# FUSÛLÜN KÂFİYE FÎ HİSÂBİ'T-TAHT VE'L-MÎL

Hesap Biliminde Yeterlilik

EMÎNÜDDİN EBHERÎ

TÜRKİYE YAZMA ESERLER KURUMU BAŞKANLIĞI YAYINLARI: 176

| | | |
|---|---|---|
| *Bilim ve Felsefe Serisi* | : | 63 |
| *Kitabın Adı* | : | FUSÛLÜN KÂFİYE FÎ HİSÂBİ'T-TAHT VE'L-MÎL<br>Hesap Biliminde Yeterlilik |
| *Müellifi* | : | Ebû Saîd Emînüddîn Abdurrahmân b. Ebû Hafs Ömer es-Sivâsî el-Ebherî (ö. 733/1333) |
| *Özgün Dili* | : | Arapça |
| *Hazırlayan* | : | Dr. Öğr. Üyesi Elif Baga<br>Medeniyet Üniversitesi, Edebiyat Fakültesi (Bilim Tarihi) |
| *Editör* | : | Prof. Dr. İhsan Fazlıoğlu<br>Medeniyet Üniversitesi, Edebiyat Fakültesi (Bilim Tarihi) |
| *Son Okuma* | : | Ziya Çetintaş, Yazma Eser Uzmanı |
| *Arşiv Kayıt* | : | STAATSBIBLIOTHEK ZU BERLIN - Preussischer Kulturbesitz, Orientabteilung, Landberg 199 |
| *Yapım* | : | Yüksel Yücel |
| *Baskı* | : | Elma Basım Yayın ve İletişim Hizmetleri San. Tic. Ltd. Şti.<br>Tevfikbey Mh. Halkalı Cad. No: 162/7 Sefaköy 34295<br>Küçükçekmece / İstanbul. Sertifika No: 45460 |
| *Baskı Yeri ve Yılı* | : | İstanbul 2021 |
| *Baskı Miktarı* | : | 1. Baskı, 1000 adet |

**KÜTÜPHANE BİLGİ KARTI**
**Library of Congress A CIP Catalog Record**

Emînüddin Ebherî,
Hesap Biliminde Yeterlilik, *Fusûlün Kâfiye fi Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl*

1. Ebherî, 2. Matematik, 3. Fusûlün Kâfiye, 4. Hesap, 5. Sayı
ISBN: 978-975-17-4844-7

**Copyright © Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı. Her hakkı mahfuzdur.**
Bütün yayın hakları *Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı*na aittir. Başkanlığın izni olmaksızın tümüyle veya kısmen, hiçbir yolla ve hiçbir ortamda yayımlanamaz ve çoğaltılamaz.

**T.C. Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı**
Süleymaniye Mh. Kanuni Medresesi Sk. No: 5 34116 Fatih / İstanbul
Tel.: +90 (212) 511 36 37
Faks: +90 (212) 511 37 00
info@yek.gov.tr
www.yek.gov.tr

# FUSÛLÜN KÂFİYE FÎ HİSÂBİ'T-TAHT VE'L-MÎL

## HESAP BİLİMİNDE YETERLİLİK

(İNCELEME - ÇEVİRİ - ELEŞTİRMELİ METİN - TIPKIBASIM)

EMÎNÜDDİN EBHERÎ
(ö. 1333)

Hazırlayan
**Elif Baga**

Editör
**İhsan Fazlıoğlu**

TÜRKİYE
YAZMA
ESERLER
KURUMU
BAŞKANLIĞI

## TAKDİM

İnsanlık tarihi, akıl ve düşünce sahibi bir varlık olan insanın kurduğu medeniyetleri, medeniyetler arasındaki ilişkileri anlatır. İnsan, zihnî faaliyetlerde bulunma kabiliyetiyle bilim, sanat ve kültür değerleri üretir, ürettiği kültür ve düşünce ile de tarihin akışına yön verir.

Medeniyetler, kültürler, dinler, ideolojiler, etnik ve mezhebî anlayışlar arasındaki ilişkiler kimi zaman çatışma ve ayrışmalara, kimi zaman da uzlaşma ve iş birliklerine zemin hazırlamıştır.

İnsanların, toplumların ve devletlerin gücü, ürettikleri kültür ve medeniyet değerlerinin varlığıyla ölçülmüştür. İnsanoğlu olarak daha aydınlık bir gelecek inşâ edebilmemiz, insanlığın ortak değeri, ortak mirası ve ortak kazanımı olan kültür ve medeniyet değerlerini geliştirebilmemizle mümkündür.

Bizler, Selçuklu'dan Osmanlı'ya ve Cumhuriyet'e kadar büyük devletler kuran bir milletiz. Bu büyük devlet geleneğinin arkasında büyük bir medeniyet ve kültür tasavvuru yatmaktadır.

İlk insandan günümüze kadar gök kubbe altında gelişen her değer, hakikatin farklı bir tezahürü olarak bizim için muteber olmuştur. İslam ve Türk tarihinden süzülüp gelen kültürel birikim bizim için büyük bir zenginlik kaynağıdır. Bilgiye, hikmete, irfana dayanan medeniyet değerlerimiz tarih boyunca sevgiyi, hoşgörüyü, adaleti, kardeşlik ve dayanışmayı ön planda tutmuştur.

Gelecek nesillere karşı en büyük sorumluluğumuz, insan ve âlem tasavvurumuzun temel bileşenlerini oluşturan bu eşsiz mirasın etkin bir şekilde aktarılmasını sağlamaktır. Bugünkü ve yarınki nesillerimizin gelişimi, geçmişimizden devraldığımız büyük kültür ve medeniyet mirasının daha iyi idrak edilmesine ve sahiplenilmesine bağlıdır.

Felsefeden tababete, astronomiden matematiğe kadar her alanda, Medine'de, Kahire'de, Şam'da, Bağdat'ta, Buhara'da, Semerkant'ta, Horasan'da, Konya'da, Bursa'da, İstanbul'da ve coğrafyamızın her köşesinde üretilen değerler, bugün tüm insanlığın ortak mirası hâline gelmiştir. Bu büyük emanete sahip çıkmak, bu büyük hazineyi gelecek nesillere aktarmak öncelikli sorumluluğumuzdur.

Yirmi birinci yüzyıl dünyasına sunabileceğimiz yeni bir medeniyet projesinin dokusunu örecek değerleri üretebilmemiz, ancak sahip olduğumuz bu hazinelerin ve zengin birikimin işlenmesiyle mümkündür. Bu miras bize, tarihteki en büyük ilim ve düşünce insanlarının geniş bir yelpazede ürettikleri eserleri sunuyor. Çok çeşitli alanlarda ve disiplinlerde medeniyetimizin en zengin ve benzersiz metinlerini ihtiva eden bu eserlerin korunması, tercüme ya da tıpkıbasım yoluyla işlenmesi ve etkin bir şekilde yeniden inşâ edilmesi, Büyük Türkiye Vizyonumuzun önemli bir parçasıdır. Bu doğrultuda yapılacak çalışmalar, hiç şüphesiz tarihe, ecdadımıza, gelecek nesillere ve insanlığa sunacağımız eserleri üretmeye yönelik fikrî çabaların hasılası olacaktır. Her alanda olduğu gibi bilim, düşünce, kültür ve sanat alanlarında da eser ve iş üretmek idealiyle yeniden ele alınmaya, ilgi görmeye, kaynak olmaya başlayan bu hazinelerin ülkemize ve tüm insanlığa hayırlar getirmesini temenni ederim. Aziz milletimiz, bu kutsal emaneti yücelterek muhafaza etmeyi sürdürecektir.

**Recep Tayyip Erdoğan**
**Cumhurbaşkanı**

## İÇİNDEKİLER


**TAKDİM** 4
**SUNUŞ** 9
**ÖNSÖZ** 15
**GİRİŞ** 17
**İNCELEME** 19
EMÎNÜDDİN EBHERÎ'NİN HAYATI 19
EBHERÎ'NİN *FUSÛLÜN KÂFİYE FÎ HİSÂBİ'T-TAHT VE'L-MÎL* ADLI ESERİ 20
Teknik: Tahta Hesabı 26
1. Tekniğin Kökeni 28
2. Tekniğin İslâm Medeniyetindeki Dört Asırlık Serüveni: Tahta Hesabı Literatürü 31
*FUSÛLÜN KÂFİYE*'NİN EN YAKIN SELEFİ: TÛSÎ'NİN *CEVÂMİ'U'L-HİSÂB Bİ'T-TAHT VE'T-TURÂB* ADLI ESERİ 33
ELEŞTİRMELİ METİN VE TÜRKÇE TERCÜME HAKKINDA AÇIKLAMALAR 37
**ŞERH VE MATEMATİKSEL DEĞERLENDİRME** 41
1. Birinci Fasıl: Hindî ve Felekî Hesaba Giriş 42
2. İkinci Fasıl: İki Katını Alma İşlemi 44
3. Üçüncü Fasıl: Yarıya Bölme İşlemi 46
4. Dördüncü Fasıl: Toplama İşlemi 48
5. Beşinci Fasıl: Çıkarma İşlemi 50
6. Altıncı Fasıl: Çarpma İşlemi 52
7. Yedinci Fasıl: Bölme İşlemi 56
8. Sekizinci Fasıl: Karekök Çıkarma İşlemi 58

9. Küpkök Çıkarma İşlemi 61
10. Hesap İşlemlerinin Sağlaması 66
**KAYNAKÇA** 71

**FUSÛLÜN KÂFİYE**
**FÎ HİSÂBİ'T-TAHT VE'L-MÎL**

İlk Fasıl: Sayıların Şekilleri/Sûretleri ve Basamakları 78
İkinci Fasıl: İki Katını Alma (Tad'îf) İşlemi 82
Üçüncü Fasıl: Yarıya Bölme (Tansîf) İşlemi 86
Dördüncü Fasıl: Toplama (Cem') İşlemi 88
Beşinci Fasıl: Çıkarma (Tefrîk) İşlemi 92
Altıncı Fasıl: Çarpma (Darb) İşlemi 94
Yedinci Fasıl: Bölme (Kısmet) İşlemi 100
Sekizinci Fasıl: Karekökleri (Cüzûr) Çıkarma İşlemi 106
Dokuzuncu Fasıl: Küpkökleri (Kiâb) Çıkarma İşlemi 110
Onuncu Fasıl: Hesap İşlemlerinin Sağlaması (Mîzan) 114
**DİZİN** 121
**TIPKIBASIM** 125

# SUNUŞ

## Anadolu'da Matematik Bilimlerinin Sıfır Noktası

Anadolu coğrafyasının İslâm temeddünü ile ilişkisi tarih boyunca farklılıklar arz eder. Güneydoğu Anadolu ile Doğu Anadolu'nun bir kısmı ilk dönemlerden itibaren İslâm temeddününün bir parçası iken, Anadolu'nun diğer bölgeleri farklı zaman dilimlerinde İslâm temeddününün bir parçası hâline gelmiştir. Özellikle Anadolu'da gittikçe artan Türk yerleşmesi, 1071 Malazgirt Meydan Muharebesi'nin ardından çoğaldı; 1075'te İznik'in Anadolu Selçuklu Devleti'nin başkenti ilan edilmesiyle istikrara kavuştu. İznik'in I. Haçlı Seferi esnasında Doğu Romalılar tarafından tekrar ele geçirilmesi ertesinde, 1097'de Konya başkent oldu ve söz konusu istikrar süreklilik kazandı. Tarihî süreç içinde gerçekleşen nüfus, dil ve kültürel tecânüs ile Sultan I. Mes'ûd'un siyaseti neticesinde vukû bulan şehirleşme ve iktisadî büyüme, Anadolu'da bir felsefe-bilim hareketinin başlamasına imkân tanıdı. Bâhusus halk arasında Uluğ Keykubad olarak tanınan Sultan I. Alâeddin Keykubad zamanında (1220 - 1237) en parlak dönemini yaşayan Anadolu coğrafyası, aynı zamanda ilmî ve entelektüel gelişiminde de yeni bir ivme kazandı. Bu ivme, özelikle Moğolların tazyikiyle Anadolu'ya göç eden bilginlerin katkılarıyla tedricî bir şekilde arttı. Kösedağ Savaşı (1243) her ne kadar siyasî bağımsızlığı zedelese de, sükûnet ortamı, Muînüddin Pervâne'nin bilgece siyasetiyle 1261'den itibaren yeniden sağlandı ve 1277 tarihine kadar devam etti.

Bu dönemde Merâga merkezli kurulan İlhanlılar Devleti (1256), Anadolu coğrafyasının kaderinde önemli bir rol oynadı. Çünkü bu tarihten itibaren Anadolu coğrafyası büyük oranda, medenî anlamda artık Türkistan - İran - Kuzey Irak ve Kuzey Suriye yayının doğal bir bileşeni hâline geldi. Başta Konya olmak üzere, Sivas, Kayseri ve Tokat gibi Anadolu şehirleri birer entelektüel merkeze dönüştü. Merâga Matematik-Astronomi Okulu'nun kurulması (1257) bu dönüşüme önemli katkılarda bulundu.

Okulun kuruluşunda Anadolu'dan Fahreddin Ahlâtî gibi isimler yer aldığı gibi, bu okulda yetişen bazı bilginler de Anadolu'daki felsefe-bilim hayatını çeşitli açılardan zenginleştirdiler. Bu isimlerden Kutbuddin Şîrâzî (ö. 1311) özellikle zikredilmelidir. Konya, Malatya, Kayseri ve Sivas gibi şehirlerde 1272-1290 tarihleri arasında bulunan ve Gevher Nesibe Şifahânesi ile Gök Medrese gibi kurumlarda görev yapan, ayrıca 1282'de Kahire'yi ziyaret eden Kutbuddin Şîrâzî, Celâleddin Rûmî (ö. 1273), Sadreddin Konevî (ö. 1274), Sirâceddin Urmevî (ö. 1294) ve Ekmeleddin Nahcuvânî (ö. 1302 civarı) gibi bilginlerle temas kurdu, hoca-talebe ilişkisine girdi. Diğer bir isim ise Çobanoğlu İbn Sertâk'tır (ö. 1328 sonrası). Merâga Matematik-Astronomi Okulu'nda Nasîruddin Tûsî'nin ikinci oğlu Asîlüddin Hasan'ın müdürlüğü zamanında yetişen İbn Sertâk, Tokat/Niksar'da Nizâmeddin Yağıbasan Medresesi'nde hocalık yaptı; felsefe, matematik ve astronomi bilimleri okuttu, ilk Osmanlı müderrislerinden Dâvûd-ı Kayserî'yi matematik bilimlerde yetiştirdi. Anadolu bu dönemde, ayrıca Yûnus Emre ve Âşık Paşa gibi önemli isimleri de misafir etmekteydi.

Anadolu'nun muhtelif şehirlerinde ve Merâga Matematik-Astronomi Okulu ile çevresinde etkin bir şekilde devam eden entelektüel hareket, Gazan Han zamanında Tebriz'de 1291'de Kutbüddin Şîrâzî'nin başkanlığında kurulan Tebriz Matematik-Astronomi Okulu ile yine aynı tarihlerde Tebriz'de vezir Reşîdüddin Cüveynî'nin (ö. 1318) öncülük ettiği Reb'-i Reşîdî Külliyesi, felsefe-bilim başta olmak üzere hemen her entelektüel alanda yeni bir atılımı başlattı. Bu süreç, Anadolu ile İran-Türkistan coğrafyası arasındaki ilmî ve entelektüel bağları daha da güçlendirdi. Özellikle Kutbuddin Şîrâzî, Sivas Gök Medrese'deki hocalığı süresince (1277-1282 ve 1283-1291) yetiştirdiği bazı öğrencileri Tebriz'e götürdü; daha sonra bu coğrafyada yetişen bazı isimler de Anadolu'ya geldi. Bu tarih diliminde Anadolu'da kurulan onlarca medrese söz konusu ilmî ve entelektüel hareketliliği kurumsallaştırdı, nesiller arası aktarıma soktu ve sürekliliğini sağladı. Bahse konu olan dönemlerde Anadolu'da okutulan ya da telif edilen eserlere bakıldığında seviyeli bir matematik bilimler eğitimi verildiği

müşahede edilir. Örnek olarak, Kutbuddin Şîrâzî, modern öncesi dönemde yazılmış en önemli nazarî astronomi metinlerinden ikisini, *Nihâyetü'l-İdrâk fi Dirâyeti'l-Eflâk* (1281) ile *et-Tuhfetü'ş-Şâhiyye fi İlmi'l-Hey'e* (1283) adlı eserlerini Sivas'ta kaleme aldı. İbn Sertâk, Tokat/Niksar'da, İbn Hûd'un *el-İstikmâl fi İlmi'l-Hendese* adlı hendesî matematik kitabını tahrir ederek yeniden düzenlediği *el-İkmâl fi İlmi'l-Hendese* adlı eserini okuttu; ayrıca pek çok klasik matematik ve astronomi eserini tedris etti.

Anadolu söz konusu olduğunda, "Ebherî Ailesi" böyle bir ilmî ve entelektüel ortamda faaliyet gösterdi. Dede Esîruddin Ebherî (ö. 1265), tanınmış bir Meşşâî filozof, matematikçi ve astronom olarak, muhtemelen Moğol baskısı nedeniyle, Türkistan üzerinden İran'a, akabinde de Anadolu'ya geldi. Bir süre Musul üzerinden Erbil'e geçerek tanınmış filozof-bilgin İbn Yûnus'un ders halkasına katıldı (1228). Kaynaklarda Uluğ Keykubad zamanında Konya'da "Esîruddin Müneccim" olarak tanınan Esîruddin Ebherî, demek ki 1220-1237 tarihleri arasındaki bir zaman diliminde Anadolu'da bulunmuş ve hizmet etmiştir. Torunu Emînüddin Ebherî, Sivas'ta, 1286'da doğduğu dikkate alınırsa, dedesinin ölümünden yaklaşık yirmi bir yıl sonra dünyaya geldi. Bu gerekçelerle muhtemelen babası Sivas'ta yaşıyordu. Emînüddin Ebherî'nin doğduğu yıllarda Kutbuddin Şîrâzî, Sivas Gök Medrese'de görevinin on dördüncü yılındaydı ve bu görevi dört yıl daha sürdürecekti (1272-1290). Bu nedenlerle Emînüddin Ebherî'nin ilk eğitimini Kutbuddin Şîrâzî'nin çevresinden aldığı ve bu yol ile hem Merâga Matematik-Astronomi Okulu'nun hem de Şîrâzî'nin babası Kazerûnî üzerinden Merv-Türkistan'ın birikimine muttalî olduğu söylenebilir. Nitekim Elif Baga'nın işaret ettiği, Emînüddin Ebherî'nin *Fusûlün Kâfiye* adlı eseri ile Nasîruddin Tûsî'nin *Cevâmi'* adlı eseri arasındaki benzerlikler bu ilişkinin maddî boyutunu gösterir. Sivas'ın bu tarihlerde sadece öğretim anlamında merkezlerden biri olmadığı, aynı zamanda şehirde bulunan yetişmiş âlimlerle de etkin olduğu söylenebilir. Nitekim Merâga Matematik-Astronomi Okulu kurucusu ve matematik bilimlerdeki tahrir hareketinin en önemli ismi Nasîruddin Tûsî, *Tahrîrü'l-Macestî* adlı eserini "tartışmacıların kılıcı

(*seyfü'l-munâzirîn*)" lakabıyla nitelediği Hüsâmeddin Sivâsî adlı bir bilginin isteği üzerine kaleme alırken, Kutbuddin Şîrâzî de bu eser üzerine Muhammed Sivâsî adlı bir bilginle tartışmaya girmiştir. Tüm bu bilgiler, Emînüddin Ebherî'nin Sivas'ta bulunduğu tarihlerde şehirde güçlü bir matematik bilimler ortamı bulunduğunu gösterir.

Nedenleri bilinmemekle birlikte, muhtemelen yükseköğretim için, Emînüddin Ebherî, doğduğu şehirdeki ilk eğitiminden sonra Memlûklerin hâkimiyetindeki Bilâdü'ş-Şâm şehirlerine; Halep, Hama ve Dımaşk'a gitti. Bu bölgede 1250'de kurulan Memlûk Devleti, bazı dâhilî istikrarsızlıklardan sonra el-Melikü'n-Nâsır Muhammed b. Kalavun zamanında (1310-1341) nisbî bir istikrara kavuştu. Emînüddin Ebherî tam da bu zaman diliminde hem yüksek eğitimini tamamladı hem de ilmî etkinliklerde bulundu. Kadı olması, tabip olarak görev yapması ve matematik ile astronomi alanlarında eser kaleme alması, bu alanlarda bilgin olduğunu gösterir. Emînüddin Ebherî'nin Memlûk ülkesindeki çağdaşları, dolayısıyla epistemik cemaati, sahip olduğu ilmî donanımın tesadüf olmadığına işaret eder. İbn Manzûr (ö. 1311) ve İbn Hişâm (ö. 1360) gibi dilciler; Şemseddin Zehebî (ö. 1348), İbn Fazlullah Ömerî (ö. 1349) ve Halîl b. Aybeg Safedî (ö. 1363) gibi tarihçiler; İbn Teymiyye (ö. 1327), Alâeddin Konevî (ö. 1329), Şemseddin İsfahânî (ö. 1349) ve Takıyyüddin Subkî (ö. 1355) gibi âlimler; İbn Ekfânî (ö. 1348) gibi tabipler; son derece yakın olduğu ve himayesine girdiği Ebu'l-Fidâ (ö. 1331) gibi coğrafyacılar; İbn Atâullah İskenderî (ö. 1309) gibi mutasavvıflar, Emînüddin Ebherî'nin entelektüel çevresini oluşturmaktaydı. Kendi çevresinde de son derece etkili olan Emînüddin Ebherî, dönemin en ileri gelen âlimlerinden mütekellim Adudüddin Îcî ile müzakere edecek kadar tanınmış biriydi.

Emînüddin Ebherî'nin kısaca özetlenen bu tarihî bağlamı içinde kaleme aldığı ve günümüze gelen astronomi aletleri ile ilgili çalışması *Levâmi'u'l-Vesâ'il fî Metâli'i'r-Resâ'il* ve Elif Baga'nın yayına hazırladığı *Fusûlün Kâfiye fî Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl* adlı eseri nasıl yorumlanabilir? Her şeyden önce Memlûk astronomisinin genel yönelimi dikkate alındığında

uygulamalı astronomiye, dolayısıyla astronomi aletlerine özel bir önem verildiği görülür ki bu süreç, Şemseddin Halîlî (ö. 1397?) eliyle "ilm-i mîkât"ın kuruluşuna neden olacaktır. Nitekim Emînüddin Ebherî'nin astronomi aletlerine ilişkin *Levâmi'u'l-Vesâ'il fî Metâli'i'r-Resâ'il* adlı eserini kaleme aldığı ortamda, daha önce Ebu'l-Hasan Merrâküşî (ö. 1281'den sonra) *Câmi'u'l-Mebâdi' ve'l-Gâyât fî İlmi'l-Mîkât* adlı eserini yayımlamış, bu da Memlûk ilim çevrelerinde genelde bilim aletleri özelde ise astronomi aletlerine ilişkin bir merakı tetiklemişti. Bu nedenle Emînüddin Ebherî'nin *Levâmi'* adlı eseri bu geleneğin bir ürünü olarak görülebilir.

*Fusûl* ise bağımsız olarak daha farklı bir dikkati hak eder. Elif Baga'nın isabetle Nasîruddin Tûsî'nin *Cevâmi'*i ile *Fusûl* arasında kurduğu ilişki de göz önünde bulundurulmak kaydıyla şu soru sorulabilir: XIII. yüzyılın ikinci yarısı ile XIV. yüzyılın ilk yarısında "tahta ve çubuk" hesabı konusunda kitap kaleme almak ne anlama gelir? Bu, büyük bir ihtimalle Moğolların İslâm ülkesinde neden oldukları medenî yıkımın artçı bir devamı olabilir. Çünkü kâğıt üretiminin azalması, teminindeki zorluğu ya da pahalı olması nedeniyle, daha 952'de İbrahim Uklidîsî'nin *Kitâbü'l-Fusûl fi'l-Hisâbi'l-Hindî* adlı eserinde ayıplanan bir yöntemin, tekrar tedavüle girmesi mümkündür. En azından öğretim amaçlı olarak bu tür eserlerin kullanımı, kâğıt vb. pahalı malzemelerin hem teminindeki güçlüğü çözer hem de israf edilmesinin önüne geçer. Bu tespit özellikle Nasîruddin Tûsî gibi birinci sınıf bir matematikçinin bu hesap tekniğinde bir kitap telif etmesini daha anlamlı kılar. Bu yüzyılda insan bedeninden başka malzemeye ihtiyaç duymayan zihin/el hesabı konusunda da İbn Havvâm'ın (ö. 1324) 1277'de kaleme aldığı *el-Fevâ'idü'l-Bahâ'iyye fi'l-Kavâ'idi'l-Hisâbiyye* adlı eserinin delalet ettiği üzere, bu tarz eserlerin yazılmaya başlanmış olması bu tespite kısmî bir destek sunar. Denilenler, bu dönemde Nizâmeddin Nîsâbûrî'nin *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb*'ı gibi hindî hesap alanında eser telif edilmesini engellemez. Çünkü burada kasıt, özellikle öğretim düzeyinde daha kolay temin edilen, daha ucuz ve israftan koruyan bir tarzın tercih edilmesidir. Bu özelliklerinin yanında *Fusûlün Kâfiye* büyük oranda mübtedîler için

kaleme alınmış bir eser hüviyetindedir. Karekök ve küpkök hesaplarının ele alınması kısmî bir zorluk içerse de başlangıç seviyesinde olmasına bir zarar vermez. Eserin hem hindî hem de felekî hesabı aynı seviyede içermesi, yukarıda dile getirilen tespitleri doğrular niteliktedir.

Anadolu Selçuklu ve Beylikler döneminde Anadolu coğrafyasında üretilen matematik bilimlerine ilişkin eserlerin tespiti, tenkitli metinlerinin hazırlanması, modern matematik diliyle çözümlenmeleri ve tarihî değerlendirilmelerinin yapılması, hiç şüphesiz, daha sonra tarih sahnesine çıkan Osmanlı Devleti'nin yaslandığı ve tevârüs ettiği mirası tespit etmek açısından önemlidir. Henüz daha başlamadık; yola çıkış hazırlıkları içindeyiz. Bu hazırlığın öncülerinden genç meslektaşım Elif Baga'nın elinizdeki çalışması, söz konusu başlangıç için yeni bir adımdır. Kendisini tebrik eder; bu tür çalışmalara verdiği destek için de Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığına teşekkür ederim.

**İhsan Fazlıoğlu***

* Prof. Dr., İstanbul Medeniyet Üniversitesi.

# ÖNSÖZ

Birkaç yıl önce ikinci lisansım olan tarih bölümünde öğrenciyken "Anadolu" kavramının tarihi üzerine bir ödev hazırlıyordum. Bu esnada Anadolu'nun genel tarih, İslâm tarihi, Türk tarihi ve tarihsel coğrafya gibi pek çok vecihten ne kadar önemli olduğunu fark ettim. Bu farkındalıkla birlikte, akademik çalışmalarımı yoğunlaştırdığım "Osmanlı matematik geleneği"nin oluşum ve gelişim sürecini, bilhassa da fetihten önce genel anlamda Anadolu, özelde Osmanlı coğrafyasında üretilen matematik eserlerinin döküm ve içeriklerini ortaya çıkarma çabalarım sürüyordu. Tüm bunlar üzerine İhsan Fazlıoğlu hocam, Anadolu İslâmlaştıktan sonra burada yetişen bir bilginin yazdığı ve günümüze ulaşabilen en erken tarihli hesap risâlesinin varlığından haberdar edince, hiç vakit kaybetmeden bu risâle üzerinde çalışmaya karar verdim. Risâlenin müellifi Emînüddin Ebherî Sivâsî'nin, meşhur mantık, felsefe ve matematik bilgini Esîruddin Ebherî'nin torunu olduğunu öğrenince çalışma şevkimin arttığını söylemem gerekir. Zira böylece belki de Osmanlı matematik geleneğinin üzerine kurulduğu zemindeki unsurlardan birinin kökenlerine ulaşabilecek, diğer bir ifadeyle söz konusu geleneğin mirasçısı olduğu ilim havzalarından birini tespit edebilecektim. *Fusûlün Kâfiye*'nin hem muhtasar hem de başlangıç seviyesinde bir eser olması ve dolayısıyla çok kısa bir sürede bitirebileceğim ve akademik camianın hizmetine sunabileceğim izlenimi yaratması, başlangıçta çalışma şevkimi destekleyen bir durum olsa da hakikat bu şekilde gerçekleşmedi. Zira günümüze sadece bir nüshasının ulaşması, bu nüshanın da nispeten bozuk bir el yazısıyla dikkatsiz bir müstensih elinden çıkmasının işimi epey zorlaştırdığını ve çalışmamın tahminimden çok daha uzun sürmesine sebep olduğunu belirtmeliyim. Bunun dışında, çok mânanın az lafızla ifade edildiği muhtasar eser çalışma zorluklarının *Fusûlün Kâfiye* için de geçerli olduğu aşikârdır. Ayrıca başlangıç seviyesinde bir eser olmasına rağmen karekök ile küpkök çıkarma gibi nispeten zor konuları ihtiva etmesi ve bu işlemleri ayrıntısına girmeden, ara işlemleri göstermeden yapmasının diğer bir zorluk olduğunu söyleyebilirim.

Bu çalışmadan önce Türkçe kaynaklarda müellif ve matematik eserinden bahseden ilk yazar rahmetli Cevat İzgi'dir. Bu vesileyle kendisini rahmetle anıyorum. *Fusûlün Kâfiye*'nin Anadolu'da doğmuş, büyümüş bir bilginin elinden çıkma en erken tarihli matematik kitabı olduğu bilgisiyle çalışmamı teşvik eden ve eserin editörü olmayı kabul eden İhsan Fazlıoğlu'na müteşekkirim. Bu çalışmanın yayımlanmasını uygun bulan Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı yöneticileri ile yayım sürecini titizlikle takip eden çalışanlarına teşekkür ederim. Son olarak, her daim, her türlü desteklerini gördüğüm eşim, kızlarım ve ailemi şükranla anmak isterim.

**Elif Baga**

İstanbul, 2021

# GİRİŞ

İnsanlık tarihinde yazı geleneğinin herhangi bir durum, duygu veya niteliği ifade etme gerekçesiyle değil de nicelik bilgisini kayıt altına alma zorunluluğuyla başlaması, diğer bir ifadeyle günümüze ulaşan en eski yazılı kaynakların muhasebe hakkında olması, başlangıçtan günümüze, günümüzden de geleceğe insanoğlunun serüveninin "ne için", "nasıl" ve "nereye" doğru gittiğini/gideceğini anlamlandırabilmemizin ancak matematik tarihi araştırmalarıyla mümkün olduğunu göstermektedir. Bugün medenî kültürün başlangıcı sayılan kadîm Mezopotamya'ya dair ilk bilgilerimizin büyük kısmı, kil tabletlere kaydetmek zorunda kaldıkları vergi, borç, mahsul depolama ve ticaret kayıtlarından elde edilir. Buradaki sayılar ve hesaplamalar, bize, ülkenin nüfusundan üretim kapasitesine, refah seviyesinden yönetici-yönetilen ilişkilerine, iç-dış ticaret hacminden ekonomisine kadar birçok konuda fikir verir. Sonraki dönemlerde giderek artan nüfusa ve bu nüfusun yayıldığı daha geniş topraklara sahip toplulukların kaderi, halkının beslenme, barınma ve korunma başta olmak üzere tüm ihtiyaçlarını karşılayabilmesine, bunun için de gelir-gider dengesini kurup ekonomik ve dolayısıyla siyasi gücü temin edecek uzmanlar yetiştirebilmesine bağlıydı. İşte tam bu noktada belki de tarihin ilk matematik eğitimi kitapları denilebilecek kil tabletlerle karşılaşılır. Bu tabletlerde temel hesap işlemleri, cebirsel denklemler ve geometrik şekillerin alan ölçümleri gibi görece gelişmiş matematik konuları yer alır.[1] Böyle eğitim materyalleri sayesinde kullandıkları matematiğin içerik ve seviyesinden imar ve şehircilik, mimarî ve sanatlar ile astronomi hesapları gibi çok daha spesifik alanlar hakkında bilgi sahibi olunabilir. Öyleyse yazılı tarihin başlangıcından itibaren üretilen matematiğe dair verileri inceleme, işleme ve diğer kaynaklarla birlikte değerlendirmenin, dünya tarihi çalışmalarının ufkunu genişleteceği ve olaylara farklı vecihlerden bakma fırsatı sunacağı aşikârdır. Böyle çalışmalar için ilk olarak bölge ve dönem belirlemek, bunu yaparken de stratejik öneme sahip bölgelere ve araştırma açısından bâkir dönemlere öncelik tanımak sunulan

1 Eleanor Robson, "More than Metrology: Mathematics Education in an Old Babylonian Scribal School", *Under One Sky: Astronomy and Mathematics in the Ancient Near East,* ed. John M. Steele ve Annette Imhausen (Münster: Ugarit-Verlag, 2002), 325-365.

katkıyı arttıracaktır. Bu durumda, yazılı tarihin başladığı Mezopotamya'nın kuzey komşusu Anadolu coğrafyasında, asırlar boyu dünya çapında etki bırakmış Osmanlı medeniyetinin kuruluş dönemi olan 14. asrın başında üretilen bir matematik metnini ortaya çıkarmanın, söz konusu dönem ve bölge hakkındaki mevcut bilgiyi genişleteceği ve değiştireceği söylenebilir. Bu duruma bir de mezkûr matematik metninin, İslâm medeniyetinin bir parçası olarak Anadolu'da doğmuş ve yetişmiş bir bilginin telif ettiği, verilere göre günümüze ulaşabilen en erken tarihli eser olduğu bilgisi eklenmelidir. Bütün bunlar, Emînüddin Ebherî'nin *Fusûlün Kâfiye fî Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl* adlı matematik eserinin eleştirmeli metin,[1] tercüme ve matematiksel değerlendirmesi ile bu araştırmaya konu olmasının gerekçesidir.

Pergelin sâbit ayağını araştırmanın odak noktası olan Ebherî ve *Fusûl*'ün üzerine koyup diğer ayağını da eserin konusunun tarih boyunca yaşadığı serüveni ortaya çıkarmak ve böylece müellif ile eserinin büyük resimdeki yerini tespit etmek için dolaştırmak bu tür bir çalışma için en uygun yöntem olmalıdır. Bu durumda sâbit ayaktan başlamak, ardından hareketli ayağa geçip her hareketinde sâbit olanla karşılaştırmak sûretiyle araştırma genişletilebilir.

1 Eğer bir yazma eserin tek nüshası bulunuyorsa bu tek nüshadan yapılan edisyon, literatürde "editio princeps" olarak adlandırılsa da eser boyunca mezkur kavram yerine "eleştirmeli metin" kavramı tercih edilecektir.

# İNCELEME

## 1. EMÎNÜDDİN EBHERÎ'NİN HAYATI

Felsefe ve mantık eserleriyle öne çıkan bilgin Esîruddin Ebherî'nin (ö. 1265) torunu olan Ebû Saîd Emînüddin Abdurrahman b. Ebû Hafs Ömer es-Sivâsî el-Ebherî, tahminen 13. yüzyılın son çeyreğinde, Anadolu Selçuklularının hâkimiyetindeki Sivas'ta dünyaya gelmiştir. Dede Ebherî, aslen Semerkantlı bir aileye mensuptur ancak doğum yeri ve yaşamını geçirdiği bölgeler değişiklik gösterir. Bu bölgelerden birinin de Anadolu olduğu, ilim adamlarına büyük değer veren Türk beylerinin saraylarında ağırlandığı ve bu beylerin teşvikiyle çeşitli alanlarda dersler verdiği bilinmektedir.[1] Torun Ebherî'nin Sivas'ta doğup büyümesi de dedesinin Anadolu'da geçirdiği bu dönemin bir neticesi olarak değerlendirilebilir. Emînüddin Ebherî'nin eserlerini ilk olarak gün yüzüne çıkarıp TDV *İslam Ansiklopedisi*'nde "Emînüddin Ebherî" maddesini yazan Cevat İzgi'ye göre dedesinin şöhretinden dolayı Sivâsî değil de Ebherî adıyla anılmıştır.

Hakkında çok az bilgiye sahip olduğumuz Emînüddin Ebherî'nin ilmî yaşamı hususunda bazı tahminlerde bulunulabilir. Buna göre dönemin Selçuklu ilim geleneğinde mûtad olduğu üzere ilk öğrenimini Sivas'ta tamamladıktan sonra yüksek öğrenim için dönemin öne çıkan ilim merkezlerinden birkaçına seyahat etmiş; Halep, Hama ve Dımaşk gibi ilim çevrelerinde bulunmuştur.[2] Dönemin Memlük sultanı Muhammed b. Kalavun'un (ö. 1341) dostu olması hasebiyle önce Hama nâibliğine, ardından Hama melikliğine atanan tarih ve coğrafya bilgini Ebü'l-Fidâ'nın (ö. 1331) hocası olmuş ve onun himâyesinde ilmî çalışmalarına devam etmiştir.[3] Ebü'l-Fidâ'nın vefatından sonra gittiği Halep'te tabîb ve kadı olarak görev yaptığı, orada iken vefat ettiğine dair bilgiler mevcuttur. *Fusûlün Kâfiye fî Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl* adlı matematik risâlesinin hâtimesinde müstensihin bildirdiğine göre Ebherî, 8 Zilkâde 733/21 Temmuz 1333'te vefat etmiştir.[4]

---

1 Abdulkuddüs Bingöl, "Esîrüddin Ebheri", *DİA,* c. 10 (İstanbul: TDV Yayınları, 1994), 75-76. Erişim 25 Mayıs 2020.

2 Cevat İzgi, "Emînüddin Ebheri", *DİA*, c. 10 (İstanbul: TDV Yayınları, 1994), 75. Erişim 25 Mayıs 2020.

3 David A. King, "The Astronomy of the Mamluks", *Isis* 74, sy. 4 (Aralık 1983), 553.

4 Emînüddin Ebherî, *Fusûlün Kâfiye fî Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl* (Berlin Devlet Kütüphanesi, Landberg, nr. 199), 55a.

Müellifin doğduğu ve ömrünün bir kısmını geçirdiği dönem olan 13. yy. sonları ile 14. yy. başlarında hem Anadolu hem de memleketi Sivas, siyasi anlamda oldukça çalkantılı bir süreçten geçmekteydi. Anadolu Selçukluları, İlhanlılar, İlhanlı Devleti'nin atadığı valinin bağımsızlık ilân etmek sûretiyle kurduğu Eretna Beyliği gibi yönetimler arasında sürekli el değişimine mâruz kalan bölgede hem bireysel ilmî çalışmaların hem de eğitim-öğretim faaliyetlerinin sürekli ve düzenli bir şekilde devam ettiğini varsaymak zordur. Buna göre Ebherî'nin söz konusu mevzuyla ilgili olarak küçüklüğünden itibaren çeşitli sıkıntılarla karşı karşıya kaldığı, hatta ömrünün bir kısmını Memlük Devleti'nin istikrarla yönettiği Suriye'de geçirmesinin nedenlerinden birinin de bu durum olduğu düşünülebilir.

Emînüddin Ebherî'nin günümüze sadece bir astronomi bir de aşağıda inceleyeceğimiz matematik eseri gelmişse de başta fıkıh ve tıp olmak üzere farklı alanlarda da uzmanlığı bulunduğu söylenebilir. Tabîb ve kadı olarak görev yaptığına dair bilgiler, bu alanlarda günümüze ulaşamayan eserler yazmış olma ihtimalini güçlendirir. Elimizdeki tek astronomi çalışması olan *Levâmi'u'l-Vesâ'il fî Metâli'i'r-Resâ'il* ise gözlem aletleri hakkındadır ve bir mukaddime, dört makale ile bir hâtimeden meydana gelir.[1]

## 2. EBHERÎ'NİN *FUSÛLÜN KÂFİYE FÎ HİSÂBİ'T-TAHT VE'L-MÎL* ADLI ESERİ

"Tahta ve Çubuk Hesabında Yeterli Bölümler" şeklinde dilimize çevrilebilecek olan risâlenin matematiksel içerik değerlendirmesi ayrı bir bölümde ayrıntılı bir şekilde yapılacağından burada genel hatlarıyla yazma nüshası, nüshanın maddî özellikleri, bulunduğu mecmua, eserin adı ve konu başlıkları verilecektir.

*Fusûlün Kâfiye fî Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl*'in bilinen tek nüshası Berlin Devlet Kütüphanesi, Landberg 199 numarada kayıtlı mecmuanın[2] 42b ile 55a varakları arasındaki risâledir. On yedi satırlı on üç varak, yirmi altı sayfadan oluşan nüsha, bozuk nesih hattıyla ve çoğunlukla noktasız bir şekilde yazılmıştır.

1 Risâlenin 2a varağında Ebherî, eserini ithaf ettiği Hama Meliki Ebu'l-Fidâ'yı "Arap, Acem ve Türk'ün Meliki" şeklinde niteler. Daha fazla bilgi için bkz. https://archive.thulb.uni-jena.de/ufb/rsc/viewer/ufb_derivate_00004331/Ms-orient-A-01414_005.tif

2 https://digital.staatsbibliothek-berlin.de/werkansicht?PPN=PPN646151142&PHYSID=PHYS_0009&DMDID.

Fasıl başlıkları ve rakamlarla işlem gösterimleri kırmızı mürekkeple, nüshanın geri kalanı da siyah mürekkepledir. Risâlenin adı zahriyede, müellifin adı ise vefat tarihiyle birlikte hâtimede verilmiştir. Nüshayı kimin istinsah ettiği bilinmemekle birlikte risâle boyunca yaptığı yanlış ve eksik yazımlardan ayrıca matematiksel işlemlerdeki rakam hatalarından dikkatsiz bir müstensih olduğu veya risâleyi aceleyle yazdığı tahmin edilebilir. *Fusûlün Kâfiye*'nin telif veya istinsah tarihi hakkında herhangi bir bilgi bulunmaz, ancak mecmuanın bir sonraki risâlesi olan *Usûlü İlmi'l-Mesâha Mücerredeten mine'l-Emsile*'nin hâtimesinde, eserin 759/1358'de istinsah edildiği bildirilmektedir.[1] Her iki risâlede de kullanılan kâğıt ve mürekkebin aynı olduğu, sonrakinin istinsahında ilkinin aksine noktalama ve harekelemeye dikkat edilse de yazım tarzı itibariyle her ikisinin aynı elden çıktığı söylenebilir. Bu durumda *Fusûlün Kâfiye*'nin de 1358 civarında istinsah edildiği düşünülebilir. Buna göre nüshanın yazıldığı tarih ile müellifin vefatı arasında çeyrek asır gibi bir müddet vardır ve bu, yazma eser geleneği dikkate alındığında müellif nüshasına yakınlık bakımından oldukça iyi bir süredir.

*Fusûlün Kâfiye*'nin içinde bulunduğu mecmuada yer alan diğer risâlelerin incelenmesi; risâlenin yazılma gerekçesi, muhatap kitlesi ve kullanım sıklığı gibi soru işaretlerini gidermede yardımcı olabilir. Mecmuanın içindeki diğer risâleleri şöyle sıralayabiliriz:

1. İsmâil Mardînî (ö. 1232), *Nisâbu'l-Habr fî Hisâbi'l-Cebr* (2b-14a)
2. Ahmed b. Ebî Bekr b. Ali b. Serrâc'a[2] (ö. 1363) ait sayı cetveli (14b-15a)
3. İsmâil Mardînî (ö. 1232), *Kitâbü İ'dâdi'l-İsrâr fî Esrâri'l-A'dâd* (15a-31b)
4. Abdülaziz b. Ali b. Dâvud el-Hevvârî'nin (ö. 1344?) *el-Lubâb fî Şerhi Telhîs A'mâli'l-Hisâb*'ından[3] bir paragraf (32a)

1 Anonim, *Usûlü İlmi'l-Mesâha Mücerredeten mine'l-Emsile* (Berlin Devlet Kütüphanesi, Landberg, nr. 199), 59a.

2 Kaynaklarda bu isim zincirine sahip ama biri Hamavî diğeri Kalânisî nisbesini taşıyan iki ayrı bilginden bahsedilse de aynı kişi olma ihtimali çok yüksektir. Zira Kalânisî nisbesiyle verilen kişinin sadece *Risâle fi'l-Hendese* adlı eseri bulunurken Hamavî nisbesiyle verilen kişi meşhur matematikçi astronom İbn Serrâc'dır ve aynı şekilde onun da hendese alanında *Mesâ'ilu'l-Hendesiyye* adında bir risâlesi mevcuttur. Daha fazla bilgi için bkz. Boris Rosenfeld ve Ekmeleddin İhsanoğlu, *Mathematicians, Astronomers and Other Scholars of Islamic Civilizations and Their Works* (İstanbul: IRCICA, 2003), 237, 250.

3 Eserin tahkikli metni, giriş ve değerlendirme bölümleriyle birlikte yayımlanmıştır: Abdülaziz b. Ali b. Dâvud el-Hevvârî, *el-Lubâb fî Şerhi Telhîs A'mâli'l-Hisâb*, thk. Mehdî Abdulcevâd (Tunus: Neşriyâtu'l-Cem'iyyeti't-Tûnisiyye, 2013).

5. Anonim, *Hisâbu'l-Hataeyn* (32b-33a)
6. İsmâil Mardînî (ö. 1232), *İrşâdü'l-Hussâb fi'l-Meftûh min İlmi'l-Hisâb* (34a-41a)
7. Emînüddin Ebherî (ö. 1333), *Fusûlün Kâfiye fi Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl* (42b-55a)
8. Anonim, *Usûlü İlmi'l-Mesâha Mücerredeten mine'l-Emsile* (56b-59a)
9. Muhammed b. Mûsâ Hârizmî (ö. 847'den sonra), *Kitâbü'l-Muhtasar fi Hisâbi'l-Cebr ve'l-Mukâbele* (60b-95b)
10. Anonim, *Risâletü'l-Gurriyye fi İlmi'l-Hisâb* (96a-109b)
11. Anonim, *Mukaddime fi İlmi'l-Kitâbe* (110a-117b)

Buradaki risâlelerin muhtevaları incelenerek mecmuanın meydana getirilme gerekçeleri ve kimlerin istifade etmiş olabileceğine dair ihtimaller ortaya konulabilir. İbn Fellûs adıyla meşhur olan İsmâil Mardînî'nin eserlerinde sırasıyla cebir, "ilm-i aded" (sayılar teorisi) ve "hesâb-ı hevâî" (zihin hesabı) işlenir. Yazarı bilinmeyen ve "hesâb-ı hataeyn" (çift yanlış hesabı) hakkındaki kısa çalışma, bilinmeyen hesabı içerisinde cebir yönteminin alternatiflerinden biri olarak değerlendirilebilir. Bu çalışmanın konusu olan Ebherî'nin risâlesi ise "tahta ve çubuk"[1] tekniği ile "hesâb-ı hindî" ve "hesâb-ı sittînî"[2] hakkındadır. Yine yazarı bilinmeyen eserlerden biri "ilm-i mesâha" (uygulamalı geometri), diğeri de "hesâb-ı hindî"ye[3] dairdir. Cebir ilminin kurucusu kabul edilen Hârizmî'nin tarihte bilinen ilk müstakil cebir kitabı mecmuada dikkati çeken eserler arasındadır. Son olarak müellifi bilinmeyen ve yazı sanatı hakkındaki risâle, mecmua içerisinde riyâzî ilimler çerçevesinin dışında kalan tek eserdir.

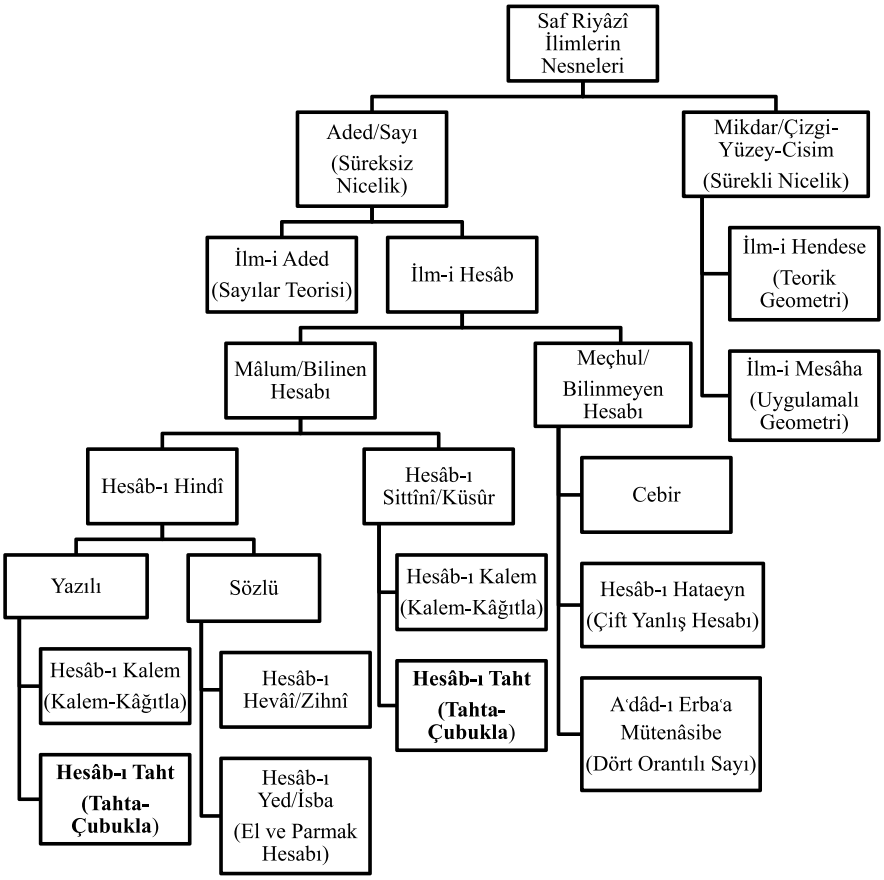
Yukarıda verilen tüm konuları toparlayarak sistematik biçimde izah etmek için öncelikle riyâzî ilimlerin içeriğine kısaca bir göz atmak gerekir. Klasik İslâm ilim geleneğinde riyâzî ilimler, genel itibariyle "ilm-i aded", "ilm-i hendese" (teorik geometri), "ilm-i hey'et" (astronomi) ve

1 Bu teknik tahtanın/levhanın üzerine toz veya toprak serpip bir çubuk yardımıyla işlem yapmaya dayanır. Bu şekilde yapıldığı için de kâğıt ve kalem ile yapılan hesap işlemlerinden farklılık gösterir. Hesâb-ı gubâr, hesâb-ı taht ve turâb isimleriyle de anılır. İleride daha ayrıntılı bilgi verilecektir.

2 Kökeni Mezopotamya matematik geleneğine dayanan yani tarihsel olarak M.Ö. üç binlere kadar giden ve sayı değerleri yüklenmiş Arap harflerini veya Hind rakamlarını kullanarak altmıştabanlı konumsal sayılama ile yapılan hesaptır.

3 Kökeni Hint matematik geleneğine dayanan, tarihsel olarak 1. asra kadar giden ve 0'dan 9'a rakamlar kullanılarak ontabanlı konumsal sayılama ile yapılan hesaptır.

