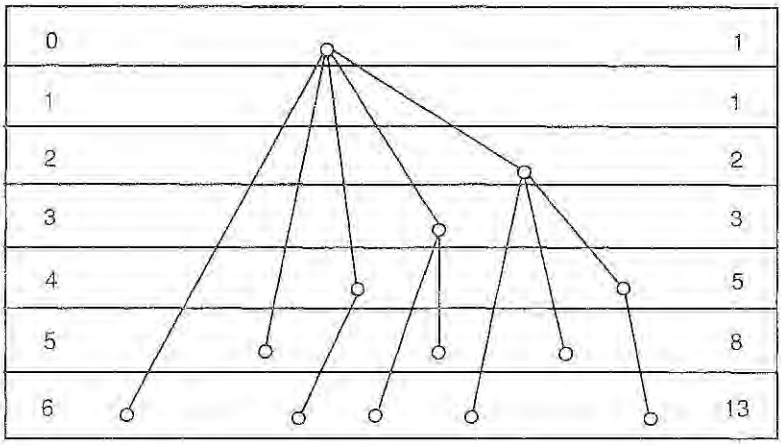
Fibonacci, imparator ve saray tarafından çok korunmuş ve sevilmiş bir bilim adamı ve matematikçisidir. 1240 yılında bilime ve Piza kentine yaptığı bu değerli hizmetlerinden dolayı 20 Piza lirası kadar bir parayla kendisine yıllık bağlanmıştır. Çok taktir görmüş biridir. Bundan sonra daha kaç yıl yaşadığı kesin olarak bilinmiyorsa da, 1250 yıllarında ölmüş olduğu sanılıyor.



Fibonacci dizisi.

Leonardo Fibonaci birkaç yıl boyunca imparator ve onun bilim adamlarıyla mektuplaştı, karşılıklı problem değiş tokuşunda bulundu. 1225 yılında Kare Sayılar Kitabı isimli yapıtını da imparator ismine ve onuruna sundu. Tümüyle Diophantus'un ikinci derece denklemleri üzerine olan bu Kare Sayılar Kitabı, Fibonacci'nin baş yapıtı olarak kabul edilir. Yapıt, sistematik biçimde düzenlenmiş bir teoremler topluluğundan oluşmuştur. Bu teoremlerin pek çoğunu Leonardo'nun kendisi geliştirmiş ve kendi kanıtlarıyla genel çözümlere ulaşmıştır. Belki de en yaratıcı çalışması ise, eşleşik sayılar, yani belirli bir sayıya bölündüklerinde aynı kalanı veren sayılar üzerine olanıdır. Bir kare sayıya eklendiğinde ya da ondan çıkarıldığında bir kare sayı veren sayıların bulunmasına yönelik olarak da özgün bir çözüm geliştirdi. Fibonacci'nin, $x^2 + y^2$ ile $x^2 - y^2$

ifadelerinin ikisinin birden kare olamayacağını belirlemesi, rasyonel dik üçgenlerin alanlarının bulunmasına önemli bir açılım getirdi. Fibonacci'nin Liber Abaci isimli yapıtı çok daha kapsamlı ve etkili olmakla birlikte, Kare Sayılar Kitabı, Diophantus ile on yedinci yüzyıl Fransız matematikçisi Pierre de Fermat arasında, sayılar kuramına yapılmış en önemli katkı olarak kabul edilir.



1	1
2	2
3	3
4	5
5	8
6	13
7	21
8	34
9	55
10	89
11	144
12	233

Fibonacci dizisi.

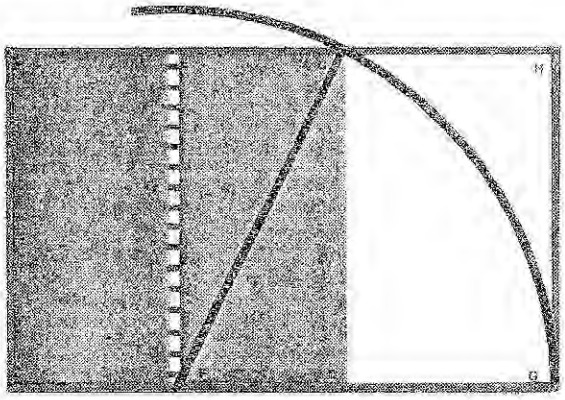
Fibonacci 1228 yılında Liber Abaci isimli kitabını yeniden gözden geçirdi. Bu ikinci baskılı kitabı imparatorun başbilgini olan Michael Scott'a ve onun onuruna sundu. Bu tarihten sonra, Fibonacci hakkında bilinen tek şey Piza'ya yaptığı hizmetlerden ötürü 1240 yılında 20 Piza lirası yıllık maaş bağlandığı biçimindedir.

Leonardo Fibonacci'nin en büyük hizmeti, Harizmi'nin matematiği ile, çok kullanışlı olan Hint ve Arap karışımı sayılarını batıya tanıtmakla çok büyük bir görev yapmıştır. x, y ve z sayıları birer tamsayı olmak koşuluyla, daha çok bilinmeyeni bulunan Diophantus'un $x^n + y^n = z^n$ genel denklemlerinin çözümü üzerine de çalışmaları vardır.

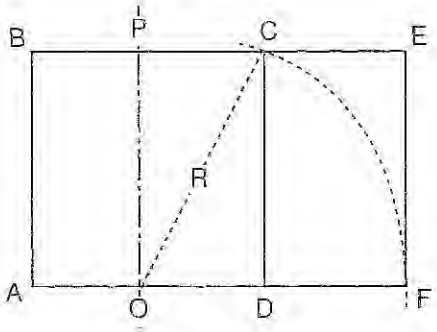
Leonardo, Hint rakamlarının kullanılmasını yaygınlaştırmanın yanısıra, matematiğe pekçok başka katkıda da bulunmuştur. Günümüzde matematikçiler onu, Liber Abaci kitabında ortaya attığı ve indirgemeli dizilerin ilk örneği olan Fibonacci dizisiyle anarlar. Fibonacci şu soruyu sorar:

Adamın biri her tarafı duvarla çevrili bir yere bir çift tavşan koymuş. Eğer bir çift tavşan her ay yeni bir çift tavşan dünyaya getirirse ve dünyaya gelen her yeni çift bir ay sonra üretken duruma gelirse, bir yıl sonra kaç tavşan olur?

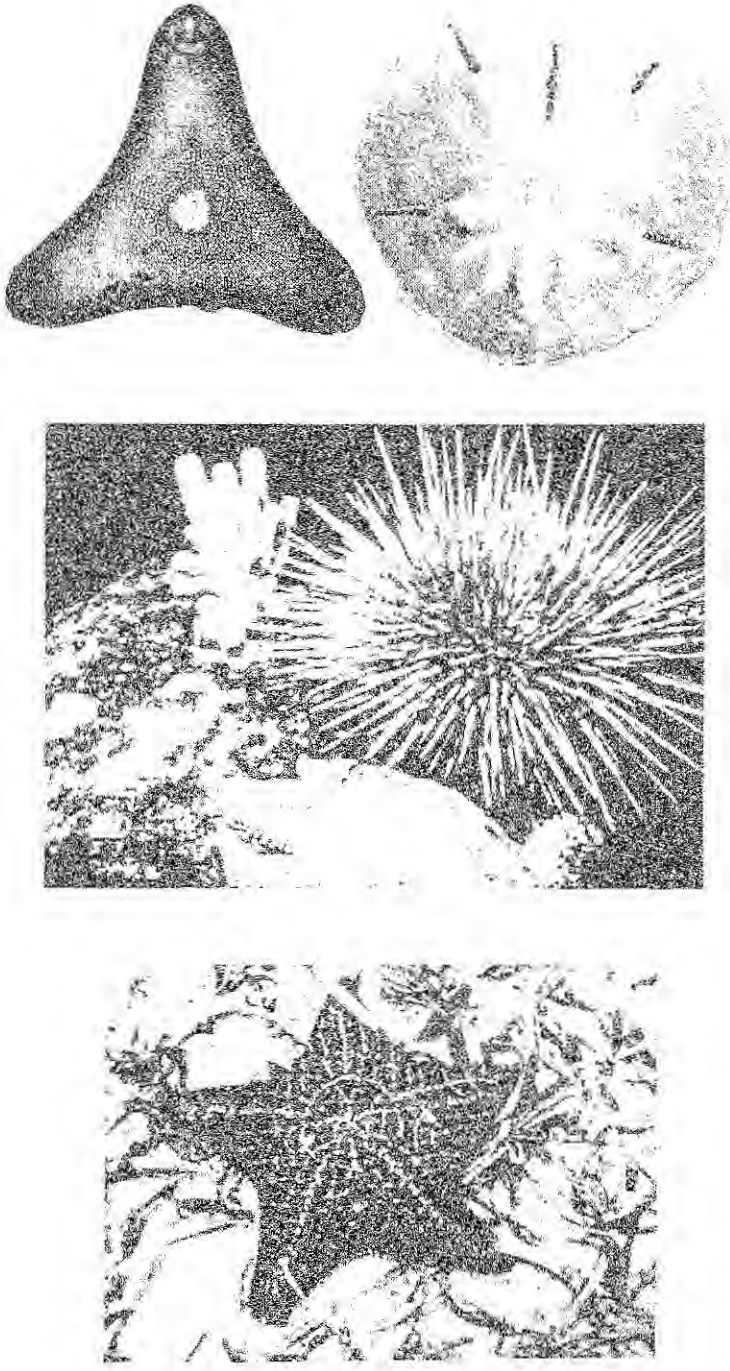
Fibonacci yaptığı hesap sonucunda, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 sayı dizisini elde etti. Dizideki her sayı, kendisinden önceki iki sayının toplamına eşittir. Bu dizi, on yedinci yüzyılın başlarında cebirsel gösterimin geliştirilmesinden sonra, 1634 yılında Fransız asıllı Felemenkli matematikçi Albert Girard tarafından, $U_{n+2} = U_{n+1} + U_n$ biçiminde formülleştirildi. Burada U terimi, alttaki ise terimin dizideki damga sırasını gösterir. Onun bu buluşu bu kadarla da bitmedi. 1753 yılında Glasgow Üniversitesi'nden matematikçi Robert Simson, dizideki sayılar büyüdükçe, ardışık iki sayı arasındaki oranın da giderek, klasik sanatta çok önemli bir yer tutan altın kesimi veren 1.6180 ya da $(1 + \sqrt{5})/2$ sayısına yaklaştığını belirledi.



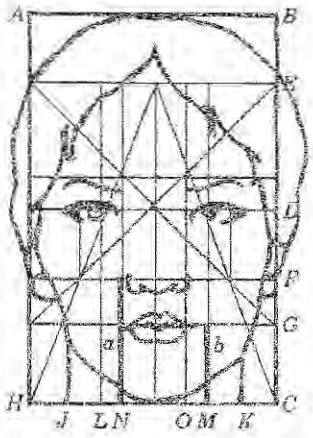
Altın dörtgen.



Altın dörtgen çizimi.

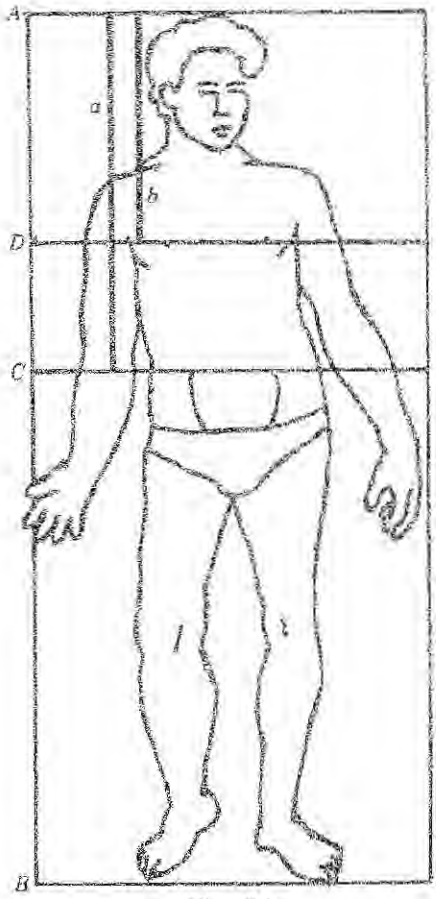


Doğada Fibonacci.



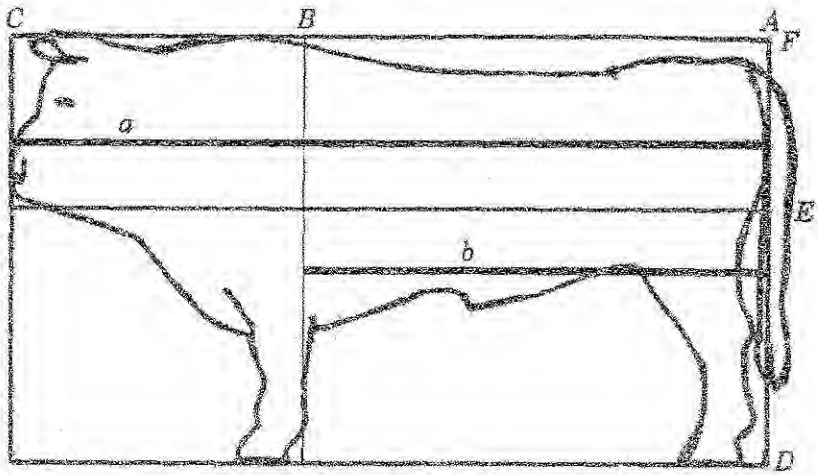
$$\phi = \frac{BC}{AB} = \frac{BD}{ED} = \frac{DC}{FC} = \frac{ED}{DF} = \frac{DG}{DF}$$

$$\phi = \frac{FC}{GC} = \frac{HC}{JK} = \frac{JK}{LM} = \frac{LM}{NO}$$



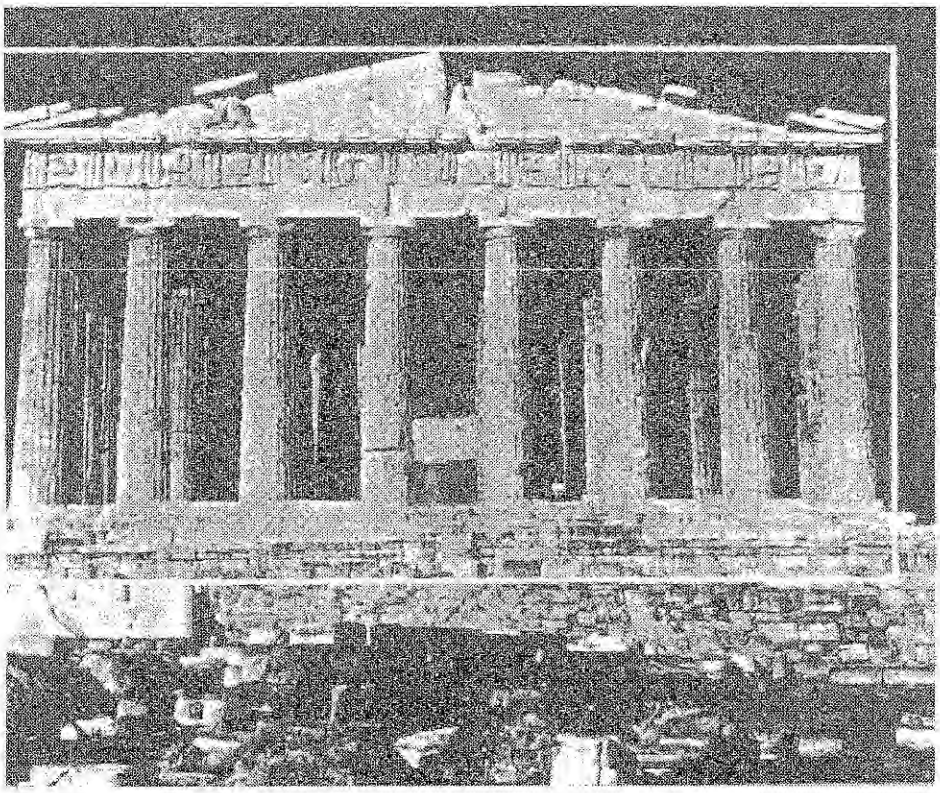
$$\phi = \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{AD}$$

İnsan vücudunda 1.618 olan altın oranlar.

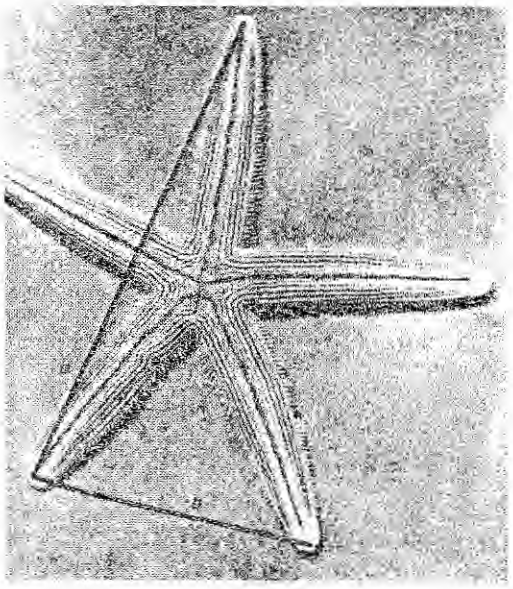


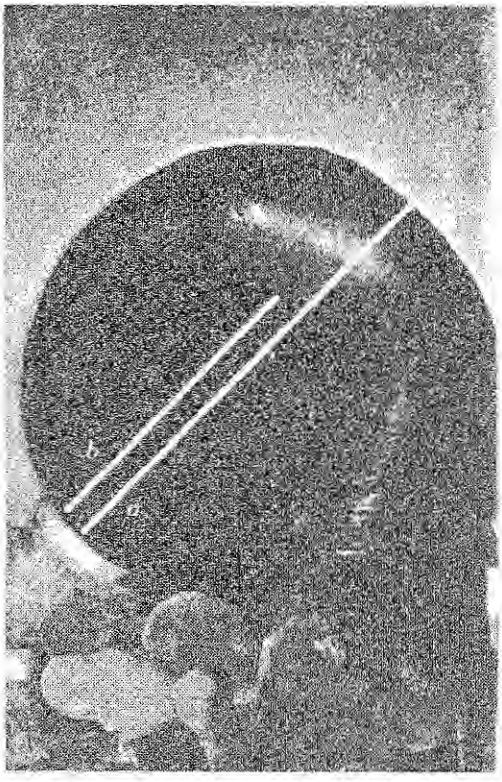
$$\phi = \frac{AB}{BC} = \frac{ED}{EF}$$

Hayvanlarda 1.618 olan altın oranlar.

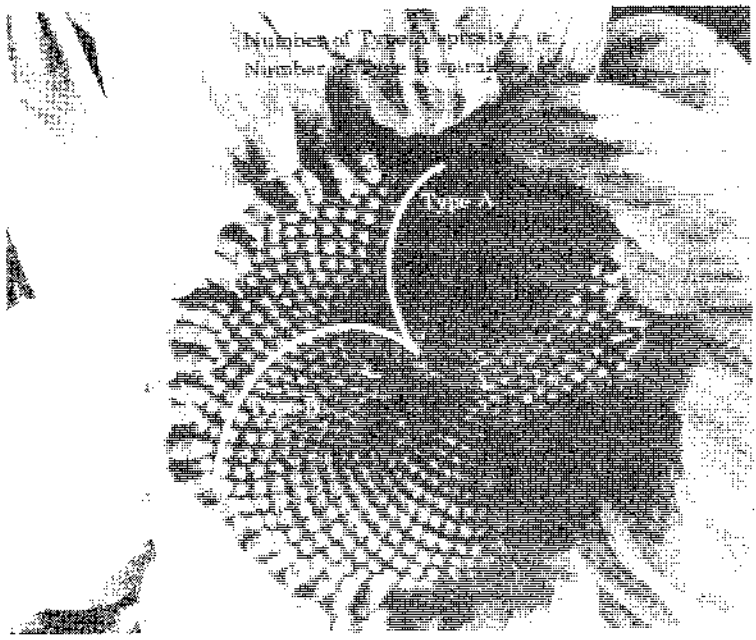


Binalarda 1.618 olan altın oranlar.

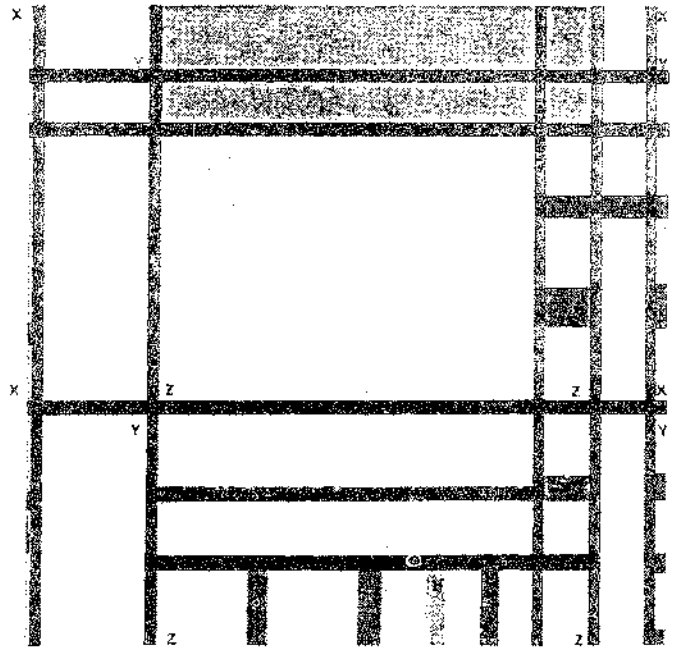




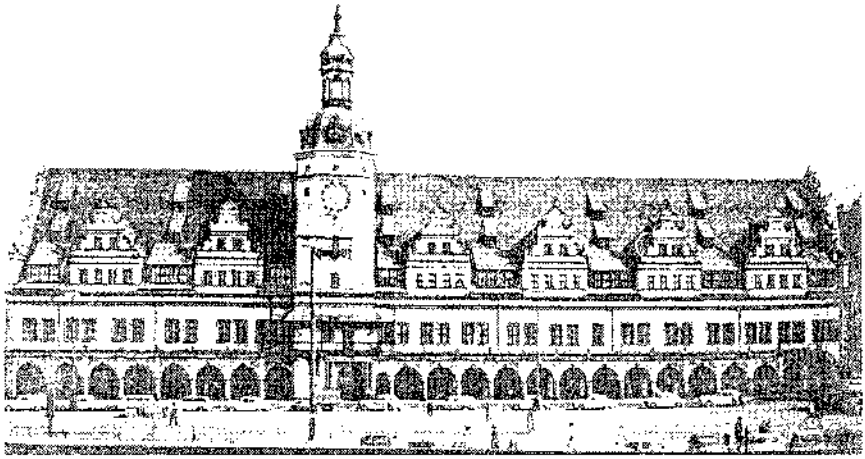
Altın oran = 1.618 = a : b = Ø.



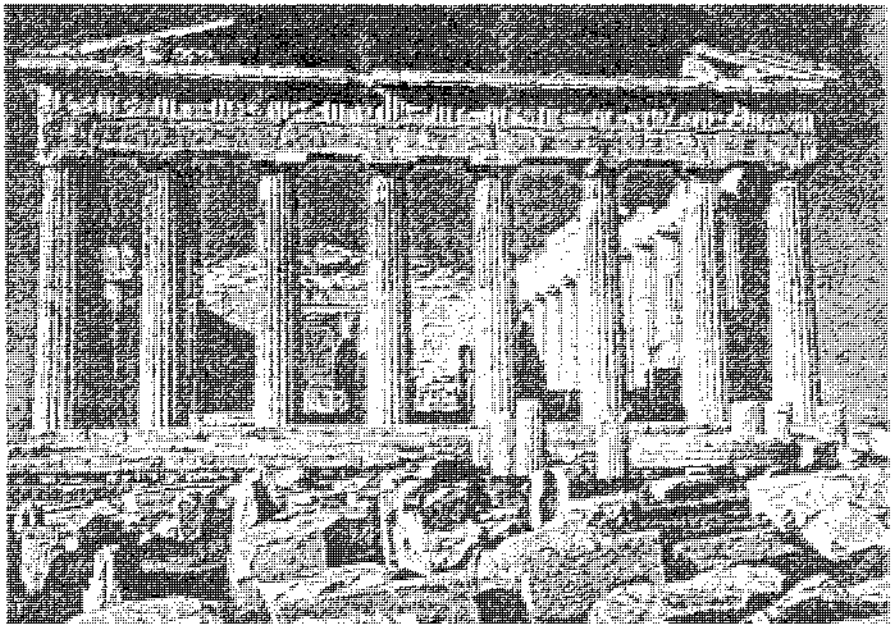
Ayçiçeğinde B sırasındaki tohumların b sayısının A sırasındaki tohumların a sayısına bölümü bir altın orandır ve Ø = b : a = 1.618 sayısıdır.



Altın dörtgen.



Mimarlıkta altın oranlar.



Parthenon Tapınağı.

Altın oran, altın kesim olarak da bilinir. Bu değer, $(1 + \sqrt{5})/2$ sayısına, yaklaşık olarak 1.618 kadardır. Doğada ve klasik sanatta pekçok uygulamasına rastlanılan bu oranın en iyi bilinen örneği altın dörtgendir. Altın dörtgen çizme işleminin ilk adımı, bir kare çizmektir. Ardından, bu kareyi iki eş parçaya ayıran bir eksen çizilir. Çizimde, sözü edilen eksen, PO doğrusuyla gösterilmiştir. O merkezli, OC yarıçaplı çember yayının, AD doğrusunun D yönündeki uzantısını kestiği F noktası aranan dörtgenin

bir köşesidir. |AF| : |AB| bölümü de altın oran a eşittir. Böylece elde edilen AFEB dikdörtgeninin yanı sıra, CDEF dikdörtgeni de bir altın dikdörtgendir. Altın dikdörtgen ve altın oran, klasik sanatta Atina'daki ünlü Partenon Tapınağı'nın ön yüzünde olduğu gibi, oldukça başarılı biçimde kullanılmıştır. Ancak bu kullanımın ve yapımının ne derecede bilinçli olduğu bilinmemektedir. Yirminci yüzyılın başlarında Paris'te oluşturulan Altın Kesit grubu çalışmalarını bu oran üstüne temellendirmiştir.

Fibonacci bilgisinin temellerini özellikle kaynaklarında yaptığı uzun ve geniş gezileriyle edinmiş, uygulamalı yaşamdaki kullanışını batıya öğretmişti. Böylece, İspanya ve İtalya bilim merkezlerinin üzerinde akan ilk dereler, büyük dalgalarla akan nehirler halini almıştır. İtalya ile onun düşünce merkezi Alman İmparatorlar hanedanından Kayzer Friedrich'in sarayından çıkış yoluna kavuşarak, şimdi tüm Avrupa'ya yayılmaktadır. Böylece, Avrupa Leonardo Fibonacci sayesinde kendi Harizmi'sini bulmuş oluyordu.

Avrupa'da yeni bir devir açan Liber Abaci, II. Friederich'in dikkatini çeker. Bu sırada Kayzer'in sarayında Arapçayı çok iyi bilen Michael Scotus'un ismine ve onuruna sunulan yapıtın ikinci kopyaları 1228 yılında yeniden yayınlanırken Leonardo Fibonacci imparatorluk sarayının ziyafet sonralarında baş köşede ağırlanmaktadır. Bu olay çok az matematikçiye nasip olmuştur.

Kayzer'in taç giyme töreni dolayısıyla, saray yıldız falcısı Dominicus Hispanus'un ricası üzerine Fibonacci 1220 yılında Praxis der Geometri isimli bir kitap yazar. Yapıt, Almanya'dan yeni dönmüş bulunan Kayzer Firedrich'in bu parlak zekayı tanımasına götürür. Piza'daki Kayzer sarayında büyük bir kabul töreni düzenlenir. Saray bilgini Magister Johannes'in amacı, Fibonacci'nin ve eserlerinin bir yerinde yanlışlıklar bulma peşinde ve fırsatında oluşudur. Saray bilginleri arasında Arap soyundan gelen bilgin Antakyalı Theodorus da vardır. Musul kentinde Kemal bin Yunus'un yanında İslam matematiğine ilişkin yapıtları derinliğine incelemiş bulunan Theodorus Müslümanlarca fazla övülmüştür. Friedrich'in bir elçisinin yardımıyla Güney İtalya'ya, oradan da saraya gelmişti. Sorular, saray bilginleri ve kıralla birlikte hazırlanır. Kabul töreni Fibonacci için bulunmaz bir fırsat ve zafer olur. Orada hazır bulunanlar bilmedikleri problemleri, Pizalı tüccarın benzerlerinden çok üstün olan oğlunun insan üstü bir beceriyle çözüşünü sessiz bir hayranlık içinde seyrederler. İçlerinden biraz da kıskanırlar. Farabi, İbni Sina, Euclides ve Batlamyus'un eserlerinden çok bilgi sahibi bulunan İbni Yunus'un öğrencisi Theodorus, Müslümanların Yunanlılardan alıp işleyerek geliştirdikleri bilgilerin dışına onu ne kadar genişlettiklerini görür.

Fibonacci bu karşılaşmadan ünlenerek çıkar ve ondan sonra yazdığı iki matematik kitabında bu sorulara yer verir. Onun bu yapıtlarında sıfır dahil on rakamla hesap yapmayı Avrupa'ya tanıtır ve öğretir. Fibonacci'nin bu yapıtları önce İtalya'da, sonra da Avrupa'da yayıldı ve tutuldu. Defter tutan tüccarlar bu hesap yönteminden çok memnun kaldılar ve önce onlar bu matematiği öğrendiler. Bu da Hint rakamlarıyla hesap yapmanın Avrupa'da hızla yayılmasına hizmet etti. Romen rakamlarının yazımının çok

uzun olması ve kullanışsız oluşları işlemleri zorlaştırmaktaydı. Onun bu zorluğu Avrupalılara yeni matematik işlemlerini kabul etmesinde yardımcı oldu. Yeni rakamlar mezar taşlarına ve kitapların sayfa başlarına yazılması çok modaydı. Çıkarılan paraların üzerine Hint rakamları yazılması işin Avrupa'da benimsenmesine yardım etti. Romen rakamlarını savunanlar resmi yasaklamalar bile getirttiler. Tüm bu karşı çıkmalara karşın bu baskılar zamanla azaldı. Hatta, Hint rakamlarındaki sıfır (0) gösterimiyle alay ederek dalga geçenler bile çıktı. Bir Fransız, "Kartal olmak isteyen bir kelebek, arslan olmak isteyen bir eşek, kıraliçe olmak isteyen bir maymun gibi, sıfır da sayı olmak istemektedir" diye yazıyordu. Çünkü sıfır bir yokluğu gösteren bir işaretti. Yok olan bir şeyle de ancak alay edilirdi. Oysa sıfır rakamı iki yüz iki sayısını yazmada ne kadar kıymetli olduğu daha sonra anlaşılacaktı. Sıfır da bulunduğu basamak değerini almaktaydı. Avrupalı bunu görmede fazla geçikmedi. Zaten sıfır olmadan matematikteki dört işlemin yapılmasının olanaksız olduğunu hemen gördüler. Sonuç olarak Hint rakamları Avrupa'yı daha sonra da dünyayı işgal etti. Şüphesiz bu söylediklerimiz bıçakla keser gibi bir günde bir yılda olamamıştır. Bunun için yüzlerce yıllar geçmiştir.

Bamberg'de doğan, Erfurt da kendi mesleğinde olan tüccarların öğretmenliğini yapan ünlü matematikçi Adam Riese'in, Hint rakamlarıyla hesap yapma yöntemlerini Avrupa'da öğretmede ve yaymada çok hizmetleri olmuştur.

n sayısı tekse, $1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + (2n-1)^2 = n(4n^2-1)/3$ ve n sayısı çiftse, $2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots + (2n)^2 = 2n(n+1)(2n+1)/3$ olduklarını yine Fibonacci gösterdi. Yalnız,

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left[\frac{1}{2}n(n+1)\right]^2$$

formülü 100 yıllarında Nicomachus tarafından bulunmuştur.

Fibonacci, 1220 yılında yazdığı Practica Geometriae isimli kitapta, İslam ülkelerinin trigonometrilerini öğrenerek bunları arazi ölçümlerinde kullandığı görülür. Pi sayısı için 864/273 = 3.141818 değerini bulmuştur. Yine bu pi sayısının alt ve üst limitlerini 3.1410 ve 3.1427 olarak hesaplamıştır. $x^2 + y^2 = z^2$ denkleminin çözümü üzerinde büyük bir üstün zekalılığı örneği vermiştir. 1225 yılında yazdığı Flos isimli kitabında üçüncü dereceden denklemlerin çözümü üzerine çalıştı. Yüksek dereceli denklemlerin köklerinin bulunması üzerine ilk çalışan matematikçi Fibonacci'dir. Bu dönemde ve bundan önce, Çinliler bu konuda çok ileri düzeydeydi.

On dokuzuncu yüzyılda ise, Fransız matematikçi Edouard Lucas, Fibonacci dizisinin botanik açısından ilginç özellikler taşıdığını, örneğin papatya tomurcuklarının ortalarında yer alan sarmalların sayısının iki ardışık Fibonacci sayısına eşit olduğunu saptadı. 1962 yılında ABD'deki California'da, Fibonacci sayılarıyla ilgili konular üzerinde

araştırmaları desteklemek amacıyla Fibonacci Derneği kuruldu. Bu konuda doğada çok sayıda örnekler vardır. Özellikle botanik ve genetik üzerine araştırmalar yapanlar bu konuyu çok iyi uygulamaktadırlar. Son yıllarda bu konuda ciltlere kitaplar yazılarak bilimsel yayınlar yapılmıştır. Bu amaçla özel bir matematik bile geliştirilmiştir. Son yıllarda dergilerde botanik ve genetikle ilgili bu matematik üzerinde çok sayıda ve ileri matematik bilgisi isteyen yayınlar yapılmıştır. Halen bu konu botanikçilerin en moda bilimsel çalışma alanlarından biri olma özelliğini sürdürmektedir.

Burada, Egeli bir matematikçi olan Diophantus'tan da birkaç söz edelim. 210–294 yılları arasında yaşayan Diophantus, düşüncenin, sayıları kuramının ve cebirsel ifadelerin geometrik yolla çözülmesindeki çalışmalarıyla ünlüdür. Yaşam öyküsü hakkında çok fazla bir bilgi de yoktur. Yalnız, 370 ile 415 yılları arasında yaşayan Egeli düşünür, babası Theon ve Diophantus'un çalışma ve düşüncelerini yayıp bugüne ulaşmalarını sağlaması yüzünden derisi midye kabuğu ile yüzülerek öldürülen ilk bayan düşünür matematikçi Hypatia'dır. Bu düşünür ve matematikle uğraşan bayan, matematik gibi bir şeytan işi ile uğraştığı için, Cyril isimli bir İskenderiye papazının kışkırtmasıyla öfkelendirilen halk tarafından derisi midye kabuğu ile yüzülerek öldürülmüştür. Bu zavallı kadının tüm çalışmaları ve uğraşı, babası Theon ve Diophantus'un yapıtlarını ve düşüncelerini öğretmek, konikleri tanıtmak ve Batlamyus'u anlaşılır hale getirmekti. Eğer Hypatia olmasaydı, bugün belki Diophantus hakkında hiç bir bilgimiz de olmayacaktı.

Matematiği ve problem çözmeyi çok seven arkadaşı Dionisius, Diophantus'un mezartaşına şunları yazdırıyor. "Yaşamının altıda biri çocukluğudur. On ikide birinden sonra sakal bırakmıştı. Yedide birinden sonra evlendi. Bu evliliğinden beş yıl sonra bir oğlu oldu. Ne yazık ki, babasının yarı yaşında öldü. Baba, ancak dört yıl daha yaşayabildi". Bu problem çözüldüğünde, Diophantus'un 84 yıl yaşadığı anlaşılır.

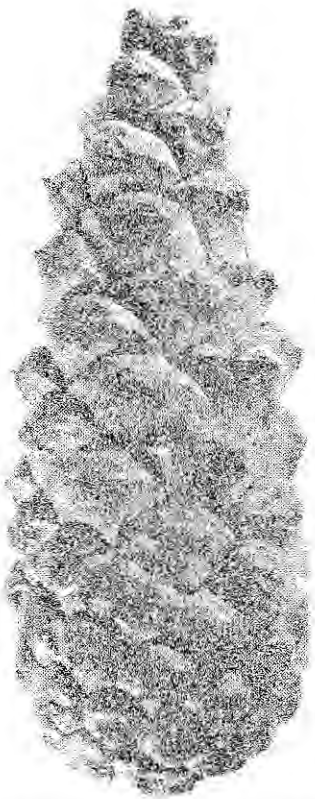
Theon'nun kızı Hypatia'nın derlediği "Arithmetica" babası ve Diophantus hakkında epey bilgi verir. Bu kitap daha sonra, 1572 yılında Bombelli tarafından yayınlanmıştır.

$ax + by + c = 0$ gibi belirsiz denklemlere, Diophantus denklemleri denir. Daha sonraki yıllarda, bilinmeyen sayısı denklem sayısından fazla yapılarak ilginç problemler düzenlenmiştir. Fermat, sıfırdan farklı x, y ve z rasyonel sayıları için, $x^n + y^n = z^n$ denkleminin çözümünün olmadığını $(n \geq 3)$ buldum. Fakat onu burada yazacak yer yok dediği kitap yine Hypatia'nın kitabının sonraki yorumlarıydı.

Diophantus, problemlerin kolay anlaşılması ve çözülmesi için kısaltmaları ilk kez bu Arithmetica'da yayınlıyordu. Matematiğin herkesce anlaşılması için yeni bir simgeleme yöntemi oluşturuyor, önce kullandığı simgeleri tanımlıyordu. Her konuya girerken, önce kullandığı simgeleri tanımlıyor, kavramları veriyor ve her varsayımını açık ve seçik bir biçimde tanıtıyordu. Bu da onun, problemleri çözmek için temel yaklaşımlarından biri oluyordu. Bugün, daha çok ünlü denklemleri ile bilinir.

Matematiğin diğer tüm dallarında olduğu gibi, çakıl taşları anlamına gelen calculus, birçok matematikçi tarafından oluşturulan ve meydana getirilen bir ürünüdür. Matematikte ilk hesap yapan kimselerin de, çobanların olduğunu söylemede fazla bir şişirme yoktur.

Nicholas Copernicus (1473 - 1543) ve Johannes Kepler (1571 - 1630), Dünya, Güneş ve gezegenlerin dönme hareketlerini inceleyip bu doğal hareketlerin matematiksel formüllerini buldular. Nicolo tartaglia (1500 - 1557) ve Galileo Galilei (1564 - 1642), calculusün gelişmesinden önce bu bilimin uygulamalarını yaptılar. 17. yüzyılda, Pierre de Fermat (1601 - 1665), Rene Descartes (1596 - 1650), Blaise Pascal (1623 - 1662), Gilles Persone de Roberval (1602 - 1675), Bonaventura Cavalieri (1598 - 1647), Isaac Barrow (1630 - 1677), James Gergory (1638 - 1675), Christian Huygens (1629 - 1695), John Wallis (1616 - 1703), Isaac Newton (1642 - 1727) ve Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) gibi matematikçiler, calculusü geliştirdiler. James Bernoulli (1654 - 1705), kardeşi John Bernoulli (1667 - 1748), Michel Rolle (1652 - 1719), Brook Taylor (1685 - 1731), Colin Maclaurin (1698 - 1746), Leonhard Euler (1707 - 1783), Jean Le Rond d'Alembert (1717 - 1783) ve Joseph Louis Lagrange (1736 - 1813) gibi ünlü matematikçiler, calculusü olgunlaştırdılar.



Çam kozalağında Fibonacci dizisi.

18. yüzyılda, Bernhard Bolzano (1781 - 1848), Augustin Louis Cauchy (1789 - 1857) ve Karl Weierstrass (1815 - 1897) tarafından tam anlamıyla yerine oturdu. Calculusün, karmaşık analiz yönündeki gelişmeleri, Geronimo Cardano (1501 - 1576), Casper Wessel (1745 - 1818), Jean Robert Argand (1768 - 1822), Karl Friedrich Gauss (1777 - 1855), Sir William Hamilton (1805 - 1865), Augustin Cauchy (1789 - 1857), Peter Dirichlet (1805 - 1859), Karl Weierstrass (1815 - 1897) ve George Friedrich Bernhard Riemann (1826 - 1866) tarafından gerçekleştirilmiştir.

Şüphesiz, bu bilimin gelişmesinde burada isimlerini sayamadığımız daha birçok ünlü matematikçilerin olduğunu belirtelim.

Yalnız, Fibonacci, Gerbert'ten sonra Hint matematiği ile batıda uğraşan ikinci bir matematikçi olarak bilinir. Oysa Hint rakamları ve Hint matematiği ile doğuda çalışanlar olmuştur. Hintlilerin dışında 600 yılları yöresinde Fırat'ta bir kolejde müdür olan papaz Severus Sebokht da sıfır hariç 1, 2, 3, . . . , 8 ve 9 rakamlarıyla Hint kurallı ve rakamların bulundukları yerlere göre basamak değeri alan matematik yapmıştır. Bu nedenle Hint rakamları 600 yıllarından önce ya da o yörelerde Ortadoğu'ya, Bağdat'a ve Mezopotamya'ya gelmiş olmalıdır. Sebokht'tan başka Hint rakamları ile hesaplar yapmış başka matematikçiler de olabilir. Yalnız elimizde yazılı kaynak olarak Sebokht'un çalışmaları vardır.

Sebokht, sıfır hariç Hintlilerin ilk dokuz rakamı ile işlem yapıyor ve rakamları bulundukları yerlere göre basamak değeri alıyordu. Suriyeli olan bu matematikçi papaz Sebokht'un 662 yıllarında Hint matematiği ile tanışması üzerinde bazı söylentiler de vardır. Bunlardan birisi İpekyolu ile Suriye'den geçen kervancılar ve tüccarların Hint matematiği ve bu matematikle hesap yapmayı bu kolej müdürüne öğrettikleri biçimindedir. Hint matematiğini ve Hint rakamlarıyla hesap yapmayı da okulunda kendi öğrencilerine öğretmiş olmasıdır.

Sebokht'un sıfırı dahil etmeden bu dokuz Hint rakamı ile neden işlemlerini yaptığı bilinmemektedir. Bazılarına göre Sebokht sıfırı önemsememiştir. Bazılarına göre Sebokht sıfırı bilmemektedir. Sebokht yaptığı matematiksel işlemlerde sıfırı kullanmıyor ama sıfır ve sıfır anlamındaki kavram daha önce Hindistan'da biliniyor ve kullanılıyordu. Kökeni Brahmi rakamlarına dayanan Hint rakamları üçüncü yüzyılın ortalarında King Asoka yazıtlarında görülür. 200 yıllarında yaşayan 1. Bakhshali'nin elyazmalarında ve Bakhshali'nin yaşadığı Kuzeydoğu Hindistan'da 1881 yılında köyünde yapılan kazılarda elde edilen belgelerde rakamların basamak değerleri aldıkları ve sıfır yerine Babillilerde olduğu gibi nokta (.) işaretinin kullanıldığı görülür. 1. Bakhshali'nin bu elyazması daha sonra yedinci yüzyılda yeniden kopyalanmıştır. Sebokht belki bu nokta (.) olan sıfırı o zaman dikkate almamıştı.

Bu zaman dilimleri içinde Hintlilerin şiirlerinde ve ünlü destanlarında da rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerleri aldıkları görülür. Örneğin, Mahavira'nın

yazdıklarında Ay 1, göz 2, ateş 3 ve gökyüzü 0 anlamında kullanılmıştır. Buna göre ateş–gökyüzü–Ay–göz söylenişi 3012 ve Ay-göz-gökyüzü-ateş de 1203 olarak yazılarak anlam veriliyor ve rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değerini alıyordu. Gökyüzü boşluk anlamına geliyor ve bu boşluk daha sonra sıfır (0) biçimine dönüşüyordu.

1. Bhaskara'nın (525) çalışmalarında da rakamların bulundukları yerlere göre basamak değeri aldıkları ve sıfır anlamına gelen noktanın (.) kullanıldığı görülür. Fakat en erken on tabanlı ve rakamların bulundukları yerlere göre basamak değeri alması ve sıfır rakamı dahil, Kamboçya'da yapılan kazılarda çıkarılan taşlardaki yazılarda görülmüştür. Bu yazıtların 605 ile 608 yıllarında yazıldığı belirlenmiştir. 683 yılında görülen bu yazıtlar Sakalar dönemine aittir. Bugün kullanılan sıfır (0) rakamı ortada 605. ve 608. yıllar biçiminde yazılmış ve sıfır orta konumdadır. Sekizinci yüzyılda görülen sıfır (0) rakamı Ragholi tabağında 30 biçiminde ve son konumda yazılmıştır. Daha sonra yapılan kazılar ve araştırmalarda sıfır rakamının ve rakamların ondalık sisteme göre basamak değeri almaları mezar taşları ve tapu kayıtlarında görülmüştür.

Sıfır rakamının (0) biçiminde ilk kez Çin'de Chiu-chih li isimli bir Çin Gökbilimi kitabında görülmüştür. Bu kitap on tabanına göre basamak değerini alan ve sıfırı (0) da içeren 718 tarihli bir yapıttır. Bu kitap Çin İmparatoru döneminde Hintli bir gezgin bilgin tarafından Çince yazılmıştır. Böylece, ondalık sistem, Hint matematiği, Hint rakamları ve Hint hesaplama yöntemi Çin'e ilk kez bu gökbilimi kitabıyla girmiştir. Sekizinci yüzyılın başlarında Hintli bilginler Çin'e gitmiş ve Hint matematiğinin kolay yöntemini Çinlilere öğretmiştir. 870 yılından önce Batıya yönelen Hint matematiğinin kullanılmasının ve yayılmasının önü alınamamış ve bugün tüm dünyada tutunmuştur. Özellikle Hint matematiğinin Avrupa'ya yayılmasında Türklerin, İranlıların ve Suriyelilerin büyük emekleri geçmiştir. Bu yayılmanın ürününü Avrupa'da ilk kez Gerbert ve Fibonacci almıştır.

JOHN (1221 - 1240)

Palermolu John 1221 yılında Sicilya'da Palermo'da doğmuş bir çevirmendir. Kendisi, bilimsel çalışmaları Arapçadan Latinceye çevirmesiyle ün yapmıştır. İmparator, II. Frederick'in sarayında saray çevirmenidir.

John, Leonardo Fibonacci'nin Flos ve Liber Quadratorum (1225) isimli kitaplarını incelemekle görevlendirilen bir bilgindir. Palermolu Johannes ile 1221 ile 1240 yılları arasında II. Frederick'in buyruklarıyla diplomatik belgeleri incelemişlerdir.

John'un bilinen tek yapıtı Arapçadan Latinceye Hiperbol başlığıyla çevirdiği yeni bir çalışmadır. Orijinal olan bu çalışma İbni al Haytham'ın çalışmalarına benzeyen bir

çeviridir. Bu çalışmada beş önerme vardır. Bunların birisi hiperbolün asimtotlarıyla ilgilidir. Asimtot, bir doğru ile bir eğri arasında bir ilişki olarak geçer. Eğri ve doğru ne kadar uzatılırsa uzatılsın birbirlerine yaklaşır, fakat birbirlerini hiç bir zaman kesmezler. Bu kavramla elips'in kolları ile asimtotları uzatıldığında birbirlerine yeteri kadar yaklaşırlar ama birbirlerini kesmezler. Bu çalışma hiperbolün bu asimtotikliğini inceler.

Yazar hiperbolün asimtotları konusunu Apollonius'tan farklı ve ondan bağımsız olarak inceler. Apollonius'un Konik isimli kitabında geçen özel parametreleri kullanmaz. Apollonius bu özel parametlere latus rectum diyordu. Bu çalışmadaki asimtotiklik, Archimedes'in çalışmasına benzer olarak eksensel temeline dayanır. Hiperbolün bugünkü çözümüne benzer bir yapıdır.

Bu çalışma ve çevirisi Ortaçağ Avrupasında konikler üzerine yapılan birkaç çalışmadan biridir. Daha sonraki Latin çalışmalarında parabollerin birbirlerini dik kesmeleri konusunda yapılan bir çalışmada bu asimtotlarla ilgili üç önerme vardır. Burada, parabollerin kanatları ne kadar uzatılırsa uzatılsın birbirlerine yeteri kadar yaklaştıkları halde hiç bir zaman kesmedikleri haller incelenmektedir. Bu çalışma 1548 yılında yayınlanmıştır.

Gerek John'un çevirisi gerekse 1548 yılında yayınlanan bu yapıt, Avrupa'da Johann Werner de dahil birçok matematikçiyi etkilemiş ve kendisine çekmiştir. Bu konuda bazı çalışmalar yapılmıştır. Konik Elemanların 1522 yılında Nürnberg'de, Oronce Fine'nin çalışması 1551 yılında Paris'te, Jacques Peletier'in yapıtı 1563 yılında Basel' de ve Francesco Barozzi'nin çalışması 1586 yılında Venedik'te yayınlanmıştır.

John'un bu çevirisi Ortaçağ Avrupasında çok kullanılmış ve bu konuda geliştirilmiş çok sayıda çalışma yapılmıştır.

RİTHMOMACHİA (11. YÜZYIL SONLARI)

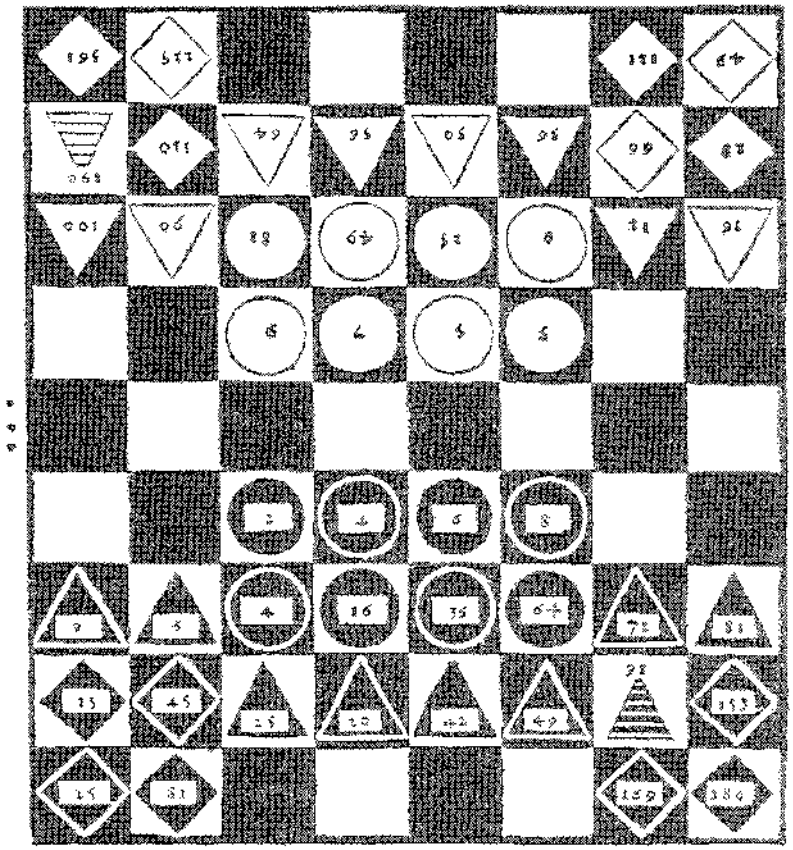
On birinci yüzyılda isminden söz edilmesi gereken bir oyun vardır. Bu da Rithmomachia'nın sayıların oyunu ya da sayıların savaşı tablosudur. Bu konuda ilk çalışmaları yapanlardan birisi Fortolfus Rithmomachia'dır. Rithmomachia ismi, Rithmimachia, Ritmachya, Richomachie veya Rhlthmimachia şeklinde de söylenir. Bu ismin genel ve yaygın söylenişi, Fortolfi Rythmimachia biçimindedir.

Rithmomachia'nın, on birinci yüzyıla yakın bir dönemde yaşadığı sanılıyor. Bu oyunu tanıtanlardan biri olarak kabul edilen Rithmomachia'nın bir kilisede papaz olduğu biliniyor. Ancak doğum ve ölüm tarihleriyle yaşamı hakkında fazla bir bilgi yoktur. Bu oyunun oynanması ve kurallarının Pisagor'a ve Boethius'a ait olduğu sanılıyor.

Bu tablo ile ilgili bir çalışma 1077 yılında Ritmachya ismi altında yazılmıştır. Halen Vatikan kütüphanesinde bulunan bu çalışma, Benedikten papazı olan Accolytus tarafından kaleme alınmıştır. Bu oyun Ortaçağ'da De Vetula isimli bir şiirde de geçer.

Bu oyun tablosu ile Hermannus Contractus (1013 - 1054), 1236 yılında ölen Jordanus Nemorarius ve Nicole Oresme (1323 - 1382) de ilgilenmiştir. Oyun, Nicomachus tarafından tanıtılan Yunan sayıları kuramı üzerine düzenlenmiştir. Burada iki tane dikdörtgen biçimle bir tahta vardır. Tahtanın bir kenarı sekiz, öbür kenarı on altı kareden oluşmuştur. Resimdeki dikdörgenin orta kısımları sayfaya sığmadığı için çıkarılmıştır.

Tahtadaki dikdörtgenlerde, her biri belli sayı içeren üçgenler, kareler, daireler ve taralı şekille gösterilen piramitler vardır. Bu parçaların her biri, 1496 yılında Paris'te basılan ve 1496 yılında ölen Durhamlı başpiskopos Shirwood'un, Rithmomachia üzerine yaptığı bir parçadan alınmıştır. Bu tablo daha çok Faber Stapulensis (1455 - 1536) kaynak gösterilerek söylenir.



Rithmomachia'nın hesap içerikli oyun tahtası.

Bu tablodaki üçgenler, kareler, daireler ve piramitler, 1496 yılında basılan baskıdaki gibi dizilirler. Sayıların seçimi ve dizilişi de rastgele değildir. Hatta bunların düzenlenmesi çok çok ince bir iştir. Zaten bu oyunun oynanması herkes tarafından bilinen bir iş değildir. Bu oyun ancak seçkin bir matematikçiler grubu tarafından oynanabilir. Oyunun açıklanması da çok zordur. Örneğin, üçgenleri oluşturmak için gerekli şey, 81 = 72 + 72/8, 72 = 64 + 64/8, 6 = 4 + 4/2 ve 9 = 6 + 6/2 olmalıdır. Kare parçalar için durum 45 = 25 + 20 ve 15 = 9 + 6 olmalıdır. Piramitler, $91 = 6^2 + 5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2$ ve $190 = 8^2 + 7^2 + 6^2 + 5^2 + 4^2$ olacak biçimde karelerin üzerine konulur. Bu durumda kareler için

$$s = \left(\frac{2n + 1}{n + 1}\right) s'$$

formülü vardır. Buradaki harfler bu tabloya bakarak bulunabilir. Örneğin burada s = 25, s' = 15, n = 2; ya da s = 81, s' = 45 ve n = 4 biçiminde seçilmiştir. Oyun oldukça karışıktır. Oyunda sürekli diziler yer alır. Bu diziler de, aritmetik, geometrik ve harmonik diziler şeklindedir.

Bu oyun Yunan sayı kuramıyla ilişkili olduğu için, bunu ancak Ortaçağ'daki seçkin matematikçiler gurubu tarafından oynanarak matematik yapılmıştır. Bu oyun on birinci, on ikinci ve on üçüncü yüzyıllarda çok moda bir biçimde devam etmiş ve bu konuda değişik oyunlar düzenlenmiştir. Hatta bu konuda küçük kitaplar bile yazılmıştır.

ASCOLİ (1257 - 1327)

Avrupalılar, Rönesans'a on üçüncü yüzyılda çok hızlı bir şekilde girdi. On dördüncü yüzyıl, fen ve edebiyat alanında büyük yeniliklerle doldu. Edebiyat, sanat, mimari, fen ve politika ön planda görüldü. Bu alanlarda çok sayıda sanatçı ve yazarlar ortaya çıktı. Floransa'da ticaretin gelişimi, buradaki Floransa aritmetiğini geliştirdi. Avrupa'da yüzyıl süren savaşlar (1338-1453), Avrupalıları kendine getirdi.

On dördüncü yüzyılda, üniversitelerde çok az bir matematik yapıldı. Özellikle daha önce matematikte çok ilerlemeler gösteren İtalya, bu yüzyılda Paris, İngiltere ve Almanya'nın çok ardında kaldı. İngiltere'deki Merton Koleji ve Oxford Üniversitesi matematiğin merkezi durumuna geldi. Paris'teki matematik çalışmaları, algorizma, gökbilimi ve geometri üzerinde yoğunlaşmıştı. Almanya'da 1392 yılında yeni kurulan Erfurt Üniversitesi matematiğe yeni yeni adımlarını atıyor, fakat diğer merkezler gibi yeterli değildi.

On dördüncü yüzyılda İtalya'da matematikte gerçekten üstün bir başarı gösteren matematikçi çıkmamıştır. Yetişen matematikçilerden ancak birkaç tane sayılabilir. Bunlardan biri Cecco d'Ascoli'dir. 1257 yılında İtalya'da Romagna'da Ascoli'de doğan Cecco, doğduğu yerden gelen bu isimle tanınmıştır. İsmine Francesco di Simone Stabili, Francesco degli Stabili veya kısaca Ascoli şeklinde de rastlanılır. Ascoli'nin kendisi Bologna ve Roma'da felsefe profesörüydü. Fakat ilgi alanı daha çok matematikti. Sacrobosco'nun Sphaera'sı üzerine çok değerli bir yorum yazdı. Bu dönemde en çok tutulan ve ünlü olan bu yorum, 1846 yılında Bologna'da yeniden basıldı.

Bu dönemin ikinci İtalyan matematikçisi Andalo di Negro'dur (1260 - 1340). İtalya'nın Genova kentinde doğan Negro, iyi bir matematikçi ve gökbilimci olarak ün yaptı. Astrolap üzerine çok sayıda kitap yazdı. Gezegenler üzerine olan Tractatus de Sphaera ile pratik aritmetik üzerine birer kitabı daha vardır.

CAMPANUS (1260 YILLARI)

Johannes Campanus, ya da Giovanni Campano, Milan yakınlarında Novara'da doğdu. Doğum tarihi kesin olarak belli değildir. Yaşamı hakkında fazla bir bilgi yoktur.

Bağdat'ta bulunan Müslümanlar, Yunan bilimlerini sekizinci ve dokuzuncu yüzyıllarda Yunancadan Arapçaya çevirmişlerdi. Oysa Hıristiyan Avrupalıları da Arapların bu çevirilerini on ikinci yüzyıldan itibaren Arapçadan Latinceye çevirmeye başladılar. Bu çeviri işine ilk önce İspanyol Müslümanları önder oldu. Daha sonra Fransa, İtalya ve İngiltere'deki papazlar bu çeviri işine devam ettiler. Bağdat Müslümanları Yunanlıların edebiyatını çevirme gereğini duymadılar. Onlar daha çok Yunanlıların gökbilimi, aritmetik, trigonometri, optik, astroloji, geometri, tıp ve ilaçla ilgili konuları üzerindeki çalışmalarını Arapçaya çevirdiler. Zaten Bağdat Müslümanları Euclides'in Elements isimli kitabının çok sayıda çevirilerini yapmışlardı. Latin kiliseleri Euclides'i ilk kez bu Arapça çevirileriyle tanıdılar. Çok daha sonra orijinal Yunanca basımını buldular.

Müslümanlardan ilk çevirileri yapan 1120 yıllarında yaşayan Tivolili Plato veya Plato Tiburtinus'tur. Bu çevirmen, önce Battani'nin gökbilimini, Theodosius'un kürelerini, 1120 yıllarında Abraham bar Chiia'nın Liber Ambadorum'unu ve astroloji üzerine yazılmış çok sayıdaki çalışmaları çevirdi. Ayrıca, 1160 yıllarında Ptolemaios'un Almagest'i, bilinmeyen bir çevirmen tarafından Arapçadan Latinceye çevrildi. Bu kitapların elyazmaları Sicilyalı bir bilgin tarafından İstanbul'da bulunarak Palermo'ya getirildi.

Arapçadan çeviriler yapanların başında, Cremonalı Gherardo (1114 - 1187) gelir. Gherardo önce İtalya'da yaşadı, daha sonra İspanya'ya gitti ve Toledo'da Arapça öğrendi. Gherardo, Euclides'in Elements'ini, Theodosius'un Data ve Spherics isimli kitaplarını,

Menelaus'un bir çalışmasını ve Ptolemais'ın Almagest'ini Latinceye çevirdi. Bu çevirmenlere Brugesli Rudolph ve Ptolemaios'ın Planisphere'sini çeviren Carinthialı Hermann (1143) da katıldı.

Bu çevirmenlerin başında İngiltere'den Bathlı Adelard (1120) vardı. Chesterli Robert (1140), Harizmi'nin cebirini Arapçadan Latinceye ilk kez çeviren olarak bilinir. Ayrıca, Arapça yazılmış çok sayıdaki gökbilimi çalışmaları Latinceye çevirildi. Böylece, Avrupalılar, Müslüman kaynakları aracılığıyla Yunan klasiklerinden haberleri oldu. Kuranı Kerim ilk kez 1143 yılında yine Chesterli Robert tarafından Latinceye çevirildi. Sevilleli John da bu çevirici gruptan biriydi. Bu çeviri döneminde, sadece Adelard seksen beş kitabı Arapçadan Latinceye çevirdi. Bunların içinde Sabit bin Kurra tarafından Arapçaya çevrilen Euclides'in Elements isimli kitabı da bulunuyordu. Chesterli Robert 1150 yılında İngiltere'ye döndü ve çeviri işlerine İngiltere'de devam etti.

Bu sırada İngiltere'de bulunan matematikçi ve bilgin Daniel Morley, 1180 yıllarında Oxford'ta çalıştı. Daha sonra Paris ve Toledo'ya gitti. Arap yazarlarından bağımsız olarak gökbilimi ve matematik üzerine kitaplar yazdı. İngiltere'de ilk kez tanınan matematik kitaplarından biri Daniel Morley tarafından yazılan Matematik Prensipleri isimli kitaptı. Bu kitap Londra'da yayınlandı.

Adelard'ın öğrencilerinden biri olan N. O'Creat, Müslüman yazarlara borçlu olduğu çarpma ve bölme üzerine olan kitabını yazdı. 1133 yılında ölen Laonlu Radulph 1125 yılları yöresinde bir aritmetik kitabı yazmıştır. Besançonlu Gerland (1090), hesap üzerine bir kitapla abaküs üzerine bir özet yazmıştır.

On ikinci yüzyılın başlarında bir astrolog, geometrici ve abaküsçü olan Lorraine asıllı Walcherus'u görürüz. İngiltere'de gökbilimi üzerinde en önde olan Walcherus, kilise okulları zamanının en iyi matematikçisidir.

İspanya'da bulunan Faslı Müslümanların bu çeviri işinde çok başarılı olduklarını ve yaydıklarını özellikle belirtmek gerekir. Doğuştan Cordovalı olan İbni el Şaffar, gökbilimi tabloları ve gökbilimi araçları üzerine kitaplar yazmıştır. 1035 yılında ölen Şaffar'dan çok az bir zaman sonra, yani 1050 yıllarında ünlü olan İbni el Zargala da Cordovalıdır. Gökbilimi ve astroloji üzerine çalışmaları olan Zargala'nın bir de bir takım olan tabloları vardır.

Denialı olan Ebül Şalt, bir İspanyol fizikçisidir. Geometri ve gökbilimi üzerine çalışmalar yapmıştır. 1140 ile 1150 yılları arasında ölen Jabir bin Aflah, daha çok Geber ismiyle bilinir. Seville'de tanınmış ve ünlü olmuş bir bilgindir. Gökbilimi, küresel trigonometri ve Menelaus'un kesenleri ile ilgili teoremler üzerine yapıtları vardır. Bu isim çoğu kez simyacı olan Geber veya Jaber ile karıştırılır.

Çeviri işlerini sadece İspanyol ve Faslı Müslümanlar yapmamışlardır. Bunların

içinde Yahudi kökenli bilginler de vardır. Barsenolalı Savasorda (1070 - 1136) bunların başında gelir. Gökbilimi üzerinde bir kitap yazmıştır. Savasorda, içinde aritmetik, geometri ve matematiksel coğrafya konuları bulunan bir ansiklopedi yazmış ve bu ansiklopedi ile ünlü olmuştur. Bu ansiklopedinin bazı parçaları günümüze kadar gelmiştir. Sayılar kuramını ve geometri konularını içeren Liber Embadorum'u da o yazmıştır.

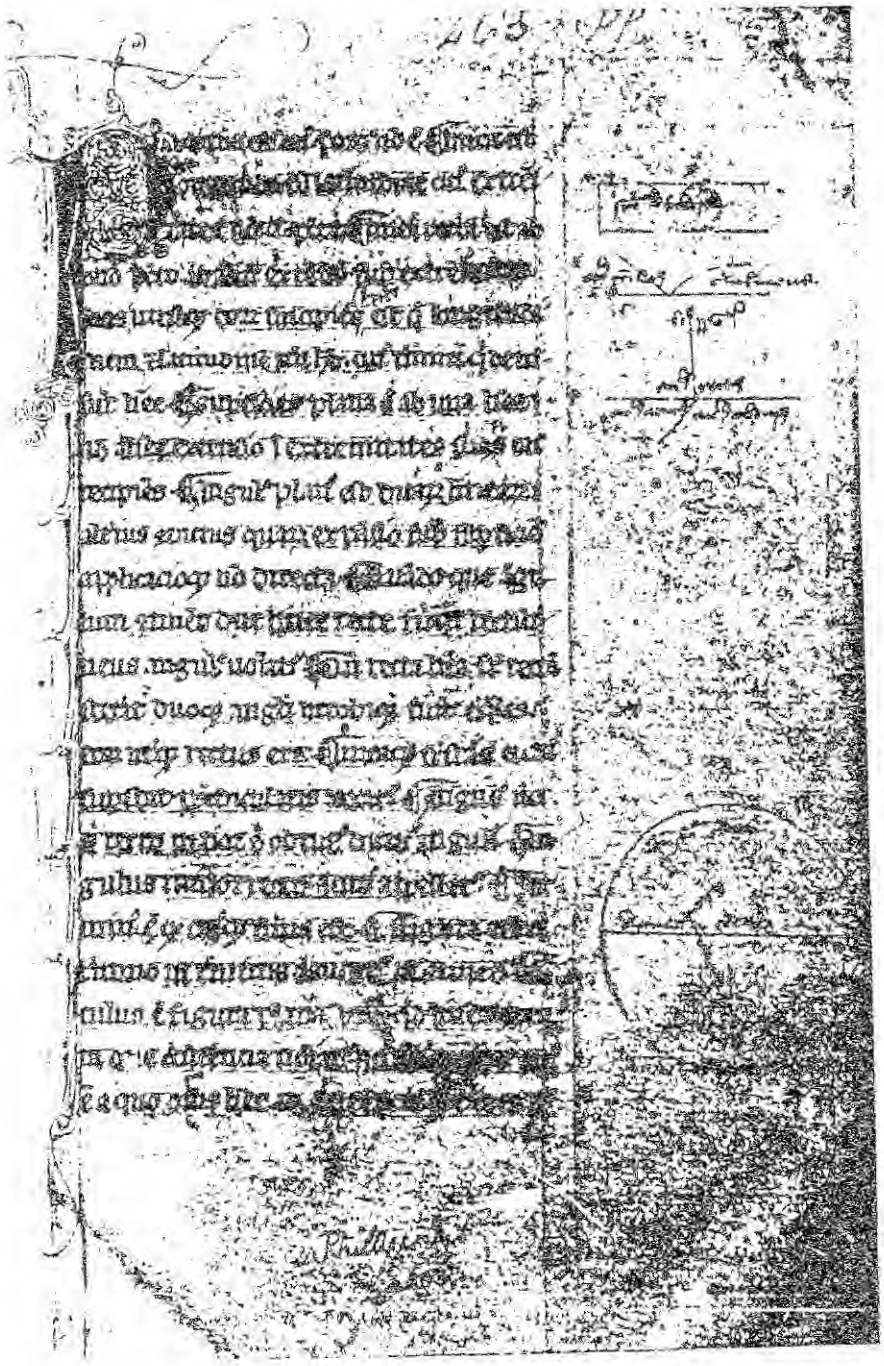
Yahudi bilginlerinin en büyüğü Rabbi bin Ezra'dır (1093/1096 - 1167). Sayılar kuramı, takvim, büyülü kareler, gökbilimi ve astrolap üzerine kitapları vardır. Mısır'dan İngiltere'nin kuzeyine kadar gezilerde bulunmuş bir bilgindir. Sayılar kuramı üzerine dört tane kitabı vardır. Bunlar, Sefer Haechad, Sefer Hamispar, Liber... Divinationis ve Tahbula'dır. Bu yapıtlardan yalnız Sefer Hamispar matematik yönüyle daha önemlidir. Ezra bu kitabında, Hint aritmetiğini Yahudi harfleri ve rakamlarıyla yapmıştır. Sıfırı da (0) biçiminde kullanmıştır. Çarpma işlemlerindeki sağlamaları dokuzla gerçekleştirmiştir.

Yahudi yazarların bazıları matematikte çok iyi buluşlar yapmışlardır. Bunların içinde özellikle on ikinci yüzyılda yaşayan iki bilgin vardır. Cordova doğumlu olan Maimonides (1135 - 1204), Padişah olan sultanın fizikçisi ve en önde gelen bir gökbilimcisidir. Hıristiyan olan Johannes Hispalensis (1140), aritmetik ve astroloji üzerine çalışmalar yapmış, çok sayıdaki Arapça matematik kitaplarını Latinceye çevirmiştir. Yine bu dönemde yaşayan Yahudi Samuel ben Abbas 1174 veya 1175 yılında ölmüştür. Aritmetik, Hint rakamları ve bunların kullanılması, cebir ve geometri üzerine çalışmış, bu konularda eserler vermiş ve kitaplar yazmıştır. İsmi bilinmeyen bir İngiliz Yahudisi de İngiliz tarihçileri tarafından derlenen Mathematum Rudimenta Quaedam denen kitabı yazmıştır.

On üçüncü yüzyılın Yahudi yazarları, Arapçadan İbraniceye çok sayıda kitabı çevirmişlerdir. Bunların başında Moses ben Tibbon gelir. Tibbon'un babası ve dedesi de, felsefi ve bilimsel çalışmaları Arapçadan İbraniceye çeviren seçkin çevirmenlerin başında gelirler. Tibbon, 1259 yılında Alpetragius'un (1200) gökbilimini ve el Haşşar'ın aritmetiğini İbraniceye çevirmiştir. Diğer bir bilgin Yahudi de Toledolu Jehuda ben Salomon Kohen'dir. 1247 yılında ölen Kohen, Ptolemaios üzerine bir kitap ve Euclides'in bir yorumunu yapmıştır.

Akdeniz yöresinde, Avrupa'da ve İngiltere'de bu şekilde çeviriler ve özgün yazmalar devam ederken, artık üniversitelerin de yükseldiği görülür. Avrupa üniversitelerinin kökenleri kiliselerin manastırlarında filizlenmiş ve gelişmiştir. Paris'te 1200, Oxford'ta 1214 ve 1296, Cambridge'de 1231 ve 1318 yıllarında devlet üniversiteleri kuruldu. Paduva Üniversitesi 1222 ve Napoli Üniversitesi de 1224 yılında İtalya'da kuruldu. On dördüncü ve on beşinci yüzyılda çok sayıda üniversitelerin açıldığı görülür. Avrupa artık Boethius'un aritmetiğine ve Fibonacci'nin matematiğine alışmıştır.

Matematikte bazı ilerlemelerin yapıldığı, üniversitelerin açıldığı dönemde Euclides'in Elements isimli kitabının ilk çevirilerinden birini Campanus yaptı. Bu çeviri daha önce üç kez Yunancadan Arapçaya çevrilen yapıttan Latinceye bir çeviri oldu. Campanus,



Euclides'in Campanus çevirisinden bir sayfa.

bu çeviriyi yapmadan önce Bathlı Adelard'ın Elements isimli çevirisini okudu. Ondan sonra çeviriyi gerçekleştirdi. Campanus ayrıca, Tractatus da Sphaera, a Theoria Planetarum, a Calendarium, De Computo Ecclesiastico ve De Quadratura Circuli isimli kitapları da yazdı. Campanus'un bu son kitabının kaybolduğu sanılıyordu. Fakat, ondan bir yüzyıl sonra Saksonyalı Albert (1370), bu kitabın bir kopyasını elde etti.

Campanus'un çağdaşlarının yaşamları hakkında fazla bir bilgi yoktur. Yalnız kilise ve manastır yörelerinde bazı bilginlere rastlanılır. Fakat onlar da o kadar ünlü kimseler değillerdir. Campanus, Elements'in çevirisinin sonuna yıldızlı çokgenin açılarının toplamının nasıl bulunacağını gösterdi. Bu yıldızlı çokgenin şekli ve astrologlar tarafından verilen bilgileri de aktardı. Fakat bu çalışmalar o kadar bilimsel değillerdi. Verilen bir açının üç eşit parçaya bölünmesi üzerine de çalışan Campanus, o zaman ismi altın oranlar olarak söylenmeyen bu oranların irrasyonelliğini gösterdi. Ayrıca, çemberle teğeti arasındaki açıyı inceledi. Geometri ile de özel olarak ilgilenen Campanus, Euclides'in Elements isimli kitabının Arapçadan Latinceye çeviren bir otorite olarak kabul edilir.

Campanus temel çalışmalarını 1250 ile 1260 yılları arasında yazmıştır. Euclides üzerine yazdığı çalışması hakkındaki bilgileri Jaruselam'da karşılaştığı patrik Jacques Pantaleon'un yaptığı çalışmaları arasında görürüz. Bu çalışmalar 1255 ile 1261 yılları arasına rastlar. Pantaleon o dönemlerde İtalya'da temelli kalan ayrıcalıklı biriydi. Bu nedenle Pantaleon, Campanus'a çok yardım etmiştir. Çünkü, Pantaleon o dönemlerde papalık ortamında önemli bir görevde bulunuyordu. Pantaleon 1263 yılında Campanus'u şehirin yöneticisi olan IV. Urban tarafından Savines Kilisesi'nin rektörlüğüne getirilmesini sağladı. Daha sonra 1264 yılında Toledo katadraline atadı. 1264 yılında IV. Urban öldü. Campanus'un ünü İtalya'da ve İngiltere'de sürüyordu. 1270 yıllarına doğru ünü papalık çevresinde de biliniyordu.

Campanus'un çalışmalarını bize en iyi biçimde Roger Bacon'dan iletmiştir. Çünkü, 1265 ile 1268 yılları arasındaki çalışmaları İngiltere'de yayınlanmıştır.

Campanus'un İtalya'dan hiç ayrılmadığını ispatlamak olanaklı değildir. Ortadoğu, Fransa ve İngiltere'ye gitmiştir. Roger Bacon'dan sonra yapılan çalışmalar bunu gösteriyor. 1296 yılında İtalya'da Viterbo'da öldüğü biliniyor. Fakat, öldüğünde çok sıhhatli biriydi.

Campanus'un çalışmaları on beşinci ve on altıncı yüzyıllarda basılmıştır. Bu çalışmalarının tarihleri tam olarak belli değildir. Yalnız, Euclides isimli kitabının yazılış tarihi 1255 - 1259 yılları arasındadır. Theorica isimli yapıtı 1261 - 1264 yılları arasında yazılmıştır. Gezegenler tablosu 1261 yılından öncedir.

Campanus, Euclides'in tam on beş kitabının çevirisi ile daha çok ünlü olmuştur. Bunların içinde XIV. ile XV. kitapların Euclides'e ait olmadığı biliniyor. Campanus'un bu Euclides çevirileri on beşinci ve on altıncı yüzyıllarda en az on üç kez basılmıştır.

Yalnız, bu yıllarda Euclides'in çok sayıda çevirileri Avrupa'da yapılmıştı. Bu çevirilerden birisi de Campanus'a aittir.

Euclides'in Yunanca, Latince ve Arapçadan çevirilerinde genel olarak yanlışlar yapılmıştır. Bunların içinde en az yanlışı olan Campanus'un çevirileridir. Çünkü o, Arapça ve Yunanca çevirilere değil de, Yunancayı en iyi bilenlerden yararlanarak çevirmiştir. Ayrıca, Arapça çevirilerden de yararlanmıştır. Geometrik deyimlerde Arapça sözcükleri aynen korumuştur. Campanus'un çevirileri Euclides'in kitaplarına en yakın olduğu için Ortaçağ boyunca bu çeviri temel alınarak yeni çeviriler yapılmış ve basılmıştır. On ikinci yüzyılın başlarında Euclides'i en iyi çevirenlerden birisi de Bathlı Adelard'dır. Çünkü o da Arapçadan çeviri yaparken Faslı öğrencilerinden yararlanmıştır.

Campanus'a kadar çok iyi bir aritmetik ve gökbilimi çalışması da yapılmamıştır. Gökbiliminde Ptolemik kuramı Avrupa'ya o getirmiştir. Çünkü, onun gökbiliminin temel kaynağı Ptolemy'nin Almagest'i olmuştur.

Almagest'e çok sayıda ek çalışmalar yapılmıştır. Almagest'i kullanırken bu kitabın Arapça çevirilerinden de yararlanmış, özellikle dokuzuncu yüzyılda yaşayan Arap yazar Al Fargani'den (Alfraganus) de yararlanmıştır. Al Fargani'nin bu yapıtı Sevilleli John tarafından Latinceye daha önce çevirilmişti.

Campanus, bu çeviriden yararlanırken gezegenler üzerindeki hesaplamalarının tümünü kendisi yapmıştı. Yaptığı bu hesaplamalar da epeyce uzundur. Zaten bu hesaplamalara Avrupalılar Campanus'la başlamışlar ve Campanus'un bu bağımsız çalışmalarını görmüşlerdir. Yalnız bu tür hesaplamalar Al Samh ve Al Zargali tarafından İspanya Müslümanlarından iki yüzyıl önce yapıldığını hemen belirtelim.

Campanus'un gökbilimi üzerine olan çalışmalarının çoğu yeni değildir ama, işin özünü ve temelini onun çalışmalarında görürüz. Daha sonra yazdığı Küre isimli kitabında bu söylediklerimiz görülür. Campanus bu kitabıyla modern gökbilimi ilkelerini yakalamıştır. Kitap on beş bölümden oluşur. Bu kitap ayrıca Sabit bin Kurra'nın gökbilimi çalışmalarını genelleştirir. Ptolemy ve Robert Grosseteste'nin çalışmalarını eleştirir.

Campanus'un Theorica isimli kitabı Araplarda olduğu gibi gökbilimi tablolarını içerir. Bu arada bu tablolarını nasıl kullanacağını açıklar. Bu tablolar Toledo tablolarından alınmıştır. Toledo Tabloları da Harizmi, Al Battani ve Al Zargali'nin tablolarından alınmıştır. Bu tablolar ilk kez Cremonalı Gerard tarafından çevrilmiş ve Avrupa'da yaygın olarak kullanılmıştır.

Campanus'un Euclides ve Theorica isimli kitaplarından başka Computus Maior isimli bir yapıtı daha vardır. Bu yapıt doğudan Avrupa'ya geçen ve Avrupa kiliselerinde ve manastırlarında okutulan Güneş ve Ay takvimleri üzerinedir. Bu tür çalışmaların

kiliselerdeki örneklerine 725 yılında Bede tarafından yazılan kitaplarda görürüz. Zaten Campanus da bu hesaplamaları Bede'nin bu çalışmalarından uyarlamıştır. Böylece Campanus'taki zamanlar gün, saat, hafta, ay ve yıl olarak alınmıştır.

Campanus'un gökbiliminde kullandığı çok sayıda eski ve yeni araçları da olmuştur. Dörtlük ve astrolap onun en iyi kullandığı iki gökbilimi aracıdır. Dörtlük açıları ve Güneş'in yüksekliğini ölçmede kullanılmıştır. Uzakta bulunan cisimlerin ya da bir kulenin yükseklik açısı dörtlükle ölçülür ve yüksekliği bu araçla bulunurdu.

İkinci araç astrolap pek çok amaçla kullanılıyordu. Burada gökküresini düzlemde gösteriyordu. Düzleme olan bu izdüşümle gökyüzü hesaplarını astrolapla çözüyorlardı. Campanus'un bu iki aracını daha önce doğulular, doğululardan önce de Mısırlılar, Mezopotamyalılar ve Yunanlılar kullanmışlardı.

Campanus, daha sonraki yaşadığı yıllarda astroloji ile de ilgilenmiştir. Bu kadar bilgili bir bilim adamının astroloji ile ilgilenmesi zamanında pek hoş karşılanmamıştır. Tüm bu tür çalışmalarını Computus ya da Qudrant isimli kitaplarında görebiliriz. Campanus bu kitaplarıyla daha sonra on beşinci yüzyılın sonralarında ünlü astrologlar listesine alınmıştır. Gökyüzü üzerine olan çok sayıda astrolojik çalışma yazmıştır. Onun bu çalışmaları daha sonra Regiomontanus tarafından incelenmiştir.

Campanus'un diğer matematiksel ve gökbilimi üzerine olan çalışmaları ölümünden sonra derlenerek basılmıştır. Bu çalışmalardan en ünlü olanı Dairenin Kareselleştirilmesi ve diğeri de Katı Küre olarak bilinir. İyi bir bilim adamı ve matematikçi olan Campanus'un bilime en büyük hizmetlerinden birisi Arapçadan Latinceye yaptığı çevirilerdir. Ptolemy'nin Almagest'ini en iyi okuyan ve en iyi anlayan birisi olarak bilinir. Euclides'i ve Almagest'i sadece Latinceye çevirmekle kalmamış, bu yapıtlar üzerine yorumlar da yazmıştır. Bu kitaplardaki matematiksel kavramları çok iyi açıklamıştır. Çok yenilikçi ve yaratıcı birisi olan Campanus'un da ufak tefek yanlışlıkları olmuştur. Bunları da onun yaşadığı dönemin birer cilvesi ve hoş görüsü ile karşılamak daha iyi olur.

Campanus, döneminin en etkili yazarlarından biriydi. Büyük ve etkili yöneticilerin yönetimi ve koruması altında bilimsel çalışmalarını sürdürdü. Onu ünlü yapan en önemli yapıtı, Yunancadan Latinceye çevirdiği on beş ciltlik Euclides isimli serisiydi. Euclides gibi diğer yapıtları da on dördüncü ve on beşinci yüzyıllarda çok okunan ve basılan kitaplar olduğu halde, on altıncı yüzyılda bunlar çok az okundu. Yalnız Almagest'in özeti olan kitabı Feurbach Regiomontanus'un dikkatini çekti. Campanus, çalışmalarının yeni olduğunu söylüyordu ama oysa onun çalışmaları daha önce Araplar ve Latinler tarafından incelenmişti. Diğer bir dille, Campanus'un çalışmaları o kadar yeni konular değil, çoğu da Arapça ve Latinceden uyarlamalardı. Tüm bu olumsuz eleştirilere karşın, Ortaçağın sonlarına ve Rönesansın başlarına doğru gökbiliminde başta gelen önderlerdendi.

Yapıtları üzerinde çok çalışma yapılan Campanus'un yaşamı üzerine fazla bilgi yoktur. Elimizdeki bilgiler Benjamin, Toomer ve Roger Bacon'un yazdıklarıdır. Bu yapıtlarda da fazla bilgiler yoktur.

BARLAAM (1290 - 1348)

İtalya'da Calabria'da Seminara'da doğan Barlaam, çalışmalarının tümünü İstanbul'da yapmıştır. Üstün zekalı biri olan Barlaam, papa tarafından önce Avignon'a elçi olarak gönderildi. Burada, ünlü bilgin Petrarch'a Yunanca öğretti. Daha sonra İstanbul'a geldi ve burada ünlü oldu. Hesaplamalar, gökbilimi, sayıların bilimi, cebir ve Euclides'in ikinci kitabı üzerine kitaplar yazdı.

Doğuştan Pratolu olan Paolo Dagomari, 1281 yılında Tuscany'da Prato'da doğdu. Daha çok Floransa'da aritmetik ve gökbilimi üzerine yaptığı çalışmalarla ünlü oldu. Abbaco, Gökbilimi ve Medioinali isimli kitapları çok az ticari aritmetik içerir. Cebir üzerine yazdığı kitap daha çok değerlidir. Dagomari, 1365 veya 1374 yılında Floransa'da ölmüştür.

Floransalı olan Rafaela Canacci (1380), çok sayıda tarihi notları içeren bir cebir kitabının yazarıdır.

1416 yılında ölen Parmalı Master Biagio, bir aritmetik ile bir cebir kitabı yazmıştır. Bu kitaplarının hiç biri yayınlanmayan Biagio, Paris, Pavia, Bologna, Paduva, Venedik ve Parma'da astroloji ve felsefe üzerinde dersler verdi. Oresme'nin De Latitudinibus Formarum isimli kitabı üzerine bir yorum yazdı. Statics ve perspektif üzerine de kitapları vardır.

Ünlü bir eğitimci olan Vittorino da Feltre (1378 - 1446), fakirlik ve yoksulluk içinde doğdu. Doğum ve ölüm tarihleri şüphelidir. Biagio'nun mutfağında bulaşıkçı olarak çalışırken Biagio'dan geometri öğrendi. Daha sonra döneminin en iyi matematik öğretmeni oldu.

Floransalı Antonio Biliotti (1383), on dördüncü yüzyılın sonlarına doğru ortaya çıktı. Bologna Üniversitesi'nde matematik dersleri okuttu. Fakat, bu konularda hiç bir yapıt bırakmadı.

BELDOMANDİ (1370, 1380 - 1428)

Prodocimo Beldomandi, 1370 ile 1380 yılları arasında İtalya'da Padova'da doğmuştur. Yine aynı şehirde 1428 yılında ölmüştür. İsmine, Beldomandi'nin dışında Boldomondo, Beldemandi, Prosdocimo Padvanu şeklinde de rastlanılır.

Beldomandi, bu dönemde İtalya'da ticaret aritmetiğinde tekten bir matematikçiydi. Kendisi Paduva Üniversitesi'nde okumuş ve aynı üniversitede profesör olmuştur. 1422 ile 1428 yılları arasında Paduva Üniversitesi'nde çalışmıştır. Bu üniversitede aritmetik, müzik ve gökbilimi üzerinde kitaplar yazmış ve bu dersleri okutmuştur. Matematikle yetinmeyen Beldomandi, daha sonra tıp doktorluğu üzerinde çalışmış ve bu konuda yazdığı kitapları 1409 ve 1411 yıllarında yayınlanmıştır. Bu kitapları onun tıp dalında da yetenekli ve söz sahibi bir kişi olduğunu kanıtlamıştır. Aritmetiğe ilişkin olarak yazdığı kitabı da 1410 yılında yayınlanmıştır. Onun bu kitabı daha çok geometrik seriler, bu seriler üzerinde problemler ve geometriye ilişkin çalışmalarından oluşmuştur. İlaçlar üzerine de çalışmış ve bu konuda dersler vermiştir.

LEONARDO (1380 - ?)

Cremonalı Leonardo veya Leonardo de Antonii, 1425 yıllarında üç tane elyazması olduğu bilinen pratik bir gemoteri kitabı yazdı. Ondan çok az bir zaman sonra, onun yurttaşı olan Cremonali Jacob 1449 yıllarında Mantua ve Roma'da öğretmenlik yaparken Archimedes'in çalışmalarının bazılarını çevirdi. Bu yüzyılın sonlarına doğru, Piacenzalı Georgius Valla (1430 - 1499), Pavia Üniversitesi'nde fizik ve tıp dersleri okuttu. Daha sonra Venice'ye geçen Valla, aynı dersleri burada okuttu. Onun Magnum Opus isimli kitabı Boethius'un aritmetiği üzerine olan en iyi özet bir çalışmadır. Valla, Euclidean geometri, optik, astrolap ve ilgili diğer konularda da çalışmalar yaptı. Bu çalışmalarının tümü yayınlandı.

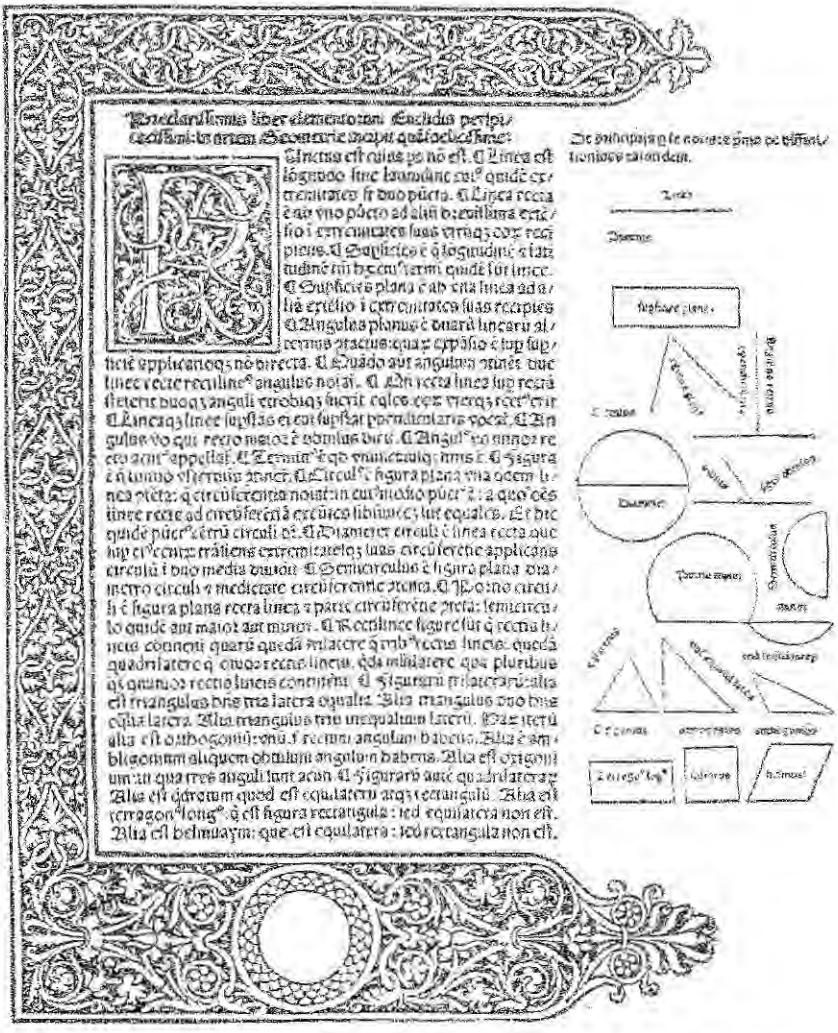
1410 veya 1420 yılında doğan İtalyan ressam Pietro Franceschi veya Pietro della Francesca, 1475 yıllarında De Corporibus Regularibus isimli çalışmasını yazdı. Düzgün çokgenlerin ölçümü, bir küre içine yerleştirilen düzgün beşyüzlü ve genel olarak katı şekillerin matematiği üzerine çok sayıda çalışma yayınladı. Bu problemlerin içinde, yedi çaplı bir daire içine çizilen düzgün sekizgenin alanının bulunması oldukça ilginç bir problemdir. Francesca, bu problemin çözümünde pi sayısı için 22/7 değerini kullanmaktadır. Yine yedi çaplı bir küre içine çizilen küpün yüzölçümünün bulunması problemi onun çalışmaları arasındadır.

Matbaa makinesi İtalya'ya Roma yakınlarında Subiaco manastırının reisi olan Juan Turrecremata tarafından 1464 yılında sokuldu. İspanya doğumlu olan Juan Turrecremata, aslında Valladolidlidir. Ailesinin Latince ismi Torquemada olarak söylenir. İtalya'da ilk basılan kitap matbaa makinesinin İtalya'ya getirilmesinden bir yıl sonra 1465 yılında yapılmıştır. O da Putnam'ın Books isimli kitabıdır. Bundan on dört yıl sonra 1478 yılında Treviso'da ilk matematik kitabı basılmıştır. Bundan sonraki matematik kitapları ticaret aritmetiğine ilişkindi ve Venedik'te basıldı. Böylece matematik kitaplarının baskısı İtalya'da devam etti. 1527 yılına kadar İtalya'da en az 214 matematik kitabı basıldı. Özellikle günlük ticari konular içerikli kitaplar basılırken, matematik içerikli kitapların da ara sıra baskıları yapılıyordu. 1481 yılında Treviso'da ilk soyut ticari aritmetik kitabı basıldı. Bu kitabın yazarı olan Giorgio Chiarino hakkında hiç bir bilgi yoktur. Kitap daha çok geometrik şekillerin ölçümü ve gümrük hesap işlerini düzenler nitelikteydi. Pacoli (1494), bu dönemin en büyük matematikçilerinden ve eser verenlerinden biriydi.

İlk matematik kitabının 1478 yılında İtalya'da Treviso'da basılmasından altı yıl sonra 1494 yılında Venedikli olan Piero Borghi veya Piero Borgi'nin ilk kitabı yayınlandı. Borgi, 1494 yılından sonra öldü. Opera de Arithmethica isimli bu kitap, İtalya'da bu yüzyılın en iyi ticari aritmetiğiydi. Kitap daha çok Venedik tüccarlarına seslenen bir yapıttı. Bu kitaptan sonra diğer önemli kitapların yazımı ve baskıları sürdü. Özellikle bu kitapların Venedik baskıları kapışıldı. Kitaplarda çarpma, toplama, çıkarma, bölme ve işlemlerin yapılması yönünde bazı kurallar tanıtılıyordu. Üç ile sağlanmanın yapılması, zaman hesapları, zarar ziyan hesapları, ortaklık, değiştirme ve yüzde üzerine yapılan hesaplar o dönemin moda matematik konularıydı. Bu kitapların içinde bazı karışık problemler de vardı.

Aritmetik kitapları Almanya'da ve İtalya'da basıldı. Bu kitaplar, o dönemin ileri sayılabilecek bir kurye sistemi ile diğer merkezlere iletiliyordu. Euclides'in Elements isimli kitabının ilk matbaa baskısı 1482 yılında Venedik'te Ratdolt'un ünlü baskısı olarak çıktı. 1494 yıllarında Fransa ile İtalya savaş halindelerdi. Tüm bunlara karşın bilim ülkelerin sınırlarını tanımıyor, bir ülkeden diğerine geçişini sürdürüyordu. Bu dönemin en ünlü matematikçisi Luca Pacioli'ydi (1445 - 1509). Onun Summa isimli ünlü kitabı, 1494 yılında Napoli'de, 1496 yılında Milan'da, 1500 yılında Floransa ve Roma'da ve 1508 yılında da Venedik'te basıldı. Pacioli'nin Summa'sı, Euclides'ten, Ptolemaios'tan, Boethius'tan, Fibonacci'den, Jordanus'tan, Sacrobosco'dan, Parmalı Biagio'dan, Prosdocimo'dan ve Suceth'ten bu yana gelen bilgileri içeriyor ve tanıtıyordu. Bu nedenle Summa önemli bir kitaptı.

Summa'da bulunan bazı yanlışlıklar Cardano tarafından düzeltildi. Euclides'in bir baskısını 1509 yılında Leonardo da Vinci (1452 - 1519) yaptı. Fakat onun bu baskısı fazla tutunmadı.



Euclides'in 1482 yılında Venedik'te basılan kitabının ilk baskısının bir sayfası.

DOMİNİCUS (14. YÜZYIL ORTALARI)

Dominicus de Clavasio, Domicus de Clavagio, Dominicus Parisiensis ya da Dominic de Chivasso olarak da bilinir. On dördüncü yüzyılın ortalarında yaşayan Dominicus, bir İtalyan matematikçisi, doktoru ve gökbilimcisidir. O dönemin doktorları aynı zamanda çok iyi ilaç bilimini de biliyorlardı.

Dominicus'un doğum tarihi bilinmemektedir. Türin yakınlarında bir yerde doğmuştur. 1340 yıllarının ortalarında Paris'te çalışmış, 1349 ile 1350 yılları arasında Paris'te dersler vermiş, 1349 yılında Paris'teki Konstantinopolis Koleji'nde müdürlük yapmış ve 1350 yılında M. A. derecesini almıştır.

Dominicus, 1356 yılında tıpta M. D. derecesini alarak doktor olmuş ve 1356 ile 1357 yılları arasında Paris'te Tıp Fakültesi'nde doktorluk yapmıştır. Aynı zamanda II. John'un astroloğu olarak görev yapmıştır.

Dominicus, iyi bir matematikciydi. 1346 yılında Pratik Geometri isimli bir kitap yazdı. Sacrobosco'nun Küresi üzerine olan kitabını da bu yıllarda yayınlandı. 1357 yılından önce yazılan iki kitabı da Aristo'nun Meteorolji isimli kitabının bir yorumu olabilir. Sorular isimli kitabı basılmamıştır. Bu kitap fizik problemlerinin çözümlerini içerir.

Dominicus, on dördüncü yüzyılda Paris'te bulunduğu yıllarda Jean Buridan, Nicole Oresme ve Saksonyalı Albert gibi tanınan biriydi. O dönemin Parislileri gibi mermilerin yörüngeleri, ivme problemleri ve serbest düşme konusu üzerinde çalışıyordu. Yol ve hız üzerine olan bu tür problemlerde yorumlar yazmıştı. Saksonyalı Albert'inin yazdığı fizik kitabı üzerine yaptığı çalışması, Oresme ve Buridan'e esin kaynağı olduğu söylenir. Çünkü o dönemin en önemli problemleri, yol, hız, ivme ve serbest düşmeydi. Hatta serbest düşmede Aristo'nun bazı yanlış görüşleri hala geçerliliğini koruyordu.

Dominicus'un Practica isimli kitabı Ortaçağ'da çok ünlüydü ve çok iyi tanınmıştı. Bu kitabın çok sayıda yapılan baskılarının bazıları zamanımıza kadar gelebilmiştir. Geometria Culmensis isimli kitabı on dördüncü yüzyılda bir model olarak alınmış, Latince ve Almanca baskıları yapılmış ve on dördüncü yüzyıl boyunca ders kitabı olarak okutulmuştur.

Practica bir giriştir ve diğerleri üç kitaptan oluşur. Giriş kitabı aritmetik kuralları ve geometrik araçlarının nasıl kullanılacağını açıklar. Gerbert'in çalışmaları da bu kısımda yer alır. Birinci kitap geometrik şekillerin alan ve hacimlerinin bulunmasına ayrılmıştır. İkinci kitabında düzlemde geometrik çizimlerin nasıl yapılacağı anlatılır. Üçüncü kitabı da üç boyutlu geometrik şekilleri inceler. Bunlara hacim hesapları da dahildir.

Practica'da, Ptolemy'nin Almagest'inden ve üçüncü yüzyıl matematikçisi ve gökbilimcisi Novaralı Campanus'un yapıtlarından çok sayıda alıntılar vardır. Sorular isimli kitabında, o dönemlerde ışık üzerinde ünlü olan Witelo, Al Razi, Roger Bacon, Beckham ve İbni Al Haytham (Alhazen) gibi bilginlerin görüşlerine yer verilir. Bu yapıt, Beckham'ın Perspectiva isimli kitabına dayanmaz ama Dominicus bu kitaptan esinlenmiştir. Oysa, sorular isimli kitap, Alhazen'in Aspectibus isimli kitabının ve daha sonraki Latin yazarların kitaplarının bir yorumudur. Özellikle Witelo'nun yapıtlarının etkisi fazla görülür.

1357 ve 1362 yılları arasında ölmüş olan Dominicus, çok yönlü ve çalışkan biriydi.

Çok sayıda kitapları ve makaleleri olan Dominicus'un yapıtları daha sonra yeniden basılarak incelenmiştir. Trigonometri kitabı Leibzig'de 1900 yılında basılmıştır. Diğerleri de Roma'da, Paris'te, New York'ta ve Chicago'da incelenmiştir. En fazla inceleme de Roma'da yapılmıştır.

CUSA (1401 - 1464)

Nicolas Cusa 1401 yılında Mosel'in Cues (veya Kues) kentinde doğdu. İsmi de doğduğu bu kentten gelir. İsminin altı değişik şekilde yazılıp söylendiği kaynaklarda vardır. Babasının ismi Johann Chrypffs'tir.

Cusa, fakir bir balıkçının oğluydu. Hemen hemen hiç bir öğrenim görmedi. Her şeyi kendi kendine öğrendi ve kısa bir sürede kilisede yükseldi. Arka arkaya aldığı çok sayıdaki ödüller ve onurlandırmalar onu bir anda ünlü ve çok tanınır yaptı. Oldukça fakir ve geri bir çevreden gelen bir kimsenin üstün zekasıyla nasıl yükselerek büyük görevlere gelebileceğini kanıtladı. Dinde reformlar yapılmadan önce o bir reformcu olarak kardinal ve piskopos oldu. Aynı zamanda Brescia'da piskoposlu. Hem kardinal hem de 1448 yılında Roma valiliğini yaptı.

Cusa'nın yaşam öykülerini, 1872 yılında Dr. Schanz, en iyisini iki cilt halinde 1847 yılında J. M. Düx ve 1921 yılında da E. Vansteenberghe yazmıştır.

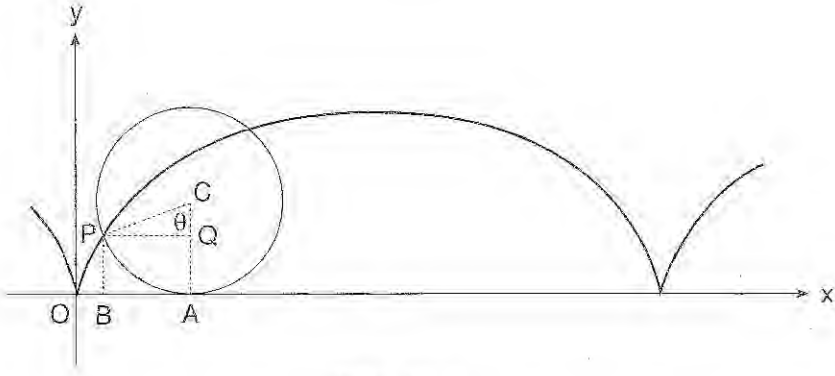
Cusa'nın çok sayıda matematik çalışmaları vardır. Bu çalışmalarından biri takvimin düzeltilmesi üzerinedir. En önemli çalışmalarından biri de dairenin kareleştirilmesi yapıtıdır. Onun bu görüşü tutunmamıştır. Daha sonraki bir çalışması pi sayısının

$$\frac{3}{4}(\sqrt{3}+\sqrt{6})$$

sayısına eşdeğer olduğunu ve bu sayı olarak alınabileceğini gösterdi. Dünya'nın günlük hareketinin kendi ekseni etrafında döndüğünü ileri süren görüş taraftarıydı ve bu görüşü savunuyordu. Alfonsine Tablosu'nun düzeltti. Sayılar kuramı üzerinde de çok sayıda çalışmalar yaptı. Wallis'in söylediğine göre sikloit üzerinde ilk çalışmayı Cusa yapmıştır. Bu sav doğru değildir. Wallis'in bu sözü uzun yıllar yanlış olarak kullanılmıştır. Oysa sikloit eğrisi ilk kez 1501 yıllarında Charles de Boueiles tarafından çalışılmıştır. Bu eğri daha sonra birçok matematikçinin dikkatini çekmiştir. Bu eğri üzerinde Galile, Mersenne, Roberval ve Pascal tarafından uzun uzun çalışmalar yapılmıştır.



Cusa.



Sikloit eğrisi.

Cusa, iskolastik düşüncenin bilimsel düşünce yanında çok zayıf ve zavallı olduğunu ilk gören ve söyleyenlerden biridir. Bu nedenle Archimedes'in yapıtlarının bazılarını çevirdi. Kendisi bir matematikçiden daha çok iyi bir takvimci olarak bilinir. Ünü daha çok bu yöndedir. Oresme ile birlikte Dünya'nın döndüğünü ileri sürüyorlar ve Kopernik'e ortam hazırlıyorlardı. Cusa'nın çok erken ve genç yaşta 1464 yılında ölmesi, onun bu konudaki çalışmalarını ve projelerini bir süre daha bilim dünyasına sunmasına engel olmuştur. Bu da Rönesansın geçikmesine yol açmıştır.

PURBACH (1423 - 1461)

George Purbach, 30 Mayıs 1423 günü Linz veya Peurbach kentinde doğdu. Doğduğu yer Yukarı Avusturya'nın Peurbach şehri olduğu için çoğu kez kendisine Peurbach deniyordu. Peurbach'ın yaşam öyküsü P. Gassendi tarafından yazılmış ve bu yapıt ikinci kez 1655 yılında yeniden basılmıştır.

Peurbach, matematik çalışmalarına önce Nicholas Cusa yönetiminde başlamıştır. Ondan sonra büyük öğetmenlerden dersler almıştır. Cardinal Bessarion isimli öğretmenden Yunancayı öğrenmiş ve Ptolemaios'yı bu bilgisiyle anlayacak duruma gelmiştir. Kendisini kısa sürede yetiştiren Purbach, İtalya'da Ferrara, Bologna ve Paduva'da dersler vermiştir. Viyana'ya dönünce buradaki üniversitede profesör olmuştur. Purbach'ın döneminde Viyana Üniversitesi Avrupa'nın matematik yönüyle bilim merkezi durumuna gelmiştir.

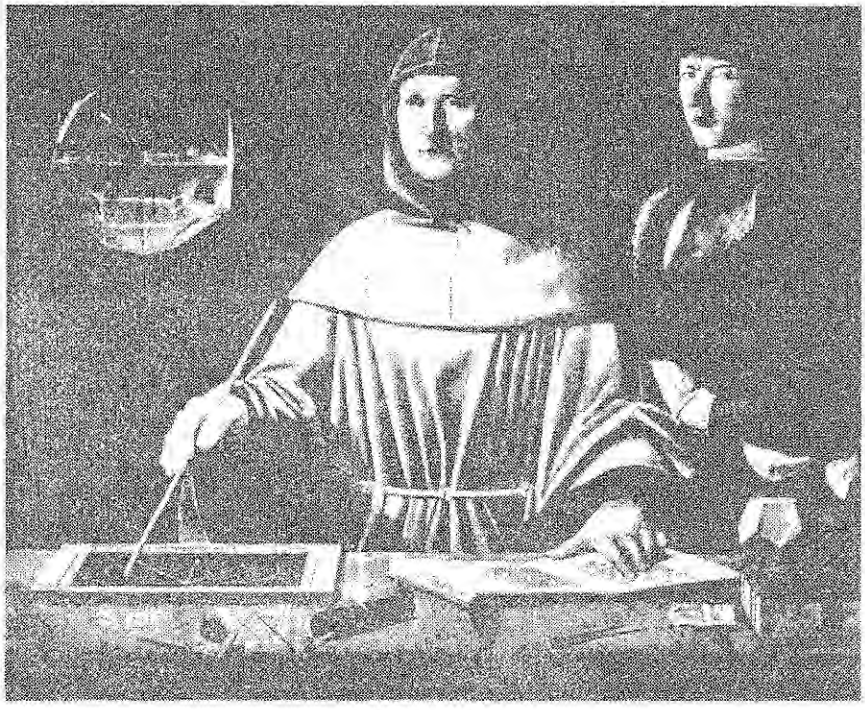
Purbach'ın temel ilgi alanı ve çalışmaları gökbilimi ve trigonometri olmasına karşın, aritmetik üzerine de bir kitap yazmıştır. Bu kitap çok değişik başlıklar altında çok sayıda aritmetik konularını kapsıyordu. Kitabın ilk baskısı 1492 yılında yapılmıştır. Gökbilimi, trigonometri ve aritmetik kitapları, o dönemin fen bilimleri öğrencilerinin en çok kullandığı ve yararlandığı yapıtlardı. Purbach'ın bu aritmetik kitabı matematikçi Philip Melanchton (1497 - 1560) tarafından daha sonra şahane bir kitap olarak tanıtılmış ve 1534 yılındaki baskısına bir de önsöz yazmıştır.

Purbach'ın ikinci bir büyük çalışması, sinüs fonksiyonunun tablolarını yapmasıdır. Fakat kendisi çok erken ve genç yaşında öldüğü için bu yapıtını tamamlayamıştır. Bu eserin tamamlanması işi de Purbach'ın öğrencisi ve daha sonra arkadaşı olan Regiomontanus'a kalmıştır. Regiomontanus bu yapıtı genişleterek tamamlamıştır. Purbach'ın gezegenlerin hareketleri üzerine yaptığı yapıt 1460, aritmetik kitabı 1511, Güneş ve Ay tutulmaları üzerine yaptığı tablo 1514 ve doğal sinüs fonksiyonu üzerine yaptığı tablo da 1541 yılında basılmıştır. Bunlardan başka gökbilimi üzerine çok sayıda çalışmalar yapmıştır.

On dördüncü yüzyıla kadar İngilizler Müslüman ülkelerinden alınan trigonometriyi öğrenmişlerdi. On beşinci yüzyıldaysa trigonometrinin Avrupa'da öğretilmesinde en büyük etkiyi Purbach ve Regiomontanus yapmıştır. Bu nedenle Purbach'a ne kadar teşekkür edilse azdır. Purbach'tan sonra Avrupalı bilim adamları Regiomontanus'un trigonometri ve aritmetik kitaplarıyla eğitilmişlerdir. Purbach, 8 Nisan 1461 günü daha çok genç yaşlarındayken ve bilime daha çok katkıları olacakken otuz sekiz yaşında Viyana'da ölmüştür.

POCİOLİ (1445 - 1514)

Luca Pacioli'nin isminin çok değişik biçimde yazılış ve söylenişleri vardır. Bazen Luca di Burgo, bazen de Luca Paciolus, Pacioli veya Paciuolo ya da Paccioli şeklinde söylenir. İyi bir yazar olan Luca Pacioli, bu ismini doğum yeri olan Luca di Borgo kentinden almıştır. Ya da daha çok bu yer isminden kaynaklanmıştır. 1445 yılları yöresinde İtalya'da Tuscany'da Borgo San Sepolcro'da doğan Luca Pacioli'nin yaşam öyküsü hakkında çok az bilgiler vardır. Bu bilgiler Boncompagni veya H. Staigmüller'in verdiklerinden başka şeyler değildir.



Fra Luca Paccioli.

Sūma de Arithmetica Geo/metria Proportioni ⁊ Pro/portionalita.

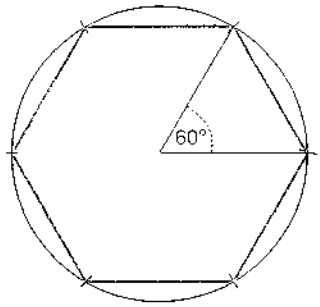
Continentia de tutta lopera.

De numeri e misure in tutti modi occurrenti.
Proportioni e pportiõalita anotitia del. 5° de Eucli/de e de tutti li altri sol libri.
Chiari ouero euidentie numero. 13. p le q̃tita continue pportiõali del. 6°e. 7°. de Euclide extracte.
Tutte le pti delalgorismo: cioe ridurre. pair. multi/plicar. sūmare. e sottrare cõ tutte lue pue i sani e rotti. e radici e progressioni.
De la regola mercantesca ditta del. 3. e sol fõdamenti con tali exempli per cinq° §. Guadagni: perdi &: transportationi: e inuestite.
Partir. multiplicar. summar. e sottrar de le proportio ni e de tutte sorti radici.
De le. 3. regole del cataym ditta positiõe e sua origie.
Euidentie generali ouer conclusioni n°66. absoluere ogni caso che per regole ordinarie nõ si podesse.
Tutte sorte binomii e recisi e altre linee irratiõali del decimo de Euclide.
Tutte regole de algebra ditte de la cosa e lor fabri/che e fondamenti.
Compagnie i tutti modi. e lor partire.
Socide de bestiami. e lor partire
Fitti: pesciõi: corrimi: liuelli: logagioni: negotiamenti.
Baratti i tutti modi semplici: compositi: e col tempo.
Cambi reali. secchi. fittitij. e di minuti ouer comuni.

Pacioli'nin çalışmasından bir sayfa.

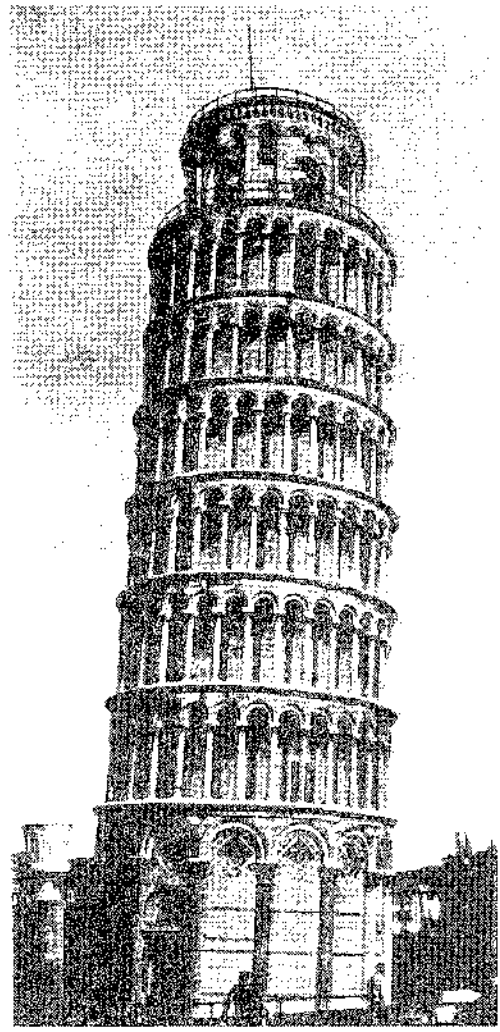
Pacioli'nin çocukluk yılları, iyi bir ressam olan hemşehrisi İtalyan papaz Pietro Francescan'ın yanında ve onun etkisi altında geçmiştir. İyi bir ressam ve aynı zamanda iyi de bir matematikçi olan Pietro della Francescan 1410 ya da 1420 yıllarından Pacioli' nin doğduğu kentte dünyaya geldi ve 1492 yılında öldü. Francescan, 1475 yıllarında De Corporibus Regularibus isimli bir matematik kitabı yazdı. Bu kitap daha çok düzgün çokgenlerin alanı ve çevre uzunluklarının hesaplanması ile ilgiliydi. Bir küre içine yerleştirilen düzgün beşgen, genel olarak katı cisimlerin hacimleri, yedi yarıçaplı dairenin içine çizilen düzgün sekizgenin alanı gibi birçok problem ve çözümler bu kitapta toplanmıştı. Aynı zamanda yedi çaplı küre içine çizilen düzgün sekiz yüzlünün yüzölçümü de bu kitapta yer alıyordu.

Matematik ile ilk tanışmayı ve matematiği Francescan'dan alan Pacioli kısa bir sürede iyi bir matematik öğrendi. Roma, Piza, Venedik ve Milan'da matematik dersleri okuttu. İlk matematik kürsüsünü de, Sforza tarafından Milan'da kurulan bölümde aldı. 1464 yılında yirmi yaşlarında Venedik'e gitti. Burada zengin bir tüccarın üç oğluna özel olarak matematik dersleri verdi. Burada, hiç bir zaman basmadığı bir cebir kitabı yazdı. 1471 yılında Roma'ya gitti. Onun 1476 yıllarında Perugia'da öğretmenlik yaparken buluruz. Burada da öğrencileri için küçük bir matematik kitabı yazmıştır. Bu tarihten beş yıl sonra 1481 yılında Zara'ya gitmiş ve yine hiç yayınlamadığı daha kapsamlı ve ileri düzeyde matematik bilgileri içeren bir kitap yazmıştır. Bu tarihten beş yıl sonra 1486 yılında İtalya'ya gitmiş ve İtalya'nın her yanını dolaşarak yoğun geziler yapmıştır. Doğudaki İslam ülkelerini de gezdiği sanılıyor. Franciscan papazı olduğu zaman başı boş ve dervişler gibi her yöreyi gezip dolaşmaya başlamıştır. Bu da, onun için çok zaman kaybı olmuş ve bu boş süreyi bir daha kapatamamıştır. 1487 yılında yeniden Perugia'ya döndüğünde en ünlü kitabı olan Summa'yı yazmıştır. Onun bu temel yapıtı 1494 yılında Venedik'te basılmıştır. Pacioli'nin en büyük eseri budur. Çünkü, bu yapıt kendinden önce gelenlerden aktarmalar olmayıp tümüyle kendine özgü de değildir. Fakat döneminin temel matematik bilgilerinin tümünü içerir. Aslında bu yapıt, Pacioli'nin Perugia'da yedi yıl önce yazdıklarından başka bir şey değildir. Çoğu orijinal olmayan bu bilgiler değişik kaynaklardan derlenerek aktarılırken, yazar kendine özgü yazım ve ifade etme hürriyetini başarılı bir biçimde vermiştir. Kendine özgü yazma becerilerini gösterirken, çağının yazma gelenek ve göreneklerinden de ayrılmamıştır. Kullandığı kaynaklar ve aldığı bilgiler, Euclides, Ptolemalos, Boethius, Fibonacci, Jordanus, Sacobosco, Parmalı Biagio, Prosdocimo ve Suiceth'tir. Bu kadar değişik yazarlardan faydalanması onun iyi bir okuyucu ve derleyici olduğunu gösterir. Bir de, bu kadar değişik kaynakları okuyup anlamadaki beceri ve üstün zekası dikkate değer bir matematikçi ve yazardır.




```
   117
382)44977
    382
    677
    382
    2957
    2674
     283
```

```
      2
     2 3
    3 8 8
  382 | 4 5 7 5 3 |
      | 4 4 9 7 7 | 117
      | 3 8 2 2 4 |
    3 8 7
    2 6
```

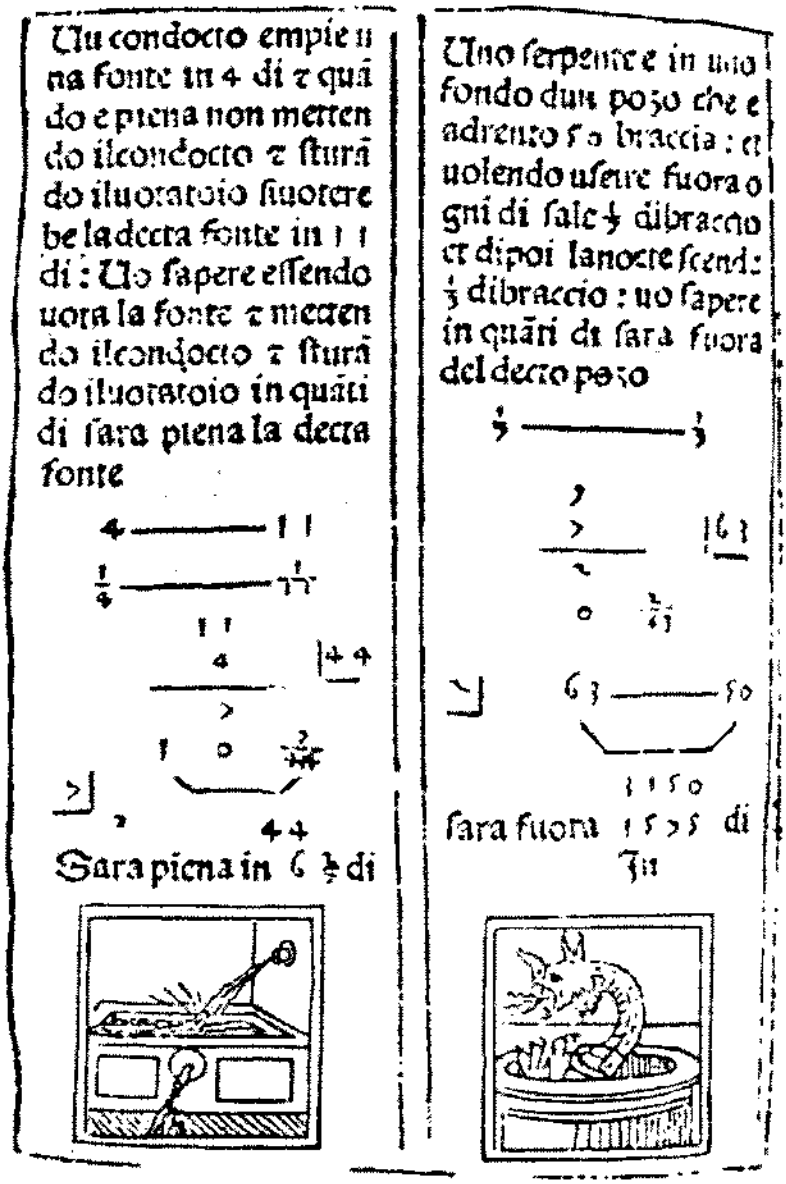


Eğri kule, Piza.

Bu kadar çok kaynak tarayan ve kitaplar yazan Pacioli'nin dikkatsiz bir yazar olduğunu da hemen belirtelim. Çünkü, Cardano'nun yazdığı ve 1539 yılında yayınlanan Arithmetica isimli kitapta Pacioli'nin kitabında yaptığı yanlışlıklar ve yanlış yazmalar uzun uzun sıralanmıştır.

Pacioli'nin Summa isimli kitabı, aritmetik, geometri, oran ve orantı konularını içermektedir. Günün bilinen cebir konuları da bu kitabın kapsamları arasındadır. Günlük iş yaşamı konularında kullanılan aritmetik problemleri çok geniş bir yer tutar. Euclides'in Elements isimli kitabını her nedense zayıf bir biçimde bu kitaba aktarmıştır. Summa, aslında iki kısımdır. Birinci kısım aritmetik ve cebir konularına ayrılmıştır. İkinci kısım

da geometri konuları işlenmiştir. Summa, aritmetik ve cebir konusunda en erken yazılan kitaplardan biridir ve Pizalı Leonardo Fibonacci'nin yapıtları temeline dayandırılmıştır. Onun bu yapıtları çok geniş bir alanda kullanılmış olması, matematik tarihi yönüyle çok önemlidir. Ticaret aritmetiğini içermesi, İtalya'da tüccarlara ve iş adamlarına öğretmesi bu kitabın değerini oldukça artırmıştır. Bu yönüyle de Summa iki kez önemlidir.



İtalyan takvimi.

Pacioli'nin aritmetiğinde oldukça eski olan toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve karekök alma işlemleri ve bu işlemlerin nasıl yapılacakları, kuralları ve problemleri ile örnekler verilerek uzun uzun anlatılır. Bu işlemlerin her biri en güzel örnekler ile günlük ticaret ve alış veriş aritmetiği ile örneklendirilir. Bu konuda çok sayıda örnek problemler çözer. Ayrıca, tüccarlar için iki sütunlu girdi ve çıktısı bulunan defter tutma hesapları, çeklerle alış veriş yapma üzerinde çok sayıda matematiksel örnekler vardır. Aritmetik işlemlerindeki bu tür kolaylıklar, Hintlilerde, Türklerde ve Araplarda da görülür. Pacioli, bu yolla ilk kez algoritmik aritmetiğin sistemli bir şekilde açıklamasını yapmıştır. Bu konuda buna benzer ve paralel bir açıklama da Tartaglia'nın yapıtlarında görülür. Bugün bu defter tutmaya İtalyan yöntemi denir ve halen ufak bazı değişikliklerle kullanılır.

Pacioli, problem çözümlerinde bilinmeyen yerine bir sayı alır, problemin işleyişine göre bir sonuç bulur. Sonuç tam çıkmazsa bu çıkan sayı ile sonucun oranına göre bilinmeyeni bulurdu. Bu tür yöntemle çok sayıda çözülmüş problem örnekleri vardı. Bugün halen kullanılan 10, 100,... gibi sayılara kolayca bölmeler Pacioli'ye aittir.

Rönesans döneminin başlangıcında, cebirdeki ilk ciddi çalışma Pacioli'nin 1494 yılında yazdığı Summa isimli yapıtında görülür. Kitap altı yüz sayfa civarındadır. İçince basit, fakat etraflı bir biçimde ikinci derece denklemleri ve bu denklemlere ilişkin bazı problemlerin çözümleri vardır. İranlı matematikçi Ömer Hayyam gibi üçüncü dereceli denklemlerin üzerinde durur ve onları sınıflandırır. Dairenin kareleştirilemeyeceğinin çözümünü verir. Fakat bu çözüm perget ve cetvelle değildir. Bugünkü modern dille yazılan $x^2 + x = a$ biçimindeki ikinci derece denkleminin çözümünün kuralı kelimelerle şiir şeklinde verilmiştir.

Pacioli'nin Summa'sı, Leonardo'nun Liber Abacci isimli yapıtındaki gösterimlerle hemen hemen aynıdır. Ayrıca Pacioli, Türk ve İslam matematikçilerinde ve Leonardo Fibonacci'de olduğu gibi, bilinmeyen çokluğa "şey" diyordu. Oysa İtalyanlar bilinmeyen çokluklara cosa diyorlardı. Pacioli'nin tüm denklemleri sayısaldı. Modern cebirde olduğu gibi Jordanus, denklemleri harflerle gösteriyordu. Kökleri de pozitif olmalıydı. Artı yerine p ya da $\overline{p}$, eksi yerine $\overline{m}$ simgesini kullanıyordu. Eşitliği de kelime olarak yazıyordu.

Pacioli'nin, Summa isimli yapıtının geometrik kısmı o kadar önemli değildir. Bundan başka, 1508 ve 1509 yıllarında geometri üzerine yazdığı ve Venedik'te basılan kitapları da o kadar güzel değildir. Regiomontanus'ta olduğu gibi, bu geometri kitapları şekillerin geometrik özellikleri ile cebir arasında uygulama biçimindedir. Buna ilişkin örneklerden biri şudur. Bir üçgenin iç teğet çemberinin yarıçapı verilsin. Üçgenin çemberе teğet olan kenarının iki parçası belli ise diğer iki kenarın uzunlukları nedir? İç teğet çemberin yarıçapı r, üçgenin alanı A ve üçgenin yarı çevresinin uzunluğu s ise, Heron formülüne göre,

$$rs = A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

yazılır. Bu denklemden diğer iki kenarın uzunlukları kolayca bulunabilir. Oysa, Pacioli bu formülü bilmesine karşın onu kullanmazdı. Önce, verilenlere göre üçgeni çizerdi. Daha sonra uzun uzun yaptığı hesaplarla, Regiomontanus'un Triangulis isimli kitabında olduğu gibi diğer iki kenarın uzunluklarını bulurdu.

Pacioli, 1487 yıllarında Perugia'da bulunduğu yıllarda Summa isimli yapıtının üzerinde çalışıyordu. 1494 yılında Naples, 1496 yılında Milan, 1500 yılında Florence ve Roma'da bulunup dersler verdikten sonra 1508 yılında Venedik'e geldi. Milan'da bulunduğu 1497 yıllarında De Divina Proportione isimli kitabını yazdı ve bu kitap 1509 yılında Venedik'te basıldı. Onun bu yapıtı daha çok Summa'daki geometri paralelinde ve fazla ünlü bir kitap değildi. 1896 yılında C. Winterberg tarafından Almancaya çevirilen bu kitaptaki şekiller, daha çok düzgün şekilli katılar ve bu katılar üzerinde yapılan hesaplamalardan oluşuyordu. Bu şekiller, onun daha önce yanında bulunduğu ve ondan matematik öğrendiği öğretmeni olan ressam Francescan'ın yapıtı paralelindeydi. Yapıtta, Leonardo da Vinci'nin yapıtları kaynak olarak gösteriliyor ve onun onuruna yazıldığı kaydediliyordu. Bu kitapta daha sonra Altın Oranlar denilen bağıntılar vardır.

Pacioli, 1509 yılında Euclides'in Elements isimli kitabının bir baskısını yaptı. Fakat bu yapıtta onun hüner ve becerilerini göremeyiz. Pacioli'nin de Ömer Hayyam'dan yararlanarak denklemleri derecelerine göre sınıflandırdığını, 1494 yılında basılan Summa isimli kitabında görürüz. Bu sınıflandırmaları katsayıların pozitif veya negatif oluşlarına göre geniş bir listesini Stevin (1585), Vieta (1590), Girard (1629), Harriot (1631), Oughtred (1631) ve Descartes (1637) yapmıştır. Fakat bu matematikçilerin hiç biri bu denklemlerin çözümlerinde Cardano'nun çözüm yöntemine ulaşamamıştır.

İkinci derece denkleminin çözümleri Babillilerin tabletlerinde, halen Berlin'de ve Londra'daki müzelerde bulunan Kahun Papirüs'lerinde vardır. Bu papirüsler İ. Ö. 1986 ile 1942 yıllarında yazılmıştır. Bunlar yaklaşık olarak Mısır'da Orta Krallık döneminde İ. Ö. 2160 ile 1700 yılları arasında rastlar. Bundan sonra ikinci dereceden olan $ax^2 + bx = c$ denkleminin çözümünü Hindistan'da yaklaşık olarak İ.Ö. 500 yıllarında Sulvasutra döneminde görürüz. Fakat çözüm yöntemine ilişkin bu tarihi kayıt yoktur. Yalnız, gerçek olan şey, ikinci derece denkleminin çözümü Babillilerden Hindistan'a ve Çin'e kadar gitmiştir. Bu çözüm de kuşaktan kuşağa iletilmiştir. Yazılı olarak çözümleri Aryabhata (510) ve Brahmagupta'nın (628) yapıtlarında görürüz. Yalnız pozitif kökleri içeren ve bugünkü modern anlamda çözüm kurallarını da Mahavira'nın (850) yapıtlarında rastlarız. Hintli matematikçilerinin bu çözüm yöntemleri daha sonra Türk matematikçilerinin eline geçmiş ve Harizmi (825) de geometrik bir çözüm yöntemi vermiştir. Buna Avrupalılar Harizmi yöntemi ismini vermişlerdir. Hint kuralını Sridhara'nın (1025) yapıtlarında görürüz. Aynı kuralı Bhaskara (1150) da tekrarlamıştır. $x^2 + px = q$ türündeki denklemin çözüm yöntemi de Ömer Hayyam (1100) kuralı olarak geçer.

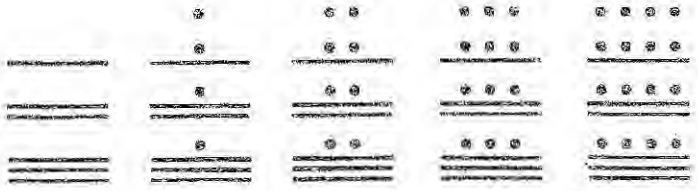
Ortaçağda, Çinliler tarafından verilen

$$x^2 - ax - \frac{a^2 - H^2}{2} = 0$$

biçimindeki ikinci derece denklemlerine rastlanır. Fakat çözümlerinin özgün olup olmadığı bilimsel olarak belirlenememiştir.

İkinci derece denkleminin sabit terimini çarpanlara ayırarak çözmeyi Harriot 1631 yılında denemiştir. Vieta (1580), $x^2 + ax + b = 0$ denkleminde $x = u + z$ koyarak bugünkü modern çözüm yöntemine benzer bir çözüm vermiştir. Determinant kullanılarak yapılan çözümler Euler (1750) ve Bezout'a (1775) aittir. Fakat bu çözümler daha sonra Sylvester (1840) ve Hesse (1844) tarafından daha düzeltilerek kullanışlı hale getirilmiştir.

Üçüncü derece denklemlerinin çözümleriyle Çin, Hindistan, Türk, Arap, İran ve Avrupalılar çok uğraşmışlardır. Bazı özel haller için çözüm aramışlar ve genel bir çözüm bulamamışlardır. Ancak Cardano (1545), üçüncü ve dördüncü dereceden genel denklemlerin çözümlerini Ars Magna'da yayınlamıştır. Ömer Hayyam (1100) ve Pacioli (1494), üçüncü dereceli denklemin çözümünün olanaksız olduğunu ileri sürmüşlerdir. Fakat bu savlarını da gösterememişlerdir. Pacioli, bu sözü daha çok Ömer Hayyam'ın etkisi altında kalarak söylemiştir. 1514 yılında İtalya'da Florence'da ölen Pacioli'nin çok sayıda eserleri ve çalışmaları vardır.



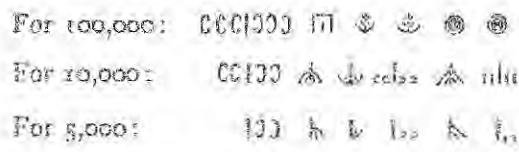
Mayaların rakamları.

Numerals					
Our forms	1 0	1 17	15·20 0	360 0 0	19·360 13·20 13
Values	20	37	300	360	7113

Mayaların bazı sayıları.

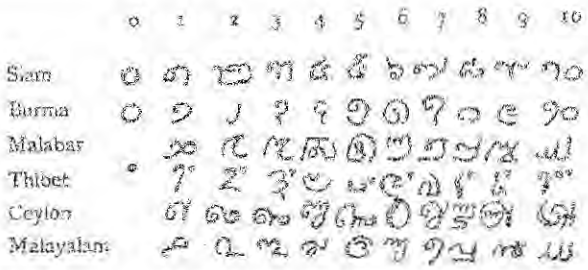


Yahudilerin rakamları ve bazı sayıları.

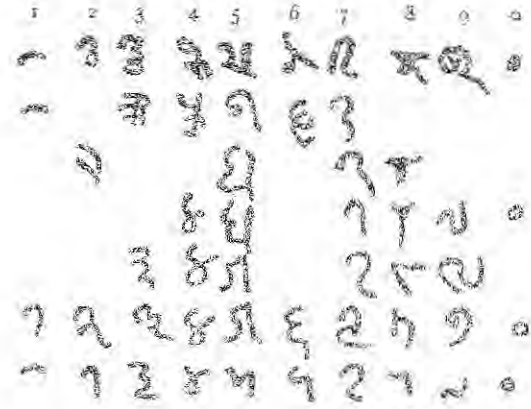


Büyük Roman rakamlarının yazılışı.

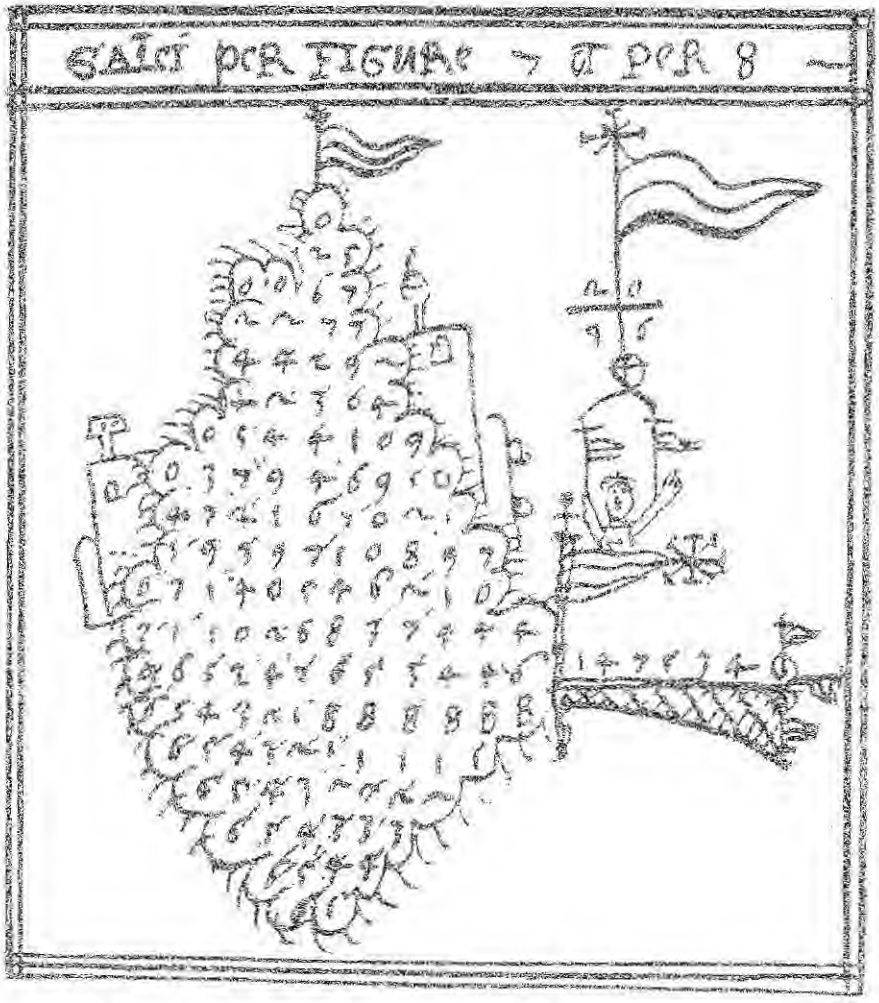
Şimdi, Gobar rakamlarının değişimi, Avrupa'ya gelirken ve Avrupa'da geçirdiği evrimi ve matematik işlemlerinin gelişim tarihini verelim.



Hindistan kökenli bazı rakamlar.



Hindistan kökenli bazı rakamların değişimi.



Büyük bir sayının yine büyük bir sayı tarafından Gailey bölmesi yöntemiyle bölümü ve kalanını gösteren süslü ve ünlü bir tablosu.

Sayıların karekök'erinin bulunması üzerindeki çalışmalar ilk kez Babillilerde görülür. Heron'un İ. S. 100 yıllarında yazdığı Metrika isimli kitabında karekökün yaklaşık olarak bulunmasına ilişkin bir formül vardır. a^2, kareköü alınacak sayıya en yakın bir sayı olmak üzere, A sayısının karekökü

$$\sqrt{A} \approx \frac{1}{2}\left(a + \frac{A}{a}\right)$$

formülü ile bulunur. Yalnız bu formül Babillilier tarafından İ. Ö. 2000 yıllarında biliniyor ve kullanılıyordu. Örneğin,

$$\sqrt{2} \approx 1.414214\ldots$$
$$\sqrt{3} \approx 1.75\ldots$$

olarak bulmuşlardı. İ. Ö. üçüncü veya dördüncü yüzyıllarda Hindu Sulvasutras'ta

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{3.4.34}$$

olarak bulunmuştu.

Euclides'in Elements isimli kitabında $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ formülü kullanılarak geometrik çizimlerle karekök bulunabiliyordu. Euclides'in verdiği bu yöntem ondan önce de biliniyordu. İskenderiyeli Theon (390) da altmış tabanına göre işlemler yaparak karekökleri hesaplayabiliyordu. Örneğin, $\sqrt{4500} = 674'55''$ olduğunu yaklaşık olarak buluyordu. Yunanlıların bu karekök alma yöntemi Türklere ve Hintlilere geçti. Örneğin, sayıların kareköklerini Hintli Bhaskara (1150), Theon'un yaptığının aynısını yapıyordu.

LEONARDO DA VİNCİ (1452 - 1519)

Zamanımızda, eskiden yaşamış bazı kimselerin dönemine ve geleceğe olan etkilerini, kişisel katkılarını anlamak ve onları değerlendirmek biraz güçtür. Ancak, onların bıraktıkları yapıtlar incelendiğinde bu sorulara yanıtlar bulabiliriz. Bu yolla anlaşılacak olanlardan biri de Leonardo'dur. Onun eserlerine ve yazdıklarına bakılırsa, onun ne kadar ulusal üstün bir zeka olduğu görülür.

Leonardo, 1452 yılında Floransa ile Piza arasında bir yer olan Toskana eyaletinin Vinci kentinde doğmuştur. Floransalı bir noter ve toprak sahibi olan Ser Piero'nun evlilik dışı çocuğuydu. Köylü bir kadın olan annesi Caterina onun doğumundan sonra o yöredeki bir sanatçıyla evlenmişti. Ser Piero birkaç kez evlenmesine karşın bir çocuk sahibi olamamıştı. O nedenle, Leonardo babasının evinde onun meşru çocuğuymuş gibi büyüdü. O çağa özgü temel eğitimi aldı. Okuma, yazma ve biraz da aritmetik öğrendi. Latinceyi pek ciddiye almadı. Daha yüksek düzeydeki matematik ve geometri ile de ancak otuz yaşına gelince ilgilenecekti.

Leonardo'nun tüm yaşamı, sürekli olarak Floransa, Milan ve Roma'da saraylarda ve saray çevresinde geçti. O, ressamdı, heykeltraştı, mimardı, mühendisti, fizikçiydi, biyologtu, düşünürdü, gökbilimciydi ve son olarak da çok iyi bir matematikçiydi. Bu alanların tümünde üstün bir bilgisi ve becerisi vardı. O her şeydi ve her şeyden anlardı. Gözlemleri ve deneyleri bilimin gerçek yöntemlerine dayanıyordu.



Leeonardo da Vinci (1452 - 15197).

Leonardo'nun sanatçı eğilimleri daha erken yaşlarda ortaya çıktı. On beş yaşlarında babası onu Andrea del Verrocchio'nun yanına çırak olarak vermiştir. Oradaki çalışmalarının yanı sıra Pollaiuolo kardeşlerin atölyesine de devam etmiştir. Leonardo, bu atölyelerde çok yönlü bir eğitim gördü. Yalnız resim ve heykel konularında değil, araç yapımı gibi teknik ve mekanik sanatlarında da bilgi edindi. Komşuları olan Antonio Pollaiuolo'nun yanında çalışırken, büyük bir olasılıkla onu buraya bu sanatçının yaptığı anatomi incelemeleri çekmişti. 1472 yılında Floransa Ressamlar Loncası'na alınmasına karşın öğretmeninin atölyesinde beş yıl daha çalıştığı anlaşılmaktadır. Bundan sonra 1481 yılına kadar bağımsız olarak yine Floransa'da çalıştı.

Leonardo'nun yeteneğinin bu dönemde kendini göstermeye başladığı söylenebilir. Özellikle keskin gözlemciliği ve yaratıcı zekasıyla öne çıkıyordu. Ustalığı Verrocchio'nun bazı resimlerine yaptığı katkılarda görülür. Bu dönemde az sayıda yağlı boya resimlerinin yanı sıra kurşun kalem ve mürekkeple de pekçok çizim yapmıştı. Bunların arasında pompalar, silahlar, bazı mekanik araçlar vardı. Bu yetkin çizimler onun bu konulardaki ilgi ve bilgisini ortaya koyuyordu.

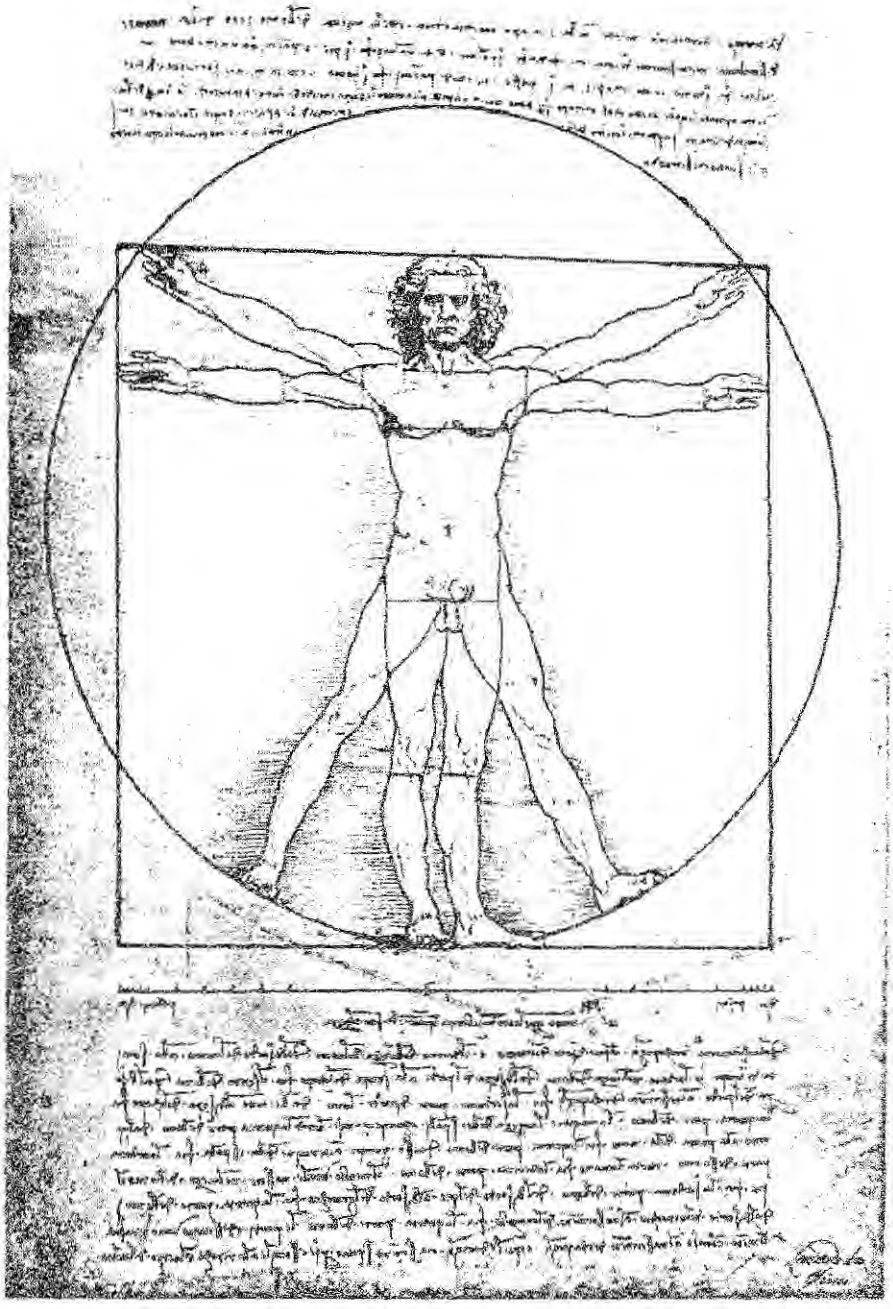


Leonardo da Vinci.

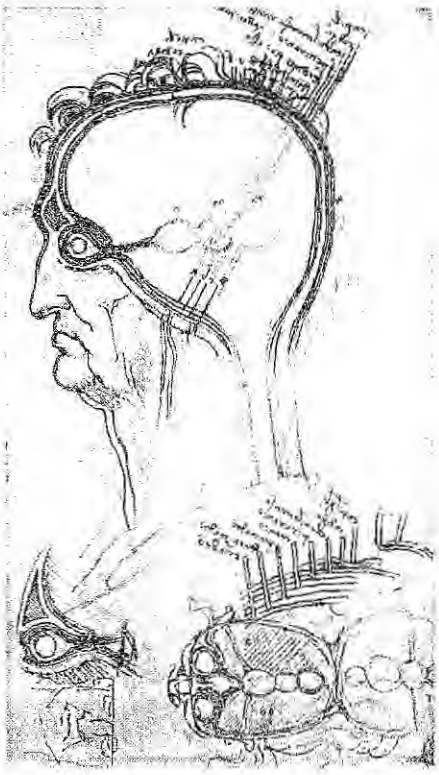
Leonardo, 1473 yılından itibaren bağımsız bir usta olarak çalışmış ve 1482 yılında Milano dükü Lodovici Sforoza tarafından çağrılarak babası Francesco'nun at üzerinde bir heykelini yapması istenmiştir. Çalışmalarına kil üzerinde başlayan sanatçının yaptığı model çok beğenilmiş, ancak İtalya ile Fransa arasında savaş başlayınca on altı yıl üzerinde çalıştığı heykelin madene dökülmesini gerçekleştiremedi. Böylece heykelin yapımı yarım kalmıştır. Leonardo, Sforzaların sarayında tam on yedi yıl kaldı. Bu sürede anatomi, matematik, botanik, optik, sıvılar, dalgalar ve ses dalgaları konuları üzerinde bilimsel çalışmalarını gerçekleştirmiştir. Sadece insan vücudunu öğrenmek için otuzdan fazla kadavra üzerinde çalışmalar yapmıştır. Bunları, Maria Nuova hastahanesinde gerçekleştirdi.

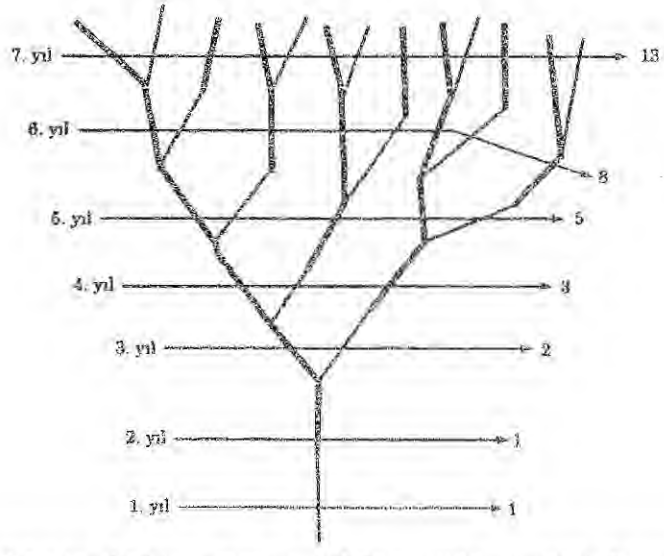


Tarihteki karanlık çağın eski yazarlarının düşüncelerine ve sonuçlarına hiç bir zaman körü körüne inanmayan Leonardo, yalnız bilimsel yöntemleri kullananları önder olarak aldı. Bunların ilki ve en çok yararlandığı kişi Archimedes ve onun eserleriydi. Eylemsizlik yasasına çok değer verdi. Her kütle ağırlığı yönünde hareket eder diyordu. Bir güç kaynağı olmadan sürekli bir hareketin olamayacağını anladı. Bunun sonucunda kaldıraç yasasını elde etti. Bu yasayı kendisinin ilk makinesi olarak kabul ederek inceledi. Archimedes tarafından daha önce bulunan sıvıların basınçları, kaldırma kuvvetleri ve bunlarla ilgili sonuçları yeniden buldu. Çünkü, karanlık çağ boyunca Archimedes unutulmuş ve öldürülmesinden sonra tam 1614 yıl geçmiştir. Akışkanların hareketleri, su yüzeyindeki dalga hareketleri, dalganın havada yayılması ve ses dalgalarının yasalarını matematiksel formüllere bağladı. Işığın dalga özelliği gösterdiğini ilk görenlerden birisi Leonardo'dur.

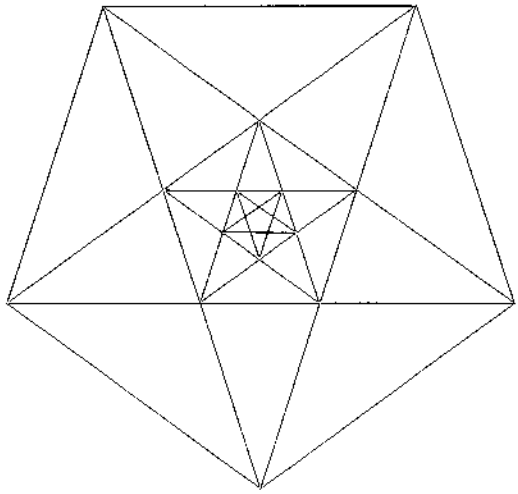


Leonardo da Vinci

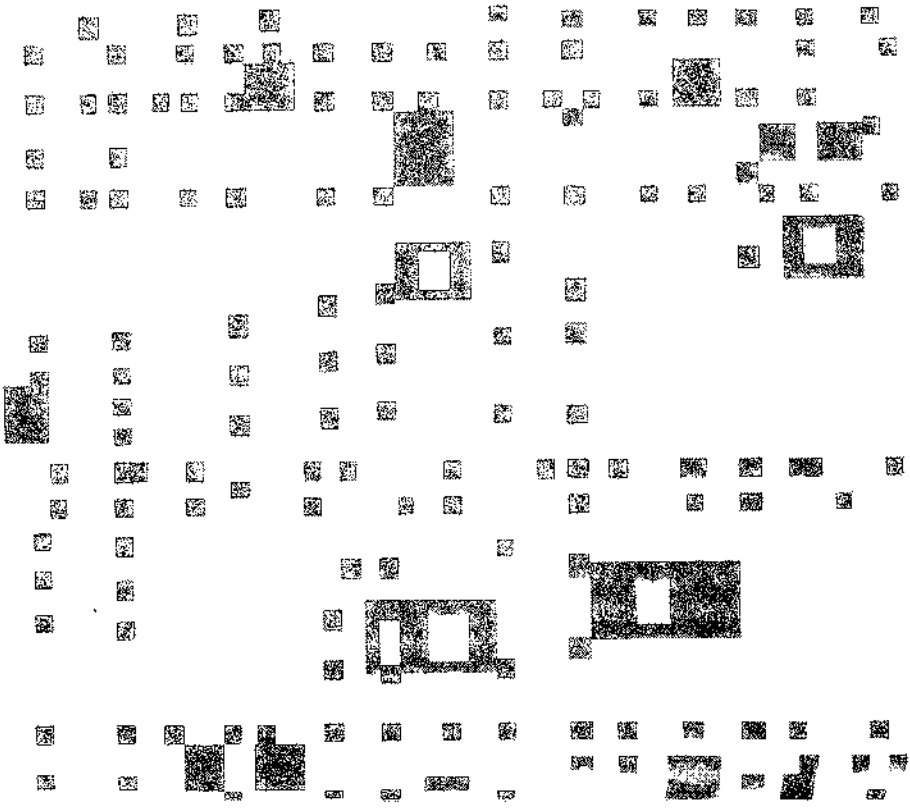




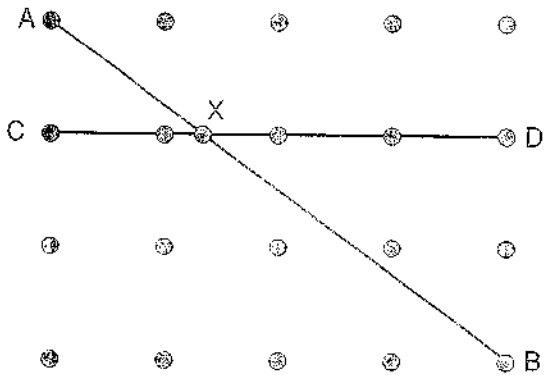
Yeni doğan her dal, ikinci yılını tamamladıktan sonra her yıl yeni bir dal verir. Bu kural yeni doğan dallar için de geçerlidir. Buna göre her yıl kaç dal olduğunu sayarsak 1, 2, 3, 5, 8, 13, . . . dizisini buluruz. Bu Fibonacci Dizisi'dir. Dizideki her sayı kendisiden önce gelen iki sayının toplamıdır.



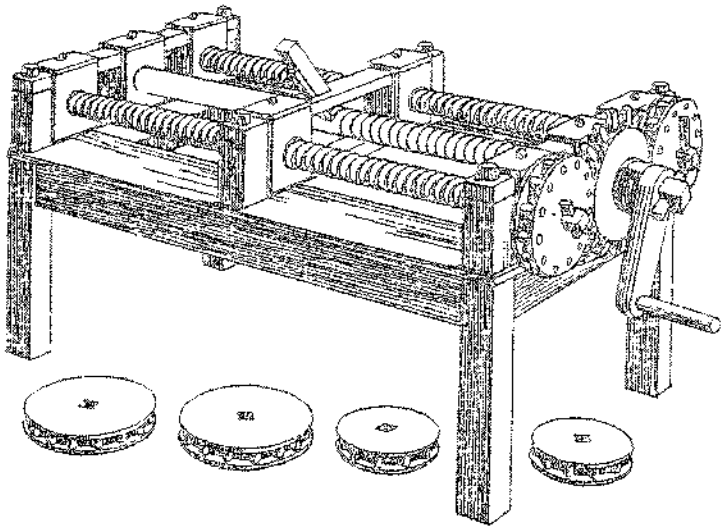
Altın oranlar.



