FEYNMAN FİZİK DERSLERİ



Feynman-
Leighton-
Sands

İkinci Baskı

CİLT 1

MEKANİK IŞINIM, ISI

Yeni Milenyum Basımı

ALFA | BİLİM

FEYNMAN

FİZİK DERSLERİ 1

MEKANİK
IŞINIM, ISI

ALFA

Feynman Fizik Dersleri

1. Cilt: Mekanik, Işınım, Isı

RICHARD FEYNMAN

1918'de New York'ta doğan Richard P. Feynman doktorasını 1942'de Princeton'dan aldı. Genç olmasına karşın, İkinci Dünya Savaşı süresince Los Alamos'ta Manhattan Projesinde önemli bir rol oynadı. Daha sonra, Cornell ve California Teknoloji Enstitüsünde ders verdi. 1965'te Sin-Itiro Tomonaga ve Julian Schwinger'le birlikte, kuantum elektrodinamiğindeki çalışmaları nedeniyle Nobel Fizik Ödülünü kazandı.

Dr. Feynman Nobel Ödülünü kazanmasını sağlayan kuantum elektrodinamiği kuramının problemlerini başarıyla çözmesinin yanı sıra, sıvı helyumda üstün akışkanlık olayını açıklayan bir matematiksel kuram da geliştirdi. Daha sonra Murray Gell-Mann ile birlikte beta bozunumu gibi zayıf etkileşmeler alanında temel çalışmalar yaptı. Sonraki yıllarda Feynman, yüksek enerjili proton çarpışma süreçlerinde kendi parton modelini ileri sürerek, kuark kuramının gelişmesinde önemli bir rol oynadı.

Bu başarıların ötesinde, Dr. Feynman fiziğe yeni temel hesaplama yöntemleri ve gösterimleri getirdi: en önemlisi, her zaman her yerde kullanılan Feynman diyagramlarıydı; söz konusu diyagramlar fiziksel süreçlerin kavramsal hale getirilip hesaplanma yolunu yakın bilim tarihinde diğer her formalizmden daha fazla değiştirmiştir.

Feynman dikkate değer derecede etkin bir eğitimciydi. Sayısız ödülleri arasından, özellikle 1972'de kazandığı Öğretim İçin Oersted Madalyasıyla övünürdü. Özgün olarak 1963'te basılmış olan *Feynman Fizik Dersleri, Scientific Amerikan*'da bir eleştirmen tarafından "Çetin, fakat besleyici ve lezzet dolu. 25 yıldır, öğretmenler ve başlangıç seviyesindeki öğrenciler için en iyi yol göstericidir," şeklinde betimlenmişti. Bununla birlikte Dr. Feynman meslek dışı kişilerin fizik anlayışlarını artırmaları için *Fizik Yasaları Üzerine* ve *QED: Işık ve Maddenin Acayip Kuramı* kitaplarını yazdı. Çok sayıdaki kitabı araştırmacılar ve öğrenciler için klasik kaynaklar ve ders kitapları haline gelmiş durumdadır.

Richard Feynman yapıcı bir halk adamıydı. Challenger komisyonundaki çalışması çok iyi bilinmektedir, özellikle onun o meşhur soğutulmuş O-contalarının kırılganlığı gösterisi, bir bardak buzlu su ve bir C-kıskacından başka hiçbir şey gerektirmeyen o şık deney. Daha az bilinen ise, Dr. Feynman'ın 1960'ta California Devlet Eğitim Programı Komitesine karşı harcadığı çabadır; orada ders kitaplarının bayağılığını protesto etmişti.

Richard Feynman'ın sayısız bilimsel ve eğitimsel başarısının öyküsü, onun insan yanını yeterince anlatamaz. Onun canlı ve çok yönlü kişiliği tüm çalışmalarında parlar. Bir fizikçi olmasının yanı sıra değişik zamanlarda bir radyo tamircisi, bir kasa açıcı, bir artist, bir dansçı, bongo virtüözü ve hatta Maya hiyeroglifflerinin çözücüsüydü. Sürekli olarak yaşadığı dünyayı merak ederdi, örnek gösterilen bir deneyimciydi.

Richard Feynman 15 Şubat 1988'de Los Angeles'ta öldü.

ROBERT LEIGHTON

1919'da Detroit'te doğan Robert B. Leighton katı hal fiziğinde, kozmik ışın fiziğinde, modern parçacık fiziğinin başlangıç anlarında, güneş fiziğinde, gezegen fotoğrafçılığında, milimetre ve milimetre-altı dalga astronomisinde hayatı boyunca çığır açan çalışmalar yapmıştır. Bunun yanı sıra bilimsel araçların yenilikçi tasarımları konusunda yaptığı katkılar herkesçe bilinir. Leighton, *Feynman Fizik Dersleri*'ni geliştiren takıma katılmadan önce yazdığı, oldukça etkili bir kitap olan *Modern Fiziğin İlkeleri*'yle de tanınır.

1950'lerin başlarında Leighton mü-mezonun iki nötrino ve bir elektrona bozunumunun gösterilmesinde önemli bir rol oynamış ve çıkan elektronun enerji spektrumunun ilk ölçümünü o yapmıştı. Acayip parçacıkların ilk keşfinden sonra onların bozunumlarını ilk gözleyen yine oydu ve yeni acayip parçacıkların birçok özelliğini açığa kavuşturmuştu.

Leighton 1950'lerin ortasında Doppler-kayması ve Zeeman-olayı güneş kameralarını tasarlamıştı. Öğrencileriyle birlikte Zeeman kamerasıyla güneşin manyetik alanını mükemmel bir çözünürlükle haritalamış, böylece yerel güneş yüzeyi hızlarında beş-dakikalık bir titreşimin ve "aşırı-tanelenme" örüntüsünün keşfedilmelerine yol açmıştı; bu da yeni bir alanın - güneş sismolojisinin- doğmasını sağlamıştı. Leighton gezegenlerin daha temiz görüntülerini almak için düzenek tasarlayıp inşa etmiş ve bir başka yeni alan daha açmıştı: uyarlamalı optik. 1960'larda başlayan sondalarla uzay araştırmaları çağına kadar gezegenlerin en iyi görüntüleri onunkilerdi.

1960'ların başlarında, Leighton yeni bir ucuz kızılaltı teleskobu geliştirmiş ve gökyüzünün ilk kez 2,2 mikronda haritalanmasını üreterek, insan gözüyle görmek için aşırı soğuk olan gökadamızda umulmayacak kadar çok sayıda gökcismini açığa çıkarmıştı. 1960'ın ortalarında Mariner 4, 6 ve 7 Mars görevlerinde Jet Propulsion Laboratory'de (JPL: Tepkiyle İtme Laboratuarı) Görüntü Bilimi Araştırmaları için ekip lideriydi. JPL'nin ilk derin-uzay sayısal televizyon sisteminin geliştirilmesinde önemli bir rol üstlenmiş, görüntü işleme ve iyileştirme yöntemlerinde ilk uğraşılara katkıda bulunmuştur.

1970'lerde Leighton'ın ilgisi, milimetrik-dalga girişim-metride ve milimetre-altı astronomide kullanılabilecek büyük, ucuz çanak antenlerin geliştirilmesine kaymıştı. Bir kez daha, onun dikkate şayan deneysel becerileri bilimde yeni bir alan açmıştı ve bu alan, California'daki Owens Vadisi Radyo Gözlemevinde ve Şili'deki Atacama Büyük Milimetre/Milimetre-altı Dizilim (ALMA) Radyo Teleskobunda güçlü bir şekilde gelişmesini sürdürmektedir.

Robert Leighton 9 Mart 1997'de Pasadena, California'da öldü.

MATTHEW SANDS

1919'da Oxford, Massachusetts'te doğan Matthew Sands 1940'ta Clark Üniversitesinden lisansını ve 1941'de Rice Üniversitesinden lisansüstü derecesini aldı. II. Dünya Savaşı esnasında Los Alamos'ta Manhattan Projesinde elektronik ve aletler konusunda hizmet verdi. Savaştan sonra Sands nükleer silahların daha fazla kullanılmasına karşı lobi faaliyeti yürüten Los Alamos Atom Bilim İnsanları Birliğinde gönüllü olarak çalıştı. Bu sürede MIT'de Bruno Rossi'nin gözetiminde kozmik ışınları araştırarak doktora derecesini aldı.

Sands 1950'de Caltech tarafından 1,5 GeV'lik elektron sinkrotronunu kurmak ve işletmek üzere işe alındı. Elektron hızlandırıcılarında kuantum etkilerinin önemini, kuramsal ve deneysel olarak, ilk gösteren oydu.

1960'tan 1966'ya kadar Kolej Fiziği Komisyonunda çalışan Sands, *Feynman Fizik Dersleri*'ni yaratan Caltech lisans fizik programındaki yenileştirmelere öncülük etti. Bu esnada Başkanın Bilim Danışma Kurulu, Silahların Denetlenmesi ve Silahsızlanma Ajansı ile Savunma Bakanlığında nükleer silahlar ve silahsızlanma danışmanı olarak da çalıştı.

Sands 1963'te Stanford Doğrusal Hızlandırıcısının (SLAC) kuruluşu ve işletilişinde Yönetici Yardımcısı olmuş, orada ayrıca 3 GeV'lik hızlandırıcı Stanford Pozitron Elektron Asimetrik Halkalarında da (SPEAR) çalışmıştı.

1969'dan 1985'e kadar California Üniversitesi, Santa Cruz'da fizik profesörüydü ve 1969'dan 1972'ye kadar oranın Bilimsel Rektör Yardımcısı görevinde de bulundu. 1972'de Amerikan Fizik Öğretmenleri Derneğinden Üstün Hizmet Ödülü aldı. Emekli Profesör olarak, 1994'e kadar parçacık hızlandırıcısı araştırmalarında etkin olmayı sürdürmüştü. 1998'de Amerikan Fizik Derneği Sands'e "hızlandırıcı fiziğine ve elektron-pozitron ve proton çarpıştırıcılarının geliştirilmesine yaptığı pek çok katkı nedeniyle" Robert R. Wilson Ödülünü layık gördü.

Sands emekliliğinde Santa Cruz'da ilk ve orta öğretim öğretmenlerine, öğrencileri için bilgisayar ve laboratuar etkinlikleri kurmalarına yardım ederek onlara akıl hocalığı yaptı. *Feynman'ın Fizik Tüyoları* adlı problem çözümü kitabının baskıya hazırlanmasını da denetlemiş, ayrıca buna *Feynman Fizik Dersleri*'nin ortaya çıkarılmasını betimleyen bir anı yazısı da koymuştu.

Matthew Sands 13 Eylül 2014'te California'da Santa Cruz'da öldü.

Çeviri:

Prof. Dr. Zekeriya Aydın

Yayına Hazırlayan:

Doç. Dr. Kerem Cankoçak

Editörler Kurulu

Prof. Dr. Durmuş Ali Demir

(İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Fizik Bölümü)

Prof. Dr. İsmail Hakkı Duru

(Emeritus Prof., IYTE)

Prof. Dr. Zekeriya Aydın

(Emeritus Prof., Ankara Üniversitesi, Fizik Bölümü)

Prof. Dr. Ömer Faruk Dayı

(İstanbul Teknik Üniversitesi, Fizik Mühendisliği Bölümü)

Prof. Dr. Cenap Özben

(İstanbul Teknik Üniversitesi, Fizik Mühendisliği Bölümü)

Prof. Dr. Erhan Pesen

(Celal Bayar Üniversitesi, Fizik Bölümü)

Prof. Dr. Nuri Ünal

(Akdeniz Üniversitesi, Fizik Bölümü)

Prof. Dr. Ali Ulvi Yılmazer

(Ankara Üniversitesi, Fizik Mühendisliği Bölümü)

Doç. Dr. Altan Çakır

(İstanbul Teknik Üniversitesi, Fizik Mühendisliği Bölümü)

Feynman Fizik Dersleri
1. Cilt: Mekanik, Işınım, Isı
© 2014, ALFA Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.

The Feynmann Lectures On Physics Volume I
Mainly Mechanics, Radiation, and Heat
© 1963, 2006, 2010 California Institute of Technology
Orijinal İngilizce baskısı Perseus Books Grubu'un tescilli markası Basic Books tarafından yayımlanmıştır.

Kitabın Türkçe yayın hakları Nurcihan Kesim Ajans aracılığıyla Alfa Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.'ne aittir. Tanıtım amacıyla, kaynak göstermek şartıyla yapılacak kısa alıntılar dışında hiçbir yöntemle çoğaltılamaz.

Yayıncı ve Genel Yayın Yönetmeni M. Faruk Bayrak
Genel Müdür Vedat Bayrak
Yayın Yönetmeni Mustafa Küpüşoğlu
Dizi Editörü Kerem Cankoçak
Redaksiyon Mehmet Ata Arslan, Yunus Cankoçak
Kapak Uygulama Elif Çepikkurt
Sayfa Tasarımı Zeliha Güler

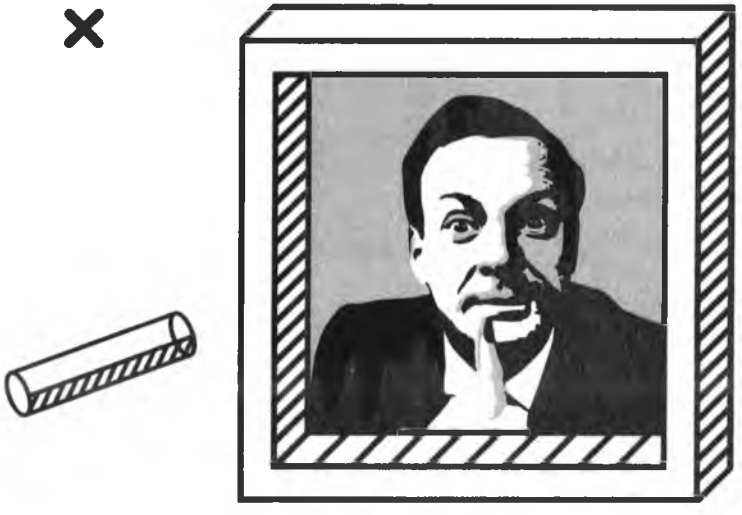
ISBN 978-605-171-344-1
978-605-171-343-4 (Tk)

1. Basım: Eylül 2016
2. Basım: Eylül 2017

Baskı ve Cilt
Melisa Matbaacılık
Çiftehavuzlar Yolu Acar Sanayi Sitesi No: 8 Bayrampaşa - İstanbul
Tel: 0(212) 674 97 23 Faks: 0(212) 674 97 29
Sertifika no: 12088

Alfa Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.
Alemdar Mahallesi Ticarethane Sokak No: 15 34110 Cağaloğlu–İstanbul
Tel: 0(212) 511 53 03 Faks: 0(212) 519 33 00
www.alfakitap.com - info@alfakitap.com
Sertifika no: 10905

FEYNMAN FİZİK DERSLERİ



Feynman-Leighton-Sands

CİLT 1

MEKANİK IŞINIM, ISI

Yeni Milenyum Basımı

BÖLÜM 1. HAREKETLİ ATOMLAR

1-1 Giriş 1-1
1-2 Madde atomlardan oluşmaktadır 1-2
1-3 Atom süreçleri 1-5
1-4 Kimyasal tepkimeler 1-6

BÖLÜM 2. TEMEL FİZİK

2-1 Giriş 2-1
2-2 1920'den önce fizik 2-3
2-3 Kuantum fiziği 2-6
2-4 Çekirdekler ve parçacıklar 2-8

BÖLÜM 3. FİZİĞİN DİĞER BİLİMLERLE İLİŞKİSİ

3-1 Giriş 3-1
3-2 Kimya 3-1
3-3 Biyoloji 3-2
3-4 Astronomi 3-6
3-5 Jeoloji 3-7
3-6 Psikoloji 3-8
3-7 Bu duruma nasıl geldi? 3-9

BÖLÜM 4. ENERJİNİN KORUNUMU

4-1 Enerji nedir? 4-1
4-2 Kütleçekim potansiyel enerjisi 4-2
4-3 Kinetik enerji 4-5
4-4 Diğer enerji biçimleri 4-6

BÖLÜM 5. ZAMAN VE MESAFE

5-1 Hareket 5-1
5-2 Zaman 5-1
5-3 Kısa zamanlar 5-2
5-4 Uzun zamanlar 5-3
5-5 Birimler ve zaman standartları 5-5
5-6 Büyük uzaklıklar 5-5
5-7 Kısa uzaklıklar 5-8

BÖLÜM 6. OLASILIK

6-1 Şans ve olasılık 6-1
6-2 Dalgalanmalar 6-3
6-3 Rastgele yürüyüş 6-5
6-4 Olasılık dağılımı 6-7
6-5 Belirsizlik ilkesi 6-10

BÖLÜM 7. KÜTLEÇEKİM KURAMI

7-1 Gezegen hareketleri 7-1
7-2 Kepler yasaları 7-1
7-3 Dinamiğin geliştirilmesi 7-2
7-4 Newton'm kütleçekim yasası 7-3
7-5 Evrensel kütleçekim 7-5
7-6 Cavendish deneyi 7-9
7-7 Kütleçekim nedir? 7-9
7-8 Kütleçekim ve görelilik 7-11

BÖLÜM 8. HAREKET

8-1 Hareketin betimlenmesi 8-1
8-2 Hız 8-2
8-3 Türev olarak hız 8-5
8-4 İntegral olarak uzaklık 8-7
8-5 İvme 8-8

BÖLÜM 9. DİNAMİĞİN NEWTON YASALARI

9-1 Momentum ve kuvvet 9-1
9-2 Sürat ve hız 9-2
9-3 Hız, ivme ve kuvvetin bileşenleri 9-3
9-4 Kuvvet nedir? 9-3
9-5 Dinamik denklemlerin anlamı 9-4
9-6 Denklemlerin sayısal çözümü 9-5
9-7 Gezegen hareketleri 9-6

BÖLÜM 10. MOMENTUMUN KORUNUMU

10-1 Üçüncü Newton yasası 10-1
10-2 Momentumun korunumu 10-2
10-3 Momentum korunur! 10-5
10-4 Momentum ve enerji 10-7
10-5 Göreli momentum 10-8

BÖLÜM 11. VEKTÖRLER

11-1 Fizikte simetri 11-1
11-2 Ötelenmeler 11-1
11-3 Dönmeler 11-3
11-4 Vektörler 11-5
11-5 Vektör cebiri 11-6
11-6 Vektör gösteriminde Newton yasaları 11-7
11-7 Vektörlerin skaler çarpımı 11-8

BÖLÜM 12. KUVVETİN ÖZELLİKLERİ
12-1 Kuvvet nedir? ... 12-1
12-2 Sürtünme ... 12-3
12-3 Molekül kuvvetleri ... 12-6
12-4 Temel kuvvetler. Alanlar ... 12-7
12-5 Sözde kuvvetler ... 12-10
12-6 Çekirdek kuvvetleri ... 12-12

BÖLÜM 13. İŞ VE POTANSİYEL ENERJİ (A)
13-1 Düşen cismin enerjisi ... 13-1
13-2 Kütleçekim tarafından yapılan iş ... 13-3
13-3 Enerjinin toplanması ... 13-6
13-4 Büyük cisimlerin kütleçekim alanı ... 13-8

BÖLÜM 14. İŞ VE POTANSİYEL ENERJİ (DEVAMI)
14-1 İş ... 14-1
14-2 Zorlamalı hareket ... 14-3
14-3 Korunumlu kuvvetler ... 14-3
14-4 Korunumsuz kuvvetler ... 14-6
14-5 Potansiyeller ve alanlar ... 14-7

BÖLÜM 15. ÖZEL GÖRELİLİK KURAMI
15-1 Görelilik ilkesi ... 15-1
15-2 Lorentz dönüşümü ... 15-3
15-3 Michelson-Morley deneyi ... 15-3
15-4 Zaman dönüşümü ... 15-5
15-5 Lorentz büzülmesi ... 15-7
15-6 Eşzamanlılık ... 15-7
15-7 Dörtlü vektörler ... 15-8
15-8 Göreli dinamik ... 15-9
15-9 Kütle ve enerjinin eşdeğerliliği ... 15-10

BÖLÜM 16. GÖRELİ ENERJİ VE MOMENTUM
16-1 Görelilik ve filozoflar ... 16-1
16-2 İkiz ikilemi ... 16-3
16-3 Hızların dönüşümü ... 16-4
16-4 Göreli kütle ... 16-6
16-5 Göreli enerji ... 16-8

BÖLÜM 17. UZAYZAMAN
17-1 Uzayzamanın geometrisi ... 17-1
17-2 Uzayzaman aralıkları ... 17-2
17-3 Geçmiş, şimdi ve gelecek ... 17-4
17-4 Dörtlü vektörler hakkında daha fazlası ... 17-5
17-5 Dörtlü vektör cebiri ... 17-7

BÖLÜM 18. İKİ BOYUTTA DÖNME
18-1 Kütle merkezi ... 18-1
18-2 Bir katı cismin dönmesi ... 18-2
18-3 Açısal momentum ... 18-5
18-4 Açısal momentumun korunumu ... 18-6

BÖLÜM 19. KÜTLE MERKEZİ; EYLEMSİZLİK MOMENTİ
19-1 Kütle merkezinin özellikleri ... 19-1
19-2 Kütle merkezinin saptanması ... 19-4
19-3 Eylemsizlik momentinin bulunması ... 19-5
19-4 Dönme kinetik enerjisi ... 19-7

BÖLÜM 20. UZAYSAL DÖNME
20-1 Üç boyutta kuvvet momentleri ... 20-1
20-2 Vektörel çarpımlarla dönme denklemleri ... 20-4
20-3 Jiroskop ... 20-5
20-4 Katı cismin açısal momentumu ... 20-8

BÖLÜM 21. HARMONİK SALINICI
21-1 Doğrusal diferansiyel denklemler ... 21-1
21-2 Harmonik salınıcı ... 21-1
21-3 Harmonik hareket ve dairesel hareket ... 21-4
21-4 Başlangıç koşulları ... 21-4
21-5 Zorlamalı salınımlar ... 21-5

BÖLÜM 22. CEBİR
22-1 Toplama ve çarpma ... 22-1
22-2 Ters işlemler ... 22-2
22-3 Soyutlama ve genelleme ... 22-3
22-4 Rasyonel-olmayan sayıları yaklaşık hesaplama ... 22-4
22-5 Karmaşık sayılar ... 22-7
22-6 Sanal üsteller ... 22-9

BÖLÜM 23. REZONANS
23-1 Karmaşık sayılar ve harmonik hareket ... 23-1
23-2 Zorlamalı sönümlü salınıcı ... 23-3
23-3 Elektriksel rezonans ... 23-5
23-4 Doğada rezonans ... 23-7

BÖLÜM 24. GEÇİCİ OLAYLAR
24-1 Bir salınıcının enerjisi ... 24-1
24-2 Sönümlü salınımlar ... 24-2
24-3 Elektriksel geçici salınımlar ... 24-5

BÖLÜM 25. DOĞRUSAL SİSTEMLER VE TEKRAR
25-1 Doğrusal diferansiyel denklemler .. 25-1
25-2 Çözümlerin üst üste binmesi 25-2
25-3 Doğrusal sistemlerde salınımlar 25-5
25-4 Fizikte benzerlikler 25-6
25-5 Seri ve paralel impedanslar 25-8

BÖLÜM 26. OPTİK: EN AZ SÜRE İLKESİ
26-1 Işık 26-1
26-2 Yansıma ve kırılma 26-2
26-3 Fermat'nın en az süre ilkesi 26-3
26-4 Fermat ilkesinin uygulamaları 26-5
26-5 Fermat ilkesinin daha kesin bir ifadesi 26-7
26-6 Nasıl çalışır? 26-8

BÖLÜM 27. GEOMETRİK OPTİK
27-1 Giriş 27-1
27-2 Bir küresel yüzeyin odak uzaklığı ... 27-1
27-3 Bir merceğin odak uzaklığı 27-4
27-4 Büyütme 27-5
27-5 Bileşik mercekler 27-6
27-6 Sapınçlar 27-7
27-7 Çözme gücü 27-7

BÖLÜM 28. ELEKTROMANYETİK IŞINIM
28-1 Elektromanyetizma 28-1
28-2 Işınım 28-3
28-3 Dipol ışıyıcı 28-5
28-4 Girişim 28-6

BÖLÜM 29. GİRİŞİM
29-1 Elektromanyetik dalgalar 29-1
29-2 Işınımın enerjisi 29-2
29-3 Sinüs dalgaları 29-2
29-4 İki dipol ışıyıcısı 29-3
29-5 Girişimin matematiği 29-5

BÖLÜM 30. KIRINIM
30-1 n eşit salınıcının bileşke genliği 30-1
30-2 Kırınım ağı 30-3
30-3 Bir ağın çözme gücü 30-5
30-4 Parabolik anten 30-6
30-5 Renkli filmler; kristaller 30-7
30-6 Işık geçirmez ekranlardan kırınım 30-8
30-7 Titreşen yükler düzleminin alanı 30-10

BÖLÜM 31. KIRILMA İNDİSİNİN KAYNAĞI
31-1 Kırılma indisi 31-1
31-2 Maddeden kaynaklanan alan 31-4
31-3 Dağınım 31-6
31-4 Soğurma 31-8
31-5 Bir elektrik dalgasının taşıdığı enerji 31-9
31-6 Işığın bir ekrandan kırınımı 31-10

BÖLÜM 32. IŞINIM SÖNÜMÜ. IŞIK SAÇILIMI
32-1 Işınım direnci 32-1
32-2 Enerjinin ışınım hızı 32-2
32-3 Işınım sönümü 32-3
32-4 Bağımsız kaynaklar 32-5
32-5 Işığın saçılımı 32-6

BÖLÜM 33. KUTUPLANMA
33-1 Işığın elektrik vektörü 33-1
33-2 Saçılan ışığın kutuplanması 33-3
33-3 Çift-kırılma 33-3
33-4 Kutuplayıcılar 33-5
33-5 Optik etkinlik 33-6
33-6 Yansıyan ışığın şiddeti 33-7
33-7 Anormal kırılma 33-9

BÖLÜM 34. IŞINIMDA GÖRELİ ETKİLER
34-1 Hareketli kaynaklar 34-1
34-2 "Görünür" hareketin bulunması 34-2
34-3 Sinkrotron ışınımı 34-3
34-4 Kozmik sinkrotron ışınımı 34-6
34-5 Frenleme ışınları 34-6
34-6 Doppler etkisi 34-7
34-7 ω, k dörtlü vektörü 34-9
34-8 Sapınç 34-10
34-9 Işığın momentumu 34-10

BÖLÜM 35. RENKLERİ GÖRMEK
35-1 İnsan gözü 35-1
35-2 Renk şiddete bağlıdır 35-2
35-3 Renk algılamasını ölçme 35-3
35-4 Renklilik diyagramı 35-6
35-5 Renk görüşünün mekanizması 35-7
35-6 Renk görüşünün fiziyokimyası 35-9

BÖLÜM 36. GÖRMENİN MEKANİZMASI
36-1 Renk algısı 36-1
36-2 Gözün fizyolojisi 36-3
36-3 Çubuk hücreler 36-6
36-4 Bileşik (böcek) göz 36-6
36-5 Diğer gözler 36-9
36-6 Görmenin nörolojisi 36-9

BÖLÜM 37. KUANTUM DAVRANIŞI

37-1 Atom mekaniği 37-1
37-2 Mermilerle bir deney 37-2
37-3 Dalgalarla bir deney 37-3
37-4 Elektronlarla bir deney 37-4
37-5 Elektron dalgalarının girişimi 37-5
37-6 Elektronları izleme 37-7
37-7 Kuantum mekaniğinin temel ilkeleri 37-10
37-8 Belirsizlik ilkesi 37-11

BÖLÜM 38. DALGA VE PARÇACIK GÖRÜŞLERİNİN İLİŞKİSİ

38-1 Olasılık dalga genlikleri 38-1
38-2 Konumun ve momentumun ölçümü 38-2
38-3 Kristalden kırınım 38-4
38-4 Bir atomun boyutu 38-5
38-5 Enerji düzeyleri 38-7
38-6 Felsefi çıkarımlar 38-8

BÖLÜM 39. GAZLARIN KİNETİK KURAMI

39-1 Maddenin özellikleri 39-1
39-2 Bir gazın basıncı 39-2
39-3 Işınımın sıkışabilirliği 39-6
39-4 Sıcaklık ve kinetik enerji 39-6
39-5 İdeal gaz yasası 39-10

BÖLÜM 40. İSTATİSTİK MEKANİĞİN İLKELERİ

40-1 Üstel atmosfer 40-1
40-2 Boltzmann yasası 40-2
40-3 Bir sıvının buharlaşması 40-3
40-4 Molekül hızlarının dağılımı 40-4
40-5 Gazların özgül ısısı 40-7
40-6 Klasik fiziğin yetersizliği 40-8

BÖLÜM 41. BROWN HAREKETİ

41-1 Enerjinin eş-bölüşümü 41-1
41-2 Işınımın ısıl eş-bölüşümü 41-3
41-3 Eş-bölüşüm ve kuantumlu salınıcı 41-6
41-4 Rastgele yürüyüş 41-8

BÖLÜM 42. KİNETİK KURAMIN UYGULAMALARI

42-1 Buharlaşma 42-1
42-2 Isıl-iyonik salma 42-4
42-3 Isıl iyonlaşma 42-5
42-4 Kimyasal kinetik 42-7
42-5 Einstein'ın ışınım yasaları 42-8

BÖLÜM 43. YAYILMA

43-1 Moleküller arasındaki çarpışmalar.. 43-1
43-2 Ortalama serbest yol 43-3
43-3 Sürüklenme hızı 43-4
43-4 İyonik iletkenlik 43-6
43-5 Moleküler yayılma 43-7
43-6 Isıl iletkenlik 43-9

BÖLÜM 44. TERMODİNAMİK YASALARI

44-1 Isı makineleri; birinci yasa 44-1
44-2 İkinci yasa 44-3
44-3 Tersinir makineler 44-4
44-4 Bir ideal makinenin verimi 44-7
44-5 Termodinamik sıcaklık 44-9
44-6 Entropi 44-10

BÖLÜM 45. TERMODİNAMİĞİN GÖSTERİMLERİ

45-1 İç enerji 45-1
45-2 Uygulamalar 45-4
45-3 Clausius-Clapeyron denklemi 45-6

BÖLÜM 46. DİŞLİ ÇARK VE MANDAL

46-1 Bir dişli çark nasıl çalışır? 46-1
46-2 Bir makine olarak dişli çark 46-2
46-3 Mekanikte tersinirlik 46-4
46-4 Tersinmezlik 46-5
46-5 Düzen ve entropi 46-7

BÖLÜM 47. SES. DALGA DENKLEMİ

47-1 Dalgalar 47-1
47-2 Sesin yayılması 47-3
47-3 Dalga denklemi 47-4
47-4 Dalga denkleminin çözümleri 47-6
47-5 Ses hızı 47-7

BÖLÜM 48. VURULAR

48-1 İki dalganın eklenmesi 48-1
48-2 Vuru notaları ve kipleme 48-3
48-3 Yan bantlar 48-4
48-4 Yerelleşmiş dalga katarları 48-5
48-5 Parçacıklar için olasılık genlikleri 48-7
48-6 Üç boyutta dalgalar 48-9
48-7 Normal kipler 48-10

BÖLÜM 49. KİPLER

49-1 Dalgaların yansıması 49-1
49-2 Sınırlı dalgalar, doğal frekanslı 49-2
49-3 İki boyutta kipler 49-3
49-4 Çiftlenimli sarkaçlar 49-6
49-5 Doğrusal sistemler 49-7

BÖLÜM 50. HARMONİKLER

50-1 Müzik notaları 50-1
50-2 Fourier dizileri 50-2
50-3 Nitelik ve uyum 50-3
50-4 Fourier katsayıları 50-5
50-5 Enerji teoremi 50-7
50-6 Doğrusal olmayan tepkiler 50-8

BÖLÜM 51. DALGALAR

51-1 Yay dalgası 51-1
51-2 Şok dalgası 51-2
51-3 Katılarda dalgalar 51-4
51-4 Yüzey dalgaları 51-7

BÖLÜM 52. FİZİK YASALARINDA SİMETRİ

52-1 Simetri işlemleri 52-1
52-2 Uzay ve zamanda simetri 52-1
52-3 Simetri ve korunum yasaları 52-3
52-4 Ayna yansımaları 52-4
52-5 Kutupsal ve eksenel vektörler 52-6
52-6 Hangi el doğrudur? 52-8
52-7 Parite korunumlu değildir! 52-8
52-8 Karşı-madde 52-10
52-9 Bozulan simetriler 52-11

DİZİN

İSİMLER DİZİNİ

SEMBOLLER DİZİNİ

YENİ MİLENYUM BASIMININ ÖNSÖZÜ

Richard Feynman'ın üç ciltlik *Feynman Fizik Dersleri*'nin ortaya çıktığı California Teknoloji Enstitüsündeki fiziğe giriş dersini vermesinden bu yana neredeyse elli yıl geçti. Bu elli yıl boyunca fiziksel dünyayı algılayışımız büyük oranda değişti fakat *Feynman Fizik Dersleri* etkisini kaybetmedi. *Feynman dersleri*, onun eşsiz fizik algısı ve pedagojisi nedeniyle günümüzde hâlâ ilk basıldığı an kadar etkilidir. Dünya çapında hem acemi hem de olgun fizikçiler tarafından çalışılmaktadır; sadece İngilizce 1,5 milyondan fazla kopyası basılmış ve en az bir düzine dile çevrilmiştir. Belki de hiçbir fizik kitabı serisi şu ana dek bu kadar etkili olmamıştır.

Bu *Yeni Milenyum Basımı, Feynman Fizik Dersleri* (*FLP*) için yeni bir çağın başlangıcıdır: elektronik yayıncılığın yirmi birinci yüzyıl çağı. *FLP*, Latex elektronik dizgi dilinde tanımlanmış metin ve denklemleri ve modern çizim yazılımları kullanılarak yeniden çizilen bütün şekillerle birlikte *FLP* formatına çevrilmiştir.

Bu son baskının sonuçları korkutucu *değildir*; neredeyse fizik öğrencileri tarafından yıllarca alışılmış ve sevilen orijinal kırmızı kitaba benzemektedir. Ana farklılıklar, genişletilmiş ve geliştirilmiş bir dizin, bir önceki nüshanın ilk basımından bu yana beş yıldan fazla bir süre içinde okuyucular tarafından bulunan 885 basım hatasının düzeltilmiş hali ve gelecekte okuyucular tarafından bulunabilecek hataları düzeltme kolaylığıdır. Bu konuya aşağıda değineceğiz.

Bu basımın *eKitap* versiyonu ve *Geliştirilmiş Elektronik Versiyonu* elektronik yeniliklerdir. Büyütülmeye çalışıldığında denklemleri, şekilleri ve hatta bazen metnin kendisinin piksellere ayrıldığı 20. yüzyılın teknik kitaplarının çoğu eKitap'larının aksine *Yeni Milenyum Baskısının* Latex taslağı, sayfadaki tüm özelliklerin (fotoğraflar hariç) sınır koyulmaksızın ve şekillerin netliğinin ve tamlığının muhafaza edildiği en yüksek kalite eKitapların yaratılmasına olanak tanımaktadır. Feynman'ın orijinal derslerinden alınmış sınıf tahtası resimleri ve seslerini ve diğer kaynaklarla bağlantılarını içeren *Geliştirilmiş Elektronik Versiyon*, Feynman'ın derslerinden haz almanızı sağlayacak bir yeniliktir.

Feynman Dersleri Anısına

Bu üç cilt eksiksiz pedagojik bir çalışmadır. Ayrıca Feynman'ın 1961-64 yılları arasında, California Teknoloji Enstitüsünde (Caltech) alanlarına bakılmaksızın bütün birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin ihtiyacı olduğu lisans fizik derslerinin tarihsel bir kaydıdır.

Tıpkı benim gibi, okuyucular da Feynman'ın derslerine katılan öğrencilerin nasıl etkilendiklerini merak edebilir. Bu ciltlere kendi yazdığı önsözünde Feynman bir nebze olumsuz bir bakış açısı sunmaktadır. "Öğrenciler tarafından çok iyi anlaşıldığını sanmıyorum" diye yazmaktadır. Matthew Sands, *Feynman Fizik Tüyoları* isimli Feynman biyografisinde çok daha olumlu bir bakış açısı sunar. Merakım nedeniyle 2005 yılının sonbaharında, Feynman'ın 1961-63 sınıfından (yaklaşık 150 öğrenci arasından) rastgele 17 öğrenciyle –bazıları derste oldukça zorlanan bazıları da uzmanlaşan öğrenciler olmak üzere; fizik ana bilim dalının yanı sıra biyoloji, kimya, mühendislik, jeoloji, matematik ve astronomi öğrencileri– mailleştim ya da konuştum.

Aradan geçen yıllar boyunca hafızaları donuklaşmış olabilirdi, fakat yüzde

sekseni Feynman'ın derslerinin üniversite hayatlarının en önemli anları olduğunu belirtti. "Kiliseye gitmeye benziyordu." Dersler "dönüşümsel bir deneyimdi," "ömür boyunca size eşlik eden bir deneyim, muhtemelen Caltech'ten edindiğim en önemli deneyim." "Biyoloji alanındaydım fakat Feynman'ın dersleri lisans öğrenimimdeki en ileri deneyimdi... bununla birlikte itiraf etmeliyim ki ev ödevlerini zamanında yapamıyordum ve güçlükle takip edebiliyordum." "Derste en az ümit veren öğrenciler arasındaydım ve asla bir dersi kaçırmadım... Feynman'ın keşfetmekten duyduğu hazzı hâlâ hissedebiliyorum ve hatırlıyorum... Dersleri... muhtemelen basılan *Dersleri*'nde olmayan duygusal bir etkiye sahipti."

Bununla birlikte birkaç öğrenci iki nedenden dolayı olumsuz hatıralara sahipti: (i) "Derslere katılmanıza rağmen ev ödevi problemlerini nasıl çözeceğinizi öğrenemiyordunuz. Feynman çok becerikliydi; hangi yaklaşımların ve hilelerin uygulanması gerektiğini biliyordu ve birinci sınıf öğrencilerinin sahip olmadığı bir zekâya ve deneyime dayanan sezgilere sahipti." Feynman ve meslektaşları derslerindeki bu kusurun farkındalardı ve *Feynman'ın Fizik Tüyoları* isimli esere dahil edilen bölümlerde bununla ilgili kaynaklar vardı: Feynman tarafından verilmiş üç problem-çözme dersi ve Robert B. Leighton ile Rochus Vogt tarafından toplanan bir dizi problem ve cevapları. (ii) "Bir sonraki derste nelerin tartışılacağının bilinmemesinden kaynaklanan güvensizlik, bir ders kitabının ya da ders kaynaklarıyla bağlantılı herhangi bir referansın olmayışı ve sonuç olarak ileri okumaların yapılamaması... Üniversite binasının içinde dersleri heyecan verici ve anlaşılır buldum fakat dışarıda [detaylarını yeniden kurmaya çalıştığımda] Sanskritçeydi." Bu problem elbette bu üç cilt, *Feynman Fizik Dersleri*'nin basılan versiyonu, sayesinde çözüldü. Bu eserler daha sonra Caltech öğrencilerinin yıllarca çalıştığı ders kitapları haline geldiler ve Feynman'ın en büyük mirası olarak günümüzde yaşatılmaktadır.

Yazım Hatalarının Bir Tarihi

Feynman Fizik Dersleri, Feynman ve Feynman'ın derslerindeki* kara tahta fotoğrafları ve teyp kayıtları üzerinde çalışıp, onları derleyen yardımcı yazarlar Robert B. Leighton ve Matthew Sands tarafından hızlı bir şekilde üretildi (Her iki yardımcı yazar da *Yeni Milenyum Basımın Geliştirilmiş Elektronik Versiyonuna* katkıda bulundular). Feynman, Leighton ve Sands'in yüksek bir hızla çalışmaları nedeniyle ilk baskısında çok sayıda hatanın bulunması kaçınılmazdı. Feynman daha sonraki yıllarda yazım hatalarından oluşan uzun bir liste oluşturdu: Caltech'teki öğrenciler, öğretim üyeleri ve dünya çapındaki okuyucular tarafından bulunan hatalar. 1960'larda ve 1970'lerin ilk yıllarında Feynman yoğun yaşamı arasında I ve II. ciltler için hataların hepsini olmasa bile büyük bir kısmını kontrol etmek ve daha sonraki baskılara bu düzeltmeleri yerleştirmek için zaman ayırdı. Fakat Feynman'ın III. Ciltteki hataların ortadan kaldırılmasma yönelik görev anlayışı asla yeni şeyleri keşfetme heyecanından daha yüksek değildi.† 1988 yılındaki zamansız ölümünden sonra bütün üç cilt için toplanan hatalar Caltech Arşivlerinde toplandı ve unutulmaya yüz tuttu.

2002 yılında Ralph Leighton (Robert Leighton'ın son çocuğu ve Feynman'ın hemşerisi) eski hatalar ve Ralph'ın arkadaşı Micheal Gottlieb tarafından derlenen yeni uzun bir liste konusunda beni bilgilendirdi. Leighton bütün hataları

---

* Feynman'ın derslerinin ve bu üç cildin tanımlamaları için üç cildin her birindeki Giriş ve Önsöz kısımlarına, ayrıca Matt Sands'in *Feynman'ın Fizik Tüyoları* isimli biyografisine ve David Goodstein ve Gerry Neugebauer tarafından 1989 yılında yazılan *FLP'nin Hatıra Baskısına Özel Giriş* isimli eserine, ayrıca 2005 yılında basılan *Tamamlayıcı Baskısı*'na, bakınız.

† 1975 yılında III. Cildin hatalarını kontrol etmeye başlamıştı fakat bazı şeyler dikkatini dağıttı ve bu görevi asla bitiremedi, bu nedenle düzeltmeleri tamamlayamadı.

düzeltilmiş *Feynman Dersleri*'nin yeni bir Caltech baskısının ortaya konmasını ve yanında, onun ve Gottlieb'in hazırlayacağı *Feynman'ın Fizik Tüyoları* isimli yeni bir yardımcı kaynak cildinin basılmasını önerdi.

Feynman benim kahramanımdı ve yakın bir arkadaşımdı. Yeni hata listesini ve önerilen yeni cildin içeriğini gördüğümde Caltech (O, Leighton ve Sands'in *Feynman Dersleri* için bütün hakları ve sorumlulukları devrettiği Feynman'ın uzun süreli akademik evi) adına bu projeyi denetlemeyi hemen kabul ettim. Gottlieb'in bir buçuk yıl süren titiz çalışmasından ve Dr. Micheal Hartl'ın (bütün hataları ve yeni cildi kontrol eden seçkin bir Caltech doktora sonrası öğrencisi) dikkatli incelemelerinden sonra 2005 yılında yaklaşık 200 hatası düzeltildi ve Gottlieb ile Leighton tarafından yazılan *Feynman'ın Fizik Tüyoları* isimli yeni bir cilde sahip *Feynman Fizik Dersleri'nin Tamamlayıcı Baskısı* doğdu.

Bu baskının "Tamamlayıcı" olacağını düşünüyordum. Beklemediğim şey dünya çapındaki okuyucuların –daha ileri hataları tanımlamak için Gottlieb'e başvurmaları ve Gottlieb tarafından oluşturulup kalıcı hale getirilen websitesine, *Feynman Dersleri Websitesi* www.feynmanlectures.info, bu hataları sunmaları– taşıdıkları coşkulu sorumluluk duygusuydu. O zamandan beri geçen 5 yılda 965 yeni hata sunuldu ve Gottlieb, Hartl ile Nate Bode'nin (seçkin bir Caltech fizik lisans öğrencisi) titiz çalışmaları sayesinde düzeltildi. 965 hatanın 80 adedi *Tamamlayıcı Basım*'ın (Ağustos 2006) dördüncü baskısında düzeltildi ve geriye kalan 885'i bu *Yeni Milenyum Basımının* ilk baskısında düzeltildi (I. Ciltte 332, II. Ciltte 263 ve III. Ciltte 200). Hataların detayları için www.feynmanlectures.info adresine bakınız.

Açık ki, *Feynman Fizik Dersleri*'ni hatasız hale getirmek dünya çapındaki işbirliği sayesinde gerçekleşti. Caltech adına 2005 yılından bu yana katkıda bulunan 50 okuyucuya ve sonraki yıllarda katkı koyacak çok sayıda okuyucuya şimdiden teşekkür ederim. Katkı koyan herkesin ismi www.feynmanlectures.info/flp_errata.html adresinde bulunmaktadır.

Neredeyse tüm hatalar üç tiptedir: (i) düz yazıdaki baskı hataları; (ii) denklemlerdeki, tablolardaki ve şekillerdeki baskı hataları ve matematiksel hatalar: işaret hataları, yanlış sayılar (örneğin 5 yerine 4 kullanılması), denklemlerdeki unutulmuş alt indisler, toplam işaretleri, parantezler ve terimler; (iii) bölümlere, tablolara ve şekillere atanan yanlış referanslar. Bu tür hatalar, olgun bir fizikçi için korkunç görünmese de, Feynman'ın birincil dinleyicileri olan öğrenciler için kafa karıştırıcı ve engelleyici olabilir.

Benim sorumluluğumda düzeltilen 1165 hata arasından sadece birkaçının gerçek fiziksel hata olması dikkat çekicidir. Örneğin II. Cildin sayfa 5 ile 9 arasında "... *topraklanmış* kapalı bir iletken içindeki statik olmayan yük dağılımı dışarıda bir alan [elektrik] üretemez," (topraklanmış kelimesi bir önceki baskıda ihmal edilmişti). Bu hata, içlerinde William and Mary Kolejinde bir öğrenci olan ve bir sınavda Feynman'ın hatalı bir pasajına güvenen Beulah Elizabeth Cox'un da bulunduğu çok sayıda okuyucu tarafından Feynman'a bildirilmişti. 1975 yılında Feynman Bayan Cox'a şöyle yazdı[1] "Öğretim görevlisinin, Gauss Yasasını kullanarak gösterdiği gibi, cevabınızın yanlış olması nedeniyle size puan vermemesi doğruydu. Bilimde dikkatli biçimde oluşturulmuş mantığa ve savlara güvenmelisiniz, otoritelere değil. Ayrıca kitabı dikkatli bir şekilde okuyup anlayabilirdiniz. Bir hata yaptım ve bu nedenle kitap hatalıdır. Muhtemelen topraklanmış bir küreyi ya da içinde farklı bölgelerde hareket eden parçacıkların dışarıdaki şeyleri etkilemeyeceği bir şeyi düşünüyordum. Bunu nasıl yaptığıma emin değilim fakat pot kırdım ve sen de bana inanarak pot kırdın."

[1] *Uğrak Yerinden Kabul Edilebilir Mükemmel Salınımlar, Richard P. Feynman'ın Mektupları*, sayfa 288-89, ed. Michelle Feynman (Basic Books, New York 2005).

Yeni Milenyum Basımı Bu Hale Nasıl Geldi?

Kasım 2005 ile Temmuz 2006 arasında *Feynman Dersleri Web sitesine* www.feynmanlectures.info 340 hata sunuldu. Önemli ölçüde bunların büyük bir kısmı tek bir kişiden geliyordu: Dr. Rudolf Pfeiffer, Avusturya, Vienna Üniversitesinden doktora sonrası araştırmacı bir fizikçi. Yayıncı, Addison Wesley, 80 hatayı önceden tespit etmişti fakat masrafı yüzünden daha fazlasının tespit edilmesine ayak diredi: kitaplar 1960'lı yıllara ait sayfaların fotografik görüntüsüyle çalışan bir foto-ofset süreci sayesinde basılmaktaydı. Bir hatayı düzeltmek bütün sayfanın yeniden dizimi anlamına geliyordu ve yeni bir hatanın olmamasını garanti altına almak için her sayfa iki farklı insan tarafından ikişer kez dizgiye giriliyor, daha sonra birkaç insan tarafından karşılaştırılarak düzeltiliyordu; gerçekten yüzlerce hatanın var olduğu bir durumda çok masraflı bir süreç.

Gottlieb, Pfeiffer ve Ralph Leighton bu konuda çok mutsuzdular, bu nedenle bütün hataları düzeltmeyi kolaylaştırmak, ayrıca eKitap üretmek ve *Feynman Fizik Dersleri*'nin geliştirilmiş elektronik versiyonunu geliştirmek için bir plan geliştirdiler. 2007 yılında Caltech'in temsilcisi olmam dolayısıyla bana planlarını açıkladılar. Hevesli fakat temkinliydim. *Geliştirilmiş Elektronik Versiyonu*'nun bir bölümlük gösterimini içeren detayları gördükten sonra, Caltech'in Gottlieb, Pfeiffer ve Leighton'ın planları doğrultusunda işbirliği yapmasını önerdim. Plan Caltech'in Fizik, Matematik ve Astronomi bölüm başkanları – Tom Tombrello, Andrew Lange ve Tom Soifer– tarafından onaylandı ve karışık yasal sözleşme detayları Caltech'in fikir hakları danışmanı Adam Cochran tarafından incelendi. Bu *Yeni Milenyum Basımının* yayımlanmasıyla birlikte plan, karmaşıklığına rağmen başarılı bir şekilde yürürlüğe kondu. Özel olarak:

Pfeiffer ve Gottlieb *FLP*'nin bütün üç cildini Latex formuna dönüştürdüler (*Feynman'ın Fizik Tüyoları* eserine Feynman derslerinden elde edilen 1000'den fazla alıştırmayı dahil etmek için çalıştılar). *FLP* şekilleri, *FLP*'nin Alman çevirmeni Henning Heinze tarafından Alman baskısında kullanılmak üzere, Hindistan'da modern elektronik formda yeniden çizildi. Gottlieb ve Pfeiffer, bu *Yeni Milenyum* İngilizce baskısında Heinze'nin özel olmayan şekillerini kullanmak için, Alman baskısındaki (Oldenbourg tarafından basılan) özel olmayan Latex denklemlerini değiş tokuş etti. Pfeiffer ile Gottlieb, bütün Latex metni ile denklemlerini ve bütün yeniden çizilen şekilleri titiz bir şekilde kontrol ederek düzeltilmesi gereken yerleri düzeltti. Nate Bode ile ben, Caltech adına, metni, denklemleri ve şekilleri kısmen kontrol ettik; hiçbir hata bulamadık. Pfeiffer ile Gottlieb inanılmaz bir biçimde titiz ve hassastılar. Gottlieb ile Pfeiffer, Feynman'ın 1962-64 ders fotoğraflarını sayısallaştırmak için Huntington Kütüphanesinde John Sullivan'ı ve ders kayıtlarını sayısallaştırmak için George Blood Ses Sistemlerini ayarladılar: finansal destek ve teşvik için Caltech profesörü Carver Mead, lojistik destek için Caltech Arşivcisi Shelley Erwin ve hukuki destek için Cochran.

Hukuki meseleler oldukça ciddiydi: 1960'larda Caltech, basım yayım hakkını ve 1990'larda Feynman'ın sesli derslerini ve bir elektronik basımının dağıtım haklarını Addison Wesley'e vermişti. 2000'li yıllarda bu lisansların bir dizi kazancı sayesinde, basım hakları Pearson yayın grubuna devredildi fakat ses ve elektronik versiyon hakları Perseus yayın grubuna devredildi. Cochran, Ike Williams'la birlikte, yayın konularında uzmanlaşmış bir avukat, Perseus'la (Basic Books) bütün hakları birleştirerek devretmek konusunda anlaştı ve böylece bu *Yeni Milenyum Baskısı* doğmuş oldu.

Teşekkürler

Caltech adına bu *Yeni Milenyum Baskısının* oluşmasına yardım eden çok sayıda insana teşekkür ederim. Özel olarak yukarıda adı geçen insanlara teşekkür etmek istiyorum: Ralph Leighton, Michael Gottlieb, Tom Tombrello, Michael Hartl, Rudolf Pfeiffer, Henning Heinze, Adam Cochran, Carver Mead, Nate Bode, Shelley Erwin, Andrew Lange, Tom Soifer, Ike Williams ve hataları ortaya koyan 50 kişiye (listesi www.feynmanlectures.info adresinde mevcut). Ayrıca sürekli desteği ve öğütleri için Michelle Feynman'a (Richard Feynman'ın kız kardeşi), Caltech'ten sahne arkasındaki yardımları ve öğütleri için Alan Rice'a, *FLP'yi* Latex formatına dönüştürmek konusunda Pfeiffer'e yardım eden ve öğütlerde bulunan Calvin Jackson'a ve hataların düzeltilmesi konusunda sundukları katkılar için Micheal Figl, Manfred Smolik ve Andreas Stangl'a ve Perseus/Basic Books ve (daha önceki basımlar için) Addison Wesley personeline teşekkür ederim.

Kip S. Thorne
Teorik Fizik Feynman Profesörü, Emekli
California Teknoloji Enstitüsü

Ekim 2010

TÜRKÇE ÇEVİRİYE ÖNSÖZ:
Feynman Fizik Dersleri
Türkiye'de Okutulmuştu!

MEB hesabına lise fizik öğretmeni olmak üzere, 1960'ta Ankara Üniversitesi Fizik Bölümüne girdiğimde, Fen Fakültesinin diğer bölümleri gibi Fizik Bölümünde de içinde klasik mekanik, elektrodinamik, kuantum mekaniği derslerinin bulunmadığı oldukça eskimiş bir müfredat izlenmekteydi. Üçüncü sınıftayken bölümün öğretim kadrosuna, Paris Üniversitesinde devlet bursuyla Matematik lisansı okuyup Ecole Normale Superior'un Telekomünikasyon bölümünden Elektronik Yüksek Mühendisi olarak mezun olan ve ardından De Broglie'den de dersler alarak Teorik Fizik dalında Henri Poincaré Enstitüsünde doktorasını yapıp yurda dönmüş bir genç hoca katılmıştı: Burhan Cahit Ünal. Gelir gelmez Goldstein'ın *Klasik Mekanik* kitabını izlediği bir ders açmış, bir sonraki yıl Mandl'ın *Kuantum Mekaniği* kitabını anlatmıştı bize. Mezun olduğumda bir başka arkadaşım (S.A. Baran) ile birlikte Burhan hocanın asistanı olarak bölüme girmiştik. İşte o 1964-65 öğretim yılında Bölümümüze NATO-TÜBİTAK Burslusu dört öğrencinin kaydolduğunu duymuştuk. Bu öğrenciler mezun olduklarında doğrudan ABD'ye doktoraya gideceklerdi.

Burhan hoca, California Teknoloji Enstitüsü CALTECH'te birinci ve ikinci sınıf fizik derslerinin yeniden düzenlenmesi ihtiyacı nedeniyle 1961-63 yıllarında bizzat Richard Feynman tarafından hazırlanıp konferanslar şeklinde Caltech'in bütün birinci ve ikinci sınıf öğrencilerine sunulan ve büyükçe bir ekiple kitaba dönüştürülen üç ciltlik "*Feynman Fizik Dersleri*" dizisinden haberdardı. Çünkü kendisi 1961 yılında Fulbright bursuyla bir yıl Caltech'te ve bir sonraki yıl da Colorado Üniversitesinde doktora sonrası araştırmacı olarak bulunmuştu. Bir-iki öğrencinin daha katılmasıyla bu dört NATO bursiyerinden (Namık Kemal PAK, İsmail Hakkı DURU, Tarık ÇELİK ve Sinan ÖZKAL) oluşan küçük bir grup meydana getirip, iki asistanıyla birlikte, büyük bir cesaretle Caltech programını gayri-resmi olarak akşamları –Cumartesi, Pazar dahil– bu gruba uygulamıştı. İki asistanı gündüzleri Feynman'ın kitaplarını okuyorlar, kendileri öğrenip akşamları konuları Burhan hocayla birlikte bu küçük grupla tartışıyorlardı. Üçüncü ve dördüncü yıllarda da bu gruba Goldstein'ın *Klasik Mekaniği*, Jackson'ın *Elektrodinamiği* ve Mandl'ın *Kuantum Mekaniği* anlatılmıştı. Bu bilgilerle donatılmış olarak ABD'de çeşitli üniversitelere giden bu öğrenciler doktoralarını büyük başarılarla bitirmişler; TÜBİTAK bilim ödülleri almışlar, TÜBİTAK başkanlığı, TÜBİTAK ve TÜBA yönetimlerinde Türkiye'nin bilim politikalarına büyük katkılarda bulunmuşlardı. Bu sistem daha sonra gelen NATO bursiyerlerine bir süre daha uygulanmıştı. Ama Feynman Programının Caltech'te uygulamadan kaldırılıp, ABD'de Berkeley Fizik programı ve buna benzer programların devreye sokulmasıyla, Ankara Üniversitesi Fizik Bölümündeki bu Feynman Programı resmi müfredata konulamadan kalmıştı. Ankara Üniversitesi Fizik Bölümü bu kez Hacettepe, Karadeniz Teknik Üniversitesi ve başka birkaç üniversiteyi daha yanına alarak, Berkeley Fizik Programını, tüm ders ve laboratuar kitapları ve diğer malzemeleriyle Türkçeye çevirmiş ve resmi ders programlarına bu diziyi koymuştu.

Feynman Fizik Dersleri ABD'de ve dünyada kuşkusuz hiçbir zaman terk edilmemiştir; edilmez de. Feynman evrenin işleyişini en iyi anlamış üç-beş kişiden biriydi; bunu derslerinde en iyi şekilde anlatmaktaydı. O nedenle *Feynman Fizik Dersleri* dizisi, üzerinden elli yıl geçmiş olmasına karşın bütün dünyada fiziğe merakı olan kişilerce okunmaktadır. Yüksek lisans ve doktora öğrencilerinin en fazla başvurduğu kitaplardır. Araştırma yapanların her daim ellerinin altındadır. Sadece İngilizce bir buçuk milyondan fazla kopyası basılmış, en az bir düzine dile çevrilmiştir. Sürekli yeni baskıları çıkmaktadır. 1963'teki ilk baskısından sonra, 1965, 1989, 2006, 2010, 2013'te baskıları yapılmıştır.

Caltech'teki öğrencilerden, dünyadaki öğretim üyeleri ve okuyuculardan, ölünceye kadar Feynman'ın kendisinden ve programı birlikte hazırladığı öğretim üyesi arkadaşlarından pek çok imla ve yazım hataları ile tek tük anlam karışıklığı taşıyan düzeltmeler önerilmiştir. Özellikle bunları toplayan Feynman'ın yakın arkadaşı Profesör Kip Thorne *Yeni Millennium Baskısı*na yazdığı önsözde, dünya çapındaki işbirliğiyle *Feynman Fizik Dersleri*'nin tamamen hatasız hale getirildiğini duyurmaktadır.

Aradan geçen elli yılda fizikte, matematikte, astrofizik ve kozmolojide, optikte ve bilgisayar dünyasında önemli gelişmeler oldu; ama *Feynman Fizik Dersleri*'nde izlenen genel felsefe bunları zaten kapsadığı için, bu şaheser ders notları değerinden hiçbir şey kaybetmedi. *Feynman Fizik Dersleri*, yeni hazırlanan güncel fizik ders kitaplarına üst düzeyde destekleyici malzeme niteliğinde bütün dünyada kullanılmaktadır ve ayrıca genç araştırmacılara ilham kaynağı olmaya devam etmektedir.

İlk hazırlandığı 1960'lı yıllarda Türkiye'de de büyük heyecan yaratan ve üstün yetenekli öğrencilere yıllarca başarıyla uygulanan *Feynman Fizik Dersleri*'nin bu Türkçe çevirisinin fizik topluluğumuzda yeni bir heyecan dalgası yaratacağından kuşkumuz yoktur.

Prof. Zekeriya AYDIN



FEYNMAN'IN ÖNSÖZÜ

Bunlar, geçen yıl ve önceki yıl Caltech'te üniversite birinci ve ikinci sınıf öğrencilerine verdiğim fizik dersleridir. Sınıfta anlattığım bu kısımlar, kuşkusuz, derslerin harfi harfine tamamı değildir; bazıları oldukça fazla, bazılarıysa daha az olmak üzere gözden geçirilip baskıya hazırlanmışlardır. Sınıfta anlatılanlar, asıl dersin ancak bir bölümüdür. 180 öğrencilik tüm grup büyük bir konferans salonunda bu dersleri dinlemek üzere haftada iki kez toplanmakta ve sonra bir asistanın rehberliğinde 15 ila 20 kişilik küçük uygulama gruplarına ayrılmaktaydı. Ayrıca haftada bir kez bir laboratuar uygulaması vardı.

Bu derslerde ulaşmaya çalıştığımız özel amaç, liselerden mezun olup Caltech'e gelmiş olan çok hevesli ve oldukça zeki öğrencilerin ilgisini çekebilmekti. Onlar fiziğin ne kadar ilginç ve heyecan verici olduğuna dair pek çok şey duydular: görelilik kuramı, kuantum mekaniği ve diğer çağdaş düşünceler. Daha önceki iki yıllık dersimizin sonunda, öğrencilerin çoğunun cesareti kırılmış olurdu, çünkü onlara gerçekten de oldukça sınırlı sayıda büyük, yeni ve çağdaş fikirler sunulurdu. Eğik düzlemleri, elektrostatiği ve benzeri rutin şeyleri çalışmak durumunda kalırlar ve iki yıl sonra aptallaşırlardı. Sorun şuydu: onların heveslerini besleyerek çok daha ileri düzeyde ve heyecanlı öğrenciler kazandıracak bir ders yapmayı acaba başarabilir miydik?

Buradaki derslerin hiçbir şekilde bir gözden geçirme dersi olduğu sanılmasın; onlar çok ciddi biçimde hazırlanmıştır. Onları sınıftaki en zeki öğrenciye anlattığımı düşündüm ve bundan emin olmak için de, mümkünse, en zeki öğrencinin bile derslerdeki her şeyi tam olarak kavrayamayacağı şekilde, düşünce ve kavramların ana çizginin dışındaki çeşitli yönlere uygulanması önerilerini de katarak sundum. Yine bu nedenle, denklemlerin ve düşüncelerin fiziğin bünyesine uyduğu her durumu ve –daha çok bilgi edinildiğinde– onların nasıl değişebileceğini göstermek için, tüm beyanları mümkün olduğunca doğru yapmaya özen gösterdim. Böyle öğrenciler için –eğer yeterince akıllılarsa– neyin daha önce söylenenlerden çıkarılması gerektiğini ve neyin yeni bir şey olarak önlerine konulduğunu anlamalarının önemli olduğunu hissettim. Yeni düşünceler ortaya çıktıkça, onları çıkarılabilecek durumdaysalar çıkarmaya; aksi halde bilinen şeyler cinsinden hiçbir temele dayanmayan yeni bir düşünce olduğunu ve kanıtlanabileceğinin beklenmediğini –fakat sadece içeriye eklendiğini– açıklamaya çalıştım.

Bu derslere başlarken, öğrencilerin liseden mezun olduklarında geometrik optik, basit kimya fikirleri ve benzeri şeyler bildiklerini varsaydım. Dersleri belirli bir sırada vermenin herhangi bir nedeni olduğunu da görmedim; şu anlamda ki, bir şeyi ayrıntılı olarak anlatmaya hazır olmadıkça ona değinmek istemem. Pek çok konuya tam olarak tartışmaksızın değinmek gerekiyordu. Daha tam tartışmalara, daha sonra hazırlıklar iyice geliştiği zaman sıra geliyordu. İndüktans ve enerji düzeyi tartışmaları örnek olarak verilebilir; bunlar önce nitel biçimde gündeme getirilir ve daha sonra ayrıntılarıyla geliştirilir.

Daha çalışkan öğrencileri hedeflemekle birlikte, ek tartışmaları ve yan uygulamaları sıkıcı bulan ve derslerdeki malzemenin çoğunu öğrenemeyeceğini düşünen öğrencilere de özen gösterdim. Derslerde, böyle öğrenciler için de, en azından onların alabilecekleri temel ve öz bilgiler olsun istedim. Her şeyi

anlamadılarsa bile umarım sinirlenmemişlerdir. Her şeyi anlamış olduklarını sanmıyorum, yine de işin özünü ve en dolaysız yanlarını anlamışlardır. Kuşkusuz, nelerin esas teoremler ve merkezi fikirler ve nelerinse çok ileri konular ve uygulamalar olduğunu görmeleri onların zekâsına kalmıştır; belki bunu ancak sonraki yıllarda anlarlar.

Bu dersleri verirken ciddi bir zorluk şu oldu: Dersin veriliş biçimiyle ilgili olarak, öğrencilerden öğretim görevlisine dersin nasıl geçtiğini gösterecek hiçbir tepki gelmedi. Bu gerçekten de önemli bir sorundur ve ben derslerin gerçekten ne kadar iyi geçtiğini anlayamadım. Bütün her şey esasında bir deneydi. Aynı şeyi tekrar yapsaydım, aynı biçimde yapmazdım. Umarım onu tekrar yapmak zorunda kalmam! Yine de sanırım ilk yılda fizikle ilgili her şey oldukça doyurucu şekilde halledildi.

İkinci yıl pek tatmin olmadım. İkinci yılın ilk kısmında elektrik ve manyetizmayı işlerken, gerçekten eşsiz ya da farklı hiçbir anlatım yolu –alışılmışın dışında özel olarak daha heyecan verici bir yol– düşünemedim. Böylece elektrik ve manyetizma derslerinde pek bir şey yaptığımı sanmıyorum. İkinci yılın sonuna doğru, elektrik ve manyetizmadan sonra, esas olarak temel kipler, difüzyon denkleminin çözümleri, titreşen sistemler, dik fonksiyonlar gibi şeylere başlayıp genelde "fiziğin matematiksel yöntemleri" denen ilk aşamaları geliştirerek maddenin özellikleri üzerine biraz daha fazla dersler vermeyi daha başlangıçta kafama koymuştum. Geçmişe bakarak, sanırım ki, bu dersi tekrar verseydim, yine bu özgün düşünceye geri giderdim. Fakat bu dersi tekrar vermem planlanmadığı için, bir kuantum mekaniğine giriş dersi vermeyi denememin iyi bir fikir olabileceği söylendi; bunu III. Ciltte bulacaksınız.

Ana dalı fizik olan öğrencilerin kuantum mekaniği için üçüncü yıllarına kadar beklemeleri gerekir. Öte yandan, bizim derslerimizdeki öğrencilerin çoğu, fiziği, esas ilgi alanları olan diğer dallara temel olsun diye okurlar. Ama kuantum mekaniğini öğrenmenin olağan yolu uzunca zaman istediği için, bu öğrencilerin büyük çoğunluğu bu konuyu neredeyse alamayacak durumdadır. Yine de gerçek kuantum uygulamalarında –özellikle de, elektrik mühendisliği ve kimya gibi daha karmaşık uygulamalarda– diferansiyel denklem yaklaşımının tam mekanizması zaten kullanılmaz. Bu nedenle kuantum mekaniğinin ilkelerini parçalı diferansiyel denklemlerin bilinmesini gerektirmeyecek şekilde anlatmaya çalıştım. Bir fizikçiye bile kuantum mekaniğini böyle ters tarzda sunmak – derslerin kendilerinde görünebilecek çeşitli nedenlerle– sanırım ilginç bir deneyimdir. Bununla birlikte, kuantum mekaniği kısmındaki deneylerin tam başarılı olmadığını zannediyorum; büyük ölçüde bunun nedeni, sonunda yeterli zamanımın olmamasıydı (örneğin enerji bantları ve genliklerin uzaysal bağımlılığı gibi konularla tam anlamıyla uğraşmak için üç ya da dört ders daha yapmam gerekirdi). Üstelik, daha önce bu konuyu bu şekilde hiç sunmamıştım; bu nedenle öğrenciden tepki gelmemesi de özellikle ciddiydi. Şimdi kuantum mekaniğinin daha sonra verilmesi gerektiğine inanıyorum. Belki bu dersi bir gün tekrar verme şansını yakalarım. O zaman onu daha doğru yaparım.

Problemlerin nasıl çözüleceği hakkında derslerin olmayışının nedeni, uygulama saatlerinin var olmasıdır. Gerçi ilk yılda problemlerin nasıl çözüleceğine dair üç ders koymuştum, ama onlar kitaba eklenmedi. Dönen sistemler dersinin ardından mutlaka gelen eylemsiz güdüme ait (roket vb için) bir ders de vardı; ama o ne yazık ki atlandı. Beşinci ve altıncı derslerse, benim şehir dışında olduğum sırada, Matthew Sands tarafından verilmiştir.

Kuşkusuz asıl soru, bu deneyimin ne denli başarılı olduğudur. Öğrencilerle çalışmış olan arkadaşlarımın çoğu bana katılmasalar da, benim kendi görüşüm kötümserdir. Öğrencilere çok özen gösterdiğimi sanmıyorum. Öğrencilerin çoğunluğunun sınavlardaki soruları halletme tarzlarına bakınca, sistemin başarı-

sız kaldığını düşünüyorum. Kuşkusuz, arkadaşlarımın belirttiğine göre, tüm derslerde hemen hemen her şeyi anlayan, konuların işlenişinde çok aktif rol alan ve pek çok konuda müthiş heyecan ve ilgi gösteren bir ya da iki düzine kadar öğrenci vardı. Bunlar şimdi sanırım fizikte birinci-dereceden temel bilgiye sahipler ve benim de zaten ulaşmak istediklerim bunlardı. Ama o zaman, "öğretim gücünün etkinliği pek nadir görülür; ancak şu mutlu yeteneklilere yarar, ki onlara da öğretim neredeyse gereksizdir." (Gibbon)

Yine de hiçbir öğrenciyi tamamıyla arkada bırakmak istemedim. Öğrencilere yararlı olmanın bir yolu, sanırım derslerdeki bazı düşünceleri aydınlatabilecek problem setlerini geliştirmeye daha fazla özen göstermektir. Problemler, dersler de anlatılanları tamamlamak, sergilenen düşünceleri daha gerçekçi, daha tam ve daha akılda kalıcı kılmak için iyi bir fırsattır.

Bununla birlikte, sanıyorum ki bu eğitim problemine, bir öğrenci ile iyi bir öğretmen arasında sadece doğrudan kişisel bir ilişki olduğu zaman –öğrencinin düşünceleri tartıştığı, konuları düşündüğü ve konular hakkında konuştuğu bir ortamın oluşması halinde– en iyi öğretimin yapılabileceğini anlamanın dışında başka hiçbir çözüm yoktur. Derste sadece oturarak ya da sadece verilen problemleri çözerek çok şey öğrenmek olanaksızdır. Fakat bizim modern çağımızda yetiştirilecek o kadar çok öğrencimiz var ki ideal yöntemin yerine konacak bir başka yol bulmaya çalışmamız gerekiyor. Belki benim derslerim buna bir katkı yapabilir. Belki özel öğretmenlerin ve öğrencilerin bulunduğu bazı küçük yerlerde, bu öğrenciler derslerden biraz esin ya da bazı fikirler edinebilirler. Belki de konuları düşünürken eğlenecekler ya da bazı düşünceleri daha fazla geliştirmeye başlayacaklardır.

Haziran, 1963

Richard P. Feynman

ÖNSÖZ

Bu kitap 1961-62 akademik yılında California Teknoloji Enstitüsünde (Caltech) Prof. R.P. Feynman tarafından fizik giriş dersi olarak verilmiş olan bir konferanslar dizisine dayanmaktadır; tüm Caltech birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin aldığı iki-yıllık giriş dersinin ilk yılını kapsamaktadır; ikinci yılı kapsayan benzer bir dizi de 1962-63'te bunun peşinden gelmişti. Konferanslar, dört-yıllık program içinde, giriş dersinin temelden gözden geçirilişinin ana parçasını oluşturmaktadır.

Temel bir gözden geçirme ihtiyacı, hem son yıllarda fiziğin hızla gelişmesinden ve hem de lise matematik derslerinin içeriğindeki iyileştirmelerin bir sonucu olarak üniversiteye başlayan birinci sınıf öğrencilerinin matematiksel becerilerde düzenli bir yükselme göstermeleri gerçeğinden ortaya çıkmıştı. Bu iyileşen matematik bilgisinden yararlanma ve ayrıca dersleri iddialı, ilgi çekici ve güncel fiziği daha fazla temsil edici hale getirmek için yeterli modern konuları sunma ümidine kapıldık.

Hangi malzemelere yer verilmesi ve onların nasıl sunulması gerektiği üzerine çeşitli düşünceler üretmek adına, gözden geçirilmiş bir ders için konu taslakları formunda fikirler önermek üzere çok sayıda fizik bölümü teşvik edilmişti. Bunların birçoğu görüşe sunulmuş, eleştirel biçimde tartışılmıştı. Dersin temelden yenilenmesinin ne sadece farklı bir ders kitabı benimsenerek ne de *baştan* bir kitap yazarak başarılabileceği konusunda neredeyse hemen uzlaşılmıştı; yeni ders haftada iki ya da üç kez sunulacak bir konferanslar dizisi üzerine odaklanmalıydı; gerekli kitap malzemesi daha sonra ders geliştikçe ikinci bir işlem olarak üretilebilirdi ve uygun laboratuar deneyleri de ders malzemelerine uyacak şekilde düzenlenebilirdi. Buna uygun olarak, dersin kaba bir taslağı kurulmuştu, fakat bunun noksan ve geçici olduğu itiraf edilmişti ve aslında dersleri hazırlamayı üstlenen kimse onun tarafından önemli ölçüde düzeltilmesi gerekiyordu.

Sonunda dersin hayata geçirilmesi yöntemiyle ilgili çeşitli planlar ele alınmıştı. Bu planlar genelde oldukça benzerdi, toplam yükü simetrik ve eşit şekilde bölüşecek N elemanın ortak çabasını içermekteydi: Her kişi malzemenin, verilecek derslerin ve yazılacak ders kitabı materyalinin $1/N$'sinden sorumlu olacaktı. Bununla birlikte, yeterli personelin bulunamaması ve münferit katılımcıların kendi kişilik ve felsefelerindeki farklılıklar nedeniyle aynı görüş açısının sağlanması güçlüğü, böyle planları işlemez kılmıştı.

Profesör Sands'in yerinde ilhamıyla, aslında bizim sırf yeni ve farklı bir fizik dersi değil de muhtemelen eşi benzeri olmayan bir ders yaratma araçlarına sahip olduğumuz anlaşılmıştı. Sands, Profesör R.P. Feynman'ın konferansları hazırlayıp vermesini ve bunların teybe kaydedilmesini önermişti. Bunların dönüştürülüp yazılması ve düzeltilmesiyle yeni dersin kitapları oluşmuş olacaktı. Benimsenmiş olan plan esas olarak buydu.

Gerekli düzeltmelerin az olması, eş deyişle şekilleri temin etmek ile noktalama ve gramer kontrolünden ibaret olması beklenmekteydi; yarı-zamanlı tabanda bir ya da iki lisansüstü öğrenciyle yapılabilirdi bu. Ama ne yazık ki bu beklenti çok kısa ömürlü oldu. Aslında, konunun yeniden düzenlenmesi ya da gözden geçirilmesi olmasa bile -ki bu bazen gerekmekteydi- birebir kaydı okunup forma dönüştürmek büyük bir düzeltme operasyonuydu. Üstelik, bu bir editörün ya da bir lisansüstü öğrencisinin işi değildi; profesyonel bir fizikçinin ders başına on ila yirmi saatlik yakın dikkatini gerektirirdi!

Malzemeyi öğrencilerin ellerine mümkün olduğunca kısa sürede verme gereğiyle birlikte, düzeltme işinin zorluğu, yapılması elzem olan malzemenin "parlatılması" miktarı üzerine kesin bir limit koymuştu; böylece tam bitirilmiş malzemeden ziyade, derhal kullanılabilecek başlangıç niteliğinde fakat teknik olarak da doğru ürüne yönelmeye zorlanmıştık. Öğrencilerimiz için daha fazla kopyaya olan acil ihtiyaç ve başka enstitülerden öğretim elemanları ve öğrenciler tarafından cesaretlendirici ilgi nedeniyle, asla olmayabilecek daha fazla yenileme ve düzeltme için beklemek yerine, ders malzemelerini ilk halleriyle basmaya karar verdik. Malzemelerin tamamlanması, düzgünleştirilmesi ya da mantıksal açıdan düzene sokulması gibi hayallere kapılmadık; aslında, yakın gelecekteki zamanda birkaç küçük düzeltme planımız vardı ve bunun yapı ya da içerikte statik hale gelmeyeceğini umuyorduk.

Dersin esas önemli kısmını oluşturan konferanslara ilaveten, öğrencilerin deneyim ve becerilerini geliştirecek uygun alıştırmalar ve laboratuarda ders malzemeleriyle ilk elden temas sağlayacak uygun deneyler temin etmeye de gerek vardı. Bu hususların hiçbiri, konferans malzemesi kadar ileri bir duruma gelemedi, ama hatırı sayılır derecede ilerleme sağlandı. Bazı alıştırmalar konferanslar ilerledikçe hazırlandı ve bunlar gelecek yıla genişletildi ve artırıldı. Bununla birlikte, öğrencinin kullanıma hazır muazzam gücü iyice fark etmesi için alıştırmaların yeterli çeşitliliğe ulaştığı ve ders malzemesinin uygulamasında derinlik kazandığı konusunda tatmin olmadığımızdan, alıştırmalar daha sık gözden geçirme ve yenilemeyi teşvik için pek kalıcı olmayan bir formda ayrı ayrı basılıyordu.

Profesör H. V. Neher tarafından yeni ders için çok sayıda deney düzenlendi. Bunların arasında, gaz yastığıyla aşırı derecede düşük sürtünme gösteren birkaç deney vardı: Yeni bir doğrusal hava oluğu, bir-boyutlu hareketin, çarpışmaların ve harmonik hareketin sayısal ölçümlerini yapabiliyordu. Hava-destekli, hava-basınçlı bir Maxwell topacıyla, ivmeli dönme hareketi ve jiroskop presesyonu ve nütasyonu incelenebiliyordu. Hatırı sayılır bir sürede yeni laboratuar deneylerinin geliştirilmesinin sürdürülmesi ümit ediliyordu.

Gözden geçirme ve yenileme programı Prof. R. B. Leighton, Prof. H. V. Neher ve Prof. M. Sands'in yönetimi altındaydı. Programa resmen katılanlar Fizik, Matematik ve Astronomi Bölümünden Prof. R. P. Feynman, Prof. G. Neubauer, Prof. R. M. Sutton, Prof. H. P. Stabler, Prof. F. Strong ve Prof. R. Vogt, Mühendislik Bilimleri Bölümünden Prof. T. Caughey, Prof. M. Plesset ve Prof. C. H. Wilts'ti. Gözden geçirme programına katkı yapan tüm kişilerin değerli yardımlarını şükranla ifade ederiz. Özellikle Ford Vakfına minnettarız, vakfın parasal yardımı olmaksızın bu program gerçekleştirilemezdi.

Robert B. Leighton

Temmuz, 1963

1
HAREKETLİ ATOMLAR

1-1 Giriş

1-1 Giriş
1-2 Madde atomlardan oluşmaktadır
1-3 Atom süreçleri
1-4 Kimyasal tepkimeler

Bu iki yıllık fizik dersi, siz okuyucunun fizikçi olacağı beklentisiyle verilmektedir. Kuşkusuz bunun mutlaka böyle olması gerekmez; ama her konuda her profesör bunu böyle varsayar! Fizikçi olacaksanız, öğreneceğiniz çok şey vardır: en hızlı gelişen bilim dalının iki yüz yıllık geçmişi. Aslında bu bilgi o kadar çoktur ki tümünü dört yılda öğrenemeyeceğinizi düşünebilirsiniz ve gerçekten de öğrenemezsiniz; lisansüstü öğretim de yapmanız gerekir!

İki yüz yıl boyunca yapılmış olan bu denli çok çalışmaya karşın, elde edilen bu muazzam sonuçlar topluluğunu, yine de, büyük ölçüde bir araya sıkıştırmak, diğer bir deyişle tüm bilgimizi özetleyecek yasalar bulmak mümkündür. Bununla birlikte, bu yasaların kavranması o kadar güçtür ki bu muazzam bilim konusunun bir parçasının diğeriyle ilişkisini gösteren bir harita ya da taslak olmaksızın incelenmesi size büyük haksızlık olur. Dolayısıyla, bu ön uyarıları izleyerek, konu hakkında içimizde bir "his" uyandırmaya yardımcı olur düşüncesiyle, ilk üç bölümde fiziğin diğer bilimlerle olan ilişkileri, bilimlerin birbirleriyle ilişkileri ve bilimin anlamı özetlenecektir.

Öklit geometrisinde aksiyomları belirterek her şeyi bunlardan çıkardığımız gibi, fiziği de niçin temel yasaları ilk sayfada verip mümkün olan her durumda bunların nasıl çalıştıklarını göstererek öğretmediğimizi sorabilirsiniz. (Fiziği dört yılda öğrenmek yetmiyor da, dört dakikada mı öğrenmek istiyorsunuz?) İki nedenle böyle bir yol izleyemeyiz. Önce, henüz tüm yasaları bilmiyoruz: Bilgisizlik ufkumuz gitgide genişliyor. Sonra, fizik yasalarını doğru ifade etmek için, betimlenmeleri çok ileri matematik gerektiren pek alışık olmadığımız bazı kavramlara muhtacız. Bu nedenle, sözcüklerin anlamlarını öğrenmek için bile, oldukça uzun bir hazırlık eğitimine gerek duyarız. Hayır, öyle bir yol izlemek mümkün değil. Onu ancak parça parça yapabiliriz.

Doğanın tümünün her parçası ya da her bir kısmı, ancak tam gerçeğe ya da tam gerçeğin bizim bildiğimiz kadarına bir yaklaştırmadır. Aslında *henüz tüm yasaları bilmediğimizi bildiğimiz için*, bildiğimiz her şey bir tür yaklaştırmadır. Bu nedenle, bilgiler sadece sonradan unutulmak ya da daha doğrusu, düzeltilmek üzere öğrenilmelidir.

Bilimin ilkesi, tanımı, aşağı yukarı şöyledir: *Tüm bilgi deneyle sınanır.* Deney, bilimsel "gerçek"in *tek yargıcı*dır. Fakat bilginin kaynağı nedir? Sınanacak yasalar nereden gelir? Bu yasaların ortaya çıkmasına, bize ipuçları vererek, bizzat deneyin kendisi yardım eder. Gelgelelim bu ipuçlarından büyük genellemeler yaratmak, onların altında yatan harika, basit ama çok garip örüntüleri tahmin etmek ve sonra doğru tahminler yapıp yapmadığımızı tekrar deneylerle sınamak için *hayal gücü*ne de ihtiyaç duyulur. Bu hayal etme süreci o kadar zordur ki fizikte bir iş bölümü bile yapılır: *Kuramsal fizikçiler* yeni yasaları hayal ederler, çıkarımlar yaparlar ve tahminlerde bulunurlar, ama onlar deney yapmazlar; *deneysel fizikçiler*se deney yaparlar, hayal ederler, çıkarımlar yaparlar ve tahminlerde bulunurlar.

Doğa yasalarının yaklaşık olduklarını söylemiş; önce "hatalı" olanları ve sonra "doğru" olanlarını buluruz demiştik. Şimdi, bir deney nasıl "hatalı" olabilir? Önce gayet basit bir şekilde, düzeneğimizde dikkatimizden kaçan bir hata olabilir. Fakat bu gibi şeyler kolayca onarılır ve tekrar tekrar sınanır. Öyleyse böyle küçük şeylere takılmadan, bir deneyin sonuçları nasıl yanlış olabilir, ona bakalım: Sadece hassas olmayarak. Örneğin, bir cismin kütlesi asla değişmez gibi görünür: Dönen bir topacın ağırlığı, dururken ki ağırlığıyla aynıdır. Böylece bir "yasa" bulunmuş olur: Kütle sabittir, hızdan bağımsızdır. Bu "yasa"nın hatalı olduğu anlaşılmıştır. Kütlenin hızla arttığı bulunmuştur; fakat hatırı sa-

yılır artmalar, ışık hızına yakın hızları gerektirir. Doğru yasa şudur: Bir cisim saniyede yüz altmış kilometreden daha düşük bir hızla hareket ediyorsa, kütlesi milyonda bir doğrulukla sabittir. Böyle bir yaklaşık yapıda, bu, doğru bir yasadır. Dolayısıyla, yeni yasa pratik açıdan önemli bir fark yaratmaz. Demek ki, evet de denir, hayır da... Olağan hızlar için yeni yasayı kesinlikle unutur ve basit sabit-kütle yasasını iyi bir yaklaştırma olarak kullanabiliriz. Fakat yüksek hızlar için hatalıyızdır ve hızlar arttıkça hatamız da artar.

Son olarak ve daha da ilginci, *felsefi açıdan* yaklaşık yasa kullanmak *tümden yanlıştır*. Kütle azıcık değişse bile, bizim doğayı görüş tarzımız tümden değişmelidir. Bu, yasaların ardındaki felsefe ya da fikirlere özgü bir şeydir. Bazen çok küçük bir etki bile, düşüncelerimizde derin değişiklikler gerektirir.

O halde önce ne öğretmeliyiz? Önce, örneğin, özel görelilik kuramı, dört boyutlu uzayzaman vb gibi garip ve zor kavramsal düşünceler içeren doğru fakat alışılmamış yasayı mı öğretelim? Yoksa yaklaşık olan, ama böyle zor düşünceler içermeyen, basit "sabit-kütle" yasasını mı? Birincisi daha heyecan verici, daha olağanüstü ve daha eğlencelidir, fakat ikincisi daha ilk bakışta kolayca anlaşılır ve birincinin anlaşılmasında ilk adımı oluşturur. Bu nokta fizik öğretiminde tekrar tekrar karşımıza çıkar. Bunu farklı zamanlarda değişik şekillerde halletmemiz gerekecektir; fakat her durumda şimdi bilinenleri, bunların ne derecede doğru olduklarını, diğerleriyle nasıl bağdaştıklarını ve bilgimiz arttıkça nasıl değiştiklerini öğrenmek yararlı olacaktır.

Şimdi genel haritamız ya da taslağımızla, bugünün bilimi (özellikle fizik, fakat aynı zamanda onun çevresinde olan diğer bilimler) hakkındaki anlayışımızı görmeye devam edelim; böylece daha sonra dikkatimizi belirli bir konuya topladığımızda, bu konunun arkaplanı, diğer bir deyişle neden ilginç olduğu ve büyük ana yapıya ne kadar uyduğu hakkında bir fikrimiz olur. Öyleyse, bütün olarak bizim gördüğümüz doğa resmi nedir?

1-2 Madde atomlardan oluşmaktadır

Bilimsel bilgimizin tümü büyük bir felakette yok olsa ve gelecek kuşak yaratıklarına sadece tek bir cümle iletilebilseydi, en az sözcükle en çok bilgi içeren ifade ne olurdu? Bunun *atom varsayımı* (ya da atom *olgusu* veya nasıl adlandırırsanız o) olduğuna inanıyorum: *Her şey atomlardan yapılmıştır; sürekli hareket halinde dolanıp duran, aralarında biraz mesafe varken birbirlerini çeken, fakat birbirleri üzerine iyice sıkıştırıldıklarında birbirlerini iten küçük parçacıklardan.* Sadece biraz hayal gücü ve biraz da düşünmeyle, bu tek cümlenin doğa hakkında ne kadar çok bilgi içerdiğini görürsünüz.

Atom düşüncesinin gücünü göstermek için, altı milimetre çapında bir su damlasını ele alalım. Bu damlaya çok yakından bakarsak, sudan –pürüzsüz, sürekli sudan– başka bir şey görmeyiz. Damlayı en iyi optik mikroskopla –kabaca iki bin kez– büyütsek bile, çapı 12 metreye yaklaşacak, diğer bir deyişle büyük bir odayı dolduracak kadar olacak ve dikkatlice baktığımızda *hâlâ* oldukça pürüzsüz bir su, fakat orada burada ileri geri yüzen yumurtaya benzer şeyler görülecektir. Çok ilginç! Bunlar tek hücreli terliksi hayvanlardır. Bu noktada durabilir ve kıpırdayan kirpiksi uzantıları ve kıvrılan gövdeleriyle terliksilere o kadar merak salabilirsiniz ki daha ileriye gitmeyip belki sadece bir terliksiyi daha da büyütüp onun içini görürsünüz. Bu, kuşkusuz, biyolojinin konusudur. Fakat biz işimizi sürdürüp su damlamızın kendisini daha yakından incelemek üzere, onu yine iki bin kez daha büyütelim. Şimdi su damlasının çapı yirmi beş kilometre kadardır ve ona dikkatlice bakarsak, artık pürüzsüz olmayan bir şey, futbol maçı seyreden bir kalabalığın çok uzaktan görünümüne benzeyen bir topluluk görürüz. Bu topluluğun ne olduğunu anlamak için, onu iki yüz elli kez daha büyüttüğümüz takdirde Şekil 1-1'de gösterilene benzer bir durumla karşılaşırız. Bu şekil, suyun bir milyar kez büyütülmüş, fakat çeşitli bakımlardan idealleştirilmiş bir resmidir. Her şeyden önce, parçacıklar keskin kenarlı basit bir tarzda çizilmişlerdir, ki bu doğru değildir. Sonra, kolaylık olsun diye, parçacıklar iki boyutlu bir düzende neredeyse şema şeklinde gösterilmişlerdir; ama



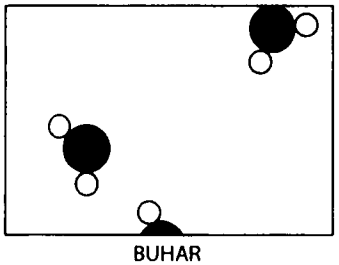
BİR MİLYAR KEZ BÜYÜTÜLMÜŞ SU

Şekil 1-1

aslında üç boyutta hareket etmektedirler. Oksijen (siyah) ve hidrojen (beyaz) atomlarını temsil etmek üzere iki tür daire olduğu ve her oksijene iki hidrojenin bağlandığı görülmektedir. (Bir oksijen ve ona bağlı iki hidrojenli her küçük gruba bir molekül denir.) Bu resim, doğadaki gerçek parçacıkların sürekli hareket halinde olmaları, birbirlerine çarpmaları ve birbirleri etrafında dönüp dolaşmaları bakımından da idealleştirilmiştir. Bunu, statik olmaktan çok dinamik bir resim olarak düşününüz. Bu resimde gösterilmeyen diğer bir husus da, parçacıkların "birbirlerine yapışık" olmaları gerçeğidir: onlar birbirlerini çekerler, bu parçacık şu parçacık tarafından çekilir vb. Tüm grup, deyim yerindeyse, "tutkalla birbirine yapıştırılmış"tır. Diğer taraftan, parçacıklar birbirleri içine sıkıştırılamazlar. Onlardan ikisini bir araya sıkıştırmaya çalışırsanız, birbirlerini iterler.

Atomların yarıçapları yaklaşık 2×10^{-8} cm'dir. 10^{-8} cm'ye bir *angström* (Å) denir (tıpkı herhangi bir isim gibi); bu nedenle atomların yarıçapları 1 ya da 2 angströmdür deriz. Bu büyüklük şöyle de akılda tutulabilir: Bir elma dünya büyüklüğüne çıkarılırsa, elmadaki bir atom da gerçek elma kadar olur.

Şimdi birbirlerine yapışık olarak hareket halinde kaynaşan parçacıklarıyla bu büyük su damlasını düşünelim. Su hacmini korur; moleküller birbirlerini çektikleri için damla parçalanmaz. Damla bir eğik düzlem üzerindeyse, orada bir yerden başka bir yere hareket edebilecek, su akacak fakat asla yok olmayacaktır; nesneler, moleküller arası çekim nedeniyle, durdukları yerde parçalanıp dağılmazlar. Moleküllerin hareketlerini biz *ısı* olarak adlandırırız: sıcaklığı artırdığımızda, hareketi artırmış oluruz. Suyu ısıtırsak, moleküllerin hareketi artar ve atomlar arasındaki hacim büyür; ısıtmaya devam edilirse, öyle bir an gelir ki moleküller arası çekim onları bir arada tutmaya yetmez ve birbirlerinden ayrılarak uzaklaşırlar. Kuşkusuz, sudan su buharını böyle –sıcaklığı artırarak– elde ederiz; artan hareket nedeniyle parçacıklar birbirlerinden uzaklaşırlar.



Şekil 1-2

Şekil 1-2'de bir su buharı resmi görüyoruz. Bu su buharı resmi şu bakımdan yanlıştır: Olağan atmosfer basıncında bu şekil içinde üç molekül bulunamaz. Bu büyüklükteki karelerin çoğunda hiç su buharı bulunmaz, fakat bu resme tesadüf eseri iki buçuk ya da üç adet girmiş (resim tamamıyla boş kalmasın diye). Şimdi su buharındaki karakteristik molekülleri sudakilere göre çok daha açık olarak görmekteyiz. Moleküller, basit olsun diye, hidrojen atomlarının arasında 120 derecelik açı olacak şekilde çizilmişlerdir. Aslında bu açı 105°3′ kadardır ve bir hidrojenin merkezi ile oksijenin merkezi arasındaki uzaklık 0,957 Å'dür; öyle ki bu molekülü çok iyi tanıyoruz diyebiliriz.

Şimdi su buharının ya da herhangi bir gazın bazı özelliklerini görelim. Moleküller, birbirlerinden ayrılmış olarak, duvarlara çarpıp sekeceklerdir. Bir oda ve içinde sürekli hareket ederek oraya buraya çarpıp seken çok sayıda (yüz kadar) tenis topu düşünelim. Toplar duvara çarptıkça, duvarı iterler. (Bizim de kuşkusuz duvarı geri itmemiz gerekir.) Bu demektir ki, gaz duvara darbeli bir kuvvet uyguladığı halde, bizim kaba hislerimiz (kendimizi bir milyar kez büyütemediğimiz için) onu sadece *ortalama bir itme* olarak duyar. Bir gazı kapalı bir yerde tutmak için ona bir basınç uygulamalıyız. Şekil 1-3'te gazları hapsetmede kullanılan (tüm ders kitaplarında vardır) standart bir kap –içinde bir piston olan bir silindir– görülüyor. Burada su moleküllerinin şeklinin ne olduğu hiç önemli değildir; bu nedenle işi basitleştirmek için onları tenis topları gibi ya da noktalar halinde çizeceğiz. Bu nesneler her yönde sürekli hareket halindedirler.


Şekil 1-3

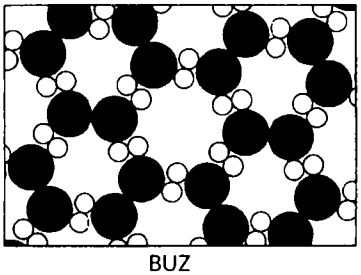
Bunların pek çoğu da devamlı üstteki pistona çarpar; bu sürekli vuruşların etkisiyle pistonun silindirden dışarı fırlamaması için, pistonu *basınç* dediğimiz belirli bir kuvvetle aşağı doğru itmemiz gerekecektir (aslında kuvvet, basınç ile yüzey alanının çarpımıdır).

Kuvvetin yüzey alanıyla orantılı olduğu açıktır, çünkü alanı artırıp bir santimetre kübteki molekül sayısını sabit tutarsak, pistona çarpan moleküllerin sayısını yüzey alanını artırdığımız oranda artırmış oluruz.

Şimdi yoğunluğu iki katına çıkarmak için silindirin içindeki moleküllerin sayısını iki katına çıkaralım ve moleküllere aynı hızı, aynı sıcaklığı verelim. O zaman, iyi bir yaklaşıklıkla, çarpma sayısı ikiye katlanacak ve her molekül tam olarak önceki kadar "enerjili" olduğundan, basınç yoğunlukla orantılı olacaktır. Atomlar arası kuvvetlerin gerçek doğasını düşünürsek, atomlar arasındaki çekim nedeniyle basınçta çok az bir düşme ve atomların sonlu hacimleri nedeniyleyse basınçta çok az bir artma bekleriz. Bununla beraber, yoğunluk yeterince düşükse, dolayısıyla çok fazla atom yoksa, mükemmel bir yaklaşıklıkla, *basınç yoğunlukla orantılıdır.*

Başka bir şey daha görebiliriz: Gazın yoğunluğunu değiştirmeksizin atomların hızını artırarak, sıcaklığını yükseltirsek basınca ne olacaktır? Bu durumda, atomlar daha hızlı hareket edeceklerinden, pistona daha hızlı ve ayrıca daha sık çarparlar; böylece basınç artar. Atom kuramındaki düşüncelerin ne kadar basit olduklarını görüyorsunuz değil mi?

Başka bir durumu da ele alalım. Pistonun içeriye doğru hareket ettiğini, böylece atomların yavaşça daha küçük bir hacme sıkıştırıldığını düşünelim. Bir atom hareket eden pistona çarptığında ne olur? Çarpışmadan hız kazanacağı açıktır. Örneğin, ileri doğru hareket etmekte olan bir rakete çarpıp geri dönen bir ping-pong topuyla deneyebilirsiniz bunu; topun rakete çarpmadan önceki hızından daha büyük bir hızla geri döndüğünü göreceksiniz. (Özel örnek: Bir atom yerinde durur ve piston ona çarparsa, atomun harekete geçeceği kesindir.) Böylece atomlar pistona çarpıp geri döndüklerinde çarpmadan önceki durumlarından "daha sıcak"tırlar. Dolayısıyla silindir içindeki tüm atomların hızları artmış olacaktır. Bu demektir ki, *bir gazı yavaş yavaş sıkıştırdığımızda, gazın sıcaklığı yükselir*; yavaş yavaş *genişlettiğimizdeyse sıcaklığı düşecektir.*



BUZ

Şekil 1-4

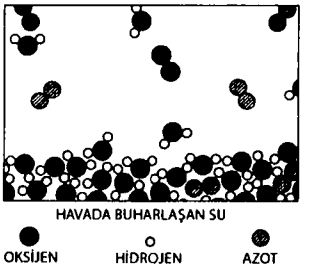
Şimdi su damlamıza geri dönelim ve ona başka bir açıdan bakalım. Damlamızın sıcaklığını azalttığımızı düşünelim. Sudaki atom moleküllerinin hareketinin gittikçe azaldığını varsayalım. Atomlar arasında çekim kuvvetlerinin var olduğunu ve bir süre sonra önceki kadar fazla hareket edemeyeceklerini biliyoruz. Çok düşük sıcaklıklarda ne olacağı Şekil 1-4'te gösterilmektedir: moleküller, *buz* dediğimiz yeni bir örüntüye kilitlenmişlerdir. Buzun bu özel şematik diyagramı, iki boyutta olduğu için yanlıştır, ama nitel olarak doğrudur. Burada ilginç olan nokta, *bu malzemede her atomun kesin bir yerinin olmasıdır*; kolayca takdir edersiniz ki, şu ya da bu şekilde, damlanın bir ucundaki tüm atomları, her biri belirli bir yerde olmak üzere, belirli bir düzenlemede tutabilsek, atomlar arası bağlantıların esnemez olması nedeniyle damlanın kilometrelerce uzaktaki (ölçeği büyük aldığımız için) diğer ucu belirli bir yerleşime sahip olacaktır. Öyleyse bir buz iğnesini bir ucundan tutarsak, diğer uç onu yana itmemize direnç gösterir; oysa suda durum böyle değildir, orada yapı bozulur, çünkü hareket artar, atomların tümü farklı tarzlarda oraya buraya hareket ederler. O halde katılar ile sıvılar arasındaki fark şudur: Katılarda atomlar, *kristal dizilimi* dediğimiz, bir tür dizilim şeklinde düzenlenirler, çok uzaklarda gelişigüzel yerlere sahip değildirler; kristalin bir kenarındaki atomların yerleri ile kristalin öte kenarındaki diğer atomların yerleri, milyonlarca atomun yeri tarafından belirlenir. Şekil 1-4 buz için kurulmuş bir düzenlemedir; ama buzun doğru yanlarından birçoğunu içermekle birlikte, gerçek düzenleme değildir. Doğru özelliklerinden biri, altıgen bir simetrisinin olmasıdır. Resmi bir eksen etrafında 60° döndürürsek, resmin aynı kaldığını görebilirsiniz. O halde buzda, kar taneciklerinin altı kenarlı görünüşünden sorumlu bir *simetri* vardır. Buz eridiği zaman hacminin niçin küçüldüğünü de Şekil 1-4'te görebiliriz. Buzun burada görülen kendine özgü kristal deseni içinde, gerçek buz yapısında olduğu gibi, birçok "boşluk" vardır. Bu düzenleme bozulduğunda, bu boşluklar moleküller tarafından doldurulabilir. Su ve harf dökümünde kullanılan alaşım dışında, pek çok basit malzeme eriyince genişler, çünkü katı kristalde atomlar sıkışık bir şekilde bir araya gelmişlerdir ve eriyince gelişigüzel hareketleri için daha büyük bir hacme gereksinimleri olur; fakat buz eridiğinde, o açık yapı çöker.

Buz "esnemez" bir kristal yapıya sahip olmakla birlikte, sıcaklığı değişebilir; buzun da ısısı vardır. İstersek onun ısı miktarını değiştirebiliriz. Buzda ısı

dediğimiz şey nedir? Atomlar hareketsiz değildir; hareket etmekte ve titreşmektedirler. Kristalin belirli bir düzeni –belirli bir yapısı– olmakla birlikte, bütün atomlar "yerlerinde" titreşmektedirler. Sıcaklığı artırdıkça, onlar da gitgide daha büyük genliklerle titreşerek sonunda yerlerinden koparlar. İşte buna *erime* deriz. Sıcaklığı düşürdüğümüzdeyse titreşim gittikçe azalır ve mutlak sıfırda atomların sahip olduğu titreşim miktarı bir minimum noktasına iner, fakat sıfır olmaz. Atomların sahip olabilecekleri bu minimum hareket miktarı bir maddeyi eritmeye yetmez; yalnız helyum elementi bunun dışındadır. Helyum olabildiğince atomlarının hareketlerini azaltır, fakat mutlak sıfırda bile donmasına engel olacak kadar hareket vardır. Atomları birbirlerine sıkıştırıp ezecek kadar büyük bir basınç uygulanmadıkça, helyum mutlak sıfırda bile donmaz. Onu, ancak basıncı iyice artırarak katılaştırabiliriz.

1-3 Atom süreçleri

Katılar, sıvılar ve gazlar hakkında atomik görüş açısından yeterince bilgi verdik. Atom varsayımı ayrıca süreçleri de açıklar; şimdi de birkaç sürece atomik açıdan bakacağız. İnceleyeceğimiz ilk süreç su yüzeyiyle ilgilidir. Suyun yüzeyinde ne olur? Şimdi yüzeyin havada olduğunu düşünerek, resmi daha karmaşık –ve daha gerçekçi– bir duruma getireceğiz. Şekil 1-5 havadaki su yüzeyini göstermektedir. Önceki gibi, su kütlesini oluşturan su moleküllerini görmekteyiz; fakat şimdi suyun yüzeyini de görüyoruz. Yüzeyin üzerinde birkaç şey daha görülüyor: Her şeyden önce, buharda olduğu gibi, su molekülleri var. Bu, sıvı haldeki suyun üzerinde daima bulunan *su buharı*dır. (Daha sonra betimleneceği gibi, su ile su buharı arasında bir denge vardır.) Ayrıca bazı başka moleküller de görüyoruz: işte şurada birbirine yapışık iki oksijen atomunun oluşturduğu bir *oksijen molekülü*, oradaysa iki azot atomunun birbirine yapışmasıyla meydana gelmiş bir *azot molekülü*. Hava neredeyse tamamen azot, oksijen, biraz su buharı, daha az miktarda karbondioksit, argon ve diğer şeylerden oluşmuştur. Demek ki suyun yüzeyi üzerinde, hava dediğimiz ve bir miktar su buharı içeren bir gaz var. Şimdi bu resimde neler oluyor? Sudaki moleküller daima hareket halindedirler. Zaman zaman yüzeydeki bir molekül normalden biraz daha kuvvetli bir darbe yiyerek dışarı atılır. Bunun resimde görülmesi zordur, çünkü bu *hareketsiz* bir resimdir. Fakat yüzeye yakın bir molekülün bir darbe yiyip dışarı fırlamakta olduğunu ya da belki bir başkasının bir darbeyle yüzeyden ayrılmakta olduğunu düşünebiliriz. Su böylece molekül molekül yok olur, buharlaşır. Fakat su kabının üstünü *kapatırsak*, biraz sonra hava moleküllerinin arasında çok sayıda su molekülü buluruz. Zaman zaman bu buhar moleküllerinden biri suya geri girer ve suya bağlanır. O halde anlarız ki, ölü gibi görünen, ilginç olmayan bir durum –belki yirmi yıldan beri orada durmakta olan üstü kapalı bir bardak su– gerçekte durmaksızın süregelen dinamik ve ilginç bir olay içermektedir. Bizim gözlerimize, kaba gözlerimize göre hiçbir şey değişmemektedir; fakat onu bir milyar kez büyütülmüş olarak görebilseydik, durumun sürekli olarak değiştiğini –moleküllerin yüzeyden ayrıldıklarını ve moleküllerin geri döndüklerini– görürdük.

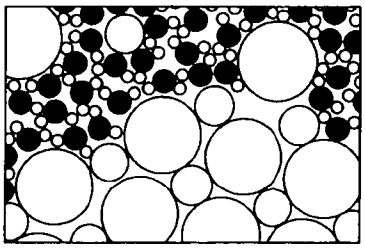


Şekil 1-5

Niçin *hiçbir değişme görmüyoruz*? Çünkü yüzeyden ayrılan molekül sayısı kadar yüzeye geri dönen molekül vardır! Uzun bir süre boyunca "hiçbir şey olmaz." Kabın üzerindeki örtüyü kaldırır ve nemli havayı üfleyip yerine kuru hava gelmesini sağlarsak, yüzeyden önceki kadar molekül ayrılır; çünkü bu, sudaki moleküllerin hareketine bağlıdır. Fakat su yüzeyinin üstünde pek az su molekülü bulunduğundan, geri dönen su molekülü sayısı büyük ölçüde azalmıştır. Bu nedenle dışarı giden içeri gelenden çoktur ve su buharlaşır. O halde, suyu buharlaştırmak istediğinizde, vantilatörü çalıştırınız!

İşte size başka bir şey daha: Sudan hangi moleküller ayrılır? Bir molekül, komşularının çekimlerinden kurtulabilmek için gerekli olan normalden biraz fazla enerjinin rastgele kendi üzerinde toplanması nedeniyle sudan ayrılır. Dolayısıyla, ayrılan moleküller ortalamadan daha fazla enerjiye sahip oldukları için, geride kalan moleküller daha önce sahip olduklarından daha az ortalama harekete sahiptir. Böylece sıvı buharlaşırsa, yavaş yavaş soğur. Kuşkusuz, bir

buhar molekülü havadan suya doğru gelirken, suya yaklaştığında birden büyük bir çekime uğrar. Bu çekim molekülün hızını artırarak ısı üretimine yol açar. Böylece moleküller sudan ayrıldıklarında ısı götürmekte; geri geldiklerindeyse ısı getirmektedirler. Kuşkusuz net bir buharlaşma olmayınca, sonuç sıfırdır; suyun sıcaklığı değişmez. Buharlaşan molekül sayısında sürekli bir artış sağlamak için su yüzeyine üflersek su soğur. Öyleyse çorbayı soğutmak için üzerine üfleyiniz!

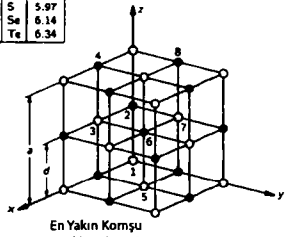


Şekil 1-6

Kuşkusuz yukarıda betimlenen süreçlerin bundan çok daha karmaşık olduklarını takdir edersiniz. Sadece su havaya çıkmakla kalmaz, fakat zaman zaman oksijen ya da azot moleküllerinden biri de suya girer ve su molekülleri topluluğu arasına karışarak "kaybolur". Böylece hava suda erir; oksijen ve azot molekülleri suya karışır ve su hava almış olur. Su kabının üzerindeki havayı birdenbire boşaltırsak, hava molekülleri suya girdiklerinden daha hızlı şekilde sudan ayrılacaklar ve bu sırada kabarcıklar oluşturacaklardır. Bu olayın dalgıçlar için çok kötü olduğunu belki bilirsiniz.

Şimdi de bir başka sürece geçelim. Şekil 1-6'da bir katının suda eriyişini atomik açıdan görüyorsunuz. Bir tuz kristalini suya atarsak, ne olacaktır? Tuz bir katıdır; bir kristal, dolayısıyla "tuz atomları"nın düzenli bir dizilimidir. Şekil 1-7, bildiğimiz tuzun, başka bir ifadeyle sodyum klorürün üç boyutlu yapısını göstermektedir. Doğrusu, tuz kristali atomlardan değil de, iyon dediğimiz şeylerden oluşmuştur. İyon, ya birkaç fazla elektrona sahip ya da birkaç elektronu noksan olan bir atomdur. Tuz kristalinde klor iyonları (bir fazla elektronlu klor atomları) ve sodyum iyonları (bir eksik elektronlu sodyum atomları) bulunur. Katı tuzda tüm iyonlar elektriksel çekimle bir arada dururlar; fakat onları su içine koyduğumuzda, negatif oksijenin ve pozitif hidrojenin iyonları çekmesi nedeniyle, bazı iyonların ayrıldıklarını görürüz. Şekil 1-6'da, serbest kalan bir klor iyonu ile suda iyon yapısında yüzen diğer atomları görüyoruz. Bu resim epeyce özenle çizilmiştir. Örneğin, dikkat ederseniz, su moleküllerinin hidrojen uçları daha çok klor iyonlarına yakın durmaktadır, sodyum iyonlarının yakınındaysa daha çok oksijen uçları vardır; çünkü sodyum iyonu pozitif ve suyun oksijen ucu negatif olduğundan birbirlerini elektriksel olarak çekerler. Bu resme bakarak tuzun suda *eridiğini* ya da *kristalleşmekte olduğunu* söyleyebilir miyiz? Kuşkusuz söyleyemeyiz, çünkü bazı atomlar kristali terk ederken, bazılarıysa onunla birleşmektedir. Süreç, tıpkı buharlaşmada olduğu gibi *dinamik*tir ve bu, suda denge için gerekli olan tuz miktarından daha çok ya da daha az tuz bulunmasına bağlıdır. Denge sözüyle, atomların kristalden ayrılma hızı ile kristale dönme hızının eşit olması halini kastediyoruz. Suda çok az tuz varsa, ayrılan atomlar dönenlerden daha fazla olur ve tuz erir. Diğer yandan, suda aşırı miktarda "tuz atomu" varsa, ayrılanlardan daha çok dönen olur ve tuz kristalleşir.

Kristal	●	○	a (Å)
Kaya tuzu	Na	Cl	5.64
Silvit	K	Cl	6.28
	Ag	Cl	5.54
	Mg	O	4.20
Galen	Pb	S	5.97
	Pb	Se	6.14
	Pb	Te	6.34



Şekil 1-7

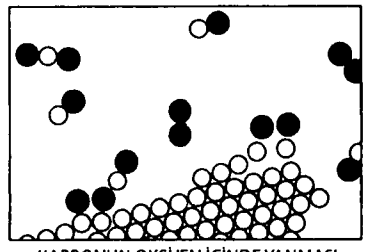
Bu arada şunu da belirtelim ki bir maddenin *molekülü* yaklaşık bir kavram olup sadece belirli bir madde grubu için söz konusudur. Su halinde üç atomun gerçekten bir araya geldiği açıktır. Katı haldeki sodyum klorürdeyse bu hiç de açık değildir. Sadece sodyum ve klor iyonları küp deseni şeklinde düzenlenmişlerdir. Onları "tuz molekülleri" olarak gruplamanın doğal bir yolu yoktur.

Çözelti ve çökelti tartışmamıza geri dönelim; tuz çözeltisinin sıcaklığını yükseltirsek, kristalden atomların ayrılma sıklığı artar, ama atomların geri dönme sıklığı da artar. İşin ne yöne gideceğini, katının daha çok mu, yoksa daha az mı çözüneceğini kestirmek genelde zordur. Sıcaklık yükseldiğinde, çoğu madde daha fazla çözünürken, bazı maddeler az çözünür.

1-4 Kimyasal tepkimeler

Şu ana kadar açıklanan süreçlerin tümünde, atomlar ve iyonlar eşlerini değiştirmemişti; fakat kuşkusuz atomların yeni moleküller oluşturmak üzere birleşimlerini değiştirdikleri durumlar vardır. Bu durum Şekil 1-8'de gösterilmektedir. Atomik eşlerin yeniden düzenlendiği bir sürece, biz *kimyasal tepkime* diyoruz. Şu ana kadar betimlenen diğer süreçlere fiziksel süreçler denir; fakat bu ikisi arasında keskin bir ayırım yoktur. (Doğa bizim o sürece hangi ismi verdi-

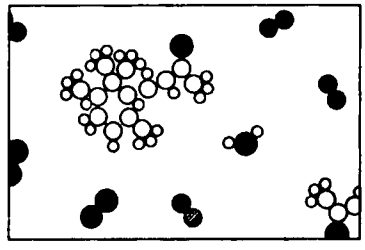
ğimize bakmaz, sadece süreci işletmeyi sürdürür.) Bu resim, karbonun oksijen içinde yanışını betimlemektedir. Oksijen molekülünde *iki* oksijen atomu birbirine çok sıkı olarak bağlıdır. (*Üçü*, hatta *dördü* neden bir araya gelip bağlanmaz? Bu durum böylesi atomik süreçlerin kendilerine özgü karakteristiğidir. Atomlar çok özeldir: Belli özel eşleri, belli yönleri vb isterler. Her birinin istediği şeyi neden istediğini çözmek fiziğin işidir. Her nasılsa, iki oksijen atomu, halinden memnun ve hoşnut olarak bir molekül oluşturur.)



KARBONUN OKSİJEN İÇİNDE YANMASI

Şekil 1-8

Karbon atomlarının katı bir kristalde (grafit ya da elmas[5] olabilir) oldukları varsayılır. Şimdi, örneğin, oksijen moleküllerinden biri karbonun üzerine gelir ve her oksijen atomu bir karbon atomu kaparak yeni bir birleşim –"karbon-oksijen"– halinde uçup gider; bu yeni birleşim, karbonmonoksit denen gazın bir molekülüdür. Ona CO kimyasal adı verilir. Çok basit: "CO" harfleri, adeta bu molekülün bir resmidir. Fakat karbon oksijeni, oksijenin oksijeni ya da karbonun karbonu çekmesinden çok daha fazla çeker. Dolayısıyla, bu süreçte oksijen karbona çok küçük bir enerjiyle gelebilir, fakat oksijen ve karbon şiddetli bir gürültü ve patırtıyla birleşirler; onlara yakın her şey enerji kazanır. Böylece büyük miktarda hareket enerjisi, diğer bir deyişle kinetik enerji üretilir. İşte buna *yanma* denir; oksijen ve karbonun birleşmesinden ısı elde ederiz. Isı normalde sıcak gazın molekül hareketleri şeklindedir; fakat bazı durumlarda öylesine devasa olabilir ki *ışık* oluşturur. İşte *alev* böyle elde edilir.



MENEKŞE KOKUSU

Şekil 1-9

Ayrıca, karbonmonoksit tam doymuş değildir. İkinci bir oksijeni de kendine bağlayabilir; böylece çok daha karmaşık bir sürece şahit oluruz: Oksijen bir yandan karbonla birleşir, diğer yandan aynı zamanda bir karbonmonoksit molekülüyle bir çarpışma yapar. Bir oksijen atomu CO'ya bağlanır ve böylece bir karbon ve iki oksijen içerdiği için CO_2'yle gösterilen ve karbondioksit denen yeni bir molekül oluşturur. Karbonu çok az oksijenle çok hızlı bir tepkimede yakarsak, hatırı sayılır miktarda karbonmonoksit meydana gelir (örneğin, bir otomobil motorunda, yanma o kadar hızlıdır ki oksijenin karbondioksit oluşturmasına zaman yoktur). Bu türden pek çok yeniden düzenlemede, tepkimelere bağlı olarak, patlama, alev vb şekillerde büyük miktarlarda enerji ortaya çıkar. Kimyacılar atomların bu düzenlenişlerini incelemişler ve her maddenin belli bir tarzda *düzenlenmiş atomlardan* ibaret olduğunu bulmuşlardır.

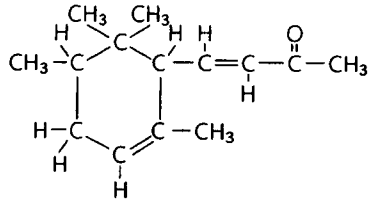
Bu düşünceyi açıklamak için, bir başka örneğe bakalım. Bir menekşe tarlasına girdiğimizde, "o koku"nun ne olduğunu biliriz. Burnumuza girmiş olan bir tür *molekül* ya da atomlar düzenidir. Her şeyden önce, burnumuza *nasıl* girer? Epeyce kolay. Koku, havada itilip kakılıp oraya buraya hareket eden bir tür molekülse, *rastgele* burnumuza girmiş olabilir. Burnumuza girmek için kuşkusuz özel bir isteği yoktur. İtişip kakışan bir moleküller kalabalığının zavallı bir parçasıdır ve amaçsız dolaşması sırasında kendisini burnumuzun içinde bulmuştur.

İşte kimyacılar menekşe kokusu gibi özel molekülleri alarak onları çözümlerler ve atomların uzaydaki *tam düzenleniş* tarzını bize söylerler. Karbondioksit molekülünün düz ve simetrik olduğunu biliyoruz: O–C–O. (Bu fiziksel yöntemlerle de kolayca belirlenebilir.) Ama kimyada var olan çok daha karmaşık atomlar için bile, uzun ve dikkate değer bir dedektiflik çalışmasıyla, onların atom dizilimlerinin bulunması olanaklıdır. Şekil 1-9 bir menekşenin yakınındaki havanın bir resmidir; havada yine azot ile oksijen ve su buharı vardır. (Neden su buharı da vardır? Çünkü menekşe *nemli*dir. Tüm bitkiler terler!) Ayrıca, orada özel bir örüntü halinde karbon atomlarından, hidrojen atomlarından ve oksijen atomlarından oluşmuş bir "canavar" da görünüyor. O, karbondioksitten çok çok karmaşık bir dizilimdedir; aslında aşırı derecede karmaşık bir dizilim. Ne yazık ki, onun hakkında kimyasal olarak bilinen her şeyi resmedemeyiz, çünkü atomların üç boyuttaki düzenlenme şekli kesin olarak bilinmekle birlikte, bizim resmimiz sadece iki boyutludur. Bir halka oluşturan altı karbon düzlemsel bir halka yapısında olmayıp bir tür "buruşuk" halkadır. Tüm açılar ve mesafeler bilinmektedir. Bu nedenle böyle bir molekülün resmi olsa olsa bir

[5] Elmas havada yanabilir.

kimyasal *denklem* olur. Kimyacı tahtaya böyle bir şey yazdığında, aslında onu iki boyutta kabaca "çizmeye" çalışmaktadır. Örneğin, altı karbondan oluşan bir halka görmekteyiz ve buna bir ucundan asılmış bir karbonlar "zinciri", sondan ikinci karbonda bir oksijen, bu karbona bağlı üç hidrojen, şurada iki karbon ve üç hidrojen vb.

Kimyacı bu düzenlemeleri nasıl bulur? Şişeler içinde bir sürü şeyi karıştırır; kırmızıya dönerse, bu ona şurada bir hidrojen ve buraya bağlı iki karbon olduğunu söyler; diğer taraftan maviye dönerse, durum hiç de böyle değil demektir. İşte bu, hep yapılan dedektif çalışmasının en şaşırtıcı parçalarından biridir: Organik kimya. Kimyacı bu aşırı karmaşık dizilimlerde atomların düzenlenişini keşfetmek için, farklı iki maddeyi karıştırdığında ne olacağına bakar. Fizikçi, kimyacının atomların düzenlenişini betimlediğinde ne dediğini bildiğine hiçbir zaman iyice inanmamıştır. Neredeyse yirmi yıldır, bazı durumlarda, böyle moleküllere (örneğimizdeki kadar karmaşık olmasa bile, onun parçalarını içeren moleküllere) fiziksel yöntemlerle bakılabiliyor ve renklere göre değil de, *nerede oldukları ölçülerek* her atomun yeri belirleniyor. Ve hayret! Kimyacılar hemen hemen hep haklı çıkıyor.



Şekil 1-10 Resimdeki madde α-irone (süsen özü)

Aslında menekşe kokusunda yalnız hidrojen atomlarının düzenlenişi bakımından hafifçe farklı üç çeşit molekül bulunduğu anlaşılmıştır.

Kimyanın bir problemi, bir maddeye –onun ne olduğunu bilmemizi sağlayacak– bir isim takmaktır. O biçime uygun bir isim bulmak! İsim sadece o biçimi söylemekle kalmamalı, aynı zamanda burada bir oksijen atomu, şurada bir hidrojen atomu olduğunu da belirtmelidir: her atom tam olarak nedir ve nerededir? O halde, bir kimyasal ismin tam olması için karmaşık olması gerektiğini takdir edersiniz. Bu molekülün hem yapısını ve hem de atomlarının düzenlenişini daha iyi anlatan ismi 4-(2, 2, 3, 6 tetrametil 5-siklohekzenil)-3-bütan-2-one'dur. Kimyacıların karşılaştıkları güçlükleri takdir ediyor ve böylesine uzun isimlerin nedenini anlıyoruz. Bu, onların gizemli kalmayı istediklerinden değil, fakat molekülleri sözcüklerle betimlemek gibi aşırı zor bir problemle karşı karşıya kaldıklarındandır.

Atomların varlığını nereden *biliyoruz*? Daha önce sözü edilen kurnazlıklardan biri vasıtasıyla: Atomların varlığını bir *varsayım* olarak kabul ederiz ve sonuçlar birer birer bizim öngördüğümüz şekilde, diğer bir deyişle nesnelerin atomlardan yapılmış olmasına uygun olarak ortaya çıkar. Biraz daha doğrudan kanıtlar da vardır; bunun güzel bir örneği şudur: Atomlar o kadar küçüktür ki onları bir ışık mikroskopuyla bile göremezsiniz; aslında, *elektron* mikroskopuyla da görünmezler. (Bir ışık mikroskobuyla ancak çok daha büyük cisimleri görebilirsiniz.) Şimdi atomlar, diyelim ki suda, sürekli hareket halindeyseler ve biz su içine atomlardan çok daha büyük bir top koyarsak, top oraya buraya hareket edecektir; tıpkı etrafındaki pek çok kişi tarafından itilen çok büyük bir topla oynanan top-itme oyununda olduğu gibi. Oyuncular topu çeşitli yönlerde iterler ve top oyun alanı içinde düzensiz şekilde hareket eder. Böylece, sudaki "büyük top" da, bir andan diğerine, bir tarafındaki vuruşların diğer tarafındakilere eşit olmaması nedeniyle aynı şekilde hareket edecektir. Dolayısıyla, mükemmel bir mikroskopla sudaki iyice küçük parçacıklara (kolloidler) bakarsak, atomların bombardımanı etkisiyle bu parçacıkların sürekli oraya buraya hareket ettiklerini görürüz. Buna *Brown hareketi* denir.

Kristallerin yapısında da atomlar için başka kanıtlar görebiliriz. X-ışınları analizlerinden çıkarılan kristal yapıları, uzaysal "biçimleri" açısından, birçok durumlarda, doğadaki kristallerin gösterdiği gerçek şekillerle uyuşurlar. Bir kristalin çeşitli "yüzleri" arasındaki açılar, kristalin atom tabakalarından meydana geldiği varsayımından çıkarılan açılarla yay saniyeleri mertebesine kadar uyuşmaktadır.

Her şey atomlardan oluşmuştur. Ana varsayım budur. Örneğin, biyolojinin her yerinde en önemli varsayım, *hayvanları oluşturan her şeyin atomlardan yapılmış olmasıdır*. Başka bir deyişle, *canlı varlıkların yaptıkları hiçbir şey yoktur ki fizik yasalarına göre hareket eden atomlardan meydana geldikleri görüşüyle açıklanamasın*. Bu konu başlangıçta bilinmiyordu: Bu varsayımı or-

taya atmak için birçok deneysel ve kuramsal çalışmanın yapılması gerekmişti, fakat artık kabul görmektedir ve biyoloji alanında yeni düşünceler üretilmesini sağlayan en yararlı kuramdır.

Yan yana atomlardan oluşan bir çelik parçası ya da bir parça tuz böylesine ilginç özelliklere sahip olabiliyorsa; dünya üzerinde binlerce kilometrelik alana yayılmış bu aynı küçük parçacıklardan başka bir şey olmayan su dalgalar ve köpükler yapabiliyor, kıyıya vurunca haşin sesler çıkarıyor, çimentoyla karışınca acayip örüntüler oluşturuyorsa; eğer bunların tümü, bir su akıntısının tüm yaşamı bir atomlar yığınından başka bir şey değilse, *acaba daha neler olabilir*? Atomları durmaksızın tekrarlayarak, belirli bir desende düzenlemek ya da onlardan menekşe kokusu gibi küçük karmaşık öbekler oluşturmak yerine, farklı atomlardan, hiç tekrarlanmayan, yerden yere *hep değişen* çeşitli şekillerde bir düzenleme yapsak, acaba bu nesne ne kadar daha olağanüstü davranabilir? Önünüzde ileri geri yürüyen, sizinle konuşan ve akıl almaz karmaşıklığıyla yapabileceği şeyleri hayal etme gücünüzü sarsan bu "nesne"nin çok karmaşık düzenlenişte bir atomlar yığınından ibaret olması mümkün müdür? Bizim bir atom yığını olduğumuzu söylediğimizde, *sadece* bir atom yığınından ibaret olduğumuzu kastetmiyoruz; çünkü birinden diğerine tekrarlanmamış bir atomlar yığını, önünüzdeki aynada gördüğünüz olanaklara tam lâyıkıyla sahip olabilir.

2

TEMEL FİZİK

2-1 Giriş

2-1 Giriş
2-2 1920'den önce fizik
2-3 Kuantum fiziği
2-4 Çekirdekler ve parçacıklar

Bu bölümde fiziğin en temel ilkelerini, nesnelerin doğasını şu anda nasıl gördüğümüzü inceleyeceğiz. Tüm bu düşüncelerin nasıl doğrulandıklarının öyküsüne girmeyeceğiz; bunu zaman geçtikçe öğreneceksiniz.

Bilimde ilgilendiğimiz şeyler çok sayıda nitelik göstererek sayısız yapıda ortaya çıkarlar. Örneğin, kıyıda durup denize baktığımızda, suyu, dalgaların parçalanışını, köpükleri, suyun çalkantı hareketini, suyun sesini, havayı, rüzgârı, bulutları, güneşi, mavi gökyüzünü ve ışığı görürüz; etrafta alabildiğine kum, çeşitli sertlikte, renk ve dokuda kayalar vardır. Hayvanlar ve yosunlar vardır; açlık ve hastalık, bir plaj gözetleyicisi... Hatta mutluluk ve düşünce bile oralarda olabilir. Doğanın herhangi başka bir yerinde de benzer bir nesneler çeşitliliğiyle ve etkileriyle karşılaşırız. Neresi olursa olsun, doğanın her yeri hep böylesine karmaşıktır. Merakımızdan, sorular sorarız, nesneleri bir araya getirmeye çalışırız ve belki de sonsuz çeşitliliğe sahip birleşimlerde oldukça küçük sayıda temel nesnelerin ve kuvvetlerin eyleminden hareketle, bu görünüm çokluğunu anlamaya çalışırız.

Örneğin, kum, kayadan başka bir şey midir? Acaba kum çok büyük sayıda küçücük taş parçacıklarından mı oluşmaktadır? Ay, muazzam büyüklükte bir kaya olamaz mı? Eğer kayaları anlarsak, kumu ve ayı da anlamış olmaz mıyız? Rüzgâr, denizdeki suyun çalkantı hareketi gibi, havanın bir çalkantısı mıdır? Farklı hareketlerin ortak özellikleri nelerdir? Kaç çeşit renk vardır? vb. Böylece her şeyi yavaş yavaş çözümlemeye, ilk bakışta farklı gibi görünen bu şeyleri bir araya getirmeye çalışırız; ümidimiz, *farklı* şeylerin sayısını azaltabilmek ve dolayısıyla onları daha iyi anlamaktır.

Birkaç yüzyıl önce, bu tür sorulara sınırlı yanıtlar bulabilmek için bir yöntem oluşturulmuştu. Bilimsel yöntem dediğimiz bu yol, *gözlem, akıl yürütme ve deney*den meydana gelmektedir. Bilimsel yöntemin uygulanmasından ortaya çıkan bazen *temel fizik* ya da temel düşünceler dediğimiz temel görüşümüzün çıplak bir anlatımına sınırlayacağız kendimizi.

Bir şeyi "anlamak" sözüyle ne demek isteriz? "Evreni" oluşturan bu hareketli nesnelerin karmaşık dizilişinin, tanrılar tarafından oynanan büyük bir satranç oyunu olduğunu ve bizim de bu oyunun seyircileri olduğumuzu düşünebiliriz. Oyunun kurallarını bilmiyoruz; sadece oyunu *seyretmemize* izin verilmiştir. Yeterince seyredersek, eninde sonunda elbette kuralların birkaçını kavrayabiliriz. *Oyunun kuralları, temel fizik* dediğimiz şeydir. Yine de, her kuralı öğrenmiş olsak bile, oyun aşırı karmaşık ve bizim aklımız sınırlı olduğu için, oyundaki özel bir hamlenin neden yapıldığını anlayamayabiliriz. Satranç oynuyorsanız, tüm kuralları öğrenmenin kolay bir iş olduğunu bilirsiniz; yine de bazen en iyi hamleyi seçmek ya da rakibin o hamleyi neden yaptığını anlamak çok zordur. Doğada da bu böyledir, hatta çok daha zordur; ama en azından bütün kuralları bulabiliriz. Aslında, şu anda kuralların tümüne sahip değiliz. (Zaman zaman hâlâ anlayamadığımız bazı şeyler ortaya çıkar.) Tüm kuralları bilmediğimiz gibi, bu kurallar cinsinden açıklayabildiğimiz şeyler de sınırlıdır; çünkü ilerde olacaklar bir yana, neredeyse tüm durumlar o kadar karmaşıktır ki kuralları kullanarak oyundaki hamleleri izleyemeyiz. Bu nedenle incelemelerimizi, daha temel bir soruya, oyunun kurallarına sınırlamalıyız. Kuralları biliyorsak, dünyayı "anlıyoruz" diyebiliriz.

Oyunu iyice çözümleyemiyorsak, "tahmin" ettiğimiz kuralların gerçekten doğru olup olmadıklarını nasıl söyleyebiliriz? Bunun için, kabaca üç yol vardır. Birincisi, doğanın düzenlediği ya da doğada bizim düzenlediğimiz öyle durumlar olabilir ki, problem, bizim kesin olarak öngöreceğimiz kadar basit ve az parçalı olur ve böylece kurallarımızın işleyiş tarzını kolayca sınayabiliriz. (Satranç tahtasının bir köşesinde sadece birkaç taş kalmıştır ve oradaki durumu tam olarak kavrayabiliriz.)

Kuralları sınamanın ikinci iyi yolu, onlardan çıkarılmış daha az özel kuralları sınamaktır. Örneğin, kural olarak fil sadece çapraz yönde hareket eder. Buna göre, kaç hamle yapmış olursa olsun, belli bir filin her zaman bir kırmızı karede olacağı sonucuna varılır. Böylece ayrıntıyı izlemeden de, filin hep kırmızı karelerde olup olmadığını araştırmakla, filin hareketleri hakkındaki düşüncelerimizi sınayabiliriz. Kuşkusuz, fil uzun süre kırmızı karelerde hareket edecektir; fakat hiç beklenmedik bir anda onu siyah bir karede de görebiliriz. (Bu arada olan şudur: Bu fil alınmıştır ve bir diğer piyon satranç tahtasının en ileri sırasına kadar giderek bir siyah karede bir file dönüşmüştür.) Fizikte de böyle olur. Uzun bir süre her şekilde, ayrıntıları izlemesek bile, mükemmelen işleyen bir kurala sahibizdir ve sonra bazen *yeni bir kural* keşfederiz. Temel fizik açısından, en ilginç olaylar kuşkusuz *yeni* yerlerde, kuralların çalışmadığı yerlerdedir, çalışan yerlerde değil! Yeni kuralları işte böyle keşfederiz.

Kurallarımızın doğru olup olmadığını söylemenin üçüncü yolu oldukça kabadır, fakat belki de yolların en güçlüsüdür. Bu, kabaca *yaklaştırma* yöntemidir. Alekhine'in *şu taşı* neden oynadığını söyleyemesek de, şahı korumak niyetiyle taşlarını onun etrafında toplamakta olduğunu kabaca anlayabiliriz, çünkü böyle durumlarda yapılacak akıllıca iş aşağı yukarı budur. Aynı şekilde, oyunu anlayış tarzımıza paralel olarak, *her bir küçük taşın* ne yaptığını görmeden yaptığımız gibi, doğayı da aşağı yukarı böyle anlayabiliriz.

Doğa olayları başlangıçta, kabaca ısı, elektrik, mekanik, manyetizma, maddenin özellikleri, kimyasal olaylar, ışık ya da optik, X-ışınları, çekirdek fiziği, kütleçekim, mezon olayları vb gibi sınıflara ayrılmıştı. Bununla birlikte, esas amaç, *tüm doğayı* bir olaylar topluluğunun farklı görünümleri olarak anlamaktır. Temel kuramsal fiziğin bugünkü problemi budur: *deneyin ardındaki yasaları bulmak, bu sınıfları birleştirmek*... Tarihsel olarak, onları birleştirmeyi daima başarmışız, fakat zaman geçtikçe yeni şeyler bulundu. Sınıfları gayet güzel bir şekilde birleştirirken, birdenbire X-ışınları keşfedildi. Biraz daha birleştirme yapmıştık ki mezonlar bulundu. Dolayısıyla, oyunun her aşamasında, işler hep daha da karışık görünüyor. Pek çok şey birleştirilmiş olsa da, oradan buradan sarkan teller ve iplikler var hâlâ. İşte açıklamaya çalışacağımız bugünkü durum budur.

Birleştirmeyle ilgili bazı tarihsel örnekler var. Önce ısı ve mekaniği ele alalım. Atomlar hareket halindeyken, sistemde ne kadar çok hareket varsa, sistem de o kadar çok ısı içerir; dolayısıyla *ısı ve tüm sıcaklık etkileri, mekanik yasalarıyla temsil edilebilir*. Diğer muazzam birleştirme, elektrik, manyetizma ve ışık arasındaki bağlantının keşfidir; bunların bugün *elektromanyetik alan* dediğimiz bir tek şeyin farklı görünümleri olduğu bulunmuştur. Bir başka örnekse kimyasal olaylar, değişik maddelerin çeşitli özellikleri ve atomik parçacıkların davranışlarının *kimyanın kuantum mekaniği* içerisinde birleştirilmesidir.

Temel soru kuşkusuz şudur: *Her şeyi* birleştirmek mümkün olacak mıdır? Ve bu evrenin, en saf haliyle, *bir tek şeyin* farklı görünümlerini temsil ettiği keşfedilecek midir? Bunu kimse bilmiyor. Bildiğimiz tek şey şu ki, yolumuzda ilerledikçe, parçaları birleştirebildiğimizi görüyoruz ve sonra bazı parçaların uymadıklarını anlıyoruz ve böylece yapboz bilmecesini bir araya getirme çalışmamızı sürdürüyoruz. Yapbozun parçaları sonlu sayıda mı, hatta bilmecenin bir sınırı var mı, kuşkusuz bunlar bilinmiyor. Resmi bitirinceye kadar da, eğer bitirilebilirse, bu asla bilinmeyecek. Burada yapmak istediğimiz şey, en az sayıda ilke içerisinde temel olayları anlamada birleştirme sürecinin nereye kadar ilerlemiş olduğunu görmek ve şu andaki durumu öğrenmektir. Bunu en basit haliyle ifade edersek, *nesneler nelerden yapılmıştır ve ne kadar az yapı-taşı vardır?*

2-2 1920'den önceki fizik

Birdenbire bugünkü görünümle başlamak biraz zor geleceği için, önce 1920'lerdeki durumu görecek ve sonra da bu tablodan bir şeyler çıkaracağız. 1920'den önce, evren tablomuz aşağı yukarı şöyleydi: Evrenin üzerinde oyununu sürdürdüğü "sahne", Öklit'in betimlediği geometrinin üç-boyutlu *uzay*ıdır ve olaylar *zaman* denen bir ortamda cereyan eder. Sahnedeki oyuncular parçacıklardır, örneğin bazı özelliklere sahip olan atomlar. İlk özellik eylemsizliktir. Bir parçacık hareket halindeyse, üzerine *kuvvet* uygulanmadıkça aynı yöndeki hareketini sürdürür. Buna göre, ikinci öğe *kuvvetler*dir. O zamanlarda iki çeşit kuvvetin var olduğu düşünülürdü. Birincisi, çeşitli atomları karmaşık bir şekilde değişik düzenlemeler halinde tutan, sıcaklığı değiştirdiğimizde tuzun daha hızlı ya da daha yavaş erimesini tayin eden aşırı derecede karmaşık ve ayrıntılı türden bir etkileşme kuvvetidir. Diğer kuvvetse uzun-erimli bir etkileşme olarak bilinen, uzaklığın karesiyle ters orantılı olarak değişen ve *kütleçekim* denen düzgün ve sakin bir çekmeydi. Bu yasa biliniyordu ve çok basitti. Fakat hareket eden cisimlerin *neden* harekette kaldıkları ya da *neden* bir kütleçekim yasasının var olduğu kuşkusuz bilinmiyordu.

Burada biz doğanın anlatımıyla ilgileniyoruz. Bu açıdan, bir gaz ve aslında tüm madde, çok büyük sayıda hareketli parçacıklardan oluşmuştur. Buna göre, deniz kıyısında dururken gördüğümüz olayların pek çoğu derhal birleştirilebilir. Önce basınca bakalım. Basınç, atomların duvarlarla ve başka nesnelerle çarpışmasından ileri gelir. Atomların sürüklenmesiyse, ortalama olarak tümü bir yönde hareket ediyorsa, rüzgârdır; *gelişigüzel* iç hareketlerse *'ısı'*dır. Çok sayıda parçacığın bir araya toplanmasıyla oluşan aşırı yoğunluk dalgaları vardır; bunlar hızla hareket ederek diğer parçacık yığınlarını ötelere iterler. Bu yüksek yoğunluk dalgası *'ses'*tir. Bu denli çok şeyi anlayabilmek, olağanüstü bir başarıdır. Bunların bir kısmı, önceki bölümde açıklanmıştı.

Kaç tür parçacık vardır? O zamanlar 92 tür parçacık olduğu düşünülüyordu; sonunda 92 farklı türden atom keşfedildi. Bunlara kimyasal özellikleriyle ilgili isimler takıldı.

Problemin bir sonraki parçası, *kısa-erimli kuvvetlerin neler olduğu*dur? Karbon neden bir oksijeni ya da belki iki oksijeni çeker, fakat üç oksijeni çekmez? Atomlar arasındaki etkileşme mekanizması nedir? Kütleçekim midir? Hayır. Kütleçekim tümden aşırı zayıftır. Fakat uzaklığın karesiyle ters orantılı olarak değişen, bu nedenle kütleçekime benzeyen, ancak çok daha büyük olan ve bir başka farka daha sahip bulunan bir kuvvet düşünün. Kütleçekimde her şey her şeyi çeker; fakat şimdi *iki tür "cevher"* olduğunu ve bu yeni kuvvetin (bu, kuşkusuz, elektrik kuvvetidir), benzer "cevher"lerin birbirlerini *itme* ve benzer olmayanlarınsa birbirlerini *çekme* özelliğine sahip olduğunu varsayın. Bu yeğin etkileşmeyi taşıyan "cevher"e yük deriz.

O halde elimizde ne var? Birbirini çeken iki benzemeyen yüke –birine artı ve diğerine eksi diyelim– sahip olduğumuzu varsayın; bu iki yük birbirine sıkıca yapışır. Biraz ötede başka bir yük daha olsun. Bu yük bir çekim hisseder mi? *Pratik olarak hiçbir çekim* hissetmez, çünkü ilk iki yük büyüklükçe eşitse, birinin çekimi diğerinin itimini dengeler. Dolayısıyla, hatırı sayılır bir uzaklıkta çok çok küçük bir kuvvet olur. Diğer yandan, üçüncü yükü ikiliye *iyice yaklaştırırsak*, bir *çekim* ortaya çıkar; çünkü benzerlerin birbiri itmesi ve benzer olmayanların çekmesi nedeniyle, üçüncü yük ikilinin kendine benzer olmayanını biraz yakınına çeker ve diğeriniyse biraz uzağa iter. Bu durumda, itme kuvveti çekme kuvvetinden daha az olacaktır. Artı ve eksi yüklerden oluşan atomların birbirlerinden hatırı sayılır uzaklıktayken çok küçük bir kuvvet (kütleçekim bir yana) hissetmelerinin nedeni budur. Birbirlerine yaklaştıklarındaysa birbirlerinin "içlerini görebilirler" ve yüklerini yeniden düzenlerler; sonuçta çok büyük bir etkileşmeye sahip olurlar. Atomlar arasındaki etkileşmenin temeli *elektrikseldir*. Bu kuvvet çok büyük olduğundan, tüm artılar ve tüm eksiler normalde oluşabilecek en sıkı düzenlenme içinde birbirlerine yaklaşacaklardır. Her şey, biz bile, çok iyi dengelenmiş, çok güçlü olarak etkileşen küçük küçük artı ve eksi kısımlardan oluşmuşuzdur. Arada bir, kaza eseri, birkaç eksi ya da artı yük

kaybedebiliriz (genellikle eksileri kaybetmek daha kolaydır); bu durumda dengelenmemiş elektriksel kuvvetler belirir ve işte o zaman bu elektriksel çekimlerin etkilerini görürüz.

Elektrik kuvvetinin kütleçekimden ne denli büyük olduğu hakkında bir fikir vermek için, bir milimetre çapında ve birbirinden otuz metre uzaklıkta iki kum tanesi düşünelim. Onların arasındaki kuvvet dengelenmemiş olsaydı, benzer yüklerin birbirlerini itmeleri yerine her şey her şeyi çekseydi, kuvvetlerin birbirlerini yok etmeleri olmasaydı, iki kum tanesi arasındaki kuvvet ne olurdu? Bu iki kum tanesi arasında *üç milyon tonluk* bir kuvvet olurdu! Görüyorsunuz ya, hissedilebilir elektriksel kuvvetler oluşturmak için eksi ve artı yüklerin sayıları arasında gereken fazlalık ya da eksiklik *çok, ama çok küçük*tür. Elektrik yüklü bir cisim ile elektrikçe yüksüz bir cisim arasındaki farkı göremeyişimizin nedeni işte budur: bu farkı yaratan parçacık sayısı o kadar azdır ki, bir cismin ağırlığına ya da büyüklüğüne neredeyse hiç etki etmezler.

Bu tablo sayesinde atomları anlamak kolaylaşmıştı. Atomların, merkezde çok ağır ve elektrikçe artı yüklü bir "çekirdek"e sahip oldukları ve çekirdeğin etrafının belirli sayıda eksi yüklü çok hafif "elektronlar"la sarılı olduğu düşünülüyordu. Şimdi öykümüzü biraz daha ileriye götürerek, çekirdeğin içinde de hemen hemen aynı ağırlıkta çok ağır iki tür parçacığın –protonlar ve nötronlar– olduğunu söyleyebiliriz. Protonlar elektrikçe yüklü, nötronlarsa yüksüzdür. Çekirdeğinin içinde altı protonu bulunan ve etrafı altı elektronla sarılmış olan bir atomumuz varsa, bu, kimyasal tabloda (periyodik cetvelde) altı numaralı elementtir ve karbon adını almıştır (sıradan madde dünyasındaki parçacıkların tümü elektronlardır ve bunlar çekirdeği oluşturan proton ve nötronlara göre çok hafiftirler). Benzer şekilde, atom numarası sekiz olana oksijen denir, çünkü kimyasal özellikler *dıştaki* elektronlara, aslında sadece kaç elektron olduğuna bağlıdır. Demek ki bir elementin kimyasal özellikleri sadece bir sayıya, elektron sayısına bağlıdır. (Kimyacıların tam elementler listesini, aslında 1, 2, 3, 4, 5, . . . gibi sayılarla adlandırabilirdik. "Karbon" yerine, altı elektron anlamında "element 6" derdik; fakat elementler ilk keşfedildiklerinde sayılarla ifade edilebilecekleri bilinmiyordu, ayrıca bu işleri oldukça karmaşık hale sokabilirdi. Bu nesneler için isim ve semboller kullanmak onları sayılarla göstermekten daha iyidir.)

Elektriksel kuvvet hakkında daha pek çok şey keşfedildi. Elektriksel etkileşmenin doğal yorumu, iki cismin basitçe birbirlerini çekmesidir: eksiye karşı artı yük. Bununla birlikte, daha sonra bunun onu temsil etmek için yeterli olmadığı görülmüştür. Durumun çok daha doyurucu bir temsili şudur: Artı yükün varlığı bir bakıma uzayı değiştirir ya da uzayda öyle bir "koşul" yaratır ki, oraya bir eksi yük getirdiğimizde bu yük kendi üzerinde bir kuvvet hisseder. İşte bu kuvvet yaratma kudretine elektrik alanı denir. Bir elektrik alanı içerisine bir elektron koyduğumuz zaman, elektron "çekilmiştir" deriz. Buna göre elimizde iki kural var demektir: (a) yükler bir alan yaratır ve (b) alanlar içinde bulunan yüklere kuvvetler uygulanır ve bu yükler hareket ederler. Bunun nedeni, aşağıdaki olayları inceledikçe açıklık kazanacaktır: Bir cismi, örneğin bir tarağı, elektrikle yükler ve sonra biraz uzağına küçük bir kâğıt parçası koyup tarağı ileri geri oynatırsak, kâğıt parçası tarağa doğru yönelip yanıt verir buna. Tarağı daha hızlı sallarsak, kâğıt parçasının biraz geri kaldığını görülür; *etkide bir gecikme vardır*. (Başlangıçta tarağı oldukça yavaş hareket ettirdiğimizde, manyetizma denen bir karışıklıkla karşılaşırız. Manyetik etkiler, *yüklerin göreli hareketleri*yle ilgilidir; dolayısıyla manyetik kuvvetler ve elektrik kuvvetleri tamamen aynı şeyin iki farklı görünümü olarak gerçekten de tek bir alana bağlanabilir. Değişen bir elektrik alanı manyetizmasız var olamaz.) Yüklü kâğıt parçasını daha da uzağa götürürsek, gecikme daha da artar. O zaman çok ilginç bir şey gözlenir. Yüklü iki cisim arasındaki kuvvetlerin uzaklığın karesiyle ters orantılı olması gerektiği halde, bir yükü salladığımızda, etkinin ilk bakışta tahmin edebileceğimizden çok daha uzaklara yayıldığı görülür. Diğer bir deyişle, etki, uzaklığın karesinin tersiyle orantılı olduğu durumdan daha da yavaş azalmaktadır.

İşte size bir benzetme: Bir su havuzunun içinde olduğumuzu ve yakınımızda yüzen bir mantar parçası bulunduğunu varsayalım; suyu başka bir mantar parçasıyla iterek ilk mantarı "doğrudan doğruya" hareket ettirebiliriz. Sadece iki mantara bakarsanız, görebileceğiniz tek şey, bir mantarın hareketine yanıt olarak diğerinin hareket etmiş olmasıdır; iki mantar *arasında bir tür "etkileşme"* vardır. Kuşkusuz, gerçekte yaptığımız şey, *suyu* karıştırmaktır; sonra *su da* diğer mantarı tedirgin eder. Buradan, 'suyu birazcık itersek, yakında yüzen bir cisim hareket eder' şeklinde bir "yasa" oluşturabiliriz. Kuşkusuz mantar çok uzakta olsaydı, hemen hemen hiç hareket etmezdi; çünkü suyu *yerel* olarak hareket ettirmiştik. Diğer yandan, mantarı hızla titretirsek, yeni bir olay ortaya çıkar; suyun hareketi biraz ötedeki suyu da hareket ettirir ve böylece uzaklaşan dalgalar oluşur. Demek ki suyu titreterek çok daha ötelerde bir etki, doğrudan etkileşmeyle anlaşılamayacak titreşimsel bir etki oluşturulabilir. Böylece doğrudan etkileşme düşüncesi yerine, havuz örneğinde suyun varlığı, elektriksel haldeyse *elektromanyetik alan* esas alınmalıdır.

Elektromanyetik alan, dalgaları taşıyabilir; bu dalgaların bazıları *ışık*tır, bir kısmı da *radyo yayınlarında* kullanılır; ama genel adlandırma *elektromanyetik dalgalar*dır. Bu titreşimsel dalgalar çeşitli frekanslarda olabilir. Dalgalar arasında gerçek farkı yaratan tek şey, *titreşimin frekansı*dır. Bir yükü gitgide artan bir hızla ileri geri sallar ve etkilerine bakarsak, farklı türden etkilerin bir tam dizisini elde ederiz; bunların tümü bir tek sayıyı, saniyedeki titreşim sayısını belirtmek suretiyle birleştirilebilir. Evlerimizde kullandığımız elektrik akımının frekansı 50 devir/saniyedir. Frekansı saniyede 500 ya da 1000 kilodevire (1 kilodevir = 1000 devir) çıkarırsak, "yayındayız" demektir, çünkü bu radyo yayıncılığında kullanılan frekans bölgesidir. (Kuşkusuz, bu dalgaların havayla hiçbir ilgisi yoktur! Radyo yayını havasız yerlerde de yapılabilir.) Frekansı biraz daha yükseltirsek, FM ve TV'nin kullandığı bölgeye gireriz. Daha ileri gittiğimizde, belli kısa dalgalara varırız: örneğin, radar dalgaları. Frekansı daha da yükseltirsek, artık eşyaları "görmek" için herhangi bir alete gerek duymayız; onları kendi gözlerimizle görebiliriz. Eğer yüklü tarağımızı saniyede 5×10^{14} devirden 5×10^{15} devire kadar olan frekans bölgesinde sallayabilseydik, bu yüklü tarağın titreşimini gözlerimizle -frekansa bağlı olarak- kırmızı, mavi ya da mor ışık olarak görürdük. Bu bölgenin altındaki frekanslara *kızılaltı* ve üstündekilere *morötesi* denir. Belirli bir frekans bölgesini gözle görebilmemiz, fizikçi açısından bu bölgenin diğer bölgelerden daha etkileyici olduğu anlamına gelmez, fakat bu bölge insan olarak bizim için kuşkusuz çok önemlidir. Daha da yüksek frekanslara çıkarsak, X-ışınlarına varırız. X-ışınları çok yüksek frekanslı ışıktan başka bir şey değildir. Daha da yükseğe çıktığımızda, gamma ışınlarına ulaşırız. Bu iki terim, X-ışınları ve gamma ışınları, neredeyse aynı anlamda kullanılır. Genelde atomlardan gelen yüksek enerjili elektromanyetik ışınları

Tablo 2-1

Elektromanyetik Spektrum

Titreşim sayısı/saniye cinsinden Frekans	İsim	kaba davranış
10^2	Elektriksel tedirgeme	Alan
$5 \times 10^5 - 10^6$	Radyo yayını	Dalga
10^8	FM – TV	Dalga
10^{10}	Radar	Dalga
$5 \times 10^{14} - 10^{15}$	Işık	Dalga
10^{18}	X – Işınları	Parçacık
10^{21}	γ – Işınları, çekirdeksel	Parçacık
10^{24}	γ – Işınları "yapay"	Parçacık
10^{27}	γ – Işınları, kozmik ışınlarda	Parçacık

X-ışınları olarak adlandırırken, çekirdeklerden gelenlereyse gamma ışınları deriz; fakat aynı frekansta olanlar, kaynakları ne olursa olsun, fiziksel bakımdan ayırt edilemezler. Eğer iyice yükseklere, diyelim ki saniyede 10^{24} devirlere çıkarsak, örneğin buradaki (CALTECH) sinkrotron hızlandırıcısında yapay olarak üretilen dalgalara erişiriz. *Kozmik ışınların* içinde akıl almaz derecede yüksek frekanslı –binlerce kez daha hızlı titreşimli– elektromanyetik dalgalar bulabiliriz. Bu dalgaları biz kontrol edemeyiz.

2-3 Kuantum fiziği

Elektromanyetik alan düşüncesini ve bu alanın dalgaları taşıyabildiğini anlattıktan sonra, bu dalgaların aslında hiç de dalgaya benzemeyen acayip bir tarzda davrandıklarını öğreniyoruz. Yüksek frekanslarda daha çok *parçacık* gibi davranırlar. 1920'den hemen sonra keşfedilen ve dalgaların bu acayip özelliklerini izah eden fizik dalı *kuantum mekaniği*'dir. 1920'den önceki yıllarda uzayın üç-boyutlu ve zamanın da ondan ayrı bir şey olduğunu düşünüyorduk; bu tablo Einstein tarafından önce dört-boyutlu uzayzaman haline getirildi ve daha sonra kütleçekimi de temsil edecek şekilde *eğri* uzayzamana dönüştürüldü. Böylece "sahne"miz artık uzayzamandır ve kütleçekim de galiba uzayzamanın biraz değiştirilmiş halidir. Ayrıca parçacıkların hareketleriyle ilgili kuralların da doğru olmadığı anlaşılmıştı. Atomların dünyasında "eylemsizlik" ve "kuvvet" gibi mekanik kuralları –Newton yasaları– *yanlıştır*. Buna karşılık, küçük ölçekli nesneler, *hiç de* büyük ölçekli nesneler gibi davranmazlar. Fiziğin güçlüğü, ama diğer taraftan da ilginçliği buradadır. Fizik zordur, çünkü küçük ölçekli nesnelerin davranış tarzı "doğallık"tan çok uzaktır; onlarla ilgili hiçbir doğrudan deneyimimiz yoktur. O ölçekte nesneler bildiğimiz gibi davranmazlar; öyle ki bu davranışı analitik yollardan başka hiçbir şekilde betimleme olanağına sahip değiliz. Bu iş gerçekten zordur, bolca hayal gücü gerektirir.

Kuantum mekaniğinin pek çok cephesi vardır. İlkin, bir parçacığın belirli bir konuma ve belirli bir hıza sahip olma düşüncesi artık geçerli değildir; bu yanlıştır. Klasik fiziğin ne denli yanlış olduğuna dair bir örnek verelim: Kuantum mekaniğindeki bir kurala göre, bir nesnenin hem nerede olduğu ve hem de hangi hızla gittiği bilinemez. Momentumun belirsizliği ile konumun belirsizliği birbirini tamamlar; bu ikisinin çarpımı, küçük bir sabitle sınırlıdır. Bu yasayı $\Delta x\, \Delta p \geq \hbar/2\pi$ şeklinde yazabiliriz. Bunu daha sonra ayrıntılı olarak açıklayacağız. Bu kural, şu gizemli ikilemi çözümler: Atomlar artı ve eksi yüklerden oluşmaktaysa, neden eksi yükler artı yüklerin tam tepesine oturup (çünkü birbirlerini çekerler) onları tamamıyla yok etmezler? *Atomlar neden bu denli büyüktür?* Neden çekirdek merkezde ve elektronlar onun etrafındadır? İlkin, çekirdek çok büyük olduğu için bu böyledir diye düşünülmüştü; fakat hayır, *çekirdek çok küçüktür*. Bir atom 10^{-8} cm'lik bir çapa sahiptir; çekirdeğin çapıysa 10^{-13} cm'dir. Bir atomu, çekirdeğini görebileceğimiz kadar büyütmek isteseydik, bu atomun tümünü geniş bir oda kadar büyütmemiz gerekirdi; o zaman çekirdeği gözümüzle sade bir leke gibi görürdük. Fakat atomun neredeyse *tüm kütlesi* o sonsuz-küçük çekirdek içindedir. Elektronları çekirdeğe düşmekten koruyan nedir? Belirsizlik ilkesi: Elektronlar tam çekirdeğe girselerdi, onların konumlarını kesin olarak bilirdik ve belirsizlik ilkesi onların çok büyük (fakat kesin olmayan) bir momentuma, diğer bir deyişle çok büyük bir *kinetik enerji*ye sahip olmalarını gerektirirdi. Bu enerjiyle elektronlar çekirdekten kopup giderlerdi. Bunun yerine bir uzlaşma sağlanır: Kendilerine bu belirsizlik için biraz yer ayırırlar ve bu ilkeye uygun belirli miktarda bir minimum hareketle titreşirler (Hatırlarsanız, bir kristal mutlak sıfıra kadar soğutulduğunda, atomların durmadıklarını, hâlâ titreştiklerini söylemiştik. Niçin? Çünkü dursalardı, nerede olduklarını ve hareketlerinin sıfıra indiğini bilirdik; bu da belirsizlik ilkesine aykırı olurdu. Nerede olduklarını ve ne kadar hızlı hareket ettiklerini bilmediğimize göre, oralarda sürekli kıpırdamakta olmaları gerekir.)

Kuantum mekaniğinin düşüncelerde ve bilim felsefesinde meydana getirdiği bir diğer ilginç değişim de şudur: Herhangi bir durumda ne olacağını önceden tam olarak kestirmek mümkün değildir. Örneğin, bir atomu ışık yayınımına ha-

zır hale getirebilir ve ışığı saldığı anı bir foton parçacığını yakalayarak ölçebiliriz. Fakat ışığı *ne zaman* yayınlayacağını ya da çok atom varsa, hangisinin yayınlayacağını önceden kestiremeyiz. Bunun nedeni, atomda bulunan fakat bizim henüz dikkatle bakmadığımız bir "iç düzen" olabilir diyebiliriz. Ama hayır, bir iç-düzen falan yoktur. Doğa, bugün anladığımız kadarıyla, öyle davranır ki verilen bir deneyde *tam olarakne olacağını kesin biçimde söylemek temelden olanaksızdır*. Bu korkunç bir şey; aslında daha önceleri filozoflar, aynı koşullar sağlandığı takdirde, mutlaka aynı şeyin meydana gelmesi bilimin temel gereklerinden biridir diyorlardı. Oysa bu hiç de doğru değildir; bu, bilimin temel bir koşulu değildir. Aslında aynı şey meydana gelmez; biz ne olacağı konusunda, ancak istatistiksel bir ortalama bulabiliriz. Bununla birlikte, bilim tam anlamıyla çökmüş de değildir. Filozoflar, bilim için *mutlaka gerekli* olan şeyler konusunda yeri geldikçe konuşurlar; fakat bunların çoğu, hep görüldüğü gibi, pek bilmeden safça söylenmiş, genelde de yanlış şeylerdir. Bir profesör, 'Stockholm'de bir deney yapılsa ve sonra aynı deney diyelim ki Quito'da (Ekvator'un başkenti) tekrarlansa; orada da aynı sonucun bulunması gerekir; bu, bilimsel çalışmanın temelidir' demişti. Oysa bu çok yanlıştır. Bilimin bunu sağlaması gerekmez; deney bunu gösterebilir, fakat gerekli değildir. Örneğin, deneylerin biri Stockholm'de gökyüzüne bakıp kuzey ışıklarını (Aurora borealis) görmekse, onu Quito'da göremezsiniz; bu farklı bir olaydır. Fakat bu dışarısıyla ilgili bir olaydır; Stockholm'de kendinizi bir kutuya kapatıp perdeleri de çekerseniz, herhangi bir fark olur mu?" diyeceksiniz. Kesinlikle. Her yönde salınabilen bağlantılı bir sarkacı yana çekip bırakırsanız, bu sarkaç neredeyse bir düzlemde salınacaktır, fakat tam da öyle değil. Stockholm'de bu salınım düzlemi yavaş yavaş değişir, ama Quito'da değişmez. Perdeler kapansa da. Bir deneyin farklı yerlerde farklı sonuçlar vermesi, bize bilimin yıkıldığını göstermez. Bilimin temel varsayımı, temel felsefesi nedir? Birinci bölümde onu şöyle ifade etmiştik: *Bir düşüncenin tek geçerlilik testi deneydir*. Eğer pek çok deney hem Stockholm'de ve hem de Quito'da aynı şekilde işliyorsa, o zaman bu "pek çok deney" bir genel yasanın formüle edilmesinde kullanılabilir; ama aynı sonucu vermeyen deneyler için, onların Stockholm yakınındaki çevrenin bir sonucu olduğunu söyleriz. Deneyin sonuçlarını özetleyecek bir yol icat ederiz; bu yolun neye benzeyeceğinin daha önceden bize belirtilmesi gerekmez. Aynı deneyin daima aynı sonuçları vereceği bize söylenirse, pek iyi olur; fakat onu denediğimizde aynı sonucu vermezse, vermez, ne yapalım. Biz sadece ne gördüysek, onu kabul etmek durumundayız ve bundan sonra düşüncelerimizin geri kalanını gerçek deneyimlerimize göre denklemlere dökeriz.

Yeniden kuantum mekaniğine ve temel fiziğe dönelim; kuşkusuz burada kuantum mekaniksel ilkelerimizin ayrıntılarına giremeyiz, çünkü onları anlamak oldukça zordur. Bu ilkelerin var olduklarını kabul edecek ve bazı sonuçlarını betimlemeye girişeceğiz. Sonuçlardan biri, dalga olarak ele almaya alıştığımız şeylerin parçacık gibi de davrandıkları ve parçacık olduklarına alıştıklarımızın da dalga niteliğine de sahip olduklarıdır; aslında her şey aynı davranışı göstermektedir. Parçacık ile dalga arasında bir ayrım yoktur. Kuantum mekaniği, alan kavramını, onun dalgalarını ve parçacıklarını, hepsini *birleştirir*. Şimdi, frekans düşükse, olayın alan görünümü daha açıktır ya da günlük deneyimlerimize dayanan yaklaşık bir anlatım için daha yararlıdır. Fakat frekans yükseldikçe, olayın parçacık görünümü, genellikle ölçme yapılan gereçlerle daha açık hale gelir. Aslında, birçok frekanstan söz ettiğimiz halde, henüz doğrudan 10^{12} devir/saniyenin üzerinde bir frekans içeren hiçbir olay saptanmamıştır. Biz daha yüksek frekansları sadece, kuantum mekaniğinin parçacık-dalga düşüncesini kabul eden bir kural aracılığıyla, parçacıkların enerjisinden çıkarırız.

Böylece elektromanyetik etkileşme konusunda yeni bir görüş kazanmış oluyoruz. Artık elektron, proton ve nötrona eklenecek yeni bir parçacık türümüz daha var. Bu yeni parçacığa *foton* denir. Elektronlar ile fotonların etkileşmesini içeren, fakat kuantum mekaniği açısından da doğru olan elektromanyetik kuramın bu yeni görünümüne *kuantum elektrodinamiği* adı verilir. Işık ve maddenin ya da elektrik alanı ile yüklerin etkileşmesinin bu temel kuramı, fizikte bugüne dek elde edilmiş olan en büyük başarıdır. Bu bir tek kuramın içinde, küt-

leçekim ve çekirdek süreçleri hariç, geri kalan tüm olağan olayların temel kuralları yer almaktadır. Örneğin, tüm bilinen elektriksel, mekanik ve kimyasal yasalar kuantum elektrodinamiğinden çıkar: bilardo toplarının çarpışma yasaları, manyetik alanlar içinde iletken tellerin hareketi, karbonmonoksitin öz ısısı, neon sinyallerinin rengi, tuzun yoğunluğu ve su oluşturmak üzere hidrojen ve oksijenin tepkimeleri, bunların tümü bu tek yasanın sonuçlarıdır. Eğer durum bir yaklaştırma yapmak için yeterince basitse, tüm bu ayrıntılar incelenebilir; gerçi bu neredeyse hiçbir zaman olmaz, ama sık sık ne olduğunu az çok anlayabiliriz. Şu an için, çekirdekler konusu dışında, kuantum elektrodinamiği yasalarına uymayan bir durum ortaya çıkmamıştır; çekirdekte de böyle bir durum olup olmadığını bilmiyoruz, çünkü çekirdek içinde olup bitenler konusunda pek bilgimiz yok. Bu durumda, ilke olarak, kuantum elektrodinamiği tüm kimyanın ve tüm yaşamın kuramıdır; eğer yaşam en sonunda kimyaya ve dolayısıyla fiziğe indirgenirse, ki kimya zaten fiziğe indirgenmiş durumdadır (fiziğin kimyaca içerilen kısmı zaten bilinmektedir). Üstelik, aynı kuantum elektrodinamiği, bu büyük kuram, pek çok yeni şey öngörmektedir. İlk sırada, çok yüksek enerjili fotonların, gamma ışınlarının ve benzerlerinin özelliklerini bize söylemektedir. Çok dikkate değer bir başka şey de önermektedir: Elektronun yanı sıra, aynı kütleli fakat zıt yüklü *pozitron* denen bir başka parçacık daha olmalıdır; bu ikisi, bir araya geldiklerinde, ışık ya da gamma ışınları yayınlayarak birbirlerini yok ederler. (Zaten ışık ve gamma ışınları aynı şeydir; sadece farklı frekans bölgelerinde yer alırlar.) Bunun, 'her parçacığın bir karşı parçacığı vardır' şeklindeki genellemesinin doğruluğu sonunda anlaşılmıştır. Elektronun karşı parçacığına ayrı bir isim verilmiştir: pozitron. Fakat diğerlerinin çoğu için karşı parçacığına karşı-falan-filan denir: karşı-proton, karşı-nötron vb gibi. Kuantum elektrodinamiğinde iki sayı baştan verilir ve diğerlerinin bunlardan hesaplanabileceği varsayılır. Doğrudan verilen bu iki sayı, elektronun kütlesi ve elektronun yüküdür. Aslında bu tam da doğru değildir; çünkü kimyada bize çekirdeklerin ağırlıklarını bildiren pek çok sayı daha vardır. Bu bizi aşağıdaki kesime getirir.

2-4 Çekirdekler ve parçacıklar

Çekirdekler nelerden yapılmıştır ve onlar nasıl bir arada tutulurlar? Çekirdeklerin muazzam kuvvetlerle bir arada tutuldukları anlaşılmıştır. Bu kuvvetlerin salıverilmesi halinde, ortaya çıkan enerji kimyasal enerjiyle karşılaştırıldığında korkunç derecede büyüktür: atom bombasının TNT (dinamit) patlamasına oranı gibi. Çünkü dinamit patlaması, atomların çevresindeki elektronların değişimleriyle ilgilidir, oysa atom bombası, çekirdek içindeki değişimlerle ilgilidir. Soru şudur: Proton ve nötronları çekirdek içinde bir arada tutan kuvvetler ne türden kuvvetlerdir? Tıpkı elektriksel etkileşmelerin foton denen bir parçacıkla ilişkilendirilmiş olması gibi, Yukawa da nötronlar ve protonlar arasındaki kuvvetlerin bir tür alana sahip olduğunu ve bu alandaki kıpırtıların bir parçacık gibi davranacağı önerisinde bulunmuştu. Böylece dünyada proton ve nötronların yanı sıra, bazı başka parçacıklar da bulunabilirdi ve Yukawa bu parçacıkların özelliklerini çekirdek kuvvetlerinin zaten bilinen niteliklerinden çıkarabilmişti. Örneğin, bunların kütlelerinin elektron kütlesinin iki ya da üç yüz katı kadar olması gerektiğini öngörmüştü. Hayret ki hayret! Kozmik ışınlarda tam o kütlede bir parçacık keşfedildi! Fakat daha sonra onun yanlış parçacık olduğu anlaşıldı. O parçacığa μ-mezon ya da müon adı verildi.

Bununla birlikte, kısa bir süre sonra, 1947 ya da 1948'de Yukawa'nın ölçütlerini sağlayan ve π-mezon ya da pion adı verilen bir başka parçacık daha bulundu. O halde çekirdek kuvvetlerini elde edebilmek için, proton ve nötronun yanına pionu da eklemeliyiz. Şimdi diyebilirsiniz ki "Şahane! Bu kuramla, tam Yukawa'nın istediği gibi, pionları kullanarak kuantum nükleodinamiğini kurabiliriz ve çalışıyor mu diye bakarız ve böylece her şeyi açıklayabiliriz." Ama kötü şans. Bu kuramı içeren hesaplamaların öylesine zor oldukları anlaşılmıştır ki hiç kimse bu kuramın sonuçlarının ne olacağını çıkaramamış ya da deneyle sınayamamıştır. Bu durum neredeyse yirmi yıldır böyle sürüp gitmektedir.

Böylece, doğru mu yanlış mı olduğunu bilmediğimiz bir kurama takılıp kaldık; aslında onun biraz yanlış ya da en azından noksan olduğunu biliyoruz. Biz

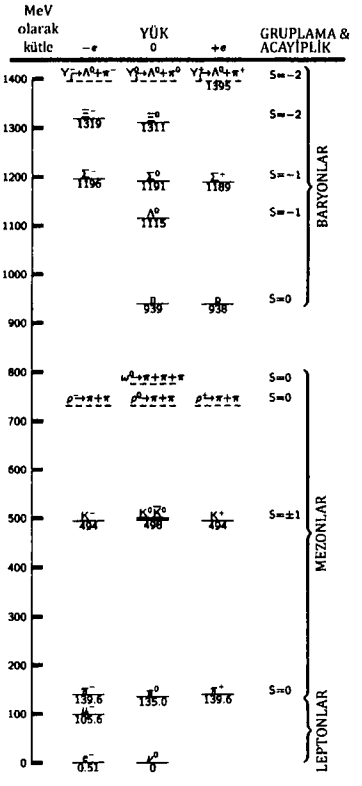
kuramsal çalışmalarla oyalanırken, bu kuramın sonuçlarını hesaplamaya çalışırken, deneysel fizikçiler bazı şeyler keşfediyorlardı. Örneğin, onlar şu μ-mezonunu ya da müonu keşfettikleri halde, biz onun nereye uyabileceğini henüz bilmiyoruz. Ayrıca, kozmik ışınlarda çok sayıda başka "yeni" parçacıklar da bulundu. Bugün neredeyse otuz kadar parçacığımız var; bu parçacıkların ilişkilerini, doğanın onları neden istediğini ya da birbirleriyle olan bağlantılarını anlamak çok zordur. Bugün için bu parçacıkları, aynı şeyin farklı görünümleri olarak algılamıyoruz. Birbiriyle bağlantısız görünen bu kadar çok parçacığın var olması, iyi bir kurama sahip olmadan bu kadar çok ilişkisiz bilgiye sahip olduğumuzu gösteriyor. Kuantum elektrodinamiğinin büyük başarılarından sonra, çekirdek fiziği konusunda birazı kuramsal ve birazı da deneysel olmak üzere epeyce kaba bilgi toplanmış bulunuyor; bu bilgiler, protonlar ve nötronlar arasında, aslında nereden kaynaklandığını pek anlamadığımız, bir tür kuvvetin varlığını kabul ederek ve neler olacağına bakarak elde edilmiştir. Bunun dışında, bu konuda çok az ilerledik. Kimyada bir zamanlar çok sayıda kimyasal element toplamıştık; orada bu elementler arasında birden bire hiç beklenmedik bir bağıntı ortaya çıkmış ve Mendeleyev'in periyodik tablosunu oluşturmuşlardı. Örneğin, sodyum ve potasyum kimyasal özellikleri açısından hemen hemen aynıdır ve Mendeleyev tablosunda aynı sütunda yer alırlar. Fizikteki yeni parçacıklar için de Mendeleyev-tipi bir tablo aramaktayız. Yeni parçacıkların böyle bir tablosu, birbirinden bağımsız olarak, Amerika Birleşik Devletleri'nde Gell-Mann ve Japonya'da Nishijima tarafından yapılmıştır. Onların sınıflandırmasının temelinde, elektrik yükü gibi, "acayiplik" sayısı (S) denen ve her parçacığa verilen yeni bir sayı vardı. Elektromanyetik etkileşme süreçlerinde elektrik yükü nasıl korunuyorsa, bu sayı da çekirdek kuvvetleriyle meydana gelen tepkimelerde korunur.

Tüm parçacıklar Tablo 2-2'de listelenmiştir. Bu aşamada onları pek fazla tartışamayacağız, fakat bu tablo en azından size ne kadar çok şey bilmediğimizi gösterecektir. Her parçacığın altında, MeV denen belirli bir birim cinsinden onun kütlesi gösterilmektedir. Bir MeV, $1{,}783 \times 10^{-27}$ grama eşittir. Bu birimin seçilme nedeni tarihseldir; şimdi buna hiç girmeyeceğiz. Daha ağır parçacıklar tabloda daha yukarıya yerleştirilmiştir; tabloda nötron ve protonun neredeyse aynı kütleye sahip olduklarını görmekteyiz. Aynı elektrik yüklü parçacıkları aynı düşey sütunlara koyduk; tüm yüksüz nesneler bir sütunda, tüm artı yüklüler onun sağında ve tüm eksi yüklüler solundadır.

Parçacıklar dolu çizgiyle, "rezonanslar" ise kesikli çizgiyle gösterilmiştir. Birçok parçacık tabloya konmamıştır. Bunlar baryon-mezon-lepton sınıflama şeması içine düşmeyen, foton ve graviton gibi, önemli sıfır-kütleli, sıfır-yüklü parçacıklardır. Ve daha yeni rezonanslardan bazılarını da (K^*, ϕ, η) tabloya eklemedik. Mezonların karşı parçacıklarını tabloda görüyorsunuz; fakat leptonların ve baryonların karşı parçacıklarını, sıfır-yüklü sütuna göre yansımış tamamen bu tablo gibi görünen bir başka tabloya yerleştirmek gerekir. Elektron, nötrino, foton, graviton ve proton dışındaki parçacıkların tümü kararsız olmakla birlikte, tabloda sadece rezonansların bozunum ürünleri gösterilmiştir. Leptonlar çekirdeklerle yeğin olarak etkileşmedikleri için, onlara acayiplik sayısı verilemez.

Nötron ve protonla birlikte olan tüm parçacıklara baryon denir ve bu sınıfın diğer üyeleri şunlardır: 1115 MeV kütleli bir "lambda" (Λ^0) , birbirine çok yakın kütlelere sahip "sigma" (Σ) denen eksi yüklü, yüksüz ve artı yüklü üç başka parçacık ve birbirine yakın kütlelere sahip "ksi" (Ξ) adında eksi yüklü ve yüksüz iki parçacık daha. Tekrar vurgularsak, baryonlar sınıfı içinde, hemen hemen aynı kütleli (kütle farkları yüzde 1 veya 2 kadar olan) "çoklu"* dediğimiz parçacık grupları vardır. İlk çoklu, proton-nötron ikili'sidir, sonraki bir tekli'dir (lambda), daha sonra sigma üçlüsü gelir ve en sonunda ksi üçlüsü yer alır. Çok yakınlarda, 1961'de, birkaç parçacık daha bulunmuştu. Acaba bunlar parçacık mıydı? Bunlar o kadar kısa yaşarlar ki, neredeyse oluşur oluşmaz bozunurlar. Bunları yeni parçacıklar olarak mı, yoksa bozunmalarından doğan Λ ve π ürünlerinin belirli bir enerjideki "rezonans" etkileşmesi olarak mı ele almak gerekir bilmiyoruz.

Tablo 2-2
Elektromanyetik Spektrum



* *İng.* multiplet –çn.

Baryonlara ek olarak, çekirdek etkileşmelerine katılan diğer parçacıklara *mezonlar* denir. Bunların başında, artı, eksi ve yüksüz üç çeşit halinde pionlar gelir; bunlar bir diğer üçlü oluşturur. K-mezon denen bazı yeni parçacıklar da bulunmuştu; bunlar bir (K^+, K^0) ikilisi meydana getirir. Ayrıca, bir parçacık kendi kendisinin karşı parçacığı olmadıkça, her parçacığın bir karşı parçacığı vardır. Örneğin, π^- ile π^+ birbirlerinin karşı parçacıklarıdır, fakat π^0'ın karşı parçacığı kendisidir. K^- ile K^+ birbirlerinin karşı parçacıklarıdır; K^0'ın karşı parçacığı $\overline{K^0}$'dır. Bunlara ek olarak, 1961'de daha başka mezonlar ya da oluşur oluşmaz bozunan sözde-mezonlar bulunmuştu. Onlardan biri, omega (Ω) denen ve üç piona bozunan 780 MeV kütleli bir mezondur; daha az kesin olan bir başkası, iki piona bozunan bir nesnedir. Mezonlar ve baryonlar adı verilen bu parçacıklar ile mezonların karşı parçacıkları aynı tablodadırlar; fakat baryonların karşı parçacıklarının, bu tablonun sıfır-yük sütununa göre "yansımış"ı olan bir başka tabloda gösterilmeleri gerekir.

Nasıl ki Mendeleyev'in o güzel tablosunda tablonun dışına sarkan çok sayıda nadir toprak elementi varsa, bizim parçacık tablomuzda da dışarıya sarkan şeyler var: çekirdeklerin içinde yeğin olarak etkileşmeyen, çekirdek etkileşmesiyle ilgisi olmayan ve yeğin etkileşmeye sahip olmayan parçacıklar (yeğin etkileşmeyle, çekirdeksel enerjinin bir tür çok güçlü etkileşmesi kastedilmektedir). Bu parçacıklara leptonlar denir: En başta elektron vardır, bu ölçekte çok küçük bir kütleye sahiptir, sadece 0,510 MeV. Sonra şu diğeri, μ-mezon veya müon gelir; çok büyük kütlelidir, elektrondan 206 kez daha ağırdır. Bugüne kadar yapılmış olan deneylere bakarak diyebiliriz ki elektron ile müon arasındaki tek fark kütledir. Birinin diğerinden daha ağır olması dışında, müonla ilgili her şey, tıpkı elektronla olanlar gibidir. Niçin daha ağır bir diğeri vardır? Onun yararı nedir? Bunu bilmiyoruz. Ayrıca, nötrino denen yüksüz bir lepton daha vardır ve kütlesi sıfırdır. Aslında, şimdi biri elektronla ve diğeri müonla ilgili iki farklı türden nötrinonun var olduğu biliniyor.

Son olarak, çekirdek parçacıklarıyla yeğin şekilde etkileşmeyen iki parçacığa daha sahibiz: Bunlardan biri fotondur ve eğer kütleçekim alanının kuantum mekaniksel bir benzeri varsa (kütleçekimin kuantum kuramı henüz kurulamamıştır), belki diğeri de sıfır kütleli graviton olacaktır.

Bu "sıfır kütle" de nedir? Burada verilen kütleler, parçacıkların *durgun haldeki kütleleri*dir. Bir parçacığın sıfır kütleye sahip olması, bir bakıma o parçacığın durgun olamayacağı anlamına gelir. Bir foton asla durgun olamaz; daima saniyede 300.000 km hızla hareket halindedir. Görelilik kuramını anladığımızda, kütlenin ne anlama geldiğini de daha iyi anlayacağız. Zamanı gelince bu kuramı göreceğiz.

Böylece, hep birlikte maddenin temel yapı-taşları gibi görünen çok sayıda parçacıkla karşı karşıya bulunmaktayız. İşin iyi tarafı, bu parçacıkların birbirleriyle etkileşmeleri açısından tümüyle *farklı olmamaları*dır. Aslında, parçacıklar arasında sadece *dört tür* etkileşme var gibi görünüyor; bunlar, azalan şiddet sırasına göre, çekirdek kuvveti, elektriksel etkileşmeler, beta-bozunumu etkileşmesi ve kütleçekimdir. Foton tüm yüklü parçacıklarla bağlanmaktadır ve etkileşim şiddeti, değeri 1/137 olan bir sayıyla ölçülür. Bu bağlanmanın ayrıntılı yasası, kuantum elektrodinamiği olarak bilinmektedir. Kütleçekim her ener-

Tablo 2-3
Temel Etkileşimler

Bağlanma	Şiddet*	Yasa
Yüklü parçacıklara foton	$\sim 10^{-2}$	yasa biliniyor
Tüm enerjiye kütleçekim	$\sim 10^{-40}$	yasa biliniyor
Zayıf bozunumlar	$\sim 10^{-5}$	yasa kısmen biliniyor
Baryonlara mezonlar	~ 1	yasa bilinmiyor (bazı kurallar biliniyor)

* "Şiddet", her etkileşmedeki bağlanma sabitinin boyutsuz bir ölçüsüdür; ~ işaretiyse "mertebesinde" anlamındadır.

jiye bağlanmaktadır; fakat bu bağlanma aşırı derecede zayıf, elektriksel bağlanmadan çok çok zayıftır. Bu yasa da bilinmektedir. Sonra zayıf bozunumlar vardır; nötronun oldukça yavaş bir şekilde proton, elektron ve nötrinoya parçalanmasına neden olan beta bozunumu. Bu yasa da kısmen biliniyor. Yeğin etkileşme denen mezon-baryon etkileşmesiyse, bu ölçekte 1 şiddetine sahiptir ve bu tür süreçlerde baryon sayısının değişmemesi gibi bazı kurallar bilinmekle birlikte, yeğin etkileşmeyle ilgili yasa bizim için henüz meçhuldür.

İşte bilgimizin bugünkü korkunç durumu. Özetlemek gerekirse, şunu söyleyebiliriz: Çekirdeğin dışında her şeyi biliyoruz gibi görünüyor; çekirdek içindeyse kuantum mekaniği geçerlidir; kuantum mekaniği ilkelerinin hiçbir başarısızlığı görülmemiştir. Diyebiliriz ki üzerine tüm bilgilerimizi koyduğumuz sahne, göreli uzayzamandır; belki de kütleçekim de uzayzamanca kapsanmaktadır. Evrenin nasıl başladığını bilmiyoruz; uzay ve zamanla ilgili düşüncelerimizi doğru şekilde sınamak için, çok küçük uzaklıkların daha altında, hiç deney yapmadık. Böylece biz sadece düşüncelerimizin bu uzaklığın üstünde işlediğini *biliyoruz*. Şunu da eklemeliyiz ki, oyunun kuralları kuantum mekaniksel ilkelerdir ve bu ilkeler hem eski hem de, bildiğimiz kadarıyla, yeni parçacıklara uygulanır. Çekirdek içindeki kuvvetlerin kaynağı bizi yeni parçacıklar götürüyor, fakat ne yazık ki bunların çok fazla sayıda oldukları görülüyor; aralarında bizi hayrete düşüren bazı bağıntılar olduğunu biliyorsak da, aralarındaki tüm ilişkileri tam olarak anlamaktan yoksunuz. Atom-altı parçacıklar dünyasını anlamaya doğru el yordamıyla ilerliyor gibiyiz, fakat bu işte daha ne kadar ileriye gidebileceğimizi gerçekten de bilmiyoruz.

3
FİZİĞİN DİĞER BİLİMLERLE İLİŞKİSİ

3-1 Giriş
3-2 Kimya
3-3 Biyoloji
3-4 Astronomi
3-5 Jeoloji
3-6 Psikoloji
3-7 Bu duruma nasıl geldi?

3-1 Giriş

Fizik, bilimlerin en temel olanıdır ve temel bilimlerin tümünü kapsadığı gibi bilimsel gelişmelerin tümünü de derinden etkilemiştir. Aslında fizik, modern bilimlerin doğduğu *doğa felsefesi*nin bugünkü eşdeğeridir. Pek çok bilim dalındaki öğrenciler, tüm olaylarda oynadığı temel rol nedeniyle, kendilerini fizik derslerinde bulurlar. Bu bölümde, diğer bilimlerdeki temel problemleri anlatmaya çalışacağız; fakat kuşkusuz bu kadar kısa sürede diğer bilimlerin karmaşık, ince ve güzel yanlarını gerçek ayrıntılarıyla ele almak mümkün değildir. Yerimizin darlığı, ayrıca fiziğin mühendislik, endüstri, toplum ve savaşla olan ilgisini ve hatta matematikle fizik arasındaki dikkat çekici bağlantıyı tartışmaktan bizi alıkoymaktadır. (Matematik, bir *doğa* bilimi olmadığından, bize göre bir bilim değildir; çünkü doğruluğu deneyle sınanamaz.) Bununla birlikte şunu daha başlangıçta belirtelim ki, bir şeyin bilim olmaması, onun kötü olmasını gerektirmez. Örneğin aşk bir bilim değildir. O halde, bir şeyin bilim olmadığını söylemek, onda mutlaka bir anormallik var demek değildir; sadece bilim değil demektir.

3-2 Kimya

Fiziğin en derinden etkilediği bilim herhalde kimyadır. Tarihsel olarak, kimyanın ilk günlerinde en çok uğraşılan konu, şimdi inorganik kimya dediğimiz canlılarla ilgili olmayan maddelerin kimyası idi. Çok sayıda elementin varlığını ve aralarındaki ilişkileri –kayalarda, toprakta ve benzeri yerlerde bulunan oldukça basit birçok bileşiği nasıl meydana getirdiklerini– keşfetmek için pek çok analizin yapılması gerekiyordu. Bu erken dönem kimyası, fizik için çok önemliydi. İki bilim arasındaki etkileşme çok önemliydi, çünkü atom kuramı büyük oranda kimyadaki deneylerle kanıtlanmıştı. Kimya kuramı, diğer bir deyişle tepkimelerin kuramı, çeşitli elementler arasındaki birçok garip ilişkiyi açıklayan Mendeleyev'in periyodik tablosunda geniş ölçüde özetlenmişti; hangi maddenin hangi maddeyle ve nasıl birleşeceğini belirten kurallar topluluğu da inorganik kimyayı oluşturmaktaydı. Tüm bu kurallar en sonunda ilke olarak kuantum mekaniğiyle açıklanmıştı; buna göre, kuramsal kimya aslında fizikten başka bir şey değildir. Öte yandan, bunun sadece *ilkesel* bir açıklama olduğu da vurgulanmalıdır. Satranç kurallarını bilmekle bu oyunu oynayabilmek arasındaki ayırımı zaten tartışmıştık. Dolayısıyla kuralları çok iyi bildiğimiz halde, oyunu iyi oynayamayabiliriz. Verilen bir kimyasal tepkimede ne olacağını önceden kesin olarak söylemek çok zor olabilir; yine de kuramsal kimyanın iyice derin kısımları, kuantum mekaniğiyle incelenir.

Fizik ve kimyanın birlikte geliştirdiği aşırı derecede önemli bir bilim dalı daha vardır. *İstatistik mekanik* denen bu bilim dalı, içinde mekanik yasalarının geçerli olduğu durumlara istatistik yöntemlerin uygulanmasıdır. Her kimyasal tepkimede çok büyük sayıda atom yer alır ve bu atomların etrafta iyice gelişigüzel ve çok karmaşık bir şekilde dolaştıklarını biliyoruz. Her çarpışmayı çözümleyebilip her molekülün hareketini tüm ayrıntılarıyla izleyebilseydik, tepkimede ne olacağını kavramayı umabilirdik; fakat tüm bu molekülleri izleyebilmek için gereken sayılar, her bilgisayarın ve kesinlikle her insan beyninin kapasitesini öylesine çok aşmaktadır ki bu denli karmaşık durumlarla uğraşmaya uygun bir yöntem geliştirmek önemli hale gelmişti. İstatistik mekanik zaten ısı olaylarının ya da termodinamiğin bilimidir. İnorganik kimya, bir bilim olarak, artık esas olarak fizikokimya ve kuantum kimyasına indirgenmiştir. Fizikokimya, tepkimelerin hızlarını ve neler olacağını (moleküller nasıl çarpışır? Önce hangi parçalar ayrılıp gider?) ayrıntılarıyla inceler; kuantum kimyasıysa meydana gelen olayları fizik yasalarıyla anlamamıza yardımcı olur.

Kimyanın bir diğer dalı, canlılarla ilgili maddelerin kimyasıyla uğraşan *organik kimya*dır. Bir zamanlar canlı nesnelerle ilgili maddelerin, inorganik malzemelerden yapay olarak meydana getirilemeyecek kadar olağanüstü oldukları na inanılıyordu. Bu hiç de doğru değildir: bunlar inorganik kimyada yapılmış olan maddelerin aynısıdır; fakat çok daha karmaşık atom dizilimleri içerirler. Organik kimyanın ona malzeme temin eden biyolojiyle ve endüstriyle yakından ilişkili olduğu açıktır ve ayrıca fizikokimya ve kuantum mekaniği hem organik hem de inorganik bileşiklere büyük ölçüde uygulanabilir. Bununla birlikte, organik kimyanın ana problemleri bu alanlarda olmayıp, daha çok biyolojik sistemlerde, canlı nesnelerde oluşan maddelerin çözümlenmesi ve birleştirilmesindedir. Bu bizi farkında olmadan adım adım biyokimyaya ve oradan da biyolojinin kendisine ya da moleküler biyolojiye götürür.

3-3 Biyoloji

Böylece canlı nesnelerin incelenme alanı olan *biyoloji* bilimine gelmiş oluyoruz. Biyolojinin ilk günlerinde, biyologlar sırf tanımlama sorunlarına el atıp ne gibi canlıların var olduğu üzerinde çalışmak durumundaydılar ve böylece pirelerin ayaklarındaki kılları saymak gibi şeylerle uğraştılar. Bu tür konular büyük bir merakla çalışılıp çözüldükten sonra, biyologlar canlı varlıkların içlerindeki mekanizmaya yöneldiler; ince ayrıntıları elde etmek büyük gayret gerektireceği için, doğal olarak, önce kaba yönden işe giriştiler.

Fizik ve biyoloji arasındaki ilk ilginç ilişki, *enerji korunumu*nun keşfinde biyolojinin fiziğe yaptığı yardımdır; bu korunum, bir canlının içine aldığı ve dışarı verdiği ısı miktarıyla bağlantı içinde ilk kez Mayer tarafından gösterilmiştir.

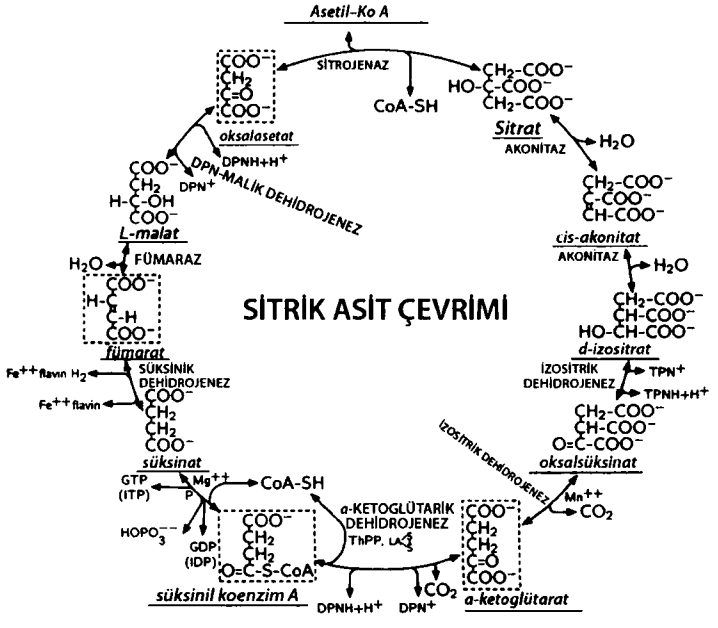
Canlı hayvanların biyolojik süreçlerine yakından bakarsak, *birçok* fiziksel olay görürüz: Kan dolaşımı, pompalar, basınç, vb. Ayrıca sinirler: Sivri bir taşa bastığımızda ne olduğunu, bir şekilde bilginin bacağımızdan beynimize gittiğini hepimiz biliriz. Bunun nasıl meydana geldiği çok ilginçtir. Sinirleri inceleyen biyologlar, onların çok ince ve karmaşık duvarlı ince borucuklardan meydana geldikleri sonucuna varmışlardı. Hücre bu duvarlar boyunca iyonları pompalar, öyle ki, tıpkı bir kondansatör gibi, artı iyonlar dışarıda ve eksi iyonlar içeride kalır. İşte bu zar ilginç bir özelliğe sahiptir; bir noktada "yük boşalması" olursa, diğer bir deyişle iyonlar bir noktada diğer tarafa geçerlerse, oradaki elektrik gerilimi azalır, yakındaki iyonlar bu elektriksel etkiyi hisseder ve bundan zar da etkilenerek yakındaki diğer noktalardan da iyonların geçmesine yol açar. Bu durum bu şekilde ilerler de ilerler; böylece keskin taşa bastığımız yerdeki ucu "uyarılan" sinir lifi boyunca giden bir "nüfuz etme" dalgası halini alır. Bu dalga, bir bakıma uzun bir dikey domino taşları dizisinin benzeridir; bir uçtan itildiğinde bir sonraki itilir ve bu böylece sürüp gider. Kuşkusuz dominolar tekrar dizilmedikçe, bu sadece bir mesaj iletecektir. Benzer olarak, sinir hücresinde, siniri bir sonraki itmeye hazırlamak üzere, iyonları yavaşça tekrar dışarıya pompalayan süreçler vardır. Böylece ne yaptığımızı (ya da en azından nerede olduğumuzu) bu şekilde biliriz. Kuşkusuz, bu sinir itmesiyle ilişkili elektriksel etkiler, elektrik düzenekleriyle algılanabilir; olaya elektriksel etkiler karıştığı için, elektriksel etkiler fiziğinin, olayın anlaşılmasında büyük rol oynadığı açıktır.

Bu olayın tersi de, beynimizin bir yerinden bir sinir lifi boyunca bir mesajın gönderilmesidir. Sinirin öbür ucunda ne olur? Orada sinir çok ince küçük kollara ayrılır, bu kollar bir kasın yakınında uç levhası denen bir yapıya bağlanırlar. Tam olarak anlaşılmayan nedenlerle, itme sinirin ucuna vardığında, asetilkolin denen kimyasaldan yapılma küçük paketçikler (bir defada beş ya da on molekül) atılır; bunlar kas lifini etkiler ve kas kasılır; ne kadar basit, değil mi? Bir kasın kasılmasına neden olan şey nedir? Kas, miyozin ve aktomiyozin adında iki farklı madde içeren çok sayıda lifin sıkıca bir araya gelmiş halidir; fakat asetilkolinin yol açtığı kimyasal tepkimenin bir kasın boyutlarını değiştirme mekanizmasını henüz bilmemekteyiz. Diğer bir deyişle, kaslarda mekaniksel hareketleri oluşturan temel süreçler bilinmemektedir.

Biyoloji öylesine devasa genişlikte bir bilimdir ki burada hiç sözünü edemeyeceğimiz kadar çok başka problemi vardır: görme nedir (ışık gözde ne yapar?), işitme nedir, vb gibi. (Düşünmenin işleyiş tarzını biraz sonra psikoloji dalında göreceğiz.) Biraz önce biyolojiyle ilgili olarak gördüğümüz şeyler, biyolojik bakış açısından, aslında temel şeyler değildir, yaşamın temeli değildirler; çünkü onları anlasak bile, yine de yaşamın kendisini anlayamayız. Bunu aydınlatalım: Sinirleri inceleyen insanlar çalışmalarının çok önemli olduğunu hissederler, çünkü ne de olsa, sinirsiz hayvan olamaz. Fakat sinirsiz yaşam da vardır. Bitkilerin ne sinirleri vardır, ne de kasları; fakat onlar çalışır durumdadırlar, aynı şekilde canlıdırlar. Öyleyse biyolojinin temel problemleri için daha derinlere bakmalıyız; bunu yaptığımızda, canlıların çok sayıda ortak niteliğe sahip olduklarını görürüz. Canlıların en ortak özelliği, tümünün *hücreler*den yapılmış olması ve her bir hücrenin içinde kimyasallar üreten karmaşık mekanizmaların bulunmasıdır. Örneğin, bitki hücrelerinde ışığı toplayıp glukoz üreten bir mekanizma vardır; bu glukoz karanlıkta sarf edilerek bitkiyi canlı tutar. Bitki yendiği zaman, glukozun kendisi hayvanda bir dizi kimyasal tepkime meydana getirir; bu tepkimeler, bitkilerdeki fotosentezle (ve karanlıkta onun ters olayı) çok yakından ilgilidir.

Canlı sistemlerin hücrelerinde pek çok incelikli kimyasal tepkime olur; bu tepkimelerde bir bileşik başka başka bileşiklere dönüşür. Biyokimya çalışmalarını oluşturan bu olağanüstü çabalar hakkında bir fikir vermek üzere, hücrelerde meydana gelen birçok tepkime dizisinin sadece küçük bir kısmı, belki de onun ancak yüzde bir kadarı, hakkında bugünkü bilgimiz Şekil 3-1'de özetlenmiştir.

Burada, oldukça küçük adımlardan oluşan bir çevrimde birinden diğerine değişen bütün bir molekül dizisini görmekteyiz. Buna Krebs çevrimi, bir diğer deyişle solunum çevrimi denir. Her kimyasal bileşik ve her adım, molekülde oluşturulan değişim bakımından, oldukça basittir; fakat –ve bu, biyokimyada çok önemli bir buluştur– *bu değişimlerin laboratuarda yapılmaları oldukça zordur*. Elimizde birbirine çok benzeyen iki madde varsa, bunların biri diğerine hemen dönüşmez, çünkü bu iki yapı arasında genelde bir enerji engeli ya da "tepe"si vardır. Şu benzetmeyi ele alalım: Bir cismi bir yerden tepenin öbür tarafındaki aynı düzeyde başka bir yere götürmek istersek, onu doruktan aşırmak zorundayız; bunun için de bir ek enerji gerekir. Kimyasal tepkimeler de aynı nedenle durduk yerde olmaz, bir *etkinleştirme enerjisi*ne ihtiyaç vardır. Elimizdeki



Şekil 3-1 Krebs çevrimi

kimyasal maddeye bir atom eklemek için, bu atomu yeni bir düzenlemeye meydan verecek kadar *yakına* getirmeliyiz; atom ancak o zaman maddeyle birleşir. Fakat onu maddeye yaklaştıracak enerjiyi vermezsek, atom ancak "tepe"nin bir kısmını tırmanacak ve sonra tekrar aşağı inecektir. Bununla birlikte, molekülleri elimize alıp oradaki atomları iterek ve çekerek yeni atomu içeri sokmak için bir delik açar ve yeni atom içeri girdikten sonra deliği tekrar kapatırsak, ekstra enerjiye gerek duymadan tepenin *etrafından* yeni bir yol bulmuş oluruz ve tepkime kolayca tamamlanmış olur. Hücrelerde aslında *çok büyük* moleküller vardır, değişimlerini betimlediklerimizden çok daha büyükleri; bunlar, tepkimelerin kolay meydana gelmesi için karmaşık bir tarzda küçük molekülleri hazırda tutarlar. Bu çok büyük ve karmaşık nesnelere *enzimler* denir. (Özgün olarak şekerin fermantasyonunda keşfedildikleri için, bunlara önce fermentler denilmişti. Aslında çevrimdeki ilk tepkimelerin bazıları orada bulunmuştu.) Bir enzimin varlığı halinde, tepkime meydana gelecektir.

Bir enzim *protein* denen bir maddeden oluşur. Enzimler çok büyük ve karmaşıktır; her biri farklıdır ve belirli bir özel tepkimeyi kontrol etmek üzere kurulmuştur. Enzimlerin adları Şekil 3-1'deki her tepkimede yazılmıştır. (Bazen bir enzim iki tepkimeyi kontrol edebilir.) Enzimlerin kendilerinin doğrudan tepkimeye katılmadıklarını vurgulamak isteriz. Enzimler değişmez; sadece bir atomun bir yerden başka bir yere gitmesini sağlar. Bunu yaptıktan sonra, tıpkı fabrikadaki makineler gibi, enzim aynı şeyi bir sonraki moleküle yapmaya hazırdır. Kuşkusuz, belli atomların bir kaynağı olmalı ve diğer atomların atılmaları için de bir yol bulunmalıdır. Örneğin, hidrojeni ele alınız: Tüm kimyasal tepkimelerde hidrojeni taşıyan özel ünitelere sahip enzimler vardır. Örneğin, çevrimimizin farklı yerlerinde kullanılan hidrojen indirgeyici üç ya da dört enzim vardır. Bir yerde bir hidrojeni serbest bırakan bir mekanizmanın bu hidrojeni alıp başka yerde kullanması çok ilginçtir.

Şekil 3-1'deki çevrimin en önemli yanı, biri diğerinden çok daha fazla enerjiye sahip olduğu için, GDP'nin GTP'ye (guanosin-di-fosfat'm guanosin-tri-fosfat'a) dönüşmesidir. Tıpkı belirli enzimlerde hidrojen atomlarını taşıyan bir "kutu" bulunduğu gibi, trifosfat grubunu içeren özel enerji-taşıyıcı "kutular" da vardır. Böylece, GTP'nin enerjisi GDP'den daha fazladır ve çevrim bir yönde gidiyorsa, fazlalık enerjiye sahip molekülleri üretiyoruz ve bunlar da örneğin kasın kasılması gibi enerji gerektiren bir başka çevrimi başlatabilirler. GTP olmadıkça, kas kasılmaz. Bir kas lifini alıp su içine koyalım ve üzerine GTP ekleyelim; eğer doğru enzimler de varsa, GTP GDP'ye dönüşecek ve lif kasılacaktır. Demek ki gerçek sistem, GTP-GDP dönüşümündedir; gün boyunca biriktirilmiş olan GTP karanlıkta tüm çevrimin diğer yönde yürütülmesinde kullanılır. Görüyorsunuz ki bir enzim için tepkimenin hangi yönde gittiğinin önemi yoktur; bunun önemi olsaydı, fizik yasalarından birini bozmuş olurdu.

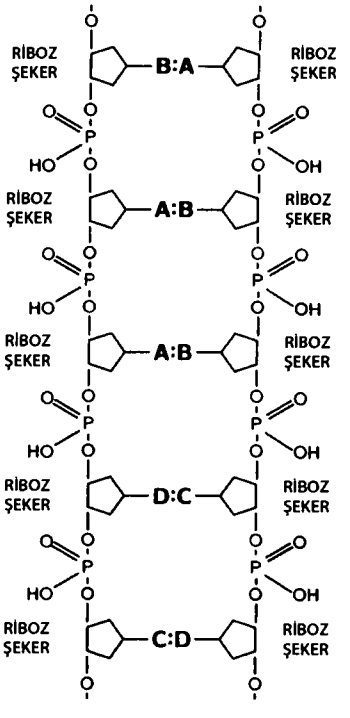
Fizik bir başka nedenle de biyoloji ve diğer bilimler için çok önemlidir; bu, *deney yöntemleri*yle ilgilidir. Gerçekten de, deneysel fizikteki büyük gelişmeler olmasaydı, bugünkü biyokimya çizelgeleri bilinemezdi. Bunun nedeni, müthiş karmaşık olan bu sistemin analizi için en yararlı aracın, tepkimelerde kullanılan atomların *etiketlenme*sidir. Böylece, çevrimin içine üzerinde "yeşil işaret" bulunan biraz karbondioksit koyup bu yeşil işaretin üç saniye sonraki, on saniye sonraki vb yerlerini ölçersek, tepkimelerin ilerlemesini izleyebiliriz. Bu "yeşil işaretler" nedir? Onlar farklı *izotoplar*dır. Atomların kimyasal özelliklerinin çekirdeğin kütlesiyle değil de, elektronların sayısıyla belirlendiğini hatırlarsınız. Fakat örneğin karbonda, tüm karbon çekirdeklerinde yer alan altı protonla birlikte beş ya da yedi nötron da bulunabilir. Kimyasal olarak C^{12} ve C^{13} atomları birbirlerinin aynıdır; fakat ağırlıkları açısından farklıdırlar ve farklı çekirdek özelliklerine sahiptirler; dolayısıyla ayırt edilebilirler. Ağırlıkları farklı olan bu izotopları ya da hatta çok küçük miktarların izlenmesi için çok duyarlı bir araç olan C^{14} gibi radyoaktif izotopları kullanarak tepkimeleri izlemek olasıdır.

Şimdi tekrar enzimlere ve proteinlere dönelim. Tüm proteinler enzim değildir; fakat tüm enzimler proteindir. Kaslardaki proteinler, örneğin kıkırdak doku, saç ve tırnaklarda bulunan yapısal proteinler vb gibi kendileri enzim olmayan bir sürü protein vardır. Bununla birlikte, proteinler yaşamın çok karakteristik maddeleridir: Her şeyden önce tüm enzimleri onlar yapar, ikinci olarak kalan canlı malzemenin çoğu da onların eseridir. Proteinler çok ilginç ve basit bir yapıya sahiptirler; farklı *aminoasitlerin* bir dizisi ya da zinciridirler. Yirmi farklı aminoasit vardır ve bunların tümü, belkemiği CO-NH vb olan zincirler oluşturmak üzere birbirleriyle birleşebilirler. Proteinler, bu yirmi aminoasitten bir kısmının oluşturduğu zincirlerden başka bir şey değildir. Her bir aminoasit, büyük olasılıkla belli özel bir amaca hizmet eder. Örneğin bazılarında belirli bir yerde bir sülfür atomu vardır; iki sülfür atomu aynı proteinde olduğunda bir bağ oluştururlar, zinciri iki noktada bir araya getirip bir halka meydana getirirler. Bir diğer proteinde, onu asidik bir malzeme yapan fazlalık oksijen atomları vardır; bir başkasıysa bazik niteliktedir. Onların bazıları, bir tarafında asılı büyük gruplara sahip olup çok yer kaplamaktadırlar. Prolin denen bir aminoasit, aslında aminoasit olmayıp imino asittir. Bu ikisi arasında çok küçük bir fark vardır; prolin bir zincirde bulunduğu zaman, zincirde bir kıvrım olur. Özel bir protein imal etmek istersek, şu komutları verebiliriz: Buraya şu sülfür kancalarından birini koy; sonra yer doldurmak için bir şeyler ekle; sonra da zincire bir kıvrım vermek için bir şey bağla. Bu şekilde, karman çorman görünümlü, bir araya kıvrılmış, karışık yapıda bir zincirimiz olur. Tüm değişik enzimlerin yapılış tarzlarının da böyle olduğu sanılmaktadır. Son yılların (1960'tan sonra) en büyük zaferlerinden biri, bir sıra üzerinde elli altı ya da altmış aminoasit içeren bazı proteinlerde atomların gerçek uzaysal konumlarının nihayet keşfedilmesidir. İki proteinde, binden fazla atom (hidrojen atomlarını da sayarsak, neredeyse iki bin atom) karmaşık bir desen halindeki yerlerine yerleştirilmişti. Birincisi hemoglobin idi. Bu keşfin üzücü yanlarından biri, desenden hiçbir şey anlamadığımızdır; neden öyle işliyor, bunu anlayamıyoruz. Ele alınacak bir sonraki problem, kuşkusuz, bu olacaktır.

Diğer bir problem de şudur? Enzimler nasıl olmaları gerektiğini nereden biliyorlar? Kırmızı gözlü bir sinek kırmızı gözlü bir bebek doğuruyor; öyleyse enzimlerin tüm desenine kırmızı pigment yapma bilgisi bir sinekten yavrusuna geçirilmelidir. Bu, hücre çekirdeğinde bulunan, protein olmayan ve DNA (Deoksiribo Nükleik Asit) denen bir madde tarafından yapılır. Bu, bir hücreden diğerine geçen anahtar rolünde bir maddedir (örneğin, sperm hücrelerinin büyük kısmı DNA'dan ibarettir). DNA, yapılacak işin "ozalit kopyası"dır. Ozalit kopya neye benzer ve nasıl işler? İlk önce, ozalit kopya kendi kendisini üretebilmelidir. İkinci olarak, proteine talimat verebilmelidir. Üremeyi, hücre üremesi gibi düşünebilirdik. Hücreler basitçe büyür ve sonra ikiye bölünür. DNA molekülleri için de bu böyle midir? Onlar da büyüyüp ikiye mi bölünürler? Her bir *atom* kesinlikle büyüyüp sonra ikiye bölünmez! Hayır, bir molekülün bu şekilde üremesi olanaksızdır; bunun çok daha zekice bir yolu olmalıdır.

DNA malzemesinin yapısı, önce kimyasal yollarla bileşimini bulmak için ve sonra X-ışınlarıyla uzaysal desenini elde etmek için uzun süre incelenmişti. Sonuç, şu dikkat çekici keşif oldu: DNA molekülü, birbiri üzerine burulmuş bir çift zincirdir. Bu zincirlerin her biri protein zincirlerine benzemekle birlikte, kimyasal bakımdan çok farklıdır; buradaki zincirlerin her birinin belkemiği, Şekil 3-2'de görüldüğü gibi, şeker ve fosfat gruplarının bir dizisidir. Zincirin talimatları nasıl içinde bulundurduğunu şimdi anlıyoruz; çünkü bu zinciri ortasından ikiye yarabilirsek, bir *BAADC...* dizisi elde ederiz ve her canlı varlık farklı bir diziye sahip olabilir. Böylece, belki de, DNA'nın özel bir dizisinde, bir şekilde, proteinlerin yapımı için özel *talimatlar* içerilmektedir.

İkili zincir boyunca her şekere tutturulmuş olan ve iki zinciri birbirine bağlayan belirli çapraz parça çiftleri vardır. Ama bunların hepsi aynı türden değildir; adenin, timin, sitozin ve guanin denen dört farklı türü vardır; bunlara *A*, *B*, *C* ve *D* adlarını verelim. İlginç olan durum, bunlardan sadece belli çiftlerin, örneğin *A*'nın *B*'yle ve *C*'nin *D*'yle karşılıklı gelebilmeleridir. Bu çiftler iki zincire



Şekil 3-2 DNA'nın şematik diyagramı

öyle yerleşirler ki "birbirine uyarlar" ve aralarında büyük bir etkileşme enerjisi olur. Bununla birlikte, *A* ile *C* ve *C* ile *B* uyuşmaz; ancak *B*'ye karşı *A* ve *D*'ye karşı *C* gelecek şekilde belirli çiftler uyuşur. Dolayısıyla, biri *C* ise, diğeri *D* olmalıdır vb. Bir zincirde harfler ne olursa olsun, öbür zincirde her birinin özel tamamlayıcı harfi yer almalıdır.

Bu durumda üreme hakkında ne denebilir? Bu ikili zinciri boylu boyunca ikiye yardığımızı düşünelim. Bununla tamamen aynı olan bir diğerini nasıl yapabiliriz? Eğer hücrelerin içlerinde, bir zincire bağlanmamış fosfat, şeker ve *A*, *B*, *C*, *D* birimlerini yapan bir imalat bölümü varsa, bunların içinden bizim yarılmış zincirimize bağlanacak olanlar sadece doğru olanlardır, diğer bir deyişle *BAADC*....'lerin tamamlayıcıları olan *ABBCD*....'lerdir. Böylece olacak olan şudur: Hücre bölünmesi sırasında ikili zincir boylu boyunca ikiye yarıldığında, bir yarısı en sonunda bir hücreye ve diğer yarısı da diğer hücreye gidecektir; ayrıldıklarındaysa her yarım zincir yeni bir tamamlayıcı zincir oluşturur.

Bunun ardından gelen soru şudur: *A*, *B*, *C*, *D* birimlerinin sıralanışı, proteindeki aminoasitlerin düzenini kesin olarak nasıl saptar? Bugün için biyolojinin çözülmemiş en önemli problemi işte budur. Yine de, elimizde şu ipuçları ya da bilgi kırıntıları var:

Hücrede ribozom denen küçücük parçacıklar vardır ve bunların proteinlerin yapıldığı yerler oldukları artık biliniyor. Fakat ribozomlar, DNA'nın ve onun talimatlarının yer aldığı çekirdek içinde değildirler. Sanki ortada bir yanlışlık var! Bununla birlikte, DNA'dan küçük molekül parçalarının çıktığı da bilinmektedir; tüm bilgiyi taşıyan büyük DNA molekülü kadar uzun değil, fakat onun bir kısmı gibi. Buna RNA denir, fakat bu yaşamsal önemde değildir. RNA, DNA'nın bir tür kopyasıdır, kısa bir kopyası. Ne türden protein yapılacağı hakkında talimat taşıyan RNA'nın ribozoma gittiği biliniyor. Oraya vardığında, ribozomda protein sentezlenir. Bu da biliniyor. Ama aminoasitlerin nasıl meydana geldikleri ve RNA'daki şifreye uygun olarak nasıl düzenlendikleri henüz ayrıntılarıyla bilinmemektedir. Bu şifreyi nasıl okuyacağımızı bilmiyoruz. Örneğin *A*, *B*, *C*, *C*, *A* "dizilişi"ni bilseydik, hangi proteinin yapılacağını söyleyemezdik.

Günümüzde hiçbir konu ya da bilim alanı, bu kadar çok cephede biyolojiden daha büyük gelişmeyi kesinlikle göstermemiştir. Yaşamı anlama çabasına bizleri yönelten varsayımlardan en güçlüsünü bizden ifade etmemiz istenseydi; bu, *"her şey atomlardan yapılmıştır* ve canlı varlıkların yaptıkları her şey atomların hareketleriyle anlaşılabilir" şeklinde olurdu.

3-4 Astronomi

Dünyanın bu çok hızlı açıklanışında, şimdi de astronomiye bakmalıyız. Astronomi fizikten de eskidir. Aslında astronomi, yıldızların ve gezegenlerin hareketinin müthiş güzellikteki basitliğini göstererek fiziği başlatmıştı; bunun anlaşılması fiziğin *başlangıcı* oldu. Fakat tüm astronomide en göze çarpan keşif, *yıldızların dünyada bulunan aynı tür atomlardan yapılmış olmasıdır.*** Bu

** Ne kadar da hızlı gidiyorum! Bu kısa tarihçenin her cümlesi ne çok şey kapsamakta: "Yıldızlar, dünyada var olan aynı atomlardan oluşmuştur." Bir konferans vermek için ben genelde bunun gibi küçük bir konu seçerim. Şairler, bilim insanlarının yıldızlardaki güzellikleri alıp götürdüklerinden yakınırlar, sadece gaz atomlarından ibaret topaklar. Ama hiçbir şey "sadece" değildir. Ben de bir çöl gecesinde yıldızlara bakarım ve onları duyarım. Fakat ben daha mı az, daha mı çok şey görürüm? Göklerin boşluğu benim hayal gücümü zorlar, bu cümbüşe tutkun küçücük gözlerim, bir milyon yıllık ışığı görebilir. Devasa genişlikte bir desen ve ben de onun bir parçasıyım; belki benim maddem de artık unutulmuş bir yıldızdan püskürtülmüştü; şimdi birinin daha püskürtüldüğü gibi... Ya da onlara Palomar Gözlemevindeki büyük teleskop gözüyle bakarım ve bir zamanlar bir arada oldukları bir ortak başlama noktasından her tarafa doğru saçılmakta olduklarını görürüm. Bu desen nedir? Ya da anlamı? Ya da nedeni? Bu gizem hakkında çok az şey bilmek, onun değerini hiç de azaltmaz. Çünkü gerçek, geçmişteki her sanatçının hayal ettiklerinden çok daha olağanüstüdür! Günümüzün şairleri bundan neden söz etmezler? Jüpiter'den bir adammış gibi söz eden, fakat onun dönen devasa bir metan ve amonyum küresinden ibaret olması gerçeği karşısında susan şairler ne biçim insanlardır?

gerçeğe nasıl ulaşılmıştı? Atomlar, bir müzik aletinin belirli ses perdeleri ya da frekanslarında tınlaması gibi, belirli frekanslara sahip ışık salarlar. Birçok farklı sesi dinlerken, onları birbirinden ayırt edebiliriz; fakat renklerden oluşmuş bir karışıma gözlerimizle baktığımızda, bu karışımın nelerden oluştuğunu söyleyemeyiz, çünkü göz bu bağlamda kulak kadar ayırt edici değildir. Bununla birlikte, ışık dalgalarının frekanslarını bir spektroskopla *çözümleyebiliriz* ve bu yolla farklı yıldızlardaki atomların gerçek "seslerini görebiliriz".

Aslında, kimyasal elementlerden ikisi, yeryüzünde bulunmadan önce, yıldızlarda bulunmuştu. Helyum güneşte keşfedilmiş ve adını güneşten almıştı; teknetyumsa bazı soğuk yıldızlarda bulunmuştu. Yıldızlar yeryüzünde bulunan aynı tür atomlardan oluştukları için, bu yöntem, elbette yıldızları anlamamızda bize yol gösterecektir. Artık atomlar hakkında, özellikle yüksek sıcaklık fakat çok yüksek olmayan yoğunluk koşulları altındaki davranışlarıyla ilgili olarak pek çok şey biliyoruz; buna dayanarak, istatistik mekanik aracılığıyla, yıldız maddesinin davranışını çözümleyebiliriz. Yıldızlardaki koşulları yeryüzünde oluşturamasak da, temel fizik yasalarını kullanarak neler olacağını çoğu kez kesin olarak ya da kesine yakın bir şekilde söyleyebiliriz. İşte fizik astronomiye böyle yardım eder. Güneşin iç kısımlarındaki madde dağılımını, dünyanın iç kısımlarından çok daha iyi anlamış olmamız, garip görünebilir. Yıldızların *içinde* atomların neler yapacaklarını birçok durumda *hesaplayabildiğimiz* için, bir yıldızın içinde neler olduğunu, küçük bir ışık noktasına teleskopla bakmanın güçlüğü nedeniyle yapılacak tahminlerden çok daha iyi anlamaktayız.

En etkileyici keşiflerden biri, yıldızların sürekli yanmalarını sağlayan enerjinin kaynağıdır. Bunu bulan kişilerden biri, yıldızların parlayabilmeleri için içlerinde *çekirdek tepkimelerinin* yer alması gerektiğini düşündükten bir gece sonra kız arkadaşıyla dolaşıyordu. Kız "bak, yıldızlar ne güzel parlıyor" dedi. Erkek yanıt verdi: "Evet! Ve şu anda dünyada, onların *neden* parladığını bilen tek kişi benim." Kız sadece ona gülmekle yetindi. Belli ki o anda yıldızların neden parladığını bilen tek adamla birlikte olmak onu etkilememişti. Evet, tek başına olmak üzüntü verir insana; ama ne yapalım ki bu dünya böyle.