"ilm-i mûsikî"den müteşekkildir. Bunlardan ilk ikisinin nesneleri bizzat matematiğin konusunu meydana getiren "aded" (munfasıl/süreksiz nicelik) ve "mikdâr"dır (muttasıl/sürekli nicelik). Hey'etin konusu büyüklük, mesafe ve harekete konu olması bakımından "gök cisimleri" iken mûsikînin konusu uyum ve orana konu olması bakımından "sesler"dir. Bu durumda aded ve hendese ilimleri tâbiri câizse saf riyâzî ilimler; hey'et ve mûsikî ise görece riyâzî ilimler olarak düşünülebilir. Böylece matematiğin kalbini oluşturan iki farklı nesnesinin, yani "aded/sayı" ve "mikdar/büyüklük"ün (hat/çizgi, sath/yüzey, cisim) farklı vecihlerden konu edinilmesiyle ortaya çıkan diğer saf riyâzî ilimler meydana gelir:




**Şekil 1:** Saf Riyâzî İlimlerin, Nesneleri Bağlamında Konumlanışları

Mecmuanın içeriği yukarıdaki tablo ile karşılaştırılırsa hendese hariç tüm saf riyâzî ilimleri kapsadığı görülür. Bu sonuca risâlelerin genel itibariyle başlangıç ve başlangıç ile orta arasındaki bir eğitim seviyesine hitap ettiği bilgisi de eklenirse mecmuanın tedris amaçlı tanzim edildiği görüşü öne çıkar. Ancak bu tedris faaliyetinin her zaman resmî bir eğitim kurumunda gerçekleşmediği, bazen bireysel çabalarla veya hocalardan birebir ders okumak sûretiyle de yapıldığı unutulmamalıdır. Bununla birlikte 14. asra tarihlendirilen mecmuayı, o dönemde eğitim-öğretim faaliyetinin büyük oranda kurumsal biçimde gerçekleştiği göz önüne alınarak "matematik ders kitabı", dolayısıyla *Fusûlün Kâfiye*'yi de "tahta/levha ve toz tekniği" kullanılarak ontabanlı ve altmıştabanlı sayılamayla başlangıç seviyesinde hesap işlemlerini öğreten bir "hesap ders kitabı" şeklinde adlandırmak mümkündür.

Nüsha ve mecmua hakkındaki maddî bilgilerin ardından *Fusûlün Kâfiye*'nin genel özelliklerine gelince, öncelikle varak sayısından da anlaşılacağı üzere muhtasar bir çalışmadır ve müellifin dîbâcede söylediği gibi gereksiz ve ayrıntılı konuları içermez, astronomi işlemlerinde ve hesap tekniklerinde ihtiyaç duyulan aslî konuları kapsar.[1] Ebherî'nin dîbâcede kullandığı birkaç ifadeye dikkat edilirse eserin içeriği daha açık bir şekilde ortaya çıkar. Bu ifadelerden ilki, aynı zamanda risâlenin adını meydana getirir: "Hisâbu't-taht ve'l-mîl" ifadesi "tahta/levha ve çubuk hesabı" diye tercüme edilebilir ve İslâm medeniyeti hesap geleneğindeki ayrımlardan biri olan yazılı ve sözlü/zihnî hesap ayrımındaki yazılı hesap türüne, hatta bu türün altında konumlanan ve kâğıt-kalem kullanılarak değil de tahta-toz kullanılarak yapılan hesaplama tekniğine[2] yer verileceği anlaşılır. Müellifin eserini tavsif için kullandığı diğer ifadeler "el-Aʿmâlü'n-Nücûmiyye ve'l-Muʿâmerâtü'l-Hisâbiyye/الأعمال النجومية والمؤامرات الحسابية", "nücûmî işlemler ve hesap teknikleri" anlamına gelir. "Nücûmî işlemler" ile "ilm-i nücûm" diye de adlandırılan astronomide kullanılan işlemler, yani "hesâb-ı sittînî/altmıştabanlı hesap", "hesâb-ı cümel", "hesâb-ı derec ve dekâik/derece ve

1 Emînüddin Ebherî, *Fusûlün Kâfiye fî Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl* (Landberg, nr. 199), 55a, 42b.

2 Bu teknik eserin temel karakteristiği olduğundan ve bu önemine binaen ilerleyen başlıklarda söz konusu tekniğin ortaya çıkış ve gelişim serüveni anlatılacağından burada daha fazla ayrıntıya yer verilmemiştir.

dakika hesabı", "hesâb-ı küsûr", "hesâb-ı zîc" ve "hesâb-ı müneccimîn" gibi farklı isimlerle anılan hesap türü kastedilir. "Hesap teknikleri"ne gelince, 0'dan 9'a rakamlarla ontabanlı konumsal sayılamaya dayanan hesap türündeki yöntemleri ifade eder.

Yukarıdaki ifadelerin ardından müellif, hindî ve sittînî hesap türleriyle yapılacak iki katını alma, yarıya bölme, toplama, çıkarma, çarpma, bölme, karekök alma, küpkök alma ve sağlama işlemlerini on fasıl ile okuyucuya aktarır. Fasıllar hesap türlerine göre değil işlem türüne göre düzenlenmiştir. Böylece her bir fasılda öğretilecek işlem önce hindî hesap ile anlatılır ve örneklendirilir, hemen ardından söz konusu işlemin sittînî hesap ile nasıl yapılacağı örnekle gösterilir. Ancak sittînî hesap ile ilgili bir ayrıntıya burada yer vermek gerekir. Bu hesap Arap harflerine belirli sayı değerleri yüklenerek yapılabileceği gibi harfler yerine hindî hesapta kullanılan "sıfır"dan "dokuz"a rakamlar kullanılarak da yapılabilir. İlkinde harf kullanıldığı için "ebced hesabı" veya "cümel hesabı" denilir. İkincisi, yani hindî rakamları kullanarak altmıştabanlı sayılamaya göre hesaplama ise Ebherî'nin *Fusûlün Kâfiye*'de tercih ettiği yöntemdir.

Buraya kadar yapılan incelemeler neticesinde artık şu sonuca varılabilir: *Fusûlün Kâfiye*, muhtasar bir eser olmakla birlikte "hindî" ve "sittînî" her iki hesap türüyle de yapılan sekiz temel işlemin hem izahı hem de örneğini içermesi itibarıyla gerek örgün eğitimde gerekse de muhasebe, ticaret, hukuk, şehircilik gibi çeşitli meslek gruplarının, yerine göre başlangıç ve başlangıç-orta arası seviyedeki matematik eğitim materyali ihtiyacını giderme hedefiyle üretilmiş ve büyük ihtimalle de bu yolda kullanılmıştır.

Eserdeki sekiz temel işlemin matematiksel değerlendirmesine geçmeden evvel tüm bu işlemlerin çözüm süreçlerinin ona göre düzenlendiği ve risâlenin adında da zikredilen "tahta/levha ve çubuk hesabı"nın izah edilmesi gerekir. Zira bu hesap tekniğinin mahiyeti, kökeni, gelişim süreci ve İslâm medeniyeti matematik geleneğinde *Fusûlün Kâfiye*'den önce bu teknikle üretilen eserler ve bunların *Fusûlün Kâfiye* ile ilişkisi anlatılmadan hakiki bir değerlendirme ortaya koymak mümkün değildir.

**Teknik: Tahta Hesabı**

*Fusûlün Kâfiye fi Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl*'deki "tahta ve çubuk hesabı/ حساب التخت والميل" ifadesi, ilk bakışta herkesin dikkatini çeker ancak alan uzmanları hariç çoğu okuyucunun zihninde karşılık bulmaz. Zira ifadenin, düz bir tahtaya/levhaya kum veya toprak serpip sivri bir çubuk yardımıyla ve bu materyallere has bir yöntemle hesap işlemlerini yapmaya karşılık geldiği ve bu yöntemin kökeninin binlerce yıl öncesine dayandığı, yüzlerce yıl önce de yerini kâğıt-kalem gibi daha farklı malzemelere, uygun yöntemlere bıraktığı göz önünde bulundurulunca mezkûr durum olağan hâle gelir.

Kökeni kadîm Hint medeniyetine kadar giden rakamlarımız, ondalık konumsal sayı sistemimiz ve buna dayanan hesap yöntemimiz İslâm medeniyeti ilim geleneğinde dolaşıma girdiğinde bu hesaplama ile uyumlu, yaygın kitlelerce öğrenilmesine ve kullanılmasına olanak sağlayan hesap yapma malzemeleri, yani "tahta-toz/toprak/kum-çubuk" da dolaşıma girmiştir. Sayı sistemi ve hesap yöntemi yanında bu malzemelerin de benimsenmesinin muhtemel sebebi, 8. ve 9. asırlarda İslâm medeniyetindeki diğer bir yazı malzemesi kâğıt-kalemin belli kesimlerce kullanılmışsa da yüksek maliyetler nedeniyle ihtiyaç duyan herkesin ulaşabileceği yaygınlıkta olamamasıdır. Hindî hesabın İslâm dünyasına geçiş serüveninin bu minvalde gerçekleşmesi, bilhassa ilk dönemlerde söz konusu hesabın, ister tahta ve çubukla ister kâğıt ve kalemle, yani zihinle veya parmakla değil de yazıyla yapılanlarının hepsinin "hisâbu't-taht" şeklinde anılmasına vesile olmuştur.[1] Zaman içinde tahta hesabına değil de kâğıt-kalem malzemesine uygun "cetvel/tablo hesabı" gibi teknikler de ortaya çıkmış, gelişmiş ve bu tekniği anlatan eserler telif edilmiştir.[2] Ancak "kâğıt-kalem hesabı"[3] ifadesine benzer bir

1 Buna bir örnek tasnîfu'l-ulûm literatüründen verilebilir: İbnu'l-Ekfânî, *İrşâdu'l-Kâsıd ilâ Esne'l-Makâsıd* (Beyrut: Mektebetu Lubnân Nâşirûn, 1998), 84. Taşköprüzâde de İbnu'l-Ekfânî'yi takip ederek aynı açıklamayı yapar. Ayrıntılı bilgi için bkz. Taşköprüzâde Ahmed Efendi, *Miftâhu's-Saʿâde ve Misbâhu's-Siyâde fi Mevzûʿâti'l-ʿUlûm*, c. 1 (Beyrut: Dâru'l-Kütübi'l-İlmiyye, 1985), 368-369.

2 Hesapta cetvel tekniğinin en yoğun kullanıldığı eserlerden biri Nîsâbûrî'nin *Şemsiyye*'sidir. Daha fazla bilgi için bkz. Nizâmeddin Nîsâbûrî, *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb*, thk. Elif Baga (İstanbul: Yazma Eserler Kurumu, 2020).

3 Bu başlıkta bir eser yazılmamışsa da sözlü ve yazılı hesabın ayrımını anlatan bazı eserlerde "kalem hesabı" ifadesine rastlanır. Ancak bu ifade tahta-çubuk hesabı ile kâğıt-kalem hesabını ayırmak için değil az önce denildiği gibi sözlü ve yazılı hesabı ayırmak içindir. "Kalem hesabı" ifadesi hakkında daha fazla bilgi için bkz. Radıyuddin el-Hanbelî el-Halebî, *Uddetu'l-Hâsib ilâ Umdeti'l-Muhâsib* (Berlin: Staatsbibliothek, Petermann I, nr. 670), 4b; Abdurrahim Marʿâşî, *Şerhu Hulâsati'l-Hisâb*, thk. Ahmet Derviş Müezzin (Kahramanmaraş: Noya Medya, 2013), 29.

isimlendirme meydana gelmemiş, müellifler eserlerini çoğunlukla "hesap kitabı" diye adlandırmayı tercih etmişlerdir. Bu durumun muhtemel gerekçeleri; (i) tahta hesabı literatürünün büyük oranda 9. ve 10. asırlarda yoğunlaşması, (ii) bu asırlardan sonraki dönemlerde kâğıt kullanımının bir miktar yaygınlaşmasıyla farklı tekniklerin de tercih edilmesi ve buna bağlı olarak herhangi bir malzemeye nispetle isimlendirmeye gerek duyulmaması, (iii) tam sayı-kesir hesabı, cebir hesabı ve mesaha hesabını bir araya getiren yeni bir hesap kitabı telif türünün ortaya çıkması şeklinde sıralanabilir. "Tahta hesabı" kavramının ortaya çıkış ve süreç içerisindeki dönüşümünün serüveni ile ilgili kısa bilgilerin ardından bu kavrama işaret eden kelimeler üzerinden araştırmaya devam etmek uygun olur.

"Tahta ve çubuk hesabı" ifadesini daha iyi anlamak için bu yöntemin klasik İslâm medeniyeti matematik geleneği boyunca kullanılan farklı adlarına bakılabilir. Söz konusu yöntem, düz bir zemine toz (gubâr) serpilerek uygulanabildiği için "hesâb-ı gubâr", tahta (taht) üzerine toprak (turâb) veya kum (reml) serpilerek yapılabildiği için "hesâb-ı taht ve turâb" veya "hesâb-ı taht ve reml", serpilen toz veya toprak, ucu sivri bir çubukla (mîl) çizildiği için "hesâb-ı taht ve mîl" diye de isimlendirilir.

Her ne kadar *Fusûlün Kâfiye*'nin başlığında geçmese de "tahta hesabı" tekniğinin malzemesine işaret eden kavramlar dışında bir de içeriğine dair iki kavram mevcuttur. İşlem aşamalarını sürdürürken rakamları silerek daha doğrusu işlemde değişiklik yapılacak rakamın olduğu kumlu bölgeyi düzleyip yerine yeni rakamı yazarak ilerlemek "silerek" (bi'l-mahv) ve değişiklik yapılacak rakamı olduğu gibi bırakıp üstüne yeni rakamı yazarak ilerlemek de "silmeyerek" (bi-lâ mahv) diye adlandırılır. *Fusûlün Kâfiye*'de tekniğin "silerek" (bi'l-mahv) uygulandığı şekli kullanılmıştır.

Yukarıdaki açıklamalardan aynı hesap yönteminin kullanılan materyale göre farklı isim aldığı görülür. Bu materyalleri gruplayarak olası karışıklıkların önüne geçmek istenirse, zemin, serpilen malzeme ve çubuk olmak üzere üç farklı materyalden bahsedilebilir. Düz bir zemin veya levhayı anlatmak için "taht", bunun üzerine serpilebilen toz, toprak ve kum malzemeleri için "gubâr", "turâb" ve "reml", son olarak da zemin üzerinde kalem gibi iş gören çubuk için "mîl" kelimeleri kullanılmıştır.

## 1. Tekniğin Kökeni

Sıfır ile "bir"den "dokuz"a kadar rakamları kullanan ve ontabanlı konumsal sayılama temeline dayanan hesap türünün kökeni kadîm Hint medeniyetine uzanır ve bu yüzden "hesâb-ı hindî" diye adlandırılır. Bu hesabın İslâm medeniyeti ilim geleneğinde yaygınlaşması da cebir ilminin kurucusu olarak bilinen Hârizmî'nin (ö. ~850) Arapça aslı değil ama Latince çevirisi günümüze ulaşan[1] *Kitâbu'l-Hisâbi'l-Hindî* adlı eseriyle ilişkilendirilir. Esasında hindî hesap, Hârizmî'nin eserini telifinden yaklaşık yarım asır önce İslâm medeniyetinin ilk astronomları tarafından biliniyordu. Zira eldeki verilere göre Hint bilginlerinden oluşan heyetin yanlarında Brahmagupta'nın *Brahmasphutasiddhanta*'sı dâhil hindî hesabı muhtevî astronomi eserleriyle halifeyi ziyaret tarihi 773'tür.[2] Öyleyse bu hesabın Hârizmî'den önce belirli ilim çevrelerinde bilindiği ve kullanıldığı söylenilebilir. Bu durumda Hârizmî'nin bilginler arasında zaten mâlum olan hindî hesabı, -tıpkı cebir kitabında olduğu gibi- tüccarlar, kadılar, muhasebeciler, arazi ölçücüler vs. gibi daha geniş kitlelere ulaştırmayı hedeflediği, bu yüzden de hâlihazırda İslâm dünyasında nispeten yaygın olan ebced hesabı[3] ile parmak hesabına[4] alternatif olabilecek bu kullanışlı hesap türü hakkında bir eser yazdığı düşünülebilir. Öte yandan hindî hesabın İslâm medeniyetine girişi ve yaygınlaşması için tek yolun yukarıda anlatılanlar olmadığı, ticaret, komşuluk gibi farklı kanalların da bulunduğunu hatırlatmak gerekir.[5]

1 12. asırda Bathlı Adelard'a dayandırılan Latince çevirisinin Cambridge yazma nüshasının Vogel ve Yushkevich tarafından yapılan neşirleri kullanılarak İngilizce tercüme ve değerlendirmesi yayımlanmıştır. Daha fazla bilgi için bkz. John N. Crossley ve Alan S. Henry, "Thus Spake al-Khwarizmi: A Translation of the Text of Cambridge University Library Ms. Ii.vi.5", *Historia Mathematica,* 17 (1990): 103-131.

2 Hindî hesabın İslâm dünyasına ne zaman, hangi şekilde ve hangi bilginlerin hangi eserleri aracılığıyla girdiği üzerine ayrıntılı soruşturma için bkz. Georges İfrah, *Rakamların Evrensel Tarihi*, c. 1, çev. Kurtuluş Dinçer (İstanbul: Alfa-Bilim, 2016), 310-316. Hârizmî'den önce de İslâm dünyasında hindî hesabın tanındığına dair bilgiler için bkz. K. Ramasubramanian, "Indian, Influence on Early Arabic and Persian Writers of Mathematical Sciences", *Gaṇitānanda,* ed. K. Ramasubramanian (Singapore: Springer, 2019), 607.

3 Sittînî veya altmıştabanlı hesap türü olarak da bilinen ve sayılar, Arap harfleriyle temsil edildiği için bu adı alan hesap türüdür. İslâm dünyasında astronomi ilminin gelişiminin matematikten daha önce başladığı ve bu hesap türünün daha çok astronomi hesaplarında kullanıldığı düşünülürse ontabanlı ve altmıştabanlı hesap türlerinin İslâm medeniyeti matematik geleneğinde farklı dönemlerde ortaya çıkıp gelişmesi daha anlamlı hâle gelir.

4 Sözlü (yazılı olmayan) hesap tekniklerinden biri olan parmak hesabı, parmak duruş pozisyonları ile boğum sayılarına dayanır ve bilhassa yazı malzemesi kullanmaya ihtiyaç bırakmadığından günlük hayatta tercih edilmiştir.

5 Paul Kunitzsch, "The Transmission of Hindu-Arabic Numerals Reconsidered", *The Enterprise of Science in Islam New Perspectives*, ed. J. P. Hogendijk and A. I. Sabra (Cambridge: The MIT Press, 2003), 3; K. Ramasubramanian, "Indian Influence on Early Arabic and Persian Writers of Mathematical Sciences", 606-607.

Buraya kadar hem hindî hesabın İslâm dünyasına girişinden hem de bu hesapla ilgili günümüze ulaşan ilk kitap olan Hârizmî'nin kitabından bahsedilmesinin sebebi, tüm bu bilgilerin aynı zamanda tahta hesabı tekniğinin kökenine ve bu teknik hakkında -Latince tercümesinden de olsa- günümüze ulaşan en eski esere ait olmasıdır.[1] Zira tahta tekniği, hindî hesabı icra etmenin en önemli aracıdır ve İslâm medeniyetine girişi de birlikte gerçekleşmiştir. Kısaca Hint medeniyeti astronomi-matematik geleneğinden sadece 0'dan 9'a rakamlar ve ondalık konumsal sayılama değil hem ontabanlı hem de altmıştabanlı sayılamada daha geniş kitlelerce ve daha işlevsel biçimde kullanılabilecek bir teknik olan "tahta hesabı" tekniği de ithal edilmiştir. Muhtemelen hesap yapma malzemesinin kolay ulaşılabilirliği ve hesap tekniğinin kullanışlılığı tahta hesabının üç asrı aşkın bir süre boyunca İslâm dünyasında hayatta kalmasına olanak sağlamıştır.[2]

Tahta hesabının İslâm medeniyeti matematik geleneğindeki kökeninin ardından daha da geriye, kadîm Hint hesap geleneğine dönülebilir. Her şeyden önce eldeki verilere göre "tahta hesabı" tekniğinin en az M.Ö 5. asırdan beri Hint coğrafyasında mütedâvil olduğunu, hatta bugün dahi bu coğrafyanın bazı bölgelerinde varlığını devam ettirdiğini söylemek gerekir.[3]

---

1 Her ne kadar Hârizmî eserine tahta hesabını çağrıştıracak bir isim koymadıysa veya Latince tercümesinden öyle bir isim ulaşmadıysa da eserdeki işlemler, tahta hesabının işlem aşamalarının silinerek ilerlendiği türüne göre yapılmıştır. İşlem örneklerini incelemek için bkz. John N. Crossley ve Alan S. Henry, "Thus Spake al-Khwarizmi: A Translation of the Text of Cambridge University Library Ms. Ii.vi.5", 114-124.

2 Burada önemli bir hususa dikkat çekmek gerekir. Hârizmî'den bir asır sonra el-Uklidîsî'nin 952'de telif ettiği *Kitâbu'l-Fusûl fi'l-Hisâbi'l-Hindî* adlı eseriyle başlatılan, algoritma temelli tekniğe dayanan, kâğıt-kalem malzemesiyle icra edilen ve İslâm medeniyeti matematikçilerinin ellerinde doğup büyüyen "yeni hindî hesap", matematik tarihinin önemli dönemeçlerinden biri sayılabilir. Zira bundan sonra bu yeni hesabın yavaş yavaş tahta hesabıyla yer değiştirdiği ve yaklaşık üç asır sonra hemen hemen tüm literatüre hâkim olduğu görülür. el-Uklidîsî'nin yeni hesap tekniğini veren en erken çalışma olduğu ve yeni teknikle tahta tekniğinin yer değiştirdiği iddiaları ile ilgili bkz. Glen Van Brummelen, "Arithmetic", *Routledge Revivals: Medieval Science, Technology and Medicine (2006): An Encyclopedia*, ed. Thomas F. Glick, Steven J. Livesey and Faith Wallis, c. 11 (Taylor & Francis, 2017), 46-48. *Kitâbu'l-Fusûl fi'l-Hisâbi'l-Hindî*'nin İngilizce tercümesi ve değerlendirmesi için bkz. Abu al-Hasan Ahmad ibn Ibrahim al-Uqlidisi, *The Arithmetic of al-Uqlidisi*, neş. Ahmad Salim Saidan (D. Reidel Publishing Company, 1978).

3 Bibhutibhusan Datta, "The Science of Calculation by the Board", *The American Mathematical Monthly* 35, sy. 10 (1928): 521. Müellife göre sadece bu teknik değil bu tekniğin tam karşısında yer alan ve yazarak hesaplamaya alternatif olan parmak hesabı tekniği ve bu iki teknik hakkında farklı kavramlarla farklı eserler telif etme geleneği de Hint medeniyetine dayanır. Daha fazla bilgi için bkz. Datta, "The Science of Calculation by the Board", 526.

Bu aşamadan itibaren köken araştırması, tahta hesabı ile ilgili kavramların Sanskritçe ve Arapça ifadelerinin karşılaştırılmasıyla daha açık bir şekilde ortaya konulabilir. Buna göre Arapça "hisâbu't-taht" Sanskritçe "pati (tahta)-ganita (hesap)" kavramının bir uyarlaması olabilir. Yine benzer şekilde Arapça "kitâbu't-taht", Sanskritçe "pati (tahta)-sastra (kitap)" ifadesinin tercümesi olduğu düşünülebilir.[1] Her ne kadar Ebherî'nin eserinin adında geçmese de bu tekniğin diğer bir adı toz anlamındaki "gubâr"dan üretilen "hisâbu'l-gubâr" ifadesidir. Ancak bu ifadenin tekniğin miras alınıp geliştirildiği doğudaki İslâm coğrafyasından ziyade batıdaki İslâm coğrafyasında tercih edildiği görülür. İslâm medeniyetindeki tüm ilmî gelişmelerin doğudan batıya doğrudan aktarıldığı düşünülürse kullanılan kavramlardaki değişim dikkat çekicidir. Esasında bundan daha dikkat çekici olan batıda "hisâbu'l-gubâr" veya "hurûfu'l-gubâr" olarak isimlendirilen tekniğin araştırmacılar tarafından batıdaki İslâm coğrafyasında kullanılan rakamların şekillerini ifade ettiği sanılmasıdır.[2] Doğrusu "hisâbu't-taht" ile "hisâbu'l-gubâr" aynı tekniğin farklı malzemesini kullanarak ona işaret ederler.

Son olarak tekniğin kökeni ile ilgili sunulanlardan farklı tek görüş Solomon Gandz'a aittir ve "hisâbu't-taht"ın kökeninin Grekçe "abakion" (abaküs) denilen tekniğe dayandığını iddia eder. Bu iddia, antik Hint kaynaklarını görmezden gelmek başta olmak üzere tahta tekniği ile abaküs tekniği arasındaki derin farkları izah edememe yönlerinden oldukça zayıftır ve birçok araştırmacı tarafından çürütülmüştür.[3]

---

1 Datta, "The Science of Calculation by the Board", 522.

2 Kunitzsch, "The Transmission of Hindu-Arabic Numerals Reconsidered", 8-11. Doğudaki matematikçiler söz konusu tekniğe "hisâbu't-taht" derken onlardan almasına rağmen Batıdaki matematikçilerin bunu "hisâbu'l-gubâr" diye ifade etmesi teknikte kullanılan malzemelerden diğerinin adını tercih etmeleri ile açıklanabilirken rakamların şekillerinin değişmesi hâlâ bir muammadır. Tıpkı bazı Arap harflerinin şekillerinin de Batı'ya geçince değişimine mantıklı bir gerekçe bulunamaması gibi. Konu ile ilgili tartışmalar için bkz. Kunitzsch, "The Transmission of Hindu-Arabic Numerals Reconsidered", 10-16. Tekniğin doğudaki İslâm coğrafyasında ilk kullanılışından hemen sonraki yüzyıllarda "hisâbu't-taht" ismiyle değil de daha çok "hisâbu'l-hindî" adıyla eserler telif edilmesinin sebebi kâğıt-kalem üretim ve kullanımının yaygınlaşmaya başlaması ve bunun tahta hesabından farklı bir tekniği gerektirmesidir. Bilgi için bkz. David Eugene Smith ve Salih Mourad, "The Dust Numerals Among the Ancient Arabs", *The American Mathematical Monthly* 34, sy. 5 (1927): 258-260.

3 Bu konuda iki örnek için bkz. Datta, "The Science of Calculation by the Board", 527-529; Kunitzsch, "The Transmission of Hindu-Arabic Numerals Reconsidered", 7-8.

## 2. Tekniğin İslâm Medeniyetindeki Dört Asırlık Serüveni: Tahta Hesabı Literatürü

Hârizmî'nin 9. asırda hem ontabanlı konumsal sayılama, 0'dan 9'a Hint rakamlarının şekilleri ve bunlarla toplama ve çıkarma gibi temel işlemlerin yapılmasını hem de tüm bunların tarihte bilinen ilk cebir kitabındaki uygulamalarını ortaya koymasını müteakip birçok bilgin tarafından bu tekniği ve tekniğin farklı versiyonlarını gösteren eserler üretilmiştir. Çoğu günümüze ulaşamayan ancak bazılarının adı günümüze ulaşan başka eserlerde geçen bu teliflerin genel itibariyle ortak özellikleri, kâğıt-kalem, parmak veya zihin ile yapılan hesap tekniklerinden farklı olarak kum veya toprak serpilmiş tahtanın üzerine çubukla yazarak ve bu materyale uygun biçimde işlem aşamalarını silerek (bi'l-mahv) veya silmeyerek (bi-lâ mahv) olmak üzere iki farklı şekilde sonuca ulaşılan bir tekniğe dayanmalarıdır. Tahta hesabı eserlerinde, bu iki şekilden her ikisi de öğretilebileceği gibi Ebu'l-Kâsım el-Antâkî'nin *Kitâbu'l-Hisâb ale't-Taht bi-lâ Mahv* adlı eserinde olduğu gibi sadece işlem aşamalarını silmeyerek sonuca ulaşılan teknik de verilebilir.

Eserleri müelliflerinin bilinen veya yaklaşık vefat tarihine göre kronolojik olarak sıralamak gerekirse şöyle bir liste verilebilir:[1]

**i.** Ebû Hanîfe Ahmed b. Dâvûd ed-Dîneverî'nin (ö. 895) *Kitâbu't-Taht fî Hisâbi'l-Hindî* adlı eseri.[2]

Bu ve aşağıda zikredilecek birkaç tahta hesabı eserinin nitelik ve içerikleri ile ilgili belki de tek kaynak Ebü'l-Hasan Ali b. Ahmed en-Nesevî'nin (ö. 1100'den sonra) *el-Mukniʿ fi'l-Hisâbi'l-Hindî* adlı eserinin girişidir. Müellif burada Hint hesabı alanında tedavüldeki kitapların adlarını verir, tek tek bunların eksikliklerini ortaya koyar ve böylece kendi hesap kitabının telif sebebini göstermiş olur. Nesevî, Dîneverî'nin eseriyle ilgili, hesap işlemlerinin astronomi hesapları dalına hasredildiği için eksik olduğu eleştirisinde bulunur.[3]

1 "Taht" kavramı ve işaret ettiği anlamı, bu listede verilen birkaç esere de işaret ederek ortaya koyan bir çalışma için bkz. David Eugene Smith and Salih Mourad, "The Dust Numerals Among the Ancient Arabs", *The American Mathematical Monthly* 34, sy. 5 (Mayıs 1927): 258-260.

2 Salih Zeki, *Âsâr-ı Bâkiye*, c. 3, haz. Melek Dosay Gökdoğan v.dğr. (Ankara: Babil Yayınları, 2004), 158-160; Boris Rosenfeld ve Ekmeleddin İhsanoğlu, *Mathematicians, Astronomers and Other Scholars of İslâmic Civilization and Their Works* (İstanbul: IRCICA 2003), 46-47. Salih Zeki eserin adını Rosenfeld'den farklı olarak *Kitâb fi'l-Hisâb* şeklinde zikretse de aynı eserden bahsettikleri açıktır.

3 Salih Zeki, *Âsâr-ı Bâkiye*, 170.

**ii.** Ebu'l- Kâsım Ali b. Ahmed el-Antâkî'nin (ö. 987) *Kitâbu't-Tahti'l-Kebîr fi Hisâbi'l-Hindî* ve *Kitâbu'l-Hisâb ale't-Taht bi-lâ Mahv* adlı eserleri.[1]

Nesevî, *el-Mukniʿ fi'l-Hisâbi'l-Hindî* adlı eserinin girişinde Antâkî'nin *Kitâbu't-Tahti'l-Kebîr fî Hisâbi'l-Hindî*'sinin karışık ve gereksiz bir şekilde uzun olduğunu ifade eder.[2]

Antâkî'nin tahta hesabı tekniğinin alternatiflerinden biri olan parmak hesabı tekniğine dair *Kitâbu'l-Hisâb bi-lâ Taht bel bi'l-Yed*[3] adlı eserinin başlığındaki "tahtayla değil de parmakla hesap" ifadesi, bize o dönemde hesap yapmada kullanılan teknikler arasında bilinçli bir ayrım yapıldığına, imkân, şart, ihtiyaç ve uygunluk durumlarına göre tercihte bulunulduğuna işaret etmesi bakımından dikkat çekicidir.

**iii.** Ebû Yûsuf Yaʿkub b. Muhammed er-Râzî'nin (10. yy.) *Kitâbu't-Taht* adlı eseri.[4]

**iv**. Sinan b. Feth'in (10. yy.) *Kitâbu't-Taht fi'l-Hisâbi'l-Hindî* adlı eseri.[5]

**v.** Ebû Nasr Muhammed b. Abdullah el-Kelevâzî el-Bağdâdî'nin (10. yy.) *Kitâbu't-Taht fi'l-Hisâbi'l-Hindî* adlı eseri.[6]

Nesevî'nin *el-Mukniʿ* adlı hesap eserinde bahsettiği kitaplardandır. Ona göre eserin anlaşılması kolay değildir.[7]

**vi.** Muhammed b. Vusudî Yahmid'in (13. yy.) *Lubâbu'l-Hisâb fî İlmi't-Turâb* adlı eseri.[8]

Müellifi hakkında herhangi bir veriye ulaşılamamakla birlikte bu Farsça eserin iki nüshasının günümüze ulaştığı ve birinin Cambridge Üniversitesi Kütüphanesi, Or. 1041 numarada bulunduğu bilgisi mevcuttur. Ancak bu kayıt incelendiğinde eser anonim olarak kaydedilmiştir.[9]

**vii.** Nasîruddîn-i Tûsî'nin (ö. 1274) *Cevâmiʿu'l-Hisâb bi't-Taht ve't-Turâb* adlı eseri.[10]

1 Salih Zeki, *Âsâr-ı Bâkiye*, 161; Rosenfeld ve İhsanoğlu, *Mathematicians, Astronomers and Other Scholars*, 88.
2 Salih Zeki, *Âsâr-ı Bâkiye*, 169.
3 Salih Zeki, *Âsâr-ı Bâkiye*, 161; Rosenfeld ve İhsanoğlu, *Mathematicians, Astronomers and Other Scholars*, 88.
4 Rosenfeld ve İhsanoğlu, *Mathematicians, Astronomers and Other Scholars*, 91.
5 Salih Zeki, *Âsâr-ı Bâkiye*, 158; Rosenfeld ve İhsanoğlu, *Mathematicians, Astronomers and Other Scholars*, 91.
6 Salih Zeki, *Âsâr-ı Bâkiye*, 161-162; Rosenfeld ve İhsanoğlu, *Mathematicians, Astronomers and Other Scholars*, 99.
7 Salih Zeki, *Âsâr-ı Bâkiye*, 169.
8 Rosenfeld ve İhsanoğlu, *Mathematicians, Astronomers and Other Scholars*, 207.
9 Daha fazla bilgi için bkz. https://www.fihrist.org.uk/catalog/manuscript_9851.
10 Nasîruddîn-i Tûsî, "Cevâmiʿu'l-Hisâb bi't-Taht ve't-Turâb", haz. Ahmed Selim Saidân, *el-Ebhâs,* 20 (1967): 91-163 ve 213–292. Neşirde yazma nüshaya göre eksik kısımlar ve yanlış okumalar mevcut olduğu için şu nüshasından faydalanılmıştır: Topkapı Sarayı Kütüphanesi, III. Ahmed Koleksiyonu, nr. 3455/2, 30b-56a (55-60 satır arası). Ayrıca şu nüshaya da bakılabilir: Princeton University, Garrett Collection (Yahuda Section), nr. 4449, 88b-137b.

**viii.** Emînüddin el-Ebherî'nin (ö. 1333) *Fusûlün Kâfiye fi Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl* adlı eseri.

**ix.** Gıyâsuddin Cemşid el-Kâşî'nin (15. yy.) *Vucûhu Ameli'd-Darb bi't-Taht ve't-Turâb* adlı eseri.

Semerkand Rasathânesi ve Medresesi'nin meşhur kurucu bilginlerinden matematikçi-astronom Kâşî'nin bu eserinin bir nüshası eldeki verilere göre günümüze ulaşmıştır ve Tahran'daki Asgar Mehdevî Kütüphanesi, Mehdevî koleksiyonu, 482/10 numarada kayıtlıdır.

Yukarıda sunulan 10 eserlik liste incelendiğinde şöyle bir neticeye varılabilir: Bu eserlerin bazısı günümüze ulaşamasa ve önceki dönemlerde var olduğuna dair kesin kanıtlarımız olsa veya böyle bir kanıtımız olmasa da tahta hesabı tekniği, kâğıt kalemin yaygınlaşmadığı dönemde veya yaygınlaşsa da kullanışlılığı dolayısıyla sonraki dönemlerde sadece İslâm medeniyeti bilginlerinin değil aynı zamanda hesap ile iştigal eden tüccarlar, kâtipler, muhasipler, kadılar ve medrese öğrencileri gibi geniş zümrelerin kullandığı bir tekniktir. Bundan mülhem İslâm medeniyeti matematik geleneğini her yönüyle gün yüzüne çıkarmak ve anlamlandırmak için İslâm medeniyeti hesap geleneğinde önemli bir yere sahip olmuş bu tekniği dikkatli bir incelemeye tâbi tutmak gerekmektedir.

## 3. *FUSÛLÜN KÂFİYE*'NİN EN YAKIN SELEFİ: TÛSÎ'NİN *CEVÂMİ' U'L-HİSÂB Bİ'T-TAHT VE'T-TURÂB* ADLI ESERİ

Listeye göre *Fusûlün Kâfiye*'den önce yazılmış ve zaman bakımından ona en yakın eser Tûsî'nin *Cevâmi'u'l-Hisâb*'ıdır. Bu durumda Ebherî'nin faydalandığı en önemli kaynaklardan birinin Tûsî'nin bu eseri olabileceği varsayımından yola çıkarak bir karşılaştırma yapmak hem *Fusûlün Kâfiye*'nin kaynaklarını kesin biçimde tespit etmek hem de eserin İslâm medeniyeti hesap literatürü içerisindeki konumunu belirleyebilmek için önem arz etmektedir.

Her şeyden önce, adından da anlaşılacağı gibi Tûsî'nin *Cevâmi'u'l-Hisâb*'ının oldukça kapsamlı ve hacimli bir eser olduğunu söylemek gerekir. Tûsî, burada "tahta hesabı" tekniğiyle hem bugün kullandığımız tam sayılar ve kesirli sayılar hesabını hem de "müneccimlerin yöntemi" dediği altmıştabanlı (sittînî) sayı sistemiyle 0'dan 9'a rakamları ve ebced harflerini ayrı ayrı kullanarak nücûm/küsûr hesabını anlatır. Bu yönüyle telifin "tahta hesabı" literatüründeki en kapsamlı ve en gelişmiş eser olduğu düşünülebilir.

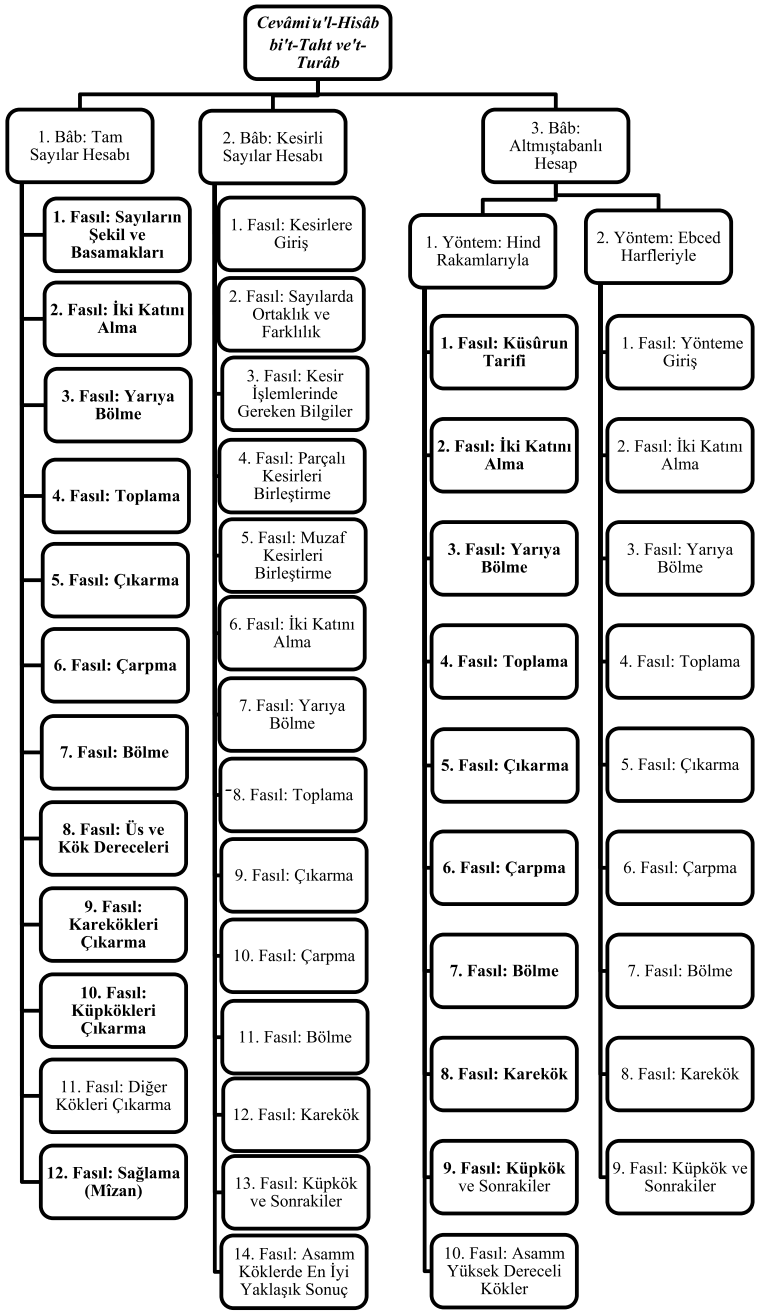
*Cevâmi'u'l-Hisâb*'ın bu özelliği, tahta hesabı literatüründe kendinden sonraki eserler bilhassa da *Fusûl* için bir başvuru kaynağı olma ihtimalini de kuvvetlendirir.

Söz konusu iki eser ihtiva ettiği konular açısından incelendiğinde; *Cevâmi'u'l-Hisâb*, birincisi tam sayılar, ikincisi kesirli sayılar, üçüncüsü de hind rakamları ve ebced harfleriyle altmıştabanlı sayılamayla hesap yani "nücûm/küsûr hesabı" olmak üzere üç bâbdan oluşur. Bu üç bâb da altı temel hesap işlemine ilâve olarak karekök, küpkök ve daha yüksek dereceden kökleri çıkarma işlemlerinin yer aldığı fasıllardan oluşur. Bunlara her bâb için konuya giriş mahiyetinde mukaddime fasılları ile birinci bâbdaki sağlama (mîzan) işlemi faslını, ikinci ve üçüncü bâbda da asamm/irrasyonel köklere yaklaşma fasıllarını eklemek gerekir.

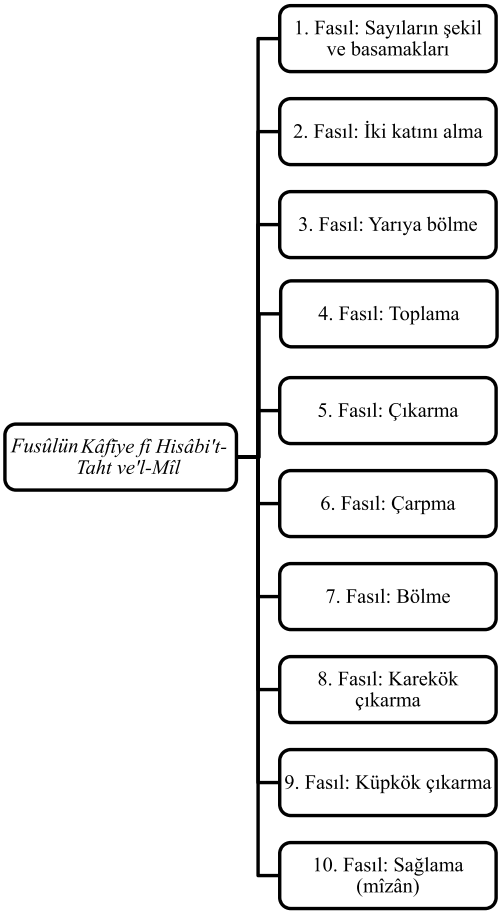
*Fusûl*'e gelince… Hacmi oldukça küçük olan bu eser, çok kısa bir dîbâcenin ardından doğrudan fasıllarla başlar; tam ile kesirli sayıların tanıtıldığı mukaddime faslı, altı temel hesap işlemlerine ait fasıllar, karekök ve küpkök çıkarma işlemlerinin fasılları ve sonunda da sağlama (mîzan) işlemi faslı olmak üzere toplam on fasıldan oluşur. Ancak bu fasılların her birinde *Cevâmi'u'l-Hisâb*'ın birinci bâbı ile üçüncü bâbının birinci yöntemi olan "hind rakamlarıyla nücûm/küsûr hesabı" bölümünün birleşimi şeklinde bir içerikle karşılaşılır. Yani her bir fasıldaki her bir işlem önce ontabanlı tam sayılar hesabı ile yapılır, hemen ardından aynı rakam sistemi altmıştabanlı sayılamaya uyarlanarak işlem gerçekleştirilir.

Bunun dışında iki eser arasındaki en temel farklar; Tûsî çarpma işleminde on farklı çarpma tekniği ortaya koyarken Ebherî'nin bir yöntemle iktifa etmesi, yine Tûsî hem üçüncü dereceden büyük kökleri çıkarma işlemlerine yer verip hem de asamm köklere yaklaşma yöntemini izah ederken Ebherî'nin üst zorluk seviyesine işaret eden bu konuları eserine almamasıdır.

Yukarıda zikredilen farkları daha iyi gösterebilmek için iki eserin içerikleri ayrı ayrı tablo hâlinde sunulmuştur. Ayrıca tek tablo üzerinde karşılaştırma yapabilmek için *Cevâmi'u'l-Hisâb* tablosunda *Fusûl*'ün içeriğine işaret eden fasıllar koyu punto ile işaretlenmiştir.




**Tablo 2:** Tûsî'nin C*evâmiu'l-Hisâb*'ının tüm başlıkları ve içerisinde koyu punto ile işaretlenen Ebherî'nin *Fusûl*'ünün başlıklarının bir arada gösterimi.




**Şekil 3:** *Fusûlun Kâfiye*'nin içerik tablosu

Tablolar dikkate alınarak bu iki eserin hâricî özelliklerinin karşılaştırılması neticesinde *Fusûl*'ün varak sayısı ve ihtiva ettiği konuların kapsamı bakımından *Cevâmi'u'l-Hisâb*'ın yaklaşık dörtte biri hacminde olduğu söylenebilir. Zaten Ebherî'nin eserini "muhtasar" diye nitelemesi, Tûsî'nin de eserini "*Cevâmi'*" diye isimlendirmesi hacim farkının gerekçesini açık bir şekilde ortaya koyar.

Muhteva özelliklerine bakılırsa öncelikle her iki eserde de "tahta hesabı" tekniğinde "silerek" (bi'l-mahv) ilerleme yöntemi kullanılmıştır. Buna ilâve olarak *Fusûl*'ün hitap ettiği seviye başlangıç ve başlangıç üstü iken *Cevâmi'u'l-Hisâb* orta üstü ve ileri seviyeye hitap eder. Bu seviye farkını, dil

ve üslûptan verilen örneklere, konuların ayrıntılı incelenmesinden yüksek dereceden kökleri çıkarma ve irrasyonel köklere yaklaşma gibi zor konuları ihtiva etmesine kadar pek çok vecihten anlamak mümkündür.

Özetle, *Fusûl*'ün birinci faslıyla *Cevâmi'u'l-Hisâb*'ın birinci bâbının birinci faslının neredeyse aynı olduğu, sadece *Fusûl*'de eserin usûlü gereği ilâve olarak kesirli sayılarla altmıştabanlı sayılamanın tanıtıldığını söylemek gerekir. Diğer kısımlarda ise, verilen örneklerle işlemleri açıklama biçimlerinin çok büyük oranda özdeş olduğu göz önüne alınırsa *Fusûl*'ün dolayısıyla Ebherî'nin birincil kaynaklarından birinin *Cevâmi'u'l-Hisâb* olduğu öne sürülebilir.

Son olarak, *Fusûl*'ün kaynakları ile ilgili farklı bir durum söz konusudur. Tahta hesabı değil de kâğıt-kalem kullanmayı gerektiren cetvel hesabı tekniğiyle üretilen Nizâmeddin Nîsâbûrî'nin *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb* adlı eserinin tam sayılar hesabı bölümünün bazı konuları, bilhassa tam sayıların karekök ve küpköklerinin çıkarılması konularındaki bazı açıklamalar ve verilen örnekler *Fusûl*'ün ilgili konularıyla benzerlik taşır. Ancak bu benzerlik, işlem yapma teknikleri farklı olduğu için çözüm yaklaşımındaki bir benzerlik seviyesindedir. Müellifler yaşıt olmalarına ve hemen hemen aynı dönemlerde yaşayıp birbirlerine çok yakın tarihlerde vefat etmelerine rağmen *Şemsiyye*'nin büyük ihtimalle daha erken bir tarihte telif edildiği ve böylece *Fusûl*'ün kaynakları arasına girdiği söylenebilir.[1]

## 4. ELEŞTİRMELİ METİN VE TÜRKÇE TERCÜME HAKKINDA AÇIKLAMALAR

Daha önce de belirtildiği gibi şimdiye kadar yapılan araştırmalara göre *Fusûlün Kâfiye fi Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl*'in maalesef günümüze sadece bir nüshası ulaşmıştır. Bu nüshanın da hem metin hem de matematiksel notasyon kısımlarında birçok yanlış ve eksik yazımın bulunduğu, yani dikkatsiz bir müstensihin elinden çıktığı görülür. Dolayısıyla eleştirmeli metin çalışmasında iki tür zorluktan bahsedilmelidir: İlki, tek nüshadan metin hazırlama zorunluluğu, diğeri de tekrarlanan eksik ve hataları başka bir nüsha ile

1 *Şemsiyye*'nin 1307'den önce telif edildiğine dair ciddi kanıtlar mevcuttur. Ancak *Fusûl*'ün telif tarihiyle ilgili hiçbir veri olmamakla birlikte hem bulunduğu mecmuanın hem de nüshanın kendisinin incelemesi daha geç bir tarihe işaret etmektedir. *Şemsiyye*'nin telif tarihi ile ilgili bkz. Nîsâbûrî, *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb,* 35-36.

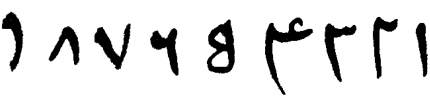
karşılaştırma imkânı olmaksızın düzeltmenin zorluğudur. Eldeki tek nüshadan, müellifin yazdığı nüshaya ulaşma idealiyle yola çıkılmış ve aşağıdaki kurallara göre hareket edilmiştir:

**i.** Nüshadaki yanlış, eksik, fazla veya mükerrer kelime, ifade ve cümlelerin doğrusu metne doğrudan yansıtılmış, nüshadaki eksik veya hatalı yazımları da dipnotta gösterilmiştir. Ancak yanlış ve eksik yazılan matematiksel notasyonlar bu durumdan muaftır, onlar için farklı bir yol takip edilmiştir.

**ii.** Varak başları metin içerisinde köşeli parantez içinde verilmiştir. Varakların (a) yüzü (أ) harfi, (b) yüzü de (ب) harfi ile temsil edilmiştir. Örnek olarak (34b) sayfası [٣٤ب]/ şeklinde gösterilmiştir.

**iii.** Risâlede işlem örneklerinin tamamı matematiksel notasyon kullanılarak gösterildiğinden ve bunların da önemli bir kısmı bu nüshada hatalı yazıldığından dipnotta verilmesi uygun bulunmamıştır. Eleştirmeli metin içerisinde matematiksel ifadenin önce nüshadaki yazımı nüshadan kesilerek olduğu gibi konulmuş, hemen sonrasında da notasyonun tashih edilmiş hâli tarafımızdan köşeli parantez içerisinde yazılarak gösterilmiştir. Böylece okuyucunun bir matematiksel ifadenin doğru veya yanlış bir biçimde yazma nüshadaki gösterimiyle aynı ifadenin günümüz Arapça matematiğindeki gösterimini karşılaştırması hedeflenmiştir.

**iv.** Nüshada kullanılan rakamların şekilleri, nüshanın istinsah edildiği dönem ve coğrafyaya uygun olarak bugün kullanılan modern Arapça rakamlarından farklılık arz etmektedir:




Yukarıda görüldüğü gibi “4” ve “5” rakamları farklıdır. Bu resimde gösterilmese de “0”, modern Arapçadaki şeklinden farklı olarak küçük bir daire şeklindedir. Ayrıca “9” rakamının formu “1” ile karıştırılmaya çok müsait bir biçimde yazılmıştır. Tüm bunlar göz önünde bulundurularak herhangi bir karışıklığa mahal vermemek için eleştirmeli metindeki tüm rakamlar nüshada görüldüğü şekliyle değil modern Arapça rakamlarıyla yazılmıştır.