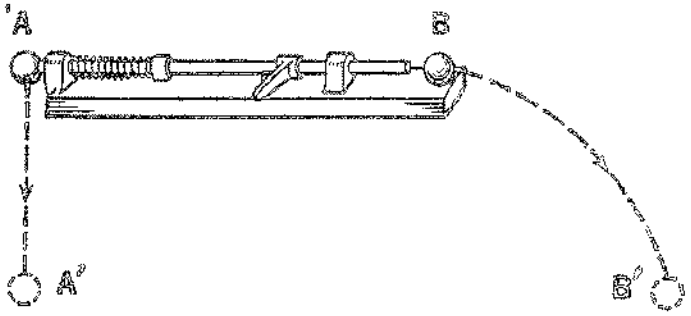
Altın oranlar.



Altın oranlar.



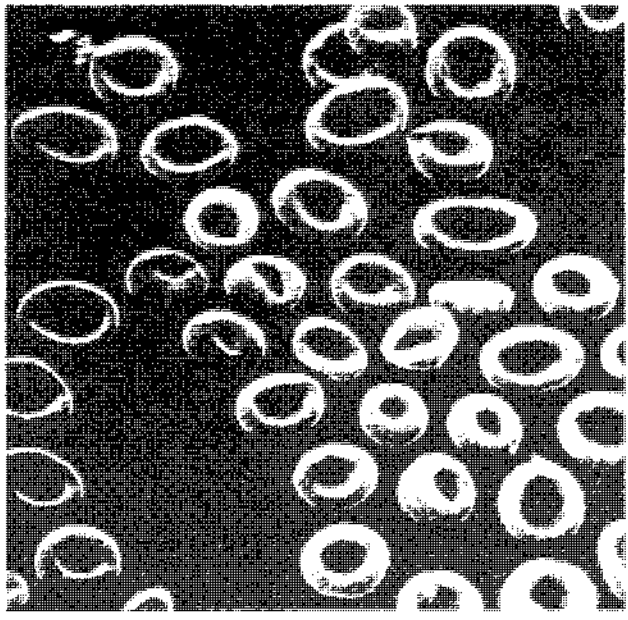
Leonardo'nun burgulu kesme aygıtı.



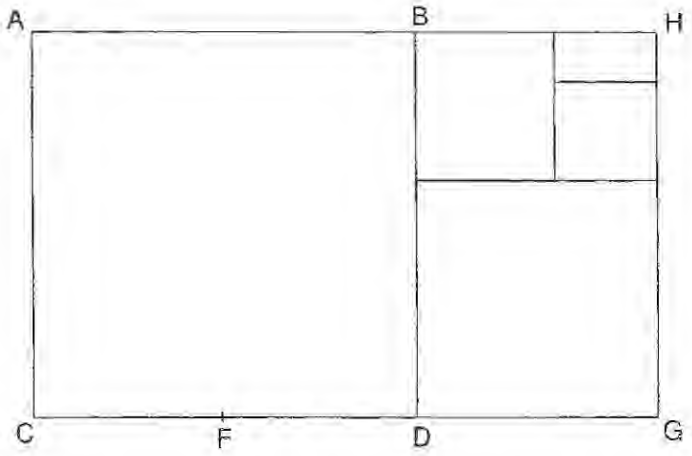
Toplar aynı zamanda yere düşer.

Leonardo, dağların tepelerinde, daha önce denizde yaşayan canlıların fosillerini buldu. Buraların daha önce denizlerin altında olduğunu, sonradan yan basınçlarla yükselerek dağları oluşturduğunu kanıtladı. Adriyatik'teki Lombardini'nin büyük bir kısmının Po nehri tarafından oluşturulduğunu, Hutton'dan tam üç yüzyıl önce söyledi. Bottiçelli ve Albert Dürer gibi iyi ressam ve iyi bir heykeltraş olan Leonardo, aynı zamanda çok iyi de bir anatomistti. Yaşadığı dönemin tüm önyargılarına karşın, onun üzerinde insan vücudunu doğru ve aynı zamanda sanatsal değeri olan anatomik resim ve çizimlerini yaparak yayınladı. Kanın besinleri vücudun en ince noktalarına kadar nasıl taşıdığını ve artık maddeleri geri getirerek nerelerden dışarı attığını açıkladı. Harvey'den tam yüz yıl önce hemen hemen doğru olan kan dolaşımını açıklığa kavuşturdu. Yıldız falı, eski kimya denen simyayı, sihir ve büyüleri hor görerek şiddetle karşı çıktı, onları kabul etmedi. Aristo tarafından ileri sürülen ve Güneş sistemine ilişkin olan görüşlere katılmadı.

Leonardo, 1499 yılında Venedik'e geçti. Burada Cesare Borgia ile beraber çalıştı. 1506 yılında Fransa kıralının çağrısını kabul ederek Milano'ya gitti. 1513 yılında yeniden Roma'ya döndü. Roma'da bir süre çalıştıktan sonra 1517 yılında Fransa'ya tekrar gitti. Burada Kıral I. François'nın koruyuculuğunda kalan sanatçıya, başressam, mimar ve matematikçi unvanı verildi. Son yıllarında da elleri titrediğinden resim yapamaz oldu. Bu nedenle bilimsel araştırmalara yönelmiştir. Not defterlerinde günlük notlar, taslaklar, bilimsel incelemeler yer almıştır. Bunlar, uçma aygıtları, kent planlaması, insan vücudu, fizik, botanik, zooloji, kozmoloji, mühendislik, mimarlık ve matematik gibi çok çeşitli konuları kapsıyordu.



Kandaki alyuvarlar.



Klasik sanatta çok kullanılan altın dikdörtgenin özelliği, kenarlarının birbirine oranının içinden bir kare atılarak elde edilen dikdörtgenin kenarlarının oranına eşit olmasıdır. Kalan dikdörtgen de altın dikdörtgen olduğu için ondan da bir kare atılırsa yine bir altın dikdörtgen kalır.

Altın dikdörtgen elde etmek için bir ABDC karesi çizilir. CD kenarının orta noktası F ise, CD kenarını FG = FB olacak şekilde uzatın. ACGH dikdörtgeni bir altın dikdörtgendir.

İdeal insanda sağlanması istenen bu orana, yani x/y = CG/CD oranına, altın oran denir ve g ile gösterilir. Yukarıdaki denklemin sağ tarafındaki pay ve paydayı x sayısına bölerek altın oran, yani g için

$$g = \frac{(1/g)}{1 - (1/g)}$$

denklemini buluruz. Bu da $g = (1 + \sqrt{5}) / 2$ demektir.

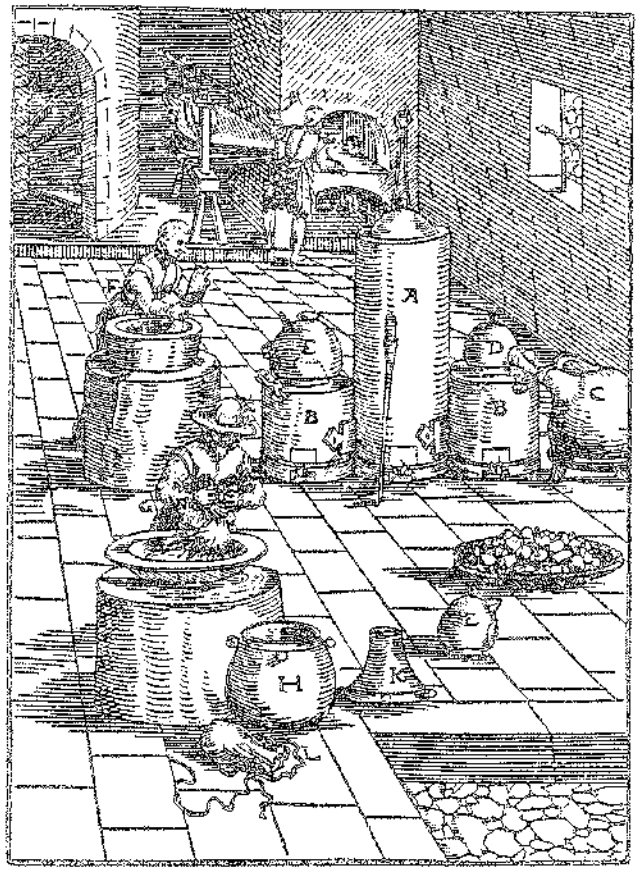
Bir dölütün gelişmesinden, böceklerin ve kuşların uçuşuna kadar, her doğa olayını incelemiş ve bunlardan sonuçlar çıkarmıştır. O, gözlemlere inanmıştı. Hem solaktı hem de sağdan sola yazardı. Yazılarının okunması güçlüğünden dolayı bunların hiç birisi yayınlanmamıştır. Yazıları ancak aynaya tutularak doğru olarak okunabiliyordu.

Leonardo'ya göre matematik zihinsel kavramlarla ilgilidir. Bu, kesin olan bir alandır. Diğer bilimlere gözlemle başlanmalı ve mümkünse matematiksel formüllerle ifade edilmelidir. O, yaşamı süresince matematikle ilgilendi ve bilimsel deneyler yaptı. Her biri birer sanat şaheseri olan çok sayıda resim tabloları vardır. Bunlar bugün ünlü mü-

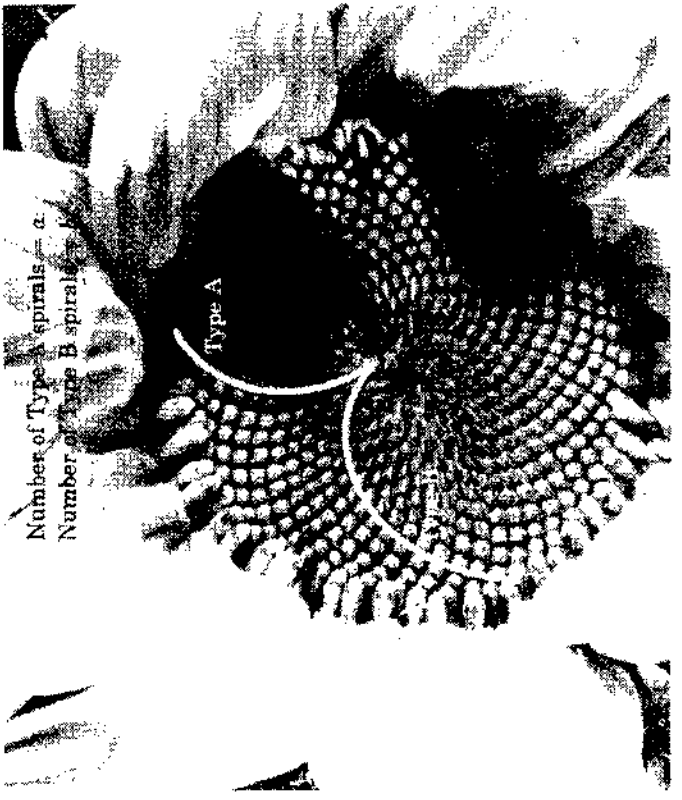
zelerde sergilenmekte ve korunmaktadır. Bu tabloların en ünlüsü Mona Liza tablosudur. 2 Mayıs 1519 günü hizmetçileri ve arkadaşı I. Francis'in yanında Fransa'da ölmüştür. Saint Florentin kilisesine gömülen Leonardo'nun mezarı, Fransız devrimi sırasında yok edilmiştir.

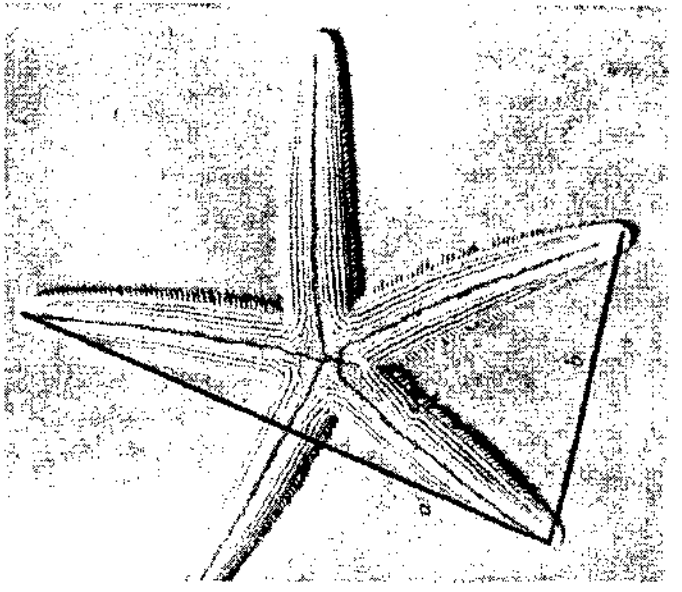
Mona Liza tablosunda, tebessüm onun yüzünde ebedileşmişti. Dudaklarından gözlerine kadar, yüzünün her bölümü unutulmayacak bir anlam taşıyordu. Kimilerine göre davetkar, kimilerine göre gizem dolu olan bu yüz, çok sayıdaki yazara ilham kaynağı olmuştu. Bu sihirli tebessüm, Mona Liza isimli tabloda yüzyıllarca yaşayacak ama o, bu aşkı yüreğinde saklayacaktı.

Liza Gherardini, alçak gönüllü, kuruntusuz ve gösterişsiz bir ailenin kızı olarak büyümüş, genç yaşta ekonomik çıkarlar gözönüne alınarak, Floransalı Francesco del Gioconda ile evlendirilmişti. Fakat bu gösterişli ve görkemli yaşam, Liza'nın yüreğini tam anlamıyla doldurmaktan çok uzaktı. Hele doğumdan bir süre sonra çocuğunu kaybetmesi, yaşamını onanmaz biçimde yaralamıştı.



Altın arayan eski simyagerler.





Altın oranlar.



Leonardo da Vinci'nin Mona Liza tablosu.

Tüm süs eşyalarını bir yana koymuş, yas elbiselerinden başka bir şey giymez olmuştu. Onu güzel kılan süs değil, kendi doğallığıydı. İnanılmaz biçime sahip güzel elleri, yuvarlak omuzları ve gönlünde üzgünlük dolu olan bir yüzü, ona bir başka güzellik veriyordu. Kocası Gioconda, onu yeniden eski mutlu günlerine döndürebilmek ve biraz olsun avutabilmek için bir resmini yaptırmaya karar vermişti.

Onca sanat şaheserine imzasını atan Leonardo da Vinci yirmi bir yaşındaki Liza'nın resmini yapmayı kabul edecek ve böylece yoksul yaşamına biraz olsun rahatlık getirecekti. Leonardo, Liza'yı ilk gördüğünde etkilenmiş ve konuşmanın bitiminde hemen resme başlamıştı. Bu gizemli bakışa, biraz gülümseme katabilse ve hüzünle sevinci birleştirebilse, resim istediği gibi olacaktı.

Günler ve haftalar boyu, işte o muhteşem bakışı gerçekleştirmek için çaba verdi. Bakıştaki ifadenin bozulmamasını müzik çaldırarak sağlıyordu. Sadece Liza'yı gördüğü ve tablo üzerinde çalıştığı zaman mutluydu. Resme başladığında Liza yirmi bir yaşındaydı. Tablo bittiğinde ise yirmi yedi yaşına girmişti. Altı yıl sonunda ortaya çıkan bu tablo Lenoardo da Vinci ile Liza'nın aşkını ebedileştirmişti.

Liza Gharardini'nin, Leonardo'ya verdiğinin sadece sevgi olduğu söylenemez. Liza, büyük sanatçının şaheserlerini ortaya çıkarmasında ilham kaynağı olmuştu. Ama Leonardo keskin bir virajdaydı. Bir yanda tablosuyla ölümsüzleştirdiği Liza Gherardini, bir yanda acımasız değer yargıları vardı. Floransa'nın güçlü ailesi Gioconda ile savaşarak Liza'yı kendi dünyasına alması olanaksızdı. Liza onun için sadece bir model olarak kalmalı ve bu tablo ile ölümsüz kılınmalıydı.

Francesco del Gioconda elbette her şeyin farkındaydı. Liza'nın eski günlerine dönmesinden daha önemli bir şey yoktu onun için. Tabloyu Leonardo'ya verecek ve böylece eşini anılarından uzaklaştırmayacaktı. Liza'nın bu tablo ile içiçe olması da önlenmiş oluyordu. Leonardo ümitsiz olan aşkının ateşini söndürmek için başka kentlerde başka eserlerini yaratma çabası verdi. Mona Liza ismini taşıyan bu tablo Leonardo tarafından Fransa Kıralı I. Francois'e armağan edilmişti. Kıral ona dört bin altın Florin vererek Mona Liza'yı Louvre Müzesi'ne koydurmuştu. Floransalı Liza'nın resmi Louvre Müzesi'nde, aşkı ise Leonardo'nun kalbindeydi. İşte, bu büyük aşkın sonucunda Mona Liza tablosu meydana gelmişti.

Dünyanın tanınmış fotoğraf sanatçısı Helmut Newton'ın fotomodel şarkıcı Grace Jones'u 1978 yılında çektiği açık ve cüretkar fotoğrafı dünyada büyük tartışmalara yol açmıştı. O dönemin oldukça ileri gitmiş sayılan bu pozu, günümüzde bir Alman bilim yayınında güzelliğin matematiği konusunda görüntü malzemesi oldu. İnsan'da, mimaride, sanatta güzel olmanın matematiksel sırları nelerdi? Rembrandt'ın tabloları bize neden güzel görünür? Gözlerinin arasındaki uzaklık ile alın yüksekliği, burun simetrisi ile çene kıvrımlarının uyumlu olduğu ölçü nedir? Catherine Deneuve yıllardır neden Fransa'nın güzellik simgesi sayılır?

Yüzyıllar boyunca tüm ressamlar ve mimarlar, güzel görüntüdeki orantıların ölçüsünü bulmak için çaba harcadılar. Fakat sonunda hepsi de kesin ve ortak bir çözüme ulaşmanın hayal kırıklığını yaşadılar. Ünlü Alman ressam Albert Dürer şöyle demişti: "Bana güzelliğin ne olduğunu sormayın. Çünkü gerçekten bilmiyorum!" Ama aramaktan yine de yılmadı. Perspektifle ve altın oranla ilgili pekçok matematiksel araştırmalar yayınladı. Grafikler çizdi ve şemalar çıkardı. Doğada var olan o olağanüstü dengeli simetrinin gizemine ermeye çalıştı.

Bütün bunlardan anlaşıldığına göre güzellik sadece bakanın gözünde olan soyut ve göreceli bir şey değildir. Nesnenin kendisine de bağlı bir şeydir. Hemen tüm insanların, çiçeklerin, güneşin batışının, beyaz pamuksu bulutların görünümleri ve sevimli olmaları bir rastlantı değildir. Bunlar, bakanların gözüne güzel gelen kavramlardır. Öte yandan yüzyıllar boyunca ressamlar, heykeltraşlar ve mimarlar, insan vücudunun yanı sıra yapıların da matematiksel orantılarla güzel göründükleri hesabını yaptılar. O zaman şu soru sorulabilir. Sayılar güzelliğin ifadesi olabilir mi, ya da armoni için matematiksel formül var mı? Bu soru insanoğlunu, sayıları kullanmaya başladığından bu yana uğraştırıyordu. Pisagor ve öğrencileri, basit ve tamsayılarda belirli bir müziğin gizli

olduğunu keşfetmişlerdi. Müzik armonisini matematiksel formüllerle ifade etmişlerdi. Eşit uzunlukta iki teli titreştirdiğiniz zaman belirli bir ses duyarsınız. Bu tellerden bir tanesini bir parça keserek kısaltırsanız, ses incelir ve az önceki uyum bozulur. Fakat telin biri, iki telin boylarının birbirlerine oranları 1/2, 1/3 veya 1/4 olacak biçimde kesilirse o zaman kulağa hoş gelen uyumlu sesler çıkaracaktır. Bunun neden böyle olduğu açıklanamamaktadır, ama durum budur. İki telin orantısız kesilmesi halinde, belirli frekanslar arka arkaya gelmeyeceği için ses kulağa hoş gelmeyecektir.

Matematikçiler, her çağda sayıların ve oranların armonik yasalarını bulmuşlardır. Fibonacci takma ismiyle de tanınan Leonardo Fibonacci, 1202 yılında, bir erkek ve bir dişi tavşanın, üremelerinin engellenmemesi halinde sayıların ne kadar artacağını hesaplıyor ve çok ilginç bir kurala erişiyor. Buna göre tavşan çiftine her iki ayda iki yavru ekleniyor ve bunlar da beş ay sonra cinsel olgunluğa erişip kendileri yavrulayacak duruma geliyor. Bu arada ilk çift de yine yavrulayacak ve yeni doğan tavşanlar da özgür olarak üredikçe sayı giderek kabaracaktır. İlk kez Fibonacci'nin bulduğu hesap şöyledir: Tavşan sayısı önce 13, sonra 21, ardından 34, 55 ve sonunda 89 şeklinde bir katlanmayla devam edip gider. Buradaki ilginç nokta, her sayının bir önceki iki sayının toplamı oluşudur. Bu da ünlü Fibonacci dizisidir.

Tavşanlı matematiğin örnekleri Avustralya'da birkaç kez yaşandı ve bu sonuç korkunç sonuçlar yarattı. İlk kez 1859 yılında bir İngiliz göçmenin getirdiği 24 tane tavşanın torunları kısa bir zamanda 600 milyona ulaştı. Altı yüz milyonluk bu sayı için geçen süre, Fibonacci dizisinden kolayca bulunabilir. Tüm bitki örtüsü ve küçük canlılar için felaket olan bu tavşan sayısı, 1950 yılında geliştirilen etkili bir virüsle yüzde doksan oranında azaltıldı. 1980 yıllarında bu virüse karşı bağışıklık kazanan tavşanların sayısı yeniden 400 milyona ulaştı. Şimdi yeni bir öldürücü virüs aranıyor. Aynı durum fareler için de söz konusudur. Fakat onların üremeleri doğada kendi kendine veya onları yiyen diğer canlılar tarafından dengeleniyor.

Bu ilginç sayı katlanması, sadece tavşanların üremesinde değil, bitkiler ve bakteriler dünyasında da görülür. Yeni bir bitki filizinin yapraklanmasında da Fibonacci kuralı geçerlidir. Vişne ağacının yapraklanma oranı 1/5, armut ağacının yapraklanma oranı 3/8 ve meşe ağacının yapraklanma oranı da 5/13 kadardır. Bu oranlar diğer ağaçlarda değişiklik gösterir.

Güzellik ve devamlılık sadece tam sayılarda olmayıp, irrasyonel sayıların dünyasında da bulunuyor. Örneğin birbirini izleyen her ikinci sayı, Fibonacci devamlılığına göre birbirine bölündüğünde bir başka sayı dizisi ortaya çıkıyor. Bu bölme işlemleri yaklaşık 1.61803 rakamına ulaşıyor. Bu sayı papirüs kalıntılarından anlaşıldığına göre eski Mısır'da da biliniyor ve onlar tarafından "Altın Oran" olarak tanımlanıyordu. Buna göre, bir doğru parçası uyumlu biçimde bölündüğünde, yine bu altın oran sayısı devreye giriyor. İrrasyonel sayı bölmelerinde de küçük sayının büyük sayıya bölünmesiyle bu sayıya ulaşılıyor. Büyük sayının doğrunun tamamına olan oranı ise, büyük sayının

büyük sayının küçüğe olan oranına eşit çıkıyor. Bu orantıda ortaya çıkan sayı, her zaman 1.61803 oluyor. Doğal olarak arka arkaya yapılan bu hesaplamalar, matematiğe fazla yakın olmayan okurlar için sıkıntı yaratabilir, ama ne yapalım, güzelliğin formülü de çok basit değil.

Pek çok tablo ve bina özellikle Rönesans çağında bu altın orana göre yapılırdı. Ancak bu orantıya göre yapılmayan binalar da vardır ve bunlar da bakanlara güzel görünmektedir. O zaman akla şu soru gelmektedir: Acaba daha genel bir güzellik ilkesi var mıdır?

Bunun yanıtı evettir ve "Peki nedir"in karşılığı da "denge"dir. Dengenin en mükemmel formunu da simetrinin kendisi oluşturuyor. Simetri, insanlara güven, olayın bütününe yetkin olma duygusu veriyor. İnsan vücudunun önü ve arkası farklı, fakat düşey bir çizgiyle ikiye böldüğünüzde, sağı ve solu simetrik yapıda. Aynı şey hayvanlar için de geçerli. Fakat canlılar dünyası için göze güzel görünen simetri olayı, sanatta farklı biçimde yorumlanıyor.

Güzel sanatlarda simetri can sıkıcı bir etki yaratıyor. Ancak dekorasyonda ve süslemelerde yine de kullanılıyor. Eski Mısır yapılarındaki süslemeler, İslam sanatının süslemeleri, Bizans mimarisi, gotik dış cephe süslemeleri, hep bu temele göre yapılmış, hoş görünen simetrik öğeler içerir.

Görüldüğü gibi güzellik matematikle başabaş giden bir kavramdır. Yüzeylerin, biçimlerin birbirine oranları, bazı öğelerin belirli aralıklarla tekrarlanması, simetrinin gereken yerde olup, gerekmeyen yerde olmayışının yarattığı bir hoşluklar bütünüdür. İşte bütün bu ilkelere özen gösterdiği için bir Rembrandt tablosu bize güzel görünür. Gözlerinin arasındaki ara ile alın yüksekliği, burun simetrisi ile çene kıvrımları klasik ölçülere uyduğu için bir Catherine Deneuve yıllardır Fransa'nın güzellik simgesi sayılır.

Doğal olarak burada bir soru akla gelebilir. O da güzellik bir oran, simetri, görüntü olayı, o halde, ne boyu ne posu, ne yüz çizgileri bu sayılanlara uymayan Madonna bugün milyonların idealindeki kadın olmayı nasıl başarıyor? Yanıt belli. Eğer siz de milyarlarca lirayı harcayıp, büyük bir reklam kampanyasıyla piyasaya iddialı biçimde girmeyi göze alırsanız, Luisa Veronica Ciccone isimli 1.55 metre boyundaki kara kuru esmer bir kızdan böyle bir medya güzeli yaratabilirsiniz... Gördünüz mü, sonunda olay yine gelip matematiğe dayandı. Cebinizden çıkacak paranın matematiksel boyutu büyüdükçe, güzelliğe biraz daha yaklaşmanız mümkün görünüyor.



FERRO (1465 - 1526)

Scipione Ferro (ya da Ferreo, Dal Ferro, Del Ferro) 6 Şubat 1465 günü İtalya'da Bologna'da doğmuş bir matematikçidir. Ferro'nun babası kağıtçı Floriano ve annesi Filippa'dır.

Ferro, 1496 ile 1526 yılları arasında Bologna Üniversitesi'nde aritmetik ve geometri derslerini vermiştir. Giovanni Filoteo Achillini Viridario isimli şiirinde Ferro'nun aritmetikçi olduğunu söyler.

Ferro'nun basılmış ya da yazılmış herhangi bir çalışmasının olduğu bilinmiyor. Çok sayıdaki kaynaklar onun büyük bir cebirci olduğunu yazar. Biz onun üçüncü derece denklemi çözdüğü söylentisi ile tanırız.

On beşinci yüzyılın sonlarında Luca Pacioli, Summa isimli kitabında üçüncü derece denkleminin çözümünün olmadığını yazmıştı. Oysa üçüncü derece denklemi on altıncı yüzyılda Tartaglia ve Cardano tarafından çözülmüştü. Ferro, on altınca yüzyılın ilk ve ikinci dönemlerinde üçüncü derece denklemi çözdüğünü yakınlarına ve öğrencilerine söylediği söylenir. O zaman ve bugün bunu kanıtlayan herhangi bir çalışma ya da çözüm bulunamamıştır. Bunlar da sadece söylenti olarak kalmıştır.

Ferro, matematik öğrencisi olan Antonio Maria Fiore'ye üçüncü derece denkleminde ikinci dereceli terimi yok ederek çözdüğünü sözde otuz yıl önce söylemişti. Hatta Ferro p ve q pozitif sayıları için $x^3 + px = q$ ve $x^3 = px + q$ biçimindeki denklemleri çözdüğünü ileri sürmesine karşın çözümleri ve çözüm yöntemleri bilinmiyor. Yalnız Ferro'nun yapmış olabileceği çözüm yöntemi Leonardo Fibonacci'nin Liber Abaci, Bombelli'nin ve Giovanni Vacca'nın Cebir kitaplarında izlediği yol olabilir.

Eğer

$$x = \sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{a - \sqrt{b}} \qquad (1)$$

ise her iki yanın karesinden

$$x^2 = (2\sqrt{a^2 - b}) + 2a \qquad (2)$$

yazılır. Benzer olarak

$$X = \sqrt[3]{a + \sqrt{b}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{b}} \qquad (3)$$

ifadesinin her iki yanının küpünü alır ve X^2 olan terimi yazmazsak,

$$X^3 = (3\sqrt{a^2 - b})X + 2a \tag{4}$$

üçüncü derece denklemi yazılır. Bu üçüncü derece denklemi de (3) ifadesi türünden çözülebilir. Bunun için

$$p = 3\sqrt[3]{a^2 - b}, \quad q = 2a \tag{a}$$

ya da

$$a = \frac{q}{2}, \quad b = \frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27} \tag{b}$$

denirse

$$X^3 = pX + q \tag{5}$$

biçiminde yazılan (4) denklemi (3) biçiminde

$$X = \sqrt[3]{\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{2} - \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{2} - \frac{p^3}{27}}} \tag{6}$$

olarak çözülebilir. Oysa bu formül Cardano tarafından verilendir. Aslında Cardano'nun formülü de tam bu değildir.

Ferro'nun cebirde yaptığı bir şey daha vardır. O da

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}}$$

biçimindeki kesrin paydasını rasyonel yapma problemidir. Oysa bu tür problemlerin çözümleri Euclides'e kadar gider. On altıncı yüzyılda bu problem yeniden gündeme gelmiştir. Bu tür problemler Bombelli'nin kitabında da vardır. Bu nedenle Bombelli, Ferro için "bu konularda yetenekli" olduğunu yazar.

Ferro, pergelin ayaklarını sabit olarak açar ve bununla geometrik çizimlerin yapılabileceğini söyler. Oysa bu problem aynı yolla ondan önce onuncu yüzyılda Ebül Vefa tarafından ortaya atılmıştı. Böylece aynı problem on altıncı yüzyılın ilk yarısında, Tartaglia, Cardano ve Ferrari tarafından yeniden matematik gündemine getirilmişti. Ferro'nun bu konuda neler yaptığı da bilinmemektedir. Bilinenlerin çoğu sözlü olarak söylenmiş şeylerdir. Bunlar, onu sözlü olarak kaynak gösteren kişiler tarafından yazılan sözlü ifadelere dayanır.

Scipione Ferro'nun yazılı ya da basılmış bir yapıtı yoktur. Tartaglia'nın Cardano'nun,

Ferrari'nin ve öğrencisi Mario'nun yazdıklarında ismi geçer. Hatta bazı problemlerin çözümlerinin ona ait olduğu söylenir.

Ferro Scipione 29 Ekim ile 16 Kasım 1526 günleri arasında İtalya'da Bologna'da ölmüştür.

ALBERT DÜRER (1471 - 1528)

Matematikçilerin büyük bir çoğunluğu çok yönlü kimselerdir. Bunların içinde müzisyen, şair, edebiyatçı, general, subay, başkomutan, dağcı, deviet adamı, rektör, papaz, doktor gibi kimseler vardır. Fakat, sanatkar veya ressam olup da matematikçi olanlar azdır. İşte, ressam olup da matematikçi olanların en ünlüsü Albert Dürer'dir.

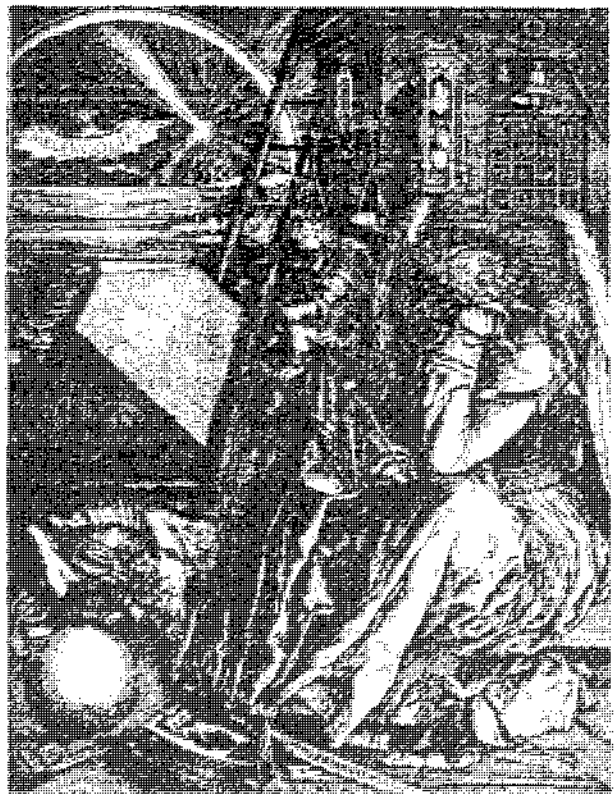
Albert Dürer 21 Mayıs 1471 günü Nürnberg'de doğdu ve 6 Nisan 1528 günü aynı yerde öldü. Babası, 1455 yılında Macaristan'dan Almanya'nın Nürnberg şehrine gelerek yerleşen yaşlı bir kuyumcuydu. Annesiyle Nürnberg doğumlu Barbara Holper'di. Baba Dürer de işinin gereği olarak altın ve gümüş işlemelerinde çok becerikliydi.

Albert Dürer küçük yaşlarında babasının kuyumcu dükkanında çizim işlerinde çalıştı. Bu çalımalarında çok hızlı ve becerikli ilerlemeler kaydetti. On üç yaşındayken kendi portresini yaptı. Halen Münih Müzesinde bulunan bu portresi övgüye değer. Ertesi yıl Madonna ve Müzik Melekleri ve Oymabaskı Koleksiyonu ile çok erken gelişen yeteneğini kanıtladı.

1486 yılında babasının girişimleriyle ressam ve ağaç baskı desencisi Michael Wohlgemuth'un atölyesine çırak olarak girdi. Üç yıl bu atölyede çalıştıktan sonra geziye çıkmak üzere bu atölyeden ayrıldı. Birçok ülke ve şehir gezdi. Gittiği yerlerdeki sanatkarlarla tanıştı, eserlerini inceledi ve resimler yaptı. İlk ağaç baskısını Basel'de gerçekleştirdi.

Dürer her şeyden önce üstün yetekeli bir süslemecidir. Suluboya, bakır işlemeciliği ve gümüş rengi tonlarını kullanmıştır. Sağduyusu çok kuvvetlidir. İtalyan ve Alman sanatını birleştirmiştir.

1494 yılında Nürnberg'e geri döndü. Bu dönüşünde, bir tüccarın kızı olan Agnes Frey ile evlendi. İtalya gezisinde oradaki eserlerden çok etkilendi. Bu dönemin ilk on yılı içinde eserlerinin sayısı oldukça kabarıktır. Ağaç, bakır ve oymabaskıların dışında, yağlı boya, desen, perspektif, dini ve dini olmayan resimlerden çok sayıda eserler verdi. Gratik çalışmaları da önemli bir yer tutar. İnsan vücudunun oranlarının geometrik bir çözüm arayışı içinde olan Barbari'nin etkisiyle, 1500 yıllarında Rönesansın ruhuna uyarak insan yapısının oranları sorununa eğildi. İnsanın güzelliğindeki gizemi, akıl



Bu resim, Albert Dürer'in ilk kez basılan büyülü kareli Melankoli isimli tablosudur. Matematiksel eğrileri de içeren bu tablo 1514 yılında yapılmıştır.



Dürer'in bir çalışması.

yoluyla bulunmuş ideal bir ürün olduğunu düşündü. Bunu kanıtlayan çok güzel resimler ve baskılar yaptı.

Albert Dürer'in Melankoli tablosunun sağ üst köşesindeki büyülü kare dörtlüdür. Birden on altıya kadar olan sayılar yerleştirilmiştir. Her satır ve sütundaki sayıların toplamı otuz dörttür. Bu tür büyülü kareler doğu kökenlidir. Çin, Japon ve Hindistan'da çok daha değişik örnekleri vardır. Sayıların bu şekilde büyülü biçimde düzenlenmesi I King'de vardır. Bu büyüler İ. Ö. 2200 yıllarından gelmedir. Albert Dürer'in bu tablosu da 1514 yılında yapılmıştır. Albert Dürer'in bu büyülü karesi,

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

biçimde düzenlenmiştir. Bunun gibi daha çok değişik türde yazılmış büyülü kareler vardır.



Bu resim Albert Dürer'in 1500 yılında yaptığı kendi resmidir.

Albert Dürer 1507 yılına kadar İtalya'da çalıştı. Çalışmalarının çoğunu Venedik'te gerçekleştirdi. 1507 yılının şubat ayında yeniden Nürnberg'e döndü. Burada oldukça gösterişli bir ev satın aldı. Parasal sıkıntılara hiç düşmedi. Ürettikleri kendisine çok para getiriyordu. Genç yaşta çeşitli ülkeleri ve kentleri dolaşarak resim yanında çağının tüm bilgilerini edinmeye çalıştı. 1495 yılında kendi atölyesini kurduğunda olgun bir sanatçı durumuna gelmişti.

İtalya'ya ikinci gidişinde Giovanni Bellini ile tanışmış, bu olay onun resimde kendi kişiliğini bulmasını sağlamıştır. Bunun sonucu olarak 1512 yılında saray ressamı olmuştur. Bakır ve ağaç oyma baskıları o dönemde çok beğeniliyordu. 1512 ile 1519 yılları arasında Nürnberg'de İmparator 1. Maximilian'ın hizmetinde çalıştı.

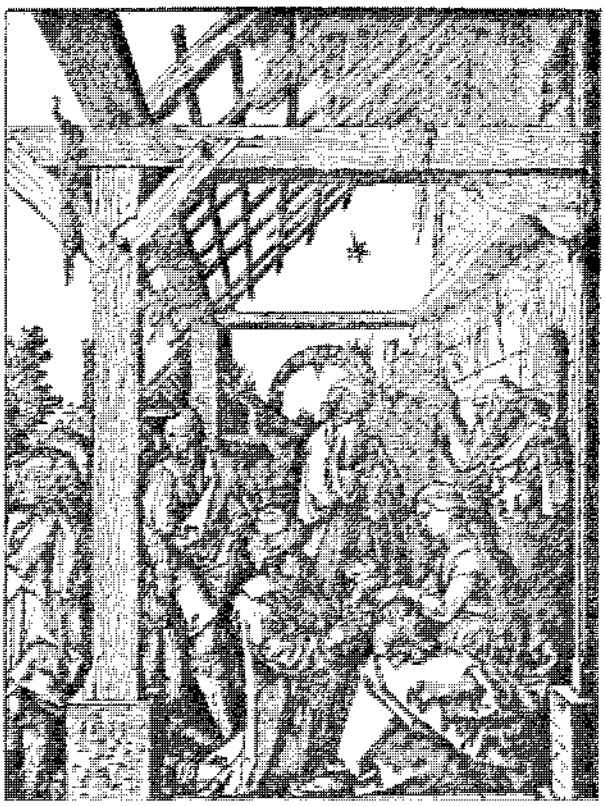


Bu da, Albert Dürer'in Otopotre ismini verdiği kendisinin yağlı boya resmidir.

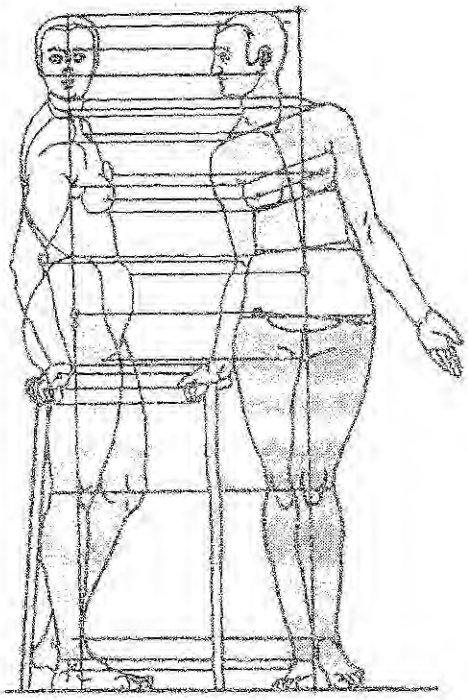
Çok yönlü bir sanatçı olan Dürer, kitap resimleri, tahta baskı ve gravürle de ilgilenmiş, çok sayıda duvar resmi yapmıştır. Ancak, sanatçı ününü çok güçlü olan deseni ile sağlamıştır. Din adamı Martin Luter'in görüşlerinin etkisi altında kalmış, eserlerinde genel olarak mistik bir hava yer almıştır. Yaratıcılığını ön plana çıkarmış, öznel ve duygusal bir anlatımı benimsemiş, eserlerinde kişisel özelliğini çarpıcı biçimde ortaya koymuştur. Bu nitelikleriyle Rönesansın en ünlülerinden biri olmuştur. Eserlerinin büyük bölümü dünyanın ünlü müzelerine alınmıştır.

Dürer, birçok Alman ressamıyla işbirliği yaptı ve 1515 ile 1518 yılları arasında demir levhaları aside yedirmeyle baskı kalıpları yaptı ve bu kalıplarla resimler bastı. 1518 yılı yazında Augsburg'da ünlü Martin Luter'le tanıştı. Daha sonra Luter'in en inançlı izleyicilerinden biri oldu. Bundan sonra Avrupa'nın birçok ülkesini gezdi. Belçika'da bulunduğu yıllar onun için oldukça yararlı oldu.

Albert Dürer Temmuz 1521 ayında karısıyla birlikte Nürnberg'e geri döndü. Bu sıralarda sağlığı giderek bozulmaya başlamıştı. Kalan yıllarını daha çok kuramsal ve bilimsel yazılarla kitap resimlerine ayırdı.



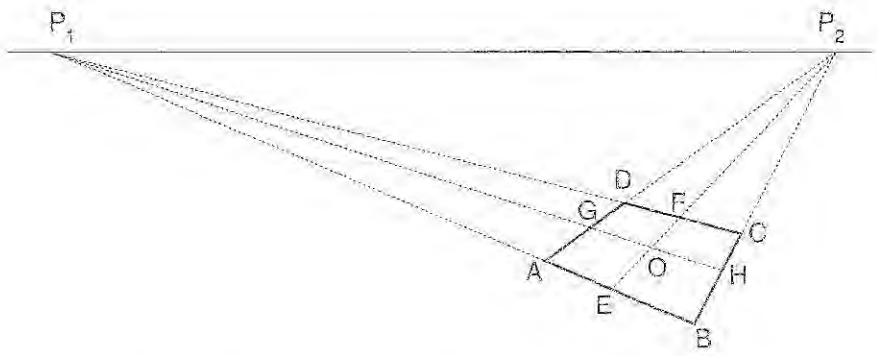
Bu resim, Albert Dürer'in Mecusiler Tapınması isimli bir gravürüdür.



İnsan vücudu ve oranları.



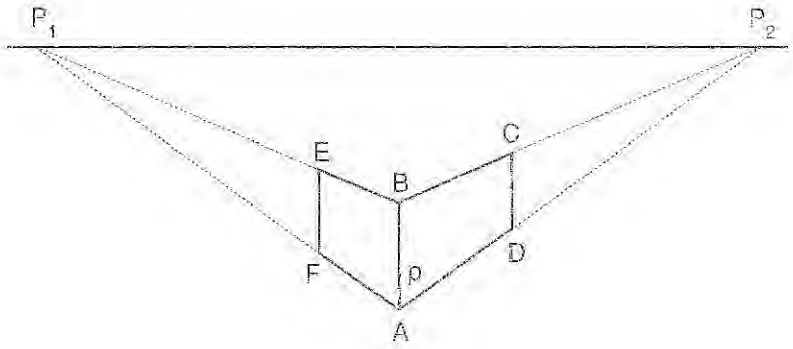
Perspektif.

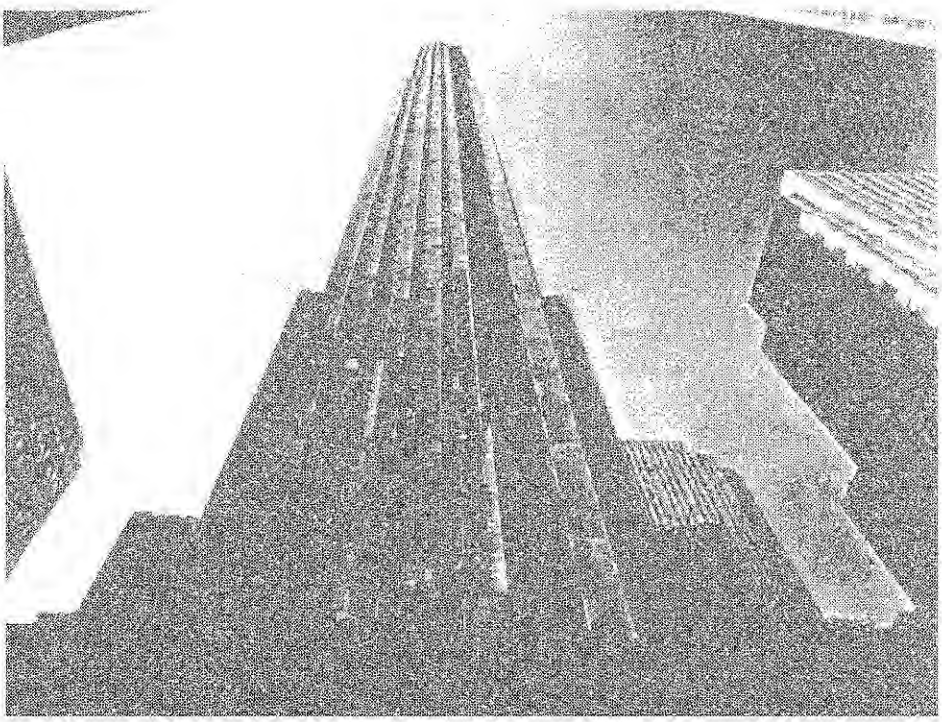




Perspektif.

Albert dürer matematik çalışmalarının belli başlılarını 1525 yılından itibaren yayınlamaya başladı. Geometrik perspektif, bazı geometriler ve grafiklerle çözümler ona aittir. Resimlerinde büyülü karelere yer verir ve burada aritmetiği işlerdi. Burada sayıların büyüsünü vurgulardı. Yaptığı matematik çalışmaları Latinceye çevrilerek 1532, 1555 ve 1605 yıllarında birçok kez basılarak yayınlandı. Onun bu yapıtları halen büyük müzelerde saklanır.





Perspektif.

Dürer'in Melancholia isimli tablosu 1514 yılında yapılmıştır. Halen British Müzesinde bulunan bu tablonun sağ üst köşesinde çanın altında büyülü kareleri vardır. Bu, batıda kullanılan yayınlanmış ilk büyülü karedir. Onun matematiği aritmetikten çok geometrik yönlüydü. Bu alandaki en önemli kitabı, çemberlerin uzunluğu, dairenin alanı, düzlemdeki doğrular ve katı cisimler ve bunların özelliklerinden oluşur. Bu çalışmaların Almanca ve Latin baskıları 1525 yılından 1538 yılına kadar sürmüş ve birkaç kez baskıları yapılmıştır. Kitabının içeriği tümüyle yeni ve çekici olan geometrilerdi. Çok sayıda yeni ve ilginç olan eğriler de içeriyordu. Onun episikloidi çizmesi de bu çalışmaları içindedir. Fakat, Albert Dürer'in bu çizimi analitik yolla incelenmemiştir. Aynı şekilde, bu kitaplarındaki izdüşüm olan eğrileri de analitik yolla incelenmemiştir. Yayların çizimleri de analitik olarak yapılmamıştır.

Matematiğin tarihi gelişimi boyunca, geometride perspektifliği göremeyiz. Bu kavram hiç bir matematikçi tarafından incelenmediği gibi hiç bir matematik kitabında da yoktur. Perspektiflik kavramı matematiğe Albert Dürer tarafından sokulmuştur. Düzgün geometrik çokgenlerin çizimleri de Dürer'e aittir. Bu çokgenlere ilişkin matematiksel çalışmaları da vardır. Dürer'in bu çizimleri, kadastro ve coğrafyacıların harita çizimlerine önder olmuştur.

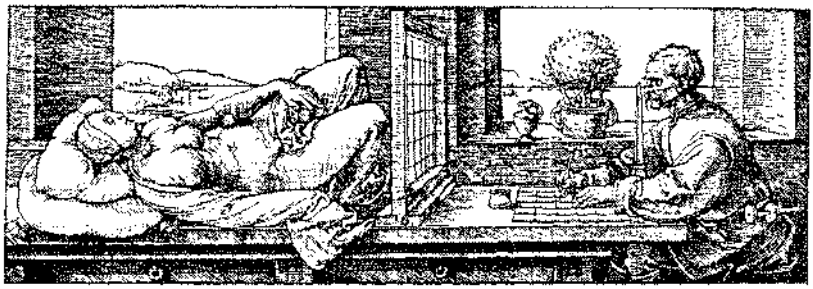
1528 yılının 6 Nisan günü Nürnberg'de ölen Albert Dürer, Yuhanna Mezarlığına gömülmüştür. Rönesansa, sanat ve bilim yönüyle katkıda bulunan Dürer'in yetiştirdiği çok sayıdaki öğrencisi onu izlemiş ve uygarlığın bugünkü düzeye çıkmasını sağlamıştır.

Sabit bir çemberin dışında kaymadan dönen çember üzerindeki bir noktanın çizdiği yörüngeye episikloit denir. Bu eğrinin analitik olan ifadesi,

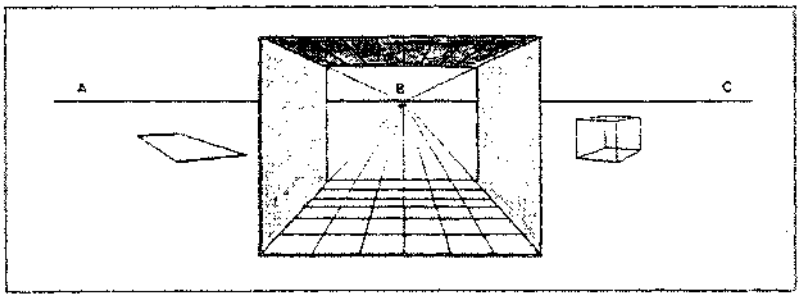
$$(x^2 + y^2 - a^2)^2 = 4a[(x - a)^2 + y^2)]$$

biçimindedir. Bu eğri ilk kez İ. Ö. 140 yıllarında gökbiliminde Hipparchus tarafından kullanılmıştır. Episikloidin çizimini ilk kez Albert Dürer 1525 yılında çizerek yayınlamıştır. Matematikte oldukça ünlü olan bu eğri daha sonra 1636 yılında Desargues, 1694 yılında La Hire ve 1781 yılında da Euler tarafından yeniden analitik olarak incelenmiştir. Benzer olarak, sikloit ve hiposikloitin eğrileri de Dürer tarafından çizilmiştir.

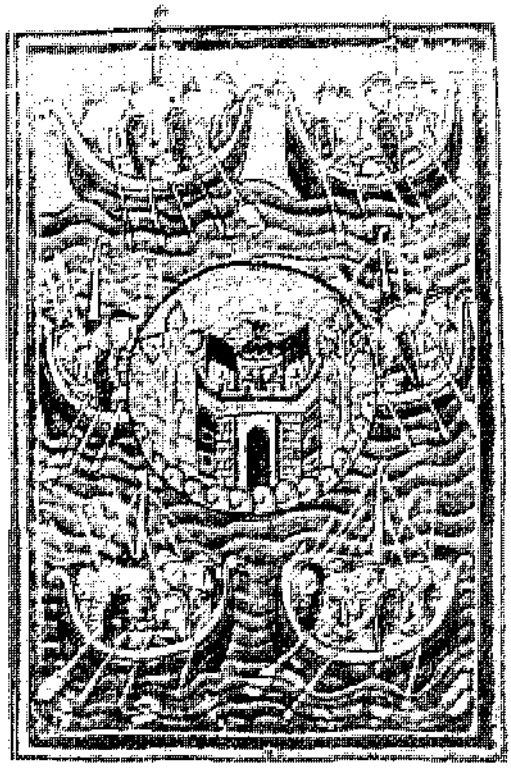
Büyülü kareler eskiden çok yaygındı. Gözeler halinde bölümlere ayrılmış ve bu gözeler, bir zamanlar özel, büyülü anlamlar taşıdığına inanılan belirli düzenlerdeki harf, şekil ya da sayılarla doldurulmuş kare matrislerdir. Önceleri dinsel simgelerin yerine geçen büyülü kareler, daha sonraları muska ya da falcılık aracı olarak kullanılmıştır. Günümüzde ise baştaki işlevlerini yitirerek ilgi çekici bir bulmaca oyuncağı durumuna gelmiştir. Bazı batılı matematikçiler büyülü karelerden, sayı kuramına ilişkin problemlerin çözümünde yararlanmaktadırlar.



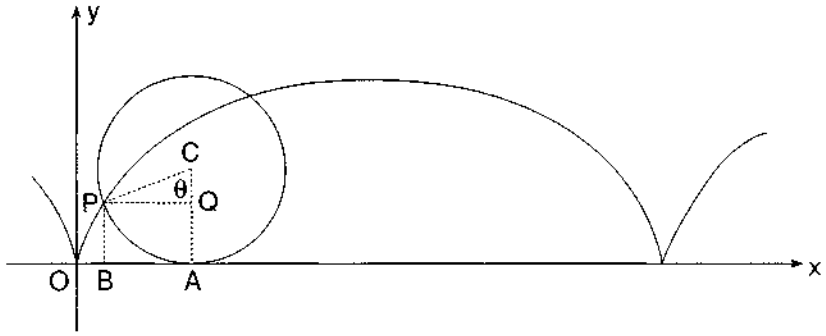
Dürer'in büyülü kareli resim çalışması.



Matematiksel bir perspektif.



Matematiksel olmayan bir perspektif.



Sikloit eğrisi.



Bu resim bir perspektif eliştirisidir. Evin üçüncü katında pencereden bakan bir kadın, elindeki mumla tepedeki adamın sigarısını yakmaktadır. Bu da matematiksel olmayan bir perspektiftir.

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

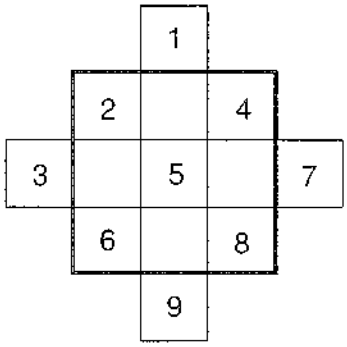
Sator arepo tenet opera rotas

Batıdaki en tanınmış harfli kare olan Sator karesi SATOR, AREPO, TENET, OPERA, ROTAS sözcüklerinden oluşur.

Bu anlamsız ifadenin gerek dikey, gerek yatay düzenlemesinde en ortada kalan TENET sözcüğü, saklı bir haçın iki kolunu gösterir. İ. S. birinci yüzyıldan kalma Pompei kalıntılarında örneklerine rastlanan Sator karesi, on dokuzuncu yüzyılda Avrupa ve Amerika'da yangın, hastalık ve öteki felaketlere karşı hala bir koruyucu simge olarak kullanılıyordu.

Öte yandan Çin'de, Arap dünyasında ve Hindistan'da, anayurdunun Çin olduğu sanılan daha çok sayılı büyülü karelere önem veriliyordu. Sayısal büyülü karelerde, gözelere yerleştirilen sayıların özel bir biçimde düzenlenmesiyle, her sıra sütun ve iki ana çapraz dizilişteki sayıların toplamının eşit ve sabit olması sağlanır. Belirli sayıda elemana sahip standart bir büyülü karede bulunabilecek sayılar, birden başlayıp elemen sayısının karesine kadar olan doğal sayılardır. Buna göre, üçlük bir büyülü kare birden dokuza kadar olan sayıları içerir. Eğer bu dokuz sayı üçer sıra ya da üçer sütun halinde ardışık halde yazılırsa, üçün doğal karesini verirler. Doğal karelerin büyülü özellikleri yoktur, ama çoğunlukla büyülü kareler yapımında ilk adım olarak bir doğal kare düzenlenir. Bu dokuz sayı 3 x 3 çevresine, toplamları on beş sabitini oluşturacak biçimde yerleştirilirse, üçün büyülü karesi bulunur.

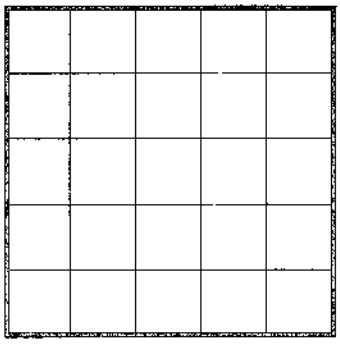
Teksayılı olan büyülü kareleri oluşturmak ufak bir kuralla kolaydır. Örneğin, 3, 5, 7, 9, 11, ... gibi tek sayılı büyülü kare yapmak için önce bu tek sayılı kare çizilerek bölmelere ayrılır. Her kenar üzerinde yanlardan birer kare atlayarak piramitler oluşturulur. Örneğin, 3x3 biçimindeki büyülü kare için, önce 3 x 3 karesi çizilerek bu kare dokuz tane alt bölmelere bölünür. Kenarlardan birer kare boş bırakılarak orta kare üzerine bir kare çizilir. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamları şekilde olduğu gibi yerleştirilir. Sonra, karenin



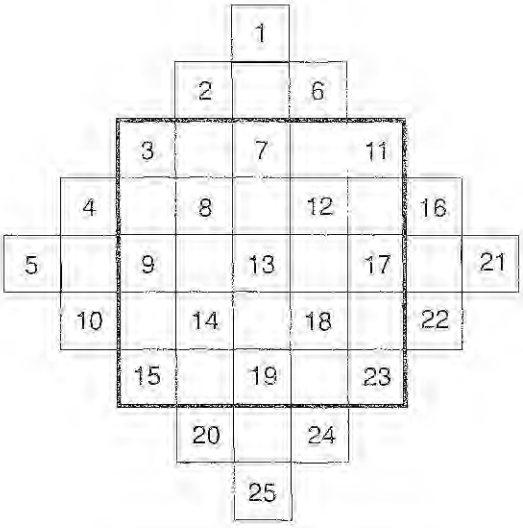
dışında bulunan sayılar kendisinden sonra üç kare sayılarak boş olan karenin içine yazılır. Böylece büyülü kare çizilmiş olunur. Buna göre, yatay, düşey karelerdeki ve köşegenlerdeki sayıların toplamı hep on beştir.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Şimdi de 5 x 5 biçimindeki büyülü kareyi oluşturalım. Önce 5 x 5 karesi çizilir ve yirmi beş alt bölmeli kareye bölünür. Sonra, kenarları üzerinde piramitler oluşturu-



lur. Şekilde görüldüğü gibi birden yirmi beşe kadar olan sayılar yazılır. Karenin dışında kalan sayılar kendisinden sonra gelen beşinci boş kareye yazılır. Böylece büyülü kare tamamlanır.



3	20	7	24	11
16	8	25	12	4
9	21	13	5	17
22	14	1	18	10
15	2	19	6	23

Teksayılı büyülü karelerin oluşturulması için bu biçimde oldukça kolay bir yöntem olmasına karşın çift sayılarla yapılan büyük kareler için bu kadar kolay yöntem yoktur.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

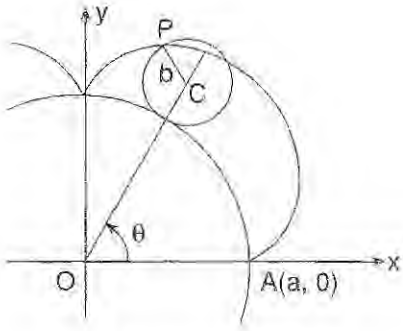
4 x 4 biçiminde bir büyülü kare.

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

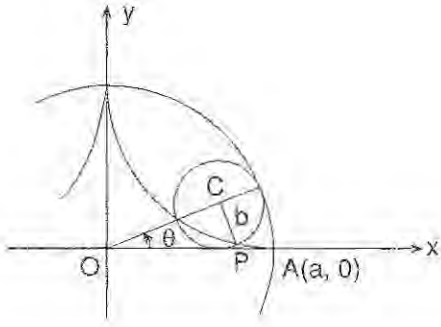
4 x 4 biçiminde bir büyülü kare.

19 9 25 15	15 9 25 19
19 25 9 15	15 25 9 19

Değişik bir büyülü kare.



Episikloit eğrisi.



Hiposikloit eğrisi.

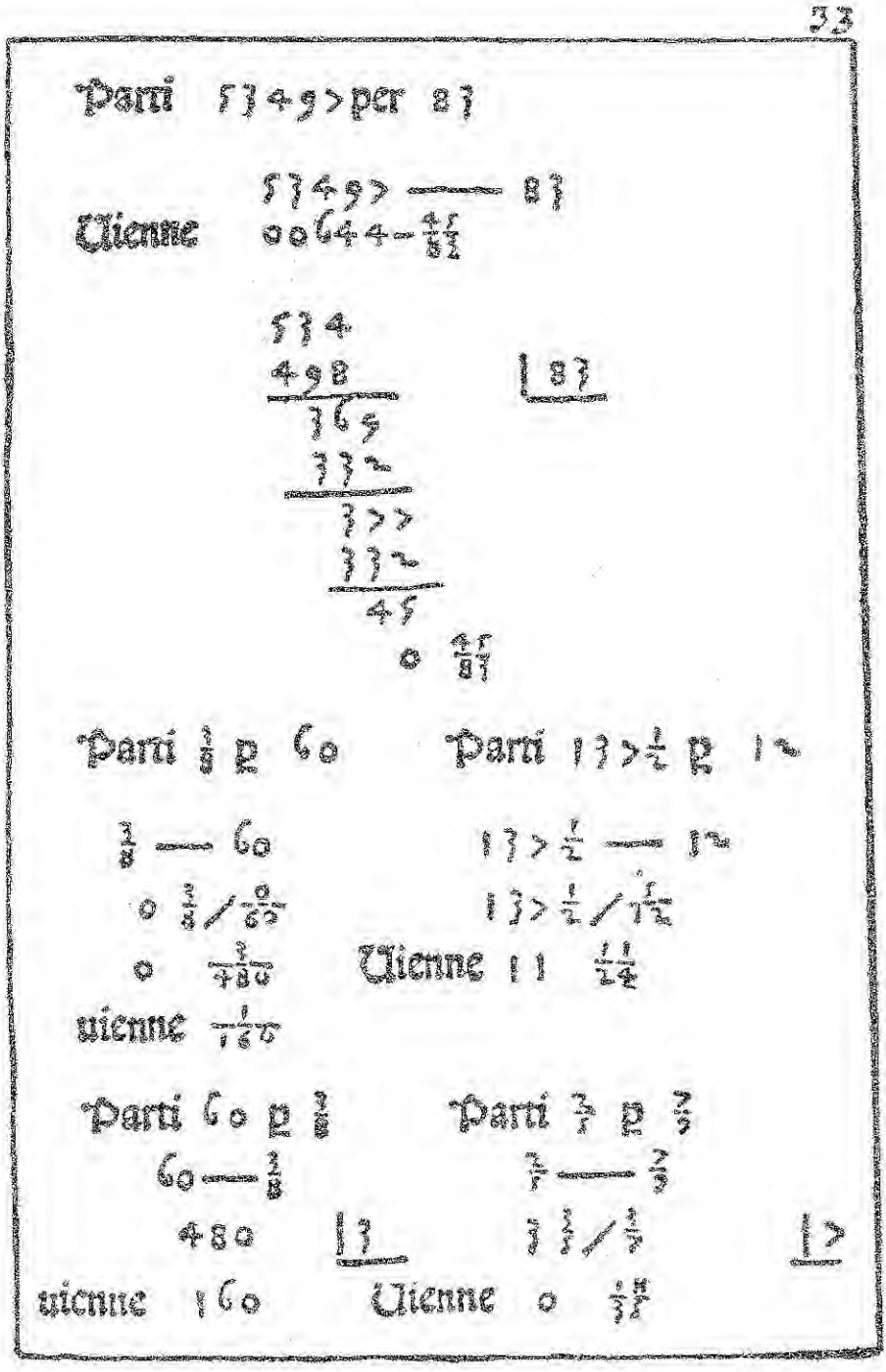
Sikloit eğrisinin paremetrik denklemi, x = a(t – sint) ve y = a(1 – cost) biçimindedir. Episikloit eğrisinin parametrik denklemi x = (a+ b)cost – bcos([a + b)/b]t) ve y = (a + b) – bsin ([(a + b)/b]t) şeklindedir. Hiposikloit eğrisinin parametrik denklemi de x = (a – b) cost + bcos([(a – b)/b]t) ve y = (a – b)sint – sin([(a – b)/b]t) biçimindedir. Geometrik olarak söylenirse, skiloit, bir çember kaymadan bir doğru üzerinde dönerse, bu çember üzerindeki noktanın çizdiği eğriye sikloit denir. Ayrıca, bir çember kaymadan sabit bir çember üzerinde dönerken bu dönen çember üzerindeki bir noktanın çizdiği eğriye episikloit ve dönen çember sabit çemberin içinde dönerse, çember üzerindeki noktanın çizdiği eğriye hiposikloit ismi verilir.

CALANDRİ (1491)

On beşinci yüzyılda İtlaya'da iyi gökbilimciler yetişti. Bunların başında matematikçi Giovanni Bianchini (1450) gelir. Paduva Üniversitesi'nde gökbilimi profesörü olan Bianchini, çok sayıda kitap yazmıştır. Bundan başka Giovanni Batista de Manfredonia (1450 - 1490) ve Domenico Maria Novara da Ferrara (1454 - 1504) gelir. Filippo Calandri'nin aritmetik kitabı 1491 yılında Floransa'da basıldı. Bugünkü modern olan uzun bölme işleminin ilk basılı olanı verilen bir örnekle İtalya'da bu kitapla basıldı. Bilindiği gibi ilk ve en eski bölme Mısır'da yapılmıştı.



Calandri'nin çalşmasından bir sayfa.



Calandri'nin aritmetik isimli kitabında basılan modern yolla yapılmış ilk baskılı bölme bu şekildedir. 1491 yılında Floransa'da basılan bu kitapta 53.497 sayısı 83 sayısıyla modern yolla bölünmektedir.

98

Eglie una torre che e alta 40 braccia e dap pie upassa uno fiume che e largho 30 braccia. uo sapere quanto sara lungha una fune che sia appicata alla riua del fiume e alla cima della torre

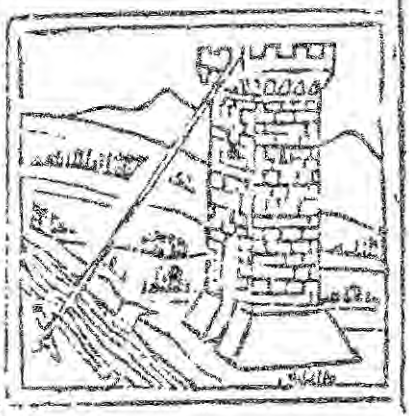
40 ——— 30

40 30

1600

900

laradice di 700 sara lunga 50 braccia



Eglie unalbero insu la riua dun fiume elqua le e alto 50 braccia el fiume e largho 30 braccia e per fortuna di uẽto siruppe unal luogo che lacima dellalbero toccaua lariua del fiume. Uo sapere quante braccia sene ruppe e quanto nerimase ritto

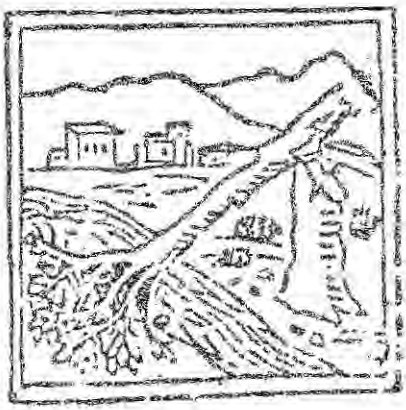
50 ——— 30

50 500 30

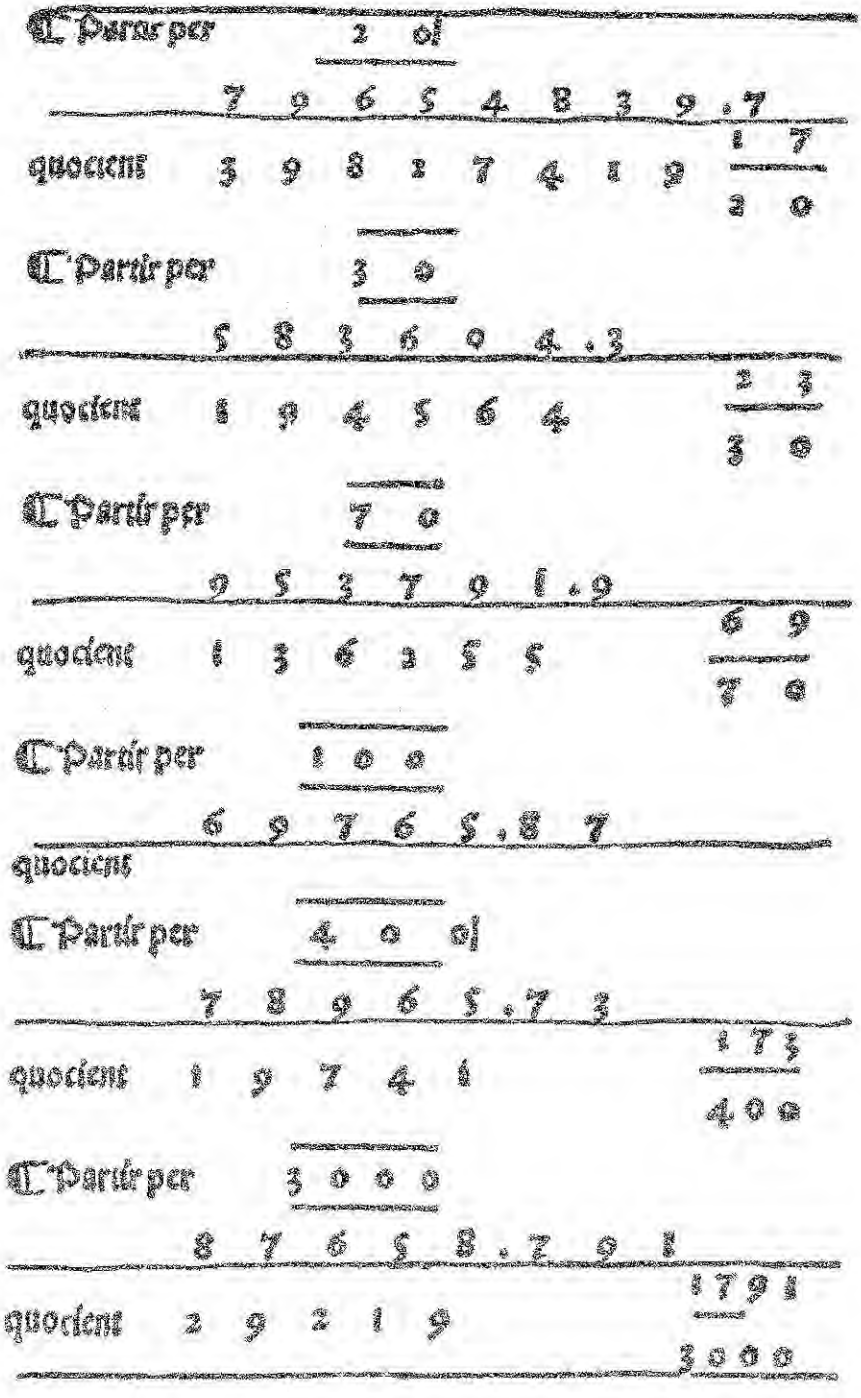
100 900

1600

rimase ritto 16 braccia e 34 braccia sene ruppe



Calandri'nin kitabının bir sayfası. Kırılan ağaç problemi ve Pisagor teoreminin uygulaması burada da görülmektedir.



Ondalık kesirlerin kullanılması.

Calandri'nin doğum ve ölüm tarihleri bilinmediği gibi yaşamı hakkında da hiç bir şey bilinmemektedir. 1500 yılında Siena'da doğan Giovanni Sfortunati'nin 1534 yılında yazdığı ve Venedik'te basılan Arithmetica isimli kitaba göre, Calandri'nin çok bilgili birisi olduğunu öğreniyoruz. Giovanni Sfortunati'nin bu kitabı, Nvovo Lvme Libro di Arithmetica ismiyle 1534 yılında Venedik'te basılmış bir ticari aritmetik kitabıdır. Çok sayıda baskıları yapılan bu kitap, dönemin İtalyasında en çok satılan kitapları arasında yer almıştır.

Fransa'nın Nice kentinde doğan Niceli Francesco Pellos ya da Pellizzati, 1492 yılında ticari aritmetik üzerine bir kitap yayınlamıştır. Ondalık kesirlerin kullanılması olan ilk baskı bu kitapta yer alır. Pellos'un bu kullanım şekli ondalık sayılarladır.

MAUROLİCO (1494 - 1575)

Francesco Maurolico, 16 Eylül 1494 günü İtalya'da Messina'da doğmuş bir matematikçi, gökbilimci ve fizikçidir.

Maurolico'nun isminin Maurolyco, Maruli, Marulli, Maurolicus, Mourolycus ya da Maurolycius biçimlerinde söylenişleri vardır. Antonio Maurolico'nun oğludur. Babası Milan'da para basılan yerde usta olarak çalışır. Annesi de Penuccia ya da Ranuccia'dır. Ailesi Yunanlıdır. Yunanistan'ı alan Türklerden kaçarak Sicilya adasına gelmişlerdir.

Maurolico, Yunancayı ve gökbilimini babasından çok iyi derecede öğrenmiştir. Önce papaz olmuş, daha sonra da Benedectine rahipliğine atanmıştır. Roma'ya ve Napoli'ye arada sırada gitmiş ve geçici olarak oralarda kalmasına karşın, onun tüm yaşamı Sicilya'da geçmiştir.

Maurolico'yu koruyanlar arasında Vegalı Giovanni ve Sicilyalı V. Charles de vardır. Çok sayıda ileri gelen ailelerin ve prenslerin çocuklarının matematik eğitimlerini üzerine almıştır. Böylece çok saygın bir çevre edinmiştir. Bu nedenle Messina'da çok sayıda görevlerde bulunmuştur. Sicilya'nın tarihini yazmakla da görevlendirilmiştir. Bu çalışması 1562 yılında basılmıştır. Messina Üniversitesi'nde matematik dersleri vermiş ve 1569 yılında bu üniversiteye matematik profesörü olarak atanmıştır.

Maurolico, tek başına yazdığı gökbilimi çalışmalarının birkaçı ancak basılmıştır. Bu basılanlar bile onun ne kadar değerli bir matematikçi olduğunu göstermeye yeter. Kendisi tarafından yazılan iki matematik kitabından başka, eski yazarlardan çeviriler, yorumlar, yeniden düzenlemeler ve bunların yayınlanmalarını da yapmıştır.

Küre üzerine olan çalışması İznikli Theodosius'un çalışmalarını da içine alır. Bu yapıt 1558 yılında Messina'da yayınlanmıştır. İskenderiyeli Menalaus'un çalışmalarını

da derleyerek yine 1558 yılında Messina'da bastırmıştır. Pitaneli Autolycus'un, Theodosius'un ve Euclides'in yapıtlarının bazılarını çevirerek kendi yorumlarıyla birlikte yayınlamıştır.

Maurolico'nun kitaplarından, daha sonra gelen matematikçiler çok yararlanmıştır. Çünkü onun yapıtlarının çoğu Yunan kökenli ve bazıları da yorumlardan oluşuyordu. 1558 ve 1591 yılında bastırdığı kitaplardan çok yararlanıldı. Trigonometrik tabloları ve matematik özetleri bastırdığı diğer bir kitabıydı. J. B. J. Delambre, sekant trigonometrik fonksiyonunun ilk kez onun kullandığını yazar ama bu sav doğru değildir. Çünkü, sekant Mezopotamya ve Mısır kökenlidir. Maurolico sekant fonksiyonunun sıfır derece ile kırk beş derece arasındaki sayısal değerlerini veren tabloyu yapmıştır. Fakat Kopernik bu konuda ondan daha öncedir.

Maurolico'nun Apollonius'un Konik isimli kitapları ve Archimedes'in çalışmalarını sırasıyla 1588 ile 1591 yılları arasında yayınlayarak matematikte çok büyük ve değerli görevler yapmıştır. Koniklerin V. ve VII. kitaplarını yeniden düzenlemiştir. Çünkü, Maurolicus döneminde koniklerin yalnız ilk dört kitabı biliniyordu. Yunanca asıllarından ve 1547 yılında tamir edilen kopyalarından V. kitabı düzenlemiştir. Bu kitap daha sonra 1659 yılında Vincento Viviani tarafından bastırılmıştır.

Maurolico, Archimedes'in kitaplarını düzenlemiş, bunlar daha sonra 1685 yılında Palermo'da ve 1670 ile 1672 yılları arasında Messina'da bastırılmışlardır. Maurolico'nun Evren Bilimi üzerine yazdığı kitabı 1543 yılında Venedik'te ve Matematik Kitabı 1575 yılında yine Venedikte basılmıştır. Derlediği sekiz kitabı da 1575 yılında Vendikte, 1611 yılında Napoli'de ve 1613 yılında Messina'da basılmışlardır. Bunların dışında çok sayıda makaleler de yazmıştır. Bu çalışmalar Bibliotheque Nationale'de ve Paris'te koruma altına alınmıştır. Bu yapıtlar Federico Napoli tarafından 1876 yılında yayınlanmıştır. Bu yayınlar arasında Vegalı Giovanni ile yaptığı çalışmalar ile kendisinin 1555 yılında yazdığı I. ve II. ciltler halindeki Cebir kitapları da vardır. Parabol ile ilgili kitabı 1565 tarihlidir.

Napoli tarafından derlenen kitapları cebirsel problemler üzerinedir. İkinci derece denklemlerinin çözümleri, Geometrisinde de trigonometri konuları ile katı cisimlerin hacimleri üzerine olan problemlerden oluşur. Geometri kitabının içinde Jeodezi konuları da vardır. Bu konularla Yerküresi üzerindeki ölçümlerde yeni yöntemler geliştirilmiştir. Örneğin, Jean Picard (1669 - 1671) meridyen yaylarının uzunluğunu bu yöntemlerle hesaplamıştır. Maurolico'nun Parabol isimli kitabında geçen parabolik eğriler mekanikte kullanılmıştır. Archimedes'in parabol kesmesinin alanı ile paraboloidin hacminin bulunması ve ağırlık merkezinin hesaplanmaları çok önemlidir.

Maurolico'nun matematik çalışmaları Opuscula Mathematica ismiyle derlenmiştir. Birinci cilt daha çok giriş türündedir. İkinci cilt aritmetik üzerinedir. Diğer ciltler sayılar, sayıların türleri, sayılar kuramı, asal, arkadaş, üçgensel ve poligonal sayılar şeklinde

devam eder. Diophantus matematiği tam olarak işlenir. Her kusursuz sayı bir hekzagonal sayıdır ve bunun sonucu olarak üçgensel bir sayıdır. Tek sayılar, çift sayılar ve bileşik sayılarla, Gerasalı Nicomachus'un, İamblichus'un, Boethius'un ve diğerlerinin yaptıkları bu kitaplarda sıralanarak incelenir.

Kitap tarih sırasına göre matematik bilgilerini içerir. Koniklerin incelenmesi uzun bir yer alır. Euclides'in kitapları kusursuz verilir. J. H. T. Müller ve Moritz Cantor, Maurolico'nun yapıtlarından çok yararlanmıştır. Roma'da bulunan Geometri Problemleri'nin ayrı bir önemi vardır.

Maurolico'nun gökbilimi üzerine olan çalışmalarında Kopernik'i eleştirir. Bu konuda yazdığı ikinci kitabında gökbilimi araçlarını ve bu araçların çalışma ilkelerini belirtir ve bu araçların tarihi hakkında bilgiler verir. Bu konuları içeren kitabı 1546 yılında Venedik'te basılmıştır. 1572 yılında Cassiopeia denen koltuk takım yıldızını gözlemlemiştir. Maurolico'nun derlediği bu bilgiler 1581 yılında Roma'da Clavius tarafından basılmıştır. Yine Maurolico'ya ait bazı çalışmalar 1960 yılında bulunmuş ve C. Doris Helman tarafından Nopoli'de basılmıştır.

Bayan Doris'in bulduğu bu bilgiler, Maurolico'nun 6 Kasım 1572 tarihli gözlemlerinin, kayıtlarının ve hesaplamalarının sonuçlarıdır.

Maurolico, ışık konusunda da önemli çalışmalar yapmıştır. Bu konuda yazdığı üç cilt kitabı vardır. Gökkuşağı, görmenin kuramı, mercekler, dioptri, aynalarda kırılma ve yansımalar, ışık kaynakları, fotometre ve ışığın kırılması konuları Maurolico tarafında da incelenmiştir. Işığın kırılması Leonardo da Vinci tarafından da incelenmiştir ama yayınlanmamıştır.

Yalnız, optik konusu çok daha önce Heysem (965 - 1039) tarafından incelenmişti. Fakat bu konu tam olarak Rönesansta incelenmiştir. Müzik konusunda da çalışmaları olan Maurolico'nun mekanik ve magnetizma üzerine olan çalışması 1613 yılında basılmıştır. Jeodezi ve coğrafya konuları ile Sicilya'nın haritası 1541 yılında çizilmiştir. 1575 yılında da basılmıştır. Sicilya'nın balıkları üzerine olan çalışması 1 Mart 1543 günü basılmıştır. Bu yapıt 1807 yılında yeniden basılmıştır. Etna yanardağı 4 Mayıs 1546 günü lav püskürmüştür. 1862 yılında bu olay tekrar etmiştir.

Meteoroloji ile de ilgilenen Maurolico, 21 ya da 22 Temmuz 1575 günü Messina yakınlarında ölmüştür.

TARTAGLİA (1499 - 1557)

Gerçek ismi Niccolo Fontana olan Tartaglia, bir İtalyan matematikçisidir. 1499 yılında Brescia'da doğmuştur. Savaşta yaralanmasından kekeme olan Tartaglia, bu tür pepeliği yaşamı boyunca devam etmiş ve kendisini çevresine karşı çok mahcup etmiştir. Tartaglia soyadı ona kekeme olmasından kalmıştır.

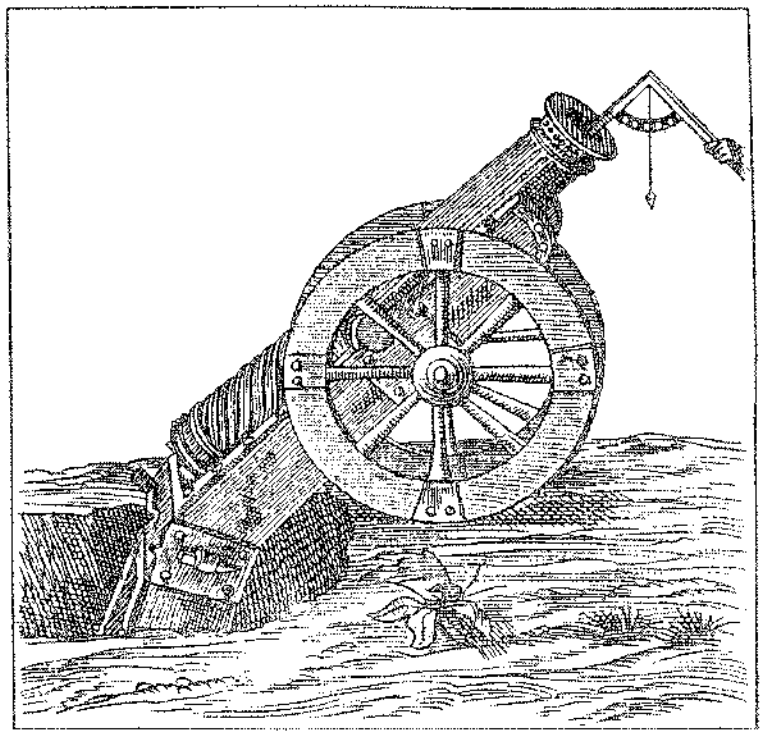
1512 yılında Fransızlarla İtalyanlar arasındaki savaş tüm hızıyla devam ediyordu. Sonunda Fransızlar üstün geldi ve Fransız orduları Brescia kentine girdiler ve şehiri kuşattılar. Halkın büyük bir çoğunluğu korkudan kiliseye sığındı. Şehirdeki halkın büyük çoğunluğu şehiri kuşatan askerler tarafından kılıçtan geçirilerek öldürüldü. Tartaglia'nın babası, Brescia kentinde bir postacıydı. O da bu katliamdan kurtulamadı ve öldürüldü. Küçük Tartaglia kafasının üç yerinden kılıçla yaralanmış, çenesinden ve



Nicolo Tartaglia.

damağından yediği kılıç darbeleriyle kanlar içinde öldüğü sanılarak bırakılmıştı. Askerler çekildikten sonra annesi öldü diye bırakılan Tartaglia'yı yaralar ve kanlar içinde kiliseye kaçırdı. Oldukça yiğit ve cesaretli olan annesi, oğlu gibi tüm yaralıları ve yaşayanları kiliseye taşıdı. Yardıma ihtiyacı olanlara ve yaralılara yardım etti. Yaralarını sardı ve ilaçlar taşıdı. Fakat, oğlu Tartaglia'nın çenesinden ve damağından aldığı kılıç yaralarının iyileşmesi çok uzun sürdü. Yaraları çok derindi. Yaraların daha sonra iyileşmesine karşın çocuğun konuşmasını engellediğinden pepe oldu ve düzgün olarak konuşamadı. Bundan dolayı soyadı pepe veya kekeme anlamına gelen Tartaglia oldu. Yaşamı boyunca konuşma güçlüğü çeken Niccolo, İtalyancada kekeme anlamına gelen Tartaglia takma ismini benimsedi ve yapıtlarında hep bu ismi kullandı.

Annesi, Tartaglia'nın okul giderlerine ancak on beş gün dayanabildi. Oldukça fakirlerdi. Buna bir de savaşın getirdiği kıtlık eklendi. Oğlunun okuyup yazması için gerekli kitabı annesi çalarak elde etti. Fakat bir defter bulamadı ve satın da alamadı. Annesinin mezarlıktan söktüğü düzgün taşların yüzeylerine yazılarını yazarak ancak öğreniyordu. Buna bir yerde zorunluydu. Büyük ölçüde kendi kendisini yetiştirerek matematik alanında derinleşti. Yaşamına Verona ve Montava'da dersler vererek başladı. Bu okullarda kısa bir zamanda ünlü oldu. 1534 yılında yaşadığı yer olan Venedik'te matematik profesörü olarak atandı ve matematik dersleri vermeye başladı. Antonio de Fiore (veya Flo-



Tartaglia'nın matematiği savaş araçlarına uygulaması görülüyor.



Jerome Cardan.

rido) tarafından yarışmaya çağrılması onun ününü daha da arttırdı.

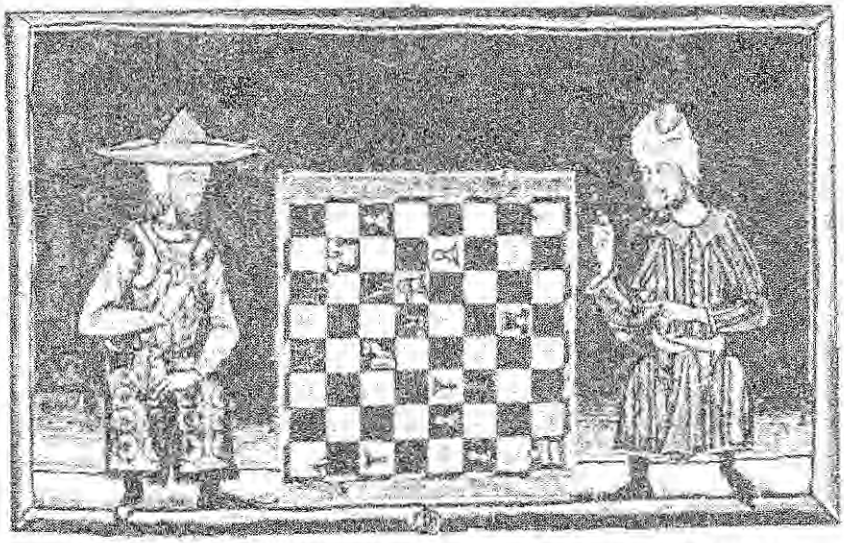
İçinde basit bir x terimi bulunmayan $x^3 + px^2 = n$ biçimindeki üçüncü dereceden denklemin çözümünü bulduğunu açıklaması üzerine Bolognalı matematik profesörü Scipione del Ferro'nun (1465 - 1526) öğrencilerinden biri olan Antonio Maria Fior, Tartaglia'ya meydan okuyarak onu kamuoyu önünde bir matematik yarışmasına çağırdı. Del Ferro, içinde herhangi bir basit x^2 terimi bulunmayan $x^3 + mx + n = 0$ biçimindeki denklemin çözümünü bulmuş, çözümünü gizli tuttuğu bu buluşunu ölmeden önce öğrencisi Fiore'a açıklamıştı. Denklemin çözümü Fiore'un bildiğini öğrenen Tartaglia denklemin çözümü üzerinde çalışmaya koyuldu ve başarılı oldu.

Fiore, Tartaglia'nın üçüncü derece denklemleri çözmede başarılı olduğunu daha önce duymuştu. $x^3 + qx = r$ şeklindeki üçüncü derece denkleminin çözümü Avrupa'da henüz bilinmiyordu. Ferro bu denklemi büyük bir olasılıkla Ömer hayyam'ın veya Harizmi'nin kitaplarında gördü. Tartaglia, $x^3 + px^2 = r$ türündeki denklemleri de çözdüğünü söyler ve bunları 1530 yılında Colla'ya sözünü etmiştir. Fiore'a göre Tartaglia bir sahte-

kardır. Bu nedenle onu yarışmaya çağırarak meydan okur. Bir noter aracılığıyla karşılaşma düzenlenir. Her yarışmacı birbirlerine otuz günde çözülmek üzere otuzar soru sorarlar. Tartaglia, Fiore tarafından sorulan soruların tümünü iki saat içinde çözdüğü halde, Fiore hiç bir soruya yanıt veremez. Çünkü, Fiore'un sorduğu sorular $x^3 + qx = r$ türündeydi ve Tartaglia bu tür üçüncü derece denklemlerinin çözümünü biliyordu. Oysa, Tartaglia'nın sorduğu sorular $x^3 + px^2 = r$ türündeydi. Yarışmanın kahramanı Tartaglia olmuştu.

Tartaglia'nın belli başlı eserleri şunlardır:

I. Nova Scienza, 1537 yılında yayınlandı. Konusu, yerçekimi altında cisimlerin serbest düşmesi, eğik atışlar, eğik atışlarda maksimum yükseklik, en uzağa düşmesi için atıştaki eğim açısının kırk beş derece olması konularını içerir.



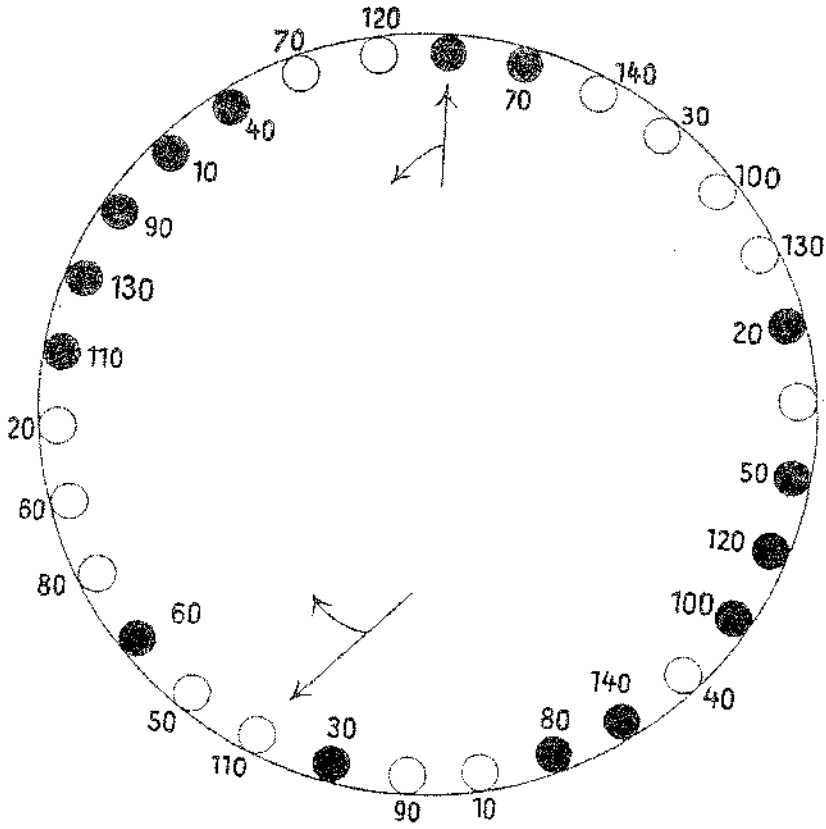
Kıral ve gezginci arasında geçen satranç tahtası ve geometrik seri problemi.

Tartaglia'nın topçuluk konusunda 1537 yılında yayınlanan Yeni Bilim isimli yapıtı, serbest olarak düşen cisimlere ilişkin yasaların belirlenmesine yönelik öncü çalışmalarından biridir. Milano'da hekim ve öğretim üyesi olarak çalışan Gerolamo Cardano, Tartaglia'nın kitabının yayınlanması üzerine Tartaglia'dan üçüncü dereceden denklemin çözüm yöntemini de yayınlamasını istedi. Bu öneriyi daha önce geri çeviren Tartaglia, sonradan İspanyol ordusuna topçuluk danışmanı olmayı umarak çözüm yöntemini, bunu bir sır olarak saklayacağına söz veren Cardano'ya anlattı. Cardano ise çözümü ve yöntemi 1545 yılında Ars Magna (Büyük Sanat) isimli yapıtında yayınladı. Tartaglia, ertesi yıl yayınladığı, yani 1546 yılında Çeşitli Sorular ve Buluşlar isimli kitabında Cardano'yu sözünü tutmamakla suçlayarak şiddetle eleştirdi. Tartaglia ile Cardano'nun öğrencisi Lodovico Ferrari arasında meydan okuma biçiminde alınıp verilen karşılıklı

altı yazıdan sonra iki matematikçi 10 Ağustos 1548 günü Milano'da halka açık olarak yapılan bir tartışmada karşı karşıya geldiler. Ferrari bu tartışmanın galibi ilan edildi. Bunun üzerine Brescia'daki öğretmenlik görevine son verilen Tartaglia, Venedik'e döndü. En tanınmış yapıtı olan, 1556 ile 1560 yılları arasında yazılan Sayılar ve Ölçüler Üzerine Genel İnceleme isimli üç ciltlik temel matematiğe ilişkin ansikpoledik türdeki yapıtını yayınladı. Tartaglia, Euclides ve Archimedes'ten çeviriler de yayınlamıştır.

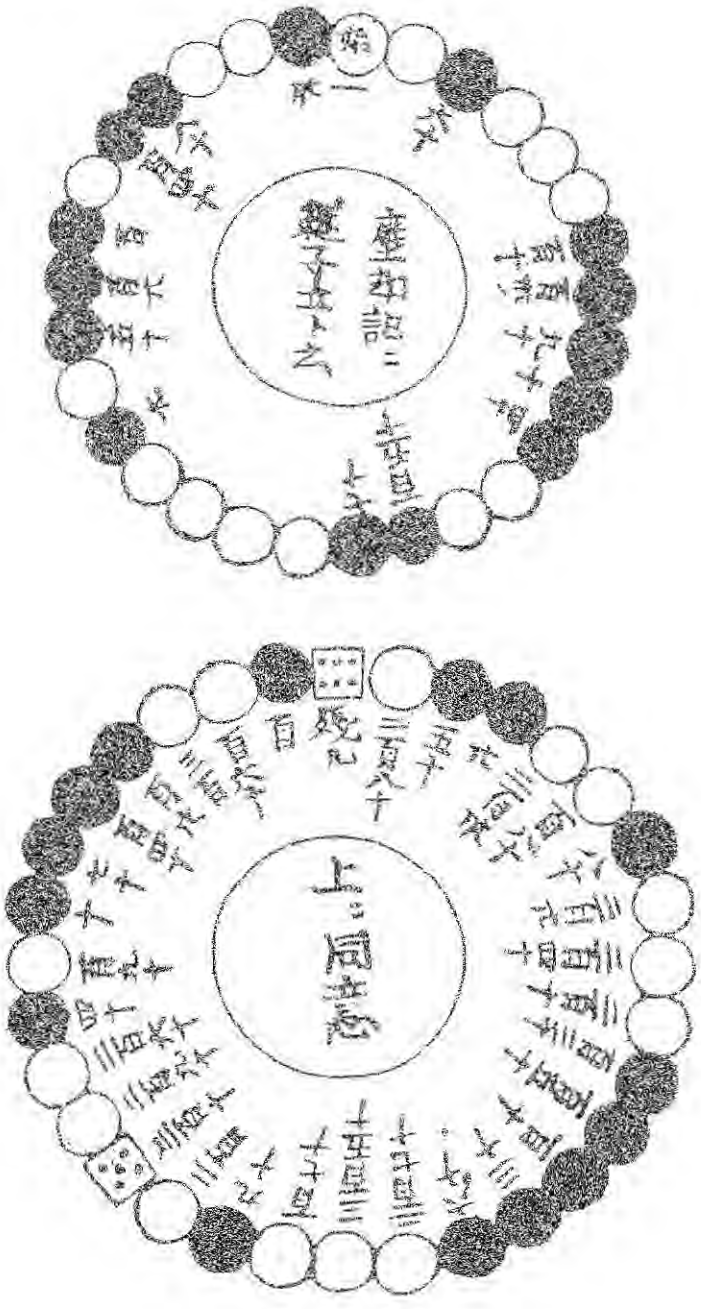
ii. İnventioni isimli yapıtı 1546 yılında yayınlandı. Onun bu eseri daha çok kübik denklemin çözümüyle ilgilidir.

iii. Trattato de Numeri et Misuri isimli yapıtı da 1556 yılında yayınlandı. Bu eser daha çok aritmetik işlemler içeriyordu. Sayılar üzerindeki bilimsel eseri de 1560 yılında yayınlandı. Aritmetik üçgenle $(1 + x)^n$ ifadesinin açılımında x teriminin katsayılarının nasıl bulunacağını anlatır. Bunu n = 2, 3, 4, 5 veya 6 olduğunda $(1 + x)^{n-1}$ açılımını kullanarak elde etti. Tartaglia'nın çalışmalarının tümü tek bir cilt olarak 1606 yılında yeniden basıldı.



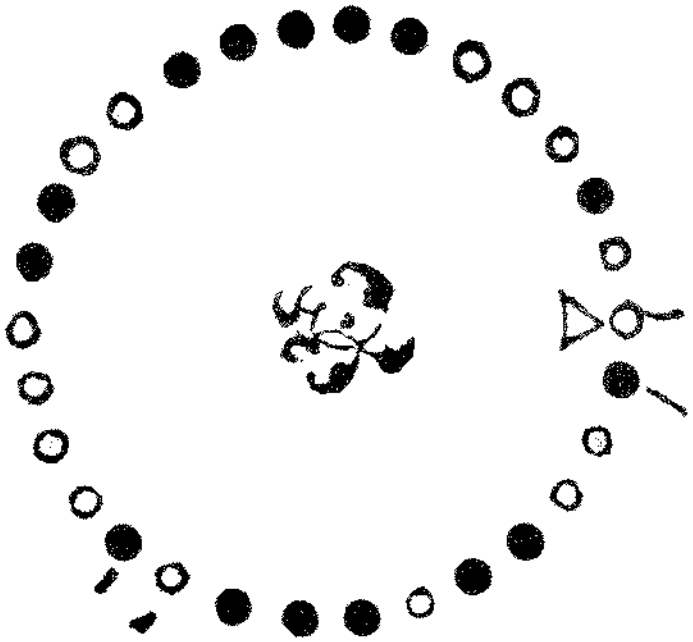
Türk ve Hıristiyan probleminin çözümü.

Tartaglia, yine doğu kökenli olan, ismine Pascal üçgeni denen hesapları aynen batıda kullanmıştır.



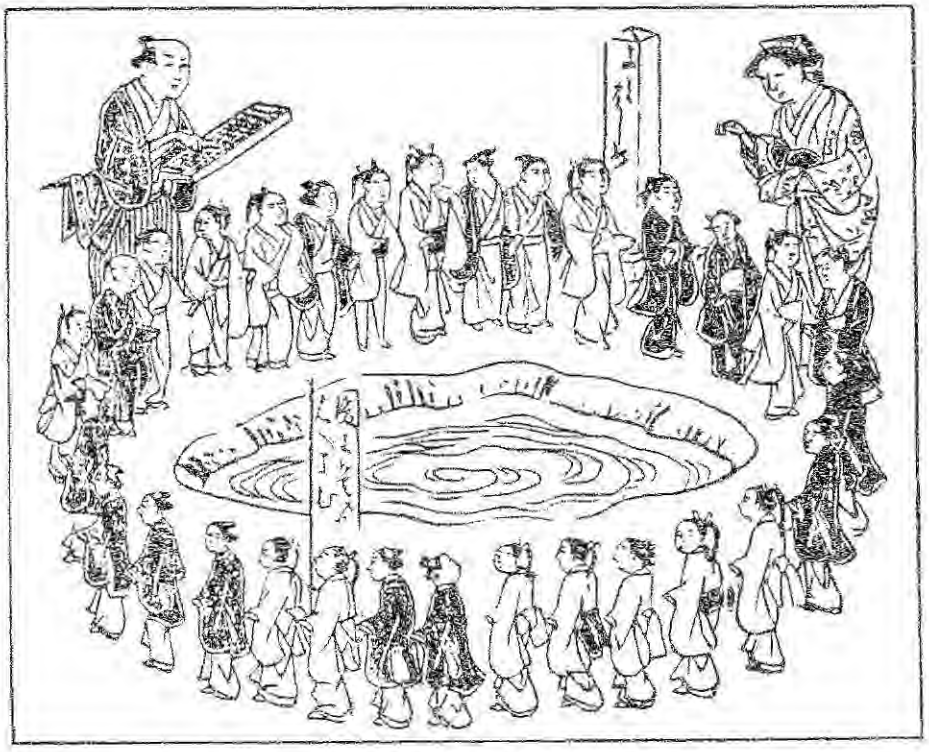
Çin'de Türk-Hıristiyan problemi.

Tartaglia'nın kitaplarında eski ve doğu kökenli çok sayıda problem vardır. Atını nallatan gezginci, Türk-Hıristiyan problemi, nehirden geçecek olan çiftler gibi çok sayıda ilginç problemler yazılarak çözülmüştür. Özellikle Türk-Hıristiyan problemi, Japon, Çin, Hint ve Türk kaynaklarında görülür. Bu problem şöyledir. On beş Türk ve on beş Hıristiyan bir gemide yolculuk yaparlar. Denizde birden fırtınalar kopar ve dalgalar gemiyi dövmeye başlar. Ardı ardına gelen dalgalar geminin içini suyla doldurmaktadır. Batma tehlikesini gören gemi kaptanı yolcuları etrafına dairesel bir şekilde oturtturur. Geminin batmaması için on beş yolcunun denize atılması gerektiğini söyler. İçlerinden denize atılacakları seçmek için belli bir noktadan başlayacak ve her dokuzuncu kişi denize atılacaktır. Kaptan yolcuları hangi sırada dizmelidir ki hiç bir Türk yolcu denize atılmasın? Bu problem Japonlarda ve Çinlilerde Josephus problemi olarak geçer.



Türk ve Hıristiyan problemi.

Satrançа meraklı bir padişaha misafir olan gezginci şöyle bir öneri ile gelir. "Eğer satrançta beni yenerseniz atımın heybelerinde bulunan tüm altınları alırsınız. Eğer ben yenersem, satrancın birinci karesine 1 buğday tanesi, ikinci karesine bunun iki katı olan 2 buğday tanesi, üçüncü karesine bunun iki katı olan 4 buğday tanesi koyarak satranç tahtası bu şekilde dolduracak kadar buğday alırım" önerisini getirir. Bu öneriye aklı hemen yatan padişah satranca oturur ve yenilir. Hesap yapılınca ülkesinde yetişen tüm buğdayların yetmediğini görür. Bu problem, o dönemlerde çok değişik sözcükler ve olaylarla anlatılmıştır. Problemin temeli bir geometrik serinin toplamına varır.



Japonya'da Türk-Hıristiyan problemi.

Atını nallatmak isteyen gezginci problemi de şöyledir: Bir gezginci atını nallatmak için nalbanta gider. Kurnaz ve akıllı nalbant gezginciye şöyle bir öneri getirir. "Atınızın ayağına birinci çivi için 1 lira, ikinci çivi için bunun iki katı olan 2 lira, üçüncü çivi için bunun iki katı olacak şekilde para alırım. Nallar da benden sana hediye olsun" diye söyler. Bu hesaba aklı hemen yatan gezginci pazarlığı kabul eder ve atını nallattırır. Sonunda ödeyeceği parayı görünce şaşırır. Buna benzer bir geometrik dizi problemi de şöyledir. Bir milimetre kalınlığındaki kağıdı elli kez katlayınca kalınlığı ne olur? Bu da, geometrik dizide n. terimi bulma problemidir.

Tartaglia'nın çalışmaları, İtalyan'ının ilk matematiğinin tarihi gelişimi yönünden de iyi bilgiler verir. Bunların içinde günlük ticaret hesaplarından tutunuz da özel alıştırma şeklinde ilginç problemler de vardır. Bilmece türünde çok sayıda problem düzenlenmiştir. Bunların kökeni ya çok eski, ya da doğu kökenlidir. Bu problemlerin Avrupa'ya ilk kez tanıtılması yönüyle Tartaglia bu görevini çok iyi yapmıştır.

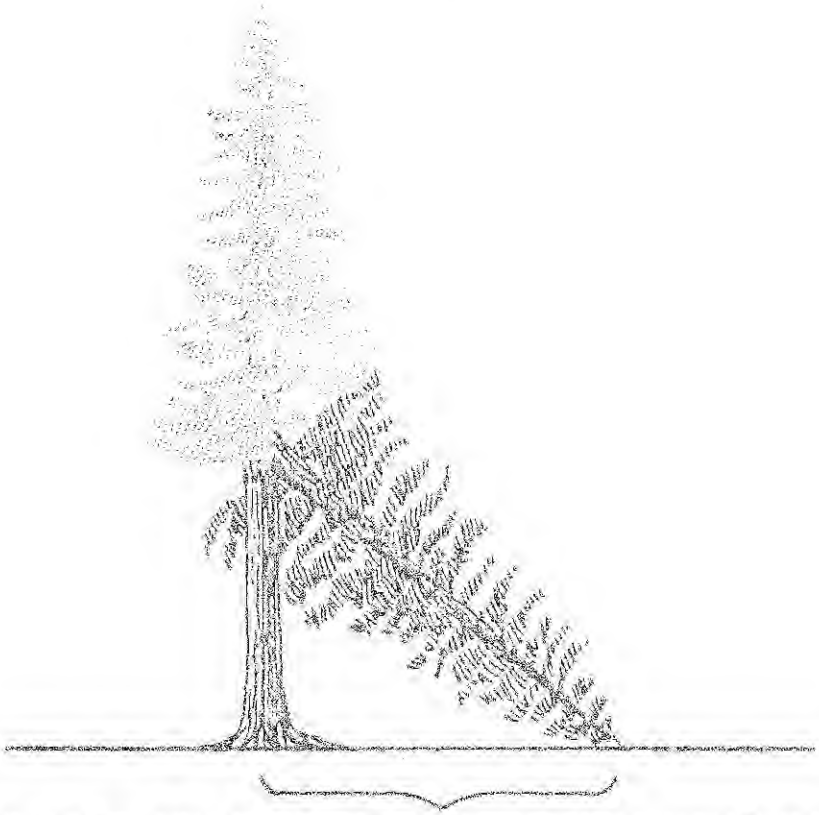
Oldukça düşündürücü bir problem de şöyledir: Üç tane güzel bayan ve yakışıklı üç tane genç kocası bir partiye gideceklerdir. İki kişiden fazla insan taşımayan bir kayıkla karşı kıyıya geçeceklerdir. Hanımlarını birbirlerine güvenmeyen bu erkekler herhangi bir utanç verici duruma düşmeden karşı kıyıya nasıl geçeceklerdir?



Atı nallatma problemi.

Buna benzer bir problem de şu biçimde yazılmıştır. Bir çobanın yanında bir kuzusu, bir kurdu ve bir balya otu vardır. Kurt, kuzuyu; kuzu da otu yiyebilir şeklinde düşünüldüğünde, yalnız ikisini alan bir kayıkla bu üçünü karşı kıyıya kayıkla nasıl geçirebilirsiniz?

Tartaglia'nın kitaplarında bu ve buna benzer problemlerin yanı sıra, sayısal hesaplamalar, kök bulma ve fizikteki problemler üzerine çalışmaları da vardır. Ayrıca, Euclides'in ve Archimedes'in yapıtlarını İtalyancaya çevirmekle büyük bir görev daha yapmıştır. Onun bu eserleri çevirisi, klasik matematiğin İtalya'da tanınmasına çok yardım etmiştir.

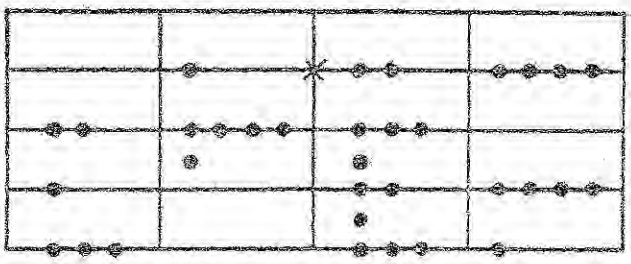


Yine doğu kökenli olan ve ismine kırılan bambu ağacı problemi denen problem de Tartaglia'nın kitaplarında yer alır. Bunun gibi daha çok sayıda ilginç ve öyküllü problemler vardır.

Tartaglia ile Fiore arasındaki yarışmadan sonra, kurnaz Cardano, Tartaglia'nın üçüncü dereceden genel denklemleri nasıl çözdüğünü öğrenmek ister. Yine Tartaglia'nın sözlerine göre, çözüm yöntemini hiç kimseye söylememeye yemin eden Cardano, bu konuşmadan on beş yıl sonra Tartaglia'dan söz etmeden, çözümü yayınlar.

Tartaglia, Cardano'yu silahlı bir düelloya çağırarak meydan okur ama ortalıkta Cardano görülmez. Şüphesiz, bu söylenenlerin tümü sözde kalmış şeylerdir. Yazılı ve şahitli bir kanıt olmadığından gerçeğin bulunması da oldukça güçleşmektedir. Cardano da bu konuda söz etmemektedir. Olay her nasıl olmuşsa olmuş, Cardano üçüncü ve dördüncü derece genel denklemlerinin çözümlerini Ars Magna isimli yapıtında yayınlamıştır. Zaten önemli olan da bu çözümlerdi. Öykü yanı bu çözümlerin yanında değersiz kalır.

Tartaglia, sıradan bir matematikçi değildi. Balistik biliminin de kurucusu olarak kabul edilir. Çok sayıda eserleri olan Tartaglia, 13 Aralık 1557 günü Venedik Cumhuriyeti'nde ölmüştür.



(213 + 1450 + 2378 = 4041)



Cardan.

CARDANO (1501 - 1576)

Latince ismi Cardanus Hieronimus olan Geronimo veya Girolamo Cardano, 24 Eylül 1501 günü İtalya'da Pavia kentinde doğdu. Fransızların Cardan dedikleri ünlü İtalyan bilgini ve düşünürü tüm bilimlerin tarihinde ismi geçer. Cardano doktor, doğacı ve matematikçi olarak da önemli bir düşünürdür. Yaşamı boyunca yirmi iki cilt eser yazmıştır.

Bir İtalyan matematikçisi olan Cardano, üçüncü ve dördüncü dereceden olan denklemlerin çözümlerini verdiği formüllerle tanınır. Cardano aynı zamanda fizikçi, fenbilimci, düşünür, astrolog, doktor, yalancı, kumarbaz, papalıktan maaş almış bir dinsiz, bazen fakir, bazen zengin, bazen aşağılanan, bazen yüceltilen bir insandır. Leibniz, Cardano için şöyle söyler. "Tüm kusurlarına karşın, Cardano gerçekten büyük bir adamdı. Kusurları da olmasa eşsiz bir kişi olurdu."



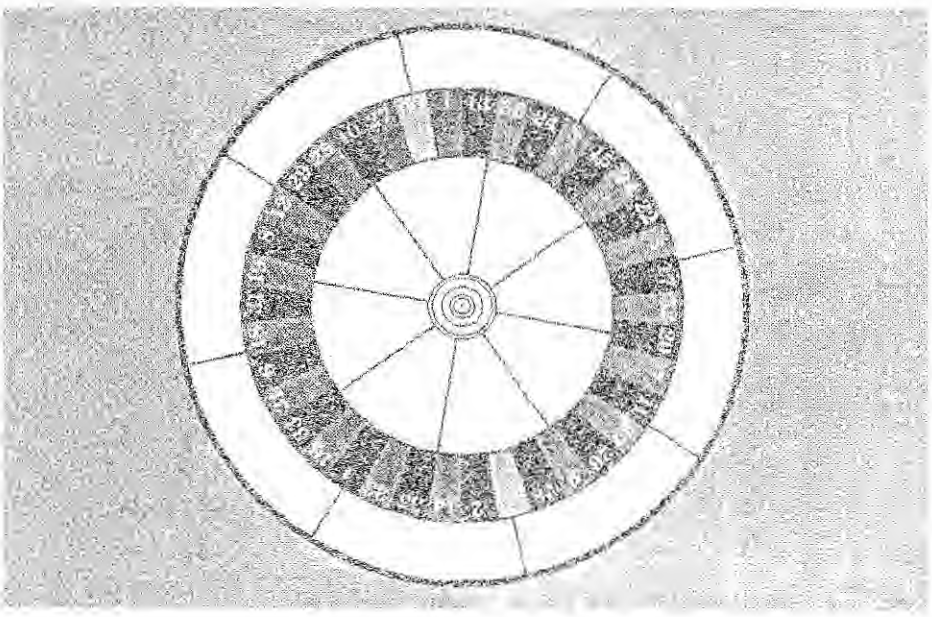
Jerome Cardano.

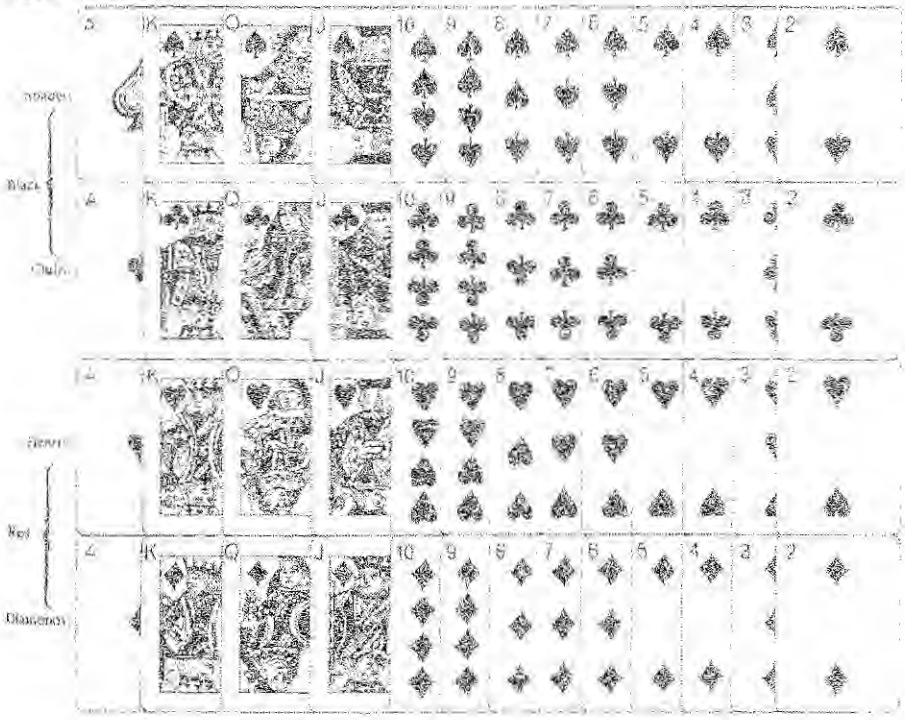


Jerome Cardano.

Bir hukukçunun yasadışı oğlu olarak dünyaya gelmiştir. Pavia'da doğmuş, Paduva Üniversitesi'nde tıp öğrenimi gördükten sonra Milano yakınlarındaki bir kasabada doktorluğa başlamıştır. Önceleri, yasadışı doğumu gerekçe gösterilerek doktorlar odasına kabul edilmemiştir. Bu davranışa kızan Cardano, doktorların meslek kurallarına uymayan davranışlarını anlatan bir kitap yayınlamıştır. 1539 yılında Milano doktorlar odası eski kararı değiştirerek onu üyeliğe kabul etmiştir.

Babası, tanınmış bir matematikçi ve hukukçu olan Cardano, öğrenilmesi gereken ilk bilgileri babasından aldı. Annesi, babasının bir metresiydi. Bu nedenle Cardano'yu babası büyütmüştür. Kendisi Pavia Üniversitesi'nde tıp öğrenimi yaptı. İki yıl bu üniversitede dersleri izledi. Bu iki yılın sonunda Euclides'in "Öğeler" isimli matematik kitabını orada okudu ve açıkladı. 1524 ve 1525 yıllarında Paduva'da doktorluk doktarısını, hem de edebiyat öğretmenliği hakkını aldı. Doktorlukla geçinemediği için, babasının karşı çıkmasına karşın, bu işi bırakarak matematik öğrendi. 1534 yılında Milano'da matematik dersleri verdi. Burada profesörlüğü kadar doktorluğuyla da ün kazandı.




A DECK OF 52 CARDS
Spades
Black
Clubs
Hearts
Red
Diamonds



Cardan.

Saint Andrews'ün başpiskopusunu tedavi için İskoçya'ya götürüldü. Papazın astım hastalığının yattığı kuştüyü yatağından ileri geldiğini hemen gördü ve anladı. O yatakta yatmasını yasakladı. Papaz da hemen iyi oldu.

1534 yılında gittiği Milano'da matematik dalında öğretim üyesi olana değin büyük bir yoksulluk içinde yaşadı. 1539 yılında tıp fakültesine kabul edildi. Kısa bir süre sonra bu okulun rektörü oldu. Doktor olarak ünü Avrupa'ya hızla yayıldı. Avrupa'nın birçok kıral ve kıraliçeleri tarafından aranılır oldu. Bağımsızlığına verdiği önemden dolayı saray doktoru olmayı kabul etmedi. 1543 yılında Pavia'da tıp profesörü oldu.

Cardano, döneminin en önde gelen bir matematikçisiydi. 1539 yılında aritmetik konusunda verdiği matematik konferanslarını toplayan iki kitap yayınladı. Şans oyunları üzerine yazdığı kitapsa, Pascal ve Fermat'tan yüzyıl önce, ilk sistematik olasılık hesaplarını ortaya koyuyordu. Cardano'nun halk arasındaki ününü büyük ölçüde bilimsel ve felsefi sorunlar üzerindeki kitaplarına, özellikle de aralarına küçük öyküler sıkıştırdığı fiziksel deneyler ve buluşlar olan bir derlemesine borçludur. 1562 yılında Bologna'da da profesör oldu. Ölümünden önce kendi yaşamını anlatan bir kitabı tamamladı.



Cardano

İlk matematik kitabını 1539 yılında yayınlayan Cardano'yu bilim dünyasında üne kavuşturan asıl eseri, 1545 yılında yayınladığı Ars Magna'dır. Cebir alanında tarihsel ve bilimsel önemi olan bu kitapta üçüncü ve dördüncü dereceden denklemlerin köklerinin bulunması yöntemleri ilk kez verilmiştir. Bu yapıtın önemi, yalnızca bilime yaptığı büyük katkıdan kaynaklanmaz. Bu katkı yanında, bilgiyi üreten bilginlerin tutkularını da belgelemek gibi bir işlevi vardır. Bilim adamlarının bu tür tutkuları çoğunlukla bilime yararlı olmuştur. İnsanlığa tutkuyla, bencillikle ve belki de yüzsüzlükle sunulan bu bulgulardan ilki Nicolo Tartaglia'nın, ikincisi ise Ludovico Ferrari'nindir. Tartaglia, Jerome Cardano'nun çağdaşı bir matematikçi, Ferrari ise onun öğrencisidir. Tartaglia'nın $x^3 + bx = c$ türündeki üçüncü derece denklemlerini çözdüğünü duyan Cardano, bu bulgunun peşine düşmüş, ancak yaptığı buluşun önemini bilen ve onu kimseye kaptırmak istemeyen Tartaglia önceleri sırrını vermemiştir. Cardano onu kimseye açıklamayacağına yemin ederek çözümü ele geçirmiştir. Sonra yeminini bozmuş ve Ferrari'nin dördüncü dereceden denklemlerin çözümleri için verdiği sonuçla birlikte Ars Magna'da yayınlamıştır. Bilim tarihine derinliğine bakanlar, bu eylemin ne tek ne de şaşırtıcı

olmadığını görürler. Ayrıca Cardano, başkalarından yaptığı küçük çalıntılara veya alıntılara dehasıyla büyük bulgular eklemiştir. Onun, Tartaglia'nın bulduğu özel sonuçtan çok yararlandığı kuşkusuzdur. Ama o sonucu kullanarak, üçüncü dereceden en genel denklemin çözümünü çıkarmış, sanal sayıları kullanarak denklemin tüm köklerini bulmuş, denklemin kökleriyle katsayıları arasındaki ilişkiyi ortaya koymuştur. Yaklaşık kök bulma eylemine geçmiştir. Bütün bunlar Tartaglia'nın gizinin çok ötesine geçen ve kendi alanında çığır açan bulgulardır.

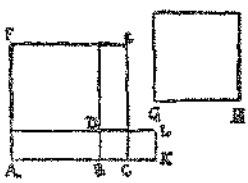
HIERONYMI CARDANI

relinquitur prima 6 m: æ 30 5/9, hæ autem quantitates proportionales sunt, & quadratum secundæ est æquale duplo producti secundæ in primam, cum quadruplo primæ, ut proponebatur.

De cubo & rebus æqualibus numero. Cap. XI.

CIpio Ferreus Bononiensis iam annis ab hinc triginta fere inuenit capitulum hoc inuenit, tradidit uero Anthonio Maria Florido Veneto, qui cũ in certamen cũ Nicolao Tartalea Brixellense aliquando uenisset, occasionem dedit, ut Nicolaus inuenerit & ipse, qui cum nobis rogantibus tradidisset, supposita demonstratione, freti hoc auxilio, demonstrationem quæsiuimus, eamq; in modos, quod difficillimum fuit, redactam sic subiecimus. DEMONSTRATIO.

Sit igitur exempli causa cubus G H & sexcuplum lateris G H æquale 20, & ponam duos cubos A E & C L, quorum differentia sit 20, ita quod productum A C lateris, in C K latus, sit 1, tertia scilicet numeri rerum pars, & abscindam C B, æqualem C K, dico, quod si ita fuerit, lineam A B residuum, esse æqualem G H, & ideo rei æstimationem, nam de G H iam supponebatur, quod ita esset, perficiam igitur per modum primi suppositi 6 capituli huius libri, corpora D A, D C, D E, D F, ut per D C inteligamus cubum B C, per D F cubum A E, per D A triplum C B in quadratum A B, per D E triplum A B in quadratũ B C. quia igitur ex A C in C K fit 2, ex A C in C K ter fiet 6 numerus rerum, igitur ex A B in triplum A C in C K fiunt 6 res A B, seu sexcuplum A B, quare triplum producti ex A B, B C, A C, est sexcuplum A B, at uero differentia cubi A C, à cubo C K, & existenti à cubo B C est æqle ex suppositio, est 20, & ex suppositio primo 6 capituli, est aggregatum corporum D A, D E, D F, uria igitur horũ corpora sunt 20, posita uero B C m: cubus A B, æqualis est cubo A C, & triplo A C in quadratum C B, & cubo B C m: & triplo B C in quadratum A C m: per demonstrata illic, differentia autem tripli B C in quadratum A C, à triplo A C in quadratum B C est productum A B, B C, A C, quare cum hoc, ut demonstratum est, æquale sit sexcuplo A B, igitur addito sexcuplo A B, ad id quod fit ex A C in quadratum B C ter, fiet triplum B C in quadratum A C, cum igitur B C sit m: iam ostensum est, quod productum C B



Üçüncü derece denkleminin çözümü.

Cardano çok yönlü bir bilim adamıydı. Fizikçiliğinin ötesinde bir gökbilimci ve günün koşullarında aynı zamanda iyi de bir matematikçiydi. Bunun yanı sıra, özel yaşantısında ve çevresinde güvenilmeyecek kadar da bir ortam yaratmıştı. 1562 yılında Bologna'da tıp profesörü olduğu yılda evlendi. 1547 yılında Danimarka Kralı ona kendi saray doktorluğunu önerdi. Geçim sıkıntısı içinde olmasına karşın, Danimarka'nın iklimi ve din değiştiremeyeceğinden söz ederek bu öneriyi geri çevirdi. İskoçya'daki başpiskopozu, o zamanlar tedavi edilmez sanılan hastasını kendi bildiği ilaçlarla iyileştirdiğinden övünerek söz eder ve ününü bu şekilde daha da yayardı.

De Arithmetica Lib. x. 30

in quadratum A C ter, eſt m: & reliquum quod ei æquatur eſt p: figura triplum C B in q̃dratum A B, & triplum A C in q̃dratũ C B, & ſexcuplũ A B nihil faciunt. Tanta igitur eſt differentia, ex cõmuni animi ſententia, ipſius cubi A C, à cubo B C, quantum eſt quod cõflatur ex cubo A C, & triplo A C in quadratum C B, & triplo C B in quadratum A C m: & cubo B C m: & ſexcuplo A B, hoc igitur eſt 20, quia differentia cubi A C, à cubo C B, fuit 20, quare per ſecundum ſuppoſitum 6' capituli, poſita B C m: cubus A B æquabitur cubo A C, & triplo A C in quadratum B C, & cubo B C m: & triplo B C in quadratum A C m: cubus igitur A B, cum ſexcuplo A B, per communem animi ſententiam, cum æquetur cubo A C & triplo A C in quadratum C B, & triplo C B in quadratum A B m: & cubo C B m: & ſexcuplo A B, quæ iam æquatur 20, ut probatum eſt, æquabuntur etiam 20, cum igitur cubus A B & ſexcuplum A B æquentur 20, & cubus G H, cum ſexcuplo G H æquentur 20, erit ex communi animi ſententia, & ex dictis, in 35' p' & 31' undecimi elementorum, G H æqualis A B, igitur G H eſt differentia A C & C B, ſunt autem A C & C B, uel A C & C K, numeri ſeu lineæ continentes ſuperficiem, æqualem tertiæ parti numeri rerum, quarum cubi differunt in numero æquationis, quare habebimus regulam.

Regvla.

Deducito tertiam partem numeri rerum ad cubum, cui addes quadratum dimidij numeri æquationis, & totius accipe radicem, ſcilicet quadratam, quam feminabis, unicq; dimidium numeri quod iam in ſe duxeras, adijcies, ab altera dimidium idem minues, habebisq; Binomium cum ſua Apotome, inde detracta ℞ cubica Apotomæ ex ℞ cubica ſui Binomij, reſiduũ quod ex hoc relinquitur, eſt rei æſtimatio.

Exemplum. cubus & 6 poſitiones, æquantur 20, ducito 2, tertiam partem 6, ad cubum, fit 8, duc 10 dimidium numeri in ſe, fit 100, iunge 100 & 8, fit 108, accipe radicem quæ eſt ℞ 108, & eam geminabis, alteri addes 10, dimidium numeri, ab altero minues tantundem, habebis Binomiũ ℞ 108 p: 10, & Apotomen ℞ 108 m: 10, horum accipe ℞ cub^as & minue illam quæ eſt Apotomæ, ab ea quæ eſt Binomij, habebis rei æſtimationem, ℞ v: cub: ℞ 108 p: 10 m: ℞ v: cubica ℞ 108 m: 10.

cub^s p: 6 reb^s æq̃lis 20
2 20
8 ——— 10
108
℞ 108 p: 10
℞ 108 m: 10
℞ v: cu. ℞ 108 p: 10
m: ℞ v: cu. ℞ 108 m: 10

Aliud, cubus p: 3 rebus æquetur 10, duc 3, tertiam partem 3, ad cubum, fit 9, duc 5, dimidium 10, ad quadratum, fit 25, iunge 25 & 9,

H 2 hunc

Üçüncü derece denkleminin çözümü.

Cardano 1570 yılına kadar Bologna'da kaldı. Fakat ne kendisinin ne de Cardano'nun yaşam öyküsünü yazanların tam olarak bildirmediği bir nedenle 1570 yılında tutuklandı. Dini inançları yüzünden ters düştüğü veya bir borç yüzünden, ya da kendisine parasal bir çıkar sağlamasından (veya bunların hepsi olabilir) dolayı 1570 yılında hapse düştü. Tutukluluğu tam bir yıl sürdü. Bu utukluluğu yaşlı Cardano'ya çok ağır geldi. Evinde gözaltına alındı. 1571 yılında serbest bırakılınca Roma'ya gitti. Papa, kendisini doktorlar kolejine atadı. Ölünceye kadar da bir maaş bağladı. Vita Propria isimli yapıtını tamamladıktan on bir gün sonra 21 Eylül 1576 günü Roma'da öldü.



Cardano kumar masasında.

Ölümü hakkında da bazı söylentiler vardır. Fal olaylarına inanarak bu bilimden kendi yaşamının son günü hakkında edindiği bilgiye uyarak kendisini aç bırakmak suretiyle açlıktan ölmüştür. Cardano'nun aile yaşamı da çok acıklı, yokluk ve sıkıntılarla geçmiştir. Bir oğlu karısını zehirleyerek öldürme suçundan idam edilmiştir. Bir diğer oğlu da, böyle bir suç işlediğini bildirerek kendisinin hapsedilmesini istemiştir.

Cardano'nun kendisi de insan doğasının en karşıt öğelerini kendinde toplamış birisiydi. Yazılarının her satırında ölçüsüz bir övünme vardır. Kendi doğuşunu bile dünyanın unutulmaması gereken büyük olaylarından biri sayar. Kendisinin insanlık dünyası için Tanrı tarafından yollanmış olağanüstü bir olay olduğunu çekinmeden anlatır. Kendisinden öyle bir dil ve uslupla söz eder ki, bu sözleri bir başkası söylemiş olsa onunla alay ediliyor sanılabilir. Bu nedenle, Cardano'nun her türlü rezilliklere doğal bir yatkınlığı



Cardano.

ve meyli vardı. Bu davranış onu öfkeye sefalete, öç almaya, kumara, küfür gibi her türlü kötülüğe sürüklüyordu. Söz ve davranışlarında dengesiz, ayrıca davranış bozuklukları görülüyordu. En iyi dostlarını bile yaralamaya ve kırmaya hazır bir davranış içindeydi. Bu söylediklerimizi De Vita Propria isimli yapıtının on ikinci cildinde görebiliriz. Bu yapıt onun yaşamının kendi kendini açığa vurmasından başka bir şey değildir. Kendi kalemiyle çizdiği bu kişisel yaşamına ilişkin tabloyu, sadece gerçek aşkıyla yazmış olduğunu sanmamalıdır. Çünkü, bu adam en kaba ve aşırı yalanlar savurmaktan da hiç çekinmez. Örneğin, öğrenmek için hiç çalışmadan birçok dili bildiğiyle, inceleme zahmetine katlanmadan her bilimi öğrenmiş olduğuyla övünür. Geleceği bilmek ve günün en aydınlık saatinde yıldızları görmek, kendi yokken hakkında söylenen sözleri işitmek ve isteyerek esirgeme haline getirmek gibi doğaüstü bir yeteneğe ve tanrı vergisine sahip olduğunu ileri sürer. Sokrates gibi o da kendisine arkadaşlık eden bir cinin varlığından söz eder.



Nicolo Tartaglia

Eserlerinde bazen dehanın yüksekliklerine çıkan ve bazen çok derin, orijinal görüşlerinin yanıbaşında kendisinin deli olduğuna hükmettiren bayağılıklara düştüğü de görülür. Düşlere, muskalara, fallara, büyülere ve büyücülere inanır. İnsanların talihleriyle yıldızları arasındaki ilgiye ilişkin ileri sürdüğü keşiflerin yanlış çıktıklarını gördüğü halde, doğrulukları üzerinde boşuna ısrar eder dururdu. Kendisinin bazen dayanılmaz acılar çektiğini, diğer üzüntülerin bu acılar yanında onu teselli edecek kadar hafif olduğunu, bu halindeyken bir de kendisi gözyaşı dökecek kadar işkence ettiğini ve birçok kereler aklına intihar etmenin geldiğini anlatır. Onun bu ruh hali, haz ve acıya olan düşüncelerinin özelliğinden gelir. Çünkü o da Epikür gibi acıyı izleyen hazzın ve hazzı izleyen üzüntünün fazla duyulduğunu ve bunların duyumsal değişmelere bağlı olduğunu kabul eder. Fakat bundan, Epikür'ün görüşlerine karşı bir sonuç çıkarır. İnsan, büyük bir haz alabilmek için olabildiği kadar acılar tatmalıdır. Cardano, bu düşünceyi kendi yaşamına uygulamıştır. Daha ileri giderek, otuz yaşına kadar cinsel iktidarsızlık yüzünden başına gelen felaketleri anlatacak kadar da utanmayı bırakır. Aklından şüphe ettiren bütün bu zavallılıklarından sonra, "Yalnızlığı seviyorum. Çünkü, kendimi yalnız bulduğum zaman, her

zamankinden daha çok sevdiklerimle birlikte olurum. Yani, Tanrıyla ve benim iyi cinimle demek istiyorum" diyecek kadar asil ve dokunaklı sözler söyleyen adamın deliliğine nasıl karar verilebilir? Bu şekilde kendisinin ve ondan önce yaşayan düşünürlerin yazdıklarında olduğu gibi birçok görüş ve düşüncelerini ciltleri dolduran yapıtlarında sergilemiştir. Uzun yaşamı boyunca çok sayıda kitaplar yazdı. Bu kitaplarının tümü 1663 yılında yeniden basıldı. Aritmetik üzerine çok sayıda çalışmaları vardır. Bundan başka, şans oyunları ve otobiyografi üzerinde de durdu.

Cardano'nun büyüklüğü ve ünlü oluşu daha çok onun iyi bir fizikçi oluşundan ileri geliyordu. Rönesans döneminin en önemli tezini "Ars Magna" isimli dergide 1545 yılında Nürnberg'de yayınladı. Bu dergide, üçüncü ve dördüncü dereceden denklemlerin genel çözümünü içeren yayınını gerçekleştirdi. Buna karşın, bu çözümlerin kendisi tarafından yapılmadığı da söylenir. Gerçekten, üçüncü dereceden genel denklemin çözümü, Niccolo Tartaglia tarafından yapıldığı ileri sürülmüştür. Tartaglia bu çözümü Cardano'ya vermiş, o da bu çözüm yöntemini saklayacağına söz vermişti. Cardano yine de, üçüncü derece denklemin çözümünde Tartaglia'dan söz etmiş ve kendi çözümünün özel hali olan yöntem için Tartaglia ile sözlü görüşme yaptığını söylemiştir. Oysa, Tartaglia kendi ismiyle çözümün yayınlanması gerektiğini beklediğini söyler. Bu olayın ilginç bir yanı daha vardır. O da, yine üçüncü dereceden genel denklemin çözümü ile ilgilidir. İleri sürülen görüşe göre, çok önceleri üçüncü dereceden olan denklem Scipione del Ferro tarafından çözülmüş, yayınlanmamış, fakat çözüm yöntemi öğrencisi Antonio Maria Floridus'a verilmiştir. Buna göre karar verilirse, Tartaglia iki kez suçlu duruma düşmüştür. Bu durumda gerçeği bulmakta güçleşmektedir. Yine sözlü olarak anlatılanlara göre, üçüncü derece denkleminin çözümüyle çok ilgilenen Cardano, Tartaglia ile Fiore (Floridus) arasında bir yarışma düzenlemiştir. Tartaglia tüm soruları çözdüğü halde Fiore hiç birini çözememiştir.

Dördüncü dereceden genel denklemin çözümünde de, Cardano'nun hizmetçisi, yardımcısı ve yanında çalışan uşağı Ludovico Ferrari tarafından çözülmüştür. Cardano, Ars Magna dergisinde, dördüncü dereceden genel denklemin, kendisinin isteği ve ricasıyla Ferrari tarafından çözüldüğünü belirtir. Her ne olursa olsun, bu denklemlerin çözümlerini matematik dünyasına tanıtan ve resmi olarak yayınlayan Cardano'dur. Bu nedenle de büyük bir görev yapmıştır.

Gerek üçüncü gerekse dördüncü dereceden genel denklemlerin geometrik çözümleri daha önce El Harizmi tarafından verilmiştir. Bu denklemlerin özel halleri de yine daha önce Ömer Hayyam tarafından yapılmıştır. Fakat, genel çözüm olan, kökleri katsayılar cinsinden bulan ve ilk kez yayınlayan Cardano'dur.

Cardano'nun bugün elde olan çalışmaları yedi bin sayfanın üzerindedir. Bunlar arasında 131 kitap ve 111 özgün bilimsel makalesi vardır. Kaybolan çalışmalarının sayısı bilinmemektedir. Son zamanlarda ortaya çıkarılan ve kendisinin o zaman yayınlamaya değer görmediği bir yapıtında, olasılıklar kuramına büyük katkıda bulunduğu

anlaşılmıştır. İşin en ilginç yanı, Jerome Cardano, bütün bu insanüstü buluşlarını, arada bir uğraştığı ek bir iş olarak yapmıştır. Asıl işi ise kendisi otobiyografisinde şöyle açıklamıştır. "Kumar oynadım!... satranç başında kırk yıl, zar başında yirmi beş yıl harcadım!... Utanarak söylüyorum, bu geçen zamanın her yılını değil, her gününü oynayarak geçirdim..." Eğer matematiği ve fiziği sadece bir oyun ve zaman geçirmek için yapmamış olsaydı, Cardano'nun daha neler yapabileceğini kestirmek güç olmayacaktı.

Bir denklemi çözmek ya da köklerini bulmak demek, bu denklemin köklerini katsayıları cinsinden hesaplama demektir. Örneğin, sıfırdan farklı olan bir a sayısı için ikinci dereceden $ax^2 + bx + c = 0$ biçimindeki denklemin çözümü,

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

şeklindedir. İkinci derece denkleminin bu formüle eşdeğer bir ifadesi Babillilerde görülür. Hindistan, Çin ve Türk matematikçilerinin çalışmalarında bu formül bu kadar açık değildir. Onlar hep geometrik yola başvurmuşlar ve genel formülü bulamamışlardır. Üçüncü ve dördüncü dereceden genel denklemler için de aynı benzer sözler söylenebilir.

Şimdi, üçüncü dereceden genel denklemin çözümünü verebiliriz. $a \neq 0$ olsun. Üçüncü dereceden genel denklem,

$$az^3 + bz^2 + cz + d = 0 \qquad (1)$$

biçimindedir. (1) denkleminde $z = w - b/(3a)$ dönüşümü yapılırsa,

$$w^3 + pw + q = 0 \qquad (2)$$

elde edilir. u ve v değerlerleri, $u + v = w$ ve $uv = -p/3$ koşullarını sağlayacak şekilde iki bilinmeyen olsun. Bu halde,

$$u^3 + v^3 = (u + v)^3 - 3uv(u + v) = w^3 + pw = -q$$

ve

$$u^3v^3 = -\frac{p^3}{27}$$

yazılır. Buna göre, u^3 ve v^3 değerleri,

$$t^2 + qt - \frac{p^3}{27} = 0 \qquad (3)$$

denkleminin kökleridir. (3) denkleminin kökleri t_1 ve t_2 olsun. Böylece,

$$t_1 = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} \quad \text{ve} \quad t_2 = -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}$$

olur. $u^3 = t_1$ ve $v^3 = t_2$ diyelim, t_1 sayısının küpköklerinden birisi

$$\sqrt[3]{t_1}$$

ise,

$$e = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$$

olmak üzere, u için üç değer

$$u = \sqrt[3]{t_1}, \quad u = e\sqrt[3]{t_1} \quad \text{ve} \quad u = e^2\sqrt[3]{t_1}$$

olur. $uv = -p/3$ olduğu gözönüne alınır ve t_2 sayısının küpköklerinden birisi

$$\sqrt[3]{t_2}$$

denirse,

$$\sqrt[3]{t_1}\ \sqrt[3]{t_2} = -\frac{p}{3}$$

yazılır. Buna göre, (2) denkleminin kökleri

$$w_1 = \sqrt[3]{t_1} + \sqrt[3]{t_2}, \quad w_2 = e\sqrt[3]{t_1} + e^2\sqrt[3]{t_2} \quad \text{ve} \quad w_3 = e^2\sqrt[3]{t_1} + e\sqrt[3]{t_2}$$

olarak bulunur. $z = w - b/(3a)$ olduğu düşünülürse, istenen kökler a, b, c ve d katsayıları cinsinden elde edilir.

$$z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d = 0 \qquad (1)$$

denkleminin çözümü de şöyle yapılır. (1) denkleminin son üç terimi ikinci yana alınıp ve her iki yana $(az/2)^2$ terimi eklenirse,

$$\left(z^2 + \frac{az}{2}\right)^2 = \left(\frac{a^2}{4} - b\right)z^2 - cz - d \qquad (2)$$

yazılır. Eğer (2) eşitliğinin ikinci yanı bir tam kareyse, her iki yanın karekökünden ikinci derece denkleme indirgenerek çözüm çok kolay bir şekilde yapılır. Eğer (2) denkleminin ikinci yanı tam kare değilse, bu halde verilen (2) denkleminin her iki yanına,

$$w^2 + 2\left(z^2 + \frac{az}{2}\right)w$$

terimi eklenir. Buna göre,

$$\left(z^2 + \frac{az}{2} + w\right) = \left(\frac{a^2}{4} - b + 2w\right)z^2 + (aw - c)z + (w^2 - d) \qquad (3)$$

elde edilir. Bu denklemi çözmek için de, ikinci yanı tam kare yapacak şekilde w sayısı seçilir. Bu da,

$$(aw - c)^2 - 4\left(\frac{a^2}{4} - b + 2w\right)(w^2 - d) = 0 \qquad (4)$$

olduğunda tam kare olacağı açıktır. (4) denklemi de w değişkenine göre üçüncü dereceden bir denklemdir. Buradan, bir tane w değeri bulunur. Bu w değerine göre (3) denklemi çözülür.

Dikkat edilirse, gerek üçüncü dereceden, gerekse dördüncü dereceden genel denklemlerin çözümleri oldukça güçtür. Bu nedenle pratik olarak bunları denklem çözümlerinde kullanmayız. Yalnız, kuramsal olarak kıymetli olduklarını belirtelim. Kısaca, $x^3 + px = q$ denkleminin bir kökü

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}} + \frac{q}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}} - \frac{q}{2}}$$

biçimdedir.

COMMANDİNO (1509 - 1575)

Urbinolu Federigo Commandino, matematikteki Yunan klasiklerinin çevirmenleri ve bu klasikleri yayınlayanların başında gelenlerden biridir. Euclides'in, Archimedes'in, Apollonius'un, Aristarchus'un, Heron'un, Ptolemaios'ın ve Pappus'un eserlerini Latinceye çevirerek yayınlayan Commandino, bu dönemde İtalya'da yetişmiş en iyi matematikçilerinden biriydi.

Francesco Barozzi (1538 - 1587), Venedikli bir soyludur. Euclides'in birinci kitabı üzerine yorum yazan Proclus'un bu kitabını 1560 yılında Paduva'da yayınlamıştır. Kosmografi ve geometri üzerine yazdığı kitabı 1586 yılında Venedik'te basılmıştır. Ayrıca, Heron'un çalışmalarını çevirmiştir.

Doğuştan Venedikli olan Giambattista Benedetti (1530 - 1590), pergel ve geometriyi konu alan kitabı 1553 yılında Venedik'te yayınlanmıştır. Ayrıca, gölge hesabı, optik ve sayılar kuramı üzerinde çalışmaları vardır.

Cosimo Bartoli (1503 - 1572), Floransalı bir geometricidir. Fransız matematikçi Oronce Fine'nin çalışmalarını İtalyancaya çevirmiştir. Ayrıca, ölçümler üzerine yazdığı ünlü kitabı 1564 yılında Venedik'te basılmıştır. Onun bu kitabında, 662 sayısına kadar olan sayıların kareleri tablosu da vardır.

Bolognalı olan Pietro Antonio Cataldi (1548 - 1626), tüm yaşamını Bologna'da geçirmiş bir matematikçidir. Floransa (1563), Perugia (1572) ve Bologna'da (1584), matematik ve gökbilimi profesörlüğü yapmıştır. Çok sayıda matematik çalışmaları gerçekleştiren Cataldi, sürekli kesirler kuramı üzerine çalışanlardan biridir. Prima Parte delle Practica Aritmetica isimli yapıtı 1602 yılında Bologna'da ve Trattato dei Numeri Perfetti isimli kitabı da 1603 yılında yine Bologna'da basılmıştır. Onun bu kitapları Perito Annotio ismi altında yayınlanmıştır. Pratica isimli kitabının ikinci kısmı onun gerçek ismi altında 1606 yılında yayınlanmıştır. Aynı kitabın üçüncü ve dördüncü kısımları da 1617 ve 1616 yıllarında Bologna'da basılmıştır. Cataldi, Euclides'in Elements isimli kitabının ilk altısını 1620 yılında Bologna'da yayınlamıştır. Cebir üzerine yazdığı kitabı 1618 yılında yine Bologna'da basılmıştır. Köklerin bulunması kuramı 1613 ve dairenin kareleştirilmesi 1612 yılında yayınlanmıştır. Cataldi'nin diğer konular üzerinde de çok sayıda çalışması olmuştur.

Cataldi'nin çağdaşlarından birisi Matteo Ricci'dir. Ricci, 6 Ekim 1552 günü Ancona' da Macerata'da doğmuş, 8 ya da 11 Mayıs 1610 günü Çin'de ölmüştür. Çok sayıda Çinli matematikçinin yetişmesini sağlamış bir din misyoneridir. Yaşamı ayrıca yazılmıştır.

Bu dönemin ikinci yarısında yaşayan Silvio Belli'nin doğum tarihi belli değildir. Fakat 1575 yılında öldüğü kesindir. Pratik geometri üzerine bir kitap yazmıştır. Onun bu kitabı 1565 yılında Venedik'te basılmıştır. Daha sonraki baskıları 1566, 1569, 1570, 1573 ve 1595 yıllarında yapılmıştır. Oran ve orantı üzerine yazdığı kitabı 1573 yılında Venedik'te yayınlanmıştır. On altıncı yüzyıl boyunca tam altı baskısı yapılan geometri kitabı onun en ünlü çalışmasıdır.

On altıncı ve on yedinci yüzyılda dikkate değer bir matematikçi Petrus Bongus'tur. 24 Eylül 1601 günü Bergamo'da ölen Bongus'un doğum tarihi bilinmemektedir. Doğuştan Bergamolu olan Bongus'un sayıların sihiri ve büyüsü üzerine olan çalışması yaklaşık olarak beş yüz sayfa kadardır. Çok kez baskısı yapılan bu kitabın sayılar kuramı

hakkında bilgiler içerir. Üç, yedi ve diğer bazı sayıların dini bir inanışa göre bilgiler verdiğine inanır.

On altıncı yüzyılda, ileri gelir ülkelerin aritmetik konusunda yazılan ve yayınlanan kitapları vardır. Fakat, bunların içinde birkaç İtalyan yazarı anılmaya değer türdendir. Venedikli Girolamo ve Giannantonio Tagliente iyi aritmetikçilerdendir. Ticari aritmetik üzerine yazdıkları kitapları 1515 yılında Venedik'te basılmıştır. On altıncı yüzyılda tam otuz baskı yapan bu kitap çok popüler olmuştur.

10 Şubat 1536 günü ölen Floransalı aritmetikçi Francesco Ghaligai, 1521 yılında Summa de Arithmetica isimli ticari kitabını yazmıştır. Bundan sonra iki baskı daha yapan bu kitap, 1548 yılında Practica d'Arithmetica ismi altında basılmıştır.

1490 yılında Verona'da Lazisa'da doğan Francesco Feliciano da Lazesio, 1536 yıllarında yaşıyordu. Aritmetik, cebir ve pratik geometri üzerine yazdığı kitapları 1517 ile 1518 yılları arasında Venedik'te yayınladı. Libro de Abaco isimli kitabı 1526 yılında Venedik'te basıldı. Sadece on altıncı yüzyılda en az on dört baskı yapan bu kitap, daha sonraki yüzyıllarda da çok sayıda baskısı yapılmıştır.

Latince ismi Johannes İnfortunatus olan Giovanni Sfortunati, 1500 yıllarında Siena' da doğdu. Ticari aritmetik üzerine yazdığı Nvovo Lvme Libro di Arithmetica isimli kitabı çok tutundu ve çok sayıda baskı yaptı.

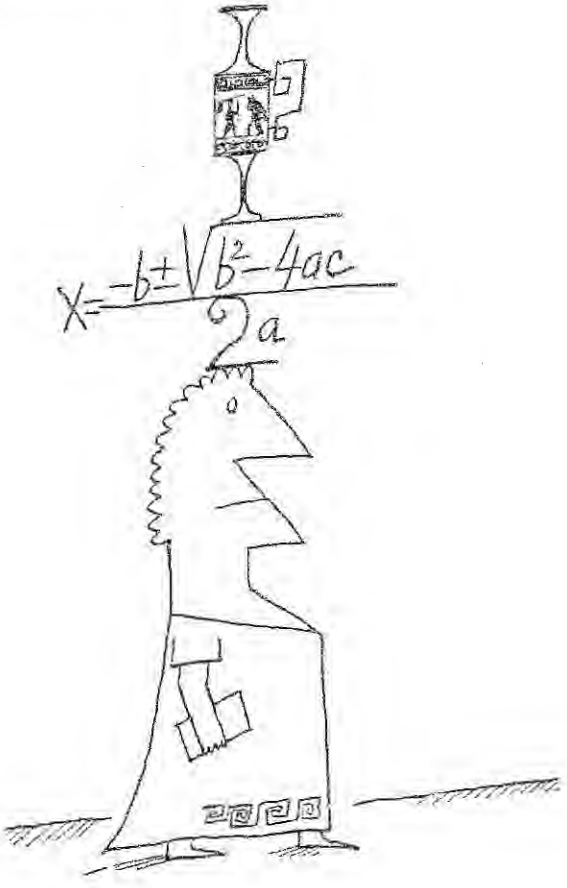
En çok tutulan ticaret tablosu 1535 yılında Venedikli aritmetikçi Giovanni Mariani tarafından Tariffa Perpetva ismi altında yapıldı. 1500 yıllarında Venedik'te doğan Mariani'nin bu tablosunun sık sık baskıları yapıldı.

FERRARİ (1522 - 1565)

2 Şubat 1522 günü İtalya'da Bologna'da doğan Lodovico Ferrari, dördüncü dereceden denklemlerin cebirsel çözümünü bulan bir İtalyan matematikçidir. İsmi Ferraro olarak da söylenir.

Yoksul bir aileden gelen Ferrari on beş yaşındayken, ayak işlerinde çalışmak üzere ünlü İtalyan matematikçi Gerolamo Cardano'nun hizmetine girdi. Cardano'nun derslerine devam ederek Latince, Yunanca ve matematik öğrendi. Çok akıllı ve hızla öğrenen biriydi. Cardano'nun en iyi öğrencilerinden biri oldu. Kendisi son derece zarif, temiz, kırmızı yüzlü, şen, tatlı sesli, güleç, kısa ve hoş bir burnu vardı. Sevecen yapılı ve doğal bir güce sahipti. Şeytanca bir huya sahip olduğu söylenir.

1540 yılında Cardano'nun ardılı olarak Milano'da matematik dalında öğretim üyeliğine getirilen Ferrari, aynı yıl dördüncü dereceden genel denklemlerin çözümünü buldu. Bu çözüm yöntemi Cardano'nun Ars Magna isimli kitabında 1545 yılında yayınlandı. Ars Magna'nın yayınlanması, Ferrari ile tanınmış İtalyan matematikçi Niccolo Tartaglia arasında üçüncü dereceden genel denklemlerin çözümüne ilişkin ünlü tartışmayı başlattı. Meydan okuma biçiminde alınıp verilen karşılıklı altı yazıdan sonra iki matematikçi 10 Ağustos 1548 günü Milano'da halka açık olarak yapılan bir yarışmada karşı karşıya geldiler. Bu yarışmanın galibi ilan edilen Ferrari birden büyük bir üne ve şöhrete kavuştu. Bu başarıdan dolayı kendisine çeşitli görevler önerildi. Mantua kıralı vekili Kardinal Ercola Gonzago'nın önerdiği vergi müfettişliği görevini kabul eden Ferrari kısa sürede zengin oldu. Daha sonra bozulan sağlık durumu ve kardinalle kavga etmesi nedeniyle bu kazançlı işten ayrılmak zorunda kaldı. Bologna Üniversitesi'nde matematik profesörü oldu ve matematik dersleri vermeye başladı. Bu göreve başladıktan kısa bir süre sonra 5 Ekim 1565 günü kız kardeşi tarafından zehirlenerek Papalık devletleri'nde Bologna'da öldürüldü. Bir salgın hastalıktan veya sevgilisi tarafından öldürülmüş olabileceği de söylenmiştir.



Ferrari, Cardano ile beraber çalışıyordu. Zuanne de Tonini da Coi ya da Colla, $x^4 + 6x^2 + 36 = 60x$ şeklindeki dördüncü derece denklemin çözümünü yarışmaya sundu. Bu denklem büyük bir olasılıkla Ömer Hayyam'dan, el Kaşi veya Harizmi'den alınmış olabilir. Kaynağı kesin değildir ama problemin doğu kökenli olduğu sanılıyor. Tartaglia ve Cardano bu denklemi çözemediler. Fakat akıllı Ferrari çözdü. Ferrari'nin bu çözümünü Cardano 1545 yılında Ars Magna dergisinde yayınladı. Böylece, dördüncü dereceden genel denklemin çözümü problemi de tarihe kavuştu.

Yalnız, çözümü yayınlayan Cardano bu yazısında bu çözümü hizmetçisi olan Ferrari'ye rica ile çözdürdüğünü ve çözümün ona ait olduğunu belirtir. Ferrari'nin bu çözümde izlediği yol denklemi tam kareye tamamlama biçimindedir. Bundan sonra bir dizi işlemlerle dördüncü derece genel denklemini üçüncü dereceye dönüştürür. Bundan sonra üçüncü derece denkleminin çözüm yöntemi uygulanır.

Burada ilginç olan şey, cebirdeki en büyük buluş olan üçüncü ve dördüncü derecede denklemlerin çözümleri dört bin yıl önce Babilliler tarafından yapılmıştı. Özellikle tam kareye tamamlama yolu ve bu yolla çözümü çok başarılı bir şekilde yapıyorlardı. Fakat bu yöntem zamanla unutuldu. Babillilerden sonra Ars Magna'ya kadar ciddi bir çözüm ve yayın yapılmamıştır. Yalnız Cardano'dan bir yüzyıl önce el Kaşi ve bazı matematikçiler tarafından üçüncü derece denkleminin yaklaşık yolla hesabının yapılması vardır. Yine Çinliler de bu yaklaşık yöntemde oldukça ileri gitmişlerdi. Üçüncü ve dördüncü dereceden genel denklemlerin genel çözümü formülleri uygulamada pek kullanışlı değillerdir. Onların sadece kuramsal değerleri vardır. Eskiden olduğu gibi bu denklemlerin köklerinin bulunması için yaklaşık hesap yöntemleri geliştirilmiştir. Pratik uygulamalarda bu yaklaşık yöntemler kullanılır. Çözüm yine Tartaglia - Cardano ismini vereceğimiz formüllerdir.