Güneşin enerjisini sağlayan, hidrojenin çekirdeksel "yanması"dır; burada hidrojen helyuma dönüşür. Ayrıca, yıldızların merkezlerinde hidrojenden çeşitli kimyasal elementlerin imal edilmesi sürer gider. *Bizim* yapıldığımız madde bir zamanlar bir yıldızda "pişirilmiş" ve etrafa saçılmıştı. Bunu nasıl mı biliyoruz? Çünkü elimizde bir ipucu var. Farklı izotopların oranı, C^{12} miktarı, C^{13} miktarı, vb gibi *kimyasal* tepkimelerde asla değişmeyen şeylerdir; çünkü kimyasal tepkimeler bu ikisi için aynıdır. Oranlar, saf olarak *çekirdek* tepkimelerinin sonucudur. Bizi oluşturmuş olan soğuk, ölü közdeki izotop oranlarına bakarak, bizi oluşturan maddenin şekillendiği *fırının* neye benzediğini keşfedebiliriz. Bu fırın yıldızlar gibiydi ve bu nedenle, büyük olasılıkla, bizim elementlerimiz yıldızlarda "yapılmış" ve sonra da nova ve süpernova dediğimiz patlamalarla etrafa püskürtülmüştü. Astronomi fiziğe o denli yakındır ki, ileride birçok astronomi konusunu incelemek durumunda kalacağız.

3-5 Jeoloji

Şimdi de *yer bilimleri* ya da *jeoloji* dediğimiz bilim dalına dönüyoruz. Önce meteoroloji ve hava durumu. Meteoroloji aygıtları kuşkusuz fiziksel aygıtlardır ve bu aygıtların yapımını, daha önce açıklandığı gibi, deneysel fiziğin gelişimi sağlamıştır. Bununla birlikte, meteoroloji kuramı hiçbir zaman fizikçiler tarafından doyurucu bir şekilde işlenmemiştir. "Ama, meteorolojide havadan başka bir şey yok ve biz de havanın hareket denklemlerini biliyoruz" diyebilirsiniz. Evet, biliyoruz. "Peki, bugünün hava koşullarını biliyorsak, yarınki hava koşullarını neden çıkaramıyoruz?" Her şeyden önce, bugünkü koşulları *gerçekte* bilemeyiz; çünkü hava her yerde girdaplar yapmakta, kıvrılıp bükülmektedir. Durumun çok hassas ve hatta dengesiz olduğu anlaşılıyor. Suyun bir baraj üzerinde düzgün olarak akışını ve sonra düşerken çok sayıda parçalar ve damlalar haline gelişini gördüyseniz, kararsız sözüyle ne demek istediğimi anlamışsınızdır. Suyun baraj oluğunu aşmadan önceki durumunu bilirsiniz; mükemmel bir şe-

kilde düzgündür, fakat düşmeye başladığı anda, damlalar nerede oluşmaya başlar? Parçaların hangi büyüklükte olacağını ve yerlerini ne saptayacaktır? Su dengesiz olduğundan, bu bilinemez. Düzgün hareket eden bir hava kütlesi bile bir dağı aşarken, karmaşık çevrimler ve girdaplara dönüşür. Bugün çözümleyemediğimiz bu türden *çalkantılı akış*larla pek çok alanda karşılaşırız. Artık hava durumunu bırakıp jeolojiye dönelim.

Jeoloji temelli soru, yerküreyi bugünkü hale neyin getirdiğidir. En açık süreçler gözlerimizin önünde cereyan etmektedir: nehirlerin erozyon süreçleri, rüzgârlar, vb. Bunları anlamak yeterince kolaydır, fakat erozyonun her küçük parçası için ona eşit miktarda bir şey daha olur: Dağlar, ortalama anlamda, geçmişte olduğundan daha alçak değildir. Öyleyse dağ-yapıcı süreçler de var olmalıdır. Jeoloji okuyorsanız, kimsenin anlamadığı ama jeolojinin yarısını oluşturan dağ-yapıcı süreçlerin ve yanardağ olaylarının var olduklarını göreceksiniz. Yanardağlar olayı gerçekten de anlaşılmamıştır. Depremi neyin meydana getirdiği de anlaşılmamıştır. Bir şey başka bir şeyi iterse, onun kırılarak kayacağı anlaşılır, bu tamam. Fakat iten şey nedir ve neyi iter? Kuram şudur: Yerküre içinde akıntılar vardır –yerkürenin içi ile dışı arasındaki sıcaklık farkı nedeniyle dolanan akıntılar– bunların hareketi yüzeyi hafifçe iter. Böylece, yan yana iki zıt dolanım varsa, onların karşılaştıkları bölgede madde birikir ve şiddetli gerilimlere sahip dağ kuşakları meydana gelir; bunlardan da yanardağlar ve depremler oluşur.

Peki, ya yerkürenin içi için ne diyebiliriz? Deprem dalgalarının hızları ve yerin yoğunluk dağılımı hakkında çok şey bilinmektedir. Bununla birlikte, fizikçiler, yerin merkezinde beklenen basınçlarda maddenin ne kadar yoğun olacağına ilişkin iyi bir kuram oluşturamamışlardır. Başka bir deyişle, bu koşullarda maddenin özelliklerini çok iyi hesaplayamıyoruz. Dünya hakkındaki bilgimiz, yıldızlardaki madde koşulları hakkındaki bilgimizden daha azdır. Bu konu için gereken matematik, bugüne dek biraz daha zor gibi görünüyordu; fakat birilerinin bunun önemli bir problem olduğunu anlaması ve onu ciddi şekilde çalışması yakındır. Diğer taraftan, yoğunluğu bilsek bile, dolanım akımlarını hesaplayamayız. Kayaların ne hızla "yumuşayıp dağılacağını" söyleyemeyiz. Tüm bunların deneyle halledilmesi gerekmektedir.

3-6 Psikoloji

Şimdi de *psikoloji* bilimini ele alacağız. Aklıma gelmişken, psikanalizin bilim olmadığını söyleyeyim; en iyimser görüşle bir tıp yöntemi, belki daha çok büyüyle tedavi gibi bir şeydir. Bunun, hastalıkların nedenleriyle ilgili bir kuramı vardır; bir sürü farklı "ruh, cin, peri" vb. Büyücü doktorun kuramına göre, sıtma gibi bir hastalığa havaya sızan bir kötü ruh neden olur. Sıtma, hasta üzerinde bir yılanı sallayarak tedavi edilmez, ona kinin iyi gelir. Eğer hasta olursanız, büyücü doktora gitmenizi öneririm; çünkü kabilenin hastalıklar hakkında en bilgili adamı odur; diğer taraftan, büyücünün bilgisi bilim değildir. Psikanaliz deneyle dikkatlice sınanmamıştır; bu nedenle, doğru olduğu olaylar listesi, doğru olmadığı olaylar listesi vb gibi şeyler bulmak söz konusu değildir.

Psikolojinin duygu fizyolojisi –gözde neler olur? beyinde neler meydana gelir?– gibi konuları içeren diğer dalları daha az ilgi çekicidir. Ama, biraz az da olsa, gerçek ilerleme bu konuların çalışılmasıyla olmuştur. En ilginç teknik problemlerden birine, psikoloji denilebilir de, denilemeyebilir de. Aklın ya da dilerseniz, sinir sisteminin en önemi problemi şudur: Bir hayvan bir şey öğrendiğinde, onu daha önce yapabildiğinden daha farklı şekilde yapabilir ve –beyin atomlardan oluştuğuna göre– onun beyin hücresi de değişmiş olmalıdır. *Ne tarzda bir değişiklik olmuştur?* Bir şey ezberlendiğinde, nereye bakacağımızı ya da ne arayacağımızı bilemiyoruz? Bir gerçek öğrenildiği zaman, bunun ne anlama geldiğini ya da sinir sisteminde meydana gelen değişikliğin ne olduğunu bilemiyoruz. Bu, hiç çözülmemiş çok önemli bir problemdir. Bununla birlikte, bellek denen bir şeyin varlığını kabul ederek diyebiliriz ki, beyin birbirine bağlı öylesine devasa büyüklükte bir teller ve sinirler topluluğudur ki herhalde kolayca anlaşılır bir tarzda çözümlenemez. Bunun bir benzeri olan hesap maki-

neleri ve hesaplama elemanları da pek çok tele ve belki de sinir kavşağı ya da bir sinirin diğerine bağlanmasına benzeyen türden elemanlara sahiptir. Bu –düşünme ile hesap makineleri arasındaki ilişki– çok ilginç bir konudur; ama bunu daha fazla tartışmaya zamanımız yok. Kuşkusuz takdir edersiniz ki bu konu, olağan insan davranışının gerçek karmaşıklığı hakkında bize çok az şey söyleyecektir. İnsanlar birbirlerinden o kadar farklıdırlar ki! Tüm bunları anlayabilmemiz daha çok zaman ister. İşe iyice gerilerden başlamalıyız. Bir köpeğin bile iç mekanizmasının nasıl işlediğini anlayabilirsek, epeyce ilerlemiş oluruz. Köpeklerin anlaşılması daha kolaydır; ne yazık ki bir köpeğin bile mekanizmasının nasıl işlediğini henüz bilen kimse yok.

3-7 Bu duruma nasıl geldi?

Fiziğin diğer bilimlere, aygıtların icat edilmesinden başka, *kuramsal* açıdan yararlı olması için, söz konusu bilimin fizikçiye fizikçi dilinde konunun betimlemesini sağlamalıdır. Onlar "kurbağa neden sıçrar?" diye sorabilirler, fizikçi bunu yanıtlayamaz. Ama ona kurbağanın ne olduğu, çok sayıda moleküle sahip olduğu, şurada bir sinirin yer aldığı vb söylenirse, o zaman iş değişir. Eğer bize yerin ya da yıldızların aşağı yukarı nasıl oldukları anlatılırsa, onları kavrayabiliriz. Fiziksel kuramın yararı olması için, atomların nerelerde yerleştiklerini bilmeliyiz. Kimyayı anlamak için, tam olarak hangi atomların var olduklarını bilmeliyiz; aksi halde onu çözümleyemeyiz. Kuşkusuz bu sadece bir sınırlamadır.

Kardeş bilimlerde fizikte bulunmayan bir başka problem vardır; onu, daha iyi bir terimimiz olmadığı için, tarihsel problem diye adlandıralım. O, bu duruma nasıl geldi? Biyolojide her şeyi anlıyorsak, yeryüzündeki tüm varlıkların bu duruma nasıl geldiklerini bilmek isteyeceğiz. Bu hususta biyolojinin önemli bir kısmı olan evrim kuramı var. Jeolojide, sadece dağların nasıl oluştuğunu bilmekle yetinmeyiz, ayrıca yerkürenin nasıl oluştuğunu, güneş sisteminin kaynağını vb bilmek isteriz. Bu, kuşkusuz, evrende ne tür maddelerin var olduğunu bilmek istememize götürür bizi. Yıldızlar nasıl evrilmiştir? İlk koşullar neydi? Bu astronomi tarihine ilişkin bir problemdir. Yıldızların oluşumu hakkında, bizi oluşturan elementler hakkında ve hatta, az da olsa, evrenin kaynağı hakkında epeyce bilgi toplanmış bulunmaktadır.

Günümüzde fizikte tarihsel problemle ilgili yapılmış çalışma yoktur. Şöyle bir sorumuz yok: "İşte bunlar fizik yasaları; onlar bu duruma nasıl geldiler?" Fizik yasalarının bir bakıma zamanla değişmesini, geçmişte şimdikinden farklı olduklarını şu anda düşünemiyoruz. Kuşkusuz bu da *olabilir*; yasaların zamanla değiştikleri bulunursa, fiziğin tarihsel problemi evren tarihinin geri kalanıyla sarmalanacak ve ondan sonra fizikçi de astronomlar, jeologlar ve biyologlar gibi aynı problemleri konuşacaktır.

Son olarak, birçok alanda ortak olan fiziksel bir problem vardır; çok eski bir problemdir ve hâlâ çözülmemiştir. Yeni temel parçacıkların bulunması problemi değildir bu; çok uzun zaman –yüzlerce yıl– önceden kalma bir şey. Kardeş bilimler için çok önemli olduğu halde, fizikte bunu hiç kimse matematiksel olarak doyurucu biçimde çözümleyememiştir. Bu, *dolanan ya da girdaplı sıvıların* çözümlenmesi problemidir. Bir yıldızın evrilmesini gözlersek, öyle bir nokta gelir ki orada artık taşınım olaylarının başlayacağı sonucuna varırız ve ondan sonra ne olacağını kestiremeyiz. Yıldız birkaç milyon yıl sonra patlar, fakat bunun nedenini bulamayız. Hava durumunu çözümleyemeyiz. Yerkürenin içinde meydana gelecek hareketlerin desenini bilemeyiz. Problemin en basit şekli, çok uzun bir boru alıp onun içine yüksek hızda su itmektir. Soru şudur: Verilen miktardaki suyu bu boru boyunca itmek için, ne kadar basınç gerekir? Hiç kimse bunu, ilk ilkelerden ve suyun özelliklerinden çözümleyemez. Su çok yavaş akarsa ya da bal gibi kıvamlı bir sıvı kullanırsak, bunu kolayca yaparız. Bunu ders kitabınızda bulacaksınız. Gerçekte çözemediğimiz şey, borudan akan gerçek, *ıslak* suyla ilgili problemdir. Bir gün çözmemiz gereken, ama henüz çözemediğimiz ana problem işte budur. Bir zamanlar bir şair "Tüm evren bir bardak şaraptadır," demişti. Şairler şiirlerini anlaşılsın diye yazmadıkları için, şa-

irin bununla ne demek istediğini belki de asla bilemeyeceğiz. Fakat bir bardak şaraba yakından bakarsak, orada tüm evreni göreceğimiz doğrudur. Orada fizikle ilgili her şey var: rüzgâr ve havaya bağlı olarak buharlaşan hareket halinde sıvı, camdaki yansımalar ve hayal gücümüz dahilinde atomlar. Cam, yeryüzündeki kayaların damıtılmış halidir; onun bileşiminde evrenin yaşının gizlerini ve yıldızların evrimini görürüz. Şarapta ne türden acayip kimyasal dizilişler vardır? Nasıl oluştular? Ayrıca mayalar, enzimler, mayanın etkilediği maddeler ve diğer ürünler oradadır. Şu büyük genelleme de o şarapta bulunmuştur: tüm yaşam mayalanmadır. Hiç kimse, Louis Pasteur'ün yaptığı gibi, birçok hastalığın nedenini bulmadan şarabın kimyasını keşfedemez. Onu gözleyen bilince varlığını hissettiren kırmızı Bordo şarabı "Claret" nasıl da canlıdır! Bizim küçük beynimiz, biraz kolaylık uğruna, bu bir bardak şarabı, bu evreni, kısımlara –fizik, biyoloji, jeoloji, astronomi, psikoloji vb– ayırsa da, unutmayın ki doğanın bundan haberi olmaz! Dolayısıyla bunu ne amaçla yaptığımızı hatırlayıp, sonunda tüm kısımları tekrar bir araya getirelim. Bırakalım bize son bir zevk daha versin: Bu bir bardak şarabı içelim ve her şeyi unutalım!

4

ENERJİNİN KORUNUMU

4-1 Enerji nedir?

4-1 Enerji nedir?
4-2 Kütleçekim potansiyel enerjisi
4-3 Kinetik enerji
4-4 Diğer enerji biçimleri

Genel betimlemeleri bitirmiş olarak, bu bölümde fiziğin farklı yanlarını daha ayrıntılı biçimde incelemeye başlayacağız. Kuramsal fizikte kullanılabilen düşünceleri ve sonuç çıkarmaları açıklamak için, şimdi en temel fizik yasalarından birini, enerjinin korunumunu gözden geçireceğiz.

Bugüne kadar bilinen tüm doğa olaylarını yöneten bir olgu ya da diğer bir deyişle bir *yasa* vardır. Bu yasaya uymayan bir olay çıkmamıştır; söz konusu yasa, bildiğimiz kadarıyla, tam doğrudur. Buna *enerjinin korunumu* yasası denir. Bu yasa, doğanın uğradığı çeşitli değişikliklerde değişmeyen, enerji dediğimiz belirli bir niceliğin var olduğunu ifade eder.

Matematiksel bir ilke olduğundan, fazlasıyla soyut bir düşüncedir bu; bize, birtakım olaylar cereyan ettiği halde bir sayısal niceliğin hiç değişmediğini söyler. Bu, bir mekanizma ya da somut bir şeyin betimlemesi değildir; sadece garip bir olgudur: Belirli bir sayıyı hesaplarız ve bir süre doğanın numaralarını gözledikten sonra bu sayıyı tekrar hesaplarız ve ortaya aynı sayı çıkar. (Şunun gibi bir şey: Fil kırmızı karededir ve birçok hamleden sonra –ayrıntılar bilinmiyor– fil hâlâ aynı kırmızı karededir. Bu doğanın bir yasasıdır.) Soyut bir düşünce olduğundan, onun anlamını bir benzetmeyle açıklayacağız.

Hiçbir şekilde yok edilemez ve parçalara bölünemez oyuncak bloklarla oynayan bir çocuğu, belki de "Afacan Deniz"i düşünün. Her biri diğeriyle aynı olan, diyelim ki 28 blok var. Annesi Deniz'i günün başında 28 blokla bir odaya koymuş olsun. Günün sonunda, meraklı anne dikkatlice blokları sayıyor ve bir olgusal yasa keşfediyor: oğlan bloklarla neler yapmış olursa olsun, daima geriye 28 blok kalıyor! Bu günlerce böyle sürüyor, ta ki bir gün 27 bloğun kaldığını görünceye kadar; fakat küçük bir araştırma, bir bloğun halı altında olduğunu gösteriyor; blok sayısının değişmediğinden emin olmak için, anne her yere dikkatlice bakmalıdır. Bununla birlikte, bir gün sayının değiştiği görülüyor; sadece 26 blok vardır ortada. Dikkatli bir araştırma, pencerenin açık olduğunu gösteriyor ve dışarıya bakıldığında diğer iki blok da bulunuyor. Bir başka gün, dikkatli bir sayımda 30 blok çıkıyor! Bu büyük bir şaşkınlığa neden olsa da, sonra Birtan'ın kendi bloklarıyla birlikte Deniz'i ziyarete geldiği ve birkaç bloğunu Deniz'in odasında unuttuğu anlaşılıyor. Fazlalık bloklar Birtan'a geri verildikten sonra pencere kapatılıyor ve Birtan içeri sokulmuyor; böylece her şey yolunda gidiyorken bir gün bloklar sayıldığında sadece 25 bloğun olduğu görülüyor. Bununla birlikte, odada bir kutu vardır, bir oyuncak kutusu. Anne oyuncak kutusunu açmaya yeltendiğinde, çocuk "Hayır, oyuncak kutumu açma" deyip çığlığı basıyor. Oyuncak kutusunun açılmasına izin alamayan anne, iyice meraklanarak ve biraz da maharetle bir plan yapıyor! Bir bloğun 75 gr ağırlığında olduğunu biliyor. Ayrıca ortalıkta 28 blok varken kutuyu tartmış ve 400 gr bulmuştur. Şimdi kontrol etmek için kutuyu tekrar tartıyor, bundan 400 gr'ı çıkarıp 75 gr'a bölüyor ve şunu keşfediyor:

$$\left[\begin{array}{c}\text{görülen blokların}\\ \text{sayısı}\end{array}\right] + \frac{(\text{kutunun ağırlığı}) - 400\ \text{gr}}{+\,75\ \text{gr}} = \text{sabit} \qquad (4.1)$$

Daha sonra bazı yeni sapmaların olduğu ortaya çıkıyor, fakat dikkatli bir inceleme, banyo küvetindeki kirli su düzeyinde değişme olduğunu gösteriyor. Çocuk blokları suya atmıştır ve su çok kirli olduğu için anne onları görememektedir; ama denkleme bir terim daha ekleyerek su içinde kaç blok olduğunu hesapla-

yabilir. Suyun normal yüksekliği 15 cm'dir ve her blok suyu yarım cm yükseltti-ğine göre, yeni denklem şöyle olmalıdır:

$$\left[\begin{array}{c}\text{görülen blokların}\\ \text{sayısı}\end{array}\right] + \frac{(\text{kutunun ağırlığı}) - 400\ \text{gr}}{+\ 75\ \text{gr}} + \frac{(\text{suyun yüksekliği}) - 15\ \text{cm}}{0{,}5\ \text{cm}} = \text{sabit} \qquad (4.2)$$

Anne, dünyasının karmaşıklığı derece derece arttıkça, bakamadığı yerlerde kaç blok olduğunu hesaplamayı betimleyen terimler dizisini keşfeder. Sonuçta, karmaşık bir denklem şeklinde, her durumda hep aynı kalan hesaplanacak bir nicelik bulur.

Bunun nesi enerjinin korunumuna benzemektedir? Bu tablodan çıkarılacak en önemli ders, *ortada olmayan bloklar*dır. (4.1) ve (4.2)'deki ilk terimleri bir yana çıkarırsanız, kendimizi, az ya da çok, soyut şeyler hesaplarken buluruz. Benzerlik şu noktalardadır: Her şeyden önce, enerjiyi hesaplarken, onun bir kısmı bazen sistemden ayrılır, bazen de sisteme katılır. Enerjinin korunumunu doğrulamak için, içeriye hiç enerji alınmadığına ya da dışarıya hiç enerji çıkarılmadığına dikkat etmeliyiz. İkinci olarak, çok sayıda *değişik* enerji biçimleri ve her birinin bir denklemi vardır. Bunlar, kütleçekim enerjisi, kinetik enerji, ısı enerjisi, esneklik enerjisi, elektrik enerjisi, kimyasal enerji, ışıma enerjisi, çekirdek enerjisi, kütle enerjisidir. Bu katkıların her birinin denklemlerini toplarsak, bu toplam, giren ve çıkan enerjiler dışında, değişmeyecektir.

Bugün fizikte enerjinin ne olduğunu *bilmediğimizi* kavramak önemlidir. Enerjinin belirli küçük miktarlarda topaklar halinde geldiğini gösteren bir resme sahip değiliz. Enerji bu tarzda değildir. Bununla birlikte, belirli bir sayısal niceliği hesaplamak için denklemler vardır ve bunların tümünü topladığımızda, daima aynı sayıyı, "28"i verir. Bu, bize oradaki mekanizmayı ya da çeşitli denklemlerin nedenlerini söylemeyen soyut bir şeydir.

4-2 Kütleçekimsel potansiyel enerji

Her enerji biçimi için denklemlere sahip olursak, ancak o zaman enerjinin korunumu anlaşılabilir. Kütleçekimsel enerji denklemini yer yüzeyine yakın bölgelerde tartışmak istiyorum. Bu denklemi, tarihsel yolun dışında, basitçe bu özel ders için icat ettiğim bir dizi akıl yürütmeyle türeteceğim. Bu size dikkate değer bir olguyu, doğa hakkında pek çok şeyin birkaç gerçek ve sıkı akıl yürütmeden çıkarılabileceğini gösterecektir. Kuramsal fizikçilerin çalışma tarzı budur. Bu, buhar makinelerinin verimi üzerine Carnot'nun sunduğu o mükemmel kanıta uygun olarak biçimlendirilmiştir.*

Ağırlık-kaldırıcı makineleri –bir ağırlığı aşağı indirerek başka bir ağırlığı yukarı kaldırma özelliğine sahip makineleri– ele alalım. Gelin, önce şu varsayımı yapalım: Bu ağırlık-kaldırıcı makinelerle sürekli hareket diye bir şey olamaz. (Aslında, sürekli hareketin olmaması, enerjinin korunumu yasasının genel ifadesidir.) Sürekli hareketi tanımlamada dikkatli olmalıyız. Bunu önce ağırlık-kaldırıcı makineler için yapalım. Birçok ağırlığı kaldırıp indirdiğimiz ve sonunda makineyi başlangıç koşuluna getirdiğimiz zaman, net sonucun bir ağırlığı kaldırmak olduğunu bulursak, bu durumda bir sürekli hareket makinesine sahibiz demektir; çünkü kaldırılmış olan ağırlık bir şeyleri çalıştırır. Diğer bir deyişle, ağırlık-kaldırıcı makine tam olarak başlangıç durumuna gelir ve ayrıca her şeyi kendi içinde bulundurur: Birtan'ın blokları gibi, bu ağırlığı kaldırmak için bir dış kaynaktan enerji almaz.



Şekil 4-1 Basit kaldıraç

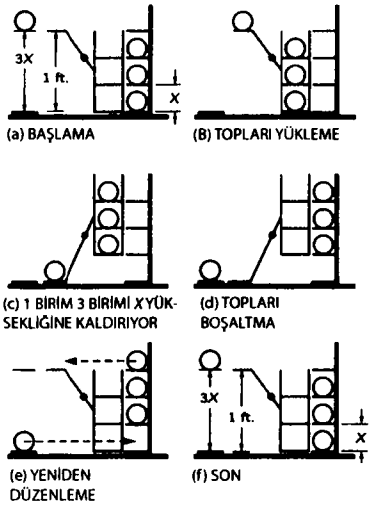
Şekil 4-1'de çok basit bir ağırlık-kaldırıcı makine görülüyor. Bu makine üç-birim "şiddet"indeki ağırlıkları kaldırmaktadır. Bir kefeye üç-birim ve diğerine

* Buradaki amacımız pek de (4.3) sonucu değildir, onu aslında belki zaten biliyorsunuz; asıl amaç, ona kuramsal akıl yürütmeyle ulaşma olanağıdır.

bir-birim koyarız. Bununla birlikte, onu gerçekten çalıştırmak için, sol kefedeki ağırlığı biraz kaldırmalıyız. Öte yandan, küçük ağırlığı kaldırma ilkesiyle, üç-birimlik ağırlığı aşağıya indirerek bir-birimlik ağırlığı yukarıya kaldırabiliriz. Kuşkusuz, her *gerçek* kaldırıcı makinede, makineyi çalıştırmak için küçük bir ağırlığın eklenmesi gerektiğini anlarız. *Bir an için*, bunu bir kenara bırakalım. İdeal makineler, var olmasalar da, fazladan hiçbir ağırlık istemezler. Gerçekte kullandığımız bir makine, *neredeyse* tersinirdir: bir-birimlik ağırlığı indirerek üç-birimlik ağırlığı kaldıracaksa, üç-birimlik ağırlığı indirerek de bir-birimlik ağırlığı aynı miktarda kaldıracaktır.

Makineleri iki sınıfa ayıralım: tüm gerçek makineleri içeren tersinir *olmayan* makineler ve tersinir makineler. İkinci sınıftakiler, kuşkusuz destekler, kaldıraçlar vb gibi şeylerin tasarımlarında ne denli dikkatli olunursa olunsun, gerçekte asla ulaşamayacağımız makinelerdir. Bununla birlikte, böyle bir tersinir makinenin bulunduğunu varsayalım. Bu makine, bir-birimlik (bir kilogram ya da bir başka birim) ağırlığı bir uzunluk birimi alçaltarak aynı zamanda üç-birimlik ağırlığı yukarı kaldırsın. Bu tersinir makineye *A* makinesi diyelim. Bu özel tersinir makinenin üç-birimlik ağırlığı *X* yüksekliğine kaldırdığını düşünelim. Mutlaka tersinir olması gerekmeyen bir başka makinemiz de *B* Makinesi olsun; bu da bir-birimlik ağırlığı bir birim aşağıya indirdiğinde, üç-birimlik ağırlığı *Y* kadar yükseğe çıkarsın. Şimdi *Y*'nin *X*'ten daha yüksek olamayacağını kanıtlayacağız. Dolayısıyla, bir ağırlığı tersinir bir makineden daha yükseğe kaldırabilecek bir makine yapmak olanaksızdır. Bunun nedenini görelim. *Y*'nin *X*'ten daha yüksek olduğunu varsayalım. Bir-birimlik bir ağırlık alıp, onu *B* makinesiyle bir-birim kadar aşağıya indirelim; üç-birimlik ağırlık *Y* kadar yükseğe çıkarılacaktır. Sonra bu ağırlığı *Y*'den *X*'e indirerek serbest güç elde ederiz ve *A* makinesini geriye doğru işleterek üç-birimlik ağırlığı *X* kadar aşağı indirmek için bir-birimlik ağırlığı bir-birim mesafe kadar yukarı yükseltiriz. Bu işlem, bir-birimlik ağırlığı yerine geri getirecek ve her iki makineyi de tekrar kullanılacak hale sokacaktır! Dolayısıyla, eğer *Y*, *X*'ten daha yüksek olsaydı, sürekli harekete sahip olurduk; bununsa olanaksız olduğunu varsaymıştık. Böylece, bu varsayımlarla, *Y*'nin *X*'ten daha yüksek olamayacağını çıkarırız; öyle ki tasarlanabilecek tüm makinelerin en iyisi tersinir makinedir.

Ayrıca tüm tersinir makinelerin bir ağırlığı tam olarak aynı yüksekliğe kaldıracaklarını da anlarız. *B* makinesinin de aslında tersinir olduğunu varsayalım. *Y*'nin *X*'ten yüksek olamayacağı savı, kuşkusuz, tam da önceki kadar doğrudur; fakat makineleri ters sırada kullanarak bu savımızı tersine de çevirebilir ve *X*'in *Y*'den daha yüksek olamayacağını da kanıtlarız. Bu, çok dikkate değer bir gözlemdir; çünkü farklı makinelerin bir ağırlığı kaldıracakları yükseklikleri iç mekanizmalarına bakmaksızın çözümlememizi sağlar. Hemen anlarız ki bir kimse aşırı özenle, bir-birim ağırlığı bir-birim mesafe indirerek üç-birim ağırlığı kaldıracak bir dizi kaldıraç yaparsa ve biz onu aynı işi yapan ve temelde tersinir olan basit bir kaldıraçla karşılaştırırsak; onun makinesi söz konusu ağırlığı daha yükseğe kaldıramayacak, belki biraz daha az bile yükseltecektir. Onun makinesi tersinirse, ağırlığı ne kadar yükseğe kaldıracağını da tam olarak biliriz. Özetlersek, bir kilogramlık ağırlığı bir metre aşağı indiren ve üç kilogramlık ağırlığı kaldıran her tersinir makine, nasıl çalışırsa çalışsın, söz konusu ağırlığı daima aynı *X* yüksekliğine çıkarır. Bunun çok yararlı evrensel bir yasa olduğu açıktır. Bir sonra gelen, kuşkusuz, "*X* nedir?" sorusudur.



Şekil 4-2 Tersinir bir makine

Bir-birim ağırlıkla üç-birim ağırlığı bu *X* yüksekliğine kaldıracak bir tersinir makinemiz olduğunu varsayalım. Şekil 4-2'de görüldüğü gibi, hareket etmeyen eşit raflı bir platforma üst üste üç top yerleştiriyoruz. Bir topsa yerden 1 metre yukarıdaki bir düzeyde tutuluyor. Makine bu topu 1 metre aşağıya indirerek üç topu yukarı kaldırabilir. Şimdi, üç topun konacağı kefeyi eşit *X* aralıklı bir taban ve üstünde iki raf olarak düzenliyoruz ve ayrıca topların durduğu platformun rafları tam olarak *X* aralıklıdır. (a) Önce topları platform raflarından yatay olarak kefe raflarına yuvarlıyoruz; (b) ve yükseklikler değişmediği için bu işlemin enerji harcamaksızın meydana geldiğini varsayıyoruz. Bu durumda tersinir makine çalışır: Tek topu tabana indirir ve üç toplu kefeyi *X* yük-

sekliğine çıkarır, (c). Raflar öylesine zekice düzenlenmişti ki bu toplar şimdi platformlarla aynı düzeydedir. Böylece topları platform raflarına boşaltabiliriz, (d). Topları boşalttıktan sonra, makineyi başlangıç koşuluna getirebiliriz. Artık üst üç rafta üç top ve tabanda bir top vardır. Fakat tuhaf olan, topların ikisinin hiç kaldırılmamış olmasıdır, çünkü her şeye karşın 2. ve 3. raflardaki toplar önce de oradaydılar. Sonuçta oluşan etki, bir topun $3X$ kadar yukarı çıkarılmasıdır. $3X$ yüksekliği 1 metreyi aşarsa, o zaman makinenin başlangıç koşuluna geri getirilmesi için topu daha aşağı indirebiliriz, (f) ve bu serbest enerjiyle düzeneği yine çalıştırırız. Dolayısıyla $3X$ yüksekliği 1 metreyi aşamaz; çünkü aşarsa, sürekli hareket elde etmiş oluruz. Benzer şekilde, tersinir olan makinenin tersine çalıştırılabilmesi için 1 metrenin de $3X$'i aşamayacağını kanıtlayabiliriz. Demek ki $3X$, 1 metreden ne daha büyüktür ne de daha küçük; bu durumda sadece akıl yürütmeyle $X = \frac{1}{3}$ metre yasasını buluruz. Genelleme bellidir: Bir tersinir makine çalıştığında, 1 kilogramlık ağırlık belli bir yüksekliği iner; bu durumda p kilogramlık ağırlığı bu yükseklik bölü p kadar yukarı kaldırır. Başka bir ifadeyle, 3 kilogram çarpı kaldırılan yükseklik (burada X), 1 kilogram çarpı indirilen yüksekliğe (burada 1 metre) eşittir. Tüm ağırlıkları alalım ve şu anda tabanın üzerindeki yükseklikleriyle çarpalım; sonra makineyi çalıştıralım ve daha sonra da tüm ağırlıkları yükseklikleriyle çarpalım; hiç değişme olmayacaktır. (Sadece bir ağırlığı hareket ettirdiğimiz örneği, birini indirip birçok değişik ağırlığı kaldırdığımız hale genellemeliyiz; fakat bu kolaydır.)

Ağırlıkların yüksekliklerle çarpılıp toplanmasına kütleçekim potansiyel enerjisi deriz; bu, bir cismin uzayda yeryüzüne göre konumu nedeniyle sahip olduğu enerjidir. Kütleçekim enerjisinin denklemi, yeryüzünden çok yüksekte olmadıkça (çünkü biz yükseldikçe, kuvvet zayıflar) şöyledir:

$$\left[\begin{array}{l}\text{Bir cisim için}\\ \text{kütleçekim potansiyel}\\ \text{enerjisi}\end{array}\right] = (\text{ağırlık}) \times (\text{yükseklik}) \qquad (4.3)$$

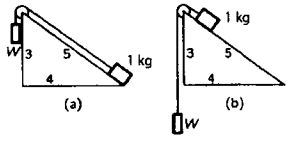
Bu çok güzel bir akıl yürütme tarzıdır. Tek sorun belki de doğru olmamasıdır. (En nihayetinde, doğa bizim akıl yürütmemize uymak zorunda değil.) Örneğin, belki de sürekli hareket aslında olanaklıdır. Varsayımlardan bazıları yanlış olabilir ya da belki biz akıl yürütmede bir hata yaptık; dolayısıyla daima kontrol etmek gerekir. Neyse ki *deneysel olarak her şeyin doğru olduğu* anlaşılmıştır.

Bir başka şeye göre konuma bağlı olan enerjinin genel adı *potansiyel* enerjidir. Bu özel halde ona, kuşkusuz, *kütleçekimsel potansiyel enerji* deriz. Kütleçekim kuvvetleri yerine elektrik kuvvetlerine karşı iş yapıyorsak, diğer bir deyişle bazı elektrik yüklerine karşı bir dizi kaldıraçla elektrik yükleri "kaldırıyor"sak, o zaman enerji içeriğine *elektriksel potansiyel enerji* denir. Genel ilke şudur: Enerjideki değişim, kuvvet çarpı kuvvetin uygulandığı uzaklıktır; bu, genelde enerjideki değişmedir:

$$\left[\begin{array}{l}\text{enerjideki}\\ \text{değişim}\end{array}\right] = (\text{kuvvet}) \times \left[\begin{array}{l}\text{kuvvetin uygulandığı}\\ \text{mesafe}\end{array}\right] \qquad (4.4)$$

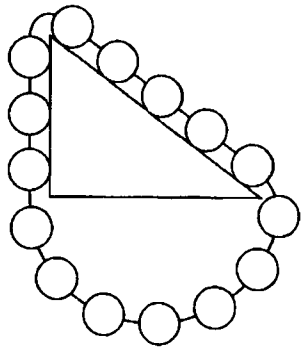
Derslerimiz boyunca, yeri geldikçe, diğer enerji türlerinin birçoğuna geri döneceğiz.

Enerjinin korunumu ilkesi, birçok durumda neler olacağı konusunda çıkarımlarda bulunmak açısından çok yararlıdır. Lisede makaralar ve kaldıraçlar hakkında farklı biçimlerde kullanılan bir yığın yasa öğrendik. Şimdi bu "yasalar"ın *tümünün aynı şey* olduğunu ve onu çözmek için 75 farklı kuralı ezberlememiz gerekmediğini anlıyoruz. Basit bir örnek, üç-dört-beş üçgeni şeklindeki düzgün eğik düzlemdir (Şekil 4-3). Eğik düzlem üzerine bir makarayla 1 kilogramlık bir ağırlık ve makaranın diğer yanına bir W ağırlığı asıyoruz. Düzlem üzerindeki 1 kiloluk ağırlığı dengelemek için W ağırlığının ne olması gerektiğini bilmek istiyoruz. Bunu nasıl hesaplayabiliriz? Tam dengede olmasını istiyorsak, tersinir olacaktır ve bu durumda aşağı yukarı hareket edebilir. Şu durumu ele alabiliriz: Başlangıç halinde, (a), 1 kiloluk ağırlık dipte ve W ağırlığı tepededir. W tersinir bir şekilde aşağı kaydığında, 1 kiloluk ağırlık tepeye çıkar, W



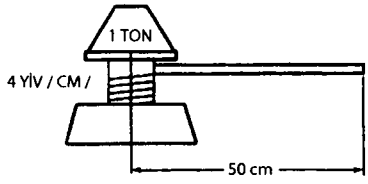
Şekil 4-3 Eğik Düzlem

ağırlığıysa tepeden eğik düzlemin uzunluğu kadar, 5 m aşağıdadır, (b). 1 kiloluk ağırlığı sadece 3 m *kaldırdık*, W ağırlığınıysa 5 m indirdik. Dolayısıyla $W = \frac{3}{5}$ kilogramdır. Dikkat ederseniz, bunu kuvvet bileşenlerinden değil de, enerjinin korunumundan çıkardık. Bununla birlikte, maharet de görecelidir. Bu sonuç, Hollandalı matematikçi Simon Stevinus'un bulduğu ve mezar taşında da betimlendiği gibi, daha da parlak bir tarzda çıkarılabilir. Şekil 4-4 bunun $\frac{3}{5}$ kilogram olması gerektiğini açıklıyor; çünkü alttaki yedi ağırlıklı zincir parçası kendisini dengeler, öyle ki bir yanda beş ağırlığın çekişi diğer yandaki üç ağırlığın çekişini –ya da yan kenarların oranı neyse onu– dengelemelidir. Diyagrama bakarak, W'nun $\frac{3}{5}$ kilogram olması gerektiğini görürsünüz. (Mezar taşınıza böyle bir yazıt konsa, fena mı olur!)



Şekil 4-4 Stevinus'un mezar yazıtı

Şimdi de enerji ilkesini çok daha karmaşık bir problemle, Şekil 4-5'te görülen vidalı krikoyla açıklayalım. Santimetre başına 4 yivi bulunan vidayı döndürmek için 50 cm uzunluğunda bir kol kullanılmaktadır. Bir tonu kaldırmak için kola ne kadar kuvvet uygulamak gerekir? Bir tonu diyelim ki 2,5 cm yukarı kaldırmak istiyoruz, o zaman kolu on kez döndürmeliyiz. Kol bir kez döndüğünde, kuvvetin uygulanma noktası (kolun ucu) yaklaşık 315 cm yol alır. Buna göre, kol 3150 cm yol almalıdır. Eğer çeşitli makaralar vb şeyler kullanırsak, kolun ucuna bilinmeyen küçük bir W ağırlığı uygulayarak bu bir tonu kaldırabiliriz. Böylece W'nun 0,8 kilogram kadar olduğunu buluruz. Bu, enerjinin korunumunun bir sonucudur.

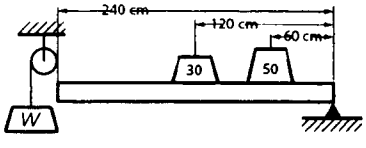


Şekil 4-5 Vidalı kriko

Şimdi Şekil 4-6'da görülen biraz daha karmaşık bir örneği ele alalım. 240 cm uzunluğunda bir demir çubuk bir ucundan desteklenmiştir. Çubuğun ortasında 30 kg'lık bir yük vardır, destekten 60 cm öteye de 50 kg'lık ikinci bir yük konulmuştur. Çubuğun ağırlığım göz ardı edersek, sistemi diğer uçtan dengede tutabilmek için ne kadar zorlanırız? Bu uca bir makara koyduğumuzu ve makaraya bir ağırlık astığımızı düşününüz; denge için bu W ağırlığı ne büyüklükte olmalıdır? W ağırlığı herhangi keyfi bir uzaklık kadar –işimizi kolaylaştırmak için, diyelim ki 10 cm– düşürülsün. Çubuğun üzerindeki yükler ne kadar yükselirler? Merkez 5 cm yükselir; destekten bir çeyrek ötedeki yükse 2,5 cm yukarı kalkar. Dolayısıyla, yükseklikler ile ağırlıkların çarpımlarının toplamının değişmediğini söyleyen ilkeye göre, W ağırlığı kere 10 cm aşağı, artı 30 kg kere 5 cm yukarı, artı 50 kg kere 2,5 cm yukarı, sıfıra eşit olmalıdır:

$$-(10)(W) + (5)(30) + (2,5)(50) = 0, \qquad W = 27,5 \text{ kg} \qquad (4.5)$$

Böylece çubuğu dengelemek için 27,5 kg'lık bir kuvvet uygulamalıyız. "Denge" yasalarını –karmaşık köprü düzenlemeleri ve benzeri şeylerin statiğini– bu şekilde hesaplayabiliriz. Bu yaklaşıma *sanal iş ilkesi* denir; çünkü bu ispatı uygulayabilmek için yapının birazcık hareket ettiğini düşünmeliyiz; gerçekte *hareket etmese* ya da *edemese bile*. Evet, enerjinin korunumu ilkesini uygulamak için, çok küçük bir hayali hareket kullanırız.

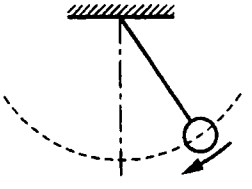


Şekil 4-6 Bir ucundan destekli ağırlık yüklü çubuk

4-3 Kinetik enerji

Bir başka enerji türünü açıklamak için bir sarkacı ele alalım (Şekil 4-7). Kütleyi yana çekip bırakırsak sarkaç ileri geri sallanır. Hareketi esnasında her bir uçtan merkeze gelirken yükseklik kaybeder. Acaba potansiyel enerji nereye gider? En dibe geldiğinde kütleçekim enerjisi yok olur; bununla birlikte tekrar yukarı tırmanacaktır. Öyleyse kütleçekim enerjisi bir başka biçime dönüşmüş olmalıdır. Hareketi nedeniyle tekrar yukarıya tırmanabildiği açıktır; böylece en dibe ulaştığında, kütleçekim enerjisinin bir başka biçime dönüştüğünü anlarız.

Hareket enerjisi için bir denklem elde etmeliyiz. Şimdi, tersinir makinelerle ilgili savlarımızı anımsayarak, en dipteki harekette sarkaç kütlesinin belli bir yüksekliğe çıkmasını sağlayacak, yukarı çıkma mekanizması ya da yukarı çıkma yoluyla ilgisi olmayan, bir enerji niceliğinin var olması gerektiğini kolayca anlayabiliriz. Böylece Deniz'in blokları için yazdığımız denkleme benzeyen bir eşdeğerlik denklemi yazabiliriz. Enerjiyi betimlemek için bir başka biçime sahibiz. Onun ne olduğunu söylemek kolaydır. En dipteki kinetik enerji, ağırlık çar-



Şekil 4-7 Basit sarkaç

pı hızına bağlı olarak çıkabileceği yüksekliktir: K.E. = $W \times H$. Gerek duyduğumuz şeyse, cisimlerin hareketiyle ilgili yüksekliği bir kurala göre bize söyleyecek olan bir denklemdir. Önce belli bir hızla, diyelim ki dimdik yukarı doğru hareket edilirse, belli bir yüksekliğe varılır; henüz onun ne olduğunu bilmiyoruz, fakat hıza bağlıdır; bunun için bir denklem var. V hızıyla hareket eden bir cismin kinetik enerji denklemini bulmak için, ulaşabileceği yüksekliği hesaplamalı ve bunu ağırlıkla çarpmalıyız. Bunu aşağıdaki gibi yazabileceğimizi çok yakında göreceğiz:

$$\text{K.E.} = W V^2 / 2g \tag{4.6}$$

Kuşkusuz, hareketin enerjiye sahip oluşunun, kütleçekim alanı içinde bulunuşumuzla bir ilgisi yoktur. Hareketin *nereden* kaynaklandığı hiç fark etmez. Bu, çeşitli hızlar için genel bir denklemdir. (4.3) ve (4.6)'nın ikisi de yaklaşık denklemlerdir; yükseklikler çok büyük olduğunda, diğer bir deyişle kütleçekimin zayıfladığı yüksekliklerde birinci denklem yanlıştır; ikincisiyse yüksek hızlarda göreli düzeltmeler nedeniyle doğru değildir. Bununla birlikte, en sonunda enerjilerin doğru denklemlerini bulduğumuz zaman, enerjinin korunumu yasası yine doğru çıkar.

4-4 Diğer enerji biçimleri

Diğer enerji biçimlerinin varlığını örneklerle açıklamayı bu şekilde sürdürebiliriz. Önce esneklik enerjisini ele alalım. Bir yayı aşağı çekersek, bir iş yapmış oluruz; çünkü o aşağıdayken, onunla ağırlık kaldırabiliriz. Dolayısıyla, yay gergin durumdayken iş yapma olanağına sahiptir. Yükseklikler ile ağırlıkların çarpımlarının toplamını hesaplasaydık, sonuç doğru çıkmazdı; yayın gergin olduğunu hesaba katacak bir şey daha eklemeliyiz. Esneklik enerjisi, yayın gerginliği için bir denklemdir. Bu enerji ne kadardır? Yayı bırakırsak, yay denge konumundan geçerken esneklik enerjisi kinetik enerjiye dönüşür ve böylece enerji yayın sıkışması ya da gerilmesi ile hareketin kinetik enerjisi arasında gidip gelir. (Ayrıca girip çıkan bir kütleçekim enerjisi de vardır; fakat bu katkıyı istemezsek, deneyi "yanlamasına" yapabiliriz.) Bu gidiş-geliş tamamen duruncaya kadar sürer. İşte! Sistemi hareket ettirmek için küçücük ağırlıklar koyun ya da makineler tersinirdir ya da sonsuza kadar çalışırlar denerek tamamen kandırıldık; görüyoruz ki sonunda sistemler duruyorlar. Peki, yayın aşağı yukarı salınma hareketi sona erdiğinde, enerjiye ne oluyor? Bu, bir başka enerji biçimini sahneye sokar: *ısı enerjisi*.

Bir yay ya da kaldıracın içinde çok sayıda atomdan oluşmuş kristaller vardır; ve bir düzeneği kurarken parçaların düzenlenmesini büyük bir özen ve titizlik içinde öyle ayarlamaya çalışırız ki, bir şeyi başka bir şey üzerinden yuvarlarken atomların hiçbiri hiç kıpırdamasın. Fakat çok dikkatli olunmalıdır. Genellikle nesneler yuvarlandıklarında, malzemedeki düzensizlikler nedeniyle çarpmalar ve sallanmalar olur ve içerde atomlar kıpırdamaya başlar. Böylece bu enerjinin izini yitiririz; hareket yavaşladıktan sonra atomları içeride rastgele ve karışık biçimde salınır halde buluruz. Bu yine kinetik enerjidir; ancak, görünür hareketle ilgili değildir. Ne hayal ama! Bunun hâlâ kinetik enerji olduğunu nasıl biliyoruz? Sonunda, termometreyle yayın ya da kaldıracın aslında *daha sıcak* olduğunu, kinetik enerjide belirli bir miktar artma meydana geldiğini anlayabilirsiniz. Bu enerji biçimine *ısı enerjisi* diyoruz; fakat onun aslında yeni bir enerji biçimi olmadığını, sadece kinetik enerji –iç hareket– olduğunu biliyoruz. (Büyük ölçekteki maddeyle yaptığımız tüm bu deneylerin güçlüklerinden biri, onlarda enerjinin korunumunu sahiden gösterememiz ve tersinir makineler yapamamamızdır; çünkü her seferinde koca koca madde yığınlarını harekete geçiriyoruz, atomlar kesinlikle rahatsız ediliyorlar ve böylece atomik sisteme belirli bir miktarda rastgele hareket verilmiş oluyor. Bunu göremiyoruz, fakat termometrelerle ve benzeri şeylerle onu ölçebiliyoruz.)

Enerjinin birçok başka biçimi vardır; ama onları elbette şu anda ayrıntılı olarak betimleyemeyiz. Elektrik yüklerinin itme ve çekmesiyle ilgili elektriksel enerji vardır. Işıma enerjisi, ışık enerjisi vardır; bunun bir elektriksel enerji bi-

çimi olduğunu biliyoruz, çünkü ışık, elektromanyetik alandaki titreşimler olarak temsil edilebilir. Kimyasal enerji, kimyasal tepkimelerde salınan enerjidir. Aslında esneklik enerjisi, bir dereceye kadar, kimyasal enerji gibidir; çünkü kimyasal enerji atomların birbirlerini çekme enerjisidir ve bu nedenle esneklik enerjisidir. Çağdaş kavrayışımız şöyledir: Kimyasal enerji iki kısma sahiptir; atomların içindeki elektronların kinetik enerjisi ve elektronlarla protonların etkileşmesinin elektriksel enerjisi; böylece bir kısmı kinetik ve kalanı elektrikseldir. Şimdi de çekirdeğin içindeki parçacıkların düzenlenmesiyle ilgili nükleer enerjiye geliyoruz; bunun için denklemlerimiz var, fakat temel yasalara sahip değiliz. Elektriksel olmadığını, kütleçekimsel olmadığını, saf kinetik olmadığını biliyoruz; fakat ne olduğunu bilmiyoruz. Sanki ek bir enerji biçimiymiş gibi görünüyor. Nihayet, görelilik kuramıyla ilişkili olan kinetik enerji –ya da ne isterseniz, deyin– yasalarının değiştirilişi vardır; öyle ki kinetik enerji, kütle enerjisi denen bir başka terimle birleştirilir. Bir cisim sırf varlığından ötürü enerjiye sahiptir. Eğer hiçbir şey yapmayıp duran –kütleçekimi boş verin, her şeyi boş verin– bir pozitrona ve bir elektrona sahipsem, onlar bir araya gelip yok olurlar ve belirli bir miktar ışıma enerjisi açığa çıkar; bu miktar hesaplanabilir. Tek bilmemiz gereken cismin kütlesidir. Ne olduğuna bağlı değildir; iki şey yok olur ve belirli bir miktar enerji çıkar. İlk kez Einstein tarafından bulunmuş olan $E = mc^2$ eşitliğidir.

Biraz önce birkaç örneği tartışırken tüm denklemleri bilmeksizin çözümlemeler yapmada enerjinin korunumu yasasının müthiş yararlı olduğunu açıkça gördük. Tüm enerji biçimlerinin denklemlerini bilseydik, ayrıntılara girmeksizin, kaç sürecin çalıştığını çözümlerdik. Dolayısıyla korunum yasaları çok ilginçtir. Fizikteki diğer korunum yasalarının neler oldukları sorusu buradan doğal olarak önümüze gelir. Enerjinin korunumuna benzeyen iki korunum yasası daha vardır. Bunların biri çizgisel momentumun korunumudur; diğeriyse açısal momentumun korunumu. Bunlar hakkında daha sonra çok şey öğreneceğiz. Son çözümlemede, korunum yasalarını derinlemesine anlamış değiliz. Enerjinin korunumunu tam anlamadık. Enerjiyi, belli sayıda küçük topaklar şeklinde anlayamadık. Belki duymuşsunuzdur, fotonlar topaklar halinde yayınlanır ve bir fotonun enerjisi Planck sabiti çarpı frekanstır. Bu doğru, fakat ışığın frekansı her değerde olabileceğinden, enerjinin tam belli bir miktarda olması gerektiğini söyleyen bir yasa yoktur. Deniz'in bloklarından farklı olarak, enerji herhangi bir miktarda var olabilir; en azından şimdilik anladığımız kadarıyla. Böylece bu enerjiyi şu an için bir şeyleri sayarak değil de, soyut ve oldukça tuhaf bir durum, sırf matematiksel bir nicelik olarak anlıyoruz. Kuantum mekaniğinde, enerjinin korunumu dünyanın önemli başka bir özelliğiyle yakından ilişkilidir: *Hiçbir şey mutlak zamana bağlı değildir.* Verilen bir anda bir deney kurup deneyi yaparız ve sonra aynı deneyi başka bir anda tekrarlarız; tam olarak aynı sonuçları buluruz. Bu kesin olarak doğru mudur değil midir, onu bilmiyoruz. *Doğru* olduğunu varsayar ve kuantum mekaniğinin ilkelerini eklersek, enerjinin korunumu ilkesini elde ederiz. Bu oldukça incelikli ve ilginç bir şeydir; açıklanması da hiç kolay değildir. Diğer korunum yasaları da birbirine bağlanır. Momentumun korunumu kuantum mekaniğinde, "deneyi nerede yaptığınızın önemi yoktur, sonuçlar daima aynı çıkacaktır" önermesiyle ilişkilidir. Uzaydan bağımsızlık momentumun korunumuyla ve zamandan bağımsızlık enerjinin korunumuyla ilişkili olduğu gibi, son olarak, düzeneğimizi döndürdüğümüzde, bu da hiç fark yaratmaz; böylece açısal yönelmeye göre dünyanın değişmezliği de açısal momentumun korunumuyla ilişkilidir. Bunların yanı sıra, üç korunum yasası daha vardır ki, bugün söyleyebildiğimiz kadarıyla, bunlar tam olarak korunmakta olup blokların sayımı niteliğinde olduklarından, anlaşılmaları da çok daha kolaydır.

Bu üç yasanın ilki, *yükün korunumudur*; tek yapacağınız şey, sahip olduğunuz artı elektrik yüklerini saymak ve bu sayıdan eksi yükleri çıkarmaktır; bu sayı asla değişmez. Bir eksi yükle bir artıdan kurtulabilirsiniz, fakat eksilerden daha fazla net artı yük üretemezsiniz. Diğer iki yasa buna benzemektedir; biri baryonların korunumudur. Çok sayıda acayip parçacık vardır; baryonlar dedi-

ğimiz nötron ve proton bunlara birer örnektir. Doğası ne olursa olsun her tepkimede, tepkimeye giren kaç baryon sayarsanız, çıkan baryonların sayısı da yine aynı olacaktır.* Leptonların korunumu denen bir başka yasa daha vardır. Lepton olarak adlandırılan parçacıklar grubunun elektron, mü-mezon ve nötrino olduğunu söyleyebiliriz. Karşı-elektrona pozitron denir; karşı-leptonlar –1 lepton olarak sayılırlar. Bir tepkimeye giren ve çıkan leptonların toplam sayısı, şimdi bildiğimiz kadarıyla, asla değişmemektedir.

Demek ki altı korunum yasası vardır; bunların üçü derin anlamlı olup uzay ve zamanı içerirler; diğer üçüyse basit olup bir şeyi sayma anlamındadır.

Enerjinin korunumuna gelince, *kullanılabilir enerji*nin başka bir konu olduğuna işaret edelim: deniz belli bir sıcaklığa sahip olduğu için, deniz suyunun atomlarında bir sürü titreşim vardır; ama bir başka yerden enerji almadan onları belli bir hareket içine toplamak olanaksızdır. Dolayısıyla, enerjinin korunduğu gerçeğini bilsek de, insanların yararına kullanılacak enerji kolayca korunamaz. Ne kadar enerjinin kullanılabilir olduğunu yöneten yasalara *termodinamik yasaları* denir ve bunlar tersinmez termodinamik süreçleri için entropi denen bir kavram içerir.

Son olarak, bugün enerji gereksinimlerimizi nereden karşılayabiliriz sorusuna değinelim. Biz enerjiyi güneşten, yağmurdan, kömürden, uranyumdan ve hidrojenden sağlamaktayız. Güneş yağmuru da yağdırır, kömürü de oluşturur; böylece bunların tümü güneşten kaynaklanır. Enerji korunsa da, doğanın bununla ilgilendiğini sanmıyoruz; o güneşten çok fazla enerji açığa çıkarır, fakat bunun ancak iki milyarda biri yerküremize düşer. Uranyumdan zaten enerji elde ettik; hidrojenden de elde edebiliriz; fakat şimdilik bunu sadece infilak edici, tehlikeli bir durumda yapabiliyoruz. Eğer bunu termonükleer tepkimelerde kontrol edebilirsek, 10 litre sudan saniyede elde edilebilecek enerji, Amerika Birleşik Devletleri'nde üretilen elektrik gücünün tümüne eşit olur. Dakikada 600 litre içme suyuyla, bugün ABD'de kullanılan tüm enerjiyi sağlayacak yakıta sahip olursunuz! Bu nedenle, bizi enerji sıkıntısından kurtarma yolunu arayıp bulmak fizikçiye kalmıştır. Bu yapılabilir.

* Karşı-baryonlar, –1 baryon olarak hesaba katılırlar.

5

ZAMAN VE MESAFE

5-1 Hareket
5-2 Zaman
5-3 Kısa zamanlar
5-4 Uzun zamanlar
5-5 Birimler ve zaman standartları
5-6 Büyük uzaklıklar
5-7 Kısa uzaklıklar

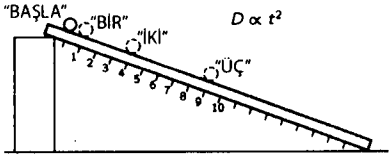
5-1 Hareket

Bu bölümde *zaman* ve *mesafe* kavramlarını ele alacağız. Daha önce fiziğin, tüm bilimler gibi, *gözleme* dayandığı vurgulanmıştı. Fiziksel bilimlerin bugünkü yapılarına kavuşması, büyük ölçüde *nicel* gözlemlerin yapılması vurgusuna dayanmıştır da denilebilir. Fiziğin esası olan nicel bağıntılara sadece nicel gözlemlerle ulaşılabilir.

Pek çok kişi fiziği, 350 yıl önce Galileo'nun yaptığı çalışmalarla başlatmak ister ve Galileo'ya ilk fizikçi der. O zamana kadar, hareketin incelenişi, birisinin kafasında tasarlanmış kanıtlara dayalı felsefi bir çalışmayı geçememişti. Argümanların çoğu, Aristoteles ve diğer eski Yunan filozoflar tarafından sunulmuş ve "kanıtlanmış" kabul edilmekteydi. Galileo kuşkucu biriydi ve hareket konusunda esası şöyle olan bir deney yapmıştı: Bir topu eğik duran bir oluk içinde aşağı doğru yuvarlamış ve hareketi gözlemişti. Aslında sadece bakmamıştı; *ne kadar uzun bir zaman*da *ne kadar öteye* gittiğini ölçmüştü.

Uzaklığı ölçme yolu, Galileo'dan çok önce de iyi biliniyordu, fakat zamanı, özellikle de kısa zamanları, hassas olarak ölçme yolları yoktu. Ardından daha doyurucu saatler icat etmiş olsa bile (kuşkusuz bunlar bizim bildiğimiz saatler gibi değildi), Galileo hareket üzerine olan ilk deneylerinde eşit zaman aralıklarını saymak için kendi nabız atışlarını kullanmıştı. Biz de aynı şeyi yapalım.

Top oluktan aşağı yuvarlanırken nabız atışlarını sayabiliriz: "bir ... iki ... üç ... dört ... beş ... altı ... yedi ... sekiz ..." Bir arkadaşımızdan her sayışta topun konumunu işaretlemesini isteriz; sonra topun bırakılma noktasından bir, iki veya üç vb eşit zaman aralıklarında katettiği *mesafe*yi ölçebiliriz. Galileo gözlemlerinin sonuçlarını şu şekilde ifade etmişti: Topun bırakılma anından itibaren 1, 2, 3, 4, ... zaman birimindeki konumları işaretlenirse, bu işaretler, başlama noktasından 1, 4, 9, 16, ... sayılarıyla orantılı mesafelerdir. Bugün buna mesafe, zamanın karesiyle orantılıdır deriz:



Şekil 5-1 Eğik olukta yuvarlanan top.

$$D \propto t^2.$$

Tüm fiziğin temelini oluşturan *hareket* şu sorularla incelenir: "nerede?" ve "ne zaman?"

5-2 Zaman

İlkin *zaman*la ne kastettiğimize bakalım. Zaman nedir? Zamanın iyi bir tanımını bulabilsek, ne iyi olur. Webster sözlüğü "zaman"ı "periyot" olarak tanımlar ve bu çok yararlı görünmeyen bir "zaman"dır. Belki de şöyle demeliyiz: "Zaman, başka hiçbir şey olmadığında olandır." Ki bu da bizi çok öteye götürmez. Belki de zaman, büyük olasılıkla tanımını yapamayacağımız (sözlük anlamında) şeylerden biri olarak karşımıza çıkar ve ancak o zaten ne olduğunu bildiğimiz bir şeydir deriz: 'O, ne kadar uzun bir süre beklediğimiz'dir!

Aslında zamanı nasıl *tanımladığımız* hiç de önemli değildir; onu nasıl ölçeceğimizdir önemli olan. Zamanı ölçmenin bir yolu, düzgün bir şekilde tekrar tekrar meydana gelen bir şeyden –*periyodik* bir şeyden– yararlanmaktır. Örneğin günlerden yararlanabiliriz. Günün tekrar tekrar meydana geldiği anlaşılıyor. Ancak onu düşünmeye başladığınızda, şunu da sorabilirsiniz: "Günler periyodik midir, onlar düzenli midir?" Yaz günlerinin kış günlerinden daha uzun olduğu izlenimi vardır kesinlikle. Kuşkusuz, çok sıkılmış birine, bazı kış günlerinin korkunç uzun geldiği doğrudur. Birinin kesinlikle şöyle dediğini duyarsınız: "Vay canına, amma da uzun bir gün oldu!"

Bununla birlikte, günler, *ortalamada*, neredeyse aynı uzunlukta gibi görünür. Günlerin aynı uzunlukta olup olmadıklarını; bir günün diğeriyle ya da en azından ortalamada aynı olup olmadıklarını sınayacağımız herhangi bir yol var mıdır? Bunun bir yolu, bir başka periyodik olayla karşılaştırma yapmaktır. Böyle bir karşılaştırmanın kum saatiyle nasıl yapılabileceğini görelim. Her seferinde son kum tanesi düştüğünde saati ters yüz etmek üzere gece gündüz orada duracak biri bulunursa, kum saatiyle periyodik bir oluşu "yaratabiliriz."

O zaman her sabahtan bir sonrakine kum saatinin döndürülmelerini sayabiliriz. Bu durumda, saatlerin sayısının (yani, kum saatinin döndürülme sayısının) her "gün" aynı olmadıklarını görürüz. Güneşe, kum saatine ya da ikisine de güvenmemeliyiz. Biraz düşününce, "saatler"imizi öğleden öğleye saymak aklımıza gelir. (Burada öğle vakti, saat 12:00 olarak *değil* de, güneşin en yüksek noktada olduğu an olarak tanımlanır.) Bu durumda, "saatler"in sayısının her gün aynı olduklarım görürüz.

Artık "saat"in ya da "gün"ün "gerçekten" periyodik olduğunu *kanıtlamış* olmasak da, onların düzgün bir periyodikliğe sahip olduklarına; yani ardı ardına eşit aralıkları işaretlediklerine biraz daha güveniriz. Birisi, acaba geceleri kum akışını yavaşlatan ve gündüzleri hızlandıran bir kudret sahibi var olamaz mı diye sorabilir. Deneyimiz, kuşkusuz, bu tür sorulara cevap veremez. Diyebileceğimiz tek şey, bir tür düzenliliğin diğer bir tür düzenlilikle uyuştuğunu bulduğumuzu söylemektir. Sadece diyebiliriz ki, zaman *tanımımızı* görünürde periyodik bir olayın yinelenmesi üzerine temellendiririz.

5-3 Kısa zamanlar

Günün yinelenebilirliğini sınama sürecinde önemli bir yan-ürüne kavuştuğumuza dikkat çekmeliyiz. Orada bir ölçüm yolu, daha kesin ifadeyle, bir günün kesirlerini bulduk. Zamanı daha küçük parçalar cinsinden sayma yolu elde ettik. Bu süreci daha ileri götürüp, daha da küçük zaman aralıklarını ölçmeyi öğrenebilir miyiz?

Galileo, bir sarkacın salınımları küçük tutulduğu sürece, onun eşit zaman aralıklarında ileri geri salındığına karar vermişti. Sarkacın bir "saat"teki salınım sayısını karşılaştıran bir sınama, bunun gerçekten böyle olduğunu gösterir. Salınımları saymak –ve onların sürüp gitmesini sağlamak– için bir mekanik düzenek kullanılacaksa, bu dedelerimizin sarkaçlı saati olur.

Sarkacımızın bir saatte 3600 kez salındığı (ve bir günde böyle 24 saat olduğu) konusunda anlaştığımızda, sarkacın her periyoduna bir "saniye" deriz. Özgün zaman birimimizi böylece yaklaşık olarak 10^5 parçaya bölmüş oluruz. Saniyeyi daha da küçük aralıklara bölmek için aynı ilkeleri uygulayabiliriz. İstendiği kadar hızlı salınan mekanik sarkaçlar yapmanın pratik olmadığını hemen anlarsınız; ancak şimdi de çok kısa salınım periyoduyla bir periyodik hareket temin eden ve salınıcılar denilen *elektriksel* sarkaçlar yapabiliriz. Bu elektronik salınıcılarda, sarkacın kütlesinin salınımı tarzında ileri geri salınan şey bir elektrik akımıdır.

Her biri bir öncekinden 10 kez daha kısa periyotlu olan bu tür bir elektronik salınıcılar dizisi oluşturabiliriz. Her salınıcıyı, bir önceki daha yavaş salınıcının bir tek salınımında yaptığı salınımların sayısını kaydedecek şekilde "ayarlayabiliriz." Saatimizin salınım periyodu bir saniyenin bir kesrinden daha kısa olduğunda, bizim gözlem gücümüzü artıran bir düzenek yardımı olmaksızın, salınımları sayamayız. Böyle bir düzenek, kısa süreler için bi tür mikroskop gibi davranan elektron-demeti osiloskobudur. Bu düzenek, bir floresan perde üzerine, zamana karşı elektrik akımının (ya da voltajın) bir grafiğini çizer. Bu osiloskobu sıra halindeki salımcılarımızın ikisine bağlayıp önce bu salınıcıların birindeki akımın grafiği ve sonra diğerindeki akımın grafiği çizdirilerek, Şekil 5-2'de görülenlere benzer iki grafik elde ederiz. Buradan yavaş salınıcının bir periyodunda oluşan hızlı salınıcının periyotlarının sayısını derhal saptayabiliriz.

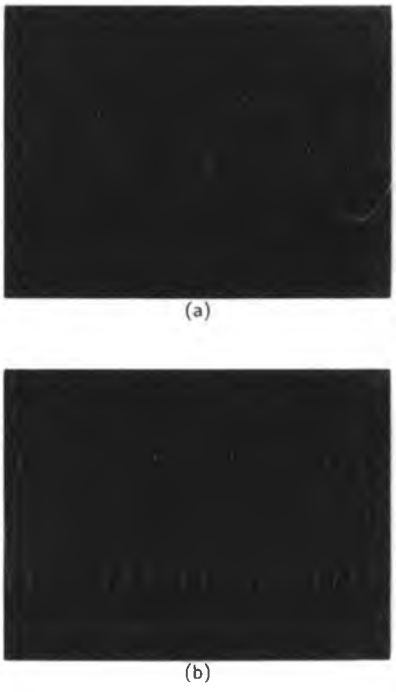
Modern elektronik yöntemlerle, 10^{-12} saniye kadar kısa periyotlu salınıcılar kurulabilmiş ve onlar bizim standart zaman birimimiz olan saniye cinsinden (betimlediğimiz karşılaştırma yöntemleriyle) ölçülendirilmişlerdir. Geçmiş birkaç yılda, "lazer"in ya da ışık yükseltecinin icat edilmesi ve mükemmel hale getirilmesiyle 10^{-12} saniyeden daha bile kısa periyotlu salınıcıların yapılması olanaklı hale geldi; fakat onları betimlediğimiz yöntemlerle ölçülendirmek henüz olanaklı görünmüyorsa da, yakında bunun da gerçekleştirileceğinden kuşku duymuyoruz.

10^{-12} saniyeden daha kısa zamanlar gerçekte ölçüldü, fakat farklı yöntemlerle. Aslında, farklı bir "zaman" *tanımı* kullanılmıştı. Yöntemlerden biri, hareketli bir cisim üzerindeki iki olgu arasında yer alan mesafeyi ölçmekti. Örneğin, hareket halindeki bir otomobilin ön farları açılsın ve sonra kapatılsın; farların *nerede* açılıp *nerede* kapatıldığını ve otomobilin hızını biliyorsak, zaman, farların açık olduğu mesafe bölü hızdır.

Geçmiş birkaç yıl içinde, π^0-mezonlarının ömürlerini ölçmek için sadece böyle bir yöntem kullanılmıştı. π^0-mezonlarının yaratıldığı bir fotoğraf emülsiyonu içinde kalan küçücük izleri bir mikroskopla gözleyerek, bir π^0-mezonunun (neredeyse ışık hızındaki belli bir hızla gittikleri bilinir) bozunmadan önce ortalama olarak 10^{-7} metre kadar bir mesafe katettiği görüldü. π^0-mezon sadece 10^{-16} saniye kadar yaşamıştı. Burada öncekinden bir bakıma farklı bir zaman tanımı kullandığımız vurgulanmalıdır. Yine de, anlayışımızda tutarsızlıklar olmadığı sürece, tanımlarımızın yeterince eşdeğer olduğu konusunda kendimizi oldukça emin hissetmekteyiz.

Yöntemlerimizi –ve gerekliyse tanımlarımızı– daha da genişleterek, daha da hızlı olan fiziksel olayların zaman süresini tahmin edebiliriz. Bir çekirdek salınımının periyodundan söz edebiliriz. Bölüm 2'de değindiğimiz yeni keşfedilen acayip rezonansların (parçacıkların) ömürlerinden bahsedebiliriz. Onların bütün ömürleri sadece 10^{-24} saniyelik bir süreyi kaplar ki bu da yaklaşık olarak ışığın (bilinen en büyük hız) hidrojen çekirdeğini (bilinen en küçük cisim) geçmek için harcadığı zamandır.

Daha da küçük zamanlar için ne denebilir? Daha küçük ölçekte bir "zaman" var mıdır? Eğer daha kısa zamanda olan bir şeyi ölçemiyorsak –ya da hissedilir biçimde düşünemiyorsak bile– daha küçük zamanlardan söz etmenin bir anlamı olur mu? Belki de olmaz. Şimdi soracağınız ve belki de önümüzdeki yirmi ya da otuz yıl içinde yanıtlayacağınız bazı açık sorular vardır.

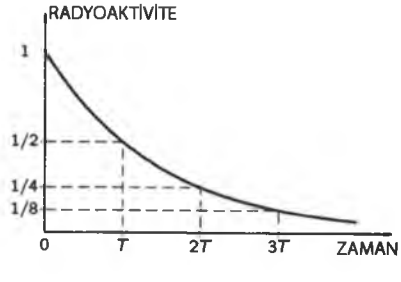


Şekil 5-2 . Osiloskop ekranının iki görünüşü. (a)'da osiloskop bir salınıcıya bağlı; (b)'de osiloskop onda-bir uzun periyotlu bir salınıcıya bağlıdır.

5-4 Uzun zamanlar

Şimdi de bir günden daha uzun zamanları ele alalım. Daha uzun zamanların ölçümü kolaydır: Etrafta saymayı yapacak birileri olduğu sürece, sadece günleri sayarız. Önce bir başka periyodiklik buluruz: 365 gün kadar olan yıl. Bazen de yıllar için doğanın bize ağaç halkaları ya da dere taban çökeltileri yapısında bir sayaç sağladığını keşfederiz. Bazı durumlarda, çok erken bir olaydan bu yana geçmiş zamanı saptamak için, bu doğal zaman işaretlerini kullanabiliriz.

Uzun zamanları ölçmek için yılları sayamadığımızda, ölçüm için başka yollara bakarız. En başarılı yollardan biri, "saat" olarak bir radyoaktif madde kullanmaktır. Bu durumda gün ya da sarkaç gibi periyodik bir oluşa değil de, yeni bir tür "düzenlilik"e sahibizdir. Özel bir madde örneğinin radyoaktivitesinin, maddenin yaşındaki ardışık eşit artmalarda aynı *kesir*de azaldığını görürüz. Zamanın fonksiyonu olarak (diyelim ki gün cinsinden) gözlenen radyoaktivitenin grafiğini çizersek, Şekil 5-3'te görülen türden bir eğri elde ederiz. Radyoaktivite T gün içinde (buna yarı-ömür deriz) yarıya düşerse, bir sonraki T günde dörtte-bire düştüğünü gözleriz ve bu böylece sürüp gider. Keyfi bir t zaman aralığında t/T kadar "yarı-ömür" vardır ve bu t zaman sonra kalan kesir $(\frac{1}{2})^{t/T}$dir.



Şekil 5-3. Radyoaktivitenin zamanla azalması. Aktiflik her T yarı-ömründe bir-bölü-iki kadar azalır.

ZAMAN			
YILLAR	SANİYELER	ORTALAMA ÖMRÜ	
		????????	
	10^{18}	Evrenin yaşı	
10^9		Dünyanın yaşı	U^{238}
	10^{15}		
10^6		İlk insanlar	
	10^{12}	Piramitlerin yaşı	
10^3			Ra^{226}
		ABD'nin yaşı	
	10^9	İnsanın ömrü	H^3
1			
	10^6		
		Bir gün	
	10^3	Işık güneşten dünyaya gelir	Nötron
	1	Bir kalp atışı	
	10^{-3}	Ses dalgasının periyodu	
	10^{-6}	Radyo dalgasının periyodu	Müon
			$\pi^{\pm}$-mezon
	10^{-9}	Işık otuz santimetre gider	
	10^{-12}	Molekülün dönme periyodu	
	10^{-15}	Atomik titreşim periyodu	
			π^0-mezonu
	10^{-18}	Işığın bir atomu geçişi	
	10^{-21}		
		Çekirdek titreşim periyodu	
	10^{-24}	Işığın bir çekirdeği geçişi	Acayip parçacık
		????????	

Bir madde parçasının, diyelim ki bir parça odunun, oluştuğu zaman A miktarında radyoaktif malzeme içerdiğini bilseydik ve şimdi doğrudan ölçümle B miktar aktif malzeme içerdiğini bulsaydık,

$$(\tfrac{1}{2})^{t/T} = B / A$$

denklemini çözerek cismin yaşını hesaplayabilirdik.

Neyse ki bir cisim oluştuğunda onun içindeki radyoaktivite miktarını bilebildiğimiz durumlar vardır. Örneğin havadaki karbondioksitin belli küçük bir miktarda radyoaktif karbon izotopu C^{14} içerdiğini biliyoruz (kozmik ışınların etkisiyle sürekli tamamlanan). Bir cismin *toplam* karbon içeriğini ölçersek, bu miktarın belli bir kesrinin başlangıçta C^{14} olduğunu biliriz ve dolayısıyla yukarıdaki denklemde kullanılacak A başlangıç miktarını biliriz. Karbon-14, 5000 yıllık yarı-ömre sahiptir. Dikkatli ölçümlerle 20 yarı-ömür ya da benzer bir süre sonra kalan miktarı ölçebiliriz; dolayısıyla 100.000 yıl kadar önce büyümüş organik nesneleri "tarihlendirebiliriz".

Daha da yaşlı nesnelerin ömrünü bilmek isteriz ve sanırım biliyoruz. Bilgimizin çoğu, farklı yarı-ömürlere sahip başka radyoaktif izotopların ölçümlerine dayanır. Daha uzun yarı-ömürlü bir izotopla ölçümler yaparsak, daha uzun zamanları ölçme olanağı elde ederiz. Örneğin, uranyumun yarı-ömrü 10^9 yıl kadar olan bir izotopu vardır; öyle ki bir malzeme içinde uranyumla 10^9 yıl kadar önce oluşmuşsa, bugün içinde uranyumun sadece yarısı kalmış olmalıdır. Uranyum parçalandığında, kurşuna değişir. Uzun süre önce bir kimyasal süreçte oluşmuş bir kaya parçasını ele alalım. Kurşun, uranyumdan farklı bir kimyasal doğaya sahip olarak, kayanın bir kısmında ve uranyumsa kayanın bir başka kısmında görülebilir. Uranyum ve kurşun ayrıştırılabilir. Söz konusu kaya parçasına bugün bakarsak, o zaman sadece uranyumdu, şimdi belli bir kesrinin uranyum ve belli bir kesrinin kurşun olduğunu görürüz. Bu kesirleri karşılaştırarak, uran-

yumun yüzde kaçının yok olup kurşuna değiştiğini söyleyebiliriz. Bu yöntemle, belirli kayaların yaşının birkaç milyar yıl olduğu saptanmıştı. Belirli kayalar kullanmadan okyanuslarda uranyum ve kurşuna bakarak ve dünya üzerinden ortalamalar alarak bu yöntemin daha geniş şekilde kullanılmasıyla, geçen birkaç yıl içinde dünyamızın yaşı yaklaşık 4,5 milyar yıl olarak saptanmıştı.

Dünyanın yaşının, uranyum yöntemiyle saptanmış olarak, dünyaya düşen göktaşlarının yaşıyla aynı olarak bulunması yüreklendiricidir. Görünen o ki, dünya uzayda yüzen kayalardan oluşmuştu ve göktaşları büyük olasılıkla bu malzemelerden arta kalanların bazılarıydı. Beş milyar yıldan biraz daha uzun zamanda, evren var olmağa başlamıştı. Artık şuna inanılıyor; Evrenin en azından bizimle ilgili kısmı on ya da on iki milyar yıl kadar önceye dayanan bir başlangıca sahipti.* Acaba ondan da önce ne oldu; bunu bilmiyoruz. Aslında, pekâlâ yine şunu sorabiliriz: Bu soru herhangi bir anlam taşır mı? Daha önceki bir zamanın herhangi bir anlamı var mıdır?

5-5 Birimler ve zaman standartları

Bir standart zaman birimiyle, diyelim ki gün ya da saniyeyle, başlamanın elverişli olacağını ve diğer tüm zamanların bu birimin bazı katları ya da kesirleriyle anılacağını belirtmiştik. Temel zaman standardımız olarak neyi alalım? İnsanın kalp atışlarını mı? Kalp atışlarını karşılaştırırsak, değişkenlik gösterdiklerini görürüz. İki saati karşılaştırırsak, onların çok değişmediklerini buluruz. Bu durumda, evet, haydi bir saat alalım diyebiliriz. Fakat hangi saati? Kasabasında tüm saatlerin öğle vaktini aynı anda çalmasını isteyen İsviçreli çocuğun öyküsünü bilir misiniz? Böylece bunun değerini herkese inandırmaya çalışmak için dolanıp durmuş. Herkes bunun harika bir düşünce olduğunu, çocuğun saati çaldığında tüm diğer saatlerin de öğle vaktini göstereceğini düşünmüştü! Standart olarak kimin saatini almamız gerektiğine karar vermek oldukça zordur. Bereket versin ki, tümümüz bir saati bölüşürüz: dünyayı. Uzun süreden beri dünyanın dönme periyodu temel zaman standardı olarak alındı. Bununla birlikte, ölçümler gitgide daha hassas yapıldıkça, dünyanın dönmesinin, en iyi saatlerle ölçüldüğünde, tam anlamıyla periyodik olmadığı anlaşıldı. Bu "en iyi" saatler, birbirleriyle uyuştuklarından, doğru olduklarına inanmak için nedenimiz olan saatlerdir. Çeşitli nedenlerle artık inanıyoruz ki bazı günler diğerlerinden daha uzun, bazılarıysa daha kısadır ve ortalamada dünyanın periyodu yüzyıllar geçtikçe biraz daha uzun hale gelir.

Çok yakın zamana kadar dünyanın periyodundan daha iyi bir şey bulamamıştık, böylece tüm saatler günün uzunluğuna bağlanmıştı ve saniye bir ortalama günün 1/86.400'ü olarak tanımlanmıştı. Son zamanlarda bazı doğal salınıcılarla deneyim kazanıyoruz ve artık inanıyoruz ki bunlar bize dünyanın periyodundan çok daha sabit zaman referansı temin edebilir ve bunlar da herkesin eli altındaki doğal bir olaya dayanır. Bunlar "atom saatleri"dir. Onların temel iç periyodu, bir atomik titreşimin periyodu olup sıcaklığa ya da diğer her dış etkiye çok duyarsızdır. Bu saatler, 10^9'da bir ya da daha iyi bir doğrulukla zamanı ölçerler. Geçen iki yıl içinde Harvard Üniversitesinden Profesör Norman Ramsey tarafından hidrojen atomunun titreşimiyle çalışan gelişmiş bir atom saati tasarlanıp yapıldı. O, bu saatin 100 kat daha hassas olabileceğine inanıyor. Şu anda süren ölçümler bunun böyle olup olmadığını gösterecek.

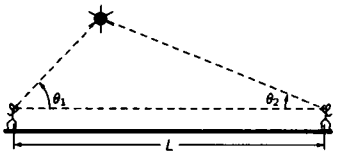
Artık astronomik zamandan çok daha hassas saatler yapmak mümkün olduğuna göre, yakında bilim insanları arasında zaman birimini atomik saat standartlarından biri cinsinden tanımlamak için bir anlaşma olacağını bekleyebiliriz.

5-6 Büyük uzaklıklar

Artık *uzaklık* sorusuna dönelim. Nesneler ne kadar uzakta ya da ne kadar büyüktür? Herkes bilir ki uzaklığı ölçmenizin yolu bir çubuk metreyle başlamak

* WMAP ve Planck gözlemlerinden sonra, evrenin yaşının artık 13,7 milyar yıl olduğuna kesin gözüyle bakılıyor –çn.

ve saymaktır. Ya da başparmakla başlamak ve saymaktır. Bir birimle başlayıp sayarsınız. Küçük nesneler nasıl ölçülür? Uzaklık alt parçalara nasıl ayrılır? Zamanı alt parçalara nasıl ayırdıysak, uzaklığı da aynı şekilde ayırırız: Daha küçük bir birim alırız ve daha büyük birimi oluşturuncaya kadar bu birimlerin sayısını sayarız. Böylece gitgide daha da küçük uzunlukları ölçebiliriz.

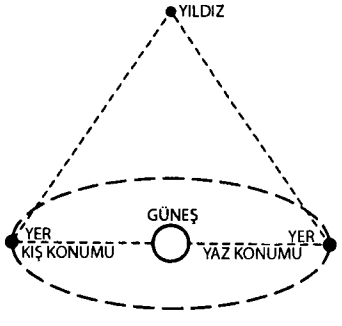


Şekil 5-4. Bir Sputnik uydusunun yüksekliği üçgen kurarak saptanır.

Fakat uzaklıkla her zaman bir metre çubuğuyla sayarak elde ettiğimiz şeyi kastetmeyiz. İki dağ tepesi arasındaki yatay uzaklığı sadece bir metre çubuğu kullanarak ölçmek zor olabilir. Uzaklığın bir başka şekilde ölçülebileceğini deneyimle bulduk: üçgen kurarak. Bu gerçekten de farklı bir uzaklık tanımı kullanıyoruz anlamına gelse de, her ikisi kullanıldığında, bunlar birbirleriyle uyuşurlar. Uzay aşağı yukarı Öklit'in düşündüğü gibiydi; dolayısıyla iki tip uzaklık tanımı uyuşur. Dünya üzerinde uyuştuklarına göre, daha büyük uzaklıklar için de üçgen kurma yöntemi konusunda bu bize epeyce güven verir. Örneğin, ilk Sputnik uydusunun yüksekliğini ölçmek için üçgen kurma yöntemini kullanabilirdik. Böylece uydunun kabaca 5×10^5 metre yüksekte olduğunu bulurduk. Daha özenli ölçümlerle, aya olan uzaklık da aynı yolla ölçülebilir. Dünya üzerinde farklı yerlerdeki iki teleskop, bize ihtiyacımız olan iki açıyı verebilir. Ayın 4×10^8 metre uzakta olduğu bu şekilde bulunabilir.

Aynı şeyi güneş için yapamayız; ya da en azından bunu henüz kimse gerçekleştiremedi. Güneşte verilen bir noktaya odaklanma ve bununla açıları saptama dakikliği, güneşe olan uzaklığımızı ölçmemize izin verecek yeterlikte değil. Öyleyse güneşe olan uzaklığımızı nasıl ölçeceğiz? Üçgen kurma düşüncesinin genişletme yolunu icat etmeliyiz. Tüm gezegenlerin bağıl uzaklıklarını, onların göründükleri yerleri astronomik gözlemlerle saptayarak ölçeriz ve güneş sisteminin, *mutlak* uzaklıklarla değil de, her şeyin has *bağıl* uzaklıklarıyla bir resmini elde ederiz. Bu durumda bir tek mutlak ölçüm gerekir ki o da çok sayıda değişik yoldan elde edilmişti. Bu yollardan son zamanlara kadar en doğru olduğuna inanılanı, dünyadan Eros'a olan mesafeyi ölçmekti; Eros, dünyanın yakınından geçen küçük gezegenciklerden biridir. Üçgenimizi bu küçük cisim üzerinde kurarak gerekli olan ölçek ölçümü elde edilmiş olur. Kalanların bağıl uzaklıklarını bilerek, örneğin, dünyadan güneşe ya da dünyadan Pluton'a olan mesafeyi söyleyebiliriz.

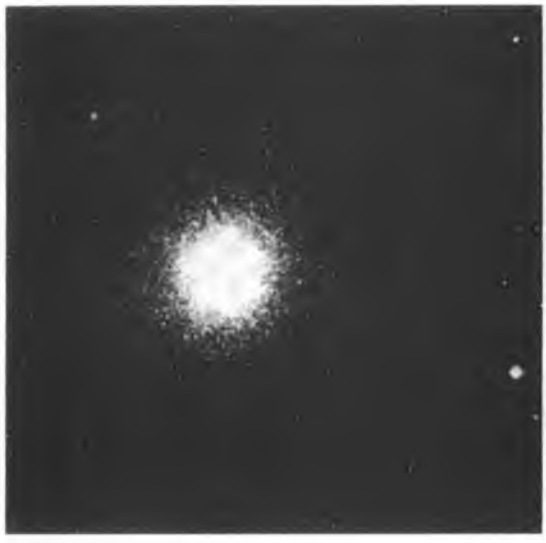
Geçen yıl içinde güneş sisteminin ölçeği hakkındaki bilgimizde büyük bir ilerleme oldu. Jet Propulsion [Jet İtme] Laboratuarında dünyadan Venüs'e olan uzaklık doğrudan radar gözlemleriyle çok doğru olarak ölçüldü. Bu, kuşkusuz, yine de farklı şekilde çıkarılmış bir uzaklıktır. Işığın hızını bildiğimizi söyleriz (ve dolayısıyla, radar dalgaları da bu hızla yayılır) ve dünya ile Venüs arasında her yerde hızın aynı olduğunu varsayarız. Radyo dalgalarını yollarız ve yansıyan dalga geri gelinceye kadar geçen zamanı sayarız. *Zaman*dan, hızı bildiğimizi kabul ederek, bir *uzaklık* çıkarırız. Bu gerçekten de uzaklık ölçümünün bir başka tanımıdır.



Şekil 5-5. Dünyanın yörüngesinin çapını taban çizgisi olarak kullanıp, yakınlardaki yıldızlara olan mesafe ölçülebilir.

Çok daha uzaktaki bir yıldıza olan uzaklığımızı nasıl ölçeriz? Neyse ki dünyanın güneş çevresinde hareket etmesi bize güneş sisteminin dışındaki cisimlerin ölçümleri için büyük bir taban çizgisi vermektedir; dolayısıyla üçgen kurma yöntemimize geri gidebiliriz. Teleskobumuzu yazın ve kışın o yıldız üzerine odaklarsak, gerekli iki açıyı, yıldıza olan mesafeyi ölçmeye yetecek doğrulukta saptamayı umarız.

Peki, yıldızlar bizden üçgen kurmayı kullanamayacağımız kadar uzaktalarsa? Astronomlar uzaklığı ölçmenin yeni yollarını daima icat ederler. Örneğin, bir yıldızın büyüklüğünü ve parlaklığını onun renginden kestirebilme yolunu bulmuşlardır. Birçok yakın yıldızın rengi ve parlaklığı –onların uzaklıkları üçgen kurmayla bilinir– ölçülmüş ve görülmüştü ki yıldızların rengi ile hakiki parlaklığı arasında (birçok durumda) düzgün bir bağıntı vardır. Bir uzak yıldızın rengi şimdi ölçülürse, yıldızın hakiki parlaklığını saptamak için renk-parlaklık bağıntısı kullanılabilir. Yıldızın dünyadan bize ne kadar parlak *göründüğünü* (ya da belki ne kadar *sönük* göründüğü demeliyiz) ölçerek, onun ne kadar uzakta olduğunu hesaplayabiliriz. (Verilen bir hakiki parlaklık için, görünür parlaklık uzaklığın karesiyle azalır.) Bu yıldızın uzaklıkları ölçme yönte-



Şekil 5-6. Gökadamızın merkezine yakın bir yıldız kümesi. Onların dünyadan uzaklığı 30.000 ışık yılı ya da yaklaşık 3×10^{20} metredir.

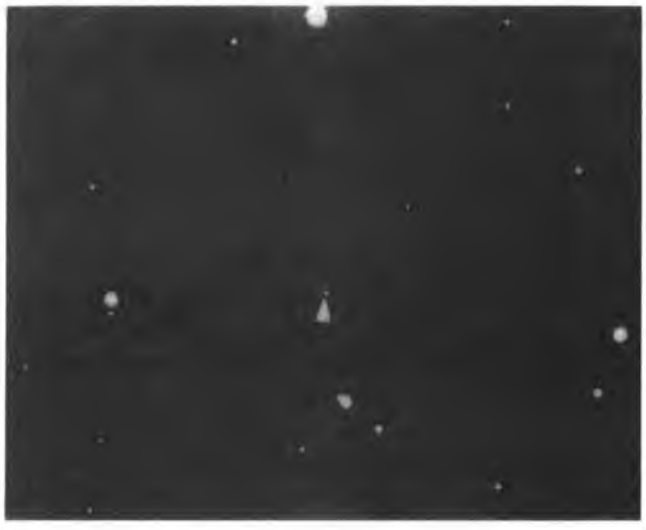
minin doğruluğuyla ilgili güzel bir onaylama, küresel kümeler olarak bilinen yıldız grupları için elde edilmiş sonuçlarla verilir. Böyle bir grubun fotoğrafı Şekil 5-6'da görülmektedir. Sadece fotoğrafa bakarak, bu yıldızların tümünün birlikte olduklarına inanırsınız. Renk-parlaklık yöntemiyle yapılan uzaklık ölçümlerinden de aynı sonuç elde edilir.

Birçok küresel kümenin incelenmesi bir başka önemli bilgi kırıntısı verir. Gökyüzünün belli bir bölgesinde böyle kümelerin yoğun bir şekilde var olduğu ve onların çoğunun aşağı yukarı aynı mesafede yer aldığı bulunmuştur. Bu bilgiyi diğer kanıtlarla birleştirince, kümelerin bu yoğunlaşması gökadamızın merkezine işaret etmekte olduğu sonucuna varırız. Böylece gökadamızın merkezine olan mesafemizi biliriz: aşağı yukarı 10^{20} metre.

Kendi gökadamızın büyüklüğünü bilince, daha da büyük uzaklıkları –diğer gökadalara olan mesafeleri– ölçmek için bir anahtarımız olmuş olur. Şekil 5-7, bizimkiyle neredeyse aynı biçime sahip bir gökada fotoğrafıdır. Büyük olasılıkla da aynı büyüklüktedir. (Başka kanıtlar da gökadaların tümünün yaklaşık aynı büyüklükte oldukları fikrini destekler.) Bizimkiyle aynı büyüklükteyse, onun uzaklığını söyleyebiliriz. Gökyüzünde gerdiği açıyı ölçeriz; çapını biliriz ve uzaklığını hesap ederiz: yine üçgen kurarak!



Şekil 5-7. Bizimki gibi bir spiral gökada. Çapının kendi gökadamızınkine benzer olduğunu varsayarak, görünür büyüklüğünden uzaklığını hesap edebiliriz. Dünyadan 30 milyon ışık-yılı (3×10^{23} metre) uzaktadır.



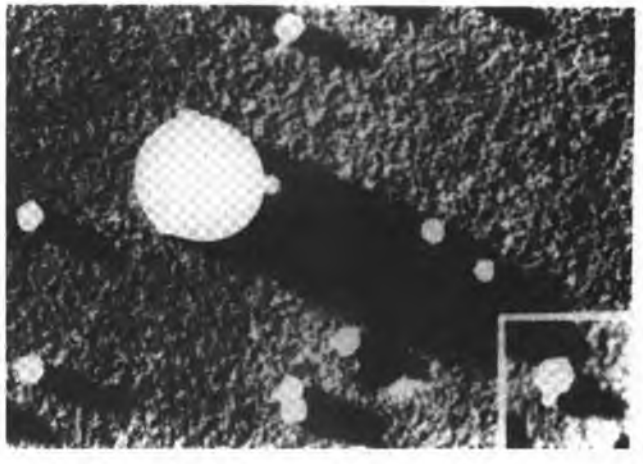
Şekil 5-8. Bugünün (1960) 508-cm'lik teleskobuyla gözlenmiş en uzak gökcismi olan Çoban Burcu içindeki 3C295 (okla gösterilen).

Aşırı derecede uzak gökadaların fotoğrafları son zamanlarda dev Palomar teleskobuyla elde edildi. Birisi Şekil 5-8'de görülmektedir. Bu gökadaların bazılarının düşünebileceğimiz en büyük uzaklık olan evrenin sınırının yarı yolunda –10^{26} metre– yer aldıklarına inanılmaktadır!

5-7 Kısa uzaklıklar

Şimdi daha kısa uzaklıkları düşünelim. Metreyi alt bölümlere ayırmak kolaydır. Bir metreyi çok fazla güçlük çekmeden bin eşit parçaya bölüp işaretleyebiliriz. Çok daha zor olsa da, benzer şekilde (iyi bir mikroskop kullanarak) mikron (bir metrenin milyonda biri) ölçeğini oluşturmak üzere milimetreyi bin eşit parçaya bölümleyebiliriz. Daha küçük ölçeklere doğru devam etmek iyice zordur, çünkü görünür ışığın dalga boyundan (5×10^{-7} metre kadar) daha küçük nesneleri "göremeyiz".

Bununla birlikte, görebildiğimiz mesafede durmaya gerek yok. Bir elektron mikroskobuyla daha da küçük, diyelim ki 10^{-8} metreye kadar olan ölçeklerde fotoğraflar alarak (Şekil 5-9) bu sürece devam edebiliriz. Dolaylı ölçümlerle –mikroskobik ölçekte bir tür üçgen kurmayla– gitgide daha küçük ölçekleri ölçmeyi sürdürebiliriz. Önce, bilinen eşit aralıklarla işaretlenmiş bir yapıdan yansıtılmış kısa dalgaboylu bir ışığı (X-ışınımı) gözleyerek, ışık titreşimlerinin dalga



Şekil 5-9. Bazı virüs moleküllerinin elektron mikrografı. "Büyük" küre kalibrasyon içindir ve 2×10^{-7} metre (2000 Å) çapa sahip olduğu bilinir.

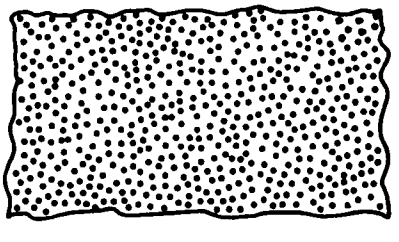
MESAFELER

IŞIK-YILI	METRE	
		?????????
	10^{27}	
		Evrenin ucu
10^{9}		
	10^{24}	
10^{6}		En yakın komşu gökada
	10^{21}	
10^{3}		Gökadamızın merkezine
	10^{18}	
		En yakın yıldıza
1		
	10^{15}	
		Pluton'un yörünge yarıçapı
	10^{12}	
		Güneşe
	10^{9}	
		Aya
	10^{6}	
		Bir uydu yüksekliği
	10^{3}	
		TV anten kulesinin yüksekliği
	1	Bir çocuğun boyu
	10^{-3}	
		Tuz tanesi
	10^{-6}	
		Bir virüs
	10^{-9}	
		Atom yarıçapı
	10^{-12}	
	10^{-15}	Çekirdek yarıçapı
		?????????

boyunu saptarız. Sonra, aynı ışığın bir kristalden saçılması deseninden, kristaldeki atomların bağıl yerleşimlerini saptayabiliriz; elde edilen sonuçlar kimyasal araçlarla saptanan atomlar arası mesafelerle uyuşmaktadır. Bu şekilde atomların 10^{-10} metre kadarlık bir çapa sahip olduklarını buluruz.

10^{-10} metre olan tipik atom boyutuyla 10^{-15} metre olan çekirdek boyutu arasında, fiziksel boyutta, 10^{-5} kez daha küçük olan büyük bir "aralık" vardır. Çekirdek boyutları için, farklı bir boyut ölçme yolu daha elverişlidir. Etkin *tesir kesiti* denilen ve σ'yla gösterilen *görünür alanı* ölçeriz. Yarıçapı isterseniz, çekirdekler neredeyse küresel olduklarından, onu $\sigma = \pi r^2$'den elde edebiliriz.

Bir çekirdek tesir kesitinin ölçümü şöyle yapılabilir: İnce bir malzeme diliminden yüksek enerjili bir parçacıklar demetini geçirir ve dosdoğru gitmeyen parçacıkların sayısını gözlersiniz. Bu yüksek enerjili parçacıklar elektronların ince bulutunu dosdoğru yaracaklar ve ancak bir çekirdeğin yoğun kütlesine çarparlarsa duracaklar ya da sapacaklardır. Bir santimetre kalınlığında bir malzeme dilimimiz olduğunu varsayalım. Yaklaşık 10^{8} atomik katman olacaktır. Fakat çekirdekler öylesine küçüktür ki herhangi bir çekirdeğin bir başka çekirdek arkasında bulunması şansı çok düşüktür. Gözümüzde *canlandırmaya* çalışırsak, durumun çok fazla büyütülmüş bir görünümü –parçacık demeti boyunca bakıldığında– Şekil 5-10 gibi olur.



Şekil 5-10 Sadece çekirdekler gözlenseydi, 1 cm kalınlığındaki bir karbon blok boyunca görülecek resim böyle olurdu.

Çok küçük bir parçacığın seyahati boyunca bir çekirdeğe çarpma şansı, çekirdeklerin profillerinin kapladığı toplam alanın resimdeki toplam alana bölümüdür. Malzeme dilimimizin bir A alanında N adet atom (kuşkusuz, her biri bir çekirdekli) bulunduğunu biliyor olalım. Bu durumda çekirdekler tarafından "kaplanan" alanın kesri $N\sigma/A$'dır. Dilime varan demetimizin parçacık sayısı n_1 ve diğer taraftan çıkan sayıysa n_2 olsun. Dümdüz geçmeyenlerin kesri $(n_1 - n_2)/n_1$ olup, tam olarak kaplanan alanın kesrine eşit olmalıdır. Çekirdeğin yarıçapını

şu denklemden elde edebiliriz.*

$$\pi r^2 = \sigma = \frac{A}{N} \quad \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

Böyle bir deneyden çekirdeklerin yarıçaplarını $(1 \sim 6) \times 10^{-15}$ metre kadar buluruz. 10^{-15} metrelik uzunluk birimine, Enrico Fermi'nin (1901-1954) şerefine, *fermi* denir.

Daha küçük uzaklıklara gidersek, ne buluruz? Daha küçük uzaklıkları ölçebilir miyiz? Böyle sorular henüz yanıtlanabilir değildir. Çekirdek kuvvetlerinin hâlâ çözülmemiş olan gizeminin, uzay ya da ölçüm fikirlerimizin böylesine küçük mesafelerde biraz değiştirilmesiyle meydana çıkarılabileceği akla gelmektedir.

Doğal bir uzunluğu –diyelim ki dünyanın yarıçapını ya da onun bir kesrini– uzunluk birimimiz olarak kullanmanın iyi bir fikir olduğu düşünülebilirdi. Metrenin özgün olarak böyle bir birim olması amaçlanmış ve $(\pi/2) \times 10^{-7}$ kere dünyanın yarıçapı olarak tanımlanmıştı. Uzunluk birimini bu şekilde tanımlamak ne yararlı ne de doğrudur. Metrenin Fransa'da özel bir laboratuarda tutulan bir çubuk üzerindeki iki çizik arasında yer alan bir mesafe olarak tanımlanması uzun süre tüm dünyada kabul görmüştü. İyice yakınlarda, bu tanımın hem yararlı olabilecek kadar kesin olmadığı, hem de istendiği gibi kalıcı ya da evrensel olmadığı anlaşıldı. Artık yeni bir tanımın, seçilen bir spektral çizginin (keyfi) sayıda dalga boyu üzerinde uzlaşılmış bir tanımın benimsenmesi düşünülüyor.

Uzaklık ve zaman ölçümleri, gözlemciye bağlı sonuçlar verir. Birbirlerine göre hareket eden iki gözlemci, aynı olarak görünen şeyleri ölçtüklerinde, aynı uzaklıkları ve zamanları ölçmeyeceklerdir. Uzaklıklar ve zaman aralıkları, ölçüm yapmak için kullanılan koordinat sistemlerine (ya da "gözlem çerçevelerine") bağlı olarak, farklı büyüklüklere sahiptirler. Bu konuyu daha sonraki bir bölümde çok daha ayrıntılı olarak inceleyeceğiz.

Uzaklıkların ya da zamanın tam kesin ölçümlerine doğa yasaları izin vermez. Daha önce değindiğimiz gibi, bir cismin konumunun ölçümündeki hatalar, en azından

$$\Delta x \geq \hbar / 2\Delta p$$

kadar büyük olmalıdır; burada $\hbar$ *indirgenmiş Planck sabiti* ve Δp konumunu ölçtüğümüz cismin momentumuyla (kütle çarpı hız) ilgili bilgimizdeki hatadır. Konum ölçümlerindeki kesinsizliğin parçacıkların dalga doğasıyla ilintili olduğuna da değinilmişti.

Uzay ve zamanın göreli oluşu, zaman ölçümlerinin de bir minimum hataya sahip olduğunu söyler:

$$\Delta t \geq \hbar / 2\Delta E$$

Burada ΔE, zaman periyodunu ölçtüğümüz sürecin enerjisine dair bilgimizdeki hatadır. Bir şeyin *ne zaman* meydana geldiğini *daha kesin* bilmek istiyorsak, *ne olduğu* hakkında daha az bilmek durumundayız, çünkü içerilen enerji bilgimiz daha az olacaktır. Zamanın kesinsizliği de parçacıkların dalga doğalarıyla ilintilidir.

---

* Çekirdeğin kapladığı alan toplamın küçük bir kesriyse, yani $(n_1 - n_2)/n_1$, 1'den çok küçükse, bu denklem doğrudur. Yoksa bazı çekirdekler, onların önlerindeki çekirdekler tarafından örtülecekleri için, bir düzeltme yapmamız gerekir.

6

OLASILIK

Bu dünyanın gerçek mantığı, olasılıklar hesabındadır.

–James Clerk Maxwell

6-1 Şans ve olasılık

6-1 Şans ve olasılık
6-2 Dalgalanmalar
6-3 Rastgele yürüyüş
6-4 Olasılık dağılımı
6-5 Belirsizlik ilkesi

"Şans" günlük yaşamımızda yaygın kullanılan bir sözcüktür. Yarının hava koşullarını belirten radyo raporlarında "Yüzde altmış yağmur olasılığı vardır" denir. "Yüz yaşıma kadar yaşama şansım çok küçüktür" dersiniz. Bilim insanları da şans sözcüğünü kullanırlar. Şu soru bir sismoloğu ilgilendirebilir: "Gelecek yıl Güney California'da belirli şiddette bir deprem olma olasılığı nedir?" Bir fizikçi şöyle bir soru sorabilir: "Özel bir Geiger sayacının gelecek on saniyede yirmi parçacık sayma şansı nedir?" Bir politikacı ya da devlet adamını şöyle bir soru çok ilgilendirebilir: "Önümüzdeki on yıl içinde bir nükleer savaş olma olasılığı nedir?" Bu bölümden bir şeyler öğrenme şansınızın ne olacağı da sizi ilgilendirir.

Şans deyince, tahmin gibi bir şey anlarız. Neden tahminler yaparız? Bilgimiz yetersizken ya da kesin değilken bir karar vermek istediğimizde tahminler yaparız. Çevremizde nelerin olduğu ya da ne gibi şeylerin meydana gelme olasılıkları bulunduğu konusunda tahmin yürütmek isteriz. Bir karar vermek durumunda olduğumuz için, sık sık tahminde bulunuruz. Örneğin, yarın yağmurluğumu yanıma almalı mıyım? Yeni bir binayı nasıl bir yer sarsıntısına göre tasarlamalıyım? Kendime bir radyoaktif korunak yapacak mıyım? Uluslararası görüşmelerde tutumumu değiştirecek miyim? Bugün derse gidecek miyim?

Bazen bazı durumlar hakkında, sınırlı olan bilgimizle, mümkün *olduğunca* çok şey söylemek istediğimiz için tahmin yürütürüz. Gerçekten de, her genelleme bir tahmin yürütme niteliğindedir. Her fizik kuramı bir tür tahmin işidir. İyi tahminler olduğu gibi, kötü tahminler de vardır. Olasılık kuramı, daha iyi tahminler yapma sistemidir. Olasılık dili, epeyce değişken olabilen fakat tutarlı bir ortalama davranışa da sahip olan bir durum hakkında nicel biçimde konuşabilmemizi sağlar.

Yazı tura atmayı ele alalım. Atış –ve para– "hileli" değilse, herhangi özel bir atışın sonucunda ne geleceğini bilmemizin hiçbir yolu yoktur. Yine de, çok fazla sayıda atışın sonucunda neredeyse eşit sayıda yazı ve tura gelmesi gerektiğini hissederiz. Ve deriz ki, "bir atışın yazı gelme olasılığı 0,5'tir."

Sadece gelecekte yapılacaklarını düşündüğümüz gözlemler için olasılıktan söz ederiz. *Bir gözlemin bir özel sonucunun "olasılığı"yla, bu özel sonucu verecek çok sayıda tekrarlı gözlemin en olası kesri için bir tahmini kastederiz.* Yazı tura atışına bakmak gibi bir gözlemin N kez tekrarlandığını düşünelim; belirli bir A sonucunu, diyelim ki "yazı" sonucunu, verecek gözlemlerin en olası sayısı için yaptığımız *tahmine* N_A dersek, A'yı gözlemenin $P(A)$ olasılığı

$$P(A) = N_A / N \tag{6.1}$$

olur.

Bu tanımınız bazı açıklamalar gerektirir. Her şeyden önce, meydana gelen şey *tekrarlanan* bir gözlemin olası bir sonucuysa, o şeyin olma olasılığından söz edebiliriz. "Bu evde bir hayaletin var olması olasılığı nedir?" diye sormanın bir anlamı olur mu bilmem.

Hiçbir durum tamamıyla *tekrarlanabilir* değildir diyebilirsiniz. Doğrudur. Her farklı gözlem en azından farklı bir zamanda ya da yerde olur. Tek diyebileceğimiz, "tekrarlı" gözlemlerin, amaçlarımız için, *eşdeğer görünür olmaları* gerektiğidir. En azından şunu varsaymalıyız: Her gözlem eşdeğer olarak hazırlanmış bir durumdan hareketle ve özellikle başlangıçta aynı bilgi eksikliği derecesiyle yapılmıştı. (Pokerde bir rakibin eline yan gözle bakarsak, kazanma şansımızı tahmin etmemiz farklı olacaktır!)

(6.1) denklemindeki N ve N_A'nın gerçek gözlemlere dayanan sayılar *olmadığını* vurgulamalıyız. N_A, N adet *sanal* gözlemde *ne olabileceğine* ait en iyi tahminimizdir. Dolayısıyla, olasılık bizim bilgimize ve tahmin yürütme yeteneğimize bağlıdır. Doğrusu, bizim sağduyumuza! İyi ki, pek çok konuda sağduyu hususunda belli bir dereceye kadar uyuşma vardır; dolayısıyla farklı kişiler aynı tahminde bulunurlar. Bununla birlikte, olasılıkların "mutlak" sayılar olması gerekmez. Bilgi eksikliğimize bağlı olduklarından, bilgimiz değişince, onlar da farklı hale gelebilir.

Olasılık tanımımızın iyice "öznel" bir başka yanı dikkatinizden kaçmamıştır. N_A'ya "bizim en olası sayı olarak tahmin ettiğimiz...." demiştik. Bununla, N_A *tam olarak* gözlemeyi beklediğimiz sayıdır demek istemiyoruz; fakat N_A'ya *yakın* bir sayı bekliyoruz ve N_A sayısı yakınlardaki her başka sayıdan *en olası* olanıdır diyoruz. Bir parayı diyelim ki 30 kez atarsak, yazı gelme sayısı tam olarak 15 olmaz, fakat 15'e yakın bir sayı, örneğin 12, 13, 14, 15, 16 ya da 17 olur. Bununla birlikte, seçmek zorundaysak, 15 kez yazı gelmesinin diğer sayılardan daha olası olduğu konusunda karar kılabiliriz. Ve $P(\text{yazı}) = 0{,}5$ diye yazabiliriz.

15 sayısını neden diğer başka sayılardan daha olası diye seçtik? Şöyle fikir yürütmüş olmalıyız: Toplam N atışta en olası Yazı sayısı N_Y ise, o zaman en olası Tura sayısı $N_T = N - N_Y$'dir. (Her atışın *ya* Yazı *ya da* Tura vereceğini, "başka" sonuç olmadığını kabul ediyoruz!) Fakat para "hileli" değilse, Yazı ya da Tura için tercih söz konusu değildir. Paranın (ya da atışın) hileli olduğunu düşünmemiz için bir nedenimiz olmadıkça, Yazı ve Tura için eşit olasılıklar vermeliyiz. Böylece $N_Y = N_T$ yazarız. Buradan da $N_Y = N_T = N/2$ ya da $P(Y) = P(T) = 0{,}5$ çıkar.

Usa vurmamızı, bir gözlemin m farklı, fakat "eşdeğer" (yani, eşit olasılıklı) olası sonuca sahip *herhangi bir* duruma genelleyebiliriz. Eğer bir gözlem m adet farklı sonuç veriyorsa ve bunların her birinin bir diğeri kadar olası olduğuna inanma nedenimiz varsa, *özel* bir A sonucunun olasılığı $P(A) = 1/m$'dir.

Bir kara kutu içinde yedi farklı renkte top varsa ve içinden rastgele (yani, bakmadan) bir top çekersek, belli renkteki bir topu çekme olasılığı $\frac{1}{7}$'dir. Karılmış 52 kart içinden bir "kör çekiş"le kupa onlusunu çekme olasılığı $\frac{1}{52}$'dir. Çift zarla "hep yek" atma olasılığı $\frac{1}{36}$'dır.

---

5. Bölümde bir çekirdeğin boyutunu onun görünür alanı ya da "tesir kesiti" cinsinden betimlemiştik. Böyle yaparken, aslında olasılıklardan söz ediyorduk. İnce bir malzeme dilimini yüksek enerjili bir parçacıkla bombardıman ettiğimizde, parçacığın bir dümdüz geçme şansı ve bir de bir çekirdeği vurma şansı vardır. (Çekirdek *göremeyeceğimiz* kadar küçük olduğundan, bir çekirdeğe nişan alamayız. "Kör atış" yapmalıyız.) Dilimimizde n adet atom varsa ve her atomun çekirdeği σ kesitsel alanına sahipse, çekirdekler tarafından "gölgelenen" toplam alan $n\sigma$'dır. Büyük N sayıdaki rastgele atışta, *bir* çekirdeğin vurulma sayısı, N_C, bölü N, gölgelenen alan bölü dilimin toplam alanı olarak bulunacaktır:

$$N_C/N = n\sigma/A \tag{6.2}$$

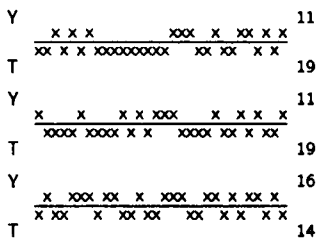
Dolayısıyla, herhangi bir mermi parçacığının dilimi geçerken bir çarpışmaya uğramasının olasılığı

$$P_C = \frac{n}{A}\,\sigma, \tag{6.3}$$

olur; burada n/A dilimin birim alanındaki atomların sayısıdır.

6-2 Dalgalanmalar

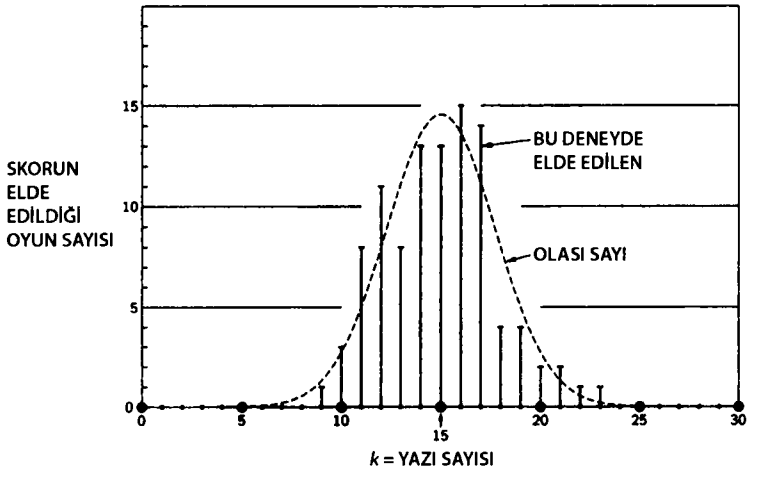
Şimdi aşağıdaki soruyu daha ayrıntılı olarak incelemek için, olasılık hakkındaki fikirlerimizi kullanalım: "Bir parayı N kez atarsam, gerçekte kaç kere Yazı gelmesini *beklerim*?" Soruyu yanıtlamadan önce, böyle bir "deneyde" neler olacağına bir bakalım. Şekil 6.1'de $N = 30$ atışlı böyle bir deneyin ilk üç "tur"unda elde edilmiş sonuçlar görülmektedir. "Yazı" ve "Tura" dizileri tam elde edildiği gibi gösterilmektedir. İlk turda 11 Yazı, ikincide de 11 Yazı ve üçüncüde ise 16 Yazı gelmişti. Üç denemede de bir kez bile 15 Yazı gelmemişti. Paradan kuşkulanmaya başlayalım mı? Yoksa böyle bir oyunda Yazı'ların en olası sayısı 15'tir diye düşünerek hata mı yaptık? 30 atışlı toplam 100 deney elde etmek için doksan-yedi tur daha yapıldı. Deneylerin sonuçları Tablo 6-1'de verilmektedir.*



Şekil 6-1 Her biri 30 atışlı üç oyunda gözlenen Yazı ve Tura dizileri.

Tablo 6-1
Bir paranın 30 atışlık ardışık denemelerinde Yazı'ların sayısı

11	16	17	15	17	16	19	18	15	13	
11	17	17	12	20	23	11	16	17	14	
16	12	15	10	18	17	13	15	14	15	
16	12	11	22	12	20	12	15	16	12	
16	10	15	13	14	16	15	16	13	18	
14	14	13	16	15	19	21	14	12	15	100 atış
16	11	16	14	17	14	11	16	17	16	
19	15	14	12	18	15	14	21	11	16	
17	17	12	13	14	17	9	13	19	13	
14	12	15	17	14	10	17	17	12	11	



Şekil 6-2 Her biri 30 atışlık 100 oyunun sonuçlarının özeti. Düşey çubuklar, k Yazı'nın elde edildiği oyun sayısını gösteriyor. Kesikli eğriyse, olasılık hesabıyla elde edilen k sayılı oyunların beklenen sayılarıdır.

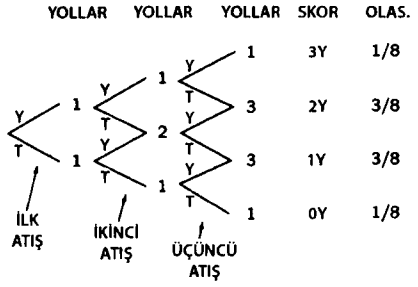
Tablo 6-1'deki sayılara bakarak, sonuçların çoğunun 15 "yakınında", 12 ile 18 arasında olduklarını görürüz. Sonuçların *dağılımının* grafiğini çizersek, bu sonuçların ayrıntılarıyla ilgili daha iyi bir fikir edinebiliriz. Bir k sayısının elde edildiği oyunları sayarız ve her k için bu sayının grafiğini çizeriz. Şekil 6-2'de böyle bir grafik görüyorsunuz. 13 oyunda 15 Yazı'lık skor elde edilmiştir. 14 Yazı'lık skor da 13 kez elde edilmiştir. 16 ve 17 Yazı'lık skorların her biri 13 Yazı skorundan *daha çok*tur. Yazı'lara doğru bir eğilim olduğu sonucunu mu çıkarmak durumundayız? "En iyi tahmin"imiz yeterince iyi değil miydi? Şimdi 30 atışlık oyun için "en olası" sayı aslında 16 Yazı'dır sonucunu mu çıkarmalı-

* Deney, ilk üç oyundan sonra, bir kutuya 30 adet para koyup iyice çalkaladıktan sonra atarak gelen Yazı'ları saymak suretiyle yapılmıştır.

yız? Hele durun! Tüm oyunlar ele alındığında, 3000 atış eder ve elde edilen Yazı'ların toplam sayısı 1493'tür. Tüm atışlarda Yazı gelme kesri 0,498'e çok yakındır; bu da 0,5'ten birazcık *azdır*. Yazı atma olasılığının 0,5'ten daha büyük olduğunu kesinlikle *varsayamayız*! Gözlemlerin bir *özel* kümesinin 16 Yazı'yı daha sık vermesi olgusu bir *dalgalanma*dır. Hâlâ Yazı'ların *en olası* sayısının 15 olmasını bekleriz.

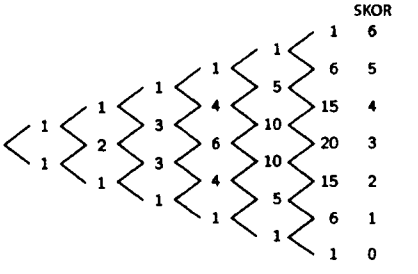
Şu soruyu sorabiliriz: "30 atışlık bir oyunda 15 –ya da 16 veya herhangi başka bir sayıda– Yazı gelmesinin olasılığı nedir?" Bir atışta *bir* Yazı gelme olasılığının 0,5 olduğunu söylemiştik ve Yazı gelmeme olasılığı da 0,5'ti. İki atışlı oyunda *dört* sonuç vardır: *YY*, *YT*, *TY*, *TT*. Bunların her biri eşit olasılığa sahip olduğundan, (a) iki Yazı'lı sonucun olasılığı $\frac{1}{4}$, (b) bir Yazı'lınınki $\frac{2}{4}$ ve (c) sıfır Yazı'lı sonucun olasılığıysa $\frac{1}{4}$'tür. Bir Yazı elde etmenin *iki* yolu, fakat sıfır ya da iki Yazı elde etmenin sadece bir yolu vardır.

Şimdi de üç atışlı bir oyun düşünelim. Üçüncü atışta eşit olasılıkla ya Yazı ya da Tura gelecektir. 3 Yazı elde etmenin sadece bir yolu vardır; ilk iki atışta 2 Yazı *gelmeli* ve sonra üçüncüde bir Yazı daha. Bununla birlikte, 2 Yazı elde etmenin *üç* yolu vardır. İlk iki atışta Yazı geldikten sonra (bunun bir yolu var) üçüncüde Tura gelmelidir ya da ilk iki atışta sadece bir Yazı attıktan sonra (bunun iki yolu var) üçüncüde Yazı atmalıyız. Böylece 3-*Y*, 2-*Y*, 1-*Y*, 0-*Y* sonucu için olası yolların sayıları (toplam 8 farklı mümkün diziden) 1, 3, 3, 1 olur. Olasılıklar $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{8}$'dir.



Şekil 6-3 Üç atışlı bir oyunda 0, 1, 2 ya da 3 Yazı'lı bir skorun elde edilebileceği yolların sayısını gösteren bir diyagram.

Yapmakta olduğumuz tartışma, Şekil 6-3'tekine benzer bir diyagramla özetlenebilir. Bu diyagramın çok sayıda atışlı oyunlar için nasıl sürdürüleceği açıktır. 6 atışlı bir oyun için böyle bir diyagram Şekil 6-4'da görülüyor. Diyagramın herhangi bir noktasına olan "yol" sayısı, başlangıç noktasından oraya kadar izlenebilecek farklı "patika"ların (Yazı ve Tura dizileri) sayısına eşittir. Düşey konum, atılan Yazı'ların toplam sayısını verir. Böyle bir diyagramda görülen sayılar kümesi *Pascal üçgeni* olarak bilinir. Bu sayılara *Binom katsayıları* da denir, çünkü $(a + b)^n$ ifadesinin açılımında da bu katsayılar yer alır. n atış sayısı ve k atılan Yazı'ların sayısı olarak alınırsa, diyagramdaki sayılar genelde $\binom{n}{k}$ simgesiyle adlandırılır. Bu arada Binom katsayılarının



Şekil 6-4 Altı atışlı bir oyun için, Şekil 6-3'e benzer bir diyagram.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \tag{6.4}$$

ifadesinden hesaplanabileceğini de söylemiş olalım; burada "n-faktöryel" denen $n!$, $(n)(n\text{-}1)(n\text{-}2)\cdots(3)(2)(1)$ çarpımını temsil eder.

Artık n atışta k kere Yazı gelmesinin $P(k,n)$ olasılığını, (6.1) tanımımızı kullanarak hesaplamaya hazırız. Olası dizilerin toplam sayısı 2^n olur (her atış için 2 sonuç olduğundan) ve k adet Yazı gelme yollarının sayısıysa $\binom{n}{k}$ olup tümü eşit olasılıklıdır; böylece şunu buluruz:

$$P(k,n) = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} \tag{6.5}$$

k adet Yazı gelmesini beklediğimiz oyunların kesri $P(k,n)$ olduğundan, 100 oyunda $100 \cdot P(k,n)$ kere k adet Yazı bulmayı beklemeliyiz. Şekil 6-2'deki kesikli eğri $100 \cdot P(k,30)$'dan hesaplanmış noktalardan geçer. Görüyoruz ki 15 Yazı'lı skoru 14 ya da 15 oyunda elde etmeyi *beklediğimiz* halde, bu skor 13 oyunda gözlendi. 16 Yazı'lı skoru 13 ya da 14 oyunda beklerken, onu 16 oyunda elde ettik. Böyle dalgalanmalar "oyunun parçası"dır.

Kullandığımız yöntem, bir tek gözlemde sadece iki olası sonucun bulunduğu en genel duruma uygulanabilir. İki sonucu K (kazanma) ve Y (yitirme) olarak alalım. Genel durumda, bir tek olayda K ya da Y'nin olasılığının eşit olması gerekmez. K sonucunu elde etme olasılığı p olsun. Bu durumda Y'nin olasılığı, q, $1\text{–}p$'dir. n denemelik bir kümede, K'mn k kez elde edilme olasılığı $P(k,n)$,

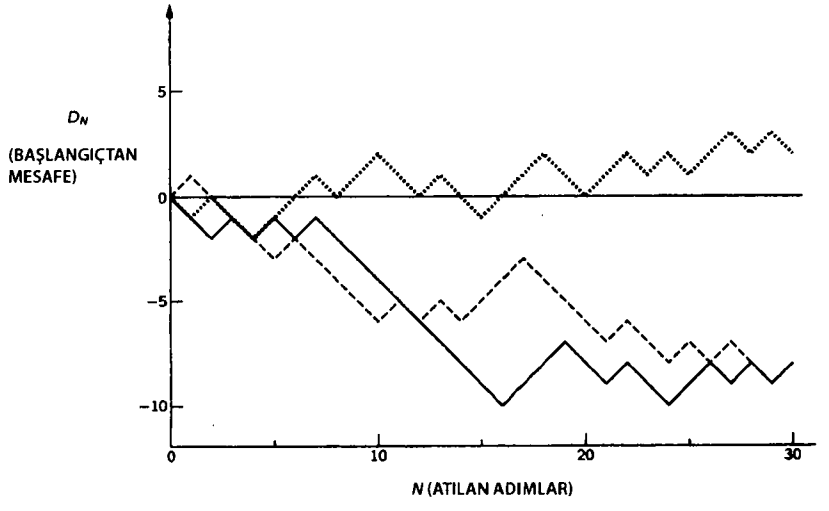
$$P(k,n) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (6.6)$$

olur. Bu olasılık fonksiyonuna *Bernoulli* olasılığı ya da ayrıca *Binom* olasılığı denir.

6-3 Rastgele yürüyüş

Olasılık düşüncesini gerektiren bir başka ilginç problem, "rastgele yürüyüş" problemidir. Onun en basit hali olarak, "oyuncu"nun $x = 0$ noktasında başladığı ve her "hareket"te *ya* ileri doğru ($+x$ yönünde) *ya da* geri doğru ($-x$ yönünde) bir *adım* attığı bir "oyun" düşünelim. Seçim *rastgele*, örneğin bir para atışıyla saptanarak, yapılmakta olsun. Ortaya çıkan hareketi nasıl betimleriz? Bu problem, genel halinde, Brown hareketi denilen bir gaz içindeki atomlarla (ya da diğer parçacıklarla) ve ayrıca ölçümlerdeki hataların uyuşmasıyla da ilgilidir. Rastgele yürüyüş probleminin, biraz önce tartıştığımız yazı tura problemiyle yakından ilintili olduğunu göreceksiniz.

Önce, birkaç rastgele yürüyüş örneğine bakalım. Yürüyenin ilerleyişini N adımda gittiği net D_N uzaklığıyla nitelendirebiliriz. Şekil 6-5 grafiğinde rastgele yürüyen birinin katettiği üç farklı yol örneği görüyoruz. (Burada Şekil 6-1'deki para atışlarının sonuçlarını rastgele seçim dizisi için kullandık.)



Şekil 6-5 Rastgele yürüyüşte yapılan ilerleme. Yatay koordinat N, atılmış adımların sayısı, düşey koordinat D_N ise başlama noktasından gidilmiş net uzaklıktır.

Böyle bir hareket hakkında ne söyleyebiliriz? Önce belki şunu sorarız: "Ortalama olarak ne kadar uzağa gidilmiştir? İleri gitme de geri gelme de eşit olası hareketler olduğu için, ortalama ilerlemenin sıfır olacağını *tahmin etmeli*yiz. Fakat N büyüdükçe, onun daha olası olarak başlangıç noktasından öteye uzaklaştığı hissine kapılırız. Dolayısıyla, onun *mutlak değer*ce katettiği ortalama uzaklık; yani $|D|$'nin ortalaması nedir? diye sorabiliriz. Bununla birlikte, "ilerleme"nin bir başka ölçüsüyle, uzaklığın karesiyle, uğraşmak daha yararlı olur: Hareket pozitif de olsa negatif de olsa, D^2 pozitiftir ve dolayısıyla böyle rastgele gezintinin akla yatkın bir *ölçüsü*dür.

D_N^2'nin beklenen değerinin tam N, atılan adımların sayısı, olduğunu gösterebiliriz. "Beklenen değer"le olası değeri (en iyi tahminimizi) kastediyoruz, onu *pek çok kez tekrar eden* dizideki beklenen ortalama davranış diye düşünebiliriz. Böyle bir beklenen değeri $\langle D_N^2 \rangle$ şeklinde temsil ederiz ve ona "ortalama kare-uzaklık" da diyebiliriz. Bir adım sonra, D^2 daima +1'dir; böylece kesin olarak $\langle D_1^2 \rangle = 1$ yazarız. (Tüm uzaklıklar bir adımlık bir birim cinsinden ölçülecektir. Uzaklık birimini yazmayı sürdürmeyeceğiz.)

$N>1$ için D_N^2'nin beklenen değeri D_{N-1}'den elde edilebilir. $(N-1)$ adım sonra D_{N-1}'e sahipsek, N adım sonra $D_N = D_{N-1}+1$ ya da $D_N = D_{N-1}-1$'e sahip oluruz. Kareler içinse şuna sahip oluruz:

$$D_N^2 = \begin{cases} D_{N-1}^2 + 2D_{N-1} + 1 \\ \quad ya\ da \\ D_{N-1}^2 - 2D_{N-1} + 1 \end{cases} \tag{6.7}$$

Çok sayıda bağımsız dizide, zamanın yarısında bir değeri ve diğer yarısında diğer değeri elde etmeyi bekleriz; böylece ortalama beklenti, bu iki olası değerin ortalaması olur. Bu durumda D_N^2'nin beklenen değeri D_{N-1}^2+1'dir. *Genel olarak*, D_{N-1}^2 için onun "beklenen değer"ini, yani $\langle D_{N-1}^2\rangle$'i (tanım olarak!) *beklemeliyiz*. Böylece şunu yazarız:

$$\langle D_N^2\rangle = \langle D_{N-1}^2\rangle + 1 \tag{6.8}$$

$\langle D_1^2\rangle = 1$ olduğunu zaten göstermiştik; buradan

$$\langle D_N^2\rangle = N \tag{6.9}$$

özellikle basit bir sonuç çıkar!

Rastgele yürüyüşte "başlangıçtan itibaren yapılan ilerleme"yi, uzaklığın karesi değil de uzaklığın kendisi gibi bir sayı olarak betimlemek istersek, "kare ortalamaları kökü" D_{kok}'yi kullanabiliriz:

$$D_{kok} = \sqrt{\langle D^2\rangle} = \sqrt{N} \tag{6.10}$$

İşaret ettiğimiz gibi, rastgele yürüyüş, matematiği açısından bölümün başlangıcında ele aldığımız yazı tura oyununa çok benzemektedir. Her adımın yönünü para atışındaki Yazı ya da Tura gelmesine karşılık geldiğini düşünürsek, o zaman D tam olarak Yazı ve Tura sayılarının farkı olan $N_Y - N_T$ olur. $N_Y + N_T = N$, yani adımların (atışların) toplam sayısı olduğundan, $D = 2N_Y - N$'dir. Daha önce beklenen N_Y (buna k da denmişti) dağılımı için bir ifade türetmiş ve Denk. (6.5)'i bulmuştuk. N bir sabit olduğundan, sonuçta D'nin dağılımına da sahibiz demektir. ($N/2$'den fazla her Yazı için bir Tura "kayıp" demek olduğundan, N_Y ile D arasında bir 2 çarpanı vardır.) Şekil 6-2 grafiği, 30 rastgele adımda elde edebileceğimiz uzaklıklar dağılımını temsil eder (burada $k=5$, $D=0$; $k=16$, $D=2$ vb olarak okunmalıdır).

N_Y'nin, onun beklenen değeri olan $N/2$'den değişme miktarı

$$N_Y - \frac{N}{2} = \frac{D}{2} \tag{6.11}$$

olur. Buradaki *kok* sapmasıysa şudur:

$$\left(N_Y - \frac{N}{2}\right)_{kok} = \frac{1}{2}\sqrt{N} \tag{6.12}$$

D_{kok} sonucumuz uyarınca, 30 adımlık "tipik" uzaklığın 15'ten $\sqrt{30} = 5{,}5$ birim ya da tipik k'nın $5{,}5/2 = 2{,}8$ birim kadar ötede olmasını bekleriz. Şekil 6-2'deki eğrinin merkezden ölçülen "genişliği"nin, bu sonuçla uyuşma içinde, sadece 3 birim kadar olduğunu görürüz.

Şu ana kadar boşladığımız bir soruyu artık ele almak durumundayız. Bir paranın "hileli" olup olmadığını nasıl anlayacağız? Buna hiç olmazsa kısmi bir yanıt verebiliriz. Hilesiz bir para için, Yazı gelme kesrinin 0,5; yani,

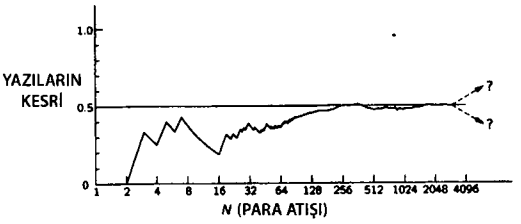
$$\frac{\langle N_Y\rangle}{N} = 0{,}5 \tag{6.13}$$

olmasını bekleriz. Ayrıca gerçek N_Y'nin, $N/2$'den $\sqrt{N}/2$ kadar sapmasını ya da *kesrin*

$$\frac{1}{N}\frac{\sqrt{N}}{2} = \frac{1}{2\sqrt{N}}$$

ile sapmasını bekleriz. N ne kadar büyütülürse, N_Y/N kesrinin de bir-bölü-ikiye o kadar daha yaklaşmasını *bekleriz*.

Şekil 6-6 N kez atılan bir paranın özel bir dizisinde Yazı gelen atışların kesri.



Daha önce bu bölümde anlatılan para atışları için N_Y/N kesrini Şekil 6-6'da grafik haline getirdik. Orada, büyük N'ler için Yazı'ların kesrinin 0,5'e yaklaşma eğiliminde olduğunu görüyoruz. Ne yazık ki, verilen bir oyun ya da oyunların birleşimi için, gözlenen sapmanın *beklenen* sapmaya *yakın* olacağının bile bir *garanti*si yok. Büyük bir dalgalanmanın –yani, uzun bir Yazı'lar ya da Tura'lar zincirinin– keyfi büyüklükte bir sapma vermesinin daima sonlu bir şansı vardır. Tüm diyebileceğimiz şudur: *eğer* sapma, beklenen $1/2\sqrt{N}$ değerine yakınsa (örneğin, 2 ya da 3 çarpanı içindeyse), paranın hileli olasından kuşkulanmaya neden yoktur. Sapma çok daha büyükse, paranın hileli (ya da atan kişinin zeki!) olduğu konusunda kuşku duyabiliriz, fakat bunu kanıtlayamayız.

Bir "para"nın ya da benzeri bir "şans" cisminin (örneğin, daima iki konumdan birine gelen bir taşın) farklı Yazı ve Tura gelme olasılıklarına sahip olduğuna iyi bir nedenle inandığımız durumda, problemi nasıl çözeceğimizi daha ele almadık. $P(Y)=\langle N_Y\rangle/N$ tanımımız var. N_Y için ne *beklediğimizi* nasıl bileceğiz? Bazı durumlarda, en iyi yapacağımız şey, büyük sayılardaki atışlarda elde edilen Yazı'ların sayısını gözlemektir. Daha iyi bir şey isteniyorsa, $\langle N_Y\rangle=N_Y$ *(gözlenen)* koymalıyız. (Başka ne bekleyebiliriz ki?) Bununla birlikte, şunu anlamalıyız ki böyle bir durumda, farklı bir deney ya da farklı bir gözlemci, $P(Y)$ farklıydı sonucuna varabilirdi. Ama biz çeşitli yanıtların $1/2\sqrt{N}$ sapması içirisinde uyuşması gerektiğini bekleriz [eğer $P(Y)$ bir-bölü-ikiye yakınsa]. Bir deneysel fizikçi "deneysel olarak" saptanan olasılığın bir "hata"sı olduğunu söyler ve

$$P(Y) = \frac{N_Y}{N} \pm \frac{1}{2\sqrt{N}} \tag{6.14}$$

yazar. Böyle bir ifadede şöyle bir saklı anlam vardır: Yeterli derecede bilgi sahibiysek hesaplana*bilecek* "gerçek" ya da "tam" bir olasılık söz konusudur ve gözlem, dalgalanmalar nedeniyle "hata"lı olur. Ama böyle düşünmeyi mantıklı olarak tutarlı kılmanın bir yolu yoktur. Herhalde olasılık kavramının bir bakıma öznel olduğunu, daima kesin olmayan bilgiye dayandığını ve nicel olarak değerlendirilmesinin, daha fazla bilgi edindikçe, değişmeye uğrayacağını akılda tutmak daha iyidir.

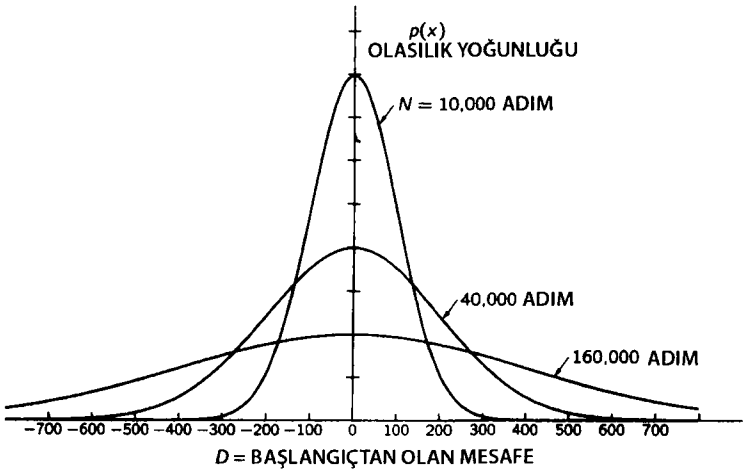
6-4 Olasılık dağılımı

Şimdi rastgele yürüyüşe geri dönelim ve onu biraz değişikliğe uğratalım. Her adımda *yönün* (+ ya da–) rastgele seçimine ek olarak, her adımın *uzunluğu*nun da saptanamaz bir şekilde değiştiğini varsayalım; tek koşul, adım uzunluğunun *ortalamada* bir birim olmasıdır. Bu durum, bir gazın içindeki bir molekülün ısıl hareketi gibi bir olayı daha iyi temsil eder. Bir adımın uzunluğuna S dersek, S her değeri alabilir ama en sık olarak 1'e "yakın" olacaktır. Belirgin olmak için, $\langle S^2\rangle = 1$ ya da eşdeğer olarak $S_{kok} = 1$ diyeceğiz. $\langle D^2\rangle$'yi eskisi gibi türetiriz, sadece (6.8) denklemi şu şekle girer:

$$\langle D_N^2\rangle = \langle D_{N-1}^2\rangle + \langle S^2\rangle = \langle D_{N-1}^2\rangle + 1 \tag{6.15}$$

Daha önceki gibi, şuna sahibiz:

$$\langle D_N^2\rangle = N \tag{6.16}$$



Şekil 6-7 N adımlı bir rastgele yürüyüşte başlama yerinden D uzaklığında bitmesi için olasılık yoğunluğu. (D, *kok* adım uzunluğu birimiyle ölçülmektedir.)

D uzaklıklarının dağılımı için şimdi ne bekleriz? Örneğin, 30 adımdan sonra $D = 0$ olma olasılığı nedir? Yanıt sıfırdır! Farklı boylarda olan geri adımların toplamının ileri yöndeki adımların toplamına tam eşit olması şansı bulunmadığından, D'nin *herhangi özel bir* değere sahip olma olasılığı sıfırdır. Şekil 6-2'deki gibi bir grafik çizemeyiz.

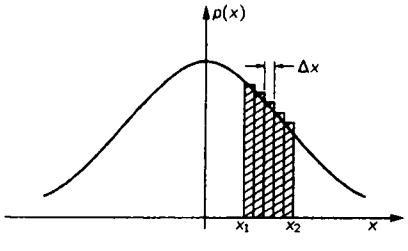
Bununla birlikte, D'nin tam 0, 1 ya da 2 değerini alması olasılığının ne olduğunu değil de, 0, 1 ya da 2'ye *yakın* değerler alması olasılığının ne olduğunu sorarsak, Şekil 6-2'dekine benzer bir temsil elde edebiliriz. D'nin x konumundaki Δx aralığında (diyelim ki, x'ten $x + \Delta x$'e) bulunma olasılığını $P(x, \Delta x)$ şeklinde tanımlayalım. Küçük Δx'ler için D'nin bu aralıkta bulunma şansını, aralığın genişliği olan Δx'le orantılı olmasını bekleriz. Dolayısıyla

$$P(x, \Delta x) = P(x)\,\Delta x \tag{6.17}$$

yazabiliriz. $P(x)$ fonksiyonuna *olasılık yoğunluğu* denir.

$P(x)$'in yapısı atılan adım sayısı olan N'ye ve ayrıca tek tek adım uzunluklarının dağılımına bağlıdır. Bunları burada kanıtlayamayız; fakat büyük N'ler için, $P(x)$ tek tek adım uzunluklarının tüm akla yatkın dağılımları için *aynıdır* ve sadece N'ye bağlıdır. Şekil 6-7'de N'nin üç değeri için $P(x)$'i çizdik. Bu eğrilerin "yarı-genişlikler"inin ($x = 0$'dan iki yana tipik yayılma), öyle olması gerektiğini gösterdiğimiz gibi, $\sqrt{N}$ kadar olduklarına dikkat ediyorsunuzdur.

$P(x)$'in sıfır yakınındaki değerinin $\sqrt{N}$ ile ters orantılı olduğuna da dikkat etmişsinizdir. Eğrilerin tümü benzer biçimde oldukları ve altlarındaki alanların hepsinin bire eşit olması gerektiği için bu ortaya çıkar. $P(x)\Delta x$, Δx küçük olduğunda, D'nin Δx'te bulunma olasılığı olduğundan, D'yi x_1'den x_2'ye uzanan keyfi aralığın içinde *herhangi bir yerde* bulma şansını, aralığı çok sayıda küçük Δx artmalarına bölüp her artma için olan $P(x)\,\Delta x$ terimlerini toplayarak saptayabiliriz. D'nin x_1 ile x_2 arasında bir yere düşme olasılığını $P(x_1<D<x_2)$ şeklinde yazabiliriz ve bu Şekil 6-8'deki taralı alana eşittir. Δx artmasını ne kadar küçük alırsak, sonucumuz o kadar doğru olur. Dolayısıyla



Şekil 6-8 Rastgele yürüyüşte gidilen D uzaklığının x_1 ile x_2 arasına düşme olasılığı, x_1'den x_2'ye kadar $P(x)$ eğrisinin altında kalan alandır.

$$P(x_1<\mathrm{D}<x_2) = \sum P(x)\,\Delta x = \int_{x_2}^{x_1} P(x)\mathrm{d}x \tag{6.18}$$

yazabiliriz.

Tüm eğrinin altındaki alan, D'nin herhangi bir yerde (yani, $x = -\infty$ ile $x = \infty$ arasında bir değere sahip) bulunma olasılığıdır. Bu olasılık kesin 1'dir. Mutlaka

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(x)\mathrm{d}x = 1 \tag{6.19}$$

olmalıdır. Şekil 6-7'deki eğriler $\sqrt{N}$ ile orantılı olarak genişlediğinden, toplam alanın 1 kalması için yüksekliklerinin $1/\sqrt{N}$ ile orantılı olması gerekir.

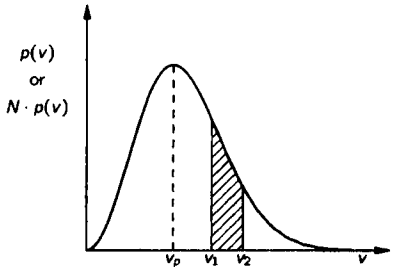
Betimlemekte olduğumuz olasılık yoğunluğu fonksiyonu, en yaygın olarak karşılaşılan fonksiyondur. *Normal* ya da *Gauss* olasılık yoğunluğu adını alır. Matematiksel yapısı

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma^2} \tag{6.20}$$

şeklindedir; burada σ'ya *standart sapma* denir ve bizim örneğimizde $\sigma = \sqrt{N}$ ile ya da *kok* adım boyu 1'den farklıysa, $\sigma = \sqrt{N} S_{kok}$ olarak verilir.

Daha önce belirttiğimiz gibi, bir gaz içindeki bir molekülün ya da herhangi bir parçacığın hareketi rastgele yürüyüş gibidir. Bir organik bileşiğin şişesini açtığımızı ve buharından birazının havaya kaçtığını varsayalım. Ortalıkta hava akımları varsa, hava dolanacak ve bu buharı da birlikte taşıyacaktır. Fakat *tamamıyla* durgun havada bile, buhar yavaş yavaş tüm odaya nüfuz edinceye kadar etrafa yayılacaktır. Bunu renginden ya da kokusundan algılayabiliriz. Organik buharın tek tek molekülleri, diğer moleküllerle olan çarpışmalarının yarattığı molekül hareketleri nedeniyle durgun hava içinde dağılırlar. Ortalama "adım" boyunu ve saniyede atılan adım sayısını bilirsek, bir ya da birçok molekülün belirli bir süre sonra başlangıç noktasından belirli bir uzaklıkta olma olasılığını bulabiliriz. Zaman geçtikçe, daha fazla adım atılır ve gaz, Şekil 6-7'deki ardışık eğrilerdeki gibi yayılmış olur. Sonraki bir bölümde, adım boylarının ve adım sıklıklarının gazın sıcaklığı ile basıncına nasıl bağlı olduklarını öğreneceğiz.

Daha önce, bir gazın basıncının moleküllerin kabın duvarlarına çarpıp geri sıçramasıyla meydana geldiğini söylemiştik. Daha sonra çok daha nicel bir betimleme yapacağımız zaman, moleküllerin çarpıp geri sıçradıklarında ne kadar hızlı gittiklerini bilmek isteyeceğiz; çünkü yaptıkları itme bu hıza bağlı olacaktır. Bununla birlikte, moleküllerin hızından söz edemeyiz. Bir olasılık anlatımı kullanmamız gerekir. Bir molekül her hıza sahip olabilir, fakat bazı hızlar diğerlerinden daha olasıdır. Neler olduğunu betimlemek için, herhangi özel bir molekülün v ile $v + \Delta v$ arasında bir hıza sahip olma olasılığının $P(v)\,\Delta v$ olduğunu söyleriz; burada bir olasılık yoğunluğu olan $P(v)$ hızın verilen bir fonksiyonudur. Maxwell'in, sağduyuyla birlikte olasılık fikrini kullanarak, $P(v)$ için nasıl matematiksel bir ifade bulabildiğini daha sonra göreceğiz. $P(v)$ fonksiyonunun yapısı* Şekil 6-9'da verilmektedir. Hızlar her değere sahip olabilir, ama en olası v_p değerine yakın olmaları en muhtemel durumdur.



Şekil 6-9 Bir gaz içindeki moleküllerin hızlarının dağılımı.

Şekil 6-9'daki eğriyi çoğu kez bir bakıma biraz farklı bir şekilde düşünürüz. Tipik bir kabın (diyelim ki, hacmi bir litre) içindeki molekülleri ele alırsak, çok büyük sayıda ($N \approx 10^{22}$) molekül söz konusudur. *Bir* molekülün Δv aralığında bir hıza sahip olma olasılığı $P(v)\,\Delta v$ olduğundan, olasılık tanımımız uyarınca, hızları Δv aralığı içinde olacak moleküllerin *beklenen* sayısı, $\langle \Delta N \rangle$, şu ifadeyle verilir:

$$\langle \Delta N \rangle = N\,P(v)\,\Delta v \tag{6.21}$$

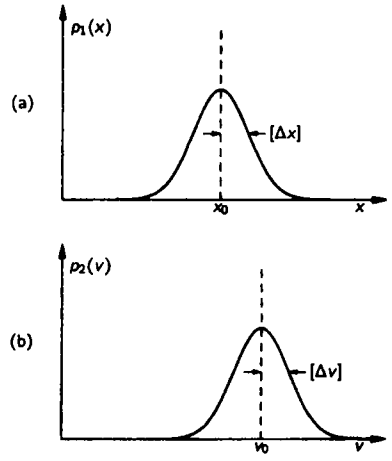
$N\,P(v)$'ye "hızdaki dağılım" deriz. Eğrinin altında v_1 ile v_2 hızları arasındaki alan, örneğin Şekil 6-9'daki taralı alan [$N\,P(v)$ eğrisi için], v_1 ile v_2 arasında hızlara sahip moleküllerin beklenen sayısını temsil eder. Bir gazı ele aldığımızda, genelde, çok büyük sayıda molekülle uğraştığımızdan, beklenen sayılardan sapmaların küçük olmaları beklenir ($1/\sqrt{N}$ gibi); böylece genellikle "beklenen" sayı demeyip onun yerine "v_1 ile v_2 arasında hızlara sahip moleküllerin sayısı, eğrinin altındaki alan*dır*" deriz. Bununla birlikte, böyle ifadelerin daima *olası* sayılar hakkında olduğunu hatırlamalıyız.

---

* Maxwell denklemi $P(v) = Cv^2 e^{-av^2}$'dir; burada a sıcaklıkla ilgili bir sabittir; C ise toplam olasılık 1 olacak şekilde seçilmiştir.

6-5 Belirsizlik ilkesi

Bir gaz örneği içindeki 10^{22} kadar molekülün davranışını betimlerken olasılık düşünceleri kesinkes çok yararlıdır; çünkü her molekülün konumunu ya da hızını yazmaya kalkışmak bile hiç mi hiç pratik değildir. Olasılık böyle problemlere ilk uygulandığında, bir *kolaylık* –çok karmaşık durumlarla uğraşma yolu– olarak düşünülmüştü. Artık şuna inanıyoruz ki olasılık düşünceleri atomik olayların betimlenmesinde *esas*tır. Parçacıkların matematiksel kuramı olan kuantum mekaniğine göre, konumların ve hızların belirtilmesinde daima bir belirsizlik vardır. En iyisi, herhangi bir parçacığın bir x koordinatı yakınında bir konuma sahip olmasının belirli bir olasılığı vardır diyebiliriz.



Şekil 6-10 Bir parçacığın konumunun ve hızının gözlenmesiyle ilgili olasılık yoğunlukları.

Parçacığı x ile $x + \Delta x$ arasında bulma olasılığı $P_1(x)\,\Delta x$ olacak şekilde bir $P_1(x)$ olasılık yoğunluğu verebiliriz. Parçacık x_0 yakınında iyice yerleşikse, $P_1(x)$ fonksiyonu Şekil 6-10(a) grafiğiyle verilebilir. Benzer şekilde, parçacığın hızını $P_2(v)$ olasılık yoğunluğu vasıtasıyla belirtmeliyiz; bu kez $P_2(v)\,\Delta v$ hızın v ile $v + \Delta v$ arasında bulunma olasılığıdır.

Kuantum mekaniğinin temel sonuçlarından biri, bu iki $P_1(x)$ ve $P_2(x)$ fonksiyonunun bağımsız olarak seçilemeyeceğidir; özellikle ikisi birden istendiği kadar dar yapılamaz. $P_1(x)$ eğrisinin tipik "genişliği"ne $[\Delta x]$ ve $P_2(v)$ eğrisininkine $[\Delta v]$ dersek (şekilde gösterildiği gibi), doğa, iki genişliğin *çarpımının* en az $\hbar/2m$ sayısı kadar büyük olmasını ister; burada m parçacığın kütlesidir. Bu temel bağıntıyı

$$[\Delta x] \cdot [\Delta v] \geq \hbar/2m \tag{6.22}$$

olarak yazabiliriz. Bu denklem daha önce sözünü ettiğimiz *Heisenberg'in belirsizlik ilkesi*dir.

(6-22) denkleminin sağ tarafı bir sabit olduğuna göre, bu denklem, bir parçacığı belirli bir konumda bulunması için "zorlamaya" kalkıştığımızda hızının artmasına neden oluruz der. Ya da onu çok yavaş veya kesin bir hızda hareket etmeye zorlarsak, "yayılır" öyle ki tam nerede olduğunu çok iyi bilemeyiz. Parçacıklar çok tuhaf bir şekilde davranırlar!

Belirsizlik ilkesi, doğayı betimlemeye kalkıştığımızda, içinde doğası icabı var olan bulanıklığı anlatır. Doğayı en kesin şekilde betimlememiz, *olasılıklar* cinsinden *olmalı*dır. Doğayı bu şekilde betimlemekten hoşlanmayan kişiler vardır. Bunlar, bir parçacığın *aslında* sadece ne olduğu söylenebilse, onun konumunun ve hızının aynı anda bilinebileceğini sanırlar. Kuantum mekaniğinin gelişmesinin ilk günlerinde, bu problem Einstein'ın canını çok sıkmıştı. Başını sallayıp şöyle demekteydi: "Hayır, Tanrı elektronların nasıl hareket edeceğini saptamak için zar atmaz!" Bu problem onun zihnini uzun bir süre meşgul etmiş ve herhalde bunun doğayı en iyi betimleme şekli olduğuna kendini asla alıştıramamıştı. Bu problem üzerinde hâlâ çalışan bir iki fizikçi var; onlar bir şekilde doğanın başka yoldan betimlenmesinin mümkün olduğuna ve bu belirsizliğin tümden kaldırılabileceğine içten inanıyorlar. Ama henüz kimse bunu başaramadı.

Bir parçacığın konumunu belirtmedeki zorunlu belirsizlik, atomların yapısını betimlemek istediğimizde çok önemli hale gelir. Bir protonlu bir çekirdekten ve çekirdeğin dışında bir elektrondan oluşan hidrojen atomunda, elektronun konumundaki belirsizlik atomun kendisi kadar büyüktür! Dolayısıyla, elektronun proton etrafında bir "yörünge"de hareket ettiğini tam olarak söyleyemeyiz. En çok şunu diyebiliriz: Elektronu protondan r mesafesindeki bir ΔV hacim elemanı içinde gözlemenin *şansı* belirli ve $p(r)\,\Delta V$ kadardır. $p(r)$ olasılık yoğunluğu, kuantum mekaniğince verilir. Tedirgin edilmemiş bir hidrojen atomu için $p(r) = Ae^{-2r/a}$ olur. a sayısı tipik "yarıçaptır; burada fonksiyon hızla azalmaktadır. Elektronu çekirdekten a'ya göre çok uzaklarda bulmanın olasılığı çok küçük olduğundan, a'yı "atomun yarıçapı" olarak 10^{-10} metre gibi düşünebiliriz.



Şekil 6-11 Bir hidrojen atomunun gözde canlandırılması. Bulutun yoğunluğu (beyazlığı), elektronu gözlemenin olasılık yoğunluğunu temsil eder.

Hidrojen atomunu, yoğunluğu elektronu gözlemenin olasılık yoğunluğuyla orantılı bir "bulut"la resmedebiliriz. Şekil 6-11'de böyle bir bulut örneği görülmektedir. Bir hidrojen atomuyla ilgili en iyi "resmi"miz, bir elektron "bulutu"yla çevrili bir çekirdektir (*aslında* bir "olasılık bulutu" demek istesek de). Elektron oralarda bir yerdedir, fakat doğa, sadece onu özel bir yerde bulma şansını verir bize.

Modern fizik, doğa hakkında mümkün olduğunca çok şey öğrenme çabasının bir neticesi olarak, bazı şeylerin kesin olarak asla "bilinemeyeceği" sonucuna ulaşmıştır. Bilgimizin çoğu daima belirsiz kalma durumundadır. Bilebileceğimiz *pek çok şey* olasılıklar cinsindendir.

7

KÜTLEÇEKİM KURAMI

7-1 Gezegen hareketleri
7-2 Kepler yasaları
7-3 Dinamiğin geliştirilmesi
7-4 Newton'ın kütleçekim yasası
7-5 Evrensel kütleçekim
7-6 Cavendish deneyi
7-7 Kütleçekim nedir?
7-8 Kütleçekim ve görelilik

7-1 Gezegen hareketleri

Bu bölümde insan aklının en kapsamlı genellemelerinden birini tartışacağız. İnsan aklına hayran kalırken, kütleçekim yasası gibi bu denli mükemmel bir basit ilkeyi böylesine tamlık ve genellik içinde verebilen doğanın kudretini es geçmemek gerekir. Bu kütleçekim yasası nedir? Bu yasaya göre, evrende her cisim bir başka cismi, her birinin kütlesiyle orantılı ve aralarındaki uzaklığın karesiyle ters orantılı olan bir kuvvetle çeker. Bunu matematiksel olarak şu denklemle ifade ederiz:

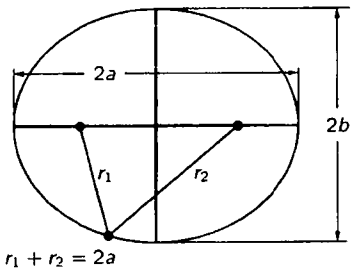
$$F = G\,\frac{mm'}{r^2}$$

Buna "bir cisim, bir kuvvete, kuvvetin yönünde ve cismin kütlesiyle ters orantılı bir ivmeyle cevap verir" olgusunu eklersek, gerekli her şeyi söylemiş oluruz; çünkü bu durumda yeterince kabiliyetli bir matematikçi bu iki ilkeden tüm sonuçları çıkarabilir. Yine de, henüz yeterince becerikli olduğunuz varsayılmadığı için, sonuçları daha ayrıntılı olarak tartışacağız ve sizi sadece bu iki çıplak ilkeyle baş başa bırakmayacağız. Kütleçekim yasasının keşfedilme öyküsünü kısaca anlatacağız ve onun bazı sonuçlarını, tarihteki etkilerini, böyle bir yasanın neden olduğu gizemleri ve yasada Einstein tarafından yapılmış olan arıtmaları tartışacağız; yasanın diğer fizik yasalarıyla ilişkilerini de tartışacağız. Bunların tümü bir bölümde yapılamaz, fakat bu konular zamanı geldikçe ileriki bölümlerde ele alınacaktır.

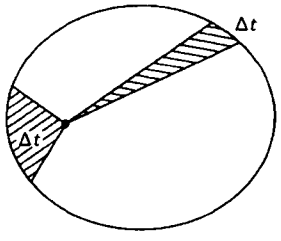
Öykü, yıldızların arasında gezegenlerin hareketlerini gözetleyen eski çağ insanlarıyla başlar ve en sonunda onların güneş etrafında gezindikleri sonucunu çıkarırlar; bu, daha sonra Kopernik tarafından yeniden keşfedilmiş bir olgudur. Gezegenlerin güneşin çevresinde tam olarak nasıl gezindiklerinin, tam olarak nasıl bir yörünge çizdiklerinin keşfi biraz daha fazla çalışma gerektirmişti. On beşinci yüzyılın başlarında, gezegenlerin gerçekten de güneşin çevresinde dönüp dönmedikleri konusunda büyük tartışmalar olmuştu. Tycho Brahe, eski çağ insanlarının önerdiklerinden farklı bir fikre sahipti: Onun düşüncesine göre, gezegenlerin hareketlerinin doğası hakkındaki bu tartışmalar, gezegenlerin gökyüzündeki gerçek konumları yeterince doğru olarak ölçülürse, en iyi şekilde karara bağlanabilirdi. Ölçümler gezegenlerin tam olarak nasıl hareket ettiklerini gösterse, belki o zaman bu görüşü ya da diğerini onaylamak mümkün olabilirdi. Bu müthiş bir düşünceydi: bir şeyi öğrenmek için, derin felsefi tartışmaları sürdürmek yerine, bazı dikkatli deneyler yapmak çok daha iyidir. Bu düşünce doğrultusunda, Tycho Brahe, Kopenhag yakınlarındaki Hven Adası'nda bulunan kendi gözlemevinde yıllarca gezegenlerin konumlarını incelemiş ve ciltler dolusu tablolar hazırlamıştı. Ancak Tycho'nun ölümünden sonra, matematikçi Kepler bu tabloları inceleyip, bu verilerden gezegen hareketleriyle ilgili bazı çok güzel ve önemli, basit yasalar keşfetmişti.

7-2 Kepler yasaları

Her şeyden önce, Kepler, her gezegenin güneş etrafında, odaklarından birinde güneşin bulunduğu, elips denen bir eğri üzerinde gezindiğini bulmuştu. Elips sadece oval bir şekil değildir, çok özel ve kesin bir eğridir: Her biri bir odakta olmak üzere iki çivi, bir halka ip ve bir kalemle çizilebilir; daha matematiksel bir deyişle, elips, tespit edilmiş iki noktadan (odaklar) uzaklıklarının toplamı bir sabite eşit olan noktaların geometrik yeridir. Ya da, isterseniz, basık bir çemberdir de diyebilirsiniz (Şekil 7-1).



Şekil 7-1 Elips



Şekil 7-2 Kepler'in alanlar yasası.

Kepler'in ikinci gözlemi şuydu: Gezegenler güneş etrafında düzgün bir hızla gezinmezler; fakat güneşe yakınken daha hızlı, uzakken daha yavaş hareket ederler. Kesin olarak şöyle: Bir gezegenin herhangi iki ardışık zamanda, diyelim ki bir hafta arayla, gözlendiğini ve her gözlendiği konumda gezegene bir yarıçap vektörünün* çizildiğini varsayalım. Bir haftalık sürede gezegen tarafından gidilen yörüngesel yay ve iki yarıçap vektörü belirli bir düzlemsel alanı sınırlandırır (Şekil 7-2'de görülen taralı alan). Yörüngenin güneşten çok uzak bir parçasında (orada gezegen daha yavaş hareket eder) yine bir hafta aralıkla benzer iki gözlem yapılırsa, benzer sınırlanmış alan birincisiyle tam olarak aynıdır. Böylece, ikinci yasayla uyum içinde, her gezegenin yörünge hızı öyledir ki yarıçap eşit zamanlarda eşit alanlar "süpürür".

Son olarak, üçüncü yasa Kepler tarafından çok sonra keşfedilmişti; bu yasa, diğer iki yasadan farklı bir kategoridendir; çünkü sadece bir tek gezegenle ilgilenmeyip bir gezegeni diğerine bağlar. Bu yasa, herhangi iki gezegenin yörüngesel periyotları ve yörünge boyutları karşılaştırıldığında, periyotların yörünge boyutunun 3/2'nci kuvvetiyle orantılı olduğunu söyler. Bu ifadede periyot, gezegenin yörüngesinde bir tam tur attığında geçen zaman aralığıdır ve yörünge boyutuysa eliptik yörüngenin en büyük çapının (teknik olarak büyük eksen diye bilinir) uzunluğuyla ölçülür. Daha basit haliyle, eğer gezegenler çemberler üzerinde dolansaydı, ki hemen hemen öyle yaparlar, çemberi dolanmak için gereken zaman, çapın (ya da yarıçapın) 3/2'nci kuvvetiyle orantılı olurdu. Dolayısıyla Kepler'in üç yasası şunlardır:

I. Her gezegen, bir odağında güneş olmak üzere, güneş etrafında bir elips üzerinde döner.
II. Güneşten gezegene uzanan yarıçap vektörü, eşit zaman aralıklarında eşit alanlar süpürür.
III. Herhangi iki gezegenin periyotlarının kareleri, onların yörüngelerinin yarı-büyük-eksenlerinin küpleriyle orantılıdır: $T \propto a^{3/2}$

7-3 Dinamiğin geliştirilmesi

Kepler bu yasaları keşfederken, Galileo hareket yasalarını inceliyordu. Problem, gezegenleri neyin döndürdüğüydü. (O günlerde, önerilmiş olan kuramlardan biri şuydu: Gezegenlerin dönmelerinin nedeni, gezegenlerin arkalarında kanatlarını çırptıkça onları ileri doğru süren görünmeyen meleklerin bulunmasıydı. Bu kuramın şimdi düzeltildiğini göreceksiniz! Gezegenleri döner durumda tutmak için, görünmeyen meleklerin farklı bir yönde uçmaları gerektiği ve onların kanatlarının olmadığı anlaşılmıştır. Yoksa, o bir bakıma benzer bir kuramdır!) Galileo bu yasaları anlamak için can alıcı bir şeyi, hareket hakkında çok dikkat çekici bir gerçeği keşfetmişti. Bu, eylemsizlik ilkesidir: Bir nesne hareket ediyorsa, ona hiçbir şey dokunmadıkça, o hiç rahatsız edilmedikçe, bir düz çizgi boyunca düzgün bir hızda seyrederek sonsuza dek gidecektir. (Niçin öyle seyretmeyi sürdürür? Bilmiyoruz, fakat o böyledir.)

Newton, 'bir cismin hareketini değiştirmenin tek yolu, kuvvet kullanmaktır' diyerek bu düşünceyi düzeltmişti. Cisim hızlanırsa, hareketin yönünde bir kuvvet uygulanmıştır. Diğer yandan, cismin hareketi yeni bir yöne doğru değişmişse, enine bir kuvvet uygulanmıştır. Newton böylece bir cismin hızını ya da hareket doğrultusunu değiştirmek için kuvvet gerekir düşüncesini eklemişti. Örneğin, bir ipe bir taş bağlar ve onu bir çember üzerinde çevirirsek, taşı çember üzerinde tutmak için bir kuvvet harcanır. İpi çekmemiz gerekir. Aslında, yasa şudur: Kuvvet tarafından üretilen ivme, kütleyle ters orantılıdır ya da kuvvet, kütle çarpı ivmeyle orantılıdır. Daha ağır bir cisme belli bir ivme vermek için daha şiddetli bir kuvvet gerekir. (Aynı ipin ucuna başka taşlar koyup onları aynı çemberde aynı hızla döndürerek kütleyi ölçebilirsiniz. Bu şekilde çok ya da az kuvvet gerektiğini hisseder, daha ağır cisim için daha büyük bir kuvvet ge-

* Yarıçap vektörü, güneşten gezegenin yörüngesi üzerindeki herhangi bir noktaya çizilen bir "yöne sahip" düz çizgidir.

rektiğini bulursunuz.) Bu incelemelerden çıkan parlak düşünce, bir gezegeni yörüngede tutmak için teğet kuvvete gerek olmadığıdır (melekler teğet olarak uçmamalıdırlar), çünkü gezegen yine de o doğrultuda gidecektir. Onu tedirgin edecek hiçbir şey olmasaydı, gezegen bir düz çizgi boyunca giderdi. Fakat gerçek hareket, hiçbir kuvvetin olmaması halinde cismin gideceği düz çizgiden sapar ve bu sapma esas olarak harekete dik açılarda olur, hareket doğrultusunda değil. Bir başka deyişle, eylemsizlik ilkesi nedeniyle gezegenin güneş etrafındaki hareketini kontrol etmek için gereken kuvvet, güneş etrafında değil de güneşe doğrudur. (Güneşe doğru bir kuvvet varsa, kuşkusuz, güneş bir melek olurdu!)

7-4 Newton'ın kütleçekim yasası

Hareket kuramını daha iyi anlamış olarak, Newton, gezegenlerin hareketini yöneten kuvvetlerin yerinin ya da temelinin güneş olabileceğini fark etmişti. Newton, 'eşit zamanlarda eşit alanlar süpürülür' gerçeğinin 'tüm sapmalar kesinlikle yarıçap doğrultusundadır' önermesinin kesin bir kanıtı olduğunu kendi kendisine ispatlamıştı (belki biz de yakında bunu kanıtlayabileceğiz); alanlar yasası, tüm kuvvetlerin tam olarak güneşe doğru yöneldiği düşüncesinin doğrudan sonucudur.

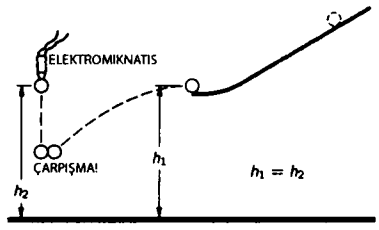
Daha sonra, Kepler'in üçüncü yasasını çözümleyerek, gezegen ne kadar çok uzaktaysa kuvvetin de o denli zayıfladığını göstermek mümkündür. Güneşten farklı uzaklıklarda bulunan iki gezegen karşılaştırılarak yapılan çözümleme, kuvvetlerin, uzaklıkların kareleriyle ters orantılı olduklarını gösterecektir. İki yasanın birleştirilmesiyle, Newton, iki cisim arasında, aradaki uzaklığın karesiyle ters orantılı ve cisimleri birleştiren doğru boyunca yönelmiş bir kuvvet olmalıdır sonucuna varmıştı.

Genellemeleri iyi hisseden biri olarak, Newton, kuşkusuz bu bağıntının sadece gezegenleri tutan güneşe değil de daha genel olarak uygulanabileceğini varsaymıştı. O zamanlar, dünyanın etrafında dolanan ay gibi, örneğin Jüpiter gezegeninin de etrafında dolanan ayları olduğu zaten biliniyordu ve Newton her gezegenin kendi aylarını bir kuvvetle tuttuğundan emindi. Bizi yer üzerinde tutan kuvvetten zaten haberdardı; bu nedenle, bunun evrensel bir kuvvet olduğunu –her şeyin her şeyi çektiğini– önerdi.

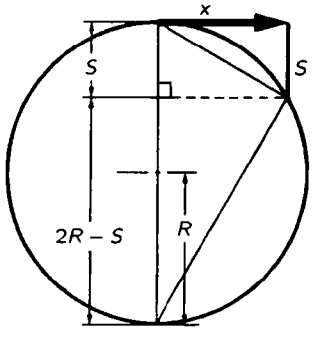
Bir sonraki problem, dünya üzerindeki insanları çekmesiyle aydaki çekmenin "aynı" olup olmaması, dolayısıyla uzaklığın karesiyle ters orantılı olup olmamasıydı. Yeryüzünde bir cisim durgun halden bırakıldıktan sonra ilk saniyede 4,9 metre düşerse, aynı sürede ay dünyaya doğru ne kadar düşer? Ay hiç düşmez diyebiliriz. Fakat aya etkiyen bir kuvvet olmasaydı, bir düz çizgi boyunca giderdi; oysa ay bir çember üzerinde seyretmektedir. Demek ki aslında hiç kuvvet olmasaydı bulunacağı yerden düşer. Ayın yörüngesinin yarıçapından (yaklaşık 384.000 km kadar) ve dünyanın etrafında bir tam turu süresince geçen zamandan (yaklaşık 29 gün), ayın yörüngesi üzerinde bir saniyede ne kadar hareket ettiğini ve sonra bir saniyede dünyaya doğru ne kadar düştüğünü hesaplayabiliriz.* Bu mesafe, kabaca 1 santimetrenin 1/7'sidir. Bu değer, ters kare yasasıyla çok iyi uyuşur; çünkü dünyanın yarıçapı yaklaşık 6400 km'dir ve dünyanın merkezinden 6400 km uzaktaki bir nesne bir saniyede 4,9 metre düştüğüne göre, 384.000 km ya da 60 kat daha uzaktaki bir nesne 4,9 metrenin sadece $1/(60)^2 = 1/3600$ kesrini düşer, ki bu da 1 santimetrenin 1/7'si eder. Bu kütleçekim kuramını benzer hesaplamalarla sınamak isteyen Newton, hesaplarını çok dikkatli yapmış ve öyle büyük bir çelişki bulmuştu ki kuramın gerçeklerle bağdaşmadığını düşünmüş ve sonuçları yayınlamamıştı. Altı yıl sonra dünyanın boyutunun yeni bir ölçümü, astronomların aya olan uzaklık için yanlış bir değer kullandıklarını göstermişti. Newton bunu duyduğunda, hesabını düzeltilmiş sayılarla yeniden yapmış ve güzel bir uyuşma elde etmişti.

---

* Dolayısıyla, ayın yörünge çemberinin, ayın bir saniye önce bulunduğu noktada ona teğet olan düz çizginin ne kadar altına düştüğünü hesaplarız.



Şekil 7-3 Düşey ve yatay hareketlerin bağımsız olduklarını gösteren düzenek.



Şekil 7-4 İvme, çembersel yolun merkezine doğrudur. Düzlem geometriden $x/S = (2R - S)/x \approx 2R/x$'dir; burada R dünyanın yarıçapı (6437 km), x bir saniyede "yatay olarak gidilen" mesafe ve S bir saniyede"düşülen" mesafedir (4,9 metre).

Ayın "düşmesi" fikri biraz yanıltıcıdır; çünkü, göreceğiniz gibi, o daha yakına gelmez. Bu fikir daha fazla yorumu hak edecek kadar ilginçtir: kuvvetler olmasaydı, izleyeceği düz çizgiden ayrılma anlamında düşer ay. Dünyanın yüzeyinde bir örnek alalım. Yeryüzünün yakınında bırakılan bir cisim ilk dakikada 4,9 metre düşecektir. Yatay olarak atılan bir cisim de 4,9 metre düşecektir; yatay olarak hareket ettiği halde, aynı sürede yine aynı 4,9 metre düşer. Şekil 7-3'te bu deneyin yapıldığı bir düzenek görülüyor. Yatay ray üzerindeki top, kısa bir mesafe ileriye doğru sürülecektir. Aynı yükseklikte duran bir topsa düşey olarak düşecektir. Bir elektrik anahtarı öyle düzenlenmiştir ki ilk top rayı terk ettiği anda ikinci top bırakılır. Topların havada çarpışmaları olayı, onların aynı zamanda aynı derinliğe geldiklerine tanıklık eder. Yatay olarak ateşlenmiş mermi gibi bir cisim bir saniyede uzun bir yol –belki 600 metre– almış olabilir, fakat yatay atılmışsa yine 4,9 metre düşmüş olacaktır. Mermiyi gittikçe artan hızlarda ateşlersek ne olur? Unutmayın ki dünyanın yüzeyi eğridir. Mermiyi yeterince hızlı atarsak, artık 4,9 metre düştüğünde, yüzeyden tam öncekiyle aynı yükseklikte olabilir. Bu nasıl mı olur? Düşmesine düşer, ama dünya da biraz eğrilmiştir; böylece dünyanın "etrafına" düşer. Şimdi soru şudur: Mermi bir saniyede ne kadar ileriye gitmelidir ki dünya ufkun 4,9 metre altında olsun? Şekil 7-4'te 6400 km yarıçaplı dünyayı ve kuvvet olmasaydı merminin izleyeceği teğet geçen düz-çizgisel yolu görüyoruz. Şimdi, geometrinin şu olağanüstü teoremlerinden birini, diğer bir deyişle 'teğetimiz, bir eşit kiriş tarafından kesilen çapın iki parçası arasındaki ortalama orandır' diyenini kullanırsak, görürüz ki gidilen yatay mesafe, düşülen 4,9 metre ile dünyanın 12.800 km'lik çapı arasındaki ortalama orantıdır. (4,9/1000) × 12.800'ün karekökü yaklaşık 8 km eder. Böylece mermi saniyede 8 km kadar giderse, o zaman her saniye yere doğru aynı 4,9 metrelik düşmesini sürdürecek, fakat asla daha yakına gelemeyecektir; çünkü dünya da ondan aşağı doğru olan eğrilmesini koruyacaktır. Dolayısıyla Bay Gagarin dünyanın çevresinde 40.233 km giderken saniyede yaklaşık 8 km düşerek (o, biraz daha yüksekten uçtuğu için, biraz daha uzun zaman alıyordu) kendini uzayda tutuyordu.

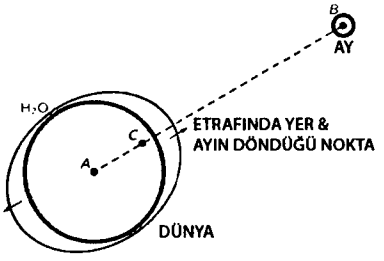
Büyük bir yeni yasa keşfi, ancak ondan koyduğumuzdan daha fazlasını alırsak yararlıdır. Şimdi, Newton kendi kütleçekim yasasını çıkarmak için Kepler yasalarının ikinci ve üçüncüsünü kullanmıştı. Peki, neler öngörmüştü? Birincisi, ayın hareketini çözümlemesi bir öngörüydü, çünkü cisimlerin dünyanın yüzeyindeki düşüşünü aydakiyle ilişkilendirmişti. İkincisi, "yörünge elips midir?" sorusudur. Daha sonraki bir bölümde, hareketi tam olarak hesaplamanın nasıl mümkün olduğunu göreceğiz ve yörüngenin bir elips olması gerektiği* gerçekten kanıtlanabilir; dolayısıyla birinci Kepler yasasının açıklanması için başka bir olgu gerekmez. Böylece Newton kendisinin ilk güçlü öngörüsünü yapmıştı.

Kütleçekim yasası, daha önce anlaşılmamış olan pek çok olayı açıklamaktadır. Örneğin, ayın çekimi dünya üzerinde, o zamana kadar gizemli olan, gelgitlere neden olur. Ay altındaki suyu yukarı çeker ve gelgitler oluşur; daha önce insanlar bunu düşünmüştü, fakat onlar Newton kadar zeki değildi ve onlar gün boyunca sadece bir gelgit olmalı diye düşünüyordu. Akıl yürütmeleri şöyleydi: Ay altındaki suyu yukarı çekerek bir yüksek ve bir alçak gelgit oluşturur; alttaki dünya döndüğünden, bir istasyonda her 24 saatte bir yukarı ve bir aşağı gelgit olur. Aslında gelgit 12 saatte bir yukarı ve bir aşağı gider. Bir diğer düşünce okuluysa yüksek gelgitin dünyanın diğer tarafında olması gerektiğini, çünkü ay dünyayı sudan öteye çeker diye iddia ediyordu! Bu kuramların ikisi de yanlıştır. Aslında olan şudur: Ayın dünyayı ve suyu çekmesi merkezde "dengelenir". Fakat dünyaya yakın olan su ortalamadan daha çok ve uzak olansa ortalamadan daha az çekilir. Ayrıca su akabilir, oysa katı olan dünya akamaz. Gerçek tablo, bu ikisinin birleşimidir.

"Dengelenme"yle ne demek isteriz? Dengelenen nedir? Ay tüm dünyayı kendine çekiyorsa, dünya neden ayın tam "üzerine" düşmez? Çünkü dünya da ay gibi aynı hileyi kullanır: dünyanın içinde olan, fakat merkezinde olmayan bir

* Bunun ispatı bu ders düzeyinde verilemez.

noktanın çevresinde seyreder. Ay sadece dünyanın çevresinde dolaşmaz, Şekil 7-5'te görüldüğü gibi, dünya ve ayın her ikisi bir merkezcil konum çevresinde, her biri bu ortak konuma doğru düşerek döner. Her birinin düşüşünü dengeleyen, ortak merkez çevresindeki bu harekettir. Böylece dünya da bir düz çizgi üzerinde gitmiyor; bir çember üzerinde seyrediyor. Uzak taraftaki su "dengelenmemiş"tir, çünkü orada ayın çekimi dünyanın merkezinde olana göre daha zayıftır, orada o tam "merkezkaç" kuvveti dengeler. Bu dengesizliğin sonucu, suyun dünyanın merkezinden öteye doğru yükselmesidir. Yakın taraftaysa, ayın çekimi daha kuvvetlidir ve dengesizlik uzayda zıt yöndedir, fakat dünyanın merkezinden ötededir. Net sonuç olarak, iki gelgit kabarması elde ederiz.



Şekil 7-5 Gelgitli dünya-ay sistemi.

7-5 Evrensel kütleçekim

Kütleçekimi anladığımızda, başka neleri anlayabiliriz? Dünyanın yuvarlak olduğunu herkes bilir. Peki, dünya neden yuvarlaktır? Bunu yanıtı kolay: bunun nedeni kütleçekimdir. Her şey başka her şeyi çektiği ve buna göre kendisini, olabildiği kadarıyla, bir araya çekip topladığı için, dünyanın yuvarlak olduğu anlaşılabilir! Daha da ileri gidersek, dünya tam olarak bir küre değildir, çünkü dönmektedir ve bu, ekvatorun yakınlarında kütleçekime direnen merkezkaç kuvveti yaratır. Buradan dünyanın eliptik olması gerektiği anlaşılır ve doğru elips biçimini de buluruz. Dolayısıyla, sadece kütleçekim yasasından, güneş, ay ve dünyanın her birinin (hemen hemen) küre biçiminde olmaları gerektiği sonucu çıkarılabilir.

Kütleçekim yasasıyla başka neler yapabilirsiniz? Jüpiter'in aylarına bakarsak, onların bu gezegenin çevresindeki hareket tarzı hakkında her şeyi anlayabiliriz. Bu arada, bir zamanlar Jüpiter'in aylarıyla ilgili işaret etmeye değer güçlükler vardı. Bu uydular Rømer tarafından dikkatlice incelenmişti. Rømer ayların bazen tarifedeki zamandan önce ve bazen de sonra göründüğüne dikkat çekmişti. (Onların tarifeleri, çok uzun zaman bekleyerek ve ayların dönüşlerini ortalama ne kadar sürede tamamladıklarını bularak hazırlanabilir.) Jüpiter dünyaya özellikle yakın olduğunda onlar ilerde ve Jüpiter dünyadan uzak olduğunda geride kalıyorlardı. Bu, kütleçekim yasasına göre açıklanması çok zor bir şey olabilirdi; aslında, başka bir açıklama olmasaydı, bu olağanüstü kuramın ölümü olabilirdi. Eğer bir yasa geçerli olması gereken bir tek yerde bile işlemezse, o tamamen yanlıştır. Fakat bu uyuşmazlığın nedeni çok basit ve güzeldi: Işığın Jüpiter'den dünyaya gelmesi için geçen zaman nedeniyle Jüpiter'in aylarını görmek biraz zaman alıyordu. Jüpiter dünyaya yakınken, zaman birazcık az ve uzakken zaman birazcık daha fazladır. Ayların ortalamaya göre biraz ilerde ya da biraz geride olarak görünmesinin nedeni budur: onların dünyaya yakın ya da uzak olması. Bu olay, ışığın bir anda gitmediğini göstermiş ve ışık hızının ilk tahminini sağlamıştı. Bu 1656'da yapılmıştı.

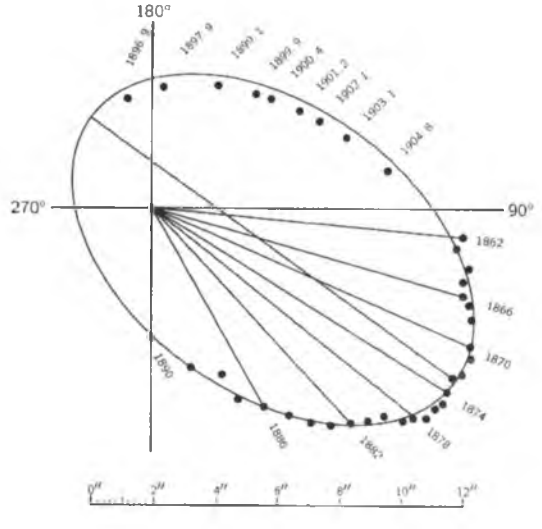
Gezegenlerin tümü birbirlerini itip çekiyorsa, diyelim ki, Jüpiter'in güneşin çevresinde dolanmasını kontrol eden kuvvet, sadece güneşten kaynaklanan kuvvet değildir; örneğin Satürn'den de bir çekme vardır. Bu kuvvet gerçekte şiddetli değildir, çünkü güneş Satürn'den çok daha kütlelidir; ama biraz çekme vardır ve bu nedenle Jüpiter'in yörüngesi mükemmel bir elips olmamalıdır ve değildir de; birazcık dışarıya meyil eder ve doğru eliptik yörünge etrafında "yalpalar". Böyle bir hareket biraz daha karmaşıktır. Jüpiter, Satürn ve Uranüs'ün hareketlerini kütleçekim yasasının temelinde analiz etmek için girişimler yapılmıştı. Bu gezegenlerin hareketlerindeki ufacık sapmaların ve düzensizliklerin bu tek yasadan tam olarak anlaşılıp anlaşılamayacağını görmek için, bu gezegenlerin her birinin bir diğerine olan etkileri hesaplanmıştı. İşe bakın ki, Jüpiter ve Satürn için her şey yolundaydı, ama Uranüs "tuhaf"tı. O çok özel bir tarzda davranmaktaydı. Bir tam elips üzerinde seyretmiyordu, ama Jüpiter ve Satürn'ün çekimleri nedeniyle bu anlaşılabilirdi. Fakat bu çekimler hesaba katılsa bile, Uranüs hâlâ doğru gitmiyordu; böylece kütleçekim yasaları altüst olma tehlikesi içindeydi; yabana atılamayacak bir olasılık. İngiltere ve Fransa'dan iki adam, Adams ve Le Verrier, bağımsız olarak bir başka olasılığa ulaştı-



Şekil 7-6 Bir çift yıldız sistemi.

lar: Belki bir diğer gezegen vardır, karanlık ve görünmez olduğu için insanlar onu görememişlerdi. Bu gezegen, *N*, Uranüs'ü çekebilirdi. Bu iki centilmen, gözlenen tedirgemelere neden olacak böyle bir gezegenin nerede konumlanabileceğini hesapladılar. Kendi gözlemevlerine gönderdikleri mesajlarda diyorlardı ki "Baylar, teleskobunuzu falanca yere yöneltiniz, orada yeni bir gezegen göreceksiniz". Size aldırıp aldırmamaları, genelde kimlerle çalıştığınıza bağlıdır. Le Verrier'yi dikkate aldılar, oraya baktılar; gezegen *N* oradaydı! Diğer gözlemevi de ivedi olarak birkaç gün içinde söylenen yere baktı ve yeni gezegeni o da gördü.

Bu keşif, Newton yasalarının güneş sistemi için mutlak şekilde doğru olduğunu gösterir. Onlar acaba en yakın gezegenlerin oldukça küçük mesafelerinden çok ötelere de uzanır mı? İlk sınama şu soruya dayanır: gezegenler gibi yıldızlar da birbirlerini çekerler mi? Çift yıldızlarda onların birbirlerini çektiklerine dair kesin kanıta sahibiz. Şekil 7-6 bir çift yıldızı gösteriyor: birbirlerine çok yakın iki yıldız (resimde üçüncü bir yıldız daha var, öyle ki fotoğrafın döndürülmemiş olduğunu anlayacağız). Yıldızlar, yıllar sonra görünmüş halleriyle de gösterilmiştir. Çiftin ekseninin "sabit" yıldıza göre dönmüş olduğu görüyoruz; iki yıldız birbirleri etrafında gidiyor. Onlar Newton yasaları uyarınca mı dönüyor? Böyle bir çift yıldız sisteminin göreli konumlarının dikkatli ölçümleri, Şekil 7-7'de görülmektedir. Orada çok güzel bir elips görüyoruz; ölçümler 1862'de başlayarak 1904'lere kadar sürüyor (şimdilerde çevreyi bir kez daha dönmüş olmalı). Sirius A yıldızının odakta olmaması dışında, her şey Newton yasalarına uygundur. Sirius A niçin odakta olmamalı? Çünkü elips düzlemi "gökyüzü düzlemi"nde değildir. Elips düzlemine dik açıda bakmıyoruz; Bir elipse eğik bakılırsa, o elips olarak kalır, ama odak artık aynı yerde değildir. Böylece birbirleri etrafında hareket eden çift yıldızları, kütleçekim yasasının gereklerine uygun olarak çözümleyebiliriz.



Şekil 7-7 Sirius *B* yıldızının Sirius *A*'ya göre yörüngesi.



Şekil 7-8 Bir küresel yıldız kümesi.

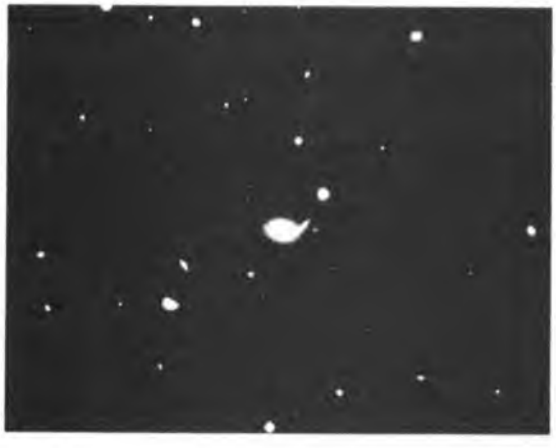
Kütleçekim yasasının daha büyük uzaklıklarda bile doğru olduğu Şekil 7-8'de gösterilmektedir. Kütleçekimin buralarda etkidiğini anlayamayan biri, ruhsuz demektir. Bu şekil, gökyüzündeki en güzel şeylerden birini, bir yıldız kümesini gösteriyor. Noktaların tümü yıldızdır. Sanki merkeze doğru sıkıca paketlenmiş gibi görünüyorlarsa da, bunun nedeni aletlerimizin yanılabilir olmasıdır. Aslında, en merkezdeki yıldızların aralarındaki uzaklık bile çok büyüktür ve çok nadiren çarpışırlar. İç kısımlarda dışarılara göre daha fazla yıldız vardır ve dışarıya doğru gidildikçe iyice azalırlar. Bu yıldızlar arasında bir çekimin olduğu açıktır. Kütleçekimin bu devasa boyutlarda –belki de güneş sisteminin boyutunun 100.000 katı– var olduğu kesindir. Şimdi daha da ileri gidelim ve bir gökadanın tamamına bakalım (Şekil 7-9). Bu gökadanın biçimi, onun maddesinin bir araya toplanmaya eğilimli olduğunu göstermektedir. Kuşkusuz, yasanın orada kesinlikle ters kare olduğunu kanıtlayamayız; ancak hâlâ, bu devasa boyutlarda, tüm nesneyi bir arada tutan bir çekim vardır. "Peki, bunların tümü zekice, ama neden tam bir top gibi değil?" denebilir. Çünkü o dönmektedir ve büzülürken vazgeçemeyeceği bir açısal momentuma sahiptir; daha çok bir düzleme büzülmelidir. (Sırası gelmişken, iyi bir problem arıyorsanız, kolların nasıl oluştuğunun tam ayrıntıları ve bu gökadaların biçimlerini neyin belirlediği henüz incelenmemiştir.) Bununla birlikte, gökada yapısının karmaşıklığı onu tam olarak çözümlemeye henüz izin vermese de, onun biçiminin kütleçekim nedeniyle olduğu açıktır. Bir gökadada herhalde 50.000 ile 100.000 ışık-yılı arasında bir ölçeğe sahibiz. Dünyanın güneşten uzaklığı 8,33 ışık-dakikasıdır; buradan bu boyutların ne kadar büyük olduğunu anlayabilirsiniz.



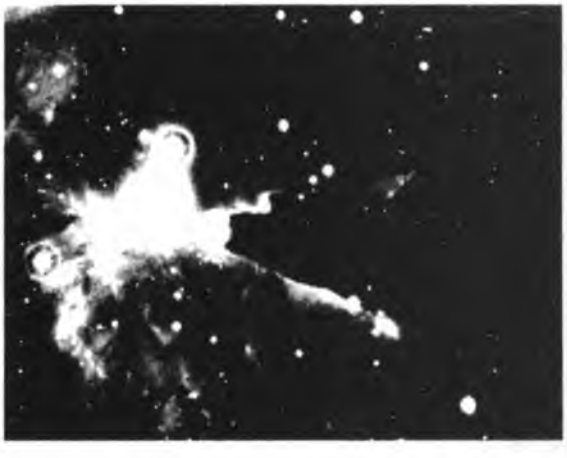
Şekil 7-9 Bir gökada.

Kütleçekim, pek çok "küçük" nesnenin bir araya kümelendiği Şekil 7-10'da resimlenen, daha da büyük boyutlarda bile vardır. Bu, tıpkı bir yıldız kümesi gibi, gökadalardan oluşmuş bir kümedir. Böylece gökadalar da böylesine uzaklıklarda birbirlerini çekerler ve onlar da kümeler halinde toplanırlar. Belki kütleçekim onlarca milyon ışık-yılı mesafelerin üzerinde bile etkindir; şu anda bildiğimiz kadarıyla, kütleçekim uzaklığın karesinin tersiyle sonsuza dek uzanıyor gibi görünmektedir.

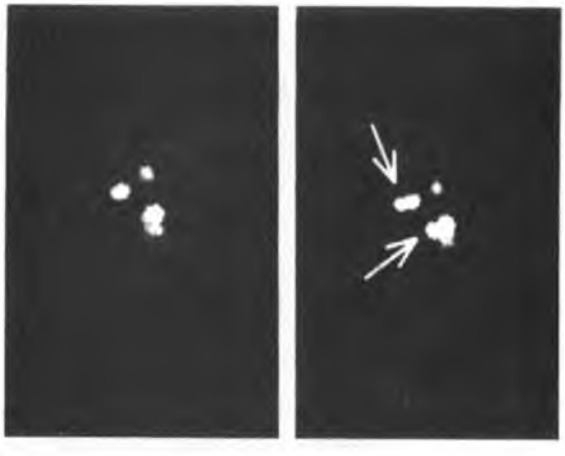
Sadece bulutsuları anlamakla kalmıyoruz, kütleçekim yasasından yıldızların kökenleri hakkında bazı fikirler de elde edebiliriz. Şekil 7-11'de görüldüğü gibi, eğer büyük bir toz ve gaz bulutumuz varsa, toz parçalarının birbirlerine uygulayacakları kütleçekim kuvvetleri onların küçük topaklar oluşturmasını sağlayabilir. Şekilde zar zor görülen "küçük" siyah lekeler toz ve gazların toplanmalarının başlangıcı olabilir, böylece kütleçekimleri nedeniyle yıldızların oluşması başlar. Acaba hiç yıldız oluşumu gördük mü görmedik mi konusu hâlâ tartışmalıdır. Şekil 7-12, böyle bir şey gördüğümüzü akla getiren bir kanıt parçasını gösteriyor. Soldaki, içinde bazı yıldızlarla birlikte bir gaz bölgesinin 1947'de çekilmiş bir resmidir ve sağdakiyse sadece yedi yıl sonra çekilmiş bir diğer resimdir; orada iki yeni parlak leke görülüyor. Acaba gaz bir araya toplandı, kütleçekim yeterince şiddetli etkiyerek onu iç kısımlarda yıldızın çekirdek tepkimelerinin başlamasına yetecek büyüklükte bir top haline mi sıkıştırdı? Böylece toz ve gaz bulutu bir yıldıza mı dönüştü? Belki öyle, belki de değil. Bir yıldızın sadece yedi yılda kendisini görünür hale getirmesi ve bu duruma tanık olacak kadar şanslı olmamız mantık dışıdır; iki yıldız görmemizin olasılığıysa aşırı derecede azdır!



Şekil 7-10 Gökadaların bir kümesi.



Şekil 7-11 Yıldızlararası bir toz bulutu.



Şekil 7-12 Yeni yıldızların oluşumu mu?

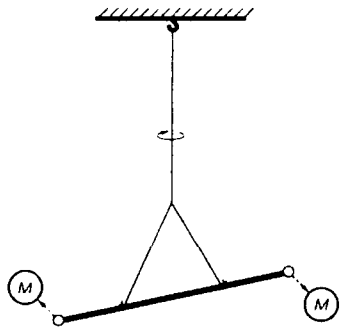
7-6 Cavendish deneyi

Dolayısıyla, kütleçekim devasa mesafeler boyunca uzanır. Fakat herhangi bir cisim çifti arasında bir kuvvet varsa, bizim kendi cisimlerimiz arasındaki kuvveti ölçebilmeliyiz. Birbirleri etrafında dolanan yıldızları gözlemek yerine, neden bir kurşun ve bir mermer top alıp, mermer topun kurşun topa doğru gittiğini gözlemeyelim? Böylesine basit tarzda yapıldığında bu deneyin zorluğu, kuvvetin çok zayıf ve nazik oluşundan kaynaklanır. Bu deney aşırı özenle yapılmalı; havayı dışarı çıkarmak için düzenek kapatılmalı, elektrikçe yüklü olmadığından emin olunmalı ve benzeri önlemler alınmalı; ancak bundan sonra kuvvet ölçülebilir. Bu kuvvet ilk kez Cavendish tarafından Şekil 7-13'te şematik olarak gösterilen bir düzenekle ölçülmüştü. Bu, iki büyük sabit kurşun küre ve burulma fiberi denen çok ince bir fiberle asılmış bir kolun uçlarındaki iki küçük kurşun bilye arasındaki direkt kuvvetin ilk gösterilişiydi. Fiberin ne kadar burulduğu ölçülerek kuvvetin şiddeti bulunabilir, uzaklığın karesiyle ters orantılı olduğu doğrulanabilir ve ne kadar şiddetli olduğu saptanır. Böylece,

$$F = G\,\frac{mm'}{r^2}$$

denklemindeki G katsayısı doğru şekilde saptanabilir. Tüm kütleler ve uzaklıklar bilinmektedir. "Bunu dünya için zaten biliyorduk" diyebilirsiniz; evet, fakat dünyanın kütlesini bilmiyoruz. Bu deneyden G'yi öğrenerek ve dünyanın ne şiddetle çektiğini bilerek, dünyanın kütlesinin ne büyüklükle olduğunu dolaylı olarak öğreniriz! Bu deneye bazıları "dünyayı tartmak" der ve kütleçekim yasasının G katsayısını belirlemekte kullanılabilir. Dünyanın kütlesinin tek saptanabilme yolu budur. G için şu değer bulunmuştur:

$$G = 6{,}670 \times 10^{-11}\ \text{Newton} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$



Şekil 7-13 Küçük cisimler için evrensel kütleçekim yasasını doğrulamak ve G kütleçekim sabitini ölçmek için Cavendish tarafından kullanılmış olan düzeneğin basitleştirilmiş bir diyagramı.

Kütleçekim kuramının bu büyük başarısıyla bilim tarihi üzerine yaptığı etkinin önemini vurgulamak abartma sayılmaz. Bitmeyen tartışmaların ve ikilemlerin olduğu eski çağlarda hüküm süren karışıklık, güven eksikliği, noksan bilgi ile bu yasanın açıklığını ve basitliğini karşılaştırın: tüm ayların, gezegenlerin ve yıldızların onları yöneten böyle basit bir kurala sahip olmaları gerçeği ve üstelik insanoğlunun onu anlayabilmesi ve gezegenlerin nasıl hareket edeceklerini çıkarabilmesi! İleriki yıllarda bilimlerin başarısının nedeni budur, çünkü kütleçekim yasası, diğer doğa olaylarının da böylesine güzellikteki basit yasalara sahip olabileceği ümidini yaratmıştır.

7-7 Kütleçekim nedir?

Acaba o böyle basit bir yasa mıdır? Onun mekanizması nedir? Tüm yaptığımız, dünyanın güneş çevresinde nasıl hareket ettiğini betimlemektir; fakat onu yürütenin ne olduğunu hiç söylemedik. Newton bunun hakkında varsayımlar yapmamıştı; Mekanizmasına girmeksizin, onun ne yaptığını bulmak Newton'u tatmin etmişti. Hiç kimse daha sonra herhangi bir mekanizma vermedi. Fiziksel yasaların bu soyut niteliğe sahip olmaları, onların karakteridir. Enerjinin korunumu yasası, hiçbir mekanizmaya değinmeyen, hesaplanacak ve toplanacak niceliklerle ilgili bir teoremdir. Aynı şekilde mekaniğin büyük yasaları da nicel matematiksel yasalar olup, onlar için elimizde hiç mekanizma yoktur. Doğayı, arkasında mekanizmalar olmadan, betimlemek için niçin matematiği kullanabiliriz? Bunu kimse bilmiyor. Bunu sürdürmeliyiz, çünkü bu yolla daha çok şey buluruz.

Kütleçekim için birçok mekanizma önerilmişti. Bunlardan, zaman zaman pek çok kişinin düşündüğü birini ele almak ilginç olur. Başta, onu "keşfettiği" zaman çok heyecanlı ve mutludur; fakat kısa sürede doğru olmadığı anlaşılır. İlk kez 1750'lerde keşfedilmişti. Varsayalım ki uzayda her yönde çok yüksek hızlarla hareket eden ve madde içinden geçerken çok az miktarda soğrulan birçok parçacık var. Onlar soğrulduklarında, dünyaya bir itme veriyorlar. Bununla birlikte, bir yönde diğer yönde giden kadar parçacık olduğu için, itmelerin tü-

mü birbirlerini dengeler. Fakat güneş yakında olduğunda, güneşten geçip dünyaya doğru gelen parçacıklar özellikle soğrulurlar, böylece güneşten gelenler diğer taraftan gelenlerden daha azdır. Dolayısıyla dünya güneşe doğru net bir itme hisseder ve uzaklığı değiştirince güneşi gören katı açının değişimi nedeniyle, onun uzaklığın karesiyle ters orantılı olduğunu görmek çok zaman almaz. Bu mekanizmada yanlış olan nedir? Aslında doğru olmayan bazı yeni sonuçlar içerir. Bu özel fikir aşağıdaki sıkıntıya yol açar: Dünyaya, güneş çevresinde dönerken, geri tarafa göre ileri taraftan daha fazla parçacık çarpar (yağmurda koşarken, hani yüzünüze kafanızın arkasından daha şiddetli yağar ya yağmur!) Dolayısıyla dünyaya önden verilen itme daha fazla olur; dünya hareketine karşı bir direnç hisseder ve yörüngesinde yavaşlama olabilir. Bu direncin bir sonucu olarak dünyanın durması için ne kadar zaman geçeceği hesaplanabilir. Dünyanın, yörüngesinde hareketsiz hale gelmesi için yeterince uzun zaman almaz; dolayısıyla bu mekanizma çalışmaz. Şimdiye dek kütleçekimi "açıklayacak" –ama bunun yanında var olmayan bazı başka olaylar da öngörmeyecek– hiçbir mekanizma icat edilemedi.

Bundan sonra kütleçekimin diğer kuvvetlerle olabilecek ilişkisini tartışacağız. Şimdilik kütleçekimin diğer kuvvetler cinsinden bir açıklaması yok. O, elektriğin ya da buna benzer bir şeyin bir görünümü değildir; demek ki bir açıklamamız yok. Bununla birlikte, kütleçekim ve diğer kuvvetler birbirlerine çok benzemektedir ve bu benzerliklere dikkat çekmek ilginçtir. Örneğin, iki yüklü parçacık arasındaki elektrik kuvveti tam kütleçekim yasası gibi görünmektedir: Elektrik kuvveti, bir eksi işaretiyle bir sabit ile yüklerin çarpımı ve uzaklığın karesiyle ters orantılı olarak değişir. Zıt yöndedir; benzer yükler iter. Fakat iki yasanın da uzaklığın aynı fonksiyonunu içermesi yine de dikkate değer değil midir? Belki de kütleçekim ve elektrik düşündüğümüzden çok daha sıkı şekilde birbirlerine bağlıdır. Onları birleştirmek için pek çok girişim yapılmıştır; birleşik alan kuramı, elektrik ve kütleçekimi bir araya getirmek için sadece çok hoş bir girişimdir; ama kütleçekim ile elektriğin karşılaştırılması halinde en ilginç şey, kuvvetlerin göreli şiddetleridir. Onların ikisini de içeren bir kuram, kütleçekimin ne kadar şiddetli olduğu sonucunu da vermelidir.

$$\frac{\text{Kütlesel çekme}}{\text{Elektriksel itme}} = 1/4{,}17 \times 10^{42}$$

$$= 1/4{,}170{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000$$

Şekil 7-14 İki elektron arasındaki elektriksel ve kütleçekimsel etkileşmelerin göreli şiddetleri.

İki elektronun (doğanın evrensel yükü) elektrik kuvveti nedeniyle itmesini ve kütleleri nedeniyle çekmesini, bir doğal birim sisteminde, ele alırsak, elektriksel itmenin kütlesel çekmeye oranını ölçebiliriz. Bu oran, uzaklıktan bağımsız olup doğanın bir temel sabitidir. Oran Şekil 7-14'te görülüyor. İki elektron arasındaki elektriksel itmeye göre kütlesel çekme, 1 bölü $4{,}17 \times 10^{42}$ kadardır! Soru şudur: Böyle büyük bir sayı nereden gelmektedir? Dünyanın hacminin bir pirenin hacmine oranı gibi, rastgele olamaz. Aynı şeyin, bir elektronun iki doğal yüzünü dikkate aldık. Bu inanılmaz sayı, bir doğal sabittir; dolayısıyla doğanın derinliklerinde bir şeyler içerir. Böylesine devasa bir sayı nereden gelebilir? Bazılarına göre, günün birinde "evrensel denklem"i bulacağız ve onun içinde, köklerden biri bu sayı olacak. Böyle inanılmaz büyük bir sayıyı doğal bir kök olarak verecek bir denklem bulmak çok zordur. Başka olanaklar da düşünülmüştü; bunlardan biri bu sayıyı evrenin yaşına bağlamaktır. Açıkçası, bir yerlerde başka bir büyük sayı bulmalıyız. Fakat evrenin yaşını yıllar cinsinden mi alacağız? Hayır, çünkü yıllar "doğal" değildir; insanlar tarafından uydurulmuştur. Doğal bir şeye örnek olarak, ışığın bir protonu çaprazlamasına geçme süresi olan 10^{-24} saniyeyi ele alalım. Bu süreyi evrenin yaşı olan 2×10^{10} yıl ile karşılaştırırsak, yanıt 10^{-42} çıkar. Bu, aynı sayıda uzayıp giden sıfıra sahiptir; böylece kütleçekim sabitinin evrenin yaşıyla ilişkili olduğu öne sürülmüştü. Eğer böyle olsaydı, kütleçekim sabiti zamanla değişirdi, çünkü evren yaşlandıkça evrenin yaşının ışığın bir protonu çaprazlamasına geçme süresine oranı giderek artardı. Kütleçekim sabitinin zamanla değişmesi olası mıdır? Kuşkusuz değişmeler öyle küçük olurdu ki bundan emin olmak iyice zorlaşır.

Düşünülebilecek bir sınama, geçmiş olan 10^9 yıl esnasında değişmenin etkisinin ne olduğunu saptamaktır, ki bu dünyadaki en erken yaşamdan bugüne olan çağ ve evrenin yaşının onda biridir. Bu sürede, kütleçekim sabiti yüzde on kadar artmış olabilir. Güneşin yapısını –onun maddesinin ağırlığı ile içinde ışı-

ma enerjisinin üretilme hızı arasındaki dengeyi– düşünürsek, şunu çıkarabiliriz: Kütleçekim yüzde 10 daha şiddetli olsaydı, güneş yüzde 10'dan çok daha fazla parlak olurdu; kütleçekim sabitinin altıncı kuvvetiyle! Kütleçekim değiştiğinde dünyanın yörüngesine olacakları hesaplarsak, dünyanın içe daha yakınlaşacağını bulurduk. Sonuçta, dünya 100 santigrat derece daha sıcak olur; denizlerde hiç su kalmaz; tüm su havada su buharı olarak bulunurdu; böylece yaşam denizlerde başlayamazdı. Dolayısıyla biraz önce bir örneğini verdiğimiz böyle tartışmalar hiç inandırıcı değildir ve konu henüz tam olarak kapanmamıştır.

Şu bir gerçektir ki, kütleçekim kuvveti, temelde eylemsizliğin bir ölçüsü olan nicelikle, diğer bir deyişle kütleyle orantılıdır; bir çember üzerinde dönen bir nesneyi orada tutmanın zorluğu. Dolayısıyla, büyük bir cismin çevresinde, kütleçekim nedeniyle, aynı çember üzerinde aynı hızla dönen biri ağır biri hafif iki cisim, birlikte kalacaklardır, çünkü bir çember üzerinde dönmek, daha büyük kütle için daha şiddetli bir kuvveti gerektirir. Dolayısıyla, verilen bir kütle için kütleçekim, iki cismi birlikte döndürecek şekilde tam doğru orana sahip şiddettedir. Bir cisim diğerinin içindeyse, hep içinde kalır; bu mükemmel bir dengedir. Bu nedenle, Gagarin ya da Titov bir uzay gemisinin içinde nesneleri "ağırlıksız" bulacaklardır; örneğin, onlar bir tebeşir parçasını bıraksalar, tebeşir dünya çevresinde tüm uzay gemisiyle tamamıyla aynı şekilde dönerdi; böylece uzay gemisinde onların önünde asılı kalmış gibi görünürdü. Bu kuvvetin büyük bir doğruluk içinde kütleyle tam orantılı olması çok ilginçtir; çünkü tam orantılı olmasaydı, eylemsizliğin ve ağırlığın fark göstereceği bir etki ortaya çıkardı. Böyle bir etkinin yokluğu, ilk kez 1909'da Eötvös ve daha yakınlarda Dicke tarafından yapılan deneylerde büyük bir doğrulukla gösterilmişti. Denenen tüm maddeler için, kütleler ve ağırlıklar, 1.000.000.000'da 1 ya da daha az hatayla tam olarak orantılı çıkmıştır. Bu olağanüstü bir deneydir.

7-8 Kütleçekim ve görelilik

Tartışılmaya değer bir diğer konu, Einstein tarafından Newton'ın kütleçekim yasasında yapılan düzeltmedir. Doğurduğu tüm heyecana karşın, Newton'ın kütleçekim yasası doğru değildir! Bu yasa, görelilik kuramını hesaba katarak Einstein tarafından düzeltilmişti. Newton'a göre, kütleçekim etkisi anlıktır; diğer bir deyişle bir kütleyi hareket ettirseydik, bu kütlenin yeni konumu nedeniyle hemen yeni bir kuvvet hissederdik; bu yolla sonsuz hızda sinyaller yollayabilirdik. Einstein ışık hızından daha hızlı sinyaller yollayamayacağımızı öngören kanıtlar geliştirmişti; buna göre kütleçekim yasası yanlış olmalıydı. Gecikmeleri hesaba katan düzeltmeyle, Einstein'ın kütleçekim yasası denen yeni bir yasaya sahibiz. Bu yeni yasanın anlaşılmasının oldukça kolay bir yolu şudur: Einstein'ın görelilik kuramında, enerjisi olan her şey kütleye sahiptir: kütleçekimsel olarak çekilen anlamında, kütle. Enerjiye sahip ışığın bile bir "kütle"si vardır. İçinde enerjiye sahip olan bir ışık demeti güneşin yakınından geçerek geldiğinde, güneş tarafından onun üzerine bir çekme uygulanır. Böylece ışık düz gitmeyip biraz sapar. Güneş tutulması sırasında, örneğin, güneş civarındaki yıldızlar, güneş orada olmasaydı bulunacakları yerden yerdeğiştirmiş gibi görüneceklerdir; bu durum gözlenmişti.

Haydi son olarak da, kütleçekimi diğer kuramlarla karşılaştıralım. Son yıllarda, tüm kütlenin minicik parçacıklardan oluştuğunu ve çekirdek kuvvetleri vb gibi birkaç tür etkileşmenin var olduğunu keşfettik. Bu çekirdeksel ya da elektriksel kuvvetlerin hiçbiri henüz kütleçekim için bir açıklama getiremedi. Doğanın kuantum-mekaniksel özellikleri de henüz kütleçekime taşınamadı. Ölçek, kuantum etkilerini gerektirecek kadar küçük olunca, kütleçekim etkileri öylesine zayıf oluyor ki, kütleçekimin kuantum kuramına olan acil gereksinimi bir türlü geliştirilemedi. Diğer taraftan, fizik kuramlarımınız tutarlılığı için, acaba Einstein yasasına düzeltilmiş olan Newton yasası belirsizlik ilkesiyle uyuşacak şekilde daha da düzeltilmeli mi diye düşünmek önemli olabilir. Bu son düzeltme henüz tamamlanmış değil.

8

HAREKET

8-1 Hareketin betimlenişi

8-1 Hareketin betimlenmesi
8-2 Hız
8-3 Türev olarak hız
8-4 İntegral olarak uzaklık
8-5 İvme

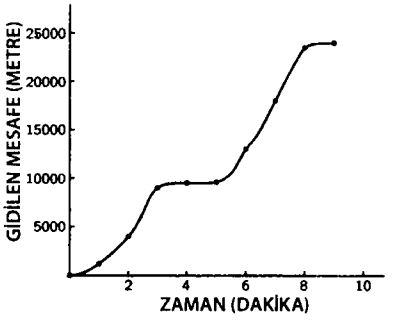
Cisimlerde zaman geçerken yer alan çeşitli değişmeleri yöneten yasaları bulmak için, değişmeleri *betimleyebilmeli* ve onları bir şekilde kaydetmeliyiz. Bir cisimde gözlenecek en basit değişme, zamanla konumundaki görünür değişmedir; işte buna hareket deriz. Bir nokta diyeceğimiz ve gözleyebileceğimiz kalıcı bir işaret ile bir katı cismi ele alalım. Bir otomobilin radyatörü ya da düşen bir topun merkezi olabilecek bu küçük işaretin hareketini tartışacağız ve onun hareketini ve bu hareketin nasıl gerçekleştiğini betimlemeye çalışacağız.

Bu örnekler insana basit gelebilir, fakat değişimin betimlenişinde pek çok nüans vardır. Örneğin çok yavaş sürüklenen ama hızla şekillenen ya da buharlaşan bir bulutun sürüklenme hızı ya da bir insanın düşüncesinin değişmesi gibi bazı değişimler, bir katı cisim üzerindeki bir noktanın hareketini betimlemekten çok daha zordur; fakat bulut pek çok moleküle temsil edilebildiği ya da betimlenebildiğinden, belki de ilke olarak tek tek tüm moleküllerinin hareketini tasvir ederek bulutun hareketini betimleyebiliriz. Bununla birlikte düşüncedeki değişmeler beynin içindeki atomların değişmesine paraleldir. Fakat henüz böyle bir bilgiye sahip değiliz.

Her ne olursa olsun, noktaların hareketiyle başlamamızın nedeni budur; belki de onları atomlar olarak düşünmeliyiz, fakat başlangıçta daha kaba olmak ve basitçe bir tür küçük –küçük, yani hareket edilen uzaklığa göre küçük– cisimleri düşünmek herhalde daha iyidir. Örneğin, yüz kilometre hızla giden bir arabanın hareketinin betimlenmesinde, arabanın önü ile arkası arasını ayırt edemeyiz. Elbette, hafif farklar vardır, fakat kaba amaçlar için "araba" deriz ve de noktalarımızın mutlak noktalar olmaması fark etmez. Şimdiki amaçlarımız için aşırı derecede kesin olmamız gerekmez. Ayrıca, bu konuya ilk bakışımızda, dünyanın üç boyutunu unutacağız. Yolda ilerleyen bir arabada olduğu gibi, sadece bir yöndeki harekete yoğunlaşacağız. Hareketin bir boyutta nasıl betimlendiğini gördükten sonra, üç boyuta geri döneceğiz. Şimdi, "Bu, tamamıyla bir tür fasa-fisodur" diyebilirsiniz ve gerçekten de öyledir. Böyle bir-boyutlu bir hareketi –örneğin, bir arabanın hareketini– nasıl betimleyebiliriz? Hiçbir şey basit olmayabilir. Birçok olası yol arasında, biri aşağıdaki gibi olabilir: Arabanın konumunu farklı zamanlarda saptamak için, onun başlama noktasından olan uzaklığım ölçeriz ve tüm gözlemleri kayıt altına alırız. Tablo 8-1'de, S arabanın başlama noktasından olan uzaklığını metre cinsinden ve t zamanı dakika cinsinden göstermektedir. Tablonun ilk sırası sıfır uzaklığı ve sıfır zamanı temsil eder; henüz araba harekete geçmemiştir. Bir dakika sonra araba harekete geçmiş ve 400 metre gitmiştir. Ondan sonra iki dakika içinde daha da çok yol almıştır –dikkat ederseniz, ikinci dakikada çok daha fazla mesafe katetmiştir– ivmelenmiştir; fakat 3 ile 4 arasında bir şeyler olmuş ve hatta 5'te daha da çok şey olmuştur; belki de araba ışıkta durmuştur. Sonra yine hızlanmış ve 6 dakikanın sonunda 4250 metre gitmiş, 7 dakikanın sonunda 6000 metreye, 8 dakikada 7835 metreye ulaşmıştır; 9 dakikada sadece 8000 metreye ilerlemiştir; çünkü araba son dakikada bir polis tarafından durdurulmuştur.

Tablo 8-1

t (dakika)	s (metre)
0	0
1	400
2	1335
3	3000
4	3165
5	3200
6	4250
7	6000
8	7835
9	8000

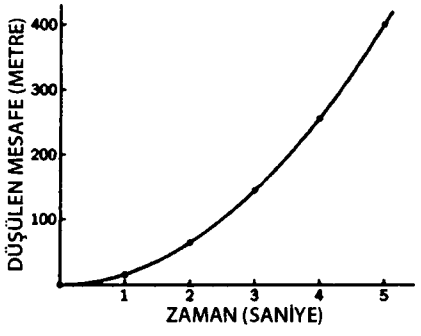


Şekil 8-1. Arabanın zamana karşı uzaklık grafiği.

Hareketi betimlemenin bir yolu budur. Diğer bir yolu grafik aracılığıyladır. Zamanı yatay ve uzaklığı düşey olarak çizersek, Şekil 8-1'de görülene benzer bir eğri elde ederiz. Zaman arttıkça, uzaklık da, önce çok yavaş ve sonra daha hızlı bir şekilde ve biraz sonra 4 dakikada yine çok yavaş olarak artar; sonra birkaç dakika tekrar artar ve sonunda 9 dakikada artmanın durduğu görülür. Bu gözlemler, tablo olmaksızın, grafikten yapılabilir. Açıkçası, tam bir betimleme için, yarım-dakikalarda da arabanın nerede olduğu bilinebilmelidir; ama grafiğin

Tablo 8-2

t (saniye)	s (metre)
0	0
1	4,9
2	19,6
3	44,1
4	78,4
5	122,5
6	176,4



Şekil 8-2. Düşen bir cisim için zamana karşı uzaklık grafiği.

tüm ara zamanlarda da arabanın bulunduğu konumla ilgili bir şeyler söylediğini tahmin ederiz.

Karmaşık olan araba hareketinden sonra, bir başka örnek olarak, daha basit tarzda hareket eden, çok daha basit yasaları izleyen bir şeyi ele alalım: Düşen bir topu. Tablo 8-2 düşen bir cisim için zamanı saniye ve uzaklığı metre olarak vermektedir. Sıfır saniyede top sıfır metreden düşmeye başlar ve 1 saniyenin sonunda 4,9 metre düşmüştür. 2 saniyenin sonunda, 19,6 metre düşmüştür, 3 saniyenin sonunda 44,1 metre ve böylece sürer. Tablodaki sayıları şekle dökersek, Şekil 8-2'de görülen güzel bir parabol eğrisi elde ederiz. Bu eğrinin denklemi

$$s = 4{,}9\ t^2 \qquad (8.1)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklem her andaki uzaklığı hesaplamamıza olanak tanır. Birinci grafik için de bir denklem var olmalıydı diyebilirsiniz. Gerçekten de, soyut olarak böyle bir denklem

$$s = f(t) \qquad (8.2)$$

şeklinde yazılabilir ve s'nin t'ye bağlı bir nicelik ya da matematiksel ifadesiyle, s'nin t'nin bir fonksiyonu olduğunu ifade eder. Fonksiyonun ne olduğunu bilmediğimizden, onu belirli bir cebirsel yapıda yazabilmemizin bir yolu yoktur.

