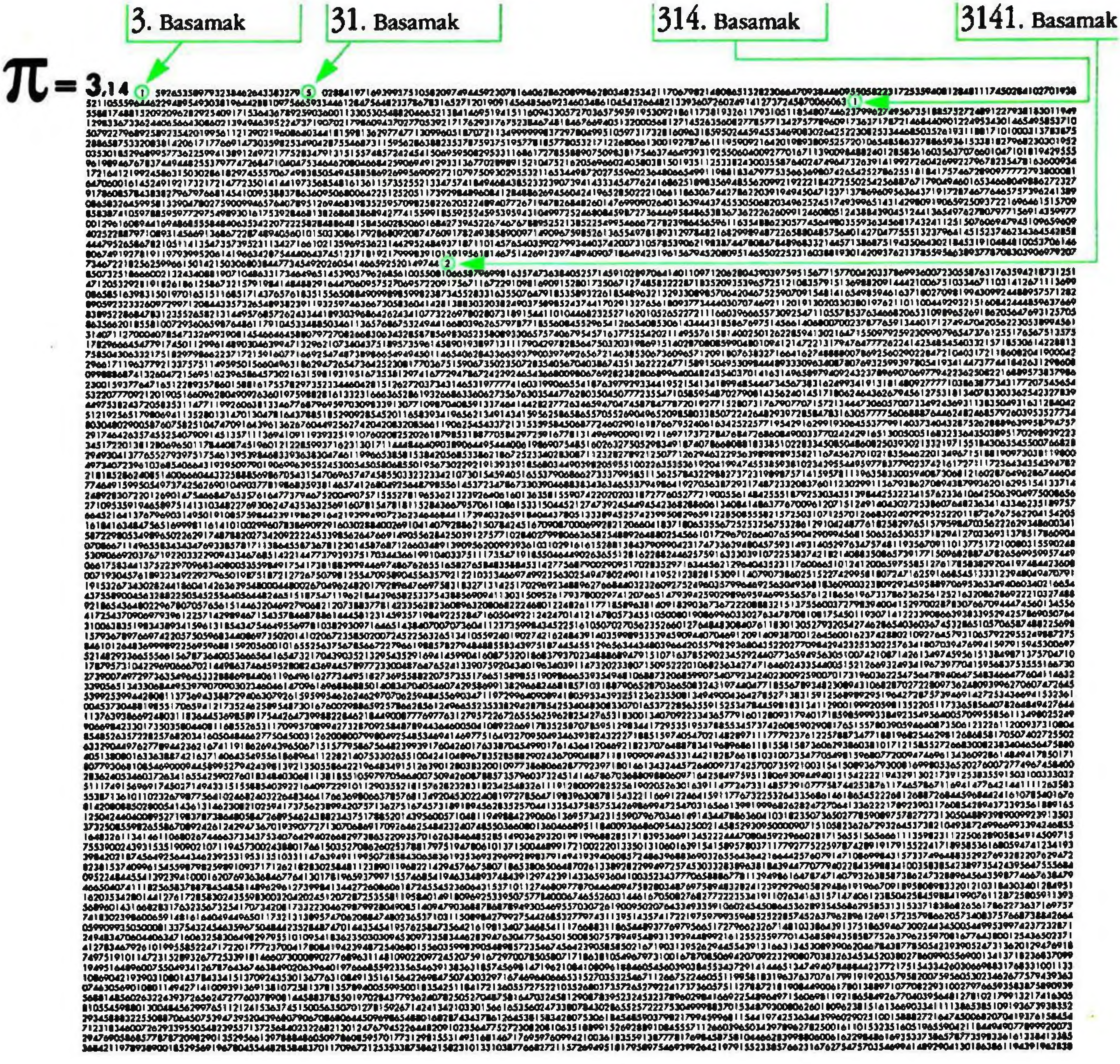
# Bi Soruda

# π

David Blatner

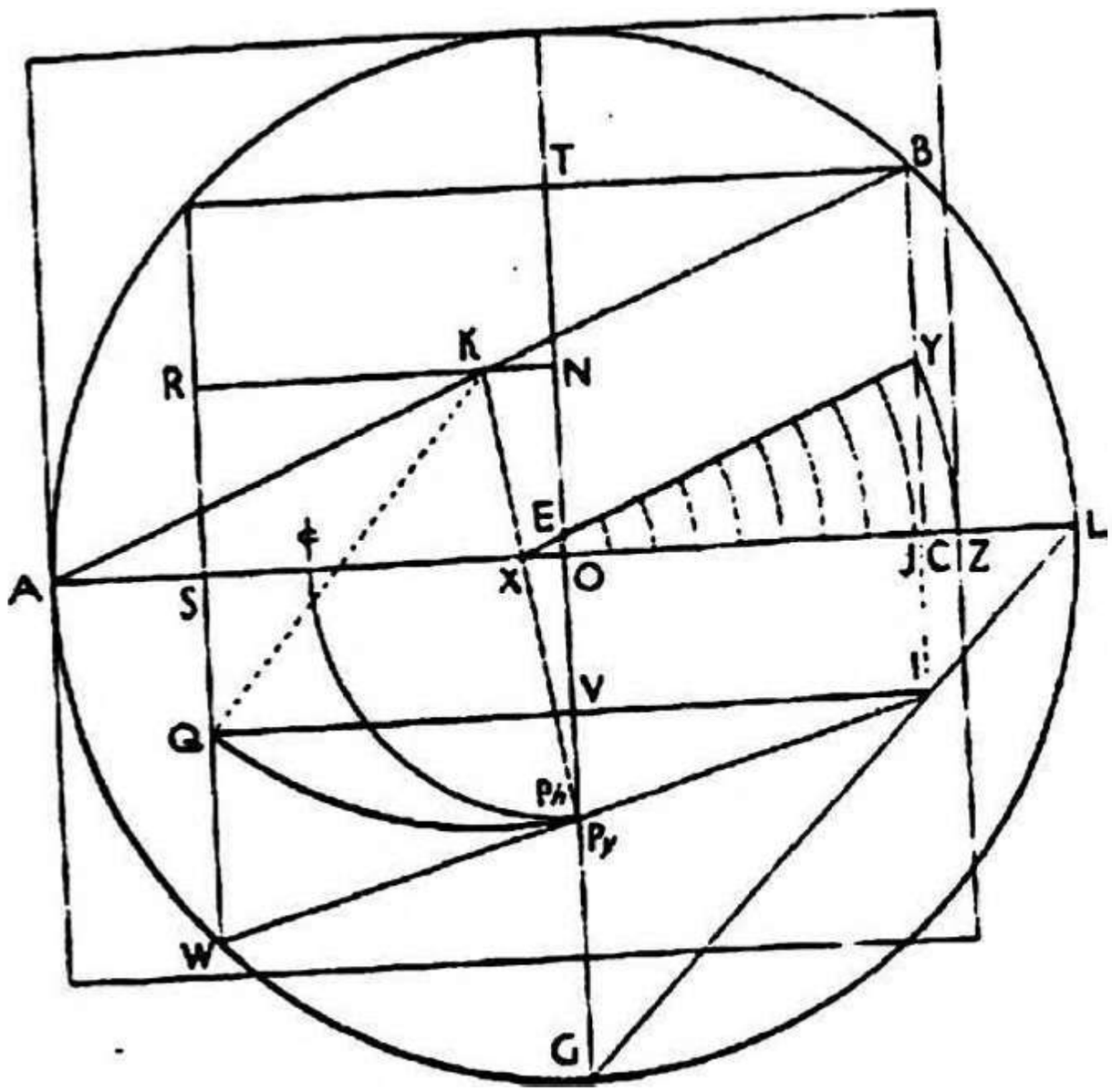
TÜBİTAK
POPÜLER BİLİM KİTAPLARI
2. Basım


3. Basamak
31. Basamak
314. Basamak
3141. Basamak
π = 3,14

# II

# $\pi$ Coşkusu

DAVID BLATNER




9d1465603499280879405115310057587129552571964111506850340773710604390371259575596985949362058477512026354947347534748189262254190352671614429284899857536740092163271630086060543737368
2335658862688634368915321809557220456777137368310438075584529612832832606319629728527966674362974800821318627921869044284342630735760703999669430789508147269730253817375694922751795354326134912040594832860949992366a1220788122641914850485632807206641855705952037503032291689448942757830609091085241060140068327420558396977382315073499610875876370425556496808685507194225634496673243006562592504745817627332818160170196981665424263787636014530359465384503254766674999737140835665138186025156320283637389171016545414882674448009105704186162626837971120868141357279611099088292970229692128180978798951391504270936786444983196420134566833908775943006442485623012124614511697921939634409508083229281294270436599146482749984375942113020461829730841717881309037955854560324717081919530277166579455547354475428443440813938890860977601785738930751866190a50501807716500184074432585402418436050111824299070212341724367452536534959479906033434075437181260939983371921848541873597984534893439226851506818266249007802933501265882497422634188533525663670282766249934982948874833106176420847901892305289960897860413006510902817980504058710767117904113021748279668233300190022023318557678984331758680637835998679160153892222023657575815856611409199394861599209159917553341783033476431316330127053906970793265678124159066342847213602352182367412147331244999443341559152743159316874778825331550927703636202901222597794809855392200064527162280855398279906584233445532821276317650572663267691141073034845871896996434875775138479148183635100621466818585096348887081456976722020167991199462417776688907917136863945960726068538810778783002161368276697026223459418737476733537998884400342704680304255169412715873932039844437460454781611305662517641275982118193966110185056288035594256606003231211618099662212930100247091334715068226043045868030090424286168202556214094608790006519109949537081581650587898336073946608445756578063669027284346201858732825292479650528668140850353851983752363745192562279549029055790703028395014485483592983454281448730435804705331508151050300152142811717539364913316617262123540532786330800208137705563029496359420165433309a094177196326234119387105161570101790053551679370860291366756988609712a120368583812957953077981413657001747613569669861460684916396995738176316958246025133421080726217136019430180872098855141502416381832597525959316553186583111712685794152720661221842661411825154657484878312610047834546749258308729985447a212064450952332450508774314961665552517971680209917200264093749219075699369896330281391647208963381771735555846592706524504862516a19540550801343

# III

*TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları* 182

*Pi Coşkusu / The Joy of Pi*
David Blatner

Çeviri: Nermin Arık
Redaksiyon: Ayşe Sarıoğlu

Copyright © 1999 David Blatner
Walker&Co. ile yapılan anlaşma uyarınca yayımlanmıştır.
© Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu, 2000

Bu yapıtın bütün hakları saklıdır. Yazılar ve görsel malzemeler, izin alınmadan tümüyle veya kısmen yayımlanamaz.
Türkçe yayın hakları Kesim Ajans aracılığı ile alınmıştır.

*TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları'nın seçimi ve değerlendirilmesi*
*TÜBİTAK Yayın Komisyonu tarafından yapılmaktadır.*

ISBN 975 - 403 - 301 - 3

1. Basım Kasım 2003 (2500 adet)
2. Basım Aralık 2003 (2500 adet)

Yayınlar ve Tanıtım Daire Başkanı
Şefik Kahramankaptan

İşletme Müdürü
M. Kemal Bostancıoğlu

Yayıma Hazırlayan
Mustafa M. Dağlı

*Grafik Tasarım ve Uygulama: Cemal Töngür*

TÜBİTAK
Atatürk Bulvarı No: 221 Kavaklıdere 06100 Ankara Tel: (312) 427 33 21 Faks: (312) 427 13 36
e-posta: kitap@tubitak.gov.tr İnternet: kitap.tubitak.gov.tr

Semih Ofset - Ankara



# π Coşkusu

DAVID BLATNER

TÜBİTAK
POPÜLER BİLİM KİTAPLARI

VI

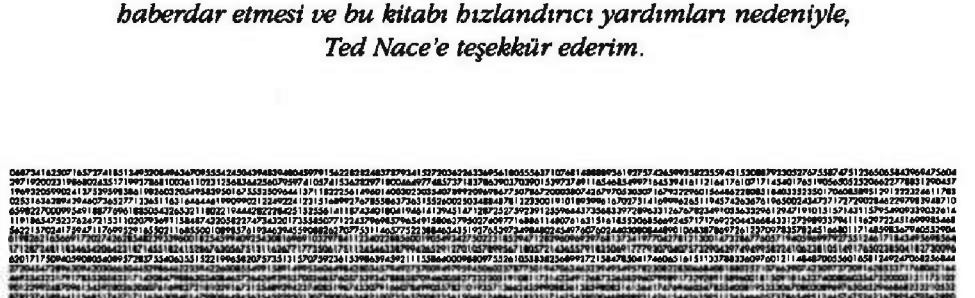
*Debra Carlson'a, şiiri fark etmeme yardımcı olan*



# VII

# Teşekkürler

*Bu kitap, aslında birçok kişinin işbirliğinin bir ürünüdür. Walker and Company'deki herkese, özellikle de George Gibson, Liza Miller, Marlene Tungseth'e; tasarımcı Maura Fadden Rosenthal'a; Penguin UK'den Stefan McGrath'a; menajerim Reid Boates'e ve araştırma asistanım Suzanne Carlson'a teşekkür etmek isterim. Dünyanın her tarafından birçok kişi değerli bilgilerle katkıda bulundu. Bunlar arasında William Gosper, Stephen Wolfram, Peter Borwein, Simon Plouffe, Richard Fikes, Allan Fallow, David ve Gregory Chudnovsky, Danny Bobrow, Underwood Dudley, Gene Golub, Barry Fisher, Vaughan Pratt, David Nelson, Benjamin Ginsberg, Larry Shaw, Ivars Peterson, Eve Anderson, Sandee Cohen, John Grimes ve Jon Winokur'u sayabilirim. Ayrıca, beni Richard Preston'un Chudnovsky'ler hakkında 1992'de New Yorker dergisinde yayımlanan makalesinden haberdar etmesi ve bu kitabı hızlandırıcı yardımları nedeniyle, Ted Nace'e teşekkür ederim.*



X

# İçindekiler


**1**

*Önsöz*

**Çemberler ve Kareler**
Doğanın kusursuz biçimi çember ile, insanoğlunun kusursuz biçimi kare arasındaki ilişki üzerine bir araştırma.

**5**

*Giriş*

**Neden pi?**
On beş ya da yirmi ondalık haneden daha hassas bir pi ölçümünün hiçbir pratik kullanımı yoktur. Öyle ise, matematikçiler neden yaşamlarını daha çok ondalık basamak ve bunları hesaplama yolları bulmaya adamaktadırlar? Pi ne gibi sırlar saklıyor olabilir?

**9**

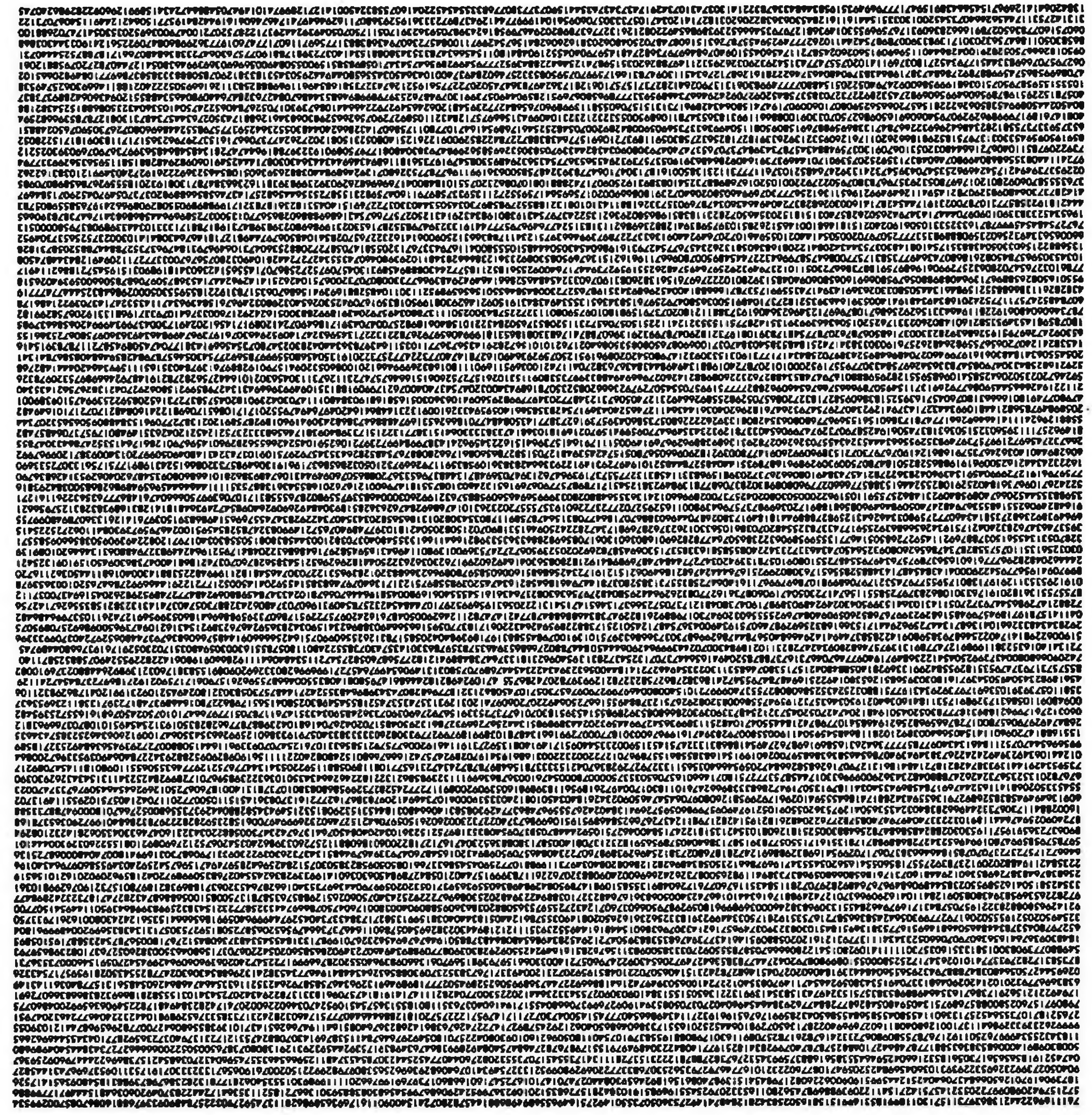
**Pi'nin Tarihçesi**
İlk Çağlar: İ.Ö. 2000 – 500
Eski Yunan Dönemi: İ.Ö. 500 – İ.S. 200
Doğu'da Pi: İ.S. 100 – 700
İlerleme Binyılı: İ.S. 600 – 1600
Matematikte Önemli Adımlar: İ.S. 1600 – 1900
Elektronik Bilgisayar Çağı: İ.S. 1900' den Bugüne
Pi'nin Kronolojisi

**69**

**Chudnovsky Kardeşler**
Boş zamanlarında aşkın sayıları derleyebilmek ve sonsuz serileri araştırmak için kırklı yaşlarına geldiklerinde raflarda tutulmayan parçalardan, evlerinde bir süper bilgisayar yapan iki Rus göçmeni kardeşin öyküsü.




# IIX



## 81

### π Sembolü

Neden π? Bir çemberin çevresinin çapına oranını temsil eden en çok kullanılan Yunan harfi π'ye kısa bir bakış.

## 89

### Pi'nin Kişiliği

Sayıların özellikleri ve belirleyici nitelikleri vardır, insanların olduğu gibi; bir sayıyı tanıyıp, onun diğer sayılarla etkileşimini araştırabilirsiniz. Pi'nin doğası nedir?

## 95

### Çemberi Kare'leyenler

Bütün zamanların en ünlü (ve ele avuca gelmez) matematik bulmacasını çözme çabalarına esprili bir bakış: sadece bir cetvel ve pergel kullanarak, alanı bir dairenin alanına tam olarak eşit bir kare çizmek ve bunu sonlu sayıda aşama ile yapmak.

## 117

### Pi'yi Ezberlemek

Pi'nin basamaklarını anımsamayı kolaylaştıran yöntemler, şiirler ve başka hünerler -on binlerce rakamı öğrenip ezbere okuyan kişilerin akıl almaz öyküleri de dahil.

## 131

### Sonsöz

## 132

### Pi Üzerine Daha Çok Bilgi İçin

## 133

### Dizin




# *Önsöz*

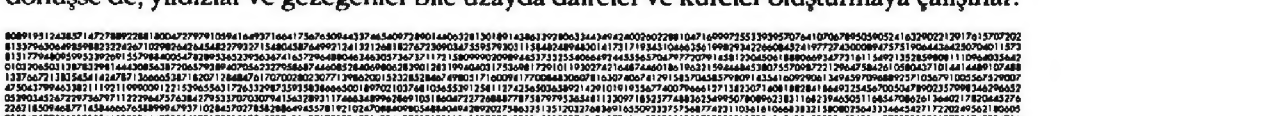
# ÇEMBERLER ve KARELER

*Doğada tam olarak doğru çizgi, gerçek çember ve mutlak büyüklük olmadığı başlangıçta bilinse idi... Matematik var olamazdı.*

**Friedrich Nietzsche,** *İnsan, Fazlasıyla İnsan*

Çok basit bir problem gibi görünüyor: Yalnızca bir cetvel ve pergel kullanarak bir çemberin içerdiği alanı kaplayan bir kare çizmek. Bu ne kadar zor olabilir ki?

Bir yanda -evrendeki en basit biçim olan- bir çemberiniz var. Bir yağmur damlası, bir havuzun yüzeyinde kusursuz çemberler şeklinde dalgalara yol açar; bunlar, kıyıyla sürtünme, ya da başka yağmur damlalarının yol açtığı kusursuz dairesel dalgalarla yok edilinceye kadar, sürekli genişlerler. Yukarıdan bakıldığında, bir ağacın dallarının, gövdenin etrafında daireler oluşturarak, güneş ışınlarını alabilmek için optimal yüzey alanı oluşturmaya çalıştıkları görülür. Yerçekimi ve kendi çevresinde fır dönme kuvvetlerinin çekip itmesiyle kusursuz matematiksel eğrileri doğada gördüğümüz karmaşık biçimlere dönüşse de, yıldızlar ve gezegenler bile uzayda daireler ve küreler oluşturmaya çalışırlar.

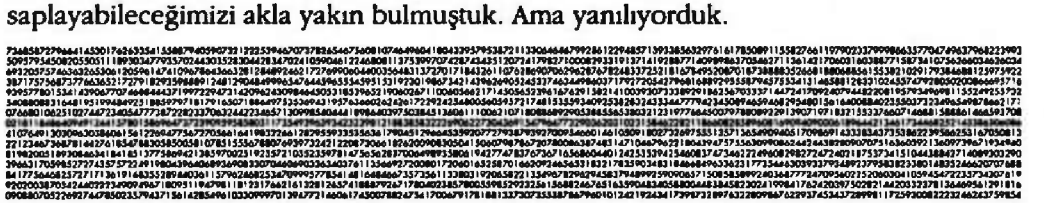


Çemberler doğal dünyada her yerde karşımıza çıkarlar. Eski uygarlıkların insanları, her gün kendilerine yukarıdan bakan ay ve güneşin büyük dairelerini sonsuz güç ve gizemin kaynağı saymışlardır. Uygarlık öncesinde bile, insanların kum üzerinde sopalarla ve iplerle çemberler çizerek, kendi sonsuz biçimlerini yaratmış olmaları olasıdır. İ.Ö. 8000 yıl öncesindeki evlerin ve kutsal yapıların daire şeklinde olması, belki de, ana-tanrıçaya, yani Yeryüzü'ne tapan dinlerden dolayıdır.

Öte yanda, bir kare var: Dört eşit kenar ve dört eşit açıdan oluşan zarif bir şekil. Yazılı tarihin en eski döneminden bu yana kare, çemberin karşıtı, antitezi olmuştur. Doğada karelere ender olarak, belki sadece en arı kristal yapılarında rastlanır. Bir çember oluşturma ne denli doğal gelse de, bir kare yaratmak için ölçme ve hesaplama yapmamız gerekiyor. En basit kareler çemberlerle çizilebilir. Bir çemberin merkezinden geçen birbirine dikey iki doğru çizdiğinizde bunların çemberi kestiği noktalar bir karenin köşelerini oluşturur.

Kareler, insanın ölçme yeteneğinin bir simgesi haline gelmiştir. Çemberler sonsuzun bir işareti ise, kareler de sonlu olmanın bir işaretidir. Çemberler doğal dünyanın gizemini yansıtırlarken, kareler ilk uygarlıkların, toprağı, ekip biçmek ve mülkiyet haklarını belirlemek amacıyla bölebilmelerini sağlamışlardır. Artık dairesel evlerde yaşamıyoruz; modern evlerimizin belirgin duvarları ve açıları var.

Yine problemimize dönelim. Dört bin yıllık uygarlık süresince, biz insanların çember ile kare arasında matematiksel, geometrik bir ilişki bulabileceğimizi, kareleri, hatta üçgenleri ölçtüğümüz gibi çemberi de doğal olarak ölçebileceğimizi sanmıştık. Çelişkili de olsa her zaman sonsuzun sınırlarını keşfedebileceğimizi ve bir şekilde doğayı hesaplayabileceğimizi akla yakın bulmuştuk. Ama yanılıyorduk.



**pi**[1], çoğulu **pi'ler**. **1.** Yunan abecesinin 16. harfi (Π, π). **2.** Bu harf ile temsil edilen ünsüz ses. **3.** *Mat.* **a.** bir çemberin çevresinin çapına oranını simgeleyen π harfi. **b.** oranın kendisi: 3,1415926+. [1835-45; < Gk *pi, pei*; matematikte Gk *periphérion*'u (çevreyi) temsil eden simge]

# NEDEN Pİ?

*Matematikte belki de hiçbir simge pi (π) sayısı kadar gizem, romantizm, yanılgı ve insan ilgisi yaratmamıştır.*

**William L. Schaaf** *π'nin Doğası ve Tarihçesi*

Kendimizi kusursuzluğun erişilebilir olduğuna inandırdığımız, hassas yüksek teknoloji araçlarına sahip dünyamızda, bir çemberin çevresini çapına bölmek gibi basit bir problemi gerçekten çözemediğimizi kabul etmek bize zor geliyor. Ne var ki, π (pi) simgesi ile gösterilen bu değer dört bin yıl boyunca matematikçileri şaşırtmış, herhangi bir sayıdan daha fazla ilgi görmüş, daha çok beyin gücü tüketmiş ve çöp kutularını geçersiz teorilerle daha çok doldurmuştur.

Kuşkusuz, bir konserve kutusu ve bir parça sicim kullanarak bir çemberin çevresinin, çapının üç katından biraz daha fazla olduğunu bulabilirsiniz. Milimetrenin ondabirini ölçebilen iyi bir cetvel ile aradaki oranın bire 3,1415'ten azıcık daha büyük olduğunu bile görebilirsiniz. Oranı daha büyük hassasiyetle hesaplamanızı sağlayan yöntem-

lerle, onun 3,141592653... olduğunu bulabilirsiniz ki burada her yeni rakam, bir önceki hesaplamanın on katı daha hassas bir değeri temsil eder. Ancak ne kadar çok hesaplarsanız hesaplayın, ölçüm için yeni yöntemler bulmakta ne kadar usta olursanız olun, pi için hiçbir zaman bir tam değer bulamayacaksınız.

Yine de, tarih boyunca matematikçiler uzun yıllarını olabildiğince çok basamak bulmaya harcamışlardır. Günümüzdeki rekor, insan beyni ve bilgisayarın inanılmaz gücünü kanıtlayan 51 milyar basamaktır. Peki, insanlar bunu neden yapıyorlar? Hiçbir gerçekçi ölçümde pi için yüz basamağa bile gerek yoktur. Aslında en titiz bir mühendis bile pi için yedi haneden fazlasına gerek duymaz. Fizikçiler ise 15 ya da 20 haneden fazlasını kullanmaz. Öyle ise bütün bu matematikçiler ne için çabalıyorlar?

Bir ölçüde, bu kitabın yazılmasına da yol açmış olan bu sorunun, ne yazık ki, yaşamdaki çoğu şeyde olduğu gibi, kesin bir yanıtı yoktur. Bir bilgisayarla yarışabileceğiniz en zor işlemlerden biri pi'yi hesaplamaktır mutlaka. Tek bir basamaktaki yanlışlık, ardından gelen her sayının yanlış olmasına neden olur. Aslında, dünya rekorunu kırmaya girişen her kişi, kendi donanım ve yazılımında, başka herhangi bir şekilde saptamanın hemen hemen olanaksız olduğu, derin temel hatalar bulmuştur.

Pi'yi anlama arayışı, çoğu kez, daha fazla hane hesaplamak yerine, çevrenin çapa oranı gibi basit bir şeyin anlaşılmasının neden bu kadar karmaşık hale geldiğini açıklayabilecek yanıtlar aramaya dönüşür. Pi'yi arayış, insanoğlunun zihnimize ve dünyamıza yönelik araştırmacı ruhunun ve sınırlarımızı sınamak için duyduğumuz bastırılamayan dürtünün derinlerine kök salmıştır. Everest Dağı'nın zirvesine tırmanmak gibi, insanlar onu, o orada olduğu için yapıyorlar.



Pi'nin öyküsünde, destan ile gizem, derin anlamlı ile derinlemesine gülünç birlikte yer alır. Pi, sonlu ile sonsuz arasındaki sınırı belirleyerek, kavrama yetimizin sınırlarını bize öğretir. Pi'yi en çok çember oranından tanırız ancak, matematiğin her alanında, fizikte, istatistikte, mühendislikte, mimarlıkta, biyolojide, astronomide, hatta güzel sanatlarda hep karşımıza çıkıyor. Pi hem ses dalgalarının hem de okyanus dalgalarının ritminde gizlidir. Geometride olduğu gibi doğanın da her yerinde hazır ve nazırdır.

Eğer bu sayıyı daha iyi anlayabilse idik -eğer basamaklarında bir kalıp bulabilse idik, ya da birbirleriyle ilgisi yokmuş gibi görünen pek çok denklemde neden ortaya çıktığını daha derinden anlayabilseydik- matematiği ve evrenimizin fiziğini daha derinden kavrayabilirdik. Ancak bu sayı, kozlarını her zaman gizlemiş ve insan kavrayışı için sürdürülen savaşımda çok az gerilemiştir.

Bu kitap, pi sayısı ile tarih boyunca bu sayıyı hesaplamış, ezberlemiş, felsefesini yapmış ve anlamını genişletmiş bütün bireylerin çabalarının ve cesaretlerinin bir kutlamasıdır. Bu kitap, en ünlü matematikçiler kadar, "çemberi kareleme" sorununa aklını takmış yüzlerce matematik kaçığı tarafından, matematik tutkusu tarihine perçinlenmiş olan bir sayının özü ve çekiciliği üzerine bir araştırmadır.

Kitap, hem pi'nin hesaplanmasının ayrıntılı bir öyküsünü, hem de pi'nin birçok yoldan popüler kültürümüze nasıl girdiği konusuna genel bir bakışı içermektedir; buna insanların pi'nin basamaklarını ezberlemek için bulduğu çeşitli yöntemler de dahildir. İncelemeniz ve eğer kendinize güveniyorsanız, anlamını bulmaya çalışmanız için bu ünlü sayının bir milyon ondalık basamağını da kitapta bulabileceksiniz.

İnsanoğlunun pi'yi araştırma öyküsünde, tarih ile tiyatro, komedi ile talihsizlik ve belki her şeyden öte- özel, neredeyse garip denebilecek ölçüde ayrıntıyı önemseme



vardır. Mimar Mies van der Rohe, Tanrı'nın ayrıntılarda olduğunu söylemekte belki de haklıydı; çünkü matematikçiler, bir anlayışa götürecek ufacık bir işaret bulmak umuduyla pi'nin basamaklarının giderek daha derinine inmeye çalışmışlardır. "Tanrı her zaman geometriyle çalışır" diye yazmıştı Platon. Ne var ki, dünyanın en hızlı çalışan süperbilgisayarları ile pi'nin milyarlarca basamağını hesaplamış olduğumuz halde hiçbir şey bulamadığımıza göre, artık şu soruyu sormaya başlamalıyız: Sayının gizini kavramaya başlamadan önce daha ne kadar ayrıntıya girmek zorundayız?



# İLK ÇAĞLAR
# İ.Ö. 2000-500

*Matematiğin en eski katmanından gelen ve günümüzde bile matematiksel araştırmanın ciddi ilgi duyduğu yegâne konu π'nin hesaplanmasıdır.*

**Len Berggren, Jonathan Borwein ve Peter Borwein** *Pi: Bir Kaynak Kitap*

Bir çember büyüdükçe, çapının ve çevresinin birbirlerine oranının sabit kaldığının ilk olarak ne zaman fark edildiğini bilme olanağı yoktur. Dahası, çemberin çevrelediği alan da bu orana dayalıydı. Peki, bu sabit değer ne idi?

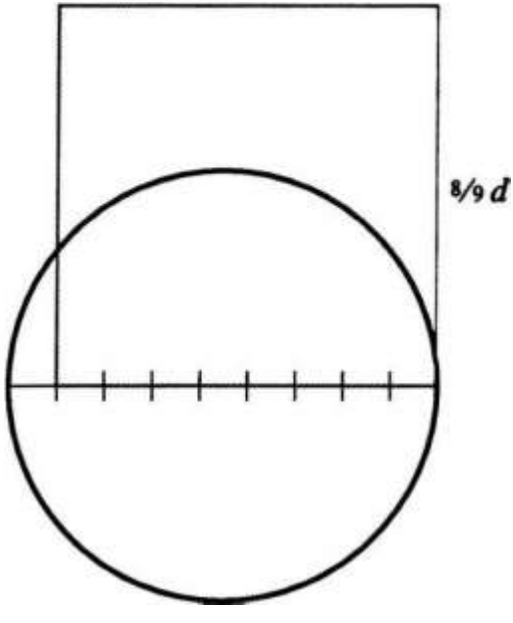
İlk uygarlıklardaki matematikçiler, sadece deney yaparak, bir dairenin çevresine sarılmış olan bir sicimin, çap uzunluğunun üç katından biraz fazla olduğunu anlamışlardı herhalde. Daha hassas ölçümler ile, bu biraz fazlalığın çap uzunluğunun sekizde birinden büyük, dörtte birinden küçük olduğunu da keşfetmiş olmaları olasıdır.

Bu oranın bilinen en eski kaydı, Ahmes adlı Mısırlı bir kâtip tarafından İ.Ö. 1650 sıralarında yazılmış olan ve Rhind Papirüsü olarak bilinen yazıdır. Yazı şöyledir: "Çapın 1/9'unu kes ve kalanın üstüne bir kare çiz; bu alan daire alanının aynısıdır." Daire ala-

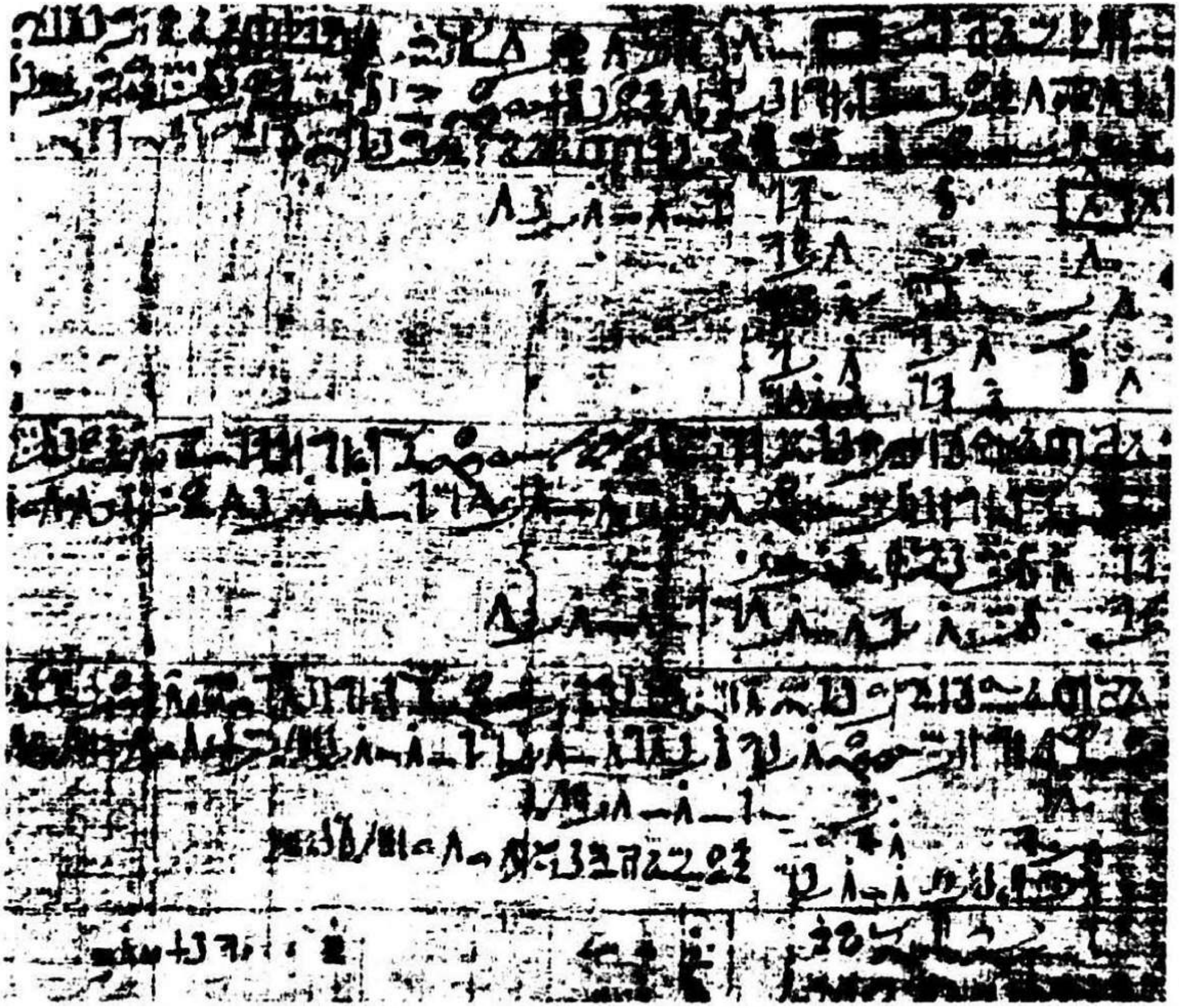
nının $\pi r^2$ olduğunu bildiğimize göre, eğer bu alan 8/9'un karesi ise, bu papirüse göre çevresinin çapa oranı 256/81'e, yani 3,16049...'a eşittir.

Ahmes'in bulduğu değer yaklaşık 3,141592 olan doğru değerin yüzde 1'inden daha az bir hata taşıyordu ki; bu da o dönem için hayli doğru bir değerdi. Ancak yine de, tarih Ahmes'in bulgusunun yayılmadığını gösteriyor. Bin yıl sonra Babilliler ve ilk İbraniler, çevrenin çapa oranı için, gerçeğe hiç de yakın olmayan 3 değerini kullanıyorlardı.