Eski Yunanlı matematikçilerde, Türklerde, İranlılarda, Hintlilerde, Çinlilerde ve Araplarda üçüncü ve dördüncü derece denklemlerini çözme girişimleri vardır. Fakat hiç birisi bu kökleri katsayılara bağlı olarak hesaplayamamışlardır. Buldukları çözümler özel örnekleri kapsamakta veya başka yardımcı aletler kullanmaktadırlar. Örneğin Ömer Hayyam bu tür denklemleri sınıflandırmış, çözümünü verememiştir. Kullanılan geometrik yaklaşımlar da birer çözüm değildir. Çünkü verilen denklemde elimizde katsayılardan başka bir veri yoktur. Zaten modern matematikte çözüm deyince denklemin köklerini katsayılara bağlı olarak hesaplama anlaşılır. Bu nedenle diğer denemeleri çözüm diye ileri sürmenin anlamı da yoktur.

Ferrari'nin çözdüğü dördüncü derece denklemi $x^4 + ax^2 + b = cx$ biçimindedir. Özel olarak $x^4 + 6x^2 + 36 = 60x$ biçiminde alınmıştır. Bu denklem $(x^2 + 6)^2 = 60x + 6x^2$ olarak yazılabilir. Son denklem y yeni bilinmeyeni cinsinden

$$(x^2 + 6 + y)^2 = 6x^2 + 60x + y^2 + 12y + 2yx^2$$

ya da

$$(x^2 + 6 + y)^2 = (2y + 6)x^2 + 60y + (y^2 + 12y)$$

olarak yazılır. y değeri ikinci tarafı tam kare yapacak şekilde seçilirse,

$$60^2 = 4(2y + b)\,(y^2 + 12y)$$

olur. Bu da y cinsinden

$$y^3 + 15y^2 + 36y = 450$$

olarak yazılır. Bu da Cardano'nun Ars Magna'da yayınladığı yöntemle çözülür.

Cardano bu çözümü gördükten sonra

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

denklemini kolayca çözmüştür.

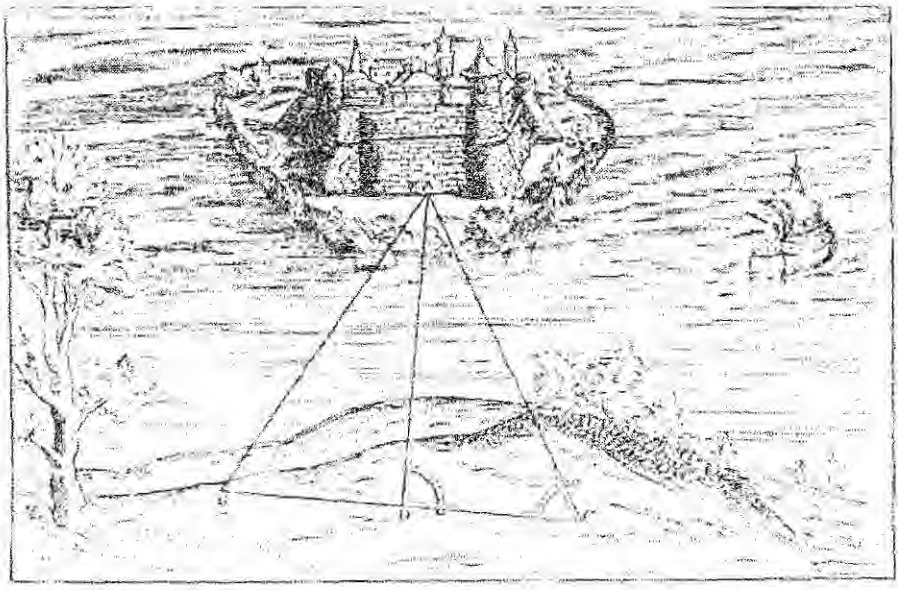
BOMBELLİ (1526 - 1572)

Raffaello Bombelli, 1526 yılında İtalya'da Bologna yakınlarında doğmuştur. Sanal ve karmaşık sayıları tutarlı bir biçimde ilk kez ele alan bir İtalyan matematikçidir. Üçüncü ve dördüncü dereceden denklemlerin çözümüyle ilgilenmiş, denklemlerin yazılmasında günümüzdeki yazım kuralına yakın simgeler kullanan ilk matematikçi olmuştur.

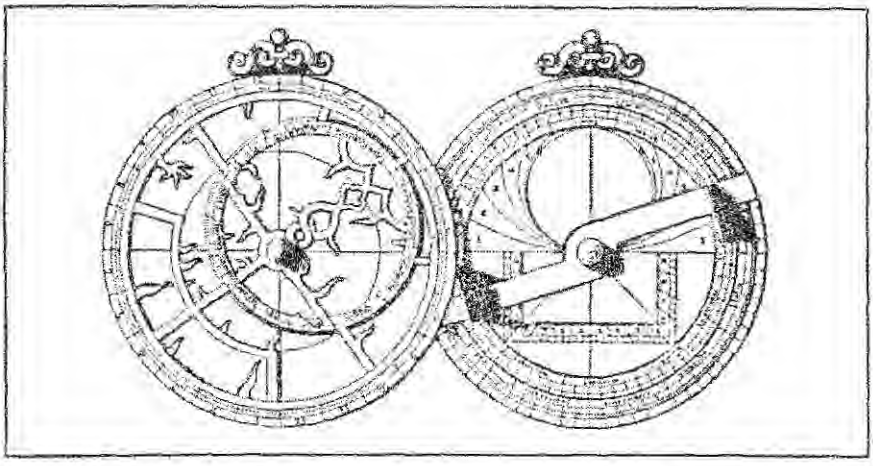
Bombelli'nin en büyük özelliği, matematiksel simgeleri kullanmasıdır. Bilinmeyenlerin yerine, x için 1, x^2 için 2, x^3 için 3 gibi gösterimleri kullanıyordu. Buna göre $x^2 + 5x - 4$ çokterimlisini 1 2 p . 5 1 m . 4 biçiminde yazıyordu. Oysa Stifel aynı denklemi 1Zp . Rm . 4 ve Stevinus da 1③+ 5①– 4⓪şeklinde yazıyordu. Simgesel cebirin babası da Vieta'ydı. Vieta'dan sonra Harriot ve Descartes modern kullanıma daha fazla yaklaşmışlardır. Bombelli, örneğin $x^6 + 8x^3 = 20$ denklemini 1 6 p.8 3 eguale a 20 biçiminde yazmıştır. 3i biçiminde modern gösterimli sanal sayısını R(Om . 9) biçiminde gösteriyordu. Onun 1572 yılında Bologna'da yayınlanan Aritmetiğin Önemli Dalı Cebir Üzerine Üç Bölümlü Kitap isimli yapıtı, cebir konusunda yazılmış ilk düzenli ve sistematik kitaplardan biridir. Cebir öğretiminde de yararlı olacak biçiminde düzenlenmiş olan bu kitap büyük ölçüde yaygınlık kazanmıştır.

Yaşamı hakkında çok az bilgi bulunan Bombelli'nin Melfi piskoposu Alessandro Ruffini'nin hizmetinde mühendis olarak çalıştığı bilinmektedir.

Cardano'dan sonra denklem çözümlerini en iyi açıklayanlardan biri Bombelli'dir. On altıncı yüzyılın İtalyasında yetişen son matematikçisidir. Üçüncü ve dördüncü dereceli denklemlerin çözümlerini en iyi tanıtan ve bu denklemlerin çözümleri üzerinde çalışmalar yapanlardan biridir. Özellikle sanal köklerle ilgili işlemleri ve çalışmaları oldukça ilerletmiştir.

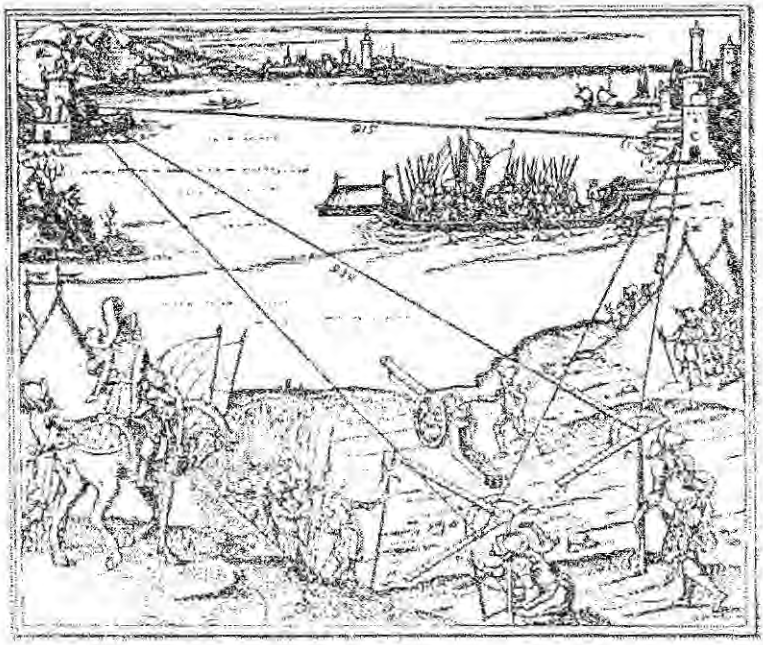


Matematiğin askerlik ve mühendislik amacıyla kullanılmasını gösteren bir resim.



1558 yıllarında İtalya'da kullanılan bir astrolop.

Bombelli, üçüncü dereceden bir polinomun en az bir gerçel kökünün olacağını söylemiştir. Ayrıca, gerçel katsayılı bir polinomun karmaşık köklerinin birbirlerinin eşleniklerini olacaklarını da ileri sürmüştür. Bu önermeleri ispatlayamamış, sadece denklem çözümlerinden bu sonuçlara ulaşmıştır. Cebirin temel teoremi olarak bilinen bu teoremler Gauss (1777 - 1855) tarafından ispatlanmıştır. Eğer üçüncü dereceden bir denklem $x^3 = 15x + 4$ biçiminde ya da a, b ve c katsayıları pozitifse, $ax^3 = bx + c$ türündeki denkleminin gerçel kökünün mutlaka pozitif olacağını yine sezgisel olarak söylemişti



Matematiğin askerlik ve mühendislik amacıyla kulanılmasını gösteren bir resim.

Bombelli'nin 1572 yılında yayınlanan Aritmetik isimli kitabı 1579 yılında ikinci kez basılmıştır. O dönemin İtalyasında en iyi okunabilen ve cebiri en iyi inceleyen bu kitaptı. Denklemlerin karmaşık kökleri bu kitapta derin bir şekilde incelenmiştir. İngiltere'de bu dönemde en iyi ve okunabilecek cebir kitabı Record'a aitti. Yine o dönemde Avrupa'da Regiomontanus hala bilinmezken, Bombelli'nin cebiri Diophantus'tan başlayıp Cardano'ya kadar geliyordu. Denklemler kuramını o dönemde en iyi inceleyen oydu. Stifel, Stevinus ve Vieta bu konuda Bombelli'den sonra gelirler. Onun denklemlerin karmaşık kökleriyle uğraşması gelecekteki matematikçilere önemli bir yol gösterdi. Köklerle katsayılar arasındaki ilişki, çarpanlara ayırma ve çok sayıda olan problemler ondan kalmadır. En çarpıcı problemlerinden biri de, üçüncü dereceden bir polinomun çarpanlara ayrılıp ayrılamayacağını göstermesidir. Özellikle, üçüncü dereceden bir polinomun çarpanlara ayrılmaması ile bir açının pergel ve cetvelle üç eşit parçaya bölünememesi probleminin aynı olduğunu işaret etmiş ve göstermiştir. Bombelli, 1572 yılında İtalya'da ölmüştür.

BENEDETTİ (1530 - 1590)

Giovanni Battista Benedetti, 14 Ağustos 1530 günü İtalya'da Venedik'te doğmuş bir matematikçi ve fizikçidir.

Benedetti, İtalya'da Galile'den önce gelen en önemli bilim adamlarından birisidir. Venedik'te yaşayan soylu bir aileden gelir. Babası Luca Guarico da iyi eğitim görmüş bir doktordu. Benedetti, sekiz yaşına kadar babasından felsefe, müzik ve matematik öğrenimi aldı. Zaten normal olarak yedi yaşına kadar düzenli eğitim görmeyen Benedetti, 1546 ile 1548 yılları arasında Niccolo Tartaglia'dan Euclides'in ilk dört kitabı üzerinde dersler aldı. Henüz on dört yaşında olmasına karşın, Euclides'in bu yapıtlarını hemen kavradı. Yalnız, Benedetti, Tartaglia'nın öğrencisi olduğundan hiç söz etmez. 1553 yılında Tartaglia'yı eleştiren bir yazısı vardır.

Benedetti, çok parlak bir öğrenci olmasına karşın, yapıtını ancak 1552 yılında yirmi iki yaşında yazmıştır. Resolutio isimli bu ilk kitabı Venedik'te basılmış ve Euclides'in kitaplarındaki problemlerin genelleştirilen çizimleri ve çözümleri üzerinedir. Benedetti'nun bu çözümleri, Tartaglia ile Ludovico Ferrari'nin 1546 ile 1547 yıllarında aralarında tartıştığı problemlerden daha sistemli, daha kapsamlı ve daha incedir. Tartaglia, daha sonra 1560 yıllarında Benedetti'nin çözümleri paralelinde bir kitap yazmış, fakat onun ismini ve çalışmalarını hiç gözönüne almamıştır.

Benedetti'nin 1554 yılında Venedik'te doğan ve 1580 yılında Turin'de ölen bir kızı vardı ama Benedetti'nin evliliğine ilişkin hiç bir kayıda rastlanılmamıştır. Benedetti, 1558 yılında matematikçi olarak Parma'ya gitmiş ve Parma'da sekiz yıl kalmıştır. 1556 ile 1560 yılları arasında Roma'da Aristo'nun bilimi üzerine dersler vermiştir. Daha sonra Parma'ya dönmüş ve saray bilim adamı olmuştur. Burada uzun yıllar gökbilimi gözlemlerini yapmıştır. Tüm bunlara karşın ücretleri ve maaşı verilmemiş ya da geciktirilmiştir. Bunun üzerine Benedetti, 1567 yılında Turin'e geri döner ve yaşamının sonuna kadar bu şehirde kalır. Şehirin dükü Emanuele Filiberto, Benedetti'ye çok saygı gösterir. Sivil, sosyal ve askeri görevler verir. Bu da bu görevleri başarı ile yerine getirir. Mondovi ve Türin Üniversiteleri'nde dersler okutur.

Benedetti'ye Türin Üniversitesi'nde bir kürsü verilmesine karşın o hiç bir zaman kendisini bir profesör olarak kabul etmedi ve bu ünvanı almadı. 1579 yılında yazdığı ve Türin'de profesör olan Berga şerefine sunduğu yapıtı üzerine aralarında tartışma çıktı. 1570 yılında yaptığı matematiksel çalışmalarını yayınladı. 1585 yılında ikinci kez evlendi. Ya da kızının annesi ile yeniden bir araya geldi. Matematik ve değişik konular üzerine olan yazılarını Speculationum ismi altında yayınladı.

Benedetti, 1590 yılında 20 Ocak 1590 günü öldü. Son olarak yazdığı kitabı 1592 yılında yayınlandı. Yapıtlarında astrolojiye de yer vermiştir. Bu nedenle eleştirildiği olmuştur. Resolutio isimli yapıtı modern fizik üzerinedir. Serbest düşen cisimler üzerine doğru olan görüşleri vardır. Bunları matematiksel dille de yazmıştır. Yalnız bu çalışmaları daha çok geometrik modellidir. Bunlar biraz da Aristo fiziğine benzer.

Tartaglia, 1551 yılında Venedik'te Archimedes'in suda yüzen cisimler üzerine yazdığı kitabı çevirmişti. Bu kitabı da okuyan Benedetti, Galile ilkelerine benzeyen De Motu isimli çalışma ölümünden sonra 1590 yılında yayınlandı.

Benedetti'nin çalışmaları yaşamı boyunca hiç bir kitapta yer almadı ve onun çalışmalarına fazla eğilinmedi. Bir yerde fazla taktir edilmedi. Bunun en büyük nedeni de Aristo fiziği ile ters düşmemesi gösterilebilir. Oysa Benedetti, Aristo'yu aşmış, hemen hemen Galile'ye yaklaşmıştı. 1554 yılında Demonstratio isimli kitabında Aristo ile çatıştığı ve onu kabul etmediğini açıkça gösteriyordu. 1553 yılında yayınladığı kitabı da düşen cisimlerin hareketi üzerineydi. Brescialı Giovanni Battista Bellaso, Benedetti'ye bir demir parçası ile bir odun parçasının neden aynı zamanda yere düştüklerini sormuştur. Benedetti'nin bu konuda Galile gibi doyurucu yanıtlar verebildiğini söyleyemeyiz.

Benedetti, 1553 yılında yazdığı bir yazıda, üçüncü derece denklemin çözümünü Tartaglia'dan önce kafasında düşündüğünü yazmıştır ama çözümü yapamamıştır. Benedetti'nin bu konuda yazdıkları 1578 yılında Simon Stevin tarafından çevirilmiştir. Benedetti'nin ivme, hız ve yol üzerine de yayınları vardır. Fakat bunların hiç birisi Galile düzeyinde değildir. O da bu konuda Galile'yi ve Newton'u bekleyecektir. Benedetti'nin en büyük noksanlığı, bu tür hareketleri matematiksel formüllere bağlayamamış olmasıdır. Tüm bunlara karşın, Benedetti modern mekaniğe en iyi yaklaşanların başında geldiğini söyleyebiliriz.

Benedetti'nin, Euclides'nin beşinci kitabı üzerine olan çalışmaları önemlidir. Çevrel çember, küresel üçgenler, çemberler, konik kesitleri ve perspektif geometri onun çalışmalarından bazı başlıklardır. Düzgün çokgenler ve düzgün katılar üzerinde de çalışmaları vardır. Gökbilimi konusunda ayrı bir yayını yoktur ama, bu konuda yaptığı çalışmalar Kepler, Galile ve Stevin'e yol göstermiştir. Mekanik ve akışkanlar üzerine yaptığı çalışmaları daha çok Archimedes'in çalışmalarına benzer. Benedetti'nin çalışmaları ondan sonra gelenler tarafından dikkatle incelenmiş ve binlerce sayfalar tutan yazıları onları doğruları bulmaya götürmüştür.

Benedetti'nin yapıtlarının tümü henüz yayınlanmamıştır. Yayınlarının asıllarına da çok seyrek rastlanılmıştır. Bu çalışmaların bazı kopyaları British Museum, Torino ve Toronto kütüphanelerindedir.

BAROCİUS (1537 - 1604)

Franciscus Barocius, Francesco Barozzi ismiyle de bilinir. 9 Ağustos 1537 günü Girit'te doğmuş bir matematikçi ve gökbilimcidir. Venedikli bir papazdan insanlar, Yunanca ve Latince üzerine dersler almıştır. Daha sonra Paduva Üniversitesi'ne girmiş ve kendisinin söylediğine göre Sacrobosco'nun Küre'si üzerine dersler vermiştir.

Barocius'un en önemli çalışmasından birisi, Euclides'in birinci kitabı üzerine yorum yazan Proclus'un yapıtını, kendisinden önce gelenlerden daha iyi bir biçimde 21 yaşın-

da Latinceye çevirmesi ve bu yapıtı 1560 yılında Venedik'te bastırması olmuştur, 1572 yılında Heron'un savaş makineleri üzerine yazdığı kitabı düzelterek Latinceye çevirmiş, fakat bu çeviri bugüne kadar yayınlanmamıştır. Pappus'un Collectio ve Archimedes'in De Dimensionibus isimli yapıtlarını da Latinceye çevirmiştir.

Barocius, 1572 yılında İtalya'da rythmomachia olarak bilinen ve Pisagarcular tarafından bulunduğu söylenen matematiksel oyun üzerine bir kitap yazmıştır. Bu oyunun başlangıcı onbirinci yüzyıla kadar gider. Bu kitap daha çok Boissiere'nin 1556 yılında yazdığı kitaba dayanır. Oyunun oynanış kuralları da Sacrobosco'nun Küre isimli kitabıyla ilk kez ortaya çıkmıştır. Barocius, Sacrobosco'nun kitabında 84 tane yanlışı görmüş ve bu yanlışlıkları düzeltmiştir. 1587 ve 1598 yıllarında yaptığı çalışmaları önemlidir. 1560 yılında yaptığı iki çalışması Paduva'da, 1566 yılında yaptığı çalışması Bologna'da, 1572 yılında yaptığı çalışmaları Venedikte, 1585, 1586 ve 1589 yıllarında yaptığı çalışmaları da yine Venedikte basılmıştır. Barocius 23 Kasım 1604 günü İtalya'da Venedik'te ölmüştür.

RİCCİ (1540 - 1603)

Ostilio Ricci 1540 yılında İtalya'da Fermo'da doğmuş bir matematikçi ve askeri bir mühendisti. Ricci, Orazio Ricci ile Elisabetta Gualeroni'nin oğluydu. Aile Fermo patriklerindendi. Ricci'nin başlangıçta matematik çalışıp çalışmadığı bilinmiyor. Leonardo Olschki, onun Tartaglia ile çalıştığını yazar. Ricci ile Leon Battista Alberti arasında haberleşmenin olduğunu bize Thomas Settle bildirmektedir.

Ricci'nin 1580 yıllarında matematik öğretmeye başladığı sanılıyor. Francesco Medici'ye, Galileo'ya ve kardeşinin on dokuz yaşında tıp öğrencisi olan oğluna matematik dersleri vermiştir. Bu ders vermeler 1583 yıllarında olduğuna göre Ricci'nin daha önce matematik dersleri aldığı sonucuna varabiliriz. Galileo, Ricci'nin gözetimi altında Euclides ve Archimedes'i çalıştı. Galileo'nun önemli başka öğretmenleri de olmuştu. Ricci'nin Florence'de başka özel öğrencileri de vardı.

Galileo 1587 yıllarında Bologna Üniversitesi'ne başvurunca Ricci ona övgü mektubu vermişti. Ricci yine Galileo'nun iki yıl sonra Piza Üniversitesi'ne girmesini de sağlamıştı. Ricci aynı zamanda çalışkan bir mühendisti. 1590 yıllarında Ferrara'da çalıştı. Bologna'da bulunan yeraltı sıcak su kaynaklarını inceledi ve bunlar hakkında bir rapor yazdı. 1593 yılında Florence'ya döndü ve Akademi'de dersler vermeye başladı. Ferrara'da askeri mühendis olarak görev yaptı.

Ricci hem matematik ve hem de matematik konularında yayınlar yaptı. Matematikte yaptığı çalışmalar Galileo'ya çok yardım etti. Diğer bir çalışması 1929 yılında çok son-

sonraları basılmıştır. Çok sayıda makaleler yayınlayan Ricci, 15 Ocak 1603 günü İtalya'da Florence'da ölmüştür.

BRUNO (1548 - 1600)

Asıl ismi Filippo Bruno olan Giordano Bruno'nun takma ismi İl Nolano'dur. 1548 yılında İtalya'da Nola'da doğmuştur. Kendisi bir İtalyan düşünürü, gökbilimcisi ve matematikçisidir. Çağdaş bilime öncülük eden kuramlarının en önemlileri, evrenin sonsuzluğuna ve birden çok dünyanın varlığına ilişkin olanlardır. Geleneksel yermerkezli gökbilimini kabul etmeyen Bruno, Kopernik'in günmerkezli ama sabit yıldızlar küresine sahip sonlu bir evrenin varlığını kabul eden kuramını da sezgisel olarak aşar. Yine de Bruno daha çok, Katolik ve Protestan kiliselerinin Avrupa'yı Hıristiyanlaştırma çabalarında katı Aristocu ve Skolastik ilkeleri yeniden doğrulamaya çalıştıkları bir dönemde, aykırı görüşlerini inatla korumasının yol açtığı acıklı ölümüyle hatırlanır.

Bir asker çocuğu olan Bruno, Filippo ismiyle vaftiz edildi. Daha sonra doğum yeri Nola olması dolayısıyla ona "İl Nolano" takma ismi verildi. 1562 yılında insana ilişkin bilimler, mantık ve diyalektik (kanıtlama) eğitimi görmek üzere Napoli'ye gitti. İbn Rüştçü eğilimleriyle bilinen G. V. de Colle'nin derslerinin yanısıra, anımsama yöntemleri ve çalışmalarından etkilendi. 1565 yılında Napoli'deki San Domenico Maggiore Dominiken manastırına girdi. Burada Giordano ismini aldı. Davranışları dini düşünceleri kiliseye karşı olduğu yolunda kuşkulara yol açtıysa da 1572 yılında papalığa atandı. Aynı yıl Tanrıbilim eğitimini sürdürmesi için Napoli'deki manastıra geri gönderildi. Haziran 1575 ayında tamamlanan bu dersler Bruno'da Tanrıbilimin inceliklerine ilişkin kuşkular uyandırdı.

Bruno daha önce Erasmus'un yazdığı ve yasaklanmış olan iki yorumu okumuştu. İsa'nın tanrılığını kabul etmeyen Ariusçu denen ve kiliseye karşı olan düşünceyi de hiç çekinmeden tartışıyordu. Bütün bunlar tarikatın bölge sorumlusu tarafından kiliseye karşı olan bir kişi suçlamasıyla mahkemeye verilmesine yol açtı. Cezalandırılacağını anlayan Bruno Şubat 1576 ayında gizlice Roma'ya kaçtı. Burada haksız bir cinayet suçlaması ve ikinci kez afaroz edilmesi, yani dininden çıkarılması olayıyla karşılaştı. Nisan 1576 ayında Roma'dan da kaçtı. İşleri hep ters gittiği için Dominiken tarikatından ayrıldı. Bir süre Kuzey İtalya'da dolaştıktan sonra 1578 yılında Genevre'ye gitti ve düzeltmenlik yaparak geçimini sağladı. Kalvenciliği resmen kabul etti. Ama Kalvenci bir profesörün görüşlerine karşı yayınladığı bildiriden sonra bu kilisenin de Katolik kilisesi kadar hoşgörüsüz olduğunu gördü. Ardından tutuklandı, afaroz edildi, sözünü geri aldıktan sonra saygınlığı geri verildi ve sonunda kentten ayrılmasına izin verildi. Fransa'da önce Toulouse'a gitti. Burada Katolik Kilisesi'nce bağışlanmak için gösterdiği çabalar sonuçsuz kaldıysa da felsefe dersleri vermesi uygun görüldü. 1581 yılında Paris'e geçti.



Bruno.

Sonunda Bruno Paris'te çalışabileceği ve öğretmenlik yapabileceği ortamı buldu. Katolikler ve Huguenotlar (yani Fransız protestanları) arasındaki çekişmelere karşın, o dönemde III. Henri'nin sarayında "Siyasiler" yani sonradan Fransa kıralı olan, Protestan Navarre Kıralı Henri'ye yakın ılımlı katolikler yönetime egemendi. Bruno'nun dinsel eğilimi bu grubunkiyle uyuşuyordu. Onu geçici kıraliyet öğretmenlerinden biri olarak atayan Fransa kıralının koruması altına girdi. 1582 yılında anımsama yöntemleri konusunda yayınladığı üç çalışmada, gerçekliği yakından tanıyabilmenin yeni yollarını aradı. Ayrıca, halk dilinde yazdığı ve 1582 yılında yayınladığı Mum Yapımcısı isimli komedisinde, çağdaş Napoli toplumunun canlı bir betimlemesiyle dönemin ahlaki ve toplumsal yozlaşmasına karşı çıktı.

Bruno'nun kendisi soylu bir aileden geliyordu. Başlangıçta oldukça güçlü bir hazırlık öğrenimi de aldığı anlaşılmaktadır. Daha on beş yaşındayken Dominiken tarikatına girmiştir. Fakat, kendi anlattığına göre, giyisinin birinci düğmesini ilikledikten sonra diğerlerini doğru olarak ilikleyememiştir. Yani, bu tarikatın düşünce ve yaşamına alışmamış ve ısınamamıştır. Giordano takma ismi ona bu tarikatta verilmiştir. Hücresinde ne kadar Hıristiyan velilerinin resimleri varsa tümünü atmış, yalnız bir haç bırakmıştır. Çevresinde bulunanlar, bu davranışından dolayı kendisinden hoşlanmamışlardı. Zaten o, yargılanmaya başladığı zaman on sekiz yaşından beri üçüzlemeden şüphe ettiğini söylemiş ve bu düşüncesini kabul etmiştir.

Bruno, çapkın, bilgiye tutkulu, aşka ve şiire karşı derin yetenekleriyle tanınmış özgür düşünceli bir adamdır. Yazmış olduğu bir komedi, şehvetli bir olayı saygısız bir dille betimlediği gibi, yetmiş kadar sayıda sonatını oluşturan Eroici Furori isimli eserinde de Tanrılığa ve güzelliğe karşı olan aşkını dile getirmişti. Bruno, kendisinin bu taşkın yönsemelerini anlatmak için, bir şiirinde "Kalbimin ateşini, Kafkasya'nın karları bile söndüremez!" diyordu. Sonunda hücresinden kaçtı. Onun yüz ve beden güzelliğinden başka, vaizlik, şairlik, gökbilimi ve matematik bilgisi nedeniyle de yüksek ve seçkin bir durumu vardı.

Önce, Genes yakınlarında Noli'ye gitti. Orada küçük çocukları okuttu ve bazı genç nesillere gökbilimi ve matematik verdi. Başlangıçta, Kopernik'in kuramını bir deli saçması olduğunu düşündü. Onu anlayacak kadar matematik öğrendikten sonra daha ileriye gitmeye başladı. Çünkü Bruno, ilk ve Ortaçağ gökbilimlerini de öğrenmişti. O, bu dönemde "evren sonsuzdur, mutlak bir sınır yoktur ve evrende kendi dünyamıza benzeyen sayısız dünyalar ve bunlardan her birinin ayrı merkezleri var. Tanrı, bu sonsuz evrenin her tarafından içsel bir ruh gibi her şeyi kuşatmıştır. Bunları hareket ettirmektedir" diye inanıyordu. Onun bu düşüncelerini sonraları Telesio ve Nicola da Cusa'nın yapıtları değiştirdi. Bruno'nun ünü kadar da felaketini yaratan, artık son günlerini yaşamakta olan skolastik düşünceye karşı gösterdiği düşmanlık ve henüz otoritelerini yitirmemiş olan kilise inançlarına aykırı düşüncelerdir. Bruno, insanlığın mutluluğu için kurtarıcı saydığı bir kuramı kent kent gezerek, her üniversitede durarak, ilgisizleri kazanarak tüm dünyaya yaymak isterken, başına çok sayıda düşman yığdı. Kendisini kötü sonlara sürükleyen tehlikeli bir çalışmaya koyuldu. Bayle, onun hakkında, "Bu kahraman, felsefe konularında serseri bir şovalyelik yaptı!" diyerek, kendisi ile alay eder. Oysa, Bruno inandığı düşünceler uğruna kahramanca öldü. Bunda gülünecek değil, ders alınacak, saygı duyulacak gerçekler saklıdır.

Bruno, Genes'ten Milano'ya, Venedik'e ve Nis'e gitti. Kilisaye ters olan düşünceleri yüzünden nereye gittiyse kovuldu. Gerçek için değilse bile kazanabileceği tek özgürlük için tüm Avrupa'yı dolaşmak istedi. Zaman zaman Cenevre'de gözüktü. Kalvenciler, orada ağzını açtırmadılar. Lyon ve Toulouse'a gitti. Bu son iki kentte iki yıl başarılı dersler verdi. Yaşamının en sakin devresinden biri burada geçti. Bruno'nun bunun dışındaki tüm yaşamı fırtınalarla doludur. Ne yazık ki, buradaki iç savaş yüzünden Toulouse'tan ayrılmak zorunda kaldı.

1581 yılında Paris'e gelen Bruno, burada Kral III. Henri'nin koruması altında halka dersler vermeye başladı. Kilisede Messe törenlerine gitmeyi kabul etseydi üniversitede bir kürsü kazanacaktı. Burada İtalyanca ve Latince bir yığın eser yazdı. Bu yapıtlarının tümünde Aristo'nun ve Ptolemaios'ın gökbilimlerine hücum ediyordu. Hoşgörü ve özgürlüğü savunuyordu. Paris Üniversitesi rektörüne, "Niçin, her zaman otoriteleri çağırmak, niçin? Eflatun'la Aristo arasında karar vermeye zorunlu olmak niçin?" diye haykırıyordu.

Bruno 1583 yılı ilkbaharında Kıral III. Henri'nin büyükelçisi Michel de Castelnau'ya yazdığı övgü mektubuyla Londra'ya gitti. Kısa bir süre sonra Oxford Üniversitesi'ne giderek yaz boyunca bir dizi konferans verdi. Bu konferanslarda Yer'in hareket ettiğini ileri süren Kopernikçi kuramı açıkladı. Oxfordluların düşmanca tutumları karşısında Fransız büyükelçisinin konuğu olarak Londra'ya geri döndü. Sık sık I. Elizabeth'in sarayını ziyaret etti. Sir Philip Sidney ve Leicester kontu Robert Dudley gibi etkili kişilerle tanıştı.

Şubat 1584 ayında Sidney'in çevresinden Fulke Greville, Bruno'yu Yer'in hareketine ilişkin kuramını Oxfordlu bilginlerle tartışmaya çağırdı. Fakat tartışma kavgaya dönüştü. Bunun hemen ardından yazmaya başladığı İtalyanca diyalogları felsefesinin ilk sistematik açıklamasıdır. Bu altı diyalogun üçü kozmoloji yani evren kuramı, üçü de ahlak üzerinedir. 1854 yılında Küllenme Çarşambası Akşam Yemeği, yalnızca günmerkezli kuramı doğrulamakla kalmayıp evrenin sonsuz olduğunu ve Güneş sistemindekilere benzer sayısız dünyalardan oluştuğunu ileri sürdü. Aynı diyalogda Kutsal Kitabın yalnızca ahlak öğretilerine bağlı kalınması, gökbilimini ilgilendiren bölümlerinin ise dikkate alınmaması gerektiğini öne sürerek İtalyan meslektaşı Galile'nin öncülüğünü yaptı. Ayrıca İngiliz toplumundaki davranış biçimlerini ve Oxfordlu bilginlerin bilgiçliklerini sert bir dille eleştirdi. 1584 yılında Neden, İlke ve Bir üzerine isimli yapıtında evren anlayışını dayandırdığı fizik kuramını geliştirdi. Buna göre "biçim" ile "madde" birleşerek "bir"i oluşturuyordu. Bunun gibi daha çok sayıda ve yüzlerce tutan makaleler yazdı. İngilizlerden hoşlanmadı. Onların barbar olduklarını söyler. "Onlara yeni düşünceleri anlatmak, domuzların önüne inci atmak demektir" diyordu. Oxford Üniversitesi kendisine yer verdi. Burada kendi gökbilimi ve psikoloji kuramını okuttu. Burada da susturulduğu için ayrılmak zorunda kaldı.

Bruno, Ekim 1585 ayında Paris'e geri döndü. Burada siyasi ortamın değişmiş olduğunu gördü. III. Henri Protestanlarla barış anlaşmasını bozmuş, Navarre Kıralı afaroz edilmişti. Bruno hiç ölçülü davranma gereği duymadan Katoliklerin korunmasındaki matematikçi Fabrizio Mordente ile bir tartışmaya girdi ve yazdığı dört diyalogla onunla alay etti. Aristo görüşlerine saldıran 120 tane makale yazdı. Siyasiler ona sırt çevirince Paris'ten yine ayrıldı.

Buradan Almanya'ya giden Bruno bir üniversite kentinden öbürüne geçerek dersler verdi. 1588 yılında çağdaş matematikçi ve düşünürlere karşı 160 tane makale yayınladı. Ocak 1589 ayında Helmstedt'te Luterci yerel kilise tarafından afaroz edildi. İlkbahara kadar Helmstedt'te kaldı. Burada, doğal büyü ve matematiksel büyü konusunda ölümünden sonra yayınlanan çalışmalarını tamamladı. Latince şiirler yazdı. Şiirlerinde matematikler de vardı. Atom anlayışını dile getirdi. Bu çalışmalarını yayınlayabilmek için 1590 yılında Frankfurt am Main'a gitti ama senato kentte kalma başvurusunu geri çevirdi. Buna karşın Karmelit manastırına yerleşen Bruno, Protestan bilginlere konferanslar verdi. Başrahibin deyişiyle, dinsellikle ilgisi olmayan, daha çok yazmayı seven, boş ve hayali yenilikler peşinde koşan evrensel bir insan ününü elde etti.

Bruno Ağustos 1591 ayında, Venedikli Giovanni Mocenigo'nun çağrısı üzerine İtalya'ya geri dönme yanlışlığından bulundu. O sırada bu karar çok tehlikeli görünmüyordu. Dinsel ve siyasi barış biraz sağlanmıştı. Bruno, kuramlarını açıklayacağı bir akademi ortamı arıyordu. Paduva Üniversitesi'ndeki matematik kürsüsünün o sıralarda boş olduğunu biliyordu. Hemen Paduva'ya gitti. 1591 yazı sonlarında Alman öğrencilere bir dizi özel dersler vermeye başladı. Bu sırada Geometri Dersleri ve Biçim Değiştirme Sanatı isimli kitaplarını yazdı. Kış başlarında 1592 yılında Galile'ye önerilen kürsünün kendisine verilmeyeceğini anlayınca Mocenigo'nun konuğu olarak Venedik'e döndü. Burada da rahat duramayan Bruno bir dizi dinsel tartışmalara katıldı. Bu nedenle Bruno'nun özgürlüğü Mayıs 1592 ayında sona erdi. Anımsama sanatı üzerine Bruno'nun kendisine verdiği özel derslerde düş kırıklığına uğrayan ve yeni bir çalışmasını yayınlatmak için Frankfurt'a gitmek istemesine gücenen Mocenigo, Bruno'yu kiliseye karşı kuramları yüzünden Venedik Engizisyonu'na şikayet etti. Bruno tutuklandı ve yargılandı. Mahkemede kendisini çok iyi savundu. Venedik'te sürdürülen yargılama Bruno'nun lehine görülüyordu ama Roma Engizisyonu Bruno'nun Roma'ya gönderilmesini istedi. 27 Ocak 1593 günü Bruno Roma'da hapse atıldı. Roma'daki yargılanması tam yedi yıl sürdü. Hıristiyan Tanrı ve yaradılış kavramlarına ters düşmediğini kanıtlamak için umutsuz bir çaba gösterdi. Kanıtlamaları kabul edilmedi ve sözlerini resmen geri alması için bir kez daha zorlandı. Bruno, geri alınacak hiç bir sözü olmadığını, hatta hangi sözün geri alınmasının istendiğini de bilmediğini söyledi. Bu noktada Papa VIII. Clemens, pişmanlık duymayan inatçı bir kilise düşmanı olduğu gerekçesiyle mahkum edilmesini emretti. 8 Şubat 1600 günü ölüm hükmü kendisine resmen okunurken yargıçlara "Beni ölüme yollarken siz benden daha çok korkuyor olabilirsiniz," dedi. Çok geçmeden, konuşmaması için ağzı tıkaçlı bir halde Campo di Fiori'ye getirildi ve 17 Şubat 1600 günü diri diri yakıldı.

Bruno kuramlarıyla on yedinci yüzyıl bilimsel ve felsefi düşüncesini etkiledi. On sekizinci yüzyıldan bu yana da birçok düşünür onun görüşlerini kullandı. Düşünce özgürlüğünü simgeleyen Bruno, on dokuzuncu yüzyıl Avrupa'sında özgürlük hareketlerinin, özellikle de İtalyan'nın yeniden yükselişinin esin kaynağı oldu. Bruno'nun evren bilimi görüşü ile çağdaş evren anlayışının bazı temel yönleri arasındaki yakınlık açıktır. Dinsel ve felsefi hoşgörü ilkesi de kişiye serbestlik tanıyan düşünürleri etkilemiştir. Büyü ve gizliciliğe önem vermesi yüzünden de eleştirilmiştir. Yine de Bruno, batı düşünce tarihinin en önemli isimlerinden biri ve çağdaş uygarlığın habercisidir.

Bruno, kendisini yakacak odunlar üzerinde son kez öpmesi için bir haç uzatan papazı itip, cesaretle ve hiç ses çıkarmadan alevler içinde kaybolduğu zaman Roma'da Campo di Fiora denilen meydanda gerçekte bilgisizliğin ve hoşgörmezliğin değil, ruhunun sönmek bilmeyen ateşiyle kavrulmuştu. Düşmanları, onun eserlerini yok etmeye çalıştılar. Uzun zaman onun talihinden şüphe ettiler. Bruno'ya kadar hiç kimse meydanlarda yakılmamıştır. Bu da Avrupa'daki iskolastik düşüncenin son çırpınışına doğru gittiğini gösterir.

Bruno'nun Tanrı tanımazlıkla suçlandığı biliniyorsa da, onun hakkında verilmiş olan kararın bir sureti bulunamamıştır. Aslında yargıçlar gerçeği, düşünce özgürlüğünü, evrenin çokluğu ve Yer'in hareketini savunan düşünceleri cezalandırmışlardı. Yoksa Bruno, daha önce de söylendiği gibi, son nefesine kadar dinsel duygularını kaybetmemişti. Bruno'nun külleri havaya savruldu, fakat yakıldığı meydana 1889 yılında İtalya hükümeti bir heykelini diktirerek eserlerini yeniden ve lüks bir şekilde bastırdı. Domenico Berti tarafından, engizisyonun Venedik'teki, yargılama sırasında yaptığı sorgu yazıları toplanmış ve 1686 yılında Torino'da basılmıştır. Bundan sonra Roma'daki sorgu yazıları Roma'da yayınlanmıştır. Alman üniversitelerindeki yazıları da 1880 yılında yayınlanmıştır. Cenevre yöresinde yaşadığı yıllara ilişkin yazıları da 1884 yılında Cenevre'de yayınlanmıştır.

Bruno'nun geldiği ortam nedeniyle fazla pozitif bir bilgisi de yoktu. O, yanlış bilgilere karşı savaşmıştı. İçinden gelen ateş onu bu ortama sürüklemişti. Geniş bir hayal gücü vardı ve iyi bir şairdi. Hareket, ancak sabit bir noktaya göre tasarlanabilir. Oysa böyle bir nokta da yoktur. Hareketsiz sandığımız yer, sürekli hareket etmektedir. Bu nokta Yer'de veya Güneş'te alındığına göre de hareket denilen olay değişir. Yani, olaylar görecelidir. Zaman da göreceli bir olaydır. Her yıldızın bir zamanı vardır. Ağırlık ve hafiflik de göreceli birer kavramdır. Aristo'ya göre ağırlık, maddenin alemin merkezini aramasıdır. Dünya her şeyden ağır olduğu için alemin merkezinde bulunur. Bruno'ya göre bir cismin düşmesi, en iyi yerleşebileceği bir ocağı aramasıdır. Her cismin molekülü, birbiriyle olan orana göre ağırdır. Bunları Kopernik de söylemişti. Onun bu görelilik kavramı daha sonra Galile ve Einstein tarafından da ortaya atılmıştır.

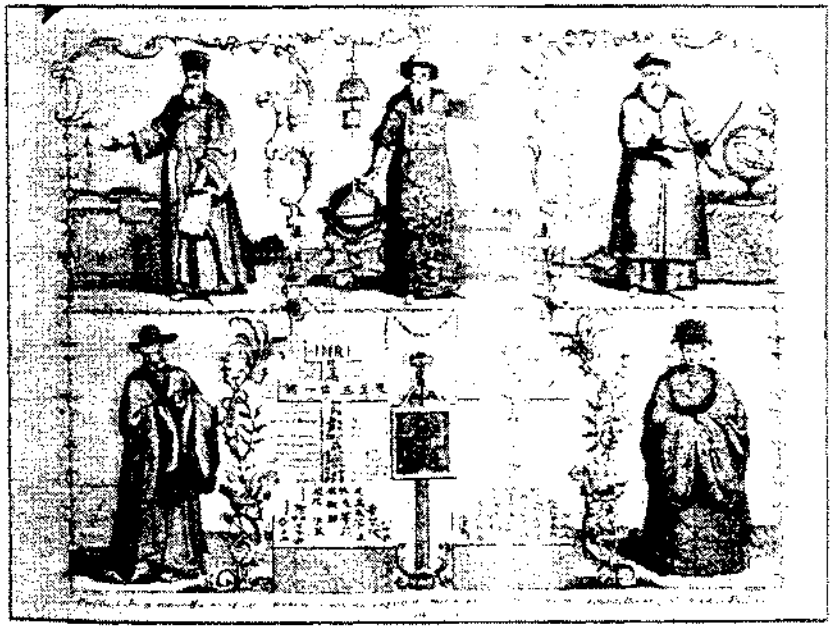
RİCCİ (1552 - 1610)

Matteo Ricci, 6 Ekim 1552 günü Papalık Devletleri'nde Macerata'da doğdu. Kendisi on altıncı yüzyılda Hıristiyan öğretisini Çin'e tanıtan ve oralara kadar giden bir İtalyan Cizvit misyoneri, gökbilimcisi ve matematikçisidir. Kendisi, İtalya'nın orta kesimindeki Macerata'nın soylu bir ailesinden geliyordu. 1561 yılında Cizvit papazlarının açtığı okula girdi. Klasik öğrenimini tamamladıktan sonra on altı yaşında hukuk öğrenimi için Roma'ya gitti. Orada Cizvit yaşamına ilgi duydu ve 15 Ağustos 1571 yılında bu tarikata girmek için izin istedi. Tanınmış matematikçi Chirstopher Clavius'un yanında akademik çalışmalara başladıktan kısa süre sonra Uzakdoğu'da gönüllü çalışmayı kabul etti.

Uzakdoğuya gitmeden önce ailesine bu konudan söz etmedi. Sadece Portekiz'e gideceğini söylemişti. 1577 yılında Uzakdoğuya gitti. Portekiz'in, Hindistan kıyılarındaki ileri karakolu Goa'ya ve Malabar kıyısındaki Koçin'e gönderildi. Yolculuk arkadaşları Rudolfo Acquaviva, Nicolas Spinola, Francesco Pasio ve Michele Ruggiery'ydi. Ricci



Konfücyüs.



Çin'de Cizvit misyonerlerini gösteren XVIII. yy. gravürü.

ve arkadaşları Cizvit kayıtlarında çok ünlü ve yetenekli kişiler oldukları geçer. 1578 yılının Eylül ayında Goa'ya vardılar. Tam dört yıl Hindistan'da kalarak Hıristiyanlığı yaymaya çalıştı. 1582 yılının Nisan ayında Çin'e gitmesi emrini almıştı.

Ricci, İncil'i Çin'de öğretmek üzere oraya resmi olarak davet edilmişti. Xavier'in, Ricci'yi Çin'e sokma çalışmaları sonuçsuz kaldı. Xavier, ölümüne kadar Hıristiyan kilisesini Çin'de tanıtmıştı. Ricci birçok engeli açtı ve Çin'e ulaştı.

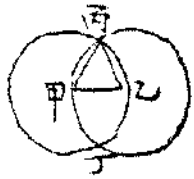
Ricci Çin'e vardığında ülke hala yabancılara kapalıydı. Ama Cizvitler artık Çin diliyle kültürünü öğrenmeye büyük önem veriyorlardı. Ulusal kültüre yakınlaşma girişimini, Ricci'ye Cizvit tarikatına kabul eden Alessadro Valignano başlatmıştı. Önce Michele Ruggleri, ardından Ricci Çin'deki misyonerlik etkinliklerini başlatmak üzere Portekiz'e bağlı Macau'ya çağrıldı. Ruggeri Çincedeki ilk Katolik kateşizmini yayınladı. Ricci de On Bin Ülkenin Büyük Haritası isimli büyük Dünya haritasının ilk örneğini hazırladı.

Ricci, Mako'da Mandarin Çincesini öğrendikten sonra 1583 yılında Guangdung'a geçti. Burada ve yöresinde uzun bir süre kaldı ve çalıştı. 1589 yılında Zhaoqing'den Shaozhou'ya gitti. Orada Konfiçyüsçü bilgin Qu Taisu ile yakın dostluk kurdu. Ona matematiğin temel ilkelerini öğretti. Bunun karşılığında da yüksek devlet görevlisi denilen Mandarinlerle Konfiçyüsçü bilginlerin çevresine girmeyi başardı. Bir süre sonra Pekin İmparatorluk Kenti'ne girme girişiminde bulundu. 1595 yılında Kore'deki bir Çin-Japon çarpışmasından sonra tüm yabancılara kuşkuyla bakıldığından bu girişimi başarısızlıkla sonuçlandı. 1595 ile 1598 yılları arasında Nanchang'da kaldığı süre içinde tanıştığı bir prensin isteği üzerine, dostluğu konu alan ilk Çince kitabını yazdı. 1599 yılının Şubat ayında yerleştiği Nanking'de daha çok gökbilimi ve coğrafyayla ilgilendi. Burada gördüğü ilgi ve yakınlıktan cesaret alarak Pekin'e girmek için ikinci bir başvuruda bulundu. Kendisine eşlik eden meslektaşı İspanyol Diego Pantoja ile birlikte 1601 yılının Ocak ayında kente girdi.

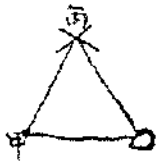
Ricci, çok sabırlı ve girişken biriydi. Hiç yılmazdı. Kafasına koyduğu ülküyü gerçekleştirmek için nasıl davranılacağını çok iyi biliyordu. Uzun ve yorucu bir uğraştan sonra 1601 yılında Pekin'e yerleşti. İmparatorun huzuruna kabul edilmediyse de başkentte kalmasına izin verildi. Bundan sonra hep Pekin'de kaldı. Pekin'de imparatordan matematikçi ve gökbilimci olarak görev aldı. Çin'de katolik misyonunu kuran Ricci, ilk sineloglardan biridir. Aydınlar arasında yaşayan bir aydın olarak uyarlamaya dayanan bir misyonerlik yönteminin öncüsü oldu. Çinli aydınlara Hıristiyanlığı benimsetme çabaları önemli kişilerle tanışmasını sağladı. Bunlar arasında, daha sonra Çin'deki İlk Katolik Kilisesi'nin Üç Temel Direği ismiyle anılan ve misyonerlere özellikle edebiyat çalışmalarında yardımcı olan Li Zhizao, Xu Guangqi ve Yang Tingyun ile Pekin'de hapse giren bilgin ve sivil görevli Feng Yingjing sayılabilir.

Ricci, Pekin'de bulunduğu yıllarda Çince kitaplar yazmıştır. Bunlar gökbilimi ve

以乙為心。則乙甲線。與乙丙乙丁線亦等。何者。凡為圓。自心至界各線俱等故。十界說既乙丙等于乙甲。而甲丙亦等于甲乙。即甲丙亦等于乙丙。公論三邊等如所求。凡論有二種、此以是為論者、正論也、下倣此、



其用法不必作兩圓。但以甲為心。乙為界。作甲乙界線。近丙一短界線。乙為心。甲為界。亦如之。兩短界線交處即得丙。



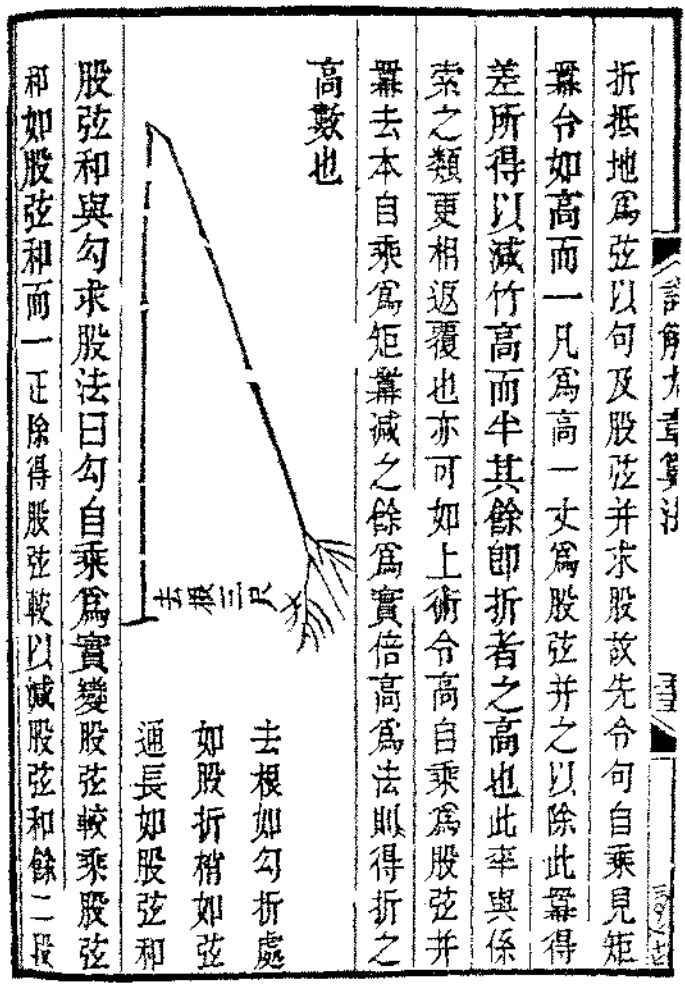
諸三角形。俱推前用法作之。此詳本篇二十

第二題

一直線線或內或外有一點。求以點為界作直線與元線

matematik konuludur. Gökbilimi heyetinde de çalışmıştır. Bu kadar uzun yolculuk içinde başından çok değişik ve tehlikeli olaylar geçmiştir. Portekiz'den çıktıktan sonra tüm yaşamı maceralar ve serüvenlerle doludur. Tutuklanmış, sonra idam edilmeden bağışlanmıştır. Buna karşın bu hareketli yaşamdan geri dönmemiştir. Vücudu ve ruh yapısı çok sağlam olduğundan bu eziyetlere zevk alarak katlanmıştır.

Ricci, Çin felsefesinin yüce verilerinden hareket ederek, Hıristiyanlığın bu verileri nasıl gerçekleştirdiğini ve aştığını gösterdi. Konfiçyüs ve atalar için yapılan geleneksel ayinlerin putperestlikle ilgisi olmadığını ileri sürdü. Bu görüşü onun ölümünden sonra şiddetle eleştirildi. Çin edebiyatının klasiklerinden sayılan Tien-cucin-yi isimli bir ahlak felsefesi yazan Ricci'nin 1911 ile 1913 yılları arasında yayınlanan tarihi eserleri ve 1942 ile 1949 yılları arasında yayınlanan Çin Üstüne Yorumlar onun temel belgeleridir.


折抵地爲弦以句及股弦并求股故先令句自乘見矩
羃令如高而一凡爲高一丈爲股弦并之以除此羃得
差所得以減竹高而半其餘卽折者之高也此率與係
索之類更相返覆也亦可如上術令高自乘爲股弦并
羃去本自乘爲矩羃減之餘爲實倍高爲法則得折之
高數也
去根如勾折處
如股折梢如弦
通長如股弦和
股弦和與勾求股法曰勾自乘爲實變股弦較乘股弦
和如股弦和而一正除得股弦較以減股弦和餘二段

Çin'de kırılan bambu ağacı problemi.

Ricci, batıda bilinen matematik ve gökbilimi bilgilerinden çok çok fazlasını Çin'de gerçekleştirdi. Orada çok sayıda matematikçi yetiştirdi ve Çin'ce matematik ve gökbilimi kitapları yazdırdı. Çin'deki matematiğin gelişmesini ve yayılmasını sağladı. Kuang Ching (1562-1634) ve 1631 yılında ölen Li Chi Tsao'ya sözlü olarak söyleyerek Çince kitaplar yazdırdı. Euclides'in Elements isimli kitabının ilk altı cildini Çince yazdırdı. Tung Wen Suan Ki isimli bir aritmetik kitabı yazdı ve öğrencisi Li Chi Tsao'nun onuruna sundu. Çok sayıda gökbilimi çalışmaları yaptı. Çin'de kurulan Gökbilimi Heyeti'nde çalışarak bu heyetin başkanlığına kadar yükseldi. Kendini Çin'e adayan Ricci 8 Mayıs ya da 11 Mayıs günü 1610 yılında Çin'de Pekin'de öldü.

VALERİO (1552 - 1618)

Luca Valerio (ya da Valeri), Ferrarali Giovanni Valeri ile Yunan kökenli Giovanna Rodomano'nun oğludur. Valerio'nun çocukluğu Korfu adasında geçmiş, fakat öğrenimini Roma'da Collegio Romano'da Clavius'un yanında tamamlamıştır. Önce felsefe ve Tanrıbilim okumuş, fakat onun ilgi alanı hep matematik olmuştur. Yaşamının büyük bir çoğunluğunu Roma'da öğretmen olarak geçirmiştir. Özel dersler vererek parasal destek elde etmiştir.

Valerio, Collegio Greco'da güzel konuşma ve Yunanca dersler ile Roma'da Sapienza'da 1600 yılından ölünceye kadar matematik dersleri vermiştir. Özel öğrencilerinden ileride papaz olacak VIII. Papa Clement ile gizli olarak aşık olduğu şair Mangherita Sarrocchi de vardır. Bir zamanlar Vatikan Kütüphanesi'nde Yunanca düzeltmenlik yapmıştır. 7 Haziran 1612 günü Lincei Akademisi'ne üye olarak seçilmiş, bu görevde 1616 yılına kadar etkin çalışmalar yapmıştır. 1590 yılında Piza'da ünlü olan Galile ve Valerio karşılaşmıştır.

1610 yıllarında onlarla yakın çalışmalarda bulunmuş ve mektuplaşmıştır. 24 Mart 1616 günü bu nedenle mi Lincei Akademisi'nden atıldı, yoksa başka nedenler mi vardı, bunlar bilinmiyor. Valerio'nun yaşamının son iki yılı karışık ve gözden düşmüş olarak geçmiştir. Galile de birkaç yıl sonra Valerio'nun tersi nedenlerden dolayı gözden düşmüştür. Politik yönden Valerio ile Galile aynı kötü sonu görmüşlerdir. Galile, 1638 yılında yazdığı kitabında, Valerio'nun büyük bir geometrici olduğunu ve zamanımızın yeni Archimedes'i olduğunu yazmıştır.

Valerio, De Centro Gravitatis isimli kitabında, Archimedes'te olduğu gibi bazı katı cisimlerin hacimleri ile bunların ağırlık merkezlerinin bulunmasını, bazı alanların hesaplarının uygulamalarını yapmıştır. Kitabındaki ilginç teoremlerinden birisi şöyle geçer. Eğer $\lim x = a$, $\lim y = b$ ve $x/y = c$ = sabit ise,

$$\frac{a}{b} = \frac{\lim x}{\lim y} = \lim \frac{x}{y} = c$$

olur. Bu sonuç Newton'un Principia isimli I. kitabında IV. Önerme olarak geçer.

Valerio, diğer bir kitabında kürenin ağırlık merkezini bilerek, parabol parçasının da ağırlık merkezini buluyordu. Aynı şekilde alan parçalarını da hesaplıyordu. Valerio, bu hesaplamalarda Archimedes'in yöntemlerini izliyordu. Valerio'nun hesaplamalarında Archimedes gibi kapalı olarak limit sözcüğünü kullanmadan limit anlamında hesaplar yapıyordu.

Valerio, Commandino'nun oldukça etkisi altındaydı. Ağırlık merkezinin bulunmasında Maurolico'nun yöntemlerini kullanıyordu. Valerio ile çalışan Cavalieri, Toriçelli ve Faille, onun büyük bir matematikçi olduğunu söylüyorlardı. Valerio, Guldin'in, Gregorius'un, Saint Vincent'in ve Tacquet'in çalışmalarına doğrudan etkili olmuş bir matematikçidir.

Valerio, 1582 yılında Roma'da üç kitap yayınlamıştır. Bu çalışmalar halen Roma'da İskenderiye Kütüphanesi'nde koruma altındadır. 1604 yılında yazdığı bir kitabı yine Roma'da yayınlanmıştır. 1606 yılında Roma'da yayınlanan diğer bir kitabı parabol kesmesinin alanının bulunmasıyla ilgilidir. 1661 yılında Bologna'da basılan kitapları alan, hacim ve ağırlık merkezlerinin bulunmasıyla ilgilidir. Bu kitapları dışında yayınlanmış çok sayıda makaleleri vardır. Valerio, 17 Ocak 1618 günü İtalya'da Roma'da ölmüştür.

CATALDİ (1552 - 1626)

Pietro Antonio Cataldi 15 Nisan 1552 günü İtalya'da Bologna'da doğmuş bir matematikçidir. Yaşamı hakkında çok az şey biliniyor.

Ders vermeye 1569 - 1570 yılında Florentina Akademisi'nde başlamıştır. Daha sonra matematik dersleri vermek için Perugia Üniversitesi'ne geçmiş ve ilk dersini 12 Mayıs 1572 günü vermiştir. Cataldi, Perugia Üniversitesi'nde dersler verirken aynı zamanda Perugia Akademisi'nin derslerini de yürütüyordu. 1584 yılından ölünceye kadar Bologna'da Studio'da matematik dersleri verdi.

Cataldi çok yardımsever biriydi. Bu nedenle manastırlarda fakir çocuklara Pratik Aritmetik isimli kitabını ücretsiz dağıtıyor, onlara ücretsiz dersler ve seminerler veriyordu.

Cataldi, Trattato isimli ünlü kitabını 1597 yılında tamamladı ve bu kitabını 1613 yılında bastırdı. Cataldi bu kitapta karekökleri sonsuz serilerle ve sonsuz sürekli kesirlerle göstermeyi başarmıştır. Böylece sonsuz algoritmayı (işlemi) matematiğe sokmuştur. Cataldi'nin bu biçimdeki gösterimleri Rönesans sonrası ve on yedinci yüzyıl matematiğinde çok kullanılmıştır.

Şimdi, Cataldi'nin çalışmalarında ilginç olanların bazılarını inceleyebiliriz.

N, tamkare olmayan bir sayı olsun. Bu halde

$$a^2 < N < (a + 1)^2$$

olacak biçimde a doğal sayısını bulabiliriz. Buradaki amacımız, $\sqrt{N}$ sayısını rasyonel sayılarla yaklaşık olarak hesaplamadır. Bunun için

$$a + \frac{N - a^2}{2a}$$

ve

$$a + \frac{N - a^2}{2a + 1}$$

formüllerini gözönüne alalım. Dikkat edilirse birinci formül en az İskenderiyeli Heron'a kadar gider. İslam matematikçileri bu formülün Archimedes'e ait olduğunu söyleseler de, bu formülün aslı Babillilere aittir. Önce,

$$\frac{a + \frac{N}{a}}{2} = \frac{a}{2} + \frac{N}{2a}$$

olur. Aynı zamanda a ve N/a sayılarının geometrik ortalaması da

$$\sqrt{a \cdot \frac{N}{a}} = \sqrt{N}$$

sayısıdır. Şimdi ikinci sırada olan,

$$a + \frac{N - a^2}{2a + 1}$$

formülüne gelelim. Bu formül doğrusal aradeğeri hesaplama yoluyla bulunacaktır. Bunun için

$$x_1 = a^2, \quad x_2 = (a+1)^2, \quad x = a^2 + r$$

$$y_1 = a, \quad y_2 = a + 1$$

olarak verilsinler. Buna göre y sayısı ile ilgili olan x değeri (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) noktalarından geçen

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

biçimindeki doğrusal denklemden bulunacaktır. Yukarıdaki değerler bu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$y = a + \frac{r}{2a + 1}$$

olur. Eğer $x = N = a^2 + r$ denirse

$$y = a + \frac{N - a^2}{2a + 1}$$

yazılır. Buradaki en büyük değer

$$a_1 = a + \frac{N - a^2}{2a}$$

sayısıdır. a_1 sayısı ile işe başlarsak a_2 sayısı yeni bir yaklaşık değer olur ve bu sayı

$$a_2 = a_1 - \frac{a_1^2 - N}{2a_1} = a + \frac{N - a^2}{2a} - \frac{a_1^2 - N}{2a_1}$$

olarak yazılır. Eğer

$$r_1 = a_1^2 - N, \ \ldots, \ r_{n-1} = a_{n-1}^2 - N$$

denirse,

$$a_2 = a + \frac{r}{2a} - \frac{r_1}{2a_1}$$

olur. Bu biçimde tekrarlama ile a_n sayısı

$$a_n = a + \frac{r}{2a} - \frac{r_1}{2a_1} - \frac{r_2}{2a_2} - \ldots - \frac{r_{n-1}}{2a_{n-1}}$$

olarak hesaplanır. Cataldi, n sayısı n_1 yeteri kadar büyük alarak r_n sayısını istenildiği ka-dar küçük yapabilir. Buna göre,

$$a_1 = \frac{1}{2a}(a^2 + N)$$

olduğu kullanılırsa,

$$r_1 = a_1^2 - N = \frac{1}{4a^2}[(a^2 + N)^2 - 4a^2N]$$

$$= \frac{(a^2 - N)^2}{4a^2} = \left(\frac{r}{2a}\right)^2$$

yazılır. Benzer işlemlerle genel olarak

$$\left(r_n = \frac{r_{n-1}}{2a_{n-1}}\right)$$

formülü bulunur. Buradan

$$\frac{r_n}{r_{n-1}} = \frac{r_{n-1}}{4a_{n-1}^2}$$

yazılır. Ayrıca

$$r_{n-1} < a_{n-1}^2$$

denirse

$$\frac{r_n}{r_{n-1}} < \frac{1}{4}$$

olur. Bu da

$$a + \frac{r}{2a} - \frac{r_1}{2a_1} - \frac{r_2}{2a_2} - \ldots - \frac{r_{n-1}}{2a_{n-1}} - \ldots$$

serisinin $\sqrt{N}$ sayısına çok hızlı yakınsadığını gösterir.

Cataldi, benzer yolla $\sqrt{N}$ sayısını

$$a + \frac{r}{2a+1} + \frac{r_1}{2a_1+1} + \frac{r_2}{2a_2+1} + \ldots + \frac{r_{n-1}}{2a_{n-1}+1} + \ldots$$

biçimindeki serinin minimumu olarak yazılabileceğini göstermiştir.

Burada $\sqrt{N}$ sayısının en büyük değeri yöresinde

$$a_1 = a + \frac{r}{2a}$$

olarak alınmıştı. Cataldi, sürekli kesirlerle bu sonuca varır. Daha iyi bir yaklaşım elde edebilmek için a_1 sayısının eşitinin paydası kısmına x sayısını ekleyerek

$$a + \frac{r}{2a+x}$$

sayısını gözönüne alır. Buna göre $x + a$ maksimum olunca $\sqrt{N}$ sayısı bu yörede minimum olur. Buna göre basit hesaplamalardan sonra,

$$\left(a + \frac{r}{2a+x}\right)^2 < a^2 + r$$

olması için gerekli ve yeterli koşulun

$$(a+x)^2 > a^2 + r$$

olmasıdır. Böylece

$$\left(a + \frac{r}{2a}\right)^2 > a^2 + r$$

olarak alınırsa,

$$\left(a + \frac{r}{2a + \frac{r}{2a}}\right)^2 < a^2 + r$$

yazılabilir. Yani,

$$a_2 = a + \frac{r}{2a + \frac{r}{2a}}$$

sayısı için $\sqrt{N}$ sayısının yaklaşık bir minimumu vardır. Diğer bir deyimle benzer olarak

$$a_3 = a + \frac{r}{2a + r/(2a + r/2a)}$$

değeri için $\sqrt{N}$ sayısının yaklaşık bir maksimumu vardır. Bu işlemler bu biçimlerde devam ederler.

Eğer

$$a_1 = \frac{p_1}{q_1}, \quad a_2 = \frac{p_2}{q_2}, \ldots, a_n = \frac{p_n}{q_n}$$

denirse, n. sıradan p_n/q_n bölümü $(n-1)$. sıradan

$$\frac{p_n}{q_n} = \frac{r}{2a + (p_{n-1}/q_{n-1})}$$

formülü ile yazılır. Cataldi buradan

$$p_n = rq_{n-1}, \quad q_n = 2aq_{n-1} + p_{n-1}$$

formüllerini yazarak kullanır. Böylece Cataldi

$$p_n q_{n-1} - p_{n-1} q_n = (-1)^n r^n$$

biçimindeki temel bağıntıyı bulur. Bu iki bağıntının sonucu olarak

$$\frac{p_n}{q_n} - \frac{p_{n-1}}{q_{n-1}} = (-1)^n \frac{r^n}{q_n q_{n-1}}$$

formülü yazılır.

Cataldi tarafından kökü irrasyonel sayıları rasyonel sayıların toplamının yaklaşık bir değeri olarak hesaplanması yeni değildir. Bu sorun Babilliler, Yunanlılar ve Çinliler tarafından da incelenmiştir. Bu konu Euclides'in VII. kitabının ikinci önermesi ile X. kitabının yine ikinci önermesinde geçer. Ayrıca, $\sqrt{2}$ sayısının hesabında İzmirli olan Theon'un (ikinci yüzyıl) kitabında da bu tür çalışma vardır.

Sürekli kesirleri Yunanlı, Hintli ve İslam matematikçilerinin de kullandığını görüyoruz. Rönesans'ta Rafael Bombelli'nin çalışmalarında tamkare olmayan köklü sayıları sürekli kesirlerle hesaplar. Bu konu onun Cebir isimli kitabında vardır.

Sürekli kesirler Cataldi'nin ölümünden hemen sonra Daniel Schwenter'in 1627 yılında basılan Pratik Geometri isimli kitabında da bu konu işlenir.

Sürekli kesirleri sistemli olarak ilk inceleyenlerden birisi de John Wallis'tir. Onun 1655 yılında basılan Aritmetik isimli kitabında bu tür örnekler vardır. Bu kitapta asıl başlangıçları William Brouncker'a dayanan

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1^2}{2 + \cfrac{3^2}{2 + \cfrac{5^2}{2 + \cfrac{7^2}{2 + \ldots}}}}$$

sürekli kesiri yazılmıştır.

Sürekli kesirler kuramını en iyi işleyen matematikçiler arasında Euler ve Lagrange'ı sayabiliriz. Bunların verdiği teoremlerle karekökleri sürekli kesirlerle yazabiliriz.

Sürekli kesirlerin matematikte çok sayıda uygulamaları vardır. Özellikle aşkın sayıların sürekli kesirlerle yazılmasını Liouville'nin (1844) çalışmalarında görebiliriz. Sürekli kesirler bir de Hintli matematikçi Ramanujan'ın (1887 - 1920) çalışmalarında vardır.

Cataldi'nin bir de Euclides'in beşinci postülatı üzerine yazdığı bir makalesi vardır. Bu makalede Cataldi Euclidean olmayan geometriyi kurmaya çalışmıştır. Bir doğruya dışındaki bir noktadan bir tek paralel çizilir önermesi Euclides'in beşinci postülatı olarak bilinir. Cataldi'nin bu çalışmasında düştüğü yanılışlık, doğruların birbirine olan uzaklıkları tanımı üzerindedir. Bu da onun bu konuda düşüncesindeki yanlışlıktır.

Cataldi, iki paralel doğru arasındaki uzaklığı şöyle tanımlıyordu. Aynı düzlemde iki doğru verildiğinde, doğrulardan biri üzerindeki iki noktadan diğer doğruya çizilen en kısa iki doğru parçası birbirine eşitse, verilen doğrulara paraleldir denir diyordu. Dikkat edilirse bu da Euclides'in beşinci postülatının kendisidir. Bu nedenle Cataldi'nin bu tanımı Euclides'in dik açılı geometrisinden başka bir şey değildir.

Cataldi'nin diğer çalışmaları daha çok pratik ve kuramsal biçimde öğretici olarak hazırlanmıştır. Pratik aritmetik, cebir, geometri ve gökbilimi konuları o dönemin bilgileri arasındadır. Zamanının en iyi matematik bilgilerini Cataldi'nin kitaplarında görebiliriz.

Cataldi'nin çok sayıda matematik kitaplarının ve makalelerinin çoğu Bologna'da yayınlanmıştır. Paris ve Modenna'da yayınlananlar da vardır. 11 Şubat 1626 günü İtalya'da Bologna'da ölmüştür.

MAGİNİ (1555 - 1617)

Giovanni Antonio Magini 13 Haziran 1555 günü İtalya'da Paduva'da doğmuş bir matematikçi ve gökbilimcidir.

Magini, 1579 yılında Bologna Üniversitesi'nde felsefe bölümünü bitirmiştir. 1588 yılında aynı üniversitenin iki matematik kürsüsünden birine atanmıştır. Bu kürsülerden birinde ünlü olan Pietro Cataldi oturuyordu. Diğer kürsüye ondan daha genç olan Galile yerine Magini'yi atamışlardı.

Magini gökbilimi derslerine Euclides'in kitaplarıyla başladı. Öğrencilerinin ilgisini astroloji ile derse çekti. Astroloji dersleri 1125 yılından beri Bologna'da ders olarak okutuluyordu. O zamanlar astroloji ile gökbilimi karışıktı. Bu arada gökbilimi ile ilgileniyor ve göksel hareketler üzerinde hesaplar yapıyorlardı. Magini çok sayıda astroloji çalışmaları yapmış ve bunlar o dönemde çok ilgi görmüştü. Bu nedenle Mantua prensinin hizmetinde astrolog olarak görev yapıyordu.

Magini astrolojik çalışmalarını yayınlarken, Ptolemy'nin gökbilimi çalışmalarını da tanıtıyordu. Kopernik'in kuramını kabul etmediği gibi Galile'nin de düşmanıydı. Ptolemy'nin sistemlerini içinden çıkılamaz biçimde açıklıyor ve yorumluyordu. Yanlış olan kuramlarda hesaplamalar yapıyordu. Galile'nin baskı altına alınması nedeniyle Magini'nin görüşleri uzun zaman geçerliliğini yanlış olarak korudu.

Magini'nin gökbilimi üzerine olan çalışmaları o kadar önemli değildir. Bizi daha çok onun matematiksel çalışmaları ilgilendiriyor. Magini pratik matematik çalışmaları yapmıştır. 1592 yılında doğal sayıların karelerinin tablosunu yayınlamıştır. Bu tablo ile iki kare sayı arasındaki farkı, iki tane çarpanı ile belirlemeye çalışmıştır. Ayrıca 1609 yılında oldukça doğru ve duyarlı olan trigonometrik tablo düzenlemiştir. Kosinüs, kotanjant ve kosekant gibi fonksiyonların tabloları o dönemlerde İtalya'da yeniydi.

Magini, Bologna'da Cavalieri'nin ilkelerini ve çalışmalarını da izledi. Geometri üzerindeki pratik çalışmalarında kürenin geometrisi ve trigonometriyi küreye uygulama çalışmaları arasındaydı. Derslerinde Euclides'in Elements isimli kitaplarını izliyordu. Euclides'in III. kitabı üzerine yazdığı çalışmaları Milan'da Ambrosian Kütüphanesi'ndedir. Aynalar ve küresel aynalar üzerinde çalışmaları vardır. Bu aynalardan bir tanesini İmparator II. Rudolf'a hediye etmiştir.

Magini aynı zamanda bir coğrafyacıdır. Ptolemy'nin coğrafyasını gününün koşullarına göre geliştirmiştir. İtalya'nın çok iyi bir haritasını çıkarmıştır. Bu atlas oğlu Fabio tarafından 1620 yılında Magini'nin ölümünden üç yıl sonra bastırılmıştır. Fakat bu baskı Magini'nin tüm yaptıklarını içermemektedir. Bu çalışmayla birlikte, Magini'nin kütüphanesindeki çalışmalarına Roma Engizisyon mahkemesince el konulmuş, bunların

büyük bir çoğunluğu kaybolmuş ve bir çoğu da yok edilmiştir.

On yedinci yüzyılda matematiğin çok hızlı bir şekilde ilerlemesine politik ve sosyal olarak değişmelerin etkisi olmuştur. İnsan haklarının elde edilmesi ve bilimdeki ilerlemeler bunu sağlamıştır. Kralların yönetimlerdeki etkilerinin yok olması, Fransa'da, Rusya'da ve İngiltere'de feodal düzenin yıkılması, savaşlar, bunların içinde ünlü Otuz Yıl Savaşları (1618-1648), dindeki yenilikler, kömürün Avrupa'da sanayide kullanılması, uygarlık araçlarının gelişimi, edebiyat, sanat ve fendeki ilerlemelerin tümü matematiğin Avrupa'da çok hızlı bir şekilde ilerlemesini sağlamıştır. Kömür, dokuzuncu yüzyıldan beri İngiltere'de biliniyor ve yakıt olarak kullanılıyordu. On altıncı ve on yedinci yüzyılda kömürün Kuzey Avrupa'da ve Alpler'de yakacak olarak kullanılması halkın yaşamında büyük kolaylıklar sağlamıştır.

Bu dönemde matematikte çok önemli kişiler ortaya çıkmıştır. Vieta ve Harriot, on altıncı ve on yedinci yüzyıllarda çıkmış yetenekli matematikçilerdi. Erasmus, İngiltere, Almanya, Fransa ve diğer Avrupa ülkelerine etkili olmuş biridir. Luterci olan Stifel, papaz olarak iyi bir cebircidir. Sayılar kuramında Fermat, analitik geometride Descartes ve Harriot, integral hesapta Cavalieri, Newton ve Leibniz yine bu dönemin ünlüleri olan kimselerdir. Pascal ve Desargues, yeni bir geometrinin müjdecileridir. Napier ve Briggs, yaşadıkları dönemin en büyük hesabı olan logaritmayı matematiğe sokanlardandır. Bu nedenle, on yedinci yüzyıl matematiği Avrupa'nın bu yeni bir ruhu ve anlayışı içinde kendi ortamında ilerlemeye devam ediyor ve bilginlerini yetiştiriyordu. On yedinci yüzyılın bu ruhu ve anlayışı, on sekizinci yüzyılın Euler, Bernoulliler ve Lagrange'ını yetiştiriyordu.

Bilimdeki bu ilerlemelerin en büyük ivmesini on altıncı ve on yedinci yüzyıllardaki savaşların, savaş araçlarının ve savaş için gerekli olan yan hizmetlerin uygulaması vermiştir. Bunların en iyi örneği Boethius'un çalışmalarında görülür. Euclides'in geometrisi Apollonius'un konikleri, Ptolemaios'ın gökbilimi ve Boethius'un aritmetiği bu savaşlarda birer alet olarak kullanılmıştır. Matematik bu alanlarda kullanılırken kendi kendini de geliştirme ortamı bulmuştur. On altıncı yüzyıldan on yedinci yüzyıla girilirken, matematik İtalya'dan kuzeye doğru yönelmiş ve kuzey bölgelerinde gelişmeye devam etmiştir. Özellikle Fransa, İngiltere ve bir yerde Almanya, İtalya'yı geçmiş ve matematiğin önderi olmuşlardır. Piza, Floransa, Venedik ve Roma eski bilim merkezleri durumlarını koruyamamıştır. İtalya, Cavalieri ve Galile döneminde bilimde en yüksek düzeye çıkmıştır ama daha sonra bu önderliğini sürdürememiştir. Galile'nin öğrencisi ve arkadaşı olan Torriçelli ile Viviani de bu devamı sürdürememişlerdir. İtalya, matematikteki önderliğini sürdürememiştir ama diğer ülkelerde yetişen Leibniz, Jacues Bernoulli, l'Hospital, Wallis ve David Gregory gibi bilgin matematikçilerin yetişmesine ortam hazırlamıştır.

On yedinci yüzyılda İtalya'da yetişen en iyi bilgin Giovanni Antonio Magini'dir.

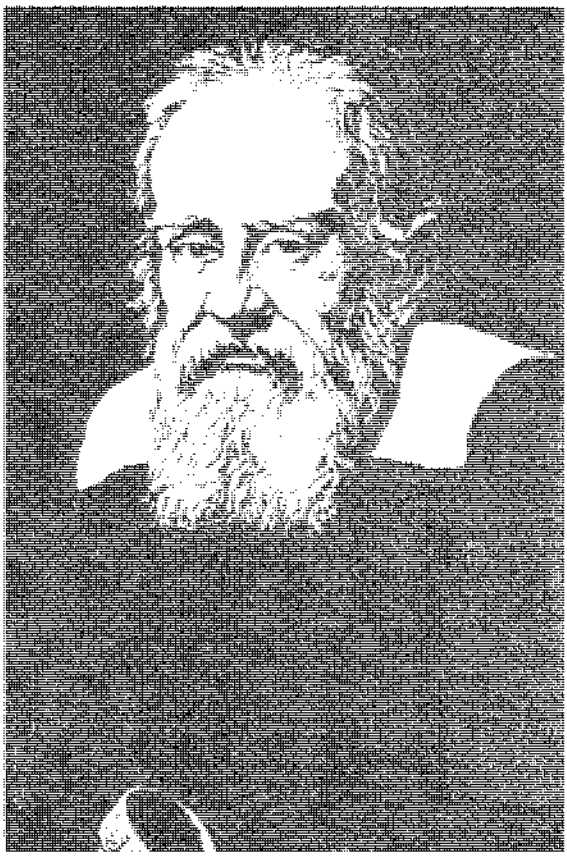
Magini, 13 Haziran 1555 günü Paduva'da doğmuştur. Kepler'in en iyi arkadaşıdır. O dönemde İtalya'nın en doğru haritasını yapmıştır. Bologna Üniversitesi'nde 1588 yılından ölümü olan 1617 yılına kadar tam otuz yıla yakın bir süre içinde astroloji, gökbilimi ve matematik profesörlüğü yapmıştır. İlgi alanının çoğu gökbilimi olmasına karşın, sayılar kuramı ve trigonometri üzerine çalışmaları vardır. Sayılar kuramı üzerine yazdığı kitabı 1592 yılında Venedik'te ve trigonometri üzerindeki kitabı da yine 1592 yılında Venedik'te basılmıştır. Magini, 11 Şubat 1617 veya 1615 günü İtalya'da Bologna'da ölmüştür.

On yedinci yüzyılın ikinci matematikçisi Marino Ghetaldi'dir. 1566 yılında İtalya'da Regusa kentinde doğan Ghetaldi, 1626 veya 1627 yılında İstanbul'da veya Ragusa'da ölmüştür. Ghetaldi'nin kökü patrik olan bir aileden geliyordu. Bu nedenle kendisi fen ve diplomatik görevler arasında çalışmalarını sürdürmüştür. Matematik üzerine olan çalışmalarını Venedik, Roma ve İstanbul'da elçilik görevleri sırasında tamamlamıştır. Onun matematiği, kuramsal ve fiziksel uygulamalar şeklinde iki türlüydü. Geometri üzerine dört kitap yazmıştır. Parabol üzerine olan kitabı 1603 yılında Roma'da basılmıştır. Apollonius'un geometrisi üzerine yazdığı kitabı ise 1607 yılında Venedik'te basılmıştır. Ayrıca iki geometri kitabı daha vardır. Cebirin geometriye uygulanması şeklindeki cebir kitabı da 1630 yılında Roma'da yayınlanmıştır. Çok sayıda kitapları ve çalışması olan Ghetaldi'nin bu çalışmalarının büyük bir çoğunluğu özgün olmayıp, diğer matematikçilerden aktarmalar şeklindedir.

İtalyan Giovanni Alfonso Borelli, üçüncü sırada gelen bir matematikçidir. 28 Ocak 1608 günü Napoli yakınlarında Castelnuovo'da doğmuş, 31 Aralık 1679 günü Roma'da ölmüştür. Piza Üniversitesi'nde bir süre çalışan Borelli, 1649 yılında Messina'ya geçmiş, burada felsefe ve matematik dersleri okutmuştur. 1656 yılında yeniden Piza Üniversitesi'ne çağırılmış ve burada matematik bölümü başkanlığına getirilmiştir. Kendisi aynı zamanda iyi bir fizikçidir. De Motu Animalium isimli çalışması, onun ölümünden sonra 1680 ile 1685 yılları arasında yayınlanmıştır. Yunan klasiklerinden çok sayıda kitabı bastırmıştır. Euclides'in kitabını 1658 yılında Piza'da yayınlamıştır. Apollonius'un beşinci, altıncı ve yedinci kitaplarını 1661 yılında Floransa'da bastırmıştır. Apollonius'un koniklerini ve Archimedes'in Opera'sını 1679 yılında Roma'da yayınlamıştır.

GALİLE (GALİLEO, GALİLE) (1564 - 1642)

Galile, ünlü bir İtalyan gökbilimci ve fizik bilginidir. Fiziksel bilimlerin yöntemini kurmuş ve evren hakkındaki anlayışları nedeniyle felsefeye önemli etkiler yapmış olan Galile, 15 Şubat 1564 günü İtalya'da Pisa'da doğmuştur. Deneysel yöntemin kurucusu olarak kabul edilen İtalyan matematikçi Galile, modern bilimsel düşünceye yaptığı hizmetlerle bilinir.



Galileo Galilei.

Ataları Floransa'da oturmayı seven soylu, servetsiz ve biraz da fakirlerdi. Tanınmış, seçkin ve aydın bir müzik sanatçısı olan Vincenzo Galilei'nin oğlu olan Galile, ilk eğitimini ailesinin 1574 yılında taşındığı Floransa'da, sonra da Valiombreuse manastırında klasik felsefe, dil ve edebiyat okudu. Müzik ve resim çalışmalarında bulundu. Babası onu önce manastıra vermiş ama daha sonra fizik öğrenmesini istemiştir. Gençliğinden itibaren edebiyata, güzel sanatların tüm dallarına karşı büyük bir ilgi duydu ve bu dallarda oldukça başarılıydı. İyi resim yapıyor ve çok iyi de çalgı çalıyordu. Matematiğe karşı isteği çok fazlaydı.

Galile, 1581 yılında tıp öğrenimi görmek üzere Piza Üniversitesi'ne girdi. Fakat, bu üniversitedeki tıp öğrenimini bırakarak matematik ve fizik öğrenimine koyuldu. Özellikle fizik olayları üzerinde deneyler yapmaya başladı. On dokuz yaşındayken, kathedraldeki tavana asılı olan sarkacın salınışını inceledi. Sarkacın salınımlarını gözleyerek bir tam salınım için gereken sürenin, salınımın genliği ne olursa olsun hep aynı kaldığını bulan Galile, sonradan bu olayı deneysel olarak doğrulayacak ve saatlerin düzenli çalışması amacıyla sarkaçtan yararlanılabileceğini ortaya koyacaktı.



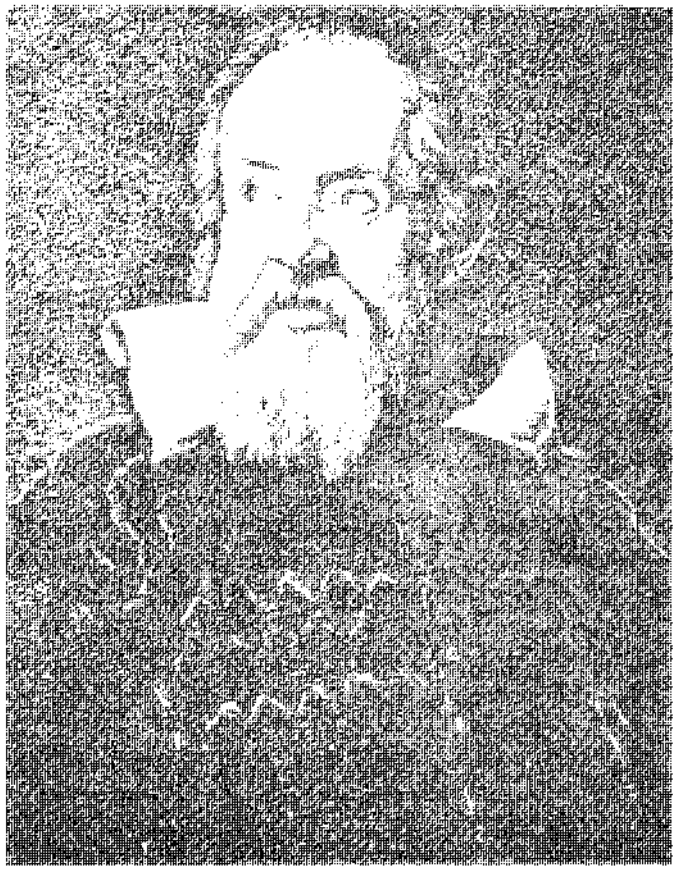
Galile.

Sarkaçlara ilişkin bu gözlemine kadar hiç matematik eğitimi görmemiş olan Galile, bir rastlantı sonucu dinlediği bir geometri dersinin etkisiyle, Toscana sarayında öğretmenlik yapan Ostilio Ricci'den matematik ve fizik dersleri almaya başladı. Bu arada sarkacın salınımlarının kalp atışlarıyla eş zamanlı olduğunu saptadı. Çok sayıda fizik deneyleri yaptı. Parasal durumunun elvermemesi nedeniyle 1585 yılında üniversiteden ayrılmak zorunda kaldı. Floransa'ya geri dönerek akademide ders vermeye başladı. 1586 yılında hidrostatik teraziyi bulan ve bu buluşunu bir makaleyle açıklayan Galile'nin ünü bütün İtalya'ya yayıldı. 1589 yılında yazdığı katı cisimlerin ağırlık merkezlerine ilişkin inceleme Piza Üniversitesi'nde matematik dalında öğretim üyeliğine getirilmesini sağladı.

Kendisinden iki bin yıl önce yaşamış olan Archimedes'in çalışmalarına yakınlık duyması, onun ilerlemesine yardım etti. Böylece, iki bin yıl süren bu karanlık çağın kapatılması gerekiyordu. İşte Galile, Archimedes'in izlediği yoldan giderek, fizik yönüyle karanlık çağa son verdi. Cisimlerin özgül ağırlıklarını saptayan hidrostatik teraziyi

buldu. Yerçekimi ile ilgili kuramları ortaya koydu. 1592 yılında Paduva Üniversitesi'ne matematik profesörü oldu. Bu üniversitede çok değerli çalışmalar ve deneyler yaptı. Pergel ve termometreyi buldu. Gökbilimine ilgi duydu. 1610 yılında büyük bir teleskop yapmayı başardı. Bu dürbünle Ay'ın yüzeyini inceledi. O zamana kadar düz sanılan Ay'ın yüzeyinin dağlar, vadiler ve kraterlerle kaplı olduğunu gördü. Eflatun ve Aristo'nun söylediklerinin tersine, Güneş'in kendi ekseni etrafında döndüğünü ve lekelerini inceledi. Jüpiter'in uydularını, Satürn'ün halkasını, Venüs'ün Ay gibi değişik durumlar gösterdiğini buldu. Böylece, Dünya'nın bütün tanrısal hareketlerin merkezi olmadığını belirtmiş ve Kopernik sistemini doğrulamıştı. Eflatun ve Aristo'nun bu dokunulmaz dediği ve iki bin yıl süren karanlık çağı bu buluşlarıyla kapatıyordu. Galile'nin ünü gittikçe artıyordu. İçlerinde Kepler'in de bulunduğu bilginler tarafından büyük bir coşkuyla kutlandı. Papa bile kendisini Roma'da kabul ederek kutladı.

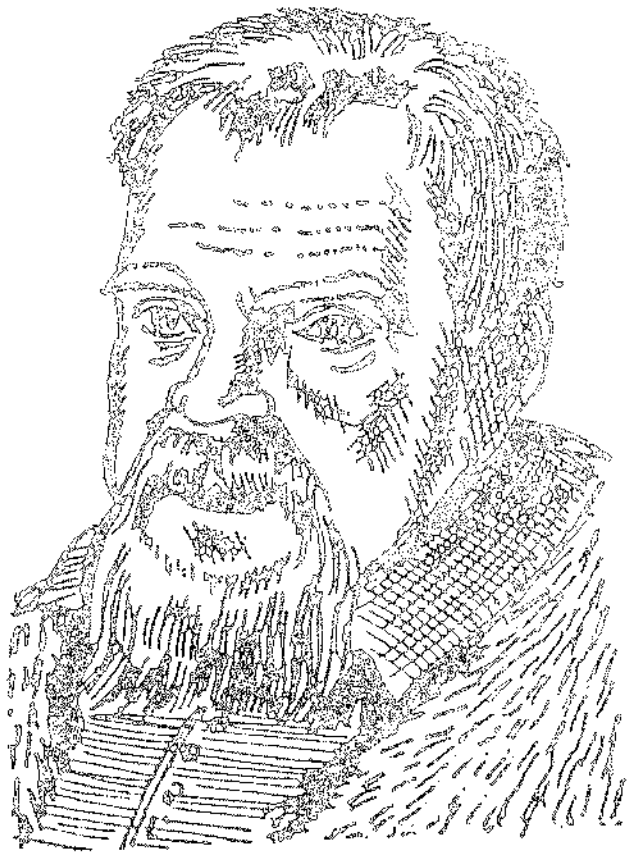
Fakat, iki bin yıl körükörüne karanlık çağ boyunca savunulan, iskolastik düşünceyle daha da katılaşan Eflatun ve Aristocu düşünceyi tutan, Galile'ye düşman olan kimseler de vardı. Aristo'yu tutan bu bilginler Galile'ye şiddetle karşıydılar. Aristo, ağır cisimlerin



Galile.

hafif cisimlerden serbest düşmede daha çabuk düşeceğini ileri sürmüştü. Aristo'nun bu önerisi iki bin yıl deneme yapılmadan kabul edilmişti. Galile, 4.5 kilogram demirle 200 gram demiri Piza kulesinden aynı zamanda serbest olarak bıraktı. Her ikisi de aynı zamanda yere düştü. Galile'ye karşı olanlar, Aristo yanılmaz, Galile'nin bir hile yapmış olabileceğine karar vermişlerdi. Oysa, basit olan bu deneyi bir kere de kendileri denemek istemiyorlardı. Galile, gerek deneyle ve gerekse hesaplarla, yerçekimi etkisiyle değişik ağırlıktaki tüm cisimlerin aynı hızla ve aynı zamanda yere düştüğünü kanıtladı. Bugün bu gerçek, bir lise öğrencisi tarafından bile kolayca kanıtlanacak bir problemdir.

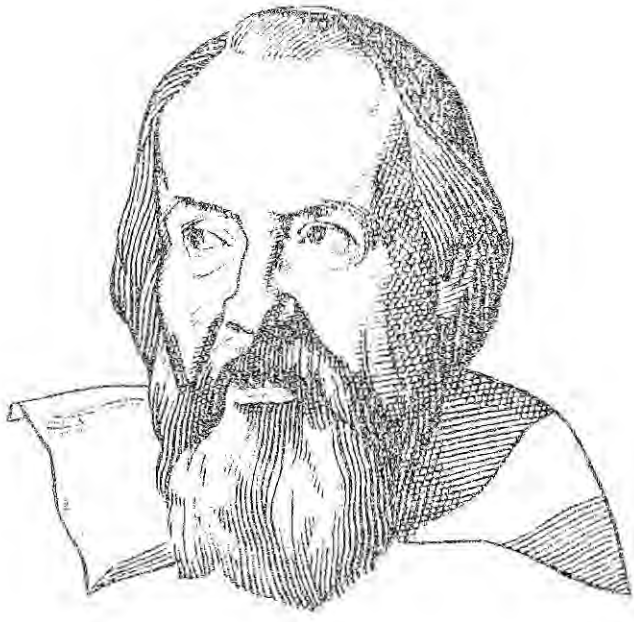
Yeni bulunan teleskopu gökyüzüne çeviren ilk araştırmacılardan olan Galile, Yer'in o zamana değin inanıldığı gibi evrenin merkezi olmadığına ve Güneş'in çevresinde dolandığına ilişkin kanıtları ortaya koymuştur. Güneş lekelerini ve Venüs'ün evrelerini gözleyen ilk kişi yine Galile'dir. Hırçın ve sert huyu nedeniyle kiliseyle anlaşmazlığa düşmüştür. Bilim alanına yaptığı en önemli katkı, Aristo dinamiğine karşı yeni bir alternatif olmasıdır. Newton'un sonradan birinci ve ikinci hareket yasaları olarak biçimlen-



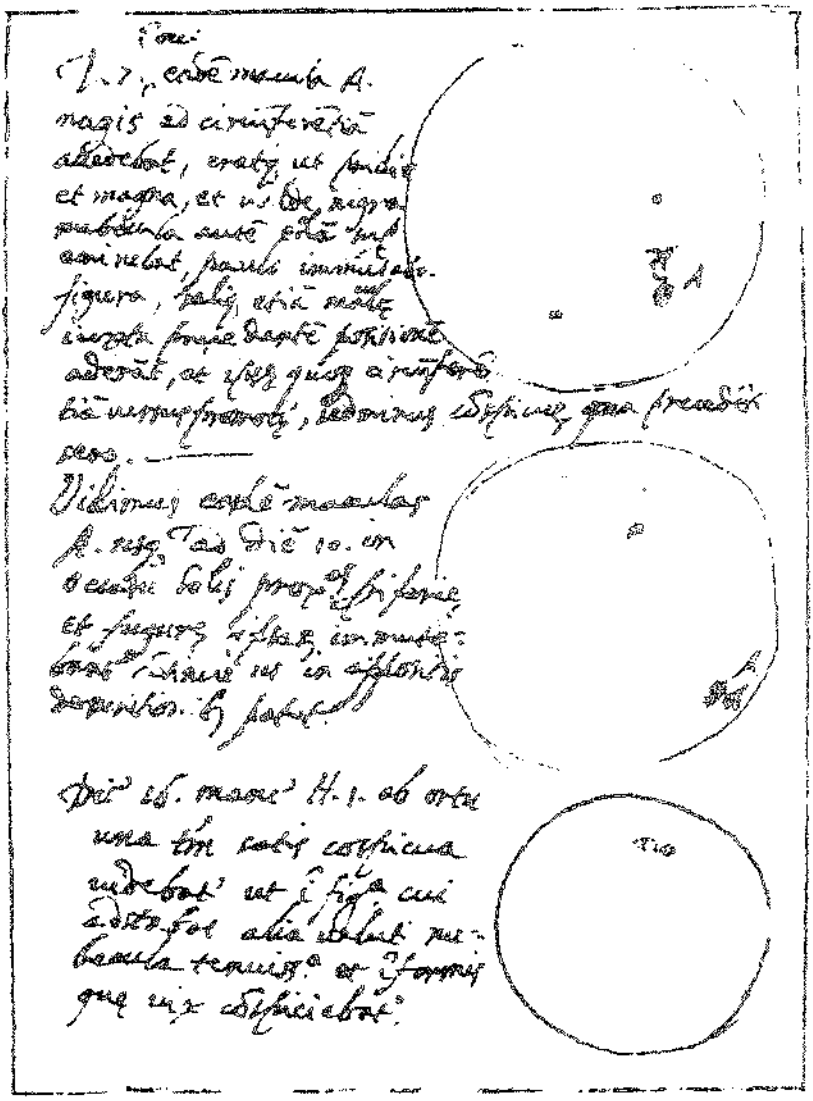
Galile.



Galile.



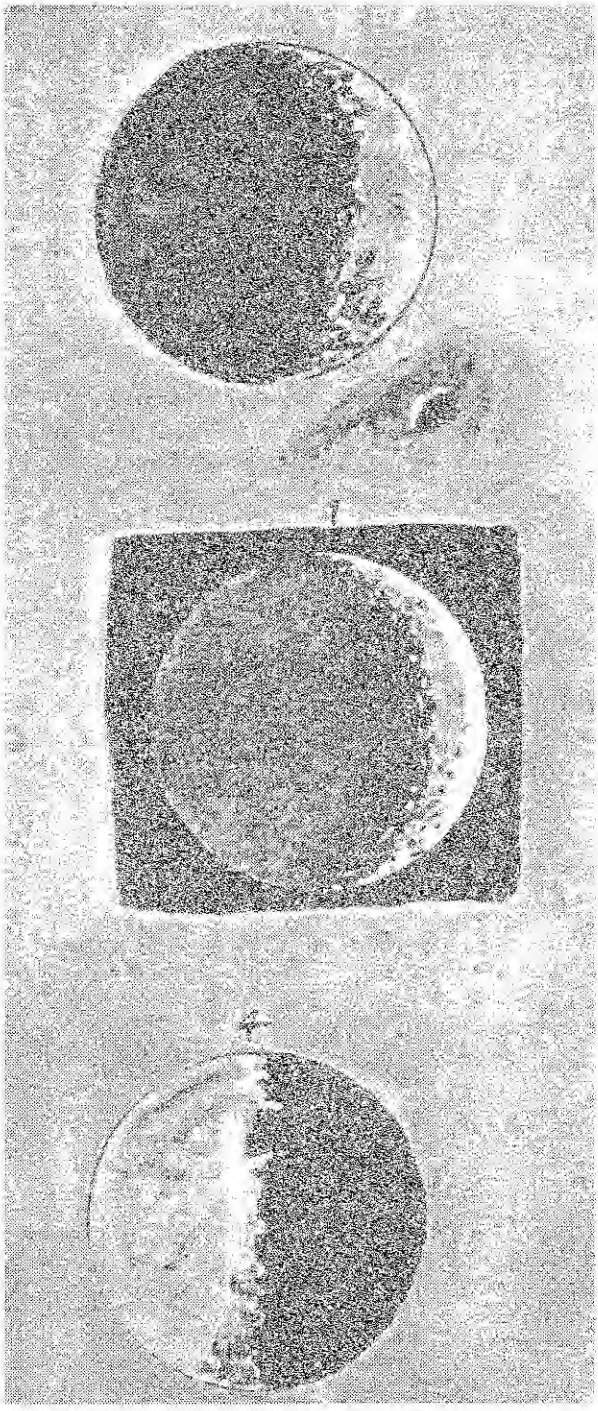
Galile.



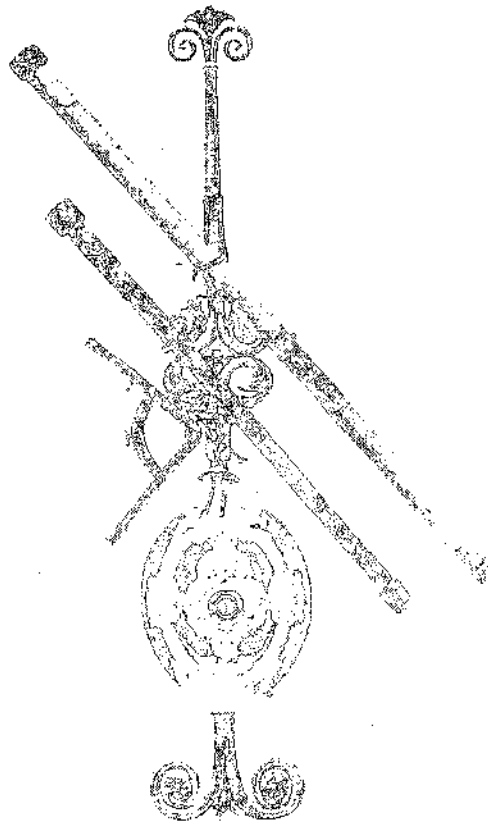
Güneş lekelerinin Galile'nin elyazısıyla çizimi.

dirdiği yasaları genel ilkeler biçiminde ilk kez belirlemiştir. Kütle çekimi ve hareket konularındaki öncü çalışmaları ve deneyle matematiksel analizi birleştirmesi nedeniyle deneysel fiziğin ve modern mekaniğin kurucusu olarak kabul edilir. Bu konudaki en önemli başarısı Aristo'nun mantıksal sözel yaklaşımına karşı matematiksel akılcılığı yerleştirmiş ve modern deneysel yöntemi bu temel üzerinde kurmuş olmasıdır.

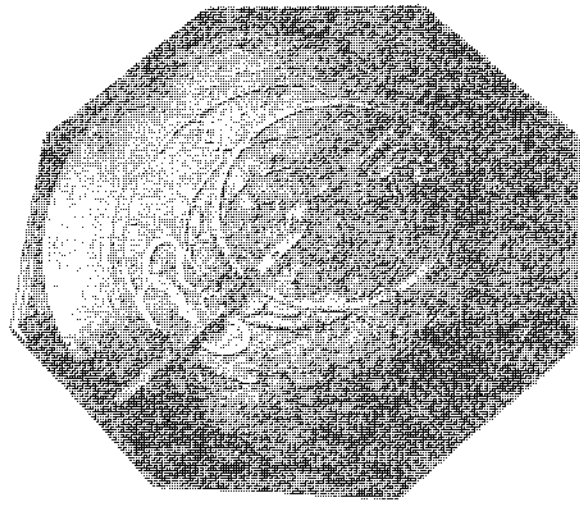
Piza Üniversitesi'nde hareket üzerine araştırmalara başlayan Galile, ilk olarak, ağırlıkları farklı cisimlerin farklı hızlarla düşeceklerine ilişkin Aristocu görüşü çürüttü.



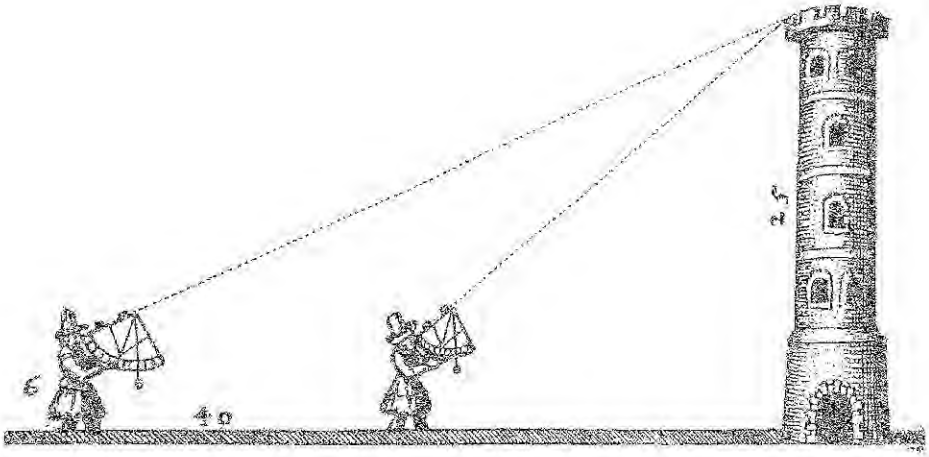
Galile'nin kendi el çizimiyle Ay'ın üç farklı evreleri.



Galile'nin orijinal teleskobu.

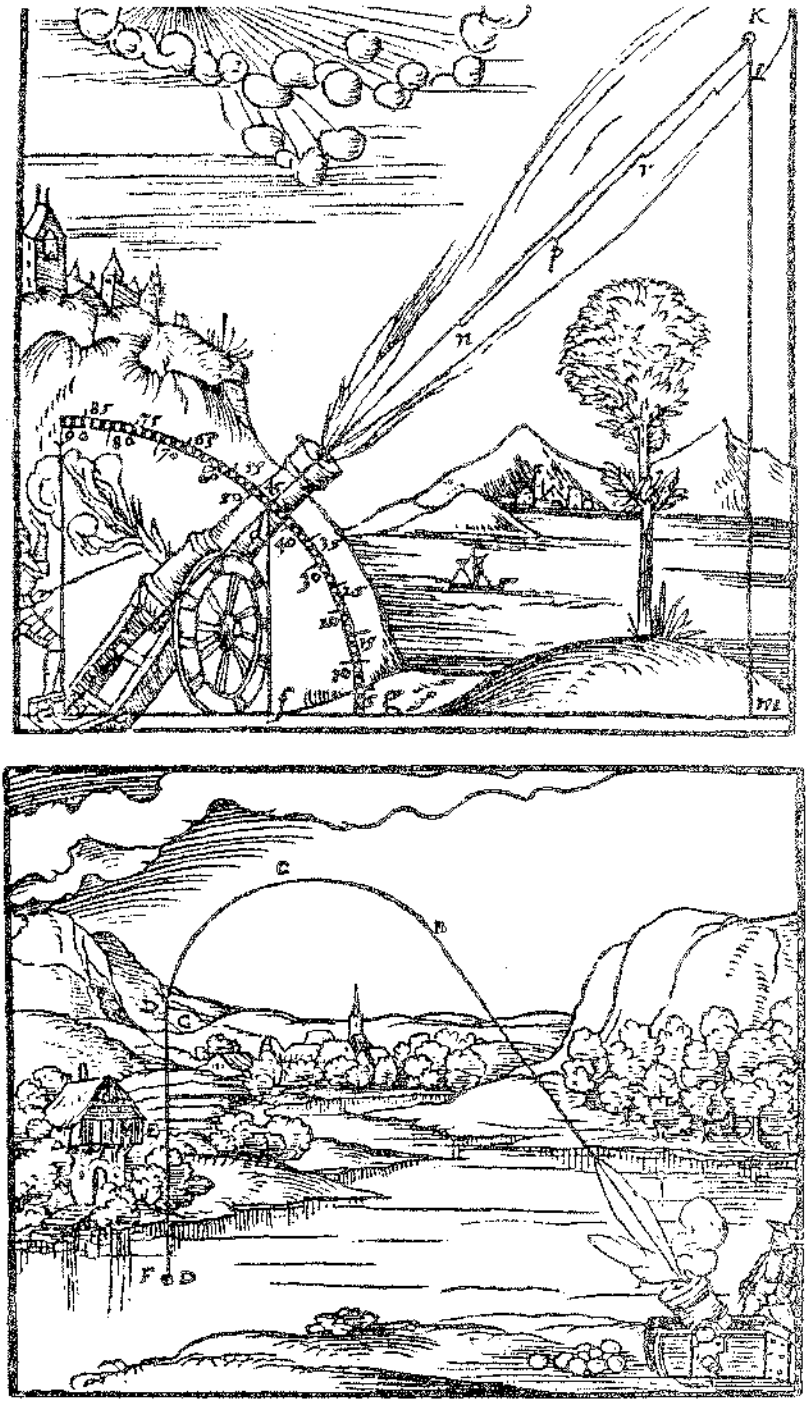


Galile'nin usturlabı.





Galile'nin dörtlüğünün iki amaçla kullanılışı.



Eğik atışların askeri amaçla kullanılması.

Piza Üniversitesi'ndeki görevindeki ücretinin düşüklüğü nedeniyle ayrılarak 1592 yılında Paduva Üniversitesi'nin matematik bölümünde matematik profesörü olarak çalışmaya başladı. Bu görevini tam on sekiz yıl sürdürmüştür. Buluşlarının önemli bir bölümünü burada gerçekleştirdi ve yayınladı. Ölüm tarihine kadar matematik, gökbilimi ve fiziğin ilerlemesine çalışmış, Toskana hükümeti tarafından maaş bağlanmış ve Piza Üniversitesi'nde birtakım onurlu ünvanlarla profesörlük yapmıştır. Piza ve Paduva'da ünü bütün Avrupa'ya yayılmış ve derslerini dinlemek için her taraftan öğrenciler akın etmiştir.



Ay'ın batı yarküresi'in görünüşü.

Bilimsel mektuplaşmaları, istihkamlar, fizik ve matematik hakkındaki eserlerinden bir kısmının basılmış olması, bir kısmının da kopyalarının elden ele dolaşması, buluşları ve yönetimi altında yapılmakta olan aletler, onun değer olduğu büyük ünün canlı belgeleridir.

DIALOGO
DI
GALILEO GALILEI LINCEO
MATEMATICO SOPRAORDINARIO
DELLO STVDIO DI PISA.
E Filoſofo, e Matematico primario del
SERENISSIMO
GR. DVCA DI TOSCANA.

Doue ne i congreſſi di quattro giornate ſi diſcorre
ſopra i due
MASSIMI SISTEMI DEL MONDO
TOLEMAICO, E COPERNICANO;

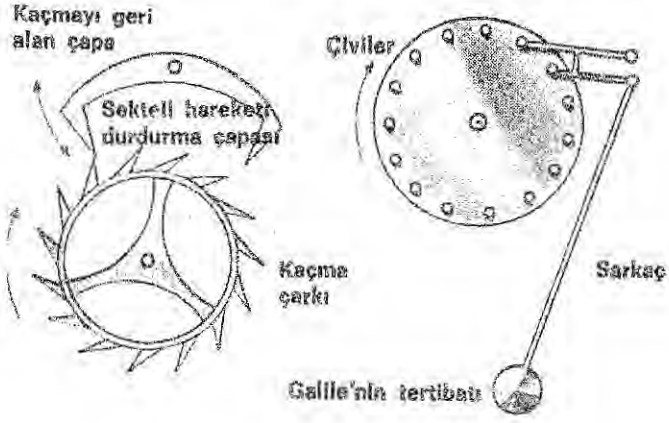
Proponendo indeterminatamente le ragioni Filoſofiche, e Naturali tanto per l'vna, quanto per l'altra parte.

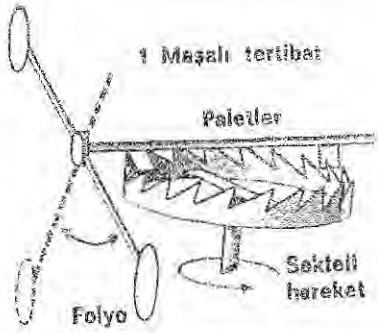
CON PRI  VILEGI.

IN FIORENZA, Per Gio: Batiſta Landini MDCXXXII.

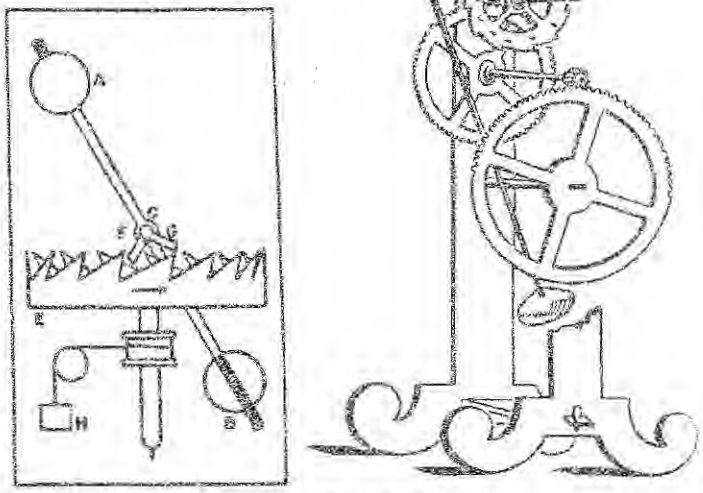
CON LICENZA DE' SVPERIORI.

Galile'nin kitabının kapağı.

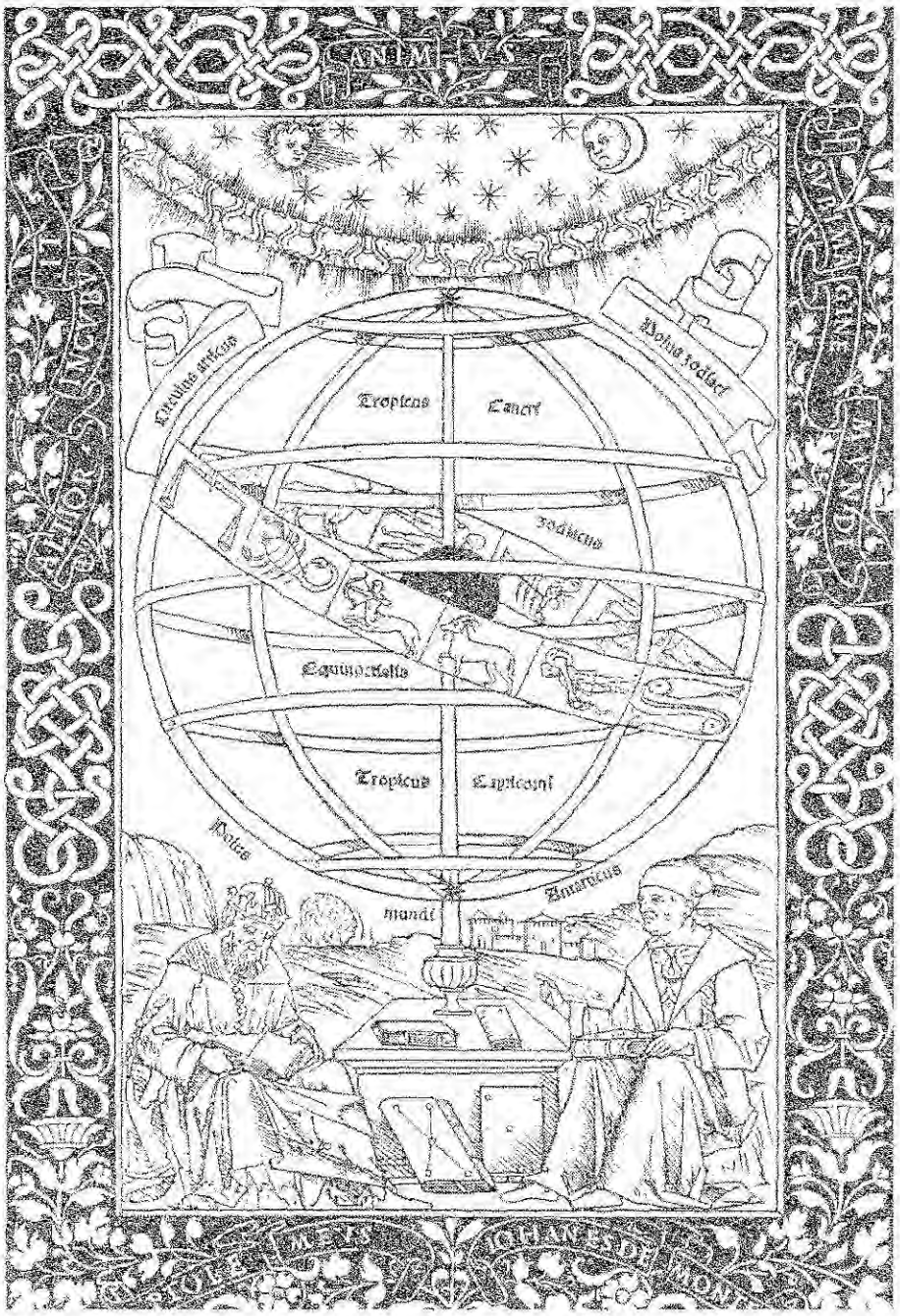




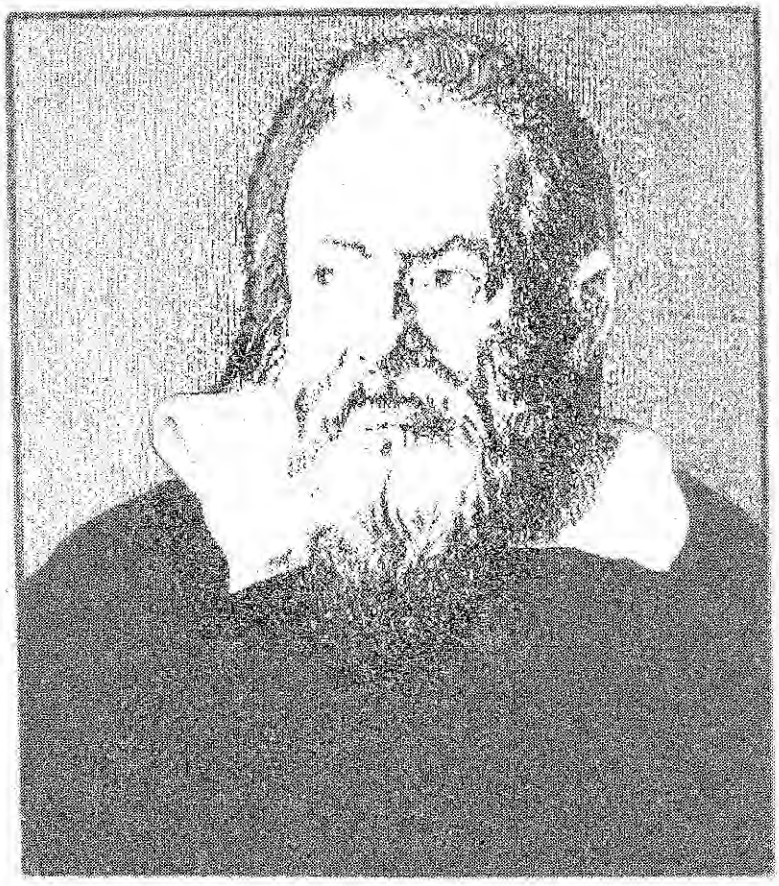
Galile'nin yaptığı saatler.



Galile'in sarkaçlı saati.



Bu resim Ptolemaios'un eseri Almagest'in 1496 tarihli çevirisi için yapılmıştır. Halkalardan yapılmış olan kürenin sağında çevirmen, solunda Ptolemaios görülmektedir. Bu küre aynı sayfadaki resimde görülen gökbilimcinin kullanığı sekstant gibi, Güneş'in yükselmesini ölçen bir aletti.



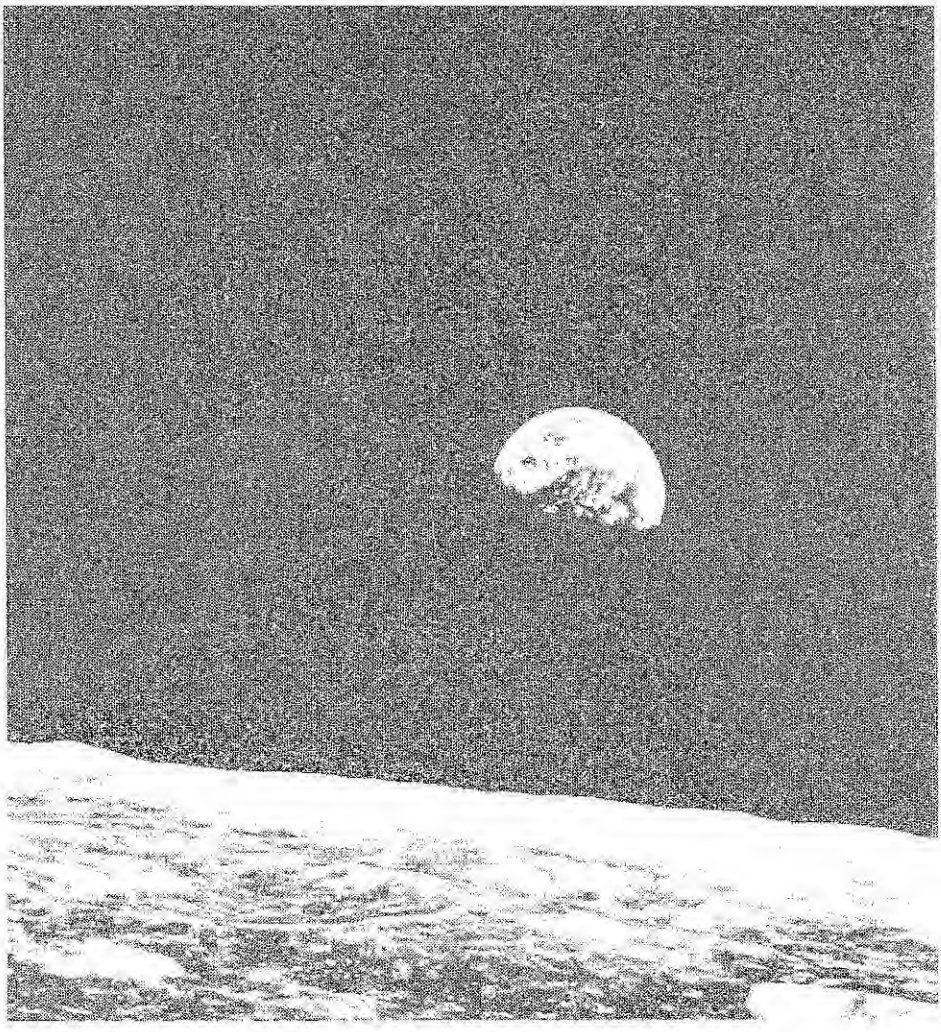
Galileo Galilei.

Galile, tüm çalışmalarıyla deneysel yöntemin gerçek kurucusu sayılır. Özellikle dinamiğin temellerini o atmıştır. Eğik düzlemle cisimlerin düşme yasalarını gerçekleştirmiştir. Eylemsizlik ilkeleri, hızlar ve bileşimleri, ses, frekans, titreşim, rezonans ve ses dalgaları onun tarafından incelendi. Bu nedenle Galile büyük bir fizikçi ve matematikçiydi.

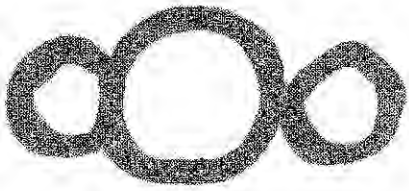
Tüm bunlara karşın, Galile, Aristo fiziğini yıkmak suretiyle hala bu fiziğin taraflısı olanların saldırısına hatta düşmanlığına uğradı. Bunlara karşı giriştiği savunma savaşında da yüksek bir yetenek göstermiştir.

Galile, 1604 yılında, serbest düşen cisimlerin düzgün hızlanan hakeket yaptığını, yani böyle bir harekette cismin hızı zamana göre düzgün bir biçimde artar ya da azalır kuralını kuramsal olarak kanıtladı. Ayrıca parabolik hareket yasasını, örneğin havaya fırlatılan bir mermi paraboi biçiminde bir yörünge izler şeklinde buluşunu ortaya koydu.

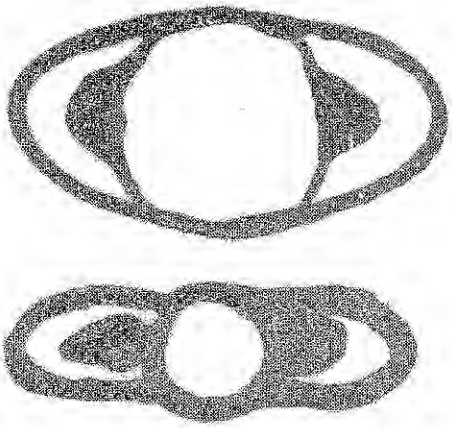
Daha önce icat edilmiş olan teleskopu daha yetkin bir duruma getirmiş ve bununla gökbilimi için önemli bilgiler veren gözlemler yapmış olması, Nuncius Sidereus ve Güneş Lekelerine İlişkin Mektuplar isimli eserleri onun zaferinin olduğu kadar, ününün genişlemesini sağladılar. 1611 yılında ziyaret ettiği Piza, Floransa ve Roma'da Lincei Akademilerine üye seçilmiştir. Gökbilimi gözlemleriyle ulaştığı sonuç, gezimciliğin gökbilimi sistemini kabul etmemek ve Kopernik'le Tycho Brahe sistemlerinden birini seçmekten oluşur. Kepler'in dostu olan ve onunla 1597 yılından beri mektuplaşan Galile, Kopernik sisteminin yayılması için bu büyük dostuyla çözümler aramıştı. 1613 yılında yayınlanan Güneş Lekelerine İlişkin isimli eserinde açıkça Kopernik sistemine taraflı olduğunu bildirdi. Güneş'i evrenin merkezi saydı ve yüryüzünün hareket ettiğini savundu.



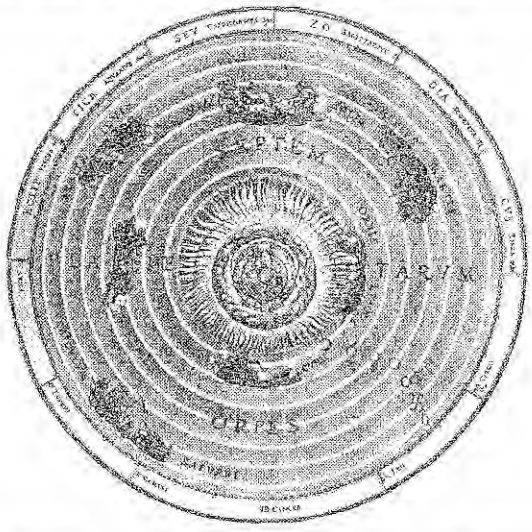
Ay'ın Dünya'dan görünüşü.



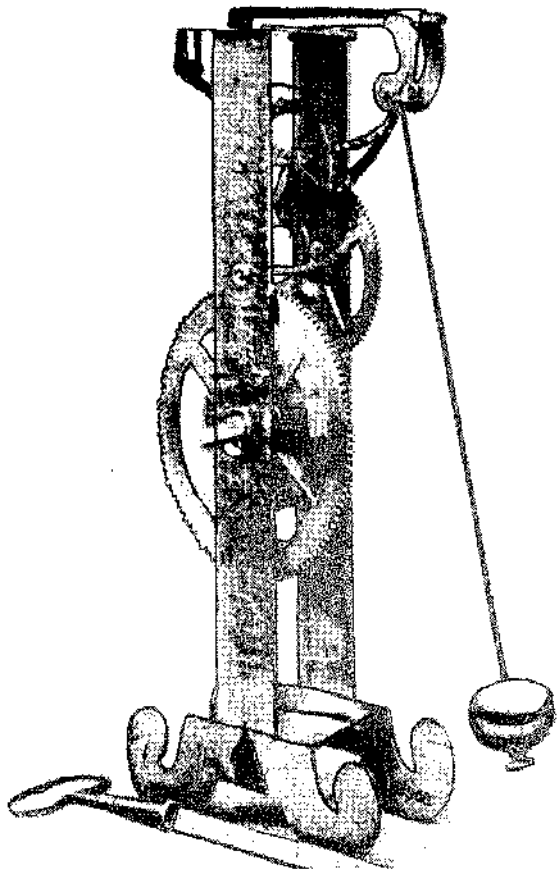
Hevelius, Satürn'ün yanlarına taşmış yıldız gibi iki parçası olduğunu düşündü.



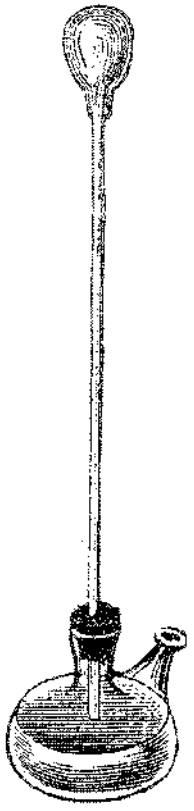
İlk kez 1609 - 1610 yıllarında Galileo, Satürn'ün halkalarını gözledi. Bu tarihte halkalar dar açıdan görüldüğü için, gezegeni açıklamakta güçlük çekti.



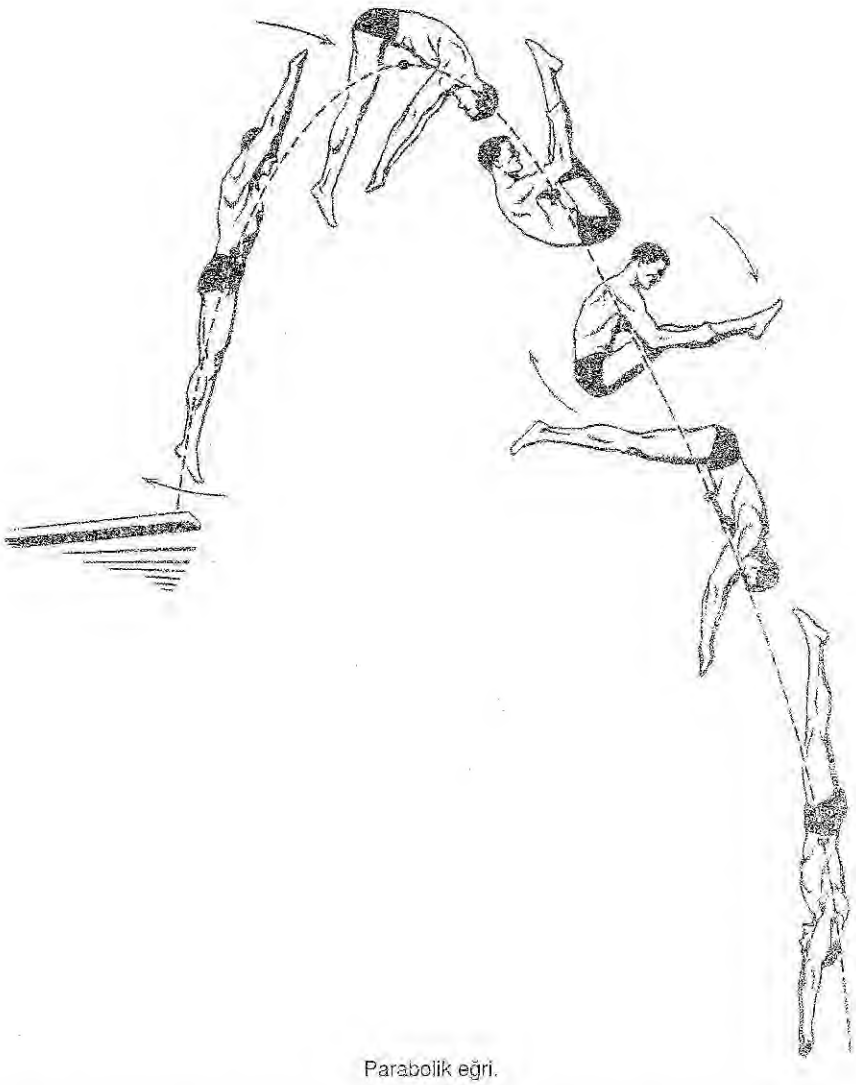
Bu renkli ve çelişkili gökyüzü haritaları Galileo'nun ölümünden yaklaşık yirmi yıl sonra, 1661yılında, Andreas Cellarius tarafından yapılmıştır. Yukarıdaki baskı, Aristoteles'in ve çoğu eski bilginlerin inandıkları küresel evrenin bir kesitini göstermektedir. Merkezde Dünya vardır ve Dünya; Güneş, Ay ve diğer gezegenlerin üstüne döndüğü cama benzeyen içiçe geçmiş kürelerle çevrilmiştir. Yıldızlar için de uzakta ayrıca son bir küre bulunmaktadır.



Galileo'nun çok sayıda keşiflerinden bir tanesi de sarkacın sallanma zamanını açıklayan yasadır. Bu sarkaçlı saat Galileo'nun çizimlerine göre yapılmıştır. Sarkaçlı saatler zamanın ölçülmesi bakımından tam bir doğruluk göstermişlerdir.

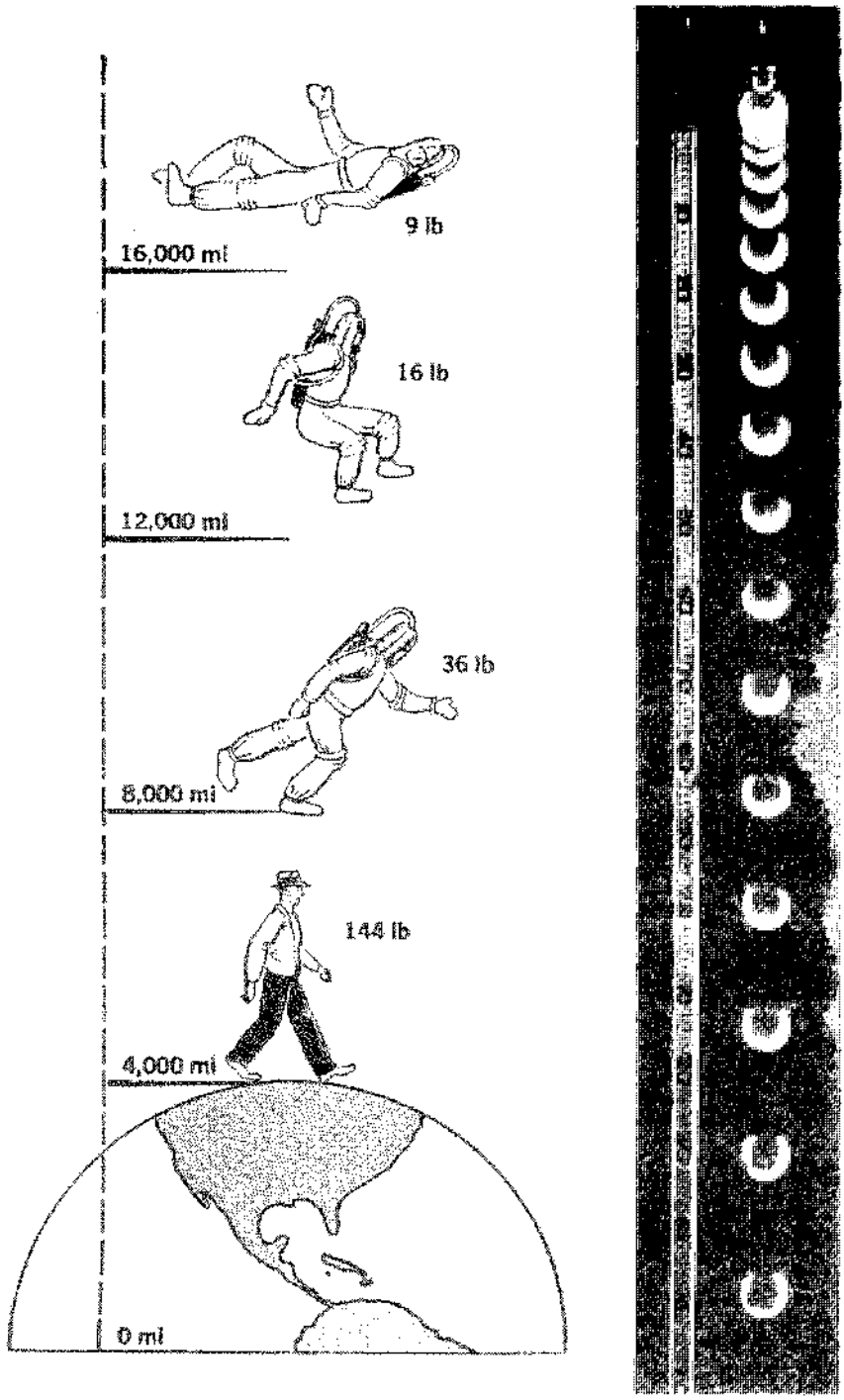


Galile termoskobu.

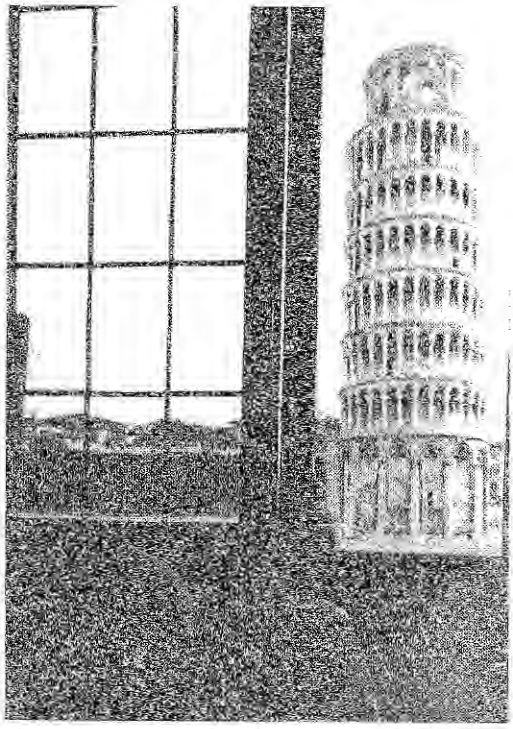


Parabolik eğri.

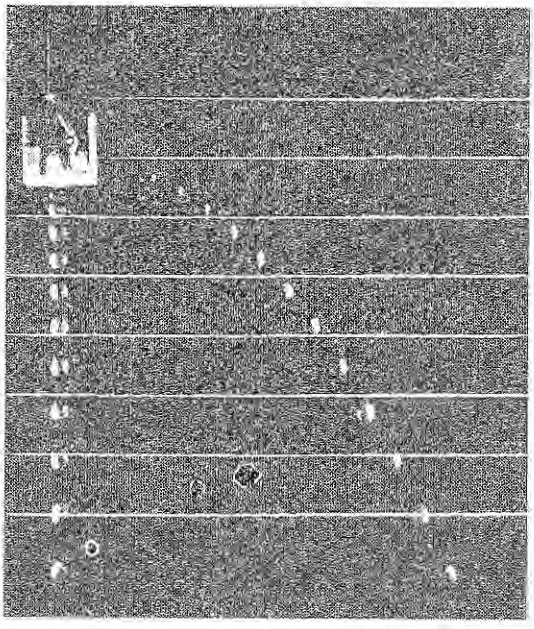
Galile, gezegenlerin Güneş çevresinde dolandığına ilişkin Kopernik kuramına henüz gençken inanmış, fakat Kepler'e yazmış olduğu 4 Nisan 1597 tarihli mektuptan da anlaşıldığı gibi, eleştirilmek korkusuyla bu görüşünü açıklamaktan çekinmişti. Hatta bir yerde korktuğu sanılıyor. 1609 yılı ilkbaharında Venedik'teyken teleskopun keşfini öğrendi ve Paduva'ya dönüşünde ilkin büyütme gücü üç olan bir teleskop yaptı. Sonradan bu teleskopu geliştirerek büyütme gücünü otuz ikiye çıkarmayı başardı. Yaptığı teleskoplar, mercek yüzeylerinin eğrilik derecesini denetlemek amacıyla geliştirdiği yöntem sayesinde, gökbilimi gözlemlerinde kullanılabilecek ilk teleskoplar olarak kısa sürece Avrupa'nın her yanında aranmaya başladı.



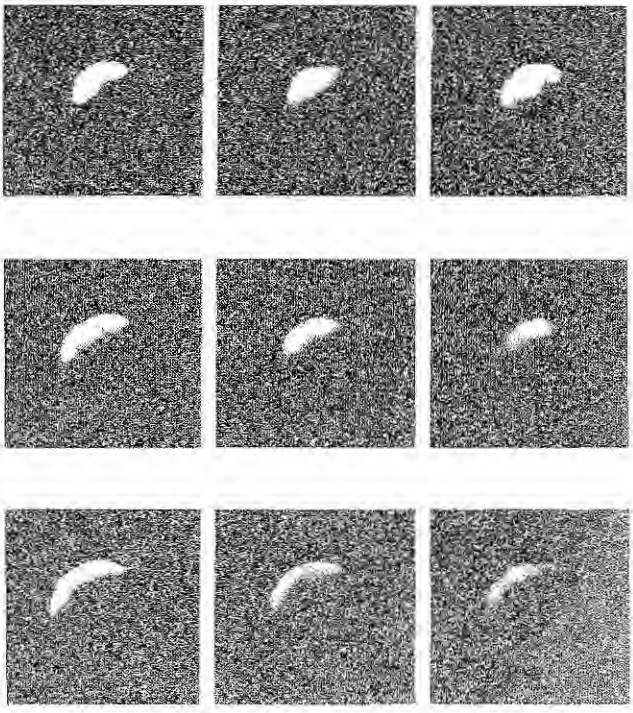
Yerçekimi ve serbest düşme.



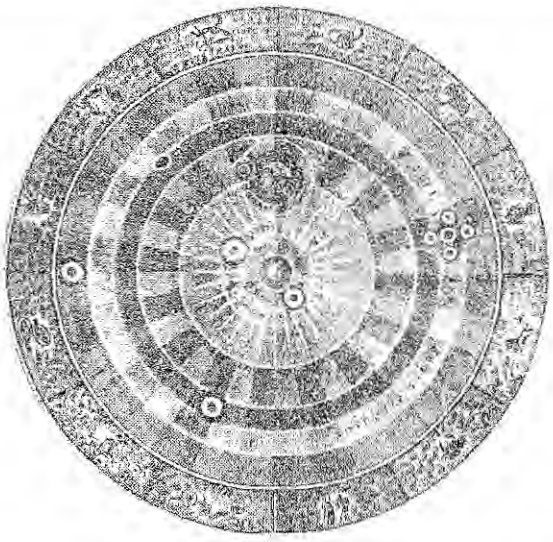
Piza Kulesi'ni çerçeveleyen bir pencerenin önünde, Galile'nin deneylerini anlatıyor. Eğik kuleden aşağı bıraktığı söylenen taşlara benzeyen iki taş var.



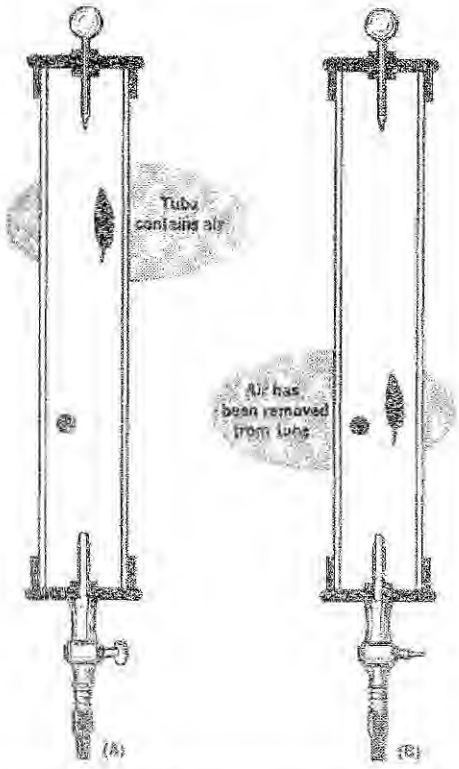
Serbest düşme ve yatay atış.



Venüs gezegeninin 1962 yılında değişik aylarda çekilmiş dokuz farklı fotoğrafı.

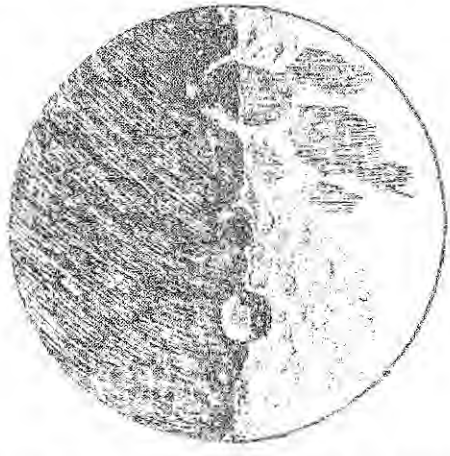


Cellarius, doğru olup olmadığına değinmeden, 16. yüzyıl Polonyalı gökbilimci Copernicus'un tanımladığı ve Galileo'nun kabul ettiği evreni de resmetmişti. Bu gravür Güneş'i merkezde Merkür, Venüs ve Dünya'nın onun çevresinde, dairesel yörüngelerde göstermektedir. Dünya'nın ötesinde gözle görülebilen diğer gezegenler, Mars, Jupiter, Satürn yer almaktadır. Jupiter ve Dünya'nın çevresindeki yörüngelerde aylar vardır.



(A): Havalı bir tüp içinde bir kuş tüyü ile bir taş parçası farklı zamanlarda yere düşerler. Çünkü, havalı yerde havanın kaldırma kuvveti vardır.

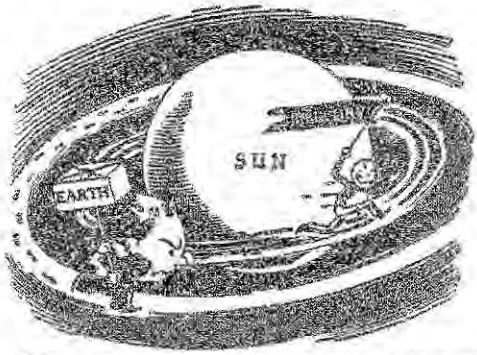
(B) : Havasız yerde bir tüp içinde bir kuş tüyü ile bir taş aynı zamanda yere düşerler. Çünkü havasız yerde havanın kaldırma kuvveti yoktur. Cisimler sadece yerçekimi kuvveti altındadırlar.



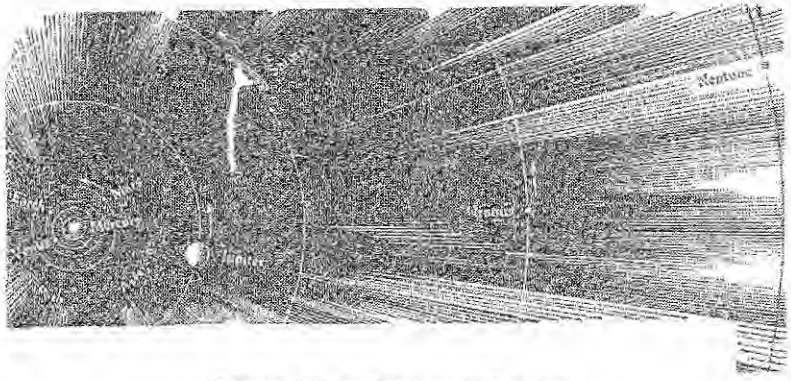
1609 yılında Galile'nin teleskopuyla Ay'ın görünümü.



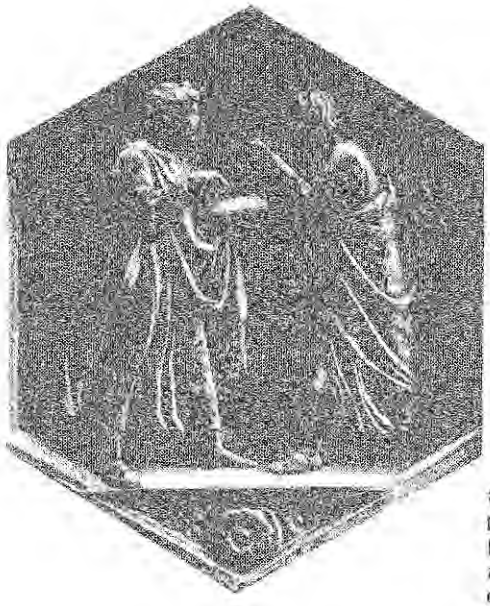
Galile'nin 1610 yılında Jüpiter'le ilgili kendi elyazması.



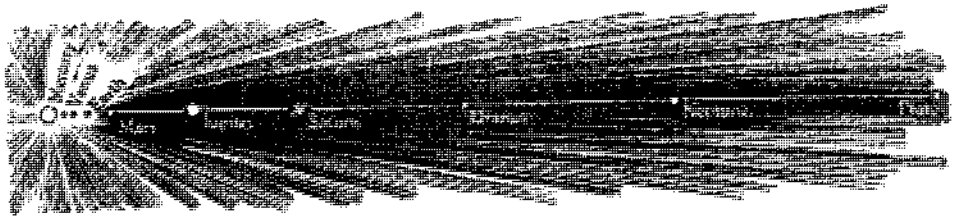
Dünya ve gezegenler Güneş'in etrafında dönüyor.



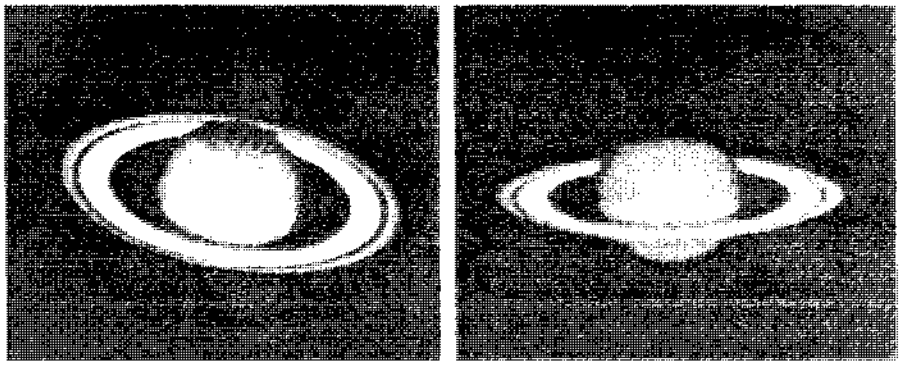
Gezegenlerin sıralanışı ve yörüngeleri.



Floransa'daki katedralin çan kulesindeki bir gravürde Aristoteles (elinde kitap tutan) hocası Platon ile tartışıyor. Galileo'nun doğumundan önceki iki yüzyıl boyunca, Rönesans diye bilinen, klasik bilimlere olan ilginin yeniden canlanması döneminde bu iki Eski Yunanlı, neredeyse azizler gibi saygı görürlerdi.



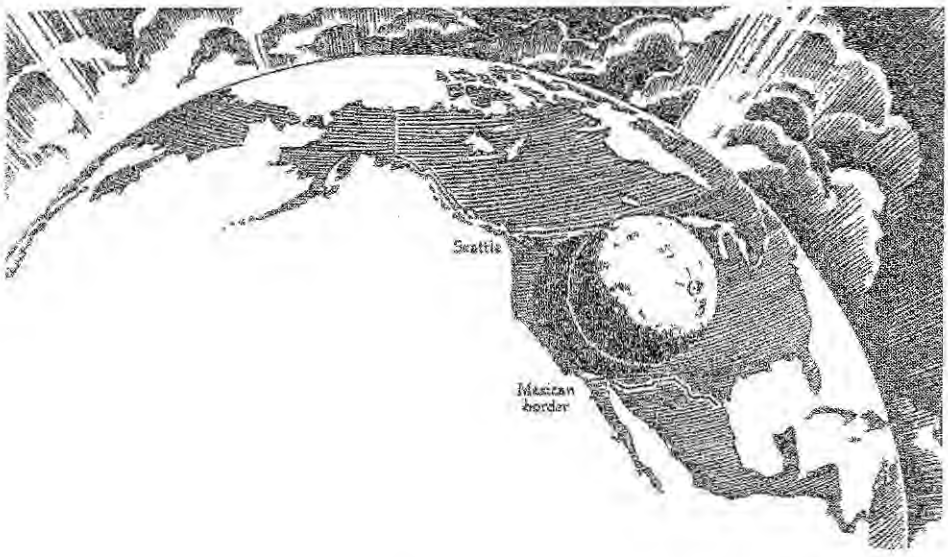
Güneş sistemi.



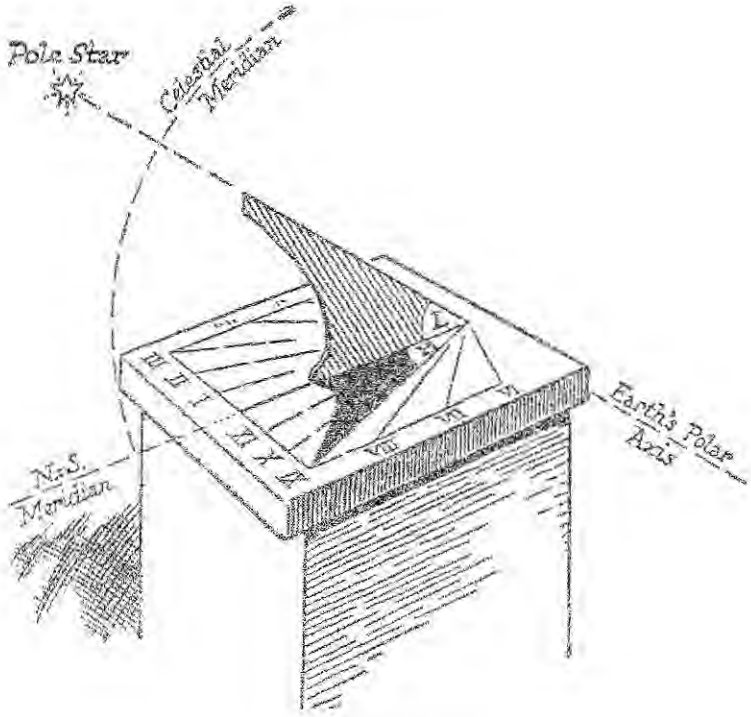
Satürn'ün halkaları.



Dünya yuvarlaktır.



Dünya yuvarlaktır.