İncelikler içermeyen, basit fikirlerle betimlenmiş iki hareket örneği görmüş olduk. Bununla birlikte, incelikler *vardır*; çeşitli incelikler. Her şeyden önce, *zaman* ve *uzay*la ne demek isteriz? Bu derin felsefi soruların fizikte çok özenle çözümlenmesi gerektiği anlaşılmıştır ve bunun yapılması pek de kolay değildir. Görelilik kuramı, uzay ve zaman kavramlarımızın ilk bakışta sanıldığı kadar basit olmadığını gösterir. Yine de, şu anki amaçlarımız için, öncelikle gerek duyduğumuz doğruluk için, nesneleri kesin olarak tanımlamada çok dikkatli olmamız gerekmez. Diyebilirsiniz ki "Bu korkunç bir şey; bilimde *her şeyi* kesin olarak tanımlamamız gerektiğini öğrendim." *Hiçbir şeyi* kesin olarak tanımlayamayız! Buna kalkışırsak, felsefecilere musallat olan şu düşünce felcine tutuluruz; onlar karşı karşıya otururlar, biri diğerine "Sen ne hakkında konuştuğunu bilmiyorsun!" der; ikincisi sözü alır ve der ki: " *Bilmek* derken ne kastediyorsun? *Konuşmak*la ne demek istiyorsun? *Sen* derken neyi kastediyorsun?" ve daha neler neler... Yapıcı konuşabilmek için, sadece kabaca aynı şey hakkında konuştuğumuz konusunda fikir birliği içinde olmalıyız. Şu anda zaman hakkında gerek duyduğumuz kadar bilgi edineceksiniz, fakat unutmayın ki tartışılması gerekecek bazı incelikler vardır; onları daha sonra tartışacağız.

İçerilen –ve zaten değindiğimiz– bir diğer incelik şudur: Gözlediğimiz hareketli noktanın daima bir yerlerde yerleşik olduğunu gözümüzde canlandırmak mümkün olmalıdır. (Kuşkusuz, ona bakarken o oradadır, belki başka yere baktığımızda o orada değildir.) Atomların hareketinde bu düşüncenin de yanlış olduğu anlaşılır; bir atomun üzerinde bir işaret bulamayız ki onun hareketini gözleyelim. Kuantum mekaniğinde bir yolunu bulup kurtulmamız gereken incelik işte budur. Fakat karmaşıklıkları ortaya koymadan önce, problemlerin ne olduklarını öğreneceğiz; ancak *ondan sonra* konu hakkında son zamanların bilgisi ışığında, düzeltmeleri yapmak için daha iyi konumda oluruz. Dolayısıyla zaman ve uzay hakkında basit bir bakış açısıyla başlayacağız. Bu kavramların kabaca ne olduklarını biliyoruz ve araba kullananlar hızın ne anlama geldiğini bilirler.

8-2 Hız

"Hız"ın ne olduğunu kabaca bilsek bile, yine de oldukça derin incelikleri vardır bunun; Eski Yunan bilginlerini ele alın, onlar hız içeren problemleri asla yeterince betimleyememişlerdi. "Hız"la ne kastedildiğini tam olarak kavramaya çalıştığımızda, incelikler kendini gösterir. Yunanların hız konusunda akılları çok karışıktı; Yunanların, Arapların ve Babillilerin geometri ve cebirin ötesinde matematiğin yeni bir dalını keşfetmeleri gerekiyordu. Güçlüğü anlamak için, şu problemi sırf cebirle çözmeye çalışın: Bir balon şişiriliyor öyle ki balonun hacmi saniyede 100 cm^3'lük bir miktarda artıyor; hacmi 1000 cm^3 olduğunda, yarı-

çapı hangi hızla artar? Böyle problemler, Yunan filozofların kafalarını –kuşkusuz, bazı kafa karıştırıcı Yunanların da yardımıyla– epeyce karıştırmıştı. O zamanlar hız konusunda akıl yürütmede zorluklar olduğunu göstermek için, Zenon çok sayıda paradoks üretmişti; ona göre hareketi düşünmede açıkça güçlükler olduğunu açıklamak için onlardan birine değineceğiz. "Şu tartışmayı dinleyin" diyordu Zenon: "Aşil (Achilles) bir kaplumbağadan 10 kez daha hızlı koşar, buna karşın kaplumbağaya yetişemez. Çünkü, varsayın ki kaplumbağa Aşil'den 100 metre önde olmak üzere yarışa başlar; sonra Aşil 100 metre koşarak kaplumbağanın başladığı yere vardığında, kaplumbağa –onda-bir hıza sahip olarak– 10 metre ilerlemiştir. Şimdi Aşil kaplumbağayı yakalamak için 10 metre daha koşmalıdır, fakat oraya vardığında kaplumbağanın hâlâ 1 metre önünde olduğunu görür; bir metre daha koştuğunda, kaplumbağa 10 santimetre ilerdedir vb, *sonu-gelmez*. Dolayısıyla, kaplumbağa daima Aşil'in önündedir ve Aşil kaplumbağayı asla yakalayamaz." Burada yanlış olan ne? Şu: Tıpkı bir çizginin uzunluğu tekrar tekrar ikiye bölünerek sonsuz sayıda parçaya ayrılabileceği gibi, sonlu bir süre de, sonsuz sayıda parçaya bölünebilir. Ve böylece, Aşil'in kaplumbağaya yetiştiği noktaya kadar sonsuz sayıda aşama (yol parçası) varsa da, bu, sonsuz miktarda *süre* olduğu anlamına gelmez. Bu örnekten görüyoruz ki hız hakkında akıl yürütmede gerçekten de bazı incelikler vardır.

İnceliklerle daha temiz bir tarzda bağlantı kurmak için, mutlaka duymuş olduğunuz bir nükteyi size hatırlatalım. Arabadaki kadın, polis tarafından yakalanır, polis kadına doğru gelir ve der ki "Hanımefendi, saatte 60 km gidiyordunuz!" Kadın, polise yanıt verir: "Bu mümkün değil memur bey, ben sadece yedi dakikadır araba sürüyorum. Çok gülünç; bir saat gitmediğim halde, bir saatte nasıl 60 km gidebilirim ki?" Polis olsaydınız, kadına ne cevap verirdiniz? Kuşkusuz, gerçekten polis olsaydınız, incelik göstermez, basitçe "Bunu hâkime söyle!" derdiniz. Fakat varsayalım ki kaçamak davranmayıp dürüst oluyoruz ve soruna akıllıca yaklaşıp bu kadına "saatte 60 km gitmekte olduğu" fikriyle ne demek istediğimizi anlatmaya çalışıyoruz. Tam ne *demek* isteriz? Deriz ki "Hanımefendi demek istediğimiz şu: Şimdi gittiğiniz gibi aynı şekilde gitseydiniz, bir saatte 60 km giderdiniz." Bayan da diyebilir ki, "ama, ayağım gaz pedalında değildi ve araba yavaşlamaktaydı; dolayısıyla o şekilde gitmeyi sürdürseydim, 60 km gidemezdim." Ya da düşen topu düşünün ve gittiği gibi gitmeye devam ederse, üç saniyede ulaşacağı hızı bilmek istediğimizi varsayın. Bu ne anlama gelir; *ivmelenmeyi* sürdürür mü, hızlanarak mı gider? Hayır; aynı *hızla* gitmeyi sürdürür. Fakat tanımlamak istediğimiz işte budur! Çünkü, eğer top gitmekte olduğu gibi gitmeyi sürdürürse, tam da gitmekte olduğu gibi gitmeyi sürdürecektir. Dolayısıyla hızı daha iyi tanımlamamız gerekir. Aynı kalacak olan nedir? Bayan şöyle itirazda da bulunabilirdi: "Gittiğim şekilde gitmeyi bir saat daha sürdürseydim, caddenin sonundaki şu duvara çarpabilirdim!" Ne demek istediğimizi ifade etmek öyle çok kolay değil.

Birçok fizikçi, her şeyin tek tanımının ölçme olduğunu düşünür. Şurası açıktır ki o zaman da hızı ölçen aleti –hızölçeri– kullanabiliriz ve deriz ki "Bakınız, hanımefendi, hızölçeriniz 60'ı gösteriyor". Bu durumda kadın der ki "Hızölçerim bozuk, hiçbir şey göstermiyor." Bu arabanın durduğu anlamına mı gelir? Hızölçeri yapmadan önce ölçmemiz gereken bir şeyin var olduğuna inanırız. Ancak o zaman, örneğin, şöyle deriz: "Hızölçer doğru çalışmıyor," ya da " hızölçer bozuk." Hızın hızölçerden bağımsız olarak bir anlamı yoksa, bu anlamsız bir cümle olurdu. Böylece aklımızda, açıkça, hızölçerden bağımsız olan bir fikir vardır ve hızölçer ancak bu fikri ölçme anlamını taşır. Öyleyse bu fikrin daha iyi bir tanımını elde edebilir miyiz, onu görelim. Deriz ki "Evet, kuşkusuz, bir saat gitmeden önce, bu duvara çarpabilirdiniz, fakat bir saniye gittiğinizde, 16,66 metre gitmiş oluyorsunuz; hanımefendi, saniyede 16,66 metre gidiyordunuz; oradaki duvar bundan daha ötededir." Kadın der ki "Evet, fakat saniyede 16,66 metre gitmeye karşı bir yasa yok! Yasa sadece saatte 60 km'ye karşıdır." Biz de "fakat, bu aynı şeydir," deriz. O aynı şeyse, saniyede 16,66 metre gibi dolambaçlı bir

deyime sığınmaya gerek yoktur. Aslında, düşen top bir saniyede bile aynı şekilde gitmeyi sürdüremez, çünkü hızı hep değişmektedir ve hızı, bir şekilde tanımlamak zorunda kalacağız.

Artık doğru yolu buluyoruz gibi görünüyor; şöyle sürüyor: Eğer bayan bir saatin 1/1000'i kadar daha gitmeye devam ederse, 60 km'nin 1/1000'i kadar yol gider. Bir başka deyişle, bütün bir saat boyunca gitmesi gerekmez; mesele, *bir an için* o hızla gitmiş olmasıdır. Şimdi bunun anlamı şudur: Sadece çok az bir süre daha gitseydi, katettiği ekstra uzaklık, saatte 60 km'lik bir *sabit* hızla gittiği uzaklıkla aynı olurdu. Herhalde saniyede 16,66 metre fikri doğrudur; son saniyede ne kadar öteye gitmiş olduğunu görüyoruz; bunu 16,66 metreye böl ve 1 çıkarsa, hız saatte 60 km'dir. Başka bir deyişle, hızı şu yoldan da bulabiliriz: Çok kısa bir sürede ne kadar gittik? diye sorarız. Bu uzaklığı zamana böleriz ve bu bize hızı verir. Fakat zaman olabildiğince küçük yapılmalıdır; ne kadar kısaysa o kadar iyi, çünkü o zaman esnasında biraz değişme meydana gelebilir. Düşen cismin zamanını bir saat olarak alınca, bu fikir gülünç olur. Zamanı bir saniye olarak alırsak, sonuç bir araba için oldukça iyi sayılır, çünkü hızda çok değişme olmaz; fakat düşen cisim için bu böyle değildir. Dolayısıyla hızı daha doğru olarak elde etmek için, zaman aralığını gitgide daha küçük almalıyız. Yapmamız gereken, bir saniyenin *milyonda birini* almak, arabanın ne kadar öteye gittiğini bulmak ve bu uzaklığı bir saniyenin milyonda birine bölmektir. Sonuç saniye başına uzaklığı verir, hızdan kastımız işte budur; dolayısıyla hızı bu şekilde tanımlayabiliriz. Bu kadına verilebilecek başarılı bir yanıttır; ya da daha doğrusu, kullanacağımız tanımdır.

Yukarıdaki tanım yeni bir fikir içerir; Yunan filozofların genel yapı içinde sahip olamadıkları bir fikir. Bu fikir, *sonsuz küçük* bir uzaklık ve buna karşılık gelen *sonsuz küçük* zamanı almak, bunların oranını oluşturmak ve kullandığımız zamanı daha küçük ve daha da küçük ve iyice küçük alarak oranın ne olduğuna bakmaktır. Bir başka deyişle, gerekli zamana bölünmüş katedilen uzaklığın, zamanı gitgide (*sonu gelmeyecek şekilde*) küçülterek, limitini almaktır. Bu fikir, bağımsız olarak, Newton ve Leibniz tarafından yaratılmıştı ve matematiğin *diferansiyel hesap* denilen yeni bir dalının başlangıcıydı. Diferansiyel hesap hareketi betimlemek için icat edilmişti ve ilk uygulaması, "saatte 60 km'yle" gitmenin ne anlama geldiğini tanımlama problemiydi.

Şimdi hızı biraz daha iyi tanımlamaya çalışalım. Kısa bir ϵ zamanında arabanın ya da başka bir cismin kısa bir x yolu gittiğini varsayalım; bu durumda v hızı

$$v = x / \epsilon,$$

olarak tanımlanır; ϵ gitgide küçültüldükçe, bu yaklaşık ifade, daha da iyi hale gelir. Matematiksel bir ifade istenirse, diyebiliriz ki hız, x/ϵ ifadesinde ϵ küçültülerek varılan limite eşittir:

$$v = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{x}{\epsilon} \tag{8.3}$$

Kadının arabası için aynı şeyi yapamayız, çünkü tablo tamam değildir. Arabanın sadece bir dakikalık aralıklarda nerelerde olduğunu biliyoruz; 7. dakikada 1000 m/dk hızla gittiği şeklinde kaba bir fikir edinebiliriz, fakat tam olarak 7 dakika anında hızlanıyor mu onu bilmiyoruz ve 6'ıncı dakikanın başında hızı 900 m/dk'ydi ve şimdi 1100 m/dk ya da başka bir şeydir, çünkü arada tam ayrıntılara sahip değiliz. Böylece ancak tablo sonsuz sayıda kayıtla tamam olsaydı, böyle bir tablodan hızı gerçekten hesaplayabilirdik. Diğer taraftan, düşen bir cisim halindeki (8.1) denklemi gibi tam bir matematiksel denkleme sahip olduğumuzda, hızı hesaplamak mümkün olur, çünkü istediğimiz her an konumu hesaplayabiliriz.

Örnek olarak, düşen topun özel 5 saniye anındaki hızını saptama problemini ele alalım. Hızı saptamanın bir yolu, Tablo 8-2'den 5'inci saniyede onun ne yaptığını görmektir; O, 122,5 – 78,4 = 44,1 m gitmişti, demek ki 44,1 m/sn hızla gitmişti; bununla birlikte bu yanlıştır, çünkü hız değişmektedir. Bu aralık esna-

sında *ortalama olarak* 44,1 m/sn hızla gitmektedir, fakat top hızlanmaktadır ve aslında 44,1 m/sn'den daha hızlı girmektedir. *Tam olarak ne kadar hızlı* olduğunu bulmak istiyoruz. Bu süreçte içerilen yöntem şudur: 5 sn'de topun nerede olduğunu biliyoruz. 5,1 sn'de katettiği tüm mesafe $4{,}9\ (5{,}1)^2 = 127{,}45$ m (*bkz.* Denk. 8-1). 5 saniyede zaten 122,5 m düşmüştü; saniyenin son onda birinde $127{,}45 - 122{,}5 = 4{,}95$ m düştü. 0,1 s'de 4,95 m 49,5 m/sn ile aynı olduğundan, hız aşağı yukarı bu kadardır, fakat bu da tam doğru değildir. Bu 5 sn'deki hız mıdır, yoksa 5,1 sn'deki hız mı ya da aradaki 5,05 sn'deki midir, ne zamandaki hız? Boş verin; problem 5 *saniyedeki* hızı bulmaktı ve tam olarak buna sahip olamadık. Daha iyi bir iş yapmalıyız. Böylece, 5'ten sonraki binde-bir saniyeyi ya da 5,001 sn'yi alırız ve toplam düşmeyi

$$s = 4{,}9\ (5{,}001)^2 = 4{,}9\ (25{,}010001) = 122{,}5490049 \text{ m}$$

olarak hesaplarız. Son 0,001 sn'de top 0,0490049 m düşmüştü; bunu 0,001'e bölerek hızı 49,0049 m/sn olarak elde ederiz. Bu daha yakındır, çok yakın, fakat yine *de tam değildir.*

Artık şurası açıktır ki hızı tam olarak bulmalıyız. İşin matematiği için, problemi biraz daha soyut olarak ortaya koyalım: Özgün problemde 5 sn olan belirli bir t_0 anındaki hızı bulmak istiyoruz. s_0 diyeceğimiz t_0 anındaki uzaklık, $4{,}9\ t_0^2$'dir; ya da özgün problemimizde 122,5 metre. Hızı bulmak için, "t_0 + (biraz fazla) ya da $t_0 + \epsilon$ anında cisim nerededir?" sorusunu sorarız. Yeni konum $4{,}9\ (t_0 + \epsilon)^2 = 4{,}9\ t_0^2 + 9{,}8\ t_0\epsilon + 4{,}9\epsilon^2$'dir. Öyleyse daha önce olduğu yerden daha ileridedir, çünkü daha önde $4{,}9\ t_0^2$'deydi. Bu uzaklığa s_0 + (biraz fazla) ya da $s_0 + x$ diyeceğiz; burada x biraz fazladır. Şimdi $t_0 + \epsilon$'daki uzaklıktan t_0'daki uzaklığı çıkarırsak, gidilen fazla uzaklığı, yani x'i elde ederiz: $x = 9{,}8\ t_0\epsilon + 4{,}9\epsilon^2$. İlk yaklaşık hızımız şudur:

$$v = \frac{x}{\epsilon} = 9{,}8t_0 + 4{,}9\epsilon \tag{8.4}$$

Gerçek hız, ϵ sıfır olacak kadar küçük olduğunda, x/ϵ oranının değeridir. Bir başka deyişle, oranı oluşturduktan sonra, ϵ'u gitgide küçülterek, yani 0'a yaklaştırarak limit alırız. (8.4) denklemi

$$v\ (t_0 \text{ anında}) = 9{,}8t_0$$

şekline indirgenir. Bizim problemimizde t_0=5 sn'ydi, böylece çözüm v=9,8×5=45 m/sn'dir. Birkaç satır yukarda, ϵ sırasıyla 0,1 ve 0,001 olarak alınmıştı ve v değeri bundan biraz yüksek bulunmuştu; fakat şimdi görüyoruz ki gerçek hız kesinlikle 45 m/sn'dir.

8-3 Türev olarak hız

Biraz önce yürüttüğümüz işleme matematikte o kadar sık rastlanır ki kolaylık olsun diye ϵ ve x niceliklerine özel gösterimler atfedilir. Bu gösterimde, yukarıda kullanılmış olan ϵ, Δt ve x ise Δs haline gelir. Bu Δt "t'nin biraz fazlası" anlamını taşır ve daha küçük yapılabilir gibi bir içermeye sahiptir. Δ öneki bir çarpan olmayıp basitçe bir zaman artımını tanımlar ve bize onun özel niteliğini hatırlatır. Δs de, s uzaklığı için benzer benzer bir anlama sahiptir. Δ bir çarpan olmadığından, $\Delta s/\Delta t$ oranında, s/t vermek üzere, yok edilemezler; aynen yok etmeyle $\sin\theta/\sin 2\theta$'mn 1/2'ye indirgenemeyeceği gibi. Bu gösterimde, hız, $\Delta s/\Delta t$'nin Δt sıfıra doğru küçülürkenki limitine eşittir:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{8.5}$$

Bu gerçekten de bizim önceki ϵ ve x'li (8.3) ifademizle aynıdır, fakat bir şeylerin değişmekte olduğunu gösterme ve değişenleri izleme avantajına sahiptir.

Bu arada, iyi bir yaklaştırma olarak, "hareketli bir noktanın uzaklığındaki değişme, hız kere zaman aralığına eşittir ya da $\Delta s = v\,\Delta t$'dir" diyen bir başka yasamız var. Bu ifade, ancak hız bu zaman aralığı boyunca değişmiyorsa doğrudur ve bu koşul ancak Δt sıfıra giderkenki limitte doğrudur. Fizikçiler bunu $ds = v\,dt$ şeklinde yazmayı severler, çünkü dt ile Δt'nin çok küçük olduğu durumları kastederler; bu anlamda, ifade doğruya çok yakındır. Eğer Δt çok uzunsa, hız aralık boyunca değişebilir ve yaklaşıklık doğru olmaktan uzaklaşır. Sıfıra yaklaşan bir dt süresi için, $ds = v\,dt$ iyice kesin olur. Bu gösterimde (8.5) şöyle yazılabilir:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Yukarıda bulduğumuz ds/dt niceliğine "s'nin t'ye göre türevi" denir (bu dil, neyin değiştiğini izlemeye yardım eder) ve onu bulmanın karmaşık işlemine, bir türev ya da diferansiyel bulma denir. Ayrı ayrı görünen ds ve dt'ler *diferansiyeller* olarak adlandırılır. Sizi sözcüklere alıştırmak için, $4{,}9t^2$ fonksiyonunun türevini bulduk ya da $4{,}9t^2$'nin (t'ye göre) türevi $9{,}8t$'dir deriz. Sözcüklere alıştığımızda, düşünceler çok daha kolay anlaşılır. Uygulama için, çok daha karmaşık bir fonksiyonun türevini bulalım. Bir noktanın hareketini betimleyebilecek $s=At^3+Bt+C$ denklemini ele alacağız. A, B ve C harfleri, bir kuadratik denklemin bilinen genel formunda olduğu gibi, sabit sayıları temsil etsin. Hareket denkleminden başlayarak, herhangi bir andaki hızı bulmak isteyelim. Hızı çok daha şık bir tarzda bulmak için, t'yi $t + \Delta t$'ye değiştiririz ve s'nin s + bir Δs'ye değişeceğini düşünürüz; böylece Δs'yi Δt cinsinden

$$\begin{aligned} s + \Delta s &= A(t + \Delta t)^3 + B(t+\Delta t) + C \\ &= At^3 + Bt + C + 3At^2\,\Delta t + B\,\Delta t + 3\,At(\Delta t)^2 + A(\Delta t)^3 \end{aligned}$$

şeklinde buluruz.

$$s = At^3 + Bt + C$$

olduğundan,

$$\Delta s = 3At^2\,\Delta t + B\,\Delta t + 3At(\Delta t)^2 + A(\Delta t)^3$$

buluruz. Fakat biz Δs değil, Δt'ye bölünmüş Δs'yi istiyoruz. Bir önceki denklemi Δt'ye bölerek

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = 3At^2 + B + 3At(\Delta t) + A(\Delta t)^2$$

Tablo 8-3
Türevlerin Kısa Bir Tablosu
s, u, v ve w, t'nin keyfi fonksiyonları; a, b, ve n keyfi sabitlerdir

FONKSİYON	TÜREV
$s = t^n$	$\frac{ds}{dt} = nt^{n-1}$
$s = cu$	$\frac{ds}{dt} = c\frac{du}{dt}$
$s = u + v + w + \cdots$	$\frac{ds}{dt} = \frac{du}{dt} + \frac{dv}{dt} + \frac{dw}{dt} + \cdots$
$s = c$	$\frac{ds}{dt} = 0$
$s = u^a v^b w^c \cdots$	$\frac{ds}{dt} = s\left(\frac{a}{u}\frac{du}{dt} + \frac{b}{v}\frac{dv}{dt} + \frac{c}{w}\frac{dw}{dt} + \cdots\right)$

elde ederiz. Δt sıfıra doğru giderken, $\Delta s/\Delta t$'nin limiti ds/dt olup, o da

$$\frac{ds}{dt} = 3At^2 + B$$

denklemine eşittir. Diferansiyel hesabın temel işlemi budur: Fonksiyonların diferansiyelini alma. İşlem göründüğünden daha bile basittir. Bu ifadeler Δt'nin karesini ya da küpünü veya daha yüksek bir kuvvetini içerdiği zaman böyle terimlerin derhal düşeceğini gözlemlersiniz, çünkü limit alındığında onlar sıfıra gidecektir. Biraz uygulama yapınca, işlem daha kolay hale gelir, çünkü nelerin terkedileceği bilinir. Çeşitli türden fonksiyonların diferansiyeli için birçok kural ve denklem vardır. Bunlar ezberlenebilir ya da tablolardan bulunabilir. Tablo 8-3'te kısa bir liste yer almaktadır.

8-4 İntegral olarak uzaklık

Şimdi ters problemi tartışmalıyız. Uzaklıkların tablosu yerine, sıfırdan başlayan farklı zamanlarda hızların bir tablosuna sahip olduğumuzu düşünelim. Düşen top için, böyle zaman ve hızlar Tablo 8-4'te görülmektedir. Arabanın hızları için de, her dakika ya da yarım-dakikalarda hızölçeri okuyup kaydederek benzer bir tablo kurulabilir. Peki, her an arabanın ne kadar hızla gittiğini bilirsek, ne kadar uzağa gittiğini saptayabilir miyiz? Bu problem, yukarıda çözülen problemin tam tersidir; bize hızlar veriliyor ve mesafenin bulunması isteniyor. Hızı bilirsek, mesafeyi nasıl bulabiliriz? Arabanın hızı sabit değilse ve kadın bir an için saatte 60 km gidiyor, sonra yavaşlıyor, sonra yine hızlanıyor ve bu şekilde devam ediyorsa, ne kadar öteye gittiğini nasıl saptayabiliriz? Bu kolaydır. Aynı düşünceyi kullanır ve uzaklığı sonsuz küçükler cinsinden ifade ederiz. Diyelim ki "ilk saniyede arabanın hızı falanca değerdeydi ve $\Delta s = v\ \Delta t$ denkleminden arabanın ilk saniyede bu hızla ne kadar uzağa gittiğini hesaplayabiliriz." İkinci saniyede hızı neredeyse aynı, sadece biraz farklıdır; yeni hız ile zamanı çarparak ikinci saniyede gittiği uzaklığı da hesaplarız. Her saniye için benzer şekilde ilerleriz, buna yolculuğun sonuna kadar devam ederiz. Şimdi çok sayıda küçük mesafeye sahibiz ve toplam uzaklık tüm bu küçük parçaların toplamı olacaktır. Yani, uzaklık, hızlar kere zamanların toplamıdır: $s = \sum v\ \Delta t$. Burada $\sum$ (sigma) harfi toplamayı göstermek için kullanılmaktadır. Daha kesin olmak gerekirse, belirli –diyelim ki, i'nci– andaki hız ile Δt'nin çarpımlarının toplamıdır:

$$s = \sum_i v(t_i)\ \Delta t \tag{8.6}$$

Zamanlar için kural $t_{i+1} = t_i + \Delta t$'dir. Bununla birlikte, bu yöntemle elde ettiğimiz uzaklık doğru olmayacaktır, çünkü hız Δt aralığı esnasında da değişecektir. Zamanları yeterince kısa alırsak, toplam kesin hale gelir; öyleyse istediğimiz doğruluğa ulaşıncaya dek zamanları gitgide daha küçük alırız. Gerçek s şudur:

$$s = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_i v(t_i)\ \Delta t \tag{8.7}$$

Matematikçiler bu limit için, diferansiyel simgesi gibi, başka bir simge icat etmişlerdi. Δ işareti, zaman aralığının olabildiğince küçük alınması gerektiğini hatırlamamız için, d'ye dönüştürülür; o durumda hıza t anındaki v denir ve toplam işareti, büyük "S" şeklinde, ama biçimi bozulmuş olarak, $\int$ işaretiyle (Latinceden gelme *summa* = toplam) yazılır; ve, ne yazık ki, sadece integral işareti adını alır. Böylece

$$s = \int v(t)\ dt \tag{8.8}$$

yazarız. Tüm bu terimlerin bir araya eklenmesi işlemine integral adı verilir ve diferansiyel alma işleminin tersidir. Bu integralin türevi, v'dir; böylece bir (d) işlemcisi diğer bir ($\int$) işlemcisinin yaptığını bozar. Birbirlerinin tersiyle ilgili olduklarından, türev denklemlerini alıp onları gerisin geriye yürüterek integral denklemleri elde edilebilir. Böylece her tür fonksiyonu türevlendirerek kendi integral tablolarınızı kurabilirsiniz. Türevli her fonksiyon için, onu geriye döndürerek bir integral denklemi elde ederiz.

Tablo 8-4
Düşen Bir Topun Hızı

t (sn)	v (m/sec)
0	0
1	9,8
2	19,6
3	29,4
4	39,2

Her fonksiyonun analitik olarak diferansiyeli alınabilir; yani, işlem cebirsel olarak yapılabilir ve belirli bir fonksiyona yol açar. Fakat her integral için isteğe göre basit bir tarzda analitik bir değer yazmak olası değildir. Örneğin, onu yukarıdaki toplamı yaparak ve sonra gitgide ince Δt aralıklarıyla neredeyse doğru sonuca ulaşıncaya dek tekrarlayarak hesaplayabilirsiniz. Genelde, verilen bazı özel fonksiyonlar için integralin ne olduğunu analitik olarak bulmak mümkün olmaz. Türevi alındığında istenen fonksiyonu veren bir fonksiyon bulmaya çalışılır, fakat her zaman, daha önce adlandırılmış fonksiyonlar cinsinden ifade edilebilen anlamında, böyle bir fonksiyon bulunmayabilir.

8-5 İvme

Hareket denklemlerinin geliştirilmesinde bir sonraki basamak, hız kavramının ötesine, hızın *değişimi* kavramına giden bir diğer fikir ortaya atmaktır. Şimdi "Hız nasıl *değişir*?" sorusunu sorarız. Önceki bölümlerde kuvvetlerin hızda değişmeler meydana getirdiği durumları tartışmıştık. Bazı arabaların sadece on saniye içinde saatte 60 km'ye çıkabildiğini hayretler içinde duymuşsunuzdur. Böyle bir performanstan hızın korkunç şekilde değiştiğini anlarız; fakat sadece ortalama anlamında. Şimdi tartışacağımız, bir sonraki karmaşıklık düzeyi olan şey, yani hızın ne kadar hızlı değişeceğidir. Bir başka deyişle, hız, bir saniyede saniye başına kaç metre değişir, yani hızın saniye başına saniyedeki değişimi nedir? Daha önce düşen bir cismin hızı için Tablo 8-4 çizelgesini yapmış ve $v = 9{,}8t$ denklemini türetmiştik; şimdi de hızın saniyede ne kadar değiştiğini bulmak istiyoruz; bu niceliğe ivme diyeceğiz.

İvme, hızın zamanca değişim oranı olarak tanımlanır. Önceki tartışmadan bildiğimiz gibi, hız uzaklığın türeviydi, öyleyse ivme de dv/dt türevi olarak yazılabilir. $v = 9{,}8t$ denkleminin türevini alırsak, düşen bir cisim için

$$a = \frac{dv}{dt} = 9{,}8 \tag{8.9}$$

elde ederiz. [$9{,}8t$ terimìnin türevini almak için, bir önceki problemde elde edilen sonuçtan yararlanabiliriz; orada Bt'nin türevini basitçe B (bir sabit) olarak bulmuştuk. Böylece $B = 9{,}8$ alarak, $9{,}8t$'nin türevi 9,8 çıkar.] Bu demektir ki düşen bir cismin hızı, daima her saniyede 9,8 m/sn değişir. Tablo 8-4'ten de hızın her bir saniyede 9,8 m/sn kadar arttığını görüyoruz. Bu çok basit bir durumdur, ivmeler genelde sabit değildir. Burada ivmenin sabit olma nedeni, düşen cisimler üzerine etkiyen kuvvetin sabit olmasıdır ve Newton yasası ivmenin kuvvetle orantılı olduğunu söyler.

Bir başka örnek olarak, daha önce hız için çözdüğümüz problemde ivmeyi bulalım.

$$s = At^3 + Bt + C$$

ile başlayarak, $v = ds/dt$ için

$$v = 3At^2 + B$$

elde etmiştik. İvme hızın zamana göre türevi olduğundan, yukarıdaki son ifadenin türevine gerek duyarız. "Sağdaki iki terimin türevi tek tek terimlerin türevlerinin toplamına eşittir" kuralını hatırlayın. Birinci terimin türevini almak için tekrar temel işlem boyunca gitmek yerine, dikkat ederseniz, $4{,}9t^2$ terimini türevlediğimizde zaten ikinci dereceden bir terimin türevini almıştık. Sonuç, sayısal katsayıyı iki katına çıkarmak ve t^2'yi t'ye düşürmektir. Bu kez de aynı şeyin olacağını varsayın ve sonucu kendiniz doğrulayın. $3At^2$'nin türevi $6At$ olacaktır. B sabit teriminin türevi sıfır olup bu terim ivmeye katkıda bulunmaz. Dolayısıyla sonuç $a = dv/dt = 6At$'dir.

Bilgi olsun diye, integral vasıtasıyla elde edilebilecek çok yararlı iki denklemi ifade edelim. Bir cisim durgun halden başlar ve sabit bir g ivmesiyle hareket ederse, onun herhangi bir t anındaki v hızı

$$v = gt$$

şeklinde verilir. Bu cisim aynı süre içinde

$$s = \frac{1}{2} g t^2$$

yolunu kateder.

Türevleri yazarken çeşitli matematiksel gösterimler kullanılır. Hız ds/dt ve ivme hızın zaman türevi olduğundan,

$$a = \frac{d}{dt}\left[\frac{ds}{dt}\right] = \frac{d^2s}{dt^2} \tag{8.10}$$

de yazabiliriz; bunlar ikinci türevi yazmanın yaygın yollarıdır.

Bir başka yasa, hız ivmenin integraline eşittir der. Bu sadece $a = dv/dt$'nin tersidir; uzaklığın ise hızın integrali olduğunu zaten görmüştük; öyleyse ivmenin iki kez integralini alarak uzaklık bulunabilir.

Önceki tartışmada hareket sadece tek boyuttaydı; yerimiz, üç boyutta hareketin sadece kısa bir tartışmasına izin verecek. Üç boyutta istediği tarzda hareket eden bir P parçacığını ele alalım. Bu bölümün başlangıcında, hareketli bir arabanın bir-boyutlu halinin tartışmasında, çeşitli zamanlarda arabanın başlama noktasından olan uzaklıklarını gözlemiştik. Sonra bu uzaklıkların zamanla değişmeleri cinsinden hızı ve hızlardaki değişmeler cinsinden de ivmeyi tartışmıştık. Üç-boyutlu hareketi de benzer şekilde ele alabiliriz. Hareketi iki boyutlu bir diyagramda resmetmek daha basit olacaktır; sonra fikirleri üç boyuta genişletiriz. Birbirlerine dik bir eksenler çifti kurarız ve her an parçacığın konumunun her eksenden ne kadar uzakta olduğunu saptarız. Böylece her konum x-uzaklığı ve y-uzaklığı cinsinden verilir. Hareketi, her iki uzaklığı zamanın fonksiyonu olarak veren bir tablo oluşturarak betimleyebiliriz. (Bu sürecin üç boyuta genişletilmesi, sadece ilk ikiye dik bir eksen ve ölçülecek bir uzaklık, yani z-uzaklığı gerektirir. Artık dik uzaklıklar, çizgilerden değil de koordinat *düzlem*lerinden ölçülmektedir.) x ve y uzaklıklarıyla bir tablo kurunca, hızı nasıl saptayabiliriz? Önce hızın her doğrultudaki bileşenlerini buluruz. Hızın yatay kısmı ya da x-bileşeni, x-uzaklığının zamana göre türevidir:

$$v_x = dx / dt \tag{8.11}$$

Benzer şekilde, hızın düşey kısmı ya da y-bileşeni şudur:

$$v_y = dy / dt \tag{8.12}$$

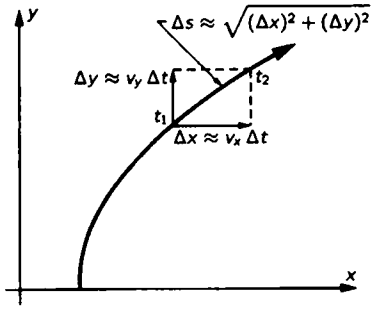
Ve üçüncü boyutta şuna sahibiz:

$$v_z = dz / dt \tag{8.13}$$

Şimdi, hızın bileşenleri verildiğine göre, gerçek hareket yolu boyunca hızı nasıl bulabiliriz? İki-boyutlu halde, parçacığın kısa bir Δs uzaklığı ve kısa *bir* $t_2 - t_1 = \Delta t$ zaman aralığıyla ayrılmış iki ardışık konumunu düşününüz. Δt süresinde parçacık yatay olarak bir $\Delta x \approx v_x \Delta t$ uzaklığı ve düşey olarak $\Delta y \approx v_y \Delta t$ uzaklığı kadar hareket eder. ($\approx$ simgesi "yaklaşık" diye okunur.) Gidilen yaklaşık uzaklık, Şekil 8-3'te görüldüğü gibi,

$$\Delta s \approx \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \tag{8.14}$$

olur. Bu aralık süresindeki yaklaşık hız, bölümün başındaki gibi, bunu Δt'ye bölerek ve Δt'yi 0'a götürerek bulunabilir. O zaman hızı şöyle elde ederiz:



Şekil 8-3. Bir cismin iki boyuttaki hareketinin betimlenişi ve hızının hesaplanması.

$$v = \frac{ds}{dt} = \sqrt{(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \tag{8.15}$$

Üç boyut içinse sonuç şudur:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{8.16}$$

Hızları tanımladığımız gibi, ivmeleri de öyle tanımlayabiliriz: İvmenin x-bileşeni a_x, hızın x-bileşeni olan v_x'in türevidir (yani, $a_x = d^2x/dt^2$, x'in t'ye göre ikinci türevi), ve diğerleri.

Düzlemde hoş bir bileşik hareket örneği alalım. Bu, bir topun sabit bir u hızıyla yatay olarak yaptığı bir hareket olsun ve aynı zamanda düşey doğrultuda aşağı doğru sabit bir $-g$ ivmesiyle gitsin. Bu hareket nasıl bir şeydir? $dx/dt = v_x = u$ diyebiliriz. v_x hızı sabit olduğundan,

$$x = ut \tag{8.17}$$

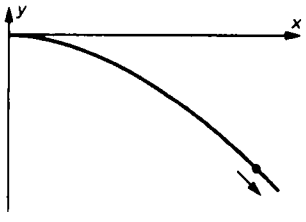
ifadesini buluruz ve aşağı doğru olan $-g$ ivmesi sabit olduğu için cismin düştüğü y mesafesi

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \tag{8.18}$$

olarak yazılabilir. Yörüngesinin eğrisi nedir, yani y ile x arasındaki bağıntı nedir? $t = x/u$ olduğundan, (8.18)'den t'yi yok edebiliriz. Bunu yerine koyduğumuzda,

$$y = -\left(\frac{g}{2u^2}\right)x^2 \tag{8.19}$$

buluruz. x ile y arasındaki bu bağıntı, hareketli topun yörüngesinin denklemi olarak düşünülebilir. Bu denklemi çizdiğimizde, parabol dediğimiz bir eğri elde ederiz; herhangi bir yönde atılıp serbest düşen her cisim, Şekil 8-4'te görüldüğü gibi, bir parabol üzerinde hareket edecektir.



Şekil 8-4. Yatay bir başlangıç hızıyla atılıp serbest düşen bir cismin yörüngesini betimleyen parabol.

9
DİNAMİĞİN NEWTON YASALARI

9-1 Momentum ve kuvvet
9-2 Sürat ve hız
9-3 Hız, ivme ve kuvvetin bileşenleri
9-4 Kuvvet nedir?
9-5 Dinamik denklemlerin anlamı
9-6 Denklemlerin sayısal çözümü
9-7 Gezegen hareketleri

9-1 Momentum ve kuvvet

Dinamik yasalarının ya da hareket yasalarının keşfi, bilim tarihinde dramatik bir andı.

Newton'dan önce, gezegen benzeri nesnelerin hareketleri bir sırdı; fakat Newton'dan sonra bunlar tümden anlaşıldı. Gezegenlerin tedirgemeleri nedeniyle Kepler yasalarından hafif sapmalar bile, artık hesaplanabiliyordu. Newton yasaları duyurulduktan sonra, yaylar ve ağırlıklar içeren sarkaçlar, salınıcılar vb şeylerin hepsi tam olarak çözümlenebilmişti. Bu bölümün hikmeti şu olacak: Bu bölümden önce, bir yayın ucundaki bir kütlenin nasıl hareket edeceğini hesaplayamıyorduk; Jüpiter ve Satürn'ün, Uranus gezegeni üzerindeki tedirgemelerini neredeyse hiç hesaba katamıyorduk. Bu bölümden sonra, sadece salınan kütlenin hareketini değil, ayrıca Uranüs gezegeni üzerinde Jüpiter ve Satürn'ün yarattığı tedirgemeleri de hesaplayabile*ceğiz*!

Galileo *eylemsizlik ilkesi*ni keşfettiğinde, hareketin anlaşılmasında büyük bir ilerleme kaydetmişti. Keşfettiği ilke şöyleydi: Bir cisim yalnız başına bırakılır, rahatsız edilmezse, bir doğru üzerinde sabit hızla –başlangıçtaki hızıyla– hareketini sürdürür; baştan durmaktaysa, durmaya devam eder. Kuşkusuz bu doğada asla böyle görünmez, çünkü bir bloğu bir masa üzerinde kaydırırsak, biraz gidip durur; fakat yalnız başına *bırakılmadığı* için durur; masa ona karşı bir sürtünme kuvveti uygular. Doğru kuralı bulmak için belirli bir hayal gücü gerekir; Galileo bu hayal gücüne sahipti.

Kuşkusuz, bir sonra gerekli olan şey, bir cisme bir şey etkiyorsa, o cismin hızının nasıl *değişeceğini* bulmaya yarayan kuraldır. Yani, Newton'ın katkısı. Newton üç yasa yazmıştı: Birinci Yasa, biraz önce betimlenen Galileo eylemsizlik ilkesinin sadece yeniden ifadesiydi. İkinci Yasa, *kuvvetler* denilen çeşitli etkilerin altında hızın nasıl değiştiğini saptamanın özel yolunu veriyordu. Üçüncü Yasa, kuvvetleri biraz daha genişçe betimler; bunu daha sonra ele alacağız. Burada sadece İkinci Yasayı tartışacağız; bu yasa, bir cismin hareketinin kuvvetlerle şu şekilde değiştiğini savlar: *Momentum denilen bir niceliğin zamanla değişme hızı, kuvvetle orantılıdır.* Bunu matematiksel olarak kısaca ifade edeceğiz, ama önce düşünceyi açıklayalım.

*Momentum, hız*la aynı şey değildir. Fizikte pek çok sözcük kullanılır, onlar günlük dilde böyle kesin anlamlara sahip olmayabilir. Momentum buna bir örnektir ve onu kesin şekilde tanımlamalıyız. Hafif olan bir cisme kollarımızla belirli bir itme uygularsak, kolayca hareket eder; genel anlamda çok daha ağır olan başka bir cismi aynı şiddetle itersek, bu cisim çok daha yavaş hareket eder. Aslında, "hafif" ve "ağır" sözcüklerini *az kütleli* ve *çok kütleli* diye değiştirmeliyiz, çünkü bir cismin *ağırlığı* ile onun *eylemsizliği* arasında anlaşılması gereken bir fark vardır. (Onun ne kadar şiddetle itildiği bir şeydir, ne kadar ağır olduğu başka bir şey.) Ağırlık ve eylemsizlik *orantılı*dır ve yeryüzünde genelde sayısal olarak eşit alınırlar; bu da öğrencide kafa karışıklığına neden olur. Mars'ta, ağırlıklar farklı, fakat eylemsizliği yenmek için gerekli kuvvet miktarı aynı olabilir.

Kütle terimini eylemsizliğin sayısal ölçüsü olarak kullanırız ve kütleyi, örneğin, bir cismi bir çember çizecek şekilde belirli bir hızda döndürerek ve onu çember üzerinde tutmak için gerekli kuvveti bularak ölçebiliriz. Bu şekilde her cisim için belirli bir kütle niceliği buluruz. Bir cismin *momentumu* iki parçanın çarpımıdır: onun *kütlesi* ve onun *hızı*. Böylece İkinci Newton Yasası matematiksel olarak şu şekilde yazılabilir:

$$F = \frac{d}{dt}(mv) \tag{9.1}$$

Şimdi ele alınacak çeşitli noktalar vardır. Bunun gibi yazılan her yasada, sezgisel birçok düşünce, çıkarım ve varsayım kullanırız; bunlar başta "yasa"mıza tahminen katılırlar. Sonra geri dönüp her terimin tam olarak ne anlama geldiğini tüm ayrıntılarıyla inceleriz; fakat bunu çok erken yapmaya çalışırsak, kafamız karışır. Dolayısıyla başta birçok şeyi doğru sayarız. İlkin, bir cismin kütlesini *sabit* alırız, aslında öyle değildir; fakat kütlenin sabit, yani tüm zamanlarda aynı olduğunun ve iki cisim bir araya getirildiğinde kütlelerinin birbirine *eklendiğinin* varsayıldığı Newton yaklaşımıyla başlayacağız. Bu düşünceler, kuşkusuz, denklemini yazdığında Newton tarafından kapalı olarak ifade edilmişti; yoksa anlamsız olur. Örneğin, kütlenin hızla ters orantılı olarak değiştiğini varsayınız; o zaman momentum hiçbir durumda *asla değişemez*di; böylece yasa, kütlenin hızla nasıl değiştiğini bilmediğiniz sürece, hiçbir anlam ifade etmez. İlkin, *kütle değişmez* deriz.

Sonra kuvveti ilgilendiren bazı içermeler vardır. Kaba bir yaklaştırma olarak, kuvveti kaslarımızla yaptığımız bir tür itme ya da çekme olarak düşünürüz, ama artık bir hareket yasamız var ve şimdi kuvveti çok daha doğru şekilde tanımlayabiliriz. Kavramamız gereken en önemli şey, bu bağıntının sadece momentumun ya da hızın *büyüklüğü*nün değişmelerini değil, ayrıca onların *yönü*nün değişmelerini de içermesidir. Kütle sabitse, (9.1) denklemi,

$$F = m\,\frac{dv}{dt} = ma \tag{9.2}$$

şeklinde de yazılabilir. a ivmesi, hızın değişim oranıdır ve İkinci Newton Yasası, verilen bir kuvvetin etkisinin kütleyle tersine değiştiğini söylemenin dışında başka bir şey daha söyler; ayrıca der ki, hızdaki *yön* değişimi ile kuvvetin *yönü* aynıdır. Böylece şunu da anlamalıyız ki hızdaki ya da ivmedeki değişme, yaygın dildekinden daha geniş anlama sahiptir: Hareketli bir cismin hızı, hızlanarak, yavaşlayarak (yavaşladığında, negatif ivmeyle ivmelendiğini söyleriz) ya da hareket yönünü değiştirerek değişebilir. Hıza dik açılardaki ivmelenme 7. Bölümde tartışılmıştı. Orada, R yarıçaplı bir çember üzerinde çember boyunca belirli bir vhızıyla hareket eden bir cismin, t çok küçükse, düz çizgiden $\frac{1}{2}(v^2/R)t^2$ mesafesi kadar çekildiğini görmüştük. Böylece harekete dik açılardaki ivmenin denklemi

$$a = v^2 / R \tag{9.3}$$

şeklinde ifade edilebilir. Hıza dik olan bir kuvvet, bir cismin eğri bir yolda hareket etmesine neden olacaktır; bu eğrinin eğrilik yarıçapı da, ivmeyi elde etmek için kuvveti kütleye bölerek ve sonra (9.3)'ü kullanarak bulunabilir.

9-2. Sürat ve hız

Konuşmamızı daha kesin hale getirmek için, *sürat* ve *hız* sözcüklerinin kullanımında bir tanım daha yapacağız. Genellikle sürat ve hızı aynı olarak düşünürüz ve gündelik dilde bunlar aynıdır. Fakat iki sözcüğe sahip *oluş*un avantajından yararlanıp fizikte onları iki fikri ayırt etmek için kullanırız. Büyüklük ve yöne sahip olan hızı, yön içermeyip sadece hızın büyüklüğü anlamını taşımak üzere seçtiğimiz süratten özenle ayırt ederiz. Bir cismin x-, y- ve z-koordinatlarının zamanla nasıl değiştiğini betimleyerek, bunu çok daha kesin olarak formüle edebiliriz. Örneğin, varsayalım ki bir cisim belirli bir anda Şekil 9-1'de görüldüğü gibi hareket ediyor. Verilen küçük bir Δt zaman aralığında x-doğrultusunda belirli bir Δx mesafesi, y-doğrultusunda Δy mesafesi ve z-doğrultusunda Δz mesafesi kadar gidecektir. Bu üç koordinat değişiminin toplam etkisi, kenarları Δx, Δy ve Δz olan paralel-altı-yüzlünün köşegeni boyunca bir Δs yerdeğiştirmesidir. Hız cinsinden, Δx yerdeğiştirmesi hızın x-bileşeni kere Δt'dir, Δy ve Δz için de benzer ifadeler vardır:

$$\Delta x = v_x \Delta t, \qquad \Delta y = v_y \Delta t, \qquad \Delta z = v_z \Delta t \tag{9.4}$$

9-3 Hız, ivme ve kuvvetin bileşenleri

Denk. (9.4)'te, bir cismin x-doğrultusunda, y-doğrultusunda ve z-doğrultusunda ne kadar hızlı hareket ettiğini söyleyerek, *hızı bileşenlerine ayırmıştık.* Hızın üç dik koordinat bileşeninin sayısal değerleri verilirse, hız, hem büyüklükçe ve hem de yönce belirtilmiş olur:

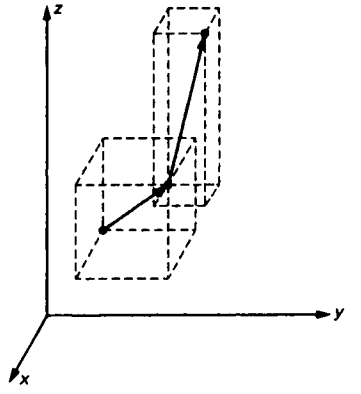
$$v_x = dx/dt, \qquad v_y = dy/dt, \qquad v_z = dz/dt \tag{9.5}$$

Diğer taraftan, cismin hızı şudur:

$$ds/dt = |v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{9.6}$$

Şimdi de hızın, bir kuvvetin etkisiyle, Şekil 9-2'de görüldüğü gibi, başka bir yöne ve farklı bir büyüklüğe değiştiğini varsayalım. Hızın x-, y- ve z-bileşenlerindeki değişimleri hesaplarsak, karmaşık görünen bu durumu oldukça basit bir şekilde çözümleyebiliriz. Hızın x-doğrultusundaki bileşeninin bir Δt süresindeki değişimi $\Delta v_x = a_x \Delta t$'dir; burada a_x'e ivmenin x-bileşeni deriz. Benzer olarak, $\Delta v_y = a_y \Delta t$ ve $\Delta v_z = a_z \Delta t$'dir. Bu terimlerde, "kuvvet ivmeyle aynı yöndedir" diyen İkinci Newton Yasasını görürüz. Burada aslında şu üç yasa ifade edilmektedir: Kuvvetin x-, y- veya z-doğrultusundaki bileşeni, kütle çarpı hızın x-, y- veya z-bileşeninin zamanla değişme hızıdır:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = m \begin{Bmatrix} dv_x/dt \\ dv_y/d \\ dv_z/dt \end{Bmatrix} = m \begin{Bmatrix} d^2x/dt^2 \\ d^2y/dt^2 \\ d^2z/dt^2 \end{Bmatrix} = m \begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{Bmatrix} \tag{9.7}$$



Şekil 9-2. Hem büyüklüğü ve hem de yönünün değişmesi nedeniyle, hızda meydana gelen bir değişme.

Nasıl ki hız ve ivme, onu temsil eden çizgi parçasını ve onun yönünü üç koordinat eksenine izdüşürerek bileşenlerine ayrılmışsa, aynı şekilde verilen bir yöndeki kuvvet de x-, y- ve z-doğrultularındaki belirli bileşenlerle temsil edilebilir:

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos(x, F) \\ F_y &= F \cos(y, F) \\ F_z &= F \cos(z, F) \end{aligned} \tag{9.8}$$

Burada F kuvvetin büyüklüğü ve (x, F) ise x-ekseni ile F'nin yönü arasındaki açıdır, vb.

İkinci Newton Yasası tam yapısıyla Denk. (9.7)'de verilmektedir. Bir cisim üzerindeki kuvvetleri bilir ve onları x-, y- ve z-bileşenlerine ayırırsak, bu denklemlerden cismin hareketini bulabiliriz. Basit bir örnek alalım. y- ve z-doğrultularında hiç kuvvet olmasın, tek kuvvet x-doğrultusunda, diyelim ki düşey, olsun. (9.7) denklemine göre, hızda düşey doğrultuda değişme olabilir, ama yatay doğrultuda değişme yoktur. Bu durum 7. Bölümde özel bir düzenekle gösterilmişti (*Bkz.* Şekil 7-3). Düşen bir cisim yatay olarak yatay harekette hiçbir değişme olmaksızın hareket eder; düşey olarak ise yatay hareketinin sıfır olması halindeki gibi hareket eder. Bir başka deyişle, eğer *kuvvetler* bağıntılı değillerse, x-, y- ve z-doğrultularındaki hareketler bağımsızdır.

9-4 Kuvvet nedir?

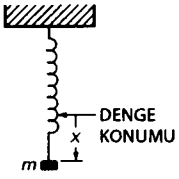
Newton yasalarını kullanmak için, kuvvete ait bir denklemimiz olmalıdır; bu yasalar, *kuvvetlere dikkat edin* der. Bir cisim ivmeleniyorsa, bir etken iş başındadır; onu bulun. Dinamiğin geleceği için programımız, *kuvvet için yasalar bulmak* olmalıdır. Newton'ın kendisi bazı örnekler vermişti. Kütleçekim halinde, kuvvet için belirli bir denklem vermişti. Diğer kuvvetler halinde verdiğiyse, kendi Üçüncü Yasası içinde bazı bilgi kırıntılarıydı; bunları, etki ve tepkinin eşitliğiyle ilgili olarak, gelecek bölümde inceleyeceğiz.

Önceki örneğimizi genişletirsek, yeryüzüne yakın cisimlerin üzerindeki kuvvetler nelerdir? Yeryüzünün yakınlarında, kütleçekim nedeniyle düşey doğrultudaki kuvvet, cismin kütlesiyle orantılıdır ve dünyanın R yarıçapına göre küçük yükseklikler için hemen hemen yükseklikten bağımsızdır: $F = GmM/R^2 = mg$; burada $g = GM/R^2$'ye kütleçekim ivmesi denir. Dolayısıyla kütleçekim yasası, ağırlığın kütleyle orantılı olduğunu söyler; kuvvet düşey doğrultuda olup, kütle çarpı g'dir. Yine yatay doğrultudaki hareketin sabit hızda olduğunu anlarız. İlginç olan hareket düşey doğrultudadır ve İkinci Newton Yasası bize

$$mg = m(d^2x / dt^2) \tag{9.9}$$

olduğunu söyler. m'leri yok ederek, x-doğrultusundaki ivmenin sabit ve g'ye eşit olduğunu buluruz. Bu, kuşkusuz, kütleçekim altında serbest düşme yasası olarak iyi bilinmektedir ve şu denklemlere yol açar:

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 + gt, \\ x &= x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}gt^2 \end{aligned} \tag{9.10}$$



Şekil 9-3.Yay-kütle sistemi.

Bir başka örnek olarak, mesafeyle orantılı ve tersine yönelmiş bir kuvvet uygulayan bir alet (Şek, 9-3) kurduğumuzu varsayalım; ucunda kütle asılı bir yay. Kütleçekimi unutup –kütleçekim, kuşkusuz, yayın ilk gerilimiyle dengelenmiştir– sadece *fazlalık* kuvvetlerden sözedersek görürüz ki biz kütleyi aşağı çekersek, yay onu yukarı çeker; biz onu yukarı itersek, yay aşağı çeker. Bu makine öylesine özenle tasarlanmıştır ki kuvvet büyütüldükçe biz onu, denge durumundan yerdeğiştirmeyle tam orantılı olarak, daha fazla yukarı çekeriz ve yukarı doğru olan kuvvet, benzer şekilde aşağı doğru ne kadar çektiğimizle orantılıdır. Bu makinenin dinamiğini gözlersek, oldukça güzel bir hareket görürüz: yukarı, aşağı, yukarı, aşağı, ... Soru şudur: Newton denklemleri bu hareketi doğru olarak betimleyecek midir? Bakalım, (9.7) Newton yasasını uygulayarak bu periyodik salınımla onun nasıl hareket edeceğini tam olarak hesaplayabilecek miyiz? Bu durumda, denklem şudur:

$$-kx = m(dv_x / dt) \tag{9.11}$$

Burada, x-doğrultusundaki hızın x'le orantılı miktarda değiştiği bir durum söz konusudur. Birçok sabiti alıkoyarak bir şey kazanılmaz, öyleyse ya zaman ölçeğinin değiştiğini ya da birimlerde bir kaza olduğunu düşünüp $k/m = 1$ alırız. Böylece

$$dv_x / dt = -x \tag{9.12}$$

denklemini çözmeye çalışacağız demektir. İlerlemek için, v_x'in ne olduğunu bilmeliyiz, fakat kuşkusuz biliyoruz ki hız konumun değişme oranıdır.

9-5 Dinamik denklemlerinin anlamı

Şimdi (9.12) denkleminin ne anlama geldiğini çözümlemeye çalışalım. Verilen bir t anında cismin belirli bir v_x hızına ve x konumuna sahip olduğunu varsayalım. Birazcık sonraki $t + \epsilon$ anında hız nedir ve konum nedir? Bu soruyu yanıtlayabilirsek, problemimiz çözüldü demektir, çünkü verilen durumla başlayıp ilk anda, bir sonraki anda, daha sonraki anda vb, onun nasıl değiştiğini hesaplarız; bu şekilde hareketi yavaş yavaş geliştiririz. Daha açık olsun derseniz, $t = 0$ anında $x = 1$ ve $v_x = 0$ olarak verildiğini varsayalım. Cisim neden hareket eder ki? Çünkü $x = 0$ dışında bulunduğu her konumda cisim üzerinde bir *kuvvet* vardır. $x > 0$ ise, kuvvet yukarı doğrudur. Dolayısıyla sıfır olan hız, hareket yasası nedeniyle değişmeye başlar. Bir hız oluşmaya başlar başlamaz, cisim yukarıya doğru harekete geçer vb. Şimdi her t anında, kuşkusuz ε çok küçükse, $t + \epsilon$ anın-

daki konumu t anındaki konum ve t anındaki hız cinsinden, iyi bir yaklaşıklıkla,

$$x(t + \epsilon) = x(t) + \epsilon v_x(t) \tag{9.13}$$

olarak ifade edebiliriz. ϵ küçüldükçe, bu ifade daha doğru hale gelir; fakat ϵ sıfıra gidecek kadar küçük olmasa bile, o yine de yararlıdır. Peki, hız için ne diyebiliriz? Daha sonraki, $t + \epsilon$ anındaki hızı elde etmek için, hızın nasıl değiştiğini, yani *ivme*yi bilmemiz gerekir. İşte burada dinamik yasası işe karışır. Dinamik yasası bize ivmeyi söyler. İvme $-x$'tir der.

$$v_x(t + \epsilon) = v_x(t) + \epsilon a_x(t) \tag{9.14}$$

$$= v_x(t) - \epsilon x(t) \tag{9.15}$$

(9.14) denklemi tamamen kinematiktir; ivme var olduğu için hız değişir der. Fakat (9.15) denklemi *dinamik*tir, çünkü ivmeyi kuvvete bağlar; bu özel problem için bu özel anda ivme yerine $-x$ koyabilirsiniz der. Dolayısıyla, verilen bir anda x ve v'nin ikisini de bilirsek, ivmeyi biliriz; bu da bize yeni hızı söyler ve yeni konumu biliriz; sistem böyle işler. Kuvvet nedeniyle hız birazcık değişir ve hız nedeniyle konum biraz değişir.

9-6 Denklemlerin sayısal çözümü

Şimdi problemi gerçekten de çözmek için ϵ= 0,100 sn alalım. Tüm işi yaptıktan sonra eğer bunu yeterli görmezsek, geri döner ve her şeyi ϵ = 0,010 sn'yle yaparız. $x(0)$ = 1,00 ilk değerimizle başlarsak, $x(0,1)$ nedir? O, eski $x(0)$ konumu artı hız (ki sıfır) çarpı 0,10 sn'dir. Böylece $x(0,1)$ hâlâ 1,00'dır, çünkü hareket etmeye başlamamıştır. Fakat 0,10 sn'deki yeni hız, eski hız $v(0)$ (ki sıfır) artı ϵ çarpı ivmedir. İvme $-x(0) = -1,00$'dır. Öyleyse

$$v(0,1) = 0,00 - 0,1 \times 1,00 = -0,10$$

olur. Şimdi 0,20 sn'de

$$x(0,2) = x(0,1) + \epsilon v(0,1)$$
$$= 1,00 - 0,10 \times 0,10 = 0,99$$

elde ederiz ve

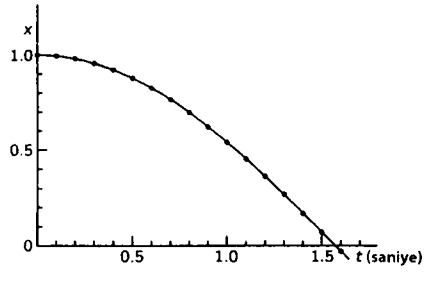
$$v(0,2) = v(0,1) + \epsilon a(0,1)$$
$$= -0,10 - 0,10 \times 1,00 = -0,20$$

vb, hareketin kalanını hesaplayabiliriz. Tek yapacağımız işte budur. Bununla birlikte, pratik amaçlar için, doğruluğu artırabilecek bazı küçük incelikler vardır. Başladığımız bu hesaplamayı sürdürseydik, ϵ = 0,100 oldukça kaba olduğundan, hareketi de epeyce kaba olarak bulurduk ve çok daha küçük aralığa, diyelim ki ϵ = 0,01 aralığına giderdik. Bu durumda akla yatkın bir toplam zaman aralığı boyunca gitmek iyice çok sayıda hesaplama döngüsü gerektirirdi. Dolayısıyla işimizi, aynı ϵ = 0,10 sn'lik kaba aralığı kullanarak, hesaplarımızın doğruluğunu artırma yolunda düzenleyeceğiz. Çözümleme yöntemimizde akıllıca bir geliştirme yaparak bunu gerçekleştirebiliriz.

Yeni konumun, eski konum artı ε zaman aralığı çarpı hız olduğuna dikkat edin. Fakat *ne zaman*ki hız? Zaman aralığının başındaki hız bir hızdır ve zaman aralığının sonundaki hız başka bir hız. Bizim geliştirmemiz, *ortadaki* hızı kullanmaktır. Şimdi sürati bilirsek, ama o değişiyor, o zaman şimdiki gibi aynı hızla giderek doğru yanıtı elde edemeyiz. "Şu anki" sürat ile aralığın sonundaki "sonraki" sürat arasında yer alan bir sürati kullanmalıyız. Hıza da aynı düşünceler uygulanır: Hız değişimlerini hesaplamak için de, iki zamanın ortasındaki ivmeyi bulup onu kullanmalıyız. Böylece gerçekte kullanacağımız denklemler şöyle olacaktır: Sonraki konum, önceki konum artı ε kere *aralığın orta anında-*

Tablo 9-1
$dv_x/dt=-x$'in çözümü
Aralık: ϵ = 0,10 sn

t	x	vx	ax
0,0	1,000	0,000	-1,000
		-0,050	
0,1	0,995		-0,995
		-0,150	
0,2	0,980		-0,980
		-0,248	
0,3	0,955		-0,955
		-0,343	
0,4	0,921		-0,921
		-0,435	
0,5	0,877		-0,877
		-0,523	
0,6	0,825		-0,825
		-0,605	
0,7	0,764		-0,764
		-0,682	
0,8	0,696		-0,696
		-0,751	
0,9	0,621		-0,621
		-0,814	
1,0	0,540		-0,540
		-0,868	
1,1	0,453		-0,453
		-0,913	
1,2	0,362		-0,362
		-0,949	
1,3	0,267		-0,267
		-0,976	
1,4	0,169		-0,169
		-0,993	
1,5	0,070		-0,070
		-1,000	
1,6	-0,030		+0,030



Şekil 9-4 Yaydaki bir kütlenin hareketinin grafiği.

ki hıza eşittir. Benzer olarak, orta noktadaki hız, ϵ zaman önceki hız (ki bu, önceki aralığın ortasıdır) artı ϵ kere t anındaki ivmedir. Yani, şu denklemleri kullanırız:

$$\begin{aligned} x(t+\epsilon) &= x(t) + \epsilon v(t+\epsilon/2) \\ v(t+\epsilon/2) &= v(t-\epsilon/2) + \epsilon a(t) \\ a(t) &= -x(t) \end{aligned} \tag{9.16}$$

Geriye sadece küçük bir sorun kalmıştır: $v(\epsilon/2)$ nedir? Başlangıçta bize $v(0)$ verilmiştir, $v(-\epsilon/2)$ değil. Hesabımızı başlatmak için, özel bir denklem kullanacağız, yani $v(\epsilon/2) = v(0) + (\epsilon/2)a(0)$.

Artık hesabımızı gerçekleştirmeye hazırız. Çalışmayı, kolaylık olsun diye, Tablo 9-1'de görüldüğü gibi, zaman, konum, hız ve ivme sütunlarıyla bir tablo halinde düzenleriz. Kuşkusuz böyle bir tablo, (9.16) denklem takımından elde edilecek sayısal değerleri temsil etmenin yararlı bir yoludur sadece; aslında denklemlerin kendilerini yazmak gerekmez. Tablodaki çeşitli boşlukları birer birer doldururuz. Bu tablo hareket hakkında bize çok güzel bilgi verir: Hareket durgun halden başlar, önce biraz yukarı doğru (negatif) hız kazanır ve biraz mesafesinden kaybeder. O zaman ivme biraz azdır, fakat hâlâ hız kazanmaktadır. Devam ettikçe, t = 1,50 sn dolayında x = 0'dan geçinceye kadar hız kazanması gitgide yavaşlar; harekete devam edeceğine güvenimiz tamdır, fakat şimdi diğer tarafta olacaktır; x konumu negatif, dolayısıyla ivme pozitif hale gelecektir. Böylece hız azalır. Bu sayıları $x = \cos(t)$ fonksiyonuyla karşılaştırmak ilginç olur; bu Şekil 9-4'te yapılmaktadır. Bizim hesabımızla üçüncü basamağa kadar uyuşma vardır! Hareket denklemimizin tam matematiksel çözümünün $x = \cos(t)$ olduğunu daha sonra göreceğiz, fakat böylesine kolay bir hesabın bu kadar kesin sonuçlar vermesi, sayısal çözümlemenin gücünü göstermesi bakımından etkileyicidir.

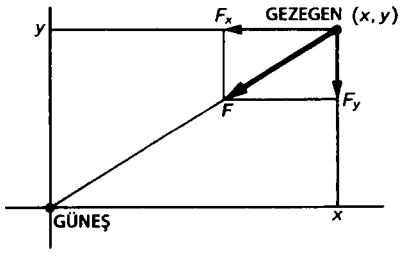
9-7 Gezegen hareketleri

Yukarıdaki çözümleme, salınan bir yayın hareketi için çok hoştu; acaba güneşin çevresindeki bir gezegenin hareketini de çözümleyebilir miyiz? Yörünge için bir elipse yaklaşmaya ulaşabilir miyiz, onu görelim. Güneşin sonsuz ağır olduğunu varsayacağız; bu, onun hareketini işe katmayacağımız anlamına gelir. Gezegen belirli bir noktadan başlasın ve belli bir hızla hareket etsin; güneş çevresinde bir eğri üzerinde gider. Newton hareket yasaları ve Newton kütleçekim yasasıyla çözümlemeye çalışacağız. Eğri nedir, nasıldır? Verilen bir anda gezegen belli bir konumdadır. Güneşten bu konuma olan radyal uzaklığa r dersek, biliyoruz ki içe doğru bir kuvvet vardır ve bu kuvvet, kütleçekim yasası uyarınca, bir sabit kere güneşin kütlesi çarpı gezegenin kütlesi bölü aradaki uzaklığın karesine eşittir. Çözümlemeyi daha ileri götürmek için, bu kuvvet tarafından yaratılacak ivmeyi bulmalıyız. İvmenin, x ve y olarak adlandıracağımız, iki doğrultu boyunca *bileşenleri*ne gerek duyacağız. Böylece verilen bir anda gezegenin konumunu x ve y ile belirteceksek (z'nin hep sıfır olduğunu varsayacağız, çünkü z-doğrultusunda kuvvet yoktur ve v_z ilk hızı da yoksa, z'yi sıfırdan farklı yapacak hiçbir şey olmayacaktır), kuvvet, Şekil 9-5'te görüldüğü gibi, gezegeni güneşe birleştiren çizgi boyunca yönelmiştir.

Bu şekilden görüyoruz ki, kuvvetin yatay bileşeni tüm kuvvete nasıl bağlıysa, yatay x uzaklığı da tüm r hipotenüsüne aynı tarzda bağlıdır; çünkü iki üçgen benzerdir. Üstelik, x pozitifse, F_x negatiftir. Yani, $F_x/|F| = -x/r$ ya da $F_x = -|F|x/r = -GMmx/r^3$'tür. Şimdi dinamik yasasını kullanarak, bu kuvvet bileşeninin, gezegenin kütlesi kere hızının x-doğrultusundaki değişme oranına eşit olduğunu buluruz. Böylece aşağıdaki yasaları elde ederiz:

$$\begin{aligned} m(dv_x/dt) &= -GMmx/r^3 \\ m(dv_y/dt) &= -GMmy/r^3 \\ r &= \sqrt{x^2+y^2} \end{aligned} \qquad (9.17)$$

Bu durumda çözmemiz gereken denklemler takımı budur. Gene, sayısal çalışmayı basitleştirmek için, zaman birimi ya da güneşin kütlesi (şansımıza) öyle ayarlanmış olsun ki, GM'yi 1'e eşit alabilelim. Özel örneğimiz için, gezegenin ilk konumunun $x = 0{,}500$ ve $y = 0{,}000$'da bulunduğunu ve hızın tümden başlangıçta y-doğrultusunda ve büyüklüğünün 1,630 olduğunu varsayalım. Şimdi hesabı nasıl yaparız? Gene, sütunları zaman, x-konumu, v_x hız bileşeni ve a_x ivme bileşeni olan bir tablo yaparız; sonra çift çizgiyle ayırıp y-doğrultusundaki konum, hız ve ivme için üç sütun daha ekleriz. İvmeleri elde etmek için, (9.17) denklemine gerek olacak. Buna göre, x-doğrultusundaki ivme $-x/r^3$ ve y-doğrultusundaki ivme $-y/r^3$'tür; r ise $x^2 + y^2$'nin karekökü dür. Böylece x ve y verilince, r'yi bulmak için karelerin toplamının karekökünü alarak yan tarafta biraz hesap yapmamız gerekir ve sonra iki ivmeyi elde etmek için $1/r^3$'ü de geliştirmek yararlıdır. Karelerin, küplerin ve onların terslerinin bir tablosunu kullanarak bu iş oldukça kolay bir şekilde yapılabilir: Bu durumda, sadece x'i $1/r^3$ ile çarpmamız gerekir, ki bunu da hesap cetveli üzerinde yapabiliriz.



Şekil 9-5 Bir gezegenin üzerindeki kütleçekim kuvveti.

Böylece hesabımız, $\epsilon = 0{,}100$ zaman aralıklarını kullanarak, şu adımlarla ilerler: $t = 0$'daki ilk değerler:

$$\begin{aligned} x(0) &= 0{,}500, & y &= 0{,}000, \\ v_x &= 0{,}000, & v_y &= +1{,}630 \end{aligned}$$

Bunlardan

$$\begin{aligned} r(0) &= 0{,}500, & 1/r^3 &= 8{,}000 \\ a_x &= -4{,}000, & a_y &= 0{,}000 \end{aligned}$$

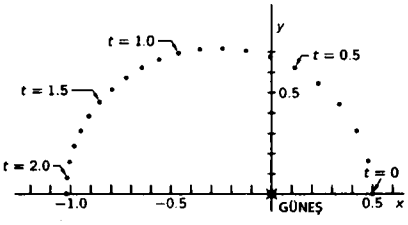
değerlerini buluruz. Böylece v_x (0,05) ve $v_y(0{,}05)$ hızlarını hesaplayabiliriz:

$$\begin{aligned} v_x(0{,}05) &= 0{,}000 - 4{,}000 \times 0{,}050 = -0{,}200; \\ v_y(0{,}05) &= 1{,}630 + 0{,}000 \times 0{,}050 = 1{,}630 \end{aligned}$$

Artık esas hesaplarımız başlar:

$$\begin{aligned} x(0{,}1) &= 0{,}500 - 0{,}20 \times 0{,}1 &&= 0{,}480 \\ y(0{,}1) &= 0{,}0 + 1{,}63 \times 0{,}1 &&= 0{,}163 \\ r &= \sqrt{0{,}480^2 + 0{,}163^2} &&= 0507 \\ 1/r^3 &= 7{,}677 \\ a_x(0{,}1) &= -0{,}480 \times 7{,}677 &&= -3{,}685 \\ a_y(0{,}1) &= -0{,}163 \times 7{,}677 &&= -1{,}250 \\ v_x(0{,}15) &= -0{,}200 - 3{,}685 \times 0{,}1 &&= -0{,}568 \\ v_y(0{,}15) &= 1{,}630 - 1{,}250 \times 0{,}1 &&= 1{,}505 \\ x(0{,}2) &= 0{,}480 - 0{,}568 \times 0{,}1 &&= 0{,}423 \\ y(0{,}2) &= 0{,}163 + 1{,}505 \times 0{,}1 &&= 0{,}313 \end{aligned}$$

vb...



Şekil 9-6 Bir gezegenin güneşin çevresindeki hesaplanmış hareketi.

Bu şekilde Tablo 9-2'de verilen değerleri elde ederiz ve 20 adım kadar sürede gezegeni güneş çevresinde yarı yola kadar kovalamış oluruz! Tablo 9-2'de verilen x- ve y-koordinatlarının grafiğini Şekil 9-6'da çizmekteyiz. Oradaki noktalar,

Tablo 9-2

$dv_x/dt = -x/r^3, dv_y/dt = -y/r^3, r = \sqrt{x^2 + y^2}$ Çözümü

Aralık: $\epsilon = 0{,}100$

Yörünge: $t = 0$'da $v_y = 1{,}63$ $v_x = 0$ $x = 0{,}5$ $y = 0$

t	x	v_x	a_x	y	v_y	a_y	r	$1/r^3$
0,0	0,500		−4,000	0,000		0,000	0,500	8,000
		−0,200			1,630			
0,1	0,480		−3,685	0,163		−1,251	0,507	7,677
		−0,568			1,505			
0,2	0,423		−2,897	0,313		−2,146	0,527	6,847
		−0,858			1,290			
0,3	0,337		−1,958	0,443		−2,569	0,556	5,805
		−1,054			1,033			
0,4	0,232		−1,112	0,546		−2,617	0,593	4,794
		−1,165			0,772			
0,5	0,115		−0,454	0,623		−2,449	0,634	3,931
		−1,211			0,527			
0,6	−0,006		+0,018	0,676		−2,190	0,676	3,241
		−1,209			0,308			
0,7	−0,127		+0,342	0,706		−1,911	0,718	2,705
		−1,175			0,117			
0,8	−0,244		+0,559	0,718		−1,646	0,758	2,292
		−1,119			−0,048			
0,9	−0,356		+0,702	0,713		−1,408	0,797	1,974
		−1,048			−0,189			
1,0	−0,461		+0,796	0,694		−1,200	0,833	1,728
		−0,969			−0.309			
1,1	−0,558		+0,856	0,664		−1,019	0,867	1,536
		−0,883			−0,411			
1,2	−0,646		+0,895	0,623		−0,862	0,897	1,385
		−0,794			−0,497			
1,3	−0,725		+0,919	0,573		−0,726	0,924	1,267
		−0,702			−0,569			
1,4	−0,795		+0,933	0,516		−0,605	0,948	1,174
		−0,608			−0,630			
1,5	−0,856		+0,942	0,453		−0,498	0,969	1,100
		−0,514			−0,680			
1,6	−0,908		+0,947	0,385		−0,402	0,986	1,043
		−0,420			−0,720			
1,7	−0,950		+0,950	0,313		−0,313	1,000	1,000
		−0,325			−0,751			
1,8	−0,982		+0,952	0,238		−0,230	1,010	0,969
		−0,229			−0,774			
1,9	−1,005		+0,953	0,160		−0,152	1,018	0,949
		−0,134			−0,790			
2,0	−1,018		+0,955	0,081		−0,076	1,022	0,938
		−0,038			−0,797			
2,1	−1,022		+0,957	0,002		−0,002	1,022	0,936
		+0,057			−0,797			
2,2	−1,017		+0,959	−0,078		+0,074	1,020	0,944
					−0,790			
2,3								

x-ekseni 2,101 sn'de kesilir; periyot = 4,20 sn'dir.

2,086 sn'de v_x= 0'dır

−1,022sn'de x kesilir; yarı ana eksen = $\frac{(1{,}022 + 0{,}500)}{2} = 0{,}761$

$v_y = 0{,}797$

Öngörülen zaman $\pi(0{,}761)^{3/2} = \pi(0{,}663) = 2{,}082$

bir birimin onda-biri kadar ayrılmış ardışık zamanlardaki konumlardır; gezegenin başlangıçta hızlı ve sonda yavaş olarak hareket ettiğini görürüz ve böylece eğrinin şekli saptanmış olur. Dolayısıyla gezegenlerin hareketinin nasıl hesaplanacağını *gerçekten bildiğimizi* anlarız!

Şimdi de Neptün, Uranüs, Jüpiter ya da bir başka gezegenin hareketini nasıl hesaplayabileceğimizi görelim. Çok büyük sayıda gezegen varsa ve güneşin de hareket etmesine izin verirsek, aynı şeyi yapabilir miyiz? Kuşkusuz yaparız. Özel bir gezegen (diyelim ki x_i, y_i, z_i konumundaki i numaralı gezegen) üzerindeki kuvveti hesaplarız; $i = 1$ güneş, $i = 2$ Merkür, $i = 3$ Venüs vb olabilir. Tüm gezegenlerin konumlarını bilmeliyiz. Birine etkiyen kuvvet, x_j, y_j, z_j konumlarında yerleşik diğer tüm gezegenlerin etkidikleri kuvvetlerin toplamıdır. Dolayısıyla denklemler şunlardır:

$$\begin{aligned} m_i \frac{dv_{ix}}{dt} &= \sum_{j=1}^{N} - \frac{G m_i m_j (x_i - x_j)}{r_{ij}^3} \\ m_i \frac{dv_{iy}}{dt} &= \sum_{j=1}^{N} - \frac{G m_i m_j (y_i - y_j)}{r_{ij}^3} \\ m_i \frac{dv_{iz}}{dt} &= \sum_{j=1}^{N} - \frac{G m_i m_j (z_i - z_j)}{r_{ij}^3} \end{aligned} \qquad (9.18)$$

Burada r_{ij} i ve j gezegenleri arasındaki uzaklık olarak tanımlanır ve

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \qquad (9.19)$$

ifadesine eşittir. Ayrıca, $\sum$ simgesi, kuşkusuz $j = i$ dışında, tüm j'ler üzerinden toplam ifade eder. Böylece tüm yapmamız gereken, daha çok sütun, *pek* çok sütun hazırlamaktır. Jüpiter'in hareketi için dokuz sütuna, Satürn'ün hareketi için dokuz sütuna vb gereksinim duyarız. Böylece tüm başlangıç konumlarına ve hızlara sahip olduğumuz zaman, önce (9.19) denklemini kullanarak tüm uzaklıkları bulup (9.18) denkleminden tüm ivmeleri hesaplayabiliriz. Bunu yapmak ne kadar zaman alır? Evde yaparsanız, çok uzun zaman alır! Fakat bu günlerde çok hızlı aritmetik işlemler yapan makineler var; çok iyi hesap makineleri 1 milisaniyede, yani saniyenin milyonda birinde bir toplam yapabilir. Bir çarpmayı yapmak için daha uzun zaman, diyelim ki 10 mikrosaniye harcar. Bir tek hesap döngüsünde, probleme bağlı olarak, 30 kadar çarpma olabilir; böylece bir döngü 300 mikrosaniye alacaktır. Bu demektir ki saniyede 3000 hesaplama döngüsü yapabiliriz. Milyonda bir doğruluk derecesi elde etmek için, bir gezegenin güneş çevresindeki bir dolanımına karşılık gelmek üzere 4×10^5 döngüye gerek duyarız. Bu, 130 saniye ya da 2 dakikalık hesaplama zamanına karşılık gelir. Böylece Jüpiter'i güneş çevresinde, tüm gezegenlerin tüm tedirgemeleriyle milyonda bir doğrulukla izlemek bu yöntemle sadece iki dakika alır! (Hata ϵ aralığının karesiyle değişir. Aralığı bin kez daha küçük yaparsak, milyon kez daha doğru olur. Ardından, aralığı 10.000 kez daha küçük yapalım.)

Böylece, dediğimiz gibi, yay-kütle sisteminin hareketini bile nasıl hesaplayacağımızı bilmeden başladık bu bölüme. Şimdi, Newton yasalarının müthiş gücüyle donatılmış olarak, sadece böylesi basit hareketleri değil, ayrıca, aritmetiği halletmek için bir makine verildiğinde, gezegenlerin aşırı karmaşık hareketlerini bile istediğimiz hassasiyet derecesinde hesaplayabiliriz!

10

MOMENTUMUN KORUNUMU

10-1 Üçüncü Newton yasası

10-1 Üçüncü Newton yasası
10-2 Momentumun korunumu
10-3 Momentum korunur!
10-4 Momentum ve enerji
10-5 Göreli momentum

Herhangi bir cismin ivmesi ile ona etkiyen kuvvet arasındaki bağıntıyı veren Newton'ın ikinci hareket yasası esas alınarak, mekanikteki her problem ilke olarak çözülebilir. Örneğin, birkaç parçacığın hareketini saptamak için, önceki bölümde geliştirilen sayısal yöntem kullanılabilir. Fakat Newton yasalarının biraz daha incelenmesi için iyi nedenler vardır. Bir kere, sadece sayısal yöntemlerle değil de, doğrudan matematiksel çözümlemeyle de halledilebilecek oldukça basit hareket durumları vardır. Örneğin, düşen bir cismin ivmesinin 9,8 m/s^2 olduğunu bildiğimiz ve buradan sayısal yöntemlerle hareketi hesaplayabildiğimiz halde, hareketi doğrudan analiz etmek ve $s = s_0 + v_0t + 4{,}9t^2$ genel çözümünü bulmak çok daha kolay ve doyurucudur. Aynı şekilde, harmonik salınıcının konumlarını sayısal yöntemlerle inceleyebilsek'bile, genel çözümün t'nin basit bir kosinüs fonksiyonu olduğunu analitik olarak göstermek de olasıdır; dolayısıyla basit ve çok daha doğru bir yoldan sonucu elde etmek varken, tüm şu aritmetiksel sıkıntılara katlanmak gereksizdir. Aynı tarzda, güneşin çevresinde bir cismin kütleçekimle saptanan hareketi 9. Bölümün sayısal yöntemleriyle, yörüngenin genel biçimini gösterecek şekilde, nokta nokta hesaplanabilse bile, analizin ortaya koyduğu kusursuz bir elips olarak yörüngenin tam biçimini elde etmek daha da hoştur.

Ne yazık ki analizle tam olarak çözülebilecek gerçekten de çok az sayıda problem vardır. Harmonik salınıcı halinde, örneğin, yay kuvveti yerdeğiştirmeyle orantılı olmayıp daha karmaşık bir yapıdaysa, sayısal yönteme geri dönmek gerekir. Ya da güneşin çevresinde iki cisim dönüyorsa, yani toplam cisim sayısı üçse, bu durumda analiz aracılığıyla hareket için basit bir denklem üretilemez ve pratikte bu problem sayısal olarak çözülmelidir. Bu, insanoğlunun analiz gücüne meydan okuyan, ünlü üç-cisim problemidir; insanların belki de matematiksel analizin gücünün sınırlı olduğunu ve sayısal yöntemlerin kullanılmasının gerektiğini anlamalarının ne kadar uzun zaman aldığını göstermek açısından ilginçtir bu. Bugün analitik olarak çözülemeyen pek çok sayıda problem sayısal yöntemlerle çözülür ve böylesine zor olduğu kabul edilen eski üç-cisim problemi, tamamıyla önceki bölümde betimlenmiş olan tarzda, yani yeterli aritmetik işlemle, günlük bir iş gibi çözülür. Yine de, iki yöntemin de başarısız kaldığı durumlar söz konusudur: Analizle halledebildiğimiz basit problemler ve aritmetik kullanarak sayısal yöntemlerle çözebildiğimiz orta güçlükteki problemlerin yanı sıra, bu iki yöntemle de çözemeyeceğimiz çok karmaşık problemler. Örneğin, iki otomobilin çarpışması karmaşık bir problemdir; gaz moleküllerinin hareketi de öyledir. Bir milimetre küp gazın içinde sayısız parçacık vardır ve bu kadar çok (10^{17} kadar; yüz milyon kere milyar) değişkenle hesap yapmaya çalışmak gülünç olur. Güneşin çevresinde hareket eden sadece iki ya da üç gezegenin yerine, bir gazın ya da bir demir parçasının moleküllerinin ya da atomlarının hareketi veya bir yıldız kümesindeki yıldızların hareketi gibi problemleri doğrudan çözemeyiz; dolayısıyla bunlar için başka yollar aramalıyız.

Ayrıntıları izleyemeyeceğimiz durumlarda, bazı genel özellikleri, yani Newton yasalarının sonuçları olan genel teoremleri ya da ilkeleri bilmemiz gerekir. Bunlardan biri, Bölüm 4'te tartıştığımız enerjinin korunumu ilkesidir. Mekaniği daha fazla incelememizin bir diğer nedeni, birçok farklı durumda tekrar eden belirli hareket desenlerinin var oluşudur; böylece özel bir durumda bu desenleri incelemek yararlıdır. Örneğin, çarpışmaları inceleyeceğiz; farklı çarpışma

türleri pek çok ortak özelliğe sahiptir. Sıvıların akışında, sıvının ne olduğu çok fark etmez; akış yasaları benzerdir. İnceleyeceğimiz diğer problemlerin arasında, titreşimler ile salınımlar ve özellikle, mekanik dalgaların tuhaf olayları – ses, çubukların titreşimleri vb– yer alacaktır.

Newton yasaları tartışmamızda, bu yasaların "kuvvetlere dikkat edin" diyen bir tür program oldukları ve Newton'ın bize kuvvetlerin doğası hakkında iki şey söylediği açıklanmıştı. Newton, kütleçekim halinde, tam kuvvet yasasını vermişti bize. Ama atomlar arasındaki çok karmaşık kuvvetler halinde, kuvvetlerle ilgili doğru yasalardan haberdar değildi; bununla birlikte, bir kural keşfetmişti; kuvvetlerin bir genel özelliğini; onu da Üçüncü Yasası olarak ifade etmişti. Newton'ın kuvvetlerin doğası hakkında sahip olduğu tüm bilgi buydu: kütleçekim yasası ve bu ilke; başka ayrıntı yoktu.

Bu ilke, "*etki eşittir tepki*"dir.

Bununla kastedilen şu tür bir şeydir: İki küçük cismimiz olsun ve birincisi ikincisi üzerine, onu belirli bir kuvvetle iterek, bir kuvvet uygulasın. Bu durumda, Üçüncü Newton Yasası uyarınca, ikinci parçacık da birinciyi, aynı anda, eşit bir kuvvetle zıt yönde itecektir; üstelik, bu kuvvetler etkin olarak aynı çizgi boyunca etkirler. Newton'ın önerdiği varsayım ya da yasa budur ve bu, tam olmasa da (hataları daha sonra tartışacağız), oldukça doğru görünmektedir. Şu an için, etkinin tepkiye eşit olduğunu doğru kabul edeceğiz. Kuşkusuz, diğer ikisiyle aynı çizgi üzerinde olmayan üçüncü bir parçacık varsa, yasa, birinci üzerindeki toplam kuvvetin ikinci üzerindeki toplam kuvvete eşit olacağı anlamına gelmez, çünkü üçüncü parçacık, örneğin, diğer ikinin her birine kendi itmesini uygular. Sonuçta, ilk iki üzerindeki toplam etki bir başka yöndedir ve ilk iki parçacık üzerindeki kuvvetler, genelde, ne eşittir ne de zıt. Bununla birlikte, her bir parçacığın üzerindeki kuvvetler, etkileşen diğer parçacıkların her birine ait bir katkı ya da parça olarak, kısımlara ayrılabilir. Bu durumda her parçacık *çifti*, karşılıklı etkileşmenin büyüklükçe eşit ve yönce zıt karşı-gelen bileşenlerine sahiptir.

10-2 Momentumun korunumu

Peki, yukarıdaki bağıntının ilginç sonuçları nelerdir? Basit olması için, belki farklı kütleli, 1 ve 2 gibi etkileşen iki parçacığımızın olduğunu varsayalım. Onların arasındaki kuvvetler eşit ve zıttır; bu durumda sonuçlar nelerdir? İkinci Newton Yasası uyarınca, kuvvet, momentumun zamana göre değişimidir; öyleyse 1. parçacığın p_1 momentumunun zamanca değişimi, 2. parçacığın p_2 momentumunun zamanca değişiminin eksilisine eşittir:

$$\frac{dp_1}{dt} = -\frac{dp_2}{dt} \tag{10.1}$$

Şimdi *değişim hızı* daima eşit ve zıtsa, 1. parçacığın momentumundaki toplam değişimin, 2. parçacığın momentumundaki toplam değişime eşit ve zıt olduğu sonucu ortaya çıkar; bu demektir ki 1. parçacığın momentumunu 2. parçacığın momentumuna *ekler*sek, parçacıklar arasındaki karşılıklı kuvvetler (iç kuvvetler) nedeniyle, bu toplamın zamanca değişimi sıfır olur:

$$\frac{d(p_1 + p_2)}{dt} = 0 \tag{10.2}$$

Problemde başka kuvvet olmadığı varsayılmıştır. Bu toplamın değişim hızı daima sıfırsa, bunu, $(p_1 + p_2)$ niceliği değişmez şeklinde de söyleyebiliriz. (Bu nicelik, $m_1 v_1 + m_2 v_2$ olarak da yazılabilir ve iki parçacığın *toplam momentumu* adını alır.) Böylece iki parçacığın, aralarındaki herhangi karşılıklı kuvvetler nedeniyle, toplam momentumunun değişmeyeceği sonucunu elde etmiş oluruz. Bu ifade, bu özel örnekle momentumun korunumu yasası olarak ifade edilir. İki parçacık arasında, ne kadar karışık olursa olsun, her tür kuvvetin varlığı halin-

de, iki momentumun toplamı olan $m_1 v_1 + m_2 v_2$ niceliğini, kuvvetler etki etmeden önce ve etki ettikten sonra, ayrı ayrı ölçelim ya da hesaplayalım, sonuçların eşit olduğunu görürüz; yani toplam momentum bir sabittir.

Tartışmayı çok daha karmaşık durumlarda etkileşen üç ya da daha fazla parçacığa genişletirsek, iç kuvvetler söz konusu oldukça, tüm parçacıkların toplam momentumunun sabit kalacağı apaçıktır; çünkü birinin momentumunda diğeri nedeniyle ortaya çıkan artma, birincisi nedeniyle ikincideki azalmayla tam olarak karşılanır. Yani, tüm iç kuvvetler dengelenecektir ve dolayısıyla parçacıkların toplam momentumu değişemez. Bu durumda dışarıdan gelen kuvvetler (dış kuvvetler) yoksa, ortada toplam momentumu değiştirebilecek kuvvetler yoktur; böylece toplam momentum bir sabittir.

Söz konusu parçacıkların karşılıklı etkilerinden *gelmeyen* kuvvetler varsa, neler olacağını betimlemek değer taşır: Etkileşen parçacıkları soyutladığımızı düşünün. Sadece karşılıklı kuvvetler varsa, o zaman, önceki gibi, kuvvetler ne denli karmaşık olursa olsun, parçacıkların toplam momentumu değişmez. Diğer taraftan, soyutlanmış grubun dışındaki parçacıklardan gelen kuvvetlerin de var olduğunu düşünün. Dıştaki cisimlerden içteki cisimlere uygulanan her kuvvete *dış* kuvvet deriz. Tüm dış kuvvetlerin toplamının içerdeki tüm parçacıkların toplam momentumunun değişim hızına eşit olduğunu, çok yararlı bir teorem olarak, daha sonra göstereceğiz.

Çok sayıda etkileşen parçacığın toplam momentumunun korunumu, net dış kuvvetler yoksa, şöyle ifade edilebilir:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3 + \cdots = a \text{ sabit} \qquad (10.3)$$

Burada parçacıkların kütleleri ve karşılık gelen hızları, 1, 2, 3, 4, ···· olarak numaralanmıştır. Her parçacık için İkinci Newton Yasasının

$$F = \frac{d}{dt}(mv), \qquad (10.4)$$

şeklindeki genel ifadesi, özel olarak kuvvetin ve momentumun verilen her doğrultudaki *bileşenleri* için doğrudur; böylece bir parçacık üzerindeki kuvvetin x-bileşeni, o parçacığın momentumunun değişim hızının x-bileşenine eşittir:

$$F_x = \frac{d}{dt}(mv_x), \qquad (10.5)$$

Ve benzer denklemler y- ve z-doğrultuları için de vardır. Dolayısıyla (10.3) denklemi, her biri bir doğrultuda olmak üzere, gerçekte üç denklemdir.

İkinci Newton Yasasının, momentumun korunumuna ilaveten, bir başka ilginç sonucu vardır; ileride kanıtlamak üzere, şimdi sadece ifade edeceğiz. Bu ilke şudur: Bir düz çizgi boyunca ister düzgün bir hızla gidelim, isterse duralım, fizik yasaları aynı görünecektir. Örneğin, bir uçağın içinde topunu zıplatmakta olan bir çocuk, topunun yeryüzünde zıpladığı gibi zıplamakta olduğunu görecektir. Uçak çok büyük bir hızla gitse bile, hızını değiştirmedikçe, çocuğa yasalar uçağın durduğu zamanki yasalarla aynı görünecektir. Buna *görelilik ilkesi* denir. Burada kullanırken, onu Einstein'ın yaptığı çok daha özenli çözümlemeden ayırt etmek için, ona "Galileo göreliliği" diyeceğiz; Einstein'ın göreliliğini daha sonra inceleyeceğiz.

Momentumun korunumu yasasını az önce Newton yasalarında türetmiştik; buradan vurma ve çarpışmaları betimleyen özel yasaları bulmaya geçebiliriz. Fakat çeşitlilik amacıyla ve ayrıca diğer durumlarda, örneğin, Newton yasalarını bilmeyen ve farklı bir yaklaşıma yönelen birinin fizikte kullanabileceği bir tür akıl yürütmeyi anlatmak için, vurma ve çarpışma yasalarını tamamıyla farklı bir açıdan tartışacağız. Tartışmamızı, yukarıda ifade ettiğimiz Galileo göreliliği ilkesine dayandıracağız ve işimizi momentumun korunumu yasasıyla bitireceğiz.

Doğayı duruyorken nasıl gözlüyorsak, belirli bir hızla giderken de aynı şekilde gördüğümüzü varsayarak başlayacağız. İki cismin çarpışıp bir araya ya-

pıştığı ya da bir araya gelip geri saçıldığı çarpışmaları tartışmadan önce, iki cismin bir yayla ya da bir başka şeyle bir arada tutulduğu ve sonra birden bırakılıp aradaki yayla ya da belki küçük bir patlamayla itildiği durumu ele alacağız. Ayrıca, sadece bir doğrultudaki hareketi düşüneceğiz. Önce, iki cismin tamamen aynı, güzel simetrik cisimler olduklarını ve biraz sonra aralarında küçük bir patlama meydana geldiğini varsayalım. Patlamadan sonra, cisimlerden biri, diyelim ki sağa doğru, v hızıyla hareket edecektir. Diğer cisminse sola doğru v hızıyla hareket edeceği akla yakın görünür; çünkü cisimler aynıysa, sağ ya da solun yeğlenmesi için bir neden yoktur ve böylece cisimler simetrik şeyler yaparlar. Bu, birçok problemde çok yararlı olan bir düşünme türü örneğidir; ama sadece denklemlerle başlarsak, pek ortaya çıkamaz.

Deneyimizin ilk sonucu, denk cisimlerin eşit hızlara sahip olacağıdır, fakat şimdi farklı maddelerden, diyelim ki bakır ve alüminyumdan, yapılmış iki cismimiz olsun ve *iki kütleyi* eşit yapalım. Bu eşit iki kütleyle deneyimizi gerçekleştirirsek, cisimler özdeş olmasa bile, hızların eşit olacağını varsayacağız. Birisi buna itiraz edebilir: "Fakat biliyorsunuz, bunu tersine yapabilirdiniz, o zaman bunu *varsayamaz*sınız. Bu deneyde eşit hızların kazanılması iki kütlenin eşit olmasını *tanımlar* diyebilirsiniz." Bu öneriyi izleriz ve bakır ile çok büyük bir alüminyum parçası arasında küçük bir patlama yaparız, alüminyum parça o denli ağırdır ki bakır çok uzağa uçar, alüminyum ise güçlükle kımıldar. Alüminyum aşırı çoktur, öyleyse miktarı çok küçük bir parça kalıncaya dek azaltırız, bu durumda patlamayı yaptığımızda alüminyum uzağa uçup gider ve *bakır* yerinden zor kımıldar. Şimdi de alüminyum yeterli değildir. Tam miktarın arada olacağı açıktır; böylece hızlar eşit hale gelinceye kadar miktarı ayarlarız. Bu durumda her şey güzel; şimdi onu tersine döndürüp hızlar eşit olduğunda, kütleler eşittir diyelim. Bu sadece bir tanım gibi görünür ve fizik yasalarını tanımlara dönüştürmüş oluruz. Bununla birlikte, içerilen bazı fizik yasaları *vardır* ve eğer bu eşit kütleler tanımını benimsersek, derhal yasalardan birini, aşağıdaki gibi, buluruz.

Önceki deneyden A ve B gibi (bakır ve alüminyumdan) iki madde parçasının eşit kütlelere sahip olduğunu bildiğimizi ve bir altın parçası gibi üçüncü bir cismi, yukarıda yapılan tarzda bakırla karşılaştırdığımızı ve de kütlesinin bakırın kütlesine eşit olduğundan emin olduğumuzu varsayın. Şimdi deneyi alüminyum ve altın arasında yaparsak, *bu kütlelerin* eşit olmasını söyleyecek mantıklı hiçbir şey yoktur; yine de, *deney* gerçekten öyle olduğunu gösterir. Böylece, şimdi deneyle yeni bir yasa bulmuş olduk. Bu yasanın ifadesi şöyle olabilir: İki kütlenin her biri üçüncü bir kütleye eşitse (bu deneyde eşit hızlarla saptanmış olarak), o zaman onlar birbirlerine eşittirler. (Bu ifade, *matematiksel* niceliklerle ilgili bir postüla olarak kullanılan benzer bir ifadeden hiçbir zaman çıkarılamaz.) Bu örnekten, dikkatsiz davranırsak, ne kadar hızla birtakım anlamlar çıkarmaya başladığımızı görebiliriz. Hızlar eşit olduğunda kütleler de eşittir demek sadece bir tanım değildir, çünkü kütleler eşittir demek, eşitliğin matematiksel yasalarını içermektedir, bu da, sırası gelince, deney hakkında bir öngörü yapar.

İkinci bir örnek olarak, A ve B'nin, onlara belirli bir hız veren bir patlama deneyiyle eşit bulunduklarını varsayalım; sonra daha kuvvetli bir patlama kullanırsak, bu durumda elde edilecek hızların eşit olup olmayacakları doğru mudur, değil midir? Gene, bu soruya karar vermek için mantıklı bir şey yoktur, fakat deney bunun *doğru olduğunu* göstermektedir. Böylece, şöyle ifade edilebilecek bir başka yasa daha: İki cisim, belli bir hızda eşit hızlar aracılığıyla ölçülmüş, eşit kütlelere sahipse, bir başka hızda ölçüldüğünde, eşit kütlelere sahip olacaktır. Bu örneklerden görüyoruz ki, sadece bir tanım olarak görünen şeyler, aslında bazı fizik yasaları içinde yer almaktadırlar.

İzleyen gelişmelerde, aralarında bir patlama olduğunda eşit kütlelerin eşit ve zıt hızlara sahip olmalarının doğru olduğunu varsayacağız. Durum tersine döndüğünde bir başka varsayımda bulunacağız: Eşit hızlarla zıt yönlerde hareket eden iki özdeş cisim çarpışır ve bir tür zamkla yapışırsa, o zaman çarpışmadan sonra ne şekilde hareket edecektir? Bu da gene, sağ ve sol arasında ter-

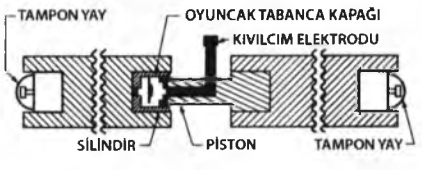
dili yapmayan, simetrik bir durumdur, öyleyse durgun kaldıklarını varsayarız. Ayrıca çarpışıp birbirine yapışan eşit kütleli herhangi iki cismin, farklı maddelerden yapılmış olsalar bile, zıt yönlerde aynı hızla hareket ettiklerinde çarpışmadan sonra durgun hale geleceklerini varsayacağız.



Şekil 10-1. Doğrusal hava oluğunun uçtan görünüşü.

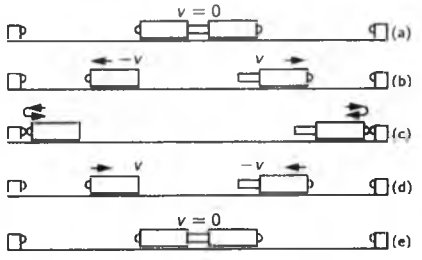
10-3 Momentum korunur!

Yukarıdaki varsayımları deneysel olarak doğrulayabiliriz: ilkin, eşit kütleli iki durgun cisim bir patlamayla birbirlerinden ayrılırsa, aynı hızla birbirlerinden ayrılıp gideceklerdir; ikinci olarak, birbirlerine doğru aynı hızla gelen eşit kütleli iki cisim çarpışıp birbirlerine yapışırlarsa, duracaklardır. Bunu, Galileo'nun sürekli başını ağrıtan sürtünmeden azade, hava oluğu* denilen olağanüstü bir icat vasıtasıyla yapabiliriz (Şekil 10-1). O kayan nesnelerle deney yapamıyordu, çünkü bu nesneler serbest kaymıyordu, fakat bugün artık büyülü bir dokunuş ekleyerek sürtünmeden kurtulabiliyoruz. Cisimlerimiz, Galileo'nun öğütlediği gibi, durmaksızın sabit bir hızla güçlük çekmeden kayıyorlar. Cisimleri hava üzerinde destekleyerek bu başarılıyor. Havanın sürtünmesi çok az olduğundan, bir cisim uygulanan kuvvet olmadıkça pratik olarak sabit hızla kayıp gider. Önce özenle aynı ağırlıkta ya da kütlede olmaları sağlanmış (aslında ağırlıkları ölçülür, ama bu ağırlığın kütleyle orantılı olduğunu da biliriz) kayan iki cisim kullanırız ve iki bloğun arasındaki kapalı bir silindir içine küçük bir patlayıcı yerleştiririz (Şekil 10-2). Blokları silindirimizin merkez noktasında durgun halden başlatırız ve bir elektrik kıvılcımıyla kapsülü patlatarak onları ayrılmaya zorlarız. Neler meydana gelecektir? Ayrıldıklarında hızlar eşitse, oluğun uçlarına aynı zamanda varmalıdırlar. Uçlara vardıkları zaman, ikisi de pratik olarak zıt hızlarla geri sıçrayacak, bir araya gelecek ve başladıkları merkezde duracaklardır. İyi bir sınamadır bu; gerçekten bu yapıldığında, sonuç tam betimlediğimiz gibi olur (Şekil 10-3).



Şekil 10-2. Patlamalı etkileşmeye sahip silindir bağlantılı kaydırakların kesitsel görünümü.

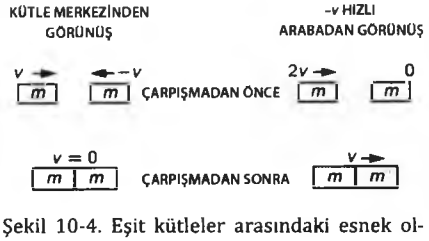
Şimdi anlamak istediğimiz şey, daha az basit bir durumdur. Biri v hızıyla hareket eden diğeri duran iki eşit kütlemiz olsun ve çarpışıp yapışsınlar. Neler olacaktır? Sonunda, bilinmeyen bir hızla sürüklenen $2m$'lik bir kütle olur. Hangi hızla? Problem budur. Yanıtı bulmak için, şu varsayımı yaparız: Bir arabaya binersek, fizik sanki duruyormuşuz gibi görünecektir. Eşit v hızlarıyla zıt yönlerde hareket eden iki denk kütlenin çarpıştıklarında duracakları bilgisiyle başlarız. Şimdi bu olurken, $-v$ hızıyla bir otomobille gittiğimizi varsayalım. Bu durumda hareket nasıl görünür? Bir araya gelen iki kütleden birinin yanında gittiğimizden, o kütle bize sıfır hıza sahip gibi görünecektir, v hızıyla öbür yöne giden diğer kütleyse, $2v$ hızıyla bize doğru geliyor görünecektir (Şekil 10-4). Sonunda, çarpıştıktan sonraki birleşik kütle v hızıyla yanımızdan geçiyormuş gibi görünür. Dolayısıyla, $2v$ hızlı bir cisim, duran eşit bir cisme çarpınca, v hızına inecektir. Ya da matematiksel olarak aynı şey, v hızlı bir cisim duran birine çarpıp ona yapışınca, $v/2$ hızıyla hareket eden bir cisim oluşturacaktır. Dikkat ederseniz, kütleyi ve hızı çarpışmadan önce çarpın ve onları $mv + 0$ olarak ekleyin, her şeyin kütle ve hızını çarpışmadan sonra $2m$ kere $v/2$ olarak çarptığımızda aynı yanıtı elde edersiniz. Böylece bu bize, v hızına sahip bir kütle duran bir kütleye çarptığında neler olacağını söyler.



Şekil 10-3. Eşit kütlelerle etki-tepki deneyinin şematik görünümü.

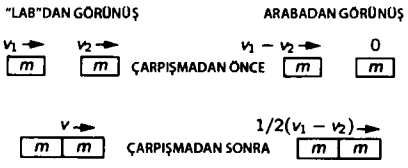
Herhangi hızlara sahip eşit iki cisim birbirleriyle çarpıştığında neler olacağını tam olarak aynı tarzda çıkarabiliriz.

Hızları v_1 ve v_2 olan iki eşit cisim çarpışsın ve birbirlerine yapışsın. Çarpışmadan sonra birleşik cismin v hızı ne olur? Gene, bir cisim durgun görünecek şekilde, diyelim ki v_2 hızında bir otomobile bineriz. Diğeri otomobilden $v_1 - v_2$ hızıyla gidiyor görünecektir ve önce sahip olduğumuz aynı duruma sahibiz. Çarpışma tamamen bittiğinde, birleşik cisim arabaya göre $\frac{1}{2}(v_1 - v_2)$ hızıyla hareket ediyor olacaktır. Bu durumda yerdeki gerçek hız nedir? Bu hız

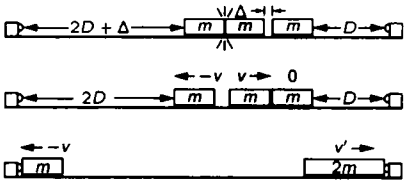


Şekil 10-4. Eşit kütleler arasındaki esnek olmayan bir çarpışmanın iki görünümü.

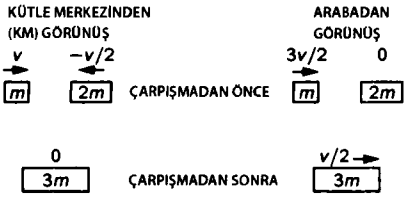
* H. V. Neher and R. B. Leighton, Amer. Jour. of Phys. 31, 255 (1963).



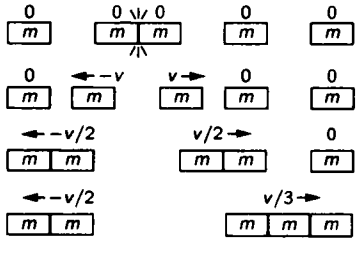
Şekil 10-5 Eşit kütleler arasında bir başka esnek olmayan çarpışmanın iki görünümü.



Şekil 10-6 v hızındaki m kütleli bir cisim sıfır hızındaki m kütleli bir cisme çarptığında, $v/2$ hızında $2m$ kütlesini verdiğini doğrulamak için bir deney.



Şekil 10-7 m ile $2m$ kütleleri arasında esnek olmayan bir çarpışmanın iki görünümü.



Şekil 10-8 $2m$ ve $3m$ arasında etki ve tepki.

$v = \frac{1}{2}(v_1 - v_2) + v_2$ ya da $\frac{1}{2}(v_1 + v_2)$'dir (Şekil 10-5). Yine

$$mv_1 + mv_2 = 2m\,(v_1 + v_2)\,/\,2 \qquad (10.6)$$

olduğuna dikkat edelim. Böylece, bu ilkeyi kullanarak, eşit kütleli iki cismin birbirine çarpıp yapışmasına benzer şekilde herhangi bir çarpışmayı çözümleyebiliriz. Gerçekte, sadece tek boyutta çalışıyor olsak da, bir arabada eğik bir yönde gittiğimizi düşünerek çok daha karmaşık çarpışmalar hakkında çok şeyler öğrenebiliriz. İlke aynıdır, fakat ayrıntılar bir dereceye kadar karmaşıktır.

Bir cismin v hızıyla hareket edip etmediğini deneysel olarak sınamak için, onu duran eşit bir cisimle çarpıştırarak $v/2$ hızıyla hareket eden bir cisim oluşturup, hava-oluğu düzeneğimizle aşağıdaki deneyi yapabiliriz. Oluğa eşit kütleli üç cisim yerleştiririz; bunlardan ikisi başlangıçta patlayıcı silindir aletiyle birleştirilmiştir, üçüncüsü bunlara çok yakın fakat bunlardan hafifçe ayrık olup yapışkan bir tamponla donatılmıştır, öyle ki çarpacağı diğer cisme yapışacaktır. Şimdi, çarpışmadan sonra bir an eşit ve zıt hızlarla hareket eden m kütleli iki cisme sahibizdir. Bundan bir an sonra, bunların biri üçüncü cisimle çarpışır ve $2m$ kütleli, dolayısıyla inandığımız kadarıyla, $v/2$ hızıyla hareket eden bir cisim oluşturur. Gerçekten hızın $v/2$ olup olmadığını nasıl sınarız? Kütlelerin oluktaki ilk konumlarını, uçlara uzaklıkları eşit olmayıp 2 : 1 oranında olacak şekilde düzenleriz. Böylece v hızıyla hareket etmeyi sürdüren ilk kütlemiz, verilen bir zaman aralığında bir araya yapışan ikilinin katettiği uzaklığın iki katı mesafe kateder (üçüncüyle çarpışmadan önce, ikinci cisim tarafından küçük bir mesafenin alınmasına izin verilir). m kütlesi ve $2m$ kütlesi uçlara aynı zamanda ulaşır ve onu denediğimizde, bunun doğru olduğunu görürüz (Şekil 10-6).

İncelemek istediğimiz bir sonraki problem, iki farklı kütlemiz olduğunda nelerin olacağıdır. Bir m kütlesi ve bir de $2m$ kütlesi alalım ve patlamalı etkileşmemizi uygulayalım. Bu durumda ne olur? Patlamanın bir sonucu olarak, m kütlesi v hızıyla hareket ederse, $2m$ hangi hızla hareket eder? Hemen önce yaptığımız deney, ikinci ile üçüncü kütleler arasında sıfır aralık varken yinelenebilir ve onu denediğimizde aynı sonucu elde ederiz; yani, etkileşen m ile $2m$, $-v$ ve $v/2$ hızlarını kazanır. Böylece m ile $2m$ arasındaki doğrudan tepkime, m ve m arasındaki simetrik tepkime ve onu izleyen m ile üçüncü m kütlesi arasında birbirlerine yapıştıkları bir çarpışmayla aynı sonucu verir. Üstelik, m ve $2m$ kütlelerinin oluğun uçlarından hızları (neredeyse) tam tersine dönmüş olarak geri dönüp, yapıştıkları takdirde, duracaklarını buluruz.

Şimdi şu soruyu sorabiliriz: Bir m kütlesi durmakta olan başka bir $2m$ kütlesine v hızıyla çarpar ve ona yapışırsa ne olur? Bunu, Galileo göreliliği ilkemizi kullanarak yanıtlamak çok kolaydır, çünkü çarpışmayı basitçe, biraz önce betimlediğimiz gibi, $-v/2$ hızıyla giden bir arabadan gözleriz (Şekil 10-7). Arabadan görünen hızlar şunlardır:

$$v_1' = v - v(\text{araba}) = v + \frac{v}{2} = 3v/2$$

ve

$$v_2' = -\frac{v}{2} - v(\text{araba}) = -\frac{v}{2} + \frac{v}{2} = 0$$

Çarpışmadan sonra, bize $v/2$ hızıyla hareket eden $3m$ kütlesi görünür. Böylece yanıta sahibiz demektir; yani, çarpışmadan önceki ve sonraki hızların oranı 3'e 1'dir: m kütleli bir cisim $2m$ kütleli duran bir cisme çarparsa, bu iki nesne bir araya yapışıp 1/3 kadarlık bir hızla hareket eder. Yine genel kurala göre, kütlelerin ve hızların çarpımlarının toplamı aynı kalır: $mv + 0$, $3m$ çarpı $v/3$'e eşittir; böylece momentumun korunumu teoremini parça parça kuruyoruz.

Şimdi ikiye karşı bire sahibiz. Aynı kanıtları kullanarak, üçe karşı bir, üçe karşı iki vb, sonucunu öngörebiliriz. Üçe karşı iki hali, durgun halden başlayarak, Şekil 10-8'de görülmektedir.

Her durumda bulduğumuz gibi, birinci cismin kütlesi çarpı hızı, artı ikinci cismin kütlesi çarpı onun hızı, son cismin toplam kütlesi çarpı hızına eşittir.

lumların tümü momentumun korunumu örnekleridir. Basit, simetrik hallerden başlayarak, yasayı, daha karmaşık haller için göstermiş olduk. Aslında, akla yatkın her kütle oranı için bunu yapabiliriz ve her oran aşırı derecede bir rasyonel orana yakın olduğundan, her oranı istediğimiz kesinlikte halledebiliriz.

10-4 Momentum ve enerji

Önceki örneklerin tümü, cisimlerin çarpışıp bir araya yapıştığı ya da başlangıçta yapışık olup daha sonra bir patlamayla ayrıldığı basit örneklerdir. Bununla birlikte, öyle durumlar vardır ki cisimler yapış*maz*lar; örneğin eşit kütleli iki cisim eşit hızlarla çarpışır ve sonra geri sıçrarlar. Kısacık bir an için birbirlerine değer ve ikisi de sıkışır. En büyük sıkışma anında ikisi de sıfır hızdadır ve sıkışan yayda olduğu gibi, esnek cisimlerde enerji birikir. Bu enerji, çarpışmadan önce cisimlerin sahip oldukları kinetik enerjiden türetilir, ki bu kinetik enerji cisimlerin hızları sıfır olduğunda sıfıra düşer. Kinetik enerjinin yitirilmesi, sadece bir anlıktır. Sıkışma koşulu, patlamada enerji salan kapsüle benzerdir. Cisimlerin sıkışmışlıkları bir tür patlamada derhal ortadan kalkar ve tekrar parçalanırlar; bu durumu zaten biliyoruz; cisimler eşit hızlarla ayrılırlar. Bununla birlikte, bu ayrılma hızı genelde ilk hızdan daha küçüktür, çünkü malzemeye bağlı olarak, patlamada tüm enerji mevcut değildir. Eğer malzeme macunsa, kinetik enerji geri alınamaz, fakat çok sert bir şeyse genel olarak bir miktar kinetik enerji geri kazanılır. Çarpışmada kinetik enerjinin kalanı ısı ve titreşim enerjisine dönüşür; cisimler sıcaktır ve titreşirler. Titreşim enerjisi de biraz sonra ısıya dönüşür. Çarpışan cisimleri çelik gibi son derece esnek malzemelerden özenle tasarlanmış yay tamponları olacak şekilde yapmak mümkündür; öyle ki çarpışma çok az ısı ve titreşim üretsin. Bu durumlarda geri sıçrama hızları pratik olarak başlangıç hızlarına eşit olur; böyle bir çarpışmaya *esnek çarpışma* denir.

Bir esnek çarpışmada *önceki* ve *sonraki* hızların eşit olmaları, momentumun korunumuyla değil de, *kinetik enerjinin* korunumuyla ilgilidir. Simetrik bir çarpışmadan sonra geri sıçrayan cisimlerin hızlarının eşit ve *birbirine* zıt olmalarıysa, momentumun korunumuyla ilgilidir.

Farklı kütleli, farklı hızlı ve değişik esneklik dereceli cisimlerin arasındaki çarpışmaları benzer şekilde çözümleyebilir ve son hızlarıyla kinetik enerji kaybını saptayabiliriz; fakat bu süreçlerin ayrıntılarına girmeyeceğiz.

Esnek çarpışmalar, iç "dişlilere, çarklara ya da parçalara" sahip olmayan sistemler için özellikle ilginçtir. Bu durumda bir çarpışma olduğu taktirde, enerjinin toplanacağı hiçbir yer yoktur; çünkü birbirlerinden uzaklaşan cisimler, çarpışırken sahip oldukları aynı koşul içindedirler. Dolayısıyla, çok temel cisimler arasındaki çarpışmalar daima ya esnek ya da neredeyse esnektir. Örneğin, bir gazın içindeki atomlar ile moleküller arasındaki çarpışmaların *mükemmelen* esnek olduğu söylenir; aksi halde, bir gazdan enerjinin ışık ya da ısı ışınımı biçiminde nasıl çıktığı anlaşılamaz. Zaman zaman, bir gaz çarpışmasında düşük-enerjili bir kızılaltı ışın yayınlanır, fakat bu olay çok nadirdir ve alınan enerji çok küçüktür. Böylece, pek çok amaç için, gazlardaki molekül çarpışmalarının tam esnek olduğu düşünülür.

İlginç bir örnek olarak, *eşit kütleli* iki cisim arasındaki esnek çarpışmayı düşünelim. Aynı hızla bir araya gelirlerse, simetri nedeniyle, aynı hızla ayrılacaklardır. Fakat şimdi buna başka bir durumda, onlardan biri dururken diğeri v hızıyla hareket etmekteyken bakın. Ne olur? Bundan daha önce geçmiştik. Simetrik çarpışmayı cisimlerden biriyle birlikte hareket eden bir arabadan seyrederiz ve şunu buluruz: Duran bir cisme aynı kütleli bir diğer cisim esnek olarak çarparsa, hareketli cisim durur ve duran cisim de bu kez diğerinin sahip olduğu aynı hızla hareket eder; cisimler basitçe hızlarını değiş-tokuş ederler. Bu davranış, uygun bir çarpma düzeneğiyle kolayca gösterilebilir. Çok daha genel

olarak, her iki cisim farklı hızlarla hareket ediyorsa, basitçe çarpmadaki hızı değiş-tokuş ederler.

Hemen hemen esnek bir çarpışmanın diğer bir örneği manyetizmadır. Kayan bloklarımız içine U-biçimli bir çift mıknatısı birbirlerini itecek şekilde yerleştirirsek, biri usulca diğerine doğru sürüklendiğinde, o onu öteye iter ve mükemmelen durur ve şimdi diğeri boylu boyunca sürtünmesiz olarak gider.

Momentumun korunumu ilkesi çok yararlıdır, çünkü birçok problemi ayrıntıları bilmeksizin çözmemizi sağlar. Kapsülün patlamasında gaz hareketlerinin ayrıntısını bilmeyiz, yine de, örneğin, cisimlerin ayrılma hızlarını öngörebiliriz. Bir diğer ilginç örnek, roket itmesidir. Büyük M kütleli bir roket, m kütleli küçük bir parçayı rokete göre korkunç bir V hızıyla dışarı atar. Bundan sonra, roket, başlangıçta durmaktaysa, küçük bir v hızıyla hareket ediyor olacaktır. Momentumun korunumu ilkesini kullanarak, bu hızı

$$v = \frac{m}{M} \cdot V$$

olarak hesaplayabiliriz. Böylece dışarıya madde atıldığı sürece, roket hızlanmaya devam edecektir. Roket itmesi, esasında bir tüfeğin geri tepmesiyle aynıdır: Havayı itip kakmaya hiç gerek yoktur.

10-5 Göreli momentum

Zamanımızda, momentumun korunumu yasası bazı değişikliklere uğramıştır. Yine de, bu yasa bugün hâlâ geçerliliğini korumaktadır; değişimler esas olarak nesnelerin tanımlarında yer almaktadır. Görelilik kuramında da momentumun korunumuna sahip olduğumuz anlaşılmıştır; parçacıklar kütleye sahiptir ve momentum hâlâ kütleyle hızın çarpımı olarak mv şeklinde verilir, *fakat kütle hızla değişir*, dolayısıyla momentum da değişir. Kütle, hızla

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{10.7}$$

yasası uyarınca değişir; burada m_0 cismin durgun kütlesi ve c ışık hızıdır. Denklemden kolayca görüldüğü gibi, v çok büyük olmadıkça, m ile m_0 arasındaki fark önemsizdir ve olağan hızlar için momentumun bu ifadesi eski denkleme indirgenir.

Tek bir parçacık için momentumun bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$p_x = \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad p_y = \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad p_z = \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{10.8}$$

Burada $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$'dir. Etkileşen tüm parçacıkların hem çarpışmadan önceki ve hem de çarpışmadan sonraki x-bileşenleri toplanırsa, bu toplamlar eşit olur; yani, momentum x-doğrultusunda korunur. Aynı şey her doğrultu için geçerlidir.

Enerjinin elektrik enerjisi, mekanik enerji, ışıma enerjisi, ısı enerjisi vb gibi farklı biçimlerde göründüğünün farkına varmadıkça, enerjinin korunumu yasasının geçerli olmadığını Bölüm 4'te görmüştük. Örneğin ısı enerjisi gibi bu durumların bazılarında, enerjinin "gizli" olduğu söylenir. Bu örnek şu soruyu akla getirebilir: "Acaba momentumun da gizli biçimleri var mıdır; belki ısı momentumu? Bunun yanıtı şudur: Aşağıdaki nedenlerle momentumu gizlemek çok zordur.

Bir cismin atomlarının rastgele hareketleri, eğer hızların *kareleri* toplanırsa, ısı enerjisinin bir ölçüsünü temin eder. Bu toplam, yön niteliği olmayan, pozitif bir sonuç olacaktır. Cisim bir bütün olarak hareket etse de etmese de, ısı oradadır ve enerjinin ısı biçiminde korunumu çok açık değildir. Diğer taraftan, yöne sahip olan *hızlar* toplanır ve sıfır olmayan bir sonuç bulunursa, bu demektir ki tüm cismin belirli özel bir yönde bir sürüklenme hareketi vardır ve

böyle bir büyük momentum derhal gözlenir. Öyleyse rastgele iç kayıp momentum yoktur, çünkü cisim ancak bir bütün olarak hareket ederse net momentuma sahip olur. Dolayısıyla momentumu, mekanik bir nicelik olarak, gizlemek zordur. Yine de, momentum gizlene*bilir*; örneğin, elektromanyetik alan içinde. Bu durum, göreliliğin bir diğer etkisidir.

Newton'ın önermelerinden biri, uzaktan etkileşmelerin anında oluşuydu. Bunun doğru olmadığı anlaşıldı; örneğin elektrik kuvvetlerini içeren durumlarda, bir yerdeki bir elektrik yükü birdenbire hareket ederse, bir başka yerde bulunan diğer yük üzerindeki etkiler aynı anda ortaya çıkmaz; küçük bir gecikme olur. Bu durumlarda, kuvvetler eşit olsa da, momentum kontrol edilemeyecektir; sıkıntı yaratacak kısa bir süre söz konusudur. Çünkü bir ara ilk yük belirli bir tepki kuvveti hissedecek ve bir momentum kazanacak, fakat ikinci yük hiçbir şey hissetmeyecek ve henüz momentumunu değiştirmeyecektir. Aradaki mesafeyi aşmak için bir süre gerekir, ki bu da 300.000 km'de bir saniyedir. Bu kısacık süre içinde parçacıkların momentumu korunmaz. Kuşkusuz ikinci yük birincinin etkisini hissettikten sonra ve her şey sakinleşince, momentum denkleminin doğruluğu ortaya çıkacaktır, fakat bu kısa süre boyunca momentum korunmayacaktır. Bunu, "bu süre esnasında parçacığın mv momentumunun dışında bir başka tür momentumu vardır ve bu da elektromanyetik alandaki momentumdur" diyerek temsil ederiz. Parçacıkların momentumuna alan momentumunu da eklersek, bu durumda tüm zamanın her anında momentum korunacaktır. Elektromanyetik alanın momentuma ve enerjiye sahip olması olgusu, bu alanı iyice gerçek kılar; ve böylece daha iyi bir kavrayış için, parçacıklar arasında sadece kuvvetler vardır düşüncesini, bir parçacık bir alan yaratır ve bu alan diğer parçacığa etki eder düşüncesine değiştirmek gerekir; ve parçacıkların sahip olduğu gibi, alanın kendisi de enerji içeriği ve momentum gibi bildik özelliklere sahiptir. Bir başka örnek alırsak, bir elektromanyetik alan dalgalara sahiptir, buna ışık deriz; ışığın da momentumu olduğu anlaşılmıştır, böylece bir cisim üzerine ışık düştüğünde, oraya saniyede belirli miktarda momentum taşır; bu bir kuvvete eşdeğerdir, çünkü aydınlanan cisim saniyede belirli miktarda momentum alırsa, momentumu değişmiş olur ve durum tam olarak onun üzerine bir kuvvet etkidiği durumla aynıdır. Işık bir cismi bombardıman ederek ona bir basınç uygular; bu basınç çok küçüktür, fakat yeterince hassas düzenekle bu ölçülebilir.

Şimdi kuantum mekaniğinde momentumun farklı bir şey olduğu anlaşılmıştır: artık o mv değildir. Bir parçacığın hızıyla ne demek istendiğini tam olarak tanımlamak zordur, fakat hâlâ momentum vardır. Kuantum mekaniğinde fark şudur: Parçacıklar parçacık olarak temsil edildiklerinde, momentum yine mv'dir, fakat parçacıklar dalga olarak temsil edildiklerinde, momentum, santimetre başına dalga sayısı olarak ölçülür: bu dalga sayısı büyüdükçe, momentum da büyür. Farklılıklara karşın, momentumun korunumu kuantum mekaniğinde de geçerlidir. $F = ma$ yasası yanlış olsa bile ve Newton'ın tüm türetmeleri momentumun korunumu için yanlış olduğu halde, yine de, kuantum mekaniğinde, sonunda, bu özel yasa kendisini korumayı sürdürmektedir!

11
VEKTÖRLER

11-1 Fizikte simetri
11-2 Ötelenmeler
11-3 Dönmeler
11-4 Vektörler
11-5 Vektör cebiri
11-6 Vektör gösteriminde Newton yasaları
11-7 Vektörlerin skaler çarpımı

11-1 Fizikte simetri

Bu bölümde, fizikte teknik açıdan fizik yasasında simetri olarak bilinen bir konuyu ele alacağız. "Simetri" sözcüğü burada özel bir anlamda kullanılır; bu nedenle tanımlanması gerekir. Bir şey simetrik olduğunda, onu nasıl tanımlayabiliriz? Simetrik bir resme sahipsek, bir kenarı diğer kenarla aynıdır. Profesör Herman Weyl simetri için şu tanımı verir: Bir nesneye belli bir işlem uygulanır ve bu işlemden sonra o nesne tam olarak aynı görünürse, o nesne simetriktir. Örneğin, sağ ve sol simetrili bir vazo siluetine bakıyorsak, sonra onu düşey ekseni etrafında 180° döndürürsek, o aynı görünür. Weyl'in çok daha genel yapıdaki simetri tanımını benimseyip o yapıda fizik yasalarının simetrisini tartışacağız.

Belli bir yerde birçok karışık etkileşmeleri olan ve aralarındaki kuvvetlerle etrafa çarpıp geri gelen topları vb şeyleri olan karmaşık bir makine yaptığımızı varsayın. Şimdi de bir başka yerde tamamıyla aynı türden bir teçhizat hazırlayalım; parça parça denk gelen, aynı boyutlarda ve aynı yönelimde, her şey aynı, sadece yana doğru biraz uzağa kaymış olsun. Bu durumda, iki makineyi de aynı başlangıç koşullarıyla, tam uygunluk içinde çalıştırırsak, şunu sorarız: Bir makine diğeriyle tam olarak aynı mı davranacaktır? Tüm hareketler tam bir paralellik içinde mi izlenecektir? Kuşkusuz yanıt hayır olabilir; çünkü makinemiz için yanlış yer seçmiş olabiliriz, içerde bir duvar olabilir ve duvardan kaynaklanan girişimler makineyi çalışmaz kılabilir.

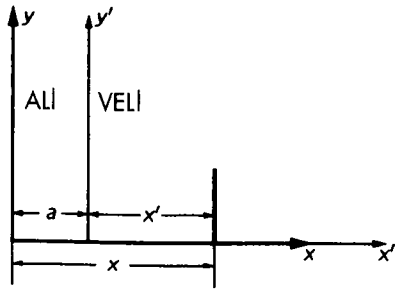
Fizikteki düşüncelerimizin tümü, onların uygulamalarında belirli ölçüde sağduyu gerektirir: Bunlar saf matematiksel ya da soyut düşünceler değildir. Düzeneğimizi yeni bir konuma getirdiğimizde, olayların aynı kaldığını söylediğimiz vakit ne demek istediğimizi anlamalıyız. İlgili olduğuna inandığımız her şeyi hareket ettirdiğimizi ifade ederiz; olay aynı değilse, ilgili bir şeyin hareket etmemiş olduğunu ileri süreriz ve onu aramaya devam ederiz. Onu asla bulamazsak, o zaman fizik yasalarının bu simetriye sahip olmadığını iddia ederiz. Diğer taraftan, fizik yasaları bu simetriye gerçekten sahipse, onu bulabiliriz, onu bulmayı umarız. Etrafa bakarak, örneğin duvarın düzeneği ittiğini keşfedebiliriz. Temel soru şudur: Eğer nesneleri yeterince iyi tanımlarsak, eğer tüm önemli kuvvetleri düzeneğin içine katarsak, eğer tüm ilgili parçalar bir yerden diğerine hareket etmişse, o zaman yasalar aynı olacak mıdır? Mekanizma aynı şekilde işleyecek midir?

Şurası açıktır ki yapmak istediğimiz şey, tüm teçhizatı ve esas etkileri hareket ettirmektir; fakat evrende her şeyi –gezegenleri, yıldızları ve hepsini– değil; çünkü bunu yaparsak, alelade nedenle, yani tam başladığımız yere geri geldiğimiz için, yine aynı olaya sahip oluruz. Hayır, her şeyi hareket ettiremeyiz. Fakat pratikte anlaşılır ki nelerin hareket edeceği hakkında biraz akılla, mekanizma işleyecektir. Bir başka deyişle, bir duvarın içine gitmez ve dış kuvvetlerin kaynağını bilirek bunların da hareket etmelerini düzenlersek, bu durumda mekanizma bir konumda diğerindeki gibi işleyecektir.

11-2 Ötelenmeler

Çözümlememizi sırf mekanikle sınırlayacağız, çünkü şu anda onun için yeterli bilgiye sahibiz. Önceki bölümlerde, mekanik yasalarının her bir parçacık için üç denklemli bir takımla özetlenebileceğini görmüştük:

$$m(d^2x/dt^2) = F_x \qquad m(d^2y/dt^2) = F_y \qquad m(d^2z/dt^2) = F_z \tag{11.1}$$



Şekil 11-1 Birbirine paralel iki koordinat sistemi.

Şimdi bu demektir ki x, y ve z'yi üç dik eksen üzerinde ve kuvvetleri bu doğrultular boyunca ölçmek için bir yol vardır ve bu durumda bu yasalar doğrudur. Bunlar belli bir başlangıç noktasından ölçülmelidir, fakat başlangıcı nereye koyacağız? Newton'ın ilk önce bize bütün söyleyebileceği şudur: Ölçümler için bir yer vardır, bu herhalde evrenin merkezidir; bu durumda bu yasalar doğrudur. Fakat derhal o merkezi bulamayacağımızı gösterebiliriz; çünkü başka bir başlangıç kullanırsak, hiç fark etmez. Başka bir deyişle, iki kişi düşünün; bir yerde bir başlangıç noktası olan Ali ve başlangıcı başka bir yerde olan paralel sistemli Veli (Şekil 11-1). Şimdi, Ali uzayda bir noktanın konumunu ölçsün ve x, y ve z bulsun (genelde z'yi bırakacağız, çünkü resimde onu da çizmek aşırı karışıklık yaratacaktır). Diğer taraftan, Veli aynı noktayı ölçtüğünde, farklı bir x elde edecektir (ayırt etmek için ona x' diyeceğiz) ve örneğimizde sayısal olarak eşit olsalar da, ilke olarak farklı bir y. Böylece şuna sahibiz:

$$x' = x - a, \qquad y' = y, \qquad z' = z \tag{11.2}$$

Şimdi çözümlememizi tamamlamak açısından Veli'nin kuvvetler için neler elde edebileceğini bilmemiz gerekir. Kuvvetin bir doğru boyunca etkilediği varsayılır ve x-doğrultusundaki kuvvetle, toplamın x-doğrultusundaki parçasını kastederiz; bu da kuvvetin büyüklüğü kere kuvvetin x-ekseniyle yaptığı açının kosinüsüdür. Şimdi Veli'nin Ali'nin kullandığı izdüşümle tamamen aynı izdüşümü kullandığını görürüz; bu nedenle şu denklemler takımına sahibiz:

$$F_{x'} = F_x, \qquad F_{y'} = F_y, \qquad F_{z'} = F_z \tag{11.3}$$

Ali ve Veli tarafından görülen nicelikler bunlardır.

Şimdi soru şudur: Ali, Newton yasalarını biliyorsa ve Veli, Newton yasalarını yazmaya çalışıyorsa, onlar Veli için de doğru olacak mıdır? Noktaları hangi başlangıca göre ölçtüğümüz hiç fark eder mi? Bir başka deyişle, (11.1) denklemlerinin doğru olduğunu ve (11.2) ile (11.3) denklemlerininse ölçüm bağıntılarını verdiğini varsayarak

$$\begin{aligned} &\text{(a)}\ m(d^2x'/dt^2) = F_{x'} \\ &\text{(b)}\ m(d^2y'/dt^2) = F_{y'} \\ &\text{(c)}\ m(d^2z'/dt^2) = F_{z'} \end{aligned} \tag{11.4}$$

şeklindeki denklemler doğru mudur, değil midir? Bu denklemleri sınamak için x' denkleminin iki kez türevini alırız. Her şeyden önce

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{d}{dt}(x - a) = \frac{dx}{dt} - \frac{da}{dt}$$

olur. Şimdi Veli'nin başlangıcının Ali'ninkine göre sabit olduğunu (hareket etmediğini) varsayacağız; dolayısıyla a sabittir ve $da/dt = 0$ olur; böylece

$$dx' / dt = dx / dt$$

buluruz. Dolayısıyla

$$d^2x' / dt^2 = d^2x / dt^2;$$

eşitliği sağlanır. Demek ki (11.4a) denklemi

$$m(d^2x / dt^2) = F_{x'}$$

haline gelir (Ali ve Veli tarafından ölçülen kütlelerin eşit olduklarını varsayıyoruz). Böylece ivme çarpı kütle, diğer arkadaşınkiyle aynıdır. $F_{x'}$ denklemini de bulmuştuk; (11.1)'de yerine koyarak

$$F_{x'} = F_x$$

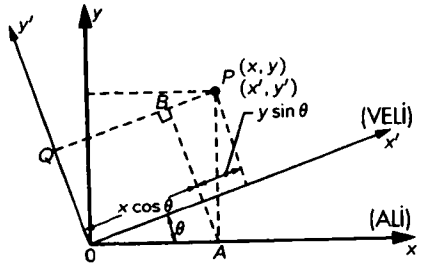
buluruz.

Dolayısıyla Veli tarafından algılanan yasalar, aynı görünür; o da Newton yasalarını farklı koordinatlarla yazabilir ve onlar da hâlâ doğrudur. Bu demektir ki evrenin başlangıcını tanımlamanın tek (ve biricik) bir yolu yoktur; çünkü hangi konumdan gözlerseniz gözleyin, yasalar aynı görünecektir.

Şu da doğrudur: İçerde belirli bir mekanizma bulunan bir yerde bir teçhizat parçası varsa, aynı teçhizat bir başka yerde aynı şekilde davranacaktır. Neden? Çünkü bir makine Veli tarafından çözümlendiğinde, Ali'nin çözümlediği diğeriyle tıpatıp aynı denklemlere sahip olacaktır. Denklemler aynı olduğundan, olaylar da aynı görünür. Böylece, bir düzeneğin yeni bir konumda eski konumda davrandığı gibi davrandığının ispatı, denklemlerin uzayda yer değiştirilme halinde tekrar kendilerini doğurmasının ispatıyla aynıdır. Bundan dolayı, fizik yasaları ötelenme yerdeğiştirmeleri altında simetriktir deriz; simetrik oluş, koordinatlarımızda bir ötelenme yaptığımızda yasaların değişmeyeceği anlamındadır. Kuşkusuz bunun doğru olduğu sezgisel olarak çok açıktır, fakat bunun matematiğini tartışmak ilginç ve eğlendiricidir.

11-3 Dönmeler

Bir fizik yasasının simetrisiyle ilgili daha da karmaşık önermeler dizisinden ilkini yukarıda verdik. Bir sonraki önerme, eksenleri hangi yönde seçeceğimizin önemli olmadığını ifade eder. Bir başka deyişle, bir yerde bir teçhizat parçası kurar ve onun çalışmasını izlersek ve yakınında aynı tür bir düzenek daha kurar fakat onu bir açıyla yerleştirirsek, o da aynı şekilde çalışacak mıdır? Bu teçhizat, örneğin büyükbabanın saatiyse, çalışmayacağı açıktır! Düşey duran bir sarkaçlı saat iyi çalışır; fakat eğikse, sarkaç saat kasasının yan tarafına sarkar ve hiçbir şey meydana gelmez. Demek ki, sarkaçlı saat halinde, sarkacı çeken Yerküremizi işe dahil etmedikçe, teorem yanlış olur. Bu nedenle, fizik yasasının dönme simetrisine inanıyorsak, sarkaçlı saatler hakkında bir öngörüde bulunabiliriz: Bir sarkaçlı saatin işlemesinde, saat mekanizmasının yanı sıra bir başka şey daha içerilir; bu, dışarıda arayacağımız bir şeydir. Ayrıca şunu da öngörebiliriz: Sarkaçlı saatler, simetrisizliğin gizemli kaynağına –belki dünya– göre farklı yerlere yerleştirildiklerinde, aynı şekilde çalışmazlar. Gerçekten, biliyoruz ki örneğin yukarıda bir yapma uyduda bir sarkaçlı saat "tık, tık" bile yapmaz, çünkü etkin kuvvet yoktur ve Mars'ta farklı hızda çalışır. Sarkaçlı saatler, içlerindeki mekanizmadan başka bir şey daha içerirler: dışarıdan bir şey. Bir kere bu etkeni tanıyınca, dünyayı düzenekle birlikte döndürmemiz gerektiğini anlarız. Elbette bunun için endişelenmemiz gerekmez, bunu yapmak kolaydır; basitçe biraz beklersiniz, dünya döner; sonra sarkaçlı saat yeni konumunda tiktak'larını önce yaptığı gibi aynı şekilde sürdürür. Biz uzayda dönerken, açılarımız daima değişiyordur, kesinlikle; bu değişme bizi pek fazla rahatsız etmez, çünkü yeni konumda da eskidekiyle aynı durumdayızdır. Burada belirli bir karışıklığa yol açma eğilimi vardır; çünkü yeni dönmüş olan konumdaki yasaların dönmemiş konumdakilerle aynı olduğu doğrudur, fakat bir şeyi döndürdüğümüzde onu döndürmeden önceki yasalarla aynı yasaların ortaya çıkacağı doğru değildir. Eğer yeterince hassas deneyler yaparsak, dünyanındönmekte olduğunu söyleyebiliriz, fakat dönmüş olduğunu söyleyemeyiz. Başka bir deyişle, onun açısal konumunu saptayamayız, ama değişmekte olduğunu söyleyebiliriz.



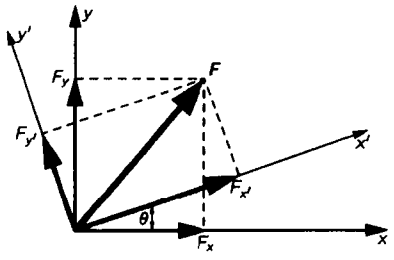
Şekil 11-2 Farklı açısal yönelimlere sahip iki koordinat sistemi.

Artık açısal yönelmenin fizik yasaları üzerine etkilerini tartışabiliriz. Ali ile Veli'li aynı oyunun yine çalışıp çalışmadığını anlayalım. Bu kez, gereksiz karmaşıklıktan kaçınmak için, Ali ile Veli'nin aynı başlangıcı kullandıklarını varsayacağız (Eksenlerin ötelemeyle bir diğer yere kaydırılabileceğini zaten göstermiştik). Veli'nin eksenlerinin Ali'ninkilere göre bir θ açısı kadar döndürülmüş olduğunu kabul edelim. İki koordinat sistemi Şekil 11-2'de iki boyuta sınırlanmış olarak görülmektedir. Ele aldığımız herhangi bir P noktasının koordinatları Ali'nin sisteminde (x, y) ve Veli'nin sistemindeyse (x', y') olsun. Bir önceki durumda olduğu gibi, x' ve y' değişkenlerini, x, y ve θ cinsinden ifade etmekle başlayacağız. Bunun için, önce P noktasından dört eksene de birer dikme inelim ve PQ'ya AB dikmesini çizelim. Şeklin incelenmesi gösterir ki, x' koordinatı x-ekseni üzerindeki iki uzunluğun toplamı ve y' ise AB boyunca iki uzunluğun farkı olarak yazılabilir. Tüm bu uzunluklar (11.5) denkleminde ifade edilmiştir; oraya üçüncü boyut için de bir denklem ekledik:

$$x' = x \cos \theta + y \sin \theta,$$

$$y' = y\cos\theta - x\sin\theta, \qquad (11.5)$$
$$z' = z$$

Sonraki basamak, daha önceki aynı genel yöntemi izleyerek, iki gözlemci tarafından görülen kuvvetlerin bağıntısını çözümlemektir. Bileşenleri F_x ve F_y olarak çözümlenmiş olan (Ali tarafından görülen) bir $\boldsymbol{F}$ kuvvetinin Şekil 11-2'deki P noktasına yerleşmiş m kütleli bir parçacık üzerine etkidiğini varsayalım. Basit olsun diye, Şekil 11-3'te görüldüğü gibi, her iki eksenler takımını öyle kaydıralım ki başlangıç P'de olsun. Veli $\boldsymbol{F}$'nin kendi eksenleri boyunca olan bileşenlerini $F_{x'}$ ve $F_{y'}$ olarak görür. F_x hem x'-ekseni ve hem de y'-ekseni boyunca bileşenlere sahiptir; F_y'nin de her iki eksen boyunca bileşenleri vardır. $F_{x'}$ bileşenini F_x ve F_y cinsinden ifade etmek için, x'-ekseni boyunca bu bileşenleri toplarız ve benzer şekilde $F_{y'}$ bileşenini F_x ve F_y cinsinden ifade edebiliriz. Sonuçlar şöyledir:



Şekil 11-3 Bir kuvvetin iki koordinat sisteminde bileşenleri.

$$F_{x'} = F_x\cos\theta + F_y\sin\theta,$$
$$F_{y'} = F_y\cos\theta - F_x\sin\theta, \qquad (11.6)$$
$$F_{z'} = F_z$$

Aşırı öneme sahip olan sıradan bir rastlantıya dikkat çekmek ilginçtir: Sırasıyla P'nin koordinatları ve $\boldsymbol{F}'$nin koordinatları için olan (11.5) ve (11.6) denklemleri özdeş yapıdadırlar.

Newton yasalarının, önceki gibi, Ali'nin sisteminde doğru olduğu varsayılır ve (11.1) denklemleriyle ifade edilir. Soru yine şudur: Acaba Veli, Newton yasalarını uygulayabilir mi? Onun dönmüş eksenler sistemi için sonuçlar doğru olacak mıdır? Bir başka deyişle, (11.5) ve (11.6) denklemlerinin ölçümlerin bağıntısını verdiği kabul edilirse,

$$m(d^2x'/dt^2) = F_{x'}$$
$$m(d^2y'/dt^2) = F_{y'} \qquad (11.7)$$
$$m(d^2z'/dt^2) = F_{z'}$$

denklemleri doğru mudur, değil midir? Bu denklemleri sınamak için, sol ve sağ yanlarını bağımsız olarak hesaplarız ve sonuçları karşılaştırırız. Sol yanları hesaplamak için, (11.5) denklemlerini m'le çarpar ve zamana göre iki kere türevlendiririz (θ açısının sabit olduğunu kabul ederiz). Böylece şunları buluruz:

$$m(d^2x'/dt^2) = m(d^2x/dt^2)\cos\theta + m(d^2y/dt^2)\sin\theta$$
$$m(d^2y'/dt^2) = m(d^2y/dt^2)\cos\theta - m(d^2x/dt^2)\sin\theta \qquad (11.8)$$
$$m(d^2z'/dt^2) = m(d^2z/dt^2)$$

(11.7) denklemlerinin sağ yanlarını, (11.1) denklemlerini (11.6) denklemlerinde yerlerine koyarak hesaplarız. Şunları buluruz:

$$F_{x'} = m(d^2x/dt^2)\cos\theta + m(d^2y/dt^2)\sin\theta$$
$$F_{y'} = m(d^2y/dt^2)\cos\theta - m(d^2x/dt^2)\sin\theta \qquad (11.9)$$
$$F_{z'} = m(d^2z/dt^2)$$

Hah işte! (11.8) ve (11.9) denklemlerinin sağ yanları özdeştir; böylece şu sonuca varırız: Newton yasaları bir eksenler takımında doğruysa, diğer her eksenler takımında da geçerlidir. Şimdi eksenlerin hem ötelenmesi ve hem de dönmesi için kanıtlanmış olan bu sonuç, belirli çıkarımlara sahiptir: Birincisi, hiç kimse kendi özel eksenlerinin tek ve biricik olduğunu iddia edemez, fakat kuşkusuz belirli özel problemler için onlar daha elverişli olabilir. Örneğin, kütleçekimi bir eksen boyunca almak yararlıdır, ama fizik açısından zorunlu değildir. İkinci olarak, tamamıyla kendine yeterli teçhizatın herhangi bir parçası, tüm kuvvet üreten teçhizat tam olarak düzeneğin içinde olmak koşuluyla, bir açı kadar döndüğünde aynı şekilde çalışır.

11-4 Vektörler

Sadece Newton yasaları değil, fakat diğer fizik yasaları da, bugün bildiğimiz kadarıyla, eksenlerin ötelenmesi ve eksenlerin dönmesi altında değişmezlik

(ya da simetri) diyeceğimiz iki özelliğe sahiptir. Bu özellikler o denli önemlidir ki fizik yasalarını yazarken ve kullanırken onlardan yararlanmak için bir matematiksel teknik geliştirilmiştir.

Yukarıda anılan çözümleme, oldukça can sıkıcı matematiksel çalışma içerir. Böyle sorunların çözümlemesindeki ayrıntıları minimuma indirmek için, çok güçlü bir matematiksel mekanizma bulunmuştu. Vektörel analiz (çözümleme) denen bu sistem, bu bölümün başlığını oluşturur; kesin konuşmak gerekirse, yine de, fizik yasalarının simetrisi üzerine bir bölümdür bu. Bir önceki çözümlemenin yöntemleriyle, aradığımız sonuçları elde etmek için gerekli her şeyi yapabilmiştik, fakat uygulamada bunları çok daha kolay ve hızlı yapmak isteriz; bu durumda vektörel yöntemi kullanırız.

Fizikte önemli olan iki tür niceliğin bazı karakteristiklerine dikkat çekerek başlarız (Aslında bu nicelikler ikiden daha fazladır, ama biz ikisiyle başlayalım). Onlardan birine, bir çuvaldaki patateslerin sayısı gibi, bir sıradan nicelik, veya bir yönsüz nicelik, ya da bir skalerderiz. Sıcaklık, böyle bir niceliğe örnektir. Fizikte önemli olan diğer niceliklerin bir yönü vardır, örneğin hız: Bir cismin sadece süratini değil, ayrıca hangi tarafa doğru gittiğini de izlemeliyiz. Momentum ve kuvvet de yöne sahiptir, yerdeğiştirme de öyle: Bir kimse uzayda bir yerden başka bir yere yürüyorsa, ne kadar hızlı gittiğinden haberdar olmak isteriz, fakat nereye gittiğini de bilmek istersek, bir yön belirtmeliyiz.

Uzayda bir adım gibi, bir yöne sahip olan tüm niceliklere vektör denir.

Bir vektör üç sayıdır. Uzayda bir adımı, diyelim ki başlangıçtan bir özel P noktasına atılan bir adımı temsil etmek için, gerçekten üç sayıya gerek duyarız, çünkü P noktasının yerleşimi (x, y, z)'dir. Fakat onun için, şimdiye kadar kullandığımız diğer matematiksel sembollere benzemeyen, r gibi, bir tek matematiksel sembol icat edeceğiz.* O bir tek sayı değildir, üç sayıyı temsil eder: x, y ve z. Üç sayı anlamındadır, fakat aslında sadece bu üç sayı değildir, çünkü farklı bir koordinat sistemi kullansaydık, bu üç sayı x', y' ve z' olurdu. Bununla birlikte, matematiğimizi basit tutmak istiyoruz ve böylece üç (x, y, z) sayısını ve üç (x', y', z') sayısını temsil etmek için aynı işareti kullanacağız. Yani, bir koordinat sistemi için üç sayılı birinci takımı, fakat diğer koordinat sistemini kullanacaksak üç sayılı ikinci takımı temsil etmek üzere aynı işareti kullanırız. Bunun yararı şu ki, koordinat sistemini değiştirdiğimizde, denklemlerimizin harflerini değiştirmek zorunda kalmayız. Bir denklemi x, y, z cinsinden yazarsak ve sonra bir başka sistem kullanırsak, denklemi x', y', z' şeklinde değiştirmeliyiz; oysa sadece $\boldsymbol{r}$ yazacağız, şu anlaşmayla ki, bir eksenler takımını kullanırsak, bu, (x, y, z)'yi, diğer bir eksenler takımını kullanırsak (x', y', z') değişkenlerini vb temsil etsin. Verilen bir koordinat sisteminde bir vektörel niceliği betimleyen üç sayıya, vektörün bu sistemin koordinat eksenlerinin yönündeki bileşenleri denir. Yani, farklı eksenlerden görülen aynı nesneye karşılık gelen üç harf için aynı sembolü kullanırız. "Aynı nesne" diyebildiğimiz gerçek olgu, uzayda bir adımın gerçekliği hakkında bir fiziksel sezgi ifade eder, ki bu –o nesneyi ölçtüğümüz– bileşenlerden bağımsızdır. Böylece, eksenleri nasıl döndürürsek döndürelim fark etmez, $\boldsymbol{r}$ sembolü aynı şeyi temsil edecektir.

Şimdi bir diğer yönlü fiziksel niceliğin olduğunu düşünelim, herhangi başka bir nicelik. O da, kuvvet gibi, onunla ilgili üç sayıya sahiptir ve bu üç sayı, eksenleri değiştirirsek, belli bir matematiksel kuralla başka üç sayıya değişecektir. Bu kural, (x, y, z)'yi (x', y', z')'ye değiştiren kuralla aynı olmalıdır. Bir başka deyişle, uzayda bir adımın dönüştüğü gibi dönüşen üç sayıyla ilişkili her fiziksel nicelik bir vektördür. Böylece

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{r}$$

gibi bir denklem bir koordinat sisteminde doğruysa, her koordinat sisteminde doğrudur.

---

* Basılı yazımda, vektörler kalın siyahla, el yazısında üzerine ok konarak yazılır: $\vec{r}$

Bu denklem, kuşkusuz, aşağıdaki üç denklemi temsil eder:

$$F_x = x,\ F_y = y,\ F_z = z,$$

Ya da, bir başka seçenek olarak, şu üçü:

$$F_{x'} = x',\ F_{y'} = y',\ F_{z'} = z'$$

Bir fiziksel bağıntının bir vektör denklemi olarak ifade edilebilmesi, bağıntının sadece koordinat sisteminin dönmesiyle değişmeyeceğini garanti eder bize. Vektörlerin fizikte böylesine yararlı olmasının nedeni budur.

Şimdi de vektörlerin bazı özelliklerini görelim. Vektör örnekleri olarak hızı, momentumu, kuvveti ve ivmeyi söyleyebiliriz. Pek çok amaç için, bir vektörel niceliği, etkidiği yönü gösteren bir okla temsil etmek uygundur. Kuvveti neden bir okla gösteririz? Çünkü ok, "uzayda bir adım"la aynı matematiksel dönüşüm özelliklerine sahiptir. Böylece onu, bir diyagramda, bir adımmış gibi bir ölçek kullanarak temsil ederiz, öyle ki bir birimlik bir kuvvet ya da bir newton belli uygun bir uzunluğa karşılık gelir. Bunu yaptıktan sonra, tüm kuvvetler uzunluklar olarak temsil edilebilir; çünkü

$$\boldsymbol{F} = k\boldsymbol{r}$$

gibi bir denklem tamamen kurallara uygun bir denklemdir; burada k bir sabittir. Dolayısıyla kuvvetleri daima çok uygun olarak doğru parçalarıyla gösterebiliriz, çünkü bir doğru çizince, artık eksenlere gerek kalmaz. Kuşkusuz, eksenleri döndürünce, değişen üç bileşeni çabucak hesaplayabiliriz; çünkü bu, artık sırf bir geometri problemidir.

11-5 Vektör cebiri

Şimdi vektörleri çeşitli şekillerde birleştiren yasaları ya da kuralları betimlemeliyiz. Böyle ilk birleştirme, iki vektörün toplanmasıdır. $\boldsymbol{a}$'nın özel bir koordinat sisteminde (a_x, a_y, a_z) gibi üç yeni bileşene sahip bir vektör ve $\boldsymbol{b}$'nin de (b_x, b_y, b_z) gibi üç bileşene sahip bir başka vektör olduğunu varsayalım. Şimdi de $(a_x + b_x / a_y + b_y / a_z + b_z)$ gibi üç yeni sayı uyduralım. Bu üç yeni sayı bir vektör oluşturur mu? "Şey, onlar üç sayı ve her üç sayı bir vektör oluşturur" deriz. Hayır, her üç sayı bir vektör oluşturmaz! Onun bir vektör olması için, sadece üç sayının olması yetmez, ayrıca onlar bir koordinat sistemiyle o şekilde ilişkili olmalıdır ki koordinat sistemini döndürdüğümüzde üç sayı birbirlerine "ayrılmalı", daha önce betimlediğimiz kesin kurallarla birbirlerine "karışmalı"dır. Bu durumda soru şudur: Şimdi koordinat sistemini döndürürsek, (a_x, a_y, a_z) bileşenleri $(a_{x'}, a_{y'}, a_{z'})$ haline ve (b_x, b_y, b_z) bileşenleri de $(b_{x'}, b_{y'}, b_{z'})$ haline döner; bu durumda $(a_x+b_x, a_y+b_y, a_z+b_z)$ sayıları ne haline döner? Onlar $(a_{x'}+b_{x'}, a_{y'}+b_{y'}, a_{z'}+b_{z'})$ haline gelirler mi? Yanıt, kuşkusuz, evettir; çünkü (1.5) denklemindeki prototip dönüşümlere çizgisel bir dönüşüm deriz. Bu dönüşümleri a_x ve b_x'e uygulayıp a_x+b_x toplamını oluşturursak, $a_{x'} + b_{x'}$'nün dönüşmüş halinin gerçekten de $a_{x'}+b_{x'}$ toplamıyla aynı olduğunu görürüz. $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$ bu anlamda "bir araya toplandığı" zaman, $\boldsymbol{c}$ diye adlandırabileceğimiz bir vektör oluştururlar. Bunu

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$$

olarak yazarız. Şimdi $\boldsymbol{c}$, bileşenlerinden derhal görülebileceği gibi, şu ilginç özelliğe sahiptir:

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}$$

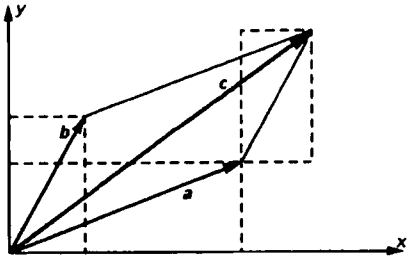
Böylece

$$\boldsymbol{a} + (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) + \boldsymbol{c}$$

de yazabiliriz. Vektörleri her istediğimiz sırada toplayabiliriz.

$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$'nin geometrik anlamı nedir? $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$'nin bir kâğıt parçası üzerinde birer doğruyla temsil edildiklerini varsayalım. $\boldsymbol{c}$ ne gibi görünür? Bu, Şekil 11-4'te görülmektedir. Oradan, $\boldsymbol{b}$'nin bileşenlerini $\boldsymbol{a}$'nınkilere çok kolay ekleyebildiğimizi görürüz, yeter ki $\boldsymbol{b}$'nin bileşenlerini temsil eden dikdörtgeni, $\boldsymbol{a}$'nın bileşen-

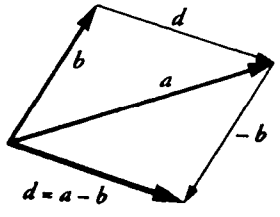
lerini temsil eden dikdörtgenin diğer ucuna gösterilen tarzda yerleştirelim. ***b*** tam kendi dikdörtgeni içine "sığar"ken ***a*** da kendi dikdörtgenine sığar. Bu, ***b***'nin "kuyruğu"nu ***a***'nın "baş"ına koymakla aynı şeydir; ***a***'nın "kuyruğu"ndan ***b***'nin "baş"ına olan ok, ***c*** vektörüdür. Kuşkusuz, ters sırada ***a***'yı ***b***'ye ekleseydik, ***a***'nın "kuyruğu"nu ***b***'nin "baş"ına koyardık ve paralel kenarların geometrik özellikleri vasıtasıyla ***c*** için aynı sonucu elde ederdik. Dikkat ederseniz, vektörleri, hiçbir koordinat eksenleri takımına referans vermeksizin bu şekilde toplanabilir.



Şekil 11-4 Vektörlerin toplanması.

Bir vektörü bir α sayısıyla çarptığımızı varsayın. Onu, bileşenleri αa_x, αa_y ve αa_z olan yeni bir vektör anlamında tanımlarız. Onun bir vektör olduğunu kanıtlamayı bir öğrenci problemi olarak bırakıyoruz.

Şimdi de vektörlerin çıkarmasını ele alalım. Çıkarmayı toplamayla aynı biçimde, fakat bileşenlerini toplamak yerine çıkararak tanımlayabiliriz. Ya da çıkarmayı, $-\boldsymbol{b} = -1\boldsymbol{b}$ gibi bir eksi vektör tanımlayıp, bileşenlerini toplayarak tanımlarız. Sonuç Şekil 11-5'te görülmektedir. Bu şekil, $\boldsymbol{d} = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} + (-\boldsymbol{b})$'yi göstermektedir. Şuna da dikkati çekelim ki $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$'yi $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$'den eşdeğer $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{d}$ bağıntısını kullanarak da kolayca bulabiliriz. Böylece farkı bulmak, toplamdan bile daha kolaydır: Sadece $\boldsymbol{b}$'den $\boldsymbol{a}$'ya bir vektör çizin, $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$'yi elde etmiş olursunuz.

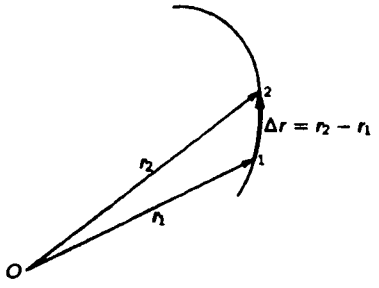


Şekil 11-5 Vektörlerin çıkarılması.

Artık hızı tartışabiliriz. Hız neden bir vektördür? Konum (x, y, z) koordinatlarıyla verilirse, hız ne olur? Hız dx/dt, dy/dt ve dz/dt ifadeleriyle verilir. Bunlar bir vektör oluşturur mu, oluşturmaz mı? Bunu öğrenmek için (11.5)'teki ifadelerin türevini alarak, dx'/dt ifadesinin doğru şekilde dönüşüp dönüşmediğine bakarız. dx/dt ve dy/dt bileşenlerinin x ve y ile aynı kurala göre dönüştüğünü görürüz;

$$\boldsymbol{v} = d\boldsymbol{r} / dt$$

böylece konumun zaman türevi, yani hız bir vektördür. Hızı, ilginç bir şekilde, olarak yazabiliriz. Hızın ne olduğu ve niçin vektör olduğu, grafik olarak da gösterilebilir: Bir parçacık kısa bir Δt süresinde ne kadar hareket eder? Yanıt $\Delta \boldsymbol{r}$'dir; böylece parçacık bir anda "burada" ve bir başka anda "orada"ysa, konumların vektörel farkı $\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ olur; bu da, Şekil 11-6'da gösterilen hareket yönündedir. Bunun $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığına bölümü "ortalama hız vektörü"dür.



Şekil 11-6 Kısa bir $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığında, bir parçacığın yer değiştirmesi

Başka sözcüklerle, hız vektörü deyince, Δt sıfıra giderken, $t + \Delta t$ anıyla t anındaki yarıçap vektörlerinin farkının Δt'ye bölümü anlatılmak istenir:

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta \boldsymbol{r} / \Delta t) = d\boldsymbol{r} / dt \qquad (11.10)$$

Dolayısıyla hız, iki vektörün farkı olduğu için, bir vektördür. Bu, hızın doğru tanımıdır, çünkü onun bileşenleri dx/dt, dy/dt ve dz/dt ifadesidir. Aslında, bu kanıttan anlarız ki her vektörün zamana göre türevini alırsak, yeni bir vektör üretmiş oluruz. Böylece çeşitli yeni vektörler üretme yollarına sahibiz: (1) Bir sabitle çarparak, (2) zamana göre türev alarak, (3) iki vektörü toplayarak ya da çıkararak.

11-6 Vektör gösteriminde Newton yasaları

Newton yasalarını vektörel yapıda yazmak için, sadece bir adım ileri gidip ivme vektörünü tanımlamalıyız. Bu, hız vektörünün zaman türevidir ve bileşenlerinin x, y ve z'lerin t'ye göre ikinci türevleri olduklarını göstermek kolaydır:

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \left[\frac{d}{dt}\right]\left[\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right] = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} \qquad (11.11)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \qquad (11.12)$$

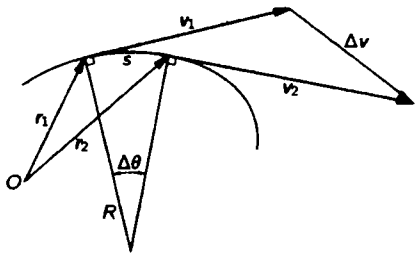
O zaman, bu tanımla, Newton yasaları şu şekilde yazılabilir:

$$m\,a = F \tag{11.13}$$

ya da:

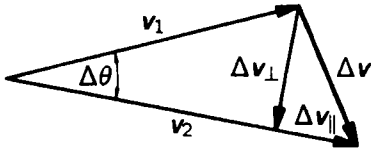
$$m(d^2r/\,dt^2) = F \tag{11.14}$$

Artık Newton yasalarının koordinatların dönmesi altında değişmezliğinin ispatı problemi şuna kalır: a'nın bir vektör olduğunu kanıtlayın, bunu hemen şimdi yapmıştık; F'nin bir vektör olduğunu kanıtlayın, varsayalım ki vektördür. Böylece eğer kuvvet bir vektörse, ivmenin bir vektör olduğunu bildiğimizden, (11.13) denklemi her koordinat sisteminde aynı görünecektir. Onu, x'leri, y'leri ve z'leri açıkça içermeyen bir yapıda yazmanın yararı şudur; bundan böyle her seferinde Newton denklemlerini ya da diğer fizik yasalarını yazarken üç yasa yazma gereği duymayız. Tek bir yasa yazıyoruz gibi görünüyor, ama aslında o, kuşkusuz, her özel eksenler takımında üç yasadır; çünkü her vektörel denklem, her bileşen için bir eşitlik vardır söylemini ihtiva eder.



Şekil 11-7 Bir eğri yörünge.

İvme, hız vektörünün değişme oranıdır gerçeği, oldukça karmaşık bazı durumlarda ivmeyi hesaplamamıza yardımcı olur. Örneğin, bir parçacığın karmaşık bir eğri üzerinde hareket ettiğini (Şekil 11-7) ve verilen bir t_1 anında belirli bir v_1 hızına sahip olduğunu, biraz sonra bir başka t_2 anında farklı bir v_2 hızına eriştiğini varsayın. Bu durumda ivme nedir? Yanıt: İvme, hızdaki fark bölü küçük zaman aralığıdır; dolayısıyla iki hızın farkına ihtiyacımız vardır. Hızların farkını nasıl elde ederiz? İki vektörü çıkarmak için, v_1 ve v_2'nin uçları arasına bir vektör koyarız; yani iki vektörün farkı olarak Δv'yi çizeriz, doğru mu? Hayır! Bu, ancak vektörlerin *kuyrukları* aynı yerdeyse çalışır! Vektörü bir başka yere hareket ettirirsek, ve sonra birinin ucundan diğerinin ucuna bir çizgi çizersek, bunun bir anlamı olmaz; dikkatli olun! Vektörleri çıkarmak için yeni bir diyagram çizmeliyiz. Şekil 11-8'de v_1 ve v_2'nin ikisi de Şekil 11-7'deki eşlerine paralel ve eşit olarak çizilmişlerdir; işte şimdi ivmeyi tartışabiliriz. Kuşkusuz, ivme basitçe $\Delta v/\Delta t$'dir. Hız farkını iki parçadan oluşturabileceğimizi vurgulamak ilginç olur; ivmeyi *iki bileşene* sahip gibi düşünebiliriz: Şekil 11-8'de görüldüğü gibi, yola teğet doğrultuda $\Delta v_{\parallel}$ ve yola dik açılarda $\Delta v_{\perp}$. Yola teğet ivme, kuşkusuz, tam vektörün boyundaki, yani *v sürati*ndeki değişimdir:



Şekil 11-8 İvmenin hesaplanmasını gösteren bir diyagram.

$$a_{\parallel} = dv\,/\,dt \tag{11.15}$$

İvmenin diğer bileşenini, yani eğriye dik açılardakini Şekil 11-7 ve 11-8'i kullanarak hesaplamak kolaydır. Kısa Δt süresinde, v_1 ile v_2 arasındaki açının değişimi $\Delta\theta$ küçük açısı olsun. Hızın büyüklüğüne v denirse, o zaman kuşkusuz

$$\Delta v_{\perp} = v\Delta\theta$$

ve

$$a_{\perp} = v\,(\Delta\theta/\Delta t)$$

olur. Şimdi $\Delta\theta/\Delta t$'yi bilmemiz gerekir ve onu şu yolla bulabiliriz: Verilen bir anda, eğri, belli R yarıçaplı bir çembere yaklaştırılırsa, Δt süresi içinde gidilen s yayı, kuşkusuz $v\Delta t$ olur; burada v sürattir. Buradan

$$\Delta\theta = (v\Delta t)/R, \quad \text{ya da} \quad \Delta\theta/\Delta t = v/R$$

ve dolayısıyla, daha önce gördüğümüz gibi,

$$a_{\perp} = v^2\,/\,R \tag{11.16}$$

buluruz.

11-7 Vektörlerin skaler çarpımı

Şimdi vektörlerin özelliklerini biraz daha inceleyelim. Uzayda bir adımın uzunluğunun her koordinat sisteminde aynı olduğunu görmek kolaydır. Yani, özel bir r adımı, bir koordinat sisteminde x, y ve z'yle ve bir başka koordinat sisteminde x', y' ve z' değişkenleriyle temsil edilirse, $r = |r|$ uzunluğu elbette her iki sistemde de aynıdır:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

ve

$$r' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$$

Böylece doğrulamak istediğimiz, bu iki niceliğin eşit olduğudur. Karekök almanın can sıkmaması için, gelin uzaklığın karesi hakkında konuşalım; yani

$$x^2 + y^2 + z^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 \tag{11.17}$$

olup olmadığına bakalım. Bu daha akıllıca olur. (11.5) dönüşümlerini yerine koyarsak, gerçekten (11.17) eşitliğinin doğru olduğunu buluruz. Böylece her iki koordinat sisteminde doğru olan başka türden denklemlerin de var olduklarını anlarız.

İşin içine yeni bir şey daha giriyor. Yeni bir nicelik daha türetiyoruz; skaler fonksiyon dediğimiz x, y ve z'nin bir fonksiyonu; öyle ki yönü olmayan, ama her iki sistemde de aynı olan bir nicelik. Bir vektörden bir skaler kurabiliyoruz. Bunun için genel bir kural bulmalıyız. Şu anki durum için kuralın ne olduğu açıktır: bileşenlerinin karelerinin toplamı. Şimdi $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a}$ diyeceğimiz yeni bir şey tanımlayalım. Bu bir vektör değil, bir skalerdir; o, koordinat sistemlerinde aynı olan bir sayıdır ve vektörün üç bileşeninin karelerinin toplamı olarak tanımlanır:

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a} = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 \tag{11.18}$$

"Fakat hangi eksenlerle?" diyebilirsiniz. Eksenlere bağlı değildir; yanıt, her eksenler takımında aynıdır. Böylece yeni tür bir niceliğe sahibiz; "karesi alınmış" bir vektör vasıtasıyla türetilen yeni bir değişmez ya da skaler. Şimdi $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$ gibi herhangi iki vektör için aşağıdaki niceliği tanımlarsak,

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \tag{11.19}$$

üslü ve üssüz sistemlerde tanımlanmış bu niceliğin de aynı kaldığını buluruz. Bunu kanıtlamak için, onun $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{b}$ ve $\boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{c}$ için doğru olduğuna dikkatinizi çekelim; burada $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$'dir. Dolayısıyla $(a_x+b_x)^2 + (a_y+b_y)^2 + (a_z+b_z)^2$ kareler toplamı değişmez olacaktır:

$$(a_x + b_x)^2 + (a_y + b_y)^2 + (a_z + b_z)^2 = (a_{x'} + b_{x'})^2 + (a_{y'} + b_{y'})^2 + (a_{z'} + b_{z'})^2 \tag{11.20}$$

Bu denklemin her iki yanında parantezler açılırsa, $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$'nin bileşenlerinin toplamlarıyla birlikte, tam da (11.19) denkleminde görülen türde çapraz çarpımlar olacaktır. Bu durumda (11.18) denklemi yapısındaki terimlerin değişmezliği, (11.19) çapraz çarpım terimlerini de değişmez bırakacaktır.

$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$ niceliğine, iki $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$ vektörünün *skaler çarpımı* denir ve bu, birçok ilginç ve yararlı özelliğe sahiptir. Örneğin,

$$\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c} \tag{11.21}$$

olduğu kolayca kanıtlanabilir. Ayrıca, $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$'nin bileşenlerini hesaplamaksızın, $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$'yi hesaplamak için basit bir geometrik yol vardır: $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$ skaler çarpımı, $\boldsymbol{a}$'nın uzunluğu ile $\boldsymbol{b}$'nin uzunluğu kere ikisi arasındaki açının kosinüsünün çarpımıdır. Neden? Diyelimki x-ekseninin $\boldsymbol{a}$ yönünde uzandığı bir koordinat sistemi seçtik. Bu durumda $\boldsymbol{a}$'nın sadece a_x bileşeni vadır ve büyüklüğü $\boldsymbol{a}$'nın büyüklüğüne eşittir. Dolayısıyla 11.19 denkleminin sonucu $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a_x b_x$ olur, ki bu da $\boldsymbol{a}$'nın büyüklüğü çarpı $\boldsymbol{b}$'nin $\boldsymbol{a}$ yönüne izdüşümü $b \cos\theta$ olarak ifade edilir.

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = ab\cos\theta$$

Dolayısıyla bu özel koordinat sisteminde, $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$'nin, $\boldsymbol{a}$'nın uzunluğu çarpı $\boldsymbol{b}$'nin uzunluğu kere cos θ olduğunu kanıtlamış olduk. Fakat bu bir koordinat sisteminde doğruysa, tümünde de doğrudur; çünkü $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$ koordinat sisteminden bağımsızdır; kanıtımız işte budur.

Skaler çarpımın nesi iyi? Fizikte onun gerekli olduğu durumlar var mı? Evet, ona her zaman gerek duyarız. Örneğin, 4. Bölümde $\frac{1}{2}mv^2$'ye kinetik enerji denmişti, fakat cisim uzayda hareket ediyorsa, o, x-doğrultusunda, y-doğrultusunda ve z-doğrultusundaki hızın karesi olmalıdır ve bu nedenle vektörel analize göre kinetik enerji denklemi şöyledir:

$$\text{K.E.} = \tfrac{1}{2}m(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v}) = \tfrac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \tag{11.22}$$

Enerji yöne sahip değildir. Momentumunsa yönü vardır; o bir vektör, kütle kere hız vektörüdür.

Skaler çarpıma bir başka örnek, bir nesnenin bir kuvvet tarafından bir yerden başka bir yere itilmesiyle yapılan iştir. İşi henüz tanımlamadık, ama enerji değişimine eşdeğerdir diyebiliriz. Bir $\boldsymbol{F}$ kuvveti bir $\boldsymbol{s}$ mesafesi boyunca etki ettiğinde, ağırlıklar yükseğe çıkmıştı:

$$\text{İş} = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{s} \tag{11.23}$$

Bazen bir vektörün belli bir doğrultudaki bileşeninden (diyelim ki, kütleçekimin yönü olan düşey doğrultudan) söz etmek çok elverişli olur. Böyle amaçlar için, çalışmak istediğimiz doğrultuda bir *birim vektör* icat etmek yararlıdır. Bir birim vektörle, kendisiyle skaler çarpımı bir olan bir vektörü kastederiz. Bu birim vektöre $\boldsymbol{i}$ diyelim: $\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i} = 1$. Bu durumda, bir vektörün $\boldsymbol{i}$ doğrultusundaki bileşenini bulmak istersek, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{i}$ ifadesinin $a\cos\theta$, yani $\boldsymbol{a}$'nın $\boldsymbol{i}$ doğrultusundaki bileşeni olacağını görürüz. Bileşeni elde etmek için bu hoş bir yoldur; aslında bu bize *tüm* bileşenleri bulma ve oldukça eğlenceli bir denklem yazma olanağı verir. Verilen bir x, y ve z koordinat sisteminde üç vektör icat ettiğimizi varsayalım: $\boldsymbol{i}$, x-yönünde bir birim vektör; $\boldsymbol{j}$, y-yönünde bir birim vektör ve $\boldsymbol{k}$, z-yönünde bir birim vektör olsun. Önceden $\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i} = 1$ olduğunu biliyoruz. Peki, $\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j}$ nedir? İki vektör birbirine dikse, onların skaler çarpımı sıfırdır. Dolayısıyla

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i} = 1 \\ &\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j} = 0, \qquad \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{j} = 1 \\ &\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{k} = 0, \qquad \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{k} = 0, \qquad \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{k} = 1 \end{aligned} \tag{11.24}$$

olur. Artık bu tanımlarla, her vektör şu şekilde yazılabilir:

$$\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k} \tag{11.25}$$

Bu yolla, bir vektörün bileşenlerinden vektörün kendisine gidebiliriz.

Vektörler üzerine olan bu tartışma kesinlikle tam değildir. Bununla birlikte, şimdi konunun daha derinlerine gitmek yerine, önce şu ana kadar tartıştığımız fikirlerin bazılarını fiziksel durumlarda kullanmayı öğreneceğiz. Ondan sonra, bu temel malzeme üzerinde hakkıyla ustalaştığımızda, bu konuda çok şaşırmadan daha derinlere inmenin daha kolay olduğunu anlayacağız. Daha sonra iki vektörün, vektör çarpımı denen ve $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ şeklinde yazılan bir başka tür çarpımını tanımlamanın yararlı olacağını anlayacağız. Böyle konuların tartışmasını bir sonraki bölümde ele alacağız.

12
KUVVETİN ÖZELLİKLERİ

12-1 Kuvvet nedir?
12-2 Sürtünme
12-3 Molekül kuvvetleri
12-4 Temel kuvvetler. Alanlar
12-5 Sözde kuvvetler
12-6 Çekirdek kuvvetleri

12-1 Kuvvet nedir?

Doğayı anlamak ve ondan yararlanmak açısından bize yardımcı oldukları için, fizik yasalarını sırf incelemek bile ilginç ve değerli olsa da, her seferinde biraz durup "gerçekte onlar ne anlama geliyor?" diye düşünmek gerekir. Çok eskiden beri her ifadenin anlamı, filozofların ilgisini çekmiş ve onları sıkıntıya sokmuş bir konudur. Fizik yasalarının anlamı daha bile ilginçtir, çünkü genelde bu yasaların bir tür gerçek bilgiyi temsil ettiğine inanılır. Bilginin anlamı felsefede derin bir sorundur ve "o, ne anlama gelir?" diye sormak her zaman için önemlidir.

Öyleyse, haydi soralım: $F = ma$ olarak yazdığımız, Newton'ın fizik yasalarının anlamı nedir? Kuvvet, kütle ve ivme ne anlama gelir?" Evet, kütlenin anlamını sezgisel olarak hissedebiliriz ve konum ile zamanın anlamını biliyorsak, ivmeyi *tanımlayabiliriz*. Bu anlamları tartışmayacağız, yeni *kuvvet* kavramı üzerine odaklanacağız. Yanıt aynı derecede basittir: "Bir cisim ivmeleniyorsa, üzerinde bir kuvvet vardır." Newton yasasının söylediği budur; öyleyse kuvvetin hayal edilebilir en kesin ve güzel tanımı basitçe "kuvvet, bir cismin kütlesi çarpı ivmesidir" demek olabilir. Tüm dış kuvvetlerin toplamı sıfırsa momentumun korunumu geçerlidir diyen bir yasamızın var olduğunu varsayın; o zaman şu soru ortaya çıkar: "Tüm dış kuvvetlerin toplamı sıfırdır demek, ne anlama gelir?" Bunda yanlış bir şeyler olmalı, çünkü bu sadece yeni bir şey söylememektir. Kuvvetin kütle çarpı ivmeye eşit olduğunu ileri süren bir temel yasa keşfetmişsek, bu durumda kuvveti kütle çarpı ivme olarak *tanımlamakla*, bir şey bulup çıkarmış olmayız. "Üzerine kuvvet etkimeyen hareketli bir cisim, hareketini bir düz çizgi boyunca sabit bir hızla sürdürür" diyerek de tanımlayabilirdik kuvveti. O zaman sabit hızla bir düz çizgi üzerinde hareket *etmeyen* bir cisim gözlersek, onun üzerinde bir kuvvet vardır diyebilirdik. Bu tür şeyler kesinlikle fiziğin içeriği olamaz, çünkü bunlar dairesel tanımlardır. Bununla birlikte, Newton'ın yukarıdaki söylemi kuvvetin en kesin tanımı gibi görünmektedir ve matematikçinin hoşuna gidecek bir tanımdır; yine de, tamamıyla yararsızdır, çünkü böylesi bir tanımdan herhangi bir öngörü çıkarılamaz. Bir kimse gün boyunca bir koltukta oturup istediği sözcükleri tanımlayabilir, fakat iki top birbirlerine doğru itildiğinde ya da bir yayın ucuna bir kütle asıldığında neler olacağını bulup çıkarmak tümden başka bir iştir, çünkü cisimlerin *davranış* tarzı, tanımların her türlü seçiminin tamamıyla dışında bir olgudur.

Örneğin, bir cisim yalnız başına konumunu korur ve hareket etmez demeyi yeğleseydik, sürüklenen bir nesne gördüğümüzde, bunun bir "muvvet" nedeniyle olması gerektiğini söyleyebilirdik: "muvvet" konumun değişim hızıdır. Şimdi olağanüstü bir yeni yasaya sahibiz: bir muvvet etkimedikçe, her şey durgun durur. Görüyorsunuz ki, bu, yukarıdaki kuvvet tanımının benzeri olabilir ve hiçbir bilgi içermez. Newton yasalarının gerçek içeriği şudur: Kuvvetin, $F = ma$ yasasına ek olarak, bazı *bağımsız özelliklere* sahip olduğu varsayılır; fakat kuvvetin sahip olduğu *özel* bağımsız nitelikler Newton ya da bir başkası tarafından tam olarak betimlenmemişti ve dolayısıyla $F = ma$ fizik yasası eksik bir yasadır. Bu yasa, kütle çarpı ivmeyi inceler ve çarpıma kuvvet dersek, yani kuvvetin özelliklerini programlı bir şekilde incelersek, o zaman kuvvetin kolay anlaşılır bir kavram olduğunu anlarız; yasa doğayı çözümlemek için iyi bir programdır, kuvvetlerin basit olacağına dair bir öneridir.

Böyle kuvvetlerin ilk örneği, Newton tarafından verilen kütleçekim yasasıydı. Newton yasayı ifade ederken "Kuvvet nedir?" sorusunu yanıtlamıştı. Kütleçekimden başka bir şey yoksa, o zaman bu yasa ile kuvvet yasasının (ikinci hareket yasası) karışımı bir tam kuram olabilir; fakat etrafta kütleçekimden daha fazlası vardır ve Newton yasalarını birçok farklı durumda kullanmak isteriz. Dolayısıyla ilerlemek için kuvvetin özellikleri hakkında bir şeyler söylemeliyiz.

Örneğin, kuvvetle uğraşırken daima, bir fiziksel cisim yoksa kuvvetin sıfıra eşit olduğu şeklinde bir kapalı varsayım yapılır, ama sıfıra eşit olmayan bir kuvvet bulursak, yakınlarda bu kuvvetin kaynağı olan bir nesne de buluruz. Bu varsayım, yukarıda işin içine soktuğumuz "muvvet" halinden tamamıyla farklıdır. Kuvvetin en önemli özelliklerinden biri, onun maddesel bir kökene sahip olmasıdır ve bu yalnızca bir tanım *değil*dir.

Newton ayrıca kuvvet hakkında bir kural da vermişti: Etkileşen cisimlerin arasındaki kuvvetler eşit ve zıttır; etki tepkiye eşittir; bu kuralın tam doğru olmadığı anlaşılmıştı. Aslında, $F = ma$ yasası tam doğru değildir; o bir tanım olsaydı, daima tam olarak doğrudur demeliydik; fakat öyle değildir.

Öğrenci şöyle bir itirazda bulunabilir: "Bu belirsizliği sevmiyorum, her şeyin tam olarak tanımlanmış olmasını isterim; aslında, bazı kitaplar, bilim tam bir konudur, orada *her şey* tanımlıdır," der. Kuvvetin kesin bir tanımı üzerinde ısrar ederseniz, onu asla ele geçiremezsiniz! Bunun ilk nedeni, İkinci Newton Yasasının tam olmamasıdır; ve ikinci nedeni de, fizik yasalarını anlamak için, onların tümünün bir tür yaklaştırma olduğunun anlaşılması gerekliliğidir.

Her basit düşünce yaklaşıktır; örnek olarak, bir cisim alın, ... nedir bir cisim? Filozoflar daima şöyle der: "Evet, örneğin bir sandalye alınız." Onların bunu dedikleri anda artık ne konuştuklarını bilmediklerini anlarsınız. Bir sandalye ne*dir*? Evet, bir sandalye orada belirli bir şeydir .... Belirli? Nasıl belirli? Zaman zaman ondan atomlar buharlaşır –çok atom değil, birkaç adet– üzerine kirler düşer ve boya içinde çözünür; böylece bir sandalyeyi kesin olarak tanımlamak için, tam olarak hangi atomların sandalye, hangi atomların hava, ya da hangi atomların kir veya hangi atomların sandalyedeki boya olduğunu söylemek olanaksızdır, çünkü dünyada yalnız başına kalmış, tek bir cisim yoktur; her cisim çok sayıda nesnenin bir karışımıdır, böylece onu ancak bir yaklaşıklıklar ve idealleştirmeler dizisi olarak ele alabiliriz.

Burada ustalık idealleştirmelerdir. Belki de 10^{10}'da bir kusursuzluğa sahip bir yaklaştırma için sandalyedeki atomların sayısı bir saniye içinde değişmez ve aşırı derecede özentili değilsek, sandalyeyi belirli bir nesne olarak idealleştiririz; aynı şekilde kuvvetin özelliklerini de, eğer aşırı özentili değilsek, ideal bir tarzda, öğreneceğiz. Fiziğin elde etmeye çalıştığı tarzda doğanın yaklaşık görünümüyle (girişimler daima yaklaşıklık hassasiyetini artırıcı yöndedir) tatmin olmayıp matematiksel bir tanımı yeğleyebilirsiniz; ama matematiksel tanımlar gerçek dünyada asla işlemez. Matematiksel tanımlar matematik için iyidir, orada mantığın tümü tam olarak izlenebilir; fakat fiziksel dünya, okyanus dalgaları ve bir bardak şarap gibi birçok örnekte gösterdiğimiz kadarıyla, çok karmaşıktır. Bir kütleden, şarap ve bardaktan söz etmek için onun parçalarını yalıtmaya çalıştığımızda, biri diğerinin içinde çözüldüğü zaman hangisinin hangisi olduğunu nasıl bilebiliriz? Bir tek nesne üzerindeki kuvvetler zaten yaklaşıklık içerir; eğer gerçek dünya hakkında bir söylem sistemine sahipsek, bu sistem, en azından bugün için, bir tür yaklaşıklıklar içermelidir.

Bu sistem her şeyin tanımlanabildiği matematikteki haline hiç benzemez; o sistemde, ne hakkında konuştuğumuzu *bilemez* duruma düşeriz. Matematiğin görkemi, aslında, *ne hakkında konuştuğumuzu bilmek zorunda olmayışımızda yatar*. Görkem, yasaların, kanıtların ve mantığın "o" nedir sorusundan bağımsız olmasıdır. Öklit geometrisi gibi aynı aksiyom sistemine uyan herhangi bir başka cisimler kümesine sahipsek, bu durumda yeni tanımlar yapar ve onları doğru mantıkla izlersek, tüm sonuçlar doğru olacaktır; konunun ne olduğu hiç fark etmez. Bununla birlikte, doğada, bir çizgi çekerken ya da yer ölçümün-

de yaptığımız gibi, bir ışık demeti ve bir teodolit kullanarak bir çizgi oluştururken, o çizgiyi Öklit anlamında mı ölçeriz? Hayır, bir yaklaştırma yapıyoruzdur; optik aletimizin merceğindeki çizgi bir genişliğe sahiptir, fakat geometrik çizginin genişliği yoktur, vb. Öklit geometrisinin yer ölçümünde kullanılıp kullanılamaması, ne fiziksel ne de matematiksel bir sorudur. Yine de, matematiksel değil ama deneysel açıdan, Öklit yasalarını acaba arazi ölçümünde kullandığımız türden geometriye uygulayabilir miyiz, bunu bilmemiz gerekir; böylece uygulanır diye bir varsayım yaparız ve bu oldukça iyi çalışır; fakat kesin değildir, çünkü yer ölçümü çizgilerimiz gerçekte geometrik çizgiler değildir. Aslında soyut olan bu Öklit çizgilerinin deneyim çizgilerine uygulanıp uygulanamaması, deneyimimize yöneltilmiş bir sorudur; sırf mantıkla yanıtlanabilecek bir soru değildir.

Aynı şekilde, $F = ma$'ya da sadece bir tanım diyemeyiz; her şeyi katıksız matematikle çıkaran ve mekanik doğanın bir betimlemesi olduğu halde, mekaniği bir matematik kuramı haline getiren bir tanım! Tıpkı Öklit'in yaptığı gibi, uygun postülalar saptayarak bir matematik sistemi oluşturmak daima mümkündür, fakat dünyanın matematiğini oluşturamayız, çünkü eninde sonunda aksiyomların doğa cisimleri için geçerli olup olmadıklarını anlamak zorundayız. Dolayısıyla bu karmaşık ve "kirli" doğa cisimleriyle, hassasiyeti sürekli artan yaklaşıklıklar içinde, doğrudan haşır neşir oluruz.

12-2 Sürtünme

Önceki incelemelerden anlaşıldığı kadarıyla, Newton yasalarının tam anlaşılması için kuvvetlerin tartışılması gerekmektedir ve bu bölümün amacı, Newton yasalarını tamamlamak açısından, böyle bir tartışma açmaktır. İvme tanımlarını ve ilgili fikirleri zaten inceledik, şimdi de kuvvetin özelliklerini araştırmalıyız; bu bölüm, kuvvetlerin karmaşıklığı nedeniyle, diğer bölümlere göre çok kesin olmayacaktır.

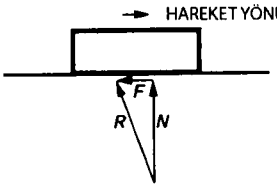
Özel bir kuvvetle başlamak için, hava içerisinde uçan bir uçak üzerindeki direnci inceleyelim. Bu kuvvet için yasa nedir? (Elbette her kuvvet için bir yasa vardır, bir yasamız *olmalı*!) Bu kuvvet için olan yasanın basit olacağı neredeyse düşünülmez. Havada uçan bir uçağın üzerindeki direnci neyin oluşturduğunu gözünüzde canlandırmaya çalışın: hava kanatlara saldırır, arkada burgaçlar oluşturur, gövde etrafında değişmeler olur ve başka birçok karmaşıklık; gördüğünüz gibi basit bir yasa olmayacaktır. Diğer taraftan, uçak üzerindeki bu direnme kuvvetinin yaklaşık olarak bir sabit kere hızın karesi olduğu dikkate değer bir olgudur: $F \approx cv^2$.

Böyle bir yasanın durumu nedir, $F = ma$'ya benzer midir? Hiç de değil, çünkü bu yasa rüzgâr tünelindeki sınamalarla kabaca elde edilmiş gözlem ve deneye dayalı bir şeydir. Diyebilirsiniz ki "Evet ama, $F = ma$ da gözlem ve deneye dayalı olabilir." Bunun nedeni bir farkın oluşu değildir. Fark, onun gözlem ve deneye dayalı olması değil; doğayı anlarken, bu yasanın aşırı sayıda karmaşık olayın sonucu olması ve temelde basit bir şey olmamasıdır. Onu daha çok ölçerek, daha doğru olarak incelemeyi sürdürürsek, yasa, *daha az* değil, *daha* da çok karmaşık hale gelecektir. Başka bir deyişle, bir uçak üzerindeki bu direnme kuvveti yasasını daha da yakından inceledikçe, "daha da hatalı" olduğunu buluruz ve onu çok daha derinden araştırıp çok daha hassas ölçümler yapınca, gerçek daha karmaşık hale gelir; böylece onu özgün tahminimizle uyuşan basit, temel bir süreçten çıkarma anlamında incelemeyiz. Örneğin, hız, alışılmış bir uçağın uçamayacağı kadar düşükse, uçak hava içerisinde yavaşça direnme gördüğünden, yasa değişir ve direnme sürtünmesi hıza neredeyse lineer olarak bağlı olur. Bir başka örnek olarak, bal gibi ağdalı bir sıvı içinde yavaşça hareket eden bir top, bir kabarcık veya herhangi bir şey üzerindeki sürtünme direnci hızla orantılıdır, fakat sıvının etrafta girdaplar yapacak denli hızlı hareketi için (bal bunu yapmaz, fakat su ve hava yapar) direnme neredeyse hızın karesiyle orantılı hale gelir ($F = cv^2$), ve hız artmaya devam ederse, o zaman bu yasa başarısızlığa uğramaya başlar. "Katsayı hafifçe değişir" diyenler sorundan ka-

çanlardır. İkinci olarak, başka büyük karmaşıklıklar da vardır: Uçak üzerindeki bu kuvvet, kanatlardaki kuvvet; ön taraftaki kuvvet vb, olarak ayrılabilir ya da çözümlenebilir mi? Gerçekten, etraftaki kuvvet çiftleriyle ilgileniyorsak, bu yapılabilir; fakat o durumda kanatlardaki kuvvet vb için özel yasalar elde etmeliyiz. Bir kanattaki kuvvetin diğer kanattaki kuvvete bağlı olması şaşırtıcı bir olgudur; bir başka deyişle, uçağı parçalara ayırıp hava içine sadece bir kanadı koyarsak, bu durumdaki kuvvet, uçağın kalanı da orada olduğu zamankiyle aynı olmaz. Bunun nedeni, kuşkusuz, öne çarpan rüzgârın birazının kanatlara gitmesi ve kanatlardaki kuvveti değiştirmesidir. Uçakların tasarımında kullanılabilen böylesine basit, kaba, deneysel bir yasanın var olması bir mucize gibi görünür, fakat bu yasa fiziğin *temel* yasalarıyla aynı sınıf içinde değildir ve onun daha fazla incelenmesi onu sadece daha da karmaşık yapacaktır. c katsayısının uçağın ön biçimine nasıl bağlı olduğunun incelenmesi, en hafif deyimiyle, hüsranla biter. Katsayıyı uçağın biçimi cinsinden saptayacak basit bir yasa gerçekten yoktur. Bunun tersine, kütleçekim yasası basittir ve daha fazla incelenmesi ancak onun iyice sade oluşunu gösterir.

Biraz önce sürtünmenin hava içindeki hızlı hareketten ve bal içindeki yavaş hareketten sonuçlanan iki halini tartıştık. Bir katı cisim bir diğeri üzerinde kaydığında ortaya çıkan ve kuru sürtünme ya da kayma sürtünmesi denen bir başka sürtünme türü daha vardır. Bu durumda hareketi sürdürmek için bir kuvvet gerekir. Buna sürtünme kuvveti denir; bunun kökeni de çok karmaşık bir meseledir. İki değme yüzeyi de, atomik düzeyde, düzensizdir. Atomların birbirine tutunuk göründüğü pek çok değme noktası söz konusudur ve sonra kayan cisim boylu boyunca çekilirken atomlar ayrılıp koparlar ve sonuçta titreşim meydana gelir; bunun gibi bir şeyler olur. Daha önce bu sürtünme mekanizmasının çok basit olduğu düşünülüyordu; yüzeyler sadece düzensizliklerle doluydu ve sürtünme, kayan cismin buradaki tümsekler üzerinde yükselmesinden kaynaklanıyordu. Fakat bu olamaz, çünkü bu süreçte enerji kaybı yoktur, oysaki aslında güç harcanır. Güç kaybının mekanizması şöyledir: kayan cisim tümseklere çarpar, tümseklerin yapısı bozulur ve sonra iki cisimde de dalgalar, atomik hareketler, biraz sonra da, ısı üretilir. İşin dikkate değer yanı, bu sürtünmenin yine gözlem ve deneye dayalı tarzda yaklaşık olarak basit bir yasayla betimlenebilmesidir. Yasa şudur: Sürtünmeyi yenmek ve bir cismin diğeri üzerinden sürüklenmesini sağlamak için gereken kuvvet, birbirine değen iki yüzeyi arasındaki normal (yani, yüzeye dik) kuvvete bağlıdır. Aslına bakılırsa, oldukça iyi bir yaklaşıklıkla, sürtünme kuvveti bu normal kuvvetle orantılıdır ve aşağı yukarı sabit bir orantı katsayısına sahiptir; yani,

$$F = \mu N \tag{12.1}$$



Şekil 12-1 Kaygan değme için sürtünme kuvveti ve normal kuvvet arasındaki bağıntı.

olarak ifade edilir; burada μ'ye *sürtünme katsayısı* denir. Bu katsayı tam sabit olmasa da, üstteki denklem, belirli pratik ya da mühendislik uygulamalarında gerekli olacak kuvvet miktarını yaklaşık olarak kararlaştırmak için iyi bir deneysel kuraldır. Normal kuvvet ya da hareketin hızı iyice yüksek olursa, aşırı fazla ısı üretileceğinden, yasa başarısızlığa uğrar. Bu deneysel yasaların her birinin limitlere sahip olduğunu, bunun ötesinde iyi çalışmadığını akılda tutmak önemlidir.

$F = \mu N$ denkleminin yaklaşık doğru oluşu basit bir deneyle gösterilebilir. Küçük bir θ açısıyla eğik bir düzlem kuralım ve düzlemin üzerine W ağırlığında bir blok koyalım. Sonra düzlemi, blok kendi ağırlığıyla tam kaymaya başlama durumuna gelinceye dek dikleştirelim. Ağırlığın düzlem boyunca aşağı doğru olan bileşeni $W \sin\theta$'dır ve bu, blok düzgün şekilde kayarken, F sürtünme kuvvetine eşit olmalıdır. Ağırlığın düzleme dik bileşeni $W \cos\theta$ olup, bu normal kuvvet N'dir. Bu değerlerle, denklem $W \sin\theta = \mu W \cos\theta$ haline gelir; buradan $\mu = \sin\theta/\cos\theta = \tan\theta$ elde ederiz. Bu yasa tam doğru olsaydı, bir cisim belirli bir eğimde kaymaya başlardı. Aynı bloğun üzerine ekstra bir yük daha eklersek, W artmış olduğu halde, denklemdeki tüm kuvvetler aynı oranda artacağı için yeni W'lar da birbirini götürür. μ sabit kalıyorsa, ağırlaşmış blok yine aynı eğimde kayacaktır. θ açısı ilk ağırlıkla deneyerek saptandığında, daha ağır bloğun yine

neredeyse aynı açıda kaydığı bulunur. Ağırlığın katbekat artırılması durumunda bile, bu doğru olacaktır; böylece sürtünme katsayısının ağırlıktan bağımsız olduğu sonucuna varırız.

Bu deneyi yaparken göze çarpan bir husus şudur: Düzlem doğru θ açısı kadar eğildiğinde, blok kararlı bir şekilde değil de, duraklayarak kayar. Bir yerde durabilir, bir başka yerde ivmeli hareket edebilir. Bu davranış, sürtünme katsayısının sadece kabaca bir sabit olduğunu ve düzlem üzerinde yerden yere değiştiğini gösterir. Bloğun üzerine fazla ağırlık konsun ya da konmasın, aynı hatalı davranış gözlenir. Böyle değişimler, düzlemin farklı pürüzsüzlük dereceleri ya da düzlemin sertliği, belki kir, oksit ya da diğer yabancı maddeler tarafından doğurulur. "Çelik üstünde çelik", "bakır üstünde bakır" ve benzeri için μ'nün farz edilen değerlerini listeleyen tablolar hep yanlıştır, çünkü yukarıda değinilen ve gerçekte μ'yü belirten faktörleri göz ardı ederler. Sürtünme asla "bakır üstünde bakır" vb nedeniyle değildir, bakıra yapışan pislikler nedeniyle oluşur.

Yukarıda betimlenen tipteki deneylerde, sürtünme neredeyse hızdan bağımsızdır. Çoğu kimse, hareketi başlatmak için alt edilmesi gereken sürtünmenin (statik sürtünme) cismi kayar durumda tutacak kuvveti (kayma sürtünmesi) aşması gerektiğine inanır, fakat kuru metallerle herhangi bir farkı göstermek çok zordur. Bu görüş, büyük olasılıkla, birazcık yağ ya da gresin varlığı, ya da blokların yaylar veya diğer esnek desteklerle tutturulduğu hallerdeki deneyimlerden kaynaklanır.

Sürtünme üzerine kesin nicel deneyler yapmak iyice zordur ve sürtünme yasaları, çok sayıda hassas çözümlü teknik değere karşın, hâlâ iyi bir şekilde çözümlenmemiştir. Standart hale gelmiş yüzeyler için, $F = \mu N$ yasası epeyce doğru olmakla birlikte, yasanın bu yapıda olmasının nedeni aslında anlaşılamaz. μ katsayısının yaklaşıkça hızdan bağımsız oluşunun gösterilmesi bazı incelikli deneyleri gerektirir, çünkü alt yüzey çok hızlı biçimde titreşirse, görünür sürtünme fazlaca azalır. Deney çok yüksek hızda yapıldığı vakit, cisimlerin birbirlerine göre titreşmemesine özen gösterilmelidir, çünkü sürtünmenin yüksek hızlardaki görünür azalışlarının nedeni daha ziyade titreşimlerdir. Yine de, bu sürtünme yasası, adamakıllı anlaşılmayan yarı-deneysel yasaların bir diğeridir ve yapılmış olan tüm çalışmalara dayanarak, bu olayın daha fazla anlaşılamamış olması insanı hayrete düşürmektedir. Şu anda, aslına bakılırsa, iki malzeme arasındaki sürtünme katsayısının saptanması bile olanaksızdır.

Yukarıda işaret edildiği gibi, bakır üzerinde bakır gibi kayan saf malzemelerle μ'yü ölçme girişimleri sahte sonuçlara yol açacaktır; çünkü değme halindeki yüzeyler saf bakır olmayıp oksitlerin ve diğer kirlerin karışımlarıdır. Mutlak saf bakır elde etmeye çalışsak, yüzeyleri temizleyip cilâlasak, boşlukta malzemelerin gazını çıkartsak ve akla gelen her önlemi alsak bile, yine de μ'yü elde edemeyiz. Çünkü düzeneği düşey konuma bile kaldırsak, kayan cisim düşmeyecektir; iki bakır parçası birbirine yapışır! Akla yakın sert yüzeyler için genelde birden küçük olan μ katsayısı, birin birkaç katı haline gelir. Bu beklenmeyen davranışın nedeni basittir; değme halindeki atomların tümü aynı türden olduğunda, atomların farklı bakır parçalarında olduklarını "bilme"lerinin bir yolu yoktur. Arada oksitler ve yağlarda ve kirleticilerin daha karmaşık ince yüzey tabakalarında başka atomlar olduğunda, atomlar, aynı parçada değillerse, bunu "bilirler." Bakırı bir katı olarak atomlar arası kuvvetlerin bir arada tuttuğunu düşündüğümüzde, saf metaller için doğru sürtünme katsayısı elde etmenin olanaksızlığı açık hale gelecektir.

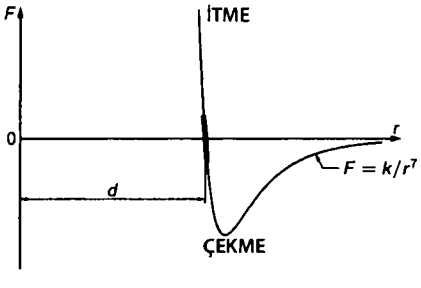
Aynı olay, düz bir cam levha ve bir cam bardakla basit bir ev-yapımı deneyde gözlenebilir. Bardak cam levha üzerine yerleştirilir ve bir ip ilmeğiyle boylu boyunca çekilirse, oldukça iyi bir şekilde kayar ve sürtünme katsayısı hissedilebilir; biraz düzensizdir, fakat bir katsayıdır. Şimdi cam levhayı ve bardağın altını biraz ıslatır ve tekrar çekersek, sistemin bağlandığını hissederiz ve yakından bakarsak, çizikler görürüz, çünkü su gres yağını ve diğer kirleticileri yüzeyden kaldırmıştır: artık gerçekten camın-cama değmesi söz konusudur; bu değme öylesine iyidir ki birbirlerini sıkıca tutar ve ayrılmaya direnir; o kadar ki cam parçalanır; yani çizikler oluşur.

12-3 Molekül kuvvetleri

Şimdi de molekül kuvvetlerinin özelliklerini tartışacağız. Bunlar atomlar arasındaki kuvvetlerdir ve sürtünmenin esas kökenidir. Molekül kuvvetleri hiçbir zaman klasik fiziğin temelinde doyurucu şekilde açıklanamamıştır; onları tam olarak anlamak için kuantum mekaniği gerekir. Bununla birlikte, gözlem ve deneye dayalı olarak, atomlar arası kuvvet Şekil 12-2'de şema halinde resimlenmiştir; orada iki atom arasındaki $\boldsymbol{F}$ kuvveti, atomlar arası r mesafesinin bir fonksiyonu olarak çizilmiştir. Farklı durumlar söz konusudur: Örneğin su molekülünde, eksi yükler daha çok oksijen üzerine denk gelir; eksi yüklerin ve artı yüklerin ortalama konumları aynı noktada değildir; sonuç olarak, yakınlardaki bir başka molekül, *çiftkutup-çiftkutup* (dipol-dipol) adı verilen oldukça büyük bir kuvvet hisseder. Bununla birlikte, pek çok sistemde yükler çok daha iyi bir şekilde dengelenmiştir; özellikle, tam simetrik olan oksijen gazında. Bu durumda, eksi yükler ve artı yükler molekülün her tarafına dağılmış olmakla birlikte, dağılım öyledir ki eksi yüklerin merkezi ve artı yüklerin merkezi çakışır. Merkezleri çakışmayan moleküle, kutuplu molekül denir ve yük ile merkezler arası uzaklığın çarpımı *çiftkutup momenti* adını alır. Kutuplu olmayan bir molekül, yük merkezleri çakışan bir moleküldür. Tüm elektrik yüklerinin nötralize olduğu tüm kutuplu-olmayan moleküller için, yine de çok büyük mesafelerde kuvvetin çekici olup uzaklığın yedinci kuvvetiyle ters orantılı olarak değiştiği anlaşılır; yani, $F = k/r^7$'dir; burada k moleküllere bağlı bir sabittir. Bunun nedenini ancak kuantum mekaniğini öğrendiğimizde anlayacağız. Çiftkutuplar varsa, kuvvetler daha büyüktür. Atomlar ya da moleküller çok yakın olurlarsa, çok büyük bir itmeyle birbirlerini iterler; yani, bizi tabana düşmekten koruyan da işte budur!

Bu molekül kuvvetleri oldukça dolaysız yollarla gösterilebilir: bunların biri, kayan cam bardaklı sürtünme deneyidir; bir başkası, özenle yere yerilip üst üste konmuş iki yüzey almaktır, böylece yüzeyler birbirine çok yakındır. Böyle yüzeylere bir örnek, torna atölyelerinde hassas uzunluk ölçümleri yapmak için standart olarak kullanılan Johansson bloklarıdır. Böyle bir blok bir diğeri üzerinde çok dikkatli bir şekilde kaydırılır ve üstteki yukarı kaldırılırsa, diğer blok molekül kuvvetleriyle ona tutunacak ve o da kalkacaktır; bu, bir bloktaki atomlarla diğer bloktaki atomlar arasındaki doğrudan çekime bir örnektir.

Yine de, bu moleküler çekim kuvvetleri, kütleçekimin temel olması anlamında, temel değildirler; bunlara, bir moleküldeki tüm elektron ve çekirdeklerin bir diğer moleküldeki tüm elektron ve çekirdeklerle olan aşırı karmaşık etkileşmeleri neden olmaktadır. Elde edeceğimiz herhangi bir basit-görünüşlü denklem karmaşıklıkların bir toplamını temsil eder; böylece hâlâ temel olaya ulaşamadık demektir.



Şekil 12-2 Aradaki mesafenin fonksiyonu olarak iki atom arasındaki kuvvet.

Madem ki molekül kuvvetleri, Şekil 12-2'de görüldüğü gibi, büyük uzaklıklarda çekici ve küçük uzaklıklarda iticidir, öyleyse katıları şöyle oluşturabiliriz, katılarda tüm atomlar çekim kuvvetleriyle bir arada tutulur ve birbirlerine çok yakın olduklarında devreye giren itici kuvvetle ayrılırlar. Belirli bir d mesafesinde (Şekil 12-2'de grafiğin ekseni kestiği yer) kuvvetler sıfırdır, orada bunlar tümden dengelenir demektir, öyle ki moleküller bu mesafede birbirlerinden ayrı dururlar. Moleküller birbirlerine doğru d mesafesinden daha yakına itildiklerinde, hepsi, grafikte r-ekseninin üzerindeki kısımca temsil edilen, bir geri dönüş sergiler. Molekülleri sadece hafifçe bir araya getirecek şekilde itmek bile, büyük bir kuvvet gerektirir, çünkü d'den daha küçük mesafelerde moleküler itme hızla çok büyük hale gelir. Moleküller hafifçe birbirlerinden uzağa çekilirlerse, aralık arttıkça büyüyen hafif bir çekme doğar. Yeterince güçlü çekilirlerse, biteviye ayrılacaklardır; bağ kopar.

Moleküller d'den sadece *çok az* miktarda yakına itilirlerse ya da d'den *çok az* uzağa çekilirlerse, Şekil 12-2 eğrisinde buna karşılık gelen mesafe de çok küçük olacaktır ve bu mesafe bir düz çizgiyle yaklaşıklığa uğratılabilir. Dolayısıyla, birçok durumda, yerdeğiştirme çok büyük değilse, *kuvvet yerdeğiştirmeyle orantılı olur*. Bu ilkeye Hooke yasası ya da esneklik yasası denir. Buna göre, bir cismin şekli bozulduğunda, o cismin içinde onu ilk haline getirmeye çalışan

kuvvet, şekil bozulmasıyla orantılıdır. Kuşkusuz bu yasa, ancak şekil bozulması görece küçükse doğrudur; bozulma aşırı büyük olursa, bozulmamın türüne bağlı olarak, cisim yırtılıp parçalanır ya da hurdahaş olur. Hooke yasasının geçerli olduğu kuvvet miktarı malzemeye bağlıdır; örneğin, hamur ya da cam macunu için bu kuvvet çok küçüktür, fakat çelik için oldukça büyüktür. Hooke yasası, çelikten bobin şeklinde yapılmış ve düşey olarak asılmış uzun bir yayla hoş bir şekilde gösterilebilir. Yayın alt ucuna asılmış uygun bir ağırlık, telin uzunluğu boyunca küçük bir burulma doğurur, bu da her bir sarımda küçük bir düşey bozulmayla sonuçlanır ve çok sarım varsa, bu küçük bozulmalar büyük bir yerdeğiştirme oluştururlar. Diyelim ki 100 gramlık bir ağırlıkla doğurulan toplam uzama ölçülürse, her 100 gramlık ek ağırlığın, ilk 100-gram ağırlıkla ölçülen uzamaya neredeyse eşit bir ek uzama doğuracağı bulunur. Ancak yay aşırı yüklendiği zaman, kuvvetin yerdeğiştirmeye olan bu sabit oranı değişmeye başlar, yani Hooke yasası artık geçerli değildir.

12-4 Temel kuvvetler. Alanlar

Şimdi de geri kalan temel kuvvetleri tartışacağız. Yasaları esas itibariyle basit olduğu için onlara temel kuvvetler diyoruz. Önce elektrik kuvvetini tartışacağız. Cisimler basitçe elektronlardan ve protonlardan oluşan elektrik yükleri taşırlar. Herhangi iki cisim elektrikçe yüklüyse, onların arasında bir elektrik kuvveti vardır ve yüklerin büyüklükleri q_1 ve q_2 ise, bu kuvvet yükler arasındaki uzaklığın karesiyle ters orantılı olarak değişir: $F = (sabit)\ q_1\ q_2/r^2$. Benzemeyen yükler için, bu yasa kütleçekim yasası gibidir, fakat *benzer* yükler için, kuvvet iticidir ve işaret (yön) tersinedir. q_1 ve q_2 yükleri aslında ya pozitiftir ya da negatif; denklemin herhangi özel bir uygulamasında, q'ların artı ya da eksi işaretleri verildiğinde, kuvvetin yönü ortaya çıkacaktır; kuvvet iki yük arasındaki çizgi boyunca yönelir. Denklemdeki sabit, kuşkusuz, kuvvet, yük ve uzunluk için kullanılan birimlere bağlıdır. Pratikte yük Coulomb, uzaklık metre ve kuvvet Newton cinsinden ölçülür. Bu durumda, kuvvetin uygun biçimde Newton cinsinden çıkması için, sabitin (tarihsel nedenlerle $1/4\pi\epsilon_0$ yazılır) aşağıdaki sayısal değeri alması gerekir:

$$\epsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}\ \text{Coulomb}^2/\text{Newton}\cdot\text{m}^2$$

Ya da:

$$1/4\pi\epsilon_0 = 8{,}99 \times 10^{-9}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{Coulomb}^2$$

Böylece durgun yükler için kuvvet yasası şudur:

$$F = q_1 q_2 r / 4\pi\epsilon_0 r^3 \qquad (12.2)$$

Doğada, tüm yüklerin en önemlisi bir tek elektron üzerindeki yüktür ve değeri $1{,}60 \times 10^{-19}$ Coulomb'tur. Büyük yüklerden çok, temel parçacıkların arasındaki elektrik kuvvetleriyle uğraşırken, çoğu kimse $(q_{el})^2/4\pi\epsilon_0$ birleşimini yeğler; burada q_{el} bir elektron üzerindeki yükü tanımlar. Bu birleşim sık sık ortaya çıkar ve hesapları basitleştirmek için, e^2 simgesiyle tanımlanmıştır; MKS birim sisteminde sayısal değeri $(1{,}52 \times 10^{-14})^2$ olarak çıkar. Sabiti bu yapıda kullanmanın avantajı, iki elektron arasındaki kuvveti, r metre cinsinden alınmak koşuluyla, Newton cinsinden basitçe e^2/r^2 olarak yazabilmektir. Elektrik kuvvetleri, bu basit denklemin gösterdiğinden çok daha karmaşıktır, çünkü denklem sadece iki cisim arasındaki kuvveti, cisimler durgunken vermektedir. Çok daha genel hali biraz sonra ele alacağız.

Daha temel cinsten kuvvetlerin çözümlemesinde (sürtünme gibi kuvvetler değil de, elektrik kuvveti ya da kütleçekim kuvveti gibi temel kuvvetler), ilginç ve çok önemli bir kavram geliştirilmişti. İlk bakışta kuvvetler ters-kare yasalarıyla gösterilenden çok daha karmaşık olduklarından ve o yasaların sadece etkileşen cisimler durgunken geçerliliği bulunduğundan, cisimler karmaşık bir şekilde harekete başladıklarında ortaya çıkan çok karmaşık kuvvetlerle başa çıkabilecek gelişkin bir yöntem gerekir. Deneyimler, bu tür kuvvetlerin çözümlemesinde, "alan" kavramı denilen bir yaklaşımın büyük yararı olduğunu göster-

miştir. Bu fikri, örneğin elektrik kuvveti için resmetmeye kalkışalım; sırasıyla P ve R noktalarında yerleşik q_1 ve q_2 gibi iki elektrik yükümüz olsun. Yükler arasındaki kuvvet

$$F = q_1 q_2 r/4\pi\epsilon_0 r^3 \tag{12.3}$$

denklemiyle verilir. Bu kuvveti alan kavramı aracılığıyla çözümlemek için, P'deki q_1 yükü R noktasında bir "durum" yaratır, öyle ki R'ye yerleştirilen q_2 yükü bir kuvvet "hisseder" deriz. Bunu betimlemenin bir yolu, belki de acayip bir yolu, budur; R'de duran q_2 üzerindeki kuvvet iki parça halinde yazılabilir deriz: q_2 çarpı bir $\boldsymbol{E}$ niceliği; bu nicelik, q_2 yükü orada olsa da olmasa da, orada vardır (yeter ki diğer tüm yükleri doğru yerlerinde tutalım). $\boldsymbol{E}$ niceliği, q_1 tarafından yaratılmış olan o "durum"dur ve q_2 yükünün $\boldsymbol{E}$'ye yanıtı $\boldsymbol{F}$'dir deriz. $\boldsymbol{E}$ *elektrik alanı* adını alır ve bir vektördür. P noktasındaki q_1 yükü tarafından R noktasında yaratılan $\boldsymbol{E}$ elektrik alanının denklemi, q_1 yükü çarpı $1/4\pi\epsilon_0$ sabiti bölü r^2'dir (r, P'den R'ye olan uzaklıktır) ve yarıçap vektörü yönünde etkimektedir (yarıçap vektörü bölü onun kendi uzunluğu). Böylece $\boldsymbol{E}$'nin ifadesi

$$\boldsymbol{E} = q_1 \boldsymbol{r}/4\pi\epsilon_0 r^3 \tag{12.4}$$

olur. Bu durumda

$$\boldsymbol{F} = q_2 \boldsymbol{E} \tag{12.5}$$

yazabiliriz; bu da kuvveti, alan çarpı alan içindeki yük olarak ifade eder. Tüm bunları yapmanın amacı nedir? Amaç, çözümlemeyi iki parçaya bölmektir. Birinci parça, bir şey bir *alan* yaratır der; ikinci parçaysa bu alan vasıtasıyla bir şeye *etki edilir* der. İki parçaya bağımsız olarak bakmamıza izin verilerek, çözümlemenin bu şekilde ayrıştırılması birçok durumda problemin hesaplanmasını basitleştirir. Çok sayıda yükümüz varsa, ilkin tüm yükler tarafından R noktasında yaratılan toplam elektrik alanını hesaplarız ve sonra R'ye yerleştirilen yükü bilerek, onun üzerindeki kuvveti buluruz.

Kütleçekim halinde, tam olarak aynı şeyi yaparız. Bu kez, kuvvet $\boldsymbol{F}=-Gm_1m_2\boldsymbol{r}/r^3$ olup, aşağıdaki gibi, benzer bir çözümleme yapabiliriz: Bir kütleçekim alanında bulunan bir cisim üzerindeki kuvvet, cismin kütlesi kere $\boldsymbol{C}$ alanıdır. m_2 üzerindeki kuvvet, m_2 kütlesi kere m_1 tarafından yaratılan $\boldsymbol{C}$ alanıdır; yani $\boldsymbol{F} = m_2\boldsymbol{C}$. Kütlesi m_1 olan cismin yarattığı $\boldsymbol{C}$ alanıysa, $\boldsymbol{C} = -Gm_1\boldsymbol{r}/r^3$'tür ve elektrik halindeki gibi, radyal (yarıçap yönünde) olarak yönelmiştir.