**v.** Gerekli görülen kelimeler üzerine şedde "ّ" işareti konulmuştur.

**vi.** Fetha, damme ve kesra için kullanılan yardımcı أ, و ve ي harfi yerine, modern Arapça dilbilgisi kurallarına uyularak hemze "ء" işareti konulmuştur. Örneğin جزؤ yerine جزء, اوايل yerine اوائل, دايرة yerine دائرة gibi. Bunların dışında مسئلة yerine مسألة, خطاان yerine خطآن , شيئا yerine شيأ, شئ yerine شيء, أشيا yerine أشياء gibi kelimelerin yazımında modern Arapça yazım kuralları dikkate alınmış ve farklar metne yansıtılmamıştır.

**vii.** Nüsha metninde الأعداد، الأرقام، أما، إلى gibi harfi cerler, çoğul kelimeler ve edatlar gibi harf ve kelimelerin tamamında hemze kullanımı gerektiren yerlerin tamamında hemze kullanılmamıştır. Okumayı kolaylaştırmak için bu hususa dikkat edilmiş ve farklar eleştirmeli metinde gösterilmemiştir.

**viii.** "Üç" anlamına gelen ثلاث/ثلاثة, "otuz" anlamına gelen ثلاثون/ثلاثين ve "üç yüz" anlamına gelen ثلاثمائة kelimeleri, nüshanın tamamında sırasıyla şu şekilde yazılmıştır: ثلث/ثلثة, ثلثون/ثلثين ve ثلثمائة. Eleştirmeli metinde ilk kullanım tercih edilmiş ve bu farklar metinde belirtilmemiştir. Bu tercihle hem "üçte bir" anlamındaki ثلث/ثلثة kelimesi yüzünden çıkabilecek bir karışıklığa mahal verilmemiş hem de modern Arapça yazım kurallarına uyulmuştur.

Eleştirmeli metnin Türkçe tercümesinde de birtakım kurallara riayet edilmiştir:

**i.** Matematik terimlerinin ilk geçtiği yerde Türkçe karşılığının arkasından parantez içinde Arapçası yazılmış, metni ağırlaştırmamak için sonraki kullanımlarda sadece Türkçesi verilmiştir. Kavramlar sözlük formatında bir cümle ile açıklamaya uygun olmadığı için sözlük hazırlanmamıştır.

**ii.** "Rütbe" ve "küsûr" gibi bazı matematik terimlerinin modern matematikte tam bir Türkçe karşılığı olmadığından tercüme edilememiş, aynen kullanılmıştır.

**iii.** "Mertebe" ve "menzil" gibi bazı kavramlar, müellif tarafından üs, basamak, derece, birim ve ifade gibi farklı anlamlarda kullanılmıştır. Bu yüzden okuyucunun bir kavramın farklı konularda farklı çevirisiyle karşılaşması olasıdır.

**iv.** Hem akıcılığı sağlamak hem de daha anlaşılır kılmak için gerektiği yerde köşeli parantez [] içinde metinde olmayan kelime ve ifadeler ilâve edilmiştir. Nüsha metninden düştüğü varsayılan birkaç cümle de aynı şekilde köşeli parantez içinde verilmiştir.

**v.** Arapçada zamirler çok yoğun kullanıldığı ve Türkçeye birebir tercüme edildiğinde kimin veya neyin kastedildiği anlaşılmadığı için tercümede çoğunlukla zamir yerine işaret edilen şeyin adı kullanılmıştır.

**vi.** Arapça metindeki sayıların çoğunlukla lafzî bazen de sembolik kullanımına tamamen sâdık kalınmış, böylece klasik matematiğin sözel aktarım için kullandığı dil özellikleri Türkçe metne de yansıtılmaya çalışılmıştır.

**vii.** Lafzî ifade edilen sayı veya matematiksel ifadeler metin içerisinde karışıklık yaratmaması için tırnak içinde yazılmıştır.

**viii.** Nüshada bulunan ve eleştirmeli metinde modern Arapça rakamlarıyla hazırlanan matematiksel notasyonların tamamının tercüme versiyonları modern notasyonla değil, telifin özgün gösterim şekline sâdık kalınarak sunulmuştur.

## ŞERH VE MATEMATİKSEL DEĞERLENDİRME

Emînüddin Ebherî'nin *Fusûlün Kâfiye fi Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl* adlı eserinin niçin büyük oranda şerhe ve kısmî olarak da "modern matematik dilini kullanarak ifade" diye açıklayabileceğimiz "matematiksel değerlendirme"ye ihtiyaç duyduğu, risâlenin üç temel özelliği üzerinden ortaya konulabilir:

**i. Muhtasar olması:**

Eserde yaklaşık 4500 kelime ile mukaddimenin de içinde yer aldığı 10 fasılda; iki kat alma, yarıya bölme, toplama, çıkarma, çarpma, bölme, karekök çıkarma, küpkök çıkarma ve sağlama işlemleri hem ontabanlı hem de altmıştabanlı sayılamayla açıklanır ve her bir işlem ve sayılama türü için ayrı ayrı örnek verilir. Bu durum, telifin tam anlamıyla özet bir çalışma olduğunun ve günümüz okuyucusuna aktarılırken kısa cümlelerle geçilen tanıtım ve işlemlerin "şerh" gibi daha açık ve anlaşılır biçimde ifadesine ihtiyaç duyulduğunun göstergesidir. Bu yöntemin telif ile okuyucu arasındaki yedi yüz yıllık farkı kapatmanın en iyi yollarından biri olduğu söylenebilir.

**ii. Başlangıç seviyesinde olması:**

Müellifin dîbâcede ifade ettiği gibi eser, hesap ilmi ile ilgili olarak henüz yolun başında olan talebelerin, dolayısıyla mezkûr ilimde bir üst seviyeyi amaçlayanların aracıdır. İşte bu yüzden eser, çok çeşitli ve karmaşık kural, teori, ispat ve örneklerden uzaktır ve bu durum işlem açıklamalarını ve örnekleri modern matematik diliyle ifade etmeyi zorlaştırmaktadır. Elbette bu ifade zorluğuna, telifin, modern hesabın üzerine kurulduğu "algoritma" tabanlı değil de "tahta hesabı" dediğimiz formülasyona müsait olmayan farklı bir tekniğe göre üretilmesi de eklenmelidir. Bu gerekçeler de ilk maddede olduğu gibi metnin tamamının modern matematik diline dönüştürülmesine engel olmaktadır.

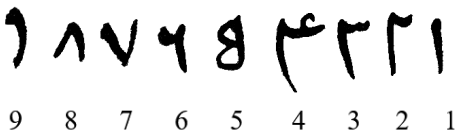
**iii. Matematiksel notasyon kullanılması:**

Çok büyük ihtimalle müellif nüshasında da bulunan matematiksel işlem gösterimleri, eserin nüsha ailesinden hayatta kalan tek nüshasında önemli bir yer işgal eder. Yapılan tüm örneklerin gösterimleri mevcuttur ancak iki vecihten bunların modern notasyonla sunulması elzemdir. İlki,

daha önce de bahsedildiği gibi eserin tahta hesabı tekniğinin işlem aşamalarının silinerek sonuca ulaşıldığı türünü temel alması ve bu türde yapılan ara işlemlerin görünmemesi nedeniyle -konunun uzmanı hâriç- okuyucunun anlayamayacak olmasıdır. Diğeri de ya müstensihin dikkatsizliğinden ya da istinsah için kullandığı nüshadaki hatalardan dolayı matematiksel gösterimlerde ciddi yanlışların bulunması ve bu yanlışların modern notasyon üzerinden gösterilmesi gereğidir.

**1. Birinci Fasıl: Hindî[1] ve Felekî[2] Hesaba Giriş**

Bu fasıl bir tür mukaddime görevi görür ve hemen hemen tüm hesap kitaplarının girişleri gibi rakam, basamak ve bölük kavramlarının tanıtımıyla başlar. Ebherî, kadîm Hint matematik geleneğine nispet ettiği rakamları sözlü ifade edebilmek için isimlerini ve yazılı gösterebilmek için de şekillerini verir.




Buradaki rakamların modern Arapça rakamlardan farklı oluşu dikkat çeker. İslâm medeniyeti matematik geleneğinde rakamların şekilleri ile ilgili temelde doğu ve batı olmak üzere ikili bir ayrım olsa da doğu coğrafyası da kendi içerisinde farklılık gösterir.[3] Nihâî olarak buradaki 4 ve 5 rakamlarının şekillerinin bugün İran coğrafyasında kullanılan rakamlarla benzer olduğu söylenebilir.

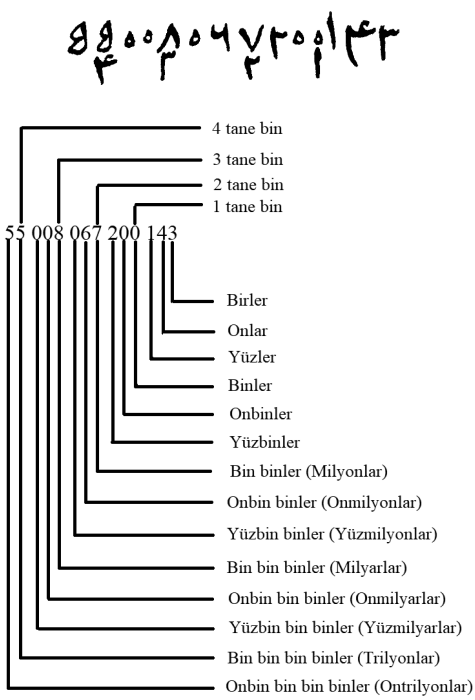
Basamak ve bölük kavramlarına gelince; müellifin verdiği 14 basamaklı 55.008.067.200.143 sayısı[4] üzerinden şöyle gösterilebilir:

1 Müellif, 0'dan 9'a rakamlarla ondalık konumsal sayılamayı kadîm Hint matematiğine nispet ettiği için bu isimlendirmeyle felekî hesap türünden ayrılması hedeflenmiştir.

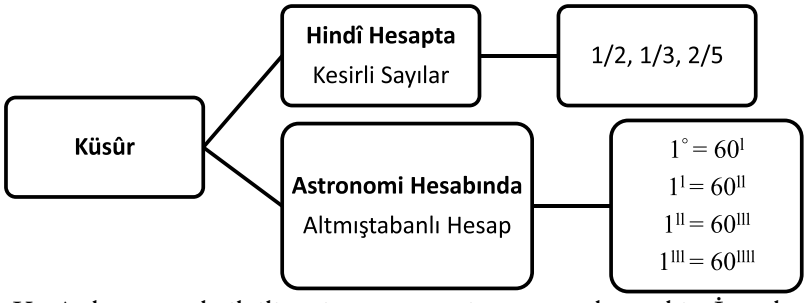
2 Müellif, devr, burç ve küsûrat (derece, dakika, sâniye …) birimleriyle yapılan hesabı "felekî ve nücûmî hesap" diye adlandırdığı için onun kullanımına sâdık kalınmıştır.

3 Her bir rakamın şeklinin Hint'ten başlayarak tarihsel dönemlere göre dünyanın farklı bölgelerinde nasıl olduğu ile ilgili ayrıntılı bilgi için bkz. Georges Ifrah, *Rakamların Evrensel Tarihi,* çev. Kurtuluş Dinçer (İstanbul: Alfa-Bilim, 2016), I, 834-842.

4 Nasîruddin Tûsî, *Cevâmiu'l-Hisâb*'da bu örneği şöyle vermiştir: 59.008.067.200.143. Bkz. Nasîruddin Tûsî, *Cevâmiʿu'l-Hisâb,* 1a.




Ontabanlı konumsal sayı sisteminin ardından müellif "küsûr" kavramına geçer. Bu kavram hesap ehli tarafından kullanıldığında bugün "kesirli sayılar" dediğimiz konu söz konusudur, ancak nücûmî ve felekî işlemlerde yani astronomi hesaplarında kullanıldığında altmıştabanlı hesap söz konusudur.




Küsûr kavramıyla ilgili şu ince ayrıma işaret etmek gerekir: İster kesirli sayılar hesabı olsun ister felekî hesap olsun küsûr ile kastedilen tam sayıdan sonraki kısımdır, yani tam sayılı kesirlerde tam kısmından sonraki kısım, felekî hesapta da devr ve burç birimlerinden sonra gelen ve derece, dakika, sâniye … diye devam eden kısımdır. Bu yüzden küsûr dediği kesirli sayılarla ilgili örneklerinin tamamında tam sayı konulan en üst kısım 0'dır.



$\frac{0}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ $\frac{0}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$ $\frac{0}{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}$

Felekî hesabın birimleri ve kavramları da şöyle açıklanır:

**Merfû:** Herhangi bir tam sayıyı 60'a bölmek sûretiyle bir birim yükseltmektir.

$$n \in \mathbb{N}\ ve\ \frac{n}{60} = 1\ kez\ merfû \Rightarrow \frac{\frac{n}{60}}{60} = 2\ kez\ merfû \Rightarrow \frac{\frac{\frac{n}{60}}{60}}{60} = 3\ kez\ merfû \ldots$$

**Burç:** Herhangi bir tam sayının 30'a bölümünden çıkan sonucun birimidir ve 12 tanesi 1 "devr" eder.

$$n \in \mathbb{N}\ ve\ \frac{n}{30} = \frac{n}{30}\ burç\ \ ve\ 12\ burç = 1\ devr$$

**Küsûrât:** Burcun altında sırayla şu şekilde yer alan derece, dakika, sâniye, sâlise, râbia, hâmise… şeklinde sonsuza kadar devam eden birimlerdir. Bu durumda:

$$1\ burç = 30\ derece, 1\ derece = 60\ dakika, 1\ dakika = 60\ sâniye, 1\ sâniye = 60\ sâlise, 1\ sâlise = 60\ râbia \ldots$$

Bu birimler işlem yapılırken devr, burç, derece, dakika, sâniye… şeklinde yukarıdan aşağıya doğru yazılır. Atlanan birim varsa onun yerine 0 konulur. Müellifin verdiği "Üç" burç, "yirmi iki" dakika, "kırk beş" sâniye ve "otuz üç" sâlisenin yazımı şöyledir:

$$n \in \mathbb{N}\ ve\ n^{d} = n\ devr, n^{\bullet} = n\ burç, n^{\circ} = n\ derece, n^{\prime} = n\ dakika, n^{\prime\prime} = n\ sâniye, n^{\prime\prime\prime} = n\ sâlise \ldots olmak\ üzere \begin{matrix} 00^{d} \\ 03^{\bullet} \\ 00^{\circ} \\ 22^{\prime} \\ 45^{\prime\prime} \\ 33^{\prime\prime\prime} \end{matrix}$$

## 2. İkinci Fasıl: İki Katını Alma İşlemi[1]

### Hindî Hesapta:

Herhangi bir sayıyı arttırma işleminde ya o sayıya kendisinin aynısı eklenir ya da farklı bir sayı eklenir. Kendisinin aynısı eklenirse **iki katını alma** işlemi, farklı bir sayı eklenirse **toplama** işlemi denilir. Bu durumda iki katını alma işlemi herhangi bir tam sayıya kendisini eklemek şeklinde tanımlanır:

$$n \in \mathbb{N} \; ve \; n + n = 2.n$$

İşlemin yapılışı ise sayının en solundaki basamaktan başlayıp her bir rakamını 2 ile çarpmak esasına dayanır. Her bir çarpmada 3 durumdan biri söz konusudur:

**i.** İşlemin sonucu 10'dan küçüktür: Bu durumda çarpılan rakam silinip yerine çarpım sonucu konulur.

**ii.** İşlemin sonucu 10'dur: Bu durumda çarpılan sayı silinip yerine 0 yazılır, solunda basamak varsa oradaki rakam silinip yerine bir fazlası konulur, solunda basamak yoksa o boşluğa 1 yazılır.

**iii.** İşlemin sonucu 10'dan büyüktür: Bu durumda çarpılan sayı silinip yerine çarpma sonucunun birler basamağı yazılır, onlar basamağı için de solunda basamak varsa oradaki rakam silinip yerine bir fazlası konulur, solunda basamak yoksa o boşluğa 1 yazılır.

İşlem aşamaları silindiğinde işlemin nasıl yapıldığı anlaşılamayacağından müellifin örneği işlem aşamaları silinmeden aşağıda verilmiştir:

**Örnek:** 650.372'nin 2 katı kaçtır?

---

1 Günümüzden farklı olarak İslâm medeniyeti matematik geleneğinde hesap işlemlerine genellikle iki katını alma ve yarıya bölme işlemleriyle başlanır. Bu durum İslâm medeniyetinde ortaya çıkan bir gelişme olmayıp kökeni antik medeniyetlerdeki matematik geleneklerine dayanır. Zira orada çarpma veya bölme işlemi, iki kat yapma ve yarıya bölme işlemleriyle yapılır, böylece çarpım tablosunu ezberlemeye gerek duyulmazdı. Bununla birlikte bu işlemlerin sistematik hâle getirilmesi, farklı sayı tabanlarına uygulanması ve çözüm yöntemlerinin çeşitlendirilmesi İslâm medeniyeti matematikçilerinin elinde gerçekleşmiştir. İşlemin antik Mısır'daki kullanımı için bkz. Aydın Sayılı, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp* (Ankara: TTK Yayınları, 1991), 36-44.

**3 7**
**1200644**
650372 $650.372 \times 2 = 1.300.744$

**Felekî Hesapta:**

Önceki işlemde olduğu gibi burada da işleme en büyük mertebeden yani en üstten başlanır ve her bir birimin 2 katı alınarak işleme devam edilir. Her bir işlemin sonunda o birim bir üst birime dönüştürülebilecek büyüklüğe ulaşırsa birim yükseltme işlemi uygulanır. Burçlar 12 ve daha büyüğü, dereceler 30 ve daha büyüğü, diğerleri de 60 ve daha büyüğü olursa bir üst birime geçmek için burçlar 12'ye, dereceler 30'a ve sonra gelen tüm birimler de 60'a bölünürler. İşlemin sonunda bölüm kısmı bir üst birime eklenir, kalan kısmı da aynı birim olarak bırakılır.

**Örnek:** 8 burç, 17 derece, 52 dakika, 25 sâniyenin iki katı kaçtır?

$$n \in \mathbb{N}\ ve\ n^{d} = n\ devr, n^{\bullet} = n\ burç, n^{\circ} = n\ derece, n^{\prime} = n\ dakika, n^{\prime\prime}$$

$$= n\ sâniye\ olmak\ üzere \begin{pmatrix} 08^{\bullet} \\ 17^{\circ} \\ 52^{\prime} \\ 25^{\prime\prime} \end{pmatrix} \times 2 = \begin{pmatrix} 01^{d} \\ 05^{\bullet} \\ 05^{\circ} \\ 44^{\prime} \\ 50^{\prime\prime} \end{pmatrix}$$

$\mathbf{08^{\bullet}} \times 2 = 16^{\bullet} = 12^{\bullet} + 04^{\bullet} = \mathbf{01}^{d} + \mathbf{04}^{\bullet}$

$\mathbf{17^{\circ}} \times 2 = 34^{\circ} = 30^{\circ} + 04^{\circ} = \mathbf{01}^{\bullet} + \mathbf{04}^{\circ}$

$\mathbf{52^{\prime}} \times 2 = 104^{\prime} = 60^{\prime} + 44^{\prime} = \mathbf{01}^{\circ} + \mathbf{44}^{\prime}$

$$\begin{pmatrix} 01^{d} \\ 05^{\bullet} \\ 05^{\circ} \\ 44^{\prime} \\ 50^{\prime\prime} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{25^{\prime\prime}} \times 2 = \mathbf{50}^{\prime\prime}$$

### 3. Üçüncü Fasıl: Yarıya Bölme İşlemi

**Hindî Hesapta:**

İşlem, herhangi bir tam sayının yarısını o sayıdan çıkarmak olarak tanımlanır.

$$n \in \mathbb{N}\ ve\ n - \frac{n}{2} = \frac{n}{2} \Rightarrow n \div 2 = \frac{n}{2}$$

İşlemin icrasına gelince, en sağ basamaktan yani birler basamağından başlanır ve tek tek her basamaktaki rakamın yarısı alınır. Burada her bir rakamın tek veya çift olmasına göre iki durum söz konusudur:

**i.** Eğer rakam çift olursa doğrudan yarısı yazılır.

**ii.** Eğer rakam tek olursa yine iki durum söz konusudur: Birler basamağı tek ise, yarısının tam kısmı alınır, küsûrat kısmı için işlemin sonucuna 1/2 eklenir. Birler basamağı dışındaki basamaklar tek ise, yarısının tam kısmı alınır, küsûrat kısmı için bir sağdaki basamağa 5 eklenir.

**Örnek:** 1.076.543'ün yarısı kaçtır?

**8 7**
**533221**
1076543 **1/2**

$1.076.543 \div 2 = 538.271\frac{1}{2}$

**Felekî Hesapta:**

Bu hesapta yarıya bölme işlemine en alt mertebeden başlanır ve tek tek her mertebe yarıya bölünür. Eğer herhangi bir mertebe tek sayı ise yarıya bölme işlemi sonunda meydana gelen yarım için bir alt mertebeye o mertebenin bir alt mertebedeki yarım birim karşılığı eklenir. Yani yarım birim devr için 6 burç, yarım birim burç için 15 derece, yarım birim derece için 30 dakika, yarım birim dakika için 30 sâniye … eklenir.

**Örnek:** 7 devr, 5 burç, 13 derece, 47 dakika, 59 sâniyenin yarısı kaçtır?

$n \in \mathbb{N}\ ve\ n^d = n\ devr, n^\bullet = n\ burç, n^\circ = n\ derece, n^\iota = n\ dakika, n^{\iota\iota}$

$$= n\ sâniye\ olmak\ üzere \begin{pmatrix} 07^d \\ 05^\bullet \\ 13^\circ \\ 47^\iota \\ 59^{\iota\iota} \end{pmatrix} \div 2 = \begin{pmatrix} 03^d \\ 08^\bullet \\ 21^\circ \\ 53^\iota \\ 59^{\iota\iota} \\ 30^{\iota\iota\iota} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{59}^{\iota\iota} \div 2 = 29^{\iota\iota} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\iota\iota\iota} = \mathbf{29}^{\iota\iota} + \mathbf{30}^{\iota\iota\iota}$$

$$\mathbf{47}^{\iota} \div 2 = 23^{\iota} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\iota} = \mathbf{23}^{\iota} + \mathbf{30}^{\iota\iota}$$

$$\mathbf{13}^{\circ} \div 2 = 06^{\circ} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\circ} = \mathbf{06}^{\circ} + \mathbf{30}^{\iota}$$

$$\mathbf{05}^{\bullet} \div 2 = 02^{\bullet} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\bullet} = \mathbf{02}^{\bullet} + \mathbf{15}^{\circ}$$

$$\mathbf{07}^{\boldsymbol{d}} \div 2 = 03^{d} + \left(\frac{1}{2}\right)^{d} = \mathbf{03}^{\boldsymbol{d}} + \mathbf{06}^{\bullet}$$

$$\begin{pmatrix} 03^d \\ 08^\bullet \\ 21^\circ \\ 53^\iota \\ 59^{\iota\iota} \\ 30^{\iota\iota\iota} \end{pmatrix}$$

## 4. Dördüncü Fasıl: Toplama İşlemi

### Hindî Hesapta:

Herhangi bir sayıya kendisi dışındaki bir sayıyı ilâve etmektir.

$a, b, c \in \mathbb{N}$ *ve* $a \neq b$ *olmak üzere* $a + b = c$

İşlemin yapılışı ise, birinci toplanan ile ikinci toplananı aynı basamaklar hizalı olacak şekilde alt alta yazmaya ve birler basamağından başlayarak her bir toplanandaki aynı basamağın rakamlarını toplayıp sonucu, üste yazılan toplanandaki ilgili basamağın yerine yazmaya dayanır. Her bir basamağa ait toplama sonucunda üç durumdan biri meydana gelir:

**i.** İşlemin sonucu 10'dan küçüktür: Bu durumda toplam üstteki toplananda ilgili basamağın yerine yazılır.

**ii.** İşlemin sonucu 10'dur: Bu durumda ilgili basamağın yerine 0 yazılır, solunda basamak varsa oradaki rakam silinip yerine bir fazlası konulur, solunda basamak yoksa o boşluğa 1 yazılır.

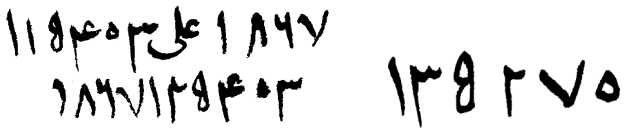
**iii.** İşlemin sonucu 10'dan büyüktür: Bu durumda ilgili basamaktaki rakam silinip yerine toplama sonucunun birler basamağı yazılır, onlar basamağı için de solunda basamak varsa oradaki rakam silinip yerine bir fazlası konulur, solunda basamak yoksa o boşluğa 1 yazılır.

**Örnek:** 9.867 ile 125.403'ün toplamı kaçtır?

| | |
|---|---|
| **35270** | 125403 |
| **1**25403 | + 9867 |
| 9867 | 135270 |

Daha önce de vurgulandığı gibi Ebherî, işlem aşamalarının silindiği tahta hesabı türünü tercih ettiğinden yukarıda solda verilenden farklı olarak her bir basamakta işlem yaptıkça sonucunu birinci toplanandaki ilgili basamağı silip onun yerine yazar. Ancak burada okuyucunun daha açık bir şekilde işlemi görebilmesi için her bir basamağın toplamı birinci toplananın üstüne yazılmıştır. Sağ tarafta da işlemin modern notasyonla gösterimi yer alır.

Nüshada ise müellifin tarifine uymayan bir şekilde yan yana bir gösterim söz konusudur, bununla birlikte işlem sonucu doğru yazılmıştır.



**Felekî Hesapta:**

Birinci ve ikinci toplanan dikey biçimde ve her iki toplanandaki aynı cinsler yan yana hizalı olarak yerleştirilir. İşleme en üst cinsten başlanır ve her bir toplam sonucu o birimden bir üst birime geçişe uygunsa daha önce anlatıldığı gibi düzenlenir.

**Örnek:** 5 burç, 12 derece, 32 dakika, 42 sâniye ile 7 burç, 17 derece, 37 dakika, 21 sâniyenin toplamı kaçtır?

$$n \in \mathbb{N} \; ve \; n^{d} = n \; devr, n^{\bullet} = n \; burç, n^{\circ} = n \; derece, n^{\prime} = n \; dakika, n^{\prime\prime}$$

$$= n \; saniye \; olmak \; üzere \begin{pmatrix} 07^{\bullet} \\ 17^{\circ} \\ 37^{\prime} \\ 21^{\prime\prime} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 05^{\bullet} \\ 12^{\circ} \\ 32^{\prime} \\ 42^{\prime\prime} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01^{d} \\ 01^{\bullet} \\ 00^{\circ} \\ 10^{\prime} \\ 03^{\prime\prime} \end{pmatrix}$$

$$07^{\bullet} + 05^{\bullet} = 12^{\bullet} = \mathbf{01}^{\boldsymbol{d}}$$

$$17^{\circ} + 12^{\circ} = \mathbf{29}^{\circ}$$

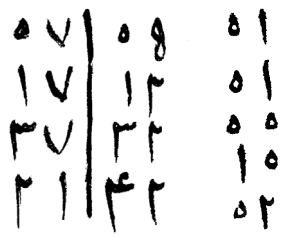
$$37^{\prime} + 32^{\prime} = 69^{\prime} = 60^{\prime} + 09^{\prime} = \mathbf{01}^{\circ} + \mathbf{09}^{\prime}$$

$$21^{\prime\prime} + 42^{\prime\prime} = 63^{\prime\prime} = 60^{\prime\prime} + 03^{\prime\prime} = \mathbf{01}^{\prime} + \mathbf{03}^{\prime\prime}$$

$$\mathbf{01}^{\boldsymbol{d}} + \mathbf{29}^{\circ} + \mathbf{01}^{\circ} + \mathbf{09}^{\prime} + \mathbf{01}^{\prime} + \mathbf{03}^{\prime\prime} = \mathbf{01}^{\boldsymbol{d}} + \mathbf{30}^{\circ} + \mathbf{10}^{\prime} + \mathbf{03}^{\prime\prime} = \begin{pmatrix} \mathbf{01}^{\boldsymbol{d}} \\ \mathbf{01}^{\bullet} \\ \mathbf{00}^{\circ} \\ \mathbf{10}^{\prime} \\ \mathbf{03}^{\prime\prime} \end{pmatrix}$$

İşlemin modern gösterimle ortaya konulmasının ardından karşılaştırma yapabilmek adına nüshadaki gösterimini de vermekte fayda vardır:[1]

1 Bu örnekteki işlem Tûsî'nin *Cevâmi'u'l-Hisâb*'ının hem neşrinde hem yazma nüshasında yanlış yapılmıştır. Ancak Ebherî işlemi doğru yapmıştır.



**5. Beşinci Fasıl: Çıkarma İşlemi**

**Hindî Hesapta:**

Müellif çıkarma işlemini "herhangi bir sayıyı herhangi bir sayıdan düşürmek" şeklinde kısaca tanımlasa da işlem aşamalarına dair yaptığı açıklama ve örneği izah biçimine dayanarak bu kavram, "herhangi bir sayıyı kendisinden büyük herhangi bir sayıdan düşürmek" şeklinde genişletilebilir.

$a, b, c \in \mathbb{N}$ *ve* $a > b$ *olmak üzere* $a - b = c$

Çıkarma işlemi, toplamada olduğu gibi aynı basamakları alt alta yazmak ve soldan işleme başlayarak üstteki rakamdan alttaki rakamı eksiltmek sûretiyle yapılır. Bu işlemi yaparken dikkat edilmesi gereken iki husus vardır:

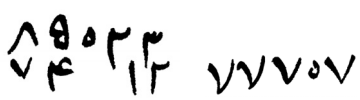
**i**. Eksilendeki rakam çıkandaki rakamdan küçükse veya eksilendeki basamak 0 ise bir solundaki rakamdan bir onluk alınır ve çıkandaki ilgili basamak bu 10'dan çıkarılır. Kalan, eksilende ilgili basamaktaki 0 veya çıkandan daha küçük olan o rakama eklenir.

**ii**. Eksilendeki rakam çıkandaki rakamdan küçükse veya eksilendeki basamak 0 ve bir solundaki rakam da 0 ise ilgili basamağın iki solundaki basamaktan bir yüzlük alınır. Bu yüzlükten işlem yapmak için bir onluk alınır ve kalan 90'ın 9'u ilgili basamağın bir solundaki 0'ın yerine konulur. Alınan onluk ile daha önce yapıldığı gibi çıkarma işlemi yapılır.

**Örnek:** 85.023'ün 7416 eksiği kaçtır?

```
 7 0
78617        85.023
85023      - 7.416
 7416        77.607
```

Nüshadaki gösterime gelince; hem basamaklar hizalı olarak yerleştirilmemiş hem de çıkan sayı ile işlem sonucu yanlış yazılmıştır. Çıkan sayı 7.416 yerine 7412, sonuç ise 77.607 yerine 77.707 şeklindedir.



**Felekî Hesapta:**

Çıkarma işleminde eksilen ile çıkan dik konumda ve aynı birimler yatay hizalanmış olacak şekilde yerleştirilir ve en üst birimden eksiltmeye başlanır. Eksilendeki herhangi birimin değeri çıkandaki aynı birimin değerinden küçükse veya 0 ise bir üst birimden bir birim eksiltilerek ilgili birime verilir. Burada birim dönüştürme işleminin ardından bu değerden çıkan eksiltilir. Eğer kalan olursa eksilendeki çıkandan küçük olan o değere eklenir.

**Örnek:** 2 burç, 8 derece ve 10 sâniyenin 3 burç, 11 derece, 25 dakika, 50 sâniye eksiği kaçtır?

$$n \in \mathbb{N}\ ve\ n^d = n\ devr, n^\bullet = n\ burç, n^\circ = n\ derece, n^\iota = n\ dakika, n^\upsilon = n\ saniye\ olmak\ üzere \begin{pmatrix} 02^\bullet \\ 08^\circ \\ 00^\iota \\ 10^\upsilon \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 03^\bullet \\ 11^\circ \\ 25^\iota \\ 50^\upsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10^\bullet \\ 26^\circ \\ 34^\iota \\ 20^\upsilon \end{pmatrix}$$

$02^\bullet - 03^\bullet = 01^d + 02^\bullet - 03^\bullet = 12^\bullet + 02^\bullet - 03^\bullet = 12^\bullet - 03^\bullet + 02^\bullet = 11^\bullet \rightarrow$

$11^\bullet - 01^\bullet = \mathbf{10}^\bullet$

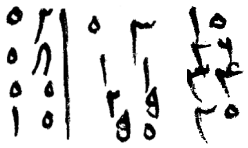
$08^\circ - 11^\circ = 01^\bullet + 08^\circ - 11^\circ = 30^\circ - 11^\circ + 08^\circ = 19^\circ + 08^\circ = 27^\circ \rightarrow 27^\circ -$

$01^\circ = \mathbf{26}^\circ$

$00^\iota - 25^\iota = 01^\circ - 25^\iota = 60^\iota - 25^\iota = 35^\iota \rightarrow 35^\iota - 01^\iota = \mathbf{34}^\iota$

$10^\upsilon - 50^\upsilon = 01^\iota + 10^\upsilon - 50^\upsilon = 60^\upsilon - 50^\upsilon + 10^\upsilon = 10^\upsilon + 10^\upsilon = \mathbf{20}^\upsilon$

Nüshadaki gösterim ise şöyledir:



## 6. Altıncı Fasıl: Çarpma İşlemi

### Hindî Hesapta:

Müellife göre çarpma işlemi, çarpılmak istenen iki sayıdan birinin çarpma işlemi sonucuna oranının 1'in çarpılmak istenen diğer sayıya eşit olacağı orantıdaki çarpma işlemi sonucunu elde etmektir. Ancak bu tarifte çarpma işleminin bizzat kendi doğasından ziyade çarpanlar ve çarpım sonucu arasındaki ilişki oran-orantı kavramı üzerinden ortaya konulur:

$$a, b, x \in \mathbb{N} \; ve \; \frac{a}{x} = \frac{1}{b} \Rightarrow x = a.b$$

Bu tarifin ardından başlangıç seviyesindeki öğrenciler için gerekli olan çarpım cetveli verilir. Ancak bu çarpım cetveli günümüzde bilinen çarpım cetvelinden biraz farklıdır. Öncelikle 9'a 9 küçük karelerden oluşan bir büyük kare çizilir. Sağ veya sol ilk sütundan başlanarak yukarıdan aşağıya doğru 1 birer, 2 ikişer, 3 üçer, 4 dörder, 5 beşer, 6 altışar, 7 yedişer, 8 sekizer ve 9 dokuzar artırılarak küçük karelere yerleştirilir. Böylece sağ veya sol hangi sütundan başlandıysa o sütun ile yukarıdan ilk satırdan herhangi iki rakamın kesiştiği karede o iki rakamın çarpım sonucu bulunur.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

10'dan büyük sayılarla çarpmaya gelince, işlem aşamaları şöyle sıralanabilir:

**i.** Çarpılmak istenen iki sayı alt alta ancak üstteki çarpanın en büyük basamağı ile alttaki çarpanın en küçük basamağı hizalı olacak şekilde yazılır.

**ii.** Üstteki çarpanın en büyük basamağı ile alttaki çarpanın en büyük basamağından başlanarak tüm basamakları tek çarpılır ve elde edilen sonuçlar alttaki çarpanın hangi basamağı ile işlem yapıldıysa onun üstüne konulur. Eğer üstünde üstteki çarpanın basamağı varsa silinip onun yerine, üstteki çarpana ait olmayan bir rakam varsa onunla toplanıp üstüne yazılır.

**iii.** Üstteki çarpanın her bir basamağı ile alttaki çarpanın sırayla tüm basamaklarını çarpıp sonuçları yukarıya yazdıktan sonra alttaki çarpan bir basamak sağa kaydırılır ve üstteki çarpanın her bir basamağına geçişten önce bu kaydırma işlemi tekrarlanır. Üstteki çarpanın sıradaki işlem yapılacak basamağı 0 ise işlem yapılmaz, sadece alttaki basamak sağa 2 basamak kaydırılarak bir sonraki basamağa geçilir.

**iv.** Üstteki çarpanın tüm basamakları bitince burada oluşan yeni sayı işlem sonucudur.

**Örnek:** 2076 ile 503'ün çarpımı kaçtır?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | **41** | **41** |
| | | | 35 | 35 |
| 2076 | **1006**076 | **1006**076 | **10**06076 | **10**06**21**6 |
| 503 | 503 | 503 | 503 | 503 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | **4** | **4** | |
| | 3 | 3 | |
| **41** | **4**1 | **412** | |
| 35 | 350 | 3501 | |
| **10**06**21**6 | **10**06**21**6 | **10**06**218** | |
| 503 | 503 | 503 | **1044228** |

Yukarıda her bir işlem aşaması soldan sağa doğru sırayla gösterilmiştir. Çağdaş matematik eğitiminde kullanılan çarpma yöntemine göre aynı işlem şöyle gösterilebilir:

```
  2076
x  503
------
  6228
+10380
------
1044228
```

Nüshada verilen işlem aşamalarının gösterimi ise şöyledir:



**Felekî Hesapta:**

Bu türde çarpma işlemi iki farklı yöntemle yapılabilir. Ancak Ebherî iki farklı yöntem olduğunu açık bir biçimde söylemez, sadece verdiği bilgilerle felekî hesap ile çarpmanın iki farklı şekilde yapılabileceğine işaret eder.

İlk yöntemde her bir çarpanın birimleri tek bir birime indirgenir ve iki çarpan farklı birimlerde olsalar da hindî hesapta yapıldığı gibi işlem yapılır. İşlem sonucunun hangi birimde olduğu müellifin verdiği, "birimlerin çarpım kuralları"na başvurarak bulunabilir.

İkinci yöntemde ise tek bir birime dönüştürmeden çarpma işlemi yapılabilir. Ancak bu yöntemde farklı birimler çarpıldığında sonucun hangi birimden olması gerektiğine dair kuralların iyi bilinmesi gerekir. Ebherî bu kuralları kısaca verir ve ardından sadece ilkini, yani her bir çarpanı tek türde bir araya getirdikten sonra çarpma yöntemini örnekle açıklar. İkinci yöntemle ilgili örnek vermez. Muhtemelen gerekçesi de şöyledir: İlk yöntemi anlamak kolaydır, ancak tek türe çevirirken sayılar büyüdüğünden işlem yapmak zahmetlidir. Diğer yöntemi ise anlamak zordur fakat uygulamak kolaydır ve başlangıç seviyesindeki öğrenciler için ilk yöntem daha uygundur.

Müellifin açıkladığı "birim çarpım kuralları" şöyle açıklanabilir ve gösterilebilir:

Öncelikli kural hem küsûr birimleri hem de merfûât birimlerinin kendi aralarındaki çarpım sonuçlarının birimleri, iki çarpanın birimlerinin sıra sayıları toplamıdır. Bu işlem üslü sayılarda çarpma işlemindeki "tabanlar aynıysa üsler toplanır" kuralına benzetilebilir. Küsûr birimleriyle merfûât birimlerinin çarpımında ise üstteki kuralın tam tersine birim sayısı yüksek olandan küçük olan çıkarılır.

$$n \in \mathbb{N}\ ve\ n^{\circ} \rightarrow birim\ sırası\ 0$$
$$n^{\prime} \rightarrow birim\ sırası\ 1$$
$$n^{\prime\prime} \rightarrow birim\ sırası\ 2$$
$$n^{\prime\prime\prime} \rightarrow birim\ sırası\ 3$$
$$\vdots$$
$$n^{\circ} \times n^{\prime} \rightarrow n^{0+1} = n^{1} = n^{\prime}$$
$$n^{\prime} \times n^{\prime\prime} \rightarrow n^{1+2} = n^{3} = n^{\prime\prime\prime}$$
$$\vdots$$

**Örnek:** 12 derece ve 7 dakikanın, 10 derece ve 8 sâniye ile çarpım sonucu kaçtır?

$$1^{\circ} = 60^{\prime} \Rightarrow 12^{\circ} = 12 \times 60^{\prime} = 720^{\prime}$$

$$720^{\prime} + 7^{\prime} = \mathbf{727}^{\prime}$$

$$1^{\circ} = 60^{\prime} \Rightarrow 10^{\circ} = 10 \times 60^{\prime} = 600^{\prime}$$

$$1^{\prime} = 60^{\prime\prime} \Rightarrow 600^{\prime} = 600 \times 60^{\prime\prime} = 36000^{\prime\prime}$$

$$36000^{\prime\prime} + 8^{\prime\prime} = \mathbf{36008}^{\prime\prime}$$

$$\mathbf{36008}^{\prime\prime} \times \mathbf{727}^{\prime} = \mathbf{26177816}\ ^{\prime\prime\prime}$$

Ebherî birim çevirmeden çarpma işlemi örneği vermese de onun verdiği kurallara göre aynı örnek şöyle yapılabilir:

**Örnek:** 12 derece ve 7 dakikanın, 10 derece ve 8 sâniye ile çarpım sonucu kaçtır?

$$(12^{\circ} + 7^{\prime}).(10^{\circ} + 8^{\prime\prime}) = (12^{\circ} \times 10^{\circ}) + (12^{\circ} \times 8^{\prime\prime}) + (7^{\prime} \times 10^{\circ}) + (7^{\prime} \times 8^{\prime\prime})$$
$$= 120^{\circ} + 70^{\prime} + 96^{\prime\prime} + 56^{\prime\prime\prime}$$

İlk yöntemle yapılan işlem sonucunun aynısı olup olmadığını kontrol etmek için tüm birimler sâliseye çevrilirse:

$$120^{\circ} = 25920000^{\prime\prime\prime}\ ve\ 70^{\prime} = 252000^{\prime\prime\prime}\ ve\ 96^{\prime\prime} = 5760^{\prime\prime\prime}$$
$$\Rightarrow 25920000^{\prime\prime\prime} + 252000^{\prime\prime\prime} + 5760^{\prime\prime\prime} + 56^{\prime\prime\prime} = \mathbf{26177816}\ ^{\prime\prime\prime}$$

### 7. Yedinci Fasıl: Bölme İşlemi

**Hindî Hesapta:**

Müellif bölme işlemini tıpkı çarpma işleminde olduğu gibi oran-orantı formunda tarif eder. Buna göre bölmenin sonucu olarak aradığımız sayının 1'e oranı, bölünenin bölene oranına eşit çıkmalıdır.

$$a, b, x \in \mathbb{N}\ ve\ \frac{x}{1} = \frac{a}{b} \Rightarrow x = \frac{a}{b}$$

İşlem aşamalarına gelince:

**i.** Bölünen üstte, bölen onun hemen altında ve ikisinin de en büyük basamakları alt alta hizalı olacak şekilde tahtaya yazılır.

**ii.** Bölenin hizasındaki bölünenin değerine bakılır, içinden kaç tane bölen çıkacağı tahmin edilir ve bu sayı, bölenin ilk basamağının üstündeki bölünen basamağının üstüne konulur.

**iii.** Bölenin en büyük basamağından başlanarak her basamağı tek tek bu sayı ile çarpılır, her bir çarpmanın sonucu bölünenin ilgili basamağından çıkarılıp kalan sayı bölünendeki o basamağın yerine yazılır.

**iv.** Bölen bir basamak sağa kaydırılır ve işlem aşaması başa döner; bölünendeki tüm basamaklar tükenene kadar işlem böylece sürdürülür. Bölünende bölenden daha küçük bir değer kalırsa bulunan tam sayı yanında bölenin payı olarak yazılır.

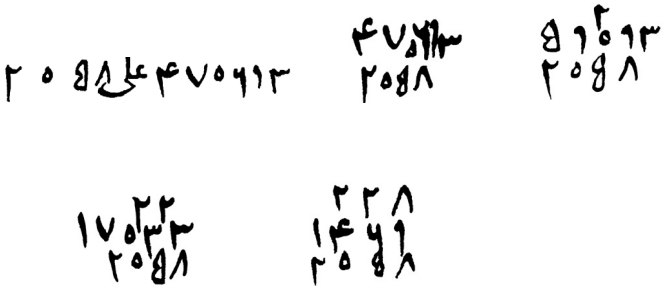
**Örnek:** 470.693'ün 2058'e bölümü kaçtır?

| | | | |
|---|---|---|---|
| | **2** | **2** | **2** |
| 470693 | 470693 | **0590**93 | **0590**93 |
| 2058 | 2058 | 2058 | 2058 |
| | | | |
| **22** | **22** | **228** | |
| **1793**3 | **1793**3 | **01469** | |
| 2058 | 2058 | 2058 | |

Yukarıda müellifin tarifine göre tüm bölme işlemi aşamaları soldan sağa doğru sırayla gösterilmiştir. Yanda ise aynı örnek çağdaş matematik eğitiminde kullanılan bölme işlemine göre tekrar yapılmıştır:

```
 470693 | 2058
−4116   | 228
 05909
−4116
 17933
−16464
 01469
```

İşlem aşamalarının nüshadaki gösterimi ise soldan sağa doğru olacak şekilde şöyledir:



**Felekî Hesapta:**

Müellifin örnek vermediği felekî hesapla bölmede, çarpma işleminde olduğu gibi öncelikle bölünen ve bölendeki birimler birbirine dönüştürülür. Yani bölünendeki en alt birim neyse diğerleri de o birime dönüştürülür ve sonuçlar toplanarak tek birim olarak ifade edilir. Aynı işlem bölen için de uygulanır. Bunun ardından hindî hesaptaki bölme işleminin aynısı yapılır. Ancak bölünen ve bölen arasında birim farkı varsa işlem sonucunun birimini belirlemede aşağıdaki kurallara riayet etmek gerekir:

$$r_n = merfû\ (yükseltilmiş)\ birimler\ ve\ r_1 < r_2 < r_3 < \cdots < r_{n-1} < r_n\ ve\ a\ ve\ b \in \mathbb{N}, a < b \Rightarrow \frac{r_b}{r_a} = r_{b-a}$$

$$h_m = mahtut\ (indirgenmiş)\ birimler\ ve\ h_1 > h_2 > h_3 > \cdots > h_{m-1} > h_m\ ve\ a\ ve\ b \in \mathbb{N}, a > b \Rightarrow \frac{h_b}{h_a} = h_{a-b}\ merfû\ birimdir.$$

$$h_m = mahtût\ (indirgenmiş)\ birimler\ ve\ h_1 > h_2 > h_3 > \cdots > h_{m-1} > h_m\ ve\ a\ ve\ b \in \mathbb{N}, b > a \Rightarrow \frac{h_b}{h_a} = h_{b-a}\ mahtût\ birimdir.$$

$$r_n = merfû\ (yükseltilmiş)\ birimler\ ve\ h_m = mahtût\ (indirgenmiş)\ birimler\ \frac{h_m}{r_n} = \left(\frac{h}{r}\right)_{m+n}\ mahtût\ birimdir.$$

$$r_n = merfû\ (yükseltilmiş)\ birimler\ ve\ h_m = mahtût\ (indirgenmiş)\ birimler\ \frac{r_n}{h_m} = \left(\frac{r}{h}\right)_{m+n}\ merfû\ birimdir.$$

## 8. Sekizinci Fasıl: Karekök Çıkarma İşlemi[1]

**Hindî Hesapta:**

Ebherî bu konuya üslü sayılar ile köklü sayılar arasındaki ilişkiyi ortaya koyarak başlar. Buna göre:

$$a\ ve\ b \in \mathbb{N}\ \ ve\ \ a.a = a^2 = b\ \ \Rightarrow\ \ \sqrt[2]{b} = a$$

Bu tarifin ardından herhangi bir tam sayının karekökünü bulma işlemi şu aşamalarla açıklanabilir:

**i.** Karekökü alınacak sayı yazılır ve birler basamağı ilki olacak şekilde basamakların üstüne birer atlayarak bir işaret konulur.

**ii.** Sayının üzerinde işaret bulunan en büyük basamağından işleme başlanır. Eğer bu basamağın solunda basamak varsa bu iki basamak birlikte dikkate alınır yoksa da sadece işaretli basamak dikkate alınır. Kendisiyle çarpıldığında söz konusu basamağa veya iki basamağa eşit veya ondan daha küçük çıkacak rakam tahmin edilir ve işaretin olduğu yer ile işaretin hizasında sayının altına yazılır.

**iii.** Üste ve alta yazılan rakam çarpılır, sonuç ilgili basamak veya iki basamaktan çıkarılır, kalan söz konusu basamak veya iki basamaktaki mevcut rakamlar silinip yerine konulur.

---

1 Başlangıç seviyesindeki muhtasar bir eserde karekök ve küpkök çıkarma işlemlerinin altı temel hesap işlemine dâhil edilmesi okuyucuya şaşırtıcı gelebilir. Ancak cebir ilminin, saf riyâzî ilimler veya dolaylı riyâzî ilimlerin tamamında karşılaşılan problemlerin en hızlı ve kullanışlı çözüm yöntemi olarak kullanıldığı ve bu ilmin temelindeki konulardan birinin de kökler bahsi olduğu göz önüne alındığında bu durum olağan karşılanabilir. İslâm medeniyeti matematik geleneğinin başından itibaren "kökler" problemi bilhassa cebir ve hesap alanları kapsamında matematikçilerin gündeminde olmuştur. Süreç boyunca bir yandan daha büyük sayıların daha yüksek dereceden köklerini hesaplama, diğer yandan irrasyonel köklere daha dakik biçimde yaklaşmak için yöntemler geliştirilmiştir. Bu gelişimin önemli tetikleyicilerinden biri cebir ilminde 3. dereceden yüksek denklemlerin çözüm ve ispatında geometriden yardım alınamaması, diğeri de herhangi bir dereceden denklemi cebir ilminin sınırları içerisinde kalarak çözme yaklaşımıdır. Bu medeniyetin matematikçilerinden Bağdâdî, Uklidîsî, Büzcânî, Kerecî, Semev'el el-Mağrîbî, İbnü'l-Bennâ'nın yanı sıra birçok isim, eserlerinde bu konuya yer vermiştir. İslâm medeniyeti matematik geleneğinde kök çıkarma konusu ile ilgili genel bilgiler için bkz. Roshdi Rashed, *Classical Mathematics from Al-Khwarizmi to Descartes* (London: Routledge, 2015), 368-379; John Lennart Berggren, *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam* (Newyork: Springer, 2016), 57-71. Bir tam sayının kökünü çıkarma işleminde Cemşid Kâşî'nin 14 basamaklı bir sayının 5. dereceden kökünü çıkarma işlemi oldukça ileri seviye olarak görülebilir. Örneği incelemek için bkz. Gıyâsuddin Cemşid Kâşî, *Miftâhu'l-Hussâb*, thk. Nadir Nablûsî (Dımeşk: Matbaa Câmia, 1977), 81-100. Bu örneğin modern matematik bağlamında tahlili için bkz. Aydin and Hammoudi, "Root extraction by Al-Kashi and Stevin", *Archive for History of Exact Sciences*, 69 (2015): 291–310.

**iv.** Üste ve alta yazılan rakam toplanır; toplam, işlem yapılan basamak hizasının bir sağına sayının altına yazılır.

**v.** İkinci kez bir rakam tahmininde bulunulur. Ancak bu tahmin edilen rakam, hem kendisi ile çarpıldığında hizasındaki basamağa eşit veya ondan küçük olmalıdır hem de bir önceki aşamada bir basamak sağa yazılan toplamla çarpıldığında o toplamın hizasındaki basamağa eşit veya ondan küçük olmalıdır. Bu nitelikteki rakam, sıradaki işaretli basamağın üstüne ve aynı hizada altına konulur.

**vi.** Tahmin edilen rakam kendisi ile çarpılır ve sonuç hizasındaki basamaktan çıkarılıp kalan o basamağın yerine yazılır. Ardından aynı rakam bir önceki aşamada bir basamak sağa yazılan toplamla çarpılır ve sonuç hizasındaki basamaktan çıkarılıp kalan o basamağın yerine konulur.