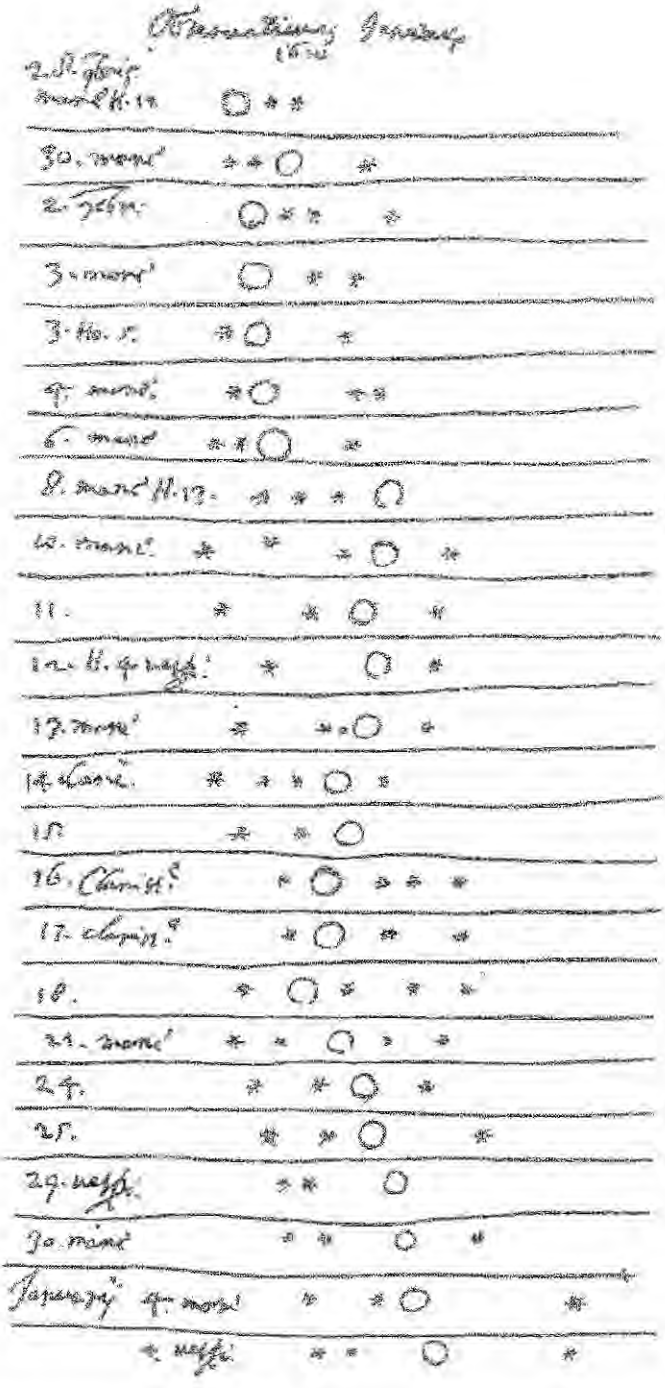
Eski bir Güneş saati.

Gökbilimi gözlemlerinde teleskoptan yararlanılmasını başlatan Galile, 1609 ile 1610 yılları arasında bir dizi buluş gerçekleştirdi. Ay yüzeyinin sanıldığı gibi düzgün değil girintili çıkıntılı olduğunu ve Samanyolu gökadasının birçok yıldızdan oluştuğunu buldu. Jüpiter'in uydularını keşfetti. Bunları eski öğrencisi ve sonradan kendisine sarayında görev veren Toscana grandükü II. Cosimo'nun onuruna Medici Yıldızları olarak adlandırdı. Ayrıca güneş lekelerini, Venüs'ün evrelerini ve Satürn'ün halkalarını gözlemledi.



Ay'ın Galile tarafından gözlenmesi.

Galile, gökbilimi alanındaki bulgularını 1610 yılında Yıldızların Habercisi ismiyle yayınladı. Teleskopla gerçekleştirdiği gözlemlerden etkilenen Venedik senatosu Galile'nin Paduva Üniversitesi'nde yaşam boyu profesör olarak kalmasına karar verdi. Fakat Galile, Toscana grandükünün sarayın "baş felsefecisi ve matematikçisi" olma önerisini kabul ederek 1610 yazında Paduva'dan ayrıldı.



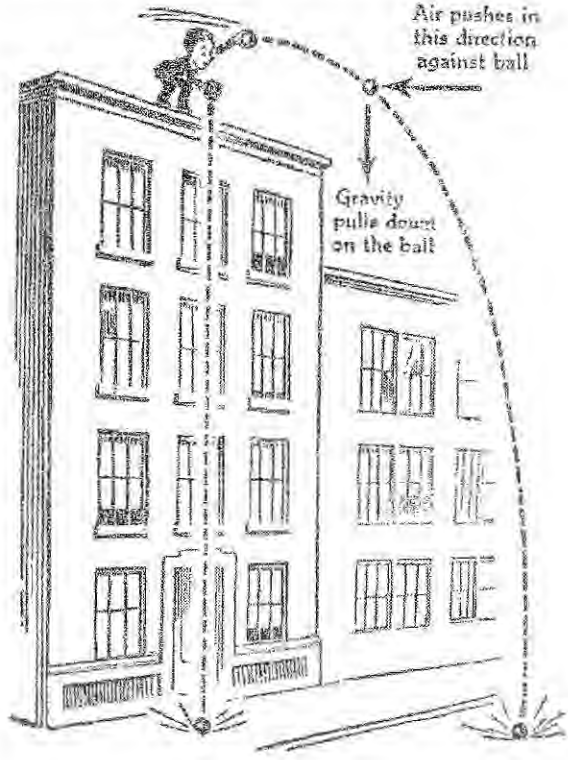
Galile'nin Jüpiter ve uyduları üzerine kendi elyazılarıyla olan çizimleri ve çalışmaları.

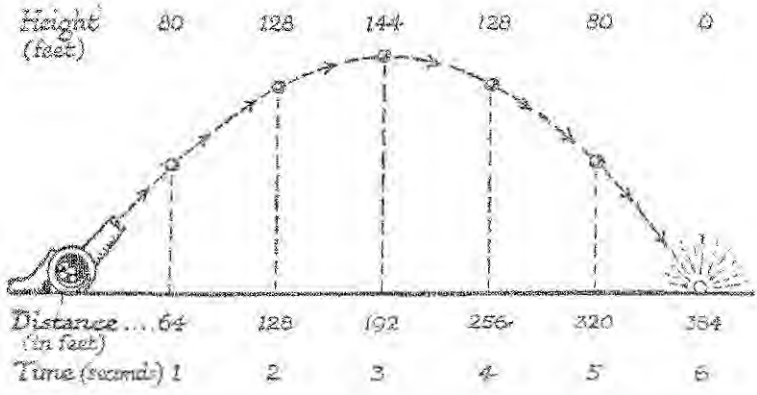


Aristoteles'in bilimsel öğretileri İskederiye'deki büyük kütüphane ve Arap bilginler yoluyla Ortaçağ Avrupa'sına girmiştir. Bu 13. yüzyıl minyatüründe, sağda oturan "hesaplamacı", elinde Arapça yazılmış bir kitap tutuyor. Usturlap eskiden, yıldızların yüksekliğini ölmekte kullanılan bir araçtı. Yıldızları gözlemleyen gökbilimci, bir yazıcıya bazı rakamlar yazdırıyor gibi görülüyor. Sağ elinde ise basit bir teleskop işlevini gören bir tüp göze çarpıyor.

1611 yılında Roma'ya giden Galile, papalık sarayının yetkililerine teleskopuyla bir gösteri yaptı. Gördüğü büyük ilgiden cesaret alarak 1613 yılında Roma'da yayınladığı Güneş Lekelerinin Tarihi ve Kanıtları isimli yapıtında Kopernik kuramını ilk kez açıkça savundu. Güneş yüzeyindeki lekelerin hareketinin Kopernik'i doğruladığını, Ptolemaios kuramını ise çürüttüğünü öne sürdü. Anlatımındaki ustalık, Latince yerine İtalyancayı yeğlemesi ve bu dili çok yetkin bir üslupla kullanması, görüşlerinin üniversitenin dışına taşarak yaygınlaşmasını ve geniş kitleleri etkilemesini sağladı. Çıkarlarının tehlikede olduğunu gören Aristocu profesörler ona cephe aldılar. Kopernik kuramının kutsal metinlerle çeliştiğini vurgulayarak Galile'yi kilise yetkililerinin gözünde karalamaya giriştiler. Bu çabalarında onlara yardımcı olan Dominiken vaizler bir yandan kiliselerde "matematikçiler"in bu yeni dinsizliğine ateş püskürürken, bir yandan da dine karşı ve uydurma olduğunu ileri sürdükleri sözlerini gerekçe göstererek Galile'yi Engizisyon'a gizlice ihbar ettiler. Durumdan büyük kaygıya kapılan Galile, grandüke ve Roma'nın önde gelen

kişilerine mektuplar yazarak tehlikeye dikkat çekti. Bu mektuplarda, kilisenin, bilimsel gerçeklerle çelişkiye düşmesi durumunda kutsal metinleri dile getirme biçimde yorumlama geleneğini, Kilise Babaları'ndan alıntılar yaparak anımsatıyor ve "insanlar doğruluğunu kanıtlama yoluyla gördükleri bir şeye inanır anın günah ilan edildiğini görmek durumuna düşerlerse bunun çok büyük zararlara yol açacağını" belirtiyordu.



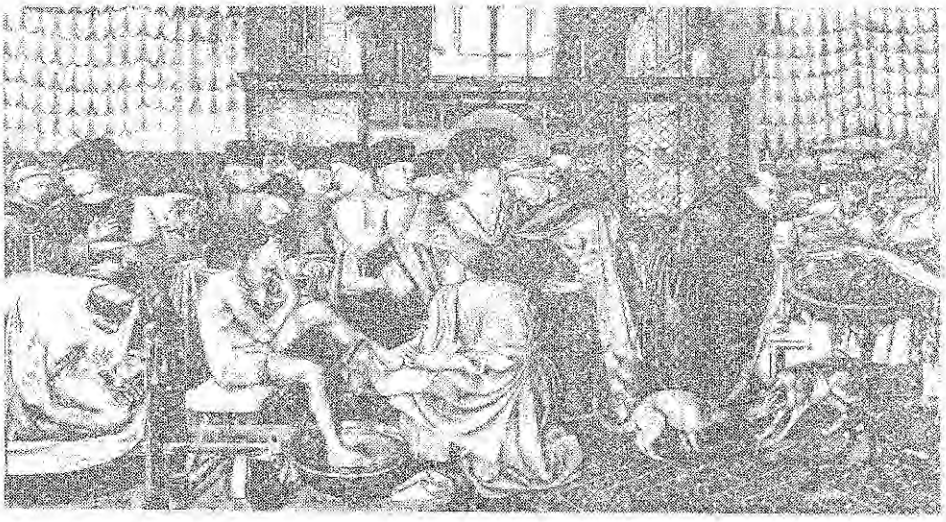


Parabolik eğriler.

Yetkililerden, yeniliklerin önünü kesmemelerini dilemek için kendisi özel olarak Roma'ya gitti. Kilise uzmanlarının bir bölümü ondan yanaydı. Ama kilisenin baş ilahiyatçısı Kardinal Robert Bellarmine yeni kuramların önemini kavrayabilecek bir kişi değildi ve matematiksel varsayımların fiziksel gerçeklikle hiç bir ilişkisi olmadığı yolundaki yerleşik inanca bağlıydı. Onun temel kaygısı, Protestanlığa karşı savaşta Katolikliği zayıf duruma düşürebilecek bir skandalın ortaya çıkmasıydı. Bu nedenle Kopernikçiliği "yanlış ve asılsız" ilan ederek konuyu temelden çözmenin en doğru yol olacağına karar verdi. Kopernik'in kitabı Yasak Kitaplar Listesi Kurulu'nca yasaklandı. Bu konudaki karar 5 Mart 1616 günü alındı. Ama Kardinal Bellarmine konuya özel bir önem vererek Galile'yi 26 Şubatta huzuruna kabul etmiş, çıkacak karar hakkında kendisine bilgi vermiş, bundan böyle bu öğretiye "bağlı kalmasının ve savunmasının" yasaklanmış olduğu konusunda onu uyarmış, ama konunun salt "matematiksel bir varsayım" olarak tartışılabileceğini bildirmişti.

Galile'nin savunduğu sistem, 1543 yılında Polonya şanünvanı Kopernik tarafından III. Papa Paul'un onuruna yazılmış ve onun ismine sunulmuş olan bir eserde var olduğu halde, düşmanları yetmiş yıl sonra Galile'yi savunduğu bu düşünce dolayısıyla dine karşı ve kutsal kitaplara aykırı bir dinsizlikle suçladılar. Bu yüzden de kendisi Roma'daki Sanctum Officius denilen kutsal dairenin kovuşturmalarına uğradı.

Bu olayı izleyen yedi yıl boyunca Galile, Floransa yakınlarındaki Bellosguardo'daki evine çekilmiş olarak yaşadı. Orazio Grassi'nin kuyruklu yıldızların niteliği üzerine yazdığı ve açıkça kendisini hedef alan bir broşürüne yanıt olarak 1623 yılında Ayarcı isimli ünlü yapıtını yayınladı. Fiziksel gerçeklik üzerine parlak bir tartışma niteliğinde olan ve yeni bilimsel yöntemi sergileyen bu yapıtında, Galile'nin ünlü "Doğanın Kitabı...



Galileo, bir süre, Rönesans döneminde yeniden canlanan bir bilim dalı olan tıp konusunda eğitim gördü. Onun zamanındaki hastanelerde, bu 15. yüzyıl tablosunda görülen sahneler olağandı. Bu tabloda, genel bir karmaşa ortamında bacağından yaralanmış olan bir hastanın tedavi edilişi görülüyor.



Galileo önce bir öğrenci sonra da öğretmen olduğu Pisa'ya gelmek için Orta İtalya'nın vadilerinden ve tepelerinden geçmişti. Pisa'ya yakın tepeler arasındaki bu kasabada, tarihi Ortaçağa uzanan binalar bulunmaktadır.



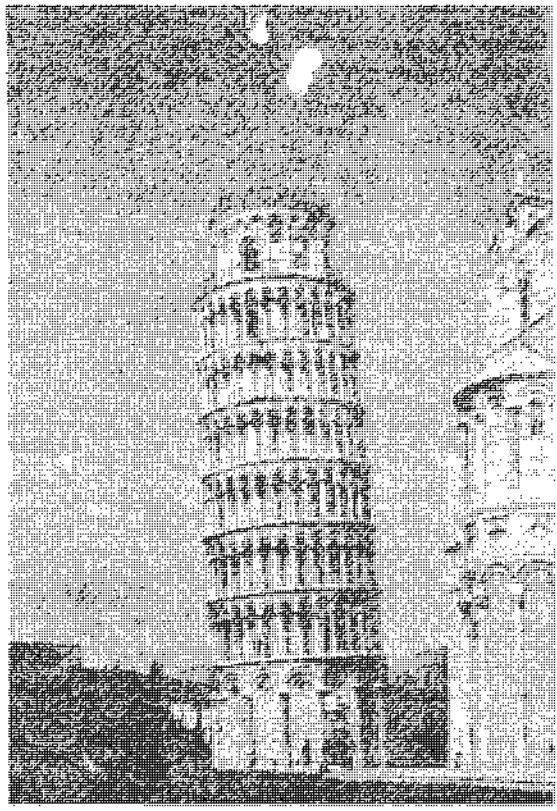
Eğik atış



Galile termometresi.

matematikle yazılmıştır" cümlesi yer alır. Kitap Galile'nin eski arkadaşı ve koruyucusu olan yeni papa VIII. Urbanus'un ismine ve onuruna sunmuş, papa da bu sunuyu coşkuyla karşılamıştı.

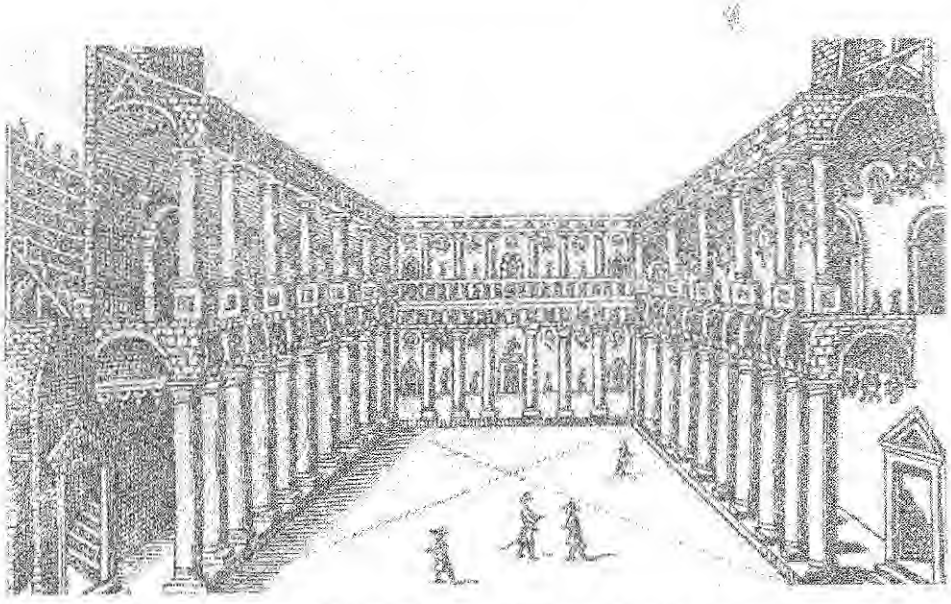
Galile, yaradılıştan gelen bir davranış nedeniyle sert ve kırıcıydı. Hele bilimsel konu olunca en ufak bir ödün vermezdi. Bu nedenle arkadaşları tarafından fazla sevilmezdi. Arkadaşları eski, fakat Galile modemdi. Uyuşmamaları bir yerde doğaldı. Onların yanlış inançlarını deneylerle çürütür ve onlarla eğlenirdi. Dünya'nın Güneş çevresindeki hareketlerinin kutsal kitapta belirtildiği gibi olmadığını açıklaması bardağı taşıran son damla oldu. Bu yüzden çağın din adamlarıyla arası açıldı. Otoriteye meydan okumakla suçlandı. 1633 yılında zamanın Ünlü Engizisyon mahkemesine çıkarıldı. Galile, güçlükle kendisini savundu. Zaten, Piza'daki bir kathedralde sarkaç yasasını bulmuş, tüm cisimlerin aynı ivmeyle yere düştüğünü ileri sürmüş, aynı hızla ve aynı zamanda yere vardıklarını ilk kez ortaya atan kişidir. Eğik Piza kulesinden 454 gramlık ve 4.5 kilogramlık iki ağırlık atarak aynı zamanda yere düşeceklerini kanıtlamıştı. Öyleyse, Engizisyon mahkemesinin kararıyla yakılmalıydı.



Galileo, yerçekiminin bütün cisimleri aynı hızla yere çektğini ilk kez ortaya atan kişi olarak bilinir. Genellikle tartışmalara neden olan bir öyküye göre Galileo eğik Piza kulesinden 454 gramlık ve 4.5 kilogramlık iki ağırlık attı. Bu iki ağırlık da aynı zamanda yere düşerek Galileo'nun kuramını kanıtladı.



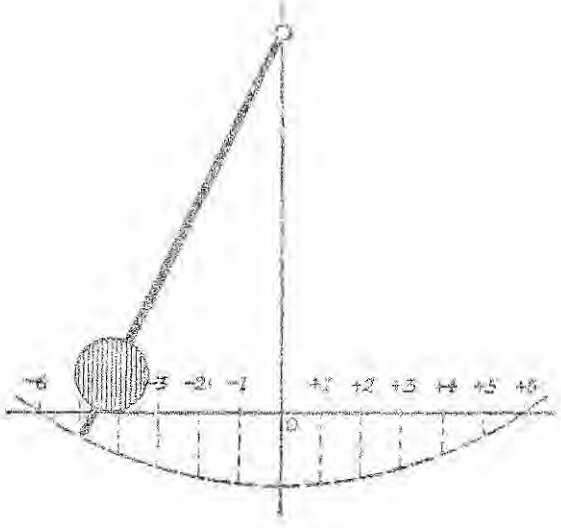
Galile'nin en genç resmi.



Sütunlu avlusunun bir bölümü görülen ve 1222 yılında kurulan Padova Üniversitesi, Rönesans'ın başlıca bilim merkezlerinden birisi olarak kabul edilir.



Piza Kulesi.



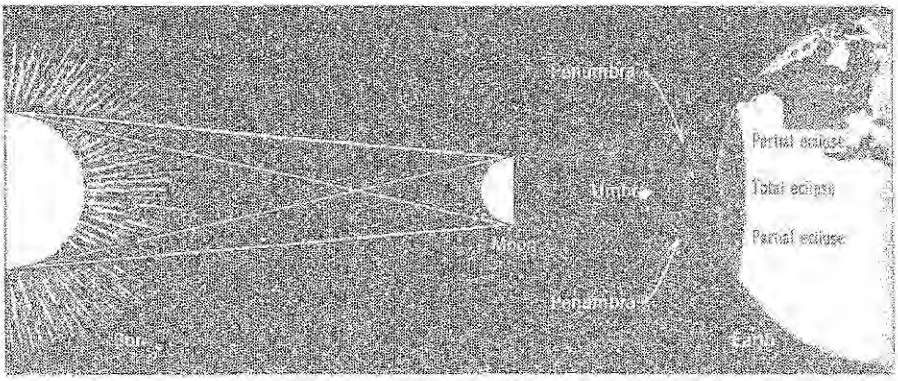
Sarkaç

Galile 1616 yılı kararını yürürlükten kaldırtabilme umuduyla 1624 yılında Roma'ya gitti. Bunu başaramadıysa da papadan "dünya sistemleri" için hem Ptolemaios, hem de Kopernik sistemleri üzerinde yazı yazma izni aldı. Bu izin, iki sistemi tartışırken tarafsızlığını koruması, sonunda papalığın kendisine emretmiş olduğu sonuca varması ve Tanrı'nın her şeye yetkin olduğu gerçeğini sınırlamaya kalkışmaması koşuluyla verilmişti. Bu buyruklar baş yasakçı Monsignor Niccolo Riccardi tarafından yazılı olarak da Galile'ye verilmişti. Tanrı'nın birbirinin aynısı sonuçları insanın hayal bile edemeyeceği çeşitli yollarla ortaya çıkarmaya yetkin olması nedeniyle, insanın dünyanın gerçekte nasıl yaratılmış olduğunu bilemeyeceği kendisine uzun uzun anlatıldı.

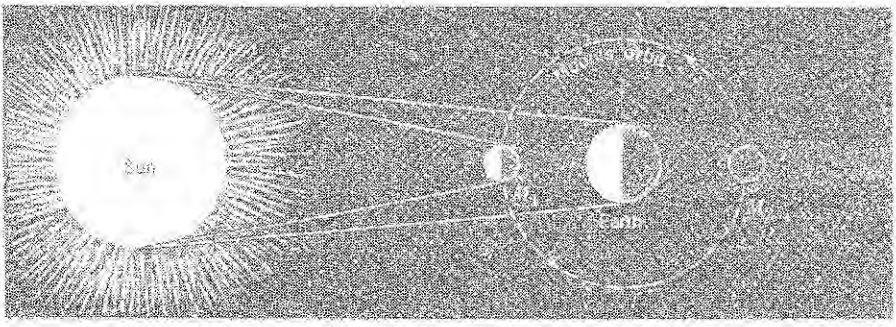
Floransa'ya geri dönen Galile büyük yapıtı olan İki Büyük Yer Sistemi, Ptolemaios ve Kopernik Sistemleri Üzerine Konuşmalar üzerine yıllar sürecek çalışmasına başladı. Kitap 1632 yılında yasakçılardan eksiksiz basılabilme izni almış olarak yayınlandı. Avrupa'nın her yanında büyük heyecan ve övgüyle karşılandı. Edebi ve felsefi bir baş yapıt olarak kabul edildi. Kitabın yayınlanmasını izleyen olaylar bugün ancak dolaylı biçimde bilinmektedir. Papaya, kitabın tarafsız görünen başlığına karşın, aslında Kopernik sisteminin güçlü ve korkusuz bir savunusu olduğu belirtildi. Kitap boyunca savunulan sağlam görüşler, kitabın sonunda varılması buyurulmuş olan sonuç bölümünü etkisiz ve anlamsız kılmıştı. Cizvitler, bu yapıtın kurulu düzen için "Luther ve Calvin'in öğretilerinin toplamından" bile daha zararlı olacağını vurguluyorlardı. Papa, öfke içinde kovuşturma açılmasını buyurdu. Kitap için önceden izin alınmış olduğundan, izlenebilecek tek hukuksal yol, izni yalanlama yazısı çıkarıp kitabı yasaklamaktı. Galile'nin dosyasında bir belgenin varlığı keşfedildi. 26 Şubat 1616 gününde, Bellarmine'nin huzurunda, Galile'nin ne biçimde olursa olsun Kopernikçiliği anlatması ya da tartışması Engizisyon'un ceza yaptırımına bağlanarak özellikle yasaklanmıştı. Böylece, kitap için elde edilmiş olan iznin sahtecilikle ve usulsüz biçimde alındığına karar verilebildi. Yalnız, 1877 yılında Galile'nin dosya içeriği yayınlandığında kanıtları inceleyen tarihçiler bu belgenin dosyaya sonradan konmuş olduğu ve Galile'ye aslında böyle bir yasaklamanın getirilmemiş olduğu görüşünde birleşmişlerdir. Kararda bir kasıt olduğu açıktır. Her ne olursa olsun Galile yargılanmalı ve cezalandırılmalıydı.

Kilise yetkilileri sözde bu yeni belgeye dayanarak Galile'yi dine ve kiliseye karşı gelen biri olarak suçlamayı başardılar. Yaşlı ve oldukça hasta olduğunu ileri sürmesine karşın Şubat 1633 ayında Roma'ya gelerek duruşmada hazır bulunmak zorunda bırakılan Galile'ye özel işlem yapıldı ve hapse atılmadı. 12 Nisan 1633 günü yapılan çetin sorgulamada Galile 1616 yılında kendisine böyle bir yasaklama konmuş olduğu savı sürekli bir baskıyla tekrarlandı. Galile bu suçlamaları ve kendisine böyle bir yasağın yapılmadığını sürekli olarak söyledi.

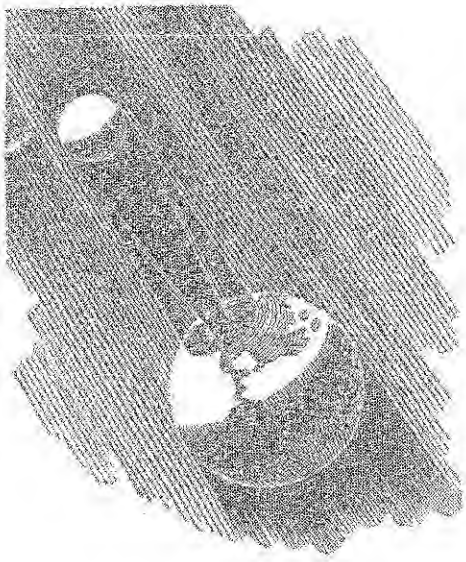
O, 1613 yılında kendisinin haklı olduğunu anlatmak için bu konuyu Tanrıbilim alanına götürmeyi zorunlu olmuş ve kutsal metinlerle ileri sürdüğü düşüncelerin birbirine ters olmadığını ispat için mektuplar yazmıştı. Fakat bazı keşişler, bu mektupların asıllarını Engizisyona verdiler. Yeryüzünün hareketine ilişkin olan savları tümüyle



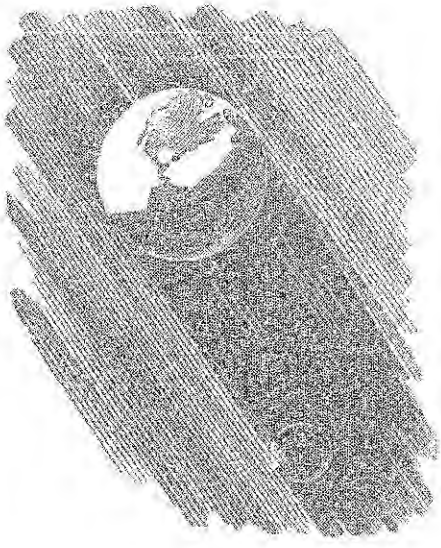
Tam ve yarım Güneş tutulması.



M_1 Güneş tutulması ve M_2 Ay tutulması.



Güneş tutulması.

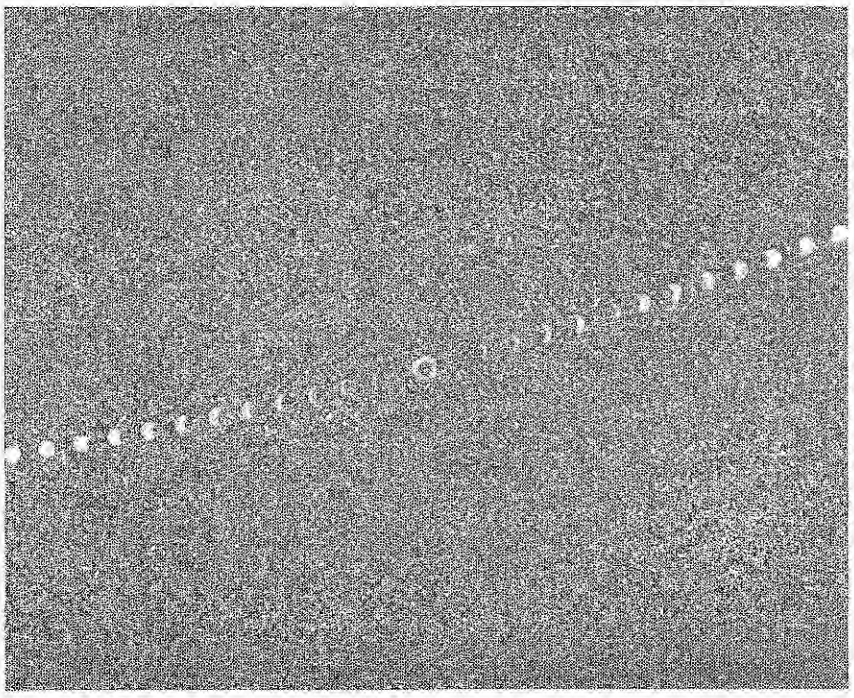


Ay tutulması.

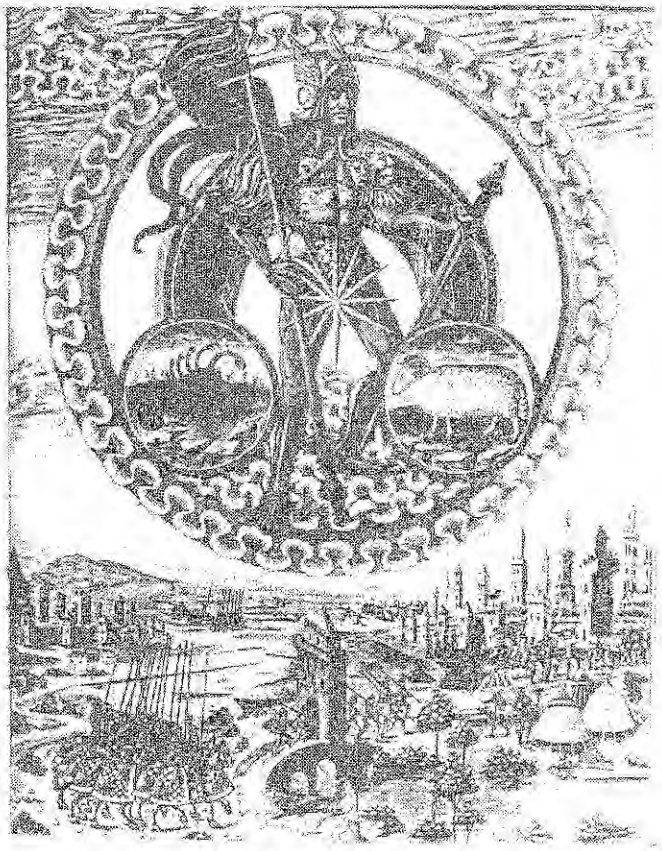
yanlış ve kutsal kitaplara aykırı olduğu için okutulup savunulamayacağına ilişkin bir karar çıkmasını sağladılar.

Gizli ve açık oturumlarda Kopernik sisteminin yanlışlığını kabul etmesi ve düşüncelerinden vazgeçmesi için kovuşturmalara ve baskılara uğrayan Galile, görünüşte düşüncelerinden vazgeçmiştir. Mahkemece cezalandırılacağını anlayan dostları, inançlarının dışarıda devam etmesini, mahkeme üyelerine, Dünya'nın dönmediğini söylemesine razı ettiler. Mahkemede diz çökerek düşüncesinden vazgeçtiğini söylemek zorunda kaldı. Yemin ederek pişmanlığını belirtti. Fakat, eğilmez koca Galile'ye bu yemin çok ağır gelmişti. Kalkarken "Ne yapayım, ben Dünya dönüyor desem de demesem de ayağımın altında dönüyor" dediği meşhurdur.

O yine dönüyor dediği sözleri de uğradığı kovuşturmalar gibi söylenti halinde kalmıştır. Çünkü, onun yargılanmasına ilişkin uzun ve birbirine aykırı olan belgelerden kendisine uygulanmış olan ceza ya da buyruk verenlerin gerçek niteliğini anlamak güçtür. Kendisiyle mektuplaşanlardan birisi olan Gassendi, Galile'nin bu suçlandırılma günlerinde kendisine şöyle yazmıştı. "Ey çağın büyük onuru! Sizi bekleyen son dolayısıyla büyük sıkıntılar içindeyim... Papalık, sizin düşüncelerinize karşı bazı kararlar verecek olursa, ona bir bilgeye yakışacak şekilde dayanınız. Size gerçeği aramaktan başka birşey yapmamış olduğunuz inancıyla yaşamış olmak yetişir."



Güneş tutulmasının evreleri.



Mars'a seyahat ve orada savaş.

16 Haziran 1633 günü Galile mahkum oldu. Hüküm kendisine 21 Haziran 1633 günü okundu. Kopernik öğretisine bağlı olmak ve bu öğretiyi anlatmaktan suçlu bulunmuştu. Pişmanlık duyduğunu söyleyerek görüşlerinden dönmesi emredildi. Galile geçmişteki hatalarından kesinlikle vazgeçtiğini, nefret ettiğini ve bunları lanetlediği yönünde bir ifade verdi. Hüküm hapis cezası da içeriyordu. Ama papa bu cezayı ev hapsine çevirdi ve Galile yaşamının son sekiz yılını Floransa yakınlarında Arcetri'deki evinde geçirdi.

Dünya ve gezegenlerin Güneş etrafında hareket ettiklerini ileri sürmesi, Kopernik'in görüşlerine katılması, bu görüşlere kuvvetle bağlanması, kutsal inançlara ters düştüğü ve bu açık sözlü görüşlerinden dolayı, Engizisyon mahkemesi tarafından önce ömür boyu zindan cezasına çaptırıldı. Fakat, yetmiş yaşında olduğu için yaşına hürmet edilerek, mezhebini terketmeye mahkum edildi. Kilise halen, Dünya'yı evrenin merkezi olarak kabul ediyordu. Galile, son yıllarını arkadaşı olan Tuscany Grandükü'nün Floransa'nın yakınında Arcetri'deki villasında göz hapsinde geçirdi. Yaşamının bu son günleri çok acıklıydı. Çok yoksul düştü. 1633 yılında kızlarından birini kaybetti. Bu

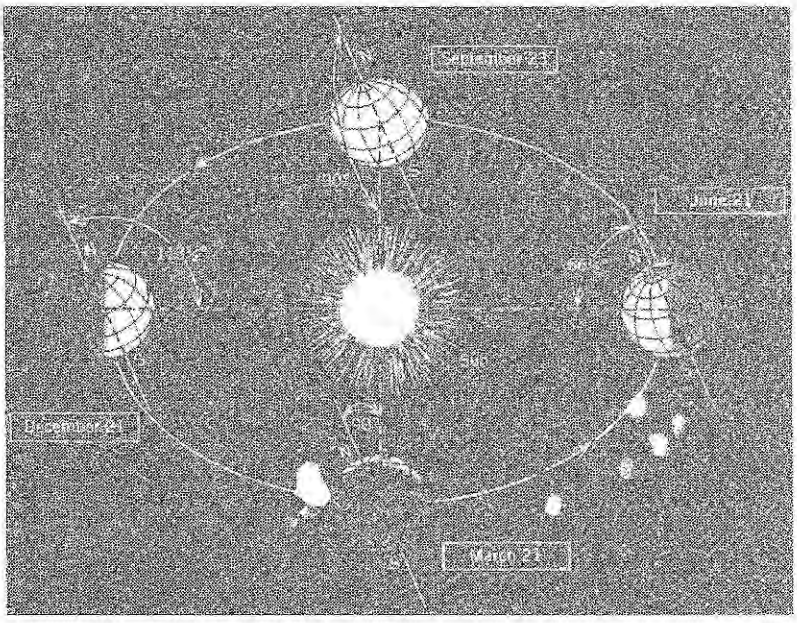
onun için bir yıkım oldu. Kızının ölümünden sonra görme yeteneğini yitirdi. Tüm bu koşullar altında kuramsal çalışmalarını sürdürdü. "Yeni Bilimlerin Tartışılması" isimli eserini bu dönem içinde yazdı. Son dört yılını kör olarak yaşadı. 1638 yılında Arcetri'de karanlık çağı hayatını vererek kapadı.

Galile, o günkü kuramların geçerliliği veya geçersizliğini kanıtlamak için birçok gözlem ve çok sayıda deneyler yapmış olduğundan genellikle, Archimedes'ten sonra modern bilimin kurucusu olarak bilinmektedir. Galile'nin bilim dünyasına yapmış olduğu yardımlar büyüktür. Fiziksel olayları deneyerek matematiğe bağladığı için modern ve çağdaştır.

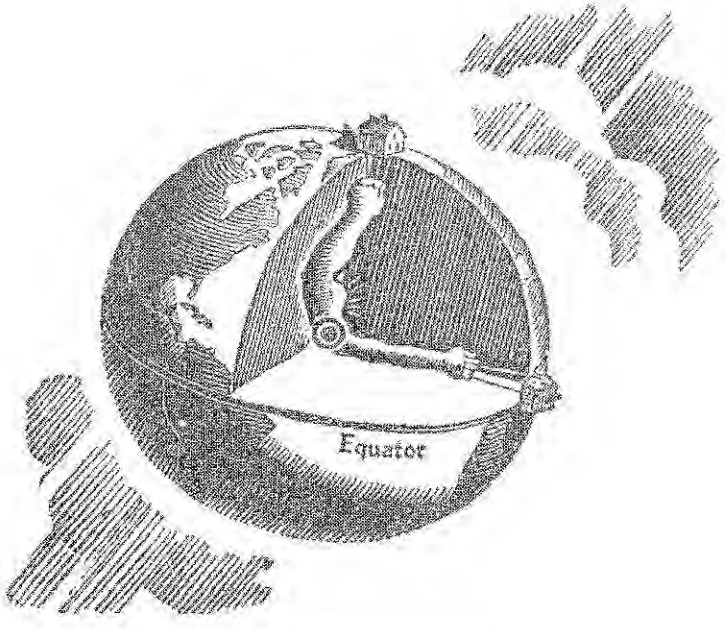
Galile, yaşamının son yıllarını gözlerini kaybetmiş ve 1633 yılından itibaren Arcetri' de bir sürgün gibi yaşamıştır. Yalnız 1638 yılında gözlerine bir ameliyat yaptırmak umuduyla Floransa'da üç ay kalmasına izin verilmiştir.

Galile'nin olağanüstü zihinsel gücü ölümüne değin azalmadan sürdü. 1634 yılında Mekanikle İlgili İki Yeni Bilim Üzerine Söylevler ve Matematiksel Kanıtlar isimli yapıtını bitirdi. Genellikle en değerli yapıtı sayılan ve 1638 yılında Leiden'de basılan bu kitapta Galile, araştırmalarına ilk başladığı yıllarda gerçekleştirdiği deneylerin sonuçlarını yeniden değerlendirdi. Mekaniğin temel ilkeleri üzerine sonradan geliştirdiği görüşlere yer verdi. Teleskoptan yararlanarak gerçekleştirdiği son buluşu Ay'ın günlük ve aylık sallantılarını ilk kez gözlemlemesiydi. Bu gözlemleri 1637 yılında görme yetisini yitirmeden birkaç ay önce yapan Galile, daha sonra sarkacın saat mekanizmalarının çalışmasını düzenlemekte kullanılabileceğini belirledi. Bu buluş 1656 yılında Felemenkli bilim adamı Christiaan Huygens tarafından uygulamaya kondu. Cisimlerin çarpışması kuramına ilişkin görüş ve düşüncelerini öğrencileri Vincenzo Viviani ve Evangelista Torriçelli'ye son günlerine değin yazdırdı.

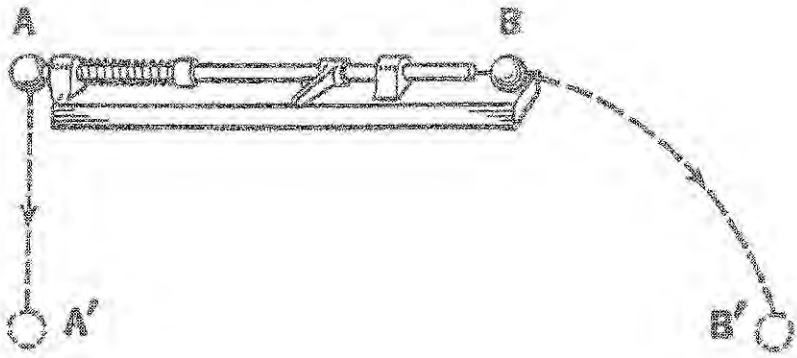
Galile, kelimenin tam ve doğru anlamıyla pozitif zekalı ve düşünceli büyük bir bilgindi. Her zaman doğru, tam ve kesin bilgi kazanmak amacını gütmüş ve böyle bir bilgiyi elde etmek için bilinçli bir ustalık göstermiştir. Kesin bilgi araçları boş çıktığı zaman, en gerçeğe benzer ve yararlı varsayımlara, bağıntılı ve geçici bir değer vermiştir. Bununla birlikte onu, çağımız pozitifçiliğine bağlı olanlardan biri sanmak da doğru değildir. Çünkü Galile, pozitifçilerin kabul etmediği birçok düşünceyi kabul eder, yaşamını deney ve matematik yollarıyla incelediği fizik bilimine bağlar. Çok yararlandığı tinsel bilimlerin aleyhinde bulunmazdı. Şüphesiz hiç bir zaman tinsel bilimleri, fiziksel bilimlerin bir kolu da saymamıştır. Evrende hüküm süren düzen ve ölçüye ait Eflatun ve Pisagorcuların yüksek düşüncelerine hayranlığını saklamadığı gibi, Aristo'nun doğru olan düşüncelerine de değer vermekten çekinmez. Fiziksel bilimlere uygulamak için felsefeyi çok fazla incelemiş olmakla övünür. Felsefeden kendi bilimsel çalışmalarında deney ve tümevarım yöntemlerinin verebileceği ve vermesi gereken şeyleri almak için zorunlu olan yaptırıcı nedenler ve amaçlı nedenler gibi iki ilkeye önemle sarılmıştır. Bunlar çağdaş pozitifçiler tarafından kabul edilmemiştir. O, bu iki ilkeyi büyük bir başarıyla fiziksel sorunlara uygulamıştır.



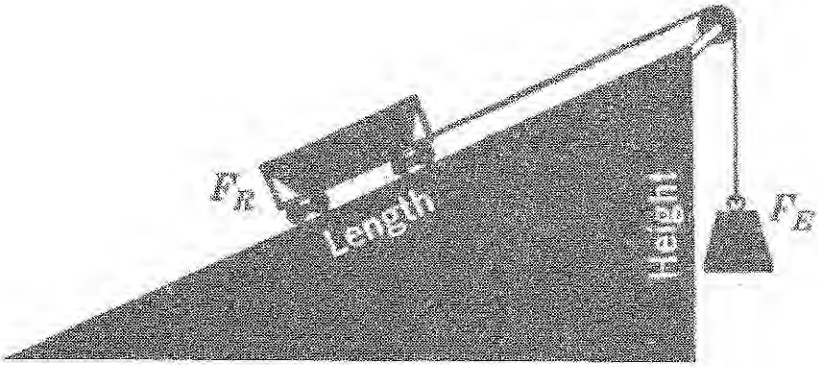
Mevsimlerin oluşumu.



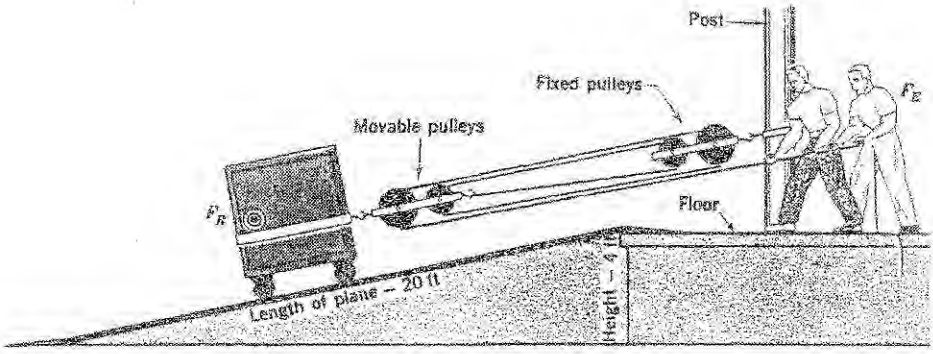
Dünya, kutuplardan basıktır.



A ve B cisimleri aynı zamanda yere düşerler.



Eğik düzlem.

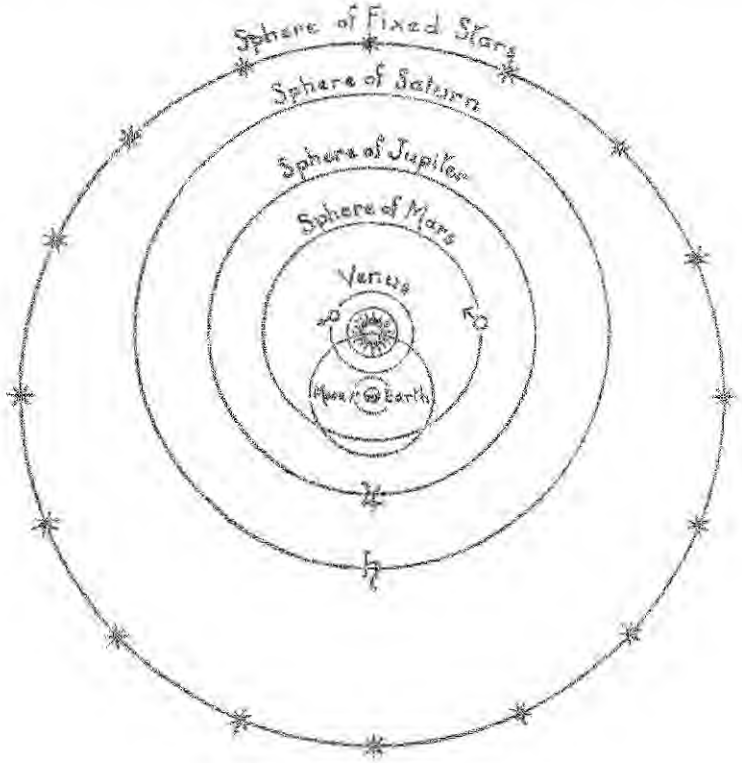


Eğik düzlemde işin kolaylaştırılması.

Galile'nin fizik yöntemi olarak kullandığı birinci temel, büyük doğa kitabının matematik bir dille yazılmış olduğunu ve bunun ancak matematikçiler tarafından anlaşılabileceğini, bu kitaptaki şifreleri çözmek için gözlenmiş olan nicelikleri ölçmek gerektiğini kabul etmektedir.

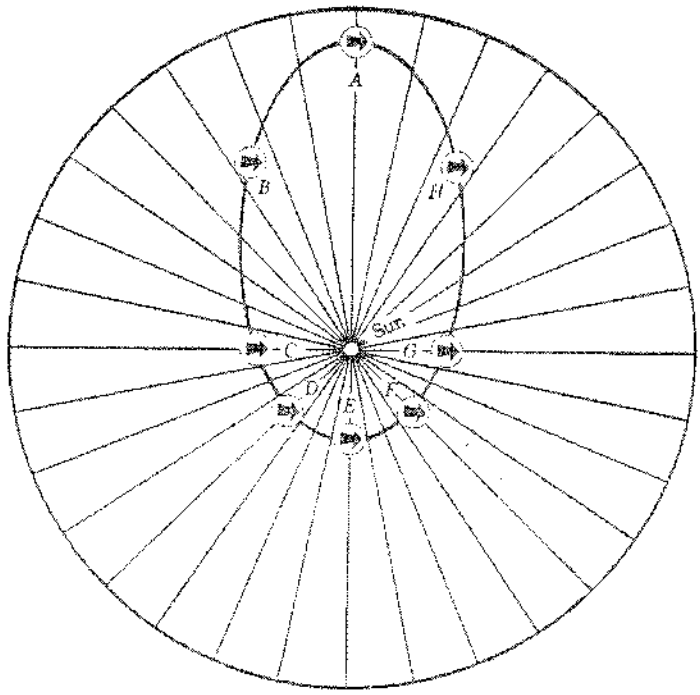
Galile'nin gökbilimine katkısını teleskop kullanarak gerçekleştirdiği buluşlar oluşturur. Onun ismi, bilim tarihine evrenin gözlenebilen sınırlarını alabildiğine genişleten bilim adamı olarak geçmiştir. Olağanüstü bir yeteneği yansıtan gözlemleriyle, örneğin Jüpiter'in uydularını keşfetmesini izleyen iki yıl içinde bu uyduların dolanımına ilişkin tabloları düzenlemiş ve bunların tutulumlarının gözlenmesi yoluyla yeryüzünde boylamı belirlemenin olanaklı olduğunu göstermiştir. Güneş lekelerine ilişkin gözlemleri hem bu gözlemlerdeki doğruluk derecesi, hem de bunlardan çıkardığı Güneş'in dönüşüne ve Yer'in dolanımına ilişkin sonuçları bakımından çok önemlidir.

Galile'nin, Kepler'in yasalarını hiç gözönüne almamış olması şaşırtıcıdır. Evrenin yapısının tam ve düzenlilik göstermesi için gezegen yörüngelerinin, Kepler'in bulmuş olduğu gibi eliptik değil, dairesel olması gerektiğine inanan Galile, bu önyargısı yüzünden, kendi buluşu olan eylemsizlik yasasını tam olarak biçimlendirmeyi başaramamıştır.



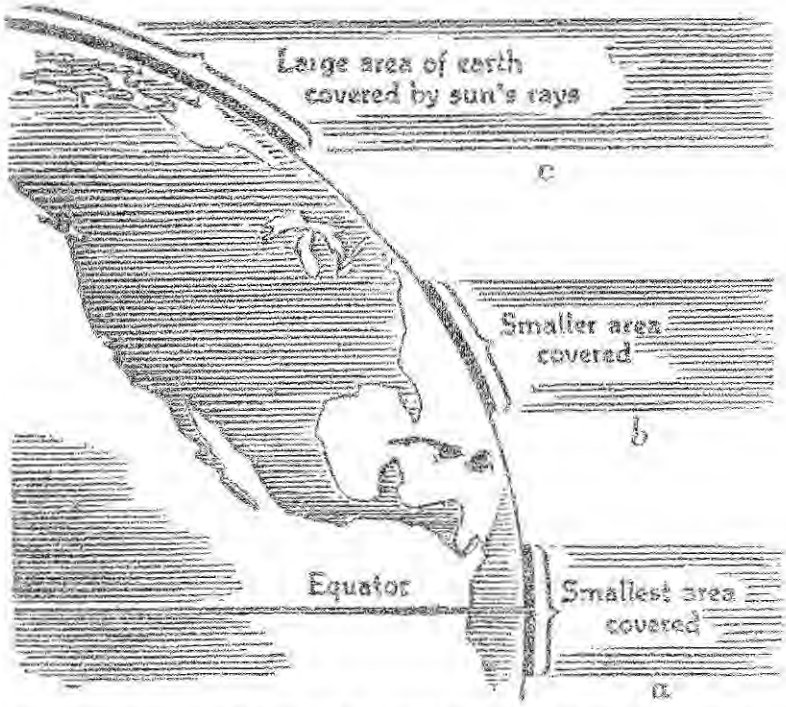
Kopernik sistemi.

Evrensel bir kütle çekimi kavramının Galile'nin düşüncelerinde belli bir yer tuttuğu anlaşılmaktadır. Ama Galile bu kavramı, Descartes gibi gizemli bir nitelikte bulduğu için kabullenememiştir. Sabit yıldızların bazılarının ıraklık açısında her yıl küçük bir değişimin olması gerektiğini, Satürn'ün ötesinde başka gezegenlerin var olabileceğini, bunların birgün bulunabileceğini, ışığın çok yüksek ama ölçülebilir bir hızla hareket ettiğini öne sürmesi modern buluşlara öncülük eden görüşlerine örnek olarak sayılabilir. Teleskopun çok küçük nesneleri büyütüp inceleyebilecek bir biçimde düzenlenebileceğini 1610 yılında bulmuş olmasına karşın mikroskopu tam anlamıyla geliştirebilmiş değildi. 1624 yılında Roma'da ilk kez bir mikroskop gördüğünde, hemen bu aygıtta bazı düzeltmelere girişmiş, onu geliştirmeye çalışmıştı.

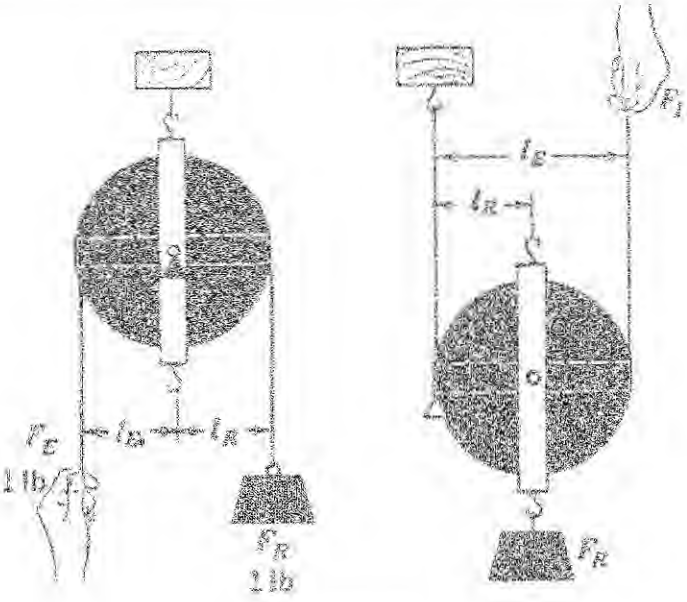


Kepler'in elips yörüngesi.

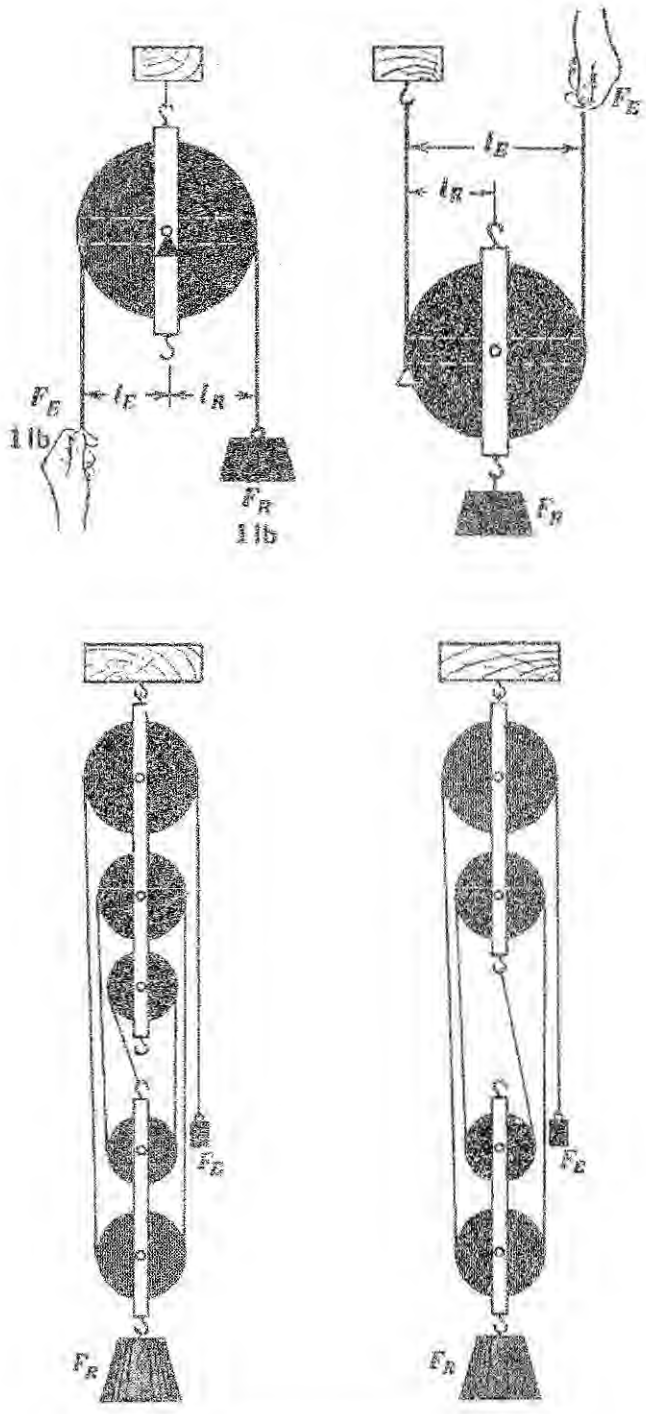
Galile'nin bilime en büyük katkılarından biri de, mekaniğin bir bilim dalı olarak kurulmasındaki payıdır. O güne değin bu alanda bazı gerçekler ve teoremler bulunmuştu. Fakat bunlar arasında bağlantı kurulabilmiş değildi. Kuvvet kavramının mekanikte oynadığı rolü açıkça ortaya koyup onu geliştiren ilk bilim adamı Galile'dir. Kuvvet ile hareket arasındaki ilişkiyi yasalar biçiminde açıkça ortaya koymamışsa da, bu yasalar yapıtlarında iyice belirgindir. Dinamik problemlerinin çözümünde bunlardan yararlanmış olduğu anlaşılmaktadır. Isaac Newton'un bu yüzyılın sonlarına doğru mekanikte gerçekleştirdiği büyük atılımın önünü açan da Galile olmuştur. Bu alandaki olağanüstü başarıları matematiksel analizi fizik problemlerine uygulayabilmesine borçludur.



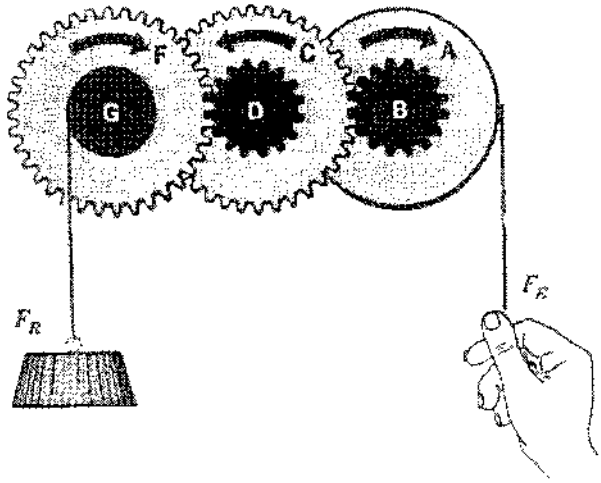
Güneş'ten gelen ışınlar kutuplara doğru daha fazla yüzeye yayılır. Işınlar ekvatora her zaman dik olarak geldikleri için o yöre her zaman sıcak, kutuplar her zaman soğuktur.



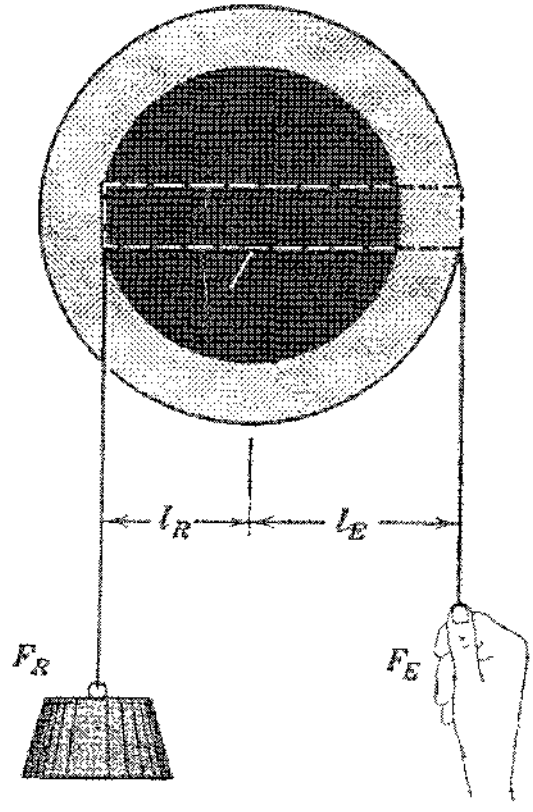
Makaralar.



Makara ve palangalar.



Dişli çarklar.



Makara.

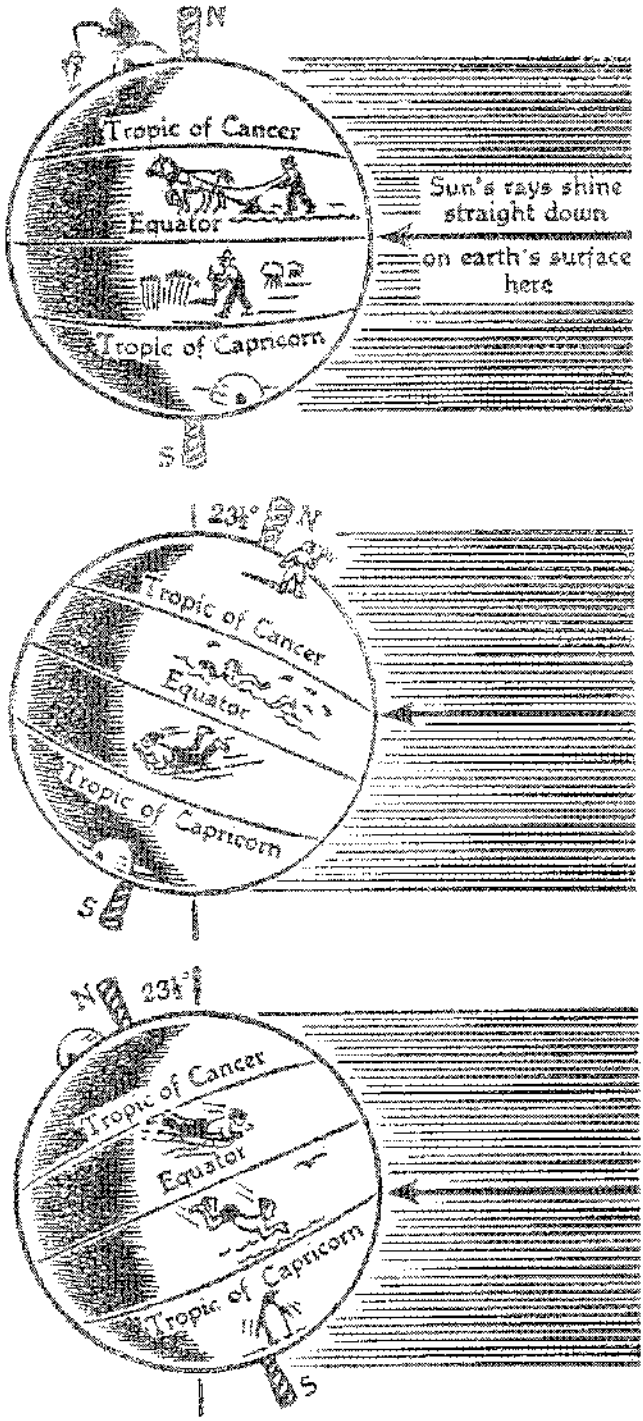
Galile, geçmişte hep ayrı tutulmuş olan matematik ile fiziğin ilişkili olduğunu ve birbirlerine destek olabileceğini kavrayan ilk bilim adamıdır. Böylece, Ay'ın ötesindeki alem ile Ay'ın berisindeki alem arasındaki geleneksel ayrımı yıkarak Göğ'e ve Yer'e ilişkin olguları bir kuram içinde birletirmeyi başarmıştır. Onun uyguladığı en önemli ve tümüyle kendine özgü yöntem, deneyle hesaplamayı birlikte yürütmesi olmuştur. Bu yöntem somutun soyuta dönüştürülebilmesini ve deney sonuçlarının sürekli ve düzenli bir biçimde karşılaştırılabilmesini olanaklı kılmıştır. Modern anlamda deney kavramını oluşturan Galile, bu kavram için sınav terimini kullanıyordu. Deneysel yöntemi, düşen cisimlerin hareketi, eğik düzlemde hareket ve denge, mermilerin parabolik hareketleri gibi olaylarda kuramsal yoldan varılan sonuçların sınanıp doğrulanması amacıyla uygulanmıştır. Mermilerin hareketini ele alış biçimi, momentum tanımı ve yapıtlarındaki başka bilgiler, Newton'un bulduğu hareket yasalarının bilincinde olduğunu göstermektedir.

Galile, 1612 yılında yayınlanan Suda Yüzen Nesneler Üzerine Söylev isimli yapıtında, hidrostatiğin temel teoremlerini kanıtlarken, edimsiz hızlar ilkesini kullanmış, sifon içindeki sıvının denge durumunu incelemiş ve katı cisimlerin sıvılar içinde yüzme koşullarını belirlemiştir. 1607 yılında basit bir havalı termometre geliştirmiştir.

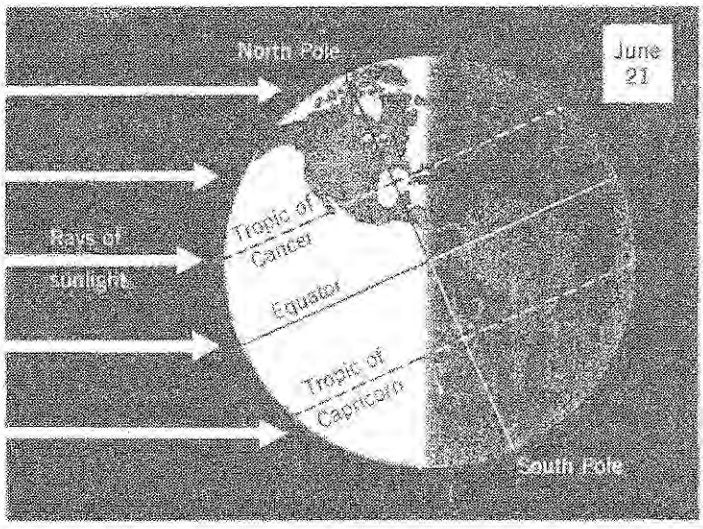
Galile'nin tüm yapıtları ilk olarak 1842 ile 1856 yılları arasında der E. Elberi tarafından 16 cilt halinde Galileo Galilei'nin yapıtları ismiyle yayınlanmıştır. Toplu yapıtlarının çok daha geniş ve eksiksiz biçimi, Galilei uzmanı Antonio Favaro'nun derlediği, 1890 ile 1909 yıllarında 20 cilt olarak yayınlanmıştır. Bunların yenilenmiş basımları ise 1929 ile 1939 yılları arasında Galileo Galilei'nin Yapıtları ismiyle yine 20 cilt olarak basılmıştır.

Galile dönüşümleri, Newton dönüşümleri olarak da bilinir. Klasik fizikte, birbirine göre sabit hızla hareket eden iki sistemin uzay ve zaman koordinatları arasındaki ilişkisini belirleyen denklem kümesidir. Yalnızca düşük hızlı olayları betimlemede yeterli olabilen Galile dönüşümleri, uzayın ve zamanın mutlak olduğu, uzunluk, zaman ve kütlenin gözlemcinin göreli hareketinden bağımsız olduğu ve ışık hızının gözlemcinin göreli hareketine bağımlı olduğu görüşlerinin biçimsel ifadesini oluşturur. Bunlar daha sonra Lorentz dönüşümleri ismini almış ve Einstein tarafından kullanılarak ünlü görelilik kuramı doğmuştur.

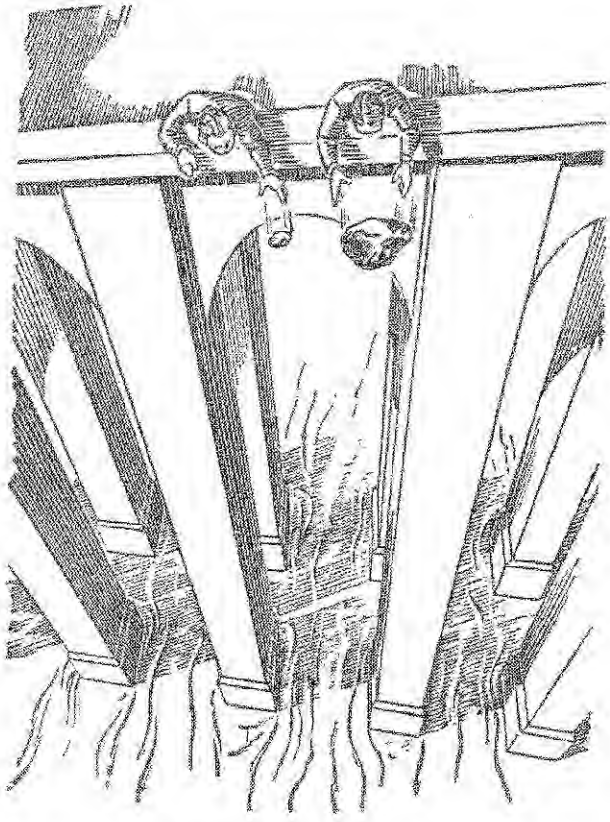
Galile teleskopu, Galile dürbünü olarak da bilinir. 1609 yılında geliştirdiği bu teleskopu Galile gökbilimi gözlemlerinde kullanmıştır. Galile bu teleskopla, Jüpiter'in en büyük dört uydusunu, Güneş lekelerini, Venüs'ün evrelerini ve Ay yüzeyindeki tepeleri ve çukurları keşfetmiştir. Basit bir mercekli teleskop olan Galile dürbünü, görüntüyü oluşturan mercek görevini yapan bir yakınsak mercek ile gözmerceği olarak objektifin odağının önüne yerleştirilmiş bir ıraksak mercekten oluşur. Elde edilen görüntü doğru görüntüdür. Günümüzde düşük güçlü opera dürbünü olarak kullanılmaktadır.



Güneş ışınları Yer eksenine dik olarak gelseydi mevsimler olmazdı.



Kuzey yarımküresi yaz.



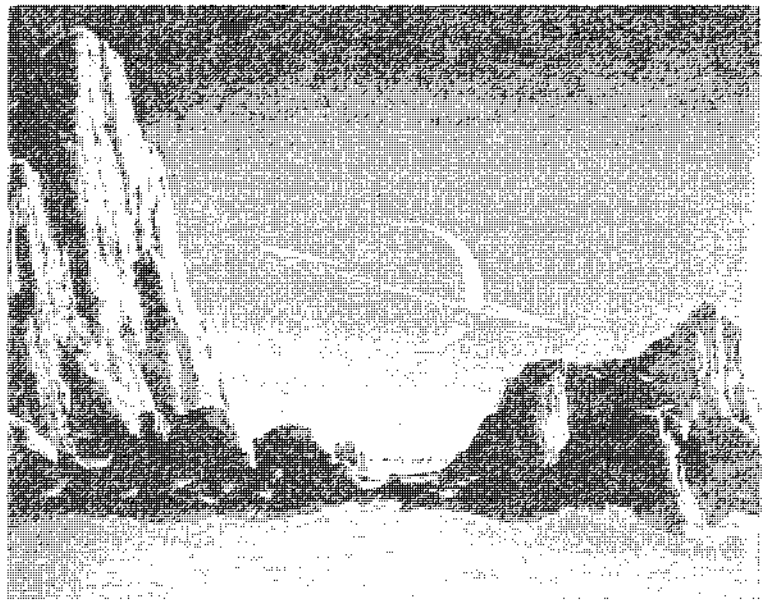
Galile'nin serbest düşme deneyi.

1610 yılında Galile'nin keşfettiği Jüpiter'in en büyük dört uydusuna Galile uyduları denir. Jüpiter'den uzaklıklarına göre bu uydular Io, Europa, Ganymedes ve Kallisto'dur. Bu gökcisimlerinde kayaya oranla buz miktarı, Jüpiter'den uzaklaştıkça düzenli biçimde artar. Bu durum uyduların oluşumu sırasında gezegenin parlaklık bakımından maksimum derecede olduğunu düşündürmektedir. Io ve Europa ile Europa ve Ganymedes'in kavuşumları, her zaman Jüpiter'in karşıt taraflarında gerçekleşir.

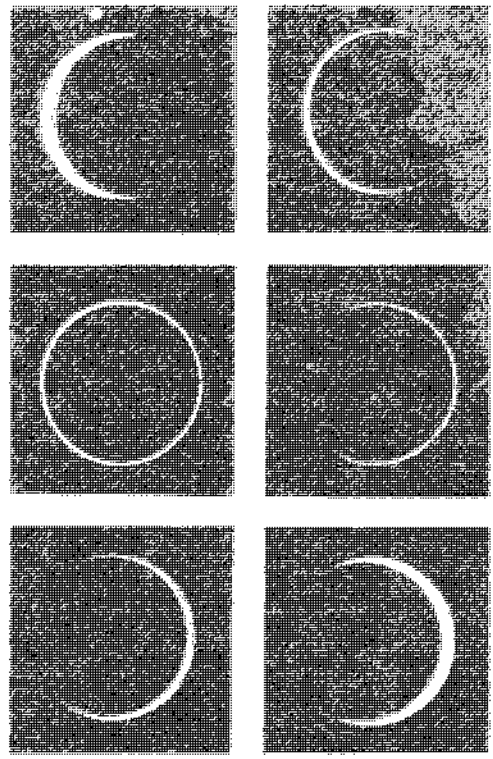
Galile, özgürlüğün geniş bir payına sahip olan ahlaksal konularda ölçü bulunmadığı için, bu yöntemin yalnız fiziksel bilimlere uygulanabileceği, çünkü fiziksel olayların şaşmaz bir şekilde zorunlu yasalara bağlı olduklarını, bunları ölçememiş olsak bile, özleri nedeniyle ölçülebilen zamanlar ve uzaylar içinde meydana geldiklerini çok iyi bilir. Ona göre bu olaylar çoğu zaman seçik hareketler şeklinde görünmedikçe algılayamadığımız hareketlere dönüştürülebilirler. Bunun için her hareket ölçülebilir. Bu olaylar içinde tarafımızdan dolaysız bir şekilde ölçülebilen ne varsa ölçülmelidir.



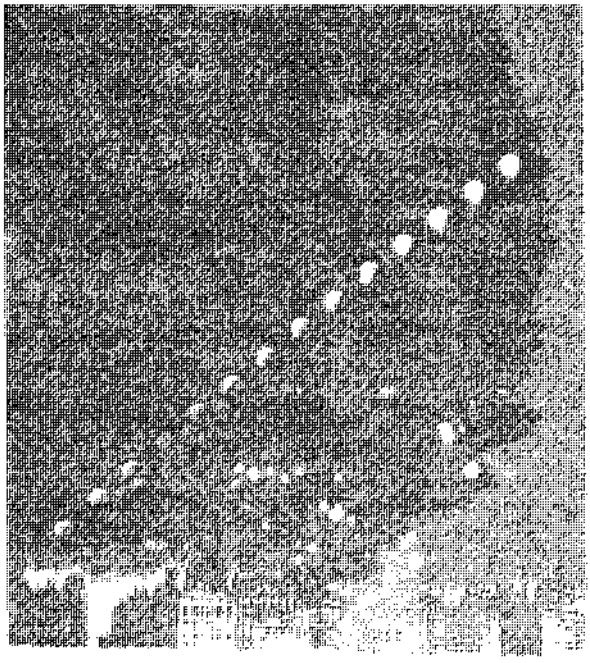
Kuzey Kutupyıldızı.



Gezegenlerin en büyüğü olan Satürn'ün halkası ile uzaktan bir görünüşü.



7 Nisan 1940 yılındaki Güneş tutulmasının resmi.



15 Temmuz 1954 günü New York City'de Ay tutulması ve evrelerinin bir resmi.

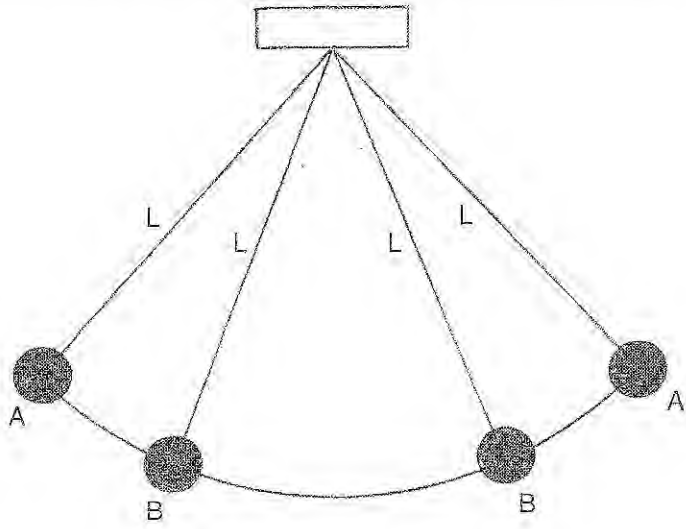


İsveç'te Stockholm'de bulutlu bir havada Ay tutulmasını gösteren bir resim.

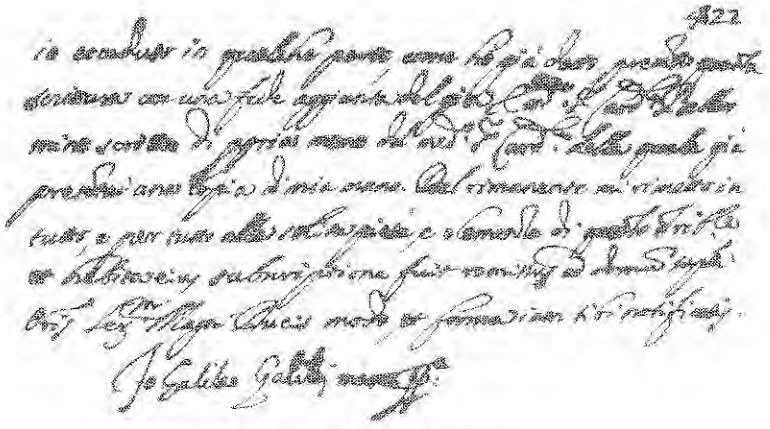
Bugün, ne Archimedes'i öldüren askerin, ne de Galile'yi cezalandıran Engizisyon mahkemesinin üyelerinin hiç birisinin ismi bile bilinmemektedir. Fakat, Archimedes ve Galile'nin buluşları yaşamımızın bir parçası oldukları için, insanlık varolduğu sürece bu devler yaşayacaktır. Galile, bu yaptığı çalışmalarıyla insanlığın unutamayacağı bir bilim adamıdır. 8 Ocak 1642 günü Floransa yakınlarında Arcetri'de ölmüştür.

"Dünya dönüyor" dediği için Engizisyon mahkemesince suçlu görülen Galile'nin hakkı, ölümünden 359 yıl sonra kilise tarafından bağışlandı. Ünlü bilim adamı Dünya'nın Güneş çevresinde döndüğünü kanıtlamış, fakat onun bu buluşu kilisenin inançlarına ters düştüğü için 1633 yılının Haziran ayında Engizisyon mahkemesine çıkarılmıştı. Sonucu daha önceden belli olan sorgulama ve yargılama tam altı ay sürmüş ve sonunda Galile suçlu bulunarak cezalandırılmıştı. Galile'nin hakkı, ölümünden tam 359 yıl sonra Vatikan Kilisesi'nin ruhani lideri Papa II. Jean Paul'ün görevlendirdiği bir komisyonun sürdürdüğü on iki yıllık bir çalışma sonucu bu tarihi haksızlık sonunda düzeltildi. Galile davasını yeniden ele alan din ileri gelenleri kesin yargıyı verdi ve Galile'yi temyize çıkardı. On yedinci yüzyılda görülen davanın en büyük özelliğinin, "Tarafların birbirlerini yanlış anlamaları" olduğunu söyleyerek Galile'yi "Üstün zekalı fizikçi ve kilisenin yasal evladı" olduğunu ilan etti. Papa, kilise ve din adamlarını, benzer bir durumun yeniden meydana gelmemesi için uyardı. Şüphesiz, bu karar çok geç kalmış bir aftı. Dileğimiz bundan böyle bir yanlışlığın olmamasıdır.

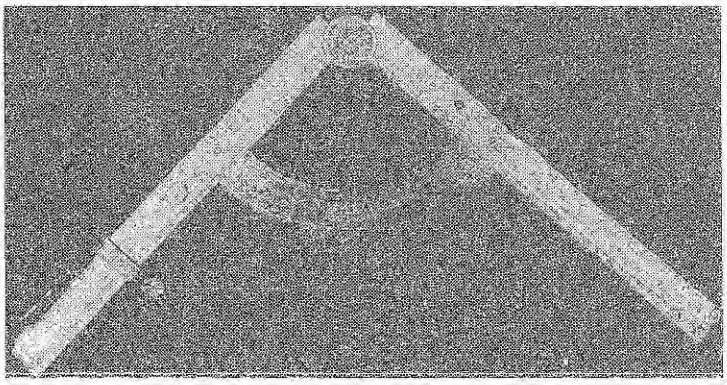
Galile, 1581 yılında bir pazar sabahı İtalya'daki Piza Katedrali'ne toplu olarak yapılan yakarışa gider. Salonun tam ortasında asılı uzun kordonlu bir avize durmaktadır. Papaz, avizedeki mumları teker teker yakar. Mumları yaktıktan sonra elinin dokunmasıyla avize düzgün bir hareketle salınmaya başlar. Bu avizeye kısaca sarkaç diyelim.



Salınım yapan sarkaç.



Galile'nin elyazısı ve imzası.



Galile'nin geometrik ve askeri pergeli.

İlk salınımda ileri ve geri daha uzun yol alan sarkaç diyebileceğimiz avize zaman geçtikçe salınımla aldığı yollar gittikçe küçülerek belli bir zaman sonra durur. Galile'nin dikkatini çeken avizenin bu hareketi incelemeye değerdi. Çünkü, başlangıçtaki hareketin tamamlanması için geçen süre ile sarkacın sönümüne yakın zamanlardaki sürenin kendi kalp atışıyla aynı olduğunu görür.

Toplu yakarıştan sonra evine gelen Galile sarkaç üzerinde deneyler yapmaya başlar.

Galile, yaptığı deneyler sonunda aynı L uzunluklu sarkacın AA konumlu hareket ile BB konumlu hareketi aynı zamanda aldığını belirler. A ve B konumundaki kütleleri değiştirir. Sonucun değişmediğini, yani sarkaç yine AA ve BB konumlarındaki yolları aynı zamanda alır. Sarkacın salınım süreci sarkacın ucuna asılı kütleye bağlı olmadığını görür.

Bir kez de sarkacın boyu olan L uzunluğunu değiştirir. Yine AA ve BB konumlu yolları aynı zamanlarda aldığını görür ama bu süre önceki zamandan farklıdır. Öyleyse, sarkacın bir dolanımı için geçen zaman süreci sarkacın L uzunluğuna bağlıdır.

Galile pratik ve uygulamaya önem veren bir bilgindi. Sarkacın bu hareketini zaman belirlemede kullandı. Böylece, sarkaçlı saatler ortaya çıktı. Bu sonuçtan en çok Huygens yararlandı. Galile, sarkacın L boyunu ayarlayarak kalbin belli bir sürede atış sayısını belirleyen ve doktorlar tarafından kullanılan nabız ölçer saatleri yaptı. Bundan hem para kazandı ve hem de ününe ünler kattı. Böylece sarkaç ilkesi Galile tarafından bulunuyordu.

Galile, içgüdüsel olarak doğa olaylarına ve yöresine aşırı ölçüde duyarlı birisiydi. Bazılarına önemsiz gibi görünen doğa olaylarını incelemeye değer görürdü. Gözlemleyerek gördüğü olayları deneyle belli bir ilkeye kavuşturuyor ve bunların ilkelerini matematiksel formüllere bağlıyordu. Geliştirdiği kuramların çoğu daha öncekiler tarafından bilinmediği için çağdaşlarınca kabul edilmiyordu. Gerçekten bunların bazıları da tam olarak açıklığa kavuşturulamamıştı. Örneğin, integral henüz bilinmiyordu. Yaşamının



Galileo, sarkaç ilkesini görkemli bir avizenin Piza Katedrali'nin tavanından salınımını gözleyerek keşfetti.

büyük bir dönemi ya garip ya da dini düşüncelere karşı gibi gösterildi. Bu nedenle yaşadığı dönemlerden sonra kilise ve tutucuların saygınlığından yoksun bir şekilde evine gözhapsinde öldü.

Galile'nin çalışmaları bir kenara atılacak türden değildi. Onun çalışmalarını inceleyen bilginlerden birisi İngiliz Isaac Newton'du. Newton (1642-1727) tüm evrenin yapısını belirleyecek güçte bir kuram geliştirdi. Galile'nin ve Kepler'in geliştirdiği ve temellerini attığı kuramlar olmasaydı Newton'un yaptığı buluşlar belki de bulunamayacaktı.

Galile'nin doğa ve doğa olayları konusunda düşünceleri ve yaptıkları çok ileri bir devrim düşüncesiydi. Bu nedenle onun üniversitedeki öğretmenleri ve arkadaşlarının yanısıra kilise rahiplerinin de düşmanlığını kazandı. Bu da onun yargılanmasına kadar gitti.

Galile daha önce hiç sorgulanmamış evren ve doğa olaylarını inceleyerek bu eskimiş kuramların tümünü yıkmak düşüncesindeydi. Bu nedenle düşmanları çoktu.

Şimdi, Galile'nin sarkacına dönelim. L sarkacın boyu ve g de yerçekimi ivmesi ise, sarkacın bir gidip gelmesi dediğimiz T deviri için geçen zaman

$$T = 2\pi \sqrt{L/g}$$

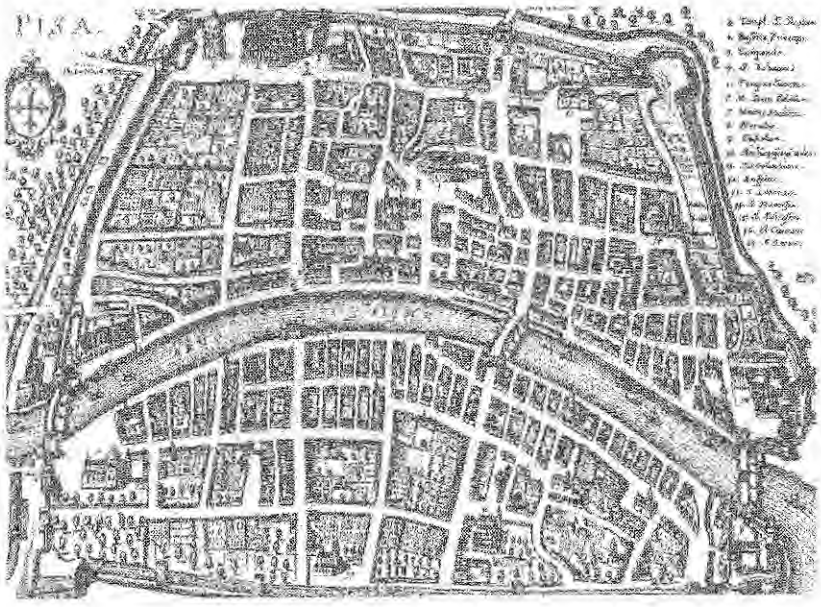
formülü ile bulunur. Yalnız bu formülün çok küçük açılı salınımlar için doğru olduğunu belirtelim. Öyleyse T deviri, sarkacın L boyuna ve bulunulan yerin g ivmesine bağlıdır. T deviri sarkacın L boyu ile doğru ve g yerçekimi ivmesi ile ters orantılıdır.

Şehirlerin saat kulelerinde sarkaçlı saatler vardır. Saatçiler kulenin dibinde saati ayarlayıp yukarıdaki yerine astıklarında saatlerinin geri kaldığını görürler. Çünkü kulenin dibi ile saatin bağlandığı yer arasındaki yerçekimi ivmesi farklıdır. Yerden yükseldikçe yerçekimi ivmesi azaldığı için T deviri büyür ve saat geri kalır. L boyu uzadıkça da saat geri kalır.

Galile, Yer merkezli evren modelini kabul etmediği için öğrencileri, arkadaşları ve kilise kendisine düşman oldu. Dünyanın, Güneş etrafında döndüğünü söylüyordu. Onun bu yenilikçi düşüncesi İ. Ö. 322 yılında ölen Yunan düşünürü Aristoteles'in görüşlerine ters düşünüyordu. Üstelik, Aristoteles'in bu evren görüşü Ptolemaios tarafından desteklendi. Bu görüş Yunan düşünürü Aristoteles'in görüşlerine ters düşüyordu. Üstelik, Aristoteles'in bu evren modeli Arapçaya çevrilmesiyle daha geniş bir yöreye yayıldı ve kökleşti. Böylece, Aristoteles'in yazıkları hiç irdelenmeden kabul ediliyor ve okutuluyordu. Tam 1900 yıl bu öğretiler sürdürüldü. Kilise de Aristoteles'in öğretisini kabul etti. Hatta bu bilgilerin çoğu kutsal kitaba geçti. Galile'yi destekleyen birkaç bilginin de yakılma korkusu nedeniyle susmak zorunda kaldıkları birer gerçekti.



Galile'nin sarkaç ilkesini keşfettiği Piza Katedrali'ndeki avize..



Arno Nehri'nin iki kıyısında yer almış olan Piza kentinin 1649 yılındaki durumu. 12. yüzyılda İtalya'nın büyük ticaret merkezlerinden biri olan Piza, Galileo'nun doğduğu sıralarda savaşta Floransa'ya yenik düşmüş, ticareti de ona kaptırmıştı. Piza'nın eğik kulesi başlangıçta dik duracak şekilde inşa edilmişti.

Galile açık sözlü ve tartışmaya açık biri olduğu için öğretmenleri ona "Tartışmacı" yakıştırmasını yapmışlardı. Geometri, cebir ve trigonometri konularını öğrenmişti. Archimedes'in yapıtlarını okuyarak öğrenmişti. Archimedes, Aristoteles'in tersine modern bir bilim adamıydı. Çünkü, o da Galile gibi birçok doğa olaylarını fark etmiş ve bu olayları matematiksel formüllere bağlamıştı.

Galile, sarkaç yasasını bulduktan ve onu belli kurallara bağladıktan sonra hareket konusuna eğildi. Archimedes'te olduğu gibi deneyler yaparak kurallar arıyordu. Galile, nedeni bir yana bırakarak nasıl olduğuna yöneldi. Hareket konusundaki ilk deneyi serbest düşme hareketiydi. Aslında o bu deneyle Aristoteles'in görüşlerine meydan okuyordu. Aristoteles, ağır cisimler yere daha kısa zamanda daha hızlı düşer diyordu. Oysa Galile, havasız bir ortamda tüm cisimler belli bir yerden serbest olarak bırakıldıklarında yere aynı zamanda ve aynı hızla düşerler diyordu. Yani, havası alınmış bir cam tüp içindeki bir kurşun bilye ile kaz tüyünün aynı zamanda düştüklerini deneyle kanıtlamıştı. Kısaca, havasız ortamda her cisim serbest düşmede aldığı yolun $s = gt^2/2$ formülüyle yol aldığını ve bu süre sonunda hızının $v=gt$ olduğunu bulmuştu. Galile'nin bu sonuçları Aristoteles'in hareket yasasına ters düşüyordu.

Galile bu konuyu uydurma üç kişi arasında geçen bir konuşma olarak şöyle yazıyordu.

Salviati: Biri diğerinin on katı ağırlıkta iki taşın 100 cm yükseklikten aynı zamanda bırakılması durumunda, hızlarının da birbirlerinden farklı olup olamayacağı, ağır olan taş yere vardığında diğerinin 10 cm uzaklıktan fazla düşmemiş olacağı şekilde, Aristoteles'in deney yoluyla sınadığını hiç sanmıyorum.

Sagredo: Bu olayı denemiş bir kişi olarak söylüyorum. 100 ya da 200 gram, hatta daha ağır olan bir top güllesi yere, sadece yarım gram ağırlığındaki bir tüfek mermisinden bir karış bile önde varamayacaktır.

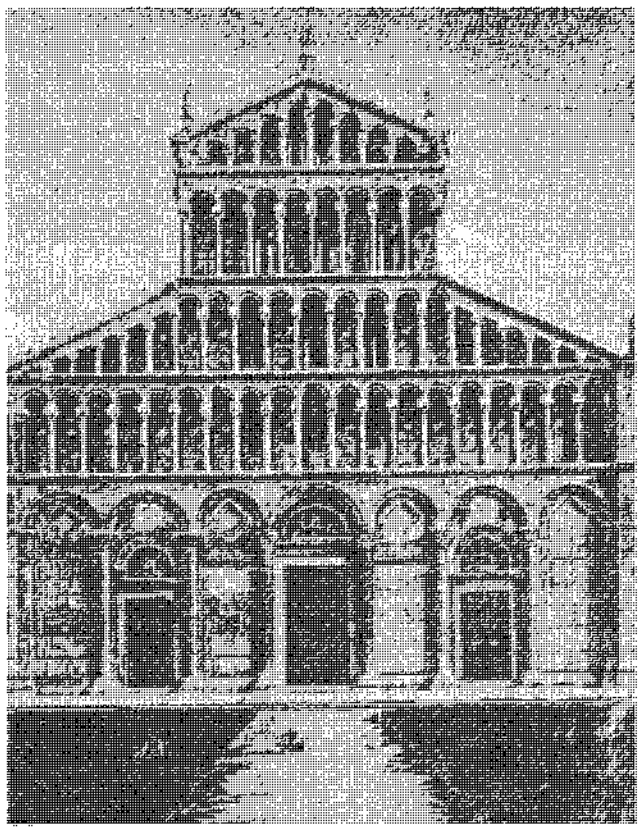
Simplicio: Söylediklerinİz çok güzel. Ancak ben bir sapan taşının bir top güllesi kadar hızlı düştüğünü pek inanmıyorum.

Salviati: Sapan taşıyla top güllesinin hızı yerine bir kum tanesiyle değirmen taşının hızından konuşsak ya? Simplicio, sizin de bazı kimselerin yaptığı gibi tartışmayı temel amacından saptırıp benim bazı konuşmalarımda yaptığım bir saç teli kalınlığındaki yanlışlığın üstüne gitmeyeceği ve bu saç telinin altına da başka birisinin gemi halatı kadar kalın hatasını saklamaya çalışmayacağını umarım. Aristoteles, 100 cm yükseklikten düşen 100 gramlık bir demir bilyenin, 1 gram olan bir taş daha tek bir cm düşmeden yere düştüğünü söylüyor. Ben her ikisinin aynı zamanda yere düştüğünü söylüyorum. Deneyi yapınca sen de büyük olanın küçük olandan iki parmak önce düştüğünü görürsünüz. Şimdi, bu iki parmak arkasına Aristoteles'in 99 cm uzunluğu saklanamaz. Benim ufak bir hatamı dile getirip Aristoteles'in büyük yanlışlığını söyleme konusunda susmazsın değil mi?

Bu konuşmalar devam ederek gider.

Galile, Aristoteles'in usavurma yönteminin yanlış olduğunu söyledi. Birbirine bağlanmış iki taşın, tek taştan iki kat hızla yere düşeceği yolundaki önermeye karşı çıktı ve bu görüşü kabul etmedi. Galile'ye göre taşların yere düşmedeki hızları ağırlıklara bağlı değil, v=gt biçiminde yerçekimi ivmesi ve geçen t zamanına bağlıydı. Bunun için 454 gram bir taş ile bunun iki katı ağırlığında olan bir taşı Piza kulesinden serbest olarak düşmeye bırakıldığında bu taşların aynı zamanda $v = gt$ hızıyla $s = gt^2/2$ yolunu alıyordu.

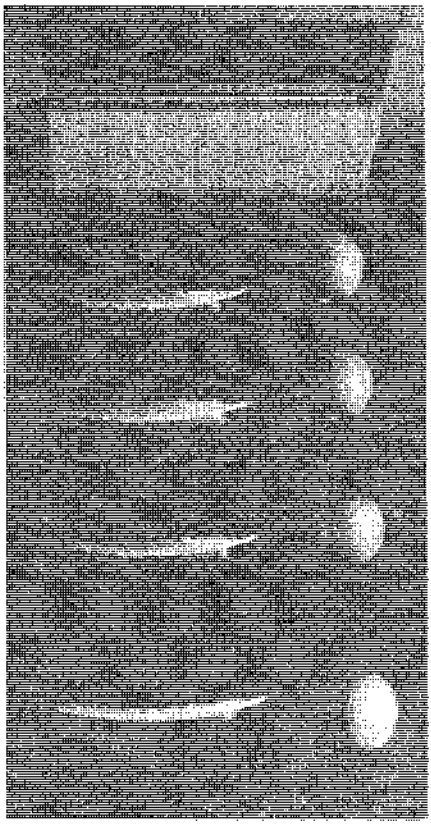
Galile, havası alınmış bir tüp içinde tüm cisimlerin aynı hızla ve aynı zamanda düştüklerini söylüyordu. Çünkü elinde sağlam matematik formülleri vardı. Deneyleri farklı ağırlıkta olan taşlarla ve tüylerle yaptığı için havanın direncinin bu harekete etkisi yoktu. Oysa aynı deney açık hava koşullarında yapılırsa durum farklı oluyordu. Çünkü havanın dirence hızı yavaşlatıyordu. Bir de deneyler taşlarla yapılınca bu kısa yollarda havanın sürtünmesi fazla etkili olamıyor ve deney Galile'yi destekliyordu. Sürtünmesiz ortamda aynı ağırlıktaki bir tüy ile bir taş aynı zamanda ve aynı hızla yere



1582 yılında Pisa Katedralin'in dış görünüşü.

düşüyordu. Öyleyse, Galile'nin hareketleri havasız ortamlarda geçerliydi. O dönemin teknolojilerine göre havasız bir tüpün elde edilmesi zordu. Hatta Aristoteles havasız bir ortam oluşturmanın olanaksız olduğunu söylüyordu. Daha sonra Toriçelli (1608 - 1647), bir metre boyundaki bir cam tüpü civa ile doldurup civa dolu bir kaba ters çevirerek yerleştirdi. Civa ancak 76 cm kadar yükselebildi ve cam tüpün üst kısmında havasız bir ortamı elde etti. Böylece civalı barometreler ve termometreler yapıldı.

Galile'nin döneminde yeteri kadar duyarlı saatler olmadığı için deneyleri de yeteri kadar duyarlılıkta yapılamıyordu. Galile bunun için hareketin temel özelliklerini değiştirmeden, düşen cisimlerin hareketlerinin hızlarını ölçebilecek kadar yavaşlatmak gereğini duydu. Bunun için oyuklu eğik düzlemi kullandı. Serbest düşen bir kürenin hafifçe eğik bir tahta üzerindeki oluk boyunca yuvarlanmaya bırakılması durumunda, kürenin, hareketin incelenmesine olanak verecek biçimde yavaşlatılabileceğini gördü. Göz, yalnız tahtadan aşağı doğru yuvarlanan bir top gördüğü halde, mantık topun aynı anda iki yönde hareket ettiğini ayırabiliyordu. Yani top, aşağıya doğru dik olarak düşerken aynı zamanda yatay olarak da ileriye doğru yol alıyordu. Göz, gerçekte bu iki hareketin bileşimini görüyordu.

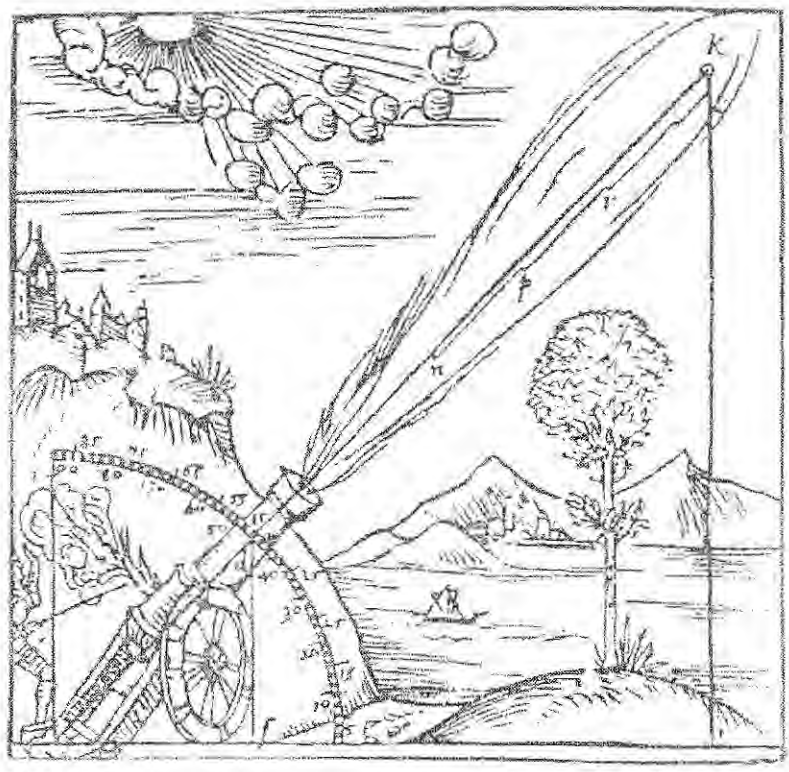


Havasız ortamda serbest tüşme.

Galile'ye göre, bir kürenin bir düzlemden aşağıya doğru yuvarlanması, serbest düşmeye bırakılan bir topun hareketi ile aynıydı. Aradaki tek fark, kürenin yuvarlanma hareketinin daha yavaş olmasıydı. Galile yeni deneyler sonucunda, düşmenin hızını da kontrol edilebileceğini gördü. Düzlem yatay konuma geldiğinde küre aşağı doğru gitmiyordu. Böylece, düşme hareketini sıfır olacak biçimde yavaşlatmıştı. Düzlemi hafifçe eğdiğinde top düzlemden aşağı doğru yavaş yavaş yuvarlanıyordu. Böylece yavaş düşme de sağlanmış oluyordu. Düzlemin eğimindeki artış ise düşme hızını artırıyordu. Galile'nin eğim açısı 90 derece olacak biçimde büyütülünce top sanki boşluğa bırakılmış gibi hızla düşüyordu. Yani, hareket serbest düşme haline geliyordu. Bu halde $v = gt$ ve $s = gt^2/2$ oluyordu.

Düşen cisimlerin hızını bu biçimde yavaşlatmayı başardıktan sonra Galile'ye zaman aralıklarını yeterince doğrulukta nasıl ölçeceği ya da hiç olmazsa karşılaştırabileceği bir ortam oluşuyordu. Mısırlıların eski su saatinin değiştirilmiş biçimi olan saati zaman ölçmek için kullanabilirdi.

Galile, zamanı ölçmek için kullandığı saati şöyle açıklıyordu.

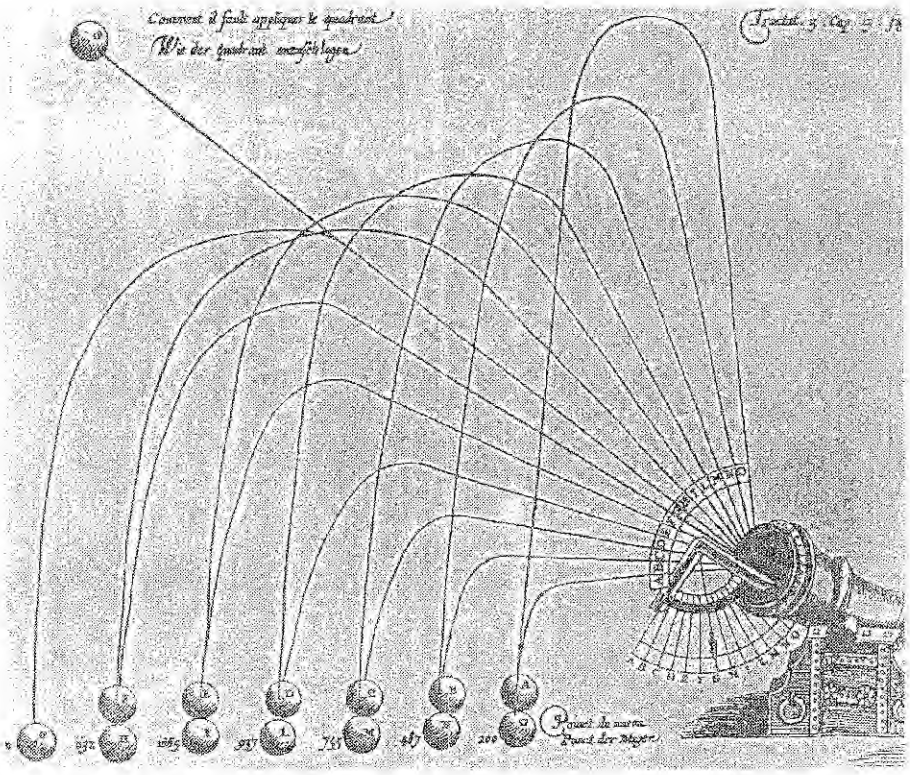


Ortaçağ fizikçileri, itici gücü yerçekiminden büyük olduğu sürece topun ağzından çıkan merminin düz bir doğru boyunca havalandığını, yerçekimi daha büyük hale geldiğinde de merminin doğrudan yere düştüğünü sanıyorlardı.

Zamanı ölçmek için yüksek bir yere konulmuş büyük bir su kabı kullandık. Bu kabın alt kısmına küçük çaplı ince bir boru takılmıştı. Bu borudan fışkıran su, her iniş süresince eğik düzlemdeki kanalın ister tümü, ister bir bölümü boyunca olsun, ufak bir kapta toplanıyordu. Bu ağırlıklar arasındaki fark ve oranlar, zaman aralıkları arasındaki fark ve oranları veriyordu. Deney, oldukça duyarlı yapıldı ve birçok kez tekrarlandı. Deneylerin sonucunda göze çarpan hiç bir aykırılık ortaya çıkmadı.

Piza'daki laboratuvarında Galile ve asistanı, oluklu ve pürüzsüz bir eğik düzlem kurdular. Su saatini ayarladılar. Sert bronzdan bir top kullanarak uzun bir deney ve gözlem sürecini başlattılar. Galile bu deneyi şöyle açıklıyordu.

...Topu oluktan aşağı doğru yuvarlanmaya bıraktık... İniş için gereken süreyi not ettik... Bu işlemi, güvenirliliğinden emin oluncaya dek tekrarladıktan sonra, bu kez topu oluğun boyunun sadece dörtte biri boyunca yuvarlayıp iniş süresini ölçtük. Sürenin bir öncekinin tam yarısı kadar olduğunu saptadık. Daha sonra değişik uzunlukları denedik. Uzunluğun tümü için bulduğumuz süreyi yarım, üçte iki, dörtte üç ya da başka kesirler için bulunan sürelerle karşılaştırdık.



1621 tarihli bir topçu elkitabından alınan bu çizim merminin gerçek bir parabolik yol izlediğini gösteriyor. Merminin en uzak hedefe ulaşması için topun eğim açısının 45 derece olması biliniyor.



Galile'nin oyuklu eğik düzlemde bilye hareketini incelemesi.



Galile Jüpiter'i inceliyor.

Bu biçimde yapılan tam yüz deney sonucunda alınan yolların uzunluklarının oranlarının, sürelerin karelerinin oranına her zaman eşit olduğunu gördük.

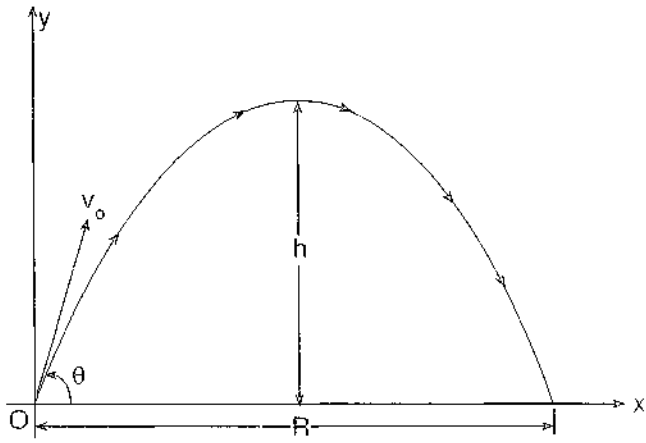
Galile, bu deneyle düzgün ivmeli hareketin sırrını çözmeyi başardı. Buradan Galile "Bir cisim hareketsiz durumdan hareket haline geçtiğinde, eşit zaman aralıklarında hızındaki artmalar da birbirine eşitse, cisim düzgün bir ivmeyle hareket eder." Böylece ivme ilk kez doğru bir biçime giriyor ve açıklanıyordu.

Şimdi, ivmeli düzgün doğrusal hareketlerle bugün modern olarak bildiğimiz formülleri tanıtabiliriz.

v_o ilk hızlı ve a ivmeli bir cismin t zamanına göre aldığı s yolu

$$s = v_o t + \frac{1}{2} at^2$$

ve bu süre soundaki v hızı da $v = v_o + at$ olur. Ayrıca v son hızı için $v^2 = v_o^2 + 2as$ ve ilk hız sıfır ise $v^2 = 2as$ olur. Buna çoğu kez zamansız hız formülü denir.



v_o ilk hızı ile θ eğik açısı altında atılan bir madde, yatay yönde $x = v_o t\cos\theta$, y ekseni yönünde $y = v_o t\sin\theta - gt^2/2$ kadar yol alır. x ekseni yönündeki hızı $v_x = v_o\cos\theta$ ve y ekseni yönündeki hızı da $v_y = v_o\sin t - gt$ olur. Cisim bu biçimde maksimum yükseklige

$$h = \frac{v_o^2 \sin^2\theta}{2g}$$

formülü ile ulaşır. Cisim en uzak noktaya

$$R = \frac{v_o \sin 2\theta}{g}$$

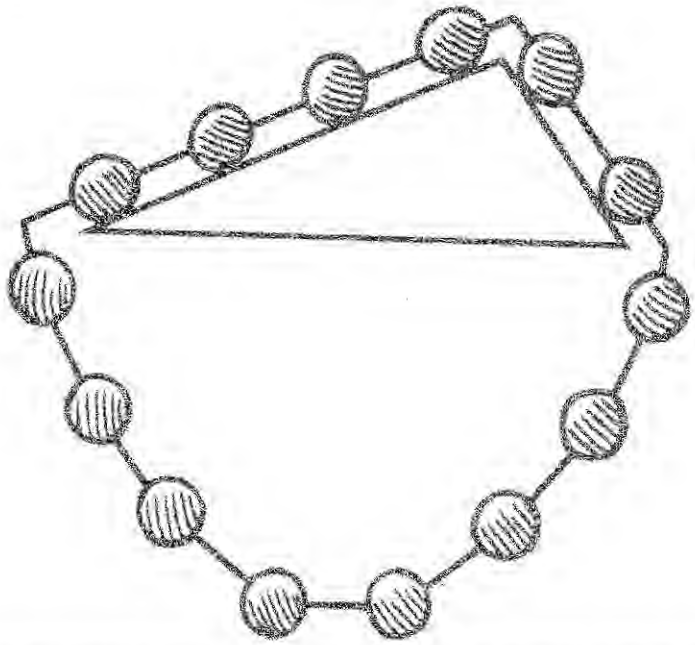
formülü ile ulaşır. Cismin uçuş süresi $t = v_o \sin\theta/g$ olur.

Galile tüm bu formülleri bulmamıştır ama düşüncesi doğrudur. Çünkü, modern mekanik biliminin temellerini oluşturan güçlü matematiksel ilkeler bu tür buluşlarla ortaya çıkmıştır. Galile'nin laboratuvarında her adım ve her deney, Aristoteles'in fiziğinin bir kuralının daha yanlış olduğunu kanıtlıyordu. Tüm bunlara karşın, Galile'nin ders-

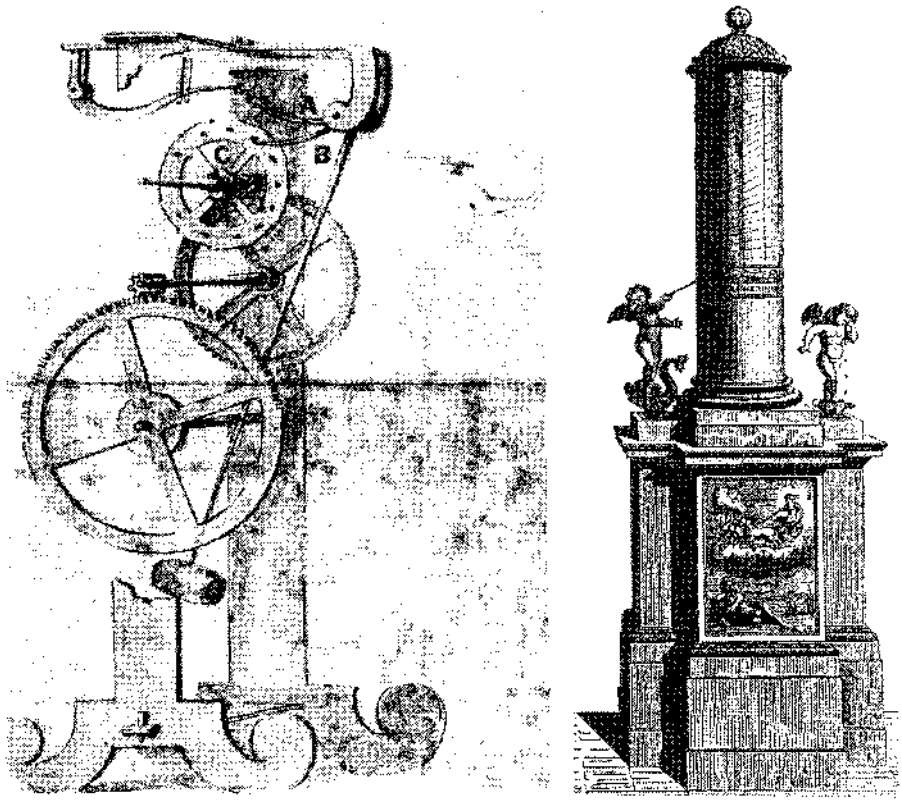
lerinde ortaya koyduğu her açıklama, beraber çalıştığı Aristoteles yanlısı hocaları daha kızgın ve daha korkunç hale getiriyordu. Dostları, ona karşı olanların gittikçe büyüyen ve artan düşmanlıkları konusunda Galile'yi uyarıyorlardı. Ancak bunlara önem vermeyen Galile deneylerini sürdürmeyi yeğliyordu.

Galile, hareket olaylarını incelediği sıralarda başka ilginç buluşlar da yaptı. Bunlardan birisi, uzay yolculuğunun olanak ve tehlikeleri üstünde çalışan günümüz bilimcilerinin bile halen kafa yordukları bir konudur. Galile, tam yatay konumda duran düzlem üzerinde yuvarlanan bir topun, yalnızca dokunduğu yüzeyin sürtünme kuvveti ile havanın karşı koyma etkisi nedeniyle durduğunu gözlemledi. Sürtünme dahil tüm karşı koyucu kuvvetlerin giderilmesi halinde ne olacağını kendi kendine sordu. Buradan, hareket halindeki bir topun düz bir doğru boyunca sonsuza dek Dünya'nın dışına ve sonsuza kadar hareketine devam edeceği sonucuna vardı. Fakat F = m.a formülünü ve hareketin korunumu ilkesini Newton'un bulmasına bıraktı.

Eğik düzlemin, Hollandalı matematikçi Simon Stevin de dahil olmak üzere, Galile zamanındaki diğer bilimcilerin deneylerinde önemli bir yeri vardı. Bu şekil, Stevin'in çalışmalarından birine örnek olarak çizilmiştir. Bir dik üçgen çevresinde gerilmiş olan sürtünmesiz bir zincirin gösterildiği bu şekil ile, eğik düzlemde etkin olan fiziksel kuvvetler incelenmiştir.



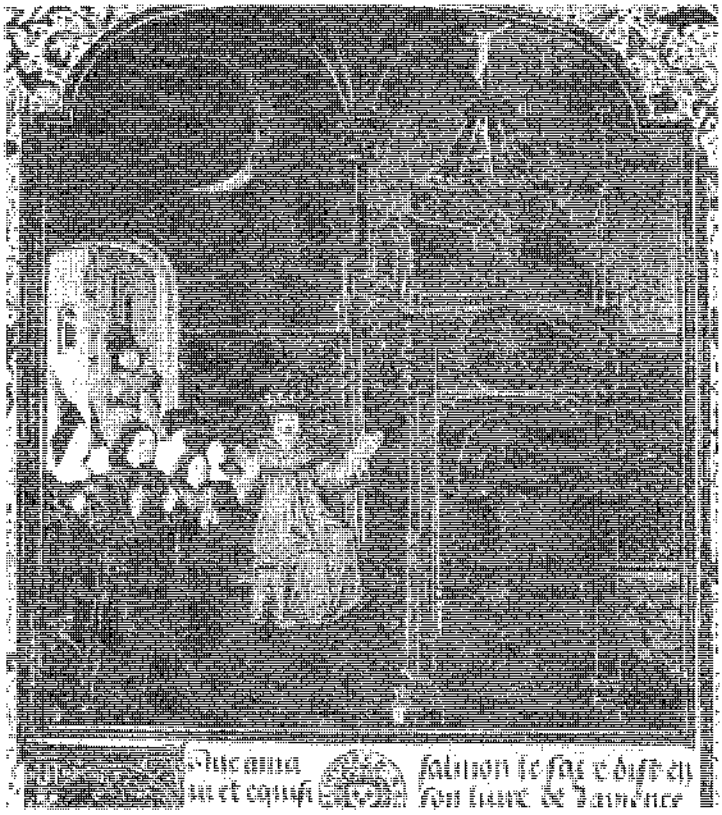
Eğik düzlemin, Hollandalı matematikçi Simon Stevin de dahil olmak üzere, Galile zamanındaki diğer bilimcilerin deneylerinde önemli bir yeri vardı. Bu şekil, Stevin'in çalışmalarından birine örnek olarak çizilmiştir. Bir dik üçgen çevresinde gerilmiş olan sürtünmesiz bir zincirin gösterdiği bu şekil ile, eğik düzlemde etkin olan fiziksel kuvvetler incelenmiştir.



Eski Yunan ve Roma'da en duyarlı zaman ölçme aletleri sağda görülene benzeyen su saatleriydi. Tabandaki su düzeyi yükseldikçe, Eski Roma'nın aşk tanrısı Küpid'in oku daha yukarılardaki bir saate doğru dönerdi. Galileo sarkaçlı saati buldu. Soldaki şemada sarkacın her salınımında bir "parmak"ın (A ve B), çark (C) üzerindeki bir dişli nasıl serbest bıraktığı ve böylece çarkın nasıl döndüğü gösteriliyor.

Eylemsizlik ilkesinin yol açtığı bu sonuç Galile için bile inanılmazdı. Çünkü, dünyadaki tüm karşı koyucu kuvvetlerin yok edilebileceğini bilmiyordu. Bundan başka, ortaya koyduğu kuramının, yani bugün eylemsizlik ilkesi olarak isimlendirilen kuram, gökbiliminde ve gezegen hareketlerinin incelenmesinde pratik uygulaması olduğundan habersizdi. İlkesinin, bir gün insanoğlunun uzayın derinliklerine uydular fırlatmasına yol açacağını kestirmiş olamazdı.

Galile, Piza kentinde ve üniversitesinde çok sıkıntılı günler yaşadı. En mutlu günlerini Paduva Üniversitesi'nde geçirdi. Burada çok çalışmalar yaptı ve yayınladı. Tüm arkadaşları yaz tatillerine giderken o deneyleri yapıyor ve bunları matematiksel ilkelere bağlıyordu. Hatta Piza'dan ayrılınca 150 kilometre uzaklıkta bulunan Floransa'daki Paduva Üniversitesi'ne yaya ve eşyalarını sırtında taşıyarak gitti. Paduva'daki ücreti ailesini yaşatacak ölçüde iyiydi. Arkadaşlarından da nezaket ve saygı görüyordu. Çalışmalarına hiç ara vermedi. Bundan sonra tam on sekiz yılı verimli çalışmalarla geçti.



Bilgelik Saati ismi verilen bu hayali mekanizma, bir 15. yüzyıl elyazmasını resimleyen kişi tarafından çizilmiştir. Rönesans çağında Avrupalıların, bir ağırlık yardımıyla çalışan saatleri vardı. Ancak bunların hiç biri deneylerde süre saptayacak ölçüde duyarlı değillerdi.

Uzun uzun yazdı. Her zaman açıklayıcı olan bilimsel yazılarını kaleme aldı ve ivmeli hareketi fiziğe soktu.

Bilimsel bir kuramı kutsal kitabın arkasına sığınarak yermek, bilginin sözlerine kulak misafiri olan Castelli'ye göre akademik dürüstlük kurallarına aykırıydı. Keşiş kendini Galileo'yu savunmaya zorunlu hissetmiş ve görünüşe göre, bilim ve din arasında büyüyen aykırılıktan endişe duyan Grandüşes'i büyük ölçüde etkilemişti.

Yemekten sonra, Castelli hemen bir mektup yazarak geceki tartışmaları Galileo'ya aktardı. Üniversite profesörlerinin, Galileo'nun karşı olduğuna Kilise'yi ikna etmeleri halinde mesleğinin sona ereceğini ikisi de biliyorlardı.

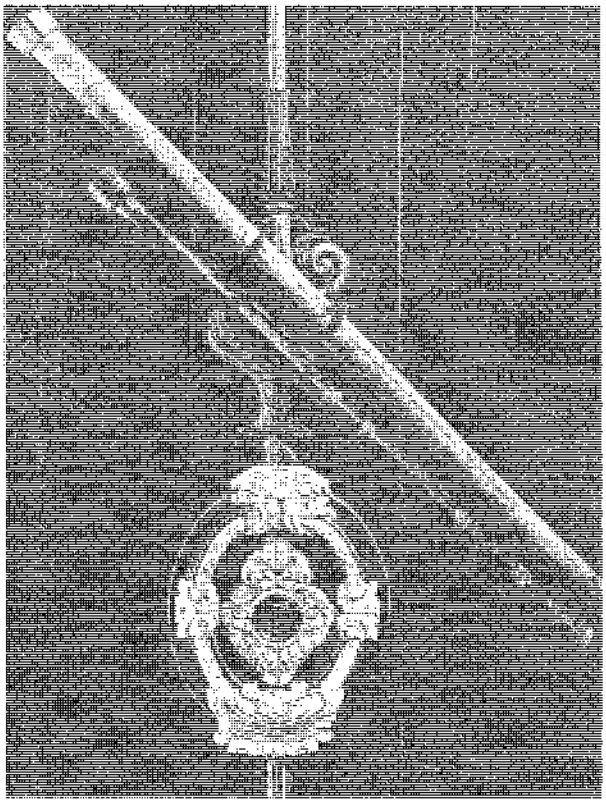
Mektubun başında sözettiği üzüntü, bir teleskop yapmış olmasının doğrudan bir sonucuydu. Venedik Senatosu üyeleri ve Padua Üniversitesi yöneticileri teleskoba çok hayran kalmışlardı. Hemen Galileo'ya ömür boyu profesörlük verilmesini sağladılar.

Bu atama onun parasal sorunlarını çözmesine karşın yaşamak için can attığı Floransa'ya dönmesini engelliyordu.

Gelecek sorunu bu şekilde halledildikten ve Galileo da bunu kabullendikten sonra çalışmalarını teleskobunu geliştirmeye yöneltti. Kendi deyimiyle emek veya masraftan kısıntı yapmaksızın tamamladığı beşinci teleskobu, cisimleri otuz kat daha yakın ve bin kat daha büyük gösteriyordu.

Bu olaya kadar Galileo, dinsel inancı ile bilimsel çalışmalarının birbirini etkilemesine izin vermemişti. Katolikliği içtenlikle benimsemiş olduğu halde, yaşamının iki alanını ayrı tutabiliyordu. Cehaletin karanlığından gerçeğin ışığına doğru atılan her adım, onun için tanrısal yaratıcılık ve irade inancını pekiştiren yeni bir nedendi. Ancak, Castelli'nin uyarısından sonra, din ve bilim arasındaki ilişki konusundaki düşüncelerini ortaya koyması gerektiğini farketti. 13 Aralık 1613 günü Castelli'ye şunları yazıyordu.

Bana göre, doğaya ilişkin kanılarımızın doğruluğunu göstermek için kutsal kitaptaki ayetleri zorlayıcı bir biçimde kullanmak akla uygun bir yöntem değildir. Çünkü



Galile'nin teleskobu.

rımızın bize sunduğu kanıtlar veya başka bazı kanıtlamalar ile, sonradan bunların tersi ortaya çıkabilir. İnsanın anlama gücüne kim sınır koyabilir? Dünyada bilinebilecek herşeyin halen bilinmekte olduğuna bizi kim inandırabilir?

Castelli bu mektubu elden ele dolaştırdı. İçeriği öğrenilince gerginlik de hissedilir ölçüde düştü. Çok geçmeden, Grandüşes Chistina'nın bile kuşkuları giderilmişti. Ancak, yüzeydeki bu sükunete karşın, muhalefet tohumları Kilise'nin derinliklerinde verimli topraklar bulmaktaydılar. Bu muhalefet hiç bir yerde Floransa'da olduğu kadar canlı ve etkili değildi.

Kilise topluluğunun açıktan ilk saldırısı 1614 Aralık ayında gerçekleşti. Floransa'daki Dominik Kilisesi Santa Maria Novella'nın vaiz kürsüsünde konuşan Rahip Thomas Caccini matematiği, kutsal kitap ile tutarsız olduğu ve devlete zarar verdiği gerekçesiyle kınadı. Sonra da, zehirli silahını hedefine ulaştırmak için, öfkeli rahip kutsal kitaptan şu bölümü ezbere okudu.



Her zaman usta bir konuşmacı olan Galileo, kuşkucu bir rahiple yaptığı bir konuşma sırasında Güneş'in, Dünya'nın yörüngesinin merkezinde olduğuna; doğup batıyor gibi görünmesinin ise, Dünya'nın kendi ekseni etrafında dönmesinden kaynaklandığına inanmıştı. Solundaki masanın üstünde, içinde halkalar bulunan bir küre görülüyor. Bu küre büyük olasılıkla, merkezinde Dünya'nın bulunduğu Ptolemaios evrenini temsil ediyor.

Tanrı'nın Amorileri İsrailoğullarına teslim ettiği gün Yeşu, Tanrı ile konuştu ve İsrail'in önünde şunu söyledi: Ey Güneş, Gibeon üstünde hareketsiz kal. Güneş gökyüzünün ortasında hareketsiz kaldı.

Dolaylı olarak Galileo'yu suçlayan Caccini'nin bu söylevi kısa sürede Floransa'da yayılarak birçok kişi üzerinde şok etkisi yarattı. Galileo'nun dostlarını ise korku ve huzursuzluk sardı. Galileo'nun vardığı sonuçlar kutsal kitaba gerçekten de ters düşer gibi görünmeye başlamıştı. Bilimci ise öyle olmadığını söyledi ve kendi mantığını şöyle açıkladı.

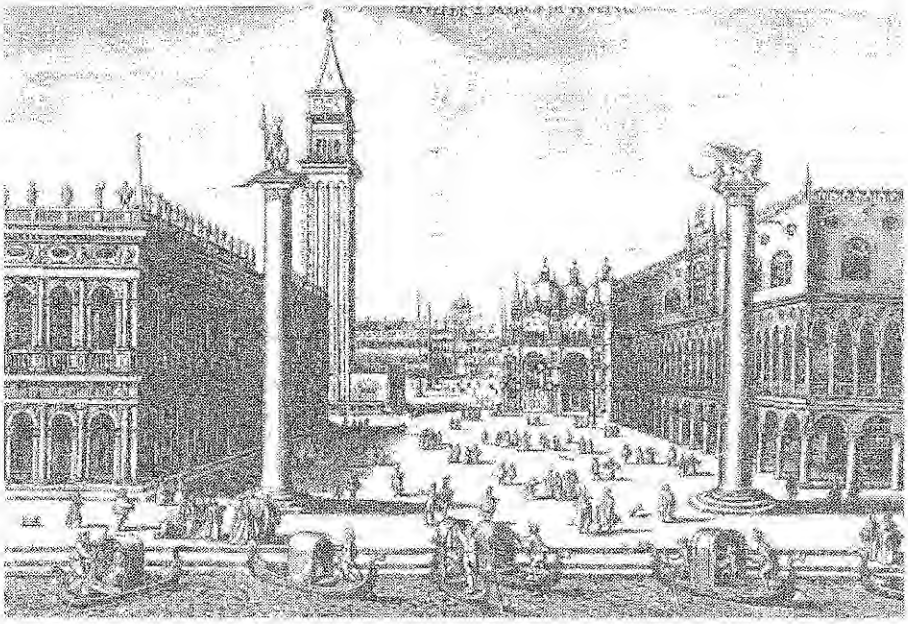
Bize duyularımızı, konuşma yetimizi ve zekamızı bizzat kendisi veren Tanrı'nın, bunları bir yana bırakmamızı istediğine, onun yerine, bunların yardımı ile kendimizin bulabileceği şeyleri, özellikle de kutsal kitapta hiç sözü geçmeyen bu bilimleri kendisinin öğrettiğine inanmanın gerekli olduğunu sanmıyorum.

Aklıbaşında birçok kilise görevlisi Galileo'nun tarafını tuttu. Hatta Dominiken mezhebin ileri gelenlerinden Peder Maraffi, Caccini'nin öfkeli çıkışları için Galileo'dan özür diledi. Ancak olan olmuştu ve Floransa galeyan içindeydi. Bununla beraber, Roma'da en titiz rahiplerin birçoğu etkilenmemiş görünüyor ve Galileo'nun eserlerini ilgiyle okuyorlardı. Hatta bazıları bu yazıların kanıtlanmış gerçekler olarak sonunda kabul göreceği kanısındaydılar.

Bunun üzerine, Peder Caccini son silahını da kullandı. Roma'ya giderek Engizisyon tarafından gizlice kabul edilmeyi rica etti. Mahkemeye, Galileo'nun azizlerle ve mucizelerle, hatta Tanrı'nın kendisiyle alay eden bir kimse olduğunu anlattı. Galileo'nun, yalnız karşı olduğundan kuşku duyulan kişilerle değil, açıkça Kepler'i ima ederek Alman Protestanlarla bile mektuplaştığını söyledi. Caccini, suçlamalarını alay ile karıştırmakta çok ustaydı. Engizisyon yargıçları da bunları dinlemeye hazırdılar. Galileo'nun tanrı tanımaz olduğu konusundaki tanıklığı bittiğinde Engizisyon üyeleri yeterince tahrik olmuşlardı. Floransalılar arasında yeni bir söylenti kulaktan kulağa yayılmaya başladı. Galileo hakkında gizli soruşturma başlatılmıştı.

Floransa'daki tepki çok güçlüydü. Galileo Roma'ya gidip Kilise'nin ileri gelenlerine kendi konumunu, fikir ve inançlarının ana hatlarını açıklamaya karar verdi. Yapılan baskılara boyun eğmek veya bir uzlaşmaya yanaşmak onun doğasına ters düşerdi. 1615 Haziranında, Roma'ya gidişinden altı ay önce, Galileo, Castelli'ye gönderdiği açıklayıcı mektubu genişletip, resmi bir belge olarak Grandüşes Christina'ya gönderdi.

Bu yazıda, bir bilimci ve gerçek bir katolik olarak konumunu açıkladı. Kutsal Ruh'un, kutsal kitap yoluyla, insana göklerin nasıl hareket ettiğini öğretmeyi değil, insanın göklere cennete nasıl gideceğini öğretmesini amaçladığını vurguladı. Böyle bir uslamlamanın, Roma'ya aktarılırsa durumuna yardımcı olacağını umuyordu.



1649 yılında yapılmış olan bu gravürde görülen Venedik'in Marko Meydanı, İtalyan Rönesansının en parlak sahnelerinden biriydi. Galileo, yakınlardaki Paduva'dan Venedik'e çağrılmış ve orada çan kulesinin tepesinde (arka planda, solda) teleskobunun gösterimini yapmıştı.

Kutsal Divan'ın (Engizisyon'un) bir üyesi olan Katolik Piskopos Kardinal Robert Bellarmine tarafından Carmelite keşişi Paolo Antonio Foscarini'ye gönderilen ve göklerin nasıl hareket ettiği konusunda Kilise'nin görüşünü yansıtan mektuptan bir bölüm aşağıda verilmiştir:

Güneş doğar ve Güneş batar ve doğduğu yere doğru gider sözleri Süleyman tarafından yazılmıştır. Tanrısal esinle konuşmakla kalmıyordu. Aynı zamanda herkesten daha bilgeydi. Beşeri bilimlere ve bütün yaratılmış varlıklar hakkında bilgiye vakıftı. Bu bilgeliğini Tanrı'dan almıştı.

Bu ifadede Bellarmine'nin ima yoluyla vurguladığı görüş, Copernicus'un kuramlarına inanan bir kimsenin Süleyman'ın ermişliğini, dolayısıyla da kutsal kitabı sorguluyor olmasıydı. Galileo'nun bu tür kişiler arasında olduğu apaçıktı.

Galileo'nun Caccini tarafından suçlandığı sırada Bellarmine de orada olduğu halde, Kardinal'in, Galileo'nun savunması hakkındaki değerlendirmesi Engizisyon'a iletilmedi. Bellarmine bilimci hakkında soruşturma yapıldığını bildiği halde, bu aşamada bir karar alınması için baskı yapmadı. Dahası, Galileo'nun Roma'ya gelip karşıtlarını yanıtlaması için de pek istekli değildi. Olasıdır. Bellarmine, Engizisyon'un Galileo'ya karşı kanıtları olmadığını biliyordu. Aynı zamanda, sık sık hastalanmasına karşın

güçlü ve inandırıcı bir konuşmacı olan Galileo'nun Roma'ya gelmesi durumunda, Kilise'ye karşı büyük puan kazanacağını da farketmiş olmalıydı.

Yine de, 1615 yılının Aralık ayında Galileo Roma'ya gitti ve çok geçmeden, ruhban sınıfının onayını sağlamak için yaptığı çabalar başarıya ulaşır gibi göründü. Hatta, onu yermiş olan Caccini'nin özür dilemesi istendi. Galileo'nun etkili konuşma yeteneği ona birçok hayran kazandırmıştı. Onun güçlü tartışmasına tanık olan birisinin Floransa'daki Kardinal d'Este'ye yazdığı gibiydi.

Galileo'nun çoğu kez yaptığı gibi, bazen bir evde, bazen bir başkasında, kendisine şiddetle saldıran onbeş yirmi kişiye karşı yaptığı konuşmaları duymak Saygıdeğer Efendimiz'in çok hoşuna giderdi. Ancak öyle güçlü ki, hepsine küçümseyerek gülüyordu.

Sözlü saldırılara karşı Galileo'nun iyi silahlanmış olduğu gerçekti. Ancak, kendisine karşı gizlice örgütlenmeye başlamış olan güçlere karşı hiç savunması yoktu. Sonunda Kardinal Bellarmine'nin huzuruna çağrıldı. Kardinal'in, Copernicus'un kuramının yanlış olduğunun saptandığını söylemesi Galileo'yu şaşırtmıştı. Bu nedenle Bellarmine, Galileo'ya Güneş'in, Dünya ve diğer gezegenlerin çevresinde döndüğü bir merkez olduğu düşüncesinden vazgeçmesini öğütlüyordu.

Bu görüşmenin 1616 Şubatında yer aldığı anlaşılıyorsa da, tek resmi kaydı Engizisyon dosyalarında bulunan bir nottan oluşuyordu. İmza ve noter damgası olmayan bu notta ifade edildiğine göre, Kardinal'in konuşmasından sonra Engizisyon Genel Komiseri ileri çıktı ve Galileo'ya Kutsal Peder Papa ve Kutsal Divan'ın bütün üyeleri adına, sözü geçen fikirleri terketmesi, onları, her ne suretle olursa olsun, yazılı veya sözlü olarak benimsememesi, öğretmemesi ve savunmaması emredildi. Aksi halde Kutsal Divan'ın gereken işlemi yapacağı bildirildi. Galileo da bu emirleri kabul etti ve onlara uyacağına söz verdi.

Genel Komiser tarafından verilen bu yasaklama tarihçiler için tükenmeyen bir bilmece olmuştur. Galileo'nun herhangi birşeyi kabullendiğini gösteren hiç bir kanıt yoktur. Veya gerçek olduğuna kesinlikle inandığı şeyi benimsemesinin, öğretmesinin ve savunmasının yasaklandığını bildiğini gösteren herhangi birşeyi de yoktur. Bazı tarihçilere göre, yasaklamadaki en önemli ibarelerin sonradan eklenmiş olması olasıdır. Aslına uygunluğunun onaylanmamış olması da böyle açıklanabilir.

Galileo'nun daha sonra yaptıkları, durumunun ciddiyetini kavrayıp kavramadığı konusunda kuşku uyandırmaktadır. Copernicus yanlısı olduğunu herhangi bir şekilde gösterdiğinde tutuklanabileceğini hiç aklına getirmemişti. Yine de, Bellarmine'nin sarayından sarsılmış ve çok canı sıkılmış olarak ayrıldı. Gerçeğin hatta bilimsel gerçeğin bile Tanrı'ya iman etmeye ters düşmeyebileceği hususunda Kilisesi'ni ikna etmek için giriştiği savaşı kaybetmişti.

Problemleri artık teorik değil, gerçekti. Roma, Galileo'nun sonunda boyun eğdiği, sözleri geri almak zorunda bırakıldığı yolundaki söylentilerle çalkalanıyordu. Kulaktan kulağa dolaşan bu dedikoduları işitince Galileo, Kardinal Bellarmine'den, toplantıda olanları anlatan bir demeç talep etti. Kardinal bunu hemen yerine getirdi. Galileo'nun sözlerini geri almaya veya hatalı görüşleri için bağışlamaya zorlanmadığını, ancak, Copernicus kuramının kutsal kitaba ters düştüğü ve bu nedenle de benimsemesinin veya savunmamasının öğütlendiğini beyan etti. Anlaşılan, Bellarmine Genel Komiser'in işe karıştığının farkında değildi. Veya belki de öyle görünmeyi tercih etmişti.

Bu onay belgesi ile Galileo düşmanlarını tekrar susturacağını umuyordu ve görünüşe göre bir süre için bunu başarmış gibiydi. Roma'da dört ay daha oyalandı ve ayrılmadan önce Papa V. Paul tarafından kabul edildi. Papa'nın ve birçok üst düzey Kilise mensubunun ona karşı kötü niyetleri yoktu. Nasıl olabilirdi ki? Birçoğu kitaplarını tam olarak okumamış veya onun mantıksal ve düzeni altüst eden sonuçları hakkında kafa yormamıştı. Kilise'nin onu bağışlamasına karşın Galileo hala kovuşturmadan korkuyordu. Bu sıkıntısını V. Paul ile yaptığı bir görüşmede dile getirdi ve ne Papa'nın ne de Kutsal Divan'ın aleyhindeki söylentilere kulak asmayacağı konusunda güvence aldı.

Hiç olmazsa görünüşe göre, Galileo bir zafer daha kazanmış gibiydi. Engizisyon'dan işittiği azara karşın Kilise onu bağışlamış görünüyordu. Kabul edilmiş doktrinlerle ters düşecek birşey söylemediği sürece kendi yolunda gitmesine izin verilmişti. Bu, insanı boğan bir özgürlük de olsa, Galileo'yu rahatlatmıştı. Ona kovuşturmayı önleyecek bir yol gösteriyor. İçinde memleketine dönme planları yapma isteği uyandırıyordu. Katolik kilise mensubu biri, Toskana Grandükü'ne, Galileo'nun Roma'dan çok büyük bir saygınlıkla ayrılacağını ve düşmanlarının söylentilerine kimsenin inanmadığını yazıyordu. Ancak, Galileo'nun Roma'da yaptıklarına tanık olan bir başka kişi, Toskana elçisi, bilimcinin geleceğini o kadar olumlu görmüyordu. O da Grandük'e şunları yazıyordu: "Galileo, keşişlerle uğraşmak, insanın kendini mahvetmeden saldıramaycağı kişilerle tartışmaya girmek eğiliminde görünüyor. Floransa'da onun her an kötü bir uçuruma yuvarlandığı işitilebilir..." Floransa'daki arkadaşları telaşlıydılar. Grandük'ün devlet bakanı, Galileo'nun dönüşünü çabuklaştırmak umuduyla, ona şöyle yazıyordu

Keşişlerin baskıları hakkında yeterince deneyim sahibi oldunuz. Artık onların ne tür kişiler olduğunu öğrenmiş olmalısınız. Ekselansları (Grandük) Roma'da daha fazla kalmanızın yeni sıkıntılara yol açacağından endişelenmekte, bu nedenle de uyuyan köpeğe daha fazla sataşmaktan vazgeçip ...mümkün olduğu kadar çabuk dönerseniz memnun olacaktır. Ortalıkta hiç de hoşumuza gitmeyecek söylentiler dolaşıyor, ayrıca keşişler de çok güçlüler...

Bu öğüt güvenilen bir dosttan gelseydi bir uyarı niteliğini taşıyor olacaktı. Ancak, Grandük'ün yardımcısından gelmesi, bunun bir emir olduğunu gösteriyordu. Galileo, 30 Haziran 1616 günü Roma'dan hareket etti. Yanında Kardinal Bellarmine'nin imzalı

belgesi vardı. Ancak engizisyon dosyalarında yatan o imzasız not, sonunda başına geleceklerin tohumlarını taşıyordu.

Roma'da bulunduğu sırada Galileo enerjisini yalnızca tartışmalara yöneltmemişti. Sorgulayıcı kafası giderek artan bilimsel problemlere gömülmüştü. Hemen hiç boş durmuyordu. Çözümlenen her problem daima çözüm bekleyen bir başkasına yol açıyordu. Kafasından türlü fikirler gelip geçiyor, o da kendini bunları dile getirmek zorunda hissediyordu. Gelgit olayı hakkında yazılar yazdı. Boylamları ölçmek için bir yöntem geliştirdi. Ancak sağlığı iyi değildi.

Hemen hiç bir zaman sağlığı iyi olmamıştı ve sonunda yatağa düştü. Floransa'ya döndükten sonra yıllarca yataktan kalkamadı. Yine de çalışmaya ve yazmaya, mektuplaşmaya devam etti. Floransa yakınlarındaki Bellosguardo villasında yarı suskunluğa çekildi ve sekiz yıl boyunca neredeyse aralıksız bir suskunluk süresi yaşadı.

1621 yılında Papa V. Paul ölünce yerine geçen Papa XV. Gregory de ancak iki yıl yaşadı. Daha sonra, dostu ve hayranı olan Kardinal Maffeo Barberini'nin VIII. Urban ismiyle Papalığa seçilmesi Galileo'yu çok sevindirdi. Artık Roma'ya gitmeye kararlıydı. Copernicus'un kuramını serbestçe desteklemesini yasaklayan 1616 Kararı'nın geri alınması için baskı yapacaktı.

Galileo, eski savaş alanına dönme planları yaparken, ismini Diyalog'da kullandığı eski arkadaşı Giovan Francesco Sagredo'nun öğütlerine kulak asmadı. Elde ettikleriyle yetinmesi için ısrarlı olan Sagredo şunları yazmıştı. "Yattığın yerden istediğin gibi felsefe yap, ama yıldızları rahat bırak. Bırak aptallar aptallıklarını sürdürsün, cahiller cehaletleriyle övünsün. Onları ahmaklıklarından vazgeçirmek için neden şehitliği davet ediyorsun?"

Eskisinden daha az tartışmacı olmayan Galileo kendini savaşmak zorunda hissediyordu. 1624 yılında Papa ile görüşmek üzere Roma'ya gitti. Bir Kardinalken, Galileo ve onun bilimsel çalışmaları hakkında olumlu görüşlere sahip olan Barberini'nin, Papa olarak değişik bir yol izlemek durumunda olduğunu üzülerek gördü. VIII. Urban Floransa'daki dostunu çok iyi karşıladı, ağırladı, ona en içten saygılarını sundu. Hatta bir de aylık bağlattı. Ancak uyarı cezasını kaldırmadı. Onun yerine, Galileo'ya, yazı yazmadaki ustalığını yetkili makamlar hizmetinde kullanmasını ve yeni bilimsel kuramların isabetli ve zayıf yönlerini ortaya koymasını önerdi. Koşulu, Galileo, problemin çözülmemiş olduğunu, Tanrı'nın onu insan kavrayışının ulaşamayacağı bir biçimde çözmüş olabileceğini vurgulayarak yazısını bitirecek, kuramlarıyla Tanrısal güce sınır getirmeyecekti. Papa öngörülen çalışmanın bu sonuç bölümünü yazdırdıysa bile Galileo bu projeyi kabule yanaşmadı.

Galileo, yıllar boyu, Copernicus'un kuramını bütün dünyaya anlatmayı, doğruluğundan kimsenin kuşku duymayacağı şekilde anlatmayı hayal etmişti. Sonra, Kilise tara-

fından uyarılmış ve kutsal konularda Kilise'ye boyun eğmişti. Ancak, hem bilimsel gerçeğe, hem de Kilise'sine duyduğu tutkuyu karşılayacak bir yol aramaktan vazgeçemezdi.

Sonunda bu yolu buldu. Floransa'daki suskunluk yıllarında Değerlendirici isimli bir kitap üzerinde çalışmıştı. Bu kitap, kuyruklu yıldızlarla ilgili olmasına karşın, gerçekte onun fizik konulardaki keşiflerine yapılan saldırılara karşı bir yanıttı. Orada ileri sürdükleri yanlıştı. Kuyruklu yıldızların, gökkuşağı gibi, Güneş ışınlarını yansıtan, ne olduğu bilinmeyen birşeyler olduğuna inanıyordu. Bununla beraber Değerlendirici'nin, yakın geleceği açısından önemi, onun bilimsel içeriğinden çok yazılma ustalığındaydı. Çünkü kitap Kilise doktrinlerine karşı gelmeden düşmanlarını iğneliyordu. Karşıtlarının canını yaktığı halde, Galileo'nun bilimsel uğraşlarına soğuk bakan Papa'nın bile beğenisini kazanmıştı.

Çok başarılı bir taktik olduğu anlaşılan Galileo'nun bu yöntemi, kendi kuramlarını, doğru olduklarına kesin olan inancını vurgulamadan, yalnızca akla yakın fikirler olarak ortaya koymaktı. Copernicusçuluğa değinmekten ustalıkla yan çizdiği için Kilise'nin dogmalarına ters düşen kuramları desteklemekle suçlanamıyordu.

Değerlendirici, 1623 Ekiminde Roma'da basılmıştı. Kitabın başarısı, Galileo'nun yeni Papa'dan ricada bulunmak üzere Roma'ya gitmeyi göze almasının nedenlerinden biri olmuştu. Bu başarı aynı zamanda, Roma'dan döndükten sonra, Galileo'yu uzun süredir başlamaya niyetlendiği projesini, Büyük Dünya Sistemleri Konusunda Diyalog'u ele alma yolunda yüreklendirmişti. Bu kitaba başladığı zaman altmış yaşındaydı ve hastalığının sık sık tekrarlamasına rağmen, ondan sonraki beş yılının en üstün düşünme gücünü ve en ustalıklı yazı yeteneğini bu cilde aktardı. Kitap, Salviati (Galileo fiziğinin savunucusu), Simplicio (dogmatik bir Aristoteles yanlısı) ve Sagredo isimli kişileri tanıtıyor, onların yatıştırıcı konuşmalarını konu alıyordu.

Galileo kitabı yazma işini 1629 sonlarında tamamladı. Bu arada Kilise'de bazı değişiklikler olmuştu. Bu da Galileo'ya, kitabın basılma iznini hemen alabileceği konusunda umut vermişti. Eski dostu Benedetto Castelli, Papa'ya matematikçi olmuştu. Bir başka dostu, Niccolo Riccardi, Vatikan'a baş yasakçı olarak atanmıştı. Kitabı yasaklayabilirdi. Sonra, Papa Urban'ın, eğer kendisi 1616 yılında Papa olsaydı Galileo'ya yasaklama cezası verilmeyecek olduğu yolundaki sözleri Galileo'ya iletilmişti. Papa bu fikrini değiştirmiş miydi? Galileo iyimserliğini engelleyemiyordu.

Galileo, büyük umutlarla bir kez daha Roma yolunu tuttu. Castelli, Riccardi ve Papa, hepsi de onu çok sıcak karşıladılar. Kitabının karalamaları okundu. Ufak tefek değişikliklerden sonra yasaklayıcının onayı ile geri verildi. Galileo, bütün olası eleştirileri önceden yanıtlayan, hatta Papa'nın yazdırmış olduğu sonuçları içeren bir önsöz ile bir sonuç bölümü yazmıştı.

Tam bu sırada Riccardi, kitabın düşündüğü kadar zararsız olmadığını ve basılmasına izin verdiği zaman bir tür suç ortağı olacağını farketmeye başladı.

Galileo'nun kitabını alarak Floransa'ya dönmesine izin verildiyse de baş yasakçı önsöz ve sonuç bölümlerini alıkoydu. Böylece de, kitabın basılması engellenmiş oldu. Galileo'nun ısrarı ve Toskana elçisinin yardımıyla, Galileo'ya kitabı için Floransa'daki Kilise yasaklayıcılarına sunup oradan onay alması için izin verildi. Toskana elçisinin biraz zorlamasıyla, Galileo Roma'daki önsöz ve sonuç bölümlerini geri alabildi. Sonunda, bir yıldan uzun süren bir gecikmeyle, kitap sonunda 1632 Şubatında yayınlandı.

Kitabın Avrupa'ya yayılmasıyla kopan gerçek bir alkış tufanı, yaşlı bilimciye de ulaştı. Bütün önemli bilim merkezlerinden, bilimcilerden, kıraallardan, kitabı okuyup Galileo'nun yeni bilimindeki gerçeği ilk kez gören sıradan insanlardan kutlamalar yağdı. Ancak, bu alkışlara katılmayanlar da vardı. Galileo'nun en amansız düşmanlarından biri, Almanya'da Ingolstadt kentinde bir Cizvit gökbilimcisi olan Peder Christopher Scheiner, yetki sahibi bir arkadaşına protesto niteliğindeki şu sözleri yazıyordu: "Bu diyaloglarda yazar benim bütün matematik araştırmalarımı sıfırlıyor... Kendimi ve gerçeği savunmaya hazırlanıyorum." Ancak bu hazırlıklar bir süre gizli tutuldu.

Roma'da ise, Diyalog'u okuyan Peder Riccardi, artan endişesini gizleyemiyordu. "Cizvitler en acımasız şekilde bunun peşine düşerler" dediği söylenir.

Peder Riccardi'nin tahmini yerindeydi. Çünkü, Diyalog her ne kadar objektif ve tarafsız görünüyorsa da gerçekte Copernicus'un sistemi lehinde karşı konulamaz bir tez ortaya koyuyor ve geleneksel kuramıyla öldürücü bir darbe indiriyordu. Peder Scheiner ve meslektaşları, yasaklayıcılara atlatılmış olduklarını kanıtlamayı başardılar. Yasaklayıcılar, Diyalog'un basılmasına izin vermekle, yürürlükteki öğretim sistemine ve onu destekleyen makamlara istemeyerek de olsa onarılmaz bir zarar verdiklerine ikna edildiler.

Yayınlanmasından kısa bir süre sonra, kitabın basımının durdurulması için Roma' dan emir geldi. Bir başka emirle de basımcıdan stokta kalan bütün kitapları Vatikan'a göndermesi istendi. Basımcı ise bu emre uyamayacağını, çünkü kitapların tümünün satılmış olduğunu yazdı.

Galileo'nun dostları Papa Urban'a, araya girmesi için ricada bulundular. Ancak kendilerine, Papa'nın bilimciye çok kızmış olduğu söylendi. Urban, Diyalog'daki Aristoteles yanlısı Simplicio'nun kendisinin bir karikatürü olduğuna inanmıştı. Öfke içinde, Galileo'yu kendisiyle alay etmekten korkmayan bir kişi olarak tanımladı. Bilimcinin dostlarının, Papa'nın gazabının bir yerde patlayacağından kuşkuları yoktu.

23 Eylül 1632 günü Floransa Engizisyon üyesinin evine Roma'dan bir haber geldi. Ondan "Galileo'ya, Ekim ayı içinde olabildiğince kısa bir zamanda, Roma'daki Kutsal Divan Genel Komiseri'nin huzuruna çıkmasını, Kutsal Divan ismine bildirmesi" isteniyordu.

Engizisyon'un eline düşen diğer kişilerin başına gelenleri çok iyi bilen Galileo, her şeyi mümkün olduğu kadar ağırdan aldı. Doktorlar da yaşlılığını ve sağlığının bozuk

olduğunu belirttiler. Dostları ve bazı resmi kişiler emrin geri alınması için uğraştılarsa da boşunaydı. Galileo, umutsuzluk içinde Urban'ın yeğeni olan Kardinal Francesco Barberini'ye bir mektup yazdı

Bu durum beni öylesine üzüyor ki, aydın kişilerin genellikle izledikleri alışılagelmiş yollardan biraz ayrılmak umut ve çabasıyla giriştiğim bu çalışmalar için harcadığım zamana lanet okuyorum. Yazdıklarımın bir bölümünü dünyaya yaydığım için pişmanlık duymakla kalmıyorum, henüz elimde olanları da yok etmeyi, hepsini alevlere atmayı düşünüyorum.

Ancak, bütün bu çabalar işe yaramadı. 20 Ocak 1633 günü hasta bilimci, Engizisyon'la yüzleşmek için bitkin bir halde yola çıktı.

Roma'ya vardığında, mahkeme heyetinin kendisini çağırması için aylarca bekledi. Bu süre içinde gözaltında tutuldu. Arada sırada da sorgulandı. Bununla beraber, kötü bir davranışla karşılaşmadı. Cezalandırılması veya işkence görmesi için elbette bir neden yoktu. Her ne kadar Cizvitler ve diğer din adamları onun bir karşıt kişi olduğundan emindilerse de bunun kanıtı yoktu.

Diyalog yasakçının onayından geçmiş, istenilen bütün düzeltmeler yapılmış, bir katolik ülkesinde bir kitabın basılabilmesi için gerekli onay damgası da vurulmuştu. Görünüşe göre, ona karşı bir suçlamayı kanıtlayıcı herhangi bir temel yoktu. Ancak, günün birinde Engizisyon dosyalarını karıştıran birisi, 1616 yılında yapılan haksızlığın yazıldığı o imzasız notu buldu. Orada Galileo'nun bundan böyle "Copernicus kuramını her ne biçimde olursa olsun, yazılı veya sözlü olarak, benimsememeyi, öğretmemeyi ve savunmamayı" kabul ettiği yazılıydı.

Galileo, Kardinal Bellarmine'nin asıl uyarısında veya piskoposun sonraki açıklayıcı notunda "her ne biçimde olursa olsun, yazılı veya sözlü olarak" sözcüklerinin bulunmadığından emindi. Ayrıca, kuramını benimsemekten ve savunmaktan kaçınacağını kabul etmesine karşın, Diyalog'da bundan ustaca kaçınmıştı. Onu öğretmekten vazgeçmesinin istenmediğinden de emindi.