İlk bakışta nasıl görünürse görünsün, bir parçanın diğerinden bu şekilde ayrılması önemsiz değildir. Kuvvet yasaları basit olsaydı, aynı şeyi sadece bir başka tarzda yazma önemsiz olabilirdi, fakat kuvvet yasaları o denli karmaşıktır ki alanlar, onları yaratan cisimlerden neredeyse bağımsız bir gerçekliğe sahip olurlar. Bir yükü şöyle sallayabilir ve uzakta bir etki, bir alan, yaratırsınız; sonra yükün hareketini durdurursanız, alan tüm geçmişten haberdardır, çünkü iki parçacık arasındaki etkileşme bir anda olmamıştır. Daha önce olanların bir şekilde hatırlanması arzulanır. Bir yük üzerindeki kuvvet, diğer yükün dün nerede olduğuna bağlıysa, ki bağlıdır, o zaman dün neler olduğunu izlemek için bir mekanizmaya gereksinim duyarız; işte bu, alanın bir niteliğidir. Böylece kuvvetler karmaşıklaştıkça, alan gitgide daha gerçek bir nesne haline gelir ve bu ayırma yönteminin yapmacıklığı da gitgide azalır.

Kuvvetleri alanları kullanarak çözümlemede, alanlarla ilgili iki tür yasaya gereksinim duyarız. Birincisi alana olan yanıttır ve bu, hareket denklemlerini verir. Örneğin, bir kütlenin bir kütleçekim alanına yanıt yasası, kuvvetin kütle çarpı kütleçekim alanına eşit olmasıdır; ya da, cisim üzerinde bir yük de varsa, yükün elektrik alanına yanıtı, yük çarpı elektrik alanıdır. Bu durumlarda doğanın çözümlenmesinin ikinci kısmıysa, alanın şiddetini saptayan ve nasıl yaratıldığını açıklayan yasaları formüle etmektir. Bu yasalara bazen *alan denklemleri* adı verilir. Bunlar hakkında daha fazla bilgiyi zamanı geldikçe öğreneceğiz, ama yine de şimdi birkaç şey yazalım.

İlk olarak, tam doğru olan ve kolayca anlaşılabilen en dikkate değer olgu, çok sayıda kaynak tarafından üretilen toplam elektrik alanının, birinci kaynak, ikinci kaynak vb, tarafından üretilen elektrik alanlarının vektörel toplamı olmasıdır. Bir alan oluşturacak çok sayıda yükümüz varsa ve onlardan biri $\boldsymbol{E}_1$ alanını, bir diğeri $\boldsymbol{E}_2$ alanını vb yaratıyorsa, toplam alanı elde etmek için sadece bu vektörleri birbirine ekleriz. Bu ilke,

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 + \boldsymbol{E}_3 + \cdots \tag{12.6}$$

olarak; ya da yukarıda verilen tanıma dayanarak,

$$\boldsymbol{E} = \sum_i \frac{q_i \boldsymbol{r}_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} \tag{12.7}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Aynı yöntemler kütleçekime uygulanabilir mi? İki m_1 ve m_2 kütlesi arasındaki kuvvet Newton tarafından $\boldsymbol{F} = -Gm_1m_2\boldsymbol{r}/r^3$ olarak ifade edilmişti. Fakat alan kavramına göre, m_1 onu çevreleyen uzayda bir $\boldsymbol{C}$ alanı yaratır, öyle ki m_2 üzerindeki kuvvet aşağıdaki gibi verilir:

$$\boldsymbol{F} = m_2\boldsymbol{C} \tag{12.8}$$

Elektriksel durumla tam benzerlik içinde

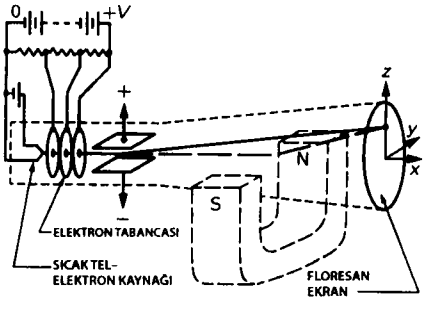
$$\boldsymbol{C}_i = -Gm_i\,\boldsymbol{r}_i/r_i^3 \tag{12.9}$$

yazılabilir ve birçok kütle tarafından üretilen kütleçekim alanı

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{C}_1 + \boldsymbol{C}_2 + \boldsymbol{C}_3 + \cdots \tag{12.10}$$

şeklindedir. 9. Bölümde gezegen hareketi halini incelerken, esas olarak bu ilkeyi kullanmıştık. Basitçe tüm kuvvet vektörlerini ekleyerek bir gezegen üzerindeki bileşke kuvveti elde etmiştik. Onu söz konusu gezegenin kütlesine bölersek, (12.10) denklemini buluruz.

(12.6) ve (12.10) denklemleri, alanların *üst üste gelme ilkesi* olarak bilinir. Bu ilke, tüm kaynakların yarattığı toplam alanın her bir kaynağa ait alanların toplamı olduğunu ifade eder. Bugün bildiğimiz kadarıyla, bu, elektrik için mutlak surette güvenli bir yasadır; yüklerin hareketi nedeniyle kuvvet yasası karmaşık olduğunda bile doğrudur. Görünüşte bazı bozulmalar vardır, fakat daha dikkatli çözümlemeler, bunların daima belirli hareketli yüklerin gözden kaçırılması nedeniyle olduğunu göstermiştir. Bununla birlikte, üst üste gelme ilkesi elektrik kuvvetlerine tam olarak uygulandığı halde, alan aşırı şiddetliyse, kütleçekim için tam değildir ve (12.10) Newton denklemi, Einstein'ın kütleçekim kuramı uyarınca, sadece yaklaşıktır.



Şekil 12-3 Bir elektron-demeti tüpü.

Elektrik kuvvetine sıkıca bağlı bir diğer kuvvet türü manyetik kuvvet olup, o da bir alan cinsinden çözümlenebilir. Elektrik ve manyetik kuvvetler arasındaki bazı nitel bağıntılar, elektron-ışını tüpüyle yapılan bir deneyle açıklanabilir (Şekil 12-3). Böyle bir tüpün bir ucunda bir elektron akıntısı salan bir kaynak bulunur. Tüpün içerisinde elektronları yüksek hızlara ivmelendiren ve bunların bazılarını dar bir demet halinde tüpün diğer ucundaki floresan perdeye yollayan düzenekler yer alır. Elektronların çarptığı perdenin merkezinde bir ışık lekesi parlar; bununla elektronun yolunu izleyebiliriz. Elektron demeti, perdeye giden yol üzerine, diyelim ki, yatay olarak yerleştirilmiş paralel iki metal plakanın arasındaki dar uzay bölgesinden geçer. Plakalar arasına bir gerilim uygulanabilir, öyle ki plakalardan ya biri ya da öteki isteğe göre eksi yapılabilir.

Deneyin ilk kısmında alt plakaya eksi gerilim uygulanır; bu demektir ki alt plaka üzerine fazlalık elektronlar yerleştirilir. Benzer yükler birbirlerini iteceğinden, ışık lekesi bir anda yukarı kayar. (Bunu başka şekilde söyleyebilirdik: elektronlar alanı "hisseder" ve buna yukarı saparak yanıt verir.) Şimdi gerilimi ters çevirerek *üst* plakayı negatif yaparız. Bu kez perde üzerindeki ışık lekesi merkezin aşağısına atlar; yani demetteki elektronlar üst plakadaki elektronlar tarafından itilir. (Ya da, yine elektronlar alana "yanıt vermiştir" deriz; ama bu kez ters yönde.)

Deneyin ikinci kısmı, plakalardan gerilimi kesmek ve elektron demeti üzerinde bir manyetik alanın etkisini sınamaktır. Bu, kutuplarının arasına tüpün girebileceği büyüklükte bir at nalı mıknatısla yapılır. Mıknatısı tüpün altına U harfiyle aynı yönelimde tutalım, kutuplar üstte ve tüpün bir kısmı onların arasında olsun. Mıknatıs aşağıdan tüpe yaklaştırıldığında, ışık lekesinin, diyelim ki, yukarıya doğru saptığını gördük; buna göre mıknatıs elektron demetini itti. Bununla birlikte, mesele o kadar basit değildir; çünkü mıknatısı, kutupları yanyana değiştirmeksizin, altüst edersek ve şimdi tüpe yukarıdan yaklaşırsak, leke yine *yukarı doğru* sapacaktır, öyleyse elektron demeti itilmez, tersine bu kez elektronların çekildiği görülür. Şimdi baştan, mıknatısı önceki gibi tüpün altında özgün U yöneliminde tutarak başlayalım. Evet, leke hâlâ yukarıya doğru sapmaktadır; fakat şimdi mıknatısı düşey eksen etrafında 180° döndürelim, öyle ki mıknatıs yine U konumundadır, ama kutuplar yerdeğiştirmiştir. Hah! İşte, leke şimdi aşağıya atladı ve önceki gibi, mıknatısı altüst edip yukarıdan yaklaşsak bile, leke aşağıda duruyor.

Bu tuhaf davranışı anlamak için, yeni bir kuvvetler topluluğuna sahip olmalıyız. Bunu şöyle açıklarız: Mıknatısın bir kutbundan diğerine doğru giden bir *manyetik alan* vardır. Bu alan bir yöne sahip olup, bu daima bir özel kutuptan öteye (bu özel kutbu işaretlemeliyiz) ve diğer kutba doğrudur. U mıknatısı üstten ya da alttan tutmakla alanın yönü değişmez, fakat kutupların yerlerini değiştirince alanın yönü değişir. Örneğin, elektronun hızı x-yönünde yatay olsaydı ve manyetik alan da yatay fakat y-doğrultusunda olsaydı, *hareketli elektronlar üzerindeki* manyetik kuvvet z-doğrultusunda olurdu; yani yukarı ya da aşağı doğru (alanın artı ya da eksi y-doğrultusunda olmasına bağlı olarak).

Biri diğerine göre keyfi tarzda hareket eden iki yük arasındaki doğru kuvvet yasasını aşırı karmaşık olduğu için şu anda vermeyeceğiz; ama *eğer alanlar biliniyorsa*, kuvvetlerin alanlar cinsinden olan tam yasasını vereceğiz. Yüklü bir cismin üzerindeki kuvvet onun hareketine bağlıdır; cisim verilen bir yerde durgun duruyorsa, onu etkiyen bir kuvvet vardır, bu yükle orantılıdır, katsayı *elektrik alan* dediğimiz niceliktir. Cisim hareketliyse, kuvvet farklı olur ve düzeltmenin, yani kuvvetin yeni "parçası"nın, *hıza tam olarak çizgisel* bağımlı olduğu ve yönce hem $\boldsymbol{v}$ hız vektörüne ve hem de *manyetik indüksiyon* ($\boldsymbol{B}$) dediğimiz bir başka vektörel niceliğe *dik* olduğu anlaşılır. $\boldsymbol{E}$ elektrik alanının ve $\boldsymbol{B}$ manyetik indüksiyonunun bileşenleri sırasıyla (E_x, E_y, E_z) ve (B_x, B_y, B_z) ise, ayrıca $\boldsymbol{v}$ hız bileşenleri (v_x, v_y, v_z) ise, bu durumda hareketli bir q yükü üzerindeki toplam elektrik ve manyetik kuvvet şu bileşenlere sahiptir:

$$\begin{aligned} F_x &= q\,(E_x + v_y B_z - v_z B_y) \\ F_y &= q\,(E_y + v_z B_x - v_x B_z) \\ F_z &= q\,(E_z + v_x B_y - v_y B_x) \end{aligned} \tag{12.11}$$

Eğer, örneğin, manyetik alanın sadece B_y bileşeni ve hızın sadece v_x bileşeni olsaydı, manyetik kuvvette kalan tek terim, $\boldsymbol{B}$ ve $\boldsymbol{v}$'nin ikisine de dik, z-doğrultusunda bir kuvvet olurdu.

12-5 Sözde kuvvetler

Tartışacağımız bir sonraki kuvvet türü, sözde kuvvet olarak adlandırılabilir. Bölüm 11'de farklı koordinat sistemleri kullanan iki kişi, Ali ile Veli arasındaki ilişkiyi tartışmıştık. Bir parçacığın Ali tarafından ölçülen konumunun x ve Veli tarafından ölçülen konumununsa x' olduğunu varsayalım; bu durumda yasalar şöyledir:

$$x = x' + s, \qquad y = y', \qquad z = z'$$

Burada s Ali'nin sistemine göre Veli'nin yerdeğiştirmesidir. Hareket yasalarının Ali için doğru olduğunu varsayarsak, bu yasalar Veli için nasıl görünür? Önce şunu buluruz:

$$dx/dt = dx'/dt + ds/dt$$

Daha önce s'nin sabit olduğu hali ele almış ve hareket yasalarında s'nin bir fark yaratmadığını bulmuştuk; dolayısıyla sonunda, fizik yasaları her iki sistemde de aynıydı. Fakat alacağımız bir diğer hal, $s = ut$'dir; burada u bir düz çizgi üzerinde düzgün bir hızdır. Yani s sabit olmayıp, ds/dt sıfır değildir; fakat u bir sabittir. Yine de, d^2x/dt^2 ivmesi d^2x'/dt^2 ile aynıdır, çünkü $du/dt = 0$'dır. Bu, Bölüm 10'da kullandığımız yasanın doğru olduğunu, yani bir düz çizgi üzerinde düzgün bir hızla hareket ediyorsak, fizik yasalarının durgun olduğumuz zamanki yasalarla aynı görüneceklerini kanıtlar. Bu Galileo dönüşümüdür. Fakat s'nin daha da karmaşık olduğu $s = at^2/2$ ilginç halini tartışmak istiyoruz. Bu durumda $ds/dt = at$ ve $d^2s/dt^2 = a$, yani düzgün bir ivmedir. Daha da karmaşık bir halde, bu ivme zamanın bir fonksiyonu olabilir. Bu demektir ki, Ali'nin bakış açısından hareket yasaları

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = Fx,$$

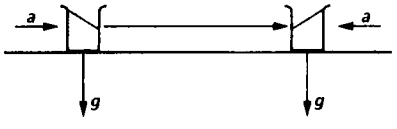
şeklinde görülürken, Veli tarafından görülen yasalar

$$m\frac{d^2x'}{dt^2} = Fx' = Fx - ma.$$

şeklinde ortaya çıkacaktır. Yani, Veli'nin koordinat sistemi Ali'ninkine göre ivmelendiği için, fazlalıktan ma terimi gelir ve Veli kuvvetlerini bu miktar kadar düzeltmelidir ki Newton yasaları işlesin. Bir başka deyişle, burada kuşkusuz Veli hatalı koordinat sistemine sahip olduğu için, görünüşte var olan, gizemli, bilinmeyen kökenli yeni bir kuvvet ortaya çıkar. Bu, bir sözde kuvvet örneğidir; başka örnekler *dönen* koordinat sistemlerinde ortaya çıkar.

Sözde kuvvetlerin bir başka örneği, çoğunlukla "merkezkaç kuvvet" olarak adlandırılan kuvvettir. Dönen bir koordinat sisteminde, yani dönen bir kutu içinde bulunan bir gözlemci, bilinen hiçbir kuvvet kökeniyle açıklanamayan, her şeyi dış duvarlara doğru fırlatan gizemli kuvvetler bulacaktır. Bu kuvvetler, sadece gözlemcinin en basit sistem olan Newton koordinat sistemine sahip olmaması nedeniyle ortaya çıkmaktadır.

Sözde kuvvetler ilginç bir deneyle betimlenebilir, bu deneyde bir sürahi suyu bir masa üzerinde ivmelenecek şekilde iteriz. Kütleçekim, kuşkusuz, suya aşağı doğru etki eder, fakat yatay ivme nedeniyle yine yatay olarak ama ivmeye zıt yönde bir sözde kuvvet de vardır. Kütleçekim ve sözde kuvvetin bileşkesi düşeyle bir açı yapar ve ivmelenme süresince suyun yüzeyi bileşke kuvvete dik olacaktır; yani, sürahinin geri tarafında su daha yükselmiş olarak, su yüzeyi masayla bir açı yapacak şekilde eğilmiştir. Sürahinin itilmesi durduğunda ve sürtünme nedeniyle sürahi yavaşladığında, sözde kuvvet tersine döner ve su bu kez sürahinin ileri tarafında daha yüksekte durur (Şekil 12-4).



Şekil 12-4 Bir sözde kuvvetin betimlenişi.

Sözde kuvvetlerin çok önemli bir özelliği, onların daima kütlelerle orantılı oluşlarıdır; aynı şey kütleçekim için doğrudur. Dolayısıyla, *kütleçekimin kendisinin bir sözde kuvvet olma* olasılığı vardır. Acaba kütleçekim basitçe, bizim doğru koordinat sistemine sahip olmamamız nedeniyle ortaya çıkmış olamaz mı? Ne de olsa, bir cismin ivmelendiğini düşünürsek, daima kütleyle orantılı bir kuvvet elde ederiz. Örneğin, yeryüzünde durmakta olan bir kutuya kapatılmış bir adam, kendisini kutunun tabanına kendi kütlesiyle orantılı belirli bir kuvvetle bağlı hisseder. Fakat dünya hiç olmasaydı ve kutu duruyor olsaydı, adam uzayda yüzüyor olurdu. Diğer taraftan, dünya hiç olmasaydı ve bir şey kutuyu bir g ivmesiyle çekseydi, o zaman kutu içindeki adam, fiziği çözümleyerek, tam kütleçekimin yaptığı gibi, kendisini tabana çeken bir sözde kuvvet bulurdu.

Einstein ivmelerin kütleçekimin bir taklidini verdiğini ya da ivme kuvvetlerinin (sözde kuvvetlerin) kütleçekim kuvvetlerinden *ayırt edilemeyeceğini* ifade eden ünlü varsayımını ileri sürmüştü; verilen bir kuvvetin ne kadarının kütleçekim ve ne kadarının sözde kuvvet olduğunu söylemek mümkün değildir.

Yukarı doğru ivmelendiğimiz için aşağı çekiliyoruz diyerek kütleçekimi bir sözde kuvvet olarak ele almak doğru görünebilir, fakat ya dünyanın diğer tara-

fındaki, örneğin Madagaskar Adasındaki insanlar için ne diyeceğiz; onlar da mı ivmeleniyorlar? Einstein kütleçekimin sadece bir noktada bir anda bir sözde kuvvet olarak düşünülebileceğini buldu ve bu düşünceler şu önermeye yol açtı: *Evrenin geometrisi*, alışılmış Öklit geometrisinden daha karmaşıktır. Şu anki tartışma sadece niteldir, genel düşünceden öte hiçbir şey ifade etme iddiasında değildir. Kütleçekimin nasıl sözde kuvvetlerin sonucu olabileceği hakkında kaba bir fikir vermek için, gerçek durumu temsil etmeyen, yalnızca geometrik bir betimleme sunacağım. Hepimizin iki boyutta yaşadığımızı ve üçüncü boyut hakkında hiçbir şey bilmediğimizi varsayın. Bir düzlem üzerinde olduğumuzu sanırız; fakat aslında bir kürenin yüzeyinde olduğumuzu farz edin. Ve varsayın ki üzerinde kuvvet olmayan bir cismi yer boyunca fırlatalım. Nereye gidecektir? Düz bir çizgi üzerinde gideceği görülecektir, fakat bir küre yüzeyinde kalmalıdır; orada iki nokta arasındaki en kısa uzaklık bir büyük çember boyuncadır; öyleyse cisim bir büyük çember boyunca gider. Bir başka cismi de benzer şekilde, fakat başka bir doğrultuda fırlatırsak, o da bir başka büyük çemberde gidecektir. Bir düzlem üzerinde olduğumuzu sandığımızdan, bu iki cismin zamanla çizgisel olarak birbirlerinden uzaklaşmalarını sürdüreceklerini bekleriz; fakat dikkatli bir gözlem gösterecektir ki, cisimler yeterince öteye gittiklerinde, sanki birbirlerini çekiyorlarmış gibi, tekrar birbirlerine yaklaşırlar. Fakat onlar birbirlerini çekmezler; sadece geometride "garip" bir şey vardır. Bu özel betimleme, Einstein geometrisindeki "garip"liği doğru şekilde anlatmaz, fakat bu geometrinin şeklini yeterince bozarsak, tüm kütleçekimi bir şekilde sözde kuvvetlere bağlamanın mümkün olduğunu betimler; kütleçekimin Einsteincı kuramının genel fikri işte budur.

12-6 Çekirdek kuvvetleri

Bu bölümü bilinen diğer kuvvetlerden *çekirdek kuvvetleri*nin kısa bir tartışmasıyla bitireceğiz. Bu kuvvetler atomların çekirdekleri içindeki kuvvetlerdir ve çok tartışıldıkları halde, hiç kimse iki çekirdeğin arasındaki kuvveti şimdiye kadar hesaplayamamıştır ve gerçekten de çekirdek kuvvetleri için bilinen bir yasa yoktur. Bu kuvvetler iyice küçük bir erime sahiptir: neredeyse çekirdeğin boyutuyla aynı, herhalde 10^{-13} santimetre kadar. Böylesine küçük parçacıklarla ve böylesine kısa mesafelerde, Newton yasaları değil de, ancak kuantum mekaniği yasaları geçerlidir. Çekirdek çözümlemelerinde artık kuvvetler cinsinden düşünemeyiz ve aslında kuvvet kavramını iki parçacığın etkileşme enerjisi kavramıyla yer değiştiririz; bu konuyu daha sonra tartışacağız. Çekirdek kuvvetleri için yazılabilecek her denklem, pek çok karmaşıklığı ihmal eden oldukça kaba bir yaklaşıklıktır; aşağıdaki böyle bir denklem olabilir: Bir çekirdeğin içindeki kuvvetler uzaklığın karesinin tersi gibi değişmez, bunun yerine belirli bir r mesafesi üzerinde üstel olarak azalır ve $F=(1/r^2)\exp(-r/r_0)$ şeklinde ifade edilebilir; burada r_0 mesafesi 10^{-13} cm mertebesindedir. Bir başka deyişle, bu kuvvetler 10^{-13} cm bölgesi içinde çok şiddetli olmakla birlikte, parçacıkların arası r_0'dan daha büyük olur olmaz, kuvvetler sıfıra iner. Bugün anlaşıldığı kadarıyla, çekirdek kuvvetlerinin yasaları çok karmaşıktır; onları basitçe anlayamıyoruz ve çekirdek kuvvetlerinin ardındaki temel mekanizma henüz çözülmemiş durumdadır. Çözüm girişimleri çok sayıda acayip parçacıkların, π-mezonlarının keşfine yol açmıştı, fakat bu kuvvetlerin kökeni hâlâ karanlıktadır.

13

İŞ VE POTANSİYEL ENERJİ (A)

13-1 Düşen cismin enerjisi

13-1 Düşen cismin enerjisi
13-2 Kütleçekim tarafından yapılan iş
13-3 Enerjinin toplanması
13-4 Büyük cisimlerin kütleçekim alanı

4. Bölümde enerjinin korunumunu tartışmıştık. O tartışmada Newton yasalarını kullanmamıştık, fakat kuşkusuz enerjinin gerçekten bu yasalarla uyum içinde nasıl korunduğunu görmek büyük önem taşımaktadır. Berrak olsun diye, mümkün en basit örnekle başlayacağız ve sonra gitgide daha güç örnekleri geliştireceğiz.

Enerjinin korunumuna en basit örnek düşen bir cisimdir, burada hareket sadece düşey yöndedir. Sadece kütleçekimin etkisi altında yüksekliği değişen bir cisim, düşüşü esnasındaki hareketi nedeniyle T (ya da K.E.) kinetik enerjisine ve kısaca U (ya da P.E.) olarak yazılan bir mgh potansiyel enerjisine sahiptir. Bunların toplamı sabittir:

$$\underset{\text{K.E.}}{\tfrac{1}{2}mv^2} + \underset{\text{P.E.}}{mgh} = \text{sabit},$$

ya da

$$T + U = sabit \tag{13.1}$$

Şimdi bu ifadenin doğru olduğunu göstermek istiyoruz. Onun doğru olduğunu göstermek ne demektir? Cismin nasıl hareket ettiğini İkinci Newton Yasasından kolayca söyleyebiliriz ve hızın zamanla nasıl değiştiğini bulmak kolaydır: Hız zamanla orantılı olarak artar ve yükseklik zamanın karesiyle değişir. Böylece yüksekliği cismin durağan olduğu bir sıfır noktasından ölçersek, yüksekliğin, hızın karesi çarpı bir sabit sayıya eşit olacağını bilmek bir mucize sayılmaz. Yine de, buna biraz daha yakından bakalım.

Kinetik enerjinin zamana göre türevini alarak ve sonra Newton yasalarını kullanarak, kinetik enerjinin nasıl değişmesi gerektiğini *doğrudan* İkinci Newton Yasasından bulalım. $\frac{1}{2}mv^2$'nin zamana göre türevini aldığımızda, m sabit olduğundan,

$$\frac{dT}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\tfrac{1}{2}mv^2\right) = \tfrac{1}{2}m2v\,\frac{dv}{dt} = mv\,\frac{dv}{dt} \tag{13.2}$$

elde ederiz. Fakat İkinci Newton Yasasından $m\,(dv/dt) = F$'tir, öyle ki

$$dT/dt = Fv \tag{13.3}$$

olur. Genelde, bu $\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}$ olarak çıkacaktır, fakat bizim bir-boyutlu halimizde, onu kuvvet çarpı hız olarak bırakalım.

Basit örneğimizde kuvvet sabit olup $-mg$'ye eşittir ve düşeydir (eksi işareti, aşağıya doğru etkidiği anlamındadır) ve hız, kuşkusuz, düşey konumun, ya da h yüksekliğinin zamana göre değişimidir. Böylece kinetik enerjinin değişim hızı, $-mg(dh/dt)$ olup, bu mucizelerin mucizesi nicelik bir başka şeyin değişim hızının eksilisidir! mgh'nin zamanla değişim hızının eksilisi! Dolayısıyla, zaman geçerken, kinetik enerjideki ve mgh niceliğindeki değişimler eşit ve zıttır, öyle ki iki niceliğin toplamı sabit kalır.

Sabit kuvvetler için $\frac{1}{2}mv^2$ kinetik enerjisine mgh potansiyel enerjisini eklediğimizde enerjinin korunduğunu Newton'ın ikinci hareket yasasından gösterdik. Şimdi buna biraz daha yakından bakalım ve acaba genelleştirebilir miyiz, böylece de anlayışımızı ilerletebilir miyiz, onu görelim. Bu sadece serbest düşen bir cisim için mi işlemektedir, yoksa çok daha genel midir? Enerjinin korunumu tartışmamızdan, kütleçekimin etkisi altında, sürtünmesiz bir tür eğri üzerinde bir noktadan diğerine hareket eden bir cisim için bunun işleyeceğini bekleriz

(Şekil 13-1). Cisim ilk H yüksekliğinden belirli bir h yüksekliğine ulaşırsa, bu kez hız düşeyden başka bir yönde olsa bile, aynı denklem yine doğru olmalıdır. Yasanın hâlâ *niçin* doğru olduğunu anlamak isteriz. Aynı çözümlemeyi izleyerek, kinetik enerjinin zamanca değişimini bulalım. Bu değişim yine $mv(dv/dt)$ olacaktır; fakat $m(dv/dt)$ ifadesi, momentumun büyüklüğünün değişim hızı, yani *hareket yönündeki kuvvet* –teğetsel F_t kuvveti– olur. Böylece

$$\frac{dT}{dt} = mv\ \frac{dv}{dt}\quad F_t v$$

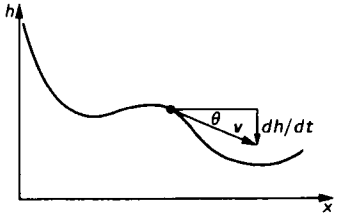
çıkar. Eğri boyunca uzaklığın değişim oranı olan ds/dt hızdır ve teğetsel F_t kuvveti,$-mg$ değil de, düşey dh mesafesinin yol boyunca olan ds mesafesine oranı kadar daha zayıftır. Başka bir deyişle,

$$F_t = -mg\,\sin\theta = -mg\ \frac{dh}{ds}$$

olur; öyle ki

$$F_t\ \frac{ds}{dt} = -mg\left[\frac{dh}{ds}\right]\left[\frac{ds}{dt}\right] = -mg\ \frac{dh}{dt}$$

çıkar, çünkü ds'ler birbirini götürür. Böylece $-mg\,(dh/dt)$ elde ederiz; bu da, önceki gibi, $-mg$'nin değişim hızına eşittir.



Şekil 13-1 Kütleçekimin etkisi altında sürtünmesiz bir eğri üzerinde hareket eden bir cisim.

Mekanikte enerjinin korunumunun nasıl işlediğini tam olarak anlamak için, buradaki çözümlemede bize yardımı dokunacak birkaç kavramı tartışacağız şimdi de.

Önce, genel olarak üç boyutta kinetik enerjinin değişim hızını tartışalım. Üç boyutta kinetik enerji

$$T = \tfrac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

şeklindedir. Bunun zamana göre türevini aldığımızda, üç korkutucu terim elde ederiz:

$$\frac{dT}{dt} = m\left[v_x\ \frac{dv_x}{dt} + v_y\ \frac{dv_y}{dt} + v_z\ \frac{dv_z}{dt}\right] \qquad (13.4)$$

Fakat $m(dv_x/dt)$, cisme x-doğrultusunda etki eden kuvvettir. Böylece (13.4) denkleminin sağ yanı $F_x v_x + F_y v_y + F_z v_z$'dir. Vektör analizden bunu $\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}$ olarak tanırız; dolayısıyla

$$dT/dt = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v} \qquad (13.5)$$

olur. Bu sonuç çok daha hızlı olarak şöyle türetilebilir: $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$ ikisi de zamana bağlı iki vektörse, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$'nin türevi, genel olarak,

$$d(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})/dt = \boldsymbol{a}\cdot(d\boldsymbol{b}/dt) + (d\boldsymbol{a}/dt)\cdot\boldsymbol{b} \qquad (13.6)$$

şeklindedir. Bunu şimdi $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} = \boldsymbol{v}$ için kullanırız:

$$\frac{d(\frac{1}{2}mv^2)}{dt} = \frac{d(\frac{1}{2}m\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v})}{dt} = m\ \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\cdot\boldsymbol{v} = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v} = \mathbf{F}\cdot\ \frac{d\boldsymbol{s}}{dt} \qquad (13.7)$$

Kinetik enerji ve genelde enerji kavramları bu denli önemli olduğundan, denklemlerdeki bunlar gibi önemli terimlere çeşitli isimler verilmiştir. $\frac{1}{2}mv^2$, bildiğimiz gibi, *kinetik enerji* adını almıştır; $\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}$'ye *güç* denir: Bir cisim üzerine etkiyen kuvvet çarpı cismin hızı (iki vektörün nokta çarpımı), bu kuvvet tarafından cisme verilen güçtür. Böylece olağanüstü bir teoreme sahibiz: *Bir cismin kinetik enerjisinin değişim hızı, ona etkiyen kuvvet tarafından harcanan güce eşittir.*

Bununla birlikte, enerjinin korunumunu incelemek için, bunu daha da yakından çözümlemek isteriz. Kinetik enerjide çok kısa bir dt zaman aralığındaki değişimi hesaplayalım. (13.7) denkleminin her iki tarafını dt'yle çarparsak, ki-

netik enerjideki diferansiyel değişimi, kuvvet "nokta" gidilmiş olan diferansiyel mesafe olarak buluruz:

$$dT = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s} \tag{13.8}$$

Şimdi de integralini alırsak, şunu elde ederiz:

$$\Delta T = \int_1^2 \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}. \tag{13.9}$$

Bu ne anlama gelir? Bu demektir ki, bir cisim bir kuvvetin etkisi altında *herhangi bir şekilde*, bir tür eğri üzerinde hareket ediyorsa, bu durumda eğri boyunca bir noktadan diğerine gittiğinde, K.E.'deki değişim, kuvvetin eğri boyunca olan bileşeni kere *ds* diferansiyel yerdeğiştirmesinin integraline eşittir; bu integral bir noktadan diğerine alınmaktadır. Bu integralin de bir ismi vardır; buna *cisim üzerine kuvvet tarafından yapılan iş* adı verilir. *Gücün saniyede yapılan işe eşit olduğunu* hemen görürüz. Ayrıca şunu da görürüz ki, kuvvetin sadece *hareket doğrultusundaki* bileşeni yapılan işe katkıda bulunmaktadır. Bizim basit örneğimizde, kuvvetler sadece düşeydiler ve sadece tek bileşenleri, sözgelimi, $-mg$'ye eşit F_z terimiydi. Bu durumlarda cisim nasıl hareket ederse etsin fark etmez, örneğin bir parabolü izleyerek düşen bir cisim olabilir; $F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz$ olarak yazılabilen $\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{s}$ ifadesinde geriye sadece $F_z\,dz = -mg\,dz$ kalır, çünkü kuvvetin diğer bileşenleri sıfırdır. Dolayısıyla bizim basit halimizde,

$$\int_1^2 \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s} = \int_{z_1}^{z_2} -mg\,dz = -mg\,(z_2 - z_1) \tag{13.10}$$

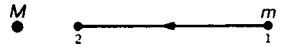
olur; böylece potansiyel enerji hesabına yine sadece cismin düştüğü *düşey yüksekliğin* girdiğini görürüz.

Birimler hakkında da birkaç söz söyleyelim. Kuvvetler Newton cinsinden ölçüldüğü ve işi elde ederken onu mesafeyle çarptığımız için, iş *Newton·metre* (N·m) cinsinden ölçülür, fakat insanlar Newton·metre demekten hoşlanmazlar, ona Joule (J) demeyi yeğlerler. Bir Newton·metre'ye bir Joule denir; iş, Joule cinsinden ölçülür. Güç ise saniye başına Joule'dür ve bu da bir *Watt* (W) adını alır. Watt'ı zamanla çarparsak, sonuç, yapılan iştir. Evlerimizde elektrik şirketince yapılan iş, teknik olarak Watt çarpı zamana eşittir. Orada kilowatt saat diye duyduğumuz şey, 1000 Watt çarpı 3600 saniye, ya da $3{,}6 \times 10^6$ Joule'dür.

Şimdi de enerjinin korunumu yasasının bir başka örneğini alalım. Daha başta kinetik enerjiye sahip olan ve çok hızlı hareket eden bir cisim düşünün, bu cisim sürtünmeli bir döşemeye karşı kaymakta olsun. Sonunda durur. Başlangıçta kinetik enerjisi sıfır *değil*dir, fakat sonunda sıfır olur; ortada kuvvetler tarafından yapılmış bir iş vardır, çünkü ne zaman sürtünme varsa, harekete zıt yönde bir kuvvet bileşeni vardır ve böylece sürekli enerji kaybedilir. Fakat şimdi bir kütleçekim alanında düşey bir düzlemde bir milin ucunda sürtünmesiz salınan bir kütle alalım. Burada olan şey farklıdır, çünkü kütle yukarı giderken kuvvet aşağı doğru ve kütle aşağı gelirken kuvvet de aşağı doğrudur. Böylece $\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}$ yukarı giderken bir işarete aşağı giderken bir başka işarete sahiptir. Yolun aşağı doğru ve yukarı doğru olan kısımlarındaki karşılıklı her noktada $\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}$'nin değerleri büyüklükçe tam olarak eşit fakat zıt işaretlidir; böylece integralin net sonucu bu örnekte sıfır olacaktır. Böylece kütle en alta geri geldiğinde kinetik enerji, bırakıldığı zamankiyle aynıdır; bu da enerjinin korunumu ilkesidir. (Sürtünme kuvvetleri var olduğunda, enerjinin korunumu ilk bakışta geçersiz gibi görünür. Bir başka enerji biçimi de bulmalıyız. Aslında, bir cisim bir diğerine sürttüğünde *ısı* üretildiği bilinir, fakat şimdilik güya bunu bilmiyoruz.)

13-2 Kütleçekim tarafından yapılan iş

Tartışılacak olan bir sonraki problem yukarıdakinden çok daha zordur; kuvvetlerin sabit olmadığı, ya da basitçe düşey olmadığı durumla ilgilidir. Örneğin güneşin çevresinde dolanan bir gezegen, ya da dünyayı çevreleyen uzayda bir uydu düşünelim.



Şekil 13-2 Kütleçekim etkisinin altında bir büyük M kütlesine doğru düşen bir küçük m kütlesi.

Önce belli bir 1 noktasından başlayan ve sözgelimi, *doğrudan* güneşe, ya da dünyaya doğru düşen bir cismin hareketini ele alalım (Şekil 13-2). Bu durumlarda enerjinin korunumu yasası var olacak mıdır? Tek fark, bu durumda kuvvetin sabit olmayıp *değişmesi*dir. Kuvvet, bildiğimiz gibi, $-GM/r^2$ kere m kütlesidir; burada m hareket eden kütledir. Şimdi bir cisim yeryüzüne doğru düşerken, tıpkı kuvvetin yükseklikle değişimini ihmal ettiğimizde olduğu gibi, düşülen mesafe arttıkça, kesin olarak kinetik enerji de artar. Soru, potansiyel enerji için mgh'den farklı bir denklem, dünyadan uzaklığın farklı bir fonksiyonu olan bir başka denklem bulmak olası mıdır, öyle ki enerjinin korunumu yine doğru olsun.

Bu bir-boyutlu hali irdelemek kolaydır, çünkü kinetik enerjideki değişme, $-GMm/r^2$ çarpı dr yerdeğiştirmesinin hareketin bir ucundan diğerine integraline eşittir:

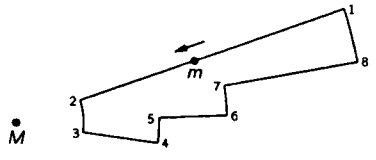
$$T_2 - T_1 = -\int_1^2 GMm\ \frac{dr}{r^2} \tag{13.11}$$

Kuvvet ve yerdeğiştirme aynı doğrultuda olduğundan, bu halde kosinüslere gerek yoktur. dr/r^2'in integralini almak kolaydır; sonuç $-1/r$'dir, böylece (13.11) şu şekle gelir:

$$T_2 - T_1 = +\ GMm\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) \tag{13.12}$$

Böylece potansiyel enerji için farklı bir denkleme sahibiz. (13.12) denklemine göre, 1. noktada ya da 2. noktada veya herhangi başka bir noktada hesaplanmış olan ($\frac{1}{2}mv^2 - GMm/r$) niceliği sabit bir değere sahiptir.

Artık kütleçekim alanındaki düşey hareket için potansiyel enerjinin bir denklemine sahibiz. Şimdi bir ilginç problem geliyor. Kütleçekim alanında bir *sürekli hareket* (devri-daim makinesi!) oluşturabilir miyiz? Kütleçekim alanı değişir; farklı yerlerde farklı yönlerdedir ve farklı şiddetlere sahiptir. Sabit, sürtünmesiz bir yol kullanarak şunun gibi bir şey yapabilir miydik? Bir noktadan başlayıp bir cismi bir başka noktaya kaldırın, sonra onu bir yay boyunca bir üçüncü noktaya hareket ettirin ve sonra belli bir mesafe kadar alçaltın, sonra da onu belli bir eğimde hareket ettirin ve bir başka şekilde çekin; böylece onu başlama noktasına geri getirdiğinizde, kütleçekim tarafından belirli bir miktarda iş yapılmış olacak ve cismin kinetik enerjisi artacaktır. Eğriyi öyle tasarlayabilir miyiz ki öncekinden biraz daha hızlı hareket ederek geri gelmiş olsun, öyle ki dönüp dolaşıp dursun ve bize devri-daim hareketi versin? Devri-daim hareketi olanaksız olduğuna göre, bunun da olanaksız olduğunu bulmalıyız. Şu önermeyi keşfetmeliyiz: Sürtünme olmadığından, cisim ne daha yüksek ne de daha düşük hızla geri gelir; herhangi bir kapalı eğri etrafında dolanıp durmalıdır. Bir başka şekilde söylersek, bir *tam devir boyunca gidildiğinde yapılan toplam iş* kütleçekim kuvvetleri için *sıfır olmalıdır*, çünkü sıfır değilse dolanarak enerji elde ederiz. (İş sıfırdan küçük olursa, öyle ki bir yönde dolandığımızda daha düşük hız elde ederiz, sonra sadece diğer yönde dolanırız, çünkü kuşkusuz kuvvetler yöne değil sadece konuma bağlıdır; bir yön pozitifse, diğer yön negatif olmalıdır, böylece sıfır olmadıkça, her iki yönde giderek devri-daim hareketi elde edeceğiz.)



Şekil 13-3 Bir kütleçekim alanı içinde kapalı bir yol.

İş gerçekten sıfır mıdır? Onun öyle olduğunu gösterelim. Önce neden sıfır olduğunu açıklayacağız ve sonra bunu biraz daha iyi bir şekilde matematiksel olarak inceleyeceğiz. Şekil 13-3'te görüldüğü gibi, basit bir yol kullandığımızı varsayın; orada küçük bir kütle 1 noktasından 2 noktasına taşınmakta ve sonra bir çember üzerinde 3 noktasına ve geri 4 noktasına, sonra 5, 6, 7 ve 8'e ve en sonunda geri 1 noktasına götürülmektedir. Tüm çizgiler, M merkezde olmak üzere, ya saf radyal, ya da çemberseldir. m kütlesini bu yol boyunca taşırken ne kadar iş yapılır? 1 ve 2 noktaları arasında yapılan iş, GMm çarpı $1/r$'nin bu iki nokta arasındaki farkıdır:

$$W_{12} = \int_1^2 \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{s} = \int_1^2 -GMm\,\frac{dr}{r^2} = GMm\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

2'den 3'e kuvvet eğriye tam olarak diktir, böylece $W_{23} = 0$'dır. 3'ten 4'e

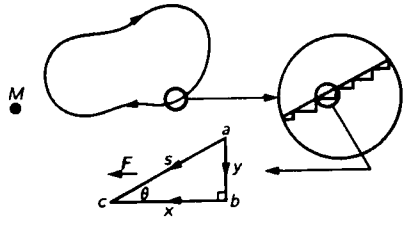
$$W_{34} = \int_3^4 \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s} = GMm\left(\frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3}\right)$$

olur. Aynı şekilde, $W_{45} = 0$, $W_{56} = GMm(\frac{1}{r_6} - \frac{1}{r_5})$, $W_{67} = 0$, $W_{78} = GMm(\frac{1}{r_8} - \frac{1}{r_7})$ ve $W_{81} = 0$'dır. Böylece

$$W = GMm\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_6} - \frac{1}{r_5} + \frac{1}{r_8} - \frac{1}{r_7}\right)$$

şeklinde ifade edilir. Fakat $r_2 = r_3$, $r_4 = r_5$, $r_6 = r_7$ ve $r_8 = r_1$ olduğuna dikkat ediniz. Dolayısıyla $W = 0$'dır.

Kuşkusuz acaba bu aşırı basit bir eğri değil miydi diye merak edebiliriz. Gerçek bir eğri kullansak ne olur? Onu gerçek bir eğri üzerinde deneyelim. Her şeyden önce, gerçek bir eğrinin daima Şekil 13-4'tekine benzer bir testere dişi çıkıntıları dizisiyle yeterince iyi bir şekilde taklit edilebileceğini iddia etmek isteriz ve dolayısıyla üstteki kanıtlama yerindedir deriz; fakat biraz çözümleme yapmaksızın, küçük bir üçgen boyunca giderek bile yapılan işin sıfır olduğu önceden açık değildir. Şekil 13-4'te görüldüğü gibi, üçgenlerden birini büyütelim. Üçgen üzerinde a'dan b'ye ve oradan c'ye giderek yapılan iş, a'dan doğrudan c'ye giderek yapılan işle aynı mıdır? Kuvvetin belirli bir yönde etkidiğini varsayalım; üçgeni öyle alalım ki bc kenarı, tıpkı örnekteki gibi, bu doğrultuda olsun. Üçgenin öyle küçük olduğunu da varsayalım ki kuvvet tüm üçgen üzerinde esas olarak sabit sayılabilsin. a'dan c'ye gidildiğinde yapılan iş nedir? Bu iş, kuvvet sabit olduğundan,



Şekil 13-4. "Düzgün" bir kapalı yol; onun radyal ve çembersel basamaklardan bir diziyle yaklaşıklığa uğratılmış büyütülmüş bir parçası ve bir basamağın büyütülmüş görünümü.

$$W_{ac} = \int_a^c \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s} = F\,s\cos\theta$$

değerindedir. Şimdi üçgenin diğer iki kenarı üzerinden gidildiğinde yapılan işi hesaplayalım. ab düşey kenarı üzerinde kuvvet $d\boldsymbol{s}$'ye diktir, böylece orada yapılan iş sıfırdır. bc yatay kenarı üzerinde yapılan iş

$$W_{bc} = \int_b^c \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s} = F\,x$$

olur. Böylece bir küçük üçgenin iki kenarı boyunca gidildiğinde yapılan işin, bir eğik kenar üzerinde gidildiğinde yapılan işle aynı olduğunu görürüz; çünkü $s\cos\theta$, x'e eşittir. Daha önce Şekil 13-3'teki gibi bir dizi çentikten oluşan herhangi bir eğri için yanıtın sıfır olduğunu kanıtlamıştık ve çentikler (bunlar yeterince ince olursa, ki onları her zaman çok ince yapabiliriz) boyunca gitmek yerine köşeleri çaprazlama keserek aynı işi yapmıştık; dolayısıyla *bir kütleçekim alanında istenen herhangi bir yol boyunca gidilerek yapılan iş sıfırdır.*

Bu olağanüstü bir sonuç olup, daha önce gezegen hareketi hakkında bilmediğimiz bir şeyi söyler bize. Der ki, bir gezegen güneşin çevresinde dolanırken (etrafta başka cisimler, başka kuvvetler yoksa) o tarzda hareket eder ki yörüngesi üzerinde her noktada hızının karesi eksi bir sabit bölü o noktadaki yarıçapı daima aynıdır. Örneğin, gezegen güneşe ne kadar yakınsa, o kadar hızlı gider; fakat ne kadar hızlı? Şu kadar: Gezegeni güneşin çevresinde dolandıracağımız yerde, hızının yönünü değiştirseydik (fakat büyüklüğünü değil) ve yarıçap doğrultusunda hareket ettirseydik ve sonra özel bir yarıçaptan ilgili yarıçapa düşürseydik, yeni hız, gerçek yörüngede sahip olduğu hızla aynı olurdu, çünkü bu bir başka karmaşık yol örneğidir. Aynı mesafeye geri geldiğimizde, kinetik enerji aynı olacaktır. Böylece, hareket ister gerçek, yani rahatsız edilmemiş olsun, isterse kanallarla, sürtünmesiz sınırlamalarla yönce değiştirilmiş olsun, gezegenin bir noktaya ulaştığı kinetik enerjisi aynı olacaktır.

Böylece, daha önce yaptığımız gibi, bir gezegenin yörüngesi üzerindeki hareketinin bir sayısal çözümlemesini yaptığımızda, bu sabit niceliği, enerjiyi, her basamakta hesaplayarak önemli hatalar yapıp yapmadığımızı kontrol edebiliriz ve bu değişmemelidir. Tablo 9-2'deki yörünge için enerji değişmektedir,*

* Birim kütle başına enerji, Tablo 9-2'nin birimleri cinsinden, $\frac{1}{2}(v_x^2 + v_y^2) - 1/r$'dir.

başlangıçtan sona yüzde 1,5 kadar değişir. Niçin? Ya sayısal çözümleme için kullandığımız sonlu aralıklar nedeniyle ya da bir yerde hafif bir aritmetik hatası yaptığımız için.

Bir başka durumda enerjiyi ele alalım: Bir yayın ucunda bir kütle problemi. Kütleyi denge konumundan yer değiştirdiğimizde, geri getirici kuvvet yerdeğiştirmeyle orantılıdır. Böyle durumlarda, enerjinin korunumu yasasını çalışabilir miyiz? Evet, çünkü böyle bir kuvvetle yapılan iş

$$W = \int_0^x F\,dx = \int_0^x -kx\,dx = -\tfrac{1}{2}kx^2 \tag{13.13}$$

şeklinde ifade edilir. Dolayısıyla yayın ucundaki kütle için salınım yapan kütlenin kinetik enerjisi artı $\frac{1}{2}kx^2$ bir sabittir. Bunun nasıl çalıştığını görelim. Kütleyi aşağıya çekelim; hâlâ durgun durmaktadır ve böylece hızı sıfırdır. Fakat x sıfır değildir, x bir maksimum değerindedir, öyleyse biraz enerji vardır, kuşkusuz potansiyel enerji. Şimdi kütleyi bırakırız ve bir şeyler olmaya başlar (ayrıntıları tartışmayacağız), fakat her an kinetik artı potansiyel enerji bir sabit olmalıdır. Örneğin, kütle yolu üzerinde x konumu sıfıra eşitken özgün denge konumundadır, orada en büyük v^2'ye sahiptir ve x^2 büyüdükçe v^2 küçülür ve böylece sürer gider. Dolayısıyla kütle yukarı ve aşağı gidip geldikçe, x^2 ve v^2'nin dengesi devam eder. Böylece şimdi bir başka kurala sahibiz: kuvvet $-kx$ ise, yay için potansiyel enerji, $\frac{1}{2}kx^2$'dir.

13-3 Enerjinin toplamı

Şimdi çok sayıda cismin var olması halinde, nelerin olacağı konusunda çok daha genel bir incelemeye girişeceğiz. $i = 1, 2, 3, \ldots$ ile etiketlenen ve tümü birbirlerini kütleçekim kuvvetleriyle çeken çok cisimli karmaşık bir problemimiz olduğunu varsayalım. Bu durumda ne olur? Tüm parçacıkların kinetik enerjilerini toplayıp, bu toplama tüm parçacık *çiftleri* üzerinden $-GMm/r_{ij}$ şeklindeki karşılıklı kütleçekim potansiyel enerjilerini de eklersek, son toplamın bir sabit olduğunu kanıtlayacağız:

$$\sum_i \tfrac{1}{2}m_i v_i^2 + \sum_{ij\ \text{çiftleri}} -\frac{Gm_i m_j}{r_{ij}} = \text{sabit} \tag{13.14}$$

Bunu nasıl kanıtlarız? Her iki tarafın zamana göre diferansiyelini alırız ve sıfır elde ederiz. $\frac{1}{2}m_i v_i^2$'nin diferansiyelini aldığımızda hızın türevlerini buluruz ki bunlar da, tam (13.5)'teki gibi, kuvvetlerdir. Bu kuvvetlerin yerine Newton kütleçekim yasasından bildiğimiz kuvvet yasasını koyarız ve geriye kalan

$$\sum_{(\text{çiftler})} -\frac{Gm_i m_j}{r_{ij}}$$

ifadesinin zaman türevinin eksili olduğunu görürüz. Kinetik enerjinin zaman türevi şudur:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\sum_i \tfrac{1}{2}m_i v_i^2 &= \sum_i m_i \frac{d\boldsymbol{v}_i}{dt}\cdot \boldsymbol{v}_i \\ &= \sum_i \boldsymbol{F}_i \cdot \boldsymbol{v}_i \\ &= \sum_i \left(\sum_j -\frac{Gm_i m_j \boldsymbol{r}_{ij}}{r_{ij}^3}\right)\cdot \boldsymbol{v}_i\end{aligned}$$

Potansiyel enerjinin zaman türeviyse

$$\frac{d}{dt}\sum_{(\text{çiftler})} -\frac{Gm_i m_j}{r_{ij}} = \sum_{(\text{çiftler})} \left[+\frac{Gm_i m_j}{r_{ij}^2}\right]\left[\frac{dr_{ij}}{dt}\right]$$

olur. Fakat $r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$ olduğundan,

$$\frac{dr_{ij}}{dt} = \frac{1}{2r_{ij}}\left[2(x_i - x_j)\left(\frac{dx_i}{dt} - \frac{dx_j}{dt}\right) + 2(y_i - y_j)\left(\frac{dy_i}{dt} - \frac{dy_j}{dt}\right) + 2(z_i - z_j)\left(\frac{dz_i}{dt} - \frac{dz_j}{dt}\right)\right]$$

$$= \boldsymbol{r}_{ij} \cdot \frac{\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j}{r_{ij}}$$

$$= \boldsymbol{r}_{ij} \cdot \frac{\boldsymbol{v}_i}{r_{ij}} + \boldsymbol{r}_{ji} \cdot \frac{\boldsymbol{v}_j}{r_{ji}}$$

buluruz; burada $\boldsymbol{r}_{ij} = \boldsymbol{r}_{ji}$ iken, $r_{ij} = -r_{ji}$'dir. Böylece

$$\frac{d}{dt}\sum_{\text{(çiftler)}} -\frac{Gm_i m_j}{r_{ij}} = \sum_{\text{(çiftler)}}\left[\frac{Gm_i m_j \boldsymbol{r}_{ij}}{r_{ij}^3} \cdot \boldsymbol{v}_i + \frac{Gm_j m_i \boldsymbol{r}_{ji}}{r_{ji}^3} \cdot \boldsymbol{v}_j\right] \quad (13.16)$$

haline gelir. Şimdi $\sum_i\{\sum_j\}$ ve $\sum_{\text{(çiftler)}}$ toplamlarının ne anlama geldiklerini dikkatlice not etmeliyiz. (13.15) denkleminde $\sum_i\{\sum_j\}$ toplamı, i'nin sırasıyla $i = 1, 2, 3, \ldots$ değerlerinin hepsini ve j'ninse, i'nin her değeri için, i dışındaki tüm değerleri alacağı anlamına gelir. Yani $i = 3$ ise, j indisi $j = 1, 2, 4, \ldots$ değerlerini alacaktır.

Diğer taraftan, (13.16) denklemindeki $\sum_{\text{(çiftler)}}$ toplamının anlamı, i ve j'nin verilen değerlerinin sadece bir kez ortaya çıktığıdır. Böylece 1 ve 3 parçacık çifti toplama sadece bir terim katar. Bunun izini sürmek için, i indisine 1, 2, 3, ... değerlerinin tümünü taratırsınız; j ise her i için sadece i'den *daha büyük* değerleri tarar. Yani $i = 3$ ise, j sadece 4, 5, 6, ... değerlerini alacaktır. Fakat dikkat ederseniz, her i, j değeri için toplama iki katkı vardır; biri $\boldsymbol{v}_i$'yi içeren ve diğeri $\boldsymbol{v}_j$'yi; bu terimler (13.15)'tekilerle aynı görünüme sahiptirler, orada i ve j'nin tüm değerleri ($i = j$ dışında) toplamda içerilmektedir. Dolayısıyla, terimleri birer birer eşleştirerek (13.16) ile (13.15) denklemlerinin kesinlikle aynı, fakat zıt işaretli, olduklarını görürüz; böylece kinetik enerji artı potansiyel enerjinin zaman türevi gerçekten de sıfırdır. Çok cisim için, *kinetik enerjinin tek tek her cisimden gelen katkıların toplamı olduğunu* ve potansiyel enerjinin de basitçe tüm çiftler arasındaki enerjilerden gelen katkıların toplamından oluştuğunu görürüz. Potansiyel enerjinin niçin her çiftin enerjisinden oluştuğunu şu şekilde anlayabiliriz: Cisimleri birbirlerinden belirli mesafelere getirmek için yapılması gereken toplam iş miktarını bulmak isteyelim. Bunu çeşitli basamaklarda, hiçbir kuvvetin olmadığı sonsuzdan onları birer birer yerlerine getirerek yapabiliriz. Önce bir numaralıyı getiririz, bu iş yapılmasını gerektirmez, çünkü ona kuvvet uygulayacak diğer cisimler henüz ortada yoktur. Sonra iki numaralıyı getiririz; bunda biraz iş yapılır, yani $W_{12} = -Gm_1m_2/r_{12}$ kadar. Şimdi, önemli bir nokta olarak, bir sonraki cismi üçüncü konuma getirdiğimizi varsayalım. 3 numaralı cisim üzerine her an iki kuvvetin toplamı olarak yazılabilen bir kuvvet uygulanır: 1 numaralı cismin uyguladığı kuvvet ve 2 numaralı cismin uyguladığı kuvvet. Dolayısıyla *yapılan iş, her biri tarafından yapılan işlerin toplamıdır.* çünkü $\boldsymbol{F}_3$, iki kuvvetin toplamı olarak

$$\boldsymbol{F}_3 = \boldsymbol{F}_{13} + \boldsymbol{F}_{23}$$

şeklinde çözümlenirse, yapılan iş

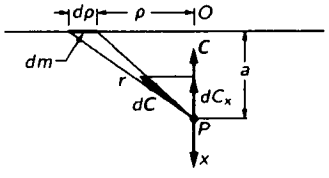
$$\int \boldsymbol{F}_3 \cdot d\boldsymbol{s} = \int \boldsymbol{F}_{13} \cdot d\boldsymbol{s} + \int \boldsymbol{F}_{23} \cdot d\boldsymbol{s} = W_{13} + W_{23}$$

olur. Demek ki, yapılan iş, sanki her biri bağımsız etkimiş gibi, birinci kuvvete ve ikinci kuvvete karşı yapılan işlerin toplamına eşittir. Bu şekilde devam ederek, cisimleri verilen yerleşimde toplamak için yapılması gereken toplam işin, kesinlikle (13.14) denkleminde potansiyel enerji olarak verilen değer olduğunu

görürüz. Kütleçekim, kuvvetlerin üstüste bindirilmesi ilkesine uyduğundan, potansiyel enerjiyi her parçacık çifti üzerinden bir toplam olarak yazabilmekteyiz.

13-4 Büyük cisimlerin kütleçekim alanı

Şimdi de *kütle dağılımları* içeren birkaç fiziksel durumda karşılaşılan alanları hesaplayacağız. Şu ana kadar kütle dağılımlarını hiç ele almadık, sadece parçacıklarla uğraştık; dolayısıyla tek parçacık dışında kütle dağılımları tarafından doğurulan kuvvetleri hesaplamak ilginçtir. Önce bir parçacık üzerinde sonsuz genişlikteki bir düzlemsel malzeme tabakasının doğurduğu kütleçekim kuvvetini bulacağız. Verilen bir P noktasındaki birim kütle üzerinde bu malzeme tabakasının (Şekil 13-5) doğurduğu kuvvet, kuşkusuz tabakaya doğru yönelmiş olacaktır. Noktanın tabakadan uzaklığı a ve bu koca tabakanın birim alanındaki kütle miktarı μ olsun. μ'nün sabit olduğunu varsayacağız; o düzgün bir malzeme tabakasıdır. Şimdi, tabakanın P noktasına en yakın O noktasından ρ ile $\rho + d\rho$ uzaklıkları arasında yer alan dm kütlesi tarafından doğurulan küçük dC alanı nedir? Yanıt, $dC = -G(dm\,r/r^3)$'tür. Fakat bu alan r boyunca yönelmiştir ve biliyoruz ki C'yi bulmak için bütün bu küçük dC vektörlerini topladığımızda, onun sadece x-bileşeni kalacaktır. dC'nin x-bileşeni şudur:



Şekil 13-5 Sonsuz genişlikte düzlemsel bir madde tabakasının tabakasının bir kütle noktasında yarattığı C kütleçekim alanı.

$$dC_x = -G\,\frac{dm\,r_x}{r^3} = -G\,\frac{dm\,a}{r^3}$$

P'den aynı r uzaklığındaki tüm dm kütleleri aynı dC_x'i verecektir; öyleyse ρ ile $\rho+d\rho$ arasındaki *halkada* bulunan tüm kütleler için bir kerede dm yazabiliriz, yani $d\rho \ll \rho$ halinde ρ yarıçaplı ve $d\rho$ genişlikli bir halkanın alanı $2\pi\rho d\rho$ olduğundan, $dm = \mu 2\pi\rho d\rho$'dur. Böylece

$$dC_x = -G\mu 2\pi\rho\,\frac{d\rho a}{r^3}$$

olur. $r^2 = \rho^2 + a^2$ olduğundan $\rho d\rho = r dr$'dir; dolayısıyla C_x aşağıdaki gibi bulunur:

$$C_x = -2\pi G\mu a \int_a^\infty \frac{dr}{r^2} = -2\pi G\mu a \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\infty}\right) = -2\pi G\mu \qquad (13.17)$$

Böylece kuvvet a mesafesinden bağımsızdır! Niçin? Bir yanlış mı yaptık? Daha uzağa gidersek, kuvvet daha da zayıflar diye düşünebilirsiniz. Fakat, hayır! Tabakanın yakınındaysak, maddenin çoğu iyi olmayan bir açıda çeker; çok uzaktaysak, bu kez maddenin çoğu düzleme doğru bir çekim uygulamaya uygun durumdadır. Herhangi bir mesafede, en etkin olan madde belli bir koni içindedir. Uzaktaysak, kuvvet uzaklığın karesiyle daha küçüktür, fakat aynı koni içinde, aynı açıda çok *daha fazla madde* vardır; tam uzaklığın karesi kadar daha fazla! Kuvvetin şiddeti verilen bir kütleden uzaklığın tersiyle ve koni içinde içerilen kütle miktarıysa uzaklıkla değiştiği için, verilen herhangi bir koni içinde diferansiyel katkının aslında uzaklıktan bağımsız olduğuna dikkat çekerek bu çözümleme daha kesin hale getirilebilir. Elbette kuvvet aslında sabit değildir, çünkü tabakanın diğer tarafına geçtiğimizde işaret değiştirir.

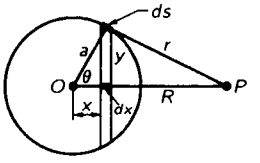
Aslında, bir elektrik problemini de çözmüş olduk. Birim alandaki yük miktarı σ olan elektrik yüklü bir levhamız varsa, levhanın dışındaki bir noktada elektrik alan $\sigma/2\epsilon_0$'a eşittir ve levha artı yüklüyse dışa doğru, eksi yüklüyse içe doğrudur. Bunu kanıtlamak için, sadece kütleçekimdeki $-G$'nin elektrikteki $1/4\pi\epsilon_0$'ın rolünü oynadığına dikkat çekeriz.

Şimdi de aralarında D mesafesi bulunan biri artı yüklü $(+\sigma)$ ve diğeri eksi yüklü $(-\sigma)$ iki paralel levhamız olsun. Elektrik alan nedir? İki levhanın dışında sıfırdır. Niçin? Çünkü biri çeker ve diğeri iter; kuvvetin *uzaklıktan bağımsız olması* nedeniyle, iki kuvvet birbirlerini dengeler! Ayrıca, iki levha *arasındaki* alanın, bir levhanın alanından iki kat daha büyük, yani $E = \sigma/\epsilon_0$ olacağı açıktır ve artı levhadan eksi levhaya yöneliktir.

İşte şimdi en ilginç ve önemli olan bir probleme geldik; onun çözümünde, her zaman şunu varsayıyoruz: dünyanın kendi yüzeyi üzerindeki ya da dışındaki bir noktada doğurduğu kuvvet, dünyanın tüm kütlesi merkezinde toplansaydı doğuracağı kuvvetle aynı olurdu. Bu varsayımın geçerliliği açık değildir; zira

dünyaya yakınsak, kütlenin bir kısmı bize çok yakındır ve bir kısmı çok uzak, vb. Tüm etkileri bir araya topladığımız zaman, net kuvvetin, tüm kütleyi merkeze koyduğumuzda elde edeceğimizle tam aynı çıkması bir mucize gibi görünmektedir!

Şimdi bu mucizenin doğruluğunu gösterelim. Bununla birlikte, bunu başarmak için, tüm dünyayı almak yerine, içi boş ince düzgün bir küresel kabuk alalım. Kabuğun toplam kütlesi m olsun ve kürenin merkezinden R uzaklığında m' kütleli bir parçacığın *potansiyel enerjisini* hesaplayalım (Şekil 13-6) ve bu potansiyel enerjinin, m kütlesini merkezde bir noktaya toplasaydık bulunacak potansiyel enerjiyle aynı olacağını gösterelim. (Potansiyel enerjiyle uğraşmak, alanla uğraşmaktan daha kolaydır, çünkü açılarla uğraşmayız, sadece kütlenin tüm parçalarının potansiyel enerjilerini toplarız.) Belirli bir düzlem kesitin merkezden uzaklığına x dersek, bir dx diliminde bulunan tüm kütle P'den r'ye aynı uzaklıktadır ve bu halkanın neden olduğu potansiyel enerji $-Gm'\,dm/r$'dir. Küçük dx diliminde ne kadar kütle vardır? Bu,



Şekil 13-6 İnce bir küresel kütle ya da yük kabuğu.

$$dm = 2\pi y\mu\, ds = \frac{2\pi y\mu\, dx}{\sin\theta} = \frac{2\pi y\mu\, dx a}{y} = 2\pi a\mu\, dx$$

kadarlık bir miktardır; burada $\mu = m/4\pi a^2$ küresel kabuk üzerindeki yüzey kütle yoğunluğudur. (Genel bir kural olarak, bir kürenin bir kuşağının alanı onun eksenel genişliğiyle orantılıdır.) Dolayısıyla dm'ye ait potansiyel enerji şudur:

$$dW = -\frac{Gm'\,dm}{r} = -\frac{Gm'2\pi a\mu\, dx}{r}$$

Fakat

$$\begin{aligned} r^2 &= y^2 + (R-x)^2 \\ &= y^2 + x^2 + R^2 - 2Rx \\ &= a^2 + R^2 - 2Rx \end{aligned}$$

olduğundan,

$$2r\,dr = -2R\,dx$$

ya da

$$\frac{dx}{r} = -\frac{dr}{R}$$

olarak yazılabilir. Dolayısıyla

$$dW = \frac{Gm'2\pi a\mu\, dr}{R}$$

olur ve böylece potansiyel enerjiyi şöyle buluruz:

$$\begin{aligned} W &= \frac{Gm'2\pi a\mu}{R}\int_{R+a}^{R-a} dr \\ &= -\frac{Gm'2\pi a\mu}{R}\,2a = -\frac{Gm'(4\pi a^2\mu)}{R} \\ &= -\frac{Gm'm}{R} \end{aligned} \qquad (13.18)$$

Böylece, ince bir küresel kabuk için, kabuğun dışındaki bir m' kütlesinin potansiyel enerjisi, kabuğun kütlesi merkezine toplansaydı o zaman bulunacak olan potansiyel enerjiyle aynıdır. Dünya bir dizi küresel kabuklardan oluşmuş gibi düşünülebilir, bunların her biri sadece onun kütlesine ve merkezinden parçacığa uzanan mesafeye bağlıdır; bunları toplayarak *toplam kütleyi* buluruz; dolayısıyla dünya tüm malzemesi merkezine toplanmış gibi etki eder!

Fakat noktamızı kabuğun içinde seçersek ne olacağına bakalım. P içeride olmak üzere aynı hesabı yaparak, hâlâ iki r'nin farkını elde ederiz, fakat şimdi $a-R-(a+R) = -2R$, ya da eksi merkezden uzaklığın iki katıdır. Başka bir deyişle, W potansiyeli $W = -Gm'\,m/a$ olarak çıkar; R'den *bağımsız*dır ve konumdan bağımsız; yani içerde *nerede* olursak olalım, aynı potansiyel enerji. Dolayısıyla kuvvet yoktur; içeride hareket ettiğimizde, iş yapılmaz. Bir cismi kürenin içerisinde nereye koyarsanız koyun, potansiyel enerji aynıysa, onun üzerine uygulanan hiçbir kuvvet yoktur. Böylece içerde kuvvet yoktur, sadece dışarıda bir kuvvet vardır ve kütle tamamen merkezde olsaydı da dışarıdaki kuvvet aynıdır.

14
İŞ VE POTANSİYEL ENERJİ (DEVAMI)

14-1 İş
14-2 Zorlamalı hareket
14-3 Korunumlu kuvvetler
14-4 Korunumsuz kuvvetler
14-5 Potansiyeller ve alanlar

14-1 İş

Fizikte merkezi roller oynayan birçok yeni fikir ve sonucu önceki bölümde sunmuştuk. Bu fikirler öylesine önemlidir ki onları daha yakından incelemek için bir tam bölüm ayırmaya değer. Bu bölümde sonuçların elde edildiği "kanıtları" ya da özel incelikleri tekrar etmeyip, bu fikirlerin kendilerinin tartışmasına yoğunlaşacağız.

Matematiğin rol oynadığı teknik bir konuyu öğrenirken, var oldukları "kanıtlanan" ya da "gösterilen" belirli bağıntılarla bir arada tutulan çok sayıda olgu ile fikri anlama ve onları akılda depolama işiyle karşılaşılır. "Kanıtın" kendisi onun kurduğu bağıntıyla kolayca karıştırılabilir. Öğrenilip hatırlanacak önemli şey, açıkça bu bağıntıdır, kanıt değil. Her özel durumda, ya "gösterilebilir ki" şu ve şu doğrudur deriz, ya da onu gösteririz. Hemen hemen tüm durumlarda, kullanılan özel kanıt öyle bir yapıda hazırlanır ki karatahtaya ya da kâğıda hızlıca ve kolayca yazılabilsin ve mümkün olduğunda düzgün görünümlü olsun. Sonuç olarak, kanıt aldatıcı biçimde basit görünebilir; aslına bakarsanız, yazar en kısa sürede gösterilebilecek en net yolu buluncaya kadar farklı hesaplama yolları deneyerek saatlerce çalışmıştır! Kanıta bakınca hatırlanacak şey, kanıtın kendisi değildir; daha ziyade, "*gösterilebilir ki* şu ve şu doğrudur" ifadesidir. Kuşkusuz, kanıt daha önce görülmemiş bazı matematiksel süreçler ya da "incelikler" içeriyorsa, tam olarak bu inceliklere değil de, içerilen matematiksel fikre dikkat sarf edilir.

Şurası kesindir ki, bunun gibi bir derste yapılmış olan tüm gösteri deneyleri içinden, yazar, birinci yıl fiziğini okuduğu zamanlarda yapılanlardan birini bile hatırlamamıştır. Tam tersine, o sadece 'şu ve şu doğrudur' gibi şeyleri hatırlamaktadır ve onu nasıl gösterebileceğini açıklamak için gerek duyduğu bir gösteri deneyini o anda icat etme durumundadır. Bir konuyu gerçekten öğrenmiş bir kimse, benzer bir süreç izleyebilmelidir, fakat kanıtların hatırlanmasının bir yararı yoktur. Bu nedenledir ki daha önce yapılmış çeşitli önermelerin kanıtlarından bu bölümde kaçınacağız ve sadece sonuçları özetleyeceğiz.

Özümsenmesi gereken ilk fikir, *bir kuvvet tarafından yapılan iş*tir. Fizikteki "iş" sözcüğü, "Dünya işçileri birleşin!" sloganındaki iş (işçi) anlamında bir sözcük olmayıp farklı bir fikirdir. Fiziksel iş $\int \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}$ olarak ifade edilir, $\boldsymbol{F}$ nokta $d\boldsymbol{s}$'nin integrali diye okunur ve şu anlama sahiptir: Kuvvet bir doğrultudaysa ve üzerine iş yaptığı cisim belirli başka bir doğrultuda yerdeğiştirmişse, bu durumda *kuvvetin sadece yerdeğiştirmenin doğrultusundaki bileşeni* iş yapar. Örneğin, kuvvet sabit ve yerdeğiştirme sonlu bir $\Delta\boldsymbol{s}$ mesafesi olsaydı, cismin bu mesafe boyunca gitmesi halinde yapılan iş, sadece kuvvetin $\Delta\boldsymbol{s}$ boyuncaki bileşeni kere Δs olurdu. Kural "kuvvet çarpı mesafe"dir, fakat aslında sadece kuvvetin yerdeğiştirme doğrultusundaki bileşeni kere Δs'yi, ya da eşdeğer olarak, yerdeğiştirmenin kuvvet doğrultusundaki bileşeni kere F'yi kastederiz. Yerdeğiştirmeye dik bir kuvvet tarafından hiçbir iş yapılmayacağı apaçıktır.

Şimdi vektörel $\Delta\boldsymbol{s}$ yerdeğiştirmesini bileşenlerine ayırırsak, bir başka deyişle, gerçek yerdeğiştirme $\Delta\boldsymbol{s}$ ise ve onu etkin olarak x-doğrultusunda Δx yerdeğiştirme bileşeni, y-doğrultusunda Δy ve z-doğrultusunda Δz olarak düşünmek istersek, cismi bir yerden bir başka yere taşıdığımızda yapılan iş üç parça halinde hesaplanabilir: x boyunca yapılan iş, y boyunca yapılan iş ve z boyunca yapılan iş. x boyunca gidilerek yapılan iş sadece kuvvetin o bileşenini, yani F_x'i

içerir vb. Böylece iş $F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$'dir. Kuvvet sabit değilse ve karmaşık bir eğrisel harekete sahipsek, yolu çok sayıda küçük Δs'lere ayırırız, cismi her Δs boyunca taşıyarak yapılan işleri toplarız ve Δs sıfıra giderken limit alırız. İşte "çizgi integrali"nin anlamı budur.

Biraz önce söylediğimiz her şey, $W = \int \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}$ denkleminde içerilmektedir. Müthiş bir denklem demek çok güzeldir, fakat onun ne anlama geldiğini ya da bazı sonuçlarının ne olduğunu anlamak başka bir şeydir.

Fizikteki "iş" sözcüğü alışılmış durumlarda kullanılan sözcükten öylesine farklı bir anlama sahiptir ki, onların aynı olmadıklarının açıkça göründüğü bazı özgün durumlar dikkatlice gözlemlenmelidir. Örneğin, işin fiziksel tanımına göre, birisi yüz-kiloluk bir ağırlığı bir süre için yerden biraz yukarıda tutarsa, iş yapmaz. Bununla birlikte, herkes bilir ki o kişi, sanki bir kat merdiveni koşarak çıkmış gibi terlemeye, sarsılmaya ve derin nefes almaya başlar. Merdiven çıkmak, iş yapmak demektir (*merdiven inmedeyse*, fiziğe göre dünyadan iş alınır), fakat bir cismi sadece bir konumda tutarken iş yapılmaz. Açıkçası, işin fiziksel tanımı, kısaca araştıracağımız nedenlerle, fizyolojik tanımdan farklıdır.

Şu bir gerçektir ki, birisi bir ağırlığı havada tuttuğunda "fizyolojik" iş yapmak zorundadır. O niçin terler? Ağırlığı yukarda tutmak için niçin besin alması gerekir? Sırf ağırlığı yukarda tutması için, onun içindeki mekanizma niçin tam gaz çalışmaktadır? Aslında, ağırlığı sadece bir masa üzerine koyarak orada güç harcamadan tutabilirsiniz; sonra masa, sessiz ve sakin, hiçbir enerji temin etmeden, aynı ağırlığın aynı yükseklikte durmasını sağlar! Fizyolojik durum şöyle bir şeydir. İnsan vücudunda ve diğer hayvanlarda iki tür kas vardır: *çizgili* veya *iskelet* kas denen bir tür, örneğin kollarımızda bulunan kas türü olup isteğimizle kontrol edilir; düz kas denen diğer türse, bağırsaklarda bulunan kaslar ya da midyedeki kabuğu kapatan büyük yaklaştırıcı kas gibi. Düz kaslar çok yavaş çalışırlar, fakat bir "set"i tutabilir, bu şu demektir; midye kabuğunu belli bir konumda kapalı tutmaya çalışırsa, onu değiştirmeye çalışan çok büyük bir kuvvet olsa bile, bu konumu koruyacaktır. Yük altındaki bir konumu yorulmaksızın saatlerce öyle tutacaktır, çünkü bir ağırlığı tutan masa gibidir, belli bir konuma "kurulmuş"tur ve moleküller geçici olarak iş yapmaksızın, midye tarafından gayret sarfedilmeksizin, tam oraya kilitlenmiştir. Bir ağırlığı tutmak için çaba sarfetmek zorunda olmamız, sırf çizgilikasın tasarımı nedeniyledir. Olan şudur, bir sinir itkisi (impulsu) bir kas lifine ulaştığında, lif küçük bir çekme verir ve sonra gevşer; öyle ki bir şey tutuğumuzda, kasa sinir itkilerinden oluşan çok sayıda yaylım ateşi gelir, diğer lifler gevşerken, çok sayıdaki bu çekmeler ağırlığı aynı düzeyde tutar. Kuşkusuz bunu anlarız: Çok ağır bir yükü kaldırıp yorulduğumuz zaman, sallanmaya başlarız. Bunun nedeni, yaylım ateşlerinin düzensiz bir şekilde geliyor olması ve kasın yorulması, yeterince hızlı tepki verememesidir. Böylesine yetersiz bir tasarımın nedeni nedir? Nedenini tam olarak bilmiyoruz, fakat evrim hızlı davranan düz kas geliştirememiştir. Düzkas, ağırlıkları tutmak için çok daha etkin olabilirdi, çünkü orada sadece duruyorsunuz ve o kilitleniyor; yapılan hiç iş yok ve hiç enerji gerekmiyor. Bunun yanında, çok yavaş-işleme gibi bir dezavantaja sahiptir.

Şimdi fiziğe dönerek, *neden* yapılan işi hesaplamak istiyoruz diye sorabiliriz. Bunu yapmak ilginç ve yararlıdır diyebiliriz, çünkü bir parçacık üzerine etkiyen tüm kuvvetlerin bileşkesinin yaptığı iş, tam olarak o parçacığın kinetik enerjisindeki değişime eşittir. Bir başka deyişle, bir cisim itilirse, hız "toplar" ve

$$\Delta(v^2) = \frac{2}{m} \boldsymbol{F} \cdot \Delta \boldsymbol{s}$$

olur.

14-2 Zorlamalı hareket

Kuvvetlerin ve işin bir başka ilginç yanı şudur: Eğimli ya da eğri, fakat sürtünmesiz bir yola ve bu yol boyunca hareket etmek zorunda olan bir parçacığa sahip olduğumuzu varsayın. Ya da, bir ip ve bir ağırlıktan oluşan bir sarkacımız olsun; ip, ucundaki ağırlığı dönme noktası etrafında bir çember üzerinde harekete sınırlar. Dönme noktası, ipin bir çiviye çarpmasıyla değişebilir, öyle ki ağırlığın izlediği yol farklı yarıçaplara sahip iki çember boyunca olur. Bunlar, *sabit, sürtünmesiz zorlamalar* diyeceğimiz örneklerdir.

Sabit sürtünmesiz zorlamalı harekette, zorlama kuvvetleri daima harekete dik olduğundan, zorlama tarafından iş yapılmaz. "Zorlama kuvvetleri"yle, zorlamanın kendisi tarafından doğrudan cisme uygulanan kuvvetleri –yolla olan temas kuvveti, ya da ipteki gerilim– kastederiz.

Bir eğik yol üzerinde kütleçekimin etkisi altında hareket eden bir parçacığın hareketinde işe karışan kuvvetler oldukça karmaşıktır, çünkü bir zorlama kuvveti, bir kütleçekim kuvveti vb vardır. Bununla birlikte, hareketin hesabını enerjinin korunumu ve *sırf kütleçekim kuvveti* üzerine dayandırırsak, doğru sonucu elde ederiz. Bu oldukça tuhaf görünebilir, çünkü onu yapmanın tam doğru yolu bu değildir; bileşke kuvveti kullanmalıyız. Yine de, sadece kütleçekim tarafından yapılan işin kinetik enerjideki değişme olduğu anlaşılacaktır, çünkü zorlama kuvvetleri tarafından yapılan iş sıfırdır (Şekil 14-1).

Burada önemli olan yan şudur; eğer bir kuvvet iki ya da daha fazla "parça"nın toplamı olarak çözümlenebiliyorsa, o zaman bileşke kuvvet tarafından belirli bir eğri boyunca gidilerek yapılan iş, kuvvetin çözümlendiği çeşitli "bileşke" kuvvetler tarafından yapılan işlerin toplamıdır. Böylece kuvveti çeşitli etkilerin, kütleçekim artı zorlama kuvvetleri vb, ya da tüm kuvvetlerin x-bileşeni ve tüm kuvvetlerin y-bileşeni veya ayırmak istediğimiz bir başka şekilde onların vektör toplamı olarak çözümlersek, net kuvvet tarafından yapılan iş, onu ayırdığımız tüm parçalar tarafından yapılan işlerin toplamıdır.

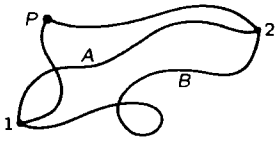


Şekil 14-1 Kayan bir cisim üzerine (sürtünme yok) etkiyen kuvvetler.

14-3 Korunumlu kuvvetler

Doğada çeşitli kuvvetler vardır; örneğin kütleçekim kuvveti; bu kuvvet "korunumlu" dediğimiz çok dikkate değer bir özelliğe sahiptir. Bir cisim bir eğri yol boyunca bir noktadan bir başka noktaya kadar hareket ettiğinde, bir kuvvet tarafından o cisim üzerine ne kadar iş yapıldığını hesaplarsak, görürüz ki genelde bu iş eğriye bağlıdır, fakat özel hallerde eğriye bağlı değildir. İş eğriye bağlı değilse, kuvvetin korunumlu bir kuvvet olduğunu söyleriz. Bir başka deyişle, Şekil 14-2'de 1 konumundan 2 konumuna gidişte kuvvet çarpı mesafenin integrali, önce A eğrisi boyunca ve sonra B eğrisi boyunca hesaplanırsa, aynı sayıda Joule buluruz ve bu *her eğri* üzerindeki nokta çifti için doğruysa ve aynı önerme *hangi nokta çiftini kullanırsak kullanalım* geçerliyse, kuvvet korunumludur deriz. Böyle durumlarda, 1'den 2'ye giden iş integrali basit bir tarzda hesaplanabilir ve sonuç için bir denklem verebiliriz. Genel olarak, bu öyle kolay değildir, eğrinin de belirtilmesi gerekir, fakat işin eğriye bağlı olmadığı bir durumda, kuşkusuz, iş sadece 1 ve 2 *konumlarına* bağlıdır.

Bu fikri açıklamak için, şunu düşünün. Keyfi bir yerleşimde "standart" bir P noktası alalım (Şekil 14-2). Sonra, hesaplamak istediğimiz 1'den 2'ye olan iş çizgi-integralini, kuvvetler korunumlu olduğu ve dolayısıyla yapılan iş eğriye bağlı olmadığı için, 1'den P'ye giderek yapılan iş artı P'den 2'ye gidilerek yapılan iş olarak geliştirelim. Şimdi, P konumundan uzayda özel bir konuma giderek yapılan iş, uzayda bu noktanın bir fonksiyonudur. Kuşkusuz, aslında P'ye de bağlıdır, fakat çözümleme için bu keyfi P noktasını sürekli olarak sabit tutarız. Bu yapılırsa, P noktasından 2 noktasına giderek yapılan iş, 2 son konumunun bir fonksiyonu olur. Bu, 2'nin olduğu yere bağlıdır; bir başka noktaya gidersek, farklı bir yanıt elde ederiz.



Şekil 14-2 Bir kuvvet alanı içinde iki nokta arasındaki olası yollar.

Konumun bu fonksiyonuna $-U(x, y, z)$ diyeceğiz ve koordinatları (x_2, y_2, z_2) olan özel 2 noktasına işaret etmek istediğimiz zaman, $U(x_2, y_2, z_2)$ için, kısaca $U(2)$ yazacağız. 1 noktasından P noktasına giderek yapılan iş, tüm ds'leri tersine

çevirip integral boyunca *ters yönde* giderek de yazılabilir. Başka bir deyişle, 1'den *P*'ye giderek yapılan iş, *eksi P*'den 1'e giderek yapılan iştir:

$$\int_1^P \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{s} = \int_P^1 \boldsymbol{F}\cdot(-d\boldsymbol{s}) = -\int_P^1 \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{s}$$

Böylece *P*'den 1'e giderek yapılan iş $-U(1)$'dir ve *P*'den 2'ye iş $-U(2)$'dir. Dolayısıyla 1'den 2'ye integral, $-U(2)$ artı $[-U(1)$ *geri doğru*$]$'ya, veya $+U(1) - U(2)$'ye eşittir:

$$U(1) = -\int_P^1 \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{s}, \qquad U(2) = -\int_P^2 \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{s}$$

$$\int_1^2 \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{s} = U(1) - U(2)$$

$U(1) - U(2)$ niceliğine potansiyel enerjideki değişme denir ve *U*'ya potansiyel enerji adı verilir. Cisim 2 konumunda yerleşik olduğunda $U(2)$ potansiyel enerjisine ve 1 konumunda $U(1)$ potansiyel enerjisine sahiptir diyeceğiz. *P* konumun yerleşikse, potansiyel enerjisi sıfırdır. Herhangi başka bir nokta, sözgelimi *Q*, seçseydik, *potansiyel enerjinin sadece eklenmiş bir sabit kadar değişeceğini* anlardık (bunun gösterilmesini size bırakıyoruz). Enerjinin korunumu sadece *değişimlere* bağlı olduğundan, potansiyel enerjiye bir sabit eklemek hiç önemli değildir. Dolayısıyla *P* noktası keyfidir.

Şimdi, aşağıdaki iki önermeye sahibiz: (1) Bir kuvvet tarafından yapılan iş, parçacığın kinetik enerjisindeki değişime eşittir; fakat (2) matematiksel olarak, bir korunumlu kuvvet için, yapılan iş, potansiyel enerji dediğimiz bir *U* fonksiyonundaki değişimin eksilisidir. Bu ikisinin bir sonucu olarak, şu önermeye ulaşırız: *Sadece korunumlu kuvvetler etki ediyorsa, T kinetik enerjisi artı U potansiyel enerjisi sabit kalır*:

$$T + U = \text{sabit} \tag{14.2}$$

Şimdi de birkaç örnek için potansiyel enerji denklemlerini tartışalım. Düzgün bir kütleçekim alanına sahipsek, dünyanın yarıçapıyla karşılaştırılabilir yüksekliklere çıkmıyorsak, kuvvet sabit düşey bir kuvvettir ve yapılan iş basitçe kuvvet çarpı düşey mesafedir:

$$U(z) = mgz \tag{14.3}$$

Sıfır potansiyel enerjiye karşılık gelen *P* noktası $z = 0$ düzleminde herhangi bir nokta olabilir. Potansiyel enerjinin $mg(z - 6)$ olduğunu da söyleyebilirdik isteseydik –kuşkusuz, çözümlememizde tüm sonuçlar aynı olurdu, yeter ki $z = 0$'da potansiyel enerjinin değeri $-mg6$ olsun. Fark etmez, çünkü potansiyel enerjide sadece *farklar* hesaba katılır.

Bir çizgisel yayı denge noktasından *x* kadar sıkıştırmak için gereken enerji,

$$U(x) = \tfrac{1}{2}kx^2 \tag{14.4}$$

olur ve potansiyel enerjinin sıfırı, yayın denge konumu olan $x = 0$ noktasındadır. Yine istediğimiz her sabiti buna ekleyebiliriz.

Aralarında *r* mesafesi olan *M* ve *m* noktasal kütleleri için kütleçekim potansiyel enerjisi,

$$U(r) = -GMm/r \tag{14.5}$$

şeklinde ifade edilir. Burada sabit, potansiyel sonsuzda sıfır olacak şekilde seçilmiştir. Kuşkusuz aynı denklem elektrik yüklerine de uygulanabilir, çünkü yasa aynıdır:

$$U(r) = q_1q_2/4\pi\epsilon_0 r \tag{14.6}$$

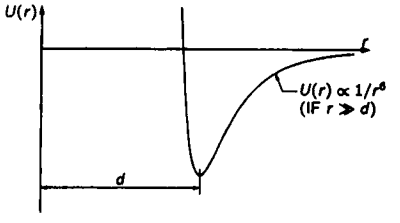
Şimdi bu denklemlerden birini kullanarak, onun ne anlama geldiğini görelim. *Soru*: Dünyayı terk etmesi için bir roketi dünyadan ne kadar hızlı atmalıyız? Çözüm: Kinetik artı potansiyel enerji sabit olmalıdır; dünyayı "terk ettiğinde", milyonlarca km uzakta olacaktır ve tam terk edebilecek kadar hızlı atılmışsa,

orada hızının sıfıra erdiğini varsayabiliriz. Dünyanın yarıçapı a ve kütlesi M olsun. Kinetik artı potansiyel enerji, başlangıçta $\frac{1}{2}mv^2 - GmM/a$ olarak verilir. Hareketin sonunda iki enerji eşit olmalıdır. Hareketin sonunda kinetik enerji sıfır olarak alınır, çünkü artık roketin neredeyse sıfır hızla sürüklendiği varsayılır ve potansiyel enerji GmM bölü sonsuz olmalıdır, ki bu da sıfırdır. Böylece bir tarafta her şey sıfırdır ve bu bize hızın karesinin $2GM/a$ olması gerektiğini söyler. Fakat GM/a^2 kütleçekim ivmesi dediğimiz g'dir. Böylece şu sonucu buluruz:

$$v^2 = 2ga$$

Bir yapay uydunun dünya etrafındaki hareketini sürdürmesi için hangi hızla gitmesi gerekir? Bunu çok önce hesaplamış ve $v^2 = GM/a$ bulmuştuk. Dolayısıyla dünyadan *kaçmak* için, yüzeye yakın olarak dünya *çevresinde* dönmek için gerekli olan hızın $\sqrt{2}$ katma gereksinim duyarız. Bir başka deyişle, dünyayı terk etmek için, onun çevresinde dönmek için harcadığımız enerjiden *iki kat daha fazla enerji*ye gerek duyarız. Dolayısıyla tarihsel olarak uydularla yapılan ilk şey bir insanı dünya çevresinde dolandırmaktı ve bu saniyede 8 km'lik bir hız gerektiriyordu. Bir sonraki iş, bir uyduyu hepten dünyanın dışına yollamaktı; bu iki kat enerji, ya da saniyede 11 km kadarlık bir hız gerektirdi.

Potansiyel enerjinin özelliklerini tartışmamızı sürdürürken, iki molekülün, ya da iki atomun, örneğin iki oksijen atomunun etkileşmesini ele alalım. Onlar birbirlerinden çok uzaktayken, kuvvet bir çekim kuvvetidir ve uzaklığın ters yedinci kuvvetiyle değişir; çok yakınsalar, kuvvet çok şiddetli bir itici kuvvettir. Yapılan işi bulmak için ters yedinci kuvvetin integralini alırsak, iki oksijen atomunun arasındaki mesafenin fonksiyonu olan U potansiyel enerjisi, büyük uzaklıklar için mesafenin ters altıncı kuvvetiyle değişir.



Şekil 14-3 Aradaki uzaklığın fonksiyonu olarak, iki atomun arasındaki potansiyel enerji.

$U(r)$ potansiyel enerji eğrisini Şekil 14-3'teki gibi çizersek, büyük r'lerde ters altıncı kuvvetiyle başlarız, fakat yeterince yakınlara geldiğimizde potansiyel enerjinin minimum olduğu bir d noktasına ulaşırız. $r = d$'de potansiyel enerjinin minimumu şu anlama gelir: d'den başlar ve küçük bir mesafe, çok küçük bir mesafe kadar gidersek, yapılan iş, bu küçük mesafede potansiyel enerjideki değişme, neredeyse sıfırdır, çünkü eğrinin dibinde potansiyel enerjide çok küçük bir değişme vardır. Böylece bu noktada kuvvet yoktur, yani burası denge noktasıdır. Bunun denge noktası olduğunu görmenin bir başka yolu şudur: d'den hangi tarafa gitmeye kalkışırsak kalkışalım, iş yapılması gerekir. İki oksijen atomu sakin hale geldiğinde, öyle ki artık aralarındaki kuvvetten enerji açığa çıkamaz, işte o zaman en düşük enerji durumundadır ve aralarındaki mesafe bu d kadar olacaktır. Oksijen molekülü soğutulduğunda bu şekilde görünür. Onu ısıttığımızda, atomlar salınırlar ve birbirlerinden uzaklaşırlar; onları aslında koparabiliriz, fakat bunu yapmak belirli miktarda iş ya da enerji ister; bu da $r = d$ ile $r = \infty$ arasındaki potansiyel enerji farkıdır. Atomları birbirlerine doğru iterek iyice yaklaştırmaya çalışırsak, enerji hızla yükselir, çünkü onlar birbirlerini iterler.

Bunu açıklamamızın nedeni, *kuvvet* düşüncesinin kuantum mekaniği için özellikle uygun olmamasıdır; orada *enerji* fikri çok doğaldır. Çekirdek maddesi arasındaki, moleküller arasındaki vb gibi daha ileri kuvvetleri ele aldığımızda kuvvetler ve hızlar "çözülüp" yok olsa da, enerji kavramı kalır. Dolayısıyla kuantum mekaniği kitaplarında potansiyel enerji eğrileri görmeye alışkınız, fakat iki molekül arasındaki kuvvet için bir eğri görmemiz çok nadirdir, çünkü bugünlerde çözümlemeler yapan kişiler kuvvet yerine enerji cinsinden düşünüyorlar.

Şuna da dikkatinizi çekelim ki, bir cisim üzerine aynı anda birçok korunumlu kuvvet etki ediyorsa, cismin potansiyel enerjisi ayrı ayrı her bir kuvvetten gelen potansiyel enerjilerin toplamıdır. Bu daha önce değindiğimiz aynı önermedir, çünkü kuvvet birçok kuvvetin vektörel toplamı olarak temsil edilmişse, toplam kuvvet tarafından yapılan iş, kısmi kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamıdır ve dolayısıyla onların her birinin ayrı ayrı potansiyel enerjilerindeki değişmeler olarak çözümlenebilir. Böylece toplam potansiyel enerji, tüm küçük parçaların toplamıdır.

Bunu, Jüpiter, Satürn, Uranüs vb ya da oksijen, azot, karbon vb gibi birbirleriyle etkileşen çok cisimli bir sistem haline genelleyebiliriz; bunlar birbirlerine çiftler halinde tümü korunumlu olan kuvvetlerle etkirler. Bu durumlarda, tüm sistemdeki toplam kinetik enerji basitçe tek tek tüm atomların ya da gezegenlerin veya her neyse onların kinetik enerjilerinin toplamıdır; sistemin potansiyel enerjisiyse, bir tek çiftin sanki diğerleri orada yokmuş gibi karşılıklı etkileşmesinin potansiyel enerjisinin tüm parçacık çiftleri üzerinden toplamıdır. (Bu aslında molekül kuvvetleri için doğru değildir ve denklem biraz daha karmaşıktır; Newton kütleçekimi için kesinlikle doğrudur ve molekül kuvvetleri için bir yaklaştırma olarak doğrudur. Molekül kuvvetleri için bir potansiyel enerji vardır, fakat bu bazen çiftler cinsinden bir toplama göre atomların konumlarının çok daha karmaşık bir fonksiyonudur.) Dolayısıyla kütleçekim özel halinde, potansiyel enerji, (13.14) denkleminde gösterildiği gibi, Gm_im_j/r_{ij}'nin tüm i ve j çiftleri üzerinden toplamıdır. (13.14) denklemi matematiksel olarak şu önermeyi ifade eder: Toplam kinetik enerji artı toplam potansiyel enerji zamanla değişmez. Çeşitli gezegenler kayıp giderken ve dönerken ve kıvrılırken ve böyle şeyler yaparken, toplam kinetik enerjiyi ve toplam potansiyel enerjiyi hesaplarsak, toplamın sabit kaldığını buluruz.

14-4 Korunumsuz kuvvetler

Korunumlu kuvvetleri tartışırken oldukça çok zaman harcadık; peki korunumsuz kuvvetler hakkında ne diyebiliriz? Buna her zamankinden daha derin bir bakış atacağız ve korunumsuz kuvvet yoktur diyeceğiz! Aslına bakarsanız, doğadaki tüm temel kuvvetler korunumludur. Bu Newton yasalarının bir sonucu değildir. Aslında, Newton'ın kendisinin de bildiği kadarıyla, kuvvetler, görünüşte sürtünme olduğu için, korunumsuz olabilir. Sürtünme *görünüşte*dir dediğimizde, çağdaş bakışı düşünüyoruzdur; orada tüm derin kuvvetlerin, en temel anlamıyla parçacıklar arasındaki kuvvetlerin korunumlu oldukları keşfedilmişti.

Örneğin, resmini gördüğümüz, tümü etkileşen binlerce yıldızlı büyük küresel yıldız kümesi gibi bir sistemi çözümleyeceksek, toplam potansiyel enerji denklemi, tüm yıldız çiftleri üzerinden toplanmış olarak basitçe bir terim artı bir diğer terim ve böylece sürüp gider; kinetik enerji de tek tek tüm yıldızların kinetik enerjilerinin toplamıdır. Fakat küresel küme bir bütün olarak uzayda sürüklenmektedir de; eğer ondan yeterince uzaksak ve ayrıntıları görmüyorsak, onu bir tek cisim gibi düşünebiliriz. Bu durumda ona kuvvetler uygulanıyorsa, bu kuvvetlerin bazısı onu bir bütün olarak ileri doğru sürükler ve tüm nesnenin merkezini hareket ediyor olarak görebiliriz. Diğer taraftan, bu kuvvetlerin bazıları da, içerdeki "parçacık"ların kinetik ya da potansiyel enerjisini yükseltmede, deyim yerindeyse, "ziyan edilmiş"tir. Varsayalım ki bu kuvvetlerin eylemi tüm kümenin genişlemesine ve parçacıkların daha hızlı hareket etmelerine yol açtı. Tüm nesnenin toplam enerjisi aslında korunumludur, fakat bizim kaba gözlerimizle –ki onlar içerdeki hareket karmaşasını göremezler– dışarıdan bakınca ve sırf tüm cismin hareketinin kinetik enerjisini düşününce, enerji korunmuyor gibi görünebilir; fakat bu, bizim ne gördüğümüzü değerlendirme noksanlığından ileri gelmektedir. Ve durumun şu olduğu anlaşılıyor: Yeterince yakından bakarsak, kinetik artı potansiyel olarak evrenin toplam enerjisi bir sabittir.

Maddeyi en ince ayrıntısıyla atomik düzeyde incelediğimizde, bir nesnenin toplam enerjisini iki kısma, kinetik enerji ve potansiyel enerjiye ayırmak her zaman için *kolay* değildir ve böyle bir ayırma her zaman için de gerekli değildir. Bunu yapmak *neredeyse* daima mümkündür, dolayısıyla haydi diyelim ki bu daima mümkün*dür* ve evrenin kinetik-artı-potansiyel enerjisi sabittir. Böylece tüm evrenin içindeki toplam potansiyel-artı-kinetik enerji sabittir ve eğer "evren" yalıtılmış bir madde parçasıysa, dış kuvvetlerin olmaması durumunda enerji sabittir. Fakat gördüğümüz gibi, bir nesnenin kinetik ve potansiyel enerjisinin bir kısmı içsel, örneğin dikkat etmediğimiz anlamında iç molekül hareketleri gibi, olabilir. Biliyoruz ki bir bardak suda her şey titreşip durmaktadır, her parça her an hareket halindedir; dolayısıyla içerde genel olarak dikkat et-

mediğimiz belirli bir kinetik enerji vardır. Atomların hareketine dikkat etmeyiz, ki ısı üretirler ve öyleyse ona kinetik enerji demiyoruz, fakat ısı esasında kinetik enerjidir. İç potansiyel enerji de, örneğin kimyasal enerji biçimindedir: Benzini yaktığımızda, enerji açığa çıkar, çünkü yeni atomik düzenlemede atomların potansiyel enerjisi eski düzenlemedekinden daha düşüktür. Isıyı saf kinetik enerji olarak işleme sokmak kesinlikle mümkün değildir, çünkü potansiyelin küçük bir kısmı kimyasal enerji için içeri alınır ve tersi olur, böylece ikisini bir araya koyar ve deriz ki bir cismin içindeki toplam kinetik ve potansiyel enerji, kısmen ısı, kısmen kimyasal enerji ve benzeridir. Her neyse, iç enerjinin tüm bu farklı biçimleri bazen yukarıda betimlediğimiz anlamda "kayıp" enerji olarak düşünülebilir; termodinamiği incelediğimizde, bu konu daha da açıklığa kavuşacaktır.

Bir başka örnek verecek olursak, sürtünme olduğunda, kayan cismin durmuş olması ve kinetik enerjinin kaybolmuş gibi görünmesi halinde bile, kinetik enerjinin kaybolduğu doğru değildir. Kinetik enerji kaybolmamıştır, çünkü kuşkusuz içerdeki atomlar öncekinden daha büyük miktardaki kinetik enerjiyle titreşmektedirler ve bunu göremesek de, sıcaklığı saptayarak onu ölçebiliriz. Elbette ısı enerjisini gözardı edersek, bu durumda enerjinin korunumu teoremi yanlışmış gibi ortaya çıkacaktır.

Bir sistemin sadece bir kısmını incelemeye aldığımız zaman da enerji korunumu yanlışmış gibi görünür. Doğal olarak, eğer bir şey dışarıdan bir başka şeyle etkileşiyorsa ve biz bu etkileşmeyi hesaba katmayı ihmal ediyorsak, bu durumda enerjinin korunumu teoremi doğru değilmiş gibi görünecektir.

Klasik fizikte potansiyel enerji sadece kütleçekim ve elektrikte içerilir, fakat şimdi çekirdek enerjisine ve diğer enerjilere de sahibiz. Örneğin, ışık klasik kuramda yeni bir enerji biçimi içerebilir, fakat istersek, ışık enerjisini bir fotonun kinetik enerjisi olarak da düşünebiliriz ve o zaman (14.2) denklemimiz hâlâ doğru olur.

14-5 Potansiyeller ve alanlar

Şimdi de potansiyel enerjiyle ve alan *düşüncesi*yle ilgili fikirlerden birkaçını tartışacağız. A ve B gibi iki büyük cismimiz ve bu ikisi tarafından bir $\boldsymbol{F}$ bileşke kütleçekim kuvvetiyle çekilen çok küçük bir üçüncü cismimiz olduğunu varsayın. Bölüm 12'de zaten işaret ettiğimiz gibi, bir parçacık üzerine etkiyen kütleçekim kuvveti, onun m kütlesiyle sadece parçacığın *konumuna* bağlı olan bir başka $\boldsymbol{C}$ vektörünün çarpımı olarak yazılabilir:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{C}$$

Kütleçekimi, bu durumda, uzayın her noktasında belli bir $\boldsymbol{C}$ vektörünün var olduğunu ve oraya koyacağımız bir m kütlesine "etkidiğini" düşünerek çözümleyebiliriz, fakat aslında biz onun "etki etmesi" için oraya bir kütle koyalım ya da koymayalım, kendisi orada vardır. $\boldsymbol{C}$ üç bileşene sahiptir ve bu bileşenlerin her biri (x, y, z)'nin, yani uzaydaki bir konumun bir fonksiyonudur. Böyle bir nesneye alan adını veririz ve deriz ki A ve B cisimleri bir alan üretirler, yani $\boldsymbol{C}$ vektörünü "oluştururlar". Bir alanın içine bir cisim koyduğumuzda, ona etkiyen kuvvet, konan cismin kütlesiyle cismin konduğu noktadaki alan vektörünün değerinin çarpımına eşittir.

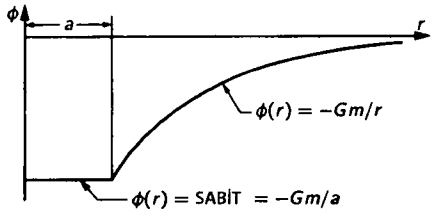
Aynı şeyi potansiyel enerjiyle de yapabiliriz. $(-\boldsymbol{F})\cdot d\boldsymbol{s}$'nin integrali olan potansiyel enerji m kere $(-\boldsymbol{C})\cdot d\boldsymbol{s}$'nin integrali olarak yazılabileceğine göre –sadece bir ölçek değişimi–, görürüz ki uzayda bir (x, y, z) noktasında yerleşik bir cismin $U(x, y, z)$ potansiyel enerjisi, m ile *potansiyel* Ψ diyebileceğimiz bir başka fonksiyonun çarpımı olarak yazılabilir. $\int \boldsymbol{C}\cdot d\boldsymbol{s}$ *integrali* $= -\Psi$'dir, tıpkı $\int \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{s} = -U$ olduğu gibi. Bu ikisi arasında sadece bir ölçek çarpanı vardır:

$$U = -\int \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{s} = -m\int \boldsymbol{C}\cdot d\boldsymbol{s} = m\Psi \qquad (14.7)$$

Uzayda her noktada bu $\Psi(x, y, z)$ fonksiyonuna sahip olunca, uzaydaki herhangi bir noktada bir cismin potansiyel enerjisini derhal hesaplayabiliriz, yani

$U(x, y, z) = m\,\Psi(x, y, z)$ yazarız; oldukça basit bir iş gibi görünüyor. Fakat aslında hiç de basit değil, çünkü uzayda her yerde C'yi vermek yerine Ψ'nin değerini vererek alanı betimlemek bazen çok daha hoştur. Bir vektör fonksiyonun üç karmaşık bileşenini yazmaktansa, Ψ skaler fonksiyonunu verivririz. Üstelik, alan çok sayıda kütle tarafından üretilmişse, Ψ'yi hesaplamak C'nin verilen herhangi bir bileşenini hesaplamaktan çok daha kolaydır; zira potansiyel skaler olduğu için yön sıkıntısına girmeksizin sadece toplama yaparız. Ayrıca, biraz sonra göreceğimiz gibi, C alanı Ψ'den kolayca çıkarılabilir. 1, 2, . . . noktalarında m_1, m_2, . . . noktasal kütlelerine sahip olduğumuzu ve keyfi bir p noktasında Ψ potansiyelini bilmek istediğimizi varsayın. Bu, basitçe kütlelerin tek tek p noktasında oluşturdukları potansiyellerin toplamıdır:

$$\Psi(p) = \sum_i -\frac{Gm_i}{r_{ip}} \qquad i = 1, 2, \ldots \tag{14.8}$$



Şekil 14-4 a yarıçaplı küresel bir kabuğun neden olduğu potansiyel.

Son bölümde, bir noktadaki potansiyelin tüm farklı cisimlerden gelen potansiyellerin toplamı olması gerektiğine ilişkin denklemi kullanarak, bir küresel madde kabuğuna ait potansiyeli kabuğun tüm parçalarından gelen katkıları toplayarak hesaplamıştık. Bu hesabın sonucu Şekil 14-4'te grafik biçiminde görülmektedir. $r = \infty$'da sıfır değere sahip olarak, bu potansiyel negatiftir ve a yarıçapına kadar $1/r$ gibi değişerek azalır ve kabuğun içinde sabittir. Kabuğun dışında potansiyel $-Gm/r$'dir, burada m kabuğun kütlesidir; bu da tüm kütle merkezde toplanmış olsaydı elde edilecek potansiyelle tam olarak aynıdır. Fakat *her yerde* tam olarak aynı değildir, kabuğun içerisinde potansiyel $-Gm/a$ haline gelir ve bir sabittir! *Potansiyel sabit olduğunda, alan yoktur* ya da potansiyel enerji sabit olduğunda, kuvvet yoktur, çünkü bir cismi küre içinde bir yerden herhangi bir yere hareket ettirirsek, kuvvet tarafından yapılan iş tam olarak sıfırdır. Niçin? Çünkü cismin bir yerden diğerine hareketinde yapılan iş, potansiyel enerjideki değişimin eksilisine eşittir (ya da buna karşılık gelen alan integrali, potansiyelin değişimidir). Fakat potansiyel enerji içeride herhangi iki noktada *aynı*dır, öyleyse potansiyel enerjide değişme yoktur ve bu nedenle kabuğun içinde herhangi iki nokta arasında gidildiğinde iş yapılmaz. Her yerdeğiştirme doğrultusu için yapılan işin sıfır olabilmesinin tek yolu, ortalıkta hiç kuvvetin olmamasıdır.

Bu bize, potansiyel enerji verilince, kuvveti ya da alanı nasıl elde edebileceğimize dair bir ipucu verir. Bir cismin potansiyel enerjisinin (x, y, z) konumunda bilindiğini varsayalım ve cisim üzerindeki kuvvetin ne olduğunu bilmek isteyelim. Göreceğimiz gibi, potansiyeli sadece bir noktada bilmekle bunu yapamayız; potansiyelin komşu noktalardaki bilgisine de gerek duyarız. Niçin? Kuvvetin x-bileşenini nasıl hesaplayabiliriz? (Bunu yapabilirsek, kuşkusuz y- ve z-bileşenlerini de bulabiliriz ve o zaman tüm kuvveti bileceğiz demektir.) Şimdi, cismi küçük bir Δx mesafesi kadar hareket ettirseydik, Δx yeterince küçükse, kuvvet tarafından cisim üzerine yapılan iş kuvvetin x-bileşeni kere Δx olurdu ve bu, bir noktadan diğerine gidildiğinde potansiyel enerjideki değişime eşit olmalıdır:

$$\Delta W = -\Delta U = F_x\,\Delta x \tag{14.9}$$

Sadece $\int \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{s} = -\Delta U$ denklemini kullandık, fakat *çok kısa* bir yol için. Şimdi bunu Δx'e böleriz ve böylece kuvvetin

$$F_x = -\Delta U/\Delta x \tag{14.10}$$

olduğunu buluruz.

Kuşkusuz bu tam değildir. Aslında istediğimiz (14.10)'un Δx gitgide küçülürkenki limitini almaktır, çünkü bu ancak sonsuz küçük Δx'in limitinde *tam olarak* doğrudur. Bunu U'nun x'e göre türevi olarak tanırız ve dolayısıyla onu $-dU/dx$ olarak yazmaya yelteniriz. Fakat U fonksiyonu x, y ve z'ye bağlıdır ve matematikçiler dikkatli olmamızı ve böyle bir fonksiyonun diferansiyelini alırken sadece x'i değiştirdiğimizi, y ve z'nin değişmediğini hatırlamamız için farklı bir im-

ge icat etmişlerdi. d yerine basitçe bir "ters 6" yani ∂ yaparlar. (∂ imgesi, diferansiyel ve integral hesabın daha başlangıcında kullanılmalıydı, çünkü d'yi daima alttaki d'yle yok etmek isteriz, fakat ∂'yı asla yok etmeyiz!) Böylece $\partial U/\partial x$ yazarlar ve üstelik, *çok* dikkatli olmak isterlerse, bunun yanına bir çizgi ve altına küçük bir yz koyarlar: $(\partial U/\partial x|_{yz})$ gibi; bununla "U'nun, y ve z'yi sabit tutarak, x'e göre türevini al" demek isterler. Bizse, çoğunlukla, nelerin sabit tutulduğunu işaretlemeyiz, çünkü bu içerikten zaten bellidir; böylece yz'li çizgiyi genelde kullanmayız. Bununla birlikte, diğer değişkenler sabit tutulurken onun bir türev olduğunu belirtmek üzere, d yerine *daima* ∂ kullanırız. Buna *parçalı türev* deriz; sadece x'i değiştirdiğimiz bir türevdir.

Dolayısıyla, x-doğrultusundaki kuvvetin U'nun x'e göre parçalı türevinin eksilisi olduğunu buluruz:

$$F_x = -\partial U/\partial x \tag{14.11}$$

Benzer şekilde y-doğrultusundaki kuvvet, x ve z'yi sabit tutup U'nun y'ye göre diferansiyeli alınarak bulunabilir ve üçüncü bileşen de kuşkusuz y ve x sabit olmak üzere z'ye göre türevdir:

$$F_y = -\partial U/\partial y, \qquad F_z = -\partial U/\partial z \tag{14.12}$$

Potansiyel enerjiden kuvveti elde etmenin yolu budur. *Potansiyel*den *alanı* da tamamıyla aynı yoldan elde ederiz:

$$C_x = -\partial \Psi/\partial x, \qquad C_y = -\partial \Psi/\partial y, \qquad C_z = -\partial \Psi/\partial z \tag{14.13}$$

Bu arada, aslında çok sık kullanmayacağımız bir başka gösterime de değinelim. C bir vektör olduğu ve x-, y- ve z-bileşenlerine sahip bulunduğu için, temsili $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$ ve $\partial/\partial z$'ler vektörel bir şeyin x-, y- ve z-bileşenlerini oluştururlar. Matematikçiler "grad" ya da "gradyen" dedikleri yeni bir görkemli simge, ∇, icat ettiler; bu bir nicelik olmayıp, skalerden vektör yapan bir işlemcidir. Aşağıdaki bileşenlere sahiptir: Bu "grad"ın x-bileşeni $\partial/\partial x$, y-bileşeni $\partial/\partial y$ ve z-bileşeni $\partial/\partial z$'dir ve denklemlerimizi şu şekilde yazmak eğlencelidir:

$$\boldsymbol{F} = -\nabla U, \qquad \boldsymbol{C} = -\nabla \Psi \tag{14.14}$$

∇'yı kullanma bize gerçek bir vektörel denkleme sahip olup olmadığımızı hızlıca sınama olanağı verir; fakat gerçekten de (14.14) denklemleri, (14.11), (14.12) ve (14.13) denklemleriyle kesin olarak aynı anlama gelir. Bu, onların sadece bir diğer yazma biçimidir ve her seferinde üç denklemi yazmak istemediğimizde, sadece ∇U yazarız.

Alanların ve potansiyellerin bir diğer örneği elektrikle ilgilidir. Elektrikte, duran bir cisim üzerindeki kuvvet, yük çarpı elektrik alandır: $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$. (Genel olarak, bir elektrik probleminde kuvvetin x-bileşeni, kuşkusuz, manyetik alana bağlı bir parçaya da sahiptir. (12.11)'den kolayca gösterilir ki parçacık üzerine manyetik alanlardan gelen kuvvet, daima parçacığın hızına diktir ve ayrıca alana da diktir. Hareketli bir yük üzerindeki manyetizma kaynaklı kuvvet hıza dik olduğuna göre, hareketli yükün üzerine manyetizma tarafından *iş yapılmaz*, çünkü hareket kuvvete diktir. Bu nedenle, elektrik ve manyetik alanlarda kinetik enerji teoremlerini hesaplarken, kinetik enerjiyi değiştirmediğinden, manyetik alandan gelecek katkıyı göz önüne almayız.) Sadece elektrik alana sahip olduğumuzu varsayalım. Bu durumda enerjiyi, ya da yapılan işi, kütleçekimdeki aynı yolla hesaplayabiliriz ve eksi $\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{ds}$'nin keyfi bir sabit noktadan hesabı yaptığımız noktaya integrali olan ϕ diyeceğimiz bir niceliği hesaplarız. Elektrik alandaki potansiyel enerji, tam yük çarpı bu ϕ niceliğidir:

$$\phi(r) = -\int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{s},$$

$$U = q\phi$$

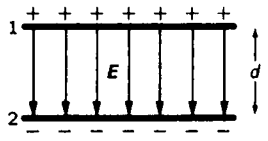
Bir örnek olarak, iki paralel metal plaka halini alalım; her plaka birim yüzeyde $\pm\sigma$ yüzey yüküne sahip olsun. Bu düzeneğe paralel plakalı sığa adı veri-

lir. Daha önce bulduğumuz gibi, plakaların dışında kuvvet sıfırdır ve arada sabit bir elektrik alan vardır, +'dan –'ye yönelmiştir ve büyüklüğü σ/ϵ_0'dır (Şekil 14-5). Bir yükü bir plakadan diğerine taşımada ne kadar iş yapıldığını bilmek isteriz. İş, (**kuvvet**)·(*ds*)'nin integrali olur ve yük çarpı 1. plakadaki potansiyel değeri eksi 2. plakadaki potansiyel değeri olarak yazılabilir:

$$W = \int_1^2 \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s} = q(\phi_1 - \phi_2).$$

Aslında kuvvet sabit olduğu için integrali hemen alabiliriz ve plakalar arası mesafe d ise, integral kolaydır:

$$\int_1^2 \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s} = \frac{q\sigma}{\epsilon_0} \int_1^2 dx = \frac{q\sigma d}{\epsilon_0}$$



Şekil 14-5 Paralel plakalar arasındaki alan.

Potansiyeldeki $\Delta\phi = \sigma d/\epsilon_0$ farkına *voltaj farkı* denir ve ϕ volt cinsinden ölçülür. Plaka çifti belirli bir voltaja yüklenir dediğimizde, kastettiğimiz iki plakanın elektrik potansiyelindeki farkın şu kadar volt olduğudur. İki paralel plakadan yapılmış bir sığa için voltaj, ya da plaka çiftinin potansiyelindeki fark, $\sigma d/\epsilon_0$'dır.

15
ÖZEL GÖRELİLİK KURAMI

15-1 Görelilik ilkesi
15-2 Lorentz dönüşümü
15-3 Michelson-Morley deneyi
15-4 Zaman dönüşümü
15-5 Lorentz büzülmesi
15-6 Eşzamanlılık
15-7 Dörtlü vektörler
15-8 Göreli dinamik
15-9 Kütle ve enerjinin eşdeğerliliği

15-1 Görelilik ilkesi

Newton tarafından ifade edilen hareket denklemlerinin 200'ü aşkın yıldan bu yana doğayı doğru biçimde betimlediğine inanılıyordu; ama bu yasalarda bir hata ve o hatayı düzeltme yolu ilk kez 1905'te Einstein tarafından bulundu.

$$F = d(mv)/dt$$

şeklinde ifade ettiğimiz Newton'ın İkinci Yasası, m'nin bir sabit olduğunu üstü kapalı bir varsayımla beyan etmişti; fakat artık bunun doğru olmadığını, bir cismin kütlesinin hızla arttığını biliyoruz. Einstein'ın düzeltilmiş denkleminde m aşağıdaki değere sahiptir:

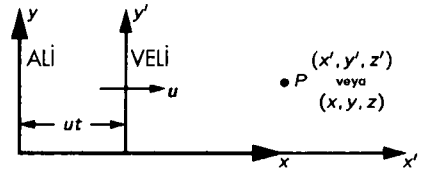
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{15.1}$$

Burada m_0 "durgun kütle"si, cismin hareketsizken ki kütlesini temsil eder ve c ışığın 300.000 km/sn olan hızıdır.

Onu ancak problem çözecek kadar öğrenmek isteyenler için, görelilik kuramında tüm olan budur; sadece kütleye bir düzeltme çarpanı ekleyerek Newton yasaları değiştirilir. Olağan durumlarda bu kütle artımının çok küçük olduğunu denklemin kendisinden görmek kolaydır. Hız, bir uydunun hızı kadar büyük olsa bile (ki dünyanın çevresinde uydu hızı 8-10 km/sn kadardır), v/c = 10/300.000 mertebesinde çıkar ve bunu denklemde yerine koyduğumuzda, kütleye düzeltmenin sadece birkaç milyarda bir olacağını görürüz, ki bunu gözlemek neredeyse olanaksızdır. Aslında, denklemin doğruluğu, pratikte ışık hızına kadar uzanan hızlarla hareket eden çeşitli parçacıkların gözlemlenmesiyle birçok kez kanıtlanmıştır. Bununla birlikte, etki genelde çok küçük olduğundan, deneysel olarak keşfedilmeden önce kuramsal olarak bulunmuş olması, dikkate değer görünür. Deneysel olarak, yeterince yüksek bir hızda, etki çok büyüktür; ama kuram bu yolla keşfedilmemişti. Dolayısıyla, deneyler ile fiziksel akıl yürütmelerin bir karışımının böylesine ince bir düzeltmeyi içeren bir yasayı (ilk keşfedildiği anda) nasıl aydınlığa çıkardığını görmek ilginçtir. Bu keşfe çok sayıda kişi tarafından katkılar yapılmıştı; onların çalışmalarının kesin sonucu Einstein'ın keşfiydi.

Aslında Einstein'ın iki görelilik kuramı vardır. Bu bölüm, 1905 tarihli Özel Görelilik Kuramıyla ilgilidir. 1915'te Einstein Genel Görelilik Kuramı adında ek bir kuram yayımlamıştı. Bu ikinci kuram, Özel Kuramın kütleçekim yasası haline genellemesiyle uğraşır; burada Genel Kuramı tartışmayacağız.

Görelilik ilkesi, ilkin Newton tarafından hareket yasalarının sonuçlarından biri olarak ifade edilmişti: "Verilen bir uzay içinde yer alan cisimlerin hareketleri, bu uzay ister durgun olsun isterse bir doğru boyunca düzgün olarak hareket etsin, kendi aralarında aynıdır." Bu şu anlama gelir: Bir uzay gemisi düzgün bir hızla sürükleniyorsa, uzay gemisi içinde yapılan tüm deneyler ve uzay gemisi içindeki tüm olaylar, sanki gemi hareket etmiyormuş gibi, aynı şekilde görünecektir, elbette yeter ki dışarı bakılmasın. Görelilik ilkesinin anlamı işte budur. Bu yeterince basit bir düşüncedir; tek soru, hareketli bir sistemin içinde yapılmış olan tüm deneylerde fizik yasaları, sistemin durgun olması halindeki yasalarla aynı görünecektir savının doğru olup olmadığıdır. Önce Newton yasalarının hareketli sistemde aynı görünüp görünmediğini araştıralım.



Şekil 15-1 x-eksenleri boyunca düzgün göreli harekette olan iki koordinat sistemi.

Veli'nin düzgün bir u hızıyla x-doğrultusunda hareket etmekte olduğunu ve Şekil 15-1'de gösterilen belirli bir noktanın konumunu ölçtüğünü varsayalım. Bu noktanın x-mesafesini kendi koordinat sisteminde x' olarak belirtsin. Ali durmakta olsun ve aynı noktanın konumunu ölçerek onun x-koordinatını kendi sisteminde x olarak bulsun. İki sistemde koordinatların bağıntısı, diyagramda açıkça görülmektedir. t süresinden sonra Veli'nin başlangıcı bir ut mesafesi kadar gitmiştir ve iki sistemin başlangıçta çakıştığını kabul edersek,

$$\begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned} \tag{15.2}$$

olur. Koordinatların bu dönüşümünü Newton yasalarında yerine koyarsak, bu yasaların üslü sistemde aynı yasalara dönüştüğünü buluruz; yani Newton yasaları hareketli bir sistemde durgun sistemdekilerle aynı yapıdadır ve dolayısıyla mekanik deneyler yaparak sistemin hareket edip etmediğini söylemek olanaksızdır.

Görelilik ilkesi mekanikte uzun süre kullanılmıştı. Çeşitli kişiler, özellikle Huygens bilardo toplarının çarpışma kurallarını elde etmek için, onu bizim 10. Bölümde momentumun korunumunu tartışmak için kullandığımız şekilde kullanmıştı. 19. yüzyılda, elektrik, manyetizma ve ışık olaylarındaki araştırmalar nedeniyle ona olan ilgi artmıştı. Pek çok kişinin bu olaylar üzerine yaptığı bir dizi özenli çalışma, elektrik, manyetizma ve ışığı tek biçimli bir sistemde betimleyen elektromanyetik alanın Maxwell denklemleriyle zirveye ulaşmıştı. Ne var ki Maxwell denklemleri görelilik ilkesine uyar gibi görünmüyordu. Sözün kısası, Maxwell denklemlerini (15.2) bağıntılarını yerine koyarak dönüştürürsek, onların yapıları aynı kalmaz; dolayısıyla, hareketli uzay gemisinde elektrik ve optik olayları durgun gemideki olaylardan farklı olmalıdır. Böylece bu optik olaylar kullanılarak geminin hızı saptanabilir; özellikle, uygun optik ya da elektrik ölçümleri yapılarak geminin mutlak hızı belirtilebilir. Maxwell denklemlerinin sonuçlarından birine göre, eğer alanda ışık üreten bir tedirgeme olursa, bu elektromanyetik dalgalar her doğrultuda ve 300.000 km/sn'lik c ışık hızıyla yayılırlar. Denklemlerin bir başka sonucu da şudur: Tedirgemenin kaynağı hareket ediyorsa, yayınlanan ışık uzayda aynı c hızıyla gider. Bu sesteki duruma benzer; aynı tarzda olan ses dalgalarının hızı, kaynağın hareketinden bağımsızdır.

Kaynağın hareketinden bağımsızlık, ışık halinde ortaya ilginç bir problem çıkarır: u hızıyla giden bir arabada olduğumuzu ve arkadan c hızıyla gelen bir ışığın arabayı geçtiğini varsayalım. (15.2)'deki ilk denklemin türevi şunu verir:

$$dx'/dt = dx/dt - u$$

Bu demektir ki, Galilei dönüşümüne göre, geçen ışığın görünür hızı, arabadan ölçtüğümüzde, $c$değil de $c - u$ olmalıdır. Örneğin, araba 160.000 km/sn hızıyla gidiyorsa, ışığın hızı 300.000 km/sn olduğuna göre, arabayı geçen ışığın arabadan görünen hızı 140.000 km/sn olmalıdır. Her durumda, arabayı geçen ışığın hızı ölçülerek (Galilei dönüşümü ışık için doğruysa); arabanın hızı saptanabilir demektir. Dünyanın hızını saptamak için, bu genel düşünceye dayanan çok sayıda deney yapılmış, fakat hepsi başarısız olmuştu; bunlar hiç hız vermemişlerdi. Ne yapıldığını ve sorunun ne olduğunu tam olarak göstermek için bu deneylerden birini ayrıntılarıyla tartışacağız; kuşkusuz bir sorun, fizik denklemlerinde yanlış olan bir şey vardı. Acaba bu sorun ne olabilirdi?

15-2 Lorentz dönüşümü

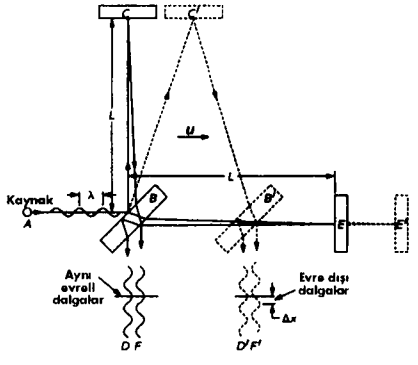
Yukarıdaki durumda fizik denklemlerinin yetersizliği ortaya çıktığında, ilk düşünülen şey, güçlüğün, o sıralarda sadece 20 yıllık olan elektrodinamiğin Maxwell denklemlerinde olması gerektiğiydi. Bu denklemlerin yanlış olması gerektiği neredeyse açık gibi görünmüştü; böylece yapılacak şey, onları o şekilde değiştirmekti ki Galilei dönüşümü altında görelilik ilkesi sağlansın. Bu denendiğinde, denklemlere konması gereken yeni terimler, yeni elektrik olaylarının öngörülmesine yol açmıştı; deneysel olarak sınandıklarındaysa, bu yeni olaylar hiç mi hiç ortaya çıkmamıştı; dolayısıyla bu girişim terk edilmeliydi. Sonrasında, yavaş yavaş elektrodinamiğin Maxwell yasalarının doğru oldukları görünür hal gelmişti; güçlük başka yerde aranmalıydı.

H. A. Lorentz, bu arada, Maxwell denklemlerinde aşağıdaki yerine koymayı yaptığında, dikkate değer garip bir şey fark etmişti:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{aligned} \tag{15.3}$$

Yani bu dönüşüm onlara uygulandığında, Maxwell denklemlerini aynı yapıda bırakıyordu! (15.3) denklemleri Lorentz dönüşümüolarak bilinir. Einstein, özgün olarak Poincaré tarafından yapılmış olan bir öneriyi izleyerek, tüm fizik yasaları Lorentz dönüşümü altında değişmez kalacak şekilde olmalıdır önerisinde bulunmuştu. Başka bir deyişle, elektrodinamik yasalarını değil de, mekaniğin yasalarını değiştirmeliyiz. Newton yasalarını nasıl değiştirmeliyiz ki Lorentz dönüşümü altında değişmez kalsınlar? Bu amaç saptanınca, artık Newton denklemlerini, koyduğumuz koşullar sağlanacak şekilde yeniden yazmalıyız. Sonunda, tek gereksinimin Newton denklemlerinde m kütlesini (15.1) ifadesiyle değiştirmek olduğu anlaşılmıştı. Bu değiştirme yapıldığında, Newton yasaları ve elektrodinamiğin yasaları uyumlu hale gelecektir. Bu taktirde Veli'nin ölçümlerini Ali'ninkilerle karşılaştırırken Lorentz dönüşümünü kullanırsak, hangisinin harekette olduğunu asla saptayamayız, çünkü tüm denklemlerin yapısı iki koordinat sisteminde de aynı olacaktır!

Koordinatlar ve zaman arasındaki eski dönüşümü yeni bir dönüşümle yerdeğiştirmenin ne anlama geldiğini tartışmak ilginç olacaktır; çünkü eski dönüşüm (Galilei) apaçıktır ve yeni dönüşümse (Lorentz) tuhaf görünmektedir. Eskinin değil de, yeni dönüşümün doğru olabileceği, mantık ve deney çerçevesi içinde olası mıdır değil midir? bunu bilmek isteriz. Bunu anlamak için, mekanik yasalarını incelemek yeterli değildir; Einstein'ın yaptığı gibi, bu dönüşümü anlamak için biz de uzay ve zaman düşüncelerimizi analiz etmeliyiz. Bu düşünceleri ve mekanik için onlardan yapılan çıkarımları oldukça ayrıntılı biçimde tartışacağız; böylece sonuçlar deneyle uyuştuğu için, çabamızın doğrulanacağını şimdiden söyleyebiliriz.



Şekil 15-2 Michelson-Morley deneyinin şematik diyagramı.

15-3 Michelson–Morley deneyi

Yukarıda değinildiği gibi, tüm uzayı kapladığı düşünülen varsayımsal "esir" içinde dünyanın mutlak hızını saptamak için girişimler yapılmıştı. Bu deneylerin en ünlüsü, 1887'de Michelson ve Morley tarafından yapılan deneydir. Deneyin negatif sonuçları, ancak 18 yıl geçtikten sonra, Einstein tarafından yorumlanabilmişti.

Michelson-Morley deneyi, Şekil 15-2'de şematik olarak gösterilene benzer bir düzenekle yapılmıştı. Bu düzenek esasen tümü katı bir taban üzerine yerleştirilmiş bir A kaynağı, kısmen gümüşlenmiş bir B cam plakası ve iki C ve E aynası içermektedir. Aynalar B'den eşit L mesafelerine konmuştur. B plakası, gelen bir ışık demetini ikiye ayırır; ortaya çıkan bu iki demet karşılıklı olarak ay-

nalara dik yönlerde ilerler ve aynalardan B'ye geri yansıtılırlar. Her iki demet B'ye geri geldiklerinde, üst üste binmiş iki demet (D ve F) olarak birleşirler. Eğer ışığın B'den E'ye gidip geri dönüşünde geçen süre, B'den C'ye gidip geri dönüşünde geçen süreyle aynıysa, çıkan D ve F demetleri aynı evrede (eş fazda) olacak ve birbirlerini destekleyeceklerdir; fakat bu iki süre hafifçe farklıysa, demetler hafifçe evre dışı olacaklar ve girişim oluşturacaklardır. Düzenek esir içinde "durgun"sa, süreler kesinlikle eşit olmalıdır; fakat sağa doğru u hızıyla hareket ediyorsa, sürelerde bir fark oluşmalıdır. Bunun nedenini görelim.

Önce, ışığın B'den E'ye gidip geri dönmesi için gereken süreyi hesaplayalım. Işığın B plakasından E aynasına gitme süresine t_1 ve geri dönme süresine t_2 diyelim. Şimdi, ışığın B'den aynaya t_1 uzaklığı kadar sağa hareket eder; dolayısıyla ışık c hızıyla $L + ut_1$ mesafesini katetmelidir. Bu uzaklığı ct_1 olarak da ifade edebiliriz; böylece şu eşitliği yazarız:

$$ct_1 = L + ut_1 \quad \text{ya da} \quad t_1 = L/(c - u)$$

(Bu sonuç, şu görüş noktasından da apaçıktır: Işığın düzeneğe göre hızı $(c - u)$'dur; dolayısıyla süre, L bölü $(c-u)$ olur. t_2 süresi de aynı tarzda hesaplanabilir. Bu süre esnasında B plakası ut_2 mesafesi kadar ilerler; böylece ışığın geri dönüş uzaklığı $L - ut_2$ olur ki bu aynı zamanda ct_2'ye eşittir:

$$ct_2 = L - ut_2 \quad \text{Bu da} \quad t_2 = L/(c + u)$$

verir. Bu durumda toplam süre

$$t_1 + t_2 = 2Lc/(c^2 - u^2)$$

olur. Daha sonra sürelerin karşılaştırılmasında kolaylık sağlayacağı için, bunu aşağıdaki gibi de yazabiliriz:

$$t_1 + t_2 = \frac{2L/c}{1 - u^2/c^2} \tag{15.4}$$

İkinci hesabımız, ışığın B'den C aynasına gidiş süresi olan t_3 olacaktır. Önceki gibi, t_3 süresi esnasında C aynası ut_3 kadar sağdaki C' konumuna hareket eder; aynı sürede ışık üçgenin BC' hipotenüsü boyunca ct_3 mesafesini kateder. Bu dik üçgenden

$$(ct_3)^2 = L^2 + (ut_3)^2$$

ya da

$$L^2 = c^2 t_3^2 - u^2 t_3^2 = (c^2 - u^2)t_3^2$$

yazabiliriz ve buradan da t_3'ü elde ederiz:

$$t_3 = L / \sqrt{c^2 - u^2}$$

C' aynasından geri dönüş mesafesi, şeklin simetrisinden görülebileceği gibi, aynıdır; dolayısıyla geri dönüş süresi de aynıdır. Böylece toplam süre $2t_3$'tür. Küçük bir düzenlemeyle toplam süreyi aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$2t_3 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{2L/c}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \tag{15.5}$$

Artık iki ışık demeti tarafından alınan süreleri karşılaştırabiliriz. (15.4) ve (15.5) ifadelerinde paylar özdeştir ve bu $2L/c$ payı, düzeneğin durgun olması halinde alınacak süreyi temsil eder. Paydadaki u^2/c^2 terimi, u ışık hızına yakın olmadıkça, epeyce küçük olacaktır. Paydalar, sürelere düzeneğin hareketinin neden olduğu düzeltmeleri temsil ederler. Hah işte, bu düzeltmeler aynı değildir: Aynalar B'den eşit uzaklıkta oldukları halde, C aynasına gidip gelme süresi, E aynasına gidip gelme süresinden biraz azdır; tüm yapacağımız, bu süre farkını hassas bir şekilde ölçmektir.

Burada küçük bir teknik sorun ortaya çıkar: İki L mesafesi ya tam olarak eşit değilse? Aslına bakılırsa, onları elbette tam eşit yapamayız. Bu durumda düzeneği 90 derece döndürürüz, öyle ki BC hareket çizgisi içinde ve BE harekete

dik olur. O zaman mesafelerdeki her küçük fark önemsiz hale gelir ve arayacağımız şey, düzeneği döndürdüğümüzde girişim saçaklarında ortaya çıkacak kaymadır.

Deneyi yaparken, Michelson ve Morley düzeneği öyle yönlendirmişlerdi ki *BE* çizgisi dünyanın yörüngesindeki hareketine (gece ve gündüzün belli zamanlarında) neredeyse paraleldi. Bu yörüngesel hız saniyede 30 km kadardır ve herhangi bir "esir sürüklenmesi" gece ya da gündüzün bir anında ve yıl esnasında bir anda en az bu kadar olmalıdır. Düzenek, böyle bir etkiyi gözlemeye yeterince duyarlıydı, fakat hiçbir zaman farkı bulunmamıştı: dünyanın esir içindeki hızı saptanamamıştı. Deneyin sonucu sıfırdı, hiçti.

Michelson–Morley deneyinin sonucu çok şaşırtıcı ve çok rahatsız ediciydi. Bu çıkmazdan bir çıkış yolu bulmak için ilk yararlı fikir Lorentz'den gelmişti. O, maddesel cisimlerin hareket ediyorken büzüleceklerini öne sürmüştü; bu kısalma sadece hareket doğrultusundaydı ve ayrıca cisim durgunken uzunluğu L_0 ise, uzunluğuna paralel bir u hızıyla hareket ettiğinde yeni uzunluğu (ki ona L-paralel: $L_{\|}$ deriz) şöyle verilir:

$$L_{\|} = L_0\sqrt{1 - u^2/c^2} \tag{15.6}$$

Bu düzeltme Michelson–Morley girişimölçer düzeneğine uygulandığında, B'den C'ye olan mesafe değişmez, fakat B'den E'ye olan mesafe $L\sqrt{1 - u^2/c^2}$ değerine kısalır. Dolayısıyla (15.5) eşitliği değişmez, fakat (15.4)'ün L'si (15.6) uyarınca değişmelidir. Bu yapıldığında, şunu elde ederiz:

$$t_1 + t_2 = \frac{(2L/c)\sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - u^2/c^2} = \frac{2L/c}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \tag{15.7}$$

Bu sonucu (15.5) denklemiyle karşılaştırarak, $t_1 + t_2 = 2t_3$ olduğunu görürüz. Böylece düzenek tam betimlendiği tarzda büzülürse, Michelson-Morley deneyinin neden hiçbir etki vermediğini anlama yoluna sahip oluruz. Büzülme varsayımı deneyin negatif sonucunu başarıyla izah etse de, bunun, çıkan güçlüğü hızla giderme amacıyla icat edilmiş bir şey olduğu şeklindeki itirazlara açıktı ve çok da yapaydı. Ne var ki, bir esir rüzgârı keşfetmek için yapılan birçok başka deneyde de benzer güçlükler ortaya çıkmıştı ve bu durum, doğanın, u'nun ölçümüne izin vereceğini zannettiği her olayı bozmak için yeni bir olay yaratarak, inatçı insana bir "kumpas" kurduğu görülünceye kadar sürmüştü.

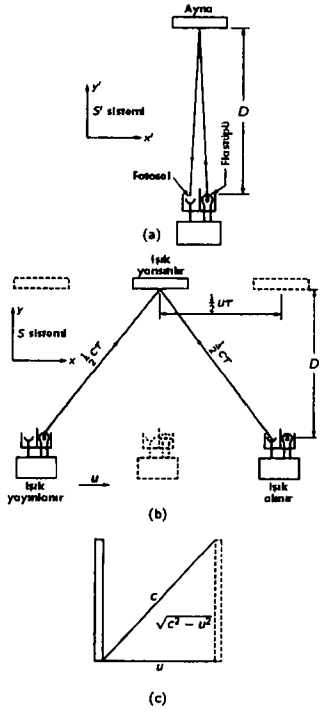
En sonunda, Poincaré'nin işaret ettiği gibi, anlaşılmıştı ki tüm kumpas doğanın kendi yasasıydı! Poincaré'nin ileri sürdüğüne göre, öyle bir doğa yasası söz konusudur ki, hiçbir deneyle bir esir rüzgârı keşfetmeye olanak tanımaz; yani bir mutlak hız saptamanın hiçbir yolu yoktur.

15-4 Zaman dönüşümü

Büzülme düşüncesinin diğer deneylerdeki gerçeklerle uyum içinde olup olmadığını kontrol etmede anlaşılmıştı ki, (15.3) takımının dördüncü denkleminde ifade edilen tarzda zamanların da düzeltilmesi koşuluyla, her şey doğruydu. Bu böyledir, çünkü B'den C'ye gidip gelmek için hesaplanan t_3 süresi, hareketli bir uzay gemisi içinde deney yapan bir adamın hesapladığı süreyle, uzay gemisini gözleyen durgun bir gözlemci tarafından hesaplandığında olduğu gibi, aynı değildir. Gemideki adam için bu basitçe $2L/c$ olur, fakat diğer gözlemciye göre $(2L/c)\sqrt{1 - u^2/c^2}$ (Denk. 15.5) olacaktır. Bir başka deyişle, dışardaki gözlemci, uzay gemisi içindeki adamı bir sigara yakarken gördüğünde, tüm eylemler normalden daha yavaş görünür; oysa içerdeki adam için her şey normal bir hızda cereyan eder. Böylece sadece uzaklıklar kısalmakla kalmamalı, ayrıca zaman-ölçen araçlar da ("saatler") görünürde yavaşlamalıdır. Bu demektir ki uzay gemisindeki saat, gemideki adam tarafından görülmüş olarak, 1 saniye geçtiğini kaydettiğinde, dışardaki gözlemciye bu süre $1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$ saniye görünür.

Hareketli sistemde saatlerin yavaşlaması, çok acayip bir olay olup yorumlamaya değerdir. Bunu anlamak için saatin mekanizmasını gözlemlemeli ve hare-

ket ederken ne olduğunu görmeliyiz. Bu epeyce güç olduğundan, çok basit türden bir saat alacağız. Seçeceğimiz saat oldukça sade, fakat ilke olarak çalışacak bir saattir: O, her iki ucunda birer ayna olan bir çubuktur (metre çubuğu) ve aynalar arasında bir ışık sinyali başlattığımızda, ışık yukarı aşağı gidip gelmeyi sürdürür; her aşağı gelişte bir "tık" sesi çıkarır; aynı bir standart "tik tak"lı saat gibi. Bunun gibi tamamıyla aynı uzunlukta iki saat yaparız; onları birlikte çalıştırarak ayarlarız; ondan sonra birbirleriyle hep uyuşurlar, çünkü aynı uzunluktadırlar ve ışık daima c hızıyla ilerler. Bu saatlerden birini uzay gemisinde bulundurması için oradaki adama veririz ve o saatin çubuğunu geminin hareket doğrultusuna dik olarak yerleştiririz; bu durumda çubuğun uzunluğu değişmeyecektir. Dik uzunlukların değişmediğini nereden biliriz? Adamlar, birbirlerini geçerken birbirinin y-metrelerini işaretleme konusunda anlaşırlar. Simetriden, iki işaret de aynı y- ve y'-koordinatlarına gelmiş olmalıdır; aksi halde sonuçları karşılaştırmak üzere bir araya geldiklerinde, bir işaret diğerinden yukarıda ya da aşağıda olacaktır ve böylece hangisinin gerçekten hareket etmiş olduğunu söyleyebiliriz.



Şekil 15-3 (a) S' sisteminde bir "ışık saati". (b) S sisteminde hareket eden aynı "ışık saati". (c) Hareketli "ışık saati"nde ışık demetinin katettiği köşegensel yolun resimlenişi.

Şimdi hareketli saate ne olduğunu görelim. Gemiye almadan önce adam saatin hoş, standart bir saat olduğu hususunda hemfikirdir ve uzay gemisinde gittiği sürece hiçbir tuhaf şey görmeyecektir. Görseydi, hareket ettiğini anlardı: hareketten dolayı herhangi bir şey değişseydi, hareket ettiğini söylerdi. Fakat görelilik ilkesi, düzgün biçimde hareket eden sistemde bunun olanaksız olduğunu ifade eder; böylece hiçbir şey değişmemiştir. Diğer taraftan, dışardaki gözlemci önünden geçen saate baktığında, çubuk hep yana doğru hareket ettiğinden, aynadan aynaya giden ışığın "gerçekten" bir zigzak yol çizdiğini görür. Böyle bir zigzak hareketini Michelson–Morley deneyiyle ilişkili olarak zaten çözümlemiştik. Çubuk, Şekil 15-3'te, verilen bir sürede ileri doğru u hızıyla orantılı bir mesafe katederse, ışığın aynı süre içinde gideceği mesafe c'yle orantılı olur ve dolayısıyla düşey mesafe $\sqrt{c^2 - u^2}$ ile orantılıdır.

Bu demektir ki hareketli saatte uçtan uca giden ışık, durgun saattekinden daha uzun bir süre alır. Dolayısıyla hareketli saatteki "tik tak"lar arası görünür süre, üçgenin hipotenüsünde göründüğü gibi, aynı oranda daha uzundur (denklemlerimizdeki karekök ifadesinin kaynağı budur). Şekilden de apaçık anlaşılıyor ki u hızı ne kadar büyükse, hareketli saat de o kadar daha yavaş işler. Sadece bu özel tür saat yavaş işlemekle kalmaz; ayrıca görelilik kuramı doğruysa, başka her saatin de, hangi ilkeye göre çalışırsa çalışsın, aynı oranda daha yavaş işleyeceği görülecektir; daha fazla çözümleme yapmaksızın, bunun böyle olduğunu söyleyebiliriz. Acaba bu neden böyledir?

Üstteki soruyu yanıtlamak için, dişli çarklarla çalışan ya da radyoaktif bozunuma veya başka mekanizmaya dayanan tamamıyla benzer iki saat daha yaptığımızı varsayın. Sonra bu saatleri de ilk saatlerimizle hassas şekilde ayarlayalım. İlk saatlerde ışık yukarı ve aşağı gidip geldiğinde ve varışını bir "tık"la duyurduğunda, yeni modeller de bir tür çevrimi tamamlarlar ve bunu aynı anlı olarak bir parlama, dong sesi ya da başka bir işaretle duyururlar. Bu saatlerden biri uzay gemisine, ışık saatinin yanına konur. Belki de bu saat daha yavaş işlemeyecektir, fakat durgun eşiyle aynı zamanı göstermeyi sürdürecek ve böylece diğer hareketli saatle uyuşmayacaktır. Ah hayır; böyle olsaydı, gemideki adam iki saat arasındaki uyuşmazlığı kullanıp bizim olanaksız olduğunu varsaydığımız şeyi, gemisinin hızını saptayabilirdi. Yeni saatin mekanizması hakkında etkiye neden olabilecek hiçbir şey bilme gereği duymayız; sadece, nedeni ne olursa olsun, işlemesinin (tıpkı ilk saat gibi) yavaş görüneceğini biliriz.

Şimdi eğer *tüm* saatler daha yavaş işliyorsa, hiçbir zaman ölçme yolu yavaşlama oranından başka bir şey vermiyorsa, kesin anlamda sadece şunu söylemek zorundayız: uzay gemisinde zamanın kendisi daha yavaş olarak görünür. Oradaki tüm olaylar –adamın kalp atışı, düşünme süreçleri, bir sigara yapma süresi, büyümenin ve yaşlanmanın aldığı süreler– tüm bunlar aynı oranda yavaşlamalıdır, çünkü hareket etmekte olduğunu söyleyemez. Biyologlar ve tıp insanları, bir uzay gemisinde kanserin gelişme süresinin daha uzun zaman alacağı çok kesin değildir derler; fakat bir çağdaş fizikçinin görüş noktasından bu

hemen hemen kesindir; aksi halde geminin hızını saptamak için, kanserin gelişme hızı kullanılabilirdi!

Hareketle zamanın yavaşlamasına çok ilginç bir örnek, $2{,}2 \times 10^{-6}$ s'lik ortalama ömürle kendiliğinden parçalanan mü-mezon (müon) parçacıklarıyla donatılmıştır. Kozmik ışınlarla yeryüzüne gelirler ve yapay olarak laboratuarlarda da üretilebilirler. Bazıları daha gökyüzünde bozunur, fakat geri kalanı yeryüzünde bir madde parçasına çarpıp durduktan sonra parçalanır. Bir müonun bu kısa ömrüyle, ışık hızında bile, 600 metreden daha fazla yol alamayacağı açıktır. Ama müonlar atmosferin üstünde, on kilometre kadar yukarılarda yaratıldıkları halde, burada laboratuarda kozmik ışınların içinde bulunurlar. Bu nasıl olabilir? Yanıt şudur: Farklı müonlar çeşitli hızlarla hareket ederler; onların bazıları ışık hızına çok yakındır. Kendi görüş noktalarından sadece 2 milisaniye kadar yaşarken, bizim görüş açımızdan oldukça uzun yaşarlar; yeryüzüne ulaşabilecek kadar uzun. Sürenin artma çarpanı, daha önce verildiği gibi, $1/\sqrt{1-u^2/c^2}$'dir. Farklı hızlardaki müonlar için ortalama ömür çok doğru olarak ölçülmüş olup, değerler bu denklemle yakından uyuşmaktadır.

Mezonun neden parçalandığını ya da mekanizmanın ne olduğunu bilmiyoruz, ama davranışının görelilik ilkesini sağladığını kesin biliyoruz. İşte görelilik ilkesinin yararı: Neredeyse hiç bilmediğimiz nesneler hakkında öngörüler yapmamıza izin verir. Örneğin, mezonu neyin parçaladığı hakkında hiçbir fikrimiz olmadığı halde, ışık hızının onda dokuzuyla hareket ettiğinde, görünür yaşam süresinin $(2{,}2 \times 10^{-6})/\sqrt{1-9^2/10^2}$ sn olduğunu yine de öngörebiliriz ve öngörümüz doğrudur; bu görelilik için iyi bir şeydir.

15-5 Lorentz büzülmesi

Şimdi (15.3) Lorentz dönüşümüne geri dönelim ve sırasıyla S ve S' sistemleri ya da Ali ve Veli'nin sistemleri diyeceğimiz (x, y, z, t) ile (x', y', z', t') koordinat sistemleri arasındaki bağıntıyı daha iyi anlamaya çalışalım. İlk denklemin, Lorentz'in x-doğrultusu boyunca büzülme önerisine dayandığını zaten söylemiştik; büzülmenin yer alışını nasıl kanıtlayabiliriz? Michelson–Morley deneyinde, BC enine kolunun görelilik ilkesine göre uzunluğunu değiştirmeyeceğini artık anlıyoruz; deneyin sıfır sonucu sürelerin de eşit olmasını ister. Böylece deneyin sıfır sonucunu vermesi için, BE boyuna kolu, $\sqrt{1-u^2/c^2}$ çarpanıyla, daha kısa görünmelidir. Bu büzülme, Ali ve Veli'nin yaptığı ölçümler cinsinden ne anlama gelir? x-yönünde S' sistemiyle hareket eden Veli'nin, bir çubuk metreyle aynı x'-koordinatını ölçtüğünü varsayın. Çubuk metreyi yere koyar ve x' değerini okur, böylece mesafenin x' metre olduğunu düşünür. Ne ki S sistemindeki Ali'nin bakışına göre Veli kısalmış bir cetvel kullanmaktadır, böylece ölçülmüş olan "gerçek" mesafe $x'\sqrt{1-u^2/c^2}$ metredir. Bu durumda, S' sistemi S sisteminden ut mesafesi kadar öteye gittiyse, S gözlemcisi, kendi koordinatlarıyla ölçülmüş aynı noktanın $x = x'\sqrt{1-u^2/c^2} + ut$ olduğunu söyler; bu da hemen

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

haline getirilebilir; yani Lorentz dönüşümünün ilk denklemidir.

15-6 Eşzamanlılık

Zaman ölçeklerinin farklı oluşu nedeniyle, Lorentz dönüşümünün dördüncü denkleminde paydada yer alan karekök ifadesi, benzer bir yolla, oraya getirilebilir. Bu denklemdeki en ilginç terim, iyice yeni ve beklenmedik olan, paydaki ux/c^2'dir: Şimdi bu ne anlama gelir? Duruma dikkatlice bakarsak görürüz ki, S' sisteminde Veli tarafından görüldüğü gibi, iki ayrı yerde aynı anda meydana gelen olaylar, S sistemindeki Ali tarafından gözlendiğinde aynı anda meydana

gelmezler. Bir olay t_0 anında x_1 noktasında ve diğer olay t_0 anında (aynı an) x_2 noktasında olursa, karşılık gelen t'_1 ve t'_2 anları

$$t'_2 - t'_1 = \frac{u(x_1 - x_2)/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

kadar fark eder. Bu duruma, "bir uzaklıkta eşzamanlılığın bozulması" denir; bu fikri biraz daha açık hale getirmek için, aşağıdaki deneyi ele alalım.

Bir uzay gemisinde (S' sistemi) seyahat eden bir adamın, geminin iki ucuna birer saat yerleştirdiğini ve iki saati eş zamanlı yapmakla ilgilendiğini varsayın. Saatler nasıl eş zamanlı yapılabilir? Bunun birçok yolu var. Çok az hesap isteyen bir yol, saatlerin arasında tam orta noktada durmak ve buradan bir ışık sinyali göndermektir. Bu sinyal iki tarafa doğru aynı hızla gidecek ve her iki saate aynı anda ulaşacaktır. Sinyallerin eşzamanlı ulaşması, saatleri eş zamanlı yapmada kullanılabilir. S' sistemindeki adamın, bu özel yöntemle saatlerini eşzamanlı yaptığını varsayalım. S sistemindeki gözlemcinin, o iki saatin eşzamanlı olduğu konusunda fikir birliği içinde olup olmadığına bakalım. S' sistemindeki adam saatlerin eşzamanlı olduğuna inanmakta haklıdır, çünkü hareket etmekte olduğunu bilmemektedir. Fakat S sistemindeki gözlemci şöyle akıl yürütür: Madem ki gemi ileri doğru hareket halindedir, öyleyse ön uçtaki saat ışık sinyalinden uzaklaşmaya çalışmakta ve ışık onu yakalamak için yarı yoldan daha fazla bir mesafe gitmelidir; arka uçtaki saatse ışık sinyaliyle karşılaşmak üzere ona doğru ilerlemektedir ve böylece sinyalin gideceği mesafe daha kısadır. Dolayısıyla, S' sistemindeki adam sinyallerin eş zamanlı olarak vardıklarını düşünse de, sinyal arka saate daha önce varır. Böylece şunu görmüş oluyoruz: Uzay gemisindeki adam iki ayrı konumda zamanların aynı anlı olduklarını düşünse de, kendi sisteminde t' değerleri, diğer koordinat sistemindeki farklı t değerlerine karşılık gelmelidir!

15-7 Dörtlü vektörler

Lorentz dönüşümünde başka ne keşfedebiliriz, ona bakalım. x'ler ve t'ler arasındaki dönüşümün, yapı bakımından, 1. Bölümde incelediğimiz koordinatların dönmesinde x'lerin ve y'lerin dönüşümüne benzer olduğuna dikkat etmek ilginçtir. Orada bu dönüşüm şöyleydi:

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\theta + y\sin\theta \\ y' &= y\cos\theta - x\sin\theta \end{aligned} \tag{15.8}$$

Yeni x' eski x ve y'le karışır, yeni y' de eski x ve y ile karışır; benzer şekilde Lorentz dönüşümünde eski x ve t'nin bir karışımı olan yeni bir x' ve eski t ve x'in karışımı olan yeni bir t' buluruz. Böylece Lorentz dönüşümü bir dönmeye benzemektedir, sadece o uzay ve zamanda bir "dönme"dir; tuhaf bir kavram gibi görünüyor. Dönmeye benzerliğin kontrolü, aşağıdaki niceliği hesaplayarak yapılabilir:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 \tag{15.9}$$

Bu eşitlikteki her iki tarafın ilk üç terimi, üç boyutlu geometride, bir nokta ile başlangıç arasındaki uzaklığın karesini (bir kürenin yüzeyi) temsil eder ve koordinat eksenlerinin dönmesinden etkilenmeksizin değişmeden kalır. Benzer olarak, Denk. (15.9), orada görünen zamanı da içeren $x^2+y^2+z^2-c^2t^2$ kombinasyonunun, bir Lorentz dönüşümü altında değişmez kaldığını gösterir. Böylece, bir dönmeye benzerlik kusursuzdur ve bu öylesine güzel bir benzerliktir ki, uzay koordinatları ve zamanla aynı şekilde dönüşen "bileşenler" içeren nicelikler, yani vektörler de görelilikle ilgili olarak yararlıdır.

Bu nedenle şimdiye dek sadece uzay bileşenlerini ele aldığımız vektörler fikrini, bir zaman bileşeni de ekleyerek genişletmeyi etraflıca düşünürüz. Yani, dört bileşenli vektörlerin olacağını tahmin ederiz; bunun üç bileşeni sıradan bir vektörün bileşenleri gibidir ve zaman kısmına benzeyen bir dördüncü bileşen bunlarla birleşecektir.

Bu kavram gelen bölümlerde derinlemesine incelenecektir; orada göreceğimiz gibi, bir önceki paragrafın düşünceleri momentuma uygulanırsa, dönüşüm, üç uzay kısmını sıradan momentumun bileşenleri olarak verir ve dördüncü bileşen, zaman kısmıysa enerjidir.

15-8 Göreli dinamik

Artık Lorentz dönüşümü altında mekanik yasalarının alacağı yapıyı, daha genel olarak, araştırmaya hazırız. [Şimdiye dek uzunluk ve zamanın nasıl değiştiğini açıkladık, ama m denklemini (Denk. 15.1) nasıl düzelttiğimizi anlatmadık. Bunu gelecek bölümde yapacağız.] Einstein'ın Newton mekaniği için m düzeltmesinin sonuçlarını görmek için "kuvvet, momentumun değişme hızıdır" diyen Newton yasasıyla başlarız:

$$F = d(mv) / dt$$

Momentum yine mv ifadesiyle gösterilir, fakat yeni m'yi kullandığımızda, şu şekle gelir:

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{15.10}$$

Bu, Newton yasalarının Einstein düzeltmesidir. Bu düzeltme altında, etki ile tepki hâlâ eşitse (tüm ayrıntılarda eşit olmayabilirler, fakat en sonunda eşittirler), momentumun korunumu, önceki gibi aynı şekilde var olacaktır; fakat korunmuş olan nicelik, sabit kütleli eski mv değildir, (15.10)'da görülen düzeltilmiş kütleli niceliktir. Momentum denkleminde bu değişiklik yapıldığında, momentumun korunumu hâlâ işler.

"Şimdi momentumun hızla nasıl değiştiğini görelim. Newton mekaniğinde momentum hızla orantılıdır ve göreli mekanikte de (15.10)'a göre, c'ye kıyasla küçük olan çok geniş bir hız bölgesinde, bu hemen hemen aynıdır, çünkü karekök ifadesi 1'den çok az farklıdır. Fakat v hemen hemen c'ye eşit olduğunda, karekök ifadesi sıfıra yaklaşır ve dolayısıyla momentum sonsuza doğru gider.

Bir cisme sabit bir kuvvet uzun bir süre etki ederse ne olur? Newton mekaniğinde, cisim hızlanmayı sürdürür ve ışık hızını bile geçer. Fakat bu göreli mekanikte olanaksızdır. Görelilikte, cisim hızını değil de, momentumunu artırmayı sürdürür; kütlesi arttığı için momentumu sürekli olarak artar. Bir süre sonra, hızında artış anlamında pratik olarak ivmelenemez, fakat momentumu artmaya devam eder. Kuşkusuz, kuvvet ne zaman ki cismin hızında çok az değişim yaratmaya başlar, işte o zaman cisim artık büyük bir eylemsizliğe sahiptir deriz. İşte, göreli kütle denklemimizin tam olarak söylediği budur (*bkz.* Denk. 15.10): v neredeyse c kadar büyük olduğunda, eylemsizlik de aşırı büyük olur. Bu etkiye bir örnek olarak, burada, Caltech'te kullanılan sinkrotronda yüksekhızlı elektronları saptırmak için, Newton yasalarının temelinde beklenenden 2000 kez daha şiddetli bir manyetik alana gerek duyarız. Bir başka deyişle, sinkrotrondaki elektronların kütlesi, normal kütlelerinden 2000 kez daha büyüktür, bir protonun kütlesi kadar büyük! m'nin 2000 kere m_0 olması, $1-v^2/c^2$'nin 1/4.000.000 olması anlamına gelir ki, bu da v^2/c^2, 1'den 4 milyonda bir kadar fark eder demektir; buradan v hızının, c'den sadece 8 milyonda bir kadar farklı olduğu çıkar; böylece elektronun hızı ışık hızına aşırı yakındır. Elektronlar ve ışık, sinkrotrondan birlikte harekete geçseler ve Bridge Laboratuarına yönelseler, oraya hangisi önce varır? Kuşkusuz ışık; çünkü ışık daima daha hızlıdır.* Ne kadar önce? Bunu söylemek çok zor; onun yerine, ışığın ne kadar önde olduğunu söyleyelim: Yaklaşık olarak bir santimetrenin 2500'de biri, ya da bir kâğıt parçasının dörtte biri kadar! Elektronlar bu denli hızlı giderken, kütleleri devasa büyüklüktedir, fakat hızları ışık hızını geçemez.

---

* Aslında elektronlar, havanın kırılma indisi nedeniyle, *görünür* ışığa karşı yarışı kazanırlardı. Bunu, bir gamma ışını daha iyi kanıtlayabilir.

Şimdi göreli kütle değişiminin bazı başka sonuçlarına bakalım. Küçük bir gaz tankında moleküllerin hareketini ele alalım. Gaz ısıtıldığında, moleküllerin hızı artar ve dolayısıyla kütle de artar; gaz ağırlaşır. Küçük hızlar halinde kütlenin artmasını ifade etmek için, Binom teoremini kullanıp $m_0/\sqrt{1-v^2/c^2} = m_0(1-v^2/c^2)^{-1/2}$'yi kuvvet serisine açarak yaklaşık bir denklem bulunabilir:

$$m_0(1-v^2/c^2)^{-1/2} = m_0(1+\tfrac{1}{2}v^2/c^2+\tfrac{3}{8}v^4/c^4+\ldots)$$

Denklemden açıkça görülür ki v küçük olduğunda, seri hızla yakınsar ve ilk iki ya da üç terimden sonraki terimler göz ardı edilebilirler. Böylece şunu yazabiliriz:

$$m \cong m_0 + \tfrac{1}{2}m_0v^2\left(\frac{1}{c^2}\right) \tag{15.11}$$

Burada sağdaki ikinci terim, molekül hızı nedeniyle kütledeki artmayı ifade eder. Sıcaklık arttığında, v^2 orantılı olarak artar; böylece kütledeki artış sıcaklıktaki artışla orantılıdır diyebiliriz. Fakat $(\frac{1}{2})m_0v^2$ eski Newtoncı anlamında kinetik enerji olduğundan, bu tüm gazın kütlesindeki artış, kinetik enerjideki artış bölü c^2'ye eşittir de diyebiliriz. $\Delta m = \Delta(\text{K.E.})/c^2$.

15-9 Kütle ve enerjinin eşdeğerliliği

Üstteki gözlem, Einstein'ı şu önermeyi yapmaya yöneltmişti: Kütlenin, toplam enerji içeriği bölü c^2 olduğunu söylersek, bir cismin kütlesi (15.1) denkleminden çok daha basit şekilde yazılabilir. (15.11) denklemi c^2 ile çarpılırsa, sonuç şu olur:

$$mc^2 = m_0c^2 + \tfrac{1}{2}m_0v^2 + \ldots \tag{15.12}$$

Burada, soldaki terim bir cismin toplam enerjisini ifade eder; en son terimi sıradan kinetik enerji olarak hemen tanırız. Einstein büyük sabit terim olan m_0c^2'yi cismin toplam enerjisinin parçası, "durgun enerji" adıyla bilinen bir iç enerji olarak yorumlamıştı.

Einstein'la birlikte, bir cismin enerjisinin daima mc^2'ye eşit olduğunu varsayarak, bunun sonuçlarını sonuna kadar izleyelim. Şimdiye dek sadece varsayım diye aldığımız kütlenin hızla değişimini veren (15.1) denklemini ilginç bir sonuç olarak bulacağız. Enerjisi m_0c^2 olan durgun bir cisimle başlayalım. Sonra bu cisme bir kuvvet etki ettirelim; kuvvet cismi harekete geçirir ve ona kinetik enerji verir; dolayısıyla enerji arttığından, kütle de artar; bu, özgün varsayımda kapalı olarak vardır. Kuvvet devam ettiği sürece, hem enerji ve hem de kütle artmayı sürdürür. Daha önce gördüğümüz gibi (Bölüm 13) enerjinin zamanla değişim hızı, kuvvet çarpı hıza eşittir:

$$\frac{dE}{dt} = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v} \tag{15.13}$$

Ayrıca $F = d(mv)/dt$ bağıntısına (Bölüm 9, Denk. 9.1) sahibiz. E'nin tanımıyla birlikte bu bağıntılar yerlerine konursa, (15.13) şu hale gelir:

$$\frac{d(mc^2)}{dt} = \boldsymbol{v}\cdot\frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt} \tag{15.14}$$

Bu denklemden m'yi çözmek istiyoruz. Bunun için, önce her iki yanı $2m$'le çarparız; böylece denklem şu şekle gelir:

$$c^2(2m)\frac{dm}{dt} = 2m\boldsymbol{v}\cdot\frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt} \tag{15.15}$$

Türevlerden kurtulmak için, her iki yanın integralini alırız. $(2m)dm/dt$ niceliğinin m^2'nin zaman türevi olduğu anlaşılır; $(2m\boldsymbol{v})\cdot d(m\boldsymbol{v})/dt$ ise $(m\boldsymbol{v})^2$'nin zaman türevidir. Böylece, (15.15) denklemi

$$c^2 \frac{d(m^2)}{dt} = \frac{d(m^2v^2)}{dt} \tag{15.16}$$

ile aynıdır. İki niceliğin türevleri eşitse, niceliklerin kendileri, birbirlerinden en fazla bir sabit, diyelim ki C kadar farklı olur. Buna göre,

$$m^2c^2 = m^2v^2 + C \tag{15.17}$$

yazabiliriz. C sabitini daha açık olarak tanımlamamız gerekir. (15.17) denklemi tüm hızlar için doğru olacağına göre, $v = 0$ özel halini seçebiliriz ve bu durumda kütle m_0'dır deriz; bu değerlerin (15.17)'de yerlerine konması

$$m_0^2c^2 = 0 + C$$

verir. Şimdi C'nin bu değerini (15.17)'de kullanırız ve şunu buluruz:

$$m^2c^2 = m^2v^2 + m_0^2c^2 \tag{15.18}$$

Her iki yanı c^2'ye bölüp terimleri yeniden düzenlemek

$$m^2 (1 - v^2 / c^2) = m_0^2$$

verir; buradan da

$$m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2} \tag{15.19}$$

elde ederiz. Bu, (15.1) denklemidir ve (15.12) denkleminde kütle ile enerji arasındaki uyuşma için gerekli olan da tam budur.

Çoğunlukla bu enerji değişimleri, kütlede aşırı azlıkta değişimleri temsil eder, çünkü çoğu kez verilen bir malzeme parçasından çok fazla enerji üretemeyiz; fakat 20 kiloton dinamite (TNT) eşdeğer patlama enerjili bir atom bombasında gösterilebilir ki patlamadan sonra artakalan madde, salınan enerji nedeniyle, tepkime malzemesinin ilk kütlesinden 1 gram kadar daha hafiftir; yani salınan enerji, $\Delta E = \Delta(mc^2)$ bağıntısına göre, 1 gramlık kütleye sahiptir. Kütle ve enerji eşdeğerliliği kuramı, maddenin yok olduğu –tümden enerjiye çevrildiği– deneylerde çok güzel bir şekilde doğrulanmıştı: Her birinin durgun kütlesi m_0 olan bir elektron ve bir pozitron durgun halde bir araya gelirler. Bir araya geldiklerinde parçalanıp yok olurlar ve bu tepkimeden her birinin ölçülen enerjisi m_0c^2 olan iki gamma ışını çıkar. Bu deney, bir parçacığın durgun kütlesinin varlığıyla ilişkili enerjinin doğrudan saptanışını sağlar.

16

GÖRELİ ENERJİ VE MOMENTUM

16-1 Görelilik ve filozoflar
16-2 İkiz ikilemi
16-3 Hızların dönüşümü
16-4 Göreli kütle
16-5 Göreli enerji

16-1 Görelilik ve filozoflar

Bu bölümde Einstein ve Poincaré'nin, bizim fizikteki fikirlerimizi ve insan düşüncesinin diğer dallarım etkilemiş olan, görelilik ilkesini tartışmayı sürdüreceğiz.

Poincaré görelilik ilkesiyle ilgili aşağıdaki açıklamayı yapmıştı: "Görelilik ilkesi uyarınca, fiziksel olayların yasaları, sabit duran bir gözlemci için nasılsa, ona göre düzgün ötelenme hareketi yapan bir gözlemci için de aynı olmalıdır, öyle ki böyle bir hareket içinde olup olmadığımızı ayırt etme olanağına ne sahibiz, ne de sahip olabiliriz."

Bu fikir dünyamıza düştüğünde, filozoflar, özellikle de "kokteyl-parti filozofları" arasında büyük bir telaşa neden olmuştu; diyorlardı ki "Evet, ne kadar basit: Einstein'ın kuramı her şeyin göreli olduğunu söylüyor!" Aslında, sadece kokteyl partilerinde bulunanlar değil (onları utandırmak yerine, onlara sadece kokteyl-parti filozofları diyorum), beklenmediği kadar çok sayıda filozof da "her şeyin göreli oluşu, Einstein'm bir sonucudur ve bunun bizim düşüncelerimiz üzerinde derin etkileri vardır" diyecektir. Ayrıca şunu da derler: "Olayların sizin gözlem çerçevenize bağlı olduğu, fizikte gösterilmiştir." Bunları çok duyuyoruz, fakat ne anlama geldiklerini anlamak zordur. Herhalde özgün olarak söylenmiş olan gözlem çerçevesi, görelilik kuramının analizinde kullandığımız koordinat sistemiydi. Öyleyse "her şey gözlem çerçevenize bağlıdır" olgusunun, modern düşünce üzerine derin bir etkiye sahip olduğu varsayılmaktadır. İnsan bunun nedenini merak edebilir, çünkü ne de olsa, her şeyin birinin görüş noktasına bağlı olması o kadar basit bir düşüncedir ki, bunu keşfetmek için fiziğin görelilik kuramının güçlüklerine gitmeye elbette gerek yoktur. Görülen şeyin gözlem çerçevesine bağlılığı, ortalıkta dolanan herkes tarafından kesinlikle bilinir; çünkü o yaklaşan bir yayayı önce önden görür ve sonra arkadan; çoğu felsefe, görelilik kuramının söylediği, "bir şahsın önden görünüşü arkadan görünüşünden farklıdır" ifadesinin yorumundan daha derin bir şeye sahip değildir. Görelilik kuramının bir felsefecinin bakış noktasından betimlenmesi, belki de bir fili farklı yollarla anlatmaya çalışan körlerle ilgili şu eski öyküye bir başka örnektir.

Görelilik kuramında, şu basit "bir şahsın önden görünüşü arkadan görünüşünden farklıdır" yorumundan kesinlikle çok daha derin şeyler vardır. Elbette görelilik bundan daha derindir; çünkü *onunla kesin öngörülerde bulunabiliriz.* Sadece böyle basit bir gözlemden hareketle doğanın davranışını öngörebiliyorsak, bu kesinlikle olağanüstü bir şey olmalıdır.

"Dışarıda bir şeye bakmaksızın mutlak hızımızı saptayamayız" iddiasında bulunan görelilik kuramından huzursuzluk duyan bir başka filozof okulu daha vardır; bunlar derler ki: "Bir kimsenin dışarıya bakmaksızın hızını ölçemeyeceği apaçıktır. Besbelli ki dışarıya bakmaksızın bir şeyin hızından söz etmek *anlamsız*dır; başka türlü düşünen fizikçiler oldukça akılsızdırlar, fakat bunun böyle olduğu onların sadece içine doğmuştu. Fizikçilerin problemlerinin ne olduğunu sadece biz filozoflar iyice anlasaydık, derhal akıl yürüterek dışarıya bakmaksızın ne kadar hızlı gittiğimizi söylemenin olanaksız olduğuna karar verirdik ve böylece fiziğe büyük bir katkı yapmış olurduk." Bu filozoflar daima bizimledir, bize bir şeyler söylemeye çalışmak için çevremizde didinip dururlar; fakat aslına bakarsanız, problemin inceliklerini ve derinliklerini asla anlamazlar.

Mutlak hareketi algılama yetersizliğimiz, kolayca açıklayabileceğimiz gibi, *deneyin* bir sonucudur, düz düşüncenin sonucu değil. Her şeyden önce, Newton, bir kimsenin bir doğru çizgi üzerinde düzgün hızla hareket ederken ne kadar hızla gittiğini söyleyemeyeceği gerçeğine inanıyordu. Aslında, Newton ilkin görelilik ilkesini ifade etmişti; son bölümde yapılan bir alıntı Newton'ın bir söylemiydi. Öyleyse filozoflar neden tüm bu "her şey görelidir" –ya da her neyse– yaygarasını Newton zamanında yapmadılar? Çünkü, elektrodinamiğin Maxwell kuramı geliştirilinceye dek, dışarıya bakmaksızın hızın ölçülebileceğini ileri süren fizik yasaları vardı denemese de, Maxwell kuramından hemen sonra, bu hızın *ölçülemeyeceği deneysel olarak* bulunmuştu.

Şimdi, bir gözlemcinin dışarıya bakmaksızın ne kadar hızlı hareket ettiğini söyleyememesi, mutlak ve felsefi olarak *zorunlu mudur*? Göreliliğin sonuçlarından biri, "Sadece ölçebildiğin şeyi tanımlayabilirsin! Madem ki onu neye göre ölçtüğünü görmeden bir hızın ölçülememesi apaçıktır, dolayısıyla mutlak hızın hiçbir *anlamı*nın olmayacağı da açıktır. Fizikçiler, sadece ölçebildikleri şeyler hakkında konuşabileceklerini iyice anlamalıdırlar," diyen bir felsefenin gelişmesiydi. Fakat *tüm problem şudur*: Mutlak hızın *tanımlanıp tanımlanamaması*, acaba hareket ediyor mu diye dışarıya bakmaksızın onun *bir deneyde algılanıp algılanamaması* problemiyle aynıdır. Başka bir deyişle, bir şeyin ölçülebilir olup olmaması, *a priori* olarak, sadece düşünceyle karar verilecek bir şey olmayıp, yalnızca deneyle karar verilecek bir şeydir. Işık hızının 300.000 km/sn olduğu gerçeği verilince, yeni filozofların sakince "besbellidir ki, ışık bir araba içinde 300.000 km/sn hızla gidiyor ve araba da 160.000 km/sn hızla ilerliyorsa, ışık yerde duran bir gözlemcinin yanından yine 300.000 km/sn hızla geçer" dedikleri görülecektir. Bu onlar için şok edici bir gerçektir; onun açık bir bulgu olduğunu söyleyen aynı kişilere belirli bir gerçek verdiğinizde, o açık değildir.

Son olarak, dışarıya bakmaksızın hiçbir hareketin algılanamayacağını söyleyen bir felsefe bile vardır. Ancak bu fizikte doğru değildir. Doğru, bir düz çizgi üzerindeki düzgün hareket hissedilemez; ama tüm oda *dönüyorsa*, bunu kesin olarak biliriz, çünkü herkes duvarlara doğru fırlatılacaktır; her türlü "merkezkaç" etki olacaktır. Dünyanın ekseni etrafındaki dönüşü, yıldızlara bakmaksızın, örneğin, Foucault sarkacı vasıtasıyla saptanabilir. Dolayısıyla "her şey görelidir" söylemi doğru değildir; sadece *düzgün hız* dışarıya bakmaksızın algılanamaz. Bir eksen etrafındaki *dönme* algılanabilir. Bu bir filozofa söylendiğinde, onu gerçekten anlamadığı için iyiden iyiye altüst olur, çünkü bir eksen etrafındaki dönmenin dışarıya bakmaksızın saptanabileceği ona olanaksızmış gibi görünür. Filozof yeterince iyiyse, bir süre sonra geri gelir ve der ki "Anlıyorum. Mutlak dönme gibi böyle bir şeye biz aslında sahip değiliz; gerçekte biz *yıldızlara göre* dönüyoruz. Böylece yıldızlar tarafından uygulanan bir etki merkezkaç kuvvete neden olmalıdır."

Şimdi, her şeye karşın, bunun doğru olduğunu biliyoruz; eğer etrafta yıldızlar ve bulutsular olmasaydı, şu anda, merkezkaç kuvvetin olup olamayacağını söyleyecek hiçbir yolumuz olmazdı. Tüm bulutsuları ortadan kaldırmanın ve dönmemizi ölçmenin deneyini yapamayız; öyleyse basitçe bunu bilemeyiz. İtiraf etmeliyiz ki filozof haklı olabilir. Dolayısıyla o keyif içinde geri gelir ve der ki "Dünyanın en sonunda şu şekilde olması mutlaka zorunludur: *mutlak* dönme hiçbir şey ifade etmez; o sadece bulutsulara *göre*dir." Biz de ona deriz ki "Şimdi, bak arkadaşım, *bulutsulara göre*, bir düz çizgideki düzgün hızın, bir arabanın içinde hiç etki yaratmaması açık mıdır, değil midir?" Artık hareket mutlak olmayıp, *bulutsulara göre*dir; o gizemli bir soru ve ancak deneyle yanıtlanabilecek bir soru haline gelir.

O halde görelilik kuramının felsefi etkileri *nelerdir*? Görelilik ilkesi fizikçiye *ne türden yeni fikirler ve öneriler* getirir anlamındaki etkilerle sınırlarsak kendimizi, bunların bazılarını aşağıdaki gibi betimleyebiliriz. Birinci bulgu, esas olarak, şudur: Uzun süre inanılıp kullanılmış ve hatasız olarak doğrulanmış fikirler bile yanlış olabilir. Uzun yıllar doğru olduğu sanılan Newton yasalarının yanlış olması, kuşkusuz, şok edici bir keşifti. Nitekim şurası da açıktır ki de-

neyler yanlış değildi, fakat sadece sınırlı bir hız bölgesinde yapılmışlardı, o kadar küçük hızlardı ki göreli etkiler belli olamazdı. Fakat bununla birlikte, şimdi fizik yasalarımızın çok daha aciz bir görüş noktasına sahibiz: her şey yanlış ola*bilir*!

İkinci olarak, hareket halinde zamanın daha yavaş gitmesi ve benzeri şeyler gibi bir "acayip" fikirler takımına sahipsek, onlardan *hoşlanıp* hoşlan*mamak* yersiz bir sorudur. Tek uygun soru, fikirlerin deneysel olarak bulunan şeylerle tutarlı olup olmadığıdır. Başka bir deyişle, "acayip fikirler"in sadece *deneyle* uyuşması gerekir; saatlerin ve benzer şeylerin davranışlarını tartışma gereği duymamızın tek nedeni, zaman genleşmesi kavramı acayip olsa bile, onun zamanı ölçme yoluyla *tutarlı* olduğunu göstermektir.

Son olarak, biraz daha teknik olan fakat diğer fizik yasalarını incelememizde aşırı derecede yararlı olduğu anlaşılan bir üçüncü öneri vardır; bu öneri, *yasaların simetrisine bakmak* ya da daha açık olarak, yasaların dönüştüğü ve yapılarını aynı bıraktığı biçimler aramaktır. Vektörleri tartıştığımız zaman, koordinat sistemini döndürdüğümüzde, temel hareket yasalarının değişmediğine dikkat çekmiştik ve şimdi öğreniyoruz ki uzay ve zaman değişkenlerini Lorentz dönüşümüyle verilen özel bir tarzda değiştirdiğimizde, yasalar değişmez. Böylece temel yasaları değişmez bırakan modelleri ya da işlemleri çalışma düşüncesinin çok yararlı olduğu kanıtlanmış oluyor.

16-2 İkiz ikilemi

Lorentz dönüşümü ve göreli etkilerin tartışılmasını sürdürmek için, ünlü Peter ve Paul ikilemini ele alalım; Peter ve Paul aynı tarihte doğmuş ikizlerdir. Uzay gemisi kullanacak yaşa geldiklerinde, Paul çok yüksek hızla uzaklara uçar. Dünyada kalan Peter onun büyük bir hızla uzaklaştığını gördüğünden, Peter'in açısından Paul'ün saatlerinin tümü daha yavaş işliyor gibi görünür, kalp atışları yavaşlar, daha yavaş düşünür, kısacası, her şeyi yavaşlar. Kuşkusuz, Paul olağan-dışı bir şey hissetmez, fakat bir süre orada burada dolaştıktan sonra geri gelir; artık yerde kalan ikizi Peter'e göre daha genç görünmektedir! Bu gerçekten de doğrudur; görelilik kuramının açıkça gösterilmiş olan sonuçlarından biridir bu. Tıpkı seyahat ederken daha uzun yaşayan mü-mezonları gibi, Paul de seyahat süresince daha uzun yaşayacaktır. Görelilik ilkesinin *"tüm hareket* görelidir" anlamına geldiğine inanan kişiler bunu "ikilem" diye adlandırırlar; derler ki "Hah, hah, hah, Paul'ün açısından Peter'in hareket ettiğini söyleyemez miyiz ve dolayısıyla o daha yavaş yaşlanıyor gibi görünmez mi? Simetriye göre, tek olası sonuç, tekrar bir araya geldiklerinde ikisinin de aynı yaşta olmalarıdır." Fakat onların bir araya gelip karşılaştırma yapmaları için, Paul ya gezisinin sonunda durmalı ve oradaki bir saatle kendi saatini karşılaştırmalı, ya da, daha basiti, geri dönmelidir; geri dönen hareket etmiş olan kişidir ve o bunu bilir, çünkü etrafta dönmüş olmalıydı. Döndüğü zaman, uzay gemisinde her türlü olağan-dışı şey meydana gelir: roketler durur, nesneler geminin bir duvarına yığılırlar vb; oysa Peter hiçbir şey hissetmez.

Böylece kuralı ifade etme yolu, nesnelerin duvarlara çarpmasını ve benzeri şeyleri gören, yani *ivmeler hissetmiş olan kişi*nin daha genç kalan kişi olduğunu söylemektir. Onlar arasında "mutlak" anlamda var olan fark budur ve bu kesinlikle doğrudur. Hareketli mü-mezonların daha uzun yaşayacağı gerçeğini tartıştığımızda, bir örnek olarak, onların atmosferdeki düz-çizgi hareketini kullanmıştık. Fakat mü-mezonlarını laboratuarda da yaratabilir ve bir mıknatısla onların bir eğri boyunca gitmelerini sağlayabiliriz; düz-çizgide hareket ederken ne denli daha uzun yaşıyorlarsa, bu ivmeli hareket altında da tam o kadar daha uzun yaşarlar. Hiç kimse bu ikilemden kurtulmak için açık olarak bir deney düzenlemediyse de, duran bir mü-mezon ile tam bir çember üzerinde giden bir mü-mezon karşılaştırılabilir ve çember etrafında gidenin daha uzunca süre hayatta kalacağı kesinlikle bulunabilir. Aslında bir tam çember kullanarak bir de-

ney yapmadık yapmasına, ama buna gerek de yok zaten, çünkü her şey güzel bir şekilde birbirine uymakta. Bu, her bir tek gerçek doğrudan gösterilmeli diye ısrar edenleri tatmin etmeyebilir, fakat Paul'ün bir tam çemberde hareket ettiği deneyin sonucunu emin bir şekilde öngörürüz.

16-3 Hızların dönüşümü

Einstein göreliliği *ile* Newton göreliliği arasındaki esas ayrım, birbirlerine göre hareket eden sistemlerde koordinatları ve zamanı bağlayan dönüşüm yasalarının farklı oluşudur. Doğru dönüşüm yasası, ki Lorentz'inki, şöyledir:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{aligned} \tag{16.1}$$

Bu denklemler, iki gözlemcinin ortak x-eksenleri boyunca olan göreli hareketi gibi oldukça basit bir duruma karşılık gelir. Elbette hareketin diğer yönleri de olasıdır; fakat en genel Lorentz dönüşümü, dört niceliğin de birbirlerine karışması nedeniyle, oldukça karmaşıktır. Göreliliğin tüm temel yanlarını içerdiğinden, bu daha basit yapıdaki dönüşümü kullanmayı sürdüreceğiz.

Şimdi bu dönüşümün birkaç sonucunu daha tartışalım. İlkin, bu denklemleri tersine çözmek ilginç olacaktır. Bir başka deyişle, burada bir çizgisel denklemler takımı var; dört bilinmeyenli dört denklem; bunlar tersine, yani x, y, z, t değişkenleri, x', y', z', t' değişkenleri cinsinden çözülebilir. "Durgun" koordinat sisteminin "hareketli" koordinat sisteminden nasıl göründüğünü söylediği için, sonuç çok ilginçtir. Kuşkusuz, hareketler göreli ve düzgün hızlı olduğu için, "hareketli" kişi, isterse, aslında diğer kişinin hareketli olduğunu ve kendisininse durduğunu söyleyebilir. Ve madem ki o zıt yönde hareket etmektedir, öyleyse aynı dönüşümü elde etmelidir, ama ters hız işaretiyle. Bizzat çözümü yaparak elde edeceğimiz şey de kesinlikle budur; böylece her şey tutarlıdır. O bu şekilde ortaya çıkmasaydı, halimiz ne olurdu!

$$\begin{aligned} x &= \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \frac{t' + ux'/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{aligned} \tag{16.2}$$

Şimdi de görelilikte ilginç olan hızların toplanması problemini tartışacağız. Özgün şaşırtıcı durumlardan birini hatırlıyoruz: Göreli harekette bulunduklarında bile, tüm sistemlerde ışık 300.000 km/sn hızla gidiyordu. Bu, aşağıda örneklediğimiz gibi, genel problemin bir özel halidir. Bir uzay gemisinin içinde bir cismin 160.000 km/sn hızla gittiğini ve geminin kendisinin de 160.000 km/sn hızla seyahat etmekte olduğunu varsayın; bu durumda uzay gemisinin içindeki cisim, dışardaki bir gözlemciye göre ne kadar hızla hareket etmektedir? 320.000 km/sn demek isteriz, ama bu ışık hızından fazladır. Bu çok sinir bozucudur, çünkü ışık hızından daha hızlı gidilemeyeceği varsayılmıştı! Genel problem aşağıdaki gibidir.

Geminin içindeki cismin, içerdeki kişiye göre v hızıyla ve geminin kendisininse yere göre u hızıyla hareket ettiğini varsayalım. Şimdi bu cismin yerdeki kişiye göre hangi v_x hızıyla hareket ettiğini bilmek istiyoruz. Bu, kuşkusuz, hareketin x-doğrultusunda olduğu bir özel haldir. Hızlar için y-doğrultusunda ya

da her açıda bir dönüşüm olacaktır; gerektiğinde bu da incelenebilir. Uzay gemisi içindeki hız $v_{x'}$'dür ve bu, x' yerdeğiştirmesi, eşit hız çarpı zaman demektir:

$$x' = v_{x'}\, t' \tag{16.3}$$

Şimdi tek yapmamız gereken, x' ile t' arasında (16.2) bağıntılarına sahip bulunan bir cismin, dışardaki kişiye göre, x konumunu ve t zamanını hesaplamaktır. Öyleyse basitçe (16.3)'ü (16.2)'de yerine koruz ve şunu elde ederiz:

$$x = \frac{v_{x'}\, t' + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \tag{16.4}$$

Fakat burada x konumunu t' cinsinden bulduk. Dışardaki kişi tarafından *görülen* hızı elde etmek için, *onun mesafesinionun zamanına* bölmeliyiz, *diğer kişinin zamanına* değil! Öyleyse dışardan görülen *zamanı* da hesaplamalıyız:

$$t = \frac{t' + u(v_{x'}\, t')/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \tag{16.4}$$

Artık x'in t'ye oranını bulabiliriz; karekökler birbirini yok eder ve şu bulunur:

$$v_x = \frac{x}{t} = \frac{u + v_{x'}}{1 + uv_{x'}\,/\,c^2} \tag{16.6}$$

Aradığımız yasa budur: Sonuç hız, iki hızın "toplamı", iki hızın tam cebirsel toplamı olmayıp (biliyoruz ki öyle olamaz, yoksa zorda kalırız), $1 + uv/c^2$ ile "düzeltilmiş"tir.

Şimdi ne olduğuna bakalım. Uzay gemisinin içinde ışık hızının yarısıyla hareket ettiğinizi ve uzay gemisinin kendisinin de ışık hızının yarısıyla gittiğini varsayın. Böylece $u = (\frac{1}{2})c$ ve $v = (\frac{1}{2})c$ olur, fakat paydadaki $uv = \frac{1}{4}$'tür; öyle ki

$$v = \frac{\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}c}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4c}{5}$$

olur. Böylece görelilikte, "yarım" artı "yarım" "bir" etmez; sadece "4/5" eder. Kuşkusuz, düşük hızlar çok kolay olarak bildiğimiz şekilde eklenebilir, çünkü hızlar ışık hızına kıyasla küçük oldukları sürece $1/(1 + uv/c^2)$ çarpanını unutabiliriz; fakat yüksek hızlarda, durum çok farklı ve çok ilginçtir.

Haydi bir limit durumu ele alalım. Sırf zevk için, uzay gemisinin içinde gözlemcinin *ışığın kendisini* gözlediğini düşünün. Bir başka deyişle, $v = c$ ve gemi yine u hızıyla gitmektedir. Bu, yerdeki kişiye nasıl görünecektir? Yanıt şu olacaktır:

$$v = \frac{u + c}{1 + uc/c^2} = c\,\frac{u + c}{u + c} = c$$

Dolayısıyla, geminin içinde ışık hızıyla hareket eden bir şey, yerdeki gözlemci açısından da ışık hızıyla hareket ediyor görünecektir. Bu güzel, çünkü göreliliğin Einstein kuramında daha ilk ağızda tasarlanmış olan da aslında buydu; *iyi* iş!

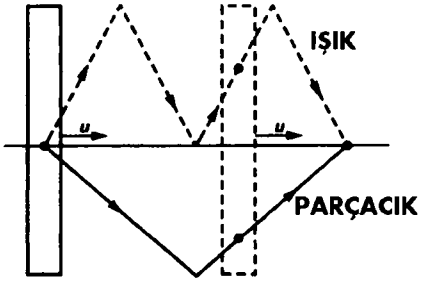
Kuşkusuz, hareketin düzgün ötelenme yönünde olmadığı durumlar da vardır. Örneğin, uzay gemisi "yatay olarak" giderken, geminin içinde gemiye göre $v_{y'}$ hızıyla "yukarı doğru" hareket eden bir cisim olabilir. Şimdi, basitçe aynı yolu izleriz, fakat x'ler yerine y'leri kullanırız ve

$$y = y' = v_{y'}\, t'$$

dür; öyle ki eğer $v_{x'} = 0$ ise

$$v_y = \frac{y}{t} = v_{y'}\sqrt{1 - u^2/c^2} \tag{16.7}$$

bulunur. Böylece yukarı doğru olan hız artık $v_{y'}$ değil, $v_{y'}\sqrt{1-u^2/c^2}$ olacaktır. Bu sonucu, dönüşüm denklemlerinde yerine koymalar ve birleştirmelerle bulduk; aynı sonucu görelilik ilkesinden aşağıdaki nedene dayanarak doğrudan da görebiliriz (işin nedenini görüp göremediğimizi anlamak için, tekrar bakmak daima iyidir). Uygun bir saatin hareket ediyorken nasıl çalıştığını zaten görmüştük (Şekil 15-3); ışığın sabit sistemde c hızıyla belli bir açıda gittiği görülür, oysa hareketli sistemde aynı hızla basitçe düşey olarak gider. Sabit sistemdeki hızın düşey bileşenini, ışık hızından $\sqrt{1-u^2/c^2}$ çarpanı oranında küçük olarak bulmuştuk (Şekil 15-3). Fakat şimdi o aynı "saat"te bir maddesel parçacığın ışık hızının $1/n$ gibi belli bir tam sayı kesriyle ileri ve geri gittiğini varsayalım (Şekil 16-1). Bu durumda parçacık bir kez ileri ve geri gittiğinde, ışık tam olarak n kez ileri-geri gitmiş olacaktır. Yani, "parçacık" saatinin her "tık" sesi, ışık saatinin her n'yinci "tık" sesiyle çakışacaktır. *Bu gerçek, tüm sistem hareket ediyorken de yine doğru olmalıdır,* çünkü fiziksel çakışma olayı, her çerçevede bir çakışma demektir. Dolayısıyla, c_y hızı ışık hızından daha küçük olduğu için, parçacığın v_y hızı, karşılık gelen hızdan aynı karekök oranında daha yavaş olmalıdır! Her düşey hızda karekökün görünmesinin nedeni budur.

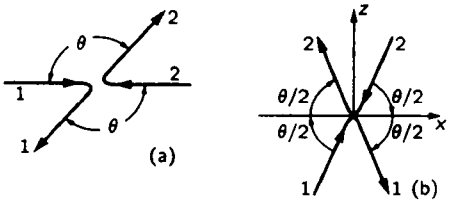


Şekil 16-1 Hareketli bir saatin içinde bir ışık ışınını ve bir parçacığı betimleyen yörüngeler.

16-4 Göreli kütle

Son bölümde, bir cismin kütlesinin hızla arttığını görmüştük; fakat bunun, saatlerin davranması gereken tavır hakkındakilere benzer tartışmalar anlamında gösterimi verilmemişti. Bununla birlikte, *gösterebiliriz* ki, görelilik artı başka birkaç akla yakın varsayımın bir sonucu olarak, kütle bu şekilde değişmelidir ("başka birkaç akla yakın varsayım" demeliyiz, çünkü anlamlı çıkarımlar yapmayı bekliyorsak, doğru olduklarını varsaydığımız yasalara sahip olmadıkça, hiçbir şey kanıtlayamayız). Kuvvetin dönüşüm yasalarını inceleme gereğinden kaçınmak için, bir *çarpışma*yı çözümleyeceğiz; burada momentum ve enerjinin korunumunu varsaymanın dışında, kuvvet yasaları hakkında hiçbir şey bilmemiz gerekmez. Ayrıca, hareket etmekte olan bir parçacığın momentumunun bir vektör olduğunu ve daima hızın yönüne yöneldiğini varsayacağız. Ama, Newton'ın yaptığı gibi, momentumu, bir sabit çarpı hız olarak almayıp, sadece hızın bir fonksiyonu olduğunu varsayacağız. Böylece momentumu, hızın bir fonksiyonu kere hız vektörü olarak yazarız:

$$\boldsymbol{p} = m_v\boldsymbol{v} \tag{16.8}$$



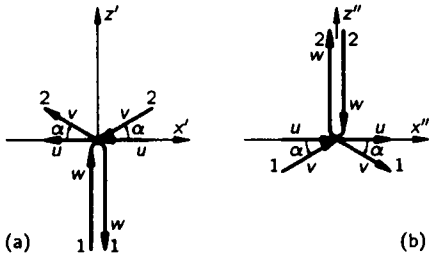
Şekil 16-2 Aynı hızla zıt yönlerde hareket eden eşit iki cisim arasındaki esnek çarpışmanın iki görünümü.

Hızın bir fonksiyonu olduğunu hatırlatsın diye, m'ye v alt indisini koyarız. Bu m_v katsayı fonksiyonuna "kütle" adını vermek konusunda anlaşacağız. Kuşkusuz, hız küçük olduğunda, bu, yavaş-hareketli deneylerde ölçtüğümüz kütleyle aynıdır. Şimdi, görelilik ilkesinden fizik yasalarının her koordinat sisteminde aynı olacağını savunarak, m_v denkleminin $m_0/\sqrt{1-v^2/c^2}$ şeklinde olması gerektiğini göstermeye çalışacağız.

Mutlak surette eşit kütleli, iki proton gibi, iki parçacığımız olsun ve bunlar eşit hızlarla birbirlerine doğru gelsinler. Toplam momentum sıfırdır. Şimdi neler olur? Çarpışmadan sonra, hareket yönleri birbirlerine tam zıt olur, çünkü tam zıt değillerse, sıfırdan farklı bir toplam momentum vektörü bulunacak ve momentum korunmamış olacaktır. Ayrıca tamamıyla benzer cisimler oldukları için, eşit hızlara sahip olmalıdırlar; aslında, bu çarpışmalarda enerjinin korunumunu da varsaydığımızdan, başlangıçtaki hızlarıyla aynı hıza sahip olmalıdırlar. Bu durumda bir esnek çarpışma, bir tersinir çarpışma, diyagramı Şekil 16-2(a) gibi görünecektir: tüm oklar aynı uzunluktadır, tüm hızlar eşittir. Böyle çarpışmaların her zaman düzenlenebileceğini, her θ açısında meydana gelebileceğini ve böyle bir çarpışmada her hızın kullanılabileceğini varsayacağız. Sonra, bu aynı çarpışmaya, eksenleri döndürerek farklı bir şekilde bakılabileceğine dikkat ederiz ve sırf kolaylık olsun diye eksenleri döndüreceğiz, öyle ki yatay doğrultu şekli eşit olarak bölsün (Şekil 16-2(b)). (b) şekli, aynı çarpışmanın dönmüş eksenlerle yeniden çizilmişidir.

Şimdi işte size gerçek kurnazlık: bu çarpışmaya, bir parçacığın hızının yatay bileşenine eşit hızla giden bir arabaya binmiş birinin gözüyle bakalım. Çarpışma nasıl görünür? Sanki 1. parçacık tam yukarı doğru gidiyormuş gibi görünür, çünkü o yatay bileşenini kaybetmiştir ve sonra dümdüz aşağıya doğru gelir, çünkü yine yatay bileşene sahip değildir. Sizin anlayacağınız, çarpışma Şekil 16-3(a)'daki gibi görünür. Oysa ki 2. parçacık diğer yönde gitmektedir ve biz geçip giderken onun küçük bir açıda müthiş bir hızla uçtuğu görülür; fakat çarpışmadan önceki ve sonraki açıların *aynı* olduğunu sezeriz. 2. parçacığın hızının yatay bileşenini u ve 1. parçacığın düşey hızını w olarak ifade edelim.

Şimdi soru şudur: $u\tan(\alpha)$ düşey hızı nedir? Bunu bilseydik, düşey doğrultuda momentumun korunumu yasasını kullanarak, momentumun doğru ifadesini elde edebilirdik. Momentumun yatay bileşeninin korunduğu açıktır: Her iki parçacık için de çarpışmadan önceki ve sonraki momentumlar aynıdır ve 1. parçacık için sıfırdır. Bu nedenle, korunum yasasını sadece yukarı doğru $u\tan(\alpha)$ için kullanma ihtiyacı duyarız. Fakat yukarı doğru olan hızı, basitçe diğer yönde giden aynı çarpışmaya bakarak *elde edebiliriz!* Şekil 16-3(a) çarpışmasına sola doğru u hızıyla giden bir arabadan bakarsak, aynı çarpışmayı Şekil 16-3(b)'deki gibi "tersine dönmüş" olarak görürüz. Şimdi 2. parçacık w hızıyla yukarı ve aşağı giden bir parçacıktır; 1. parçacıksa u yatay hızının kazanmıştır. Kuşkusuz, artık $u\tan(\alpha)$ hızının ne kadar olduğunu biliyoruz; bu hız $w\sqrt{1-u^2/c^2}$ olur (*bkz.* Denk. 16.7). Düşey olarak hareket eden parçacığın düşey momentumundaki değişmenin



Şekil 16-3 Çarpışmanın, hareketli arabalardan iki başka görünümü.

$$\Delta p = 2m_w w$$

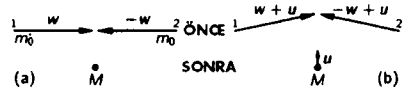
kadar olduğunu biliyoruz (2 çarpanı, yukarı gidip aşağı dönmesi nedeniyledir). Eğik bir şekilde hareket eden parçacık belli bir v hızına sahiptir ve bu hızın bileşenlerini u ve $w\sqrt{1-u^2/c^2}$ olarak bulmuştuk; kütlesi de m_w'dir. Dolayısıyla, bu parçacığın momentumundaki değişme $\Delta p' = 2m_v w\sqrt{1-u^2/c^2}$ kadardır, çünkü varsaydığımız (16.8) yasasıyla uyum içinde, momentum bileşeni, daima hızın büyüklüğüne karşılık gelen kütle çarpı ilgilenilen doğrultudaki hız bileşenidir. Böylece toplam momentumun sıfır olması için, düşey momentum yok olmalıdır; dolayısıyla, v hızıyla hareketteki kütle ile w hızıyla hareketteki kütlenin birbirlerine oranı şöyle olmalıdır:

$$\frac{m_w}{m_v} = \sqrt{1-u^2/c^2} \tag{16.9}$$

w'nun sonsuz küçük olduğu limit hali ele alalım. Eğer w gerçekten çok küçükse, v ve u'nun pratikte eşit olacağı açıktır. Bu durumda, $m_w \to m_0$ ve $m_v \to m_u$'dur. Büyük sonuç şudur:

$$m_u = \frac{m_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \tag{16.10}$$

(16.10) denkleminin kütle için doğru denklem olduğunu kabul ederek, (16.9) denkleminin keyfi w değerleri için gerçekten doğru olup olmadığını kontrol etmek şimdi ilginç bir alıştırma olur. (16.9) denkleminde gerek duyulan v hızının dik açılı üçgenden hesap edilebileceğine dikkat edersiniz:



Şekil 16-4 Eşit kütleli iki cisim arasında esnek olmayan bir çarpışmanın iki görünümü.

$$v^2 = u^2 + w^2(1 - u^2/c^2)$$

Biz onu sadece küçük w limitinde kullanmış olsak da, onu otomatik olarak soruşturma yolu bulunacaktır.

Şimdi momentumun korunduğunu ve kütlenin (16.10) uyarınca hıza bağlı olduğunu kabul edelim ve başak ne gibi sonuçlar çıkarabileceğimizi bulmaya çalışalım. Genelde *esnek olmayan çarpışma* denen çarpışmayı ele alalım. Basit olsun diye, aynı türden iki cismin eşit w hızlarıyla birbirlerine doğru geldiklerini ve çarpışıp, Şekil 16-4(a)'da görüldüğü gibi yeni ve kararlı bir cisim oluşturmak üzere yapıştıklarını düşünelim. Her birinin w'ya karşılık gelen m kütlesi, bildiğimiz gibi, $m_0/\sqrt{1-w^2/c^2}$ momentumun korunumunu ve görelilik ilkesini

varsayarsak, oluşmuş bulunan yeni cismin kütlesi hakkında ilginç bir gerçeği gösterebiliriz. w'ya dik sonsuz küçük bir u hızı düşünün (aynı şeyi sonlu u değeriyle de yapabiliriz, fakat bunu sonsuz küçük hızla anlamak daha kolaydır), sonra aynı çarpışmaya $-u$ hızlı bir asansöre binmiş olarak bakarız. Ne göreceğimiz, Şekil 16-4(b)'de çizilmiştir. Birleşik cisim bilinmeyen bir M kütlesine sahiptir. Şimdi 1. cisim yukarı bileşeni u hızına ve yatay bileşeni pratik olarak w'ya eşit olan bir hızla hareket eder; 2. cisim de aynı hıza sahiptir. Çarpışmadan sonra, M kütlesinin u hızıyla yukarı doğru hareket ettiğini görürüz; u, ışığın hızına göre çok küçük sayılır; w'yla karşılaştırılınca da küçüktür. Momentum korunmalıdır; böylece çarpışmadan önceki ve sonraki yukarı yönde momentumu tahmin edelim. Çarpışmadan önce $p \approx 2m_w u$ değerine sahibiz ve çarpışmadan sonra momentum açık olarak $p' = M_u u'$dur, fakat M_u esasen M_0 ile aynıdır, çünkü u çok küçüktür. Momentumun korunumu nedeniyle, bu momentumlar eşit olmalıdır ve dolayısıyla M_0 kütlesini

$$M_0 = 2m_w \tag{16.11}$$

olarak buluruz. *İki denk cisim çarpıştığında oluşan cismin kütlesi, bir araya gelen cisimlerin birinin kütlesinin iki katı olmalıdır.* Diyebilirsiniz ki "evet, kuşkusuz öyledir, bu kütlenin korunumudur." Fakat öyle kolayca "evet, kuşkusuz" diyemezsiniz; çünkü *bu kütleler, durgun kütlelerinden biraz daha fazladırlar;* toplam M'ye durgunken sahip oldukları kütle kadar değil de *biraz daha fazla* katkıda bulunurlar. İki cisim bir araya geldiğinde, momentum korunumunun çalışması için, oluşturdukları kütle, çarpışmadan sonra cisimler dursa bile, cisimlerin durgun kütlelerinden daha büyük olmalıdır!

16-5 Göreli enerji

Son bölümde, kütlenin hıza bağlılığının ve Newton yasalarının bir sonucu olarak göstermiştik; buna göre bir cisim üzerine uygulanan kuvvetlerin yaptığı toplam iş nedeniyle cismin kinetik enerjisindeki değişme daima

$$\Delta T = (m_u - m_0)c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - m_0 c^2 \tag{16.12}$$

olarak ortaya çıkar. Daha bile ileri gitmiş ve toplam enerjinin toplam kütle çarpı c^2 olduğunu tahmin etmiştik. Şimdi o tartışmayı sürdüreceğiz.

Çarpışan iki eşit kütleli cismimizin hâlâ M'nin içinde "görülebildiklerini" varsayın. Örneğin, bir proton ve bir nötron "bir araya yapışmış" olsun, fakat hâlâ M'nin içinde hareket etsinler. Bu durumda, ilk bakışta M kütlesinin $2m_0$ olmasını beklesek de, onun $2m_0$ değil de, $2m_w$ olduğunu bulmuştuk. Madem ki içeriye konan $2m_w$'dur, ama içerdeki nesnelerin durgun kütleleri $2m_0$'dır, birleşik cismin *fazlalık* kütlesi içeri getirilen kinetik enerjiye eşittir. Bu, kuşkusuz, *enerji eylemsizliğe sahiptir* anlamına gelir. Son bölümde bir gazın ısıtılmasını tartışmış ve şunu göstermiştik; gaz molekülleri hareket ettikleri ve hareket eden nesneler daha ağır oldukları için, bir gaza enerji verdiğimizde, molekülleri daha hızlı hareket eder ve böylece gaz daha ağırlaşır. Aslında tartışma tam anlamıyla geneldir; esnek olmayan çarpışma tartışmamız gösterir ki, ister *kinetik* enerji olsun ister olmasın, kütle oradadır. Başka bir deyişle, iki parçacık bir araya gelir ve potansiyel ya da bir başka tür enerji üretirse; iç kuvvetlere karşı ya da her nasılsa iş yaparak, parçalar tepeler tırmanıp yavaşlarsa; bu durumda, kütlenin içeri konmuş enerji olduğu yine doğrudur. Böylece yukarıda sonuç diye çıkardığımız kütlenin korunumu, enerjinin korunumuna eşdeğerdir; dolayısıyla esnek-olmayan çarpışmaya Newton mekaniğinde yer vardı, ama görelilik kuramında ona yer yoktur. Newton mekaniği uyarınca, iki cismin çarpışıp $2m_0$ kütleli bir cisim oluşturmasında hiçbir sorun yoktur; onları yavaşça bir araya getirip varılacak sonuçtan ayrı bir şey değildir bu. Kuşkusuz enerjinin korunumu yasasından biliyoruz ki içerde daha fazla kinetik enerji vardır; fakat bu, Newton yasaları uyarınca, kütleyi etkilemez. Ama çarpışmada kinetik enerji içerildiğinden, şimdi bunun olanaksızlığını görüyoruz; oluşan nesne *daha ağırca* ve dolayısıyla *farklı* bir cisim olacaktır. Cisimleri yavaşça bir araya getirdi-

ğimizde, $2m_0$ kütleli bir nesne oluşur; onları kuvvetlice bir araya getirirsek, daha büyük kütleli bir cisim meydana gelir. Kütle değişik olunca, onun farklı olduğunu *söyleriz*. Böylece, zorunlu olarak, enerjinin korunumu, görelilik kuramında momentumun korunumuyla birlikte gitmelidir.

Bunun ilginç sonuçları vardır. Örneğin, kütlesi M olarak ölçülmüş bir cisme sahip olduğumuzu ve bunun, bir nedenle, w hızıyla hareket eden ve her biri m_w kütleli olan iki eşit parçaya bölündüğünü varsayın. Şimdi de bu parçacıkların, duruncaya kadar, onları yavaşlatacak yeterince malzemeyle karşılaştığını varsayın; ondan sonra m_0 kütlesine sahip olacaklardır. Karşılaştıkları bu malzemeye durdurululuncaya dek ne kadar enerji vermiş olacaklardır? Her biri, önceden kanıtladığımız teoreme göre, $(m_w - m_0)c^2$ miktarında enerji verecektir. Malzemeye, ısı, potansiyel enerji vb türünde bu kadar enerji bırakılmıştır. Şimdi $2m_w = M$'dir; böylece açığa çıkan enerji $E = (M - 2m_0)c^2$'dir. Örneğin, atom bombasında fizyon altında ne kadar enerjinin açığa çıktığını kestirmek için bu denklem kullanılmıştı (parçalar tam eşit olmasa da, yaklaşık olarak eşittir). Uranyum atomunun kütlesi biliniyordu (zamanından önce ölçülmüştü) ve uranyumun parçalandığı iyot, ksenon vb gibi atomların tümü bilinen kütlelere sahipti. Kütleler derken, hareketli kütlelerini değil de *durgun* kütlelerini kastediyoruz. Başka bir deyişle, M ve m_0'ın ikisi de biliniyor. Böylece M yarıya bölününce, iki sayıyı çıkararak, ne kadar enerji salındığı hesaplanabilir. Bu nedenle, zavallı yaşlı Einstein'a tüm gazetelerde atom bombasının "babası" denmişti. Kuşkusuz, bunun tüm anlamı şuydu: Ona hangi sürecin meydana geleceğini söylersek, o da bize ne kadar enerji salınacağını zamanından önce söyleyebilirdi. Bir uranyum atomu fizyona uğradığında çıkması gereken enerji, ilk doğrudan testten yaklaşık altı ay önce tahmin edilmişti ve aslında enerji açığa çıkar çıkmaz, bu enerji doğrudan doğruya ölçülmüştü (Einstein denklemi çalışmasaydı da, nasıl olsa onu ölçeceklerdi) ve ölçüldüğü anda, artık denkleme ihtiyaçları yoktu. Kuşkusuz, Einstein'ı küçümsemek istemeyiz; bunun yerine, hem gazeteleri hem de fizik ve teknoloji tarihinde nelerin neler doğurduğu hususundaki birçok popüler anlatımı kınıyoruz. Bir şeyin etkin ve hızlı bir tarzda nasıl meydana geleceği problemi, tamamıyla farklı bir sorundur.

Sonuç kimyada da böylesine önemlidir. Örneğin, karbondioksit molekülünü tartıp kütlesini karbon ve oksijeninkiyle karşılaştırsaydık, karbon ve oksijenin karbondioksiti oluşturduğunda ne kadar enerjinin salınacağını öğrenebilirdik. Burada tek sıkıntı şudur; kütlelerdeki farklar öyle küçüktür ki bunu başarmak teknik olarak çok zordur.

Şimdi m_0c^2'yi kinetik enerjiye ekleyip bundan böyle bir cismin toplam enerjisi mc^2'dir diyebilir miyiz diyemez miyiz sorusuna dönelim. İlkin, M'nin içinde m_0 durgun kütlesinin bileşen parçalarını hâlâ *görebilir*sek, o zaman diyebiliriz ki birleşik cismin M kütlesinin birazı öğelerin mekanik durgun kütlesidir, bir kısmı öğelerin kinetik enerjisidir ve bir kısmı da öğelerin potansiyel enerjisidir. Fakat doğada, tıpkı yukarıda irdelediğimiz süreç benzeri bozunumlara uğrayan çeşitli türlerden parçacıklar keşfettik, ama dünyada o bozunumlarla ilgili çalışmaların hiçbirinde *içerdeki öğeleri göremiyoruz*. Örneğin, bir K-mezonu iki pi-ona parçalandığında, bu, (16.11) yasası uyarınca olur; ama bir K-mezonu 2π'den oluşur fikri yararsız bir düşüncedir, çünkü o 3π'ye de parçalanır.

Dolayısıyla yeni bir fikre sahibiz: İçinin ne gibi şeylerden oluştuğunu bilemeyiz; bir parçacığın içini saptayamayız ve saptamaya da ihtiyacımız yoktur; enerjinin hangisi durgun enerjidir, parçacık nelere parçalanacaktır, bunları bilemeyiz. Bir cismin toplam mc^2 enerjisini içteki parçaların durgun enerjisine, içteki parçaların kinetik enerjisine ve içteki parçaların potansiyel enerjisine ayırmak uygun değildir ve bazen mümkün bile olamaz; bunun yerine, basitçe parçacığın toplam enerjisinden söz ederiz. Her şeye bir m_0c^2 sabiti ekleyerek, enerjinin "başlangıcını kaydırırız" ve bir parçacığın toplam enerjisi, hareket halindeki kütlesi çarpı c^2'dir deriz; cisim hareketsiz durduğundaysa, enerjisi, durgun kütlesi kere c^2'dir.

Son olarak, v hızı, P momentumu ve E toplam enerjisinin oldukça basit bir tarzda bağlantılı olduklarını buluruz. v hızıyla hareket halindeki kütlenin, m_0

durgun kütlesi bölü $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ oluşu, yeterince şaşırtıcı olarak, nadiren kullanılır. Bunun yerine, aşağıdaki bağıntılar kolayca kanıtlanabilir ve çok kullanışlı oldukları görülür:

$$E^2 - P^2c^2 = m_0^2c^4 \tag{16.13}$$

ve

$$Pc = Ev/c \tag{16.14}$$

17

UZAYZAMAN

17-1 Uzayzamanın geometrisi

17-1 Uzayzamanın geometrisi
17-2 Uzayzaman aralıkları
17-3 Geçmiş, şimdi ve gelecek
17-4 Dörtlü vektörler hakkında daha fazlası
17-5 Dörtlü vektör cebiri

Görelilik kuramının bize gösterdiğine göre, bir koordinat sisteminde ve diğerinde ölçülmüş olan konumların ve zamanların bağıntıları, sezgisel fikirlerimizin temelinde bekleyebileceğimiz bağıntılar değildir. Lorentz dönüşümünün belirttiği uzay ve zaman bağıntılarını adamakıllı anlamamız çok önemlidir; dolayısıyla bu konuyu bu bölümde daha derinlemesine ele alacağız.

"Hareketsiz duran" bir gözlemci tarafından ölçülen (x, y, z, t) koordinatları ve zamanı ile u hızıyla "hareketli" bir uzay gemisinin içinde ölçülen aynı (x', y', z', t') koordinatları ve zaman arasındaki Lorentz dönüşümü şöyledir:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{aligned} \tag{17.1}$$

Bu denklemleri, biri diğerine göre *döndürülmüş* iki sistemde yapılan ölçümleri birbirine bağlayan (11.5) denklemleriyle karşılaştıralım:

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\theta + y\sin\theta \\ y' &= y\cos\theta - x\sin\theta \\ z' &= z \end{aligned} \tag{17.2}$$

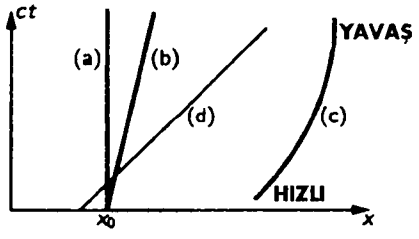
Ali ve Veli, bu özel durumda, aralarında bir θ açısı bulunan x'– ve x–eksenleriyle ölçüm yapmaktadırlar. Her bir durumda, "üslü" niceliklerin "üssüz"lerle "karışmış" olduklarına dikkat ederiz; yeni x', x ve y'nin bir karışımıdır ve yeni y' de yine x ve y'nin bir karışımıdır.

Bir benzetme yararlı olur: Bir cisme baktığımızda, "görünür genişlik" ve "görünür derinlik" diyebileceğimiz iki açık nitelik vardır. Fakat bu iki fikir, genişlik ve derinlik, cismin *temel* özellikleri olamaz, çünkü yana doğru bir adım atıp aynı nesneye farklı bir açıdan bakacak olursak, farklı bir genişlik ve farklı bir derinlik elde ederiz; yenileri eskilerinden, bir açı ilavesiyle, hesaplamak için bazı denklemler geliştirebiliriz. Bunlar (17.2) denklemleridir. Verilen bir derinlik, her derinliğin ve her genişliğin bir tür "karışımı"dır denilebilir. Eğer hareket etmek hiç mümkün olmasaydı ve verilen bir cismi hep aynı konumdan görseydik, o zaman tüm bu işler yersiz olurdu: daima "gerçek" genişliği ve "gerçek" derinliği görürdük ve bunlar çok farklı niteliklere sahip olarak ortaya çıkardı, çünkü biri bizi çevreleyen bir optik açı gibi görünürdü ve diğeri gözlerin –hatta sezgilerin– bir tür odaklamasını içerirdi; çok farklı şeyler olarak görünür ve asla karışamazlardı. Etrafını dolaşa*bileceğimiz* içindir ki derinliğin ve genişliğin, şöyle ya da böyle, aynı şeyin sadece iki farklı cephesi olduğunu anlarız.

Lorentz dönüşümlerine de aynı şekilde bakamaz mıyız? İşte burada da konumların ve zamanın bir karışımı var. Bir uzay ölçümüyle bir zaman ölçümü arasındaki fark yeni bir uzay ölçümü üretir. Başka bir deyişle, bir kişinin uzay ölçümlerine, diğer kişi tarafından bakılınca, bir miktar zaman karışır. Benzetmemiz bize şu düşünceyi üretme izni verir: Baktığımız bir cismin "gerçekliği", kabaca ve sezgisel anlamda konuşmak gerekirse, onun "genişliği"nden ve "derinliği"nden bir bakıma daha yücedir, çünkü *onlar* o cisme *nasıl* baktığımıza

bağlıdır; yeni bir konuma gittiğimiz vakit, beynimiz derhal genişliği ve derinliği tekrar hesaplar. Fakat yüksek hızla hareket ettiğimizde, beynimiz koordinatları ve zamanı hemen hesaplayamaz, çünkü zaman ve uzayın da aynı doğada olduğu gerçeğini değerlendirmek için neredeyse ışık kadar hızlı gitme hususunda hiç etkin deneyimimiz yoktur. Sanki daima bir şeyin genişliğine bakma konumuna yapışmış gibiydik, kafalarımızı hissedilir derecede bu ya da öbür yana çeviremiyorduk; şimdi anlıyoruz ki bunu yapabilseydik, diğer kişinin zamanının birazını, deyim yerindeyse, biraz "arkayı" görebilirdik.

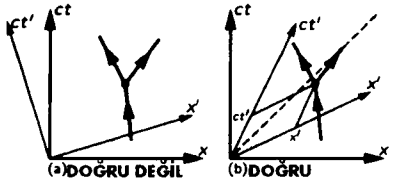
Böylece cisimleri, uzay ve zamanın birbirine karıştığı yeni bir dünyada düşünmeye çalışacağız; bunu, bizim olağan uzaysal dünyamızda nesnelerin gerçek olduklarını ve farklı yönlerden görülebildiklerini varsaydığımız gibi aynı anlamda yapacağız. Uzayda yer tutan ve belli bir süre orada hayat süren cisimlerin bu yeni türden dünyada bir cins "damla"yı işgal ettiklerini ve farklı hızlarla hareket ederken bu damlaya farklı açılardan baktığımızı göz önünde tutacağız. İçlerinde belli miktarda zamanı sürdüren ve konumu kaplayan "damlalar"ın mevcut olduğu bu yeni dünyaya, bu geometrik varlığa *uzayzaman* denir. Uzayzamanda verilen bir (x, y, z, t) noktasıysa *olay* adını alır. Şimdi x-konumlarını yatay doğrultu üzerinde işaretlediğimizi, y ve z'yi de hem kâğıda ve hem de birbirlerine "dik açılar"daki diğer iki doğrultu boyunca belirttiğimizi ve zamanıysa düşey olarak çizdiğimizi gözünüzde canlandırın. Peki, böyle bir diyagram üzerinde hareketli bir parçacık nasıl görünür? Parçacık hareketsiz duruyorsa, belli bir x'e sahiptir ve zaman geçtikçe aynı x'te, aynı x'te, hep aynı x'te bulunacağından, parçacığın "yol"u t-eksenine paralel giden bir çizgidir (Şekil 17-1(a)). Diğer taraftan, parçacık dışa doğru sürükleniyorsa, zamanla x artacaktır (Şekil 17-1(b)). Parçacık dışa doğru sürüklenmeye başlayıp ondan sonra yavaşlarsa, Şekil 17-1(c)'de görülene benzer bir hareket yapmalıdır. Başka bir deyişle, kararlı olup hiç bozunmayan bir parçacık uzayzamanda bir çizgiyle temsil edilir. Bozunan bir parçacıksa, bozunma noktasında iki başka nesneye dönüştüğü için, çatallanan bir çizgiyle temsil edilebilir.