**vii.** Tahmin edilen rakam kendisiyle toplanır, toplam bir önceki aşamada bir basamak sağa yazılan rakamın sağına yazılır ve her ikisi bir basamak sağa kaydırılır.

Burada sayılan son üç işlem aşaması, üzerinde işaret bulunan ilk basamağa ulaşana kadar tekrar eder ve sayı satırındaki basamaklar tükendiğinde işaretli yerlerde oluşan sayı işlem sonucudur. Tüm bu aşamalar şöyle formülleştirilebilir:

$$abcdefgh\ldots \in \mathbb{N}\ ve\ x,y,z \in \{0,1,2,\ldots,9\}\ \ ve\ \ \ m,n,k\ \in \mathbb{N}\ ve\ (ab \geq x^2\ ve\ \ ab - x^2 = m),$$

$$(mcd \geq y^2 + 20.x.y\ \ ve\ \ mcd - y^2 - 20.x.y = n\ ),$$

$$(nef \geq z^2 + 20.z.y + 200.z.x\ \ ve\ nef - z^2 - 20.z.y - 200.z.x = k), \ldots$$

$$\Rightarrow\ \ \sqrt[2]{abcdefgh\ldots} = xyz\ldots$$

**Örnek:** 104.976'nın karekökü kaçtır?

Formül ve tahta hesabı tekniğindeki işlem gösterimi olsa da sonuca götüren aşamaları açıklamak faydalı olacaktır:

İlk aşamada 104976 tahtaya yazılır; birler, yüzler ve on binler basamaklarının üstü yani sırayla 6, 9 ve 0'ın üzeri işaretlenir ve işaretli en büyük basamaktan veya bu basamağın solunda basamak varsa iki

basamak birlikte değerlendirilerek başlanır. Bu durumda 10 sayısı dikkate alınarak kendisi ile çarpıldığında buna eşit veya daha küçük çıkacak rakam ($ab \geq x^2 \Rightarrow 10 \geq 3^2 \; ve \; x = 3$) olduğundan 3 bulunur, işaretin üstüne ve aynı hizada sayının alt tarafına yazılır. Bunun ardından ($ab - x^2 = m \Rightarrow \; 10 - 3^2 = 1$) işlemi şöyle yapılır: Alta yazılan 3 ile üste yazılan 3 çarpılır, çarpım sonucu olan 9 rakamı 10'dan çıkarılır, kalan 1 rakamı 10 silinerek yerine yazılır. Alttaki 3'ün iki katı alınır, sonuç olan 6 bir basamak sağa yazılır.

İkinci aşamada sayı satırında oluşan 14976'da sıradaki işaretli basamak 9 olduğu için 9 ve solundaki basamaklar dikkate alınır. Yani 149'a bakılarak kendisiyle çarpım sonucuna kendisinin bir önceki tahmin olan 3'ün 20 katıyla çarpım sonucu eklendiğinde 149'a eşit veya ondan küçük çıkacak bir rakam tahmin edilir. Yukarıdaki formüle göre ($149 \geq y^2 + 20.3.y \; \Rightarrow 149 \geq 2^2 + 20.3.2 \; \Rightarrow y = 2$) bulunarak 9'un üzerine ve aynı hizada aşağı tarafa yazılır. Yine formüle göre ($149 - 2^2 - 20.3.2 = 25$) işlemi tahta üzerinde birer birer şöyle yapılır: 2 kendisiyle çarpılarak elde edilen 4 rakamı 9'dan çıkarılır, kalan 5, 9'un yerine yazılır. Ardından 2, bir önceki aşamada bir basamak sağa yazılan 6 ile çarpılır ve sonuç 12 sayısı 14'ten çıkarılır, kalan 2 rakamı 4'ün yerine yazılır. Bundan sonra 2'nin iki katı alınır, 4 rakamı bir önceki aşamadan gelen 6 ile birlikte bir basamak sağa kaydırılarak yazılır.

Üçüncü aşamada sayı satırında oluşan 2576 sayısının tamamı dikkate alınarak kendisiyle çarpımına kendisinin "ilk tahmin"in 200 katıyla çarpımı ve kendisinin "ikinci tahmin"in 20 katıyla çarpımı eklendiğinde 2576'ya eşit veya ondan daha küçük çıkacak bir rakam tahmin edilir. Yukarıdaki formüle göre ($2576 \geq z^2 + 20.z.2 + 200.4.3 \Rightarrow z = 4$) bulunur, 6'nın üzerine ve aynı hizada aşağı tarafa yazılır. Yine formüle göre $2576 - 4^2 - 20.4.2 - 200.4.3 = 0$ işlemi tahta üzerinde birer birer şöyle yapılır: Bulunan 4 rakamı kendisiyle çarpılır, sonuç 16 sayısı 2576'dan çıkarılır, 76'nın yerine 60 yazılır. Bulunan 4 rakamı, bir önceki aşamada bir basamak sağa yazılan 4'ün 10 katıyla çarpılır. Çarpım sonucu 160 sayısı 2560'tan çıkarılır, 2400 yazılır. Bulunan 4 rakamı ilk aşamada bir basamak sağa yazılan 6'nın 100 katıyla çarpılır, çarpım sonucu olan 2400 sayısı, 2400'den

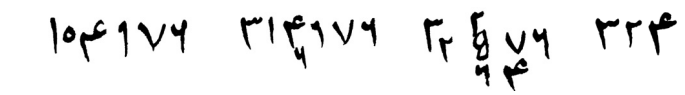
çıkarılır. Böylece karekökü alınması istenen sayı tam tüketilmiş ve karekökü işaret konulan basamaklara yazılan rakamlar yan yana getirilmek sûretiyle 324 bulunmuş olur.

$$\sqrt[2]{104976} = 324$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 3 . . | 3 . . | 3 . . | 3 2 . |
| | 104976 | 14976 | 14976 | 14976 |
| | | | 6 | 6 |
| . . . | | | | |
| 104976 | 3 | 3 | 3 | 3 2 |
| | | | | |
| 3 2 . | 3 2 . | 3 2 . | 3 2 . | 3 2 . |
| 14976 | 2576 | 2576 | 2576 | 2576 |
| 6 | 6 | 6 | 64 | 64 |
| 3 2 | 3 | 3 2 | 3 2 | 3 2 |
| | | | | |
| 3 2 4 | 3 2 4 | 3 2 4 | 3 2 4 | |
| 2576 | 257 | 24 | | |
| 64 | 64 | 64 | 64 | |
| 3 2 4 | 3 2 4 | 3 2 4 | 3 2 4 | 3 2 4 |

Ebherî, bu örneğin ardından elde edilen sonuca nispetle karekökü sorulan sayının meftûh yani tam sayı karekökü olan bir sayı olduğunu beyan eder. Eğer böyle olmasaydı yani karekökü sorulan sayının tam sayı bir karekökü bulunmasaydı, aynı işlemler yapıldıktan ve sayı satırında kalan sayı oluştuktan sonra köke mümkün olduğunca yaklaşmak için bu kalan sayı genişletilmek sûretiyle işlemlere devam edilecekti.

Yukarıda verilen işlem aşamalarının nüshada nasıl gösterildiğine gelince:



**Felekî Hesapta:**

Müellif bu işlemin felekî hesap ile yapılışını açıklamamış ve örnek vermemiştir.

**9. Küpkök Çıkarma İşlemi**

**Hindî Hesapta:**

Küpkök kavramı, tam kare, tam küp, karekök ve küpkök kavramları arasındaki ilişki üzerinden tarif edilir. Buna göre:

$$a, b \; ve \; c \in \mathbb{N} \;\; ve \;\; a.a = a^2 = b \;\; \Rightarrow \;\; \sqrt[2]{b} = a \;\; ve \;\; a^2.a = a^3 = b.a = c \;\; \Rightarrow \;\; \sqrt[3]{c} = a$$

Bu kısa tarifin ardından işlem aşamaları şöyle listelenebilir:

**i.** Küpkökü alınacak sayı yazılır ve birler basamağı ilki olacak şekilde basamakların üstüne ikişer atlayarak bir işaret konulur.

**ii.** Üzerinde işaret bulunan en büyük basamak ve varsa solundaki basamak/lar birlikte dikkate alınarak iki kez kendisiyle çarpıldığında sonuç bu sayıya eşit veya daha küçük çıkacak bir rakam tahmin edilir ve bu rakam işaretin olduğu yere ve aynı hizada sayının aşağı tarafında bir satıra yazılır. Bu tahminin iki ve üç katı olan sayılar da kenarda bekletilir.

**iii.** Tahmin edilen rakam kendisi ile çarpılır, sonuç yine aynı hizaya ama sayının alt tarafına tam kare satırı denilen yere yazılır. Ardından bu sonuç yine kendisi ile çarpılır ve sonuç, üzerinde işaret bulunan en büyük basamak ve varsa solundaki basamak/lardan çıkarılır. Kalan, eksilenin yerine yazılır. Kenarda bekletilen tahminin iki katı ile tahminin kendisi çarpılır, sonuç, tam kare satırında rakamın kendisiyle çarpım sonucuyla toplanır, toplam oraya konulur. Tam kare satırındakiler bir basamak sağa, tahmin edilen rakamın kenarda bekletilen üç katı da iki basamak sağa kaydırılarak ilk işlem aşaması tamamlanır.

**iv.** İkinci aşamada küp kökü aranan sayının sıradaki işaretli basamağına geçilir. İşaret bulunan basamakla birlikte solunda basamak/lar varsa birlikte dikkate alınarak yine bir tahminde bulunulur. Öyle bir sayı tahmin edilir ki bir önceki aşamada iki basamak sağa kaydırılan rakamın sağına yazılıp oluşan sayı o tahminle çarpıldığında ve sonuç bir basamak sağa kaydırılan sayının yanına yazılıp yeni oluşan sayı yine tahmin edilen rakamla çarpıldığında sonucun sayı satırında soldan ikinci işaretin altındaki rakam ve solundakilerin tamamına eşit veya daha küçük olması gerekir. Böyle bir sayı bulunduğunda, birinci aşamadaki işlemler tekrar edilir ve daha sonra üçüncü aşamaya geçilir. Tüm bu aşamalar şöyle formülleştirilebilir:

$$abcdefgh \in \mathbb{N} \; ve \; x, y, z \in \{0,1,2, \dots ,9\} \;\; ve \;\; m, n, k \in \mathbb{N} \;\; ve$$

$$(ab \geq x^3 \; ve \;\; ab - x^3 = m),$$

$$mcde \geq [100.3.x^2 + (10.3.x + y).y].y$$

$$mcde - [(100.3.x^2 + (10.3.x + y).y).y] = n$$

$$nfgh \geq [(100.3.x^2 + (10.3.x + y).y + (10.x^2 + y^2).y).100$$

$$+ (100.3.x + 10.3.y + z).z)].z$$

$$nfgh - [(100.3.x^2 + (10.3.x + y).y + (10.x^2 + y^2).y).100$$

$$+ (100.3.x + 10.3.y + z).z)].z = k$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt[3]{abcdefgh} =$$

$$\frac{k}{xyz\,k + [100.3.x^2 + (10.3.x + y).y + (10.x^2 + y^2).y].100 + (100.3.x + 10.3.y + z).z + (100.3.x + 10.3.y + 2z).z + 100.3.x + 10.3.y + 3z}$$

**Örnek:** 34.012.225'in küpkökü kaçtır?

Küpkök alma işlemi bir miktar karmaşık bir işlem olduğundan müellifin kullandığı notasyon ve tekniği kullanarak sunmadan önce çözüm yolunu sözlü bir şekilde izah etmek ve Ebherî'nin açıklamalarının modern matematik sembollerine tercüme edilmesiyle oluşturulan formüle tatbik etmek gerekir.

34012225 tahtaya yazılır ve birler, binler ve milyonlar basamağındaki rakamların üzerine işaret konulur. Milyonlar basamağı ile solundaki basamağı birlikte düşünerek yani 34'ü dikkate alarak ($34 \geq x^3$) ifadesinden aranan rakam 3 olarak tahmin edilir ve işaretin üstüne yazılır. 3'ün iki ve üç katı sırayla 6 ve 9 olarak kenarda bekletilir. Ardından 3'ün kendisi ile çarpım sonucu olan 9, küpkökün tam karesinin üç katını ifade eden ve sayı satırının altında bulunan tam kare satırına, 3'ün hizasına yazılır ve bunun yine 3 ile çarpımından elde edilen 27, 34'ten çıkarılır: $(34 - 27 = 7)$.34 silinip yerine 7 yazılır. Bundan sonra kenarda bekletilen 6 ile 3 çarpılır ve 18 olan sonuç tam kare satırındaki 9'a ilâve edilir: $(18 + 9 = 27)$. Sonuç 27, bir basamak sağa ve kenarda bekletilen 3'ün 3 katı 9 iki basamak sağa kaydırılarak tekrar yazılır ve ilk aşama tamamlanır.

İkinci aşamada öyle bir rakam tahmin edilir ki, iki basamak sağa kaydırılan 9'un yanına geldiğinde, bu sayı tahmin ile çarpılıp bir basamak sağa kaydırılan 27'nin yanındaki basamaklara yazıldığında oluşan sayının yine tahminle çarpım sonucu sayı satırındaki binler basamağı ile

solundaki basamakların birleşimine eşit veya ondan daha küçük çıksın. Yani $[7012 \geq (2700 + (90 + y).y).y]$ eşitsizliğindeki a'nın yerine hangi rakamı koyarsak işlemin sağlanacağına bakılır. Bu işlemden $(y = 2)$ çıkar. Binler basamağındaki işaretin üstüne yazılır, iki ve üç katı alınıp kenara konulur. $[(90 + y).y]$ işlemi yapılarak yani $[(90 + 2).2 = 184]$ elde edilerek tam kare satırındaki 2700'e eklenir: $(2700 + 184 = 2884)$ olan sonuç 2 ile çarpılır, sonuç 5768 olur ve bu, 7012'den çıkarılır: $(7012 - 5768 = 1244)$. Buradaki 7012 silinir, yerine 1244 yazılır. 2'nin iki katı olan ve kenarda bekletilen 4 ile solundaki 9'un oluşturduğu 94'ün 2 ile çarpım sonucu, tam kare satırına yani 2884'e eklenir: $(2884 + 94.2 = 3072)$ olan sonuç bir basamak sağa, ilk tahmin 3 ile ikinci tahmin 2'nin üçer katları 9 ve 6 iki basamak sağa kaydırılarak tekrar yazılır. İkinci aşama da tamamlandıktan sonra son aşamaya geçilir.

Üçüncü aşamada öyle bir rakam tahmin edilir ki, iki basamak sağa kaydırılan 9 ve 6'nın yanına geldiğinde, bu sayı tahmin ile çarpılıp bir basamak sağa kaydırılan 3072'nin yanındaki basamaklara yazıldığında oluşan sayının yine tahminle çarpım sonucu sayı satırındaki birler basamağı ile solundaki basamakların birleşimine eşit veya ondan daha küçük çıksın. Yani $[1244225 \geq (307200 + (960 + z).z).z]$ eşitsizliğindeki a'nın yerine hangi rakamı koyarsak işlemin sağlanacağına bakılır. Bu işlemden $(z = 4)$ çıkar. Birler basamağındaki işaretin üstüne yazılır, iki ve üç katı alınıp kenara konulur. $[(960 + z).z]$ işlemi yapılarak yani $[(960 + 4).4 = 3856]$ elde edilerek tam kare satırındaki 307200'a eklenir: $(307200 + 3856 = 311056)$ olan sonuç 4 ile çarpılır: $(311056.4 = 1244224)$ olan sonuç 1244225'ten çıkarılır: $(1244225 - 1244224 = 1)$ Oradaki 1244225 silinir, yerine 1 yazılır. Kenarda bekletilen 4'ün iki katı olan 8 ile solundaki 9 ve 6'nın oluşturduğu 968'in 4 ile çarpım sonucu, tam kare satırına yani 311056'ya eklenir: $(311056 + 968.4 = 314958)$ olur. Kenara konulan 4'ün 3 katı, yani 12 sayısı 960'a eklenir: $(960 + 12 = 972)$ çıkar. Elde kalan bu üç sayı yani 314958, 972 ve 1'in toplamı olan 315901, üç tahminle bulunan 34012225'in küp kökünün tam kısmı 324'ün küsûratını meydana getirir. Böylece $\left(\sqrt[3]{34012225} = 324\frac{1}{315901}\right)$ çıkar.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 3 . . | 3 . . | 3 . . |
| | 34012225 | 34012225 | 34012225 |
| . . . | | 9 | 9 |
| 34012225 | 3 | 3 | 3 |
| 3 . . | 3 . . | 3 2 . | 3 2 . |
| 07012225 | 07012225 | 07012225 | 07012225 |
| 27 | 27 | 27 | 2884 |
| 9 | 9 | 96 | 96 |
| 3 | 3 | 3 2 | 3 2 |
| 3 2 . | 3 2 4 | 3 2 4 | 3 2 4 |
| 01244225 | 01244225 | 01244225 | 01244225 |
| 2884 | 3072 | 3072 | 311056 |
| 96 | 96 | 96 | 96 |
| 3 2 | 3 2 | 3 2 4 | 3 2 4 |
| 3 2 4 | 3 2 4 | 3 2 4 | 3 2 4 |
| 00000001 | 00000001 | 00000001 | 00000001 |
| 311056 | 311056 | 314928 | 314928 |
| 96 | 968 | 968 | 972 |
| 3 2 4 | 3 2 4 | 3 2 4 | 3 2 4 |

$$\begin{array}{r} 00000001 \\ 314928 \\ +\quad 972 \\ \hline 315901 \end{array} \qquad 324\frac{1}{315901}$$

Yukarıdaki işlemlerin nüshadaki gösterimleri ise şöyledir:



Eğer sayının küpköküne daha fazla yaklaşmak yani daha dakik bir sonuç elde etmek istenirse Ebherî bu işlemin nasıl yapılacağını anlatır ancak örnekle göstermez. Onun tarifine göre, köke daha fazla yaklaşmanın temel ilkesi sayıyı genişletmektir. Özellikle de kökün kesirli bölümünde bulunan, "dıl' satırı" olarak ifade edilen ve kökün 3 katından oluşan sayının genişletilmesinden bahseder. Ancak eserin seviyesi gereği bu konuda ayrıntılı bilgi vermediğinden çağdaşı Nîsâbûrî'nin genel matematik kitabı *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb*'da açıkladığı bilgilere göre mesele burada izah edilebilir ve örnek verilebilir:

Buna göre, küpkökü alınan sayı, varsayılan herhangi bir tam küp tam sayı ile çarpılır ve meydana gelen bu yeni sayının aynı yöntemle küpkökü alınır. Çıkan sonuç, başta varsayılan herhangi tam küp sayının küpköküne bölünür. Çıkan sonuç başlangıçta bulunan küpkökten daha dakik bir sonuçtur. Formülleştirmek gerekirse:

$$a \in \mathbb{N}\ ve\ b, c \in \mathbb{Q}\ ve\ \sqrt[3]{a}\ \in\ \mathbb{Q}^{\prime}\ ve\ n\ \in \{8{,}27, 64, 125, 216, 343, \ldots \infty\}\ ve$$

$$\sqrt[3]{a} \cong b\ \ ve\ \ \sqrt[3]{a.n} \cong c\ \ \Rightarrow$$

$$\frac{c}{\sqrt[3]{n}}\ sonucu\ b'den\ daha\ doğrudur.$$

Ebherî'nin verdiği örnek bu formüle uygulanırsa:

$$\sqrt[3]{34012225} \cong 324\frac{1}{315901}\ \ ve\ \sqrt[3]{34012225 \times 8} = \sqrt[3]{272097800} \cong 648\frac{8}{1261664} \Rightarrow$$

$$\frac{648\frac{8}{1261664}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{648\frac{8}{1261664}}{2} \cong 324\frac{1585208106120171}{500000000000000000000}$$

$$\sqrt[3]{34012225} \cong 324\frac{1585208106120171}{500000000000000000000}$$

**Felekî hesapta:**

Müellif küpkök alma işleminin felekî hesap ile yapılışını açıklamamış ve örnek vermemiştir.

**10. Hesap İşlemlerinin Sağlaması**

Müellif, çoğu hesap kitabında âdet olduğu üzere eserin sonuna mîzan bahsini koymuştur. Zira buraya kadar anlattığı hesap işlemlerini öğrenen bir öğrencinin işlemi doğru yapıp yapmadığını kontrol etmesi, maksadın hâsıl olması açısından işlemin kendisini öğrenmesi kadar önemlidir. Günümüz matematiğindeki modüler aritmetik konusuyla benzerlik gösteren mîzan bahsi, hesap işleminde eşitliğin bir tarafındaki sayı veya sayıların sayı değerleri toplamından 9'ar çıkarılmasından kalanın, eşitliğin diğer tarafındaki sayı veya sayıların sayı değerleri toplamından 9'ar çıkarılmasından kalana eşit çıkıp çıkmadığının kontrol edilmesidir. Eşitliğin iki tarafı arasında bir denge bulmayı

amaçladığı için de mîzan adıyla anılmıştır.[1] Bu işlem için 9 rakamının seçilmesine gelince; Ebherî'nin de zikrettiği gibi 9, bu iş için kullanılan sayıların en meşhurudur. Klasik matematik geleneğinde 9 dışında 7, 8 ve 11 sayılarıyla da sağlama yapıldığını belirtmek gerekir. Son olarak, bu işlemin, çıkarma işleminin bir kez çıkarma ve ardı ardına birden çok kez çıkarma şeklindeki iki türünden ikincisi olarak mezkûr bahis içerisinde de yer aldığı söylenmelidir.

$$abcdefgh\ldots \in \mathbb{Z}^+ \ ve\ x,y \in \mathbb{N}\ \ ve\ de \frac{a+b+c+d+e+f+\cdots}{9} = 9x+y\ \ \Rightarrow$$

$$abcdefgh\ldots \equiv y\ (mod\ 9)\ ve\ y = mîzan$$

**İki katını alma işleminde sağlama:**

İki katı alınacak sayının rakamları toplanır ve toplamdan dokuzar dokuzar çıkarılmasından sonra kalan veya 9'a bölümünden kalan bulunur. Bulunan sayının iki katı alınır, sonuç 9'dan büyükse aynı şekilde çıkarma veya bölme işlemi uygulanarak kalan bulunur. Bu işlem, baştaki sayının hesaplanan iki katına da tatbik edilir ve eldeki iki kalan sayının aynı olup olmadığı karşılaştırılır. Aynı ise işlem doğru, değil ise işlem yanlıştır.

$$abcdefgh\ldots \in \mathbb{Z}^+ \ ve\ x,y \in \mathbb{N}\ \ ve\ de \frac{a+b+c+d+e+f+\cdots}{9} = \frac{9x+y}{9} = x\frac{y}{9}\ \Rightarrow$$

$$abcdefgh\ldots \equiv y\ (mod\ 9)\ ve\ y = mîzan$$

$$2.(abcdefgh\ldots) \in \mathbb{Z}^+ \ ve\ z,q \in \mathbb{N}\ \ ve\ de \frac{2a+2b+2c+2d+2e+2f+\cdots}{9} = \frac{9z+q}{9}$$

$$= z\frac{q}{9} \Rightarrow 2.(abcdefgh\ldots) \equiv q\ (mod\ 9)\ ve\ q = mîzan$$

$$y = q\ \Rightarrow işlem\ doğru;\ y \neq q\ \Rightarrow\ işlem\ yanlıştır.$$

Ebherî, 8732546 sayısı üzerinden mîzan almayı açıklar ancak bundan sonra 8 ayrı hesap işleminde sağlama yapmayı birer cümle ile örnek vermeden özetler. Burada diğer işlemler olmasa da iki kat alma ve yarıya bölmede sağlama yapma işlemi 8732546 sayısı üzerinden gösterilebilir:

1 Buradaki gibi, bir işlemin sağlamasını yapmak amacıyla olmasa da Mezopotamya ve Mısır medeniyetlerinde buna benzer sayılabilecek konulara rastlanır. Ancak yukarıdaki şekle en yakın işlemler için Hint matematiğine, daha öncesinde de antik Çin matematiğindeki "kalan problemi" örneklerine müracaat etmek gerekir. Mîzan konusunun Hint matematiğine dayandırılması, İslâm medeniyeti matematikçilerinin öncekilerden farklı olarak mîzan işleminin kat'i bir doğrulama yöntemi olamayacağına dair kanıtları ve bu konuda örnekli açıklamalar için bkz. Mustafa Ali el-Eşhur, *el-Mevsû'atü'l-Vasîta fî Târîhi Ulûmi'r-Riyâziyyâti'l-Arabiyyeti'l-İslâmiyye* (Libya: Dâru'l-Kütübi'l-Vataniyye, 2002), 823-831. Antik Çin matematiği kaynaklarında bu konunun açıklama ve örneklerini incelemek için bkz. Jean-Claude Martzloff, *A History of Chinese Mathematics* (Springer, 2007), 217-221, 310-323.

**Örnek:** $8732546 \times 2 = 17465092$ işleminin sağlamasını yapınız.

$$\frac{8+7+3+2+5+4+6}{9} = \frac{35}{9} = \frac{3.9+\mathbf{8}}{9} = 3\frac{\mathbf{8}}{9} \Rightarrow 8732546 \equiv 8 \pmod 9$$

$$8 \times 2 = 16 \Rightarrow 1+6 = \mathbf{7} \ ve \ 16 \equiv \mathbf{7} \pmod 9$$

$$\frac{1+7+4+6+5+0+9+2}{9} = \frac{34}{9} = \frac{3.9+\mathbf{7}}{9} = 3\frac{\mathbf{7}}{9} \Rightarrow$$

$17495092 \equiv \mathbf{7} \pmod 9$ *ve* $16 \equiv \mathbf{7} \pmod 9$ *olduğundan işlem doğrudur.*

**Yarıya bölme işleminde sağlama:**

Yarıya bölünmesi istenen sayının rakamları toplanır ve toplamdan dokuzar dokuzar çıkarılmasından sonra kalan veya 9'a bölümünden kalan bulunur. Yarıya bölme işlemi sonucunun yani sayının yarısının rakamları toplanır ve toplamdan dokuzar dokuzar çıkarılmasından sonra kalan veya 9'a bölümünden kalan bulunur. Bulunan sayının iki katı alınır; sonuç 9'dan büyükse aynı şekilde çıkarma veya bölme işlemi uygulanarak kalan bulunur. Eldeki iki kalan sayının aynı olup olmadığı karşılaştırılır. Aynı ise işlem doğru; değil ise işlem yanlıştır.

$$\frac{abcdefgh\ldots}{2} \in \mathbb{Z}^+ \ ve \ x,y \in \mathbb{N} \ ve \ de \frac{\frac{a}{2}+\frac{b}{2}+\frac{c}{2}+\frac{d}{2}+\frac{e}{2}+\frac{f}{2}+\cdots}{9} = \frac{9x+y}{9} = x\frac{y}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{abcdefgh\ldots}{2} \equiv y \ (mod\ 9) \ ve \ y = mîzan$$

$$abcdefgh\ldots \in \mathbb{Z}^+ \ ve \ z,q \in \mathbb{N} \ ve \ de \frac{a+b+c+d+e+f+\cdots}{9} = \frac{9z+q}{9} = z\frac{q}{9} \Rightarrow$$

$$abcdefgh\ldots \equiv q \ (mod\ 9) \ ve \ q = mîzan$$

$$y = q \Rightarrow işlem\ doğru;\ y \neq q \Rightarrow işlem\ yanlıştır.$$

**Örnek:** $8732546 \div 2 = 4366273$ işleminin sağlamasını yapınız.

$$\frac{4+3+6+6+2+7+3}{9} = \frac{31}{9} = \frac{3.9+\mathbf{4}}{9} = 3\frac{\mathbf{4}}{9} \Rightarrow 4366273 \equiv 4 \pmod 9$$

$$4 \times 2 = 8 \Rightarrow 8 \equiv \mathbf{8} \pmod 9$$

$$\frac{8+7+3+2+5+4+6}{9} = \frac{35}{9} = \frac{3.9+\mathbf{8}}{9} = 3\frac{\mathbf{8}}{9} \Rightarrow 8732546 \equiv \mathbf{8} \pmod 9$$

$4366273 \equiv 4 \pmod 9$ve $4 \times 2 = 8 \Rightarrow 8 \equiv \mathbf{8} \pmod 9$ *ve* $8732546 \equiv \mathbf{8} \pmod 9 \Rightarrow$

*yarıya bölme işlemi doğrudur.*

**Toplama işleminde sağlama:**

Birinci ve ikinci toplananın ayrı ayrı rakamları toplanır ve 9'a bölümlerinden kalanlar bulunur. Bu iki kalan toplanır, eğer sonuç 9'dan büyükse yine rakamları toplanıp 9'a bölümünde kalan bulunur. İşlem sonucu yani toplamın rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan bulunur. Bu kalan ile toplananlardan gelen kalan karşılaştırılır, eğer eşitlerse işlem doğru, değilse yanlıştır.

**Çıkarma işleminde sağlama:**

Çıkan sayının rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan ile eksilen sayının rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan bulunur. İlk kalan ikinci kalandan çıkarılır. Ardından farkın rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan bulunur. Bu iki kalan karşılaştırılır, eğer eşitlerse işlem doğru, değilse yanlıştır.

**Çarpma işleminde sağlama:**

Birinci ve ikinci çarpanın rakamları toplamının ayrı ayrı 9'a bölümlerinden kalan bulunur ve bu kalanlar çarpılır; eğer sonuç 9'dan büyükse bunun da rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan bulunur. Çarpım sonucunun rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan ile çarpanlardan gelen kalan karşılaştırılır, eğer eşitlerse işlem doğru, değilse yanlıştır.

**Bölme işleminde sağlama:**

Öncelikle bölünenin rakamları toplanır ve toplamın 9'a bölümünden kalan bulunur. Ardından bölen, bölüm ve varsa kalanın ayrı ayrı rakamları toplanıp 9'a bölümlerinden kalanlar bulunur. Bölümden gelen kalan ile bölenden gelen kalan çarpılır, varsa kalandan gelen buna eklenir. Elde edilen sonucun rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan alınır ve bölünenin rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan ile eşit olup olmadığına bakılır.

**Karekök çıkarma işleminde sağlama:**

Karekökü çıkarılmak istenen sayının rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan bulunur. Ardından karekök sayısının rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan bulunur ve bu kalan kendisiyle çarpılır. Çarpım sonucunun rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan ile ilk bulunan kalanın eşit olup olmadığına bakılır.

**Küpkök çıkarma işleminde sağlama:**

Küpkökü çıkarılmak istenen sayının rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan bulunur. Daha sonra küpkök sayısının rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan bulunur ve bu kalanın küpü alınır. Sonucun rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan ile ilk bulunan kalanın eşit olup olmadığına bakılır.

## KAYNAKÇA


Anonim. *Risâle alâ Usûli İlmi'l-Misâha.* Berlin Devlet Kütüphanesi, Landberg, nr. 199.

Anonim. *Usûlü İlmi'l-Mesâha Mücerredeten mine'l-Emsile.* Berlin Devlet Kütüphanesi, Landberg, nr. 199.

Aydın, Nuh ve Hammoudi Lakhdar. "Root Extraction by Al-Kashi and Stevin". *Archive for History of Exact Sciences* 69 (2015): 291-310.

Berggren, John Lennart. *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam.* Newyork: Springer, 2016.

Bingöl, Abdulkuddüs. "Esîrüddin Ebherî". *DİA.* 10: 75-76. İstanbul: Türkiye Diyanet Vakfı Yayınları, 1994.

Brummelen, Glen Van. "Arithmetic". *Routledge Revivals: Medieval Science, Technology and Medicine: An Encyclopedia*. 11. cilt. Editör Thomas F. Glick, Steven J. Livesey and Faith Wallis. New York: Taylor & Francis, 2017.

Crossley, John N. ve Alan S. Henry. "Thus Spake al-Khwarizmi: A Translation of the Text of Cambridge University Library Ms. Ii.vi.5". *Historia Mathematica* 17 (1990): 103-131.

Datta, Bibhutibhusan. "The Science of Calculation by the Board". *The American Mathematical Monthly* 35, 10 (1928): 520-529.

Ebherî, Emînüddin. *Fusûlün Kâfiye fî Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl.* Berlin Devlet Kütüphanesi, Landberg, nr. 199.

Ebherî, Emînüddin. *Levâmi'u'l-Vesâ'il fî Metâli'i'r-Resâ'il*. Ms. Orient, A 1414.

Eşhûr, Mustafa Ali. *el-Mevsû'atü'l-Vasîta fî Târîhi Ulûmi'r-Riyâziyyâti'l-Arabiyyeti'l-İslâmiyye.* Libya: Dâru'l-Kütübi'l-Vataniyye, 2002.

Hanbelî el-Halebî, Radıyuddin. *Uddetu'l-Hâsib ilâ Umdeti'l-Muhâsib.* Berlin Devlet Kütüphanesi, Petermann I, nr. 670.

İbnü'l-Ekfânî. *İrşâdu'l-Kâsıd ilâ Esna'l-Makâsıd*. Muhakkik M. Fâhûrî vd. Lübnan, 1998.

İfrah, Georges. *Rakamların Evrensel Tarihi*. 1. cilt. Çeviren Kurtuluş Dinçer. İstanbul: Alfa-Bilim, 2016.

İzgi, Cevat. Emînüddin Ebherî. *DİA.* 10: 75. İstanbul: Türkiye Diyanet Vakfı Yayınları, 1994.

Kâşî, Gıyâsuddin Cemşid. *Miftâhu'l-Hussâb*. Muhakkik Nadir Nablûsî. Dımeşk: Matbaa Câmia, 1977.

King, David A. "The Astronomy of the Mamluks". *Isis* 74, 4 (Aralık 1983): 531- 555.

Kunitzsch, Paul. "The Transmission of Hindu-Arabic Numerals Reconsidered". *The Enterprise of Science in Islam New Perspectives*. Editör J. P. Hogendijk and A. I. Sabra. Cambridge: The MIT Press, 2003.

Marʿaşî, Abdurrahim. *Şerhu Hulâsati'l-Hisâb*. Muhakkik Ahmet Derviş Müezzin. Kahramanmaraş: Noya Medya, 2013.

Martzloff, Jean-Claude. *A History of Chinese Mathematics.* Springer, 2007.

Nîsâbûrî, Nizâmeddin. *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb*. Hazırlayan Elif Baga. İstanbul: Yazma Eserler Kurumu, 2020.

Oaks, Jeffrey. "Algebraic Notation in Medieval Arabic". *Philosophica* 87 (2012): 27-83.

Ramasubramanian, K. "Indian, Influence on Early Arabic and Persian Writers of Mathematical Sciences". *Ganitānanda.* Editör K. Ramasubramanian. Singapore: Springer, 2019.

Rashed, Roshdi. *Classical Mathematics from Al-Khwarizmi to Descartes.* London: Routledge, 2015.

Robson, Eleanor. "More than Metrology: Mathematics Education in an Old Babylonian Scribal School". *Under One Sky: Astronomy and Mathematics in the Ancient Near East.* Editör J. M. Steele, A. Imhausen. Ugarit-Verlag, 2002.

Rosenfeld, Boris ve Ekmeleddin İhsanoğlu. *Mathematicians, Astronomers and Other Scholars of Islamic Civilizations and Their Works.* İstanbul: IRCICA, 2003.

Sayılı, Aydın. *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*. Ankara: TTK Yayınları, 1991.

Smith, David Eugene ve Salih Mourad. "The Dust Numerals Among the Ancient Arabs". *The American Mathematical Monthly* 34, 5 (1927): 258-260.

Taşköprüzâde, Ahmed Efendi. *Miftâhu's-Saʿâde ve Misbâhu's-Siyâde fî Mevzûʿâti'l-ʿUlûm.* 1. cilt. Beyrut: Dâru'l-Kütübi'l-İlmiyye, 1985.

Tûsî, Nasîruddin. "Cevâmiʿu'l-Hisâb bi't-Taht ve't-Turâb". Hazırlayan Ahmed Selim Saidan. *el-Ebhâs* 20 (1967): 91-163 ve 213-292.

Tûsî, Nasîruddin. *Cevâmiʿu'l-Hisâb bi't-Taht ve't-Turâb.* İstanbul: Topkapı Sarayı Müzesi Kütüphanesi, III. Ahmed Koleksiyonu, nr. 3455/2, 30b-56a.

al-Uqlidisi, Abu al-Hasan Ahmad ibn Ibrahim. *The Arithmetic of al-Uqlidisi*. Neşreden Ahmad Salim Saidan. D. Reidel Publishing Company, 1978.

Zeki, Salih. *Âsâr-ı Bâkiye*. Hazırlayan Melek Dosay Gökdoğan vd. 3 cilt. Ankara: Babil Yayınları, 2004.

https://archive.thulb.uni-jena.de/ufb/rsc/viewer/ufb_derivate_00004331/Ms-orient-A-01414_005.tif

https://digital.staatsbibliothek-berlin.de/werkansicht?PPN=PPN646151142&PHYSID=PHYS_0009&DMDID

https://www.fihrist.org.uk/catalog/manuscript_9851.

# FUSÛLÜN KÂFİYE FÎ HİSÂBİ'T-TAHT VE'L-MÎL

**EMÎNÜDDÎN EL-EBHERÎ**

(Allah'ın rahmeti onun üzerine olsun)

# فصول كافية في حساب التخت والميل

**أمين الدين الأبهري**
رحمة الله عليه

# FUSÛLÜN KÂFİYE FÎ HİSÂBİ'T-TAHT VE'L-MÎL

## Rahmân ve Rahîm Olan Allah'ın Adıyla

Rabbim kolaylaştır…

Şükür, "bir"leri yaratan ve diğer sayıları da o "bir"lerden meydana getiren, tüm sayıları çiftler ve tekler olmak üzere "iki"ye bölen Allah'adır. Salât ve selâm ise meâd gününe kadar her dâim kulların en hayırlısı efendimiz Muhammed (sav) ve ailesinedir.

*Fusûlün Kâfiye fî Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl* gereksiz ve ayrıntılı konuları içermez; astronomi ve hesap işlemlerinde ihtiyaç duyulan aslî konuları kapsar. Risâleyi başlangıç seviyesinin bir aracı ve daha üst mertebe bir araştırmaya hazırlık olarak te'lîf ettim. Bu risâlenin faydalı olmasını Allah'tan diliyorum. O'nun her şeye gücü yeter ve O, dualara en güzel şekilde icâbet edendir.

## İlk Fasıl

### Sayıların Şekilleri/Sûretleri ve Basamakları

Hesap, anlatımda[1] (ibâre) "bir"den "dokuz"a ardışık sayıların isimleri ve "on", "yüz", "bin" olmak üzere üç basamağın (ukûd/boğum) ismine ve sayılar sonsuz olduğu için bu basamak isimlerinin sonsuza kadar tekrarına delâlet eder. Bu yüzden hesap, yazılı olduğunda da aynı şekilde dokuz rakam ile isteğe göre sınırsızca tekrar edebilen üç basamağa delâlet eder.

Dokuz rakama gelince… 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9'dur ve bu rakamlar Hind matematiğine nispet edilir.

Basamaklar (merâtib) ise karşıdan bakan kişiye göre satırda sağdan sola doğru ardışık konulmuş rakamlardır ve "birler", "onlar", "yüzler" diye isimlendirilirler. Bu basamaklar, ilk bölükten (devr) sonra gelen bölüklerde o bölüklerin sayısına göre "binler" lafzına ilâve olarak tekrar eder.

1 Müellifin fasla bu ifadeyle başlamasının sebebi "hevâî" hesap denilen zihinden ve yazı kullanmadan sözlü olarak icra edilen yönteme de atıfta bulunmak istemesindendir.

## [فصول كافية في حساب التخت والميل]

/[٤٢ب] بسم الله الرحمن الرحيم

ربّ يسر...

الحمد لله الذي ابتدع الآحاد واخترع منها سائر الأعداد وخص كلا منها نصفه لا ينصف بها غيره من الأزواج والأفراد والصلاة على سيدنا محمد واله خير العباد صلاة دائمة إلى يوم المعاد.

وبعد فهذه **فصول كافية في حساب التخت والميل** خالية عن الحشو والتطويل، وأصول وافية بما يحتاج اليه في الأعمال النجومية والمؤامرات الحسابية، جمعتها عدة لأولى الطلب، وعدة لدوى الأرب. وسألت الله أن ينفع بها أنه على كل شيء قدير وبالإجابة جدير.

### الفصل الأول
### في صور الأعداد ومراتبها

إن الحساب في العبارة يدلون تسعة أسماء للأعداد المتوالية من الواحد الى التسعة وثلاثة أسماء لثلاثة عقود وهي العشرة والمئة والألف وتكرارها مرات لا يقف عند حد على جميع الأعداد التي لا نهاية لها، لذلك في الكتابة ايضا دلو بتسعة أرقام على ثلاثة مراتب متكررة غير منحصرة على ما أرادوا.

أما الأرقام التسعة فهي هذه **٩٨٧٦٥٤٣٢١** وهي منسوبة إلى الهند.

وأما المراتب وهي مواضع الأرقام متوالية من يمين الناظر إلى يساره في الصف فهي المسماة في الآحاد والعشرات /[٤٣أ] والمئات. ويتكرر هذه المراتب مضافة إلى ألوف متكررة تعدد الأدوار الواقعة بعد الدور الأول.

Birler basamağında bulunan rakamlar tarif ettiğimiz düzen üzerine "bir"den "dokuz"a ardışık sayılardan birini, onlar basamağında bulunan rakam da "on"dan "doksan"a "onluklar" denen dokuz tane onluktan birini temsil eder. Yüzler basamağında bulunan rakam da böyledir.

İkinci bölüğe gelince; "binler", "on binler" ve "yüz binler"i gösterir.

Üçüncü bölüğe gelince; "binler" lafzı iki kere, dördüncü bölükte de birbirine ekleyerek [üç] kere tekrar eder ve bu şekilde gittiği yere kadar gider. Buradan, sağ taraftan baştan ikinci basamağın "onlar", baştan ikinci basamaktan sonra gelenin "yüzler", üç basamak sonra gelenin "binler" olduğu ve bu kıyasa göre devam ettiği açıktır. Sayının bulunmadığı her basamağa, basamak düşmesin diye küçük bir daire şeklinde sıfır konulur. Ondan sonra gelenlerde bir tane boş olursa o sayının onluklarına, iki tane boş olursa da onluklarının onluklarına sıfır konulur ve buna göre kıyas edilir. Basamakların sayısı arttığında -55.008.067.200.143 örneğindeki gibi- basamakların kontrolünü kolaylaştırmak için ilk bölükten sonra tekrar eden binliklerin sayısıyla bölük kurallarına dayanan binler basamaklarını bilmen gerekir. Bu sayı "elli beş bin bin bin bin [trilyon], sekiz bin bin bin [milyar], altmış yedi bin bin [milyon], iki yüz bin, yüz kırk üç"tür.

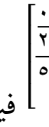
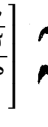
Kesirlerin yazımına gelince; iki yöntem vardır: Biri, hesap ehlinin yöntemidir ki "yarım"ı $\left[\frac{0}{\overline{1}\,2}\right]$, "bir bölü üç"ü $\left[\frac{0}{\overline{1}\,3}\right]$ ve "iki bölü beş"i $\left[\frac{0}{\overline{2}\,5}\right]$ şeklinde gösterirler. En üst satır tam sayının yeri, onun altı kesirli sayının (payın) yeri ve onun altındaki de kesrin paydasının yeridir.

İkinci yöntem ise nücûmî ve felekî yöntemdir ve en üst satıra tam sayıları, altına her biri altmış dakikadan oluşan dereceyi, onun altına her biri altmış sâniyeden oluşan dakikayı, onun altına her biri altmış sâliseden oluşan sâniyeyi yerleştirerek uygulanır. Tam sayıları altmışa böldüklerinde

فيكون الواقع من الأرقام في مرتبة الآحاد دالا على[1] أحد الأعداد المتوالية من الواحد الى التسعة على الترتيب الذي وصفناه. والواقع في مرتبة العشرات دالا على أحد العقود التسعة[2] التي العشرات من العشرة الى التسعين وكذلك الواقع في مرتبة المئات.

وأما في الدور الثاني فتدل على آحاد الألوف وعشراتها ومئاتها.

٥ وأما في الدور الثالث فتضاعف الألوف مرة وفي الرابع تتكرر آلاف مرات بإضافة بعضها إلى بعض وهكذا بالغا ما بلغ. ويظهر من ذلك أن كل مرتبة هي عشرات لما قبلها من جانب اليمين ومئات لما يقدمها بمرتبتين وألوف لما يقدمها بثلاث مراتب وعلى قياسه. وكل مرتبة خلت من عدد، يثبت فيها صفر على صورة دائرة صغيرة لئلّا يسقط المرتبة. فيخل بما بعدها بأن يحطه الى اعشاره[3] إن كانت الخالية واحدة، والى ١٠ اعشار الاعشار إن كانت اثنين وعلى قياسه. وإذا ترتيب مراتب كثيرة فينبغي أن تعلم على مراتب الالوف التي عليها مبادئ الأدوار بعد الدور الاول بأرقام أعداد الألوف المتكررة ليسهل ضبطها على هذه /[٤٣ب] الصورة ٥٥٠٠٨٠٦٧٢٠٠١٤٣ وهذه الأعداد خمس وخمسون ألف ألف ألف ألف ثمانية الالف ألف ألف وسبعة وستون ألف ألف ومئتا ألف ومئة وثلاثة وأربعون.

١٥ وأما وضع الكسور وهي على طريقتين؛ إحديهما طريقة الحسابيين، فوضع النصف  والثلث هكذا  والخمسين هكذا  فيجعل الأسطر الأعلى موضع الصحاح والذي تحته لعدد الكسر والذي تحته لمخرج الكسر.

وثانيهما طريقة الأعمال والفلكية وهو بأن تضع في السطر الأعلى الصحاح وفي الذي تحته الدقائق وهي التي كل واحدة منها جزء من ستين من درجة وفي الذي تحته ٢٠ الثواني وهي التي كل واحدة منها جزء من ستين من دقيقة وفي تحته الثوالث وهي التي كل واحدة منها جزء من ستين من ثانية على قياسه. وإذا قسموا الصحاح على ستين

١ دالا على: الا على في النص.
٢ العقود التسعة: العقود والتسعة في النص.
٣ إعارة في النص.

her defasında meydana gelen sonucu, bölünme sayısına göre bir ve iki kez "merfû'"[1] diye isimlendirdiler. Aynı şekilde (bölünme sayısına göre) "birinci (merfu)" ve "ikinci (merfu)" diye isimlendirilir ve buna göredir. Tam sayıları "otuz"a böldüklerinde sonucu "burç" olarak isimlendirdiler. Burçları "on iki" kısım olarak bölümlediklerinden her birine "burç" dediler ve çoğu kez bu "on iki burç"u "devir" ile ifade ettiler. Bu mertebeleri yazmak istediklerinde en üst satıra devirleri, altına burçları, onun altına da küsûrâtı (derece, dakika, sâniye …) yerleştirdiler. "Üç" burç, "yirmi iki" dakika, "kırk beş" sâniye ve "otuz üç" sâlisenin yazımı şöyledir:

$$\begin{bmatrix} 00 \\ 03^{*} \\ 00^{\circ} \\ 22^{\mathrm{I}} \\ 45^{\mathrm{II}} \\ 33^{\mathrm{III}} \end{bmatrix}$$

## İkinci Fasıl

## İki Katını Alma (Tad'îf) İşlemi

Bir sayıya o sayının eşitini eklemektir. İşlem ise iki katı istenen sayıyı satıra yerleştirmek, sol taraftan başlamak ve sayının her basamağını birlik olarak dikkate alıp [tek tek] iki katını almandır. [Her bir rakamın çarpımından] elde edilen sayı, eğer "on"dan küçükse o basamağın yerine konulur. Eğer sonuç "on" ise o rakamın yerine "sıfır" konulur, sonuç "on"dan büyükse "on"dan fazla olan kısmı o rakamın yerine konulur ve orada hâsıl olan "on" için de solundaki basamakta rakam bulunmaması durumunda [çarpılan rakamın solundaki basamağa] "bir" yazılır, bulunması durumunda da o rakama "bir" ilâve edilir.

Örnek: 650372'nin iki katını almak istiyorsun.

"Altı" ile başladık ve iki katını aldık, "on iki" etti. "İki"yi "altı"nın yerine, "bir"i de "on" için soluna koyduk. Sonra "beş"in iki katını aldık, "on etti", "beş"in yerine "sıfır" koyduk ve solundaki "iki"ye "bir" ekledik, "üç" etti. Sıradaki rakam olan "sıfır"ı öylece bıraktık.

1 Bu kavramın Türkçede tam bir karşılığı yoktur, o yüzden bu şekilde kullanılmıştır. "Merfû", bir birim yükseltme; "merfû merrateyn" ise iki birim yükseltme olarak düşünülebilir.

وهكذا مرة بعد أخرى يسمون الخارج بالمرفوع مرة ومرتين على حسب مرات القسمة ويسمى أيضا بالواحد والثاني وعلى قياسه. وإذا قسموا الصحاح على ثلاثين سموا الخارج بروجا. فإن قسموا البروج على اثنى عشر سموا الخارج بروجا ويلقون الأدوار في أكثر الأحوال. وإذا أرادوا وضع ذلك جعلوا /[٤٤أ] السطر الأعلى للأدوار الذي تحته للبروج والذي تحته للكسور. فوضع ثلاثة بروج واثنين وعشرين دقيقة وخمسة وأربعين ثانية وثلاثة وثلاثين ثالثة هكذا:



| |
|---|
| ٠٠ |
| ٠٣ |
| ٠٠ |
| ٢٢ |
| ٤٥ |
| ٣٣ |

## الفصل الثاني
## في التضعيف

وهو زيادة عدد على عدد يساويه. والعمل أن تثبت العدد الذي يراد تضعيفه في سطر وتبتدئ من الجانب الأيسر فتضعف عدد كل رتبة[١] على تقدير كونه آحادا. فما حصل اثبت في مكان ذلك الرتبة[٢] عدد مجموعه إن كان الضعف دون عشرة. وإن كان عشرة فتصفر مكانه او زائد من عشرة فتثبت الزائد مكانه وتثبت للعشرة حيث حصلت أحدا في البيت الأيسر[٣] الضعف الذي لم يكن فيه عدد والايراد على العدد الذي يكون فيه.

**مثاله**: تريد أن تضعف ٦٥٠٣٧٢

بدأنا بالستة وضعفناها، بلغت اثنى عشر، وضعنا الاثنين مكانها والواحد لأجل العشرة على يسارها. ثم ضعفنا الخمسة، بلغت عشرة، وضعنا مكان الخمسة صفرا وزدنا واحدا على الاثنين اللذين على يساره، بلغت ثلاثة وتركنا الصفر المثبت أولا بحاله.

١ رقعة في النص.
٢ الرقعة في النص.
٣ الأكثر في النص.

Ardından "üç"ün iki katını aldık, "altı" etti, "üç"ün yerine koyduk. "Yedi"nin iki katını aldık, "on dört" etti, "dörd"ü "yedi"nin yerine yazdık, solundaki "altı"ya da "bir" ekledik, "yedi" etti. Sonra "iki"nin iki katını aldık, "dörd"e ulaştık, "iki"nin yerine koyduk. Sonuç 1300744 oldu.