Rhind Papirüsü üstündeki bu formüller, aynı zamanda, "çemberi kare'leme", yani bir daire ile alanı aynı olan bir kare çizme girişiminin belgelenmiş ilk kaydıdır. Bu da daire karelemenin, dünyanın en eski ve tarih boyunca tekrar tekrar ortaya çıkan matematik problemi olduğunu gösterir.



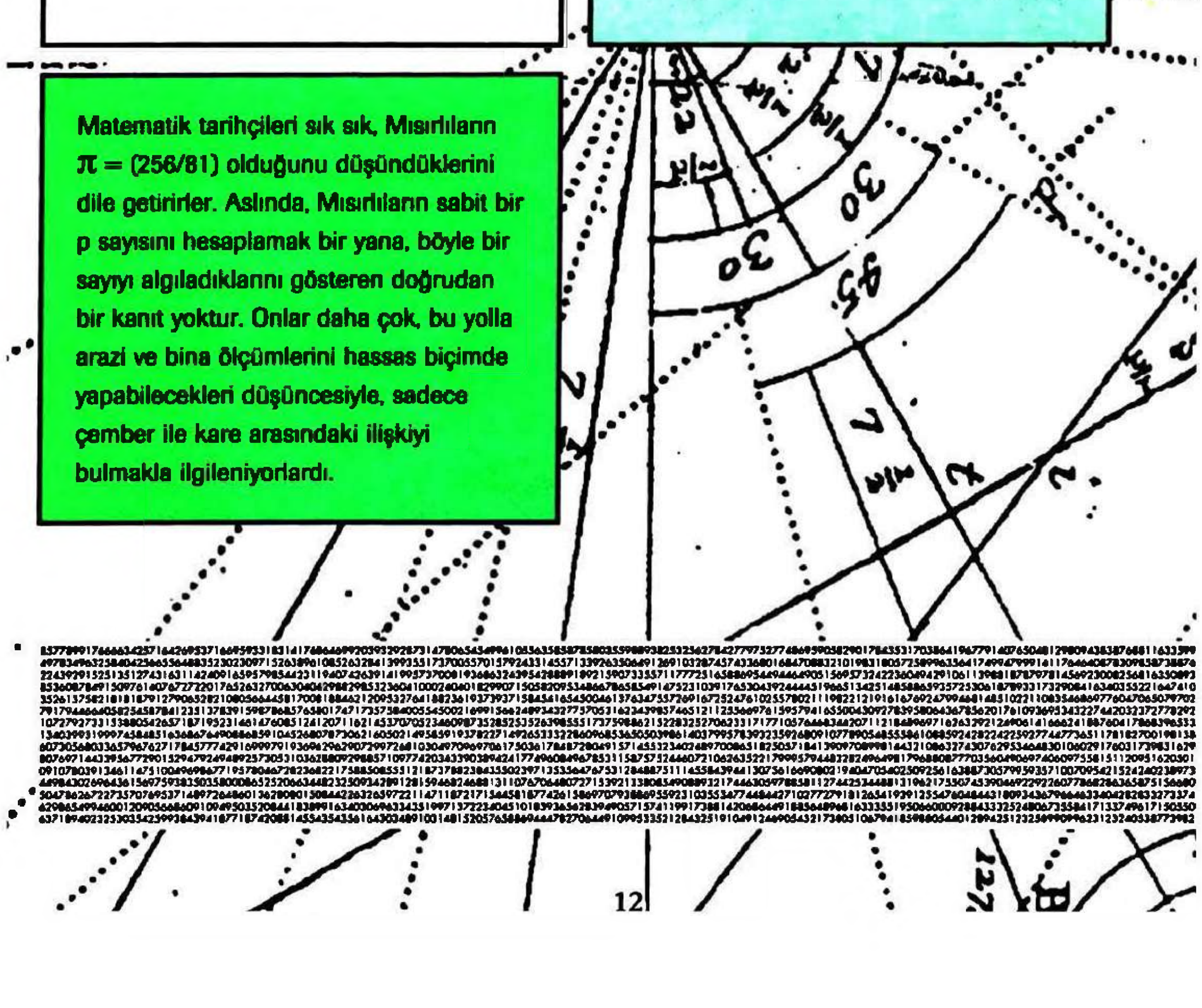


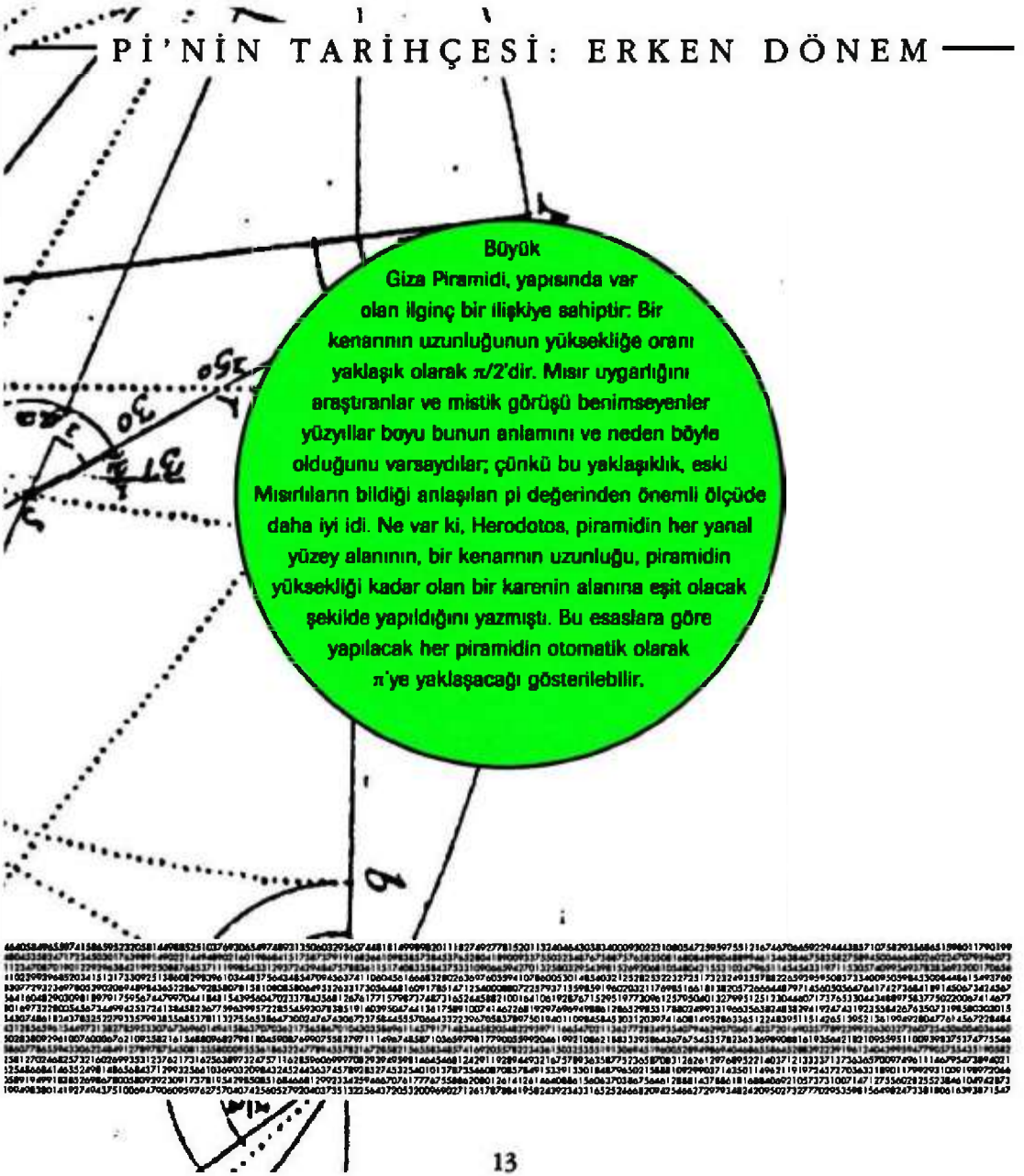



Çevre uzunluğunun çapa olan ünlü oranına, Ahmes'in Rhind Papirüsü'nü yazmasından üç bin yıl sonrasına kadar bir ad, hatta bir simge bile verilmemişti. Matematikçiler onun için hep quantitas, in quam cum multiplicetur diameter, proveniet circumferentia ("çapla çarptığımız zaman çevre uzunluğunu veren nicelik") gibi deyimler kullanmışlardı.

Rhind Papirüsü (yaklaşık İ.Ö. 1650) ilk olarak Eisenlohr'un Ein mathematicsches Handbuch der alten Ägypter (1877) isimli eserinde çevrilmiş ve açıklanmıştır. Papirüs halen British Museum'un kalıcı koleksiyonunda bulunmaktadır.

Matematik tarihçileri sık sık, Mısırlıların $\pi = (256/81)$ olduğunu düşündüklerini dile getirirler. Aslında, Mısırlıların sabit bir p sayısını hesaplamak bir yana, böyle bir sayıyı algıladıklarını gösteren doğrudan bir kanıt yoktur. Onlar daha çok, bu yolla arazi ve bina ölçümlerini hassas biçimde yapabilecekleri düşüncesiyle, sadece çember ile kare arasındaki ilişkiyi bulmakla ilgileniyorlardı.





Büyük Giza Piramidi, yapısında var olan ilginç bir ilişkiye sahiptir: Bir kenarının uzunluğunun yüksekliğe oranı yaklaşık olarak π/2'dir. Mısır uygarlığını araştıranlar ve mistik görüşü benimseyenler yüzyıllar boyu bunun anlamını ve neden böyle olduğunu varsaydılar; çünkü bu yaklaşıklık, eski Mısırlıların bildiği anlaşılan pi değerinden önemli ölçüde daha iyi idi. Ne var ki, Herodotos, piramidin her yanal yüzey alanının, bir kenarının uzunluğu, piramidin yüksekliği kadar olan bir karenin alanına eşit olacak şekilde yapıldığını yazmıştı. Bu esaslara göre yapılacak her piramidin otomatik olarak π'ye yaklaşacağı gösterilebilir.

## *Pi ve İncil*

İncil'in pi konusundaki tutumu çok açıktır. Eski Ahit'in Krallar bölümü 7:23. suresinde Süleyman'ın tapınağının içinde inşa edilen mihrap hakkında şöyle yazılmış:

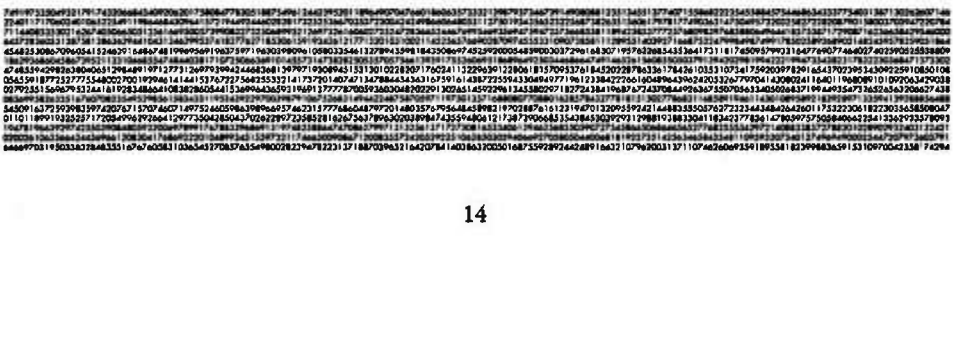
**O, AYNI ZAMANDA BİR KENARINDAN ÖBÜRÜNE ON KÜBİT*, ÇEVRESİ YUVARLAK OLAN ERİMİŞ BİR DENİZ YAPTI VE ONUN YÜKSEKLİĞİ BEŞ KÜBİT İDİ VE OTUZ KÜBİT'LİK BİR ÇİZGİ ONUN ÇEVRESİNİ SARIYORDU.**

Çevre uzunluğunun çapa oranının otuz kübit bölü on kübit, yani 3, olduğuna işaret eden bu paragraf (ki, Vakayiname 4:2'nin hemen hemen aynıdır) büyük olasılıkla İ.Ö. altıncı yüzyıl sıralarında yazılmıştı (her ne kadar İ.Ö. onuncu yüzyılda yapılmış bir tapınağı anlatıyorsa da). Gerçekten bu kadar uzak olması, yıllar boyu matematikçileri ve bilgili insanları tedirgin etmiştir. Bu zıtlığı açıklamak için akla gelebilecek birçok neden öne sürülmüştür: "Bu, İncil'in sahte olduğunun kanıtıdır"dan tutun, "Bu, pi'nin gerçekte 3 olduğunun bir kanıtıdır; ve bilim adamları bize yalan söylüyorlar"a kadar uzanan açıklamalar.

Aşağıda sorunu açıklamaya çalışırken getirilen kuşkulu önerilerden bazılarını bulacaksınız:

- Süleyman'ın kabı gerçekte "bir fincanın kenarı" gibi şekillendirilmişti (2. Vakayiname 4:5). Bu bölümlerde söz edilen çap fincanın üst kenarında, çevre ise dibinde ölçülmüştü.

* Dirsekten orta parmağın ucuna kadar ölçülen eski bir ölçü, "kol boyu".



• Daha çok Rambam veya Maimonides olarak tanınan Haham Moşe ben Maymon (İbni Meymun) da (1135-1204) şöyle yazmıştı: "Bir çemberin çapının çevresine oranı bilinemez (...) ancak yaklaşık olarak ifade edilebilir (...) ve bilim adamlarının kullandığı yaklaşık değer bir'in 31/7'ye oranıdır. (...) Kusursuz doğrulukta bir oran elde etmek olanaksız olduğundan bilim adamları, yuvarlak bir sayı kabul ettiler ve (...) "Üç yumrukluk çevresi olan [çemberin] çapı bir yumruktur" dediler. "Ve gereken bütün ölçümlerde buna dayandılar."

• Metinde yer alan pi değeri sıradan bir kişinin sürekli yaptığı işlemler için son derece yeterli bir yaklaştırımdır. Doğru değer sadece sözcüklerden değil, aynı zamanda İbranice harflerinin sayısal eşdeğerinden derlenmelidir. Çevre uzunluğu sözcüğü Qof, Vaf, He harfleri kullanılarak yazılır, ama Qof, Vav olarak okunur. Bu iki yazılışın sayısal eşdeğerine -bir sözcükteki her harfin bir sayıya eşit olduğu ve sözcüğün "değeri"nin harflerinin toplamına eşit olduğu değer- bakarsanız 111 ve 106 sayılarını bulursunuz. Bu iki sayıyı böler, sonra da "sıradan" değer olan 3 ile çarparsanız şaşırtıcı bir şekilde 3,14150943... bulursunuz.

• Bu kocaman tasın ağız çevresinin uzunluğu bir "el eninde" idi (2. Vakayiname 4:5). Çap uzunluğu tas ağız kenarının dış kalınlığını da içine alıyordu; halbuki çevre uzunluğu tasın kenarının içinden ölçülmüştü (bu nedenle "el eni" bir kübit'in dörtte birine eşitti).



# ESKİ YUNAN DÖNEMİ
# İ.Ö. 500-İ.S. 200

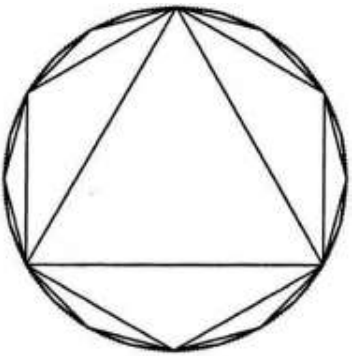
*Dairelerin birbirlerine oranı, çaplarının karelerinin oranı gibidir.*

**Eukleides [Öklit],** *Elements, 122*

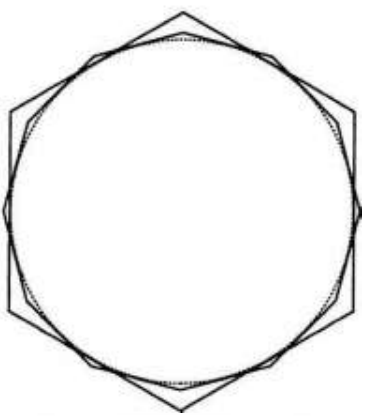
Kâtip Ahmes'in Mısır'da formüllerini yazıya dökmesinden sonra geçen bin yıl içinde hiç kimse çemberler ve kareler arasındaki ilişki üzerinde pek durmadı. Bütün bu süre boyunca Mısırlılar da, Babilliler de, oran hakkındaki temel anlayışlarını arazi ölçümü ve inşaatlar için yeterli görüyorlardı. Ancak İ.Ö. dördüncü yüzyılda Yunanlılar dairesel ölçmeler konusunu daha yakından incelemeye başladılar. Eski Yunan'ın merakı, kimilerine göre de tutkusu, arazi ölçümü değil, fikirlerin irdelenmesiydi. İnsanlar tarihte ilk kez "ne kadar?" sorusunu bırakmış, "nereden?" sorusunu sormaya başlamışlardı. O dönem düşüncenin altın çağı idi ve çevrenin çapa oranı günün en önemli konusu olmasa da, o uzak geçmişteki en büyük beyinlerin odaklandığı konulardan bir tanesiydi.



Bir daire ile bir kare arasında kesin bir ilişki bulma çabasını başlatan ilk Yunanlı, Klazomenai'li Anaksagoras (İ.Ö. 500-428) oldu. Plutarkhos'un yazdığına göre Anaksagoras güneşin bir tanrı olmadığını öğrettiği için hapiste yatarken, (bilim ile din arasındaki ne ilk, ne de son çatışma) bir daireye eşit alana sahip bir kare çizmenin yöntemini geliştirdi; ama bunu nasıl yaptığını açıklamaya kalkışmamak herhalde Plutarkhos'a daha uygun gelmişti.



Kısa bir süre sonra, her ikisi de Sokrates'in (İ.Ö. 469-399) çağdaşı olan, Heraclea'lı Antiphon ile Bryson bir dairenin alanını bulmak için yepyeni ve özgün bir kavram denediler: tüketme ilkesi. Bir altıgen alıp kenar sayısını ikiye katlar ve sonra yine sürekli ikiye katlarsanız, sonunda (onlara göre) o kadar çok kenar olacaktır ki, bu çokgen bir daire haline gelecektir.



Antiphon, önce bir daire içine bir çokgen çizip, art arda gelen çokgenler bir daireye dönüşmeye yaklaşırken her birinin alanlarını hesaplayarak daire alanının değerini buldu. Daha sonra, Bryson, çok önemli bir ikinci sıçrama yaptı: Biri dairenin içine, öteki de dairenin dışına çizilmiş iki çokgenin alanla-



rını hesapladı. Daire alanının bu iki çokgenin alanlarının arasında bir yerde olacağını düşünüyordu. Bir sonucun, alt ve üst sınırlar kullanarak saptanmasının belki de ilk örneği buydu.

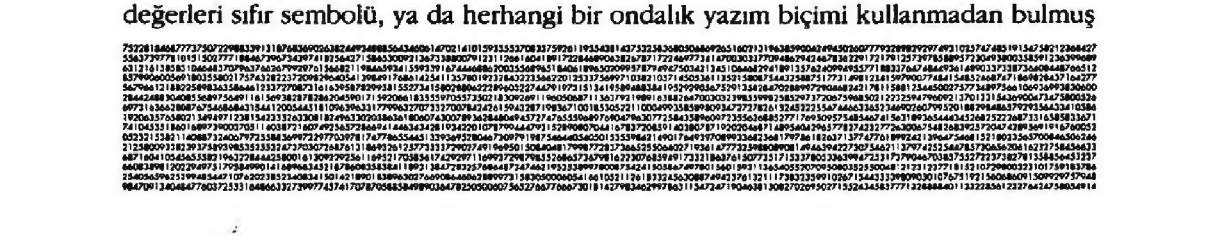
Bu hesaplamalar (ki, giderek küçülen yüzlerce üçgenin alanını bulmayı gerektiriyordu) o çağ için son derece karmaşıktı ve ne Antiphon ne de Bryson pek fazla basamağa ulaşmayı başaramadılar.

Bu iki matematikçiden iki yüz yıl sonra Siracusa'lı Arkhimedes (İ.Ö. 287-212) bu sorunu ele aldı. Arkhimedes [Arşimet] daha çok, yıkanırken suyun kaldırma kuvveti ilkesini keşfederek çıplak olarak sokaklara fırlayıp "Evreka!" diye bağırması ile ünlüdür. Ancak kendisi aynı zamanda, olağanüstü bir mucit, matematikçi ve fizikçi idi. (Başka şeyler yanında makara ve kaldıracın sırrını keşfeden de odur.) Kuşkusuz tarihin en büyük düşünürlerinden biridir.

Daireleri ele aldığı zaman, hesaplamalarında Antiphon ve Bryson'un tüketme yöntemlerini kullandı. Ancak Arkhimedes iki çokgenin alanlarına değil çevrelerine odaklandı ve böylece, dairenin çevre uzunluğu için yaklaşık bir değer buldu.

İki altıgenin kenar sayısını dört kez iki katına çıkararak iki tane 96 kenarlı çokgen elde etti; sonra da onların çevre uzunluklarını hesapladı. Daha sonra şu bulgusunu Çemberin Ölçümü adlı kitabında yayımladı: "Bir dairenin çember uzunluğunun çapına oranı 3 1/7'den küçük, fakat 3 10/71'den büyüktür." Arkhimedes, oran için yalnızca alt ve üst sınır saptayabileceğini biliyordu; ancak bu iki değerin ortalaması alındığında 3,1419 buluruz ki, bunun gerçek değerden sapması on binde üçten daha azdır.

Ancak Arkhimedes'in bulduğu yaklaşımın kesinliğinden daha da şaşırtıcı olanı, bu değerleri sıfır sembolü, ya da herhangi bir ondalık yazım biçimi kullanmadan bulmuş



olmasıdır. Bu kavramlar henüz Batı düşünce sistemine girmemişti ve daha gelecek yüzlerce yıl boyunca da girmeyecekti.

*Herbangi bir kürenin yüzeyi, onun büyük dairesinin dört katıdır.*

*–Arkhimedes*
(Pelusium'lu Dositheus'a yazdığı bir mektuptan)

Matematik tarihinde, Arşimet'in 30 yaş küçüğü bir matematikçi olan Perge'li Apollonios'un mu, yoksa Arkhimedes'in kendisinin mi, Çemberin Ölçümü kitabını geliştirerek oranın alt sınırını 211875/67441 (yaklaşık 3,1416) olarak hesapladığı konusunda anlaşmazlık vardır. Hesaplamaları kim yapmış olursa olsun, bu, ünlü astronom

Romalılar imparatorluklarının zirvesinde iken (İ.Ö. 27-İ.S. 476), π'nin değeri için, 3 1/7'nin daha yakın olduğunu açıkça bildikleri halde, inatla 3 1/8 kullandılar; çünkü sekizde biri (yarımın yarısının yarısı) orduları daha kolay kullanabiliyorlardı. Hatta, harita ölçümleri konusunda bir Romalı çalışması daireyi kare'lemek için şu talimatı içeriyor: "Dairenin çevresini dörde böl ve bir tanesini bir karenin kenarı yap; bu karenin alanı dairenin alanına eşit olacaktır." Bu, π = 4 demek oluyor. Bu durumda Romalıların, yapmış bulundukları kadar görkemli yapılar kurabilmiş olmaları son derece şaşırtıcı değil mi?

*Yunanlı filozoflar 2'nin karekökünün rasyonel bir sayı olmadığını keşfettikleri zaman, buluşlarını 100 öküz kurban ederek kutladılar. Daha derin bir keşif olan π'nin aşkın bir sayı olduğu, çok daha büyük ölçüde kurbanı hak eder. Bir kez daha zafer kazanmıştır matematik, sağduyuya karşı.*

*Edward Kasner ve James Newman,*
Mathematics and the Imagination

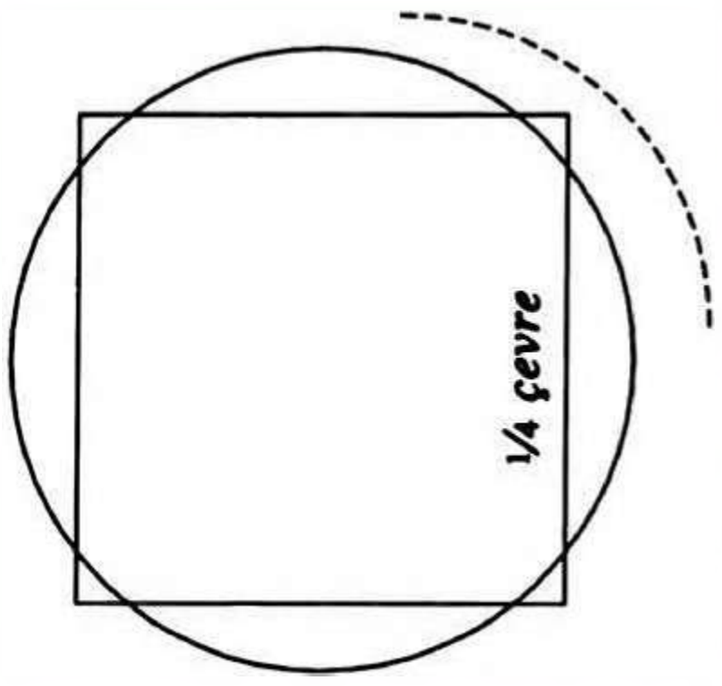


Yunan abecesinde p, on altıncı harftür (ve 16 dördün karesidir). İngiliz abecesinde p yine on altıncı harftür, i ise dokuzuncu harf (üçün karesi). İkisini toplayınca (16 + 9) 25 (5'in karesi) elde ederiz. Çarpınca (16 x 9) 144 (12'nin karesi) buluruz. 9'u 16'ya bölersek 0,5625 (0,75'in karesi) elde ederiz. "Pi karelendi" denmesine şaşmamak gerek!

Claudius Ptolemaios'un (87-165) iki yüz yıl sonra İskenderiye'de 317/120 (yaklaşık 3,1417) bulmasına kadar, kaydedilmiş son pi değeri olmuştur.

**Siracusa**

**I.Ö. 212 yılında Romalıların kuşatması sonunda düştüğünde Arkhimedes de kentin duvarları içinde idi. 75 yaşında, antik çağın en büyük matematikçisi ve fizikçisi idi. Onun ölümü hakkında Plutarkhos daha sonraları şöyle yazmıştı: "Yalnız başına oturmuş bir şemayı inceliyordu. Bütün aklı ve gözleri araştırdığı nesneye kilitlenmişti. Ne Romalıların saldırısını ne de kentin ele geçirilişini fark etmişti." Romalı bir askerin kendisine yaklaştığını görünce onu uyardı. "Çemberlerime dokunma!" Bu yaşlı adamın kim olduğunu bilmeyen, hatta belki de umursamayan asker onu oracıkta katletti ve çekip yoluna devam etti.**




Gerçekte, (matematikçilerin hep yaptığı gibi) kesin olmak gerekirse Ptolemaios [Batlamyus], Megale syntaxis tes astronomias adlı eserinde, oranın, 60 tabanlı yazım sisteminde, 3° 8' 30" olduğunu ifade etmiştir. Başka deyişle, pi'nin değeri 3 + 8/60 + 30/3600'dür. Bu değer doğru değerden en çok yüzde 0,003 hata ile sapar. 1000 feet çapında bir dairenin çevresi hesaplandığında, Ptolemaios'un bulduğu değerin doğru uzunluktan yalnızca bir inç kadar oynadığı görülecektir.

# DOĞU'DA Pİ
# İ.S. 100-700

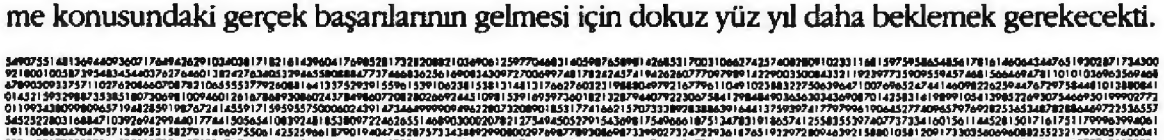
*Çap ile çapın yarısının karesi yediye bölünüp yirmi iki ile çarpıldığında dairenin çevre uzunluğu ile alanını verir.*

**Sridhara,** *Gaṇanitapañcavimśi*

Birinci binyıl boyunca Avrupa'nın tümünde devletler arasında savaşlar ve dinsel çatışmalar eğitim, araştırma ve bilginin özgür akışını kösteklemekte iken, matematik çalışmalarının en önemli iki merkezi olan Çin'de ve Hindistan'da ikinci yüzyıldan sekizinci yüzyılın sonuna kadar, büyük bilimsel gelişmeler meydana gelmekteydi.

## ÇİN

En eski bilimsel ve matematiksel uygarlıklardan birinin Çin'de geliştiği eskiden beri bilinir. Ne var ki, Çin'li matematikçiler İ.Ö. on ikinci yüzyılda bile büyük adımlar atmış olmalarına karşın, hesaplamalarında hâlâ $\pi = 3$ değerini kullanıyorlardı. Çin'in daireleri ölçmeyi geliştirme konusundaki gerçek başarılarının gelmesi için dokuz yüz yıl daha beklemek gerekecekti.



İ.S. ikinci yüzyılın başlarında Ch'ang Hong İmparator An-ti'nin bakanı ve astrologu (müneccimi) idi. 139 yılındaki ölümünden önce, (bir dairenin çevresi)$^2$ ÷ (içinde kalan karenin çevre uzunluğu)$^2$ = 5/8 olduğunu yazmıştı. Birim çember (çapı 1 olan çember) kullanılırsa, bunun anlamı $\pi^2/16$ = 5/8'dir; eğer hesapları yaparsanız sonuçta pi. $\sqrt{10}$'a (yaklaşık 3,162) eşit çıkar.

Belki de görsel basitliği nedeniyle $\sqrt{10}$ değeri, hiç de hassas bir değer olmamasına karşın, bütün Asya'da yıllar boyunca pi için en popüler yaklaştırım olacaktı. Bu pi değeri ile 15 metre (50 feet) çapında dairesel bir bina inşa etmeye çalışırsanız, çevre uzunluğunu yaklaşık 30 cm. (1 foot) ve taban alanı planını 1,1 metrekare (12 feet kare) yanlışlıkla ölçersiniz.

Wang Fau (229-267), eğer bir dairenin çevresi 142 ise, çapının 45 olduğunu söylediğinde, Çinliler pi'nin doğru değerine bir adım daha yaklaştılar. Onun bu değere nasıl ulaştığı bilinmiyor; ama bölme işlemi yapıldığında, pi 3,156 olarak bulunur.

Daha sonra, Yunanlı Bryson ve Antiphon'un bir dairenin alanını art arda gelen daha büyük çokgenlerle yaklaşık olarak hesaplamalarından 650 yılı aşkın bir süre sonra, Çinli Liu Hui aynı yöntemi buldu ve hesaplamaya koyuldu. 263 yılında kendi tüketme yöntemini açıklayan bir kitap yayımladı. Bir çember içine 192 kenarlı bir çokgen çizerek pi'nin 3,141024 ile 3,142704 arasında olduğunu saptadı. Daha sonra, 3075 kenarlı bir çokgen kullanarak pi'nin yaklaşık değerinin 3,1416 olduğunu belirledi.

Ancak gerçek onur beşinci yüzyılın büyük astronomu Tsu Ch'ung-chih ve oğlu Tsu Keng-chih'e verilmelidir. Çemberin içine 24.526 kenarlı bir çokgen çizerek (belki de en başta bir altıgen ile başlayıp kenar sayısını 12 kez iki katına çıkarmışlardı), pi'nin yaklaşık olarak 355/113 (yaklaşık 3,1415929) olduğunu buldular. Bu, pi'nin şimdi kabul






edilen 3,14159265... değerinden, sadece yüzde birin 8 milyonda biri kadar farklıdır.

Baba-oğul ekibi pi'nin dünyadaki en gelişmiş hesaplamasını yapmışlardı ve bin yıldan uzun bir süre boyunca hiç kimse daha hassas bir değer bulamadı.

## HİNDİSTAN

Birinci binyılın ortalarında Hindistan'da da bir matematik topluluğu gelişmişti. Buna yol açan olgu, büyük olasılıkla, İ.Ö. dördüncü yüzyılda ülkenin Büyük İskender tarafından fethedilmesi ile Hindistan'ın Yunan ve Roma kültürü ile tanışmış olmasıdır. Ancak haberler o dönemde çabuk yayılmıyordu ve Çinlilerin 355/113 değerinin Batı'ya ulaşması hayli zaman almıştı.

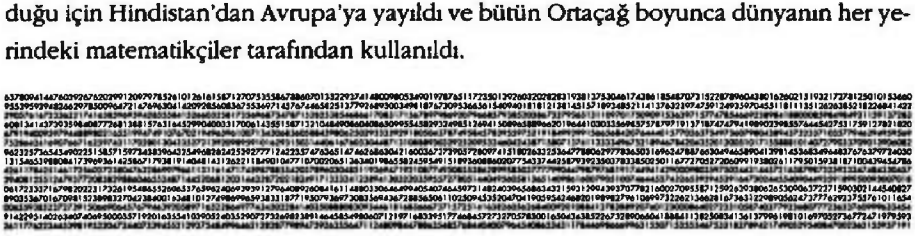
64283642266414223785990972569048454636465882027057637699182913871363604668736345054697748883736333663449023864799237972637826866799200486538257328802232469943533981089446662938621067826158532780955737113648254914969466999006651483304788736213896103979901573499537245679173823050679489033578517034901568487119057391503073236468185734391977707826788849883018483653988211832788477459990688233974621361256338826623722831969860252043378027735573133307201010099787121746306973699774885088236480123976059028218990691710485814892396669939404234038027152149361664886364255146230699310715739383853111489122867336153469771733643136802984977321084103443542364231658380130350246371110891146810245036275295214033823453933691937372637899148998328751375557901026543795231137878571958737250352372750114990852401112212315223951568841175633680779488942019923232327491130005680661908710073036211312364018295049913367817836112004411870830454117779990828298523910316321755322173908836337724270260851601886509754772845119753912039762756901990538382940949782684160694237074685285111859066867687077229864660275718450299124669206489994694897483050503135197439222779842894943688893626611755755830146684991139024340655339404049025477954683685314132206728052933221773767997329750000772090302585104632465991436367451094533124358732359862188589736132286240082781507656081339948158074626339271910472784539121054899127388993147689840630693501530580839956319940243233930666224798763923904269410311308345119675853631978399854221179218411449541918638869183699037074432637939749933810666877511043899036e1387396434966199567758163112907314952002171624160236387809632990133247037859386855291405189948540203174773435401180741693780365326131399462089455574900603774979094955008786499870898122895866399787262359984505384508402761607128870491917955348341272915363436078349709555e96217

Bu arada Hintli matematikçiler bu gizemli oranı aramayı sabırla sürdürdüler. İ.S. 530 dolaylarında büyük Hintli matematikçi Aryabhata 384 kenarlı bir çokgenin çevresini hesaplamak için bir formül geliştirdi ve onu kullanarak √9,8684 değerini buldu. Bu sayının yaklaşık değerini, yayınladığı otuz üç beyitten oluşan bir şiir olan Ganita'da açıkladı. Dördüncü beyitte şunları yazmıştı: "100'e 4 ekle, 8 ile çarp ve 62.000 ekle. Bu, çapı 20.000 olan bir çemberin yaklaşık çevre uzunluğudur." Gerçekten de, 62.832'yi 20.000'e bölerseniz sonuç 3,1416 çıkar (bu "yaklaşık değer"in, karekök için bulmuş olduğu değerden bile daha hassas olması ilginçtir).

Yedinci yüzyılın en önde gelen Hintli matematikçisi Brahmagupta bir başka yöntem uyguladı ve bir kalıbın, çevrenin çapa oranını açıklayabileceğini varsaydı. Ama bu yanlıştı. Çember içine çizilen 12, 24, 48 ve 96 kenarlı çokgenlerin çevrelerini hesaplayarak sırasıyla √9,65, √9,81, √9,86 ve √9,87 değerlerini buldu. Bu bilginin doğruluğuna dayanarak gözü kapalı bir iddiada bulundu ve çokgenler bir daireye yaklaştıkça, çevrelerinin ve dolayısıyla pi'nin √10'a yaklaştığını söyledi.

Kuşkusuz, yanılıyordu. Her ne kadar Çinli Ch'ang Hong'un beş yüz yıl önceki hatalı hesaplamalarından haberdar olmaması anlaşılabilse de, Aryabhata'nın yüz yıl önceki oldukça doğru hesaplamalarını bilmiyor bulunması tuhaftır. Daha da tuhaf olanı şudur ki, karekök değerlerinin, 10'dan önemli ölçüde küçük bulunan bir sayıya (gerçekte pi'nin karesi 9,8696'nın çok az üstündedir) yakınsadığını fark etmemişti.

Ne var ki, açıkladığı sayı √10 idi; belki de anımsanması ve iletilmesi kolay bir sayı olduğu için Hindistan'dan Avrupa'ya yayıldı ve bütün Ortaçağ boyunca dünyanın her yerindeki matematikçiler tarafından kullanıldı.



*Aryabhata*
*şöyle yazmıştı:*

*Eğer birim çaplı çemberin içine çizilen n kenarlı düzgün çokgenin kenar uzunluğu a ise, ve b de 2n kenarlı içe çizilen düzgün çokgenin kenar uzunluğu ise, o zaman*
$b = \sqrt{[1/2 - 1/2\sqrt{(1-a^2)}]}$ *dir.*
*Altıncı yüzyılda pi değerini bulmak için yaygın olarak kullanılan, onun bu formülü idi.*

I.S. yedinci yüzyılda Brahmagupta pi'nin "pratik" değerinin 3 ve "düzgün" değerinin √10 olduğunu yazmıştı.

İlk binyılda Çinliler, dünyanın geriye kalanına göre iki matematiksel avantaja sahiptiler. Birincisi, insanların çoğu bayağı kesirler ile yetinirlerken onlar ondalık yazım biçimini kullanmaktaydılar. İkincisi, sıfır simgesini kullanmaları idi. Bu çok aşikâr bir şey gibi görünse de, Avrupalı matematikçiler (bankacılar ve mühendisler de) Ortaçağ sonlarına kadar sıfır için bir simge kullanmadılar. (Bu kavram, Hint ve Arap düşünürleri ile kurulan ilişkiler sonunda, yavaş yavaş kullanıma girdi.)