Şekil 17-1 Uzayzamanda üç parçacık yolu: (a) $x = x_0$'da durmakta olan bir parçacık; (b) $x = x_0$'da başlayıp sabit hızla hareket eden bir parçacık; (c) yüksek bir hızla başlayıp yavaşlayan bir parçacık.

Işık için ne dersiniz? Işık c hızıyla hareket eder ve belirli bir sabit eğime sahip bir düz çizgiyle temsil edilebilir (Şekil 17-1(d)).

Şimdi yeni düşüncemiz uyarınca, eğer bir parçacığın başına bir olay gelirse, örneğin belli bir uzayzaman noktasında aniden iki yeni parçacığa bozunur ve bazı yeni izler ortaya çıkarsa ve bu ilginç olay x'in belli bir değerinde ve t'nin belli bir değerince meydana gelirse, o zaman şunu bekleriz: bu bir anlam ifade edecekse, hemen yeni bir eksen çifti almalı ve onları döndürmeliyiz; bu bize Şekil 17-2(a)'da görüldüğü gibi yeni sistemimizde yeni t ve yeni x verecektir. Fakat bu yanlıştır, çünkü (17.1) denklemi (17.2)'yle *tam olarak* aynı matematiksel dönüşüm değildir. Örneğin, ikisi arasındaki işaret farkına, birisinin $\cos\theta$ ve $\sin\theta$ cinsinden, diğerininse cebirsel niceliklerle yazıldığına dikkat edin. (Kuşkusuz, cebirsel niceliklerin kosinüs ve sinüs olarak yazılabilmeleri olanaksız değildir, fakat bunlar aslında yazılamazlar.) Ama yine de, iki ifade çok benzerdir. Göreceğimiz gibi, uzayzamanı bir gerçek, olağan geometri olarak düşünmek, işaret farkı nedeniyle, aslında olanaklı değildir. Gerçi bu noktayı vurgulamayacağız ama, aslında, sonunda anlaşılır ki, hareketli bir kişi, ışık ışınına aynı derecede yatkın bir eksenler takımı kullanmalıdır, öyle ki kendi x' ve t' koordinatlarını bulmak için, Şekil 17-2(b)'de görüldüğü gibi, x'- ve t'-eksenlerine paralel özel türden bir izdüşüm yapar. Çok yardımı olmayacağı için geometriyle uğraşmayacağız, denklemlerle çalışmak daha kolaydır.



Şeki 17-2 Bozunan bir parçacığın iki görünüşü.

17-2 Uzayzaman aralıkları

Uzayzamanın geometrisi olağan anlamda Öklitçi olmasa da, ona çok benzeyen, fakat bazı bakımlardan alışılmamış bir geometri *vardır*. Eğer bu geometri düşüncesi doğruysa, koordinatların ve zamanın koordinat sisteminden bağımsız bazı fonksiyonları olmalıdır. Örneğin, olağan dönmeler altında, biri başlangıçta ve diğeri bir başka yerde olan iki nokta alırsak, bu iki nokta arasındaki uzaklık, aynı başlangıçlı her iki sistemde aynıdır. Bu, onu özel bir şekilde

ölçmeden bağımsız bir özelliktir. Uzaklığın karesi $x^2+y^2+z^2$'dir. Şimdi de uzayzaman için ne denebilir? Burada da aynı kalan bir şeyin var olduğunu göstermek zor değildir; yani $c^2t^2 - x^2 + y^2 + z^2$ karışımı dönüşümden önce ve sonra aynıdır:

$$c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \qquad (17.3)$$

Dolayısıyla bu nicelik, uzaklık gibi, bir anlamda "gerçek" bir şeydir; bu niceliğe, biri burada başlangıç olan, iki uzayzaman noktası arasındaki *aralık* denir. (Aslında, tıpkı $x^2+y^2+z^2$ uzaklığın karesi olduğu gibi, kuşkusuz bu da "aralık"ın karesidir.) Farklı bir geometri olduğundan, ona farklı bir isim veririz; fakat tek ilginç tarafı, bazı işaretlerin ters olması ve içinde c'yi bulundurmasıdır.

Haydi şu c'den kurtulalım; değiş-tokuş edilebilecek x'li ve y'li mükemmel bir uzaya sahip olacaksak, c bir saçmalık. Deneyimsiz birinin neden olabileceği bir karışıklık, genişlikleri gözde uçları birleştiren açıyla ölçmek ve derinliği farklı bir yolla, onları odaklamak için kaslara uygulanacak zorlamayla ölçmek olabilir, öyle ki derinlikler ayakla ve genişlikler metreyle ölçülmüş olur. Bu durumda, (17.2) gibi dönüşümler yaparken aşırı karmaşık denklemler yığını elde edilir ve çok basit bir teknik nedenle –aynı şeyi iki farklı birimle ölçüyor olmakla– meselenin açıklığı ve basitliği gözden kaçırılmış olur. Şimdi (17.1) ve (17.3) denklemlerinde, doğa bize zaman ve uzayın eşdeğer olduğunu söyler; zaman uzay haline gelir; *onlar aynı birimle ölçülmelidir.* Ne kadar uzaklık, bir "saniye"dir? Onun ne olduğunu (17.3)'ten anlamak kolaydır. *Işığın bir saniyede gidebileceği uzaklık* $0{,}3 \times 10^8$ metredir. Başka bir deyişle, tüm uzaklıkları ve zamanları aynı birimle, saniyeyle, ölçeceksek, bu durumda uzaklık birimimiz 3×10^8 metre olur ve denklemler daha basit hale gelir. Ya da birimleri eşit yapabileceğimiz diğer bir yol, zamanı metre cinsinden ölçmektir. Bir metrelik zaman nedir? Bir metre zaman, ışığın bir metre gitmesi için geçen zamandır ve dolayısıyla $1/3 \times 10^{-8}$s; ya da bir saniyenin 3,3 milyarda biridir! Bir başka deyişle, tüm denklemlerimizi, $c = 1$ olan bir birim sisteminin içine koymak isteriz. Zaman ve uzay, önerildiği gibi, aynı birim sisteminde ölçülürse, o durumda denklemler açıkça çok basitleşmiş olur:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - ut}{\sqrt{1-u^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - ux}{\sqrt{1-u^2}} \end{aligned} \qquad (17.4)$$

$$t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \qquad (17.5)$$

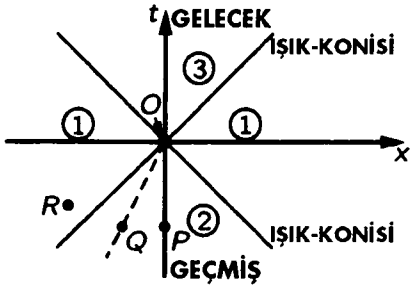
Söz konusu c=1'li sisteme sahip olduktan sonra denklemlerimizi asla hemen elde edemeyiz diye "korkuyorsak", ya da bundan hiç emin değilsek, yanıt tam tersidir. Onları c'siz hatırlamak çok daha kolaydır ve boyutlara bakarak c'leri geri koymak her zaman için kolaydır. Örneğin, $\sqrt{1-u^2}$'de biliyoruz ki saf 1 sayısından birimli olan hızın karesini çıkaramayız; böylece birimsiz yapmak için u^2'yi c^2'ye bölmeliyiz; onun yolu budur.

Uzayzaman ile sıradan uzay arasındaki fark ve mesafeyle ilgili olarak bir aralığın niteliği çok ilginçtir. (17.5) denklemi uyarınca, Verilen bir koordinat sisteminde zamanı sıfır olan, sadece uzaya sahip bir nokta düşünürsek, aralığın karesi negatif olur ve negatif bir sayının karekökü olarak, sanal bir aralığa sahibiz demektir. Bu kuramda aralıklar ya gerçel ya da sanal olabilir. Bir aralığın karesi, pozitif kareye sahip sıradan mesafeden farklı olarak, pozitif de olabilir negatif de. Bir aralık sanal olduğunda, iki nokta (sanal yerine) bir *uzaysal aralığa* sahiptir deriz, çünkü aralık daha çok zaman gibi değil de uzay gibidir. Diğer taraftan, eğer iki cisim verilen bir koordinat sisteminde aynı noktada olup sadece zamanca farklıysalar, bu durumda zamanın karesi pozitif olup mesafeler sıfırdır; dolayısıyla aralığın karesi pozitiftir; buna *zamansal aralık* de-

nir. Uzayzaman diyagramımızda şunun gibi bir temsile sahip oluruz: 45°'de iki doğru çizgi vardır (aslında, dört boyutta bunlar ışık konileri denen "koniler" olacaktır) ve bu çizgilerin üzerindeki noktaların hepsi başlangıçtan sıfır aralıklıdır. Verilen bir noktadan ışığın gittiği yer, Denk. (17.5)'ten gördüğümüz gibi, ondan bir sıfır aralıkla ayrılmıştır. Ayrıca, biraz önce şunu kanıtlamıştık; bir sistemde ışık c hızıyla gidiyorsa, diğerinde de c hızıyla gider, çünkü aralık, her iki sistemde aynıysa, yani birinde sıfır ve diğerinde de sıfırsa, bu durumda ışığın yayılma hızının değişmez olduğunu ifade etmek, aralığın sıfır olduğunu söylemekle aynıdır.

17-3 Geçmiş, şimdi ve gelecek

Verilen bir uzayzaman noktasını saran uzayzaman bölgesi, Şekil 17-3'te görüldüğü gibi, üç bölgeye ayrılabilir. Bir bölgede uzaysal aralıklara ve iki bölgede zamansal aralıklara sahibiz. Fiziksel olarak, verilen bir nokta etrafındaki uzayzamanın bölündüğü bu üç bölgenin, bu noktayla ilginç bir fiziksel ilişkisi vardır: Bir fiziksel cisim ya da sinyal, ışık hızından daha küçük bir hızla hareket ederek 2 bölgesindeki bir noktadan O olayına ulaşabilir. Dolayısıyla bu bölgedeki olaylar O noktasını etkileyebilir, geçmişten onun üzerine bir etkiye sahip olabilir. Aslında, kuşkusuz, negatif t-ekseni üzerinde P'deki bir cisim, O'ya göre kesinlikle "geçmiş"tedir; O gibi aynı uzay-noktası olup, sadece daha öncedir. Daha önce orada olanlar, O'yu şimdi etkiler. (Ne yazık ki, hayat böyle.) Q'daki başka bir cisim, c'den daha küçük belli bir hızla hareket ederek O'ya ulaşabilir; böylece bu cisim bir uzay gemisinin içindeyse ve hareket ediyorsa, yine aynı uzay-noktasının geçmişi olabilir. Yani, bir başka koordinat sisteminde, zaman ekseni O ve Q'nun ikisinden birden geçebilir. Böylece 2 bölgesinin tüm noktaları O'nun "geçmiş"indedir ve bu bölgede olan her şey O'yu etkile*yebilir*. Bu nedenle bazen 2 bölgesine *etkin geçmiş* ya da etkileyen geçmiş denir; burası, her durumda O'yu etkileyebilen tüm olayların geometrik yeridir.



Şekil 17-3 Başlangış noktasını saran uzayzaman bölgesi.

Diğer taraftan, 3 bölgesi *O'dan* etki edebildiğimiz bir bölgedir; c'den daha düşük hızlara sahip "mermi"lerle bu bölgedeki nesneleri "vura"biliriz. Böylece burası, geleceklerinin bizim tarafımızdan etkilenebildiği bir dünyadır ve buraya *etkin gelecek* diyebiliriz. Şimdi uzayzamanın tüm kalan kısmı, yani 1 bölgesi, hakkında ilginç olan şey şudur: oraları ne şimdi biz *O'dan* etkileyebiliriz; ne de oralar şimdi *O'da* bizi etkileyebilir, çünkü hiçbir şey ışık hızından daha hızlı gidemez. Kuşkusuz, *R*'de olanlar bizi *daha sonra* etkileyebilir; yani, güneş "tam şimdi" patlarsa, onu öğreninceye kadar sekiz dakika geçer ve bu süreden önce herhalde bizi etkileyemez.

"Tam şimdi"yle ne demek istediğimiz, gizemli bir şeydir; onu tanımlayamayız ve etkileyemeyiz, fakat o bizi daha sonra etkileyebilir, ya da yeterince uzak bir geçmişte bir şey yapmışsak, biz onu etkileyebilirdik. Alfa Centauri yıldızına baktığımızda, onu dört yıl önceki haliyle görürüz; "şimdi" nasıl olduğunu merak edebiliriz. "Şimdi" bizim özel koordinat sistemimizden aynı zamanda anlamına gelir. Alfa Centauri'yi ancak bizim geçmişimizden, dört yıl önce, gelen ışıkla görebiliriz, ama "şimdi" ne yaptığını bilemeyiz; "şimdi" yaptıklarının bizi etkilemesinden önce dört yıl geçecektir. Alfa Centauri "şimdi" aklımızda bir fikir ya da bir kavramdır, şu anda gerçekten fiziksel olarak tanımlanabilir bir şey değildir, çünkü onu gözlemek için beklemeliyiz; onu tam "şimdi" tanımlayamayız bile. Üstelik, "şimdi" koordinat sistemine bağlıdır. Eğer, örneğin, Alfa Centauri hareket ediyorduysa, oradaki bir gözlemci bizimle fikir birliği içinde olamaz, çünkü o kendi eksenlerini bir açıyla yerleştirebilir ve onun "şimdi"si *farklı* bir zaman olur. Eşzamanlılığın tek biricik bir şey olmadığı gerçeğini zaten konuşmuştuk.

Falcılar, ya da geleceği bilebildiğini söyleyen insanlar vardır; etkin gelecek hakkında bilgiye sahip olduğunu aniden keşfeden bir adam üzerine pek çok olağanüstü öykü vardır. Ama bu nedenle üretilmiş pek çok da ikilem vardır, çünkü bir şeyin olacağını bilirsek, doğru zamanda doğru şey yaparak bundan kaçınabileceğimizden emin olabiliriz ve buna benzer şeyler. Fakat aslında bize *şu anı*

bile söyleyebilecek falcı yoktur! Tam şimdi, akla uygun bir mesafede, gerçekten olacakları söyleyebilecek bir kimse yoktur, çünkü bu gözlenemez. Kendimize şu soruyu sorabiliriz, ki bunu yanıtlamaya çalışmaları için öğrencilere bırakıyoruz: 1 bölgesinin uzaysal aralıklarında bir şeyleri bilmek aniden mümkün hale gelseydi, herhangi bir ikilem üretilebilir miydi?

17-4 Dörtlü vektörler hakkında daha fazlası

Şimdi Lorentz dönüşümü ile uzay eksenlerinin dönmeleri arasındaki benzerlik incelememize geri dönelim. Koordinatlarla aynı dönüşüm özelliklerine sahip diğer nicelikleri, vektör dediğimiz yönlü çizgileri oluşturmak üzere, bir araya toplamanın yararını öğrenmiştik. Olağan dönmeler altında x, y ve z ile aynı şekilde dönüşen pek çok nicelik vardır: örneğin, hız, üç bileşene sahiptir; x, y ve z bileşenlerine. Farklı bir koordinat sisteminden görüldüğünde, bileşenlerin hiçbiri aynı olmayıp tümü yeni değerlere dönüşmüştür. Fakat, öyle ya da böyle, hızın "kendisi" özel bileşenlerin her birinden çok daha büyük bir gerçekliğe sahiptir ve onu yönlü bir çizgiyle temsil ederiz.

Dolayısıyla şunu sorarız: Acaba hareketli ve hareketsiz bir sistemde x, y, z ve t ile aynı tarzda dönüşen ya da onlar gibi birbirine bağlı olan nicelikler vardır demek doğru mudur, değil midir? Vektörlerle olan deneyimimizden biliyoruz ki x, y, z gibi üç nicelik, bir olağan uzay-vektörünün üç bileşenini oluşturur; fakat dördüncü nicelik, uzay dönmesi altında sıradan bir skaler gibi görünür, çünkü hareketli bir koordinat sistemine gitmediğimiz sürece değişmez. O halde, bildiğimiz "üçlü-vektör"ü zaman bileşeni diyebileceğimiz bir dördüncü nicelikle öyle bir tarzda ilişkilendirmek mümkün müdür ki bu dört nicelik uzayzamanda konum ve zaman gibi aynı şekilde "dönsün"? Şimdi böyle, en azından, bir şeyin gerçekten var olduğunu göstereceğiz (aslında, böyle çok sayıda nicelik vardır): *Momentumun üç bileşeniyle zaman bileşeni olarak enerji*, "dörtlü-vektör" diyeceğimiz niceliği oluşturmak üzere ***birlikte dönüşürler***. Bunu gösterirken, her yerde c'yi yazmak çok zahmetli olacağından, enerji, kütle ve momentum birimleriyle ilgili olarak (17.4) denkleminde kullandığımız aynı kurnazlığı kullanacağız. Örneğin, enerji ve kütle birbirinden sadece bir c^2 çarpanıyla farklı olup, bu da sadece bir birim sorunudur; öyleyse enerji kütledir diyebiliriz. c^2'yi yazmak yerine, $E = m$ koyarız ve sonra, kuşkusuz, herhangi bir sıkıntı olursa, doğru sayıda c koyarak, ara denklemlerde değil de, son denklemde birimleri düzeltebiliriz.

Böylece enerji ve momentum denklemlerimiz şunlar olur:

$$E = m = m_0/\sqrt{1 - v^2} \tag{17.6}$$

$$p = mv = m_0 v/\sqrt{1 - v^2}$$

Ayrıca bu birimlerde

$$E^2 - p^2 = m_0^2 \tag{17.7}$$

halini alır. Örneğin, enerjiyi elektron volt cinsinden ölçersek, 1 elektron voltluk kütle ne anlama gelir? Bu, durgun kütle enerjisi 1 elektron volt olan kütle demektir; yani, m_0c^2 bir elektron volttur. Bu arada, bir elektronun durgun kütlesi $0{,}511 \times 10^6$ eV'tur.

Şimdi yeni bir koordinat sisteminde momentum ve enerji nasıl görünür? Bunu öğrenmek için (17.6) denklemlerini dönüştürmeliyiz; hızın nasıl dönüştüğünü bildiğimiz için bunu yapabiliriz. Bir cismin hızını v olarak ölçtüğümüzü, fakat aynı cisme u hızıyla giden bir uzay gemisinden baktığımızı ve bu sistemde karşılık gelen nicelikleri belirtmek için üs işareti kullandığımızı varsayın. İlkin, her şeyi basitleştirmek için, v hızının u'nun yönünde olduğu hali alacağız. (Daha sonra, daha genel hali ele alırız.) Uzay gemisinden görünen v' nedir? Bir-

leşik bir hızdır, yani, v ile u arasındaki "fark"tır. Daha önce incelediğimiz yasaya göre

$$v' = \frac{v-u}{1-uv} \tag{17.8}$$

olur. Şimdi uzay gemisindeki arkadaşın bakışıyla yeni E' enerjisini hesaplayalım. O aynı durgun kütleyi kullanır kuşkusuz, ama hız olarak v' hızını alır. Yapacağımız şey, v' ifadesinin karesini almak, bunu 1'den çıkarmak, sonra karekökünü alıp onun tersini hesaplamaktır:

$$\begin{aligned} v'^2 &= \frac{v^2-2uv+u^2}{1-2uv+u^2v^2} \\ 1-v'^2 &= \frac{1-2uv+u^2v^2-v^2+2uv-u^2}{1-2uv+u^2v^2} \\ &= \frac{1-v^2-u^2+u^2v^2}{1-2uv+u^2v^2} \\ &= \frac{(1-v^2)(1-u^2)}{(1-uv)^2} \end{aligned}$$

Dolayısıyla:

$$\frac{1}{\sqrt{1-v'^2}} = \frac{1-uv}{\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-u^2}} \tag{17.9}$$

olur. E' enerjisi basitçe m_0 kere yukardaki ifadedir. Fakat enerjiyi, üssüz enerji ve momentum cinsinden ifade etmek isteriz; bunun için E' ifadesini şu şekle getiririz:

$$E' = \frac{m_0 - m_0uv}{\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-u^2}} = \frac{(m_0/\sqrt{1-v^2}) - (m_0v/\sqrt{1-v^2})u}{\sqrt{1-u^2}}$$

ya da:

$$E' = \frac{E-up_x}{\sqrt{1-u^2}} \tag{17.10}$$

Bu ifadenin

$$t' = \frac{t-ux}{\sqrt{1-u^2}}$$

ile tam olarak aynı yapıda olduğunu fark ederiz. Şimdi de yeni p'_x momentumunu bulmalıyız. Bu, tam olarak E' enerjisi çarpı v' hızıdır ve basitçe E ve p cinsinden de ifade edilebilir:

$$p'_x = E'v' = \frac{m_0(1-uv)}{\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-u^2}} \cdot \frac{v-u}{(1-uv)} = \frac{m_0v-m_0u}{\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-u^2}}$$

Böylece

$$p'_x = \frac{p_x-uE}{\sqrt{1-u^2}} \tag{17.11}$$

olur; bunun da kesinlikle

$$x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2}}$$

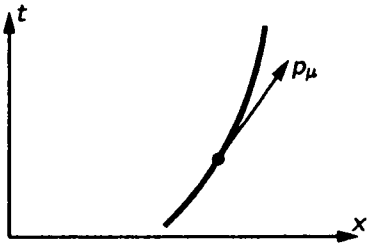
bağıntısıyla aynı yapıda olduğunu anlarız.

Böylece yeni enerji ve momentum için, eski enerji ve momentum cinsinden olan dönüşümler, t' ifadesinin t ve x cinsinden ve x' ifadesinin de x ve t cinsinden olan dönüşümleriyle tam olarak aynıdır: tüm yapmamız gereken, (17.4)'te her gördüğümüz t yerine E ve her gördüğümüz x yerine p_x koymaktır; o zaman (17.4) denklemleri, (17.10) ve (17.11) denklemleriyle aynı hale gelecektir. Bu, her şey doğru çalışıyorsa, $p'_y = p_y$ ve $p'_z = p_z$ ek kuralını akla getirir. Bunun kanıtlanması, bizim geri gidip yukarı ve aşağı hareket halini incelememizi gerektirir. Nitekim, son bölümde yukarı ve aşağı hareket halini incelemiştik. Çok karmaşık

bir çarpışmayı çözümlemiş ve hareketli bir sistemden bakıldığında, aslında enine momentumun değişmediğine dikkat etmiştik; böylece $p'_y = p_y$ ve $p'_z = p_z$ ifadelerini zaten doğrulamıştık. Öyleyse tam dönüşüm şudur:

$$\begin{aligned} p'_x &= \frac{p_x - uE}{\sqrt{1-u^2}} \\ p'_y &= p_y \\ p'_z &= p_z \\ E' &= \frac{E - up_x}{\sqrt{1-u^2}} \end{aligned} \tag{17.12}$$

Dolayısıyla, bu dönüşümlerde x, y, z ve t gibi dönüşen dört nicelik keşfettik, buna *dörtlü momentum vektörü* diyoruz. Momentum bir dörtlü vektör olduğuna göre, Şekil 17-4'te görüldüğü gibi, hareketli bir parçacığın uzayzaman diyagramı üzerinde yola teğet bir "ok" olarak temsil edilebilir. Bu ok, enerjiye eşit bir zaman bileşenine sahiptir ve uzay bileşenleri üçlü momentum vektörünü temsil eder; bu ok, enerjiden de momentumdan da daha "gerçektir" çünkü onlar diyagrama nasıl baktığımıza bağlıdırlar.



Şekil 17-4 Bir parçacığın dörtlü momentum vektörü.

17-5 Dörtlü vektör cebiri

Dörtlü vektör kavramı, üçlü vektör kavramından farklıdır. Üçlü vektörler halinde, sıradan üçlü momentum vektöründen söz etseydik, onu p şeklinde yazardık. Daha belirgin olmak gerekirse, söz konusu eksenlerle ilgili p_x, p_y ve p_z gibi üç bileşene sahiptir diyebilirdik, ya da genel bir bileşen olarak basitçe p_i'yi verir ve i burada x, y veya z'den biri olur derdik; işte x, y ve z doğrultularındaki üç bileşen bunlardır. Dörtlü vektörler için kullanacağımız gösterim de buna benzer: dörtlü vektör için p_μ yazarız; burada μ alt indisi t, x, y ve z gibi *dört* olası doğrultu yerine geçer.

Kuşkusuz istediğimiz her gösterimi kullanabiliriz; gösterimlere gülünmez; onlar icat edilir, onlar sayıca çoktur. Aslında, matematik büyük ölçüde daha iyi gösterimlerin icat alanıdır. Dörtlü vektör düşüncesinin esas amacı, dönüşümlerin kolayca hatırlanmasını sağlayacak şekilde gösterimde bir geliştirme yapmaktır. Bu durumda, A_μ genel bir dörtlü vektördür, fakat momentum özel hali için p_t enerji, p_x ise x-doğrultusundaki momentum, p_y y-doğrultusundaki momentum ve p_z, z-doğrultusundaki momentumdur. Dörtlü vektörleri toplarken, aynı bileşenleri toplarız.

Dörtlü vektörler arasında bir denklem varsa, bu denklem *her bileşen* için doğrudur. Örneğin, üçlü momentum vektörünün korunumu yasası parçacık çarpışmalarında doğruysa, yani, etkileşen ya da çarpışan çok sayıda parçacık için momentumların toplamı bir sabit olacaksa, bu demektir ki tüm parçacıklar için, x-doğrultusundaki, y-doğrultusundaki ve z-doğrultusundaki tüm momentumların toplamlarının her biri sabit olmalıdır. Görelilikte bu yasa tek başına olanaksız olacaktır, çünkü o *eksik*tir; bir üçlü vektörün sadece iki bileşeni hakkında konuşuyorsunuz gibidir. O eksiktir, çünkü eksenleri döndürürsek, çeşitli bileşenleri karıştırmış oluruz, öyleyse yasamızda üç bileşeni de içermeliyiz. Böylece, görelilikte, momentumun korunumu yasasını *zaman* bileşenini de içerecek şekilde genişleterek tamamlamalıyız. Zamanın diğer üçle birlikte gitmesi *mutlak surette zorunlu*dur; yoksa göreli değişmezlik var olamaz. Uzay ve zaman geometrisinde dörtlü vektör bağıntısını geçerli kılmak için momentumun korunumuna eşlik edecek olan dördüncü denklem *enerjinin korunumu*dur. Dolayısıyla enerji ve momentumun korunumu yasası dörtlü gösterimde şöyledir:

$$\sum_{\substack{\text{giren}\\ \text{parçacıklar}}} p_\mu = \sum_{\substack{\text{çıkan}\\ \text{parçacıklar}}} p_\mu \tag{17.13}$$

Ya da biraz farklı bir gösterimle:

$$\sum_i p_{i\mu} = \sum_j p_{j\mu} \tag{17.14}$$

olur. Burada $i = 1, 2, \ldots$ çarpışmaya giren parçacıklara; $j = 1, 2, \ldots$ çarpışmadan çıkan parçacıklara aittir; $\mu = x, y, z$ ya da t'dir. "Hangi eksenlerde?" derseniz, o hiç fark etmez. Yasa her bileşen için doğrudur, *her* eksen kullanılabilir.

Vektörel analizde bir başka şeyi, iki vektörün skaler çarpımını tartışmıştık. Şimdi de uzayzamanda buna karşılık gelen şeyi tartışalım. Sıradan dönmede değişmeyen $x^2+y^2+z^2$ niceliğinin var olduğunu keşfetmiştik. Dört boyutta buna karşılık gelen niceliğin $c^2t^2-x^2-y^2-z^2$ olduğunu buluruz (Denk. 17.3). Bunu nasıl yazabiliriz? Bir yol, arada kare içinde bir nokta olan bir tür dört boyutlu bir şey yazmaktır: $A_\mu \boxdot B_\mu$ gibi. Gösterimlerden biri de –aslında kullanılmakta olan– şudur:

$$\sum_\mu{}' A_\mu A_\mu = A_t^2 - A_x^2 - A_y^2 - A_z^2 \tag{17.15}$$

$\sum$ üzerindeki üs işareti, ilk terim olan "zaman" teriminin pozitif, diğer üç teriminse negatif olacağı anlamındadır. Bu nicelik, bu durumda, her koordinat sisteminde aynı olacaktır ve ona dörtlü vektörün uzunluğunun karesi diyebiliriz. Örneğin, tek bir parçacığın dörtlü momentum vektörünün uzunluğunun karesi nedir? Bu, $p_t^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2$ ya da başka bir deyişle $E^2 - p^2$'dir, çünkü p_t'nin E olduğunu biliyoruz. $E^2 - p^2$ nedir? Her koordinat sisteminde aynı kalan bir şey olmalıdır. Özel olarak, parçacığın hareketsiz göründüğü parçacıkla birlikte hareket eden bir sistemde aynı olmalıdır. Böylece bu koordinat sisteminde o saf olarak enerjidir, bu da durgun kütleyle aynıdır. Öyleyse $E^2 - p^2 = m_0^2$'dir. Sonuçta, bu dörtlü momentum vektörünün uzunluğunun karesinin m_0^2 'ye eşit olduğunu görüyoruz.

Bir vektörün karesinden, "skaler çarpım"ı icat etmeye uzanabiliriz: a_μ bir dörtlü vektör ve b_μ bir diğer dörtlü vektörse, onların skaler çarpımı şudur:

$$\sum{}' a_\mu b_\mu = a_t b_t - a_x b_x - a_y b_y - a_z b_z \tag{17.16}$$

Bu, tüm koordinat sistemlerinde aynıdır.

Son olarak, m_0 durgun kütlesi sıfır olan bazı nesnelere değineceğiz. Bir ışık fotonuna, örneğin. Foton bir parçacık gibidir, enerji ve momentum taşır. Bir fotonun enerjisi, Planck sabiti denen belli bir sabit çarpı fotonun frekansıdır: $E = h\nu$. Böyle bir foton momentum da taşır ve bir fotonun (ya da aslında, her tür parçacığın) momentumu h bölü dalga boyudur: $p = h/\lambda$. Fakat, bir foton için, frekansla dalga boyu arasında kesin bir bağıntı vardır: $\nu = c/\lambda$. (Saniye başına dalga sayısı çarpı her birinin frekansı, ışığın bir saniyede gittiği mesafedir, ki bu da kuşkusuz c'dir.) Böylece derhal görürüz ki bir fotonun enerjisi, momentum kere c olmalıdır; ya da $c = 1$ ise, *enerji ve momentum eşit olur*. Bu, durgun kütle sıfır demektir. Buna tekrar bakalım: O sıfır durgun kütleli bir parçacıksa, durduğunda ne olur? *O asla durmaz!* Daima c hızıyla gider. Enerji için bildik denklem $m_0/\sqrt{1-v^2}$'dir.

Şimdi $m_0 = 0$ ve $v = 1$ olduğuunda , enerji sıfırdır diyebilir miyiz? Onun sıfır olduğunu söyleyemeyiz; Durgun kütlesi olmasa bile, fotonun aslında enerjisi olabilir (ve vardır), fakat sürekli ışık hızıyla gittiği için buna sahiptir!

Ayrıca biliyoruz ki her parçacığın momentumu, onun toplam enerjisiyle hızının çarpımına eşittir: $c = 1$ ise, $p = vE$ ya da olağan birimlerde $p = vE/c^2$'dir. Işık hızıyla ilerleyen her parçacık için, $c = 1$ ise, $p = E$'dir. Bir fotonun hareketli bir sistemden görünen enerjisi için denklem, kuşkusuz, (17.12) ifadesiyle verilir, fakat momentum için enerji çarpı c (bu durumda, enerji çarpı 1) koymalıyız. Dönüşümden sonra farklı enerjiler, farklı frekansların olduğu anlamına gelir. Buna Doppler etkisi denir ve bu, (17.12)'den, ayrıca $E = p$ *ve* $E = h\nu$ kullanarak, kolayca hesaplanabilir.

Minkowski'nin dediği gibi, "Uzay kendi başına ve zaman kendi başına olsa olsa karanlıklara gömülür, ancak onlar arasındaki bir tür birlik yaşayacaktır."

18

İKİ BOYUTTA DÖNME

18-1 Kütle merkezi

18-1 Kütle merkezi
18-2 Bir katı cismin dönmesi
18-3 Açısal momentum
18-4 Açısal momentumun korunumu

Önceki bölümlerde noktaların, ya da iç yapılarıyla ilgilenmediğimiz çok küçük parçacıkların mekaniğini inceledik. Gelen birkaç bölümdeyse, Newton yasalarının daha karmaşık nesnelere uygulanmasını ele alacağız. Dünya daha karmaşık hale geldikçe, daha da ilginçleşir; iyice karmaşık bir cismin mekaniğiyle ilgili olayların sırf bir noktanın mekaniğine göre gerçekten de çok daha çarpıcı olduğunu anlayacağız. Kuşkusuz bu olaylar Newton yasalarının birleşimlerinden başka bir şey içermez, fakat bazen sadece $F = ma$'nın iş başında olduğuna inanmak zordur.

Uğraştığımız daha karmaşık cisimler çeşitli türlerden olabilir: su akışı, gökadaların dönüşü vb. Başlangıçta çözümlenecek en basit "karmaşık" nesne *katı cisim*dir; bir katı cisim etrafta hareket ederken, aynı zamanda döner de. Bununla birlikte, böyle bir basit cisim bile çok karmaşık bir harekete sahip olabilir ve dolayısıyla önce böyle bir hareketin en basit yanlarını ele alacağız, yani bir yaygın cismin *sabit bir eksen* etrafındaki dönüşünü. Böyle bir cismin üzerinde verilen bir nokta, bu eksene dik bir düzlemde hareket eder. Bir cismin sabit bir eksen etrafındaki böyle bir hareketi, *düzlemsel dönme* ya da iki boyutta dönme adını alır. Daha sonra sonuçları üç boyuta genelleyeceğiz, fakat böyle yaptıktan sonra anlayacağız ki, alışılmış parçacık mekaniği halinin tersine, ilkin iki boyutta sağlam bir temel edinmeksizin, dönmeleri ve onların inceliklerini anlamak zordur.

Yaylarla birbirine tutturulmuş birçok blok ve bağlantı çubuğundan oluşan bir cismi havaya atarak, karmaşık cisimlerin hareketiyle ilgili ilk ilginç teorem iş başında gözlenebilir. Kuşkusuz bunun bir parabol üzerinde gittiğini biliriz, çünkü bunu havaya atılan bir parçacık için incelemiştik. Fakat şimdi cismimiz bir parçacık *değil*dir; o yalpalar, sallanır vb. Yine de bir parabol üzerinde gider; bu görülebilir. Ama parabol üzerinde giden *ne*dir? Kesinlikle bloğun köşesi üzerindeki nokta değildir, çünkü o nokta aşağı yukarı sallanır; tahta çubuğun ucu da değildir, ya da çubuğun ortası veya bloğun ortası da değildir. Fakat *bir şey* parabol üzerinde gider, parabol üzerinde giden etkin bir "merkez" vardır. Böylece karmaşık cisimler hakkındaki ilk teoremimiz, matematiksel olarak tanımlı, fakat mutlaka malzemenin kendisinin bir noktası olmayan bir ortalama konumun *var olduğu*nu, işte bunun bir parabol üzerinde gittiğini göstermektir. Buna kütle merkezi teoremi denir ve bunun kanıtlanması aşağıdaki gibidir.

Aralarında çeşitli kuvvetler bulunan, pek çok küçük parçacıktan, örneğin aşırı sayıda atomdan yapılmış herhangi bir cisim düşünelim. i, parçacıklardan birini tanımlayan bir indisi temsil etsin. (Onlardan milyonlarca vardır, böylece i indisi 10^{23}'e kadar gider.) Bu durumda i'yinci parçacık üzerindeki kuvvet, kuşkusuz, kütle çarpı o parçacığın ivmesidir:

$$\boldsymbol{F}_i = m_i(d^2\boldsymbol{r}_i/dt^2) \tag{18.1}$$

Gelecek birkaç bölümde hareketli cisimlerimiz, tüm parçaları ışık hızına göre iyice düşük hızlarda hareket eden cisimler olacaktır ve tüm nicelikler için göreli olmayan yaklaştırmayı kullanacağız. Bu gibi durumlarda kütle sabittir, öyle ki

$$\boldsymbol{F}_i = d^2(m_i\boldsymbol{r}_i)/dt^2 \tag{18.2}$$

yazabiliriz. Şimdi tüm parçacıklar üzerindeki kuvvetleri toplarsak, yani tüm farklı indisler için tüm $\boldsymbol{F}_i$'lerin toplamını alırsak, toplam $\boldsymbol{F}$ kuvvetini elde ederiz. Denklemin diğer yanında, sanki türev almadan önce toplanmış olan aynı şeyi elde ederiz:

$$\sum_i F_i = F = \frac{d^2(\sum_i m_i r_i)}{dt^2} \tag{18.3}$$

Dolayısıyla toplam kuvvet, her kütleyi konumuyla çarpıp tümünü bir araya toplayarak elde edilen ifadenin ikinci türevidir.

Şimdi tüm parçacıklar üzerindeki toplam kuvvet, *dış* kuvvetle aynıdır. Neden? Yaylar, titreşmeler, çekmeler, itmeler ve atomik kuvvetler ve kim bilir başka neler nedeniyle parçacıklar üzerinde her türden kuvvetler var olduğu halde, tüm bunları bir araya getirdiğimizde Üçüncü Newton Yasası imdadımıza yetişir. Her iki parçacık arasında etki ve tepki eşittir, öyle ki tüm denklemleri topladığımızda, her iki parçacık arasında kuvvetler varsa, bunlar toplamda birbirlerini götürürler; dolayısıyla net sonuç, sadece parçaları üzerinden toplama yaptığımız cisimde içerilmeyen diğer parçacıklardan gelen kuvvetlerdir. Böylece (18.3) denklemi hep birlikte "cisim" dediğimiz belirli sayıda parçacık üzerinden bir toplamsa, o zaman toplam cisim üzerindeki *dış* kuvvet, onun tüm yapı parçacıkları üzerindeki *tüm* kuvvetlerin toplamına eşittir.

Şimdi (18.3) denklemini toplam kütle çarpı bir ivme biçiminde yazabilsek, ne güzel olurdu. Evet, yazabiliriz. M tüm kütlelerin toplamı, yani toplam kütle olsun. Belirli bir $\boldsymbol{R}$ vektörünü

$$\boldsymbol{R} = \frac{\sum_i m_i \boldsymbol{r}_i}{M} \tag{18.4}$$

olarak *tanımlarsak*, M bir sabit olduğundan, (18.3) denklemi basitçe şöyle olacaktır:

$$\boldsymbol{F} = d^2(M\boldsymbol{R})/dt^2 = M(d^2\boldsymbol{R}/dt^2) \tag{18.5}$$

Böylece dış kuvvetin, toplam kütle çarpı yerleşimi $\boldsymbol{R}$ olan hayali bir noktanın ivmesine eşit olduğunu buluruz. Bu noktaya cismin *kütle merkezi* denir. Bu, cismin "orta"larında bir yerde bir noktadır: farklı $\boldsymbol{r}_i$'lerin kütleleriyle orantılı önemlilik ya da ağırlıklarla alınmış bir tür ortalama $\boldsymbol{r}$'dir.

Bu önemli teoremi çok daha ayrıntılı olarak bir sonraki bölümde tartışacağız ve dolayısıyla uyarılarımızı iki noktaya sınırlayacağız: Birincisi, dış kuvvetler sıfır olmak üzere, cisim boş uzayda yüzüyor olsaydı, döner, sallanır ve her türlü şeyi yapardı. Fakat *kütle merkezi*, bu yapay olarak icat edilmiş, ortalarda bir yerde bulunan, hesaplanmış nokta *sabit bir hızla hareket edecekti*. Özellikle, başlangıçta durgunsa, hep durgun kalacaktı. Böylece bir tür kutuya, belki de içinde insanlar bulunan bir uzay aracına sahipsek ve kütle merkezinin yerleşimini hesaplar ve durgun olduğunu bulursak, o zaman kutuya dış kuvvetler etki etmiyorsa, kütle merkezi durgun durmayı sürdürecektir. Kuşku yok ki uzay gemisi uzayda biraz hareket edebilir, fakat bu içerde insanların ileri geri yürümesi yüzündendir; birisi öne doğru yürüdüğünde, tüm kütlelerin ortalama konumu tam olarak aynı yerde kalacak şekilde gemi geri doğru gider.

Dolayısıyla kütle merkezi hareket ettirilemeyeceğine göre, roketin itilmesi kesinlikle olanaksız mıdır? Hayır, fakat kuşkusuz roketin ilginç kısmını itmek için, ilginç olmayan kısmının çok ötelere fırlatılması gerektiğini anlarız. Bir başka deyişle, sıfır hızlı bir roketle başlar ve arka ucundan bir miktar gaz püskürtürsek, o zaman bu küçük gaz kütlesi bir tarafa giderken roket de diğer tarafa hareket eder, fakat kütle merkezi hâlâ önceki bulunduğu yerdedir. Böylece basitçe ilgilendiğimiz parça, ilgilenmediğimiz parçaya karşı hareket eder.

Kütle merkeziyle ilgili ikinci nokta, kütle merkezi hareketinin, bir cismin "iç" hareketinden ayrı olarak ele alınabileceği ve dolayısıyla dönme tartışmamızda göz ardı edilebileceğidir; bunu tartışmamıza bu noktada katma nedenimiz budur.

18-2 Bir katı cismin dönmesi

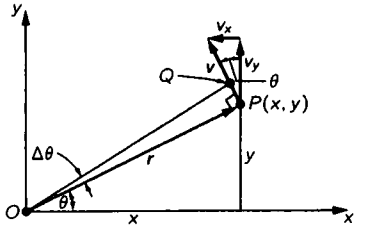
Şimdi dönmeleri tartışalım. Kuşkusuz normal bir cisim sadece dönmez, ayrıca yalpalar, sallanır ve eğilip bükülür; böylece sorunu basitleştirmek için, *katı cisim* diyeceğimiz var olmayan ideal bir cismin hareketini tartışacağız. Bu

öyle bir cisim anlamına gelir ki, atomları arasındaki kuvvetler öylesine şiddetli ve öylesine niteliktedir ki onu hareket ettirmek için gerekli küçük kuvvetler onu eğip bükemez. Dönerken onun şekli esas olarak aynı kalır. Böyle bir cismin hareketini incelemek istiyorsak ve kütle merkezinin hareketini göz ardı etmekte fikir birliği içindeysek, onun yapabileceği sadece tek şey vardır ve bu *dönmek*tir. Bunu betimlemeliyiz. Fakat nasıl? Cismin içinde hiç kımıldamayan bir çizgi bulunduğunu varsayın ve cisim bir eksen olarak bu çizgi etrafında dönüyor olsun. Dönmeyi nasıl tanımlarız? Bu yeterince kolaydır, çünkü cismin eksen üzerinde olmayan herhangi bir yerinde bir nokta işaretlesek, sadece bu noktanın nereye gittiğini bilerek cismin nerede olduğunu daima tam olarak söyleyebiliriz. Bu noktanın konumunu belirtmek için gerekli olan tek şeyse, bir *açı*dır. Böylece dönme, bu açının zamanla değişimlerini incelemekten ibarettir.

Dönmeyi incelemek için, cismin döndüğü bu açıyı gözleriz. Kuşkusuz, cismin kendi *içindeki* herhangi bir özel açıya bakmayız; cisim *üzerinde* bir açı çizmek değildir bu. Tüm nesnenin bir andan bir başka ana kadar *konumunun açısal değişmesi* hakkında konuşuyoruz.

İlk olarak, dönmelerin kinematiğini inceleyelim. Açı zamanla değişecektir ve tıpkı tek boyutta konum ve hız hakkında konuştuğumuz gibi, dönme düzleminde açısal konum ve açısal hızı konuşabiliriz. Aslında, iki boyutta dönmeyle bir boyutlu yerdeğiştirme arasında çok ilginç bir bağıntı vardır; bunlarda neredeyse her nicelik benzerine sahiptir. İlkin, cismin ne kadar *dolaştığını* tanımlayan θ açısı var; bu, cismin ne kadar *ileri gittiğini* betimleyen y mesafesinin yerini alır. Aynı tarzda, $\omega = d\theta/dt$ olan bir dönme hızımız var ki bize saniyedeki açı değişimini söyler, tıpkı $v = ds/dt$'nin cismin ne kadar hızlı gittiğini, ya da saniyede ne kadar hareket ettiğini söylediği gibi. Eğer açı radyan cinsinden ölçülürse, o zaman ω açısal hızı saniyede şu kadar radyan olacaktır. Açısal hız ne kadar büyükse, cisim de o kadar hızlı dönmekte, açı o denli hızlı değişmektedir. Devam edebiliriz: Açısal hızın zamana göre diferansiyelini alabiliriz ve ona $\alpha = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$ açısal ivme deriz. Bu da olağan ivmenin benzeri olacaktır.

Artık dönme dinamiğini, cismi oluşturan parçacıkların dinamik yasalarına bağlamalıyız, böylece açısal hız falanca değerde olduğunda, özel bir parçacığın nasıl hareket edeceğini bulup çıkarmalıyız. Bunu yapmak için, eksenden r mesafesinde yerleşik belirli bir parçacığı alalım ve bilinen tarzda (Şekil 18-1) verilen bir anda belli bir $P(x, y)$ konumunda bulunduğunu söyleyelim. Δt zaman sonra tüm cismin açısı $\Delta\theta$ kadar döndüyse, bu parçacık onunla birlikte taşınmıştır. Önce olduğu gibi, O'dan aynı yarıçap kadar ötededir, fakat Q'ya taşınmıştır. Bilmemiz gereken ilk şey, x uzaklığının ne kadar ve y uzaklığının ne kadar değiştiğidir. OP'ye r dersek, açıların tanımlama şekli nedeniyle, PQ uzunluğu $r\Delta\theta$ olur. Bu durumda x'deki değişme basitçe $r\Delta\theta$'nın x-doğrultusundaki izdüşümüdür:



Şekil 18-1 İki-boyutlu dönmenin kinematiği.

$$\Delta x = -PQ\sin\theta = -r\Delta\theta\cdot(y/r) = -y\Delta\theta \tag{18.6}$$

Benzer şekilde,

$$\Delta y = +x\Delta\theta \tag{18.7}$$

olur. Eğer cisim verilen bir ω açısal hızıyla dönüyorsa, (18.6) ve (18.7)'nin her iki tarafını Δt'ye bölerek parçacığın hızını buluruz:

$$v_x = -\omega y \quad \text{ve} \quad v_y = +\omega x \tag{18.8}$$

Kuşkusuz hızın büyüklüğünü bulmak istersek, hemen şunu yazarız:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\omega^2y^2 + \omega^2y^2} = \sqrt{\omega^2(x^2+y^2)} = \omega r \tag{18.9}$$

Bu hızın büyüklüğünün ωr değerine sahip olması bir gizem oluşturmamalıdır; aslında, apaçık olmalıdır; zira gittiği mesafe $r\Delta\theta$ ve saniyede gittiği mesafe $r\Delta\theta/\Delta t$ ya da $r\omega$'dur.

Şimdi de dönmenin *dinamiğini* incelemeye geçelim. Burada yeni bir kavram, *kuvvet*, ortaya atılmalıdır. Çizgisel harekette kuvvet neyse dönmede de aynı ilişkiyi yüklenecek, *kuvvet momenti* ya da tork (*torquere*, bükmek) olarak adlandıracağımız bir şey icat edebilir miyiz acaba, bunu soruşturalım. Çizgisel hareketi oluşturmak için gerekli şey kuvvettir, bir nesneyi döndürecek şeyse bir "döndürücü kuvvet" ya da "bükücü kuvvet"tir: yani kuvvet momenti. Nitel olarak, kuvvet momenti bir "bükme"dir; peki, bir kuvvet momenti nicel olarak nedir? Nasıl ki kuvveti tanımlamanın çok hoş bir yolu, verilen bir yerdeğiştirme boyunca etkidiğinde ne kadar iş yapıldığını söylemekse, nicel olarak kuvvet momenti kuramını da bir cismi döndürmekle yapılan *işi* inceleyerek elde edeceğiz. Bir nesneye kuvvetler etki ettirip onu birazcık döndürdüğümüzde yaptığımız işi *kuvvet momenti* çarpı döndüğü *açıya* eşitleyerek, çizgisel ve açısal nicelikler arasındaki benzerliği korumaya çalışacağız. Bir başka deyişle, kuvvet momentinin tanımı öyle düzenlenmelidir ki iş teoremi mutlak bir benzerliğe sahip olsun: kuvvet çarpı mesafe iştir ve kuvvet momenti çarpı açı da iş olmalıdır. Bu, bize kuvvet momentinin ne olduğunu söyler. Örneğin, üzerine çeşitli kuvvetlerin etkidiği bir tür katı cisim ve bu cismin etrafında döndüğü bir eksen düşünün. Önce bir kuvvet üzerinde yoğunlaşalım ve varsayalım ki bu kuvvet belli bir (x, y) noktasına uygulanmış olsun. Cismi çok küçük bir açı kadar döndürseydik, ne kadar iş yapılırdı? Bu kolay. Yapılan iş

$$\Delta W = F_x \Delta x + F_y \Delta y \tag{18.10}$$

olarak ifade edilir. Sadece Δx ve Δy yerine (18.6) ve (18.7) denklemlerindeki değerlerini koyarak

$$\Delta W = (xF_y - yF_x)\Delta\theta \tag{18.11}$$

ifadesini elde ederiz. Demek ki yaptığımız iş miktarı, aslında cismi döndürdüğümüz açı ile kuvvet ve mesafenin acayip görünümlü bir karışımının çarpımına eşittir. Bu "acayip karışım"a kuvvet momenti deriz. Böylece, işteki değişmeyi kuvvet momenti çarpı açı olarak tanımlayınca, artık kuvvet cinsinden kuvvet momenti denklemine sahibiz demektir. (Açık olarak, kuvvet momenti Newton mekaniğinden bağımsız tamamen yeni bir fikir değildir; kuvvet momenti kuvvet cinsinden belli bir tanıma sahip olmalıdır.)

Çeşitli kuvvetlerin etkimesi halinde, yapılan iş kuşkusuz tüm kuvvetlerin yaptıkları işlerin toplamıdır, öyle ki ΔW, tüm kuvvetler için tümü toplanmış, *her biri* $\Delta\theta$ *ile orantılı* bir terimler bütünü olacaktır. $\Delta\theta$'yı dışarı alabiliriz ve dolayısıyla işteki değişme, etkiyen tüm farklı kuvvetlere ait tüm kuvvet momentlerinin toplamı çarpı $\Delta\theta$'ya eşittir diyebiliriz. Bu toplama toplam kuvvet momenti, τ, diyebiliriz. Böylece kuvvet momentleri basitçe olağan cebir yasalarına göre toplanır; fakat daha sonra göreceğiz ki sadece düzlemde çalıştığımız için bu böyledir. Bu, kuvvetlerin basitçe cebirsel olarak eklendiği bir-boyutlu kinematik gibidir. Dolayısıyla, iki-boyutlu dönme için

$$\tau_i = x_i F_{yi} - y_i F_{xi} \tag{18.12}$$

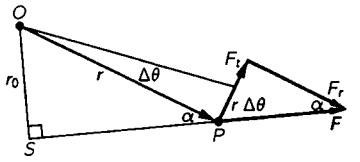
ve

$$\tau = \sum \tau_i \tag{18.13}$$

olur. Kuvvet momentinin verilen bir eksen etrafında olduğu vurgulanmalıdır. Farklı bir eksen seçilirse, tüm x_i ve y_i'ler değişecek, kuvvet momentinin değeri de (genel olarak) değişecektir.

Şimdi kısa bir ara vererek, biraz önce iş fikri üzerinden kuvvet momentini ortaya atışımızın bize dengedeki bir cisim için önemli bir sonuç vereceğine değinelim: Bir cisim üzerindeki tüm kuvvetler hem ötelenme ve hem de dönme için denge halindeyseler, sadece net kuvvet sıfır değil, fakat tüm *kuvvet momentlerinin* toplamı da sıfırdır, çünkü bir cisim dengedeyse, *küçük bir yerdeğiştirme için kuvvetler tarafından iş yapılmaz.* Bu yüzden, $\Delta W = \tau\Delta\theta = 0$ olduğu için, tüm kuvvet momentlerinin toplamı sıfır olmalıdır. Böylece denge için iki koşul söz konusudur: kuvvetlerin toplamı sıfırdır ve kuvvet momentlerinin toplamı sıfırdır. Bunu kanıtlamak için, her *bir* eksen etrafındaki kuvvet momentlerinin toplamının (iki boyutta) sıfır olduğundan emin olmak yeterlidir.

Şimdi bir tek kuvvet alalım ve geometrik olarak şu acayip $xF_y - yF_x$ nesnesinin ne anlama geldiğini anlamaya çalışalım. Şekil 18-2'de bir F kuvvetinin bir r noktasına etki ettiğini görüyoruz. Cisim küçük bir $\Delta\theta$ açısı kadar döndürüldüğünde, yapılan iş kuşkusuz kuvvetin yerdeğiştirme doğrultusundaki bileşeni kere yerdeğiştirmedir. Başka bir deyişle, kuvvetin sadece teğetsel bileşeni hesaba katılır ve bu $r\Delta\theta$ mesafesiyle çarpılmalıdır. Dolayısıyla kuvvet momentinin, kuvvetin teğetsel bileşeniyle (yarıçapa dik) yarıçapın çarpımına eşit olduğunu görürüz. Bu, olağan kuvvet momenti fikrimiz cinsinden bir anlam taşır; çünkü kuvvet tam olarak radyal olsaydı, cisim üzerinde hiçbir "bükülme" yapamazdı; bükülme etkisinin sadece merkez doğrultusunda çekmeyen kuvvet parçasını içermek zorunda olduğu açıktır ve bu, teğetsel bileşen anlamına gelir. Üstelik, şurası açıktır ki verilen bir kuvvet, eksene yakın kuvvet koluna göre uzun kuvvet kolu üzerinde çok daha fazla etkindir. Aslında, tam eksen *üzerinde* itme durumunda, cismi hiç mi hiç döndüremeyiz! Dolayısıyla bükülme miktarı, ya da kuvvet momentinin hem radyal mesafeyle ve hem de kuvvetin teğetsel bileşeniyle orantılı olması anlam taşır.



Şekil 18-2 Bir kuvvet tarafından doğurulan kuvvet momenti.

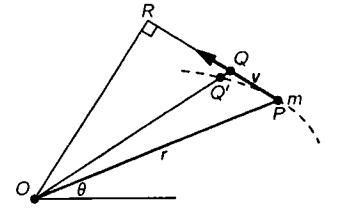
Kuvvet momenti için çok ilginç olan üçüncü bir denklem daha vardır. Biraz önce gördüğümüz gibi, kuvvet momenti, Şekil 18-2'de kuvvet çarpı yarıçap çarpı α açısının sinüsüdür. Fakat kuvvetin etki çizgisini uzatır ve OS çizgisini, yani kuvvetin etki çizgisine dik mesafeyi (kuvvet *kolu*) çizersek, kuvvetin teğetsel kısmı toplam kuvvetten ne kadar kısaysa, bu kuvvet kolunun da r'den tam aynı oranda daha kısa olduğuna dikkat ederiz. Dolayısıyla kuvvet momenti denklemi, kuvvetin büyüklüğü çarpı kuvvet kolunun uzunluğu olarak da yazılabilir.

Kuvvet momenti teriminin kaynağı karanlıktır, fakat şu gerçekle ilgili olabilir: "moment" Latince *movimentum*'dan türetilmiştir ve bir kuvvetin bir cismi hareket ettirme gücü (manivela ya da kaldıraç kolu üzerinde kuvvet kullanarak) manivela kolunun uzunluğu ile artar. Matematikte "moment" bir eksenden ne kadar uzakta olduğuyla ilgili ağırlıklı durumu ifade eder.

18-3 Açısal momentum

Şimdiye kadar sadece bir katı cisim özel halini incelediysek de, kuvvet momentinin özellikleri ve onların matematiksel bağıntıları cisim katı olmadığında bile ilginçtir. Aslında, çok dikkat çekici bir teorem kanıtlayabiliriz: Nasıl ki bir parçacıklar topluluğunun toplam momentumu dediğimiz bir p niceliğinin değişim hızı dış kuvvetse, dış kuvvet momenti de parçacıklar grubunun *açısal momentumu* dediğimiz bir L niceliğinin değişim hızıdır.

Bunu kanıtlamak için, bir parçacıklar sistemine sahip olduğumuzu ve bu sistemin üzerine bazı kuvvetlerin etkidiğini varsayalım ve bu kuvvetler nedeniyle ortaya çıkan kuvvet momentlerinin bir sonucu olarak sistemin başına neler geldiğini araştıralım. Önce, kuşkusuz, sadece bir parçacık halini ele alalım. Şekil 18-3'te m kütleli bir parçacık ve bir O ekseni görülüyor; parçacığın O etrafında mutlaka bir çember üzerinde dönmesi gerekmez, güneş etrafında giden bir gezegen gibi bir elips üzerinde ya da bir başka eğri üzerinde hareket edebilir. Bir şekilde hareket etmektedir, üzerine kuvvetler etkimektedir ve kuvvetin x-bileşeni kütle çarpı ivmenin x-bileşenine eşit vb gibi denklemlere göre ivmelenmektedir. Fakat kuvvet momentlerinin ne yaptığını görelim. Kuvvet momenti $xF_y - yF_x$'e eşittir ve de x- ya da y-doğrultusundaki kuvvet eşittir kütle çarpı x- ya da y-doğrultusundaki ivmeye:



Şekil 18-3 Bir O ekseni etrafında hareket eden bir parçacık.

$$\begin{aligned}\tau &= xF_y - yF_x = \\ &= xm(d^2y/dt^2) - ym(d^2x/dt^2)\end{aligned} \tag{18.14}$$

Sağ taraf herhangi basit bir ifadenin türevi olarak görünmese de, aslında $xm(dy/dt) - ym(dx/dt)$ niceliğinin türevidir:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left[xm\left(\frac{dy}{dt}\right) - ym\left(\frac{dx}{dt}\right)\right] &= xm\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) + \left(\frac{dx}{dt}\right)m\left(\frac{dy}{dt}\right) \\ -ym\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) - \left(\frac{dy}{dt}\right)m\left(\frac{dx}{dt}\right) &= xm\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) - ym\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)\end{aligned} \tag{18.15}$$

Böylece kuvvet momenti, gerçekten de bir şeyin zamanla değişim hızıdır! Dolayısıyla bu "bir şey"i önemseriz, ona bir isim veririz: Ona açısal momentum, L, deriz:

$$\begin{aligned} L &= xm(dy/dt) - ym(dx/dt) \\ &= xp_y - yp_x \end{aligned} \tag{18.16}$$

Şu anki tartışmamız göreli olmasa da, L'nin yukarıda verilen ikinci ifadesi göreli olarak doğrudur. Böylece momentumun dönmesel benzerinin de var olduğunu ve açısal momentum dediğimiz bu benzerin çizgisel momentumun bileşenleri cinsinden, tıpkı kuvvet bileşenleri cinsinden verilen kuvvet momenti denklemi gibi bir ifadeyle verildiğini bulmuş olduk! Böylece, Bir parçacığın bir eksen etrafındaki açısal momentumunu bilmek istiyorsak, momentumun sadece teğetsel bileşenini alırız ve onu yarıçapla çarparız. Başka bir deyişle, açısal momentum için önemli olan, başlangıçtan ne kadar hızla *uzaklaştığı* değil, başlangıç *etrafında* ne kadar çok gittiğidir. Açısal momentum için momentumun sadece teğetsel kısmı önemlidir. Üstelik, momentum çizgisi ne kadar dışa uzanıyorsa, açısal momentum o kadar büyüktür. Ayrıca, nicelik ister p ile isterse F ile etiketlensin, geometrik olgular aynı olacağından, şurası gerçektir ki *momentum* çizgisinin uzatılıp eksene dik mesafenin bulunmasıyla elde edilen bir manivela kolu vardır (parçacık üzerindeki kuvvetin manivela koluyla aynı *olmayan*!). Dolayısıyla açısal momentum, momentumun büyüklüğüyle momentum manivela kolunun çarpımıdır. Böylece tıpkı kuvvet momenti için üç denkleme sahip olduğumuz gibi, açısal momentum için de üç denkleme sahibiz:

$$\begin{aligned} L &= xp_y - yp_x \\ &= rp_{teğet} \\ &= p \cdot \textit{manivela kolu} \end{aligned} \tag{18.17}$$

Kuvvet momenti gibi, açısal momentum da etrafında hesaplanacağı eksenin konumuna bağlıdır.

Birden fazla parçacığın ele alınmasına geçmeden önce, yukarıdaki sonuçları güneşin çevresinde dolanan bir gezegene uygulayalım. Kuvvet hangi yöndedir? Güneşe doğrudur. Bu durumda, cisim üzerindeki kuvvet momenti nedir? Bu, kuşkusuz, ekseni nerede aldığımıza bağlıdır, fakat onu güneşin kendisinde alırsak, çok basit bir sonuç elde ederiz; çünkü kuvvet momenti, kuvvet çarpı manivela koludur ya da kuvvetin r'ye dik bileşeni çarpı r'dir. Fakat teğetsel kuvvet olmadığından, güneşteki eksen etrafında kuvvet momenti yoktur! Bundan ötürü, güneş çevresinde dolanan gezegenin açısal momentumu sabit kalmalıdır. Bunun ne anlama geldiğini görelim. Hızın teğetsel bileşeni, çarpı kütle, çarpı yarıçap sabit olacaktır, çünkü bu açısal momentumdur ve açısal momentumun değişim hızı kuvvet momentidir, ki bu problemde kuvvet momenti sıfırdır. Kuşkusuz kütle de sabit olduğundan, bu demektir ki teğetsel hız çarpı yarıçap bir sabittir. Fakat bu, bir gezegenin hareketinde zaten bildiğimiz bir şeydir. Küçük bir Δt zaman aralığı aldığımızı varsayalım. P'den Q'ya gittiğinde gezegen ne kadar hareket etmiş olacaktır (Şekil 18-3)? Ne kadar *alan* süpürmüş olacaktır? Çok daha büyük olan OPQ alanıyla karşılaştırıldığında $QQ'P$ küçücük alanı kulak ardı edilirse, süpürülen alan basitçe PQ tabanı çarpı OR yüksekliği bölü ikidir. Bir başka deyişle, birim zamanda süpürülen alan, hız çarpı hızın manivela koluna (çarpı bir-bölü-iki) eşit olacaktır. Böylece alanın değişim hızı açısal momentumla orantılıdır, ki o da sabittir. Dolayısıyla, eşit zamanlarda eşit alanlar hakkındaki Kepler yasası, kuvvet tarafından doğurulan kuvvet momenti olmadığında, açısal momentumun korunumu yasasının söyleminin sözcüklerle betimlenişidir.

18-4 Açısal momentumun korunumu

Şimdi de çok sayıda parçacıktan oluşmuş bir cismin varlığı halinde ne olacağını ele alacağız, öyle ki bu parçacıkların arasında etkiyen birçok kuvvet söz konusudur ve ayrıca parçacıklar üzerine uygulanan bazı dış kuvvetler vardır. Kuşkusuz, zaten biliyoruz ki, verilen herhangi bir sabit eksen etrafında i'yinci

parçacık üzerindeki kuvvet momenti (ki bu, *i*'yinci parçacık üzerindeki kuvvet çarpı bu kuvvetin manivela koludur) bu parçacığın açısal momentumunun değişim hızına eşittir ve *i*'yinci parçacığın açısal momentumu, onun momentumu çarpı onun momentum manivela koludur. Şimdi tüm parçacıklar için τ_i kuvvet momentlerini toplayalım ve ona toplam τ kuvvet momenti diyelim. Bu durumda, bu τ, tüm parçacıkların L_i açısal momentumlarının toplamının değişim hızı olacaktır; bu da toplam L açısal momentumu diyeceğimiz yeni bir nicelik tanımlayacaktır. Nasıl ki bir cismin toplam momentumu tüm parçaların momentumlarının toplamıysa, açısal momentum da tüm parçaların açısal momentumlarının toplamıdır. Bu durumda toplam L'nin değişim hızı, toplam kuvvet momentidir:

$$\tau = \sum \tau_i = \sum \frac{dL_i}{dt} = \frac{dL}{dt} \tag{18.18}$$

Burada toplam kuvvet momentinin karmaşık bir şey olduğu sanılabilir. Tüm iç kuvvetler vardır ve tüm dış kuvvetler düşünülmelidir. Fakat Newton'ın etki tepki yasasını alır ve etki ve tepki sadece eşit değil, ayrıca *onlar aynı çizgi üzerinde tam zıt olarak yönelmiştir* dersek (Newton gerçekten bunu söyledi mi söylemedi mi, bilmiyoruz, ama bunu kapalı şekilde varsaymıştı), karşılıklı etkileşme nedeniyle tepkiyen cisimler üzerindeki iki kuvvet momenti eşit ve zıt olacaktır, çünkü her eksen için manivela kolları eşittir. Dolayısıyla iç kuvvet momentleri çift çift birbirlerini dengeler ve böylece *herhangi bir eksen etrafında toplam açısal momentumun değişim hızı, bu eksen etrafındaki dış kuvvet momentine eşittir*!

$$\tau = \sum \tau_i = \tau_{\text{dış}} = dL/dt \tag{18.19}$$

Böylece büyük parçacık topluluklarının hareketiyle ilgili çok güçlü bir teoreme sahibiz demektir ve bu bize, içerdeki ayrıntılı mekanizmaya bakmaksızın, toplu hareketi incelememize izin verir. Bu teorem, ister bir katı cisim oluştursunlar isterse oluşturmasınlar, her cisimler topluluğu için geçerlidir.

Yukarıdaki teoremin aşırı derecede önemli bir hali, *açısal momentumun korunumu yasasıdır*: Bir parçacıklar sistemi üzerine dış kuvvet momentleri etki etmiyorsa, açısal momentum sabit kalır.

Büyük öneme sahip bir özel hal bir katı cisim halidir; yani sırf dönen belirli biçimde bir cisim. Geometrik boyutları sabit olan ve sabit bir eksen etrafında dönen bir cisim düşünelim. Cismin çeşitli parçaları tüm zamanlarda birbirleriyle aynı bağıntıyı taşırlar. Şimdi bu cismin toplam açısal momentumunu bulmaya çalışalım. Onun parçacıklarından birinin kütlesi m_i ve konumu ya da yerleşimi (x_i, y_i) ise, bu durumda problem, bu parçacığın açısal momentumunu bulmaktır, çünkü toplam açısal momentum cisimdeki tüm parçacıkların açısal momentumlarının toplamıdır. Bir çember üzerinde giden bir cisim için açısal momentum, kuşkusuz, kütle çarpı hız çarpı eksenden uzaklıktır ve hız ise, açısal hız çarpı eksenden uzaklıktır:

$$L_i = m_i v_i r_i = m_i r_i^2 \omega \tag{18.20}$$

Ya da, tüm *i* parçacıkları üzerinden toplayarak, şunu elde ederiz:

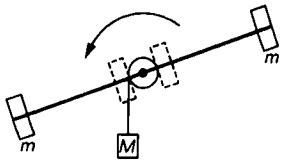
$$L = I\omega \tag{18.21}$$

Burada I şöyle verilir:

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \tag{18.22}$$

Bu, momentumun kütle çarpı hıza eşit olduğu yasanın benzeridir. Hız yerine açısal hız gelmiştir ve kütle yerine kütlenin benzeri olan ve *eylemsizlik momenti* adını vereceğimiz yeni bir I niceliğinin geldiğini görürüz. (18.21) ve (18.22) denklemleri, dönme için bir cismin eylemsizliğe sahip olduğunu ve bunun sadece kütlelere değil, aynı zamanda eksenden *ne kadar uzakta olduklarına* da bağlı bulunduğunu söyler. Böylece, aynı kütleli iki cisme sahipsek, kütleleri eksenden daha uzağa koyduğumuzda, dönme için eylemsizlik daha büyük olacaktır. Bunu Şekil 18-4'te görülen düzenekle kolayca gösterebiliriz; orada bir M

ağırlığının çok hızlı düşmesini sağlarız, çünkü o çok ağır bir çubuğu döndürmek durumundadır. Başta, m kütleleri eksene yakındır ve M belli bir oranda hızlanır, sonra M öncekinden çok daha az hızla ivmelenir, çünkü cisim dönmeye karşı çok daha fazla eylemsizliğe sahiptir. Eylemsizlik momenti, dönmeye karşı eylemsizliktir ve tüm kütlelerle onların uzaklıklarının karelerinin çarpımlarının toplamına eşittir.



Şekil 18-4 "Dönme için eylemsizlik," kütlelerin manivela kollarına bağlıdır.

Kütle ile eylemsizlik momenti arasında çok dramatik olan önemli bir fark vardır. Bir cismin kütlesi asla değişmez, fakat onun eylemsizlik momenti değişe*bilir*. Ellerimizde bazı ağırlıklarla sürtünmesiz bir döner tabla üzerinde kollarımız açık olarak dururken yavaş bir şekilde dönersek, kollarımızı içeri çekerek eylemsizlik momentimizi değiştirebiliriz, fakat kütlemiz değişmez. Bunu yaptığımızda, açısal momentumun korunumu yasası nedeniyle, her türlü şaşılacak şey olur: Dış kuvvet momenti sıfırsa, o zaman eylemsizlik momenti çarpı omega olan açısal momentum sabit kalır. Diyelim ki başlangıçta, büyük bir I_1 eylemsizlik momentiyle düşük bir ω_1 açısal hızında dönüyorduk ve açısal momentum $I_1\ \omega_1$ değerindeydi. Sonra kollarımızı içe çekerek eylemsizlik momentimizi, de ki daha küçük bir I_2 değerine, değiştirdik. O durumda, açısal momentum aynı kalmak zorunda olduğundan, aynı kalacak olan $I\omega$ çarpımı $I_2\ \omega_2$ oldu. Öyleyse $I_1\ \omega_1 = I_2\ \omega_2$'dir. Yani, eylemsizlik momentini *azaltırsak*, açısal hızı *artırmak* zorunda kalırız.

19

KÜTLE MERKEZİ; EYLEMSİZLİK MOMENTİ

19-1 Kütle merkezinin özellikleri

19-1 Kütle merkezinin özellikleri
19-2 Kütle merkezinin saptanması
19-3 Eylemsizlik momentinin bulunması
19-4 Dönme kinetik enerjisi

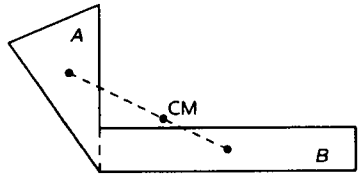
Bir önceki bölümde şunu görmüştük: Bir katı cisim oluşturan ya da oluşturmayan çok sayıda parçacığın karmaşık kütlesine ya da bir yıldızlar bulutuna veya bir başka karmaşık nesneye çok büyük sayıda kuvvet etkiyorsa, tüm bu kuvvetlerin (yani, kuşkusuz, sadece dış kuvvetlerin, çünkü iç kuvvetler birbirlerini dengeler) toplamını bulur ve sonra cismi bir bütün olarak düşünüp toplam kütlesine M dersek; bu durumda anlarız ki cismin "içinde" kütle merkezi denilen öyle belirli bir nokta vardır ki net dış bileşke kuvvet, sanki bütün kütle tam orada toplanmış gibi o noktaya bir ivme verir. Şimdi kütle merkezini biraz daha ayrıntılı olarak tartışalım.

Kütle merkezinin (kısaca, KM) yerleşimi şu denklemle verilir:

$$R_{KM} = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} \tag{19.1}$$

Bu, kuşkusuz, bir vektörel denklemdir; aslında üç doğrultunun her biri için bir denklem olmak üzere, üç denklem. Burada sadece x-doğrultusunu ele alacağız, çünkü birini anlarsak, diğer ikisini de anlayabiliriz. $X_{KM} = \sum m_i x_i / \sum m_i$ ne anlama gelir? Bir an için cismin, her biri aynı m kütleli olan küçük parçalara bölündüğünü varsayalım; bu durumda toplam kütle basitçe parçaların N sayısıyla bir parçanın kütlesinin (bir gram ya da herhangi bir birim) çarpımına eşittir. Böyle olunca, bu denklem bize basitçe tüm x'leri toplayın ve sonra bunu topladığınız şeylerin sayısına bölün der: $X_{KM} = m\sum x_i / mN = \sum x_i / N$. Başka bir deyişle, kütleler eşitse, X_{KM} tüm x'lerin ortalamasıdır. Fakat bunlardan biri diğerlerinden iki kat daha ağırsa, toplama işlemine bu x iki kat olarak katılır. Bunu anlamak kolaydır, zira bu ikiye katlanmış kütleyi, tıpkı diğerleri gibi, iki eşit kütleye ayrılmış olarak da düşünebiliriz; o zaman ortalama almada, kuşkusuz, o x'i iki kez saymalıyız, çünkü orada iki kütle vardır. Böylece X, her kütle sanki "küçük gramlara" bölünmüş gibi, kütleyle orantılı sayı kere sayılmak üzere, tüm kütlelerin x-doğrultusundaki ortalama konumudur. Buna bakarak, X'in, en büyük ve en küçük x'in arasında bir yerde olduğu ve dolayısıyla tüm cismi içine alan zarfın içinde yer aldığı kolayca kanıtlanabilir. Cismin *malzemesi* içinde olması zorunlu değildir; çünkü cisim –kasnak gibi– bir çember olabilir ve kütle merkezi kaynağın merkezindedir, kasnağın kendi üzerinde değil.

Kuşkusuz, cisim bir şekilde simetrikse, örneğin bir dikdörtgen gibi bir simetri düzlemine sahipse, kütle merkezi simetri düzlemi üzerinde bir yerdedir. Dikdörtgen halinde iki düzlem vardır ve kütle merkezinin yeri tek olarak bellidir. Fakat sade herhangi bir simetrik cisim söz konusuysa, ağırlık merkezi simetri ekseni üzerinde bir yerdedir, çünkü bu gibi durumlarda pozitif x kadar negatif x vardır.



Şekil 19-1 Bir birleşik cismin KM, iki parçanın KM'lerini birleştiren çizgi üzerinde yer alır.

Bir diğer ilginç sav şudur: A ve B gibi iki parçadan oluşmuş bir cisim düşünelim (Şekil 19-1). Tüm cismin kütle merkezi aşağıdaki gibi hesaplanabilir. Önce A parçasının ve sonra B parçasının kütle merkezi bulunur. Her bir parçanın M_A ve M_B toplam kütlesi de ayrıca bulunur. Sonra yeni bir problem olarak, A cisminin kütle merkezinde bir M_A *noktasal* kütlesi ve B cisminin kütle merkezinde diğer bir M_B *noktasal* kütlesi alınır. Bu iki noktasal kütlenin kütle merkezi tüm cismin kütle merkezidir. Başka bir deyişle, bir cismin çeşitli parçalarının kütle merkezleri bulunmuşsa, tekrardan tüm cismin kütle merkezini bulmaya kalkışmak gerekmez; sadece her parçayı kendi kütle merkezinde noktasal bir kütle olarak düşünerek parçaları bir araya getirmemiz yeterlidir. Bunun neden böyle olduğunu görelim. Bazı parçaları A cisminin ve bazılarıysa B cisminin öğeleri olan bir bütün cismin kütle merkezini hesaplamak isteyelim.

$\sum m_i x_i$ toplamı iki kısma ayrılabilir: Sadece A cismine ait $\sum_A m_i x_i$ toplamı ve sadece B cismine ait $\sum_B m_i x_i$ toplamı. Şimdi sadece A cisminin kütle merkezini hesaplasaydık, bu toplamların ilkini kullanacaktık; bunun kendi başına $M_A X_A$, yani A'daki tüm parçacıkların toplam kütlesiyle A'nın kütle merkezi konumunun çarpımı olduğunu biliyoruz, çünkü kütle merkezi teoreminin A cismine uygulanışıdır bu. Aynı şekilde, sırf B cismi için $M_B X_B$ elde ederiz ve kuşkusuz ikisinin toplamı MX_{KM} verir:

$$\begin{aligned} MX_{KM} &= \sum_A m_i x_i + \sum_B m_i x_i \\ &= M_A X_A + M_B X_B \end{aligned} \tag{19.2}$$

M açıkça M_A ile M_B'nin toplamı olduğuna göre, (19.2) denkleminin, biri X_A'da yerleşik M_A kütlesi ve diğeri X_B'de yerleşik M_B kütlesi olmak üzere, iki noktasal cismin kütle merkezi denklemi olarak yorumlanabileceğini görürüz.

Kütle merkezinin hareketiyle ilgili teorem çok ilginçtir ve fiziği anlayışımızın gelişmesinde önemli bir rol oynamıştır. Newton yasasının çok büyük bir cismin küçük bileşen parçaları için doğru olduğunu varsayalım. Bu durumda bu teorem, cismin ayrıntılarını incelemeksizin sadece ona etkiyen toplam kuvveti ve kütlesini ele alarak bile, büyük cisim için Newton yasasının geçerli olduğunu gösterir. Bir başka deyişle, Newton yasası, olağandışı bir özellik olarak, küçük ölçekte doğruysa, büyük ölçekte de doğru olacaktır. Bir futbol topunu etkileşen milyarlarca parçacıktan oluşmuş aşırı karmaşık bir nesne gibi düşünmeyip, sadece kütle merkezinin hareketini ve üzerindeki dış kuvvetleri incelersek, $F = ma$ bağıntısını buluruz; burada F topa etkiyen kuvvet, m topun kütlesi ve a kütle merkezinin ivmesidir. Böylece $F = ma$ büyük ölçekte de kendini yineleyen bir yasadır. (Daha büyük ölçekte de yine aynı yasayı üreten bir yasayı betimlemek için, herhalde Yunancada, iyi bir sözcük olmalıdır.)

Kuşkusuz, insanoğlunun keşfedeceği ilk yasaların büyük ölçekte de kendilerini veren yasalar olacağı sanılabilir. Niçin? Çünkü evrenin temel dişli ve çarkları, bizim gözlemlerimizden çok daha ince olan atomik boyutlardadır ve bizim günlük gözlemlerimiz hiçbir şekilde bu ölçeğe yaklaşamazlar. Böylece bulmamız gereken ilk şeyler, atomik ölçeğe yakın boyutlu olmayan cisimler için doğru olmalıdır. Küçük parçacıklar için olan yasalar büyük ölçekte kendilerini yinelemiyorlarsa, bu yasaları kolayca keşfedemeyebiliriz. Ters problem için ne denebilir? Küçük ölçekteki yasalar, büyük ölçekteki yasalarla aynı mı olmalıdır? Doğada kuşkusuz bu böyle olmayabilir; atomik düzeyde yasaların büyük ölçektekilerle aynı olması gerekmez. Atomların gerçek hareket yasalarının, büyük ölçeğe gittiğimizde yeniden aynı yasaları üretme özelliğine sahip *olmayan* acayip bir denklemle verildiğini, fakat büyük ölçeğe gittiğimizde *ona belirli bir ifadeyle yakınlaşabileceğimizi* varsayın, öyle ki bu ifadeyi gitgide genişletirsek, onu gitgide daha büyük ölçeklerde üretmeyi sürdürsün. Bu olabilir ve bu aslında işleyen bir yoldur. Newton yasaları atomik yasaların çok büyük boyuta uzatılmış "kuyruk ucu"dur. Çok küçük ölçekli parçacıkların gerçek hareket yasaları çok acayiptir, fakat onlardan çok sayıda alır ve bir araya getirirsek, Newton yasalarına yaklaşırlar, ama *sadece* yaklaşırlar. Bu durumda Newton yasaları bizim gitgide daha da yüksek ölçeğe gitmemize izin verir ve hâlâ aynı yasa gibi görünür. Aslında, ölçek büyüdükçe yasa da daha doğru hale gelir. Dolayısıyla Newton yasalarının bu şekilde kendini üretmesi gerçekte doğanın temel bir yanı olmamakla birlikte, önemli bir tarihsel özelliğidir. Atomik parçacıkların temel yasalarını ilk önce gözlemle asla keşfedemeyiz, çünkü ilk gözlemler aşırı derecede kabadır. Aslına bakılırsa, kuantum mekaniği olarak adlandıracağımız temel atomik yasalar Newton yasalarından çok farklıdır ve anlaşılmaları çok zordur, çünkü tüm doğrudan deneyimlerimiz büyük-boyutlu cisimlerle ilgili olup küçük-boyutlu atomlar büyük ölçekte gördüğümüz şeyler gibi davranmazlar. Böylece "bir atom tıpkı güneşin çevresinde dolanan bir gezegen gibidir" ya da bunun gibi bir şeydir diyemeyiz. Atom tanıdığımız *hiçbir şey* gibi değildir, çünkü onun gibi *hiçbir şey* yoktur. Kuantum mekaniğini gitgide

daha büyük nesnelere uyguladığımızda, birçok atomun birlikte davranışı hakkındaki yasalar kendilerini yinelemeyip yeni yasalar verirler; bunlar Newton yasalarıdır ve onlar, milyarlarca atomdan oluşan mikro-mikrogram boyutundan dünya boyutuna ve daha yukarısına kadar kendilerini yinelemeye devam ederler.

Şimdi yine kütle merkezine dönelim. Bazen kütle merkezine ağırlık merkezi de denir, çünkü birçok durumda kütleçekimin düzgün olduğu düşünülür. Kütleçekim kuvvetinin sadece kütleyle orantılı değil, aynı zamanda her yerde sabit bir düz çizgiye paralel olacak kadar küçük boyutlu bir bölgede bulunduğumuzu varsayalım. Bu durumda her parçası üzerine kütleçekim kuvvetleri uygulanan bir cismi ele alalım. Bir parçanın kütlesi m_i olsun. Bu parça üzerindeki kütleçekim kuvveti m_i çarpı g'dir. Şimdi soru şudur: Tüm cisim üzerindeki kütleçekim kuvvetini dengeleyecek ve tüm cismi, eğer katı cisimse, döndürmeyecek bir tek kuvveti nereye uygulayabiliriz? Yanıt: Bu kuvvet kütle merkezinden geçmelidir. Bunu şöyle gösteririz: Cismin dönmemesi için, tüm kuvvetlerin doğurduğu kuvvet momenti sıfır etmelidir, çünkü bir kuvvet momenti varsa, açısal momentumun değişimi ve dolayısıyla bir dönme söz konusudur. Böylece tüm parçacıklar üzerindeki tüm kuvvet momentlerini hesaplamalıyız ve verilen her eksen etrafında ne kadar kuvvet momenti olduğunu görmeliyiz; bu eksen kütle merkezindeyse, bu sıfır olmalıdır. Şimdi, x'i yatay ve y'yi düşey olarak ölçerek, kuvvet momentlerinin, y-doğrultusundaki kuvvetler çarpı manivela kolu x (yani, kuvvet çarpı çevresindeki momenti ölçmek istediğimiz manivela kolu) olduğunu biliyoruz. Toplam kuvvet momenti şu toplamdır:

$$\tau = \sum m_i g x_i = g \sum m_i x_i \tag{19.3}$$

Böylece toplam kuvvet momenti sıfır olacaksa, $\sum m_i x_i$ toplamı sıfır olmalıdır. Fakat $\sum m_i x_i = MX_{KM}$, yani toplam kütle çarpı kütle merkezinin eksenden olan mesafesi olduğundan, eksenden kütle merkezinin x-mesafesi sıfırdır.

Kuşkusuz, biz sadece x-mesafesi için sonucu kontrol ettik, fakat gerçek kütle merkezini kullanırsak, cisim her konumda dengede olacaktır, çünkü onu 90 derece döndürseydik x'ler yerine y'ler olurdu. Bir başka deyişle, bir cisim kütle merkezinden tutturulduğu takdirde, paralel bir kütleçekim alanı nedeniyle onun üzerinde kuvvet momenti yoktur. Cismin çok büyük olması halinde, kütleçekim kuvvetlerinin paralel olmaması önemlidir, o zaman denge kuvvetinin uygulanacağı merkezi betimlemek pek kolay değildir ve kütle merkezinden hafifçe ayrılır. Bu nedenle kütle merkezi ile ağırlık merkezi arasındaki ayrıma dikkat edilmelidir. Tam kütle merkezinden desteklenmiş bir cismin tüm konumlarda dengede olacağı gerçeğinin bir başka ilginç sonucu vardır. Eğer, kütleçekim yerine, ivme nedeniyle bir sözde kuvvetimiz varsa, ivmenin bu eylemsizlik kuvveti tarafından hiç kuvvet momenti yaratılmaması için gerekli destek konumu tam olarak aynı matematiksel işlemler kullanılarak bulunabilir. Cismin bir şekilde kapalı bir odada tutulduğunu varsayın ve bu oda –içindeki her şeyiyle birlikte– ivmeleniyor olsun. Biliyoruz ki, ivmelenen bu odaya göre duran bir gözlemcinin bakış açısından, eylemsizlik nedeniyle etkin bir kuvvet var olacaktır. Yani, cismin odayla birlikte gitmesi için, onu ivmelendirmek üzere itmemiz gerekir; işte bu kuvvet, kütle çarpı odanın ivmesine eşit bir sözde kuvvet olan bir "eylemsizlik kuvveti"yle "dengelenir". Odanın içindeki adama göre, sanki cisim, "g" değeri a ivmesine eşit olan düzgün bir kütleçekim alanındaymış gibi görünür. Böylece bir cismin ivmelenmesi nedeniyle ortaya çıkan eylemsizlik kuvveti, kütle merkezi etrafında bir kuvvet momenti oluşturmaz.

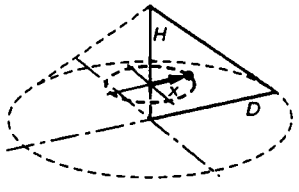
Bu gerçeğin çok ilginç bir sonucu vardır. İvmelenmeyen bir eylemsizlik sisteminde, kuvvet momenti daima açısal momentumun değişim hızına eşittir. Bununla birlikte, *ivmelenen* bir cismin kütle merkezinden geçen bir eksene göre kuvvet momentinin açısal momentumun değişim hızına eşit olması ***hâlâ doğru***-

dur. Kütle merkezi ivmelense bile, öyle özel bir eksen, yani kütle merkezinden geçen bir eksen, seçebiliriz ki bu eksene göre kuvvet momenti hâlâ açısal momentumun değişim hızına eşit kalır. Böylece kuvvet momentinin açısal momentumun değişim hızına eşitliği teoremi, şu iki genel halde doğrudur: (1) Eylemsiz uzayda sabit bir eksen etrafında, (2) cisim ivmeli olsa bile, kütle merkezinden geçen bir eksen etrafında.

19-2 Kütle merkezinin saptanması

Kütle merkezinin hesaplanmasıyla ilgili matematiksel yöntemler matematik derslerinin alanına girer ve bu tür problemler integral hesap için iyi alıştırmalardır. Yine de diferansiyel ve integral hesabı öğrendikten sonra, kütle merkezinin yerinin nasıl bulunacağını bilmek isteyen birisinin belirli incelikleri bilmesi iyi olur. Bunlardan biri, Pappus teoremini kullanmaktır. Bunun için, bir düzlem üzerinde herhangi bir kapalı alan alınır ve bu alanın her noktası daima alan düzlemine dik olarak hareket ettirilerek bir üç-boyutlu cisim oluşturulursa, ortaya çıkan cisim, enine kesit alanı ile kütle merkezinin hareket ettiği uzaklığın çarpımına eşit bir toplam hacme sahip olur! Alanı kendine dik bir düz çizgi boyunca hareket ettirirsek, bu kesinlikle doğrudur, fakat onu bir çemberde ya da bir başka eğride hareket ettirirsek, bu durumda oldukça acayip bir hacim oluşur. Bir eğri yol için, dış kısım daha çok, iç kısım ise daha az döner ve bu etkiler birbirini dengeler. Böylece düzgün yoğunluklu bir düzlemsel levhanın kütle merkezini bulmak istersek, bir eksen etrafında dönerek doğurulan hacmin, kütle merkezinin gittiği uzaklıkla levhanın alanının çarpımına eşit olduğunu hatırlayabiliriz.

Örneğin, tabanı D ve yüksekliği H olan bir dik üçgenin kütle merkezini bulmak istersek (Şekil 19-2), bu problemi şöyle çözebiliriz. H boyunca bir eksen düşünün ve üçgeni bu eksen etrafında tam 360 derece döndürün. Bu bir koni doğurur. Kütle merkezinin x-koordinatının hareket ettiği mesafe $2\pi x$'tir. Hareket eden alan üçgenin alanı olup, $\frac{1}{2}HD$'dir. Öyleyse kütle merkezinin x-koordinatı kere üçgenin alanı süpürülen hacim olup, bunun değeri kuşkusuz $\pi D^2H/3$'tür. Böylece $(2\pi x)(\frac{1}{2}HD) = \pi D^2H/3$, ya da $x = D/3$ bulunur. Benzer bir şekilde, diğer eksen etrafında döndürerek, ya da simetriyle $y = H/3$ buluruz. Aslında, her düzgün üçgen alanının kütle merkezi, üç kenar ortayın (her köşeden karşı kenarlara çizilen doğrular) kesiştiği yerdir. Bu nokta her kenar ortayı 1/3 oranında ayırır. *İpucu*: Üçgeni, her biri bir tabana paralel olarak çok sayıda küçük parçaya dilimleyin. Kenar ortayın her parçayı iki eşit kısma böldüğüne dikkat edin; dolayısıyla kütle merkezi bu doğru üzerinde bulunmalıdır.



Şekil 19-2 Bir dik üçgen ve bu üçgeni döndürerek oluşturulan bir dik dairesel koni.

Şimdi daha karmaşık bir şekil deneyelim. Tekdüze bir yarı-dairesel diskin – bir diskin yarısı– kütle merkezinin konumunu istediğimizi varsayın. Kütle merkezi nerededir? Tam disk için, kütle merkezi kuşkusuz merkezdedir, fakat yarıdisk daha zordur. Yarıçapı r ve kütle merkezinden diskin düz kenarına olan mesafe x olsun. Eksen olarak bu kenar etrafında diski döndürerek bir küre oluşturun. Bu durumda kütle merkezi $2\pi x$'in etrafına gitmiştir, alan $\pi r^2/2$'dir (çünkü bir dairenin sadece yarısıydı). Oluşan hacim, kuşkusuz, $4\pi r^3/3$'tür; buradan

$$(2\pi x)(\tfrac{1}{2}\pi r^2) = 4\pi r^3/3$$

yazarız ve şunu buluruz:

$$x = 4r/3\pi$$

Pappus'un, yukarıdaki teoremin özel bir hali olan ve dolayısıyla onun gibi doğru, bir başka teoremi daha vardır. Bu kez, yarı-dairesel katı disk yerine, tekdüze kütle yoğunluklu yarı-çember şeklinde bir tel parçamız olsun ve onun kütle merkezini bulmak isteyelim. Bu durumda içeride kütle yoktur, tüm kütle tel üzerindedir. Bu kez, düzlemsel bir eğri önceki gibi hareket ettirildiğinde, süpürülen ***alan***, kütle merkezinin hareket ettiği mesafe çarpı eğrinin ***uzunluğu***dur. (Çizgi, çok dar bir alan olarak düşünülüp ona önceki teorem uygulanabilir.)

19-3 Eylemsizlik momentinin bulunması

Şimdi de çeşitli cisimlerin *eylemsizlik momentlerini* bulma problemini tartışalım. Bir cismin z-ekseni etrafındaki eylemsizlik momenti denklemi

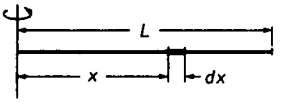
$$I = \sum m_i (x_i^2 + y_i^2)$$

ya da şudur:

$$I = \int (x^2 + y^2)\, dm = \int (x^2 + y^2)\, \rho dV \tag{19.4}$$

Bu demektir ki, her kütleyi eksenden $(x^2 + y^2)$ uzaklığının karesiyle çarpıp toplamalıyız. Bunun üç boyutlu uzaklık olmadığına, sadece iki-boyutlu uzaklığın karesi olduğuna dikkat edin; üç-boyutlu bir cisim için bile bu böyledir. Kendimizi daha çok iki-boyutlu cisimlere sınırlayacağız, fakat z-ekseni etrafındaki dönme için denklem üç boyutta da tam aynıdır.

Basit bir örnek olarak, bir ucundan geçen dik bir eksen etrafında dönen bir çubuk düşünelim (Şekil 19-3). Tüm kütle çarpı x-uzaklığının karesi terimlerini toplayalım (bu durumda y'lerin tümü sıfırdır). "Toplam" ile kuşkusuz x^2 kere küçük kütle elemanlarının integralini kastediyoruz. Çubuğu dx uzunluklu küçük elemanlara ayırırsak, karşılık gelen kütle elemanları dx ile orantılıdır ve tüm çubuğun uzunluğu dx olsaydı, kütle M olurdu. Dolayısıyla



Şekil 19-3 Bir ucundan geçen dik bir eksen etrafında dönen L uzunluğunda düz bir çubuk.

$$dm = M\, dx/L$$

ve böylece

$$I = \int_0^L x^2\, \frac{M\, dx}{L} = \frac{M}{L} \int_0^L x^2\, dx = \frac{ML^2}{3} \tag{19.5}$$

olur. Eylemsizlik momentinin boyutları, daima kütle çarpı uzunluğun karesidir; öyleyse bizim gerçekten tüm hesaplamamız gereken 1/3 çarpanıydı.

Peki, dönme ekseni çubuğun ortasındaysa, I nedir? Sadece x'i $-\frac{1}{2}L$'den $+\frac{1}{2}L$'ye kadar değiştirerek integrali tekrar alabilirdik. Fakat eylemsizlik momenti hakkında birkaç şeye dikkat çekelim. Çubuğu, her biri $M/2$ kütleli ve $L/2$ uzunluklu iki çubuk gibi düşünebiliriz; iki küçük çubuğun eylemsizlik momentleri eşittir ve her biri (19.5) denklemiyle verilir. Dolayısıyla eylemsizlik momenti

$$I = \frac{2(M/2)(L/2)^2}{3} = \frac{M\, L^2}{12} \tag{19.6}$$

olur. Böylece bir çubuğu bir ucu etrafında çevirmek, merkezi etrafında döndürmekten çok daha kolaydır.

Kuşkusuz, ilgimizi çeken çeşitli başka cisimlerin eylemsizlik momentlerini hesaplamaya devam edebiliriz. Böyle hesaplamalar matematikte çok önemli alıştırmalar olmakla birlikte, bizim için o denli ilgi çekici değildir. Bununla birlikte, çok yararlı ilginç bir teorem vardır. Bir cismin bir eksene göre eylemsizlik momentini hesaplamak isteyelim. Bunun anlamı, cismi bu eksen etrafında döndürmek için gereken eylemsizliği bulmak demektir. Şimdi cismi kütle merkezindeki bir mile sabitleyerek eksen etrafında dönerken kendi etrafında dönmemesini sağlarsak (cisim üzerinde eylemsizlik etkilerinden gelen kuvvet momentleri olmadığından onu harekete geçirdiğimizde mil etrafında dönmeyecektir), bu durumda cismi döndürmek için gereken kuvvetler, tüm kütle merkezine toplandığı zaman gerekenlerle aynıdır ve eylemsizlik momenti basitçe $I_1 = M\, R_{KM}^2$ olacaktır; burada R_{KM} eksenden kütle merkezine olan mesafedir. Fakat kuşku yok ki bu denklem, aslında eksen etrafında dönerken kendi etrafında da dönen bir cismin eylemsizlik momenti için doğru değildir; çünkü cismin kütle merkezi bir çember üzerinde dönerek eylemsizlik momentine I_1 katkısını yaparken, ayrıca kendisi kütle merkezi etrafında da döner. Buna göre I_1'e kütle merkezi etrafındaki I_k eylemsizlik momentini de eklemeliyiz. Demek ki herhangi bir eksen etrafındaki toplam eylemsizlik momentinin

$$I = I_k + M\, R_{KM}^2 \tag{19.7}$$

olacağını söylemek iyi bir kestirimdir.

Bu teoreme *paralel-eksen teoremi* denir ve kolayca kanıtlanabilir. Herhangi bir eksene göre eylemsizlik momenti, kütle çarpı x'lerin ve y'lerin karelerinin toplamıdır: $I = \sum m_i (x_i^2 + y_i^2)$. X'ler üzerine yoğunlaşacağız, fakat y'ler de aynı şekilde işler. Şimdi, özel bir noktasal kütlenin başlangıçtan uzaklığı x olsun; fakat bu uzaklığı KM'nden ölçersek, x'in nasıl görüneceğine bakalım. Bu çözümlemeye hazırlık olarak

$$x_i = x_i' + X_{\text{KM}}$$

yazalım. Şimdi bunun karesini alalım:

$$x_i^2 = x_i'^2 + 2X_{\text{KM}}\, x_i' + X_{\text{KM}}^2$$

Bunu m_i ile çarpıp i üzerinden topladığımızda ne olur? Sabitleri toplama işaretinin dışına alınca, şunu buluruz:

$$I_x = \sum m_i x_i'^2 + 2X_{\text{KM}} \sum m_i x_i' + X_{\text{KM}}^2 \sum m_i$$

Üçüncü toplam kolay olup sadece MX_{KM}^2'dir. İkinci toplamda iki kısım vardır; biri $\sum m_i x_i'$ olup, kütleyle kütle merkezinin x'-koordinatının çarpımıdır. Fakat bu hiç katkı yapmaz, çünkü tüm parçacıkların kütle merkezinden *ölçülmüş* olan x'lerinin kütlelerle ağırlaştırılmış ortalama konumu sıfırdır. İlk toplam, kuşkusuz, I_k'nın x-bileşenidir. Böylece, tam tahmin ettiğimiz, (19.7) denklemine ulaşmış oluruz.

(19.7) denklemini bir örnek üzerinde sınayalım. Çubuk için çalışıp çalışmadığını görelim. Bir ucundan geçen dik eksen için eylemsizlik momenti, hesapladığımız gibi, $ML^2/3$ olmalıdır. Çubuğun kütle merkezi kuşkusuz $L/2$'dedir. Dolayısıyla $ML^2/3 = ML^2/12 + M(L/2)^2$ bulmalıyız. Dörtte bir artı on ikide bir, üçte bir olduğundan, temel bir hata yapmadığımız görülüyor.

Bu arada, (19.5) eylemsizlik momentini bulmak için aslında bir integral kullanmamız gerekmez. Momentin basitçe ML^2 kere bilinmeyen bir γ sabiti olduğunu varsayar ve sonra (19.6)'nın $\frac{1}{4}\gamma$ vermesi için iki yarı hakkındaki savı kullanırsak, eksenlerin kaydırılması savımızdan $\gamma = \frac{1}{4}\gamma + \frac{1}{4}$ olduğunu kanıtlarız; böylece γ'nin 1/3 olması gerektiğini buluruz. Her problemin başka bir çözüm yolu daima vardır!

Paralel eksen teoreminin kullanılmasında, kuşkusuz, I_k'nın ekseninin istenen eylemsizlik momentinin eksenine *paralel olmasının* unutulmaması önemlidir.

Belirli türden cisimlerin eylemsizlik momentlerini bulmada çoğu kez yararlı olduğu için, eylemsizlik momentinin bir başka özelliğine değinilmesi zaman harcamaya değer. Bu özellik şudur: Bir düzlemsel şeklimiz varsa ve başlangıcı düzlemde bulunan koordinat eksenleri cümlesinin z-ekseni de düzleme dikse, bu şeklin z-ekseni etrafındaki eylemsizlik momenti, x- ve y-eksenlerine göre eylemsizlik momentlerinin toplamına eşittir. Bunu kanıtlamak için,

$$I_x = \sum m_i (y_i^2 + z_i^2) = \sum m_i y_i^2$$

($z_i = 0$ olduğundan) ve benzer olarak

$$I_y = \sum m_i (x_i^2 + z_i^2) = \sum m_i x_i^2$$

olduğuna dikkat etmek yeter; aynı şekilde I_z hesaplanırsa, savımız kanıtlanmış olur:

$$I_z = \sum m_i (x_i^2 + y_i^2) = \sum m_i x_i^2 + \sum m_i y_i^2$$
$$= I_x + I_y$$

Bir örnek olarak, M kütleli, w genişlikli ve L uzunluklu tekdüze bir dikdörtgensel plakanın merkezden geçen ve plakaya dik olan eksene göre eylemsizlik momenti basitçe şudur:

$$I = M(w^2 + L^2)/12$$

Çünkü tıpkı ω uzunluklu çubuk için olduğu gibi, plakanın düzlemi içinde uzunluğuna paralel bir eksene göre eylemsizlik momenti $M\omega^2/12$'dir; düzlemdeki diğer eksene göre ise $ML^2/12$'dir.

Özetlersek, bir cismin z ekseni diyeceğimiz verilen bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti aşağıdaki özelliklere sahiptir:

1. Eylemsizlik momenti şudur:

$$I_z = \sum_i m_i(x_i^2 + y_i^2) = \int (x^2 + y^2)\, dm$$

2. Cisim, her birinin eylemsizlik momenti bilinen, birçok parçadan yapılmışsa, toplam eylemsizlik momenti, parçaların eylemsizlik momentlerinin toplamıdır.
3. Verilen herhangi bir eksene göre eylemsizlik momenti, KM'nden geçen paralel eksene göre eylemsizlik momenti artı toplam kütleyle eksenden KM'ine olan mesafenin karesinin çarpımına eşittir.
4. Cisim bir düzlemsel şekilse, düzleme dik bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti, düzlemde bulunan ve dik eksende kesişen her karşılıklı dik iki eksene göre eylemsizlik momentlerinin toplamına eşittir.

Tekdüze kütle yoğunluklarına sahip çok sayıda temel şeklin eylemsizlik momentleri Tablo 19-1'de ve bazı başka cisimlerin yukarıdaki özellikler kullanılarak Tablo 19-1'den çıkarılabilen eylemsizlik momentleriyse Tablo 19-2'de verilmektedir.

Tablo 19-1

Cisim	z-ekseni	I_z
İnce çubuk, uzunluğu L	Çubuğa merkezde $\perp$	$ML^2/12$
Eşmerkezli ince iki dairesel halka, yarıçapları r_1 ve r_2	Halkaya merkezde $\perp$	$M(r_1^2 + r_2^2)/2$
Küre, yarıçapı r	Merkezden geçen	$2Mr^2/5$

Tablo 19-2

Cisim	z-ekseni	I_z
Dikdörtgen levha, kenarlar a, b	Merkezde b'ye $\parallel$	$Ma^2/12$
Dikdörtgen levha, kenarlar a, b	Merkezde levhaya $\perp$	$M(a^2 + b^2)/12$
İnce halkasal yüzük, yarıçaplar r_1, r_2	Herhangi bir çap	$M(r_1^2 + r_2^2)/4$
Dikdörtgenler prizması, kenarlar a, b, c	Merkezden geçen, c'ye $\parallel$	$M(a^2 + b^2)/12$
Dik dairesel silindir Yarıçap r, uzunluk L	Merkezden geçen, L'ye $\parallel$	$Mr^2/2$
Dik dairesel silindir, Yarıçap r, uzunluk L	Merkezden geçen, L'ye $\perp$	$M(r^2/4 + L^2/12)$

19-4 Dönme kinetik enerjisi

Şimdi dinamiği biraz daha tartışalım. Bölüm18'de tartıştığımız çizgisel hareket ve açısal hareket arasındaki benzerlikte iş teoremini kullanmıştık, fakat kinetik enerjiyi konuşmamıştık. Belirli bir eksen etrafında ω açısal hızıyla dönen bir katı cismin kinetik enerjisi nedir? Benzerlikleri kullanarak doğru yanıtı hemen tahmin edebiliriz. Eylemsizlik momenti kütleye, açısal hız çizgisel hıza karşılık geldiğine göre, kinetik enerji $\frac{1}{2}I\omega^2$ olmalıdır ve göstereceğimiz gibi gerçekten de öyledir. Cismin bir eksen etrafında her noktası ωr_i büyüklüğünde bir hızla döndüğünü varsayın; burada r_i eksenden özel noktaya olan mesafedir. m_i

o noktanın kütlesiyse, bütün cismin toplam kinetik enerjisi, tüm bu küçük parçaların kinetik enerjilerinin toplamıdır:

$$T = \tfrac{1}{2}\sum m_i v_i^2 = \tfrac{1}{2}\sum m_i (r_i\omega)^2$$

ω^2sabit, tüm noktalar için aynıdır. Böylece:

$$T = \tfrac{1}{2}\omega^2 \sum m_i r_i^2 = \tfrac{1}{2} I\omega^2 \qquad (19.8)$$

18. Bölümün sonunda, katı olmayan, fakat belirli eylemsizlik momentli bir katı halden bir başka katı hale geçen bir cisimle ilgili bazı ilginç olayların var olduğuna değinmiştik. Şöyle ki döner masa örneğimizde kollarımız açıkken belirli bir I_1 eylemsizlik momentine ve ω_1 açısal hızına sahiptik. Kollarımızı topladığımızda yine bir "katı" hal içindeydik, ama eylemsizlik momentimiz farklı bir I_2 değerine değişmişti ve açısal hızımız ω_2 olmuştu. Döner masanın düşey ekseni etrafında kuvvet momenti olmadığı için, açısal momentum sabit kalmıştı. Bu, $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ demekti. Şimdi enerji için ne diyebiliriz? Bu ilginç bir sorudur. Kollarımızı topladığımızda daha hızlı döneriz, buna karşılık eylemsizlik momentimiz azaldığından, sanki enerjiler eşit kalacakmış gibi görünür. Fakat böyle olmaz, çünkü *dengelenen* $I\omega$'dır, $I\omega^2$ değil. Böylece önceki ve sonraki kinetik enerjileri karşılaştırırsak, önceki kinetik enerji $\frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = \frac{1}{2}L\omega_1$'dir, burada $L = I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ açısal momentumdur. Daha sonra, aynı kanıtla $T = \frac{1}{2}L\omega_2$ kinetik enerjisine sahip oluruz. $\omega_2 > \omega_1$ olduğundan, sonraki dönme kinetik enerjisi öncekinden daha büyüktür. Böylece kollarımız açıkken belli bir enerjimiz vardı ve kollarımızı topladığımızda, daha hızlı döner olduk ve kinetik enerjimiz arttı. Enerjinin korunumu teoremimize ne oldu? Birisi biraz iş yapmış olmalı. Evet işi bizzat biz yaptık! Bu işi ne zaman yaptık? Bir ağırlığı yatay olarak hareket ettirdiğimizde, hiç iş yapmayız. Bir nesneyi kollarımız açık olarak tutar ve sonra içeri çekersek, hiç iş yapmayız. Fakat biz dönmüyorken bu böyledir! Biz *dönüyorken*, ağırlıklar üzerinde merkezkaç kuvvet vardır. Ağırlıklar dışarı doğru uçmaya çalışmaktadır, dolayısıyla dönüyorken ağırlıkları merkezkaç kuvvete karşı çekmeliyiz. Böylece, merkezkaç kuvvete karşı yaptığımız iş, dönme enerjisindeki farkla uyuşmalıdır ve kuşkusuz uyuşur da. İşte fazlalık kinetik enerji buradan gelmektedir.

Genel ilgi açısından, sadece betimlemeyle yetineceğimiz bir diğer ilginç özellik vardır. Biraz ileri nitelikte olmakla birlikte, bu husus çok şaşırtıcı ve birçok ilginç etki yarattığı için burada değinmeye değecektir.

Tekrar şu döner masayı ele alalım. Dönen kişinin görüş açısından gövdeyi ve kolları ayrı ayrı düşünelim. Ağırlıklar içeri çekildikten sonra, tüm cisim daha hızlı döner, fakat *merkezi gövde kısmı değişmemiştir* ama yine öncekinden de daha hızlı dönmektedir. Böylece, iç gövdenin etrafına bir çember çizip sadece bu çemberin içindeki cisimleri düşünseydik, *onların* açısal momentumu *değişir*di; zira onlar daha hızlı döner. Dolayısıyla kollarımızı içeri çekerken gövde üzerine uygulanan bir kuvvet momenti olmalıdır. Merkezkaç kuvvet radyal olduğundan kuvvet momenti uygulayamaz. Bu demektir ki dönen bir sistemde ortaya çıkan kuvvetler arasında, tüm hikâye merkezkaç kuvvet değildir, *bir başka kuvvet daha vardır*. Bu diğer kuvvete *Coriolis kuvveti* denir ve çok acayip bir özelliğe sahiptir; dönen bir sistemde bir nesneyi hareket ettirdiğimizde, onu yanlamasına iter görünmektedir. Merkezkaç kuvvet gibi bu da görünüşte bir kuvvettir. Fakat dönen bir sistemde yaşıyorsak ve o sistemde bir şeyi yarıçap doğrultusunda hareket ettiriyorsak, onu yarıçap doğrultusunda hareket ettirmek için yanlamasına doğru da itmeliyiz. İşte gövdemizi döndüren, uygulamamız gereken bu yanlamasına itmedir.

Şimdi bu Coriolis kuvvetinin aslında nasıl işlediğini göstermek için bir denklem geliştirelim. Veli'nin ona durgun görünen bir atlıkarınca üzerinde oturmakta olduğunu varsayalım. Fakat yerde duran ve doğru mekanik yasalarını bilen Ali'nin bakış açısından, atlıkarınca da dönmektedir. Atlıkarınca üzerine bir radyal doğru çizelim ve Veli bir kütleyi bu doğru boyunca radyal olarak hareket ettirsin. Bunu yapabilmesi için yanlamasına bir kuvvetin uygu-

lanması gerektiğini göstermek isteyelim. Kütlenin açısal momentumuna dikkat ederek yapabiliriz bunu. Kütle daima aynı ω açısal hızıyla dönmektedir, öyle ki açısal momentum

$$L = mv_{teğet}r = m\omega r \cdot r = m\omega r^2$$

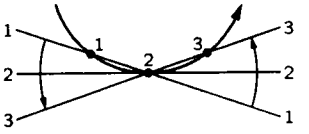
olur. Buna göre, kütle merkeze yakın olduğunda açısal momentum oldukça küçüktür; fakat onu daha uzaktaki yeni bir konuma götürürsek, yani r'yi artırırsak, m'nin açısal momentumu çok artar, dolayısıyla onu yarıçap boyunca hareket ettirmek için *bir kuvvet momenti uygulanmalıdır.* (Atlıkarıncada yarıçap boyunca yürüyebilmek için, gayret sarfetmemiz ve yana doğru bastırmamız gerekir; bir gün bunu deneyin.)

Gereken kuvvet momenti, m yarıçap boyunca hareket ederken, L'nin zamanla değişim hızıdır. L sadece yarıçap boyunca hareket ederse, omega sabit kalır, böylece kuvvet momenti

$$\tau = F_c r = \frac{dL}{dt} = \frac{d(m\omega r^2)}{dt} = 2m\omega r \frac{dr}{dt}$$

olur; burada F_c Coriolis kuvvetidir. Aslında bilmek istediğimiz, m'yi $v_r = dr/dt$ hızıyla hareket ettirmek için Veli tarafından uygulanması gereken enine *kuvvetin* ne olduğudur. Bu kuvvet $F_c = \tau/r = 2m\omega v_r$'dir.

Coriolis kuvveti için bir denklem bulduktan sonra, şimdi de bu kuvvetin kökenini çok daha temel bir noktadan anlayabilmek için duruma biraz daha dikkatlice bakalım. Dikkat ederseniz Coriolis kuvveti her yarıçapta aynıdır ve koordinat başlangıcında bile vardır! Olanlara yerde duran Ali'nin eylemsizlik sisteminden bakıldığında başlangıçtaki Coriolis kuvveti özellikle daha kolay anlaşılır. Şekil 19-4'te, m'nin tam $t = 0$'da başlangıçtan geçerken art arda üç görünüşü yer almaktadır. Atlıkarıncanın dönüşü nedeniyle, m'nin düz bir çizgi üzerinde hareket etmeyip, $r = 0$'da atlıkarıncanın bir çapına teğet *eğri bir yol* izlediğini görürüz. m'nin eğri bir yol izlemesi için, mutlak uzayda onu ivmelendirecek bir kuvvet olmalıdır. İşte bu Coriolis kuvvetidir.



Şekil 19-4 Dönmekte olan bir masada yarıçap boyunca hareket eden bir noktanın üç ardaşık görünümü.

Coriolis kuvvetinin meydana geldiği tek olay bu değildir. Bir cisim bir çemberin çevresi boyunca sabit hızla hareket ediyorsa, burada da bir Coriolis kuvvetinin oluşacağını gösterebiliriz. Neden? Veli çember üzerinde bir v_M hızı görür. Diğer taraftan, Ali m'nin çember etrafında $v_J = v_M + \omega r$ hızıyla gittiğini gözler, çünkü m atlıkarınca tarafından taşınmaktadır. Dolayısıyla kuvvetin aslında ne olduğunu biliyoruz, o v_J hızı nedeniyle ortaya çıkan toplam merkezkaç kuvvettir, yani mv_J^2/r; bu, gerçek kuvvettir. Şimdi Veli'nin bakış açısından, bu merkezkaç kuvvet üç parçaya sahiptir. Bunu topluca şöyle yazabiliriz:

$$F_r = -\frac{mv_J^2}{r} = -\frac{mv_M^2}{r} - 2mv_M\omega - m\omega^2 r$$

Burada F_r Veli'nin göreceği kuvvettir. Bunu anlamaya çalışalım. Veli ilk terimi anlayabilecek midir? "Evet" der o, "dönmesem bile, bir çemberin çevresinde v_M hızıyla koşsaydım, bir merkezkaç kuvvete maruz kalırdım." Bu dönmeyle hiç ilgisi bulunmayan, basitçe Veli'nin bekleyeceği merkezkaç kuvvettir. Ayrıca, Veli atlıkarıncada durmakta olan cisimlere bile etkiyen bir başka merkezkaç kuvvetin varlığından da haberdardır. Bu da üçüncü terimdir. Fakat bunlara ek olarak bir başka terim daha, yani ikinci terim vardır; o da yine $2m\omega v$'dir. Hız yarıçap boyunca olduğunda F_c Coriolis kuvveti teğetseldi ve şimdi hız teğetsel olduğunda Coriolis kuvveti radyaldır. Aslına bakarsanız, bir ifade diğerine göre eksi işaretine sahiptir. Hızın yönü ne olursa olsun, kuvvet hıza göre hep aynı yöndedir. Kuvvet hıza diktir ve $2m\omega v$ büyüklüğündedir.

20
UZAYSAL DÖNME

20-1 Üç boyutta kuvvet momentleri
20-2 Vektörel çarpımlarla dönme denklemleri
20-3 Jiroskop
20-4 Katı cismin açısal momentumu

20-1 Üç boyutta kuvvet momentleri

Bu bölümde mekaniğin en dikkat çekici ve eğlenceli sonuçlarından birini, bir döner tekerin davranışını tartışacağız. Bunu yapmak için, ilkin dönme hareketinin, açısal momentum ilkelerinin, kuvvet momentlerinin vb şeylerin matematiksel formülasyonunu üç-boyutlu uzaya genişletmeliyiz. Bu denklemleri en genel halleri içinde *kullan*mayacağız ve tüm sonuçlarını incelemeyeceğiz, çünkü bu yıllar alır; oysa bizim kısa sürede başka konulara dönmemiz gerekiyor. Bir giriş dersinde ancak temel yasaları sunabilir ve onları özel ilgi çeken birkaç duruma uygulayabiliriz.

Önce, üç-boyutta bir dönmemiz varsa, bu ister bir katı cisim olsun isterse bir başka sistem, iki-boyutta çıkardığımız sonuçların burada da doğru olduklarını görürüz. Bu demektir ki, $xF_y - yF_x$'nin "xy-düzlemindeki" ya da "z-ekseni etrafındaki" kuvvet momenti olduğu hâlâ doğrudur. Bu kuvvet momentinin $xp_y - yp_x$'in değişim hızına eşit olduğu da yine anlaşılır; çünkü (18.15) denkleminin Newton yasalarından türetilmesine geri gidersek, hareketin bir düzlemde olduğunu varsaymamız gerekmediğini görürüz; $xp_y - yp_x$'in türevini aldığımızda, $xF_y - yF_x$'yi elde ederiz, öyleyse bu teorem hâlâ doğrudur. Bu durumda, $xp_y - yp_x$ niceliğine xy-düzlemine ait açısal momentum ya da z-ekseni etrafındaki açısal momentum deriz. Bu doğru olunca, herhangi bir diğer eksen çiftini kullanabilir ve bir başka denklem elde ederiz. Örneğin, yz-düzlemini kullanabiliriz ve simetriden açıktır ki x yerine y ve y yerine z koyarsak kuvvet momenti için $yF_z - zF_y$ buluruz ve $yp_z - zp_y$ de yz-düzlemiyle ilgili açısal momentum olur. Kuşkusuz bir başka düzlem daha, yani zx-düzlemi de vardır ve bunun için de $zF_x - xF_z = d(zp_x - xp_z)/dt$ buluruz.

Tek bir parçacığın hareketi için bu üç denklemin çıkarılabileceği çok açıktır. Üstelik, $xp_y - yp_x$ gibi şeyleri çok parçacık için bir araya getirir ve ona toplam açısal momentum dersek, xy, yz ve zx-düzlemleri için üç ifade elde ederiz. Aynı işi kuvvetlerle yaparsak, xy, yz ve zx-düzlemleri için kuvvet momentlerinden de söz ederiz. Böylece, herhangi bir düzlemle ilgili dış kuvvet momentinin bu düzlemle ilgili açısal momentumun zamanla değişimine eşittir şeklindeki yasalara sahip oluruz. İki-boyutta yazdığımız yasanın tam bir genellemesidir bu.

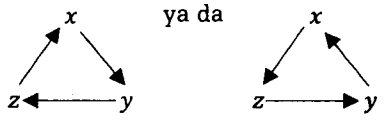
Fakat şimdi diyebilirsiniz ki "İyi de, daha birçok düzlem var; belli açıda bir başka düzlem alıp, kuvvetlerden bu düzlemdeki kuvvet momenti hesaplayamaz mıyım? Böyle her düzlem için bir başka denklem cümlesi yazmam gerekeceğine göre, çok sayıda denklemimiz olur!" İlginç olan şu ki, bir başka düzlemde x', $F_{y'}$, y', $F_{x'}$'leri ölçerek $x'F_{y'} - y'F_{x'}$ karışımını hesaplasaydık, sonuç, zy-, yz- ve zx-düzlemleri için olan ifadelerin bir *karışımı* olarak yazılabilirdi. Yeni bir şey yok. Başka bir deyişle, zy-, yz- ve zx-düzlemlerindeki kuvvet momentlerini biliyorsak, o zaman herhangi bir başka düzlemdeki kuvvet momenti ve buna karşılık gelen açısal momentum da bunların bir karışımı olarak yazılabilir: Birinin yüzde altısı, diğerinin yüzde doksan ikisi vb gibi. Şimdi bu özelliği çözümleyeceğiz.

Ali xyz-koordinat eksenlerinde tüm kuvvet momentlerini ve açısal momentumlarını hesaplamış olsun. Veli'yse bir başka yönelimde x', y', z' eksenlerine sahiptir. Meseleyi biraz kolaylaştırmak için, sadece x- ve y-eksenlerinin döndüğünü varsayacağız. Veli'nin x' ve y' koordinatları yenidir, fakat z' koordinatı aynıdır. Yani, Veli yz ve zx için yeni düzlemlere ve dolayısıyla hesaplayacağı yeni kuvvet momentlerine ve açısal momentumlara sahip demektir. Örneğin, $x'y'$-düzlemindeki kuvvet momenti $x'F_{y'} - y'F_{x'}$ ve benzeri. Şimdi yapmamız gereken, yeni kuvvet momentleri ile eski kuvvet momentleri arasındaki bağıntıyı bulmaktır, böylece bir eksenler sisteminden diğerine bir bağlantı yapabile-

ceğiz. "Bu, tıpkı vektörlerle yaptığımız şeye benziyor" diyebilirsiniz. Gerçekten de öyle, amaçladığımız da tam olarak budur. Bu durumda "Acaba kuvvet momenti bir vektör değil mi?" diye sorabilirsiniz. Onun bir vektör olduğu *anlaşılacak*, ama çözümleme yapmaksızın bunu hemen bilemeyiz. Gelen basamaklarda bu çözümlemeyi yapacağız. Sadece onun nasıl işlediğini anlatmak istediğimizden, her basamağı ayrıntılı biçimde tartışmayacağız. Ali'nin hesapladığı kuvvet momentleri şunlardır:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= xF_y - yF_x, \\ \tau_{yz} &= yF_z - zF_y, \\ \tau_{zx} &= zF_x - xF_z \end{aligned} \tag{20.1}$$

Bu noktada konudan ayrılıp, bu gibi durumlarda koordinatlar doğru şekilde ele alınmazsa, bazı nicelikler için yanlış işaret elde edilebileceğine işaret etmek gerekir. Örneğin, neden $\tau_{yz} = zF_y - yF_z$ yazmıyoruz? Sorun, koordinat sisteminin "sağ-elli" ya da "sol-elli" olabilmesinden kaynaklanıyor. τ_{xy} için bir işaret seçtikten (keyfi olarak) sonra, diğer iki nicelik için doğru ifadeler, xyz harflerini ya



sırasında değiştirerek bulunur. Şimdi Veli kuvvet momentlerini kendi sisteminde hesaplar:

$$\begin{aligned} \tau_{x'y'} &= x'F_{y'} - y'F_{x'}, \\ \tau_{y'z'} &= y'F_{z'} - z'F_{y'}, \\ \tau_{z'x'} &= z'F_{x'} - x'F_{z'} \end{aligned} \tag{20.2}$$

Şimdi bir koordinat sisteminin, z- ve z'-eksenleri aynı kalmak koşuluyla, sabit bir θ açısı kadar döndüğünü varsayalım. (Bu θ açısının dönen cisimlerle ya da koordinat sisteminin içinde olanlarla hiçbir ilgisi yoktur. O sadece bir gözlemcinin kullandığı eksenlerle bir başka gözlemcinin kullandığı eksenler arasındaki bağıntı olup varsayımsal olarak sabittir.) Böylece iki koordinat sistemi

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\theta + y\sin\theta \\ y' &= y\cos\theta - x\sin\theta \\ z' &= z \end{aligned} \tag{20.3}$$

bağıntılarıyla birbirlerine bağlıdır. Aynı şekilde, kuvvet bir vektör olduğundan, yeni sisteme tıpkı x, y, z'nin dönüştüğü gibi dönüşecektir; zira bir nesnenin çeşitli bileşenleri ancak ve ancak x, y ve z ile aynı şekilde dönüşüyorsa, bu nesne bir vektördür:

$$\begin{aligned} F_{x'} &= F_x\cos\theta + F_y\sin\theta \\ F_{y'} &= F_y\cos\theta - F_x\sin\theta \\ F_{z'} &= F_z \end{aligned} \tag{20.4}$$

Şimdi kuvvet momentinin nasıl dönüştüğünü bulmak için, (20.2) denkleminde x', y' ve z' yerine (20.3) ifadelerini, $F_{x'}$, $F_{y'}$ ve $F_{z'}$ yerineyse (20.4) eşitliklerini koymak yeter. Böylece, $\tau_{x'y'}$ için oldukça uzun bir terimler zinciri elde ederiz ve (şaşırtıcı bir şekilde) *bunun* $xF_y - yF_x$ ifadesine, yani xy-düzlemindeki kuvvet momentine indiği anlaşılır:

$$\begin{aligned} \tau_{x'y'} &= (x\cos\theta + y\sin\theta)(F_y\cos\theta - F_x\sin\theta) \\ &\quad - (y\cos\theta - x\sin\theta)(F_x\cos\theta + F_y\sin\theta) \\ &= xF_y(\cos^2\theta + \sin^2\theta) - yF_x(\sin^2\theta + \cos^2\theta) \\ &\quad + xF_x(-\sin\theta\cos\theta + \sin\theta\cos\theta) \\ &\quad + yF_y(\sin\theta\cos\theta - \sin\theta\cos\theta) \\ &= xF_y - yF_x = \tau_{xy} \end{aligned} \tag{20.5}$$

Bu sonuç açıktır, çünkü eksenlerimizi sadece *düzlem içinde* döndürürsek, bunun aynı düzlemde z-ekseni etrafındaki dönmeden farkı yoktur! Daha da ilginç olan $\tau_{y'z'}$ ifadesidir; çünkü bu yeni bir düzlemdir. Şimdi tam olarak aynı şeyi $y'z'$-düzlemiyle yaparız ve sonuç şöyle çıkar:

$$\begin{aligned}\tau_{y'z'} &= (y\cos\theta - x\sin\theta)F_z \\ &\quad - z(F_y\cos\theta - F_x\sin\theta) \\ &= (yF_z - zF_y)\cos\theta + (zF_x - xF_z)\sin\theta \\ &= \tau_{yz}\cos\theta + \tau_{zx}\sin\theta \end{aligned} \tag{20.6}$$

Son olarak, aynı şeyi $z'x'$ için yaparız:

$$\begin{aligned}\tau_{z'x'} &= z(F_x\cos\theta + F_y\sin\theta) \\ &\quad - (x\cos\theta + y\sin\theta)F_z \\ &= (zF_x - xF_z)\cos\theta - (yF_z - zF_y)\sin\theta \\ &= \tau_{zx}\cos\theta - \tau_{yz}\sin\theta \end{aligned} \tag{20.7}$$

Yeni eksenlerdeki kuvvet momentlerini eski eksenlerdeki kuvvet momentleri cinsinden bulmanın bir kuralını elde etmek istiyorduk, işte şimdi bu kuralı bulmuş olduk. Bu kuralı hep nasıl hatırlayabiliriz? (20.5), (20.6) ve (20.7) denklemlerine dikkatlice bakarsak, bu denklemlerle x, y ve z için olan denklemler arasında yakın bir ilişki olduğunu görürüz. Bir şekilde τ_{xy}'ye bir şeyin *z-bileşeni* dersek, haydi τ'nun z-bileşeni diyelim, o zaman z-bileşeni değişmeyeceği için, (20.5)'i bir vektör dönüşümü olarak anlayabiliriz. Aynı şekilde, yeni icat ettiğimiz vektörümüzün x-bileşenini yz-düzlemiyle ve y-bileşenini zx-düzlemiyle ilişkilendirirsek, bu dönüşüm ifadeleri şu hale gelir:

$$\begin{aligned}\tau_{z'} &= \tau_z \\ \tau_{x'} &= \tau_x\cos\theta + \tau_y\sin\theta \\ \tau_{y'} &= \tau_y\cos\theta - \tau_x\sin\theta \end{aligned} \tag{20.8}$$

Bu da vektörlerle ilgili kuralın ta kendisidir!

Dolayısıyla $xF_y - yF_x$ karışımını, yapay olarak icat ettiğimiz belirli bir vektörün z-bileşeni olarak alabileceğimizi kanıtlamış oluyoruz. Kuvvet momenti bir düzlemdeki bir burulma olduğu ve *a priori olarak* vektör niteliği taşımadığı halde, matematiksel olarak bir vektör gibi davranır. Bu vektör burulma düzlemine diktir ve büyüklüğü burulmanın şiddetiyle orantılıdır. Böyle bir niceliğin üç bileşeni gerçek bir vektör gibi dönüşecektir.

Böylece kuvvet momentlerini vektörlerle temsil ederiz ve bir kural vasıtasıyla kuvvet momentinin etki ettiğini düşündüğümüz her düzlemle ona dik bir doğruyu ilişkilendiririz. Fakat "dik" nitelemesi işareti belirsiz bırakmaktadır. İşareti doğru olarak elde etmek için, "kuvvet momenti xy-düzleminde belli bir yöndeyse onunla ilişkili olmasını istediğimiz eksen yukarı z-yönündedir" diyecek bir kural benimsemeliyiz. Yani, bizim için "sağ" ve "sol" tanımlanmalıdır. Koordinat sistemimizin bir sağ-el sisteminde x, y, z olduğunu varsayarsak, kural şöyle olacaktır: Sanki sağ-el yivine sahip bir vidayı döndürüyormuşuz gibi büktüğümüzü düşünürsek, bu burulmayla ilişkilendirilecek vektörün yönü vidanın ilerlediği yöndedir.

Kuvvet momenti niçin bir vektördür? Tek bir ekseni bir düzlemle ve dolayısıyla bir vektörü kuvvet momentiyle ilişkilendirebilmemiz mucizevi bir şanstır; üç-boyutlu uzaya özgü bir özelliktir. İki-boyutta kuvvet momenti olağan bir skalerdir ve onunla ilişkili bir yöne gerek yoktur; üç-boyuttaysa o bir vektördür. Dört boyutumuz olsaydı, büyük sıkıntıya düşerdik, çünkü (örneğin, dördüncü boyut zaman olsaydı) xy, yz ve zx gibi düzlemlerin yanı sıra, ayrıca tx-, ty- ve tz-düzlemleri de var olurdu. Bunlardan *altı* adet olurdu ve dört boyutta altı niceliği bir vektör olarak temsil edemezdik.

Uzun bir süre üç boyutta yaşayacağız, öyleyse önceki matematiksel işlemlerin x'in konum ve F'nin kuvvet olduğu gerçeğine bağlı değildi, sadece vektörler-

le ilgili dönüşüm yasalarına bağlıydı; bunu fark etsek iyi olur. Dolayısıyla, x yerine bir başka vektörün x-bileşenini kullanmış olsaydık, hiçbir şey değişmeyecekti. Bir başka deyişle, $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$ birer vektör olmak üzere, $a_xb_y-a_yb_x$ karışımını hesaplasaydık ve ona yeni bir $\boldsymbol{c}$ niceliğinin z-bileşeni deseydik, bu yeni nicelikler bir $\boldsymbol{c}$ vektörü oluşturur. Bu yeni vektörün, üç bileşeniyle, $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$ vektörlerine bağlılığını belirtmek için bir matematiksel gösterime ihtiyaç var. Bunun için tasarlanmış gösterim $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$'dir. Bu durumda vektörel analiz kuramındaki olağan skaler çarpıma ek olarak, *vektörel çarpım* denen yeni tür bir çarpıma sahibiz. Böylece, $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ ise, bu

$$\begin{aligned} c_x &= a_y b_z - a_z b_y \\ c_y &= a_z b_x - a_x b_z \\ c_z &= a_x b_y - a_y b_x \end{aligned} \tag{20.9}$$

yazımıyla aynı şeydir. $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$'nin sırasını değiştirirsek, $\boldsymbol{c}$'nin işareti değişir; çünkü c_z, $b_xa_y - b_ya_x$ olur. Dolayısıyla vektörel çarpım, $ab = ba$ olan bildiğimiz çarpıma benzemez; vektörel çarpım için $\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a} = -\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$'dir. Buradan, $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b}$ ise vektörel çarpımın sıfır olduğunu hemen kanıtlayıveririz: $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{a} = 0$'dır.

Dönmenin özelliklerini temsil etmek açısından vektörel çarpım çok önemlidir ve bu üç $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ ve $\boldsymbol{c}$ vektörünün geometrik ilişkisini anlamamız da yaşamsaldır. Kuşkusuz bileşenler cinsinden bu ilişki (20.9) denkleminde verilmektedir ve geometrideki bağıntının ne olduğu bundan saptanabilir. Yanıt şudur: İlkin, $\boldsymbol{c}$ vektörü $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$ vektörlerinin ikisine de diktir. ($\boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{a}$'yı hesaplamaya çalışın ve sıfır olup olmadığını görün.) İkinci olarak, $\boldsymbol{c}$'nin büyüklüğü, $\boldsymbol{a}$'nın büyüklüğü çarpı $\boldsymbol{b}$'nin büyüklüğü çarpı ikisinin arasındaki açının sinüsü olarak çıkacaktır. $\boldsymbol{c}$ hangi yönü gösterir? $\boldsymbol{a}$'yı $\boldsymbol{b}$'ye doğru 180°'den küçük açı tarafından döndürdüğümüzü düşünelim; bu şekilde dönen sağa yivli bir vida $\boldsymbol{c}$'nin yönünde ilerler. Sol-elli vida yerine *sağ*-elli bir vida dememiz bir kabuldür ve özel bir kuralla oluşturulduğu için, $\boldsymbol{a}$ ile $\boldsymbol{b}$ olağan anlamda birer "doğru dürüst" vektörse, $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ ile yarattığımız bu yeni tür "vektör"ün biraz yapay, ya da karakter olarak $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$'den hafifçe farklı olduğunu hatırlatır. $\boldsymbol{a}$ ve $\boldsymbol{b}$ olağan vektörlerse, onlara özel bir adlandırmayla *kutupsal vektörler* deriz. $\boldsymbol{r}$ koordinatı, $\boldsymbol{F}$ kuvveti, $\boldsymbol{p}$ momentumu, $\boldsymbol{v}$ hızı, $\boldsymbol{E}$ elektrik alanı vb, böyle olağan kutupsal vektör örnekleridir. Tanımında bir vektörel çarpım içeren vektörlere *eksenel vektörler* ya da *sözde vektörler* denir. Sözde vektör örnekleri, kuşkusuz, $\boldsymbol{\tau}$ kuvvet momenti ve $\boldsymbol{L}$ açısal momentumudur. $\boldsymbol{B}$ manyetik alanı gibi, $\boldsymbol{\omega}$ açısal hızının da bir sözde vektör olduğu anlaşılır.

Vektörlerin matematiksel özelliklerini tamamlamak için, nokta ($\cdot$) ve çarpı ($\times$) işlemleriyle, onların tüm çarpım kurallarını bilmemiz gerekir. Şimdiki uygulamalarımızda bunların çok azına ihtiyacımız olacak; fakat tam olsun ki ilerde kullanabilelim diye vektör çarpımı kurallarının tümünü yazacağız:

$$\begin{aligned} &(a) && \boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{c} \\ &(b) && (a\boldsymbol{a}) \times \boldsymbol{b} = a(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \\ &(c) && \boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c} \\ &(d) && \boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b}(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}) - \boldsymbol{c}(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}) \\ &(e) && \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{a} = 0 \\ &(f) && \boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) = 0 \end{aligned} \tag{20.10}$$

20-2 Vektörel çarpımlarla dönme denklemleri

Şimdi fizikte bazı denklemleri vektörel çarpım kullanarak yazabilir miyiz diye soralım. Yanıt, kuşkusuz, çok sayıda denklemin böyle yazılabileceği doğrultusunda olacaktır. Örneğin, kuvvet momenti, konum vektörü çarpı kuvvettir:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} \tag{20.11}$$

Bu, $\tau_x = yF_z - zF_y$ ve benzeri üç denklemin vektörel bir özetidir. Aynı şekilde, açısal momentum, sadece tek bir parçacık halinde, koordinat başlangıcından olan uzaklık vektörü çarpı momentum vektörüdür:

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p} \tag{20.12}$$

Üç-boyutlu uzaysal dönme için, Newton'ın $\boldsymbol{F} = d\boldsymbol{p}/dt$ yasasının benzeri olan dinamik yasa şöyle olacaktır: Kuvvet momenti vektörü, açısal momentum vektörünün zamana göre değişimidir:

$$\boldsymbol{\tau} = d\boldsymbol{L}/dt \tag{20.13}$$

(20.13)'ü çok parçacık üzerinden toplarsak, bir sistem üzerindeki dış kuvvet momenti toplam açısal momentumun zamana göre değişimidir:

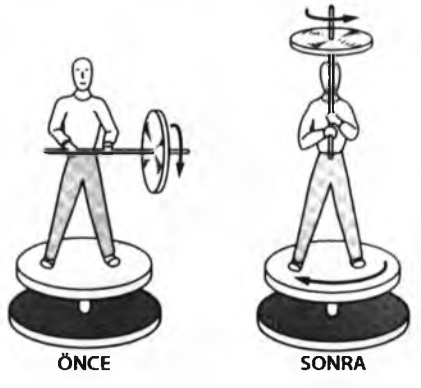
$$\boldsymbol{\tau}_{dış} = d\boldsymbol{L}_{top}/dt \tag{20.14}$$

Bir başka teorem: Toplam dış kuvvet momenti sıfırsa, sistemin toplam açısal momentum vektörü bir sabittir. Buna *açısal momentumun korunumu* denir. Verilen bir sisteme etkiyen kuvvet momenti yoksa, onun açısal momentumu değişemez.

Peki, ya açısal hız? O bir vektör mü? Bir katı cismin sabit bir eksen etrafında dönmesini zaten tartışmıştık, fakat bir an için onu aynı anda *iki* eksen etrafında döndürdüğümüzü varsayalım. Cisim bir kutu içindeki eksen etrafında dönerken kutu da diğer eksen etrafında dönebilir. Bu birleşik hareketin net sonucu olarak cisim basitçe yeni bir eksen etrafında döner! Bu yeni eksenin en güzel tarafı, onun bu şekilde düşünülebilmesidir. xy-düzlemindeki dönme hızı, büyüklüğü düzlemdeki dönme hızına eşit olmak üzere z-yönünde bir vektör olarak yazılırsa ve diğer vektör zx-düzlemindeki dönme hızı olacak şekilde y-yönünde alınırsa, sonra da bunlar paralel kenar kuralına göre bir vektör olarak toplanırsa, bu bileşke vektörün büyüklüğü, bize cismin ne kadar hızlı döndüğünü ve yönüyse hangi düzlemde döndüğünü belirtir. Bu basitçe şu demektir: Açısal hız bir vektördür ve orada üç düzlemdeki dönmelerin büyüklükleri bu düzlemlere dik izdüşümler olarak alınır.*

Açısal hız vektörünün kullanılmasına basit bir örnek olarak, bir katı cisme etki eden kuvvet momenti vasıtasıyla harcanan gücü hesaplayabiliriz. Güç, kuşkusuz, işin zamanla değişimidir ve üç boyutta güç $P = \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\omega}$ olarak ortaya çıkar.

Düzlemsel dönme için yazdığımız tüm denklemler üç boyuta genellenebilir. Örneğin, bir katı cisim belli bir eksen etrafında ω açısal hızıyla dönüyorsa, "Belirli bir r konumlu noktanın hızı nedir?" diye sorabiliriz. Bunu bir problem olarak, katı cisimdeki bir noktanın hızının $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$ şeklinde verildiğini göstermesi için, öğrenciye bırakıyoruz; burada $\boldsymbol{\omega}$ açısal hız ve $\boldsymbol{r}$ konumdur. Ayrıca, vektörel çarpımın bir başka örneği olarak, daha önce bulduğumuz Coriolis kuvveti denklemini vektörel çarpım gösterimiyle $\boldsymbol{F}_C = 2m\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega}$ şeklinde yazabilirsiniz. Yani, bir parçacık, ω açısal hızıyla dönen bir koordinat sisteminde $\boldsymbol{v}$ hızıyla hareket ediyorsa ve hareketi dönen koordinat sisteminde düşünmek istiyorsak, o zaman işe $\boldsymbol{F}_C$ sözde kuvvetini de katmalıyız.

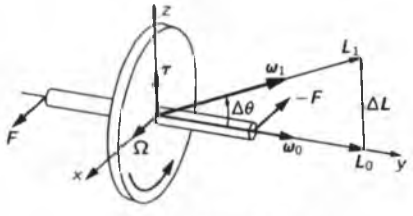


Şekil 20-1 *Önce*: Eksen yataydır; düşey eksen etrafındaki moment 0'dır. *Sonra*: Eksen düşeydir; düşey eksen etrafındaki momentum hâlâ sıfırdır; adam ve sandalye tekerleğin dönmesine zıt yönde dönmektedir.

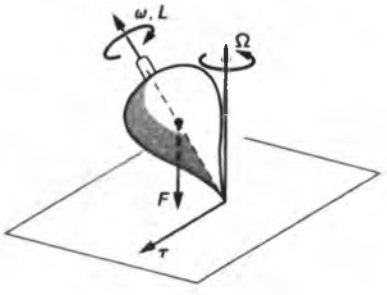
20-3 Jiroskop

Tekrar açısal momentumun korunumu yasasına dönelim. Bu yasa çok hızlı dönen bir tekerlek ya da jiroskopla aşağıdaki gibi gösterilebilir (*bkz.* Şekil 20.1). Bir döner koltukta oturup dönen tekerleğin eksenini yatay olarak tutarsak, tekerleğin yatay eksen etrafında bir açısal momentumu olur. Koltuğun (sürtünmesiz) mili nedeniyle *düşey* bir eksen etrafındaki açısal momentum değişemez;

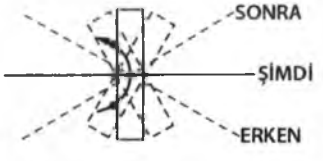
* Bunun doğruluğu, cismi oluşturan parçacıkların sonsuzküçük bir Δt süresi esnasındaki yer değiştirmelerinin birleştirilmesiyle gösterilebilir. Hiç de açık olmayan bu kanıtlama, onu hesaplamaya ilgi duyanlara bir alıştırma olarak bırakılmıştır.



Şekil 20-2 Bir jiroskop.



Şekil 20-3 Hızla dönen bir topaç. Dikkat ederseniz kuvvet momenti vektörünün yönü yalpalama (presesyon) yönüdür.



Şekil 20-4 Ekseni başka yöne çevrilen Şekil 20-2'deki dönen tekerlek içindeki parçacıkların hareketi eğri çizgiler içindedir.

dolayısıyla tekerleğin eksenini düşey duruma getirirsek, o zaman tekerlek bu eksen etrafında döneceğinden düşey eksen etrafında momentuma sahip olacaktır. Fakat *sistem* (tekerlek, kendimiz ve koltuk) düşey bileşene sahip *olamaz*, öyleyse tekerleği dengelemek için, koltuk ve biz, tekerleğe göre zıt yönde dönmeliyiz.

Öncelikle, şimdi betimlediğimiz olayı ayrıntılarıyla çözümleyelim. Şaşırtıcı olan ve anlamamız gereken, jiroskop eksenini düşeye doğru çevirirken bizi ve koltuğu döndüren kuvvetlerin kökenidir. Şekil 20-2 y-ekseni etrafında hızla dönen tekerleği gösteriyor. Bu nedenle onun açısal hızı bu eksen etrafındadır ve açısal momentumunun aynı yönde olduğu anlaşılır. Şimdi tekerleği küçük bir Ω açısal hızıyla x-ekseni etrafında döndürmek istediğimizi varsayalım; hangi kuvvetler gerekir? Kısa bir Δt süresi sonunda, eksen yataya göre $\Delta\theta$ açısı kadar eğik yeni bir konuma gelmiştir. Açısal momentumun büyük kısmı eksen etrafında dönmeden ileri geldiğine göre (x-ekseni etrafındaki yavaş dönmenin katkısı çok küçüktür), açısal momentum vektörünün biraz değiştiğini anlarız. Açısal momentumdaki bu değişme ne kadardır? Açısal momentum *büyüklükçe* değişmez, ama *yönce* $\Delta\theta$ kadar değişir. $\Delta\boldsymbol{L}$ vektörünün büyüklüğü $\Delta L = L_0\Delta\theta$'dır; böylece açısal momentumun değişim hızı olan kuvvet momenti $\tau = \Delta L/\Delta t = L_0\Delta\theta/\Delta t = L_0\,\Omega$'dır. Çeşitli niceliklerin yönlerini hesaba katarak, kuvvet momentini şöyle buluruz:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{L}_0 \qquad (20.15)$$

Böylece, $\boldsymbol{\Omega}$ ve $\boldsymbol{L}_0$'ın ikisi de şekilde görüldüğü gibi yataysa, $\boldsymbol{\tau}$ düşeydir. Böyle bir kuvvet momenti oluşturmak için, eksenin uçlarına $\boldsymbol{F}$ ve $-\boldsymbol{F}$ yatay kuvvetlerini uygulamalıyız. Bu kuvvetler nasıl uygulanır? Tekerleğin eksenini düşey doğrultuya çevirmeye çalışırken kendi ellerimizle yaparız bunu. Fakat Üçüncü Newton Yasası uyarınca, *bizim* üzerimize eşit ve zıt kuvvetler (ve de eşit ve zıt *kuvvet momentleri*) uygulanmalıdır. İşte bizim düşey z-ekseni etrafında zıt yönde dönmemize neden olan budur.

Bu sonuç, hızla dönen bir topaca genellenebilir. İyi bilinen dönen topaç halinde, topacın kütle merkezine etki eden kütleçekim kuvveti topacın yere değdiği nokta etrafında bir kuvvet momenti oluşturur (*bkz.* Şekil 20-3). Bu kuvvet momenti yatay doğrultudadır ve topacın düşey etrafında ekseni dairesel bir koni çizecek şekilde yalpalamasına neden olur. $\boldsymbol{\Omega}$ yalpalamanın (düşey) açısal hızıysa, yine şunu buluruz:

$$\boldsymbol{\tau} = d\boldsymbol{L}/dt = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{L}_0$$

Böylece, hızla dönen bir topaca bir kuvvet momenti uyguladığımızda, yalpalama hareketinin yönü kuvvet momentinin yönünde ya da bu momenti doğuran kuvvetlere diktir.

Artık jiroskopların yalpalamasını anladığımızı söyleyebiliriz ve aslında matematiksel olarak anladık da. Bu yine de matematiksel bir şey olup, bir bakıma bir "mucize" gibi görünür. Fizikte çok daha ileri konulara gittiğimizde, temel ya da gerçek anlamda zor anlaşılabilen basit konuların matematiksel olarak çabucak sonuca ulaştırılabildiği görülür. Bu acayip bir haldir ve daha ileri işlere giriştiğimizde öyle durumlar olur ki aslında *hiç kimse*nin dolaysız bir tarzda anlayamayacağı sonuçları matematik üretiverir. Dirac denklemi buna bir örnektir; çok basit ve güzel görünümlüdür, ama sonuçlarını anlamak da bir o kadar zordur. Özel halimizde, bir topacın yalpalaması, dik açılar, çemberler, burulmalar ve sağa yivli vidalar içeren bir mucize gibi görünür. Yapmaya çalışacağımız şey, onu daha fiziksel bir yoldan anlamaktır.

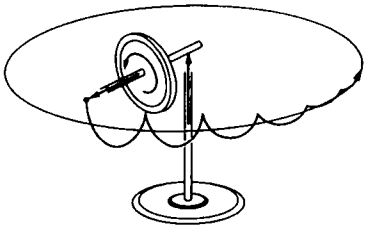
Kuvvet momentini gerçek kuvvetler ve ivmeler cinsinden nasıl açıklarız? Dikkat ederseniz, tekerlek yalpaladığında, tekerleğin etrafında giden parçacıklar aslında bir düzlemde hareket etmezler, çünkü tekerlek yalpalamaktadır (*bkz.* Şekil 20-4). Daha önde açıkladığımız gibi (Şekil 19-4), yalpalama eksenini kesen parçacıklar *eğrisel yollar*da hareket ederler ve bu bir yanal kuvvetin uygulanmasını gerektirir. Bu yanal kuvvet bizim mili itişimizle sağlanır, bu da tekerleğin çubukları vasıtasıyla tekerleğin çevresine geçer. "Durun," dersiniz "öbür tarafta geri giden parçacıklara ne oluyor?" Uzun sürmeksizin o tarafta da

zıt yönde bir kuvvetin var olması gerektiğine karar veririz. Dolayısıyla uygulamamız gereken net kuvvet sıfırdır. *Kuvvetler* dengelenir, fakat onlardan biri tekerleğin bir tarafına ve diğeri tekerleğin öbür tarafına uygulanmalıdır. Bu kuvvetleri doğrudan uygulayabiliriz, fakat tekerlek katı olduğundan, bunu mil üzerine uygulayarak yapmamıza izin vardır, çünkü kuvvetler tekerlek çubuklarıyla taşınabilirler.

Şimdiye kadar kanıtladığımız şudur: Tekerlek yalpalıyorsa, kütleçekimin oluşturduğu kuvvet momentini ya da uygulanan başka bir momenti dengeleyebilir. Fakat gösterdiğimiz tek şey, bunun bir denklemin *bir* çözümü olduğudur. Yani kuvvet momenti verilmişse ve *dönmeyi de uygun biçimde başlatmışsak*, o zaman tekerlek pürüzsüz ve düzgün şekilde yalpalama yapacaktır. Fakat verilen bir kuvvet momenti vasıtasıyla dönen bir cismin yapabileceği *en genel* hareketin düzgün bir yalpalama olacağını kanıtlamadık (ve bu doğru da değildir). Genel hareket ortalama yalpalama hareketi etrafında bir "sallanma" hareketi de içerir. Bu "sallanma"ya *nutasyon* denir.

Bazıları, bir jiroskopa bir kuvvet momenti uygulandığında onun döndüğünü ve yalpalama hareketi yaptığını, kuvvet momentinin yalpalamayı *doğurduğunu* söylemekten hoşlanırlar. Şurası çok acayiptir; jiroskopu birdenbire bıraktığımızda kütleçekimin etkisi altında *düşmeyip* yanlamasına hareket eder! *Bildiğimiz* ve *hissettiğimiz* aşağıya doğru olan kütleçekim onu neden *yana doğru* hareket ettirir? (20.15) gibi denklemlerin hiçbiri bize bunu söylemez, çünkü özel bir denklem olan (20.15) sadece jiroskop o güzelim yalpalama hareketine başladıktan sonra geçerlidir. Aslında olanlar ayrıntılarıyla aşağıdaki gibidir. Ekseni hiçbir tarzda yalpalama yapamayacak şekilde kesinkes sabit tutsaydık (fakat topaç dönmeye devam etseydi), sistemi etkileyecek hiçbir kuvvet momenti, kütleçekimden oluşacak bir moment bile, olmazdı; çünkü parmaklarımızla dengelenirdi. Fakat ekseni birdenbire bırakırsak, o zaman bir anda kütleçekimden bir kuvvet momenti oluşur. Aklı başında herkes jiroskopun düşeceğini bekler ve aslında topaç aşırı hızlı dönmüyorsa görüleceği gibi düşmeye başlar.

Aslında beklediğimiz gibi jiroskop düşer. Fakat dönmekte olduğundan düşmeye başlar başlamaz, dönmesini sürdürmek için bir kuvvet momentine ihtiyaç duyar. Bu yönde bir kuvvet momentinin yokluğunda, jiroskop olmayan kuvvetin zıt yönünde "düşmeye" başlar. Bu jiroskopa düşey eksen etrafında, düzgün yalpalamada sahip olacağı bir hareket bileşeni verir. Fakat gerçek hareket düzgün yalpalama hızını "aşar" ve eksen tekrar başladığı düzeye çıkar. Eksenin ucunun izlediği yol bir sikloittir (bir otomobil lastiğinin sırtına sıkışan bir taşın izlediği eğri). Normalde, bu hareket gözle izlenemeyecek kadar çabuktur ve jiroskop yatağındaki sürtünme nedeniyle hızla sönerek geriye sadece düzgün yalpalama sürüklenmesi kalır (Şekil 20-5). Tekerleğin dönmesi yavaşladıkça, nutasyon hareketi daha da görünür hale gelir.



Şekil 20-5 Sabit tutulan eksenin bırakılmasından sonra, kütleçekimin etkisi altında jiroskop ekseninin ucunun gerçek hareketi.

Hareket durulduğunda, jiroskopun ekseni başlangıçta olduğundan birazcık düşüktür. Neden? (Bunlar çok karmaşık ayrıntılardır, fakat okuyucunun jiroskopu bir mucize sanmaması için bunlara değiniyoruz. Olağanüstü bir şeydir, ama mucize değil.) Ekseni tam yatay tutup sonra birden bıraksaydık, o zaman basit yalpalama denklemi onun yalpalayacağını ve yatay bir düzlemde dolanacağını söylerdi bize. Fakat bu olanaksızdır! Önce göz ardı etmiş olsak da, tekerleğin yalpalama ekseni etrafında biraz eylemsizlik momentine sahip olduğu doğrudur ve bu eksen etrafında hareket ediyorsa, yavaş bile olsa, bu eksen etrafında zayıf bir açısal momentumu vardır. Bu nereden gelmişti? Yataklar mükemmelse, düşey eksen etrafında kuvvet momenti yoktur. Bu durumda açısal momentumda değişme olmayınca, o nasıl yalpalama *yapar*? Yanıt şudur: Eksenin ucunun sikloit hareketi, eşdeğer yuvarlanma çemberinin merkezinin ortalama, düzgün hareketini söndürür; yani onu biraz aşağıya yerleştirir. Bunun biraz düşük olması nedeniyle, dönme açısal momentumu küçük bir düşey bileşene sahip olur, işte yalpalama için gereken de budur. Böylece yalpalama dolanması için eksenin ucunun biraz aşağı inmesi gerektiğini görüyorsunuz. Kütleçekime biraz boyun eğmelidir; eksenini biraz aşağı döndürmesiyle düşey eksen etrafındaki hareketini sürdürür. Bir jiroskopun çalışma biçimi böyledir.

20-4 Katı cismin açısal momentumu

Üç boyutta dönme konusunu terk etmeden önce, üç boyutlu dönmelerde ortaya çıkan ama pek açık olmayan birkaç etkiyi, en azından nitel olarak, tartışacağız. Esas mesele, genelde, bir katı cismin açısal momentumunun *zorunlu şekilde* açısal hızla aynı yönde olmamasıdır. Kütle merkezinden geçen bir mile eğik olarak bağlı bir tekerlek düşünelim (Şekil 20-6). Tekerleği mil etrafında döndürdüğümüzde, mil yataklarında titremeler olacağını herkes bilir, çünkü tekerlek eğik bağlanmıştır. Nitel olarak, dönen sisteminde biliyoruz ki tekerleğe etkiyen ve onun kütlesini mümkün olduğunca uzağa atmaya çalışan merkezkaç kuvvet vardır. Bu, tekerlek düzlemini eksene dik hale getirmeye uğraşır. Bu uğraşa direnmek üzere, yataklar tarafından bir kuvvet momenti uygulanır. Yataklar tarafından uygulanan bir moment varsa, açısal momentumda da bir değişim oluşmalıdır. Tekerleği sadece eksen etrafında döndürdüğümüzde, açısal momentumda zamanla bir değişim nasıl olabilir? $\boldsymbol{\omega}$ açısal hızını tekerlek düzlemine dik $\boldsymbol{\omega}_1$ ve paralel $\boldsymbol{\omega}_2$ bileşenlerine ayıralım. Açısal momentum nedir? Bu iki eksene göre eylemsizlik momentleri *farklı*dır; dolayısıyla eylemsizlik momenti çarpı ilgili açısal hız bileşenine eşit olan açısal momentum bileşenlerinin oranı, açısal hız bileşenlerinin *oranından farklı*dır. Bu nedenle, açısal momentum vektörünün doğrultusu eksen boyunca *değil*dir. Tekerleği döndürdüğümüzde, uzayda açısal momentum vektörünü de döndürmeliyiz, öyleyse mil üzerine kuvvet momentleri uygulamalıyız.

Burada kanıtlanması aşırı karmaşık olsa da, eylemsizlik momentinin betimlenmesi ve kullanılması kolay çok önemli ve ilginç bir özelliği vardır ve bu yukarıdaki çözümlememizin temelidir. Bu özellik şudur: Patates gibi biçimsiz olsa da, bir katı cisim, kütle merkezinden (KM) geçen karşılıklı dik üç eksene sahiptir, öyle ki bu eksenlerden biri etrafındaki eylemsizlik momenti, KM'den geçen her eksen için en büyük olası değere sahiptir, eksenlerden diğeri etrafındaki eylemsizlik momenti en küçük olası değer ve üçüncü eksen etrafındaki eylemsizlik momenti bu ikisinin arasındaki orta değer (ya da onlardan birine eşit)'tir. Bu eksenlere cismin *ana eksenleri* denir; cisim şöyle önemli bir özelliğe sahiptir, eğer cisim bunlardan biri etrafında dönüyorsa, onun açısal momentumu açısal hızla aynı yöndedir. Simetri eksenlerine sahip bir cisim için, ana eksenler simetri eksenleri boyuncadır.

x-, y- ve z- eksenlerini ana eksenler boyunca alırsak ve karşılık gelen ana eylemsizlik momentlerine A, B ve C dersek, her açısal $\boldsymbol{\omega}$ hızı için cismin açısal momentumunu ve dönme kinetik enerjisini kolayca hesaplayabiliriz. $\boldsymbol{\omega}$'yı x-, y- ve z- eksenleri boyunca ω_x, ω_y ve ω_z bileşenlerine ayırır ve $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ ve $\boldsymbol{k}$ birim vektörlerini kullanırsak, açısal momentumu şöyle yazabiliriz:

$$\boldsymbol{L} = A\omega_x\boldsymbol{i} + B\omega_y\boldsymbol{j} + C\omega_z\boldsymbol{k} \tag{20.16}$$

Dönme kinetik enerji ise şudur:

$$\text{K.E.} = \tfrac{1}{2}(A\omega_x^2 + B\omega_y^2 + C\omega_z^2) \tag{20.17}$$

$$= \tfrac{1}{2}\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{\omega} \tag{20.18}$$

21
HARMONİK SALINICI

21-1 Doğrusal diferansiyel denklemler
21-2 Harmonik salınıcı
21-3 Harmonik hareket ve dairesel hareket
21-4 Başlangıç koşulları
21-5 Zorla salınımlar

21-1 Doğrusal diferansiyel denklemler

Fizik öğrenimi genelde mekanik, elektrik, optik vb gibi konulara bölünür ve bunlar birbiri ardına işlenir. Örneğin bu derste şu ana dek çoğunlukla mekanikle ilgilendik. Fakat garip bir şey tekrarlanıp durur: Fiziğin farklı dallarında ve hatta diğer bilimlerde neredeyse tamamen aynı denklemlere rastlanır, öyle ki pek çok olayın bu farklı alanlarda benzerleri vardır. En basit örneği alırsak, ses dalgalarının yayılması, birçok bakımdan ışık dalgalarının yayılmasına benzemektedir. Akustiği ayrıntısıyla incelersek, çalışmanın çoğunun optiği ayrıntılı olarak incelemekle aynı olduğunu görürüz. Bir alandaki bir olayın incelenmesi bir başka alandaki bilgilerimizin artmasını sağlayabilir. En iyisi böyle genişletmelerin mümkün olduğunu daha baştan anlamaktır, yoksa sadece mekaniğin küçük bir parçasına pek çok zaman ve enerji harcamamızın nedenini kavramakta zorluk çekeriz.

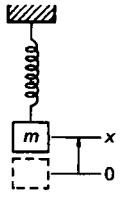
İncelemeye girişeceğimiz harmonik salınıcının birçok alanda yakın benzerleri vardır; bir mekanik örnek olarak bir yaya asılı bir ağırlıkla ya da küçük salınımlı bir sarkaçla veya başka mekanik düzeneklerle başlayacaksak da, aslında belli bir *diferansiyel denklemi* inceleyeceğiz. Bu denklem fizikte ve diğer bilimlerde tekrar tekrar önümüze gelir ve aslında o kadar çok olayın bir parçasıdır ki yakından incelenmesi için zaman ayırmamıza değer. Bu denklemi içeren olayların bazıları şunlardır: Yaya bağlı bir kütlenin salınımları, bir elektrik devresinde ileri geri akan yükün titreşimleri, bir diyapazonun ses dalgaları üreten titreşimleri, bir atomdaki elektronların ışık dalgaları üreten benzer titreşimleri, sıcaklığı ayarlamaya çalışan termostat gibi bir otomatik sistemin çalışma denklemleri, kimyasal tepkimelerdeki karmaşık etkileşmeler, besin sağlamayla etkileşme içinde bir bakteri kolonisinin büyümesi ve bakterilerin ürettikleri zehirler, tilkilerin ot yiyen tavşanları yemeleri vb. Tüm bu olaylar birbirlerine çok benzeyen denklemlerin sonucudur ve mekanik salınıcıyı bu denli ayrıntı olarak incelememizin nedeni de zaten budur. Bu denklemlere *sabit katsayılı doğrusal diferansiyel denklemler* denir. Sabit katsayılı bir doğrusal diferansiyel denklem, çeşitli terimlerin toplamından oluşan bir diferansiyel denklemdir; her terimi bir sabitle çarpılmış bağımlı değişkenin bağımsız değişkene göre bir türevidir. Böylece

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = f(t) \qquad (21.1)$$

denklemi, n'yinci mertebeden sabit katsayılı bir doğrusal diferansiyel denklem adını alır (her bir a_i bir sabittir).

21-2 Harmonik salınıcı

Hareketi sabit katsayılı bir doğrusal diferansiyel denkleme uyan en basit mekanik sistem herhalde yaya bağlı bir kütledir: Önce yay kütleçekimi dengelemek için gerilir; dengelendikten sonra, kütlenin denge konumundan düşey yerdeğiştirmesini tartışırız (Şekil 21-1). Yukarı yöndeki yerdeğiştirmeye x diyeceğiz ve yayın mükemmelen doğrusal olduğunu da varsayacağız; bu durumda yay gerildiğinde onu geri çeken kuvvet kesinlikle gerilme miktarıyla orantılıdır. Yani, kuvvet $-kx$'tir (eki işareti, geri çekildiğini hatırlatmak içindir). Böylece kütle çarpı ivme $-kx$'e eşit olmalıdır:



Şekil 21-1 Bir yaya asılı bir kütle: Basit bir harmonik salınıcı örneği.

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} = -k\,x \tag{21.2}$$

Basit olması için $k/m = 1$ olduğunu varsayalım (zamanı ölçme birimini değiştirerek yapabiliriz bunu). Bu durumda

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -x \tag{21.3}$$

denklemini inceleyeceğiz demektir. Daha sonra k ve m'nin açıkça yer aldığı (21.2) denklemine geri döneceğiz.

(21.3) denklemini zaten sayısal olarak çözümlemiştik; mekanik konusundan ilk kez söz ettiğimizde, hareketi anlamak için bu denklemi (9.12) çözmüştük. Sayısal integral almayla bir eğri bulmuştuk (Şekil 9-4); o eğri, başlangıçta durgun olan m'yi çekip bıraktığımızda kütlenin geri gelerek sıfırdan geçtiğini gösteriyordu; onu daha fazla incelememiştik ama kuşkusuz yukarı aşağı gidip geleceğini –yani, *salınacağını*– biliyoruz. Hareketi sayısal olarak hesapladığımızda, kütlenin $t = 1{,}570$'te denge konumundan geçtiğini bulmuştuk. Tüm çevrimin uzunluğu, bunun dört katıdır; yani $t_0 = 6{,}28$ "saniye"dir. Henüz daha fazla matematik bilmediğimiz için, bunu sayısal olarak bulmuştuk. Bu arada Matematik Bölümünün, iki kez türevi alındığında kendisinin eksi işaretlisini veren bir fonksiyon bulmuş olduğunu varsayalım. (Kuşkusuz bu fonksiyonu doğrudan elde etmenin yolları vardır, ama yanıtı zaten bilmeye göre bunlar çok daha karmaşıktır.) Bu fonksiyon $x = \cos t$'dir. Onun türevlerini alırsak, $dx/dt = -\sin t$ ve $d^2x/dt^2 = -\cos t = -x$ buluruz. $x = \cos t$ fonksiyonu $t = 0$'da $x = 1$ ile başlar ve ilk hız yoktur; sayısal çalışmamızda bu durumla başlamıştık. Şimdi $x = \cos t$ olduğunu bilerek, kütlenin $x = 0$'dan geçtiği zaman için *kesin* bir değer hesaplayabiliriz. Yanıt $t = \pi/2$ ya da 1,57080'dir. Sayısal çözümlemedeki hata nedeniyle daha önceki yanıtın son basamağı hatalı, fakat bu doğru değere çok yakındı!

Şimdi özgün probleme giderek, zaman birimini gerçek saniyelere geri getirelim. O durumda çözüm nedir? Her şeyden önce, cos t'yi bir şeyle çarparak k ve m'yi devreye sokabileceğimizi düşünebilirdik. Öyleyse haydi $x = A\cos t$ fonksiyonunu deneyelim; o zaman $dx/dt = -A\sin t$ ve $d^2x/dt^2 = -A\cos t = -x$ buluruz. Böylece dehşet içinde (21.2) denklemini çözemediğimizi, sadece tekrar (21.3) denklemini elde ettiğimizi görürüz! Bu olgu, doğrusal diferansiyel denklemlerin en önemli özelliklerinden birini sergiler: *Denklemin bir çözümünü herhangi bir sabitle çarparsak, o da yine bir çözümdür.* Bunun matematiksel nedeni açıktır. x bir çözümse ve denklemin her iki yanını, diyelim ki A ile çarparsak, tüm türevlerinde A ile çarpıldığını görürüz ve dolayısıyla Ax de, x gibi, özgün denklemin aynı derecede iyi bir çözümüdür. Bunun fiziği şudur. Yaya asılı bir ağırlık onu iki kat aşağı çekiyorsa, kuvvet iki kat fazla demektir, sonuç ivme iki kat büyüktür, verilen bir sürede kazandığı hız iki kat büyüktür, verilen bir sürede kat edilen mesafe iki kat büyüktür; fakat kütlenin başlangıca geri varması için iki kat uzun bir yol *katetmeli*dir, çünkü iki kat uzağa çekilmiştir. Böylece ilk yerdeğiştirmeye bakılmaksızın, başlangıca geri gelmesi *aynı süre*yi alır. Başka bir deyişle, kuvvet ne kadar "büyük" olursa olsun, bir doğrusal denklemle, hareket aynı *zaman örüntüsü*ne sahiptir.

Yaptığımız şey yanlıştı; bize sadece çözümü her şeyle çarpabileceğimizi ve bunun farklı bir denklemi değil de aynı denklemi sağlayacağını öğretti. x'i farklı bir sabitle çarpıp bir denklem elde etmeyi denedikten sonra, *zaman* ölçeğini değiştirmemiz gerektiğini anlamış bulunuyoruz. Başka bir deyişle, (21.2) denklemi

$$x = \cos \omega_0 t \tag{21.4}$$

yapısında bir çözüme sahip olur. (Bu durumda ω_0'm dönen bir cismin açısal hızı olmadığını anlamak önemlidir; fakat birden daha çok şey için aynı harfi kullanmazsak, harfleri tüketiveririz.) ω'ya "0" alt indisi koymamızın nedeni, çok geçmeden başka omegalarla da karşılaşacak olmamızdır; ω_0'ın bu salınıcının doğal hareketine gönderme yaptığını hatırlayalım. Şimdi (21.4) çözümünü deneyelim ve bu kez daha dikkatli olalım, çünkü $dx/dt = -\omega_0 \sin \omega_0 t$ ve $d^2x/dt^2 = -\omega_0^2$

$\cos \omega_0 t = -\omega_0^2 x$'dir. Böylece en azından gerçekten çözmek istediğimiz denklemi çözdük. $d^2x/dt^2 = -\omega_0^2 x$ denklemi (21.2) denklemiyle aynıdır, eğer $\omega_0^2 = k/m$ ise.

Şimdi ω_0'ın fiziksel anlamını araştırmalıyız. Biliyoruz ki kosinüs fonksiyonu her 2π'de bir kendini tekrarlamaktadır. Böylece $x = \cos \omega_0 t$ hareketini tekrarlayacaktır, "açı" 2π kadar değiştiğinde tam bir çevrim yapmış olacaktır. $\omega_0 t$ niceliğine hareketin *evres*i (fazı) denir. $\omega_0 t$'yi 2π kadar değiştirmek için, zaman, bir tam titreşim *periyod*u dediğimiz bir t_0 miktarı kadar değişmelidir; t_0 kuşkusuz $\omega_0 t_0 = 2\pi$ bağıntısını sağlamalıdır. Yani, $\omega_0 t_0$ açının bir çevrimine karşılık gelmelidir ve sonra her şey kendini tekrar edecektir: t'yi t_0 kadar artırırsak, evreye 2π eklenir. Dolayısıyla

$$t_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{21.5}$$

olur. Buna göre daha ağır bir kütlemiz olsaydı, yayın ucunda aşağı yukarı daha uzun sürede salınırdı. Kuvvetler aynı olduğu halde, kütle daha büyük eylemsize sahip olduğu için böyledir bu; kütleyi hareket ettirmek daha uzun süre alır. Ya da, eğer yay daha sertse, daha çabuk hareket edecektir ve bu doğrudur: Yay daha sertse, periyot daha kısa olur.

Yaya asılı bir kütlenin salınım periyodunun onun nasıl harekete başlatıldığına, aşağıya ne kadar çekildiğine hiçbir şekilde bağlı olmadığına dikkat edin. Periyot (21.2) hareket denklemiyle saptanır, ama salınım genliği onunla saptan*maz*. Genlik, aslında salınıcıyı nasıl harekete geçirdiğimize, ne kadar aşağıya çektiğimize bağlıdır, yani ilk koşullarla ya da başlangıç koşullarıyla saptanır.

Aslında (21.2) denkleminin en genel olası çözümünü bulmuş değiliz. Başka çözümler de vardır. Nedeni açıktır: $x = a \cos \omega_0 t$ tarafından kapsanan tüm haller, ilk hızsız bir yer-değiştirmeyle başlar. Fakat kütleyi örneğin $x = 0$'da bir itme vererek harekete geçirmek mümkündür; öyle ki $t = 0$'da bir hızı olsun. Böyle bir hareket bir kosinüsle değil, bir sinüsle temsil edilir. Başka şekilde söylersek, $x = a \cos \omega_0 t$ bir çözümse, herhangi bir anda (buna "$t = 0$" diyebiliriz) odaya girdiğimizde kütlenin $x = 0$'dan geçmekte olduğunu görürsek, onun tamamen aynı şekilde harekete devam edeceği açık değil midir? Dolayısıyla $x = \cos \omega_0 t$ en genel çözüm olamaz; deyim yerindeyse, zamanın başlangıcını kaydırmak mümkün olmalıdır. Bir örnek olarak, çözümü $x = a \cos \omega_0 (t - t_1)$ şeklinde yazabilirdik, burada t_1 bir sabittir. Bu da zamanın başlangıcını yeni bir ana kaydırmaktır. Üstelik,

$$\cos (\omega_0 t + \Delta) = \cos \omega_0 t \cos \Delta - \sin \omega_0 t \sin \Delta$$

açılımından

$$x = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$$

yazabiliriz; burada $A = a \cos\Delta$ ve $B = -a \sin\Delta$'dır. (21.2)'nin tam genel çözümünü yazmak için, bu yapıların her biri olası bir yoldur; yani $d^2x/dt^2 = -\omega_0^2 x$ diferansiyel denkleminin dünyada var olan her çözümü aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\text{(a)} \quad x = a \cos \omega_0 (t - t_1)$$

ya da

$$\text{(b)} \quad x = a \cos (\omega_0 t + \Delta) \tag{21.6}$$

ya da

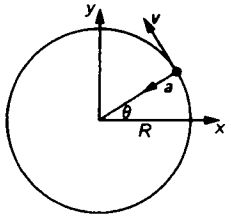
$$\text{(c)} \quad x = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$$

(21.6)'daki niceliklerin bazılarının adları vardır: ω_0'ye *açısal frekans* denir; evresinin bir saniyede değiştiği radyan sayısıdır. Bu, diferansiyel denklem vasıtasıyla saptanır. Diğer sabitler denklem tarafından saptanmayıp, hareketin başlama koşuluyla belirtilirler. Bu sabitlerden a kütlenin kazandığı maksimum yerdeğiştirmeyi ölçer ve salınımın *genliği* adını alır. Δ sabitine bazen salınımın *evres*i denir, fakat bu bir karışıklık yaratır, çünkü bazıları $\omega_0 t + \Delta$'ya evre (faz) adını verir ve evresinin zamanla değiştiğini söylerler. Biz Δ'ya tanımlı bir sıfır-

dan bir *evre kayması* diyebiliriz. Bunu başka şekilde söyleyelim. Farklı Δ'lar farklı evrelerdeki hareketlere karşılık gelirler. Bu doğrudur, fakat Δ'ya evre deyip dememek başka bir sorundur.

21-3 Harmonik hareket ve dairesel hareket

(21.2) denkleminin çözümünde kosinüslerin kapsanması, çemberlerle ilişkisi olabileceğini akla getirir. Bu kuşkusuz yapay kaçmaktadır, çünkü aslında doğrusal harekette içerilen çember falan hiç yoktur; sadece hareket yukarı aşağı gidip gelmedir. Dairesel hareketin mekaniğini incelerken, aslında bu diferansiyel denklemi zaten çözdüğümüze işaret edebiliriz. Bir parçacık sabit bir v hızıyla bir çember üzerinde hareket ederse, çemberin merkezinden parçacığa uzanan yarıçap vektörü zamanla orantılı bir açı kadar döner. Bu açıya $\theta = vt/R$ dersek (Şekil 21-2), o zaman $d\theta/dt = \omega_0 = v/R$'dir. Merkeze doğru $a = v^2/R = \omega_0^2 R$ gibi bir ivme olduğunu biliyoruz. Şimdi verilen bir anda x konumunun, çemberin yarıçapı kere $\cos\theta$ ve y'nin yarıçap kere $\sin\theta$ olduğunu da biliyoruz:



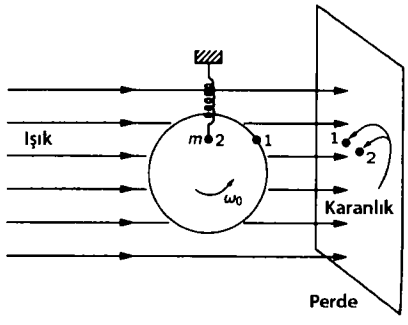
Şekil 21-2 Bir çember üzerinde sabit hızla hareket eden bir parçacık.

$$x = R\cos\theta, \qquad y = R\sin\theta$$

İvme için ne denebilir? İvmenin x-bileşeni olan d^2x/dt^2 nedir? Bunu zaten geometrik olarak geliştirmiştik; bu, ivmenin büyüklüğü kere izdüşüm açısının kosinüsüdür, merkeze doğru olduğu için, eksi işaretiyle:

$$a_x = -a\cos\theta = -\omega^2 R\cos\theta = -\omega^2 x \tag{21.7}$$

Bir başka deyişle, bir parçacık bir çember üzerinde hareket ediyorsa, hareketinin yatay bileşeni, merkezden yatay yer-değiştirmeyle orantılı bir ivmeye sahiptir. Kuşkusuz bir çember üzerindeki hareket için çözüme de sahibiz: $x = R\cos\omega_0 t$. (21.7) denklemi çemberin yarıçapına bağlı değildir; öyleyse her yarıçaplı çember için, verilen bir ω_0 halinde, aynı denklem bulunur. Dolayısıyla, çeşitli nedenlerle, bir yaya bağlı bir kütlenin yer-değiştirmesinin $\cos\omega_0 t$'yle orantılı olmasını bekleriz ve aslında bu hareket, bir çember üzerinde ω_0 açısal hızıyla dönen bir cismin konumunun x-bileşenine baktığımızda göreceğimizhareketin tam da aynısı olacaktır. Bunu kontrol etmek üzere, yaya asılı bir kütlenin aşağı-ve-yukarı hareketinin bir çember üzerinde dönen bir noktanın hareketiyle aynı olduğunu gösterecek bir deney tasarlanabilir. Şekil 21-3'te bir mil üzerindeki bir krank piminin ve düşey olarak titreşen bir kütlenin gölgeleri bir ark ışığıyla bir perdeye iz düşürülmüştür. Kütleyi doğru zamanda doğru yerden harekete geçirirsek ve milin dönüş hızını da frekanslar uyuşacak şekilde ayarlarsak, iki hareketin birbirini tam olarak izledikleri görülür. Ayrıca daha önce kosinüs fonksiyonuyla elde ettiğimiz sayısal çözümü de kontrol edebilir ve çok iyi uyuşup uyuşmadıklarını görebiliriz.



Şekil 21-3 Basit harmonik hareket ile düzgün dairesel hareket arasındaki eşdeğerliliğin gösterilmesi.

Çember üzerindeki düzgün hareket matematiksel olarak yukarı-aşağı salımın hareketiyle yakından ilişkili olduğuna göre, salınım hareketini, burada onu bir çember üzerinde giden bir nesnenin bir izdüşümü gibi düşünerek daha basit şekilde çözümleyebiliriz. Başka bir deyişle, salınım probleminde y mesafesi bir anlam ifade etmese de, (21.2) denklemine yapay olarak y'li bir denklem daha katıp onları bir araya getirebiliriz. Bunu yaparsak, bir-boyutlu salınımı dairesel hareketlerle çözümleyebiliriz, bu da bir diferansiyel denklem çözmekten çok daha kolaydır. Bunun püf noktası, gelen bölümde ele alacağımız karmaşık sayıları kullanmaktır

21-4 Başlangıç koşulları

Şimdi de A ve B ya da a ve Δ katsayılarının nasıl saptanacağını ele alalım. Kuşkusuz bunlar hareketin nasıl başlatıldığıyla ilgilidir. Hareketi sadece küçük bir yer-değiştirmeyle başlatırsak, bu bir tür salınımdır; bir ilk yer-değiştirme ve sonra bir itmeyle başlatırsak, farklı bir hareket elde ederiz. A ve B ya da a ve Δ veya onların başka karışımları, kuşkusuz, hareketin başlama şekliyle saptanır, başka hiçbir özellikle değil. Bunlara *başlangıç koşulları* denir. Başlangıç koşulları ile katsayılar arasında bağıntı kurmak istiyoruz. Gerçi bu (21.6) yapı-

larından herhangi biri kullanılarak yapılabilir, ama (21.6c) denklemini kullanmanın en kolay yol olduğu hemen anlaşılır. $t = 0$ anında x_0 ilk yerdeğiştirmesi ve belli bir v_0 ilk hızıyla başlandığını varsayalım. Hareketi başlatacağımız en genel şekil budur. (Hareketin başlayacağı *ivme*yi belirtemeyiz, evet doğru, çünkü x_0 belirtildikten sonra, yay tarafından saptanır ivme.) Şimdi A ve B'yi hesaplayalım. x denklemiyle başlayalım:

$$x = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$$

Daha sonra gerek duyacağımız hızı da hemen türev alarak bulalım:

$$v = -\omega_0 A \sin\omega_0 t + \omega_0 B \cos\omega_0 t$$

Bu ifadeler tüm t'ler için geçerlidir, fakat $t = 0$'da x ve v için özel bilgiye sahibiz. Dolayısıyla bu denklemlerde $t = 0$ koyarsak, sol yanda x_0 ve v_0 elde ederiz; ayrıca sıfırın kosinüsünün 1 ve sıfırın sinüsünün 0 olduğunu biliyoruz. Böylece şunları elde ederiz:

$$x_0 = A \cdot 1 + B \cdot 0 = A$$

ve

$$v_0 = -\omega_0 A \cdot 0 + \omega_0 B \cdot 1 = \omega_0 B$$

Bu özel halde A ve B'yi şöyle bulmuş olduk:

$$A = x_0, \qquad B = v_0/\omega_0$$

İstersek, bu değerlerden a ve Δ'yı elde edebiliriz.

Çözümümüz burada bitti, fakat kontrol edilmesi gereken fiziksel olarak ilginç bir husus daha var: enerjinin korunumu. Sürtünme kayıpları olmadığına göre, enerji korunmalıdır. Bunun için

$$x = a \cos (\omega_0 t + \Delta)$$

ve

$$v = -\omega_0 a \sin (\omega_0 t + \Delta)$$

denklemlerini kullanalım. T kinetik enerjisini ve U potansiyel enerjisini bulalım. Herhangi bir anda potansiyel enerji $\frac{1}{2}kx^2$'dir, burada x yer-değiştirme ve k yay sabitidir. x yerine yukarıdaki ifadesini koyarsak şunu elde ederiz:

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2} ka^2\cos^2(\omega_0 t + \Delta)$$

Kuşkusuz potansiyel enerji sabit değildir; doğal olarak, potansiyel asla negatif olmaz; yayda daima bir enerji vardır, fakat enerji miktarı x ile dalgalanır. Diğer taraftan, kinetik enerji $\frac{1}{2}mv^2$'dir ve v'yi yerine koyarak kinetik enerjiyi şöyle elde ederiz:

$$T = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}m\omega_0^2 a^2 \sin^2(\omega_0 t + \Delta)$$

x maksimumken kinetik enerji sıfırdır, çünkü o zaman hız yoktur; diğer taraftan x sıfırdan geçerken kinetik enerji maksimumdur, çünkü orada en hızlıdır. Kinetik enerjideki bu değişme, potansiyel enerjideki değişmeyle tam terstir. Fakat toplam enerji bir sabit olmalıdır. $k = m\omega_0^2$ olduğunu dikkate alırsak,

$$T + U = \tfrac{1}{2}m\omega_0^2 a^2[\cos^2(\omega_0 t + \Delta) + \sin^2(\omega_0 t + \Delta)] = \tfrac{1}{2}m\omega_0^2 a^2$$

olduğunu görürüz. Enerji genliğin karesine bağlıdır; genliği iki katına çıkarırsak, dört misli enerjiye sahip bir salınıcı elde ederiz. *Ortalama* potansiyel enerji maksimumun yarısı ve dolayısıyla toplamın yarısıdır. Ortalama kinetik enerji de aynı şekilde toplam enerjinin yarısıdır.

21-5 Zorlamalı salınımlar

Şimdi bir dış sürücü kuvvetin etkisi altındaki *zorlamalı harmonik salınıcıyı* tartışacağız. Bu durumda denklemimiz aşağıdaki gibidir:

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} = -k\,x + F(t) \tag{21.8}$$

Bu durumlarda neler olacağını öğrenmek istiyoruz. Dış sürücü kuvvetin zamana fonksiyonel bağlılığı çeşitli şekillerde olabilir; çözümleyeceğimiz biri çok basittir; kuvvetin salınım yaptığını varsayacağız:

$$F(t) = F_0 \cos \omega t \tag{21.9}$$

Bununla birlikte ω'nın mutlaka ω_0 olmadığına dikkat edin; ω bizim kontrolümüz altındadır, zorlama değişik frekanslarda yapılabilir. Böylece (21.8) denklemini (21.9) özel kuvvetiyle çözmeyi deneyeceğiz. Bir özel çözüm (çok daha genel halleri sonra tartışacağız) şudur:

$$x = C \cos \omega t \tag{21.10}$$

Burada C saptanacak bir sabittir. Başka bir deyişle, ileri ve geri itmeyi sürdürürsek, kütlenin de kuvvetle uyum içinde ileri ve geri bunu izleyeceğini varsayabiliriz. En azından bunu deneyebiliriz. Öyleyse (21.10) ve (21.9)'u (21.8)'de yerine koyarsak,

$$-m\omega^2 C \cos \omega t = -m\omega_0^2 C \cos \omega t + F_0 \cos \omega t \tag{21.11}$$

elde ederiz. Sonunda denklemi daha iyi anlamak için $k = m\omega_0^2$ ifadesini de kullandık. Şimdi her terimde cos ωt göründüğü için, denklemi buna bölebiliriz. Bu da, C'yi doğru seçmek koşuluyla, (21.10)'un aslında bir çözüm olduğunu gösterir. C için doğru yanıt

$$C = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \tag{21.12}$$

olmalıdır. Yani, m kütlesi kuvvetle aynı frekansta titreşmektedir, fakat genlik hem kuvvetin frekansına ve hem de salınıcının doğal hareket frekansına bağlıdır. Bu demektir ki önce ω frekansı ω_0'a göre çok küçükse, yer-değiştirme ve kuvvet aynı yöndedir. Diğer taraftan, cismi çok hızlı titreştirirsek, yani ω harmonik salınıcının doğal ω_0 frekansından büyükse, (21.12) eşirliği C'nin negatif olacağını söyler. (ω_0'a harmonik salınıcının doğal frekansı ve ω'ya uygulanan frekans diyeceğiz.) Çok yüksek frekansta, payda çok büyük hale gelebilir ve o durumda pek fazla genlik kalmaz.

Kuşkusuz bulduğumuz çözüm, ancak her şeyi tam doğru başlatmışsak çözümdür; aksi halde genelde bir süre sonra sönen bir parça vardır. Bu sönen parçaya $F(t)$'ye *geçici* tepki denir; oysa (21.10) ve (21.12)'ye *kararlı-durum* tepkisi adı verilir.

(21.12) denklemimiz uyarınca, çok dikkat çekici bir şey de meydana gelir: ω frekansı ω_0'a çok yakınsa, o zaman C sonsuza yaklaşmalıdır. Böylece kuvvetin frekansını doğal frekansla "uygun tempo"da olacak şekilde ayarlarsak, devasa büyüklükte bir yer-değiştirme elde ederiz. Salıncakta çocuğunu sallayan herkes iyi bilir bunu. Bunu gözlerinizi kapayıp rastgele bir hızda yaparsanız, çok iyi çalışmaz. Ama doğru zamanlamayı yakalarsanız, salıncak gitgide daha yükseğe çıkar; fakat kötü zamanlama halinde, çekmemiz gerekirken itmiş oluruz ve salıncak pek yükselmez.

ω tam ω_0'a eşit yapılırsa, salınımın *sonsuz* genlikle olması gerekir, bu elbette olanaksızdır. Bunun olmamasının nedeni, denklemde bir şeylerin yanlış gitmesidir; (21.8)'de yer almayan, ama gerçek dünyada bulunan bazı başka sürtünme terimleri ve başka kuvvetler vardır. Bu nedenlerden ötürü genlik sonsuza ulaşmaz; belki de yay kopar!

22
CEBİR

22-1 Toplama ve çarpma

22-1 Toplama ve çarpma
22-2 Ters işlemler
22-3 Soyutlama ve genelleme
22-4 Rasyonel-olmayan sayıları yaklaşık hesaplama
22-5 Karmaşık sayılar
22-6 Sanal üsteller

Titreşen sistemlerin incelenmesinde, matematiğin tümünde en göze çarpan, neredeyse en şaşırtıcı denklemlerden birini kullanma fırsatını elde edeceğiz. Fizikçi olarak bu denklemi iki dakika içinde üretip kullanabilirdik. Fakat bilim pratik yarar için olduğu kadar entelektüel haz içindir de; bu nedenle bu harika mücevher üzerine sadece birkaç dakika harcamak yerine, bu mücevheri matematiğin temel cebir denen dalının büyük planı içinde onun özel dekoruyla sarmalayacağız.

"Bir fizik dersinde matematiğin işi ne?" diye sorabilirsiniz. Birçok olası nedenimiz var: Birincisi, matematik kuşkusuz önemli bir araçtır, fakat bu bizi sadece denklemi iki dakika içinde verme hususunda bağışlayabilir. Diğer taraftan, kuramsal fizikte tüm yasalarımızı matematiksel yapılar içinde yazabileceğimizi anlarız; bu da kesin bir basitlik ve güzellik sağlar. Böylece, en sonunda, doğayı anlamak için, matematiksel bağıntıların daha derin şekilde kavranması gerekebilir. Fakat gerçek neden, konunun zevkli oluşudur ve biz insanlar doğayı farklı şekillerde küçük parçalara ayırsak ve farklı bölümlerde farklı dersler versek de, böyle bir bölümleme aslında yapaydır ve entelektüel zevklerimizi nerede bulursak onların keyfini orada sürmeliyiz.

Çoğumuz lisede cebir çalışmış olsak bile, şimdi cebire çok daha özenle bakmamızın bir başka nedeni, onu o zaman ilk kez çalışmış olmamızdır; tüm denklemler yabancıydı ve şimdi fizik gibi o zaman o da zordu. Arada sırada geri bakıp hangi alanın kapsandığını ve her şeyin büyük haritası ya da planının ne olduğunu görmek büyük bir zevk verir insana. Belki bir gün Matematik Bölümünden birisi de vereceği bir mekanik dersinde, eskiden fizik dersinde ne öğrenmeye çalıştıklarını bu şekilde göstermeye çalışacaktır!

Cebir konusu tam olarak bir matematikçi görüşüyle geliştirilmeyecektir, çünkü matematikçiler çeşitli matematiksel olguların nasıl gösterilecekleriyle, mutlak şekilde kaç varsayım gerektiği ve kaç varsayımın gerekmediğiyle ilgilenirler. Kanıtladıklarının sonucuyla pek ilgilenmezler. Örneğin, biz Pisagor teoremini, bir dik üçgenin iki kenarının karelerinin toplamının hipotenüsün karesine eşit olduğunu ilginç bulabiliriz; bu ilginç bir olgudur, merak uyandıracak derecede basit bir şey, nasıl kanıtlanacağını ya da hangi aksiyomların gerektiğini tartışmaksızın beğenilebilir. Böylece, temel cebir sistemini, işte aynı bu anlamda, nitel olarak betimleyeceğiz. *Temel* cebir diyoruz, çünkü matematiğin *modern* cebir denen bir dalı da vardır ki orada $ab = ba$ gibi kuralların bazıları terk edilir; bu da yine cebirdir, ama biz onu tartışmayacağız.

Bu konunun tartışılmasına ortalardan başlayacağız. Tamsayıların ne olduğunu, sıfırın ne olduğunu ve bir sayının bir birim artırılmasının ne anlama geldiğini zaten bildiğimizi varsayacağız. "Bu ortadan demek değil!" diyebilirsiniz. Fakat bu, matematiksel açıdan ortadır, çünkü çok daha geriye gidebilir ve tamsayıların bu özelliklerinin bazılarını *türetmek* için kümeler kuramını betimleyebilirdik. Ama o yöne, matematik felsefesi ve matematik mantığı yönüne gitmeyeceğiz; daha ziyade, tamsayıların ne olduğunu ve onların nasıl sayıldığını bildiğimiz varsayımından hareketle, diğer yöne doğru ilerleyeceğiz.

Belirli bir a sayısıyla, bir tamsayıyla, başlar ve ardışık olarak bir birimi b kere sayarsak, $a + b$ diye adlandıracağımız sayıya varırız ve bu, tamsayıların *toplamını* tanımlar.

Toplamı tanımladıktan sonra, şunu ele alabiliriz: Hiçbir şeyle başlar ve ona a'yı ardı ardına b kere eklersek, sonuca tamsayıların *çarpımı* deriz; buna b kere a adını veririz.

Şimdi de bir *dizi çarpma*ya sıra gelir: 1'le başlar ve onu ardı ardına a ile b kere çarparsak, buna *bir kuvvete yükseltme* adını veririz: a^b.

Bu tanımların bir sonucu olarak, aşağıdaki tüm bağıntıların doğru oldukları kolayca gösterilebilir:

$$\begin{aligned}
&\text{(a)}\quad a+b=b+a && \text{(b)}\quad a+(b+c)=(a+b)+c\\
&\text{(c)}\quad ab=ba && \text{(d)}\quad a(b+c)=ab+ac\\
&\text{(e)}\quad (ab)c=a(bc) && \text{(f)}\quad (ab)^c=a^c b^c\\
&\text{(g)}\quad a^b a^c=a^{(b+c)} && \text{(h)}\quad (a^b)^c=a^{(bc)}\\
&\text{(i)}\quad a+0=a && \text{(j)}\quad a\cdot 1=a\\
&\text{(k)}\quad a^1=a
\end{aligned} \tag{22.1}$$

Bu sonuçlar iyi bilinmektedir ve lafı fazla uzatmayıp, onları sadece listelemekle yetineceğim. Kuşkusuz, 1 ve 0 özel niteliklere sahiptir; örneğin a+0 eşit a, a kere 1 = a ve a'nın birinci kuvveti yine a'dır.

Bu tartışmada tanımlanması çok zor olan süreklilik ve sıralama gibi birkaç başka özelliği de varsaymalıyız; bu tanımlamaları özenli kurama bırakacağız. Ayrıca, aşırı fazla "kurallar" yazdığımız kesinlikle doğrudur; onlardan bazıları diğerlerinden çıkarılabilir, fakat böyle sorunları dert etmiyoruz.

22-2 Ters işlemler

Doğrudan toplama, çarpma ve bir kuvvete yükseltme işlemlerine ek olarak, *ters* işlemler de söz konusudur ve bunlar aşağıdaki gibi tanımlanırlar. a ve c'nin verildiğini ve $a + b = c$, $ab = c$, $b^a = c$ gibi denklemleri sağlayan b değerlerinin ne olduklarını bulmak istediğimizivarsayalım. $a + b = c$ ise, b değeri $c - a$ olarak tanımlanır ve buna *çıkarma* denir. Bölme denen işlem de açıktır: $ab = c$ ise, o zaman $b = c/a$ bölmeyi tanımlar; yani, $ab = c$ denkleminin "tersine" bir çözümüdür. Şimdi $b^a = c$ kuvvetine sahipsek, "b nedir?" diye sorabiliriz. Buna c'nin a'yıncı *kökü* denir: $b = \sqrt[a]{c}$. Örneğin, kendimize "hangi tamsayının üçüncü kuvveti 8'e eşittir?" diye sorarsak, bunun yanıtı 8'in *küp kökü*dür ve bu 2'dir. b^a ve a^b eşit olmadıkları için, kuvvetlerle ilişkili *iki* ters problem vardır ve diğer ters problem şudur: "8 elde etmek için 2'yi hangi kuvvete yükseltmeliyiz?" Buna *logaritma* alma denir. $a^b = c$ ise, $b = \log_a c$ yazarız. Diğerlerine göre bunun biçimsiz bir gösterime sahip olması, onun, en azından tamsayılara uygulanmış olarak, diğer işlemlerden daha az temel olduğu anlamına gelmez. Bir cebir dersinde logaritmalardan biraz geç söz edilse de, onlar pratikte kuşkusuz tam anlamıyla kökler kadar temeldir; sadece bir cebirsel denklemin farklı türden bir çözümüdür. Doğru ve ters işlemler aşağıdaki gibi özetlenebilir:

$$\begin{aligned}
&\text{(a)}\quad \text{toplama} && \text{(a')}\quad \text{çıkarma}\\
&\qquad a+b=c && \qquad b=c-a\\
&\text{(b)}\quad \text{çarpma} && \text{(b')}\quad \text{bölme}\\
&\qquad ab=c && \qquad b=c/a\\
&\text{(c)}\quad \text{kuvvet} && \text{(c')}\quad \text{kök}\\
&\qquad b^a=c && \qquad b=\sqrt[a]{c}\\
&\text{(d)}\quad \text{kuvvet} && \text{(d')}\quad \text{logaritma}\\
&\qquad a^b=c && \qquad b=\log_a c
\end{aligned} \tag{22.2}$$

Şimdi fikir şudur. Bu bağıntılar ya da kurallar, toplama, çarpma ve bir kuvvete yükseltmenin tanımlarından geldikleri için, tamsayılar için doğrudur. a, b *ve c'nin temsil ettiği cisimler sınıfını genişletip genişletemeyeceğimizi tartışa-*

cağız, öyle ki $a + b$ ve diğerleri için işlemler, örneğin doğrudan 1 ekleme eylemi ya da ardı ardına tamsayılarla çarpmalar cinsinden tanımlanamayacakları halde, *bunlar bu aynı kurallara uysunlar.*

22-3 Soyutlama ve genelleme

Tüm bu tanımları kullanarak basit cebirsel denklemleri çözmeye çalıştığımızda, hemen aşağıdaki gibi bazı çözümsüz problemler keşfederiz. $b = 3 - 5$ denklemini çözmeye çalıştığımızı varsayalım. Çıkarma tanımımız uyarınca bu demektir ki 5'e eklenince 3 verecek bir sayı bulmalıyız. Kuşkusuz, sadece pozitif tamsayıları düşününce, böyle bir sayı *yok*tur; bu çözülemez bir problemdir. Bununla birlikte, plan, harika bir fikir, *soyutlama ve genelleme*dir. Cebirin kurallar artı tamsayılar olan bütün yapısından, toplama ve çarpmanın özgün tanımlarını çıkarırız, fakat bunların özgün olarak küçük bir sınıf üzerinde türetilmiş olmalarına karşın, (22.1) ve (22.2) kurallarından vazgeçip bunların *genel olarak* daha geniş bir sayılar sınıfı üzerinde doğru olduklarını varsayarız. Böylelikle, kuralları tanımlamak için sembolik olarak tamsayıları kullanmak yerine, çok daha genel türden bir sayıyı temsil eden sembollerin tanımı olarak kuralları kullanırız. Bir örnek olmak üzere, sadece kurallarla çalışarak, $3 - 5 = 0 - 2$ olduğunu gösterebiliriz. Aslında *tüm* çıkarmaların yapılabileceğini gösterebiliriz, yeter ki *negatif sayılar* denen yeni bir sayılar kümesi tanımlayalım: $0 - 1$, $0 - 2$, $0 - 3$, $0 - 4$, vb. O zaman negatif sayılarla çarpma kurallarını bulmak için, $a(b + c) = ab + ac$ ve tüm diğer kuralları kullanabiliriz. Böylece aslında tüm kuralların hem pozitif sayılarla ve hem de negatif sayılarla devam edebileceğini keşfederiz.

Böylece üzerinde kuralların işlediği cisimlerin bölgesini artırmış oluruz, fakat sembollerin anlamı farklıdır.

Örneğin -2 kere 5, aslında 5'i ardı ardına -2 kere toplamak anlamına gelmez. Bu hiçbir şey ifade etmez. Fakat yine de kurallar uyarınca her şey doğru şekilde işleyecektir.

Kuvvet almada ilginç bir problem ortaya çıkar. $a^{(3-5)}$'in ne anlama geldiğini keşfetmek istediğimizi varsayalım. Sadece $3 - 5$'in, $(3 - 5) + 5 = 3$ probleminin bir çözümü olduğunu biliyoruz. Bunu bilince, $a^{(3-5)}a^5 = a^3$ olduğunu da biliyoruz. Dolayısıyla bölmenin tanımı uyarınca $a^{(3-5)} = a^3 / a^5$'tir. Birazcık çalışmayla, bunu $1/a^2$'ye indirgeyebiliriz. Böylece negatif kuvvetlerin, pozitif kuvvetlerin tersleri olduklarını buluruz, fakat $1/a^2$ anlamsız bir semboldür, çünkü a bir pozitif ya da negatif bir tamsayıysa, onun karesi 1'den büyüktür ve biz 1'in 1'den büyük bir sayıya bölümünün ne anlama geldiğini henüz bilmiyoruz!

İleri! Mükemmel plan genelleme sürecini devam ettirmektir; Her ne zaman çözemediğimiz bir başka problemle karşılaşırsak, sayılar âlemimizi genişletiriz. Bölme işlemini düşünün: 3'ün 5'e bölümünün sonucuna eşit bir tamsayı, hatta bir negatif sayı bile bulamayız. Fakat tüm kesirli sayıların da kuralları sağladığını varsayarsak, o zaman kesirleri çarpma ve toplama hususunda konuşabiliriz ve her şey daha önceki gibi iyi çalışır.

Kuvvetlerin başka bir örneğini alın: $a^{3/5}$ nedir? 3/5'in tanımı olduğu için, sadece $(3/5)5 = 3$ olduğunu biliyoruz. Öyleyse $(a^{3/5})^5 = a^{3/5(5)} = a^3$'tür; çünkü bu, kurallardan biridir. Bu durumda köklerin tanımı aracılığıyla, $a^{(3/5)} = \sqrt[5]{a^3}$ eşitliğini buluruz.

Bu şekilde, tanımın saptanmasında bize yardımcı olması için kuralların kendilerini kullanmak suretiyle, çeşitli sembollere kesirleri yerleştirmenin ne anlama geldiğini tanımlayabiliriz; bu keyfî değildir. Tüm kuralların hâlâ pozitif ve negatif tamsayılar için olduğu kadar kesirler için de çalışması olağanüstü bir olgudur!

Genelleme sürecine devam edebiliriz. Çözemediğimiz başka denklemler var mıdır? Evet, vardır. Örneğin, şu denklemi çözmek olanaksızdır: $b = 2^{1/2} = \sqrt{2}$. Karesi 2'ye eşit olan rasyonel (bir kesir) bulmak olanaksızdır. Bu modern günlerde bu soruyu yanıtlamak bizim için çok kolaydır. Ondalık sistemi biliyoruz ve böylece sonu gelmez bir ondalığın 2'nin karekökünü bir tür yaklaştırma ola-

rak anlamını değerlendirmede güçlük çekmeyiz. Tarihsel olarak, bu düşünce eski Yunanlara büyük güçlük çıkarmıştı. Bunun ne anlama geldiğini gerçekten *kesin olarak* tanımlamak, burada süreklilik ve sıralama maddesini eklememizi gerektirir ve bu aslında genelleme süreçlerinde tam bu noktada en zor basamaktır. Bu, formal ve kesin olarak, Dedekind tarafından yapılmıştı. Bununla birlikte, matematiksel özeni dert etmeksizin, demek istediğimizin şu olduğunu anlamak oldukça kolaydır: İstenen sonuca gitgide yaklaşan yaklaşık ondalıkların bir tam dizisini, durmaksızın devam eden mükemmel ondalıkları (çünkü bir yerde duran her ondalık, kuşkusuz rasyoneldir) bulacağız. Tartışmayı arzuladığımız şey için bu kadarı yeterlidir; şimdiye kadar ifade ettiklerimiz, rasyonel-olmayan sayılara eğilmemize ve 2'nin karekökü gibi şeyleri yeterli çalışmayla, istenen doğrulukta hesaplamaya olanak verir.

22-4 Rasyonel-olmayan sayıları yaklaşık hesaplama

Şimdi de rasyonel-olmayan kuvvetlerle olacaklara gelelim. Örneğin, $10^{\sqrt{2}}$'yi tanımlamak istediğimizi varsayalım. İlke olarak, yanıt yeterince basittir. 2'nin karekökünü belli sayıda ondalıkla yaklaştırmaya çalışırsak, kuvvet rasyonel olur ve üstteki yöntemi kullanarak yaklaşık kökü alabiliriz ve $10^{\sqrt{2}}$'nin *yaklaşık değeri*ni elde ederiz. Sonra birkaç ondalık daha katıp (yine rasyonel), bu kez daha büyük bir kuvvetle uygun kökü alır ve daha iyi bir yaklaştırma elde ederiz. Kuşkusuz gitgide devasa uzunlukta köklerle işler aşırı zorlaşacaktır. Bu problemin üstesinden nasıl gelebiliriz?

Kareköklerini, küp köklerini ve diğer küçük kökleri hesaplamada, bir ondalıktan diğerine ulaşabileceğimiz bir aritmetik süreç vardır. Fakat rasyonel-olmayan kuvvetleri ve onlarla birlikte giden logaritmaları (ters problem) hesaplamak için gereken çalışma yükü öylesine büyüktür ki bunun için kullanabileceğimiz basit bir aritmetik süreç yoktur. Dolayısıyla bu kuvvetleri hesaplamamıza yarayan tablolar hazırlanmıştır; bunlara, tablonun hangi yönde kurulduğuna bağlı olarak, logaritma tabloları ya da kuvvet tabloları denir. Bu sadece zamandan tasarruf meselesidir; bir sayıyı rasyonel-olmayan bir kuvvete yükseltmemiz gerekiyorsa, onu hesaplamak yerine ona tablodan bakarız. Kuşkusuz böyle bir hesaplama sadece teknik bir problemdir, ama ilginçtir de ve tarihsel değeri büyüktür. Daha en başta, sadece $x = 10^{\sqrt{2}}$'yi çözme problemi değil, ayrıca $10^x = 2$'yi ya da $x = \log_{10} 2$'yi çözme problemi de var. Sonuç için yeni tür bir sayı tanımlamamız gereken bir problem değildir bu; sadece bir hesaplama problemidir. Yanıt basitçe rasyonel-olmayan bir sayıdır –durmaksızın devam eden bir ondalık; yeni türden bir sayı değil.

Şimdi de böyle denklemlerin çözümlerini hesaplama problemlerini tartışalım. Genel düşünce aslında çok basittir. 10^1 ve $10^{4/10}$ ve $10^{1/100}$ ve $10^{4/1000}$ ve bu gibi sayıları hesaplayabilir ve onları birbirleriyle çarpabilirsek, $10^{1,414\cdots}$ ya da $10^{\sqrt{2}}$'yi elde edebiliriz –olayın dayandığı genel düşünce budur. Fakat $10^{1/10}$ ve benzerlerini hesaplamak yerine, biz $10^{1/2}$, $10^{1/4}$ ve bu gibi sayıları hesaplayacağız. Başlamadan önce, bazı başka sayılar yerine, neden 10'la bu kadar çok çalıştığımızı açıklamalıyız. Kuşkusuz, matematiksel kök alma problemi yanında, logaritma tablolarının büyük pratik yararını fark ediyoruz; çünkü her tabana göre

$$\log_b (ac) = \log_b a + \log_b c \tag{22.3}$$

olur. Bir logaritma tablosuna sahipsek, bu olguyu pratik şekilde sayıları çarpmak için kullanabileceğimizi çok iyi biliyoruz. Tek problem şudur: Hangi b tabanına göre hesaplayacağız? Hangi tabanı kullanacağınızın önemi yoktur; her zaman aynı ilkeyi kullanabilirsiniz ve herhangi özel bir tabana göre logaritmaları kullanıyorsak, sadece bir ölçek değişimiyle –bir çarpım faktörü– bir başka tabana göre logaritmaları bulabilirsiniz. (22.3) denklemini 61 ile çarparsak, bu denklem de tam doğrudur. Eğer b tabanına göre bir logaritma tablosuna sahip olsaydık ve bir başkası bizim tüm tablomuzu 61 ile çarpsaydı, önemli hiçbir fark olmazdı. Tüm sayıların b tabanına göre logaritmalarını bildiğimizi varsayalım. Başka bir deyişle, bir tablomuz olduğundan, her c için $b^a = c$ denklemini çözebiliriz. Problemimiz, aynı c sayısının logaritmasını bir başka tabana, diye-

lim ki x tabanına göre bulmaktır. $x^{a'} = c$'yi çözmek istiyoruz. Bunu yapmak kolaydır, çünkü her zaman için $x = b^t$ yazabiliriz; bu, x ve b bilinince, t'yi tanımlar. Aslında, $t = \log_b x$'tir. Bu durumda, bunu yerine koyup a' sayısını çözersek, $(b^t)^{a'} = b^{ta'} = c$ olduğunu görürüz. Başka bir deyişle, ta', c'nin b tabanına göre logaritmasıdır. Böylece $a' = a/t$'dir. Demek ki x tabanına göre logaritmalar, bir sabit olan $1/t$ kere b tabanına göre logaritmalardır. Dolayısıyla her logaritma tablosu, bir sabitle çarpmak kaydıyla, bir başka logaritma tablosuna eşdeğerdir; çarpılacak sabit $1/\log_b x$'tir. Bu bize özel bir taban seçme hakkı verir ve biz de kolaylık nedeniyle 10 tabanını alırız. (Herhangi bir doğal taban olup olmadığı sorusu ortaya atılabilir, öyle bir taban ki işler biraz daha basit olsun; buna daha sonra bir yanıt bulmaya çalışacağız. Şu anda 10 tabanını kullanacağız.)

Tablo 22-1
10'un Ardışık Karekökleri

Kuvvet s	$1024\,s$	10^s	$(10^s-1)/s$
1	1024	10,00000	9,00
1/2	512	3,16228	4,32
1/4	256	1,77828	3,113
1/8	128	1,33352	2,668
1/16	64	1,15478	2,476
1/32	32	1,074607	2,3874
1/64	16	1,036633	2,3445
1/128	8	1,018152	$2{,}3234^{211}$
1/256	4	1,0090350	$2{,}3130^{104}$
1/512	2	1,0045073	$2{,}3077^{53}$
1/1024	1	1,0022511	$2{,}3051^{26}$
			$\downarrow^{26}$
$\Delta/1024$ ($\Delta\to 0$)	Δ	$1+0{,}0022486\Delta$	$\leftarrow 2{,}3025$

Şimdi logaritmaları nasıl hesaplayacağımızı görelim. 10'un ardışık köklerini deneme yoluyla hesaplamayla başlayalım. Sonuçlar Tablo 22-1'de görülmektedir. 10'un kuvvetleri ilk sütunda ve 10^s sonucu üçüncü sütunda verilmektedir. Böylece $10^1 = 10$'dur. 10'un bir-bölü-iki kuvveti kolayca hesaplanabilir, çünkü bu, 10'un karekökü'dür ve herhangi bir sayının karekökünü almanın bilinen basit bir süreci vardır.* Bu süreci kullanarak, ilk karekökü 3,16228 olarak buluruz. Bu ne işe yarar? Şimdiden bize bir şey söyler: $10^{0,5}$'in nasıl alınacağını. Böylece şimdi en azından bir logaritmayı biliyoruz; 3,16228'in logaritmasına gerek duyuyorsak, yanıtın 0,50000'e yakın olduğunu biliriz. Fakat bundan biraz daha iyisini yapmalıyız; açıkça daha fazla bilgiye ihtiyacımız var. Böylece tekrar karekök alırız ve $10^{1/4}$'ü buluruz; o da 1,77828'dir. Şimdi daha önce sahip olduğumuzdan daha çok sayının logaritmasına sahibiz, 17,78'in logaritması 1,250'dir ve bu arada $10^{0,75}$'i soracak olursa, onu da bulabiliriz, çünkü o $10^{(0,50+0,25)}$'tir; dolayısıyla ikinci ve üçüncü sayının çarpımına eşittir. s sütununda hemen hemen her sayıyı oluşturabilecek yeterli sayıyı elde edebilirsek, 3. sütunda yer alan uygun değerleri çarparak 10'un her kuvvetini bulabiliriz; plan budur. Böylece 10'un ardışık on karekökünü geliştiririz ve bulaştığımız esas iş de zaten buydu.

Neden gitgide daha kesin hesaplamalara girmiyoruz? Çünkü bir şeye dikkat etmeye başlıyoruz. 10'un çok küçük bir kuvvetini alırsak, 1 artı çok küçük bir miktar elde ederiz. Bunun nedeni açıktır; çünkü 10'u geri elde etmek için, $10^{1/1000}$'in 1000'inci kuvvetini almamız gerekir, öyleyse aşırı büyük bir sayıyla başlamamak iyidir; o 1'e yakın olmalıdır. Dikkatimizi çeken şudur: 1'e eklenen

---

* Herhangi bir N sayısının karekökünü bulmanın belirli bir aritmetik işlemi vardır; fakat en kolay yol, oldukça yakın bir a seçmek, N/a'yı bulmak, $a' = \frac{1}{2}[a + (N/a)]$ ortalamasını almak ve bu a' ortalamasını bir sonraki a seçimi için kullanmaktır. Yakınsama çok hızlıdır –her seferinde anlamlı sayılar ikiye katlanır.

küçük sayılar, sanki her seferinde onları sadece 2'ye bölüyoruz gibi görünmeye başlarlar; 1815 sayısının 903, sonra 450, sonra da 225 haline geldiğini görürüz. Böylece açıktır ki, mükemmel bir yaklaşıklık için, bir kök daha alırsak, 1,00112 gibi bir şey elde edeceğiz ve gerçekten tüm kareköklerini *almak* yerine, en son limiti *tahmin ederiz*. Küçük bir Δ/1024 kesri aldığımızda Δ sıfıra yaklaşırken, yanıt ne olacaktır? Bu yanıt, kuşkusuz 1 + 0,0022511'e yakın bir sayı olacaktır. Yine de tam olarak 1 + 0,0022511 değil; aşağıdaki oyunla daha iyi bir değer elde edebiliriz. 1 çıkarıp sonra s kuvvetine böleriz. Bu, tüm fazlalıkları aynı değere düzeltmelidir. Bunların birbirlerine iyice yakın olduklarını görürüz. Tablonun üstlerinde bunlar eşit değildir, fakat aşağılara gelindikçe, gitgide bir sabit değere doğru yakınlaşırlar. Bu sabit değer nedir? Yine s ile nasıl değiştiğini görmek için diziye bakarız. O 211 kadar, 104 kadar, 52 kadar, 26 kadar değişmiştir. Aşağı gittikçe, bu değişmeler açıkça yarıya ine ine gitmektedir. Dolayısıyla aşağıya gitmeyi sürdürürsek, değişimler aşağı yukarı 13, 7, 3, 2 ve 1 şeklinde olur. Böylece 26 kez daha gitmemiz gerekir ve varacağımız gerçek sayı 2,3025'tir. (Aslında, daha sonra göreceğimiz ki bu sayı *tam olarak* 2,3026 olmalıdır, fakat onu gerçeğe uygun bırakmak için aritmetikte hiçbir değişme yapmayacağız.) 1024'te birlerden kuvvetler oluşturarak, bu tablodan 10'un her kuvvetini hesaplayabiliriz.

Aslında şimdi bir logaritma hesaplayalım, çünkü kullanacağımız işlem logaritma tablolarının gerçekte nereden geldiğini belli eder. Bu işlem Tablo 22-2'de gösterilmekte olup, sayısal değerler Tablo-1'de 2. ve 3. sütunlara yerleştirilmiş durumdadır.

Tablo 22-2
Logaritma hesabı: $\log_{10}2$

$$2 \div 1{,}77828 = 1{,}124682$$
$$1{,}124682 \div 1{,}074607 = 1{,}046598, \text{ vb.}$$
$$\therefore\ 2 = (1{,}77828)(1{,}074607)(1{,}036633)(1{,}0090350)(1{,}000573)$$
$$= 10\left[\frac{1}{1024}(256 + 32 + 16 + 4 + 0{,}254)\right] = 10\left[\frac{308{,}254}{1024}\right]$$
$$= 10^{0{,}30103} \qquad \left(\frac{573}{2249} = 0{,}254\right)$$
$$\therefore\ \log_{10}2 = 0{,}30103$$

2'nin logaritmasını hesaplamak isteyelim. Yani, 2'yi elde etmek için 10'u hangi kuvvete yükseltmeliyiz? 10'un 1/2 kuvvetini mi almalıyız? Hayır; bu aşırı büyüktür. Başka bir deyişle, yanıt 1/4'ten büyük ve 1/2'den küçüktür. $10^{1/4}$ çarpanını dışarı alalım; 2'yi 1,77828'e bölelim, 1,124682 buluruz ve böyle devam ederiz. Şimdi logaritmadan 0,250000'i dışarı çıkardık. 1,124682 sayısı, logaritmasına ihtiyacımız olan sayıdır. Bitirdiğimizde, 1/4 ya da 256/1024'ü ekleriz. Şimdi tabloda 1,124682'nin hemen altındaki sayıya bakarız ve o sayı 1,074607'dir. Dolayısıyla 1,124682'yi 1,074607'ye böleriz ve 1,046598'i elde ederiz. Buradan 2'nin Tablo 22-1'deki sayıların bir çarpımı olduğunu buluruz:

$$2 = (1{,}77828)\,(1{,}074607)\,(1{,}036633)\,(1{,}0090350)\,(1{,}000573)$$

Tablomuzun dışında kalmış bir çarpan (1,000573)'tür; bu çarpanın logaritmasını elde etmek için $10^{\Delta/1024} \approx 1 + 2{,}3025\Delta/1024$ sonucumuzu kullanırız. $\Delta = 0{,}254$ buluruz. Dolayısıyla yanıtımız 10 üzeri aşağıdaki kuvvettir: (256 + 32 + 16 + 4 + 0, 254)/1024. Bunları toplayınca, 308,254 /1024 = 0,30103 elde ederiz. Böylece beş basamağa kadar doğru olan $\log_{10} 2 = 0{,}30103$ sonucunu bulmuş oluruz!

Logaritmalar özgün olarak 1620'de Halifaxlı Bay Briggs tarafından işte böyle hesaplanmıştı. "10'un ardışık olarak 54 karekökünü hesapladım" demişti. Aslında o sadece 27'sini hesaplamıştı, çünkü onların geri kalanı Δ'lı oyunla elde edilebilir. Onun çalışması, 10'un yirmi yedi kez karekök hesabını içermekteydi,

bizim on kez yaptığımızdan çok da fazla değil; bununla birlikte, Briggs on-altı basamağa kadar hesapladığı için çok iş yapmıştı ve çalışmasını bastırırken yanıtlarını on-dördüncü basamağa indirgediği için yuvarlama hatası da yoktu. Bu yöntemle logaritma tablolarını on-dördüncü ondalık basamağına kadar yapmıştı; çok can sıkıcı bir iş. Fakat üç yüz yıl boyunca tüm logaritma tabloları basamak sayısı azaltılarak hep Bay Briggs'in tablolarından ödünç alınmıştı. Ancak hesap makineleri çağında bağımsız olarak yeni tablolara sahip olduk. Bugün logaritma hesaplamalarında belirli seri açılımlarını kullanan çok daha verimli yöntemler var.

Üstteki süreçte, oldukça ilginç şöyle bir şey keşfettik, çok küçük ϵ kuvvetleri için 10^{ϵ}'u kolayca hesaplayabiliriz: sırf sayısal çözümlemeyle $10^{\epsilon} = 1 + 2{,}3025\epsilon$ olduğunu keşfettik. Kuşkusuz, n çok küçükse, bu $10^{n/2{,}3025} = 1 + n$ anlamına da gelir. Şimdi herhangi bir tabana göre logaritmalar, sadece 10 tabanına göre logaritmaların katlarıdır. Sadece on parmağımız olduğu ve bunun aritmetiği kolay olduğu için 10 tabanı kullanılmıştı; fakat insanların parmak sayısıyla ilgisi olmayan matematiksel olarak doğal bir taban ararsak, logaritmaların ölçeğini daha elverişli ve doğal tarzda değiştirmeye çalışabiliriz. Seçilen bir yöntem, 10 tabanına gör olan logaritmaların tümünü 2,3025 ile çarparak yeniden tanımlamaktır. Buna *doğal* taban ya da e tabanı denir. $n \to 0$'a giderken, $\log_e(1 + n) \approx n$ ya da $e^n \epsilon\ 1 + n$ olduğuna dikkat edin.

e'nin ne olduğunu bulmak yeterinde kolaydır: $e = 10^{1/2{,}3025}$ ya da $10^{0{,}434294\ldots}$, bir rasyonel-olmayan kuvvet. 10'un ardışık kareköklerini içeren tablomuz, sadece logaritmaları değil, 10'un her kuvvetini hesaplamak için de kullanılabilir. Öyleyse haydi onu bu doğal e tabanını hesaplamak için kullanalım. Kolaylık için, 0,434294. . .'ü 444,73/1024'e dönüştürelim. Şimdi, 444,73 = 256 + 128 + 32 + 16 + 8 + 4 + 0,73'tür. Dolayısıyla, bir toplamın üsteli olduğu için, e'yi sayıların bir çarpımı olarak yazabiliriz:

$$(1{,}77828)(1{,}33352)(1{,}074607)(1{,}036633)(1{,}018152)(1{,}009035)(1{,}001643) = 2{,}7184.$$

(Tek problem 0,73 olan ve tabloda bulunmayan son terimdir, fakat eğer Δ yeterince küçükse, yanıtın $1 + 2{,}3025\Delta$ olduğunu biliyoruz.) Bunların tümünü çarpınca, 2,7184 elde ederiz (2,7183 olmalıydı, ama bu da yeterlidir). Bu durumda böyle tabloları kullanılması, rasyonel-olmayan kuvvetlerin ve rasyonel-olmayan sayıların hesaplanmasının esas yoludur. Bu rasyonel-olmayan sayıları halleder.