Belleğini mi yitiriyordu? Bu bir hata mı, yoksa bir hile miydi? Galileo bunu hiç bir zaman bilemeyecekti. Çünkü, Engizisyon bu sözcüklerle, şimdi son darbeyi indirecek olan araca sahip olmuştu. 21 Haziran 1633 günü Galileo, 1616 yasağını çiğnemekten suçlu bulundu. Ertesi gün kovuşturmacıların önünde diz çöktü. Önceden hazırlanmış olan özür dileme yazısını titrek bir sesle yavaş yavaş okudu.

Ben, Galileo, bütün Hıristiyan Cumhuriyeti'nde aykırı günahların karşısında olan siz Muhterem Kardinaller ve Genel Engizitörler Cenapları'nın huzurlarında diz çökerek ve önümdeki Kutsal Kitaba bakarak ve ona el basarak yemin ederim. Kutsal Katolik ve Havari Kilisesi'nin benimsediği, öğütlediği şeylere her zaman inandım, inanmaktayım

ve Tanrı'nın yardımıyla gelecekte de inanacağım. Güneş'in, Dünya'nın merkezi olduğu, hareket etmediği, Yer'in ise Dünya'nın merkezi olmadığı ve hareket halinde olduğu yolundaki yanlış görüşleri tümüyle terketmem için Kutsal Divan tarafından verilen hukuki hüküm çerçevesinde, söz konusu yanlış doktrini, her ne suretle olursa olsun, yazılı veya sözlü olarak, benimsemeyeceğim, savunmayacağım ve öğretmeyeceğim...

Mahkemenin kendisini işlemekten suçlu olduğu günahlarını, giderek zayıflayan, tekdüze bir ses tonuyla, tek tek dile getirdi. Sözlerini geri almayı tamamlayınca (mahkemenin gerçek amacı da buydu) çoğu kişinin sandığı gibi Galileo hapsedilmedi. Floransa'ya dönmesine izin verildi ve orada ev hapsinde tutuldu. Hareketleri sınırlanmıştı ve sürekli gözetim altındaydı. Modern bilimin babası sonunda düşmanlarınca aşağılanmıştı. Ancak, tam olarak boyun eğmemişti.

Artık zamanının çoğu yatakta geçiyor, astım nöbetleri ve fıtık sancıları çekiyordu. Ancak yine de karşı koymaktan vazgeçmedi. 1638 yılında sonradan mekanik bilimini geliştirenler için yol gösterici niteliğindeki eserini, Söylevler'i tamamladı. Bu kitap yalnızca düşen cisimlerin hareket kuramlarını incelemekle kalmıyor, ışık dalgaları, yanma, çalgıların müzikal ses vermek için yaptıkları titreşim gibi konuları da ele alıyordu. Bu kitap Katolik Kilisesi'nin yetki sınırları dışında, protestan Hollanda'da, güvence içinde basıldı. Söylevler, Galileo için, en büyük meziyeti kendisine çok çektiren İtalyan çekişmelerinden uzak durmak olan Fransız asilzadesi Noailles Dükü'ne onuruna ve şerefine diye sunulmuştu.

Söylevler'in tamamlanmasından kısa bir zaman önce, her iki gözünde başlayan iltihaplanma Galileo'nun kör olmasına neden oldu. Hemen hemen tümüyle çaresiz kalan Galileo'ya kızı ve dostları baktı. Grandük bile onu neşelendirmek için en sevdiği bir şişe şarapla evine kadar geldi. Bunlara rağmen, zekası ve morali yerindeydi. Bu sayede, son düşünce ve kuramlarını iki sadık öğrencisine yazdırarak son günlerine kadar çalışmasına devam edebildi. Sonunda, yavaş yavaş gelen bir ateş onu altetti. 1642 yılında, yetmiş sekiz yaşına yaklaşmışken öldü. Katolik Kilisesi yine de kararını gevşetmedi ve Galileo belirsiz bir mezara gömüldü. Bu da bilim tarihinde görülmemiş bir olaydı.

Aristoteles ve Ptolemaios'un doktrinlerinin öğretilmeye ve bunlara inanılmaya devam edeceğinden emin olan, ayrıca Galileo'nun yıllar boyu süren çalışma ve mücadelesinin kendisiyle birlikte yok olacağına inanan yandaşları yas tuttular. Galileo'nun İtalya'da öldüğü yıl içinde Isaac Newton'un İngiltere'de dünyaya geleceğini önceden bilemezlerdi. Galileo cisimlerin nasıl hareket ettiklerini keşfetmişti. Newton da neden hareket ettiklerini keşfedecekti. Bunu yaparken de Galileo'nun kuramlarını, genel kabul görecekleri bir noktaya kadar geliştirmiş berraklaştırılmış olacaktı.

Newton keşifleriyle ün kazanırken, gerçekte, araştırma ve bilimsel keşif için ve kuşkusuz büyük öncüsü Galileo için ölümsüz bir anıt dikiyordu.

GHETALDİ (1566, 1568 - 1626)

Marino Ghettaldi ya da diğer yazımla Ghetaldi, 1566 ya da 1568 yılında Dalmatia'da doğmuş bir matematikçidir. Kendisi eski Roma soylularından asil bir aileden gelir ve Tarantoluludur. Doğduğu kent çok milliyetçi ve katı olarak bağımsızlıklarına düşkün olduklarından İtalya'dan bağımsızlıklarını alarak o dönemin Yugoslavyasına katılmışlardır. Bu nedenle Ghetaldi 1603 yılında doğduğu kentten ayrılarak Roma'ya gelmiştir. Gençlik yıllarındaki eğitimi doğduğu kent olan Dalmatia'da Ragusa'da geçmiştir. Avrupa'nın çok yerini gezdikten sonra Roma'ya yerleşmiştir.

Ghetaldi çok gezen bir matematikçidir. Bu nedenle on yedinci yüzyılda gezerek çok sayıda bilim merkezleri görmüş ve buralardaki matematikçilerle çalışmıştır. Çok iyi bir İtalyan kültürüne sahiptir. Onun için Rönesansa giden yolda son açan çiçeklerden biri olarak kabul edilir. Rönesans'a önder olanlardan en önemlisi Galile'dir. Aslında Archimedes (İ. Ö. 287 - 212) ve Apollonius (İ. Ö. 262 - 190) İtalya'ya Rönesans ruhunu vermişler, fakat İtalyanlar bu ruha sahip çıkmadıkları gibi Ortaçağ boyunca onu karanlık çağlara gömmüşler ve ilerlememişlerdir.

Ghetaldi Roma'ya geldiğinde Chirstoph Clavius ünlü bir öğretmen ve Euclides'in kitaplarının çevirisini yayınlayan biriydi. Ghetaldi çok gezen bir matematikçi olduğundan Belçika'da Michel Coignet ile çalışmak üzere Antwerp'e gitti. Ardından Paris'e geçti. Burada Viete ile bir süre çalıştı. Buraya kadar kendisinin olan bir yayınını yapamadı. 1603 yılında Roma'ya dönünce, Archimedes'in çalışmalarının birisi üzerine olan ilk makalesini yayınladı. Promotus Archimedes ismini taşıyan bu yayın ünlü kapak problemi üzerineydi. Ayrıca değişik cisimlerin ağırlıklarını deneylerle hesaplamaları içeriyordu. Yakan aynalar da dikkatini çekmiş ve paraboller üzerine olan ikinci çalışmasını yayınlamıştı. Ghetaldi'nin parabolü, dik açıyla elde edilen konik kesitiydi.

Ghetaldi, Apollonius'un kaybolan kitabı üzerindeki konulara çalıştı. Viete de bu konuda 1600 yıllarında iki ciltlik bir seri kitap yazmıştı. Ghetaldi bu çalışmaları tamamladı ve 1607 yılında bastırdı. Ghetaldi, Pappus (260 - 320) tarafından son olarak derlenen Apollonius'un kitabı üzerine çalıştı. Bu kitapta önerilen dört problemi çözdü. Bundan başka yine Pappus tarafından derlenen Apollonius'un kitaplarında geçen çok sayıda problemi kısa bir sürede çözerek bunları 1613 yılında yayınladı. Ayrıca, 1607 yılında çözdüğü kırk iki problemin çözümünü içeren bir kitapçığı da yayınladı. Burada kullandığı cebirin geometriye uygulanması biçimiydi. Ghetaldi'nin geometri ile cebiri birleştirmesine ilişkin problem çözümü öldükten sonra 1630 yılında yayınlandı.

Ghetaldi'nin geometri ile cebir arasında ilişki kurması matematik tarihi yönünden çok önemlidir. Çünkü, onun bu çalışmaları daha sonra Descartes'e (1596 - 1650) ve Fermat'a (1601 - 1665) analitik geometriyi kurmaya götürmüştür. Analitik geometri kısaca geometri ile cebir arasındaki ilişkidir. Diğer bir deyimle, Euclides'ten beri yazılan geometrik ilişkilerin cebirsel ifadelerle söylenmesi biçimidir.

Ghetaldi yaptığı bu tür çalışmalarla Roma'da saygı ve hürmet gördü. Ayrıca çok ünlü birisi oldu. Çok genç yaşta olmasına karşın Louvain Üniversitesi'nde kendisine bir kürsü verildi, fakat bu onu kabul etmedi. 1621 yılına gelindiğinde Ghetaldi'nin ismi çok anılır oldu ve akademilerin üyeliklerine kabul edildi. Fakat çok sayıda üniversitenin onu kendi üniversitelerine atamak için yaptığı önerileri kabul etmeyerek Ragusa'ya geri döndü ve akademiler onun nerelerde olduğunu öğrenemediler. Yakın arkadaşlarından Paolo Sarpi, onun Ragusa'da, ölmüş bir melek, akıllı bir Ragusalı, yetenekli bir matematikçi gibi sözcüklerle tanıtıyordu. Daha sonra onu Ragusa'da sihirbaz diyenler de oldu. Sık sık gökbilimsel gözlemler yapıyor, yakan aynalarla deneyler yapıyor ve sihirbazlık üzerine çalışıyordu. Böylece değerli bir bilim adamı boş yere yok oluyordu. Oysa o, 1600 yılında Sarpi ile Venedik'te karşılaşmış, Roma'da, Paduva'da ve Venedik'te çalışmış, Roma'da Clavius ve bazı değerli matematikçi öğretmenlerden dersler almış, 1611 yılında Robert Cardinal Bellarmine'yi görmüş, 1592 ile 1610 yılları arasında Paduva'da yaşayan Grinberg ile birlikte olmuş bir matematikçinin Raqusa'ya çekilmesi iyi olmamıştır. Üstelik, Ragusa hükümeti onu İstanbul'daki padişaha elçi olarak göndererek orada yapılan bilimsel çalışmaları görmesini ve onları derlemesini istemiştir. Hatta İstanbul'da hakkında çıkan kötü bir söylenti üzerine öldürülme sınırına bile gelmiştir. Bu bilgileri bize J. E. Montucla, Matematik Tarihi isimli kitabıyla iletmiştir. İstanbul'da öldürülmemiştir ama 11 Nisan 1626 günü Ragusa'da ölmüştür.

Ghetaldi'nin çalışmalarının tümü 1968 yılında Zagrep'te yayınlanmıştır. Roma'da ve Venedik'te çok sayıda makalesi yayınlanmıştır.

GULDİNUS (1577 - 1643)

Habakkuk Guldinus, 12 Haziran 1577 günü Saint Gall'da ataları Yahudi olan bir aileden Yahudi olarak doğdu. Yahudilik doğuştan gelir ve din değiştirilmez. Sanki Yahudilik kalıtsalmış gibi kabul edilir. Oysa Guldinus bu kuralı yıkarak büyüyünce Protestan oldu. Daha sonra da Roma Katolikliği'ne geçti. Bir Hıristiyan ismi olan Paul ismini aldığında yeniden Yahudi dini olan Museviliğe döndü. Roma'da ve Gratz'da Yahudi kolejlerinde matematik okudu ve öğrendi.

Hayata önce kuyumcu olarak atıldı. Çok başarılı bir kuyumcu ve satıcı oldu. Uzun bir süre Roma'da yaşadı. Önce Viyana Üniversitesi'nde, sonra da Gratz Üniversitesi'nde matematik profesörlüğü yaptı. Fizik ve matematik üzerine kitaplar yazdı. Matematik kitabı 1622 yılında Viyana'da yayınlandı. Fakat o daha çok Pappus'un bilinen iki teoremi üzerine yazdığı dördüncü kitabı olan De Centro Gravitatias 1642 yılında basıldı. Bu kitaptaki soruları belli kurallarla çözüyordu. Montucla'ya göre Guldinus tarafından verilen ispatlar hatalıydı. Pappus'un bu iki teoremini dönel bazı cisimlerin hacimlerini ve yüzölçümlerini bulmada başarılı bir şekilde uygulamıştı. Pappus'un bu teoremleri

önceleri bilinmediğinden, Guldinus'un yaptıkları matematik dünyasında heyecanla izleniyordu. Oysa Pappus bunları yüzlerce yıl önce yapmış ve yazmıştı.

Sonsuz küçükler hesabıyla alan ve hacim hesaplamalarının yapımına Guldinus karşı çıkmıştı. Bu hesabı Newton ve Leibniz'in matematiğe nasıl kazandırdığını göremeyecekti. Matematikte sonsuz kez bölünmeyle ilk hesabı Kepler ve Cavalieri yapmıştı. Buradaki ilke, bir doğru parçasını uzunluksuz olan sonsuz sayıdaki noktalarla, yüzeyi de kalınlığı olmayan sonsuz sayıdaki doğrularla, hacmi de kalınlığı olmayan sonsuz sayıdaki yüzeylerle gösterme şekliydi. Guldinus bu ilkelere karşı çıkmıştı. Özellikle Cavalieri bu konuda kitaplar yazmıştı. Bazı kısımları hatalı olan Geometrisi daha sonra düzeltilerek yeniden basılmıştır. 3 Kasım 1643 günü Gratz'da ölen Guldinus, Pappus teoremlerini en iyi bilen ve kullanan bir matematikçiydi.

JUAN DİEZ (1550 YILLARI)

$-5x10^{12}$ yıl önce Güneş'in ve $-5x10^{9}$ yıl önce de Dünya'nın oluştuğu tahmin edilmektedir. $-6x10^{8}$ yıl önce Paleozoik, –225.000.000 yıl önce Mezozoik ve –60.000.000 yıl önce de Senozoik çağlar başlamıştır. İlk insanımsı yaratıkların ve insanların –5.000.000 ile –2.000.000 yıl önceleri Kenya ve Tanzanya yöresinden tüm dünyaya yayıldığı kabul edilir. Buzul çağından önce Bering Boğazı ile Alaska arasında büyük bir geçiş yapan kara parçası vardı. On sekiz bin yıl önce insanların bu yolla Amerika kıtasına geçtiği sanılmaktadır. Yalnız, burada açıklanması gereken bir nokta daha vardır. O da, Kuzey Amerika'da on dokuz bin yıl, Şili'de otuz üç bin yıl, Brezilya'da otuz iki bin yıl önce yaşamış insan iskeletleri bulunmuştur. Bunların bu yerleşim merkezlerine farklı yollardan geldikleri sanılmaktadır.

Yine Java adasında sekiz yüz bin yıllık homo erektus iskeletleri bulunmuştur. Bu da, kıtalar arası kaymalarla açıklanmaktadır. Buzul çağında kuzeyden Londra'ya kadar uzanan üç dört kilo metre kalınlığında buzul tabakası vardı. İklimde ufak bir ılıma nedeniyle bu buzullar eridi ve okyanuslar yükseldi. Böylece birçok kara parçası sular altında kaldı. Bering Boğazı sularla doldu.

Tanzanya ve Kenya'dan yayılan ilkel insanlar bir milyon yıl önce Akdeniz'in doğusuna ve kuzeyine gelmiştir. –50.000 yıllarında Neaderthal ve –25.000 yıllarında Cromagnon adamı görülür. –25.000 yıllarında Paleolotik çağ başlar. –10.000 yıllarında Mezolitik ve –6.000 ile –5.000 yıllarında da Neolitik çağ ve uygarlığı görülür.

Dünya oluştu. Tüm jeolojik devirleri geçirdi. Eğer bu oluşumu bir yıla karşılık getirirsek, gezegenimizdeki yaşam, Aralık ayının son dakikalarında oluştu. İnsanlar da bu son dakikanın yarısından sonra görülmeye başladı. Tarihi kayıtlar ve belgeler

de son iki saniyeden sonradır. Bu nedenle mümkün olmayanın dışında bu bulguları genişletmek ve daha ilerilere götürmek olanaklı değildir. Ancak, araştırmakla neler yapıldığı bulunmalıdır. Örneğin, Güneş sisteminin oluşması gözönüne alınırsa, bu Archimedes yayına yakın bir şekille dönerek merkezde Güneş oluşmuş ve gezegenler de etrafında eliptik yörüngelere yerleşmiştir. Zaten büyük cisimler matematik diliyle ifade edilen fizik yasalarına uyar.

Kristof Kolomb (1451 - 1506), 3 Ağustos 1492 günü İspanya'nın Palos kentinden yola çıktı. Hep batıya giderek Hindistan'a ulaşılabileceğini düşünüyordu. Onun kafasında Dünya yuvarlaktı. 11 - 12 Ekim 1492 gecesi Amerika'nın Bahama adalarından birine yaklaştı. Böylece Amerika kıtası keşfedilmişti. Ama o buraların Hindistan olduğunu sanmıştı. Bu Yeni Dünya'ya ilk çıkan ve oraları keşfeden Kristof Kolomb değildi. Ondan önce bazı gemi korsanları buraları görmüşlerdi ama neresi olduğunu bilemişlerdi. Onlardan çok çok önceleri burada yaşayan yerli halklar vardı. Bugünkü Rusya'da yaşayan Eskimolar ile Amerika'nın eski yerlileri olan Kızılderililer'in akraba olduğu ileri sürülür. Hatta, bu akrabalık günümüzde belli günlerde Eskimolar ve Kızılderililer tarafından şenlikler düzenlenerek kutlanır.

Kristof Kolomb'un 1492 yılında Amerika'yı keşfetmesinden altmış dört yıl içinde Yeni Dünya'da matematik üzerine bir çalışmanın yayınlanmasını umamaz. Oysa, Kolomb'un bu kıtayı keşfinden kırk dört yıl sonra bu Yeni Dünya'da matematik üzerine bir kitap yazılmıştır. Yucatan'a 1518 yılında genç papaz Cortex'in düzenlediği bir gezi yapıldı. Bu geziyi Amerika kıtasına yapan bu genç papazın 1556 yılında yazdığı kitabında ismi Juan Diez olarak geçer. Diez sözcüğü bazen Diaz olarak söylenir. Üç veya dört kitap yazan Diez'in kitaplarından birisi matematik üzerinedir. İsmi the Sumario Compendioso of Brother Juan Diez olan bu kitap 1921 yılında Boston'da yeniden basılmıştır. 1556 yılında Meksika'da basılan bu kitabın başlığı aşağıda Sumario Compendioso şekindedir.

Yeni Dünya'da ilk olarak basılan bu cebir kitabınının kısa ismi Juan Diez tarafından yazılan Sumario Compendioso'dur. Meksika'nın City kentinde 1556 yılında basılan bu cebir kitabının denklem çözümlerine ayrılan kısmı sadece altı sayfadan oluşur. Daha çok denklem çözümlerini içeren bu kitap,

$$x^2 - 15\frac{3}{4} = x$$

denkleminin çözümünü de verir. Bu denklemle ilgili problem de şöyledir:

Alanından $15\frac{3}{4}$ sayısı çık dığında kenarını veren kareyi bulunuz. İkinci probleminin ifadesi $x^2 + x = 1260$ şeklindeki ikinci derece denkleminin çözümüne indirgenecek bir problemdir. Kitabın diğer sayfalarında bu ve buna benzer problemler ve çözümleri devam eder.

Sumario'nun matematik ile ilgili kısmı yirmi dört sayfadır. Bu yirmi dört sayfanın on sekiz sayfası aritmetik, diğer geri kalan altı sayfası da cebir üzerinedir. Aritmetik kısmında güncel problemler, ticaretle ilgili kısımlar, sayılar kuramı, Fibonacci ve Diophantus'tan seçme problemler vardır. Fiat listeleri ve bunlarla ilgili problemler de bu kısımda yer alır.

Juan Diaz'ın sayılar kuramına ilişkin bir problemini ve onun çözüm yöntemini verelim.

On beş artırıldığında ve dört eksiltildiğinde kare olan bir sayı bulunuz. Juan Diez bu soruyu şöyle çözer. 15 ile 4 sayısını toplar 19 sayısını bulur. Bu sayıya 1 ekleyince 20 sayısını elde eder. Yirminin yarısını alır ve 10 bulunur. 10 ile 10 sayısının çarpımı 100 eder. 100 sayısından 15 sayısını çıkarır 85 sayısı istenen özellikte bir sayıdır. Çünkü 85 sayısının 15 fazlası olan 100 ve 4 noksanı olan 81 sayıları birer kare sayıdır.

Juan Diez in kitabında denklik ve denk sayılarla ilgili bazı tabloları da vardır. Bu tablolarla bazı cebirsel problemleri kolayca çözebilir. Yine Juan Diez'in kitabında geçen bir cebir problemini yazalım. Bir adamın kısrakları ve inekleri sayısı arasındaki oran beştir. Kısrakların kareleriyle ineklerin kareleri toplamı 1664 eder. Kısrak ve ineklerin sayılarını bulunuz. Çözüm olarak $x = 5y$ ve $x^2 + y^2 = 1664$ denklem çiftleri olacakları açıktır.

Juan Diez matematikten tat ve zevk alan biriydi. Ondaki bu matematik zevki İspanyol ve İtalyan okullarında gelişti. Şüphesiz, onun bu problemleri yeni değildi. Bundan daha zor problemler eski Babil'de, Yunanistan'da, Çin'de, Hindistan'da, Türklerde, Araplarda, İranlılarda ve Avrupalılarda da vardı. Burada yeni olan böyle bir kitabın ilk kez Meksika'da basılması ve oradakilere öğretilmesidir. Zaten Juan Diez bu yönüyle matematik tarihine geçmiştir.

CAVALİERİ (1598 - 1647)

1598 yılında İtalya'da Milan'da doğan Francesco Bonaventura Cavalieri bir İtlayan matematikçisidir. Geometriye ilişkin çalışmaları integral hesabın geliştirilmesine temel oluşturmuştur. Kendisi Yahudi kökenli bir aileden gelir. Galile'nin öğrencisi oldu. Konikler, trigonometri, optik, gökbilimi, astroloji ve logaritma üzerinde kitaplar yazdı. Logaritmayı en iyi bilen ve tanıtanlardan birisi Cavalieri olmuştur.

Cavalieri, genç bir delikanlıyken, Aziz Augustinus'un izinden giden Jesuati tarikatına girdi. Bu tarikat kimi zaman Aziz Hieronymus'un Havarisel Rahipleri olarak adlandırılır. Ama bu topluluk 1668 yılında Papa X. Clemens tarafından dağıtıldı. Euclides'in

yapıtlarını okuyarak matematiğe ilgi duymaya ve Galile ile tanıştıktan sonra da kendisini, bu büyük gökbilimcinin öğrencisi olarak görmeye başladı.

Cavalieri'nin doğum tarihi kesin değildir. Doğum tarihini 1598 olarak yazan Urbano d'Aviso'dur. Çünkü, Cavalieri'nin yaşam öyküsünü d'Aviso yazmıştır. Boneventura onun dini ismi değildi. Babasının ismi Bonaventura'ydı. Çocuk yaşında Jesuati dini okuluna girdi. Bu okulda matematikçiler onu Cavalieri ismiyle tanıdılar.

Cavalieri 1615 yılında Milan'a gitti. 1616 yılında da Piza'daki Jesuati manastırına girdi. Burada Benedetto Castelli isimli Benedikten papazı ile karşılaşması onun için büyük bir şanstı. Castelli, Paduva'da Galile ile çalışmış ve bir süre Piza'da matematik dersleri vermişti.

Cavalieri önce geometri çalışarak ise başladı. Ardından klasik olarak bilinen Euclides'i, Archimedes'i, Appolonius'u ve Pappus'u Piza Üniversitesi'nde hızla okudu ve bunları çok iyi anladı. Castelli, Cavalieri'yi Galile'ye tanıttı. Galile'ye bilimsel içerikli 112 tane mektup yazdı. Galile bu mektupları Opera di Galileo'da yayınladı. Galile'nin de Cavalieri'ye mektuplar yazdığı biliniyor. Yalnız, Galile'nin bu mektuplarından yalnız iki tanesi bize kadar gelebilmiştir.



Cavalieri.

Cavalieri 1620 yılında Roma'ya geri döndü. Galile'nin mektupları doğrultusunda çok hızlı çalıştı. Yirmi bir yaşına gelen Cavalieri Milan'daki San Girolamo manastırında din konusunda dersler verdi. 1620 ile 1623 yıllarında Milan'da kaldığı zaman içinde bölünemezlerin yöntemi üzerine olan ilk düşüncelerini açıkladı ve bunu matematiğe uyguladı. 1623 yılından 1626 yılına kadar Lodi'de Saint Peter kilisesinin baş rahibi olarak görev yaptı. Bu sırada Roma'da kaldı ve Geometri kitabını yazdı. 1626 ile 1629 yılları arasında Parma'da Jesuati manastırının baş rahibi olarak görevini sürdürdü.

Burada özellikle bir noktayı daha açıklayalım. O zamanların Avrupasında manastırlarda ve kiliselerde sadece dini bilgiler değil, diğer tüm bilimler de öğretiliyordu. Özellikle manastırlar o dönemlerin üniversiteleri gibi bilimsel görevler yürütüyordu. Bu nedenle bu manastırlardan çok sayıda bilim adamı çıkmıştır. Özellikle manastır kökenli matematikçi çoktur. Bunlardan birisi de Cavalieri'dir.

Cavalieri 1626 yılının sonbaharında Parma'dan Milan'a olan gezisinde hastalandı. Çocukluğunda yakalandığı gut hastalığından çok ağrılar çekiyordu. Zaten bu ağrılar da onun yaşamının sonunu getirdi.

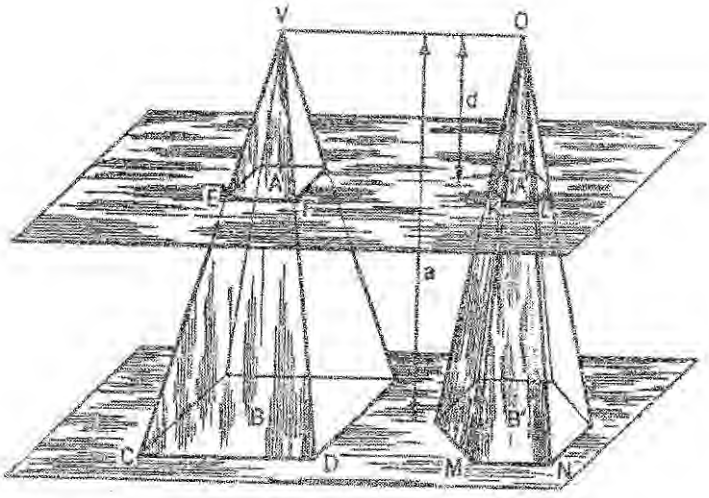
16 Eylül 1627 günü Galile'ye ve Kardinal Borromeo'ya Geometri kitabını tamamladığını duyurdu. 1628 yılında gökbilimci Magini ölünce onun yerinin açık olduğunu öğrendi. Bu göreve getirilmesi için 1629 yılında Galile'ye bir mektup yazarak yardımlarını istedi. Yine bu arada Bologna'da çok sevilen ve tutulan Cesare Marsili'ye de bir mektup yazdı. Çünkü, Marsili hem Lincei Akademisi'nin üyesi hem de Bologna Üniversitesi'nde ders verecek bir matematikçi arıyordu. Galile ona yazdığı mektubunda Archimedes'ten beri onun üzerine geometrici birisinin gelmediğini ve Bologna Üniversitesi'ne alınması için destekleyeceğini söyledi. Cavalieri, bu görevi alabilmek için Marsili'ye Geometri isimli çalışması ile konikler üzerine olan ve optikte kullanılan buluşlarını içeren makalesini gönderdi. Galile'nin övgü mektubu da Marsili'ye ulaştı. Cavalieri 1629 yılında Bologna Üniversitesi'ne atandı ve 1635 yılına kadar burada on bir kitap yazdı.

Bologna Üniversitesi'ne matematik profesörü olarak atandığı 1629 yılına kadar geometrik şekillerin büyüklüklerini saptamakta kullanılan, integral hesap yöntemine benzeyen bölünemezler denen yöntemi geliştirdi. Ölünceye kadar da bu üniversitede çalıştı. Buna benzer olan çalışma sonuçlarını yayınlamayı altı yıl geciktirdi. 1635 yılında Yeni Bir Sürekli Bölünemezler Geometrisi Geliştirmek İçin Yöntem isimli ünlü yapıtını yayınladı. Bölünemezler yöntemi, Geometria'da konulduğu biçimiyle başarısızdı. Özellikle çağdaşı İsviçreli matematikçi Paul Guldin'in sert eleştirilerine hedef oldu. Buna yanıt olarak Cavalieri, 1647 yılında Altı Geometri Alıştırması başlıklı kitabını yazdı. Bu yapıtında daha yeterli biçimde sunduğu bölünemezler yöntemi, on yedinci yüzyıl matematikçileri tarafından yaygın bir biçimde kullanıldı.

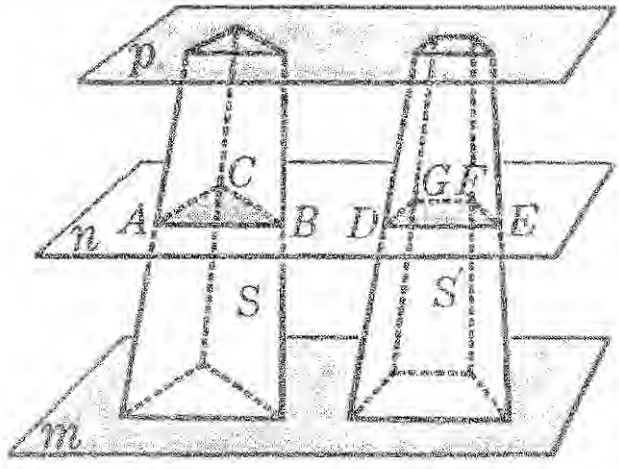
Cavalieri'nin 1632 yılında Genel Uranometri Sözlüğü isimli yapıtı ise logaritmanın İtalya'da bir hesaplama aracı olarak kullanılmasına öncülük etti. Ayrıca, bugün integralle çözülebilen birçok problemi çözmüştür.



Bonaventura Cavalieri.



Bu şekil geometride Cavalieri teoremi olarak bilinen ifadeyle ilgilidir. İki piramit paralel iki düzlemle kesildiğinde üst tabanlar kendi aralarında ve alt tabanlar da kendi aralarında eşitlerse, bu tabanlar arasında kalan hacimler birbirlerine eşittir. Şekillerin burada olduğu gibi dik olması da gerekmez. Üstelik piramitlerin şekilleri farklı da olabilir.



İntegralle işlem yapmaya kalkanlardan biri de Kepler'dir. Cavalieri, Kepler'in bu sonsuz küçük diyebileceğimiz yöntemini, 1635 yılında Bologna'da yayınlanan Geometri isimli kitabında açıklamıştır. Ayrıca, Geometri Alıştırmaları kitabında bu türde çok sayıda problem çözülmüştür. Onun bu kitabı da yine 1647 yılında Bologna'da basılmıştır. Eğri uzunlukları, alan, yüzölçümü ve hacim hesapları onun bu kitaplarında vardır.

Cavalieri'nin yönteminin temeli, boyutsuz noktaların hareketiyle eğriler ve doğrular, genişliği olmayan doğrular ve eğrilerin hareketleriyle de düzlem veya yüzeyler ve ka-

lınlığı olmayan yüzeylerin hareketleriyle de hacimler meydana geliyordu. Böylece, bu sonsuz küçükleri toplayarak uzunlukları, alanları, yüzeyleri ve hacimleri hesaplamaya çalışıyordu. Hatta fizikte kullanılan bazı problemleri de bu yolla çözebiliyordu. Kütle merkezi, moment ve yoğunluk bu türden problemlerdi. Şüphesiz çözdüğü problemler genellikle kolay olan türlerdi. Onun bu yöntemi bilimsellikten oldukça uzaktı ve sezgisel bir yönteme dayanıyordu. Ayrıca, hacim hesaplarında Pappus'un teoremini de kullanıyordu.

Sonsuz küçükler hesabının bilimsel olarak gösterimi ve kullanılması daha sonra Leibniz tarafından geliştirilmiş, Bernoulli aileleri tarafından Avrupa'ya yayılmıştır. Leibniz'in bu yönteminin gelişmesine Cavalieri'nin yönteminin etkisi de olmuştur.

Cavalieri'nin yönteminin daha iyi anlaşılması için onun üçgenin alanını nasıl bulduğunu gösterelim. Aynı tabanlı ve yükseklikli bir üçgenle bir paralel kenarı gözönüne alalım. Üçgenin tepesinden başlayarak tabanına çizilen paralel doğru parçalarının en küçük elemanına 1 diyelim. Ondan sonra gelen 2, daha sonraki 3 şeklinde devam ederek sonunda n olan taban kenarına kadar yazalım. Öyleyse bu üçgenin alanı $1+2+3+\ldots+n = n(n+1)/2$ olur. Oysa paralel kenarın her elemanı n sayısıdır ve bunlardan paralel kenarda n tane vardır. Öyleyse paralel kenarın alanı n^2 olur. Böylece, üçgenin alanının paralel kenarın alanına oranı, $n(n+1)/2n^2 = (1+1/n)/2$ olur. $n \to \infty$ giderse, sonuç 1/2 bulunur. Öyleyse, üçgenin alanı paralel kenarın alanının yarısına eşittir.

Cavalieri'nin öteki yapıtları arasında 1632 yılında yayınlanan Yakın Cam ya da Koni Biçimli Kesitler Üzerine bir tez ve 1643 yılında yayınlanan Düzlem, Küresel, Çizgisel ve Logaritmik Trigonometri isimli eserleri vardır. Cavalieri 30 Kasım 1647 günü Papalık Devletleri'nde Bologna'da öldü.

Cavalieri'nin sonsuz küçükler hesabı Archimedes'in düşüncesi ile aynıdır. Archimedes, integrali toplamların limiti olarak almıştı. İntegral ve limit sözcüklerini Archimedes ve Cavalieri söylememişti ama yaptıkları işlemler bunlardı.

Cavalieri, Archimedes'in yapıtlarını Rönesans başlarında Yunancadan Latinceye çevrilmişti. Bu yapıtlar daha önce de Arapçadan Latinceye çevrilmişti. Latince çevirileri Tartaglia, Maurolico ve Commandino yapmıştı. Ayrıca, Archimedes'in yapıtları üzerine yorumlar yazılmıştı. Yani Cavalieri, Archimedes'in çalışmalarını hazır bulmuştu. O da bu çalışmalardan yararlandı. On yedinci yüzyılda Eudoxus'un ve Archimedes'in tüketme yöntemi biliniyordu. Cavalieri ve onun ardılları bu yöntemi kullanacaklar ve meyveler de Newton tarafından toplanacaktır.

Acrihemedes'in parşömen üzerine yazılan, kaybolduğu sanılan bir kitabı 1906 yılında J. L. Heiberg tarafından İstanbul'da bulunmuştur. Archimedes bu kitapta kullandığı tüketme yöntemiyle alanları, hacimleri ve cisimlerin ağırlık merkezlerini buluyordu. Bu kitap, Archimedes'in arkadaşları olan Conon ile Eratosthenes'e yazdığı mektuplarla

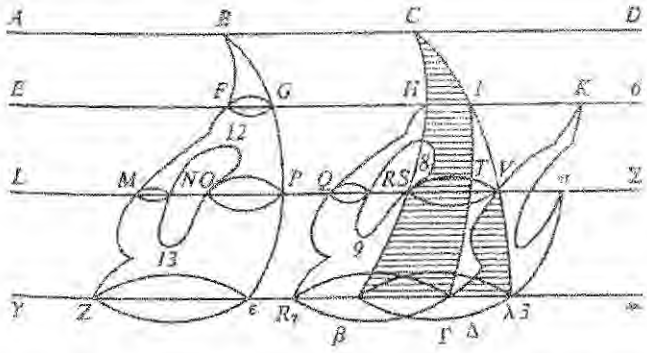
aynı paraleldedir. Bu tür hesaplamalar Abderalı Democritus'ta da vardır. Archimedes ağır cisimlerin ağırlık merkezini hesaplarken de tüketme yöntemini kullanmıştır.

Archimedes ile Cavalieri gibi yazarlar arasında 2000 yıllık bir zaman dilimi vardır. Cavalieri ve onu izleyenler de integralde kolaylaştırıcı yöntemleri bulamamışlardır.

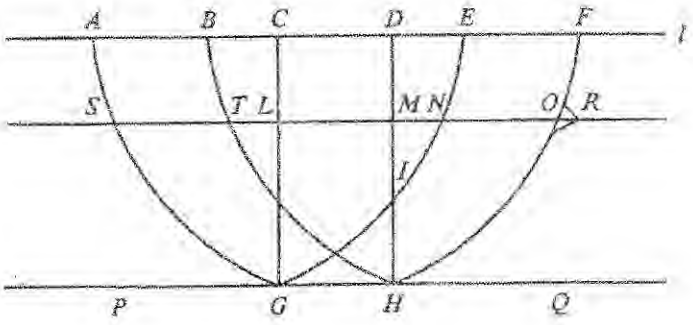
Cavalieri'nin kullandığı bölünemezler kuralı on birinci yüzyılda Yahudi düşünür ve matematikçi olan Abraham bar Hiyya ya da diğer ismiyle Savasorda, Leonardo da Vinci, Kepler ve Galile de düşünmüştür. Bu konuda çalışmalar yaptıklarını yapıtlarında görebiliriz. Archimedes'ten sonra bu tür düşünceyi sistemli hale Cavalieri getirmiştir. Fakat bu konunun meyvelerini tam olarak yiyememiştir. Yani, integral hesaplarında kolaylaştırıcı teoremleri bulamamıştır.

Cavalieri'nin yaptıklarının önemli alanları şöyle özetlenebilir.

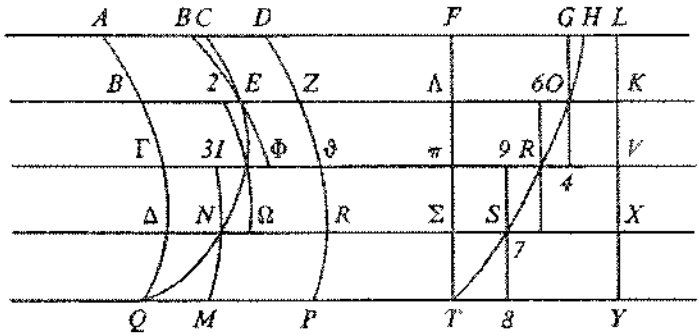
İki düzlemsel şekil paralel doğrularla kesildiğinde kesilen kirişler eşitse, bu geometrik şekiller birbirlerinin benzeridirler. Eğer bu kirişler arasında sabit belli bir oran varsa şekiller arasında da aynı oran vardır.



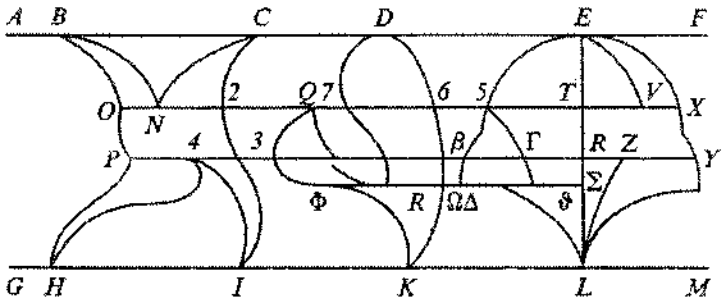
Eğer iki geometrik şekil paralel düzlemlerle kesildiğinde kesit alanları benzerse, bu arada kalan katılar da benzerdir. Kesitler arasındaki oran hacimler arasındaki oranına eşit olur.



Cavalieri, integrali alınan terimler eşitse integraller eşittir ve eğer integrallerin limitleri eşitse integraller eşittir diyordu. İntegrali alınan fonksiyondaki sabit, integralin dışına alınabilir.



Cavalieri'nin eğriler üzerinden alınan integrali, Cauchy'nin eğrisel integral tanımından farklıydı. Bunları Cavalieri'nin Geometri isimli kitabının VII. cildinde görebiliriz.



Cavalieri, tüketme yöntemini kullanarak elipsin alanı ve kürenin hacmi gibi çok sayıda alan ve hacimleri hesaplamıştır. Bugünkü gösterimlerle n = 1, 2, 3, ... sayıları için

$$\int_0^a x^n dx = \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

formülünü bulmuştur. Onun bu çalışması 1639 yılında yayınlanmıştı. Fermat ve Roberval bu sonucu daha önce 1636 yılında bulmuşlardı. Fakat Cavalieri'nin bu sonuçtan haberi yoktu.

Cavalieri, öğrencisi olan G. A. Rocca'nın bir yardımcı teoremini ve bölünmez ilkesini kullanarak Guldin'in teoremi olarak bilinen yüzey alanlarını ve dönel cisimlerin hacimlerini hesaplamıştı. Aslında dönel cisimlerin hacimlerinin bulunması Pappus'un çalışmalarında vardı. Pappus'un teoremleri şöyleydi.

Düzlemsel kapalı bir bölgenin, bu düzlemin içinde bu bölgeyi kesmeyen (belki sınırını kesebilir) bir doğru etrafında döndürülmesinden meydana gelen dönel cismin hacmi, bu bölgenin alanı ile bu bölgeye ait kütle merkezinin bu dönme sırasında aldığı yolun uzunluğu ile çarpımına eşittir.

Bir düzlem üzerindeki bir eğri parçasının, bu düzlem üzerinde, bu eğriyi kesmeyen bir doğru etrafında katı bir hareketle döndürülmesinden meydana gelen dönel cismin yanal yüzölçümü, bu eğri parçasının uzunluğu ile bu eğri parçasının kütle merkezinin bu dönme sırasında aldığı yolun uzunluğunun çarpımına eşittir.

Pappus bu teoremleriyle torosun (simidin) hacmini ve yüzölçümünü hesaplamıştı. Bu nedenle Pappus'un yorumları Rönesans öncesi matematikçilerine esin kaynağı olmuştur.

Cavalieri'nin ve Evangelista Torriçelli'in bu sonsuz küçükler hesabı üzerine John Wallis (1655), Aritmetik Sonsuzluk isimli bir kitap yazmıştır. Bölünmezler kavramı bu kitapta incelenmiştir. Cavalieri'nin bu düşünceleri Pascal'ın da dikkatini çekmiştir. 1658 yılında yazdığı kitabında bu konular işlenmiştir. Cavalieri ve Toriçelli'nin bu tür düşünceleri Alman matematikçisi Leibniz'e esin kaynağı olmuştur.

Cavalieri'nin Geometri isimli I. kitabının 1. Önermesi bu tür çalışmalar yönüyle ilginçtir. A ve B noktalarından geçen bir eğrinin AB doğrusuna paralel olan teğetinin eğimi $a < z < b$ için

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f(z)$$

biçimindedir diyordu. Bu da Cavalieri'nin türeve ne kadar yaklaştığını gösterir.

Logaritma ilk kez Avrupa'da 1614 yılında Napier tarafından tanıtıldı. Logaritmanın sayısal uygulamalarını İtalya'ya ilk kez Cavalieri getirdi ve kullandı. Cavalieri ayrıca trigonometriyi geliştirdi ve bunları gökbiliminde kullandı. Bu konuda 1632, 1638, 1639 ve 1643 yıllarında beş tane kitap yayınladı. Bunların içinde logaritmik - trignometrik tabloları şahaneydi. Centuria isimli kitabı silindirik ve koniksel yüzeyleri tanıtıyordu. Pappus'un teoremlerini ve kendi yaptıklarıyla bu şekillerin yüzölçümlerini ve hacimlerini hesaplıyordu. Cavalieri'nin bu hesaplarını Gauss dahil çok sayıda matematikçi kullanmıştır. Yakan Aynalar isimli kitabı Yunanlıların koniklerinin tarihi konusunda bilgiler içerir. Bu kitapta ayrıca güneş saati de vardır. Konikler kuramını ışık ve ses bilimlerine birer uygulama olarak vermiştir. Yansımalar ve teleskop da ilgi alanındadır. Piola ve Favaro'ya göre, Cavalieri yansımalı teleskopun ilk bulucusudur. Bu konuda Cavalieri'yi Gregory ve Newton izlemiştir. Merceklerin odak uzaklığını belirlemiştir. Archimedes gibi yakan mercekler yapmıştır.

Ses konusundaki çalışmaları da vardır. Rezonans ve binaların akustiğe uygunluğunu Vitruvius'un belirttiği gibi incelemiştir. Bu amaçla konik yansıtıcıları kullanmıştır. Cavalieri'nin Geometri ve Alıştırmalar isimli kitapları ünlü geometrici Steiner'e de etkili olmuştur.

Cavalieri manastırlarda yetiştiği için bazı konularda bağlı olduğu tarikatların etkisinde de kalmıştır. Bu nedenle astroloji ile de ilgilenmiş ve bu konuda Pratik Astroloji isimli bir kitap da yazmıştır. Kitaplarının çoğu Bologna'da basılmıştır. Çok sayıda yayınlanmış makaleleri de vardır.

TORRİÇELLİ (1608 - 1647)

İtalyan bilim adamı, fizikçisi ve matematikçisi olan Evangelista Torriçelli 15 Ekim 1608 günü Faenza'da doğdu. Faenza'daki Cizvit Okulu'nda öğrenim gördükten sonra Roma'ya gitti. Burada 1630 yılında Roma'da bulunan Galile'nin öğrencilerinden hidrolik bilminin kurucusu Benedetto Castelli ile birlikte çalıştı. 1641 yılında Hareket Üstüne başlıklı çalışmasını inceleyen Gelile tarafından Floransa'ya çağırıldı. Burada Galile'nin yardımcılığını yaptı. Galile'nin 1642 yılında ölmesiyle Toscana Grandükü II. Ferdinando tarafından Galile'nin yerine saray matematikçisi ve felsefecisi olarak seçildi.

Barometreyi icat eden ve geometri alanındaki çalışmalarıyla integral hesabın gelişmesine katkıda bulunan İtalyan fizikçi ve matematikçisi olan Torriçelli, Galile'nin yapıtlarından esinlenerek yazdığı Hareket Üzerine isimli kitabı Galile'nin çok beğenisini kazandı. Galile'nin yaşamının son üç ayında onun yardımcısı ve sekreteri olarak çalıştı. Galile'nin ölümünden sonra da Floransa Akademisi'nde ondan boşalan matematik profesörlüğüne getirildi.

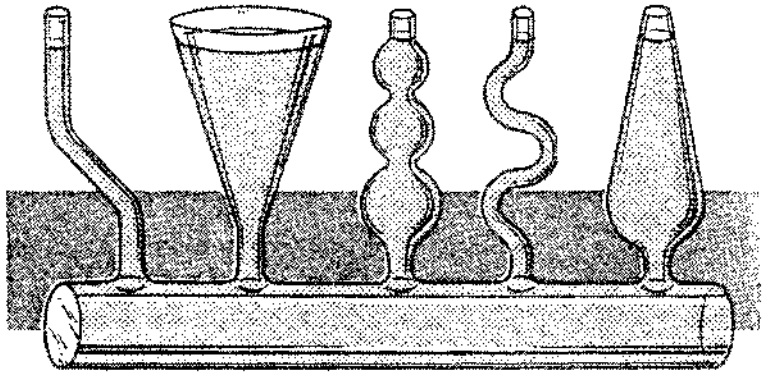
Galile'nin önermiş olduğu bir yöntemi 1644 yılında uygulayan Torriçelli, 120 cm boyunda bir ucu kapalı bir cam boruyu cıvayla doldurduktan sonra düşey duruma getirerek açık ucunu cıva dolu bir kaba daldırdı. Cıvanın borudan tümüyle akıp gitmediğini, borunun üst yanında bir boşluğun oluştuğunu gözlemleyen Torriçelli, böylece sürekli bir boşluğu elde eden ilk bilim adamı oldu. Uzun gözlemlerden sonra borudaki cıva yüksekliğindeki günlük değişmelerin atmosfer basıncındaki değişmelerden kaynaklandığı sonucuna ulaştı. Matematik çalışmalarına çok daha fazla önem verdiği için bu bulgularını yayınlamayı düşünmedi. Dönerek ilerleyen bir tekerleğin üzerindeki bir noktanın çizdiği eğri olan sikloitin özelliklerini belirleyen Torriçelli, akışkanların ve fırlatılan cisimlerin hareketlerine ilişkin bulgularını da içeren Geometri Yapıtları isimli kitabı 1644 yılında yayınlandı.

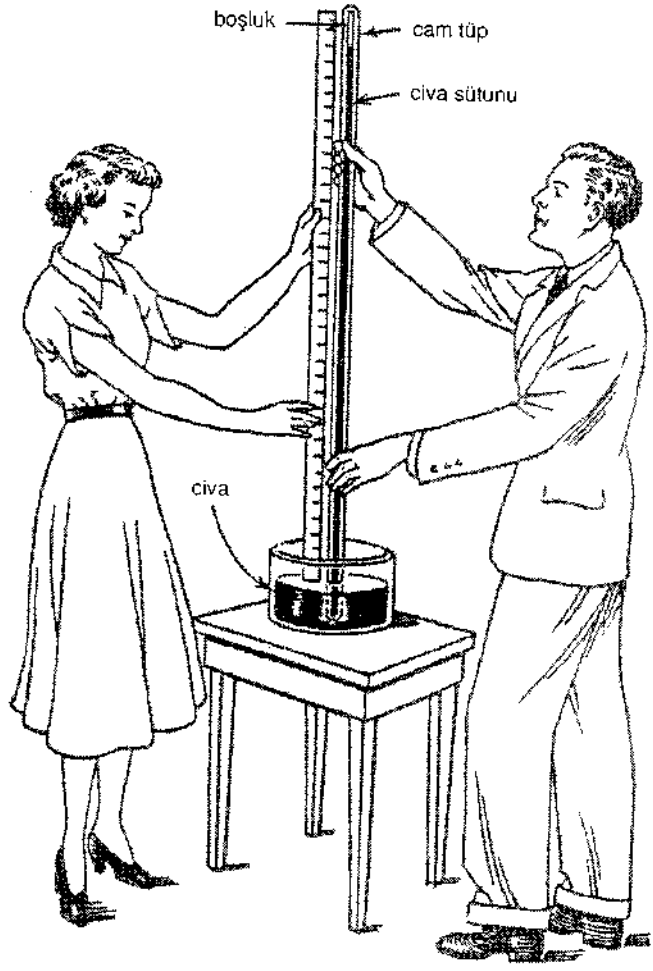


Evangelista Torriçelli.

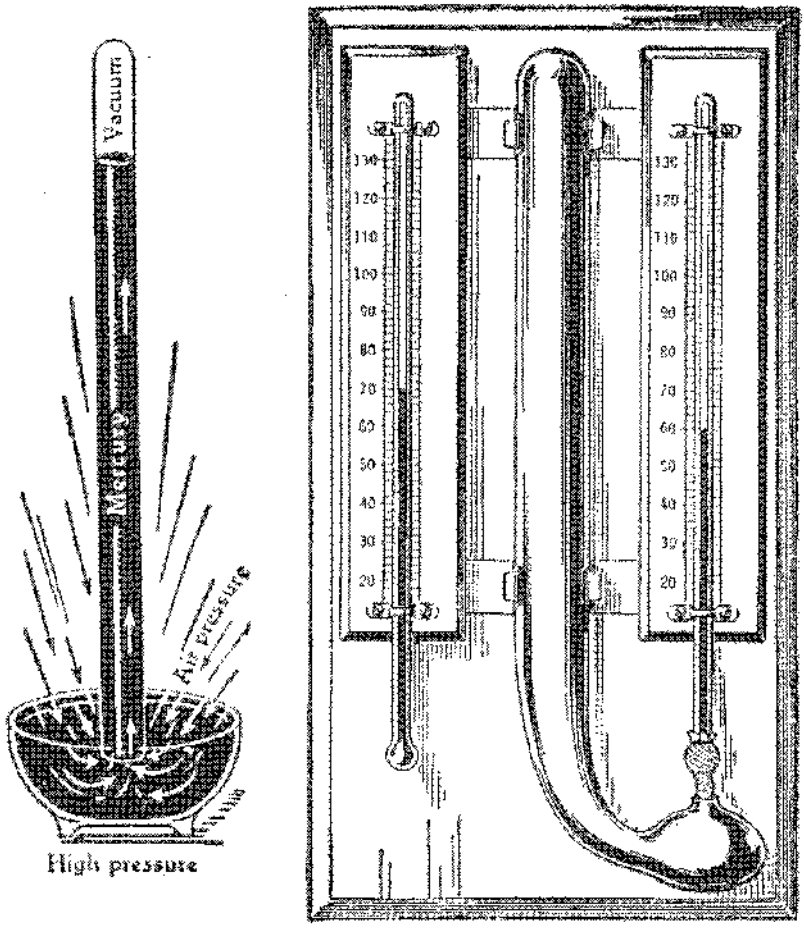
Günümüzde daha çok mekanikçi yönüyle tanınan Torriçelli, döneminin en başarılı merceklerini üretti. Galile'nin hava termoskopunu, sıvılı termometreye dönüştürdü. Sıvı akışıyla ilgili bugün kendi ismiyle anılan yasayı bularak hidrodinamik biliminin öncüleri arasına girdi. 1644 yılında açık hava basıncının varlığını ve havanın bir ağırlığa sahip olduğunu kanıtlayan ünlü cıvalı boru deneyini yaptı. Torriçelli bu deneyinde, kapalı bir tüpteki civanın atmosfer tarafından 76 cm yükseklikte tutulduğunu gösterdi. Civanın yüksekliği tüpün biçiminden ve uzunluğundan bağımsız olduğunu kanıtladı. Farklı yükseklik ve zamanlarda tekrarladığı bu deneyde aldığı farklı sonuçlarla, hem açık hava basıncının değişken olduğunu, hem de havanın belirli bir yüksekliğe sahip bulunduğunu kanıtladı. Torriçelli bu deneyinden sonra cıvalı barometreyi yaptı. Boşluk elde etme konularının öncüsü oldu.

1644 yılında yayınlanan Geometri ve Hareket Üzerine isimli kitabında, Galile'nin mekanik üzerine olan çalışmalarını daha da geliştirmiştir. Teleskop ve mikroskobun geliştirilmesi için çalışmalar yapmıştır. 1647 yılında Floransa'da çok erken ve genç yaşta ölen Torriçelli'nin Akademik Dersler isimli kitabı ölümünden çok uzun yıllar sonra 1715 yılında yayınlanmıştır.

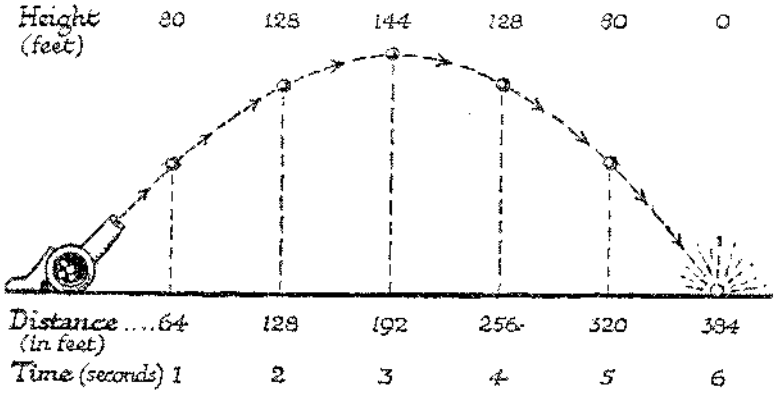




Hava basıncının ölçülmesi.



Hava basıncının ölçülmesi.



Top mermisinin izlediği yol.

Torriçelli, sikloidin ve koniklerin alanlarını kareleme yöntemiyle hesaplamalar üzerine yazılar yazmıştır. Logaritmik yayın uzunluğunun hesaplanması üzerine çalışması vardır. O bu yöntemi daha çok Archimedes'ten almıştır. Bu eğri tarafından sınırlanan alanın bulunması ve x ekseni etrafında katı bir hareketle döndürülmesinden meydana gelen katı cismin hacminin hesabını da yapmıştır. $y = \log x$ fonksiyonunun eğrisini ilk çizenlerdendir. Erken ve genç yaşta ölmesi nedeniyle bu çalışmaları ölümünden sonra yayınlanmıştır. Onun erken ölümü bilim dünyası için çok acı bir kayıp olmuştur. Torriçelli'nin çalışmaları ondan sonra gelen birçok bilim adamına önder olmuştur. Özellikle Barrow onun çalışmalarının ürünlerini almıştır. Barrow'un çalışmalarından da Newton yararlanmıştır. Şüphesiz bunların tümünün faydalandığı tek kaynak Archimedes'in yapıtlarıdır.

Bir iple bağlı iki cismin yerçekimi altında palangalarla olan hareketlerini incelemiştir. Eğik atışlar ve uygulamaları onun buluşlarıdır. Akışkanların hareketlerini de incelemiştir.

İyi bir fizikçi olan Torriçelli, aynı zamanda kuramsal matematikle de ilgilenmiştir. Kendisi Galile'den kırk yaş küçüktü. Onunla ancak beş yıl beraber çalışabildi. Önce kör oldu ve iki gözünü de kaybetti. Arkasından 25 Ekim 1647 günü İtalya'da Floransa'da otuz dokuz yaşında öldü. Galile'nin en iyi öğrencilerinden biriydi ve ondan tam ve doğru bir eğitim almıştı. Torriçelli sadece fizik üzerine çalışıp barometreyi bulmamıştır. Çok iyi bir geometrici ve bu konu üzerinde çalışmaları da vardı.

Bir depodaki delikten yerçekimi etkisiyle akmakta olan bir sıvının v hızının, delik ile sıvı yüzeyi arasındaki düşey h yüksekliği ve g ile gösterilen yerçekimi ivmesinin çarpımının iki katının kareköküyle orantılı olduğunu gösteren ifadeye Torriçelli teoremi denir. Bu ifade matematiksel olarak $v = \sqrt{2gh}$ formülü ile verilir ve ismine Torriçelli yasası ilkesi ya da eşitliği denir. 1643 yılında bu teoremi ortaya atan Torriçelli, depodaki sıvı yüzeyinin h kadar altındaki bir delikten akmakta olan suyun hızı, yalnızca yerçekimi etkisi altında, yani havanın etkisi yok varsayıldığında, aynı h yüksekliği kadar serbest düşen bir su damlasının kazanacağı hıza eşittir. Delikten akış hızı akıştan bağımsızdır. Bir başka deyişle, delikten akan sıvının hızı, akış ister yatay, ister aşağıya ya da yukarıya doğru olsun, hep aynıdır ve değeri yukarıda olduğu gibi zamansız hız formülü ifadesine eşittir.

RİCCİ (1619 - 1682)

Michelangelo Ricci 30 Ocak 1619 günü İtalya'da Roma'da doğan bir matematikçidir. Ricci, yaşamı sürecinde hiç değer verilmeyen birisi olmasına karşın, mahkemelerde yargıçlık yapmış 1 Eylül 1681 yılında yaşamının sonlarında XI. Papa Innocent tarafından ancak kardinal yapılabilmiştir.

Ricci, Galileo okulundan yetişmiş bir matematikçidir. Bu okulun pozitif bilimini öğrenmiş, Benedetto Castelli'nin öğrencisi olmuş ve Torriçelli'den de dersler almıştır. Torriçelli onun sonradan en yakın arkadaşı olmuştur.

Ricci matematikte geometrik araştırmalarıyla tanınır. Ricci'nin yazdığı kitapçık sadece on dokuz sayfadır ve konusu geometri üzerinedir. Bu kitap önce geometri başlığı ile basılmış ama daha sonra ismi Maksimum ve Minimum sözcükleriyle ünlü olmuştur. 1666 yılında Roma'da basılan bu kitap Ricci'yi tanıtmaya yetmemiştir. Hatırlanırsa, düelloda ölen ünlü Fransız matematikçisi Galois'nın yaralıyken kaleme aldığı elyazması da altmış üç sayfaydı ve onu ünlü yapmaya yetmişti.

Ricci'nin bu çalışması iki problemin çözümünden oluşur. İlk problem, m ve n pozitif tamsayıları için $x^m(a-x)^n$ fonksiyonunun maksimum ve minimum değerlerinin bulunmasıdır. Ricci bu problemin çözümünün sonucunu, $y^m = kx^n$ biçimindeki parabole teğet olan doğruların denklemlerini bulmaya uygulamıştır. Bu problem, $y^2 = kx$ biçimindeki ikinci derece parabolüne teğet çizmenin genelleştirilmesidir. Çünkü $m = 2$ ve $n = 1$ alınırsa, Ricci'nin $y^m = kx^n$ parabolü $y^2 = kx$ parabolüne dönüşür.

Ricci'nin çözümü $n = 1$ sayısından $n + 1$ sayısına kadar tümevarım yöntemine dayanır. Bu konuda 1665 yılında Pascal da bir çalışma yayınlamıştı ama Ricci'nin bu çözümden haberi olmamıştı. Ricci $m = n = 1$ kabulü ile başlar ve sayıları arttırarak tümevarım yöntemiyle teğetleri bulur.

Yalnız Pascal'ın ve Ricci'nin yaptığı çözüm yöntemleri döneminde türev bilinmiyordu. Zaten problemin çözümünün güçlüğü de bu noktadan kaynaklanıyordu. Newton ve Leibniz'in analizi bugün bu problemi çok kolay olarak çözer. Çünkü, bir eğriye üzerindeki bir noktadan çizilen teğetin eğimi, eğrinin bu noktadaki türevine eşittir. Eğimi $f'(a) = m$ olan, üzerinde verilen (a, b) noktasından geçen teğet doğrunun denklemi $y - b = m(x - a)$ formülünden kolayca bulunur.

Ricci'nin diğer matematiksel çalışmaları çok sayıda mektuplardan oluşur. 1644 tarihli bir çalışması yaylar üzerinedir. Onun bu çalışması 1674 yılında bulunan sikloit eğrisinden daha geneldir. Ricci'nin yaylara çizdiği teğetlerin bulunması probleminin çözümü, alanın bulunması probleminin tersinedir. Bu çalışma da 1668 tarihlidir. Çözüm oldukça cebirseldir ama geometrik olarak tartışılmaya yol açmıştır.

Ricci, matematikteki çalışmalarını İtalya ve İtalya dışındaki matematikçilere mektuplarla göndermiştir. Bazı mektuplarını Florentine Cimento Akademisi'ne göndermiştir. Bunlardan Saggi isimli çalışması 1667 yılında bir mektup olarak yazılmış, fakat bu mektup Roma'da bulunduktan sonraki yıllarda basılmıştır.

Cardinal olduktan sonra Vincenzo Viviani ile Galileo'nun yaşamı konusunda tartışmaları olmuştur. Ricci'nin çalışmaları ancak Torriçelli tarafından beğenilmiş ve övül-

müştür. Torriçelli'nin Ricci'yi Cavalieri'ye öven mektupları vardır. Cavalieri, Torriçelli'den hemen sonra öldüğü için Torriçelli'nin çalışmalarının derlenmesi ve yayınlanması işleri Ricci'ye kalmıştır. Ricci bunun gibi daha başka çok işlerle de uğraştığı için matematikten uzaklaşmış, Torriçelli'nin çalışmalarını da tamamlayamamıştır. Torriçelli'nin tüm çalışmaları ancak yirminci yüzyılda tamamlanarak basılabilmiştir.

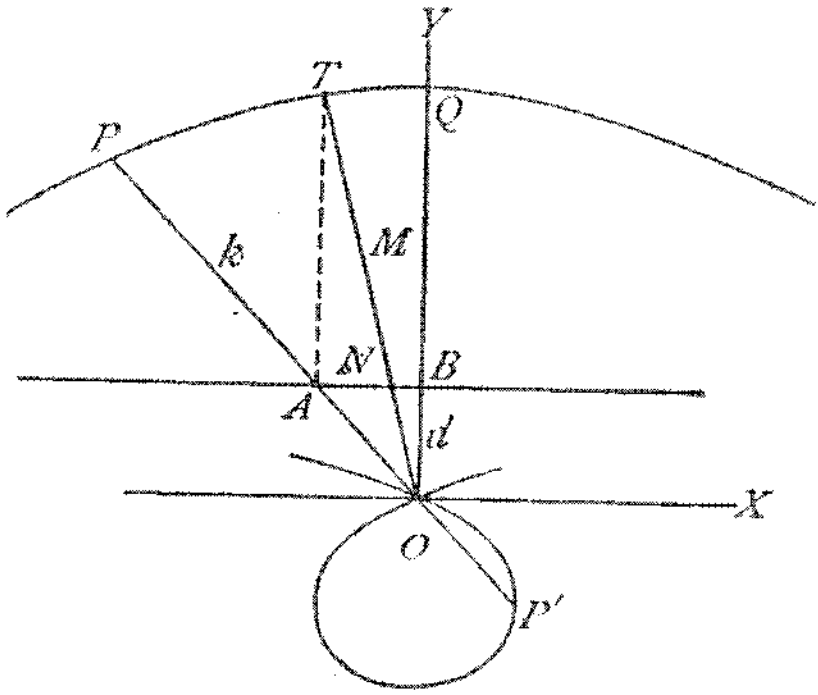
Ricci'nin matematiksel mektuplarının çoğu İtalya'da olmak üzere parça parça yayınlanmıştır. Hatta çok sayıda olan bu mektuplarından birisi 1959 yılında yayınlanmıştır. Ricci, yüzlerce olan bu çalışmalarını mektuplar biçiminde değişik yerlere ve kişilere göndermek yerine yayınlasaydı belki yaşamında ünlü olur ve önemli görevlere gelebilirdi. 12 Mayıs 1682 günü Roma'da ölmeden bir yıl önce ancak kardinallikle ödüllendirilmiştir.

VİVİANİ (1622 - 1703)

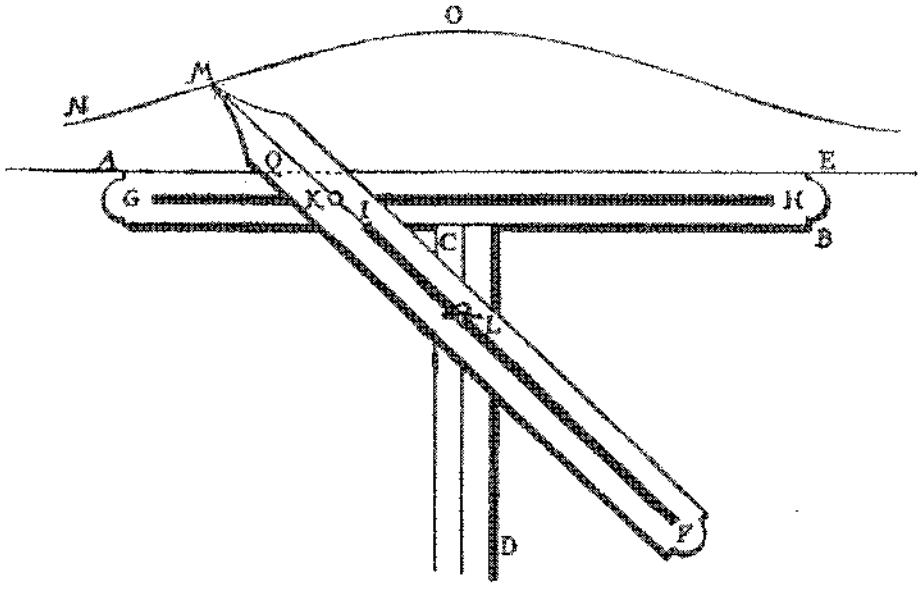
Galile ve Torriçelli'nin öğrencisi olan Vincenzo Viviani, 5 Nisan 1622 günü İtalya'da Floransa'da doğdu. Galile'nin disiplini altında yetişti. Fizikle ve uygulamalı matematikle çok ilgilendi. Fakat onun zevk aldığı konu geometriydi. Geometri üzerine yazdığı kitap 1659 yılında, Euclidean Geometrisi 1674 yılında, diğer bir geometri kitabı da 1673 ve 1701 yıllarında Floransa'da basıldı. Onun ilk çalışması olan ve 1659 yılında basılan Geometri kitabı Viviani'yi birden çok ünlü yaptı ve Avrupa'nın her yanında bilinir oldu. Bu çalışması nedeniyle Medici tarafından ödüllendirilerek onurlandırıldı. Tuscany'nin büyük dükü II. Ferdinand'ın matematikçisi oldu. O zamanlarda kurulmuş birçok bilim derneklerine üye seçildi. XIV. Louis, onu Fransa'ya, Kıral Casimir de Polonya'ya çağırarak onurlandırdılar. Fakat, onun bu şekilde davet edilmeleri, Viviani'nin bilimini yavaşlattı ve bilimsel çalışmalardan uzaklaştırdı. Oysa, El Biruni kendisine hediye olarak sunulan bir deve yükü gümüşü, kendisini baştan çıkarır ve bilimden uzaklaştırır diye geri çevirmişti.

Viviani'nin önemli bir hizmeti de, Apollonius'un konik kesitleri üzerine yazdığı ve kaybolan kitabını 1659 yılında meydana çıkardı. Bu kitabı yeniden düzene koydu ve yeniledi. Bundan başka 1701 yılında da matematikçi Aristaeus'un bir çalışmasını meydana çıkararak yeniledi.

Viviani, 1692 yılında o dönemin bilginleri arasında geniş bir yankı uyandıran bir problem ortaya koydu. Problem özet olarak şöyleydi: Yunanistan'da geometri anısına sunulan bir tapınak vardı. Tapınağın taban planı dairesel ve üstündeki çatı da yarım küre şeklindeydi. Bu çatıya birbirinin alanına eşit dört pencere yapılacak ve geriye kalan yüzeyin yüzölçümü de bir tamkare olacaktı. Bu şekildeki ölçüler nasıl belirlenmeliydi? Bu problem o zaman Acta Eruditorum'da çıktı ve çözümü Viviani vermişti. Viviani bu



Konkoit eğrisinin özellikleri.



Konkoit eğrisinin çizimi.

çözümüyle gururlanıyordu. Bu seçkin problemin analitik olarak doğru çözümü Leibniz, Jacques Bernoulli, L'Hospital, Wallis ve David Gregory tarafından yapılmıştır. Fakat, bunların içinde en kolay ve basit çözümü Viviani vermiştir.

Viviani'nin diğer bir çalışması da, bir açının ikizkenar bir hiperbolle veya konkoitle üç eşit parçaya nasıl bölüneceğini göstermesidir. Şüphesiz buradaki çizimler pergel ve cetvelle değildir. Üstelik bu tür çözümler oldukça eskidir.

Torriçelli (1608 - 1647), çok genç yaşlarda kör olarak ölen bir fizikçi ve matematikçidir. Bu dönemlerde Roberval de çalışmalarını geometri üzerine yoğunlaştırmıştı. Aynı zamanda da, eğriye üzerindeki bir noktadan bu eğriye teğetin nasıl çizileceği problemine uğraşıyordu. Eğer teğetin eğimi belli olsaydı veya kolay bir biçimde bulunabilseydi, teğetin çizimi çok kolay olurdu. Zaten on yedinci yüzyılın en önemli problemlerinden birisi buydu. 1638 yılında Mersenne, Galile'ye sikloidin çevrelediği alanın Roberval tarafından hesaplandığını haber verdi. Galile sikloidin önemli bir eğri olduğunu haber verenlerden ilkiydi. Bunun üzerine Galile bu konuyu birçok arkadaşına mektupla bildirdi. Torriçelli, sikloidin çevrelediği alanın hesaplanması ve üzerindeki bir noktadan teğetinin çizilmesi problemini Viviani'nin yaptığını Galile'ye bir mektupla bildirdi.

Viviani soylu bir aileden geliyordu. Başlangıçta Jesuit ile sosyal bilimler ve Settimi ile de matematik çalışmıştı. Baba Michelangelo ve anne Maria Alamanno del Nente oğullarıyla gururlanıyorlardı. O, asil olan Franchi ailesini temsil ediyordu. Galileo'nun da yakın arkadaşıydı. Üstün zekası ve yeteneğinin verdiği olanaklar 1638 yılında onu Tuscany dükü II. Ferdinand Medici'ye tanıtılmaya kadar götürdü. Zaten Ferdinant onu Galileo'ya tanıştırmıştı. Ferdinand, Viviani ile Galileo'yu 1639 yılına kadar Arcetri'de sarayında ağırladı. Galileo ölünce, Galileo'nun yaşam öyküsünü ve yapıtlarını Viviani kaleme aldı, tamamladı ve yayınladı. Galileo'nun tüm yapıtlarını bu çalışmalarda görebiliriz. Fakat bu yaşam öyküsü yine kilisenin tepkisini çekti ve Viviani güç durumlara düştü. Kilisenin bu davranışı İtalya'da bilimin ilerlemesini engelledi. Bunun üzerine Viviani matematik çalışmalarına geri döndü. Eskilerin matematikte yaptıklarını teker teker inceleyerek matematiğin İtalya'da gelişmesine önder oldu.

Medici sarayı ona daha çok çalışma ortamı hazırlamıştı. Bu nedenle Viviani önce eski geometrileri çalıştı. Bu çalışmaları ona Cimento Akademisi'nin üyesi olmasını sağladı. 1696 yılında Londra Bilimler Akademisi'nin üyesi oldu. 1699 yılında da Paris Bilimler Akademisi'nin yabancı sekiz bilim adamından birisi olarak üye yapıldı. Viviani, Polonya'nın Casimir Kıralı II. John ile XIV. Louius'nin teklif ettikleri yüksek bilimsel bilim adamı görevini geri çevirmiştir.

Viviani'nin ilk amacı daha yaşlı olan Aristaeus'un geometri çalışmalarını günışığına çıkarmak oldu. Bu sırada henüz yirmi dört yaşlarındaydı. Aristaeus'un çalışmaları, Menaechmus tarafında bulunan eğrilerin ilk bilimsel incelemesinden oluşuyordu. Bu nedenle Aristaeus'un çalışmalarına öncelik verdi. Aristaeus'un yapıtlarının tümü kay-

bolduğundan, Viviani'nın yaptığı çalışmaların asıllarına ne kadar benzediğini ve ne kadar yakın olduğunu söylemek oldukça güçtür.

Apollonius'un Conics isimli seri kitabının ilk dört cildi bulunmuş ve yayınlanmıştı. Viviani, bu kitapların beşinci cildini buldu, tamir etti, düzenledi ve yayınladı. Viviani, Apollonius'un koniklerinin bazı kopyalarının Floransa dükünün kütüphanesinde olduğunu Borelli'den öğrenmişti. Apollonius'un koniklerinin sekiz cilt olduğu biliniyordu. Yalnız bu kütüphanede bu kitapların ilk yedi tanesi vardı. Borelli'nin elde ettiği konik kopyalarının dili Arapçaydı. Borelli Arapça olan bu çevirileri dükün izniyle Roma'ya getirdi ve bunları Abraham Ecchellensis'e teslim etti. Abraham Latinceye çevirme uzmanıydı. Kitaplar ve içerikleri uzun bir süre gizli tutuldu. Bu çeviriler Viviani döneminde tamamlandı ve sonunda 1659 yılında Florensa'da De Maximis et Minimis ismiyle yayınlandı.

İki yıl sonra Apollonius'un çalışmaları Borelli'nin başkanlığında yayınlandı ve Arapça çevirileri ile karşılaştırıldı.

Viviani'nın diğer önemli çalışması, Euclides'in Elemanları üzerinedir. Bu çalışma da 1674 yılında yayınlanmıştır. Viviani bu çalışmalara bir açının, silindirik yay ya da Sikloit ile üç eşit parçaya bölmesini eklemiştir. Küpün katlanması problemini de koniklerle ya da $xy^2 = k$ küpü ile çözmüştür.

Viviani, 1690 yılında Euclides'in İtalyanca baskısını yapmıştır. Bu baskı 1867 yılında Betti ve Brioschi tarafından yeniden basılarak İtalya'da ders kitabı olarak okutulmuştur. Viviani'nin sunduğu Florentine Enigma isimli pencere problemi, Leibnizin 1689 yılında İtalya'ya yaptığı gezide dikkatini çekmiş ve çözmüştür. İntegralle alan hesaplamaya dayanan ilk matematik örneği budur. Leibniz'in bu çalışması 1692 yılında Acta Eruditorum'da yayınlanmıştır. Aynı problem bir kez de I. Jakob Bernoulli tarafından 1696 yılında kuvadriksin döndürülmesiyle oluşan yüzeyin alanının hesabı şeklinde yayınlanmıştır. Viviani'nin bu problemi üzerinde Guido Grandi, Huygens ve Hospital de çalışmalar yayınlamışlardır. Bu çalışmaların tümü Viviani ile Leibniz'in çalışmalarına eşdeğer ve sonunda hep aynı sonucu bulurlar.

Viviani, Archimedes'in dairenin alanının ve çember yayının hesabı üzerine olan çalışmasının İtalyanca bir çevirisini yapmıştır. Viviani, Torriçelli'nin ölümünden sonra onun çalışmalarını toplamış ve düzenlemiştir. Bu yapıt ancak 1919 yılında Faenza'da yayınlanabilmiştir.

Bir üçgenin içindeki bir noktanın köşelere olan uzaklıklarının toplamının ne zaman minimum olacağı Fermat'tan Torriçelli'ye, Torriçelli'den de Viviani'ye iletilmişti. Viviani bu problemi çözmüş ve çözümü 1659 yılında De Maximis et Minimis isimli kitabının içine koymuştur. Bu problem, üçgenin açılarını 120 dereceden küçük olması hallerinde Torriçelli ve Cavalieri tarafından çözülmüştü. Viviani, bu problem için Torricelli, Fermat ve Roberval'ı kaynak olarak verir.

Viviani çok sayıda kitaplar ve makaleler yayınlamıştır. Bunların çoğu Florenca'da ve Milan'da yayınlanmıştır. Yaşam öyküleri birçok matematik ansiklopedisine girmiştir. 22 Eylül 1703 günü İtalya'da Florensa'da ölmüştür.

PASCAL (1623 - 1662)

Bir Fransız matematikçisi ve düşünürü olan Blaise Pascal, 19 Haziran 1623 günü Clermont'ta doğdu. Kendisi Auvergne'in eski bir ailesindendir. Pascal, babası Etienne'nin üçüncü çocuğudur. Babası, ülkesinde önemli bir yönetim işiyle görevlendirilmiş, aydın, kültürlü, fizik ve matematiğe meraklı bir insandı. Kendisini çocukların eğitimine adayan baba Pascal, bir matematikçi olarak çevresinde saygı uyandırmıştır. Clermont-Ferrand'ta



Blaise Pascal (1623 - 1662).

vergi mahkemesi başkanı olan babası iyi bir matematikçiydi. Çok sevdiği karısı 1626 yılında ölünce, resmi görevlerden çekildi ve beş yıl sonra 1631 yılında ailesi ile birlikte Paris'e yerleşti. Amacı, bir yandan çocuklarının öğrenim ve eğitimine hizmet etmek, bir yandan da kendi kültürünü genişletmekti. O, döneminin bazı tanınmış bilginleriyle ilişkilerde bulunmuş ve bunlarla Bilimler Akademisi'nin çekirdeğini oluşturan bir bilim derneğini kurmuştu. Olağanüstü yetenekleri küçük yaşlarda beliren çocuklarının eğitimini üstlendi. İşte filozof Blaise Pascal'ın çocukluğu bu bilim çevresinde, "her şeyin nedenini öğrenme" isteği ile geçti.

Yedi yaşına gelen parlak çocuk Pascal öğrenimine başladı. Kendisi gibi çok güzel ve kültürlü iki kız kardeşi vardı. Özellikle Jak Qualine, Pascal'ın yaşamında önemli rol oynamıştır. Kız kardeşinin bu etkisi bazen iyi, fakat çoğu kez kötü yönde olmuştur.



Blaise Pascal.

On iki yaşına girdiği zaman Latince ve Yunancayı öğrenmiş bulunuyordu. O, babasının ve kendi özel merak ve yeteneğinin yardımıyla herşeyi öğrenmişti. Pascal, babası gibi dindardı. Jansenciydi. Bu tarikat, bilimin insanlara hiç bir yarar sağlamadığına inanır. Ancak topluma yararı olan bazı işlere ve mesleklere değer verirdi. Pascal hiç bir zaman bu düşüncede olmamıştır. Hatta cizvitlere karşı, yeryüzünün hareketine ilişkin olarak Galile'nin ileri sürdüğü kuramı savunmuş ve eğer yeryüzü, kendi ekseni etrafında gerçekten dönüyorsa, insanlık buna engel olmayacak, inananlar da inanmayanlar da yeryüzünde birlikte döneceklerdir. Papanın buyrukları ve düşünceleri, eşyanın doğasına hiç bir etki yapmaz demişti.

Pascal doğduğunda, Descartes yirmi yedi yaşındaydı. Descartes öldükten sonra Pascal daha on iki yıl yaşadı. Newton'dan sadece birkaç yıl önce doğmuştur. Descartes ve Fermat gibi büyük matematikçilerle çağdaş olması bir yerde kendisi için bir şanssızlıktı. Bu nedenle, tek başına oluşturabileceği olasılıklar kuramının keşfini Fermat'la paylaştı. Kendisini harika çocuk diye ünlü yapan yaratıcı geometri fikrini, kendisinden daha az ünlü olan Desargues'dan esinlendi. Daha çok dini ve felsefe konularına eğildiği için matematiğe az zaman ayırdı. Kız kardeşi ona bu konuda egemendi. Buna karşın, yapabileceğinin çok daha fazlasını verdi.



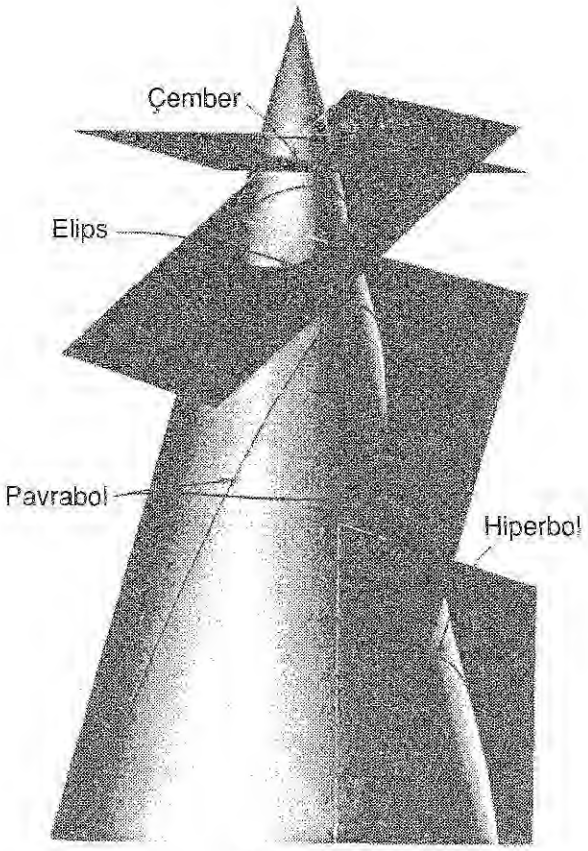
Pascal.



Pascal.



16. yüzyılda yaşamış Fransız bilimcisi Blaise Pascal büyük bir bilim adamı, düşünür ve Tanrıbilimciydi.



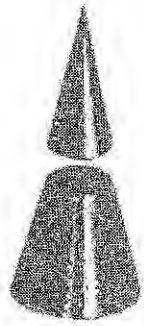
Konik kesitleri.

Pascal, çok erken gelişen bir çocuktu. Fakat, vücutça oldukça zayıftı. Bunların tersine, kafası çok parlaktı. Öğrenimi başlangıçta çok başarılı geçiyordu. Çok küçük yaşta olmasına karşın, matematiğe gösterdiği ilgi çok dikkati çekiyordu. Hatta, matematik problemleriyle gece gündüz uğraşmaya başladı. Sağlığının bozulacağından kuşkulanan babası, bir aralık onun matematik çalışmasına engel olduysa da, onun bu davranışı Pascal'ın matematik çalışmasına daha çok yöneltti. Geometri çalışmak için oyunlarını bıraktı. On iki yaşında babasına, geometrinin ne demek olduğunu sordu. Euclides'in Elements isimli geometri kitabını kısa bir zaman içinde yutarcasına bir roman gibi okudu.

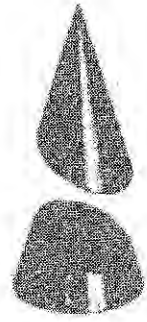
Hiç bir yardım görmeden ve hiç bir geometri okumadan, çok küçük yaşta bir üçgenin iç açılarının toplamının 180 derece, yani iki dik açı olduğunu kanıtlamıştır. Daha önce, hiç bir kitabı okumadan, Euclides'in birçok önermesini ispatlamıştı. Yine, Pascal hakkında abartma yapmadan özellikle kaçınan kız kardeşi Gilbert'in anlattıklarına göre, Pascal Euclides'in ilk otuz iki önermesini Elements isimli kitabındaki sıraya göre bulmuştur. Otuz ikinci önerme ise, bir üçgenin iç açılarının toplamı ile ilgili ispatıdır.



Hiperbol



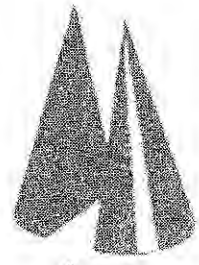
Daire



Elips

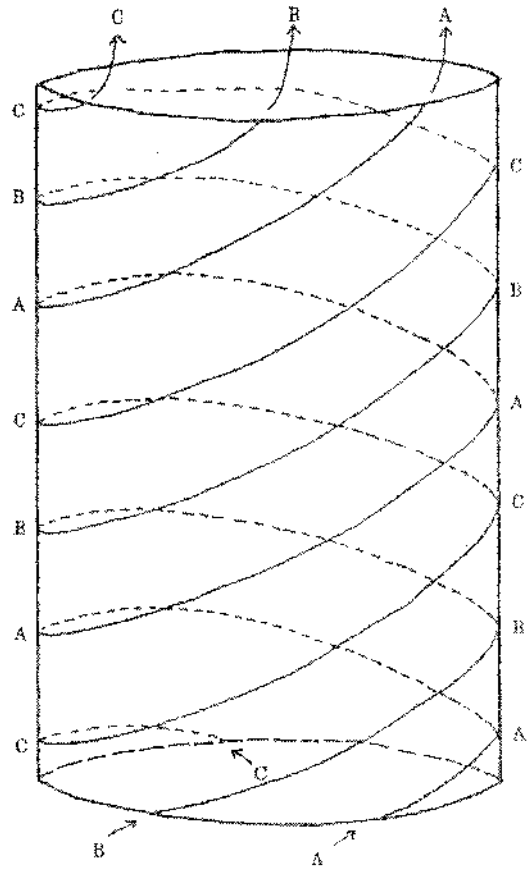


Parabol



Üçgen

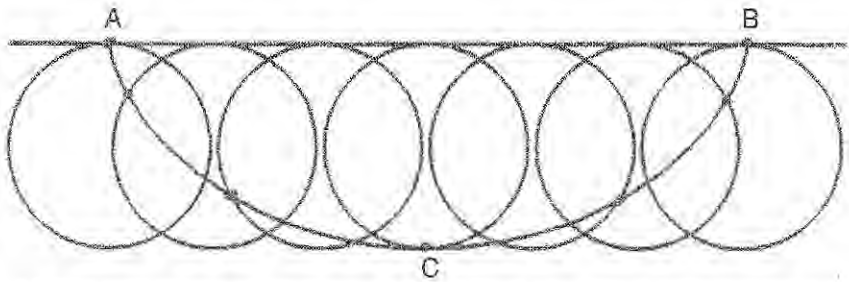
Koni kesitleri.



Edirne'deki Selimiye Camisi'nin üç merdivenli minarelerinin temsili resmi. A, B, C merdivenleri minarenin gövdesi içinde heliks şeklinde dolanarak biribirini kesmeden yukarı çıkarlar.

Pascal on dört yaşına gelince, Mersenne tarafından yönetilen bilimsel tartışmalara kabul edildi. Bu tartışmaların yapılması, Fransız Bilimler Akademisi'ni doğurdu. Pascal kendi kendine bir geometrici olmuştu. Baba Pascal'ın hükümet makamlarıyla boğuşması aileyi kötü duruma düşürdü. Güzel ve parlak kız kardeşi Jacqueline, vergi konusunda babası ile anlaşmazlığa düşen Cardinal de Richelieu'yu eğlendirmek için, önünde oynatılan bir oyunda kendisini tanıtmadan oyuna çıkar. Kendini hayran eden artistin kim olduğunu öğrenen Cardinal, tüm aileyi bağışlar ve ondan sonra baba Pascal'a bir memurluk verir.

Pascal, on altı yaşından önce, 1639 yılında, geometrilerin en güzel teoremini ispat etti. On dokuzuncu yüzyılda yaşayan İngiliz matematikçisi ünlü Sylvester, Pascal'ın bu büyük teoremine "kedi beşiği" ismini vermiştir. Pascal, onbir yaşına gelince sesler hakkında bir eser vermiştir. On altı yaşındayken, konikler üzerine bir eser yazarak, ünlü Descartes'i hayretlere düşürmüştür. On sekiz yaşına gelince, şimdi Paris Sa-



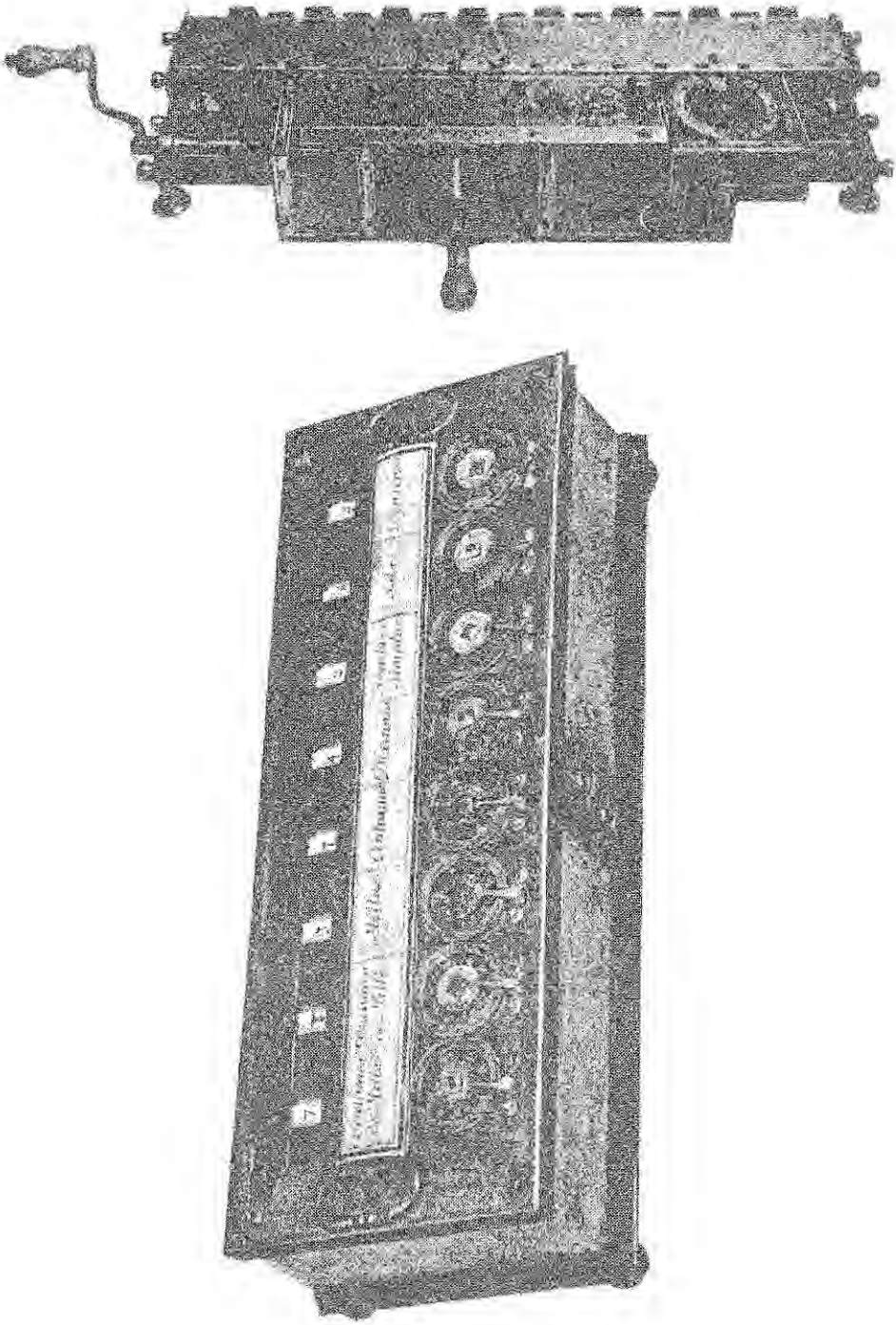
AB doğrusuna değen ve kaymadan AB boyunca dönen bir çemberin üzerindeki sabit bir noktanın çizdiği eğriye sikloit eğrisi denir. A noktasından bırakılan bir misketin yalnız yerçekimi etkisi altında bir eğri boyunca yuvarlanıp C noktasına mümkün olan eğriler arasından hangisi üzerinde yuvarlanırsa en erken gelir? Bu sorunun cevabının şekildeki sikloit eğrisi olacağı 17. yüzyıl matematikçileri tarafından gösterilmiştir.

nayi Müzesi'nde saklanan hesap makinasını bulmuştur. Fizikte, havanın ağırlığını, sıvıların denge halini ve basıncı hakkında Pascal yasalarını bulmuştur. Apollonius ve başkalarının çalışmalarını birer sonuç kabul eden dört yüz tane önerme ortaya koymuştur. Bu eserin tümü basılamadığı için, bir daha da ele geçmemek üzere kaybolmuştur. Fakat, Leibniz bu eserin bir kopyasını görmüş ve onu inceleme şanslılığına ermiştir. Pascal'ın bu eseri geometrik bir metrik olmayıp bir izdüşüm geometrisidir. Aristo, matematiği çokluklar bilimi diye tanımlıyordu. Oysa Pascal'ın geometrisinde çokluk yoktur.

Pascal, on yedi yaşından ölümü olan otuz dokuz yaşına kadar ızdırapsız ve acısız gün görmedi. Hazımsızlık, mide ağrıları, uykusuzluk, yarı uyuklamalar ve bu ağrıların verdiği gece kabusları onu yedi bitirdi. Böyle olmasına karşın, yine de bu ağrılar içinde durmadan çalışıyordu.

Yirmi üç yaşlarında, kız kardeşinin baskı ve etkisiyle Hıristiyan dinine ve bunun içinde bazı tarikatlara girdi. Bu konuda epey sarsıntılar da geçirdi. Fakat, yine onda matematik ağır bastı. Pascal, hurma ağaçları gibi tepeden kurumaya başladı. Aynı yıl hazım organları bozuldu. Bu ara geçici bir felç geçirdi. Bu ona çok ağrılar verdi. Herşeye rağmen, düşüncesi ve kafasının çalışmaları sürüyordu.

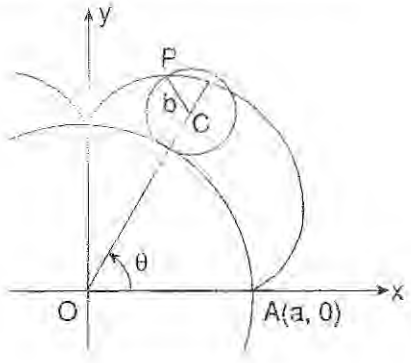
Kısa yaşamını, bilim, düşünce ve iman içinde eritmiş olan Pascal, babasının kendisine açıkladığı türlü doğa olaylarını anlamış ve sesin gelişine ilişkin bir kitapçık yazmıştır. Bulunduğu yaş için bu yüksek bir eser sayılır. Yaşı daha ilerlemediği halde doğrular ve yuvarlaklar üzerine kendi kendine çalıştığı ve geometriyi yaratmak için uğraştığı hayretle görüldü. Bunun üzerine boş zamanlarında Euclides'in Öğeler isimli eserini okumasına ve babasının evinde toplanan bilginler meclisinde oturmasına izin verildi. On yaşındayken Konik Kesitlere İlişkin isimli bir kitap yazdı. Bu kitap matematiğe yeni bir şeyler getirmemesine karşın Descartes ve arkadaşlarının hayret ve beğenisini kazandı. Üç yıl sonra da, babasının Normandiya'daki saymanlık işlerine yardım etmek için hesap makinesini buldu ve yaptı. 1646 yılında Torriçelli'nin boşluk hakkındaki



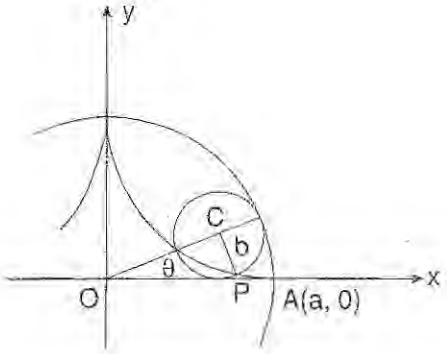
Pascal'ın hesap makineleri.

deneyinden yarım bir bilgi elde etmiş, kendisi de deneylere koyulmuştu. Bu şekilde matematikte beliren üstün yaratma zekasını fizikte de göstermiştir. Bu deneyler sonucunda Sıvıların Dengesi isimli kitabı ortaya çıkmıştır.

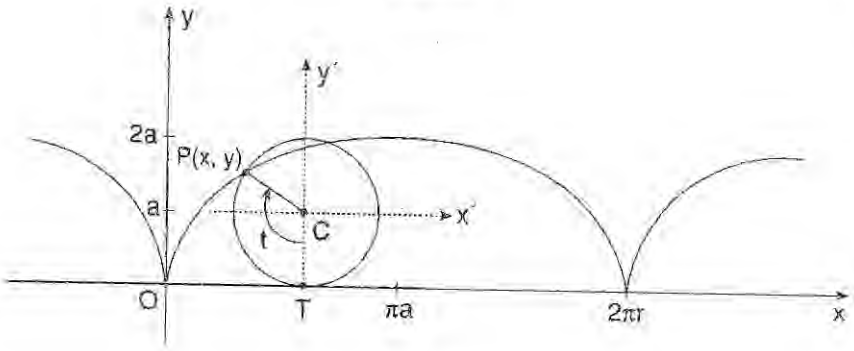
1648 yılında Toriçelli'nin (1608 - 1647) çalışmalarını inceleyerek, onun da önüne geçti. Yükseklikle basıncın değiştiğini saptadı. Descartes, Pascal'la çeşitli konuları konuşmak ve özellikle barometre hakkında bilgi almak için geldi. Bu iki bilginin yaradılış ve ruhsal durumları pek uyuşmuyordu. Descartes, konikler üzerine yazılan eserin on altı yaşında bir çocuk tarafından yazıldığına inanmayı açıkça kabul etmedi. Daha da ileri giderek, Pascal'ın barometre deneyleri düşüncesini, Mersenne'nin çalışmalarından çalmış olmasından şüpheiendi. Descartes'le Pascal'ın aralarında çekememezliğe neden olan üçüncü konu din üzerine olan düşüncelerindeki ayrılıklardı. Pascal, kız kardeşinin de etkisi ile 1654 yılından sonra kendini dünya işlerinden ve matematikten çekerek, Hıristiyanlığın o koyu tutuculuğu içine gömülüp gittiği ve bu tutuculuğun kurbanı olduğu bilinen bir gerçektir. Descartes Cizvitleri tutuyor, Pascal'sa Jansen'in mezhebini savunuyordu. Pascal'ın açık sözlü kız kardeşi Jacqueline'nin sözlerine bakılırsa, bu iki dahi birbirlerini oldukça kıskanıyorlardı. Bu nedenle de, ismi geçen yukarıdaki görüşme ve ziyaret soğuk bir buluşma olmuştu. Descartes'in genç dostuna bazı öğütleri oldu. Pascal da onu ciddiye almadı. 1658 yılının bir gecesinde, uykusuzluk ve diş ağrılarından kıvranan Pascal, kerpetenin egemen olduğu bir zamanda, korkunç ağrılarını unutmak amacıyla, birçok ünlü matematikçinin uğraştığı zarif sikloit eğrisine daldı. Tüm ağrılarının geçtiğini gördü. Ya da, sikloit üzerine o kadar daldı ki, tüm ağrı ve acılarını unuttu. Tam sekiz gün sikloit geometrisi üzerinde çalıştı. Bu eğri ile ilgili olan çeşitli problemleri çözmeyi başardı. Bu buluşlarının bazılarını takma Amos Detonville imzasıyla, Fransız ve İngiliz matematikçilerine meydan okumak amacıyla basılmıştır. 1658 yılında kendini oldukça hasta hissetti. Kısa aralıklarla gelen uyuklamalar dışında, şiddetli ve dinmek bilmeyen baş ağrıları ona çok eziyet ediyordu. Tam dört yıl bu ağrılarla kıvrandı. 1662 yılının Haziran ayında otuz dokuz yaşındayken öldü. Ölümünden sonra yapılan otopsisinde, ağrılarının nedeninin ciddi bir beyin hastalığından ileri geldiği saptandı. Bu kötü bir urdu.



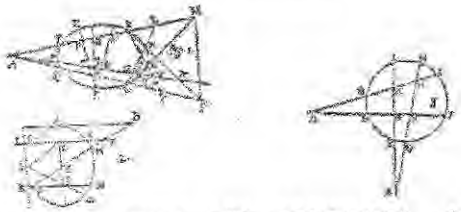
Episikloit eğrisi.



Hiposikloit eğrisi.



Sikloit eğrisi.



ESSAY POVR LES CONIQVES Par B. P.

DEFINITION PREMIERE

DEFINITION II.

DEFINITION III.

A PARIS, M DC XL.

Pascal'ın çalışmasından bir sayfa.

Pascal, Fermat ile birlikte olasılıklar kuramını kurmakla, yeni bir matematik dünyası yaratmış oluyordu. Bu kuramın tüm inceliklerini ortaya döktü. Bu kuramı oluştururken, Fermat'la sürekli haberleşmişlerdir. Yapılan bu mektup görüşmeleri incelendiğinde, bu kuramın gerçek kurucularının Pascal ile Fermat'ın eşit payları olduğu görülür. Yaptıkları şeyler temelde aynı, fakat derinlemesine inilmeleri ayrı ayrıdır. Bu arada Pascal'ın düştüğü ufak hatayı Permat belirtince, Pascal da bu hatasını hemen düzeltti. Bu haberleşmedeki ilk mektuplar kaybolmuşsa da, daha sonraki mektuplar halen eldedir.

Bu büyük olasılıklar kuramının çıkış nedeni, Pascal'a kumarbaz Chevalier de Mere tarafından önerilmesiydi. En önemli görevi de elli iki kağıt oyunu oynuyordu. Bu ara tavla zarlarının, şekilleri aynı olan ayrı renkli bilyaların önemi büyüktür. Buna bağlı olarak, ünlü Pascal üçgeni doğdu. Pascal'ın bu üçgeni, daha sonraki yıllarda çok kullanıldı. Özellikle seri açılımları ve binom açılımı bu yöntemle kolaylıkla bulunur.

```
                1
              1   1
            1   2   1
          1   3   3   1
        1   4   6   4   1
      1   5   10  10  5   1
```

Pascal üçgeni, binom açılımındaki katsayıları bulmaya yarar. Örneğin,

$$(1 + x)^4 = 1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + x^4$$

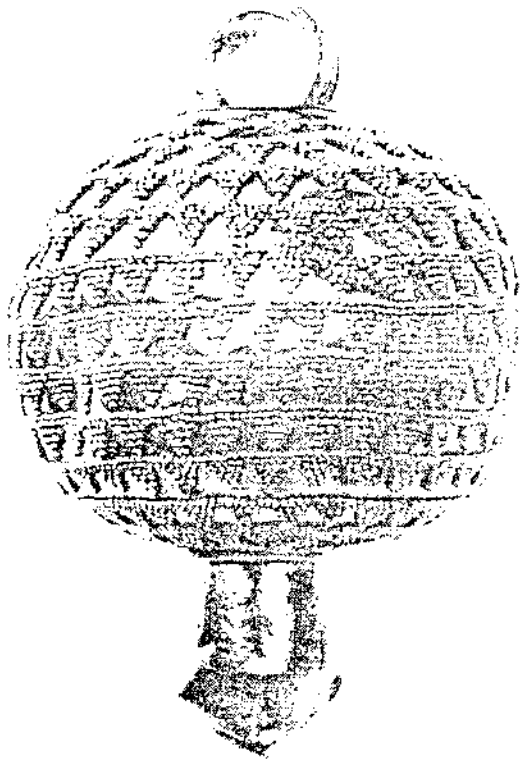
açılımını kolayca verir. Pascal'ın bu üçgeni, olasılıklar kuramında da ustalıkla kullanılır. Bu üçgen, biyolojideki uygulamalar, matematik istatistik ve pekçok modern fizik konularında uygulama alanı bulur.

Pascal üçgeninin kökeni Pascal'a ait değildir. Bu üçgen İ. Ö. 1500 ile İ. Ö. 1100 yılları arasında Mezopotamya, Mısır, Yunanistan, Girit, Kıbrıs ve Anadoluda Çanak, çömlek, duvar ve tabanlarda döşeme ve bezeme biçiminde görülür. Özellikle geometrik dönem denen süre içinde çok sayıda örnekleri vardır. Daha sonra Çin'de de görülen bu süsleme sanatı zamanla Çin'de ve İran'da Pascal üçgeni ismiyle anılan matematik problemine dönüşmüştür. Bu da, binom açılımlardaki katsayıların bulunması problemiden başka bir şey değildir. Bu konuyu en iyi işleyen ve Avrupa'ya tanıtan Pascal olduğu için bu isimle halen anılmaktadır.

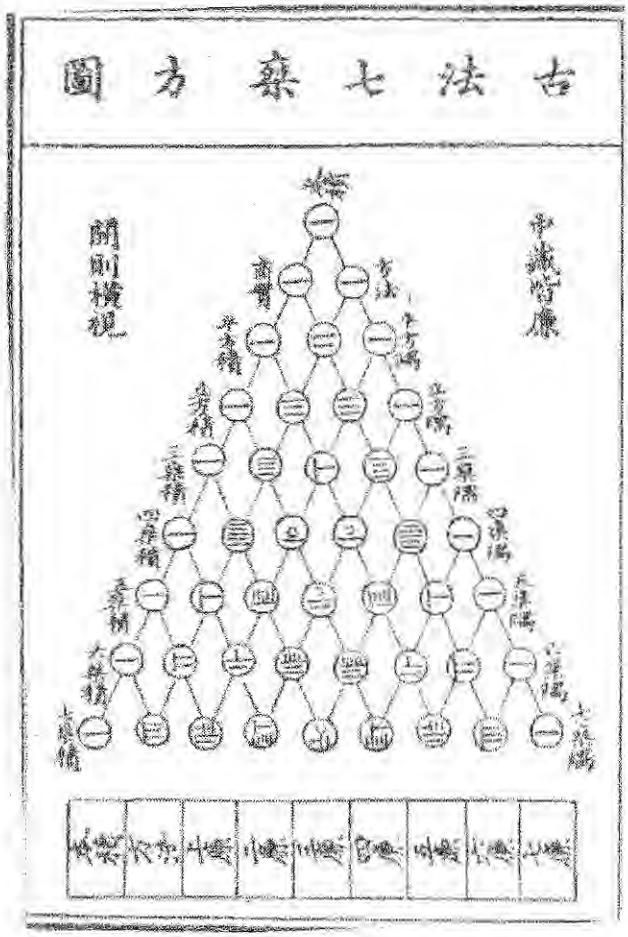
Pascal, 1646 yılında ilk kez Saint Syran'ın eserlerini ve Jansenius'ün De le Reformation de l'Hommes Interieure başlıklı söylevlerini okudu. O andan sonra Pascal'ın ruhu şiddetle sarsıldı. Çünkü, bir yıl sonra 1647 tarihinde sağlığı hakkında bilgi edinmek



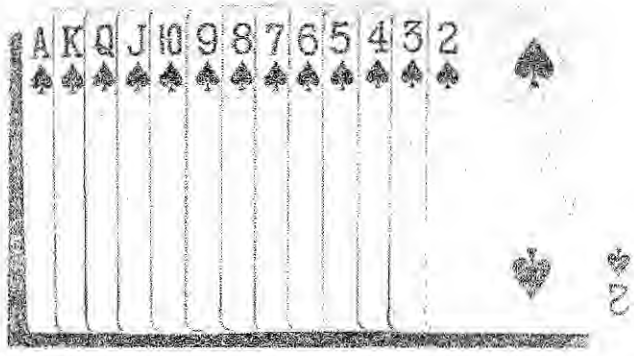
Şans oyunları.



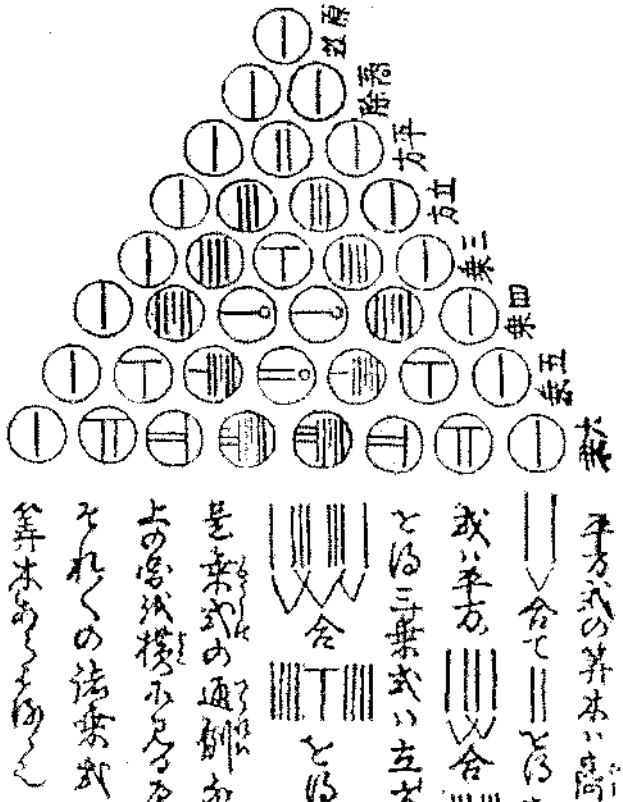
Kıbrıs'ta Enkomi'de bulunan altından yapılmış Pascal üçgen şekilli ve İ. Ö. 1400 ile 1230 yılları arasına ait bir süs takısı.



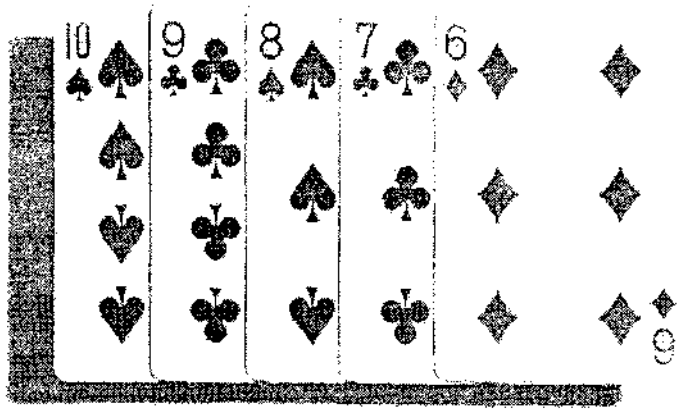
Çinlilerin Pascal üçgeni.

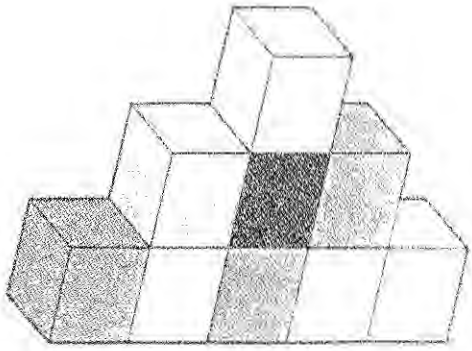


Şans oyunları.

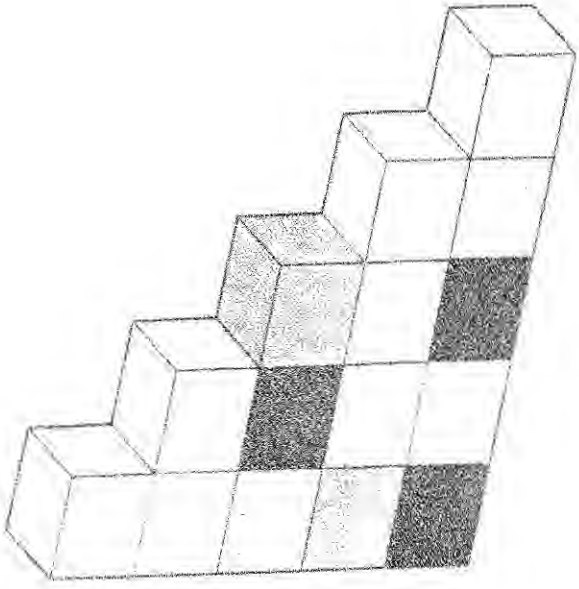


Japon Pascal üçgeni.

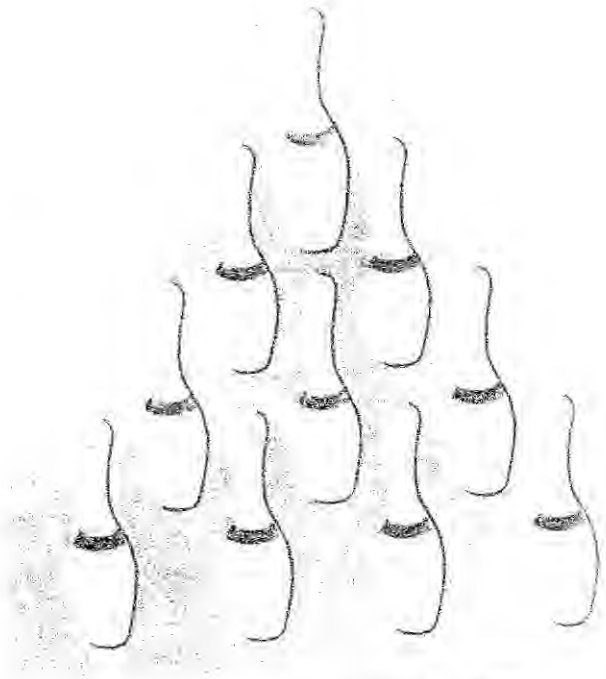




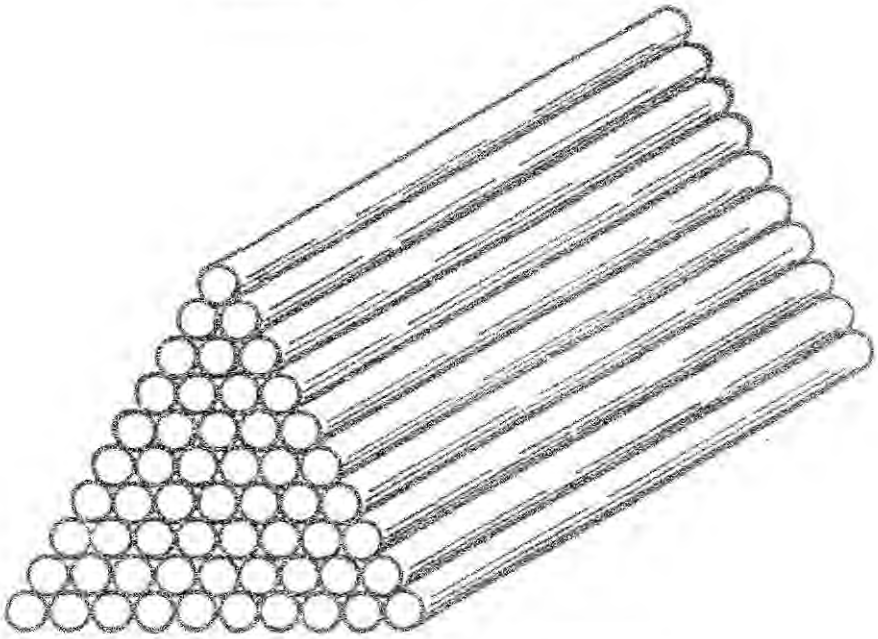
Geometrik şekilli Pascal üçgeni.



Geometrik dizilişli Pascal üçgeni.



Geometrik şekilli Pascal üçgeni ve dizilişi.



Ağaç tomruklarından oluşan bir Pascal üçgeni.

$(a + x)^0 = 1$	1
$(a + x) = a + x$	1 1
$(a + x)^2 = a^2 + 2ax + x^2$	1 2 1
$(a + x)^3 = a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3$	1 3 3 1

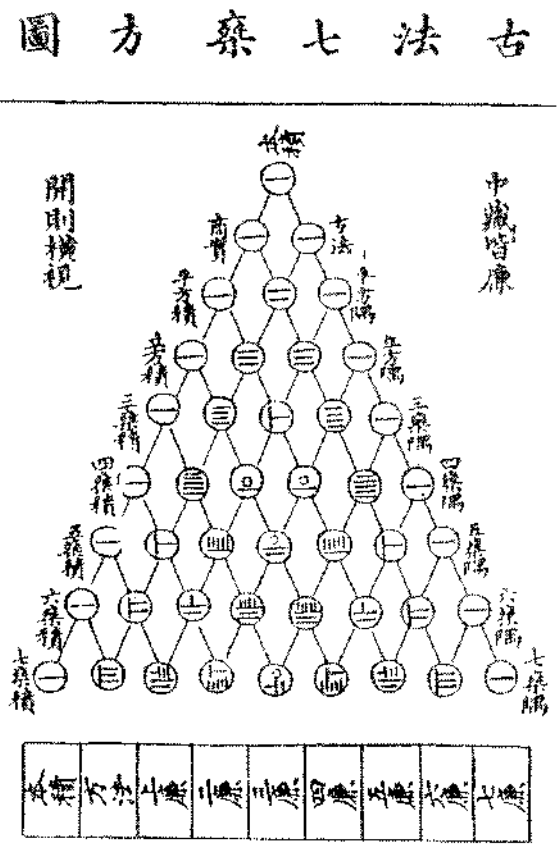
$(a + y)^0$	1									
$(a + y)^1$	1	1								
$(a + y)^2$	1	2	1							
$(a + y)^3$	1	3	3	1						
$(a + y)^4$	1	4	6	4	1					
$(a + y)^5$	1	5	10	10	5	1				
$(a + y)^6$	1	6	15	20	15	6	1			
$(a + y)^7$	1	7	21	35	35	21	7	1		
$(a + y)^8$	1	8	28	56	70	56	28	8	1	
$(a + y)^9$	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1
$(a + y)^{10}$	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

$$\binom{0}{0}$$
$$\binom{1}{0}\quad\binom{1}{1}$$
$$\binom{2}{0}\quad\binom{2}{1}\quad\binom{2}{2}$$
$$\binom{3}{0}\quad\binom{3}{1}\quad\binom{3}{2}\quad\binom{3}{3}$$
$$\binom{4}{0}\quad\binom{4}{1}\quad\binom{4}{2}\quad\binom{4}{3}\quad\binom{4}{4}$$
$$\binom{5}{0}\quad\binom{5}{1}\quad\binom{5}{2}\quad\binom{5}{3}\quad\binom{5}{4}\quad\binom{5}{5}$$



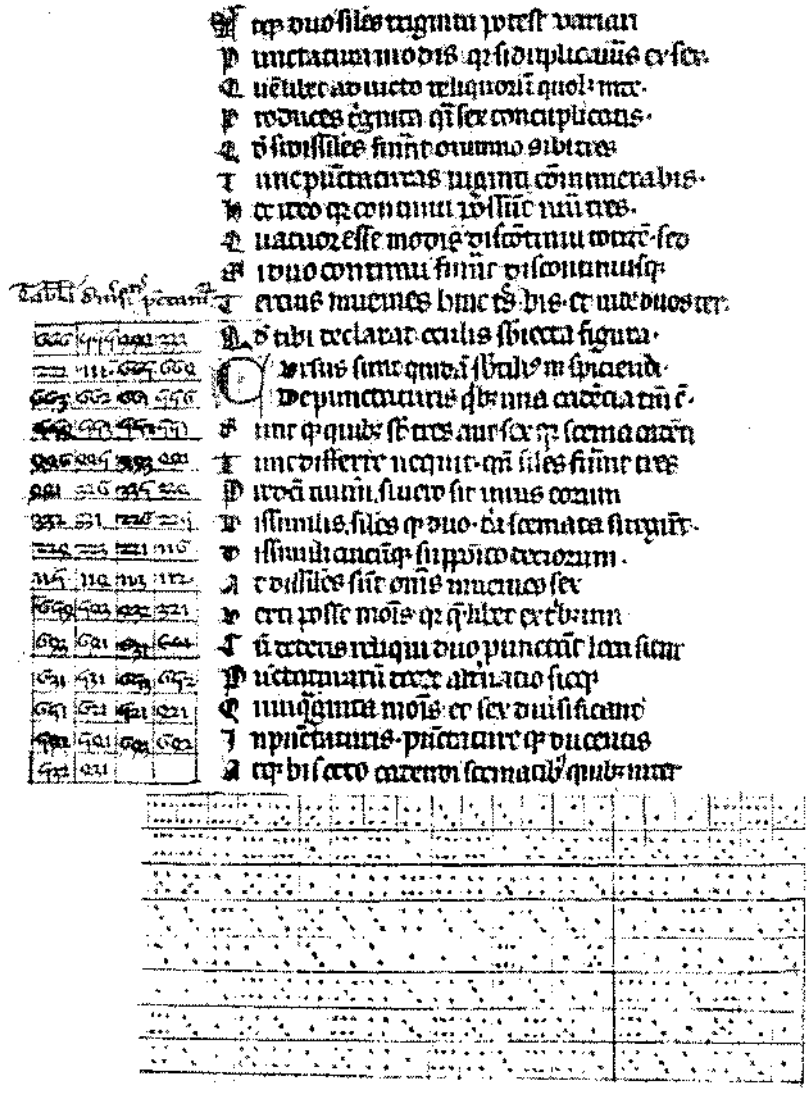
Apianus'un 1527 yılında yaptığı Pascal üçgeni.



Çinlilerde Pascal üçgeni.

üzere Paris'te bulunduğu sırada, kendisi, ablası Jacqueline ile birlikte Port Royal kilisesinde bir rahibin söylevlerini dinlerken görülür. Bu aritmetikle dolu olan sözler, her ikisi üzerinde de o zaman yeni başlamış olan tarikatın yapabileceği kuvvetli etkiyi yaptı. Ablası rahibe olmaya karar verdi. Ablasının bu kararına şiddetle engel olmasına karşın, Pascal onu bu kararından caydıramadı. Port Royal'ın bu dış görünüşü, Pascal'ın din konusunda kendisi için doğru bir yol bulduğuna götürdü. Fakat bu düşünce onda çok uzun sürmedi. Bir yıl sonra bir taraftan toplum ve zevk dünyasına, bir yandan da eski geometri ve bilim aşkının sürüklediği çalışmalara daldı. Yaşamının altı yıl kadar süren bu döneminde Fermat ile mektuplaşmış, Aritmetik Üçgen Üzerine Çalışma isimli kitabını yayınlamıştır. Taşıt araçlarına ilişkin bazı buluşlar yapmış, Discours sur les Passions de l Amour ismindeki güzel eserini yazmış ve hatta evlenmeyi bile düşünmüştü. Fakat 1654 yılında son ve yeni bir ruh devrimine uğradı. Bir bayram günü, alışık olduğu gibi, Neuilly köprüsü üzerinden gösterişli bir arabayla gezintiye giderken atlar birden ürkmüş, araba tehlikeli bir geçide sürüklenmiş ve oradan yuvarlanmasına pek az şey kalmıştı. Bu olay, Pascal üzerinde olağanüstü bir iz bıraktı. Bu andan sonra

iki tarafında uçurum görme hastalığına tutuldu ve 23 Kasım 1654 günü başına gelen bu kazadan birkaç gün sonra, Port Royal des Champs'ın kendilerini dünyadan çekmiş kişilerin arasına attı. Bu olaydan sonra büyük bir acı ve üzüntüler içinde yaşadığı anlaşılmaktadır. Ölünce elbisesinin astarı içinde bulunan ve aşağıya aynen alınan kendi elyazısıyla yazılmış bir muskadaki duadan da bu anlaşılmaktadır. Yine bu muskadan, o kazaya uğradığı gece, tinsel bir bunalıma tutulmuş ve iki saat süren bir ateşin etkisi altında kendisini tümüyle Tanrı'ya adamak üzere dünyadan ve dünya nimetlerinden çekilmeye karar vermiştir. Bu muskada bir haç resminden sonra şu cümleler görülür:



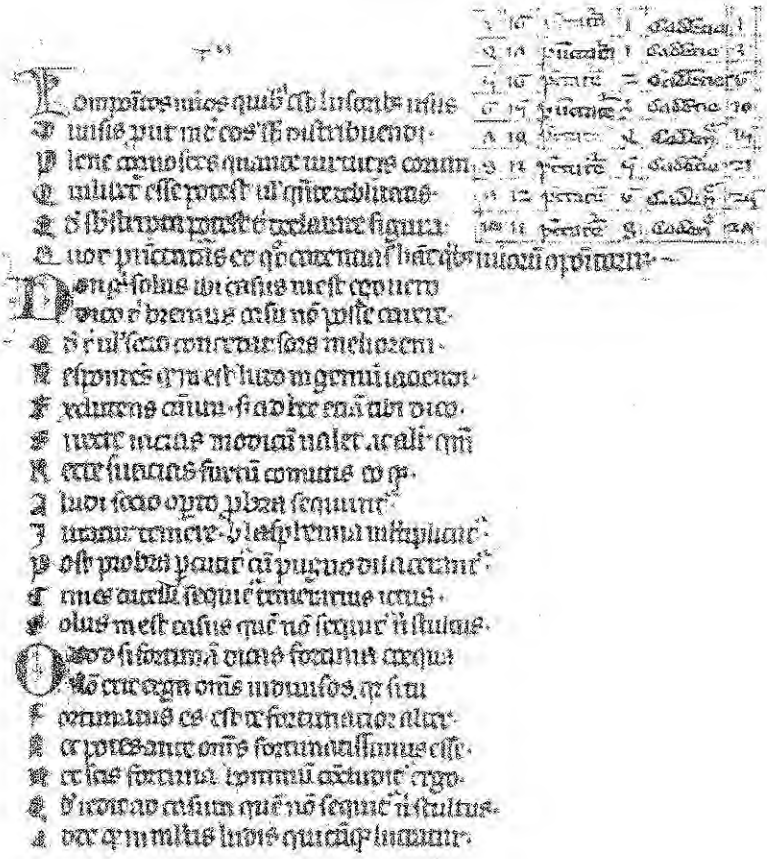
Olasılıklar kuramı.

1654, inayet yılı.
23 kasım pazartesi,
Papa ve din şehidi Saint-Clement ve diğer din şehitleri günü.
Din şehidi Saint-Chrysogone ve diğerlerinin uyanıklığı.
Yaklaşık olarak akşamın on buçuğundan yaklaşık olarak
gece yarısı ve yarıma kadar.

ATEŞ

"İbrahim'in Tanrısı, İshak'ın Tanrısı, Yakup'un Tanrısı".
Filozofların ve bilginlerin değil.
Pekinlik, pekinlik. Duygu. Sevinç. Sükun.
İsel Mesih'in Tanrısı.
Deum meum et Deum vestrum.
"Senin Tanrın benim Tanrım olacaktır".
Tanrı'dan başkasını, alemi ve her şeyi unut.
O, ancak İncil'de öğretilmiş olan yollar sayesinde bulunur.
İnsel ruhun büyüklüğü.
"Doğru Baba, alem seni asla tanımadı; fakat ben tanıdım".
Sevinç, sevinç, sevinç azalmaları. Ben kendimden ayrıldım.
Dereliquerunt me fontem aquae vivae.
"Tanrım, beni terk mi edeceksin?"
Ondan ebedi olarak ayrılmayayım.
"Bu, ebedi hayattır; seni ve seni göndermiş olan İsel Mesihi tek gerçek
Tanrı tanısınlar".
İsel Mesih.
İsel Mesih.
Ondan ayrı düştüm, vazgeçmiş, çarmıha gerilmiş olan,
Ondan asla ayrı düşmeyeyim.
O, ancak İncil'de öğretilen yollarda saklanır:
Tam ve tatlı vazgeçiş.
İsel Mesih'e ve benim yönetmenime tam saygı.
Yeryüzü üzerinde bir günlük alıştırma (exercice) için.
Ebedi olarak sevinçte olmak.
Non obliviscar sermones tuos. Amin.

Pascal'ın bu muskasını, 25 Mayıs 1909 günü Maurice Bares verdiği bir konferansta çözmüştür. Pascal'ın bu manastır hücresindeki yaşamı çok sıkıntılı ve eziyetli olarak geçmiştir. Bu dönemin ilk eseri Les Provinciales 1656 yılında yayınlanmıştır. Diş ağrılarının bitmez tükenmez eziyetlerinden kurtulmak amacıyla eserine 1658 yılında başladı ve 1659 yılında bitirerek bastırdı. Bu acılardan kurtulmak için bazı geometri problemleri ile uğraştı. Roberval ve Descartes'in taslakları üzerinde çalışarak Sikloitler kuramını tamamladı. Pascal, üç yıl daha en acı veren ağrılar içinde ve en ağır bir sofuluk ve perhiz yaşamına katlanarak yaşadı. Bu dönemde Pascal, iç kısmı çivilerle



Olasılıklar kuramı.

bezenmiş bir demir kemer kuşanmıştı. Bu çiviler sürekli olarak derisine batıp durduğu halde, sızlanmadan bu işkenceye dayandı. Düşünceler isimli ve birbiriyle ilgisiz parçalardan bileşik olan büyük eserini bu acılı günlerde yazdı. 19 Ağustos 1662 günü ablasının evinde otuz dokuz yaşındayken öldü.

Pascal, bilimsel çalışmalarında kullandığı yöntem bakımından üç zeka türü kabul etmiştir. Bunlardan ilki geometrik zeka türüdür. Pek az kimsenin sahip olduğu bu zeka tanımları, oranları, ilkeleri ve ilişkileri görmeye yarar. Doğruluk zekası, bilimsel bir zekadır. Deney ve akıl yürütmenin ürünüdür. İnce zeka ise, eşyayı aklı yürütmenin ilerlemeleriyle değil, bir bakışta kavrayan zekadır.

Pascal, bir filozof olmaktan çok, bir bilgindir. Ayrıca, Hıristiyanlığın övücülerindendir. Eserlerinin sayısı on dört cilttir. Bunlar, 1904 ile 1914 yılları arasında yeniden basılmıştır. Bunların bazıları değişik dillere çevirilerek basılmıştır. Bunlar içinde Türkçeye çevrilerek yayınlanmışları da vardır.

Pascal'ın kendi içindeki dünya ile estetik yaşam biçimi arasında var olan çelişki, henüz onun zihninde çözülememiştir. Bu çelişkiler içinde bilimsel ilgileri yeniden uyanmış, Galile ve Torriçelli'nin kuramlarını incelemiştir. Bu amaçla civalı barometreleri tasarlamıştır. Atmosfer basıncını ölçmek amacıyla yeni baştan Paris'te ve Puy de Dome tepesinde atmosfer basıncı deneyleri yapmıştır. Bu testler hidrodinamik ve hidrostatik çalışmalarının yolunu açmıştır. Deneyleri sırasında Torriçelli'nin barometresini hassaslaştırarak şırıngayı bulmuştur. Pascal yasası olarak bilinen bulguları sonucunda hidrolik basıncı yaratmıştır. Bu yasaya göre hapsedilmiş bir sıvıya uygulanan basınç, uygulanan alanın isteksizliği ile doğru orantılı olarak, herhangi azalma olmaksızın sıvının içinde bütün yönlere iletilir. Daha kısa ve öz bir deyimle, sıvılar basıncı her tarafa iletir olarak söyleyebiliriz.

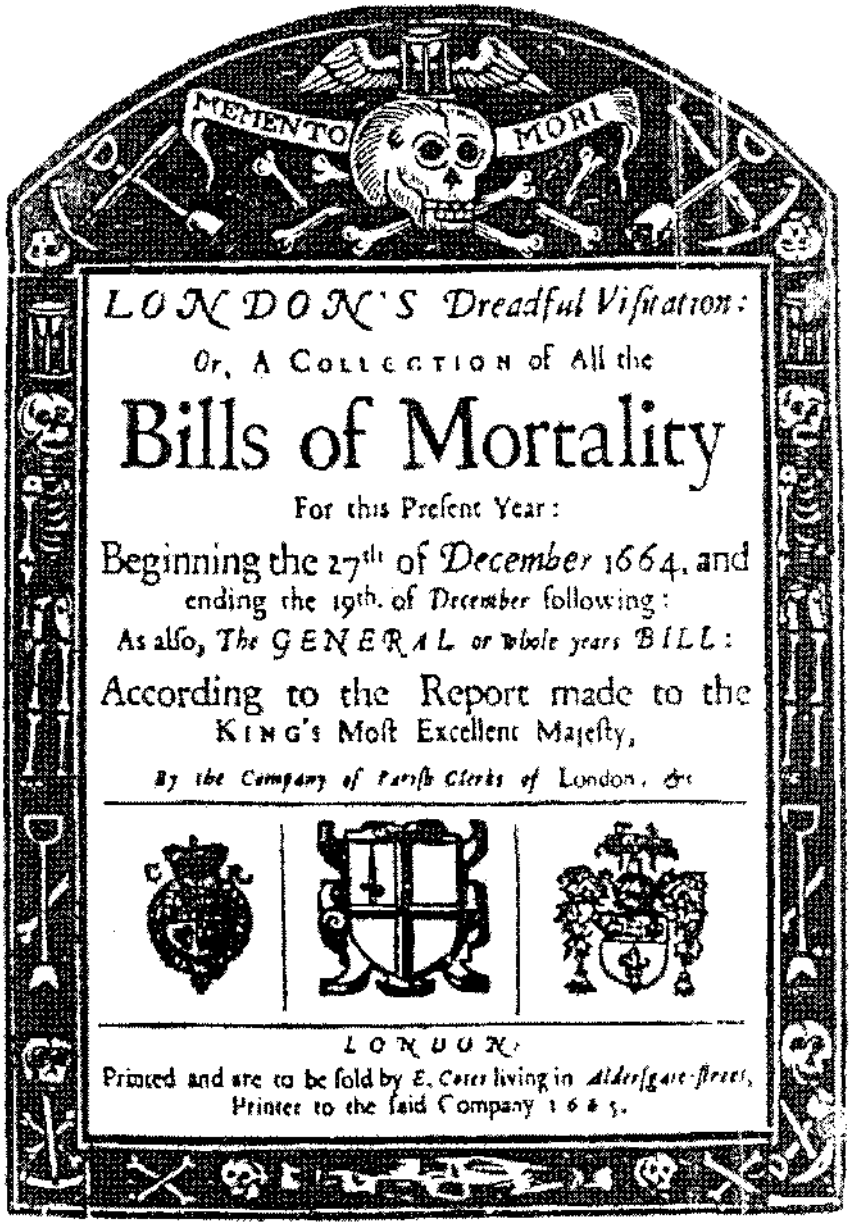
Sağlığının bozuk olmasına karşın bilimsel çalışmalara ara vermemiştir. Son bilimsel çalışması olasılıklar kuramı üzerinedir. Çok sayıda yazdığı mektuplar içinde onun ruhsal durumu ortaya çıkar. Matematik yönüyle ilgili yapıtları onu ön plana çıkarır. Bunların en önemlileri, Koniklerle İlgili Deneme, Aritmetik Üçgeninin İncelenmesi ve Geometri Anlayışı Üzerine isimli kitaplarıdır.

Hıristiyan dini, mezhepler ve sonu gelmez ağrılar içinde bir dahi maddi olarak genç yaşında yok olup gitmiştir. Fakat, bıraktığı eserlerle halen yaşamaktadır.

Olasılıklar kuramı ve olasılık çok eski çağlardan beri bilimsel olmasa bile insanların yaşamında ve zihinlerinde vardır. Örneğin, yarım, çeyrek, üçte bir ve beşte üç gibi matematiksel oranlar yaşamın birer parçası olarak hep zihilerimizi uğraştırmıştır. Bir tarladaki buğdayın yarısını biçmek ya da sürmek, ambardaki buğdayın üçte birini tüketmek gibi doğal kavramlar çok eskilerin kafasındaki olasılıklardı. Matematiğin olduğundan beri bu olasılıklar ve olması gereken olaylar Mezopotamya'da, Mısır'da, Yunanistan'da, Hindistan ve Çin'de de vardı. Rönesanstan önceki Avrupalı matematikçilerinde de bu tür olasılıklar ve kombinazon hesapları görülür. Fakat, olasılıklar kuramı Avrupa'da bilimsel olarak ilk kez Blaise Pascal (1623 - 1662) ve Pierre de Fermat (1601 - 1665) tarafından incelenmiştir. Çünkü, bu konunun temeli daha çok deneysel olaylara dayandığı için bu deney sonuçlarını matematiksel formüllere bağlamak ve incelemek bu iki matematikçi tarafından ilk kez sağlanmıştır.

On dördüncü ve on beşinci yüzyıllarda Avrupa'da görülen olasılık denemeleri yaşamın içinden geliyordu. Bunlar sayımlar, ticarette kullanılan olasılıklar, tüccarların kullandığı belli oranlardaki fireler ve yıllık gelirler biçimindeydi. 1532 yılında vebadan ölen insanların ölüm oranının belirlenmesi ilk olasılık oranı olarak tarihe geçmiştir. Bundan sonra bazı dönemlerde salgın hastalıktan ya da savaşta ne kadar insanın öldüğü ve bunların nüfusa oranı ne kadardı diye çok sayıda kayıda rastlanmıştır. Daha sonra nüfusun hangi yaşlarda ne kadar oldukları belirlenmiştir. 1604 ile 1661 yılları arasında tam 57 yıllık bir dönemi kapsayan değişik konulara ilişkin kayıtlar tutulmuştur. Bunların tümünde bir olasılık hesabı geçmiştir. Bu biçimde oranlayarak bir olasılık or-

taya çıkmıştır. Özellikle İngiltere'de değişik konularda tutulan çok sayıda kayıtlar vardır. Bu kayıtlar birer istatistik örnekleridir. Bills of Mortality isimli kayıt defteri Londra'da 1664 yılının 27 Aralık gününden 1665 yılının 19 Aralık gününe kadar olan ölümleri kayda geçirmiştir. Bu istatistik kaydı bu nedenle çok önemli bir belgedir.


MEMENTO MORI

LONDON'S Dreadful Viſitation:

Or, A COLLECTION of All the

Bills of Mortality

For this Preſent Year:

Beginning the 27th of December 1664, and ending the 19th. of December following:

As alſo, The GENERAL or Whole years BILL:

According to the Report made to the KING's Moſt Excellent Majeſty,

By the Company of Pariſh Clerks of London, &c

LONDON:

Printed and are to be ſold by E. Cotes living in Aldersgate-ſtreet, Printer to the ſaid Company 1665.

1664 ile 1665 yılları arasında Londra'da ölüm kayıtlarını gösteren yazılı belge.

İstatistik kayıtları birçok ülkede tutulmuştur. İsrail'de İmparator Augustus döneminde Romalılarla İsraillilerin nüfuslarının dengede olması için tutturduğu nüfus sayımları tarihte önemli yazılı bir istatistik kaydıdır. Bu istatistik belgeleri tüccarların da tuttuğu görülmüştür. İtalya ve Hollanda'da bulunan istatistik kayıtları ilklerden sayılır. Yaşam sigortaları kayıtları Londra'da 1668 yılından önce tutulmuştur. Londralı tüccar John Graunt (1620–1674) tarafından tutulan istatistik belgeleri matematik yönüyle ilk ve önemli bir belgedir. Onun Bill of Mortality isimli istatistik defteri çok önemli bilgiler içerir. Örneğin, yüzde kaçı hangi yaşta ölmüştür, hangi oranlarda kadın, erkek ve çocuk ölümleri olmuştur sorularına bu belgede yer verilmiştir. Örneğin yüzde 36 kadar çocuk 6 yaşına kadar gelmeden öldüğü kaydı vardır. Bu Londra Hayat Tablosunda

Yaş	Yaşayanlar
0	100
6	64
16	40
26	25
36	16
46	10
56	6
66	3
76	1

istatistik bilgisi yer almaktadır. Ayrıca bu tabloda 119 kişinin ne kadarı bilim adamı, ne kadarı tıp doktoru, ne kadarı bilim doktoru, ne kadarı soylu aileden geliyor, ne kadarı avukat, ne kadarı hizmetçi ya da köle ve ne kadarı edebiyatçı diye kayıtlar vardır.

Aslında bir dükkancı olan John Graunt, bu kayıtları bir merak olsun diye tutmuştur ama gelecek için en iyi bilgiler veren istatistik bir başvuru olmuştur.

Graun'un bu istatistik bilgisi Hollandalı Huygens'in kardeşi olan Ludwig Huygens, 1669 yılında hazırladığı kayıtlarda önder olmuştur. Ludwig'in hazırladığı tablo Graunt'tan daha geniş bilgiler ve istatistik rakamlar içerir. Zaten Pascal ve Fermat'ta Chirstiaan Huygens'in (1629 - 1669) kardeşinin hazırladığı tablo yol göstermiş ve olasılıklar kuramını kurmalarını sağlamıştır.

Olasılık kuramının ikinci bir çıkış noktası da altı yüzünde birden altıya kadar noktalar bulunan küp biçimindeki zardan doğmuştur. İlkel toplumlarda zar ile kumar oynandığı görülmüştür. Halen bu zarlarla değişik biçimlerde tavla ya da kumar oynanmaktadır. Arkeolojistlerin yaptığı kazılarda kumar ya şans oyunları için bazı halkların kemiklerden zarlar yaptıkları ve bunlarla şans oyunları oynadıkları belirlenmiştir. Eski Yunanistan'da ve Girit'te de bu tür şans oyunu için kullanılan zarlar bulunmuştur.

Diğer bir şans oyunu aracı da yazı–turası bulunan madeni paralardır. Özellikle Yunanistan'da bulunan ve oynanan şans oyunu zarlarında yüzlerdeki sayıların toplamının fazla olması halinde kazanma kumarı yaygın olmuştur.

En eski olan altı yüzlü zar kuzey Irak'ta yapılan kazılarda bulunmuştur ve bu zarlar İ. Ö. 3000 yıllarına aittir. Pişmiş topraktan yapılan bu altı yüzlü zarın yüzlerinde birden altıya kadar olan noktalar vardır. İ. Ö. 3000 yıllarında bu yörelerde rakamların yokluğundan ya da pratik olarak bu işaretlerin kullanımı kolay olduğundan yeğlemiş olabilirler. İ. Ö. 1400 yıllarına ait bulunan zarlarda da bu temel görüşler yer alır.

İnsanların bu zar oyunlarına ya da şans oyunlarına ne zaman başladıklarını belirlemek oldukça zordur. Mısır'da İ. Ö. 3500 yıllarında Tazı ve Çakal ismini verdikleri belli bir kuralla oynanan bir oyunun olduğunu Herodot yazmaktadır. Hatta bu oyunun kuralını da vermektedir. Yine İ. Ö. Lidya'da oynanan bir zar şans oyunu hakkında Herodot Tarihinde yer vardır. Ayrıca, Gerolamo Cardano (1501 - 1576) tarafından yazılan Şans Oyunları kitabında Truva'da İ. Ö. 1200 yıllarında oynanan bir oyunun kurallarını vermektedir. Bu şans oyunu Avrupa'ya 1300 yıllarında girmiş ve oynanmıştır. Bu oyunun 2500 yıllık bir geçmişi vardır.

Roma'da kültürlü ve az kültürlü halklar arasında oynanan zar oyunu İmparator Claudius (İ. Ö. 10- İ. S. 54) zamanında oynanmıştır. Hatta bu konuda yazılan kitabın ismi de Zar İle Nasıl Kazanılır biçimindedir. Zar ile oynanan şans oyununun yasal olarak oynanması İmparator Marcus Aurelius (121 - 180) zamanında olmuştur.

Romalılar, Yunanlılar ve Yahudiler tarafından oynanan bu zarlı şans oyunlarına Ortaçağ boyunca Hıristiyan Kiliseleri ve din adamları çok karşı çıkmışlardır. Hatta bugün olduğu gibi bu şans oyunlarının günah olduğu yönünde yaptıkları çağrılar olmuştur. Tüm bu karşı direnmelere insanlar uymamışlar ve bu şans oyunları devam etmiş hatta bugün devletlerin bütçelerine büyük katkıları olan oyunlar icat edilmiştir. Bu oyunlar yasal olarak oynanmaya devam etmektedir.

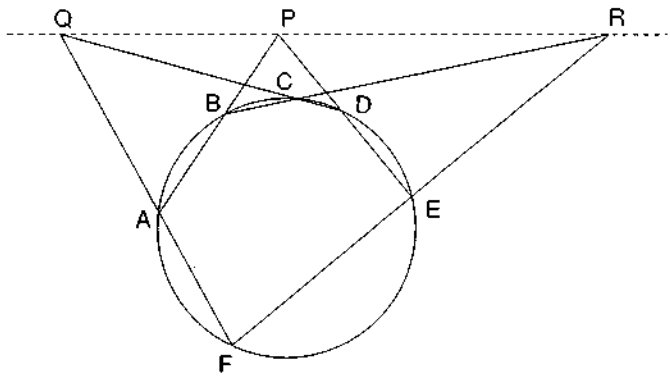
Tarihin değişik dönemlerinde ülkelerin ve halkların çoğunda bu şans oyunlarına yer verilmiştir. Bu oyunlar değişik biçimlerde halen oynanmaktadır. Bazı zamanlarda bu şans oyunları yasaklanmış ve bazı zamanlarda da yasal hale getirilerek devam ettirilmiştir.

Permütasyon ve kombinazon hesapları Avrupa'da ve bazı İslam ülkeleri matematikçilerinde görülse de, oyunlar kuramı üzerindeki ilk sayılacak şans oyunları çalışmaları Cardano (1501 - 1576) tarafından yapılmıştır. Liber de Ludo Aleae isimli kitap, Cardano tarafından 1550 yıllarında yazılmıştır. Cardano'nun bu konudaki makaleleri 1576 yılında yayınlanmıştır. Cardano'nun kendisi de kumarbazdır. Çok iyi şans oyunları bilmektedir. Bu nedenle bu oyunların kurallarını en ince noktalarına kadar o anlatmıştır. Hatta kendisi, "Kumar başında geçirdiğim zamanların onda birini bilime verseydim yapacağım çalışmalar ciltleri bulurdu" demektedir.

Cardano, döneminde çok ünlüdür. Verdiği dersler ilgiyle dinlenmiştir. Ders notları 1663 yılına kadar basılmamıştır. Bu derslerinde çok sayıda öğrencisi ve arkadaşları olmuştur. Olasılığın, olabilecek hallerin olabilecek tüm hallere bölümü biçimde tanımlamıştır. Örneğin, zarda birli gelmesi olayı bir tanedir. Zarda olabilecek olay sayısı 6 olduğu için atılan zarda birli gelmesi olasılığı 1/6 olur. Ya da birden altıya kadar işaretli bir zarda çift sayı gelmesi olasılığı 3/6=1/2 olur. Çünkü zarda bulunan 2, 4 ve 6 çift sayılarının sayısı üç ve tüm hallerin sayısı 6 olmasından çift sayıların gelmesi olasılığı 3/6 = 1/2 olur. Aynı biçimde teksayı gelme olasılığı da 1/2 kadardır.

Oyunlar ya da şans oyunları konusunda yazılı ilk kaynaklardan birisi de Fra Luca Pacioli'nin (1445 - 1514) yazdığı Summa isimli kitaptır. Oysa Fibonacci'nin (1175 - 1250) yazdığı ve daha çok doğu kökenli olan şans oyunları problemleri vardır. Bu oyunlar daha çok Arap bilmeceleri olarak batılı kaynaklara girmiştir. Cardano, doğu kökenli olan bu şans oyunlarını, Luca Pacioli'nin yapıtlarını ve Fibonacci'nin derlediklerini en iyi değerlendiren bir matematikçi olarak bilinir. Tartaglia (1500 - 1557) da şans oyunlarının kuramı üzerinde çalışmış ve yapıtlar vermiştir. Gerek Cardano ve gerekse Tartaglia'nın yapıtları en iyi bir biçimde Blaise Pascal (1623 - 1662) tarafından incelenmiştir.

Pascal, babası Etienne Pascal tarafından yetiştirilmiş üstün zekalı bir matematikçidir. Bir üçgenin iç açılarının toplamının iki dik açı olduğunu Euclides'in Elements isimli kitabını okumadan ispatlamıştı. Bu teorem Euclides'te 32. Önerme olarak geçer. Hatta Euclides'in ilk otuz iki önermesini aynı sırada daha çocuk denebilecek yaşta ispatlamıştı. Çok üstün yetenekli bir geometriciydi. Motzart da on iki yaşında senfonisini bestelemişti. Pascal ondört yaşına geldiği zaman matematikte çok ilerlemişti. On altı yaşına geldiği zaman matematikteki yeteneği iyice açığa çıkmıştı. 1640 yılında ilk makalesini yayınladığında daha henüz onyedi yaşındaydı. Bu makale matematik tarihine geçmiş bir çalışmadır. O da bir çember üzerinde çizilen altıgen ile ilgilidir. Buna çoğu kez Pascal'ın mistik altıgeni ismini vermişlerdir. Bu teorem kısaca, bir çember üzerinde çizilen altıgenin karşılıklı kenarlarının uzantıları bir doğru üzerinde kesişirler. Bu teorem genel olarak konikler için de doğrudur.



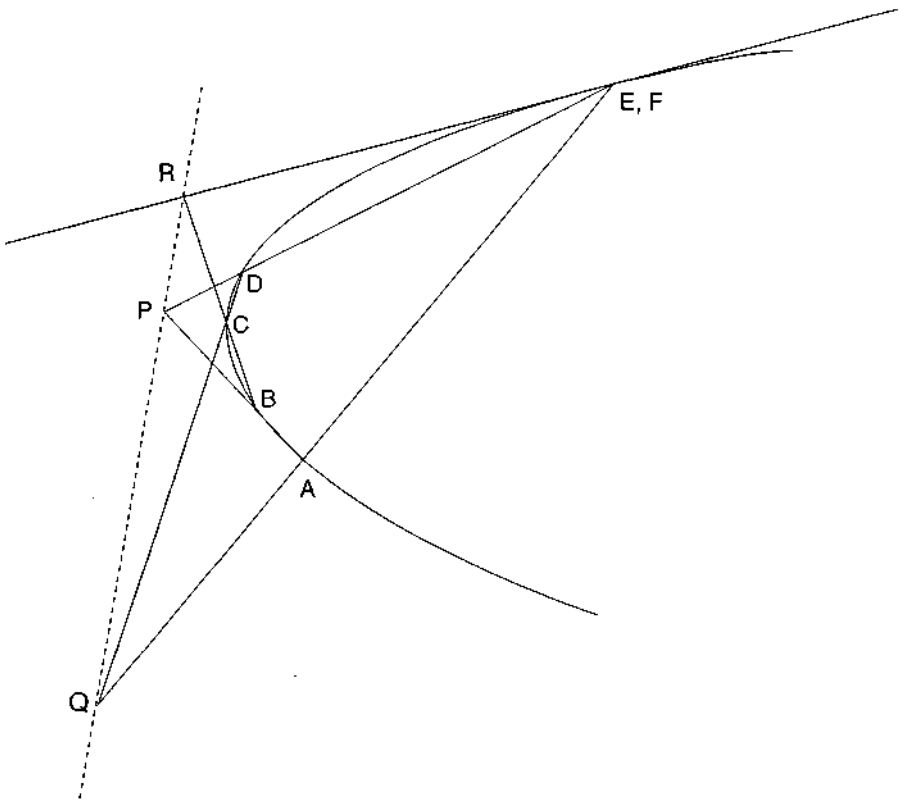
Pascal'ın altıgeni.

Çember üzerinde şekilde görüldüğü gibi köşeleri A, B, C, D, E ve F olan altıgeni çizelim. Karşılıklı olan AB ve DE kenarlarını uzatarak bunları P noktasında kesiştirelim. Benzer olarak diğer karşılıklı kenarları da uzatarak Q ve R noktalarında kesiştirelim. Bu halde Q, P ve R noktaları bir doğru üzerinde bulunur. Pascal'ın bu çiziminde çok sayıda teorem ve problem vardır. Essay pour les coniques isimli bir makaleden Pascal dört yüze yakın önerme elde etmiştir. Fakat onun bu çalışmaları hiç bir zaman yayınlanmamıştır.

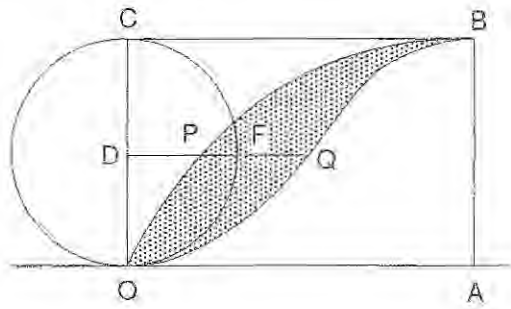
Pascal, aynı altıgeni konikler için de yapmıştır. Burada birbirine paralel olan doğruların sonsuzdaki noktada kesiştiğini kabul etme kolaylık sağlar.

Konik üzerinde örneğin parabol üzerinde şekilde olduğu gibi A, B, C, D, E ve F noktalarını alalım. Burada karşılıklı kenarlar uzatılırsa bu durumda Q, P ve R noktaları yine bir doğru üzerinde bulunur. Bu teoremlerin ispatlarının teknik yönüne girilmesine gerek yoktur.

Elips ve hiperbol için yine aynı altıgen çizilir ve karşılıklı kenarlar uzatılırsa bu halde de bu kenarların kesim noktaları bir doğru üzerinde bulunur.



Pascal'ın babası bir yargıçtı. Devlet işlerinde görülen matematiksel işlemleri eve getirir ve oğlu Pascal'a bunları yapması için verirdi. İşlerin çok uzadığını gören Pascal hemen, Napier'in kullandığı kemik çubuklardan esinlenerek hesap makinesi yaptı. Bu makine toplama ve çarpmayı oldukça hızlı yapıyordu. Pascal tam on yıl çalışarak bu hesap makinesinin elli tane değişik modelini yaptı. 1652 yılında yaptığı bu makine ona hem ün getirdi hem de para kazandırdı. Üstelik, onun bu hesap makinesi gelecekte matematikçilere hesap makineleri yapmaları düşüncesini getirdi.



Şekilde görüldüğü gibi sikloit tarafından oluşturulan taralı alanın bulunmasını Roberval (1602 - 1675) ortaya atmıştı. OC = 2a olan çemberinin yuvarlanması ile O noktasının çizdiği yay ile yarım çemberin çizdiği yay arasında kalan alan bulunacaktır. İşin fazla teknik yönüne girmeden bu alanın

$$OABP = OPBQ + OABQ = \pi a^2 + \frac{1}{2}\pi a^2 = \frac{3}{2}\pi a^2$$

olduğu hesaplanmıştır. Pascal bundan sonra sikloit üzerine çalışmış ve bu eğrinin çok sayıda ilginç özelliklerini bulmuştur. Bu eğri daha sonra gelen matematikçilerinin de dikkatini çekmiştir. Bu matematikçiler arasında Newton, Leibniz, Bernoulliler ve Euler gelir.