3007076532061016462484605754459136274000249442643024742038723113681403501164916738603997962812882370842631477737109509252116696677284000566965235533123572734471225038493342100065438046715335152491823178461651025808818016446049994058848908523540861518389404360719340671292367260694680045999780777249220902903862440744586970142059022198880084609651517094823060009646370143644076680663727968759940713515678279906490790632772090445245032485737928070822520326239603194851586069314597038328361694543616431493489575132505427583408433745438773575811332332244587416913044623332885304934168185327650796295332567196803046626222693929742328176147402176943813018164468362502028878688263884862284407686498705054382292580658487040403556257323674952011143193734775807709196207953718148823061663069254831888716736852515548481080757453353475665069108999025790067471165361044635484862584532960111660552481236658133484434023033838746947308531146822952900928520339707297247845950326297304709692877275566741078792127067969141791629644778484264373541837569851081658718271514749535036156300371320738054521273460737134932832995067948381046672169613166745564981864108655385195711477979907804053131531304695355956012501223073013512282359030897413153187246065767650692731207540535622805396956670904045543310016992009140160001510967007087033089628658695481117111644722242956459262470227843837363168276182638145452738190115715089522016e955389525346220679207427677709230811522664751106824403913416500252404069130258398943633927036419440753978120082182135850455473521574804387050063774461478113468716565558883519727921318504550603553940760503690009362967387836406866701794439899385444418785088158837508762900011444690128881295585567752375216598684934326220643331265915748872953995133862251753804825345050112447440946911045116323995851505755123125829401236747715157902678546634378329976844375181671324663954646302078876838431413131120043836272094728966779743948889024039333934771491655609878440626123581223512954925629585831916362448449112393365765871050788073967088109764691210515367922108849092498348141080851471979311983256014913407118169265377176694886325673585081130992939242797311269677458349060895901467971121975453288689491003846948060700366567237710534918900e4506328029557447570185785933330253437316144205303581894725023e3974199223900850333864729662370767233463629037399500875430750257963974150203988495903758576829100173441003016399174848563306422011752017788579842745795912502607278147035731188031082540722337056186039814643066701326413991073500244188772554351318020125185808148973609736973081487305408871737347442846919291643424402102449642639928735739824038105842003734586953107032797985022930946626806901792724178709806252382975492674271740109313990440060317715039983971736517151

# İLERLEME BİNYILI
# İ.S. 600-1600

*Şu gizemli 3,14159... her kapıdan, pencereden ve bacadan içeri giriyor.*

**Augustus De Morgan,** *Bir Paradokslar Çıkını*

İ.S. birinci binyıl, Avrupa'da Roma İmparatorluğu'nun yıkılması ve ilk Hıristiyanlığın yükselmesi sonrasında yapılan savaş ve çekişmelerin yaşandığı Karanlık Çağlara tanık oldu. Bu sürede Avrupa'da tomurcuklanan herhangi bir bilimsel ilgi, dinsel hoşgörüsüzlükle etkin biçimde bastırılmış ya da savaşan taraflarca yok edilmişti. Ne var ki, bilgi gelişebileceği yere gitmenin bir yolunu bulur; pi de (Batı düşüncesinin başka birçok yönü gibi) müslüman dünyasının daha verimli akademik ortamında ortaya çıkmayı başardı.

Örneğin, İ.S. 500 yılına gelindiğinde Ptolemaios'un astronomi ve matematikteki buluşları İskenderiye'den Sasani Pers kültürüne sızmış ve onların resmî dini olan Zerdüştlüğün astronomik ve astrolojik dayanaklarına destek sağlamıştır. Daha sonra, yedinci yüzyılda Pers İmparatorluğu Araplar tarafından yıkılınca eline Ptolemaios'un çalışmala-

rı, Arap düşünürleri tarafından benimsenmiştir. Bu düşünürler zaten Hindistan ve Yunanistan'dan gelen başka birçok düşünce ile de tanışmışlardı.

Dokuzuncu yüzyıla gelindiğinde, matematik ve bilim Arap kültürlerinde, özellikle de en büyük Arap matematikçilerinden biri olan Ebu Abdullah Muhammed bin Musa El-Harizmi'nin yaşadığı ve hocalık yaptığı bugünkü Irak'ta, büyük gelişme gösteriyordu. Harizmi'nin bizzat kendisinin çevrenin çapa oranını hesaplamaya çalışıp çalışmadığı belli değil (ama buna girişmemesi şaşırtıcı olurdu). Ancak belli olan bir şey var: çalışmalarında 3 1/7, √10 ve 62.832/20.000 değerlerini kullanmış olduğu. Bunlardan birincisini Yunanlılara, öteki ikisini Hintlilere atfediyordu. Daha da önemlisi, yazılarında Hint-Arap rakamlarını, sıfırı, ondalık virgülünü kullanmasıdır. Binyılın sonlarına gelindiğinde Eski Yunan, İbrani ve Hint çalışmalarını birleştiren Arap bilimleri Kuzey Afrika sahillerinden, İspanya'yı fethetmiş olan Mağribi Araplar eliyle Batı'ya yayılmıştı.

Sonunda, ikinci binyılın başlarında, Arapçada korunmuş olan Avrupa metinleri Orta Doğu'dan tekrar Avrupa'ya gelmeye başladı. Bunu hızlandıran, bir ölçüde, Avrupalıların matematiğe karşı artan ilgileri; bir ölçüde de, yaygın batıl inançların temelini oluşturan astrolojinin, astronomi bilgisine duyduğu açlık idi. Bu, askerlerin, din adamlarının ve tüccarların Orta Doğu'dan topladıkları bilgileri Batı'ya taşımalarına yol açtı. En önemlisi de belki, bilimsel bilginin ona sahip olanlara güç kazandıracağının artık anlaşılmış olması idi.

1085 yılında Castile'li İspanya kralı VI. Alfonso, Toledo kentini ve onunla birlikte çok büyük bir kütüphaneyi Mağribi Araplardan geri aldı. Arapça, Yunanca ve İbranice yazılmış bilimsel eserlerin Latinceye çevrilmesini sağlayarak Aristoteles ve Platon gibi bü-



yük düşünürlerin eserlerini tekrar Batı Avrupa'ya tanıtmış oldu. On birinci yüzyıldan on üçüncü yüzyılın sonlarına kadar geçen sürede, Haçlı Seferleri'nden dönen askerler yağmalardan ele geçirdikleri zengin hazinelerin yanı sıra kitaplar ve öğretiler de getirdiler.

İş bilgi toplamaya gelince, kilise de entrikalardan geri kalmıyordu. On ikinci yüzyılın başında İngiliz din adamı Bath'lı Adelard, İspanya'da Cordoba'da öğretim görmek için, müslüman kılığına girdi. Orada, Eukleides'in Elements'ini ve Ptolemaios'un Almagest adlı eserlerini buldu ve Batı Avrupa'daki bilginlerin okuyabilmeleri için bunları Latinceye çevirdi. Ayrıca, Harizmi'nin eserlerini de çevirerek Avrupa'yı Arap rakamları ve notasyonu ile tanıştırdı.

Orta Doğu ile Batı ülkeleri arasında birkaç yüzyıl boyunca ticaretin giderek artması sonunda İtalya (özellikle Venedik) ikinci binyılın başlarında bütün ticaret yollarını tekeline almıştı. Daha çok Fibonacci takma adıyla tanınan Leonardo de Pisa, on ikinci yüzyıl sonlarında Kuzey Afrika'da görevli bir diplomatın oğlu idi. Erken yaşlarda Arap bilimlerini öğrenmiş, daha sonra, İtalya'da ticaretle uğraşırken mallarının alım-satımına duyduğu kadar, bilgi alışverişine de ilgi göstermişti. 1202 yılında, otuz iki yaşında iken, Liber abaci'yi yazdı. Bu eserle, Harizmi'nin bazı yazıları sayesinde sıfır da dahil olmak üzere, Arap rakamlarının Avrupa'da yerleşmesine katkısı dışında, kendisine günümüzde bile ün kazandıran sayı dizisine yol açan bir bulmaca sunmuştu.*

1220 yılında Fibonacci, Practica geometriae adlı eserinde pi için 1440/(458 1/3) ya da 864/275 (yaklaşık 3,1418) değerini verdi. Tsu Ch'ung-chih'in sekiz yüz yıl önce Çin'de

* Eğer bir çift tavşan her ay yeni bir çift tavşan doğurursa, her yeni çift tavşan da, doğumlarından iki ay sonra yavrulamaya başlarsa, bir çift tavşan bir yılda kaç çift tavşan üretebilir? Yanıt, Fibonacci dizisidir. Bkz. *Bir Sayı Dut*, -TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, 96. (ç.n.)



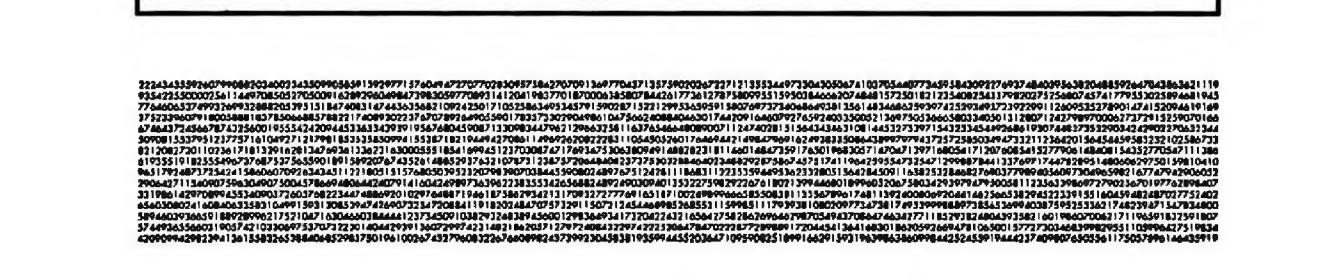
yaptığı gelişmiş hesapların, o tarihte hâlâ Avrupa'ya ulaşacak kadar yol almış olmadığı anlaşılıyor. Çünkü bu değer, Arkhimedes'inkinden sadece 0,0001 kadar daha doğrudur.

Ortaçağ boyunca matematik çalışmaları -özellikle de pi üzerindekiler- hiç de durgun olmadığı halde, bu dönemde çok az gerçek ilerleme kaydedilmişti. Pi'nin değeri, hâlâ Eski Yunan, Çin ve Hint değerlerinden daha az doğru idi. Halberstadt piskoposu Saksonya'lı Albert (1316-1390), De quadratura circuli adlı eserinde, çevrenin çapa oranının tam olarak 3 1/7 olduğunu yazmıştı. On beşinci yüzyıl ortalarında Cusa Kardinali Nicholas çemberi tam olarak karelediğini ileri sürdü çünkü çevrenin çapa oranını 3,1423 olarak bulmuştu. Ne yazık ki, kullandığı yöntemin yanlış olduğu daha sonra Regiomontanus olarak da bilinen Johannes Müller (1436-1476) tarafından kanıtlandı.

Gerçekte, on altıncı yüzyıl sonlarına kadar bu alanda hiçbir önemli adım atılmadı. Bu adımı atan da Fransız hukukçu ve amatör matematikçi François Viète oldu.

Viète 1579 yılında Arkhimedes'in, daha önce de denenmiş ve kanıtlanmış olan, içe ve dışa çizilen çokgenler yöntemini kullanarak, pi'nin 3,1415926535'den büyük ve 3,14159226537'den küçük olduğunu ispatladı. Bunu başarmak için de iki altıgenin kenar sayısını on altı kez iki katına çıkardı ve her birinin 393.216 kenarı bulunan çokgenlerin çevresini hesapladı. Bulduğu değerin on haneye kadar doğruluğuna ve tarihteki en hassas pi değeri olmasına karşın, Viète'nin gerçekte en büyük başarısı, pi'yi bir sonsuz çarpımla ifade etmiş olması idi.

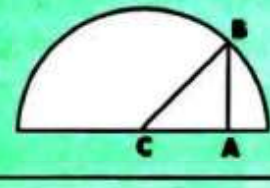
**sonsuz çarpım,** *mat.*, sonsuz sayıda terimin birbirleri ile çarpıldığı bir sayı dizisidir.



1593 yılında yayımladığı Variorum de rebus mathematicis responsorum liber, VIII (Çeşitli matematik problemleri, cilt 8) adlı kitabında Viète, çokgenleri üçgenlere böldü ve bir düzgün çokgen ile, kenar sayısı iki kat olan ikinci bir çokgenin çevreleri arasındaki oranın kosinüs θ'ya eşit olduğunu gördü.

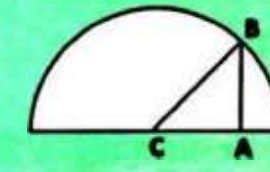
**Sinüs,** i. 1. *Trig.* a. (dik üçgenlerde) bir açının karşısındaki kenarın hipotenüse oranı. b. (bir açının) gördüğü yayın uç noktasının ordinatının, bu uç noktasındaki yarıçap vektörüne oranına eşit trigonometrik fonksiyonu (başlangıç noktası yayın bulunduğu çemberin merkezinde ve yayın başlangıcı x-ekseni üzerinde iken). *Kısaltma:* sin 2. *Geom.* (orijinalinde) bir çemberin bir yayının bir ucundan, öteki ucundan geçen çapa çizilen dik doğru. 3. *Mat.* (reel ya da karmaşık bir x sayısının) $x - (x^3/3!) + (x^5/5!) - + \ldots$, sonsuz serisi ile tanımlanan sin x fonksiyonu. Burada ! faktöryel simgesidir. Bkz. **kosinüs** (tanım 2), **faktöryel** (tanım 1). [1585-95; < NL, L *sinüs*, bir eğri, katlam, cep, çeviri Ar. *jayb* edb., cep, halk dilinde < Skt. *jīva*, *jya*, bir yayın kirişi, edb., kiriş]

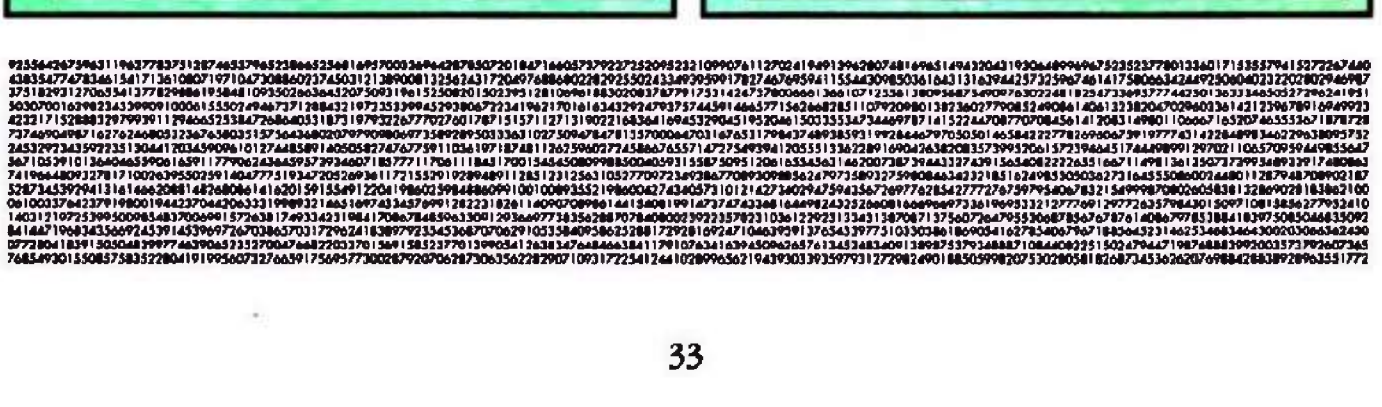
**sinüs** (tanım 1)
ACB bir açı ise, AB'nin BC'ye oranı sinüstür; ya da, BC birim uzunlukta alınırsa, AB sinüstür




**kosinüs,** i. 1. *Trig.* a. (dik üçgenlerde) bir açının yanındaki kenarın hipotenüse oranı. b. verilen bir açının ya da yayın tamamlayıcısının sinüsü. *Kısaltma:* cos 2. *Mat.* (reel ya da karmaşık bir x sayısının) $1 - (x^2/2!) + (x^4/4) - + \ldots$ sonsuz seri ile tanımlanan cosx fonksiyonu; burada ! faktöryelin simgesidir. *Kısaltma:* cos *bkz.* **sinüs** (tanım 3), **faktöryel** (tanım 1). [1625-35; < NL *kosinüs* bkz. ko-, SİNÜS¹]

**kosinüs**
ACB bir açı ise, AC'nin BC'ye oranı kosinüstür; ya da, BC birim uzunlukta alınırsa, AC kosinüstür



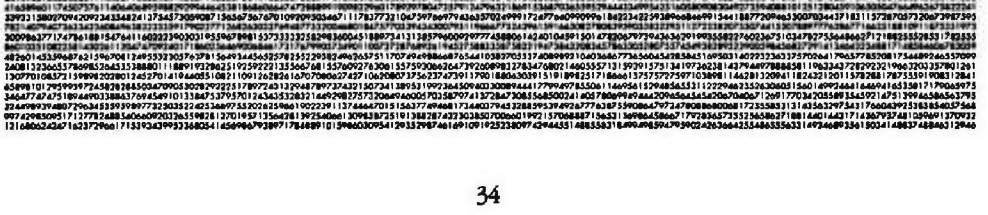
Bu eşitliği elde ettikten sonra, yarım açı formülünü kullanarak pi'yi çarpım olarak tanımlayacak bir yol buldu:

$$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \times \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \times \ldots$$

Aslında bu, büyük olasılıkla, herhangi bir şeyi tanımlamak için sonsuz çarpımın ilk kez kullanılmasıydı; ayrıca, matematiğin daha sonra ileri trigonometrik özdeşlikler ve kalkülüse doğru gelişmesindeki ilk adımlardan biriydi. Ne yazık ki, Viète, denklemin gerçek bir atılım olmasına karşın, pi'yi hesaplamak için pek yararı olmadığını fark etmişti -çok küçük sayıda basamak elde etmek için bile karmaşık kare köklerin tekrarlanmasını gerektiriyordu.

On altıncı yüzyıl sonlarında, pi'yi hesaplamak için Arkhimedes'in çokgenler yöntemini kullanan üç matematikçi daha vardı. İlk olarak 1585'te Hollandalı matematikçi Adriaen Anthonisz, içe ve dışa çizilen çokgenleri, $377/120 > \pi > 333/106$ olduğunu göstermek için kullandı. (Ondalık yazım biçiminde bu 3,14167 > π > 3,14151 anlamına gelir.) Kendi başına bu pek de önemli olmayabilir; ne var ki, payların ve paydaların ortalamasını aldığında Çinlilerin bulduğu 355/113 değerini, onlardan bağımsız olarak, ve şans eseri, yeniden bulmuş oldu. Ondan sekiz yıl sonra bir başka Hollandalı matematikçi Adriaen Romanus içe çizilmiş bir poligon kullanarak pi'yi 15 haneye kadar hesapladı. Kullandığı çokgenin 100 milyondan fazla kenarı vardı!

Son olarak, Ludolf van Ceulen, Arkhimedes'in yöntemiyle ancak, her kenarı (60 x $2^{29}$) olan, 32 milyardan fazla kenarlı çokgenler kullanarak pi'yi 20 haneye kadar hesap-



ladı. Van Ceulen 1610'da öldüğünde, matematikçilerin binlerce yıldır kullanıldıkları yöntemlerle pi'nin otuz beş basamağını hesaplamıştı. Başarısı, en azından sabır ve dayanma gücünün bir simgesiydi. Söylentiye göre, öldüğünde, Almanya'nın Leyden kentinde, St. Peter Kilisesi'nin bahçesindeki mezar taşına bulduğu pi değeri kazınmıştı. (Ne yazık ki bu taş kaybolmuştur.)

Ne var ki, van Ceulen'in ölümünden daha on yıl geçmişti ki, pi arayışında bir atılım gerçekleşti; bu da çevrenin çapa oranından oluşan bu gizemli sayıyı hesaplamada bir devrim yaratarak matematiği daha büyük zirvelere taşıdı. Yazık ki bu hamle, van Ceulen'in yıllar süren çalışmalarını bir anda tümüyle eski ve yararsız kılmıştı.

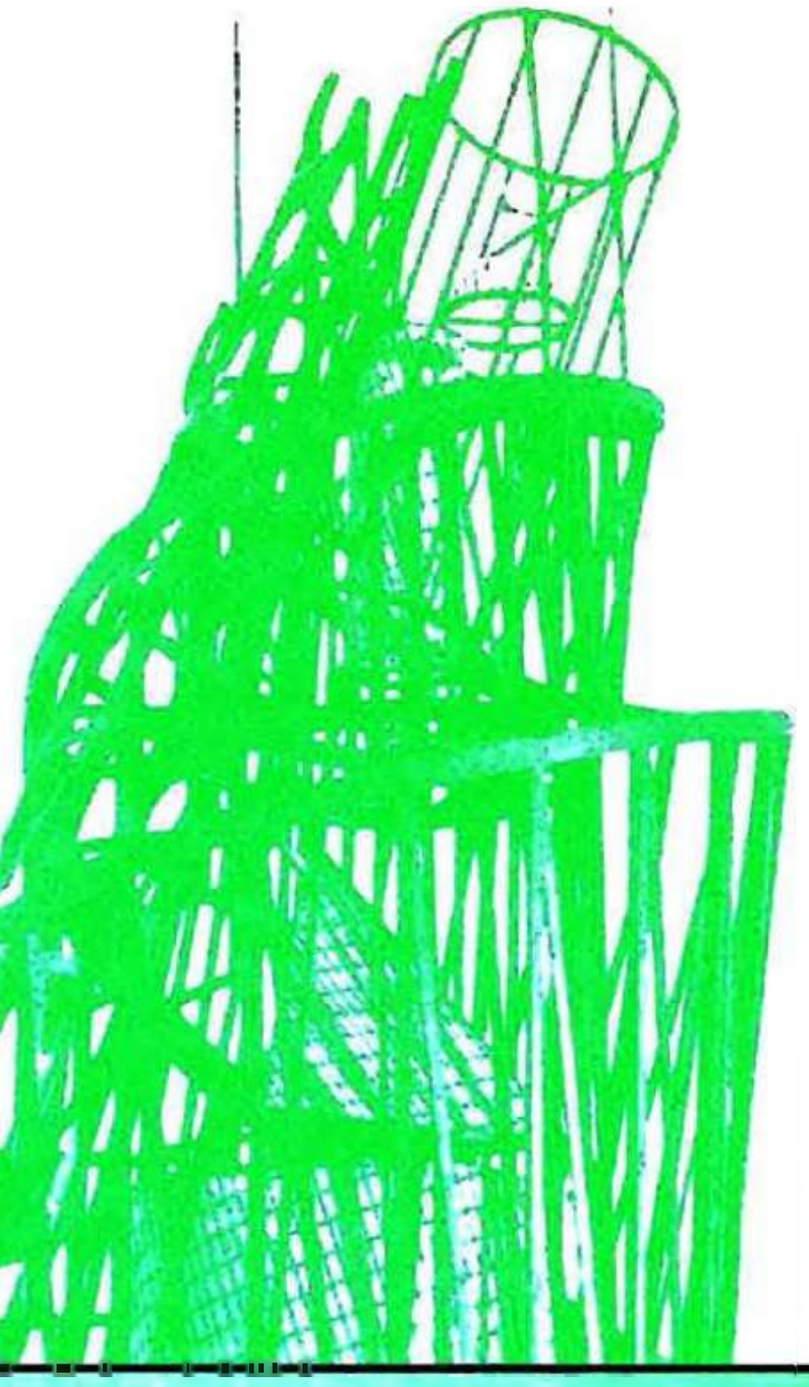
Günümüz Almanya'sında, hâlâ, yaşamının büyük bölümünü pi'nin 35 basamağını hesaplamaya harcayan on altıncı yüzyıl matematikçisi Ludolf van Ceulen'in anısına, arada bir, pi'den Ludolf Sayısı (die Ludolphsche Zahl) diye de söz edilir.

1475'de İtalyan ressam Piero della Francesca, yayınlanan De corporibus regularibus adlı eserinde pi'nin değerini 22/7 olarak vermişti.

On birinci yüzyılda yaşamış ve Bizanslı çağdaşlarının Philosophon hypatos, yani Filozoflar Prensi olarak adlandırdıkları Michael Constantine Psellus, döneminin öncü bir düşünürüydü. Ancak matematik onun en güçlü olduğu alan sayılmazdı. Bir dairenin alanını bulmak için seçtiği yöntem, içe ve dışa çizilen karelerin alanlarının geometrik ortalamasını almaktı. Sonuçta bulunan pi, 8'in karekökü olan 2,8284271...'dir.



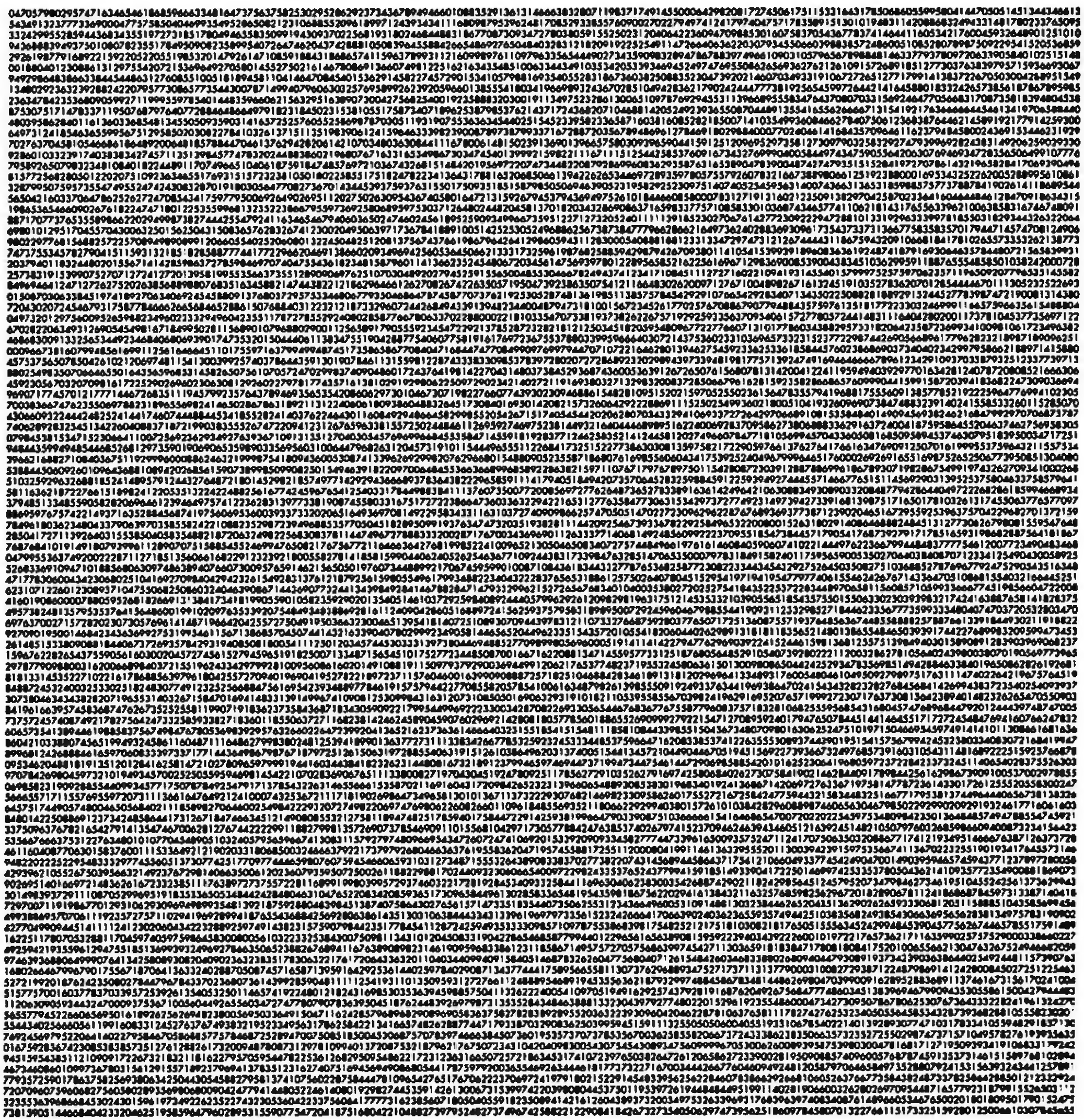
Leonardo da Vinci (1452-1519) ve ressam Albrecht Dürer (1471-1528) de daireyi kareye dönüştürme üzerinde kısa bir süre çalışmışlardı; ancak her ikisi de yeni herhangi bir anlayış getiremedi. Aslında Dürer 1525'de Underweysung der messung mit dem zirckel und richtsheyt (pergel ve cetvel ile ölçme bilgileri) adlı eserinde, pi için sadece 3 1/8 değerini kullandı. Ancak Leonardo da Vinci daire alanını bulmak için değişik bir yöntem uyguladı. Eğer kalınlığı, yarıçapının yarısı olan bir tekerleğiniz varsa ve onu tam bir devir döndürürseniz, bıraktığı izin alanı tekerleğin alanına eşit olacaktır. Gördüğünüz iz, genişliği $\frac{1}{2}$ r ve uzunluğu $2\pi r$ olan bir dik dörtgendir; ikisini çarparsanız $\pi r^2$'yi bulursunuz.



Çoğu kez Rhäticus diye anılan Georg Joachim von Lauchen (1514-1576) bir dizi trigonometrik tablo yayımladı. Bu tablolarda sin 10" değeri 0,000048481368092 olarak veriliyor. Çevrenin yarısı 648.000" olduğu için, sin 10" 64.800 ile çarpılarak (8 haneye kadar doğru) bir sayı olanı 3.141592652 elde edilebilmektedir. Rhäticus'un bu hesaplamaları gerçekten yapıp yapmadığı bilinmiyor; ama onu yapacak araçları vardı.







# MATEMATİKTE ÖNEMLİ ADIMLAR

# İ.Ö. 1600-1900

*Dünyanın çevre uzunluğunu bir inç'ten daha küçük bir hassasiyetle saptamak için on ondalık hanesi yeterlidir; otuz hane ile görülebilir evrenin çevresi, en güçlü mikroskopla algılanamayacak ölçüde hassasiyetle saptanabilir.*

**Simon Newcomb,** *Mathematics and the Imagination* adlı eserinden

**Edward Kasner** ve **James Newman** tarafından yapılan aktarma

Rönesansın sonu ile Victoria Dönemi arasında geçen üç yüz yıl, matematik tarihinde olağanüstü bir dönemdir. Sanki bir tohum, iki bin yıllık uykudan sonra Batı Avrupa'da filizlenecek, gelişecek ortamı bulmuş ve on dokuzuncu yüzyılda muhteşem bir çiçek vermiştir. İkinci binyılın en etkileyici ve güçlü kavrayışa sahip matematikçileri bu süre içinde ortaya çıkmış ve her biri, bir sonrakine zemin hazırlayan bir dizi adımla, matematik ve bilimsel düşüncede devrim yaratmıştır. Böylece, matematik geliştikçe pi araştırmaları ve arayışları da onu izlemiştir.



1600'lü yılların başlarında, pi'yi kaba kuvvet yaklaşımı ile hesaplama yöntemi çekiciliğini yitirmeye başladı. Van Ceulen'in son yıllarının büyük bölümünü kaplayan tüketme yöntemi artık çok kişiye çekici gelmeyecek kadar eziyetli bulunuyordu. Çünkü bu yöntem, milyarlarca kenarı olan çokgenlerin alanlarını bulmak için, bitmez tükenmez çarpma, bölme, karekök alma işlemleri gerektiriyordu. İnsanoğlu ya pi'yi hesaplamak için daha iyi bir yol bulacaktı, ya da sonsuza kadar bir avuç basamakla yetinecekti.

*Ünlü bir formül vardır -ki bütün formüller içinde belki de en ünlü ve içerikli olanıdır. Bu formülü Euler, De Moivre'in bir keşfini kullanarak geliştirmiştir: $e^{ix} - 1 = 0$. Zarif, kesin ve anlamlı. (...) Bilim adamına, mistik kişiye, filozofa ve matematikçiye aynı ölçüde hitap eder.*

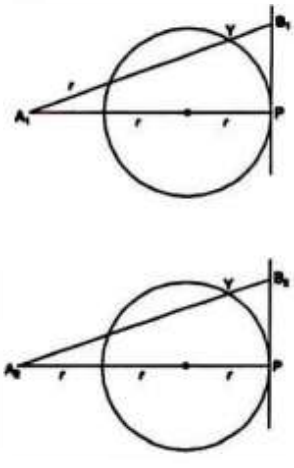
**Edward Kasner ve James Newman,**
Mathematics and the Imagination,1940

1621'de, Hollandalı matematikçi Willebrod Snell, çok çalışmak yerine daha akıllıca çalışmak için yeni bir yol buldu. Kendisinden önce gelenler, bir çemberin çevresine daha yakın bir yaklaşık değer bulmak amacıyla, bir çokgenin kenar sayısını iki katına çıkarmışlardı. Oysa Snell'in bulduğu yöntemle, aynı sayıda kenar kullanılarak daha iyi yaklaşıklık sağlayacak bir hesaplama yapılabilmekteydi.

Snell, bir çemberin içine ve dışına birer altıgen çizerek pi'nin 3,14022 ve 3,14160 arasında olduğunu saptamayı başardı. Bu, Arkhimedes'in 96 kenarlı çokgen kullanarak bulduğu değerden, gerçeğe daha yakın olan bir yaklaşık değerdir! Snell, çokgenin kenarlarını sadece dört kez iki



**Arkhimedes bir çemberin çevresini, içe ve dışa çizilen çokgenlerin kenarlarını ölçerek yaklaşık olarak hesapladı. Ancak, bir çember yayının uzunluğunu yaklaşık olarak hesaplamak için çokgenleri kullanmaktan daha iyi yöntemler de bulunduğu görülmektedir. Willebrod Snell yayları hesaplamak için bir alt ve bir üst sınır kullandı; ama, başka geometrik yöntemler kullanarak daha duyarlı sınırlara ulaşabilmişti. Şekilde, Snell'in yaklaştırması ile, PY yayının uzunluğunun nasıl $PB_1$'den küçük, $PB_4$'den büyük olduğunu görebilirsiniz. (Y noktası sabittir; A noktası ise r uzunluğunun hangi doğru parçası üzerinde olduğuna göre yer değiştirir.)**




katına çıkararak ve 96 kenarlı bir çokgen kullanarak, pi'yi 6 basamağa kadar doğru hesapladı. Biraz daha fazla çalıştıktan sonra da, van Ceulen'in 35 basamağını doğruladı. Ne var ki, teorilerine kesinlikle inandığı halde, onları hiçbir zaman kanıtlayamadı.

Snell öldükten üç yıl sonra, 1626'da, Christiaan Huygens adında bir kişi dünyaya geldi. Snell gibi o da Hollandalı idi ve Viète gibi avukatlık eğitimi görmüştü. Aslında, yirmili yaşlarına kadar matematikle uğraşmamıştı; ama konuya büyük bir heves ve hırsla girişti ve kısa süre sonra da Snell'in teoremlerine kesin kanıtlar buldu. Dahası, teorileri önemli ölçüde geliştirdi; öyle ki, çokgenin içine sadece bir üçgen çizerek Arkhimedes'in pi için verdiği yaklaşıklığa ulaştı. Bir altıgen yardımıyla dokuz doğru basamak bulmayı başardı; kullandığı sınırlar 3.1415926533 ve 3.1415926538 idi.

Ne Snell, ne de Huygens rekor sayıda basamak hesaplamakla ilgilendiler; onlar



sadece daha etkin biçimde hesaplayabilmeyi amaçlamışlardı. Ancak, "çemberi kareleme" için yeni bir analitik yöntemin koşullarını hazırlamış oldukları halde, gerçekte Arkhimedes'in çokgen yöntemine odaklanan son iki büyük matematikçiydiler. Bunun nedeni, Huygens'in çokgenlerle çalıştığı sırada, integral kalkülüsü aşaması başlamaktaydı.

Huygens'in bir İngiliz çağdaşı olan John Wallis matematikçi ve kriptografı, çemberin içindeki alanı bulmak için yeni bir yaklaşımı vardı. Çeyrek dairenin yaklaşık alanını bulurken, sonsuz küçüklükte dikdörtgenler kullanıyordu. Henüz keşfedilmemiş olduğu için kalkülüsün sağlayabileceği notasyon ve özdeşliklerden yararlanamıyordu; ancak 1655'de, hayli uğraşarak, bugün bile adını taşıyan formülü geliştirebilmişti.

John Wallis'in formülü

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\times2\times4\times4\times6\times6\times8\ldots}{1\times3\times3\times5\times5\times7\times7\ldots}$$

Wallis'in denklemi, Viète'ninki gibi bir sonsuz çarpımdı; ama Viète'ninkinden farklı olarak, sadece -karışık karekökler gerektirmeyen- rasyonel işlemler içeriyordu. Wallis'in denklemi, aynı zamanda, pi'ye yavaşça yakınsaklaşması bakımından da ilginçti; ilk terim pi'den büyüktür, ikinci terim küçüktür, üçüncü terim yine büyüktür.

On yedinci yüzyılda yaşayan daha birçok büyük matematikçi vardır; örneğin, Blaise Pascal, Johann Kepler, Bonaventura Cavalieri ve Pierre Fermat gibi. Bunların her biri, bulmacanın önemli bir parçasını ortaya koyarak katkıda bulunmuş ve kalkülüs atılımına bir adım daha yaklaşmıştır.

Bu matematikçilerden biri de İskoçyalı James Gregory idi. 1675'de, otuz altı yaşındaki zamansız ölümünden önce, arktanjantları hesaplamak için son derece zarif bir çözüm buldu; bu da pi'yi hesaplamak için yepyeni bir yönteme yol açtı: arktanjant serisi.



Gregory'nin serisi $$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \frac{x^{11}}{11} \ldots$$

Gregory'nin bu yeni çözümü bulmasından üç yıl sonra, Alman asıllı Gottfried Wilhelm Leibniz, ondan bağımsız olarak, aynı arktanjant serisini buldu ve önemli bir "özel durum" eklemesiyle yayımladı. Özel durum şuydu: Serinin içine 1 sayısını da koyarak, $\pi/4$ için yaklaşık bir değer kolayca bulunabilir.

Ancak, Gregory-Leibniz serisi, sadeliği, zarifliği ve pi'nin doğası hakkında verdiği bilgi ile ne denli etkileyici olursa olsun, basamakları hesaplamaya gelince hiç işe yaramaz. Pi'nin iki ondalık basamağını hesaplamak için serinin 300 terimi, gerçekten yararlı olması için ise daha binlerce terimi gerekmektedir.