22-5 Karmaşık sayılar

Bunca çalışmadan sonra *hâlâ* her denklemi çözemediğimiz anlaşılır! Örneğin, -1'in karekökü nedir? $x^2 = -1$'i çözmek isteyelim. Şu ana kadar keşfettiğimiz hiçbir rasyonel sayının, hiçbir rasyonel-olmayan sayının, *hiçbir şey*in karesi -1 değildir. Demek ki sayılarımızı hâlâ daha geniş bir sınıfa genellemeliyiz. $x^2 = -1$'in özel bir çözümüne bir ad verildiğini, ona i dendiğini varsayalım. i tanım olarak karesi -1 olan bir özelliğe sahiptir. Onun hakkında tek diyeceğimiz şey budur; elbette $x^2 = -1$ denkleminin birden fazla kökü vardır. Birisi i yazar, fakat bir başkası "Hayır, ben $-i$'yi yeğliyorum, Benim i'm, senin senin i'nin eksilisidir" der. O da yine iyi bir çözümdür; madem ki i'nin sahip olduğu tek tanım $i^2 = -1$'dir, öyleyse yazabileceğimiz her denklem i'nin işaretini her yerde değiştirdiğimiz zaman aynı şekilde doğru olmalıdır. Buna *karmaşık eşlenik* alma denir. Artık sayılarımızı, kurallarımız uyarınca, ardışık i'leri toplayarak, sayıları i'lerle çarparak, diğer sayılara ekleyerek ve benzer şeyler yaparak düzenleyebileceğiz. Bu yolla sayıların tamamen $p + iq$ yapısında yazılabileceğini buluruz, burada p ve q'lar şu ana kadar tanımladığımız sayılar, yani *gerçel sayılar* adını verdiğimiz sayılardır. i sayısı *birim sanal sayı* adını alır. i'nin herhangi bir gerçel katına saf sanal denir. En genel sayı, örneğin a, $p + iq$ yapısında olup bir *kar-*

maşık sayı adını alır. Örneğin böyle iki sayıyı çarparsak, diyelim ki $(r+is)$ $(p+iq)$, durum hiç de daha kötüleşmez. O zaman kuralları kullanarak şunu elde ederiz:

$$\begin{aligned}(r + is)\,(p + iq) &= rp + r(iq) + (is)p + (is)(iq)\\ &= rp + i(rq) + i(sp) + (ii)(pq)\\ &= (rp - sq) + i(rq + sp)\end{aligned} \tag{22.4}$$

Çünkü $ii = i^2 = -1$'dir. Dolayısıyla artık (22.1) kurallarına ait olan tüm sayılar bu matematiksel yapıya sahiptir.

Şimdi diyebilirsiniz ki "Bu sonsuza kadar böyle sürer! Sanalların kuvvetlerini ve geri kalanların hepsini tanımlayıp her şeyi bitirdiğimiz zaman, birisi $x^6 + 3x^2 = -2$ gibi çözülemeyen bir başka denklemle çıkagelir. O zaman yeni baştan genelleme yapmak zorunda kalırız!" Fakat anlaşılır ki *bu bir fazla icatla*, sadece -1'in kareköküyle, *her cebirsel denklem çözülebilir!* Bu, kanıtlanmasını Matematik Bölümüne bırakmamız gereken, harika bir olgudur. Kanıtlamalar çok güzel ve çok ilginçtir, fakat apaçık değildir. Aslında, en açık varsayım, tekrar tekrar icatlar yapacağız gibidir. Fakat tümünün en büyük mucizesi, bunun böyle sürmemesidir. Bu son icattır. Karmaşık sayıların bu icadından sonra, kuralların karmaşık sayıları için hâlâ işlediğini görürüz ve yeni şeyler icat etmek bitmiştir. Her karmaşık sayının karmaşık kuvvetlerini bulabiliriz, bu sembollerin sonlu sayısı cinsinden cebirsel olarak yazılmış her denklemi çözebiliriz. Yeni sayılar bulamayız. i'nin karekökü, örneğin, belirli bir sonuçtur, yeni bir şey değildir; ve i^i bir şeydir. Şimdi onu tartışacağız.

Çarpmayı zaten biraz önce tartıştık ve toplama da kolaydır; iki karmaşık sayıyı toplarsak, $(p + iq) + (r + is)$, yanıt $(p + r) + i(q + s)$'tir. Artık karmaşık sayıları toplayabilir ve çarpabiliriz. Fakat asıl problem, elbette *karmaşık sayıların karmaşık kuvvetlerini* bulmaktır. Sorunun, aslında gerçel sayıların karmaşık kuvvetlerini hesaplamaktan daha zor olmadığı anlaşılır. Öyleyse 10'un, rasyonel olmayan değil de, bir karmaşık kuvvetini, $10^{(r\,+\,is)}$'yi hesaplamaya yoğunlaşalım. Kuşkusuz, her zaman (22.1) ve (22.2) kurallarımızı kullanmalıyız. Böylece

$$10^{(r\,+\,is)} = 10^r\,10^{is} \tag{22.5}$$

yazabiliriz. 10^r'yi hesaplamayı zaten biliyoruz ve her şeyi bir başka şeyle çarpabiliriz; dolayısıyla problemimiz sadece 10^{is}'yi hesaplamaktır. Buna $x + iy$ gibi bir karmaşık sayı diyelim. Mesele, s verildiğine göre, x ve y'yi bulmaktır. Eğer

$$10^{is} = x + iy$$

ise, bu denklemin karmaşık eşleniği de doğru olmalıdır:

$$10^{-is} = x - iy$$

(Böylece kurallarımızı kullanarak, aslında hiçbir şey yapmadan çok sayıda nesneyi çıkarabileceğimizi görürüz.) Bunları birbirleriyle çarparak bir başka ilginç şey çıkarırız:

$$10^{is}\,10^{-is} = 10^0 = 1 = (x + iy)\,(x - iy) = x^2 + y^2 \tag{22.6}$$

Böylece x'i bulursak, y'yi de buluruz.

Şimdi problem, 10'un bir sanal kuvvetini *nasıl* hesaplayacağımızdır. Kılavuzumuz nedir? Kurallarımızı artık daha fazla ilerlemek üzere kullanamayız; fakat işte size bir kılavuz: Onu herhangi özel bir s için hesaplayabilirsek, tüm geri kalanlar için de hesaplayabiliriz. Herhangi bir s için 10^{is}'yi bilirsek ve sonra bu s'nin iki misli için istersek, sayının karesini alırız vb. Fakat 10^{is}'yi s'nin özel bir değeri için bile nasıl hesaplayabiliriz? Bunun için diğer tüm kuralların sınıfına pek girmeyen, fakat akla yakın sonuçlara yol açan ve ilerlememizi sağlayan bir ek varsayıp yaparız: Kuvvet küçükse, ϵ iyice küçük hale gelirken, $10^\epsilon = 1 + 2{,}3025\epsilon$ "yasa"sınm doğru olduğunu varsayacağız; sadece gerçel ϵ için değil, *aynı zamanda karmaşık ϵ için de*. Dolayısıyla, bu yasanın genelde doğru olduğu kabulüyle başlarız; bu bize $s \to 0$ olurken $10^{is} = 1 + 2{,}3025 \cdot is$ olduğunu söyler. Böylece s çok küçükse, diyelim ki 1024'te bir ise, o zaman 10^{is} için oldukça iyi bir yaklaşık değer bulmuş oluruz.

Artık 10'un *tüm* sanal kuvvetlerini, yani x ve y'yi hesaplayabileceğimiz bir tablo hazırlayabiliriz. Bu aşağıdaki gibi yapılır. Başlayacağımız ilk kuvvet 1/1024 kuvvetidir; bunun neredeyse $1 + 2{,}3025i/1024$ olacağını varsayarız. Böylece

$$10^{i/1024} = 1{,}00000 + 0{,}0022486i \qquad (22.7)$$

ile başlarız ve her çıkan sayıyı kendisiyle çarpmaya edersek, daha yüksek sanal kuvvetleri elde edebiliriz. Aslında logaritma tablomuzu hazırlarken kullandığımız işlemin tam tersini yapar ve (22.7)'nin karesini, 4'üncü kuvvetini, 8'inci kuvvetini vb, hesaplayabiliriz; böylece Tablo 22-3'te görülen değerleri kurarız. İlginç bir şeye dikkat ederiz, x sayıları önce pozitiftir, fakat sonra negatife dönerler. Biraz sonra buna daha derinden bakacağız. Önce hangi s sayısı için 10^{is}'nin gerçel kısmının *sıfır* olduğunu saptama merakımızı giderelim. y-değeri 1 olabilir ve böylece $10^i = i$ ya da $is = \log_{10} i$'dir. Bu tabloyu nasıl kullanacağımıza bir örnek olsun diye, $\log_{10}$ 2'yi daha önce nasıl hesapladıysak, şimdi de $\log_{10} i$'yi bulmak için Tablo 22-3'ü öyle kullanalım

Saf sanal bir sonuç elde etmek için Tablo 22-3'teki sayıların hangilerini çarpmalıyız? Küçük bir deneme yanılmadan sonra, x'i iyice küçültmek için en iyisinin "512"yi "128" ile çarpmak olduğunu keşfederiz. Bu, $0{,}13056 + 0{,}99159i$ verir. Sonra bunu da öyle bir sayıyla çarpmamız gerektiğini keşfederiz ki, sanal kısmı, ortadan kaldırmak istediğimiz gerçel kısmın büyüklüğüne neredeyse eşit olsun. Böylece y-değeri 0,14349 olan "64"ü seçeriz, çünkü bu 0,13056'ya en yakın olandır. O zaman bu $-0{,}01308 + 1{,}00008i$ verir. Bu kez hedefi aşmış olduğumuzdan, $0{,}99996 + 0{,}00900i$'ye *bölme*liyiz. Bu bölmeyi nasıl yaparız derseniz, i'nin işaretini değiştirip $0{,}99996 - 0{,}00900i$ ile çarparız ($x^2 + y^2 = 1$ verirse, bu işler). Bu şekilde devam ederek, i'yi vermesi için, 10'un yükseltilmesi gereken tam kuvveti $i(512 + 128 + 64 - 4 - 2 + 0{,}20)/1024$ ya da $698{,}20i/1024$ olarak buluruz. Dolayısıyla $\log_{10} i = 0{,}068184i$'dir.

Tablo 22-3
$10^{i/1024} = 1 + 0{,}0022486i$'nin ardışık kuvvetleri

Kuvvet is	$1024s$	10^{is}
$i/1024$	1	$1{,}00000 + 0{,}00225i$*
$i/512$	2	$1{,}00000 + 0{,}00450i$
$i/256$	4	$0{,}99996 + 0{,}00900i$
$i/128$	8	$0{,}99984 + 0{,}01800i$
$i/64$	16	$0{,}99936 + 0{,}03599i$
$i/32$	32	$0{,}99742 + 0{,}07193i$
$i/16$	64	$0{,}98967 + 0{,}14349i$
$i/8$	128	$0{,}95885 + 0{,}28402i$
$i/4$	256	$0{,}83872 + 0{,}54467i$
$i/2$	512	$0{,}40679 + 0{,}91365i$
$i/1$	1024	$-0{,}66928 + 0{,}74332i$
	* $0{,}0022486i$ olmalı	

Tablo 22-4
$10^{i/8}$'nin ardışık kuvvetleri

p = kuvvet · $8/i$	$10^{ip/8}$
0	$1{,}00000 + 0{,}00000i$
1	$0{,}95882 + 0{,}28402i$
2	$0{,}83867 + 0{,}54465i$
3	$0{,}64944 + 0{,}76042i$
4	$0{,}40672 + 0{,}91356i$
5	$0{,}13050 + 0{,}99146i$
6	$-0{,}15647 + 0{,}98770i$
7	$-0{,}43055 + 0{,}90260i$
8	$-0{,}66917 + 0{,}74315i$
9	$-0{,}85268 + 0{,}52249i$
10	$-0{,}96596 + 0{,}25880i$
11	$-0{,}99969 - 0{,}02620i$
12	$-0{,}95104 - 0{,}30905i$
14	$-0{,}62928 - 0{,}77717i$
16	$-0{,}10447 - 0{,}99453i$
18	$+0{,}45454 - 0{,}89098i$
20	$+0{,}86648 - 0{,}49967i$
22	$+0{,}99884 + 0{,}05287i$
24	$+0{,}80890 + 0{,}58836i$

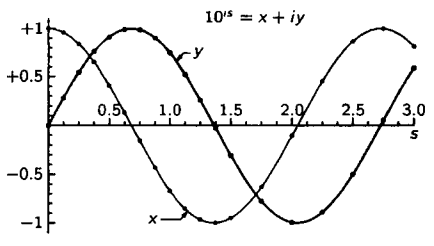
22-6 Sanal üsteller

Karmaşık sanal kuvvetleri alma konusunu biraz daha araştırmak için, her seferinde kuvveti iki misline çıkararak değil de, 10'un *ardışık kuvvetleri*ni alarak bu sanal kuvvetlere bakalım; Tablo 22-3'ü devam ettirerek şu eksi işaretlere ne olduğunu görelim. Bu Tablo 22-4'te görülmektedir, orada $10^{i/8}$'i alıyoruz ve onu çarpmayı sürdürüyoruz. x'in azaldığını, sıfırdan geçtiğini ve neredeyse -1'e kadar geldiğini (eğer $p = 10$ ve $p = 11$ arasına ulaşırsak, açıkça -1'e salınır) ve geri salındığını görüyoruz. y-değeri de ileri ve geri gitmektedir.

Şekil 22-1'deki noktalar Tablo 22-4'te görünen sayıları temsil etmektedir; çizgilerse sırf size görsel olarak yardım etmek üzere çizilmiştir. Böylece x ve y'nin salındığını görüyoruz; 10^{is} *kendini tekrarlamakta*dır *-periyodik* bir şeydir ve böyle olunca onu açıklamak yeterince kolaydır. Çünkü eğer belirli bir kuvvet i ise, o zaman onun dördüncü kuvveti i^2'nin *karesi*dir. Yani tekrar +1 olur ve dolayısıyla $10^{0{,}68i} = i$ olduğundan, dördüncü kuvvetini alarak, $10^{2{,}72i}$'nin +1'e eşit olduğunu keşfederiz. Buna göre, örneğin $10^{3{,}00i}$'yi bilmek istersek, onu $10^{2{,}72i}$ kere $10^{0{,}28i}$ olarak yazabiliriz. Başka bir deyişle, o bir periyoda sahiptir, o tekrar eder. Kuşkusuz bu eğrilerin neye benzediklerini tanırız! Onlar sinüs ve kosinüs gibidirler. Bir ara, onları cebirsel sinüs ve cebirsel kosinüs olarak adlandıracağız. Bununla birlikte, 10 tabanı yerine, onları bizim doğal tabanımıza kaydıracağız; bu sadece yatay ölçeği değiştirir. Öyleyse, 2,3025s'yi t ile gösteririz ve $e^{is} = e^{it}$ yazarız, burada t bir gerçel sayıdır. Şimdi $e^{it} = x + iy$'dir ve bunu t'nin cebirsel kosinüsü artı i kere t'nin cebirsel sinüsü olarak yazacağız. Böylece

$$e^{it} = \cos t + i \sin t \qquad (22.8)$$

olur. cos t ve *sint*'nin özellikleri nelerdir? Önce, örneğin $x^2 + y^2 = 1$ olması gerektiğini biliyoruz; bunu daha önce kanıtlamıştık ve bu tıpkı 10 tabanı için olduğu gibi e tabanı için de doğrudur. Dolayısıyla $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$'dir. Şunu da biliyoruz ki, küçük t'ler için, $e^{it} = 1 + it$ ve dolayısıyla cos t neredeyse 1 ve sin t neredeyse t'dir; öyle ki *bu dikkate değer fonksiyonların* -sanal kuvvetleri al-



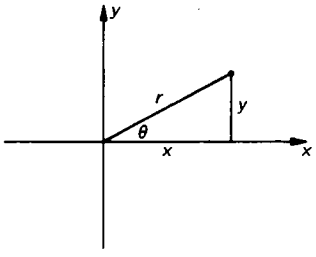
Şekil 22-1

maktan ileri gelen– *bütün özellikleri trigonometrideki sinüs ve kosinüslerle aynıdır.*

Periyot aynı mıdır? Haydi onu da öğrenelim. e'nin hangi kuvveti i'ye eşittir? i'nin e tabanına göre logaritması nedir? Bunu daha önce çalışmıştık, 10 tabanında $0{,}68184i$ olur, fakat logaritmik ölçeği e tabanına değiştirdiğimizde, 2,3025'le çarpmalıyız ve eğer bunu yaparsak, 1,570 çıkar. Fakat bunun olağan $\pi/2$'den sadece son basamakta farklı olduğunu görürüz ve bu kuşkusuz bizim aritmetikteki hatalarımızın sonucudur! Böylece sırf cebirsel tarzda iki yeni fonksiyon, sadece ve sadece cebire ait kosinüs ve sinüs fonksiyonlarını yaratmış olduk. Geometride doğal olan gerçek fonksiyonları keşfettiğimizi sonunda fark ettik. Öyleyse cebir ve geometri arasında eninde sonunda bir ilişki vardır.

Matematikteki en dikkate değer denklemi bununla özetliyoruz:

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \tag{22.9}$$



Şekil 22-2 $x + iy = re^{i\theta}$.

Bu bizim mücevherimizdir.

Karmaşık sayıları bir düzlemde temsil ederek geometriyi cebire bağlayabiliriz; bir noktanın yatay konumu x'tir, düşey konumuysa y'dir (Şekil 22-2). Her karmaşık sayıyı $x + iy$ ile temsil ederiz. Bu noktaya olan yarıçap uzunluğuna r ve açıya θ dersek, cebirsel yasa, $x + iy$'yi $re^{i\theta}$ yapısında yazabileceğimizi söyler, burada x, y ile r, θ arasındaki geometrik bağıntılar şekilde görüldüğü gibidir. Bu, o durumda, cebir ve geometrinin birleştirilmesidir.

Bu bölüme başladığımız zaman, sadece tamsayı ve sayma temel kavramlarıyla donatılmıştık; soyutlama ve genelleme süreçlerinin gücü hakkında çok az fikrimiz vardı. Cebirsel "yasalar" cümlesini ya da sayıların özelliklerini (Denk. 22.1) ve ters işlemlerin tanımlarını (Denk. 22.2) kullanarak, burada kendimiz sadece sayıları değil, fakat logaritma tabloları, kuvvetler ve trigonometrik fonksiyonlar (gerçel sayıların sanal kuvvetlerinin ne oldukları bunlar içindir) gibi yararlı şeyleri üretebilmiştik; tümü sadece 10'un ardışık on karekökünü çıkarmak suretiyle yapılmıştı!

23

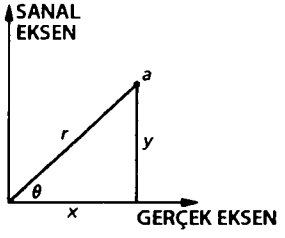
REZONANS

23-1 Karmaşık sayılar ve harmonik salınıcı

23-1 Karmaşık sayılar ve harmonik hareket
23-2 Sönümlü zorla salınıcı
23-3 Elektriksel rezonans
23-4 Doğada rezonans

Bu bölümde harmonik salınıcı ve özellikle zorla harmonik salınıcı tartışmamıza çözümlemede yeni bir yöntem kullanarak devam edeceğiz. Bir önceki bölümde gerçel ve sanal kısımlara sahip karmaşık sayılar fikrini ortaya atmıştık; bu sayılar bir diyagram üzerinde temsil edilebilirler, öyle ki ordinat sanal kısmı ve apsis gerçel kısmı temsil eder. a bir karmaşık sayıysa, onu $a = a_r + ia_i$ olarak yazabiliriz; burada r alt indisi a'nın gerçel kısmı ve i alt indisi a'nın sanal kısmı anlamına gelir. Şekil 23-1'e dayanarak, $a = x + iy$ karmaşık sayısını $x + iy = re^{i\theta}$ yapısında yazabiliriz; burada $r^2 = x^2 + y^2 = (x + iy)(x - iy) = aa^*$'dır. ($a$'nın a^* şeklinde yazılan karmaşık eşleniği, a'daki i'nin işaretini tersine çevirerek elde edilebilir.) Böylece bir karmaşık sayıyı bu iki yapıdan herhangi biriyle –bir gerçel artı bir sanal kısım ya da bir r büyüklüğü ve bir θ evre açısı– temsil edeceğiz. r ve θ verilirse, x ve y açıkça $r\cos\theta$ ve $r\sin\theta$'dır; ve tersine $x + iy$ karmaşık sayısı verilmişse, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ve $\tan\theta = y/x$, yani sanal kısmın gerçel kısma oranıdır.

Karmaşık sayıları fiziksel olayların çözümlemesine şöyle bir oyunla uygulayacağız. Titreşen nesne örneklerine sahibiz; titreşme, belli bir sabit kere $\cos\omega t$ şeklinde olan bir sürücü kuvvete sahip olabilir. Böyle bir $F = F_0\cos\omega t$ kuvveti $F = F_0e^{i\omega t}$ karmaşık sayısının gerçel kısmı olarak yazılabilir, çünkü $e^{i\omega t} = \cos\omega t + i\sin\omega t$'dir. Bunu yapmamızın nedeni, üstel bir fonksiyonla çalışmanın kosinüslerle çalışmaya göre daha kolay olmasıdır. Dolayısıyla tüm oyun, salınan fonksiyonlarımızı belli karmaşık fonksiyonların gerçel kısımlarıyla temsil etmektir. Böyle tanımladığımız F karmaşık sayısı gerçek bir fiziksel kuvvet değildir, çünkü fizikte gerçek kuvvetlerin sanal kısmı yoktur. Bununla birlikte $F_0e^{i\omega t}$ "kuvvetinden" söz edeceğiz, fakat elbette gerçek kuvvet bu ifadenin *gerçel kısmı*dır.



Şekil 23-1 Karmaşık bir sayı "karmaşık düzlem"de bir noktayla temsil edilebilir.

Bir başka örnek alalım. Bir kuvveti, Δ kadar gecikmiş evreli bir kosinüs dalgasıyla temsil etmek isteyelim. Bu, kuşkusuz, $F_0e^{i(\omega t-\Delta)}$'nın gerçel kısmıdır; fakat üstellerin ne oldukları bilindiği için, onu $e^{i(\omega t-\Delta)} = e^{i\omega t}e^{-i\Delta}$ şeklinde yazabiliriz. Böylece üstellerin cebirinin sinüs ve kosinüsün cebirinden çok daha kolay olduğunu görürüz; karmaşık sayıları kullanmayı seçmemizin nedeni budur. Genelde

$$F = F_0e^{-i\Delta}e^{i\omega t} = \hat{F}e^{i\omega t} \tag{23.1}$$

yazacağız. F'nin üzerine küçük bir şapka (^) koyacağız, o bize bu niceliğin bir karmaşık sayı olduğunu hatırlatacak:

$$\hat{F} = F_0e^{-i\Delta}$$

Karmaşık sayıları kullanarak, bir gerçek hal için bir problemi halledip edemeyeceğimizi görmek amacıyla bir denklem çözelim. Örneğin,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{kx}{m} = \frac{F}{m} = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \tag{23.2}$$

denklemini çözmeye çalışalım; burada F salınıcıyı süren bir kuvvet ve x yer-değiştirmedir. Şimdi, saçma bir düşünce gibi gelse de, sadece matematiksel bir amaç için x ve F'nin aslında karmaşık sayılar olduklarını varsayalım. Bu demektir ki x bir gerçel kısma ve i kere bir sanal kısma sahiptir ve F'nin de bir gerçel kısmı ve i kere bir sanal kısmı vardır. (23.2)'nin karmaşık sayılı bir çözü-

müne sahip olsaydık ve bu karmaşık çözümü denklemde yerine koysaydık, şunu elde ederdik:

$$\frac{d^2(x_r + ix_i)}{dt^2} + \frac{k(x_r + ix_i)}{m} = \frac{F_r + iF_i}{m}$$

Ya da:

$$\frac{d^2x_r}{dt^2} + \frac{kx_r}{m} + i\left(\frac{d^2x_i}{dt^2} + \frac{kx_i}{m}\right) = \frac{F_r}{m} + \frac{iF_i}{m}$$

İki karmaşık sayı birbirine eşitse, gerçel kısımları eşit olmalı ve sanal kısımları da eşit olmalıdır; buradan hemen şunu çıkarırız: Sağdaki *x'in gerçel kısımlı terimleri*, soldaki *kuvvetin gerçel kısmına eşit olmalıdır*. Bununla birlikte şunu vurgulamalıyız ki bu gerçel ve sanal kısımlara ayırma genelde geçerli değildir; bu ancak *doğrusal* denklemler, yani x'in her terimde sadece birinci kuvvet ya da sıfırıncı kuvvet olarak göründüğü denklemler için geçerlidir. Örneğin, denklemde λx^2 gibi bir terim olsaydı, o zaman $x_r + ix_i$ koyduğumuzda $\lambda(x_r + ix_i)^2$ elde ederdik ve bunu gerçel ve sanal kısımlarına ayırdığımızda, gerçel kısım olarak $\lambda(x_r^2 - x_i^2)$ ve sanal kısım olarak da $2i\lambda\, x_r x_i$ elde ederdik. Böylece denklemin gerçel kısmının sadece λx_r^2'yi içermeyip, ayrıca $-\lambda\, x_i^2$'yi de içerdiğini görürüz. Bu durumda çözmek istediğimiz denklemden farklı bir denklem elde ederiz -çözümlememizde tamamen yapay olarak ortaya attığımız x_i'nin de işe karıştığı bir denklem!

Şimdi de yeni yöntemimizi, nasıl çözüleceğini zaten bildiğimiz, zorla salınım problemine uygulamaya çalışalım. (23.2) denklemini daha önceki gibi çözmek istiyoruz, fakat

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{kx}{m} = \frac{\hat{F}e^{i\omega t}}{m} \tag{23.3}$$

denklemini çözmeye çalışacağız diyoruz; burada $\hat{F}e^{i\omega t}$ bir karmaşık sayıdır. Kuşkusuz x de bir karmaşık sayı olacaktır, fakat şu kuralı hatırlayınız: Gerçekten ne olduğunu anlamak için gerçel kısmı alınız. Böylece zorla çözüm için (23.3)'ü çözmeye çalışacağız; diğer çözümleri daha sonra tartışacağız. Zorla çözüm, uygulanan kuvvetle aynı frekansa sahiptir ve belli bir salınım genliği ve bir evresi vardır; öyleyse bu bir $\hat{x}$ karmaşık sayısıyla temsil edilebilir, bunun büyüklüğü x uzanımını ve evresi kuvvet için olanla aynı yönde zaman gecikmesini temsil eder. Bir üstel fonksiyonun harika bir özelliği şudur: $d(\hat{x}e^{i\omega t})/dt = i\omega\hat{x}e^{i\omega t}$. Bir üstel fonksiyonun türevini aldığımızda, üssü bir çarpan olarak öne aşağı indiririz. İkinci türev aynı şeyi yapar; aşağıya bir $i\omega$ daha indirir. Böylece küçük bir irdelemeyle, $\hat{x}$ için çözümü derhal yazmak çok basittir: Ne zaman türev görürseniz, basitçe $i\omega$'yla çarparsınız. (Şimdi türev alma, çarpma kadar kolaydır! Doğrusal denklemlerde üstelleri kullanma fikri, neredeyse logaritmanın icadı kadar önemlidir; orada çarpma toplamayla yer değiştirir. Burada türev alma yerini çarpmaya bırakır.) Böylece denklemimiz şu şekle girer:

$$(i\omega)^2\hat{x} + (k\hat{x}/m) = \hat{F}/m \tag{23.4}$$

($e^{i\omega t}$ ortak çarpanını sadeleştirdik.) Ne kadar kolay olduğunu görüyorsunuz! Diferansiyel denklemler derhal sırf cebirsel denklemlere dönüştürülür; $(i\omega)^2 = -\omega^2$ olduğundan, şahsen şu çözüme sahip oluruz:

$$\hat{x} = \frac{\hat{F}/m}{(k/m) - \omega^2}$$

Bu, k/m yerine ω_0^2 koyarak, biraz basitleştirilebilir ve şu bulunur:

$$\hat{x} = \frac{\hat{F}}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \tag{23.5}$$

Bu kuşkusuz daha önce bulduğumuz çözümdür; çünkü $m(\omega_0^2 - \omega^2)$ gerçel bir sayı olduğundan, $\hat{F}$'ın ve $\hat{x}$'nın evre açıları aynıdır (ya da $\omega^2 > \omega_0^2$ ise 180° farklıdır). Ne kadar uzağa salındığını ölçen $\hat{x}$'nın büyüklüğü, $1/m(\omega_0^2 - \omega^2)$ çarpanıyla $\hat{F}$'nın büyüklüğüne bağlıdır ve ω frekansı ω_0'a iyice yaklaşınca bu çarpan deva-

sa hale gelir. Böylece doğru ω frekansını uygularsak, çok büyük bir tepki elde ederiz (bir yayın ucundaki sarkacı tutar ve onu tam doğru frekansla sallarsak, onu çok yükseklere sallandırabiliriz).

23-2 Zorlamalı sönümlü salınıcı

Mesele salınım hareketinin daha zarif bir matematiksel yöntemle nasıl çözümlenebileceğidir. Fakat diğer yöntemlerle kolayca çözülebilen böyle bir problemde yöntemin zarafeti hiç sergilenemez. Bu zarafet ancak onu daha zor problemlere uygularsak sergilenir. Dolayısıyla bir önceki probleme ayrıca oldukça gerçekçi bir çehre ekleyen, daha zor bir başka problemi çözelim. (23.5)'e göre, ω frekansı tam olarak ω_0'a eşit olsaydı, sonsuz bir tepkiye sahip olurduk. Aslında, kuşkusuz, böyle bir sonsuz tepki oluşmaz, çünkü şu ana kadar ihmal ettiğimiz sürtünme gibi bazı başka şeyler, tepkiyi sınırlar. Dolayısıyla (23.2) denklemine bir sürtünme terimi ekleyelim.

Normal olarak, sürtünme teriminin niteliği ve karmaşıklığı nedeniyle, böyle bir problem çok zordur. Bununla birlikte, sürtünme kuvvetinin hareket eden *cismin hızıyla orantılı* olduğu birçok durum vardır. Bir cismin bir yağ ya da yoğun bir sıvı içindeki yavaş hareketinde ortaya çıkan sürtünme, böyle bir sürtünmeye iyi bir örnektir. Cisim dururken bir kuvvet yoktur, fakat cismin hızı arttıkça yağ cismi daha hızlı geçer ve direnç de büyür. Böylece (23.2)'deki terimlere ek olarak, hızla orantılı bir direnç kuvveti de ortaya çıkar: $F_S = -c(dx/dt)$. Denklemi biraz basitleştirmek için, c sabitini m kere γ olarak yazmak, matematiksel çözümlememizde işe yarayacaktır. Bu tam olarak, sırf cebiri basitleştirmek için k'yı $m\omega_0^2$'yle yer değiştirdiğimiz zaman kullandığımız el çabukluğuyla aynıdır. Böylece denklemimiz

$$m(d^2x/dt^2) + c(dx/dt) + kx = F, \tag{23.6}$$

ya da $c = m\gamma$ ve $k = m\omega_0^2$ yazıp m'ye bölerek şu şekilde olacaktır:

$$(d^2x/dt^2) + \gamma(dx/dt) + \omega_0^2 x = F/m \tag{23.6a}$$

Şimdi denklemimiz çözmek için en elverişli yapıdadır. Küçük bir γ değeri, çok küçük bir sürtünmeyi temsil eder; eğer γ çok büyükse, devasa bir sürtünme söz konusudur. Bu yeni doğrusal diferansiyel denklemi nasıl çözeriz? Sürücü kuvvetin $F_0\cos(\omega t + \Delta)$'e eşit olduğunu farz edelim; bunu (23.6a)'da yerine koyup çözmeye çalışalım, fakat yeni yöntemimizi kullanalım. Böylece F'yi, $\hat{F}e^{i\omega t}$'nin gerçel kısmı ve x'i de $\hat{x}e^{i\omega t}$'nin gerçel kısmı olarak yazarız ve bunları (23.6a)'da yerlerine koyarız. Gerçek yerine koymayı yapmak bile gerekmez, çünkü gözle kontrol ederek denklemin aşağıdaki hale geleceğini görebiliriz:

$$[(i\omega)^2\hat{x} + \gamma(i\omega)\hat{x} + \omega_0^2\hat{x}]e^{i\omega t} = (\hat{F}/m)e^{i\omega t} \tag{23.7}$$

[Aslında, (23.6a) denklemini bizim eski düz yolumuzla çözmeye çalışsaydık, "karmaşık" yöntemin büyüsünü gerçekten takdir ederdik.] Her iki yanı $e^{i\omega t}$'ye bölersek, verilen $\hat{F}$ kuvvetine olan $\hat{x}$ tepkisini elde edebiliriz:

$$\hat{x} \quad \frac{\hat{F}}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \tag{23.8}$$

Böylece $\hat{x}$ yine $\hat{F}$ kere belli bir çarpan şeklinde verilir. Bu çarpan için teknik bir ad, özel bir harf yoktur, fakat tartışma amacıyla ona R diyebiliriz:

$$R = \frac{1}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}$$

ve

$$\hat{x} = \hat{F}R \tag{23.9}$$

(γ ve ω_0 harfleri çok yaygın kullanımda olmakla birlikte, bu R'nin özel bir adı yoktur.) Bu R çarpanı ya $p + iq$ ya da belli bir ρ büyüklüğü kere $e^{i\theta}$ şeklinde yazılabilir. O belli bir büyüklük kere $e^{i\theta}$ şeklinde yazılırsa, bunun ne anlama geleceğini görelim. Şimdi $\hat{F} = F_0e^{i\Delta}$ olup, gerçek F kuvveti ise, $F_0e^{i\Delta}e^{i\omega t}$'nin gerçel kıs-

mı, yani $F_0 \cos(\omega t + \Delta)$'dır. Ayrıca, (23.9) denklemi, $\hat{x}$'in $\hat{F}R$'ye eşit olduğunu söyler. Öyleyse, R için bir başka isim olarak $R = \rho e^{i\theta}$ yazarsak, şunu elde ederiz:

$$\hat{x} = R\hat{F} = \rho e^{i\theta} F_0 e^{i\Delta} = \rho F_0 e^{i(\theta+\Delta)}$$

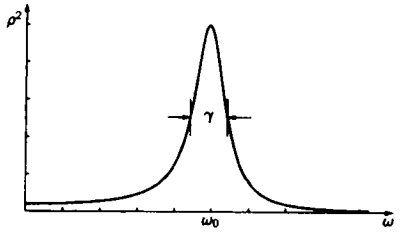
Sonunda, daha da geriye giderek anlarız ki, karmaşık $\hat{x}e^{i\omega t}$'nin gerçel kısmı olan fiziksel x, $\rho F_0 e^{i(\theta+\Delta)}e^{i\omega t}$'nin gerçel kısmıdır. Fakat ρ ve F_0 gerçeldir ve $e^{i(\theta+\Delta+\omega t)}$'nin gerçel kısmı basitçe $\cos(\omega t + \Delta + \theta)$'dır. Böylece

$$x = \rho F_0 \cos(\omega t + \Delta + \theta) \tag{23.10}$$

olur. Buna göre, tepki genliği, F kuvvetinin büyüklüğü kere belli bir ρ büyütme çarpanıdır; bu bize salınımın "miktarı"nı verir. Ayrıca bize şunu da der: x yer-değiştirmesi, Δ evreli kuvvetle aynı evrede olmayıp fazladan bir θ miktarı kadar kaymıştır. Dolayısıyla ρ ile θ tepkinin büyüklüğünü ve tepkinin evre kaymasını temsil ederler.

Şimdi de ρ'nun ne olduğunu hesaplayalım. Bir karmaşık sayımız varsa, onun büyüklüğünün karesi, bu sayı kere onun karmaşık eşleniğidir; böylece

$$\begin{aligned}\rho^2 &= \frac{1}{m^2(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \\ &= \frac{1}{m^2[(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2\omega^2]}\end{aligned} \tag{23.11}$$



Şekil 23-2 ω'ya karşı ρ^2'nin çizimi.

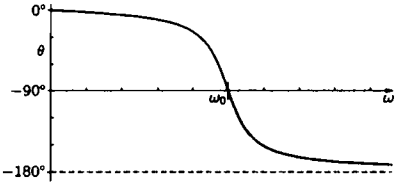
Ek olarak, θ evresini de bulmak kolaydır, çünkü

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\rho e^{i\theta}} = \frac{1}{\rho} e^{-i\theta} = m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)$$

yazarsak,

$$\tan\theta = \frac{-\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \tag{23.12}$$

olduğunu görürüz. $\tan(-\theta) = -\tan\theta$ olduğundan, eksi işareti gelmiştir. Tüm ω'lar için θ'nın değeri eksi çıkar ve bu, F kuvvetinden geride kalan x yer-değiştirmesine karşılık gelir.



Şekil 23-3 ω'ya karşı θ'nın çizimi.

Şekil 23-2, ρ^2'nin frekansın fonksiyonu olarak değişimini göstermektedir (ρ^2 fiziksel olarak ρ'dan daha ilginçtir, çünkü ρ^2 genliğin karesiyle orantılıdır ya da aşağı yukarı kuvvet tarafından salınıcıda geliştirilmiş olan *enerji*dir). γ çok küçükse, o zaman en önemli terimin $1/(\omega_0^2 - \omega^2)^2$ olduğunu ve tepkinin $\omega = \omega_0$ için sonsuza doğru gitmeye çalıştığını görürüz. "Sonsuz" gerçekte sonsuz değildir, çünkü $\omega = \omega_0$ ise, o zaman $1/\gamma^2\omega^2$ hâlâ oradadır. Evre kayması Şekil 23-3'te görüldüğü gibi değişir.

Belli durumlarda (23.8)'den hafifçe farklı bir denklem elde ederiz; ona da "rezonans" denklemi denir ve onun farklı bir olayı temsil ettiği düşünülebilirse de öyle değildir. Bunun nedeni şudur; eğer γ çok küçükse, eğrinin en ilginç parçası $\omega = \omega_0$ civarıdır ve (23.8)'i yaklaşık bir denklemle yer değiştirebiliriz, öyle ki bu yaklaşık denklem γ'nın çok küçük ve ω'nın ω_0'a çok yakın olduğu frekanslarda çok doğrudur. $\omega_0^2 - \omega^2 = (\omega_0 - \omega)(\omega_0 + \omega)$ olduğuna göre, ω'nın ω_0'a çok yakın olması halinde, bu ifade $2\omega_0(\omega_0 - \omega)$'yla neredeyse aynıdır ve $\gamma\omega$ da $\gamma\omega_0$ ile neredeyse aynıdır. Bunları (23.8)'de kullanarak, $\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega \approx 2\omega_0(\omega_0 - \omega + i\gamma/2)$ olduğunu görürüz, öyle ki

$$\hat{x} \approx \frac{\hat{F}}{2m\omega_0(\omega_0 - \omega + i\gamma/2)} \qquad \text{eğer } \gamma \ll \omega_0 \text{ ve } \omega \approx \omega_0 \text{ ise} \tag{23.13}$$

şeklinde yazılabilir. ρ^2 için karşılık gelen denklemi bulmak kolaydır:

$$\rho^2 \approx \frac{1}{4m^2\omega_0^2[(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2/4)}$$

Aşağıdakini göstermeyi öğrenciye bırakacağız: ω'ya karşı ρ^2 eğrisinin maksimum yüksekliğine bir birim dersek ve eğrinin maksimum yüksekliğinin yarısındaki $\Delta\omega$ genişliğini sorarsak, γ'nın küçük olduğunu farz ederek, $\Delta\omega = \gamma$ buluruz. Sürtünme etkileri küçüldükçe, rezonans gitgide keskinleşir.

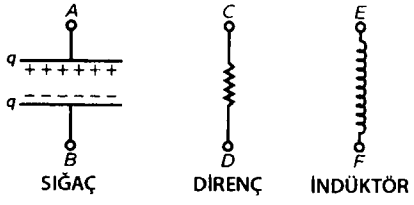
Genişliğin bir diğer ölçümü olarak, bazıları $Q = \omega_0/\gamma$ şeklinde tanımlanan bir Q niceliği kullanır. Rezonans daraldıkça, Q büyür: Q = 1000 öyle bir rezonans demektir ki, onun genişliği frekans ölçeğinin sadece 1000'de biridir. Şekil 23-2'de görülen rezonans eğrisinin Q'su 5'tir.

Rezonans olayının önemi, başka birçok durumda meydana gelmesidir ve böylece bu bölümün kalanında bu diğer durumlar betimlenecektir.

23-3 Elektriksel rezonans

Rezonansın en basit ve en geniş teknik uygulamaları elektriktedir. Elektrik dünyasında elektrik devrelerine bağlanabilecek birkaç nesne vardır. Bu *pasif devre elemanları*, genelde bunlara böyle denir, üç ana türden ibarettir; her biri diğer ikisinin biraz karışımına sahip olsa da. Onları enine boyuna betimlemeden önce, bir yayın ucunda bir "kütle"den ibaret olan mekanik salınıcı fikrinin sadece bir yaklaştırma olduğunu vurgulayalım. Tüm kütle aslında "kütle"de değildir; kütlenin birazı yayın eylemsizliğindedir. Benzer şekilde, yayın tümü "yay"da değildir; kütlenin kendisi biraz esnekliğe sahiptir ve öyle görünse bile *mutlak şekilde* katı değildir; yukarı ve aşağı giderken, onu çeken yayın etkisi altında pek az da olsa esner. Aynı şey elektrikte de doğrudur. Nesneleri saf, ideal niteliklere sahip saydığımız "devre elemanları" içine toplayabildiğimiz bir yaklaştırma vardır. Bu yaklaştırmayı burada tartışmak için zamanımız uygun değildir; basitçe söz konusu durumlarda bunun doğru olduğunu varsayacağız.

Üç tür devre elemanı şunlardır: Birincisine *sığaç* (*kapasitör*) denir (Şekil 23-4); onun bir örneği, yalıtkan bir malzemeyle ayrılmış çok küçük aralıklı iki metal düzlemsel plakadır. Plakalar elektrikle yüklendiğinde, aralarında belli bir gerilim farkı, potansiyelde belli bir fark oluşur. A ile B uçları arasında da aynı potansiyel farkı görülür, çünkü bağlantı teli boyunca herhangi bir fark olsaydı, elektrik derhal akardı. Buna göre, plakaların üzerinde sırayla belli miktarda $+q$ ve $-q$ yükleri olursa, plakalar arasında belli bir V gerilim farkı oluşur. Bu nedenle arada bir elektrik alanı olacaktır; bunun için bir denklemimiz bile var (13 ve 14. Bölüm):



Şekil 23-4 Üç pasif devre elemanı.

$$V = \frac{\sigma d}{\epsilon_0} = \frac{qd}{\epsilon_0 A} \tag{23.14}$$

Burada d plakalar arası uzaklık ve A plakaların yüzey alanıdır. Dikkat ederseniz, potansiyel farkı yükün doğrusal bir fonksiyonudur. Paralel plakalar yerine herhangi şekilli yalıtılmış elektrotlar varsa, potansiyeldeki fark yine kesinlikle yükle orantılıdır, fakat orantı katsayısını hesaplamak bu kadar kolay olmayabilir. Bununla birlikte, bilmemiz gereken tek şey, sığaç boyunca potansiyel farkın *yükle orantılı olduğu*dur: $V = q/C$; burada $1/C$ orantı katsayısı olup C'ye cismin *sığa*sı denir.

İkinci tür devre elemanına direnç denir; bu eleman elektrik akımının akışına direnmeye çalışır. Metalik tellerin ve pek çok başka malzemenin bu tarzda elektriğin akışına direndiği anlaşılır: Bir malzeme parçası üzerinde bir gerilim farkı varsa, orada bu gerilim farkıyla orantılı bir $I = dq/dt$ elektrik akımı söz konusudur:

$$V = R\,I = \frac{R dq}{dt} \tag{23.15}$$

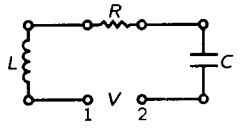
Orantı katsayısına R *direnci* denir. Bu bağıntıyı, eminim ki, biliyorsunuzdur: Ohm yasası.

Bir sığaç üzerindeki q yükünü, bir mekanik sistemin x yer-değiştirmesinin benzeri olarak düşünürsek, $I = dq/dt$ akımının hıza, $1/C$'nin yay sabiti k'ya ve R'nin (23.6) denklemindeki direnç katsayısı $c = m\gamma$'ya benzediğini görürsünüz. Şimdi de *kütle*ye benzeyen bir başka devre elemanının daha var olması çok ilginçtir! Bu, üzerindeki sarımdan bir akım geçtiğinde, kendi içinde bir manyetik alan kurulan bir bobindir. *Değişen* bir manyetik alan, bobinde dI/dt ile orantılı bir gerilim geliştirir (aslında bu bir transformatörün çalışma şeklidir). Manye-

tik alan akımla orantılıdır ve böyle bir bobinde indüklenen gerilim, akımın değişme hızıyla orantılıdır:

$$V = L\,\frac{dI}{dt} = L\,\frac{d^2q}{dt^2} \tag{23.16}$$

L katsayısı *öz-indüktans*tır ve mekaniksel bir salınıcı sistemdeki kütlenin benzeridir.



Şekil 23-5 Direnç, indüktans ve sığaç içeren salınımlı bir elektrik devresi.

Üç devre elemanının seri halde bağlanmış olduğu bir devre yaptığımızı düşünün (Şekil 23-5); burada 1'den 2'ye yer alan her şey üzerindeki gerilim, bir yükü bunlar boyunca taşıma esnasında yapılan iş olup, bu iş çeşitli parçaların toplamından oluşmaktadır: İndüktör üzerinde $V_L = L\,(d^2q/dt^2)$; direnç üzerinde $V_R = R\,(dq/dt)$; kapasitör üzerinde $V_C = q/C$. Bunların toplamı uygulanan voltaja eşittir:

$$\frac{L\,d^2q}{dt^2} + \frac{Rdq}{dt} + \frac{q}{C} = V(t) \tag{23.17}$$

Bu denklemin (23.6) mekanik denklemiyle tamamen aynı olduğunu görüyoruz ve kuşkusuz tamamen aynı tarzda çözülebilir. $V(t)$'nin salımınlı olduğunu varsayalım: Devreyi saf bir sinüs dalga titreşimli jeneratörle sürüyoruz. O zaman $V(t)$'mizi bir karmaşık $\hat{V}$ olarak yazabiliriz, öyle ki eninde sonunda bunu $e^{i\omega t}$ ile çarpmamız gerektiğini ve gerçek V'yi bulmak için gerçel kısmını alacağımızı unutmayalım. Böylece q yükü aynı şekilde çözümlenebilir ve sonra tam olarak (23.8) denklemindeki tarzda karşılık gelen denklemi yazarız: $\hat{q}$'nın ikinci türevi $(i\omega)^2\hat{q}$; birinci türevi $(i\omega)\hat{q}$'dır. Böylece (23.8) denklemi,

$$\left[L(i\omega)^2 + R(i\omega) + \frac{1}{C}\right]\hat{q} = \hat{V}$$

ya da

$$\hat{q} = \frac{\hat{V}}{L(i\omega)^2 + R(i\omega) + \frac{1}{C}}$$

haline çevrilebilir; bu da, $\omega_0^2 = 1/LC$ ve $\gamma = R/L$ olmak üzere, aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$\hat{q} = \frac{\hat{V}}{L(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \tag{23.18}$$

Mekanik halde sahip olduğumuz paydanın tam olarak aynısı, aynı rezonans özellikleriyle buradadır! Elektrik ile mekanik halleri arasındaki uyuşma Tablo 23-1'de özetlenmektedir.

Tablo 23-1

Genel nitelik	Mekanik özellik	Elektrik özellik
bağımsız değişken	zaman (t)	zaman (t)
bağımlı değişken	konum (x)	yük (q)
eylemsizlik	kütle(m)	indüktans (L)
direnme	sürükl. kats. ($c = \gamma m$)	direnç ($R=\gamma L$)
sertlik	sertlik (k)	(kapasitans) $^{-1}$ ($1/C$)
rezonans frekansı	$\omega_0^2 = k/m$	$\omega_0^2 = 1/LC$
periyot	$t_0 = 2\pi\sqrt{m/k}$	$t_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
verim ölçüsü	$Q = \omega_0/\gamma$	$Q = \omega_0 L/R$

Küçük bir teknik hususu dillendirmeliyiz. Elektrik literatüründe, farklı bir gösterim kullanılmaktadır. (Bir alandan diğerine, konunun gerçekte hiçbir farkı yoktur, ama gösterimi yazma yolu genelde farklıdır.) Öncelikle, $\sqrt{-1}$'i göstermek için elektrik mühendisliğinde i yerine yaygın şekilde j kullanılmaktadır. (Ne de olsa, i akım olmalıdır!) Ayrıca, mühendisler $\hat{V}$ ile $\hat{q}$ arasındaki bağıntı yerine, sırf bunu bu şekilde daha çok kullandıkları için, $\hat{V}$ ile $\hat{I}$ arasındaki bağıntıyı yeğlerler. Böylece, $\hat{I} = d\hat{q}/dt = i\omega\hat{q}$ olduğundan, $\hat{q}$ yerine $\hat{I}/i\omega$ koyabiliriz ve şunu elde ederiz:

$$\hat{V} = \left(i\omega L + R + \frac{1}{i\omega C}\right)\hat{I} = \hat{Z}\,\hat{I} \tag{23.19}$$

Daha tanıdık görünmesi için (23.17) denklemini yazmanın bir başka yolu daha vardır; o denklem daha ziyade şu şekilde yazılmış olarak görülür:

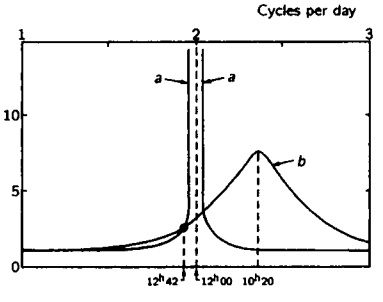
$$L\frac{dI}{dt} + R\cdot I + \frac{1}{C}\int^{t} I\,dt = V(t) \qquad (23.20)$$

Her ne pahasına olursa olsun, $i\omega$'ya bölünmesi dışında tamamen (23.18) ile aynı olan ve (23.19) denklemini üreten, $\hat{V}$ gerilimi ile $\hat{I}$ akımı arasındaki bağıntı olarak (23.19) bağıntısını bulmuş oluruz. $R + i\omega L + 1/i\omega C$ niceliği bir karmaşık sayıdır ve elektrik mühendisliğinde o kadar çok kullanılır ki, ona bir harf ve bir isim de verilmiştir: $\hat{Z}$, *karmaşık impedans*. Böylece $\hat{V} = \hat{Z}\hat{I}$ yazabiliriz. Mühendislerin bunu yapmaktan hoşlanma nedeni, gençken –sadece dirençleri ve doğru akımı biliyorken– dirençler için $V = RI$'yi öğrenmiş olmalarıdır. Şimdi çok daha iyi eğitimli hale gelmişlerdir ve artık dalgalı akımları bilmektedirler, böylece denklemin aynı görünmesini isterler. Dolayısıyla $\hat{V} = \hat{Z}\hat{I}$ yazarlar; tek fark, direncin daha karmaşık bir şey, bir karmaşık sayı olmasıdır. Böylece sanal sayılar için dünyada başkalarının kullandığını kullanmamakta ısrar ederler, onun için mutlaka j'yi kullanmalıdırlar; Z harfinin R olmasında direnmemiş olmaları bir mucizedir! (O zaman akım yoğunluklarından söz ettiklerinde başları derde girer, çünkü onlar için de j'yi kullanırlar. Bilimin güçlükleri büyük ölçüde, doğa tarafından değil de, insanlar tarafından icat edilmiş olan gösterimler, birimler ve tüm diğer yapaylıklardır.)

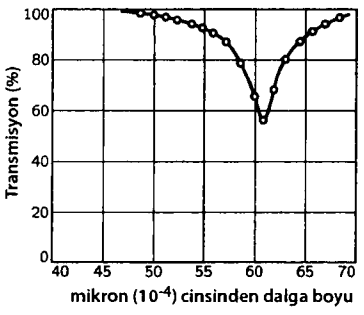
23-4 Doğada rezonans

Elektrik durumunu ayrıntılı olarak tartışmış olsak da, birçok alandaki durumları da ardı ardına söz konusu edebilir ve rezonans denkleminin nasıl da tamamen aynı olduğunu gösterebiliriz. Doğada, içinde bir şeyin "salındığı" ve rezonans olayının meydana geldiği birçok durum vardır. Daha önceki bir bölümde bunu söylemiştik; hadi şimdi onu gösterelim. Çalışmamız sırasınca Şekil 23-2'ye karşılık gelen ve aynı denklemden çıkan bir eğri örneği bulmak için raflardan kitapları çeker ve basitçe onları karıştırırsak, ne buluruz? Sırf olası en az örneği alarak geniş bir aralığın elde edilebildiğini göstermek isterseniz, sadece beş ya da altı kitapla rezonans gösteren epeyce uzun bir olaylar dizisine ulaşabilirsiniz.

İlk ikisi mekaniktendir; birincisi büyük ölçeklidir: Yeryüzünün tüm atmosferi. Dünyayı her tarafında aynı oranda sardığı düşünülen atmosfer *ay* tarafından bir yana çekilir ya da daha ziyade, çift gelgitle yumurta gibi bastırılırsa ve sonra bırakılırsa; ileri geri çalkalanır; o bir salınıcıdır. Bu salınıcı, etkin olarak dünyanın etrafında dolanan ay tarafından *sürülür*; kuvvetin herhangi bir bileşeni, diyelim ki x-bileşeni, bir kosinüs bileşenine sahiptir ve böylece dünyanın atmosferinin ayın gelgit çekimine tepkisi, bir salınıcının tepkisidir. Atmosferin beklenen tepkisi Şekil 23-6'da *b* eğrisinde görülmektedir (*a* eğrisi, bu şeklin alındığı kitapta tartışılan bir başka kuramsal eğridir). Şimdi, 12,42 saatlik bir periyotla oluşan –dünya için 12 saat (gelgit bir çift tümsektir) artı ay dolandığı için biraz daha fazla– ayın altındaki dünyanın dönmesine karşılık gelen sadece bir frekansa sahip olduğumuzdan, bu rezonans eğrisi üzerinde sadece bir noktaya sahip olduğumuz düşünülebilir. Fakat atmosfer gelgitlerinin *büyüklüğü*nden ve *evre*den, yani gecikme miktarından ρ ve θ'nin ikisini de elde edebiliriz. Onlardan da ω_0 ve γ'yı elde ederiz ve böylece tüm eğriyi çizeriz! Bu yetersiz bilimin bir örneğidir. İki sayıdan iki sayı elde ederiz ve o iki sayıdan güzel bir eğri çizeriz; bu eğri kuşkusuz eğriyi belirlemiş olan gerçek noktadan geçer! *Bir başka şeyi ölçmedikçe*, bunun yararı yoktur ve jeofizik halinde bu genelde çok zordur. Fakat bu özel halde, kuramsal olarak gösterebileceğimiz ω_0 doğal frekansıyla aynı zamanlamaya sahip olması gereken bir başka şey vardır; o da şudur: Birisi atmosferin düzenini bozarsa, atmosfer ω_0 frekansıyla salınabilir. Böyle keskin bir bozulma 1883'te olmuştu; Krakatoa Yanardağı patlamış ve adanın yarısı havaya uçmuştu; bu atmosferde öyle korkunç bir patlamaydı ki



Şekil 23-6 Dış uyarıma atmosferin tepkisi. Atmosferik S_2-gelgiti kütleçekim kökenliyse, *a* gerekli tepkidir; doruk büyütme 100:1'dir. *b* ise M_2-gelgitinin gözlenen büyütme ve evresinden türetilir [Munk ve MacDonald, "Rotation of the Earth", Cambridge Üniversitesi Yayınları (1960)].

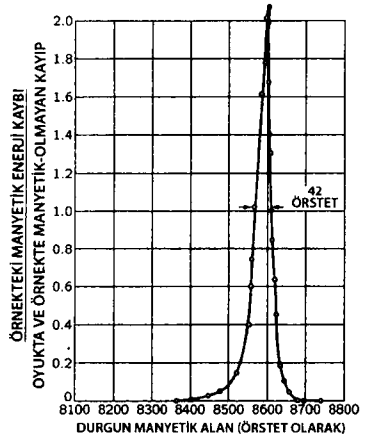


Şekil 23-7 İnce bir (0,17 μ) sodyum klorür zarından kızılaltı ışınımın geçişi. [R. B. Barnes, *Z. Physik* **75**, 723 (1932). Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, Wiley, 1956.]

atmosferin salınım periyodu ölçülebilmişti. Periyot $10\frac{1}{2}$ saat çıkmıştı. Şekil 23-6'dan elde edilen ω_0 10 saat 20 dakika çıkar; böylece orada atmosferik gelgitleri anlayışımızın gerçekliği hususunda en azından bir kontrole sahibiz.

Şimdi de mekanik salınımın küçük ölçeğine gidelim. Bu kez bir sodyum klorür (yemek tuzu) kristali alalım; bu kristal, daha önce bir bölümde betimlediğimiz gibi, birbirine bitişik sodyum iyonlarıyla klor iyonlarına sahiptir. Bu iyonlar sırayla artı ve eksi olmak üzere elektrikçe yüklüdür. Şimdi ilginç bir olası salınım söz konusudur. Tüm artı yükleri sağa ve tüm eksi yükleri sola sürdüğümüzü varsayalım ve sonra bırakıverelim; böylece onlar, yani sodyum örgüsü klor örgüsüne karşı ileri geri salınır. Böyle bir şeyi sürekli nasıl sürebiliriz? Bu kolaydır, çünkü kristale bir elektrik alan uygularsak, o artı yükleri bir yöne ve eksi yükleri diğer yöne itecektir! Böylece, bir dış elektrik alan vasıtasıyla, kristali titreşime sokabiliriz. Bununla birlikte, gerekli elektrik alanın frekansı öyle yüksektir ki bu *kızılaltı ışınım*a karşılık gelir! Böylece sodyum klorür tarafından kızılaltı ışığın soğrulmasına ölçerek bir rezonans eğrisi bulmaya çalışabiliriz. Böyle bir eğri Şekil 23-7'de görülmektedir. Yatay eksen frekans değil, dalga boyudur; fakat bir dalga için frekans ile dalga boyu arasında kesin bir bağıntı olduğundan, bu sadece bir teknik noktadır; böylece yatay eksen aslında bir frekans ölçeğidir ve belli bir frekans rezonans frekansına karşılık gelir.

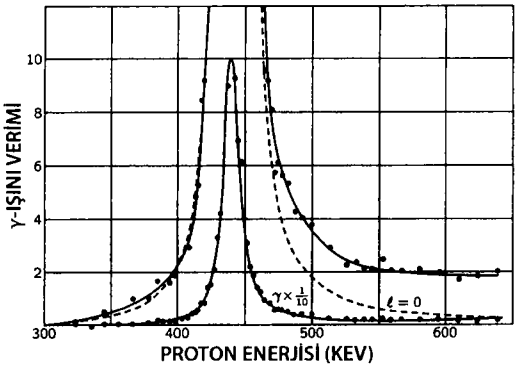
Fakat ya genişlik? Genişliği ne saptar? Birçok hal vardır ki, onlarda eğri üzerinde görülen genişlik aslında kuramsal olarak sahip olunan doğal γ genişliği değildir. Kuramsal eğriden daha geniş bir eğri olabilmesinin iki nedeni vardır. Kristalin belli bölgelerinde zorlanması durumunda, o bölgelerde salınım frekansının değer bölgelerden hafifçe farklı olarak ortaya çıkması gibi, cisimler hep aynı frekansa sahip değillerse, o zaman birbiri üzerine binmiş birçok frekans eğrisine sahip oluruz; böylece görünürde daha geniş bir eğri elde ederiz. Diğer genişlik türü basitçe şudur: Belki de frekansı yeterince kesin şekilde ölçemeyiz: spektrometrenin yarığını oldukça geniş açarsak, sadece bir tek frekansa sahip olduğumuzu düşünsek bile, aslında belli bir $\Delta\omega$ aralığına sahibizdir; bu durumda dar bir eğri görmenin gerektirdiği çözme gücüne erişemeyiz. Hiç düşünmeden, Şekil 23-7'deki genişliğin doğal olup olmadığını ya da kristaldeki homojensizliklerden veya spektrometrenin yarığının sonlu genişliğinden kaynaklanıp kaynaklanmadığını söyleyemeyiz.



Şekil 23-8 Paramanyetik organik bileşikte uygulanan manyetik alan şiddetinin fonksiyonu olarak manyetik enerji kaybı. [Holden *vd*, *Phys. Rev.* **75**, 1614 (1949)]

Anlaşılması çok daha zor olan bir örneğe, bir mıknatısın salınmasına dönelim. Bir manyetik alan içinde kuzey ve güney kutuplu bir mıknatısımız varsa, mıknatısın *N* ucu bir yöne ve *S* ucu diğer yöne çekilecek ve genelde mıknatısın üzerinde bir kuvvet çifti olacaktır; böylece mıknatıs denge konumu etrafında bir pusula iğnesi gibi salınacaktır. Bununla birlikte, sözünü ettiğimiz mıknatıslar *atomlar*dır. Bu atomlar bir açısal momentuma sahiptir; kuvvet çifti alan doğrultusunda basit bir hareket doğurmayıp, bunun yerine bir *yalpalama hareketi* (presesyon) yaratır. Şimdi, yandan bakılırsa, herhangi bir bileşen "salınacak"tır ve bu salınmayı rahatsız edebilir ya da sürebiliriz ve soğurmayı ölçeriz. Şekil 23-8'deki eğri böyle bir tipik rezonansı temsil etmektedir. Burada yapılmış olan, teknik açıdan biraz farklıdır. Bu salınmayı sürmek için kullanılan yanal alanın frekansı, daima aynı tutulur; oysa araştırmacıların onu değiştirebilmesi beklenirdi. Onu öyle yapabilirlerdi, fakat teknik açıdan onlar için ω frekansını sabit tutmak ve denklemimizdeki ω_0'ı değiştirmeye karşı gelen sabit manyetik alanın şiddetini değiştirmek daha kolaydı. Onlar rezonans eğrisini ω_0'a karşı çizmişlerdi. Her ne olursa olsun, bu, belli bir ω_0 ve γ'lı bir tipik rezonanstır.

Daha da ileri gidelim. Şimdiki örneğimiz atom çekirdekleriyle ilgilidir. Çekirdek içindeki proton ve nötronların hareketi belli şekillerde salınımsaldır ve bunu aşağıdaki deneyle gösterebiliriz. Bir lityum atomunu protonlarla topa tutar ve γ-ışınları salan belli bir tepkimenin aslında çok keskin maksimumlu tipik bir rezonansa sahip olduğunu keşfederiz. Bununla birlikte, Şekil 23-9'da diğer durumlardan bir fark olduğu dikkatimizi çeker: Yatay ölçek frekans değil, *enerji*dir! Nedeni açıktır: Klasik olarak enerji diye düşündüğümüz şey, kuantum mekaniğinde aslında bir dalga genliğinin frekansıyla ilgili olacaktır. Büyük-ölçekli

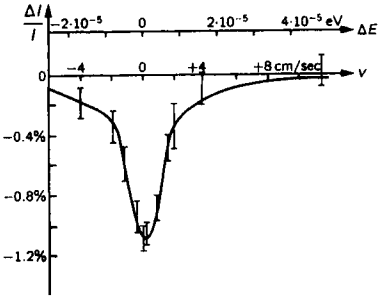


Şekil 23-9 Topa tutan protonların enerjisinin fonksiyonu olarak, topa tutulan lityumdan çıkan gamma-ışınlarının şiddeti. Kesikli eğri, $\ell=0$ açısal momentumlu protonlar için hesaplanan kuramsal eğridir. [Bonner and Evans, *Phys. Rev.* **73**, 666 (1948)]

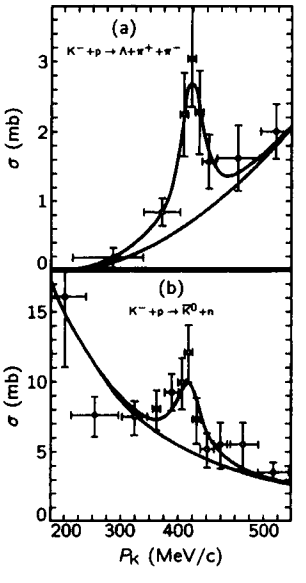
fizikte frekansla ilişkili bir şeyi çözümlediğimizde, atomik maddede kuantum-mekaniksel deneyler yaptığımız zaman buna karşılık gelen eğrinin enerjinin bir fonksiyonu olarak elde edildiğini görürüz. Aslında, bu eğri, bir bakıma, bu bağıntının bir gösterimidir. Bu, frekans ve enerjinin derin bir karşılıklı ilişkiye sahip olduklarını gösterir; kuşkusuz bu ikisi arasında derin bir ilişki söz konusudur.

Şimdi yine bir çekirdek enerji düzeyini içeren, fakat bu kez çok dar olan bir başka örneğe dönelim. Şekil 23-10'da ω_0 frekansı 100.000 elektron voltluk enerjiye karşılık gelmektedir, oysaki γ genişliği yaklaşık olarak 10^{-5} elektron volttur; bir başka deyişle, bu 10^{10}'luk bir Q değerine sahiptir! Bu eğri ölçüldüğünde, herhangi bir salınıcının o zamana dek ölçülmüş en büyük Q değeriydi bu. Bunu Dr. Mössbauer ölçmüştü ve onun Nobel Ödülünün dayanağıydı. Burada yatay ölçek hızdır, çünkü hafifçe farklı frekansları elde etme yöntemi, kaynağı soğurucuya göre hareket ettirerek, Doppler etkisini kullanmaktı. Söz konusu hızın saniyede birkaç santimetre olduğu dikkate alınınca, deneyin ne denli hassas olduğu görülebilir! Şeklin gerçek ölçeği üzerinde, sıfır frekansı solda 10^{10} cm civarında bir noktaya karşılık gelir; sayfanın biraz dışında!

Son olarak, *Physical Review* dergisinin bir sayısına, diyelim ki 1 Ocak 1962 sayısına bakarsanız, bir rezonans eğrisi bulur musunuz? Her sayıda bir rezonans eğrisi vardır ve Şekil 23-11 bunlardan biridir. Bu rezonans eğrisinin çok ilginç olduğu anlaşılır. O, acayip parçacıklar arasında bir K^- ve bir protonun etkileştiği belirli bir reaksiyonda bulunmuş bir rezonanstır. Bu rezonans belli türdeki parçacıklardan kaç adet görüldüğüne bakılarak saptanır ve hangilerinden kaçar adet çıktığına bağlı olarak, aynı biçimde ve aynı enerjide doruklara sahip farklı eğriler elde edilir. Böylece K^- mezon için belli bir enerjide bir rezonans olduğunu saptarız. Bu, büyük olasılıkla, bir K^- ve bir protonun bir araya gelmesiyle elde edilen bu rezonansa karşılık gelen bir tür bir durumun ya da koşulun var olduğu anlamına gelir. Bu yeni bir parçacık ya da rezonanstır. Bunun gibi bir tümseği bir "parçacık" ya da basitçe bir rezonans olarak adlandırıp adlandıramayacağımızı bugün bilmiyoruz. Çok *keskin* bir rezonans var olduğunda, bu çok *belirli bir enerji*ye karşılık gelir; sanki doğada bu enerjide bir parçacık varmış gibi. Rezonans genişlediğinde, çok uzun yaşamayan bir parçacığın var olduğunu mu, yoksa reaksiyon olasılığında basitçe bir rezonansın bulunduğunu mu söylemeliyiz, bunu bilmiyoruz. İkinci bölümde, bu yorum parçacıklar hakkında yapılmıştı, fakat ikinci bölüm yazıldığında bu rezonans henüz bilinmiyordu, dolayısıyla oradaki tabloda bu parçacık da yer almalıdır!



Şekil 23-10 [Dr. R. Mössbauer'ın izniyle.]



Şekil 23-11 (a) $K^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^+ + \pi^-$ ve (b) $K^- + p \rightarrow \bar{K}^0 + n$ reaksiyonları için tesir kesitinin momentuma bağlılığı. (a) ve (b)'deki alt eğriler rezonans-yapmadığı farz edilen arka-alanları temsil ederler, oysa üst eğriler ilaveten üste binmiş rezonansı içerir. [Ferro-Luzzi *vd, Phys. Rev. Lett.* **8**, 28 (1962)]

24

GEÇİCİ OLAYLAR

24-1 Bir salınıcının enerjisi
24-2 Sönümlü salınımlar
24-3 Elektriksel geçici salınımlar

24-1 Bir salınıcının enerjisi

Bu bölümün başlığı "geçici olaylar" olmakla birlikte, bir kısmı öyledir, bir kısmıysa bir şekilde zorla salınım üzerine olan son bölümün devamıdır. Zorla salınımın tartışmadığımız niteliklerinden biri salınımdaki *enerji*dir. Şimdi bu enerjiyi ele alalım.

Mekanik bir salınıcıda ne kadar enerji vardır? Bu hızın karesiyle orantılıdır. Şimdi önemli bir konuya geliyoruz. Tartışmak istediğimiz hız ya da başka bir şey olabilen keyfi bir A niceliğini ele alalım. Bunu $A = \hat{A}e^{i\omega t}$ gibi bir karmaşık sayı olarak yazdığımızda, fiziksel dünyada gerçek ve tam olan nicelik A'nın sadece *gerçel kısmı*dır; dolayısıyla, eğer bir nedenle, A'nın karesini kullanmak istersek, karmaşık sayının karesini hesaplayıp sonra gerçel kısmını almak doğru değildir; çünkü bir karmaşık sayının karesinin gerçel kısmı, sadece gerçel kısmının karesi değildir, *sanal* kısım da içerir. Bu nedenle, enerjiyi bulmak istediğimizde, işin aslını görmek için, bir süreliğine, karmaşık gösterimden uzaklaşmalıyız.

Gerçek fiziksel A, $A = A_0e^{i(\omega t+\Delta)}$'ın gerçel kısmıdır, yani $A = A_0\cos(\omega t+\Delta)$'dır; burada $\hat{A}$ karmaşık sayısı $A_0e^{i\Delta}$ şeklinde yazılmıştır. Bu gerçel fiziksel niceliğin karesi $A^2 = A_0^2\cos^2(\omega t+\Delta)$'dır. Bu durumda, bu niceliğin karesi, kosinüsün karesi gibi, bir maksimumdan sıfıra inip çıkar. Kosinüsün karesi maksimumda 1 ve minimumda 0 değerine sahip olup ortalama değeri $\frac{1}{2}$'dir.

Birçok durumda, salınım esnasında herhangi bir özel anda enerjiyle ilgilenmeyiz; pek çok uygulamada sadece A^2'nin ortalamasını, salınım periyoduna göre uzun bir zaman aralığı üzerinden A'nın karesinin *ortalamasını* isteriz. Bu gibi durumlarda $\cos^2$'nin ortalaması kullanılabilir; dolayısıyla aşağıdaki teorem işimize yarar: A bir karmaşık sayıyı gösteriyorsa, A^2'nin ortalaması $\frac{1}{2}A_0^2$'ye eşittir. A_0^2 karmaşık $\hat{A}$'nın büyüklüğünün karesidir. (Bu birçok şekilde yazılabilir: bazıları $|\hat{A}|^2$ ifadesini yeğler; diğerleri $\hat{A}\hat{A}^*$ yani $\hat{A}$ kere onun karmaşık eşleniğini.) Bu teoremi pek çok kez kullanacağız.

Artık zorla salınıcının enerjisini ele alabiliriz. Zorla salınıcının hareket denklemi şudur:

$$m\,d^2x/dt^2 + \gamma m dx/dt + m\omega_0^2 x = F(t) \tag{24.1}$$

Problemimizde $F(t)$ elbette t'nin bir kosinüs fonksiyonudur. Şimdi bu durumu çözümleyelim: Bir dış F kuvveti tarafından ne kadar iş yapılır? Kuvvet tarafından saniyede yapılan iş, yani güç, kuvvet çarpı hızdır. (dt zamanındaki diferansiyel işin $F\,dx$ ve gücün Fdx/dt olduğunu biliyoruz.) Böylece

$$P = F\frac{dx}{dt} = m\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) + \omega_0^2 x\left(\frac{dx}{dt}\right)\right] + \gamma m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \tag{24.2}$$

olur. Fakat sağdaki ilk iki terimin $d/dt[\frac{1}{2}m(dx/dt)^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2x^2]$ olarak da yazılabildiği hemen diferansiyel alarak doğrulanabilir. Demek ki köşeli parantez içindeki terim, ne olduğu kolayca anlaşılan iki terimin bir saf türevidir; bunların biri hareketin kinetik enerjisi ve diğeri yayın potansiyel enerjisidir. Bu niceliğe *depolanmış enerji*, yani salınıcıda depolanan enerji deriz. Salınıcı zorlandığında ve uzun bir süre çalıştığında, birçok çevrim üzerinden ortalama gücü bulmak istediğimizi varsayınız. Uzun sürede, depolanan enerji değişmez; onun tü-

revi sıfır ortalama etki verir. Bir başka deyişle, gücün uzun sürede ortalamasını alırsak, *tüm enerji en sonunda* $\gamma m(dx/dt)^2$ *direnç teriminde birikir.* Salınımda toplanmış *bir miktar* enerji vardır, fakat birçok çevrim üzerinden ortalama alırsak, o zamanla değişmez. Bu nedenle, $\langle P \rangle$ ortalama gücü şu olur:

$$\langle P \rangle = \langle \gamma m\,(dx/dt)^2 \rangle \tag{24.3}$$

Karmaşık sayılar yazma yöntemini ve $\langle A^2 \rangle = \frac{1}{2}A_0^2$ teoremimizi kullanarak, bu ortalama gücü bulabiliriz. $x = \hat{x}e^{i\omega t}$ ise, $dx/dt = i\omega\,\hat{x}e^{i\omega t}$'dir. Dolayısıyla, bu durumlarda, ortalama güç aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\langle P \rangle = \tfrac{1}{2}\gamma m\omega^2 x_0^2 \tag{24.4}$$

Elektrik devreleri gösteriminde, dx/dt'yi I ile yer değiştiririz (burada x'e q yükü karşılık gelir, I akımı dq/dt'dir) ve $m\gamma$'ya direnç karşılık gelir. Böylece enerji kaybının hızı –zorlama fonksiyonunca kullanılan güç– devredeki direnç kere akımın kare ortalamasıdır:

$$\langle P \rangle = R\langle I^2 \rangle \;=\; R \cdot \tfrac{1}{2}\, I_0^2 \tag{24.5}$$

Kuşkusuz bu enerji direnci ısıtmaya harcanır; buna bazen ısıtma kaybı ya da Joule ısıtması denir.

Tartışılacak bir başka ilginç özellik, *depolanan* enerji miktarıdır. Bu güçle aynı şey değildir; çünkü ilk önce bir miktar enerji depolamak için güç kullanılmakla birlikte, bundan sonra ısıtma (direnç) kayıplar olduğu sürece sistem enerji soğurmayı sürdürür. Her anda depolanmış bir miktar enerji vardır ve ortalama depolanmış $\langle E \rangle$ enerjisini de hesaplamak isteriz. $(dx/dt)^2$'nin ortalamasını zaten hesaplamıştık, böylece $\langle E \rangle$'yi şöyle buluruz:

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &= \tfrac{1}{2}\, m\langle (dx/dt)^2 \rangle \;+\; \tfrac{1}{2}m\omega_0^2\langle x^2 \rangle \\ &= \tfrac{1}{2}\, m(\omega^2 + \omega_0^2)\, \tfrac{1}{2}x_0^2\end{aligned} \tag{24.6}$$

Bir salınıcı çok verimli olduğunda ve ω frekansı ω_0'a yakınsa, bu durumda $|\hat{x}|$ büyüktür ve depolanan enerji çok yüksektir; oldukça küçük bir kuvvetten büyük miktarda depolanmış enerji elde edebiliriz. Salınımı başlatmak için kuvvet çok miktarda iş yapar, fakat sonra onu kararlı tutmak için tüm yapması gereken sürtünmeye karşı durmaktır. Sürtünme çok düşükse, salınıcı çok büyük miktarda enerjiye sahip olabilir ve çok şiddetli şekilde salınsa bile, çok fazla enerji kaybetmez. Bir salınıcının verimi, kuvvetin salınım başına yaptığı işe göre depolanan enerji miktarıyla ölçülebilir.

Depolanan enerji bir çevrimde yapılmış olan iş miktarıyla nasıl karşılaştırılır? Buna sistemin Q'su denir ve Q şöyle tanımlanır: 2π kere depolanan ortalama enerji bölü çevrim başına yapılmış olan iş. ("Çevrim başına" yerine "radyan başına" yapılan iş deseydik, o zaman 2π ortadan kalkardı.)

$$Q = 2\pi\;\frac{\tfrac{1}{2}m(\omega^2 + \omega_0^2)\cdot\langle x^2\rangle}{\gamma m\omega^2\langle x^2\rangle\cdot 2\pi/\omega} \;=\; \frac{(\omega^2 + \omega_0^2)}{2\gamma\omega} \tag{24.7}$$

Çok büyük olmadıkça, Q çok yararlı bir sayı değildir. Oldukça büyükse, salınıcının ne kadar iyi olduğunun bir ölçüsünü verir. Q'yu en basit ve en yararlı olacak şekilde tanımlamak için çalışılmıştı; çeşitli tanımlar birbirlerinden biraz fark eder, fakat eğer Q çok büyükse, tüm tanımlar uyuşma içindedir. Genelde en çok benimsenen tanım ω'ya bağlı olan (24.7) denklemidir. Rezonansa yakın iyi bir salınıcı için, $\omega = \omega_0$ koyarak (24.7) denklemini biraz basitleştirebiliriz ve o zaman $Q = \omega_0/\gamma$ buluruz. Bu daha önce kullandığımız Q tanımıdır.

Bir elektrik devresi için Q nedir? Bunu, sadece m'yi L'ye, $m\gamma$'yı R'ye ve $m\omega_0$'ı $1/C$'ye çevirerek bulabiliriz (Tablo 23-1). Rezonansta Q, $L\omega/R$'dir; burada ω rezonans frekansıdır. Yüksek Q'lu bir devre, salınımları sürdüren mekanizma tarafından çevrim başına yapılan iş miktarına kıyasla salmıcıda depolanan enerji miktarı çok büyük demektir.

24-2 Sönümlü salınımlar

Artık esas tartışma konumuza dönüyoruz: Geçici olaylar. Bir *geçici olay*, kuvvetin bulunmadığı, fakat sistemin de basitçe durmakta olmadığı durumda, diferansiyel denklemin bir çözümüdür. (Kuşkusuz, sistem başlangıçta kuvvetin etkimediği halde durmaktaysa, sorun yoktur; sistem orada durmaktadır!) Salınımın bir başka şekilde başladığını varsayalım: sistem bir an için bir kuvvetle sürülsün ve sonra kuvveti kaldıralım. O zaman ne olur? Önce çok yüksek Q'lu bir sistem için ne olacağı hakkında kaba bir fikir edinelim. Bir kuvvet etkidiği sürece, depolanan enerji aynı kalır ve onu sürdürmek için belirli miktarda iş yapılır. Şimdi kuvveti kaldırdığımızı varsayalım, artık yapılan iş yoktur; bu durumda daha önce sürücü kuvvetle sağlanan enerjiden yiyen kayıplar artık o enerjiden yiyemezler; artık sürülme yok*tur*. Kayıplar depolanan enerjiden kullanmak zorunda kalacaklarıdır. $Q/2\pi = 1000$ olduğunu varsayalım. Bu durumda çevrim başına yapılan iş, depolanan enerjinin 1/1000'idir. Mademki sistem sürücü kuvvetsiz salınıyor, normal olarak dışarıdan sağlanmış olan E enerjisinin binde birini bir çevrimde kaybetmesi ve çevrim başına daima enerjisinin 1/1000'ini kaybederek salınımını sürdürmesi akla yakın değil midir? Böylece, bir tahmin olarak, oldukça yüksek Q'lu bir sistem için aşağıdaki denklemin kabaca doğru olabileceğini varsayabiliriz (biraz sonra bunu tam olarak yapacağız ve doğru *olduğu* anlaşılacaktır!):

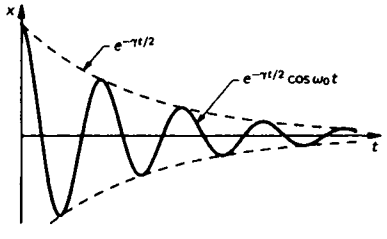
$$dE/dt = -\omega E/Q \tag{24.8}$$

Sadece büyük Q'lar için doğru olduğundan, bu denklem yaklaşıktır. Her radyanda, sistem depolanan E enerjisinin $1/Q$ kesrini kaybeder. Böylece verilen bir dt süresinde enerji, $\omega dt/Q$ miktarı kadar değişecektir, çünkü dt zamanıyla ilgili radyan sayısı ωdt'dir. Frekans nedir? Sistemin, neredeyse hiç kuvvet olmaksızın, öyle hoş bir biçimde hareket edeceğini varsayalım ki, bırakırsak, kendi kendine esas olarak hep aynı frekansla salınsın. Böylece ω frekansının ω_0 rezonans frekansı olacağını tahmin ederiz. Bu durumda (24.8)'den depolanan enerjinin aşağıdaki gibi değişeceğini çıkarırız:

$$E = E_0 e^{-\omega_0 t/Q} = E_0 e^{-\gamma t} \tag{24.9}$$

Bu, herhangi bir andaki *enerji*nin ölçüsü olabilir. Zamanın fonksiyonu olarak salınım genliği için denklem, kabaca, ne olabilir? Aynı mı? Hayır! Bir yayın enerji miktarı uzanımın *karesi*yle orantılıdır; kinetik enerji hızın *karesi*yle değişir; böylece toplam enerji uzanımın *karesi*yle değişir. Salınımın genliği, yani uzanım, bu durumda, kare nedeniyle, yarı hızla azalacaktır. Başka bir deyişle, sönümlü geçici hareketin çözümünün ω_0 rezonans frekansına yakın frekanslı bir salınım olacağını tahmin ederiz; bu çözümde sinüs-dalga hareketinin genliği $e^{-\gamma t/2}$ gibi azalacaktır:

$$x = A_0 e^{-\gamma t/2} \cos \omega_0 t \tag{24.10}$$



Şekil 24-1 Sönümlü kosinüs salınımı.

Bu denklem ve Şekil 24-1 ne beklememiz gerektiği hakkında bize bilgi verir; şimdi hareketin kendi diferansiyel denklemini çözerek hareketi *kesin şekilde* çözümlemeye çalışalım.

Böylece, Denk. 24-1'in dış kuvvetsiz halini nasıl çözeriz? Fizikçi olarak, *yöntemle* pek ilgilenmeyiz, bizim için önemli olan *çözümdür*. Önceki deneyimimizin ışığında, çözüm olarak $x = Ae^{i\alpha t}$ gibi üstel bir eğri deneriz. (Neden bunu deneriz? Diferansiyel almak için en kolay şey budur!) Bunu $F(t) = 0$'lı (24.1) denklemine yerleştirip x'in zamana göre her türevini alışımızda $i\alpha$ ile çarparız. Böylece yerine koymak gerçekten de çok basittir. Sonuçta denklemimiz şu şekle girer:

$$(-\alpha^2 + i\gamma\alpha + \omega_0^2)Ae^{i\alpha t} = 0 \tag{24.11}$$

Net sonuç *tüm zamanlar* için sıfır olmalıdır; ki bu (a) $A = 0$ olmadıkça olanaksızdır, bu da hiç çözüm yok demektir; salınıcı durgun durur; ya da (b)

$$-\alpha^2 + i\gamma\alpha + \omega_0^2 = 0 \tag{24.12}$$

olmalıdır. Bunu çözer ve bir α bulursak, A sıfır olmaksızın bir çözüme sahip oluruz!

$$\alpha = \frac{i\gamma}{2} \pm \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4} \tag{24.13}$$

Bir an için γ'yı ω_0'a göre oldukça küçük kabul edeceğiz, böylece ω_0^2–$\gamma^2/4$ kesinkes pozitiftir ve karekök almakta sorun olmaz. Sadece *iki* çözümün oluşu can sıkıntısı yaratır! Böylece

$$\alpha_1 = \frac{i\gamma}{2} + \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4} = \frac{i\gamma}{2} + \omega_\gamma \tag{24.14}$$

$$\alpha_2 = \frac{i\gamma}{2} - \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4} = \frac{i\gamma}{2} - \omega_\gamma \tag{24.15}$$

Önce birinci çözümü ele alalım, karekökün iki olası değere sahip olduğuna dikkat etmediğimizi kabul edelim. Bu durumda x için bir çözüm şudur: $x_1 = Ae^{i\alpha_1 t}$; burada A herhangi bir sabittir. Şimdi α_1'i birçok kez yerine koyacağımız ve bunu yazmak çok zaman alacağı için, $\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4} = \omega_\gamma$ kısaltması yaparız. Böylece $i\alpha_1 = -\gamma/2 + i\omega_\gamma$ olur ve $x = Ae^{(-\gamma/2+i\omega_\gamma)t}$ elde ederiz ya da bir üstelin harika özelliği nedeniyle, aynısını şöyle buluruz:

$$x_1 = Ae^{-\gamma t/2}\, e^{i\omega_\gamma t} \tag{24.16}$$

Önce bunun bir salınım olduğunu tanırız, tam ω_0 frekanslı değil de, ω_γ frekanslı bir salınım. Fakat bu sistem iyi bir salınıcıysa, ω_γ frekansı ω_0'a oldukça yakındır. İkinci olarak, salınımın genliği üstel biçimde azalmaktadır! Örneğin (24.16)'nın gerçel kısmını alırsak şunu elde ederiz:

$$x_1 = Ae^{-\gamma t/2} \cos \omega_\gamma t \tag{24.17}$$

Bu, (24.10)'da tahmin ettiğimiz çözüme çok benzemektedir, sadece frekans gerçekte ω_γ'dır. Tek hata budur, bunun dışında doğru fikirdeydik. Fakat her şey de doğru değil! Doğru olmayan, *bir başka çözümün daha bulunmasıdır.*

Diğer çözüm α_2'dir ve tek fark ω_γ'nın işaretinin eksi oluşudur:

$$x_2 = Be^{-\gamma t/2}\, e^{-i\omega_\gamma t} \tag{24.18}$$

Bu ne anlama gelir? Biraz sonra kanıtlayacağız ki, x_1 ve x_2'nin her biri F=0'lı (24.1) denkleminin olası bir çözümüyse, $x_1 + x_2$ de aynı denklemin bir çözümüdür! Böylece genel x çözümü

$$x = e^{-\gamma t/2}\,(Ae^{i\omega_\gamma t} + Be^{-i\omega_\gamma t}) \tag{24.19}$$

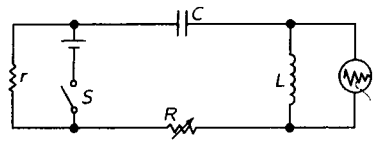
matematiksel yapısındadır. Birinci çözümle işimizi tamamen hallettiğimiz halde, diğer çözümü de vererek neden sıkıntıya girdiğimizi merak ederiz. Kuşkusuz sadece gerçel kısmı alacağımızı bildiğimize göre, bu fazlalık çözüme ne gerek var? Gerçel kısmı almamız gerektiğini biz biliyoruz, fakat *matematik* sadece gerçel kısmı istediğimizi nasıl bilirdi ki? Sıfır olmayan $F(t)$ sürücü kuvvetine sahip olduğumuzda, onun yerine ona uygun *yapay* bir kuvvet koyduk ve denklemin *sanal* kısmı, deyim yerindeyse, belirli bir şekilde sürüldü. Fakat $F(t) \equiv 0$ koyduğumuzda, yazdığımız şeyin sadece gerçel kısmının x olması gerektiğini sırf biz kendimiz kabul ettik, fakat matematiksel denklemler henüz bunu bilmiyor. Fiziksel âlem gerçel bir çözüme *sahip*tir, fakat memnuniyetle bulduğumuz yanıt gerçel olmayıp *karmaşık*tır. *Denklem* bizim keyfimize göre gerçel kısmı alacağımızı bilmez, o nedenle, deyim yerindeyse, bize karmaşık eşlenik tipinde bir çözüm de sunar ki, onları bir araya getirerek *asıl gerçel çözümü oluşturabilelim*; bizim için bunu yapan α_2'dir. x'in gerçel olması için, $Be^{-i\omega_\gamma t}$ terimi $Ae^{\omega_\gamma t'}$nin karmaşık eşleniği olmalıdır ki sanal kısımlar yok olsun. B'nin, bu nedenle A'nın karmaşık eşleniği olacağı anlaşılır ve gerçel çözümümüz şu olur:

$$x = e^{-\gamma t/2}\,(Ae^{i\omega_\gamma t} + A^* e^{-i\omega_\gamma t}) \tag{24.20}$$

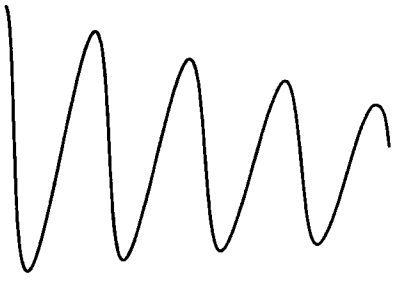
Böylece gerçel çözümümüz, *evre kaymalı* ve sönümlü bir salınımdır; tam belirtildiği gibi.

24-3 Elektriksel geçici salınımlar

Şimdi yukarıda anlatılanların gerçekten çalışıp çalışmadıklarını görelim. Şekil 24-2'de görülen elektrik devresini kuralım; orada S anahtarını kapatarak aniden gerilimi açtıktan sonra bu gerilimi L indüktansı karşısında bir osiloskoba uygularız. Bu bir salınım devresidir ve bir tür geçici salınım üretir. Bu, bir sistemin aniden bir kuvvetin uygulanmasıyla salınmaya başladığı bir duruma karşılık gelir. Sönümlü bir mekanik salınıcının elektriksel benzeridir ve salınımları osiloskop üzerinde izleriz; çözümlemeye çalıştığımız eğrileri orada görürüz. (Osiloskobun yatay hareketi düzgün bir hızda sürülür, düşey hareketse indüktörün üzerindeki voltajdır. Devrenin geri kalanı sadece bir teknik ayrıntıdır. Ekranda sadece bir izi görmek için görüntünün kalış süresi yeterince iyi olmadığından, deneyi defalarca tekrarlarız. Böylece anahtarı saniyede 60 kez kapayarak deneyi tekrar tekrar yaparız; anahtarı her kapatışımızda osiloskobun yatay süpürmesi de tekrarlanır ve eğriyi tekrar tekrar çizer.) 24-3'ten 24-6'ya kadar olan şekillerde, sönümlü salınım örnekleri görüyoruz, bunlar osiloskop ekranından alınmış gerçek fotoğraflardır. Şekil 24-3 yüksek Q ve küçük γ'lı bir devredeki sönümlü salınımı göstermektedir. Burada salınım çok hızlı sönmemektedir; sönerken pek çok kez salınmaktadır.

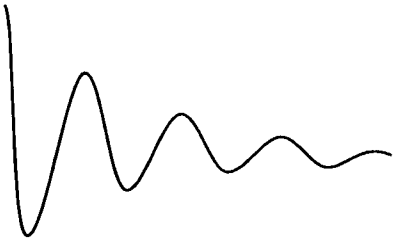


Şekil 24-2 Geçici salınımları göstermek için bir elektrik devresi.



Şekil 24-3

Şimdi de Q azalırken, neler olacağını görelim; bu durumda salınım daha hızlı biçimde söner. Devrede R direncini yükselterek Q'yu düşürebiliriz. Devredeki R direncini yükselttiğimizde, salınımlar daha çabuk söner (Şekil 24-4). Devredeki direnci daha yükseltirsek, sönümler iyice hızlanır (Şekil 24-5). Fakat direnç belli bir miktarın da üzerine çıkarılırsa, artık hiç salınım göremeyiz! Bunun nedeni gözlerimizin yeterince iyi olmaması mıdır? Direnci daha da yükseltirsek, Şekil 24-6'daki gibi bir eğri elde ederiz, belki bir salınım dışında, artık hiç salınım yok gibi görünür. Şimdi bunu matematikle nasıl açıklayabiliriz?



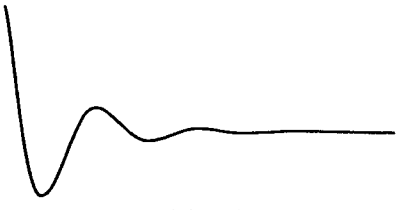
Şekil 24-4

Direnç, kuşkusuz, mekanik düzenekte γ terimiyle orantılıdır. Burada γ, R/L'dir. Şimdi daha önce çok beğendiğimiz (24.14) ve (24.15) çözümlerinde γ'yı artırırsak, $\gamma/2$ değeri ω_0'ı geçtiğinde kızılca kıyamet o zaman kopar; onu farklı bir şekilde, şöyle yazmamız gerekir:

$$i\gamma/2 + i\sqrt{\gamma^2/4 - \omega_0^2} \quad \text{ve} \quad i\gamma/2 - i\sqrt{\gamma^2/4 - \omega_0^2}$$

İki çözüm şimdi bunlardır ve daha önceki aynı matematiksel düşünce çizgisini izleyerek yine şu iki çözümü buluruz: $e^{i\alpha_1 t}$ ve $e^{i\alpha_2 t}$. α_1'in değerini yerine koyarsak, şunu elde ederiz:

$$x = Ae^{-(\gamma/2+\sqrt{\gamma^2/4-\omega_0^2})t}$$

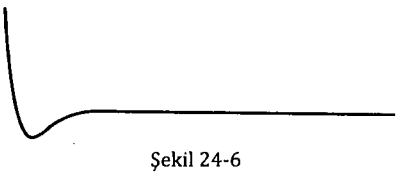


Şekil 24-5

Salınımsız, güzel bir üstel bozunumdur bu. Benzer şekilde, diğer çözüm de şudur:

$$x = Be^{-(\gamma/2-\sqrt{\gamma^2/4-\omega_0^2})t}$$

Karekökün $\gamma/2$'yi geçemediğine dikkat ediniz; çünkü $\omega_0 = 0$ olsa bile, bir terim tam diğerine eşit olur. Fakat ω_0^2'yi $\gamma^2/4$'ten çıkarınca, karekök $\gamma/2$'den daha küçüktür ve parantez içindeki terim, dolayısıyla, daima pozitiftir. Tanrı'ya şükür! Neden? Çünkü negatif olsaydı, e'nin üssü *pozitif* bir çarpan kere t olurdu ve zamanla büyüyerek patlardı! Devreye gitgide daha fazla direnç koydukça, biliyoruz ki patlama değil, tam tersi olur. Böylece, her biri kendi başına sönen bir üstel fonksiyon olan iki çözümümüz var; fakat birisi diğerinden çok daha çabuk "sönme hızına" sahiptir. Genel çözüm kuşkusuz ikisinin bir karışımıdır; karışım katsayıları hareketin nasıl başladığına –problemin başlangıç koşullarının ne olduğuna– bağlıdır. Bu devreyle ilgili özel başlama yolu için, A negatiftir ve B pozitif; böylece iki üstel eğrinin farkını elde ederiz.



Şekil 24-6

Şimdi, hareketin nasıl başladığı bilgisinden, bu iki A ve B (ya da A ve A^*) katsayısını nasıl bulabileceğimizi tartışalım.

$t = 0$ anında $x = x_0$ ve $dx/dt = v_0$ olduğunu bildiğimizi varsayalım. Bunları

$$x = e^{-\gamma t/2}\,(Ae^{i\omega_\gamma t} + A^* e^{-i\omega_\gamma t})$$
$$dx/dt = e^{-\gamma t/2}[(-\gamma/2 + i\omega_\gamma)Ae^{i\omega_\gamma t} + (-\gamma/2 - i\omega_\gamma)A^* e^{-i\omega_\gamma t}]$$

ifadelerinde yerlerine koyarsak, $e^0 = e^{i0} = 1$ olduğundan, şunu buluruz:

$$x_0 = A + A^* = 2A_R$$
$$v_0 = -(\gamma/2)\,(A + A^*) + i\omega_\gamma\,(A - A^*)$$
$$= -\gamma x_0/2 + i\omega_\gamma\,(2iA_I)$$

burada $A = A_R + iA_I$ ve $A^* = A_R - iA_I$'dir. Böylece

$$A_R = x_0/2$$

ve

$$A_R = -(v_0 + \gamma x_0/2)/2\omega_\gamma \tag{24.21}$$

elde ederiz. Bunlar A ve A^* katsayılarını ve dolayısıyla geçici çözüm eğrisini, başlangıç koşulları cinsinden, tam olarak belirtir. Bu arada

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2\cos\theta \quad \text{ve} \quad e^{i\theta} - e^{-i\theta} = 2i\,\sin\theta$$

bağıntılarını kullanarak, tam çözümü

$$x = e^{-\gamma t/2}\left[x_0 \cos\omega_\gamma t + \frac{v_0 + \gamma x_0/2}{\omega_\gamma}\,\sin\omega_\gamma t\right] \tag{24.22}$$

olarak buluruz; burada $\omega_\gamma = +\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4}$'tür. Bu, bir salınımın sönüşünün matematiksel ifadesidir. Bunu doğrudan doğruya kullanmayacağız; fakat daha genel durumlarda doğru olan birkaç hususu vurgulamak isteriz.

Her şeyden önce, dış kuvvetsiz böyle bir sistemin davranışı, zamana göre saf üstellerin ($e^{i\alpha t}$ olarak yazmıştık) bir toplamı ya da üst üste bindirilmişi olarak ifade edilir. Böyle durumlarda denenecek iyi bir çözümdür bu. α'nın değerleri genelde karmaşık olabilir, sanal kısımlar sönümü temsil eder. Son olarak, 22. Bölümde tartışılmış olan sinüs eğrisi ve üstel fonksiyon arasındaki derin matematiksel ilişki, herhangi bir fiziksel parametre (bu durumda γ direnci) bir kritik değeri aştığında, çoğunlukla fiziksel olarak salınımlı davranıştan üstel davranışa bir geçiş olarak kendini gösterir.

25

DOĞRUSAL SİSTEMLER VE TEKRAR

25-1 Doğrusal diferansiyel denklemler
25-2 Çözümlerin üst üste binmesi
25-3 Doğrusal sistemlerde salınımlar
25-4 Fizikte benzerlikler
25-5 Seri ve paralel impedanslar

25-1 Doğrusal diferansiyel denklemler

Bu bölümde salınan sistemlerin belirli yanlarını tartışacağız, bunlar tartışmakta olduğumuz özel sistemlerde olanlardan bir bakıma daha genel görünmektedir. Bizim özel sistemimiz için, çözmekte olduğumuz diferansiyel denklem şuydu:

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma m\,\frac{dx}{dt} + m\,\omega_0^2\,x = F(t) \tag{25.1}$$

Şimdi x değişkeni üzerine uygulanan bu özel "işlemler" cümlesinin ilginç özelliği şudur: x yerine $x + y$ koyarsak, x ve y üzerine ayrı ayrı uygulanmış aynı işlemlerin toplamını elde ederiz; ya da x'i α ile çarparsak, o zaman da aynı işlem cümlesinin sadece α katını buluruz. Bunu kanıtlamak kolaydır. (25.1)'in sol yanındaki şu tüm harfleri yazmaktan kurtulmak için sırf bir "kısa" gösterim olarak $\underline{L}(x)$ sembolünü kullanacağız. $\underline{L}(x)$'i gördüğümüzde, (25.1)'in sol yanını hatırlayacağız. Bu yazım sisteminde, $\underline{L}(x+y)$ aşağıdaki ifade anlamını taşır:

$$\underline{L}(x+y) = m\,\frac{d^2(x+y)}{dt^2} + \gamma m\,\frac{d(x+y)}{dt} + m\,\omega_0^2\,(x+y) \tag{25.2}$$

(Alışılmış bir fonksiyon olmadığını hatırlayalım diye, $\underline{L}$'nin altına bir çizgi çekiyoruz.) Buna bazen *işlemci gösterim* deriz, fakat ne dediğimiz önemli değil, o sadece bir "kısa" gösterimdir.

İlk ifademiz

$$\underline{L}(x+y) = \underline{L}(x) + \underline{L}(y) \tag{25.3}$$

şeklindeydi; bu kuşkusuz $a(x + y) = ax + ay$, $d(x + y)/dt = dx/dt + dy/dt$, vb gibi denklemlerden çıkar.

İkinci ifademiz, sabit a için, şuydu:

$$\underline{L}(ax) = a\,\underline{L}(x) \tag{25.4}$$

[Aslında, (25.3) ve (25.4) birbirleriyle çok yakından ilgilidir, çünkü (25.3)'te $x+y$ yerine $x+x$ koyarsak, bu (25.4)'te $a = 2$ koymakla aynıdır, vb.]

Daha karmaşık problemlerde, daha çok türev ve dolayısıyla $\underline{L}$ içinde daha çok terim bulunabilir; ilgilenilen soru, (25.3) ve (25.4) denklemlerinin doğruluğunu koruyup koruyamadıklarıdır. Koruyorlarsa, böyle bir probleme *doğrusal* problem deriz. Bu bölümde, özel denklemimizi özel şekilde çözümlerken elde ettiğimiz bazı sonuçların genelliğini takdir etmek için, sistemin doğrusal olması nedeniyle var olan bazı özellikleri tartışacağız.

Şimdi, daha önce (25.1) özel denklemiyle tasvir edip zaten yakından incelediğimiz doğrusal diferansiyel denklemlerin bazı özelliklerini ele alalım. İlgilendiğimiz ilk özellik şudur: Sürücü kuvvetin bulunmadığı geçici, serbest salınım için olan diferansiyel denklemi çözmek istediğimizi varsayın. Yani, şu denklemi çözmek isteyelim:

$$\underline{L}(x) = 0 \tag{25.5}$$

Bu denklemin allem edip kallem edip, x_1 diyeceğimiz özel bir çözümünü bulmuş olalım. Yani, bulduğumuz bu x_1 için $\underline{L}(x_1) = 0$ olsun. ax_1 de aynı denklemin bir çözümüdür; bu özel çözümü herhangi bir sabitle çarpabiliriz ve yeni bir çözüm

buluruz. Başka bir ifadeyle, belirli "büyüklük"te bir harekete sahipsek, iki kat "büyük" bir hareket çözümdür. İspat: $\underline{L}(ax_1) = a\underline{L}(x_1) = a \cdot 0 = 0$.

Allem edip kallem edip sadece x_1 gibi bir çözüm değil, x_2 gibi bir başka çözüm daha bulmuş olalım. (Hatırlarsanız, geçici salınımları bulmak için $x = e^{i\alpha t}$ koyduğumuzda, α için *iki* değer bulmuştuk; yani x_1 ve x_2 çözümleri.) Şimdi (x_1+x_2)'nin de bir çözüm olduğunu gösterelim. Başka bir deyişle, $x = x_1 + x_2$ koyarsak, x yine denklemin bir çözümüdür. Neden? Çünkü $\underline{L}(x_1) = 0$ ve $\underline{L}(x_2) = 0$ ise, $\underline{L}(x_1 + x_2) = \underline{L}(x_1) + \underline{L}(x_2) = 0 + 0 = 0$. Böylece bir doğrusal sistemin hareketi için çok sayıda çözüm bulmuşsak, onları toplayabiliriz de.

Bu iki fikri bir araya getirerek, kuşkusuz, bir çözümün altı katını ve diğerinin iki katım toplayabiliriz: x_1 bir çözümse, αx_1 bir çözümdü; dolayısıyla bu iki çözümün $(\alpha x_1 + \beta x_2)$ gibi her toplamı da çözümdür. Üç çözüm bulabilmişsek, bu üç çözümün herhangi bir karışımı da yine bir çözümdür, vb. Salınıcı problemimiz için elde ettiğimiz *bağımsız çözümler** dediğimiz çözümlerin sayısı sadece *iki*dir. Genel halde bulunan bağımsız çözümlerin sayısı, *serbestlik derecesi* sayısına bağlıdır. Bunu şimdi ayrıntılarıyla tartışmayacağız, fakat ikinci dereceden bir diferansiyel denkleme sahipsek, sadece iki bağımsız çözüm vardır ve onların ikisini de bulduk; öyleyse en genel çözüme sahip olduğumuzu söyleyebiliriz.

Şimdi bir dış kuvvetin söz konusu olduğu bir sistemdeki duruma uygulanan başka bir önermeye geçelim. Denklemimiz şöyle olsun:

$$\underline{L}(x) = F(t) \tag{25.6}$$

Onun özel bir çözümünü bulduğumuzu varsayalım. Ali'nin çözümü x_A olsun, bu durumda $L(x_A) = F(t)$ olur. Şimdi ikinci bir çözüm daha bulmak istediğimizi varsayın; Ali'nin çözümüne (25.5) serbest denkleminin bir çözümünü, diyelim ki x_1'i ekleyelim. Bu durumda (25.3) aracılığıyla

$$\underline{L}(x_A + x_1) = \underline{L}(x_A) + \underline{L}(x_1) = F(t) + 0 = F(t) \tag{25.7}$$

buluruz. Dolayısıyla, "zorla salınım"ın bir çözümüne herhangi bir "serbest" çözümü ekleyebiliriz ve o da yine bir çözümdür. Bu serbest çözüme *geçici* çözüm denir.

Etkiyen kuvvet yokken birden bire bir kuvvet uygulandığında, sinüs dalga fonksiyonuyla çözdüğümüz kararlı çözümü hemencecik elde etmeyiz, fakat bir süre için bir geçici çözüm vardır ve uzun süre beklenirse, o eninde sonunda söner. "Zorlamalı" çözüm, kuvvet tarafından sürülmeye devam ettiği için, elbette sönmez. Sonunda, uzun süreler boyunca, çözüm tektir; fakat sistemin nasıl harekete geçirildiğine bağlı olarak, farklı durumlarda başlangıçtaki hareketler farklı olur.

25-2 Çözümlerin üst üste binmesi

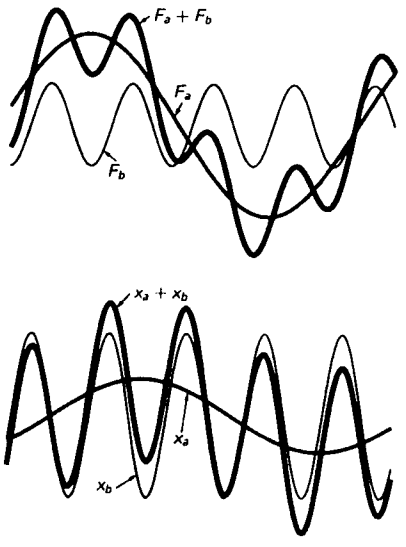
Şu anda bir başka ilginç önermeye geldik. Belirli bir özel F_a sürücü kuvvetimiz olsun (örneğin, belirli bir $\omega = \omega_0$ frekanslı bir salınımlı kuvvet, fakat sonuçlarımız F_a'nın her fonksiyonel yapısı için doğru olacaktır) ve zorlamalı hareketi çözdüğümüzü düşünelim (geçici salınımlar olsun ya da olmasın, fark etmez). Şimdi bir başka kuvvet daha etki etsin, diyelim ki F_b. Aynı problemi bu farklı kuvvetle de çözdük diyelim. Sonra bir arkadaş gelip "size çözmeniz için işte yeni bir problem, bu kez kuvvet $F_a + F_b$" derse, bu problemi çözebilir miyiz? Elbette çözeriz, çünkü çözüm, kuvvetleri ayrı ayrı alarak bulunan x_a ve x_b çözümlerinin toplamıdır; gerçekten çok dikkate değer bir durum. (25.3) denklemini kullanırsak şunu görürüz:

$$\underline{L}(x_a + x_b) = \underline{L}(x_a) + \underline{L}(x_b) = F(t) + F(t) \tag{25.8}$$

---

* Birbirlerinin doğrusal karışımları olarak ifade edilemeyen çözümlere bağımsız denir.

Bu, doğrusal sistemlerde *üst üste gelme ilkesi*nin bir örneğidir ve çok önemlidir. Aşağıdaki anlama gelir: Elimizde çok karmaşık bir kuvvet varsa ve onu uygun bir tarzda, her biri bir şekilde basit olan ayrı ayrı parçaların toplamı olarak yazabiliyorsak, öyle ki her özel kuvvet parçası için denklemi çözebiliyorsak, bu durumda karmaşık olan kuvvet için çözüm hazırdır; çünkü tıpkı *toplam kuvvet*in parçalara ayrılması tarzında, kuvvet parçalarının *çözümleri*ni de basitçe toplayabiliriz (Şekil 25-1).



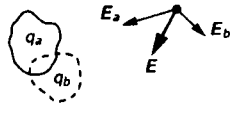
Şekil 25-1 Doğrusal sistemler için üst üste gelme ilkesinin bir örneği.

Üst üste gelme ilkesiyle ilgili bir başka örnek verelim. 12. Bölümde elektrik yasalarının büyük gerçeklerinden birinin şu olduğunu söylemiştik: Belirli bir q_a yükler dağılımımız varsa ve belli bir P noktasında bu yüklerden ileri gelen E_a-elektrik alanını hesaplarsak ve diğer taraftan bir başka q_b yükler kümesine sahipsek ve aynı noktada bu yüklere ait E_b alanını da hesaplarsak, bu durumda iki yük dağılımı da aynı zamanda mevcutsa, P'deki E alanı, bir yük cümlesine ait E_a alanı ile diğerine ait E_b alanının *toplamı*na eşittir.

Başka bir deyişle, belirli bir yüke ait alanı bilirsek, birçok yüke ait alan, sadece tek tek düşünülen yüklerin alanlarının vektörel toplamıdır. Bu durum, yukarıdaki önermenin tam bir benzeridir: Verilen iki kuvvetin bir anda ayrı ayrı sonuçlarını biliyorsak, bunların toplamı olarak düşünülen kuvvetin tepkisi, karşılık gelen tek tek tepkilerin bir toplamıdır.

Bunun elektrostatikte doğru olmasının nedeni, elektriğin büyük yasaları olan –elektrik alanını saptayan– Maxwell denklemlerinin *doğrusal* diferansiyel denklemler olmaları, yani (25.3) özelliğine sahip olmalarıdır. Kuvvete karşılık gelen *yük*ün doğurduğu elektrik alanıdır ve yük cinsinden elektrik alanını saptayan denklem doğrusaldır.

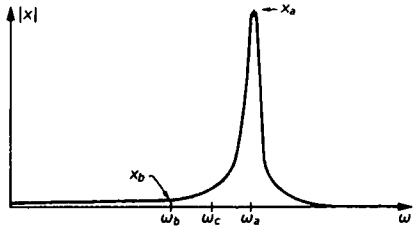
Bu önermenin bir başka ilginç örneği olarak, tüm radyo istasyonları aynı anda yayın yaptıkları halde, bir radyo istasyonuna "ayar yapma"nın nasıl mümkün olduğunu soralım.



Şekil 25-2 Elektrostatikte üst üste gelme ilkesi.

Radyo istasyonu, temel olarak, radyomuzun antenini etkileyen çok yüksek frekansla titreşen bir elektrik alanı yayar. Ses sinyalini taşımak için alanın titreşim genliğinin değiştirildiği, kiplendiği doğrudur, ama bu çok yavaştır ve bunu umursamayız bile. "Bu istasyon 780 kiloçevrimlik bir frekansla yayın yapmaktadır" anonsu duyulduğunda, bu, istasyon anteninin elektrik alanının frekansının saniyede 780.000 titreşim olduğunu gösterir ve bu da bizim antenimizdeki elektronları bu frekansla aşağı ve yukarı sürer. Aynı zamanda aynı kentte diyelim ki saniyede 550 kiloçevrimlik farklı bir frekansta yayın yapan başka bir radyo istasyonu bulunabilir; antenimizdeki elektronlar bu frekansla da sürüleceklerdir. Şimdi soru şudur: Bir radyoya 780 kiloçevrimde gelen sinyalleri 550 kiloçevrimde gelenlerden nasıl ayırabiliriz? Elbette iki radyoyu birden aynı zamanda dinlemeyiz.

Üst üste gelme ilkesine göre, radyodaki elektrik devresinin doğrusal olan ilk kısmının elektrik alan nedeniyle etkiyen $F_a + F_b$ kuvvetlerine tepkisi $x_a + x_b$'dir. Dolayısıyla sanki onları asla çözemeyiz gibi görünmektedir. Aslına bakılırsa, gerçek üst üste gelme önerisi, onların ikisini de sistemimizde bulmaktan *kurtulamayız* diye ısrarlıdır. Fakat hatırlarsanız, bir rezonans devresinde, birim F başına x miktarı olan tepki eğrisi frekansın fonksiyonu olarak Şekil 25-3 gibidir. Devre çok yüksek Q'lu olduğu takdirde, tepki çok keskin bir maksimum olur. Şimdi iki istasyonun şiddetçe benzer olduğunu, yani iki *kuvvetin* aynı büyüklükte olduğunu varsayalım. Elde edeceğimiz *tepki* x_a ve x_b'nin toplamıdır. Fakat, Şekil 25-3'te x_a devasa, oysa x_b küçücüktür. Böylece, iki sinyal şiddetçe eşit olmasına karşın, bir istasyonun yayın frekansı ω_a'ya ayarlanmış olan radyonun keskin rezonans devresinden geçtiğinde bu istasyona tepki diğerine olandan çok büyüktür. Dolayısıyla her iki sinyal etkinken tam tepki hemen hemen tamamıyla ω_a'dan ibarettir ve istediğimiz istasyonu seçmiş oluruz.

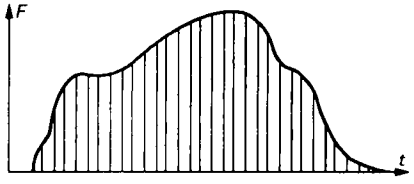


Şekil 25-3 Keskin bir şekilde ayarlanmış rezonans eğrisi.

İstasyon ayarı hakkında ne diyebiliriz? İstasyonu nasıl ayarlarız? Devrenin L'sini ya da C'sini değiştirerek ω_0'ı değiştiririz, çünkü devrenin frekansı L ve C'nin karışımıyla ilgilidir. Özellikle pek çok radyo C'nin değiştirilebileceği biçimde yapılmıştır. Radyoyu yeniden ayarladığımızda, ibreyi yeni bir konuma geti-

ririz, öyle ki devrenin doğal frekansı ω_C'ye kaydırılır. Bu durumlarda ne o istasyonu ne de diğerini duyarız; ω_C frekansında başka istasyon yoksa, sessizlik olur. Rezonans eğrisi ω_b'de oluncaya dek C'yi değiştirmeye devam edersek, o zaman kuşkusuz diğer istasyonu duyarız. İşte radyoda istasyon ayarı böyle yapılır; bu gene, rezonans tepkisiyle birleştirilmiş, üst üste gelme ilkesidir.*

Bu tartışmayı bitirmek için, kuvvet çok karmaşık olduğunda, verilen bu kuvveti içeren doğrusal bir problemin çözümlemesinde daha da ileri gitmek üzere, neler olacağını nitel bir biçimde betimleyelim. Bu problemi çözebileceğimiz birçok yöntemden özellikle yararlı iki genel yol vardır. Biri şudur: problemi, farklı frekansların sinüs dalgaları gibi özel bilinen kuvvetler için çözebileceğimizi varsayın. Bunun çocuk oyunu olduğunu biliyoruz. Bu nedenle, "çocuk oyunu" denen durumlarımız var. Şimdi çok karmaşık kuvvetimizi iki ya da daha fazla "çocuk oyunu" kuvvetinin toplamı olarak temsil edip edemeyeceğimizi soralım. Şekil 25-1'de zaten oldukça karmaşık bir eğri elde etmiştik ve elbette daha fazla sinüs dalgası ekleyerek onu daha da karmaşık hale getirebiliriz. Böylece çok karmaşık eğrilerin elde edilmesi kesinlikle mümkündür. Aslında, bunun tersi de doğrudur: pratik olarak her eğri, her biri için yanıtını bildiğimiz farklı dalga boylu (ya da frekanslı) *sonsuz sayıda* sinüs dalgasını bir araya getirerek elde edilebilir. Sadece verilen F'yi kurmak için ne kadar sinüs dalgasını bir araya getirmemiz gerektiğini bilmeliyiz; bundan sonra x yanıtımız, karşılık gelen F sinüs dalgalarının –her biri, kendi x/F etkin oranıyla çarpılmış halde– toplamıdır. Bu çözüm yöntemine, *Fourier dönüşmüşleri* yöntemi ya da *Fourier çözümlemesi* yöntemi denir. Burada böyle bir çözümlemeye girişmeyip, sadece içerilen düşünceyi betimlemekle yetineceğiz.



Şekil 25-4 Karmaşık bir kuvvet, ardı ardına keskin itmeler olarak düşünülebilir.

Karmaşık problemimizin çözülebileceği diğer çok ilginç olan yol şudur: Özel bir kuvvet, yani bir *itme* için, fazlaca kafa patlatarak, problemimizi çözmenin mümkün olduğunu düşünün. Kuvvet çabucak uygulanıp kaldırılır; o kadar. Aslında problemi birim şiddette bir itme için çözmemiz yeterlidir; başka bir şiddet için çözüm, uygun bir çarpanla çarpmaktan ibarettir. Bir itme için x tepkisinin bir sönümlü salınım olduğunu biliyoruz. Şimdi başka bir kuvvet, örneğin Şekil 25-4'teki gibi bir kuvvet için ne söyleyebiliriz?

Böyle bir kuvvet ardı ardına bir çekiçle vuruşlara benzetilebilir. Önce hiç kuvvet yoktur ve aniden kararlı bir kuvvet ortaya çıkar: itme, itme, itme, itme, ... ve sonra kuvvet ortadan kalkar. Başka bir deyişle, sürekli bir kuvveti birbirine çok yakın itmeler dizisi olarak düşünürüz. Şimdi, bir itme için sonucu biliyoruz, öyleyse itmelerin tam dizisinin sonucu, sönümlü salınımların bir tam dizisi olacaktır: İlk itme için olan eğri ve hemen sonra ikinci itme için olan eğri ve üçüncü itmeye ait eğri ve böylece sürüp gider. Böylece, bir itme için yanıtı biliyorsak, keyfi fonksiyonlar için tam çözümü matematiksel olarak ifade edebiliriz. Yanıtı herhangi başka bir kuvvet için basitçe integral alarak bulabiliriz. Buna *Green fonksiyonu yöntemi* denir. Bir Green fonksiyonu, bir itmeye tepkidir ve herhangi bir kuvveti itmelerin tepkilerini bir araya getirerek çözümleme yöntemine Green fonksiyonu yöntemi denir.

Bu yöntemlerin her ikisinde de yer alan fiziksel ilkeler sadece doğrusal denklemi içermekte olup öylesine basittirler ki kolayca anlaşılabilirler, fakat içerilen *matematiksel* problemler, karmaşık integraller vb, bizim için şimdilik ele alamayacağımız derecede ileridir. Bir gün matematik bilginiz arttığında elbette bu konuya dönersiniz. Fakat ne olursa olsun düşünce gerçekten çok basittir.

Son olarak, *doğrusal* sistemlerin neden bu denli önemli olduğu konusunda birkaç söz söyleyelim. Nedeni basittir: çünkü onları çözebilmekteyiz! Bu nedenle çoğu zaman doğrusal problemleri çözeriz. İkincisi (ve en önemlisi), *temel fizik yasalarının genelde doğrusal oldukları* bilinir. Elektrik yasalarını betimle-

* Çağdaş süperheterodin alıcılarda gerçek işler daha karmaşıktır. Amplifikatörler (IF frekansı denen) sabit bir frekansa ayarlanır ve ayarlanabilir değişken frekansın bir salınıcısı doğrusal-olmayan bir devrede, IF frekansına eşit yeni bir frekans (sinyal ve salınıcı frekansının farkı) üretmek için giriş sinyaliyle birleştirilir; ki bu sonra yükseltilir.

yen Maxwell denklemleri doğrusaldır örneğin. Kuantum mekaniğinin büyük yasalarının da, bildiğimiz kadarıyla, doğrusal denklemler oldukları anlaşılmıştır. Doğrusal denklemler üzerine bu kadar çok zaman harcamamızın nedeni *budur*: çünkü doğrusal denklemleri anlarsak, ilke olarak, pek çok şeyi anlamaya hazırız demektir.

Doğrusal denklemlerin yer aldığı bir başka duruma değinelim. Yer değiştirmeler küçük olduğunda, birçok fonksiyon doğrusal hale *yaklaştırılabilir*. Örneğin, bir basit sarkacımız varsa, onun hareketine ait doğru denklem şudur:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta \tag{25.9}$$

Bu denklem eliptik fonksiyonlarla çözülebilir, fakat onu çözmenin en kolay yolu, Newton'ın Hareket Yasaları üzerine olan 9. Bölümde gösterildiği gibi, sayısaldır. Doğrusal olmayan bir denklem hiçbir başka sıradan yolla çözülemez, *ancak* sayısal olarak çözülür. Ama küçük θ için sin θ pratik olarak θ'ya eşittir ve denklem bu durumda doğrusaldır. Küçük etkilerin doğrusal olduğu pek çok durum vardır: burada küçük yaylar boyunca salınan sarkaç örnek verilebilir. Bir başka örnek olarak, bir yayı çok az çekerseniz, kuvvet uzanımla orantılı olur. Yayı çok fazla çekersek, yayı kırarız ve bu durumda kuvvet uzaklığın tamamen farklı bir fonksiyonudur! Doğrusal denklemler önemlidir. Aslında o kadar önemlidirler ki belki de fizik ve mühendislikte zamanın yüzde ellisinde doğrusal denklemleri çözeriz.

25-3 Doğrusal sistemlerde salınımlar

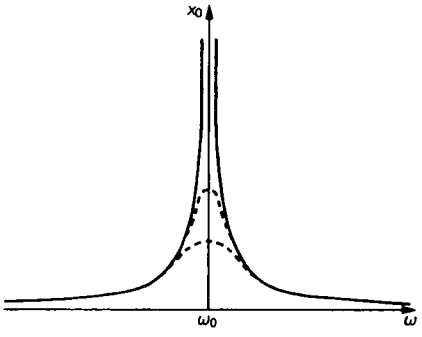
Şimdi geçen birkaç bölümde hakkında konuştuğumuz şeyleri gözden geçirelim. Salınımlar fiziğinin matematik tarafından gölgelenmesi çok kolaydır. Aslında fizik çok basittir ve bir an için matematiği unutabilirsek, salınan bir sistemde olanların neredeyse tümünü anlayabildiğimizi göreceğiz. Önce, elimizde sadece yay ve ağırlık varsa, sistemin neden salındığını anlamak kolaydır; salınım, eylemsizliğin sonucudur. Biz kütleyi aşağı çekeriz ve kuvvet de onu geri çeker; durmak istediği yer olan sıfırdan geçerken birdenbire duramaz; momentumu nedeniyle gitmeye devam ederek diğer yana geçer ve böylece ileri geri salınır durur. Demek ki sürtünme olmasaydı, muhakkak salınan bir hareket *beklerdik* ve gerçekten de bunu görürüz. Fakat çok az bir sürtünme bile olsa, geri dönüş çevriminde salınım birincisinde olduğu kadar yüksek olmayacaktır.

Çevrimden çevrime ne olur? Bu, sürtünmenin türüne ve miktarına bağlıdır. Salınımın genliği değiştikçe, eylemsizlik ve yaydaki diğer kuvvetlere oranı daima aynı kalan bir tür sürtünme kuvveti kurabildiğimizi düşünelim. Başka bir deyişle, daha küçük salınımlar için, sürtünme büyük salınımlar halindekinden daha zayıf olmalıdır. Alışık olduğumuz sürtünmede bu özellik yoktur; bu nedenle hızla doğru orantılı bir sürtünme yaratmak amacıyla özenle özel türden bir sürtünme hazırlanmalıdır; öyle ki büyük salınımlar için şiddetli ve küçük salınımlar için zayıf bir sürtünme. Bu türden bir sürtünmeye olabilirsek, o zaman her ardışık çevrimin sonunda, sistem başlangıçtakiyle aynı durumda, fakat biraz daha küçük salınımlı olur. Tüm kuvvetler de aynı oranda daha küçüktür: Yay kuvveti azalmıştır, eylemsizlik etkileri daha düşüktür, çünkü özenli tasarımımız dolayısıyla şimdi ivmeler daha zayıf ve sürtünme de daha azdır. Gerçekten bu tür bir sürtünmeye sahip olduğumuz zaman, her salınımın birinciyle tamamen aynı, fakat genlikçe küçülmüş olduğunu görürüz. İlk çevrimde genlik başlangıç genliğinin yüzde 90'ına düşmüşse, bir sonraki yüzde 90'ın yüzde 90'ına düşecektir: *Salınımların büyüklükleri her çevrimde kendilerini aynı oranda azaltırlar*. Bir üstel fonksiyon tam da bunu yapan bir eğridir. Her eşit zaman aralığında aynı çarpanla değişir. Bu demektir ki, bir çevrimin genliğine, bir öncekine göre a denirse, bir sonrakinin genliği a^2, daha sonrakininki a^3'tür. Bu durumda genlik, bir sabitin geçen çevrim sayısına eşit kuvvetidir:

$$A = A_0 a^n \tag{25.10}$$

Fakat kuşkusuz $n \propto t$'dir, dolayısıyla genel çözümün bir tür salınım, sin ωt ya da cos ωt kere aşağı yukarı b^t gibi davranan bir genlik olacağı apaçıktır. Fakat b pozitif ve 1'den küçükse, e^{-c} gibi yazılabilir. Çözüm işte bu nedenle $e^{-ct}\cos\omega t$ gibi görünür. Bu kadar basit!

Sürtünme bu denli yapay olmazsa, ne olur? Örneğin, bir masa üzerindeki sıradan sürtünme gibi olursa, sürtünme kuvveti salınımın büyüklüğünden bağımsız, her yarı çevrimde yön değiştiren, belli bir sabit miktar olur. Bu durumda denklem doğrusal değildir; çözülmesi zor hale gelir ve bölüm 9'da verilen sayısal yöntemle ya da her yarı çevrimde ayrı ayrı ele alınarak çözülmelidir. Sayısal yöntem, yöntemlerin en güçlüsüdür ve her denklemi çözebilir. Sadece basit bir probleme sahip olduğumuzda, matematiksel çözümlemeyi kullanabiliriz.



Şekil 25-5 Çeşitli miktarlarda sürtünmenin varlığı halinde, rezonans eğrileri.

Matematiksel çözümleme söylendiği kadar zor bir şey değildir; sadece en basit olası denklemleri çözer. Denklemler biraz daha –sadece birazcık– karmaşık hale gelir gelmez, çözülemezler. Fakat dersin başında öğütlenen sayısal yöntem fiziksel bakımdan ilginç her denklemi halledebilir.

Rezonans eğrisi için ne denebilir? Neden rezonans oluyor? Önce bir an için sürtünme olmadığını ve kendiliğinden salınan bir nesneye sahip olduğumuzu düşünün. Sarkacı tam her geçiş anında şöyle hafifçe itersek, kuşkusuz onun deli gibi hareket etmesine neden oluruz. Fakat gözümüzü kapayıp onu izlemezsek ve keyfi aralıklarda itersek, o zaman ne olur? Bazen ters yönde giderken onu ittiğimiz olur. Zamanlamayı tam doğru yaptığımızda, kuşkusuz her vuruş hep tam zamanında olur ve sarkaç yükseğe, daha yükseğe ve daha da yükseğe çıkar. Böylece sürtünme olmayınca, farklı frekanslar için Şekil 25-5'teki kesintisiz çizgili eğriyi elde ederiz. Nitel olarak, rezonans eğrisini anlıyoruz; eğrinin tam biçimini elde etmek için, herhalde matematik de yapmak iyi olur. ω_0 salınıcının doğal frekansı olmak üzere, $\omega \to \omega_0$'a giderken, eğri sonsuza doğru yükselir.

Şimdi biraz sürtünme olduğunu varsayalım: bu durumda salınıcının uzanımı küçükse, sürtünme onu çok etkilemez; rezonansa yakın yerler dışında, rezonans eğrisi aynı gibidir. Eğri, rezonans yakınında sonsuz olmak yerine, her itişimizde yaptığımız iş çevrim esnasında sürtünmeyle kaybolan enerjiyi ancak karşılayacak kadar yükselebilecektir. Böylece eğrinin tepesi yuvarlatılmış olur; sonsuza gitmez. Sürtünme fazlaysa, eğrinin tepesi biraz daha fazla yuvarlaklaşır. Şimdi birisi "eğrilerin genişliklerinin sürtünmeye bağlı olduğunu sanıyorum" diyebilir. Eğri, genelde tepesi bir birim olacak şekilde çizildiği için bu böyledir. Bununla birlikte, tüm eğrileri aynı ölçek üzerine çizersek, matematiksel ifadenin anlaşılması daha bile basit hale gelir; o zaman tüm olacak olan, sürtünmenin tepeyi kesmesidir! Sürtünme azsa, sürtünme onu kesmeden önce biraz daha fazla yukarı –dar kısma– doğru gideriz; böylece eğri oldukça dar görünür. Yani, eğrinin tepesi yükseldikçe, maksimum yüksekliğin yarısındaki genişlik gitgide daralır.

Son olarak, çok büyük sürtünme halini ele alalım. Aşırı derecede sürtünme varsa, sistem hiç salınmaz. Yaydaki enerji onu sürtünme kuvvetine karşı zar zor hareket ettirebilir ve böylece salmıcı yavaşça denge noktasına sızar.

25-4 Fizikte benzerlikler

Bu tekrarın diğer cephesi, doğrusal sistemlerin sadece kütleler ve yaylar olmadığına, başkalarının da var olduğuna işaret etmektir. Özellikle, doğrusal devreler dediğimiz, mekanik sistemlere tam bir benzerlik içeren elektriksel sistemler söz konusudur. Bir elektrik devresindeki her nesnenin *neden* öyle çalıştığını tam olarak öğrenmedik; bunu şu anda anlayamayız; bunu deneyle doğrulanabilen bir olgu olarak ileri sürebiliriz.

Örnek olarak, en basit olası durumu ele alalım. Sadece dirençten ibaret bir tel parçamız olsun ve ona bir V potansiyel farkı uygulayalım. V'nin anlamı şudur: Bir q yükünü telin bir ucundan diğerine taşırsak, yapılan iş qV'dir. Voltaj

farkı yükseltildikçe, yükün yüksek potansiyelli uçtan alçak potansiyelli uca "düşmesi" halinde daha fazla iş yapılır. Buna göre, yükler bir uçtan diğerine giderken enerji verirler. Yükler basitçe bir uçtan dosdoğru diğerine uçmazlar; teldeki atomlar akıma bir direnç gösterir ve bu direnç neredeyse tüm sıradan malzemeler için aşağıdaki yasaya uyar: Bir I akımı varsa, yani saniyede şu kadar yük aşağı yuvarlanıyorsa, tel boyunca saniyede yuvarlanan yük sayısı, onları ne kadar şiddetli ittiğimizle orantılıdır; bir başka deyişle, uygulanan potansiyel farkıyla orantılıdır:

$$V = IR = R\,(dq/dt) \tag{25.11}$$

R katsayısına *direnç* denir ve bu denklem Ohm yasası adını alır. Direncin birimi ohm olup, amper başına bir Volt'a eşittir. Mekaniksel durumlarda, hızla orantılı böyle bir sürtünme kuvveti elde etmek zordur; bir elektriksel sistemde bu çok kolaydır ve bu yasa metallerin çoğu için aşırı derecede kesindir.

Çoğu kez saniyede yapılan işi, güç kaybını ve tel boyunca yuvarlanırken yükler tarafından salınan enerjiyi merak ederiz. Bir q yükünü bir V gerilimi boyunca taşıdığımızda, yapılan iş qV'dir, böylece saniyede yapılan iş $V(dq/dt)$ olur, bu da VI ile aynıdır ya da $IR \cdot I = I^2R$'dir. Buna *ısı kaybı* denir; bu, enerjinin korunumu uyarınca, dirençte bir saniyede ne kadar ısı üretildiğini gösterir. Akkor elemanlı elektrik ampullerini çalıştıran işte bu ısıdır.

Kuşkusuz, mekanik sistemlerin kütle (eylemsizlik) gibi başka ilginç özellikleri de vardır ve eylemsizliğin de elektrikte bir benzeri olduğu bilinmektedir. İndüktans denen bir özelliğe sahip indüktör denen bir nesne yapmak olasıdır, öyle ki bunun içinden bir akım geçmeye başlayınca, *durmak istemez*. Akımı değiştirmek için bir gerilim gerekir! Akım sabitse, indüktör üzerinde gerilim yoktur. Doğru akım (DC) devrelerinin indüktans özelliği yoktur; ancak akımı değiştirdiğimizde indüktans etkileri kendini gösterir. Denklem şudur:

$$V = L\,(dI/dt) = L\,(d^2q/dt^2) \tag{25.12}$$

İndüktansın birimine *Henry* denir; bir Henry'lik bir indüktansa bir voltluk bir gerilim uygulandığında, akımda saniyede bir amperlik bir değişim olur. (25.12) denklemi, Newton yasasının elektrikteki benzeridir: V gerilimi F'ye, L indüktansı m'ye ve I akımı hıza karşılık gelir! Bu iki tür sistemde birbirlerine karşılık gelen tüm denklemler aynı şekilde türetilir, çünkü tüm bu denklemlerde her sembolü kaşı gelen benzerindeki sembolle değiştirebilir ve aynı denklemi elde ederiz; çıkaracağımız her sonucun iki sistemde de bir karşılığı vardır.

Gerilmeyle orantılı bir kuvvetin söz konusu olduğu mekaniksel yaya karşılık gelen elektriksel nesne nedir? $F = kx$ ile başlayıp, $F \to V$ ve $x \to q$ yer değiştirmelerini yaparsak, $V = \alpha q$ elde ederiz. Gerçekten böyle bir şey vardır; aslında üç devre elemanından en iyi anladığımız biridir; çünkü bir paralel plaka çiftini incelemiş ve şunu bulmuştuk: her plaka üzerinde eşit miktarlarda belirli ve zıt yükler varsa, plakalar arasındaki elektrik alanı yükün büyüklüğüyle orantılıydı. Böylece bir plakadan diğerine aralık boyunca bir birim yükün hareketinde yapılan iş kesin olarak yükle orantılıdır. Bu iş, potansiyel farkının *tanımı*dır ve elektrik alanının bir plakadan diğerine olan çizgi integralidir. Tarihsel nedenlerle, orantı katsayısına C denmeyip $1/C$ denir. C denebilirdi, fakat denmemiş. Buna göre,

$$V = q / C \tag{25.13}$$

dir. C sığasının birimi *Farad*'dır; bir Farad'lık bir sığanın her bir plakasında bir Coulomb'luk bir yük varsa, bu bir Volt'luk bir gerilime yol açar.

Benzerliklerimiz bunlar; şimdi doğrudan m yerine L, x yerine q vb koyarak, salınan devreye karşılık gelen denklem aşağıdaki hale gelir:

$$m(d^2x/dt^2) + \gamma m\,(dx/dt) + kx = F \tag{25.14}$$

$$L(d^2q/dt^2) + R\,(dq/dt) + q/C = V \tag{25.15}$$

Artık (25.14) denklemiyle ilgili öğrendiğimiz her şey, (25.15)'e uygulanmak üzere dönüştürülebilir. Her *sonuç* aynıdır; o kadar aynıdır ki bize yapabileceğimiz parlak bir fikir bile verir.

Oldukça karmaşık bir mekanik sistemimiz olsun, sadece bir yayın ucunda bir kütle değil, birbirine bağlı çeşitli yaylarda çeşitli kütleler. Ne yaparız? Onu çözer miyiz? Belki; fakat bakın, çözümlemeye çalıştığımız şeyle aynı denklemlere sahip olacak bir *elektrik* devresi yapabiliriz! Örneğin, yaya bağlı bir kütleyi çözümlemek istersek, neden tümü aynı oranda olmak üzere, kütleyle orantılı bir indüktans, $m\gamma$'yla orantılı bir direnç, k'yla orantılı $1/C$ kullanarak bir elektrik devresi kurmayalım ki? Bu durumda, kuşkusuz, bu elektrik devresi mekanik sistemimizin tam benzeri olacaktır; şu anlamda ki, V'ye tepkide q ne yapıyorsa (V de etkiyen kuvvetlere karşılık gelmek üzere oluşturulur), kuvvete tepkide de x onu yapacaktır! Bu durumda, birbirlerine bağlı elemanlardan meydana gelmiş karmaşık bir sistemimiz varsa, bu karmaşık mekanik sistemin *benzerini yapmak* üzere indüktansları, dirençleri ve sığaları birbirlerine bağlayabiliriz. Bunun yararı nedir? İki sistem birbirlerine tamamen eşdeğer olduklarından, biri diğeri kadar zordur (ya da kolaydır). Bunun yararı, bir elektrik devresine sahip olunca *matematiksel denklemler*in daha kolay çözüleceği falan değildir (gerçi elektrik mühendislerince kullanılan yöntem budur!), fakat benzerini aramanın gerçek nedeni, elektrik devresini *oluşturmanın* ve sistemde bir şeyleri *değiştirmenin* daha kolay olduğudur.

Bir otomobil tasarladığımızı ve tümsekli bir yolda giderken ne kadar sallanacağını bilmek istediğimizi düşünün. Tekerleklerin eylemsizliğini temsil etmek için indüktansların, tekerleklerdeki yayların yay sabitlerini temsil etmek için sığaların ve amortisörleri temsil etmek için dirençlerin ve otomobilin diğer parçaları için bir şeylerin daha konduğu bir elektrik devresi kurarız. Sonra tümsekli yolu kurmaya sıra gelir. Şu türden bir tümsek için de devreye bir üreteçten bir gerilim uygularız ve bir sığa üzerindeki yük ölçümüyle sol tekerleğin nasıl sallandığına bakarız. Bu ölçümü yaptıktan sonra (ki bunu yapmak kolaydır) tekerleğin çok fazla sallandığını görürüz. Amortisman daha çok mu, daha az mı olmalıdır? Otomobil gibi karmaşık bir sistemde amortisörü değiştirip bunu tekrar baştan mı çözmeliyiz? Hayır! Sadece bir kadranı döndürürüz; 10 sayısı 3 no'lu amortisörü gösterir, böylece biraz daha fazla amortisman koyarız. Tümsekler daha kötüleşirse, tamam, amortismanı azaltırız. Tümsekler daha da kötüleştiği takdirde, yayın sertliğini değiştiririz (kadranı 17'ye getirerek) ve bu gibi her şeyi, sadece bir düğmeyi döndürerek, *elektriksel olarak* ayarlarız.

Buna *analog computer* (benzeşimle hesap yapan) denir. Çözmek istediğimiz problemi, aynı denkleme sahip olan, fakat doğanın bir başka durumunda bulunan, kurulması, ölçülmesi, ayarlanması ve bozulması daha kolay olan bir başka probleme benzeterek çözen bir düzenektir!

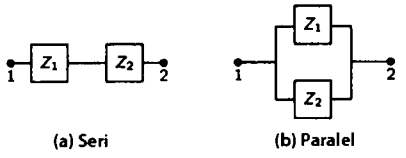
25-5 Seri ve paralel impedanslar

Son olarak, pek de tekrar niteliğinde olmayan önemli bir konuya değinelim. Birden daha çok devre elemanı içeren bir elektrik devresiyle ilgilidir bu. Örneğin, Şekil 24-2'deki gibi bağlanmış bir indüktör, bir direnç ve bir sığamız olduğunda, yükün her üç elemandan da geçtiğini görürüz, öyle ki böyle tek olarak bağlanmış bir devrede tel boyunca her noktada akım aynıdır. Her birinde akım aynı olduğundan, R üzerindeki gerilim IR, L üzerindeki gerilim $L(dI/dt)$ vb olur. Dolayısıyla, toplam gerilim düşmesi bunların toplamıdır ve bu da Denk. (25.15)'e yol açar. Bir sinüs kuvvetine tepki halinde kararlı-durum hareketinin denklemini, karmaşık sayıları kullanarak çözebildiğimizi görmüştük. Böylece $\hat{V}=\hat{Z}\hat{I}$ bağıntısını bulmuştuk. Burada $\hat{Z}$'ya bu özel devrenin *impedansı* denir. Eğer bir $\hat{V}$ sinüs gerilimini uygularsak, bir $\hat{I}$ akımı elde edeceğimizi söyler bize.

Şimdi kendi impedansları $\hat{Z}_1$ ve $\hat{Z}_2$ olan iki parçalı daha karmaşık bir devremiz olsun ve bu parçaları seri halinde bağlamış olalım (Şekil 25-6a) ve sonra tüm devreye bir gerilim uygulayalım. Ne olur? Durum şimdi biraz daha karmaşıktır, ama $\hat{Z}_1$'den geçen akım $\hat{I}$ ise, $\hat{Z}_1$ üzerindeki gerilim düşmesi $\hat{V}_1 = \hat{I}\hat{Z}_1$'dir ve aynı şekilde $\hat{Z}_2$ üzerindeki gerilim düşmesi de $\hat{V}_2 = \hat{I}\hat{Z}_2$'dir. *Her ikisinden de aynı akım geçer.* Buna göre, toplam gerilim, iki parçanın üzerlerindeki gerilimlerin toplamı olup $\hat{V} = \hat{V}_1 + \hat{V}_2 = \hat{I}\,(\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2)$'ya eşittir. Bu demektir ki tüm devre üzerindeki gerilim $\hat{V}=\hat{Z}\hat{I}$ olarak yazılabilir; burada seri halindeki birleşik sistemin $\hat{Z}$'si, ayrı parçaların $\hat{Z}$'lerinin toplamıdır:

$$\hat{Z}_S = \hat{Z}_1 + \hat{Z}_2 \tag{25.16}$$

Tek bağlanma şekli bu değildir. İki parçayı *paralel* olarak da bağlayabiliriz (Şekil 25-6b). Bağlantı telleri mükemmel iletkenlerse, uçlar arasında verilen gerilim her iki impedansa da etkin olarak uygulanır ve her birinde bağımsız akımlar meydana getirir. Dolayısıyla, $\hat{Z}_1$ üzerinden geçen akım $\hat{I}_1 = \hat{V}/\hat{Z}_1$ ve $\hat{Z}_2$'den geçen akım $\hat{I}_2 = \hat{V}/\hat{Z}_2$ olacaktır. *Gerilimaynıdır.* Uçlara verilen toplam akım iki parçadaki akımların toplamıdır: $\hat{I} = \hat{V}/\hat{Z}_1 + \hat{V}/\hat{Z}_2$. Bu da aşağıdaki gibi yazılabilir:



(a) Seri (b) Paralel

Şekil 25-6 Seri ve paralel olarak bağlanmış iki impedans.

$$\hat{V} = \frac{\hat{I}}{(1/\hat{Z}_1) + (1/\hat{Z}_2)} = \hat{I}\hat{Z}_p$$

Böylece toplam impedans şöyle bulunmuş olur:

$$\frac{1}{\hat{Z}_p} = \frac{1}{\hat{Z}_1} + \frac{1}{\hat{Z}_2} \tag{25.17}$$

Çok karmaşık devreler, bazen devreyi parçalara ayırıp her parçanın impedansını hesaplayarak ve yukarıdaki kuralları kullanıp devreyi adım adım birleştirerek basitleştirilebilir. Çeşitli şekillerde bağlanmış pek çok impedanslı herhangi türden bir devremiz varsa ve impedanssız küçük üreteçler halinde gerilimler içeriyorsa (içinden yük geçtiğinde, üreteç devreye bir gerilim ekler), bu durumda aşağıdaki ilkeler uygulanır: (1) Her birleşme noktasında, bu noktaya gelen akımların [cebirsel] toplamı sıfırdır. Yani, birleşme noktasına giren akımlar sonra oradan tekrar çıkmalıdır. (2) Bir yükü bir halka boyunca dolaştırıp başladığı yere geri getirirsek, yapılan net iş sıfırdır. Bu kurallara elektrik devreleri için *Kirchhoff yasaları* denir. Bunların karmaşık devrelere sistemli bir şekilde uygulanması, genelde böyle devrelerin çözümlemesini basitleştirir. Laboratuar çalışmalarınızda çözümlemek zorunda kaldığınız böyle devrelerle mutlaka karşılaşmışsınızdır; bunun için (25.16) ve (25.17) denklemleriyle ilgili olarak bunlara burada değiniyoruz. Gelecek yıl bunlar daha ayrıntılı olarak tartışılacaktır.

26
OPTİK: EN AZ SÜRE İLKESİ

26-1 Işık
26-2 Yansıma ve kırılma
26-3 Fermat'nın en az süre ilkesi
26-4 Fermat ilkesinin uygulamaları
26-5 Fermat ilkesinin daha kesin bir ifadesi
26-6 Nasıl çalışır?

26-1 Işık

Elektromanyetik ışınım konusunda çok sayıdaki bölümden ilkidir bu. Görmemizi sağlayan ışık, aynı türden bir şeyin geniş bir spektrumunun sadece küçük bir parçasıdır; bu spektrumun çeşitli kısımları, değişen belli bir niceliğin farklı değerleriyle ayırt edilir. Bu değişken nicelik "dalga boyu" olabilir. Dalga boyu görünür spektrumda değiştikçe, ışık kırmızıdan mora doğru açıkça renk değiştirir. Spektrumu sistemli bir şekilde uzun dalga boylarından daha kısalara doğru incelersek, genelde *radyo dalgaları* denen dalgalarla başlarız. Radyo dalgaları teknik olarak çok geniş bir dalga boyu bölgesinde mevcuttur, bazıları alışılmış yayınlarda kullanılan dalga boylarından bile daha uzundur. Alışılmış yayınlar yaklaşık 500 metreye karşılık gelen dalga boylarına sahiptir. Sonra "kısa dalgalar", yani radar dalgaları, milimetrik dalgalar vb gelir. Bir dalga boyu bölgesiyle diğeri arasında gerçek sınırlar yoktur, çünkü doğa bize keskin kenarlar sunmaz. Dalgalara verilen isimle ilintili sayı sadece yaklaşıktır ve elbette farklı bölgelere verdiğimiz isimler de öyledir.

Milimetrik dalgalardan epey sonra *kızılaltı* dediğimiz dalgalara ve daha sonra da görünür bölgeye geliriz. Diğer yöne giderek *morötesi* denen bölgeye erişiriz. Morötesinin durduğu yerde x-ışınları başlar, fakat bunun nerede olduğunu kesin olarak tanımlayamayız; kabaca 10^{-8} metre ya da 10^{-2} μm'dir. Bunlar "yumuşak" x-ışınlarıdır; sonra sıradan x-ışınları ve sert x-ışınları vardır; daha da sonra γ-ışınları ve dalga boyu denen bu boyutun gitgide küçülen değerleriyle bu sürüp gider.

Dalga boylarının bu engin uzanımı içinde, özellikle ilginç olan üç ya da daha fazla yaklaşık bölge vardır. Bunların birinde, içerilen dalga boylarının onları incelemek için mevcut düzeneğin boyutlarına göre çok küçük olduğu koşulu vardır; üstelik, kuantum kuramını kullanarak, foton enerjileri, düzeneğin enerji duyarlılığına göre çok küçüktür. Bu koşullar altında, *geometrik optik* denilen bir yöntemle kaba bir ilk yaklaştırma yapabiliriz. Diğer taraftan, eğer dalga boyları düzeneğin boyutlarıyla karşılaştırılabilir durumdaysa, ki bunu görünür ışıkla düzenlemek zor, fakat radyo dalgalarıyla kolaydır ve foton enerjileri hâlâ göz ardı edilir derecede küçükse, o zaman hâlâ kuantum mekaniğini önemsemeksizin dalgaların davranışını inceleyerek, çok yararlı bir yaklaştırma yapılabilir. Bu yöntem, daha sonraki bir bölümde tartışılacak olan *elektromanyetik ışınımın klasik kuramı* üzerine dayanır. Bunu takiben, çok kısa dalga boylarına gidersek, burada dalga niteliğini göz ardı edebiliriz, fakat fotonlar düzeneğin duyarlılığıyla karşılaştırıldığında çok *büyük* enerjiye sahiptir, bu kez durumlar yine basit hale gelir. Bu basit *foton* resmidir; bunu sadece çok kaba biçimde betimleyeceğiz. Bütün durumu bir tek model içine birleştiren tam resmi, herhalde uzun bir süre elde edemeyeceğiz.

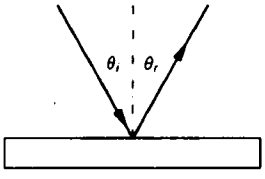
Bu bölümde tartışmamız geometrik optik bölgesine sınırlıdır, burada ışığın dalga boyunu ve foton karakterini unutacağız; bunlar zamanı gelince açıklanacaktır. Işığın *ne olduğu* bile bizi rahatsız etmez, sadece ilgili boyutlara kıyasla büyük ölçekte *nasıl davrandığını* bilelim yeter. Hakkında konuşacağımız gerçeği vurgulamak için bunun sadece çok kaba bir yaklaştırma olduğu söylenmelidir; yine "unutmamız" gerekecek bölümlerden biridir bu. Fakat onu çabucak unutacağız, çünkü neredeyse hemen çok daha doğru bir yönteme geçeceğiz.

Geometrik optik sırf bir yaklaştırma olsa da, teknik açıdan çok büyük öneme sahiptir ve tarihsel bakımdan büyük ilgi çekmiştir. Bir fiziksel kuramın ya da fiziksel düşüncenin gelişmesini göstermesi için, bu konuyu bazı diğer konulara göre daha tarihsel bir bakış içinde sunacağız.

Önce, ışık elbette herkes için çok tanıdıktır ve ta ezelden beri tanıdık olmuştu. Şimdi bir problem şudur: Işığı hangi süreçle *görürüz*? Pek çok kuram vardı, fakat en sonunda biri tutundu: göze giren bir şey vardır; cisimlerden göze yansıyan bir şey. Bu düşünceyi uzun süredir duymakta ve kabul etmekteyiz; çok zeki kimselerin karşıt kuramlar –örneğin, gözden çıkıp gelen ve cismi hisseden bir şey– önerdiklerini düşünmek bizim için neredeyse olanaksızdır. Işığın bir yerden diğerine gitmesiyle ilgili bazı diğer önemli gözlemler şunlardır: Işık, yolu üzerinde hiçbir şey yoksa, *düz çizgiler* halinde gider ve ışınların birbirleriyle giriştikleri görülmez. Yani, ışık odada tüm yönlerde çaprazlamasına gider gelir, fakat bizim görüş çizgimizi kesip geçen ışık, bir cisimden bize gelen ışığı etkilemez. Bu, bir zamanlar ışığın parçacık kuramına karşı en güçlü itirazdı; Huygens tarafından kullanılmıştı. Işık boylu boyunca fırlatılan oklar gibi olsaydı, diğer oklar onların arasından böylesine kolayca nasıl geçerdi? Böyle felsefi tartışmaların pek değeri yoktur. Işığın birbiri içinden geçen oklardan oluştuğu her zaman söylenebilir!

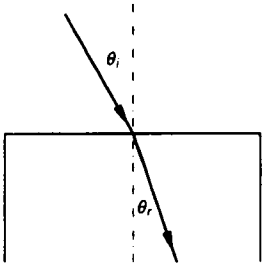
26-2 Yansıma ve kırılma

Yukarıdaki tartışma, temel geometrik optik *düşüncesi*ni yeterince vermektedir; artık sayısal yanlarına biraz daha girmeliyiz. Işığın iki nokta arasında sadece düz çizgiler halinde gittiğini gördük; şimdi çeşitli maddelere çarptığında ışığın davranışını inceleyelim. En basit cisim aynadır ve ayna yasası şöyledir: Işık bir aynaya çarptığında, düz çizgide devam edemez, fakat aynadan yeni bir düz çizgi içinde yansır; aynanın eğimini değiştirdiğimizde, bu düz çizgi de değişir. Eski insanlar için soru şuydu: İçerilen iki açı arasındaki bağıntı nedir? Bu uzun süre önce keşfedilmiş çok basit bir bağıntıdır. Bir aynaya çarpan ışık, her bir demet ile ayna arasındaki iki açı eşit olacak şekilde seyahat eder. Bir nedenle, açıları ayna yüzeyine dik doğrultudan ölçmek gelenek haline gelmiştir. Dolayısıyla yansıma yasası şöyledir:



Şekil 26-1 Geliş açısı yansıma açısına eşittir.

$$\theta_i = \theta_r \tag{26.1}$$



Şekil 26-2 Bir ışık ışını bir ortamdan diğerine geçtiğinde kırılır.

Bu yeterince basit bir önermedir; fakat ışık bir ortamdan bir başka ortama, örneğin havadan suya geçtiğinde, çok daha zor bir problemle karşılaşılır; böylesi bir durumda ışık yaptığı geçişin ardından aynı düz çizgide gitmez. Işık ışını suda havadaki yoluna göre eğilmiştir; θ_i açısını düşeye daha yakın gelecek şekilde değiştirirsek, "kırılma" açısı o kadar büyük olmaz. Fakat ışık demetini iyice büyük bir açıda yatırırsak, o zaman sapma açısı çok büyük olur. Bir açının diğerine olan bağıntısı nedir? Bu da eski insanları uzun süre şaşırtmış ve buradaki yanıtı asla bulamamışlardı! Bununla birlikte, tüm eski Yunan fiziğinde listelenmiş deneysel sonuçların bulunabildiği birkaç yerden biri budur. Klaudios Ptolemaios havadaki çok sayıda farklı açının her biri için sudaki açıların bir listesini yapmıştı. Tablo 26-1 derece cinsinden havadaki açıları ve bunlara karşılık suda ölçülmüş açıları göstermektedir. (Genellikle Yunan bilimcilerin asla deney yapmadıkları söylenir. Fakat deney dışında, doğru yasayı bilmeden bu değerler tablosunu elde etmek olanaksız olurdu. Bunların, yine de, her açı için bağımsız dikkatli ölçümleri temsil etmedikleri, sadece birkaç ölçümden çıkarılan ara-değer tahminleri oldukları not edilmelidir, çünkü tümü mükemmel şekilde bir parabole uymaktadır.)

Tablo 26-1

Havadaki açı	Sudaki açı
10°	8°
20°	15-1/2°
30°	22-1/2°
40°	29°
50°	35°
60°	40-1/2°
70°	45-1/2°
80°	50°

Bu, fizik yasalarının gelişmesinde önemli adımlardan biridir: önce bir etki gözleriz, sonra onu ölçeriz ve onları bir tabloda listeleriz; sonra da bir şeyin diğeriyle ilişkilendirilebileceği bir kural buluruz. Yukarıdaki sayısal tablo MS 140 yılında yapılmıştı, fakat iki açıyı bağlayan kuralı birinin sonunda bulması 1621'e kadar olmamıştı! Hollandalı matematikçi Willebrord Snell tarafından

bulunan kural aşağıdaki gibidir: Havadaki açı θ_i ve sudaki açı θ_r ise, bu durumda θ_i'nin sinüsü, bir sabit kere θ_r'nın sinüsüne eşit olur:

$$\sin\theta_i = n \sin\theta_r \tag{26.2}$$

Su için n sayısı yaklaşık olarak 1,33'tür. (26.2) denklemine *Snell yasası* denir; bu yasa, havadan suya geçerken ışığın nasıl eğileceğini *öngörme*mizi sağlar. Tablo 26-2 Snell yasası uyarınca havadaki ve sudaki açıları göstermektedir. Ptolemaios'un listesiyle dikkate değer uyuşmayı gözleyiniz.

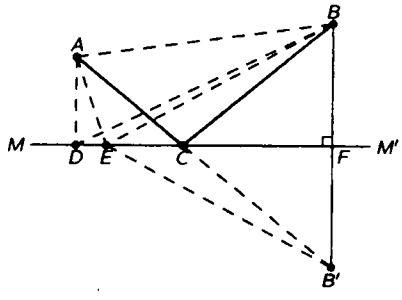
Tablo 26-2

Havadaki açı	Sudaki açı
10°	17-1/2°
20°	15°
30°	22°
40°	29°
50°	35°
60°	40-1/2°
70°	45°
80°	48°

26-3 Fermat'nın en az süre ilkesi

Bilimin daha fazla gelişmesinde, bir denklemden daha çok şey isteriz. İlkin bir gözlem, daha sonra ölçeceğimiz sayılar ve daha sonra da tüm sayıları özetleyen bir yasa. Fakat bilimin gerçek görkemi, yasanın *apaçık* olduğu *bir düşünce yolu bulabilmemizdir.*

Işığın davranışı hakkındaki yasayı apaçık hale getiren ilk düşünme yolu, 1650'lerde Fermat tarafından keşfedilmişti; buna şimdi *en az süre ilkesi* ya da *Fermat ilkesi* deniyor. Fermat'nın fikri şudur: Işık bir noktadan diğerine giderken izleyebileceği olası tüm yollardan, *en kısa zamanı* alan yolu izler.



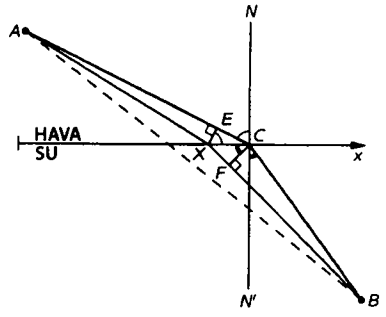
Şekil 26-3 En az zaman ilkesinin resimlenişi.

Önce bunun ayna halinde doğru olduğunu gösterelim; bu basit ilke hem düz-çizgide yayılmayı ve hem de ayna yasasını içerir. Böylece, anlayışımız gelişiyor! Şu problemin çözümünü bulmaya çalışalım. Şekil 26-3'te A ve B gibi iki nokta ve MM' düzlem aynası görülüyor. A'dan B'ye en kısa zamanda gidilen yol nedir? Yanıt, A'dan B'ye düz gitmektir! Fakat ışığın *aynaya çarpıp* en kısa zamanda geri gelmek zorunda olduğu koşulunu da eklersek, yanıt artık kolay değildir. Bir yol, mümkün olduğunca çabuk aynaya gidip oradan ADB yoluyla B'ye gitmek olabilir. Kuşkusuz, bu durumda DB gibi uzun bir yol parçası vardır. Biraz sağa kayıp E'den gidersek, ilk parçayı birazcık artırırız, fakat ikinci parçayı büyük ölçüde azaltırız ve böylece toplam yol, dolayısıyla seyahat süresi daha azdır. Sürenin en kısa olduğu C noktasını nasıl bulabiliriz? Onu geometrik bir kurnazlıkla çok hoş bir şekilde bulabiliriz.

MM''nün diğer tarafında yapay bir B' noktası kurarız, bu B' noktası MM' düzleminin altında düzlemin üstündeki B noktasıyla aynı uzaklıktadır. Sonra EB' doğrusunu çizeriz. BFM dik açı ve $BF = FB'$ olduğundan, EB doğrusu EB''ye eşittir. Dolayısıyla iki uzunluğun $AE + EB$ toplamı, $AE + EB'$ uzunluklar toplamına da eşittir; her bir toplam uzunluk, ışık sabit hızla giderse, onun alacağı süreyle orantılıdır. Bu nedenle, problem şu hale gelir: Bu iki uzunluğun toplamı ne zaman en azdır? Yanıt kolaydır: Çizgi, A'dan B'ye bir *düz çizgi* olarak C noktasından geçtiğinde! Başka bir deyişle, yapay noktaya doğru dümdüz gittiğimizde MM' üzerindeki noktayı bulmalıyız ve bu doğru nokta olacaktır. ACB' bir düz çizgiyse, BCF açısı $B'CF$ açısına eşit olduğu için, BCF açısı ACM açısına da eşit olur. Böylece gelme açısının yansıma açısına eşit olması beyanı, ışık B'ye *mümkün olan en kısa sürede* gidecek şekilde aynaya çarpar beyanına eşdeğerdir. Özgün olarak, bu beyan İskenderiyeli Heron tarafından ışık aynaya ve diğer noktaya mümkün en kısa yoldan gider şeklinde yapılmıştı; dolayısıyla çağdaş bir kuram değildir. Fermat'ya kırılmanın da belki benzer bir temel üzerinde işlemekte olduğu önerisini esinlendiren buydu. Fakat kırılma için, ışığın en kısa *mesafeli* yolu kullanmadığı açıktır, böylece Fermat ışığın en kısa *süre*yi aldığı fikrini denemişti.

Kırılmayı çözümlemeye geçmeden önce, ayna hakkında bir söz daha söylemeliyiz. B noktasında bir ışık kaynağı varsa ve aynaya doğru ışık gönderiyorsa, bu durumda görürüz ki B noktasından A'ya gelen ışık, sanki ayna *yok*muş da B''de bir kaynak varmış ve ondan geliyormuş gibi gelir. Kuşkusuz göz sadece fi-

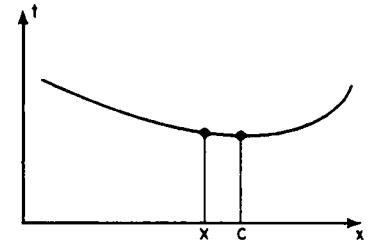
ziksel olarak ona giren ışığı saptar; böylece B'de bir cisim ve ayna varsa, ayna ışığı, tam olarak sanki cisim B''deymiş ve gözümüze ışığı oradan yolluyormuş gibi gönderir; sonra göz-beyin sistemi, çok fazla şey bilmediği için, bunu B''de bir cisim *olarak* yorumlar. Böylece aynanın arkasında bir cismin var olduğu yanılgısı sadece şu olgudan dolayıdır; göze giren ışık, fiziksel olarak, arkada bir cisim olsaydı tam olarak ondan gelen ışığın göze gireceği tarzda girer (ayna üzerindeki kir, bir aynanın varlığı bilgimiz vb gibi şeyler beyinde durumu düzeltir.)



Şekil 26-4 Kırılma için Fermat ilkesinin resimlenişi.

Şimdi en az süre ilkesinin Snell'in kırılma yasasını vereceğini gösterelim. Bununla birlikte, ışığın sudaki hızı hakkında bir varsayım yapmalıyız. Işığın sudaki hızının, ışığın havadaki hızından belli bir n çarpanıyla daha düşük olduğunu kabul edeceğiz.

Şekil 26-4'te problemimiz yine A'dan B'ye *en kıs sürede* gitmektir. Bunu resmetmek için yapılacak en iyi şey sırf düz bir çizgide gitmek değildir; güzel bir kızın tekneden düştüğünü ve suda B noktasında imdat diye bağırdığını düşünelim. X ile işaretlenen çizgi kıyıdır. Biz karada A noktasındayız, kazayı görüyoruz; koşabiliriz ve yüzebiliriz de. Fakat yüzmeye kıyasla daha hızlı koşabiliriz. Ne yaparız? Dümdüz mü gideriz? (Evet, şüphesiz!) Bununla birlikte, biraz kafayı kullanarak, sudaki mesafeyi azaltmak için karada biraz daha fazla mesafe gitmenin avantajlı olacağını anlarız, çünkü suda çok yavaş gideriz. (Bu düşünce çizgisini izleyerek, yapılacak doğru şeyin, yapmamız gerekeni çok dikkatli şekilde *hesaplamak* olduğunu söyleriz!) Yine de, problemin son çözümünün ACB yolu olduğunu ve tüm mümkün yollardan en az süreyi bu yolun aldığını gösterelim. Böylece, alınan süreyi X noktasının konumuna karşı çizseydik, Şekil 26-5'te görünen gibi bir eğri elde ederdik; burada C noktası tüm olası sürelerin en kısasına karşılık gelir. Bu demektir ki X noktasını C'ye yakın noktalara kaydırırsak, ilk yaklaştırmada, sürede esas itibariyle değişme olmaz, çünkü eğrinin dip kısmında eğim sıfırdır. Dolayısıyla yasayı bulma yolumuz, yeri çok küçük miktarlarda hareket ettirip sürede esas itibariyle pek değişme olmamasını istemek şeklinde olacaktır. (Kuşkusuz, *ikinci* mertebede sonsuz küçük bir değişim vardır; C'nin iki yönünde de yer değiştirmeler için bir pozitif artma almalıyız.) Buna göre, X gibi yakın bir noktayı ele alalım ve A'dan B'ye iki yoldan gitmenin alacağı süreleri hesaplayalım ve yeni yolu eski yolla karşılaştıralım. Bunu yapmak çok kolaydır. XC mesafesi kısaysa, kuşkusuz farkın neredeyse sıfır olmasını isteriz. Önce karadaki yola bakalım. Bir dik XE çizersek, bu yolun EC kadar kısaldığını görürüz. Kazancımız bu fazlalık yolu gitmemektir. Diğer taraftan, suda, karşılık gelen dik CF'yi çizerek, kaybımız olan XF fazlalık yolunu gitmemiz gerektiğini buluruz. Ya da, *sürece*, EC mesafesini gitmede geçecek zamanı kazanmış, fakat XF mesafesini gitmede geçecek zamanı kaybetmiş oluruz. İlk yaklaştırmada sürece değişme olmayacağına göre, bu süreler eşit olmalıdır. Fakat sudaki hızın $1/n$ kere havadaki hız olduğunu varsayarak,



Şekil 26-5 En az süre C noktasına karşılık gelir, fakat yakın noktalar neredeyse aynı süre civarındadır.

$$EC = n \cdot XF \tag{26.3}$$

eşitliğine sahip olmalıyız.

Dolayısıyla, doğru noktaya sahip olduğumuzda, $XC \sin EXC = n \cdot XC \sin XCF$ olduğunu görürüz; ya da ortak XC hipotenüs uzunluğunu yok ederek ve

$$EXC = ECN = \theta_i \quad \text{ve} \quad XCF \approx BCN' = \theta_r \quad (X, C\text{'ye yakın olduğunda})$$

olduğuna dikkat ederek şunu buluruz:

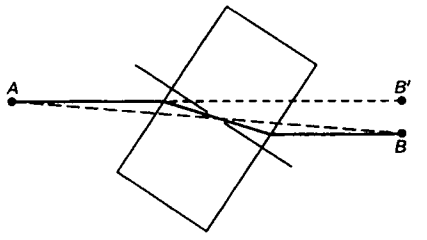
$$\sin \theta_i = n \sin \theta_r \tag{26.4}$$

Böylece görüyoruz ki, ışığın bir ortamdaki bir noktadan diğer ortamdaki bir noktaya en az sürede gitmesi için, hızların oranı n olduğunda, ışık öyle bir θ_i açıyla girmelidir ki θ_i ve θ_r açılarının sinüslerinin oranı iki ortamdaki hızların oranına eşit olsun.

26-4 Fermat ilkesinin uygulamaları

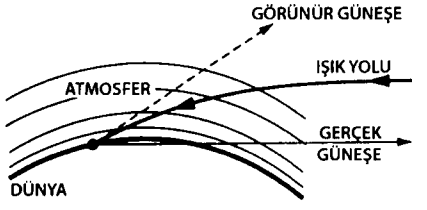
Şimdi en az süre ilkesinin bazı ilginç sonuçlarını ele alalım. İlki karşıtlık ilkesidir. A'dan B'ye gitmek için en az süreli yolu bulduysak, ters yönde gitmek için (ışığın her yönde aynı hızla gittiğini varsayarak) en kısa süreli yol aynı yol olacaktır ve dolayısıyla ışık bir yönde gönderilmişse, diğer yönde de gönderilebilir.

İlgili örnek, ışık demetine belli bir açıda yerleştirilmiş paralel düzlem yüzlü bir cam bloktur. Işık bir A noktasından B noktasına blok içinden geçerek giderken (Şekil 26-6), düz bir çizgi boyunca gitmez, bunun yerine –havada birazcık zaman kaybetse de– blokta daha az eğimli bir açı yaparak süreyi düşürür. Girerken ve çıkarken açılar aynı olduğundan, demet basitçe paralel kalır.



Şekil 26-6 Bir ışık demeti, şeffaf bir bloktan geçerken denkleşir.

Üçüncü ilginç olay şudur: Gün batımında güneşi artık ufkun altına gitmişken görürüz! Sanki ufkun altında değilmiş gibi görünse de, aslında öyledir (Şekil 26-7). Dünyanın atmosferi üstte seyrek altta yoğundur. Işık havada boşlukta olduğundan daha yavaş hareket eder ve böylece güneşin ışığı, eğer tam düz bir çizgide gitmek yerine, yavaş gittiği yoğun bölgeleri daha dik eğimle geçerek oralardan kaçınırsa, ufkun altındaki S noktasına çok daha çabuk varabilir. Ufkun altına gittiği göründüğünde, aslında ufkun artık iyice altında demektir. Bu olayın bir başka örneği, sıcak yollarda araba sürenlerin sık sık gördükleri seraptır. Yol üzerinde "su" görürler, fakat oraya ulaştıklarında, orası çöl kadar kurudur! Olay aşağıdaki gibidir. Aslında görülen, yol üzerine "yansıtılmış" gökyüzü ışığıdır: gökyüzünden yola doğru gelen ışık, Şekil 26-8'de görüldüğü gibi, gözde son bulur. Neden? Hava yolun hemen üstünde çok sıcaktır, fakat yükseldikçe ılıklaşır. Sıcak hava ılık havadan daha fazla genişlemiş haldedir ve daha seyrektir; bu ışığın hızını çok az azaltır. Bu demektir ki ışık sıcak bölgede serin bölgeye göre daha hızlı gider. Dolayısıyla, ışık dümdüz gelmeye karar vermek yerine, zamandan tasarruf etmek için, kısa bir süre daha hızlı gittiği bölgeye girerek en-az-süre yoluna da sahip olur. Böylece bir eğri üzerinde gider.



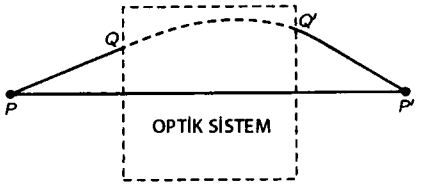
Şekil 26-7 Ufka yakınken, görünen güneş gerçek güneşten 1/2 derece kadar daha yüksektir.

En az süre ilkesinin bir başka önemli örneği olarak, bütün ışığın bir tek P noktasından çıktığı ve bir başka P' noktasında tekrar bir araya toplandığı bir durum düzenlemek isteyelim (Şekil 26-9). Bu, kuşkusuz, ışık P'den P''ye düz bir çizgide gidebilir anlamına gelir. Bu tamam. Ama düz gitmeyip, P'den Q'ya doğru gitsin ve yine P''de sonlansın dersek, bunu nasıl düzenleriz? Tüm ışığı *odak* dediğimiz bir yere geri getirmek istiyoruz. Nasıl? Işık daima en az süreli yolu izliyorsa, bu durumda kesinlikle tüm diğer yollar üzerinden gitmek istememelidir. Işığın çeşitli komşu yolları izlemekten mükemmelen tatmin olabilmesi için tek yol, onlardaki süreleri *tam olarak eşit* yapmaktır! Yoksa, en az süreli olanı seçer. Dolayısıyla bir odaklama sistemi kurma problemi, sadece öyle bir aygıt düzenlemektir ki ışık *tüm* farklı yollardan aynı sürede gitsin!



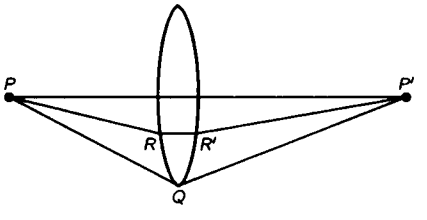
Şekil 26-8 Bir serap.

Bunu yapmak kolaydır. Işığın havaya göre daha yavaş gittiği bir cam parçamız olsun (Şekil 26-10). Havada PQP' yolunda giden bir ışını ele alalım. Bu, P noktasından dosdoğru P' noktasına giden yoldan daha uzundur ve elbette daha uzun süre alır. Fakat araya tam doğru kalınlıkta bir cam parçası soksaydık (ne kadar kalın olduğunu daha sonra hesaplayacağız), ışığın uygun bir açıda gitmesini sağlayarak fazla süreyi tam olarak telâfi edebilirdi! Bu durumlarda düz giderek ışığın alacağı süre, PQP' yolundan giderek alacağı süreyle aynıdır. Ve yine, kısmen eğilmiş olan $PRR'P'$ ışınını alırsak, o PQP' kadar uzun değildir ve onu düz yol için olduğundan biraz daha az telâfi etmeliyiz. Cam parçasının Şekil 26-10'daki gibi görünmesi sonucuna varırız. Bu biçimle, P'den gelen tüm ışınlar P' noktasına gidecektir. Bunu, kuşkusuz, çok iyi biliyoruz ve böyle bir aygıta *yakınsak mercek* diyoruz. Gelecek bölümde mükemmel bir odaklama yapması için merceğin biçimini gerçekten hesaplayacağız.



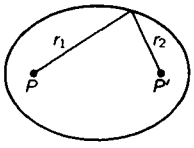
Şekil 26-9 Bir optik "kara kutu".

Bir başka örnek: Birkaç aynayı öyle düzenleyelim ki ışık P noktasından daima P' noktasına gitsin (Şekil 26-11). Her yolda, ışık belli bir aynaya gider ve oradan P' noktasına döner, her yolda aynı süre alınmalıdır. Burada ışık hep ha-



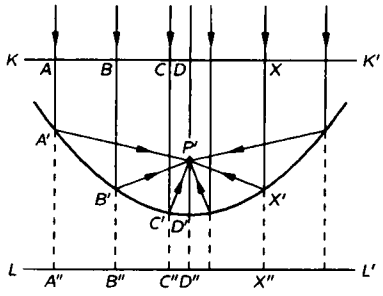
Şekil 26-10 Odaklayıcı bir optik sistem.

vada gider, bu nedenle süre ve mesafe orantılıdır. Dolayısıyla sürelerin aynı olması beyanı, toplam mesafenin aynı olması beyanıyla aynı şeydir. Böylece r_1 ve r_2 mesafelerinin toplamı bir sabit olmalıdır. Bir *elips* öyle bir eğridir ki, iki noktadan uzaklıkların toplamının elips üzerindeki her nokta için bir sabit olması özelliğine sahiptir; böylece ışığın bir odaktan diğer odağa gideceğinden emin olabiliriz.



Şekil 26-11 Elipsoit biçiminde bir ayna.

Aynı ilke, bir yıldızın ışığını toplama hususunda da işler. 0,5 m'lik büyük Palomar teleskobu aşağıdaki ilke üzerine kurulmuştur. Milyarlarca kilometre uzakta bir yıldız hayal edin; ondan gelen tüm ışığı bir odakta toplamak istiyoruz. Kuşkusuz yıldızdan yukarılara giden ışınları çekemeyiz, fakat yine de sürelerin eşit olduklarını kontrol etmek isteriz. Kuşkusuz, çeşitli ışınlar onlara dik bir KK' düzlemine ulaştıklarında, tüm zamanlar bu düzlemde eşittir (Şekil 26-12). Işınlar bundan sonra eşit sürelerde aynaya doğru gelip oradan P' noktasına ilerlemelidir. Yani, $XX' + X'P'$ mesafeler toplamı bir sabit olan özelliğe sahip bir eğri bulmalıyız, burada X noktasının nerede seçildiği önemli değildir. Onu bulmanın kolay bir yolu, XX' çizgisini bir LL' düzlemine kadar uzatmaktır. Eğrimizi $A'A'' = A'P'$, $B'B'' = B'P'$, $C'C'' = C'P'$ vb olacak şekilde düzenlersek, eğrimizi elde ederiz, çünkü $AA' + A'P' = AA' + A'A''$ sabit olacaktır. Böylece eğrimiz, bir doğrudan ve bir noktadan eşit uzaklıktaki tüm noktaların geometrik yeridir. Böyle bir eğriye *parabol* denir; ayna bir parabol biçiminde yapılır.



Şekil 26-12 Paraboloit biçiminde bir ayna.

Yukarıdaki örnekler, böyle optik düzeneklerin tasarlanabilmesine yarayan ilkeyi şekillerle açıklamaktadır. Kusursuz odaklama için seyahat süreleri tüm ışık ışınları için tam olarak eşit olmalı, ayrıca diğer her yakın yol için olan süreden daha az olmalı diyen bu ilkeyi kullanarak tam eğriler hesaplanabilir.

Bu odaklayıcı optik düzenekleri gelecek bölümde tartışmayı sürdüreceğiz; şimdi kuramdaki ilerlemeleri tartışalım. En az süre ilkesi gibi yeni bir kuramsal ilke geliştirildiğinde, bizim ilk eğilimimiz şöyle demek olur: "Tamam, bu çok güzel, çok hoş; ama fiziğin anlaşılmasına yardım eder mi? Birisi diyebilir ki "Evet, bakalım şimdi ne kadar şeyi anlayabileceğiz!" Bir başkası "Çok güzel, artık aynaları da anlayabilirim. Her teğet düzlemin iki ışınla eşit açılar yaptığı böyle bir eğriye ihtiyacım var. Bir mercek de tasarlayabilirim; çünkü ona gelen her ışın Snell yasasıyla verilen bir açıyla bükülür." Açık olarak en az süre beyanı ve yansımada açıların eşit olması söylemi ve de kırılmada açıların sinüslerinin orantılı olması aynı şeydir. Öyleyse bu sadece felsefi bir soru mudur ya da güzellik sorunu mu? Her ikisi için de kanıtlar vardır.

Bununla birlikte, güçlü bir ilkenin önemi, onun *yeni şeyler öngörmesi*nde yatar.

Fermat ilkesi tarafından öngörülen çok sayıda yeni şeyin olduğu kolayca gösterilebilir. Önce, cam, su ve hava gibi üç ortamımız olsun ve bir kırılma deneyi yapıp bir ortamın diğerine karşı n indisini ölçelim. Havanın (1) suya (2) karşı indisine n_{12}, havanın (1) cama (3) karşı indisine n_{13} diyelim. Suyun cama karşı indisini ölçersek bir başka indis buluruz, ona da n_{23} diyeceğiz. Fakat n_{12}, n_{13} ve n_{23} arasında herhangi bir bağıntının olması için *a priori* bir neden yoktur. Diğer taraftan, en az süre fikrine göre, belirli bir bağıntı vardır. n_{12} indisi iki şeyin, havadaki hızın sudaki hıza oranıdır; n_{13} havadaki hızın camdaki hıza oranı ve n_{23} sudaki hızın camdaki hıza oranıdır. Dolayısıyla havadakini yok ederiz ve

$$n_{23} = \frac{v_2}{v_3} = \frac{v_1/v_3}{v_1/v_2} = \frac{n_{13}}{n_{12}} \tag{26.5}$$

Başka bir deyişle, yeni bir madde çifti için indisin, tek tek maddelerin ikisinin de havaya karşı ya da boşluğa karşı indislerinden elde edilebileceğini *öngörü-*

rüz. Böylece ışığın hızını tüm maddeler içinde ölçer ve her madde için bir tek sayı, yani onun n_i diyeceğimiz boşluğa göre indisini elde edersek (n_i havadaki hızın boşluktaki hıza oranı, vb gibidir), o zaman denklemimiz kolaydır. Herhangi iki i ve j maddesi için kırılma indisi şudur:

$$n_{ij} = \frac{v_i}{v_j} = \frac{n_j}{n_i} \tag{26.6}$$

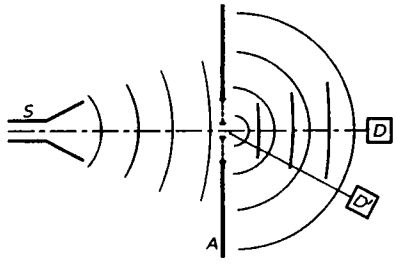
Sadece Snell yasasını kullanarak, bu tür bir öngörü için bir dayanak yoktur.* Fakat kuşkusuz bu öngörü işler. (26.5) bağıntısı çok önceden biliniyordu ve en az süre ilkesi için çok güçlü bir delildi.

En az süre ilkesi için bir başka delil, bir başka öngörü, şudur: ışığın hızını suda *ölçersek*, havadakinden daha düşük çıkacaktır. Bu tamamıyla farklı türden bir öngörüdür. Parlak bir öngörüdür, çünkü şu ana kadar bizim ölçtüğümüz sadece *açılar*dı; burada bir kuramsal öngörüye sahibiz, bu Fermat'nın en az süre fikrini çıkardığı gözlemlerden çok farklıdır. Aslında, sudaki hızın havadaki hızdan düşük olmasının, doğru indisi elde etmek için gerekli tam oran olduğu anlaşılır!

26-5 Fermat ilkesinin daha kesin bir ifadesi

Aslında, en az süre ilkesinin beyanını biraz daha kesin olarak yapmalıyız. Yukarıda bu doğru şekilde ifade edilmedi. En az süre ilkesi *hatalı olarak* adlandırıldı ve bu hatalı betimlemeyi rahatlığı nedeniyle sürdürdük, fakat şimdi doğru beyanın ne olduğunu görmeliyiz. Şekil 26-3'teki gibi bir aynamız olduğunu varsayalım. Işık aynaya gitmek için ne düşünecektir? En az süreli yol açıkça AB'dir. Bazıları "Bu bazen bir maksimum süredir" diyebilir. Bu maksimum bir süre *değil*dir, çünkü belli ki eğri bir yol yine de daha uzun süre alır! Doğru ifade şöyledir: Belli özel bir yolda giden bir ışın şu özelliğe sahiptir; ışında herhangi tarzda bir değişme, diyelim ki aynaya çarptığı yerde ya da eğrinin şeklinde veya herhangi bir biçimde küçük bir değişme yaparsak (diyelim ki yüzde birlik bir kayma), sürede birinci-mertebede bir değişme olmayacaktır; sürede ancak *ikinci*-mertebeden bir değişme olacaktır. Bir başka deyişle, ilke şudur: ışık öyle bir yolda gider ki çok yakınında bulunan pek çok başka yolda da neredeyse tam olarak *aynı* süreyi alır.

En az süre ilkesiyle bir başka güçlük şudur ve bu tür bir kuramdan hoşlanmayanlar buna asla katlanamaz. Işığı Snell kuramıyla "anlayabilir"iz. Işık ilerler, bir yüzey görür, yüzeyde bir şey yapacağı için bükülür. Işığın bir noktadan bir diğerine ve bir diğerine ve saireye gitmesiyle ilgili nedensellik fikrini anlamak kolaydır. Fakat en az süre ilkesi, doğanın işleme yolu hakkında tamamıyla farklı bir felsefi ilkedir. Onun nedensel bir şey olduğunu söylemek, yani bir şey yaptığımız zaman başka bir şeyin olması vb yerine, şunu söyler: Biz durumu düzenleriz ve *ışık* en kısa (ya da aşırı) sürenin hangisi olduğuna karar verir ve o yolu seçer. Fakat *ne* yapar, bunu *nasıl* anlar? Yakındaki yolları koklar mı ve onları birbirlerine karşı sınar mı? Yanıt, evettir, bir şekilde bunu yapar. Geometrik optikte kuşkusuz bilinmeyen ve *dalga boyu* fikrinde içerilen bir özelliktir bu; onu sınamak için ışığın yolu yaklaşık olarak ne kadar uzaktan "koklaması" gerektiğini bize dalga boyu söyler. Büyük ölçekte bu gerçeği ışıkla göstermek zordur, çünkü dalga boyları korkunç derecede kısadır. Fakat radyo dalgalarıyla, diyelim ki 3-cm'lik dalgalarla sınanacak mesafeler daha büyüktür. Şekil 26-13'te görüldüğü gibi, bir radyo dalgaları kaynağımız, bir dedektör ve bir yarık varsa, ışınlar kuşkusuz S'den D'ye gider, çünkü o bir düz çizgidir ve eğer yarığı kapatırsak, sorun değil –ışınlar hâlâ gider. Fakat şimdi detektörü D' noktasına çekersek, dalgalar geniş yarık boyunca S'den D'ye gitmezler, çünkü çeşitli yakın



Şekil 26-13 Radyo dalgalarının dar bir yarıktan geçişi.

* Gerçi, bir madde tabakasını diğerinin yüzeyine eklemenin, ikinci madde içinde kırılmanın son açısını değiştirmeyeceği ek varsayımı yapılırsa, bu sonuç çıkarılabilir.

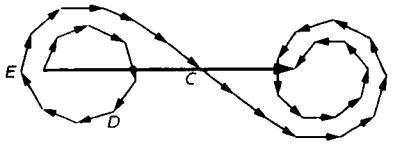
yolları denerler ve derler ki "Hayır, arkadaş, bunların tümü farklı sürelere karşı geliyor." Diğer taraftan, yarığı iyice dar bir çatlak haline düşürerek ışınımın yolları sınamasını *engellersek*, o zaman hazır bir tek yol vardır ve ışınım o yoldan gider! Dar bir yarıkla, D' noktasına geniş yarıkla ulaşandan daha fazla ışınım ulaşır!

Aynı şey ışıkla yapılabilir, fakat onu büyük ölçekte göstermek zordur. Etki aşağıdaki koşullar altında görülebilir. Küçük, parlak bir ışık bulun, diyelim ki çok uzakta bir sokak aydınlatmasındaki buzlu olmayan bir ampul ya da eğri bir otomobil tamponundan yansıyan güneş ışığı. Sonra bir gözünüzün önüne iki parmağınızı aralığından bakacak şekilde tutun ve ışığı nazikçe sıfıra doğru sıkıştırın. Göreceksiniz ki ışığın görüntüsü, önce küçük bir noktayken, çok uzamış hale gelir ve hatta uzun bir çizgiye esnemiştir. Bunun nedeni şudur: parmaklar birbirine çok yakındır ve düz bir çizgi halinde geldiği varsayılan ışık bir açı içine dağılır, öyle ki gözün içine çeşitli yönlerden gelir. Ayrıca, çok dikkatliyseniz, yan maksimumları, kenarlar boyunca birçok saçağı fark edersiniz. Üstelik, her şey renklidir. Bunun tümü zamanı gelince açıklanacaktır; fakat bu, şu an için, ışığın daima düz çizgiler halinde gitmediğine dair bir gösteridir ve çok kolay gerçekleştirilen biridir.

26-6 Nasıl çalışır?

Son olarak, aslında neler olduğunu, tüm bunların gerçekte nasıl çalıştığını, doğru olduğuna inandığımız kuantum mekaniğinin bakış açısından, fakat sadece nitel bir betimlemeyle, çok kaba bir biçimde verelim. Şekil 26-3'te A'dan B'ye giden ışığı izlediğimizde, ışığın hiç de dalgalar şeklinde görünmediğini anlarız. Bunun yerine ışınlar fotonlardan oluşmuş gibi görünmektedir ve gerçekten bir foton sayacında "tık, tık" sesleri çıkarırlar. Işığın parlaklığı saniyede gelen ortalama foton sayısıyla orantılıdır ve hesapladığımız bir fotonun A'dan B'ye aynaya çarparak ulaşma *şansıdır*. Bu şans için *yasa*, aşağıdaki çok garip yasadır. Herhangi bir yol alın ve bu yol için süreyi bulun; sonra bir karmaşık sayı oluşturun ya da küçük bir karmaşık vektör çizin, $pe^{i\theta}$, *bunun* θ *açısı süreyle orantılıdır*. Saniyedeki dönüş sayısı, ışığın frekansıdır. Şimdi bir başka yol alın; örneğin, o farklı bir süreye sahip olsun, böylece onunla ilgili vektör farklı bir açıda döner: açı daima süreyle orantılı olur. Mevcut *tüm* yolları alın ve her biri için üzerine küçük bir vektör ekleyin; bu durumda yanıt şudur: fotonun ulaşma şansı, başlangıçtan bitime uzanan son vektörün uzunluğunun karesiyle orantılıdır!

Şimdi bunun bir ayna için en az süre ilkesini nasıl anıştırdığını gösterelim. Tüm ışınları düşünün, Şekil 26-3'teki tüm olası *ADB, AEB, ACB*, vb yollarını. *ADB* yolu belli küçük bir katkı yapar, fakat bir sonraki yol olan *AEB* çok farklı bir süre alır; böylece onun θ açısı çok farklıdır. Diyelim ki C noktası minimum süreye karşılık gelsin, orada yolları değiştirirsek, süreler değişmez. Böylece bir süre için süreler değişmez ve sonra C noktasının yakınına varırken yavaşça değişmeye başlar (Şekil 26-14). Dolayısıyla eklememiz gereken oklar C civarında bir süre neredeyse tam olarak aynı açıda gelirler ve sonra yavaş yavaş sürekli artmaya başlar ve evreler diğer yönde dolaşır vb. En sonunda, oldukça sıkı bir ilmek oluşur. Toplam olasılık, bir uçtan diğerine uzaklığın karesidir. *Bu biriken olasılığın neredeyse tümü, bütün okların aynı doğrultuda* (ya da aynı evrede) *olduğu bölgede meydana gelir*. Yolları değiştirdikçe çok farklı sürelere sahip olan yollardan gelen tüm katkılar, farklı yönleri gösterdiklerinden birbirlerini yok ederler. Aynanın aşırı kısımlarını örtersek, neredeyse hâlâ tam olarak aynı şeyin ortaya çıkması bundandır; çünkü tüm yaptığımız, spiral uçların içindeki diyagram parçasını dışarı çıkarmaktı ve bu ışıkta ancak çok küçük bir değişme oluşturur. Böylece bu, ulaşma olasılığı okların toplanması üzerine bağlı olan temel foton resmi ile en az süre ilkesi arasındaki bağıntıdır.



Şekil 26-14 Birçok komşu yol için olasılık genliğinin toplanması.

27
GEOMETRİK OPTİK

27-1 Giriş

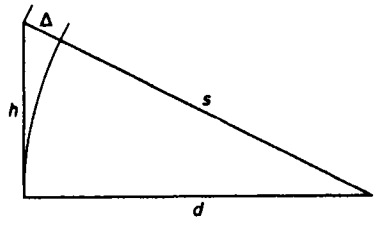
27-1 Giriş
27-2 Bir küresel yüzeyin odak uzaklığı
27-3 Bir merceğin odak uzaklığı
27-4 Büyütme
27-5 Bileşik mercekler
27-6 Sapınçlar
27-7 Çözme gücü

Bir önceki bölümde geçen fikirlerin bazı temel uygulamalarının, bu bölümde, *geometrik optik* dediğimiz yaklaştırmayı kullanarak, çok sayıda pratik aygıta nasıl tatbik edildiklerini tartışacağız. Pek çok optik sistemin ve aletin tasarlanmasında en yararlı yaklaştırma budur. Geometrik optik ya çok basittir ya da iyice karmaşıktır. Bununla, onu ya sadece üstünkörü olarak inceleyebildiğimizi kastederiz öyle ki aletleri kabaca, burada onlarla uğraşmayacak kadar basit kurallar kullanarak tasarlayabiliriz; ya da, merceklerde küçük hataları ve benzer ayrıntıları bilmek istersek, konu o denli karmaşık hale gelir ki burada tartışılamayacak kadar ileri düzeydedir! Mercek tasarımında sapınçların çözümlenmesini içeren hakiki, ayrıntılı bir probleminiz varsa, o zaman konu hakkında okumanızı, aksi halde basitçe çeşitli yüzeyler boyunca bir taraftan diğerine kırılma yasasını kullanarak ışınları izlemenizi (bunu kitaplar nasıl yapacağınızı söyler) ve nereden çıktıklarını bulmanızı ve doyurucu bir görüntü oluşturuyorlarsa onu görmenizi öneririm. Bunun çok sıkıcı olduğu söylenir, fakat bugün, onu yapmanın doğru yolu hesap makinalarıyladır. Problem kurulur ve hesaplar bir ışından diğerine kolayca yapılır. Böylece konu aslında en son halinde çok basittir ve yeni ilkeler içermez. Üstelik, ya temel ya da ileri optiğin kurallarının nadiren diğer alanların niteliği olduğu anlaşılır, öyle ki konuyu çok ileri götürmenin, bir önemli istisna ile, özel bir nedeni yoktur.

Geometrik optiğin en gelişmiş ve soyut kuramı Hamilton tarafından incelenmiş ve mekanikte çok önemli uygulamalara sahip olduğu anlaşılmıştı. Aslında bu, optikte olduğundan bile daha önemlidir mekanikte; bu nedenle Hamilton kuramını, lisans son sınıfta ya da lisansüstünde okunan ileri analitik mekaniğe bırakırız. Böylece, geometrik optiğin, kendisi dışında, çok az katkısı olduğunu düşünerek, artık basit optik sistemlerinin temel özelliklerini son bölümde özetlenen ilkelerin temelinde tartışmaya geçeceğiz.

Devam etmek için, aşağıdaki gibi, bir geometrik denkleme sahip olmalıyız: Küçük bir h yükseklikli ve uzun bir d tabanlı bir üçgenimiz varsa, o zaman s köşegeni (farklı iki yol arasındaki süre farkını bulmak için ona ihtiyaç duyacağız) tabandan daha uzundur (Şekil 27.1). Ne kadar daha uzun? $\Delta = s - d$ farkı birçok yoldan bulunabilir. Bir yol şudur. $s^2 - d^2 = h^2$ ya da $(s - d)(s + d) = h^2$ olduğunu görürüz. Fakat $s - d = \Delta$ ve $s + d \approx 2s$'tir. Böylece

$$\Delta \approx h^2 / 2s \qquad (27.1)$$

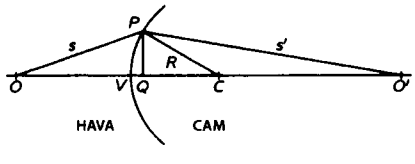


Şekil 27-1

Eğri yüzeyler tarafından görüntülerin oluşturulmasını tartışmak için gereksinim duyacağımız tek geometri budur!

27-2 Bir küresel yüzeyin odak uzaklığı

Tartışılacak ilk ve en basit durum, farklı kırılma indisli iki ortamı ayıran bir tek kırıcı yüzeydir (Şekil 27-2). Keyfi kırılma indisleri halini öğrenciye bırakıyoruz, çünkü *fikirler* her zaman için en önemli şeydir, özel durumlar değil; problemin herhalde çözülmesi yeterince kolaydır. Bu nedenle solda hızın 1, sağda $1/n$ olduğunu farz edeceğiz; burada n kırılma indisidir. Işık cam içinde bir n çarpanıyla daha yavaş hareket eder.



Şekil 27-2 Bir tek kırıcı yüzey vasıtasıyla odaklama.

Şimdi camın ön yüzeyinden s mesafesinde bir O noktamız ve camın içinde s' mesafesinde bir O' noktamız olsun ve eğri yüzeyi öyle bir tarzda düzenlemek isteyelim ki O'dan çıkıp yüzeye herhangi bir P noktasında çarpan her ışın, O' noktasına doğru ilerleyecek şekilde bükülsün. Bunun gerçekleşmesi için, yüzeyi o şekilde biçimlendirmeliyiz ki O'dan P'ye gidecek ışığın alacağı süre, yani OP uzaklığı bölü ışık hızı (burada ışık hızı 1'dir) artı P'den O''ye gidecek ışığın alacağı süre olan $n \cdot O'P$, P noktasından bağımsız bir sabit olsun. Bu koşul bize yüzeyi belirtecek bir denklem verir. Yanıt, yüzeyin çok karmaşık bir dördüncü derece eğrisi olduğudur; öğrenci belki onu analitik geometriyle hesaplamak için kendini eğlendirebilir. $s \to \infty$'a karşılık gelen özel bir hali denemek daha basittir, çünkü bu durumda eğri ikinci-dereceden bilinen bir eğridir. Bu eğriyi, ışık sonsuzdan geldiğinde odaklayıcı bir ayna için bulduğumuz parabolik eğriyle karşılaştırmak ilginçtir.

Böylece özel yüzey kolayca yapılamaz; ışığı bir noktadan diğerine odaklamak, oldukça karmaşık bir yüzey gerektirir. Pratikte böyle karmaşık bir yüzeyi genelde yapmaya çalışmayıp bir ortayol buluruz; tüm ışınların bir odağa gelmesini elde etmeye çalışmak yerine, sadece ışınların OO' eksenine oldukça yakın şekilde odağa gelmelerini ayarlarız. Daha uzaktakiler isterlerse sapabilirler, ne yazık ki, çünkü ideal yüzey karmaşıktır ve onun yerine eksende doğru eğrilikli bir küresel yüzey kullanırız. Diğer yüzeylere göre bir küreyi üretmek öylesine kolaydır ki, sadece eksene yakın ışınların mükemmelen odaklanacaklarını farz ederek, bir küre yüzeyine çarpan ışınlara ne olacağını bulmak bizim için yararlı olur. Eksene yakın bu ışınlara bazen *paraksiyal ışınlar* denir ve çözümleyeceğimiz şey, paraksiyal ışınların odaklanması koşullarıdır. Tüm ışınların daima eksene yakın olmadıkları gerçeğinin ortaya çıkardığı hataları daha sonra tartışacağız.

Bu nedenle, P'nin eksene yakın olduğunu varsayıp bir dik PQ indiririz, öyle ki PQ yüksekliği h'dir. Bir an için, yüzeyin P'den geçen bir düzlem olduğunu düşünürüz. Bu durumda, O'dan P'ye gitmek için gerekli süre, O'dan Q'ya gitme süresini aşar ve ayrıca P'den O' noktasına gitme süresi Q'dan O' noktasına gitme süresini aşar. Fakat cam bu nedenle eğri olmalıdır, çünkü toplam aşma süresi V'den Q'ya geçişteki gecikmeyle telâfi edilmelidir! OP yolu boyunca aşma süresi $h^2/2s$ ve diğer yol üzerindeki aşma süresi $nh^2/2s'$'dür. VQ boyunca gidişteki gecikmeye eşit olacak olan bu aşma süresi, boşlukta olacak olandan farklıdır, çünkü bir ortam mevcuttur. Bir başka deyişle, V'den Q'ya gidişteki süre, orasının boşluk olması durumundaki süre olmayıp n çarpanıyla daha yavaştır, öyle ki bu mesafedeki aşma gecikmesi $(n - 1)\ VQ$'dur. Peki, VQ ne kadar büyüktür? C noktası kürenin merkezi ve R kürenin yarıçapıysa, aynı denklemle VQ mesafesinin $h^2/2R$'ye eşit olduğunu görürüz. Dolayısıyla s ve s' mesafelerini birbirlerine bağlayan yasanın – ki bu bize ihtiyaç duyduğumuz yüzeyin eğrilik yarıçapı R'yi verir–

$$(h^2/2s) + (nh^2/2s') = (n - 1)h^2/2R \qquad (27.2)$$

ya da

$$(1/s) + (n/s') = (n - 1)/R \qquad (27.3)$$

olduğunu buluruz. Bir O konumuna ve bir başka O' konumuna sahipsek ve ışığın O'dan O''ye odaklanmasını istersek, bu durumda yüzeyin istenen R eğrilik yarıçapını bu denklemle hesaplayabiliriz.

Şimdi, ilginç olarak, aynı merceğin, aynı R eğriliğiyle diğer mesafeler için de odaklama yapacağını anlarız; yani, her mesafe çifti için, öyle ki biri n ile çarpılmış iki mesafenin terslerinin toplamı bir sabittir. Böylece verilen bir mercek sadece O'dan O''ye değil, fakat sonsuz sayıda diğer nokta çiftleri arasında da (kendimizi paraksiyal ışınlara sınırladığımız sürece) odaklama yapacaktır; yeter ki bu nokta çiftleri, merceğin karakteristiği olan $1/s + n/s'$ bir sabite eşit olma bağıntısını üzerlerinde taşısınlar.

Özellikle, $s \to \infty$ olan durum ilginçtir. Bir s artarken diğerinin azaldığını denklemden görebilirsiniz. Başka bir deyişle, O noktası dışa giderse, O' noktası içeri

gelir ve tersi olur. O noktası sonsuza giderken, O' noktası f' *odak uzaklığı* dediğimiz belli bir mesafeye ulaşıncaya kadar maddenin içinde içeri doğru hareketine devam eder. Paralel ışınlar içeri gelirse, f' mesafesinde ekseni keseceklerdir. Yine, bunu başka şekilde düşünebiliriz. (Karşıtlık kuralını hatırlayın: Işık O'dan O''ye gidecekse, kuşkusuz O''den de O'ya gidecektir.) Dolayısıyla, camın içinde bir ışık kaynağımız olsaydı, odağın nerede yer aldığını bilmek isterdik. Özel olarak, camın içindeki ışık sonsuzda olsaydı(aynı problem), dışarıdaki bir odağa nereden gelirdi? Bu mesafeye f denir. Kuşkusuz, bunu başka şekilde ortaya koyabiliriz. f de bir ışık kaynağımız olsaydı ve ışık yüzey boyunca gitseydi, o zaman dışarıya paralel demet olarak giderdi. f ve f'lerin ne olduklarını kolayca buluruz:

$$n / f' = (n - 1) / R \quad \text{veya} \quad f' = Rn / (n - 1) \tag{27.4}$$

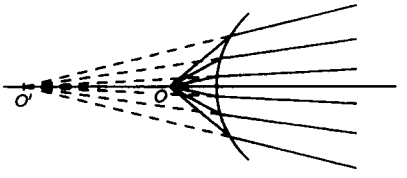
$$1 / f = (n - 1) / R \quad \text{veya} \quad f = R / (n - 1) \tag{27.5}$$

İlginç bir şey görürüz: her odak uzaklığını karşılık gelen kırılma indisiyle bölersek, aynı sonucu buluruz! Bu teorem, aslında geneldir. Bu, ne denli karmaşık olursa olsun, her mercek sistemi için doğrudur; böylece hatırlama açısından ilginçtir. Genel olduğunu kanıtlamadık; sadece bir tek yüzey için dikkate sunduk, fakat bir sistemin iki odak uzunluğunun bu şekilde ilişkili olduğu genelde doğru çıkar. Denklem (27.3)

$$1 / s + n / s' = 1 / f \tag{27.6}$$

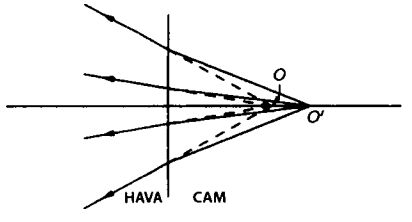
şeklinde yazılabilir. Bu (27.3)'ten daha yararlıdır, çünkü f odak uzunluğunu, merceğin kırılma indisi ve eğriliğini ölçmekten daha kolay ölçebiliriz. Bir merceğin tasarlanmasıyla ya da nasıl yapıldığıyla ilgilenmiyorsak, onu basitçe rafa kaldırmışsak, ilginç nicelik f dir; n, 1 ve R değil!

s uzaklığı f'den daha küçük hale geldiğinde, ilginç bir durum ortaya çıkar. O zaman ne olur? $s < f$ ise, $(1/s) > (1/f)$ ve dolayısıyla s' negatif olur; denklemimiz, ışığın sadece negatif bir s' değeriyle odaklanacağını söyler; bu ne anlama geliyorsa! Çok ilginç ve çok kesin bir şey anlamına gelir. Hâlâ yararlı bir denklemdir, bir başka deyişle, sayılar negatif olduğunda bile. Ne anlama geldiği Şekil 27-3'te görülmektedir. O'dan ıraksayan ışınları çizersek yüzeyde bükülecekleredir, doğrudur ve bir odağa gelmeyeceklerdir, çünkü O noktası o denli yakındır ki ışınlar hâlâ "paralel hale" gelemezler. Bununla birlikte, camın *dışındaki* bir O' noktasından geliyorlarmış gibi ıraksarlar. Bu sanal bir görüntüdür, bazen *virtüel görüntü* adını alır. Şekil 27-2'deki O' görüntüsüne *gerçek görüntü* denir. Işık gerçekten de bir noktaya gelirse, o bir gerçek görüntüdür. Fakat ışık bir noktadan geliyormuş gibi görünüyorsa, özgün noktadan farklı bir hayali noktadan, o bir sanal görüntüdür. Böylece s' negatif olarak ortaya çıktığında, bu, O' yüzeyin diğer tarafında demek anlamına gelir ve her şey yolundadır.



Şekil 27-3 Bir sanal görüntü.

R'nin sonsuza eşit olduğu ilginç durumu ele alınız; o durumda $(1/s) + (n/s') = 0$'dır. Bir başka deyişle, $s' = -ns$ demektir ki yoğun bir ortamdan seyrek bir ortama bakar ve seyrek ortamda bir nokta görürsek, bu nokta n çarpanıyla daha derin görünür. Yine, aynı denklemi tersine kullanabiliriz, öyle ki bir düzlem yüzeyin içine doğru yoğun ortamda belli bir mesafede bulunan bir cisme bakarsak, ışık çok geriden gelmiyormuş gibi görünecektir (Şekil 27-4). Yüzme havuzunun dibine yukardan bakarsak, gerçekte olduğu kadar derin görünmez; suyun kırılma indisinin tersi olan 3/4 çarpanıyla sığ gibidir.



Şekil 27-4 Bir düzlem yüzey, O''den gelen ışığı O'ya tekrar resmeder.

Küresel aynaları tartışmayı, kuşkusuz, sürdürebilirdik. Fakat içerilen fikirleri anlayan biri, bunları kendisi için inceleyebilmelidir. Dolayısıyla, küresel aynalar için olan denklemlerin çalışılmasını öğrenciye bırakıyoruz, ama içerilen mesafelerle ilgili aşağıdaki belirli anlaşmaların benimsenmesinin de iyi olacağını vurgulamak istiyoruz:

1. O noktası yüzeyin solundaysa, s cisim uzaklığı pozitiftir.
2. O' noktası yüzeyin sağındaysa, s' görüntü uzaklığı pozitiftir.
3. Merkez yüzeyin sağındaysa, yüzeyin eğrilik yarıçapı pozitiftir.

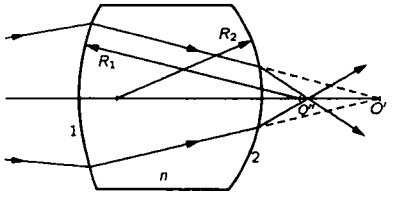
Örneğin, Şekil 27-2'de s, s' ve R hep pozitiftir; Şekil 27-3'te s ve R pozitiftir, fakat s' negatiftir. Bir içbükey yüzey kullansaydık, (27.3) denklemimiz, sadece R'yi negatif yapmak koşuluyla, hâlâ doğru sonuç verirdi.

Yukarıdaki anlaşmaları kullanarak bir aynaya karşılık gelen denklemi bulmada, (27.3) denkleminde $n = -1$ koyarak (sanki aynanın arkasındaki madde -1 indisine sahipmiş gibi), ayna için doğru sonuçların çıktığını görürsünüz!

(27.3) denkleminin, en az süreyi kullanarak türetilmesi basit ve hoş olsa da, aynı denklem kuşkusuz Snell yasası kullanılarak da bulup çıkarılabilir, yeter ki açıların iyice küçük olmaları nedeniyle onların sinüsleri yerine kendilerinin konabileceğini hatırlayalım.

27-3 Bir merceğin odak uzaklığı

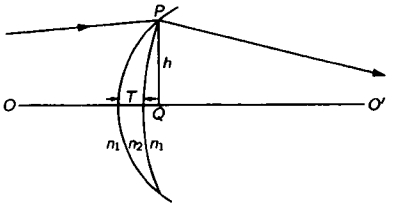
Şimdi çok pratik olan bir başka durumu ele alacağız. Kullandığımız merceklerin çoğu, bir değil, iki yüzeye sahiptir. Bu problemi nasıl etkiler? Arası camla dolu farklı eğrilikli iki yüzeyimiz olsun (Şekil 27-5). Bir O noktasından bir O' noktasına odaklama problemini incelemek istiyoruz. Bunu nasıl yapabiliriz? Şöyle: Önce, ikinci yüzeyi unutarak, ilk yüzey için (27.3) denklemini kullanırız. Buna göre, O'dan ayrılarak uzaklaşan ışık, işarete bağlı olarak, bir başka noktaya, diyelim ki O''ye yakınsıyor ya da oradan ıraksıyor görünecektir. Şimdi yeni bir problem ele alalım. Cam ile hava arasında bir başka yüzeyimiz var; orada ışınlar belli bir O' noktasına doğru yakınsıyorlar. Gerçekten nereye yakınsayacaklardır? Yine aynı denklemi kullanırız! O'' noktasına yakınsayacaklarını buluruz. Böylece, eğer gerekiyorsa, sırf aynı denklemi, birinden bir sonrakine, ardı ardına kullanarak 75'inci yüzeye kadar gidebiliriz!



Şekil 27-5 İki-yüzeyli bir mercekle görüntü oluşumu.

Hayatımızda birkaç kez, beş yüzey boyunca ışığın peşinden koşarak harcayacağımız enerjiyi bize kazandıran bazı üst-düzey denklemler olmuştur; fakat birçok denklemi ezberlemek yerine, sırf problem ortaya çıktığı zaman beş yüzey boyunca ışığın peşinden koşmak daha kolaydır, çünkü belki de hiçbir yüzey boyunca ışığı kovalamak zorunda kalmayız!

Ne olursa olsun, ilke şudur: bir yüzeyden geçtiğimizde yeni bir konum, yeni bir odak noktası buluruz ve sonra bu noktayı bir sonraki yüzey için başlama noktası olarak alırız vb. İkinci yüzey üzerinde 1'den n'ye gitmek yerine n'den 1'e gittiğimizden ve birçok sistemde birden daha fazla cins cam yer aldığı ve dolayısıyla n_1, n_2, ... indisleri söz konusu olduğundan, aslında bunu yapmak için, gerçekten de (27.3) denkleminin sadece n yerine farklı iki n_1 ve n_2 indislerinin bulunduğu bir hal içinbir genellemesine ihtiyaç duyarız. Bu durumda (27.3)'ün genel yapısının



Şekil 27-6 İki pozitif yarıçaplı ince bir mercek.

$$(n_1/s) + (n_2/s') = (n_2 - n_1)/R \qquad (27.7)$$

olduğunu kanıtlamak zor değildir.

İki yüzeyin birbirine çok yakın olduğu –öyle yakın ki, kalınlık nedeniyle ortaya çıkan hatalar ihmal edilebilir– özel hal bilhassa basittir. Merceği Şekil 27-6'da görüldüğü gibi çizersek, şu soruyu sorabiliriz: Işığı O'dan O'ye odaklaması için, mercek nasıl yapılmalıdır? Işığın tam olarak P noktasında merceğin kenarına geldiğini varsayın. Bu durumda O'dan O''ye gelişteki fazlalık süre, n_2 indisli camın T kalınlığını bir an için göz ardı edersek, $(n_1h^2/2s) + (n_1h^2/2s')$'dür. Şimdi, direkt yol için süreyi OPO' yolu için olana eşit yapmak için, merkezde kalınlığı T olan cam parçasını kullanmalıyız, öyle ki bu kalınlık boyunca gidişte ortaya çıkacak gecikme yukarıdaki fazlalık zamanı karşılamak için yetsin. Dolayısıyla merceğin merkezdeki kalınlığı şu bağıntıyla verilmelidir:

$$(n_1h^2/2s) + (n_1h^2/2s') = (n_2 - n_1)\,T \qquad (27.8)$$

T'yi iki yüzeyin R_1 ve R_2 yarıçapları cinsinden de ifade edebiliriz. (3) anlaşmamıza dikkat sarf ederek, $R_1 < R_2$ halinde (tümsek mercek için)

$$T = (h^2/2R_1) - (h^2/2R_2) \qquad (27.9)$$

buluruz. Dolayısıyla sonunda şunu elde ederiz:

$$(n_1/s) + (n_1/s') = (n_2 - n_1)\,(1/R_1 - 1/R_2) \tag{27.10}$$

Noktaların biri sonsuzdaysa, diğerinin f odak uzaklığı diyeceğimiz bir noktada olacağına dikkat ederiz. f odak uzaklığı,

$$1/f = (n - 1)\,(1/R_1 - 1/R_2) \tag{27.11}$$

ile verilir, burada $n = n_2/n_1$'dir.

Şimdi, s'nin sonsuza gittiği zıt durumu alırsak, s''nün f' odak uzaklığında olduğunu görürüz. Bu kez odak uzaklıkları eşittir. (Bu genel kuralın bir diğer özel halidir ki iki odak uzaklığının oranı, ışınların odaklandığı iki ortamdaki kırılma indislerinin oranıdır. Bu özel optik sistemde ilk ve son indisler aynıdır, böylece odak uzaklıkları eşittir.)

Bir an için odak uzaklığıyla ilgili denklemi unutarak, birisinin belli eğrilik yarıçapları ve belli bir indisle tasarladığı bir merceği satın aldıysak, sonsuzdaki bir noktanın nerede odaklandığını görerek odak uzaklığını ölçebilirdik. Bir kere odak uzaklığına sahip olduktan sonra, denklemimizi doğrudan odak uzaklığı cinsinden yazmak daha iyi olurdu; o zaman denklem şudur:

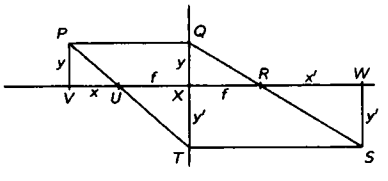
$$(1/s) + (1/s') = 1/f \tag{27.12}$$

Şimdi bu denklemin nasıl işlediğini ve farklı durumlarda neyi andırdığını görelim. Önce, s ya da s' sonsuzsa, diğerinin f olduğunu anıştırır. Bu demektir ki paralel ışık bir f mesafesinde odaklanır ve bu etkin olarak f'yi *tanımlar*. Söylediği diğer ilginç şey, her iki noktanın aynı yönde hareket ettiğidir. Biri sağa hareket ediyorsa, diğeri de öyle yapar. Dediği bir başka şey, her ikisi de $2f$'ye eşitse, s ve s''nün eşit olduğudur. Bir başka deyişle, simetrik bir durum istersek, her ikisinin de bir $2f$ mesafesinde odaklanacağını buluruz.

27-4 Büyütme

Şu ana kadar sadece eksen üzerindeki noktalar için odaklama eylemini tartıştık. Şimdi tam eksen üzerinde olmayan, biraz daha dışındaki cisimlerin de görüntülerini tartışalım, öyle ki *büyütme*nin özelliklerini anlayabilelim. Küçük bir lamba telinden gelen ışığı bir perde üzerindeki bir "nokta"ya odaklayacak bir mercek hazırladığımızda, perde üzerinde aynı telin, gerçek telden daha büyük ya da daha küçük boyutlu bir "resmi"ni elde ettiğimizi görürüz. Bu, ışığın lamba telinin *her noktası*ndan bir odağa geldiği anlamını taşımak durumundadır. Bunu biraz daha iyi anlamak için, Şekil 27-7'de şematik olarak gösterilen ince mercek sistemini çözümleyelim. Aşağıdaki olguları biliyoruz:

1. Bir tarafta paralel gelen her ışın, diğer tarafta mercekten bir f mesafesindeki odak denen belli bir noktaya doğru ilerler.
2. Bir taraftaki odaktan merceğe ulaşan her ışın, diğer tarafta eksene paralel yayılır.



Şekil 27-7 İnce bir mercekle görüntülemenin geometrisi.

(27-12) denklemini geometri vasıtasıyla aşağıdaki gibi kurmak için sadece bunlara ihtiyaç duyarız: Odaktan bir x mesafesinde bir cismimiz olsun; cismin yüksekliğine y diyelim. Bu durumda ışınlardan birinin, yani PQ'nun diğer tarafta R odak noktasından geçecek şekilde büküleceğini biliriz. Şimdi eğer mercek P noktasını hiç odaklamayacaksa, sadece bir başka ışının nereye gideceğini bulabiliriz, çünkü yeni odak ikisinin tekrar kesiştiği yerde olacaktır. *Bir* diğer ışının tam yönünü bulmak için sadece maharetimizi kullanmamız gerekir. Fakat bir paralel ışının odaktan geçeceğini ve *bunun tersini* hatırlarız: odaktan geçen bir ışın, paralel çıkacaktır! Böylece PT ışınını U'dan geçecek şekilde çizeriz. (Şurası gerçektir ki, odaklamayı oluşturan asıl ışınlar, çizdiğimiz bu iki ışından çok daha sınırlı olabilir, fakat onları resmetmek zordur, dolayısıyla bu ışını çizebileceğimize inanırız.) Paralel çıktığına göre, TS'yi XW'ya paralel çizeriz. S kesişim

yeri ihtiyacımız olan noktadır. Bu, doğru yeri ve doğru yüksekliği belirtecektir. Yüksekliğe y' diyelim ve odaktan uzaklığa da x'. Artık bir mercek denklemi türetebiliriz. *PVU* ve *TXU* benzer üçgenlerini kullanarak

$$\frac{y'}{f} = \frac{y}{x} \tag{27.13}$$

buluruz. Benzer şekilde, *SWR* ve *QXR* üçgenlerinden şunu elde ederiz:

$$\frac{y'}{x'} = \frac{y}{f} \tag{27.14}$$

Her birini y'/y için çözerek de şunu buluruz:

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{f} = \frac{f}{x} \tag{27.15}$$

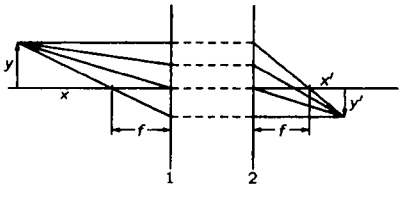
(27.15) denklemi ünlü mercek denklemidir; mercekler hakkında bilmeye ihtiyacımız olan her şey oradadır: y'/y büyütmesini, uzaklıklar ve odak uzunlukları cinsinden verir. Ayrıca x ve x' mesafelerini f ile birbirlerine bağlar:

$$xx' = f^2 \tag{27.16}$$

Ve çalışmak için (27.12) denkleminden çok daha zarif bir yapıdadır. $s = x + f$ ve $s' = x' + f$ dersek, (27.12) denkleminin (27.16) denklemiyle aynı olduğunu göstermek öğrenciye bırakılmıştır.