Devir, burç, derece ve küsûrâtının iki katını almaya gelince; onu yerleştirirsin ve önce en üst satırdaki devirlerin iki katını, sonra da burçların iki katını alırsın. Eğer burçlar "on iki"yi aşmazsa sonucu burçların yerine yazarsın, eğer "on iki" ve daha fazla olursa devirlere "bir" ekle, "on iki"den fazla olursa fazlalık kısmı burçların yerine koyarsın, fazla olmazsa da burçların yerine "sıfır" koyarsın. Sonra dakikaların iki katını alırsın, eğer sonuç "altmış"ı aşmazsa yerine yazarsın, "altmış" veya daha fazla olursa burçlara "bir" ekle, "altmış"tan fazla olmazsa dakikalara "sıfır" yaz, fazla olursa da fazla kısmını dakikaların yerine yaz. Sâniyelerin ve ondan sonra gelenlerin iki katını alma işlemi de bu kıyasa/kurala göredir. Bu işlemde devirler ve burçlar veya dereceler veya küsûrât rütbelerindekilerin tam olması amaçlanmalıdır. Sayı bulunmayan rütbeye sadece "bir" koyarsın.

Örnek: "Sekiz" burç, "on yedi" derece, "elli iki" dakika, "yirmi beş" sâniyenin iki katını almak istedik.

Bu şekilde $\begin{bmatrix} 08^{*} \\ 17^{\circ} \\ 52^{\mathrm{I}} \\ 25^{\mathrm{II}} \end{bmatrix}$ yerleştirdik. Burçlarla başlarsın, iki katı "on altı" burç olur, "on iki"den fazla olan "dörd"ü burçların yerine koyarsın ve en üst satıra da devire ait olmak üzere "bir" yerleştirirsin. Sonra "on yedi"nin iki katını alırsın, "otuz dört" eder, "dörd"ü derecelerin yerine koyarsın, burçlara da "bir" eklersin. Ardından "elli iki"nin iki katını alırsın, "yüz dört" eder, "kırk dörd"ü dakikaların yerine koyarsın, derecelere de "bir" ilâve edersin. "Yirmi beş"in iki katını alırsın, "elli" eder, sâniyelerin yerine koyarsın ve işlem sonucu böyle olur:

ثم ضعفنا الثلاثة، بلغت ستة وضعناها مكان الثلاثة وضعفنا السبعة، بلغت أربعة عشر وضعنا الأربعة /[٤٤ب] مكان السبعة وزدنا واحدا على الستة التي على يسارها، بلغت سبعة. ثم ضعفنا الاثنين بلغنا أربعة وضعناها مكانها فصار الحاصل هكذا ١٣٠٠٧٤٤.

٥ وأما تضعيف الادوار والبروج والدرج وكسوراتها فتضع ذلك وتضاعف اولا الأدوار في السطر الأعلى ثم تضاعف البروج. فإن لم تبلغ اثنى عشر فإنك تثبت الضعف مكانها. فإن بلغت اثنى عشر وصاعداً، فزد على الادوار واحداً وتثبت ما عسّاه بفضل على اثنى عشر في مكان البروج او تصفر مكانها إن لم يفضل شيء. ثم تضاعف الدقائق فإن لم تبلغ ستين فتثبت الضعف في مكانها. وإن بلغت ستين ١٠ فصاعدا فزد على البروج واحدا وتثبت ما عسّاه بفضل على الستين في مكان الدقائق او تصفر مكانها إن لم يفضل شيء وعلى قياس ذلك في تضعيف الثواني وما بعدها وحيث وجب ان يراد على ما في رتبة الادوار والبروج او الدرج او الكسور واحداً. ولم يكن هناك عدد، فأنك تثبت الاحد فقط في تلك الرتبة.

**مثاله**: أردنا أن نضعف ثمانية بروج وسبعة عشرة درجة اثنين وخمسين دقيقة ١٥ وخمسة وعشرين ثانية.

وضعناها هكذا: $\begin{bmatrix} ٠٨ \\ ١٧ \\ ٥٢ \\ ٢٥ \end{bmatrix}$ وتبدأ بالبروج فتضاعفها، فيصير ستة عشر برجا، فتضع الاربعة الزائدة على الاثنى /[٤٥أ] عشر في مكان البروج وتثبت في سطر الاعلى أحداً علامة على الدور. ثم تضاعف السبعة عشر فتبلغ اربعاً وثلاثين فتضع الاربع في مكان الدرج وتزيد على البروج واحداً. ثم تضاعف الاثنين والخمسين ٢٠ فتبلغ مئة وأربعة، فتضع في مكان الدقائق اربعاً واربعين وتزد على الدرج واحداً. ثم تضاعف الخمس والعشرين، فتبلغ خمسين، فتثبتها في مكان الثواني فيصير الضعف هكذا:

$$\begin{bmatrix} 01 \\ 05^{*} \\ 05^{\circ} \\ 44^{\mathrm{I}} \\ 50^{\mathrm{II}} \end{bmatrix}$$

## Üçüncü Fasıl

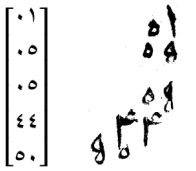
### Yarıya Bölme (Tansîf) İşlemi

Bir sayının yarısını o sayıdan çıkarmaktır. İşlem ise sayıyı yerleştirmek, sağ taraftan başlamak ve basamaklardaki tüm rakamları tek tek yarıya bölmektir. Rakamlar çift olduklarında yerine yarısını koyarız, tek olduklarında da yarısının tam kısmını o rakamın yerine koyarız, kesir kısmı için de eğer sağ yanındaki basamakta rakam varsa ona "beş" ekleriz, eğer rakam yoksa [sıfır ise] "beş"i oraya aynen koyarız. Eğer tek sayının sağ yanında basamak yoksa [birler basamağı tek sayı ise], yarımın satırının altındaki satıra "bir bölü iki" ilâve ederiz.

Örnek: 1076543'ün yarısını alma hakkındadır.

"Üç"ten başladık ve yarıya böldük, "bir tam bir bölü iki" oldu. "Üç"ün yerine "bir" koyduk, sayı satırının altına da "bir bölü iki"yi yerleştirdik. Ardından "dörd"ün yarısını aldık, "iki" oldu, "dörd"ün yerine koyduk. Sonra "beş"i yarıya böldük, "iki tam bir bölü iki" etti, "iki"yi "beş"in yerine koyduk, kesir kısmı için de "iki"den önceki basamağa "beş" ekleriz. Ardından "altı"nın yarısını aldık, "üç" oldu, "altı"nın yerine yerleştirdik. Daha sonra "yedi"yi yarıya böldük, "üç tam bir bölü iki" etti, "üç"ü "yedi"nin yerine koyduk, kesir için önceki basamak olan "üç"e "beş" ekleriz. "Sıfır"ı geçeriz, (son olarak) "bir"i yarıya böler ve onu sileriz, yarısı için de atladığımız "sıfır"ın yerine "beş" koyarız. Böyle oldu: $\begin{matrix} 538271 \\ 30 \end{matrix}$

Küsûr [derecenin altındaki birimlerin tamamı], dereceler, burçlar ve devirlerin yarıya bölünmesine gelince; satırlarını düzenine göre yerleştirirsin. Önce en alttaki satırın yarısını alırsın ve orada herhangi bir birimi yarıya bölmede kesir meydana gelmesi durumunda indirgeme işlemi yaparsın



## الفصل الثالث
## في التنصيف

وهو إلقاء نصف العدد منه. والعمل فيه أن تثبت العدد وتبتدئ من جانب اليمين فتنصف كل الأعداد التي في المراتب على تقدير كونها كلها أحاداً. فإن كان زوجاً وضعنا نصفه في مكانه، وإن كان فردا وضعنا الصحيح من نصفه مكانه وزدنا لكسره خمسة على الرتبة التي يليه من جانب اليمين إن كان فيها عدد، وضعنا الخمسة بعينها إن كان صفرا. فإن لم يتقدمه رتبة وضعنا علامة النصف في سطر تحت سطر العدد النصف.

**مثاله**: في تنصف عدد صورته ١٠٧٦٥٤٣.

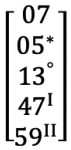
بدأنا بالثلاثة فنصفناها، فصارت واحدا ونصفا، وضعنا الواحد مكان الثلاثة وأثبتناها تحت سطر العدد علامة النصف. ثم نصفنا الأربعة فصارت إثنين فوضعناها مكانها. ثم نصفنا /[٤٥ب] الخمسة فصارت اثنين ونصفا، وضعنا الاثنين[١] مكانها وزدنا لأجل الكسر خمسة على الاثنين اللذين قبلهما. ثم نصفنا الستة فصارت ثلاثة وضعناها مكانها. ثم نصفنا السبعة فصارت ثلاثة ونصفا، وضعنا الثلاثة مكان السبعة وزدنا لأجل الكسر خمسة على الثلاثة التي قبلها وجاوزنا[٢] الصفر ونصفنا الواحد ومحوناه ووضعنا خمسة لأجل نصفه مكان الصفر الذي كنا جاوزناه، فحصل هكذا: 

وأما تنصيف الأدوار والبروج والدرج والكسور فتضعها على ترتيب سطورها وتنصف أولا السطر الأسفل وحيث حصل كسر في تنصيف آحاد شيء منها فأنك ترد

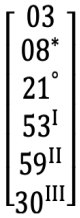
١ الاربعين في النص
٢ جاروزنا في النص

ve kesirli kısımdan dolayı altındaki rütbeye durumun gerektirdiğine göre devirler için "altı", burçlar için "on beş", dereceler ve altındaki diğer birimler için "otuz" yazarsın.

Örnek: Küsûr, derece, burç ve devirleri yarıya bölme işlemi şöyledir:



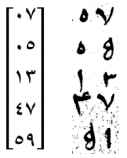

"Elli dokuz" sâniye ile başlıyoruz; yarıya böldük, "yirmi dokuz tam bir bölü iki" etti. Sâniye satırına tam kısmı [yirmi dokuzu] ve altına sâlise satırına (kesir kısmı için) "otuz" koyduk. Sonra "kırk yedi" dakikayı yarıya böldük, "yirmi üç tam bir bölü iki" dakika etti. Dakika satırına tam kısmı koyduk ve yarım dakika yani "otuz" sâniyeyi (daha önce) yarıya bölünmüş sâniyelere ekledik, "elli dokuz" sâniyeye ulaştın. Ardından "on üç" dereceyi yarıya böldük, "altı tam bir bölü iki" derece etti. Derece satırına "altı"yı koyduk, yarım derece yani "otuz" dakikayı yarıya bölünmüş dakikalara ekledik, "elli üç" dakikaya ulaştın. Daha sonra "beş" burcu yarıya böldük, "iki tam bir bölü iki" etti. Burç satırına "iki" koyduk, kesir için derece satırına "on beş" ekledik, "yirmi bir" dereceye ulaştın. Son olarak devirleri yarıya böldük, "üç tam bir bölü iki" etti. Devir satırına "üç" koyduk ve kesir kısmı için burçlara "altı" ekledik, "sekiz" burca ulaştın. Sonuç hâsıl oldu:




## Dördüncü Fasıl
## Toplama (Cem') İşlemi

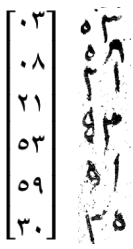
Herhangi bir sayıyı herhangi bir sayıya eklemektir. İşlem ise birinci toplanan (mezîd) ve ikinci toplananı (mezîd aleyh) üst ve alt satıra aşağıda ve yukarıda aynı basamaklar hizalı olacak şekilde yerleştirmektir. Ardından birinci toplananın her basamağındaki rakamı ikinci toplananın aynı hizadaki basamağında bulunan rakama eklersin, toplamın birlik ["on"dan küçük] olması şartıyla sonucu birinci toplananın yerine yazarsın. Toplamın "on" olması durumunda sol tarafındaki basamak boş ise oraya [onluk için] "bir" koyarız, boş değilse var olan rakama [onluk için] "bir" ekleriz. Toplamın "on"dan büyük olması durumunda "on" dan sonraki kısmını birinci toplananın yerine koyarız.

و[1] تثبت لأجله على الرتبة التي تحته للأدوار ستة وللبروج خمسة عشر وللدرج وسائر الكسور ثلاثين على حسب مقتضي الحال.



**مثاله:** في تنصيف أدوار وبروج ودرج وكسور هكذا:

نبدأ بالتسعة والخمسين ثانية فنصفناها وكانت تسعة وعشرين ونصفا، وضعنا الصحاح في سطر الثواني ووضعنا تحته في سطر الثوالث ثلاثين. ثم نصفنا السبعة والأربعين دقيقة فكانت ثلاثا وعشرين دقيقة ونصفا. وضعنا الصحاح في سطر الدقائق فزدنا النصف دقيقة وهو ثلاثون ثانية على الثواني المنصفة، بلغت تسعا وخمسين ثانية. ثم نصفنا الثلاث عشر درجة وكانت ست درج /[٤٦أ] ونصفا. وضعنا الستة في سطر الدرج وزدنا النصف درجة[2] وهو ثلاثون دقيقة على الدقائق المنصفة، بلغت ثلاثا وخمسين دقيقة. ثم نصفنا الخمسة البروج وكانت اثنين ونصفا ووضعنا الاثنين في سطر البروج وزدنا على الدرج لأجل الكسر خمسة عشر، بلغت أحد وعشرين درجة. ثم نصفنا الأدوار فكانت ثلاثة ونصفا، وضعنا الثلاثة في سطر الأدوار وزدنا على البروج لأجل الكسر ستة، بلغت ثمانية. فحصل المطلوب هكذا:



## الفصل الرابع
## في الجمعة

وهو إضافة عدد الى عدد والعمل أن تثبت المزيد والمزيد عليه في سطرين أعلى وأسفل بحيث يحاذي مرتبة من أعلى نظيرها من الأسفل. ثم تزيد العدد[3] الذي في كل مرتبة من المزيد على العدد الذي في المرتبة النظير من المزيد عليه على تقدير كونها آحادا وتضع الحاصل مكان المزيد عليه وحيث صار بالزيادة عشرة فصاعدا فأنا نضع في المرتبة التي تليه من الجانب الأيسر احدا إما زائدا إن كان فيها عدد ونضع ما عساه تزيد العشرة في مكان المزيد عليه او يصفر مكانه إن لم يزد شيء.

١ او في النص
٢ دقيقة في النص
٣ العد في النص

Örnek: 9867 ile 125403'ü şöyle yerleştiriyoruz: $\begin{matrix}125403\\9867\end{matrix}$

"Üç"e "yedi"yi ekledik, "on" etti, "üç"ün yerine "sıfır", "sıfır"ın yerine de "bir" koyduk. Bu konulmuş "bir"e "altı" ekledik, "yedi" etti ve onu "bir"in yerine koyduk. Sonra "dörd"e "sekiz" ekledik, "on iki" etti, ["on iki"nin] "iki"yi "dörd"ün yerine koyduk ve "on" için "beş"e "bir" ekledik, "altı" etti, onu da "beş"in yerine yerleştirdik. Daha sonra bu yerleştirdiğimiz "altı"ya "dokuz" ekledik, "on beş" etti, "beş"i ["altı"nın] yerine koyduk ve "on" için "iki"ye "bir" ekledik. Sonuç böyle hâsıl oldu: 135270.

Küsûr, derece, burç ve devirlerin toplamına gelince; toplanan ve toplayanı her cins [yatay] hizasında olacak şekilde dikey iki satıra yerleştiririz. Paralelinde cins olmazsa [boşluk] yerine "sıfır" konulur ve her cins cinsine eklenir. Burçlar, dereceler ve küsûr [sırayla] "on iki", "otuz", "altmış" ve daha büyük sayılara ulaşırsa bir üst mertebeye [her bir on iki, otuz ve altmış için] "bir" ekleriz ve kalanı olduğu mertebede bırakırız.

Örnek: "Beş" burç, "on iki" derece, "otuz iki" dakika ve "kırk iki" sâniyeyi; "yedi" burç, "on yedi" derece, "otuz yedi" dakika ve "yirmi bir" sâniyeye eklemek istiyoruz. Bunları dikey iki satıra böyle yerleştirdik:

$$\left[\begin{pmatrix}07^{*}\\17^{\circ}\\37^{\mathrm{I}}\\21^{\mathrm{II}}\end{pmatrix}\middle|\begin{matrix}05^{*}\\12^{\circ}\\32^{\mathrm{I}}\\42^{\mathrm{II}}\end{matrix}\right]$$

Ardından "yedi" burca "beş" burcu ekledik, "bir" devr etti. Sonra "on yedi" dereceye "on iki" dereceyi ekledik, "yirmi dokuz" derece etti. Daha sonra "otuz yedi" dakikaya "otuz iki" dakikayı ekledik, "altmış dokuz" dakika etti. Bundan "altmış" düşürdük ve "altmış" için derecelere "bir" ilâve ettik, "bir" burç etti. Onu burçlar mertebesine yerleştirdik ve dereceler mertebesini sıfırladık. Dakikalar mertebesinde "dokuz" kaldı. Sonra "yirmi bir"e [kırk iki sâniyeyi] ekledik, "altmış üç" sâniye etti. Ondan "altmış" düşürdük ve bu "altmış" için dakikalara "bir" ilâve ettik, "on" etti ve sâniyeler mertebesinde "üç" sâniye kaldı. Toplam böyle oldu:

$$\begin{bmatrix}01\\01^{*}\\00^{\circ}\\10^{\mathrm{I}}\\02^{\mathrm{II}}\end{bmatrix}$$

في مثاله في زيادة: ٩٨٦٧ على ١٢٥٤٠٣ وضعناهما هكذا[١]:

$$\begin{bmatrix} ١٢٥٤٠٣ \\ ٩٨٦٧ \end{bmatrix}$$

وزدنا السبعة على الثلاثة فبلغ عشرة، صفرا بمكان الثلاثة /[٤٦ب] ووضعنا احدا مكان الصفر. وزدنا الستة على الأحد الموضوع، بلغت سبعة ووضعناها على مكان الأحد. ثم زدنا الثمانية على الأربعة، بلغت اثنى عشر ووضعنا الاثنين مكان الأربعة وزدنا واحدا لأجل العشرة على الخمسة، بلغت ستة ووضعناها مكان الخمسة. ثم زدنا التسعة على الستة الموضوعة، بلغت خمسة عشر، وضعنا مكانها خمسة وزدنا على الاثنين اللذين في عشراتها لأجل العشرة واحدا، فحصل المطلوب هكذا: ١٣٥٦٧٠

وأما جمع الأدوار والبروج والدرج والكسور، فنضع المزيد والمزيد عليه في سطرين محاذين كل جنس بإزاء جنسه. فإن لم يكن لجنس ما يوازيه، وضع مكانه صفرا ويزاد كل جنس على جنسه. ومتى بلغت البروج والدرج والكسور اثنى عشر وثلاثين وستين فصاعدا فأنا نزيد على ما فوقه واحدا ونثبت ما عشاه يفضل بعد ذلك في مرتبة.

**مثاله**: نريد زيادة خمس بروج[٢] واثنى عشر درجة واثنين وثلاثين دقيقة واثنين وأربعين ثانية على سبعة بروج وسبعة عشر درجة وسبع وثلاثين دقيقة واحدى وعشرين ثانية. وضعناهما في سطرين محاذين هكذا:

$$\begin{bmatrix} ٠٥ & ١٢ & ٣٢ & ٤٢ \\ ٠٧ & ١٧ & ٣٧ & ٢١ \end{bmatrix}$$

ثم ذدنا الخمسة البروج على السبعة البروج، بلغت دورا. ثم زدنا /[٤٧أ] اثنى عشرة درجة على سبعة عشرة درجة، بلغت تسعا وعشرين درجة. ثم زدنا الاثنين والثلاثين دقيقة على السبع والثلاثين دقيقة، بلغت تسعا وستين دقيقة. أسقطنا منها ستين وزدنا لأجلها على الدرج أحدا، بلغت برجا، وضعناه في رتبة البروج وصفرنا مكان الدرج. وبقي معا في رتبة الدقائق تسع. ثم زدنا الاحد والعشرون، بلغت ثلاثا وستين ثانية وأسقطنا منها ستين وزدنا لأجلها واحدا على الدقائق، بلغت عشرة وبقي رتبة الثواني ثلاث ثواني فحصل المجموع هكذا:

$$\begin{bmatrix} ٠١ \\ ٠١ \\ ٠٠ \\ ١٠ \\ ٠٢ \end{bmatrix}$$

١ ٣٠٤٥٢ | ٧٦٨٩ في النص
٢ درج في النص

## Beşinci Fasıl
## Çıkarma (Tefrîk) İşlemi

Herhangi bir sayıyı herhangi bir sayıdan düşürmektir. Buradaki işlem, çıkanın (menkûs minh) her basamağını [eksilenin] o basamağının hizasına yerleştirmek, sonra da çıkanın her basamağındaki rakamı hizasındaki eksilenin (menkûs) her basamağındaki rakamdan eksiltmektir. Eğer çıkandaki rakam eksilendeki rakamdan çıkmazsa veya eksilendeki herhangi bir basamakta sayı yoksa [sıfır varsa] onluklarından bir tane alırsın ve ondan çıkandaki rakamı eksiltirsin. Çıkardıktan sonra eksilenin basamağındaki fazlalığı, o basamakta daha önce rakam olup olmaması durumuna göre oraya yerleştirirsin. Eğer onluklarında sayı yoksa yüzlüklerinden bir tane alırsın ve eksilenin onluklarına "doksan"ı yerleştirir ve kalan "on"dan da [çıkandaki rakamı] eksiltirsin. Eksilende kalan rakamı öncekine göre yerleştirirsin.

Örnek: Bu iki satırdan alttakini diğerinden çıkarmak istiyoruz:

85023
7416

[Alttaki] "yedi" ile başladık ve o, üstündekinden büyüktür. Üstündekinin onluğu olan "sekiz"den "bir" aldık ve o, çıkandaki basamağa nispetle aslında "on"dur. "On"dan "yedi" çıkardık, "üç" kaldı, bunu "beş"e ekledik, "sekiz" etti ve onu eksilende [işlem yaptığımız] basamağın, ["beş"in] yerine koyduk. Sonra "dörd"e baktık, üstündekinin "sıfır" olduğunu gördük, [az önce] yerleştirdiğimiz "sekiz"den "bir" eksilttik -ki o "sıfır"ın basamağına nispetle "on"dur- "on"dan "dörd"ü çıkardık, "altı" kaldı, onu "sıfır"ın yerine yerleştirdik. Ardından, bir sonraki basamak olan "bir"i, üstündeki "iki"den çıkardık, "bir" kaldı. Onu da yerine yerleştirdik. Daha sonra "altı"ya baktık, "üç"ten çıkması mümkün değildir. Bu yüzden sonrakinden "bir" aldık ve onun yerini sıfırladık. Aldığımız "bir", çıkandaki basamağa nispetle "on"dur ve bundan "altı"yı çıkardık, "dört" kaldı, "üç"e ekledik, "yedi" etti. Çıkarma işleminden sonra kalan 77.607'dir.

## الفصل الخامس
## في التفريق

وهو إسقاط عدد من عدد. والعمل فيه أن يثبت المنقص منه كل رتبة محاذية لنظيرها، ثم ينقص كل عدد في كل مرتبة من المنقوص من العدد الذي في نظير رتبة من المنقوص منه على أنها آحاد. فإن لم يكن، نقْصه منه او لم يكن في تلك الرتب عدد، أخذت واحدا من عشراته ونقصت منه، أثبتت ما فضل بعد النقصان منه في الرتبة المنقوص من عددها يراد على العدد الذي كان فيها إن كان فيها عدد. وإن لم يكن في عشراته عدد، أخذت من مئاته واحدا وأثبتت في عشراته تسعين ونقصت من العشرة الباقية العدد المنقوص وأثبتت الباقي في المنقوص من عددها على قياس ما تقدم.

**مثاله**: نريد أن /[٤٧ب] ينقص ما يلي[١] أسفل هذين السطرين من الآخر:

$$\begin{bmatrix} ٨٥٠٢٣ \\ ٧٤١٦ \end{bmatrix}$$

ابتدأنا بالسبعة فكانت أكثر ما فوقها، أخذنا من الثمانية التي في عشرات ما فوقها واحدا فكان بالقياس الى رتبة المنقوص منها عشرة نقصنا منها السبعة. بقي معا ثلاثة، زدناها على الخمسة، بلغ الحاصل ثمانية، وضعناها في الرتبة المنقوص من عددها. ثم نظرنا في الأربعة، فوجدنا فوقها صفرا نقصنا من الثمانية التي كننا أثبتناها واحدا وهو عشرة بالنسبة الى مرتبة الصفر ونقصنا منها أربعة، بقي ستة، أثبتناها مكان الصفر. ثم نقصنا الواحد الذي بعد ذلك من الاثنين اللذين فوقه بقي واحدا، أثبتناه مكانه. ثم نظرنا الى الستة وهي لا يمكن نقصها من الثلاثة فأخذنا الاحد للذي بعد وصفرنا مكانه وهو بالنسبة الى المرتبة المنقوص منها عشرة فنقصنا منها ستة، بقي أربعة، زدناها على الثلاثة، بلغت سبعة. وكان الباقي بعد النقصان ٧٧٦٠٧.[٢]

١ ما لي في النص
٢ ٧٠٧٧٧ في النص

Devir, burç, derece ve küsûra gelince; eksilen ve çıkanı toplamadaki gibi yan yana iki sütuna yerleştir. Her cinsi hizasındaki aynı cinsten eksilt. Eğer çıkmazsa üstündeki cinsten "bir" alırsın ve ondan çıkanı eksiltirsin. Kalanı da eksilenin o mertebesindeki sayı "sıfır" değilse ona ekleyerek oraya yerleştirirsin.

Örnek: "İki" burç, "sekiz" derece ve "on" sâniyeden "üç" burç, "on bir" derece, "yirmi beş" dakika, "elli" sâniyeyi çıkarmak istersek şöyle yerleştiririz:

$$\left[\left(\begin{array}{c|c} 02^{*} & 03^{*} \\ 08^{\circ} & 11^{\circ} \\ 00^{\mathrm{I}} & 25^{\mathrm{I}} \\ 10^{\mathrm{II}} & 50^{\mathrm{II}} \end{array}\right)\right]$$

Sonra bakarız ve "iki"den "üç"ün çıkamayacağını anlarız. "Bir" tam devir alırız ki o, "on iki" burçtur, ondan "üç" burcu çıkarırız, "dokuz" burç kaldı, onu da "iki" burca ekledik, "on bir" etti, yerine koyduk. Ardından "on bir" dereceye baktık, "sekiz" dereceden çıkmayacağını anladık. Burçlardan "bir" burç aldık ve ondan "on bir" dereceyi çıkardık, "on dokuz" derece kaldı, onu da "sekiz" dereceye ekledik, "yirmi yedi" derece etti, yerine koyduk. Daha sonra "yirmi beş" dakikaya baktık, "yirmi beş" dakikayı çıkaracağımız dakikamız yoktur. Bu yüzden derecelerden "bir" tane aldık ve ondan "yirmi beş" dakikayı çıkardık, "otuz beş" dakika kaldı, yerine koyduk. Bundan sonra "elli" sâniyeye baktık, "on" sâniyeden çıkması mümkün değildir. O yüzden dakikalardan "bir" tane aldık ve ondan "elli" sâniyeyi çıkardık, "on" sâniye kaldı, [eksilendeki] "on" sâniyeye ekledik, "yirmi" etti, onu da yerine koyduk. Cevap şöyle oldu:

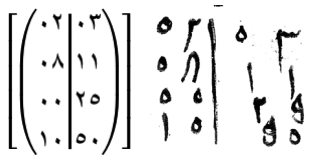
$$\left[\begin{array}{c} 10^{*} \\ 26^{\circ} \\ 34^{\mathrm{I}} \\ 20^{\mathrm{II}} \end{array}\right]$$

## Altıncı Fasıl
## Çarpma (Darb) İşlemi

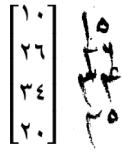
Çarpanlardan (madrûb) birinin sonuca (cümle) oranının "bir"in diğer çarpana oranına eşit olduğu orantıdaki sonucu elde etmektir. Bu da çarpım cetvelidir:

وأما في الأدوار والبروج والدرج والكسور، فضع المنقوص والمنقوص منه في سطرين محاذين كما في الجمع. ونقّص كل جنس من نظيره فإن لم يف به أخذت من الجنس الذي يليه كما فوقه واحدا. ونقصت منه المنقوص وما بقي أثبته في المرتبة / [٤٨أ] المنقوص من عددها بجموعا مع ما قبلها، إن لم يكن صفرا.

٥ **مثاله**: أردنا أن ينقص ثلاثة بروج وإحدى عشرة درجة وخمس وعشرين دقيقة وخمسين ثانية من برجين وثمان درج وعشر ثواني، وضعناها هكذا:



ثم نظرنا فوجدنا الثلاث لا يمكن نقصها من الاثنين فأخذنا دورا كاملا وهو اثنى عشر برجا[1] ونقصنا منه ثلاث بروج، بقي تسعة بروج، زدناها على البرجين بلغت احد ١٠ عشر برجا فأثبتناها. ثم نظرنا الى الإحدى عشرة درجة فوجدنا لا يمكن نقصها من ثمان درجة فأخذنا من البروج برجا ونقصنا منه إحدى عشرة درجة، بقي تسع عشر درجة، زدناها على الثمان درج، بلغت سبعا وعشرين درجة، أثبتناها. ثم نظرنا الى الخمس والعشرين دقيقة وليس معا دقائق ليمكن نقصها منها. فأخذنا من الدرج واحدة ونقصنا منها خمسا وعشرين دقيقة، بقي خمس وثلاثون دقيقة، أثبتناها. ثم ١٥ نظرنا الى خمسين ثانية ولا يمكن نقصها من عشرة ثواني فأخذنا من الدقائق واحدة ونقصنا منها خمسين ثانية، بقي عشر ثواني وزدناها على العشر الأولى، بلغت عشرين، أثبتناها، فكان الجواب هكذا:



## الفصل السادس
## في الضرب

٢٠ وهو تحصيل جملة تكون نسبة احدى المضروبين اليها كنسبة الواحد الى المضروب[2] الآخر وهذا جدول:

---

١ دوراً في النص
٢ الضروب في النص

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 18 | 16 | 14 | 12 | 10 | 8 | 6 | 4 | 2 |
| 27 | 24 | 21 | 18 | 15 | 12 | 9 | 6 | 3 |
| 36 | 32 | 28 | 24 | 20 | 16 | 12 | 8 | 4 |
| 45 | 40 | 35 | 30 | 25 | 20 | 15 | 10 | 5 |
| 54 | 48 | 42 | 36 | 30 | 24 | 18 | 12 | 6 |
| 63 | 56 | 49 | 42 | 35 | 28 | 21 | 14 | 7 |
| 72 | 64 | 56 | 48 | 40 | 32 | 24 | 16 | 8 |
| 81 | 72 | 63 | 54 | 45 | 36 | 27 | 18 | 9 |

Başlangıç seviyesindekilerden çarpmayı öğrenmeye henüz yetkin olmayanlar kaydetsinler/çizsinler diye birliklerin birbiriyle çarpımını buraya yerleştirdik. İşte böyledir. "On"dan büyük sayıların çarpımına gelince; çarpanların birini bir satıra diğerini de altındaki satıra üstteki çarpanın son basamağı alttaki çarpanın ilk basamağına hizalı olacak şekilde koy. Sonra üstteki çarpanın son basamağını alttaki çarpanın her bir basamağıyla çarparsın ve her bir çarpım sonucunu birliklerden olması şartıyla alttaki çarpanın işlem yaptığın basamağının hizasından üst satıra yerleştirirsin. Eğer çarpım sonucu onluk olursa, altta işlem yapılan basamağın üst hizasındakinin [solundaki basamakta] onlar basamağında rakam varsa ona eklersin. Ardından alt satırdaki çarpanın basamaklarını bir basamak sağa kaydırırız. Böylece alttaki çarpanın basamaklarının ilki üstteki çarpanın basamaklarının sonuncusunun sağındakinin altına gelmiş olur. Sonra alttaki çarpanın ilk basamağının üstüne denk gelen basamakla alttaki çarpanın her bir basamağını çarparız. Üstteki çarpanın her basamağı için çarpım sonucunu aynı yönteme göre isteriz, bu şekilde alttaki çarpanı [sağa] kaydırırız ve artık [son olarak] üstteki çarpanın ilk basamağını [alttaki çarpanın her bir basamağıyla] çarparız. Üstteki çarpanın her bir basamağının alttaki çarpanın her bir basamağıyla çarpımını tamamladıktan sonra, önceden geçtiği gibi toplanır. Böylece üst satırda meydana gelen sayı, çarpmanın sonucu olur.

| ٩ | ٨ | ٧ | ٦ | ٥ | ٤ | ٣ | ٢ | ١ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٨ | ١٦ | ١٤ | ١٢ | ١٠ | ٨ | ٦ | ٤ | ٢ |
| ٢٧ | ٢٤ | ٢١ | ١٨ | ١٥ | ١٢ | ٩ | ٦ | ٣ |
| ٣٦ | ٣٢ | ٢٨ | ٢٤ | ٢٠ | ١٦ | ١٢ | ٨ | ٤ |
| ٤٥ | ٤٠ | ٣٥ | ٣٠ | ٢٥ | ٢٠ | ١٥ | ١٠ | ٥ |
| ٥٤ | ٤٨ | ٤٢ | ٣٦ | ٣٠ | ٢٤ | ١٨ | ١٢ | ٦ |
| ٦٣ | ٥٦ | ٤٩ | ٤٢ | ٣٥ | ٢٨ | ٢١ | ١٤ | ٧ |
| ٧٢ | ٦٤ | ٥٦ | ٤٨ | ٤٠ | ٣٢ | ٢٤ | ١٦ | ٨ |
| ٨١ | ٧٢ | ٦٣ | ٥٤ | ٤٥ | ٣٦ | ٢٧ | ١٨ | ٩ |

/[٤٨ب] وضعنا فيه ضرب الآحاد بعضها في بعض لسطر فيه من لا قدرة له على تحصيله من المبتديين وهو هكذا. وأما ضرب ما فوق العشرة فضع المضروب في سطر والمضروب فيه في سطر تحته بحيث يحاذي اول المراتب السفلية آخر مراتب العلوية. ثم تضرب ما في آخر المراتب العلوية في كل واحد مما في المراتب السفلية على أنها كلها آحاد وتضع الآحاد من حاصل كل ضرب لكل مرتبة فوقها وإن كان فيه عشرات فنضعها في بيت عشرات تلك الرتبة الفوقانية على طريقة الجمع إن كان فيه عدد. ثم ننقل مراتب السطر الأسفل الى جهة اليمين مرتبة. فيصير اول مراتب الأسفل تحت المرتبة التي كانت على يمين آخر مراتب الأعلى. ثم نضرب ما في المرتبة التي صارت فوق اول السطر الأسفل في كل واحد مما في مراتب الأسفل ونريد حاصل كل ضرب لكل مرتبة على ما في المرتبة التي فوقها من السطر الأعلى على طريقة ما تقدم وكذلك ننقل الطرف الأسفل ونضرب مرة بعد أخرى الى اول مراتب السطر الأعلى. وبعد تمام ضرب ما فيه في جميع أعداد السطر الأسفل وزيادة ذلك على قياس ما تقدم. /[٤٩أ] ثم يكون حاصل الضرب هو ما حصل في السطر الأعلى.

Örnek: 2076'yı 503 ile çarpmak istedik.

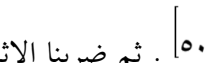
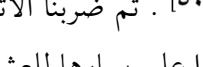
Onları böyle yerleştirdik: $\overset{2076}{503}$. Ardından "iki" ile "beş"i çarptık, "on" etti, "beş"in üstüne "sıfır", soluna da "on"un "bir"ini yerleştirdik. [Alttaki] "sıfır"ın üstüne de "sıfır" koyduk. "İki" ile "üç"ü çarptık, "altı" etti, onu "iki"nin yerine koyduk. Sonra "sıfır"ı atladık ve "üç" "yedi"nin, "sıfır" "sıfır"ın, "beş" de "altı"nın altında olacak şekilde çarpanı kaydırdık ve böyle oldu: $\overset{1006076}{503}$.

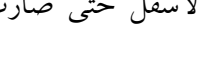
Daha sonra "yedi"yi "beş"le çarptık, "otuz beş" oldu, bunu "beş"in üstündekine ekledik, "kırk bir" etti, "bir"i [üstteki] "altı"nın yerine "kırk"ın "dörd"ünü de "altı"nın solundakinin yerine yerleştirdik. Ardından "yedi"yi altındaki "üç" ile çarptık, "yirmi bir" etti. "Yedi"yi sildik ve yerine "bir", solundaki "sıfır"ın yerine de "iki"yi koyduk. Böyle oldu: $\overset{1041216}{503}$. Bundan sonra alt satırı "üç", "altı"nın altına gelene kadar kaydırdık, böyle oldu: $\overset{1041216}{503}$.

"Altı"yı "beş" ile çarptık, "otuz" etti, "üç"ü "iki"nin solundaki "bir"e ekledik, "dört" etti, "bir"in yerine yerleştirdik. Sonra "altı"yı "üç" ile çarptık, "on sekiz" etti, "altı"nın yerine "sekiz"i ve "on"un "bir"ini en soldakinin yanındaki "bir"e ekledik ve "bir"in yerine "iki"yi yerleştirdik. Çarpmanın sonucu böyle oldu: 1044228.

Derecelerin küsûruyla çarpma işlemi yapmaya gelince; oradaki yöntem, çarpanların her birini daha alt kesrine genişletmektir (bast). [Bu işlem] örneğin dereceleri "altmış" ile çarparak ve sonuca sendeki dakikaları ekleyerek ardından meblağı "altmış" ile çarpıp sonuca sendeki sâniyeleri ilâve ederek ve bu şekilde devam ederek yapılır. Ardından dakika ve sâniyeden hâsıl olanları kendi satırlarına yerleştirdik ve birini diğeriyle daha önce geçtiği gibi çarptık, hâsıl olan çarpmanın sonucudur.

**مثاله**: أردنا أن نضرب هذا العدد ٢٠٧٦ في هذا العدد ٥٠٣.

وضعناهما هكذا:  . ثم ضربنا الاثنين في الخمسة حصل عشرة، وضعنا صفرا فوق الخمسة وواحدا على يسارها للعشرة ووضعنا فوق الصفر صفرا. وضربنا الاثنين في الثلاثة، حصلت ستة، وضعناها عوضا عن الاثنين. ثم تعدّينا الصفر ونقلنا الثلاثة الى تحت السبعة والصفر تحت الصفر والخمسة تحت الستة، فصارت هكذا: 

ثم ضربنا السبعة في الخمسة، حصلت خمسة وثلاثون، زدناها على فوق الخمسة فصارت أحد وأربعين، وضعنا الواحد مكان الستة وأربعة للأربعين مكان الذي على يساره. ثم ضربنا السبعة في الثلاثة التي تحتها فصارت أحدا وعشرين. محونا السبعة ووضعنا مكانها واحدا واثنين مكان الصفر الذي عن يسارها فصارت هكذا:  ثم نقلنا السطر الأسفل حتى صارت الثلاث تحت الستة فصارت هكذا: 

ثم ضربنا الستة في الخمسة، بلغت ثلاثين، زدنا ثلاثة على الواحد الذي عن يسار الاثنين بلغا أربعة، وضعناها عوضا عن الواحد. ثم ضربنا الستة في الثلاثة، بلغت ثمانية عشر، وضعنا الثمانية مكان الستة وزدنا للعشرة واحدا على الاحد الذي عن الجانب الأيسر. /[٤٩ب] فأثبتنا مكان الاحد اثنين فصار حاصل الضرب هكذا: ١٠٤٤٢٢٨

وأما ضرب ما فيه كسور الدرج فالطريق فيه يبسط كل واحد من المضروب والمضروب فيه الى أدنى[١] كسره بأن يضرب مثلا الدرج في ستين ويزيد على الحاصل الدقائق التي معك ثم يضرب المبلغ في ستين ويزد على الحاصل الثواني التي معك وعلى قياسه، فما حصل منهما وضعنا سطرهما. وضربنا أحدهما في الآخر كما تقدم، فما حصل فهو حاصل الضرب.

١ أدو في النص.

Çarpma işleminin sonucunun küsûrun hangi cinsine ait olduğu bilgisine gelince; bunu öğrenmek için kural, varsayılan herhangi bir cinsle çarpılan derecelerin sonucu o varsayılan çarpanın cinsindendir. Küsûr ile küsûrun çarpımının mertebesi, çarpılan sayıların isimlendirildiği mertebelerin toplamıdır. Mertebe sıralamasında dakikaları "bir" yapmamız durumunda sâliselerin sâniyelerle çarpımı havâmistir.[1] Merfûâtın[2] (yükseltilenlerin) birbiriyle çarpımı da böyledir, [örneğin] merâbi' çarpı mesânî mesâdistir. Yükseltilmişlerin küsûr ile çarpımında ise yükseltilmiş derecelerin yükseltme sayısı, indirgenmiş derecelerin genişletme sayısına eşit olursa sonuç derecedir. İkisinden biri diğerinden fazla olursa sonuç, ikisi arasındaki fark sayısınca yükseltilmiş veya indirgenmiş olarak fazlalığın olduğu taraftadır. Örneğin râbi' ile sevâbi' çarpım sonucu sâliselerdir ve sâdis ile revâbi' çarpım sonucu da iki kere yükseltilmiştir.

Örnek: "On iki" derece ve "yedi" dakikayı "on" derece ve "sekiz" sâniye ile çarpmak istedik.

"On iki"yi "altmış" ile çarptık, sonra sonuca "yedi" dakika ekledik, 727 etti. Sonra "on" dereceyi "altmış" ile çarptık, 600 dakika etti. Ardından onu mertebesi sâniye olsun diye "altmış" ile çarptık ve [sonuca] "sekiz" sâniyeyi ekledik, 36008 etti. Bundan sonra bunları birbiriyle çarptık, 26177816 etti. İşlem, dakikalarla sâniyelerin çarpımı olduğu için sonucun mertebesi sâlisedir.

## Yedinci Fasıl
## Bölme (Kısmet) İşlemi

"Bir"e oranı, bölünenin (maksûm) bölene (maksûm aleyh) oranına eşit olan sayıyı elde etmektir. Buradaki işlem, bölünen ve böleni ikisinin de son basamakları alt alta gelecek şekilde satıra yerleştirmek, ardından bölenin rakamlarıyla tek tek çarpıldığında elde edilen sonuçların eksilenin o hizadaki birlik, onluk veya yüzlüğünden eksiltilmesi mümkün olan bir rakam istemektir.

1 1 sâlisenin 60'da 1'i râbia (çoğulu revâbi'), 1 râbianın 60'da 1'i hâmise (çoğulu havâmis), 1 hâmisenin 60'da 1'i sâdise (çoğulu sevâdis)…

2 60 derecenin bir kere yükseltilmesiyle yani bir üst mertebeye çıkarılmasıyla merfû, iki kere yükseltilmesiyle mesâni', üç kere yükseltilmesiyle mesâlis meydana gelir.

فأما معرفة من أي أجناس الكسور هو، فليعلم قاعدة هي أن حاصل مضروب الدرج في أي جنس فرض هو من ذاك الجنس المضروب فيه وأن مضروب الكسور في الكسور هو من مرتبة كسر سمية بقدر مجموع العددين السميين لمرتبتين المضروب والمضروب فيه على أنّا نجعل الدقائق بمنزلة الاحد فيكون الثوالث في الثواني خوامس. وكذلك مضروب المرفوعات بعضها في بعض فالمرابع في المثاني مسادس. وإن مضروب المرفوعات في الكسور إن يساوي رفع الدرج في المرفوع عدد بسطها في المحطوط كان الحاصل درجا. فإن زاد عددا أحدهما على الآخر فالحاصل في الطرف الزائد مرفوعا او محطوطا مرات بعدد الفضل بينهما كالرابع في السوابع ثوالث وكالسادس في الروابع مرفوع /[٥٠أ] مرتين.

**مثاله**: أردنا ضرب اثنى عشرة درجة وسبع دقائق في عشر درج وثمان ثواني.

ضربنا الاثنى عشرة في ستين ثم زدنا على الحاصل سبع دقائق، بلغ ٧٢٧. ثم ضربنا العشر درج في ستين، بلغ ٦٠٠ دقيقة. ثم ضربناه في ستين ليصير ثوانيا وزدنا عليه الثمان ثواني، بلغ ٣٦٠٠٨. ثم ضربنا أحدهما في الآخر، بلغ ٦٦١٧٧٨١٦ وهو ثوالث لكونه مضروب دقائق في ثواني.

## الفصل السابع
## في القسمة

وهي تحصيل عدد نسبته الى الواحد كنسبة المقسوم الى المقسوم عليه. والعمل فيها بأن تضع المقسوم والمقسوم عليه سطر تحته بحيث يكون آخر مراتب المقسوم عليه تحت آخر مراتب المقسوم. ثم نطلب أكثر عدد أذا ضرب في كل واحد من أعداد مراتب المقسوم عليه نفرضها آحادا أمكن أن نلقي من العدد الذي في المقسوم المحاذية للمضروب فيه او من عشراتها او مئاتها على طريق التفريق.

Böyle bir rakam bulunduğunda, bölenin basamaklarının ilkinin hizasında iki satırın da üstüne yerleştirilir, bölenin her basamağındaki rakamla tek tek çarpılır, zikrettiğimiz gibi [sonuçlar, bölünenin rakamlarından] çıkarılır ve bölenin basamakları sağa doğru bir basamak kaydırılır. Bölenin ilk basamağı bölünenin ilk basamağının altına denk gelene kadar bu işlemleri daha önce geçtiği gibi yaparsın. Orada satırı kaydırıp şartlara uygun rakamı istediğinde o rakamı bulamazsan istenen rakam yerine "sıfır" koyarsın. Bunları yaptığında bölünen satırının üstünde meydana gelen sayı, bölmenin tam sayı olarak sonucudur. Eğer bölünen satırında kalan olmazsa bölmenin sonucunda tam sayıyla birlikte kesir yok demektir. Ancak bölünen satırında kalan olursa, o kalan, tam sayıya eşlik eden ve "bir"e oranı kalanın bölene oranı kadar olan kesrin payıdır.

Örnek: 470693'ü 2058'e bölmek istedik.

Bölünen ve böleni böyle yerleştirdik: $\frac{470693}{2058}$. En alt satırdaki her bir basamaktaki rakamla çarpmamız ve sonucu sâbık yönteme göre üstündeki satırdan [bölünenin basamaklarından] çıkarmamız mümkün olan en büyük sayıyı istedik. Bu sayıyı "iki" bulduk, "altı"nın üstüne koyduk ve onu [bölendeki] "iki" ile çarptık, "dört" etti, [bölünendeki] "dört"ten çıkardık, bir şey kalmadı, [bölünendeki] "dörd"ü sildik. Sonra "iki"yi [bölendeki] "beş" ile çarptık, "on" etti, "yedi"den "bir" eksilttik ve "yedi"nin yerine "altı"yı bıraktık. Sonra "iki"yi "sekiz" ile çarptık, "on altı" etti, "altı"dan "altı"yı çıkardık ve "altı"nın yerini sıfırladık. Bizde "on" kaldı. Onluk basamağında sıfır var, o zaman içinde "bir" bulunan "altı"ya başvurduk. "Altı"dan "bir" aldık, ancak bu "bir", çıkandaki basamağına nisbetle "yüz"dür. Ondan "on" çıkardık ve kalan "dokuz" rakamını soldaki sıfırın yerine yerleştirdik. Ardından alt satırı [böleni], ilk basamağı [bölünendeki] "dokuz"un altına gelene kadar böyle kaydırdık:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 59093 \\ 2058 \end{array}$$

Daha sonra söylenen özellikte [mümkün olan] en büyük sayıyı istedik, aynı şekilde "iki" bulduk, "dokuz"un üstüne koyduk. "İki"yi alttaki basamakların [bölenin] en sonuncusu olan "iki" ile çarptık, sonucu alttaki [bölendeki] sıfırın sağındakinin üstündeki "beş"ten çıkardık, "bir" kaldı, "beş"in yerine koyduk.

فإذا وجد، وضع فوق السطرين محاذيا لأول مراتب المقسوم عليه وضرب في عدد كل المراتب السفلية والقى كما ذكرنا وتنقل مراتب المقسوم عليه الى جانب اليمين مرتبة واحدة وتفعل كما تقدم وكذلك الى أن تبع اول المراتب السفلية تحت اول المراتب العلوية وحيث نقلت السطر وطلبت عددا بالشروط فلم تجده فأنك تضع / [٥٠ب] صفرا عوضا عن العدد المطلوب. فإذا فعلت ذلك فحينئذ يكون ما وضع فوق سطر المقسوم هو الخارج من القسمة صحاحا. فإن لم يبق من سطر المقسوم بقية ولا كسر مع الصحاح في القسمة وأبقى منه بقية، فهي كسر مع الصحاح نسبته الى الواحد كنسبة البقية الى المقسوم عليه.

**مثاله**: أردنا قسمة ٤٧٠٦٩٣ على ٢٠٥٨

وضعناهما[١] هكذا: $\begin{bmatrix}٤٧٠٦٩٣\\٢٠٥٨\end{bmatrix}$ وطلبنا أكثر عدد نضربه في عددٍ كل مرتبة من السطر الأسفل ونسقط مما فوقه على الوجه المتقدم. فوجدناه اثنين، وضعناهما فوق الستة وضربناهما في الاثنين، بلغ أربعة القيناها من الأربعة، فلم يبق شيء، محونا الأربعة. ثم ضربنا الاثنين في الخمسة، بلغ عشرة، أسقطنا واحدا[٢] من السبعة[٣] وبقّينا مكانها ستة. ثم ضربنا الاثنين في الثمانية، فحصلت ستة عشر، ألقينا الستة بالستة وصفرنا مكان الستة وبقي معا عشرة وفي بيت عشرات ذلك صفر، فعمدنا الى الستة التي تعد واحد. وأخذنا منها احدا وهو مئة بالنسبة الى المرتبة المنقوص منها. فنقصنا منها عشرة وأثبتنا في مكان الصفر الأيسر الباقي وهو صورة التسعة. ثم نقلنا السطر الأسفل حتى وقع اول مراتبه تحت التسعة هكذا: $\begin{bmatrix}٢\\٥٩٠٩٣\\٢٠٥٨\end{bmatrix}$

/[٥١أ] ثم طلبنا أكثر عدد بالصفة المذكورة، فوجدناه أيضا اثنين، وضعناهما فوق التسعة وضربناهما في الاثنين اللذين هما آخر المراتب السفلية ونقصنا الحاصل من الخمسة التي عن يمين الصفر الأسفل، [بقي واحد ووضعناه مكان الخمسة.

١ وصناهما في النص
٢ لا أحدا في النص
٣ التسعة في النص

Ardından "iki"yi "beş" ile çarptık, "on" etti, üstteki sıfırın solundaki "dokuz"dan "on" için "bir" çıkardık, "sekiz" kaldı, "dokuz"un yerine koyduk. Sonra "iki"yi "sekiz" ile çarptık, "on altı" etti, "sekiz"in üstündeki "dokuz"dan "altı"yı çıkardık, ancak onluklarında bir şey bulamadık, "sekiz"den eksilendeki basamak sayısına göre değeri "yüz" olan "bir" aldık ve ondan "on" için "bir" eksilttik, kalan "dokuz" rakamını sıfırın yerine yerleştirdik. Daha sonra [böleni bir basamak sağa] kaydırdık, böyle oldu:

22
17933
2058

Ardından denilen özellikte [mümkün olan] en büyük sayıyı istedik, "sekiz" bulduk, [bölünenin] ilk basamağı olan "üç"ün üzerine yerleştirdik. "Sekiz"i "iki" ile çarptık, "on altı" etti, "yedi"den çıkardık. Sonra "sekiz"i "beş" ile çarptık, "kırk" etti, "dokuz"dan "kırk"ın "dörd"ünü çıkardık ve sonucu "dokuz"un yerine yerleştirdik. Daha sonra "sekiz"i "sekiz" ile çarptık, "altmış dört" etti. Bölendeki "sekiz"in üstündeki "üç" ve onun onluğundan "altmış dört" çıkmaz, "beş"ten çıkana nisbetle değeri "yüz" olan "bir" aldık ve "yüz"den "altmış dörd"ü çıkardık, "otuz altı" kaldı. Bunu, [bölünendeki] "otuz üç" ile topladık, "altmış dokuz" etti ve işlem böyle oldu:

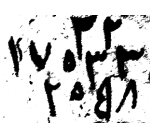
228
1469
2058

İşlem tamamlandı, bölmeden çıkan "iki yüz yirmi sekiz" tam "bin dört yüz altmış dokuz" bölü "iki bin elli sekiz"dir.