Eğer Leibniz adının sizin için bir anlamı varsa, büyük olasılıkla bunun nedeni, kalkülüsün babalarından biri olmasıdır. Öteki babası ise, kuşkusuz, Isaac Newton'dur (1642-1727). Newton'un dehası ünlüdür; ama pi ile uğraşısı pek bilinmez. 1665'te, Londra veba salgınından kırılırken, Newton Woolsthorpe'a çekildi ve günle-

**Gregory serisi 1671'de bulundu ve pi'yi hesaplamada yeni bir dönemin habercisi oldu. Çünkü: 45 derecenin tanjantı 1'dir; 45 derece p/4 radyandır; bu nedenle 1'in arktanjantını alırsanız p/4 radyan bulursunuz. Seride x yerine 1 koyarsanız, pi'nin dörtte birini hesaplayabilirsiniz:**
**$\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - 1/11 \ldots$**
**Gregory'nin bu basit formülü bulmak amacıyla $\pi$ yerine 1 koymayı denememiş olması akıl almaz görünse de, yazılarının hiçbirinde böyle bir hesaplama bulunmamaktadır.**

**arktanjant,** *trig.* tanjantı, verilen bir sayıya eşit olan, radyan olmsından ölçülen açı. *Kısaltma:* arktan, *Simge:* $\tan^{-1}$. **Ters tanjant** da denir. [1906-10]

**Gregory-Leibniz serisini kullanarak pi için 100 ondalık basamak bulmak için, evrende var olan bütün parçacık sayısından daha çok terim hesaplamanız gerekir.**

rini kalkülüs hakkında düşünerek geçirdi. Bu dönemde birçok önemli çalışmayı başarmıştır, bunların arasında pi için en az iki sonsuz seriyi bulması da vardır. Pi'yi hesaplamak Newton çapında bir düşünür için basit bir işti, ama yine de bu sayı onun bitmez tükenmez saatlerini alıyordu. Newton daha sonra, bir mektubunda şunları yazmıştı: " O arada başka hiçbir işim olmadığından, bu hesaplamaları kaç basamağa kadar götürdüğümü söylemeye utanırım."

Görülüyordu ki, bir çemberin çevresinin çapına oranını bulmak, artık bazı temel hesaplamalar yapmaktan ibaret olmayacaktı. Kalkülüs ve arktanjant serisi, matematikçilere çokgenleri ölçmekten çok daha hızlı hesaplama olanağı vermişti. Hatta, Newton'un serisinin sadece dört terimini hesaplamakla 3,1416 değeri elde ediliyordu. Kısa sürede amaç etkinlik olmuştu: Pi'ye en hızla yakınlaşan seriyi kim bulacaktı?

Sir Isaac Newton pi için aşağıdaki de dahil birkaç sonsuz seri bulmuştu:

$$\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3\times 2^3}\right) + \frac{1\times 3}{2\times 4}\left(\frac{1}{5\times 2^5}\right) + \frac{1\times 3\times 5}{2\times 4\times 6}\left(\frac{1}{7\times 2^7}\right) + \cdots$$

Bu yeni araçlar sayesinde, on yedinci yüzyıl sonunda pi basamakları için sürdürülen arayış ani bir sıçrama yaptı. 1699'da İngiliz Abraham Sharp, Gregory-Leibniz serisiyle 72 basamak buldu. 1706'da bir başka İngiliz, John Machin, iki arktanjant arasındaki farkı kullanarak pi'nin 100 basamağını buldu. Daha sonra, rekabet duygusuyla harekete geçen Fransız matematikçi Thomas Fantet de Lagny, 1719 yılında, Sharp'la yarı yöntemi kullanarak 127 basamak hesapladı. Ne var ki, yetmiş beş yıl sonra Avusturyalı matema-



Abraham Sharp'ın denklemleri, arktan $\sqrt{(1/3)}$'ün $\pi/6$ (yani 30 derecenin tanjantının $\sqrt{2}$, ve 30 derecenin $\pi/6$ radyan) olmasına dayanır. Öyleyse Gregory-Leibniz serisi verildiğinde:

$$\frac{\pi}{6} = \sqrt{\frac{1}{3}} \times \left[1 - \left(\frac{1}{3\times 3}\right) + \left(\frac{1}{3^2\times 5}\right) - \left(\frac{1}{3^3\times 7}\right) + \dots\right]$$

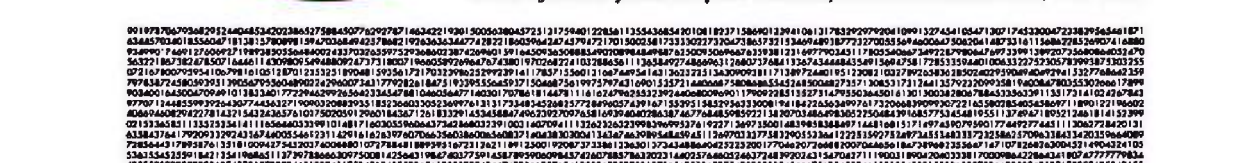
$$\pi = 2\sqrt{3} \times \left[1 - \left(\frac{1}{3\times 3}\right) + \left(\frac{1}{3^2\times 5}\right) - \left(\frac{1}{3^3\times 7}\right) + \dots\right]$$

tikçi Georg Vega pi'nin 140 hanesini hesapladı ve Lagny'nin sadece 112 doğru basamak bulmuş olduğunu ortaya çıkardı.

Daha sonra, on sekizinci yüzyıl ortalarında, gelmiş geçmiş en büyük ve en verimli matematikçilerinden biri dikkatini kısa bir süre için pi'ye çevirdi. Leonard Euler 1707'de İsviçrede doğmuştu. Yaşamını Avrupanın çeşitli ülkelerinde çalışarak geçirdi. Otuz yaşına geldiğinde gözlerinden birini, altmış beş yaşına geldiğindeyse görme duyusunu tümüyle yitirmişti. Gene de, büyük bir verimlilikle ürettiği teorilerini ve hesaplarını asistanlarına dikte ederek çalışmayı sürdürmekteydi.

John Machin, pi'nin 100 basamağını hesaplamak için $\pi/4 = 4$ arktan (1/5) - arktan (1/239) eşitliğini kullandı. Bu formülün pi'yi hesaplamak için özellikle elverişli olduğu anlaşıldı; çünkü, Gregory-Leibniz serisini kullanarak arktan (1/5) i hesaplamak oldukça kolaydı, arktan (1/239) ise hızla yakınsıyordu.

Euler pi'yi hesaplamak için pek çok arktanjant formülü ve sonsuz seri buldu; Gregory'ninkinden çok daha çabuk yakınsayan arktanjantları kullanarak, bir saat



Euler'in formülleri:

$$\frac{\pi}{4} = 5\arctan\left(\frac{1}{7}\right) + 2\arctan\left(\frac{3}{79}\right)$$

$$\frac{\pi}{4} = 2\arctan\left(\frac{1}{3}\right) + \arctan\left(\frac{1}{7}\right)$$

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{2^2}{(2^2-1)} \times \frac{3^2}{(3^2-1)} \times \frac{5^2}{(5^2-1)} \times \frac{7^2}{(7^2-1)} \times \frac{11^2}{(11^2-1)} \times \cdots$$

$$\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n+1)!} \times \frac{x^{2n+1}}{(1+x^2)^{n+1}}$$

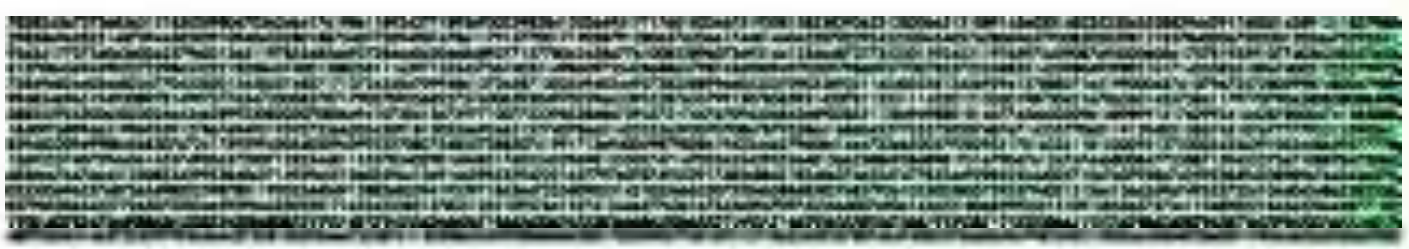
$$\frac{\pi}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{6} \times \frac{11}{10} \times \frac{13}{14} \times \frac{17}{18} \times \frac{19}{18} \times \frac{23}{22} \times \cdots$$

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots$$

$$\frac{\pi^4}{90} = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \cdots$$

$$1 - \sin x = \left(1 - \frac{2x}{\pi}\right)^2 \left(1 + \frac{2x}{3\pi}\right)^2 \left(1 - \frac{2x}{5\pi}\right)^2 \left(1 + \frac{2x}{7\pi}\right)^2 \cdots$$

$$\frac{\pi^3}{32} = \frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} \cdots$$



Euler, bütün zamanların en büyüleyicisi olduğu da söylenen bir denklem geliştirdi:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Bu denklem Euler'in $e^x = \cos x + i \sin x$ buluşunun küçük bir adım öncesidir (çünkü $\sin \pi = 0$, $\cos \pi = -1$), ve daha sonra pi'nin irrasyonel ve aşkın bir sayı olduğunun kanıtlamasında büyük önem taşıyacaktır.

içinde pi'yi yirmi haneye kadar hesapladığı yöntem de bunlardan biriydi.

Euler'in bu parlak başarısından sonra, on dokuzuncu yüzyıl, pi'yi hesaplama yöntemlerindeki ilerlemeler bakımından gerçekten sönük kalıyor. Öyle ki, başka bir matematikçinin bu problem için yeni bir dizi denklem bulması, ancak yirminci yüzyıl başlarında gerçekleşmiştir.

Her şeye karşın basamak avcıları, bilinen yöntemleri kullanarak daha da çok basamak bulmak için uğraşıp duruyorlardı. 1837'de Paris'te, J. F. Callet 152 basamak yayınladıktan sonra, William Rutherford, 1841'de, $\pi/4 = 4$ arktan $(1/5)$ – arktan $(1/70)$ + arktan $(1/99)$ formülü ile 208 basamak buldu. Altı yıl sonra Thomas Clausen, hem Machin'in formülünü hem de Euler'in formüllerinden birini kullanarak 248 ondalık basamak buldu. Rutherford da buna, 1853'te 440 basamakla karşılık verdi. Ne var ki, aynı yıl 607 basamak bulan William Shanks, Rutherford'un çabalarını boşa çıkardı. Sonunda, 1873'e gelindiğinde Shanks, pi için 707 basamak hesaplamıştı. İşin acıklı yanı, 527'nci basamaktan sonra bir hata yapmıştı ve dolayısıyla ardından gelen bütün basamaklar da yanlıştı. Ancak bu hatayı kimse görmedi. Yetmiş iki yıl sonra, D. F. Ferguson Shanks'ın hatasını kanıtlayıncaya kadar, onun 707 pi basamağı herkes tarafından kabul edildi.

## ASYADAKİ İLERLEME

600 ile 1600 yılları arasındaki bin yıl boyunca, pi'nin geliştirilmesinde ne Japonya'da ne de Çin'de fazla bir ilerleme kaydedildi. On yedinci yüzyıla girilirken her iki ülkede de pi



için kabul edilmiş değer √10 (3,162...) idi; buna bazen "kusursuzluk kökü" de deniyordu. Bu değer, realist olmaktan çok idealistti; çünkü bin iki yüz yıl önce Tsu Ch'ung-chih ve oğlunun bulduğu değere kıyasla çok daha az hassastı (355/113, ya da yaklaşık 3,1415929).

Bununla birlikte, 1663'de, Muramatsu Shigekiyo Japonya'da, çemberin çevresinin yaklaşık değerini içe çizilen bir çokgen kullanarak nasıl hesapladığını açıklayan Sanso adlı eserini yayımladı. Sanso iki nedenle önemliydi. Birincisi, Muramatsu sonucu nasıl elde ettiğini açıklıyordu. Batı'da bu normaldi; ancak Japonya için bu oldukça radikal bir adımdı. Çünkü pek çok matematik probleminin çözümü gizli tutulur ve sadece belirli matematik ekollerine aktarılırdı. İkincisi, Muramatsu pi'yi yedi basamağa kadar doğru hesaplamıştı; ama bulduklarından pek emin olmadığı için pi'nin yaklaşık 3,14 olduğunu belirtmekle yetinmişti.

Muramatsu'nun çokgen yöntemi, Arkhimedes'inki gibi hızla yayıldı ve izleyen yüz yıl boyunca Japonya'da yaygın olarak kullanıldı. Seki Kowa, 1712'de, 16 doğru basamak buldu. 1722'de de Tatebe Kenko 40 basamak hesapladı. Yine aynı yıl, Kamata Toshikiyo, pi için hem dışa hem içe çizilen çokgenler yardımıyla (bazı Japon yazarlar buna "pi sayısını içten ve dıştan sıkıştırma" adını verdiler) bir başka kanıtlama biçimi buldu ve pi'yi 24 haneye kadar hesapladığını açıkladı.

Sonuç açıktı: pi, 3,14'ün yalnızca biraz üstünde idi. Ne var ki, Japon aydınlarının çoğu, inatla, daha az tanınmış olup düzeni sarsan matematikçilerin yaptıkları yeni icat kanıtlamaları dinlemeyi reddettiler; on dokuzuncu yüzyıla ve shogunluk (başkomutanlık) döneminin sonuna kadar √10 değeri kullanılageldi.

Çin'de öykü bundan farklı bir şekilde gelişti. Tsu Ch'ung-chih'in çok duyarlı yaklaşıklıklarından sonra, hiç de hassas olmayan birçok değer bulundu. On yedinci yüzyılın ortalarına gelindiğinde bile, Ch'en Chin-mo pi'nin tam olarak 3,15025 olduğunu yaz-



mıştı (kullandığı araçlar bilinmiyor). İki yüz yıl sonra K'u Ch'ang-fa, Wei-ching Chou-shu [Çember ölçümlerinde doğru görüşler] adıyla yayımladığı eserinde, pi'nin doğru değerinin 3,125 olduğunu ileri sürüyordu.

Ancak, on sekizinci yüzyıla yaklaşıldığında, Adam Schaal (daha çok Çince adı T'ang Jo-wang ile tanınır) ve Pierre Jartoux (Tu Te-mei olarak tanınır) gibi Cizvit misyonerler Çinlilere Batı'nın bilimsel ve matematiksel düşüncelerini tanıtmaya başladılar. Daha önce Çinlilerin pi'yi nasıl hesapladıkları pek açık değil; ancak misyonerler onlara çokgenleri ölçmenin anahtarını vermiş de olabilirler. 1713 yılında imparatorluk emriyle Su-li Ching-yun adlı bir kitap yayımlandı. Bu kitapta çevrenin çapa oranının, altıgen ile başlayan çokgenler kullanılarak hesaplaması konusunda bir bölüm vardı. Hesaplamaların sonucunda pi'nin 19 doğru basamağı elde edilmişti.

Tu Te-mei'nin formülü

$$\pi = 3 \times \left[ 1 + \frac{(1^2)}{4 \times 6} + \frac{(1^2 \times 3^2)}{4 \times 6 \times 8 \times 10} + \frac{(1^2 \times 3^2 \times 5^2)}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14} \right]$$

Bundan yüz yıl sonra, 1800'lerin başlarında, Chu-Hung, Tu Te-mei'nin formülünü kullanarak pi'yi 40 basamağa kadar hesapladı (bunlardan 25 basamak doğruydu). Aynı yüzyılda, daha sonra, Tseng Chi-hung'un Studies in the Value of Circular Circumference [Dairesel Çevrenin Değeri Üzerinde Çalışmalar] adlı eserini yayımlamasıyla, basamak avı yeni bir sıçrama yaptı. Tseng, Taiping ayaklanmasında imparatorluk ordusuna komuta eden ünlü devlet adamı Tseng Kuo-fan'ın küçük oğlu idi. Anlaşılan genç Tseng'in matematik tutkusu, savaş tutkusundan daha ağır basıyordu. 1874'e gelindiğinde, Gregory serisi ile $\pi/4$ = arktan (1/2) + arktan (1/3) formülünü kullanarak pi için 100 basamak bulmuştu.



# ELEKTRONİK BİLGİSAYAR ÇAĞI: İ.S.1900'DEN BUGÜNE

*Gizemli ve harikulade pi, hesap makinelerinin boğazlarını temizlemeye yarayan bir gargaraya indirgenmiştir.*

**Philip J. Davis**, *The Love of Large Numbers*

Bundan yüz yıl kadar önce, matematikçiler yıldırım hızıyla hesap yapan elektronik makineleri ancak hayal edebilirlerdi. Ne var ki, yirminci yüzyılın ortalarında bu hayal bir gerçek oldu ve havada şimşekleri hareket ettiren elektrik, toplama-çıkarma işlemleri yapabilen ikili [binary] dizileri açıp kapatan minik düğmeleri çalıştırmaya başladı.

William Shanks'ın 1873'te 707 ondalık basamaklı pi'yi bulmak için yıllar boyu elini uyuşturan yazılı hesaplamalar yaptığını ve bu başarısının bütün uygar dünyada, büyük bir matematiksel gerçeğin aydınlığa çıkması olarak alkışlandığını anımsayalım. Shanks'ın şansı vardı ki 527nci hanede bir hata yaptığı için son 180 basamağının yanlış olduğu yolundaki asıl gerçek yıllar sonra, 1945'te, anlaşıldı. Çünkü D. F. Ferguson'un



William Shanks 1873'te 707 basamağını yayımladığında, hatalar sadece hesaplamalarında değildi. Uğursuz 527'nci basamaktan önce bile, 326'ncı basamakta baskı ve dizgi hataları vardı; 460-462 ve 513-515'inci basamaklarda da benzer hatalar vardı. Shanks'ın 1853 çalışması olan Contributions to Mathematics, Comprising Chiefly the Rectification of the Circle in 607 Places of Decimals (Matematiğe Katkılar, Daha Çok Çemberin Karelenmesinin 607 Ondalık Hanesini Kapsamaktadır) birçok bakımdan onun gerçekten en doğru çalışmasıydı.

eline kâğıt kalem alıp arktanjant formülünü kullanarak 530 doğru basamak bulması, onun ölümünden uzun süre sonra gerçekleşti. Bunu başarmak, ortalama olarak günde bir basamak ilerleyerek, Ferguson'un tam bir yılını almıştı.

Neyse ki, kısa süre sonra Ferguson kâğıt kalem yerine ilk mekanik masa üstü hesap makinesini kullanabilmişti. Bununla, 1947 eylül ayında pi için 808 basamak bulmuştu. Bizler Homo erectus'a ne kadar benziyorsak, 1940'lardaki hesap makineleri de bugünün kredi kartı inceliğindeki makinelerine o kadar benziyordu. Ama yine de insanlardan daha hızlı toplama, çıkarma, çarpma, bölme yapıyorlardı. Elle uzun hesaplamaların yükü giderilince Levi Smith ve John Wrench, Machin'in formülünü kullanarak Ferguson'un sonucunu doğrulama sorumunu üstlendiler. Ama yine de 808 basamağının tümüyle doğrulanması aylar sürdü.

D. F. Ferguson, İngiltere'de Kraliyet Denizcilik Okulu'ndayken, bir mekanik hesap makinesi kullanarak pi'nin 808 basamağını, $\pi/4=3$ arktan (1/4) + arktan (1/20) + arktan (1/1985) formülüyle hesaplamıştı.

Bu kadar basamağı hesapladıktan sonra, Smith ve Wrench yola devam etmekten kendilerini alamadılar ve 1948 kışında pi'nin bininci basamağını buldular. Ne var ki, ma-



Eğer Gregory-Leibniz serisini 500.000 terime kadar hesaplarsanız, pi için otuz hane elde edersiniz. Ne yazık ki, bu tümüyle doğru olmayacaktır. Elde edeceğiniz 3,14159065358979324046264338328... sayısıdır ve bu sayıda sadece altı çizilmiş rakamlar yanlıştır.

sa tipi mekanik hesap makinelerinin dişlileri ve tuşları gürültülü çalışıyordu ve gerekli arktanjantlar için yorucu işlemler yapılmalıydı. Günde bir ya da iki basamak bu çabaya değmiyordu.

Derken, 1949'da, matematik tarihi ve pi arayışında çarpıcı bir ileri hamle oluştu. Bu kez, itki kalkülüs durumunda olduğu gibi bir matematik anlayışı ile değil, daha çok hesap makinesinin hızıyla ilgiliydi. Amerikalıların yaptığı ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Computer) sonunda, 1948'de Aberdeen'de Balistik Deneme Alanı Araştırma Laboratuvarları'nda çalışmaya başlamıştı. Bir sonraki yıl içinde George Reitwiesner, John von Neumann ve N. C. Metropolis 19.000 lambası, yüz binlerce rezistans ve kapasitörü olan bu dev aygıtı, pi'yi 2037 basamağa kadar hesaplamak için kullandılar. Bu hesaplama, delgi kartlarını hazırlamak ve makineye vermek de dahil olmak üzere sadece yetmiş saat sürdü. Sonuç, ortalama her iki dakikada bir basamaktı!

*Shanks, söyledi ki,*
*Yedi yüz yedi*
*Basamağını hesaplayabilirdi π'nin,*
*Ve hiç kimse bunun*
*İyi bir çaba olduğunu yadsıyamazdı*
*Ne var ki beş [yüz]*
*yirmi sekiz de hata yapmıştı.*
*Nicholas J. Rose*

1947'de, Shanks ve Wrench 808'den daha çok basamak hesaplamışlardı; ancak yayımladıkları değeri, bilerek, 808 ile sınırladılar. Bunun nedeni de, P. Pedersen'in e için hesapladığı 808 basamaklı değerdeki hassaslığı tekrarlamak istemeleriydi.



Shanks ve Wrench New York'daki IBM Data Processing Center'deki bir IBM 7090 ile, pi'nin yüz bininci terimini hesaplayarak ünlü oldular. 1896'da Störmer'in bulduğu şu denklemi kullanmışlardı:
$\pi = 24 \arctan(1/8) + 8 \arctan(1/57) + 4 \arctan(1/239)$.

Elektronik bilgisayarların ortaya çıkmasıyla, pi basamak avcılarını durdurmak olanaksız oldu. ENIAC'ın pi'yi hesaplamasından sadece beş yıl sonra bilgisayarlar o denli gelişmişti ki, NORC (Naval Ordnance Research Calculator [Deniz Kuvvetleri Mühimmat Araştırma Hesaplayıcısı]) pi'nin 3089 basamağını sadece on üç dakikada hesaplamayı başarabiliyordu (saniyede yaklaşık beş basamak).

Üç yıl sonra, 1958'de, Paris'teki Data Processing Center [Veri İşlemleme Merkezi] bir IBM 704 ile kırk saniyede pi'nin ilk 707 basamağını hesapladı. Anımsayacağınız gibi, on yıl önce bu mertebedeki başarı Ferguson'un bir yıldan fazla zamanını almıştı; bir yüzyıl önce ise Shanks, (hatalı yapmış olsa da) yaşamının büyük bir bölümünü bu işe harcamıştı. Paris'teki bilim adamları daha öteye giderek, Machin'in formülünü ve Gregory-Leibniz serisini kullanarak bir saat kırk dakikada 10.000'den fazla basamak hesapladılar.

Aradan sadece üç yıl geçtikten sonra, John Wrench ve Daniel Shanks (daha önce adı geçen William Shanks ile akrabalığı yoktur) bir IBM 7090 kullanarak pi için 100.265 basamağa ulaşırken ortalamaları saniyede 3 basamak idi. Ancak, sonucu ikili sistemden ondalık sisteme geçirmek için harcadıkları kırk iki dakika bu süreye dahil değildi.

Her geçen yıl bilgisayarlar hızlandıkça, matematikçiler, makinenin doğruluğunu ve hızını sınamak için pi'yi hesaplıyorlardı. On yedinci ve on sekizinci yüzyıl matematikçilerinin yaptığı gibi, 1960'lı yıllarda ve 1970'lerin başlarında Fransız, İngiliz ve Amerikan bilgisayar bilimcileri "benim bilgisayarım seninkinden büyüktür" yarışında, pi rekoru



Avustralyalı Richard Brent'in, Salamin'inkine benzer bir denklemi neredeyse aynı zamanda, bağımsız olarak bulmuş olması da hayli ilginçtir.

kırma rekabetine girdiler. 1973'te Jean Guilloud ve M. Bouyer'in pi'nin bir milyonuncu basamağını bulmasıyla, yarışın doruk noktasına ulaşıldı. (Bu basamağı siz de bulabilirsiniz; bkz sayfa 142.)

Ne var ki, bilgisayarların giderek hızlanmasına karşın, pi'yi hesaplamak için gerekli olan temel teknikler aynı hızla gelişmiyordu. Bu teknikler zamanla gelişmiş olsalar da, günün modası hâlâ kaba kuvvet yaklaşımı idi. Fakat tarihin kendini tekrarlama biçiminde bir alışkanlığı vardır. On yedinci yüzyılda Snell ve Wallis'in çokgenleri temel alan hesaplama yöntemini terketmeleri gibi, bu dönemde de birinin çok parlak bir fikirle ortaya çıkıp, pi çalışmalarını matematikçilerin hayal bile edemeyecekleri kadar ileriye götürmesi uzun sürmedi.

1976'da Eugen Salamin, Mathematics of Computation [İşlemleme Matematiği] dergisinde pi'yi hesaplamak için ikinci dereceden yakınsayan bir algoritmayı gösteren makalesini yayınladı. Bu demektir ki, daha önceki formüller 1, 2, ya da az sayıda yeni basamak eklerken, bu algoritmada daha önce hesaplanmış olan basamak sayısı hesaplamanın her adımında iki katına çıkıyordu. Salamin, daha sonra denkleminin, bir yüzyıl önce Carl Friedrich Gauss'un eliptik integralleri hesaplamak için keşfettiği algoritmaya benzediğini fark etti. Ama

Bu kitabın basıma hazırlandığı sırada, Kanada ve Takahashi pi'nin 51 milyardan fazla ondalık basamağını hesaplamış ve bunları doğrulayarak yeni bir dünya rekoru kırmıştır. Rekor sayıda basamağı hesapladığınız zaman onları doğrulamazsanız, basamakları doğru bulduğunuzdan emin olamazsınız. Bu, genellikle, farklı bir algoritma kullanarak, sayıları ikinci bir kez kontrol etmek anlamına gelir. Eğer değerler birbirine uymuyorsa, o zaman bir yerlerde bir yazılım veya donanım yanlışlığı olmuş olsa gerekir.



Gauss, pi'yi hesaplamak için bu tür bir denklem kullanmanın çok yoğun hesaplama gerektirdiğini biliyordu. Ne var ki, Salamin, Gauss'un sahip olmadığı bir şeye, saniyede milyonlarca işlem yapabilen bir bilgisayara sahipti. Gauss'un döneminde gülünç sayılacak bir çaba, 1970'lerde oldukça kolaydı.

Çok güçlü bilgisayarlar ve Gauss-Brent-Salamin algoritması bir araya gelince, pi hesapları stratosfere fırladı. 1982'de Japonya'daki Mizusawa Uluslararası Enlem Gözlemevi'nden Yoshiaki Tamura ile Tokyo Üniversitesi'nden Yasumasa Kanada, pi'yi 8.388.608 ($2^{23}$) basamak hesapladılar. Bunu, Salamin'in algoritmasını bir Hitac M-280H bilgisayarına uyarlayarak yedi saatten az bir zamanda gerçekleştirdiler.

Bundan sonraki on yıl içinde Jonathan ve Peter Borwein ile David ve Gregory Chudnovsky kardeşler Salamin'in izinden giderek, yüksek güçlü pi algoritmaları geliştirdiler. Onların yöntemleri matematikçilere pi'yi daha hızlı ve daha ötelemeli hesaplama olanağı sağladı. Aslında, 1988 ile 1995 yılları arasında Chudnovsky'lerin ve Dr. Kanada'nın işlemlemeleri adeta birdirbir oyunu gibi ilerledi. Önce Kanada pi'nin 100 milyon basamağını buldu; sonra Chudnovsky'ler 525 milyonu, Kanada aynı yıl 536 milyonu bulunca, Chudnovskyler 1 milyarıncı basamağa ulaşmayı hedeflediler.

Daha önce de değindiğimiz gibi, pi için giderek daha çok basamak bulmanın, yeni bir bilgisayarı sınamak dışında elle tutulur yararlı bir uygulaması yoktur. Ancak pi'nin doğası hakkında daha çok şey bilmek, fiziği, geometriyi ve matematiği kavrayışımızda önem taşıyabilir. Yirminci yüzyıl her ne kadar, pi hakkındaki nicel ve nitel anlayışımızda büyük bir sıçramaya tanık olmuş ise de, bu sayının gerçek zenginliği, daha pek çok yıl bulunamayabilecektir.

*Bir*
*dairede 360 derece*
*bulunduğu ve pi de daire*
*ile yakından bağlantılı olduğu*
*için heyecanla [360'ıncı basamağı] ararız ve bir kez daha çok ilginç bir olgu ile ödüllendiririz: [359'uncu basamakta] 360 ile karşılaşırız.*
*Yani, 360, [360'ıncı basamağı] "merkez almıştır".*

*Monte Zerger,*
"Pi'nin büyüsü", 1979

## Pi nedir?

Matematikçi: Pi, bir çemberin çevresi ile çapı arasındaki ilişkiyi ifade eden sayıdır.
Fizikçi: Pi, 3,1415927 artı veya eksi 0,000000005'tir.

Mühendis: Pi, yaklaşık 3'tür.

*Pi*
*sayısını işlemleme*
*bir bilgisayar için en uç*
*dayanırlık denemesi, yani*
*bir tür sayısal kardiyogramdır.*

*Ivars Peterson,*
Islands of Truth (Doğruluk Adaları), 1990

3725882153373283296022540405395995512341880469553470169279658180842216911467794957709031814719952242004890588559374644161534909346821095273819068924914012385401621298388023406711299047278538251093221267400863567887299111066064743854063130702691579329114714835748930860734176203484242255797432531001003864368816055246682773280148166978734963320994341723779237886305166054871671792787400111914472624567124700249762245822402737770702702035032377124169131491308448027260400994497259372923593023069927300052249073651419777811827203052590605053664793101868706283976243597654102454719021296462460721887868542913071991156022134359810926127809924892988335321421151688044305242731335172036687591092061218171572130132304915038524312760160267807102779059878163028490995133233325655424283233126970826048284109116462935530797013471599928566426889897007674423346896500451148248944884381190520316202395612515508011429145593840225890445235491606770575264177519736090440204483367881891568970277893660499831675503314609974345390667968123798331363984459862204918269859801850628083650581758563288672397021647037926115754368783456646465906078885859361572607337647947362839418949283576050483364494011349865491208210048132550683756281970256869699549187621976397204502790044667563951193761315600645488648552507497994208500289544499533574504683662276687208248316413599480307060161182230915617523952849002899329342873761735102674241881593171599489969979222577214401390912722461788838743600051967515301147911414335732073658590493042773179844721291954446454304400959751830974182337618633781152912801517866360090164769745449589573231467055490389337513949564362601454959264473734721602188531326544686008853720772213452751031059526253071110235537885691649959116922083888770780517354383985678670150963780886864757576698253235404424542840088268747777032852826199782542581992934209912179778082778705118584523089729856387686511127507276341003599414660122279489573955920360994603780484838552595991081712362827442040178498021103176278778875030363022636160976667580108039553479978745699815797734233997424447588453139334536645917552581347550463442671610948908179968959226704640216917680510059071844735263123541644248647774387877631385347897501402520406932991135325561481360435329683129289913953561579040275913178773412777046365308522132575486307933547882996383406999371513422494380882406473320312335046138821594795169175925450984809791108923311377895396607460834573009765117060732414362883466091800384906356926853296a00551653509785791306066604745571904486625041462783357044250879660332076412002768371472025369577525483

# MATEMATIĞI SOKAKTA ÖĞRENEN ÇOCUK




a Chant

# BİRAZ DAHA Pİ

*Evren*
*bir amaçla yapılmıştır,*
*dedi çember. Hangi galakside*
*olursanız olun, bir çemberin çevresini*
*ölçüp çapına bölerseniz, eğer yeterince*
*dikkatli ölçmüşseniz, bir mucize ile*
*karşılaşırsınız: bir başka çember, virgülün*
*kilometrelerce ötesinde çizilmiş olan. (...)*
*Bu evrende yaşıyorsanız ve orta derecede*
*matematik yeteneğiniz varsa, eninde*
*sonunda bulursunuz onu.*

*Carl Sagan,*
Contact

Eğer dünyanın ekvatoru çevresine bir ip bağlansaydı, (öyle olmadığı halde dünya, kusursuz yuvarlak kabul edilirse) bu ipin dünya yüzeyinden 1 ayak (foot) yukarıda durması için, 2 π ayak daha uzun olması gerekirdi.

*Ben biliyordum, -ama o berrak*
*esintinin gizeminde herkes onu*
*algılayabilir- devir süresi, telin*
*boyunun karekökü ile π'ye bağımlı*
*idi. O pi ki, dünyasal akıllar için*
*ne kadar irrasyonel de olsa, daha*
*yüksek bir mantıkla, olanaklı bütün*
*çemberlerin çevreleri ile çaplarını*
*birbirine bağlar. Kürenin bir uçtan*
*öteki uca salınması için geçen*
*zaman, zamandan en bağımsız*
*olan ölçüler arasındaki gizemli bir*
*gizli anlaşma ile saptanmıştır:*
*asılma noktasının tekilliği,*
*düzlemin boyutunun ikililiği, π'nin*
*başlangıcının üçlü yapısı, kökün*
*saklı, ikinci derece (kuadratik)*
*doğası, ve çemberin kendisinin*
*sayılandırılmamış kusursuzluğu.*

*Umberto Eco,*
Foucault's Pendulum (Foulcault'nun Sarkacı)

# Bir Pi Kronolojisi

| | |
|---|---|
| yaklaşık İ.Ö. 2000 | Babilliler $\pi = 3\ 1/8$ kullanır;<br>Mısırlılar $\pi = (256/81) = 3{,}1605$ kullanır. |
| yaklaşık İ.Ö. 1100 | Çinliler $\pi = 3$ kullanır. |
| yaklaşık İ.Ö. 550 | Tevrat'ta $\pi = 3$ olarak geçer. |
| yaklaşık İ.Ö. 434 | Anaksagoras çemberi karelemeyi dener. |
| yaklaşık İ.Ö. 430 | Antiphon ve Bryson tüketme ilkesini bulur. |
| yaklaşık İ.Ö. 335 | Dinostratos "çemberi karelemek" için<br>kuadratriks (özel bir eğri) kullanır. |
| İ.Ö. üçüncü yüzyıl | Arkhimedes 96 kenarlı bir çokgen kullanarak<br>$3\ 10/71 < \pi < 3\ 1/7$ olduğunu bulur. Ayrıca<br>çemberi karelemek için bir sarmaldan yararlanır. |
| İ.S. ikinci yüzyıl | Claudius Ptolemaios $\pi = 3°\ 8'\ 30'' = 377/120 = 3{,}14166$ kullanır. |
| İ.S. üçüncü yüzyıl | Wang Fau $\pi = 142/45 = 3{,}1555...$ kullanır. |
| İ.S. 263 | Liu Hui $\pi = 157/50 = 3{,}14$ kullanır. |
| yaklaşık 450 | Tsu Ch'ung-chih 355/113 olarak bulur. |
| yaklaşık 530 | Aryabhata $\pi = 62.832/20.000 = 3{,}1416$ kullanır. |
| yaklaşık 650 | Brahmagupta $\pi = \sqrt{10} = 3{,}162$ ... kullanır. |
| 1220 | Leonardo de Pisa (Fibonacci) $\pi = 3{,}141818$ ... bulur |
| 1593 | François Viète pi'yi ifade etmek için ilk sonsuz çarpımı<br>bulur; Adriaen Romanus pi'yi 15 ondalık haneye kadar<br>hesaplar. |



| | |
|---|---|
| 1596 | Ludolf Van Ceulen pi'yi 32 haneye kadar hesaplar. |
| 1610 | Van Ceulen hesaplamaları 35 haneye genişletir. |
| 1621 | Willebrod Snell, Arkhimedes'in yöntemini daha geliştirir. |
| 1654 | Huygens, Snell'in tezlerinin geçerliğini kanıtlar. |
| 1655 | John Wallis pi için sonsuz bir rasyonel çarpım bulur. Brouckner bunu sürekli kesire dönüştürür. |
| 1663 | Muramatsu Shigekiyo Japonya'da yedi doğru basamak bulur. |
| 1665-66 | Isaac Newton kalkülüsü keşfeder ve pi'yi en az on altı haneye kadar hesaplar; bu buluşu 1737'de, ölümünden sonra yayınlanır. |
| 1671 | James Gregory arktanjant serisini keşfeder. |
| 1674 | Gottfried Wilhelm Leibniz pi için arktanjant serisini keşfeder. |
| 1699 | Abraham Sharp pi'yi 72 ondalık haneye kadar hesaplar. |
| 1706 | John Machin pi'yi 100 haneye kadar hesaplar; William Jones çemberin oranını ifade etmek için $\pi$ simgesini kullanır. |
| 1713 | Çin sarayı pi'yi 19 basamağa kadar gösteren Su-li Ching-yun adlı eseri yayımlar. |
| 1719 | Thomas Fantet de Lagny pi'yi 127 haneye kadar hesaplar. |
| 1722 | Tatebe Kenko Japonya'da 40 basamak bulur. |
| 1748 | Leonhard Euler, Euler teoremi ile $\pi$ ve $\pi^2$ serilerinin de yer aldığı Introductio in analysin infinitorum'u yayımlar. |
| 1755 | Euler çok hızlı yakınsayan bir arktanjant serisi bulur. |



| | |
|---|---|
| 1761 | Johann Heinrich Lambert pi'nin irrasyonel olduğunu kanıtlar. |
| 1775 | Euler pi'nin aşkın sayı olduğunu öne sürer. |
| 1794 | Georg Vega pi'yi 140 ondalık haneye kadar hesaplar;<br>A. M. Legendre π ve $\pi^2$'nin irrasyonel olduğunu kanıtlar. |
| 1844 | L. K. Schulz von Stassnitzky ve Johann Dase iki aydan<br>kısa bir sürede pi'yi 200 haneye kadar hesaplar. |
| 1855 | Richter pi'yi 500 ondalık haneye kadar hesaplar. |
| 1873 | Charles Hermite e'nin aşkın sayı olduğunu kanıtlar. |
| 1873-74 | William Shanks pi'nin 707 ondalık haneye kadar yaptığı<br>hesaplamayı yayımlar. |
| 1874 | Tseng Chi-hung Çin'de 100 basamak bulur. |
| 1882 | Ferdinand von Lindemann pi'nin aşkın sayı olduğunu kanıtlar. |
| 1945 | D. F. Ferguson, Shanks'ın hesaplarının 527 haneden sonra<br>yanlış olduğunu bulur. |
| 1947 | Ferguson masaüstü hesap makinesi ile 808 hane hesaplar.<br>Bu sonuca ulaşmak yaklaşık bir yılını alır. |
| 1949 | ENIAC 2037 haneyi yetmiş saatte hesaplar. |
| 1955 | NORC 3089 haneyi on üç dakikada hesaplar. |
| 1959 | IBM 704 (Paris) 16.167 ondalık hane hesaplar. |
| 1961 | Daniel Shanks ve John Wrench, IBM 7090 (New York)<br>kullanarak 100.200 haneyi 8,72 saatte hesaplar. |
| 1966 | IBM 7030 (Paris) 250.000 ondalık hane hesaplar. |



| | |
|---|---|
| 1967 | CDC 6600 (Paris) 500.000 ondalık hane hesaplar. |
| 1973 | Jean Guilloud ve M. Bouyer CDC 7600 (Paris) kullanarak 1 milyon ondalık haneyi 23,3 saatte hesaplar. |
| 1983 | Y. Tamura ve Y. Kanada HITAC M-280H kullanarak otuz saatten az bir sürede 16 milyon basamak hesaplar. |
| 1988 | Kanada, Hitachi S-82o kullanarak 201.326.000 basamağı 6 saatte hesaplar. |
| 1989 | Chudnovsky kardeşler 480 milyon basamak hesaplarlar; Kanada 536 milyon basamak hesaplar; Chudnovsky'ler 1 milyar basamak hesaplarlar. |
| 1995 | Kanada 6 milyar basamak hesaplar. |
| 1996 | Chudnovsky kardeşler 8 milyarı aşkın basamak hesaplarlar. |
| 1997 | Kanada ve Takahashi 51,5 milyar ($3 \times 2^{34}$) basamağı bir Hitachi SR 2201 ile 29 saatten biraz fazla bir sürede hesaplarlar. |

*Bu tablo, Petr Beckmann'ın yapıtı A History of π de dahil, birçok kaynaktan derlenmiştir.*

Doğalcı George Louis Leclerc (Buffon kontu) 1777 yılında şu soruyu ortaya attı: L uzunluğunda bir iğneyi, eşit aralıklarla çizilmiş (aralarındaki uzaklık d olan) çizgiler bulunan bir masaya atarsanız, iğnenin bir doğruyu kesme olasılığı nedir? d, L'den büyük olduğu sürece yanıt, $P = 2L/\pi d$'dir. İğneyi yeterince çok kez atarsanız pi'yi gerçekten "hesaplayabilirsiniz": isabetlerin sayısını atmaların sayısına bölerek (P), ve sonra pi ($\pi = 2L/Pd$) için çözerek. Buna çoğu kez Monte Carlo Yöntemi denir. Bu elbette oldukça verimsiz bir yöntemdir: iğneyi binlerce kez atsanız bile, pi için 3 ya da 4 basamaktan daha fazlasını elde etmeniz olanaksızdır.