27-5 Bileşik mercekler

Çok sayıda merceğin varlığı halinde, genel sonucu aslında türetmeyip kısaca betimleyeceğiz. Çeşitli merceklerden oluşan bir sistemimiz varsa, onu nasıl çözümleyebiliriz? Bu kolaydır. Bir cisimle başlar ve ilk mercek için (27.16), (27.12) veya başka bir eşdeğer denklem kullanarak ya da diyagramlar çizerek onun görüntüsünün nerede olduğunu hesaplarız. Böylece bir görüntü elde ederiz. Sonra bu görüntüyü bir sonraki mercek için kaynak olarak alırız ve falanca odak uzaklıklı ikinci merceği bir görüntü bulmak için kullanırız. Basitçe ardışık mercekler boyunca bu işi kovalarız. Söylenebilecek tek şey bu. İlke olarak yeni bir şey yoktur, bu nedenle onu daha fazla kurcalamayacağız. Yine de, ışığın aynı ortamda, diyelim ki havada, başlayıp sonlandığı herhangi bir mercekler dizisinin etkilerinin çok ilginç açık seçik bir sonucu vardır. Herhangi bir optik düzenek –herhangi bir sayıda mercek ve ayna içeren bir teleskob ya da bir mikroskop– aşağıdaki özelliğe sahiptir: Sistemin *ana düzlemleri* denen iki düzlem vardır (bu düzlemler, genelde ilk merceğin ilk yüzeyine ve son merceğin son yüzeyine oldukça yakındır) ve şu özelliklere sahiptirler: (1) Işık sisteme ilk taraftan paralel geliyorsa, ikinci ana düzlemden odak uzaklığına eşit bir mesafedeki belirli bir odakta dışarı çıkar, tam da sanki sistem bu düzlemde yerleşmiş ince bir mercekmiş gibi. (2) Paralel ışık diğer taraftan geliyorsa, *ilk* ana düzlemden aynı f mesafesindeki bir odağa gelir; sanki bir ince mercek oraya yerleşmiş gibi (Bkz. Şekil 27-8).



Şekil 27-8 Bir optik sistemin ana düzlemlerinin resimlenişi.

Kuşkusuz, x ve x' ile y ve y' mesafelerini, önceki gibi, ölçersek, ince mercek için yazdığımız (27.16) denklemi mutlak surette geneldir, yeter ki odak uzaklığını, merceğin merkezinden değil de ana düzlemlerden ölçelim. Bir ince mercek için ana düzlemler çakışık olur. Sanki ince bir mercek alıyoruz, ortasından ikiye dilimleyip aralıyoruz ve ayrıldığına dikkat etmiyoruz gibidir. Gelen her ışın derhal ikinci düzlemin diğer tarafından birinci düzleme girdiği aynı noktadan dışarı çıkar! Ana düzlemler ve odak uzaklığı ya deneyle ya da hesapla bulunabilir ve sonra optik sistemin özelliklerinin tüm cümlesi betimlenir. Böylesine büyük, karmaşık bir optik sistemle işimizi tamamen bitirdiğimizde, sonucun hiç de karmaşık olmaması çok ilginçtir.

27-6 Sapınçlar

Merceklerin ne denli harika şeyler olduklarıyla aşırı derecede heyecanlanmadan önce, kendimizi paraksiyal ışınlar dediğimiz eksene yakın olan ışınlarla kısıtladığımız için, ciddi sınırlamaların var olduğunu da hemen eklemeliyiz. Sonlu boyuta sahip bir gerçek mercek, genelde *sapınçlar* [aberasyon] gösterecektir. Örneğin, eksen üzerinde olan bir ışın kuşkusuz odaktan geçer; eksene çok yakın bir ışın pekâlâ hâlâ odağa gelecektir. Fakat daha dışa gittiğimizde, ışın odaktan sapmaya başlar, muhtemelen kısa düşer ve merceğin üst kenar yakınına çarpan bir ışın aşağı gelip oldukça geniş bir mesafede odağı ıskalar. Böylece bir noktasal görüntü yerine, bir leke elde ederiz. Bu etkiye *küresel sapınç* denir, çünkü bu, doğru biçim yerine kullandığımız küresel yüzeylerin özelliğidir. Her özel cisim uzaklığı için, mercek yüzeyini yeniden-biçimlendirerek ya da çeşitli mercekler kullanıp tek tek merceklerin sapınçlarının birbirlerini yok etmelerini düzenleyerek bu durum düzeltilebilir.

Merceklerin bir başka kusuru daha vardır: Farklı renklerden oluşan ışık, farklı hızlara ya da camda farklı kırılma indislerine sahiptir ve dolayısıyla verilen bir merceğin odak uzaklığı değişik renkler için farklıdır. Böylece bir beyaz lekeyi görüntülüyorsak, görüntü renklere sahip olacaktır; çünkü kırmızıyı odakladığımızda, mavi odağın dışındadır ve tersi. Bu özelliğe *renksel sapınç* denir.

Hâlâ başka kusurlar vardır. Cisim eksenin dışındaysa, eksenden yeterinde uzağa vardığı zaman, odak aslında artık mükemmel değildir. Bunu doğrulamanın en kolay yolu, bir merceği odaklamak ve sonra ışınlar eksenden büyük bir açıda gelecek şekilde onu eğmektir. Bu durumda görüntü genelde çok kaba olacak ve iyi odaklanacak bir yer olmayabilecektir. Demek ki merceklerde çeşitli türden kusurlar vardır ve optiksel tasarımcılar birbirlerinin kusurlarını telâfi etmek üzere birçok mercek kullanarak durumu iyileştirmeye çalışırlar.

Sapınçları yok etmek için ne denli dikkatli olmalıyız? Mutlak şekilde mükemmel bir optik sistem yapmak mümkün müdür? Diyelim ki ışığı tam olarak bir noktaya getirebilen bir optik sistem kurduk. Şimdi, en az süre bakış açısından tartışarak, sistemin ne kadar kusursuz olabileceği konusunda bir koşul bulabilir miyiz? Sistem ışığın girmesi için bir tür aralığa sahip olacaktır. Odağa gelebilen eksenden en uzak ışını alırsak (kuşkusuz, sistem kusursuzsa), tüm ışınlar için süreler tam olarak aynıdır. Fakat hiçbir şey mükemmel değildir, bu durumda soru şudur: bu ışın için süre ne kadar hatalı olabilir ve daha fazla düzeltmek para etmez? Bu, görüntüyü ne kadar kusursuz yapmak istediğimize bağlıdır. Fakat görüntüyü mümkün olduğu kadar kusursuz yapmak istediğimizi varsayın. Kuşkusuz, o zaman izlenimimiz, her ışının neredeyse mümkün olduğunca aynı süreyi almasını düzenlemeye çalışmamızdır. Fakat bunun doğru olmadığı anlaşılır; çünkü belli bir noktanın ötesinde, artık geometrik optik kuramının işlemediği aşırı ince olan bir şey yapmaya çalışıyoruzdur!

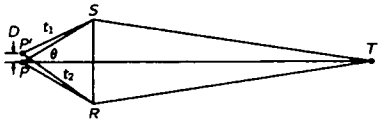
En az süre ilkesinin, enerjinin korunumu ya da momentumun korunumu ilkesinden farklı olarak, tam bir formülasyon olmadığını hatırlayınız. En az süre ilkesi sadece bir *yaklaştırma*dır ve ne kadar hatanın hoş görülebileceğini ve hâlâ herhangi bir görünür fark yaratmayacağını bilmek ilginçtir. Bunun yanıtı da şudur: Maksimal ışın –en kötü ışın, en uzak olan ışın– ile merkezsel ışın arasındaki süre farkını ışığın bir salınımına karşılık gelen periyottan daha küçük olarak düzenlediğimiz zaman, artık onu daha da iyileştirmeye çalışmak yararsızdır. Işık dalga boyuyla ilişkili belirli bir frekansa sahip salınımsal bir harekettir ve değişik ışınlar için süre farkını bir periyottan daha küçük olacak şekilde ayarlamışsak, daha ileri gitmenin hiç yararı yoktur.

27-7 Çözme gücü

Bir değer ilginç soru –tüm optik düzenekler için çok önemli bir teknik soru– onların ne kadarlık *çözme gücü*ne sahip olduklarıdır. Bir mikroskop kurarsak, baktığımız cisimleri görmek isteriz. Bu demektir ki, örneğin, her uçta bir küçük ışıkla bir bakteriye bakıyorsak, onları büyüttüğümüzde, iki nokta olduğunu

*görmeli*yiz. Tüm yapmamız gerekenin yeterli büyütme elde etmek olduğunu düşünülebilir: daima bir başka mercek daha ekleyebiliriz ve daima tekrar tekrar büyütebiliriz ve tasarımcıların maharetiyle tüm küresel sapınçlar ve tüm renksel sapınçlar yok edilebilir ve görüntüyü büyütmeyi sürdürememenin nedeni yoktur. Böylece bir mikroskobun sınırları, 2000 çaptan daha fazla büyütecek bir mercek kurmanın olanaksız olması değildir. 10.000 çap büyüten mercekler sistemi kurabiliriz, fakat en az sürenin kesin olmaması olgusu nedeniyle geometrik optiğin limitlerinden ötürü *hâlâ* birbirine aşırı yakın iki nokta göremeyiz.

İki noktanın birbirinden ne kadar uzak olması gerektiğini saptayan kuralı bulmak için, farklı ışınların aldığı süreyle ilişkili güzel bir yolla, görüntüdeki iki noktanın ayrı olduklarının ortaya çıkmasını ifade edebiliriz. Şimdi sapınçları göz ardı edelim ve özel bir P noktası için (Şekil 27-9) cisimden T görüntüsüne gelen tüm ışınların tam olarak aynı süreyi aldıklarını düşünelim. (Bu doğru değildir, çünkü bu kusursuz bir sistem değildir, fakat bu bir başka sorundur.) Şimdi yakın bir başka P' noktası alın ve onun görüntüsünün T'den farklı olup olmayacağını sorun. Bir başka deyişle, onlar arasındaki farkı anlayabilir miyiz? Kuşkusuz, geometrik optik uyarınca, iki nokta görüntüsü olmalıdır, fakat gördüğümüz oldukça birbirine bulanmış olabilir ve iki nokta olduğunu anlayamayabiliriz. İkinci noktanın birinci noktadan kesinlikle farklı bir yerde odaklanmış olması koşulu, merceklerin her iki yanında bir uçtan diğer uca giden $P'ST$ ve $P'RT$ aşırı yolları için, iki olası cisim noktasından verilen bir görüntü noktasına iki sürenin eşit olmamasıdır. Niçin? Çünkü bu süreler eşit olsaydı, kuşkusuz ikisi de aynı noktada *odaklanır*dı. Dolayısıyla süreler eşit olmayacaktır. Fakat bunlar ne kadar fark etmelidirler ki, ikisi de bir ortak odağa *gelmezler* diyebilelim ve bu iki görüntü noktasını ayırt edebilelim? Herhangi bir optik düzeneğin çözme gücü için genel kural şudur: İki farklı noktasal kaynağın ayrılabilir olması için, ancak bir kaynak öyle bir noktaya odaklanmalıdır ki diğer kaynaktan gelen aşırı ışınların bu noktaya ulaşma süreleri, kendi gerçek görüntü noktasıyla karşılaştırıldığında, bir periyottan daha çok fark etsin. *Kusurlu* odağa gelen tepedeki ışın ve tabandaki ışın arasındaki süre farkının, belirli bir miktarı, yani yaklaşık olarak ışığın salınım periyodunu aşması gerekir:



Şekil 27-9 Bir optik sistemin çözme gücü.

$$t_2 - t_1 > 1/\nu \tag{27.17}$$

Burada ν ışığın frekansıdır (saniyedeki salınım sayısı; ayrıca hız bölü dalga boyu). İki nokta arasındaki uzaklık D ve merceğin açıklık açısı θ ise, (27.17)'nin tam olarak "D ayrılma uzaklığı $\lambda/n \sin\theta$ değerini geçmelidir" beyanına eşdeğer olduğu gösterilebilir; burada n, P'deki kırılma indisi ve λ dalga boyudur. Görebileceğimiz en küçük nesneler, bu nedenle, ışığın dalga boyu mertebesindedir. Teleskoblar için ayırt edebileceğimiz iki yıldız arasındaki en küçük açı farkını veren bir denklem vardır.*

* Bu açı λ/D kadardır, burada D mercek çapıdır. Nedenini anlayabilir misiniz?

28

ELEKTROMANYETİK IŞINIM

28-1 Elektromanyetizma

28-1 Elektromanyetizma
28-2 Işınım
28-3 Dipol ışıyıcı
28-4 Girişim

Fiziğin gelişiminde en dramatik anlar, büyük birleştirmelerin olduğu, daha önce farklı olarak ortaya çıkan olayların birdenbire aynı şeyin farklı yanları olduğunun keşfedildiği anlardır. Fizik tarihi böyle birleştirmelerin tarihidir ve fizik biliminin başarısı temelde büyük ölçüde birleştirme *yapabilmemizde* yatar.

Belki de fiziğin 19. yüzyıl boyunca olan gelişiminde en dramatik an, 1860'larda bir gün elektrik ve manyetizma yasalarını ışığın davranış yasalarıyla birleştirdiğinde, J. C. Maxwell'in başına gelmişti. Sonuç olarak, ışığın özellikleri kısmen çözülmüştü; şu eski ve ince zekâyı yansıtan şeyler o denli önemli ve gizemlidir ki, İncil'in ilk kitabı yazıldığında ona özel bir yaratılış düzenlemenin gereği hissedilmişti. Keşfini bitirdiğinde, Maxwell "Bırakın, elektrik ve manyetizma olsun ve ışık olur!" diyebilirdi.

Bu doruk anı için elektrik ve manyetizma yasalarının yavaş yavaş ortaya çıkarılıp keşfedilmesinde uzun bir hazırlık dönemi geçirilmişti. Bu öyküyü gelecek yılki ayrıntılı incelemeye ayırıyoruz. Bununla birlikte, öykü kısaca aşağıdaki gibidir. Yavaş yavaş elektrik ve manyetizmanın özellikleri keşfedilmiş; elektrik ve manyetik kuvvetlerin çekme ve itmesi, bu kuvvetlerin epeyce karmaşık olmalarına karşın, tümünün uzaklığın karesinin tersiyle azaldığını göstermişti. Örneğin, biliyoruz ki durgun yükler için olan basit Coulomb yasası, elektrik kuvveti alanının uzaklığın karesiyle ters orantılı olarak değiştiğini söyler. Sonuç olarak, yeterince büyük mesafelerde, bir yükler sisteminin bir başka yükler sistemine etkisi çok küçüktür. Maxwell, o zamana kadar keşfedilmiş olan denklemleri ya da yasaları bir araya getirmeye kalkıştığında, onların karşılıklı tutarsız olduklarını fark etmiş, tüm sistemin tutarlı olması için denklemlerine bir terim daha eklemesi gerektiğini anlamıştı. Bu yeni terimle, şaşırtıcı bir öngörü ortaya çıkmıştı; o öngörü şuydu: elektrik ve manyetik alanların bir kısmı uzaklıkla ters kareden çok daha yavaş düşmekteydi, yani uzaklığın birinci kuvvetinin tersiyle azalmaktaydı! Ve böylece bir yerdeki elektrik akımlarının çok uzaktaki diğer yükleri etkileyebildiğini anlamış ve bugün aşina olduğumuz radyo yayını, radar, vb gibi temel etkileri öngörmüştü.

Avrupa'da konuşan birisinin, sadece elektriksel etkilerle, binlerce km uzaktaki Los Angeles'ta dinlenmesi mucize gibidir. Bu nasıl mümkün olur? Alanların uzaklığın karesinin tersiyle değil de, sadece birinci kuvvetinin tersiyle değişmesi nedeniyle olur. Nihayet, ışığın kendisinin bile, atomlardaki elektronların inanılmaz hızlı titreşimleriyle üretilip çok büyük mesafelere kadar yayılan elektrik ve manyetik etkiler olduğu anlaşılmıştı. Tüm bu olayları *ışınım* sözcüğüyle ya da, başka türden bir iki ışınım daha var olduğu için, daha belirgin biçimde, *elektromanyetik ışınım* ifadesiyle özetleriz. Işınım sözcüğüyle, neredeyse daima, elektromanyetik ışınım kastedilir.

Evren işte bu sayede örülüp bir araya gelir. Uzak bir yıldızın atomik hareketleri, bu büyük mesafede hâlâ gözümüzdeki elektronları harekete geçirebilecek yeterlikte bir etkiye sahiptir ve yıldızlardan bu şekilde haberimiz olur. Bu yasa var olmasaydı, dış dünya hakkında, kelimenin tam anlamıyla, karanlık içinde olurduk! Beş milyar ışık yılı uzaktaki bir gökadada –bugüne kadar bulduğumuz en uzak cisimdir bu– meydana gelen elektrik çalkantıları, bir radyo teleskobun ön kısmında yer alan büyük "çanak"taki akımları hâlâ önemli ve saptanabilir bir biçimde etkileyebilmektedir. Yıldızları ve gökadaları böyle görürüz.

Bu bölümde bu dikkate değer olayı tartışacağız. Bu fizik dersinin başında doğanın geniş bir resmini çizmiştik; fakat şimdi onun bazı yanlarını anlama hususunda daha iyi donanımlıyız ve dolayısıyla onun bazı kısımlarını daha ayrıntılı şekilde tekrar inceleyeceğiz. Fiziğin 19. yüzyılın sonundaki durumunu betimleyerek başlayacağız işe. O zamana kadar temel yasalar hakkında bilinenler aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Önce, kuvvet yasaları vardı: Biri kütleçekim yasasıydı, onu birçok kez yazdık zaten; m kütleli bir cismin, M kütleli bir başka kütle nedeniyle, hissettiği kuvvet

$$F = \frac{GmM}{r^2}\, e_r \tag{28.1}$$

şeklinde verilir; burada e_r, m'den M'ye yönelmiş bir birim vektör, r ise onlar arasındaki uzaklıktır.

19. yüzyılın sonunda bilinir hale gelmiş olan elektrik ve manyetizma yasaları şunlardır: Bir q yükü üzerine etkiyen elektrik kuvvetleri, $\boldsymbol{E}$ ve $\boldsymbol{B}$ denen iki alan ve q yükünün v hızı aracılığıyla şu denklemle betimlenebilir:

$$F = q\,(\boldsymbol{E} + v \times \boldsymbol{B}) \tag{28.2}$$

Bu yasayı tamamlamak için, verilen bir durumda $\boldsymbol{E}$ ve $\boldsymbol{B}$ denklemlerinin ne olduklarını söylemeliyiz: Çok sayıda yük varsa, $\boldsymbol{E}$ ve $\boldsymbol{B}$ alanları, tek tek her yükten bir katkı olmak üzere, tüm katkıların toplamıdır. Böylece bir tek yük tarafından üretilen $\boldsymbol{E}$ ve $\boldsymbol{B}$'yi bulursak, toplam $\boldsymbol{E}$ ve $\boldsymbol{B}$'yi elde etmek için, tek yapmamız gereken evrendeki tüm yüklerden gelen tüm etkileri eklemektir! Bu, üst üste gelme ilkesidir.

Bir tek yük tarafından üretilen elektrik ve manyetik alan denklemleri nedir? Onların çok karmaşık olup çok çalışma gerektirdiği ve değerini anlamak için bilgi ve deneyim istediği açıktır. Fakat konu bu değildir. Şimdi tüm temel bilgiyi bir tek sayfada özetlemenin *mümkün* olduğunu göstererek, deyim yerindeyse, sadece okuyucuyu doğanın güzelliğiyle etkilemek için bu yasayı yazacağız. Bir tek yükün alanlarıyla ilgili bu yasa, bugün bildiğimiz kadarıyla (kuantum mekaniği dışında), tam ve doğrudur, fakat çok karmaşık görünümdedir. Tüm kısımlarını şimdi incelemeyeceğiz; onu sadece bir izlenim vermek, yazılabildiğini göstermek için kaydedeceğiz ve böylece vaktinden önce kabaca neye benzediğini görmüş olacağız. Aslına bakarsanız, elektrik ve manyetizmanın doğru yasalarını yazmanın en *yararlı* yolu, onları şimdi yazacağımız şekilde değil de, *alan denklemleri* denen yapıda ifade etmektir; bunu gelen yılda öğreneceğiz. Fakat bunların matematiksel gösterimi farklı ve yenidir; bu nedenle yasayı hesaplama açısından biçimsiz bir yapıda, ama şimdi bildiğimiz gösterimlerle yazacağız.

$\boldsymbol{E}$ elektrik alanı şöyle verilir:

$$E = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{e_{r'}}{r'^2} + \frac{r'}{c}\,\frac{d}{dt}\left(\frac{e_{r'}}{r'^2}\right) + \frac{1}{c^2}\,\frac{d^2}{dt^2}\,e_{r'}\right] \tag{28.3}$$

Çeşitli terimler bize ne söyler? Birinci terimi alın: $\boldsymbol{E} = qe_{r'}/4\pi\epsilon_0 r'^2$. Bu, kuşku yok ki, zaten bildiğimiz Coulomb yasasıdır; burada q alanı doğuran yük, $e_{r'}$, $\boldsymbol{E}$'nin ölçüldüğü P noktasından q'ya doğru bir birim vektör ve r de P'den q'ya olan mesafedir. Fakat Coulomb yasası hatalıdır. 19. yüzyıl keşifleri, etkilerin belli bir temel c hızından asla daha hızlı gidemeyeceğini göstermişti; bunun artık ışık hızı olduğunu biliyoruz. İlk terimin Coulomb yasası olduğu doğru değildir; bu, sadece yükün *şimdi* nerede ve *şimdi* hangi mesafede olduğunun bilinmesinin mümkün olmadığından değil, fakat ayrıca verilen bir yer ve zamanda alanı etkileyen şeyin yükün *geçmiş*teki davranışı olmasındandır. Geçmiş ne denli *uzak*tır? Zaman gecikmesi ya da *gecikmiş zaman*, etkinin ışık hızıyla yükten P alan noktasına varıncaya dek geçen zamandır. Gecikme (r'/c)'dir.

Böylece bu zaman gecikmesine izin vermek, bilginin q'yu terk edip şu anda P'ye vardığında ne kadar uzakta olduğunu belirtmek anlamında, r'nin üzerine küçük bir üs işareti koyarız. Sırf bir an için yükün bir ışık taşıdığını ve ışığın P'ye sadece c hızıyla gelebildiğini varsayın. Bu durumda q'ya baktığımızda, kuş-

kusuz, onun şimdi nerede olduğunu göremeyiz, fakat biraz önceki bir zamanda nerede olduğunu biliriz. Denklemimizde görünen, *gecikmiş yön* denen $e_{r'}$ *görünür* yönü –alışkın olunan yön– ve r' *gecikmiş mesafe*dir. Bu da anlamak için yeterince kolay görünebilir, fakat o da kusurludur. Hepsi çok daha karmaşıktır.

Birkaç terim daha var. Bir sonraki terimi çok kaba şekilde ifade edersek, sanki doğa etkinin gecikme olgusuna yer vermeye çalışıyormuş gibidir. Gecikmiş Coulomb alanını hesaplamamız ve ona bir düzeltme eklememiz gerektiğini ileri sürer; bu düzeltme, gecikmiş alanın değişim hızı kere kullandığımız gecikme zamanıdır. Doğa, değişim hızını alıp geciken zamanla çarparak, şu anda alanın ne olacağını tahmin etmeye yelteniyor gibidir. Henüz işi bitiremedik. Üçüncü bir terim daha var: yükün yönündeki birim vektörün t'ye göre ikinci türevi. Artık denklem tamamdır ve keyfi olarak hareket eden bir yükün elektrik alanı tümüyle bundan ibarettir.

Manyetik alan şöyle verilir:

$$B = -e_{r'} \times E/c \tag{28.4}$$

Bunları sadece doğanın güzelliğini ya da, matematiğin gücünü göstermek amacıyla yazdık. Yoksa, böylesine küçük bir yere bu kadar çok şey yazmanın *nasıl* mümkün olduğunu anlamış ayağına yatmıyoruz; fakat (28.3) ve (28.4) denklemleri, elektrik jeneratörlerinin nasıl çalıştığı, ışığın nasıl davrandığı, kısacası tüm elektrik ve manyetizma olaylarıyla ilgili mekanizmayı içerir. Kuşkusuz, öyküyü tamamlamak için, ayrıca işe karışan, ama (28.3) denklemiyle gereğince betimlenmeyen, maddelerin davranışları –maddenin özellikleri– hakkında da bir şeyler bilmemiz gerekir.

19. yüzyıl dünyasını betimlememizle bitirmek için, o yüzyılda meydana gelmiş bir başka büyük birleştirmeye değinmeliyiz; bu, Maxwell'in de çok emek harcadığı ısı ve mekanik olaylarının birleştirilmesidir. Bu konuyu yakında inceleyeceğiz.

20. yüzyılda eklenmek zorunda kalınan, Newton'ın bulmuş olduğu dinamik yasaların tamamen yanlış olduğu ve onları düzeltmek için kuantum mekaniğinin ortaya atılmasıydı. Newton yasaları, nesnelerin ölçeği yeterince büyük olduğunda, yaklaşık olarak geçerlidir. Bu kuantum mekanik yasaları, elektrik yasalarıyla bir araya getirilerek, *kuantum elektrodinamiği* denen yasalar cümlesini oluşturmak üzere ancak yakın zamanlarda birleştirilmişlerdi. Ek olarak, çok sayıda yeni olay keşfedilmişti, bunlardan ilki 1898'de Becquerel tarafından bulunmuş olan radyoaktiviteydi; o tam 19. yüzyıl biterken yavaşça içeri süzülmüştü. Bu radyoaktivite olayı, çekirdeklerle ilgili bilgimizin çoğalmasına ve kütleçekimsel olmayan, elektriksel de olmayan, farklı etkileşmelere sahip yeni parçacıklar arasında yeni türden kuvvetlere –hâlâ tam açıklanmamış bir konu– yol açmıştı.

Şu çok bilen özleştirmeciler (bunu okuyan profesörler) için şunu eklemeliyiz ki, "(28.3), elektrodinamik bilgisinin tam bir ifadesidir" dediğimizde, tam anlamıyla haklı değiliz. 19. yüzyılın sonunda tam olarak çözülmemiş bir problem vardı. *Alanın etki etmesini istediğimiz yükün kendisi de dahil*, tüm yüklerin alanını hesaplamaya çalıştığımızda, örneğin bir yükün kendisinden uzaklığını bulmaya ve bir şeyi sıfır olan bu mesafeye bölmeye uğraşırken başımız derde girer. Bu alanın kendi üzerine etkimesini istediğimiz gerçek yük tarafından üretilen kısmının nasıl halledileceği sorunu, henüz bugün çözülmemiştir. Böylece onu burada bırakıyoruz; henüz bu bilmecenin tam bir çözümüne sahip değiliz; bu nedenle bu bilmeceden yapabildiğimiz sürece uzak duracağız.

28-2 Işınım

İşte evren resminin bir özeti budur. Şimdi onu ışınım olaylarını tartışmak için kullanalım. Bu olayları tartışmak için, (28.3) denkleminden uzaklığın karesinin tersiyle değil de, sadece uzaklığın tersiyle değişen parçayı seçmeliyiz. Sonunda bu parça yapıca öyle basit çıkar ki onu uzaktaki hareketli bir yük tarafından üretilen elektrik alanının "yasa"sı olarak alıp optik ve elektrodinamiği temel bir şekilde çalışmak geçerli olur. Bunu geçici olarak verilen bir yasa gibi alacağız ve onu gelecek yıl ayrıntılarıyla öğreneceğiz.

(28.3)'te görünen terimlerden birincisi, uzaklığın karesinin tersiyle gider ve ikincisi sadece gecikmeye bir düzeltmedir; dolayısıyla ikisinin de uzaklığın karesinin tersiyle değiştiğini göstermek kolaydır. İlgilendiğimiz etkilerin tümü üçüncü terimden gelir ve netice itibariyle çok karmaşık değildir. Bu terimin söylediği şudur: Yüke bakın ve birim vektörün yönüne dikkat edin (onun ucunu bir birim kürenin yüzeyi üzerine izdüşürebiliriz). Yük ortalıkta hareket ederken, birim vektör kıpır kıpır oynar ve *aradığımız şey, bu birim vektörün ivmesidir.* Hepsi bu. Böylece

$$E = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{d^2 e_{r'}}{dt^2} \tag{28.5}$$

ışınım yasalarının ifadesidir; çünkü yeterince uzağa gittiğimizde, önemli olan terim, yani uzaklıkla ters orantılı olarak değişecek alan, sadece budur. (Ters kare olarak giden parçalar o kadar çok zayıflarlar ki onlarla ilgilenmeyiz.)

Şimdi (28.5) denkleminin ne anlama geldiğini görmek için onu biraz daha inceleyebiliriz. Bir yükün herhangi bir tarzda hareket etmekte olduğunu ve onu belli bir mesafeden gözlediğimizi varsayalım. Bir an için onun bir bakıma "ışıklandığını" düşünelim (açıklamaya çalıştığımız ışık olsa da); onu küçük bir beyaz nokta olarak düşünürüz, Sonra bu beyaz noktayı etrafta koşuştururken görürüz. Fakat konuştuğumuz gecikmeden dolayı, tam *şimdi* tam olarak nasıl koşuşturduğunu görmeyiz. Hesaba katılan, *daha önce* nasıl hareket etmekte olduğuydu. $e_{r'}$ birim vektörü yükün görünen konumuna doğru yönelmiştir. Kuşkusuz $e_{r'}$'nün ucu küçücük bir eğri üzerinde gider, öyle ki ivmesi iki bileşene sahiptir. Biri enine parçadır, çünkü uç yukarı aşağı gider; diğeri ışınsal parçadır, çünkü uç küre yüzeyinde kalır. Sonuncu bileşenin çok daha küçük olduğunu ve r'nin ters karesiyle değiştiğini göstermek kolaydır. Bu kolayca görülür, çünkü verilen kaynağı gitgide daha ötelere hareket ettirirsek, o zaman $e_{r'}$'nün kıpırdanması uzaklığın tersiyle gittikçe küçülür, fakat ivmenin ışınsal bileşeni uzaklığın tersinden çok daha hızlı değişiyordur. Böylece pratik amaçlar için tüm yapmamız gereken, hareketi birim uzaklıktaki bir düzlem üzerine izdüşürmektir. Dolayısıyla aşağıdaki kuralı buluruz: Hareketli yüke baktığımızı ve gördüğümüz her şeyin geciktiğini düşününüz –bir ressamın birim uzaklıktaki bir perde üzerinde bir manzara boyamaya çalışması gibi. Gerçek bir ressam, kuşkusuz, ışığın belli bir hızla gittiği olgusunu hesaba katmaz, fakat dünyayı gördüğü gibi boyar. Onun resminin neye benzediğini görmek isteriz. Böylece resimde etrafta hareket eden, yükü temsil eden bir nokta görürüz. Bu noktanın ivmesi elektrik alanıyla orantılıdır. Hepsi bu; gereksinim duyduğumuz her şey.

Böylece (28.5) denklemi ışınım için tam ve doğru denklemdir; içinde göreli etkiler bile içerilmektedir. Bununla birlikte, onu genelde yine de, yüklerin sadece oldukça yavaş bir hızla küçük bir mesafede hareket eden daha basit bir duruma uygulamak isteriz. Yavaş hareket etmeleri nedeniyle, başladıkları yerden önemli bir mesafe katetmezler, öyle ki gecikme süresi pratik olarak sabittir. Bu durumda yasa hâlâ daha basittir, çünkü gecikme süresi tespit edilmiştir. Böylece yükün etkin olarak sabit bir mesafede çok küçük bir hareket sergilemekte olduğunu düşünürüz. r uzaklığında gecikme r/c'dir. Bu durumda kuralımız şu hale gelir: Yüklü cisim çok küçük bir hareket yapıyorsa ve tam olarak $x(t)$ mesafesi kadar yer değiştirmişse, o zaman $e_{r'}$ birim vektörünün yer değiştirme açısı x/r'dir ve r pratik olarak sabit olduğundan, $d^2e_{r'}/dt^2$'nin x-bileşeni basitçe daha önceki bir zamanda x'in kendi ivmesi bölü r'dir ve böylece en sonunda istediğimiz yasayı şöyle elde etmiş oluruz:

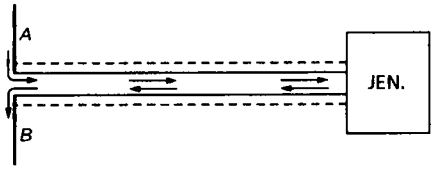
$$E_x(t) = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} a_x \left(t - \frac{r}{c}\right) \tag{28.5}$$

Sadece a_x'in görüş çizgisine dik bileşeni önemlidir. Bunun nedenini görelim. Açıkça, yük bize doğru gelip gidiyorsa, birim vektör bu doğrultuda hiç kıpırdamaz ve ivmeye sahip değildir. Böylece önemli olan sadece enine harekettir, sadece gördüğümüz ivme perdeye izdüşürülmüştür.

28-3 Dipol ışıyıcı

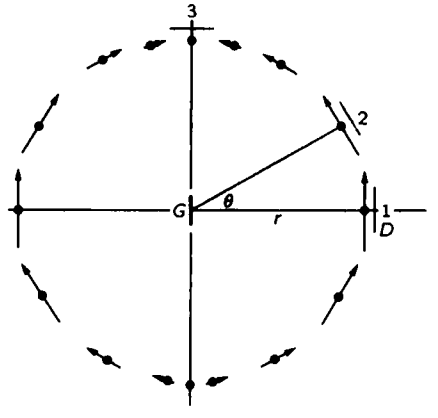
Elektromanyetik ışınımla ilgili temel "yasa"mız olarak, (28.6)'nın doğru olduğunu, yani çok uzak bir r mesafesinde göreli olmayan*hareketle ivmelenen bir yükün doğurduğu elektrik alanının bu yapıya yaklaştığını varsayacağız. Elektrik alanı r'nin tersiyle değişir ve yükün "görüş düzlemi"ne izdüşürülmüş ivmesiyle orantılıdır; bu ivme o anın ivmesi olmayıp, daha önceki $-r/c$ miktar gecikmeli– bir zamanda sahip olunmuş ivmedir. Bu bölümün kalan kısmında, onu fiziksel olarak daha iyi anlamak üzere bu yasayı tartışacağız, çünkü yansıma, kırılma, girişim, kırınım ve saçılma gibi tüm ışık olaylarını ve radyo yayınını anlamada onu kullanacağız. O merkez yasadır ve tek gerek duyduğumuz odur. (28.3) denkleminin kalanı sadece sahneyi oluşturmak üzere yazılmıştı, öyle ki (28.6)'nın nereye uyduğunu ve nasıl çıktığını değerlendirebiliriz.

(28.6)'yı gelecek yıl daha fazla tartışacağız. Bu arada, onu doğru kabul edeceğiz, fakat sadece kuramsal temelde değil. Yasanın karakterini sergileyen çok sayıda deney tertipleyebiliriz. Böyle yapmak için, ivmeli bir yüke ihtiyaç duyarız. O tek bir yük olmalıdır; fakat çok fazla sayıda yükü, tümü aynı şekilde, birlikte hareket ettirebilirsek, alanın tek tek yüklerin her birinin etkilerinin toplamı olacağını biliriz; onları sadece toplarız. Bir örnek olarak, Şekil 28-1'de görüldüğü gibi, bir jeneratöre bağlanmış iki tel parçasını ele alınız. Fikir şudur: Jeneratör bir gerilim farkı ya da alan yaratır; bu, bir anda elektronları A kısmından öteye çeker ve onları B'ye iter ve sonra, sonsuz küçük bir zaman sonra, etkiyi tersine çevirip elektronları B'den çekip A'ya geri pompalar! Böylece bu iki teldeki yükler bir an için, diyelim ki, A telinde yukarı doğru ve B telinde yukarı doğru ivmeleniyor ve bir an sonra A telinde aşağı doğru ve B telinde aşağı doğru ivmeleniyorlar. İki tele ve bir jeneratöre gerek duyma olgusu, sadece bu böyle yapıldığı içindir. Net sonuç, A ve B bir tek telmiş gibi, sadece yukarı ve aşağı ivmelenen bir yüke sahip oluşumuzdur. Işığın bir salınım periyodunda katettiği mesafeye göre çok kısa bir tele *elektrik dipol salınıcısı* denir. Buna göre, yükün bir elektrik alan ürettiğini söyleyen yasamızı uygulamak için gerekli duruma sahibiz ve öyleyse bize elektrik alanını algılayacak bir düzenek gereklidir ve kullanacağımız bu düzenek aynı şeydir: A ve B gibi bir çift tel! Böyle bir düzeneğe bir elektrik alanı uygulanırsa, elektronları iki telde de yukarı ya da iki telde de aşağı çeken bir kuvvet doğacaktır. Bu sinyal A ve B arasına takılmış bir doğrultucu vasıtasıyla algılanır ve minicik ince bir tel bilgiyi bir yükselticiye taşır; orada bu yükseltilir öyle ki radyo frekansı üzerine modüle edilmiş ses frekansını duyabiliriz. Bu algılayıcı elektrik alanını hissettiğinde, hoparlörden gelen yüksek bir ses olacaktır ve onu süren elektrik alanı yoksa, gürültü olmayacaktır.



Şekil 28-1 Bir yüksek-frekans sinyal jeneratörü, yükleri iki tel üzerinde aşağı yukarı sürer.

İçinde dalgaları ölçtüğümüz odada başka cisimler de yer aldığından, elektrik alanımız bu diğer cisimlerin içindeki elektronları sallayacaktır; elektrik alanı bu diğer yükleri yukarı ve aşağı hareket ettirir ve yukarı aşağı harekette bunlar da algılayıcımızda bir etki yaratır. Böylece başarılı bir deneyde nesneleri oldukça bir arada tutmalıyız ki duvarlar ve kendimiz –yansımış dalgalar– epeyce küçük olsun. Dolayısıyla olaylar (28.6) denklemiyle kesinlikle ve mükemmelen uyum içinde görünmeyecektir, fakat yasanın değerini anlamamıza yetecek kadar yakın olacaktır.



Şekil 28-2 Doğrusal olarak salınan yerleşik bir yükü merkez kabul eden küre yüzeyi üzerindeki anlık elektrik alan.

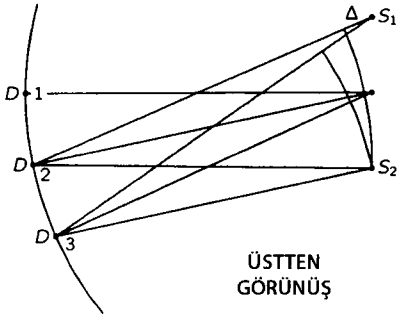
Şimdi jeneratörü çalıştırıp ses sinyalini duyarız. D algılayıcısı 1 noktasındaki G jeneratörüne paralel olduğunda, şiddetli bir alan buluruz (Şekil 28-2). G'nin ekseni etrafında diğer her azimut açısında aynı şiddette alan buluruz, çünkü alanın yönsel etkileri yoktur. Diğer taraftan, algılayıcı 3 konumundayken alan sıfırdır. Bu da tamam, çünkü denklemimize göre, alan, yükün ivmesinin görüş çizgisine *dik izdüşürülmüş* bileşeniyle orantılı olmalıdır. Dolayısıyla G'ye tepeden bakarsak, yük D'ye doğru ve D'den öteye doğru hareket etmektedir ve etki yoktur. Böylece bu ilk kuralı kontrol eder: yük doğrudan bize doğru hareket ettiğinde, hiç etki yoktur. İkinci olarak, denkleme göre elektrik alanı r'ye dik ve G ile r'nin düzleminde olmalıdır; böylece D'yi 1 noktasına koyar fakat 90° döndürürsek, sinyal almamamız gerekir. Bizim bulduğumuz da tam budur; elektrik alanı gerçekten düşeydir, yatay değil. D'yi bir ara açıya getirdiğimizde,

* *İng.* nonrelativistic: düşük hızda hareket –yn.

onu görüldüğü gibi yönelttiğimiz zaman, en şiddetli sinyal meydana gelir, çünkü G düşey olduğu halde, basitçe kendine paralel bir alan üretmez –*ivmenin görüş çizgisine dik izdüşümü*dür hesaba katılan. Sinyal, 2 noktasında izdüşüm etkisinden dolayı 1'dekinden daha zayıftır.

28-4 Girişim

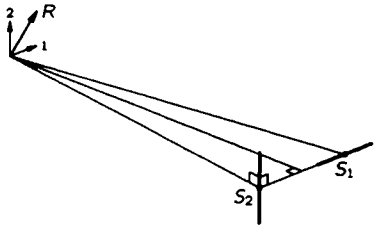
Aralarında birçok dalga boyu mesafe bulunan yan yana iki kaynağın varlığı halinde neler olduğunu kontrol edebiliriz (Şekil 28-3). Yasaya göre, kaynağın ikisi de aynı jeneratöre bağlı olduğu ve ikisi de yukarı-aşağı aynı şekilde hareket ettiği vakit, iki kaynak 1 noktasındaki etkilerini birbiri üzerine eklemelidir; böylece toplam elektrik alanı ikisinin toplamı olur ve daha önce olanın iki katı şiddetindedir.



Şekil 28-3 Kaynakların girişiminin resimlenişi.

Şimdi ilginç bir olasılık ortaya çıkar. S_1 ve S_2'deki yüklerin ikisini de yukarı ve aşağı ivmelendirelim, fakat S_2'nin zamanlamasını geciktirelim, öyle ki aralarında 180°'lik evre farkı olsun. Bu durumda, her an S_1 tarafından üretilen alan bir yönde ve S_2 tarafından üretilen alan zıt yönde olacaktır ve dolayısıyla 1 noktasında *hiçbir* etki elde etmemeliyiz. Salınımın evresi, sinyali S_2'ye taşıyan bir boru vasıtasıyla güzelce ayarlanabilirdir. Bu borunun uzunluğunu değiştirerek sinyalin S_2'ye ulaşma zamanını değiştiririz ve böylece bu salınımın evresini değiştirmiş oluruz. Bu uzunluğu ayarlayarak, S_1 ve S_2'nin ikisinin de hareket etmesine karşın, gerçekten sinyalin hiç kalmadığı bir yer bulabiliriz! Gerçek şu ki ikisinin de hareket ettiği sınanabilir, çünkü birini ayırırsak, diğerinin hareketini görebiliriz. Böylece her şey doğru biçimde ayarlanırsa, onların ikisi birlikte *sıfırı* doğurabilir.

Şimdi, iki alanı toplamanın aslında bir *vektörel* toplama olduğunu göstermek çok ilginçtir. Yukarı ve aşağı hareket için bunu biraz önce kontrol etmiştik, fakat iki paralel olmayan yönü kontrol edelim. Önce, S_1 ve S_2'yi aynı evreye geri getiririz; yani, yine ikisi birlikte hareket ederler. Fakat şimdi S_1'i, Şekil 28-4'te görüldüğü gibi, 90° döndürürüz. Artık 1 noktasında, biri düşey ve diğeri yatay olan, iki etkinin toplamına sahip olmalıyız. Elektrik alanı aynı evredeki bu iki sinyalin vektörel toplamıdır: onların ikisi de aynı zamanda şiddetlidirler ve sıfırdan birlikte geçerler; toplam alan 45°'deki R sinyali olmalıdır. Maksimum gürültü elde etmek için D'yi döndürürsek, o düşey değil, 45° civarında olmalıdır. Onu bu doğrultuya dik açıda döndürürsek, sıfır elde ederiz, bunu ölçmek kolaydır. Gerçekten de, tam böyle bir davranış gözleriz



Şekil 28-4 Kaynakların birleşmesinin vektörel niteliğinin resimlenişi.

Şimdi, gecikmeye ne dersiniz? Sinyalin geciktiğini nasıl gösterebiliriz? Oraya ulaştığı zamanı, büyük miktarda bir donanımla ölçebiliriz; fakat çok basit bir başka yol daha vardır. Yine Şekil 28-3'e atıfta bulunarak, S_1 ve S_2'nin aynı evrede olduklarını varsayalım. İkisi de birlikte salınıyorlar ve 1 noktasında eşit elektrik alanlar üretiyorlar. Fakat S_2'ye daha yakın ve S_1'den daha uzak bir 2 noktasına gittiğimizi düşünün. O zaman, ivmenin r/c'ye eşit bir miktar kadar gecikmek durumunda olduğunu ifade eden ilkeyle uyum içinde, gecikmeler eşit değilse, sinyaller artık aynı evrede değildir. Böylece öyle bir konum bulmak mümkündür ki D'nin S_1 ve S_2'den olan uzaklıkları, net bir sinyal alınamayacak tarzda, bir Δ miktarı kadar fark etsin. Yani, Δ mesafesi, jeneratörün yarım salınımında ışığın gideceği uzaklık kadar olacaktır. Daha da ileri gidip, farkın bir tam çevrim kadar büyük olduğu bir nokta bulabiliriz; bu da demektir ki, ilk anten den gelen sinyal 3 noktasına ikinci anteninkinden elektrik akımının tam bir kez titreşmesi için geçen zaman uzunluğu kadar büyük bir zaman gecikmesiyle ulaşır ve dolayısıyla 3 noktasında üretilen elektrik alanları da aynı evrededir. 3 noktasında sinyal yine şiddetlidir.

(28.6) denkleminin bazı önemli niteliklerinin deneysel olarak doğrulanmasıyla ilgili tartışmamız bununla tamamlanmıştır. Kuşkusuz elektrik alan şiddetinin $1/r$ değişimini ya da elektrik alanıyla birlikte giden bir manyetik alanın da var olduğu gerçeğini aslında kontrol etmedik. Bunu yapmak oldukça karmaşık yöntemler gerektirir ve bu noktada bizim anlayışımıza pek bir şey eklemez. Her hâlükârda, bizim daha sonraki uygulamalarımız için büyük öneme sahip nitelikleri kontrol ettik ve elektromanyetik dalgaların diğer özelliklerinin bazılarını gelecek yıl incelemek üzere geri döneceğiz.

29
GİRİŞİM

29-1 Elektromanyetik dalgalar
29-2 Işınımın enerjisi
29-3 Sinüs dalgaları
29-4 İki dipol ışıyıcısı
29-5 Girişimin matematiği

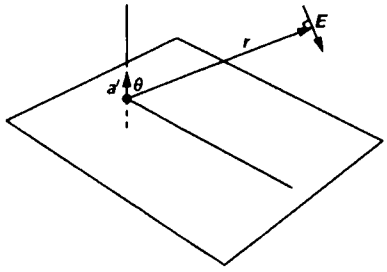
29-1 Elektromanyetik dalgalar

Bu bölümde bir önceki bölümün konusunu daha matematiksel olarak tartışacağız. İki kaynaktan gelen ışınım alanında maksimum ve minimumların olduğunu nitel şekilde göstermiştik; şimdi problemimiz, sırf nitel olmak yerine, alanı matematiksel ayrıntılarıyla betimlemektir.

(28.6) denkleminin anlamını fiziksel olarak oldukça doyurucu şekilde çözümlemiştik zaten, fakat matematiksel olarak işlenecek birkaç nokta var. Her şeyden önce, bir yük bir doğru boyunca, çok küçük genlikle bir harekette, aşağı yukarı ivmelendirilirse, hareketin ekseninden bir θ açısındaki alan, görüş çizgisine dik doğrultuda ve hem ivmeyi hem de görüş çizgisini içeren düzlem içindedir (Şekil 29-1). Mesafeye r dersek, o zaman t anındaki elektrik alan

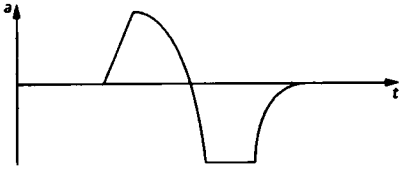
$$E(t) = \frac{-qa(t - r/c)\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \qquad (28.5)$$

büyüklüğüne sahiptir; burada $a(t - r/c)$, *gecikmiş ivme* denen $(t - r/c)$ anındaki ivmedir.



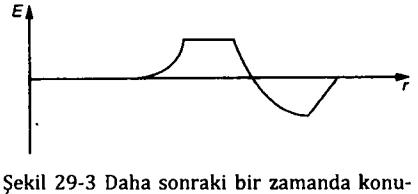
Şekil 29-1 Gecikmiş ivmesi a' olan bir pozitif yükün E elektrik alanı.

Şimdi, alanın bir resmini farklı koşullar altında çizmek ilginç olabilir. İlginç olan, kuşkusuz, $a(t - r/c)$ çarpanıdır ve onu anlamak için en basit hal olan $\theta = 90°$'yi alıp alanı grafik olarak çizebiliriz. Daha önce düşündüğümüz, bir konumda durup orada alanın zamanla nasıl değiştiğini sormaktı. Fakat bunun yerine, şimdi verilen bir anda alanın uzayda değişik konumlarda nasıl olduğunu göreceğiz. Böylece istediğimiz, bize farklı yerlerde alanı söyleyecek bir şipşak fotoğraftır. Bu kuşkusuz yükün ivmesine bağlıdır. Yükün başta özel bir harekete sahip olduğunu varsayalım: Başlangıçta durgun durmaktaydı ve Şekil 29-2'de görüldüğü gibi aniden bir tarzda ivmelendi ve sonra durdu. Bu durumda, biraz sonra, alanı farklı bir yerde ölçeriz ve alanın Şekil 29-3'teki gibi görüneceğini ileri sürebiliriz. Her bir noktada alan yükün daha önceki bir zamanda sahip olduğu ivmeyle saptanır; daha önceki miktar, r/c gecikmesidir. Böylece Şekil 29-3'teki eğri gerçekten de, bir bakıma, zamanın fonksiyonu olarak ivmenin "tersine çevrilmiş" bir çizimidir; uzaklık, genelde 1olarak aldığımız sabit c ölçek çarpanıyla zamana bağlıdır. $a(t - r/c)$'nin matematiksel davranışını ele alarak kolayca görebiliriz bunu. Besbelli ki, küçük bir Δt zamanı eklersek, $a(t - r/c)$ ifadesi için, küçük bir $\Delta r = -c\Delta t$ uzaklığı çıkarsaydık sahip olacağımız aynı değeri elde ederiz.



Şekil 29-2 Zamanın fonksiyonu olarak, belli bir yükün ivmesi.

Bir başka şekilde ifade edelim: Küçük bir Δt zamanı eklersek, $a(t - r/c)$ ifadesini, küçük bir $\Delta r = c\Delta t$ mesafesi *ekleyerek* önceki değerine geri getiririz. Yani, zaman ilerlerken *alan bir dalga olarak kaynaktan dışarıya doğru hareket eder*. Bazen ışığın dalgalar olarak yayıldığını söylememizin nedeni budur. Bu da alanın geciktiğini ya da zaman ilerlerken elektrik alanının dışa doğru hareket ettiğini söylemeye eşdeğerdir.



Şekil 29-3 Daha sonraki bir zamanda konumun fonksiyonu olarak elektrik alanı. ($1/r$ değişimi göz ardı edilmiştir.)

İlginç özel bir hal, q yükünün salınımsal tarzda yukarı aşağı hareket etmesidir. Son bölümde deneysel olarak incelediğimiz durumda, herhangi bir t anında x uzanımı, salınımın genliği olan belli bir x_0 sabiti kere $\cos\omega t$'ye eşitti. Bu durumda ivme,

$$a = -\omega^2 x_0 \cos\omega t = a_0 \cos\omega t \qquad (29.2)$$

olur; burada a_0 maksimum ivme olan $-\omega^2 x_0$'dır. Bu denklemi (29.1)'in içine koyarsak, şunu buluruz:

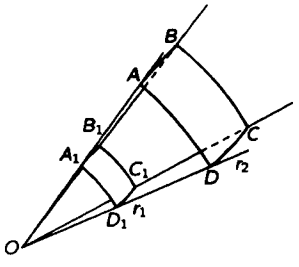
$$E = -q \sin\theta \frac{a_0 \cos\omega(t - r/c)}{4\pi\epsilon_0 r c^2} \tag{29.3}$$

Şimdi, θ açısını ve sabit çarpanları göz ardı ederek, konumun fonksiyonu ya da zamanın fonksiyonu olarak bunun neye benzediğini görelim.

29-2 Işınımın enerjisi

Her şeyden önce, herhangi bir özel anda ya da herhangi bir özel yerde, alanın şiddeti, daha önce değindiğimiz gibi, r uzaklığının tersiyle değişir. Şimdi bir dalganın enerji içeriği ya da böyle bir elektrik alanının sahip olabileceği enerji serveti alanın *karesi*yle orantılıdır; çünkü eğer bir tür yüke ya da elektrik alanı içinde bir salınıcıya sahipsek, o zaman alanı salınıcıya etki ettirdiğimizde, onu harekete geçirir. Bu doğrusal bir salınıcıysa, yük üzerine etkiyen elektrik alanının ürettiği ivme, hız ve uzanım hep alanla orantılıdır. Dolayısıyla yükün edindiği kinetik enerji alanın *karesi*yle orantılıdır. Böylece alanın bir sisteme verdiği enerjinin bir şekilde alanın karesiyle orantılı olduğunu kabul ederiz.

Bu demektir ki kaynağın verebileceği enerji, biz daha ötelere gittikçe azalır; aslında, *uzaklığın karesinin tersiyle* değişir. Fakat bunun çok basit bir yorumu vardır: Belli bir koni içinde r_1 mesafesinde dalgadaki tüm enerjiyi toplamak istersek (Şekil 29-4) ve aynı şeyi bir başka r_2 mesafesinde yaparsak, herhangi bir yerde birim alan başına enerji miktarının r'nin karesinin tersiyle değiştiğini buluruz, fakat koni tarafından kesilen yüzeyin alanı r'nin karesiyle *doğru orantılı olarak* değişir. Böylece verilen bir koni açısıyla dalgadan alabileceğimiz enerji, ne kadar uzakta olursak olalım, hep aynıdır! Özel olarak, etraftaki her yere soğurucu salınıcılar koyarak tüm dalgadan alabileceğimiz toplam enerji belirli sabit bir miktardır. Dolayısıyla, E genliğinin $1/r$ gibi değişmesi gerçeği, asla kaybolmayıp gitgide daha geniş etkin yüzeylere yayılan bir enerji akısı vardır demekle aynı şeydir. Böylece bir yük titreştikten sonra, asla geri kazanamayacağı biraz enerji kaybettiğini görürüz; bu enerji azalmaksızın gitgide daha ötelere ilerler. Temel yaklaştırmamız yeterince iyi olacak kadar çok uzaktaysak, yük daha önce sahip olduğu uzaklara ışıdığını söylediğimiz bu enerjiyi geri alamaz. Kuşkusuz bu enerji bir yerlerde bulunmaktadır ve başka sistemler tarafından toplanmak için hazırdır. Bu enerji "kaybı"nı 32. Bölümde daha fazla inceleyeceğiz.



Şekil 29-4 *OABCD* konisi içine akan enerji, ölçüldüğü r mesafesinden bağımsızdır.

Şimdi (29.3) dalgasının verilen bir yerde zamanın fonksiyonu olarak nasıl değiştiğini daha dikkatlice ele alalım. Yine $1/r$ değişimini ve sabitleri göz ardı edelim.

29-3 Sinüs dalgaları

Önce r konumunu sabitleyelim ve zamanın fonksiyonu olarak alanı gözleyelim. ω açısal frekansıyla salınmaktadır. ω açısal frekansı, *evresinin zamanla değişim hızı* (saniyede radyan) olarak tanımlanabilir. Böyle bir şeyi zaten çalışmıştık, dolayısıyla şimdiye kadar ona aşina olmamız gerekir. *Periyot* bir salınım, bir tam çevrim için gereken zamandır ve bunu da zaten çalışmıştık; o $2\pi/\omega$'dır, çünkü ω kere periyot kosinüsün bir çevrimidir.

Şimdi fizikte çok kullanılan yeni bir nicelik ortaya atacağız. Bu tersi durumla ilgili olup, bu durumda t'yi sabitleyip dalgaya r mesafesinin fonksiyonu olarak bakarız. Kuşkusuz, (29.3) dalgasının r'nin fonksiyonu olarak da salındığına dikkat ederiz. Yani, $1/r$ bir yana, ki onu göz ardı ediyoruz, konumu değiştirdikçe, E'nin salındığını görürüz. Dolayısıyla, ω'yla benzerlik içinde, k sembolüyle gösterdiğimiz, *dalga sayısı* denen bir nicelik tanımlayabiliriz. Bu, *evresinin mesafeyle değişim hızı* (metre başına radyan) olarak tanımlanır. Yani, sabit bir zamanda uzayda hareket ettikçe, evre değişir.

Periyoda karşılık gelen bir başka nicelik vardır ve ona uzaydaki periyot diyebilirdik, fakat genelde *dalga boyu* olarak adlandırılır ve λ ile sembolleştirilir. Dalga boyu bir tam çevrimle işgal edilen mesafedir. Bu durumda dalga boyunun $2\pi/k$ olduğunu görmek kolaydır; çünkü k kere dalga boyu, metre başına radyanların değişim hızının metre sayısıyla çarpımı olarak, her şeyin değiştiği radyanların sayısıdır ve bir çevrim için bir 2π değişim yapmalıyız. Böylece $k\lambda = 2\pi$, tam olarak $\omega t_0 = 2\pi$'ye benzerdir.

Şimdi bizim özel dalgamızda, frekans ile dalga boyu arasında belirli bir bağıntı vardır, fakat k ve ω'mn yukarıdaki tanımları aslında çok geneldir. Yani, dalga boyu ve frekans diğer fiziksel durumlarda aynı biçimde bağlı olmayabilir. Yine de, bizim durumumuzda evresinin zamanla değişim hızı kolayca saptanabilir; çünkü $\phi = \omega(t-r/c)$'ye evre dersek ve r'ye göre $\partial\phi/\partial r$ şeklinde (parçalı) türevini alırsak, değişim hızı

$$\left|\frac{\partial\phi}{\partial r}\right| = k = \frac{\omega}{c} \qquad (29.4)$$

olur. Aynı şeyi temsil etmenin birçok yolu vardır:

$$\lambda = ct_0 \qquad (29.5) \qquad \lambda\nu = c \qquad (29.7)$$

$$\omega = ck \qquad (29.6) \qquad \omega\lambda = 2\pi c \qquad (29.8)$$

Dalga boyu neden c kere periyoda eşittir? Bu, kuşkusuz, çok kolaydır, çünkü kıpırdamadan durup bir periyodun geçmesini beklersek, c hızıyla giden dalgalar ct_0 mesafesini katederler ve elbette sırf bir dalga boyu hareket etmiş olurlar.

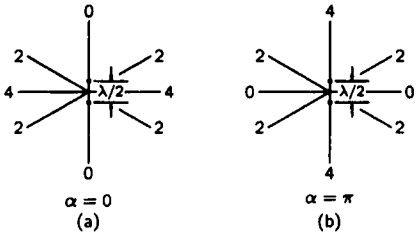
Işıktan daha başka bir fiziksel durumda, k mutlaka ω'ya bu basit şekilde bağlı değildir. Bir eksen boyuncaki mesafeye x dersek, o zaman x yönünde k dalga sayısı ve ω frekansıyla hareket eden bir kosinüs dalgası için denklem, genel olarak $\cos(\omega t - kx)$ şeklinde yazılacaktır.

Dalga boyu fikrini ortaya atmış olarak, artık (29.1)'in geçerli bir denklem olduğu durumlar hakkında daha fazla şeyler söyleyebiliriz. Alanın birçok parçadan oluştuğunu hatırlayalım; onlardan biri r'nin tersiyle değişir, bir diğer parça r^2'nin tersiyle ve diğerleri daha bile hızlı azalır. Alanın $1/r$ parçasının hangi durumlarda en önemli parça olduğunu ve diğerlerinin oldukça küçük kaldıklarını bilmek değerli olabilir. Doğal olarak, yanıt, "eğer 'yeterince uzağa' gidersek"tir, çünkü karenin tersiyle değişen terimler en sonunda $1/r$ terimine göre yok sayılabilir hale gelirler. "Yeterince uzak" ne kadar uzaktır? Yanıt, nitel olarak, diğer terimlerin $1/r$ teriminden λ/r mertebesinde daha küçük olduklarıdır. Böylece, birkaç dalga boyunun ötesinde olduğumuz sürece, (29.1) ifadesi alan için kusursuz bir yaklaştırmadır. Bazen birkaç dalga boyunun ötesindeki yöreye "dalga kuşağı" [wave zone] denir.

29-4 İki dipol ışıyıcısı

İki salınıcının verilen bir noktadaki net alanını bulmak için, bu iki salınıcının etkilerini birleştirmede içerilen matematiği tartışalım şimdi. Bir önceki bölümde ele aldığımız birkaç problemde bu çok basittir. Bu etkileri önce nitel olarak ele alacağız ve sonra daha sayısal olarak betimleyeceğiz. Salınıcıların merkezlerinin algılayıcıyla aynı yatay düzlemde yerleşmiş ve salınım çizgisinin düşey olduğu basit hali alalım.

Şekil 29-5(a) böyle iki salınıcının üstten görünüşünü temsil etmektedir ve bu özel örnekte salımcılar bir *N-S* doğrultusunda yarım dalga boyu ayrı olup, sıfır evre diyeceğimiz aynı evrede salınmaktadırlar. Şimdi çeşitli yönlerdeki ışınım şiddetini bilmek istiyoruz. Şiddetle, alanın bir saniyede bizi geçerek taşıdığı enerji miktarını kastediyoruz; bu, zaman ortalamalı alan karesiyle orantılıdır. Dolayısıyla, ışığın ne kadar parlak olduğunu bilmek istediğimizde bakılacak şey, elektriksel alanın kendisi değil de, onun karesidir. (Elektrik alanı bize durgun bir yük tarafından hissedilen kuvveti verir, fakat metre kare başına Watt

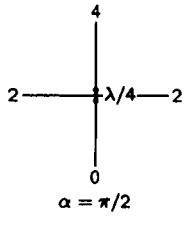


Şekil 29-5 Yarım dalga boyu aralıklı iki dipol salımcıdan çeşitli yönlerde gelen şiddetler. Sol: aynı evrede ($\alpha = 0$). Sağ: yarım-periyotluk evre dışı ($\alpha = \pi$).

cinsinden geçen enerji miktarı elektrik alanının karesiyle orantılıdır. Orantı katsayısını 31. Bölümde türeteceğiz.) Dizilişe *W* (batı) tarafından bakarsak, her iki salınıcı eşit ve aynı evrede katkıda bulunur; böylece elektrik alanı, tek salınıcının alanının iki katıdır. Dolayısıyla *şiddet, sadece tek salınıcının şiddetinden dört kat daha fazladır.* (Şekil 29-5'teki sayılar, bu durumda, birim güçte bir tek salınıcının var olması halindeki şiddete kıyasla, şiddetin ne kadar olduğunu göstermektedir.) Şimdi salınıcıların çizgisi boyunca ister *N* (kuzey) isterse de *S* (güney) yönünde olsun, salınıcılar yarım dalga boyu ayrık olduklarından, bir salınıcının etkisi diğerinden tam yarım salınım evre dışı olacak ve alanlar toplandığında sıfır verecektir. Belli özel bir ara açıda (aslında, 30°'de) şiddet 2'dir ve 4, 2, 0, vb gibi düşer. Diğer açılarda bu sayıların nasıl bulunacağını öğrenmeliyiz. Bu, farklı evreli iki salınımın toplanması sorunundan başka bir şey değildir.

Hızlıca birkaç başka ilginç hale bakalım. Salınıcılar yine yarım dalga boyu aralıkla yerleştirilmiş olsunlar, fakat birinin α evresi diğerinin yarım periyot arkasında bulunsun (Şekil 29-5(b)). Bu kez şiddet batı yönünde sıfırdır, çünkü bir salınıcı "çeker"ken diğeri "iter". Fakat kuzey yönünde yakın salınıcıdan sinyal belli bir zamanda gelir ve diğerindense yarım periyot sonra oraya ulaşır. Fakat sonraki *özgün olarak* zamanlamada yarım periyot arkadaydı ve dolayısıyla şimdi birincisiyle *aynı zamanda*dır; yani şiddet bu yönde 4 birimdir. 30°'lik yönde şiddet, daha sonra kanıtlayacağımız gibi, yine 2'dir.

Şimdi yararlı olabilecek bir nitelik gösteren ilginç bir duruma geliyoruz. Salınıcıların evre bağıntılarının ilginç olma nedenlerden birinin, radyo vericilerinin sinyal göndermesi olduğunu belirtelim. Örneğin, bir anten sistemi kurar ve diyelim ki Hawaii'ye bir radyo sinyali göndermek istersek, Şekil 29-5(a)'daki gibi bir antenler sistemi hazırlarız ve iki antenimizle aynı evrede yayın yaparız, çünkü Hawaii bizim batımızdadır. Sonra yarın sabah Kanada'nın Alberta kentine yayın yapmaya karar veriyoruz. Orası batıda değil de kuzeyde olduğundan, tek yapmamız gereken antenlerimizden birinin evresini ters çevirmektir ve bu durumda kuzeye yayın yapabiliriz. Böylece çeşitli düzenlemelerle antenler sistemini kurabiliriz. Bizimki olası en basit sistemlerden biridir; onları çok daha karmaşık yapabiliriz ve çeşitli antenlerin evrelerini değiştirerek demetleri çeşitli yönlere gönderebiliriz ve antenleri hiç hareket ettirmeden bile, gücün en çoğunu yayın yapmayı arzuladığımız yöne yollarız! Bununla birlikte, önceki hallerin her ikisinde, Alberta'ya doğru yayın yaparken Paskalya Adası'na boşu boşuna çok fazla güç harcarız; onu sadece *bir*yöne göndermenin mümkün olup olmadığını sormak ilginç olabilir. İlk bakışta, bu doğadaki bir anten çiftiyle sonucun daima simetrik olacağını düşünebiliriz. Öyleyse olası çeşitliliği göstermek için, asimetrik çıkan bir hali ele alalım.



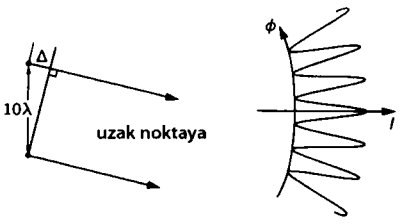
Şekil 29-6 Bir yönde maksimum güç veren bir çift dipol anten.

Antenler çeyrek dalga boyu kadar ayrılmışlarsa ve kuzeydeki güneydekinin zamanca çeyrek periyot ardındaysa, bu durumda ne olur (Şekil 29-6)? Batı yönünde, daha sonra göreceğimiz gibi, şiddeti 2 buluruz. Güney yönündeyse şiddet *sıfır*dır, çünkü güneydeki dipolden sinyal belli bir zamanda gelir; kuzeydekindense *zaman*ca 90° sonra gelir, fakat o zaten kurulma zamanından 90° geride*y*di, dolayısıyla o hepsi dahil 180° evre dışıdır ve hiç etki yoktur. Diğer taraftan, kuzey yönünde kuzey sinyali güney sinyalinden zamanca 90° daha erken ulaşır, çünkü o çeyrek dalga boyu daha yakındır. Fakat evresi zamanca 90° *geride* titreşecek şekilde düzenlenmiştir ve gecikme farkını telâfi eder. Dolayısıyla iki sinyal *birlikte* aynı evrede görünür ve alan şiddeti iki misli olur, enerjiyse dört kat büyüktür.

Böylece antenlerimizin aralıklarını ve evrelerini zekice ayarlayarak, tüm gücü bir yöne gönderebiliriz. Fakat güç hâlâ açıların büyük bir bölgesine dağılmış haldedir. Onu hâlâ özel bir yönde daha da keskin olarak odaklayacak şekilde düzenleyebilir miyiz? Tekrar Hawaii halini ele alalım, orada demeti doğu ve batıya gönderiyorduk, fakat oldukça çok açıya da dağılmaktaydı, çünkü 30°'de bile şiddetin yarısını elde ediyorduk; boşu boşuna güç harcıyoruz. Bundan daha iyisini yapabilir miyiz? Aralığın on dalga boyu olduğu bir durumu alalım (Şekil 29-7); bu, önceki bölümde deneyini yaptığımız bir dalga boyunun küçük bir kes-

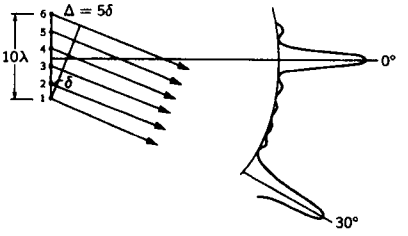
ri yerine birçok dalga boyuna eşit aralıklı durumla neredeyse karşılaştırılabilirdir. Burada resim tamamıyla farklıdır.

Salınıcılar on dalga boyu aralıklıysa (işi kolaylaştırmak için, aynı evreli hali alırız), onların doğu-batı doğrultusunda aynı evreli olduklarını görürüz ve güçlü bir şiddet, onlardan sadece biri olsaydı elde edeceğimizin dört katı bir şiddet elde ederiz. Diğer taraftan, çok küçük bir açıda varış zamanları 180° fark eder ve şiddet sıfırdır. Kesin olmak için, her salınıcıdan uzak bir noktaya bir düz çizgi çekersek ve iki uzaklıktaki Δ farkı yarım salınım, yani $\lambda/2$ ise, bu durumda onlar zıt evrede olacaklardır. Böylece bu durumda, ilk sıfır meydana gelecektir. (Şekil ölçekli çizilmemiştir; kaba bir çizimdir.) Bu demektir ki gerçekten istediğimiz yönde çok keskin bir demete sahibiz, çünkü çok az öteye hareket edersek, şiddeti tümden kaybederiz. Ne yazık ki pratik amaçlar için, bir radyo yayın düzeneği yapmayı düşünseydik ve Δ mesafesini iki katına çıkarsaydık, o zaman tam bir çevrimlik evre dışılık olur ve bu da yine tam aynı evrede olmaya karşılık gelirdi! Böylece ardı ardına birçok maksimum ve minimum elde ederiz, tıpkı 28. Bölümde $2\frac{1}{2}\,\lambda$ aralıkla bulduğumuz gibi.



Şekil 29-7 10λ aralıklı iki dipol için şiddet örüntüsü.

Bu fazlalık maksimumlardan ya da "kulak memesi" denen şeylerden kurtulmak için nasıl bir düzenlemeye gidebiliriz? Bu istenmeyen çıkıntılardan oldukça ilginç bir şekilde kurtulabiliriz. Mevcut iki anten arasına bir başka antenler sistemi yerleştirelim. Yani, dış taraflardaki iki antenin arası hâlâ 10λ kalsın, fakat onların arasına her 2λ'da bir bir başka anten koymuş olalım ve tümünü aynı evrede sürelim. Şimdi altı anten var ve doğu-batı doğrultusundaki şiddete bakarsak, elbette altı antenliyle bir antenli halden çok daha yüksek şiddet elde ederiz. Alan altı kat olur ve şiddet otuz altı kere daha büyüktür (alanın karesi). Bu doğrultuda 36 birimlik şiddet elde ederiz. Şimdi komşu noktalara bakarsak, önceki gibi kabaca sıfır buluruz, fakat daha ötelere, büyük bir "çıkıntı" elde etmeye alıştığımız yere gidersek, şimdi çok daha küçük bir "çıkıntı" elde ederiz.



Şekil 29-8 Altı dipol antenli dizi ve onun şiddet örüntüsünün bir parçası.

Bunun nedeni şudur; Δ mesafesi tam dalga boyuna eşit olduğunda büyük bir çıkıntı elde etmeyi beklesek de, şurası gerçektir ki 1 ve 6 dipolleri aynı evrededir ve o yönde belli bir şiddet elde etmede işbirliği yaparlar. Fakat 3 ve 4 numaralılar 1 ve 6'yla kabaca $\frac{1}{2}$ dalga boyu evre dışıdır ve 1 ile 6 birlikte iterken, 3 ile 4'de birlikte ama zıt evrede iterler. Dolayısıyla bu yönde çok küçük şiddet olur –fakat bir şey vardır; tam bir dengeleme olmaz. Bu tür şeylerin olması sürer; çok küçük çıkıntılar elde ederiz ve istediğimiz yönde güçlü demete sahip oluruz. Fakat bu özel örnekte, bir başka şey de olacaktır: Yani, ardı ardına gelen dipoller arasındaki mesafe 2λ olduğundan, *ardışık dipoller* arasındaki δ mesafesinin tam olarak bir dalga boyu olduğu bir açı bulmak mümkündür, öyle ki onların tümünden gelen etkiler yine aynı evrededir. Her biri bir sonrakine göre 360° gecikmiştir, böylece hepsi aynı evrede geri gelir ve bu yönde de bir başka güçlü demetimiz olur! Pratikte bundan kaçınmak kolaydır, çünkü dipolleri birbirine bir dalga boyundan daha yakın koymak mümkündür. Birbirlerine bir dalga boyundan daha yakın daha çok anten koyarsak, o zaman bu meydana gelmez. Fakat aralıklar bir dalga boyundan daha büyük olursa, bunun belli açılarda meydana *gelebilmesi* gerçeği, başka uygulamalar için –radyo yayınında değil, fakat *kırınım ağlarında*– çok ilginç ve yararlı bir olaydır.

29-5 Girişimin matematiği

Dipol ışıyıcılarla ilgili olayları nitel olarak çözümlemeyi böylece bitirmiş oluyoruz; şimdi onları nicel olarak çözümlemeyi öğrenmeliyiz. İki kaynağın, en genel halde, yani iki salınıcının bir içsel, göreli α evresine sahip olması ve A_1 ve A_2 şiddetlerinin eşit olmaması halinde, özel bir açıdaki etkilerini bulmak için, aynı frekanslı fakat farklı evreli iki kosinüsü eklememiz gerektiğini anlarız. Bu evre farkını bulmak çok kolaydır; mesafe farkı nedeniyle bir gecikme ve salınımın içsel, özünde bulunan evresinden oluşur. Matematiksel olarak, iki dalganın R toplamını bulmalıyız: $R = A_1 \cos(\omega t + \phi_1) + A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$. Onu nasıl yaparız?

Bu gerçekten çok kolaydır ve nasıl yapılacağını zaten bildiğimizi kabul ederiz. Yine de, işlemi ayrıntılı şekilde özetleyeceğiz. Önce, matematikte maharetliysek ve kosinüs ve sinüsü yeterince biliyorsak, onu basitçe hallederiz. Böyle en kolay durum, A_1 ve A_2'nin eşit olduğu durumdur ve diyelim ki ikisi de A'ya eşittir. Bu gibi durumlarda, (buna problemi çözmenin trigonometrik yolu diyebiliriz) örneğin, şuna sahibiz:

$$R = A[\cos(\omega t + \phi_1) + \cos(\omega t + \phi_2)] \tag{29.9}$$

Bir zamanlar, trigonometri dersimizde şu kuralı öğrenmişizdir:

$$\cos A + \cos B = 2\cos\tfrac{1}{2}(A + B)\cos\tfrac{1}{2}(A - B) \tag{29.10}$$

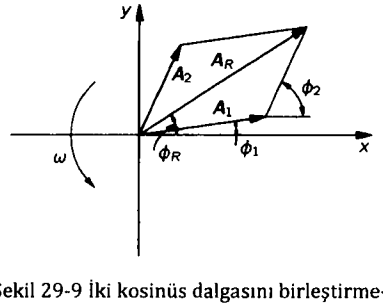
Bunu biliyorsak R'yi derhal aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$R = 2A\cos\tfrac{1}{2}(\phi_1 - \phi_2)\cos(\omega t + \tfrac{1}{2}\phi_1 + \tfrac{1}{2}\phi_2) \tag{29.11}$$

Böylece yeni bir evre ve yeni bir genlikle salınan bir dalga buluruz. Genelde, sonuç, aynı frekansla fakat bileşke evre denen ϕ_R evre farkıyla salınan, bileşke genlik diyebileceğimiz yeni bir A_R genlikli salınıcı bir dalga *olacak*tır. Bu nedenle, bizim özel halimizde bileşke genlik,

$$A_R = 2A\cos\tfrac{1}{2}(\phi_1 - \phi_2) \tag{29.12}$$

olur, bileşke evreyse iki evresinin ortalamasıdır. Böylece problemimizi tam olarak çözmüş oluyoruz.



Şekil 29-9 İki kosinüs dalgasını birleştirmenin geometrik bir yöntemi. Bütün diyagram, ω açısal frekansıyla saatin zıt yönünde dönme olarak düşünülür.

İki kosinüsün toplamının 2 çarpı toplamın yarısı çarpı farkın yarısı olduğunu hatırlayamadığınızı varsayalım. Bu durumda, çok daha geometrik olan bir başka çözümleme yöntemini kullanabiliriz. ωt'nin herhangi bir kosinüs fonksiyonu, *dönen bir vektörün* yatay izdüşümü olarak düşünülebilir. A_1 büyüklüklü bir A_1 vektörünün zamanla döndüğünü varsayalım, öyle ki yatay eksenle olan açısı $\omega t + \phi_1$ olsun. (ωt'yi bir dakika içinde terk edeceğiz ve hiçbir şeyin fark etmeyeceğini göreceğiz.) Aslında resim ω açısal hızıyla dönüyor olsa da, $t = 0$ anında bir şipşak resim aldığımızı varsayalım (Şekil 29-9). A_1'in yatay eksen boyunca izdüşümü, kesin olarak $A_1\cos(\omega t + \phi_1)$'dir. İkinci dalga da dönen A_2 büyüklüklü bir başka A_2 vektörüyle temsil edilebilir. Her ikisi de aynı ω açısal hızıyla dönmektedir ve dolayısıyla ikisinin göre*li* konumları sabittir. Sistem bir katı cisim gibi dönmektedir. A_2'nin yatay izdüşümü $A_2\cos(\omega t + \phi_2)$'dir. Fakat vektör kuramından biliyoruz ki, iki vektörü normal şekilde paralel kenar kuralına göre toplar ve A_R bileşke vektörünü çizersek, bileşkenin x-bileşeni, toplanan iki vektörün x-bileşenlerinin toplamıdır. Bu, problemimizi çözer. Bunun, yukarıda irdelediğimiz $A_1 = A_2 = A$ özel hali için doğru sonucu verdiğini kontrol etmek kolaydır. Bu halde, Şekil 29-9'dan, A_R'nin A_1 ile A_2'nin arasında ortalarda yer aldığını ve her biriyle bir $\frac{1}{2}(\phi_2 - \phi_1)$ açısı yaptığım görürüz. Dolayısıyla, önceki gibi, $A_R = 2A\cos\frac{1}{2}(\phi_2 - \phi_1)$ olduğunu anlarız. Ayrıca, üçgenden gördüğümüz gibi, A_R'nin evresi, yayılırken, iki genlik eşit olduğunda, A_1 ve A_2'nin ortalama açısıdır. Açık olarak, genliklerin eşit olmadığı hali de aynı kolaylıkla çözebiliriz. Buna problem çözmenin *geometrik* yolu diyebiliriz.

Problem çözmenin hâlâ bir başka yolu daha vardır ve bu *çözümlemesel* bir yoldur. Yani, Şekil 29-9'daki gibi bir resim çizmek yerine, resimle aynı şeyi söyleyen bir şey yazabiliriz: Vektörler çizmek yerine, vektörlerin her birini temsil eden bir *karmaşık sayı* yazarız. Karmaşık sayıların gerçel kısımları asıl fiziksel niceliklerdir. Böylece bizim özel halde, dalgalar şu şekilde yazılabilir: $A_1e^{i(\omega t+\phi_1)}$ [bunun gerçel kısmı $A_1\cos(\omega t + \phi_1)$'dir] ve $A_2e^{i(\omega t+\phi_2)}$. Artık bu ikisini toplayabiliriz:

$$R = A_1e^{i(\omega t+\phi_1)} + A_2e^{i(\omega t+\phi_2)} = (A_1e^{i\phi_1} + A_2e^{i\phi_2})e^{i\omega t} \tag{29.13}$$

ya da:

$$\hat{R} = A_1e^{i\phi_1} + A_2e^{i\phi_2} = A_Re^{i\phi_R} \tag{29.14}$$

Çözmek istediğimiz problem bununla çözülmüş olur; çünkü sonuç, büyüklüğü A_R ve evresi ϕ_R olan bir karmaşık sayı olarak temsil edilir.

Bu yöntemin nasıl çalıştığını görmek için, $\hat{R}$ "uzunluğu" olan A_R genliğini bulalım. Bir karmaşık niceliğin "uzunluğu"nu elde etmek için, niceliği daima onun karmaşık eşleniğiyle çarparız; bu da uzunluğun karesini verir. Karmaşık eşlenik aynı ifadedir, sadece i'lerin işareti değiştirilir. Buna göre,

$$A_R^2 = (A_1 e^{i\phi_1} + A_2 e^{i\phi_2})\,(A_1 e^{-i\phi_1} + A_2 e^{-i\phi_2}) \qquad (29.15)$$

olur. Çarpmayı yapınca, $A_1^2 + A_2^2$ elde ederiz (burada e'ler birbirlerini yok eder) ve çapraz terimler için

$$A_1 A_2 (e^{i(\phi_1-\phi_2)} + e^{i(\phi_2-\phi_1)})$$

ifadesini buluruz. Şimdi

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta + \cos\theta - i\sin\theta$$

kullanarak, $e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2\cos\theta$ buluruz ve dolayısıyla en sonunda şu sonucu buluruz:

$$A_R^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\phi_2 - \phi_1) \qquad (29.16)$$

Bunun, trigonometri kuralları yardımıyla, Şekil 29-9'daki A_R'nin uzunluğuyla uyuştuğu görülür.

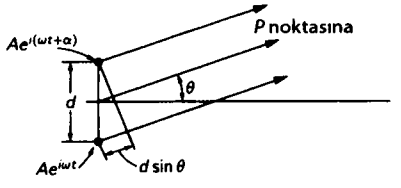
Böylece iki etkinin toplamı, onlardan tek başına biri varken elde edilen A_1^2 şiddeti artı tek başına diğeri varken elde edilen A_2^2 şiddeti artı bir düzeltme terimidir. Bu düzeltmeye *girişim etkisi* deriz. Bu gerçekten de, basitçe şiddetleri ekleyerek elde ettiğimiz şey ile gerçekte ortaya çıkan şiddet arasındaki farktır. Buna, pozitif de olsa negatif de, girişim deriz. (Girişim, normal dilde, genel olarak karşı koymayı ya da engellemeyi akla getirir, fakat fizikte dili genelde özgün haliyle tasarlandığı gibi kullanmayız!) Girişim terimi pozitifse, fizikçinin dışındaki herkese kötü gelse de, buna *yapıcı* girişim deriz! Tersi duruma *yıkıcı* girişim denir.

Şimdi (29.16) genel denklemimizi, nitel olarak tartıştığımız özel durumdaki iki salınıcı haline nasıl uygulayacağımızı görelim. Bu genel denklemi uygulamak için, verilen bir noktaya ulaşan sinyaller arasında var olan $\phi_1-\phi_2$ evre farkını bulmak gerekir sadece. (Kuşkusuz, bu sadece evre farkına bağlıdır, evresinin kendisine değil.) Öyleyse, belirli bir d mesafesiyle ayrılmış ve bir α içsel göreli evresine sahip eşit genlikli iki salınıcı halini ele alalım. (Biri sıfır evresindeyse, diğerinin evresi α'dır.) Bu durumda, doğu-batı çizgisinden belli bir θ azimut açısında şiddetin ne olacağını sorarız. [Bunun (29.1)'de görünen θ ile aynı olmadığına dikkat edin. $\not\theta$ gibi alışılmadık bir sembol kullanmak ile geleneksel θ sembolünü kullanmak arasında kalırız (Şekil 29-10).] P'den iki salınıcıya olan mesafedeki farkın $d\sin\theta$ olduğuna dikkat edilerek evre bağıntısı bulunur, öyle ki bundan gelen evre farkı katkısı, $d\sin\theta$'daki dalga boyu sayısının 2π ile çarpılmışıdır. (Çok bilmiş olanlar k dalga sayısıyla çarpmak isterler, ki bu evresinin mesafeyle, $d\sin\theta$ ile değişme hızıdır; bu tamamıyla aynıdır.) Mesafe farkı yüzünden olan evre farkı, dolayısıyla, $2\pi\, d\sin\theta/\lambda$'dır, fakat salınıcıların zamanlaması yüzünden ek bir α evresi vardır. Böylece varıştaki evre farkı,

$$\phi_2 - \phi_1 = \alpha + 2\pi\, d\sin\theta\,/\,\lambda \qquad (29.17)$$

olur. Bu tüm halleri dikkate alır. Tek yapmamız gereken, $A_1 = A_2$ hali için bu ifadeyi (29.16)'da yerine koymaktır ve böylece eşit şiddetteki iki anten için değişik tüm sonuçları hesaplayabiliriz.

Şimdi de değişik durumlarımızda ne olacağına bakalım. Örneğin, Şekil 29-5'te 30°'de şiddetin 2 olmasının nedeni şudur: İki salınıcı 12λ kadar birbirinden ayrıktır, böylece 30°'de $d\sin\theta = \lambda/4$'tür. Bu nedenle $\phi_2 - \phi_1 = 2\pi\lambda/4\lambda = \pi/2$'dir ve böylece girişim terimi sıfırdır. (90°'deki iki vektörü topluyoruz.) Sonuç, 45°'li dik açılı üçgenin hipotenüsüdür, bu da $\sqrt{2}$ kere birim genliktir; onun karesini alarak, bir tek salınıcının şiddetinin iki katını buluruz. Tüm diğer durumlar aynı şekilde hesaplanabilir.



Şekil 29-10 Aralarında α evre farkı bulunan eşit genlikli iki salınıcı.

30

KIRINIM

30-1 *n* eşit salınıcının bileşke genliği

30-1 *n* eşit salımcının bileşke genliği
30-2 Kırınım ağı
30-3 Bir ağın çözme gücü
30-4 Parabolik anten
30-5 Renkli filmler; kristaller
30-6 Işık geçirmez ekranlardan kırınım
30-7 Titreşen yükler düzleminin alanı

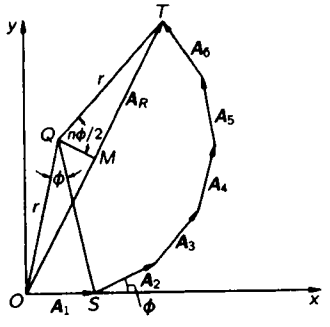
Bu bölüm, her ne kadar başlık *Girişim* yerine *Kırınım* olsa da, doğrudan doğruya bir önceki bölümün devamıdır. Hiç kimse girişim ve kırınım arasındaki ayırımı doyurucu biçimde tanımlayamaz. Bu sadece bir kullanım sorunudur ve aralarında özel, önemli bir fiziksel fark yoktur. Yapabileceğimizin en iyisi, kabaca şunu söylemektir; sadece girişen birkaç kaynak –farz edelim ki iki– var olduğunda, sonuca genelde girişim denir, fakat çok sayıda kaynak varsa, daha sık olarak kırınım sözcüğü kullanılır. Böylece, onun girişim mi yoksa kırınım mı olduğunu dert etmeyip, doğrudan son bölümünde konunun ortasında kaldığımız yerden devam edeceğiz.

Böylece şimdi tümü eşit aralıklı ve eşit genlikli olan, fakat ya değişik evrelerde sürülen ya da onlara zaman gecikmesinde fark yaratacak bir açıdan baktığımız için birbirlerinden evreleriyle fark eden n salınıcının var olduğu durumu tartışacağız. Şu ya da bu nedenle, şöyle bir şeyleri toplamalıyız:

$$R = A[\cos \omega t + \cos(\omega t + \phi) + \cos(\omega t + 2\phi) + \ldots + \cos(\omega t + (n-1)\phi)] \qquad (30.1)$$

Burada ϕ, özel bir yönde görülen, bir salınıcı ile bir sonraki arasında var olan evre farkıdır. Kesin olarak, $\phi = \alpha + 2\pi d \sin\theta/\lambda$'dır. Şimdi tüm terimleri bir araya toplamalıyız. Bunu geometrik olarak yapacağız. İlk terim A uzunluğundadır ve sıfır evreye sahiptir. Bir sonraki yine A uzunluğunda ve evresi ϕ'ye eşittir. Daha sonraki terim yine A uzunluğunda olup, 2ϕ evresine sahiptir vs. Böylece açıkça eş açılı n kenarlı bir çokgen etrafında dönmekteyizdir (Şekil 30-1).

Tüm köşeler, kuşkusuz, bir çember üzerinde bulunur ve net genliği en kolay şekilde bu çemberin yarıçapını bularak elde edebiliriz. Çemberin merkezi Q olsun. OQS açısının tam bir ϕ evre açısı olduğunu anlarız. (QO yarıçapının A_1 ile geometrik ilişkisi neyse, QS'nin A_2'yle geometrik ilişkisi de aynı olduğu için, bu böyledir; bu nedenle, bu yarıçaplar onlar arasında bir ϕ açısı oluştururlar.) Dolayısıyla r yarıçapı öyle olmalıdır ki $A = 2r \sin \phi/2$ olsun; bu r'yi saptar. Fakat OQT geniş açısı $n\phi$'ye eşittir ve böylece $A_R = 2r \sin n\phi/2$ buluruz. r'yi yok etmek için bu iki sonucu birleştirirsek,



Şekil 30-1 Eşit aralıklı ve ardışık ϕ evre farklı $n = 6$ kaynağın bileşke genliği.

$$A_R = A \frac{\sin n\phi/2}{\sin \phi/2} \qquad (30.2)$$

elde ederiz. Böylece bileşke şiddet şu olur:

$$I = I_0 \frac{\sin^2 n\phi/2}{\sin^2 \phi/2} \qquad (30.3)$$

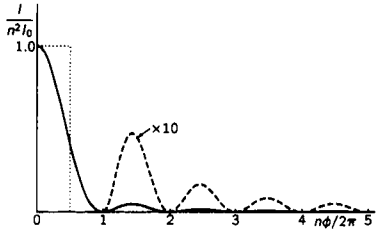
Şimdi bu ifadeyi çözümleyelim ve bazı sonuçlarını inceleyelim. İlk önce, onu $n = 1$ için kontrol edebiliriz: $I = I_0$'dır. Sonraki, $n = 2$ içindir. $\sin\phi = \sin\phi/2 \cos\phi/2$ yazarak, $A_R = 2A\cos\phi/2$ buluruz, ki bu sonuçla (29.12) uyuşmaktadır.

Bizi çeşitli kaynakların toplanmasına götüren, bir yönde diğerinden çok daha güçlü şiddet elde edebilme düşüncesiydi; sadece iki kaynak olduğunda ortaya çıkan yakın maksimumlar şiddetçe sönecekti. Bu etkiyi görmek için, n'yi aşırı derecede büyük alarak ve $\phi = 0$ yakınındaki bölgeyi hedefleyerek, (30.3)'ün eğrisini çizeriz. İlk önce, ϕ tam sıfırsa, 0/0 elde ederiz, fakat ϕ sonsuz küçükse,

iki sinüs karenin oranı n^2'dir, çünkü sinüs ve açı yaklaşık olarak eşittir. Böylece eğrinin maksimum şiddeti n^2 kere tek salınıcının şiddetidir. Bunu görmek kolaydır, çünkü tümü aynı evredeyse, o zaman küçük vektörler göreli açılara sahip değildir ve onların tümü birbirine eklenir ve böylece genlik n kere ve şiddet n^2 kere daha güçlüdür.

ϕ evresi artarken, iki sinüsün oranı düşmeye başlar ve ilk kez $n\phi/2 = \pi$ olduğunda sıfıra ulaşır, çünkü $\sin\pi = 0$'dır. Bir başka deyişle, $\phi = 2\pi/n$ açısı, eğride ilk minimuma karşılık gelir (Şekil 30-2). Şekil 30-1'de oklarla olanlar cinsinden ilk minimum, tüm oklar başlangıç noktasına geri geldiği zaman ortaya çıkar; bu demektir ki tüm oklarda biriken toplam açı, yani ilk ve son salınıcı arasındaki toplam evre farkı, çemberi tamamlamak üzere 2π olmalıdır.

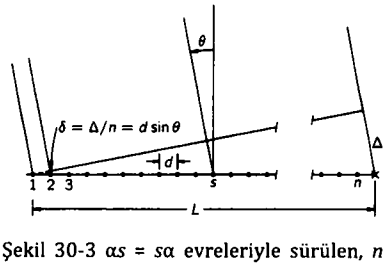
Şimdi bir sonraki maksimuma gidip onun, umduğumuz gibi, birinciden gerçekten çok daha küçük olduğunu görmek isteriz. Tam da maksimum konumuna gitmeyeceğiz, çünkü (30.3)'ün hem payı hem de paydası değişkendir, fakat n büyük olduğunda, $\sin(n\phi/2)$'ye kıyasla $\sin\phi/2$ çok yavaş değişir; böylece $\sin^2(n\phi/2) = 1$ olduğunda, maksimuma çok yakınızdır. $\sin^2(n\phi/2)$'nin bir sonraki maksimumu $n\phi/2 = 3\pi/2$ ya da $\phi = 3\pi/n$'de ortaya çıkar. Bu, okların çemberi bir buçuk kez katetmesine karşılık gelir. Maksimumun büyüklüğünü bulmak için denkleme $\phi = 3\pi/n$ koyarak, payın $\sin^2 3\pi/2 = 1$ (çünkü bu nedenle bu açıyı seçtik) ve paydanın $\sin^2 3\pi/2n$ olduğunu görürüz. Şimdi n yeterince büyükse, bu açı çok küçüktür ve sinüsü açıya eşittir; böylece tümpratik amaçlar için, $\sin 3\pi/2n = 3\pi/2n$ koyabiliriz. Böylece bu maksimumdaki şiddeti, $I = I_0\,(4n^2/9\pi^2)$ olarak buluruz. Fakat $n^2 I_0$ maksimum şiddetti; dolayısıyla ikinci maksimumdaki şiddet, $4/9\pi^2$ kere maksimum şiddettir; bu çarpan 0,045 olup, sonuç, maksimum şiddetin yüzde 5'inden daha azdır! Kuşkusuz daha ötelerde iyice düşük şiddetler yer alır. Dolayısıyla çok keskin bir merkezi maksimum ve yanlarda çok zayıf ikincil maksimumlar vardır.



Şekil 30-2 Eşit güçteki çok sayıda salınıcı için, evre açısının fonksiyonu olarak şiddet.

Tüm eğrinin altındaki alanın, tüm küçük çıkıntılar dahil, $2\pi n I_0$'a ya da Şekil 30-2'deki noktalı dikdörtgenin alanının iki katına eşit olduğunu kanıtlamak mümkündür.

Şimdi (30.3) denklemini farklı durumlara nasıl uygulayabiliriz, bunu ele alalım ve ne olduğunu anlamaya çalışalım. Kaynaklarımızın tümü, Şekil 30-3'te çizildiği gibi, bir düz çizgi üzerinde olsun. Onlardan n adet var, tümü d mesafesiyle birbirinden ayrılmış ve birinden diğerine göreli içsel evre hep α'dır. Bu durumda, normalden verilen bir θ yönünde gözlüyorsak, ayrıca daha önce konuştuğumuz gibi, her ardışık iki kaynak arasındaki zaman gecikmesinden ötürü $2\pi\, d\, \sin\theta/\lambda$ kadar bir ek evre söz konusudur. Böylece evre şudur:



Şekil 30-3 $\alpha s = s\alpha$ evreleriyle sürülen, n eşit salınıcı dizisi.

$$\begin{aligned}\phi &= \alpha + 2\pi d\,\sin\theta/\lambda \\ &= \alpha + kd\,\sin\theta\end{aligned} \qquad (30.4)$$

Önce $\alpha = 0$ halini alacağız. Yani tüm salınıcılar eş-evrelidir ve θ açısının fonksiyonu olarak şiddetin ne olduğunu bilmek istiyoruz. Bunu bulmak için, sadece (30.3) denkleminde $\phi = k\,d\,\sin\theta$ koymalı ve ne olduğunu görmeliyiz. İlk önce, $\phi = 0$ olduğunda bir maksimum vardır. Bu demektir ki tüm salınıcılar eş-evrede olduklarında, $\theta = 0$ yönünde güçlü bir şiddet vardır. Diğer taraftan, ilk minimumun nerede olduğu ilginç bir sorudur. Bu, $\phi = 2\pi/n$ olduğu zaman ortaya çıkar. Başka bir deyişle, $2\pi\, d\,\sin\theta/\lambda = 2\pi/n$ olduğunda, eğrinin ilk minimumunu elde ederiz. 2π'lerden kurtulursak, ona biraz daha iyi bakabiliriz; o bize şunu der:

$$nd\,\sin\theta = \lambda \qquad (30.5)$$

Şimdi bu konumda neden bir minimum elde ettiğimizi fiziksel olarak anlayalım. nd dizinin toplam L uzunluğudur. Şekil 30.3'e dayanarak, $nd\,\sin\theta = L\,\sin\theta = \Delta$ olduğunu görürüz. (30.5) denklemi, Δ bir *dalga boyu*na eşit olduğu zaman bir minimum elde edeceğimizi söyler. $\Delta = \lambda$ olduğunda neden bir minimum elde ederiz? Çünkü çeşitli salınıcıların katkıları, 0°'den 360°'ye kadar düzgün şekilde eş-evrede dağılmıştır. Oklar (Şekil 30-1) bir tüm çember boyunca döner; tüm

yönlerdeki eşit vektörleri ekliyoruz ve böyle bir toplam sıfırdır. Dolayısıyla $\Delta = \lambda$ olan bir açıya sahip olduğumuzda, bir minimum elde ediyoruz. Bu ilk minimumdur.

(30.3) denklemi hakkında bir başka önemli özellik vardır; ϕ açısı 2π'nin herhangi bir katı kadar artarsa, denklem hiç fark etmez. Bu durumda, $\phi = 2\pi$, 4π, 6π, vs'de diğer kuvvetli maksimumları elde ederiz. Bu büyük maksimumların her birinin yakınında, Şekil 30.2'nin örüntüsü tekrarlanır. Kendimize şunu sorabiliriz: Bu diğer büyük maksimumlara yol açan geometrik durum nedir? Koşul, $\phi = 2\pi m'$dir, burada m herhangi bir tam sayıdır. Yani, $2\pi d\sin\theta/\lambda = 2\pi m'$dir. Bunu 2π'ye bölerek şunu görürüz:

$$d \sin\theta = m\lambda \qquad (30.6)$$

Bu, diğer (30.5) denklemi gibi görünmektedir. Ama hayır, o denklem $nd \sin\theta = \lambda$'ydı. Aradaki fark şudur; burada *tek tek kaynaklara* bakmalıyız ve $d \sin\theta = m\lambda$ dediğimizde, bu demektir ki $\delta = m\lambda$ olan bir açıya sahibiz. Başka sözcüklerle, her bir kaynak şimdi belli bir miktar katkı yapıyor ve ardışık kaynaklar 360°'nin bir tam katıyla evre dışıdır ve dolayısıyla 360°'lik evre dışılık eş-evreli olmayla aynı olduğundan onlar da eş-evreli katkı yaparlar. Böylece tüm kaynaklar eş-evrede katkı sağlarlar ve önce tartıştığımız gibi tam $m = 0$ halindeki maksimum kadar iyi bir maksimum üretirler. İkincil çıkıntılar, örüntünün tüm biçimi, tam olarak $\phi = 0$ yakınındaki çıkıntı gibidir, her iki yanda tam olarak aynı minimumlarla vs. Böyle bir dizi çeşitli yönlere demetler gönderecektir –her demet güçlü bir merkezi maksimuma ve belirli sayıda zayıf "yan çıkıntılar"a sahip olmak üzere. Değişik güçteki demetlere, m değerine uygun olarak, sıfırıncı-mertebeden demet, birinci-mertebeden demet vs denir. m'ye demetin *mertebesi* adı verilir.

Şu gerçeğe dikkatinizi çekmek isterim; $d < \lambda$ ise, (30.6) denkleminin $m = 0$ dışında çözümü olmayabilir, öyle ki aralıklar aşırı küçükse, sadece bir tek mümkün demet olur: $\theta = 0$'da merkezileşmiş sıfırıncı-mertebeden bir demet. (Kuşkusuz, zıt yönde de bir demet vardır.) İkincil büyük maksimumlar elde etmek için, bir dalga boyundan daha büyük d dizi aralığına sahip olmamız gerekir.

30-2 Kırınım ağı

Antenlerle ve tellerle olan teknik çalışmada, küçük salınıcıların ya da antenlerin, tüm evrelerini eşit olacak şekilde düzenlemek mümkündür. Soru, benzer şeyi ışıkla yapabilir miyiz ve yaparsak nasıl yapabilirizdir. Şu anda harfi harfine küçük optik-frekans radyo istasyonları yapıp bunları sonsuz küçük tellerle bağladıktan sonra onları verilen bir evreyle süremeyiz. Fakat aynı anlama gelen bir şey yapmanın çok kolay bir yolu vardır.

Eşit d mesafeleriyle ayrılmış çok sayıda paralel telimiz ve çok uzakta, pratik olarak sonsuzda, bir radyo-frekans kaynağımız olsun; bu kaynak tellerin her birine aynı evrede ulaşan bir elektrik alan üretsin (kaynak o kadar uzaktadır ki zaman gecikmesi tellerin tümü için aynıdır). (Eğri dizili durumlar düzenlenebilir, fakat biz bir düzlem dizi alalım.) Bu durumda, dış elektrik alan tellerdeki elektronları aşağı yukarı sürecektir. Yani, özgün kaynaktan gelen alan elektronları aşağı yukarı sallandıracak ve hareket halindeki bunlar, *yeni üreteçleri* temsil edecektir. Bu olaya saçılma denir: Bir kaynaktan gelen bir ışık dalgası bir madde parçasındaki elektronların hareketini indükleyebilir ve bu hareketler kendi dalgalarını üretirler. Dolayısıyla gerekli olan tek şey, çok sayıda teli eşit aralıklı olarak kurup onları uzaktaki bir radyo-frekans kaynağıyla sürmektir; istediğimiz duruma pek çok özel bağlantı yapmadan sahip oluruz. Gelen dalga paralel tellerin düzlemine dikse, evreler eşit olacak ve tam olarak tartışmakta olduğumuz durumu elde edeceğiz. Dolayısıyla, tellerin aralığı dalga boyundan büyükse, dikey yönde ve diğer belirli yönlerde (30.6) denklemiyle verilen güçlü bir saçılma şiddetine sahip oluruz

Bu ışıkla da yapılabilir! Teller yerine, düz yassı bir cam parçası kullanır ve üzerine paralel çizikler açarız, öyle ki çiziklerin her biri camın geri kalanından

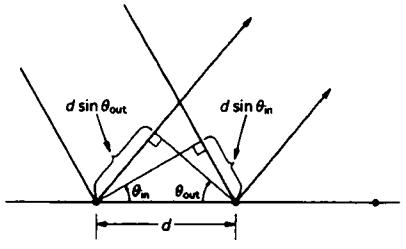
biraz farklı olarak saçar. Camın üzerine ışık tutarsak, çiziklerin her biri bir kaynağı temsil eder ve çiziklerin aralığını iyice ince –fakat bir dalga boyundan daha sıkı değil– tutarsak (ki bu teknik bakımdan neredeyse olanaksız olsa da), mucizevi bir olay bekleriz: Işık sadece dosdoğru geçmekle kalmayacak, ayrıca çiziklerin aralığına bağlı olan sonlu bir açıda şiddetli bir demet de var olacaktır! Böyle cisimler gerçekten de yapılmıştır ve yaygın olarak kullanılır; bunlara *kırınım ağları* denir.

Bir kırınım ağı yapısı, üzerinde çizikler bulunan, şeffaf ve renksiz bir düzlem cam tabakadan başka bir şey değildir. Genelde bir milimetrede, eşit aralıklarla *çok* dikkatlice düzenlenmiş yüzlerce çizik vardır. Böyle bir ağın etkisi, bir projektörün bir perde üzerine dar, düşey bir ışık çizgisi (bir yarığın görüntüsü) düşürecek şekilde düzenlenmesiyle görülebilir. Ağı bir demetin önüne çizikleri düşey olacak şekilde koyduğumuzda, çizginin hâlâ orada olduğunu, fakat ayrıca her iki yanda bir diğer şiddetli ve *renkli* bir ışık yaması görürüz. Bu, kuşkusuz, yarığın geniş bir açısal bölgeye yayılmış görüntüsüdür, çünkü (30.6)'daki θ açısı λ'ya bağlıdır ve farklı renklerin ışıkları, bildiğimiz gibi, farklı frekanslara ve dolayısıyla farklı dalga boylarına karşılık gelir. En uzun görünür ışık kırmızıdır ve $d\ sin\theta = \lambda$ olduğundan, daha büyük bir θ gerektirir. Kırmızıyı, sahiden, merkezi görüntüden daha büyük bir açıda görürüz! Diğer yanda da bir demet olmalıydı ve gerçekten perdede onu da görürüz. Sonra, (30.6)'nın $m = 2$ için bir başka çözümü daha olmalıydı. Orada belli belirsiz –çok zayıf– bir şey olduğunu görürüz ve daha ötelerde de diğer demetler vardır.

Tüm bu demetlerin aynı şiddette olmaları gerektiğini biraz önce ileri sürmüştük, fakat aslında öyle olmadıklarını, hatta sağ ve soldaki birinci demetlerin bile eşit olmadıklarını görmekteyiz! Bunun nedeni şudur; kırınım ağı tam da bunu gerçekleştirmek için dikkatlice kurulmuştu. Nasıl? Ağ çok ince, sonsuz küçük genişlikte, eşit aralıklı çiziklerden oluşmuşsa, o zaman tüm şiddetler gerçekten eşit olurdu. Fakat, işin doğrusu, her ne kadar en basit hali ele almış olsak da, anten *çiftleri*nin dizisini de alabilirdik, orada çiftin her üyesi belirli bir şiddete ve bir göreli evreye sahiptir. Bu durumda, farklı mertebelerde farklı olan şiddetler elde etmek mümkündür. Bir kırınım ağı, çoğu kez küçük simetrik çizikler yerine küçük "testere dişi" kesikleriyle yapılır. "Testere dişleri"ni dikkatlice düzenleyerek, spektrumun özel bir mertebesine diğerinden daha fazla ışık gönderilebilir. Bir pratik ağda, mertebelerin birinde mümkün olan en fazla ışığa sahip olmayı isteyebiliriz. Bu işleri çok karıştırıyor gibi görünebilir, fakat yapılacak çok akıllıca bir iştir, çünkü kırınım ağını daha yararlı kılar.

Şu ana kadar, tüm kaynakların evrelerinin eşit olduğu hali ele aldık. Fakat evreler birinden bir sonrakine α açısı kadar fark ettiğinde de, ϕ için bir denkleme sahibiz. Bu, antenlerimizin her biri arasında hafif bir evre kayması olacak şekilde bağlanmasını gerektirir. Bunu ışıkla yapabilir miyiz? Evet, bunu çok kolay bir şekilde yapabiliriz; sonsuzda, öyle *bir açıda* bir ışık kaynağı olsun ki ışık θ_{gel} gibi bir açıda gelsin ve diyelim ki θ_{git} gibi bir açıda saçılan demeti tartışmak isteyelim (Şekil 30-4). θ_{git} daha önceki aynı θ'dır, fakat θ_{gel} sadece her bir kaynağın evresinin farklı olmasını düzenleyen bir araçtır: Uzak sürücü kaynaktan gelen ışık önce birinci çiziğe, sonra bir sonra gelene, sonra bir sonrakine vs. çarpar, birinden diğerine, $\alpha = -2\pi d\ \sin\theta_{gel}/\lambda$ kadarlık bir evre kayması olur. Dolayısıyla ışığın bir açıda gelip bir açıda gittiği kırınım ağı için şu denkleme sahibiz:

$$\phi = 2\pi d\ \sin\theta_{git}/\lambda - 2\pi d\ \sin\theta_{gel}/\lambda. \qquad (30.7)$$



Şekil 30-4 Bir kırınım ağının komşu çiziklerinden saçılan ışınlar için yol farkı $d\ \sin\theta_{git} - d\ \sin\theta_{gel}$'dir.

Bu durumlarda nerede güçlü şiddet elde edeceğimizi öğrenmeye çalışalım. Güçlü şiddet için koşul, kuşkusuz, ϕ'nin 2π'nin bir tam katı olmasıdır. Not edilecek çeşitli ilginç noktalar vardır.

Oldukça büyük ilgi uyandıracak bir durum $m = 0$'a karşılık gelir, orada $d < \lambda$'dır; aslında bu tek çözümdür. Bu durumda, $\sin\theta_{git} = \sin\theta_{gel}$ olduğunu görürüz; bu demektir ki ağı uyarmış olan ışık *aynı doğrultuda* çıkar. Işığın "dosdoğru gittiğini" düşünebilirsiniz. Hayır, konuştuğumuz *farklı ışık*tır. Dosdoğru giden

ışık özgün kaynaktandır; konuştuğumuzsa, *saçılmayla üretilmiş* yeni ışıktır. Saçılan ışığın özgün ışıkla aynı doğrultuda gittiği anlaşılır, aslında onunla girişebilir; daha sonra inceleyeceğimiz bir özellik.

Bu aynı durum için bir başka çözüm daha var. Verilen bir θ_{gel} için, θ_{git} bu θ_{gel}'in *bütünler* açısı olabilir. Böylece sadece gelen demetle aynı doğrultuda bir demet elde etmeyiz, ayrıca bir başka doğrultuda da bir demet elde ederiz; ki bu, onu dikkatle ele alırsak, öyledir ki *geliş açısı saçılma açısına eşittir*. Buna *yansımış demet* deriz.

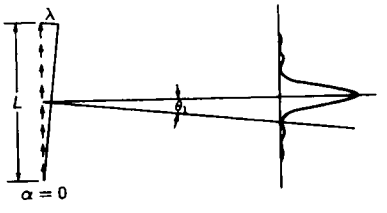
Böylece yansımanın temel mekanizmasını anlamaya başlarız: Gelen ışık yansıtıcıdaki elektronların hareketine yol açar ve sonra yansıtıcı *yeni bir dalga* üretir; saçılma yönü için çözümlerden biri, saçıcıların aralığı bir dalga boyuna göre küçükse *tek* çözüm, ışığın gittiği açının ışığın geldiği açıya eşit olduğu çözümdür!

Şimdi de, $d \to 0$ olan özel hali tartışacağız. Yani, şimdi sonlu uzunluklu bir katı madde parçamız var. Ayrıca, bir saçıcıdan bir sonrakine evre kaymasının sıfıra gitmesini istiyoruz. Bir başka deyişle, diğerlerinin arasına gitgide daha çok anten koyarız, öyle ki evre farklarının her biri gittikçe küçülür, fakat antenlerin sayısı o şekilde artar ki toplam evre farkı dizinin bir ucu ve diğeri arasında sabittir. Sayının sonsuza ve her bir evre kayması ϕ'nin sıfıra gitmesine izin vererek, bir uçtan diğerine evredeki $n\phi$ farkını sabit (de ki $n\phi = \Phi$) tutalım ve (30.3)'e ne olacağını görelim. Fakat şimdi ϕ öyle küçüktür ki $\sin\phi = \phi$'dir ve n^2I_0'ın demetin merkezindeki I_m şiddeti olduğunu bilirsek, şunu buluruz:

$$I = 4I_m \sin^2 \tfrac{1}{2}\Phi/\Phi^2 \qquad (30.8)$$

Bu limit durum, Şekil 30-2'de görülendir.

Böyle durumlarda, $d > \lambda$'lı sonlu aralık için bulduğumuzla aynı genel türden bir resim buluruz; tüm yan çıkıntılar pratik olarak öncekilerle aynıdır, fakat daha yüksek-mertebeden maksimumlar yoktur. Tüm saçıcılar eş-evredeyse, $\theta_{git}=0$ yönünde bir maksimum ve Δ mesafesi λ'ya eşit olduğunda bir minimum elde ederiz, tıpkı sonlu d ve n için olduğu gibi. Böylece, toplama yerine integraller kullanarak, saçıcıların ya da salınıcıların *sürekli* bir dağılımını bile çözümleyebiliriz.



Şekil 30-5 Sürekli bir salınıcılar dizisinin şiddet örüntüsü, bir tek güçlü maksimuma ve pek çok zayıf "yan çıkıntılar"a sahiptir.

Bir örnek olarak, dizi doğrultusunda salınan yükle beraber, uzun bir sürekli salınıcılar dizisine sahip olduğunuzu varsayın (Şekil 30-5). Böyle bir dizilimden çıkan en büyük şiddet dizi çizgisine diktir. Ekvator düzleminden üstte ve altta çok az bir şiddet vardır, çok az bir şey. Bu sonuçla, çok daha karmaşık bir durumu halledebiliriz. Böyle sürekli dizilerden bir kümemiz olsun, her biri sadece dizi çizgisine dik bir düzlemde bir demet üretsin. Sonsuz küçük teller yerine, uzun tellerin bir serisinden çeşitli yönlerdeki şiddeti bulmak, tellere dik merkezi düzlemde olduğumuz sürece sonsuz küçük teller için çözdüğümüz problemle aynıdır; sadece uzun tellerin her birinden gelen katkıları toplarız. Aslında sadece küçücük antenleri çözümlemiş olduğumuz halde, uzun ve dar yarıklara sahip kırınım ağlarını da aynı şekilde kullanabilmiş olmamızın nedeni budur. Uzun yarıkların her biri, yukarı ve aşağı değil, sadece kendi doğrultusunda bir etki doğurur; fakat onların hepsi birbirleriyle yan yana yatay olarak yerleştirilir, böylece bu şekilde girişim oluştururlar.

Böylelikle saçıcıların çizgiler, düzlemler ya da uzaysal bölgeler halinde çeşitli dağılımlarıyla çok daha karmaşık durumlar kurabiliriz. Yaptığımız ilk şey, saçıcıları bir çizgi halinde ele almaktı ve çözümlemeyi sadece şeritlere genişletmiştik; bunu sadece gerekli toplamaları yaparak, tek tek saçıcılardan gelen katkıları ekleyerek hesaplayabiliriz. İlke her zaman aynıdır.

30-3 Bir ağın çözme gücü

Artık çok sayıda ilginç olayı anlama konumundayız. Örneğin, bir ağın dalga boylarını ayırmada kullanılışını ele alalım. Tüm spektrumun perde üzerinde yayıldığını fark ettik; bu demektir ki, kırınım ağı ışığı farklı dalga boylarına ayırma aracı olarak kullanılabilir. İlginç sorulardan biri şudur: Hafifçe farklı

frekansta ya da hafifçe farklı dalga boyunda iki kaynağın olduğunu varsayarak, kırınım ağının gerçekten orada iki farklı dalga boyunun var olduğunu söyleyememesi için bunlar birbirlerine ne kadar yakın olabilirler? Kırmızı ve mavi açıkça ayrıktır. Fakat bir dalga kırmızı ve diğeri hafifçe kırmızımsı, çok yakın olduğu zaman, ne kadar yakın olabilirler? Buna ağın *çözme gücü* denir ve bu problemi çözümlemenin bir yolu aşağıdaki gibidir: Belirli renkteki bir ışık için, belli bir açıda kırınmış demetin maksimumuna sahip olduğumuzu varsayalım. Dalga boyunu değiştirirsek, $2\pi d \sin\theta/\lambda$ evresi değişir, böylece kuşkusuz maksimum başka bir açıda oluşur. Kırmızı ve mavinin ayrılmasının nedeni budur. Onu görmemiz için açıdaki fark ne kadar olmalıdır? İki maksimum tam olarak birbirlerinin üzerindeyse, kuşkusuz onları göremeyiz. Maksimumların biri diğerinden yeterince ötedeyse, o zaman ışığın dağılımında çifte çıkıntı olduğunu görebiliriz. Çifte çıkıntıyı zar zor fark edebilmiş olmak için, genelde *Rayleigh ölçütü* denen aşağıdaki basit ölçüt kullanılır (Şekil 30-6). Bir çıkıntının ilk minimumu diğer maksimumda olmalıdır. Bir minimum diğerinin maksimumunda oturduğunda, dalga boyundaki farkın ne kadar olduğunu hesaplamak çok kolaydır. Bunu başarmanın en iyi yolu, geometrik yoldur.

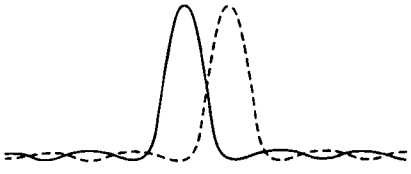
λ' dalga boyu için bir maksimuma sahip olmak üzere, Δ mesafesi (Şekil 30-3) $n\,\lambda'$ olmalıdır ve m'yinci mertebeden demete bakıyorsak, bu $mn\lambda'$'dür. Bir başka deyişle, $2\pi d \sin\theta/\lambda' = 2\pi m$'dir; böylece Δ demek olan $nd\sin\theta$ mesafesi $m\lambda'$ kere *n ya da* $mn\lambda'$'dir. λ dalga boylu diğer demet için bu açıda bir *minimuma* sahip olmak istiyoruz. Yani, Δ'nın $mn\lambda$ değil de, tam olarak bir λ dalga boyu olmasını isteriz. Buna göre, $\Delta = mn\lambda + \lambda = mn\lambda'$ olur. Böylece $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ ise, şunu buluruz:

$$\Delta\lambda/\lambda = 1/mn \tag{30.9}$$

$\lambda/\Delta\lambda$ oranına ağın çözme gücü denir; bunun ağdaki çizgilerin toplam sayısı kere mertebeye eşit olduğunu görürüz. Bu denklem, frekanstaki hatanın girişim yapmaya izin verilen en uç yollar arasındaki zaman farkının tersine eşit olduğu denkleme eşdeğerdir:*

$$\Delta\nu = 1/T$$

Bunu kanıtlamak zor değildir. Aslında, onu hatırlamanın en iyi yolu budur; çünkü (30.9) özel denklemi bir ağ kullanıyor olmamıza bağlıyken, genel denklemse sadece ağlar için değil, diğer her bir aygıt için çalışır.



Şekil 30-6 Rayleigh ölçütünün resimlenişi. Bir örüntünün maksimumu diğerinin ilk minimumu üzerine düşer.

30-4 Parabolik anten

Şimdi çözme gücünde bir başka problemi ele alalım. Bu bir radyo teleskobun anteniyle ilgilidir; radyo teleskoblar gökyüzünde radyo kaynakların konumunu, yani onların açısal olarak ne kadar geniş olduklarını saptamada kullanılır. Kuşkusuz herhangi bir eski anten kullanır ve sinyaller bulursak, onların hangi yönden geldiklerini bilemeyiz. Kaynağın orada mı yoksa burada mı olduğunu bilmekle yakından ilgileniriz. Bunu bilmenin bir yolu, Avustralya kırsalına eşit aralıklı dipol tellerin bir tam dizisini sermektir. Sonra bu antenlerden gelen tüm telleri alıp onlarla, besleme hatlarındaki tüm gecikmeler eşit olacak şekilde, aynı alıcıyı besleriz. Böylece alıcı tüm dipollerden gelen sinyalleri eşevrede alır. Yani, dipollerin her birinden gelen tüm dalgaları aynı evrede birbirine ekler. Peki, bu durumda ne olur? Eğer kaynak doğrudan dizilimin yukarısında, sonsuzda ya da neredeyse sonsuzdaysa onun radyo dalgaları tüm antenleri aynı evrede uyaracaktır, böylece hepsi birlikte alıcıyı besler.

Şimdi radyo kaynağının düşeyden küçücük bir θ açısında olduğunu varsayalım. Bu durumda değişik antenler sinyalleri çok az farklı evrelerde alırlar. Alıcı tüm bu evre-dışı sinyalleri bir araya toplar ve böylece θ açısı aşırı büyükse hiçbir şey elde edemeyiz. Açı ne kadar büyük olabilir? *Yanıt*: $\Delta/L = \theta$ açısı (Şekil 30-3) 360°'lik evre kaymasına karşılık geliyorsa, yani Δ dalga boyu λ ise,

* Bizim ele aldığımız durumda $T = \Delta/c = mn\lambda/c$'dir, burada c ışık hızıdır. Frekans $\nu = c/\lambda$'dır, dolayısıyla $\Delta\nu = c\Delta\lambda/\lambda^2$'dir.

sıfır elde ederiz. Vektör katkıları hep birlikte sıfır bileşenli bir tam çokgen oluşturdukları için bu böyledir. L uzunluğunda bir anten diziliminin çözebileceği en küçük açı $\theta = \lambda/L$'dir. Bunun gibi bir antenin alma örüntüsünün tam olarak, alıcıyı bir verici haline döndürürsek elde edeceğimiz şiddet dağılımıyla aynı olacağına dikkat ediniz. Bu *karşılıklılık ilkesi* dediğimiz şeyin bir örneğidir. Aslında, antenler, açılar vs'nin her düzenlenişi için bunun genelde doğru olduğu anlaşılır; yani ilkin alıcı yerine onun bir verici olması halinde çeşitli yönlerdeki göreli şiddetlerin ne olacağını hesaplarsak, o zaman aynı dış bağlantılı, aynı anten dizilişli bir alıcının göreli yönsel duyarlılığı, onun bir verici olması durumunda olacak göreli yayma şiddetiyle aynı olur.

Bazı radyo antenleri farklı şekilde yapılır. Birçok besleme teliyle uzun bir düz çizgi halinde pek çok dipole sahip olmak yerine, onları bir çizgi halinde değil de, bir eğri halinde düzenleyebilir ve alıcıyı saçılmış dalgaları algılayabilecek belirli bir noktaya koyarız. Bu eğri akıllıca tasarlanır, öyle ki radyo dalgaları yukarıdan aşağıya geliyor ve teller yeni bir dalga oluşturarak saçılma yapıyorsa, teller öyle düzenlenir ki saçılmış dalgaların tümü alıcıya aynı zamanda ulaşır (Şekil 26-12). Başka bir deyişle, eğri bir *paraboldür* ve kaynak tam olarak parabolün ekseni üzerinde olduğu takdirde, odakta çok güçlü bir şiddet elde ederiz. Bu durumda, böyle bir aygıtın çözme gücünün ne olduğunu çok açık bir şekilde anlarız. Antenlerin parabolik bir eğri üzerine dizilişi temel nokta değildir. Bu, sadece tüm sinyalleri göreli gecikme olmaksızın ve besleme bağlantılarına gerek duymadan almanın uygun bir yoludur. Böyle bir aygıtın çözebileceği açı hâlâ $\theta = \lambda/L$'dir, burada L ilk ve son antenin arasındaki mesafedir. Antenlerin aralığına bağlı değildir bu ve birbirlerine çok yakın, hatta hepsi bir tek metal parçası olabilir. Şimdi belli ki bir teleskob aynası betimliyoruz. Bir teleskobun çözme gücünü bulmuştuk! (Bazen çözme gücü $\theta = 1{,}22\ \lambda/L$ şeklinde yazılır, burada L teleskobun yarıçapıdır. Tam olarak λ/L olmamasının nedeni şudur: $\theta = \lambda/L$'yi hesapladığımızda, tüm dipol çizgilerinin güççe eşit olduklarını kabul etmiştik, fakat dairesel bir teleskobumuz olduğunda, ki genelde bir teleskobu düzenleme yolu budur, dış kenarlardan o kadar çok sinyal gelmez; çünkü o tüm kenar boyunca aynı şiddetin elde edildiği bir kare gibi değildir. Biraz daha az şiddet elde ederiz, çünkü orada sadece teleskobun bir bölümünü kullanıyoruz; bu nedenle etkin yarıçapın gerçek yarıçaptan biraz daha kısa olacağını söyleyebiliriz ve 1,22 çarpanının bize söylediği budur. Ne olursa olsun, çözme gücü denkleminde bu denli bir hassasiyet biraz ukalaca görünmektedir.*

30-5 Renkli filmler; kristaller

Yukarıdakiler, çeşitli dalgaların toplanmasıyla elde edilmiş girişim etkilerinden bazılarıdır. Fakat çok sayıda başka örnek de vardır ve bir gün anlayacağımız temel mekanizmayı henüz anlamamış olmamıza karşın, girişimin nasıl meydana geldiğini şimdi bile anlayabiliriz. Örneğin, bir ışık dalgası n indisli bir maddenin yüzeyine, diyelim ki dik gelerek çarptığında, ışığın bir kısmı yansır. Yansımanın *nedenini* şu anda anlama konumunda değiliz; bunu daha sonra tartışacağız. Fakat ışığın bir kısmının kırıcı ortama girerken de onu terk ederken de yansıdığını bildiğimizi varsayın. Bu durumda, bir ışık kaynağının ince bir filmden yansımasına bakarsak, iki dalganın toplamını görürüz; filmin kalınlığı yeterince küçükse, bu iki dalga evrelerin işaretlerine bağlı olarak ya yapıcı ya da yıkıcı bir girişim doğuracaktır. Örneğin kırmızı ışık için, artırılmış bir yansıma, fakat farklı dalga boylu mavi ışık için belki de yıkıcı bir girişim

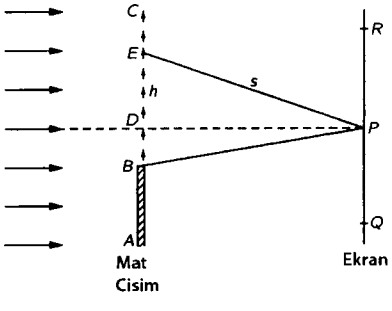
* Rayleigh ölçütü zaten kaba bir fikir olduğu için bu böyledir. Görüntünün bir yıldız tarafından mı, yoksa iki yıldız tarafından mı oluşturulduğunu söylemenin çok zor olduğu yeri söyler bize bu ölçüt. Gerçekten, kırınmış görüntü lekesi üzerindeki tam şiddet dağılımının yeterince dikkatli ölçümleri yapılabilirse, θ açısı λ/L'den küçük olsa bile, lekeyi iki kaynağın oluşturduğu gerçeği kanıtlanabilir.

yansıması elde etmiş olabiliriz, öyle ki parlak bir kırmızı yansıma görürüz. Kalınlığı değiştirirsek, yani filmin daha kalın olduğu bir başka yerine bakarsak, kırmızının yıkıcı ve mavininse yapıcı olduğu ters durum oluşabilir, böylece orası parlak mavi, yeşil veya sarıdır ya da belirsiz bir şey. Dolayısıyla ince filmlere baktığımızda *renkler* görürüz ve farklı açılarda bakarsak, renkler değişir, çünkü farklı açılarda zamanlamaların farklı olacağını anlarız. Böylece birdenbire yağ filmleri, sabun köpükleri, vs üzerinde farklı açılarda renkler gördüğümüz başka yüz binlerde durumu takdirle karşılamaya başlarız. Fakat ilke tamamen aynıdır: Sadece farklı evrelerdeki dalgaları toplamaktayızdır.

Kırınımın bir başka önemli uygulaması olarak şuna değinebiliriz. Bir kırınım ağı kullanmış ve ekranda kırınmış görüntüyü görmüştük. Tek renkli ışık kullanmışsak, bu görüntü belirli özel bir yerde oluşmuştu. Ayrıca çeşitli yüksek-mertebeden görüntüler de vardı. Işığın dalga boyunu bildiğimiz takdirde, görüntülerin konumlarından, ağ üzerindeki çiziklerin ne aralıkta olduklarını söyleyebiliyorduk. Çeşitli görüntülerin şiddetindeki farktan, ağ çiziklerinin biçimini, ağın tellerden mi yapıldığını, testere dişi çentikler mi ya da her neyse, *onları görmeksizin*, bunu bilebiliyorduk. Bu ilke, *bir kristalde atomların* konumlarını bulmada kullanılır. Tek karmaşıklık, bir kristalin üç-boyutlu olmasından gelir; kristal, atomların tekrar eden üç-boyutlu bir dizilimidir. Sıradan ışığı kullanamayız, çünkü dalga boyu atomlar arası açıklıktan daha küçük bir şey kullanmalıyız, yoksa hiçbir etki elde etmeyiz; böylece çok kısa dalga boylu ışınım, yani x-ışınları kullanmalıyız. Dolayısıyla, bir kristale x-ışınları tutarak ve çeşitli mertebelerde yansımanın ne kadar şiddetli olduğuna dikkat ederek, içerdeki atomların dizilimini, *onları hiç mi hiç gözle görmeksizin*, saptayabiliriz! Çeşitli maddelerde atomların dizilişini işte bu şekilde biliyoruz; birinci bölümde tuzdaki vs.deki atomların dizilişini gösteren resimleri çizmemizi sağlayan buydu. Daha sonra bu konuya geri gelip onu daha ayrıntılı şekilde tartışacağız; dolayısıyla bu olağanüstü fikir hakkında şimdilik daha fazla bir şey söylemiyoruz.

30-6 Işık geçirmez ekranlardan kırınım

Şimdi çok ilginç bir duruma geliyoruz. İçinde delikler bulunan ışık geçirmez bir tabakamız ve onun bir tarafında bir ışık olsun. Diğer tarafta şiddetin ne kadar olduğunu bilmek isteyelim. Çoğu kimse ışığın deliklerden geçtiğini ve diğer tarafta bir etki doğurduğunu söyler. Açık delik bölgelerinde düzgün yoğunlukla dağılmış kaynakların var olduğu kabul edilirse, yanıtın mükemmel bir yaklaştırmayla doğru olduğu ve bu kaynakların evrelerinin, ışık geçirmez tabaka yokken ki evrelerle aynı olduğu anlaşılacaktır. Kuşkusuz, fiili olarak deliklerde kaynaklar *yok*tur, aslında *kesinlikle* kaynakların olmadığı tek yer budur. Bununla birlikte, kaynakların bulunduğu yerlerin sadece *delikler olduğu* düşünülerek doğru kırınım örüntüleri elde ederiz; bu oldukça tuhaf bir olgudur. Bunun neden doğru olduğunu daha sonra açıklayacağız, fakat şimdilik sadece öyle olduğunu varsayalım.



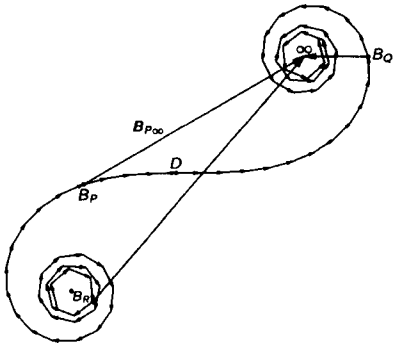
Şekil 30-7 Uzaktaki bir ışık kaynağı, ışık geçirmez bir cismin gölgesini bir ekran üzerine düşürür.

Kırınım kuramında bir başka kırınım türü daha vardır, onu kısaca tartışmalıyız. Bu, genelde bunun kadar erken olan bir temel derste tartışılmaz; tek nedeni, şu küçük vektörleri toplamayla ilgili matematiksel denklemlerin biraz girift olmalarıdır. Yoksa baştan beri yaptığımız şeylerle tamamen aynıdır. Tüm girişim olayları aynıdır; içlerinde çok daha ileri şeyler yoktur, sadece durumlar daha karmaşıktır ve vektörlerin bir araya toplanmaları daha güçtür; hepsi bu.

Sonsuzdan gelen bir ışığın bir cismin gölgesini oluşturduğunu varsayalım. Şekil 30-7'de bir ekran görülüyor; bu ekran üzerinde bir dalga boyuna göre çok uzaklardaki bir ışık kaynağı tarafından bir *AB* cisminin gölgesi oluşturuluyor. Gölgenin dışında şiddetin tümden parlak ve içinde tümden karanlık olmasını beklerdik. Aslına bakarsanız, gölge kenarının yakınında konumun fonksiyonu olarak şiddeti çizersek, şiddet yükselir ve sonra hedefi aşar ve yalpalar ve bu kenar yakınında çok tuhaf bir tarzda yukarı aşağı salınır (Şekil 30-9). Şimdi bunun nedenini tartışacağız. Henüz kanıtlamadığımız bir teoremi kullanırsak, o

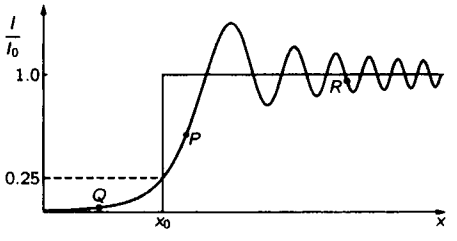
zaman gerçek problemi cismin ötesindeki açık uzay üzerinde düzgün şekilde dağılmış bir etkin kaynaklar takımıyla yer değiştirebiliriz.

Çok sayıda iyice sıkışık antenler düşünelim ve bir P noktasındaki şiddeti isteyelim. Bu yapmakta olduğumuz şeye benzemektedir. Fakat tam değil; çünkü ekranımız sonsuzda değildir. Sonsuzdaki şiddeti istemiyoruz, sonlu bir noktadakini istiyoruz. Özel bir yerdeki şiddeti hesaplamak için, tüm antenlerden gelen katkıları toplamalıyız. Önce D noktasında, P'nin tam karşısında bir anten var; açı cinsinden biraz yukarı, diyelim ki bir h yüksekliğine gidersek, o zaman gecikmede bir artma olur (mesafedeki değişme nedeniyle genlikte de bir değişme olur; fakat iyice çok uzaktaysak, bu çok küçük bir etkidir ve evrelerdeki farklara göre önemli sayılmaz). $EP - DP$ yol farkı yaklaşık olarak $h^2/2s$'dir, öyle ki evre farkı D'den ne kadar öteye gittiğimizin *karesi*yle orantılıdır, oysa önceki çalışmamızda s sonsuzdu ve evre farkı h ile *doğrusal olarak* orantılıydı. Evreler doğrusal orantılı olduğu vakit, her vektör bir sonraki vektöre sabit açıda eklenir. Şimdi ihtiyaç duyduğumuzsa, art arda gelen vektörlerin yaptıkları açılar doğrusal değil de eğrinin uzunluğunun *karesi* gibi artacak şekilde pek çok sonsuz küçük vektörü ekleyerek oluşturulacak bir eğridir. Bu eğriyi kurmak, biraz ileri matematik içerir, fakat fiilen okları çizerek ve açıları ölçerek onu her zaman kurabiliriz. Ne olursa olsun, Şekil 30-8'de görülen (ve Cornu spirali denen) harika eğriyi elde ederiz. Peki, bu eğriyi nasıl kullanırız?



Şekil 30-8 Pek çok eş-evreli salınıcı için genliklerin toplanması; bu salınıcıların evre gecikmeleri, önceki şeklin D noktasından uzaklığın karesi gibi değişir.

Diyelim ki P noktasındaki şiddeti istiyoruz, o zaman D noktasından yukarıya sonsuza ve D'den aşağıya sadece B_P noktasına kadar farklı evreli çok sayıda katkıyı birbirine ekleriz. Böylece Şekil 30-8'de B_P noktasından başlarız ve hep artan açıdaki okların bir dizisini çizeriz. Dolayısıyla B_P noktasının üstündeki toplam katkı hep spiral eğrisi boyunca gider. İntegral almayı belli bir yerde durdursaydık, o zaman toplam genlik B'den bu noktaya uzanan vektör olurdu; bu özel problemde sonsuza gidiyoruz, böylece toplam yanıt $B_{P\infty}$ vektörüdür. Şimdi eğrinin üstündeki konum, ki o cisim üstündeki B_P noktasına karşılık gelir, P noktasının nereye yerleştiğine bağlı olur; çünkü D noktası, bükülme noktası, daima P noktasının konumuna karşılık gelir. Bu nedenle, P'nin B üzerinde nereye yerleştiğine bağlı olarak, başlangıç noktası, eğrinin aşağı sol kısmında çeşitli konumlara düşecektir ve $B_{P\infty}$ bileşke vektörü birçok maksimum ve minimuma sahip olacaktır (Şekil 30-9).

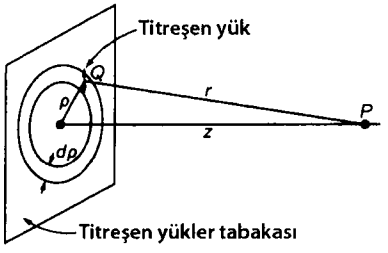


Şekil 30-9 Bir gölge kenarının yakınındaki şiddet. Geometrik gölge kenarı x_0'dadır.

Diğer taraftan, P'nin alt yanındaki Q noktasındaysak, o zaman spiral eğrinin sadece bir ucunu kullanıyoruzdur, diğer ucunu değil. Bir başka deyişle, D'den bile değil de, B_Q'dan başlarız; böylece bu yanda, Q noktası bölgenin daha da içlerine gittikçe, sürekli olarak düşen bir şiddet elde ederiz.

Derhal kolayca hesaplanabileceğini göstereceğimiz ve gerçekten anlayacağımız bir nokta, tam olarak karşı kenardaki şiddettir. Oradaki şiddet, gelen ışığın şiddetinin 1/4'üdür. Bunun nedeni şudur: Tam olarak kenarda (dolayısıyla okun B ucu Şekil 30-8'de D'dedir), iyice parlak bölgede olsaydık sahip olabileceğimiz eğrinin yarısına sahibiz. R noktamız iyice ışık içindeyse, eğrinin bir ucundan diğerine gideriz, yani bir tam birim vektör; fakat gölgenin kenarındaysak, genliğin sadece yarısına sahibiz: şiddetin 1/4'üne.

Bu bölümde çeşitli kaynak dağılımlarından çeşitli yönlerde üretilen şiddeti buluyorduk. Son bir örnek olarak, kırılma indisinin kuramı üzerine olan gelecek bölümde gereksinim duyacağımız bir denklem türeteceğiz. Bu noktaya kadar göreli şiddetler amacımız için yeterli olmuştu, fakat bu kez aşağıdaki durumda alan için tam denklemi bulacağız.



Şekil 30-10 Titreşen yükler tabakasının ışınım alanı.

30-7 Titreşen yükler düzleminin alanı

Yüklerle dolu bir düzlem düşünelim, düzlem içinde aynı genlikle ve aynı evreyle hepsi birlikte titreşmekte olsun. Düzlemden sonlu, fakat çok büyük bir uzaklıkta alan nedir? (Kuşkusuz, çok yakına gelmeyiz, çünkü kaynaklara yakın alan için doğru denklemlerimiz yok.) Yüklerin düzlemi xy-düzlemi olsun dersek, o zaman z-ekseni üzerinde çok ötelerde bir P noktasında alanı bulmak istiyoruz demektir (Şekil 30-10). Düzlemin birim alanında n adet yük bulunduğunu ve her birinin q değerinde olduğunu varsayalım. Yüklerin tümü aynı doğrultuda, aynı genlik ve aynı evreyle basit harmonik hareket yapsın. Her yükün hareketi, *kendi ortalama konumuna göre*, $x_0 \cos \omega t$ olsun. Ya da, karmaşık sayı gösterimini kullanıp gerçel kısmının asıl hareketi temsil ettiğini hatırlayarak, bu hareket $x_0 e^{i\omega t}$ ile betimlenebilir.

Şimdi her q yükünden gelen alanı hesaplayıp tüm yüklerden gelen katkıları toplayarak, yüklerin tümünün P noktasında oluşturduğu alanı buluruz. Işınım alanının yükün ivmesiyle orantılı olduğunu biliyoruz: $-\omega^2 x_0 e^{i\omega t}$ (ve her yük için aynı). Q noktasındaki bir yüke ait P noktasında istediğimiz elektrik alanı q yükünün ivmesiyle orantılıdır, fakat t anında P'deki alanın, daha önceki bir $t'=t-r/c$ anında yükün ivmesiyle verildiğini hatırlamalıyız, burada r/c, dalganın Q'dan P'ye olan r mesafesini katetmesi için geçen süredir. Buna göre, P'deki alan

$$-\omega^2 x_0 e^{i\omega(t-r/c)} \tag{30.10}$$

ile orantılıdır. Işıyan bir yükün büyük mesafelerde oluşturduğu elektrik alan denklemimizde P'den görülen ivme için bu değeri kullanarak şunu elde ederiz:

$$\begin{pmatrix} Q'\text{daki yükten} \\ P'\text{deki elektrik alan} \end{pmatrix} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \quad \frac{\omega^2 x_0 e^{i\omega(t-r/c)}}{r} \text{ (yaklaşık)} \tag{30.11}$$

Şimdi bu denklem tam doğru değildir, çünkü yükün ivmesini ***değil de*** onun QP doğrusuna ***dik bileşenini*** kullanmalıydık. Bununla birlikte, eksenden Q'ya göre olan mesafeyle (Şekil 30.10'da ρ mesafesi) karşılaştırıldığında, P noktasının o kadar çok uzakta olduğunu varsayacağız ki dikkate almamız gereken bu değişiklikler için kosinüs çarpanını göz ardı edebiliriz (zaten neredeyse 1'e eşittir).

P'deki toplam alanı bulmak için, artık düzlemdeki tüm yüklerin etkilerini toplarız. Kuşkusuz vektörel toplam yapmalıyız. Fakat elektrik alanının doğrultusu tüm yükler için neredeyse aynı olduğundan, zaten yaptığımız yaklaştırmaya uygun olarak, sadece alanların büyüklüklerini toplayabiliriz. Yaklaştırmamızda, P'deki alan sadece r mesafesine bağlıdır, dolayısıyla aynı r'deki tüm yükler eşit alanlar doğurur. Böylece, önce ρ yarıçaplı $d\rho$ genişlikli bir halka üzerindeki yüklerin alanlarını ekleriz. Sonra tüm ρ'lar üzerinden integral alarak toplam alanı elde ederiz.

Halkadaki yüklerin sayısı, halkanın yüzey alanı olan $2\pi\rho d\rho$ ile birim alandaki n yük sayısının çarpımıdır. Bu durumda, şunu buluruz:

$$P'\text{deki toplam alan} = \int \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \quad \frac{\omega^2 x_0 e^{i\omega(t-r/c)}}{r} \cdot n \cdot 2\pi\rho d\rho \tag{30.12}$$

Bu integrali $\rho = 0$'dan $\rho = \infty$'a hesaplamak istiyoruz. t değişkeni, kuşkusuz, integrali alırsak sabit tutulur, böylece değişen nicelikler sadece ρ ve r'dir. Tüm sabit çarpanları dışarı alarak, şimdilik $e^{i\omega t}$ dahil, hesaplayacağımız integral şudur:

$$\int_{\rho=0}^{\rho=\infty} \frac{e^{-i\omega r/c}}{r} \rho d\rho \tag{30.13}$$

Bu integrali almak için r ile ρ arasındaki bağıntıyı kullanmamız gerekir:

$$r^2 = \rho^2 + z^2 \tag{30.14}$$

z koordinatı ρ'dan bağımsız olduğundan, bu bağıntının diferansiyelini alarak

$$2r\,dr = 2\rho d\rho \tag{30.15}$$

elde ederiz; işimiz iştir, çünkü integralimizde $\rho\,d\rho$ yerine $r\,dr$ koyabiliriz ve r paydadaki r'yi götürür. Bu durumda integralimiz şu basit hale indirgenir:

$$\int_{r=z}^{r=\infty} e^{-i\omega r/c}\,dr \tag{30.15}$$

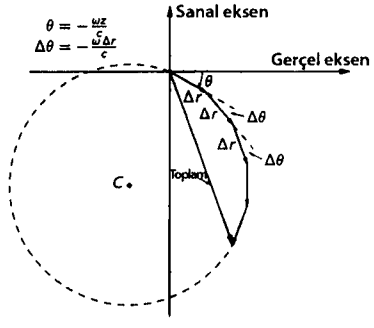
Bir üstelin integralini almak çok kolaydır. Üsteli üstteki r'nin katsayısına böleriz ve bu ifadeyi limitlerde değerlendiririz. Fakat r'nin limitleri ρ'nun limitleriyle aynı değildir. $\rho = 0$ iken $r = z$'dir, bu nedenle r'nin limitleri z'den sonsuzadır. İntegralin sonucunu şöyle buluruz:

$$-\frac{c}{i\omega}\,[e^{-i\infty} - e^{-(i\omega/c)z}] \tag{30.16}$$

Burada $(\omega/c)\infty$ için ∞ yazdık, çünkü ikisi de sadece çok büyük bir sayı anlamına gelir!

Şimdi $e^{-i\infty}$ gizemli bir niceliktir. Onun gerçel kısmı $\cos(-\infty)$ olup, matematiksel dille ifade edersek, tamamen belirsizdir (her ne kadar bir yerde -ya da, +1 ile −1 arasında her yerde- olduğunu beklesek de!). Fakat *fiziksel* bir durumda, çok akla yakın bir şey anlamına gelir ve genelde tam sıfır olarak alınır. Bizim durumumuzda bunun böyle olduğunu görmek için, yine (30.15)'deki özgün integrali incelemek üzere geri gideriz.

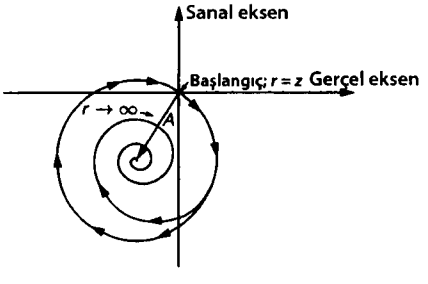
(30.15) denklemi, karmaşık sayı düzleminde her biri Δr büyüklüklü ve $\theta = -\omega r/c$ açılı pek çok sayıda küçük karmaşık vektörün toplamıdır. Bu toplamı grafik yöntemiyle hesaplamaya çalışalım. Şekil 30-11'de toplamın ilk beş parçasını çizdik. Eğrinin her parçası Δr uzunluğuna sahip olup, bir önceki parçaya göre $\Delta\theta = -\omega\Delta r/c$ açısında yerleşmiştir. Bu ilk beş parçanın toplamı, başlangıç noktasından beşinci parçanın ucuna uzanan okla temsil edilir. Parçaları toplamaya devam edersek, başlangıç noktasına gelinceye kadar bir çokgen çizeceğiz (yaklaşık olarak) ve sonra bir kez daha dönmeye başlarız. Daha çok parça ekledikçe, yarıçapının c/ω olduğunun kolayca gösterileceği bir çembere yakın kalarak sadece daireler çizeriz. İntegralin neden kesin bir yanıt vermediğini artık anlayabiliriz.



Şekil 30-11 $\int_z^\infty e^{-i\omega r/c}\,dr$ integralinin grafiksel çözümü.

Fakat şimdi durumun fiziğine geri gitmeliyiz. Her gerçek durumda, yüklerin düzlemi genişlikçe sonsuz *olamaz*, bir ara durmalıdır. Aniden durursa ve biçimce tam daireselse, integralimiz Şekil 30-11'de çember üzerinde bir değere sahip olur. Bununla birlikte, eğer düzlemdeki yüklerin sayısını merkezden büyük uzaklıklarda gitgide azaltırsak (yoksa, aniden, fakat düzensiz bir biçimde kesersek, böylece daha büyük ρ'larda $d\rho$ genişlikli tüm halka artık katkıda bulunmaz), o zaman tam integraldeki n katsayısı sıfıra doğru azalır. Daha küçük parçaları eklediğimiz, fakat hâlâ aynı açıyla döndüğümüz için, integralimizin grafiği spiral olan bir eğri haline gelir. Spiral en sonunda Şekil 30-12'de çizildiği gibi, özgün çemberin merkezinde sonlanır. *Fiziksel olarak* doğru integral, şekilde başlama noktasından çemberin merkezine uzanan aralıkla [vektör] temsil edilen A karmaşık sayısı olup, tam şuna eşittir:

$$\frac{c}{i\omega}\,e^{-i\omega z/c} \tag{30.17}$$



Şekil 30-12 $\int_z^\infty n\,e^{-i\omega r/c}\,dr$ integralinin grafiksel çözümü.

Bunu kendiniz hesaplayabilirsiniz. Bu, $e^{-i\infty} = 0$ koyarsanız, (30.16)'dan elde edebileceğimiz aynı sonuçtur.

(r'nin büyük değerleri için integrale katkının gitgide azalmasının bir başka nedeni de vardır ve o da ivmenin düzlemde PQ doğrusuna dik izdüşümü için göz ardı ettiğimiz çarpandır.)

Kuşkusuz, sadece fiziksel durumlarla ilgileniyoruz, bu nedenle $e^{-i\infty}$'u sıfıra eşit alacağız. Alan için (30.12)'deki özgün denklemimize dönerek ve integrale eş-

lik eden tüm çarpanları yerlerine geri koyarak, şu sonucu elde ederiz:

$$P'\text{deki toplam alan} = -\frac{nq}{2\epsilon_0 c}\, i\omega x_0 e^{i\omega(t-z/c)} \qquad (30.18)$$

($1/i = -i$ olduğunu hatırlayarak)

($i\omega x_0\, e^{i\omega t}$)'nin tam yüklerin hızına eşit olduğuna işaret etmek ilginçtir, böylece alan bağıntısını şu şekilde de yazabiliriz:

$$P'\text{deki toplam alan} = -\frac{nq}{2\epsilon_0 c}\, [\text{yüklerin hızı}]_{t-z/c\ \text{anında}} \qquad (30.19)$$

Bu biraz tuhaftır, çünkü zaman gecikmesi, P noktasından yüklerin düzlemine en kısa uzaklık olan z mesafesine göredir. Fakat o aynen öyle çıkıyor; neyse ki oldukça basit bir denklem. (Yeri gelmişken, şunu da ekleyelim; bizim türetişimiz sadece titreşen yüklerin düzleminden uzak mesafeler için geçerli olduğu halde, (30.18) ya da (30.19) denklemlerinin her z uzaklığında, $z < \lambda$ için bile, doğru olduğu anlaşılır.)

31
KIRILMA İNDİSİNİN KAYNAĞI

31-1 Kırılma indisi
31-2 Maddeden kaynaklanan alan
31-3 Dağınım
31-4 Soğurma
31-5 Bir elektrik dalgasının taşıdığı enerji
31-6 Işığın bir ekrandan kırınımı

31-1 Kırılma indisi

Daha önce dediğimiz gibi, ışık suda havadan daha yavaş ve havada da boşluktan hafifçe daha yavaş gider. Bu etki n kırılma indisiyle betimlenir. Şimdi böyle daha düşük bir hızın nasıl ortaya çıktığını anlamak istiyoruz. Özellikle, daha önce yaptığımız -ve şimdi tekrar aşağıya yazdığımız- bazı fiziksel varsayımların ya da beyanların bununla ilişkisinin ne olduğunu görmeye çalışalım:

(a) Her fiziksel durumda toplam elektrik alanı, daima evrendeki tüm yüklerin alanlarının toplamı olarak temsil edilebilir.

(b) Tek bir yükün elektrik alanı, *daima* (*ışınım* alanı için) c hızındaki bir gecikmeyle değerlendirilmiş ivmeyle verilir.

Fakat bir cam parçası için, şöyle düşünebilirsiniz: "Ah, hayır, bunu tümden değiştirmelisiniz. c/n hızında gecikir demelisiniz." Bununla birlikte, bu doğru değildir ve neden doğru olmadığını anlamalıyız.

Işığın ya da her elektriksel dalganın n kırılma indisli bir madde içinde c/n hızıyla hareket eder *görünmesi* yaklaşık olarak doğrudur, fakat alanlar hâlâ tüm yüklerin hareketleriyle üretilir -madde içinde hareket eden yükler dahil- ve bu temel katkılarla alan en yüksek c hızıyla seyahat eder. Problemimiz, bu *görünürdeki* düşük hızın nasıl ortaya çıktığını anlamaktır.

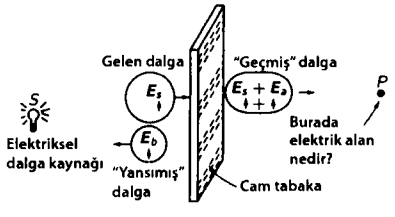
Etkiyi çok basit bir durumda anlamaya çalışacağız. "*Dış kaynak*" diyeceğimiz bir kaynak, ince şeffaf bir madde -diyelim ki cam- tabakasından çok uzak bir mesafeye yerleştirilmiştir. Tabakanın diğer tarafında uzak bir mesafede alanı soruşturuyoruz. Durum Şekil 31-1'deki diyagramla resimlenmiştir, orada S ve P'nin tabakadan çok uzaklarda olduğu düşünülür. Daha önce ifade ettiğimiz ilkeler uyarınca, hareketli yüklerin tümünden uzak her yerdeki elektrik alanı, dış kaynak (S'de) tarafından üretilen alanlar *ile* cam tabaka içindeki yüklerin *her birinin* (*her biri c hızıyla olan has gecikmesiyle*) ürettiği alanların bir (vektörel) toplamıdır. Hatırlarsanız, her yükün katkısı diğer yüklerin varlığıyla değişmezdi. Bunlar bizim temel ilkelerimizdir. Böylece P noktasındaki alan şöyle yazılabilir:

$$\boldsymbol{E} = \sum_{\text{tüm yükler}} \boldsymbol{E}_{\text{her yük}} \tag{31.1}$$

Ya da:

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_S + \sum_{\text{tüm yükler}} \boldsymbol{E}_{\text{her yük}} \tag{31.2}$$

Burada $\boldsymbol{E}_S$ tek başına kaynağın ürettiği alandır ve ortalıkta *hiç madde olmasaydı* P'deki kesin alan bu olurdu. Başka hareketli yükler varsa, P'deki alanın $\boldsymbol{E}_S$'den farklı olmasını bekleriz.



Şekil 31-1 Şeffaf bir madde tabakası içinden geçen elektrik dalgaları.

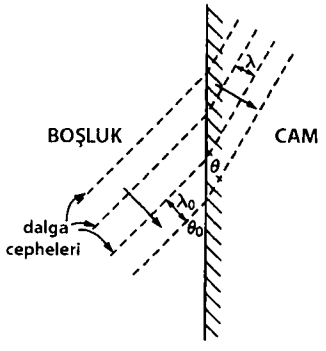
Camda niçin hareketli yükler bulunsun? Tüm maddelerin içlerinde elektronların da yer aldığı atomlardan oluştuğunu biliyoruz. *Kaynağın* elektrik alanı bu atomlara etki ettiğinde, elektronlar üzerine kuvvet uygulayacağından, elektronları aşağı ve yukarı sürecektir. Hareketli elektronlar da bir alan üretir; onlar yeni ışıyıcılar oluşturur. Bu yeni ışıyıcılar S kaynağıyla ilgilidirler, çünkü kaynağın alanı tarafından sürülmüşlerdir. Toplam alan, sadece S kaynağının alanı olmayıp, diğer hareketli yüklerden gelen katkılarla değişmiştir. Bu demektir ki, şimdiki alan, cam henüz orada yokken var olan alanla aynı olmayıp değişmiştir ve anlaşıldığı kadarıyla, o şekilde değişmiştir ki artık camın içindeki alan farklı

bir hızla hareket ediyor gibi görünür. Nicel olarak hesaplamak istediğimiz düşünce işte budur.

Tam durumda bu oldukça karmaşıktır, çünkü tüm diğer yüklerin kaynak alanı tarafından sürüldüğünü söylemiş olsak da, bu tam da doğru değildir. Özel bir yükü düşünürsek, o sadece kaynağı hissetmez, evrendeki her şey gibi, hareketli *tüm* yükleri hisseder. Özellikle, camın içinde başka yerde hareket eden yükleri hisseder. Böylece *özel bir yüke* etkiyen toplam alan, diğer yüklerden gelen alanların bir karışımıdır, *onların hareketleri bu özel yükün ne yaptığına bağlıdır*! Tam ve doğru denklemi elde etmek için karmaşık bir denklemler takımını almamız gerektiğini anlayabiliriz. Bu o denli karmaşıktır ki bu problemi gelecek yıla erteleriz.

Bunun yerine, tüm fiziksel ilkeleri anlamak için çok basit bir hali çözümleyeceğiz. Diğer atomlardan gelen etkilerin kaynaktan gelen etkilere göre çok küçük olduğu bir durumu alalım. Başka bir deyişle, toplam alanın diğer yüklerin hareketiyle çok değişmediği bir madde alalım. Bu, kırılma indisinin 1'e çok yakın olduğu bir maddeye karşılık gelir; örneğin atomların yoğunluğu çok düşükse, bu olur. Hesaplarımız, hangi nedenle olursa olsun, indisin 1'e çok yakın olduğu her hal için geçerli olacaktır. Bu şekilde, en genel tam çözümün karmaşıklıklarından kaçınmış olacağız.

Bu arada, tabakadaki yüklerin hareketinden kaynaklanan bir başka etki daha olduğuna dikkat etmelisiniz. Bu yükler, geri S kaynağına doğru da dalgalar saçacaktır. Bu geriye-giden alan, şeffaf maddelerin yüzeyinden yansıdığını gördüğümüz ışıktır. O sadece yüzeyden gelmez. Geriye olan ışınım, içerdeki her yerden gelir, fakat toplam etkinin yüzeyden bir yansımaya eşdeğer olduğu anlaşılır. Bu yansıma etkileri şu anda bizim yaklaştırmamızın dışındadır, çünkü çok az ışık yansıtan 1'e yakın indisli bir madde için hesap yapmakla kendimizi sınırlayacağız.



Şekil 31-2 Kırılma ile hız değişimi arasındaki ilişki.

Kırılma indisinin nasıl ortaya çıktığı üzerine çalışmaya başlamadan önce, şunu bilmeliyiz ki, kırılmayı anlamak için gerekli olan tek şey, görünür dalga *hızının* farklı maddelerde neden farklı olduğunu yorumlamaktır. Işık ışınlarının *bükülmesi*, sırf maddelerde dalgaların etkin hızının farklı olması nedeniyle ortaya çıkar. Bunun nasıl meydana geldiğini hatırlatmak için, Şekil 31-2'de boşluktan bir cam bloğun yüzeyine gelen bir elektrik dalgasının birkaç ardışık dalga cephesini çizdik. Dalga cephelerine dik oklar dalganın hareket yönünü gösterir. Şimdi dalgadaki tüm salınımlar aynı *frekans*ta olmalıdır. (Sürülen salınımların sürücü kaynakla aynı frekansa sahip olduğunu görmüştük.) Ayrıca bu demektir ki, birlikte hareket etmeleri gerektiğinden, yüzeyin her iki yanındaki dalgalar için dalga cepheleri *yüzey boyunca aynı aralığa* sahip olmalıdır, öyle ki tam yüzeyde bulunan bir yük sadece bir frekans hissetsin. Dalga cepheleri arasındaki *en kısa* mesafe, hız bölü frekans olan dalga boyudur. Boşluk tarafında, bu $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$'dır ve diğer yanda $\lambda = 2\pi v/\omega$ *ya da* dalganın hızı $v = c/n$ ise $\lambda = 2\pi/\omega n$'dir. Şekilden görürüz ki, ara yüzeyde dalgaların güzelce "uygun" gelmelerinin tek yolu madde içinde dalgaların yüzeye göre farklı bir açıda seyahat etmeleridir. Şeklin geometrisinden görebilirsiniz ki, "uygunluk" için $\lambda_0/\sin\theta_0 = \lambda/\sin\theta$ ya da $\sin\theta_0/\sin\theta = n$ olmalıdır; bu da Snell yasasıdır. Tartışmamızın kalanında, n indisli madde içinde ışığın neden c/n gibi etkin bir hıza sahip olduğunu ele alacağız sadece ve bu bölümde, ışık yönünün bükülmesini artık dert etmeyeceğiz.

Artık Şekil 31-1'de görülen duruma geri dönebiliriz. Yapmamız gereken, cam tabaka içindeki tüm titreşen yükler tarafından P noktasında meydana getirilen alanı hesaplamaktır. Alanın bu kısmına E_a deriz ve bu tam olarak (31.2) denkleminin ikinci teriminde yazılan toplamdır. Bunu kaynağa ait E_S terimine eklediğimizde, P'deki toplam alanı buluruz.

Bu herhalde bu yıl yapacağımız en karmaşık şeydir, fakat karmaşık olması sadece bir araya getirilecek pek çok parçanın bulunmasıdır; bununla birlikte, her parça çok basittir. Diğer türetmelerde "Türetmeyi unutun, sadece yanıta bakın!" diyorduk, bu durumdaysa yanıta türetme kadar gerek duymuyoruz. Başka bir deyişle, şimdi anlamak istediğimiz şey, kırılma indisinin üretimindeki fiziksel mekanizmadır.

Gittiğimiz yeri görmek için, eğer P'deki toplam alan kaynaktan gelen ve ince tabakayı geçerken yavaşlayan ışınım gibi görünecekse, önce E_a "düzeltme alanı"nın ne olması gerektiğini ortaya çıkaralım. Tabakanın buna etkisi olmasaydı, sağa doğru (z-ekseni boyunca) ilerleyen bir dalganın alanı,

$$E_S = E_0 \cos \omega(t - z/c) \tag{31.3}$$

ya da üstel gösterimi kullanarak,

$$E_S = E_0\, e^{i\omega(t\,-\,z/c)} \tag{31.4}$$

olurdu.

Şimdi dalga tabaka boyunca gidişte daha yavaş ilerleseydi, ne olurdu? Tabakanın kalınlığına Δz diyelim. Tabaka orada olmasaydı, dalga Δz mesafesini $\Delta z/c$ süresinde geçerdi. Fakat dalganın c/n hızıyla ilerlediği görülürse, o zaman $n\Delta z/c$ gibi daha uzunca bir süre ya da $\Delta t = (n-1)\Delta z/c$ gibi *ek* bir süre almalıdır. Bundan sonra yine c hızıyla ilerlemesini sürdürür. (31.4) denkleminde t yerine $(t - \Delta t)$ ya da $[t - (n-1)\Delta z/c]$ koyarak, tabaka boyunca edinilen ekstra gecikmeyi hesaba katabiliriz. Böylece tabakanın yerleştirilmesinden sonraki dalga şöyle yazılabilir:

$$E_{\text{tabakadan sonra}} = E_0\, e^{i\omega[t\,-(n-1)\Delta z/c - z/c]} \tag{31.5}$$

Bu denklemi,

$$E_{\text{tabakadan sonra}} = e^{-i\omega(n-1)\Delta z/c}\, E_0\, e^{i\omega(t-z/c)} \tag{31.6}$$

şeklinde de yazabiliriz. Bu denklem, tabakadan sonraki dalganın, tabaka yokken elde edilen dalgadan, yani E_S'den $e^{-i\omega(n-1)\Delta z/c}$ çarpanıyla çarpma suretiyle elde edildiğini söyler. Biliyoruz ki $e^{i\omega t}$ gibi salınan bir fonksiyonu bir $e^{i\theta}$ çarpanıyla çarparak, sadece salınımın evresini θ açısı kadar değiştirmiş oluruz; bu, kuşkusuz, Δz kalınlığını geçerken yapılmış olan ekstra gecikmedir. Evre $\omega(n-1)\Delta z/c$ kadar gecikmiştir (üstel ifadedeki eksi işareti nedeniyle, gecikmiştir).

Daha önce tabakanın $E_S = E_0\, e^{i\omega(t-z/c)}$ özgün alanına bir E_a alanı eklediğini söylemiştik, ama bunun yerine, tabakanın etkisinin, alanı evreyi kaydıran bir çarpanla *çarpılması* olduğunu bulmuştuk. Bununla birlikte, bu gerçekten doğrudur, çünkü uygun bir karmaşık sayı ekleyerek aynı sonucu elde edebiliriz. Δz'*nin* küçük olması durumunda, eklenecek doğru sayıyı bulmak özellikle kolaydır, çünkü hatırlarsanız, x küçük bir sayıysa, e^x hemen hemen $(1+x)$'e eşittir. Dolayısıyla,

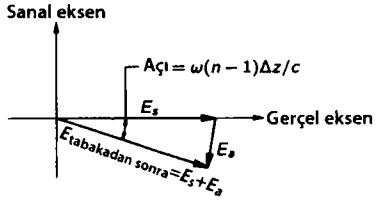
$$e^{-i\omega(n-1)\Delta z/c} = 1 - i\omega(n-1)\Delta z/c \tag{31.7}$$

yazabiliriz. Bu yaklaşıklığı (31.6)'da kullanarak şunu buluruz:

$$E_{\text{tabakadan sonra}} = \underbrace{E_0\, e^{i\omega(t-z/c)}}_{E_S} \; \underbrace{-\; \frac{i\omega(n-1)\Delta z}{c}\; E_0\, e^{i\omega(t-z/c)}}_{E_a} \tag{31.8}$$

İlk terim tam da kaynaktan gelen alandır ve ikinci terimse, tabakanın titreşen yükleri tarafından tabakanın sağında üretilen E_a alanına eşit olmalıdır; burada bu n kırılma indisi cinsinden ifade edilmiştir ve kuşkusuz kaynaktan gelen dalganın şiddetine bağlıdır.

Şekil 31-3'teki karmaşık sayı diyagramına bakarsak, ne yapmakta olduğumuzu kolayca gözümüzde canlandırırız. Önce E_S sayısını çiziyoruz (z ve t için öyle birer değer seçiyoruz ki, E_S yatay çıksın; ama bu gerekli değil). Tabakadaki



Şekil 31-3 Geçen dalganın, özel bir t ve z değerindeki diyagramı.

yavaşlama nedeniyle olan gecikme, bu sayının evresini geciktirir, yani E_S'yi negatif bir açı boyunca döndürür. Fakat bu, E_S'ye kabaca dik açılarda küçük E_a-vektörünü eklemeye eşdeğerdir. Ama bu Denk. (31.8)'in ikinci terimindeki $-i$ çarpanının kastettiği şey olup, der ki E_S gerçelse, o zaman E_a eksi sanaldır; ya da genelde E_S ve E_a bir dik açı oluşturur.

31-2 Maddeden kaynaklanan alan

Şimdi şunu sormalıyız: (31.8) denkleminin ikinci teriminde elde edilen E_a alanı, tabakadaki titreşen yüklerden bekleyebileceğimiz türden midir? Böyle olduğunu gösterebilirsek, o zaman n indisinin ne olması gerektiğini hesaplayabileceğiz! [Çünkü (31.8) denklemindeki tek temel olmayan sayı n'dir.] Şimdi maddedeki yüklerin üreteceği E_a alanını hesaplamaya dönüyoruz. (Şu ana dek kullandığımız ve geri kalan hesaplarımızda kullanacağımız sembollerin izini sürmemize yardımı olur diye, onların tümünü Tablo 31-1'de bir araya topladık.)

Tablo 31-1

Hesaplarda kullanılan semboller

E_S	=	kaynaktan gelen alan
E_a	=	tabakadaki yüklerin doğurduğu alan
Δz	=	tabakanın kalınlığı
z	=	tabakadan dik uzaklık
n	=	kırılma indisi
ω	=	ışınımın frekansı (açısal)
N	=	tabakada birim hacimdeki yüklerin sayısı
η	=	tabakanın birim yüzeyindeki yüklerin sayısı
qe	=	bir elektronun yükü
m	=	bir elektronun kütlesi
ω_0	=	atoma bağlı bir elektronun rezonans frekansı

Eğer S kaynağı (Şekil 31-1'in) solda çok uzaktaysa, o zaman E_S alanı tabakanın her yerinde aynı evrededir; böylece tabakanın komşuluğunda,

$$E_S = E_0\, e^{i\omega(t - z/c)} \tag{31.9}$$

yazabiliriz. Tam tabakada (orada $z = 0$'dır) şuna sahip oluruz:

$$E_S = E_0\, e^{i\omega t}\,(tabakada) \tag{31.10}$$

Tabakanın atomlarındaki elektronların her biri bu elektrik alanını hissedecek ve qE elektrik kuvvetiyle aşağı-yukarı sürülecektir. (E_0'ın doğrultusunu düşey kabul ediyoruz.) Elektronlar için beklediğimiz hareketi bulmak için, atomların küçücük salınıcılar olduklarını, yani elektronların atomlara esnek olarak bağlandıklarını varsayacağız; bu demektir ki bir elektrona bir kuvvet uygulanırsa, elektronun normal konumundan olan uzanımı kuvvetle orantılı olacaktır.

Elektronların yörüngelerde döndüklerini duyduysanız, bunun bir atom modeli için komik olduğunu düşünebilirsiniz. Ama bu sadece iyice basitleştirilmiş bir resimdir. Bir atomun dalga mekaniği kuramıyla verilen doğru resmine göre, *ışığı içeren problemlerle ilgili olduğu kadarıyla*, elektronlar yaylarla tutuluyorlarmış gibi davranırlar. Böylece elektronların doğrusal bir geri-çağırma kuvvetine sahip olduklarını, bu kuvvetin onları, m kütleleriyle birlikte, ω_0 rezonans frekansıyla küçük salınıcılar gibi davranmaya yönelttiğini varsayacağız. Böyle salınıcıları zaten incelemiştik ve onların hareket denkleminin aşağıdaki gibi yazılacağını biliyoruz:

$$m\left(\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2\, x\right) = F \tag{31.11}$$

Burada F sürücü kuvvettir.

Bizim problemimiz için, sürücü kuvvet kaynaktan gelen dalganın elektrik alanından ortaya çıkar, dolayısıyla

$$F = q_e E_S = q_e E_0 e^{i\omega t} \tag{31.12}$$

ifadesini kullanmalıyız; burada q_e elektronun üzerindeki yüktür ve E_S için (31.10)'daki $E_S = E_0 e^{i\omega t}$ ifadesini kullandık. Elektron için hareket denklemimiz, bu durumda şöyledir:

$$m\left(\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x\right) = q_e E_0 e^{i\omega t} \tag{31.13}$$

Bu denklemi daha önce çözmüştük ve çözümün

$$x = x_0 e^{i\omega t} \tag{31.14}$$

olduğunu biliyoruz; bunu (31.13)'te yerine koyarak şunu buluruz:

$$x_0 = \frac{q_e E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \tag{31.15}$$

Öyle ki:

$$x = \frac{q_e E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega t} \tag{31.16}$$

Bilmemiz gereken buydu; tabakadaki elektronların hareketi. Bu hareket her elektron için aynıdır, şu farkla ki, kuşkusuz, her elektron için ortalama konum (hareketin "sıfır"ı) değişiktir.

Artık bu atomların P noktasında doğurdukları E_a alanını bulmak için hazırız, çünkü tümü birlikte hareket eden yüklerin bir tabakası tarafından üretilen alanı (Bölüm 30'un sonunda) zaten geliştirmiştik. (30.19) denklemine geri bakarak P'deki E_a alanının, sadece bir negatif sabit kere zamanca z/c kadar gecikmiş yüklerin hızı olduğunu görürüz. Hızı elde etmek için (31.16)'daki x'in diferansiyelini alarak ve gecikmeyi işe katarak [ya da sadece (31.15)'ten x_0'ı (30.18)'de yerine koyarak] alanı buluruz:

$$E_a = -\frac{\eta q_e}{2\epsilon_0 c}\left[i\omega \frac{q_e E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega(t - z/c)}\right] \tag{31.17}$$

Tam beklediğimiz gibi, elektronların sürülen hareketi sağa doğru ilerleyen ($e^{i\omega(t-z/c)}$ çarpanının söylediği budur) bir ekstra dalga yaratmıştır ve bu dalganın genliği tabakadaki birim alan başına atomların sayısıyla (η çarpanı) orantılıdır ve kaynak alanının şiddetiyle de (E_0 çarpanı) orantılıdır. Ayrıca beklememiz gereken, atomik özelliklere bağlı (q_e, m ve ω_0) bazı çarpanlar da vardır.

Bununla birlikte en önemli şey, (31.17)'deki bu E_a denkleminin, "özgün dalga, n kırılma indisli bir madde içinden geçerken gecikmişti" diyerek elde ettiğimiz (31.8) denklemindeki E_a ifadesine çok fazla benzemesidir. Aslında,

$$(n-1)\Delta z = \frac{\eta q_e^2}{2\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)} \tag{31.18}$$

eşitliği halinde, bu iki ifade özdeş olacaktır. Dikkat ederseniz, her iki yan Δz ile orantılıdır; çünkü birim alan başına atomların sayısı olan η, $N\Delta z$'ye eşittir, burada N tabakanın *birim hacmindeki* atom sayısıdır. η yerine $N\Delta z$ koyarak ve Δz'leri yok ederek, esas sonucumuzu elde ederiz: kırılma indisi için madde atomlarının özellikleri ve ışığın frekansı cinsinden bir denklem:

$$n = 1 + \frac{Nq_e^2}{2\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)} \tag{31.19}$$

Bu denklem, elde etmeyi arzuladığımız kırılma indisinin "açıklaması"nı verir.

31-3 Dağınım

Yukarıdaki süreçte çok ilginç bir şey elde ettiğimize dikkat ediniz. Çünkü kırılma indisi için sadece temel atomik niceliklerden hesaplanabilecek bir sayıya sahip olmakla kalmadık, ayrıca kırılma indisinin ışığın ω frekansıyla nasıl değişmesi gerektiğini de öğrenmiş olduk. Bu, "Işık şeffaf bir madde içinde daha yavaş ilerler" basit ifadesinden anlayabileceğimiz bir şey değildir. Kuşkusuz, hâlâ birim hacimde ne kadar atom olduğunu ve onların ω_0 doğal frekansını bilme sorunumuz vardır. Bunu daha henüz bilmiyoruz, çünkü bu her farklı madde için farklıdır ve bunun genel kuramını henüz elde edemeyiz. Farklı maddelerin özelliklerinin –onların doğal frekanslarının vs– genel bir kuramının formülasyonu sadece atomik kuantum mekaniğiyle mümkündür. Ayrıca, farklı maddeler farklı özelliklere ve farklı indislere sahiptir; dolayısıyla kırılma indisi için tüm maddelere uygulanacak bir genel formül elde etmeyi bekleyemeyiz.

Bununla birlikte, elde ettiğimiz denklemi çeşitli olası durumlarda tartışacağız. Her şeyden önce, en sıradan gazlar (örneğin, hava için, en renksiz gazlar, hidrojen, helyum vs) için elektron salınıcılarının doğal frekansları morötesi ışığa karşılık gelir. Bu frekanslar görünür ışığın frekanslarından yüksektir, yani ω_0 görünür ışığın ω'sından çok büyüktür ve ilk yaklaştırmada ω^2'yi ω_0^2'ye kıyasla göz ardı edebiliriz. Bu durumda kırılma indisinin neredeyse sabit olduğunu buluruz. Böylece bir gaz için, indis neredeyse sabittir. Bu, cam gibi çoğu şeffaf madde için de doğrudur. Bununla birlikte, ifademize biraz daha yakından bakarsak, ω arttıkça indisin de yükseldiğini görürüz. Dolayısıyla n frekansla yavaş bir şekilde yükselir. İndis mavi ışık için kırmızı ışık için olandan daha yüksektir. Prizmanın ışığı mavide kırmızıdan daha fazla bükmesinin nedeni budur.

Kırılma indisinin frekansa bağlı olmasına *dağıtma* (*dispersion*) olayı denir, çünkü bu ışığın bir prizma tarafından bir spektruma "dağıtılma" olgusuna dayanır. Kırılma indisini frekansın fonksiyonu olarak ifade eden denkleme *dağıtma denklemi* denir. Buna göre, bir dağıtma denklemi elde etmiş olduk. (Geçen birkaç yıldır "dağıtma denklemleri" temel parçacıklar kuramında yeni bir kullanım yeri bulmuş durumdadır.)

Dağıtma denklemimiz başka ilginç etkiler akla getirmektedir. Görünür bölgede bir ω_0 doğal frekansımız varsa ya da cam gibi bir malzemenin kırılma indisini morötesinde ölçersek, burada ω frekansı ω_0'a yaklaşır, o zaman doğal frekansa çok yakın frekanslarda kırılma indisinin aşırı derecede büyük hale geldiğini görürüz, çünkü payda sıfıra doğru gider. Şimdi de, ω'nın ω_0'dan büyük olduğunu varsayalım. Örneğin, cam gibi bir maddeyi alır ve onun üzerine x-ışını yollarsak, bu meydana gelir. Aslında, örneğin grafit gibi görünür ışığı geçirmeyen birçok madde x-ışınları için şeffaf olduğuna göre, karbonun x-ışınları için kırılma indisinden de söz edebiliriz. Karbon atomlarının tüm doğal frekansları, x-ışınlarında kullandığımız frekanslardan çok daha düşük olabilir, çünkü x-ışını ışınımı çok yüksek frekansa sahiptir. Kırılma indisi, ω_0'ı sıfıra eşitlersek (ω^2'ye kıyasla ω_0^2'yi göz ardı ederiz), dağıtma denklemimizle verilen indistir.

Bir serbest elektron gazı üzerine radyo dalgaları (ya da ışık) gönderirsek benzer bir durum olur. Üst atmosferde güneşten gelen morötesi ışıkla atmosferdeki atomlardan elektronlar açığa çıkar ve orada serbest elektronlar olarak kalır. Serbest elektronlar için $\omega_0 = 0$'dır (esnek geri-çağırıcı kuvvet yoktur). Dağıtma denklemimizde $\omega_0 = 0$ koyunca, stratosferdeki radyo dalgaları için doğru kırılma indisi denklemi ele geçer, orada N şimdi serbest elektronların yoğunluğunu (birim hacimdeki sayıyı) temsil etmektedir. Fakat denkleme tekrar bakalım; madde üzerine x-ışınlarını ya da serbest elektronlar üzerine radyo dalgalarını (ya da herhangi bir elektrik dalgasını) doğrultursak, $(\omega_0^2 - \omega^2)$ terimi *negatif* hale gelir ve n'nin 1'*den küçük* olduğu bir sonuç elde ederiz. Bu, madde içinde dalgaların etkin hızının c'den *daha büyük* olduğu anlamına gelir! Bu doğru olabilir mi?

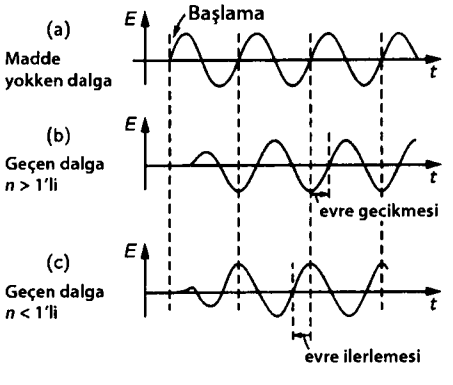
Doğrudur. Işık hızından daha hızlı sinyaller gönderemezsiniz denmesine karşın, maddelerin kırılma indisinin özel bir frekansta 1'den büyük ya da küçük

olabileceği yine de doğrudur. Bu sadece saçılmış ışık tarafından doğurulan *evre kaymasının* pozitif ya da negatif olabileceği anlamına gelir. Bununla birlikte gösterilebilir ki bir *sinyali* gönderdiğiniz hız bir frekanstaki indisle saptanmaz, fakat o *birçok* frekanstaki indisin ne olduğuna bağlıdır. İndisin bize söylediği, dalga *düğümlerinin* (ya da dalga tepelerinin) ilerlediği hızdır. Bir dalganın *düğümü* bir sinyalin kendisi değildir. Hiçbir türlü kiplemeye sahip olmayan, yani kararlı bir salınım olan bir kusursuz dalgada, aslında onun ne zaman "başladığını" söyleyemezsiniz, dolayısıyla onu bir zamanlama sinyali olarak kullanamazsınız. Bir *sinyal* göndermek için, dalgayı bir şekilde değiştirmeli, ona bir çentik atmalısınız, onu biraz şişman ya da sıska yapmalısınız. Bu, dalgada birden çok frekansa sahip olmalısınız anlamına gelir ve bu, *sinyallerin* ilerleme hızının sadece indise değil, indisin frekansla değişim şekline de bağlı olduğunu gösterir. Bu konuyu da (Bölüm 48'e kadar) ertelemeliyiz. O zaman böyle bir cam parçası boyunca sinyallerin gerçek hızını sizin için hesaplayacağız; matematiksel noktalar olan düğümler ışık hızından daha hızlı ilerleseler bile.

Bir *sinyal* göndermek için, dalgayı bir şekilde değiştirmeli, ona bir çentik atmalısınız, onu biraz şişman ya da sıska yapmalısınız. Bu, dalgada birden çok frekansa sahip olmalısınız anlamına gelir ve bu, *sinyallerin* ilerleme hızının sadece indise bağlı olmayıp indisin frekansla değişim şekline de bağlı olduğunu gösterir. Bu konuyu da (Bölüm 48'e kadar) ertelemeliyiz. O zaman böyle bir cam parçası boyunca sinyallerin gerçek hızını sizin için hesaplayacağız: matematiksel noktalar olan düğümler ışık hızından daha hızlı ilerleseler bile.

Sırf bunun nasıl olduğu hakkında küçük bir ipucu vermek için, şuna dikkat edeceksiniz; gerçek zorluk, yüklerin tepkisinin alana zıt olmasıyla, yani işaretin tersine çevrilmesi olgusuyla ilgilidir. Bu nedenle x için olan ifademizde (Denk. 31.16) yükün yerdeğiştirmesi sürücü alana zıt yöndedir, çünkü küçük ω_0'lar için $(\omega_0^2 - \omega^2)$ negatiftir. Denkleme göre, elektrik alan bir yöne çektiğinde, yük ters yönde hareket eder.

Yük nasıl olur da ters yöne gider? Alan ilk açıldığında, o elbette ters yöne doğru harekete başlamaz. Hareket ilk başladığında, bir geçici durum olur ve bir süre sonra bu yerine oturur; ancak yükün salınımının sürücü alana ters evresi *bundan sonradır*. Bundan sonradır ki geçen alanın evresi, kaynak dalgasına göre *ilerlemiş* olarak görünebilir. "Evre hızı" ya da düğümlerin hızı c'den daha büyüktür dediğimizde kastedilen *evredeki bu ilerlemedir*. Dalganın (bir sinyal oluşturmak üzere) aniden başlaması halinde onun nasıl göründüğünü Şekil 31-4'te sistematik olarak veriyoruz. Diyagramdan göreceğiniz gibi, *sinyal* (yani, dalganın *başlaması*), evredeki bir ilerlemeyle biten dalga için daha önce *değildir*.



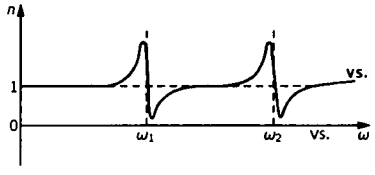
Şekil 31-4 Dalga "sinyalleri".

Şimdi yine dağınım denklemimize bakalım. Kırılma indisi çözümlememizin, sizin aslında doğada bulduğunuzdan bir bakıma daha basit bir sonuç verdiğine dikkatini çekmeliyiz. Tam doğru olmak için bazı düzeltmeler eklememiz gerekir. İlk olarak, atomik salınıcı modelimizin bir sönüm kuvvetine sahip olmasını beklemeliyiz (yoksa bir kez başlayınca ilelebet salınır; ki bunun olacağını beklemeyiz). Daha önce bir sönümlü salıcının hareketini (Denk. 23.8) çözümlemiştik ve sonuç şuydu: Denk. (31.16)'daki ve dolayısıyla (31.19)'daki payda $(\omega_0^2 - \omega^2)$'den $(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)$'ya değişmiştir; burada γ sönüm katsayısıdır.

İkinci bir düzeltmeyi de hesaba katmamız gerekir; şöyle ki özel türden bir atomun birçok rezonans frekansı vardır. Çeşitli türden salınıcıların var olduğunu, fakat her salınıcının ayrı ayrı davrandığını düşünerek, dağınım bağıntımızı onarmak kolaydır; böylece tüm salınıcıların katkılarını basitçe ekleriz. Birim hacimde N_k elektron olduğunu söyleyelim, onların doğal frekansları ω_k ve sönüm çarpanları γ_k olsun. Bu durumda dağınım bağıntımız,

$$n = 1 + \frac{q_e^2}{2\epsilon_0 m} \sum_k \frac{N_k}{(\omega_k^2 - \omega^2 + i\,\gamma_k\omega)} \tag{31.20}$$

halini alır. Sonunda, birçok madde için gözlenen kırılma indisini betimleyen tam bir ifadeye sahibiz.* Bu denklemle betimlenen indis, frekansla kabaca Şekil 31-5'te görülen eğri gibi değişir.



Şekil 31-5 Frekansın fonksiyonu olarak kırılma indisi.

Dikkat ederseniz, ω frekansı rezonans frekanslarından birine iyice yakın olmadıkça, eğrinin eğimi pozitiftir. Böyle bir pozitif eğime "normal" dağınım denir (çünkü o açıkça en sıradan oluşumdur). Bununla birlikte, rezonans frekanslarının çok yakınında, ω'ların küçük bir bölgesi vardır ki orada eğim negatiftir. Böyle bir negatif eğim genelde "anormal" (olağandışı anlamında) dağınım olarak anılır, çünkü ilk gözlendiğinde –hiç kimsenin elektron gibi şeylerin bile var olduğunu bilmediği kadar önce– olağandışı gibi görünmüştü. Bizim açımızdan her iki eğim de çok "normal"dir!

31-4 Soğurma

Dağınım denklemi için elde ettiğimiz son biçim (Denk. 31.20) hususunda küçük acayip bir şeye belki dikkat etmişsinizdir. Sönümü hesaba katmak için koyduğumuz $i\gamma$ terimi nedeniyle, kırılma indisi şimdi *karmaşık bir sayı*dır! *Bu* ne anlama gelir? n'nin gerçel ve sanal kısımlarını çözümleyerek, şunu yazabilirdik:

$$n = n' - in'' \tag{31.21}$$

Burada n' ve n'' gerçel sayılardır. (in'' sayısının önünde eksi işareti kullandık, çünkü o zaman, kendiniz de gösterebilirsiniz ki, n'' pozitif olarak çıkacaktır.)

n indisli bir madde tabakasından geçtikten sonraki dalga denklemi olan (31.6) denklemine geri giderek, böyle bir karmaşık indisin ne anlama geldiğini görebilirsiniz. Karmaşık n sayısını bu denklemde yerine koyar ve bazı yeniden düzenlemeler yaparsak, şunu elde ederiz:

$$E_{\text{tabakadan sonra}} = \underbrace{e^{-\omega n''\Delta z/c}}_{\text{A}}\ \underbrace{e^{-i\omega(n'-1)\Delta z/c}\,E_0\,e^{i\omega(t-z/c)}}_{\text{B}} \tag{31.22}$$

Üsteki denklemde B'yle işaretlenen son iki çarpan, daha önce sahip olduğumuz yapıdır ve yine maddeyi geçerken evresi $\omega(n'-1)\Delta z/c$ açısıyla gecikmiş bir dalgadır. İlk terim (A) yeni olup, üssü gerçel olan bir üstel çarpandır, çünkü iki i vardı ve onlar yok oldular. Ayrıca, üs negatiftir, böylece bu çarpan 1'den küçük bir gerçel sayıdır. Alanın büyüklüğünde bir *azalma*yı betimler ve beklendiği gibi, Δz büyüdükçe azalma miktarı daha fazla olur. Dalga madde içinde ilerledikçe zayıflar. Madde dalganın bir kısmını "soğurur". Dalga diğer tarafa daha az enerjiyle çıkar. Buna şaşmamalıyız, çünkü salınıcılara soktuğumuz sönüm gerçekte bir sürtünme kuvvetidir ve enerji yitimine neden olması beklenmelidir. Karmaşık kırılma indisinin n'' sanal kısmı, dalganın soğrulmasına (ya da "zayıflama"sım) temsil eder. Aslında, n'' bazen "soğurma indisi" olarak da anılır.

n kırılma indisinin sanal kısmının Şekil 31-3'teki E_a okunun başlangıca doğru bükülmesine karşılık geldiğine de işaret edebiliriz. Geçen alanın neden azaldığı şimdi daha açıktır.

---

* Aslında, Denk. (31.20) kuantum mekaniğinde de hâlâ geçerli olduğu halde, onun yorumu biraz farklıdır. Kuantum mekaniğinde, hidrojen gibi tek elektronlu bir atom bile çeşitli rezonans frekanslarına sahiptir. Dolayısıyla N_k aslında ω_k frekansına sahip elektronların sayısı değildir, fakat bunun yerine $N f_k$ ile yerdeğiştirmelidir; burada N birim hacimdeki atomların sayısı ve (salınıcı şiddeti denen) f_k ise atomun her bir ω_k rezonans frekansını ne kadar şiddetle sergilediğini söyleyen bir çarpandır.

Normal olarak, örneğin camda olduğu gibi, ışığın soğrulması çok küçüktür. Bu, Denk. (31.20)'den beklenmektedir, çünkü paydanın sanal $i\gamma_k\omega$ kısmı $(\omega_k^2 - \omega^2)$ teriminden çok daha küçüktür. Fakat ω ışık frekansı ω_k'ya çok yakınsa, o zaman $(\omega_k^2 - \omega^2)$ rezonans terimi $i\gamma_k\omega$'ya kıyasla çok küçük hale gelebilir ve indis neredeyse tamamen sanal olur. Işığın soğrulması baskın hale gelir. Güneşten aldığımız ışık spektrumundaki karanlık çizgileri veren tam da bu etkidir. Güneş yüzeyinden gelen ışık güneşin atmosferinden (ve de dünyanın) geçmiştir ve güneş atmosferindeki atomların rezonans frekanslarında şiddetli bir şekilde soğrulmuştur.

Güneş ışığında böyle spektral çizgilerin gözlenmesi, bize atomların rezonans frekanslarını ve dolayısıyla güneş atmosferinin kimyasal bileşimini söyleme olanağı sağlar. Aynı tür gözlemler bize yıldızlardaki maddeleri de söyler. Böyle ölçümlerden, güneşteki ve yıldızlardaki kimyasal elementlerin yeryüzünde bulduğumuz maddelerle aynı olduklarını biliriz.

31-5 Bir elektrik dalgasının taşıdığı enerji

Kırılma indisinin sanal kısmının soğurma anlamına geldiğini gördük. Şimdi bu bilgiyi, bir ışık dalgası tarafından ne kadar enerji taşındığını bulmak için kullanacağız. Işık tarafından taşınan enerjinin $\overline{E^2}$'yla, yani dalgadaki elektrik alanının karesinin zaman ortalamasıyla orantılı olduğu kanıtını daha önce vermiştik. Soğurum nedeniyle E'deki azalma bir enerji kaybı anlamına gelmelidir; bu kayıp da elektronların sürtünmesine gider ve tahminimize göre maddede ısı olarak son bulur.

Şekil 31-1'deki tabakamızın birim alanına, diyelim ki bir santimetre karesine ulaşan ışığı ele alırsak, aşağıdaki enerji denklemini yazabiliriz (enerjinin korunduğunu kabul edersek, hep yaptığımız gibi!):

$$\textit{Saniyede giren enerji} = \textit{saniyede çıkan enerji} + \textit{saniyede yapılan iş} \tag{31.23}$$

İlk terim için $\alpha\overline{E_s^2}$ yazabiliriz; burada α, E^2'nin ortalama değerini taşınan enerjiye bağlayan henüz bilinmeyen bir orantı sabitidir. İkinci terim için maddenin ışıyan atomlarından gelen parçayı katmalıyız, böylece $\alpha\overline{(E_s + E_a)^2}$ ya da (kareyi alarak) $\alpha\overline{(E_s^2 + 2E_sE_a + E_a^2)}$ kullanmalıyız.

Hesaplarımızın tümünü, indisi 1'den çok fazla olmayan ince bir madde tabakası için yapmıştık, öyle ki E_a her zaman E_s'ten çok küçük olacaktır (sırf hesapları daha kolay yapmak için). Yaklaştırımlarımıza uygun olarak, bu nedenle, $\overline{E_s^2}$ terimizi bırakmalıyız, çünkü $\overline{E_sE_a}$'dan çok küçüktür. "$\overline{E_sE_a}$'yı da bırakmalısınız, çünkü o da $\overline{E_s^2}$'dan çok küçük" diyebilirsiniz. $\overline{E_sE_a}$'nın $\overline{E_s^2}$'dan çok küçük olduğu doğrudur, ama $\overline{E_sE_a}$'yı muhafaza etmeliyiz; yoksa yaklaştırımımız madde tabakasının tamamen ihmal edildiği duruma döner! Hesaplarımızın tutarlı olduğunu kontrol etmenin bir yolu, maddedeki atomların alan yoğunluğu olan $N\Delta z$ ile orantılı terimleri daima muhafaza ettiğimizi, fakat $(N\Delta z)^2$ ya da $N\Delta z$'nin her kuvvetiyle orantılı terimleriyse ihmal ettiğimizi görmektir. Bizimkine "düşük-yoğunluk yaklaştırması" denir.

Aynı anlamda, enerji denklemimizin yansıyan dalgadaki enerjiyi ihmal ettiğine işaret etmeliyiz. Fakat bunda sorun yok, çünkü bu terim de $(N\Delta z)^2$ ile orantılıdır, çünkü yansımış dalganın genliği $N\Delta z$'yle orantılıdır.

Denk. (31.23)'teki son terim için, gelen dalganın elektronlar üzerine iş yapma hızını hesaplamak istiyoruz. İşin kuvvet kere mesafe olduğunu biliyoruz, buna göre iş yapma *hızı* (güç de denir) kuvvet kere hızdır. Gerçekten $\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$'dir, fakat hız ve kuvvet, burada olduğu gibi, aynı doğrultuda olduğu zaman skaler çarpımı umursamayız (olası bir eksi işareti dışında). Böylece her atom için iş yapma oranı olarak $\overline{q_eE_sv}$ alırız. Birim alanda $N\Delta z$ atom olduğu için, (31.23)

denklemindeki son terim $N\Delta z\,\overline{q_e E_s v}$ olmalıdır. Enerji denklemimiz şimdi şöyle görünür:

$$\alpha\overline{E_s^2} = \alpha\overline{E_s^2} + 2\alpha\overline{E_s E_a} + N\Delta z\, q_e\overline{E_s v} \tag{31.24}$$

$\overline{E_s^2}$ terimleri birbirini götürür ve geriye

$$2\alpha\,\overline{E_s E_a} = -N\Delta z q_e\overline{E_s v} \tag{31.25}$$

kalır. Şimdi (30.19) denklemine geri gideriz; o denkleme göre, büyük z'ler için

$$E_a = \frac{N\Delta z q_e}{2\epsilon_0 c}\ v(z/c \text{ kadar gecikme}) \tag{31.26}$$

olur ($\eta = N\Delta z$ olduğunu hatırlayın). (31.26)'yı (31.25)'in sol tarafında yerine koyarak

$$-2\alpha\ \frac{N\Delta z q_e}{2\epsilon_0 c}\ \overline{E_s(z'\text{de})\cdot v(z/c \text{ kadar gecikme})}$$

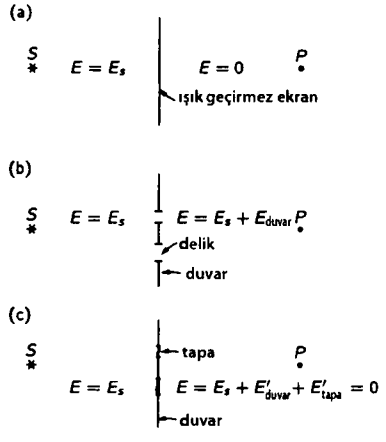
elde ederiz. Bununla birlikte, E_s (z'de), z/c kadar gecikmiş E_s (*atomda*) olur. Ortalama, zamandan bağımsız olduğundan, z/c kadar gecikmiş olarak aynıdır ya da $\overline{E_s(atomda)\cdot v}$'dir, (31.25)'in sağ yanında görülen aynı ortalama. Dolayısıyla

$$\frac{\alpha}{\epsilon_0 c} = 1 \qquad \text{ya da} \qquad \alpha = \epsilon_0 c \tag{31.27}$$

ise, iki yan eşittir. Şunu keşfetmiş olduk; eğer enerji korunacaksa, bir elektrik dalgasında birim alan başına birim zamanda taşınan enerji (ya da *yoğunluk* denen şey) $\epsilon_0 c\overline{E^2}$'yle verilmelidir. Yoğunluğa $\bar{S}$ dersek,

$$\bar{S} = \left\{\begin{matrix}\text{yoğunluk}\\ \text{veya}\\ \text{enerji/alan/zaman}\end{matrix}\right\} = \epsilon_0 c\overline{E^2} \tag{31.28}$$

ifadesini buluruz, burada üst çizgi *zaman ortalaması* anlamındadır. Kırılma indisi kuramımızdan ödül mahiyetinde çok hoş bir sonuç kazanmış olduk!



Şekil 31-6 Bir ekran aracılığıyla kırınım.

31-6 Işığın bir ekrandan kırınımı

Bu bölümün mekanizmasıyla halledilebilecek biraz farklı bir konunun peşine düşmenin tam zamanıdır. Son bölümde, bir ışık geçirmez ekranınız varsa ve bazı deliklerden ışık geçebiliyorsa, deliklerin yerine delikler üzerinde düzgün dağılmış kaynaklar (salınıcılar) düşünerek şiddet dağılımının -kırınım örüntüsü- elde edilebildiğini söylemiştik. Bir başka deyişle, kırınmış dalga, delik yeni bir kaynakmışçasına olanla aynıdır. Bunun nedenini açıklamalıyız, çünkü deliğin olduğu yerde kuşkusuz kaynaklar *yok*tur, orada ivmeli yükler *yok*tur.

Önce şunu soralım: "Işık geçirmez ekran nedir?" Şekil 31-6(a)'da olduğu gibi, bir S kaynağı ile P'deki bir gözlemci arasında tamamen ışık geçirmeyen bir ekranın bulunduğunu varsayın. Ekran "ışık geçirmez"se, P'de hiç alan yoktur. Orada neden hiç alan yoktur? Temel ilkelere göre, kaynağın gecikmiş E_s alanı artı etraftaki tüm diğer yüklerden gelen alan olarak P'de bir alan elde etmeliydik. Fakat yukarıda gördüğümüz gibi, ekrandaki yükler E_s alanı vasıtasıyla harekete geçirilecektir ve bu hareketler yeni bir alan doğurur, ama ekran ışık geçirmezse, bu alan ekranın arka tarafında E_s alanını *tam olarak* yok etmelidir. "*Tam olarak* dengelemesi ne büyük mucize! Ya tam olarak doğru değilse!" diyebilirsiniz. Bu tam olarak doğru olmasaydı (bu ışık geçirmez ekranın bir kalınlığı olduğunu hatırlayın), ekranın arka kısmına doğru olan alan tam sıfır olmazdı. Böylece, sıfır olmayınca, ekran maddesindeki bazı başka yükleri harekete geçirirdi ve dolayısıyla biraz daha fazla alan oluşturarak toplam dengeyi elde etmeye çalışırdı. Bu yüzden ekranı yeterince kalın tutarsak, kalıntı alan olmaz, çünkü sonunda her şeyi yatıştırmak için yeterli fırsat olur. Yukarıdaki denklemimiz cinsinden, ekranın büyük ve sanal bir indise sahip olduğunu söyleyebili-

riz; böylece dalga, geçerken üstel olarak soğrulur. Kuşkusuz, bilirsiniz; çoğu ışık geçirmez maddenin yeterince ince bir levhası, altın bile olsa, şeffaftır.

Şimdi de, Şekil 31-6(b)'deki gibi, üzerinde delikler bulunan ışık geçirmez bir ekranla neler olacağını görelim. P'deki alan için ne tahmin ederiz? P'deki alan iki parçanın toplamı olarak temsil edilebilir; S kaynağı dolayısıyla oluşan alan artı duvarlar nedeniyle, yani ekrandaki yüklerin hareketinden doğan alan. Duvarlardaki yüklerin hareketlerinin karmaşık olmasını bekleriz, fakat *oldukça basit şekilde* alanlar ürettiklerini anlarız.

Aynı ekranı aldığımızı, fakat şeklin (*c*) kısmında gösterildiği gibi, delikleri tıkadığımızı varsayın. Tapaların duvarla tam olarak aynı maddeden olduklarını düşünün. Tapaların (*b*) şeklinde deliklerin olduğu yerlere konacağını unutmayın. Şimdi P'deki alanı hesaplayalım. P'deki alan (c) durumunda elbette sıfırdır, fakat bu *ayrıca* kaynaktan artı duvarlardaki ve tapalardaki atomların tüm hareketlerinden gelen alana *da* eşittir. Aşağıdaki denklemleri yazabiliriz:

$$\text{(b) hali: } E_{P'\text{de}} = E_S + E_{\text{duvar}}$$

$$\text{(c) hali: } E'_{P'\text{de}} = 0 = E_S + E'_{\text{duvar}} + E'_{\text{tapa}}$$

Burada üs işaretleri, tapaların yerlerine takıldıkları durumu ifade eder, fakat E_S kuşkusuz her iki halde aynıdır. Şimdi iki denklemi çıkarırsak,

$$E'_{P'\text{de}} = (E_{\text{duvar}} - E'_{\text{duvar}}) - E'_{\text{tapa}}$$

ifadesini buluruz. Delikler aşırı küçük değilse (deyin ki, birçok dalga boyu genişliğinde) tapaların varlığının, duvarlara ulaşan alanları değiştirmesini beklemeyiz; belki deliklerin kenarları boyunda birazcık olabilir. Bu küçük etkiyi ihmal ederek, $E_{\text{duvar}} = E'_{\text{tapa}}$ yazabiliriz ve şunu elde ederiz:

$$E_{P'\text{de}} = -E'_{\text{tapa}}$$

Şu sonuca ulaştık: *Ekranda delikler olduğunda* (b hali) P'deki alan, tam ışık geçirmez bir duvarın *deliklerin yer aldığı kısmı* tarafından üretilen alanla aynıdır (işaret dışında)! (İşaret çok ilginç değildir, çünkü genelde alanın karesiyle orantılı olan şiddetle ilgileniriz.) Bu şaşırtıcı bir ileri-geri kanıt gibi görünüyor. Bununla birlikte, bu sadece doğru değil (aşırı küçük olmayan delikler için yaklaşık olarak), ayrıca yararlıdır ve sıradan kırınım kuramı için doğrulamadır.

E'_{tapa} alanı her özel durumda hesaplanabilir, yeter ki ekranın *her yerinde* bulunan yüklerin hareketinin ekranın arkasındaki E_S alanını tam yok edecek şekilde olduğunu hatırlayın. Bu hareketleri bilince, tapalardaki yükler nedeniyle P'deki ışınım alanlarını ekleriz.

Bu kırınım kuramının sadece yaklaşık olduğunu ve sadece delikler aşırı küçük değilse yararlı olacağını yine belirtelim. Aşırı küçük delikler halinde, E'_{tapa} terimi çok küçük olacak ve o zaman E'_{duvar} ve E_{duvar} arasındaki fark (ki bu farkı sıfır olarak almıştık), küçük olan E'_{tapa} terimiyle kıyaslanabilir ya da ondan daha büyük olabilir ve yaklaştırmamızın artık geçerliliği kalmaz.

32

IŞINIM SÖNÜMÜ. IŞIK SAÇILIMI

32-1 Işınım direnci

32-1 Işınım direnci
32-2 Enerjinin ışınım hızı
32-3 Işınım sönümü
32-4 Bağımsız kaynaklar
32-5 Işığın saçılımı

Son bölümde, bir sistem salındığında uzaklara enerji taşındığını öğrenmiş ve salınan bir sistemin ışıdığı enerji için bir denklem çıkarmıştık. Elektrik alanını bilirsek, o zaman alanın karesinin ortalaması kere $\epsilon_0 c$, ışınımın ilerlediği doğrultuya dik bir yüzeyden saniyede metre kare başına geçen enerji miktarıdır:

$$S = \epsilon_0 c \langle E^2 \rangle \tag{32.1}$$

Her titreşen yük enerji yayar; örneğin, sürülen bir anten enerji yayınlar. Sistem enerji yayınlarsa, o zaman enerjinin korunumunu hesaba katmak için, antene giren teller boyunca güç verildiğini anlamalıyız. Yani, anten sürücü devreye bir direnç ya da enerjinin "kaybolabileceği" bir yer gibi davranır (aslında enerji kaybolmamış, gerçekte ışımıştır; fakat konu devre olunca, enerji kaybolmuştur). Sıradan bir dirençte, "kaybolan" enerji enerjiye dönüşür; burada "kaybolan" enerji uzaya gider. Fakat devre kuramı açısından, enerjinin *nereye* gittiğini hesaba katmaksızın, devre üzerindeki net etki aynıdır; devreden enerji "yitirilmiş"tir. Dolayısıyla anten, mükemmel bakırdan yapılmış olsa bile, dirence sahip bir jeneratör gibi görünür. Aslında, iyi kurulmuşsa, biraz indüktans ya da sığa ile saf bir direnç olarak görünecektir, çünkü antenden mümkün olduğunca en fazla enerji ışınmasını isteriz. Antenin gösterdiği bu dirence *ışınım direnci* denir.

Antene bir I akımı gidiyorsa, o zaman antene verilen ortalama güç hızı, akımın karesi çarpı dirençtir. Antenin güç *yayma* hızı elbette antendeki akımın karesiyle orantılıdır, çünkü tüm alanlar akımlarla orantılıdır ve salıverilen enerji alanın karesiyle orantılıdır. Yayınlanan güç ile $\langle I^2 \rangle$ arasındaki orantı katsayısı ışınım direncidir.

Işınım direncinin neden dolayı ortaya çıktığı ilginç bir sorudur. Basit bir örnek alalım: Diyelim ki akımlar bir anten içinde yukarı ve aşağı sürülmektedir. Anten enerji yayacaksa, içeri iş koymamız gerektiğini anlarız. Bir yüklü cismi alır ve onu aşağı yukarı ivmelendirirsek, enerji yayar; yüklü olmasaydı, enerji yaymazdı. Enerjinin korunumundan hesaplanacak bir şey enerji kaybıdır, diğer şeyse şu soruyu yanıtlamaktır: *Hangi kuvvete karşı* iş yaparız? Bu, antenler için yanıtlandığı halde, elektronlar için tam olarak ve doyurucu şekilde asla yanıtlanamamış ilginç ve çok zor bir sorudur. Olan şudur: Bir antende, antenin bir parçasındaki hareketli yükler tarafından doğurulan alanlar, antenin diğer parçasındaki hareketli yükler üzerine tepki gösterirler. Bu kuvvetleri hesaplayabilir ve ne kadar iş yaptıklarını buluruz ve böylece ışınım direnci için doğru kuralı elde ederiz. "Hesaplayabiliriz" diyoruz fakat –bu tam doğru değil– hesaplayamayız, çünkü elektrik yasalarını henüz kısa uzaklıklarda incelemedik; sadece büyük uzaklıklarda elektrik alanının ne olduğunu biliyoruz. (28.3) denklemini görmüştük; fakat şu anda alanları dalga kuşağının içinde hesaplamak *bizim* için aşırı karmaşıktır. Kuşkusuz, enerji korunumu geçerli olduğuna göre, kısa mesafelerde alanları bilmeksizin, sonucu elbette hesaplayabiliriz. (Bu arada, bu kanıtı tersine kullanarak, sadece çok uzak mesafelerdeki alanı bilerek, enerjinin korunum yasalarını kullanmak suretiyle kısa mesafelerdeki kuvvetlerin denklemi bulunabilir; fakat buna burada girişmeyeceğiz.)

Bir tek elektron halinde problem şudur: Sadece bir yük varsa, ona etkiyen kuvvet nedir? Eski klasik kuramda şu önerilmişti; yük küçük bir toptur ve yükün bir parçası diğerine etki eder. Minnacık elektron boyunca etkideki gecikme nedeniyle, kuvvet hareketle tam olarak aynı evrede değildir. Yani, durgun bir elektronumuz varsa, "etki eşittir tepki" olduğunu biliyoruz. Öyleyse çeşitli iç kuvvetler eşittir ve net kuvvet yoktur. Fakat elektron ivmelenmekteyse, bu durumda onun üzerindeki zaman gecikmesi nedeniyle, önünden arka kısmına etkiyen kuvvet, arkadan ön kısmına etkiyen kuvvetle tam olarak aynı değildir. Zamanlamadaki bu gecikme, bir dengesizlik yaratır; böylece, net bir etki olarak, nesne kendisini kendi çabalarıyla ayakta tutar! Hareketli bir yükün ışınım direncine kaynaklık eden ya da ivmeye direncin kaynağı olan bu model, birçok güçlükle karşılaşır, çünkü şu anki elektron görüşü, onun "küçücük bir top" *olmadığı* yönündedir; bu problem bir türlü çözülemedi. Yine de, kuşkusuz, net ışınım direnci kuvvetinin ne olması gerektiği, yani bir yükü ivmelendirdiğimizde ne kadar kayıp olacağı hususu tam olarak hesaplanabilir; bu kuvvetin işleme mekanizması doğrudan bilinmediği halde.

32-2 Enerjinin ışınım hızı

Şimdi ivmelenen bir yük tarafından yayımlanan toplam enerjiyi hesaplayacağız. Tartışmayı genel tutmak için, herhangi bir şekilde, fakat göreli olmaksızın ivmelenen bir yük halini ele alacağız. İvmenin, diyelim ki, düşey olduğu bir anda, üretilen elektrik alanının, yük çarpı gecikmiş ivmenin izdüşümü bölü mesafe olduğunu biliyoruz. Böylece elektrik alanını her noktada biliyoruz ve dolayısıyla elektrik alanının karesini de; böylelikle saniyede birim yüzeyden geçen $\epsilon_0 cE^2$ enerjisini biliyoruz demektir.

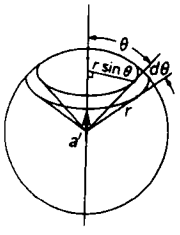
Radyo dalga yayılmasını içeren ifadelerde $\epsilon_0 c$ niceliği oldukça sık görünür. Onun tersine *boşluğun impedansı* denir ve hatırlanması kolay bir sayıdır: $1/\epsilon_0 c = 377$ ohm değerine sahiptir. Böylece güç, metre kare başına Watt cinsinden, elektrik alan karesinin ortalaması bölü 377'ye eşittir.

Elektrik alanı için (29.1) ifademizi kullanarak, θ yönünde metre kareye ışıyan gücü,

$$S = \frac{q^2 a'^2 \sin^2\theta}{16\pi^2\epsilon_0 r^2 c^3} \tag{32.2}$$

olarak buluruz. Daha önce söylediğimiz gibi, uzaklığın karesiyle ters orantılı olarak gittiğine dikkat ederiz. Şimdi tüm yönlerde ışıyan toplam enerjiyi istediğimizi varsayalım: Bu durumda (32.2)'nin tüm yönler üzerinden integralini almalıyız. Önce küçük bir $d\theta$ açısı içinde akan miktarı bulmak için, yüzey alanıyla çarparız (Şekil 32-1). Bir küresel kesimin alanına ihtiyaç var. Onu düşünmenin yolu şu: r yarıçapsa, açısal dilimin genişliği $rd\theta$ ve çevresi $2\pi r\sin\theta$'dır; çünkü $r\sin\theta$ çemberin yarıçapıdır. Böylece küçük küre parçasının yüzeyi $2\pi r\sin\theta$ kere $rd\theta$'dır:

$$dA = 2\pi\, r^2 \sin\theta\, d\theta \tag{32.3}$$



Şekil 32-1 Küresel bir bileziğin alanı, $2\pi\, r\sin\theta \cdot r\, d\theta$'dır.

Akıyı [(32.2), metre kare başına güç] küçük $d\theta$ açısında kapsanan metre kare cinsinden alanla çarparak, θ ile $\theta + d\theta$ arasındaki bu yönde salınan enerji miktarını buluruz; sonra 0'dan 180°'ye kadar tüm θ açıları üzerinden integral alırız:

$$P = \int S\, dA = \frac{q^2 a'^2}{8\pi\epsilon_0 c^3} \int_0^\pi \sin^3\theta\, d\theta \tag{32.4}$$

$\sin^3\theta = (1 - \cos^2\theta)\sin\theta$ yazarak, $\int_0^\pi \sin^3\theta\, d\theta = 4/3$ olduğunu göstermek zor değildir. Bunu kullanarak, şunu elde ederiz:

$$P = \frac{q^2 a'^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \tag{32.5}$$

Bu ifade bazı yorumlara layıktır. Her şeyden önce, a' vektörünün belli bir yönü olduğu için, (32.5)'teki a'^2 bu vektörün karesi, yani $a' \cdot a'$, vektörün uzunluğunun karesi olmalıdır. İkinci olarak, (32.2) akısı gecikmiş ivme kullanılarak hesaplanmıştı; yani, şimdi küre yüzeyini geçen enerjinin yayınlandığı zamandaki ivme. Bu enerji aslında daha önceki bu zamanda yayınlanmıştı demeyi yeğleyebilirdik. Bu tam doğru değil; sadece yaklaşık bir düşüncedir. Enerjinin salındığı doğru zaman, kesin olarak tanımlanamaz. Aslında kesin olarak hesaplayabileceğimiz tek şey, bir salınımda ya da onun gibi tamamlanmış bir harekette olmuş olandır, orada ivme sonunda kesilir. Bu durumda bulacağımız şey şudur: Çevrim başına toplam enerji akısı, bir tam çevrim için, ivmenin karesinin ortalamasıdır. Aslında (32.5)'te görünen işte budur. Ya da, o başlangıçta ve sonunda sıfır olan bir ivmeli hareketse, o durumda dışarı akan toplam enerji (32.5)'in zaman integralidir.

Salınan bir sistemimiz olduğunda, (32.5) denkleminin sonuçlarını açıklamak için, sistemin $-\omega^2 x_0 e^{i\omega t}$ ivmesini verecek şekilde salınması durumunda, yükün x uzanımının ne olacağını görelim. İvmenin karesinin bir çevrim üzerinden ortalaması (karmaşık sayı gösteriminde yazılan şeylerin karesini alırken çok dikkatli olmamız gerektiğini hatırlayın: burada x uzanımı aslında kosinüstür ve $\cos^2 \omega t$'nin ortalaması 1/2'dir) böylelikle

$$\langle a'^2 \rangle = \tfrac{1}{2}\, \omega^4 x_0^2$$

olur ve dolayısıyla şunu buluruz:

$$P = \frac{q^2 \omega^4 x_0^2}{12\pi\epsilon_0 c^3} \tag{32.6}$$

Şu anda tartışmakta olduğumuz denklemler oldukça ileri ve aşağı yukarı çağdaştır; yirminci yüzyılın başlarına dayanmakta olup çok ünlüdürler. Tarihsel değerlerinden ötürü, eski kitaplarda onları okuyabilmek bizim için önemlidir. Aslında, eski kitaplar bizim şimdiki mks sisteminden farklı bir birim sistemi de kullanırlar. Bununla birlikte, tüm bu karmaşıklıklar elektronlarla uğraşan son denklemde aşağıdaki kuralla düzeltilebilir; $q_e^2 \,/\, 4\pi\epsilon_0$ niceliği, tarihsel olarak e^2 şeklinde yazılmıştı; burada q_e (Coulomb cinsinden) elektronun yüküdür. Mks sisteminde e'nin sayısal olarak $1{,}5188 \times 10^{-14}$'e eşit olduğu kolayca gösterilebilir, çünkü biliyoruz ki, sayısal olarak $q_e = 1{,}60206 \times 10^{-19}$ ve $1/4\pi\epsilon_0 = 8{,}98748 \times 10^9$'dur. Dolayısıyla sık sık şu kısaltmayı kullanacağız:

$$e^2 = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0} \tag{32.7}$$

Eski denklemlerde e'nin yukarıdaki sayısal değerini kullanırsak ve onları mks birimlerinde yazılmış gibi düşünürsek, doğru sayısal sonuçlar elde ederiz. Örneğin, (32.5)'in eski şekli $P = \frac{2}{3} e^2 a'^2 / c^3$'tür. Yine, aralarında r mesafesi olan bir proton ve bir elektronun potansiyel enerjisi $q_e^2 / 4\pi\epsilon_0 r$ ya da $e = 1{,}5188 \times 10^{-14}$ mks olmak üzere, e^2/r'dir.

32-3 Işınım sönümü

Bir salınıcının belirli bir enerji yitirmesi olgusu şu anlama gelir; eğer bir yayın ucunda bir yük (ya da bir atomda bir elektron) varsa ve doğal frekansı ω_0 olan bu sistemi salınmaya bırakırsak, ilelebet salınmayacaktır; boş uzayda, her şeyden milyonlarca km uzakta olsa bile. Yağ yok, direnç yok, sıradan anlamda; "ağdalılık" yok. Fakat buna karşın, bir keresinde dediğimiz gibi, "sonsuz"a kadar salınmayacaktır, çünkü yüklüyse enerji yayar ve dolayısıyla salınım yavaş yavaş sönecektir. Ne kadar yavaş? Böyle bir salınıcının elektromanyetik etkilerin neden olduğu, salınıcının ışınım direnci ya da ışınım sönümü denen Q'su nedir? Salınan her sistemin Q'su, herhangi bir anda salınıcının toplam enerji içeriği bölü radyan başına enerji kaybıdır:

$$Q = \frac{W}{dW/d\phi}$$

Ya da (onu bir başka şekilde yazma yolu), $dW/d\phi = (dW/dt)/(d\phi/dt) = (dW/dt)\omega$ olduğundan,

$$Q = \frac{\omega W}{dW/dt} \tag{32.8}$$

olur. Bu, verilen bir Q için, salınıcının enerjisinin nasıl söndüğünü söylüyorsa bize, $dW/dt = -(\omega/Q)W$'dir ve bunun çözümü $W = W_0 e^{-\omega t/Q}$'dur, burada W_0 ilk enerjidir ($t = 0$'da).

Bir ışıyıcının Q'sunu bulmak için, (32.8) denklemine dönüp dW/dt için (32.6)'yı kullanırız.