Eğer bunun değerini dakika ve benzerlerinin birimleriyle istersek, kalanı "altmış" ile çarparız, sonucu bölene böleriz, tam sayı olarak çıkanlar sâniyelerdir ve sâniyelerden sonrakiler de buna göredir. Bölünen bölen gibi/kadar olduğunda bölmenin sonucu, bu sonucun "bir"e oranının bölünenin bölene oranına eşit olduğu bir kesirdir. Dakikalar ve diğer birimlerle sonucu bilmek istersen kalanla yaptığının aynısını yap, çıkan sonuçtur.

Derecelerin küsûru bölünen veya bölende veyahut da her ikisinde olursa kesirler birlikte olanı çarpma işleminde sunulduğu gibi en yakın kesrine genişletirsin ve burada zikredildiği gibi bölersin, böylece sonucu bilirsin.

ثم ضربنا الاثنين في الخمسة][1] بلغ عشرة، نقصنا لأجلها واحدا من التسعة التي على يسار الصفر الأعلى، [بقي ثمانية ووضعناها مكان التسعة][2] ثم ضربنا الاثنين في الثمانية، بلغت [ستة][3] عشر، نقصنا من التسعة التي فوق الثمانية ستة ولم نجد في بيت عشراتها شيأ، أخذنا من الثمانية واحدا وهو مئة بالنسبة الى المرتبة المنقوص من عددها، أسقطنا منها احدا للعشرة وأثبتنا الباقي وهو صورة التسعة مكان الصفر. ثم نقلنا فصار هكذا:



$$\begin{bmatrix} ٢٢ \\ ١٧٩٣٣ \\ ٢٠٥٨ \end{bmatrix}$$

ثم طلبنا أكثر عدد بالصفة المذكورة فوجدنا ثمانية وضعناها فوق الثلاثة التي في المرتبة الأولى وضربناها في الاثنين، حصل ستة عشر ألقيناها من السبعة. ثم ضربنا الثمانية في الخمسة، بلغ أربعين، أسقطنا لأجلها أربعة من التسعة وأثبتنا بدلها. ثم ضربنا الثمانية في الثمانية،[4] بلغت أربعة وستين، والثلاثة التي فوقها مع عشراتها لا يبقى، نقصنا منها[5]، فأخذنا من الخمسة واحدا وهو مئة بالنسبة الى المنقوص منه ونقصنا منها أربعة وستين، بقي ستة وثلاثين، فجمعناها مع الثلاثة /[٥١ب] والثلاثين، بلغت تسعة وستين وحصل السطر هكذا:



$$\begin{bmatrix} ٢٢٨ \\ ١٤٦٩ \\ ٢٠٥٨ \end{bmatrix}$$

وقد تم العمل، كان الخارج من القسمة صحاحا مئتين ثمانية وعشرين وكسر نسبته الى الواحد كنسبة ألف وأربع مئة وتسعة وستين من الفين وثمانية وخمسين.

فلو أردنا كميته بالدقائق ونحوها فنضرب البقية في ستين ونقسم الحاصل على المقسوم عليه فما خرج صحاحا فهو ثواني وعلى قياسه فما بعد الثواني. ومتى كان المقسوم مثل المقسوم عليه، فالخارج بالقسمة كسر نسبته الى الواحد كنسبة عدد المقسوم الى المقسوم عليه. فإن اردت معرفة بالدقائق ونحوها فافعل به كما فعلت في البقية فما خرج فهو المطلوب.

وأما إذا وقعت كسور الدرج في المقسوم او المقسوم عليه او فيهما فأنك تبسط ما مع الكسر الى أدنى كسره نحو ما تقدم في الضرب وتقسيم كما ذكر هنا ولتعلم.

١ ناقص في النص
٢ ناقص في النص
٣ ناقص في النص
٤ في الثمانية: مكرر
٥ منها: مكرر

Bir merfû'nun ondan daha küçük bir merfû'nun mertebelerine bölümünden çıkan, mertebeleri arasındaki farkın sayısı kadar bir merfû'dur. [Örneğin] mehâmis bölü mesânî mesâlistir. Tam tersinde, [yani] merfû'dan daha küçük parçalara ayrılmış olan mahtût (indirgenmiş) [mertebelerinin bölümünden çıkanın birimi], o mertebeler arasındaki farkın sayısınca merfû'dur. Dakikalar bölü havâmis, merâbi'dir. Mahtûtların tam tersinde [yani mahtût bölünen ile bölen yer değiştirirse] örneğin havâmis bölü dakikalar olursa bölüm revâbi'dir. Mahtûtun merfû'ya bölümü, yükseltme ve indirgeme değerlerinin toplamı kadar mahtûttur. Tam tersi durumda [yani merfû'nun mahtûta bölümünde] aynı şekilde o değerlerin toplamıdır, örneğin mesânî bölü dakikalar mesâlistir. Allah daha iyi bilir.

## Sekizinci Fasıl
## Karekökleri (Cüzûr) Çıkarma İşlemi

Bir sayı kendisi ile çarpıldığında elde edilen sayının karekökü, başta kendisiyle çarpılan sayıdır. Buradaki işlem, satıra sayıyı yerleştirmemiz, sayının basamaklarını birler basamağından son basamağa kadar muntak ve asamm olarak[1] sıralı şekilde saymamız ve muntak basamakların üstüne işaret koymamızdır. [Kendisiyle çarptığımızda sonucu son muntaktan veya ondan ve eğer varsa solundakinden çıkarması mümkün olan en büyük rakamı istedik], onu bulduğumuzda bir tanesi en son muntak üzerine, diğeri de altına olmak üzere iki ayrı yere [o aynı rakamı] yerleştirdik. Birini diğeriyle çarptık ve sonucu son muntak ve eğer varsa solundaki rakamdan çıkardık. Ardından üste yazdığımız rakamla alta yazdığımız rakamı topladık ve toplamı en altta sağ tarafa kaydırdık. Daha sonra [mümkün olan] en büyük rakamı istedik, onu son muntakın sağındaki muntakın üstüne ve altına koyarız ve en alttakinin basamaklarına konulmuş sayıların her biriyle çarparız. Sonuçların her birini üsttekinden ve eğer varsa solundakinden çıkarırız, [çıkarmadan sonra] bir şey kalmaz veya çarpılandan daha küçük bir sayı kalır.

1 **Muntak:** 1. Asal olmayan sayı. 2. İki tam sayının oranı ile ifade edilebilen ve ondalık açılımı kendini tekrar etse de kesin bir şekilde bilinebilen sayı. **Asamm/summ:** 1. Asal sayı. 2. İki tam sayının oranı ile ifade edilemeyen ve ondalık açılımı kendini tekrar etmeden düzenli veya düzensiz şekilde sonsuza kadar süren sayı. Bu iki kavramın genel anlamı böyledir ve müellif burada karekökü alınmak istenen sayının üstünde işlem neticesinde oluşacak karekökün yazılacağı basamakları muntak, diğer basamakları da asamm olarak isimlendirmekte ve bu durumda muntak ile sayının karekökünü işaret etmektedir.

إن خارج قسمة المرفوع على مرفوع مراتب[١] أقل منه، مرفوع بعدد الفضل بين مراتب[٢] رفعنا، فالمخامس على المثاني، مثالث وبالعكس محطوط أدق منه مرفوع بعدد الفضل بينهما من مراتب[٣] الحط، فالدقائق على الخوامس فأنها مرابع وبالعكس محطوط بمثل ذلك كالخوامس على الدقائق فأنها روابع وقسمة المحطوط على المرفوع محطوط بقدر مجموع مقدار[٤] الحط والرفع فهما فالدقائق على الثواني ثوالث /[٥٢أ] وبالعكس مرفوع بعدد ذلك فالمثاني على الدقائق مثالث والله أعلم.

## الفصل الثامن
## في استخراج الجذور

جذر العدد هو عدد يضرب في مثله فيحصل ذلك العدد. والعمل فيه أن[٥] نثبت سطر العدد ونعد مراتبه مسدين من الآحاد بمنطق وأصم الى آخره ونعلم على مراتب النطق [وطلبنا أكثر عدد إذا ضربناه في نفسه، أمكن أن يلقى الحاصل من المنطق الأخير أو منها] وممّا[٦] على يساره إن كان. فإذا وجد وضعناه في موضعين أحدهما فوق المنطق الأخير والآخر تحته. وضربنا أحدهما في الآخر وأسقطنا المبلغ من المنطق الأخير[٧] ومما على يساره إن كان. ثم زدنا الذي فوق على الذي تحت ونقلنا المجموع للأسفل مرتبة الى جانب اليمين. ثم طلبنا أكثر عدد، نضعه فوق المنطق الذي على يمين المنطق الأخير وتحته ونضربه في كل واحد من الأعداد الموضوعة في مراتب الأسفل ونلقي كل واحد منها مما فوقه ومما على يساره إن كان، ولا يبقى شيء او يبقى عدد أقل من المضروب فيه.

١ مرات في النص
٢ مرات في النص
٣ مرات في النص
٤ مدار في النص
٥ أنا في الص
٦ وهما في الص
٧ الأخير: الا في الص

Kalanı da bulduğumuzda yerine koyduk, çarptık, daha önce geçtiği gibi çıkardık ve ikinci koyduğumuz rakamı en alta koyduğumuza ekledik. Sonucu [sağa] kaydırdık ve ilk muntaka ulaşana kadar diğerleriyle yaptığımız gibi işlemleri yaptık.

Örnek: 104976'nın karekökünü almak istedik.

Basamaklardaki rakamları muntak ve asamm olarak belirledik ve son muntak olan sıfıra ulaştık. Kendisiyle çarpınca sıfırdan ve solundaki "bir"den -ki o ikisi "on"dur- çıkabilen en büyük sayıyı istedik. Onu "üç" bulduk, sıfırın üstüne ve altına koyduk, üstteki ile alttakini çarptık, "dokuz" etti, "on"dan çıkardık, "bir" kaldı, "bir"i sıfırın yerine koyduk ve üstteki "üç"ü alttaki "üç"e ekledik, "altı" etti, "dörd"ün altına kaydırdık, böyle oldu:

```
3 . .
14976
 6
```

Daha sonra [mümkün olan] en büyük sayıyı istedik, en sondan öncekinde mevcut muntak olan "dokuz"un üstüne ve altına bulduğumuz sayıyı koyarız. Basamakların en üsttekini en alttaki basamaklarla çarparız ve sonuçları sayı satırından çıkarırız. Mezkûr sayıyı "iki" bulduk, [onu "dokuz"un üstüne ve altına koyduk, üsttekiyle alttakini çarptık, "dört" etti, "dokuz"dan çıkardık, "beş" kaldı], onu sayı satırında ["dokuz"un yerine] yerleştirdik. [Üstteki "iki" ile alttaki "altı"yı çarptık, "on iki" etti, onu sayı satırındaki "on dört"ten çıkardık, "iki" kaldı, onu sayı satırındaki "dörd"ün yerine yerleştirdik.] Alttakiyle üsttekini topladık [ve sonucu alttaki "altı"nın sağına koyduk]. Alttakileri bir basamak sağa kaydırdık, böyle oldu:

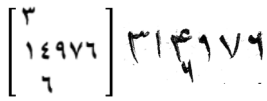
```
3 2 .
02576
  64
```

Yine [mümkün olan] en büyük sayıyı istedik, onu "altı"nın üstüne ve altına koyarız ve daha önce geçtiği gibi işlem yaparız. O sayıyı "dört" bulduk, "altı"nın altına ve üstüne koyduk ve "dörd"ü en alttaki basamaklarla [tek tek] çarptık, sonuçları sayı satırındakinden çıkardık. Böylece sayı satırındaki tüm basamakları tükettik, [ondan geriye bir şey kalmadı]. Noktalı yerlerde oluşan sayı işte bu kareköktür: 324.

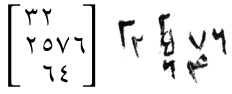
فإذا وجدناه وضعناه وضربنا فيها وألقينا كما تقدم وزدناها العدد الذي وضعناه ثانيا على ما تحته من الأسفل ونقلناه وهكذا الى المنطق الأول ونعمل به كعملنا بغيره.

**مثاله**: أردنا أن نأخذ جذر ١٠٤٩٧٦

عددنا بمنطق وأصم وأنهينا الى الصفر وهو المنطق الأخير. وطلبنا أكثر عدد نضربه في نفسه ونلقيه /[٥٢ب] من الصفر والواحد الذي على يساره وهو عشرة. فوجدناه ثلاثة فوضعنا فوق الصفر وتحته وضربنا الذي فوق في الذي تحت حصل تسعة، نقصناها من العشرة، بقي واحد، وضعناه مكان الصفر وزدنا الثلاثة الفوقانية على الثلاثة التحتانية، حصلت ستة. نقلناها الى تحت الأربعة، فصار هكذا:



ثم طلبنا أكثر عدد، نضعه فوق التسعة التي في يديه المنطق الذي قبل الأخير وتحته ونضرب الفوقاني في المراتب التحتانية وننقصها من سطر العدد، فوجدناه اثنين [وضعناهما فوق التسعة وتحته وضربنا الذي فوق في الذي تحت، حصل أربعة، نقصناها من التسعة، بقي خمسة،] وضعناها [مكان التسعة] في سطر العدد [وضربنا الإثنين الفوقانية في الستة التحتانية، وحصل إثنين عشرة، ونقصناها من الأربعة عشر في سطر العدد، بقي إثنين، وضعناهما مكان الأربعة في سطر العدد] وزدنا الفوقاني على التحتاني [ووضعنا الحاصل يمين الستة التحتانية] ونقلنا التحتانيات مرتبة الى جانب اليمين، فحصل هكذا:



ثم طلبنا أكثر عدد نضعه فوق الستة وتحتها ونعمل به كما تقدم، فوجدناه أربعة فوضعناها فوق الستة وتحتها وضربناها في المراتب التحتانية ونقصنا الحاصل من سطر العدد فأفناه وحصل الجذور وهو ما يحصل في مواضع المنطقات هكذا: ٣٢٤

Karekökünü aldığımız sayı, "rasyonel karekökü olan" (meftûh)[1] bir sayıdır. Eğer işlemde kalan olsaydı, o zaman sayı "tam sayı karekökü olmayan" (asamm) bir kesir olurdu ki o, "bir"den -"bir"in, tam sayı karekökün iki katına oranı gibi- çift sayı olarak isimlendirilen derecelerin küsûrundan mümkün olan en ileri seviyesine kadardır. Elde edilen sonucu alırız ki o, sayının yarısı olarak isimlendirilen kesrin cinsindendir. Onun çözümü kesir olarak isimlendirilmiştir. Aranan tam sayıların başında derecelerin küsûrundan bir şey bulunduğunda tam sayıları genişletiriz ve daha önce geçtiği gibi küsûru ona veririz. Genişletmede çift sayı olarak isimlendirilen mertebeye kadar gidilir ve zikrettiklerimizin kıyasına göre meblağın karekökü bulunur ve muntak karekökü olan her bir sayı bulunabilir.

## Dokuzuncu Fasıl
## Küpkökleri (Kiâb) Çıkarma İşlemi

Sayının misliyle çarpımına gelince; sonuç tam kare (murabba') olarak isimlendirilir. Tam kare karekök ile çarpılırsa sonuç, tam küp (ka'b) olarak, kök ise küpkök (ka'b ve dıl') olarak isimlendirilir. Küpkökü çıkarmada işlem: Satıra sayıyı yerleştiririz, sayının basamaklarını sırayla bir muntak ve iki asamm olacak şekilde son muntak basamağa ulaşana kadar belirleriz, [mümkün olan] en büyük sayıyı isteriz ve onu satırdaki son muntak basamağın üstüne ve dıl' satırı[2] olarak isimlendirdiğimiz alt satıra yerleştiririz. Ardından alttakiyle üsttekini çarparız. Sonucu en alttakinin bir üstündeki satıra koyduk ve sayı satırının bir altındaki bu satırı mâl satırı[3] olarak isimlendirdik. Yine üsttekini mâl satırına koyduğumuz ile çarparız ve sonucu sayı satırından çıkarırız. Böylece en üsttekinin hemen altındaki ve eğer varsa solundaki rakam tüketilir veya mâl satırındakinden daha küçük bir bakiye kalır. İşte böyle bir rakam bulduğumuzda onunla bu işlemleri yaptık, ardından üsttekini alttakine ekledik, sonucu o rakamla çarptık ve sonucu mâl satırına ekledik. Daha sonra üsttekini bir kez daha alttakine ekledik ki böylece sonuç (hâric) satırındakilerin "üç" katı dıl' satırında ve yine sonuç satırındakilerin tam karesinin "üç" katı mâl satırında meydana gelsin.

1 Meftûh kavramı klasik matematik literatüründe bir sayı türünden ziyade bir ilim dalı olarak geçer. Aslî konuları çarpma, bölme ve oran şeklinde geçen, bilhassa fakihler ve kâtiplerin ihtiyaç duyduğu bir alan olarak tanımlanabilir. Daha fazla bilgi için bkz. İbnü'l-Ekfânî, *İrşâdu'l-Kâsıd ilâ Esne'l-Makâsıd*, 84. Bu alanda yazılmış meşhur eserlerden biri de İbn Fellûs lakaplı İsmâil Mardînî'nin *Fennu'l-Meftûh min İlmi'l-Hisâb* veya *İrşâdu'l-Hussâb fi'l-Meftûh min İlmi'l-Hisâb* başlıklarıyla anılan eseridir. Eserinin girişinde İbn Fellûs, "Bu ilmin konusu, terkîbi ve tahlili bakımından sayıdır." der. Burada müellifin "meftûh" kavramıyla örnekteki sayının tam kare bir sayı olduğunu vurgulamak istediği düşünülebilir. Ancak muntak kavramı yerine meftûh kavramını tercih etmesi, üzerinde düşünülmesi gereken bir meseledir.

2 Bu satır, küpkökü sorulan sayının küpkökünün "üç" katını ifade eder.

3 Bu satır, küpkökü sorulan sayının küpkökünün karesinin "üç" katını ifade eder.

وكان العدد مفتوحا. ولو بقي بقية كان كسرا أصما وهو من الواحد، كنسبته الى ضعف الجذر الصحيح الى ما أمكن من كسور الدرج السمية لعدد زوج ونأخذ الحاصل مما حصل فهو من جنس الكسر السمي لنصف العدد /[٥٣أ] والمسمى بالكسر المحلول اليه. وإذا كان مع الصحاح المطلوب صدرها شيء من كسور الدرج فلنبسط الصحاح ونراد عليها الكسور كما تقدم وينتهي في البسط الى مرتبة سمية لعدد زوج ويوجد جذر المبلغ على قياس ما ذكرناه وقد يوجد في كل ذلك ما له جذر منطق.

## الفصل التاسع
## في استخراج الكعاب

أما ضرب العدد في مثل سمي الحاصل مربعا فإن ضرب الجذر في المربع سمي الحاصل كعبا والجذر حينئذ كعبا وضلعا. والعمل في استخراجه نضع سطر العدد ونعده بمنطق وأصمين الى أن ينتهي الى المنطق الاخر ونطلب أكثر عدد نضعه فوق المنطق الاخر في سطر [وتحته الذي] سميناه سطر الضلع ونضرب الفوقاني في التحتاني ونضعه سطر فوق التحتاني وتحت سطر العدد في سطر سميناه سطر المال ونضرب الفوقاني أيضا فيها وضعناه في سطر المال ونقصناه من سطر العدد فأفنى مما يليه وما عن يساره إن كان او بقي منه بقية أقل ما في سطر المال. فإذا وجدناه عملناه به ذلك، ثم زدنا الفوقاني على التحتاني وضربناه فيه وزدناه على سطر المال[1] وزدنا الفوقاني مرة أخرى على التحتاني ليحصل في سطر الضلع ثلاثة أمثال ما في سطر الخارج / [٥٣ب] وفي سطر المال ثلاثة أمثال مربع ما في سطر الخارج.

١ المال: الما في النص

Ardından mâl satırındakileri "bir" basamak, dıl' satırındakileri de "iki" basamak sağ tarafa kaydırırız. Yine [mümkün olan] en büyük sayıyı isteriz ve onu son muntak basamaktan bir önceki basamağın üstüne koyarız. İlk sayı ile yaptığımız işlemlerin aynısını bununla da yaparız ancak çarpma işlemi yaptığımızda mâl ve dıl' satırındaki rakamların hepsiyle işlem yaparız ve bu şekilde işlem tamamlanana kadar devam ederiz.

Örnek: 34012225'in küp kökünü bulmak istedik.

Basamakları "bir" muntak ve "iki" asamm olarak saydık ve son muntak basamağa ulaşana kadar muntak olanları işledik. Son muntak basamağı solunda "üç" bulunan "dört" olarak tespit ettik. Küpünü "otuz dört"ten çıkarması mümkün olan en büyük sayıyı istedik ve onu "üç" bulduk, onu "dörd"ün üstüne ve iki satır altına koyduk. Üsttekiyle alttakini çarptık, "dokuz" etti, onu "dörd"ün bulunduğu sayı satırının altındaki mâl satırına koyduk. Ardından "dokuz"u yine üstteki "üç" ile çarptık, "yirmi yedi" etti, onu "otuz dört"ten çıkardık, "yedi" kaldı, onu da "dörd"ün yerine yerleştirdik. Üstteki "üç"ü "üç"e ekledik, sonucu "üç"le çarptık, "on sekiz" etti, onu tam kare satırındaki "dokuz"a ekledik, "yirmi yedi" oldu. Üstteki "üç"ü alttaki "altı"ya ekledik, "dokuz" etti. Mâl satırını bir basamak, dıl' satırını da iki basamak sağ tarafa kaydırdık, sonuç böyle oldu:

```
3  .  .
7012225
 27
  9
```

Sonra zikrettiğimiz gibi [mümkün olan] en büyük sayıyı istedik, onu "iki" bulduk, ulaştığımız muntak basamağın -ki o "iki"dir- üstüne ve aşağıda dıl' satırında "dokuz"un sağına yerleştirdik. Üstteki "iki"yi dıl' satırındakilerin her biriyle çarptık ve sonuçları mâl satırına ekledik. Üstteki "iki"yi mâl satırında hâsıl olanların her biriyle çarptık ve sonuçları sayı satırındakilerden çıkardık. Üsttekini alttakine ekledik ve üstte hâsıl olanların tamamını dıl' satırıyla çarptık ve sonucu mâl satırına ekledik. Yine üsttekini alttakine ekledik ve dediğimiz gibi satırı kaydırdık, sonuç böyle oldu:

```
3  2  .
1244225
 3072
```

ثم ننقل ما في سطر المال مرتبة الى جانب اليمين وما في سطر الضلع مرتبتين الى جانب اليمين ايضا. ونطلب أكثر عدد نضعه فوق المنطق الذي قبل المنطق الأخير ونعمل به كما عملنا بالعدد الأول لكن نضربه إذا ضربنا جميع مراتب أسطر المال والضلع وهكذا الى أن يتم العمل.

**مثاله**: أردنا كعب ٣٤٠١٢٢٢٥

فعددنا بمنطق واصمين وعملنا على المنطق حتى انتهينا الى المنطق الاخر فوجدناه مكانه أربعة وعن يساره ثلاثة. طلبنا أكثر عدد يمكن أن ننقص مكعبه من أربعة وثلاثين فوجدناه ثلاثة وضعناها فوق الأربعة وعنها السطرين. وضربنا الفوقاني في التحتاني، حصل تسعة وضعناها في سطر المال تحت سطر العدد يجد الأربعة. ثم ضربنا الثلاثة الفوقانية ايضا فيها فحصل سبعة وعشرين، نقصناها من الأربعة وثلاثين، بقي سبعة، وضعناها مكان الأربعة وزدنا الثلاثة الفوقانية [على الثلاثة وضربناها] فيها حصل[1] ثمانية عشر وزدناها على التسعة التي فيسطر المال، صارت سبعة وعشرين وزدنا الفوقانية على التحتانية، حصل تسعة، نقلنا سطر المال مرتبة وسطر الضلع مرتبتين الى جانب اليمين. صار الحاصل هكذا:

$$\begin{bmatrix} ٣ \\ ٧٠١٢٢٢٥ \\ ٢٧ \\ ٩ \end{bmatrix}$$

/ [٥٤أ] ثم طلبنا أكثر عدد كما ذكرنا فوجدناه اثنين، وضعناهما فوق المنطق الذي انتهينا اليه وهو اثنان وتحته في سطر الضلع على يمين التسعة وضربنا الفوقاني في كل واحد مما في سطر الضلع وزدنا المبلغ على ما في سطر المال وضربنا الفوقاني في كل واحد مما حصل في سطر المال والقيناه من سطر العدد وزدنا الفوقاني على التحتاني وضربنا الفوقاني على جميع ما حصل في سطر الضلع وزدنا الحاصل على سطر المال وزدنا الفوقاني على التحتاني ونقلنا السطر كما قلنا، فصار الحاصل هكذا:

$$\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١٢٤٤٢٢٥ \\ ٣٠٧٢ \end{bmatrix}$$

---

١ حلت في النص.

Daha sonra ilk muntak basamağa koymamız için zikredilen özellikte [mümkün olan] en büyük sayıyı istedik ve onu "dört" bulduk, zikri geçen yönteme göre üstüne altına yerleştirdik. Onu dıl' satırındaki basamaklarla çarptık, sonucu mâl satırının basamaklarına ekledik, mâl satırında hâsıl olanlar ile "dörd"ü çarptık ve sonucu sayı satırından çıkardık. Bu işlem sonunda "bir" kaldı, eğer o da kalmasaydı sonuç satırında hâsıl olan 324, mezkûr tam küp sayının tam sayı küpkökü olurdu ve böylece de bu sayı tam sayı küpkökü olan (meftûh) bir sayı olurdu.

Ardından üstteki "dörd"ü dıl' satırına ekleriz, üstteki "dörd"ü dıl' satırının basamakları ile çarparız ve meblağı mâl satırına ekleriz. Daha sonra "dörd"ü yine dıl' satırına ekleriz, böylece dıl' satırında sonuç satırındakinin üç katı bir sayı meydana gelir ve mâl satırında da sonuç satırındakinin karesinin üç katı olan bir sayı meydana gelir. Şekli de böyledir:

3 2 4
314928
972

Dıl' satırını mâl satırına eklediğimizde ve sonuca "bir" ilâve ettiğimizde ve de kalan "bir"i bu toplama oranladığımızda bu oran, küpkökün tam sayı sonucunun yanındaki yaklaşık kesirdir. Sonuç böyle olur:

$$324\frac{1}{315901}$$

Her kalan bu kıyasa göre yapılır. Kesir kısmını daha dakik hâle getirmek için ise küpkökü, olabildiğince, sayının "üçte biri" olarak isimlendirilen küsûrun parçalarına genişletiriz ve küpkökünü buluruz. Böylece genişletilen kesir olarak isimlendirilen sayının "üçte biri" olarak isimlendirilen kesrin cinsinden olur. Kendisiyle birlikte kesir bulunan tam sayıların küpkökünün birinde de böyle yaparız.

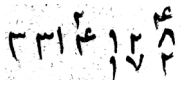
## Onuncu Fasıl

## Hesap İşlemlerinin Sağlaması (Mîzan)

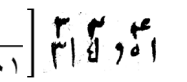
"Dokuz" ile sağlama yapma en meşhurudur. Sağlamasını yapmak istediğin her sayının rakamlarını sayı değerine göre toplarsın ve toplamdan "dokuz" veya daha küçük bir sayı kalana kadar dokuzar dokuzar çıkarırsın. Kalan [sağlamadaki denkliği] sağlayandır. Eğer toplamdan "dokuz" çıkarmak mümkün değilse bu toplam sağlayanın bizzat kendisidir.

ثم طلبنا أكثر عدد بالصفة المذكورة لنضعه المنطق الأول فوجدناه أربعة، وضعنا فوقه وتحته على الوجه المذكور وضربناها في مراتب سطر الضلع وزدنا الحاصل على مراتب سطر المال وضربنا الأربعة فيما حصل في سطر المال والقيناه على مراتب سطر العدد. فلم يبق إلا واحدا ولولاه لكان الحاصل الذي في سطر الخارج وهو ٣٢٤[1] ضلعا صحيحا للمكعب المذكور وكان مفتوحا.

ثم نزيد الأربعة الفوقانية على التحتانية ونضربها فيها مراتب[2] التحتاني ونزيد على المبلغ على سطر المال. ثم نزيد الأربعة مرة أخرى على التحتاني يحصل معا في سطر / [٥٤ب] الضلع ثلاثة أمثالما في سطر الخارج وفي سطر المال ثلاثة أمثال مربع نفسه على هذه الصورة:



فإذا زدنا سطر الضلع على سطر المال وزدنا عليه واحدا ونسبنا الواحد الباقي اليه كان هو تقريب الكسر الذيمع صحاح الكعب.
فيصير هكذا:



وعلى قياسه يفعل كل بقية ولتدقيق الكسر نبسط الكعب الى ما أمكنك من دقاق الكسور السمية لعدد له ثلث ونستخرج كعبه فيكون من جنس الكسر السمي لثلث بالعدد السمي الكسر المبسوط اليه وكذلك نفعل في أحد كعب الصحاح التي معها كسور.

## الفصل العاشر
## في موازين الأعمال الحسابية

المشهور منها ميزان التسعة وكل عدد تريد أن تأخذ ميزانه فتجمع أرقامه على تقدير كونها آحاداً وتلقي من المجموع تسعة تسعة الى أن تبقى تسعة او أقل، مما بقي فهو الميزان. والمجموع نفسه الميزان إن لم يمكن نقص التسعة عنه.

---

١ ٤٤٣ في النص.
٢ مرات في النص.

Örnek: 8732546 sayısı.

Rakamlarının toplamı "otuz beş"tir, bu durumda sağlayanı da "sekiz"dir. İşlemlerin sağlamasına gelince:

İki katını alma işleminde, iki katı alınacak sayının sağlayanını alırız, bu sağlayanın iki katını alırız ve bununla iki kat olanın sağlayanını karşılaştırırız. Eğer denk değillerse iki kat alma işlemi yanlıştır.

Yarıya bölme işleminde, yarım olanın sağlayanını alırız ve onun sağlayanı ile yarımın sağlayanının iki katını karşılaştırırız.

Toplama işleminde, toplananların [ayrı ayrı] sağlayanını alırız, bu iki sağlayanın toplamıyla toplamın sağlayanını karşılaştırırız.

Çıkarma işleminde, çıkanın sağlayanını eksilenin sağlayanından çıkarırız, böylece [kalanın rakamları] toplamından "dokuz" çıkarmak mümkün olur. Bu kalan ile çıkarma işleminden sonra kalanın sağlayanını karşılaştırırız.

Çarpma işleminde, çarpanların sağlayanlarını çarparız ve bu sonucun sağlayanı ile çarpma işleminin sonucunun sağlayanını karşılaştırırız.

Bölme işleminde [bölünenin sağlayanını alırız ve onu aklımızda tutarız], bölenin [ve bölmeden çıkanın] sağlayanını alırız [ve onların çarpımlarının sağlayanını alırız] buna -eğer kalan varsa- kalanın sağlayanını ekleriz. Toplamın sağlayanını alırız ve onunla aklımızda tuttuğumuzu karşılaştırırız.

Karekök ve küpkök alma işleminde, sayı satırının sağlayanını alırız ve onu aklımızda tutarız. İşlemden sonra sonucun sağlayanını alırız ve bu sağlayanı karekök için kendisiyle bir kez ve küpkök için ise kendisiyle iki kez çarparız ve sonuca satırda kalanın sağlayanını ekleriz. Toplamın sağlayanını alırız ve onunla aklımızda tuttuğumuzu karşılaştırırız.

Bu konu, bu muhtasarda sunmayı amaçladıklarımızın sonuncusu olsun.

Şükür her zaman ve sürekli olarak Allah'adır. O'nun rahmeti, efendimiz Muhammed'in, ailesinin ve ashâbının üzerinedir.

**مثاله**: عدد هو ٨٧٣٢٥٤٦

مجموع آحاده خمسة وثلاثين فميزانه ثمانية. وأما العمل بالموازين وفي[١] التضعيف نأخذ ميزان المضعف ونضعفه ونقابل بميزانه ميزان الضعف. فإن لم يوافقه بالتضعيف خطأ.

وفي التنصيف نأخذ ميزان النصف ونقابل به ضعف ميزان النصف.

وفي الجمع نأخذ ميزان المزيد والمزيد عليه ونقابل / [٥٥أ] بميزان مجموعهما ميزان المجموع.

وفي التفريق ننقص ميزان المنقوص من ميزان المنقوص منه، تسعة لتمكن النقص من المجموع ونقابل بالباقي ميزان الباقي بعد العمل.

وفي الضرب نضرب ميزان المضروب وميزان المضروب فيه ونقابل بميزان الحاصل ميزان حاصل الضرب.

وفي القسمة نأخذ [ميزان المقسوم ونحفظه] ونأخذ ميزان المقسوم عليه [وميزان الخارج من القسمة ونأخذ ميزان ضربهما] ونزيد عليه ميزان الباقي، إن بقي شيء. ونأخذ ميزان المجموع ونقابل به المحفوظ.

وفي الجذور والكعب نأخذ ميزان سطر العدد ونحفظه وبعد العمل نأخذ ميزان الخارج ونضربه في نفسه مرة للجذور ومرتين للكعب ونزيد على الحاصل ميزان الباقي من سطر ونأخذ ميزان المجموع ونقابل به المحفوظ.

وليكن هذا آخر ما قصدناه في هذا المختصر.

ولله الحمد دائما مستمرا وصلوته على سيدنا محمد واله وصحبه وسلم.

---

١ بقي في النص.

Risâlenin müellifi -Allah ona rahmet etsin- Şeyh Emînüddin el-Ebherî, "yedi yüz otuz üç" senesi, Zilkâde'nin "sekiz"i, perşembe günü vefat etmiştir.

Allah bize yeter, O ne güzel vekîldir.

توفي مصنفها الشيخ أمين الدين الأبهري رحمه الله تعالى في يوم الأربعاء ثامن ذي القعدة من سنة ثلاث وثلاثين وسبعمئة.

وحسبنا الله ونعم الوكيل.

## DİZİN


**A**
aded 22, 23
algoritma 29, 41
asamm 34, 106, 108, 110, 112

**B**
basamak 39, 42, 45, 48, 50, 53, 56, 58, 59, 60, 62, 63, 64, 78, 80, 86, 88, 92, 96, 102, 104, 108, 112
birim 39, 44, 46, 47, 51, 54, 55, 57, 82
bölen 56, 57, 69, 78, 104, 106
bölme 25, 41, 45, 47, 56, 57, 67, 68, 88, 110, 116
bölüm 46, 69, 106
bölünen 56, 57, 100, 102, 104, 106
burç 42, 43, 44, 46, 47, 49, 82, 84, 88, 90, 94

**C-Ç**
cebir 22
çarpan 53, 54
çarpım 45, 52, 54, 55, 60, 62, 63, 64, 94, 96, 100
çarpma 25, 34, 41, 45, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 98, 104, 110, 112, 116
çıkan 14, 19, 23, 44, 45, 51, 104, 106
çıkarma 15, 25, 31, 34, 37, 41, 50, 58, 67, 68, 69, 70, 116

**D**
dakika 25, 42, 43, 44, 46, 47, 49, 82, 84, 88, 90, 94, 98, 100, 104
derece 12, 24, 39, 42, 43, 44, 46, 47, 49, 55, 82, 84, 88, 90, 94, 100
devr 42, 43, 44, 47, 78, 90

**E**
ebced hesabı 25, 28
Ebû Hanîfe Ahmed b. Dâvûd ed-Dîneverî 31
Ebu'l-Kâsım el-Antâkî 31
Ebû Nasr Muhammed b. Abdullah el-Kelevâzî el-Bağdâdî 32
Ebü'l-Fidâ 19
Ebü'l-Hasan Ali b. Ahmed en-Nesevî 31
eksilen 51, 69, 94
Emînüddin Ebherî 2, 7, 11, 12, 13, 15, 18, 19, 20, 22, 24, 33, 41, 72, 118
Esîruddin Ebherî 11, 15, 19
*eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb* 13, 26, 37, 65, 72

**F**
felekî hesap 42, 43, 54, 61, 66
*Fusûlün Kâfiye fî Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl* 12, 18, 19, 20, 22, 24, 33, 37, 41, 71, 78

**G**
Gıyâsuddin Cemşid el-Kâşî 33

**H**
Hârizmî 22, 28, 29, 31
hesâb-ı cümel 24
hesâb-ı derec ve dekâik 24

hesâb-ı gubâr 22
hesâb-ı hataeyn 22
hesâb-ı hevâî 22
hesâb-ı hindî 22, 28
hesâb-ı küsûr 25
hesâb-ı sittînî 22, 24
hesâb-ı taht ve mîl 27
hesâb-ı taht ve reml 27
hesâb-ı taht ve turâb 22, 27
hesâb-ı zîc 25
hindî hesap 13, 25, 28, 29

**İ**
iki katını alma 25, 45, 84
ilm-i aded 22
ilm-i hendese 22
ilm-i hey'et 22
ilm-i mesâha 22
ilm-i mûsikî 23
ilm-i nücûm 24

**K**
karekök 15, 25, 34, 37, 41, 58, 61, 69, 110, 116
karekök alma 25
kesir 27, 86, 88, 102, 110, 114
kesirli sayılar 33, 34, 43
kök 58, 110
köklü sayılar 58
küpkök 14, 15, 25, 34, 41, 58, 61, 66, 70, 110, 116
küpkök alma 25, 66, 116
küsûr 25, 33, 34, 39, 43, 54, 90, 100

**M**
mahtût 106
meftûh 61, 110, 114
menzil 39
merfû 82, 100, 106
mertebe 47, 78
mikdâr 23
mîzan 34, 66, 67
modüler aritmetik 66
Muhammed b. Vusudî Yahmid 32
muntak 106, 108, 110, 112, 114

**N**
Nasîruddîn-i Tûsî 32
Nizâmeddin Nîsâbûrî 13, 26, 37

**O**
oran 52, 56, 110, 114

**S**
Sinan b. Feth 32
Sivas 9, 10, 11, 12, 19, 20

**T**
tahta hesabı 27, 31, 37
tahta ve çubuk hesabı 26
tahta ve çubuk hesabında yeterli bölümler 20
tam kare 61, 62, 63, 64, 110, 112
tam küp 61, 66, 110, 114
toplam 34, 48, 49, 59, 62, 114
toplama 25, 31, 41, 45, 48, 114
toplanan 48, 49, 88, 90

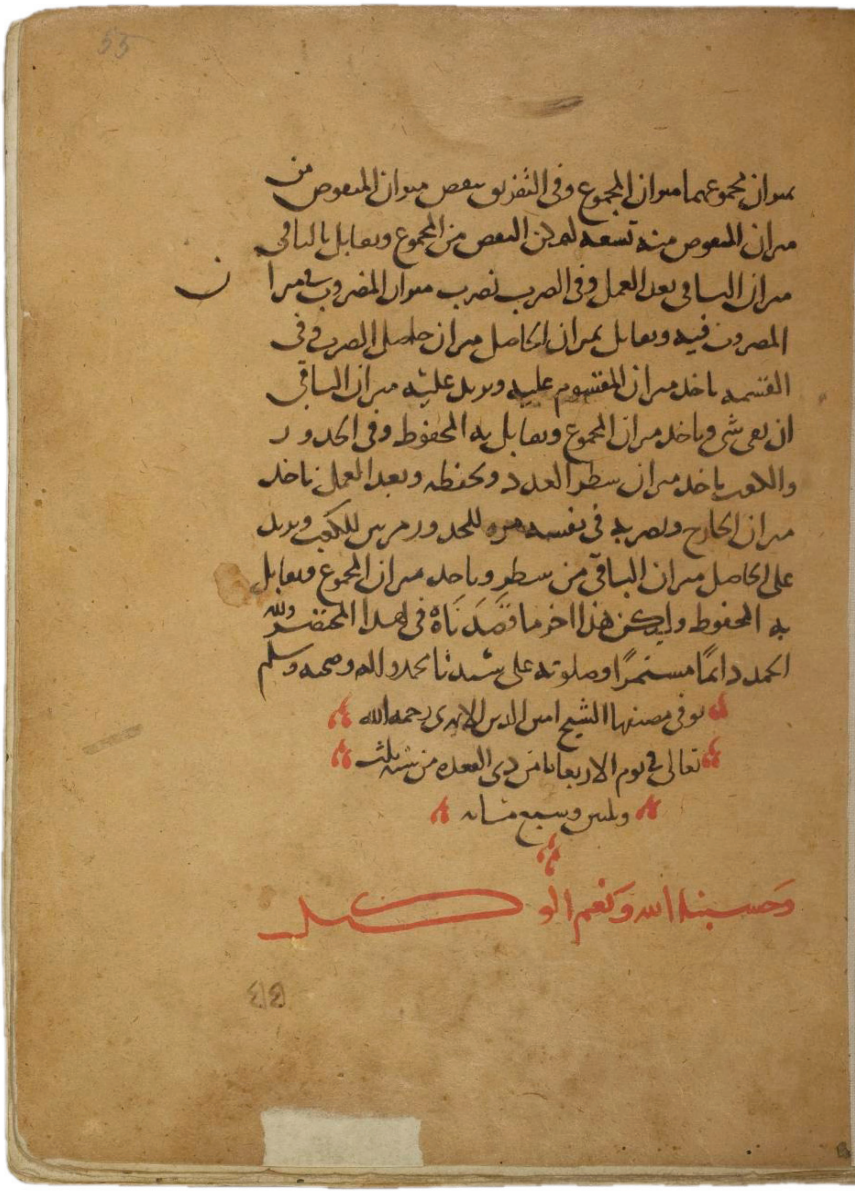
**Y**
yarıya bölme 25, 41, 45, 47, 68, 88

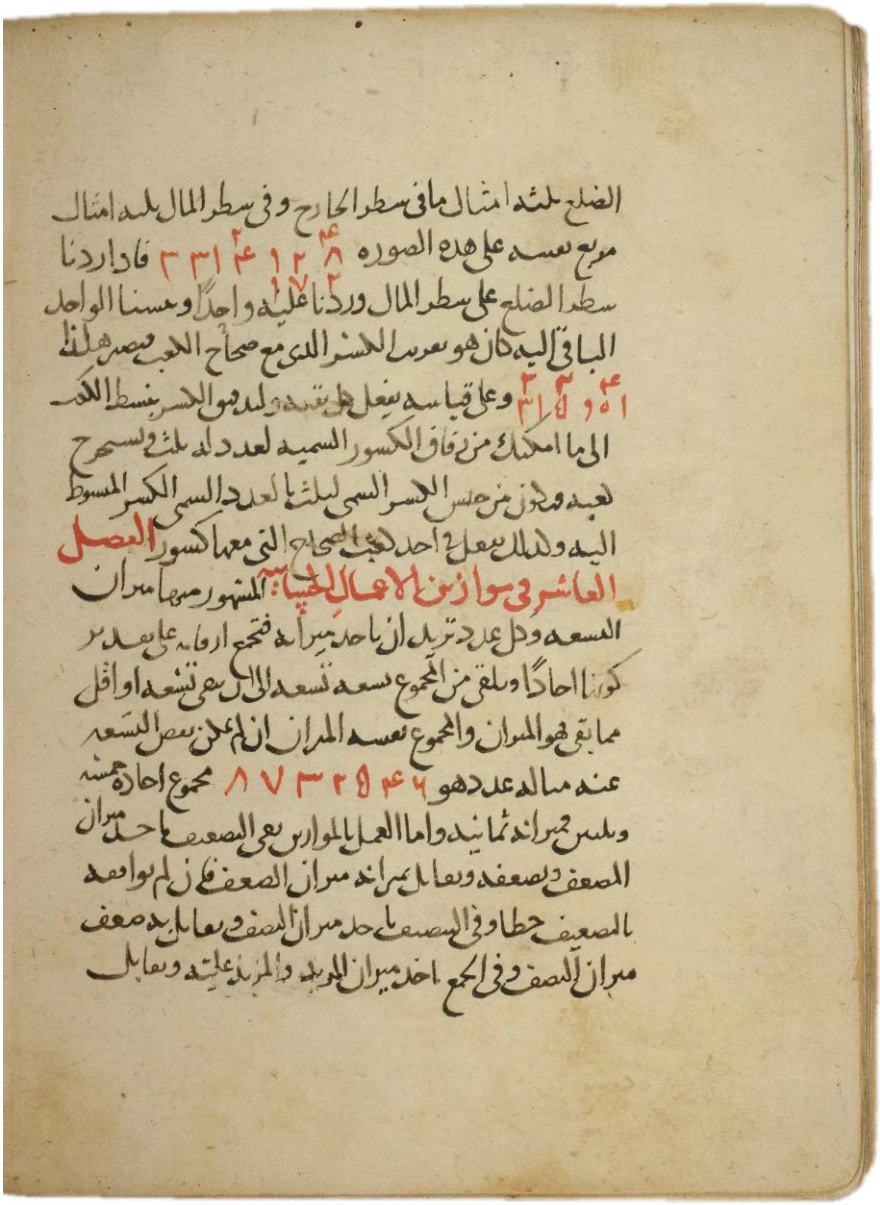
# TIPKIBASIM

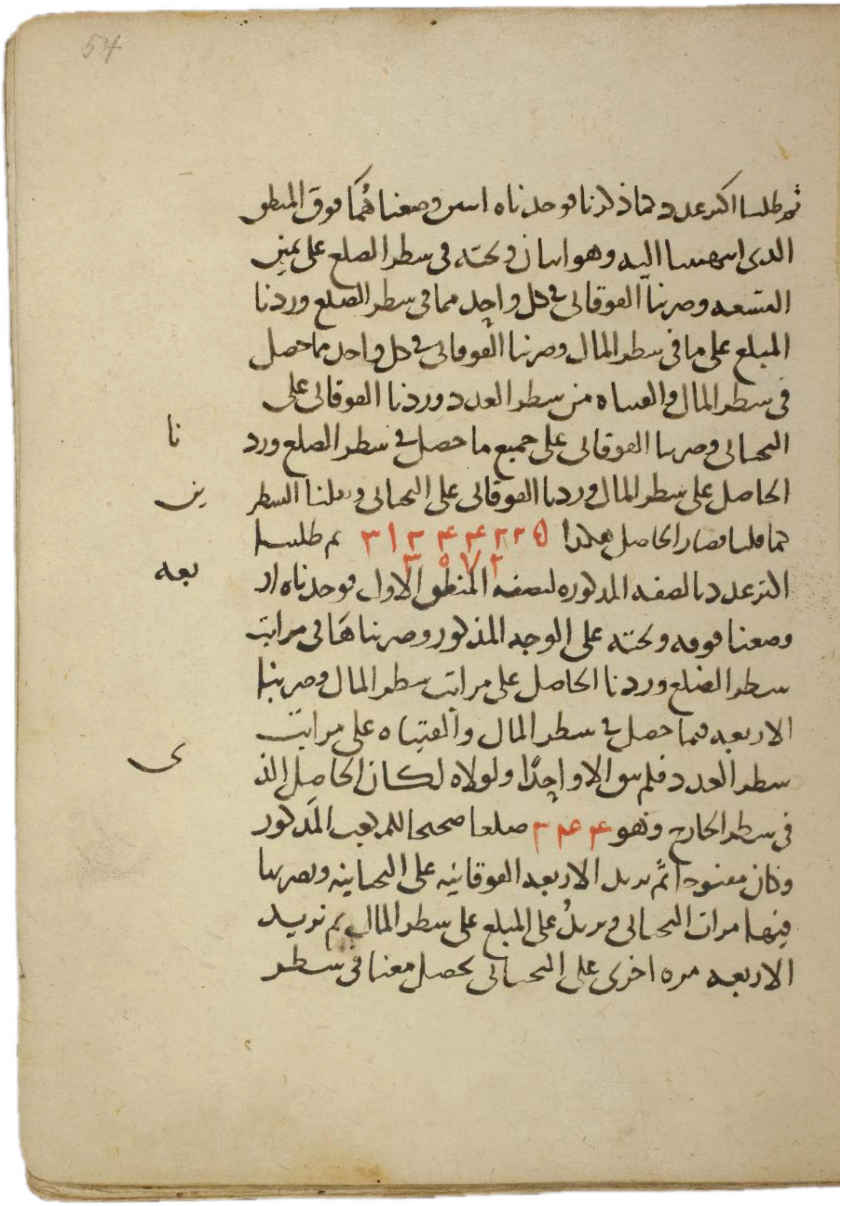
**FUSÛLÜN KÂFİYE**
**FÎ HİSÂBİ'T-TAHT VE'L-MÎL**

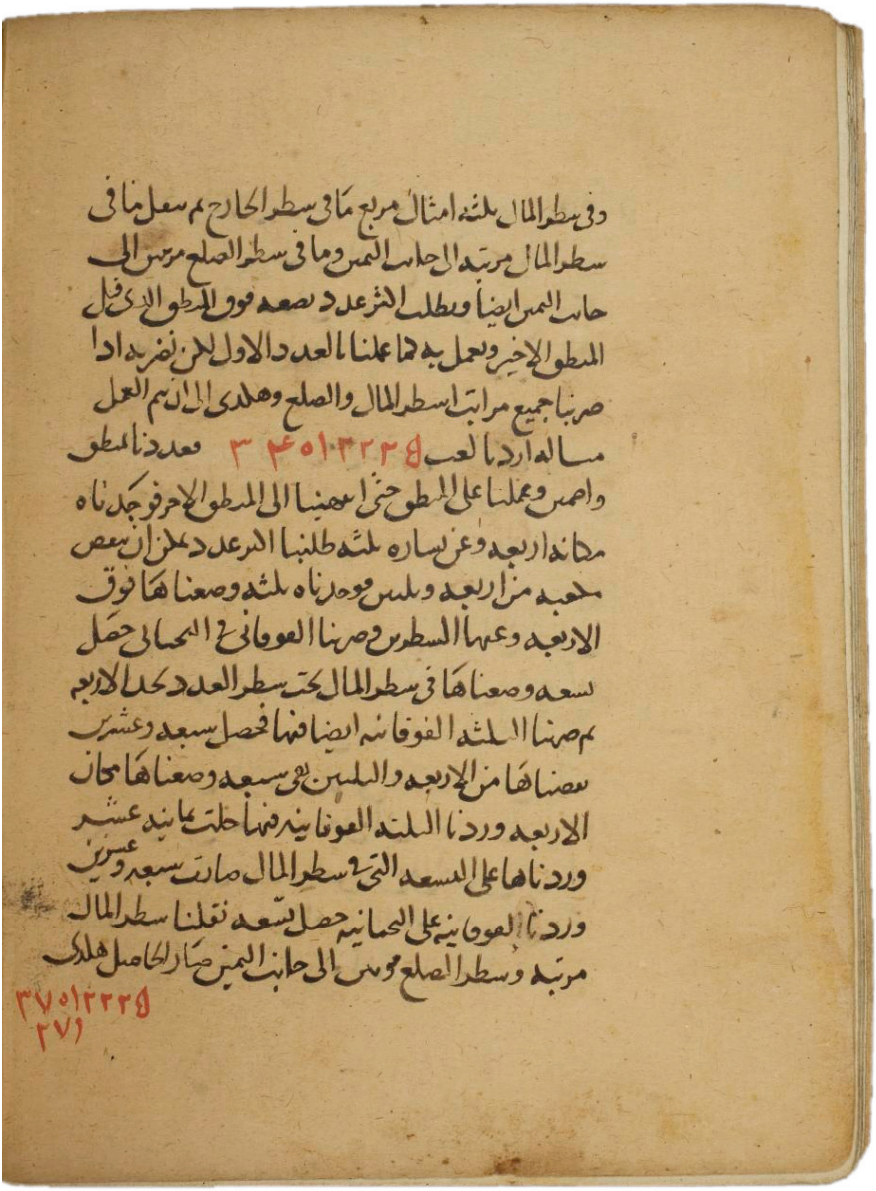
© STAATSBIBLIOTHEK ZU BERLIN
Preussischer Kulturbesitz, Orientabteilung,