Pascal'ın olasılıklar kuramına yönelmesine Chevalier de Mere isimli dilci önder olmuştur. Bu dilci kağıtlar ve zarlar üzerine oldukça bilgileri olan birisidir. Düzgün altı yüzlü küpün yüzeylerinde birden altıya kadar olan noktalar vardır. Zarın bir kez atılmasında altılı gelme olasılığı 1/6 olduğunu söyler. Buna göre altı sayısının gelmeme olasılığı 5/6 olur.

Eğer bir zar iki kez atılırsa olabilecek haller 6.6=36 tanedir ve 6 sayısının gelmemesi halleri de 5.5 = 25 tanedir. Buna göre iki atışta 6 gelmeme olasılığı $25/36 = (5/6)^2$ olur. Bu biçimde düşünceye devam edilirse zarın n kez atılmasıyla 6 sayısının gelmeme olasılığı $(5/6)^n$ olur. Böylece işi tersine çevirirsek altının en az bir kere gelmesi olasılığı

$$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$$

olur. Tutturma şansının daha fazla olması için

$$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n > \frac{1}{2}$$

olmalıdır. Örneğin n=4 ise

$$1-\left(\frac{5}{6}\right)^4 = 1-\frac{625}{1296} = \frac{671}{1296}$$

olur ve bu oran 1/2 sayısından büyüktür.

Eğer iki zar birlikte atılırsa ve (a,b) ikilisi bu iki zarda gelebilecek sayıları gösterirse altı–altı biçimindeki tablo

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

biçiminde yapılır.

Burada zarın birisinin kırmızı ve diğerinin de yeşil olduğu düşünülürse farklı değerlerden ikişer tane vardır. Örneğin (1,2) ikilisinde bir rakamı kırmızıdan ve 2 rakamı da yeşil zardan, (2,1) ikilisi için 2 rakamı kırmızı zardan ve 1 rakamı da yeşil zardan gelebilir. Buna göre iki zardan gelebilecek haller 36 tane olur. Mere bu olaya dikkat etmiş ve açıklamayı bu biçimde yapmıştır.

Pascal, iki zarın beraber atılması halinde n kez deneme sonucunda yani n = 24 ve 25 hallerinde iki tane altının gelmesi olasılığını

$$1-\left(\frac{35}{36}\right)^n$$

formülünden

$$1-\left(\frac{35}{36}\right)^{24}=0.4914 \quad \text{ve} \quad 1-\left(\frac{35}{36}\right)^{25}=0.5055$$

yazılır. Öyleyse en az 25 deneme yapılırsa iki tane 6 sayısının 1/2 kadar gelme olasılığı vardır.

Bugün aritmetik üçgeni genel olarak Pascal üçgeni biçiminde söylenir. Bu üçgen $(x + y)^n$ biçimindeki binom açılımına dayanır. $n = 5$ sayısına kadar olan bu binom açılımının katsayıları

$(a + y)^0$	1
$(a + y)^1$	1 1
$(a + y)^2$	1 2 1
$(a + y)^3$	1 3 3 1
$(a + y)^4$	1 4 6 4 1
$(a + y)^5$	1 5 10 10 5 1

olarak yazılır. $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ özdeşliği Euclides'in II. kitabında vardır. En eski Çin kaynakları Chia Hsien'in çalışmalarında 1050 yıllarında görülür. Chu Shih-Chien'in matematik kitabındaki Pascal üçgeninin tarihi 1303 yılına aittir. Ömer Hayyam'a ait çalışmalar 1050 ile 1130 yılları arasına rastlar. Nasirettin el Tusi'nin Pascal üçgeni üzerindeki çalışmaları 1200 ile 1275 yılları arasında düşer.

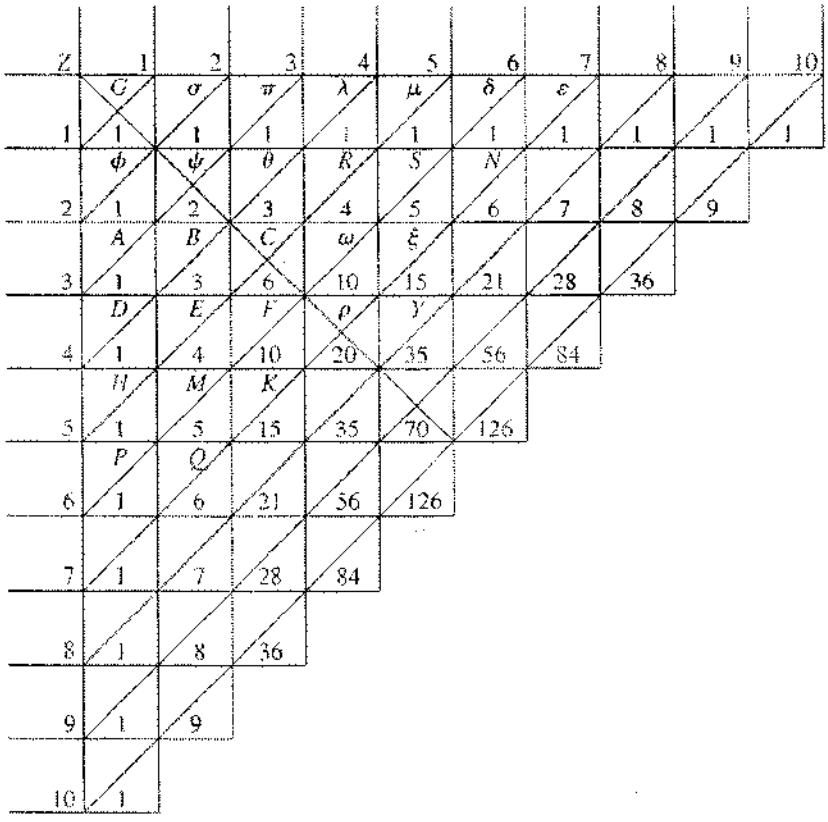
Pascal üçgeninin Avrupa'daki yazılı hali Peter Apianus'da (1495 - 1552) görülür. Pascal üçgeninin diğer bir yazarı da Avrupa'da Michael'de (1486 - 1567) olarak geçer. Stifel'in Pascal üçgeni tablosu

1				
2				
3	3			
4	6			
5	10	10		
6	15	20		
7	21	35	35	
8	28	56	70	
9	36	84	126	126
10	45	120	210	252

biçimindedir. Bu çalışmalardan sonra Pascal üçgeni üzerinde bir dizi çalışmalar Avrupa'da devam etmiş ve Pascal'a kadar gelmiştir.

Pascal üçgeninin Cardano, Tartaglia ve Fermat da kullanmıştır. Hatta bu üçgeni oyunlar kuramında kullanmışlardır.

Pascal'ın Aritmetik üçgeni aşağıda olduğu gibidir.



Pascal'ın aritmetik üçgeni.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
. . .

Bugün kullanılan Pascal üçgeni.

Bugünkü Pascal üçgeni ile Pascal'ın kullandığı üçgen arasında kırk beş derecelik bir dönme vardır. Pascal'ın kendisini bu üçgeni kullanmıştır. Fakat hiçbir zaman bu üçgenin kendisinin olduğunu söylememiştir. Çünkü bu üçgenin kendisinden önce Çinlilerin, İslam ülkeleri matematikçilerinin ve bazı Avrupalı matematikçilerin çalışmaları vardır. Pascal üçgeninde beşinci satırdan sonra

$$1,\quad 1+5=6,\quad 5+10=15,\quad 10+10=20,\quad 10+5=15\quad 5+1=6,\quad 1$$

katsayıları gelecektir. Buna göre $(x+y)^6$ biçimindeki binom açılımı

$$(x+y)^6 = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6$$

olacaktır.

Pascal $\binom{n}{r}$ gösterimini kullanmamıştır. Bu kombinazon işaretine göre binom açılımı

$$(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}xy^{n-1} + \binom{n}{n}y^n$$

biçiminde yazılır. $\binom{n}{r}$ gösterimini $\left[\begin{matrix} n \\ r \end{matrix}\right]$ biçiminde ilk kez Euler 1781 yılında çalışmalarında yazmış ve 1806 yılına kadar onun bu çalışması yayınlanmamıştır. $\binom{n}{r}$ gösterimi 1778 yılında kulanılmıştır. 1827 yılından sonra da yaygınlık kazanmıştır. $\binom{n}{r}$ gösteriminin en önemli bağıntılarından birisi

$$\binom{n}{r-1} + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r}$$

eşitliğidir. $1 \le r \le n$ olmak üzere $\binom{n}{r}$ gösterimi

$$\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{1.2.3\ldots r}$$

olarak tanımlıdır. Yerden kazanmak ya da kolaylık sağlaması yönünden $1 \le r \le n-1$ koşullarında

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

olarak yazılır. $0! = 1$ olarak alınır.

$r = 0$ ve $r = n$ için sırasıyla

$$\binom{n}{0} = 1 = \frac{n!}{0!(n-0)!} \quad \text{ve} \quad \binom{n}{n} = 1 = \frac{n!}{r!(n-n)!}$$

oldukları kolayca görülür. $n!$ gösterimi faktöriyel olarak isimlendirilir. n faktöriyel söylemi ilk kez 1808 yılında Christian Kramp tarafından kullanılmıştır. On dokuzuncu yüzyılda başka gösterimler de faktöriyel yerine kullanılmıştır ama bunlar tutunamayarak yok olmuşlardır.

Pascal, binom açılımındaki katsayıların tam on dokuz tane özelliğini bulmuştur. Bunlardan bazıları şunlardır. Yani,

$$\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r-1} + \binom{n-2}{r-1} + \binom{n-3}{r-1} + \ldots + \binom{r-1}{r-1}$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n}$$

ve

$$\frac{\binom{n}{r+1}}{\binom{n}{r}} = \frac{n-r}{r+1}$$

olurlar.

Pascal, bu modern gösterimleri kullanmamıştır ama yazdığı şeyler bu bağıntılardır. Pascal'ın bu buluşlarından sonra $r = 0, 1, 2, \ldots, k$ değerleri için

$$\frac{\binom{k}{r}}{\binom{k}{r+1}} = \frac{r+1}{k-r} \quad \text{ve} \quad \frac{\binom{k+1}{r}}{\binom{k+1}{r+1}} = \frac{r+1}{(k+1)-r}$$

bağıntıları yazılır. Ayrıca,

$$\binom{2n}{n} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{n!} 2^n$$

$$\binom{4n}{2n} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (4n-1)}{[1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)]^2} \binom{2n}{n}$$

$$\binom{n}{1} + 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} + \cdots + n\binom{n}{n} = n2^{n-1}$$

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \cdots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0$$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \binom{n}{6} + \cdots$$

$$= \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \cdots = 2^{n-1}$$

ve

$$\binom{n}{0} - \frac{1}{2}\binom{n}{1} + \frac{1}{3}\binom{n}{2} - \cdots + \frac{(-1)^n}{n+1}\binom{n}{n} = \frac{1}{n+1}$$

bağıntıları yazılabilir.

Pascal'ın Aritmetik Üçgenine benzer olarak Leibniz'in harmonik üçgeni

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & & & & & \\
 & & & & \frac{1}{3} & & \frac{1}{6} & & \frac{1}{3} & & & & \\
 & & & \frac{1}{4} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{4} & & & \\
 & & \frac{1}{5} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{5} & & \\
 & \frac{1}{6} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{6} &
\end{array}$$

biçimindedir.

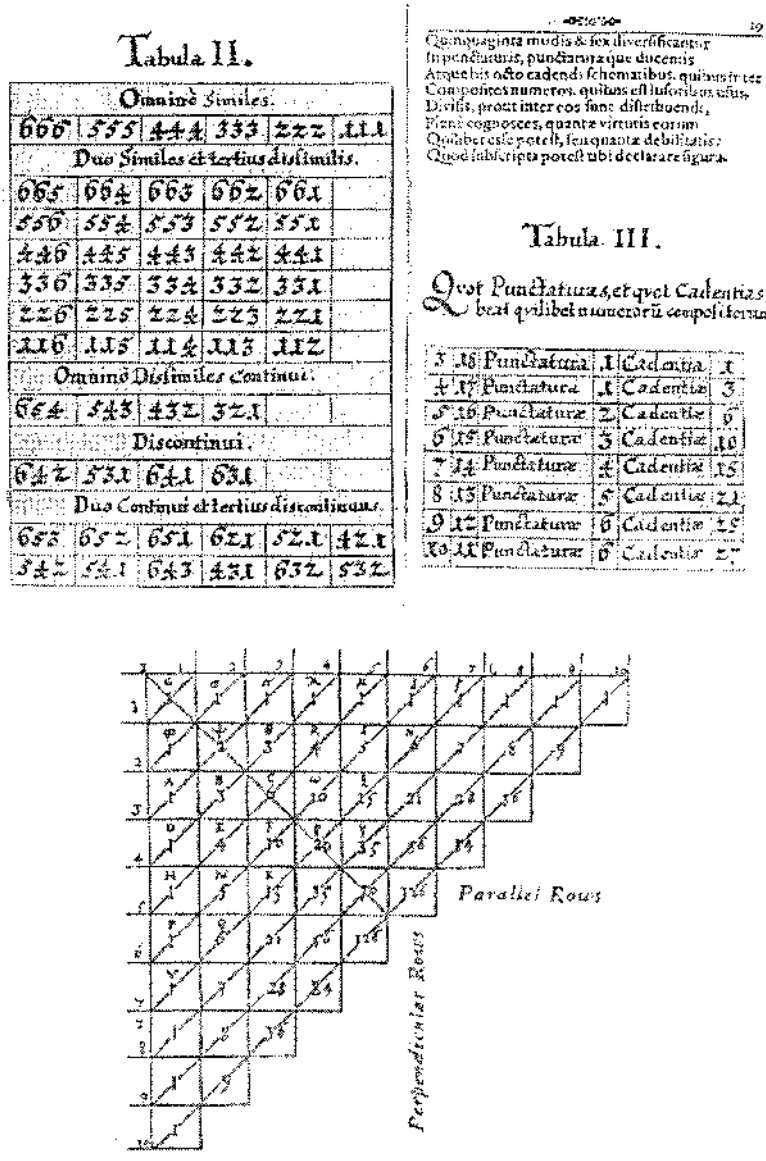
Pascal'ın kullandığı temel formüllerden birisi

$$\binom{n}{k} = \sum_{j=k-1}^{n-1} \binom{j}{k-1}$$

ve diğeri de

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

biçimindedir.



Tabula II.

Omninò Similes.					
666	555	444	333	222	111
Duo Similes & tertius dissimilis.					
665	664	663	662	661	
556	554	553	552	551	
446	445	443	442	441	
336	335	334	332	331	
226	225	224	223	221	
116	115	114	113	112	
Omninò Dissimiles Continui.					
654	543	432	321		
Discontinui.					
642	531	641	631		
Duo Continui & tertius discontinuus.					
653	652	651	621	521	421
342	541	643	431	632	532

Tabula III.

Quot Punctaturas, et quot Cadentias habeat quilibet numerorū compositorum.

3	18	Punctatura	1	Cadentia	1
4	17	Punctaturæ	1	Cadentiæ	3
5	16	Punctaturæ	2	Cadentiæ	6
6	15	Punctaturæ	3	Cadentiæ	10
7	14	Punctaturæ	4	Cadentiæ	15
8	13	Punctaturæ	5	Cadentiæ	21
9	12	Punctaturæ	6	Cadentiæ	28
10	11	Punctaturæ	6	Cadentiæ	27

Pascal'ın orijinal çalışmalarından bazı sayfalar bu biçimlerdedir.

ANGELİ (1623 - 1697)

Stefano Degli Angeli 21 Eylül 1623 günü İtalya'da Venedik'te doğdu. Kendisi iyi bir matematikçi ve doktor olarak bilinir. Yirmi bir yaşına kadar iyi bir öğrenim gördü ve yirmi bir yaşında Ferrara'da edebiyat, felsefe ve Tanrıbilim okudu. Ferrara'da üç yıl kaldı. Tıp doktoru olmadan önce sağlığı bozuldu. Çünkü bulunduğu kentin iklimi çok kötüydü. Buradan Bologna'ya geçti. Bologna'da matematikle çok ilgilendi, iyi bir matematikçi ve aynı zamanda Tanrıbilimci oldu. Bologna Üniversitesi'nde matematikçi Bonaventura Cavalieri'den dersler aldı. Cavalieri, Angeli'deki matematik yeteneğini hemen gördü ve onu araştırmalara yöneltti.

Yaşamı boyunca sağlıksız ve hasta olan Angeli, Cavalieri'nin desteğiyle 1647 yılında ilk çalışması olan kitabını yayınladı. Cavalieri'nin 1647 yılında ölümünden sonra onun yerine Bologna Üniversitesi'nde matematik profesörlüğü önerildi. Bu unvanı almadan çekindi ve Roma Üniversitesi'ne geçti. Roma'da yoğun bir matematik çalışmasına girdi. Aynı zamanda bazı dinle ilgili görevler de yapıyordu.

1652 yıllarında Venedik'te Gesuati manastırının baş rahipliğine atandı. 1668 yılında IX. Papaz Clement unvanını aldı. 2 Ocak 1663 günü Venedik Hükümeti ona Paduva Üniversitesi'nde matematik profesörlüğü vermişti. Bu kürsü ancak Galili Galileo'ya verilmişti. Bu kürsü Angeli için büyük bir onur oldu ve ölünceye kadar bu unvanla bu kürsüde kaldı. Matematikçi Jacopo Riccati, Angeli'nin yetiştirdiği en iyi öğrencilerinden birisiydi.

Angeli'nin matematik çalışmaları daha çok sonsuz küçükler hesabı üzerinedir. İtalya'da sonsuz küçükler hesabını Cavalieri ve Evangelista Toriçelli geliştirmişti. Bu sonsuz küçükler hesaplarını geometrik şekillerin alanlarını, hacimlerini ve ağırlık merkezlerini bulmada kullanıyorlardı. Fakat integral hesap henüz tam olarak bulunmamıştı.

Angeli'nin sonsuz küçükler üzerine yaptığı çalışmaları on yedinci yüzyılda çok yankı yarattı. Bu çalışmalar Paul Guldin ve Ardreas Tacquet tarafından desteklendi, şiddetle savunuldu ama eskilerin yaptığı sonsuz küçükler hesaplarında olduğu gibi bu hesaplamalar fazla inandırıcı olamadı. Oldukça zayıf yanları vardı. Angeli'nin 1654 yılında parabolün sınırladığı alanın hesabı üzerine yaptığı çalışması fazla inandırıcı bulunmadı. Çünkü, bu çalışmadaki sonsuz küçükler hesabı, Cavalieri'nin yöntemlerine süreklilik nedeniyle ters düşüyordu.

Angeli'nin 1660 yılında Archimedes yayının sınırladığı alan üzerine yaptığı çalışması daha doyurucu bulundu. 1661 yılında ağırlık merkezinin bulunması konusunda yaptığı çalışma daha çok Toriçelli'nin yaptığı ve yayınladığı çalışma paralelindeydi.

Angeli'nin sonsuz küçükler hesabı en fazla Galile'nin izlediği yöntemler yönündeydi.

Galile'nin, Descartes'ın ve diğerlerinin hiç birisinin yöntemi Newton'un ve Leibniz'in sonsuz küçükler hesabına yetişemeyecektir.

Angeli'nin bundan sonraki dört yayını daha çok Galile'nin çalışmalarını yansıtır. Ptolemik ve Kopernik sistemleri üzerine olan çalışması da eleştirilmiştir. Angeli, Ptolemy, gibi Yer'in hareketsiz olduğunu ileri sürüyordu. Hesaplamaları da bu varsayıma göreydi. Buna bağlı olarak eleştiriler fazlaydı. Kabul etmeyenler de vardı.

Angeli'nin serbest düşen cisimler üzerine yaptığı çalışması doğruydu. Akışkanlar üzerine yaptığı çalışmaları daha çok Archimedes paralinde ve değerliydi. Bu çalışma daha çok deneysel karakterliydi. Akışkanlar statiğinde Archimedes ve Toriçelli'nin deney ilkelerini kullanmıştı. Galile'nin mekaniğini ve deney yöntemini fiziksel çalışmalarında kullanıyordu.

Angeli'nin yaptığı çalışmaların tümü halen Paduva Üniversitesi kütüphanesinde koruma altındadır. 1654, 1658, 1659, 1660, 1661, 1662, 1663 ve 1667 yıllarında yaptığı çalışmaları Venedik'te basılmıştır. 1667, 1668, 1669 ve 1671 ile 1672 yıllarında yaptığı çalışmaları da Paduva Üniversitesi'nce basılmıştır. Bu yıllarda yaptığı yayın sayısı yirmiye yakındır. Çok sayıda matematik tarihlerinde ismi geçmiştir. Hakkında çok sayıda yazılar yazılan Angeli, 11 Ekim 1697 günü Venedik'te ölmüştür.

MENGOLİ (1625 - 1686)

Pietro Mengoli 1625 yılında İtalya'da Bologna'da doğmuş bir matematikçidir. Mengoli sözcüğü 1648 ile 1686 yılları arasında Bologna Üniversitesi'ne kayıt yaptıranlara verilen bir isimdir.

Mengoli, Cavalieri ile çalışmış, matematik kürsüsü elde etmiş, 1650 yılında felsefe üzerinde doktorasını tamamlamıştır. 1653 yılında kilise ve sivil yasalar üzerine ikinci doktorasını almıştır. Bu görevlerin dışında 1660 yılından 1686 yılına kadar Bologna'da Santa Maria Maddolena'nın papazlığını yapmıştır.

Mengoli'nin matematiğinde körü körüne bir tutuculuk vardır. Toriçelli'nin çalışmalarını uygun görmemiş, kendi çalışmalarını da anlaşılmaz bir Latince ile yazmış ve okunması büyük güçlükler çıkarmıştır. Buna karşın kitapları on yedinci yüzyılda çok yayılmıştır. Hatta, Mengoli'nin kitapları Collins, Wallis ve Leibniz tarafından okunmuş ve hemen ardından unutulmuştur. Kısa bir süre okunan kitaplarda bilim tarihinin yanısıra Cavalieri'nin bölünmezler ilkesi ile Newton'un ve Leibniz'in sonsuz küçükler arasında orta bir yolla geçişi sağlamıştır. Bu konudaki Aritmetik kitabı 1650 yılında Bologna'da basılmıştır. Mengoli, Cataldi'nin sonsuz işlemleri üzerine çalışmıştır. Eneström (1912)

ve Vacca'nın (1915) belirttiği gibi, önce geometrik olmayan serilerin toplamını hesaplamıştır. Toplamı herhangi bir sayıdan büyük olan serinin genel teriminin sıfıra yaklaşmasıyla serinin varlığını, bugünkü dille yakınsak olduğunu göstermiştir. Örneğin,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

biçimindeki harmonik serisinin ıraksak olduğunu göstermiştir. Bu serinin ıraksak olduğunu Jacob Bernoulli kırk yıl sonra göstermiştir. Bu seri on dördüncü yüzyılda Oresme tarafından biliniyordu. Mengoli, tümdengelimle, aritmetik dizi oluşturan sayıların terslerinin toplamının ıraksak olduğu sonucuna vardı.

Mengoli, üçgensel sayılar olan 3, 6, 10, ... , $n(n+1)/2$,... dizisinin terimlerinin terslerinin toplamından oluşan

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots \frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}} + \dots$$

serisinin yakınsak ve toplamının 1 olduğunu göstermiştir. Çünkü serinin ilk n tane teriminin toplamı $n/(n+2)$ olduğundan $n \to \infty$ giderse toplamı 1 olarak bulunur. Yani n yeteri kadar büyük seçilirse toplam verilen herhangi bir sayıdan küçük yapılabilir.

Mengoli, $n(n+r)$ türündeki sayıların terslerinin toplamından oluşan

$$\sum_{n} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{r}\right)$$

serisinin de yakınsak olduğunu gösterdi. Ayrıca, katı sayıların terslerinden oluşan seriyi

$$\sum_{n} \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{4}$$

olarak hesaplamıştı.

Mengoli'nin Geometrinin Elemanları isimli kitabı 1659 yılında yayınlanmıştır. Mengoli bu kitabında on dokuzuncu yüzyıldaki matematikçilerinin kullandığı limit ve belirli integral kavramlarını mantıksal bir düzenlemeyle kurmaya çalışmıştır. Bu yöntem daha çok Archimedes tarafından kullanılmıştı. Yani integral, toplamların limiti olarak alınabilir. Mengoli toplamları bularak, ya da bu toplamın verilen bir sayıdan küçük olduğunu göstererek serinin yakınsadığını göstermeye çalışıyordu. Fakat, Mengoli de

diğerleri gibi integralin temel teoremini, limit hesaplamalarını ve integral alma kurallarını geliştiremediği için İngilizlerin ve dünyanın en büyük matematikçisi Newton'u bekleyecektir.

Mengoli, Archimedes, Kepler, Valerio ve Cavalieri gibi sezgisel düşünerek düzlemsel bir şeklin belli pozitif olan bir alanı olmalıydı. İşe zaten bu sezgisel düşünceyle başladı. Sürekli olan f(x) fonksiyonunun altındaki alanı kareler ya da dikdörtgenlere bö-lüyordu. Böylece bu alanların içten ve dıştan toplamlarını bugünkü modern dille

$$s_n = \sum_{i=1}^{n} l_i(x_{i+1} - x_i),$$

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} L_i(x_{i+1} - x_i),$$

$$D_n = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

ve

$$D'_n = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i+1})(x_{i+1} - x_i)$$

olarak yazıyordu. Burada l_i ve L_i sayıları f(x) fonksiyonunun (x_i, x_{i+1}) aralığında sırasıyla minimum ve maksimum değerleridir. Böylece $n \to \infty$ giderse s_n ile S_n aynı limite yaklaşırken D_n ve D'_n dizileri aynı limit olan alana yaklaşacaklardır. Bu limit olan alan her zaman s_n ile S_n sayıları arasında olacak, sonunda bu eğri altındaki alanı verecektir.

Mengoli'nin düşüncesi Eudoxus'un tüketme yönteminden ve Archimedes'in hesaplamalarından başka birşey değildi. Tüm bunlara karşın Archimedes'i hatırlatması yönüyle büyük bir görev yapmıştı.

Mengoli bu yöntemi kullanarak üsleri pozitif olan sayılar için $Z^s(a, x)^r dx$ biçimindeki ikili diferensiyeli integrallemede kullandı. Wallis'ten önce Mengoli bu integrali hesapladı. Bu hesaplamayı yayınlamadan önce bölünebilmeyi kullanarak başka bir yöntemle daha bu sonucu değerlendirmeliyim diye düşündü. Logaritma kuramının aritmetik özelliklerini kullanarak Euclides'in V. kitabında olduğu gibi logaritma serisindeki çalışmasıyla sonuca vardı. Bu sonucu N. Mercator'dan tam on üç yıl önce bulmuştu.

Mengoli, 1672 yılında

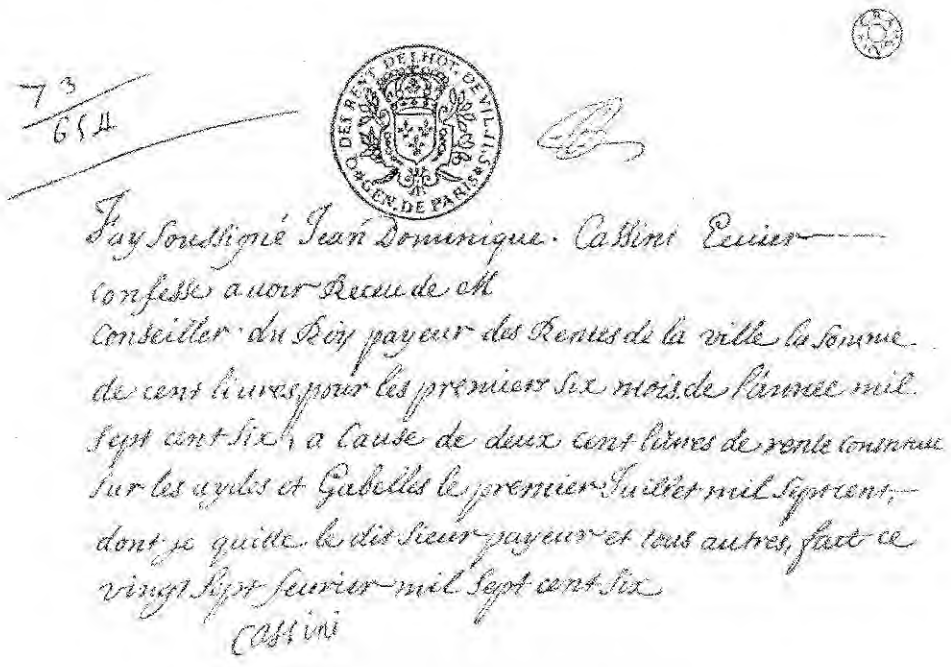
$$\int_0^1 x^{m/2}(1-x)^{n/2}\,dx$$

integralini π/2 olarak hesapladı. Bu sonucu sonsuz çarpım olarak Wallis de hesaplamıştı.

Mengoli, temel olan bir çalışma daha yayınladı. Gökbilimi ile de ilgilendi. Kendi diliyle kısa bir müzik kitabı yazmış ve bunu 1670 yılında yayınlamıştır. Mengoli 1686 yılında İtalya'da Bologna'da ölmüştür.

CASSİNİ (1625 - 1712)

Matematikte, Cassini ailesinin çok önemli yeri vardır. Bu aile matematik ve gökbiliminde dört tane büyük bilgin yetiştirmiştir. Gökbiliminde en büyük çalışmaları yapan Giovanni Domenico Cassini 8 Haziran 1625 günü İtalya'da Perinaldo'da doğmuş ve 14 Eylül 1712 günü Paris'te ölmüştür.


Jay Soussigné Jean Dominique Cassini Ecuier
confesse avoir Reçu de M
Conseiller du Roy payeur des Rentes de la ville la Somme
de cent livres pour les premier six mois de l'année mil
Sept cent six, a Cause de deux cent livres de rente constituée
sur les aydes et Gabelles le premier Juillet mil Sept cent
dont je quitte le dit Sieur payeur et tous autres, fait ce
vingt Sept Janvier mil Sept cent six
Cassini

Giovanni Domenica Cassini'nin kendi elyazması.

Giovanni, 1650 yıllarında Bologna Üniversitesi'nde gökbilimi profesörlüğü yapmıştır. Fransa kıralı XIV. Louis onun Fransa'ya gönderilmesini istemiş ve 1669 yılında Fransa'ya gelmiştir. Giovanni bunun ardından 1671 yılında Fransa kıralının ilk saray gökbilimcisi olmuştur. Çok sayıda gökbilimi çalışması vardır.

Giovanni, Fransız vatandaşlığına geçmiş ve orada yaşarken oğlu Jacques Cassini doğmuştur. 18 Şubat 1677 günü Paris'te doğan Jacques, 16 Nisan 1756 günü Fransa'da Thury'de ölmüştür. Fransa'da doğduğu için İtalyan vatandaşı olmadan vazgeçmiş ve Fransız vatandaşı olmuştur. Jacques, Giovanni'nin ikinci oğludur. Babasından sonra 1712 yılında Fransa kıralı kıraliyet gökbilimcisi olmuştur. Babası gibi gökbilimi üzerine çok sayıda eser yazmıştır.

Jacques'in oğlu olan Cesar François Cassini de Thury, 17 Haziran 1714 günü Paris'te doğmuş ve 4 Eylül 1784 günü Paris'te ölmüştür. Babası 1756 yılında ölünce onun yerine Fransa kırallığı saray gökbilimciliğine atanmıştır. O da ölünce onun yerine Jacques Dominique Cassini de Thury atanmıştır. Jacques Dominique, 30 Haziran 1748 günü Paris'te doğmuş ve 18 Ekim 1845 günü Thury'de ölmüştür. ssini ailesinin her bir üyesi matematiğe ve gökbilimine çok sayıda yeni çalışmalar vermiş değerli birer kimselerdi.

CEVA KARDEŞLER (1647 - 1737)

On sekizinci ve on dokuzuncu yüzyılda İtalya'da çok değerli matematikçiler yetişmiştir. Bu matematikçiler, bu konudaki ivmelerini onlardan daha önce gelen matematikçilerden almışlardır. On yedinc yüzyılın ortalarında toplu olarak matematik çalışmış ve ünlü olmuş aileler ve kardeşler vardır. Bunlar Ceva Kardeşler, Manfredi Kardeşler ve Riccati ailesidir.

Giovanni Ceva 1647 yılının Aralık ayında İtalya'da Mantua'da doğmuştur. 13 Mayıs 1736 yılında yine İtalya'da ölmüştür. Tommaso Ceva 20 Aralık 1648 günü İtalya'da Milan'da doğmuş ve 3 Şubat 1737 günü yine doğduğu yerde ölmüştür. Ceva kardeşlerin her ikisi de geometri ve fizik üzerine çalışmalar yapmış matematikçilerdir. Tommaso Ceva, Milan'da bir Yahudi kolejinde matematik öğretmenliği yapmıştır. Burada Mantua Dükü'nün hizmetinde bulunmuş biridir. Tommaso, sikloit ve bir açının mekanik yolla üç eşit parçaya bölünmesini Acta Eruditorum isimli dergide 1695 yılında yayınladı. Genel matematik üzerine olan kitabı Opuscula Mathematica ismi altında 1699 yılında Milanda yayınlandı. O bu eserinde, açıortayının bulunmasına yarayan bir aracı tanıttı. Ayrıca, Descartes'ın sistemi üzerine Latince bir şiir yazdı.

Mantua arşidük dairesinde çalışan Giovanni, çok üretken ve özgün yapıtlar veren bir matematikçiydi. Birbirini kesen doğrular ve kesişen doğrular üzerine kitapları vardır. Onun en ünlü teoremi kendi ismiyle bilinir. ABC üçgeninin düzlemi üzerindeki bir O noktasını üçgenin köşelerine birleştiren doğrular karşı kenarları X, Y ve Z noktalarında kessin. Buna göre yön gözetilirse,

$$\frac{XB}{XC} \cdot \frac{YC}{YA} \cdot \frac{ZA}{ZB} = -1$$

olur. Bu teoremin karşıtı da doğrudur. Yani, bir ABC üçgenin BC, CA ve AB kenarları üzerinde

$$\frac{XB}{XC} \cdot \frac{YC}{YA} \cdot \frac{ZA}{ZB} = -1$$

bağıntısını sağlayan sırasıyla X, Y ve Z noktaları varsa, AX, BY ve CZ doğruları aynı bir noktadan geçerler.

Ceva'nın bu teoremi 1678 yılında İtalya'da Milan'da yayınlanmıştır. Bu teorem on sekizinci yüzyılda genelleştirilerek 1710 ve 1711 yıllarında Mantua'da yayınlanmıştır.

Şimdi bir de 100 yıllarında yaşayan Menelaus'un teoremlerine bakalım. Bir ABC üçgeninin BC, AC ve AB kenarlarını herhangi bir doğru sırasıyla X, Y ve Z noktalarında kessin. Bu halde

$$\frac{XB}{XC} \cdot \frac{YC}{YA} \cdot \frac{ZA}{ZB} = 1$$

olur. Bu teoremin tersi de doğrudur. Yani, bir ABC üçgenin BC, AC ve AB kenarları üzerinde sırasıyla X, Y ve Z noktaları verilsin. Eğer

$$\frac{XB}{XC} \cdot \frac{YC}{YA} \cdot \frac{ZA}{ZB} = 1$$

ise, X, Y ve Z noktaları aynı bir doğru üzerindedir. Bu teorem çokgenler için de genelleştirilmiştir. Hatta küresel üçgen ve çokgenler için de ifadeleri yazılmıştır.

Dikkat edilirse Menelaus ile Ceva arasında bin altı yüz yıl fark olmasına karşın teoremlerin matematik değerleri aynıdır. Bu nedenle, Menelaus'un ne kadar değerli bir geometrici olduğu ortaya çıkar.

SACCHERİ (1667 - 1733)

Girolamo (Giovanni) Saccheri 5 Eylül 1667 günü İtalya'da Roma'da doğmuş bir matematikçidir. Saccheri, isim benzerliği yüzünden Dominikli olan Roma kütüphanecisi Saccheri (1821–1894) ile karıştırılır. Buradaki Saccheri 1685 yılında Genova'da Yahudi

okuluna girdi. İki yıl sonra Yahudi Kolejinde dersler vermeye başladı ve bu görevini 1690 yılına kadar sürdürdü. Milan'a gönderildi ve buradaki Breva Yahudi kölejinde felsefe ve Tanrıbilim okudu. 1694 yılı Mart ayında Como'ya papaz olarak atandı. 1694 yılında önce Türin'de ve 1697 yılında da Pavia'da felsefe okutması için gönderildi. 1699 yılında üniversiteye matematik bölümüne geçti. Milan'da felsefe, matematik ve fizik dersleri okuttu. Ölüncüye kadar matematik kürsüsünde çalıştı.

Saccheri'nin Breva'daki Yahudi kolejindeki öğretmenlerinden birisi olan Tommaso Ceva daha çok şair olarak bilinir. Oysa Ceva çok iyi bir matematik eğitimi almış bir matematikçi ve mekanikçiydi. Saccheri, Mantua'da Gonzaga'da yargıçlık yapan Ceva'nın Giovanni isimli matematikçi kardeşi ile karşılaştı. Giovanni Ceva, geometride üçgenler üzerine olan Ceva teoremi ile ünlü olmuştu. Bu buluşu 1678 yılında yayınlanmıştı. Ceva'nın etkisi altında çalışan Saccheri 1693 yılında geometri isimli ilk kitabını yayınladı. Kitap koordinatlar geometrisinde basit problemlerin çözümlerinden oluşuyordu. Ceva, Saccheri'nin bu kitabını Vincenzo Viviani'ye gönderdi. Viviani, Galile'nin öğrencisiydi ve ünlü pencere problemi ile tanınıyordu. Analizde çok önemli olan bu problem Leibniz ve diğer matematikçiler tarafından da çözülmesine karşın, Viviani kendi çözümünü yayınlamış ve Saccheri'ye bu çözümü göndermişti. 1694 yılında Saccheri'den Viviani'ye iki mektubun gönderildiği biliniyor.

Saccheri Türin'de bulunduğu sıralarda 1697 yılında önemli bir kitap daha yazdı. Pavia'da yazdığı kitabı da 1708 yılında yayınlandı. Bu kitap Tommaso Ceva ile Saccheri arasında Milan'da 1669 yılında tartışma konusu oldu. Aslında bu kitap statik konusunda bugün az önemlidir. Pavia'da Euclides üzerine yazdığı kitabı bilinen geometri konularını içeriyordu ama Euclidean olmayan geometrinin öncülüğü ve işaretleri bu kitapta görülür.

Saccheri'nin Mantık ve Euclides isimli kitapları önemlidir. Fakat zamanla bu kitaplar unutulmuş ve kimse eline almamıştır. Euclides, 1889 yılında E. Beltrami ve Mantık da 1903 yılında G. Vailati tarafından yeniden ortaya çıkarılmıştır. Saccheri, Euclides'in beşinci postülatının bugünkü paralellik aksiyomuna eşdeğer olduğunu göstermiştir. Saccheri, yaşamı boyunca Euclides'in beşinci postülatını ve paralellik postülatını gündemde tutmuştur. Hatırlanırsa, Euclides'in beşinci postülatı şöyleydi. İki doğru bir doğru ile kesildiğinde kesenin bir yanında bulunan iki iç açının toplamı 180 derecereden küçükse bu doğrular bu açıların bulunduğu tarafta kesişirler. Bir doğruya dışındaki bir nokta olan yalnız bir paralel çizilir de Saccheri'nin beşinci postülatıdır.

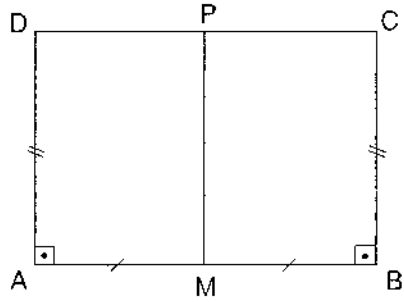
Mantık isimli kitap Euclides'teki tanımlarla başlar ve beşinci postülatı bu mantıklı tanımlara dayandırarak ispatlamaya çalışır. Dayandırdığı temellerin ve matematiksel gerekçelerin zayıf olması onu Euclidean olmayan geometrinin kurulmasına götürmüştür. Saccheri, Euclidean olmayan geometriyi kuramamıştır ama bu konuyu gündeme getiren bir matematikçi olarak bilinir.

Saccheri'nin Mantığı daha çok Aristo'nun mantığıyla ilişkilidir ve dört kısımdan oluşur. Bu kitap önce mantığı geometriksel yaklaşım ve ilkelerle açıklamaya çalışır. Tanımlar ve postülatlar arasındaki farklılıklar açıklanır. Tanımların ve postülatların varlığı Saccheri'ye göre önemlidir. Tanım iyi tanımlı olmalı ve içinde çelişki olmamalıdır. Tanımlar ve kavramlar açık olmalıdır. Saccheri, karmaşık tanımların da yapılabileceğini söyler. Parallelik postülatı üzerinde çok durduğu için, G. A. Borelli tarafından 1658 yılında yazılan parallelik postülatına karşı çıkmıştır. Borelli'nin paralellik postülatı, birbirinden eşit uzaklıkta bulunan doğrular biçimindeydi. Bu postülatı daha önce İslam matematikçileri de kullanmıştı. Bu nedenle paralellik postülatını tartışmaya yeniden ortaya atan Saccheri olmuştur.

Bir önermenin geçerli olup olmadığını görebilmek için, bunun bir tanımın içinde olması Saccheri için önemlidir. Euclides'in Elements isimli seri kitaplarından IX. kitabının 12. Önermesi bu yönüyle bir örnektir. Eğer 1, a_1, a_2, . . . , a_n bir geometrik dizi ve a_n sayısının asal çarpanlarından birisi p ise bu p sayısı a_1 sayısının da asal çarpanlarından biridir. Saccheri'nin verdiği bu örnek daha sonra Vallati ve Leibniz tarafından da incelenmiştir. Leibniz'in gerekçelerinin temelinde cebir ve analiz yatarken, Sacchari'nin görüşleri daha çok geometrik görünümlüdür.

Saccheri, Euclides'in ilk yirmi altı önermesini alır ve inceler. Beşinci postülatın yanlış olduğunu kabul eder. Bu postülatların sonuçları arasında, kendi kendisini doğrulayan bir önerme bulmaya çalışır.

Şimdi Saccherinin dörtgenini gözönüne alalım. Bunun için AB doğru parçasının orta noktası M olsun. A ve B noktalarından AB doğru parçasına dik olan AD = BC dik-

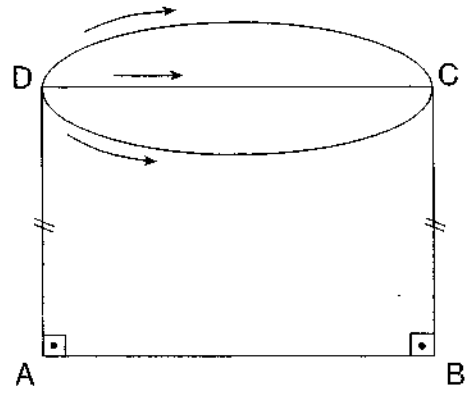


melerini çizelim. MP, AB doğru parçasına M orta noktasında dik olsun. Bu halde MP doğru parçası CD doğru parçasını P gibi orta noktada keser. Buna göre D ve C açılarının eşik oldukları Euclides'in beşinci postülatını kullanmadan söyleyebiliriz. Ama, C ve D açılarının dik olduklarını beşinci postülatı kullanmadan söyleyemeyiz. Bu halde karşımıza üç hipotez çıkar.

1. C ve D açıları dik olabilir.

2. C ve D açıları geniş olabilir.
3. C ve D açıları dar olabilir.

Saccheri ispat için şöyle düşünür. Bu hipotezlerin herhangi birisi doğru olduğu zaman diğerlerinin her birisi de doğrudur. Birinci halde bir üçgenin iç açılarının toplamı iki dik açıdır. İkinci halde bir üçgenin iç açılarının toplamı iki dik açıdan büyük ve üçüncü halde bir üçgenin iç açılarının toplamı iki dik açıdan küçük olur. Bu üç halde DC doğrusunun üç hali vardır.



Saccheri paralellik postülatının Euclides'in postülatına eşdeğer olduğunu gösterebilmek için Archimedes'in aksiyomu olan süreklilik ilkesini kullanır.

a < b olan a ve b sayıları verilsin. Bu halde b<na olacak biçimde n sayısı vardır ifadesi Archimedes ilkesi olarak bilinir.

Saccheri sonuçta kesin bir noktaya varır. Dik açılı hipotezi ve geniş açılı hipotezlerin her ikisini kullanarak beşinci postülatın sağlandığını ispatlar. Oysa beşinci postülat dik açı hipotezini sağlar. Geniş açı hipotezini sağlamaz. Öyleyse geniş açı hipotezi yanlıştır. Benzer düşünceyle dar açı hipotezinin de yanlış olduğunu gösterir. Geriye dar açılı olma hipotezi kalıyor. Bu da Euclides geometrisinin dayandığı temel aksiyomlardan biridir. Yani, beşinci postülat ile paralellik postülatı birbirine eşdeğerdir.

Saccheri, bu üç hipotezi kullanarak Euclidean olmayan geometride çok sayıda çalışmalar yayınlamıştır. Yalnız, Euclidean geometrinin bu halleri Saccheri'den çok önce Ömer Hayyam ve Nasireddin Tusi tarafından incelenmiştir. Saccheri problemi yeniden gündeme getirmiştir. Daha sonra Saccheri'nin bu kitabı John Wallis (1693) tarafından da incelenmiştir.

Çok sayıda kitapları ve onlarca makaleleri olan Saccheri, 25 Ekim 1733 günü İtalya'da Milan'da ölmüştür.

GRANDİ (1671 - 1742)

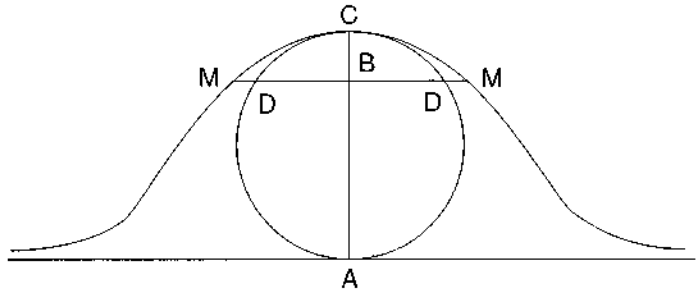
Guido Grandi 1 Ekim 1671 günü İtalya'da Piza'da doğdu. On altı yaşına gelince Camaldolese'nin dini tarikatına girdi ve ismini Francesco Lodovico'ya, protestan ismine çevirdi. Florenca'daki manastırın buyrukları üzerine 1694 yılında matematik öğretmeni oldu ve Newton'un Principia isimli yapıtı üzerine çalıştı. Geometri konusunda uzmanlaştı ve çok hızlı bir ilerleme sağladı. Sissoit ve konkoit üzerine çalıştı. Daha sonra eğrilerin eğriliklerinin bulunması konusuna eğildi.

Grandi, 1700 yılında Roma'ya çağrıldı. Cosimo de Medici onun Piza'da felsefe profesörü olması için Tuscany'de oturmasını önerdi. 1709 yılında matematikte ilk ödülünü aldı ve Londra'daki Royal Society'ye üye oldu. 1714 yılında da Piza'da matematik profesörü oldu. Piza Üniversitesi'nin kütüphanesini zenginleştirdi ve matematikçileri bu kütüphaneye çekti.

Grandi aynı zamanda kuramsal ve uygulanmalı mekanik konularıyla da ilgilendi. Özellikle akışkanlar dinamiğinin uygulanmalarını hükümetin isteği üzerine İtalya'daki ovalarda dranajları yaptırdı. Bu şekilde ovalardaki fazla taban suyunu başka yerlere akıtarak tarıma uygun verimli topraklar kazandırdı. Bu da onun hükümet tarafından ödüllendirilmesini sağladı.

Grandi'nin Florentine'deki ilk yayını Galile'nin Doğal Hareketler üzerine yaptığı çalışmadır. Grandi bu çalışmasında ilk olarak 1 – cosx anlamına gelen Latince sinus vevsus ya da Grandi'nin yazımıyla versiera tanımını kullanmıştır.

Şimdi, Grandi'nin bu çalışmasında yaptıklarını görelim.



Şekilde görüldüğü gibi AC çaplı daireyi çizelim. BDM, AC doğru parçasına B noktasında dik olan hareketli bir doğru olsun. Bu doğru bu çemberi D noktalarında kessin. Bu halde, AB : BD = AC : BM koşulunu sağlayacak şekilde BM doğru parçasıyla M noktalarının yerlerini belirlenecektir. Bu biçimdeki M noktalarının geometrik yeri sinus versus olur. Çünkü a çaplı ve x eksenine A başlangıç noktasında teğet olan çemberin analitik olan denklemi

$$x^2y = a^2(a - y)$$

biçimindedir. Bu eğri daha çok Agnesi (1748) eğrisi olarak isimlendirilecektir. Oysa Fermat, Grandi'nin bu eğrisinin daha genel şeklini daha önce m ve n pozitif tamsayıları için 1710 yılında

$$y = \frac{a^{(m/n)+1}}{(a^2 + x^2)^{m/2n}}$$

biçiminde bulmuştu.

Grandi strophoit olarak bilinen eğri üzerine de çalışmış, fakat bu konudaki makalesi yayınlanmamıştır. Çiçek şekilli eğriler üzerindeki çalışmaları yayınlanmıştır. a pozitif bir tamsayı ve R de verilen bir doğru parçasının uzunluğu ise, Grandi'nin güller ya da çiçek şekillerinin kutupsal koordinatlarla olan ifadesi

$$p = R \sin a\theta$$

biçimindedir.

Grandi, bu konudaki çalışmalarını 1713 yılında iki mektupla Leibniz'e yazmıştır. Fakat bu buluşlarından bilim dünyasının pek haberi olmamıştır. Londra'daki Bilim Akademesi'ne üye olunca haberleri olmuştur. Grandi bu çalışmalarını 1728 yılında tamamlayarak bir kitap halinde yayınlamış ve çalışma çok ilgi çekmiştir. Ayrıca, Acta Eruditorum isimli önemli çalışması 4 Nisan 1692 yılında yayınlamıştı. Onun bu problemi daha çok Viviandi problemi olarak bilinir. Viviandi bu problemi çözmesi için Vincenzo'ya vermişti. Bu problem Leibniz ve Viviani tarafından çözülmüştü ama, bu problemin daha derin incelenmesini Grandi yapmış ve 1699 yılında yayınlamıştı.

$$y = b \ln(x/a)$$

ya da

$$x = ae^{y/b}$$

eğrisi logritmik veya logaritma eğrisi olarak bilinir. Bu eğri 1647 yıllarının başlarında Evangelista Torriçelli tarafından incelenmişti. Huygens, bu eğrinin tüm özelliklerini inceleyerek 1669 yılında Paris Bilimler Akademisi'ne sunmuştu. Grandi, 1701 yılında bu eğri üzerindeki teoremleri ifade ederek ispatlamış ve bunları herkese duyurmuştur. Ayrıca, bu logaritmik yay tarafından sınırlanan alanı, Cavalieri, Viviani ve Leibniz'in görüşleri doğrultusunda Galile'nin yöntemini kullanarak hesaplamıştı. Böylece, Leibniz'in integral hesap yöntemi Grandi'nin bu tür çalışmalarıyla İtalya'ya girmiş ve tutunmuştur.

Grandi tarafından yazılan çok değerli ve ünlü ders kitapları da vardır. Florenca, Piza, Berlin, Halle, Bologna ve Milan'da çok sayıda makaleleri yayınlanmıştır. Ayrıca, Londra ve Paris Bilimler Akademi'leri de onun çalışmalarını yayınlamıştır. Grandi, tüm bu çalışmalardan sonra 4 Temmuz 1742 günü İtalya'da Piza'da ölmüştür.

MANFREDİ KARDEŞLER (1674 - 1761)

Matematikte önemli çalışmalar yapan ilginç ailelerden biri de Manfredi kardeşlerdir. Eustachio Manfredi, 20 Eylül 1674 günü İtalya'da Bologna'da doğdu. 15 Şubat 1730 günü yine doğduğu yerde ölen bir matematikçidir. Eustachio, 1699 yılında yirmi beş yaşında genç bir hukukçu ve nakim olarak göreve başladı. Fakat onun içindeki şeytan hep matematikti. 1699 yılında Bologna Üniversitesi'nde matematik profesörü oldu. Zaten o, Bologna Enstitüsü'nü kuranlardan biriydi. Takvim üzerine çok ince hesaplar yaptı. Bu cetvellerini 1714 ve 1715 yıllarında Bologna'da yayınladı. Onun genel eğilimi ve çalışmaları gökbilimi üzerineydi. Geometri ve trigonometri üzerine yazdığı ders kitabı ölümünden sonra 1755 yılında Bologna'da basılmıştır.

Manfredi kardeşlerin ikincisi olan Gabriele Manfredi de bir İtalyan matematikçisidir. Gabriele Manfredi, 25 Mart 1681 günü İtalya'da Bologna'da doğmuş ve 13 Ekim 1761 günü doğduğu yerde ölmüştür. Gabriele de kardeşi Eustachio gibi başlangıçta yanlış bir meslek seçti ve tıp okudu. Doktor olduktan sonra ancak matematiğe yöneldi. Sonsuz küçükler hesabı üzerine çok önemli katkıları oldu. Birinci Dereceden Diferensiyel Denklemlerin Kuruluşu Üstüne isimli kitabı 1707 yılında Bologna'da yayınlandı. Leibniz tarafından çok övülen bu kitap daha sonraki yıllarda da baskıları yapılmıştır. Gabriele bu kitabında diferensiyel denklemler kuramıyla ilgili problemlerin çözümü, sonuçları ve integral hesapların nasıl yapıldıklarının temelleri vardır. Birinci Dereceden Diferensiyel Denklemlerin Bir Kısmının Kuruluşunun Kısa Geometrik Şeması isimli kitabı 1714 yılında yine Bologna'da yayınlanmıştır. Gabriele bu kitabında, birinci dereceden homojen diferensiyel denklemlerin integralini almak için bugün bile kullanılan bir yöntemle anlatılır. Geometri üzerine de bir kitap yazan Gabriele, 1720 yılında Bologna Üniversitesi'nde matematik profesörü olmuş, ölünceye kadar bu üniversitede çalışarak matematik dersleri vermiştir.

Manfredi kardeşlerin üçüncüsü Eraclito Manfredi'dir. 1682 yılında Bologna'da doğan Eraclito Manfredi, kardeşleri gibi önce yanlış bir meslekle yaşama atılmıştır. Önce tıp fakültesinde tıp profesörü olmuş, ondan sonra Bologna Üniversitesi'nde geometri profesörlüğüne getirilmiştir. Temel ilgi alanı mekanik olan Eraclito Manfredi'nin tıp ve matematik üzerine çok sayıda kitabı vardır. 15 Eylül 1759 günü İtalya'da Treviso'da ölmüştür.

RİCCATİ (1676 - 1759)

Matematikte ve fizikte oldukça üstün bir başarı gösteren bir aile daha vardır. Bu da Riccati ailesidir. Bu ailenin içinde üstün zekalı ve en çok bilineni de Jacopo Francesco Conte Riccati'dir. Conte Riccati, 28 Mayıs 1676 günü İtalya'da Venedik'te doğdu. Öğrenimini doğduğu kentte tamamladı ve Paduva Üniversitesi'nde çalışma şansı elde edenlerden biri sayılır.

Bu üniversitede gösterdiği üstün başarıdan dolayı özel bir yakınlık gördü ve ona çok yardım ettiler. Yaşamının bundan sonraki kısmını Venedik'te ve Treviso'da geçirdi.



Jacopo Francesco, Conte Riccati.

Riccati, çok sayıda eser yazdı. Felsefe, fizik, diferensiyel denklemler, ölçümler ve daha başka konular üzerinde çok yazıları ve kitapları yayınlandı. Onun en büyük çalışması Newton'ın kuramı üzerindedir. Bu konu üzerinde yaptığı çalışmalar ve yazdığı kitaplarla bu kuramı İtalya'da tanınmasını ve öğrenilmesini sağladı. Yaptığı çalışmaların tümü ölümden sonra Opera del Conte Jacopo Riccati ismi altında dört cilt olarak 1758 yılında Treviso'da yayınlandı. Onun en çok bilinen ve tanınan çalışması Riccati denklemidir. A, B ve C değerleri x değişkenine bağlı birer fonksiyon olmak üzere

$$\frac{dy}{dx} = A(x) + B(x)y + C(x)y^2$$

ifadesine Riccati denklemi denir. Riccati, bazı özel haller için bu diferensiyel denklemin çözümlerini yapmıştır. Bu denklem aslında daha önce Jacques Bernoulli tarafından çalışılmıştı. Bu da

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$$

biçiminde olan özel bir hal için çözülmüştü. Nicolas Bernoulli Paduva Üniversitesi'nde dersler vermiş ve Conte Riccati ondan dersler almıştı. Riccati, Angeli'nin öğrencilerinden biriydi ama Nicolas Bernoulli ve Hermann'ın yanlarında çok bulunmuş ve onlarla ilişki kurmuştu. Bu nedenle de onların matematiklerinden çok yararlanmıştı. Zaten Bernoullilerin çalışmaları İtalya'da ve Avrupa'da çok yaygın olarak biliniyordu.

On sekizinci yüzyılın en ilginç diferensiyel denklemlerinden birisi olan

$$\frac{dy}{dx} = A(x) + B(x)y + C(x)y^2$$

ifadesi d'Alembert tarafından da incelenmiştir. Bu diferensiyel denklem, Bernoullier, Jacopo Riccati ve onun oğlu Vincenzo (1707 - 1775) dahil çok sayıda matematikçi tarafından incelenmiş ve üzerinde çalışılmıştır. Fakat, bu konudaki en yetkili ve olumlu genel çalışmayı 1760 ile 1763 yılları arasında Petersburg'da bulunan Euler, Commentarii ismiyle yazdığı çalışmasında yayınlamıştır.

Conte Riccati, 15 Nisan 1759 günü Treviso'da ölmüştür.

Conte Riccati'nin ikinci matematikçi oğlu Vincenzo Riccati, 11 Ocak 1707 günü İtalya'da Treviso ilinin Castelfranco kentinde doğdu ve 17 Ocak 1775 günü Treviso'da öldü. Vincenzo Riccati Bologna'da, Collegio di San Francesco Saverio'da Yahudi olan bir matematik profesörü olarak çalıştı. O da babası gibi çok sayıda eser verdi. Babasının izlediği yoldan yürüdü ve onun çalıştığı konularda kitaplar yazdı. Diferensiyel denklemler üzerindeki kitabı 1752 yılında, seriler üzerindeki çalışması 1756 yılında, diferen-

siyel ve integral hesap üzerindeki yapıtı 1767 yılında ve hiperbolik fonksiyonlar üzerine olan yapıtları 1757 ile 1762 yıllarında Bologna'da iki cilt olarak yayınlandı.

Conte Riccati'nin üçüncü matematikçi oğlu Giordano Riccati, 25 Şubat 1709 günü Treviso ilinin Castelfranco kentinde doğdu ve 20 Temmuz 1790 günü Treviso'da öldü. Giordano, Newton'ın felsefesi üzerindeki çalışmaları, 1764 ve 1777 yıllarında yayınlandı. Ayrıca, geometri üzerine yaptığı çalışmaları 1778, 1779 ve 1790 yıllarında yayınlanmıştır. Kübik denklemler üzerine yazdığı kitabı da 1784 yılında yayınlanmıştır. Fizik konularını içeren yapıtları, 1763, 1764 ve 1767 yıllarında basılmıştır.

Conte Riccati'nin beşinci oğlu Francesco Riccati de ünlü bir matematikçidir. O da 28 Kasım 1718 günü Castelfranco'da doğmuş ve 18 Temmuz 1791 günü ölmüştür. Daha çok geometri ve uygulamalı mimari üzerine kitaplar yazmıştır. Riccati ailesinin diğer üyeleri de matematikle ilgilenmişler ama, ünlü olanlar bunlardır.

FAGNANO (1682 - 1766)

İtalyan matematiği ve matematikçileri hakkında biraz daha ileri bilgiler verebilmek için kendi alanlarında isim yapmış birkaç ileri düzeyli bilginin yaşamlarına değinelim. On sekizinci yüzyılın ilk başlarındaki bilginler arasında Luigi Guido Grandi'nin ismine rastlanılır. Grandi, 7 Ekim 1671 günü İtalya'da Cremona'da doğmuş ve 4 Temmuz 1742 günü Piza'da ölmüştür. Kendisi Camaldolites derneğinin bir üyesidir. 1700 yılında önce felsefe profesörü olmuş, 1714 yılında da Piza Üniversitesi'ne matematik profesörü olarak atanmıştır. 1699, 1701, 1703 ve 1741 yıllarında Floransa'da yayınlanan dört geometri kitabının yazarıdır.

Bu dönemin ikinci önemli İtalyan matematikçisi ve Grandi'den daha genç olan Giulio Carlo Caunt Fagnano de Fagnani, Marchese dei Toschi e S. Onoron, kısaca Fagnano veya Fagnani olarak bilinir. 6 Aralık 1682 günü İtalya'da Senigallia'da doğan Fagnano, 26 Eylül 1766 günü İtalya'da ölmüştür. Öğrenimini kendi kendine yapan Fagnano, küçük yaşta matematik ve özellikle de yeni yeni belirlenmekte olan sonsuz küçükler hesabıyla ilgilendi ve gelişmesinde büyük etkisi oldu. Küçük yaşta matematikçi bir bilgin olan ve on altı yaşındayken yaptığı araştırmalar, Euler'in yeniden ele aldığı eliptik fonksiyonlar kuramının doğmasına yol açtı. Çalışmalarının çoğu İtalyan dergilerinde yayınlandı. Produzioni Matematikche isimli iki ciltlik kitabı 1750 yılında Pesaro'da basıldı. Temel ilgi alanı geometri ve cebirsel denklemler üzerineydi. Çember ile lemniskeytin integralleri arasındaki ilişkiyi belirtti. 1719 yılında $\pi = 2i\log[(1 - i) / (1 + i)]$ biçiminde bulduğu ilginç özellik o dönemde oldukça ilgi görmüştü. Eliptik fonksiyonlar üzerine ilk dikkat çeken bir yazardır. Toplu yapıtları Opera Matematiche ismi altında üç cilt halinde 1911 ve 1912 yıllarında Milan'da yayınlanmıştır.

Fagnano'nun oğlu Giovanni Francesco (1715 - 1797) ya da kısaca Gian-Francesco, babasının formülünü daha da ileri götürerek $\pi = 2i\log(-i)$ ve $\pi^2 = \log 1 \log(-1)$ olduklarını gösterdi.

Bu dönemin geometri öğrencileri arasında en çok ünlü olanı Giovanni Francesco Giuseppe Malfatti'dir (1731 - 1807). Malfatti, çok küçük yaşlarda Verona'da bir Yahudi okulunda öğrenim gördü. 1748 yılında daha on yedi yaşındayken Bologna Üniversitesi'ne gitti ve orada Vincenzo Riccati'nin gözetimi altında matematik çalıştı. 1771 yılında Ferrara Üniversitesi'nde matematik profesörü oldu ve yaşamının tümünü bu üniversitede geçirdi. Çok değişik alanlarda ve çok sayıda eser verdi. Fakat bunlardan Problema Stereotomico isimli makalesi 1803 yılında yayınlandıktan sonra ismi daha çok duyulmaya ve onu ünlü yapmaya yetti. Aynı yükseklikli üç prizma tarafından sınırlanan üçgen prizmanın hacminin maksimum, geri kalan kısımlarının da minimum olduğunu gösterdi. Bir üçgenin içine birbirine ve üçgenin iki kenarına teğet olan üç çemberin nasıl yerleştirilebileceğini gösterdi. Malfatti, problemleri analitik yolla çözüyordu. Oysa Steiner bu geometri problemlerini geometrik yolla çözmeye uğraşıyordu. Bu nedenle Malfatti, kendisinden önce gelen bilginlerin problemlerini hep genelleştirerek çözmüştür. Onun bu konudaki çalışmaları daha sonra M. Baker tarafından 1871 yılında Münih'te yayınlanmıştır.

İleri cebir konusunun öğrencilerinden en çok bilineni Paolo Ruffini'dir (1765 - 1822). Modena'da matematik ve tıp dersleri veren Ruffini, daha çok denklemler kuramı üzerine çalışmalar yapmıştır. Çok sayıda çalışmalar gerçekleştiren Ruffini, denklemler kuramı üzerine yazdığı iki ciltlik bir seri kitabı 1799 yılında Bologna'da basılmıştır. Denklemler kuramı üzerine yazdığı kitabı, gruplar kuramına bir başlangıç oluşturmuştur.

Fagnano 1723 Sinigaglia kilisesine atandı. Çok sayıda çocuğu vardı. Bunların içinde Giovanni Francesco çok iyi bir matematikçi oldu.

Fagnano, Malebraunche'nin kitaplarının ilk cildini okuyunca matematik çalışmaya başladı. Kendi kendisine matematik çalıştı ve kendi kendisini yetiştirdi. Böylece İtalya'da ve dış ülkelerde hemen tanınır ünlü birisi oldu. 1721 yılında XV. Louis tarafından ödüllendirildi. 1745 yılında XIV. Benedict Papazı tarafından Saint Onofrio markizlik unvanı verildi. Londra ve Berlin Akademilerinin üyesi oldu. Ölünceye kadar Paris Bilimler Akademisi'nin üyesi olarak kaldı.

Fagnano, çağdaşı olan matematikçilerle sürekli ilişkiler ve ortak çalışmalar yürüttü. Bunlar arasında özellikle Grandi, Riccati, Leseur ve Jacquier gibi ünlü matematikçiler vardı. Euler ve Franlenelle tarafından çok övüldü. Fransız Akademisi'nin sürekli sekreterliğini yaptı. Lagrange yirmi aşında Fagnano'ya geldi ve ilk çalışmasının yayınlanmasında ona yardım etti.

Fagnano'nun çalışmaları değişik tarihlerde Roccolta Calogera'da yayınlandı. Di-

ğer çalışmaları derlendi ama yayınlanamadı. İkinci, üçüncü ve dördüncü derece denklemlerinin çözümleri için yeni yöntemler önerdi. Karmaşık sayıları logaritmik olarak yazılmasını yaptı. Aritmetik ve cebirde çok sayıda çalışmalar yaptı.

Fagnano'nun geometrideki çalışmaları daha çok genel kuramı formülleştirmeler biçimindedir. Bunlar, Euclides'in V. kitabındaki önermeleri genelleştiren türdedir. Örneğin, üçgenler üzerine olan çalışmaları, üçgenlerin geometrisinin kuruluşu biçiminde incelemiştir. Örneğin, ABC üçgenin düzlemde bulunmasını, verilen P noktası için PA + PB + PC ya da $PA^2 + PB^2 + PC^2$ toplamının minimum olmasına karşılık getirir. Bu ve bunlar gibi çalışmaları devam eder gider.

Fagnano'nun temel iki önemli çalışması vardır. Bunlardan birisi, bir üçgen kenar ortaylarının kesim noktası olan üçgenin ağırlık merkezinin köşelere olan uzaklıklarının kareleri toplamının, üçgenin kenarlarının karelerinin toplamının üçte birine eşit olmasıdır.

İkinci problem de şöyledir. Bir ABC üçgeni ve BC kenarı üzerinde bir P noktası verilsin. Diğer iki köşesi AB ve AC kenarları üzerinde olan minimum çevreli P köşeli üçgen bulunabilir. Fagnano, Simon Lhuilier'in önerdiği bir problemi de çözmüştür. O da şöyleydi. Verilen bir noktadan geçen ve verilen iki doğruyu minimum uzunlukta kesen bir doğru çizilebilir. Bu çizim analitik olarak üçüncü derece bir denkleme eşdeğerdir.

Fagnano'nun elde ettiği en önemli sonuçlar analitik geometri ve integral hesaplardadır. $x^2 + 2y^2 = a^2$ elipsinin sınırladığı alanı hesaplar.

$$(x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) = 0$$

eğrisi dördüncü derecedendir. Bu eğriye Yunancadan gelen lemniscata sözcüğünden gelen lemniscate (lemniskeyt) ismini vermişlerdir. Bu eğri ilk kez I. Jakob Bernoulli tarafından çalışılmıştır. Lemniscate, sonsuz işareti (∞) şekillidir. Kutupsal koordinatlı ifadesi $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ biçimindedir. Sınırladığı alanı Fagnano

$$A = 4\left(\frac{1}{2}\right)\int_0^{\pi/4} r^2\, d\theta = 2\int_0^{\pi/2} a^2 \cos 2\theta d\theta = a^2$$

olarak hesaplamıştır.

Lemniscate problemini ünlü yapan Fagnano'dur. Eliptik integral ismi de Fagnano tarafından verilmiş ve incelenmiştir. Euler bu kuramın temellerini atmış, Legendre, Jacobi, Legendre ve Weierstrass bu konuda çalışmış, en kolay hesaplama yolunu da Abel bulmuştur.

On sekizinci yüzyılın ikinci yarısında meydana çıkan İtalyan matematikçilerini

şöyle özetleyebiliriz. Lorenzo Mascheroni (1750 - 1800), edebiyat, matematik, geometri ve fizik üzerine eserler vermiş bir pazardır. Ruggero Giuseppe Boscovich (1711 - 1787), gökbilimi üzerine çalışmıştır. Giusto Bellavitis (1803 - 1880), Paduva ve Vicenza'da matematik profesörlüğü yapmış ve projektif geometrisi üzerine kitaplar yazmıştır. Luigi Cremona (1830 - 1903), izdüşümü geometrisi, eğriler ve ders kitapları yazarı olarak ta-nınır. Eugenio Beltrami (1835 - 1900), yüksek geometri, fizik problemleri, yüksek cebir ve değişmezler kuramı üzerinde çalışmış bir profesördür. Giuseppe Battaglini (1826 - 1894), gruplar kuramı ve doğrusal geometri üzerinde eserler vermiştir. Bunlardan başka Barnaba Tortolini (1808 - 1874), Francesco Brioschi (1824 - 1897), Enrico Betti (1823 - 1892), Felice Casorati (1835 - 1890), Ulisse Dini (1845 - 1918) ve diğerleri sayılabilir.

POLENİ (1683 - 1761)

Giovanni Poleni 23 Ağustos 1683 günü İtalya'da Venedik'te doğmuş bir matematikçidir. Fizik, mühendislik, eski matematik tarihi ve kazıbilimi çalışma alanlarında da yayınları vardır.

Poleni, Jacopo Poleni'nin oğludur. Holy Roma İmparatorluğu'nun İmparatoru I. Leopold tarafından markiz unvanı verilmiştir. Aynı unvan 1686 yılında Venedik Cumhuriyeti tarafından da verilmiştir.

Poleni gençliğinde çok geniş ve değişik alanlarda çalışmıştır. Çalışmaları ve yeteneği alışılmışın çok üstünde olmuştur. Yoğun çalışmalarını tamamlayınca Venedik'te Padri Somaschi isimli okulda önce felsefe, daha sonra da Tanrıbilim çalışmalarında bulunmuştur. Ailesi onun yargıç olmasını istiyordu. Babası ona bu süre içinde matematik ve fizik öğretmişti. Bu dersler onu matematik ve fiziğe yöneltti. Kendisini çeken ilgi alanın doğal bilimler olduğunu anladı.

Yirmi altı yaşına gelince asil olan Bassano del Grappa ailesinin kızı Orsola Roberti ile evlendi. Ardından Paduva Üniversitesi'nin gökbilimi kürsüsüne atandı ve altı yıl sonra aynı zamanda fizik profesörü oldu. Venedik Sanatosu üyeleri kendisini ziyaret etti ve Lombardini bölgesinin aşağı kısımlarının sulanması projesini sundular. Poleni hemen ırmakların ve ilgili kanallarının yapılması düzenlemelerini yaptı ve çalışmalara başlandı. Kısa sürede çalışma yaşama sokuldu ve Poleni'nin ünü İtalya'da bir kez daha arttı.

Poleni artık ünlü biriydi 1719 yılında Paduva Üniversitesi'nden ayrılıp Basel Üniversitesi'ne dönen I. Nikolaus Bernoulli'den boşalan matematik kürsüsü görevini kabul etti. Verdiği değerli derslerinin notları 1720 yılında kitap olarak basıldı. Poleni, 1738 yılında birkaç ay içinde deneysel fizik laboratuvarını kurdu ve burada fizik dersleri

verdi. Fransız, İngiliz, Alman ve İtalyan bilim adamları arasında bulunan Euler, Maupertius, Bernoullier ve III. Cassini ile görüşerek meteorolojik gözlemlerini ve diğer alanlarda yaptığı çalışmalarını yayınladı. XI. Papa Clement'in desteği ile takvimde yenilik yaptı. 1733 yılında bağımsız olarak yaptığı gök gözlemleri çalışması ona Paris Bilimler Akademisi ödülünü kazandırdı. 1739 yılında tüm bilim akademilerinin yabancı üyesi oldu. Bu sırada yaptığı bir çalışma yine bir ödül getirdi.

Çok değişik alanlarda çalışmaları olan Poleni'nin kazılar, eski tiyotralar, kazı bulguları ve mimarlık konularında yapıtları vardır. 1748 yılında XIV. Papa Benedict onu Roma'ya çağırdı ve Saint Peter Kilisesi'ni incelenmesini ve onarılmasını istedi. Ardından Paduva yargıçlığı görevine getirildi. Çok yoğun ve hızlı çalışmalar Poleni'nin sağlığını yavaş yavaş bozdu. Hala çalışma coşkusu ve büyük heyecanı devam ederken, 15 Kasım 1761 günü İtalya'da Paduva'da yetmiş sekiz yaşında öldü. Paduva'da Saint Giacomo Kilisesi'ne gömüldü. Oğlu onun ismine bir anıt diktirdi. Paduva halkı onu çok andı ve unutmadı. Poleni'nin yaptırdığı sulamalar nedeniyle Pratodella Valle'de bir anıt daha dikildi. Venedik Cumhuriyeti de onun onuruna bir madalya çıkardı.

Poleni çok alanda çalıştığı için yaptığı çalışmaların ve yayınlarının sayısı çok kabarıktır. İtalya, Fransa, Almanya ve diğer Avrupa ülkelerinin dergilerinde çok sayıda çalışması yayınlanmıştır. Eski yazmaları da derlemiştir. Akışkanlar, ırmaklar ve barajlar hesabı üzerinde çok çalışması vardır. Vitrivius'un mimarlık yapıtlarını da incelemiştir. Frontinus çalışmalarında düzeltmeler yaptı. Yaşam öyküsü ve yayın listesi 1828 yılında yazıldı. Bu çalışma 1854 yılında Fransa'da Paris'te ikinci kez basıldı. Uzun ve değişik yaşam öyküsü E. de Tipaldo tarafından yazıldı ve 1834 yılında Venedik'te yayınlandı.

RİCCATİ (1707 - 1775)

Vincenzo Riccati 11 Ocak 1707 günü İtalya'da Treviso yakınlarında Castelfranco'da doğmuştur. Riccati, Jacopo Francesco Riccati'nin ikinci oğludur.

Oğul Riccati, ilk öğrenimini evlerinde bir Yahudiden görmüştür. 20 Aralık 1726 günü bir Yahudi okulunda öğrenimine başlamıştır. 1728 yılında Piacenza'da bir Yahudi Kolejinde edebiyat dersleri okutmuştur. Ertesi yıl Paduva'da koleje gönderilmiş, 1734 yılında Parma'ya geçinceye kadar burada kalmıştır. İzleyen yıllarda Roma'ya gitmiş, burada Tanrıbilim okumuş, 1739 yılında Bologna'ya dönmüş ve burada San Francesco Savario Koleji'nde tam otuz yıl matematik dersleri okutmuştur.

Riccati, babası gibi iyi bir mühendis olduğundan, İtalya'nın ırmaklarını sulamada kullanılması görevlerinde bulunmuş, araziler sulanmış, barajlar yapılmış ve taşkınlar önlenmiştir. 1773 yılında emekli olmuş. İki yıl sonra 17 Ocak 1775 günü Treviso'da ölmüştür.

Riccati, babası gibi diferensiyel denklemlerin çözümleriyle ilgilenmiştir. Euler'in çalışmalarını çok iyi biliyordu. I. Johann Bernoulli ona bir çalışmasını göndermişti. Eliptik fonksiyonlar kuramı ve koniksel eğriler burada işleniyordu.

Riccati'nin yapıtları 1757 ile 1762 yılları arasında iki cilt olarak yayınlandı. Hiperbolik fonksiyonları tanıttı, bunları cebirsel denklem çözümlerinde kullandı. Özellikle üçüncü derece cebirsel denkleminin çözümü önemli bir yer tutuyordu. Analiz konusunda yazdığı kitabı üç ciltti ve 1765 ile 1767 yılları arasında yayınlandılar. İkiz kenar hiperbolü kutupsal koordinatlarla inceledi. Hiperbol kesimi ile ilgili alanı hesapladı. Hiperbolik fonksiyonları

$$\cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2} \quad \text{ve} \quad \sinh z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$$

biçiminde tanımlayarak bunların $\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$, $\sinh z + \cosh z = e^z$, $\cosh 0 = 1$ ve $\sinh 0 = 0$ olduklarını gösterdi.

Riccati ile Saladini, hiperbolik fonksiyonların diğer özelliklerini inceleyen bir kitap yazdılar. Bu kitapta

$$2\sinh nz = (\cosh z + \sinh z)^n - (\cosh z - \sinh z)^n$$

ve

$$2\cosh nz = (\cosh z + \sinh z)^n + (\cosh z - \sinh z)^n$$

formülleri de vardı. Sinhz ve coshz fonksiyonlarının türevlerini

$$(\sinh z)' = \cosh z \quad \text{ve} \quad (\cosh z)' = \sinh z$$

olduklarını gösterdiler.

Riccati ve Saladini sonsuz küçükler hesabı üzerine de çalıştılar. Bunların çok sayıda uygulamasını verdiler. Newton ve Leibniz, integralle türevin birbirlerinin tersi işlemler olduklarını göstermişlerdi. Ricci ve Saladini burada integralin temel teoremini uyguladılar.

Riccati'nin geometri üzerine olan çalışmaları 1755 yılında yayınlandı. Dört dallı gül de Riccati ve Saladini tarafından incelenmişti. Bu gül, Guido Grandi, daha önce de İbn Al Haytham tarafından tanıtılmıştı.

Riccati'nin matematik ve fizik üzerine olan çalışması 1757 ile 1762 yılları arasında Bologna'da iki cilt olarak yayınlanmıştı. Saladini ile yazdıkları Analiz kitapları da yine

Bologna'da 1765 ile 1767 yılları arasında iki cilt olarak basılmıştır. Diğer çalışmalarının çoğu Milan'da değişik tarihlerde yayınlanmıştır.

Doğrusal olmayan

$$\frac{dy}{dx} = P(x) + Q(x)y + R(x)y^2 \qquad (1)$$

ifadesine Riccati denklemi ismi verilir. Riccati'yi biz daha çok bu diferensiyel denklemi ile tanırız. Bu ifade doğrusal olmayan bir denklemdir. Ayrıca P(x) katsayı fonksiyonu sıfıra özdeş olmayan bir fonksiyondur. P(x) = 0 ise Riccati denklemi Bernoulli denklemine dönüşür.

Eğer Riccati denkleminin $y = y_1$ biçiminde özel bir çözümü biliniyorsa denklemin genel çözümü bulunabilir. Örneğin, $y = y_1$ Riccati denkleminin özel bir çözümüyse, u ifadesi

$$\frac{du}{dx} - [Q(x) + 2y_1R(x)]u = R(x)u^2 \qquad (2)$$

denkleminin çözümü olmak üzere (1) denkleminin çözüm ailesi $y = y_1+u$ olur. Çünkü (2) denklemi n = 2 olan bir Bernoulli denklemidir. $w = u^{-1}$ dönüşümü yapılırsa, (2) biçimindeki Bernoulli denklemi

$$\frac{dw}{dx} + [Q(x) + 2y_1R(x)]w = -R(x) \qquad (3)$$

şekline girer.

Örneğin,

$$\frac{dy}{dx} = 2 - 2xy + y^2$$

biçimindeki Riccati denklemi için özel çözümler $y_1 = 2x$ olduğu kolayca görülür. Çünkü, $y_1 = 2x$ ifadesi verilen denklemi sağlamaktadır. Verilen denklemde P(x) = 2, Q(x) = –2x ve R(x) = 1 biçimindedir. Buna göre $y = 2x + u$ dönüşümü yapılırsa,

$$\frac{dy}{dx} = 2 + \frac{du}{dx}$$

olur. Buna göre

$$2 + \frac{du}{dx} = 2 - 2x(2x + u) + (2x + u)^2$$

yazılır. Burada w = 1/u dönüşümü yapılırsa

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{u^2}\frac{du}{dx}$$

olur. Bu halde

$$\frac{dw}{dx} + (-2x + 4x)w = -1$$

ya da

$$\frac{dw}{dx} + 2xw = -1$$

yazılır. Bu işlemleri doğrudan (3) formülünden daha kolay bulabilirdik. Yani, $y_1 = 2x$, $P(x) = 2$, $Q(x) = -2x$ ve $R(x) = 1$ oldukları için

$$\frac{dw}{dx} + (-2x + 4x)w = -1$$

olurdu. Doğrusal bir diferensiyel denklem olan son ifade için integral çarpanı $\exp x^2$ şeklindedir. Buna göre

$$we^{x^2} = \int (-1)e^{x^2}dx$$

$$\frac{1}{u}e^{x^2} = -\int e^{x^2}dx + C$$

ve

$$u = \frac{e^{x^2}}{C - \int e^{x^2}dx}$$

olarak yazılır. Öyleyse verilen Riccati diferensiyel denkleminin genel çözümü $y = 2x + u$ biçimindedir.

FAGNANO (1715 - 1797)

31 Ocak 1715 günü İtalya'da Sinigagalia'da doğan Giovanni Francesco Fagnano Dei Toschi, kendisi gibi matematikçi olan Giulio Carlo Fagnano Del Toschi'nin oğludur. Oğul Fagnano matematik ile çok ilgilenmiş ve manastırlarda matematik öğrenmiş ve daha sonra öğretmiştir.

Fagnano 1752 yılında papaz olmuş ve Sinigagalia manastırına atanmıştır. İki yıl sonra da baş rahip olmuştur. Üçgenlerin geometrisi üzerine olan kitabı yayınlanmamıştır ama manastırlarda bu dersi öğrencilerine öğretmiştir. Üçgenler üzerine olan bu kitapta güzel teoremleri ve problemleri görebiliriz. Fagnano,

$$S_n = \int x^n \sin dx \quad \text{ve} \quad C_n = \int x^n \cos dx$$

ise

$$S_n = -x^n \cos x + nC_{n-1} \quad \text{ve} \quad C_n = x^n \sin x - nS_{n-1}$$

olduklarını da göstermiştir. Bu sonuçlardan başka

$$\int \tan x dx = -\log\cos x \quad \text{ve} \quad \int \cot x dx = \log\sin x$$

integrallerini de hesaplamıştır.

AGNESİ (1718 - 1799)

Marie Gaetane Agnesi 16 Mart 1718 günü İtalya'da Milan'da doğdu. Kadınların Avrupa'da okullara alınmadığı ve gönderilmediği bir dönemde yaşayan Agnesi, diğer Avrupa ülkeleri kadınlarına göre biraz daha şanslıydı. Çünkü, İtalya'da isteyen kadınların biraz olsun okuma şansları vardı. Bu nokta o dönemin Avrupa'sı için önemli bir sorundu. Kadınların okula alınmaları, eğitilmeleri ve okutulmaları bir yerde yasak, bir yerde de horlanılan bir durumdu. Fakat Agnesi bu durumda oldukça şanslı bir aileden geliyordu. Babası Bologna Üniversitesi'nde matematik profesörüydü.

Agnesi, kültürlü bir aileden geliyordu. Yirmi bir çocuğu olan ailenin en büyük kızıydı. İlk eğitimini babası ve annesinden aldı. Çok genç yaşta Fransızca, Almanca, İspanyolca ve biraz da İbranice öğrenmişti. Çok hırslı bir öğrenme arzusu vardı. Daha dokuz yaşındayken o dönem için derin anlamlı bir söylev yazmış ve çok beğenilmişti. Öğrenmeye olan aşırı tutkunluğu nedeniyle önce felsefeye, sonra da tarihe merak

sarmıştır. Oysa, onun üstün zekasını oyalayacak matematikti. Sonunda bir rastlantıyla matematik ile ilgilenmiş ve Bologna Üniversitesi'nde babasının yerine matematik profesörü olmuştur.

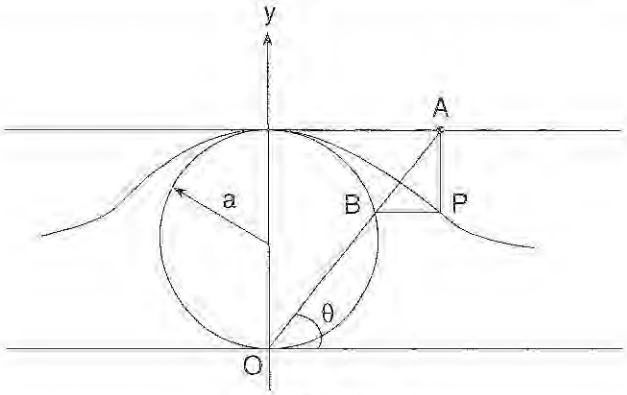
Agnesi, henüz daha on yedi yaşındayken felsefe alanında bir tez yazmış ve bu tez 1738 yılında basılmıştır. Şaşılacak kadar ansiklopedik bilgiye, zekaya ve güzelliğe sahip olan bu kadının kız kardeşi de tanınmış opera yazarlarındandır.

Agnesi'nin en önemli yapıtı, iki cilt olan ve İtalyan Gençliği İçin Analiz Üzerine Çalışmalar ismi altında yazılan kitabıdır. O bu kitabı İmparatoriçe Maria Theresa onuruna sunmuş ve 1748 yılında basılmıştır. İki cilt halinde basılan bu yapıtlar dört kitaptan oluşur. Kitapların içerikleri daha çok diferensiyel ve integral hesabın temel konularıdır. Bu konular Agnesi tarafından derinlemesine incelenmiş ve İtalyan gençlerinin okuması ve analizi anlamaları amaçlanmıştır. Cebir, geometri, diferensiyel hesap, integraller, diferensiyel denklemler ve bu konuların diğer dalları onun usta kaleminden yazılarak çıkmıştır. Ayrıca, bu konular üzerinde kendi özgün çalışmalarını da kitabının içine serpiştirmiştir. Agnesi'nin bu kitabı o dönemde çok tutulmuş, bu nedenle Fransız ve İngiliz dillerine çevirileri yapılmıştır. İngilizce çevirisi iki cilt halinde 1801 yılında basılmıştır. Çevirinin içine bir de Agnesi'nin kısa bir özgeçmişi eklenmiştir.



Maria Gaetana Agnesi.

Agnesi'nin en iyi bilinen çalışmaları analitik geometri üzerinedir. Onun analitik geometri kitabının çevirisinde, Agnesi eğrisi ya da Agnesi çan şekilli eğrisi olarak adlandırılan "witch" sözcüğünde bir yanlışlık yapılmıştır. Bu yanlışlık yalnızca İngilizce çevirisinde vardır. Diğer dillere yapılan çevirilerde yoktur. İngiliz çevirmen, Agnesi'nin eğrisi için kullanılan İtalyanca sözcüğün anlamını yanlış olarak almış ve sonuçta eğrinin adı "şeytanın karısı" biçimine dönüşmüştür. Fakat, çevirinin yanlışlığı daha sonra farkedilmiş ve sonraki baskılarda bu çeviri yanlışlığı hemen düzeltilmiştir.



Agnesi'nin çan eğrisi.

Agnesi'nin çan şekilli eğrisine matematikte Witch yani şeytan sözcüğü bu yanlış çeviriden kalmış, halen bu sözcük yanlış da olsa bu eğri için özel bir isim olarak kullanılır.

Agnesi'nin çan şekilli Witch eğrisinin özel bir çizim yöntemi vardır. Önce, merkezi y ekseni üzerinde (0, a) noktasında olan a yarıçaplı C çemberi çizilir. y = 2a ile verilen ve x eksenine paralel olan doğru alınır. O merkezinden geçen değişken OA doğrusu C çemberini B ve y = 2a doğrusunu da A noktasında keser. A noktasından y eksenine ve B noktasından da x eksenine çizilen paralel doğruların kesim noktası olan P noktası Agnesi eğrisinin bir noktasıdır. Bu türdeki tüm P noktaları art arda birleştirilirse Agnesi eğrisi elde edilir.

Bu biçimdeki eğrinin çizimi için analitik olarak OB doğrusunun bulunması gerekir. O da OB = 2asinθ biçimindedir. Bundan sonra A ve P noktaları kolayca bulunur. Bu eğrinin dik koordinat sistemindeki yazımı da $(x^2 + a^2)y = a^3$ ilişkisi ile bellidir.

Agnesi, erkek ve kız kardeşlerinin eğitimi için uğraşırken onlara öğrettiği matematik notlarından ünlü kitabı ortaya çıkmıştır. Zaten evde işi gücü matematik çalışmak ve kardeşlerine matematik öğretmekle geçiyordu. Yirmi tane kardeşine öğreteceği çok şeyler vardı. Bunun sonucunda hem kendisi ünlü bir matematikçi oldu, hem de kardeşlerine matematik öğretti. Kardeşlerine en iyi ve en kolay yoldan matematik konularını öğretmeyi düşünürken çok sayıda diğer dillere çevrilen ünlü analiz kitabı ortaya çıktı.

Kitap, sıradan bir yapıt değildi. Diğer ülke gençlerinin matematik öğretimi için çok iyi düzenlenmiş ve yazılmış olduğundan çevirileri yapılıyor ve iyi bir ders kitabı olduğu gözden kaçmıyordu.

Agnesi, kendi işini kendisi buldu. Sorumluluklarını çok ciddi olarak yerine getiriyordu. Kendisi çok sayıda yabancı dil bildiğinden, bu dillerde yazılan tüm kitapları okumuş, onları öğrenmiş ve kendi dilinde usta bir yazar olarak ciltlerce tutan kitaplarını yazmıştır. Çalışmaları Fransız Bilimler Akademisi'nce çok beğenilmiş ve hemen çevirileri yaptırılmıştır. Onun, daha önceki matematik yazarlarından farklı olan bambaşka bir yöntemi vardı. Hayran olunacak bir dil ve anlatım getiriyordu. Herhangi bir konu veya problem onun anlatım yöntemi ve dili ile kolayca anlaşılıyordu. Onun bu ustalığı, bu dersleri kardeşlerine özel olarak verirken yaparak yaşayarak elde ettiği sanılıyor. Üstelik bu deneyimlere bir de onun üstün zekası, öğrenme ve öğretme hırsı giriyordu. Problemlerin çözümlerinde yaklaştığı geometrik şekiller de tümüyle farklıydı. O, her şeyde en kolay ve anlaşılır yolu seçerdi.

Agnesi'nin babası 1752 yılında öldü. Bundan sonra Agnesi kendini dini ibadetlere verdi ve yaşamının bundan sonraki kısmını fakirlere yardım etmekle geçirdi. Bu davranışı ile gerçek dünyadan uzaklaşıyor ve mutluluğu bu dünyada arıyordu. Fakirlere yardım etmesi kötü bir davranış değildi ama, matematik çalışmalarından uzaklaşması ve yazmaya son vermesi, bazı yazarlara göre oldukça hatalı bir davranış olmuştur. Eğer Agnesi yazmayı sürdürseydi belki matematik dünyası onun kaleminden ve kitaplarından daha çok şeyler öğrenebilirdi. Agnesi, 9 Ocak 1799 günü İtalya'da Milan'da öldü.

MALFATTİ (1731 - 1807)

Gian Francesco Malfatti 1731 yılında İtalya'da Trento'da doğmuş bir matematikçidir.

Malfatti, Francescolu Maria Zanotti, Gabriele Manfredi ve Vincenzo Riccati gibi ünlü matematikçilerden dersler alarak Bologna Üniversitesi'ni bitirmiştir. 1754 yılında Ferrara'ya gitti ve orada matematik ve fizik okulunu kurdu. Ferrara Üniversitesi yeniden kurulunca oraya matematik profesörü olarak atandı. Tam otuz yıl bu görevde kaldı. Bu dönem içinde matematiğin geometriden analize kadar olan tüm derslerini verdi.

Malfatti'nin en ünlü çalışması 1770 yılında yayınlanmıştır. Bu çalışma beşinci ve altıncı derece denklemlerinin çözümlerini konu alıyordu. Olasılıklar kuramı üzerine olan çalışması, Lagrange'ın kitabında geçen ve Poisson tarafından yeniden matematik dünyasına sokulan problemin çözümü üzerineydi.

Malfatti'nin, Cassini'nin özel eğrisi üzerine olan çalışması 1781 yılında yayınlandı. 1802 yılında yayınladığı ve üçgen çizimleriyle olan şahane çözümü kendi ismiyle anılmıştır. Bu problem daha önce Jacques Bernoulli (1654 - 1705) tarafından ikizkenar üçgenler için yapılmıştı. Bu problemin daha zarif geometrik çözümü Steiner tarafından verilmiş ve Crelle Dergisi'nde 1826 yılında yayınlanmıştır. Aynı problem Clebsch tarafından eliptik fonksiyonlara uygulanması yapılmış ve bu uygulama 1857 yılında yine Crelle'de yayınlanmıştır.

Malfatti'nin çalışmaları Pavia, Milan, ve Münih'te basılmıştır. 9 Ekim 1807 günü İtalya'da Ferrara'da ölmüştür.

PİAZZİ (1746 - 1826)

Giuseppe Piazzi 16 Temmuz 1746 günü İtalya'da Ponte di Valtellina'da doğdu. Kendisi döneminin ünlü bir gökbilimcisidir. Önce Tanrıbilim, felsefe ve matematik öğrenimi gördü. 1764 yılında Teatinus keşişi, 1779 yılında da Roma'da Tanrıbilim profesörü oldu. Bir yıl sonra 1780 tarihinde Palermo Akademisi'nde yüksek matematik profesörlüğüne atandı. Daha sonra Sicilya genel valisinin de yardımıyla, 1790 yılında Palermo kıraliık sarayının kulelerinden birinde Palermo Gözlemevi'ni kurdu. Burada 7.646 tane yıldızın konumlarını gösteren büyük bir katalog hazırladı ve bu yıldızların çoğunun Güneş'e göre devinim halinde olduklarını gösterdi. Ölümüne dek bu gözlemevinin yöneticiliğini yaptı.

Fransa ve İngiltere'ye giderek, oralardaki Paris ve Greenwich Gözlemevleri'nde incelemeler yaptı. 1 Ocak 1801 günü ilk küçük gezegen Ceres'i bulan ve ona bu ismi veren Piazzi'dir. Önemli bir çiftyıldız olan Kuğu 61 ismi verilen yıldızların özdevinimini belirledi. Piazzi'den önce bazı yıldızların özellikleri belirlenmişti. O, 1803 yılında konumlarını kendinden önceki gözlemcilerden çok daha duyarlı olarak belirlemeyi başardı. 6.748 tane sabit yıldızı içeren ilk kataloğunu 1803 yılında yayınladı. 1813 yılında yayınladığı ikinci katalogsa, ilk kataloğunun geliştirilmiş biçimidir ve 7.646 yıldızın ortalama konumlarını içerir. 1 Ocak 1801 yılında Mars ve Jüpiter yörüngeleri arasında yeni bir gökcismi olan Ceres'den başka, ondan kısa bir süre sonra Gauss'un yörüngesini hesapladığı bu cismin, sonraları sayıları altı bine ulaşan ve çapları 700 kilometreyi geçmeyen gezegenimsiler olduğu belirlendi.

1792 ile 1813 yılları arasında yaptığı gözlemleri düzenledi. Hastalık yüzünden gözlemlerine bir süre devam edemedi. Yeniden çalışmaya başladığı zaman bu küçük gezegen Ceres'in Güneş'e çok yaklaştığı için gözlenemez olmuştu. Carl Gauss daha sonra Ceres gezegeninin yörüngesini hesapladı ve bulunması gereken konumları gösteren bir gök günlüğü yayınladı. 1802 yılında Olbers, bundan yararlanarak, geze-

geni keşfedilişinden tam bir yıl sonra yeniden buldu. Piazzi, 1817 yılında Capodimonte gözlemevinin yapımını yönetmek için Napoli'ye çağırıldı. Daha sonra iki Sicilya Krallık gözlemevleri müdürlüğüne atandı. Tüm bu gözlemevlerinde çok sayıda gözlemler yaptı ve bu gözlemleri sonuçlarını yayınladı.

Piazzi, 22 Temmuz 1826 günü yine İtalya'da Napoli'de öldü.

GİUSEPPE (1749 - 1827)

Giuseppe Calandrelli, 22 Mayıs 1749 günü İtalya'da Roma yakınlarında Zagarolo'da doğmuş bir matematikçi ve gökbilimcisidir. Kendisi Roma'da Gregorian Üniversitesi profesörlerindendir. Aynı zamanda 1787 yılında Angelo Secchi tarafından kare tabanlı olarak yapılan ve halen ayakta olan küçük bir kulede gökbilimi gözlemlerini yapmıştır. Aynı zamanda bu gözlemesinin yardımcı yöneticisidir.

Giuseppe, matematik çalışmalarının yanı sıra Ardrea Conti ve Giacomo Ricchebach ile birlikte bu gözlemevinde yaptıkları gözlemlerin sonuçlarını Opuscoli Gökbilimci seri olarak 1803 ile 1824 yılları arasında yayınlamışlardır. 1806 yılında yayınladıkları seriyi VII. Papa Pius'e armağan etmişlerdir. VII. Papa Pius bu üç gökbilimciye çok yardım etmiş ve onların gökbilimsel gözlemlerini daha iyi yapabilmeleri için onlara araçlar ve gereçler almıştır. Böylece 1816 yılında yaptıkları çalışmalarını VII. Papa Pius anısına ve şerefine diyerek yayınlamışlardır.

Giuseppe ayrıca Gregorian takviminin tarihi ve Roma gökbilimi üzerine yaptığı makaleleri de yayınlamıştır. D'Alembert ile de görüşen Giuseppe, 24 Eylül 1827 günü İtalya'da Roma'da ölmüştür.

Giuseppe Calandrelli'nin yeğeni olan İgnazio Calandrelli, 27 Ekim 1792 günü İtalya'da Roma'da doğmuş bir gökbilimci ve matematikçidir. İgnazio, bir gökbilimi profösörüydü. 1845 yılından 1848 yılına kadar Bologna Üniversitesi'nin gözlemevinin yöneticisi olarak görev yaptı. Bu yöneticilikten önce ve sonra da Pontifical Üniversitesi'nde ve Campidoglio gözlemevinde çalıştı. XII. Papa Leo tarafından çok onurlandırıldı. Yaptığı gözlemlerle Roma'da takvimini XII. Papa Leo'ya sundu. 1827 yılında çalışmaları tamamlanan bu takvim, Roma'da senato binasının üstüne asıldı.

Roma tarihinde yapılan en iyi takvim buydu. Enlem ve boylamların duyarlı biçimde kullanıldığı bu takvimin çalışmaları daha çok konumlu gökbilimine dayalıydı. Bu çalışmaya 1853 yılında Ertel de katılmıştır. Böylece, koordinatları kullanarak yıldızlar kataloğunu hazırlamışlar, kırılmaları incelemişler, küçük gezegenlerin ve kuyruklu yıldızların yörüngelerini hesaplayarak yayınlamışlardır.

İgnazio, 1858 yılında Büyükköpek takım yıldızında en parlak olan Akyıldız denen Sirius'un özel hareketini inceleyerek yayınlamıştır. 15 Mart 1858 yılında Güreş tutulmasını gözlemlemiştir. 8 Mayıs 1859 günü Satürn gezegenin Güneş tarafından gizlendiğini incelemiştir. İgnazio, Roma'da Nuovi Lincei'nin de üyesiydi. 12 Şubat 1866 günü İtalya'da Roma'da ölmüştür.

MASCHERONİ (1750 - 1800)

Lorenzo Mascheroni, 14 Mayıs 1750 günü İtalya'da Bergamo yakınlarında Castagneta'da (Castagnetto) doğdu. Euclidean geometrideki çizimleri yalnız pergelle yapılması üzerine olan çalışmaları ile tanınır.



Lorenzo Mascheroni.

Mascheroni, büyük bir çiftlik sahibi Paolo Mascheroni deli Olmo'nun oğluydu. Annesi Maria Civibelli'dir. On yedi yaşında kiliseye rahip olarak atandı ve burada dini konularda söylevler verdi. Bu sırada henüz yirmi yaşlarındaydı. Ondan sonra 1778 yılında Bergamo'nun fizik ve matematik çalışmalarına katıldı. 1785 yılında yayınladığı bir çalışma ona 1786 yılında Pavia Üniversitesi'nde cebir ve geometri profesörlüğüne atanmasını sağladı. 1789 ile 1793 yılları arasında aynı üniversitenin rektörlüğünü yaptı. Aynı zamanda 1788 ile 1791 yılları arasında Akademi Degli Affidati'nin başkanlığını yürüttü. Diğer yandan Paduva Akademisi'nin, Mantua Royal Akademisi'nin ve Societa delle Scienze'nin de üyesiydi.

Euler sabiti üzerine olan çalışması 1790 yılında yayınlandı. Bu çalışmada Euler sabitini otuz ikinci basamağa kadar hesapladı. Bu nedenle bu sayıya çoğu kez Euler-Mascheroni sabiti ismi verilir. Daha sonra Johann Soldner 1809 yılında bu hesaplamanın yirminci basamağında yanlışlık yapıldığını görerek düzeltti.

Mascheroni, yeni paranın, ağırlıkların ve ölçülerin ayarlanması için Milan'daki heyete atandı ve bunun için Paris'e gönderildi. Buradaki çalışmalarını 1798 yılında yayınladı. 1799 yılında Milan'ı işgal eden Avusturyalılar tarafından evine dönmesi engellendi. 1797 yılında yazdığı Geometri kitabında Napolyon'a sunulmuş bir şiiri de vardır. Mascheroni'nin en seçkin yapıtı 1793 yılında Pavia'da yayınlanmıştır. Soğuk algınlığına dayanan hastalıktan kısa bir süre içinde 14 Temmuz 1800 günü Fransa'da Paris'te ölmüştür. Yazdığı şiir mezarının başında okunmuştur.

Mascheroni'nin en iyi düzenlediği bir çalışması da statik üzerinedir. Diğer bir çalışması da Euler'in analizinin en iyi yorumudur. Bunların içinde en iyi olanı ve bilineni Geometri kitabıdır. Bu kitaptaki tüm düzlemsel şekiller pergel ve cetvelle çizilir. Bazı çizimler de yalnız pergelle yapılmıştır. Burada verilenler ve bilinmeyenler noktalardır. İki nokta bilinirse bu noktalardan geçen doğru biliniyor olarak alınır.

Mascheroni, geometrik çizimlere ilk başlarda başladı. Önce pergel ve cetvelle çizimler yapar. Daha sonra cetveli atar ve yalnız pergelle çizimlerin yapılabileceğini söyler. Problemlerini uygulamalı ve kuramsal çizimlerle yapar. 1906 yılında August Adler, Mascheroni'nin bu çizimlerini tersine çevirme kuramına uygulamıştır.

Mascheroni'nin geometrik çizimlerinin tarihi uzun bir konudur ve kökeni çok eskilere gider. Pergel ve cetvelin kullanımı Eski Yunanlılara aittir. Bunlara Euclides araçları ismi verilir. Her iki araçta da derecelendirme bulunmayacaktır ilkesi vardır. Bu araçların en iyi biçimde kullanılmasını Euclides'in birinci kitabında görebiliriz.

Yalnız, pergel ve cetveli İranlı matematikçi Ebül Vefa da 980 yıllarında bu anlamda Mascheroni'den çok önce kullanmıştır. Ebül Vefa, cetveli alır. Pergelin ayaklarının açıklığını sabit tutar. On altıncı yüzlıda Vinci, Dürer, Cardano, Tartaglia ve Ferrari de bu kısıtlamayla çizimleri yapmışlardır. Georg Moher, 1672 yılında Euclides'in Elements isimli kitaplarının ilk altı tanesindeki çizim problemlerini yalnız pergelle yapmıştır. Lam-

bert 1774 yılında verilen bir paralel kenarın çizimini verilen bir doğruya paralel olarak yalnız cetvelle çizimini incelemiştir.

Poncelet de Mascheroni'nin çizimlerini incelemiştir. Poncelet, 1822 yılında merkezi verilen bir çemberle tüm Euclidean çizimlerini cetvelsiz çizmiştir. Bu çizimlere Jacob Steiner de katılmıştır. Yani, cetveli kullanarak çizimlerin yapılabileceğini söylemiştir. Poncelet gibi diğerleri de izdüşüm düzlemindeki koordinatları tanıtarak bu soyutlamayı yapmışlardır. Johannes Trolle Hjelmslev ve diğerleri, Mascheroni'nin çizimlerini Euclidean olmayan geometrideki çizimlere benzer olarak uygulamışlardır. Böylece Ebül Vefa ve Mascheroni'nin çizimleri daha sonra gelen matematikçilere yeni yeni esin kaynağı olmuş ve çalışmalar yapmalarına ortam hazırlamıştır. 1928 yılında Mohr, Mascheroni'nin çalışmalarından bağımsız bir çalışma yayınlamıştır.

Ebül Vefa ile Leonardo Vinci arasında beş yüz yıl bir fark olmasına karşın, İtalyan geometricileri cetveli ve sabit açıklıklı gergeli kullanmayı İslam matematikçilerinden almışlar ve kullanmışlardır. İslam matematikçilerin de başka bir kaynaktan almış olabilecekleri söylentileri vardır ama bunu kanıtlayan bir kaynak henüz ele geçmemiştir.

Mascheroni ile Mohr'in çizimleri temelde çok farklıdır. Mascheroni'nin çizimlerinde bir doğru parçasının orta noktasının bulunması genel bir çözüm olarak önemli bir görev görmemesine karşın, Mohr'in çizimlerinde temel görevi görür. Mohr'in kitabında problemin genel halinin formülü verilmemiştir.

Bu konuda çalışmalar ve çizimler yapan Hjelmslev'in irdelemeleri de tam değildir. Oysa Mascheroni'nin sonuçlarının kanıtı oldukça kolaydır.

Mascheroni'nin çalışmaları Bergamo, Pavia, Roma ve Leibzig'de basılmıştır. Ayrıca, bu çalışmalar üzerinde çok sayıda araştırmalar ve yayınlar yapılmıştır.

On sekizinci yüzyılın ikinci yarısında pergelin geometrisi ile uğraşan Mascheroni, Euclidean geometrisindeki çizimlerin olanaklı olanların çoğunun yalnız pergelle çizim yöntemlerini verdi. Bazı çizimlerin de bazı belirgin noktalarını buldu. Mascheroni, başlangıçta insanla ilgili bilimlerle ilgilendi. Kendi doğduğu yerde, daha sonra da Pavia'da Yunanca ve şiir üzerine dersler verdi. Ardından, papazlığın en yüksek kademesi ve derecesini alarak kilisede papaz oldu. Fakat onun papaz olması, Cisalpina cumhuriyeti için çarpışan iyi bir savaşçı olmasını engellemedi. Zaten insanlarla ilgili olarak verdiği derslerden çok deneyim kazanmıştı.

Mascheroni'yi, bu konuların hiç birisi doyurmuyor ve oyalayamıyordu. Bir rastlantı sonucu Euclides'in geometrisi eline geçti ve geometri çalışmaya başladı. Geometri üzerine yaptığı çalışmalar hemen ürünü verdi. Bu çalışmaları sonucunda önce Bergamo'da, ardından da Pavia Üniversitesi'de matematik profesörü oldu. Çok çalışkan ve hızlı öğrenen biri olduğu için çok sayıda kitap yazdı. Fizik, diferensiyel ve integral he-

sap üzerine kitaplar yayınladı. Metrik sisteme geçilmesini önerdi. Fakat, onu temelde ünlü yapan ve çevresine tanıtan çalışması, cetveli kullanmadan yalnız pergelle bazı Euclidean çizimlerini çizebilmek oldu. Bu konuda yazdığı Geometria del Compasso (Pergelin Geometrisi) isimli kitabı 1795 yılında Pavia'da basıldı. Kitabın yeni bir baskısı 1901 yılında Palermo'da yapıldı. Aynı kitabın Fransızca çevirisi A. M. Carette tarafından yapılarak 1708 yılında Paris'te yayınlandı. İkinci baskısı 1828 yılında yapıldı.

LHUİLİER (1750 - 1840)

Basit matematik konuları üzerinde araştırmalar yapan sonraki İsveç matematikçilerinden olan ve en iyi bilinen Simon Antoine Jean Lhuilier 24 Nisan 1750 günü İtalya'da Geneva'da doğmuş ve 28 Mart 1840 günü ölmüştür. Gençlik yılları Varşova'da özel öğretmenlikle geçmiştir. Bundan sonraki yıllarının bir kısmı da Tübingen'de özel dersler vererek çalışmıştır. 1795 yılında Geneva'da matematik profesörü olmuş ve 1780 yılında da Varşova'da geometri profesörlüğüne atanmıştır. 1786 yılında sonsuzun doğası isimli bir çalışmasıyla Berlin Akademisi ödülünü almış ve bu ödülle ünlü olmuştur. Çok sayıda olan çalışmaları ilkel matematik üzerinedir. Daha sonraki çalışmalarının birisinde Pisagor teoremine benzeyen

$$\sin^2\left(\frac{1}{2}a\right) = \sin^2\left(\frac{1}{2}b\right).\cos^2\left(\frac{1}{2}c\right) + \sin^2\left(\frac{1}{2}c\right).\cos^2\left(\frac{1}{2}b\right)$$

formülü bulmuştur. Dik üçgen üzerine olan kitabı 1810 ile 1811 yılları arasında yayınlanmıştır. Çokgenler ve çokyüzlülerin ölçümleri ve çizimleri üzerine bazı hesaplamaları vardı.

Lhuilier'in çağdaşı olan Jean Trembley (1749 - 1811), doğuştan Cenevalı fakat İsviçre'de bulunmuş bir matematikçidir. Çalışmaları daha çok integral hesap ve bunun uygulaması türündedir.

RUFFİNİ (1765 - 1822)

22 Eylül 1765 günü Papalık Devletleri'nde Valentano'da doğan Paolo Ruffini, beşinci dereceden genel denklemin yalnızca cebirsel işlemlerle çözülmesinin olanaksız olduğunu kanıtlamaya yönelik ilk önemli çalışmayı gerçekleştiren bir İtalyan matematikçisi ve tıp doktorudur.

1787 yılında Modena Üniversitesi'nde matematik profesörü olan Ruffini, 1799 yılında tıp ve uygulamalı matematik profesörlüğüne getirildi. Modena'daki askeri okulda ve daha sonra İtalyan Askeri Akademisi'nde yedi yıl uygulamalı matematik ve tıp dersleri okuttu. Devlete bağlılık andında bulunmayı kabul etmediğinden Cisalpina yönetimince bir yıl süreyle görevinden uzaklaştırılan Ruffini 1814 yılında Modena Üniversitesi rektörlüğüne getirildi.

Ruffini'nin 1799 yılında ortaya koyduğu genel beşinci dereceden denkleme ilişkin kanıtı önemli eksiklikler içeriyordu. Norveçli matematikçi Niels Henrik Abel, 1824 yılında çok daha gelişkin bir kanıt ortaya koydu. Fakat bu kanıt da eksiksiz olmaktan uzaktı. Ruffini'nin gruplara ilişkin katkıları, iki Fransız matematikçi Evariste Galois ile Augustin Louis Cauchy'nin gruplar kuramı üzerindeki çalışmalarına temel oluşturmuştur.

Biraz ileri düzeyde cebir bilgisi olan öğrenciler Paolo Ruffini'nin ismini bilirler. Denklemler kuramı üzerinde yoğun çalışmalar yapmış olan Ruffini, çok sayıda ve tümü de önemli olan özgün yapıtlar ortaya koymuştur. Bu çalışmaları arasında Genel denklemler Kuramı isimli kitabı iki ciltlir ve 1799 yılında Bologna'da basılmıştır. Matematik tarihinde gruplar kuramına ilk kez bu kitapla başlanılmıştır. Daha sonra bu kuram modern anlamda Abel ve Galois tarafından ele alınmıştır. 9 Mayıs 822 günü Modena Düklüğü'nde ölmüştür.

ARGAND (1768 - 1822)

18 Temmuz 1768 günü İtalya'da Geneva'da doğan Jean Robert Argand, 13 Ağustos 1822 günü Fransa'da Paris'te ölmüştür. Essai isimli çalışması 1806 yılında yayınlanmıştır. Karmaşık sayıların düzlemde gösterilmesini getirmiştir. Aslında karmaşık sayıları düzlemde ilk kez gösteren Wessel'dir (1745 - 1818). Fakat onun bu gösterimleri pek dikkat çekmemiş, bu gösterimin tanıtılması Argand'a kadar gelmiştir. Bu konu daha sonra Gauss tarafından da incelenmiştir. Onun için karmaşık sayıları düzlemde geometrik yolla gösterimine çoğu kez Wessel-Argand-Gauss gösterimi ismi verilir. Argand, karmaşık sayıların düzlemde gösterilmelerinden sonra her cebirsel denklemin kökü olacağını göstermiştir. Karmaşık sayılarla ilk yayınlar yapanlar arasında Cauchy ve Gauss'u görürüz. $\sqrt{-1} = i$ ile gösterilen karmaşık birimin kuaterniyonlarda kullanılması bu yapının daha da ilerlemesine neden olmuştur. C. Wessel bu konudaki çalışanların ilklerindendir. Bu konu üzerine yaptığı çalışmaları 1797 yılında Mart ayında Kopenhag'da yayınlamıştır. Bundan sonraki çalışmalar Wessel'i izlemiştir. Kuaterniyonlar konusunun meyvasını da Hamilton yemiştir.

PLANA (1781 - 1864)

Giovanni Plana 6 Kasım 1781 günü İtalya'da Voghera'da doğmuş bir matematikçidir. Antonio Maria Plana ile babası Giovanna Giacoboni'nin oğludur. Babası onu 1796 yılında çalışmalarını tamamlaması için Grenoble'ye göndermiştir. Bu sırada iki amcası orada çalışıyordu.

Plana, Grenoble'de yeteneğini hemen gösterdi ve bilimsel çalışmalarda bulundu. 1800 yılında Paris'te ünlü Politeknik Okulu'na alındı. Burada üç yıl çalıştı. Buradaki çalışmaları da öğretmenlerinin dikkatini çekti. Özellikle ünlü olan öğretmenlerinden Lagrange onun çalışmalarını destekledi ve yardım etti. Cana çok yakın ve sevilen biri olan Plana, Grenoble'de bulunduğu dönemde ünlü matematikçi Stendhal ile yakın arkadaşlık kurmuştu.

Plana 1803 yılında İtalya'ya geri döndü. Ünlü matematikçi Fourier'den çok etkilendi. Fourier onu Grenoble'deki askeri okula matematik profesörü olarak atanmasını başaramadı ama Piedmont'taki askeri okulda bir kürsü ayarladı. Plana matematik mesleğinde ilerlemek ve belli bir yerlere gelmek istiyordu. Bu sırada Türin ve Alessandria'nın bazı kısımlarını Fransızlar almışlardı. Lagrange'nın yardımları ile 1811 yılında Türin Üniversitesi'ne gökbilimi profesörlüğüne atandı. Ölünceye kadar bu okulda kaldı. Gökbilimi dersleri ile sonsuz küçükler hesabını okuttu. Ayrıca, yerel bir askeri okulda bazı dersleri de anlattı. Yarım yüzyıl Türin Gözlemevini yönetti, orada çalışanlarla gözlemevini geliştirdi ve gözlemler yaptılar.

Plana genç yaşlarında çok çalışmalar yaptığı için İtalya'da en önde gelen bilim adamı olarak ün yapmıştı. Bu sıralardaki İtalyan Üniversitelerinde eğitim ve öğretimin düzeyi düşmüştü. Plana tek başına buralarda öğretimin düzeyini yükseltti ve çok başarılı dersler verdi.

Plana'nın çalıştığı matematik alanı çok genişti. Matematik analizde Euler integrallerinden eliptik fonksiyonlara, matematiksel fizikte kürenin soğuması, elektrostatik, jeodezide Avusturya'dan Fransa'ya kadar olan enlem yaylarının hesapları ve gökbiliminde Ay hareketlerinin kuramı onun çalışma alanlarından bazılarıydı. Plana'nın ay üzerine olan çalışmalarından, Milan'daki gözlemevi müdürü Oriani çok yararlandı. Bu konuda arkadaşlarıyla birlikte çok sayıda çalışmalar yaptılar. Bu sırada Plana Carlini ile tartıştı. Yirmi yılını tek başına çalışarak geçirdi. Bu çalışmalarını 1832 yılında Ay'ın Hareketleri Kuramı ismiyle Türin'de üç cilt olarak yayınladı. Kitaplar geniş bir okuyucu tarafından okunmadığı için eleştirilere de rastlanılmadı. Tüm bu olumsuz yönlerine karşın bu çalışmalar çok değerliydi.

Plana 1827 yılında Kıraliyet gökbilimcisi olmuştu. 1844 yılında Baron, 1848 yılında senatör ve 1860 yılında da Paris Bilimler Akademisi'nin üyesi olan Plana, 20 Ocak 1864 günü İtalya'da Türin'de öldü.

Plana'nın yüz tane çalışma yaptığı belirlenmiştir. Yaşam öyküsü ve çalışmalarının listesi Albert Maquet tarafından yazılmıştır. Çalışmalarının çoğu ölümünden sonra değişik yazarlar tarafından çok sayıda dergilerde yayınlanmıştır.

DOPPLER (1803 - 1853)

Johann Chirstian Doppler, 29 Kasım 1803 günü Avusturya'da Salzburg'da doğmuş, 17 Mart 1853 günü İtalya'da ölmüş bir matematikçi, fizikçi ve gökbilimci biridir.

Doppler, taş yontucu bir ustanın oğludur. Küçük yaştan beri sağlık durumu bozuk olan Doppler, tüm bu olumsuz koşullara karşın öğreniminde üstün başarılar elde etmiştir. Babası onun iş yaşamında çalışma yapması ve yükselmesi için bir plan yapmıştı. Fakat ondaki matematik yeteneğini gören gökbilimci ve jeodezist Simon Stampfer, Doppler'in Viyana'daki Politeknik Enstitüsü'ne devam etmesini önerdi. 1822 ile 1825 yılları arasında bu enstitüye devam etti. Buradaki öğretim planlarının oldukça tek yönlü olduğunu görerek buradan ayrıldı ve Salzburg'a geri döndü. Salzburg'da kendi kendine çalışmaya karar verdi. Gymnasiumu bitirdi. Felsefe konularına az zaman harcayarak matematik ve fizikte özel dersler aldı. 1829 ile 1833 yılları arasında Viyana'da matematik asistanlığı yaptı ve ilk çalışmasını matematik ve elektrik üzerine yayınladı.

Doppler, 1835 yılında Amerika'ya göç etmeyi düşünüyordu. Bunun için neyi varsa sattı ve Münih'e geldi. Bu sıralarda Prag'da matematik öğretmenliğini elde etti. Bundan sonra, 1841 yılında Prag'da Devlet Akademisi'nde matematik ve geometri profesörlüğüne atandı. Devlet Akademisi bu görevini sürekli profesörlüğe çevirdi. Böylece, 1843 yılında bu akademinin tam zamanlı profesörü oldu. 1847 yılında Schemnitz'deki Maden Akademisi'ne matematik, fizik ve mekanik profesörü olarak atandı. 1848 ile 1849 yılları arasındaki karışıklıkların sonucunda Viyana'ya geri döndü. 1850 yılında Fizik Enstitüsü'nün müdürlüğüne getirildi. Ayrıca Viyana Üniversitesi'nin tam kadrolu fizik profesörü oldu.

Doppler, Prag'da bulunduğu yıllarda akciğer hastalığına yakalanmıştı. 1852 yılında Venedik'in havasının iyi geleceğini düşünerek Venedik'e gitti ve bir yıl sonra orada öldü. Geride bir hanımı ve beş çocuğu kaldı.

Doppler'in en önemli ve zamanımızda her türlü tıp araçlarında kullanılan Doppler etkisini bulmasıdır. Bu olay kısaca şudur. Bir kaynaktan çıkan dalga, ortamın yoğunluğuna göre yol alır. Bu olay bugün tıpta organlardaki hastalıkları belirlemede kullanılır. Bu konuyu açıklayan çalışması 25 Mayıs 1842 günü yayınlanmıştır. Bu konudaki ikinci bir çalışması da 1846 yılında çıkmıştır.

Doppler'in ilk çalışmaları matematik üzerineydi. 1842 yılında yayınladığı çalışma ise Doppler etkisini açıklar. Geliştirdiği kurama göre, hareketli bir kaynaktan gelen sesin inceliği sabit bir gözlemci için nasıl değişiyorsa, benzer biçimde, bir yıldızdan gelen ışığın rengi de o yıldızın Yer'e bağıl hızına bağlı olarak değişiyordu.

Gözlemci ile dalga kaynağının birbirlerine göre bağıl devinimleri nedeniyle, ses ve ışık dalgalarının, kaynaktan çıktıkları andaki frekansları ile gözlemciye ulaştıkları andaki frekansları arasında ortaya çıkan farklılığa Doppler etkisi denir. Gökbilimi ölçümlerinde, Mössbauer etkisi araştırmalarında, radarlarda ve günümüzdeki seyirde bu olgudan yararlanılır. Bu olayı ilk kez Doppler belirlemiştir.

Doppler etkisine en iyi örnek şudur. Düdük çalarak yol almakta olan bir tren, sabit bir gözlemciye yaklaştıkça düdük sesinin tizliği giderek artar. Tren gözlemciden geçip uzaklaştıkça da sesi giderek kalınlaşır. Yani, tren bize yaklaşırken sesi inceldiği halde, bizden uzaklaşırken kalınlaşır.

Benzer biçimde, Yer'den gözlemlenen bir yıldızın ışığı, Yer ve yıldız birbirinden uzaklaşıyorsa tayfın kırmızı ucuna (daha düşük frekans ya da daha uzun dalgaboyu) doğru, Yer ve yıldız birbirine yaklaşıyorsa tayfın mor ucuna (daha yüksek frekans ya da daha kısa dalgaboyu) doğru kayar. Yıldızların devinimlerinin incelenmesinde, çift yıldızların araştırılmasında yararlanılan Doppler etkisi evrene ilişkin modern kuramların en önemli konularından birisidir.

Doppler başlangıçta seslerle ilgili formülleri bulmuştu. Daha sonra tayflara uygulandı. Doppler döneminde fiziğin araştırma koşulları dar sınırlar içindeydi. Bu nedenle bu konu daha sonra başka fizikçiler tarafından da incelendi. En iyi başarılar ondokuzuncu yüzyılda elde edildi. Bu konu, B. Bolzano, Buys Ballot, John Scott Russell ve H. Fizeau tarafından iyice incelendi. Doppler etkisi bugün daha çok Doppler-Fizeau ilkesi olarak söylenir.

İtalyan gökbilimci Benedict Sestini 1850 yılında çift yıldızlar üzerine yaptığı gözlemlerde bu Doppler etkisini inceledi ve tayflardaki renklerdeki kaymaları gördü. İngiliz gökbelimci William Huggins 1868 yılında daha ileri araçlarla bu konuyu inceledi. Işıksal etkiler de ilk kez 1901 yılında Belopolsky tarafından ortaya konuldu. Böylece, Doppler etkisi gökbiliminin temel araçlarından birisi oldu. Şimdi de bu olay tıpta kullanılıyor.

BELLAVİTİS (1803 - 1880)

Giusto Bellavitis 22 Kasım 1803 günü İtalya'da Vicenz'de Basano'da doğmuş bir matematikçidir. Babası Ernesto Bellavitis, Bassano Giovanna Navarini belediyesinin

para işlerini yönetiyordu. Asil bir aileden geliyordu ama Bellavitis alçak gönüllü, ılımlı, gösterişsiz ve dürüst biriydi.

Bellavitis düzgün bir öğrenim görmedi. Babasından aldığı eğitimle ve matematiğe yönderilmesiyle yetindi. Kendi kendine matematik çalıştı. İlk temel çalışmalarını 1835 ile 1837 yılları arasında yayınladı. 26 Eylül 1840 günü Veneto Enstitüsü'ne burslu olarak girdi. 1843 yılında bu Enstitü'ye matematik ve mekanik profesörü alarak atandı. Ardından kırk dört yaşında Maria Tavalli ile evlendi. Aralarında çok yaş farkı olmasına karşın Bellavitis bu evlilikten çok mutlu oldu, rahat etti ve Maria onu akademik çalışmalarında çok destekledi.

Paduva Üniversitesi'nin tasarı geometri dalında açtığı profesörlük sınavını kazandı ve 4 Ocak 1845 günü bu göreve profesör olarak atandı. 4 Temmuz 1846 günü üniversitesi onu felsefe ve matematik dalında onurlandırarak şeref doktorası verdi. 1867 yılında ek olarak cebir ve analitik geometri profesörlüğüne getirildi. 15 Mart 1850 günü Quaranta Derneği'nin ve 1879 yılında da Lincei Akademisi'nin üyesi oldu. 1866 yılında İtalya krallığı tarafından senatör olarak atandı.

Bellavitis'in çalışma yönteminin temeli denklikler yöntemi üzerineydi. Bu yöntem matematiksel düşüncede özel bir görüştü. Kullanıldığı yer de geometrik analizdeydi. Peano'ya göre geometrik analiz, geometrik varoluşları üzerinde işlemlerin bir sistemi olarak alınır. Bu işlemler cebirsel yolla yapılır. Bunlar, geometrik çizimlerin sonuçları, formülleri, geometrik önermelerin matematiksel ifadeleri, denklemler ve matematiksel mantıkların hep cebirsel eşdeğer ifadelerini yazdı. Örneğin, düzlemdeki bir doğurunun ya da çemberin analitik bir dille eşdeğerini yazma Bellavitis'in çalışmalarına örneklerden bazılarıdır.

Bellavitis'in bu eşdeğer olarak ifade etme yöntemi önce Leibniz tarafından geliştirilmiştir. Bellavitis analitik geometriyi de aşarak koordinatlardan öte geometrik elemanları kullanmıştır. Möbius ve Carnot (1803) da bu eşdeğer olmayı önermişti. Örneğin AB ve DC doğru parçalarının eşdeğer olması, ya eşit, paralel ya da aynı yönde olması olarak alınıyordu. Bellavitis bu eşdeğer olmayı $AB \cong CD$ olarak gösteriyordu. Fizikte de örnekleri vardı. Örneğin, herhangi bir vektör bu vektörle aynı yönde olan ve koordinat düzleminin başlangıç noktasında konuşlanan konum vektörü ile gösterilir. Bu vektörün yaptığı görevleri bir konum vektörüne yaptırırız.

Eşdeğer olmaları karmaşık sayıların cebirinde de kullanırız. Karmaşık sayılarda olduğu gibi W. R. Hamilton 1853 yılında kuaterniyonları bu düşünceyle bulmuştur. Bu buluşunu düzlem geometriye, mekaniğe, vektörlere ve uzaylara uygulamıştır. Grassmann son olarak bu konuyu vektör kuramında kullanmıştır. Bellavitis'in kurduğu analiz Möbius'un kurduğu analizden daha geneldir.

Bellavitis, 1834 yılında çokgenlerin alanlarını ve çok yüzlülerin hacimlerini köşeler

arasındaki uzaklıkların birer fonksiyonu olarak ifade etmiştir. Bellavitis'in bu buluşları üzerine olan çalışmalarını daha sonra Staudt yeniden bulmuş ve 1842 yılında yayınlamıştır. Bellavitis, cebirsel geometrideki eğrileri yeni bir sınıflandırmasını yapmıştır. Newton'un düzlemsel kübik eğrilerini tamamlamış, yetmiş tane olarak bilinen bu eğrilere altı tane daha yeni eğri eklemiştir. Bu altı yeni eğri Euler ve Cramer tarafından bilinmiyordu. Bellavitis, üçüncü sınıf eğrileri de sınıflandırmaya başlamıştı. Küresel üçgenlerin grafik çözümlerini önermiş, dönüşümlerini yapmıştı. Bu yöntemi kristallerin şekillerini belirme problemlerine uyguladı.

Bellavitis, tasarı geometri üzerine de çalıştı ve bu konuda bir kitap yazdı. Matematiksel ve fiziksel uygulamalarını yaptı. Düzlem ve üç boyutlu uzaylardan öte bu konuları yüksek boyutlu uzaylara ve Euclidean olmayan uzaylara taşıdı. Beltrami'nin araştırmaları paralelinde Lobatchewski geometrisini inceleyerek yeni geometriler kurdu. Jeodezik üçgenler üzerine araştırmalar yayınladı. Paolo Ruffini gibi herhangi dereceli cebirsel denklemlerin sayısal çözümleri üzerine eğildi. Sayılar kuramı ve denklikler kuramını inceledi. Karmaşık sayıların kuramını düzlemde inceledi. Sonsuz küçükler hesabı üzerinde çalışmalar yayınladı. Bu konuda yayınladığı Euler ve eliptik integralleri ünlüdür.

Bellavitis, çok farklı olan mekanik problemlerini yeni yöntemlerle çözdü. Fizik, optik, elektroloji ve kimya üzerine bazı araştırmalar yaptı. Gençliğinde uluslararası bilimsel bir dil üzerinde çalıştı ve bu dil üzerindeki çalışmalarını 1863 yılında yayınladı. Matematik tarihi konusuna da zaman ayırdı. Cataldi'nin sürekli kesirleri bulması ve kullanmasını destekledi. Çok sayıda kitaplarının yanısıra onlarca makale yayınladı. Bu çalışmaları değişik tarihlerde farklı ülkelerde yayınlandı. En son bir yayını 1965 yılında Roma'da çıktı. 6 Kasım 1880 günü İtalya'da Bassano yakınlarında Tezze'de öldü.

BONCOMPAGNİ (1821 - 1894)

Baldassare Boncompagni, 10 Mayıs 1821 günü Roma'da doğmuş bir matematik ve fizik tarihçisidir. Kendisi prenses olan ailenin bir oğludur. Matematik derslerini Barnaba Tortolini'den almış ve iyi bir matematikçi olmuştur. Matematik analiz üzerine olan çalışmalarını 1843 yılında Crelle Dergisi'nde yayınlamıştır. Daha sonra matematik ve fizik tarihi üzerinde çalışarak yapıtlar vermiştir.

Boncompagni, on altıncı ve on yedinci yüzyılda İtalya'da Guido Bonatti, Tivolili Plato, Cremonalı Gerard ve Sabbionettalı Gerard tarafından yapılan fizik çalışmalarının tarihini yazmıştır. Bu çalışmadan sonra Leonardo Fibonacci'nin çalışmalarına eğilmiş ve o dönemlerde az bilinen bu yapıtları gün ışığına çıkarmıştır. Böylece, Fibonacci'nin

matematik tarihi yönüyle ne kadar değerli çalışmalar yaptığını belirlemiştir. Leonardo Fibonacci isimli yapıtını 1857 ile 1862 yılları arasında yayınlamıştır. Bu yapıtlarını kendi yaptığı baskıyla yayınlaması çok ilginçtir. Bu arada Ferrari ile Tartaglia arasındaki ilginç tartışmaları da Boncompagni uzun uzun yazmıştır. Lagrange ve Gauss üzerine yazdıkları henüz yayınlanmamıştır. En uzun ve değerli olan çalışmasını da 1887 yılında yayınlamış olmasıdır.

Boncompagni, yaşadığı dönem içinde birçok üniversite, enstitü, papalar ve bazı kurumlarca çok ödüllendirilmiş biridir. Çok sayıda öğrenci de yetiştirmiştir. Burslu öğrenciler okutmuştur. 13 Nisan 1894 günü İtalya'da doğduğu yer olan Roma'da ölmüştür. Çalışmalarının çoğu önemli bilim merkezlerinde koruma altındadır.

BETTİ (1823 - 1892)

Enrico Betti 21 Ekim 1823 günü Toscana'da Pistoria'da doğdu. Kendisi bir İtalyan matematikçisidir. Yüzeyler ve uzay konularını inceleyen topoloji alanında çığır açan incelemesiyle ün kazanmıştır. Fransız matematikçi Evariste Galois'nın (1811 - 1832) geliştirdiği denklemler kuramının ilk ayrıntılı açıklamasını ortaya koymuştur.

İtalya'da Piza Üniversitesi'nde öğrenim gören Betti, 1857 yılında bu üniversitede matematik profesörü oldu. İlk çalışmaları, denklemler kuramı ve cebire ilişkindi. Ancak bir bölümüyle ve o da herhangi bir kanıttan yoksun bir biçimde açıklanmış olan Galois'nın çalışmasını genişletti ve kanıtladı. Betti, karmaşık değişkenli bir tam fonksiyonu çarpanlara ayıran ilk matematikçidir. Betti sayıları ismi onu onurlandırmak için verilmiştir.

Betti, matematiğin çok değişik alanlarında eserler vermiştir. Matematiksel fizik üzerinde de çalışmıştır. 1850 yılından 1862 yılına kadar cebir, Galois kuramı ve eliptik fonksiyonlar üzerinde çalışmalar yapmıştır. Bu çalışmaları değişik dergilerde yayınlanmıştır. 1863 yılından sonraki çalışmalarını matematiksel fizik üzerinde yoğunlaştırmıştır. Özellikle sıvılardaki kılcallık olayları, potansiyel kuramı ve elastikiyet üzerinde çok sayıda yayınlar yapmıştır.

Betti'nin daha sonraki çalışmaları, Alman matematikçi Bernhard Riemann'ın 1863 yılında Piza'ya gelişinin belirgin etkilerini taşır. İki matematikçinin arasında yakın bir dostluk kuruldu ve Riemann, Betti'nin matematiksel fizikle, özellikle de potansiyel kuramı ve esneklikle ilgilenmesini sağladı. Betti'nin topoloji alanındaki incelemelerine esin kaynağı oldu. Betti, 11 Ağustos 1892 günü İtalyan Krallığı döneminde Piza'da öldü.

BRİOSCHİ (1824 - 1897)

Francesco Brioschi, 22 Aralık 1824 günü İtalya'da Milan'da doğmuş ve 14 Aralık 1897 günü yine Milan'da ölmüş bir matematikçidir.

Brioschi, 1845 yılında Pavia Üniversitesi'ni bitirmiştir. Ünlü matematikçi Antonio Bordoni'nin öğrencisi olmuştur. 1852 yılında mezun olduğu üniversitede profesör olmuş, 1861 yılına kadar bu üniversitede kuramsal mekanik, mimarlık ve sıvılar bilimi üzerine dersler vermiştir.

1861 ile 1862 yıllarında Milli Eğitim Bakanlığı sekreterliği yapmış ve 1865 yılında senatör olmuştur. 1870 yılından 1882 yılına kadar da hem senatör hem de Milli Eğitim Bakanlığında yönetici olarak çalışmıştır. 1863 yılında Milan'da Yüksek Teknik Enstitüsü'nü açmıştır. Bu enstitünün müdürlüğü yanı sıra ölünceye kadar matematik ve akışkanlar profesörlüğünü yapmıştır. 1884 yılında Akademi'nin başkanı olmuştur.

Brioschi, kendisinden önce gelen matematikçilerin tümünden daha çalışkan ve üretken biriydi. Yeni bir bilimsel matematik öğretimi uyguladı ve ünlü oldu. Liselerde ve üniversitelerde yenilikler yaptı. Bu konuda çok sayıda makaleler yazdı. 1867 yılından ölünceye kadar matematik dergisinin başkanlığını yürüttü. 1877 yılında Cremona ile beraber çalıştı.

Yapıtları daha çok analiz konuları üzerinedir. Aynı zamanda iyi bir cebircidir. Çalışmasının meyvelerini 1851 ile 1866 yılları arasında aldı. Determinantlar kuramına yenilikler getirdi. Bu konudaki çalışmalarını 1854 yılında yayınladı. En önemli çalışmaları Cayley, Sylvester ve Hermite'in paralelindedir. Bu konularda çok sayıda makale yayınladı.

Brioschi, eliptik ve Abelyen fonksiyonlarının dönüşümlerinin yeni kuramı üzerine çok önemli çalışmalar yayınladı. Hermite ve Kronecker tarafından geliştirilen eliptik modüler fonksiyonları beşinci derece denkleminin çözümüne uyguladı. Aynı zamanda Gauiss'un ünlü olan yüzeyler kuramı üzerinde çalıştı.

Brioschi, 1860 ile 1870 yılları arasında, Weierstrass'ın eliptik fonksiyonlar kuramı üzerine çalıştı. 1880 yıllarında diferensiyel denklemler kuramını geliştirdi. Bunları hipereliptik fonksiyonların kuramına uyguladı. Hipereliptik fonksiyonların yardımı ile altıncı derece denklemlerin çözümüne uyguladı.

Brioschi, matematikte yeni ve çekici çalışmalar yapamadı. O, yalnız hesapcı olduğunu söylerdi. Kendisini en iyi kendisi açıklıyordu. Parlak bir analizci ve cebirci de değildi. O daha çok uygulayıcıydı. Oysa Betti, Casorati, Cremona ve Beltrami gibi matematikçiler çok yenilikçilerdi.

Brioschi'nin Opera isimli yapıtı tam beş büyük ciltlir. Bunların dışında çok sayıda makalesi yayınlanmıştır.

CREMONA (1830 - 1903)

Antonio Luigi Gaudenzio Giuseppe Cremona, 7 Aralık 1830 günü İtalya'da Pavia'da doğmuş bir matematikçidir. Gaudenzio Cremona'nın ikinci hanımından olan en büyük oğludur. Annesi Teresa Andereoli'dir. Erkek kardeşlerinden birisi olan Tranquillo ünlü bir sanatçı olmuştur.

Luigi, Pavia'da Ginnasio'da öğrenim görmüştür. On bir yaşına geldiğinde babası ölmüş ve okula devam edemez duruma gelmiştir. Üvey kardeşinin yardımlarıyla okula devam etmiş ve sınıfını birincilikle bitirmiştir. Latince ve Yunancadan çok başarılı olduğu için Pavia Üniversitesi'ne girmiştir.

Cremona 1848 yılında Avusturyalılara karşı Özgür İtalyanlara katılarak Venedik'i savunmuşlardır. Başarılı olamadıkları için 24 Ağustos 1849 günü silahlarını bırakmışlardır. Venedik'i onurlu bir biçimde savunduklarından dolayı birliklerinin şehirden ayrılmasına izin verilmiştir.

Cremona Pavia'ya geri döndüğünde annesinin öldüğünü öğrenir. Ailesinin yardımları ve desteği ile 27 kasım 1849 günü üniversiteye girer, mühendislik öğrenimine başlar. A. Bordoni, A. Gabba ve son olarak Francesco Brioschi'nin öğretimi altında çalışır. Cremona, daha sonraki yazılarında Brioschi'ye çok şeyler borçlu olduğunu ve ona teşekkürlerini yazar. Onun kendisini çok iyi eğittiğini, öğrencisi daha sonra da arkadaşı olduğunu övünerek anlatır. Bilimi özellikle onunla sevdiğini söyler.

Cremona, 9 Mayıs 1853 günü üniversiteden inşaat mühendisi ve mimar olarak okulunu bitirir. 4 Ağustos 1854 günü evlenir. Pavia'yı Avusturyalılara karşı savunmak için sürekli çalışır. 22 Kasım 1853 günü Ginnasio'da fizik derslerini verir. Bu sırada matematiksel araştırmalarını sürdürür. Bu konudaki ilk çalışması 1855 yılında Mart ayında yayınlanır.

Cremona, 15 Aralık 1856 günü Ginnasio'ya yardımcı öğretmen olarak atanır. Bu okulda matematik çalışmalarını sürdürür ve 1856 yılının Mayıs ayında ikinci makalesini yayınlar. 17 Şubat 1857 günü Ginnasio'ya tam zamanlı öğretmen olarak atanır. Üç yıl bu okulda kalan Cremana, çok sayıda matematik çalışmalarını yayınlar. Bu çalışmaların bir kısmı yıllık Matematik Dergisi'nde sorulan sorulara yanıtlardır. Eğrileri izdüşüm yoluyla inceler. 1858 yılında üç tane ve 1859 yılında da bir makale yayınlar.

28 Kasım 1859 günü Lombardy onu Milan'daki Saint Alexandre Lisesi'ne atar. Ardından koleje ataması yapılır ve Bologna Üniversitesi'nde yardımcı profesör olur. 1867 yılına kadar bu üniversitede kalır.

Cremona'nın en önemli çalışmaları, düzlemdeki ve uzaydaki dönüşüm üzerine Bologna Üniversitesi'ndeyken yaptığı çalışmalarıdır. Bu konudaki ilk çalışması düzlemsel eğrilerin geometrik kuramı üzerinedir ve 1861 yılının Aralık ayında yayınlanmıştır. Düzlemsel şekillerin dönüşümleri olan ikinci çalışması da 1863 yılında yayınlanmıştır. 1866 yılının Mart ayında yayınladığı makalesi dönüşümler üzerinedir. Bu makale ona Steiner Ödülü'nün yarısı kadar parasını kazandırmıştır. Diğer yarı para da Richard Sturm ödülünden gelmiştir. Bu makalelerin her ikisi de hemen Curtze tarafından Almancaya çevrilerek 1870 yılında yayınlanmışlardır.

Cremona, Bologna'da bulunduğu yıllarda Cremona dönüşümlerinin kuramını geliştirmiştir. Cremona bu çalışmalarıyla yaratıcı bir matematikçi, şahane bir öğretmen, sakin, uyumlu, ılımlı, dakik ve biraz da titizdi.

Cremona, 1867 yılının Ekim ayında Brioschi'nin önerileri üzerine Milan Teknik Enstitüsü'ne ders ücretli olarak yüksek geometri dersleri vermek üzere atandı. 1872 yılında burada yardımcı profesörlüğüne getirildi. Cremona bu sıralarda matematik makalelerini üretmeye devam ediyor, bunları İtalya ve Fransız dergilerinde yayınlıyordu. 1871 yılında dönüşümlerini üç boyutlu uzaya taşıdı.

Cremona 1873 yılına kadar Milan'da kaldı ve bu zaman dilimi içerisinde çok sayıda makaleler yayınladı. Bunlar, bükülmüş kübikler, genişleyen yüzeyler, konik yüzeyleri, düzlemsel eğrilerin kuramı, üçüncü ve dördüncü dereceden yüzeyler, statik ve izdüşüm geometrileri üzerine olan çalışmalardır. Bu çalışmalar 1872, 1873 ve 1874 yıllarında yayınlanmışlardır.

Cremona'ya Yeni İtalyan Cumhuriyeti genel sekreterliği ve Tarım Bakanlığını önerdi ama o bunları kabul etmedi. 9 Ekim 1873 günü Roma'daki Mühendislik Politeknik Okulu'nun yöneticiliğine atadılar. Bu sırada grafik statik profesörü oldu. Yönetimden ve hükümetten çok sayıda görevler alan Cremona aynı zamanda matematiksel makalelerini üretmeye de devam ediyordu.

1877 yılının Kasım ayında Roma Üniversitesi'nde yüksek matematik kürsüsüne atandı ve 16 Mart 1879 yılında da senatör oldu. Ne olduysa bundan sonra oldu. Cremona'nın tüm bilimsel çalışmaları sona erdi. Bu sosyal görevler onun matematiksel çalışmalarını durdurdu. 10 Haziran 1903 günü hasta yatağında bazı yasaları hazırlarken bir kalp krizi sonucu öldü.

Cremona'nın matematiksel çalışmaları, ikili rasyonel dönüşümlerin alanları, grafik statik ve izdüşüm geometrisi üzerinedir.

BELTRAMİ (1835 - 1900)

Engenio Beltrami 16 Kasım 1835 günü İtalya'da Cremona'da doğmuş bir matematikçidir. Kendisi sanatçı bir ailenin oğludur. Dedesi Giovanni değerli bir taş yontucusuydu. Babası Euqenio bir minyatür ressamıydı.

Beltrami 1853 yılından 1856 yılına kadar genç yaşlarında Pavia Üniversitesi'nde öğretmeni Francesco Brioschi'nin yönetimi altında matematik çalıştı. Matematikte çok yetenekli olan Beltrami'nin parasal sıkıntıları vardı. Bu nedenle demiryollarında önce Verona, sonra da Milan'da sekreterlik yaptı. Milan'da bulunduğu yıllarda matematik çalışmalarına devam etti. 1862 yılında eğrilerin diferensiyel geometrisi üzerine olan ilk matematiksel çalışmasını yayınladı.

Beltrami, 1861 yılında İtalya Krallığı tarafından Bologna Üniversitesi'ne Cebir ve Analitik Geometri kürsüsüne atandı. 1862 yılından 1864 yılına kadar bu görevde kaldı. 1866 yılında Piza'da jeodezi kürsüsüne geçti.

Enrico Betti burada hem dostu hem de matematik arkadaşıydı. 1866 yılından 1873 yılına kadar yine Bologna Üniversitesi'nde rasyonel mekanik kürsüsünde görev yaptı. Roma, 1870 yılında başkent olunca Beltrami yeni kurulan Roma Üniversitesi'ne rasyonel mekanik profesörü olarak atandı. 1873 yılından 1876 yılına kadar Roma Üniversitesi'nde çalıştıktan sonra Pavia Üniversitesi'ne matematik fizik kürsüsüne geçti ve burada yüksek mekanik dersleri de okuttu. 1891 yılında yeniden Roma Üniversitesi'ne döndü ve ölünceye kadar Roma Üniversitesi'nde çalıştı. 1898 yılında Lincei Akademisi'nin başkanı oldu ve bir yıl sonra İtalya Krallığı tarafından senatör seçildi. Hafif müzik ile ilgilendi. Müzik ile matematik arasındaki ilişkiyi buldu.

Beltrami'nin çalışmaları iki grupta toplanır. 1872 yılından önceki çalışmaları eğrilerin ve yüzeylerin diferensiyel geometrisi üzerinedir. Bu konuda önce Gauss, Lame ve Riemann'dan etkilenmiştir. Daha sonraki çalışmaları esneklikten elektromanyetizmaya kadar olan uygulamalı matematik alanında olmuştur. Daha sonraki çalışmalarının çoğu uygulamalı matematik üzerine yöneliktir. 1868 yılında yayınladığı makale Euclidean olmayan geometri üzerinedir. 1865 yılında yayınladığı makale de yüzeylerin sabit eğriliği üzerinedir ve buradaki doğru elemanı

$$Ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2 \qquad (1)$$

biçimdedir. Bu jeodezik u ve v cinsinden doğrusal ifadelerle temsil edilir. Pozitif olan R^{-2} eğriliği için (1) ifadesi

$$ds^2 = R^2[(v^2 + a^2)du^2 - 2uvdudv + (u^2 + a^2)dv^2] \, x(a^2 + u^2 + v^2)^{-2} \qquad (2)$$

biçimde yazılabilir. Bu jeodezik küre üzerindeki en büyük çemberdir. Beltrami $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere R değerini iR ve a değerini de ia değerine dönüştürerek (2) biçimindeki doğrusal elemanı

$$ds^2 = R^2[(a^2 - v^2)du^2 + 2uvdudv + (u^2 + a^2)dv^2] \, x(a^2 - u^2 - v^2)^{-2} \qquad (3)$$

olarak yazılabilir. Bu da $-R^{-2}$ sabit eğrilikli yüzeyi tanımlar. Buna göre $u^2 + v^2 < a^2$ bölgesindeki jeodezikler için yeni bir geometri kurulur. Bu geometri Lobatchewski tarafından kurulan Euclidean olmayan geometrisinin tam kendisidir. Beltrami bu geometriyi 1826 ile 1832 yılları arasında kurmuştu. Bu geometri Gauss'un mektuplarında Beltrami geometrisi olarak geçer. Çünkü Lobatchewski geometrisine bazı dönüşümler uygulanırsa Beltrami geometrisi elde edilir.

Beltrami, bu geometrisini Euclides geometrisi olarak kurmayı da denemiştir. Lobatchewski geometrisindeki tüm kavramları, gerçel fonksiyonları ve formülleri kullanarak, negatif sabit eğrilikli yüzeyler üzerindeki jeodeziklerle bunu göstermiştir. Bunun yüzeyi sanki küre olmuştur. Sanki küreye Beltrami terimi ismi verilir. Sanki küre taban tabana birleştirilmiş iki borazanın yüzeyidir. Matematiksel olarak düzlemde

$$x = \operatorname{sech}^{-1}\left\{\frac{y}{x}\right\} - \sqrt{a^2 - y^2}$$

biçimindeki traktris eğrisinin x ekseni etrafında üç yüz altmış derece döndürülemesinden elde edilen yüzeye sanki küre denir. Bu yüzey üzerinde bir doğru dışındaki noktadan bu doğruya sonsuz tane paralel doğru çizilir. Beltrami bu konudaki makalesini 1872 yılında yayınlamıştır.

Beltrami, Euclidean geometrik yüzeyleri ile Euclidean olmayan geometri yüzeyleri arasındaki çelişmelerin nasıl olabileceklerini göstermiştir. Bu nedenle bazı matematikçilerin Euclidean olmayan geometrinin yanlış olabileceğini düşünmüşlerdir. Beltrami, bir geometriden Euclidean olmayan bir geometriye bir dönüşüm yaparak bu problemi çözümlemiştir. Böylece, geometride yeni bir alan doğmuş, Felix Klein dahil birçok matematikçi bu alana yönelmiştir. Bu da matematikte yeni bir düşünce alanı olmuştur.

Beltrami, kendi kurduğu Euclidean olmayan geometrisinin yalnız iki boyutlu uzaylar için geçerli olduğunu belirtmiştir. Bu konuda Saggia ve Riemann'da çalışmıştır. $n > 2$ olduğundaki Riemann'ın çalışmalarından sonra Dedekind de bir çalışma yayınlamıştır. Beltrami'nin bu çalışmaları Giovanni Saccheri ve Lame ilerletmiştir. Lame'nin 1880 ile 1882 yıllarında yaptığı çalışmalardaki temel teoremi, uzayların Euclidean özelliklerine bağlı, Euclidean olmayan uzaylarda çizilmiş yapıdadır. Bu kuram, potensiyel kuramı, elipsoitler, silindirik diskler ve Huygens'in ilkeleri ile dinamik, optik ve parçalı doğrusal diferensiyel deneklemlerin çözümlerinde kullanılmıştır. Maxwell'in bazı çalışmaları bu konu ile ilgilidir.

Beltrami'nin çalışmaları dört cilt olarak derlenerek 1902 ile 1920 yılları arasında Milan'da yayınlanmıştır. Çok sayıda makaleleri de olan Beltrami 18 Şubat 1900 günü İtalya'da Roma'da ölmüştür.

DİNİ (1845 - 1918)

Ulisse Dini 14 Kasım 1845 günü İtalya'da Piza'da doğdu. Babası Pietro ve annesi Teresa'ydı.

Dini, önce bulunduğu şehirde öğrenimlerini tamamladı. On dokuz yaşında uygulamalı yüzeyler üzerine olan tezini verdi. Yurt dışında okunması için açılan sınavı kazandı. Öğretmeni Enrico Betti tarafından ona ayarlanan öğretmen kolejinden ayrıldı ve Fransa'ya Paris'e gitti. Joseph Bertrand ve Charles Hermite ile bir yıl çalıştı. Bu süre içinde yüzeyler kuramı üzerine yedi tane makale yayınladı.

Dini, 1866 yılında Piza Üniversitesi'nde yüksek cebir ve kuramsal jeodezi derslerini verdi. 1871 yılında analiz ve yüksek geometri profesörü oldu. Beti onun matematik fizik profesörü olması için doğrudan girişimlerde bulunmuştu. 1877 yılının başlarında sonsuz küçükler analizi derslerini de verdi. Dini yaşamında iki profesörlük birden almıştır. 1888 ile 1890 yılları arasında Piza Üniversitesi'nin rektörlüğünü yaptı. 1908 ile 1918 yılları arasında öğretmen koleji müdürlüğünde bulundu. Dini aynı zamanda Piza'da Uygulamalı Mühendislik Okulu'nun kurucularından biriydi ve bu okulun geçici müdürü olarak çalıştı.

Dini gençlik yıllarında sosyal yaşamda çok etkin görevler aldı. 1871 yılında Piza şehrinin meclisi üyesiydi. 1895 yılına kadar bu tür görevlerde bulundu. 1880 yılında Piza'dan milli parlemontoya seçildi. Bundan sonra bu göreve üç kez daha seçilme başarısını gösterdi. 1892 yılında kırallık senatörü olarak atandı.

Dini, doğru, dürüst, şerefli, kibar ve yardım seven birisidir. Yaşamı boyunca hep böyle olmuştur. Tüm bu sosyal etkinliklerin yanı sıra öğretmenlik ve araştırmalarını da yürütmüş birisidir. Doğduğu Piza kentine ve ülkesine çok yararlı işler yapmıştır.

Dini'nin bilimsel yaşamında iki üretim dönemi vardır. Bu iki dönemde de aynı sayıda matematik makaleleri üretmiştir. Bunlardan birisi sonsuz küçükler geometrisi diğeri de analitik çalışmalarıdır.

Sonsuz küçükler geometrisi Fransa'da Liouville ve Meusnier, İtalya'da da Beltrami tarafından çalışılan yüzeyler üzerinedir. Yüzeylerin çarpımı ve eğrilik yarıçaplarının bölümü sabit olan yüzeyler ile fonksiyon olan yüzeyler Dini tarafından incelenmiştir.

Bu problem Beltrami tarafından önerilmiş ve dini tarafından tam olarak çözülmüştür. Bu nedenle bu problem Dini teoremi olarak bilinir. Burada bir yüzeyden diğer bir yüzeye nokta nokta çizerek jeodezik bir yüzeyden diğer bir jeodezik yüzeye ilişki kurulur. Dini ayrıca Beltrami'nın kullandığı parçalı diferensiyel katsayılı denklemleri kullanarak, bir yüzeyden diğer bir yüzeye olan konform dönüşümleri tam olarak inceler.

Dini bu sosyal etkinlikleri ve bilimsel çalışmalarını yaparken çok üretken öğrenciler de yetiştirir. Bunlardan birisi Luigi Bianchi'dir.

Dini, 1871 yılından sonra analitik çalışmalara yöneltmiştir. Analitik çalışmalar daha çok Weierstrass ve Mittag-Leffler tarafından verilen düzgün fonksiyonlar üzerinedir. Gerçel değişkenli fonksiyonlardaki seriler üzerine olan çalışmalarını da Dirichlet'ten esinlenmiştir. Bu çalışmalarında Abel'den daha genel uygulamaları olan ters formülü bulmuştur. Bu arada düzgün ve eliptik fonksiyonlar üzerine de çalışmalar yayınlamıştır. Daha sonra karmaşık değişkenli fonksiyonlar üzerine çalışmıştır.

Dini'nin Fourier serileri üzerine yazdığı kalın bir kitabı vardır. Bu kitapta çok yeni ve ürün alınabilecek düşünlerle doludur. Son kitabı da matematik analiz üzerinedir. Burada doğrusal diferensiyel denklemlerle, ikinci sıradan parçalı diferensiyel denklemlerin çözümleri incelenmektedir. Ayrıca,

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \ldots + a_n(x) = Q(x)$$

türündeki doğrusal denklemlerinin çözüm yöntemlerini bulmuştur.

Dini'nin diğer bir çalışması da, cebirsel bir denklemin köklerinin mutlak değerleri için alt ve üst sınırlarını bulmasıdır.