# Ramanujan'ın İçgörüsü

$$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}\pi} = 1 + \frac{1}{1\times 3} + \frac{1}{1\times 3\times 5} + \frac{1}{1\times 3\times 5\times 7} + \cdots + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{2}{1+\cfrac{3}{1+\cfrac{4}{1+\cdots}}}}}$$

Srinivasa Ramanujan 1887 yılında Güney Hindistan'daki bir küçük kentte, pek varlıklı olmayan bir ailenin çocuğu olarak doğdu. Okul arkadaşlarıyla aynı şekilde matematik öğrenerek büyüdü, ancak kısa sürede onun bu alanda bir dâhi olduğu açıkça ortaya çıkmıştı. Hatta, matematiği çok sevmesi, öteki derslerine olumsuz etki yaptı ve diğer zorunlu derslerin sınavlarında başarısız olunca yüksek eğitimi de sona erdi.

Ramanujan, yirmi beş yaşına geldiğinde, Madras'ta, evli ve düşük ücretle çalışan bir kâtipti. O zaman bile matematikle uğraşmaktan vazgeçmemişti; defterlerini yazdığı denklemlerle dolduruyordu. Denklemleri çok çeşitliydi. Bunlar arasında pi'nin yaklaşık değeri için birçok çözüm de vardı; ama bir kanıt sergilemeye ya da yöntemlerini göstermeye gelince, çok az şey ortaya çıkıyordu. Hesaplıyordu, teoriler üretiyordu; ama ona öğüt vermek şurada kalsın, onu anlayabilecek kimsesi bile yoktu. Kendi sayılar dünyasında yapayalnızdı.

1913'te, bulgularından birkaç sayfalık bir bölümü, önde gelen üç İngiliz matematikçisine gönderdi. Bunlardan ikisi, belki de onun bir tür kaçık olduğunu düşünerek, çalışmalarını reddettiler. Üçüncü matematikçi, G. H. Hardy, Ramanujan'ın mektubunu aldığı zaman "bu buluşların doğru olması gerekir; çünkü eğer doğru değillerse, hiç kimse onları icat edecek hayal gücüne sahip olamaz" sonucuna vardı.

Bir sonraki yıl Hardy, Ramanujan'ı bazı matematik projelerinde birlikte çalışmak üzere İngiltere'ye getirdi. Bu ikili, çoğu zaman, öğretmen-öğrenci rollerini aralarında değiştiler. Ramanujan'ın hiç klasik matematik eğitimi yoktu, ancak konuyu sezgisel



kavrayışı olağanüstüydü. Ramanujan sadece klasik matematiğin yöntemlerini öğrenmekle kalmadı; Batı kültürünü de öğrendi. Güney Hindistan'ın tropik iklimi ile soğuk, nemli yeni ülkesi arasındaki çarpıcı fark bir yana, yemekleri çatal-bıçakla yemekten ve ayaklarını ayakkabıların içine hapsetmekten ise hiç hoşlanmamıştı.

Birinci Dünya Savaşı'nın 1914'te başlamasından kısa bir süre sonra, Ramanujan sürekli bir hastalığa yakalandı. Yıllar boyunca sanatoryumlara girdi çıktı. Olasıdır ki, alıştığı sıkı Hindu vejetaryen beslenme yöntemini savaş ortasındaki İngiltere'de sürdürememesi, ciddi bir vitamin yetersizliğine yol açmıştı. 1919'da, Hindistan'a yolculuk yeniden güvenli duruma gelmişti; Ramanujan da ülkesine döndü. Hastalığının sürmesine ve çektiği acılara karşın, defterleri denklemlerle doluyordu. Ve yine, eskisi gibi, sonuçlara nasıl ulaştığını ender olarak gösteriyordu. Bir yıl sonra, otuz iki yaşındayken öldü.

Yetmiş yıl sonra, bilim insanları ve matematikçiler hâlâ bu dâhinin büyüleyici denklemlerini çözmeye çalışıyorlar; onları güncel problemlere uyguluyorlar ve onları, bilgisayara verildiğinde etkin olacak algoritmalar geliştirmek için kullanıyorlar. 1980'lerin ortalarında Jonathan ve Peter Borwein, pi'yi hesaplamak için, Ramanujan'ın formüllerini temel alan son derece güçlü bir yöntem geliştirdiler.

Yöntem, yinelenen denklemlerdi; yani, pi'ye daha da yakın bir yaklaştırma elde etmek için, hesaplama sonucunu formüle tekrar yerleştirebilirsiniz. Sonuçlar inanılmazdır; çünkü formülü her kullandığınızda basamakların sayısını iki katına, hatta dört katına çıkarabilirsiniz.

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!}{(n!)^4} \times \frac{[1103 + 26390n]}{(4 \times 99)^{4n}}$$

Matematikçilerin çoğu gibi Ramanujan da, pi'yi araştırma dürtüsüne karşı koyamamıştı ve onun sezgisel sıçramaları, bu sayının incelenmesine şaşırtıcı içgörüler getirmişti. Eğer daha uzun yaşasaydı başka neler keşfedebilirdi? Bu sorunun yanıtı, pi'nin kendisi kadar gizem içine gömülüdür.

$$\pi \approx \left(9^2 + \frac{19^2}{22}\right)^{1/4} = 3{,}14159265262$$

$$\int_0^{\infty} \frac{(\log x)^2}{1+x^2}\,dx = \frac{\pi^3}{8}$$



*Pi'de bakmaktan kendimizi alamadığımız bir güzellik var. (...) Pi'nin basamakları son derece rasgele. Gerçekten de hiçbir örüntüye sahip değiller ki, matematikte bu, pi'nin basamaklarının bütün örüntüleri içerdiğini söylemekle aynı şeydir.*

**Peter Borwein,**
1996

*Pi'de sistemi sorgulamak, "Ölümden sonra yaşam var mı?" diye sormak gibidir. Ölünce, anlarsınız.*

**Richard Preston,**
"The Mountains of Pi",
The New Yorker

*Çember, Tanrının, insan doğasındaki asil yaratılarının en asil gösterimlerinden biridir. Uzayı sınırlar, belirler, yönetir ve zorlar; enlem ve boylamı sınırlar; güneşe, aya ve tüm gezegenlere gönderme yapar; aklı sonsuzluk düşüncelerine yöneltir; ve aklı, kavradığı uzaklık ve uzayı bayalinde canlandırmaya odaklandırır. Bütün sınırları düzeltir; Tanrıyı kavrama bilgisinin anahtarı odur.*

**John Davies,**
The Measure of the Circle (Çemberin Ölçümü), 1854

# CHUDNOVSKY KARDEŞLER

*π/4'ün ondalık açılımı tam anlamıyla rasgele olmasa da, gerekebilecek amaçların çoğu için yeterli ölçüde rastlantısal: Bu, "sahte rastlantısal"lıktır. Matematik, -sözde yaratıcılara her zaman bol bol yetecek kadar çok- sahte rastlantısallıklarla doludur.*

**Douglas Hofstadter** *Gödel, Escher, Bach*

Her kuşakta bir avuç insan, ya daha çok basamak hesaplayarak; ya da denklemler ve formüller yoluyla, daha derin anlamına inerek, pi'yi uç noktasına kadar izlemeye çalışmıştır. David ve Gregory Chudnovsky, bunların her ikisini de yapan iki matematikçidir. Bu iki kardeş en çok basamak hesaplamada dünya rekorunun sahibidir (önce 450 milyon, sonra 1 milyar, daha sonra da 2 milyar); ayrıca, pi'yi tanımlamak için son derece incelikli denklemler geliştirmişlerdir.

Her ikisi de dünya çapında sayı kuramcısı olan Chudnovsky'ler, kendilerini basamaklara gömerek, bu büyülü aşkın sayıyı daha iyi anlamak, doğası ve kişiliği konusunda daha çok şey öğrenmek isterler. Ama bu iki matematikçi, siyah duvarlarla dekore

edilmiş ünlü bir laboratuvarın, pırıl pırıl zarif çelikle kaplı süperbilgisayarlarında çalışan beyaz önlüklü üyeleri değiller. Ünlü üniversitelerde yüksek ücretli konuk konuşmacı da olmuyorlar.

Tersine, David ve Gregory Chudnovsky pi öyküsünde yer alan çok ilginç kişiliklerdir. Çünkü onlar, aşkın sayılar elde etmek ve sonsuz serileri araştırmak uğruna kırklı yaşların ortalarında, piyasada satılan parçalardan evlerinde bir süperbilgisayar yapan, parlak zekâlı bilgisayar korsanlarıdır.

Chudnovsky'ler, eski Sovyetler Birliği'nde, Kiev yakınlarında, İkinci Dünya Savaşı'nın ardından gelen yıllarda doğmuşlardı. Bilim adam ve birer aydın olan anne-babaları, onları erken yaşlarda matematikle tanıştırdı. Her iki kardeşin de matematiği sevmesine karşın, David'den beş yaş küçük olan Gregory'nin bu konuda daha parlak olduğu anlaşıldı. Ailesinin teşvikiyle Gregory, ilk matematik makalesini on altı yaşında yayımladı. Daha sonraları, her iki kardeş de matematik eğitimi görerek Ukrayna Bilimler Akademisi'nden doktoralarını aldılar.



Ne var ki, myasthenia gravis denen bir kas bozukluğu hastalığına yakalanan Gregory, kısa sürede zayıf düşerek, sık sık yatağa bağımlı olacak hale geldi. 976'ya gelindiğinde hastalık öylesine ilerlemişti ki, ailesi Gregory'nin tedavisi için Sovyetler Birliği'nden ayrılma girişiminde bulundu. Öngörülebileceği gibi, Sovyet hükümeti yardımcı olmaktan çok uzaktı; Chudnovsky'ler resmi yetkililerin bir yıldırma stratejisine göğüs germek zorunda kaldılar. Bir keresinde, David ile anne-babası KGB ajanlarından dayak yediler. Neyse ki, Gregory'nin sorunu önce matematikçiler toplumu arasında, sonra da politik arenada duyuldu. Toplu baskının artmasıyla, 1977'de, ailenin yurt dışına çıkmasına izin verildi. Aile zaman yitirmeksizin önce Paris'e, ardından da Birleşik Amerika'ya göç etti.

Son zamanlara kadar, Gregory'nin Manhattan'ın Upper West Side'daki apartman dairesi, sanki kardeşlerin bilgisayar işlemlerinin bir savaş alanı gibiydi. 1980'li yılların sonlarında, kendi süperbilgisayarlarını yapmadan önce, pi'yi uzaktaki iki süperbilgisayara bağlanarak hesaplıyorlardı. Bunlardan biri, Minnesota Süperbilgisayar Merkezi'ndeki Cray 2; öteki, New York'taki Thomas J. Watson Araştırma Merkezi'ndeki IBM 3090-VF idi. Bunda alışılmadık bir şey yoktu; ancak, öteki bilim insanlarından farklı olarak, Gregory, pi hesaplama programını yatakta yatarak yazmak, işlemlemek ve kontrol etmek zorundaydı.

Ne var ki, süperbilgisayarı belli bir zaman için kiralamak sadece son derece pahalı olmakla kalmıyor, bir arıza çıkarsa (daha doğrusu çıktığında), aygıt üzerinde hiç kontrolünüz olmadığından, sinir bozucu da oluyordu. Rekor kıran ilk pi deneyimlerinden sonra (1989'da 480 milyon basamak), iki kardeş, Gregory'nin apartman dairesinde m zero adını verdikleri kendi bilgisayarlarını yapmaya başladılar. İnanılmaz ölçüde hızlı,



saniyede birçok milyar işlem yapabilen, çok-işlemcili bir bilgisayardı m zero. Elbette, küçük bir masa üstü model değildi bu bilgisayar; dairenin büyük bölümünü işgal ediyor, çeşitli parçaları bir odadan öbürüne uzanıyordu. Bilgisayarlar her zaman bir miktar ısı üretirler; ancak m zero o kadar çok güç kullanıyordu ki, ortamının ısısı -klima aygıtı olduğu halde- 90° Fahrenhayt'ın üstüne yükselebiliyordu.

İnsanın kendi süperbilgisayarına sahip olması hem iyidir, hem kötü. Kendileri sayı kuramcısı olan Chudnovsky kardeşler, çok hassas matematik yapmaya çalışırken, bilgisayar programlamanın inceliklerini ve bilgisayar donanımı tasarımlarını öğrenmek zorundaydılar. Bu, sadece otomobil kullanmayı bilmek ile, alelade bir aracı Indianapolis 500 yarışları için kendiniz tasarladığınız çeşitli parçalarla donatıp, onunla yarışa katılmanız arasındaki farka benzer.

Şimdi de Chudnovsky kardeşlerin, sayıları, doğalarını, kişiliklerini ve ilişkilerini düşünmek yerine, oturup, disk sürücülerinin satın alınması, mantık kartlarının sıcaklığının düşürülmesi ve eski yazılım dillerinin paralel işlemleyicilere olabildiğince yüksek verimlilikle nasıl uygulanabileceği konularında karar vermeleri gerekiyordu.

Ama onlar bu bedeli ödemeye hazırlar, ve çalışmalarının sonucu da çoğu zaman göz kamaştırıcı olmakta. Bir keresinde kardeşlerin "Biz pi'nin basamaklarını öteki sayılardan ayırt eden kimi kuralları arıyoruz. Bu, yazarları, kullandıkları yazım kurallarına göre incelemeye benzer. Eğer Rusça bir cümlenin,




* İngilizcede "Yüksek" anlamına gelen (High) sözcüğü, "Merhaba" anlamına gelen "Hi" sözcüğü gibi telaffuz edilir. (ç.n.)



bir tane bile virgül kullanılmadan bütün bir sayfayı doldurduğunu görürseniz, onun yazarı kesinlikle Tolstoy'dur. Eğer birisi, pi'nin ondalık açılımının bir yerinden, size bir milyon basamak verse, onun pi'den geldiğini anlayabilir misiniz? Biz örüntüler değil, kurallar arıyoruz" dediği söylenir. Ancak, sık sık birbirlerinin sözünü kesip birbirlerinin tümcelerini tamamladıkları için, neyi hangi kardeşin söylediği çok zaman bilinemiyor.

Pi'nin ilk bir milyon basamağında 123456 dizisine hiç rastlanmaz. Rastlanan sekiz 12345'ten üçünün arkasından bir başka 5 gelir. 012345 dizisi iki kez görünür ve her ikisinde de ardından yine bir 5 gelir.

Pi'nin basamakları o denli rastlantısal görünümdedir ki, bu sayı dizisinde bir kural olsaydı bile onu görmeye başlamamız için milyarlarca -ya da trilyonlarca- basamak gerekecektir. Chudnovsky'ler, başka hiçbir sayının, hesaplandığında, rastlantısal bir rakamlar dizisine bu kadar yaklaşmadığını söylüyorlar. Gregory, "Pi, bir rasgele sayının, -Allahın cezası- çok iyi bir taklididir" diyor bir keresinde. "Ama keşke bu kadar iyi bir taklit olmasaydı. Bu, yaşamımızı çok daha kolaylaştırırdı."

Ne var ki, Chudnovsky kardeşlere yaşamlarını kolaylaştıran pek az fırsat verilmiş olduğu anlaşılıyor. Dünyanın önde gelen matematikçilerinin birçoğunun, Gregory'nin, çağımızın, en akıllara durgunluk veren beyinlerinden biri olduğunda fikir birliği içinde olmalarına rağmen, ABD'de bulundukları yirmi yıl boyunca ne Gregory kendisi, ne de hayli parlak bir matematikçi olan David kalıcı bir iş bulabilmişlerdir. Bu konuda çeşitli gerekçeler öne sürülmüştür. Bunlar arasında Gregory'nin fiziksel özürü ve David'in gizlemediği Rus küstahlığı da bulunmaktadır. Bununla birlikte, matematikçiler, Gregory'nin hiper-geometrik fonksiyonlar hakkında bildiği şeyleri dünyada hiç kimsenin anlayamadığını ve bir gün Gregory öldüğünde, bu bilginin de yok olabileceğini belirtiyorlar.

Gregory 1981'de, çok imrenilen bir ödül olan MacArthur Vakfı'nın bursunu kazanma şansını yakaladı. Deha ödülü de denen bu ödül, birkaç yıl boyunca geçerli cömertçe bir yıllık ödemenin yanı sıra, Gregory için, tam kapsamlı bir sağlık sigortası da içeriyordu. Bu burstan gelen ve eşlerinin aylıklarından artırılan paralar, yıllarca, m zero'yu yapmak, işletmek ve geliştirmek için kullanıldı. Bu, sayıların sonsuz büyüsüne kapılmış olanların, sadece sevgiyle yapabilecekleri bir işti.

3333333 dizisi, 710.100'üncü basamakta ve sonra da 3.204.765'inci basamakta görünür. Buna şaşırmamak gerek. Aslında, ilk bir milyon basamak içinde, 2 ve 4 dışındaki bütün rakamların uzunca tekrar eden dizileri de yedi kez bulunmaktadır.

Chudnovsky'ler, çoğu zaman, aklına yeni bir şey gelmiş çocuklar gibidirler: çocuksu değil, ama daha çok, yaratıcı ve şakacı. Bir sayı alıp onu bir oyuna, ya da bulmacaya dönüştürebilirler. Bunu yaparken de konuşmalarını esprilerle süslerler. Gregory, pi'yi hesaplamanın en ileri spor olduğunu söyler: "Evde yapmaya kalkmamak" gerektiğini de David ekler.

1989 baharında iki kardeş, evlerinde, pi'nin 480 milyon basamağını hesaplayarak dünyayı şaşırttı; Matematikçiler Chudnovsky'leri yıllardan beri tanıyorlardı, ama onların pi ile ilgilendiklerinden hiç haberleri yoktu. Günümüzde bile çoğu kişi pi'nin basamaklarını hesaplamanın yararsız bir etkinlik olduğunu düşünür ve böylesine büyük beyinlerin bu işle uğraşmasını tuhaf bulurlar. Öte yandan, bu denli duyarlı bir matematik sezgisine sahip olan kişilerin çember oranı ile ilgilenmeleri, pi'yi anlamanın, belki de bizleri matematik ve fiziğin daha derinden kavranmasına yaklaştırdığının kanıtıdır.

Ancak, her zaman bazı engeller çıkar. Rekor kıracak sayıda pi basamağı hesaplamak, her bilgisayarlı çalışmada giderleri artırır. Bu girişim sırasında, yazılımdaki, ya da dona-

$$\frac{1}{\pi} = 12 \times \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \times \frac{(6n)!}{(n!)^3 (3n)!} \times \frac{13591409 + 545140134n}{640320^{3n+\frac{3}{2}}}$$

nımdaki en ufak bir aksama, hemen ortaya çıkar. Eğer bir süperbilgisayarı, dakikada 100 milyar hesaplama hızıyla, günlerce, hatta haftalarca, çalıştırırsanız, birkaç yıl önce Pentium işlemleyicisinde ortaya çıkana benzer bir hata ile karşılaşmanız -ki, bu bir milyar hesaplamada bir kez görülebilen bir hataydı- hiç de olmayacak bir şey değildir. Mantıktaki o çok minik çatlakları veya tasarımdaki ufacık ihmalleri bulmak işlem süresini aylarca uzatabilir. Ama bunlar mutlaka bulunmalıdır; çünkü, eğer pi'deki herhangi bir rakam yanlış hesap edilirse, ondan sonra gelen bütün rakamların da yanlış olması olasıdır.

*Çocuk oyunlarını düşünün. Eğer size, bir, iki, üç, dört, beş dizisini verirsem, bir sonraki sayıyı bana söyleyebilir misiniz? Bir çocuk bile bunu yapabilir: bir sonraki basamak altıdır. Peki, ya şu oyuna ne dersiniz? Üç, bir, dört, bir, beş, dokuz. Sadece bu diziye bakarak bir sonraki basamağı bana söyleyebilir misiniz?*

*Richard Preston,*
"Pi'nin Dağları",
The New Yorker

Gregory ve David Chudnovsky'nin ilgilendikleri yegâne sabit sayı pi değildir. Yıllarca Columbia Üniversitesi'nin uygulamalı matematik bölümü ile yaptıkları resmi olmayan çalışmalarda, doğrusal olmayan dinamiklerin her türüne odaklandılar, ve diğer konularda da çok çeşitli yazılar yazdılar.

Bu kitabın basımı öncesinde Chudnovsky kardeşler Brooklyn Polytechnic Üniversitesi'nde, Institute



for Mathematics and Advanced Supercomputing [Matematik ve Süper-işlemleme Enstitüsü] adıyla yeni bir büro açtılar. Ve artık, çalışmalarını orada sürdürmeye hazırlanıyorlar. David şöyle açıklıyor: "Enstitü'nün sadece iki üyesi var, Gregory ve ben." Bu, "Chudnovsky problemi" için ideal bir çözüm olabilir; hem kendi çalışmalarını yaparlar, hem de üniversiteye katkıda bulunabilirler. Hatta, Gregory evinden, video telekonferans yoluyla sonunda ders bile verebilir.

*Bu, daha çok, su-altı araştırmalarına benzer. Çamurlara batmışsınız ve her şey birbirinin aynı gibi görünüyor.*

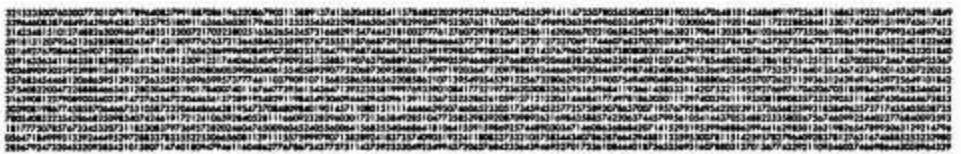
*Gregory Chudnovsky*

Bu yeni enstitü sayesinde, Gregory ve David ile eşleri Manhattan'dan taşındılar. Ne yazık ki, m zero'nun birçok parçası sökülüp kutulanmak zorunda idi. Bilgisayarı sökmeden yalnızca birkaç ay önce, en son yaptıkları bazı yenilemeleri sınamak için pi'yi son bir kez hesapladılar. Bir haftalık bilgisayar hesaplama süresi sonunda kardeşler, yeni bir dünya rekoru kırdılar: sekiz milyardan çok basamak hesaplanmış ve doğrulanmıştı. Bu noktada rekor onları pek ilgilendirmedi; ama bilgisayarları ve algoritmalarının doğru çalışmasından mutluydular. David "Bu bir matematiksel hokkabazlık değil" diyordu. "Bu çok ciddi matematik."

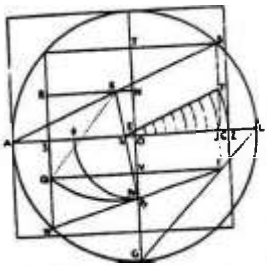
*Pi'yi keşfetmek, evreni keşfetmek gibidir.*

*David Chudnovsky*

Kardeşlerin olağanüstü matematik anlayışı yanında amaçlarına olan yılmayan bağlılıkları, ev yapımı bir bilgisayarın ürünü bulunan rekor hesaplamaları ve zarif formülleri, pi tarihinde Chudnovsky kardeşlere kalıcı bir yer kazandırmıştır.



# π'nin içinde ne var?

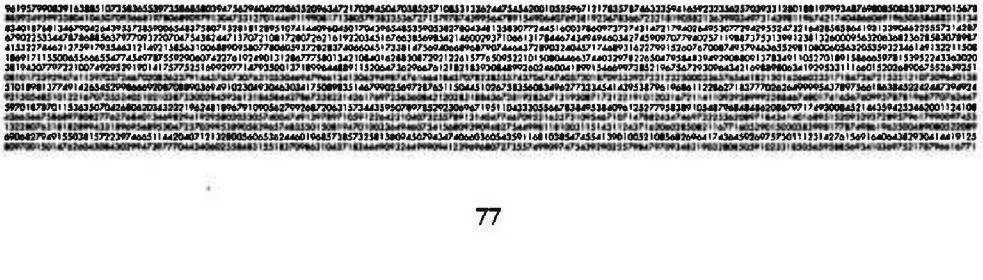


Pek şiirsel olmasa ya da kulağa hoş gelmese de, biz insanlar, temelde örüntü tanıma cihazlarıyız. Gözlerimiz dünyayı algılar; ancak gerçekte gördüğümüz şey doğrular, eğriler, renkler ve ışıklardan oluşan karmaşık örüntülerdir. Kulaklarımız sesleri işitir; ama biz sinyalleri, ancak ton ve ritmin ayrıksı örüntülerini ortaya çıkaracak biçimde çözdüğümüz zaman, müziği ve dili fark ederiz.

Çevremizdeki dünyada örüntüler bulmak için şiddetli bir istek duyarız; çünkü, kendimiz de dahil, herhangi bir şeye anlam verebildiğimiz tek yol budur. Doğa boşluk kabul etmeyebilir, ancak insanlar örüntüsüzlüğe dayanamazlar. Çevremizdeki örüntüleri bulmak için programlanmışızdır ve örüntüleri bulmak için herşeyi yaparız: pi'de bile.

Pi'nin basamakları, tümüyle rastlantısal görünen biçimde sonsuza doğru akar. On tane yüzü olan bir zarı atmaya benzer şekilde, bu akış çizgisi üzerinde, bir sonraki atışta 3 veya 7 ya da sıfır gelme şansı onda birdir. Ancak pi'nin basamakları anlamsız kozmik gürültü değildirler. Tek bir basamağı değiştirirseniz -diyelim ki, 4 yerine 9'u- sayı artık pi değildir. Bir çemberin çevresinin çapına oranı, kesinlik gerektirir.

Çemberin basitliği ile pi'nin basamaklarının rasgele görünmesi arasındaki bu çelişki, insanları bu sayının milyarlarca basamağını bulmaya yönelten nedenlerden biridir. Orada olması "gerektiğini" bildiğimiz örüntüyü aradığımız için, basamaklara ne kadar uzun bakarsak, onlar da gözlerimizin önünde, sanki televizyon ekranında görülen parazitler gibi oynayarak, kümeler oluştururlar.



Monte Zerger "The Magic of Pi [Pi'nin Büyüsü]" başlıklı makalesinde pi'nin 7'nci, 22'nci, 113'üncü ve 355'inci basamaklarının hepsinin 2 olduğuna dikkat çekiyor (virgülden önceki 3'ü de saymaktadır). Pi için en iyi iki yaklaşık değerin 22/7 ve 355/113 olduğunu anımsayalım. Bunlardan sonra en iyi yaklaşık değer 52.163 ve 16.604'dür. 52.163'üncü basamağının da 2 olması ilginçtir. Ne yazık ki, 16.604'üncü basamak 1'dir; ama onden bir önceki ve bir sonraki basamaklar 2'dir.

Matematikçi John Conway, pi'nin basamaklarını onar sayılık bloklara ayırdığınızda, bu blokların herhangi birinde on farklı rakamın tamamının yer alma olasılığının 40.000'de bir civarında olduğunu söylemiştir. İlginçtir ki, buna ilk kez onlu blokların yedincisinde rastlanmaktadır.

Eğer pi'nin basamakları ile müzikteki notalar arasında karşılıklı ilişki kurarsanız, hiç melodi yoktur. Ama yeterince uzun dinlerseniz, bir melodi işittiğinizi düşünmeye başlarsınız. Her basamağa bir renk verirseniz, sanki gözlerinizin önünde belli belirsiz bir... Yok canım, orada öyle bir şey yok herhalde.

On dokuzuncu yüzyılda Augustus De Morgan ilk 600 basamağı inceledi ve beklenenden daha az 7 sayısı olduğunu fark etti. (Altmış tane olmasını beklersiniz, ama gerçekte 10 tane eksikti.) Bunun anlamı nedir? Çemberlerin doğal bir 7 fobisi mi var? Kuşkusuz hayır. Sorun şu ki, iyi bir sonuç almak için istatistik açıdan 600 basamak yeterli değildir. Öyle ise pi için olası örüntüler ararken çok sayıda basamak olması gerekir.

Pi'nin 10.000 basamağını araştırabilmemiz 1950'lerde mümkün oldu. Bu noktada basamaklar daha düzgün bir dağılıma gitmeye başlıyor. Ve şimdi, 51 milyarın üstünde basamakla çalışırken, 7'lerin, ya da 0'ların, ya da başka herhangi bir basamağın rakamları arasında istatistik bakımından geçerli bir fark görünmüyor.



Buna karşın, beklenenden 17.176 tane daha fazla 5 olduğunu bulabiliriz. Belki de, bir olasılıkla, eğer birkaç milyar daha fazla basamak hesaplarsak, bu ele geçmeyen sayıyı ve ardından çevremizdeki evreni anlamamıza yardım edebilecek bir örüntüyü görmeye başlayabiliriz.

*Pi'nin*
*normal olup olmadığı*
*konusunun elektronik*
*bilgisayarlarla hiçbir zaman*
*saptanamayacağı ortadadır. Bu, derin*
*matematiksel yetenek gerektiren ve sadece*
*hesaplamayla çözülemeyen teorik problemlere*
*bir örnektir. Böyle problemlerin varlığı,*
*günümüzde salgın olan computeritis*
*[hesaplamacılık] hastalığı için kısmî de olsa*
*bir panzehir olmalıdır.*

*Howard Eves,*
Mathematical Circles Revisited,
1971



# π SEMBOLÜ

*Eğer geometrik ilişkiler dünyasını ele alırsak, pi'nin bininci ondalığı orada yatar; ne var ki, hiç kimse hiçbir zaman onu hesaplamaya girişmez.*

**William James** *The Meaning of Truth [Doğruluğun Anlamı]*

Yunan abece'sinin on altıncı harfi olan π, Amerikan üniversitelerindeki erkek ve kız öğrenci topluluklarının adlarını oluşturan harfler dışında, en yaygın olarak bilinen Yunan harfidir. Hesap makineleri tuşlarında; matematik, fizik, istatistik ve astronomi de dahil, bilimsel ders kitaplarının hemen hepsinde yer alır. Hem ilk öğretim öğrencileri, hem de üniversite profesörleri için anlam taşır. İnsanlar π'nin neyi temsil ettiğini tam olarak anımsamasalar bile, bu sembolü tanırlar.

Şaşırtıcıdır ama, Eski Yunanlılar, bir çemberin çevresinin çapına oranı için π simgesini kullanmamışlardır.

Romalılar, Araplar, Çinliler de kullanmadılar. Hatta Arkhimedes'in çemberleri ince-



lemesinden iki bin yıl sonrasına kadar hemen hiç kimse bu oranı temsil eden herhangi bir simge kullanmadı. π simgesi, şimdiki anlamı ile, sadece son 250 yıl boyunca sürekli kullanılmıştır.

π'yi matematikte bir simge olarak kullanan ilk kişilerden biri 1652'de, William Oughtred'dir. Çevrenin çapa oranını π/δ olarak tanımlamıştı. Burada π aşikâr olarak çevreyi, δ da çapı simgeliyordu. Birkaç yıl sonra, bizim 4/π dediğimiz şey için John Wallis □ (bir kutu), ya da İbrani abece'sinin mem harfini kullandı. Daha sonra, 1685'te, Wallis π'yi, dönen bir cismin ağırlık merkezinin izlediği dış kenarı göstermek için kullandı.

Çemberin oranı için ilk kez bir simge kullanıldığında bunun π olmadığı kesindir. Gerçekten de, 1689'da, Bavyera'daki Aldorf Üniversitesi'nde profesör olan J. Christoph Sturm e harfini kullandı. Bu işaretlemenin kabul görmediğini söylemeye gerek bile yoktur. Ondan sonraki yüz yıl içinde matematikçilerin çoğu, oran için iki sembolden oluşan π/ρ ya da c/r (burada hem r hem ρ çemberin yarı çapıdır) kullanmayı sürdürdü.



William Jones, 1706'da yayımladığı Synopsis palmariorum matheseos adlı eserinde π'yi ilk kez çağdaş anlamıyla kullandı. Matematik tarihçisi Florian Cajori, bir 1928 klasiği olan

Şapkanızın numarasını, kafanızın çevresini ölçüp, pi'ye bölüp ve en yakın sekizde bir inç'e yaklaştırarak saptayabilirsiniz.



A History of Mathematical Notations'da [Matematiksel İşaretlemelerin Tarihi] bu önemli adım hakkında şöyle yazıyor:

> William Jones, önemli bir şey yaptığının farkında olmadan, bir çemberin uzunluğunun çapına oranını π harfiyle göstermesi ile o yıl dikkat çekmişti. Bu adımı atarken, gösterişe yönelmemişti. Bu saygın ziyaretçinin, Yunan abace'sinden matematik tarihi sahnesine çıkmasına, okuyucuyu hazırlayacak kapsamlı herhangi bir giriş de yoktur. Aşağıdaki iddiasız yazı ile habersiz ve usulcacık gelivermişti:
>
> Belirli Eğri Çizgilerin ya da Düzlemlerin, Uzunluklarını ya da Alanlarını bulmak için çeşitli başka yöntemler de vardır. Bunlar uygulamayı çok kolaylaştırır. Örneğin, Çemberde, Çapın Çevreye oranı, 1'in aşağıdaki sayıya oranına eşittir.
>
> $$\frac{16}{5}-\frac{4}{239}-\frac{1}{3}\frac{16}{5^3}-\frac{4}{239^3}-\text{ vb.} = 3{,}14159,\ \text{vb.} = \pi.$$
>
> Bu seri'yi (aynı amaçlı ve aynı ilkeden elde edilen başka serilerle birlikte) Üstün Analizci ve benim çok değerli Arkadaşım Bay John Machin'den aldım.

Belirtilmesi gereken bir başka ilginç şey de, Jones'un π'yi kitabında daha önce başka şekillerde kullanmış olmasıdır. Örneğin, bir yerde π, geometrik bir şekildeki bir noktadır; bir başka yerde ise Jones π'yi dış kenar uzunluğunu göstermek için kullanmıştır. Terim kullanmaktaki bu kararsızlık onun çağında normaldi ve ondan daha iyi matematikçilerin eserlerinde de görülmeye devam edecektir.

Ancak William Jones'un çalışması matematik çevrelerini etkilemekten uzaktı. Hatta, eğer π simgesini kullanmamış olaydı, kitabı büyük olasılıkla unutulup gidecekti. Ünlü



1799 yılında Paolo Ruffini π'yi faktöryelin simgesi olarak kullanmıştır ("π = 1·2·3·4· ... ·m" şeklinde). Daha sonraki yıllarda, bu kullanım biraz değişerek, büyük harf pi olan Π'ye dönüştü. 1881'e gelindiğinde Gauss, Jacobi ve Weber artık n-faktöryel için Π(n) yazıyorlardı. Sonra Gauss Π simgesinin kullanımını, günümüzde olduğu gibi, aynı zamanda bir sürekli çarpımı gösterecek biçimde genişletti.

bir matematikçinin, Leonhard Euler'in, çalışmalarında tek bir simge olarak π'yi kullanmaya başlamasına kadar otuz yıl geçti. 1734'te Euler, hâlâ, π'yi göstermek için p, ve her nedense, π/2 için de g'yi kullanıyordu. Ama iki yıl sonra, mektuplarında ve makalelerinde, çevre uzunluğunun çapa oranını π ile göstermeye başlamıştı.

Euler'in, Jones'un π'yi kullandığından haberdar olup olmadığı bilinmiyor; bu pek önemli de değil. Jones'un etkisi ne kadar küçükse, Euler'inki de o kadar büyüktü ve onun p'yi kullanması yayıldı. Johann Bernoulli, 1739 yılında Euler'e yazdığı bir mektupta c'yi kullanmıştı; ama hemen ertesi yıl, π'yi kullanmaktaydı. Hemen ardından da Nikolaus Bernoulli, Euler ile yazışmalarında π'yi kullanmaya başladı. Daha sonra, Euler, (1748'de yayımlanan) Introductio in analysin infinitorum adlı eserinde π simgesini kullanınca, bu simgenin kullanımı yaygın hale geldi.

Bu, on sekizinci yüzyılda π'nin sadece çemberin oranı için kullanıldığı anlamına gelmez. Pierre Hérigone π'yi, iki sayı arasındaki orantıyı ya da oranı belirtmek için kullandı. (Bizim 2:3 şeklinde yazdığımızı, o 2π3 biçiminde yazıyordu.) A. G. Kästner çapın çevreye oranı için 1:P kullandı; π'yi de çevrenin kendisini simgelemekte kullandı. Daha sonra, π'yi "cos u = π ve sin u = p" olarak, ve sonra da bir denklemin (n+1)'inci teriminin katsayısı olarak kullanınca, her şey daha da birbirine karıştı. Ancak 1771'de, Kästner bile π'nin bugünkü tanımını kabul etmişti.