Landberg 199



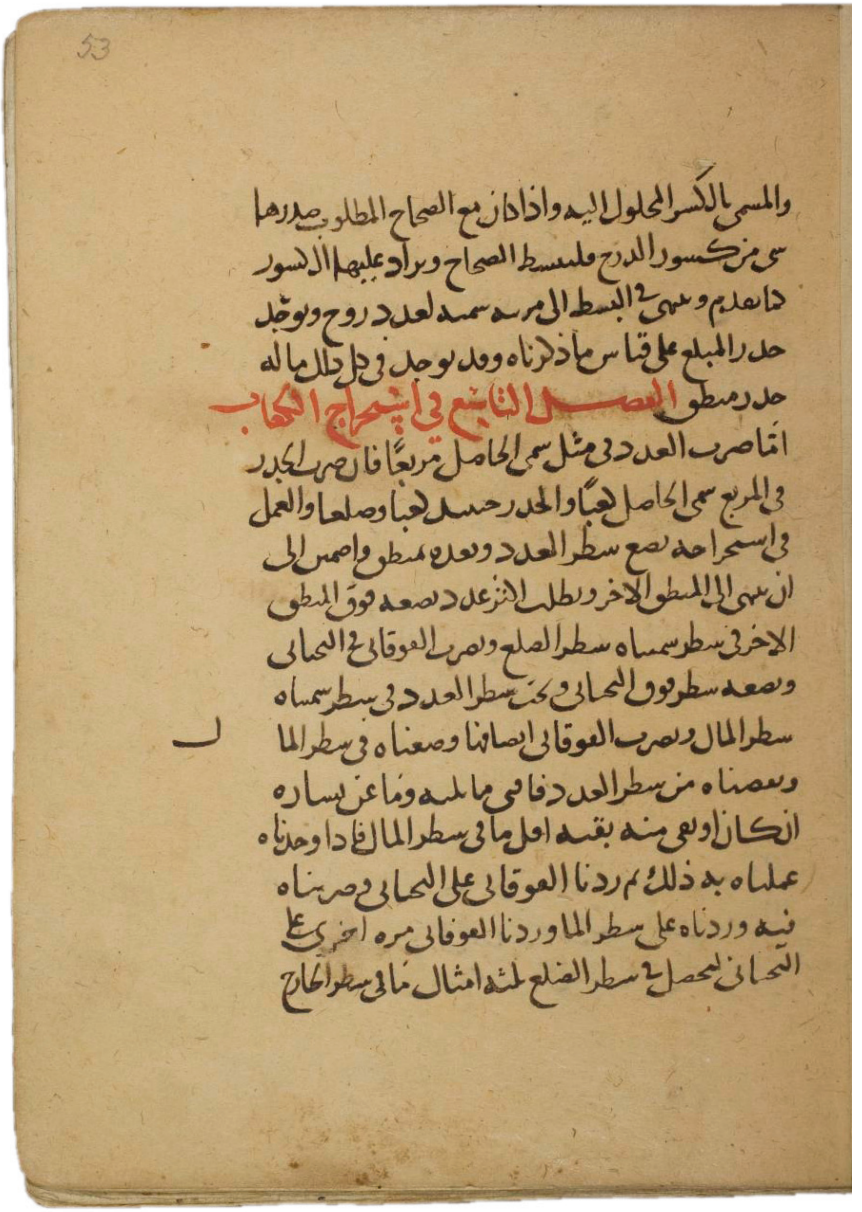






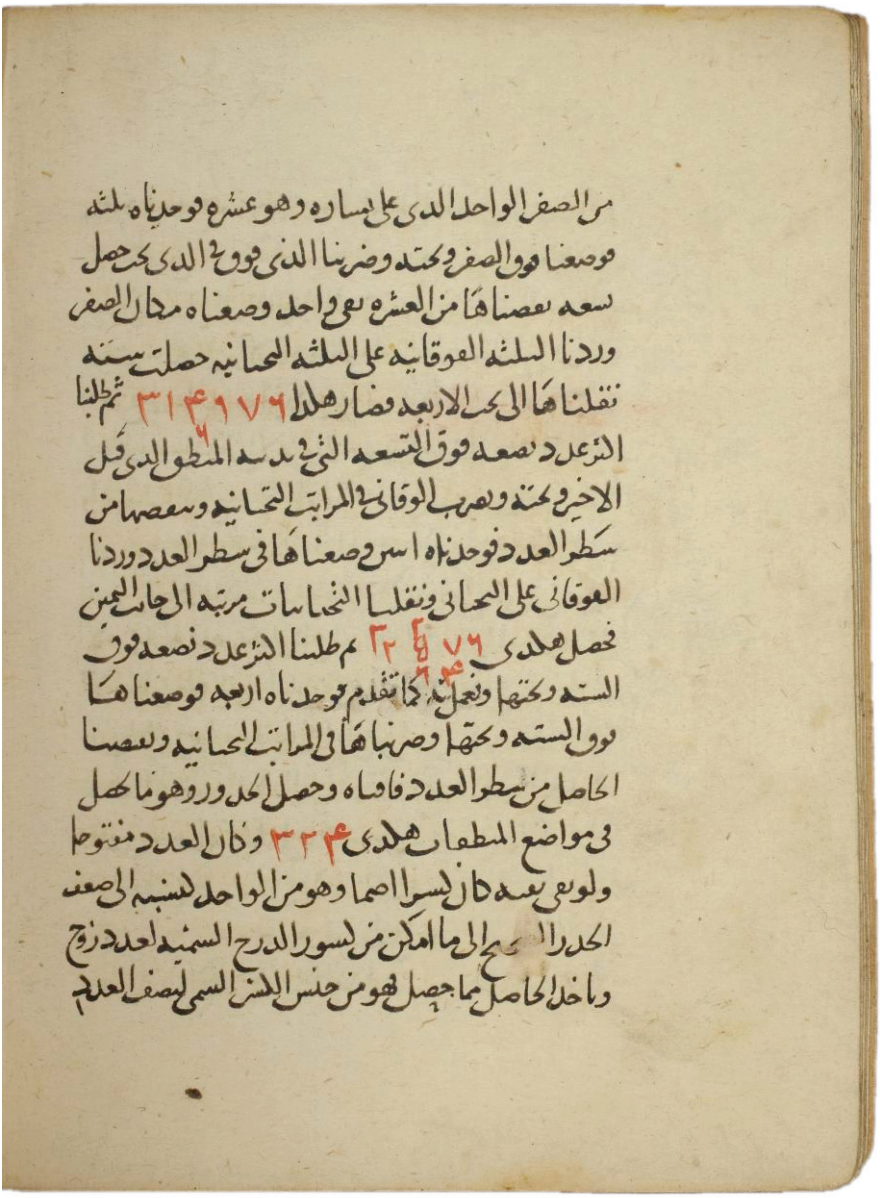
وفي سطر المال بلثه امثال مربع ما في سطر الحارج ثم سعل ما في
سطر المال مربته الى جانب اليمين وما في سطر الصلع مربس الى
جانب اليمين ايضا وتطلب الترعدد بصعه فوق المطو الاول قبل
المطو الاخير ويعمل به كما علمنا العدد الاول الى ان نضربه ادا
ضربنا جميع مراتب اسطر المال والصلع وهلذى الى ان تم العمل
مساله اردنا لعب ٣٤٥١٠٣٢٢٤ فعددنا المطو
واصمر وعملنا على المطو حتى اتينا الى المطو الاخر فوجدناه
مكانه اربعه وعن يساره بلثه طلبنا الترعدد بحيث ان ينقص
بصعه من اربعه ويلبس فوجدناه بلثه وصعناها فوق
الاربعه وعنها السطرين وضربنا العوفاني في اليماني حصل
تسعه وصعناها في سطر المال تحت سطر العدد بحذ الاربع
ثم ضربنا البلثه العوفانيه ايضا فيها فحصل سبعه وعشرين
بصعناها من الاربعه واللبس هي سبعه وصعناها مكان
الاربعه وردنا البلثه العوفانيه فيها حلت باثنى عشر
وردناها على التسعه التي في سطر المال صارت سبعه وعشرين
وردنا العوفانيه على اليمانيه حصل تسعه نقلنا سطر المال
مربته وسطر الصلع موس الى جانب اليمين صار الحاصل هلذك

٣٧٥١٢٢٢٤
٢٧١

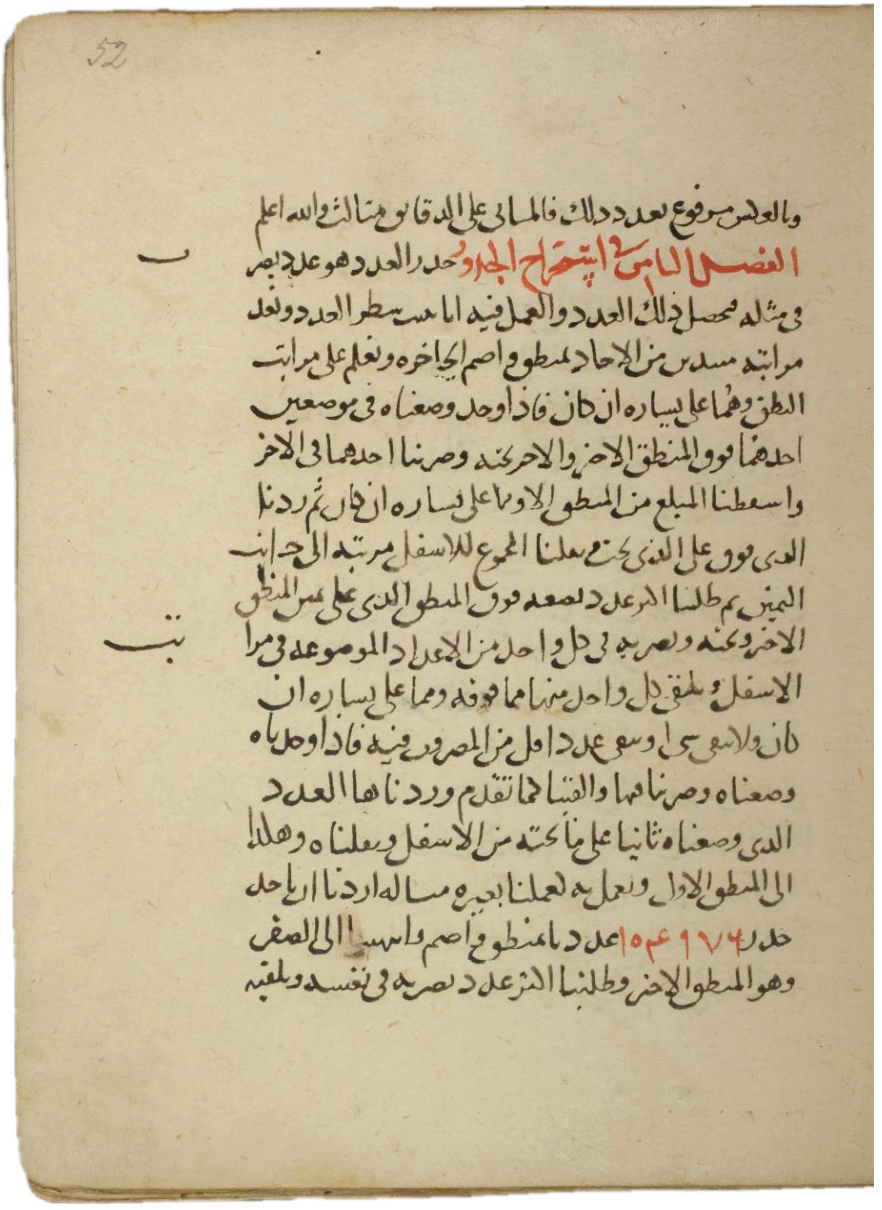


53

والمسمى بالكسر المحلول اليه واذا دان مع الصحاح المطلوب صدرها
سمى مزكسور الدرج فلنبسط الصحاح ونراد عليها الكسور
ما تقدم ونسمى البسط الى مرسه سمه لعدد روح ونوجد
حد رالمبلغ على قياس ما ذكرناه وقد نوجد فى كل ذلك ما له
حد رمطق **الفصل التاسع فى استخراج الكعاب**
اما ضرب العدد فى مثل سمى الحاصل تربيعا فان ضرب الجذر
فى المربع سمى الحاصل تكعيبا والجذر حسد تعبا وصلعا والعمل
فى استخراجه نضع سطر العدد وتحته مطق واصعد الى
ان نبلغ الى المطق الاخر ونطلب اكثر عدد نضعه فوق المطق
الاخر فى سطر سماه سطر الضلع ونضرب الفوقانى فى التحتانى
ونضعه سطر فوق التحتانى ونحت سطر العدد فى سطر سماه
سطر المال ونضرب الفوقانى ايضا نها وضعناه فى سطر المال
ونضعناه من سطر العدد فما فى ما تحته وما عن يساره
ان كان او بقى منه بقية اقل مما فى سطر المال فاذا وجدناه
عملنا به ذلك ثم رددنا الفوقانى على التحتانى وضربناه
فيه ورددناه على سطر المال ورددنا الفوقانى مره اخرى على
التحتانى لنحصل فى سطر الضلع لمثله امثال ما فى سطر الحاج



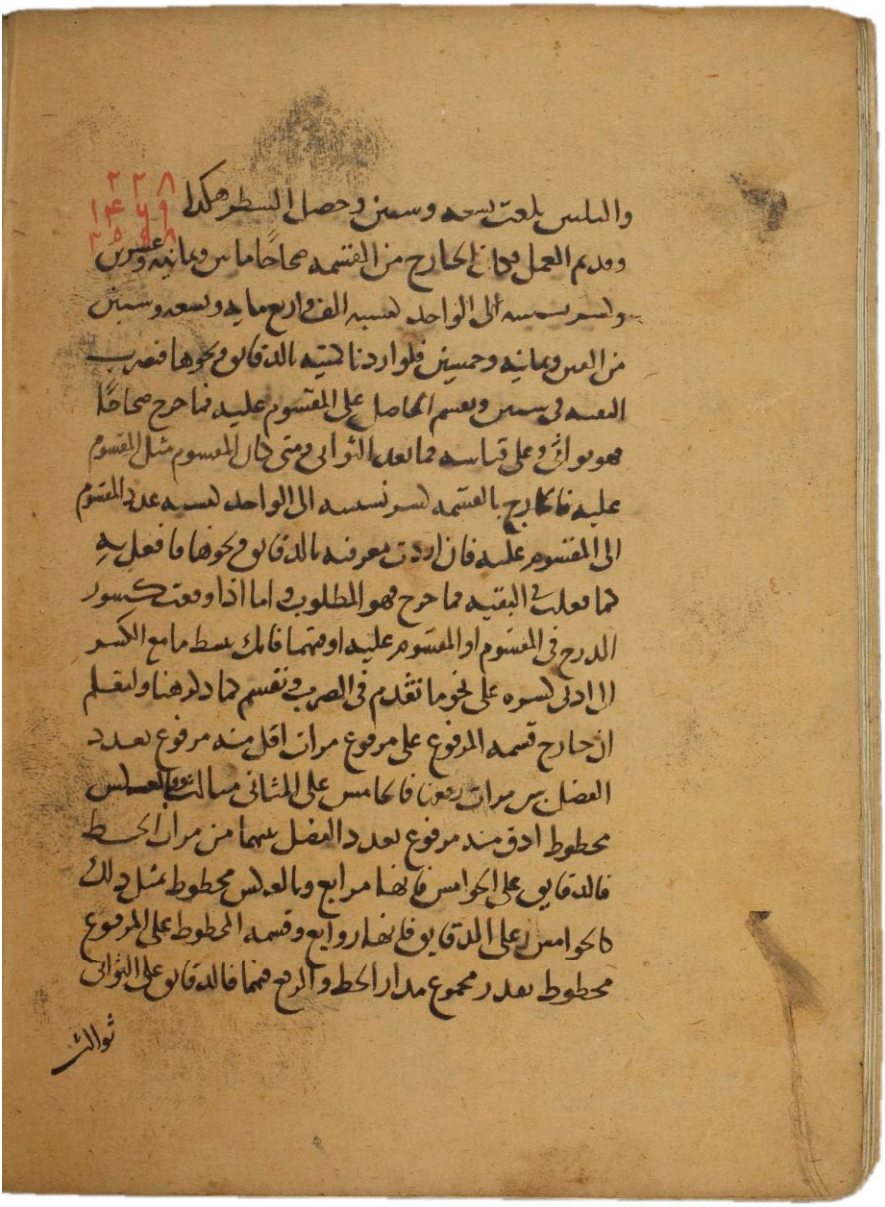
من الصف الواحد الذى على يساره وهو عشره فوحدناه ثلثه
فوضعنا فوق الصف وتحته وضربنا الذى فوق الذى تحت حصل
تسعه بعضناها من العشره بقى واحد وضعناه مكان الصف
وردنا الثلثه الفوقانيه على الثلثه التحتانيه حصلت تسعه
نقلناها الى تحت الاربعه فصار هكذا ٣١٣٩١٧٦ ثم طلبنا
الثرعدد تسعه فوق التسعه التى فى مدسه المنطوا الذى قبل
الاخير وتحته وضرب الفوقانى فى المراتب التحتانيه وبعضها من
سطر العدد فوحدناه اسرع وضعناها فى سطر العدد وردنا
الفوقانى على التحتانى ونقلنا التحتانيات مرتبه الى جانب اليمين
فحصل هكذا ٣٢٥٧٦ ثم طلبنا الثرعدد تسعه فوق
الستة وتحتها ونعمل كما تقدم فوحدناه اربعه فوضعناها
فوق الستة وتحتها وضربناها فى المراتب التحتانيه وبعضنا
الحاصل من سطر العدد فافناه وحصل الحدور وهو ما حصل
فى مواضع المنطقات هكذا ٣٢٤ وكان العدد منقوصا
ولو بقى بعده كان كسرا اصما وهو من الواحد كنسبه الصفر
الحدور الى ما امكن من كسور الدرج السميد العدد زوج
وناخذ الحاصل مما حصل فهو من جنس الكسر السمى بنصف العدد

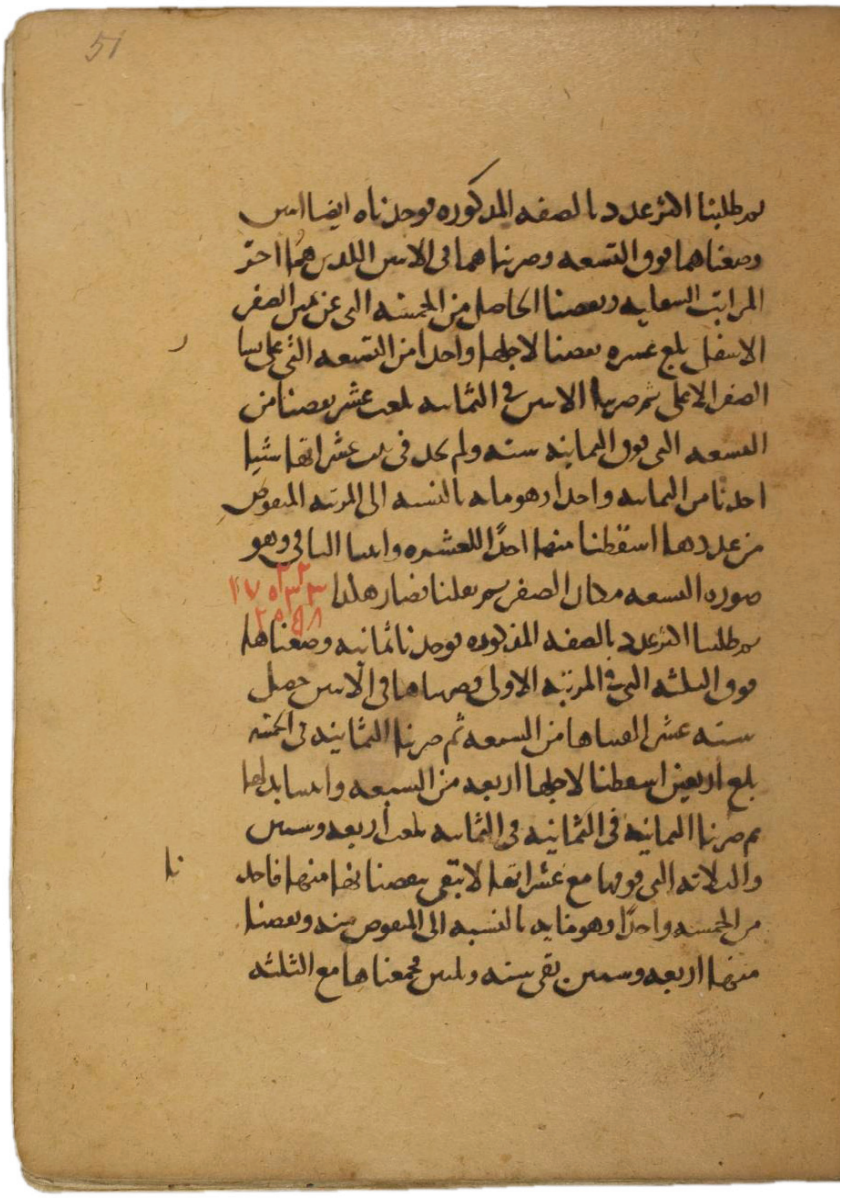


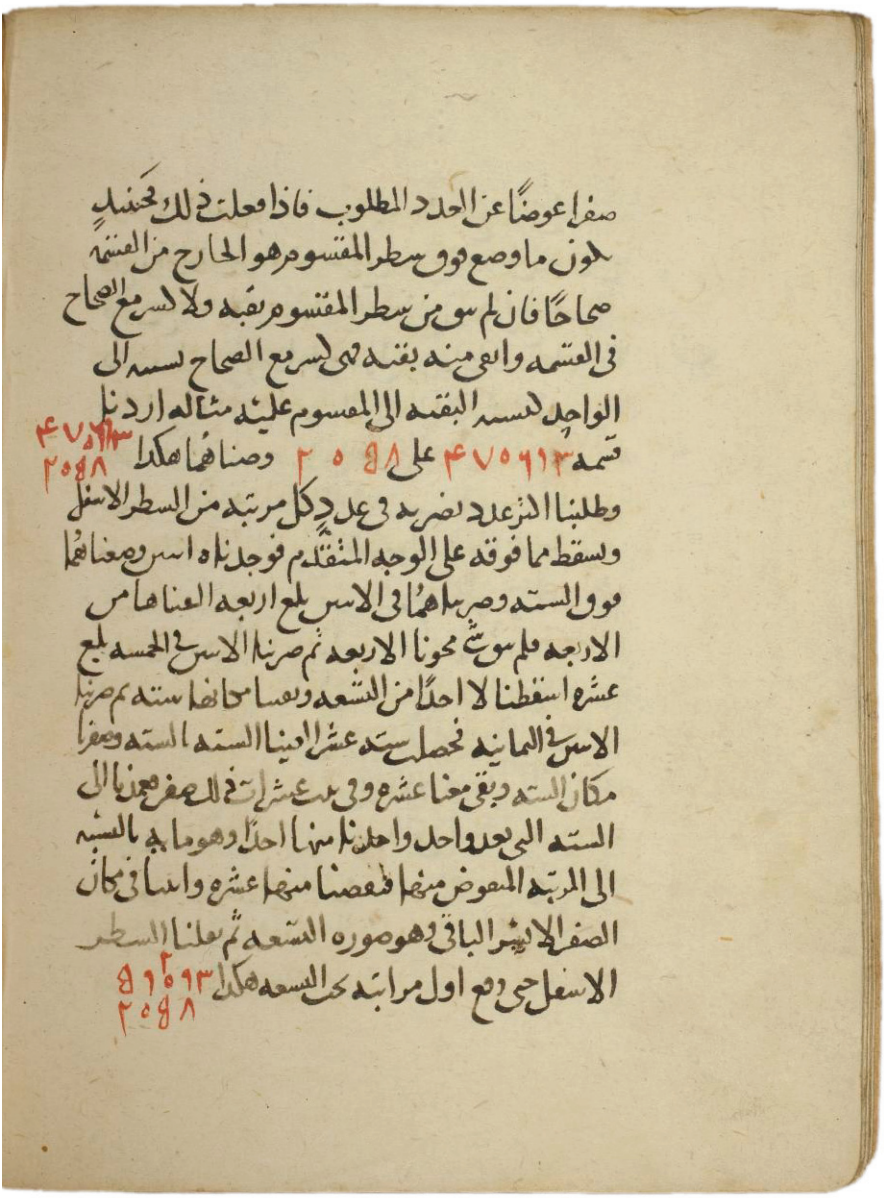
٥٢

والعشر مرفوع بعدد ذلك فالمسائل على الدقائق مسائل والله اعلم

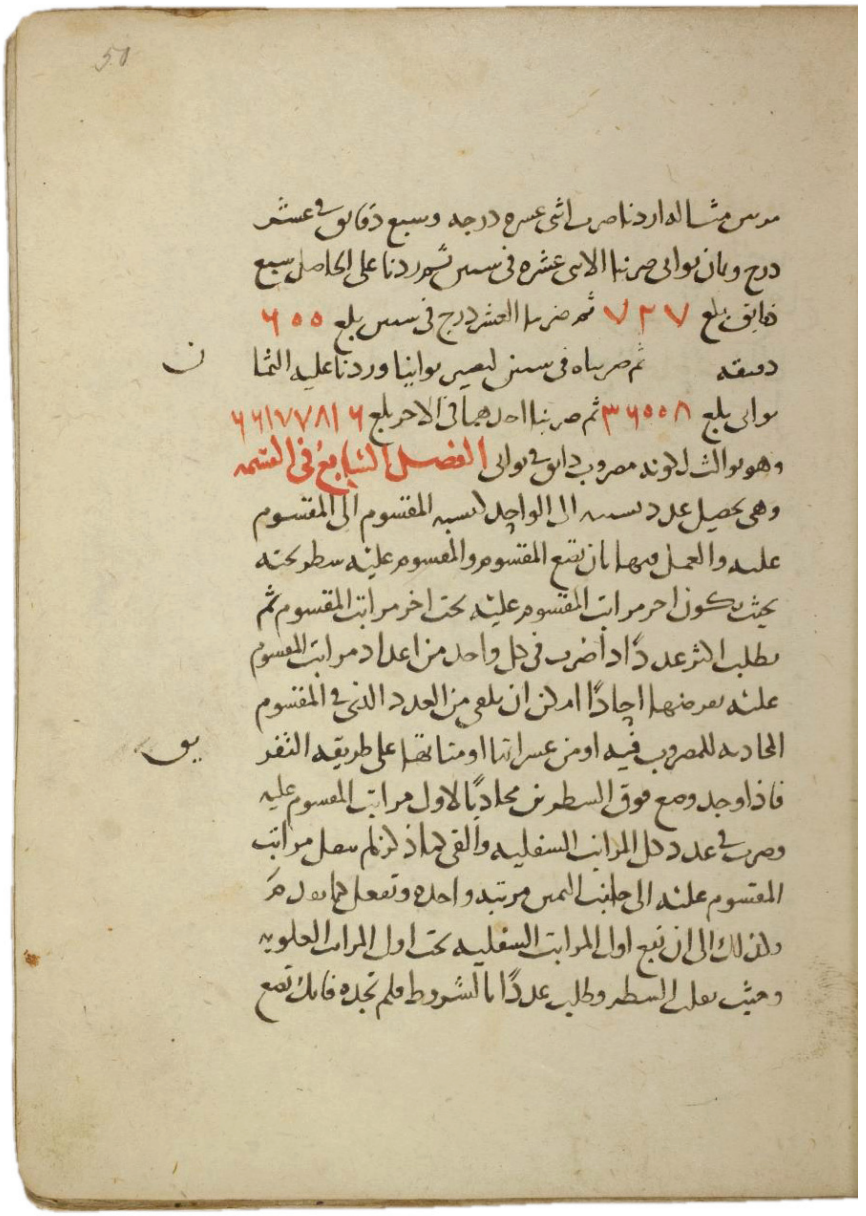
ب الفصل الثاني في استخراج الجذور وحد الجذر العدد هو عدد يضر
في مثله فحصل ذلك العدد والعمل فيه اما بسطر العدد ونعد
مراتبه مسدس من الاحاد فمطوع اصم اخراه ونعلم على مراتب
المطوع وهما على يساره ان كان فاذا واحد وصعناه في موضعين
احدهما فوق المنطق الاخير والاخر تحته وصرنا احدهما في الاخر
واسقطنا المبلغ من المطوع الاول وما على يساره ان كان ثم رددنا
الذي فوق على الذي تحته ونعلنا المجموع للاسفل مرتبة الى جانب
اليمين ثم طلبنا اكبر عدد يضعه فوق المطوع الذي على يمين المنطق
ب الاخير وتحته ونضربه في كل واحد من الاعداد الموضوعة في مرا
الاسفل ونلقي كل واحد منها مما فوقه ومما على يساره ان
كان والا فمن كل واحد عدد اقل من المضروب فيه فاذا وجدناه
وصعناه وصرنا فيها والقينا مما تقدم وردنا ها العدد
الذي وصعناه ثانيا على ما تحته من الاسفل ونعلناه وهلما
الى المطوع الاول ونعمل به كعملنا بغيره مسالة اردنا ان اجد
جذر ١٧٦٤ عدد ما مطوع اصم وانسبه الى الصف
وهو المطوع الاخير وطلبنا اكبر عدد يضربه في نفسه ويلقيه



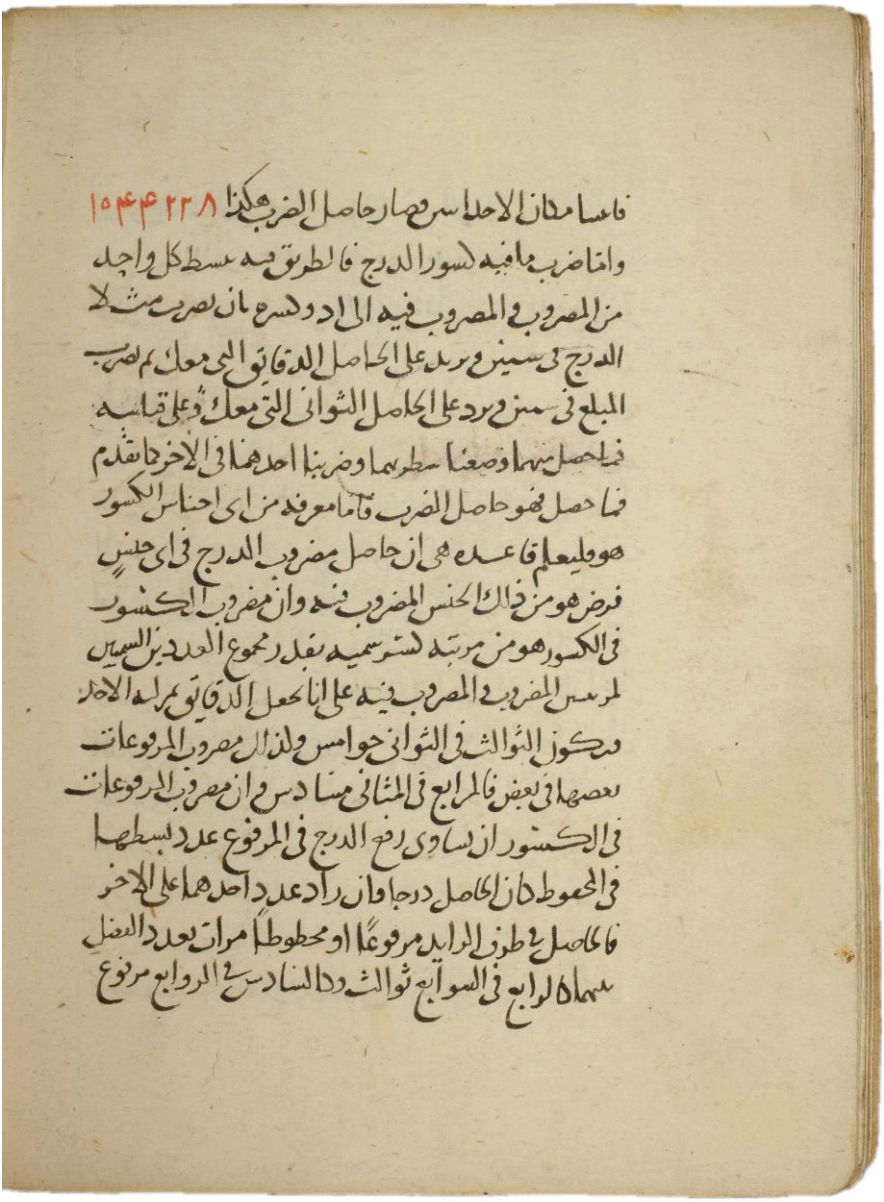




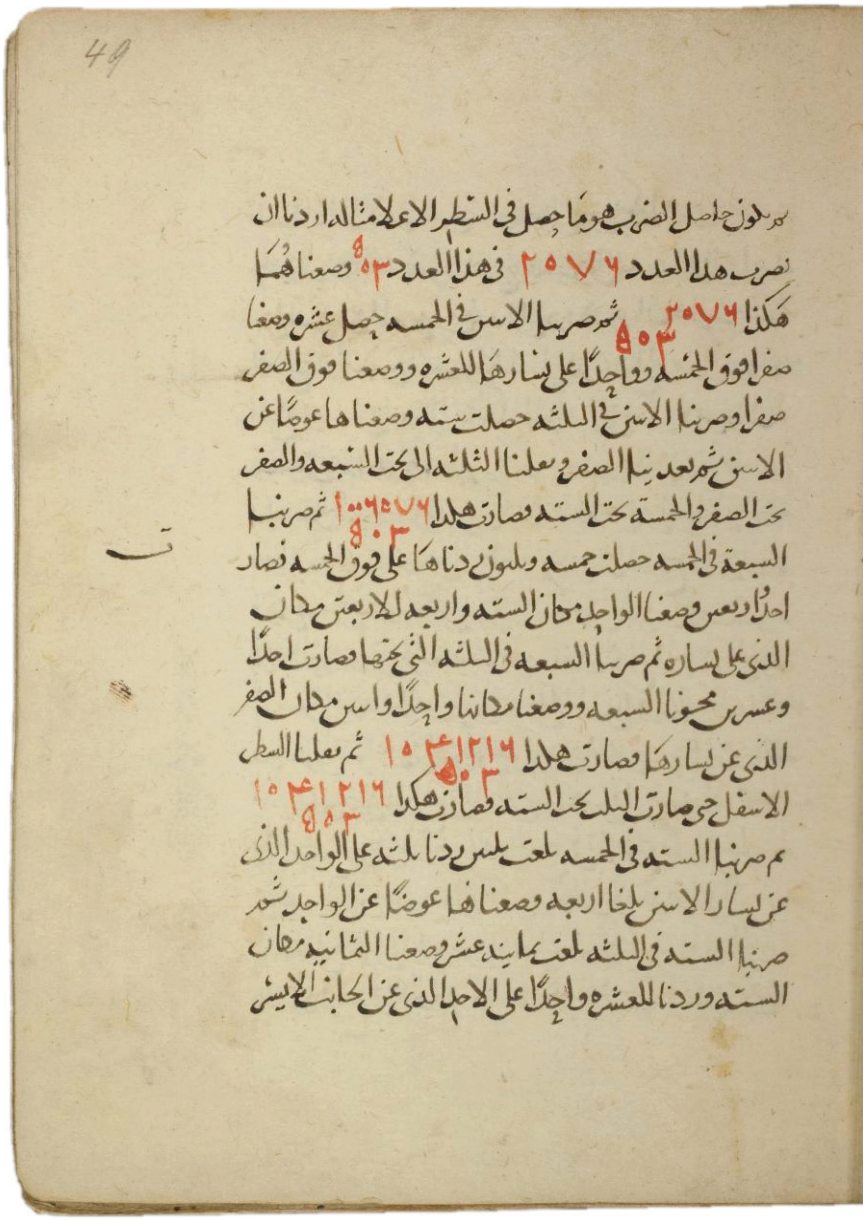
صفرا عوضًا عن الحد المطلوب فاذا فعلت ذلك فحينئذٍ
يكون ما وضع فوق سطر المقسوم هو الخارج من القسمة
صحاحًا فان لم يكن من سطر المقسوم بقية ولا كسر مع الصحاح
في القسمة وان بقي منه بقية فهي كسر مع الصحاح نسبته الى
الواحد كنسبة البقية الى المقسوم عليه مثاله اردنا
قسمة ٤٧٥٦١٣ على ٢٥٨ وصفناهما هكذا ٤٧٥٦١٣ / ٢٥٨
وطلبنا الذي عدد نضربه في عدد كل مرتبة من السطر الاسفل
ونسقط مما فوقه على الوجه المتقدم فوجدناه اسس وصفناهما
فوق الستة وضربناهما في الاس بلغ اربعة العشرات
الاربعة فلم يكن محونا الاربعة ثم ضربنا الاس في الخمسة بلغ
عشرة اسقطنا لاحدا من التسعة وبقي ثمانية ستة ثم ضربنا
الاس في الثمانية فحصل ستة عشر الفينا الستة الستة وصفرا
مكان الستة وبقي معنا عشرة وفي يدنا عشرة ذلك صفر فمضينا الى
الستة التي بعد واحد واحد فاخذنا منها احدا وهو ما يجب بالنسبة
الى المرتبة المفوض منها فقصصنا منها عشرة وابقينا في مكان
الصفر الاخير الباقي وهو صورة التسعة ثم بلغنا السطر
الاسفل حيث وقع اول مراتبه من التسعة هكذا ٩٦٥٣ / ٢٥٨

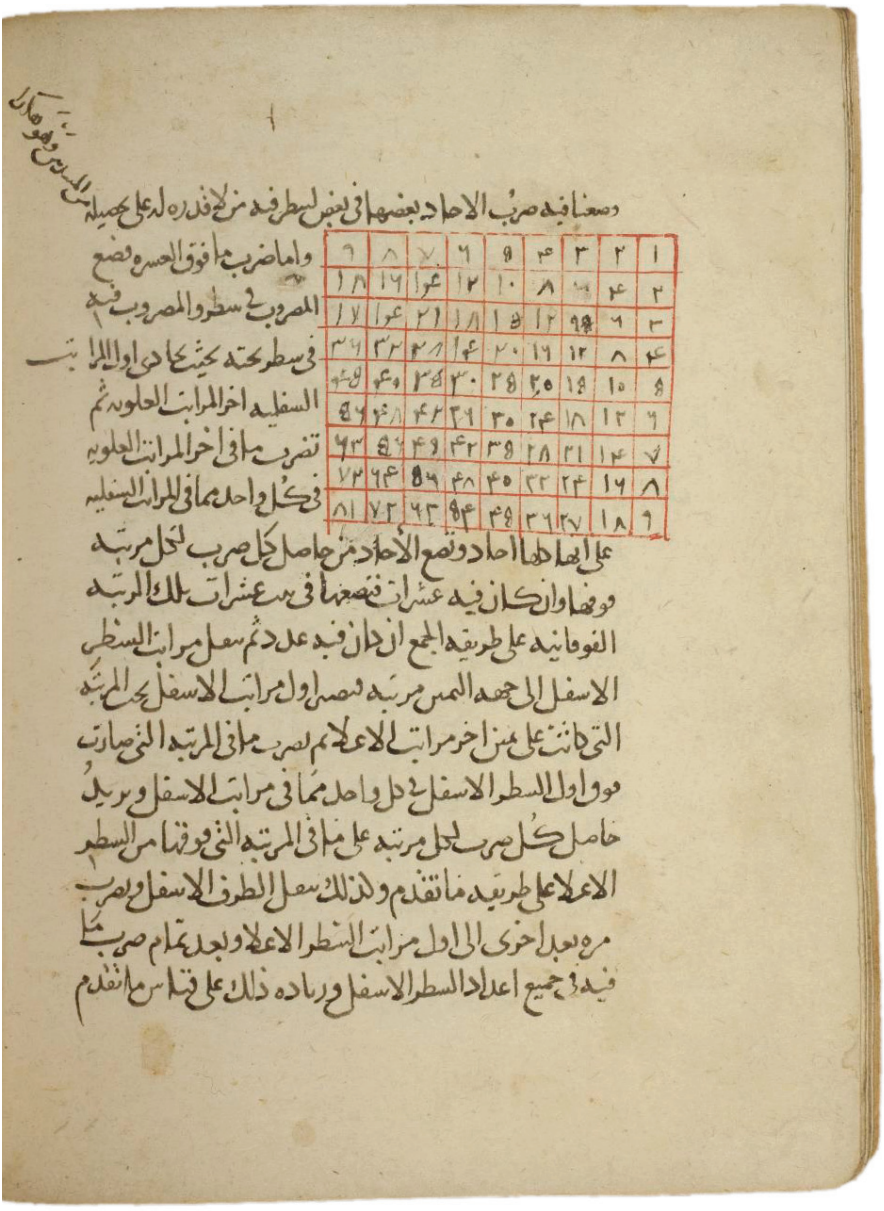


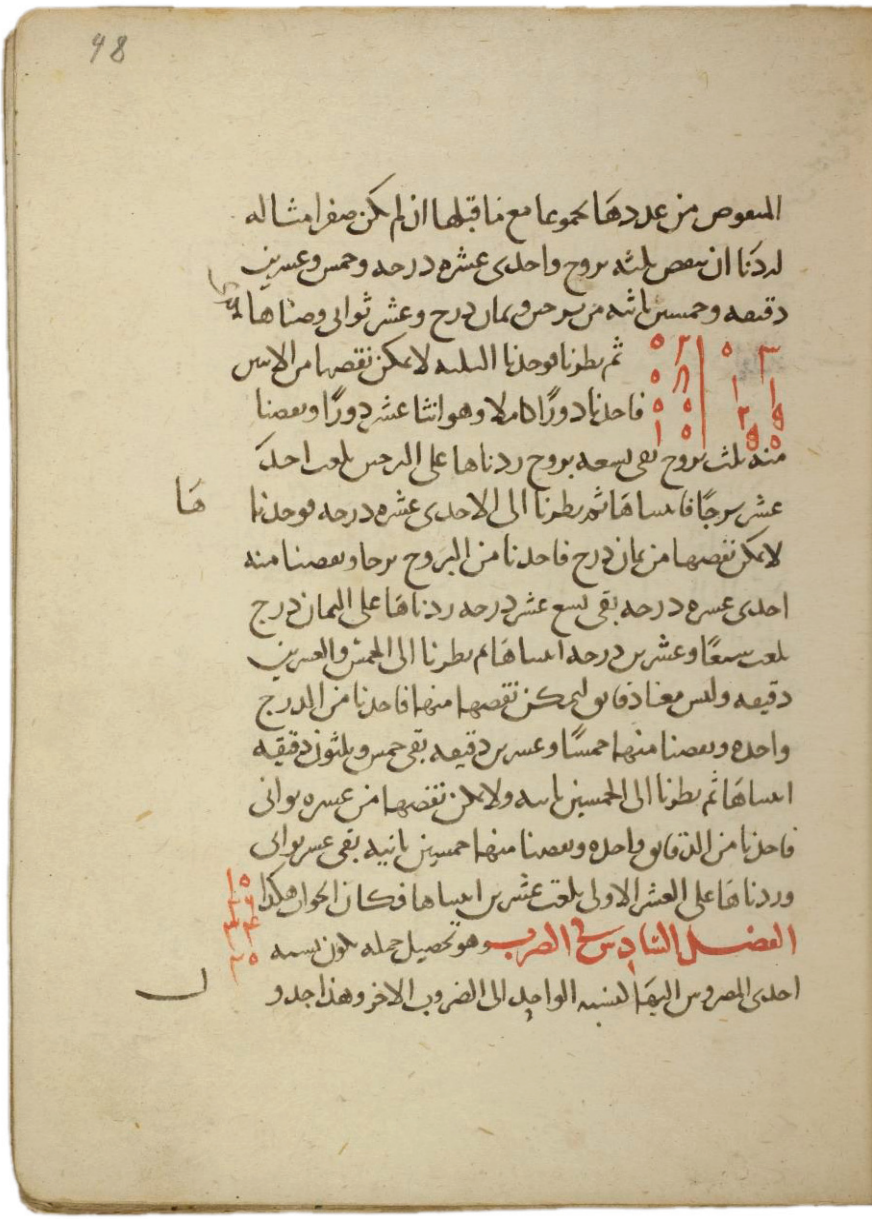
مدس مثاله اردنا ضرب اثنى عشر درجه وسبع دقايق فى عشر
درج وثمان ثوانى ضربنا الاثنى عشره فى ستين ثم زدنا على الحاصل سبع
دقايق بلغ ٧٢٧ ثم ضربنا العشر درج فى ستين بلغ ٦٠٠
دقيقه ثم ضربناه فى ستين ليصير ثوانيا وزدنا عليه الثما
نوانى بلغ ٣٦٠٠٨ ثم ضربنا احدهما فى الاخر بلغ ٦٦١٧٧٨١٦
وهو ثوانى لان كل مضروب دقايق فى ثوانى **الفصل السابع فى القسمه**
وهى تحصيل عدد نسبته الى الواحد كنسبه المقسوم الى المقسوم
عليه والعمل فيها ان تضع المقسوم والمقسوم عليه سطرا بحيث
يكون اخر مراتب المقسوم عليه تحت اخر مراتب المقسوم ثم
تطلب اثر عدد اذا ضرب فى كل واحد من اعداد مراتب المقسوم
عليه تعرضها احادا امكن ان يبلغ من العدد الذى فى المقسوم
الحادثه للمضروب فيه اومن عشراتها اومئاتها على طريقه النفر
فاذا وجد وضع فوق السطر من الحادثا الاول مراتب المقسوم عليه
وضرب فى عدد كل المراتب السفليه والقى ما اذ لم تعل مراتب
المقسوم عليه الى جانب اليمين مرتبه واحده وتعمل كما عمل
حتى تصل الى ان تضع اول المراتب السفليه تحت اول المراتب العلويه
وحيث تعذر السطر وطلب عددا بالشروط فلم تجده فاعلم ان تضع



فاسما مكان الاحاد خمسة صار حاصل الضرب هكذا ١٠٤٤٢٢٨
واما ضرب ما فيه كسور الدرج فالطريق فيه بسط كل واحد
من المضروب والمضروب فيه الى اد وشرع بان نضرب مثلا
الدرج التي سفلي ورد على الحاصل الذي فوق التي معك ثم اضرب
المبلغ في سفلي ورد على الحاصل الثواني التي معك وعلى قياسه
فاحصل بهما وضعنا سطرهما وضربنا احدهما في الاخر ما تقدم
فما حصل فهو حاصل الضرب واما معرفة من اي اجناس الكسور
هو فليعلم قاعدته هي ان حاصل مضروب الدرج في اي جنس
فرض هو من ذلك الجنس المضروب فيه وان مضروب الكسور
في الكسور هو من مرتبة تسمية بقدر مجموع العددين السفليين
لرسمي المضروب والمضروب فيه على انا نجعل الذي فوق رسم الاحاد
فيكون الثالث في الثواني خوامس ولذلك مضروب المرفوعات
بعضها في بعض فالرابع في المثاني مسادس وان مضروب المرفوعات
في الكسور ان تساوي رفع الدرج في المرفوع عدد بسطها
في المحطوط كان الحاصل درجا وان زاد عدد احدهما على الاخر
فالحاصل في طرف الزايد مرفوعا او محطوطا مرات بعدد الفضل
بينهما فالرابع في السوابع ثوالث والسادس في الروابع مرفوع