Dini'nin çalışmaları değişik yıllarda Almanca ve Fransızcaya çevrilmiştir. Bu yapıtlar Piza'da, Leibzig'de, Palermo'da, Milan'da, Roma'da, Almanya ve Fransa'da ünlü dergilerde yayınlanmıştır. Dini 28 Ekim 1918 günü İtalya'da Piza'da ölmüştür.

BERTİNİ (1846 - 1933)

Eugenio Bertini 8 Kasım 1846 günü İtalya'da Forli'de doğmuş bir matematikçidir. Bologna Üniversitesi'nde okuyarak önce mühendis olmuştur. Fakat onun kafasında hep matematik vardır. Bu nedenle Luigi Cremona'nın derslerini dinledikten sonra soyut matematiğe yönelmiştir. 1866 yılında, İtalya'nın bağımsızlığı için Garibaldi ile birlikte savaşa katılmıştır. Cremona'nın önerisi üzerine bundan sonraki çalışmalarını Piza Üniversitesi'nde sürdürmüştür. 1867 yılında bu üniversiteden matematik derece-

sini almıştır. 1868 - 1869 akademik yılında Milan'da L. Cremona, F. Brioschi ve F. Casorati tarafından verilen matematik derslerine devam etmiş ve Abel integrallerini burada öğrenmiştir.

1872 yılında Milan'da lisede matematik öğretmenliğine başlamıştır. Daha sonra öğretmenliğine Roma'da devam etmiştir. Cremona'nın desteği ile Roma Üniversitesi'nde tasarı ve izdüşüm geometrileri üzerinde özel dersler vermiştir. 1875 yılında Piza Üniversitesi'nce yüksek geometri profesörü unvanı verilmiştir. 1880 ile 1890 yılları arasında Pavia Üniversitesi'nde çalışmış ve yeniden Piza'daki profesörlük görevine dönmüştür. Altmış beş yaşında emekli oluncaya kadar bu görevi yürütmüştür. Ondan sonraki on yıl içinde yüksek geometriyi, seçmeli ders olarak okutmuştur.

Bertini'nin çalışmaları daha çok cebirsel geometri üzerinedir. Onu bu alana öğretmeni Cremona yöneltmiştir. Bu konuda oldukça başarılı çalışmalar yapmıştır. En başarılı çalışmasını 1877 yılında yayınlamıştır. 24 Şubat 1933 yılında Piza'da ölmüştür.

RİCCİ (1853 - 1925)

Gregorio Ricci Curbastro, 12 Ocak 1853 günü Papalık Devletleri'nde Lugo kentinde doğdu. Günümüzde Ricci hesabı olarak bilinen tensör hesabı ismiyle anılan soyut diferensiyel hesabını ortaya koyan bir İtalyan matematikçisidir. Tensör çözümlemesinin sistemli kuramını Ricci 1887 ile 1896 yılları arasında oluşturmuş, sonradan bu kuram onun öğrencisi Tullio Levi Civita tarafından önemli ölçüde geliştirilmiştir.

Koordinat sistemlerinin değişmesinden etkilenmeyen bağıntıları konu alan tensör çözümlemesinin kökleri ünlü Alman matematikçi Bernhard Riemann'ın diferensiyel geometrisinde yatar. Bu alanda uygun tekniklerin geliştirilmesi Alman matematikçi E. B. Christoffel'in çalışmaları ile başlamış, İtalyan matematikçi E. Beltrami ve Alman matematikçi R. O. S. Lipschitz'in de konuya önemli katkıları olmuştu. Ricci'nin geliştirdiği bu yeni hesap yöntemi önceleri pek ilgi görmedi. Ama Einstein genel görelilik kuramının matematiksel yapısını oluştururken büyük ölçüde tensör çözümlemesinden yararlanınca yöntemin önemi anlaşıldı.

Tensör çözümlemesini yüzeylerin incelenmesine uygulayan Ricci, hiperuzayların ilginç metrik özelliklerini ortaya koydu. Bunlardan biri Riemann-Christoffel eğrilik tensörünün değişik bir biçimi olan Ricci tensörüdür. Einstein'ın kütleçekim denklemlerinde yararlandığı bu tensör Eintstein tensörü olarak da anılır. Tensör çözümlemesinin genel görelilik kuramında kullanılması bu yeni yöntemin hızla yaygınlaşmasına ve diferensiyel geometri başta olmak üzere matematiğin birçok dalında geniş uygulama alanı bulmasına yol açtı.

Ricci, 1880 yılında Paduva Üniversitesi'nde profesör oldu. Bu üniversitede matematiksel fizik ve cebirsel analiz derslerini okuttu. 1885 yıllarına doğru, mutlak diferensiyel hesabı diğer bir deyimle tensör hesabını kurdu. Bu hesabın gelişmesinde Levi Civita'nın büyük payı olmuştur. Tensör hesabının kurulmasından bu yana diferensiyel geometrinin ve matematiksel fiziğin önemli problemlerine uygulanan bu yeni hesap, matematiğin vazgeçilmez bir dalı oldu. Ricci, 6 Ağustos 1925 günü İtalya'da Bologna'da öldü.

İtalya'da Ricci isminde bir matematikçi daha vardır. O da Michelangelo Ricci'dir. 1619 yılında Roma'da doğan Ricci iyi bir matematikçi ve din adamıydı. XI. Papa Innocentius tarafından 1618 yılında kardinalliğe yükseltildi. E. Torriçelli'nin öğrencisi oldu. Döneminin tüm bilimleriyle yakından ilgilendi. 1666 yılında klasik yöntemlere dayanarak $x^m(a-x)^n$ çarpımının en yüksek değerini buldu ve ulaştığı sonucu $y^m = ax^n$ eğrisi teğetinin çizimine uyguladı. Özellikle Torriçelli'ye yazdığı mektupları onun kavrayış gücünü ortaya koyar. 1682 yılında yine Roma'da öldü.

Şimdi Ricci Curbastro ile Levi-Civita'nın ortak bir yapıtı olan yetmiş yedi sayfalık çalışmasının özetini verebiliriz.

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ serbest değişkenlerinden $y_1, y_2, \ldots, y_n$ değişkenlerine olan

$$a_1dx_1 + \ldots + a_ndx_n = b_1dy_1 + \ldots + b_ndy_n$$

dönüşümü verilsin. Bu halde

$$b_i = \sum_j d_j \frac{\partial x_j}{\partial y_j}$$

olur. a_i sistemi bu halde bir sıralı kovaryanttır denir. Eğer a_j değerleri $g(x_1, \ldots, x_n)$ fonksiyonunun türevleri ise b_i durumu olur. Bu sistem keyfi m sıralı hal için genelleştirilebilir. Bu halde fonksiyonumuz

$$Y_{r_1r_2\ldots r_m}$$

biçiminde yazılabilir. $dx_1, \ldots, dx_n$ diferensiyelleri birinci sıradan kontravariyant olur ve

$$dy_i = \sum_k \frac{\partial x_k}{\partial y_k} \cdot dx_k$$

yazılır. m sıralı bir sistemden

$$Y^{(r_1r_2\ldots r_m)}$$

elde edilir.

VERONESE (1854 - 1917)

Giuseppe Veronese 7 Mayıs 1854 günü İtalya'da Chioggia'da doğmuş bir matematikçidir. Veronese 1881 yılında Paduva Üniversitesi'nde profesör olmuş ve 17 Temmuz 1917 günü ölünceye kadar bu üniversitede görev yapmıştır. Veronese, döneminin İtalya'daki en önde gelen matematikçisiydi. Yaşamının bir kısmı politika ile geçmiştir. 1897 ile 1900 yılları arasında Chioggia Parlementosu'nda görev yapmıştır. Paduva şehrinin de üyeliğini yapmış, 1904 ile 1917 yılları arasında da senatörlük görevinde bulunmuştur.

Veronese, Chioggia'da evleri boyayan bir boyacıydı. Evleri Venedik'e yakın bir yerde küçük bir balık limanındaydı. Annesi Ottavia Duse, ünlü bir kadın oyuncu olan Eleonore Duse'nin kuzeniydi. Veronese, 1885 yılında Baroness Beatrice Bartolini ile evlendi. Bu evlilikten beş çocukları oldu. Veronese çok yakışıklı, uzun boylu ve kendine güvenen biriydi. Birkaç yıl içinde sağlığı grip nedeniyle birden bozuldu. 1912 yılında iyice zayıfladı. Ardından tehlikeli bir kalp hastalığına yakalandı.

Anne ve babası, on sekiz yaşında olan oğullarının çalışmasını durdurdular ve Viyana'ya giderek ikinci bir iş buldular. Veronese burada yaptığı çalışmaları yeniden gözden geçirdi. Zürih'te Wilhelm Fiedler yönetimi altında mühendislik ve matematik çalıştı. Daha sonra Roma Üniversitesi'nde Luigi Cremona ile ilişki kurdu ve Roma'ya geldi. 1877 yılında Roma Üniversitesi'ni bitirdi. Zaten okulu bitirmeden bir yıl önce 1876 yılında bu üniversitede analitik geometride asistan olmuştu. Okulu bitirmeden çok az kişi asistan olabilir. Veronese daha Zürih Üniversitesi'ndeyken Pascal'ın altı köşeli yıldızı üzerine olan çalışmasına başlamış ve bu çalışmayı Roma Üniversitesi'nde bitirmişti. Onun bu üstün yeteneği asistanlık yolunu açmıştı.

Veronese, 1880 ile 1881 yıllarında Leipzig'de yüksek lisans çalışmalarını tamamladı. Hemen ardından Paduva Üniversitesi'nin cebir ve cebirsel geometri dalında açtığı profesörlük yarışmasını kazandı ve profesör oldu.

Veronese otuz çalışma yayınladı. Bunların bazıları Almanya'da yayınlandı ve bu çalışmalar geometri tarihi yönünden çok önemli yapıtlardı. Burada sunduğu n boyutlu hiper uzaylarda izdüşümü geometrisini kuruyor ve bu geometriyi inceliyordu. Doğrusal cebiri geometri olarak değil de geometrik bir dille işliyordu. Veronese, hiper uzayları yeni bir geometrik görüşle ele alıyordu. Burada düzlem, bir doğrunun izdüşümü ile dışındaki bir nokta olarak alınıyordu. Üç boyutlu uzayı da düzlemin izdüşüm noktaları ile bu düzlemde olmayan nokta ile belirleniyordu. Veronese yüzeyleri, beş boyutlu uzayda iki boyutlu yüzey olarak alınıyordu. Bu uzay parametrik olarak $x_1 = u^2$, $x_2 = uv$, $x_3 = v^2$, $x_4 = u$ ve $x_5 = v$ biçimindeydi. x_1, x_2, x_3, x_4 ve x_5 kürenin homojen olmayan koordinatları, u ve v de bağımsız değişkenlerdi. Bu tür bir uzay üzerinde çalışma, izdüşüm noktalarından, düzlemdeki tüm konikler üzerine olan çalışma demektir. Bu tür çalışmalar Steiner tarafından da yapılmıştır.

Veronese, Euclidean olmayan geometriler üzerinde çalışan ilk matematikçilerden biridir. Veronese'nin bir de orta dereceli okullar için yazdığı kullanışlı ders kitapları vardır. Veronese, Lincei ve İtalyan Akademilerinin önde gelen üyelerindendi. Öğrencileri arasında Guido, Castelnuovo ve Tullio Levi Civita gibi ünlü matematikçiler vardı. Çok sayıda makaleler de yayınlayan Veronese 17 Temmuz 1917 yılında İtalya'da Paduva'da ölmüştür.

GUCCİA (1855 - 1914)

Giovanni Battista Guccia, 21 Ekim 1855 günü İtalya'da Palermo'da doğdu. Giuseppe Maria ve Chiara Cipponeri'nin oğluydu. Sicilya'da soylu bir aileden geliyorlardı. Guccia gençliğinde iyi bir sporcuydu. Çok iyi ata binerdi.

Guccia önce Palermo'da okudu. Ardından Roma Üniversitesi'ni bitirdi. Burada Luigi Cremona'nın en iyi ve çalışkan bir öğrencisi oldu. 1880 yılında düzlemdeki nokta nokta gösterimlerle yüzeyleri gösteren sınıflar üzerine tezini sundu. Rasyonel yüzey üzerine olan çalışması J. J. Sylvester (1814–1897) tarafından çok beğenildi. Palermo'ya dönünce daha ileri çalışmaları gerçekleştirdi. 1889 yılında Palermo Üniversitesi'nde yeni kurulan yüksek geometri kürsüsüne atandı. Yaşamı boyunca bu kürsüde görev yaptı.

Guccia, İtalya'da büyük bir geometrici oldu ve onun izlediği yolda çok sayıda geometrici yetişti. On dokuzuncu yüzyılın İtalyan geometricileri hep Guccia'yı izlediler. Onların yöntemi daha çok sentetik olan çizimlerdi. Bu nedenle Guccia ve İtalyan geometricileri hesaplamalarla değil de daha çok geometrik şekiller ve bu şekillerin çizimsel özellikleri ile ilgilendiler. Geometride cebiri kullanmamışlardır demek doğru değildir. Onlar cebiri kendilerine yetecek kadar kullandılar. Doğrusal cebir onlar için yeterli olmuştur. Geometrilerinde sezgisel yönler ağır basıyor ve bu yöntemi kullanıyorlardı.

Gucci'nin çalışmaları daha çok Cremona'nın düzlem dönüşümleri, düzlemsel eğrilerin doğrusal sistemlerinin sınıflandırılması, cebirsel yüzeylerin eğrilerinin tekil noktaları, yüzeylerin ve eğrilerin izdüşümsel geometrik yerleri üzerine olmuştur. Bu konuların incelenmesini en iyi Guccia yapmış ve bu konularda çalışmalar yayınlamıştır.

Guccia, 0 ve 1 tipindeki doğrusal sistemlerin sınıflandırılması üzerine olan çalışmalarını daha çok Max Neuther'in kullandığı yöntemle yapmıştır. Çünkü Cremona'nın her dönüşümü, ikinci derece dönüşümlerinin sonlu tanesinin çarpımı biçimindeydi. Guccia'nın çalışmalarını Corrado Segre 1888 yılında tamamlamıştır. Bu konuda önemli bir sorun da 1897 yılında Guido Castelnuovo tarafından çözülmüştür. Bu konu daha çok cebirsel bir yüzey üzerine olan eğrilerin doğrusal sistemidir. Tekil noktalar ve yü-

zeylerin tekil eğrileri Guccia'nın çalışmaları arasında geçer. Guccia bu konuda kısa bir çalışma yapmıştır ama onun bu çalışması bu konunun temelini kapsamıştır. Düşüncelerinin tümü yenidir ve bunların tümü geometride çok yeni bağıntılardır. İzdüşüm üzerine yaptığı çalışmaları önemlidir. Bu konudaki buluşlar Federico Enriques ve Francesco Severi tarafından genelleştirilmiştir.

İtalya'da Guccia'dan önce geometri üzerine olan çalışmalar sınırlıydı. Guccia'nın yaptığı önemli buluşlarla geometrinin bu dalı İtalya'da çok kullanışlı oldu ve herkes bundan yararlandı. Diğer matematikçilerin tümü bu konuya eğildiler ve bu konu da çalıştılar. İyi de oldu. Çünkü bu alanda yapılan buluşlar matematiğin diğer alanlarında kullanıldı. Böylece Guccia, Palermo'da ve İtalya'da ünlü oldu.

Guccia 1884 yılında Palermo'da matematik derneğini kurdu. Binalara ve kütüphaneye gerekli kitapları aldı, parasal gelirler elde etti. Matematikçileri buraya çekti ve onlara önder oldu. 2 Mart 1884 yılında kurduğu matematik derneğinin başlangıçta yirmi yedi üyesi varken onun çalışmalarıyla matematiğin diğer dallarından çok sayıda matematikçiyi bu derneğe üye yaptı. Analizin tüm dallarındaki matematikçiler, geometriciler, rasyonel mekanikçiler, matematiksel fizikçiler, jeodeziciler ve gökbilimciler bu derneği zenginleştirdiler.

Bu derneğin dergisinin ilk cildi 1885 yılının Temmuz ayında yayınlandı. İkinci ve üçüncü ciltleri 1886 yılının Eylül ve Aralık aylarında çıktı. Joseph Bertrand, 7 kasım 1887 günü bu dergileri Paris Bilimler Akademesi'ne sundu ve bu çalışmaların bilimsel açıdan çok yüksek çalışmalar olduğunu söyledi. Derginin yayını uzun yıllar devam etti.

Guccia 1889 ile 1890 yılları arasında Palermo Üniversitesi'nde verdiği ders notları 1890 yılında basıldı. Kırk dört başlık altında toplanan çalışmaları çok sayıda dergilerde yayınlanmıştır. 29 Ekim 1914 günü İtalya'da Palermo'da ölmüştür.

PEANO (1858 - 1932)

Peano, 27 Ağustos 1858 günü İtalya'da Cuneo yakınlarında Spinetta'da doğmuş bir matematikçi ve mantıkçıdır. Bartolomeo Peano ve Rosa Cavallo'nun beş çocuğundan ikincisidir. Kardeşi Michele ondan yedi yaş büyüktür. Erkek kardeşleri Francesco ve Bartolomeo ile kız kardeşi Rosa kendisinden küçüktür.

Peanoların ilk evleri Piedmont'ta Cuneo ilinin üç mil yakınında Spinetta köyünde Tetto Galant çiftliğindeydi. İlk öğrenimini burada özel olarak amcalarından aldı. Kardeşi ile birlikte hergün üç mil uzakta olan Cuneo'ya gidip gelerek okuyorlardı. Bunun üzerine ailesi çocuklarının bu kadar uzak yere gidip gelmesinler diye Cuneo'ya taşındı.

Büyük kardeşi gümrük müfettişi oldu ve Cuneo'da kaldı. Tetto Galant çiftliği halen Peano ailelerinin oturdukları yerdi.

Peano'nun dayısı Michele Cavallo papaz ve avukat olduğu için Türin'de yaşıyordu. On iki ya da on üç yaşlarındayken dayısı onu Türin'e götürdü. İlk özel derslerinin bazılarını dayısından öğrendi. Daha sonra kendi kendine çalışarak 1873 yılında Cavour okulunun ikinci sınıfının sınavlarına girerek başarılı oldu. Bundan sonra bu okulun normal öğrencisi olarak 1876 yılında bu okulu bitirdi. Çok çalışkan ve başarılı olduğu için Provincie Koleji'nin yatılı parasız bursunu kazandı. Bu okuldaki öğrencilerin Türin Üniversitesi'ne girebilmeleri için onlara yardım etmekle görevlendirildi.

Peano'nun Türin Üniversitesi'ndeki matematik profesörleri arasında ünlü Enrico D'Ovidio, Angelo Genocchi, Francesco Siacci, Giuseppe Basso, Francesco Faa di Bruno ve Giuseppe Erba gibi öğretmenleri bulunuyordu. Peano bu okulu yüksek onur belgesiyle 16 Temmuz 1880 günü son sınavında da başarılı olarak bitirdi. 1881 yılı sonbaharında Türin'e asistan olarak girdi ve 1889 yılında ölen Genocchi'nin yerine atandı. 21 Temmuz 1887 günü ressam olan Luigi Crosio'nun (1835 - 1915) kızı Carola Crosio ile evlendi.



Peano (1858 - 1932).

Peano, 1 Aralık 1890 günü yapılan sınavla Türin Üniversitesi'nde sonsuz küçükler hesabı üzerine yardımcı profesör olarak atandı. 1895 yılında tam profesör yapılacağı sözünü almıştı. Fakat 1886 yılında Askeri Akademiye profesör olarak atandı.

Giuseppe Peano Torino Üniversitesi'nde ve Askeri Akademi'de sonsuz küçükler hesabını okuttu. Bütün mantık ve matematik önermelerini günlük dile başvurmaksızın ifade etmek olanağını veren bir işaretler sistemi buldu. Kendi kurduğu "La Rivista di Mathematica" ve "Formulaire de mathematique" isimli iki dergide, tümdengelime ve aksiyomlara dayanarak aritmetik, tasarı geometri, sonsuz küçükler hesabı ve vektör hesabı üzerine yazılar ve araştırmalar yayınladı. Aynı zamanda matematikçi A. Grassmann'ın yöntemine dayanarak geometrik hesabı geliştirmeye çalıştı. Öğrenilmesi kolay uluslararası bir dil yaratmaya çalıştı. 1903 yılında, kelimeleri İngilizce, Fransızca ve Almanca'da ortak olan gramersiz bir Latince yarattı. Bugün, sayıların oluşturulmasında Peano aksiyomları, kullanılan yöntemlerden biridir.

Peano 1901 yılında Askeri Akademideki profesörlüğünden ayrıldı ve 20 Nisan 1932 gününde İtalya'da Türin'de ölünceye kadar Türin Üniversitesi'nde profesör olarak görev yaptı. Bu arada matematik bölümünün başkanlığını da üstlendi. Çok sayıdaki akademinin üyesiydi. Özellikle Türin Bilimler Akademisi'nin oldukça etkili ileri gelen üyelerinden biriydi. Aynı zamanda İtalya'da şovalyelik unvanı ile ödüllendirilen ve onurlandırılan biriydi.

Peano'nun politik yaşamda pek çalışmaları yoktu ama düşünce olarak sosyalizme eğimliydi. Bir kez isyancı bir grup dokuma işçisi onun evindeki bir toplantıya katılmışlardı. Birinci Dünya Savaşı'nda bileşik devletleri savunmuştu. Ayrıca Roma Katoliklerinden de değildi.

Peano'nun babası 1888 yılında annesi de 1910 yılında öldü. Peano çocukluğunda oldukça zayıf olmasına karşın sağlığı çok iyiydi. En ciddi olarak 1889 yılı Ağustos ayında çiçek hastalığına yakalanmıştı. 20 Nisan 1932 günü sabahleyin matematik dersi anlatırken bir kalp krizi sonucu sınıfta ölmüştür. Ölmeden önce söylediği sözler üzerine basit bir tören yapılmış ve Türin'de halk mezarlığına gömülmüştür. Peano'nun karısı daha fazla yaşamış ve 9 Nisan 1940 günü ölmüştür. Peano, kız kardeşinin, erkek kardeşinin ve eşinin mezarı toplu olarak bir yerdedir.

Peano ailesinin hiç çocukları olmadı. Ailenin geri kalanları 1963 yılında Spinetta'da Tetto Galant çiftliğine geri döndüler. Yaşamlarını halen burada sürdürmektedirler.

Alçakgönüllü, sade, nazik ve kibar ruhlu bir kişi olarak tanınan Peano, uluslararası ilişkilerin gelişmesine, ruhsal ve teknik yakınlaşmaların sağlanmasına fazlasıyla çalışmıştır. O, daha önce Leibniz'in de düşündüğü plana uyarak evrensel bir dilin kurulmasına uğraşmıştır. Onun felsefesi, aksiyomatik ve lojistikle ilgili olduğu gibi, Couturat ve B. Russell'ın matematik mantığına uymamak koşuluyla tümdengelim temeline dayanan

bir mantıktır. Çünkü o da Aristo mantığının yetersizliğine inananlardandır. Düşüncelerini Inter Langage ismiyle kurulmuş olan Akademi'de şef olarak savunmuş olan Peano, İtalya'da, Paduva ve Burali-Forti'nin de açıp ilerletmeye çalıştıkları mantık cebirini geliştirmiştir. Bu cebirin temelini, "eğer, yahut, ve, şu halde, öyleyse, veya, ya da" gibi edatların yerine, bunları temsil eden cebir simgeleri kullanmak ve konuştuğumuz dilin sözcüklerine baş vurmadan bir matematik eserini oluşturmaktır. Buna bu konuda Pasigraphie denilir. Peano'nun cebiri beş aksiyoma dayanıyordu. Bunlar,

1. Sıfır bir sayıdır.
2. a bir sayı ise, bu sayıdan sonra gelen ardılı da bir sayıdır.
3. Sıfır, hiç bir sayının ardılı değildir.
4. Ardılları eşit olan iki sayı birbirine eşittir.
5. Sıfırı içeren bir S kümesi aynı zamanda S kümesindeki her sayının ardılını da içeriyorsa, her sayı S kümesindedir.

Peano'nun bu aksiyomlarının en sonuncusu tümevarım aksiyomundan başka bir şey değildir. Bu aksiyomlar ilk kez 1889 yılında onun Matematiğin Formülleştirilmesi isimli kitabında yer almıştır. Peano'nun ikinci önemli çalışması da parametrik eğrilerle bir uzayın doldurulabileceğini göstermesidir.

Peano en çok mantığın önderi olarak bilinir. Aksiyomatik yöntemin de kurucusudur. Analiz konularını da en iyi işleyen bir matematikçidir. 1915 yılına kadar yaptığı çalışmaların listesine sonsuz küçükler hesabı dediğimiz analiz üzerine yaptığı çalışmaları eklemiştir. Alfred Pringsheim, Peano'nun on dokuz tane kitabının olduğunu yazar. Bu kitapların içinde özellikle iki tanesi matematik tarihi yönünden çok önemlidir. Onun bu kitapları Euler ve Cauchy'den sonra en iyi kitaplar olarak geçer. Bu kitaplarda teoremler, belirsiz hallerin limitleri, türevler için olan ortalama teoreminin genelleştirilmesi, çok değişkenli fonksiyonların düzgün sürekliliği teoremleri, kapalı fonksiyonların varlığı ve türevlenebilmeleri, çok değişkenli fonksiyonların Taylor formülü, maksimum ve minimum üzerine ters örnekler, kökleri belli olmayan rasyonel fonksiyonların integralleri gibi önemli konular bu kitaplarda incelenir.

Peano'nun Ansiklopedisi isimli kitabı iki cilttir. Sonsuz küçükler konusu işlenen bu kitaplar 1893 yılında basılmışlardır.

Peano, araştırmalarının yayınına 1881 yılında başlamıştır. İlk çalışmaları bağlantılılık kuramı ile cebirsel şekiller üzerinedir. Bu konuları D'Ovidio ve Faa di Bruno'nun doğruları kuramı üzerinedir. Analiz konularına da 1883 yılında başlamıştır ve bu konudaki makalesi fonksiyonların integrallenebilmesi üzerinedir. 1890 yılında yayınlanan çalışması integral ve integralle olan hesapları üzerinedir. Bu da birinci sıradan olan $y' = f(x, y)$ diferensiyel denklemi çözülürse f fonksiyonu süreklidir. Bu teoremin ilk ispatı 1886 yılında yapılmıştır. Bu sonuç farklı ispatla genelleştirilmiştir. Bu çalışma aynı zamanda seçme aksiyomu ile de ilgilidir.

Peano'nun 1884 yılında yayınladığı Geometrik Analizi'nde çok sayıda ters örnekler vardır. Matematikte ters örnekler problemi çözer. Peano, 1890 yılında yayınladığı bir çalışmasında uzayı dolduran eğrileri incelemiştir. Peano'nun analiz üzerinde yaptığı çalışmaları çok yenidir. Yüzey alanlarını da hesaplamıştır. Bu konudaki çalışması 1882 yılında yayınlanmış ve H. A. Schwarz'dan bağımsız bir buluştur. Wronskian, Jacobian, özel determinantlar ve Taylor formüllerini kendi çalışmalarında kullanmıştır.

Peano'nun mantık üzerine yaptığı ilk çalışması yirmi sayfadır. Bu araştırma Boole, Schröder, Pierce, Grassmann ve McColl'un çalışmalarını ileriye götürür. Dedekind'in çalışmalarından da farklıdır. Aritmetiğin İlkeleri isimli kitabı mantık konusunda çok yenidir.

Peano, mantık konularındaki çalışmalarına devam etmiş ve 1897 yılında Zürih'te matematik kongresini düzenlemiştir. 1900 yılında Paris'te yapılan kongreye Peano ve arkadaşları Burali Forti, Paduva ve Pieri gibi matematikçiler katılmışlardır. Bertrant Russell daha sonra, "Bu kongreye katılmayla benim bilgi yaşamım değişti. Çünkü orada Peano'yla karşılaştım." diye yazar.

Peano, 1891 yılında Rivista di Matematica isimli dergiyi yayın hayatına geçirir. Bu dergi düzenli olarak 1906 yılına kadar yayınlanır. Bundan sonra isim değişikliği ile on altı yıl daha yayınlanmaya devam eder. Bu dergide 4.200 tane teorem ispatlanmıştır.

Peano, mantık ile aritmetik arasındaki ilişkiyi de kurmuştur. 1885 ile 1887 yılları arasında Türin Üniversitesi'nde verdiği dersleri Geometrik Analiz ismiyle yayınlamıştır. Grassmann'ın vektör analizi ile de ilgilenmiş ve vektör analizinin İtalya'daki temsilcisi olmuştur. 1901 ile 1906 yılları arasında sayısal hesaplarla da ilgilenmiştir.

Peano'nun matematik alanındaki katkıları arasında, vektör hesabının ilk ortaya konuşu ile bayağı diferensiyel denklemler kuramında ardışık yaklaşımla integral almanın ilk örneklenişi sayılabilir. Peano, yalnızca verilerin sürekliliğini var sayarak söz konusu denklemlerin integrallerinin bulunabileceğini göstermiş, aritmetiğin, tasarım geometrisinin, genel kümeler kuramının temellerine köklü eleştiriler yöneltmiş, saptadığı doğal sayılar aritmetiğine ilişkin beş aksiyomu kullanarak, aritmetiğin bir koşullu türetim dizgesi olarak yeniden kurulmasını sağlamıştır. Onun kurduğu matematiksel mantık, incelik, kesinlik bakımından C. S. Peirce ile G. Frege'nin önerdiği yazım biçimlerine, kapsamca daha geniş bir yazım biçimi bakımından üstündür. Peano'nun yapıtı eski mantık cebirinden çağdaş mantık yöntemlerine geçişin en önemli temel taşlarından biridir.

Peano'nun yazımı, özellikle Bertrand Russell ile Alfred North Whitehead'in Principia Mathematica'sında benimsenmesinden dolayı, mantık alanında bugün de kullanılmaktadır. Onun çalışmaları daha sonraki matematikçilere bir önder olmuştur. Örneğin, Gödel kanıt savı Peano aritmetiğinin tam aritmetiğin bir özalt kümesi olduğunu

ortaya koymuştur. Peano aritmetiği sonlu sayıda ilk sava geri götüremeyeceğinden, sonsuz bir dizi de sonlu durumlu bir diziye dönüştürülemez.

Peano, 1884 yılında Diferensiyel Hesap ve İntegral Hesabın İlkeleri, 1887 yılında Sonsuz Küçükler Hesabının Geometrik Uygulaması, 1888 yılında Geometrik Hesap ve 1905 yılında Matematiklerin Formülü isimli kitaplarını yayınlamıştır. Bu son kitap beş kez basılmıştır. Peano ayrıca, sonraları Interlingua isimli yapay bir dil kitabının da yazarıdır.

CESARO (1859 - 1906)

Ernesto Cesaro 12 Mart 1859 günü İtalya'da Napoli'de doğmuş bir matematikçidir. Luigi Cesaro ile Fortunata Nunziante'nin oğludur. Nunziante, Cesaro'nun ikinci hanımıdır.

Cesaro'nun ağabeyi Torre Annunziata'da, bir çiftlik ve dükkan sahibidir. Ağabey, devlet desteği ile İtalya'da tarım makinelerini kullanan ilk çiftçidir. Başlangıçta parasal durumları çok iyi olan ağabey 1860 yılında meydana gelen Garibaldi devriminde Garibaldi taraftarı olduğu için tüm parasal gelirlerini kaybeder.

Ernesto Cesaro ilk birinci sınıfını Napoli'deki Gymnasium'de tamamladı. İki yıl Nola'nın seminerlerine devam etti. Sonra Napoli'ye geri dönerek Gymnasium'da dördüncü sınıfı okuyarak ilk öğrenimini on üç yaşında tamamladı. 1873 yılında babası onu Liege'de bulunan büyük ağabeyi Giuseppe'nin yanına gönderdi. Giuseppe 1867 yılında Belçika'da Liege'e gitmişti. Ağabeyinin yanında bir yıl kaldı. Bu zamanda Maden Okulu'nda maden ve kristaller bilimlerinde dersler verdi. Bu arada Ecole isimli kuruma burslu olarak girdi. Orada yüksek lisansını yaptı. Ardından İtalyan Üniversitelerine yaptığı başvurularında kabul edilmedi. O da Liege'de Maden Okulu'na girdi.

Cesaro bu okulda Eugene Catalan ile matematik çalıştı. Catalan'in desteği ile ilk matematiksel çalışmasını yayınladı. Bu makale onu matematik dünyasına tanıtmaya yetti.

Cesaro'nun babası 1879 yılında ölünce aile parasal sıkıntılara girdi. Bu nedenle Cesaro Terre Annunziata'ya geri dönmek zorunda kaldı. Tüm bu olumsuz koşullara karşın 1881 yılında Liege'de dördüncü sınıfı tamamladı. Bu dönemde matematikte onu ünlü yapan çalışmasını yazdı ve 1883 yılında bu çalışmayı yayınladı.

Cesaro, 1882 yılında bir burs bularak yeniden Belçika'da Liege'e döndü. Hemen ardından İtalya'ya geri döndü ve akrabasının kızı olan Angelina ile evlendi. Soissons Prensi'nin oğlu ile arkadaş oldu ve Paris'te bir süre kaldı. Sorbon'da, Hermite, Darboux,

Serret, Briot, Bouguet ve Chasles gibi ünlü matematikçilerin derslerine devam etti. Bu derslerde özellikle Hermite'in dikkatini üzerine çekti. Çünkü, Cesaro'nun 1883 yılında yayınlanan makaledeki sonuçları çok ilginçti. Ayrıca, Darboux'un dersleri Cesaro'yu Geometri kitabını yazmaya yöneltti.

Casaro, belki Profesör Deschamps ile olan kişisel tartışmaları nedeniyle Liege'de çalışmalarını tamamlayamadı. Bu nedenle Torre Annunziata'ya döndü ve matematik çalışmalarına İtalya'da devam etti. İtalya'daki çalışmaları, Cremona'nın, Battoglini'nin ve Dino'nun önerileri ile Roma Üniversitesi'ne 1884 yılında yüksek lisans öğrencisi olarak girdi ve dördüncü sınıfı kuramsal matematik konusunda tamamladı.

Roma Üniversitesi'nde yüksek düzeyli matematik derslerine katıldı. Bu arada sonsuzlar aritmetiği eş yükseklikli eğri problemleri, analitik fonksiyonlar, olasılıklar kuramı ve geometri üzerinde 1884 ile 1886 yılları arasında tam seksen tane makale yayınladı. Tüm bu yoğun ve verimli çalışmalarına karşın bu dönemde ona parasal destek sağlayacak akademik bir ünvan verilmedi. Roma Üniversitesi 1887 yılının Şubat ayında sadece onur doktorası verdi. Bu da onun karnını doyurmuyordu.

Cesaro, 1886 yılında Roma'da Lycee Terenzio Mamiani'de açılan matematik profesörlüğü yarışmasını kazandı. Ardından Messia ve Napoli Üniversitelerinin açtığı matematik profesörlüğü sınavlarına girerek yine başarılı oldu. Önce Messina, sonra da Napoli Üniversitesi'ne girerek profesör oldu. Cremona'nın öğütleri üzerine bir ay sonra Lycee Mamiani'den ayrıldı ve Palermo Üniversitesi'nde boşalan ileri cebir kürsüsüne geçti. 1891 yılına kadar Palermo'da kaldı ve buradan Napoli Üniversitesi'nin matematik analiz kürsüsüne kabul edildi. Bu kürsüdeki görevini ölünceye kadar sürdürdü. Kuramsal mekanik kürsüsüne geçmeyi hiç bir zaman düşünmedi.

Cesaro çok sayıda kabarık bir yayın listesi bırakmıştır. A. Perna onun 259 tane çalışma yayınladığını belirlemiştir. Fakat daha başka yapıtları da olabileceğini yazmaktadır. Çünkü, Cesaro'nun matematik çalışmaları çok değişik ve geniş alanlarda olmuştur. Bu nedenle tüm yapıtları ve sayısı tam olarak belirlenememiştir. Örneğin, 1878 yılında daha on sekiz yaşındayken bazı topoloji problemlerini çözmüş ve bu ilginç çalışma 1888 yılında Lizbon'da yayınlanmıştır. Gençlik yıllarında yaptığı çalışmaları ıraksak serilerin toplamlarıyla ilgilidir. Bu tür problemleri Cesaro, Borel, Fejer ve Voronoj gibi matematikçiler bulmuşlar ve bu problemlerin inceleme tekniklerini geliştirmişlerdir. Cesaro bu tür problemlerle ilgili ilk çalışmasını 1882 yılında Liege'de yayınlamıştır. 1885 yılında sayılar kuramıyla ilgili olan tam dokuz makale yayınlamıştır. Bu makaleler, sayılar kuramının çok geniş bir alanını tarar. İki sayının ortak bölenlerinin sayılarının belirlenmesi, bunların karelerinin toplamlarının sayılarının belirlenmesi, keyfi üç ya da daha fazla sayıların ortak ölçülemezlerin olasılığı gibi başlıklar sayılabilir. Cesaro, bu buluşlarını aynı zamanda Fourier serilerine de uygulamıştır. Asal sayılar ve Chebyshev formülü ile ilgili çalışması Napoli'de 1896 yılında yayınlanmıştır.

Cesaro'nun çalışmaları, kolay matematik bilgileriyle şahane, problemleri çözme biçimindedir. Örneğin, 1899 yılında yayınladığı çalışmasında, geometrik ortalamayı kullanarak yaptığı çizim problemleri çok ilginçtir. Yazdığı ders kitapları tam ve kusursuzdur. 1894 yılında Türin'de yayınlanan sonsuz küçükler kitabı ile 1899 yılında Napoli'de yayınlanan sonsuz küçük elemanları kitapları dönemine çok etkili olmuştur. Bu kitapların her ikisi de onun Palermo ve Napoli'de ders olarak anlattığı konulardan oluşmuştur.

Cesaro, matematik fizik üzerine de iki kitap yazmıştır. Ayrıca, esnekliğin matematik kuramı üzerine olan kitabı 1894 yılında Türin'de basılmış ve çok tutunmuştur. Cesaro bu kitabında çok kolay ve basit olan bilgileri kullanarak matematik fizikte şahane bir yapıt ortaya koymuştur. Kuramsal matematik üzerine yazdığı iki kitabını yayınlamadan ölmüştür. Bu kitaplar bugüne kadar da yayınlanmamışlardır.

Cesaro'nun en önemli ve çarpıcı çalışması geometri üzerinedir. O bu kuramı 1883 yılında Paris'te bulunduğu yıllarda kurmuş ve yazmıştır. İlk baskılar 1896 yılında Napoli'de küçük kitapcıklar halinde yayınlanmıştır. Darboux'un yöntemleri kullanılarak hazırlanan bu kitapta, teğetler, anormaller, ikincil normaller, yüzeyler, analitik ifadeler, bağımsız koordinat sistemleri ve hareketli üçlü koordinat sistemleri işlenmiştir. Bu konularda çok ürün alan Cesaro, bu sonuçları uygulamayı da başarmıştır.

Yüzeyler kuramı ve çokkatlı yüzeyler onun başarılı çalışmaları arasındadır. Cesaro, H. von Koch'un çalışmalarını da genelleştirmiştir. Bu çalışmalarında, sürekli olupta hiç bir noktasında türevlenemeyen, yani teğeti olmayan yüzeyler ilginçtir.

Cesaro, yaşamının sor. yıllarında paralellik postulatından bağımsız bir geometri üzerine çalıştı. Çok katlı uzayları kullanarak Euclidean olmayan geometriler kurdu. Onun bu çalışması 1904 yılında ancak yayınlanabildi. Bu konudaki ikinci bir çalışması da yine 1904 yılında yayınlandı.

Cesaro'nun en önemli özelliği, basit geometri problemlerini matematik analize taşıyarak şahane matematik buluşları yapmasıdır. Matematik tarihinde bu yönüyle bu kadar başarılı bir matematikçi yoktur. Sayılar kuramını sembolik cebire, olasılıklar kuramını diferensiyel geometriye çok güzel ve kolay bir biçimde uygulamıştır. Maxwell onun, kuramsal fiziği en iyi yorumlayan ve övülecek biri olduğunu yazmaktadır.

Cesaro bu çalışmalarının sonucu olarak çok sayıda bilim akademisinin üyesi olmuştur ve üye yapılmıştır. Cesaro, 12 Eylül 1906 günü İtalya'da Torre Annunziata yakınlarında dalgalı denizde teknede tehlike geçiren on yedi yaşındaki oğluna yardım ederken yaralanarak çok genç sayılabilecek bir yaşta ölmüştür.

VOLTERRA (1860 - 1940)

3 Mayıs 1860 günü İtalya'da Papalık Devletleri'nin Ancona kentinde doğan Vito Volterra, modern integral ve diferensiyel hesabın gelişmesine çok katkılarda bulunan bir İtalyan matematikçidir.

Volterra, manifatura tüccarı Abramo ve Angelica Almagia'nın tek oğullarıydı. Dedeleri Bologna'da yaşamışlardı. Bu dedelerinden birisi on beşinci yüzyılın başlarında Tuscany'de küçük bir şehir olan Volterra'ya taşınmıştı. Ailenin Volterra ismi bu şehirden gelir. Torunlar Florensa'da bir banka açmışlardı. Volterralar, on beşinci yüzyılda yazarların, gezgincilerin, kitap toplayan derleyicilerin ve eski elyazmalarını toplayıcıları olarak bilinirler. Ailenin bazı kolları daha sonraki yüzyıllarda İtalya'nın bazı şehirlerine dağılmışlar ve bunlardan birileri de 1700 yıllarında Ancona'ya yerleşmiştir.

Volterra'nın babası öldüğünde kendisi yalnız iki yaşındaydı. Hemen hemen hiç parasız kalan Volterra ve annesi dayısı olan Alfonso Almagia'nın evine taşındılar. Alfonso, Nazionale Bankası'nda çalışan bir memurdu. Daha sonra Türin ve Florensa'da kaldılar. Volterra'nın gençliğinin hemen hemen çoğu Florensa'da geçti. Bu nedenle Volterra kendisini Florensa'lı kabul eder. Scuola Tecnica Dante Aligieri ve İnstitute Tecnico Galileo Galile okullarında okudu. Her iki okulda çok iyi öğretmenleri oldu. Bunlar arasında fizikçi Antonio Roiti de vardı. Roiti, Volterra'nın ileride akademik görevler almasında çok yardımları oldu.

Volterra, çok erken gelişmiş bir çocuktu. On bir yaşında Bertrand'ın Aritmetik'ini ve Legendre'nin Geometrisini okuyarak hızla öğrenmişti. On üç yaşında Jules Verne'nin Ay'a yolculuk isimli romanını okuduktan sonra balistik problemleri üzerine çalıştı. Mermilerin yörünge problemlerini belirlemeye uğraştı. Aynı zamanda Ay, Dünya ve Güneş arasında kısıtlanmış olan ünlü üç cisim problemini inceledi. Çözümünde, küçük zaman aralıklarını alarak sabit parabolik yaylarını kullanmıştı. Kırk yıl sonra elli iki yaşındayken Sorbon Üniversitesi'ndeki derslerinde bu problemin çözümünü sunmuştu. Volterra bu çözüm yöntemini daha sonra doğrusal diferensiyel denklemlere, fonksiyonlar kuramına ve doğrusal dönüşümlere uygulamıştır.

Volterra'nın bilime ilgisi çok fazlaydı. Ailenin de geçinebilmesi için paraya gereksinimleri vardı. Bu koşullar onu ticari yaşama itti. Böylece içindeki bilim ile ticaret arasında çok zorlandı. Kafasında hep bilim vardı. Bilim ondan ayrılmaz bir tutku ve aşktı. Edoardo Almagia, uzaktan yeğeniydi. Edoardo inşaat mühendisi ve matematikte doktora yapmıştı. Volterra onun yanında çalışmaya başladı. Edoardo, Volterra'nın matematikteki yeteneğini hemen anladı ve onun bilimsel çalışmalarına dönmesini ailesinden istedi ve başarılı oldu.

Volterra, ailesinin baskısı ile aynı zamanda bankada yazmanlık yapıyordu. Fizik

öğretmeni Roti, böyle üstün başarılı bir öğrencisinin ailesinin isteği ve zorlamasıyla bankada çalıştırıldığını öğrendi. Volterra'yı hemen Florensa Üniversitesi'nin fizik laboratuvarına kendisine asistan olarak aldı. Böyle bir atama görülmüş bir şey değildi. Çünkü Volterra Üniversiteye girmemiş ve bitirmemişti.

Volterra 1878 yılında liseyi bitirdi. Florensa Üniversitesi'nin doğal bilimleri bölümüne kaydı yapıldı. İki yıl sonra Piza'da Scuola Normale Superiore'ye parasız yatılı olarak girdi. Ardından Piza Üniversitesi'nin matematik bölümüne kaydı yapıldı. Bu sırada fizik dersleri Betti, Dini ve Riccardo Felici tarafından veriliyordu. Önce, Dini'nin analiz çalışmalarına çok ilgi duydu. Volterra'nın yayınladığı çalışmalarından birisi öğrenciliği yıllarında basılmıştı. Burada, Riemann anlamında integrallenemeyen, türevlenebilir fonksiyon örnekleri ilk kez veriliyordu. Volterra'nın bu örnekleri daha sonra Lebesgue'e ünlü Lebesgue integrali kuramını kurmasına öncülük etmiştir. Volterra daha çok Betti'nin derslerinin etkisi altında kalmış, bu nedenle çalışmalarını ve araştırmalarını mekanik ve matematiksel fiziğe yöneltmiştir.

Volterra, 1882 yılında fizikte doktorasını tamamlamıştır. Ardından hemen Betti'nin asistanı olmuştur. Bir yıl sonra yirmi üç yaşındayken Piza Üniversitesi'nin yarışmaya açtığı mekanik profesörlüğünü kazanmıştır. Betti'nin ölümünden sonra onun yerine matematik fizik profesörü olmuştur. 1892 yılında Türin Üniversitesi'nde mekanik profesörlüğüne ve 1900 yılında da Roma Üniversitesi matematik profesörlüğüne atanmıştır. Aynı yıl Virginia Almagia ile evlenmiştir. Kırk yıl mutlu bir yaşam sürdürmüşlerdir.

Volterra, matematik ve fizik öğrenimi gördüğü Piza Üniversitesi'nden 1882 yılında doktor ünvanıyla mezun oldu. Analiz ve matematiksel fizikte sonradan ortaya koyacağı çalışmalarda Piza Üniversitesi'ndeki öğretmeni Enrico Betti'nin etkisi vardır. 1883 yılında, henüz yirmi üç yaşındayken açılan bir yarışmayı kazanarak Piza Üniversitesi'nde mekanik profesörü oldu. Aynı yıl genel bir fonksiyoneller yani fonksiyonlardan oluşan bir değer kümesinde tanımlanan fonksiyonlar kuramı üzerindeki çalışmalarına başladı. Fonksiyonel kavramı analizde yeni gelişmelerin yolunu açtı. İntegralli denklemlerin ve integralli diferensiyel denklemlerin çözümünde önemli olanaklar sağladı. Harmonik integraller kavramının kaynağı da Volterra'nın geliştirdiği fonksiyonel analizdir. Volterra geliştirmiş olduğu analitik yöntemleri optik, elektromanyetizma ve esneklik problemlerine de başarıyla uyguladı.

1892 yılında Torino Üniversitesi'nde mekanik profesörü olan Volterra 1900 yılında Roma Üniversitesi'ndeki matematiksel fizik kürsüsüne getirildi. 1905 yılında İtalya Krallığı senatosu üyeliğine seçildi. Birinci Dünya Savaşı'nda, elli beş yaşında olmasına karşın, hava kuvvetlerine katıldı ve güdümlü balonların savaşta kullanılması konusunda çalıştı. Hava gemilerinde hidrojen yerine helyum kullanılmasını öneren ilk bilim adamı oldu. İtalya'da helyum üretiminin geliştirilip örgütlenmesine katkıda bulundu.

Savaştan sonra matematiksel biyoloji konusuna yönelen Volterra, bu alandaki

çalışmalarının çoğunda, kendinden önceki araştırmacıların bulgularını bilmeden yineledi. Biyolojik birliklere, yani aynı ortamı paylaşan çeşitli türlerden oluşan canlı organizma sistemlerine ilişkin olarak geliştirdiği soyut matematiksel modeller, fiziksel bilimlerde de geniş uygulama alanı buldu. 1922 yılında yönetimi ele geçiren faşistlere karşı demokratik kurumları savunanlar arasında yer aldı. Mussolini'ye bağlılık yemini etmeyi kabul etmemesi üzerine 1931 yılında Roma Üniversitesi'ndeki görevinden uzaklaştırıldı. Ertesi yıl İtalyan bilim kuruluşlarının tümünün üyeliklerinden zorla istifa ettirildi. Yaşamının bundan sonraki bölümünü İtalya dışında geçirmek zorunda bırakıldı. Toplu yapıtları 1954 ile 1962 yılları arasında beş cilt olarak Matematik Yapıtlar, Anılar ve Notlar başlığı altında yayınlanmıştır.

Volterra, İtalyan politik yaşamını fazla sevemiyordu ama senatoda Üniversitelerin nasıl olması üzerinde çok konuşma yapmıştı. Birinci Dünya Savaşı'ndan sonra faşist yönetime karşı çıktı. Fransa'ya ve İngiltere'ye çok kez gidip geldi. Silah üretimlerinde görevler aldı.

1922 yılında İtalya'da faşist yönetim işbaşına geçti. Volterra, İtalya'daki demokratik kurumların yok edileceğini ilk anlayan ve bunları açıkça söyleyen biriydi. Faşistlere karşı ilk bildiriyi imzalayanlardındı. Bu sırada Lincei Akademisi'nin başkanıydı. Ulusal güvenlik yasaları İtalyan Senatosu'nda görüşülürken küçük bir grupta Volterra, Benedetto Croce başı çekiyordu. Senato oylamalarında hep Mussolini'ye karşı oy kullanmıştır. 1930 yılında İtalyan senatosu dağılmıştı. Volterra bir daha senatoya girmedi.

1931 yılında kurulan faşist hükümete karşı imza toplayan profesörler arasında olduğu için 1932 yılında Roma Üniversitesi'nden ve İtalyan Bilimler Akademisi'nden atıldı. 1936 yılında XI. Papa Pius tarafından Pontificiai Bilimler Akademisi'ne seçildi.

Volterra, 1931 yılından sonra Paris'te Sorbon'da, Romanya'da, İspanya'da, Belçika'da, Çekoslavakya'da ve İsviçre'de dersler verdi. Bu süre içinde evinin bulunduğu Aricia'da ve Roma'nın güneyindeki Alban Hills'de çok kısa sürelerde kaldı. 1938 yılı Aralık ayında hastalandı. Ölünceye kadar kafası hep yerindeydi ve çalışıyordu.

Volterra, 1881 yılında yayınladığı ilk çalışmasından 1940 yılında ölünceye kadar yazmayı sürdürmüştür. Çalışmaları daha çok yüksek analiz, matematiksel fizik, gökmekaniği, esnekliğin matematiksel kuramı ve matematiksel biyometri üzerinedir. Temel çalışmaları arasında, fonksiyonellerin kuramı, integral denklemlerin çözümleri, parçalı hiperbolik diferensiyel denklemlerin integrallenmeleri, ışık bilimi, yerkürenin kutbunun dönmesi ve son olarak da biyolojik matematik konuları vardır.

Volterra, çok sayıda şeref ödülleri almıştır. Bunların çoğu bilim akademilerinden gelmiştir. Çok sayıda üniversiteden şeref doktoraları verilmiştir. Çok ünlü bilim adamı, politikacı, yazar ve döneminin sanatçılarından arkadaşları olmuştur. Sanata, edebiyata, müziğe ve bilime çok duyarlı biriydi.

Yaptığı çalışmalar 1954 ile 1962 yılları arasında Roma'da beş cilt olarak derlenerek yayınlanmıştır. 11 Ekim 1940 günü İtalya'da Roma'da ölmüştür.

PİERİ (1860 - 1913)

Mario Pieri 22 Haziran 1860 günü İtalya'da Lucca'da doğmuş bir matematikçidir. Babası avukat olan Pellegrino Piero ve annesi Erminia Luporini'dir.

Pieri, üniversite yaşamına 1880 yılında Bologna'da başladı. Burada onun üstün yeteneğini ilk kez öğretmeni Salvatore Pincherle anladı. Fakat Pieri 1881 yılının Kasım ayında Piza'da bir burs bularak Scuola Normale Superiore'ye geçti. Bu üniversitedeki çalışmalarını 27 Haziran 1884 yılında tamamlayarak buradan ayrıldı. Piza'da bir aralık öğretmenlik yaptı ve Türin'deki Askeri Akademi'de izdüşüm geometrisi profesörü oldu. 1888 yılında Türin Üniversitesi'ne izdüşüm geometrisi asistanı olarak atandı. Bu iki görevi 1900 yılına kadar ortak olarak yürüttü. 1891 yılında doçent oldu ve izdüşüm geometrisi derslerini öğretti.

30 Ocak 1900 günü yapılan yarışma sınavını kazanarak Catana Üniversitesi'ne izdüşüm ve tasarı geometrisi profesörü oldu. 1908 yılında Parma'ya geçti ve 1911 yılında öldürücü bir hastalığın ağrıları başladı. Birkaç ay sonra bu ağrıların kanserden olduğu anlaşılmıştır.

Pieri, 1884 yılından sonra on yıl içinde izdüşüm geometri üzerine yayınlar yapmıştır. 1895 yılından sonra matematiğin temelleri üzerine çalışmıştır. Geometrideki aksiyomları incelemiş, Christian von Staudt'un geometrik aksiyomları, Giuseppe Peano ile Cerare Burali Forti'nin mantığı dikkatini çekmiştir. Bu çalışmaları hemen izdüşüm geometrisine uygulamıştır.

Pieri, nokta, doğru ve doğru parçalarını geometride tanımsız biçimde alarak izdüşüm geometrisini kurmuştur. Daha sonra bu çalışmalarını 1897 yılında daha da ilerletmiştir. Tanımsız olarak aldığı nokta doğruları kullanarak geometri üzerinde çok sayıda çalışmalar yayınlamıştır. 1905 yılında karmaşık izdüşüm geometrisini kurmuştur.

Aritmetiğin temelleri üzerine 1906 ile 1907 yılları arasında yaptığı iki çalışma çok önemlidir. Burada Peano'nun aksiyomlarını başarılı biçimde uygulamıştır ve 1911 yılında bu konudaki çalışmasını yayınlamıştır. Pieri bu çalışmalarla mantıkta söz sahibi olmuştur. Geometride de kurucular arasında sayılmıştır. Pieri'nin çalışmaları Bertrand Russell tarafından da övülmüştür. Pieri 1 Mart 1913 günü İtalya'da Lucca'da ölmüştür.

BURALİ FORTİ (1861 - 1931)

Cesare Burali Forti 13 Ağustos 1861 günü İtalya'da Arezzo'da doğmuş bir matematikçidir.

1884 yılında Aralık ayında Piza Üniversitesi'ni bitirmiştir. Önce Sicilya'da dersler vermiş, 1887 yılında Türin'e dönmüştür. Askeri Akademi'nin açtığı profesörlük yarışmasını kazanarak profesör olmuştur. 1914 yılına kadar Türin'de dersler vermiştir. Askeri Akademi'de analitik izdüşüm geometrisi derslerini okutmuştur. 1906 yılında ordinaryüs profesör olmuş ve 1927 yılından sonra da yirmi beş yıl profesör gibi sivil görevini yürütmüştür.

Doçentlik sınavında, yeni vektör analizinde yetkili jüri tarafından başarısız görülünce bu sınava girmeyi bir kere daha denememiştir. İtalya'da doçentlik o zaman özel bir jüri tarafından sınavla veriliyordu.

Burali Forti, 1894 ile 1896 yılları arasında Türin Üniversitesi'nde Giuseppe Peano'nun asistanıydı. Peano'nun derslerinde çok başarılı olduğu için bu üniversitede 1893 - 1894 akademik yılında matematiksel mantık derslerini yürüttü. 1894 yılında bu çalışmaları yayınlandı. Fakat, Burali Forti'nin yayınlarının çoğu tartışma konusu oldu. Ailesine ve arkadaşlarına karşı kibar, saygılı, nazik ve iyi huylu biriydi. Müziği çok severdi. Bach ve Beethoven'e bayılırdı. Hiç bir akademinin üyesi değildi. Tek başına bağımsız düşünen biriydi. Ölünce cenaze töreninin yapılmamasını istedi.

Burali Forti, 1897 yılında Georg Cantor'un transfinit ordinal sayıların kuramı üzerindeki buluşu onu bir anda ön sıralara çıkardı. Onun buluşu, transfinit ordinal sayıların varlığı üzerineydi. Bu konuda Bertrand Russell 1903 yılında bir makale yayınlamıştı.

Burali Forti, Peono'nun matematiksel mantıktaki buluşlarını ilk ünlü yapan bir matematikçiydi. 1919 yılında matematiksel mantık üzerine geniş bir kitap yazdı. Bu kitap Burali Forti'nin yeni buluşlarıyla doluydu. Kitap daha çok Peano'nun 1893 yılında yazdığı kitaba çok sayıda ekler yapıyordu. Burali Forti'nin en değerli çalışmaları vektör analizi ile doğrusal dönüşümlerin diferensiyel geometriye uygulamaları olarak özetlenebilir. Roberto Marcolongo ile yaptığı uzun görüşmelerden sonra çok sayıda matematiksel buluşlar yaptı. Bunları bir dizi makaleler halinde yayınladı.

Burali Forti 1909 yılında vektör analizi üzerine yazdığı kitabı hemen Fransızcaya çevrildi. Bu kitapta vektör işaretlerini kullandı. Bu konu Gibbs ve Hamilton'un eleştirilerine neden oldu. Burali Forti ile Marcolongo'nun bu düşünüş şekline, Peano, Comberiac, Tümerding, Felix Klein, Wilson, Knott, Alexander Macfarlane, Carvallo ve Jahnke gibi matematikçiler de katıldılar. Bu tartışmaların vektör analizine ve doğrusal dönüşümlere çok yararları oldu ve bu konudan çok yayın çıktı. Lorentz dönüşümleri de bu tartış-

maların ürünlerindendir. Einstein, Lorentz dönüşümlerini kendi görelilik kuramına uygulama olanağını yakalamıştır. Burali Forti 1912 ile 1913 yılları arasında iki cilt olan doğrusal dönüşümler ve uygulamaları ismi altında yapıtını yayınladı. Bu dönüşümleri sürekli cisimlerin kuramı, optik, hidrodinamik, statik ve mekaniğin çok sayıda dalında uygulama alanı buldu. Burali Forti, kafasındaki vektör analizini tamamlayacak kadar yaşayamadı. Son çalışmasını 1930 yılında diferensiyel izdüşümü geometrisi konusunda yaptı. Burali Forti kendi konusunu tam olarak anlayamadığı için bu konuyu tamamlayamadı. Oysa ondan sonra gelenler bu konuyu tam olarak işlediler.

Burali Forti, bu çalışmalar dışında çok sayıda ders kitabı da yazdı. Yaptığı yayınların sayısı iki yüzün üzerindedir. Yayınlarının tam listesi henüz yayınlanamamıştır. Yapıtları, Türin, Milan ve Paris'te basılmıştır. 21 Ocak 1931 günü İtalya'da Turin'de ölmüştür.

LORİA (1862 - 1954)

Gino Loria 19 Mayıs 1862 günü İtalya'da Mantua'da doğan bir matematik tarihçisi ve matematikçidir. Enrico D'Ovidio'dan yüksek geometri dersleri alarak 1883 yılında Turin Üniversitesi'ni bitirdi. Loria, Beltrami, Bertini ve F. Casorati gibi ünlü matematikçilerin derslerini alarak Pavia Üniversitesi'nde yüksek lisansını tamamladı. 1884 yılı Kasım ayında D'Ovidio'nun asistanı oldu. 1 Kasım 1886 günü Genova Üniversitesi'nde yüksek geometri dalında geçici olarak profesörlüğe atandı ve 1891 yılında da tam zamanlı profesör oldu.

Genova Üniversitesi'nde tam kırk dokuz yıl, 1935 yılında emekli oluncaya kadar yüksek geometri kürsüsü görevini yürüttü. Bu zaman dilimi içinde matematik tarihi, tasarı geometri ve matematik öğretimi derslerini verdi. Tasarı geometri üzerine bir ders kitabı yazdı. Lincei ve daha birçok akademinin üyesiydi.

Loria geometrik araştırmalarını önce Corrado Segre ile yaptı. Burada yaptığı çalışmalar, cebir kavramlarının yeni uygulamalarını doğruların ve kürenin geometrisi ile izdüşüm geometrisi ve temel şekillere uyguladı. Üç boyutlu uzaylardaki Cremona dönüşümlerini inceledi. Önemli çalışmalarından birisi de eski çağlardan onun zamanına kadar olan matematik tarihini inceledi. Bu konuda Yunan matematiği üzerine yazdığı çalışması 1914 yılında yayınlandı. Matematik tarihi konusundaki çalışmaları 1893 ile 1902 yılları arasında yayınlanmıştı. Yunan matematiği konusunda en iyi kaynaklardan birisi Loria'nın çalışmalarıdır.

Tasarı geometrisi üzerine olan çalışması 1921 yılında yayınlandı. Matematik tarihi üzerine olan son çalışması 1946 yılında basıldı. Bu çalışmalarını yaparken geniş

bir kaynak toplamış ve bu kaynakları en güzel biçimde derlemiştir. Geometri Kuramının İlkeleri isimli yapıtları 1897, 1907 ve 1931 yıllarında basılmıştır.

Loria, özel cebirsel ve aşkın eğriler üzerine iki çalışma daha yapmıştır. Bu iki çalışma matematikçilerin çok dikkatini çekmiştir. Bu çalışmalarından ilki 1902 yılında Almanya'da yayınlanmıştır. İkincisi de 1930 ile 1931 yıllarında İtalya'da yayınlanmıştır. F. Enriques, Loria'nın bu çalışmalarından övgüyle söz eder. Bu özel haller hep genel hallere gider.

Loria, Archimedes, Newton, Cremona, Beltrami ve Tannery gibi matematikçilerin yaşam öykülerini en çarpıcı biçimde yazmıştır. Torriçelli'nin Opero isimli dört ciltlik kitabı ile Faenza'nın 1919 ile 1944 yılları arasında yazdığı kitaplarını kalın ciltler halinde G. Vassura ile birlikte yayına hazırlamış, fakat bu çalışmalar yayınlanamamıştır. Loria, 1897 yılında Torriçelli'nin çalışmalarında, logaritmik yayın sınırladığı alanın ilk hesaplandığı çalışmayı görür.

Loria'nın çalışmalarının bazıları derlenerek 1937 yılında basılmıştır. Bu kitabın ikinci baskısı matematik tarihi ismiyle 1950 yılında yeniden yapılmıştır. Kitapta, Yunanlılardan on dokuzuncu yüzyıla kadar matematiksel düşüncenin evrimi anlatılmaktadır. Loria'nın matematik tarihi konusunda çok sayıda çalışmaları vardır. Bu çalışmaları halen Genova Üniversitesi'nde koruma altındadır.

Loria'nın çalışmalarını Lincei Akademisi'nden A. Terracini derlemiştir. Terracini'ye göre Loria'nın 386 tane çalışması vardır. Bunların çoğu makaleler biçiminde değişik dergilerde yayınlanmıştır. Yazdığı kitapları da Leibzig'de, Milan'da, Roma'da, Bologna'da, Torino'da ve Paduva'da basılmışlardır. Bu kitapların çoğu Milan'da tekrar tekrar basılmıştır. 30 Ocak 1954 günü İtalya'da Genova'da ölmüştür.

SEGRE (1863 - 1924)

Corrada Segre 20 Ağustos 1863 günü İtalya'da Saluzzo'da doğmuş bir matematikçidir. Segre, Türin Üniversitesi'nde Enrico D'Ovidio'nun yönetiminde çalışmış ve yetişmiş biridir. Onun en yakın arkadaşı Gino Loria olmuş ve bu arkadaşlıkları çok uzun süre devam etmiştir.

Segre 1883 yılında yirmi yaşındayken doktora tezini vermiş ve aynı yıl Türin Üniversitesi'ne cebir ve analitik geometri asistanı olarak atanmıştır. İki yıl sonra da tasarı geometri asistanı olmuştur. 1885 yılından 1888 yılına kadar Giuseppe Bruno'nun yerine izdüşümü geometri ders-lerini vermiştir. 1888 yılında yüksek geometride D'Ovidio'nun yerine sınavla girmiş ve ölünceye kadar bu kürsüde çalışmıştır.

Segre, D'Ovidio'nun 1881 ile 1882 yıllarında anlattığı geometri derslerinden çok etkilenmiştir. Derslerinde, Plücker'in düşüncelerinden başlayarak Felix Kline'ya kadar gelen D'Ovidio, Segre için geometride bir yol gösterici olmuştur. D'Ovidio bu derslerinde Veronese'nin ve Weierstrass'nın çalışmalarını anlatıyordu. Segre de doktora çalışmalarında bu konularla başladı, yaptığı çalışmaları arkadaşı Loria ile birlikte kontrol ettikten sonra yirmi iki sayfa olan bu tezi Klein'e gönderdiler. Bu tez 1883 yılında yayınlandı. Bu yayından sonra Segre ile Klein çok uzun süre birbirleriyle iletişim kurdular. Bu yakınlık Segre'ye çok sayıda çalışma yayınlamasını sağladı.

Segre'nin matematiksel çalışmaları dört temel alana yönelikti. Bunlardan ilki geometrik değişmezlerdi. S_3 yüzeylerinden S_5 eğrilerine olan çalışmaları bunlara örneklerdir. Mobius, Grassmann, Cayley ve Cremona tarafından önerilen bu kuramın en iyi ürünlerini Segre almıştır. Kuvadriksler üzerine yaptığı çalışmalardan John Casey ve Gaston Darboux da yararlanmıştır. Segre'nin kuvadriksler üzerine çok sayıda genelleştirmeleri de vardır. Bu çalışmalar teker teker yayınlanmıştır. Segre'nin kullandığı bu dönüşümleri Alfred Clebsch, Paul Gordan, Alexander Brill ve Max Noether kullanmıştır. 1871 yılında yaptığı çalışma daha çok Zeuthen–Segre değişmezi olarak bilinir.

Segre 1890 yılında Riemann küresini de incelemiştir. Kullandığı koordinatlar i ve j biçiminde ikili karmaşık sayılardır. i ve j birimleri $i \cdot j = j \cdot i$ ve $i^2 = j^2 = -1$ özelliğini taşırlar.

Segre, 1912 yılında Von Staudt'un çalışmalarına geri döndü. Darboux'un yazdığı ders kitabındaki gösterimleri kullanan Segre, 1907 yılında sonsuz küçükler geometrisini inceledi. Darboux'un çalışmalarını genelleştirdi. Bunları ikinci sıradan doğrusal parçalı diferensiyel denklemlerin çözümlerine uyguladı.

Segre bu türde çok sayıda çalışma gerçekleştirdi. Son çalışması diferensiyel geometri üzerineydi. Yayınladığı makalelerin çoğu epey hacimliydi.

Segre 1889 yılında Türin Akademisi'ne üye seçildi. Matematik Dergisi'nin yayın grubunda uzun yıllar çalıştı ve bu görevini öğrencisi olan Roma Üniversitesi'ndeki Severi'ye devretti.

Segre öğretmenliği ve yaptığı araştırmalarla İtalyan geometrisinde ileri gelenlerden birisi olarak anıldı. İtalyan olan ya da yabancı olan öğrencilerine hep yeni düşünceler aşıladı. O hep yenilikçiydi. Türin Üniversitesi'nde çok yararlı dersler verdi. Onlarca makale yayınladı. 18 Mayıs 1924 günü İtalya'da Türin'de öldü. Yeni olan çalışmaları 1957 ile 1963 yılları arasında Opere ismiyle dört cilt olarak yayınlandı. Bazı makaleleri bu ciltlerde yoktur. 128 tane makale yayınladığı belirlenmiştir. Ayrıca ders kitapları da vardır.

CASTELNUOVO (1865 - 1952)

Guido Castelnuovo 14 Ağustos 1865 günü İtalya'da Venedik'te doğmuştur.

Castelnuovo, Veronese'nin yönetimi altında Paduva Üniversitesi'nde matematik öğrenimi görmüştür. 1886 yılında Paduva Üniversitesi'ni bitirince bir yılda Roma'da yüksek lisansını yapmış ve Turin Üniversitesi'nde D'Ovidio'nun asistanı olmuştur.

1891 ile 1935 yılları arasında Roma Üniversitesi'nde izdüşüm ve analitik geometri derslerini okutmuştur. Cremona ölünce, onun yerine ileri geometri derslerini yürütmüştür. Daha sonra da olasılıklar hesabı derslerini vermiştir. Yahudi öğrencilerin devlet üniversitelerinde ders vermeleri yasaklanınca sadece dersleri ayarlama işlerini yürütmüştür. Bu yasak kaldırıldıktan sonra ölünceye kadar Akademi'nin başkanlığını yapmış, çok sayıda akademinin üyeliğine seçilmiştir. 5 Ekim 1949 günü İtalyan senatörü ünvanı verilmiştir.

Castelnuovo'nun matematiksel çalışmaları daha çok cebirsel geometri üzerinedir. Bu konuyu İtalya'da Cremona, Segre, Enriques ve Severi de incelemişti. Castelnuovo, cebirsel yüzeyler üzerinde incelemeler yapmış ve kuramlar geliştirmiştir. Bu çalışmalardan birisi Kronecker-Castelnuovo teoremi olarak bilinir. Castelnuovo bu problemi, Kronecker-'in 1886 yılında Lincei Akadamesi'ni ziyaret etmesinde sözlü olarak görüşmüş ve çözmüştür. Problemin çözümü ne Kronecker'e ne de Lincei Akademisi'ne verilmiş ne de yayınlanmıştır. Castelnuovo, Kronecker'in bu probemin çözümünü tamamlamış olduğunu düşünerek ona saygısından dolayı çözümünü açığa çıkarmamıştır. Cremona ve Cerruti'nin destekleri ile çözümünü yayınlamıştır.

Castelnuovo, cebirsel geometri dışında olasılık hesabı ve görelilik kuramı üzerinde de çalışmalar yapmıştır. 1938 yılında Rönesanstan Newton ve Leibniz'e kadar olan sonsuz küçükler hesabının matematik tarihini de yazmıştır. 27 Nisan 1952 günü İtalya'da Roma'da ölmüştür.

BORTOLOTTİ (1866 - 1947)

Ettore Bortolotti, 17 Mart 1866 günü İtalya'da Bologna'da doğmuş bir matematikçi ve matematik tarihçisidir. Bortolotti, Salvatore Pincherle disiplini altında 1889 yılında Bologna Üniversi'nden matematikçi unvanını alarak okulunu bitirmiştir. 1891 yılına kadar Sicilya'da asistan olarak çalışmış, 1892 - 1893 akademik yılında Paris'te yüksek lisansını tamamlamıştır. 1893 yılından 1900 yılına kadar Roma Üniversitesi'nde dersler

vermiş, ardından Modena Üniversitesi'ne sonsuz küçükler hesabı ve rasyonel mekanik üzerine profesör olarak atanmıştır.

Bortolotti, 1913 yılında Bologna Üniversitesi'nin Fen Fakültesi'nin dekanlığına atanmış ve bu fakültenin analitik geometri dalının profesörü olmuştur. 1919 yılına kadar dekanlık yapmış ve 1936 yılında emekli olmuştur.

Bortolotti'nin çalışmaları daha çok topoloji üzerine olmuştur. Sonraki çalışmaları da soyut matematiktir. Analiz, sonlu farklar analizi, dağılma işlemlerinin genel kuramı, sürekli kesirlerin algoritması ve bunların genelleştirilmeleri, sonsuz algoritmaların yakınsaklıkları, toplamlar, serilerin asimtotik özellikleri ve has olmayan integral üzerine çalışmaları vardır.

Bortolotti'nin ilgilendiği ikinci bir alan da matematik tarihi olmuştur. Roma'da ve Modena'da bulunduğu yıllarda bu tür çalışmalarını sürdürmüştür. Paulo Ruffini'nin çalışmalarını derinlemesine incelemiştir. Bu konuyu inceleyen yapıtını 1902 yılında yayınlamıştır. On yedinci yüzyılın sonsuz küçükler hesabının tarihi gelişimini incelemiş, Torriçelli'nin sonsuz küçükler hesabını tanıtmış ve Cataldi'nin yapıtlarını araştırmıştır.

Bortolotti'nin ilgilendiği diğer bir matematik tarihi de Fibonacci'nin çalışmalarını derlemek, Scipione Dal Ferro, Nicolo Tartaglia, Girolamo Cardano, Ludovico Ferrari ve Rafael Bombelli'nin çalışmalarını tanıtmak olmuştur. Bu konudaki çalışmalarını 1929 yılında yayınlamıştır. Bombelli'nin Cebir isimli kitabının IV. ve V. ciltlerini açıklayarak bastırmıştır.

Çalışmalarının en ilginç bir yanı da, Sümerler, Asurlular, Babilliler, Kaldeliler ve Mısırlıların matematiklerini yazarak yayınlamasıdır.

Bortolotti'nin iki yüz yirminin üzerinde yapıtı vardır. Bu yapıtlar ünlü kütüphanelerde bulunuyor ve koruma altındadır. Çok sayıda da makale yayınlamıştır. 17 Şubat 1947 günü ölmüştür.

ENRİQUES (1871 - 1946)

Federigo Enriques 5 Ocak 1871 günü İtalya'da Leghorn'da doğmuş bir matematikçi, düşünür, matematik tarihçisi ve bilginidir.

Enriques, S. Giacomo ve Matilda Enriques'in oğludur. Ailesi o çocukken Piza'ya taşındığı için ilk ve orta öğrenimini Piza'da tamamladı. Sonra öğretmen okuluna girdi. Bu okulda matematikte üstün başarılar gösterdi. 1891 yılında bu okulu bitirdi. Bir yıl

yıl sonra Piza, ikinci bir yıl sonra Roma ve ardından da Türin Üniversitelerinde okudu. Türin'de Corrado Segre ile karşılaştı. Bologna Üniversitesi'nde izdüşüm ve tasarı geometrisi derslerini verdi. 1896 yılında Bologna'da profesörlüğe yükseltildi. 1923 yılında ölünceye kadar bu görevde çalıştı.

Guido Castelnuovo, onun en mutlu ve en verimli yıllarını Bologna Üniversitesi'nde geçirdiğini söyler. Enriques, Bologna Üniversitesi'ndeki tüm bilim dallarına ilgi duymuş bir matematikçi ve bir bilim adamı olarak bilinir. 1907 ile 1913 yılları arasında İtalyan Felsefe Derneğinin başkanlığını toplamıştır. Bu derneğin dördüncü kongresini 1911 yılında Bologna'da toplamıştır. 1923 yılında Roma Üniversitesi'nin yüksek geometri kürsüsüne getirilmiştir. Burada bilim tarihi ile de ilgilenmiştir.

1938 ile 1944 yıllarında İtalya'da faşist bir yönetim biçimi uygulandığı için Enriques yapılan baskılara dayanamayarak bu yıllar arasını emekli olarak yaşamıştır. Zaten 14 Haziran 1946 günü İtalya'da Roma'da ölmüştür.

Enriques, gençliğinde Betti, Dini, Bianchi ve Volterra gibi ünlü matematikçilerle çalışmıştır. Cebirsel geometri çalışmalarına Segre'nin yönlendirmesiyle başlamıştır. 1892 yılında Roma'da Guido Castelnuovo'nun yanına gelmiştir. Burada cebirsel yüzeylerin kuramı üzerinde çalışmıştır. 1893 yılının Haziran ayında Turin Bilimler Akademisi'nde ilk çalışmasını yayınlamıştır.

Enriques bu çalışmasında önce bu konuyu hazırlamak için bir giriş yapar. Castelnuovo, Picard, Severi, Humbert ve Baker ile bu konuda görüşür. Özellikle Castelnuovo ile görüşerek çok uzun olan yüzeyler kuramını yazar. Kitapta yaptıklarının özetini İtalya'da yayınlar. Daha sonraki çalışmaları art arda yayınlanır. Hiper uzayların diferensiyel geometrisi çok beğenilir. Hiper eliptik uzayları ona 1907 yılında Paris Bilimler Akademisi'nin Bordin ödülünü Severi ile paylaşmasını sağlar. 1937 yılında Fransız Politeknik Bilimler Akademisi'nin üyeliğine seçilir.

Matematiğin kuruluşunda aksiyomların önemini vurgulayan ders kitabı 1898 yılında yazılmıştı. Bu konuda geometrinin kuruluşunu da Felix Kline ile görüşerek yazmıştı. Yazdığı ortaokul ve lise matematik kitapları İtalya'da matematik öğretiminde çok kullanıldı ve çok yararlı oldu. Euclides'in Elements isimli kitaplarının İtalyanca basılmasında görev aldı. Bunlara tarihi bilgiler ve yorumlar ekledi. İtalya'da yayınlanan Matematik Periyodiğinin yirmi yıl başkanlığını yaptı. Çok iyi bir öğretmen ve yöneticiydi. Üniversite profesörlerinin derneğinin de başkanıydı.

Enriques 1895 yıllarında postülatların incelenmesini de yaptı. 1898 yılında bu konuda bir çalışma yayınladı. Aynı zamanda burada yüzeylerin koordinatlarını tanıttı. Riemann'ın çalışmalarına ekler yaptı. Felsefe konularına ilişkin çalışmaları 1906 yılında yayınlandı. Topoloji, metrik ve izdüşüm geometrisi onun savunduğu tezin konusuydu. Matematiksel, fiziksel ve biyoloji konularını da bu tezinde işlemişti. Mekanik ilkelerini

Einstein'in görelilik kuramına uyguladı. Bu konudaki çalışması 1940 yılında yayınlandı. Felsefeye ilişkin düşünceleri 1912 yılında basıldı. Niçin ve nasıl sorularına yanıtı bu çalışmada işledi. Felsefeyle ilgili tarihi de 1922 yılında yayınlandı. Bilimin Problemleri 1914 yılında yazılmıştı. Bu yapıt daha sonra İngilizceye çevrildi.

Çok sayıda kitaplar ve çalışmalar yazan Enriques İtalya'daki son yıllarını faşist yönetim altında yaşadı. Yapıtlarının çoğu Bologna'da yayınlandı. Bazıları da Roma'da basıldı. Bazıları da Turin, Milan ve Paris'te yayınlanmıştır.

FANO (1871 - 1952)

Bir İtalyan matematikçisi olan Gino Fano, 1871 yılında Mantova'da doğdu. 1899 ile 1901 yılları arasında Messina'da analiz ve analitik geometri kürsüsü görevlisi olarak bulundu. 1902 ile 1908 yılları arasında Torino Üniversitesinde analitik geometri ve tasarı geometri profesörü ve 1938 yılına kadar bu kentin Politeknik Okulu'nda tasarı geometri profesörlüğü yaptı. Bilimsel eserleri, daha çok izdüşüm geometrisiyle, bir de geniş bir ölçüde cebirsel geometriyi ilgilendirir. 1942 yılında, uzun yıllar çözülemeyen, dört boyutlu uzayda üçüncü dereceden genel biçimlerin indirgenemezliğini ispat etti. Bu alanda söz götürmez bir yetki kazandı. Alman matematik ansiklopedisinin yazılışında önemli hizmetleri oldu. 1910 yılında "Tasarı Geometri Dersleri", 1930 yılında "Analitik İzdüşüm Geometri" ve 1935 yılında da "Euclides Olmayan Geometri" ile "Bağlılık Kuramına Geometrik Giriş" isimli kitaplarını yayınladı. Ayrıca, kendi ismiyle anılan ünlü Fano geometrisini kurdu. 1952 yılında Verona'da öldü.

LEVİ CİVİTA (1873 - 1941)

Levi Civita, diferensiyel hesap ve görelilik konularındaki çalışmalarıyla tanınmış ve ünlenmiştir. 1891 ile 1895 yılları arasında Paduva Üniversitesi Matematik Fakültesi'nde okuyarak mezun oldu. Curbastro Gregorio Ricci'nin öğrencisi oldu. Levi Civita, günümüzde tensör çözümlemesi olarak bilinen soyut diferensiyel hesabı, Rici de ile birlikte kurmuştur.

29 Mart 1873 günü İtalya'nın Paduva kentinde doğan İtalyan matematikçisi Tullio Levi Civita, 1908 yılında senatör seçilen Giacomo Levi Civita'nın oğludur. Levi Civita Paduva lisesinde üstün zekalı bir öğrenciydi. 1890 yılında Paduva Üniversitesi'nin Matematik Fakültesi'ne girdi. Burada ünlü öğretmenlerini dikkatini çekti. 1894 yılında

bu fakülteden diplomasını aldı. Ardından 1895 yılında Paduva'daki Fen Fakültesi'ne bağlı öğretmen kolejine sürekli profesörü olarak atandı. 1897 yılından kadar Paduva Üniversitesi'nde rasyonel mekanik derslerini okuttu.

Mezun olduğu üniversitenin mühendislik fakültesinde 1898 yılında öğretim görevlisi olarak başladı. 1918 yılına kadar bu fakültede rasyonel mekanik ve yüksek matematik dersleri verdi. 1902 yılında rasyonel mekanik profesörü oldu. 1918 yılında Roma Üniversitesi'ne geçti. 1938 yılına kadar tam yirmi yıl bu üniversitede çalıştı ve dersler verdi. Kendisi Yahudi kökenliydi. İkinci Dünya Savaşı çıktığında Almanya ve İtalya'da büyük çapta Yahudi aleyhtarı davranışlar vardı. Bazıları öldürülüyor, bazıları da, özellikle bilim adamları sürgün ediliyordu. Levi Civita da bu temizlikten kurtulamadı ve 1938 yılında Naziler onun Roma Üniversitesi'ndeki görevine son verdiler ve uzaklaştırdılar. Bu uzaklaştırma kendisine çok ağır geldi. Yıllarca çalıştığı ülkesinde horlanması ve dışlanmasına çok dayanamadı ve 20 Aralık 1941 günü Roma'da öldü.

Hidrodinamik, analitik mekanik, gök mekaniği, esneklik, elektromanyetiklik, atom fiziği ile ilgili uygulamalı ve kuramsal matematik alanında çok sayıda çalışmaları ve yayınları bulunan Levi Civita'nın en önemli çalışması tensör analizi üzerinedir. Tensör hesabının öncü kişilerinden olan ve 1900 yılında yayınlanan Soyut Diferensiyel Hesabın Yöntemleri ve Uygulamaları isimli yapıtı Ricci ile birlikte yazdı. 1917 yılında, matematiğin bu dalına en önemli katkısını, genel eğrilmiş uzaylarda paralel yer değiştirme kavramını ortaya attı. Bu konuda çok sayıda yayınlar yaptı. Bu kavram kısa sürede birçok uygulama alanı buldu. Görelilikte elektromanyetik ve kütle çekimsel alanların birleşik ifadesine temel oluşturdu. Bu kavramın, kuramsal matematikte de genelleştirilmiş topolojik uzayların modern diferensiyel kuramının geliştirilmesinde önemli bir yeri vardır.

Çağımızın en büyük İtalyan matematikçi bilginlerinden biri olan Levi Civita, sayılar kuramında, verilen bir aralıktaki asal sayıların sayısını hesaplamaya yarayan bir formül buldu. Analizde, iki karmaşık değişkenli analitik fonksiyonlar üstüne bir temel teorem ispatladı. Analitik mekanikte, dinamik denklemlerin dönüşümü kuramı ile duraklı hareketlerin incelenmesiyle ilgili ve kendi ismiyle bilinen Levi Civita kuralını buldu. Hidrodinamikte, bir katının bir sıvı içinde yer değiştirmesinden doğan çizgiler kuramını kurdu. Bir kanaldaki dalga hareketlerini kesinlikle belirledi. Riemann uzaylarına, paralel yer değiştirme kavramını getirmekle ün kazandı.

Birbiri çevresinde dönen üç cisim hareketini inceleyerek üç cisim probleminde büyük ilerlemeler elde etti. Diferensiyel hesabı hem Euclidesçi hem de Euclidean olmayan uzaylarda geometrik ve fiziksel yasaları anlatabilen algoritmalar içeren yeni bir hesap konumuna getirdi. Bu yöntemler, Einstein tarafından görellik kuramının matematiksel yapısını yansıtmakta kullanıldıktan sonra dikkat çekebildi ve matematiğin birçok dalında yaygın olarak kullanıldı. Diferensiyel geometri, hidrodinamik ve mühendislikle de ilgilendi. 1924 yılında Klasik ve Göreli Mekanik Problemleri isimli kitabı yayınlandı. 1925 yılında yayınlanan Soyut Diferensiyel Hesap Dersleri isimli yapıtı örnek bir baş-

vuru kitabı özelliğindedir. 1923 ile 1927 yılları arasında yayınlanan üç ciltlik Rasyonel Mekanik Dersleri isimli kitaplarıysa, alanında klasikleşmiş yapıtlardır.

Levi Civita'nın çalışma alanı çok geniş olmuştur. Akademik görevlerde de bulunmuştur. Çok sayıda genç matematikçi yetiştirmiştir. Bu nedenle ona matematikçilerin önderi ismi verilmiştir.

Levi Civita'nın, Analitik mekanik, uygulanmalı matematik, küresel mekanik, sıvılar dinamiği, esneklik, elektromagnetizm ve atom fiziği üzerine yazılmış 200 tane makalesi vardır. Çalışmalarının kökeninde Ricci Curbastro'nun etkileri çok görülür. Özellikle mutlak diferensiyel hesabının yöntemi önemlidir. Bu yöntemi 1896 yılında yayınladığı çalışmalarda görebiliriz. Bu yöntemleri Ricci yalnız diferensiyel geometriye uygularken, Levi tüm diferensiyel hesaplara bu kuralı uygulamıştır. Ricci ile ortak yazdığı diferensiyel yöntem isimli çalışma 1900 yılında Mathematische Annalen isimli dergide yayınlanmıştır. Bu çalışma yeni bir analiz hesabıdır ve çok kullanılmıştır. Geometrik ve fizik yasaları Euclidean olan ve olmayan geometrilere uygulanmıştır. Uygulamaları Riemann eğrileri uzayında yerlerini almıştır. Oldukça zor olan problemler çözülmüş, bu çalışmalar Einstein'a genel görelilik kuramını formülleştirmesine yardım etmiştir.

Levi Civita 1905 yılındaki çalışmaları görelilik kuramı üzerinedir. Bu çalışması onu 1917 yılında yayınlayacağı uzaylardaki paralellik kavramına götürmüştür. n boyutlu uzayda bir vektör kendi kendisine paraleldir. Buradan tensör analizine geçmiştir. Bu da matematikte çok yeni bir konudur. Vektör ve tensör analizlerini mekaniğe en iyi uygulayan Levi Civita olmuştur. Levi Civita'nın çalışmaları çok sayıdaki matematikçiye yeni yeni yollar açmıştır. Bunlar arasında Sundmann, Maxwellian ve Schrödinger sayılabilir.

VİTALİ (1875 - 1932)

Giuseppe Vitali 26 Ağustos 1875 günü İtalya'da Ravenna'da doğmuş bir matematikçidir. Yaşamının çoğunu yörelerinden uzakta Genova'da yaşamıştır. Tüm bunlara karşın bilimsel çalışmalarında bu alanda çalışan kimselerle ilişkileri iyi gitmiştir. Gerçel değişkenli fonksiyonlar kuramında çok değerli çalışmalar yapmıştır. Bu nedenle Henri Lebesgue'in, Lebesgue ölçümünü ve Lebesgue integralini bulmada öncülerinden biridir.

Vitali, 1899 yılında Piza'daki Scuola Normale Superione okulunu bitirmiştir. Hemen ardından Ulisse Dini'nin asistanı olmuştur. Tüm öğretmenlerinin dikkatini çekmiş ve geleceğin genç matematikçisi olmuştur. Parasal nedenlerle iki yıllığına üniversiteden ayrılarak orta dereceli okullarda matematik dersleri okutmuştur. 1904 ile 1923 yılları arasında Genova'da Colombo Lisesi'nde çalışmıştır. Bu sıralarda hızlı bir sosyalist

olarak politik ortamlarda bulunmuştur. 1922 yılında İtalya'da sosyalist parti kapatılmış ve faşist bir yönetim iş başına gelmiştir. Bundan sonra ancak Vitali kendisine gelmiş ve çalışmalarına geri dönmüştür.

1923 yılının sonunda Modena Üniversitesi'nin sonsuz küçükler analizi dalında açtığı profesörlük sınavını kazanmıştır. Bir yıl sonra Paduva Üniversitesi'ne, 1930 yılında da Bologna Üniversitesi'ne profesör olarak atanmıştır. 1926 yılında ciddi olan dolaşım bozuklukları hastalığına yakalanmış, bedence çok zayıf düşmüş ama kafası hep çalışmıştır. Sürekli araştırmalar yapmış ve matematik dersleri vermiştir. Çok olmayan çalışmalarının yarısını bu hastalığı dönemlerinde yazmıştır.

Vitali kendi kendine düşünen ve yalnız çalışan biriydi. Bu nedenle bazı hallerde başkalarının bulduklarını o da buluyor ve yayınlıyordu. Bu nedenle buluşlarının bazıları ondan önce yayınlanmış oluyordu. Kümenin örtüleri, mutlak sürekli fonksiyonlar, analitiklik teoremleri, analitik fonksiyonlar ve ortogonal fonksiyonların kapanışları için ölçütler önemli çalışmaları arasındaydı.

A, sonlu dış ölçümlü bir küme, K ailesi de A kümesini Vitali anlamında örten aralıkların bir sınıfı olsun. Bu halde her $\varepsilon > 0$ sayısı için

$$\mu^*\left(A \setminus \bigcup_{n=1}^{N} I_n\right) < \varepsilon$$

olacak biçimde K kümesinde birbirlerinden ayrık sonlu sayıda bir $\{I_1, I_2, I_3, \ldots, I_n\}$ aralıkları ailesi vardır. Bu teorem analizde daha çok Vitali örtme teoremi olarak bilinir.

Vitali yaşamının son yıllarında önemli olmayan problemlerin çözümleriyle geçirmiştir. Yeni kurduğu mutlak diferensiyel hesap ve arkadaşı A.Tonolu (1885 - 1962) ile yazdığı Geometri kitabı Hilbert uzayları üzerinde fazla ilginç değildir. Vitali'nin ölümünden sonra Giovanni Sansone, 1935 yılında Bologna'da onun Gerçel Değişkenli Fonksiyonların Modern Kuramı üzerine yazdığı notlarını kitap olarak bastırmıştır. Bu kitap 1952 yılında yine Bologna'da üçüncü kez basılmıştır.

Vitali 1928 yılında Türin Bilimler Akademisi, 1930 yılında Lincei Bilimler Akademisi ve 1931 yılında da Bologna Bilimler Akademisi'nin üyesi olarak görevler yapmıştır. Vitali, 29 Şubat 1932 günü İtalya'da Bologna'da ölmüştür.

SEVERİ (1879 - 1961)

Francesco Severi, 13 Nisan 1879 günü İtalya'da Arezzo'da doğan bir matematikçidir. Severi, 1898 yılından ölünceye kadar dört yüzün üzerinde kitap ve makale yayın-

lamıştır. Çalışma alanı çok geniş olmuştur. Matematik, matematik tarihi, eğitim ve felsefe konularına da eğilmiştir. Temel matematik çalışmaları cebirsel geometri üzerinedir.

Severi, Türin Üniversitesi'nde Segre ile çalıştı. Ondan ve onun çalışmalarından çok etkilendi. 1900 yılında Türin Üniversitesi'ni bitirdi. Cebirsel geometriye ve yüksek uzayların izdüşümü geometrisine Segre ile başladı. 1894 yılında cebirsel eğrilerin geometrisi üzerine olan ilk çalışmasını yayınladı. Bu kuramı İtalya'da Bertini ve Castelnuovo ile Almanya'da Brill ve Max Noether ilerletti.

Severi, 1902 yılında Bologna'daki Enriques'ın ve 1903 yılında Piza'daki Bertini'nin dikkatini çekti. Çünkü Severi bu yeni alanda çözülememiş ünlü problemleri çözüyordu. Cremona otuz yıl önce bu sahayı tanıtmış, Castelnuovo ve Enriques cebirsel yüzeyler için benzer kuramlar geliştirmişler, Segre bu kuramı tam kurmuş ve Severi de tüm bu çalışmaların meyvelerini toplamıştır. Hatta bu kuram üzerine Fransız Emile Picard da yoğun çalışmalar yapmıştır.

Severi'nin cebirsel geometrisinin tamamlanması için bir elli yıl daha geçmesi gerekmiştir. Bu konu üzerindeki çalışmalar halen devam etmektedir.

Cebirsel geometri beş tarihi aşama geçirmiştir. Bunlar tarih sırasına göre şöyledir.

1. Bunların ilki cebirsel geometrinin kurulması aşamasıdır. Bu konu ilk kez ondokuzuncu yüzyılda Schubert tarafından ortaya atılmış, bu konudaki çözülememiş problemleri Hilbert 1900 yılında Paris'te düzenlenen matematik kongresinde açıklamıştır. Severi bu konuya eğilmiş ve çalışmalar yapmıştır. Yirmi yıl sonra bu konuda William V. D. Hodge, Wei L. Chow ve Bartel vander Wearden çalışmışlardır. Özellikle bu konuda Bezout'un yaptığı genelleştirmeler çok işe yaramıştır.

2. İkinci aşama bu kuramın kurulmasını Severi tamamlamıştır. Segre ve J. A. Todd'un da bazı ekleri olmuştur.

3. Üçüncü aşama cebirsel yüzeylerin geometrisi üzerinedir. Bu konu yirminci yüzyılda incelenmiştir. Yine bu konuda ilk göze çarpan matematikçi Severi olmuştur.

4. Dördüncü aşama, cebirsel variyetelerin geometrisidir. Bu konudaki ilk çalışma yine 1909 yılında Severi tarafından yapılmıştır. Riemann-Roch ve Picard teoremleri bu dönemin ürünleridir.

5. Beşinci aşama, Abelian ve Quasi-Abelian variyetelerin incelenmesi aşamalarıdır. Bu konudaki çalışmalar 1945 yılına kadar sürmüştür. Yine en değerli ürünleri Severi toplamıştır.

Severi'nin çok sayıda olan çalışmaları değişik ülkelerde ve dergilerde yayınlanmıştır. 8 Aralık 1961 günü İtalya'da Roma'da ölmüştür.

FUBİNİ (1879 - 1943)

Guido Fubini, 1879 yılında İtalya'da Venedik'te doğdu. Orta öğrenimini Venedik'te tamamladı. Daha lise yıllarında matematikte üstün zekalı biri olduğunu gösterdi. Daha ileri çalışmalarını Piza'da üstün zekalıların devam etti okulda sürdürdü. Doktora tezi geometri üzerineydi. Sonraki çalışmaları eğri uzaylarındaki harmonik fonksiyonları üzerinde oldu. Fubini, Sicilya'da Catania Üniversitesi'nde dersler verdi. Daha sonra Genova ve Turin Üniversiteleri'nde çalışmalarına devam etti.

Fubini'nin çalışma alanı çok genişti. Diferensiyel geometriden analize ve diferensiyel denklemlerin uygulamalarına kadar uzanan bir çalışması olmuştu. Birinci Dünya Savaşı sırasında İtalyan ordularında görevler aldı. Toplar ve sesler üzerine savaş bilimini orduda uyguladı. İkinci Dünya Savaşı sırasında da aynı askeri çalışmalarını ve araç yapımlarını sürdürdü. İtalya'daki faşizm baskıları sonucunda zorla emekli edildi. Bu nedenle Turin ve İtalya'dan ayrılmak zorunda kaldı. Ailesiyle birlikte Amerika Bileşik Devletleri'ne göç etti. Bir iki yıl burada ders verdikten sonra öldü. Analiz üzerine yaptığı çalışmaların çok uygulaması vardır. Weierstrass integrali, yüzey integralleri ve Taylor serisi üzerine olan çalışmaları ünlüdür. Yirminci yüzyılın ilk yarısında matematikte çok üstün zekaya sahip olanlardan birisi olarak kabul edilir.



Fubini.

Fubini, on yedi yaşına kadar derslerinde üstün başarılar gösterdiği için, Piza'da üstün zekalıların ders gördüğü okula girer. Bu okuldaki öğretmenleri arasında çok ünlü olan Dini ve Bianchi gibi öğretmenler vardır. 1900 yılında eliptik uzaylarda Clifford paralelliği üzerine olan tezini başarılı olarak savunur. Onun bu çalışması 1902 yılından sonra Luigi Bianchi'nin diferensiyel geometrisini klasik hale getirir.

Fubini çalışmalarını tamamlayarak diplomasını almak için Piza'da bir yıl daha kaldı ve üniversitede ders verecek düzeye geldi. Yazdığı çalışma harmonik fonksiyonların temel kuramı üzerineydi. Bu çalışma onun doktora tezi değildi. Bir yerde üniversiteye girebilmek ve üniversitede dersler verebilmek için yazılmış bir çalışmaydı.

1901 yılının sonuna kadar Catania Üniversitesi'nde kaldı ve burada dersler verdi. Hemen ardından profesörlük yarışması sınavını kazanarak profesör oldu. Catania Üniversitesi'nden Genova Üniversitesi'ne ve 1908 yılında da Türin'deki Politeknik Üniversitesi'ne profesör olarak atandı. Aynı zamanda Türin Üniversitesi'nde de ileri analiz derslerini verdi. Faşist bir yönetim uygulayan hükümet tarafından 1938 yılında emekli olması için baskılar yapıldı ve emekli oldu. 1939 yılında Amerika Bileşik Devletleri'nde Princeton'da Matematik Enstitüsü'ne geçti. Bu baskıdan dolayı iki oğlunun mühendis olmasını istedi ve mühendis oldular.

Sağlığı pek iyi değildi. 6 Haziran 1943 günü ölünceye kadar New York Üniversitesi'nde dersler verdi. Ölünce daha altmış dört yaşlarındaydı. Fubini kültürlü, saygıdeğer ve kibar biriydi. Üstün yetenekli ve çalışkan biriydi. Zarif, nükteli, hazır cevap ve çok zekiydi. Onun bu hoş sosyal yönleri çevresinde çok sevilmesini sağladı. 1910 yılında evlendi.

Fubini, matematiğin uygulamalarına ve mühendislikte kullanılmasına önem verdiği için oğlunu da mühendislik alanına yöneltti ve oğlu çok iyi bir mühendis oldu.

Fubini, Bianchi'ye çok saygı duyuyor ve onun çalışmalarını beğeniyordu. Bianchi 1928 yılında ölünce onun çıkardığı uygulamalı matematik dergisini 1938 yılına kadar çıkarmaya devam etti. Fubini çok sayıda İtalyan bilim akademilerine üye kabul edildi ve 1919 yılında Lincei kıraliyet ödülünü aldı.

Fubini, İtalyanların en verimli ve çok yönlü matematikçilerinden biriydi. Analiz, geometri ve matematiksel fizik konularının her birisinde yeni çığırlar açan çalışmalar yapmıştır. Yaptıkları herkes tarafından kullanılacak ve uygulanabilecek türde buluşlardı. Örneğin, Fubini teoremi bunlardan birisiydi. İntegrali alınan fonksiyonun integral sırası değiştirilebilir. Çok katlı integralin en önemli problemi olan bu Fubini teoreminin istenildiği kadar uygulaması yapılabilir. Ayrıca, Berustein ve Pringsheim, Fubini'nin çalışmalarını kullanarak Taylor serileri üzerinde çalışmalar yapmışlardır.

Fubini, doğrusal diferensiyel denklemler, parçalı diferensiyel denklemler, analitik fonksiyonlar, çok değişkenli karmaşık analitik fonksiyonlar ve monotonik fonksiyonlar

üzerine de değerli ve çok sayıda araştırma yapmıştır. Bunların dışında değişimler hasabı, Weierstrass integralinin bir Lebesgue integraline indirgenmesi, her yüzey integralini basit iki integralle yazması ve bu problemin tersi onun çarpıcı çalışmalarından bazılarıdır. f(x,y) fonksiyonunun daha az sıradan parçalı türevleri varolduğunda

$$\frac{\partial^n f}{\partial x^n} \text{ ve } \frac{\partial^n f}{\partial y^n}$$

biçimindeki yüksek sıradan parçalı türevlerinin varlığını yine Fubini göstermiştir.

Karmaşık fonksiyonlar kuramında maksimum ve minimum ilkelerinin gösterilmeleri de Fubini'ye aittir. Yani, f(z) karmaşık fonksiyonu bir A bölgesinde analitik olsun. Bu f(z) fonksiyonu bu A bölgesinde sabit olmadıkça |f(z)| modülü maksimum değerini A bölgesinin sınırında alır. Buna maksimum modül ilkesi ismi verilir.

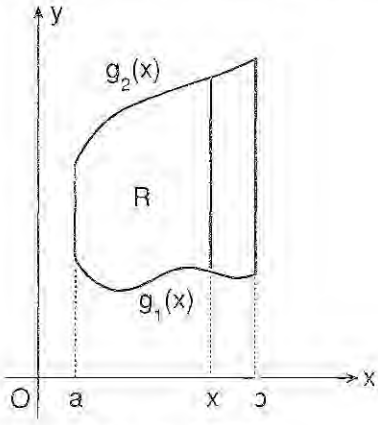
Fubini, Dirichlet İntegralleri üzerine de çalışmış ve bunlarla değişim hesaplarını yapmıştır. Doğrusal olmayan integral denklemlerini bulmuş ve bunları çözmüştür. Süreksiz grupları incelemiş, Riemann olan değişimleri ortaya çıkarmış ve bunları matematiğe sokmuştur. n boyutlu uzaylarda otomorfik harmonik fonksiyonları da incelemiştir. Bu yolla Weierstrass teoremini genelleştirmiştir. Süreksiz grupların metrik olabilmesi için koşulları bulmuştur.

Fubini, Euclidean olmayan uzaylar üzerinde de çalışmış, burada Clifford paralelliğini incelemiş, eliptik geometri aracılığıyla, sıradan diferensiyel geometrik problemelir ve Frenat formüllerini incelemiştir. Harmonik fonksiyonlar üzerine yaptığı çalışmaları Neumann, Appell ve Mittag-Leffler teoremlerini genelleştirmiştir.

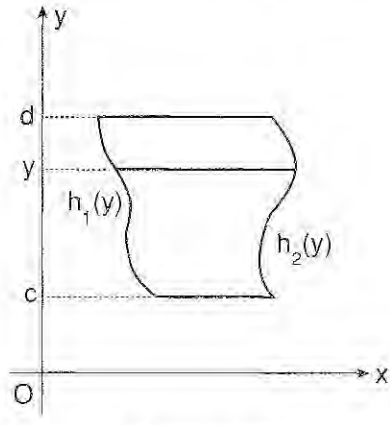
Fubini'nin diğer çarpıcı çalışmalarından birisi de diferensiyel izdüşüm geometrisi üzerinedir. Bu konu daha çok onun ismi olan Fubini ile anılır. Buradaki sıkıntı, klasik yöntemden, matematiksel tekniklerle izdüşüm diferensiyel geometriye geçişte görülür. Fubini bu güçlüğü yenmiştir. Burada Lie gruplarını bile kullanmıştır. Homojen koordinatlar, yüzeyler, hiperyüzeyler, izdüşüm normaller, izdüşüm jeodezikler, genel jeodezikler, dönüşümler ve bunlara benzer kavramlar üzerinde çok yeni konuları ve çalışmaları olmuştur.

Fubini, matematiksel fizik çalışmalarına Birinci Dünya Savaşı yıllarında başlamıştır. Bu çalışmalar silahlar, ses, elektrik, anomaliler, sesin yayılması, radyasyon, elektrik devreleri, dalga boyları ve genlikler üzerine olmuştur. Bu konular onun matematiksel mühendisliğini nasıl geliştirdiğini gösterir. Fubini'nin bu tür çalışmaları 1954 yılından sonra çok sayıda uygulama alanları bulmuş ve kullanılmıştır. Yirminci yüzyılın çok yönlü kafasına sahip olan Fubini çok sayıda ders kitapları da yazmıştır. Analiz üzerine derlediği problemleri çok sayıda gelecek kuşağa ışık tutmuş ve örnek olmuştur.

Opera isimli çalışması üç ciltlir. Bunun dışında 1902 yılından 1946 yılına kadar çok sayıda makalesi yayınlamıştır. 6 Haziran 1943 günü New York'ta ölmüştür.



(a) Birinci tür bölge



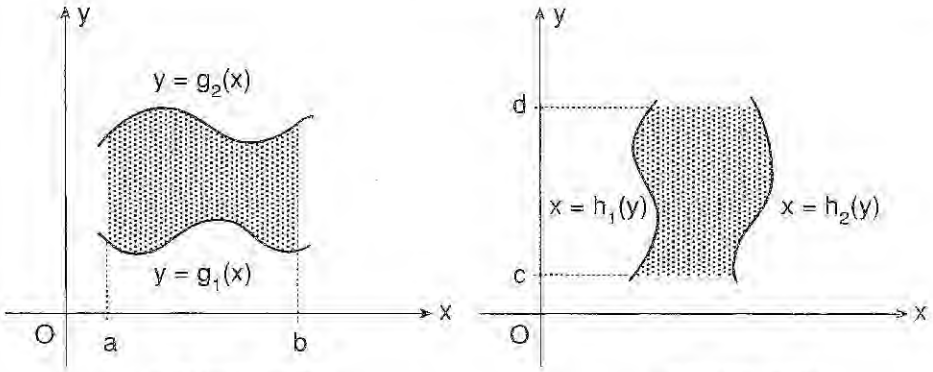
(b) İkinci tür bölge

Şimdi, Fubini'nin analizde yaptıklarının uygulamalarını ve örneklerini gösterelim.

Bir değişkenli fonksiyonların tek katlı integralini, özelliklerini ve uygulamalarını, daha önce incelemiştik. Burada, daha önceki bildiğimiz integral kavramını çok değişkenli fonksiyonlara genişleteceğiz. Bu genişletmeler de iki ve üç katlı integraller olacaktır. İki ve üç katlı integral kavramını öğrendikten sonra n katlı integralleri tanımlamak kolay olacaktır.

İki katlı integrallerdeki temel kavram, xy düzleminde şekillerdeki alanların hesaplanmasına dayanır. Buradaki g_1, g_2 ve h_1, h_2 fonksiyonlarının sırasıyla [a, b] ve [c, d] kapalı aralıklarında sürekli olduklarını kabul edeceğiz. Yine [a, b] kapalı ara-lığındaki tüm x değerleri için $g_1(x) \le g_2(x)$ ve [c, d] kapalı aralığındaki tüm y değerleri için $h_1(y) \le h_2(y)$ biçiminde olduklarını varsayacağız. Ayrıca şeklin (i) kısmındaki özellikli kümeye birinci tür bölge ve (ii) kısmındaki kümeye de ikinci tür bölge isimlerini vereceğiz. Birinci tür ve ikinci tür bölgeler bundan sonraki kesimlerde sık sık kullanılacaktır. Bu nedenle, birinci veya ikinci tür bölge ismi geçince hangi kümeyi ve bu kümeleri sınırlayan fonksiyonları ve aralıkları hemen anlayacağız.

Bu bölüm boyunca, bölgeleri R harfi ile göstereceğiz. Bazı yerlerde R harfinden başka harfleri de bölge anlamında kullandığımızı hemen belirtmeliyim. Bu R bölgesi de, birinci veya ikinci tür bölgelerin sonlu sayıdasının bileşimi biçiminde yazılabileceğini kabul edeceğiz. Her R bölgesi kapalı bir W dikdörtgeninin bir alt kümesi olacaktır. Eğer W ile gösterilen dikdörtgensel bölge, aşağıdaki şekilde olduğu gibi yatay ve düşey çizgilerle sonlu sayıda dikdörtgenlere bölünürse, bu dikdörtgenlerden sonlu tanesi R bölgesinin içinde kalır. R bölgesinin içinde kalan kapalı dikdörtgenlerinin tümüne bu R bölgesinin iç bölüntüsü denir. R bölgesinin kapalı dikdörtgenler olan iç bölüntüsünü R_1,



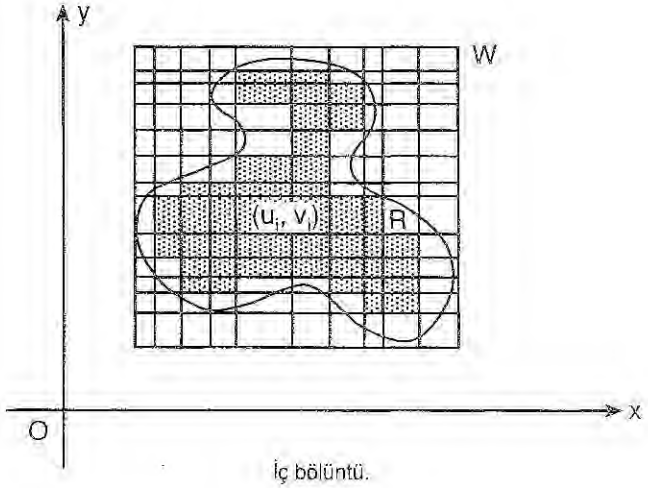
(i) Birinci tür bölge (ii) İkinci tür bölge

$R_2, \ldots, R_n$ harfleriyle gösterirsek, bu iç bölüntü, $P = \{R_i : i = 1, 2, \ldots, n\}$ kümesi olur. Bu iç bölüntüsü bazen kısaca $P = \{R_i\}$ biçiminde de göstereceğiz. R_i dikdörtgenlerinin en uzun köşegeninin uzunluğunu $||P||$ işareti ile gösterip ismine da P bölüntüsünün normu veya uzunluğu diyeceğiz. R_i kapalı dikdörtgenlerinin alanları da ΔA_i ile gösterilir. ΔA_i gösterimine bazen birim, bazen de tipik alan diyeceğiz.

f, R bölgesinde tanımlı olan iki değişkenli bir fonksiyon olsun. Bu R bölgesinin iç bölüntüsünü $P = \{R_i : i = 1, 2, \ldots, n\}$ olarak alalım. R_i bölgesindeki (u_i, v_i) sıralı ikilileri ve P bölüntüsü için f fonkisyonu ile elde edilen

$$\sum_{i=1}^{n} f(u_i, v_i)\Delta A_i$$

ifadesine Riemann toplamı denir.



İç bölüntü.

Dikkat edilirse, çok değişkenli fonksiyonların Riemann toplamı ile tek değişkenli fonksiyonların Riemann toplamı arasında çok yakın bir benzerlik vardır. [a, b] kapalı aralığının bir alt bölüntüsündeki bir w_i sayısındaki Riemann toplamı

$$\sum_{i=1}^{n} f(w_i)\Delta x_i$$

biçimindeydi. Buradaki fark, $f(w_i)\Delta x_i$ ile $f(u_i, v_i)\Delta x_i$ çarpımlarındadır.

Fubini'nin çalışmalarının en iyi ürünleri çok katlı özellikle iki katlı integrallerde görülür.

İki katlı integralin tanımını kullanarak, verilen integrali hesaplamak kolay değildir. Hatta bazı hallerde bu hesaplamalar olanaksızdır. Bu kesimde, iki katlı integrallerin hesaplanmasının teknik ve kolay yönlerini vereceğiz. Bunun için, iki değişkenli f(x, y) fonksiyonu, şekilde olduğu gibi, kapalı olan dikdörtgensel R bölgesinde sürekli olsun. Böylece,

$$\int_c^d f(x, y)dy$$

gösteriminin anlamı, x değişkeni sabit tutularak y değişkenine göre integral alınacaktır demektir. Benzer olarak,

$$\int_a^b f(x, y)dx$$

gösterimindeyse, y değişkeni sabit tutularak x değişkenine göre integral alınacaktır. Bu nedenle, bunlara çoğu kez parçalı integral alma veya art arda integral alma denir. Buna göre şu tanımı yapabiliriz.

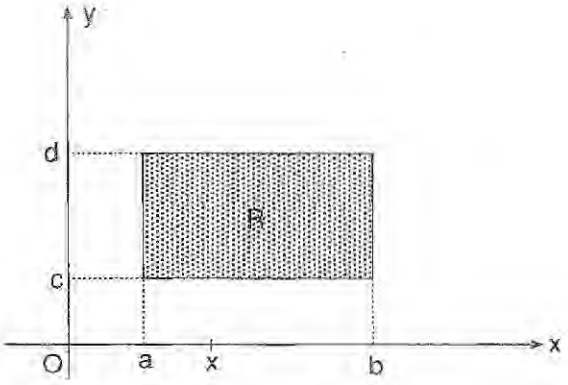
TANIM : İntegrallenebilen bir f(x, y) fonksiyonu için,

$$\int_a^b \int_c^d f(x, y)dydx = \int_a^b \left[\int_c^d f(x, y)dy \right] dx$$

ve

$$\int_c^d \int_a^b f(x, y)dxdy = \int_c^d \left[\int_a^b f(x, y)dx \right] dy$$

olarak tanımlanır.



Her bir $x \in [a, b]$ öğesine karşılık, A(x) ile belirlenen bir integral karşılık gelir. Bu halde A(x) fonksiyonunun

$$A(x) = \int_c^d f(x, y)dy$$

olarak yazılır.

Benzer olarak, her bir $y \in [c, d]$ öğesine karşılık, B(y) fonksiyonu ile belirlenen bir integral karşılık gelir. Bu halde B(y) fonksiyonu

$$B(y) = \int_a^b f(x, y)dx$$

olur.

Eğer A(x) fonksiyonu [a, b] kapalı aralığında sürekliyse, bu A(x) fonksiyonunun belli bir integrali vardır ve bu integralin

$$\int_a^b A(x)dx = \int_a^b \left[\int_c^d f(x, y)dy \right] dx$$

biçiminde yazılabileceği gösterilebilir.

Benzer olarak, B(y) fonksiyonu [c, d] kapalı aralığında sürekliyse, bu B(y) fonksiyonunun belli bir integrali vardır ve değeri de

$$\int_c^d B(y)dy = \int_c^d \left[\int_a^b f(x, y)dx \right] dy$$

biçiminde yazılabileceği göstlerilebilir.

ÖRNEK: a. $f(x, y) = x^3 + 4y$, $c = 1$ ve $d = 2$ ise, $A(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

b. $$\int_1^4 \int_{-1}^2 (2x + 6x^2y)dydx$$

integralinin hesaplayınız.

ÇÖZÜM: **a.** x değişkeni sabit tutularak y değişkenine göre integral alınırsa,

$$\begin{aligned} A(x) &= \int_1^2 (x^3 + 4y)dy = (x^3y + 2y^2)\Big|_1^2 \\ &= (2x^3 + 8) - (x^3 + 2) \\ &= x^3 + 6 \end{aligned}$$

olur.

b. İki katlı integralin alınması tanımına göre,

$$\begin{aligned} \int_1^4 \left[\int_{-1}^2 (2x + 6x^2y)dy\right]dx &= \int_1^4 (2xy + 3x^2y^2)\Big|_{-1}^2 dx \\ &= \int_1^4 [(4x + 12x^2) - (-2x + 3x^2)]dx \\ &= \int_1^4 (6x + 9x^2)dx \\ &= (3x^2 + 3x^3)\Big|_1^4 \\ &= 234 \end{aligned}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK:

$$\int_{-1}^2 \int_1^4 (2x + 6x^2y)dxdy$$

integralini hesaplayınız.

ÇÖZÜM: Yine iki katlı integralin tanımı uygulanırsa,

$$\int_{-1}^{2}\left[\int_{1}^{4}(2x + 6x^2y)dx\right]dy = \int_{-1}^{2}(x^2 + 2x^3y)\Big|_{1}^{4}dy$$

$$= \int_{-1}^{2}(16 + 128y) - (1 + 2y)dy$$

$$= \int_{-1}^{2}(126y + 15)dy$$

$$= (63y2 + 15y)\Big|_{-1}^{2}$$

$$= 234$$

olarak bulunur.

İki katlı integrallerin her zaman dikdörtgensel bölgelerde alınması istenmeyebilir. Örneğin, R bölgesi şeklin (i) kısmında olduğu gibi bir bölge ise, bu haldeki iki katlı integral,

$$\int_{a}^{b}\int_{g1(x)}^{g2(x)} f(x, y)dydx = \int_{a}^{b}\left[\int_{g1(x)}^{g2(x)} f(x, y)dy\right]dx$$

biçiminde tanımlanır.

Benzer olarak, R bölgesi şeklin (ii) kısmında verilen şekilli bir bölge ise, bu haldeki iki katlı integral,

$$\int_{c}^{d}\int_{h1(y)}^{h2(y)} f(x, y)dxdy = \int_{c}^{d}\left[\int_{h1(y)}^{h2(y)} f(x, y)dx\right]dy$$

olarak tanımlanır.

ÖRNEK:

$$\int_{0}^{2}\int_{x^2}^{2\pi}(x^3 + 4y)dydx$$

integralini hesaplayınız.

ÇÖZÜM: Yine iki katlı integralin tanımına göre,

$$\int_{0}^{2}\int_{x^2}^{2\pi}(x^3 + 4y)dydx = \int_{0}^{2}\left[\int_{x^2}^{2\pi}(x^3 + 4y)dy\right]dx$$

$$= \int_{0}^{2}(x^3y + 2y^2)\Big|_{x^2}^{2\pi}dx$$

$$= \int_0^2 [2x^4 + 8x^3) - (x^5 + 2x^4)]\, dx$$

$$= \frac{8}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^6 \Big|_0^2 = \frac{32}{3}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK:

$$\int_1^3 \int_{\pi/6}^{y^2} 2y \cos x \, dx dy$$

integralini hesaplayınız.

ÇÖZÜM: İki katlı integralin tanımına göre,

$$\int_1^3 \int_{\pi/6}^{y^2} 2y \cos x \, dx dy = \int_1^3 \left[\int_{\pi/6}^{y^2} 2y \cos x \, dx \right] dy$$

$$= \int_1^3 (2y \sin x) \Big|_{\pi/6}^{y^2} dy$$

$$= \int_1^3 (2y \sin y^2 - y) dy$$

$$= \left(-\cos y^2 - \frac{1}{2} y^2 \right) \Big|_1^3$$

$$= \left(-\cos 9 - \frac{9}{2} \right) - \left(-\cos 1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$= \cos 1 - \cos 9 - 4 \cong -2.55$$

olarak bulunur.

TEOREM (FUBİNİ TEOREMİ): i. $A = [a, b] \times [c, d]$ olan bir dikdörtgen ve $f: A \to \mathbb{R}$ sürekli bir fonksiyon olsun. Bu halde,

$$\int_A f = \int_a^b \left[\int_c^d f(x, y) dy \right] dx = \int_c^d \left[\int_a^b f(x, y) dx \right] dy$$

olur.

$$\int_a^b \left[\int_c^d f(x, y) dy \right] dx$$

gösterimin anlamı,

$$g(x) = \int_c^d f(x, y)dy$$

fonksiyonunun [a, b] aralığında integrallenebilir olmasıdır.

ii. f fonksiyonu integrallenebilir ve her bir sabit $x \in [a, b]$ noktası için $f_x(y) = f(x, y)$ olarak tanımlı ve $f_x : [c, d] \to \mathbb{R}$ fonksiyonu integrallenebilir olsun. Bu halde,

$$\int_A f = \int_a^b \left[\int_c^d f(x, y)dy \right] dx$$

olur. Eğer herhangi bir y değeri için,

$$\int_a^b f(x, y)dx$$

integrali varsa,

$$\int_A f = \int_c^d \left[\int_a^b f(x, y)dx \right] dy$$

yazılır.

İSPAT: i. Teoreme göre, sürekli fonksiyonlar integrallenebilir olduğundan, **(i)** kısmı **(ii)** kısmının özel bir hali olur. Öyleyse, bu teoremin **(ii)** kısmını ispatlamak yeter.

ii. g: $[a, b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ fonksiyonu

$$g(x) = \int_c^d f(x, y)dy$$

olarak tanımlansın. g fonksiyonunun [a, b] kapalı aralığında integrallenebilir ve

$$\int_A f = \int_a^b g(x)dx$$

olduğunu göstermeliyiz. [a, b] ve [c, d] kapalı aralıklarını,

$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b \quad \text{ve} \quad c = y_0 < y_1 < \ldots < y_n = d$$

biçiminde parçalayalım. $V_i = [x_{i-1}, x_i]$ kümeleri olarak verilen [a, b] kapalı aralığının parçalanışı (bölüntüsü) $P_{[a, b]}$ ve $W_j = [y_{j-1}, y_j]$ kümeleri olarak verilen [c, d] kapalı aralığının bölüntüsü $P_{[c, d]}$ ile gösterilsin. Ayrıca, $S_{ij} = [x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j]$ kümeleri olarak

verilen A kümesinin bölüntüsü de P_A ile gösterilsin. $m_S(f)$, f fonksiyonunun S kümesindeki minimum değeri olsun. Bu halde,

$$A(f, P_A) = \sum_{ij} m_{S_{ij}}(f)v(S_{ij}) = \sum_i \left[\sum_j m_{S_{ij}}(f)v(W_j) \right] v(V_i)$$

olur. f_x fonksiyonu $f_x(y) = f(x, y)$ olarak tanımlı olduğu için, $x \in V_i$ alındığında,

$$m_{S_{ij}}(f) \leq m_{W_j}(f_x)$$

yazılır. Böylece

$$\sum_j m_{S_{ij}}(f)v(W_j) \leq \sum_j m_{W_j}(f_x)v(W_j) \leq \int_c^d f_x(y)dy = g(x)$$

elde edilir. Bu eşitsizlik herhangi $x \in V_i$ öğesi için doğru olduğundan,

$$\sum_j m_{S_{ij}}(f)v(W_j) \leq m_{V_i}(g)$$

olur. Bu eşitsizliğin her iki $v(V_i)$ ile çarpılıp i üzerinden toplamı alınırsa,

$$A(f, P_A) \leq \sum_i m_{V_i}(g)v(V_i) \leq A(g, P_{[a, b]})$$

yazılır. Buradan ve üst toplamlar için benzer düşünceyle,

$$A(f, P_A) \leq L(g, P_{[a, b]}) \leq Ü(g, P_{[a, b]}) \leq Ü(f, P_A)$$

eşitsizliği yazılır. f fonksiyonu A kümesinde integrallenebilir olduğundan, $A(f, P_A) = Ü(f, P_A)$ biçimindedir. Bu alt ve üst toplamlar arasında olan $A(g, P_{[a, b]})$ ve $Ü(g, P_{[a, b]})$ toplamları da eşit olmalıdır. Yani $A(g, P_{[a, b]}) = Ü(g, P_{[a, b]})$ olur. Bu da, g fonksiyonunun [a, b] kapalı aralığında integrallenebilmesinin tanımıdır. Böylece,

$$\int_a^b \left[\int_c^d f(x, y)dy \right] dx = \int_a^b g(x)dx = \int_A f$$

yazılır.

Her bir y için

$$h(x) = \int_a^b f(x, y)dx$$

integralininin varolduğu kabul edilir ve yukarıdaki ispat yöntemi kelime kelime h(x) fonkisyonu için taşınırsa, bu fonksiyonun da [c, d] kapalı aralığında integrallenebilir olduğu ve buradan,

$$\int_A f = \int_c^d \left[\int_a^b f(x, y)dx \right] dy$$

sonucu yazılır. Böylece,

$$\int_a^b \left[\int_c^d f(x, y)dy \right] dx = \int_A f = \int_c^d \left[\int_a^b f(x, y)dx \right] dy$$

elde edilir.

Teoremin (i) kısmı, Cauchy zamanından beri bilinmekteydi. Bu teoremin μ - integrallenebilen fonksiyonlara genişletilmesi ilk defa 1907 yılında Fubini tarafından verildi. Daha sonra μ - ölçülebilir fonksiyonlara genişletilmesi yapılmıştır. Bu teoerem en genel ve en güzel şekliyle, Lebesgue ölçümü ve integrali kuramı derslerinde görülür. Teoremin bu halleri, bu dersin kapsamı dışında kalmaktadır. Genel analizde, Riemann integrali için aşağıdaki teorem daha geneldir.

TEOREM (FUBİNİ TEOREMİ): f, $A = [a, b] \times [c, d]$ dikdörtgeninde sınırlı ve f fonkisyonunun süreksizlik noktalarının kümesinin ölçüsü (alanı) sıfır olsun. Eğer her bir $x \in [a, b]$ öğesi için,

$$\int_c^d f(x, y)dy$$

integrali varsa,

$$\int_a^b \left[\int_c^d f(x, y)dy \right] dx$$

integrali vardır ve

$$\int_a^b \left[\int_c^d f(x, y)dy \right] dx = \int_A f(x, y)dS$$

olur.

Benzer olarak, her bir $y \in [c, d]$ öğesi için,

$$\int_c^d f(x, y)dx$$

integrali varsa,

$$\int_c^d \left[\int_a^b f(x, y)dx \right] dy$$

integrali de vardır ve

$$\int_c^d \left[\int_a^b f(x, y)dx \right] dy = \int_A f(x, y)dS$$

olur.

Eğer yukarıdaki koşulların tümü gerçeklenirse,

$$\int_a^b \int_c^d f(x, y)dydx = \int_c^d \int_a^b f(x, y)dxdy = \int_A f(x, y)dS$$

yazılır.

TEOREM: G ve F: [a, b]→$\mathbb{R}$ fonksiyonları, tüm $x \in [a, b]$ öğeleri için $G(x) \leq F(x)$ olacak şekilde sürekli iki dönüşüm olsun. $A = \{(x, y): a \leq x \leq b, G(x) \leq y \leq F(x)\}$ olarak alınsın. f: A→$\mathbb{R}$ dönüşümü sürekli olsun. Bu halde,

$$\int_A f = \int_a^b \left[\int_{G(x)}^{F(x)} f(x, y)dy \right] dx$$

olur.

İSPAT: S = [a, b] x [c, d], A kümesini içeren kapalı bir küme olsun. f fonksiyonunu S kümesine, S\A kümesinde sıfır olacak şekilde genişletelim.

Graf(G) = {(x, G(x)): $x \in [a, b]$} ve Graf(F) = {(x, F(x): $x \in [a, b]$} grafiklerinin kümelerinin her ikisinin de ölçümü sıfırdır. S kümesinde tanımlı olan f fonksiyonunun süreksizlik noktalarının kümesinin ölçümü sıfırdır ve böylece, f fonksiyonu S kümesinde integrallenebilir. Aynı zamanda, herhangi x öğesi için, belki G(x) ve F(x) fonksiyonlarında hariç, f_x fonksiyonu [c, d] kümesinde süreklidir. Buradan, herhangi $x \in [a, b]$ öğesi için, f_x fonksiyonu integrallenebilir. Teoremi uygularsak,

$$\int_A f = \int_S f = \int_a^b \int_c^d f_x(y)dydx = \int_a^b \left[\int_{G(x)}^{F(x)} f_x(y)dy \right] dx$$

elde edilir.

TEOREM: i. $A \subset R^n$ ve $B \subset R^m$ kümeleri iki dikdörtgen ve f: AXB $\subset \mathbb{R}^n X \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ fonk-

siyonu sürekli olsun. Her bir $x \in A$ öğesi için,

$$f_x = B \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

fonksiyonu $f_x(y)$ olarak tanımlansın. Bu halde,

$$\int_{A\times B} f = \int_A \left[\int_B f(x, y)dy\right] dx = \int_A \left[\int_B f_x(y)dy\right] dx$$

olur.

ii. Eğer f fonksiyonu integrallenebilir ve her bir x için f_x fonksiyonu integrallenebilirse,

$$\int_{A\times B} f = \int_A \left[\int_B f(x, y)dy\right] dx$$

olur. Benzer olarak, her bir y için,

$$\int_A f(x, y)dx$$

integrali varsa,

$$\int_{A\times B} f = \int_B \left[\int_A f(x, y)dx\right] dy$$

yazılır.

TEOREM: $A \subset \mathbb{R}^n$ bölgesi hacimli, açık ve sınırlı bir küme olsun. $g: A \to \mathbb{R}^n$ fonksiyonu $g \in C^1$ olarak verilsin ve tüm $x \in A$ için $Jg(x) \neq 0$ olsun. Yani g fonksiyonu 1–1 olsun. $|Jg(x)|$ ve $1/|Jg(x)|$ değerleri A kümesinde sınırlı olarak alınsın. $B = g(A)$ olsun ve B kümesinin hacimli olduğunu kabul edelim. $f: B \to \mathbb{R}$ fonksiyonu sınırlı ve integrallenebilirse, $fog|J(g)|$ fonksiyonu A kümesinde integrallenebilir ve

$$\int_B f = \int_A (fog)\,|Jg|$$

yazılır.

Şimdi, Fubini'nin yaptıkları ile Lebesgue integrali arasındaki ilişkiyi açıklayabiliriz.

Bu bölümde, düzlemsel Lebesgue ölçümünün bir kullanılmasını daha göreceğiz. I_1 ve I_2, sırasıyla x ve y ekseni üzerinde herhangi iki aralıksa, bu iki aralığın adi çarpımı, düzlemsel olarak, yine bu aralıklar tarafından oluşturulan dikdörtgen'in bilinen

şeklini verir. Bu aralıkların açık, kapalı veya yarı açık veya yarı kapalı oluşlarına göre de, dikdörtgenlerimiz, açık, kapalı veya yarı açık, yarı kapalı biçimde olacaktır.

Doğru üzerindeki ve düzlemlerdeki ölçümleri ve özelliklerini biliyoruz. Düzlemsel A kümesinin dış ölçümünü,

$$\mu^*(A) = \inf_{A \subset UP_k} \Sigma\, m(P_k)$$

olarak alacağız. Buradaki en büyük alt sınır, A kümesini örten sonlu ya da sayılabilir sonsuz sayıdaki dikdörtgenlerden elde edilebilecek örtülerin tümü üzerinden alınacaktır. Eğer A kümesinin iç ve dış ölçümleri eşitse, A kümesi Lebesgue anlamında ölçülebilir diyeceğiz. A kümesi düzlemsel olduğundan, bu kümenin ölçümü için bir sorun yoktur. Yani, düzlemsel A kümesinin alanı, bu kümenin Lebesgue ölçümüdür. Bunu, Caratheodory tanımı ile de vermek mümkündür. Yani, herhangi bir T kümesi için,

$$\mu^*(T) = \mu^*(T \cap A) + \mu^*(T \cap A')$$

olursa, A kümesi dış ölçüme göre ölçülebilirdir denilir.

Düzlemsel ölçüme ilişik birçok teorem ve problem, daha önce uzun uzun incelendi. Bundan dolayı, bu ölçümü ve bu problemlerini tekrarlamada yarar görmüyoruz.

TANIM: f fonkisyonu düzlemdeki (x, y) noktalarının kümesinde tanımlı ve bu noktalardaki değeri f(x, y) şeklinde olsun. Eğer herhangi K gerçel sayısı için,

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ f(x, y) > K\} = E[f(x, y) > K]$$

oluyorsa, f fonksiyonu ölçülebilir denilir.

Bu tanım altında, teorem ve özelliklerin tümü, f(x, y) fonksiyonu için kelime kelime aynen taşınabilir. Burada, yalnız şu teoremi ifade edebiliriz.

TEOREM: f(x, y), $\{(x, y):\ a \le x \le b,\ c \le y \le d\}$ kümesinde ölçülebilir bir fonkiyonsa, f(x, y) hhh $x \in [a, b]$ değerleri için y değişkenine göre ölçülebilir bir fonksiyon ve hhh $y \in [c, d]$ değerleri için x değişkenine göre ölçülebilir bir fonksiyondur.

$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ a \le x \le b,\ c \le y \le d\}$ dikdörtgeni verilsin. [a, b] ve [c, d] aralıklarını, $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$ ve $c = y_0 < y_1 < \ldots < y_n = d$ olacak şekilde alt aralıklara bölelim. Buna göre, elde edilen dikdörtgen elemanlarının P bölüntüsü,

$$P = \{P_1, P_2, \ldots, P_k\}$$

ile gösterelim. Gerçel eksen üzerinde sınırlı fonksiyonlarda tanımlandığı şekilde alt

ve üst integralleri, sırasıyla,

$$\underline{\int}\int_A f(x, y)dxdy \quad \text{ve} \quad \overline{\int}\int_A f(x, y)dxdy$$

biçiminde tanımlanır.

Düzlemsel ölçümde, $m(E_k) = dxdy$ olduğu gözönüne alınırsa, bu integraller, alışık olduğumuz şekliyle

$$\underline{\int}\int_A f(x, y)m(E_k) \quad \text{ve} \quad \overline{\int}\int_A f(x, y)m(E_k)$$

gösterimlerine dönüşür.

TANİM: Eğer,

$$\lim_{n\to\infty} \ddot{U}(f, P) = I = J = \lim_{n\to\infty} A(f, P)$$

oluyorsa, f(x, y) fonksiyonu A kümesinde Lebesgue anlamında integrallenebilir denilir ve f(x, y) fonksiyonunun A kümesindeki iki katlı integrali, ortak bir işaret olarak,

$$\int\int_A f(x, y)dxdy$$

şekilde yazılır. Bu integrali, $\mathbb{R}^2$ düzlemindeki herhangi bir E kümesi için,

$$\int\int_E f(x, y)dxdy$$

olarak yazarız. Bu tanım $n \geq 3$ olduğunda da, çok katlı integral olarak genelleştirebiliriz. İzlenecek yol, yukarıdakinin aynısı olacaktır. $n = 3$ için, Euclidean uzayındaki çok katlı integral,

$$\int\int\int_E f(x, y, z)dxdydz$$

şeklinde yazılacaktır. n boyutlu uzay için,

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

fonksiyonunun bir A kümesindeki çok katlı integrali,

$$\int\int\int_E \ldots \int f(x_1, x_2, \ldots, x_n)dx_1dx_2 \ldots dx_n$$

biçiminde olacaktır.

f(x, y) fonksiyonu, A kümesinde Lebesgue anlamında integrallenebilsin. f(x, y) fonksiyonunun $c \le y \le d$ olacak şekilde hhh tüm y değerleri için [a, b] kapalı aralığında integrali vardır. Diğer bir deyimle $c \le y \le d$ olacak şekilde hhh tüm y değerleri için,

$$\int_a^b f(x, y)dx$$

integrali vardır. Benzer olarak, $a \le x \le b$ olacak şekilde, hhh tüm x değerleri için,

$$\int_c^d f(x, y)dy$$

integrali vardır. Böylece,

$$\int_c^d \int_a^b [f(x, y)dx]dy \quad \text{ve} \quad \int_a^b \int_c^d [f(x, y)dy]dx$$

biçiminde Lebesgue integralleri vardır. İşte, bu tür integralleri belirleyen teorem, Fubini'ye aittir.

TEOREM: f(x, y) fonksiyonu,

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a \le x \le b,\ c \le y \le d\}$$

kümesinde Lebesgue anlamında integrallenebilir olsun. Bu halde,

$$\int\int_A f(x, y)dxdy = \int_c^d \int_a^b [f(x, y)dx]dy = \int_a^b \int_c^d [f(x, y)dy]dx$$

eşitlikleri yazılır.

Böylece, Fubini Teoremindeki integrallerin sırası değiştirilebilir. Fubini Teoremi, n değişkenli ve n boyutlu uzaylar için de benzer olarak uygulanabilir. Burada, n=2 için yapmak bizim için yeterlidir. Çünkü, tümevarım, bizi istediğimiz sonuca götürür.

Bu teoremler, Euclidean uzayından başka, keyfi ve daha soyut kümeler üzerinde de yapılabilir. Bizim burada yaptığımız, daha çok Cauchy tarafından çokkatlı integrallerin integrallenebilmesi yöntimine dayanır. Anlaşılması da düzlemsel olduğu için bir hayli kolaydır. Yani, iki Euclidean uzayının I_1 ve I_2 aralıklarının $I_1 \times I_2$ çarpımında, sürekli

bir fonksiyonun integrali, I_1 ve I_2 aralıklarında art arda integralinin bu aralıkta integralinin alınmasına indirgenebilir. Bu yöntem, herhangi sürekli bir fonksiyonun n boyutlu bir aralıktaki integralinin, bu aralıklarda n kere art arda uygulanmasıyla bulunabilir. Lebesgue, 1902 yıllarında bu sonucu, ölçülebilir sınırlı fonksiyonlara genişletmiştir. İntegrallenebilir fonksiyonlara genişletilmesi de 1907 yıllarında Fubini tarafından verilmiştir.

Lebesgue anlamında integrallenebilen her fonksiyonun, mutlak değerce de integrallenebildiği, yapılan teoremden bilinmektedir. Buna göre, Fubini Teoremindeki integrallerin herhangi yanı mutlak değerce yakınsaksa, integrallerin sırası değiştirilebilir. Öte yandan, f(x,y) ölçülebilir ve

$$\int_a^b \left[\int_c^d |f(x, y)| dy \right] dx$$

integrali varsa,

$$\int\int_A f(x, y) dx dy$$

integrali de vardır.

Şimdi, Fubini Teoremindeki integrallerin eşit olmadığı halleri içine alan bazı örnekler verelim.

ÖRNEK: A = [–1, 1] x [–1, 1] karesini gözönüne alalım.

$$f(x, y) = \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$$

biçiminde olsun. $y \neq 0$ ise,

$$\int_{-1}^{1} f(x, y) dx = 0$$

ve $x \neq 0$ ise,

$$\int_{-1}^{1} f(x, y) dy = 0$$

olacaktır. Böylece,

$$\int_{-1}^{1} \left[\int_{-1}^{1} f(x, y) dx \right] dy = \int_{-1}^{1} \left[\int_{-1}^{1} f(x, y) dy \right] dx = 0$$

bulunur. Buna karşın, kare üzerinde,

$$\int_{-1}^{1}\left[\int_{-1}^{1}|f(x, y)|dx\right]dy \geq \int_{0}^{1}dr\int_{0}^{2\pi}\frac{\sin\theta\cos\theta}{r}\,d\theta = 2\int_{0}^{1}\frac{dr}{r} = \infty$$

olduğundan, bu halde Lebesgue integrali yoktur.

ÖRNEK: A = [0, 1] x [0, 1] karesi ve

$$f(x, y) = \begin{cases} n^{2n} & , \frac{1}{2^n} \leq x < \frac{1}{2^{n-1}},\ \frac{1}{2^n} \leq y < \frac{1}{2^{n-1}} \\ -2n^{2n+1} & , \frac{1}{2^{n+1}} \leq x < \frac{1}{2^n},\ \frac{1}{2^n} \leq y < \frac{1}{2^{n-1}} \\ 0 & , \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

olarak tanımlansın. Buna göre,

$$\int_{0}^{1}\left[\int_{0}^{1}f(x, y)dx\right]dy = 0 \quad \text{ve} \quad \int_{0}^{1}\left[\int_{0}^{1}f(x, y)dy\right]dx = \frac{1}{4}$$

olduğundan, integrallerin sırası değiştirilemez.

ÖRNEK: A = [0, 1] x [0, 1] ve

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$$

olsun. Bu halde,

$$\int_{0}^{1}\left[\int_{0}^{1}f(x, y)dy\right]dx = \int_{0}^{1}(1 + y^2)^{-1}dx = \frac{\pi}{4}$$

ve

$$\int_{0}^{1}\left[\int_{0}^{1}f(x, y)dx\right]dy = \int_{0}^{1}[-(1 + y^2)^{-1}dy] = -\frac{\pi}{4}$$

olarak bulunur. Bu da, integrallerin sırasının değiştirilemeyeceğini gösterir.

Buraya kadar yapılanların ışığı altında, aşağıdaki teoremi ifade edebiliriz.

TEOREM (FUBİNİ TEOREMİ): X ve Y, sonlu ölçümlü kümeler olsun. f fonksiyonu X x Y kümesinde ölçülebilir ve

$$\int_{X\times Y} |f(x, y)|d\mu, \quad \int_X \int_Y f(x, y)dydx \quad \text{ve} \quad \int_Y \int_X f(x, y)dxdy$$

integrallerinin herhangi birisi varsa,

$$\int_{X\times Y} f(x, y)d\mu, \quad \int_X \int_Y f(x, y)dydx \quad \text{ve} \quad \int_Y \int_X f(x, y)dxdy$$

integralleri de vardır. Ayrıca,

$$\int_{X\times Y} f(x, y)d\mu = \int_X \int_Y f(x, y)dydx = \int_Y \int_X f(x, y)dxdy$$

eşitliği yazılır.

TEOREM: i. g_1 ve g_2 fonksiyonları [a, b] kapalı aralığında sürekli olmak üzere, $y = g_1(x)$ ve $y = g_2(x)$ fonksiyonları tarafından sınırlanan bölge, şeklin **(i)** kısmında olduğu gibi birinci türde bir R bölgesi ise,

$$\iint_R f(x, y)dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y)dydx$$

olur.

ii. h_1 ve h_2 fonksiyonları [c, d] kapalı aralığında sürekli olmak üzere, $x = h_1(y)$ ve $x = h_2(y)$ fonksiyonları tarafından sınırlanan bölge, şeklin **(ii)** kısmında olduğu gibi ikinci tür bir R bölgesi ise,

$$\iint_R f(x, y)dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} f(x, y)dxdy$$

yazılır.

Dikkat edilirse, teoremin **(i)** kısmında R bölgesinin alt sınır $y = g_1(x)$ ve üst sınırı da $y = g_2(x)$ eğrileriyle sınırlıdır. Benzer olarak, **(ii)** kısmında ise R bölgesi soldan $x = h_1(y)$ ve sağdan da $x = h_2(y)$ eğrileriyle sınırlıdır. Eğer R bölgesi çok daha karışıksa, bu iki tür bölgelere uyacak şekilde alt bölgeler alınır. Bu alt bölgelerin alt, üst, sol ve sağ sınırları ile yine iki katlı integralin hesaplanmasına gidilir.

Şimdi, teoremin sezgisel yolla nasıl yorumlandığını gösterelim. R, şeklin **(i)** kısmında olduğu gibi birinci tür bir bölge ve bu bölgede $f(x, y) \geq 0$ olsun. f fonksiyonunun S grafiğinin altında ve R bölgesinin üstünde kalan T katısının hacmini V işareti ile gösterelim. Şekilde olduğu gibi D düzlemi yz düzlemine paralel ve x eksenini $a \leq x \leq b$

olmak üzere, (x, 0, 0) noktasında kessin. D düzleninin S yüzeyi ile kesişimi C eğrisi ile gösterilsin. Bu halde $P(x, g_1(x), 0)$ ve $Q(x, g_2(x), 0)$ noktaları, D düzleminin R bölgesinin $y = g_1(x)$ ve $y = g_2(x)$ şeklindeki sınırları ile kesişimidir. PQ doğru parçasının üstünde ve C eğrisinin altında olan D düzlemsel parçasını gözönüne alalım. Bu taralı A(x) alanı

$$A(x) = \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y)dy$$

formülü ile bulunur. A(x) alanı T katısının tipik bir dik kesiti olduğundan, T katısının V hacmi

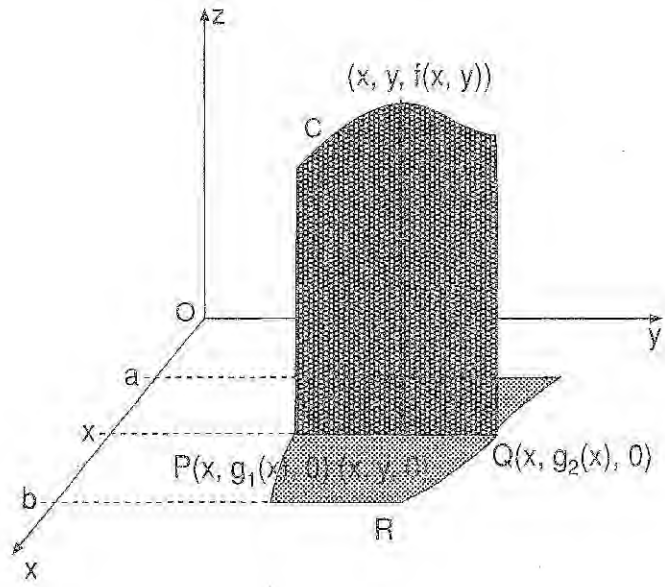
$$V = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y)dydx$$

formülü ile bulunur.

Benzer yolla, yine aynı V hacminin

$$V = \int_a^b B(y)dy = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} f(x, y)dxdy$$

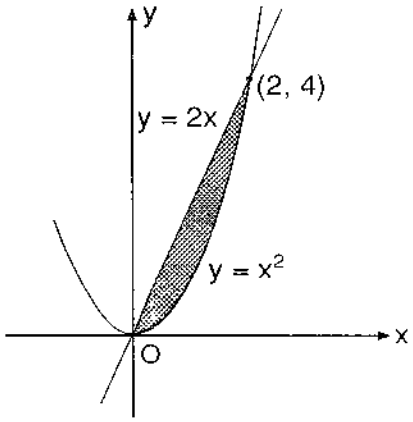
formülü ile yorumlanabileceğini siz gösteriniz.



ÖRNEK: R bölgesi, xy düzleminde $y = x^2$ ve $y = 2x$ eğrileriyle sınırlanmışsa, bu bölgede

$$\iint_R (x^3 + 4y)dA$$

integralini hesaplayınız.



ÇÖZÜM: Dikkat edilirse, R kümesi hem birinci hem de ikinci tur bir bölgedir. Buna göre R kümesi birinci tür bir bölge olarak alınırsa, bu bölgenin alt sınırı $y = x^2$ ve üst sınırı da $y = 2x$ olur. Bu halde x değişkeni de $0 \le x \le 2$ aralığında değişir. Teoremin **(i)** kısmına göre integral

$$\begin{aligned}
\iint_R (x^3 + 4y)dA &= \int_0^2 \int_{x^2}^{2x} (x^3 + 4y)dydx \\
&= \int_0^2 (x^3y + 2y^2)\Big|_{x^2}^{2x} dx \\
&= \int_0^2 [2x^4 + 8x^2) - (x^5 + 2x^4)]\, dx \\
&= \left(\frac{8}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^6\right)\Big|_0^2 \\
&= \frac{32}{3}
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

Eğer R bölgesini ikinci tür olarak alırsak, R bölgesinin sol sınırı $x = y/2$ ve sağ sınırı da $x = y^{1/2}$ olur. Bu halde y değişkeni $0 \le y \le 4$ aralığında değişir. Teoremin **(ii)**

kısmına göre integral

$$\begin{aligned}\int\int_R f(x, y)dA &= \int_0^4 \int_{y/2}^{\sqrt{y}} (x^3 + 4y)dxdy \\ &= \int_0^4 \left(\frac{1}{4}x^4 + 4yx\right)\Big|_{y/2}^{\sqrt{y}} dy \\ &= \int_0^4 \left[\left(\frac{1}{4}y^2 + 4y^{3/2}\right) - \left(\frac{1}{64}y^4 + 2y^2\right)\right]dy \\ &= \frac{32}{3}\end{aligned}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK: R kümesi

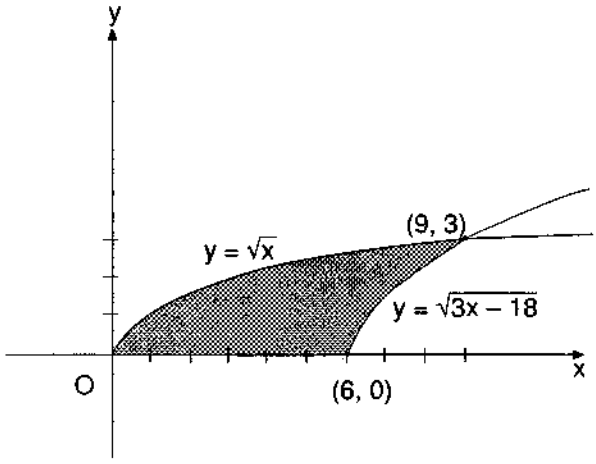
$$y = \sqrt{x}, \quad y = \sqrt{3x - 18} \quad \text{ve} \quad y = 0$$

eğrileri tarafından sınırlanan bir bölge olsun. f(x, y) fonksiyonu bu R bölgesinde sürekliyse,

$$\iint_R f(x, y)dA$$

integralini,

a. Teoremin **(i)** kısmına göre veya
b. Teoremin **(ii)** kısmına göre iki katlı integralle sadece yazınız.



ÇÖZÜM: $y = x^{1/2}$ ve $y = (3x - 18)^{1/2}$ fonksiyonlarının grafikleri, $y^2 = x$ ve $y^2 = 3x - 18$ parabollerinin birinci çeyrek bölgede kalan kısımlarıdır. Bunu, şekilden kolayca görebiliriz.

a. Teoremin **(i)** kısmını uygularsak, $0 \le x \le 6$ olur. Bu halde, R bölgesinin alt sınırı $y = 0$ ve üst sınırı da $y = x^{1/2}$ olur. R bölgesinin $6 \le x \le 9$ aralığındaki alt sınırı $y = (3x - 18)^{1/2}$ ve üst sınırı yine $y = x^{1/2}$ eğrisidir. Buna göre iki katlı integral,

$$\iint_R f(x, y)dA = \iint_{R_1} f(x, y)dA + \iint_{R_2} f(x, y)dA$$

$$= \int_0^6 \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y)dydx + \int_6^9 \int_{\sqrt{3x-18}}^{\sqrt{x}} f(x, y)dydx$$

biçiminde yazılır.

b. Teoremin **(ii)** kısmına göre integrali yazmak istersek, önce x terimini y cinsinden çözmeliyiz. O da

$$x = y^2 \quad \text{ve} \quad x = \frac{y^2 + 18}{3} = \frac{1}{3}y^2 + 6$$

olur. Buna göre iki katlı integral

$$\iint_R f(x, y)dA = \int_0^3 \int_{y^2}^{(1/3)y^2+6} f(x, y)dxdy$$

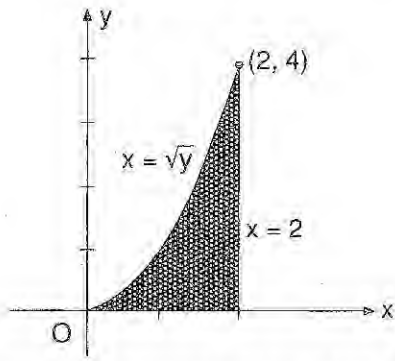
şekline girer.

ÖRNEK:

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 y\cos x^5 dxdy$$

integralinde, integralin sırasını değiştirerek sonuç integrali hesaplayınız.

ÇÖZÜM: İntegralin sırası dxdy biçiminde olduğundan, R bölgesi ikinci türde bir bölgedir. R bölgesinin sol yan sınırı $x = y^{1/2}$ ve sağ yan sınırı da $x = 2$ grafikleridir. Ayrıca, y değeri $0 \le y \le 4$ aralığında değişir. Bu koşullardaki R bölgesi şekilde olduğu gibi çizilir. Dikkat edilirse, R bölgesi $y = x^2$ parabolü ile $x = 2$ doğrusunun birinci çeyrek bölgede x ekseni ile sınırladığı kısımdır. $y = x^2$ parabolü ile $x = 2$ doğrularını da çizmek kolaydır.



Dikkat edilirse bu R bölgesi aynı zamanda birinci türde bir bölgedir. Bu halde R bölgesinin alt sınırı y = 0 ve üst sınırı da $y = x^2$ parabolüdür. x değişkeni de $0 \le x \le 2$ aralığında değişir. Buna göre iki katlı integral,

$$\int_0^4\int_{\sqrt{y}}^2 y\cos x^5\,dx\,dy = \iint_R y\cos x^5\,dA$$

$$= \int_0^2\int_0^{x^2} y\cos x^5\,dy\,dx$$

$$= \int_0^2 \left(\frac{1}{2}y^2\cos x^5\right)\Big|_0^{x^2} dx$$

$$= \int_0^2 \frac{1}{2}x^4\cos x^5\,dx$$

$$= \frac{1}{10}\int_0^2 \cos x^5(5x^4)\,dx$$

$$= \frac{1}{10}\sin x^5\Big|_0^2$$

$$= \frac{1}{10}\sin 32 \approx 0.055$$

olarak bulunur.

$$V = \int_a^b A(x)dx = \int_a^b\int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y)dydx$$

formülündeki

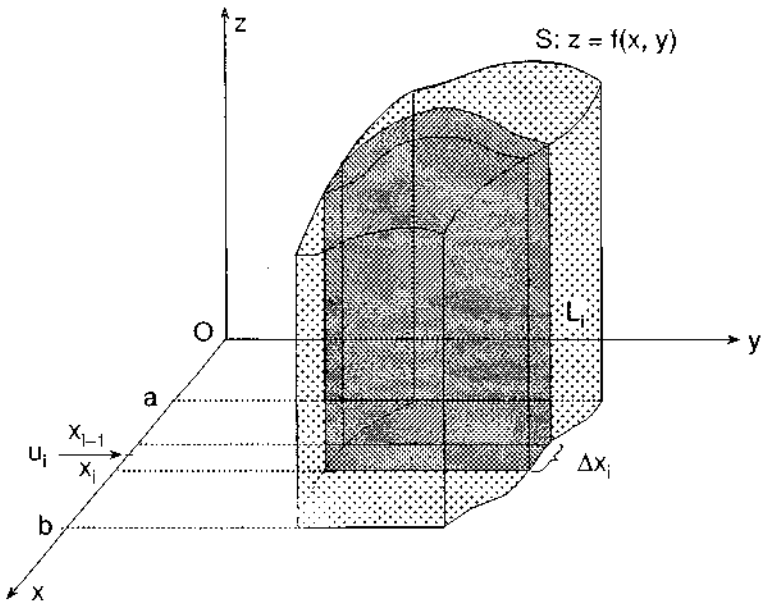
$$\int_a^b A(x)dx$$

integrali, toplamların bir limiti olarak alınabilir. Tek katlı inteegraller de toplamların bir limitiydi. Bunun için P′, [a, b] kapalı aralığının bir bölüntüsü, u_i de bu P′ bölüntüsünün $[x_{i-1}, x_i]$ kapalı aralığında herhangi bir sayı ve $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ olsun. Şekle göre, $A(u_i)\Delta x_i$ sayısı, yüzleri yz düzlemine paralel olan ince L_i tabakasının hacmi olur. Bu tabakanın

kalınlığı xy düzleminde Δx_i kadardır. Buna göre, bu şekildeki tabakaların tüm bölüntüler için $||P'||\to 0$ giderken art arda toplanarak limitleri alınırsa, V hacmi

$$V = \int_a^b A(x)dx = \lim_{||P'||\to 0} \sum_i A(u_i)\Delta x_i \qquad (A)$$

formülü ile bulunur.