En sonunda, A. M. Legendre, Éléments de géométrie [Geometrinin Unsurları] adlı



Fransızca ders kitabını 1794'de yayımladığı sırada, Avrupadaki hemen bütün matematikçiler π simgesini bugün bizim kullandığımız şekilde kullanıyorlardı.

π günümüzde çemberin oranından başka bir şeyi tanımlamak için de kullanılmaktadır. Birçok matematikçi, π(n)'i, n'den küçük veya ona eşit olan asalların sayısının fonksiyonu için kullanır. Örneğin, π(10)=4'tür; çünkü 1 ile 10 arasında dört asal sayı vardır. Gauss, on beş yaşında iken, ünlü asal sayı teoremini keşfetmişti:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\pi(n)}{(n/\log n)} = 1$$

Macintosh bilgisayar programcılarının çoğu, orijinal kaynak kodlarını π harfi ile son bulan dosya adlarıyla saklarlar ("mycode.π" gibi).

Martin Gardner, Wheels, Life, and Other Mathematical Amusements (Tekerlekler, Yaşam ve Başka Matematiksel Eğlenceler) adlı kitabında şu noktaya dikkat çekmiştir: Eski Çin'in yin-yang simgeleri bizi, π'nin 2'ye eşit olduğunu düşünecek şekilde yanıltabilir. Eğer bir çemberin yarıçapı 1 ise, yarım çemberin uzunluğu π'dir. Bir sonraki daha küçük iki yarı çemberin uzunlukları toplamı da π'dir, aynı şey bir sonraki daha küçük dört yarım çember için de doğrudur; ve böylece, sonsuza kadar. Ne var ki, bir noktadan sonra yarım çemberler öylesine küçülür, sayıları öylesine artar ki, 2 olan orijinal çemberin çapına yaklaşırlar. Öyle ise, pi'nin 2'ye eşit olması gerekir. Doğru mu? Yanlış. Gardner açıklıyor: "Buna rağmen, hiçbir adımda yarım çemberlerin şekli değişmemiştir. Ne kadar küçük olsalar da yarım çember olmayı sürdürdükleri için, toplam uzunlukları hep pi'dir. Bu yanılgı, yakınsayan sonsuz bir serinin elemanlarının, serinin limitinin özelliklerinden tümüyle farklı niteliklerini koruyabileceklerini gösteren kusursuz bir örnektir.

*S:*

*Bir "balkabağı fenerі"nin çevresini çapına bölerseniz, ne elde edersiniz?*

*Y: Balkabağı π'si.**

*John Evans*

* Metnin orijinalindeki sözcük oyununa da dikkat edilmelidir. İngilizcede "çörek" anlamına gelen "pie", "pi" ile aynı şekilde okunur. (ç.n.)

# *Davacı Kaliforniya Eyaleti ile Davalı Orenthal James Simpson*

[Aşağıdaki konuşmalar, 26 Temmuz 1995'de O. J. Simpson davasında, savunma avukatı Robert Blasier ile FBI Özel Ajanı Roger Martz arasında geçmiştir.]

S. Çapı beş milimetre olan bir dairenin alanını hesaplayabilir misiniz?

Y. Yani, yapabilirim. Ben . . . matematik, ben . . . Şu anda ne olduğunu bilemiyorum.

S. Pekâlâ, bir dairenin alanının formülü nedir?

Y. Pi R kare.

S. Pi nedir?

Y. Hey, siz beni gerçekten imtihan ediyorsunuz. 2,12 . . . 2,17. . .

**Yargıç Ito: 3,1214'e ne dersin?**

S. Pi'nin ne olduğu, bir bilim adamının bilmesi gereken türde bir şey değil mi?

Y. Pi'yi, sanırım, liseden beri kullanmadım.

S. 3,12'yi bir deneyelim.

Y. Öyle miydi? Bunun daha kolay bir yolu var . . .

S. 3,14'ü deneyelim. Yarıçap ne olur?

Y. Çapın yarısı olmalı: 2,5.



S. 2,5 kare; tamam mı?

Y. Tamam.

S. Sayın yargıç, bir hesap makinesi bulabilir miyiz?

**[Kısa bir ara]**

S. Hesap makinesi kullanabilir misiniz?

Y Evet. Sanırım.

S. Bana, pi çarpı 2,5'un karesinin kaç olduğunu söyleyin.

Y. 19.

S. 19'u yazın isterseniz. Milimetre kare, tamam mı?
O alan. Bunun onda biri nedir?

Y. 1,9.

S. Büyüklüğü, EDTA'yı saptamak için size gereken kumaş parçasının büyüklüğünden, minimum büyüklüğünden, 2 çarpanı kadar yanlış hesapladınız; değil mi?

Y. Yapıp yapmadığımı bilmiyorum. Biraz farklı hesapladım; bunu kullanmadım.

S. Peki, başka türlü hesaplama yöntemi alanı değiştirir mi?

Y. Bu benim göz kararı yaptığım tahmindir; onu bulmak için hiç bilimsel matematik kullanmadım.



*Pi için yaptığınız o güzel araştırmaların ne yararı var?*
*İrrasyonel sayılar var olmadığına göre,*
*böyle problemler üzerinde niçin çalışıyorsunuz?*

**1882'de Leopold Kronecker'in**
**Ferdinand von Lindemann'a söylediği söz.**
**Lindemann aynı yıl pi'nin aşkın sayı olduğunu ispatladı.**




İnsanlar gibi sayıların da özellikleri ve kendilerine özgü nitelikleri vardır. Bir sayıyı tanıyabilirsiniz ve başka sayılarla karşılıklı ilişkilerini araştırabilirsiniz. Belirli bir sayı verildiğinde bir matematikçi bazı sorular sorabilir: Kare mi? Asal mı? Bu sayı sürekli bir kesre dönüştürülebilir mi? Sayı birkaç ondalık hanesiyle bitecek kadar kısa ve rahat mı; yoksa sonsuza



πe'nin irrasyonel bir sayı olduğunu biliyoruz. Bununla birlikte, bu tür şeylerin kanıtlanması o kadar güçtür ki, $2^{\pi}$, π+e, ya da $\pi^{e}$'nin irrasyonel olduklarını "kesin olarak" bilemiyoruz.

kadar ondalık basamaklar saça saça mı ilerliyor? Eğer ikinci gruptansa, bu basamaklar bir örüntü uyarınca kendilerini sürekli tekrarlayıp mı duruyorlar; yoksa, her sayının ardından gelen sayılar rastlantısal bir sıralama içinde mi görünüyor?

Sonsuz uzunlukta bir sayı için şunu da sorabilirdik: "Seni iki tam sayının bir kesri olarak ifade edecek bir yol var mı?" Bu şekilde ifade edilebilen sayılara -pozitif veya negatif tamsayılar, bu sayıların kesirleri ve 0 (sıfır)- rasyonel denir, çünkü onları kolaylıkla bir oran olarak ifade edebiliriz. Rasyonel sayılar ondalık olarak yazıldıklarında, eninde sonunda kendilerini tekrar ederler. Eğer kısa iseler -örneğin 3,125'e eşit olan 28/5 gibi- sonsuz sayıda sıfırla biterler; bu da tam olarak ifade edildiklerini gösterir. Eğer uzunlukları sonsuzsa, basamaklar belirli bir döngü ile tekrarlanırlar, 1/7'de olduğu gibi: 1/7 = 0,142857142857142... altı basamaklı bir döngü.

Peki, π sayısının doğası nedir?

Matematikçilerin yüzyıllar boyunca p sayısının irrasyonel (bir oran ile ifade edilemeyecek) olduğuna inanmalarına karşın bu, ancak 1761'de, Johann Heinrich Lambert tarafından kuşkuya yer vermeyecek şekilde kanıtlanmıştır. Yöntemi karmaşık olsa da, mantıksal aşamalan özetle şöyle idi: Önce, eğer x rasyonel bir sayı ise, tan(x)'in irrasyonel olması gerektiğini gösterdi. Böyle ise, tan(x)'in rasyonel olduğu durumda x'in irrasyonel olması gerekir. Tan(π/4) = 1 olduğu için de, π/4'ün (ve bu nedenle π'nin) irrasyonel olması gerekir.

Bazıları, Lambert'in ispatının yeterince güçlü olmadığı kanısındaydı. Ancak, 1794'te A. M. Legendre, kuşkuları ortadan kaldıran başka bir ispat buldu; ayrıca, $\pi^2$'nin irrasyonel olduğunu da kanıtladı.



Rasyonel bir sayı bulduğunuzda, hakkında soracağınız ilk soru, gerçekten onun karakterini belirler: "Cebirsel bir denklemle ifade edilebilir misin?" Cebirsel bir denklem $a_n x^n + ....+ a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$ şeklindedir. Burada n sonlu bir sayıdır; bütün katsayılar ($a_1$, $a_2$, vb.) rasyonel sayılardır. Bir sayının irrasyonel olduğu durumda, cebirsel de olabileceğini unutmayalım . Örneğin, irrasyonel olan $x = \sqrt{2}$, kolayca $x^2 - 2 = 0$ olarak da ifade edilebilir. Legendre, π'nin böyle indirgenemeyeceği kanısındaydı; ama bunu kanıtlayamadı ve kesin kanıtı öğrenemeden de öldü. Gerçekten, ancak 1840'ta, Legendre'in ölümünden yedi yıl sonra, Joseph Liouville aşkın sayı adı verilen bu tür sayıların var olduğunu kanıtladı.

*π'nin cebirsel irrasyonelliklerce bile içerilmeyen bir sayı olması olasıdır; yani, katsayıları rasyonel, ve sonlu sayıda terimi olan bir cebirsel denklemin kökü olamaz. Bunu kesin olarak kanıtamak ise çok zor gibi görünüyor.*

*A. M. Legendre,*
Éléments de géométrie,
1794

Daha sonra, 1873'te, Charles Hermite e sayısının aşkın olduğunu kesin biçimde ispatladı. Bu da matematik ateşini körükleyerek, π sayısının gerçekten aşkın olup olmadığını yeniden tartışma gündemine taşıdı. Hermite'e bu konuda çalışmayı sürdürmesi önerildiğinde, "π'nin aşkın olduğunu kanıtlamaya çalışmayı göze alamam. Başkaları buna girişirler ve başarılı olurlarsa herkesten çok ben sevinirim. Ancak, inanın, bu, onlardan hayli çaba isteyecektir" diyerek nazik biçimde reddetmiştir.

Ondan dokuz yıl sonra, 1882'de, Ferdinand von Lindemann π'nin aşkın bir sayı olduğunu kanıtladı. İspatı, iki yüz yıllık önemli matematiksel katkıları temel alıyordu.



Hermite, e'nin aşkın olduğunu kanıtlamıştı özellikle; yani katsayıları a, b, c, ... ve üsleri m, n, p ... rasyonel sayıları olan $ae^m + be^n + ce^p + ... = 0$ şeklinde bir eşitliğin bulunmadığını. Ardından Lindemann daha genel bir teoremi, a, b, c, ... ve m, n, p ...'nin de cebirsel sayı, hatta reel olmayan sayı bile olamayacağı teoremini ispatladı. Bunun anlamı, x cebirsel bir sayı ise, $e^{ix} + 1 = 0$ denkleminin çözümünün bulunmadığıdır (i'nin cebirsel olduğunu biliyoruz). Üstelik, Euler $e^{ix} + 1 = 0$ denklemini bulmuştu o sıra; dolayısıyla π cebirsel olamazdı, aşkın bir sayı idi.

**Pi'nin bir tanımı: 0 ile 2 arasında ve kosinüsü sıfır olan bir sayının iki katı olan sayı.**

## *Pi Diyaloğu*

Aşağıdaki konuşma, J. M. Jauch'un Are Quanta Real? [Kuantumlar Gerçek mi?] kitabından. (Douglas Hofstadter'in *Gödel, Escher, Bach* adlı eserindeki alıntısı)

**Salviati** Sana aşağıdaki gibi iki sayı dizisi verdiğimi varsayalım: 7853981633974483096156608 4... ve 1, -1/3, +1/5, -1/7, +1/9, -1/11, +1/13, -1/15,... Simplicio, şimdi sana birinci dizideki bir sonraki sayının ne olduğunu sorsaydım ne derdin?

**Simplicio** Bir şey söyleyemem. Sanırım bu rastlantısal bir dizi; hiçbir kuralı yok.

**Salviati** İkinci diziye ne dersin?



**Simplicio** Bu kolay, + 1/17 olmalı.

**Salviati** Doğru. Ama sana birinci dizinin de bir kural uyarınca yapılandığını ve bu kuralın gerçekte, ikinci dizi için senin az önce bulduğun kuralla aynı olduğunu söylesem o zaman ne dersin?

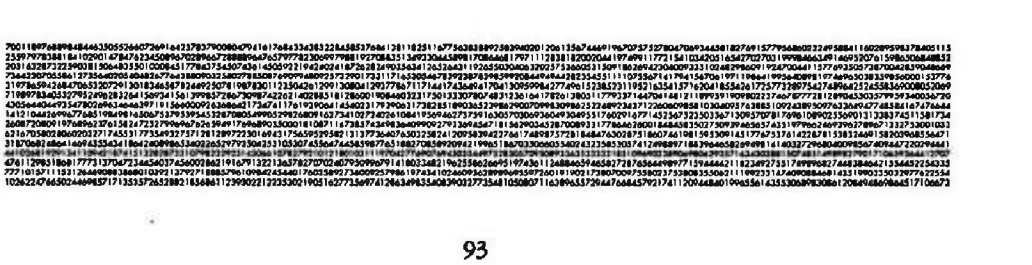
**Simplicio** Bu bana olası görünmüyor.

**Salviati** Ama gerçekten öyle. Çünkü birinci dizi, ikincinin toplamının ondalık kesir açılımının sadece başlangıcından ibarettir. Değeri $\pi/4$'tür.

**Simplicio** Sen hep bu tür matematiksel hileler bulursun. Ama ben de bunun soyutlama ve gerçeklik ile ne ilgisi var anlamadım.

**Salviati** Soyutlama ile olan ilgisini görmek çok kolay. Eğer insan, bir soyutlama süreci ile gözle görülen rastlantısallığın gerisinde yatan basit yapıyı gösteren bir tür süzgeç geliştirmemişse, birinci dizi rastlantısal görünür.

Doğa yasalarının keşfedilmesi de tam olarak bu biçimdedir. Doğa bize kaotik rasgelelik gibi görünen birçok olağanüstü olgu sunar. Bazı önemli olayları seçip onları soyutlayıp idealleştirerek kendilerine özgü ve ilgisiz koşullarından ayırana kadar bu sürer. Bu olgular, kendi gerçek yapılarının bütün görkemini ancak bundan sonra gösterebilirler.



# ÇEMBERİ KARELEYENLER

*Televizyonun fark edilmeyen olumlu etkilerinden biri de, insanların artık çemberi kareye dönüştüren broşürler yazmak yerine onu izlemeleridir.*

**Underwood Dudley,** *Mathematical Cranks [Matematiksel Kaçıklıklar]*

Tarih, doğanın bir elementini, bir yolla -ister simya, ister sihir, ister bilim- bir başka elementine dönüştürme girişimleri ile doludur. Einstein'ın, ünlü denklemiyle, maddenin nasıl enerjiye dönüşebileceğini göstermesi elbette bir esin kaynağı olmuştur. Ancak genellikle, kurşunu altına dönüştürme -ya da bir atasözünde olduğu gibi domuz kulağından ipek kese yapmak- gibi sihirbazlık girişimleri boş çabalardı. Ne var ki, bu çabalarla birlikte daha geometrik eğilimli olanlar da görülüyordu; insanlar akıllarına gelen her yöntemi kullanarak, çemberleri karelere dönüştürmeye çalışmışlardır.

Çemberi kareleme, profesyonel matematikçi çevrelerinin dışında yaygın olarak bilinen birkaç matematik bulmacasından biridir. Sokaktaki insan onu tam olarak bilmese



İ.Ö. 420 dolayında Elis'li Hippias quadratriks denen bir eğri keşfetti ama quadratriks, daire ile aynı alanı olan bir kare çizmek için İ.Ö. 335 yılında Dinostratos tarafından kullanıldı. Ancak bu, Eukleides'in sözünü ettiği anlamda bir "çemberi kareleme" sayılamazdı; çünkü quadratriks'i oluşturmak, sonsuz sayıda adım gerektirir.

de, büyük olasılıkla bu problemi, ve çözümünün zor, belki de olanaksız olduğunu duymuştur. Gerçekte, çemberi kareleme, başarısızlıkla sonuçlanmaya mahkûm bir proje anlamında, günlük dilimize de girmiştir.

Çemberi kareleme, geometrik ya da sayısal olarak alanı, çemberin belirlediği alana tam olarak eşit bir kare çizmek demektir. (Buna aynı zamanda bir daireden kare yapma da denmektedir.) Eski Yunanlılar daire-kare probleminin çözümünü iki koşula bağladılar. Birincisi, çözümde sadece pergel ve cetvel kullanılmasıydı (çözümü tümüyle Eukleides'in teoremlerine indirgemek için). İkincisi, çözüm işleminin sonsuz sayıda adım kullanılmadan yapılmasıydı. Bu sınırlamalardan biri kaldırıldığında, çemberi kareye dönüştürmenin kolay olduğu görülür. Örneğin, eğer kalkülüs gibi ileri matematik veya kuadratriks ya da spiral gibi daha yüksek dereceden eğriler kullanırsanız, bir dairenin alanına eşit olan kareyi çizmeniz oldukça kolaydır.




Arkhimedes, bir dairenin alanının, bir kenarı çemberinin yarıçapına, öteki kenarı çemberin çevresine eşit olan bir dik üçgenin alanına eşit olduğunu ispatlamıştı. Bu nedenle çemberi karelemek isteyen birçok kişi, bunu, çapa dayanıp çemberin çevresini bulmaya (çoğu kez buna çemberin düzeltilmesi denir) çalışarak yapmayı denemiştir. Doğaldır ki,



Augustus De Morgan, Aziz Vitus'u çember kareleyicilerin koruyucu azizi olarak seçmiştir. Budget of Paradoxes [Paradokslar Yığını] kitabında De Morgan, Aziz Vitus'un "kendisine inananları, hiç bitmeyen ve hiç anlamı olmayan bir dansa yönelttiğini" yazıyor. Ayrıca, azizin her zaman yanında bir horozla temsil edildiğine dikkat çekerek, şunu ekliyor: "Bir gallus gallinaceus'tan [çiftlik horozundan] sonra, çember kareleyicisi kadar kimse ötemez."

eğer bir çemberin hem çapını, hem de çevresini tam olarak biliyorsanız, o zaman pi'yi de biliyorsunuz demektir.

Bununla beraber, iki bin yıl önce, çevre ile çap arasındaki oranı tam olarak saptamanın olanaksızlığını kimse bilmediği için, Eski Yunan'da daireyi kareye dönüştürmeye çalışmak göreli olarak yaygındı. Yunancada çemberi karelemeye çalışmakla uğraşan kişi anlamına gelen bir sözcük bile vardı: τετραγωνίζειν ya da tetragonidzein.

Ancak on altıncı yüzyıla gelindiğinde, -Cusa Kardinali Nicolas'nın çemberi kesinlikle kareye dönüştürdüğünü iddia etmesinden (ve ardından hatalarının gösterilmesinden) bir süre sonra- matematikçiler çemberi karelemeye kalkışmanın yararsız olduğunu fark etmeye başladılar. Belki, matematiğin gerçek öğrencileri ile, daha yaygın olan "çember kareleyiciler" arasındaki ayrışma bu noktada başladı. Viète, Snell, Wallis, Newton ve diğerleri pi'nin sonsuz doğasını küçük adımlarla anlayabilme yolunu seçerken, çember karelemeye çalışanlar, inatla, eğer yeterince çok çalışırlarsa, bu eski problemi -bir kez ve sonsuza dek- çözebilecekleri yolundaki o cazip inanışa bağlı kalıyorlardı.

On altıncı ve on yedinci yüzyıllarda hatalı "ispatları" birer birer çürütülen birçok matematikçi arasında Orontius Fineus, büyük filolog Joseph Scaliger, Kopenhag'lı Longomontanus ve St. Vincent'li Gregory de vardı. Ünlü İngiliz filozof Thomas Hobbes bile De Problematis Physicis (1668) eserinde pi'nin 31/8 olduğunu göstererek çemberin ka-



relenmesini ispatlamıştı ki bu çember kareleyicilerin çok kullandığı bir çözümdü. Daha sonra, kendi "ispatı" açıkça çürütüldüğünde düştüğü gülünç durumu savunmak için, geometrinin temel ilkelerini, hatta Pisagor teoremini de tartışmaya kalkmıştı.

*Çemberi karelemenin sonu, ancak uygarlığın sonuyla birlikte gelecektir.*

*Underwood Dudley*
*Matematiksel Kaçıklıklar*

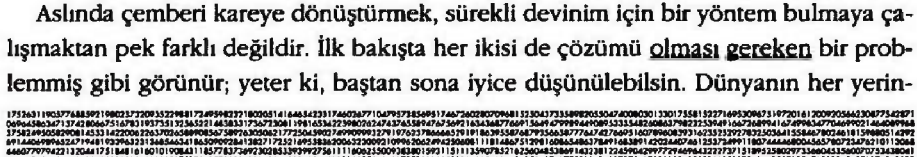
Ünlü İngiliz şair Alexander Pope, 1743'te Dunciad şiirinde şöyle yazmıştı:

*Deli Mathesis hapsedilmemişti yalnız,*
*Sadece zincirler, değildi yeterli dizginlemeye onu;*
*Bazen bakardı semalara, kendinden geçerek*
*Bazen koşardı çevresinde çemberin, onu kareleyerek.*

Pope, yazarın notlarında, bunun "çemberi karelemeye yönelik çılgın ve verimsiz çabalara" bir gönderisi olduğunu açıklıyor.

1775'e gelindiğinde, kendi çemberi kareleme yöntemini doğrulatmak isteyen o kadar çok kişi vardı ki Fransız Bilimler Akademisi, çemberi kareye dönüştüren sözde çözümleri artık incelememe kararı aldı. Akademi aynı zamanda olanaksız başka bazı çabaları da bu kararın kapsamına aldı: Bunlar, küpün iki katına çıkarılması, açının üçe bölünmesi, ve sürekli devinim makineleri (yani, çalışmak için kullandığı kadar enerji üreterek hiç durmadan çalışan makineler) idi.

Aslında çemberi kareye dönüştürmek, sürekli devinim için bir yöntem bulmaya çalışmaktan pek farklı değildir. İlk bakışta her ikisi de çözümü olması gereken bir problemmiş gibi görünür; yeter ki, baştan sona iyice düşünülebilsin. Dünyanın her yerin-



den insanları birdenbire çember kareleyicisi olmaya iten, işte bu mantıktır. Bu insanların çoğu, çemberi kareye dönüştürmenin matematiğin temel problemlerinden biri olduğunu sanırlar. Bazıları daha da ileri giderek, ona geometrinin büyük amacı ve son noktası payesini yakıştırırlar. Ve bu tek problemin çözülmesinin, insanlık için büyük bir sıçrama olacağını ileri sürerler. Belki de öyle olabilirdi; eğer çözülebilseydi (ama bu olanaksız).

Bir başka yanılgı da, çemberi başarıyla kareye dönüştüren kişinin, büyük bir parasal ödül kazanacağıdır. On dokuzuncu yüzyıl bilim eleştirmeni Augustus De Morgan A Budget of Paradoxes [Paradokslar Yığını] adlı kitabında, Güney Amerika'dan İngiltere'ye, çemberi kareleme ödülünü almak için gelen bir Cizvit'ten; bir de Fransız Bilimler Akademisi'ni mahkemeye vererek, bulduğu "çözüm" için, ileri sürdüğü ödülü talep eden M. de Vausenville adında bir kişiden söz ediyor. Yöntemleri doğru olsaydı bile (ki olamazdı), çözüm için hiçbir zaman ödül konmamıştı. Günümüzde bile, dünyanın çeşitli yerlerinden gelen haberlerde, bir yerde, bir kişinin, çember kareleme problemine bir çözüm bulduğuna sık rastlanıyor.

Bununla birlikte, "çember ölçücü" denilebilen, çemberi ölçme tutkusuna kapılanların çoğu -inanılmaz görünse de- çok eski bir bulmacanın anahtarını bulduklarına şiddetle inanırlar. Ve ardından, birdenbire, din keşfetmiş kimselerin heyecanıyla, dinleyecek birisini bulduklarında, kendilerince "gerçeklerini" savunmaya girişirler.

Underwood Dudley'in, *Matematiksel Kaçıklıklar* adındaki eğlendirici kitabında anlattığına göre, Kasım 1982'de J. V. adında bir kişi, pi'nin değerinin "kesin olarak 3,0625" olduğunu hesapladığını yazmış. Aynı kişi bir ay sonra da şunları yazmış:

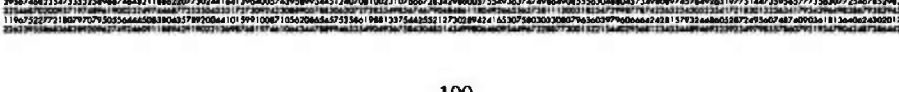


"Çemberin Karelenmesi" insanoğlunun, şimdiye kadar gerçekleştirdiği matematiksel en yüce TEK başarısıdır ve ben, onun birimiz ve hepimiz için ifade ettiği bilimsel öneminin derin anlamıyla, "Çemberden Kare Yapma"nın kesin ve nihai biçimde gerçek bir OLGU olduğunu ileri sürüyorum.

Bir çemberin içindeki alanı, "Pi" değerini kullanmadan, matematiksel olarak bulan ilk kişi olarak şunu da söylüyorum ki, bir çemberin çevresinin çapına olan oranının doğru tek değeri "Pi"dir; yani toplam değeri itirazsız, 2,914213514811511+'den çok küçük ölçüde daha azdır: İşte bu kadar.

Çember kareleyenlerin en ilginç özelliklerinden birinin dayanıklılık olduğu açıktır. Tutumlarını çürüten en güçlü gerekçelere bile karşı koyabiliyorlar. "Çember ölçücü"ler, zaman zaman kendi çözümlerinin doğru olduğu inancını, mantığa karşı bir kılıç gibi de kullanırlar. Örneğin, John A. Parker 1874'te yayımlanan The Quadrature of the Circle [Çemberin Kare Olması] adlı kitabında şöyle akıl yürütüyor: "Çemberin çevresi, dairenin dışında, onu tümüyle içine alan bir çizgidir." Sonra, pi için verilen değerlerin hepsinin yanlış olduğunu öne sürüyor; çünkü diyor, "sözü edilen fark nedeniyle, geometriciler, yaklaştırmalarının altıncı ondalık hanesinde hata yapıyorlar".

Bu açıklamaların bazıları inandırıcı da olsa, kanıtlanmamışlardır. Geometrik çözümlerini (formül kullanmadan, sadece cetvel ve pergel yardımıyla), dikkatle çizen çember ölçücü'lerden pek çoğu, daha üst düzey akıl yürütmelere dayandığı için, yöntemlerinin sayılardan daha arı olduğunu savunurlar. Bu nedenle, çapı 1 olan bir çemberin çevresini bulma gibi basit bir şey için çözümlerini kullanmaya suratlarını asarlar ve sayılarla çalışmanın suyu bulandırdığında ısrar ederler. Ancak görünmektedir ki, bulanık sular basamaklarda değil, daha çok onların kafasının içinde bulunuyor.



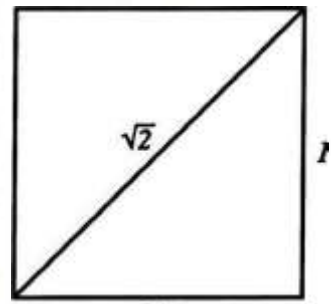
*Çemberden Kare Yapma geometrici-kozmolog için büyük önem taşır. Çünkü onun için çember, saf, görülemeyen ruh-uzayını; kare ise kavranabilen ve görülen dünyayı temsil eder. Çember ile kare arasında yaklaşık bir eşitlik kurulduğunda; sonsuz olan, boyutlarını ve niteliklerini sonlu ile ifade edebilir.*

*Robert Lawlor*
Sacred Geometry, 1982

Bu geometrik çember ölçücüler bazen büyük bir ciddiyetle, pi'nin sayısal tanımının 3,14159265... olabileceğini, ama kendi geometrik yanıtlarının da doğru olduğunda direnirler.

Pi'yi kendi başlarına hesaplamaya girişen bu çember kareleyiciler, pi için, yaygın olarak kabul görenden farklı bir değer bulabilirler. Bunların çoğu çalışmalarını (genellikle ilk seferinde yaptıkları hatayı aynen tekrar ederek) birkaç kez kontrol ederler ve sonunda kendilerinin doğru değeri bulduğunu ve günümüzdeki büyük matematikçi ve bilimcilerin yanıldıklarını ilan ederler.

Sayısal çember kareleyicilerin en sevdikleri yöntemlerden biri olmayana ergi (reductio ad absurdum), yani çelişki yoluyla kanıtlamadır. Bu yöntemde ispata bir varsayımla başlarsınız; sonra da başka herhangi bir yanıtın neden saçma olduğunu gösterirsiniz. Örneğin, pi'nin 3,125 olduğunu varsayarak başlarlar ve sonra da yaygın kabul gören 3,1415+'nın neden olanaksız olduğunu gösterirler. Ne yazık ki, çember kareleyicilerin hatalı ispatları öyle kurgulanmıştır ki, hangi değeri verirseniz verin, orijinal değer doğru çıkar. Böylece başlangıçta pi'yi 47 kabul






etseler bile, pi'nin daha önce düşünüldüğünden çok daha büyük, hatta -tahmin ettikleri gibi- on beş katından büyük bulunduğunu "keşfetmiş" olurlar.

Pi'nin irrasyonelliğinin ispatının (Lambert'in 1761'de kanıtladığı gibi, pi iki tam sayının oranı biçiminde ifade edilemez) bazı çember kareleyiciler için bir darbe olduğu doğrudur; ama bu darbe öldürücü değildi, çünkü irrasyonel sayıları yine de geometrik olarak kurgulayabilirsiniz. Örneğin, yalnız pergel ve cetvel kullanarak bir karenin kenarı ve köşegeni arasındaki ilişkiyi, köşegenin irrasyonel sayı ($\sqrt{2}$) olmasına karşın, çizmek oldukça kolaydır.

Çember karelemenin kesin olarak terkedilmesi, ancak 1882'den (Lindemann pi'nin bir aşkın sayı olduğunu ispatladıktan) sonra gerçekleşti. Yalnızca ikinci dereceye indirgenebilen cebirsel formüllerin, cetvel ve pergel yardımı ile geometrik olarak çizilebileceği, daha önce gösterilmişti. Lindemann pi'nin aşkın sayı niteliğini ispatlamakla, bu sayıyı tanımlayan sonlu hiçbir cebirsel denklem bulunmadığını gösterdi. Bu nedenle de, klasik Öklit geometrisinin kısıtlamaları içinde çizilmesi olanaklı değildi.

Ancak, biliriz ki, kararını vermiş bir kişiyi ikna etmeye çalışmak zordur. Underwood Dudley, *Matematiksel Kaçıklıklar* adlı kitabında bir çember ölçücü'nün şöyle yazdığından söz eder: "π'nin matematikteki yegâne konumu, sonsuz serilerle olan ilişkisidir [ve de] çemberle hiçbir ilişkisi olmamasıdır. (...) Lindemann, çemberi karelemenin olanaksız olduğunu iddia etti. Ancak Lindemann'ın ispatı yanıltıcıdır; çünkü ispatında sayıları kullanıyor (sayıların kendileri de yaklaşıktır)." Böyle bir mantıkla nasıl tartışabilirsiniz?

Bir de, mutlak gerçekliğe duyulan susuzluğu gidermek için iyi bir cetvel ile dikkatli bir ölçümün yeterli olduğunu savunan çember kareleyici tipi vardır. Örneğin, Augustus De Morgan, "yüzyıllarca, o kadar çok sayıda bilim adamının gerçek oranı bulmayı ba-

şaramamasının çok tuhaf olduğunu düşündüm ve ben de denemeye karar verdim" diyerek 12 inç çapında bir diski, bir cetvel boyunca yuvarlayan kişinin öyküsünü anlatır. Adam, çevrenin çapa oranını "tam olarak" 3,140625 bulmuştur.

Bu türden bir çember kareleyici ile tartışmanın güçlüğü şudur ki, size haklı olduğunu gösterebilir. Aslında, çemberleri içeren bir dünyadaki mekanik çalışmalarla 22/7 (3,143) hassasiyetine bile yaklaşmak zordur. Hele, eğer matematiği elle yapmanız gerekiyorsa, hesaplaması çok daha kolay olan 31/8 (3,125) ile yetinmeye çalıştığınızı fark edersiniz.

Doğal olarak, çember kareleyiciler, çözümlerinin ünlü matematikçiler tarafından niçin çabucak reddedildiğine ilişkin yığınla neden bulurlar. Bir komplo teorisine göre, ders kitabı yazmış olan matematikçiler, hataları ortaya çıktığı zaman para kaybedecekleri için, her argümana karşı savaşırlar. Başka çember ölçücü'ler, normalin üstünde bir paranoyaya sahip oldukları için "pi'nin gerçek değerini" bizden saklayan matematikçiler ve bilim adamlarının varlığına inanırlar; nedeni, belki de, Masonlar gibi, gerçeği sadece kendilerine saklama gereği duymalarıdır.

Başka pek çok çember ölçücü de, matematik toplumunun böyle önemli uğraşlar için hiç mi hiç yeterli olmadığını düşünür. Çember kareleyicisi Lawrence Cavender'in 1967 çalışması Unique Mathematical Geometrical Findings'de şöyle yazıyor: "Matematikçiler bu gerçeklikleri neden geçmişte keşfetmedi? Başlıca neden şu: Çünkü bu çözümlere uygun biçimde yaklaşmadılar. İkincisi, hiç kimse büyük matematikçilerin bu konularda hata yapmasının mümkün olduğunu düşünmeye bile cesaret edemedi." Görülen o ki, Cavender bu cesareti göstermiş ve problemi çözmeye girişmişti; ama sonuçta pek yararı olmamıştı.

Çember kareleyicilerin, yerleşik matematik anlayışıyla her gün tekrar tekrar tartışarak kendilerinin haklı, tüm diğer matematikçilerin ise açıkça yanlış yolda bulunduk-

5069907227427147523466184384e963900372911058488444262822847183569451057836411800790871181197634134679236482799012942334443433742526571185195827361724295369753655476535585715371587886731552373179120158104833685902461184895493586458438109182009805645867115227811115288463148479791224106671503454122615917402310507267578156516907949753545695466102343506351789226820073876715784184483323312647481984106450993975326393071072551402638099733450742143286538479121487999219502479956367363187007243720979888884501433549512644772854307329564e200e479900e56727828872309973a3424018455981512714598570874e0261934760357479071367128844554e954614129103144123136512959037184466267871110677401900800557e0831326021711329191019148172858810359763123962159445904860688581745827106663607583547211055398822985311162308307722e932071876031428835497223999909834386747911904120860958183503069211536339525393947291083644465779896768655906a42899907855588927801481133139405282973963783052239636879791341582956231739639673829132206012553938697081311830754973689821014731399951378011958363068378456621881944169784937209840775e0068549800263357350276901301334915999410634061347078733290803707231161240341870535078837900089817694703597608126366384023302032347594946286477202796e2521136864883778421277547098906075102355301454648077254594276113743167953083222714444951182515532025306889995365831948318061997976281801667723033612160067813695171796487597904641767207827490044745e671143903076184811709855501056197250057478825843506839148027301316804054992417655413413536727067818672763971337296762159745377929098377885749905815570124704106527352234709316760210887e3019941983099005626803547723991974138803528527945159685590726299112403540236681684203614065946016612689813636489632760565714545276155208403199775521811222283089460282754583090738800952555382670011748089460088582442234460901443930995076045879997980972911946878728424665529426035904015366304852728457506789033420663754856518026059644654535094923154636e0067214959779231799121838925e6068624534219e6213790956141809481963680234637370486e44339098579e041171310701243314722779064381e24261607791747338936904033231611731902362901081241463468239091014787845348136473e6903978034508866902611783409122691890721139084273626400840225609527953666222687803631074992951890334907247807842e4603077385456e6e297469562781877946413237755905949915858741816e8e4782011868887582398506333809853047205762797387881e6961781356951571856451536629e779b335340162569900265885457847893261230794d5533321209143098601700139402343159290863015330027588574482615552011e321e5583054011090247991131764311869747889f4427419175654585739383561529189164651578777520697609899223778427210762267547136296772655783382604580315488184291834579056205585231384674868809875757a1829951a360895275711489e9098465913305515718249017260406346947138162248437029368821347832186000

larında ısrar etmeleri, son derece zor bir iş olsa gerek. Kuruma, birey olarak karşı durmanın belirli bir onur içerdiği kuşkusuzdur. İyi bir fikri savunan ve bunda direnen her kişinin, zirveye ulaşabileceğini gösterme umudunu taşır bu tavır. Ne yazık ki konu matematiğe gelince, çember kareleyicilerin "iyi fikirleri", inatçı dirençleriyle birleştiğinde, ün kazanmaktan çok, gülünç duruma düşmenin en kestirme yolu olmaktadır.

*π'yi düşündüğünüzde her zaman aklınıza çember gelmesin. Pi, bütün tek tam sayılarla da ilişkilidir. Ayrıca, bir asal sayının karesine bölünemeyen bütün tam sayılarla bağlantılıdır. İstatistikte, bir önemli formülde yer alır. Bunlar onun, sanki sihirli gibi ortaya çıkıverdiği pek çok konumdan sadece birkaçıdır. Matematik aldatıcı büyüsünü, bu tür şaşırtıcı bağlantılarla açığa vurur.*

Sherman K. Stein
Strength in Numbers
(Sayılardaki Güç)

*[Çember kareleyicileri] ün kazanmakta kararlıdırlar ve bu nedenle halka bitap ederler. Bilimsel toplulukların onlardan esirgediği övgüyü gazeteler sağlamalıdır. Her yıl en az bir kez, yaşlı matematiksel canavarı kendini gazete sütunlarına, bir bildiri ile taşır: "P. P.'den Bay N. N., çemberi kareye dönüştürmeyi nihayet çözmüş bulunuyor."*

Hermann Schubert
Mathematical Essays and Recreations
(Matematiksel Denemeler ve Bulmacalar)
(Çev.: Thomas McCormack)

***Meton:*** *Çemberi dört-köşeli yapmak için Düz bir cetvelle işe başladım*

Aristophanes The Birds (Kuşlar) (İ.Ö. 414)



*Hakemlerin en yanılmayanı olan matematiğin yargısını dikkate almayan çember kareleyicilerin yarışı, bilgisizlik ile şöhrete susamışlığın işbirliği sürdükçe, hiçbir zaman sona ermeyecektir.*

*Hermann Schubert*

Mathematical Essays and Recreations, 1898 (Çev.: Thomas McCormack)

Eski Yunan'da Sofistler çemberi kareleme fikrine kapılmışlardı. Ancak onlar, yanıtın, hem kareyi hem de çemberi gösteren bir sayının varlığına bağlı olduğunda ısrarlıydılar. Bir kare, yani ikinci sayının karesi olan bir sayı; ve bir çember, yani, ikinci sayı, ilk sayının son basamağında da olmalı. Örneğin, 36, 6'nın karesidir ve 6 ile son bulur.