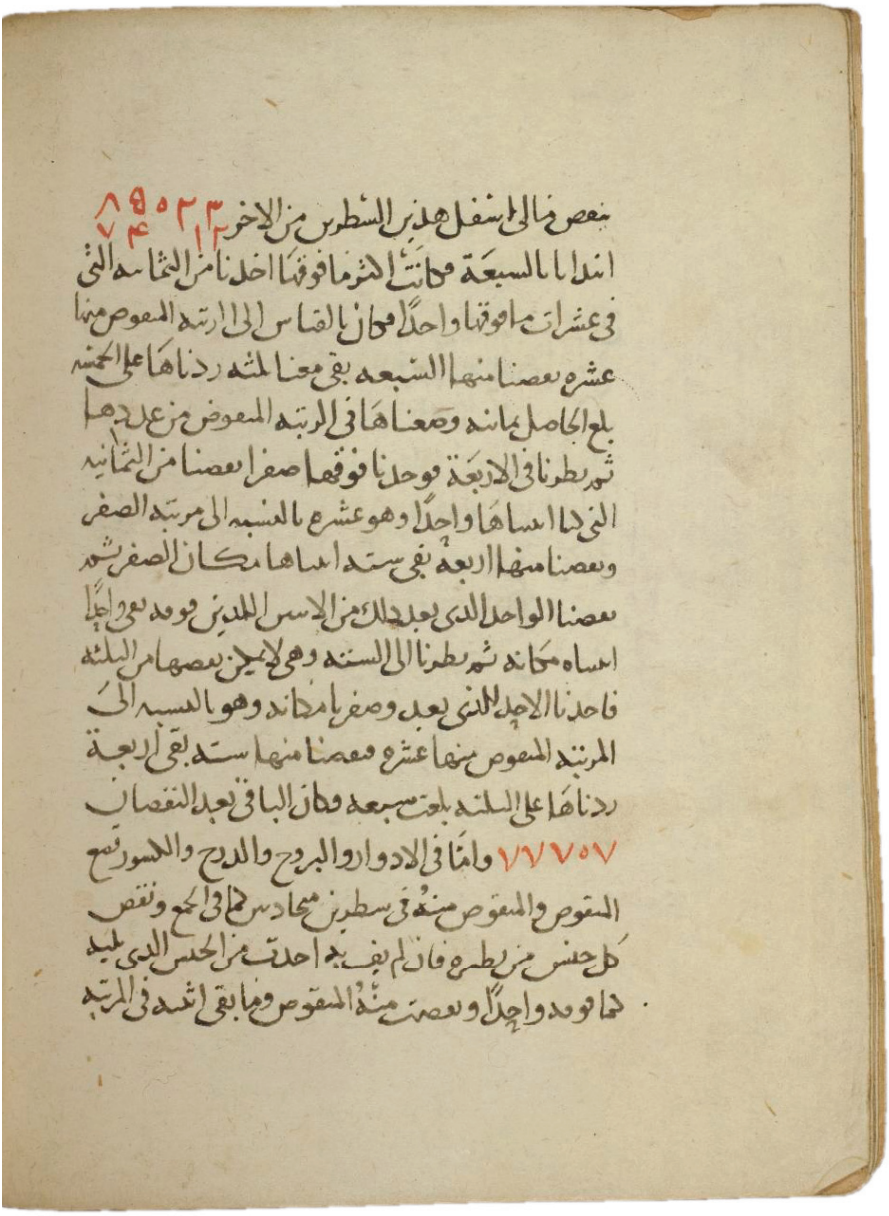




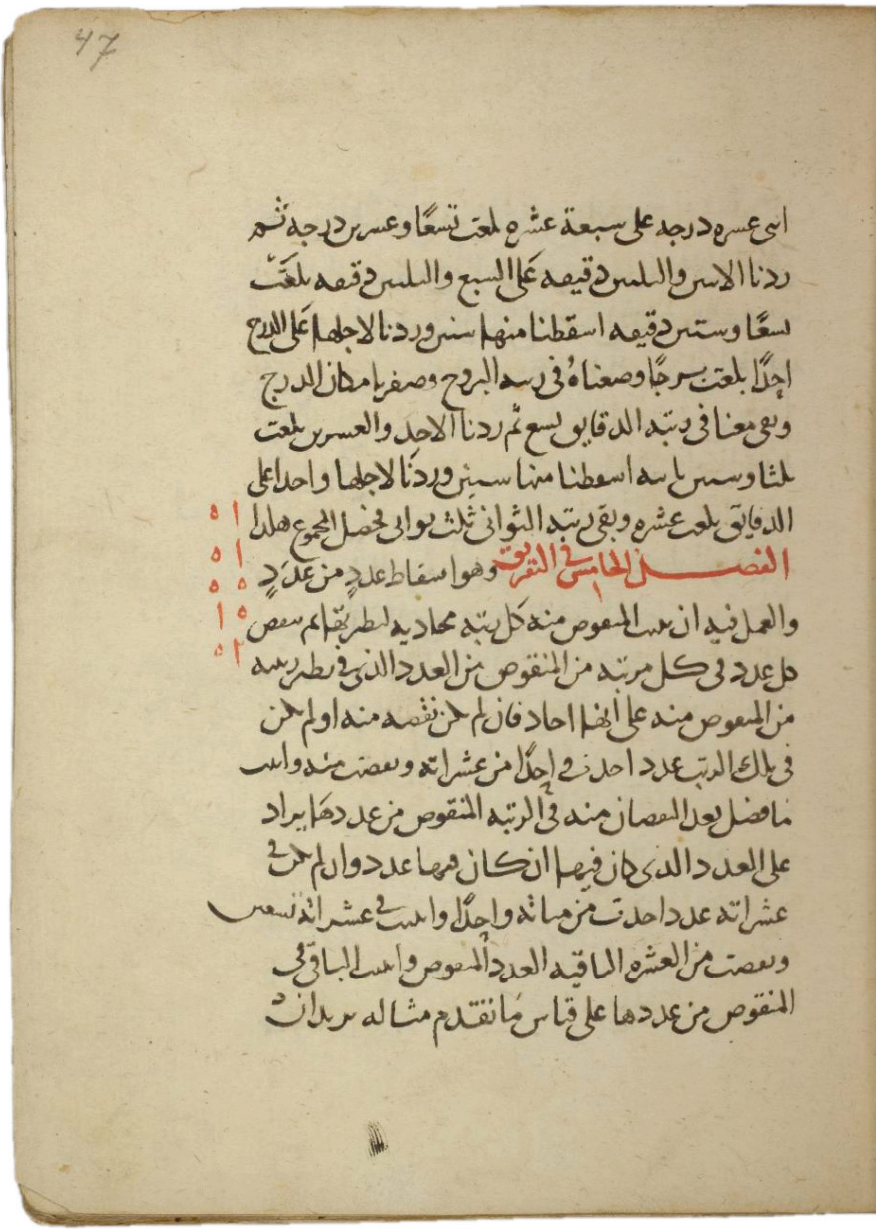
98

المنقوص من عددها مجموعا مع ما قبلها ان لم يكن صفرا مثاله
لدينا ان نقص لثلثة بروج واحدى عشرة درجة وخمس وعشرين
دقيقة وخمسين ثانية من برج حمل درج وعشر ثواني وصناها
ثم بطرنا فوجدنا الثلثة لا يمكن نقصها من الاس
فاخذنا دورا كاملا وهو اثنا عشر دورا ونقصنا
منه ثلث بروج بقي تسعة بروج رددناها على البرج لعدد احد
عشر برجا فاسقطها ثم بطرنا الى الاحدى عشرة درجة فوجدنا
لا يمكن نقصها من ثمان درج فاخذنا من البروج برجا ونقصنا منه
احدى عشرة درجة بقي تسع عشرة درجة رددناها على الثمان درج
فصار سبعا وعشرين درجة اسقطها ثم بطرنا الى الخمس والعشرين
دقيقة ولنس معنا دقائق فلم يمكن نقصها منها فاخذنا من الدرج
واحدة ونقصنا منها خمسا وعشرين دقيقة بقي خمس وثلثون دقيقة
اسقطها ثم بطرنا الى الخمسين ثانية ولا يمكن نقصها من عشرة ثواني
فاخذنا من الدقائق واحدة ونقصنا منها خمسين ثانية بقي عشر ثواني
وردناها على العشر الاولى فصار عشرين اسقطها فكان الجواب هكذا

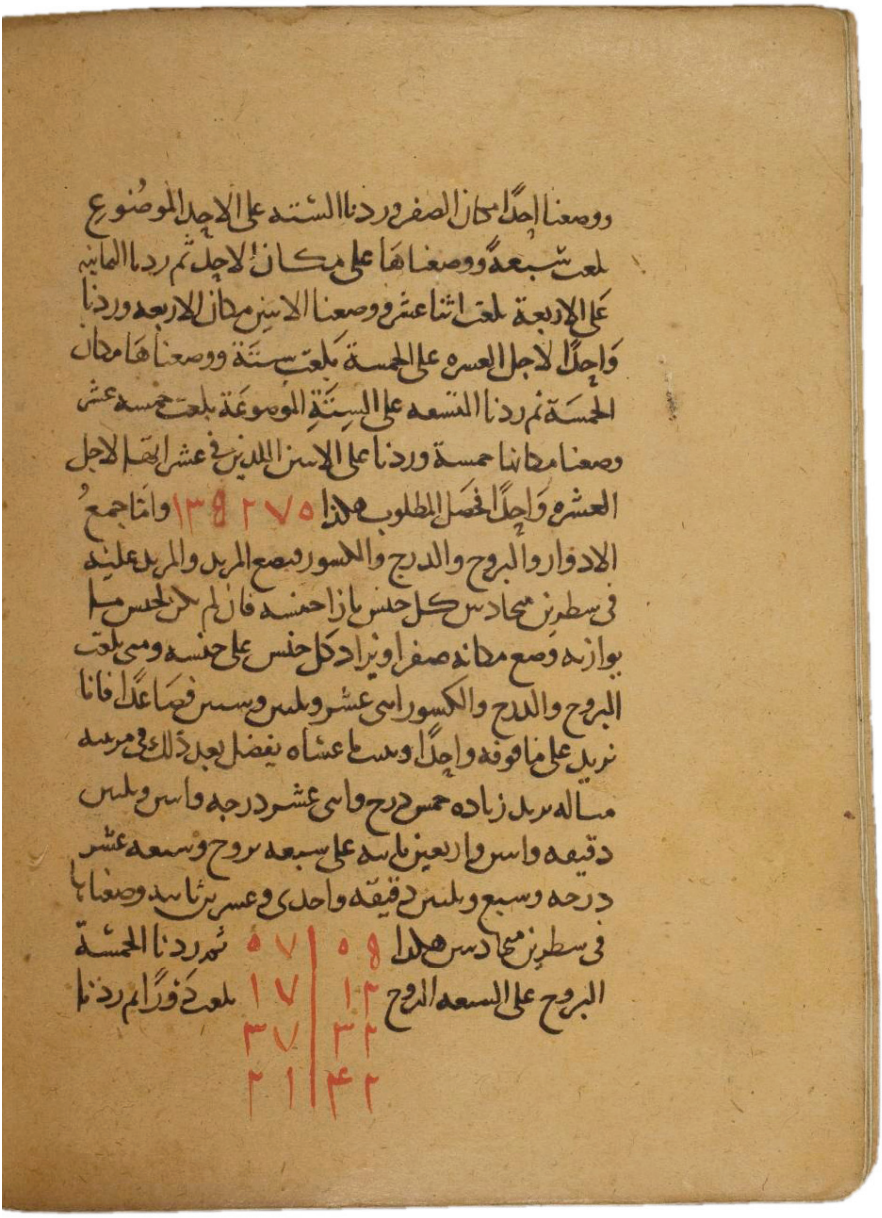
**الفصل السادس في الضرب** وهو تحصيل جملة حاصل ضرب احدى المضروب بها النسبة الواحد الى المضروب الاخر وهذا اجود



نقص ما الى اسفل هذين السطرين من الاخر ٨٩٥٢٣١٢ ٧٨٤
اندا با السبعة فكانت اثنى عشر ما فوقها اخذنا من الثمانية التى
فى عشرات ما فوقها واحدًا فكان بالقياس الى المرتبة المنقوص منها
عشرة بعضنا منها السبعة بقى معنا ثلثة ردناها على الخمسة
بلغ الحاصل بمانية وصعناها فى المرتبة المنقوص من عددها
ثم بطرنا فى الاربعة فوجدنا فوقها صفرا بعضنا من الثمانية
التى فى اساها واحدًا وهو عشر بالنسبة الى مرتبة الصفر
وبعضنا منها اربعة بقى ستة اساها مكان الصفر ثم
بعضنا الواحد الذى بعد ذلك من الاسس المذكور فوجد بقى واحدًا
اساه مكانه ثم بطرنا الى السنة وهى لا تمكن بعضها من البلتة
فاخذنا الاحد الذى بعد وصفرا مكانه وهو بالنسبة الى
المرتبة المنقوص منها عشرة فبعضنا منها ستة بقى اربعة
ردناها على البلتة بلغت سبعة فكان الباقى بعد النقصان
٧٧٧٥٧ واما فى الادوار والبروج والدرج والاسود فسع
المنقوص والمنقوص منه فى سطرين متحاذيين كما فى الجمع ونقص
كل جنس من سطره فان لم يفد احدث من الجنس الذى يليه
كما فوقه واحدًا وبعضت منه المنقوص وما بقى اثبته فى المرتبة



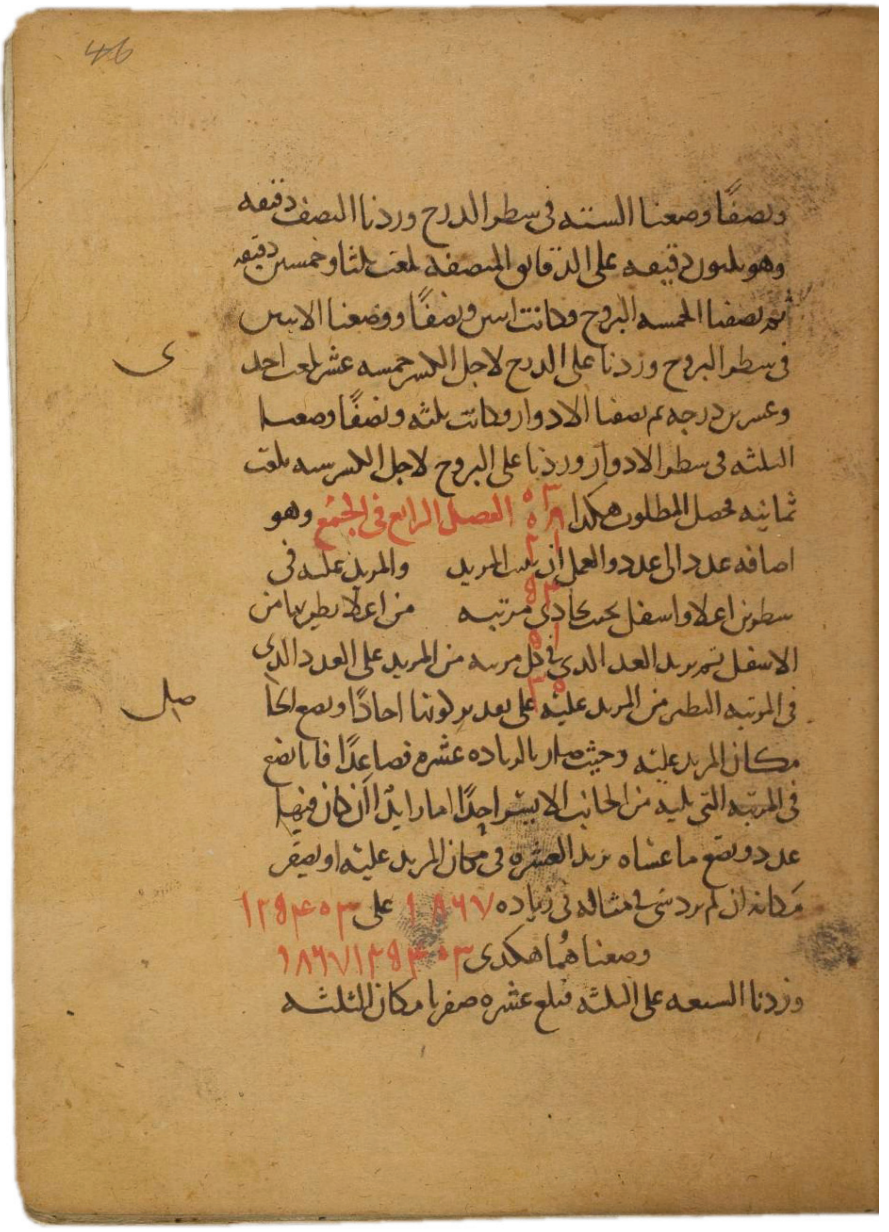
اى عشره درجه على سبعة عشر بلغت تسعًا وعشرين درجة ثم
زدنا الاسس والسدس دقيقه على السبع والسدس دقيقه بلغت
تسعًا وستين دقيقه اسقطنا منها ستين وزدنا الاجلها على الدرج
اجلًا بلغت سرجًا وصغناه فى رسم البروج وصفرنا مكان الدرج
وبقى معنا فى رتبة الدقايق تسع ثم زدنا الاحد والعشرين بلغت
ثلثا وستين راسه اسقطنا منها ستين وزدنا لاجلها واحدا على
الدقايق بلغت عشره وبقى رتبة الثوانى ثلث ثوانى فحصل المجموع هكذا ١ ٥
**الفصل الخامس فى التفريق** وهو اسقاط عدد من عدد ١ ٥
والعمل فيه ان يمسح المنقوص منه كل رتبة محاذية لطرفها بقلم رصاص ٥ ١
كل عدد فى كل مرتبة من المنقوص من العدد الذى فى طرفه ٢ ١
من المنقوص منه على انها احاد فان لم يحتمل نقصه منه اولم يحتمل
فى تلك الرتبة عدد احدنا واحدًا من عشراته ونقصنا منه واسقطنا
ما فضل بعد النقصان منه فى الرتبة المنقوص من عددها ايراد
على العدد الذى كان فيها ان كان فيها عدد وان لم يحتمل
عشراته عددا احدنا من مائته واحدًا واسقطنا فى عشراته تسعين
ونقصنا من العشره الباقيه العدد المنقوص واسقطنا الباقى فى
المنقوص من عددها على قياس ما تقدم مثاله نريد ان



ووضعنا احدًا مكان الصفر وردنا السته على الاحد الموضوع
بلغت سبعةً ووضعناها على مكان الاحد ثم رددنا الثمانيه
على الاربعة بلغت اثنا عشر ووضعنا الاثنين مكان الاربعه ورددنا
واحدًا لاجل العشره على الخمسة بلغت ستة ووضعناها مكان
الخمسة ثم رددنا التسعه على الستة الموضوعة بلغت خمسة عشر
ووضعنا مكانها خمسة ورددنا على الاثنين اللذين في عشراتها الاجل
العشره واحدًا فحصل المطلوب هكذا ١٣٩٢٧٥ واما جمع
الادوار والبروج والدرج والكسور فصنع المزيد والمزيد عليه
في سطرين محاذيين كل جنس بازاء جنسه فان لم يكن الجنس
يوازنه وضع مكانه صفرا ويزاد كل جنس على جنسه وهي بلغت
البروج والدرج والكسور اثني عشر وخمس وستين فصاعدًا فانا
نريد على ما فوقه واحدًا وستين عشاه نفصل بعد ذلك في مرتبه
مساله مزيد زاده خمس درج واثني عشر درجه واثنين وخمس
دقيقه واثنين واربعين ثانيه على سبعه بروج وسبعه عشر
درجه وسبع وخمس دقيقه واحدى وعشرين ثانيه ووضعناها
في سطرين محاذيين هكذا

| | |
|---|---|
| ٥ ٩ | ٥ ٧ |
| ١ ٢ | ١ ٧ |
| ٣ ٢ | ٣ ٧ |
| ٤ ٢ | ٢ ١ |

ثم رددنا الخمسة
البروج على السبعه الدروج
بلغت دورًا ثم رددنا

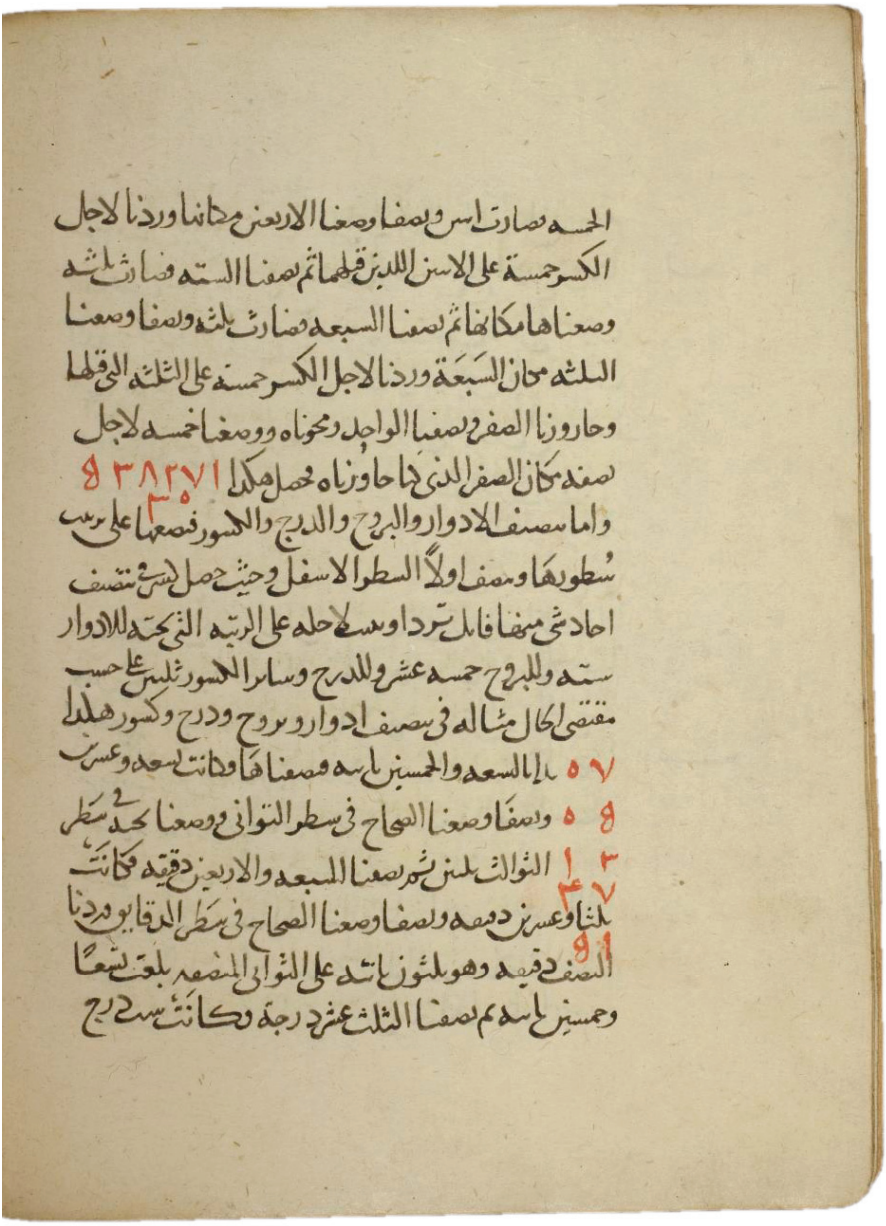


46

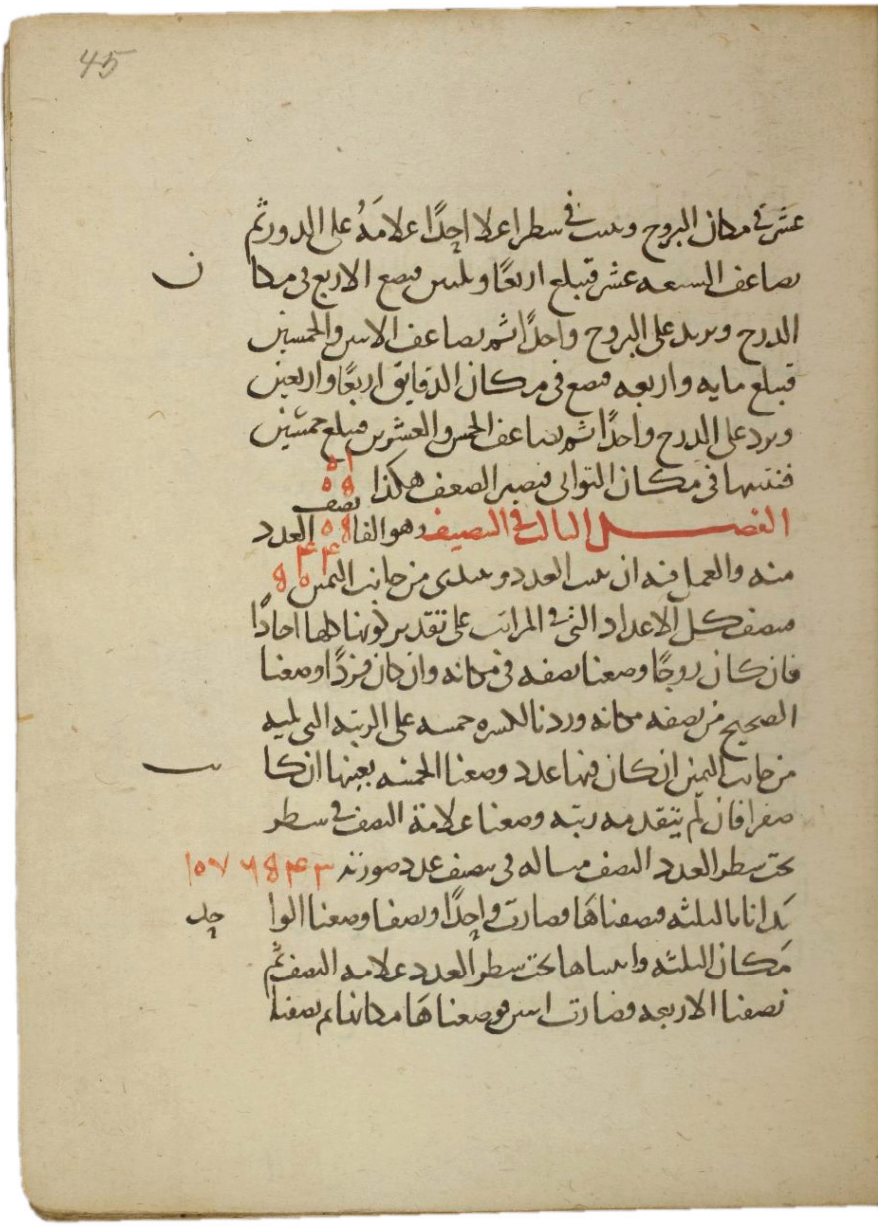
ونصفًا وضعنا الستة فى سطر الدرج وردنا النصف دقيقه
وهو ملون دقيقه على الدقائق المنصفة بلغت ثلثا وخمسين دقيقه
ثم نصفنا الخمسة البروج وكانت اثنين ونصفًا ووضعنا الاثنين
فى سطر البروج وردنا على الدرج لاجل الكسر خمسة عشر لغاية احد
وعشرين درجة ثم نصفنا الادوار وكانت ثلثة ونصفًا ووضعنا
الثلثة فى سطر الادوار وردنا على البروج لاجل الكسر ستة بلغت
ثمانية فحصل المطلوب هكذا

## الفصل الرابع فى الجمع

وهو اضافة عدد الى عدد والعمل ان يكتب المزيد والمزيد عليه فى
سطرين اعلا واسفل بحسب ما يقتضيه مراتبه من اعلا سطريهما من
الاسفل ثم يزيد العدد الذى فى كل مرتبه من المزيد على العدد الذى
فى المرتبه التى فى السطر من المزيد عليه على التعديد لو نا احادًا ووضع الحاصل
مكان المزيد عليه وحيثما صار بالزياده عشره فصاعدًا فانا نضع
فى المرتبه التى تليه من الجانب الايسر احدًا اما رايت ان كان فيها
عدد ووضع ما عساه يزيد العشره فى مكان المزيد عليه او يضيف
مكانه ان لم يزد شيئا على ما كان فيه فى زياده ١٨٦٧ على ١٢٩٤٠٣
وضعناهما هكذا ١٨٦٧١٢٩٤٠٣
وزدنا السبعه على الثلثه فبلغ عشره صفرا مكان الثلثه

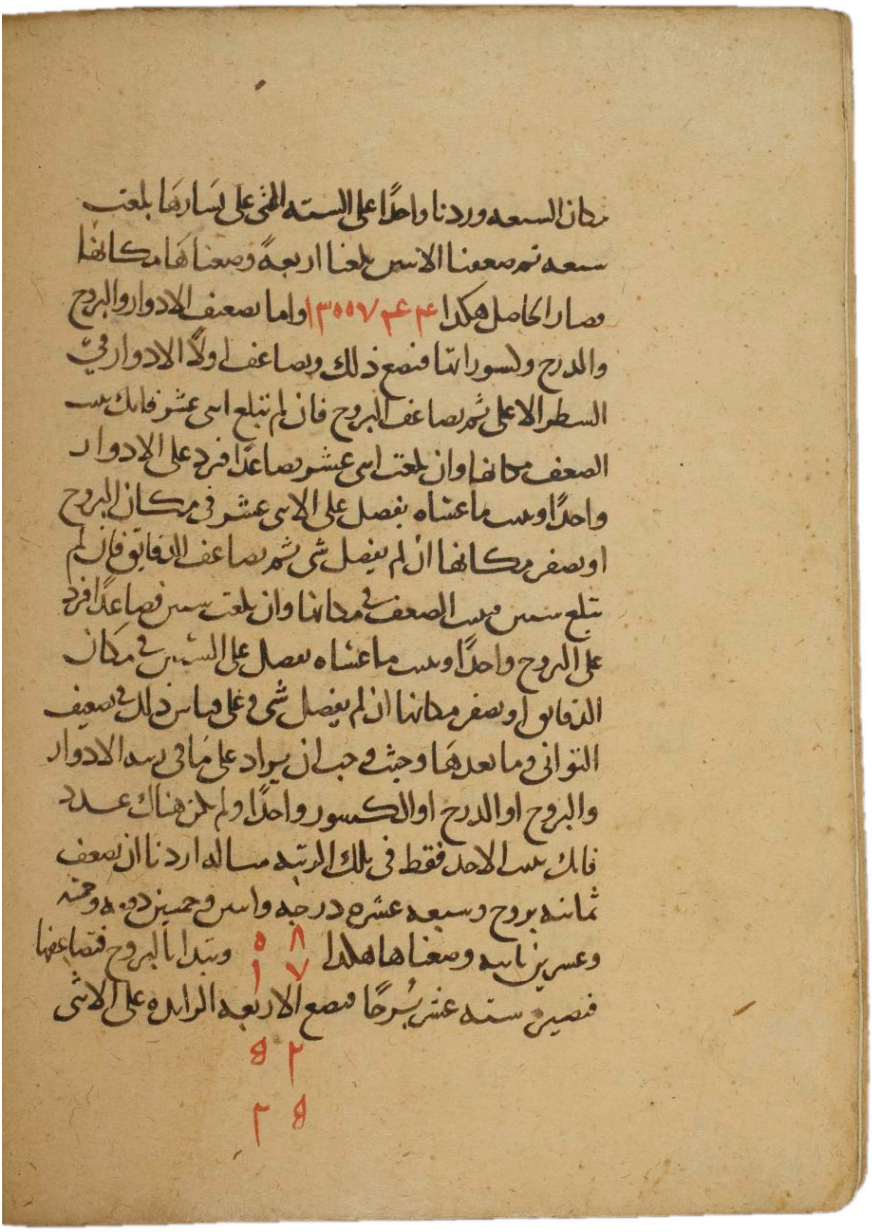


الخمسه صارت اسر وصفا وصغا الاربعين مثانيا وردنا لاجل
الكسر خمسة على الاسر اللذين قبلهما ثم صفا الستة فصارت ثلثه
وصغاها مكانها ثم صفا السبعه صارت ثلثه وصفا وصغا
الثلثه مكان السبعة وردنا لاجل الكسر خمسة على الثلثة التي قبلها
وحاورنا الصف وصفا الواحد ومحوناه وصغا خمسه لاجل
صفه مكان الصف الذي حاورناه فحصل هكذا ٧١ ٣٨٢ ٩
واما تصفيف الادوار والبروج والدرج والكسور فصفها على ترتيب
سطورها وصف اولا السطر الاسفل وحيث حصل لك شيء تصف
احاد شيء منها فانك ترد اوسع له على الرتبه التي تحته للادوار
سته وللبروج خمسة عشر وللدرج وسائر الكسور ثلثين على حسب
مقتضى الحال مثاله في تصفيف ادوار وبروج ودرج وكسور هكذا
٥ ٧ ١١ السعد والخمسين راسه فصغاها فكانت تسعه وعشرين
٩ ٥ وصفا وصغا الصحاح في سطر الثواني وصغا تحته سطر
٣ ١ الثوالث ثلثين ثم صفا السبعه والاربعين دقيقه فكانت
٧ ٤٧ ثلثا وعشرين دقيقه وصفا وصغا الصحاح في سطر الدقايق وردنا
١ ٩ الصف دقيقه وهو ثلثون ناتئ على الثواني المصفه بلغت تسعا
وخمسين راسه ثم صفا الثلث عشر درجة فكانت ست درج



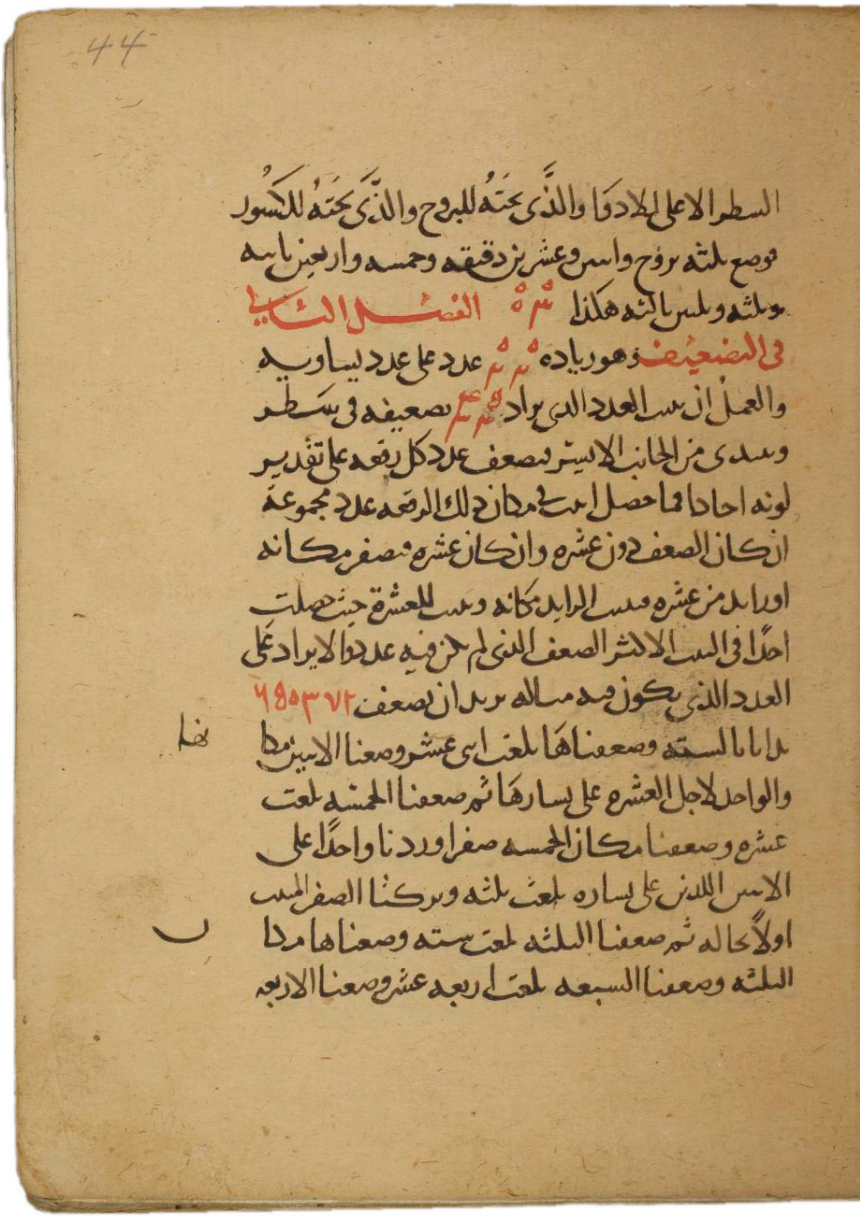
45

عشر في مكان البروج وست في سطر اعلا احدًا علامة على الدور ثم
نصاعف السبعة عشر قبلع اربعًا ولس وضع الاربع في مكا ن
الدرج ويزد على البروج واحدًا ثم نصاعف الاثنين والخمسين
قبلع مايه واربعه وضع في مكان الدقايق اربعًا واربعين
ويزد على الدرج واحدًا ثم نصاعف الخمسة والعشرين قبلع خمسين
فتنتهي في مكان التوالي فصير الصعف هكذا
نصف نصف
الفصل الثالث في التصيف وهو الفاء العدد
منه والعمل فيه ان تمس العدد وتبدي من جانب اليمن
منصف كل الاعداد التي في المراتب على تقدير توليها احادًا
فان كان زوجًا وضعنا نصفه في مكانه وان كان فردًا وضعنا
الصحيح من نصفه مكانه وزدنا العشرة خمسة على المرتبة التي تليه
من جانب اليمن ان كان فيها عدد وضعنا الخمسة بعينها ان كا ن
صفرًا فان لم يتقدمه مرتبة وضعنا علامة النصف في سطر
تحت سطر العدد النصف مساله في نصف عدد صورته ١٥٧٦٨٤٣
بدانا بالتاء فنصفناها فصارت واحدًا ونصفنا وضعنا الوا حد
مكان التاء وابسناها تحت سطر العدد علامة النصف ثم
نصفنا الاربعة فصارت اثنين فوضعناها مكانها ثم نصفنا



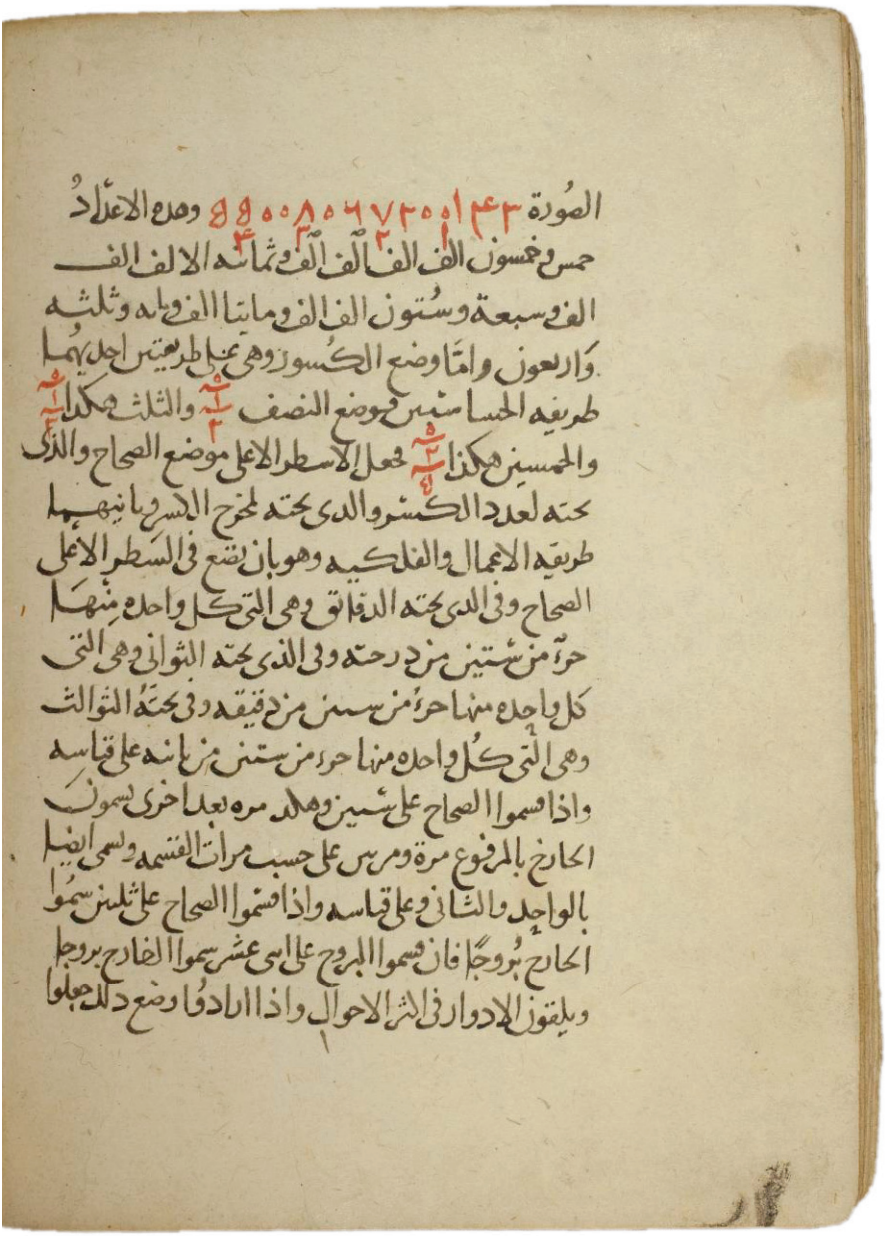
مكان السبعة وردنا واحدًا على الستة التي على يسارها بلغت
سبعة ثم ضعفنا الاثنين بلغنا اربعةً وضعفناها مكانها
صار الحاصل هكذا ٤ ٤ ٣٥١٧ واما ضعف الادوار والبروج
والدرج والكسور انا فنضع ذلك ونضاعف اولًا الادوار في
السطر الاعلى ثم نضاعف البروج فان لم تبلغ اثني عشر فانك تسب
الضعف مكانها وان بلغت اثني عشر ضاعفنا فرد على الادوار
واحدًا وسب ما عشاه بفصل على الاثني عشر في مكان البروج
او ضعف مكانها ان لم يفضل شيء ثم نضاعف الدقائق فان لم
تبلغ ستين سب الضعف في مكانها وان بلغت ستين ضاعفنا فرد
على البروج واحدًا وسب ما عشاه بفصل على الستين في مكان
الدقائق او ضعف مكانها ان لم يفضل شيء وعلى هذا في ضعف
الثواني وما بعدها وحيث ما جاز ان يراد على ما في سد الادوار
والبروج او الدرج او الكسور واحدًا ولم نذكر هناك عدد
فانك تسب الاحد فقط في تلك الرتبة مسالة اردنا ان نضعف
ثمانية بروج وسبعة عشر درجة واربع وخمسين دقيقة
وعشرين ثانية وضعفناها هكذا ٥ ٨ ١٧ وبدانا بالبروج فضاعفنا
فصار ستة عشر برجًا فنضع الاربعة الزائدة على الاثني

٥ ٢
٢ ٨

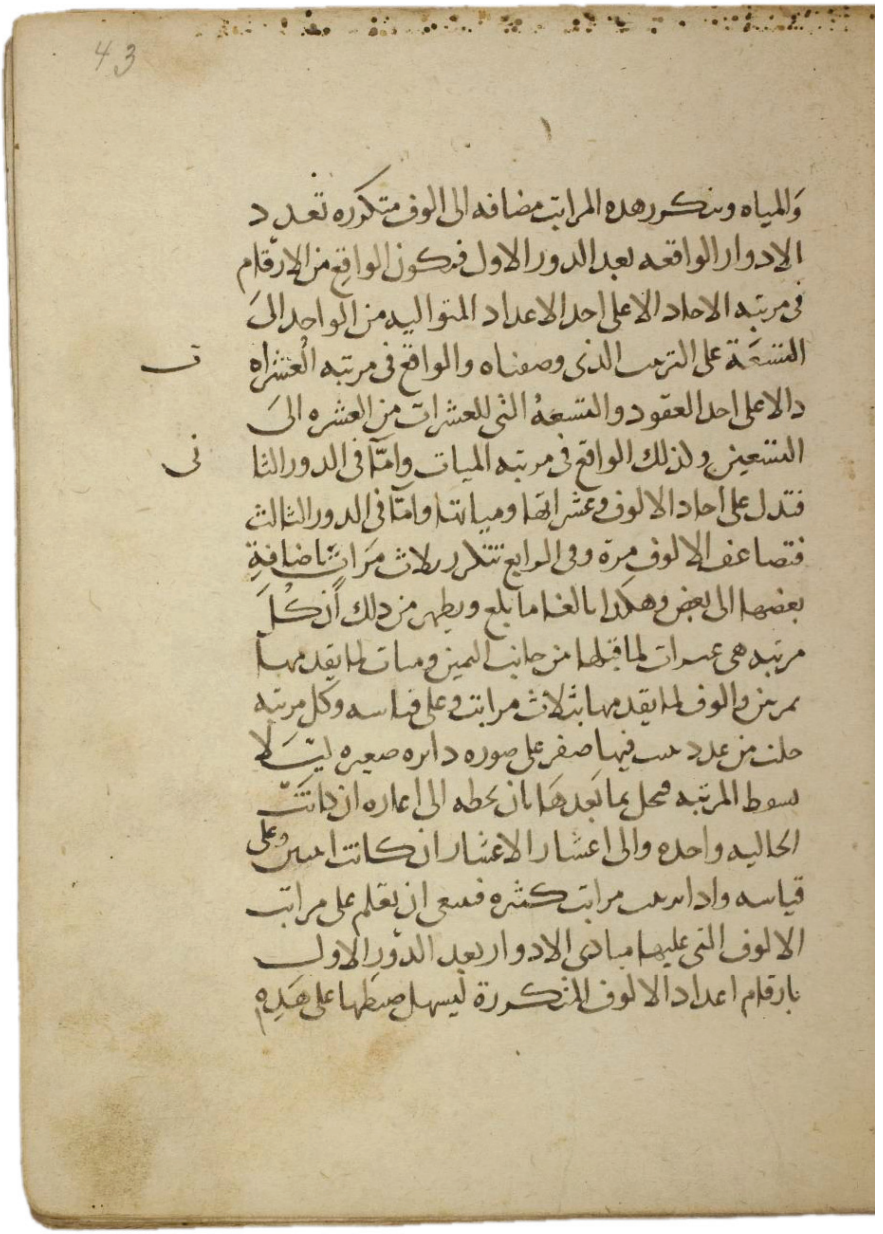


44

السطر الاعلى للاحاد والذى تحته للعشرات والذى تحته للمئون
ووضع ثلثه مئون واسس وعشرين دقيقه وخمسه واربعين ثانيه
وثلثه وتسس ثالثه هكذا ٣ ٢٥ ٢٣ ٤٥ ٣٣ الفصل الثانى
فى التضعيف وهو زياده ٣ ٢٥ ٢٣ ٤٥ ٣٣ عدد على عدد يساويه
والعمل ان تسس العدد الذى يراد ٣ ٢٥ ٢٣ ٤٥ ٣٣ تضعيفه فى سطر
وتبدى من الجانب الايسر تضعف عدد كل رقعه على تقدير
لونه احادا فما حصل اثبت فى مكان تلك الرقعه عدد مجموعه
ان كان الضعف دون عشره وان كان عشره فصفر مكانه
او زايد من عشره تسس الزايد مكانه وتسس للعشره حيث حصلت
احدًا فى التسس الاكثر الضعف الذى لم تحز فيه عددا لايراد على
العدد الذى يكون فيه مساله يريد ان تضعف ٦٨٥٣٧٢
هذا ما تا الستة وضعفناها تلعت اى عشرة وضعنا الاثنين منها
والواحد لاجل العشره على يسارها ثم ضعفنا الخمسة تلعت
عشره وضعفنا مكان الخمسة صفرا وزدنا واحدًا على
الاسس اللذين على يساره تلعت ثلثه وتركنا الصفر التسس
اولًا كحاله ثم ضعفنا الثلثه تلعت ستة وضعناها مكان
الثلثه وضعفنا السبعة تلعت اربعة عشر وضعنا الاربعة

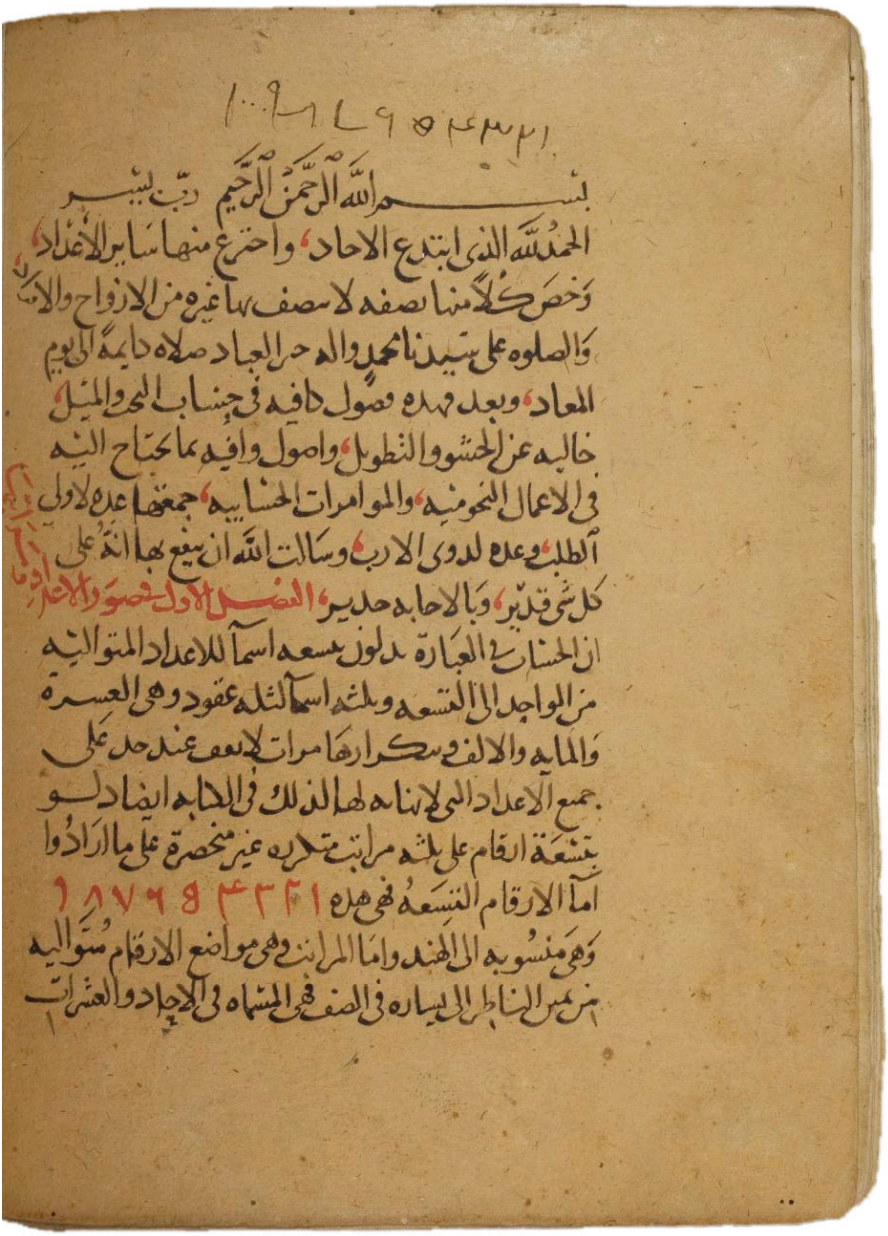


الصورة ٣٤٢١٥٠٦٧٢٠٨٠٠٩٩ وهذه الاعداد
خمس وخمسون الف الف الف الف الف وثمانية الالف الف
الف وسبعة وستون الف الف وماتيا الف وله وثلثه
واربعون واما وضع الكسور وهي على طريقتين اجلبهما
طريقه الحساسنين فوضع النصف والثلث هكذا
والخمسين هكذا فجعل الاسطر الاعلى موضع الصحاح والذى
تحته لعدد الكسر والذى تحته لمخرج الكسر وبانيهما
طريقه الاعمال والفلكيه وهو بان يضع فى السطر الاعلى
الصحاح وفى الذى تحته الدقائق وهى التى كل واحد منها
جزء من ستين جزء درجه وفى الذى تحته الثوانى وهى التى
كل واحد منها جزء من ستين جزء دقيقه وفى تحته الثوالث
وهى التى كل واحد منها جزء من ستين جزء ثانيه على قياسه
واذا قسموا الصحاح على ستين وهذه مره بعد اخرى يسمون
الخارج بالمرفوع مرة ومرتين على حسب مرات القسمه ويسمى ايضا
بالواحد والثانى وعلى قياسه واذا قسموا الصحاح على ثلثين سموا
الخارج بروجا فان قسموا البروج على اثنى عشر سموا الخارج بروجا
ويلقون الادوار فى اكثر الاحوال واذا ارادوا وضع ذلك جعلوا



43

والمياه وتكرر هذه المراتب مضافه الى الوف متكرره تعدد
الادوار الواقعه بعد الدور الاول فكون الواقع من الارقام
في مرتبه الاحاد الاعلى احد الاعداد المتواليه من الواحد الى
التسعة على الترتيب الذي وصفناه والواقع في مرتبه العشرات
والاعلى احد العقود والتسعة التي للعشرات من العشره الى
التسعين ولذلك الواقع في مرتبه المياه واما في الدور الثا
فتدل على احاد الالوف وعشراتها ومياتها واما في الدور الثالث
فتضاعف الالوف مره وفي الرابع تتكرر ثلاث مرات باضافة
بعضها الى بعض وهكذا بالغا ما بلغ ويظهر من ذلك ان كل
مرتبه هي عشرات لما قبلها من جانب اليمين ومئات لما يقدمها
من الالوف لما يقدمها بثلاث مراتب وعلى قياسه وكل مرتبه
خلت من عدد حسب فيها صفر على صوره دائره صغيره ليتم لها
سقوط المرتبه فحل بما بعدها ان يحطه الى اعاره ان ذاتت
الحاليه واحده والى اعشار الاعشار ان كانت اثنين وعلى
قياسه واذا اردت مراتب كثيره فسبيل ان تعلم على مراتب
الالوف التي عليها مبادي الادوار بعد الدور الاول
بارقام اعداد الالوف المذكرة ليسهل ضبطها على هذه



بسم الله الرحمن الرحيم رب يسر
الحمد لله الذى ابتدع الاحاد، واخترع منها سايرالاعداد،
وخص كلا منها بصفه لاتصف بها غيره من الازواج والافراد
والصلوه على سيدنا محمد واله حر العباد صلاه دايمة الى يوم
المعاد، وبعد فهذه فصول كافيه فى حساب الهند والميل
خاليه عن الحشو والتطويل، واصول وافيه بما يحتاج اليه
فى الاعمال النجومية، والموامرات الحسابيه، جمعتها عده لاولى
الطلب، وعده لذوى الارب، وسالت الله ان ينفع بها انه على
كل شئ قدير، وبالاجابه جدير، الفصل الاول فصور الاعداد وما
ان الحساب فى العباره يدلون بتسعه اسما للاعداد المتوالية
من الواحد الى التسعه وبثلثه اسما لثلثه عقود وهى العشره
والمايه والالف وسكرارها مرات لاتقف عند حد على
جميع الاعداد التى لاتناهى لها لذلك فى الكتابه ايضا لو
بتسعة ارقام على ثلثه مراتب تدريه غير منحصره على ما اراد وا
اما الارقام التسعه فهى هذه ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩
وهى منسوبه الى الهند واما المراتب وهى مواضع الارقام سوالية
من يمين الناظر الى يساره فى الصف فى المسماه فى الاحاد والعشرات