Şimdi, her bir x değeri için y ekseni üzerindeki $[g_1(x), g_2(x)]$ kapalı aralığının P'' biçimindeki bölüntüsünü ele alalım. $v_j \in [y_{j-1}, y_j]$ ve $\Delta y_j = y_j - y_{j-1}$ konumları için A(x) fonksiyonu, toplamların bir limiti olarak

$$A(x) = \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y)dy = \lim_{||P''||\to 0} \sum_j f(x, v_j)\Delta y_j$$

biçiminde yazılabilir. Böylece, her bir $u_i \in [a, b]$ öğesi için

$$A(u_i) = \lim_{||P''||\to 0} \sum_j f(u_i, v_j)\Delta y_j$$

olur. Bu değer (A) ifadesinde yerine konulursa,

$$V = \int_a^b A(x)dx = \lim_{||P'||\to 0} \sum_i \left[\lim_{||P''||\to 0} \sum_j f(u_i, v_j)\Delta y_j \right] \Delta x_i$$

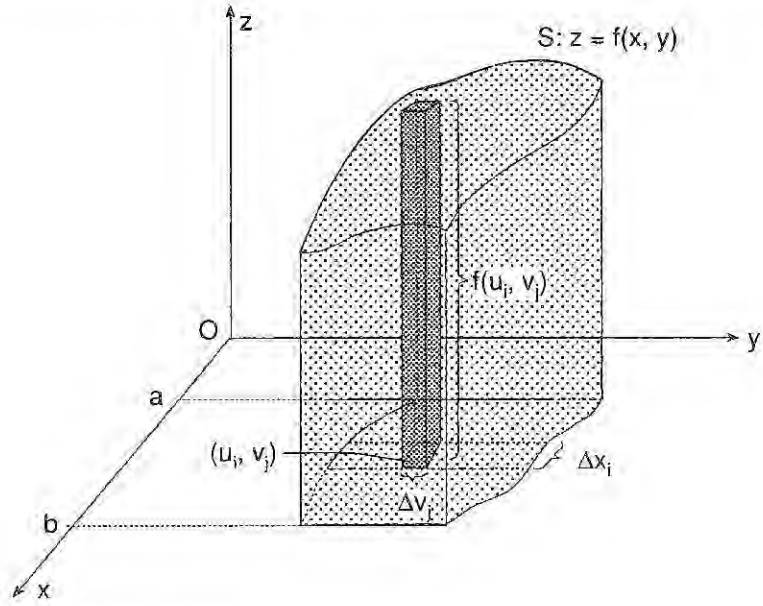
yazılır. Bu formüldeki limitleri atarsak,

$$\sum_i \sum_j f(u_i, v_j)\Delta y_j \Delta x_i$$

ifadesine çifte toplam ismi verilir. Burada, $\Delta x_i \to 0$ ve $\Delta y_j \to 0$ giderken gösterimleri yerine kısaca $\|\Delta\| \to 0$ yazarak,

$$V = \lim_{\|\Delta\| \to 0} \sum_i \sum_j f(u_i, v_j)\Delta y_j \Delta x_i = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y)dydx$$

formülünü buluruz. Bu hacmi de, geometrik olarak şekilde olduğu gibi yorumlayabiliriz.



ÖRNEK: Önce, iki katlı

$$\int_0^2 \int_2^4 (x^3 + xy)dydx$$

integralini hesaplayınız. R bölgesini bulunuz. İntegralin integral sırasını değiştirerek sonuç integrali yeniden hesaplayınız.

ÇÖZÜM: Verilen integral

$$\int_0^2 \int_2^4 (x^3 + xy)dydx = \int_0^2 \left[x^3 y + \frac{1}{2}xy^2\right]\Bigg|_2^4 dx$$

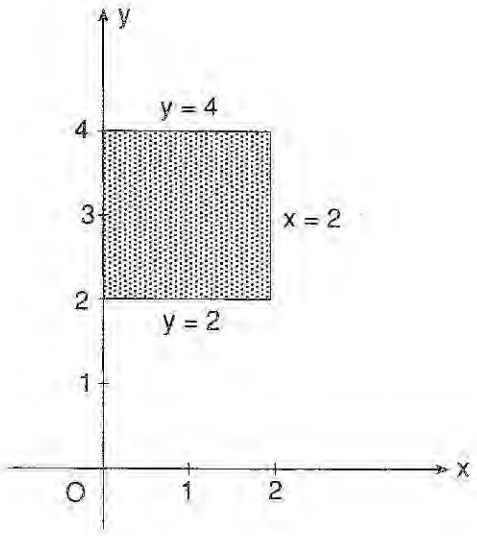
$$= \int_0^2 [4x^3 + 8x) - (2x^3 + 2x)]dx$$

$$= \left| \frac{1}{2}x^4 + 3x^2 \right|_0^2$$

$$= 8 + 12 = 20$$

olarak bulunur.

Bu koşullar altındaki R bölgesi, $x = 0$, $x = 2$, $y = 2$ ve $y = 4$ doğruları tarafından sınırlanan şekildeki karedir.



İntegrallerin sıraları değiştirilirse,

$$\int_0^2\int_2^4 (x^3 + xy)dydx = \int_2^4\int_0^2 (x^3 + xy)dxdy$$

$$= \int_2^4 \left| \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}yx^2 \right|_0^2 dy$$

$$= \int_2^4 (4 + 2y)dy$$

$$= (4y + y^2)\Big|_2^4$$

$$= (16 + 16) - (8 + 4)$$

$$= 20$$

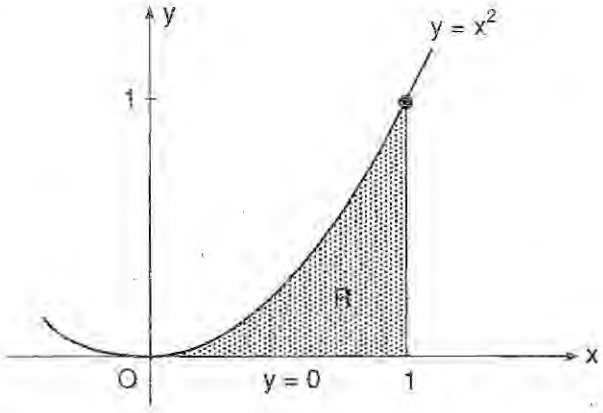
olarak bulunur.

ÖRNEK:

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} (x^2 + xy - y^2)dydx$$

integralini hesaplayarak R bölgesini bulunuz.

ÇÖZÜM: R bölgesi, alttan $y = 0$ ve üstten $y = x^2$, soldan $x = 0$ ve sağdan da $x = 1$ eğrileriyle çevrilidir.



İstenen integral de,

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} (x^2 + xy - y^2)dydx = \int_0^1 \left(x^2y + \frac{1}{2}xy^2 - \frac{1}{3}y^3 \right) \Bigg|_0^{x^2} dx$$

$$= \int_0^1 \left(x^4 + \frac{1}{2}x^5 - \frac{1}{3}x^6 \right) dx$$

$$= \left(\frac{1}{5}x^4 + \frac{1}{12}x^6 - \frac{1}{21}x^7 \right) \Bigg|_0^1$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{12} - \frac{1}{21} = \frac{33}{140}$$

olarak bulunur.

Eğer integralin sırası değiştirilirse,

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} (x^2 + xy - y^2)dydx = \int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 (x^2 + xy - y^2)dxdy$$

olur.

ÖRNEK: R bölgesi, $y = x$, $y = 0$ ve $x = 1$ doğruları tarafından sınırlanan üçgensel bir bölge ise,

$$\iint_R (x^2 + y^2)dA$$

integralini hesaplayınız.

ÇÖZÜM: R kümesi birinci tür bir bölge olarak kullanılırsa,

$$\begin{aligned}\iint_R (x^2 + y^2)\, dA &= \int_0^1 \int_0^x (x^2 + y^2)dydx \\ &= \int_0^1 \left(x^2y + \frac{1}{3}y^3\right)\Big|_0^x dx \\ &= \int_0^1 \frac{4}{3}x^3 dx \\ &= \frac{1}{3}x^4\Big|_0^1 = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

olurak bulunur.

Eğer R kümesi ikinci tür bir bölge olarak alınsaydı, iki katlı integral yine

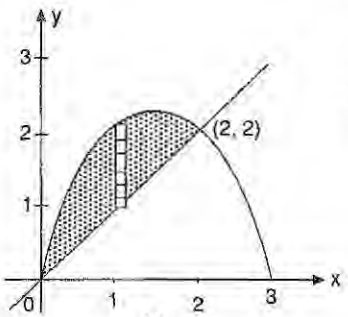
$$\begin{aligned}\iint_R (x^2 + y^2)\, dA &= \int_0^1 \int_y^1 (x^2 + y^2)dxdy \\ &= \int_0^1 \left(\frac{1}{3}x^3 + xy^2\right)\Big|_y^1 dy \\ &= \int_0^1 \left(\frac{1}{3} + y^2 - \frac{4}{3}y^3\right) dy \\ &= \left(\frac{1}{3}y + \frac{1}{3}y^3 - \frac{1}{3}y^4\right)\Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

olarak bulunurdu.

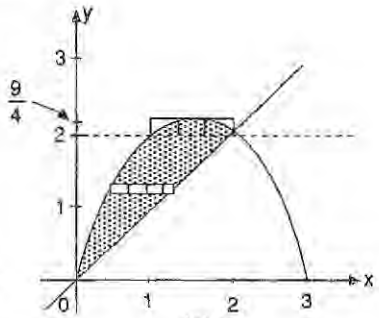
ÖRNEK: $y = x$ ve $y = 3x - x^2$ eğrileri tarafından sınırlanan R bölgesi üzerinde

$$\iint_R (x^2 - xy)dA$$

integralini hesaplayınız.



(a)



(b)

ÇÖZÜM: Şeklin (a) grafiğine göre integral,

$$\iint_R (x^2 - xy)\, dA = \int_0^2 \int_x^{3x-x^2} (x^2 - xy)\, dy\, dx$$

$$= \int_0^2 \left(x^2 y - \frac{1}{2} x y^2 \right) \Bigg|_x^{3x-x^2} dx$$

$$= \int_0^2 \left[(x^2 (3x - x^2) - \frac{1}{2} x (3x - x^2)^2 - \left(x^3 - \frac{1}{2} x^3 \right) \right] dx$$

$$= \int_0^2 \left(-2x^3 + 2x^4 - \frac{1}{2} x^5 \right) dx$$

$$= \left(-\frac{1}{2} x^4 + \frac{2}{5} x^5 - \frac{1}{12} x^6 \right) \Bigg|_0^2$$

$$= -\frac{8}{15}$$

olarak bulunur.

Eğer integralin sırası değiştirilseydi, aynı integral $y = 3x - x^2$ denkleminden

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4y}}{2}$$

olduğundan,

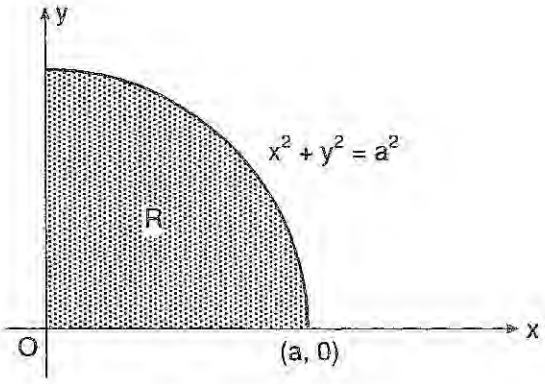
$$\iint_R (x^2 - xy)\, dA = \int_0^2 \int_{(3-\sqrt{9-4y})/2}^{y} (x^2 - xy)\, dx\, dy + \int_2^{9/4} \int_{(3-\sqrt{9-4y})/2}^{(3+\sqrt{9-4y})/2} (x^2 - xy)\, dx\, dy$$

biçiminde yazılırdı. Bu integrali de hesaplamak epey uzun ve zordur.

ÖRNEK: Birinci çeyrek bölgedeki a yarıçaplı merkezcil daire üzerinde

$$\iint_R xy \sqrt{a^2 - y^2}\, dA$$

integralini hesaplayınız.



ÇÖZÜM: İstenen I integrali, birinci tür bölge için,

$$I = \int_0^a dx \int_0^{(a^2-x^2)^{1/2}} xy\sqrt{a^2 - y^2}\,dy$$
$$= \int_0^a \left[-\frac{1}{3} x(a^2 - y^2)^{3/2} \right]_0^{(a^2-x^2)^{1/2}} dx$$
$$= \int_0^a \left(-\frac{1}{3} x^4 + \frac{1}{3} a^3 y \right) dx = \frac{1}{10} a^5$$

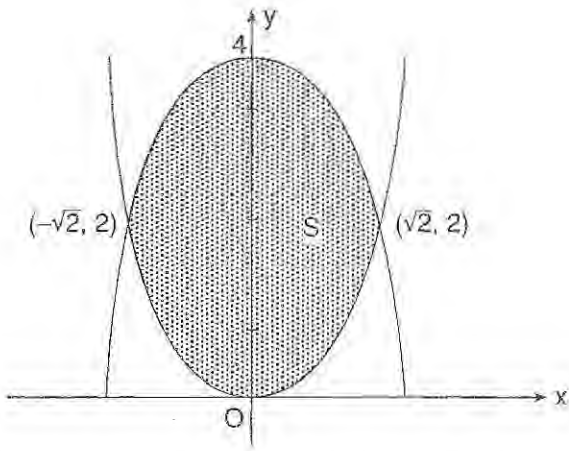
olarak bulunur.

Eğer bu integral ikinci tür bölge için hesaplansaydı,

$$I = \int_0^a dy \int_0^{(a^2-y^2)^{1/2}} xy\sqrt{a^2 - y^2}\,dx$$
$$= \int_0^a \left(\frac{1}{2} x^2 y\sqrt{a^2 - y^2} \right)_0^{(a^2-x^2)^{1/2}} dy$$
$$= \int_0^a \left(\frac{1}{2} y(a^2 - y^2) \right)^{3/2} dy$$
$$= \frac{1}{10} a^5$$

olarak bulunurdu.

ÖRNEK: $y = x^2$ ve $y = 4 - x^2$ parabolleri arasında kalan alanı hesaplayınız.



ÇÖZÜM: İki katlı integral bir hacim gösterir. Oysa buradaki alanı hacim olarak hesaplamak nasıl olur? İşte, düzlemsel bir bölgenin alanı ile, bu tabanlı ve 1 yükseklikli silindirin hacmi aynı gerçel sayıdır. Bu nedenle, $f(x, y) = 1$ olur. Buna göre alan

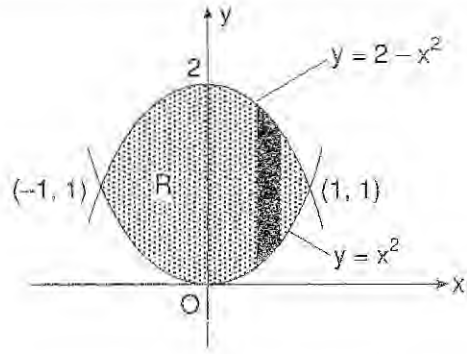
$$\iint_S 1\,dA = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{x^2}^{4-x^2} dy$$

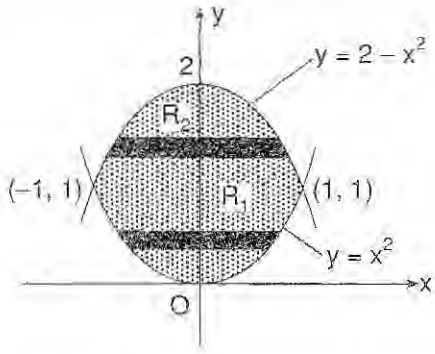
$$= \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (4 - x^2 - x^2)dx$$

$$= \frac{16}{3}\sqrt{2}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK: $f(x, y) = (xy)^2$ yüzeyinin altında ve xy düzleminde $y = x^2$ ve $y = 2 - x^2$ eğrileri tarafından sınırlanan R bölgesinin üstünde kalan katının hacmini hesaplayınız.





ÇÖZÜM: İki katlı integralin tanımına göre, $f(x, y) = (xy)^2$ olduğundan

$$
\begin{aligned}
V &= \iint_R (xy)^2 dA \\
&= \int_{-1}^{1}\int_{x^2}^{2-x^2} (xy)^2 dy dx \\
&= \frac{1}{3}\int_{-1}^{1} x^2 y^3 \Big|_{x^2}^{2-x^2} dx \\
&= \frac{1}{3}\int_{-1}^{1} \left[x^3(2-x^2)^3 - x^8\right] dx \\
&= \frac{2}{3}\int_{-1}^{1} (4x^2 - 6x^4 + 3x^6 - x^8) dx \\
&= \frac{4}{3}\int_{0}^{1} (4x^2 - 6x^4 + 3x^6 - x^8) dx \\
&= \frac{568}{945}
\end{aligned}
$$

olarak bulunur.

Bu integralin ikinci tür bölge için hesabının çok zor olduğunu, R_1 ve R_2 bölgeleri için son basamakta

$$V = \frac{2}{3}\int_0^1 y^{7/2} dy + \frac{2}{3}\int_1^2 y^2 (2-y)^{3/2} dy$$

integralleri ile görebiliriz. Bunun için R_1 ve R_2 bölgelerinde ayrı ayrı integralerin alınacağı da ayrı bir işlemdir.

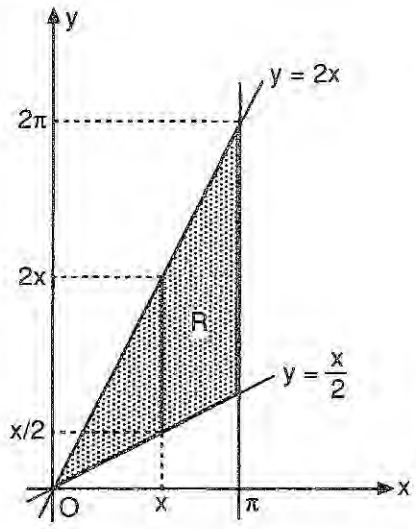
Hangi tür bölgeler için işlemlerin kolay olduğunu önceden kestiremeyiz. Bir işlemde birinci tür bölgeler kolaylık sağlarken, diğer bir integralin hesabında ikinci tür bu bölgeler kolaylık sağlayabilir. Örneğin, $4x^2 + 9y^2 = 144$ elipsi ile $y^2 + 8x = 16$ parabolü arasında kalan alanı da ikinci tür bölge olarak alıp işlemleri yapmak kolaylık sağlar. Bunu siz göstermeye çalışınız.

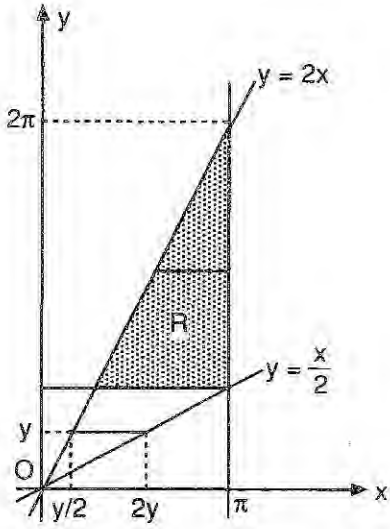
Bunu şu örnekle daha iyi görebiliriz.

ÖRNEK: $2y = x$, $y = 2x$ ve $x = \pi$ doğruları tarafından sınırlanan üçgensel bölge R olsun. Bu R bölgesinde

$$\iint_R \sin y dx dy$$

integralini hesaplayınız.





ÇÖZÜM: Şekilin ilkine göre,

$$\iint_R \sin y\,dx\,dy = \int_0^{\pi}\int_{x/2}^{2x} \sin y\,dy\,dx$$

$$= \int_0^{\pi} (-\cos y)\Big|_{x/2}^{2x} dx$$

$$= \int_0^{\pi} \left(\cos\frac{x}{2} - \cos 2x\right)dx$$

$$= \left(2\sin\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\pi}$$

$$= 2\sin 90^\circ = 2$$

olduğu kolayca bulunur.

Şeklin ikincisine göre, integrali iki bölgede hesaplamak zorundayız. O da,

$$\iint_R \sin y\,dx\,dy = \int_0^{\pi/2}\left[\int_{y/2}^{2y} \sin y\,dx\right]dy + \int_{\pi/2}^{2\pi}\left[\int_{y/2}^{\pi} \sin y\,dx\right]dy$$

$$= \int_0^{\pi/2} (2y - \frac{1}{2}y)\sin y\,dy + \int_{\pi/2}^{2\pi} (\pi - \frac{1}{2}y)\sin y\,dy$$

$$= \frac{3}{2}\int_0^{\pi/2} y\sin y\,dy - \frac{1}{2}\int_{\pi/2}^{2\pi} y\sin y\,dy + \int_{\pi/2}^{2\pi} \pi\sin y\,dy$$

biçiminde yazılır. Diğer yandan, ysiny fonksiyonunun parçalı integralle integrali siny–

ycosy olduğu hesaplanıp yerlerine konulursa,

$$\iint_R \text{sinydxdy} = \frac{3}{2}(\text{siny} - \text{ycosy})\Big|_0^{\pi/2} - \frac{1}{2}(\text{siny} - \text{ycosy})\Big|_{\pi/2}^{2\pi} - \pi\text{cosy}\Big|_{\pi/2}^{2\pi}$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \pi - \pi = 2$$

olarak yine bulunur.

İki katlı integralle alan çoğu kez

$$\iint_R 1dA, \iint_R dA \quad \text{veya} \quad \int_R dA$$

biçiminde yazılır. Eğer R kümesi şeklin **(i)** kısmında olduğu gibi birinci tür bir bölge ise, teoreme göre,

$$\iint_R dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} 1dydx$$

$$= \int_a^b y \Big|_{g_1(x)}^{g_2(x)} dx$$

$$= \int_a^b [g_2(x) - g_1(x)]dx$$

$$= A$$

olur. Bu da, R bölgesinin A alanını verir.

Eğer R bölgesi ikinci tür bir bölgeyse,

$$\iint_R dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} 1dxdy$$

$$= \int_c^d x \Big|_{h_1(y)}^{h_2(y)} dy$$

$$= \int_a^b [h_2(y) - h_1(y)]dy$$

$$= A$$

olur. Bu da yine R bölgesinin alanını verir. Eğer tüm R bölgesinde f(x, y) = 1 ise, R bölgesinin P iç bölüntüsü olan küçük dikdörtgenlerin alanlarının toplamlarının limiti,

R bölgesinin alanını verir. Bu da iki katlı integraldir.

Alanların bulunmasında, f(x, y) fonksiyonunun f(x, y) = 1 olarak alınmasını şöyle de açıklayabiliriz. İki katlı integral bir hacim gösteriyordu. R bölgesinin A alanı ile R bölgesi tabanlı ve yüksekliği f(x, y) = 1 olan bir katının hacmi aynı gerçel sayıdır. Bu nedenle R bölgesinin A alanı

$$A = \int\int_R dxdy = \int\int_R dydx$$

formülü ile bulunur. Bu da bizi, iki katlı integrali alanların hesaplanmasında kullanabileceğimize götürür. Sonsuz küçük dediğimiz hesaplarla, iki katlı integral $\Delta x_i \Delta y_j$ alanlı dikdörtgenlerin alanlarının Riemann toplamlarının limiti $\Delta x_i \to 0$ ve $\Delta y_j \to 0$ giderken bunları $||\Delta|| \to 0$ şeklinde gösterirsek, daha önce olduğu gibi, A alanı

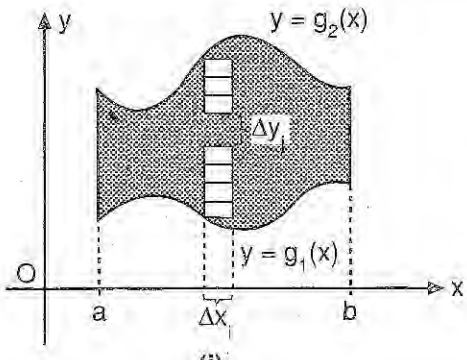
$$A = \int\int_R dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} dydx$$

$$= \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} dxdy$$

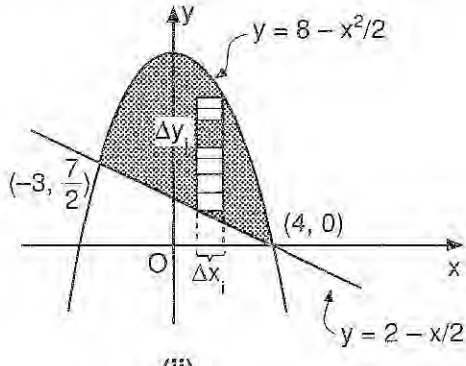
$$= \lim_{||\Delta|| \to 0} \sum_i \sum_i \Delta y_j \Delta x_i$$

formülü ile hesaplanabilir.

Bu iki katlı toplamın yorumu da kolaydır. Önce x sayısını sabit tutarak y ekseni yönünde $y = g_1(x)$ ve $y = g_2(x)$ eğrileri arasında kalan $\Delta y_j \Delta x_i$ alanlı dikdörtgenlerin alanlarını toplarız. Bu da şeklin (i) kısmında görülen ve y eksenine paralel olan düşey şeridin alanı olur. Eğer bu şekilde bu $g_1(x)$ ve $g_2(x)$ eğrileri arasında kalan R bölgesinin yüzeyini bu düşey şeritlerle x = a ve x = b arasında tararsak, A alanını yakaşık olarak buluruz. Bu Riemann toplamının limiti $\Delta x_i \to 0$ ve $\Delta y_j \to 0$ sıfıra giderken iki katlı integralle A alanını verir.



(i)



(ii)

Şimdi, bu açıklamarla ilgili bazı önekler yapalım.

ÖRNEK: $2y = 16 - x^2$ parabolü ve $x + 2y - 4 = 0$ doğrusu arasında kalan alanı iki katlı integralle hesaplayınız.

ÇÖZÜM: Alanı bulunacak bölge, şeklin **(ii)** kısmında olduğu gibi, $y = 8 - x^2/2$ parabolünün altında ve $y = 2 - x/2$ doğrusunun üstündedir. $\Delta y_j \Delta x_i$ şeklindeki tipik dikdörtgenleri y ekseni yönünde art arda toplayarak şeklin **(ii)** kısmındaki düşey şeritlerin alanını buluruz. x ekseni üzerinde -3 ile 4 arasında tüm düşey şeritlerle oluşturulan alanların Riemann toplamını alır, $\Delta x_i \to 0$ ve $\Delta y_j \to 0$ giderken limitlerini alırsak, bu bölgenin alanı olan iki katlı integrale döneriz. Buna göre A alanı

$$A = \int_{-3}^{4} \int_{2-x/2}^{8-x^2/2} dy dx$$

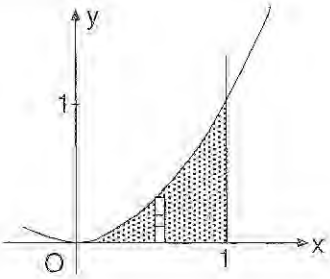
$$= \int_{-3}^{4} \left[\left(8 - \frac{1}{2}x^2\right) - \left(2 - \frac{1}{2}x\right) \right] dx$$

$$= \left(6x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{x^2}{4}\right)\Bigg|_{-3}^{4}$$

$$= \frac{343}{12}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK: $y = x^2$, $x = 1$ ve $y = 0$ eğrileri tarafından sınırlanan R bölgesinin A alanının iki katlı integralle hesaplayınız.



ÇÖZÜM: Şekle göre,

$$A = \int_0^1 \int_0^{x^2} dy dx$$

$$= \int_0^1 y \Big|_0^{x^2} dx$$

$$= \int_0^1 x^2 dx$$
$$= \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^1$$
$$= \frac{1}{3}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK:

$$y = -\frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} x + 1$$

parabolünün altında, $y = x$ doğrusun üstünde, $x = -1$ ve $x = 1$ doğruları arasında kalan alanı iki katlı integralle hesaplayınız.

ÇÖZÜM: İstenen A alanı,

$$A = \iint_R dA = \iint_R dy dx$$
$$= \int_{-1}^{1} dx \int_x^{(-x^2+x+2)/2} dy$$
$$= \int_{-1}^{1} \left(-\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} x + 1 \right) dx$$
$$= \frac{5}{3}$$

olarak bulunur.

İki katlı integrallerin hesabında, bölgenin simetrik olması işlemlerinizi kolaylaştırmaz. Yani, simetrik bölgedeki integral, yarı bölgede alınan integralin iki katı olması gerekmez. Bu söylediğimiz kolaylığın olması için $f(x, y)$ fonksiyonunun da simetrik olması gerekir.

Örneğin, $y = 1 - x^2$ parabolü ile x ekseni arasındaki bölge y eksenine göre simetriktir. Fakat, $f(x, y) = x + y$ fonksiyonu y eksenie göre simetrik değildir. Bu nedenle,

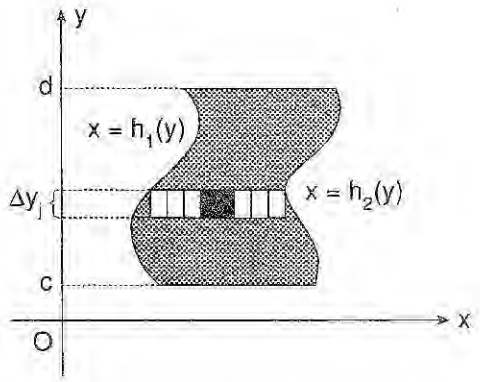
$$\iint_R (x + y) dA = \int_{-1}^{1} dx \int_0^{1-x^2} (x + y) dy$$
$$\neq 2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x^2} (x + y) dy$$

biçimindedir.

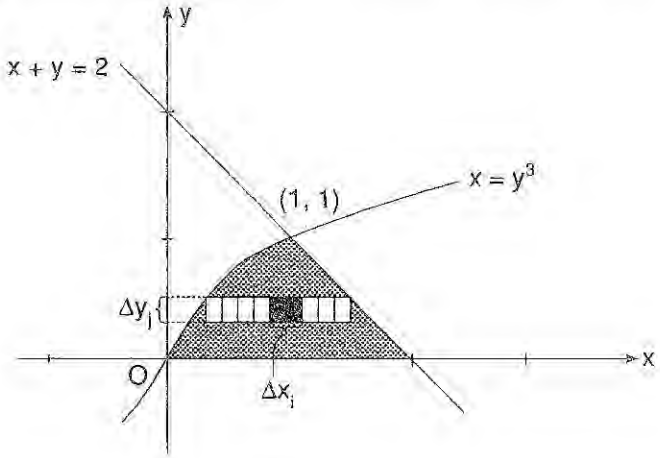
İki katlı integrallerin hesaplanmasında her zaman x değişkeninin sabit tutulması gibi bir kural yoktur. Benzer olarak, y değişkeni de sabit tutularak iki katlı toplam oluşturulabilir. Şekle göre, y değişkeni sabit tutularak $x = h_1(y)$ ve $x = h_2(y)$ eğrileri, $y = c$ ve $y = d$ doğruları tarafından sınırlanan bölge x ekseni yönünde $\Delta x_i \Delta y_j$ biçimindeki dikdörtgenler art arda toplanarak x eksenine paralel olan şeridin alanı bulunur. [c, d] kapalı aralığı bu tür şeritlerle doldurulup bu küçük dikdörtgenlerin alanları toplanırsa, A alanını yaklaşık olarak bulabiliriz. Bu şekildeki küçük dikdörtgenlerin alanlarının toplamı Riemann toplamı olur. $\Delta x_i \to 0$ ve $\Delta y_j \to 0$ giderse, bu iki katlı toplamlarının limiti iki katlı integralle A alanını verir. Bu da

$$A = \iint_R dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} dx dy = \lim_{\|\Delta\| \to 0} \sum_j \sum_i \Delta x_i \Delta y_j$$

olarak yazılır.



ÖRNEK: $x = y^3$, $x + y = 2$ ve $y = 0$ eğrileri tarafından sınırlanan R bölgesinin A alanını bulunuz.



$$A = \int_0^1 \int_0^{\sqrt[3]{x}} dydx + \int_1^2 \int_0^{2-x} dydx$$

ÇÖZÜM: Bu alanı ikinci tür bölge olarak alıp iki katlı integrali bu yolla hesaplamak kolaylık sağlar. Şekilde, eğriler R bölgesi ve tipik $\Delta x_i \Delta y_j$ dikdörtgenlerinin toplamının x ekseni yönündeki şeridi görülmektedir. Buna göre art arda alınacak iki katlı integralle A alanı

$$\begin{aligned} A = \iint_R dA &= \int_0^1 \int_{y^3}^{2-y} dxdy \\ &= \int_0^1 x \Big|_{y^3}^{2-y} dy \\ &= \int_0^1 (2 - y - y^3) dy \\ &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

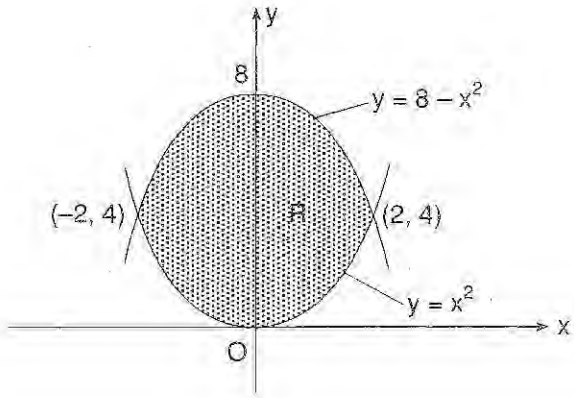
olarak bulunur.

Eğer bu R kümesini birinci tür bir bölge olarak alıp A alanını hesaplamaya kalkışsaydık,

$$A = \int_0^1 \int_0^{x^{1/3}} dydx + \int_1^2 \int_0^{2-x} dydx$$

gibi iki tane iki katlı integrali hesaplamamız gerekecekti.

ÖRNEK: $y = x^2$ ve $y = 8 - x^2$ parabolleri tarafından sınırlanan R bölgesinin alanını hesaplayınız.



ÇÖZÜM: Şekle göre A alanı

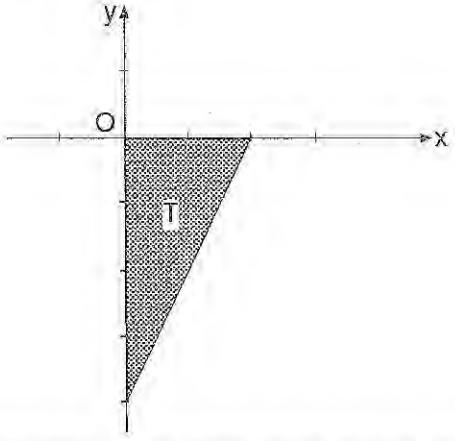
$$A = \iint_R dA$$
$$= 2\int_0^2 \int_{x^2}^{8-x^2} dydx$$
$$= 2\int_0^2 (8 - 2x^2)dx$$
$$= \frac{64}{3}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK: T kümesi, $x = 0$, $y = 0$ ve $2x - y - 4 = 0$ doğruları arasında kalan bir bölge olsun. Buna göre,

$$\iint_T \frac{2x-1}{x+1} dydx$$

integrallerini hesaplayınız.



ÇÖZÜM: T kümesini birinci tür bir bölge olarak alırsak, integral,

$$\iint_T f(x, y)dA = \int_0^2 dx \int_{2x-4}^{0} \frac{2y-1}{x+1} dy$$
$$= \int_0^2 \frac{y^2 - y}{x+1}\Big|_{2x-4}^{0} dx$$
$$= -\int_0^2 \frac{4x^2 - 16x + 16 - 2x + 4}{x+1} dx$$
$$= -2\int_0^2 \left(2x - 11 + \frac{21}{x+1}\right) dx$$

$$= -2[x^2 - 11x + 21\ln(x+1)]\Big|_0^2$$
$$= -6(7\ln 3 - 6)$$

olarak bulunur.

Eğer T kümesi ikinci tür bir bölge olarak alınsaydı,

$$\iint_T \frac{2y-1}{x+1}dxdy = \int_{-4}^{0} dy \int_0^{(y+4)/2} \frac{2y-1}{x+1}dx$$
$$= \int_{-4}^{0} (2y-1)\ln(x+1)\Big|_0^{(y+4)/2} dy$$
$$= \int_{-4}^{0} (2y-1)\ln\left(\frac{y+6}{2}\right) dy$$

olarak yazılırdı. Bu son integrali hesaplamak da ilkine göre oldukça zordur.

$x > 0$, $y > x^2$ ve $y < 2 - x^2$ olan (x, y) ikililerinin oluşturduğu R bölgesini çizerek

$$\iint_R \sqrt{x}ydxdy = \frac{16}{21}$$

olduğunu gösteriniz

Eğer $R = \{(x, y) : 0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 2\}$ ise,

$$\iint_R (8x^2 + 2y)dA = \int_0^2\int_0^2 (8x^2 + 2y)dydx$$
$$= \int_0^2\int_0^2 (8x^2 + 2y)dydx$$
$$= \int_0^2 (8x^2y + y^2)\Big|_0^2 dx$$
$$= \int_0^2 (16x^2 + 4)dx$$
$$= 50\frac{2}{3}$$

olur. R bölgesi $x^2 + y^2 \le 1$ olan birim daire ise,

$$\int_R\int \sqrt{x^2 + y^2}dxdy = \frac{2}{3}\pi$$

olarak hesaplanır.

Eğer R bölgesi $x = (4 - y^2)^{1/2}$ olan bir yarım daireyse,

$$\int_R\int xdA = \int_0^2\int_{-(4-x^2)^{1/2}}^{(4-x^2)^{1/2}} xdydx$$

$$= \int_0^2 2x\sqrt{4 - x^2}dx$$

$$= \frac{16}{3}$$

olduğu görülür. Oysa aynı integral

$$\int_R\int xdA = \int_{-2}^2\int_0^{(4-y^2)^{1/2}} xdxdy = \frac{1}{2}\int_{-2}^2 (4 - y^2)dy$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-2}^2 (4 - y^2)dy = \frac{16}{3}$$

olarak daha kolay bulunurdu.

Bir de,

$$\int_0^1\int_y^1 \tan x^2 dxdy$$

integralini hesaplayalım.

İlk bakışta

$$\int_y^1 \tan x^2 dx$$

integralini hesaplamamız gerekir. Oysa bu ihtegrali hesaplayacak hiç bir integral formülümüz yoktur. Öyleyse,

$$R = \{(x, y) : 0 \le y \le 1, y \le x \le 1\}$$

türündeki ikinci tür bölge yerine

$$R = \{(x, y): 0 \le x \le 1, \ 0 \le y \le x\}$$

biçimindeki birinci tür bölgeyi alarak integralin sırasını değiştirirsek,

$$\iint_R \tan x^2 dA = \int_0^1 \int_0^x \tan x^2 dy dx$$

olur. Buradan,

$$\begin{aligned}\int_0^1 \int_y^1 \tan x^2 dx dy &= \iint_R \tan x^2 dA \\ &= \int_0^1 \int_0^x \tan x^2 dy dx \\ &= \int_0^1 x \tan x^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \ln \sec x^2 \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{2} \ln \sec 1\end{aligned}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK: R bölgesi, y ekseni ve

$$x = \sqrt{4 - y^2}$$

eğrisi ile sınırlansın. Bu halde

$$\iint_R x dA$$

integralini hesaplayınız.

ÇÖZÜM: $R = \{(x, y): 0 \le x \le 2 \text{ ve } -\sqrt{4 - x^2} \le y \le \sqrt{4 - x^2}\}$ olduğundan,

$$\iint_R x dA = \int_0^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} x dy dx = \int_0^2 xy \Big|_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} dx = \int_0^2 2x\sqrt{4 - x^2} dx = \frac{16}{3}$$

olarak bulunur.

Aynı integrali, integral sırasını değiştirerek bir kez de siz hesaplayınız.

ÖRNEK: $R = \{(x, y): 0 \le y \le 1, y \le x \le 1\}$ veya $R = \{(x, y): 0 \le x \le 1, 0 \le y \le x\}$ olsun. Buna göre,

$$\int_0^1 \int_y^1 \tan x^2 dx dy$$

integralini hesaplayınız.

ÇÖZÜM: Burada,

$$\int_y^1 \tan x^2 dx$$

integralini hesaplamak oldukça zordur. Oysa, Fubini Teoremine göre integral sırası değiştirilirse, iki katlı integral

$$\begin{aligned}\int_0^1\int_y^1 \tan x^2 dxdy &= \int_0^1\int_0^x \tan x^2 dydx \\ &= \int_0^1 x\tan x^2 dx \\ &= \frac{1}{2}\ln\sec x^2\Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{2}\ln\sec 1\end{aligned}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK: Tabanı xy düzieminde, x ekseni, y = x doğrusu ve x = 1 ile sınırlı üçgensel taban, üstten z = x + y + 1 düzlemi ile sınırlanıyor. Meydana gelen cismin hacmini hesaplayınız.

ÇÖZÜM: Verilenlere göre, dV = (x + y + 1)dydx olduğundan

$$\begin{aligned}V &= \int_0^1\int_0^x (x + y + 1)dydx \\ &= \int_0^1 \left(xy + \frac{1}{2}x^2 + y\right)\Big|_0^x dx \\ &= \int_0^1 \left(\frac{3}{2}x^2 + x\right)dx = 1\end{aligned}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK:

$$\int_0^1\int_{x^2}^x dydx$$

integralinin gösterdiği alanı iki yolla hesaplayınız.

ÇÖZÜM: Birinci olarak,

$$A = \int_0^1 \int_{x^2}^{x} dydx$$

$$= \int_0^1 (x - x^2)dx$$

$$= \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right)\Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{6}$$

ve ikinci olarak,

$$A = \int_0^1 \int_{y}^{\sqrt{y}} dxdy$$

$$= \int_0^1 (\sqrt{y} - y)dy$$

$$= \left(\frac{2}{3}y^{3/2} - \frac{1}{2}y^2\right)\Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{6}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK: $y = x^2$ parabolü ve $y = x + 2$ doğrusu tarafından sınırlanan alanı iki katlı integral yoluyla hesaplayınız

ÇÖZÜM: Bunun için gerekli şekil çizilirse,

$$A = \int_{-1}^{2} \int_{x^2}^{x+2} dydx = \int_{-1}^{2} y\Big|_{x^2}^{x+2} dx = \frac{9}{2}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK: $R = [0, \pi/2] \times [0, \pi/2]$ olsun. Buna göre,

$$\int_R \int \cos x \sin y dxdy = \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \cos x \sin y dxdy = \int_0^{\pi/2} \sin y dy = 1$$

olur. Eğer $R = [0, 1] \times [0, 1]$ ise,

$$\int_R \int (x^2 + y)dxdy = \int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y)dxdy$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{1}{3}x^3 + xy\right)\Big|_0^1 dy$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{1}{3} + y\right) dy = \frac{5}{6}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK: $R = [-1, 1] \times [0, 1]$ olsun. $z = f(x, y) = x^2 + y^2$ yüzeyi ile sınırlanan katının hacmini hesaplayınız.

ÇÖZÜM: Buraya kadar olan bilgilerinizle,

$$\iint_R (x^2 + y^2)dxdy = \int_0^1 \int_{-1}^1 (x^2 + y^2)dxdy$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{1}{3}x^3 + y^2x\right)\Big|_{-1}^1 dy$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{2}{3} + 2y^2\right)dy = \frac{4}{3}$$

olarak bulunur.

Aynı integralleri, integral sırasını değiştirerek bir kere de siz hesaplayınız. Fubini Teoremine göre, her iki işlemden çıkacak sonuçların aynı olacağını hemen söylebilir misiniz?

ÖRNEK: $R = [-2, 1] \times [0, 1]$ ve $f(x, y) = y(x^3 - 12x)$ olsun. Bu verilen bölgeye göre Fubini Teoremini gerçekleyiniz.

ÇÖZÜM: Önce,

$$\iint_R y(x^3 - 12x)dxdy = \int_0^1 \int_{-2}^1 y(x^3 - 12x)dxdy$$

$$= \frac{57}{4}\int_0^1 ydy = \frac{57}{8}$$

olduğu kolayca hesaplanabilir. Diğer yandan,

$$\iint_R y(x^3 - 12x)dydx = \int_{-2}^1 \int_0^1 (x^3 - 12xy)dydx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-2}^1 (x^3 - 12x)dx$$

$$= \frac{57}{8}$$

olarak bulunur. Yani, integral sırası değiştirildiğinde her iki sonuç da aynı çıktı. Zaten bu sonuçların aynı çıkacağını Fubini Teoreminden bekliyorduk.

Bazı integralleri verilen hali ile hesaplamak mümkün değildir. Bunun için integral değişkeni değiştirilerek kolayca hesaplanacak hale getirilebilir.

$x = x(u, v)$ ve $y = y(u, v)$ olsun. Bu halde,

$$\iint_R f(x, y)dxdy = \int_{R'}\int f(x(u, v), y(u, v)) \left|\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}\right| dudv$$

$$= \int_{R'}\int f(x(u, v), y(u, v)) \mid J \mid dudv$$

olarak yazılır. Daha genel olarak,

$$\int_A f = \int_B (fog)|Jg|$$

olur. Yani, bu son yazılan ifadenin daha açık şekli

$$\int_A f(y_1,..., y_n)dy_1...dy_n = \int_B f(g(x_1,.....,x_n)) \left|\frac{\partial(g_1, . . ., g_n)}{\partial(x_1, . . ., x_n)}\right| dx_1 . . . dx_n$$

$$= \int_B f(g(x_1, . . ., x_n)) |Jg| dx_1 . . . dx_n$$

olarak yazılır.

ÖZET

İnsanoğlu bu vazgeçilmez kili yaratmayı ne zaman akıl etmiş? Birdenbire değil elbette. Çanak çömleğin yaratılma süreci hiç de öyle kolay gerçekleşmemiş. Hatta, kil kapların gerçek anlamda kullanılabilmesi, yani pişirmenin keşfedilmesi için binlerce yıl geçmesi gerekmiş. Bu zorlu ve maceralı deneyimin öyküsü, insanın av ve doğanın sunduğu diğer hazır yiyeceklerin peşinde koşmayı bırakıp toprağa yerleşmesi ve kendi besinini üretmesi, yani tarıma geçmesiyle birlikte başlamış. İnsanoğlunun yaklaşık İ. Ö. 10 binlerde başlayan yerleşim öyküsü ile İ. Ö. 7000 yıllarında ortaya çıkan kap kacağın yaşama girmesi arasındaki o uzun süreç, bu deneyimin birdenbire olmadığının, olamayacağının bir göstergesidir.

İnsanoğlunun kille tanışması aslında çok daha gerilere gidiyor. Az buz değil, 35 bin yıl önceden onu yoğurmayı ve biçimlendirmeyi biliyormuş. Ondan ürettiği birçok heykelcik ve kabartma figürler de bunun kanıtıdır. Çok daha sonra, yerleşik yaşama geçince, kili evini inşa etmede kullanmış. Ev tabanlarını, duvarlarını, ocağını sıvamış, damını onunla örtmüş, harcına katmış. Hasır ya da kamışlardan yaptığı depo kaplarını ve ambarlarını sıvamış. Sonra, kili ateşte pişirdiği zaman daha sağlamlaştığını fark etmiş ve heykelciklerini, takı ya da başka küçük şeyleri ateşe tutmaya başlamış. Kilin kimyasını yavaş yavaş kavramaya başladıkça, onu pişirecek ateşle de baş etmeyi ve denetimi altına almayı başarmış. Sonunda, yaşamına kap kacağın girmesiyle, daha doğrusu kili bu malzemelere taşımasıyla, Neolitik dönemin en büyük devrimlerinden birini gerçekleştirmiş.

Bu devrime yol açan asıl etkenin, insanın sulu yemeğe geçmesi olduğu düşünülüyor. Bu varsayımı destekleyen faktörler de tahılın beslenmede ağırlık kazanması, bazılarının mayalandırılmaya başlanmasıdır. Sulu malzemenin konulması için gereksinim duyulan ve bunun sonucunda da kabın doğmasına neden olan çömleğin öyküsü işte burada başlıyor. Şaşırtıcı gelebilir, ama arpadan elde edilen bira da bu kapların içini dolduran ilk malzemelerden sayılıyor. Dışarıya su sızdırmaması için onu sürtmesi, açıklaması ya da hangi tür kilin hangi tip fırın ve sıcaklıkta nasıl bir renk ve nasıl bir kalitede olacağını deneye yanıla öğrenmesi, insanoğlunun geçirdiği yaratım sürecinin aşamalarıdır.

Tüm bunlardan sonra süslenen, bezenen kap artık bir kültürün parçasıdır. İnsanoğlu ona inancını, düşüncesini, zevkini, gördüklerini taşımaya başlar. Prestij malzemesi olarak evinin en baş köşesine koyabilir ya da dinsel törenlerde kullanabilir. Onun için artık çok amaçlı bir malzemedir. Dahası, üzerinde soyutlamalar yapabilir, çeşitli üsluplar deneyebilir. Sonuçta, yazının olmadığı tarihöncesi çağlar için insanın ve yarattığı kültürün aynası olarak ayrı bir anlam kazandırır kaplara.

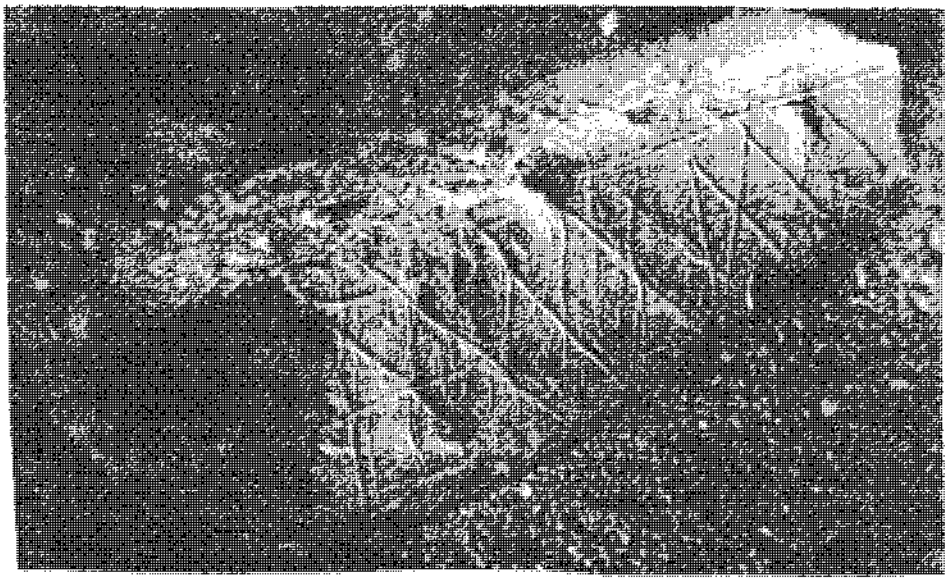
Çağlar ilerledikçe, bin yıllar geçtikçe, kilin dışında başka malzemeleri de keşfeder.

Önce bakırı, sonra tuncu dener. Olağanüstü güzellikteki tunç kaplar, İ. Ö. 3000 yıllarında artık kıralların ve tapınakların prestijli malıdır. Zenginliğin ve gücün göstergeleri olmalarına karşın, bereketin ve korunmanın istenci hiç bir zaman yok olmaz kapların üzerinden. Farklı motifler ve biçimlerde, gümüş, altın, bronz ya da kil kapta olsun, bu kavramlar anlamını yitirmeden taşınagelir bin yılların ötesinden.

Kilin insan yaşamına geçişi böyle olmuştur. Değişik halklarda kullanılan kilin en önemli matematiksel belgelerini Mezopotamya'da, Mısır'da, Çin'de, Mayalar'da ve Ortadoğu'da görürüz. Özellikle Mezopotamya bu kil tabletlerde en ön sırada gelir. Matematik içerikli tabletlerin yanı sıra çok sayıda değişik tabletler yine bu yerleşim yerlerinde bulunmuştur.

Halklar, kil tabletlerin dışında daha başka cisimler üzerine de yazılar ve şekiller yapmışlardır. Fakat doğaya dayanamayanlar, zamanla yok olmuşlardır. Taşlar üzerine yazılan yazıların bazıları zamanımıza kadar gelebilmiştir.

İnsanların çakıl taşlarından bilgisayarlara geçmeleri çok uzun yıllar sonra olmuştur. Hatta modern insanların davranışları sanılandan çok çok önceleri başlamış ve bugüne kadar gelmiştir.



Anatomik olarak modern insanın yaklaşık 100.000 yıl önce Afrika'da ortaya çıktığı yolunda genetik ve fosil bulguların ortaya çıkması çok yeni değildir. Antropologların asıl merak ettiğiyse, modern insan davranışı denen ve örneğin soyut ya da tanımlayıcı görüntüler çizme gibi bilişsel etkinlikleri içeren davranışların ne zaman ortaya çıkmış olduğudur. Bu konuda şimdiye kadar iki görüş çarpışıyordu. Avrupa'da Üst Paleolitik

dönem Afrika'daysa Geç Taş devrine ait buluntulara dayanarak modern insan davranışının bundan 40 - 50 bin yıl önce aniden ortaya çıktığını öne süren görüş ve bu davranışların Afrika Orta Taş Devri süresince bundan 250.000 - 40.000 öncesinde yavaş bir süreçle ortaya çıktığını savunan görüştür. Afrika'da Büyük Sahra'nın güneyindeki bölgede bu süre boyunca teknolojide, ekonomide ve sosyal organizasyondaki değişimlerle, sembolik ifadenin ortaya çıktığını belgeleyen arkeolojik bulgular, ikinci görüşü doğrular niteliktedir. Bu değişimin örnekleri olarak standart biçimli taş ve kemikten aletler, balık avcılığı gibi karın doyurmaya yönelik yaratıcı stratejilerle aşı taşı denen demir oksit ve bundan yapılan kırmızı aşı boyası kullanımı gösteriliyor.

Aşı taşı ve boyası kullanımı, 100.000 yıldan daha genç olan tüm orta ve güney Afrika yerleşimlerinde görülüyor.

Antropologlar, aşı boyasından yalnızca işlevsel olarak örneğin deriyi korumak ya da hayvan postlarını boyamak için yararlanılmış olabileceği gibi, sembolik mesajlar iletmek için de kullanılmış olabileceğini düşünüyorlar. Bunun kanıtları olarak da kalem biçimi verilmiş kırmızı aşı taşı parçalarının yaygın olarak bulunması gösteriliyor. Şimdiye kadar 40.000 yıldan daha öncesine ait aşı taşı parçalarında modern insan davranışına kanıt oluşturacak soyut ya da tanımsal görüntüleme çabalarına rastlanmamıştı. Ancak, Amerikalı, Fransız, Güney Afrikalı, İngiliz ve Norveçli antropologlardan kurulu bir araştırma ekibinin Güney Afrikalı Blombos Mağarası'nda buldukları iki aşı taşı parçası, modern insan davranışının sanılandan çok daha önce ortaya çıktığını tartışmasız biçimde gösteriyor.

Taşlar üzerinde düzenle oluşturulmuş çapraz çizgiler ve çizgilerin bulunduğu yüzeylerin daha önce özenle traşlanmış olması, araştırmacılara göre soyut bir anlatım için bilinçli olarak yapılmış bir eylemin ürünüdür. Antropologlar, çağdaş tarihlendirme teknikleri kullanarak aşı taşlarının 77.000 yıl öncesine ait olduğunu ortaya çıkarmışlar. Bu durumda varılan sonuç, Afrika'da modern insan davranışının, Avrupa'dakinden en az 35.000 yıl önce ortaya çıkmış olduğudur.

Hatta Anadolu'da yaylalarda çobanlar bu kırmızı taşı döverek toz haline getirirler, suyla karıştırarak kırmızı boya yaparlar. Aynı sürüdeki farklı kişilerin koyunlarına bu kırmızı boyadan sırtlarının belli yerlerine sürerek ayırtederler. Ayrıca, kütükleri elle biçen hizarcılar da bu boya ile ipi, boyar ve çırparak doğrusal bir yol elde ederler. Yani bu kırmızı taş boyasının kullanılması bize çok eski atalarımızdan kalmıştır.

Eski insanlar zamanımızdan çok eskilerde bu kırmızı taşın boyasını kullanarak saymayı gösteren işaretleri ve çizgileri boyamışlardır. En eski boyalı işaretler bunlardır. Yine eski insanların doğada bulunan doğal boyaları ürettikleri ve kullandıklarını biliyoruz. Dünyanın geri kalmış bölgelerindeki halkları bu doğal boyaları halen kullanmaktadırlar.

İnsanlara ilişkin sayısal kayıtlar oldukça eskidir. Bilinen en eski kayıt örnekleri Güney Afrika'da Svazilan'da yapılan kazılarda bulunmuştur. Bu kalıntılar yaklaşık olarak İ. Ö. 35.000 yıllarına aittir. Bu buluntu bir babunun bacak kemiğidir. Kemiğin üzerine kazınmış 29 çentik vardır. Bu kemik üzerindeki çentikler Namibya'da zamanı ölçmek için kullanılan takvim sopalarına benzemektedir.

Neolitik çağa ait kemikler Batı Avrupa'da bulunmuşlardır. Çek Cumhuriyeti'nde bulunan bir kurt kolkemiği İ. Ö. 35.000 yıllarına aittir. Bu kemiğin iki yüzünde beşli gruplar halinde ikili dizi oluşturan 55 tane çentik çok ilginçtir. Bu çentik büyük bir olasılıkla avlanan hayvanların sayısını, ya da bir çobanın güttüğü hayvanların sayısını ya da takvimi gösteriyordu.

Uğan'da ve Demokratik Kengo arasında bulunan Edward Gölü kıyılarında bulunan çentikli kemikler İ. Ö. 20.000 yıllarına aittir. Bunlar da dolunay ve zamanla ilgilidir. Bir yerde ilk takvimdir.

İnsanlar yazıya geçmeden önce işaretler ve seslerle anlaşıyorlardı. Yine konuşmalarında sözlü sayılamaları vardı. Gereksinim duyduğu sayılar sözlüydü. Yazının bulunuşu ile yazılı sayılamanın tarihleri arasında bir ilişki vardı. İnsanlar konuşmalarını kayda geçirdikleri dönemlerden çok önceleri sayılamaları değişik araçların üzerine çentiklerle işaretliyorlardı. Bunların dayanıklı olanları zamanımıza kadar gelebilmişlerdir. Dayanıksız olanları doğaya yenik düşmüşlerdir.

İnsanların konuşma dilini kayda geçirmeleri gibi gereksinimleri olan sayılamaları da kayda geçirmeyi düşünmüşlerdir. Bu sayılamalar böylece sürekli ve kalıcı olmuştur. Bu şekilde sayılar ve sayılamalar kavramayı, düşünceyi ve zamanla ilerlemeyi getirmişlerdir. Düşünce bu biçimde saklanmış ve gelecek kuşaklara bilgiler iletilmiştir.

Sözcüklerin ifade edilişi gibi sayıların rakamlarla yazılışları da bir kurala bağlanmış ve sayılar yazılmıştır. Örneğin bugün kullandığımız 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ve 0 rakamları her türlü sayıyı yazmamıza yeterlidir. Yazının tarihi ile sayısal gösterimlerin keşifleri arasında kesin bir ilişki vardır. Sayma ve sayılama daha eskidir.

Sayıların yazımlarında değişik ülkeler farklı rakamlar kullandıkları gibi zamanla rakamlarını ve sayılamalarını bile değiştirmişlerdir. Böylece, sayılama da bir evrim geçirmiştir. Her uygarlığın kendine özgü rakamlarının ve sayılama kurallarının olması kaçınılmaz olmuştur. Özellikle aritmetik olarak söyleyebileceğimiz hesap işlemleri öncelikle ele alınmıştır. Bunlar toplama, çıkarma, çarpma ve bölme biçiminde sıralanmıştır. Zamanla aritmetiğe yeni işlemler de sokulmuştur.

İnsanların kullandıkları dilin yazıya geçirilmesi ile sayılamanın yazıya geçirilmesi arasında çok farklılıklar vardır. Sözcüklerin yazıya geçirilmesinde matematiksel bir kural yoktur. Yazı, belli anlamları olan ortak uylaşımlar olduğu halde, aritmetik ve sa-

yılamalar kesin kalıplar kurallarıdır. Zihinden geçen sayım işlemleri belli kurallarla ifade etme aritmetiğin kendisidir. Böylece aritmetikte işaretler doğmuştur. Yazı karakterleri bir dile göndermede bulunduğu halde, sayısal bir gösterimin işaretleri sözlü bir dilin seslerinden çok daha fazla yapılanmış bir düşüncenin ve ruh durumunun öğeleriyle ilişkilidir. Sayılama ve aritmetik bu zihinsel düşüncenin işaretlerle ifade edilmesi sanatıdır. Örneğin, rakamların bulundukları yerlere göre basamak değeri alması en önemli kurallardan biridir. Birinci basamak birleri, ikinci basamak onları, üçüncü basamak yüzleri,... anlatır.

İnsanların sayılamalarda bir de taban kullanması önemlidir. İnsanlar sayıları tarih boyunca ikili, üçlü, beşli, onlu, on ikili, yirmili, altmışlı ve yüzlü tabanlarla yazmışlardır. Bunların bazıları az da olsa kullanılır. Sayısal bir gösterim için belli bir taban alınır ve bu tabana göre rakamlar denilen işaretlerle bu sayılar yazılır. Kertikler ve çizgiler atma dönemlerini bir yana bırakırsak yazılı sayılamamız aşağı yukarı beş bin yıldan daha öncedir. Bu süre içinde tek tür rakamlar kullanmamışlar ve tek tür bir sayılama da yapmamışlardır. Bunların içinde iyi ve kullanışlı olanları tutunmuş, diğerleri de kullanımdan kalkmıştır. Sayısal gösterimlerden Hint rakamları ve sayılamaları en yaygın olarak halen kullanılmaktadır.

Tarih boyunca sayılamalar, toplamalı, melez ve konumlu sayılamalar olarak birbirini izlemiştir. Toplamalı sayılamalar toplama ve çıkarma ilkesine dayanır. Romen rakamlarıyla sayılama bu türdedir. Melez sayılamalar toplama ve çarpma ilkesine göre yazılmadır. Konumlu sayılama da, rakamların bulundukları yerlere göre basamak değerini almasıdır. Zaten konumlu yazılımlar matematikte son aşamadır ve dünyaya Hint matematiğiyle girmiştir. Matematik, konumlu sayılamaya tam on beş yüzyıl içinde ulaşmıştır. Yok sayısını da sıfır işareti (0) ile göstererek on rakamla tüm sayıları yazabilme becerisini elde etmiştir. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamları Hindistan'da doğmuş ve tüm dünyaya buradan yayılmıştır.

Matematik tarihi boyunca aritmetik dediğimiz toplama, çıkarma, çarpma ve bölmeler, zamana bağlı olarak parmakların sayımı, çakıl taşlarının saymada kullanılması, renkli ipler ve düğümlerin kullanılması, boncuklar, tohumlar, bambu çubukları, abaküs diyebileceğimiz jetonlu tablalar, mumlu ya da tozlu yüzeyler kullanılarak belli bir süreçte evrim geçirerek sıfır kavramı ile bugüne ulaşmıştır. Bu aşamaların her biri matematik tarihinde birer kilometre taşları denen kertiklerdir. Evrim, geriye dönüşü olmadığı için matematiğin evrimi de geriye olmamış, hep ileriye ve güzele olmuştur.

Bugün kullandığımız Hint rakamları ve Hint matematiği Hindistan'da beşinci ile altıncı yüzyıllarda ortaya çıkmasına karşın, bu matematiğin yaygın olarak kullanılması çok sonraları olmuştur. Bir buluşun bulunmasından çok sonraki yüzyıllarda kullanılması bir yerde doğaldır. Ama bugün kanseri ya da aids hastalığını önleyecek veya yok edecek bir ilaç bulunsa tüm dünya hemen kullanır. Bilim evrenseldir.

Matematikte bu kullanım bazen bazı tarikatların tekelinde bazen de bazı ulusların gizli bir sır gibi saklamaları şeklinde olmuştur. Pisagorcular buna en iyi örnektir. Avrupalılar, Hint rakamlarıyla hesap yapmaları yasalarla yasaklamışlardır. Kıskanç olan bazı kişilerin kendi buluşlarını sakladıkları da olmuştur. Bazı bilgiler de, savaşlar, salgın hastalıklar, depremler ve sel gibi doğal yıkımlarla yok olmuşlar ya da toprak altında kalmışlardır.

Matematiksel açıdan bu gelişimi şöyle özetleyebiliriz.

İnsanoğlunun evrimin ilk başlarında sayı kavramı hakkında fazla bir yeteneği yoktu. Hayvanların bazılarının da beş ve on parmağı olduğu halde yıllardan beri halen parmaklarıyla saymaya geçememişlerdir. Oysa insan oğlunun zekasıyla parmaklarını sayarak ya da vücudunda bulunan parçalarla saymaya geçtiği bir gerçektir. Böylece, insanlarla hayvanları ayıran tek organ beyinleridir. İnsanlar beyinlerini kullanarak önce vücut parçaları ile saymaya yönelmiştir. Beş parmak yetmeyince diğer elindeki parmakları, onlar da yetmeyince ayak parmaklarını saymıştır. Zamanla parmaklara organlarının başka parçalarını da sokarak saymaları ileri götürmüşlerdir.

Denizde bulunan balıklar, karada yaşayan hayvanlar ve havada uçan kuşlar biz insanoğlundan çok daha eski olmalarına karşın hiç birisi sayamamış, ameliyat yapmamış ve uçağı uçuramamıştır. Buradan hemen insanoğlu ile hayvanlar arasındaki farkı görebiliyoruz. İnsanlar hep doyurucu sonuçlar bulur, güçlükleri yener, sorunlara çözümler bulur ve somut yöntemler geliştirir. Aletler yapar ve onları kullanır. Şüphesiz ilk atalarımızda bunlar azdı. Geçirdiği evrim boyunca bu becerilerini geliştirdi, parmak ve bedeninin parçalarıyla saymayı oluşturdu.

Zamanla bedenin parçaları birer sayı dili oldu. Sayıların özelliklerini zihninde geliştirdi, bunları eşyalara uygulamayı düşündü. Bu düşünce sonunda işaretlere geçmeye başladı. Sayılarla eşyalar arasında bire bir eşlemeyi kavradı. Yavaş yavaş somuttan soyuta yöneldi. Bu da düşünme sisteminde bir devrim oldu. Sözlü ifade etmeleri ve işmarlarla göstermeleri işaretlere bağladı. Böylece yazılı sayma biçimine geçti. Kazınmış, çizilmiş, boyanmış, kertilmiş, taş üzerine oyulmuş ve doğal boyalarla boyanmış işaretler böyle oluştu.

Sayıları işaretlerle gösterirken sayılamada tabana gereksinme duyuldu. İnsanların ellerinde on parmaklarının olması nedeniyle tarih boyunca en yaygın olan on tabanı kullanıldı. Elin parmakları, çakıl taşları, boncuklar, çubuklar ve ip düğümleri gibi araçlarla yavaş yavaş hesabın ve aritmetiğin işlemlerinde somuttan soyuta ulaşıldı. Bu tarihi süreç yüzlerce yıl sürdü.

İ. Ö. 35.000 ile İ. Ö. 20.000 yılları arasında insanlara sayı kavramı olarak kertikli kemikler hizmet etmiştir. Bu dönemin insanları ve çobanları bu kertikleri kemikler üzerine kazımamışlardır. Daha çok kertikli sopalar kullanılmıştır. Yalnız kertikli sopalar

doğaya karşı az dayanıklı olduğu için bunlar yok olmuşlar, sadece doğaya dayanıklı olan kemikler ve taşlar üzerine kazınmış kertikler zamanımıza kadar gelebilmiştir. Bu kertiklerin tam amacı bilinmese de saymada kullanıldığı tahmin ediliyor. Bu yıllara ait çok sayıda kertikli kemikler bulunmuştur. Bunların içinde en ilginci otuz beş bin yıl öncesine ait Çekoslavak kurt kemiği üzerindeki çentiklerdir. Bu centiklerin beşli gruplarla kazınması ilginçtir.

İ. Ö. 20.000 yıllarında Avrupa'da ilk kez insanlar tarafından kayaların ve mağara duvarlarının üzerine kazınmış, boyanmış ya da çizilmiş resimler vardır. Bu çizgiler ve resimler bilinen en eski insanların düşüncelerini yansıttıkları için ilginçtir. Bu resimlerde av sahneleri, hayvanların avlanması, balık tutulması gibi betimlemeler vardır.

İ. Ö. IX. ve İ. Ö. VI. bin yılları arasında Anadolu'da Beldibi, Mezopotomya'nın birçok yerinde, İran'da, Sudan'da, Filistin'de ve Suriye'de çok değişik boyda geometrik biçimle şekiller görülür. Koniler, diskler, küreler, bilyeler, çubuklar, dört yüzlüler ve kilden yapılmış cisimle hesaplar yapılmıştır. Bu şekiller insan zekasının matematikte kullandığı işaretleridir. Bu halklar İ. Ö. IX. ile İ. Ö. II. bin yılları boyunca bu bölgelerde bu şekillerle hesaplamalarını sürdürmüşler, böylece Sümerler ve ilk Elamlar rakamsal işaretlere geçmişlerdir. Yine İ. Ö. VI. ile İ. Ö. V. bin yılları arasında Yakın Doğu'da, seramikler, tuğlalar ve pişmiş kil tabletler üzerine çivi yazılarını ve matematiklerini kaydetmişlerdir. Bu biçimdeki ilk kayıtlar Elam ve Sümer halklarında görülmüştür. Yine bu yüzyıllarda Çatalhöyük ve Mezopotamya'da damga mühürler kullanılmıştır. Sümerlerde, altmış tabanlı sayılama sistemi önce sözlü, daha sonra da yazılı olarak tabletlere geçmiştir. Bu altmış tabanlı sayılama sistemi çok sonraları Babillilerden Yunanlılar ve Müslüman olan ya da olmayan halklar aracılığıyla Avrupa'ya taşınmıştır. Altmış tabanına göre saatler, dakikalar ve saniyeler zaman, açı ve yay ölçümlerinde kullanılmış ve halen kullanımı devam etmektedir.

İ. Ö. 3500 yıllarında Elam'da ve Mezopotamya'da ilk silindir mühürler görülür. Bu silindirler daha çok taşlar üzerine kazanmış işaretlidir. Bu silindir mühürleri daha çok yetkili ileri gelir kimseler kullanıyordu. İ. Ö. 3300 ile İ. Ö. 3200 yılları arasında Sümer'lerin çivi yazısı rakamları ile ilk Elamların rakamları aynı zamanda görülür. Bu rakamlar ve çivi yazılarının kullanımı ve gelişimi İ. Ö. 3100 yılına kadar sürer.

İ. Ö. 3000 ile İ. Ö. 2900 yılları arasında Eski İran'da ilk Elam yazıları görülür ve bu tarihler arasında Mısırlıların hiyerolif yazıları ve sayıları kullanıma girer. İ. Ö. 2700 yıllarında Sümerlerin çivi rakamı yazıları tam olarak kurallarıyla birlikte ortaya çıkar.

İ. Ö. 2700 ile İ. Ö. 2300 yılları arasında Sümerler aritmetik işlemlerinde abaküsü bulurlar ve daha önce işlemlerde kullandıkları kil araçları terkederler. Aslında Sümerlerin çörküsü (abaküsü) önceden çizilmiş art arda sütunların bulunduğu bir çizelgedir. Küçük bilyeler ya da saz yongalarıyla hesaplarını yaparlar. Bu çörküde birazda olsa basamak değerine geçme vardır diyebiliriz. Bu çizelgeler altmış tabanına göre basamak değeri alıyorlardı.

İ. Ö. 2600 ile İ. Ö. 2500 yılları arasında Mısırlıların hiyeratik işlek yazıları ve rakamları ortaya çıkar. İ. Ö. 2350 yıllarında Mezopotamyalı Samileri Sümerlerin çivi yazısını alır ve Akad yazısı böyle doğar. Bu Akad yazısından da Babil ve Asur yazıları ortaya çıkacaktır. Ardından bu çivi yazıları Suriye'de Elba'da kil tabletler üzerine yazılır. Bu yazılar Ugaritçeye, Fenikeceye ve İbraniyeceye yakın bir Batı Sami lehçesini kayda geçiren bir çivi yazısıdır.

İ. Ö. 2300 yıllarında Hindistan ve Pakistan'da ilk Hint yazıları görülür. Mezopotamyalı Samileri daha önceki çivi sayılanmasını ondalık tabana uyarlarlar ve bilginler halen altmış tabanlı sayılamaya devam ederler. Samiler, eski Sümer çörküsünü tümden değiştirirler. Bilyeler ve ağaç yongalarıyla işlemleri daha iyi yaparlar.

İ. Ö. 2000 ile İ. Ö. 1660 yılları arasında Girit'te ve Kıbrıs'ta saymanlık belgeleri görülür. Giritte doğrusal A ve doğrusal B rakamları ve hesapları ortaya çıkar. İ. Ö. 1900 ile İ. Ö. 1600 yılları arasında, Sümerlerin çivi yazısı yerini Mezopotamyalı Samilerin çivi yazısına bırakır. Bu yazı tüm doğuya yayılır ve sayılamalar da on tabanlıdır. Her ne kadar konumlu altmış tabanlı bilgin sayılaması bu dönemde kullanılsa da, bu dizgede henüz sıfır anlamı yoktur ve bu dizge sıfırı içermez.

İ. Ö. 1700 yıllarında Mısırlıların yazılı sayılamalarında hiyerolif ve hiyeratik rakamlarını kullanırlar. İ. Ö. 1600 yıllarına doğru Mısırlılar hiyeratik rakamlarının çizgesel evriminin sonlarına gelinmiştir. Sümerler İ. Ö. 1500 yıllarında tümüyle alfabetik olan ilk yazıyı yani ilk alfabeyi icat ederler. Dilin tüm sözcüklerini sesli harfleri kullanarak yazarlar. Bu yüzyılda Anadolu'daki Hititler kendi hiyerolif çivi yazısını geliştirirler. İ. Ö. 1300 ile İ. Ö. 1200 yılları arasında Girit'te, Suriye'de değişik dillerin alfabesi oluşturulur. Girit'te doğrusal A matematiğinin değiştirilmesiyle elde edilen doğrusal B matematiği oluşturulur. Bu sistem Kıbrıs'ta ve Hitit'lerde de görülür.

İ. Ö. 1400 yıllarında eski Çinlilerin ilk yazıları Xiao'da görülür. Burada bulunan Çin rakamları kemik ya da bağa denen kablumbağa kemiklerine yazılmıştır. Çin sayılamasının ilk örnekleri bunlardır.

İ. Ö. 1200 yıllarında Fenikeliler gibi diğer halklar da kendi alfabelerini oluştururlar. Bu alfabelerden esinlenen sonraki Avrupalılar kendi alfabelerini yapacaklardır.

İ. Ö. IX. yüzyılda, Fenikelilerin 22 harfinden türeyen İbrani karakterli alfabe oluşturulur. İbranililer yine bu yüzyılda Mısırlıların hiyeratik rakamlarını alarak kendi sayılamalarını düzenlerler. Fenike kökenli alfabeden Akdeniz yöresindeki ve yakındoğudaki Aramiler, İbraniler, Yunanlılar ve diğer halklar kendi alfabelerini oluşturarak kullanırlar. Artık oluşan alfabeler moderndir. İ. Ö. VIII. yüzyılda Mısırlıların hiyeratik yazısından Mısırlıların demotik yazıları ve rakamları ortaya çıkar. Etrüsk alfabesi ve rakamları bu yüzyılda oluşturulur. Arami sayılaması, eski Latin yazısı ve rakamları, Yunan sayılaması bu dönemin ürünleridir.

İ. Ö. VI. ve V. yüzyıllarda, Kolomb öncesi Orta Amerikasında Zapotek yazısı, 20 tabanına göre yazılan Zabotek rakamları görülür. Orta Amerika'da Mayalar, Mixtekler, Aztekler, Apaçiler, Maidular ve Havasupailer, çeşitli renklerde sicimlere boncuklar ve kavkılar dizerek hesaplar yapmışlar ve takvimler düzenlemişlerdir. Güney Amerikalı İnkalar taştan, pişmiş topraktan ya ağaçlardan yapılmış ya da yere çizilmiş abaküs diyebileceğimiz çizelgeyle çakıl taşları, fasulye veya mısır tanelerini ve tohumları kullanarak hesaplarını ilerletmişlerdir. Yine bu dönemde Arami yazısı yayılır ve Asur-Babil kökenli çivi yazısının yerini alır.

İ. Ö. V. yüzyılın Yunan abaküslerinin, Yunan sayılamasının Helen dünyasına yayılışı, Saba yazıtlarının ve sayılamasının Güney Arabistan'da görülüşü hep bu dönemde ortaya çıkar.

İ. Ö. IV. ve III. yüzyıl boyunca Yunan sayılaması ve Yunan Matematiğinin egemen olduğu çağdır. İ. Ö. III. yüzyılda Hindistan'da İmparator Asoka fermanlarında ve duvar yazılarında Brahmi yazısı ve rakamları görülür. İlk Hint yazısı ve rakamlarının kökeni bu Brahmi karakterleridir. Brahmi yazı ve rakamlarından sonra Hindistan'da ve yöresinde değişik çok sayıda yazılar ve rakamlar görülecektir.

İ. Ö. II. yüzyılda Çinli Çai-Lun kağıdı icat eder. Ağaç üzerine harf kalıpları yapılarak baskılar yapılır. Çinlilerin abaküsleri bu dönemde görülür. Hesap tahtalarında tohumlar, fildişi ve bambu çubukları kullanılır. Bu çağda İbranililerin dört köşeli yazıları ve rakamları ortaya çıkar.

İ. Ö. II. ile İ. S. III. yüzyılları arasında Hint rakamları ve Hint matematiği çağıdır. Brahmilerin dokuz rakamıyla hesaplar yapılır. Aynı işlem türü Mağripli ve Edülüs aritmetikçilerinde bu hesap yöntemi görülür. Hesap masası ismi verilen, un, kül, toz, kum ya da ince toprakla kaplı yüzey üzerinde sivri uçlu çubuklarla hesaplar yapılır. Bu hesap tahtası daha çok Araplar, Türkler ve Farslılar tarafından kullanılmıştır.

İ. Ö. I. yüzyıllarda Roma çörkü görülür. Bu çörkü ardışık sütunlardan oluşan bir tür çizelgedir. Mum tabletleri de bu dönemde kullanılmıştır. Miladi yılın başlarında eski Arami yazısının bir kolundan gelişen Arap yazısı ortaya çıkar. Arap rakamları çok daha sonra bulunacaktır.

I. ile IV. yüzyıllar arasında Romalıların cep çörkü, doğuda sayı boncukları hesap yapmada kullanımını sürdürür. Romalıların Latin alfabesi işleklik kazanır. Maya yazıları ve rakamları Maya gökbilimcileri tarafından kullanılır. Eski Cermen alfabesi oluşur. Kafkasya'da Gürcü alfabesi ortaya çıkar. Etopya rakamları yine IV. yüzyılda kullanılır. Gotik alfabe bu sıralarda oluşturulur.

IV. ve V. yüzyıllarda Hindistan'da, Nepal'de, Tibette ve Türkistan'da Gupta denilen Hint yazıları ve rakamları dönemidir. Brahmi rakamlarından türeyen dokuz Hint rakam-

larıyla hesaplar yapılır ve bu hesaplamada ilk kez rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değerini alır. V. yüzyılda sıfırı gösteren küçük yuvarlak daire ya da nokta işareti kullanılır. Böylece, Hint ondalık konumlu ve sıfırlı Hint matematiği ortaya çıkar. Bundan sonra bu Hint hesap yöntemi tüm dünyaya buradan yayılacaktır.

IV. ile IX. yüzyıllar arasında Maya uygarlığının gökbilimcileri 20 tabanlı sayılama sistemleri ile hesaplarını ve duyarlı takvimlerini yaparlar. V. yüzyılda Arap yazısının Kufi ve Nashi yazı türleri İslamiyetten önce görülür. İrlanda ve Galler ülkesinde Kelt yazıları oluşturulur.

510 yıllarında Hint gökbilimcisi ve matematikçisi Aryabhata sıfır dahil on rakamla ondalık tabana dayalı konumlu çok özel bir sayısal gösterimi icat eder. Aryabhata kare ve küpkökleri hesaplar.

628 yıllarında yine Hintli gökbilimci ve matematikçi Brahmagupta genç yaşta, sıfır dahil on rakamla on tabanlı ve konumlu hesaplamalarını büyük bir ustalıkta yazdığı Brahmasphutasiddhanta isimli kitabını yayınlar. 773 yılında El Memun'un sarayına getirilen ve Arapçaya çevirilen ilk matematik ve gökbilimi kitabı budur.

VII. ve VIII. yüzyıllar arasında Hint kökenli matematik yöntemleri, Bengali, Gucarati, Oriya, Kaithi, Maithili, Maniquri, Marathi, Marwari, Nagari, Khmer, Malay, Çam, Kawi, Kamboçya, Çampa, Cava, Malezya, Bali, Borneo, Tamil, Malayalam, Tulu, Telugu, Kannara gibi ülkelere yayılır. Batıya Abbasi halifeleri aracılığıyla Bağdat, Ortadoğu, Kuzey Afrika, İspanya ve Fransa'ya geçer. VIII. yüzyılda, Hint kökenli rahiplerin etkisiyle Çinliler sayı çubuklu ve ondalık konumlu sayılamasında sıfır görülür. Bu yüzyılda Hint matematiği İslam dünyasına girer ve hızla batıya yayılır. VIII. ve XI. yüzyıllar arasında İskandinav yazıtları görülür.

820 ile 850 yılları Türk dünyasında ve İslam ülkelerinde Harzemşahlı bir Türk olan El Harizmi dönemidir. Hint kökenli Hint rakamlarını ve Hint hesaplama yöntemini kullanan Harizmi, batıya en çok etkili olmuş bir matematikçidir.

IX. yüzyılda Kuzey Afrikalı Endülüs Emevileri Arapların Ghubar ya da Gobar denen Hint rakamlarını Ortaçağ ile Rönesans Avrupasının rakamlarının ilki olan biçimlerini İspanya yoluyla Avrupa'ya sokacaklardır.

IX. yüzyılda Sharada tipi Hint yazısı ve rakamları Güney Doğu Asya ülkelerine yayılmıştır. Bulgarların Kiril alfabesi, Japon yazısı ve Rus alfabesi oluşturulmuştur.

999 yılında II. Sylvestre unvanıyla anılan papa Aurillaclı Gerbert, İspanya'ya yaptığı bir yolculuk sırasında Endülüs Emevileri aracılığıyla İspanya'ya getirilen ve yanlışlıkla Arap rakamları denen Hint rakamlarıyla hesap yapmayı öğrenir. Bu hesap yapma yöntemini Avrupa'ya tanıtır. Bu rakamları hesap çörkülerinde kullanır. Gerbert'in

kullandığı dokuz rakamın içinde sıfır yoktur. Gerbert'in kullandığı bu rakamlar Müslüman olmayan İspanya kaynaklı iki elyazmasında görülür. X. ve XII. yüzyıllar arasında, Gerbert'in bu rakamları öğrencileri tarafından Avrupa'ya yayılır.

1041 yılında Çinliler ilk matbaayı icat ederler. On ikinci yüzyılda sıfırı da içinde bulunduran Hint rakamları ve Hint hesap yöntemi Harizmi'nin Cebir kitabıyla Avrupa'ya girerek yerleşir. Bu yüzyılda Meksika'da Aztek yazısı görülür.

XII. ile XIV. yüzyıllar arasında Roma rakamlarını savunanlarla Hint rakamlarını savunanlar arasında kavga dönemidir. Bu kavgadan Hint rakamları üstün çıkmıştır.

Pizalı İtalyan matematikçisi Leonardo Fibonacci 1202 yılında Kuzey Afrika'ya ve Yakın Doğu'ya yaptığı gezilerde Hint rakamlarıyla hesap yapma sanatını öğrenir ve Liber Abaci isimli kitabını yayınlar. Bu kitap Hint matematik yöntemlerinin Avrupa'ya yayılmasında çok etkili olur.

XIII. yüzyılda Çin'de sayı boncukları hesap yapmada kullanılmıştır. Bu boncuklu hesap makinesi bir tür abaküstür. Bu abaküste on tabanı kullanılmış ve konum aritmetiği korunmuştur. Çinliler bu araçla çok hızlı ve doğru işlemler yapmışlardır. Bu sayı boncuğu ile hesap yapan aracın Rusya'daki ismi şotidir. İran ve Afaganistan'da koreis denir. Ermenistan'da kulba, Çin'de suan pan ve Japonya'da soroban ismiyle kullanılmıştır.

1540 yılında Almanya'da Mainz'da Johannes Gensfelish Gutenberg işlek matbaayı yeniden icat etmiştir. Bu da Avrupa'da yeni bir çağın açılışını sağlamıştır. Hint rakamlarının kullanımı XV. ile XVI. yüzyıllarda devam eder. Daha sonra matbaa harflerine girer. Bu rakamlarla 1478 yılında Trevise Aritmetik isimli kitap basılır.

Fransız matematikçisi Blaise Pascal, $m \geq 2$ olan tamsayılar için m tabanlı sayılama dizgesini oluşturur. Böylece, başlangıçtan bu yana aşağıdaki sayılamalar matematik tarihinde önemli aşamalardır.

– 3300 Sümer sayılaması
– 3000 Mısır sayılaması (hieroglif)
– 2900 Proto-Elam sayılaması (2. dizge) (İran)
– 2500 Mısır sayılaması (hieratik)
– 2350 Asur-Babil sayılaması (yaygın)
– 2000 Mari sayılaması
– 1850 Babil sayılaması (bilgin)
– 1800 Girit sayılaması (Egrusal A)
– 1600 Girit sayılaması (hieroglif)
– 1400 Hitit sayılaması (hieroglif)
– 1350 Çin sayılaması (yaygın)

– 1350	Girit sayılaması (doğrusal B)
– 750	Mısır sayılaması (demotik)
– 750	Arami sayılaması
– 650	Etrüsk sayılaması
– 550	Fenike sayılaması
– 500	Yunan sayılaması (akrofonik)
– 500	Güney Arap sayılaması (Minalılar ve Sabalılar)
– 500	Roma sayılaması
– 450	Zapotek sayılaması
– 350	Yunan sayılaması (alfabetik)
– 260	Karoşti sayılaması (Kuzeybatı Hindistan)
– 260	Brahmi sayılaması (Hindistan)
– 200	Çin sayılaması (bilgin)
– 180	İbrani sayılaması (alfabetik)
– 150	Nabati sayılaması
+ 100	Hatra sayılaması
+ 100	Palmira sayılaması
+ 270	Kipti sayılaması (alfabetik) (Mısır)
+ 292	Maya sayılaması (uzun vadeli tarihler)
+ 300	Gürcü sayılaması (alfabetik)
+ 350	Etyopya sayılaması
+ 370	Gotik sayılama (alfabetik)
+ 410	Ermeni sayılaması (alfabetik)
+ 458	Modern Sayılama (Hint kökenli)
400 - 900	Tamil sayılaması (Güney Hindistan)
+ 550	Süryani sayılaması (alfabetik)
600 – 900	Maya sayılaması (bilgin)
600 – 900	Singhala sayılaması
600 – 900	Malayalam sayılaması (Güney Hindistan)
+ 750	Arap sayılaması (alfabetik)
+ 1200	Aztek sayılaması.

Eskiden rakamlarla işlem yapmaya aritmetik ve denklem çözmeye de cebir diyorlardı. Aritmetik aynı anlamda halen kullanılmasına karşın, cebir sözcüğünün denklem çözme anlamı Norveçli matematikçi Abel'den (1802-1829) sonra değişti. Cebir bu tarihten sonra matematiksel anlamında kullanıldı. Biz burada şimdilik cebir sözcüğünü denklem çözme anlamında kullanacağız.

Cebir dediğimiz denklem çözmeleri ilk kez Mezopotamya'da ve Mısır'da görürüz. Oysa cebiri icat edenlerin yanlış olarak İslam ülkeleri matematikçilerinin olduğu söylenir. Denklem çözmeler Mezopotamya ve Mısır'dan çok daha sonraki yıllarda Yunanistan'da, Çin'de ve Hindistan'da devam eder. İslam ülkeleri, İranlılar ve Türkler denklem çözmeleri Hintlilerden almışlar ve cebiri çok ilerletmişlerdir. Avrupalılar cebiri

Harizmi'nın cebir kitabıyla öğrendikleri için bu tür söyleme yanlışlığına düşmüşlerdir. Gerçekten denklem çözmeler dediğimiz cebir Sümerlerde, Babillilerde, Mısırlılarda, Yunanlılarda, Çinlilerde ve Hintlilerde vardır. Birinci ve ikinci derece denklem çözümleri için geliştirdikleri kuralları olmuştur. Babillilerin birinci ve ikinci derece denklemlerini çözdüklerini bıraktıkları tabletlerde görebiliriz. Çinliler bugün daha çok Gauss yok etme yöntemine benzer yolu izleyerek, matris bloklarıyla denklemler çözmüşlerdir. Pozitif ve negatif sayıları gösteren renkleri kullanmışlardır.

Çinlilerin az da olsa sayıların bulundukları yerlere göre basamak değerini aldığını gösteren çizelgeleri vardır. Yalnız sıfır (0) sayısı Çin'e çok sonraki yüzyıllarda Hindistan'dan girmiştir. Bu nedenle Çinlilerin rakamları Hintlilerin rakamlarının yerini alamamıştır. Çinlilerin konum aritmetiğinde kullandıkları çizelgeler Babillilerin çizelgelerine oldukça benzer. Yine de Çin matematiği bu konum eksikliğinden dolayı soyut ve genel bir yöntem olamamıştır. Diğer ülkelerin sayılamalarında olduğu gibi Çinlilerin rakamları ve sayıları yazışları buna uygun değildi. Bu halkların içinde yalnız ve tek ulus Hintliler olmuştur. Sıfırı ve konum aritmetiğini çok iyi kullanan Hint ulusunun bu yazım kuralları tüm dünyaya yayılmış ve benimsenmiştir. Bu nedenle Hint rakamları ve sayılaması çok kolay hesapları yapabilen kurallara dayandığı için bu ülkenin matematiği tüm dünyada tutunmuştur. Hint rakamlarını kullanmayan halklar da kendilerine özgü rakamlarıyla Hint hesaplama yöntemlerini kendi ülkelerine sokmuşlardır. Matematiksel hesaplama yöntemleri bilinince rakam dediğimiz işaretlerin değişikliğinin fazla bir önemi yoktur.

Hint matematiğinde problemler ve çözüm kuralları daha çok şiir biçiminde komutlarla verilmiştir. Hintli matematikçilerin çoğunda değişik yorumların ve komutların kullanıldığını görüyoruz. Özet olarak, bugünkü kullandığımız rakamlar, sayılamalar ve problemlerin çözüm kuralları Hindistan'dan çıkmış, diğer ülkelere geçmiş ve son olarak Avrupa'da geliştirilmiştir.

Denklem çözme dediğimiz bugünkü cebirimiz Hindistan'dan Türk, İran ve Arap ülkelerine geçmiştir. Denklem çözmeleri en çok Harizmi, Ebu Kamil, El Kereci, Ömer Hayyam, Samaval el Mağribi, Nasirettin Tusi ve Gıyasettin Cemşit gibi ünlü matematikçilerin çalışmalarında görürüz. Bunlardan Harizmi ve Cemşit Türktür. Ömer Hayyam İranlı ve Ebu Kamil de Mısırlıdır. Bu ve bunlar gibi bilginler cebirin temelini Hintlilerden almışlardır ama bu bilime çok katkıları olmuş ve Hintli öncülerini geçmişlerdir.

Cebirin temeli sayılan denklem çözümleri Rönesans dönemi ve sonraki yüzyıllarda Avrupalı matematikçiler tarafından gerçekleştirilmiştir. Avrupalı bu matematikçiler Fibonacci, Luca Pacioli, Nicolas Chuquet, Jean Bourrel, Chirstoph Rudolff, Michael Stiffel, Sicipione dal Ferro, Tartaglia, Gerolamo Cardano, Ludovico Ferrari, Raffaele Bombelli, Johannes Buteo, Robert Recorde, François Viete, Johann Widmann, Jacques du Mans, Rene Descartes ve diğer cebirciler olarak sayılabilir.

$a \neq 0$ ise $ax + b = 0$ denklemi $x = -b/a$ biçiminde çözülmüştür. Yine $a \neq 0$ için

$$ax^2 + bx + c = 0$$

biçimindeki ikinci derece üç terimlisi Rönesans döneminde

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

formülü ile çözülmüştür. Formülün bu biçimde kimin tarafından bulunduğu bilinmemektedir. $a \neq 0$ için

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

ve

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

biçimindeki denklemlerin çözümlerini Gerolamo Cardano, Ars Magna isimli dergide ilk kez yayınlamıştır.

İnsanlar binlerce yıl bilinmeyeni x ile gösterip problemi bu x değerine göre düzenleyerek çözememişlerdir. Denklem kavramında, işlemleri yapabilmek için cebirsel işaretler ve denklemleri çözme kuralları matematiğe sokulamamış ve Avrupalı matematikçilere gelinceye kadar denklem çözümleri sağlığına kavuşamamıştır. Bu nedenle eskilerin cebirleri yerine oturamamıştır. İşaretlerin yeterli olmaması, yetersiz sayılama kuralları, konum aritmetiğinin olmayışı, sıfırın yokluğu ve bilinmeyenin x ile gösterilmemesi cebirin ilerlemesini engellemiştir. Cebirde en önemli çığır harfli gösterimler açmıştır. Böylece soyut matematiğe yönelinmiştir. Bilinmeyen çokluğa x denerek denklem kurmasıyla cebir ancak sağlığına kavuşabilmiştir.

Şimdi, denklem çözümündeki gelişmeleri tarihi sırası içinde verebiliriz. Fransız dilindeki calcul, Latince çakıl taşı, boncuk, jeton veya piyon anlamına gelen calculus sözcüğünden türetilmiştir. Romalılar küçük çocuklarına sayı saymayı bu çakıl taşları ya da boncuklarla öğretiyorlardı. Calculus, daha çok toplama, çıkarma, çarpma ve bölme hesaplarını yapma anlamında kullanılıyordu. Bugün ise limit, süreklilik, türev ve integral konularının tümüne calculus ismi verilmektedir. İnsanlık çakıl taşından integrale hesap yapmayla gelmiştir. Bu arada vektörleri, determinantları, matrisleri, tensör hesaplarını, fonksiyonları, integral ve diferensiyel hesabı, sonsuz küçükler analizini ve uygulamalı matematiklere geçmişlerdir.

İ. Ö. XVIII. yüzyıldan başlayarak, Mezopotamyalılar ikinci derece denklemlerin yanı sıra bazı üçüncü ve dördüncü derece denklemleri çözüyorlardı. Bu tür denklemlerin köklerini veren tablar yapmışlardır.

İ. Ö. XVI. yüzyıllarda, Mısırlıların ilkel de olsa cebir bilgileri vardı. Bunları içeren papirüsleri bulunmuştur. Uygulamalı olan, yiyecek, içecek ve eşyaların paylaştırılması üzerine birinci dereceden denklemleri çözebiliyorlardı.

Denklem çözmeler gerçeğe yakın İ. Ö. V. yüzyılda Yunanistan'da görülür. Ortak ölçülebilir ve ortak ölçülemez sayıları Yunanlılar ortaya atmıştır. İ. Ö. III. yüzyıla kadar Yunanlıların egemenliğini matematiğin her dalında görürüz. Pi sayısının hesabı da bu dönemde yapılmıştır. Yunan geometrisi Euclides ile bu yüzyıllarda yerine oturmuştur.

Sıfır yılları yöresinde Çinlilerin en önemli yapıtı olan Dokuz Bölümde Hesap Sanatı isimli derleme yeniden ortaya çıkar. Bu kitapta Çin yöntemleriyle denklemler çözülür. Fişli çörkülerde denklemler çözülürken artı ve eksi işaretlerini renkli fişlerle işaret ederler.

İkinci yüzyılda Yeni Pisagorculardan Nikhomakhos'un Aritmetiğe Giriş isimli kitabı yayınlanır. Üçüncü yüzyılın en büyük cebircisi olarak İskenderiyeli Diophantus'u görürüz. Modern cebirin öncülerinden olan Diophantus'tan biraz söz edebiliriz. Yunanlı olan Diophantus (250) İskenderiye'de yaşamış ilk modern cebircidir. Yaptığı çalışmaların bazılarının Yunanca ve Latinceleri ile dört cildi de Arapça çevirisi günümüze kadar gelmiştir. Arapa çevirileri IV., V., VI. ve VII. kitaplar olarak bilinir. Bu dört Arapça kitap Yunanca I., II. ve III. kitapların devamıdır. Diophantus'un bu çalışmaları ondan önce gelen Yunanlı matematikçilerin çalışmalarına hiç benzemez. İslam ülkelerinin matematikçileri de Diophantus'tan çok yararlanmışlardır. Al Karaji'nin Fakhri isimli yapıtı bu söylediklerimize örnektir.

Diophantus'un IV. kitabı kırk dört problemden oluşur ve tümü seksen üç sayfadır. Bu kitap Al Karaji'nin Fakhri isimli kitabına kaynaklık yapar.

Şimdi, Diophantus'un IV. kitabında geçen bazı denklemlere bakalım.

IV. Kitap 1. problem: Küplerinin toplamı kare olan iki sayı bulunuz. Yani, $b^3 + a^3 = \square$ olan a ve b sayıları bulunacaktır.

Eğer $a = x$ ve $b = mx$ olarak seçilirse, $(m^3 + 1)x^3 = \square$ olur. Burada $\square = (nx)^2$ denirse,

$$x = \frac{n^2}{m^3 + 1}$$

yazılır. Diophantus $m = 2$ ve $n = 6$ seçerek $x = 4$ olarak bulur. Buradan $a = 4$ ve $b = 8$ sayıları hesaplanır. Gerçekten $8^3 + 4^3 = 576 = (24)^2$ koşulu sağlanır.

IV. Kitap 6. problem: Birisinin küpü ile diğerini karesinin çarpımı kare olan iki sayı bulunuz. Yani $b^3 . a^2 = \square$ olan a ve b sayılarını bulunuz.

Eğer a = x ve b = mx olarak seçilirse $m^3x^5 = \square$ olur. $\square = (nx)^2$ olsun. m ve n sayılarının rasyonel olmaları düşünülürse $\square = (nx^2)^2$ olarak seçilmeli. Buradan $x = n^2/m^3$ gelir. m = 2 ve n = 4 alarak alınırsa x = 2 olarak bulunur. Buna göre a = x = 2 ve b = mx = 2 . 2 = 4 gelir. Gerçekten $b^3 . a^2 = 4^3 . 2^2 = 2^6 . 2^2 = 2^8 = (4^2)^2 = 16^2$ koşulu sağlanır.

IV. Kitap 20. problem:

$$k . a^3 = \square \quad \text{ve} \quad t . a^3 = \sqrt{\square}$$

denklem sistemi çözülecektir. k = 200 ve t = 5 olarak verilirse, k/t^2 = bir küp sayı olur. Eğer a = x olarak seçilirse $kx^3 = (tx^3)^2 = k^2x^6$ olur. Buradan

$$x = \sqrt[3]{\frac{k}{t^2}} = 2$$

olarak bulunur. Böylece a = x = 2 gelir.

Diophantus bu problemi I. kitabında 26. problem olarak çözmüştür.

IV. Kitap 31. problem: $(b^2)^2 - (a^3)^3 = \square$ olan a ve b sayılarını bulunuz.

Eğer a = x ve $b = mx^2$ olarak seçilirse $m^4x^8 - x^9 = \square$ olur. $\square = (nx^4)^2$ olduğu kabul edilirse, $m^4x^8 - x^9 = n^2x^8$ ya da $x = m^4 - n^2$ olur. m = 2 ve n = 2 olarak seçilirse x = 12 olarak bulunur.

Diophantus'un Arapça çevirilerinde $(b^2)^2$ ve $(a^3)^3$ biçimindeki büyük sayılar için daha başka çok sayıda örnekler vardır.

IV. Kitapta 34. problemden 44. probleme kadar olan kısımlarda

$$a^3 + b^2 = \square$$
$$a^3 - b^2 = \square$$

olan denklem sistemlerinin çözümleri sorulmaktadır.

Burada a = x ve b = 2x olarak seçilirse, denklem sistemi

$$x^3 + 4x^2 = \square$$
$$x^3 - 4x^2 = \square'$$

olur. Diophantus bu denklem sisteminin çözümü için iki farklı yol vermektedir. Bu çözüm yöntemlerinden birisi II. kitapta 11. problemde geçen

$$\left[\frac{1}{2}\left(\frac{u}{v} + u\right)^2\right]^2 - \left[\frac{1}{2}\left(\frac{u}{v} - v\right)\right]^2 \equiv u$$

özdeşliğidir. Eğer $\square - \square' = 8x^2 = u$ ve $2x = v$ denirse

$$\square = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{8x^2}{2x} + 2x\right)^2\right]^2 \text{ ve } \square' = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{8x^2}{2x} + 2x\right)\right]^2$$

denklemlerinin her ikisinden de $x^3 = 5x^2$ ya da $x = 5$ olarak bulunur. Böylece $a = x = 5$ ve $b = x = 2 . 5 = 10$ olarak bulunur.

Eğer $\square = (mx)^2$ denirse, birinci denklem

$$x^3 + 4x^2 = m^2x^2 \quad \text{ya da} \quad x = m^2 - 4$$

ve $\square' = (nx)^2$ $(n < m)$ denirse, ikinci denklemden

$$x^3 - 4x^2 = n^2x^2 \quad \text{ya da} \quad x = n^2 + 4$$

yazılır. $m^2 - n^2 = 8$ olduğu gözönüne alınırsa, kareleri farkı 8 olan m ve n sayılarını bulma problemine varırız. Bu problem de Diophantus'un II. kitabında 10. problem olarak çözülmüştür. Burada $m = n + h$ denir ve $h = 1$ olarak seçilirse,

$$x = 16\,\frac{1}{4}$$

olarak bulunur. Burada $h = 2$ olarak seçilseydi iki denklemin çözümü yöntemi kullanılacaktı.

IV. Kitap 43. problem:

$$(a^3)^3 + k . (b^2)^2 = \square$$
$$(a^3)^3 - t . (b^2)^2 = \square'$$

olan a ve b sayıları bulunacaktır. Burada

$$k = 1\frac{1}{4} \quad \text{ve} \quad t = \frac{3}{4}$$

olarak verilmektedir.

Eğer $a = x$ ve $b = 2x^2$ olarak seçilirse, denklem sistemi

$$x^9 + 20x^8 = \square$$
$$x^9 - 12x^8 = \square'$$

biçiminde yazılırlar. $\square = (mx^4)^2$ ve $\square' = (nx^4)^2$ $(m > n)$ olarak seçilirse

$$x = m^2 - 20 = n^2 + 12 \quad \text{ya da} \quad m^2 - n^2 = 32$$

olur. II. Kitaptaki 10. problemin çözümüne göre $m^2 = 36$ ve $n^2 = 4$ gelir. Buradan $x = 16$ olarak bulunur. Buna göre $a = 16$ ve $b = 2x^2 = 2 \cdot 16^2 = 512$ elde edilir. Bu sayılar da istenilen koşulları sağlar.

Diophantus'un 73. ile 97. sayfalarını kapsayan V. kitabında 16 tane problemin çözümü vardır. Bu 16 problem üç tür grupta toplanabilir. Bunlar V. Kitap 1. - 6. problemler, V. Kitaptaki 7. - 12. problemler ve V. Kitap 13. - 16. problemler olarak ayrılırlar.

Şimdi V. Kitaptaki bazı problemleri verelim.

V. Kitap 1. Problem: Bu problemde

$$(b^2)^2 + k \cdot a^3 = \square$$
$$(b^2)^2 - t \cdot a^3 = \square'$$

olan a ve b sayıları bulunacaktır.

Burada k ve t sayıları veriliyor. Örneğin $k = 4$ ve $t = 3$ için $b = x$ denirse, denklem sistemimiz

$$x^4 + 4a^3 = \square$$

$$x^4 - 3a^3 = \square'$$

olur. $a^3 = rx^4$, $\square' = m^2x^4$ ve $\square' = n^2x^4$ $(m > n)$ olarak alınırsa

$$x^4(1 + 4r) = m^2x^4$$
$$x^4(1 - 3r) = n^2x^4$$

olarak yazılır. Buna göre r sayısı

$$r = \frac{m^2 - 1}{4} = \frac{1 - n^2}{3} \quad \text{ya da} \quad \frac{m^2 - 1}{1 - n^2} = \frac{4}{3}$$

gelir. Burada genel olarak

$$\frac{m_1^2 - p_1^2}{p_1^2 - n_1^2} = \frac{k}{t}$$

biçimindeki genel denklemin nasıl çözüldüğünü Diophantus II. Kitabında 17. problem olarak düzenlemiştir. Bu çözümlerden birisi k = 4 ve t = 3 için $m_1^2 = 81$, $p_1^2 = 49$ ve $n_1^2 = 25$ biçimindedir. $p^2 = 1$ alınırsa özel çözümümüz

$$m^2 = \frac{81}{49} \quad \text{ve} \quad n^2 = \frac{25}{49}$$

olur. Buradan r = 8/49 ve $a^3 = 8x^4/49$ gelir. a = 2x için a = mx denirse x = 49 olur. Böylece a = 98 ve b = 49 olarak bulunurlar.

V. Kitaptaki 8. problem şöyledir: k ve t verilen birer sayı olsunlar.

$$\frac{4t - k^3}{3k}$$

sayısı da tamkare bir sayı olsun. Örneğin k = 10 ve t = 2170 sayıları için

$$\frac{4t - k^3}{3k} = \frac{8680 - 1000}{30} = 256 = 16^2$$

biçiminde iyi tanımlıdır. Bu verilenlere göre

$$a - b = k$$
$$a^3 - b^3 = t$$

denklem sisteminde a ve b sayıları bulunacaktır.

Eğer a + b = 2x denirse I. Kitaptaki 27. probleme göre a = x + k/2 ve b = x – k/2 olur. Böylece

$$a^3 - b^3 = t = \frac{k^3}{4} + 3kx^2 \quad \text{ve} \quad x = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4t - k^3}{3k}}$$

yazılır. Burada k = 10 ve t = 2170 olarak seçilirse x = 8 gelir. Öyleyse a = x + k/2 = 8 + 10/2 = 13 ve b = x – k/2 = 8 – 10/2 = 3 olarak bulunurlar.

V. Kitaptaki 7. ve 8. problemler: Bu problemleri Yunanca baskılarda bulabiliriz. Bu problemlerin çözümleri IV. Kitapta farklı parametreler verilmeden çözülmüştür. Bu problemlere benzer olanlar II. Kitabın 1. - 5. problemleri arasında verilmiştir. Bu problemleri ve çözümlerini V. Kitapta 31. - 34. problemlerden ya da III. Kitapta 20. - 21. problemlerde veya II. Kitapta 14. - 15 problemlerde görebiliriz.

V. Kitabın 7. - 12. olan grubundaki problemlerin çözümlerinde Diophantus'un b sayısının pozitif oluşu hakkında açıkça bir şeyler söylemediği görülüyor. Yalnız $t > k^3$ kısıtlaması yapılmıştır.

V. Kitaptaki 15. problem şöyle verilmiştir. Verilen k ve t parametreleri için

$$k \cdot a^2 - t = m + n$$
$$a^3 + m = A^3 \text{ (bir küp sayısı)}$$
$$a^3 - n = B^3 \text{ (bir küp sayısı)}$$

olacak biçimde a, m ve n sayıları bulunacaktır.

Çözüm için a = x diyelim. p < q olması koşuluyla $A^3 = (x + p)^3$ ve $B^3 = (x - q)^3$ olsun. Böylece $m = (x + p)^3 - x^3$ ve $n = x^3 - (x - q)^3$ olur. Buradan

$$kx^2 - t = m + n = 3x^2(p + q) - 3x(q^2 - p^2) + (p^3 + q^3)$$

yazılır. k/3 = p + q denirse iki denklemden

$$x = \frac{t + p^3 + q^3}{3(q^2 - p^2)}$$

yazılır. k = 9 ve t = 18 değerleri için p = 1 ve q = 2 olarak seçilirse x = 3 olarak bulunur. Buradan a = x = 3, m = 37 ve n = 26 sayıları istenen koşulları sağlar.

Diophantus'un VI. Kitabı 97. - 130. sayıları arasındaki problemlerden oluşur ve değişik türde tam 23 problemi ve çözümünü içerir.

VI. Kitaptaki I. problem $(a^3)^2 + (b^2)^2 = \square$ denkleminin çözümüne ayrılmıştır. Bu problem IV. Kitapta 25. problem olarak a = x ve b = mx denerek çözülmüştür. Fakat, Diophantus burada bu çözüm için m bir tamsayı olmak üzere a = mb koşulunu sağlaya-

yacak biçimde çözüm aramaktadır.

Eğer m = 2 ve b = x denirse

$$64x^6 + x^4 = \square = (nx^3)^2$$

olur. Buradan $x^4 = (n^2 - 64)x^6$ ya da $n^2 - 64$ = bir kare = p^2 olur. Bu da $n^2 - p^2 = 64$ demektir. Bu denklemin çözümü de II. Kitapta 10. problem olarak verilmiştir. Buradan $p^2 = 36$ ve $x = 1/p = 1/6$ yazılır. Böylece $a = x = 1/6$ ve $b = mx = 2 \cdot (1/6) = 1/3$ olarak bulunurlar.

VI. Kitapta 12. Problem: a > b koşulunda

$$a^2 + \frac{a^2}{b^2} = \square$$

$$b^2 + \frac{a^2}{b^2} = \square$$

denklem sisteminden a ve b sayıları bulunacaktır.

Çözüm için b = x diyelim. Ayrıca

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{9}{16}x^2$$

denirse ikinci denklem

$$x^2 + \frac{9}{16}x^2 = \frac{25}{16}x^2$$

olarak yazılır ve sağlanır. $a^2 = 9x^4/16$ olduğundan birinci denklem

$$\frac{9}{16}x^4 + \frac{9}{16}x^2 = \square$$

olarak yazılır. Ayrıca $\square = m^2x^4$ denirse

$$m^2 - \frac{9}{16} = \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{x^2} \equiv p$$

ya da $m^2 - p^2 = 9/16$ yazılır. Bu denklem de II. Kitapta 10. problem olarak çözülmüştür. $a^2 > x^2$, $9x^2/16 > 1$ ya da

$$\frac{16}{9} \cdot \frac{1}{x^2} < 1$$

olduğundan

$$\frac{9}{16} \cdot \frac{1}{x^2} < \frac{9}{16} \cdot \frac{9}{16}$$

yazılır ve buradan $p^2 < 81/256$ gelir.

$m = p + h$ ve $h = 1/2$ olarak seçilirse $p^2 = 25/256$ ve $x = 12/5$ biçiminde bulunur. Buradan $b = x = 12/5$ ve $a = 9x^4/16 = 108/25$ olarak bulunur.

VI. Kitaptaki 29. Problem:

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 - (a^2 + b^2 + c^2) = \square$$

denkleminin sağlayan a, b ve c sayıları bulunacaktır. $a^2 = 1$ olarak seçilirse $b^2c^2 - 1 - b^2 - c^2 = \square$ ya da $c^2(b^2 - 1) - (b^2 + 1) = \square$ olur. Bunun bir kare sayı olması için $b^2 = 25/16$ seçerek $b^2 - 1$ = bir kare sayı yapabiliriz. $c^2 = x^2$ bilinmeyeni için

$$\frac{9}{16}x^2 - \frac{41}{16} = \square = \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}\right)^2$$

denirse

$$\frac{6}{16}x = \frac{42}{16} \quad \text{ve} \quad x = 7$$

olarak bulunur. Böylece $a = 1$, $b = 5/4$ ve $c = 7$ sayıları istenen koşulu sağlar.

VI. Kitabın 23. problemi ve çözümü ilginçtir. $k^2 = 9$ verilsin.

$$\frac{k^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} = \square$$

$$a^2 + b^2 + k^2 = \square'$$

olan denklem sisteminden a ve b sayıları bulunacaktır.

Diophantus bu problemin çözümünde, $u^2 = u_1^2 + u_2^2$ ise herhangi bir c^2 sayısı için önce

$$\frac{c^2}{u_1^2} + \frac{c^2}{u_2^2} = \text{bir kare}$$

eşitliğinin sağlandığını gösterir. Çünkü, bu koşulda

$$\frac{c^2}{u_1^2} + \frac{c^2}{u_2^2} = \frac{c^2(u_1^2 + u_2^2)}{u_1^2 u_2^2} = \frac{c^2 u^2}{u_1^2 u_2^2} = \text{bir kare}$$

biçiminde bir kare sayıdır. Buna göre $a^2 = 16x^2/25$ ve $b^2 = 9x^2/25$ değerleri ilk denklemi sağlar. Bu halde ikinci denklem $x^2 + 9 = \square'$ sağlanır. Eğer $x^2 + 9 = \square' = (x + 1)^2$ denirse $x = 4$ gelir. Buradan $a = 16/5$ ve $b = 12/5$ olarak bulunur.

Diophantus'un VII. Kitabı 130. - 159. sayfalarından oluşur. Kitapta önce kısa bir giriş kısmı vardır. Ardından 18 tane problemin çözümü verilmiştir. Problemler IV. ve V. Kitaplarındaki sorulardan ayrı türde değildir ama farklı problemlerdir. Çözüm yöntemleri oldukça farklıdır. Diophantus'un bu çözüm yöntemleri övgüye değer türdedir. Çünkü bu çözüm yöntemleri matematiksel teknik açısından ne kadar şahane buluşlar olduğu ortadadır. Bu söylediğimize en iyi örnek VII. Kitabın 2. problemidir. O da

$$(a^2)^3 . (b^2)^3 . (c^2)^3 = \square^2$$

denkleminin özel bir çözüm yolunu bulma biçimidir.

$64 = (2^2)^3$ olduğu için $(a^2)^3 = 1/64$ ve $(b^2)^3 = 64$ denirse geriye $c = x$ demek kalıyor. Buna göre $x^6 = \square^2$ ve $x^3 = \square$ yazılır. $\square = (2x)^2$ alınırsa $x = 4$ olarak bulunur. Böylece $a = 1/2$, $b = 2$ ve $c = 4$ özel sayıları bu denklemi sağlar.

VII. Kitaptaki 7. problemde

$$(a^3)^2 = a_1 + a_2 + a_3$$
$$a_1 + a_2 = \square$$
$$a_1 + a_3 = \square'$$
$$a_2 + a_3 = \square''$$

denklemleri çözülecektir.

Diophantus bu denklem sisteminin çözümü için iki yöntem vermektedir. Önce $a = x$ alır. Böylece $x^6 = a_1 + a_2 + a_3$ yazılır. $a_i = a_i' . x^4$ denirse problem toplamları x^2 olan a_1', a_2', a_3' gibi üç sayıyı bulmaya dönüşür. Dikkat edilirse yine bu a_i' olan sayılarının herhangi ikisinin toplamı yine kare bir sayıdır. Bu halde bu sayılar III. Kitabın 6. probleminde $a_1' = 80$, $a_2' = 320$ ve $a_3' = 41$ olarak bulunmuşlardır. Bu çözümlere

göre $x^2 = 441$ ve $x = 21$ gelir. Böylece $a = x = 21$ olduğundan $a_i = a_i x^4$ eşitliğinden $a_1 = 80 \cdot 25^4$, $a_2 = 320 \cdot 25^4$ ve $a_3 = 41 \cdot 25^4$ olarak bulunurlar.

Bu problemin ikinci bir yolla çözümü için $(a^3)^2 = 64$ denirse, III. Kitabın 6. problemine göre her bir parçayı 64/441 sayısıyla çarparak yine çözümü bulabiliriz.

VII. Kitabın 13. probleminde $a^2 = 25$ olarak verilir ve

$$a^2 = a_1 + a_2 + a_3$$
$$a^2 + a_1 = \square$$
$$a^2 + a_2 = \square'$$
$$a^2 + a_3 = \square''$$

denklem sisteminin çözümü sorulur. Burada son üç denklem taraf tarafa toplanırsa,

$$3a^2 + a_1 + a_2 + a_3 = \square + \square' + \square''$$

olur. Böylece her biri 25 sayısından büyük olan üç tane kare sayı bulacağız. $\square = 36$ olarak seçelim. Geriye 64 sayısı kalır. II. Kitabın 8. problemine göre

$$\square' = 33\frac{471}{841} \quad \text{ve} \quad \square'' = 30\frac{370}{841}$$

olarak bulunurlar. Buradan

$$a = 5,\ a_2 = \square - 25 = 11,\ a_2 = \square' - 25 = 8\frac{471}{841} \quad \text{ve} \quad a_2 = \square'' - 25 = 5\frac{370}{841}$$

sayıları verilen denklemleri sağlarlar.

VII. Kitapta 15. problem söyle geçer. $a^2 = 25$ olarak verilince

$$a^2 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$
$$a^2 + a_1 = \square$$
$$a^2 + a_2 = \square'$$
$$a^2 + a_3 = \square''$$
$$a^2 + a_4 = \square'''$$

denklem sistemi çözülecektir.

Burada $u^2 = x^2$ ve $u^2 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$ koşullarını sağlayan $u^2 \neq 25$ gibi kare

sayıları bulacağız Bura göre,

$$u^2 + u_1 = \square_1,\ u^2 + u_2 = \square'_2,\ u^2 - u_3 = \square''_3 \text{ ve } u^2 - u_4 = \square'''_4$$

yazılırlar. Burada

$$u_1 = 2x + 1,\ u_2 = 4x + 4,\ u_3 = 2x - 1 \text{ ve } u_4 = 4x - 4$$

denirse birinci denklemden $u^2 = x^2 = 12x$ ve $x = 12$ olarak bulunur. $x = 12$ değeri için a_1, a_2, a_3 ve a_4 sayıları kolayca bulunur.

Öte yandan $a^2 : u^2 = 25 : 144$ olduğu için a^2 sayısının parçaları

$$a_i = \frac{25}{144}\, u_i$$

biçimindedirler. Böylece, Diophantus'un kitabında belirttiği yukarıdaki yöntemle

$$a^2 = \sum_{k=1}^{8} a_k$$

$$a^2 + a_i = \square_i,\quad i = 1, 2, \ldots, 4$$
$$a^2 - a_j = \square_j,\quad j = 5, 6, \ldots, 8$$

denklem sistemi çözülebilir.

Bu ve bunlara benzer problemleri çözen Diophantus ilk modern cebirci olduğunu kanıtlar. Cebirde işaretleri acemice kullanmasına ve yöntemlerinin biraz kaba olmasına karşın Diophantus modern cebirin öncülerinden biri olarak kabul edilir.

IV. ve V. yüzyıllarda Hindistan'da ondalık konumlu ve sıfır işaretli sayılama keşfedilmiş, genelleyici sayı düşüncesi, aritmetik işlemleri kullanılarak cebirin ve çağdaş matematiğin kurulması sağlanmıştır. Hintlilerin sıfır dahil on rakamlarıyla en uygun ve kolaylaştırıcı hesaplarını 628 yıllarında Hintli matematikçi ve gökbilimci Brahmagupta'da görürüz. Bugünkü hesap yöntemimize en yakın hesaplamaları Brahmagupta yapmıştır. Yok sayısı yerine sıfır (0) rakamını ve işaretini kullanarak tarihte en büyük görevi sıfıra yüklemiştir. Pozitif ve negatif üslü sayıları kullanarak temel cebir kurallarını bize onun kitabı sağlamıştır. Sıfırın tersinin sonsuz olduğundan açıkça söz eder.

598 yılında doğan büyük matematikçe ve gökbilimci Brahmagupta, 33 yaşında yazdığı Siddhanta isimli kitabında on rakamla hesap yapma kurallarını getirmiştir. Onun bu kitabı 773 yılında Hintli gökbilimci Kankak tarafından Abbasi halifesi El Mansur'un Bağdat'taki sarayına getirilir. Hemen Arapçaya çevirilen bu yapıtla islam dünyasının

Hint matematiğinden haberleri olur. Hint matematiğinin gelişimi ve Avrupa'ya geçişi daha sonra olacaktır.

629 yıllarında Hintli matematikçi Bhaskara'nın Aryabhatiya isimli kitabı ortaya çıkar. Bu kitap Hint matematiği ve gökbilimi üzerine çok değerli bilgileri içerir. Sıfırı da kullanan Bhaskara, ondalık konumla birlikte ondalık sayıları da günümüze yakın anlam ve gösterimle kullanır. Çarpmanın sağlanmasında üç kuralını ilk kez o kullanmıştır.

820 ile 850 yıllarında Türk ve İslam matematikçileri Hint rakamları ve Hint hesap kurallarıyla eğitilirler. Hint yöntemleriyle hesap yapan Harzemşahlı Harizmi bunların içinde en büyüğü olarak geçer. Cebir isimli yapıtı Avrupa'da yıllarca ders kitabı olarak okutulur.

Onuncu yüzyıl Mısırlı bir muhasebeci olan cebirci Ebu Kamil dönemi olarak geçer. Ebu Kamil'in cebir kitabından en iyi İtalyan matematikçisi Fibonacci (1202) yararlanır. Böylece Hint ve İslam matematikçilerinin yapıtları Avrupa'da daha fazla tutunur ve gelişir. Bu yüzyılda Euclides'in, Diophantus'un ve Harizmi'nin yapıtlarını Avrupa'ya en iyi tanıtan Ebül Vefa'dır. Ondalık kesirleri bu yüzyılda Al Uklidisi de kullanmıştır. Al Kereci, Diophantus'un ve Ebu Kamil'in cebirini geliştirerek ikinci dereceli ve 2n dereceli denklemleri çözmüştür. Kullandığı yöntem daha çok Yunanlılara benzer. Bu dönemde İslam ülkeleri matematikçileri denklemleri geometrik yolla ve cebirsel işlemleri kullanarak çözmüşlerdir.

On birinci yüzyılda Hint aritmetiğini ve altmış tabanlı Babil matematiğini en iyi kullanan Kuşiyar bin Labban al Gili ile üçüncü derece denklemlere çözüm arayan İranlı şair Ömer Hayyam'ı görürüz. Ömer Hayyam, oranlar kuramı konusunda da çalışmalar yapmıştır.

On birinci, on ikinci ve on üçüncü yüzyıllar daha çok İslam ülkeleri matematikçilerin ürünler verdiği dönem olarak geçer. Bu dönemde El Kereci'yi ve onu izleyen As Samaval bin Yahya el Mağribi gelir. Kuzey Afrika'ya yaptığı gezilerde Hintlilerin 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamlarıyla hesap yapmayı öğrenen Pizalı Leonardo Fibonacci'yi (1202) görürüz. Aritmetik ve cebir üzerine on üçüncü yüzyılda gökbilimci Nasirettin Tusi bunların en büyüğüdür.

On dördüncü yüzyılda İslam ülkelerinde çalışmalar sürdürülür. Bu dönemde bilim merkezi Semerkant'tır. Bu yüzyıllarda Uluğ Bey, Ali Kuşçu ve Giyasettin Cemşit en önemli gökbilimciler ve matematikçilerdir. Cemşit'in aritmetik, cebir, ondalık sayılar, üslü ve köklü ifadeler üzerine yaptığı çalışmalar önemli bir yer tutar. Zaten Giyasettin Cemşit'e son Türk matematikçisi gözü ile bakılabilir.

Hint kökenli Hint rakamlarını ve Hint matematiğini Batı Avrupa'ya 1478 yılında yazılan ve yazarı belli olmayan Trevise isimli kitap tanıtmıştır. Bu kitap aritmetik ve cebir işlemlerinde işaretleri kullanmıştır.

Avrupa'da Hint matematiğini ve kurallarını da aşan ilk matematikçi olarak Fransız Nic-las Chuquet'i (1484) görürüz. Negatif sayıları Avrupa'da ilk kullanan Chuquet olmuştur. Ayrıca, pozitif ve negatif üslülü sayıların yazımı da ona aittir.

İtalyan matematikçisi Lucas Pacioli denklem çözümlerinde bugün bilinmeyen yerine yazdığımız x için cosa (şey) sözcüğünü kullanmış ve cebirsel denklem çözüm kurallarını matematiğe sokmuştur.

Alman matematikçisi Johann Widmann, 1489 yılında + yerine p ve – yerine de m harflerini kullanmıştır. Christoph Rudolff 1525 yılında karekök için √ işaretini kullanmıştır. İşaret Latince radikal sözcüğünün r harfinin baş harfinden türetilmiştir. Alman matematikçi Michael Stifel 1544 yılında Aritmetica İntegra isimli kitabını bu gösterimi yayınlar. Oranlı ve oransız sayılardan başka matematik gösterimlerin bu kitapta geniş olarak kullanıldığı görülür.

İtalyan matematikçilerinden Gerolamo Cardano ile Raffaele Bombelli, 1545 ile 1560 yılları arasında üçüncü derece denklemleri çözerken köklerin karmaşık sayılar da olabileceğini matematiğe sokarlar. Böylece sayı kavramı daha da genişleyerek karmaşık sayıların elektrik alanlarında uygulanabilmesine ortam hazırlamışlardır. İngiliz matematikçisi Robert Recorde 1557 yılında ilk kez eşitlik anlamına gelen = işaretini kullanmıştır. Özellikle eşitliğin denklemlerin çözümünde kullanılması matematikte çok kolaylıklar sağlamıştır. Hollandalı matematikçi Simon Stevin, 1582 yıllarında bugünkü ondalık sayılara en yakın kullanma biçimlerini De Thiende isimli kitabıyla ilk kez Avrupa'ya tanıtmıştır. Ondalık ve kesirli sayıların farklı işaretlerle Mezopotamya'da, Mısır'da, Çinlilerde, Hintlilerde ve İslam ülkelerinde kullanıldığı bilinmektedir. Özellikle Al Uklidisi (952), Al Kereci (X. yüzyıl) ve Gıyasettin Cemşit'in (XV. yüzyıl) çalışmalarında bu kesirler vardır.

Kesirli sayıların bugünkü ondalık biçimine benzer gösterimleri batıda Emmanuel Bonfils de Trascon (1350), Regiomontanus (1463), Christoph Rudolff (1525), Elie Mizrachi (1535) ve Françios Viete (1579) tarafından biliniyordu. Fakat bu yazarların hiç biri ondalık sayıların aritmetik kurallarını yazarak matematikte yaygın olarak kullanılmasını sağlayamamışlar ve geliştirememişlerdir. Ondalık sayılar bugünkü biçimini ve kullanımını batıya Simon Stevin 1582 yılında kurallarıyla birlikte matematiğe sokmuştur. Yalnız o da bugünkü 675.823 ondalık kesirli sayısını 675 (1) 8 (2) 2 (3) biçimde yazıyordu. Fransız matematikçi Viete, 1591 yıllarında cebirsel anlatımlarda bilinmeyen çoklukları A, E, I, İ O, Ö, U ve Ü gibi sesli harflerle, belirsiz olan değişmeleri ise B, C, Ç, ... gibi sessiz harflerle gösteriyordu.

İsviçreli bir saatçi ve matematikçi olan Jost Bürgi 1592 yılında ondalık sayıların yazımlarını daha kolay ve kullanılır hale getirdi. Örneğin bugünkü 962. 823 ondalık sayısını 962° 823 biçiminde yazdı. İtalyalı Magini 1592 yıllarında Bürgi'nin kullandığı sıfır yerine nokta koyarak 962° 823 ondalık gösterimini 962.823 biçiminde yazdı.

Fransızlar 962, 823 ve İngilizler de 962.823 gösterimini kullandılar. Bugün virgül (,) ve nokta (.) ondalık sayıların gösteriminde karışık olarak kullanılıyor. Amerikan ekolüne uyanlar noktayı yeğlemektedir. Bu karışıklık halen devam etmektedir. Fakat kullanma eğilimi virgülden noktaya doğru gitmektedir. Yani, Fransızların virgülü, görevini İngilizlerin noktasına bırakacağı yönünde görülüyor.

İskoçyalı matematikçi John Napier 1594 yıllarında

$$1\ 2\ 3\ 4\ \ldots$$

biçimindeki aritmetik dizi ile

$$10^1\ 10^2\ 10^3\ 10^4\ \ldots$$

biçimindeki geometrik dizinin üsleri arasındaki karşılıklı ilişkileri görür ve böylece logaritmanın kökenini ortaya çıkarır. Jost Bürgi, Napier'den (Neper) bağımsız olarak aynı keşfi yapar. Neper e tabanlı logaritmayı oluşturduğu halde Bürgi 10 tabanlı logaritmayı bulur.

Hollandalı matematikçi Villebrord Snellius 1608 yılında ondalık kesirleri göstermek için sıfır yerine virgülü (,) kullanır. Ondalık sayıların matematikte yaygın olarak kullanılmasını logaritmacı Bürgi, Napier ve İngiliz matematikçisi Henry Briggs logaritma tablolarıyla sağlamışlardır. Henry Briggs, 1615 yıllarında Neper'in (Napier) kullandığı e tabanlı logaritmanın tablosunun kullanışlı olmadığını görmüş, Neper'e danıştıktan sonra ilk 31 000 sayının on dördüncü ondalığa kadar doğru olan on tabanlı ondalık logaritma tablosunu yapmıştır.

Aslında, Babilliler

$$1\ 2\ 3\ 4\ \ldots$$

biçimindeki aritmetik dizi ile

$$10^1\ 10^2\ 10^3\ 10^4\ \ldots$$

biçimindeki geometrik dizinin üsleri arasındaki ilişkiyi görmüşler ve kullanmışlardır. Fakat logaritmanın meyvelerini yiyememişlerdir.

Bugün herhangi bir a tabanına göre logaritmayı yazabiliriz. Örneğin,

$$1\ 2\ 3\ 4\ \ldots$$

olan aritmetik dizinin rakamları ile

$$a^1\ a^2\ a^3\ a^4\ \ldots$$

olan geometrik dizi arasında

$$\log_a a^1 = 1,\ \log_a a^2 = 2, \ldots, \log_a a^n = n$$

biçiminde ilişkiyi yazarız. Diğer bir gösterimle a tabanına göre olan logaritmayı

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

biçiminde iki yönlü yazarak tanımlayabiliriz. Yalnız 0 ve 1 tabanlı logaritma tanımlı değildir.

< ve > biçimdeki eşitsizlikleri ilk kez 1631 yıllarında İngiliz matematikçisi Thomas Harriot kullanmıştır. x biçimdeki çarpma işareti de yine, İngiliz matematikçisi Villiam Oughred 1632 yıllarında matematikte kullanmıştır.

Fransız matematikçileri Rene Descartes (1637) ve Pierre de Fremat (1640) analitik geometriyi bulmuşlardır. Analitik geometri, cebir ile geometri arasındaki ilişkiyi kurar. Fermat ayrıca sayılar kuramı, büyülü kareler ve Blaise Pascal (1654) ve Georges de Mere ile birlikte olasılıklar kuramının temellerini atmışlardır. Zar oyunları üzerine olan ilk kitabı Hollandalı fizikçi ve matematikçi Chirstiaan Huygens yazmıştır. Işığın doğasını da Huygens inceleyerek ışığın dalgalar halinde yayıldığını bulmuştur.

Üslü sayıların modern gösterimlerle yazılımları 1656 yılında İngiliz matematikçisi John Wallis tarafından tanıtılmıştır. Ayrıca sonsuz (∞) simgesini ilk kez Wallis kullanmıştır.

İntegral ve diferensiyel hesap, İngiliz fizikçisi ve matematikçisi Sir İsaac Newton ile Alman düşünürü ve matematikçisi Gottfried Wilhelm Leibniz 1670 ile 1684 yılları arasında birbirlerinden ayrı olarak bulurlar. Bu buluşların önceliği Newton'a aittir ama yayınlama önceliği Leibniz'indir. Leibniz sonsuz küçükler hesabını geometrik olarak tanıtırken, Newton fiziksel hareketlerle tanıtmıştır. Leibniz ayrıca simgesel mantığın temellerini de atmıştır.

Euler, Napier'in logaritmasının tabanı olan e sayısının kullanımını yaygınlaştırır. e ve e^2 sayısının irrasyonel olduğunu gösterir. Euler ayrıca üslü, logaritmik, trigonometrik fonksiyonları, seriye açılımları ve bunların üslü fonksiyonlarla olan ilişkilerini bulur. Çok sayıda yeni olan kitaplar yazar. İsviçreli matematikçi Gabriel Cramer, denklem çözümlerini kolaylaştıran Cramer kuralını bulur. Pi (π) ve e sayılarının irrasyonel olduklarını Johann Heinrich Lambert 1760 yıllarında gösterir.

Fransız matematikçisi Legendre, 1786 yıllarında eliptik integralleri matematiğe sokar. 1795 yıllarında Fransa'da toplanan kurul ondalık sisteme dayanan ölçü sistemlerini geliştirirler. Alman matematikçi Gauss, 1799 yıllarında, n. dereceli bir çokterimli

denklemin tam n tane kökü olduğunu değişik yollarla kanıtlar. Gauss'un matematiğe ka-zandırdığı çok sayıda daha çalışmaları olmuştur.

Fransız matematikçisi ve Napolyon'un asker generallerinden olan Joseph Fourier, matematikte ve fizikte kullanılan Fourier serilerini 1807 ile 1822 yılları arasında tanıtır. Fransız matematikçisi Augustin Cauchy, 1821 yıllarında kompleks analiz, gruplar kuramı ve diferensiyel denklemlerdeki çalışmalarını sürdürür. Lipschitz (1877), Picard (1893), Pfaff (1815), Hamilton (1835) ve Jacobi (1866) diferensiyel denklem kuramını geliştirirler. Hamilton vektör analizini ve kuaterniyonlarını matematiğe sokar.

Norveçli matematikçi Niels Henrik Abel ve Fransız matematikçi Evrasite Galois, denklemlerin çözümleri üzerine ünlü kuramlarını 1802 ile 1829 yılları arasında bulmuşlardır.

Rus matematikçi Lobatchewsky (1829), Macar matematikçi Bolyai (1833), Alman matematikçilerden Gauss (1830) ve Riemann (1854) Euclidean olmayan geometrileri oluşturdular. İngiliz matematikçilerinden Hamilton ve Alman Grassmann vektörlerin hesaplarını 1843 ile 1844 yılları arasında tanıttılar.

Fransız matematikçisi Joseph Liouville, 1844 yıllarında, katsayıları tamsayı olan cebirsel denklemlerin kökleri olmayan aşkın ya da transandant olan sayıların örneklerini verdi. Örneğin, Pi (π) ve e sayıları birer aşkın sayılardır.

İngiliz matematikçisi ve mantıkçısı Augustus De Morgan, 1847 yıllarında sembolik mantığı geliştirdi. Özellikle p ve q önermeleri için $(p \vee q)' = p' \wedge q'$ ve $(p \wedge q)' = p' \vee q'$ olduklarını mantığa soktu. A ve B kümeleri için $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ve $(A \cap B)' = A' \cup B'$ bağıntılarını yazdı. İngiliz matematikçisi George Boole, 1847 ile 1854 yılları arasında matematiksel Mantık Çözümlemesi İle Düşüncenin Yasaları isimli kitaplarını yayınladı. Boole cebirini tanıttı.

İngiliz matematikçisi Arthur Cayley matrisler kuramını ve Sylvester ile birlikte değişmezleri inceledi. Bu çalışmaları 1858 yıllarında yayınladılar. Alman matematikçi Richard Dedekind 1872 yıllarında sayıların oluşturulmasında Dedekind kesimlerini kullandı. Fransız matematikçi Charles Hermite e sayısının aşkın (transandant) olduğunu gösterdi. Hermitiyen polinomlarını matematiğe soktu. Alman matematikçi Ferdinant von Lindemann π sayısının aşkın olduğunu göstererek 2500 yıldan beri çözelemeyen, bir açının pergel ve cetvelle üç eşit açıya bölünemeyeceği, yine pergel ve cetvelle bir kenarı verilen küpün hacminin iki katı hacimdeki küpün bir kenarının uzunluğunun çizilemeyeceği ve dairenin alanına eşit alanlı bir karenin bir kenarının çizilemeyeceği tarihi problemlerinin çözümlerine olanak verdi.

Fransız matematikçi Paul Du Bois Reymond 1882 yıllarında kendi fonksiyonlar kuramını kurarken Rus kökenli Yahudi Alman matematikci Georg Cantor, kümeler

kuramında ihtilal denilebilecek devrimlerini 1882 ile 1883 yıllarında keşfeder. Sayılabilme, sayılamama, bire bir eşleme, sonsuz ötesi sayılar, Cantor kümesi ve Cantor süreksizlik kavramları onu tanıtmaya yeter. Cantor, tamsayılar, rasyonel sayılar ve cebirsel sayıların sayılabilir olduklarını gösterirken gerçel sayıların sayılamaz bir küme olduğunu gösteriyordu.

Alman matematikçi David Hilbert 1889 yıllarında kendisinin geliştirdiği Geometrisini kurarken çok sayıda Alman matematikçisinin yetişmesini de sağlamıştır.

İtalyan matematikçilerinden Ricci ve Levi Civita tensörel hesabın temellerini 1900 yıllarında atıyorlardı. Rus matematikçi Aleksandr Ossipovic Gelfond 1937 yılında $a \neq 0$ ve $a \neq 1$ için olan a sayıları ve irrasyonel b sayısı için a^b sayısının aşkın (transandant) olduğunu gösteriyordu.

Matematiksel mantıkta ve düşüncede XX. yüzyılın ilk yarısındaki gelişmelere çok matematikçinin katkısı vardır. Bunlar arasında Frege, Peano, Russell, Whitehead, Hilbert, Zermelo, Artin, Gödel, Post, Kleene, Turing, Church, Neumann, Markov, Navikov, Cartan, Chevalley, Delsarte, Dieudonne ve Weil gibi çok sayıda matematikçilerin isimleri sayılabilir.

Şu anda bulunduğumuz çağ bilgisayarların kullanılması ve bilgisayarların geliştirilmesi yönündedir.

KAYNAKLAR

Archibald, R. C. Outline of the History of Mathematics, Buffalo, Slaught Memorial Papers of the Mathematical Association of America, 1949.

Ball, W. W. R. A Short Account of the History of Mathematics, Macmillan, London, 1888.

Bell, E. T. Men of Mathematics, Simon and Schuster, New York, 1937.

Bell, E. T. Development of Mathematics, McGraw-Hill, New York, 1940.

Boehner, S. The Role of Mathematics in the Rise of Science, Princeton University Press, Princeton, 1966.

Cajori, E. A. History of Mathematics, 2nd ed. Macmillan, New York, 1919.

Coolidge, J. L. A History of Geometrical Methods, Clarendon Press, Oxford, 1940.

Dickson, L. E. History of the Theory of Numbers, Carnigie Institution, Washington, D. C., 1919–1923.

Eves, H. An Introduction to the History of Mathematics, Hold Rinehart and Winston, New York, 1964.

Heath, T. L. A History of Greek Mathematics, Clarendon Press, Oxford, 1921.

Holmes, F. L. (Editor), Dictionary of Scientific Biography, 18 vols, Simon and Schuster, New York, 1990.

James, G. and James, R. C. Mathematics Dictionary, 2nd ed. D. Van Nostrand, Prienceton, 1959.

Midenick, H. O. The Treasury of Mathematics, Philosophical Library, New York, 1965.

Sarton, G. Introduction to the History of Sicence, Carnegie Institution, 3 vols., Baltimore, 1927–1948.

Sarton, G. The Study of the History of Mathematics, Harvard University Press, New York, 1936.

Schaaf, W. L. Recreational Mathematics, National Council of Teacher of Mathematics, Washington, D. C., 1963.

Scott, J. F. A History of Mathematics, Taylor and Francis, London, 1958.

Smith, D. E. History of Mathematics, Ginn, 2 vols., Boston, 1923–25.

Smith. D. E. A Source Book in Mathematics, McGraw–Hill, 1929, New York, 1959.

Struik, D. J. A Concise History of Mathematics, Dover, 3rd ed., New York. 1967.

Struik, D. J. Source Book in Mathematics, Harvard University Press. Cambridge, Mass., 1970.

Tannery, P. Memoires Scientifiques, Gauthier–Vilars, 13 vols., Paris, 1912–1934.

Taylor, E. G. R. The Mathematical Practitioners of England Cambridge University Press, 2 vols., 1954–1966, Cambridge

Wieleitner, H. Geschichte der Mathematik, Leipzig, 2 vols., 1911–1921. Part II. Berlin, 1939.

TARİH TABLOSU

$-5x10^{12}$	Güneş'in oluşumu
$-5x10^{9}$	Dünyanın oluşumu
$-6x10^{8}$	Paleozik çağın başlaması
$-225x10^{6}$	Mezoik çağın başlaması
$-6x10^{7}$	Senoizik çağın başlangıcı
$-2x10^{6}$	İnsanların oluşumu
–50.000	Saymanın görülmesi
–25.000	İlkel geometrik şekiller
–10.000	İlkel tarım
–5.000	Neolitik uygarlık
–4.241	Mısır takvimi
–4.000	Metallerin kullanılması
–3.500	Tekerleğin kullanılması
–3.000	Mısır hiyorolif yazısı
–3.000	Tekerlekli araçlar
–2.773	Mısır takviminin gelişimi
–2.400	Mezopotamya uygarlığı
–1.850	Moskow (Golenishev) papirüsleri
–1.800	Hamurrabi yasaları
–1.700	Mısır egemenliği
–1.600	Mezopotamya kuralları ve Mısır'da yeni krallıklar
–1.350	Alfebeler, demirin kullanımı, Güneş ve su saatleri
–1.200	Mısır'lı Eudoxus
–776	İlk olimpiyat
–753	Roma ticaretinin gelişimi
–740	Homer ve Hesoid'un çalışmaları
–585	Miletli Tales ve geometri
–540	Pisagor ve geometrisi, Çin rakamları ve Hint sayıları
–538	Babilliler
–467	Perikles devri
–450	Parmenides'in yuvarlak Dünyası
–430	Zeno'nun ölümü, Demokritus'un astronomisi ve Hippokrates'in atom kuramı
–429	Perikles'in ölümü
–427	Eflatun un doğumu
–404	Peleponez savaşları
–399	Sokrates'in ölümü
–360	Eudoxus'un oranları
–350	Menelaus'un konik kesitleri
–347	Eflatun'un ölümü
–332	İskenderiye'nin kuruluşu
–322	Aristo ve Demosthenes'in ölümü

−311 Mezopotamya uygarlığı
−306 Batlamyus devri
−300 Euclides devri
−260 Aristark devri
−230 Eratosthenes devri
−225 Apollonius devri
−212 Archimedes'in ölümü
−210 Çin taş devri başları
−180 360° çevreli daire
−140 Hipparchus'un trigonometrisi
−75 Archimedes'in mezarının Çiçeron tarafından yaptırılması
−60 Paralellik postülatları
−44 Çesar'ın ölümü
+75 İskenderiyeli Heron'un çalışmaları
100 Nicomachus aritmetiği ve Menelaus küresi
116 Roma tiranlık devri
125 Platonik matematik ve Ptolemy'nin Almagest'i
250 Diophantus aritmetiği
320 Pappus'un topladığı matematik
324 İstanbul'un kuruluşu
470 Pi sayısının yaklaşık değeri
485 Proculus'un ölümü
529 Atina okullarının kapanması
622 Hazreti Muhammet'in hicreti
622 Hintlilerin sayıları
641 İskenderiye kütüphanesinin yanışı
662 Hintlilerin çalışmalarının Arapça'ya çevirisi
830 El Harizmi cebiri
901 Sabit İbn Kurra'nın ölümü
998 Ebül Vefa'nın ölümü
1037 Avicenna'nın ölümü
1039 Alhazen'in ölümü
1048 El Biruni'nin ölümü
1114 Bhaskara'nın ölümü
1123 Ömer Hayyam'ın ölümü
1142 Euclides eserlerinin çevirisi
1202 Fibonacci aritmetiği
1260 Jordanus aritmetiği
1265 İngiltere'de ilk parlemento
1271 Marko Polo'nun seyahatleri ve mekanik saat
1274 Nasrettin Hoca'nın ölümü
1286 Gözlüğün keşfi
1303 Pascal üçgenleri
1440 Matbaanın bulunuşu
1453 İstanbul'un alınması

1472 Gezegenlerin yeni kuramı
1482 Euclides'in eserinin ilk basımı
1489 + ve – işaretlerinin Widmann tarafından ilk kez kullanılması
1492 Ondalıkların Pellos tarafından kullanılması
1492 Kolomb'un Amerika'yı keşfi
1517 Dinde reform
1526 Scipione del Ferro'nun ölümü
1527 Pascal üçgeninin yayınlanması
1543 Tartaglia ve Copernicus
1544 Stifel'in aritmetik integrali
1545 Cardano'nun Ars Magnası
1564 Galile'nin doğumu, Şekspir'in doğumu ve Mikelanj'ın ölümü
1572 Bombelli cebiri
1579 Viete'nin matematiği
1595 Pitiscus'un trigonometrisi
1609 Kepler'in gökbilimi ve Galile'nin teleskopu
1614 Napier'in logaritması
1620 Bürgi'nin logaritması
1629 Fermat ve kritik noktalar
1635 Cavalieri geometrisi
1637 Descartes devri
1639 Desergues geometrisi
1640 Pascal'ın konikleri
1642 Newton'un doğumu ve Galile'nin ölümü
1644 Toriçelli'nin barometresi
1647 Cavalieri ve Toriçelli'nin ölümü
1655 Wallis'in aritmetiği
1657 Neil'in parabolü
1658 Huygens'in sarkaç saatleri
1662 Royal Society'nin kurulması
1666 Academie des Sciences'in kurulması
1667 Gregory ve geometrisi
1668 Mercator ve logaritması
1670 Barrow'un geometrisi
1678 Ceva teoremi
1684 Leibniz devri
1687 Newton devri
1690 Rolle devri
1696 Bernoulli'ler devri ve L'Hospital devri
1699 Rasin'in ölümü
1706 William Jones tarafından pi sayısının kullanılması
1715 Taylor devri
1718 De Moivre devri ve Fahrenhayt termometresi
1730 Stirling formülü ve Reomür termometresi

1731 Clairaut eğrileri
1738 Daniel Bernoulli devri
1740 Büyük Frederick devri
1742 Maclaurin devri ve santigrat termometresi
1743 D'Alembert devri
1748 Euler devri
1750 Cramer kuralı ve Fagnano elipsi
1752 Franklin'in paratoneri
1767 Watt'ın buharlı makinesi
1770 Hiperbolik trigonometri
1774 Oksijenin keşfi
1776 Amerika'nın bağımsızlığı
1781 Uranüs gezegeninin keşfi
1783 Suyun ayrıştırılması
1788 Lagrange devri
1789 Fransız ihtilali
1794 Legendre'ın geometrisi ve Lavoisier'in giyotinle başının kesilmesi
1795 Monge geometrisi
1796 Laplace, Mascheroni, Wessel ve Carnot devri
1797 Lagrange'ın analizi devri
1799 Metrik sistemin bulunuşu
1800 Volta pilinin bulunuşu
1801 Gauss devri
1803 Carnot'un durum geometrisi ve Dalton'un atom kuramı
1804 Napolyon'un imparator oluşu
1815 Waterloo savaşı
1817 Bolzano devri, Young ve Frensnel'in ışık üzerine deneyleri
1820 Örstet'in elektrik manyetizmayı buluşu
1822 Poncelet ve geometrisi
1826 Crelle dergisinin kuruluşu ve Amper'in elektrodinamiği, Plüker, Gergonne'nin düalitesi, Abel, Gauss ve Jacobi'nin eliptik fonksiyonları
1827 Möbius, Plüker ve Feuerbach'ın homogen koordinatları, Cauchy'nin karmaşık fonksiyonları
1828 Green'in elektriği ve manyetizması
1829 Lobatchewsky geometrisi ve Abel'in ölümü
1830 Peacock cebiri
1832 Bolyai geometrisi ve Galois'nın ölümü
1834 Steiner'in Berlin'de profesör olması
1836 Liouville'nin ünlü dergisini çıkarması ve ilk telgraf
1843 Hamilton'un kuaterniyonları
1846 Neptün gezegeninin keşfi
1852 Chasles geometrisi
1854 Riemann ve Boole devri

1855 Dirichlet devri
1858 Atlas Okyanusu kablosu
1859 Darvin'in evrimi, Bunsen ve Kirchhoff'un çalışmaları
1863 Cayley devri
1865 Weierstrass devri
1869 Mendelyef'in periyodik tablosu
1872 Dedekind, Heine, Meray ve Klein devri
1873 Hermite ve e sayısının transandantlığı, Maxwell'in çalışmaları
1874 Cantor teoremleri ve alef sıfır
1876 Bell'in telefonu
1877 Sylvester devri
1881 Gibbs'in vektör analizi
1882 Pi sayısının Lindemann tarafından transandantlığının gösterilmesi
1888 Pasteur Enstitüsünün kuruluşu
1889 Peano aksiyonları
1895 Poincare analizi ve X ışınları
1896 Hadamard ve De la Vallee Poussin'in asal sayılar teoremi, Becquerel tarafından radyoaktivitenin bulunuşu
1897 J. J. Thomson tarafından elektronun buluşunu
1898 Marie Curie tarafından radyumun bulunuşu
1899 Hilbert ve geometrisi devri
1900 Hilbert problemi, Russell ve Whitehead'in Principia'sı ve psikanalist Freud devri
1901 Planck'ın kuantum kuramı
1903 Lebesgue integrali ve ilk uçağın havada uçuşu
1905 Einstein'ın özel bağlılığı
1906 Frechet devri
1907 Brouwer devri
1914 Hausdorff devri
1915 Panama kanalının açılışı
1916 Einstein'ın genel bağlılık kuramı
1917 Rus ihtilali, Hardy ve Ramanujan'ın sayılar kuramı
1919 Atatürk'ün Samsun'a çıkışı
1920 TBMM açılışı
1921 İnönü savaşları
1922 Sakarya meydan savaşları ve büyük taarruz
1923 Cumhuriyetin ilanı ve Banach uzayları
1927 Atlas Okyanusunun ilk geçilişi
1928 Penisilinin bulunuşu
1930 Weyl devri
1931 Gödel devri ve teoremi
1933 Hitler devri
1934 Gelfond devri ve teoremi

1938 Atatürk'ün ölümü
1941 Pearl Harbor baskını
1945 Hiroşima'ya atom bombasının atılması
1946 Türkiye'de ilk demokratik seçimlerin yapılması
1950 Demokrat Partinin iktidara gelişi
1955 Cartan ve Eilenberg tarafından homological algebranın kurulması
1960 27 Mayıs Devrimi ve Türk Silahlı Kuvvetlerinin Türkiye'de yönetime el koyması
1963 Paul J. Cohen'in süreklilik hipotezi ve Amerika Birleşik Devletleri Başkanı Kenedi'nin öldürülmesi
1980 Nevanlinna'nın ölümü.
2002 Bilgisayar çağı.

DİZİN

A

abaci 36
Adelard 13, 46, 50
Aflah 14, 46
Agnesi 329
Albert 49, 56
Albert Dürer 83
Alfonsine 57
Alhazen 13, 56
Al Razi 56
Angeli 306
Apollonius 42, 265
Archimedes 13
Argard 339
Aristaeus 265, 267
Aristo 13
Aryabhata 66
Ascoli 44, 45
Autolycus 108

B

Bacon 49, 56
Barlaam 57
Barocius 143, 144
Barozzi 42, 135, 143
Bartoli 135
Battani 45, 50
Bayle 147
Bede 51
Beckham 56
Beldomandi 53
Bellarmine 177, 202
Bellavitis 342
Belli 136
Bellini 91
Beltrami 349
Benedetto 135, 141, 143
Benjamin 52
Bernoulli 164
Bertini 352
Betti 268, 345
Bezout 67
Bhaskara 41, 66, 70
Biagio 52
Billiotti 52
Biruni 265
Boethius 42, 164
Bombeli 38, 139
Boncompagni 344
Bongus 135
Borelli 165, 268
Borgi 54
Bortolotti 373
Bouelles 57
Brahmagupta 66
Briggs 164
Brioschi 268, 346
Brouncker 162
Bruno 145, 147
Bridan 56
Burali Forti 369

C

Calandri 103
Campanus 45, 56
Canacci 52
Cantor 16
Cardano 66, 87, 113
Cataldi 135, 156
Cassini 310
Castelli 242, 251, 259
Castelnuovo 373
Cavalieri 250
Cecco 45
Cesaro 362
Ceva Kardeşler 311
Chiia 45
Ching 155
Clavius 109, 150
Colla 138
Commandino 134, 255
Canon 255
Cortex 249
Cremona 347
Cusa 57, 147

D

Dagomari 52
Delambre 108
Democritus 256
Desargue 164
Descartes 66, 164
Dini 351
Dionisius 38
Diophantus 38
Dominicus 55
Doppler 341
Dürer 83, 88
Düx 57

E

Ebül Vefa 86
Enriques 374
Eratosthenes 255
Erasmus 164
Etna 109
Euclides 13
Eudoxus 255
Euler 67, 162
Ezra 47

F
Fagnano 321, 329
Fano 376
Farabi 13
Fargani 50
Feltre 52
Fermat 38, 257, 280
Ferrari 125, 131, 136
Ferro 86, 112
Fibonacci 15
Fine 42, 135
Fiore 86, 111
Flos 37
Francesca 53, 66
Friedrich 36
Fubini 381

G
Galile 57, 165
Galen 13
Gassendi 59
Geber 14, 46
Gerard 13
Gerbert 15
Gerland 46
Ghaligai 136
Gherardo 45
Ghetaldi 165, 246
Girard 29, 36
Girolamo 136
Giuseppe 334
Gobar 14
Grandi 268, 316
Gregory 164
Guccia 356
Guldinus 248

H
Hanzmi 13, 66, 138
Harriot 67
Harvey 78
Haytham 41, 56
Heiberg 255
Helman 109
Herman 13, 46
Heron 69
Hesse 67
Heysem 109
Hipparchus 96
Hippocrates 13
Hire 96
Hispalensis 47
Hiyya 14, 256
Hospital 164
Hutton 78
Huygens 206
Hypatia 38

İ
İbni Sina 13
İshaac İsraili 13

J
Jabir 46
Johannes 41
John 13, 41, 50
Juan Diez 248

K
Kaşi 138
Kepler 256
Ki 155
Kindi 13
Kohen 47

L
Lagrange 162
La Hire 96
Lazesio 136
Leibniz 164
Lemay 15
Leonardo 26, 53, 70
Lhuilier 338
Liber Abaci 36
Liouville 162
Liza 83
Levi Civita 376
Loria 370
Lucas 37

M
Magni 163, 165
Mahavira 66
Maimonides 47
Molfatti 332
Monfredi 318
Meriani 163
Marsili 252
Mascheroni 335
Maurolico 107
Melanchton 59
Menaechmus 267
Menelaus 46
Mengoli 307, 309
Mere 280
Mersenne 57, 267
Mona Liza 83
Morley 46

N
Napier 164, 258
Napoli 108
Necro 45
Newton 223
Nicomachus 37

O
O. Creat 46
Oresme 52, 56
Oughtred 66
Ö
Ömer Hayyam 138
P
Pacioli 54, 60, 66
Pantaleon 49
Pappus 257
Pascal 57, 269
Pascal üçgeni 280, 302
Peano 357
Pellos 107
Piazi 333
Picard 108
Pieri 368
Pisagor 42, 83
Plana 340
Plato 13, 43
Poleni 324
Proclus 143
Ptolemy 13
Purbach 59
R
Radulph 46
Ragholi 41
Ramanujan 162
Raymond 13
Regiomontanus 51, 59
Rembrandt 83
Riccardi 202, 242
Riccâti 319
Ricci 135, 144, 152
Riese 37
Rithmomachia 42
Robert 13, 46
Roberval 57, 257, 267
Rocca 357
Rudolph 13, 46
Rufini 139, 338
S
Sabit bin Kurra 13
Saccheri 312
Sacrobosco 45
Salviati 242
Samh 50
Sarton 15
Savasorda 256
Schanz 57
Schwenter 162
Severi 379
Segre 371
Settimi 267
Sfortunati 136
Simson 29
Sridhara 66
Stevin 66, 232
Stifel 164
Summa 54, 63
Syvester 67, 275
Ş
Şaffar 46
Şalt 46
T
Tagliente 136
Tartaglia 87, 110
Theodorus 36
Theodosius 13, 45
Theon 38, 70
Tibbon 47
Toomen 52
Torricelli 164, 206, 259
Tsao 155
V
Vacca 86
Valerio 155
Valla 53
Vansteenberghe 52
Vefa 87
Veronese 355
Vieta 67
Vinci 66
Vitali 378
Vitrivius 259
Viviani 164, 265, 268
Volterra 365
W
Walcherus 46
Wallis 57, 162, 164
Werner 42
Winterberger 66
Witelo 56
Y
Yunus 36
Z
Zargala 46
Zargali 50