Çemberi Kareleme, iki ayrı oyunun adıdır. Biri, günümüz oyun yazarlarından Tom Stoppard'ın 1984'te ilk kez sahneye konan yapıtı, öteki, Rus tiyatro yazarı Valentin Katayev'in yapıtı. İlk kez Moskova Sanat Tiyatrosu'nda 1928'de sahneye konan bu yapıt, Katayev'in en başarılı oyunuydu.

*π'nin tam değerinin 3,125, 22/7 ya da √10 olduğuna dünyayı inandırmak için bütün enerjimizi adayan kaçıklar olmadığımıza, hepimiz, her gün yüksek sesle şükürler edelim. Yaşamımızın zengin, güzel ve anlamlı olma şansı küçüktür belki; ama yine de, çember kareleyicilerin neredeyse sıfır olan şansından daha büyüktür.*

*Underwood Dudley*

*Matematiksel Kaçıklıklar*

*Bir çemberi karelemenin bir matematikçiyi ikna etmekten daha kolay olduğu görülüyor.*

*Augustus De Morgan, Paradokslar Yığını*

*Çemberi*
*ölçmek için yola çıkıp*
*onu bulamayan*
*geometricinin bir temel ilkeye*
*sahip olmadığı düşünülebileceği*
*gibi, bu yeni gördüğüm manzara*
*karşısında ben de aynı*
*durumdayım.*

*Dante Alighieri*
Paradiso, canto 33

*Çember kareleyenler arasında, bu problemin karşısında bir tür yasak, ya da sihirli bir lanetleme bulunduğu düşüncesinin yaygın olduğu akla geliyor. Tıpkı eski zaman korsanlarının gizli hazineleri gibi, problemi çözmeye çalışanların akıllarını felce uğratan ve çabalarını boşa çıkaran bazı tinsel ya da şeytani varlıklar tarafından, sıradan ölümlülerin saldırılarına karşı korunuyor sanki.*

*John Phin*
The Seven Follies of Science,1912

Çemberi karelemenin boylam probleminin anlaşılmasında kilit olduğu yolundaki on sekizinci yüzyıl iddiası hakkında Augustus De Morgan, Budget of Paradoxes adlı kitabında şunları yazıyor: "Karayı yanlış yerde hesaplayan kaptanı, çember ölçücü, bunun çember için yanlış ölçüm yapan astronomların hatası olduğuna inandırır bazen; kaptan da çok rahatlatıcı bir çözüm bulunduğunu düşünür! Problemin boylamla olan ilişkisi, olsa olsa bundan ibarettir."

# Çember Kareleyenlerin Ağzından

*Rakiplerimi ne zaman güç bir duruma soksam, her seferinde, yazışmaya girişmek için zamana gereksinim olduğunu ileri sürerek kaçmaya çalıştılar. Ancak, "25/24 (çevre) her çemberde, içine çizilen düzgün bir altıgenin çevre uzunluğuna tam olarak eşittir" biçimindeki çözümümün hiçbir zaman çürütülmemiş olduğunun ve çürütülemeyeceğinin evrensel olarak kabul göreceği gün yakındır. Dolayısıyla, çapın çevreye oranının, her çemberde tam olarak 1'in 3 1/8'e oranına eşit bulunması kaçınılmazdır.*

*James Smith,* The Quadrature and Geometry of the Circle Demonstrated, 1872

*Rakamları işlemleyerek, bu oranın 6'nın 19'a oranına eşit olduğunu buldum. Şimdi, bir değer bulmak için 19'u 6'ya bölüyorum ve 3,166 4/6 çıkıyor. (...) Bana çemberin çapının çevresine oranının, 6'nın 19'a oranı olduğunu ispatlamak için hangi kanıtlara sahip olduğum soruluyor. Benim yanıtım şudur: Bir elmanın ekşi olduğunu, ve neden öyle olduğunu kanıtlamak için, çoğunluğun görüş birliği içinde olmasından başka bir yol yoktur.*

*John Davis,* The Measure of the Circle, 1854

*Herhangi bir çemberin çevresi verilmişse, bu çevre kare biçimine getirildiğinde, karenin alanı, bir başka çemberin içindeki alana eşittir; öyle ki, ikinci çemberin dışına çizilen karenin alanı, ilk verilen çevre uzunluğuna sahip olan çemberin içindeki alana eşittir.*

*John A. Parker,* The Quadrature of the Circle, 1874

*Bu ölçü, anlaşıldığı zaman, insanlığa büyük yarar sağlayacaktır; sağlamalıdır da. Çünkü o matematiksel işlemlerin kaynağı ve temelidir; çünkü çember kusursuzca kareye dönüştürülmezse, gelecek kuşaklar için çok önem taşıyan ölçümler, ağırlıklar, vb. gizli ve açığa çıkma-*



*mış olgular olarak kalmak zorundadırlar. Elli yıl sonra bu ölçünün yol açacağı gelişmeleri ise, hayalimde bile canlandıramam.*

*John Davis,* The Measure of the Circle, 1854

*"The British Association for the Advancement of Science (İngiliz Bilim İlerletme Derneği)" yanılmaz olduğunu düşünebilir ve, yetkili olarak, problemin çözümünün olanaksız olduğunu ilan edebilir; ve bu nedenle oturumlarında konunun ele alınmasına izin vermeyi reddedebilir. (...) Ne var ki, problemin çözümü son derece basittir. Onun bu basitliği, şimdiye kadar keşfedilmesinin önündeki en büyük engelmiş gibi görünebilir. (...) Teorimi, bir hata bulmak için, akla gelebilecek hem matematiksel hem mekaniksel her yöntemle ve dürüst bir kararlılıkla, sınadım ve hata bulamadığım için artık onu, hiç duraksamadan, bu önemli sorunun gerçek teorisi olarak ileri sürüyorum.*

*James Smith,* The Quadrature of the Circle, 1861

*[Pi'nin irrasyonel olduğunun ispatı] çemberi kare yapma problemini kesin olarak ortadan kaldırmıştır. Ama bu, beklenebileceği gibi, çember kareleyicilerinin hevesini söndürmedi. Çünkü bu insanların belirleyici özelliği, bilgisizliklerinin kendilerini kandırma kapasitesine eşit olmasıdır.*

*Tobias Dantzig,* Number: The Language of Science (Sayı: Bilimin Dili), 1930

*Çalışmanın fiziksel bir yöntemle başarılması kesinlikle olanaksızdır; metafizik ve geometrik olarak yapılmalıdır, matematiksel değil. Bu şekilde yaklaşıldığında, çözümü kolay bir problemdir. Doğaüstücüler, 12 sayısının çemberi karelediğini ve bu süreci dikkate almanın anlayabilmemiz için zorunlu olduğunu söylerler. İyi anlaşıldığı zaman, bunun tam olarak doğru olduğunu biliyoruz.*

*A. S. Raleigh,* Occult Geometry (Doğa-üstü Geometri), 1932


5974929553627721748644114869939294015594920973381759438287800504440096457534019038860177170134391727676488467571523509552122005772424503653973769902851785827201084335981398454454881784062
5740431017087743824104031867141420417203681142989503677236534607105013860183188433069376041359114668990688471783347040879146812615A7430930099815384258856537804739087689049379322497408
5349919034162115446083139983a454369736255421371589153132060376364d61287733664823265379e9978838192386444735770959001194d4142578047887273364d7e0795924b29817046613346066313308409571470
6487155211864885778407135795317481397323093381b37314629924f1798d2068935911183633361902165221953a864981393979299a4103660554b5639700211581182963664308592782037320387452863375340b0653713977
6632209913691227d2798215746a4413815294565157701519189f8972d0779b8d3403270e9984813289548079625433319741712858625766114028200953469618021067787509066099638893891048456666e8985370377940532210
a1128000954731966006650043944216848594220901e452492722225584905f3663824402773213e26a5030305353993096e9877703d309071233257e2e941e9a61a107924267316e852b3884537515267b6300057076410952b142
9990a6888183039d6b6873d6b4e9533509641732179779467332749962011b6977236904814e69020b2d77e5a5339b3e6e4327591e69173330737489134a3d5830080702722148098316774819302175884537002122be9151994a68086
42918a0213630673657ee2803901568e8007186548d495e762342105396e11a5993b89248233833787875213492229e9d8954977013e20d79e17e09807192101 8e4151817722168191100437333f1169347d3077329e9073051990
10j7197397764961028479181 8a8d127375369913986a9211142478781435310883070128710377476a6a32460e3043383703773152561164730575522701094661773531390b6e4210a07089451be90d88069591a6072182e804a
9778788869309395003999507022990353435391335255894765250328071052854241242948878306d3108279951402992b4853810443112421856e4866953171701729125387897466e0971453942772741011442 3
0387958959879910b5a6ea1047681478911628857208309b7830978709780e3a4d4b67a495023780f37e9e0891e9f9713853720974707343273979e6e0572497739082e92780581390e8259e0837808354569636388179959915000
4691171239458934250199797209899297877042336081110929951278188504027212878357e433475381871e8f8551790e1991925057571511836d1245134e1758e6117b2199e8138811330987913884837f9e1e5299023362787f0e3111
2601221180b4370384777076a7215784761e4725b703857119508588091a7550b37e4858293317775380885589e1178199263293749543000850721248397228754394422636269598191189969563052527009934629461536d0936 1b
3549447879172037771376159070e2317396f7e5383e8537599642158881031623e24ae27e534990253273017a3136e9e431277e0119 1e4305097 1e9993321129903045271774e9e5ea633e07e3153e3e5878841936387953775335221
0007923306249991708be0305313499245420312e0149842251892e4e97897136543887b7e07325839e8e9413298388082044346e2e8117720e0379981330743153613e76e49908458e48 16666286201110167877285493227258973 17

*Başlangıçtaki kavrayış, onun doğal uyumu, ve sonuç, benim düşünceme göre hakikatin bir göstergesidir. Varsayıyorum ki bunu bilinir kılmak, saygısız değilse bile boş olmayan sözlere hedef olmak pahasına, doğru olacaktır.*

*James Sabben,* Method to Trisect a Series of Angles Having Relation to Each Other, 1848 ("Birbirleriyle İlişkili bir Dizi Açıyı Üçe Bölme Yöntemi" adlı eserinde, pi'nin değerini 3,14176 olarak açıklamasının ardından)

*Artık, 81'inci yaşımda olduğumdan (...) aklımı çalıştıracak vakit buldum. Üç uzun günün sonunda Tanrı'nın yardımıyla Pi'nin hakiki ve tarihsel değerini keşfettim. Bu, Büyük Yaratıcı dünyamızı ve onun dört yörünge devrini yarattığı zaman kullandığı değerin ta kendisidir. Dünya'nın çözülmemiş problemi, yani -eşit alanları olan- üçgen, daire ve karenin birbirleriyle tam olarak kenetlenmesi, bu Piramidin yapısında bulunuyor. Bu, Büyük Yaratıcı'nın, Pi'nin 3 (7,1) / (50) = 3,1420000 formülünü gerçekten kullandığını da doğrular. Büyük Yaratıcı'nın, Başmelek Mikail'in, dünyamızı ve onun yörüngelerini Yaratırken bu 3,1420000 Pi değerini kullanmış olması gerçeği, onu benimsememiz için yeterli kanıt olmalıdır.*

*Francis Michael Darter,* The Story of True Pi [Hakiki Pi'nin Öyküsü], 1962

Bir on dokuzuncu yüzyıl kareleyicisi, "bu değerli matematiksel mücevheri" açıklamak için kendisini seçen Tanrı'ya tekrar ve tekrar şükranlarını sunduktan sonra, içe çizilen bir karenin dört benzer üçgene, dışa çizilen karenin de sekiz üçgene bölünebileceğini gösteriyor. Öyle ise, diyor, çember içindeki alan, altı üçgenin alanına eşit olmalıdır.

*Çok sayıda dürüst tanığın ifadesi bile, matematiksel ve mekanik bilimlerde yetkin bir kimseyi, birinin çemberi karelediğine, ya da sürekli devinim motorunu keşfettiğine asla inandıramaz.*

*Baden Powell,* Essays and Reviews, [Denemeler ve Eleştiriler] 1860



*Çember ölçücü, bir örümceğin Darwin-vari gelişiminden başka bir şey olmasa gerek. Örümcek her zaman çemberler boyunca gider ve ağı süpürüldüğünde hep yeniden başlar.*

*Augustus De Morgan,* A Budget of Paradoxes. [Paradokslar Yığını]

Augustus De Morgan Budget of Paradoxes adlı kitabında, on sekizinci yüzyılda Joseph-Louis Vincens de Mouléon de Causans adında bir Fransızın önerisini anlatır: "Dairesel bir çim parçası kesti ve onu kare şekline koydu; bundan da, [Hıristiyanlıktaki] ilk günah ile Üçleme'yi [teslis'i]* çıkarsadı. Dairenin, bu kareye eşit olduğunu buldu; ve bulunabilecek herhangi bir hata için ortaya ödül koydu. Hatta, 300.000 franklık ödüle kaparo olarak bankaya 10.000 frank yatırdı. Ancak mahkemeler hiç kimsenin ödülü almasına izin vermedi."

* Hıristiyanlıkta, Tanrının Baba-Oğul-Kutsal Ruh biçiminde oluştuğu yolundaki inanç. (ç.n.)

On dokuzuncu yüzyıl yazarı James Smith, kuşkusuz, çemberi kareleme konusunda en çok yazı yayınlama rekorunun sahibidir. Ancak basılan her şeyin bedelini kendisinin ödediğini de söylemek gerekir. Hep aynı şeyi, pi'nin 3 1/8 olduğunu savunması ise çok ilginçtir. Augustus De Morgan, bir keresinde, Smith için şöyle yazmıştı: "Kuşku yok ki Smith, günümüzde, adlarını bir yanılgıyla eşleştirmeye çalışan bütün kişiler arasında, mantıksızlıkta en yetenekli beyin ve bu mantıksızlığı yazmakta en büyük kalemdi. Sıradan çember ölçücü'ler onun yanında sadece katı inançlara sahip kişiler olarak kalır. (...) Şunu söyleyebiliriz sadece: O, deli değildir. Deliler, yanlış öncüllerle, doğru akıl yürütürler. Bay Smith ise, hiç olmayan öncüllerle yanlış akıl yürütür."



# *Pi'nin Yasal Değeri*

1888'de, ABD'nin Indiana Eyaleti'nde Solitude adlı küçük bir kentte oturan taşralı bir doktor olan Edwin J. Goodwin, çemberi kareleme probleminin bir çözümünü "keşfetti". Gerçekte iddiası "çemberin tam ölçüsünün, doğaüstü yollarla, (...) kutsal kitaptaki vaatleri doğrulayan biçimde kendisine öğretilmiş olduğu" şeklinde idi. Ancak eyalet temsilcisi Taylor Record'u, İndiana yasama meclisine bir yasa tasarısı sunmaya ikna etmesi 1897'yi buldu; yani dokuz yılını aldı. Bu yasa teklifi eyalete -yasanın kabul edilmesi koşuluyla- Goodwin'in matematiksel bulgularını para ödemeden kullanma hakkını veriyordu. Öteki eyaletlerin ise, buluşlar için telif hakkı ödemeleri, muhtemeldir ki, gerekecekti. (Bir matematiksel gerçeğin telif hakkını alamayacağınıza göre, bu öneri zaten anlamsız idi.)

Temsilciler Meclisi'nin 246 sayılı kanun teklifi -olasıdır ki Goodwin'in kendisi tarafından yazılmıştı; çünkü, daha sonra Record teklifin içeriği hakkında hiç bilgisi olmadığını söylemiştir- Indiana eğitim sisteminin Goodwin'in pi değerini kullanmasını şart koşmuyordu; ancak, teklifin içeriğinin ve amacının, Indiana Eyaleti'nin Goodwin'in bulgularını kabul etmesi ve onaylaması olduğu kesindi. Teklif her ne kadar reddedilmişse de, eyalet meclisinde bu aşamaya kadar gelmiş olması şaşırtıcıdır.

Tasarı, Indiana temsilciler meclisine ilk geldiğinde hızla ve her nedense, genellikle Bataklıklar Komitesi denen Meclis Kanallar Komitesi'ne gönderildi. Ancak, tasarı uzun süre bataklıkta kalmadı ve oradan Eğitim Komitesi'ne gönderildi; bu komite de bir hafta içinde onaylanması tavsiyesi ile genel kurula gönderdi.

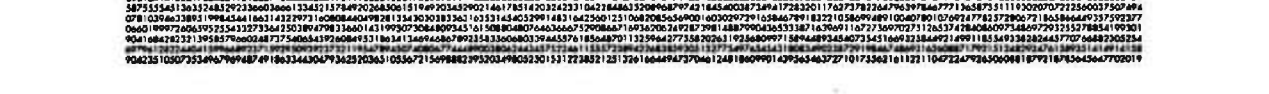


Anlaşılan o ki, yasa koyucularının hiçbirinin, tasarının matematiksel içeriğinden, ya da Goodwin'in önerisinin olanaksız olduğundan haberleri yoktu. Temsilcilerin yoğun programları göz önüne alındığında, bunda da şaşılacak bir şey yoktu. Tuhaf olan, eyaletin eğitim yöneticisinin de tasarıyı destekleyenlerden biri olmasıydı.

Bir başka tuhaflık da tasarının, Goodwin'in hesaplamalarının doğru olduğu yolunda şöyle bir güvence içermesiydi: "Yazarın önermiş olduğu katkının değerinin bir başka ispatı da (...) onun çemberin kare yapılmasındaki çözümlerinin (...) ülkedeki matematiksel düşüncenin önde gelen temsilcilerinden American Mathematical Monthly dergisi tarafından, bilime katkı olarak kabul edilmiş olduğu gerçeğidir." Evet, Goodwin'in çalışması gerçekten dergide yayınlanmıştı. Ama ne yazık ki, tasarı metninde sözü edilmeyen bir şey vardı: Makalenin yanına, "Yazarın isteği üzerine yayımlanmıştır" ibaresi konmuştu. Belki de dergide doldurulması gereken bir boş yer kalmıştı; veya belki de Goodwin yazısını basmaları için, editörlerin başının etini yemişti. Her ne ise, derginin makaleyi onaylamak gibi bir niyeti olmadığı kesindi.

Gerçek tam olarak anlaşılmadan, tasarı kısa sürede temsilciler meclisinden oybirliği ile 67'ye karşı 0 oyla geçti. Ertesi gün bu olayı bildiren Indianapolis Journal gazetesi, bunun Indiana meclisinden geçmiş olan en tuhaf tasarı olduğunu yazdı.

Purdue Üniversitesi'nde matematik profesörü olan C. A. Waldo, tasarının kabul edildiği gün temsilciler meclisini ziyaret ediyordu ve tesadüfen tartışmalara tanık olmuştu. Böyle bir yasama yerinde matematik tartışmalarıyla karşılaşmak, onu şaşırtmıştı. Ama Dr. Goodwin'in ve bulgularının övüldüğünü görmek, onu daha da şaşırtmıştı. Sonraları yazdığına göre, o gün "zaten yeterince kaçık insanla tanışmış olduğunu" belirterek,



*En sevdiğim proje*
*Yeni bir değer vermektir pi'ye*
*Kolay olan değerdir 3*
*Sanırım olur daha güç*
*Almak 3,14159 duyarlı diye*

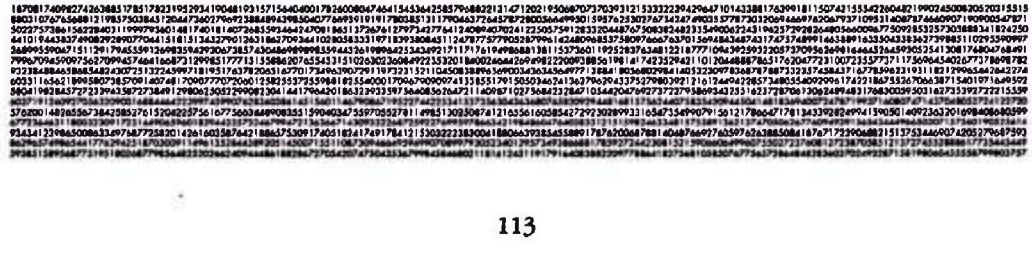
*Harvey L. Carter,*
W. S. Baring-Gold'un
The Lure of the Limerick
adlı eserinden alıntı

"bilgin doktorla" tanışma önerisini reddetmişti.

Tasarı, onaylanmak için eyalet senatosunun genel kuruluna gönderildiğinde, bazı bürokratik engellere takıldı ve İçkiyle Mücadele Komisyonu'na aktarıldı. Komisyon başkanı tasarının kabulü yönünde öneride bulunduğu sırada, ulusal haber medyası bu konuda makaleler yayınlamaya başlamıştı. Bir yandan Dr. Waldo'nun görüşleri, bir yandan yerel gazete editörlerinin giderek artan alaycı tutumu arasında kalan senato, tasarıdan kurtulmaya karar verdi.

Sonunda, kamuoyuna yapılan açıklama tasarının niteliklerine hiç değinmiyor, kısaca bunun bir yasa konusu olmadığını belirtiyordu. 12 Şubat 1897'de senatörler, tasarının tekrar görüşülmesini süresiz erteleyen bir karar aldı. Konu bugüne kadar da, bir daha gündeme gelmedi. Bu da, hükümetler için "belki" demenin "hayır" demekten daha kolay olduğunu, bir kez daha ispatlıyor.

Bu dört sayı asaldır (asal bir sayı, kalansız olarak, yalnız kendisine ve 1'e bölünebilir): 3
31
314,159
31,415,926,535,897,932,384,626,433,832,795,028,841 (bu sayının asal olduğu, 1979'da Illinois Üniversitesi'nden Robert Baillie ve Marvin Wunderlich tarafından saptanmıştır). İlginç olan, ilk üç sayının sıralarını ters çevirince de asal sayı elde etmemizdir:
3
13
951413



*Eğer*
*bir dairenin alanını*
*biliyorsak, ona eşit alanlı karenin*
*kenar uzunluğunu bulmak, kuşkusuz*
*kolaydır. Bunun için, alanın karekökünü almak*
*yeterlidir; ancak sayı karekökü alınabilen bir sayı*
*olmalıdır. Bu nedenle, eğer alanı 100 metre (/ayak)*
*kareye eşit olan bir dairemiz varsa, kenarı 10 metre*
*(/ayak) olan bir kare ona tam olarak eşittir. Ancak*
*güçlük, dairenin alanını belirlemektedir. Dairelerin*
*boyutları, genellikle, çaplarının uzunluklarıyla ifade*
*edilir; bu durumda problem, bir başka probleme*
*dönüşür: Çap verildiği zaman dairenin alanını*
*bulmak.*

*John Phin*
The Seven Follies of Science. (Bilimin
Yedi Çılgınlığı) 1912

5747633179000054495984987251668856570630335287406809308159018141059372137856078810313129253175041105090697516542537103085517485489928079279216308267024773246374998378504723411487224038
8787794836216389184157356393968700031935075029813828952996830573043066071207546629980584795107732290419143068162870295090071881413421458284156116327645897977794318524467033357220151830080677300984343281459655594345738971990032678610071674491150902e594642792375362e937423512174450803121346987410210504026254115763114123066033738407230248447393611327771431778526487278720000
3137243799115845410732008325471765523577884197388111987830811612825334430013791097326458045675356269288345510253175697613783144368252477854309937063142355096407622494270969727621061679
8163074586477313621029169131901913053917736338772095930772880211384952253085233564200914738211321508141634359373276638166620996413041814279261478485611225096974418073994012186695761708774298539083941990118885877336373111312017101357779031475620443952626076779765685385041517800286220260173983153578949045444271657055964920522231883544742831119134696037119412186093964743696835216300841130921221376123619315350911877534644564042937379215166896202425471680377818274638590796820735640934299433427179208028875221125433179011414911600479638960331877220471435192593058948693350499223357652070639136657861080859200577595735770605634693457603884910805066955160938106943662128758827231612278648314314717672115704619235614650037740538721762741113660178233855845173100298207789993666817776875980577196904479326364149288895061617432739545348233166639979174849840374783340531591200222609439905312070766019667274321466731325039919615374919120610926487819537779061425351892234661396095319606252617842571586992437826609161717464971634720477389613148671942948249029198941916730308889233973117415554172680947533102737797997098175630450547360227678621069754043059261438637781516179253790104064022916738026962573434306665300421104252760230305520724757393067927263927131887228801269585549042486632283070027740155328034220557317260915929275132787204433777723618154660224262722795524268047906912853466474395670390153666448251186214027804025378088666113535366461069137697238823654053703720326485133071180018866217776805979532180654367532102225042800043994061851812889536160733723950663115170700057138631530213293685538014889869060302851089301202179506470724877502209904836756871724700290358145698405144674694307188717376268028734735361948331753075661201569305701443099761497230889528664441566074834380898652566166437972028958684422039218194317151275641117761475637140593686400010358802638912594923817062276371676287480626381602275941051146269728880912943302776649594724973844730933763274400317084390785997667180055366870287301032296672925663119392610059941580

Bir meyve bahçesindeki ağaçlar gibi, yere saplanmış sopalardan oluşan dik dörtgen şeklinde bir kafes düşünün. Bu sopalardan rasgele ikisini seçerseniz, birinden öbürünü (araya başka bir sopa girmeden) görebilme olasılığı $6/\pi^2$'dir.

Ortak çarpanları olmayan herhangi iki tam sayı seçin. Bu iki tam sayının görece asal olma olasılığı, $6/\pi^2$'dir.

Morbus cyclometricus (çemberi kareleme hastalığı) deyimini ilk kullanan, Budget of Paradoxes adlı kitabında Augustus De Morgan olmuştu.

Hermann Schubert, Mathematical Essays and Recreations (1898) adlı kitabında, on sekizinci yüzyılda yaşayan Fransız Oliver de Serres'ten söz eder. Schubert'e göre de Serres, "bir el terazisi kullanarak, bir dairenin, içine çizilen eşkenar üçgenin kenarı üzerindeki kare ile eşit ağırlıkta olduğunu ve bu nedenle alanlarının eşit olması gerektiğini saptamıştı. Bu deneyde $\pi = 3$ idi."

*Matematik Şiiri*

$$\int_1^{\sqrt[3]{3}} z^2\,dz \times \cos\left(\frac{3\pi}{9}\right) = \ln(\sqrt[3]{e})$$

Bunu, şöyle de ifade edebiliriz:

İntegral z-kare dz
1'den küpkök 3'e kadar
çarpı kosinüs
üç pi bölü dokuz
eşittir küpkök e'nin logaritması.

***Anonim***

100363089290626039997891076469310195227174464519944361699915556413641215108714382808886807522978508148027862341353184392056663971152460890481318445192314929106328154027922489378228251545768271674596117639566886861742293371586574462664399613547890516373252182578333253564458989290595319260586597986713448274478262666789841919627360593520221496681570436569041670825757274438817377811609561481857224369544673050830288443075317077923557132934876117839081302910599183552262237468671157570393774909137975793819524733163222662339876956998047343440261687965475130429346162426613460747325269570311148814696916429936907194815434817908292910720694297318739710731015426199335646153283618228701515590331070614653042170066882533797013234495060714168352684609881312272205409030946646066185857999914153978144847741564082258903540644906463510615433719400401386160350714559736014278623451486573479621797846757021898995133336443819291905300857739950452369349571896846127113768895759793323495332089538145398467702851241091399996240942861535615495201564188996212593005120447096863972528994184350366818804807329105972336008636482357019198685509260350048765737882951629237418327132367686584946400059670950677834536100367442594918858195595926902512393110725951212115633824158960637348007183246877841307809693824148291518956042755017542065174420881340145436070713556026763499597579960041036160961213773621820223369801014599249360156897148979333658549918634973041034950079035097103732948921976405880995320189864933508204310048852305942984868017855565645389715296388713982393892788628313053889870441633874853236655056254302382861317681474399344615609310765388494758464893162151583589899339195673294433479039090964500201523452974223609334873774857090601864807051699125755931325182030441205733891169249497937444418172101800486952748158248607577122172413829852529767035268850621330346370320590111276927084231224737403990344676189570010259178589e1470456118869053431800013574114345384809162384360193982143769801340367447309332421414647275532190877399017a173735064145951846078512401813774545883762985179066094251799695036587235132911540694118558004057561078043579191051543895293017860705688578117217421391550932072119708984152215425316479190460164948117600999404341319099118921551365122611550181311073519406748964186094028486928305502211992434386030906122998376163898127473066990407133131532581930320281496745370289271198050230834294907246105491095799550789366028346984656628188055490104387898957440931415296414337768026050643640983268217613628709880262723974302300550638516752892264837509508861372198339351466698489008553685902444678886336439604378182364931607500979525386177770448078628321046820932682668289722071591098008197778019264952538304724636079589391737003693289063580220500659802653387029968

# Pİ'Yİ EZBERLEMEK

*Pi yalnızca rastlantısal bir basamaklar topluluğu değildir.*
*Pi bir yolculuk, bir deneyimdir; pi'de var olan şiiri görmeye çalışmazsanız,*
*onu öğrenmek size çok zor gelecektir.*

**Antranig Basman**



* Bu işareti aynaya tutun

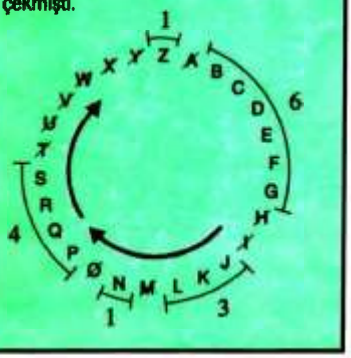
Dünyadaki telefon numaralarının çoğunun altı ila sekiz rakamlı olmasının iyi bir nedeni vardır: Biz insanlar büyük bilgi yığınlarını anımsamakta pek yetenekli değilizdir. Gerçekte, bir kerede, yedi ya da sekiz ayrı bilgi parçasından fazlasını anımsamakta sıkıntı çekeriz. Bir park yerinde on otomobilin park ettiğini anımsayabilirsiniz; ama hepsi birbirinden farklı ise, her birinin rengini ve durdukları sırayı saptamakta çok zorluk çekersiniz. Hatta kredi kartının numarasını anımsayabilseniz de, onu on altı basamak yerine dört grupta dörderli sayı olarak akılda tutarsınız.

Neyi ve nasıl anımsadığımız, hâlâ hem nörolojik hem de psikolojik bilimler için bir sırdır. On ayrı telefon numarasını aklımızda tutabiliyoruz da aynı yetmiş basamağı sıra-



sıyla akılda tutmakta neden zorlanıyoruz? Uzun bir öyküyü, hatta düzinelerce olay içerse de, anımsamamıza karşın, rasgele seçilmiş on sözcüğü birkaç saniyeden fazla aklımızda neden tutamıyoruz?

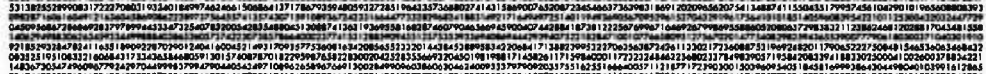
Martin Gardner, bir abece çemberi üzerindeki bütün simetrik sayıları çıkarırsanız, geriye kalan harflerin, pi'nin basamaklarını verecek biçimde gruplar oluşturduğuna dikkat çekmişti.




İnsanların çoğu belleklerinin sınırlı olduğunu kabul eder ve "Anahtarlarımı gene nereye koydum?" demekle yetinirler. Bazıları da belleklerini ciddi bir rakip gibi görür ve kendilerini olabildiğince çok veri ezberlemeye zorlarlar. Bazıları karıştırılmış 52'lik oyun kâğıdı destesini ezberlerler; telefon rehberinin bir sayfasındaki numaraları ezberlerler; maç sonuçlarını ve istatistiklerini ezberlerler. Ama mücadeleci insanlar, en çok, sayıları ezberlemekten hoşlanırlar ve ezberlenecek en popüler tek sayı da pi'dir.

Lise öğrencileri eskiden beri, arkadaşlarını etkilemek için, pi'yi 25, 50, hatta yüz basamağına kadar ezberlemeye çalışır dururlar. Bu çok zor gibi görünebilir. Ama, aktörlerden sayfalarca metin ezberlemelerinin beklendiğini unutmayın. Birkaç günlük bir çalışma sonrasında pi basamaklarını ezberlemek çok da güç değildir. Ancak, bu tür ezber becerilerini bambaşka düzeylere taşımak isteyen insanlar da vardır.

Edinburgh Üniversitesi'nden Profesör Alexander Craig Aitken günümüzün en ünlü zihinsel hesaplayıcılarından biridir ve benzersiz bir belleğe sahiptir. Bir keresinde, şaka olsun diye, pi'nin 1000 basamağını ezberlemişti. Matematikçi ve yazar Martin Gard-



ner'in Why and Wherefores adlı kitabında yazdığına göre Aitken "belleği güçlendiren hiçbir hileye inanmaz. 'Onların yabancı ve yersiz bağlantılarla arı ve berrak olması gereken bir yeteneği rahatsız ettiğini' söyler. Aitken'in pi'yi ezberleme yöntemi şöyle idi: basamakları ellilik sıralara ayırmak; sonra her elliliği beşerlik on gruba ayırmak ve 'bütün bunları belirli bir ritimle okumak. Eğer bu kadar kolay olmasaydı, kınamayı hak edecek ölçüde yararsız bir başarı olurdu.' "

Yirmi yıl önce, Simon Plouffe pi'yi ezberleme rekorunun sahibi idi. İnsanlara 4096 basamak ezberlediğini söyleyen Plouffe, gerçekte bundan 300 fazlasını ezberlemişti. Ancak, bir matematikçi olduğu için 4096'nın ($2^{12}$'dir) daha zarif olduğunu düşünmüştü. Bu kadar çok basamağı neden ezberlediği sorulduğunda, yanıtı şöyle olmuştu: "Gençtim ve yapacak fazla bir işim yoktu. Ben de ezberledim." Bir başka pi tutkunu olan Ivars Peterson daha sonra şunları yazmıştı: "Plouffe için pi'yi ezberlemek, mistik deneyime benzer bir şeydi. (...) Sayıları uzun süre akılda tutmak için, kendini belli aralıklarla -ne ışık, ne gürültü, ne kahve, ne sigara olmadan- bir odaya kapatırdı. 'Bir keşiş gibi' derdi Plouffe. Basamakları ezbere okudukça, yavaş yavaş kafasına yerleşirlerdi."

Sayıları anımsama konusunda Rajan Mahadevan adlı kişi daha da olağanüstüdür. Yirmili yaşlarında pi'nin 31.811 basamağını tekrarlayarak, 1983'te dünya rekorunu kırdı. Bundan başka, otomobil plaka numaralarını, tren tarifelerini, ya da başka her türlü liste bilgilerini ezberlemekte de ustaydı. Ne tuhaftır ki, yıllar sonra, Kansas Üniversitesi'nde lisansüstü öğrenci olan oda arkadaşı, People dergisinden bir muhabire şunları söylemişti: "Tele-

Nisan 1955'te Reuters ajansı, on iki yaşındaki Çinli oğlan çocuk Zhang Zhuo'nun, pi'nin 4000 ondalık hanesini ezbere okuduğu haberini geçti. Bunu, yirmi beş dakikayı biraz aşan bir sürede yapmıştı.



fon numaralarını ezberlemekte çok becerikli, ama videoyu nasıl çalıştıracağını tekrar tekrar söylemem gerekiyor."

Ancak, bu insanların hiçbiri, yirmi üç yaşındaki Hiroyuki Goto'nun eline su dökemez. Goto, Şubat 1995'te, dokuz saati aşan bir süre içinde, pi'nin 42.000 basamağını ezbere söyleyebilmiştir.

Çoğumuz için, rasgele gibi görünen 42.000 rakam bir yana, herhangi bir şeyden bin tane bile ezberlemek, çok zor bir iştir. Ancak pi'yi ezberlemek için herkesin kullanabileceği teknikler de vardır. En alışılmış yöntem, sözcük uzunluğu ile anımsama araçları ya da "belleteç [mnemonic]"lerdir. Bunlarda, her sözcükteki harf sayısı, pi'nin bir basamağına eşittir.

Belleteçlere en basit bir örnek şudur: "How I wish I could calculate pi." [Pi'yi hesaplayabilmeyi ne çok isterdim.] Ancak siz daha yuvarlak sayıları yeğleyenlerdenseniz, son sözcüğü "pie" [çörek] olarak yazmak isteyebilirsiniz; böylece sonuç da 3,141593 olur.* Benzer şekilde, üniversite öğrencileri de yıllardır, pi'yi 15 basamağa kadar ezberlemek için şu cümleyi kullanmaktadırlar: "How I like a drink, alcoholic of course, after the heavy lectures involving quantum mechanics." [Kuantum mekaniği gibi ağır derslerden sonra canım nasıl bir içki ister: tabii ki alkollü.]** Ancak basamak sayısını gerçekten artırmak için, aşağıdakine benzer bir şiir kullanmanız gerekecektir:

* Kitabın orijinali İngilizce'dir. Türkçe bir örnek "Bak o sayı π neden hesaplana ki" biçiminde düşünülebilir ("neden hesaplana ki" yerine "niçin konuşulur ki" de kullanılabilir). "Çörek" kısaltması için ise, "Ben o topu o kadar istemişim bak" (ya da "Bak o sayı π niçin konuşulan kek") önerilebilir.

** Pi için 15 basamaklı Türkçe bir belleteç: "Bir o içki, o güzel; istenirse ne bitmez günah ola, bunun anlatımı sorulacak nereden, öğrensene."

*Sir, I bear a rhyme excelling*
*In mystic force and magic spelling*
*Celestial sprites elucidate*
*All my own striving can't relate.*
*Or locate they who can cogitate*
*And so finally terminate. Finis.*

151 ile 180 arasındaki basamaklara bakın ve onların hepsini ezberlemek istediğinizi düşünün: 481117450284102701938521105559
En kolay basamaklar hangileridir? Sanırım 111 ve 555. Şimdi büyük bir problemi, daha küçük beş probleme bölelim.
48-111-74502841027019385211O-555-9. Önce 48, sonra ilk kolay sayı 111, sonra ortalama bir problem, sonra ikinci kolay sayı, ve son olarak 9. Şimdi "orta boy problemi" inceleyelim. Onu şu şekilde ayırıyorum:
7450 28410 270 (sıfırla biten üç grup)
1938 (bir yıl sayısı)
52 (bir yıldaki hafta sayısı)
110 (Almanya'da acil telefon numarası)
Başlıca sorun, kalıplar bularak basamakları doğru gruplara ayırmaktır. Ondan sonra çok kısa sürede ezberlenebilirler. Bir deneyin!

*Mark Dettinger*

Bu araçla, pi'nin 31'inci ondalık hanesine ulaşırsınız: (3,14159265358979323846264338327 95). Bu belleteç, 32'nci hanedeki rakamda bir engelle karşılaşır: 0 rakamı. Sıfır harfli olan bir sözcük, yüksek sesle okunduğunda, tek elle alkışa benzer. Ancak yine de bazı

Çok fazla pi basamağı ezberlemek, bazı ciddi tehlikeleri de beraberinde getirir; onarılması uzun süre alacak zihinsel bozukluklara yol açabilir. Akıl, pi'nin basamaklarını ezberlemenin kendi yararına olmadığını çok iyi bilir ve yaptığınızın bu olduğunu anladığı zaman, size karşı ciddi bir misillemeye girişebilir. (...) Bu etkileri duyumsamaya başlarsanız, ezberlemeyi hemen durdurun.

*Antranig Basman*

inatçı yazarlar sıfır sorununu çözmek için bazı yöntemler geliştirmişlerdir. On harfli bir sözcük kullanma, ya da sıfırın geldiği yere bir tür noktalama işareti koyma gibi.

Örneğin, Mike Keith pi için belleteç olarak bir şiir yazmıştır. Şiir yalnızca pi'nin ilk 740 basamağını kodlamakla kalmıyor; ayrıca, Edgar Allen Poe'nun "The Raven [Kuzgun]" şiirini de yansıtacak biçimde, özenle düzenlenmiş. Aşağıda, şiirin sadece 80 basamağı içeren bölümü verilmiştir (şiirin tümü www.joyofpi.com adresinde bulunabilir). On'dan az harfi olan sözcüklerin harf sayısı ile temsil edildiğine (örneğin pie = 3), on harfli sözcüklerin 0 sayısını gösterdiğine, on harften çok sözcüklerin iki basamağa eşit olduğuna dikkat ediniz (örneğin, on iki harfli bir sözcük önce 1'i sonra 2'yi temsil etmektedir). Noktalama işaretlerini dikkate almayınız.

***Pie, E.: Near a Raven***

*Midnights so dreary, tired and weary.*
*Silently pondering volumes extrolling all by-now obsolete lore.*
*During my rather long-nap –the weirdest tap!*
*An ominous vibrating sound disturbing my chamber's antedoor.*
*"This," I whispered quietly, "I ignore."*

*Perfectly, the intellect remembers: the ghostly fires, a glittering ember.*
*Inflamed by lightning's outbursts, windows cast penumbras upon this floor.*

*Sorrowful, as one mistreated, unhappy thoughts I heeded:*
*That inimitable lesson in elegance—Lenore—*
*Is delighting, exciting . . . nevermore.*



Ne var ki, sözcük-uzunluğuyla belleteçler, pi'yi ezberlemede pek fazla da yarar sağlamaz. Michael Harty, pi'yi binlerce basamağa kadar ezberlemek için, her sessiz harfin 0'dan 9'a kadar bir rakama karşılık geleceği fonetik bir kodlama kullandı. Sesler yan yana getirilince sözcükler oluşuyor ve sözcükler de uzun, gerçek dışı öyküler oluşturuyor.

Örneğin, ikinci ve üçüncü basamaklar için -1 ve 4- sesler t ve r'dir; bunlar beraberce tear (teardrop için olduğu gibi) sesini verirler. Daha sonraki üç basamak -1, 5 ve 9- t, l ve p'dir ve beraberce tulip gibi ses verirler. Bu yöntemi kullanarak, pi'nin 7000'den fazla basamağını ezberledi Harty. Bu basamakları tekrarlaması için, şu garip öyküyü anımsaması yeterli oluyor: "[the 3 is] crying on a tulip, which moves away and picks up a device which puts a big notch into a yellow mule. The yellow mule becomes quite upset and he grabs a big box of laundry detergent called Fab . . . and he dumps it on a gray bomb and the gray bomb, of course, gets angry as well . . . ."

Bazı kişiler, pi'yi bu yolla ezberlemenin Japonca gibi bazı dillerde çok daha kolay olduğunu söylüyorlar. Japonca'da pi'nin basamaklarını yüksek sesle okursanız, bazı sayıların birleşimleri -san ichi yon ichi go ku ni roku go san hachi- başka Japonca sözcük-



leri veriyor: ichigo *çilek*, kuni ise *ülke* demek, vb. Böylece zihinsel bir resim oluşturarak, anımsamak kolaylaşır: "3,14 çilek ülkesinde sabah altıda, beş *chopsticks* [Çin-yemek-çubuğu]..." (Bu, küçük de olsa bir ölçüde uydurmayı gerektirebiliyor. Örneğin, chopsticks, *sekiz* anlamındaki hachi yerine hashi'nin çevirisidir.)

Eski Çince olan Mandarin dilinde her rakam tek hece bulunduğundan, belki daha da kolaydır. İlk yirmi sekiz basamak yüksek sesle okunduğunda, sanki bir şiir gibi ses verir! (Ne var ki, bu şiir hiçbir şeyi ifade etmez (...) ancak bu matematiksel şiirler için doğal sayılır.)

san yi si yi wu jiou er liou
wu san wu ba jiou qi jiou
san er san ba si liou er
liou si san san ba san er

> *Pi, [sayıları ezberlemek] gibi bir gösterim için ideal bir sayıdır. Çünkü, basamaklarında hiçbir örüntü yoktur.*
>
> *Gregory Pinney*
> Minneapolis-St. Paul
> Star Tribune

Sonuçta görülen o ki, pi basamaklarını ezberlemek, kokteyllerde başkalarını etkileyecek bir gösteriden pek de öte bir şey değil. Ama ne sakıncası var? Pi'yi ezberlemek için neden bu kadar çaba ve zaman harcadığı Alexander Volokh'a sorulduğunda, şöyle yanıtlamıştı: "Hiç kimsenin pi'nin 167 basamağını anımsaması gerekmiyor. Çoğu kişi bunu faydası olan bir şey gibi görmüyor; ama fark etmez. Matematiğin yararı olması gerektiğini söylemek, İngilizcenin sadece piza ısmarlamaya yaradığını söylemeye benzer."

# Dünyada Pi Belleteçleri

**Hollanda Dilinde**

Eva o lief, o zoete hartedief uw blauwe oogen zyn wreed bedrogen.
*Eva, oh aşkım, oh tatlı sevgilim, mavi gözlerin zalimce aldatılmış.*
-NIJMEGEN ÜNİVERSİTESİ, MATEMATİK VE FİZİK BÖLÜMLERİNİN POPÜLER ŞARKISI

**İngilizce**

See, I have a rhyme assisting
my feeble brain,
its tasks oft-times resisting.
*Bakın, bir şiirim var*
*çoğu kez işi direnmek olan güçsüz*
*beynime yardımcı.*
-ANONİM

Eğer pi'nin bir milyar basamağı normal punto ile basılsaydı, 1200 milden fazla uzunluğu olurdu.

**Fransızca**

Que j'aime à faire apprendre ce nombre utile aux sages!
Immortel Archimède antique, ingénieur,
Qui de ton jugement peut sonder la valeur?
Pour moi ton problème eut de pareils avantanges.



*(Bu yararlı sayıyı akıllı kişilere öğretmeyi ne çok severim!*
*Ölümsüz Arkhimedes, sanatçı, mühendis.*
*Sizce değerini kim kavrayabilir?*
*Bana göre probleminizin benzer avantajları var.)*
-ANONİM

**Yunanca**

Αει ο Θεοζ ο Μεγαζ γεωμετρει
Το κυκλου μηκοζ ινα οριση διαμετρω
Παρηγαγεν αριθμον απεραντον
και ον Φευ ουδεποτε ολον
θνητοι θα ευρωσι.
*(Geometriyle uğraştığı zaman yüce Tanrı*
*Çemberin uzunluğunu çapı ile tanımlamakla*
*Sonu olmayan bir sayı yarattı*
*Yazık ki ölümlüler tümünü onun*
*Asla bulamayacak.)*
-NIKOLAOS HATZIDAKIS

**İtalyanca**

Che n' ebbe d' utile Archimede da ustori vetri sua somma scoperta?
*(Yanan aynaları keşfetmek Arkhimedes'e ne yarar sağladı?)*
-ISIDORO FERRANTE

Euler pi için büyüleyici bir sonsuz çarpım buldu. Bu çarpımda pay'lar 2'den büyük asal sayılar; paydalar da, paylarla farkı bir olan ve 4'e bölünemeyen çift sayılardır.

**İspanyolca**

Sol y Luna Mundo proclaman al Eterno Autor del Cosmo.
*(Güneş ve Ay ve Dünya, Evrenin ölümsüz yazarını alkışlar.)*
-DAVID LANTZ

**İsveççe**

Ack, o fasa, π numer förringas
ty skolan låter var adept itvingas
räknelära medelst räknedosa
och så ges tilltron till tabell en dyster kosa.
Nej, låt istället dem nu tokpoem bibringas!
*(Ah, yazık, günümüzde π küçümseniyor*
*çünkü okullar her öğrenciye aritmetik*
*öğrenmek için hesap makinesi kullandırıyor*
*ve böyle gelecek tablo çok acı.*
*Hayır, onun yerine gülünç şiirler okuyalım!)*
-FRANK WIKSTRÖM (Çevirmen)

∫ integral, kök,
u dv.
sürgülü cetvel, hesap cetveli,
MIT!

*–Massachusetts Institute of Technology futbol taraftarlarının sloganı*



VERİ belirtimi'nin asıl amacı sabit sayılara isim vermektir: her seferinde pi'ye 3,1415926535897793 olarak göndermede bulunmak yerine, Pİ değişkenine bir VERİ belirtimiyle o değer atanabilir ve sabit sayının uzun biçimi yerine kullanılabilir. Bu, aynı zamanda, eğer pi'nin değeri değişirse, yazılımı değiştirmeyi de basitleştirir.

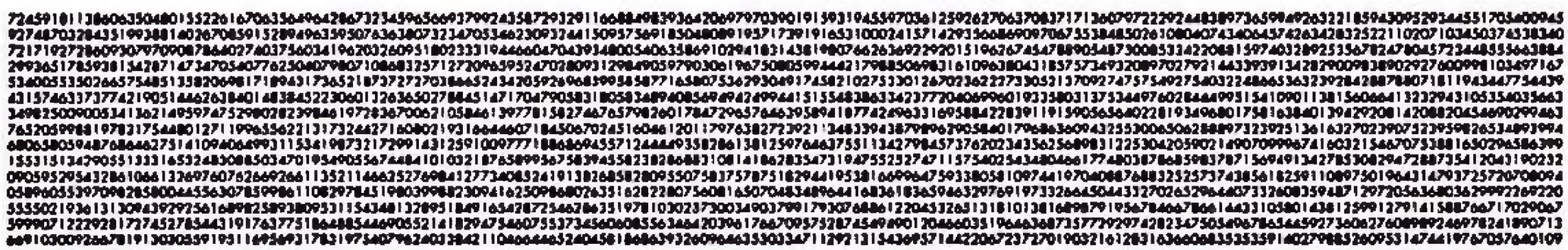
*—Xerox Bilgisayarlar için FORTRAN Kullanım Kılavuzu*

Fabrice Bellard, Ekim 1996'da, Simon Plouffe, Peter Borwein ve Jonathan Borwein'in yarattığı bir denklemi kullanarak pi'nin, on altı tabanına göre, 400 milyarıncı basamağını hesapladı. Denklem daha önceki hiçbir terimi hesaplamadan, doğrudan n'inci terimi hesaplıyor:

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{4}{8n+1} - \frac{2}{8n+4} - \frac{1}{8n+5} - \frac{1}{8n+6} \right) \times \left( \frac{1}{16} \right)^n$$

Ne yazık ki, bunu ondalık (on tabanına göre) sayıya çevirmek, daha önce gelen bütün basamakları bilmeyi gerektirdiği için, mümkün değildir. Gene de daha önceleri, pi gibi aşkın bir sayının n'inci basamağını hesaplamanın, tamamiyle olanaksız olduğu sanılırdı.

Star Trek [Uzay Yolu] dizisinin "Wolf in the Fold [Sürüye Kurt Girdi]" adlı bölümünde Spock, kötü niyetli bilgisayarı, "pi'nin değerinin son basamağını hesapla" komutu ile engeller.



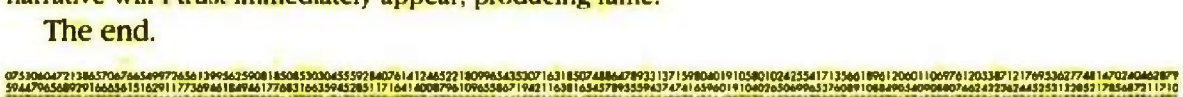
## Kendine Gönderme Yapan Bir Öykü

*Michael Keith*

Her sözcükteki harf sayısı pi'nin bir basamağını temsil eder. Noktalar dışındaki noktalama işaretleri sıfırı gösterir. On'dan çok harfi olan sözcükler, kendi iki basamağını göstermektedir. Tek bir rakam, doğrudan kendisini temsil eder (bu yalnız bir kez kullanılmıştır).

For a time I stood pondering on circle sizes. The large computer mainframe quietly processed all of its assembly code. Inside my entire hope lay for figuring out an elusive expansion. Value: pi. Decimals expected soon. I nervously entered a format procedure. The mainframe processed the request. Error. I, again entering it, carefully retyped. This iteration gave zero error printouts in all–success. Intently I waited. Soon, roused by thoughts within me, appeared narrative mnemonics relating digits to verbiage! The idea appeared to exist but only in abbreviated fashion–little phrases typically. Pressing on I then resolved, deciding firmly about a sum of decimals to use–likely around four hundred, presuming the computer code soon halted! Pondering these ideas, words appealed to me. But a problem of zeros did exist. Pondering more, solution subsequently appeared. Zero suggests a punctuation element. Very novel! My thoughts were culminated. No periods, I concluded. All residual marks of punctuation = zeros. First digit expansion answer then came before me. On examining some problems unhappily arose. That imbecilic bug! The printout I possessed showed four nine as foremost decimals. Manifestly troubling. Totally every number looked wrong. Repairing the bug took much effort. A pi mnemonic with letters truly seemed good. Counting of all the letters probably should suffice. Reaching for a record would be helpful. Consequently, I continued, expecting a good final answer from computer. First number slowly displayed on the flat screen–3. Good. Trailing digits apparently were right also. Now my memory scheme must probably be implementable. The technique was chosen, elegant in scheme: by self reference a tale mnemonically helpful was ensured. An able title suddenly existed–"Circle Digits." Taking pen I began. Words emanated uneasily. I desired more synonyms. Speedily I found my (alongside me) Thesaurus. Rogets is probably an essential in doing this, instantly I decided. I wrote and erased more. The Rogets clearly assisted immensely. My story proceeded (how lovely!) faultlessly. The end, above all, would soon joyfully overtake. So, this memory helper story is incontestably complete. Soon I will locate publisher. There a narrative will I trust immediately appear, producing fame.

The end.



## Bir İnsan ile Dünya-dışı Bir Yaratık Arasında Geçen Konuşma

*-Carl Sagan'ın 1985'de yayımlanan Contact adlı romanından*

"Matematikçileriniz onu tümüyle hesaplamak için uğraşmışlar (...) diyelim ki on milyarıncı haneye kadar. Başka matematikçilerin daha da ileri gittiklerini duymak sizi herhalde şaşırtmayacaktır. Sonunda -diyelim ki on ile yirminci hane arasında- bir şey olur. Rasgele değişen basamaklar yerine inanılmaz uzun bir süre boyunca sadece birler ve sıfırlar yer alır. (...)"

"Ya sıfırların ve birlerin sayısı? Asal sayıların bir çarpımı mı?"

"Evet, on bir asal sayının."

"Bana pi sayısının derinlerinde gizlenmiş on bir boyutlu bir mesaj olduğunu mu söylüyorsunuz? Evrende birisi (...) matematik (...) yoluyla mı iletişim kuruyor? Pi'nin içine bir mesajı nasıl saklarsınız? O evrenin dokusuna işlenmiştir."

"Aynen öyle."

Kadın susarak ona baktı.

"Dahası var" diyerek devam etti adam. "Başka herhangi bir aritmetikte olsa bir tuhaflık olduğunu fark edersiniz ama, sıfır ve birler dizisinin sadece on-tabanlı aritmetik içinde ortaya çıktığını varsayalım. Bu keşfi ilk yapan canlıların da on parmakları olduğunu varsayalım. Ne olduğunu görüyor musunuz? Sanki pi milyonlarca yıldır hızlı bilgisayarları olan on parmaklı matematikçilerin gelmesini beklemiş. Görüyorsunuz ki Mesaj bize gönderilmişti."

# Sonsöz

Pi'nin gizemi, çember ya da yaylar ve eğrilerin ölçüsü ile sınırlı değildir. İlk bakışta çember pi'yi tanımlıyor gibi görünse de, belki de, pi çemberi tanımlamaktadır. Pi'yi bilmeden bile çemberler yapabiliriz. Ancak pi çemberlerden ayrı olarak da vardır. İçimizde ve çevremizde yankılanır. Hiçbiri çemberle ilişkili olmayan, binlerce bulmacanın yanıtıdır; olasılık ve istatistik problemlerinin içinde yer alır; ve atomların yapısından yıldızların hareketlerine kadar, çeşitli doğa olaylarına getirdiğimiz yorumların bir parçasıdır.

Çemberin ve karenin gözle görülür yalınlığı bizi onları tanımlamaya iter; ama, gerçekte çember ve kare, evrenimizin kumaşını dokuyan sonsuz gizemlerin kapılarını açarlar birer birer.

Buna karşın, ne kadar ısrarla arasak da, sonuçta bilinemeyen olarak kalır pi. İnternet aracılığıyla bağlanan binlerce bilgisayarın gücünü birleştirerek, bilgisayarlara en az gerek duyulduğu gece saatlerinde çalışarak, bu yakalanmayan sayının trilyonlarca basamağını hesaplamaktan söz edilmektedir. Ancak, ne kadar çok bilgisayar kullanırsak kullanalım, ya da ne kadar zaman harcarsak harcayalım, açık olan ve ölçülebilen ile sınırlı kalacağız. Matematikçi ve pi araştırmacısı Peter Borwein, pi'nin $10^{51}$'inci basamağını hiçbir zaman bilemeyeceğimizi öngörüyor. Zaten bütün evrendeki atomların sayısı yaklaşık $10^{78}$'dir. Pi'nin basamakları, bu sayının bile ötesine varır; rakamlar rasgele bir örüntü ile, bizim kavrama yetimizin ötesine uzanır, gider.

Bir aynaya baktığınızda, gözlerinizin yuvarlaklığını görürsünüz: renkli iris, söylentiye göre, içinden ruhunuzu görebileceğiniz dairesel bir pencere oluşturur. Belki de bu yuvarlak biçim olmuştur, insanları önce çember üzerinde düşünmeye, sonra da ölçmeye yönelten. Belki bizi pi araştırmalarının daha derinine çekecek olan da, bu yuvarlaklıktır.



## Pi Hakkında Daha Fazla Bilgi İçin

Bu kitap sizi pi ile ilgili daha çok bilgi aramaya yönelttiyse, bu konuda hemen her şeyi elde edebileceğiniz üç kaynak var. Birincisi, İnternet ve Dünya Çapında Ağ (World Wide Web), pi hakkında hem ciddi, hem de eğlenceli tartışmalar sunmaktadır. Arayışınıza başlayacağınız adres şudur: http://www.joyofpi.com.

Eğer seçiminiz yazılı bilgi ise, Petr Beckmann'ın A History of Pi (1971, St. Martin's Press), ya da Len Berggren, Jonathan Borwein ve Peter Borwein'ın Pi: A Source Book, (1977, Springer-Verlag) kitaplarını deneyebilirsiniz. Beckmann'ın kitabı, pi tarihinde hareketli bir yolculuktur. Berggren ve arkadaşlarınınki ise, son üç bin yılda, pi hakkında yazılmış her önemli şeyi içeren 750 sayfalık bir başvuru kitabıdır.



# Dizin


**A**

Adelard, Bath'lı, 31

Ahmes, Kâtip, 9, 10, 17

Aitken, Alexander Craig, 118-119

Albert, Saksonya'lı, 32

Alfonso IV, İspanya kralı, 30-31

Almagest (Ptolemaios), 31

Altıgenler, 18, 19, 32, 41

Anaksagoras, Klazomenai'li, 18, 60

Anthonisz, Adriaen, 34

Antiphon, 18, 19, 24, 60

Apollonios, Perge'li, 20

Arap bilimleri, 30

Arap rakamları

  notasyonları (/yazım biçimleri), 30, 31

Araplar, 30, 81

Aristoteles, 30

Arkhimedes yöntemi, 32, 34, 42, 48

Arkhimedes, Siracusa'lı, 19-20, 21, 32, 40, 41, 60, 81, 96

Arktanjant serileri, 42-43, 44, 45, 46, 52

Arktanjantlar, 42

Aryabhata, 26, 27, 60

Asya'daki ilerleme, 47-49

Aşkın sayı(lar), 70, 91

  olarak pi, 20, 47, 91, 102

Avrupa, 23, 26, 30, 31, 39

  Karanlık Çağlar, 29

**B**

Babilliler, 10, 17, 60

Basamakları, pi'nin, 8

  hesaplama, 19, 34-35, 43, 48

  ezberleme, 7, 119-120, 123, 124




sayısı, 6, 7, 34-35, 47, 51-52, 53-56, 69, 71, 74-75, 76, 78-79
rasgele dizileri, 73, 77-79
aranışları, 44-45, 47
Beckmann, Petr, 132
Bellard, Fabrice, 128
Belleğin sınırları, 117-118
Belleteçler (anımsama araçları), 118, 120-127
Berggren, Len, 132
Bernoulli, Johann, 84
Bernoulli, Nikolaus, 84
Bilgisayarlar, 6, 8, 51-59, 70, 71-72, 75, 131
Bilimsel çalışmaların çevirileri, 30-31
Borwein, Jonathan, 56, 65, 128, 132
Borwein, Peter, 56, 65, 128, 131, 132
Bouyer, M., 55, 63
Brahmagupta, 26, 27, 60
Brent, Richard, 55
Brooklyn Polytechnic Üniversitesi, Institute for Mathematics and advanced Supercomputing, 75-76
Brouncker, 61
Bryson, Heraclea'lı, 18, 19, 24, 60
Budget of Paradoxes [Paradokslar Yığını] (De Morgan), 97, 99, 105, 110, 114
Büyük Giza Piramidi, 13
Büyük İskender, 25

C

"Circle Digits" (Keith), 129
Cajori, Florian, 82-83
Callet, J. F., 47
Cavalieri, Bonaventura, 42
Cavender, Lawrence, 103
Cebirsel denklemler, 91, 102
Ch'ang Hong, 24, 26
Ch'en Chin-mo, 48
Chu-Hung, 49
Chudnovsky, David, 56, 63, 69-76
Chudnovsky, Gregory, 56, 63, 69-76
Clausen, Thomas, 47
Columbia Üniversitesi, 75



Contributions to Mathematics [Matematiğe Katkılar] (Shanks), 52
Conway, John, 78
Cusa Kardinali Nicolas, 97

**Ç**

Çember kareleyiciler, 95-110
Çember ölçücü(ler), 99, 100, 102-103, 110
Çember(ler), 1-2, 7, 59, 131
  içindeki alan, 96, 114-115
  karelenmesi, 96, 97, 98
  düzeltilmesi, 96
  kare ile ilişkisi, 2, 17, 18
Çemberi Kareleme [Squaring the Circle] (oyun), 105
Çemberin Ölçümü [The Measurement of the Circle], (Arkhimedes), 19, 20
Çevrenin çapa oranı, 5-7, 9-10, 14-15, 17-19, 57-58, 59, 82, 96-97 ayrıca bkz.
Hesaplama, çevrenin çapa oranı/pi
Çin, 23-25, 27, 47, 48-49, 60, 81
Çokgenler, 18, 19, 24-25, 26, 32-33, 34, 40, 42, 48, 49

**D**

Dairesel ölçü, 5-6, 17, 24
Dase, Johann, 62
De corporibus regularibus (Francesca), 35
De Morgan, Augustus, 78, 97, 99, 102-103, 105, 110, 115
De Problematis Physicis (Hobbes), 97
De quadratura circuli (Saksonya'lı Albert) 32
Değer(ler), pi için, 5-6, 19, 30, 101, 103
  hassasiyetleri, 10, 20-21, 31-32, 40-41, 48
  Araplar, 30
  Çinli matematikçiler, 24, 48
  (için) denklemler, 27
  hataları, 14-15, 26
  Hintli matematikçiler, 26
Dinostratos, 60, 96
Doğu'da pi, 23-27



Dudley, Underwood, 99-100, 102
Dunciad (Pope), 98
Dünya Çapında Ağ (www), 132
Dürer, Albrecht, 36

**E**

e (sayısı), 91-92
Ein mathematicshes Handbuch der alten Ägypter (Eisenlohr), 12
Einstein, Albert, 95
Eisenlohr, 12
El-Harizmi, Abu Abd-Allah ibn Musa, 30, 31
Éléments de géométrie (Legendre), 84
Elements (Eukleides), 31
Elis'li Hippias, 96
ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Computer), 53, 62
Eukleides (Öklit), 31, 96, 102
Euler, Leonhard, 40, 45, 46, 47, 61, 62, 84, 92, 126
Ezberleme, pi'yi, 117-128

**F**

Ferguson, D. F., 47, 51-52, 54, 62
Fermat, Pierre, 42
Fineus, Orontius, 97
Francesca, Piero della, 35
Fransız Bilimler Akademisi, 98, 99

**G**

Ganita (şiir), 26
Gardner, Martin, 85, 118-119
Gauss, Carl Friedrich, 55-56, 84
Gauss-Brent-Salamin algoritması, 56
Goodwin, Edwin, Jr., 111-113
Goto, Hiroyuki, 120
Gregory, James, 42-43, 45, 49, 61
Gregory, St. Vincent'li, 97
Gregory-Leibniz serileri, 43, 44, 45, 53, 54
Guilloud, Jean, 55, 63



**H**

Hardy, G. H., 64

Harty, Michael, 123

Hérigone, Pierre, 84

Hermite, Charles, 62, 91

Herodotos, 13

Hesap makineleri, 52-53

Hesaplama, çevrenin çapa oranı, 6, 7, 8, 18-19, 24-25, 26, 30, 32-35, 40-46, 48-49, 73-74

denklemler, 55-56, 65

hataları, 14-15, 47, 51-52

formülleri, 45, 46, 75

hız /verimlilik, 44, 56

teknikleri, 55-56

Hesaplama, dairenin alanı, 86-87

Hindistan, 23, 25-26, 30

History of Matematical Notations, A (Cajori), 83

History of Pi, A (Beckmann), 132

Hobbes, Thomas, 97

Huygens. Christiaan, 41, 42, 61

**I**

Introductio in analysin infinitorum, (Euler), 84

**İ**

İbraniler, 10, 30

İncil, pi ve, 14-15, 60

İntegral kalkülüsü, 42

İnternet, 131, 132

İrrasyonel sayı olarak pi, 47, 90-91, 102, 107

**J**

Jacobi, 84

Japonya, 47-48

Jartoux, Pierre (Tu Te-mei), 49

Jones, William, 61, 83-84

**K**

K'u Ch'ang-fa, 49

Kalkülüs, 33, 42, 43, 44, 96




Kamata Toshikiyo, 48
Kanada, Yasumasa, 56, 63
Karanlık Çağlar, 29
Kare(ler), 2, 131
  çemberle ilişkileri, 2, 17, 18
Kareleme, çemberi, 7, 32, 95-110
  analitik yaklaşım, 42
  ilk çalışmalar, 10
Kästner, A. G., 84
Katayev, Valentin, 105
Katolik kilisesi, 31
Keith, Michael, 122, 129
Kepler, Johann, 42
Kuadratriks, 96

**L**

Lagny, Thomas Fantet de, 44, 45, 61
Lambert, Johann Heinrich, 62, 90
Lauchen, Georg Joachim von (Rhäticus), 36
Leclerc, George Louis, 63
Legendre, A. M., 62, 84-85, 90-91
Leibniz, Gottfried Wilhelm, 43, 61
Leonardo de Pisa (Fibonacci), 31, 60
Liber abaci (Fibonacci), 31
Lindemann, Ferdinand von, 62, 91, 102
Liouville, Joseph, 91
Liu Hui, 24, 60
Longomontanus, Kopenhag'lı, 97
Ludolf Sayısı, 35

**M**

m zero (bilgisayar), 71-72, 74, 76
Machin, John, 44, 45, 47, 52, 54, 61
Mağribi Araplar, 30
Mahadevan, Rajan, 119
Matematik, 34, 35
  önemli adımlar, 39-49, 53
  Ortaçağlar, 32
Mathematical Cranks [Matematiksel Kaçıklıklar] (Dudley), 99-100, 102
Mathematical Essays and Recreations (Schubert), 115



Megale syntaxis tes astronomias (Ptolemaios), 21
Metropolis, N. C., 53
Mısırlılar, 12, 13, 17, 60
Mies van der Rohe, Ludwig, 8
Monte Carlo Yöntemi, 63
Moşe ben Maymon (İbni Meymun; Rambam; Maimonides), 15
Mouléon de Causans, Joseph-Louis Vincens de, 110
Muramatsu Shigekiyo, 48, 61
Müslüman dünyası, 29-30

**N**

Neumann, John von, 53
Newton, Isaac, 43-44, 61, 97
Nicholas, Cusa'lı, 32
NORC (Naval Ordnance Research Calculator), 54, 62

**O**

Olasılık, 63, 115
Olmayana ergi (Reductio ad absurdum), 101
Ondalık notasyon, 19, 27
Ondalık virgülü, 30
Ortaçağ, 26, 32-35
Oughtred, William, 82

**Ö**

Örüntüler (kalıplar), 7, 26, 77-79

**P**

Paris Veri İşlemleme Merkezi, 54
Parker, John A., 100
Pascal, Blaise, 42
Pedersen, P., 53
Peterson, Ivars, 119
Pi, 5-8, 9-10
  tarihi, 9-66
  yasal değeri, 111-113



gizemi, 131
ezberleme, 117-128
doğası, 56, 89-92, 97
'deki örüntüler (kalıplar), 77-79
aranışı, 6, 7-8
Pi kronolojisi, 60-63
Pi simgesi, 81-85, 86
kullanımı, 83-85
Pi: A Source Book (Berggren, Borwein ve Borwein), 132
Platon, 8, 30
Plouffe, Simon, 119, 128
Plutarkhos, 18, 21
Pope, Alexander, 98
Pozitif/negatif tamsayılar, 90
Practica geometriae (Fibonacci), 31
Psellus, Michael Constantine, 35
Ptolemaios, Claudius, 21, 29-30, 31, 60

**Q**

Quadrature of the Circle, The (Parker), 100

**R**

Ramanujan, Srinivasa, 64-65
Rasgele diziler/rasgele olmak, 73, 77-79, 92-93
Rasyonel sayılar, 90-91
Regiomontanus (takma adı Johannes Müller), 32
Reitwiesner, George, 53
Rhind Papirüsü, 10, 11r, 12
Richter, 62
Romalılar, 20, 21, 29, 81
Romanus, Adriaen, 34, 60
Ruffini, Paolo, 84
Rutherford, William, 47

**S**

Sagan, Carl, 130
Salamin, Eugene, 55-56
Sanso (Muramatsu), 48
Sasani Pers Kültürü, 29
Sayılar,



ezberleme, 118
nitelikleri, 89-91
Scaliger, Joseph, 97
Schaal, Adam (T'ang Jo-wang), 49
Schubert, Hermann, 115
Seki Kowa, 48
Serres, Oliver de, 115
Shanks, Daniel, 54, 62
Shanks, William, 47, 51, 52, 53, 62
Sharp, Abraham, 44, 61
Sıfır, 30, 90
simgesi, 19, 27
Smith, James, 110
Smith, Levi, 52
Snell, Willebrod, 40-41, 55, 61, 97
Sofistler, 105
Sonsuz çarpım(lar), 32-34
Sonsuz seriler, 45, 46, 70
Stassnitzky, L. K. Schulz von, 62
Stoppard, Tom, 105
Størmer, 54
Studies in the Value of Circular Circumference [Dairesel Çevrenin Değeri Üzerinde Çalışmalar] (Tseng), 49
Sturm, J. Christoph, 82
Su-li Ching-yun, 49, 61
Süperbilgisayarlar, 8, 70, 71-72
Synopsis palmariorum matheseos (Jones), 82-83

**T**

Takahashi, 55
Tam sayılar, 104
Tamura, Yoshiaki, 56, 63
Tatebe Kenko, 48, 61
Tetragonidzein, 97
Tseng Chi-hung, 49, 62
Tseng Kuo-fan, 49
Tsu Ch'ung-chih, 24-25, 31-32, 48, 60
Tsu Keng'chih, 24-25
Tüketme ilkesi, 18, 19, 24, 40



**U**

Unique Mathematical Geometrical Findings (Cavender), 103

**V**

van Ceulen, Ludolf, 34, 35, 40, 41, 61

Variorum de rebus mathematicis responsorum liber VIII (Viète), 33-34

Vega, Georg, 44-45, 62

Viète, François, 32-34, 41, 42, 60, 97

Vinci, Leonardo da, 36

Vitus, Aziz, 97

Volokh, Alexander, 124

**W**

Waldo, C. A., 112-113

Wallis, John, 42, 55, 61, 82, 97

Wang Fau, 24, 60

Weber, 84

Wei-ching Chou-shu (K'u Ch'ang-fa), 49

Wheels, Life, and Other Mathematical Amusements [Tekerlekler, Yaşam ve Başka Matematiksel Eğlenceler] (Gardner), 85

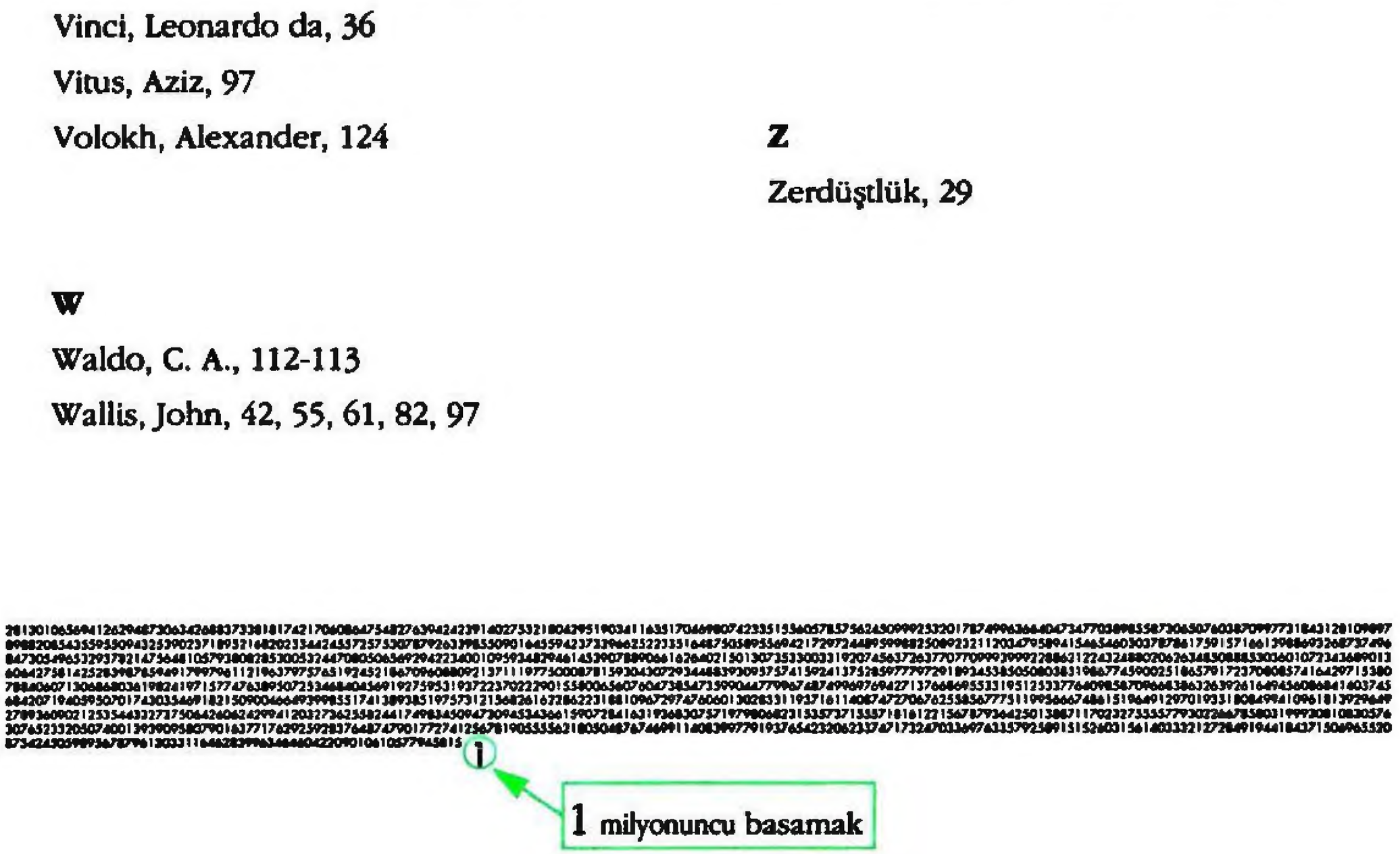
Wrench, John, 52, 54, 62

**Y**

Yunanlılar (Eski), 17-21, 30, 81, 96-97

**Z**

Zerdüştlük, 29



Doğanın kusursuz biçimi *çember* ile insanoğlunun kusursuzluk arayışının bir biçimi olan *doğru* arasında ilişki kurma çabalarından mı kaynaklanıyor π araştırmaları? On beş ya da yirmi ondalık haneden daha duyarlı bir π ölçümünün hiçbir pratik kullanımı bulunmadığına göre, matematikçiler neden yaşamlarını daha çok (milyarlarca) ondalık basamak ve bunları hesaplama yolları bulmaya adamaktadırlar hâlâ? π ne gibi sırlar saklıyor olabilir?



ISBN 975-403-301-3




Fiyatı: 3.500.000 TL (KDV DAHİL)

Basılı fiyatından farklı satılamaz