Salınıcının W enerjisi için şimdi neyi kullanmalıyız? Salınıcının kinetik enerjisi $\frac{1}{2}mv^2$ ve *ortalama* kinetik enerjisi $m\omega^2 x^2{}_0/4$'tür. Fakat bir salınıcının toplam enerjisinin, ortalamada, yarısının kinetik ve yarısının potansiyel enerji olduğunu hatırlıyoruz; öyleyse sonucumuzu ikiye katlarız ve salınıcının toplam enerjisini

$$W = \tfrac{1}{2}m\omega^2 x_0^2 \tag{32.9}$$

olarak buluruz. Denklemlerimizde frekans olarak ne kullanacağız? ω_0 doğal frekansını kullanırız, çünkü tüm pratik amaçlar için atomumuzun ışıdığı frekans budur ve m olarak elektronun m_e kütlesini kullanırız. Bu durumda, gerekli bölmeleri ve götürmeleri yapınca, denklemimiz aşağıdaki hale gelir:

$$\frac{1}{Q} = \frac{4\pi e^2}{3\lambda m_e c^2} \tag{32.10}$$

(Onu daha iyi ve çok daha tarihsel yapıda görmek için, $q_e^2/4\pi\epsilon_0 = e^2$ kısaltmamızı kullanarak yazarız ve kalan ω_0/c çarpanı $2\pi/\lambda$ olarak yazılmıştı.) Q boyutsuz olduğundan, $e^2/m_e c^2$ karışımı sadece elektronun yükünün ve kütlesinin bir özelliği, elektronun bir iç özelliği ve de bir *uzunluk* olmalıdır. Buna bir isim verilmişti: *klasik elektron yarıçapı*. Çünkü ışınım direncini, elektronun bir parçasının diğer parçalar üzerine uyguladığı kuvvet temelinde açıklamak için icat edilmiş olan eski atom modellerinde, gerekli olan tek şey, boyutları bu genel büyüklük mertebesinde olan bir elektrona sahip olmaktı. Bununla birlikte, bu niceliğin, elektronun gerçekten böyle bir yarıçapa *sahip olduğu* inancımızda artık hiçbir önemi yoktur. Sayısal olarak, yarıçapın büyüklüğü şudur:

$$r_0 = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2{,}82 \times 10^{-15}\,\text{m} \tag{32.11}$$

Şimdi ışık yayan bir atomun, diyelim ki bir sodyum atomunun Q'sunu hesaplayalım. Sodyum atomu için dalga boyu, görünür spektrumun sarı kısmında kabaca 6000 Angström olup, bu tipik bir dalga boyudur. Böylece

$$Q = \frac{3\lambda}{4\pi r_0} \approx 5 \times 10^7 \tag{32.12}$$

çıkar; öyleyse bir atomun Q'su 10^8 mertebesindedir. Bu demektir ki bir atomik salınıcı, enerjisi bir $1/e$ çarpanı kadar düşmeden önce 10^8 radyan ya da yaklaşık 10^7 salınım yapacaktır. Işığın 6000 angströme karşılık gelen salınım frekansı, $\nu = c/\lambda$, 10^{15} çevrim/saniyedir ve dolayısıyla ömür süresi, yani ışıyan bir atomun enerjisinin $1/e$ çarpanı kadar sönmesi için geçen zaman, 10^{-8} saniyedir. Sıradan durumlarda, serbest olarak ışın salan atomların ışıması bu uzunlukta zaman alır. Bu, sadece boşlukta olan atomlar içindir, herhangi bir şekilde tedirgenmiş atomlar için değil. Bir elektron bir katı içindeyse ve diğer atomlara ya da elektronlara çarpacaksa, ek dirençler ve farklı sönümler vardır.

Salınıcının direnç yasasındaki etkin direnç terimi γ, $1/Q = \gamma/\omega_0$ bağıntısından bulunabilir ve hatırladığımız kadarıyla, γ'nın büyüklüğünü rezonans eğrisinin (Şekil 23-2) ne kadar geniş olduğu saptar. Bu suretle, serbestçe ışıyan atomlar için spektral çizgilerin genişliklerini biraz önce hesaplamıştık! $\lambda = 2\pi c/\omega$ olduğundan, şunu buluruz:

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= 2\pi c\,\Delta\omega/\omega^2 = 2\pi c\gamma/\omega_0^2 = 2\pi c/Q\omega_0 \\ &= \lambda/Q = 4\pi r_0/3 = 1{,}18 \times 10^{-14}\,\text{m}.\end{aligned} \tag{32.13}$$

32-4 Bağımsız kaynaklar

İkinci konumuz olan ışığın saçılmasına hazırlık olarak, şimdi, daha önce ihmal ettiğimiz girişim olayının belirli bir yanını tartışmalıyız. Girişim ne zaman meydana *gelmez* sorusudur bu. A_1 ve A_2 genlikli S_1 ve S_2 gibi iki kaynağımız varsa ve belirli bir yönde bir gözlem yaparak iki sinyalin varış evrelerini ϕ_1 ve ϕ_2 olarak saptadıysak (salınımın gerçek zamanıyla gecikmiş zamanın bir karışımı, gözlem konumuna bağlı olarak), bu durumda aldığımız enerji, biri ϕ_1 açısında ve diğeri ϕ_2 açısında olan A_1 ve A_2 karmaşık sayı vektörlerini birleştirerek bulunabilir (Bölüm 29'da yaptığımız gibi) ve sonuç enerjinin

$$A_R^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\phi_1 - \phi_2) \tag{32.14}$$

ile orantılı olduğudur. $2A_1A_2\cos(\phi_1 - \phi_2)$ çapraz terimi olmasaydı, verilen bir yönde alınacak toplam enerji, genelde beklediğimiz gibi, her kaynaktan ayrı olarak salınan enerjilerin $A^2{}_1 + A^2{}_2$ toplamı olurdu. Yani, bir yere iki kaynaktan gelen ışığın birleşik şiddeti iki şiddetin toplamı olurdu. Diğer yandan, her şeyi tam doğru düzenlediysek ve bir çapraz terime sahipsek, o zaman birleşik şiddet böyle bir toplam değildir, çünkü ortada bir girişim de vardır. Bu terimin önemli olmadığı durumlar varsa, o zaman girişimin görünürde kaybolduğunu söyleriz. Kuşkusuz, doğada o daima vardır, fakat onu saptamak elimizde olmayabilir.

Bazı örnekler alalım. Önce varsayalım ki iki kaynak birbirinden 7.000.000.000 dalga boyu uzaktadır; olanaksız bir düzenleme değil. Bu durumda verilen bir yönde bu evre farklarının çok kesin bir değerinin olduğu doğrudur. Fakat, diğer taraftan, bir yönde sadece bir saç teli kadar –birkaç dalga boyu– hareket edersek, ki bu mesafe sayılmaz (gözümüz zaten içinde o denli büyük bir boşluğa sahiptir ki, biz etkilerin, bir dalga boyuna göre çok geniş bir bölge üzerinden ortalamasını alırız), o zaman göreli evreyi değiştiririz ve kosinüs çok hızlı değişir. Şiddetin küçük bir bölge üzerinden *ortalamasını* alırsak, bu durumda, biz ortalıkta dolanırken artı, eksi, artı, eksiye gidip gelen kosinüs sıfıra ortalanır.

Böylece evresinin konumla çok hızlı şekilde değiştiği bölgeler üzerinden ortalama alırsak, girişim elde etmeyiz.

Bir başka örnek: İki kaynağın iki bağımsız radyo salınıcısı olduğunu –iki tel tarafından beslenen bir tek salınıcı değil, ki bu evrelerin bir arada kalmasını, fakat iki bağımsız kaynak olmalarını garantiler– ve *kesin olarak* aynı frekansa ayarlanmadıklarını düşünün (aslında onları bir araya bağlamadıkça, onları tam olarak aynı frekansta yapmak çok zordur). Bu durumda, *bağımsız* iki kaynak dediğimiz şeye sahibiz. Kuşkusuz, frekanslar tam eşit olmadığından, eş-evrede başladıkları halde, biri diğerinin hafifçe önüne geçmeye başlar ve kısa sürede evre-dışı olurlar ve sonra o daha da öne geçer ve kısa sürede tekrar eş-evreye gelirler. Böylece ikisi arasındaki evre farkı zamanla derece derece sürüklenir, fakat gözlemimiz kısa süreyi göremeyecek kadar kabaysa, çok uzun süre boyunca ortalama alırsak, o zaman şiddet seste "vurular" dediğimiz gibi şiştiği ve indiği halde, bu şişmeler ve inmeler düzeneğimizin izlemesi için aşırı hızlıysa, yine bu terimler sıfıra ortalanır, girişim elde edemeyiz!

Bir başka deyişle, evre kaymasının sıfıra ortalandığı her durumda, girişim elde etmeyiz!

İki bağımsız ışık kaynağının asla girişim yapmayacağını söyleyen pek çok kitap vardır. Bu bir fizik söylemi değildir; sadece o kitabın yazıldığı zamandaki deneylerin teknik duyarlık derecesinin beyanıdır. Bir ışık kaynağında olan şey, bir atomun ışıması, sonra bir başka atomun daha ışıması vb gibidir ve biz atomların sadece 10^{-8} saniye aralıklı dalgalardan oluşan bir katarı ışıdığını görürüz; 10^{-8} saniye sonra belki öbür atom görevi devralmıştı, sonra bir başkası ve bu şekilde sürüp gitti. Böylece evreler aslında sadece 10^{-8} saniye kadar aynı kalabilir. Dolayısıyla 10^{-8} saniyeden çok fazla süre boyunca ortalama alırsak, iki farklı kaynaktan bir girişim görmeyiz, çünkü onlar evrelerini 10^{-8} saniyeden daha uzun süre kararlı tutamazlar. Fotosellerle çok yüksek-hızlı algılama mümkündür ve zamanla 10^{-8} saniyede yukarı ve aşağı değişen bir girişimin olduğu gösterilebilir. Fakat çoğu algılama düzeneği, kuşkusuz, böylesine küçük zaman

aralıklarında bakamaz ve dolayısıyla girişim göremez. Saniyenin onda-biri ortalama zamana sahip olan göz ile iki farklı sıradan kaynak arasında bir girişim görme şansı kesinlikle yoktur.

Son zamanlarda, tüm atomların *birlikte* ışık yayarak bu etkiyi yakaladığı ışık kaynakları oluşturmak olası hale geldi. Bunu başaran aygıt çok karmaşık bir şeydir ve kuantum mekaniksel yolla anlaşılmalıdır. Ona lazer denir ve bir lazerden, evresinin sabit tutulduğu sürenin 10^{-8} saniyeden çok daha uzun olduğu, bir kaynak üretmek mümkündür. Bu süre, sıradan fotosellerle yüzde-bir saniye, onda-bir saniye ya da hatta bir saniye mertebesinde bile olabilir; frekans, iki farklı lazer arasında seçilebilir. İki lazer kaynağı arasındaki vuruların atmaları kolayca algılanabilir. Yakında, hiç kuşku yok ki, birisi bir perdeyi aydınlatan iki kaynağı göstermeyi başaracaktır; orada vurular öyle yavaştır ki perdenin aydınlık ve karanlık olduğu *görülebilecek*tir!

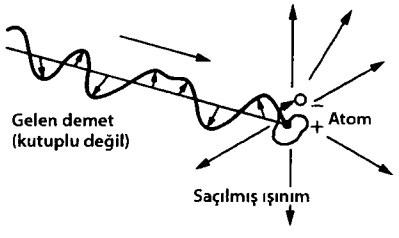
Girişimin sıfıra ortalandığı bir başka durumda, sadece iki kaynak yerine *daha çok* kaynak vardır. Bu durumda, A_R^2 ifadesini, tüm genliklerin -karmaşık sayıların- toplamının karesi olarak yazarız ve sonucu her birinin karesinin toplamı artı her çift arasındaki çapraz terimler olarak elde ederiz; sondakiler sıfıra ortalanacak durumlar söz konusuysa, o zaman girişim etkileri olmayacaktır. Çeşitli kaynaklar öyle rastgele konumlara yerleştirilmiş olabilir ki, A_2 ve A_3 arasındaki evre farkı da belirli olduğu halde, A_1 ve A_2, vb arasındakilerden çok farklıdır. Böylece bütün kosinüsleri birçok artı, birçok eksi olarak elde ederiz ve tümü ortalamada sıfır olur.

Demek ki birçok durumda girişim etkilerini görmeyiz, fakat sadece tüm şiddetlerin toplamına eşit bir ortaklaşa, toplam şiddet görürüz.

32-5 Işığın saçılımı

Yukarıda yazılanlar, atomların düzensiz konumlarının bir sonucu olarak havada gerçekleşen bir etkiye götürür bizi. Kırılma indisini tartışırken görmüştük ki gelen bir ışık demeti atomların yine ışımasına neden olur. Gelen demetin elektrik alanı elektronları yukarı ve aşağı sürer ve onlar da kazandıkları ivme nedeniyle ışırlar. Bu saçılmış ışınım, gelen demetle aynı yönde, fakat biraz farklı evrede bir demet vermek üzere birleşir ve bu kırılma indisinin ortaya çıkışıdır.

Fakat bir başka yönde tekrar-yayınlanan ışık miktarı için ne söyleyebiliriz? Normal olarak, atomlar hoş bir örüntü içinde çok güzel bir tarzda yerleşmişlerse, diğer yönlerde hiçbir şey elde etmeyeceğimizi göstermek kolaydır, çünkü evreleri daima değişen pek çok vektörü birbirine ekliyoruz ve sonuç sıfıra varıyor. Fakat cisimler *rastgele* yerleşmişlerse, o zaman herhangi bir yöndeki toplam şiddet, biraz önce tartıştığımız gibi, her bir atom tarafından saçılmış şiddetlerin *toplamı*dır. Üstelik, bir gazın içindeki atomlar gerçekten hareket halindedir, öyle ki iki atomun göreli evresi şimdi belirli bir miktar olsa da, daha sonra evre epeyce farklı olabilir ve dolayısıyla *her* kosinüs terimi sıfıra ortalanacaktır. Bu nedenle, bir gazda verilen bir yönde ne kadar ışığın saçıldığını bulmak için, sadece *bir atom*un etkilerini inceler ve çok sayıda atom tarafından ışınan şiddetle çarparız.



Şekil 32-2 Bir ışınım demeti bir atom üzerine düşer ve atomdaki yükleri (elektronları) hareket ettirir. Hareket eden elektronlar da çeşitli yönlerde ışıma yapar.

Daha önce, bu doğaya sahip ışığın saçılma olayının göğün mavi renginin kökeni olduğuna işaret etmiştik. Güneş ışığı hava boyunca ilerler ve güneşin bir yanına -diyelim ki demete 90°'den- baktığımızda, mavi ışığı görürüz; şimdi hesaplamamız gereken, *ne kadar* ışık gördüğümüz ve *onun neden mavi olduğu*dur.

Gelen demet atomun konuşlandığı noktada $\boldsymbol{E} = \hat{\boldsymbol{E}}_0 e^{i\omega t}$ elektrik alanına sahipse,* atomdaki bir elektron bu $\boldsymbol{E}$'ye tepki olarak yukarı ve aşağı titreşecektir (Şekil 32-2). (23.8) denkleminden bu tepki,

$$\hat{x} = \frac{q_e \hat{E}_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \tag{32.15}$$

* Bir vektörün üzerinde bir şapka işareti göründüğünde, bu, o vektörün bileşenlerinin karmaşık olduklarını gösterir: $\hat{\boldsymbol{E}} = (\hat{E}_x, \hat{E}_y, \hat{E}_z)$.

olacaktır. Hem sönümü ve hem de atomun farklı frekanslı çeşitli salınıcılar gibi davrandığını ve bu çeşitli frekanslar üzerinden toplamı ekleyebilirdik, fakat basit olsun diye sadece bir tek salınıcı alalım ve sönümü ihmal edelim. O zaman dış elektrik alanının tepkisi –kırılma indisinin hesaplanmasında zaten kullanmıştık– basitçe

$$\hat{x} = \frac{q_e \hat{E}_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \tag{32.16}$$

olur. Şimdi (32.2) denklemini ve üstteki $\hat{x}$'ye karşılık gelen ivmeyi kullanarak, çeşitli yönlerde yayınlanan ışığın şiddetini kolayca hesaplayabiliriz.

Ama bunu yapmak yerine, sırf zaman kazanmak için, basitçe *tüm* yönlerde saçılan *toplam ışık miktarını* hesaplayacağız. Bir tek atom tarafından tüm yönlerde saçılmış olan saniyedeki toplam ışık enerjisi miktarı, kuşkusuz (32.7) denklemiyle verilir. Böylece, çeşitli parçaları bir araya getirerek ve onları gruplayarak, tüm yönlerde ışımış toplam saçılma gücü için şunu elde ederiz:

$$\begin{aligned} P &= [(q_e^2\omega^4/12\pi\epsilon_0 c^3)\, q_e^2 E_0^2/m_e^2\, (\omega^2 - \omega_0^2)^2] \\ &= (\tfrac{1}{2}\epsilon_0 c E_0^2)(8\pi/3)(q_e^4/16\pi^2\epsilon_0^2 m_e^2 c^4)[\omega^4/(\omega^2 - \omega_0^2)^2] \\ &= (\tfrac{1}{2}\epsilon_0 c E_0^2)(8\pi r_0^2/3)[\omega^4/(\omega^2 - \omega_0^2)^2] \end{aligned} \tag{32.17}$$

Sonucu yukarıdaki yapıda yazdık, çünkü onu bu durumda hatırlamak daha kolay: Öncelikle, saçılan toplam enerji gelen alanın karesiyle orantılıdır. Bu ne anlama gelir? Açık olarak, gelen alanın karesi, saniye başına sağlanan enerjiyle orantılıdır. Aslında, saniyede metre-kare başına gelen enerji, $\epsilon_0 c$ kere elektrik alanın karesinin $\langle E^2\rangle$ ortalamasıdır ve E'nin maksimum değeri E_0 ise, o zaman $\langle E^2\rangle = \frac{1}{2}E_0^2$'dir. Başka bir deyişle, saçılan toplam enerji, metre-kare başına sağlanan enerjiyle orantılıdır; gökyüzünde parlayan güneş ışığı ne denli çok parlaksa, gökyüzü de o denli çok parlak görünecektir.

Hemen sonra, gelen ışığın ne kadarlık *kesri* saçılır? Demet içinde belirli, diyelim ki σ, alanlı bir "hedef" (gerçek, maddesel bir hedef değil, çünkü öyle olursa ışığı kırar, vs; uzayda çizilmiş hayali bir yüzey anlamında) düşünelim. Verilen bir durumda bu σ yüzeyinden geçen toplam enerji miktarı, hem gelen şiddetle ve hem de σ ile orantılıdır ve toplam güç şu olur:

$$P = (\tfrac{1}{2}\epsilon_0 c E_0^2)\sigma \tag{32.18}$$

Şimdi bir fikir yumurtlayalım: Diyelim ki, bir atom, belirli bir geometrik alana düşecek miktarda bir toplam şiddet saçsın ve bunun yanıtlamasını da bu yüzey alanını vererek yapalım. O zaman bu yanıt, gelen şiddetten bağımsız olur; o, saçılan enerjinin metre-kareye gelen enerjiye oranıdır. Başka türlü ifade edersek, bu oran şudur:

$$\frac{\text{Saniye başına saçılan enerji}}{\text{Saniyede metre kare başına gelen enerji}} = \text{bir } \textit{alan}$$

Bu alanın önemi şudur; bu alana çarpan bütün enerji tüm yönlerde püskürseydi, o zaman atom tarafından saçılabilecek enerji miktarı bu olurdu.

Bu alana *saçılma tesir kesiti* denir; her ne zaman bir demetin şiddetiyle orantılı bir olay meydana gelirse, o zaman hep bu tesir kesiti fikri kullanılır. Böyle durumlarda, daima demetin ne kadar kısmının etkin alan olarak seçilmesi gerektiği söylenerek olay betimlenir. Bu hiçbir şekilde salınıcının aslında böyle bir alana *sahip olduğu* anlamını taşımaz. Yukarı ve aşağı sallanan bir serbest elektrondan başka hiçbir şey olmayınca, fiziksel olarak onunla doğrudan ilgili bir alan da olmaz. Bu sadece belli bir tür problemi yanıtlamayı ifade etmenin bir yoludur; bize açığa çıkan enerjiyi açıklamak için gelen demetin ne

kadarlık bir alanı vurması gerektiğini söyler. Böylece, bizim durumumuzda, bu alan

$$\sigma_s = \frac{8\pi r_0^2}{3} \cdot \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2} \tag{32.19}$$

olur (s alt indisi "saçılma" içindir).

Bazı örneklere bakalım. Önce, çok düşük bir ω_0 doğal frekansına ya da $\omega_0 = 0$ olan tamamen serbest elektronlara gidersek, bu durumda pay ve paydadaki ω'lar birbirlerini yok eder ve tesir kesiti bir sabittir. Bu düşük-frekans limiti ya da serbest elektron tesir kesiti *Thomson saçılma tesir kesiti* olarak bilinir. Bu, boyutça, bir kenarı yaklaşık 10^{-15} metre olan bir alan, yani aşağı yukarı 10^{-30} metre-karelik bir yüzeydir; oldukça küçük!

Diğer taraftan, hava içindeki ışık halini alırsak, hatırladığımız kadarıyla, hava için salınıcıların doğal frekansları, kullandığımız ışığın frekansından daha yüksektir. Bu demektir ki, ilk yaklaştırmada, paydadaki ω^2'yi dikkate almayız ve saçılma frekansın *dördüncü kuvvetiyle* orantılı bulunur. Buna göre, diyelim ki iki kat daha yüksek frekanslı bir ışık, *on altı kat* daha şiddetli olarak saçılır: epeyce büyük bir fark. Spektrumun kırmızı ucundaki frekansın iki katı civarında frekansa sahip olan mavi ışık, kırmızıdan çok daha büyük boyutta saçılır. Dolayısıyla gökyüzüne baktığımızda, her zaman o görkemli maviyi görürüz!

Yukarıdaki sonuçlara yapılacak birkaç vurgu vardır. Bir ilginç soru şudur: Neden her zaman *bulutları* görürüz? Bulutlar nereden gelir? Herkes bilir ki bulut su buharının yoğuşmasıdır. Fakat kuşkusuz, su buharı yoğuşmadan *önce* zaten atmosferdedir, öyleyse onu neden o zaman göremiyoruz? Yoğuştuktan sonra, mükemmelen gözle görünür haldedir. Orada değildi, şimdi *oradadır*. Öyleyse bulutların nereden geldiğinin gizemi, gerçekte "Su nereden gelir, Baba?" gibi çocukça bir gizem olmayıp açıklanmalıdır.

Her atomun ışığı saçtığını biraz önce açıklamıştık ve kuşkusuz su buharı da ışığı saçacaktır. Gizem nedendir; su bulutlar halinde yoğuştuğu zaman, öyle *devasa miktarda ışık mı saçar*?

Bir tek atom yerine, bir atomlar yığınına, diyelim ki, ışığın dalga boyuna kıyasla birbirine çok daha yakın iki atoma sahip olsaydık; o zaman ne olurdu, onu düşünelim. Hatırlarsanız, atomların çapı sadece bir angström ya da o civardadır, oysa ki ışığın dalga boyu 5000 angström kadardır; dolayısıyla birkaç atomluk bir yığın oluşturduklarında, ışığın dalga boyuna kıyasla birbirlerine çok yakın *olabilir*ler. O zaman bir elektrik alanının etkisinde, her iki atom (yığın) birlikte hareket edecektir. Saçılan elektrik alan, bu durumda, eş-evreli iki elektrik alanın toplamı olacaktır; yani bir tek atomla olan genliğin iki katı ve *saçılan enerji* bir tek atom halindekinin *dört katı*, iki katı değil! Böylece atomlar yığını, tek atomların yapacağından çok daha fazla ışıyacak ya da çok daha fazla enerji saçacaktır. Evrelerin bağımsız olmasıyla ilgili tartışmamız, herhangi iki atom arasında evrece gerçek ve büyük bir fark bulunduğu varsayımına dayanır; bu da, onlar ancak rastgele ve birkaç dalga boyu aralığa sahipseler ya da hareket etmekteyseler doğrudur. Fakat birbirlerinin yanı başındaysalar, mutlaka eş-evrede saçılırlar ve uyumlu girişime sahip olarak saçılmada bir artma doğururlar.

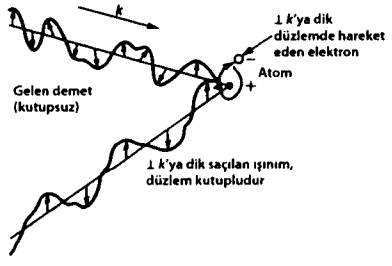
Küçücük bir su damlacığında N adet atom varsa, her bir atom bir elektrik alanı tarafından daha öncekiyle aynı şekilde sürülecektir (bir atomun diğeri üzerindeki etkisi önemli değildir; bu nasıl olsa sırf fikir edinmek içindir) ve her birinden olan saçılma genliği aynıdır; dolayısıyla saçılmış olan toplam alan N-kat artmıştır. Saçılmış ışığın *şiddeti* bu durumda onun karesidir ya da N^2-*kat* artmıştır. Atomlar uzayda yayılmış olsalardı, sadece N kere 1 kadar olmasını beklerdik, oysaki N^2 kere 1 kadar elde ederiz! Bu demektir ki, her biri N molekküllü yığınlar halindeki sudan saçılma, tek atomlardan saçılmadan N kere daha kuvvetlidir. Böylece su bir araya yığılınca, saçılma artar. *Sonsuza kadar* artar mı? Hayır! Bu çözümleme ne zaman başarısızlığa uğramaya başlar? Bu savı artık yürütemez hale düşmeden önce, kaç atomu bir araya koyabiliriz? *Yanıt*: Su

damlası bir uçtan diğer uca bir dalga boyu kadar büyük olunca, atomlar artık tümden eş-evreli değildirler, çünkü birbirlerinden çok uzaktırlar. Damlacıkların bu boyuta kadar büyümelerine izin verirsek, bir damla bir dalga boyu büyüklüğe gelene kadar gitgide daha çok saçılma elde ederiz ve sonra artık saçılma hiçbir yerde damlanın büyüdüğü kadar hızlı şekilde artmaz. Ayrıca, mavi yok olur, çünkü bu limite ulaşılmadan önce, damlalar, uzun dalga boyları için, kısa dalga boyları için olabilecekten daha da büyük olur. Kısa dalgalar atom başına uzun dalgalardan daha çok saçıldıkları halde, tüm damlalar dalga boyundan daha büyük olduklarında, spektrumun kırmızı ucu için mavi ucuna göre daha büyük bir artma olur; dolayısıyla renk maviden kırmızıya kayar.

Şimdi bunu gösterecek bir deney yapabiliriz. Başlangıçta boyca çok küçük olan ve sonra yavaş yavaş büyüyen parçacıklar yapabiliriz. Sülfürik asitle bir sodyum tiyosülfat (hypo) çözeltisi kullanırız; bu, iyice küçük sülfür taneciklerini çökeltir. Sülfür çöktükçe, Başlangıçta tanecikler çok küçüktür ve saçılma biraz mavimsidir. Daha fazla çökeldikçe, daha yoğun hale gelir ve sonra tanecikler büyüdükçe beyazlaşacaktır. Ayrıca, dosdoğru giden ışık maviyi içinden çıkartacaktır. Günbatımının kızıl olmasının nedeni elbette budur, çünkü kalın bir hava tabakasını boydan boya geçip göze gelen ışık mavi bileşeninin çoğunu saçar, böylece geriye sarı-kırmızı kalır.

Son olarak, bir sonraki bölüme, yani kutuplanmaya ait, bir başka önemli özellik vardır, fakat o kadar ilginçtir ki ona şimdiden dikkatinizi çekeceğiz. O şudur: Saçılmış ışığın elektrik alanı, belirli bir doğrultuda titreşme eğilimindedir. Gelen ışığın elektrik alanı bir şekilde titreşir ve sürülen salınıcı aynı doğrultuda gidip gelir; demete yaklaşık dik açıda yerleşmişsek, *kutuplanmış* ışığı göreceğiz; bu, ışıktaki elektrik alanı sadece bir şekilde hareket ediyor demektir. Genelde, atomlar demete dik açıdaki herhangi bir doğrultuda titreşebilirler, fakat doğrudan bize doğru ya da bizden öteye doğru sürülmüşlerse, onu göremeyiz. Böylece gelen ışık, *kutuplanmamış ışık* dediğimiz, değişen ve herhangi bir doğrultuda titreşen bir elektrik alanına sahipse, o zaman demete 90°'de çıkan ışık sadece bir doğrultuda titreşir! (*Bkz.* Şekil 32-3.)

İçinden ışık geçtiği vakit, elektrik alanının sadece özel bir eksen boyunca olan kısmını geçirebilen, "kutuplayıcı" denen bir malzeme vardır. Kutuplanmayı kontrol etmek için bunu kullanabiliriz ve hypo çözeltisi tarafından saçılmış ışığın gerçekten de kuvvetli bir şekilde kutuplandığını buluruz.



Şekil 32-3 Gelen demete dik açılarda saçılan ışınımın kutuplanmasının kökeninin resimlenişi.

33

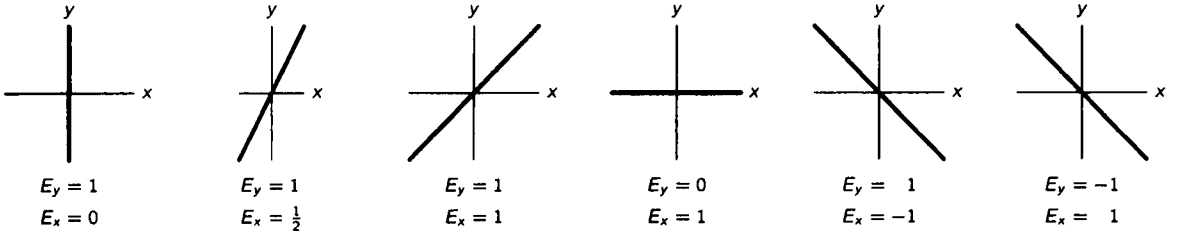
KUTUPLANMA

33-1 Işığın elektrik vektörü

33-1 Işığın elektrik vektörü
33-2 Saçılan ışığın kutuplanması
33-3 Çift-kırılma
33-4 Kutuplayıcılar
33-5 Optik etkinlik
33-6 Yansıyan ışığın şiddeti
33-7 Anormal kırılma

Bu bölümde ışığı betimleyen elektrik alanının bir vektör olduğu gerçeğine dayanan olayları ele alacağız. Önceki bölümlerde, elektrik vektörünün ilerleme yönüne dik düzlemde yer aldığı notu dışında, elektrik alanının salınım doğrultusuyla ilgilenmemiştik. Bu düzlemde özel doğrultu ilgilendirmemişti bizi. Şimdi ana özelliği elektrik alanının özel salınım doğrultusu olan olayları inceleyeceğiz.

Tercihen tek renkli ışıkta, elektrik alanı belirli bir frekansta salınmalıdır, fakat x-bileşeni ve y-bileşeni belli bir frekansta bağımsız olarak salındığından, önce birbirlerine dik açılardaki iki bağımsız salınım tarafından doğurulan bileşke etkiyi ele almalıyız. Aynı frekansta salınan bir x-bileşeni ile bir y-bileşeninden ne tür bir elektrik alanı oluşur? Bir x-titreşimine aynı evredeki y-titreşiminin bir miktarı eklenirse, bileşke xy-düzleminde yeni bir doğrultuda bir titreşimdir. Şekil 33-1 x-titreşimi ve y-titreşimi için farklı genliklerin üst üste gelmesini resmetmektedir. Fakat Şekil 33-1'de görülen bileşkeler tüm olanaklar değildir; bu durumların tümünde x-titreşimi ve y-titreşiminin *eş-evrede* olduklarını varsaymıştık, fakat o bu şekilde olmak zorunda değildir. x-titreşimi ile y-titreşimi evre-dışı olabilirlerdi.

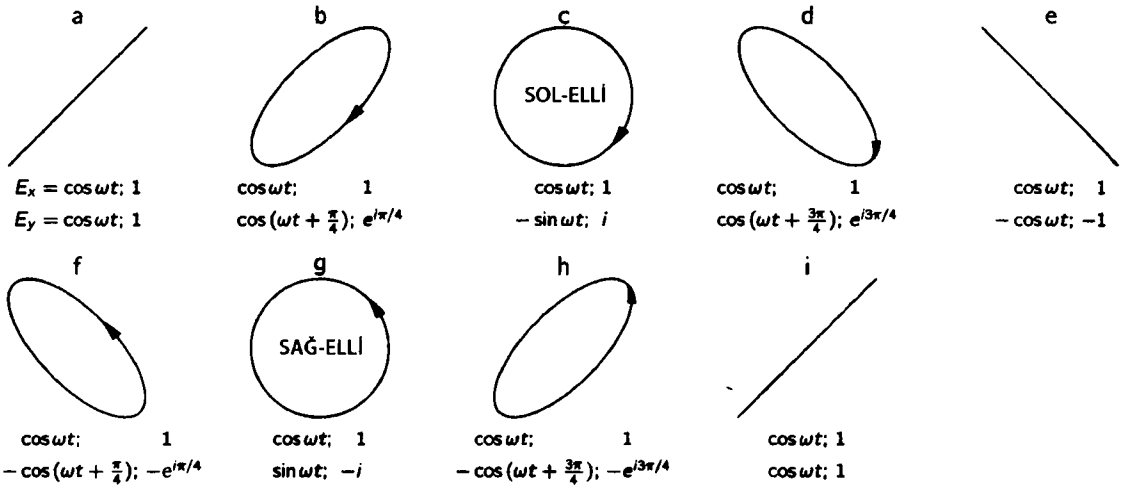


Şekil 33-1 Eş-evreli x-titreşimi ile y-titreşiminin üst üste gelmesi.

x-titreşimi ve y-titreşimi eş-evreli olmadıklarında, elektrik alanı vektörü bir elips etrafında hareket eder ve bu iyi bilinen bir şekilde resimlenir. Bir topu uzun bir iple bir desteğe asarsak, yatay bir düzlemde serbest olarak salınır ve sinüs salınımları yapar. Başlangıç noktası topun durgun konumunda olmak üzere, yatay x- ve y-koordinatlarını düşünürsek, top ya x- ya da y-doğrultusunda aynı sarkaç frekansıyla salınabilir. Uygun ilk uzanımı ve ilk hızı seçerek, topu ya x-ekseni ya da y-ekseni boyunca veya xy-düzleminde herhangi bir düz çizgide salınmaya oturtabiliriz. Topun bu hareketleri, elektrik alanı vektörünün Şekil 33-1'de resimlenen salınımlarına benzemektedir. Her örnekte, x-titreşimleri ve y-titreşimleri aynı anda maksimum ve minimumlarına ulaştığından, x- ve y-salınımları eş-evrelidir. Fakat biliyoruz ki topun en genel hareketi bir elips üzerinde harekettir ve x- ve y-doğrultularında aynı evrede *olmayan* salınımlara karşılık gelir. Eş-evrede olmayan x- ve y-titreşimlerinin üstüste gelmesi, x-titreşiminin evresiyle y-titreşimininki arasındaki çeşitli açılar için Şekil 33-2'de resimlenmiştir. Genel sonuç, elektrik vektörünün bir elips üzerinde hareket etmesidir. Bir düz çizgi içindeki hareket, sıfır (ya da π'nin bir tam katı) evre farkı-

na karşılık gelen özel bir haldir; bir çember üzerindeki hareketse, 90°'lik (ya da, $\pi/2$'nin tek tam katları) evre farkıyla eşit genlikli hale karşılık gelir.

Şekil 33-2'de x- ve y-doğrultularındaki elektrik alan vektörlerini, evre farkını ifade etmek için uygun bir temsil olan karmaşık sayılarla etiketledik. Karmaşık elektrik vektörünün bu gösterimdeki gerçel ve sanal bileşenlerini, alanın x- ve y-koordinatlarıyla karıştırmayın. x- ve y-koordinatları Şekil 33-1'de çizilmiştir; ölçebildiğimiz gerçek elektrik alanlarıysa Şekil 33-2'dedir. Bir karmaşık elektrik alan vektörünün gerçel ve sanal bileşenleri, sadece bir matematiksel kolaylık olup, fiziksel öneme sahip değildir.



Şekil 33-2 Eşit genlikli, fakat çeşitli bağıl evreli x-titreşimleri ile y-titreşimlerinin üst üste gelmesi. E_x ve E_y bileşenleri hem gerçel ve hem de karmaşık sayı gösterimlerinde ifade edilmiştir.

Şimdi biraz terim bilgisi verelim. Elektrik alan bir düz çizgi üzerinde salınıyorsa, ışık *doğrusal kutupludur* (bazen düzlem kutuplu) denir; Şekil 33-1 doğrusal kutuplanmayı resimle anlatmaktadır. Elektrik alan vektörünün ucu bir elips üzerinde gezindiği zaman, ışık *eliptik kutupludur* deriz. Elektrik alan vektörünün ucu bir çember üzerinde gezindiğinde, *dairesel kutuplanma*ya sahibiz demektir. Elektrik vektörünün ucu, ışık tam bize doğru gelirken baktığımızda, saatin tersi yönünde dönüyorsa, buna *sağa dairesel kutuplanma* deriz. Şekil 33-2(g) sağa dairesel kutuplanmayı resmetmektedir ve Şekil 33-2(c) ise *sola dairesel kutuplanma*yı gösterir. Her iki halde, ışık sayfadan dışa doğru gelmektedir. Sol ve sağ dairesel kutuplanmayı etiketleme anlaşmamız, fizikte kutupluluk gösteren diğer tüm parçacıklar (yani, elektronlar) için bugün kullanılan anlaşmayla tutarlıdır. Yine de, optikteki bazı kitaplarda tersi anlaşmalar kullanılır, dolayısıyla dikkatli olunmalıdır.

Doğrusal, dairesel ve eliptik kutuplu ışığı dikkate aldık, bunlar *kutupsuz* ışık hali dışında, her şeyi kapsamaktadır. Işığın bu elipslerden biri ya da diğeri üzerinde titreşmesi gerektiğini bildiğimiz halde, şimdi nasıl olur da ışık kutupsuz olabilir? Işık mutlak surette tek renkli değilse ya da x- ve y-evreleri mükemmelen birlikte tutulamazsa, elektrik vektörü önce bir doğrultuda titreşir ve sonra diğer doğrultuda; bu durumda kutuplanma sürekli değişir. Hatırlarsanız, bir atom 10^{-8} saniye süresince ışık yayınlar ve bir atom belli bir kutuplanmada yayınlar ve sonra diğer atom farklı kutuplu ışık yayınlar; kutuplanmalar her 10^{-8} saniyede değişecektir. Kutuplanma onu algılayabileceğimizden daha hızlı değişirse, ona kutupsuz ışık deriz, çünkü kutuplanma etkileri tümden sıfıra ortalanırlar. Kutuplanmanın girişim etkilerinin hiçbiri kutupsuz ışıkla ortaya çıkamaz. Fakat tanımdan göreceğimiz gibi, ışığın kutuplu olup olmadığını öğrenemiyorsak, sadece bu durumda, ışık kutupsuzdur.

33-2 Saçılan ışığın kutuplanması

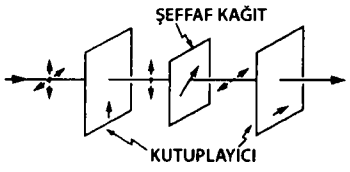
Kutuplanma etkisinin zaten tartışmış olduğumuz ilk örneği ışığın saçılmasıdır. Havada parlayan bir ışık demeti –örneğin güneşten– düşünün. Elektrik alanı havadaki yükleri salındıracak ve bu yüklerin hareketi ışık yayınlayacaktır; bu ışığın maksimum şiddeti yüklerin titreşiminin doğrultusuna dik bir düzlemde olur. Güneşten gelen demet kutupsuzdur, dolayısıyla kutuplanma doğrultusu sürekli değişir ve havadaki yüklerin titreşim doğrultusu da sürekli değişir. Işığın 90°'de saçıldığını düşünürsek, ancak titreşim gözlemcinin görüş çizgisine dik olduğunda, yüklü parçacıkların titreşimi gözlemciye ışık saçar ve o zaman ışık, titreşim doğrultusu boyunca kutuplanacaktır. Böylece saçılma, kutuplanma oluşturma aracına bir örnektir.

33-3 Çift-kırılma

Kutuplanmanın bir diğer ilginç etkisi şu olgudur: Bazı maddeler vardır ki onların kırılma indisi, bir doğrultuda doğrusal kutuplu ve bir başka doğrultuda doğrusal kutuplu ışık için farklıdır. Varsayalım ki küresel olmayan, genişliğine göre daha uzun moleküllerden oluşmuş bir maddemiz var ve bu moleküller madde içinde uzun eksenleri paralel olacak şekilde düzenlenmiş olsun. Bu durumda, bu madde içerisinden salınım yapan bir elektrik alanı geçirildiğinde ne olur? Varsayın ki, molekülün yapısı nedeniyle, bu madde içindeki elektronlar salınımlara moleküllerin eksenlerine paralel doğrultuda, elektrik alanının onları molekül eksenlerine dik açılarda salındırmaya çalıştığında verecekleri tepkiye göre, çok daha kolay tepki versinler. Bu şekilde, bir doğrultudaki kutuplanma için, bu doğrultuya dik açılardaki kutuplanmadan daha farklı bir tepki bekleriz. Moleküllerin eksenlerinin doğrultusuna *optik eksen* diyelim. Kutuplanma optik eksen doğrultusunda olduğunda, kırılma indisi, kutuplanma doğrultusu ona dik açılarda olduğundakinden daha farklıdır. Böyle bir maddeye *çift-kırıcı* denir. Bu madde, içindeki kutuplanma doğrultusuna bağlı olarak, iki kırıcılığa, yani iki kırılma indisine sahiptir. Ne tür bir madde çift-kırıcı olabilir? Bir çift-kırıcı maddede, simetrik olmayan moleküllerin, her nedense, belli miktarda bir dizilimi olmalıdır. Elbette bir küpün simetrisin sahip bir kübik kristal çift-kırıcı olamaz. Fakat uzun, iğnemsi kristaller, kuşku yok ki, asimetrik moleküller içerirler ve bu etki çok kolayca gözlenir.

Bir çift-kırıcı madde tabakasından kutuplu ışık geçirseydik, nasıl etkiler beklerdik, onu görelim. Kutuplanma optik eksene paralelse, ışık belli bir hızla geçecektir; eğer kutuplanma bu eksene dikse, ışık farklı bir hızla geçer. Işık optik eksene, diyelim ki, 45°'de doğrusal olarak kutuplu olduğunda, ilginç bir durum ortaya çıkar. Zaten işaret ettiğimiz gibi, 45° kutuplanma, eşit genlikli ve eş-evreli x- ve y-kutuplanmalarının bir üst üste gelmesi olarak temsil edilebilir (Şekil 33-2(a)). x- ve y-kutuplanmaları farklı hızlarla gittiklerine göre, ışık maddeden geçerken, onların evreleri farklı oranlarda değişir. Böylece, başlangıçta x- ve y-titreşimleri eş-evreli olsa da, maddenin içinde x- ve y-titreşimleri arasındaki evre farkı maddenin derinliğine bağlıdır. Işık madde içinde ilerlerken, kutuplanma değişimleri Şekil 33-2'deki diyagramlar dizisinde görüldüğü gibi değişir. Tabakanın kalınlığı, x- ve y-kutuplanmaları arasında tam 90°'lik evre farkı ortaya koyacak kadarsa (Şekil 33-2(c)'deki gibi), ışık tabakadan dairesel kutuplu olarak çıkacaktır. Böyle bir kalınlığa çeyrek-dalga tabakası denir, çünkü x- ve y-kutuplanmaları arasında bir çeyrek-çevrim evre farkı yaratır. İki adet çeyrek-dalga tabakası içinden doğrusal kutuplu ışık geçirilirse, dışarı yine doğrusal kutuplu olarak çıkacaktır; fakat doğrultusu, Şekil 33-2(e)'den görülebileceği gibi, ilk doğrultuya dik açılarda olacaktır.

Bu olay bir parça şeffaf kâğıtla kolayca sergilenebilir. Şeffaf kâğıt uzun, life benzer moleküllerden oluşmuştur ve lifler tercihen belirli bir doğrultuda uzandıklarından, eş-yönlü değildir. Çift-kırınımı göstermek için doğrusal kutuplu bir ışık demeti gerekir ve kutupsuz ışığı bir kutuplayıcı levhadan geçirerek bu-



Şekil 33-3 Şeffaf kâğıdın çift-kırıcılığının deneyle gösterilmesi. Işıktaki elektrik vektörleri noktalı çizgilerle gösterilmiştir. Kutuplayıcı levhaların geçirme ekseni ve şeffaf kâğıdın optik ekseni oklarla gösterilmiştir. Gelen demet kutupsuzdur.

nu rahatlıkla elde edebiliriz. Biraz sonra daha ayrıntılı şekilde tartışacağımız kutuplayıcı, eksenine paralel doğrusal kutuplu ışığı çok az bir soğurmayla geçirme gibi yararlı bir özelliğe sahiptir, fakat kutuplayıcının eksenine dik doğrultuda kutuplu ışığı kuvvetle soğurur. Kutupsuz ışığı bir kutuplayıcı levhadan geçirdiğimizde, demetin sadece kutuplayıcının eksenine paralel olarak titreşen kısmı içerden geçer, öyle ki geçen demet doğrusal kutupludur. Kutuplayıcının bu aynı özelliği, doğrusal kutuplu bir demetin kutuplanma doğrultusunu saptamakta ya da bir demetin doğrusal kutuplu olup olmadığını anlamakta da işe yarar. Işık demeti basitçe kutuplayıcı levhadan geçirilir ve kutuplayıcı demete dik düzlemde döndürülür. Demet doğrusal kutupluysa, kutuplayıcının ekseni kutuplanma doğrultusuna dik olduğunda demet levhadan geçemeyecektir. Kutuplayıcı levhanın ekseni 90° döndürüldüğünde, geçen demet sadece hafifçe zayıflar. Geçen şiddet kutuplayıcının yönelimine bağlı değilse, demet doğrusal kutuplu değildir.

Şeffaf kâğıdın çift-kırıcılığını göstermek için, Şekil 33-3'te görüldüğü gibi, iki kutuplayıcı levha kullanırız. Birincisi bize doğrusal kutuplu bir demet verir, sonra şeffaf kâğıttan ve sonra da ikinci kutuplayıcıdan geçeriz; ikinci kutuplayıcı, ondan geçen kutuplu ışık üzerine şeffaf kâğıdın yapabildiği herhangi etkiyi saptamaya yarar. İki kutuplayıcı levhanın eksenlerini önce birbirlerine dik tutarsak ve şeffaf kâğıdı kaldırırsak, ikinci kutuplayıcıdan geçen ışık olmayacaktır. Şimdi iki kutuplayıcı levha arasına şeffaf kâğıdı koyar ve levhayı demet ekseni etrafında döndürürsek, genelde şeffaf kâğıdın ikinci kutuplayıcıdan biraz ışık geçmesini mümkün kıldığını gözleriz. Bununla birlikte, şeffaf kâğıdın birbirlerine dik iki yönelimi vardır ki ikinci kutuplayıcıdan ışık geçmesine hiç izin vermez. Doğrusal kutuplu ışığın kutuplanma doğrultusu üzerine hiç etki yapmaksızın şeffaf kâğıttan geçtiği bu yönelimler, şeffaf kâğıt levhasının optik eksenine paralel ve dik doğrultular olmalıdır.

Işığın şeffaf kâğıttan bu iki farklı yönelimde iki farklı hızla, fakat kutuplanma doğrultusunu değiştirmeksizin geçtiğini varsayarız. Şeffaf kâğıt bu iki yönelimin arasında tam ortaya döndürüldüğünde (Şekil 33-3'e *bkz.*), ikinci kutuplayıcıdan geçen ışığın parlak olduğunu görürüz.

Şu işe bakın ki ticari paketlemede kullanılan sıradan şeffaf kâğıt, beyaz ışıktaki renklerin çoğu için yarı-dalga boyu kalınlığa çok yakındır. Doğrusal kutuplu demet optik eksenle 45°'lik bir açı yapıyorsa, böyle bir şeffaf levha doğrusal kutuplu ışığın eksenini 90° döndürecektir, öyle ki şeffaf kâğıttan çıkan demet o zaman ikinci kutuplayıcı levhadan geçmek için uygun doğrultuda titreşiyordur.

Gösteri deneyimizde beyaz ışık kullanırsak, şeffaf levha beyaz ışığın sadece bir özel bileşeni için uygun yarım-dalga kalınlığında olacak ve geçen demet bu bileşenin rengine sahip olacaktır. Geçen renk şeffaf levhanın kalınlığına bağlı olur ve şeffaf levhanın etkin kalınlığını onu yana yatırarak değiştirebiliriz, onu öyle yana yatırırız ki ışık şeffaf levhadan bir açıyla geçer; sonuçta şeffaf levhada daha uzunca bir yol gider. Levha yana yattıkça, geçen renk değişir. Farklı kalınlıkta şeffaf levhalarla, farklı renkleri geçiren süzgeçler yapılabilir. Bu süzgeçler ilginç özelliklere sahip olurlar; iki kutuplayıcı tabakanın eksenler birbirlerine dik olduğunda, bir rengi ve iki kutuplayıcının eksenleri paralel olduğunda tamamlayıcı rengi geçirir.

Dizili moleküllerin bir diğer ilginç uygulaması oldukça pratiktir. Belli plastikler tümü birlikte burulmuş çok uzun ve karmaşık moleküllerden oluşurlar. Plastiği çok özenlice katılaştırdığımızda, tüm moleküller toptan burulmuş olurlar, öyle ki bir doğrultuya yönelmiş ne kadar molekül varsa, diğer doğrultuya da o kadar vardır ve böylece plastik özel olarak çift-kırıcı değildir. Malzeme katılaştığında, genelde eklenmiş zor ve zorlanmalar vardır; bu nedenle malzeme mükemmelen türdeş değildir. Bununla birlikte, bu plastik malzemenin bir par-

çasına gerilim uygularsak, sanki bütün bir ipler yumağını çekiyormuşuz gibi olur ve başka doğrultulardan ziyade tercihen gerilime paralel dizilmiş pek çok ip olacaktır. Dolayısıyla belirli plastiklere bir zorlama uygulandığında, onlar çift-kırıcı haline gelirler ve plastiğin içinden kutuplu ışık geçirerek çift-kırılmanın etkileri görülebilir. Bir kutuplayıcı tabakadan geçen ışığı incelersek, aydınlık ve karanlık saçakların örüntüleri gözlenecektir (beyaz ışık kullanılmışsa, renkli halde). Örneğe zorlama uygulanırken, örüntüler hareket eder; bu saçakları sayarak ve onların çoğunun nerede olduğunu görerek, zorlamanın ne olduğu saptanabilir. Mühendisler bu olayı, hesaplaması zor olan acayip şekilli parçalardaki zorlamaları bulmada araç olarak kullanırlar.

Çift-kırılma elde etme yoluna bir başka ilginç örnek, bir sıvı madde aracılığıyladır. Uzun asimetrik moleküllerden oluşmuş bir sıvı düşünün, öyle ki bu moleküller uçlarına yakın yerlerde bir artı ya da eksi ortalama yük taşısın. Bu durumda molekül bir elektrik dipolüdür. Sıvı içindeki çarpışmalarda moleküller normalde rastgele yöneleceklerdir; bir doğrultuya yönelmiş moleküllerin sayısı diğer doğrultuya yönelmişler kadardır. Bir elektrik alanı uygularsak, moleküller sıralanırlar ve sıraya dizildikleri anda sıvı çift-kırıcı hale gelir. İki kutuplayıcı tabaka ve böyle kutuplu bir sıvı içeren bir geçirgen odacıkla, sadece elektrik alanı uygulandığında ışık geçirme özelliği olan bir düzenek tasarlayabiliriz. Böylece ışık için bir elektriksel anahtara sahip oluruz; bu düzeneğe *Kerr odacığı* denir. Bir elektrik alanının belli sıvılarda çift-kırılma doğurabileceği şeklindeki bu etkiye de Kerr etkisi adı verilir.

33-4 Kutuplayıcılar

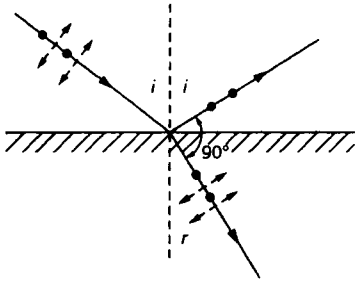
Buraya kadar, farklı doğrultularda kutuplu ışık için kırılma indisi farklı olan maddeleri ele aldık. Pratik değeri yüksek olan öyle kristaller ve başka maddeler vardır ki, onlarda farklı doğrultularda kutuplu ışık için, sadece kırılma indisi değil, ayrıca soğurma katsayısı da farklıdır. Çift-kırılma düşüncesini destekleyen aynı savlarla, yöne-bağlı maddelerde yüklerin titreşmeye zorlandığı doğrultularla değişebilen soğurma da anlaşılabilir. Turmalin eski, ünlü bir örnektir ve polaroid ise bir diğeri. Polaroid, tümünün eksenleri paralel olarak dizilmiş küçük herapatit (iyot ve kinin'in bir tuzu) kristallerinin ince bir tabakasından ibarettir. Bu kristaller, titreşimler bir doğrultuda olduğunda, ışığı soğurur; titreşimler başka doğrultuda olduğundaysa, ışığı önemli derecede soğurmaz.

Geçme doğrultusuyla bir θ açısında doğrusal kutuplu bir polaroid tabakası içine ışık gönderdiğimizi düşünün. Geçecek olan şiddet nedir? Bu gelen ışık iki bileşene ayrılabilir: Biri, $\sin\theta$ ile orantılı olan geçme doğrultusuna dik bileşen ve diğeri $\cos\theta$ ile orantılı olan geçme doğrultusu boyuncaki bileşen. Polaroid'ten dışarı çıkan genlik sadece $\cos\theta$ kısmıdır; $\sin\theta$ bileşeni soğrulur. Polaroidten geçen genlik gelen genlikten $\cos\theta$ çarpanı kadar küçüktür. Polaroidten geçen enerji, yani ışığın şiddeti, $\cos\theta$'nın karesiyle orantılıdır. $\cos^2\theta$, bu durumda, ışık kutuplayıcıya geçme doğrultusuna bir θ açısıyla girdiği takdirde, geçen şiddettir. Soğrulan şiddetse, kuşkusuz, $\sin^2\theta$'dır.

İlginç bir ikilem aşağıdaki durum vasıtasıyla sunulur. Biliyoruz ki, eksenleri birbirlerini dik açıda kesen iki polaroid tabakadan bir ışık demeti göndermek mümkün değildir. Fakat ilk ikinin *arasına* bir üçüncü polaroid tabakasını, ekseni kesişen eksenlere 45°'de olacak şekilde yerleştirirsek, biraz ışık geçer. Polaroidin ışığı soğurduğunu biliyoruz, hiçbir şey yaratmadığını da. Yine de, 45°'de üçüncü bir polaroidin eklenmesi, daha fazla ışığın geçmesine izin verir. Bu olayın çözümlenmesini öğrenciye bir alıştırma olarak bırakalım.

Kutuplanmanın en ilginç örneklerinden biri, karmaşık kristallerde ya da zor

maddelerde değil; en basit ve en bilindik durumlardan birindedir; ışığın bir yüzeyden yansımasında. İster inanın ister inanmayın, ama ışık bir cam yüzeyden yansıdığında, kutuplanabilir; bunun fiziksel açıklaması çok basittir. Bu deneysel olarak Brewster tarafından keşfedilmişti: Bir yüzeyden yansıyan ışık, tam olarak kutuplanır, eğer yansıyan demet ve madde içine kırılan demet bir dik açı oluşturuyorsa. Bu durum Şekil 33-4'te resimlenmektedir. Gelen demet geliş düzleminde kutuplanmışsa, hiç yansıma olmayacaktır. Ancak gelen demet geliş düzlemine dik kutuplanmışsa, yansıyacaktır. Nedeninin anlamak çok kolaydır. Yansıtıcı madde içinde ışık enine kutuplanır ve biliyoruz ki yansımış demet dediğimiz çıkış demetini üreten maddedeki yüklerin hareketidir. Bu yansıyan ışığın kaynağı basitçe gelen ışığın yansıması değildir; bu olayı daha derinden anlayışımız bize der ki gelen demet maddedeki yüklerin salınmasını sürer ve bu da yansıyan demeti üretir. Şekil 33-4'ten açıktır ki sadece kâğıt düzlemine dik titreşimler yansıma doğrultusunda ışıyabilir ve sonuçta yansıyan demet geliş düzlemine dik olarak kutuplanacaktır. Gelen demet geliş düzleminde kutuplanmışsa, hiç yansıyan ışık olmayacaktır.

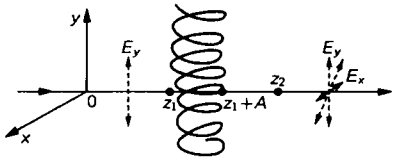


Şekil 33-4 Doğrusal kutuplu ışığın Brewster açısında yansıması. Kutuplanma doğrultusu, kesikli oklarla gösterilmiştir; yuvarlak noktalar kâğıda dik kutuplanmayı göstermektedir.

Bu olay, doğrusal kutuplu bir demeti düz bir cam parçasından yansıtarak kolayca gösterilebilir. Cam yüzey kutuplu demete farklı geliş açıları sağlamak üzere döndürülürse, geliş açısı Brewster açısından geçtiğinde, yansıyan şiddette keskin bir zayıflama gözlenir. Bu zayıflama, ancak kutuplanma düzlemi geliş düzlemindeyse gözlenir. Kutuplanma düzlemi geliş düzlemine dikse, alışılmış yansıyan şiddet tüm açılarda gözlenir.

33-5 Optik etkinlik

Kutuplanmanın bir diğer en dikkate değer etkisi, yansıma simetrisi göstermeyen moleküllerden oluşan maddelerde gözlenir: Burgu gibi ya da eldivenli el gibi veya bir aynadan bakıldığında sol eldivenin sağ eldiven olarak yansımasıyla aynı şekilde tersine çevrilen herhangi bir biçime sahip moleküller. Maddedeki tüm moleküllerin aynı olduklarını varsayın, yani hiçbiri bir diğerinin ayna görüntüsü olmasın. Böyle bir madde optik etkinlik denen ilginç bir etki gösterebilir, bundan ötürü doğrusal kutuplu ışık maddeden geçerken, kutuplanma doğrultusu demet ekseni etrafında döner.



Şekil 33-5 Bir aynadan yansıtıldığında simetrik olmayan şekildeki bir molekül. y-doğrultusunda doğrusal kutuplu bir ışık demeti, bir molekül üzerine düşer.

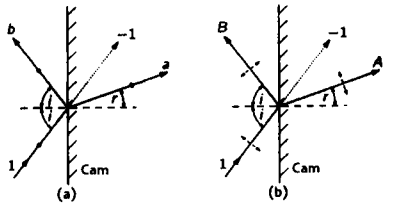
Optik etkinlik olayını anlamak için bazı hesaplar gerekir, fakat bu etkinin nasıl meydana gelebildiğini nitel olarak gerçek hesaplama yapmadan görebiliriz. Şekil 33-5'teki gibi, spiral şeklinde asimetrik bir molekül düşünün. Optik etkinliği sergilemek için, molekülün burgu gibi bir şekle sahip olması gerekmez; fakat yansıma simetrisine sahip olmayan moleküllerin tipik bir örneği olarak, alacağımız basit bir biçimdir bu. Bu molekül üzerine y-doğrultusu boyunca doğrusal kutuplu bir ışık demeti düşürüldüğünde, elektrik alanı spiraldeki yükleri yukarı ve aşağı sürecektir; bu suretle y-doğrultusunda bir akım üretilecek ve y-doğrultusunda kutuplu bir E_y elektrik alanı ışıyacaktır. Bununla birlikte, elektronlar spiral boyunca hareket etmeye kısıtlanmışlarsa, yukarı ve aşağı sürülürlerken x-doğrultusunda da hareket etmelidirler. Akım spiralden yukarı aktığında, $z = z_1$'de kâğıttan içeri doğru ve $z = z_1 + A$'da dışarı doğru akar; burada A molekülsel spiralimizin çapıdır. x-doğrultusundaki akımın net ışınım doğurmadığı düşünülür, çünkü akımlar spiralin zıt taraflarında zıt yönlerdedir. Yine de, $z = z_2$'ye ulaşan elektrik alanının x-bileşenlerini düşünürsek, görürüz ki $z = z_1 + A$'daki akımın ışıdığı alan ve $z = z_1$'den ışıyan alan z_2'ye zaman olarak A/c ve dolayısıyla evre olarak da $\pi + \omega A/c$ kadar farkla varır. Evre farkı tam π kadar olmadığı için, iki alan birbirlerini tam olarak yok edemez ve moleküldeki elektronların hareketiyle üretilen elektrik alanında küçük bir x-bileşeniyle kalırız; oysaki sürücü elektrik alan sadece bir y-bileşenine sahipti. Bu küçük x-bileşeni büyük y-bileşenine eklenince, özgün kutuplanma doğrultusu olan y-eksenine göre hafifçe eğilmiş bir bileşke alan doğurur. Işık malzeme

içinde ilerlerken, kutuplanma yönü demet ekseni etrafında döner. Birkaç örnek çizerek ve gelen elektrik alanı tarafından harekete geçirilecek akımları düşünerek, optik etkinliğin varlığına ve dönme işaretinin moleküllerin yönelimlerinden bağımsız olduğuna kendinizi inandırabilirsiniz.

Mısır şurubu optik etkinliğe sahip yaygın bilinen bir malzemedir. Olay, doğrusal kutuplu bir demet üretmek için bir polaroid levha, mısır şurubu içeren bir iletim odacığı ve ışığın mısır şurubundan geçerken kutuplanma yönünün dönmesini saptamak için ikinci bir polaroid levha ile kolayca gösterilebilir.

33-6 Yansıyan ışığın şiddeti

Şimdi açının bir fonksiyonu olarak yansıma katsayısını sayısal olarak ele alalım. Şekil 33-6(a) bir cam yüzeyine çarpan bir ışık demetini gösteriyor; burada ışık kısmen yansımakta ve kısmen camın içine kırılmaktadır. Birim genlikli gelen demetin kâğıt düzlemine dik doğrultuda doğrusal kutuplu olduğunu varsayalım. Yansıyan dalganın genliğine b ve kırılan dalganın genliğine a diyeceğiz. Kırılan ve yansıyan dalgalar, kuşkusuz, doğrusal kutuplu olacak ve gelen, yansıyan ve kırılan dalgaların elektrik alan vektörleri birbirlerine paraleldir. Şekil 33-6(b) aynı durumu gösterir, fakat bu kez birim genlikli gelen dalganın kâğıt düzleminde kutuplu olduğunu varsayarız. Şimdi yansıyan ve kırılan dalganın genliğine sırasıyla B ve A diyelim.



Şekil 33-6 Birim genlikli gelen dalga bir cam yüzeyden yansır ve kırılır. (a)'da gelen dalga kâğıt düzlemine dik doğrusal kutupludur. (b)'de gelen dalga kesik çizgili oklarla gösterilen doğrultuda doğrusal kutupludur.

Şekil 33-6(a) ve 33-6(b)'de resimlenen iki durumda, yansımanın ne şiddetle olduğunu hesaplamak istiyoruz. Yansıyan demetle kırılan demet arasındaki açı dik olduğunda, Şekil 33-6(b)'de yansıyan dalga olmayacağını zaten biliyoruz; fakat acaba sayısal bir yanıt $-B$ ve b için i geliş açısının fonksiyonu olarak bir tam denklem- elde edebilir miyiz, buna bir bakalım.

Anlamamız gereken ilke aşağıdadır. Cam içinde üretilen akımlar iki alan yaratır. İlkin, onlar yansıyan dalgayı yaratır. Ayrıca şunu biliyoruz ki, cam içinde üretilmiş akımlar olmasaydı, gelen dalga camın içinde dümdüz devam ederdi. Hatırlarsanız, dünyadaki tüm kaynaklar, net alanı oluştururlar. Gelen ışık demetinin kaynağı birim genlikli bir alan yaratır; bu alan şekilde noktalı çizgi boyunca ilerlerdi. Bu alan gözlenmez ve dolayısıyla cam içinde üretilmiş olan akımlar, noktalı çizgi boyunca ilerleyen −1 genlikli bir alan yaratmalıdır. Bu gerçeği kullanarak, kırılan dalgaların a ve A genliklerini hesaplayacağız.

Şekil 33-6(a)'da görüyoruz ki b genliğinin alanı, camın içindeki bir a alanına tepki veren camdaki yüklerin hareketiyle ışıma yapar ve bu nedenle a'yla orantılıdır. İki şekil, kutuplanma doğrultusu dışında, tam olarak aynı olduğuna göre, B/A oranının b/a oranıyla aynı olacağını varsayabilirdik. Bu yine de tam doğru değil, çünkü Şekil 33-6(b)'de kutuplanma doğrultuları birbirlerine paralel değil, Şekil 33-6(a)'daysa paralel. Sadece A'nın B'ye dik olan $A\cos(i+r)$ bileşeni B'nin yaratılmasında etkindir. Bu durumda orantılılık için doğru ifade şudur:

$$\frac{b}{a} = \frac{B}{A\cos(i+r)} \tag{33.1}$$

Şimdi bir incelik kullanacağız. Biliyoruz ki Şekil 33-6'nın (a) ve (b)'sinin ikisinde de cam içindeki elektrik alanı, gelen demete paralel kutuplu olan ve noktalı çizgi boyunca hareket eden −1 genlikli bir alan üreten yüklerin salınımlarını yaratmalıdır. Fakat şeklin (b) kısmından görürüz ki A'nın sadece kesikli çizgiye dik bileşeni, bu alanı yaratmak için doğru kutuplanmaya sahiptir, oysaki Şekil 33-6(a)'da tüm a genliği etkindir, çünkü a dalgasının kutuplanması, −1 genlikli dalganın kutuplanmasına paraleldir. Dolayısıyla şunu yazabiliriz:

$$\frac{A\cos(i-r)}{a} = \frac{-1}{-1} \tag{33.2}$$

Çünkü Denk. (33.2)'nin sol yanındaki iki genliğin her biri −1 genlikli dalgayı yaratırlar.

Denk. (33.1)'i Denk. (33.2)'ye bölerek,

$$\frac{B}{b} = \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)} \tag{33.3}$$

buluruz; bu, daha önceden bildiğimiz bir şeyi kontrol edebileceğimiz bir sonuçtur. $(i+r) = 90°$ seçersek, Denk. (33.3) bize, Brewster'in olması gerektiğini söylediği gibi, $B = 0$ verir; dolayısıyla şu ana kadarki sonuçlarımız en azından açıkça yanlış değildir.

Gelen dalgalar için birim genlikler varsaymıştık; bu nedenle $|B|^2/1^2$, geliş düzleminde kutuplu dalgalar için yansıma katsayısıdır ve $|b|^2/1^2$, geliş düzlemine dik kutuplu dalgalar için yansıma katsayısıdır. Bu iki yansıma katsayısının oranı, Denk. (33.3)'le belirtilir.

Şimdi bir mucize gerçekleştirir ve sadece oranı hesaplamakla kalmayıp, tek tek $|B|^2$ ve $|b|^2$'yi de hesaplarız! Enerjinin korunumundan biliyoruz ki kırılan dalgadaki enerji, gelen enerji eksi yansıyan dalgadaki enerjiye (bir durumda $1-|B|^2$ ve diğer durumda $1-|b|^2$) eşit olmalıdır. Ayrıca, Şekil 33-6(b)'de camın içine geçen enerji, Şekil 33-6(a)'de kırılan genliklerin karelerinin oranı, yani $|A|^2/|a|^2$ olarak camın içine geçen enerjidir. Camın içindeki enerjiyi nasıl hesaplayacağımızı gerçekten biliyor muyuz diye sorabilirsiniz, çünkü ne de olsa, elektrik alanındaki enerjiye ek olarak atomların hareketlerinin enerjileri de var. Fakat şurası açıktır ki toplam enerjiye çeşitli katkıların tümü elektrik alanı genliğinin karesiyle orantılı olacaktır. Dolayısıyla şunu yazabiliriz:

$$\frac{1-|B|^2}{1-|b|^2} = \frac{|A|^2}{|a|^2} \tag{33.4}$$

Şimdi üstteki ifadeden A/a'yı yok etmek için, (33.2) denklemini yerine koyarız ve B'yi (33.3) denklemi yardımıyla b cinsinden ifade ederiz:

$$\frac{1-|b|^2 \quad \dfrac{\cos^2(i+r)}{\cos^2(i-r)}}{1-|b|^2} = \frac{1}{\cos^2(i-r)} \tag{33.5}$$

Bu denklem sadece bir tek bilinmeyen b genliğini içerir. $|b|^2$'yi çözerek, şunu elde ederiz:

$$|b|^2 = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} \tag{33.6}$$

(33.3)'ün yardımıyla da $|B|^2$'yi buluruz:

$$|B|^2 = \frac{\tan^2(i-r)}{\tan^2(i+r)} \tag{33.7}$$

Böylece geliş düzlemine dik kutuplu bir gelen dalga için $|b|^2$ yansıma katsayısını ve ayrıca geliş düzleminde kutuplu bir gelen dalga için $|B|^2$ yansıma katsayısını da bulmuş olduk!

Bu türden tartışmalara devam etmek ve b'nin gerçel olduğunu çıkarmak mümkündür. Bunu kanıtlamak için, cam yüzeyin her iki tarafından aynı anda gelen ışık halini düşünmek gerekir; bunu deneysel olarak düzenlemek kolay değildir, fakat kuramsal olarak çözümlemek eğlencelidir. Bu genel hali çözümlersek, b'nin gerçel olması gerektiğini kanıtlayabiliriz ve dolayısıyla onu $b = \pm\sin(i-r)/\sin(i+r)$ olarak buluruz. Ön ve arka yüzlerden yansımanın olduğu çok ince bir tabaka halini düşünerek ve yansıyan ışık miktarını hesaplayarak işareti bile saptamak mümkündür. İnci bir tabaka vasıtasıyla ne kadar ışığın yansıtılacağını biliyoruz, çünkü ne kadar akım üretileceğini biliyoruz ve böyle akımlarla yaratılan alanları bile hesaplamıştık.

Bu gibi tartışmalarla şunlar gösterilebilir:

$$b = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \qquad B = -\frac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)} \tag{33.8}$$

Yansıma katsayıları için, gelme ve kırılma açılarının fonksiyonu olarak, bu ifadelere Fresnel yansıma denklemleri denir.

i ve r açılarının sıfıra gittiği limiti düşünürsek, dik geliş hali için, her iki kutuplanma durumunda da $B^2 \approx b^2 \approx (i - r)^2/(i + r)^2$ buluruz; çünkü sinüsler pratik olarak açılara eşittir ve tanjantlar da öyle. Fakat $\sin i/\sin r = n$ olur; açılar küçük olduğu zaman bu $i/r \approx n$ demektir. Dolayısıyla dik geliş hali için yansıma katsayısının,

$$B^2 = b^2 = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$$

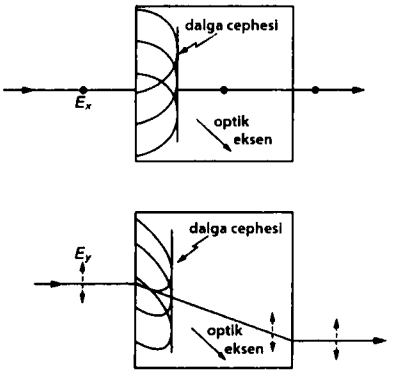
olduğunu göstermek kolaydır.

Örneğin, dik geliş halinde su yüzeyinden ne kadar ışığın yansıyacağını hesaplamak ilginç olur. Su için $n = 4/3$'tür, öyle ki yansıma katsayısı $(1/7)^2 \approx$ %2'dir. Dik geliş halinde, ışığın sadece yüzde ikisi su yüzeyinden yansır.

33-7 Anormal kırılma

Ele alacağımız son kutuplanma etkisi, aslında ilk keşfedilenlerden biriydi: anormal kırılma. İzlanda'yı ziyaret eden gemiciler Avrupa'ya İzlanda spat kristalleri ($CaCO_3$) getirmişlerdi; bunlar her şeyi kristalden bakınca çift, yani iki görüntü olarak gösteren hoş bir özelliğe sahipti. Bu Huygens'in dikkatini çekmiş ve kutuplanmanın keşfinde önemli bir rol oynamıştı. Genelde olduğu gibi, ilk keşfedilen olaylar, açıklanması en zor olanlar, en sona kalanlardır. Ancak fiziksel kavramı boydan boya iyice anladıktan sonradır ki o kavramı en açık ve basit şekilde gösteren olayları dikkatlice seçebiliriz.

Anormal kırılma, daha önce ele aldığımız aynı çift kırılmanın özel bir halidir. Optik eksen, yani asimetrik moleküllerimizin uzun ekseni, kristalin yüzeyine paralel *olmadığı* zaman, anormal kırılma olur. Şekil 33-7'de çift-kırıcı malzemenin iki parçası çizilmiştir, orada optik eksen de görülmektedir. Üstteki şekilde, malzeme üzerine düşen gelen demet malzemenin optik eksenine dik bir doğrultuda doğrusal kutupludur. Bu demet malzemenin yüzeyine çarptığında, yüzey üzerindeki her nokta, kristalin içerisinde $v_\perp$ hızıyla ilerleyen bir dalganın kaynağı olarak davranır; bu hız, kutuplanma düzlemi optik eksene dik olduğu zaman ışığın kristal içindeki hızıdır. Dalga cephesi, tüm bu küçük küresel dalgaların zarfı ya da geometrik yeridir ve bu dalga cephesi kristal boyunca dümdüz ilerler ve diğer taraftan çıkar. Bu, tam beklediğimiz olağan davranıştır ve bu ışın *olağan ışın* adını alır.



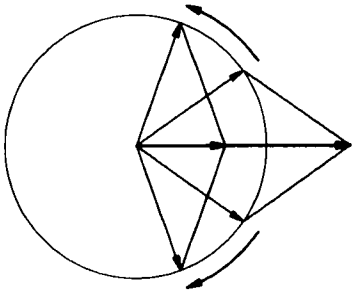
Şekil 33-7 Üstteki diyagram çift kırıcı kristal boyunca sıradan ışının yolunu göstermektedir. Olağandışı ışın alttaki diyagramda görülmektedir. Optik eksen kâğıt düzleminde bulunmaktadır.

Alttaki şekilde, kristal üzerine düşen doğrusal kutuplu ışık, 90° dönmüş kutuplanma doğrultusuna sahiptir, öyle ki optik eksen kutuplanma düzleminde bulunur. Şimdi kristalin yüzeyindeki her noktada ortaya çıkan küçük dalgaları düşündüğümüzde, onların küresel dalgalar olarak yayılmadıklarını görürüz. Optik eksen boyunca ilerleyen ışık $v_\perp$ hızıyla ilerler, çünkü kutuplanma optik eksene diktir, oysaki optik eksene dik ilerleyen ışık $v_\parallel$ hızıyla ilerler, çünkü kutuplanma optik eksene paraleldir. Çift-kırıcı malzemede $v_\parallel \neq v_\perp$'dir ve şekilde $v_\parallel < v_\perp$'tir. Çok daha tam bir çözümleme, optik eksen bir elipsoidin ana ekseni olmak üzere, dalgaların bu elipsoidin yüzeyi üzerinde yayıldıklarını gösterir. Tüm bu eliptik dalgaların zarfı, kristal boyunda gösterilen doğrultuda ilerleyen dalga cephesidir. Yine, arka yüzeyde demet tam ön yüzde olduğu gibi saptırılacaktır, öyle ki ışık gelen demete paralel, fakat yeri değişmiş olarak dışarı çıkar. Bu demetin Snell yasasını izlemediği, olağandışı bir doğrultuda gittiği açıktır. Dolayısıyla bu *olağandışı ışın* adını alır.

Bir kutupsuz demet anormal kırıcı bir kristale çarptığında, sıradan tarzda dümdüz ilerleyen bir olağan ışına ve kristal içinden geçerek yer değiştiren bir olağandışı ışına ayrılır. Çıkan bu iki ışın, birbirlerine dik açılarda doğrusal kutupludur. Bunun doğru olduğu, çıkan ışınların kutuplanmaları bir polaroid levhayla çözümlenerek hemen gösterilebilir. Bu olayı açıklayışımızın doğruluğu

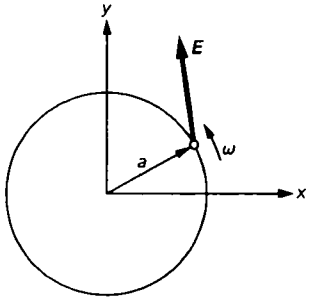
da, kristale doğrusal kutuplu ışık gönderilerek gösterilebilir. Gelen demetin kutuplanma doğrultusunu uygun şekilde yönelterek, bu ışığın ayrılmaksızın dümdüz gitmesini sağlayabiliriz ya da onu ayrılmaksızın, fakat yer değiştirerek götürebiliriz.

Şekil 33-1 ve 33-2'de tüm değişik kutuplanma durumlarını, iki özel kutuplanma durumunun, yani x- ve y-doğrultularındaki kutuplanmaların çeşitli miktarlarda ve çeşitli evrelerde üst üste gelmeleri olarak temsil etmiştik. Diğer çiftler de aynı derecede kullanılabilirdi. x ve y'ye göre yan yatmış herhangi iki dik x' ve y' eksenleri boyunca kutuplanma da aynı hizmeti görebilir. [Örneğin, Şekil 33-2'nin (a) ve (e) durumlarının üst üste getirilmesinden her kutuplanma oluşturulabilir.] Bununla birlikte, bu düşüncenin diğer hallere de genişletilebilmesi ilginçtir. Örneğin, sağ ve sol *dairesel* kutuplanmaların [Şekil 33-2'nin (c) ve (g) halleri] uygun evrelerdeki uygun miktarları üst üste konarak, her doğrusal kutuplanma gerçekleştirilebilir, çünkü zıt yönlerde dönen iki eşit vektör bir düz çizgide salınan tek bir vektör verecek şekilde toplanır (Şekil 33-8). Birinin evresi diğerine göre kaymışsa, düz çizgi yan yatmıştır. Böylece Şekil 33-1'in tüm resimleri, "eşit miktarlarda sağ ve sol dairesel kutuplu ışığın çeşitli bağıl evrelerde üst üste gelmeleri" olarak etiketlenebilirdi. Sol evre bakımından sağın arkasına düşerse, doğrusal kutuplanmanın doğrultusu değişir. Dolayısıyla optik olarak aktif malzemeler bir anlamda çift-kırıcıdırlar. Onların özellikleri, sol ve sağ dairesel kutuplu ışık için farklı indislere sahip oldukları söylenerek betimlenebilir. Farklı şiddetteki sağ ve sol dairesel kutuplu ışığın üst üste gelmesi eliptik kutuplu ışık yaratır.



Şekil 33-8 Eşit genlikli zıt yönde dönen iki vektör, sabit doğrultuda, fakat salınan genlikli bir vektör yaratacak şekilde toplanabilir.

Dairesel kutuplu ışık bir başka ilginç özelliğe sahiptir: *açısal momentum* taşır (ilerleme doğrultusu etrafında). Bunu resmetmek için, böyle bir ışığın bir harmonik salınıcıyla temsil edilen (o, xy-düzleminde her doğrultuda aynı derecede yer değiştirebilir) bir atomun üzerine düştüğünü varsayalım. Bu durumda elektronun x-uzanımı alanın E_x bileşenine tepki verirken, y-bileşeni de alanın eşit E_y bileşenine aynı derecede, fakat evrece 90° geride tepki verecektir. Yani, tepki veren elektron, ışığın dönen elektrik alanına tepki olarak bir çember etrafında ω açısal hızıyla döner (Şekil 33-9). Salınıcının tepkisinin sönüm karakterlerine bağlı olarak, elektronun a uzanımının yönü ve onun üzerindeki $q_e E$ kuvvetinin yönü aynı olmak zorunda değildir, fakat birlikte dönerler. E alanı a'ya dik açıda bir bileşene sahip olabilir, öyleyse sistem üzerine bir iş yapılır ve bir τ kuvvet momenti uygulanır. Saniyede yapılan iş $\tau\omega$'dır. Bir T zaman periyodu üzerinden soğrulan enerji $\tau\omega T$'dir, oysaki τT enerji soğuran maddeye verilen açısal momentumdur. Dolayısıyla *toplam enerjisi E olan sağa dairesel kutuplu bir ışık demetinin E/ω kadar bir açısal momentum (ilerleme yönü boyunca yönelmiş bir vektörle) taşıdığını* görürüz. Çünkü bu demet soğrulduğu vakit, bu açısal momentum soğurucuya verilir. Sola dairesel kutuplu ışık zıt işaretli, $-E/\omega$ açısal momentumunu taşır.



Şekil 33-9 Dairesel kutuplu ışığa tepki olarak, bir çember üzerinde hareket eden bir yük.

34

IŞINIMDA GÖRELİ ETKİLER

34-1 Hareketli kaynaklar

34-1 Hareketli kaynaklar
34-2 "Görünür" hareketin bulunması
34-3 Sinkrotron ışınımı
34-4 Kozmik sinkrotron ışınımı
34-5 Frenleme ışınları
34-6 Doppler etkisi
34-7 ω, k dörtlü vektörü
34-8 Sapınç
34-9 Işığın momentumu

Şimdiki bölümde ışınımla ilişkili çok sayıda değişik yönlü etkileri betimleyeceğiz ve sonra bu bölümü ışığın klasik yayılma kuramıyla bitireceğiz. Işığı çözümlememizde, oldukça ileri gittik ve ayrıntıya daldık. Elektromanyetik ışınımla ilgili tartışmadığımız tek olay, radyo dalgalarını yansıtıcı duvarlara sahip bir kutu içine (boyutu bir dalga boyu mertebesinde) hapsettiğimizde ya da uzun bir tüple ilettiğimizde ne olacağıdır. *Kovuk rezonatörleri* [cavity resonators] ve *dalga kılavuzları* olaylarını daha sonra tartışacağız; önce bir başka fiziksel örneği –sesi– kullanacağız ve sonra bu konuya geri döneceğiz. Bunun dışında, şimdiki bölüm ışığın klasik kuramını son kez ele alışımız olacak.

Şimdi tartışacağımız tüm etkileri, *hareketli kaynakların* etkileriyle ilgili olduklarını söyleyerek özetleyebiliriz. Kaynağın yerleşik olduğunu, yani tüm hareketinin sabit bir nokta yakınında oldukça düşük hızlarla meydana gelebildiğini, artık varsaymayacağız.

Elektrodinamiğin temel yasalarını hatırlayalım; hareketli bir yükten uzak mesafelerde elektrik alanı şu denklemle veriliyordu:

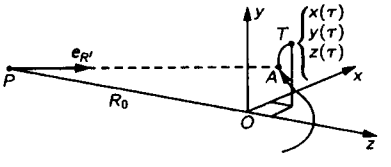
$$E = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2}\frac{d^2 e_{R'}}{dt^2} \tag{34.1}$$

Yükün görünür yönüne yönelmiş olan $e_{R'}$ birim vektörünün ikinci türevi elektrik alanının niteliğini belirtir. Bu birim vektör yükün *şu anki* konumuna yönelmemiştir, fakat daha çok bilginin yükten gözlemciye sadece c sonlu hızıyla gelmesi durumunda bulunması gereken biraz önceki yere doğrudur.

Elektrik alanıyla ilişkili manyetik alan, daima elektrik alanına dik açılarda ve kaynağın görünür yönüne dik açılarda olup aşağıdaki denklemle verilir:

$$B = -e_{R'} \times E/c \tag{34.2}$$

Şimdiye dek hareketlerin hızca göreli olmayan durumları ele almıştık sadece, öyle ki kaynağın yönünde ele alınacak hissedilir bir hareket yoktu. Şimdi daha genel davranıp hareketin keyfi hızlarla olduğu durumu inceleyeceğiz ve o durumlarda beklenebilecek farklı etkilerin neler olduklarını göreceğiz. Hareketin keyfi hızlarda olmasına izin vereceğiz, fakat kuşkusuz detektörün yine kaynaktan çok uzak olduğunu varsayacağız.



Şekil 34-1 Hareketli bir yükün yolu. τ zamanındaki gerçek konum T'dedir, fakat gecikmiş konum A'dadır.

Bölüm 28'deki tartışmamızdan zaten biliyoruz ki $d^2 e_{R'}/dt^{2'}$de hesaplan tek şey sadece $e_{R'}$'nün *yönündeki* sapmalardır. z gözlem doğrultusu boyunca ölçülmek üzere, yükün koordinatları (x, y, z) olsun (Şekil 34.1). Diyelim ki verilen bir τ anında, konumun üç bileşeni $x(\tau)$, $y(\tau)$ *ve* $z(\tau)$ olsun. R uzaklığı neredeyse $R(\tau) = R_0 + z(\tau)$'dur. Şimdi $e_{R'}$ vektörünün yönü esas olarak x ve y'ye bağlıdır, z'ye neredeyse hiç bağlı değildir: Birim vektörün enine bileşenleri x/R ve y/R'dir ve bu bileşenlerin türevlerini aldığımızda, paydada R^2 gibi şeyler elde ederiz:

$$\frac{d(x/R)}{dt} = \frac{dx/dt}{R} - \frac{dz}{dt}\frac{x}{R^2}$$

Böylece, yeterince uzakta olduğumuzda, kaygılanacağımız terimler x ve y'nin değişimleridir. Dolayısıyla R_0 çarpanını dışarı alırız ve şunu buluruz:

$$E_x = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 R_0}\frac{d^2x'}{dt^2}$$

$$E_y = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 R_0}\frac{d^2y'}{dt^2} \tag{34.3}$$

Burada R_0 aşağı yukarı q'ya olan uzaklıktır; onu (x, y, z) koordinatlarının başlangıca olan OP uzaklığı olarak alalım. Böylece elektrik alan, bir sabit çarpı çok basit bir şey, x- ve y-koordinatlarının ikinci türevleridir. (x ve y'lere yükün $\boldsymbol{r}$ konum vektörünün enine bileşenleri diyerek bunu daha matematiksel hale koyabilirdik, fakat bu bize fazla bir açıklık sağlamaz.)

Kuşkusuz, koordinatların gecikmiş zamanda ölçülmesi gerektiğinin farkındayız. Burada $z(\tau)$'nun gecikmeyi etkilediğini anlarız. Gecikmiş zaman ne kadardır? Gözlem zamanına t dersek (P'deki zaman), A'dakine karşılık gelen τ zamanı, t zamanı değildir; ışığın gitmesi gerek toplam mesafe bölü ışık hızıdır. İlk yaklaştırmada, bu gecikme R_0/c gib bir sabittir (ilginç olmayan bir özellik), fakat bir sonraki yaklaştırmada, z-doğrultusundaki konumun τ anındaki etkilerini de katmalıyız, çünkü q biraz fazla gerideyse, biraz daha fazla gecikme vardır. Bu daha önce ihmal ettiğimiz bir etkidir ve sonuçlarımızı tüm hızlarda geçerli kılmak için gereken tek değişmedir bu.

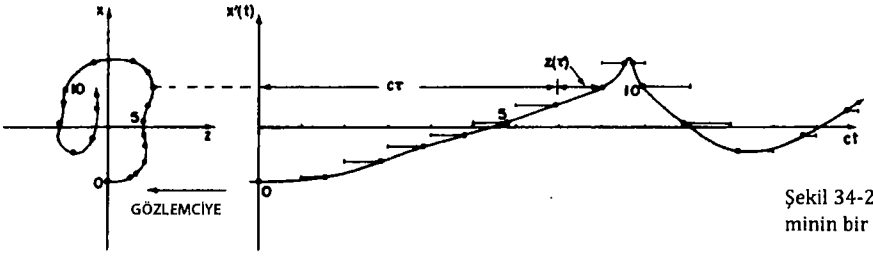
Şimdi yapmamız gereken, t'nin belirli bir değerini seçmek ve ondan τ'nun değerini hesaplamaktır; böylece τ anında x ve y'nin nerede olduklarını buluruz. Bunlar gecikmiş x ve y olup, onlara x' ve y' deriz; onların ikinci türevleri alanları belirtir. Böylece τ,

$$t = \tau + \frac{R_0}{c} + \frac{z(\tau)}{c}$$

ile belirlenir ve

$$x'(t) = x(\tau), \qquad y'(t) = y(\tau) \tag{34.4}$$

olur. Bunlar karmaşık denklemlerdir, fakat onların çözümünü betimlemek için geometrik bir resim yapmak yeterince kolaydır. Bu resim bize işlerin nasıl yürüdüğü konusunda nitel bir sezgi verecektir, ama yine de karmaşık bir problemden kesin sonuçlar çıkarmak için çok ayrıntılı bir matematik gerektirir.



Şekil 34-2 $x'(t)$'yi bulmak için (34.5) denkleminin bir geometrik çözümü.

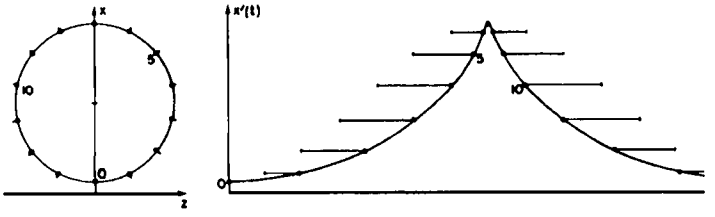
34-2 "Görünür" hareketin bulunması

Yukarıdaki denklem ilginç bir basitleştirmeye sahiptir. Sadece t'nin (τ'nun değil) başlangıcını bir sabitle değiştirmeliyiz anlamında ilginç olmayan R_0/c sabit gecikmesini göz ardı edersek, yukarıdaki denklem şunu söyler:

$$ct = c\tau + z(\tau), \qquad x' = x(\tau), \qquad y' = y(\tau) \tag{34.5}$$

Şimdi x' ve y''yü τ'nun değil t'nin fonksiyonu olarak bulmaya gerek duyarız ve bunu aşağıdaki yoldan yapabiliriz: (34.5) denklemi, gerçek hareketi almamız ve bir sabit (ışığın hızı) kere τ'yu eklememiz gerektiğini söyler. Bunun ne anlama geldiği Şekil 34-2'de görülmektedir. Yükün (şeklin solunda) gerçek hareketini ele alırız ve o gezinirken P noktasından c hızıyla uzağa süpürülmekte olduğunu hayal ederiz (görelilik ya da onun gibi başka bir şeyle hiçbir çelişki yoktur; bu sadece $c\tau$'nun matematiksel eklenişidir). Bu şekilde yeni bir hareket elde ederiz;

bu harekette görüş-çizgisi koordinatı, sağda görüldüğü gibi, ct'dir. (Şekil, bir düzlemdeki oldukça karmaşık bir hareket için sonucu göstermektedir, fakat kuşkusuz hareket bir düzlemde olmayabilir; düzlemdekinden daha karmaşık bile olabilir.) Mesele şudur; şimdi yatay uzaklık (yani, görüş-çizgisi uzaklığı) artık eski z değildir, $z + ct'$dur; dolayısıyla ct'dir. Böylece eğrinin bir resmini, yani t'ye karşı x' (ve y')'yü bulmuş olduk! Alanı bulmak için tek yapmamız gereken, bu eğrinin ivmesine bakmak, yani onun iki kez türevini almaktır. Böylece son yanıt şudur: Hareketli bir yükün elektrik alanını bulmak için yükün hareketini ele alırsınız ve onu "dışa açmak" için c hızına geri dönüştürürsünüz; sonuçta, böyle çizilmiş olan eğri, t'nin fonksiyonu olarak x' ve y' konumlarının bir eğrisidir. Bu eğrinin ivmesi, t'nin fonksiyonu olarak elektrik alanını verir. Ya da, isterseniz, bu tüm "katı" eğrinin c hızıyla görüş düzlemi boyunca ileri doğru hareket ettiğini hayal edebilirsiniz, öyle ki görüş düzlemiyle arakesit noktası x' ve y' koordinatlarına sahiptir. Bu çözüm, başladığımız denklemle tam olarak aynıdır: bu düpedüz bir geometrik temsildir.



Şekil 34-3. Bir çember üzerinde v = 0,94c sabit hızıyla hareket eden bir parçacık için $x'(t)$ eğrisi.

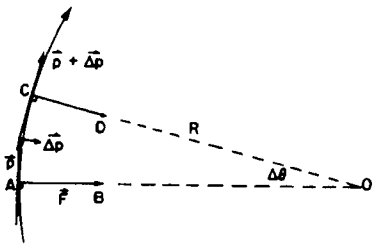
Hareket oldukça yavaşsa, örneğin yavaş bir şekilde yukarı ve aşağı giden bir salınıcımız varsa, sonra bu hareketi ışık hızıyla ilerlettiğimizde, kuşkusuz basit bir kosinüs eğrisi elde ederiz ve bu bize uzun süredir aradığımız bir denklemi verir: Salınan bir yük tarafından üretilen alanın denklemini. Daha ilginç bir örnek, bir çember üzerinde çok hızlı, neredeyse ışık hızında hareket eden bir elektrondur. Çember düzleminde bakarsak, gecikmiş $x'(t)$, Şekil 34-3'te görüldüğü gibi ortaya çıkar. Bu eğri nedir? Çemberin merkezinden yüke bir yarıçap vektörü çizersek ve bu radyal çizgiyi yükü birazcık geçecek şekilde uzatırsak, o zaman çizgi üzerinde ışık hızıyla gidilen bir noktaya geliriz. Dolayısıyla, hareketi ışık hızında geri çevirdiğinizde, bu, üzerinde bir yük bulunan bir tekerin ışık hızında, kaymaksızın, geri dönmesine karşılık gelir; böylece bir sikloide çok yakın bir eğri buluruz: ona *hiposikloid* denir. Yük ışık hızına çok yakın seyrediyorsa, "keskin uçlar" gerçekten çok keskin olur; tam ışık hızında gitmekteyse, sonsuz keskinlikte gerçek keskin uçlar söz konusudur. "Sonsuz derecede keskin" ilginçtir; bu, keskin ucun yakınında ikinci türevin aşırı büyük olması anlamına gelir. Her çevrimin ardından, keskin bir elektrik alan atması elde ederiz. Bunun, göreli olmayan hareketten elde edilenle hiç mi hiç alakası yoktur, orada yükün dolandığı her sefer neredeyse hep aynı "şiddette" bir salınım vardır. Buradaysa, T_0 dolanma periyodu olmak üzere, $1/T_0$ zaman aralıklarıyla ayrılmış çok keskin elektrik alan atmaları vardır. Bu şiddetli elektrik alanları, yükün hareket doğrultusunda dar bir koni içinde yayınlanır. Yük P'den ötelere hareket ettiğinde, çok küçük eğrilik vardır ve P yönünde çok küçük ışımış alan olur.

34-3 Sinkrotron ışınımı

Sinkrotron içinde dairesel yollarda hareket eden çok hızlı elektronlar vardır; neredeyse c ışık hızında giderler ve yukarıdaki ışınımı gerçek ışık olarak görmek olasıdır. Bunu daha ayrıntılı olarak tartışalım.

Sinkrotronda düzgün bir manyetik alan içinde çember yörüngelerde giden elektronlara sahibiz. İlk olarak, neden çemberler üzerinde gittiklerini anlayalım. (28.2) denkleminden biliyoruz ki, bir manyetik alan içindeki yüklü bir parçacığa etkiyen kuvvet

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \tag{34.6}$$



34-4 Yüklü bir parçacık, düzgün bir manyetik alan içinde dairesel (ya da sarmal) bir yörüngede hareket eder.

ile verilir ve hem alana hem de hıza diktir. Her zamanki gibi, kuvvet momentumun zamanla değişim hızına eşittir. Alan kâğıttan dışarıya doğru yönelmişse, parçacığın momentumu ve parçacık üzerindeki kuvvet Şekil 34-4'te görüldüğü gibidir. Kuvvet hıza dik olduğundan, kinetik enerji ve dolayısıyla hızın büyüklüğü *sabit* kalır. Manyetik alanın tüm yaptığı, *hareketin yönünü* değiştirmektir. Kısa bir Δt süresinde, momentum vektörü kendine dik olarak $\Delta p = F\,\Delta t$ miktarında değişir ve dolayısıyla p bir $\Delta\theta = \Delta p/p = qvB\Delta t/p$ açısı kadar döner, çünkü $|F| = qvB$'dir. Fakat bu aynı sürede, parçacık $\Delta s = v\Delta t$ mesafesini katetmiştir. Açık olarak, AB ve CD doğruları bir O noktasında kesişecektir, öyle ki $OA = OC = R$'dir, burada $\Delta s = R\,\Delta\theta$'dır. Bunu önceki ifadelerle birleştirerek, $R\,\Delta\theta/\Delta t = R\omega = v = qvBR/p$ buluruz; buradan da

$$p = qBR \tag{34.7}$$

ve

$$\omega = qvB/p \tag{34.8}$$

elde ederiz. Bu aynı gerekçe bir sonraki kısa süreye ve bir sonrakine vb uygulanabildiğinden, parçacığın ω açısal hızıyla R yarıçaplı bir çember üzerinde hareket etmesi gerektiği sonucuna varırız.

Parçacığın momentumunun yük kere yarıçap kere manyetik alana eşit olması, fazlasıyla kullanılan çok önemli bir yasadır. Pratik amaçlar için önemlidir, çünkü tümü aynı yüklü temel parçacıklara sahipsek ve onları bir manyetik alan içinde gözlersek, onların yörüngelerinin eğrilik yarıçaplarını ölçebiliriz ve manyetik alanı bilerek parçacıkların momentumlarını saptarız. (34.7) denkleminin her iki yanını c'yle çarpar ve q'yu elektron yükü cinsinden ifade edersek, momentumu *elektron volt* birimiyle ölçebiliriz. Bu birimde denklemimiz şudur:

$$pc(\text{eV}) = 3 \times 10^8\,(q/q_e)BR \tag{34.9}$$

Burada B, R ve ışığın hızı mks sisteminde ifade edilmiştir ve ışığın hızı sayısal olarak 3×10^8'dir.

Manyetik alanın mks birimine *metre-kare başına Weber* denir. Hâlâ yaygın olarak kullanılan ve *Gauss* adını taşıyan eski bir birim vardır. Bir Weber/m^2, 10^4 Gauss'a eşittir. Manyetik alanların ne büyüklükte oldukları konusunda bir fikir vermek için, demirde oluşturulabilecek en şiddetli manyetik alan $1{,}5 \times 10^4$ Gauss'tur, bunun ötesinde demir kullanmanın avantajı yok olur. Bugün, süperiletken tellerle sarılmış elektromıknatıslar 10^5 Gauss şiddetinin üzerinde kararlı alanlar yaratabilirler; bu da 10 mks birimidir. Dünyanın manyetik alanı ekvatorda bir Gauss'un birkaç onda-biridir.

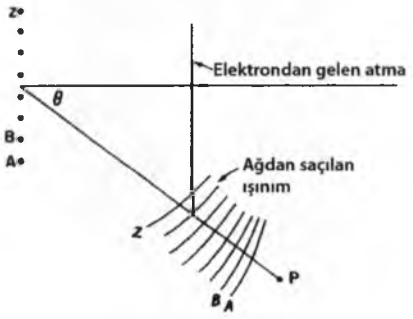
(34.9) denklemine dönersek, bir milyar elektron Volt'ta çalışan sinkrotron hayal edebilirdik, böylece bir milyar elektron volt için pc 10^9 olurdu. (Hemen biraz sonra enerjiye geri geleceğiz.) Bu durumda, 10.000 Gauss'a karşılık gelen bir B'ye sahip olsaydık, ki bu çok büyük bir mks birimlik bir alandır, o zaman R'nin 3,3 metre olacağını görürüz. Caltech'teki sinkrotronun gerçek yarıçapı 3,7 metredir, alan biraz daha büyüktür ve enerji 1,5 milyardır, fakat aynı fikir. Böylece artık sinkrotronun neden bu büyüklüğe sahip olduğu hususunda bir hisse sahibiz.

Momentumu hesapladık, fakat toplam enerjinin, durgun enerji dahil, $W = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$ ile verildiğini biliyoruz; elektron için mc^2'ye karşılık gelen durgun enerji $0{,}511 \times 10^6$ eV'tur, dolayısıyla $pc = 10^9$ eV olduğunda, mc^2'yi ihmal edebiliriz ve böylece hızlar göreli olduğunda, tüm pratik amaçlar için $W = pc$'dir. Bir elektronun enerjisi 1 milyar elektron volttur demek, momentum kere c'nin 1 milyar elektron volt olduğunu söylemekle aynı şeydir. Eğer $W = 10^9$ eV ise, hızın, ışık hızından sekiz milyonda bir kadar fark ettiğini göstermek kolaydır!

Şimdi böyle bir parçacık tarafından salınan ışınıma dönelim. 3,3 metre yarıçaplı ya da 20 metre çevreli bir çember üzerinde hareket eden bir parçacık, bir turunu kabaca ışığın 20 metreyi katettiği sürede tamamlar. Bu durumda, böyle bir parçacığın yayınlaması gereken dalga boyu 20 metre olurdu: kısa dalga rad-

yo bölgesinde. Fakat tartışmakta olduğumuz (Şekil 34-3) yığılma etkisi ve c ışık hızına ulaşmak için yarıçapı uzatmamız gereken mesafenin sadece yarıçapın sekiz milyonda biri kadar olması dolayısıyla, hipersikloidin sivri uçları onların arasındaki mesafeye kıyasla aşırı derecede keskindir. Zamana göre ikinci türevi içeren ivme, 8×10^6'lık "sıkıştırma çarpanı"nın iki katını kazanır, çünkü zaman ölçeği sivri ucun komşuluğunda sekiz milyonun iki misli azalır. Böylece etkin dalga boyunun çok daha kısa olmasını, 20 metreden 64 kere 10^{12} kez kadar daha kısa olmasını bekleyebiliriz –bu, x-ışını bölgesine karşılık gelir. (Aslında, sivri ucun kendisi tek belirleyici çarpan değildir; ayrıca sivri ucun etrafında belli bir bölgenin de içerilmesi gerekir. Bu durum, çarpanı kare yerine 3/2 kuvvetine değiştirir, fakat hâlâ bizi optik bölgenin üzerinde bırakır.) Böylece, yavaş hareket eden bir elektron 20-metrelik radyo dalgaları yayıyor olsa bile, göreli etkiler dalga boyunu o kadar çok kısaltır ki onu *görebiliriz*! Işığın düzgün manyetik alana dik elektrik alanıyla *kutuplanmış* olduğu apaçıktır.

Gözlemiş olduğumuz şeyin değerini biraz daha fazla anlamak için, böyle bir ışığı ele aldığımızı (bu atmalar zamanca birbirlerinden çok uzak olduklarından, meseleyi basitleştirmek için, sadece bir tek atma alacağız) ve onu, çok sayıda saçılma telinden oluşan bir kırınım ağına yönelttiğimizi düşünelim. Bu atma, ağdan çok ötelere gittikten sonra, ne görürüz? (Eğer birazcık ışık görüyorsak, kırmızı ışık, mavi ışık vb görmeliyiz.) Ne görürüz? Atma kırınım ağıyla kafa kafaya çarpışır ve ağdaki salınıcılar, birlikte, şiddetli bir şekilde yukarı hareket ederler ve sonra tekrar geri dönerler, sadece bir kez. Sonra Şekil 34-5'te görüldüğü gibi, çeşitli yönlerde etkiler doğururlar. Fakat P noktası ağın bir ucuna diğer uçtan daha yakındır, dolayısıyla elektrik alan önce A telinden, sonra B'den vb o noktaya varır; sonunda son telden sinyal gelir. Kısacası, tüm ardışık tellerden gelen yansımaların toplamı, Şekil 34-6(a)'da görüldüğü gibidir; o bir sinyal dizisi olan bir elektrik alanıdır ve dalga boyu atmalar arasındaki mesafeye eşit olan, sinüs dalgasına çok benzeyen bir şeydir, sanki ağa çarpan tek renkli bir ışıkta olabileceği gibi! Böylece her şeyiyle renkli ışık elde ederiz. Fakat, aynı tartışmayla, hiçbir tür "atma"dan ışık elde etmeyecek miyiz? Hayır. Eğrinin çok daha düzgün olduğunu varsayalım; o zaman küçük zaman farklarıyla ayrılmış tüm saçılmış dalgaları toplardık (Şekil 34-6b). Bu durumda, her bir atma, atmalar arasındaki zaman aralığında çok değişmeyeceği için, alanın hiç titreşmediğini, çok düzgün bir eğri olduğunu görürdük.



Şekil 34-5 Bir tek, keskin atma olarak bir kırınım ağına çarpan ışık, farklı renkler halinde çeşitli yönlere saçılır.



Şekil 34-6 (a) Keskin atmaların ve (b) düzgün atmaların bir dizisine ait toplam elektrik alan.



Şekil 34-7 Tüm renklerde görünen yengeç bulutsusu.



(a)



(b)

Şekil 34-8 Bir mavi filtre ve bir polaroid içinden görünen yengeç bulutsusu. (a) Elektrik alan düşey. (b) Elektrik alan yatay.

34-4 Kozmik sinkrotron ışınımı

1054 yılında Çin ve Japon medeniyetleri dünyadaki en ileri medeniyetler arasındaydı; dış evrenin farkındaydılar ve o yıl içinde olağanüstü bir şekilde aniden patlayan parlak bir yıldızı kaydetmişlerdi. (Ortaçağın tüm kitaplarını yazmış olan Avrupalı keşişlerin hiçbirinin gökte bir yıldızın patladığını yazma zahmetine bile katlanmaması şaşırtıcıdır.) Bugün o yıldızın resmini çekebiliriz ve onu Şekil 34-7'deki gibi görürüz. Dış tarafta ince bir gaz "halkası"nın atomları tarafından onların doğal frekanslarında üretilmiş kırmızı iplikçiklerle dolu büyük bir kütle vardır; bu, içinde farklı frekansla parlak bir çizgi spektrumu oluşturur. Bu durumda kırmızı azota aittir. Diğer taraftan, merkezi bölge, içinde belli atomlarla ilişkili özel frekansların yer almadığı *sürekli* bir frekans dağılımı halinde, donuk, gizemli bir ışık parçasıdır. Bu, şimdilik –bir sürekli spektrum elde edebilmenin bir yolu olan– yakındaki yıldızların "aydınlattığı" toz da değildir. Onun içinden yıldızları görebiliriz, dolayısıyla geçirgendir, ama ışık da yaymaktadır.

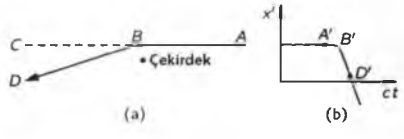
Şekil 34-8'de aynı cisme, spektrumun parlak çizgi spektrumuna sahip olmayan bir bölgesindeki ışığı kullanarak bakmaktayız, öyle ki sadece merkezi bölgeyi görüyoruz. Fakat bu durumda da, teleskob üzerine kutuplayıcılar konmuştu ve iki görünüş, 90°'lik ayrı iki yönelime karşılık gelir. Gördüğümüz gibi, resimler farklıdır! Bu demektir ki ışık kutupludur. Bunun nedeni, herhalde, yerel bir manyetik alanın var olması ve yüksek enerjili birçok elektronun bu manyetik alanın etrafında dönmesidir.

Elektronların alan etrafında bir çember üzerinde nasıl döndüklerini biraz önce anlatmıştık. Buna kuşkusuz alan doğrultusunda herhangi bir düzgün hareket de ekleyebiliriz, çünkü $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ kuvvetinin bu doğrultuda hiç bileşeni yoktur ve daha önce ifade ettiğimiz gibi, sinkrotron ışınımı, manyetik alanın görüş düzlemi üzerine izdüşümüne dik bir doğrultuda kutuplu olduğu besbellidir.

Bu iki gerçeği bir araya koyarak, bir resimde parlak diğerinde karanlık olan bir bölgede ışığın elektrik alanının bir doğrultuda tamamen kutuplu olduğunu görürüz. Bu demektir ki, bu doğrultuya dik açılarda bir manyetik alan vardır; oysaki diğer resimde şiddetli bir salım olan öbür bölgelerde, manyetik alan diğer durumda olmalıdır. Şekil 34-8'e dikkatlice bakarsak, şunu fark edebiliriz ki, kabaca söylersek, bir resimde bir şekilde giden genel bir "çizgiler" cümlesi, diğer resimde buna dik açılardadır. Resimler bir tür lifli yapı gösterir. Tahminen, manyetik alan çizgileri onların kendi doğrultusunda oldukça uzun mesafelere uzanma eğiliminde olacaktır ve böylece herhalde tüm elektronların bir yönde spiral çizdikleri uzun manyetik alan bölgeleri vardır, oysaki bir başka bölgede alan diğer yöndedir ve elektronlar da o yönde spiral çizerler.

Elektron enerjisini bu kadar uzun sürede bu kadar yüksek ne tutar? Her şeye karşın, patlamadan bu yana 900 yıl geçti; onların bu kadar hızlı gitmeleri nasıl sürdürülebilir? Onların enerjilerinin nasıl koruduğu ve tüm bu durumun nasıl sürüp gittiği hâlâ tamamıyla anlaşılmış değildir.

34-5 Frenleme ışınları



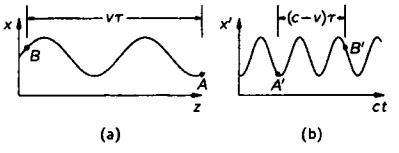
Şekil 34-9 Bir çekirdeğin yakınından geçen hızlı bir elektron, hareketinin yönünde enerji yayınlar.

Şimdi de çok hızlı hareket eden ve enerji yayınlayan bir parçacığın bir başka ilginç etkisinden kısaca söz edeceğiz. Fikir, biraz önce tartıştığımız fikre çok benzerdir. Bir madde parçası içinde yüklü parçacıklar olduğunu ve çok hızlı bir elektronun yakından geçtiğini düşünelim (Şekil 34-9). Bu durumda, atom çekirdeğinin etrafındaki elektrik alanı nedeniyle, elektron çekilir, ivmelenir; öyle ki elektronun hareketinin eğrisi çekirdeğe doğru hafif bir kıvrılmaya ya da eğilmeye uğrar. Eğer elektron ışık hızına çok yakın bir hızla gidiyorsa, c yönünde doğurduğu elektrik alan nedir? Kuralımızı hatırlayın: Gerçek hareketi alırız, onu c hızında geriye doğru çevririz; bu bize eğriliği elektrik alanını ölçen bir eğri verir. Elektron bize doğru v hızıyla geliyordu, böylece geriye doğru, bir hareket elde ederiz, öyle ki tüm resim daha küçük bir mesafe içine $(c–v)$'nin c'den küçük olduğu oranda sıkıştırılmıştır. Dolayısıyla, $1 - v/c \ll 1$ ise, B' noktasında çok keskin ve ivedi bir eğrilik vardır ve bunun ikinci türevini aldığımızda, hare-

ketin yönünde çok yüksek bir alan elde ederiz. Böylece çok yüksek enerjili elektronlar madde boyunca hareket ettiklerinde, ileri yönde ışınım fırlatırlar. Buna *frenleme ışınları* (*bremsstrahlung*) denir. Aslına bakılırsa, sinkrotron hızlandırıcısı yüksek enerjili elektronlar elde etmek için pek fazla kullanılmaz (onları makineden dışarıya daha kolay bir şekilde alabilseydik, bunu söylemezdik); daha ziyade, yüksek enerjili elektronları katı bir tungsten "hedef" içinden geçirip bu frenleme ışınları etkisinden fotonların ışımasını sağlamak suretiyle, çok yüksek enerjili fotonlar –gamma ışınları– elde etmek için kullanılır.

34-6 Doppler etkisi

Hareketli kaynakların etkilerinin başka örneklerini incelemeye devam ediyoruz. Kaynağımızın, doğal frekanslarından ω_0 gibi biriyle salınan durgun bir atom olduğunu varsayalım. Bu durumda biliyoruz ki gözleyeceğimiz ışığın frekansı ω_0'dır. Fakat şimdi başka bir örnek alalım, orada ω_1 frekansıyla salınan benzer bir salınıcımız olsun ve aynı zamanda tüm atom, tüm salınıcı, v hızıyla gözlemci doğrultusunda ona doğru hareket etmekte olsun. Bu durumda uzaydaki gerçek hareket, kuşkusuz, Şekil 34-10(a)'da görüldüğü gibidir. Şimdi her zamanki oyunumuzu oynar, $c\tau$ ekleriz; bu demektir ki tüm eğriyi geriye doğru çevirir ve onun Şekil 34-10(b)'deki gibi salındığını buluruz. Salınıcı verilen bir τ süresinde bir $v\tau$ mesafesi gittiyse, ct'ye karşı x' diyagramında $(c - v)\tau$ mesafesi gider. Böylece $\Delta\tau$ süresi içindeki ω_1 frekanslı tüm salınımlar, şimdi $(1 - v/c)\Delta\tau$ aralığında bulunur; onlar bir araya sıkıştırılmıştır ve bu eğri bize c hızıyla gelirken, *daha yüksek frekanslı* ışığı, tam $(1 - v/c)$ sıkışma çarpanıyla daha yüksek göreceğiz demektir. Dolayısıyla şunu gözleriz:



Şekil 34-10 Hareketli bir salınıcının x–z ve x'–t eğrileri.

$$\omega = \frac{\omega_1}{1 - v/c} \tag{34.10}$$

Elbette bu durumu başka çeşitli yollardan çözümleyebiliriz. Atomun sinüs dalgaları yerine belli bir ω_1 frekansında bip, bip, bip, bip şeklinde bir dizi sinyal yayınladığını varsayalım. Bunlar bizim tarafımızdan hangi frekansta alınırlar? Birinci sinyal belli bir gecikmeyle bize ulaşır, fakat bu arada atom bize biraz yaklaştığı için, bir sonraki daha az bir gecikmeyle ulaşır. Dolayısıyla, "bip"ler arasındaki süre hareketle birlikte azalır. Durumun geometrisini çözümlersek, bip'lerin frekansının $1/(1 - v/c)$ çarpanıyla arttığını anlarız.

ω_0 doğal frekansına sahip ve alıcıya doğru v hızıyla hareket eden normal bir atoma bakıyorsak, bu durumda göreceğimiz frekans $\omega = \omega_0/(1 - v/c)$ midir? Hayır; iyice bildiğimiz gibi, bir hareketli atomun ω_1 doğal frekansı, geçen zaman nispetinde göreli genleşme nedeniyle, durgunken ölçülenle aynı değildir. Dolayısıyla ω_0 gerçek doğal frekans olsaydı, o zaman düzeltilmiş ω_1 doğal frekansı

$$\omega_1 = \omega_0\sqrt{1 - v^2/c^2} \tag{34.11}$$

olurdu. Dolayısıyla gözlenen ω frekansı şudur:

$$\omega = \frac{\omega_0\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v/c} \tag{34.12}$$

Yukarıdaki durumda frekansta gözlenen kaymaya *Doppler etkisi* denir: Bir şey bize doğru geliyorsa, onun yayınladığı ışık daha mora kaymış görünür; ama bizden uzaklaşıyorsa, yayınlanan ışık kırmızıya doğru kaymıştır.

Şimdi bu aynı ilginç ve önemli sonucun iki türetilişini daha vereceğiz. Varsayalım ki kaynak durgun durmakta ve ω_0 frekanslı dalgalar yaymaktadır, gözlemciyse v hızıyla kaynağa doğru harekettedir. Belli bir t zaman periyodundan sonra, gözlemci yeni bir konuma, $t = 0$'da bulunduğu yerden vt mesafesi kadar öteye, gelmiş olacaktır. Giderken ne kadar radyanlık evre görmüş olacaktır? Herhangi sabit bir noktadan $\omega_0 t$ gibi belli bir sayı geçmiştir ve ayrıca gözlemci kendi hareketi nedeniyle biraz daha, yani vtk_0 (metre başına radyan sayısı kere mesafe) kadar daha süpürmüştür. Böylece t süresindeki radyanların toplam sayısı ya da gözlenen frekans $\omega_1 = \omega_0 + k_0 v$ olur. Bu çözümlemeyi duran bir kişinin bakış açısından yaptık; bunun hareketli bir kişiye nasıl görüneceğini bil-

mek isteyebiliriz. Burada yine iki gözlemci için saat hızlarındaki fark konusunda endişe duymalıyız; bu demektir ki $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ile *bölme*liyiz. Böylece k_0 dalga sayısı, yani hareket yönünde metre başına radyan sayısı ve ω_0 frekanssa, o zaman hareketli kişi için gözlenen frekans şudur:

$$\omega = \frac{\omega_0 + k_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{34.13}$$

Işık hali için, $k_0 = \omega_0/c$ olduğunu biliyoruz. Öyleyse, bu özel problem için denklem şudur:

$$\omega = \frac{\omega_0(1+v/c)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{34.14}$$

Bu denklem (34.12) denkleminden tamamen farklı gibi görünmektedir! Kaynağa doğru gittiğimizde gözleyeceğimiz frekans, kaynağın bize doğru gelmesi durumunda gözleyeceğimiz frekanstan farklı mıdır? Elbette hayır! Görelilik kuramı, bu ikisinin *tam eşit* olması gerektiğini söyler. Matematikte yeterince uzman olsaydık, herhalde bu iki matematiksel ifadenin tam eşit olduklarını anlardık! Aslında bu iki ifadenin *zorunlu* eşitliği, bazı kişilerin "görelilik bir zaman genleşmesi gerektirir" beyanını göstermekten hoşlandıkları yollardan biridir, çünkü söz konusu karekök çarpanlarını dahil etmeseydik, onlar artık eşit olmazlardı.

Göreliliği bildiğimize göre, Doppler olayını biraz daha genel görünen üçüncü bir yoldan daha çözümleyelim. (*Nasıl* yapıldığı önemli olmadığı için, aslında bu da aynı şeydir.) Görelilik kuramı uyarınca, bir kişi tarafından gözlenen konum ve zaman ile bu kişiye göre hareketli bir başka kişinin gözlediği konum ve zaman arasında bir ilişki vardır. Bu bağıntıları çok önceden (Bölüm 16) yazmıştım. Bunlar *Lorentz dönüşümü* ve onun tersidir:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x + vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & x &= \frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ t' &= \frac{t + vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & t &= \frac{t' - vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \tag{34.15}$$

Yerde durgun halde olsaydık, bir dalganın yapısı $\cos(\omega t - kx)$ olurdu; tüm düğümler ve maksimum ve minimumlar bu yapıdan çıkardı. Aynı fiziksel dalgayı gözleyen hareket halindeki kişi ne görür? Alanın sıfır olduğu yerler, tüm düğümlerin konumları aynıdır (alan *sıfır* olduğunda, *herkes* alanı sıfır olarak ölçer); bu bir göreli değişmezdir. Öyleyse yapı diğer kişi için de aynıdır, yeter ki bu yapıyı onun gözlem çerçevesine dönüştürelim:

$$\cos(\omega t - kx) = \cos\left[\omega\,\frac{t' - vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - k\,\frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right]$$

Parantezin içindeki terimleri tekrar gruplarsak, şunu elde ederiz:

$$\begin{aligned} \cos(\omega t - kx) &= \cos\left[\underbrace{\frac{\omega + kv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}\,t' - \underbrace{\frac{k + v\omega/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}\,x'\right] \\ &= \cos\left[\quad\omega'\quad t' - \quad k'\quad x'\right] \end{aligned} \tag{34.16}$$

Bu yine bir dalgadır –bir kosinüs dalgası– içinde belli bir ω' frekansı vardır: t''yü çarpan bir sabit ve x''yü çarpan bir başka k' sabiti. k', diğer gözlemci için dalga sayısı ya da 1 metre içindeki dalgaların sayısı adını alır. Dolayısıyla diğer gözlemci, aşağıda verildiği gibi, yeni bir frekans ve yeni bir dalga sayısı görecektir:

$$\omega' = \frac{\omega + kv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{34.17}$$

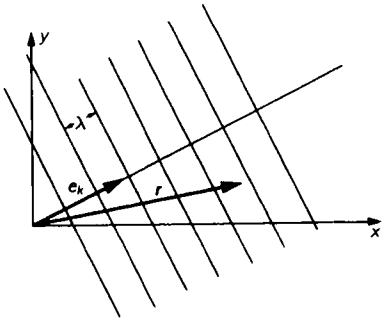
$$k' = \frac{k + \omega v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{34.18}$$

(34.17)'ye bakarsak, onun, çok daha fiziksel bir nedenle elde ettiğimiz, (34.13)'le aynı olduğunu görürüz.

34-7 ω, k dörtlü vektörü

(34.17) ve (34.18)'de gösterilen bağıntılar çok ilginçtir; çünkü bunlar, yeni ω' frekansının eski ω frekansı ile eski k dalga sayısının bir karışımı olduğunu ve yeni dalga sayısının da eski dalga sayısı ile eski frekansın bir karışımı olduğunu söylerler. Dalga sayısı evresinin mesafeyle değişim hızı ve frekans ise evresinin zamanla değişim hızıdır; bu ifadelerde konum ve zamanın Lorentz dönüşümüyle yakın bir benzerliğini görürüz; ω'nın t' gibi olduğunu düşünürsek, k'nın da x' bölü c^2 gibi olduğu düşünülür. Bu demektir ki ***Lorentz dönüşümü altında ω ve k, t ve x ile aynı şekilde değişecektir.*** Onlar bir dörtlü vektör oluştururlar; bir nicelik zaman ve uzay gibi dönüşen dört bileşene sahip olduğunda, o nicelik bir dörtlü vektördür. Bu durumda her şey tamam gibi görünüyor, sadece küçük bir husus dışında: Bir dörtlü vektör *dört bileşene* sahip olmalıdır dedik, ama diğer iki bileşen nerede? ω ve k'nın zaman ve uzay gibi (bir uzay boyutunda, tüm boyutlarda değil) olduğunu gördük; öyleyse bundan sonra ışığın üç uzay boyutunda ilerlemesi problemini inceleyeceğiz; şimdiye dek yaptığımız gibi, sadece bir boyutta değil.

x, y, z koordinat sistemine ve dalga cephesi Şekil 34-11'de görüldüğü gibi ilerleyen bir dalgaya sahip olduğumuzu varsayalım. Dalganın dalga boyu λ'dır, fakat dalganın hareket yönü eksenlerden biri doğrultusunda olmasın. Böyle bir dalganın denklemi nedir? Yanıt açık olarak $\cos(\omega t - ks)$'tir; burada $k = 2\pi/\lambda$ ve s dalganın hareket doğrultusu boyunca olan mesafedir; uzaysal konumunun hareket doğrultusundaki bileşeni. Başka türlü söyleyelim: Uzayda bir noktanın konum vektörü $\boldsymbol{r}$ ise, $s = \boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{e}_k$'dır; burada $\boldsymbol{e}_k$ hareket yönünde bir birim vektördür. Yani, $s = r\cos(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{e}_k)$'dir, hareket doğrultusundaki mesafenin bileşeni. Dolayısıyla dalgamız şöyle olur: $\cos(\omega t - k\boldsymbol{e}_k \cdot \boldsymbol{r})$.



Şekil 34-11 Eğik bir doğrultuda ilerleyen bir düzlem dalga.

Bu noktada, büyüklüğü $2\pi/\lambda$ dalga sayısına eşit olan ve dalgaların yayılma yönünü gösteren *dalga vektörü* denen bir $\boldsymbol{k}$ vektörü tanımlamanın çok yararlı olacağı anlaşılır:

$$\boldsymbol{k} = 2\pi\boldsymbol{e}_k/\lambda = k\boldsymbol{e}_k \tag{34.19}$$

Bu vektörü kullanarak, dalgamızı $\cos(\omega t - \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r})$ ya da $\cos(\omega t - k_x x + k_y y + k_z z)$ şeklinde yazabiliriz. $\boldsymbol{k}$'nın bir bileşeninin, diyelim ki k_x'in önemi nedir? k_x açıkça evresinin x'e göre değişim hızıdır. Şekil 34-11'e dayanarak görürüz ki x'in değişmesiyle evredeki değişim hızı tam da sanki x boyunca daha uzun dalga boylu bir dalga varmış gibidir. "x doğrultusundaki dalga boyu", doğal, gerçek dalga boyundan gerçek yayılma doğrultusuyla x-ekseni arasındaki α açısının sekantıyla daha uzundur:

$$\lambda_x = \lambda/\cos\alpha \tag{34.20}$$

Dolayısıyla λ_x'in *ters*iyle orantılı olan evresinin değişme hızı $\cos\alpha$ çarpanıyla daha kısadır; k_x'in değişmesi tam da böyledir; o, k'nın büyüklüğü kere k ile x-ekseni arasındaki açının kosinüsü olur!

Bu durumda, bir dalgayı üç boyutta temsil etmek için kullandığımız dalga vektörünün doğası budur. ω, k_x, k_y, k_z dört niceliği görelilikte bir dörtlü vektör gibi dönüşür; burada ω zamana ve k_x, k_y, k_z ise dörtlü vektörün x, y- ve z-bileşenlerine karşılık gelir.

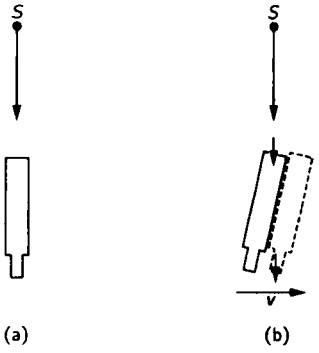
Daha önceki özel görelilik tartışmamızda (Bölüm 17), dörtlü vektörlerle göreli skaler çarpım yapmanın yolları olduğunu öğrenmiştik. x_μ konum vektörünü kullanırsak, burada μ indisi dört bileşen (bir zaman, üç uzay bileşeni) yerine geçer, ve dalga vektörüne k_μ dersek, o durumda x_μ ve k_μ'nün skaler çarpımı $\sum' k_\mu x_\mu$ şeklinde yazılır (Bölüm 17). Bu skaler çarpım, koordinat sisteminden bağımsız, bir değişmezdir. Neye eşittir? Dört boyutta skaler çarpımın tanımıyla, şuna eşittir:

$$\sum' k_\mu x_\mu = \omega t - k_x x - k_y y - k_z z \tag{34.21}$$

Vektörleri incelerken, k_μ bir dörtlü vektör olduğu için, $\sum' k_\mu x_\mu$'nün Lorentz dönüşümleri altında değişmez kaldığını öğrenmiştik. Fakat bu nicelik, kesin olarak bir düzlem dalga için kosinüsün içinde görünen niceliktir v Lorentz dönüşümleri altında değişmez kalmalıdır. Kosinüsün içinde değişen bir şeyi taşıyan bir denklem olamaz, çünkü koordinat sistemini değiştirdiğimizde dalganın evresinin değişmeyeceğini biliyoruz.

34-8 Sapınç

(34.17) ve (34.18) denklemlerini türetmede, basit bir örnek almıştık, orada k hareket doğrultusundaydı, fakat bunu elbette başka durumlara genelleyebiliriz. Örneğin, durgun bir kişinin bakış açısından belli doğrultuda ışık gönderen bir kaynağın olduğunu, fakat bizim dünya üzerinde hareket etmekte olduğumuzu varsayalım (Şekil 34-12). Işığın hangi doğrultudan geldiği görülür? Bunu bulmak için, k_μ'nün dört bileşenini yazmalıyız ve Lorentz dönüşümünü uygulamalıyız. Bununla birlikte, yanıt aşağıdaki tartışmayla bulunabilir: Işığı görmek için, teleskobumuzu bir açıda yöneltmeliyiz. Niçin? Çünkü ışık aşağıya doğru c hızıyla gelmektedir ve biz v hızıyla yanlamasına gitmekteyiz; öyleyse teleskob ileri doğru eğilmelidir, öyle ki ışık aşağıya gelirken "dosdoğru" tüpün içine girsin. Düşey mesafe ct olduğunda, yatay mesafenin vt olduğunu görmek çok kolaydır ve dolayısıyla θ' eğilme açısı $\tan\theta' = v/c$'dir. Gerçekten ne kadar güzel; küçük bir mesele dışında: Teleskobu *dünyaya göre* yerleştirmemiz gereken açı θ' *değil*dir, çünkü çözümlememizi "sabit" bir gözlemcinin bakış açısından yaptık. Yatay mesafe vt'dir dediğimizde, dünyadaki kişi farklı bir mesafe bulurdu, çünkü o "büzülmüş" bir cetvelle ölçüm yapmıştı. Bu büzülme etkisi nedeniyle,



34-12 Elektrik alanı tarafından sürülen bir yük üzerindeki manyetik kuvvet, ışık demetinin yönündedir.

$$\tan\theta = \frac{v/t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{34.22}$$

olduğu anlaşılır; bu,

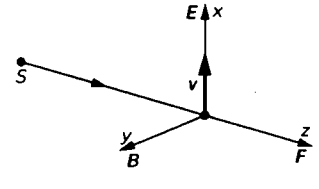
$$\sin\theta = v/c \tag{34.23}$$

ifadesine eşdeğerdir. Lorentz dönüşümünü uygulayarak bu sonucu çıkarmak öğrenci için öğretici olacaktır.

Bu etkiye, yani teleskobun eğilmiş olmasına *sapınç* denir ve bu eğilme gözlenmişti. Onu *nasıl* gözleyebiliriz? Verilen bir yıldızın nerede olması *gerektiğini* kim söyleyebilir? Diyelim ki bir yıldızı görmek için yanlış yöne bakmalıyız; onun yanlış yön olduğunu nasıl biliriz? Çünkü dünya güneşin etrafında döner. Bugün teleskobu bir şekilde doğrultmalıyız; altı ay sonra teleskobu başka şekilde eğriltmeliyiz. Böyle bir etkinin var olduğunu böyle söyleyebiliriz.

34-9 Işığın momentumu

Şimdi farklı bir konuya dönelim. Geçen birkaç bölümdeki tartışmalarımızda, ışıkla ilgili manyetik alanın etkileri hakkında hiçbir şey söylemedik. Genel olarak, manyetik alanın etkileri çok küçüktür, fakat manyetik alanın bir sonucu olan ilginç ve önemli bir etki vardır. Bir kaynaktan ışık geldiğini ve bir yük üzerine etkiyip onu yukarı ve aşağı sürdüğünü düşünelim. Elektrik alanının x-doğrultusunda olduğunu kabul edelim; böylece yükün hareketi de x-doğrultusundadır. Yük, Şekil 34-13'te görüldüğü gibi, bir x konumuna ve bir v hızına sahiptir. Manyetik alan elektrik alanına diktir. Şimdi elektrik alanı yük üzerine etkiyip onu yukarı ve aşağı hareket ettirirken, manyetik alan ne yapar? Manyetik alan yük (diyelim ki elektron) üzerine, ancak o hareket ettiğinde etkir; fakat elektrik alanı tarafından sürüldüğü için elektron zaten hareket etmektedir, böylece onların ikisi birlikte çalışır: Yüklü nesne yukarı ve aşağı gidip gelirken bir hızı vardır ve onun üzerinde, B kere v kere q gibi, bir kuvvet söz konusudur. Fakat bu kuvvet hangi *yönde*dir? *O ışığın ilerleme yönündedir.* Dolayısıyla bir yük üzerine bir ışık geldiğinde ve o salındığında, bu yüke tepki olarak ışık de-



34-13 Elektrik alanı etkisi altındaki bir yüke manyetik alan uygulandığında oluşan manyetik kuvvet ışığın yönüyle aynıdır

meti yönünde sürücü bir kuvvet olur. Buna *ışınım basıncı* ya da ışık basıncı denir.

Işınım basıncının ne şiddette olduğunu saptayalım. Açıkça $F = qvB$'dir ya da her şey salındığına göre, o bunun zaman ortalamasıdır: $\langle F \rangle$. (34.2)'den manyetik alanın şiddeti, elektrik alanın şiddeti bölü c'yle aynıdır; böylece elektrik alan kere hız kere yük kere $1/c$'nin ortalamasını bulmamız gerekir: $\langle F \rangle = q\langle vE \rangle/c$. Fakat q yükü kere E alanı yük üzerindeki elektrik kuvvetidir ve yük üzerindeki kuvvet kere hız, yük üzerine yapılmış dW/dt işidir! Dolayısıyla kuvvet, "itici momentum", ki bu ışık tarafından saniyede verilir, $1/c$ kere saniyede ışıktan *soğrulan enerji*dir! Bu genel bir kuraldır, çünkü salınıcının ne kadar şiddetli olduğunu ya da bazı yüklerin yok edilip edilmediklerini söylemedik. *Işığın soğrulduğu her durumda bir basınç vardır.* Işığın verdiği momentum, daima soğrulan enerji bölü c'dir:

$$\langle F \rangle = \frac{dW/dt}{c} \tag{34.24}$$

Işığın enerji taşıdığını zaten biliyoruz. Artık momentum da taşıdığını anlıyoruz ve ayrıca taşınan momentumun $1/c$ kere enerji olduğunu da. Işık bir kaynaktan yayınlandığında, bir geri tepme etkisi söz konusudur. Bir atom belli bir yönde W enerjisi yayınlıyorsa, $p = W/c$ gibi bir geri tepme momentumu vardır. Eğer ışık bir aynadan dik olarak yansıyorsa, iki misli kuvvet elde ederiz.

Işığın klasik kuramını kullanarak gideceğimiz yer bu kadardır. Kuşkusuz bir kuantum kuramı olduğunu ve pek çok bakımdan ışığın bir parçacık gibi davrandığını biliyoruz. Bir ışık-parçacığının enerjisi bir sabit kere frekanstır:

$$W = h\nu = \hbar\omega \tag{34.25}$$

Artık ışığın enerji bölü c'ye eşit bir momentum taşıdığını da anlıyoruz, böylece bu etkin parçacıkların, bu *fotonlar*ın,

$$p = W/c = \hbar\omega/c = \hbar k \tag{34.26}$$

büyüklüğünde bir momentum taşıdıkları da gerçektir. Momentumun *yönü*, elbette ışığın ilerleme yönüdür. Böylece, tüm bunları bir vektör yapısı haline getirebiliriz:

$$W = \hbar\omega, \qquad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k} \tag{34.27}$$

Kuşkusuz biliyoruz ki bir parçacığın enerji ve momentumu bir dörtlü vektör oluşturmalıdır. ω ve $\mathbf{k}$'nın bir dörtlü vektör oluşturduğunu zaten keşfetmiştik. Dolayısıyla, iyi ki (34.27) iki halde de aynı sabite sahiptir; demek ki kuantum kuramı ve görelilik kuramı karşılıklı tutarlıdır.

(34.27) denklemi bir dalgayla ilişkili bir parçacık için çok daha hoş bir şekilde, bir göreli denklem olarak yazılabilir: $p_\mu = \hbar k_\mu$. Bunu sadece fotonlar için tartışmış olsak da (fotonlar için $\mathbf{k}$'nın büyüklüğü $k = \omega/c$ ve $p = W/c$'ydi), bu bağıntılar çok daha geneldir. Kuantum mekaniğinde –sadece fotonlar değil– *tüm* parçacıklar dalga benzeri özellikler taşırlar, fakat dalgaların frekans ve dalga sayısı, p momentumu W/c'ye eşit olmadığında bile, (34.27) bağıntıları aracılığıyla parçacıkların enerji ve momentumlarına bağlıdırlar (deBroglie bağıntıları).

Bu son bölümde, bir ışık demetinin ya da sola dairesel kutuplu ışığın, dalganın enerjisiyle orantılı bir miktarda açısal momentum da taşıdığını gördük. Kuantum temsilinde, dairesel kutuplu bir demet, her biri ilerleme yönünde $\pm\hbar$ açısal momentumu taşıyan fotonların bir akıntısı olarak düşünülebilir. Tanecik görüş açısından, kutuplanmanın geldiği durum budur –fotonlar, dönen mermiler gibi açısal momentum taşırlar. Fakat bu "mermi" resmi, aslında dalga resmi gibi noksandır ve bu fikirleri Kuantum Davranışı üzerine olan daha sonraki bir bölümde çok daha tam olarak tartışacağız.

35
RENKLERİ GÖRMEK

35-1 İnsan gözü

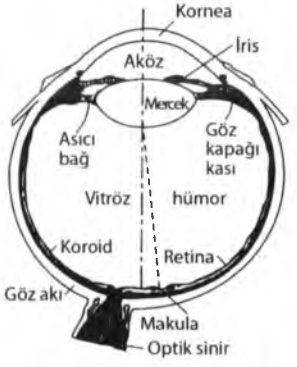
35-1 İnsan gözü
35-2 Renk şiddete bağlıdır
35-3 Renk algılamasını ölçme
35-4 Renklilik diyagramı
35-5 Renk görüşünün mekanizması
35-6 Renk görüşünün fiziyokimyası

Renk olayı kısmen fiziksel dünyaya bağlıdır. Girişimle üretilmiş olan sabun köpüğü üzerindeki renkleri ve benzeri şeyleri tartışacağız. Fakat bu elbette göze, gözün ardında, beyinde neler olduğuna da bağlıdır. Fizik göze giren ışığın niteliklerini açıklar, fakat bundan sonra, duygularımız fotokimyasal-sinirsel süreçlerin ve psikolojik tepkilerin sonucudur.

Fiziksel olaylarla psikolojik süreçlerin bir karışımını içeren görmeyle ilgili pek çok ilginç olay vardır ve doğal olayların tam değerlendirilmesi, kanımızca (onları *görmüş* olarak), alışılmış anlamda fiziğin ötesine gitmelidir. Diğer alanlara bu kısa gezintiyi yaptığımız için özür dilemeyiz, çünkü alanlara ayrıştırma, hep vurguladığımız gibi, sadece insani kolaylık olup yapmacık bir şeydir. Doğa bizim ayrıştırmalarımızla ilgilenmez ve ilginç olayların pek çoğu alanlar arasındaki boşlukları birleştirir.

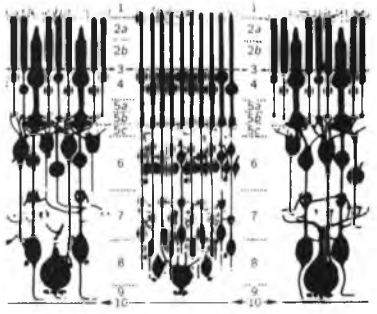
Fiziğin diğer bilimlerle olan ilişkisini Bölüm 3'te genel hatlarıyla zaten tartışmıştık, fakat şimdi fizik ile diğer bilimlerin çok sıkı ilişkide olduğu özel bir alana biraz daha ayrıntılı olarak bakacağız. Bu alan *görme*dir. Özellikle, *renkli görme*yi tartışacağız. Bu bölümde esas olarak insan görüşünün gözlenebilir olaylarını ele alacağız ve gelecek bölümde görmenin psikolojik yanlarını, hem insanda ve hem de diğer hayvanlarda, tartışacağız.

Her şey gözle başlar; hangi olayları gördüğümüzü anlamak için gözle ilgili biraz bilgiye ihtiyaç var. Gelen bölümde gözün çeşitli kısımlarının nasıl çalıştığını ve onların sinir sistemiyle birbirlerine nasıl bağlandıklarını ayrıntılı şekilde tartışacağız. Şimdilik, sadece gözün nasıl işlev gördüğünü kısaca betimleyeceğiz (Şekil 35-1).



Şekil 35-1 Göz.

Işık göze *kornea*'dan girer; ışığın nasıl büküldüğünü ve gözün arkasında *retina* denen bir tabaka üzerinde nasıl görüntü oluşturduğunu zaten görmüştük; retinanın farklı kısımları dışarıdaki görsel alanın farklı kısımlarından ışık alıyordu. Retina mutlak şekilde düzgün değildir: Görüş alanımızın merkezinde bir yer, bir leke vardır ki onu eşyaları çok dikkatli bir şekilde görmeye çalıştığımız zaman kullanırız ve en büyük görüş duyarlılığı oradadır; ona *göz çukuru* ya da *sarı nokta* denir. Gözün yan tarafları, eşyalara bakma deneyimlerimizden derhal anladığımız gibi, ayrıntıları görme bakımından gözün merkezi kadar etkin değildir. Retina da bir leke daha vardır ki tüm bilgiyi taşıyan sinirler oradan dışarı çıkar; bu kör noktadır. Retinanın burada duyarlı kısmı yoktur, bu şöyle gösterilebilir: Diyelim ki sol gözünüzü kapatıp dosdoğru bir nesneye bakarsanız ve sonra parmağınızı ya da başka bir küçük cismi yavaş yavaş görme alanınızın dışına hareket ettirirseniz, o cisim bir yerde birdenbire yok olur. Bu olgunun bildiğimiz tek pratik kullanımı şudur; bir fizyolog Fransa kralının mahkemesinde bu olguyu krala göstererek çok gözde hale gelmişti; kral dalkavuklarıyla katıldığı bıktırıcı celselerde, birine bakarken diğerinin kafasının yok oluşunu seyrederek "kafaların kesilmesiyle" gönül eğlendiriyordu.



Şekil 35-2 Retinanın yapısı. (Işık aşağıdan girmektedir.)

Şekil 35-2 retinanın içinin büyütülmüş bir görüntüsünü biraz şematik yapıda göstermektedir. Retinanın farklı kısımlarında değişik yapı türleri vardır. Retinanın yakın çevresinde çok yoğun olan cisimlere *çubuklar* denir. Sarı noktanın yakınında, bu çubuk hücrelerin yanı sıra, *koni* hücreler de buluruz. Bu hücrelerin yapısını daha sonra betimleyeceğiz. Sarı noktaya yaklaştıkça, konilerin sayısı artar ve sarı noktanın kendisinde aslında sadece koni hücreleri vardır, çok sıkı şekilde paketlenmişlerdir, öyle sıkı ki koni hücreleri burada başka yerdekilere göre çok daha ince ya da daha dardır. Böylece konilerle görüş alanının

tam ortasını gördüğümüzü anlamalıyız, fakat dışa doğru gittikçe, diğer hücreler, çubuklar ortaya çıkar. Şimdi ilginç olan, retinada ışığa duyarlı hücrelerin her birinin bir lifle doğrudan optik sinire bağlı olmayıp pek çok başka hücreye bağlanmış olmasıdır; bunlar da birbirlerine bağlıdırlar. Çeşitli türden hücreler vardır: Optik sinire doğru bilgi taşıyan hücreler vardır, fakat daha çok "yatay olarak" birbirine bağlı olan başka hücreler de söz konusudur. Temelde dört çeşit hücre vardır, fakat şimdi bunların ayrıntısına girmeyeceğiz. Vurgulayacağımız esas şey, ışık sinyalinin zaten "düşünce konusu" oluşudur. Bu demektir ki çeşitli hücrelerden gelen bilgi hemen beyne gitmez, fakat retinada belli bir miktar bilgi, çeşitli görsel alıcılardan gelen bilginin birleşimiyle zaten özümsenmiştir. Bazı beyin-işlevi olaylarının gözün kendisinde meydana gelmesini anlamak önemlidir.

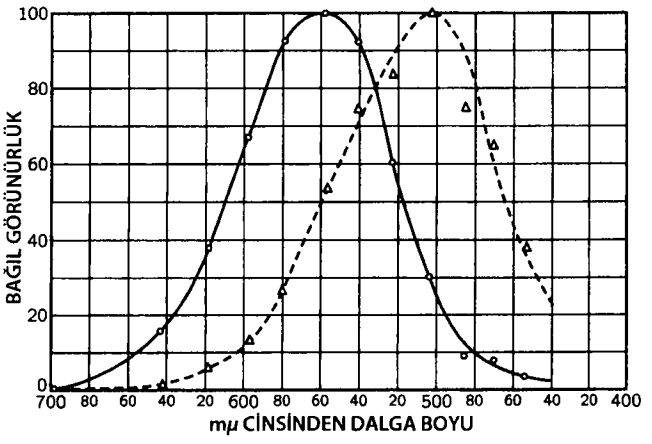
35-2 Renk şiddete bağlıdır

En çarpıcı görme olaylarından biri, gözün karanlığa uyum sağlamasıdır. Işıklı bir odadan karanlığa gidersek, bir süre çok iyi göremeyiz, fakat nesneler gitgide daha fazla görünür hale gelirler ve sonunda daha önce hiç görmediğimiz yerde bir şeyler görürüz. Işığın şiddeti çok azsa, gördüğümüz nesneler *renge* sahip değildir. Karanlığa-uyumlu görmenin neredeyse tamamen çubuklar sayesinde olduğu bilinmektedir, oysa parlak ışıkta görme koniler sayesindedir. Sonuç olarak, konilerden ve çubuklardan çubuklara bu işlev aktarımı nedeniyle kolayca anlayacağımız çok sayıda olay vardır.

Işık şiddeti daha yeğinse renkleri görebildiğimiz birçok durum vardır ve bu nesneleri çok güzel buluruz. Buna bir örnek şudur: Bir teleskobla neredeyse daima sönük bulutsuların "siyah-beyaz" görüntülerini görürüz, fakat Mt. Wilson ve Palomar Gözlemevlerinden W. C. Miller sabırla bu cisimlerden bazılarının renkli fotoğraflarını elde etmişti. Aslında hiç kimse bu renkleri gözle hiç görmemişti; ama onlar yapay renkler değildir, sadece onları görmek için gözümüzdeki konilere gelen ışık şiddeti yeterince yeğin değildir. Böyle cisimlerin en muhteşemleri arasında Yüzük Bulutsusu ve Yengeç Bulutsusu vardır. Birincisi güzel bir mavi iç kısma ve parlak bir dış haleye sahiptir; ikincisi içine parlak kırmızı-portakal rengi iplikçiklerin sızdığı yaygın bir mavimsi sis sergilemektedir.

Parlak ışıkta, anlaşıldığı kadarıyla, çubuklar çok düşük duyarlılıktadırlar; fakat karanlıkta, zaman geçtikçe, ışığı görme yetisi toplarlar. Işık şiddetinde uyum sağlanabilecek değişimler bire bir milyonun üzerindedir. Doğa tüm bunu sadece bir tür hücreyle yapmaz, fakat görevini parlak-ışık-gören hücrelerden, renk-gören hücrelerden, konilerden düşük şiddetli, karanlığa-uyumlu hücrelere, çubuklara geçirir. Bu iş nöbetinin ilginç sonuçları arasında, ilkin renk yoktur; ikinci olarak, değişik olarak renkli cisimlerin bağıl parlaklığında bir fark vardır. Çubukların maviye doğru kısmı konilerden daha iyi gördükleri anlaşılır ve koniler örneğin koyu kırmızı ışığı görebilir, oysa çubukların bunu görmesi kesinlikle olanaksızdır. Dolayısıyla çubuklar söz konusu olduğu sürece kırmızı ışık karadır. Bu nedenle, iki renkli kâğıt parçası, diyelim ki mavi ve kırmızı, iyi ışıkta kırmızı maviden daha bile parlak olabilir, karanlıkta tamamen ters görünecektir. Bu çok çarpıcı bir etkidir. Karanlıktaysak ve renkli bir dergi ya da bir nesne bulmuşsak, renklerin ne olduklarından emin olmadan önce, açık ve koyu bölgelere karar veririz ve sonra magazini ışığa götürürsek, en parlak renk ile parlak olmayan renk arasındaki bu çok dikkat çekici değişmeyi görebiliriz. Bu olaya *Purkinje etkisi* denir.

Şekil 35-3'te kesikli eğri gözün karanlıktaki, yani çubuklar kullanılarak, duyarlılığını; sürekli eğriyse ışıktaki duyarlılığını temsil eder. Çubukların doruk duyarlılığının yeşil bölgede, konilerinkininse daha çok sarı bölgede olduğunu görürüz. Kırmızı renkli bir sayfa varsa (kırmızı 650 mμ kadardır), parlak şekilde ışıklandırılırsa, onu görebiliriz, fakat karanlıkta neredeyse görünmezdir.



Şekil 35-3 Gözün spektral duyarlılığı. Kesikli eğri, çubuklar; sürekli eğri, koniler.

Çubukların karanlıkta yönetimi üstlenmesi ve göz çukurunda çubukların bulunmaması olgusunun bir başka etkisi şudur; bir nesneye karanlıkta dosdoğru baktığımız zamanki görüşümüz, bir kenara baktığımız zamanki kadar keskin olmaz. Soluk bir yıldız ya da bulutsu bazen ona dosdoğru değil de biraz yanına bakarak daha iyi görülebilir, çünkü göz çukurunun ortasında duyarlı çubuklara sahip değilizdir.

Görüş alanının yan tarafına gidildikçe koni sayısının azalması olgusunun bir başka ilginç etkisi de şudur; cisim iyice bir tarafa gidince, renk, parlak bir ışıkta bile görünmez olur. Bunu sınamanın yolu, özel bir sabit doğrultuya bakmaktır; birisi elinde renkli kartlarla bir kenardan içeri girsin ve kartlar tam sizin önünüze gelmeden önce ne renk olduklarına karar vermeye çalışın. Renkler saptanmadan çok önce kartların orada olduklarının görülebileceği anlaşılır. Bunu yaparken, kör noktanın zıt tarafından gelinmesi önerilir, çünkü aksi halde renk görmek çetrefil hale gelir, sonra hiçbir şey görülmez, sonra yine renkler görülür.

Bir başka ilginç olay, retinanın çevresinin harekete çok duyarlı olmasıdır. Gözümüzün köşesinden çok iyi göremesek de, küçük bir böcek hareket ediyor ve biz orada herhangi bir şeyin hareket edeceğini beklemiyorsak, derhal ona duyarlı oluruz. Görüş alanının yanında bir şeyin hafifçe sallandığını aramak için tamamen "şebekeye bağlanmış"ızdır.

35-3 Renk algılamasını ölçme

Şimdi koni görüşüne, parlak görüşe geçeceğiz ve koni görüşünde neyin en belirleyici olduğu sorusunu soracağız; bu renktir. Bildiğimiz gibi, beyaz ışık bir prizmayla dalga boylarının tüm spektrumuna ayrılabilir ve bunlar da bize farklı renkler olarak görünür; renklerin ne olduğu elbette budur: görünümler. Her ışık kaynağı bir kırınım ağı ya da prizmayla çözümlenebilir ve spektrum dağılımı, yani her dalga boyunun "miktarı" saptanabilir. Belli bir ışık, birçok maviye, epeyce kırmızıya, çok az sarıya ve diğer renklere sahip olabilir. Tüm bunlar fizik açısından çok kesindir; soru, onun hangi renkte görüneceğidir. Farklı renklerin bir bakıma ışığın spektral dağılımına bağlı olacağı açıktır; fakat sorun spektral dağılımın hangi niteliklerinin değişik algılamalar yaratacağını bulmaktır. Örneğin, yeşil renk elde etmek için ne yapmalıyız? Hepimiz spektrumun yeşil olan parçasını alabileceğimizi biliyoruz! Fakat yeşili veya portakal ya da bir başka rengi elde etmenin *tek* yolu bu mudur?

Aynı görünür görsel etkiyi yaratan birden fazla spektral dağılım var mıdır? Yanıt evettir, kesinlikle *evet*. Görsel etkilerin sayısı çok azdır, aslında, birazdan göreceğimiz gibi, onların sadece bir üç-boyutlu manifoldu vardır; fakat farklı kaynaklardan gelen ışık için çizebileceğimiz sonsuz sayıda farklı eğri söz konusudur. Şimdi tartışacağımız soru şudur: Işığın farklı dağılımları hangi koşullar altında göze tamamen aynı renk olarak görünür?

Renk kararında en güçlü psiko-fiziksel yöntem, gözü *boş alet* (*null instrument*) olarak kullanmaktır. Yani, yeşil algısını neyin oluşturduğunu tanımlamaya ya da hangi durumlarda bir yeşil algılaması elde edeceğimizi ölçmeye çalışmayız, çünkü bunun aşırı derecede karmaşık olduğu anlaşılır. Bunun yerine, iki uyarıcının hangi koşullar altında *ayırt edilemez* olduğunu inceleriz. Bunun üzerine iki kişinin farklı durumlarda aynı algılamayı görüp görmediklerine karar vermemeliyiz, fakat sadece eğer bir kişi için iki algılama aynıysa, onların diğer kişi için de aynı olup olmadıklarına karar vermeliyiz. Biri bir şeyi yeşil gördüğü zaman, içinde hissettiği şeyin, bir başkası bir şeyi yeşil gördüğünde onun hissettiği şeyle aynı olup olmadığına da karar vermemeliyiz; bunun hakkında hiçbir şey bilmiyoruz.

Olasılıkları sergilemek için, üzerlerinde süzgeçler bulunan ve parlaklıkları geniş bir bölge üzerinde sürekli olarak ayarlanabilen dört projektör lambasından bir dizi kullanabiliriz: Biri kırmızı süzgece sahip olup ekranda bir kırmızı ışık lekesi oluşturur, bir diğeri yeşil bir süzgece sahiptir ve yeşil bir leke oluşturur, üçüncüsü bir mavi süzgeçtir ve dördüncüsü ortasında bir siyah leke olan bir beyaz halkadır. Şimdi kırmızı ışığı açarsak ve ona bitişik yeşili koyarsak, örtüşen alanda bunun kırmızımsı yeşil olmayan, yeni bir renk, bu özel halde sarı denen bir algılama yarattığını görürüz. Kırmızı ve yeşilin oranlarını değiştirerek, portakalın çeşitli tonlarından geçeriz. Onu belirli bir sarı için ayarlamışsak, bu aynı sarıyı, aynı algılamayı elde etmek için, bu iki rengi karıştırarak değil de, başka birilerini karıştırarak da –belki beyaz ışık ile bir sarı süzgeç ya da bunun gibi bir şey– elde edebiliriz. Başka bir deyişle, çeşitli süzgeçlerden geçen ışıkları karıştırarak birden daha çok yolla çeşitli renkler oluşturmak olasıdır.

Az önce keşfettiklerimizi çözümlemeli olarak aşağıdaki gibi ifade edebiliriz. Örneğin, kırmızı-süzgeçli ışık (K) ile yeşil-süzgeçli ışığın (Y) belli miktarlarının "toplamı" olan özel bir sarı, belli bir S sembolüyle temsil edilebilir. K ve Y'nin ne kadar parlak olduğunu betimlemek için k ve y gibi iki sayı kullanarak, bu sarı için bir denklem yazabiliriz:

$$S = kK + yY \tag{35.1}$$

Soru şudur: Farklı, sabit renkli iki ya da üç ışığı bir araya ekleyerek *tüm* farklı renkleri oluşturabilir miyiz? Bu hususta ne yapabileceğimizi görelim. Sadece kırmızı ve yeşili karıştırarak tüm farklı renkleri kesinlikle elde edemeyiz, çünkü örneğin mavi asla böyle bir karışımda görünmez. Bununla birlikte, üç lekenin de örtüştüğü merkezi bölgeye biraz mavi koyarak, oldukça hoş bir beyaz olarak görünme oluşturulabilir. Çeşitli renkleri karıştırarak ve bu merkezi bölgeye bakarak, oranları değiştirmek suretiyle, bu merkezi bölgede hatırı sayılır bir renk yelpazesi elde edebiliriz ve böylece bu üç renkli ışığı karıştırarak *tüm* renklerin oluşturulabilmesi olanaksız değildir. Bunun ne ölçüde doğru olduğunu tartışacağız; bu aslında özünde doğrudur ve önermeyi daha iyi nasıl tanımlamak gerektiğini az sonra göreceğiz.

Amacımızı açıklamak için, perde üzerindeki lekeleri birbirleri üzerine gelecek şekilde hareket ettiririz ve sonra dördüncü lambayla yapılan halkada görünen özel bir renge uydurmaya çalışırız. Önceden "beyaz" olduğunu düşündüğümüz dördüncü lambanın rengi şimdi sarımtırak görünür. Kırmızı, yeşil ve maviyi elimizden geldiğince deneme ve yanılma yoluyla ayarlayarak bunu eşleştirmeye çalışabiliriz ve "krem" renginin bu özel tonuna iyice yaklaşabileceğimizi anlarız. Böylece tüm renkleri oluşturabileceğimize inanmak zor olmaz. Biraz sonra sarıyı oluşturmaya çalışacağız, ama bunu yapmadan önce, oluşturulması çok zor olan bir renk vardır. Renk üzerine dersler veren kişiler, tüm "parlak" renkleri oluştururlar, fakat asla *kahverengi*yi oluşturamazlar ve kahverengi ışık gördüklerini hiç anımsamazlar. Aslına bakarsanız, bu renk hiçbir sahne etmeni için kullanılmaz, hiç kimse asla kahverengi ışıklı bir sahne lambası görmemiştir. Kahverengiyi oluşturmanın mümkün olup olmadığını anlamak için şuna dikkat çekeriz: Kahverengi ışık, sadece fonu olmadan görmek için kullanmadığımız bir şeydir. Aslında, onu biraz kırmızı ve sarıyı karıştırarak oluşturabiliriz. Kahverengi ışığa baktığımızı kanıtlamak için, sadece halkalı fonun par-

laklığını kendi ışığına karşı artırırız ve anlarız ki aslında kahverengi dediğimiz işte budur! Kahverengi, her zaman için daha açık bir fona bitişik bir koyu renktir. Kahverenginin niteliğini kolaylıkla değiştirebiliriz. Örneğin, biraz yeşili yerinden çekip çıkarırsak, kırmızımsı bir kahverengi, görünüşte çikolatamsı kırmızımtırak kahverengi elde ederiz ve onun içine, oran olarak, daha fazla yeşil koyarsak, ordunun bütün üniformalarının yapıldığı korkunç rengi elde ederiz, fakat bu rengin yaydığı ışığın kendisi o kadar korkunç değildir; o sarımtırak yeşildir, fakat bir ışıksal fona karşı görülür.

Şimdi dördüncü ışığın önüne bir sarı süzgeç koyar ve onu eşleştirmeye çalışırız. (Şiddet elbette çeşitli lambaların bölgesi içinde olmalıdır; aşırı parlak olan bir şeyi eşleştiremeyiz, çünkü lambada yeterli güce sahip değilizdir.) Fakat sarıyı eşleştirebiliriz; bir yeşil ve kırmızı karışımı kullanırız; daha bile mükemmel yapmak için, içine bir tutam mavi katarız. Belki artık, iyi koşullar altında, verilen her rengin mükemmel bir eşini yapabileceğimize inanmaya hazırızdır.

Şimdi renk karışımı yasalarını tartışalım. Her şeyden önce, farklı spektral dağılımların aynı rengi yaratabileceğini anladık; sonra, gördük ki "her" renk üç özel rengin, kırmızı, mavi ve yeşilin bir araya eklenmesiyle oluşturulabilir. Renk karışımının en ilginç yanı şudur: Belli bir ışığımız varsa, ona X diyebiliriz ve gözle Y'den ayırt edilemediği görülüyorsa (bu, farklı bir spektral dağılım olabilir, fakat ayırt edilemez *görünür*), bu renklere, gözün onları eşit olarak gördüğü anlamda, "eşit" renkler deriz ve

$$X = Y \tag{35.2}$$

yazarız. Büyük renk yasalarından biri işte şudur: İki spektral dağılım ayırt edilemezse ve *her birine* belli bir ışığı, diyelim ki Z'yi *eklersek* ($X+Z$ yazarsak, bu, her iki ışığı da aynı yama üzerine vuruyoruz demektir), sonra Y'yi alır ve aynı Z'den aynı miktarı ekleriz, *yeni karışımlar da ayırt edilemezdir*:

$$X + Z = Y + Z \tag{35.3}$$

Sarımızı biraz önce eşleştirmiştik; şimdi her şeyin üzerine pembe ışık tutarsak, onlar eşleşmiş olarak duracaktır. Öyleyse eşlenmiş ışıklara herhangi bir başka ışık eklemek, onları eş bırakır. Başka bir ifadeyle, tüm bu renk olaylarını şunu diyerek özetleyebiliriz: Bir kez aynı durumlarda birbirlerine bitişik görünen iki renkli ışık arasında bir eşleşme elde etmişsek, o zaman bu eşleşme devam edecektir ve bir ışık, herhangi bir başka renk karışımı durumunda diğer ışık yerine geçebilir. Aslında, ışıkların renk eşleşmesinin gözün gözlem anındaki niteliklerine bağlı olmadığı anlaşılır ki, bu çok önemli ve ilginçtir: Biliyoruz ki parlak bir kırmızı yüzeye ya da parlak bir kırmızı ışığa uzun süre baktıktan sonra beyaz bir kâğıda baktığımızda, beyaz kâğıt yeşilimsi görünür; diğer renkler de parlak kırmızı ışığa bakmamız yüzünden karmakarışık olur. Eğer şimdi, diyelim ki iki sarı arasında bir eşleşme varsa ve onlara bakar ve onları eşleştirirsek; sonra parlak bir kırmızı yüzeye uzun süre bakarsak ve sonra yine sarıya dönersek, o artık sarı görünmeyebilir. Hangi renkte görüneceğini bilmiyorum, fakat sarı görünmeyecektir. Yine de *sarılar hâlâ eş görüneceklerdir* ve de göz çeşitli şiddet düzeylerine uyum sağlayınca, renk eşleşmesi hâlâ işleyecektir; kuşkusuz bunun açık istisnası, ışığın şiddeti konilerden çubuklara kayacağımız kadar düşük hale geldiği bölge içine gittiğimiz zamandır; bu durumda renk uyumu artık bir renk eşleşmesi değildir, çünkü farklı bir sistem kullanıyoruzdur.

Işıkların renk karışımıyla ilgili ikinci ilke şudur: *İstenen her renk, üç farklı renkten*, bizim durumumuzda, kırmızı, yeşil ve mavi ışıklardan *oluşturulabilir*. Üçünü uygun şekilde bir araya karıştırarak, iki örneğimizde gösterdiğimiz gibi, istenen her şeyi yapabiliriz. Üstelik, bu yasalar matematik açısından çok ilginçtir. Bu, konunun matematiğiyle ilgilenen kimseler için, sonunda aşağıdaki şekle gelir: Kırmızı, yeşil ve mavi olan üç rengimizi aldığımızı düşünelim; onları A, B ve C diye etiketleyelim ve onlara *ana* renklerimiz diyelim. Bu durumda her renk, bu üçünün belli miktarlarıyla oluşturulabilir: Diyelim ki A renginden a miktarı, B renginden b miktarı ve C renginden c miktarıyla X oluşur:

$$X = aA + bB + cC \tag{35.4}$$

Şimdi de bir Y renginin aynı üç renkten oluştuğunu varsayalım:

$$Y = a'\,A + b'\,B + c'\,C \tag{35.5}$$

İki ışığın karışımının (biraz önce değindiğimiz yasaların sonuçlarından biri olarak) X ve Y'nin bileşenlerinin toplamını alarak elde edileceği anlaşılır:

$$Z = X + Y = (a+a')\,A + (b+b')\,B + (c+c')\,C \tag{35.6}$$

Tıpkı vektörlerin toplanmasının matematiği gibidir, burada (a, b, c) bir vektörün ve (a', b', c') bir başka vektörün bileşenleridir ve yeni Z ışığı bu vektörlerin "toplamı"dır. Bu konu fizikçilerin ve matematikçilerin hep ilgisini çekmişti. Aslında, Schrödinger renk görünümü üzerine yazdığı güzel bir makalede, renklerin karışımına uygulayarak vektör çözümlemesinin bu kuramını geliştirmişti.*

Şimdi soru şudur: Kullanılacak doğru ana renkler nelerdir? Işıkların karışımı için "doğru" ana renkler diye bir şey yoktur. Pratik amaçlar için, çok çeşitli karışık pigmentler verecek diğerlerinden daha yararlı üç boya var olabilir, fakat şimdi bu konuyu tartışmayacağız. *Herhangi üç farklı renkli ışık, neler olursa olsun,*† *herhangi bir rengi* üretmek için daima doğru oranlarda karıştırılabilir. Bu harika olguyu gösterebilir miyiz? Kırmızı, yeşil ve maviyi kullanmak yerine, projektörümüzde kırmızı, mavi ve sarıyı kullanalım. Diyelim ki yeşili oluşturmak için, kırmızı, mavi ve sarıyı kullanabilir miyiz?

Bu üç rengi çeşitli oranlarda karıştırarak, oldukça geniş bir spektrum üzerinde uzanan farklı renklerin fevkalade bir dizisini elde ederiz. Fakat aslına bakılırsa, birçok deneme yanılmadan sonra, hiçbir şey yeşil gibi görünmez. Soru şudur: Yeşili oluştura*bilir* miyiz? Yanıt, evettir. Nasıl? *Biraz kırmızıyı yeşil üzerine izdüşürerek*; sonra sarı ve mavinin belirli bir karışımıyla bir eşleme yapabiliriz! Böylece onları eşleştirmiş olduk, kırmızıyı diğer yana koyarak yaptığımız hile dışında. Yani, bir matematiksel kurnazlıkla, aslında, X'in diyelim ki daima kırmızı, mavi ve sarıdan yapılabileceği göstermedik de, kırmızıyı diğer tarafa koyarak, (kırmızı artı X)'in (mavi ve sarı)'dan yapılabileceğini bulmuş olduk. Onu denklemin diğer tarafına geçirerek, onu *negatif bir miktar* olarak yorumlayabiliriz, böylece (35.4) gibi denklemlerde katsayıların hem negatif hem de pozitif olabilmesine izin vereceksek ve negatif miktarları *diğer tarafa ekle*meliyiz şeklinde yorumlarsak, o zaman her renk, her üçle eşleştirilebilir ve "temel ana renkler" gibi şeyler söz konusu olmaz.

Tüm karışımlarda sadece pozitif miktarlarla gelen üç rengin olup olmadığını sorabiliriz. Yanıt, hayırdır. Üç ana renkten her küme, bazı renkler için negatif miktarlar gerektirir ve dolayısıyla bir ana küme tanımlamanın tek ve biricik yolu yoktur. Temel ders kitaplarında bu kümenin kırmızı, yeşil ve mavi olduğu söylenir, fakat bu söylem, sadece renklerin *geniş bir bölgesi* için bunlarla eksi işaretsiz pek çok karışımın mevcut olması nedeniyledir.

35-4 Renklilik diyagramı

Şimdi renklerin birleşimini, geometrik bir önerme olarak, matematiksel düzeyde tartışalım. Herhangi bir renk (35.4) denklemiyle temsil edilirse, a, b ve c miktarlarını üç eksen boyunca işaretleyerek, onu uzayda bir vektör olarak çizebiliriz; bu durumda belli bir renk bir noktadır. Bir başka renk a', b' ve c' ise, bu renk de bir başka yerde yerleşmiştir. İkisinin toplamı, bildiğimiz gibi, bu iki vektörün toplamından ortaya çıkan renktir. Bu diyagramı basitleştirebilir ve her şeyi aşağıdaki gözlemle bir düzlem üzerinde temsil ederiz: Belirli renkli bir ışığımız olsaydı ve a, b ve c'yi sadece iki katına çıkarsaydık, yani onların tümünü aynı oranda kuvvetlendirseydik, karışım yine aynı renk, fakat daha parlak olurdu. Böylece her şeyi *aynı ışık şiddeti*ne indirgemeyi kabul edersek, o zaman her şeyi bir düzlem üzerine iz düşürebiliriz ve bu Şekil 35-4'te yapılmıştır. Aynı

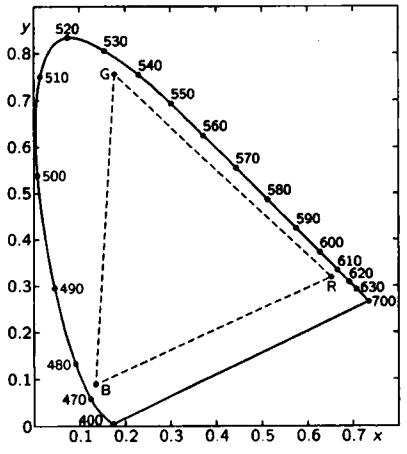
---

* *Über das Verhältnis der Vierfarben-zur Dreifarbentheorie, Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien.* Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung 2a, 134, (1925), 471-490.

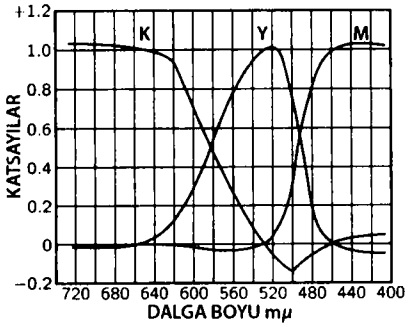
† Kuşkusuz, üçten biri diğer ikisinin karışımıyla eşleşebiliyorsa, bunun dışındadır.

oranda verilen iki karışımla elde edilen herhangi bir renk iki nokta arasında çizilen bir çizgi üzerinde bir yerde bulunacaktır. Örneğin, yarı yarıya bir karışım onların ortasında, birinden 1/4 ve diğerinden 3/4 oranlı karışımsa bir noktadan diğerine 1/4 mesafede vb, görünür. Mavi, yeşil ve kırmızıyı ana renkler olarak kullanırsak, pozitif katsayılarla oluşturabileceğimiz tüm renklerin noktalı üçgenin içerisinde olduğunu görürüz; bunlar her zaman görebildiğimiz renklerin neredeyse tümünü içerirler, çünkü görebileceğimiz tüm renkler eğrinin sınırladığı acayip şekilli bölgeye hapsedilmiştir. Bu eğri nereden gelmişti? Birisi bir kez üç özel renge dayalı görebileceğimiz tüm renklerin dikkatli bir eşleşmesini yapmıştı. Fakat görebileceğimiz *tüm* renklerin sınamasını yapmayız, sadece saf spektral renklerin, spektrum çizgilerinin kontrolünü yapmalıyız. Her ışık, çeşitli saf spektral renklerin -fiziksel açıdan saf- değişik pozitif miktarlarının bir toplamı olarak ele alınabilir. Verilen bir ışık, kırmızı, sarı, mavi vb gibi renklerden -spektral renkler- belli bir miktara sahip olacaktır. Böylece bu saf bileşenlerin her birini oluşturmak için seçilen üç ana rengimizin her birinden ne kadar gerektiğini bilirsek, verilen rengimizi yapmak üzere her birinden ne kadar gerek olduğunu hesaplayabiliriz. Dolayısıyla, verilen her üç ana renk için tüm spektral renklerin renk katsayılarının ne olduklarını bulursak, o zaman tüm renk karışım tablosunu hazırlayabilir.

Üç ışığın karışımı için böyle deneylerin sonuçlarının bir örneği Şekil 35-5'te verilmektedir. Bu, her bir spektral rengi oluşturmak için, üç farklı özel ana renk olarak, kırmızı, yeşil ve mavinin her birinden alınacak gerekli miktarları göstermektedir. Kırmızı spektrumun sol ucunda, sarı ona bitişik vb olmak üzere maviye kadardır. Bazı noktalarda eksi işaretlerin gerekli olduğuna dikkat edin. Böyle verilerden bir çizelge üzerinde renklerin tümünün konumlarını saptamak olasıdır; orada x- ve y-koordinatları, kullanılan farklı ana renklerin miktarlarıyla ilgilidir. Eğri sınır çizgisi bu yolla bulunmuştur. O saf spektral renklerin geometrik yeridir. Şimdi elbette spektral çizgileri toplayarak herhangi bir başka renk oluşturulabilir ve böylece anlarız ki bu eğrinin bir kısmını diğerine birleştirerek üretilebilen her şey, doğada bulunan bir renktir. Düz çizgi, spektrumun aşırı mor ucunu aşırı kırmızı uca bağlar. Morların geometrik yeridir. Işıklarla oluşturulabilen renkler sınırın içidir ve dış taraf ışıklarla yapılamayan renkler olup, onları hiç kimse asla görmemiştir (belki, görüntü-sonrasında!)



Şekil 35-4 Standart renklilik diyagramı.



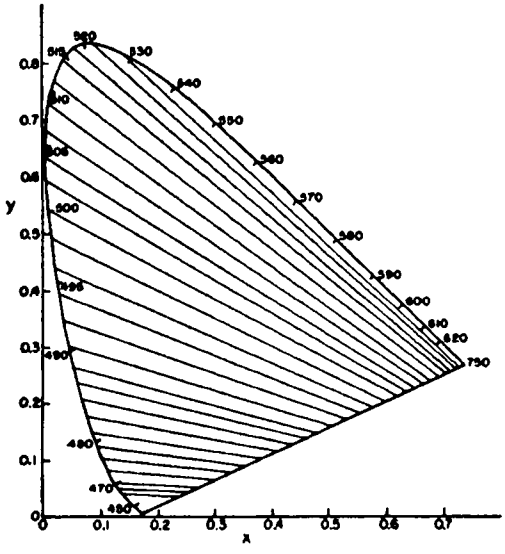
Şekil 35-5 Standart ana renklerin belli bir kümesi cinsinden, saf spektral renklerin renk katsayıları.

35-5 Renk görüşünün mekanizması

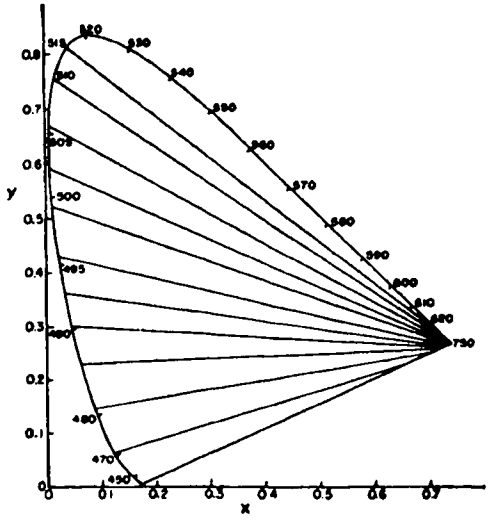
Konunun bir sonraki yüzü şu sorudur: Renkler *neden* bu şekilde davranır? Young ve Helmholtz tarafından önerilen en basit kuramın varsayımına göre, gözde ışığı alan üç farklı pigment vardır ve bunlar farklı soğurma spektrumlarına sahiptir, öyle ki bir pigment şiddetli bir şekilde kırmızıda, diğeri mavide ve öbürü de yeşilde soğurur. Onlar üzerine bir ışık yolladığımızda, üç bölgede farklı soğurma miktarları elde ederiz ve bilginin bu üç parçası beyinde, gözde veya bir başka yerde rengin ne olduğuna karar vermek için birtakım manevralar yapar. Renk karışımı kurallarının tümünün, bu ifadenin bir sonucu olacağını göstermek kolaydır. Bu konuda hatırı sayılır miktarda tartışma olmuştu, kuşkusuz bir sonraki sorun, üç pigmentin her birinin soğurma özelliklerini bulmaktır. Ne yazık ki renk koordinatlarını istediğimiz tarzda dönüştürebileceğimizden dolayı, renk-karışımı deneyleriyle sadece soğurma eğrilerinin her türlü doğrusal karışımlarını bulabiliriz, fakat tek tek pigmentler için eğrileri bulamayız. İnsanlar gözün belirli bir fiziksel özelliğini betimleyen özel bir eğri elde etmek için çeşitli yollar denemişlerdi. Şekil 35-3'te gösterilmiş olan böyle bir eğriye *parlaklık eğrisi* denir. Bu şekilde, biri karanlıktaki göz ve diğeri ışıktaki göz için, iki eğri vardır; ikincisi koni parlaklık eğrisidir. Bu, onu zar zor görebilmek için gerekli olan en az miktardaki renkli ışığın ne olduğunu bularak ölçülür. Gözün farklı spektral bölgelerde ne derecede duyarlı olduğunu ölçer bu. Bunu ölçmek için bir başka ilginç yol daha vardır. İki renk alır ve onları bir alanda birinden diğerine titreştirerek görünmesini sağlarsak, frekans çok düşükse, bir titreşme görürüz. Bununla birlikte, frekansı yükseltirsek, en sonunda

ışığın parlaklığına bağlı olarak belirli bir frekansta, diyelim ki saniyede 16 tekrarda, titreşme gözden kaybolur. Parlaklığı ayarlayarak titreşmeyi elde etmek için, rengin bir titreşmesini görmek üzere çok daha düşük bir frekansa gitmeliyiz. Böylece, daha yüksek bir frekansta parlaklığın titremesi ve düşük bir frekansta rengin titremesi dediğimiz şeyi elde ederiz. Bu titreme yöntemiyle "eşit parlaklık" için iki rengi eşleştirmek olasıdır. Sonuçlar, zayıf ışığı konilerle görmek için gözün eşik duyarlılığını ölçerek elde edilen sonuçlarla tam değilse de, neredeyse aynıdır. Birçok kişi parlaklık eğrisinin bir tanımı olarak titreme yöntemini kullanır.

Şimdi, eğer gözde renk-duyarlı üç pigment varsa, problem, her birinin soğurma spektrumunun biçimini saptamaktır. Nasıl? Renk körü kişilerin olduğunu biliyoruz; erkek nüfusunun yüzde sekizi ve kadın nüfusunun yüzde birinin yarısı. Renk körü ya da renk görüşünde anormal kişilerin çoğu, renk değişimine karşı diğerlerinden daha farklı bir duyarlık derecesine sahiptir, fakat hâlâ eşleşmek için üç renge gerek duyarlar. Bununla birlikte, sadece *iki-renk-görebilen* bazı kişiler için, her renk, *sadece* iki ana renk kullanarak eşleşebilir. Bu durumda, onların açıkça üç pigmentin birinden yoksun oldukları söylenebilir. Farklı renk-karışımı kuralına sahip iki-renk-görebilen renk-körü üç kişi bulabilirsek, bir çeşidi *kırmızı*, diğer çeşidi *yeşil* ve üçüncü çeşidi de *mavi* pigmentlenmeden yoksun olmalıdır. Tüm bu tipleri ölçerek, üç eğriyi saptayabiliriz! Sonuçta üç tip iki-renk-görebilen renk körlüğü *olduğu* anlaşılır; iki yaygın tip vardır ve çok nadir görülen bir üçüncü tip; bu üç tipten pigment soğurma spektrumlarını çıkarmak mümkün olmuştu.



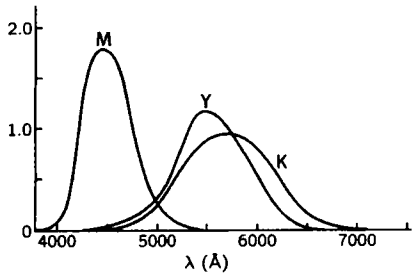
Şekil 35-6 Yeşil-körü olanlar tarafından karıştırılan renklerin geometrik yerleri.



Şekil 35-7 Kırmızı-körü kişiler tarafından karıştırılan renklerin geometrik yerleri.

Şekil 35-6 yeşil-körü denen özel bir renk-körü kişinin renk karışımını göstermektedir. Onun için, sabit renklerin geometrik yerleri noktalar değil, fakat belli çizgilerdir; onların her biri boyunca söz konusu renk ona aynı görünür. Bilginin üç parçasından birinin noksanlığı şeklindeki kuram doğrudur, tüm bu çizgiler bir noktada kesişir. Bu grafik üzerinde dikkatlice ölçersek, onlar kusursuzca *kesişir*ler. Dolayısıyla, açık olarak, bu bir matematikçi tarafından yapılmıştı ve gerçek verileri temsil etmez! Aslında, gerçek verilerle yapılmış en son makaleye bakarsak, Şekil 35-6 grafiğinde anlaşılıyor ki tüm çizgilerin geometrik yerinin noktası tam olarak doğru yerde değildir. Yukarıdaki şekilde yer alan çizgileri kullanarak, akla yakın spektrumları bulamayız; farklı bölgelerdeki negatif ve pozitif soğurmalara ihtiyaç duyarız. Fakat Yustova'nın yeni verilerini kullanarak, soğurma eğrilerinin her birinin her yerde pozitif olduğu anlaşılır.

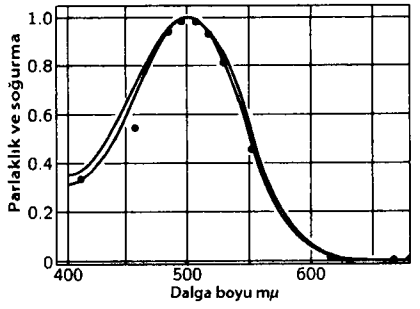
Şekil 35-7 renk körlüğünün farklı bir cinsini, kırmızı körü tipini göstermektedir; bu tip, sınır eğrisinin kırmızı ucuna yakın bir geometrik yere sahiptir. Yustova bu hal için yaklaşık olarak aynı konumu elde eder. Üç farklı renk körlüğü cinsini kullanarak, en sonunda üç pigmentin tepki eğrileri saptanmıştı ve onlar Şekil 35-8'de görünmektedirler. En sonunda? Belki. Üç-pigment fikrinin doğru olup olmadığı gibi bir soru *vardır*; renk körlüğü bir pigmentin noksanlığından mı kaynaklanır ve hatta renk körlüğü üzerine renk-karışım verileri acaba doğru mudur gibi sorular da mevcuttur. Değişik araştırmacılar farklı sonuçlar elde ediyor. Bu alan hâlâ gelişme halindedir.



Şekil 35-8 Normal bir üç-renk-gören kişinin algılayıcı sinirlerinin spektral duyarlık eğrileri.

35-6 Renkli görüşün fiziyokimyası

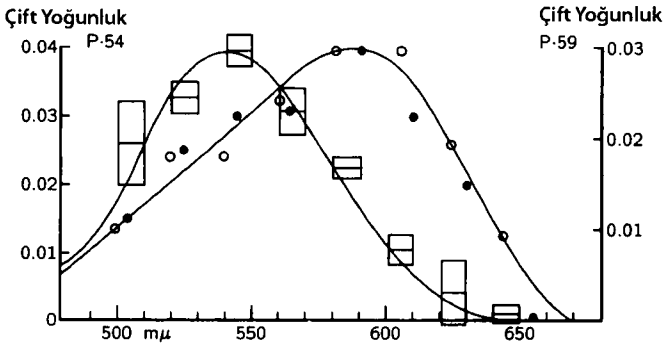
Şimdi, gözdeki gerçek pigmentlere karşı bu eğrileri kontrol etmeye ne dersiniz? Bir retinadan elde edilebilecek pigmentler, esasen *görsel mor* denen bir pigmentten ibarettir. Bunun en dikkat çekici nitelikleri, 1) neredeyse her omurgalı hayvanın gözünde olması ve 2) onun tepki eğrisinin, Şekil 35-9'da görüldüğü gibi, gözün duyarlılığıyla güzel bir şekilde uyuşmasıdır; bu şekilde, görsel morun soğurması ve karanlığa-uyarlı gözün duyarlılığı aynı ölçekte çizilmiştir. Bu pigment açıkça, karanlıkta gördüğümüz pigmenttir: Görsel mor çubuklar için pigmenttir ve renkli görmeyle ilgisi yoktur. Bu gerçek 1877'de keşfedilmişti. Bugün bile konilerin renk pigmentlerinin test tüplerinde asla elde edilmedikleri söylenmektedir. 1958'de renk pigmentlerinin hiçbir zaman görülmedikleri söylenmekteydi. Fakat o zamandan bu yana, onlardan ikisi Rushton tarafından çok basit ve güzel bir yöntemle saptanmıştı.



Şekil 35-9 Görsel morun soğurma eğrisiyle karşılaştırılan, karanlığa-uyarlı gözün duyarlılık eğrisi.

Zannedersem güçlük şudur; göz, düşük şiddetli ışıkla karşılaştırıldığında, parlak ışığa öylesine zayıf şekilde duyarlıdır ki, onunla görmek için çok sayıda görsel mora gerek duyar, fakat renkleri görmek için çok fazla renk pigmentine ihtiyaç yoktur. Rushton'un düşüncesi, *pigmenti gözün içinde bırakmak* ve onu herhangi bir şekilde ölçmektir. Onun yaptığı şudur: Merceklerden göze ışık yollayan ve sonra geri gelen ışığı odaklayan göz aynası denen bir alet vardır. Onunla ne kadarının yansıdığı ölçülebilir. Böylece pigmentten *iki kez* geçen (göz yuvarındaki bir arka tabakadan yansıyıp tekrar koni pigmentinden dışarı gelen) ışığın yansıma katsayısı ölçülür. Doğa daima böylesine güzel tasarlanmamıştır. Koniler ilginç şekilde tasarlanmıştır, öyle ki koni içine gelen ışık oradan oraya sıçrar ve tepedeki azıcık duyarlı noktalara girer. Işık hemen duyarlı nokta içine iner, dipte sıçrar ve oldukça çok sayıda renk-görücü pigmentin içinden geçerek tekrar dışarı geri çıkar; ayrıca çubukların bulunmadığı göz çukurundan yola çıkarak görsel morla karıştırılmaz. Fakat retinanın rengi uzun zaman önce görülmüştü: O bir tür turuncumsu pembedir; sonra tüm kan damarları oradadır ve arkada maddenin rengi vb. Pigmente baktığımızı nasıl biliyoruz? Yanıt: Önce renk-körü bir kişiyi alırız; ki o çok az pigmente sahiptir ve dolayısıyla çözümleme yapmak onun için daha kolaydır. İkinci olarak, görsel mor gibi çeşitli pigmentler, ışıkla beyazlatıldıkları zaman şiddet değişimine uğrarlar; onların üzerine ışık tuttuğumuzda, yoğunluklarını değiştirirler. Böylece, gözün soğurma spektrumuna bakarken, Rushton tüm göze *bir başka* demet daha yollamış, bu pigmentin yoğunluğunu değiştirmiş ve spektrumdaki *değişimi* ölçmüştü; farkın, kuşkusuz, kan miktarıyla ya da yansıtıcı tabakaların rengiyle vb hiç ilgisi yoktur, fakat sadece pigmentle ilgilidir. Bu tarzda, Rushton kırmızı-körü olan bir gözün pigmenti için Şekil 35-10'da verilen bir eğri elde etmişti.

Şekil 35-10'daki ikinci eğri bir normal göz ile elde edilmişti. Bu, bir normal göz alarak ve bir pigmentin ne olduğu zaten saptanmışken bir başkasını kırmızıda beyazlatarak –burada birincisi duyarsızdır– elde edilmişti. Kırmızı ışık, kırmızı-renk-körü göze etki etmez, fakat normal göze etki eder ve böylece kayıp pigment için eğri elde edilebilir. Bir eğrinin biçimi Yustova'nın yeşil eğrisiyle güzelce uyuşur, fakat kırmızı eğri birazcık yerinden edilmiştir. Böylece herhalde doğru yolu buluyoruz. Ya da bulmuyoruz; yeşil-körü olanlarla yapılan en son çalışma belirli hiçbir pigment kaybı göstermemektedir.



Şekil 35-10 Kırmızı-körü bir gözün (kareler) ve normal bir gözün (noktalar) soğurma spektrumu.

Renk, ışığın kendi fiziği açısından bir sorun oluşturmaz. Renk bir *algı*dır ve farklı renklerin algısı, farklı durumlarda farklı olur. Örneğin, beyaz ışık ile kırmızı ışığın üst üste getirilerek kesişen demetlerle oluşturulan bir pembe ışığımız varsa (beyaz ve kırmızıyla yapabileceğimiz tek şeyin pembe olduğu açıktır), beyaz ışığın mavi görüneceğini gösterebiliriz. Demetlerin içine bir cisim yerleştirirsek, bu iki gölge oluşturur; biri sadece beyaz ışıkla ve diğeri kırmızıyla aydınlanmıştır. Çoğu kişi bir cismin "beyaz" gölgesini mavi görür, fakat bu gölgeyi tüm ekranı kaplayacak kadar büyütürsek, birdenbire, mavi yerine, beyaz olarak belirdiğini görürüz! Kırmızı, sarı ve beyaz ışığı karıştırarak aynı nitelikte başka etkiler elde edebiliriz. Kırmızı, sarı ve beyaz ışık sadece turuncumsu sarılar vb yaratır. Böyle ışıkları kabaca eşit olarak karıştırırsak, sadece turuncu elde ederiz. Bununla birlikte, renklerin çeşitli örtüşmeleriyle ışıkta farklı türden gölgeler oluşturarak, kendileri ışıkta olmayan (orada sadece turuncu vardır), fakat bizim *algılarımız*da yer alan bir dizi güzel renk elde edilir. Açıkça demetteki "fiziksel" renklere hiç benzemeyen pek çok değişik renk görürüz. Bir retinanın zaten ışığı "düşündüğünü" kavramak çok önemlidir; bir bölgede gördüğünü diğer bölgede gördüğüyle, bilinçli olmasa da, karşılaştırmaktadır. Bunu nasıl başardığını biliyor musunuz derseniz, bu gelecek bölümün konusudur.

KAYNAKÇA

Committee on Colorimetry, Optical Society of America, *The Science of Color*, Thomas Y. Crowell Company, New York, 1953.

Hecht, S., S. Shlaer, ve M. H. Pirenne, "Energy, Quanta, and Vision," *Journal of General Physiology*, 1942, 25, 819-840.

Morgan, Clifford, ve Eliot Stellar, *Physiological Psychology*, 2. baskı, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1950.

Nuberg, N. D. ve E. N. Yustova, "Researches on Dichromatic Vision and the Spectral Sensitivity of the Receptors of Trichromats," Sempozyum No. 8, *Visual Problems of Colour*, Vol. II, National Physical Laboratory, Teddington, England, September 1957. Published by Her Majesty's Stationery Office, Londra, 1958.

Rushton, W. A., "The Cone Pigments of the Human Fovea in Colour Blind and Normal," Sempozyum No. 8, *Visual Problems of Colour*, Cilt I, National Physical Laboratory, Teddington, England, September 1957. Published by Her Majesty's Stationery Office, Londra, 1958.

Woodworth, Robert S., *Experimental Psychology*, Henry Holt and Company, New York, 1938. yeniden basım 1954, Robert S. Woodworth ve H. Schlosberg.

36

GÖRMENİN MEKANİZMASI

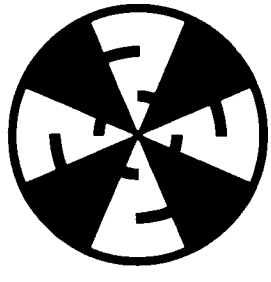
36-1 Renk algısı

36-1 Renk algısı
36-2 Gözün fizyolojisi
36-3 Çubuk hücreler
36-4 Bileşik (böcek) göz
36-5 Diğer gözler
36-6 Görmenin nörolojisi

Görme duygusunu tartışırken, renk lekelerini ya da ışık lekelerini rastgele görmediğimizin (bir modern sanat galerisinin dışında!) farkına varmalıyız. Bir cisme baktığımızda, bir *adam* ya da *bir şey* görürüz; başka bir deyişle, beyin ne gördüğümüzü yorumlar. Bunu nasıl başarır, kimse bilmiyor ve bunu kuşkusuz çok yüksek bir düzeyde gerçekleştirir. Bir adamın neye benzediğini açıkça birçok deneyimden sonra öğrenmiş olsak da, görmenin birçok niteliği daha basittir, ama ayrıca gördüğümüz şeyin farklı kısımlarından gelen bilginin birleştirilmesini de içerir. Bir tam görüntünün yorumunu nasıl yaptığımız hususunda bize yardımcı olması için, farklı retina hücrelerinden gelen bilginin bir araya getirilmesinin ilk aşamalarını incelemek zahmete değer. Şimdiki bölümde esasen görmenin bu yanına odaklanacağız, ama ayrıca ilerlerken çok sayıda ikincil soruna da değineceğiz.

Gözün çeşitli kısımlarından gelen bilginin, çok temel düzeyde ve aynı zamanda istemli kontrolümüzün ya da öğrenme yeteneğimizin ötesinde, birikimine sahip oluşumuzun bir örneği, beyaz ve kırmızı ışığın ikisinin de aynı ekranı aydınlattığında beyaz ışığın yarattığı şu mavi gölgeydi. Bu etki en azından ekranın arka alanının pembe olduğu bilgisini içerir, mavi gölgeye bakarken bile, gözdeki özel bir leke içine sadece "beyaz ışık gelmektedir; bilginin parçaları bir yerde bir araya getirilmişti. İçerik ne kadar tam ve bildikse, göz de özellikler için o kadar çok düzeltme yapar. Aslında, Land göstermişti ki, soğrumlu iki fotografik saydamı kırmızı ve beyazın önüne farklı oranlarda kullanmak suretiyle, belirgin mavi ve kırmızıyı çeşitli oranlarda karıştırırsak, gerçek cisimlerle gerçek bir sahnenin sadık bir temsili oluşturulabilir. Bu durumda, kırmızı ve mavi-yeşili karıştırarak elde edebileceklerimize benzeyen çok sayıda orta derecede görünür renk de elde ederiz; bu, neredeyse tam renkler kümesi gibi görünür, fakat onlara çok dikkatli bakarsak, o kadar da iyi değildirler. Öyle olsa bile, sadece kırmızı ve beyazdan ne kadar çok elde edilebileceği şaşırtıcıdır. Sahne ne kadar çok gerçek bir durum gibi görünürse, tüm ışığın aslında pembeden başka bir şey olmadığı gerçeği o kadar çok ödünle karşılanabilir!

Bir başka örnek, bir siyah-beyaz döner diskte "renkler"in görünümüdür, onun siyah ve beyaz alanları Şekil 36-1'de görüldüğü gibidir. Disk döndürüldüğünde, her bir yarıçapta açık ve koyunun değişimleri tamamen aynıdır; sadece iki tür "şerit" için arka alan farklıdır. Yine de "halkalar"ın biri bir renkle ve diğeri bir başka renkle renklenmiş görünür.* Henüz hiç kimse bu renklerin nedenini anlamıyor; fakat bilginin, büyük olasılıkla gözün kendi içinde, çok temel bir düzeyde bir araya getirildiği açıktır.



Şekil 36-1 Yukarıdaki gibi bir disk hızla döndürüldüğünde, renkler, iki koyu "halka"nın sadece birinde görünür. Dönme yönü tersine çevrilirse, renkler diğer halkada görünür.

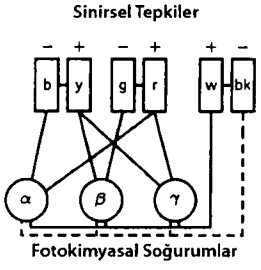
Bugünün renk görme kuramlarının neredeyse tümü, renk-karışımı verilerinin göz konilerinde sadece üç pigment olduğunu gösterdiği ve bu üç pigmentteki spektral soğrumun temel olarak renk algısını doğurduğu konusunda fikir birliği içindedirler. Fakat birlikte davranan üç pigmentin soğurma nitelikleriyle ilişkili toplam algılama, zorunlu olarak tek tek algılamaların toplamı değildir. Sarının basitçe kırmızımsı yeşil olarak görünmediği hususunda hepimiz aynı fikirdeyiz; aslına bakılırsa, ışığın gerçekte renklerin bir karışımı olduğunun keşfedilmesi, pek çok kişi için büyük sürpriz olabilir, çünkü herhalde ışığın al-

* Renkler, dönme hızına, aydınlanmanın parlaklığına ve bir dereceye kadar da onlara kimin ve ne kadar dikkatle baktığına bağlıdır.

gılanışı, müzikteki bir akor gibi basit bir karışımdan daha başka bir süreç nedeniyledir; müzikte üç nota aynı zamanda oradadır ve dikkatlice dinlersek onları tek tek duyabiliriz. Dikkatlice bakıp kırmızı ve yeşili göremeyiz.

Eski görme kuramlarında üç pigment vardı ve her biri bir pigment içeren üç tür de koni; her koniden bir sinir beyne giderdi, öyle ki bilginin üç parçası beyne taşınır ve sonra her şey beyinde olurdu. Bu, kuşkusuz, eksik bir fikirdir: bilginin optik sinir boyunca beyne taşındığını keşfetmekte işe yaramaz, çünkü problemi çözmek için harekete bile geçmedik henüz. Daha temel sorular sormalıyız: Bilginin *nerede* bir araya getirildiği herhangi bir fark yaratır mı? Optik sinirde doğruca beyne taşınması önemli midir, yoksa önce retina bir çözümleme mi yapar? Retinanın pek çok ara bağlantıyla aşırı derecede karmaşık bir şey olarak bir resmini görmüştük (Şekil 35-2) ve önce o bir çözümleme yapabilir.

Aslına bakılırsa, gözün anatomisini ve gelişimini çalışan kişiler, retinanın aslında beyin olduğunu göstermişlerdi: Embriyonun gelişiminde, beynin bir parçası öne doğru çıkar ve gözleri beyne bağlayan uzun lifler tekrar büyür. Retina, tam beynin düzenlendiği tarzda düzenlenmiştir ve birinin güzel bir şekilde ifade ettiği gibi "Beyin dünyaya bakacak şekilde gelişmiştir." Göz, beynin ışıkla, deyim yerindeyse, dışarıda temas eden bir parçasıdır. Dolayısıyla rengin zaten retinada biraz çözümlenmiş olması hiç de olasılık dışı değildir.



$$y - b = k_1(\beta+\gamma-2\alpha)$$
$$r - g = k_2(\alpha+\gamma-2\beta)$$
$$w - bk = k_3(\alpha+\gamma+\beta) - k_4(\alpha+\beta+\gamma)$$

Şekil 36-2 Renk görmenin "zıt" kuramına göre sinirsel bağlantılar: mavi (b), sarı (y), yeşil (g), kırmızı (r), beyaz (w).

Bu bize çok ilginç bir olanak sağlar. Diğer algıların hiçbiri, böylesine çok hesaplama içermez; çünkü, deyim yerindeyse, burada sinyal bir sinirin içine girmeden önce, üzerinde ölçümler yapılabilir. Algıların tüm geri kalanı için hesaplamalar genelde beynin kendi içinde olur; orada çok fazla ara bağlantı yer aldığından, ölçü yapmak için özel yerler bulmak çok zordur. Burada, görsel algıda, ışığa, hesap yapmak için üç hücre tabakasına ve optik sinirler içinden iletilen hesap sonuçlarına sahibiz. Böylece beynin belki ilk tabakalarının ilk basamaklarda nasıl çalıştığını fizyolojik olarak gözleme şansımız var. Bu, dolayısıyla, sadece görme için değil, fakat tüm fizyoloji problemi için ilginç olduğundan, çifte yarara sahiptir.

Üç tür pigmentin olması, üç tür algılamanın var olması anlamına gelmez. Renk görmeyle ilgili diğer kuramlardan biri, gerçekten zıt renk şemalarına sahiptir (Şekil 36-2). Yani, sinir liflerinden biri, görülen sarı varsa, pek çok itme taşır ve mavi içinse normalden daha az itme olur. Bir başka sinir lifi yeşil ve kırmızı bilgisini aynı şekilde taşır, diğer lifse beyaz ve siyah bilgisini. Başka bir deyişle, bu kuramda bağlantı sistemine, hesaplama yöntemine ilişkin bir tahmin yapılmasına zaten başlanmıştır.

Bu ilk hesaplamalarda tahmin ederek çözmeye çalıştığımız problemler, pembe arka alan üzerinde görülen belirgin renkler, göz farklı renklere uyum sağladığında ne olduğuna ve ayrıca psikolojik olaylar denen şeylere ilişkin sorulardır. Psikolojik olayların doğası, örneğin beyazın neden kırmızı, sarı ve mavi gibi "hissedilmediği" şeklindedir ve psikologlar *dört* belirgin saf renk olduğunu söyledikleri için bu kuram geliştirilmişti: "Dört uyarıcı vardır, bunlar psikolojik olarak sırasıyla yalın mavi, sarı, yeşil ve kırmızı tonları çağrıştırma yetisine sahiptirler. Koyu kahverengi, kızılımsı mor, eflatun ya da ayırt edilebilir renklerden farklı olarak, bu sade tonlar, hiçbiri diğerini andırmaz anlamında katıksızdırlar; özel olarak, mavi sarımsı, kırmızımsı ya da yeşilimsi vb değildir; bunlar psikolojik olarak ana tonlardır." Bu psikolojik bir gerçektir. Bu psikolojik olgunun hangi kanıttan çıkarıldığını öğrenmek için, literatürü gerçekten çok dikkatli bir şekilde karıştırmalıyız: Modern literatürde konu hakkında bulacağımız tek şey, aynı ifadenin ya da bir Alman psikoloğunun söylediğinin tekrarlarıdır; bu Alman psikolog, hepimizin kuşkusuz büyük bir sanatçı olarak bildiği Leonardo da Vinci'yi yetkililerinden biri olarak kullanır ve der ki "Leonardo beş rengin var olduğunu düşünürdü." Sonra, daha ileriye bakarak, daha eski bir kitapta konu için kanıt buluruz. Kitap şunun gibi bir şey söyler: Mor kırmızımsı-mavidir, turuncu kırmızımsı-sarıdır, fakat kırmızı morumsu-turuncu olarak görülebilir mi? Kırmızı ve sarı, mor ya da turuncudan daha bölünmez değil midir? Ortalama kişiye hangi renklerin tek, yani bölünmez oldukları sorulsa, kırmızı, sarı ve mavi der, bu üçünü söyler ve bazı gözlemciler bunlara dördüncü olarak

yeşili ekler. Psikologlar belirgin tonları dört olarak kabul ederler." Konunun psikolojik çözümlemesinde durum budur: Herkes üç ana renk vardır diyor ve bazıları bunu dörde çıkarıyorsa, dört isteniyorsa, dört olacaktır. Bu, psikolojik araştırmalardaki zorluğu gösteriyor. Şurası açıktır ki biz böylesi duygulara sahibiz, fakat onlar hakkında fazla bilgi edinmek çok zordur.

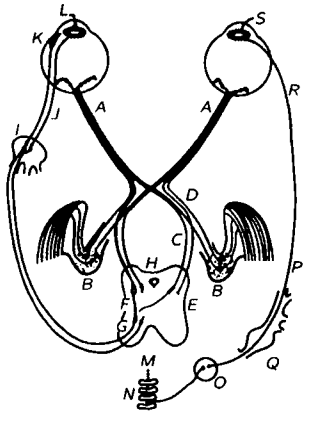
Gidilecek diğer yön fizyolojik yöndür; beyin, göz, retina ya da neresiyse orda gerçekte ne olduğunu deneysel olarak öğrenmek ve belki çeşitli hücrelerden gelen bazı itme karışımlarının belli sinir lifleri boyunca hareketini keşfetmek üzere fizyolojiye yönelmektir. Bu arada, birincil pigmentler ayrı hücreler içinde olmak zorunda değillerdir; içlerinde değişik pigmentlerin karışımlarının yer aldığı hücreler, kırmızı ve yeşil pigmentli hücreler, üç pigmentli hücreler (tüm üçünün bilgisi, beyaz bilgidir) vb olabilir. Sistemi birçok yoldan askıya alabilir ve doğanın hangi yolu kullandığını öğrenebiliriz. En sonunda, fizyolojik bağlantıları anladığımızda, fizyolojinin bu yönlerinden bazılarını birazcık anlayabileceğimizi ümit ederiz; öyleyse bu yöne doğru bakalım.

36-2 Gözün fizyolojisi

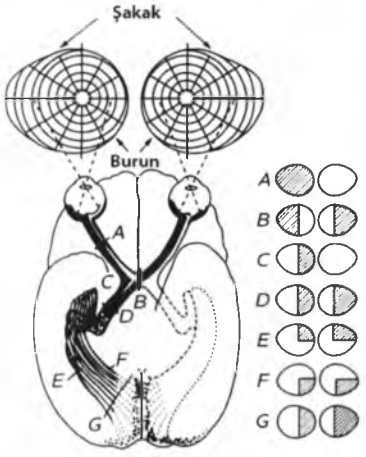
Sadece renkleri görme hakkında değil de, genel olarak görme hakkında konuşarak sırf retinadaki Şekil 35-2'de görülen ara bağlantıları hatırlamamızla başlıyoruz. Retina gerçekten beynin yüzeyi gibidir. Bir mikroskop aracılığıyla alınan gerçek resim biraz şematik haldeki bu çizimden bir parça daha karmaşık görünse de, dikkatli bir çözümlemeyle bu ara bağlantıların tümü görülebilir. Retina yüzeyinin bir parçasının diğer parçalara bağlı olduğu ve optik siniri oluşturan uzun aksonlar üzerinde ortaya çıkan bilginin birçok hücreden gelen bilginin birleşimi olduğu konusunda hiç kuşkuya yer yok. Görev dizisi içinde üç hücre tabakası vardır: Işığın etkidiği retina hücreleri, bir ya da birkaç retina hücresinden bilgi alan ve onu yine üçüncü hücre tabakasındaki çeşitli hücrelere veren ve onun beyne taşınmasına vesile olan bir aracı hücre vardır. Bu tabakalardaki hücreler arasında her türlü çapraz bağlantı mevcuttur.

Şimdi gözün yapısının ve işlevselliğinin bazı yanlarına dönelim (Şekil 35-1'e bkz.). Işığın odaklanması, ışığı "büken" eğri bir yüzeye sahip olması nedeniyle, esasen korneada başarıyla tamamlanır. Su altında açık seçik göremeyişimizin nedeni, korneanın 1,37 olan kırılma indisiyle suyun 1,33 olan kırılma indisi arasında yeterli farkın bulunmamasıdır. Korneanın ardı, pratik olarak, 1,33 indisli sudur ve onun ardı da çok ilginç bir yapıya sahip bir mercektir: O, soğan gibi, bir dizi tabakadır, hepsi şeffaftır; ortada 1,40 ve dışta 1,38'lik indise sahiptir. (İçinde baştanbaşa indisi ayarlayarak bir optik cam yapabilseydik, ne iyi olurdu; düzgün indis halinde yaptığımız gibi, onu eğriltmemiz gerekmezdi.) Üstelik, korneanın biçimi bir küre biçimi değildir. Bir küresel mercek belli miktarda küresel sapınca sahiptir. Korneaysa olsa olsa bir küreden daha "yassı"dır, tam o tarzda ki korneadaki küresel sapınç, oraya küresel bir mercek koysaydık olacak sapınçtan daha azdır! Işık, kornea-mercek sistemiyle retina üzerine odaklanır. Daha yakın ve daha uzak cisimlere baktığımızda, mercek kasılır ve gevşer, böylece farklı uzaklıklara ayarlanmak üzere odağı değiştirir. Toplam ışık miktarını ayarlamak için iris vardır; bu, kahverengi ya da mavi şeklinde, gözün rengi dediğimiz şeydir; ışık miktarını artırıp azaltmak üzere, iris içe ve dışa doğru hareket eder.

Şimdi merceğin yerleşmesini kontrol eden sinirsel mekanizmaya, gözün hareketine, gözü göz-çukurunda döndüren kaslara ve irise bakalım (Şekil 36-3). *A* optik sinirinden çıkan tüm bilginin büyük çoğunluğu iki destenin birine bölünür (bundan daha sonra bahsedeceğiz) ve oradan beyne gider. Fakat şimdi bizi ilgilendiren birkaç lif vardır ki onlar doğrudan beynin görüntüleri "gördüğümüz" görme merkezine gitmeyip, onun yerine orta-beyin *H*'ye gider. Bunlar ortalama ışığı ölçen liflerdir ve iris için ayarlama yaparlar; ya da görüntü bulanıksa, merceği düzeltmeye çalışırlar; veya bir çift görüntü varsa, gözü iki -göz-



Şekil 36-3 Gözlerin mekanik işleyişi için sinirsel ara bağlantılar.



Şekil 36-4 Gözlerden görsel kortekse sinir bağlantıları.

le-görmeye ayarlamaya çalışırlar. Ne olursa olsun, orta beyin üzerinden giderler ve göze değişen durumu bildirirler. Merceğin yerleşmesini çalıştıran kaslar *K*'dadır; *L*'de de irise ulaşan bir kas vardır. İris iki kas sistemine sahiptir. Biri dairesel kas *L*'dir, bu uyarıldığı zaman, içeri çekilir ve irisi kapatır; çok hızlı hareket eder ve sinirler doğrudan beyinden kısa aksonlar kanalıyla irise bağlanır. Karşıt kaslar ışınsal kaslardır, öyle ki nesneler karardığında ve dairesel kaslar gevşediğinde, bu ışınsal kaslar hareket ederler. Burada, vücudumuzun pek çok yerinde olduğu gibi, zıt yönlerde çalışan bir kas çifti vardır ve neredeyse her böyle durumda bu ikiyi kontrol eden sinir sistemleri öyle özenle ayarlanmıştır ki birinin kısılması için sinyaller gönderildiğinde, otomatik olarak diğerinin gevşetilmesi için sinyaller gönderilir. İris özel bir istisnadır: İrisi kasan sinirleri zaten betimlemiştik, fakat irisi *genişleten* sinirlerin tam olarak nereden çıktıklarını kimse bilmiyor, ama göğsün arkasında omuriliğe, göğse ait kısımlara inerler, omurilikten dışarı, boyun sinir düğümünden yukarı çıkıp irisin diğer ucuna ulaşmak üzere bir şekilde kafaya geri girerler. Aslında, sinyal, merkezi sinir sisteminden değil de, tamamen farklı bir sinir sistemi olan sempatik sinir sisteminden gider; öyle ki bu, işleri gerçekleştirmek için çok acayip bir yoldur.

Gözle ilgili bir başka tuhaf şeyi, ışığa duyarlı hücrelerin yanlış tarafta olduklarını zaten vurgulamıştık, öyle ki ışık algılayıcı sinirlere ulaşmadan önce, diğer hücrelerin çeşitli tabakaları içinden geçmeliydi; ters inşa edilmiştir! Dolayısıyla bazı yanları mükemmel, ama bazılarıysa görünüşte aptalcadır.

Şekil 36-4, gözün, beynin görsel süreçle en doğrudan ilgili parçasına olan bağlantılarını göstermektedir. Optik sinir lifleri hemen *D*'nin ötesinde, yanal çıkıntı denen (lateral geniculate) belli bir alana girerler, bunun üzerinde beynin görsel korteks denen bir kesiminde sonlanırlar. Dikkat ederseniz, her bir gözden bazı lifler beynin diğer tarafına gönderilir, böylece oluşan resim noksandır. Sağ gözün sol yanından optik sinirler optik çaprazlanma noktasına (*B*) çapraz gelirler, oysaki sol gözün sol yanındakiler bundan cayıp aynı şekilde gelirler. Böylece beynin sol yanı, her bir gözün göz yuvarının sol yanından gelen, yani görsel alanın sağ yanındaki tüm bilgiyi kabul eder; oysa beynin sağ yanı görsel alanın sol yanını görür. Nesnelerin ne kadar uzakta olduklarını söylemek için, iki gözün her birinden gelen bilginin bir araya getirilmesi bu tarzda olur. İki-gözle-görme sistemi işte budur.

Retina ile görsel korteks arasındaki bağlantılar ilginçtir. Retinadaki bir leke kesip çıkarılır ya da herhangi bir şekilde tahrip olursa, bu durumda tüm lif ölecektir ve bu suretle onun nereye bağlı olduğunu keşfedebiliriz. Bağlantıların esasen bire bir oldukları –retinadaki her bir leke için, görsel kortekste bir leke vardır– ve retinada birbirlerine çok yakın lekelerin, görsel kortekste de birbirlerine çok yakın durdukları anlaşılmıştır. Böylece görsel korteks hâlâ çubukların ve konilerin uzaysal düzenlenişini yansıtır, ama kuşkusuz çok çarpıtılmış olarak. Görüş alanının merkezindeki nesneler –ki retinanın çok küçük bir parçasını işgal ederler– görsel kortekste pek çok hücre üzerine yayılır. Şurası açıktır ki, başlangıçta birbirine yakın olan şeylerin hâlâ yakın olmaları yararlıdır. Bununla birlikte, konunun en dikkat çekici yanı şudur. Nesnelerin birbirlerine yakın olmasının çok önemli olacağını düşünebileceğimiz yer, görüş alanının tam ortasında olur. Buna inanın ya da inanmayın; bir şeye bakarken görüş alanımızdaki yukarı-aşağı çizgisi öyle bir niteliğe sahiptir ki, bu çizginin sağ yanındaki tüm noktalardan gelen bilgi beynin sol yanına ve sol yanındaki noktalardan gelen bilgi beynin sağ yanına gider ve bu alan bu şekilde oluşturulur; tam ortadan aşağı doğru bir kesim vardır, öyle ki tam ortada birbirlerine çok yakın nesneler beyinde birbirlerinden çok ayrı düşerler! Bilgi beynin bir yanından diğerine, bir şekilde, bazı başka kanallarla gitmelidir, ki bu da oldukça şaşırtıcıdır.

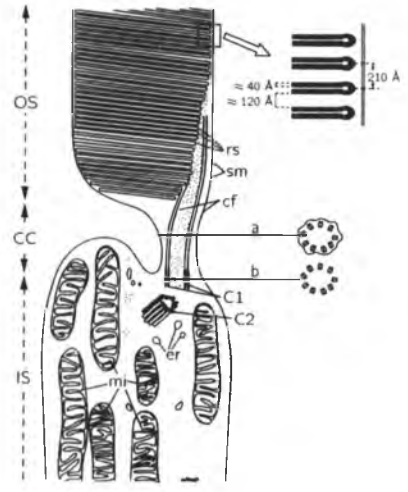
Bu iletim ağının nasıl bir araya "bağlandığı" sorusu çok ilginçtir. Ne kadarının zaten doğuştan bağlanmış olduğu ve ne kadar bilginin öğrenildiği sorusu eski bir sorudur. Çok eskiden, özenle yapılmış bağlantıların herhalde pek olmadığı düşünülmekteydi; ancak sadece kabaca ara bağlantılar kurulmuştur ve sonra genç çocuk "oralarda" bir şey olduğunda, bunun beyinde bir algı yarattığını deneyimle öğrenir. (Doktorlar bize daima genç çocuk "hisseder" der, fakat *onlar* bir yaşındaki bir çocuğun ne hissettiğini nasıl bilirler?) Bir yaşındaki bir çocuk, sözüm ona "orada" bir cisim görür, belli bir algı elde eder ve "oraya" ulaşmayı öğrenir, çünkü "buraya" ulaştığında, bu işe yaramaz. Bu yaklaşım herhalde doğru değildir, çünkü birçok durumda bu özel ayrıntılı ara bağlantıları zaten görürüz. Bir semenderle yapılmış olan bazı dikkat çekici deneyler daha aydınlatıcıdır. (Bu arada, bir semenderle, optik çaprazlanmasız, doğrudan çapraz geçişli bir bağlantı vardır, çünkü gözler kafanın yanlarındadır ve ortak görsel alan yoktur. Semenderler iki-gözle-görmeye sahip değildirler.) Deney şudur: Bir semenderde optik siniri kesebiliriz ve sinir gözlerden yine büyüyecektir. Binlerce hücre lifi böylece kendisini yeniden oluşturur. Şimdi, optik sinirde lifler birbirlerine komşu kalmazlar; dağınık halde yapılmış büyük bir telefon kablosu gibidir, tüm lifler bükülüp döndürülmüştür, fakat beyne gittiğinde tekrar tümü düzenlenmiştir. Semenderin optik sinirini kestiğimizde, ilginç soru şudur; o yine düzelecek midir? Yanıt dikkate değerdir: Evet. Semenderin optik sinirini kesersek ve o geri büyürse, semender yine iyi bir görüş keskinliğine sahip olur. Bununla birlikte, optik siniri kesersek ve *göz ters dönerse* ve tekrar geri büyümesini beklersek, iyi görüş keskinliği tamamdır, fakat korkunç bir yanlışlık olmuştur: Semender "şu yukarıda" bir sinek görürse, ona yakalamak üzere "şu aşağıya" atlar ve bunu asla öğrenmez. Dolayısıyla binler ve binlerce lifin beyinde doğru yerlerini bulduğu gizemli bir yol vardır.

Ne kadar sinir bağlantısının olduğu ve ne kadarının olmadığı meselesi, yaratıkların gelişme kuramında önemli bir problemdir. Bunun yanıtı bilinmiyor, fakat yoğun biçimde çalışılıyor.

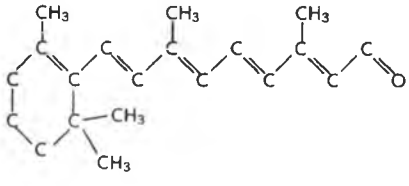
Kırmızı japon balığı halinde aynı deney, optik siniri kestiğimiz yerde büyük bir ameliyat izi ya da komplikasyon gibi, korkunç bir düğümün olduğunu gösteriyor; fakat tüm bunlara karşın, lifler beyinde onların doğru yerlerinde geri büyürler.

Bunu gerçekleştirmeleri için, liflerin optik sinirin eski kanalları içine büyürken, büyümeleri gereken yön hakkında çeşitli kararlar vermeleri gerekir. Bunu nasıl yapıyorlar? Farklı liflerin farklı tepki verdikleri şeklinde kimyasal ipuçları var gibi görünüyor. Aşırı çok sayıda büyüyen lif düşünün, her biri komşusundan bir şekilde bireysel olarak fark etsin; kimyasal ipuçları her neyse ona tepki verirken, beyinde en son bağlantı için uygun yerini bulmada yeterince tek ve biricik şekilde davranır! Bu ilginç –fantastik– bir şeydir. Bu, biyolojinin son zamanlarda keşfettiği büyük olaylardan biridir ve hiç kuşku yok ki organizmaların ve özellikle embriyoların büyüme, örgütlenme ve gelişmesinin birçok eski çözülmemiş problemiyle ilgilidir.

Bir başka ilginç olay gözün hareketiyle ilgilidir. Gözler farklı durumlardaki iki görüntüyü çakıştırmak için hareket etmelidir. Bu hareketler iki cinstir: Biri bir şeyi izlemek için olup, her iki gözün aynı yöne, sağa ya da sola, gitmesi için gereklidir; diğeri gözleri çeşitli uzaklıklarda aynı yere doğru yöneltmek olup, zıt şekilde hareket etmelerini gerektirir. Gözün kaslarına giden sinirler zaten tam böyle amaçlar için bağlıdırlar. Bir grup sinir, iki gözün birlikte hareket etmesi için, bir gözün iç tarafındaki ve diğer gözün dış tarafındaki kasları çekecek ve zıt kasları gevşetecektir. Bir başka merkez vardır ki orada bir uyarı gözlerin paralel halden birbirlerine doğru hareket etmesine neden olacaktır. Gözlerden biri burna doğru hareket ederse, diğeri kenara doğru dışa dönebilir, fakat her iki gözün de bilinçli ya da bilinçsiz olarak aynı zamanda *dışa* dönmesi olanaksızdır; uygun *kaslar* olmadığından değildir bu, fakat her iki gözü dışa döndürecek bir sinyal göndermenin yolu olmadığındandır; bir kaza geçirmiş olmadıkça ya da başımıza örneğin bir sinirin kesilmesi gibi bir dert gelmedikçe. Bir gözün kasları o gözü kesinlikle sevk ve idare etse de, yogi yapan biri bile



Şekil 36-5 Bir çubuk hücrenin elektron mikroskobu grafiği.



Şekil 36-6 Retinenin yapısı.

her iki gözünü istemli kontrol altında serbestçe dışa hareket ettiremez, çünkü bunu yapmanın hiçbir yolu gözükmüyor. Bir dereceye kadar zaten sinirlerle bağlanmışız. Bu önemli bir noktadır, çünkü daha önceki anatomi ve psikoloji vb kitaplarının çoğu, zaten böylesine tam sinir yumağı olduğumuz gerçeğine pek değer vermez ya da bunu vurgulamaz, her şey sadece öğrenilir deyip geçerdi.

36-3 Çubuk hücreler

Şimdi bir çubuk hücrede neler olduğunu daha ayrıntılı şekilde inceleyelim. Şekil 36-5, bir çubuk hücrenin ortasının bir elektron mikroskobu grafiğini göstermektedir (çubuk hücre, alanın dışına gitmeyi sürdürmektedir). Sağda büyütülmüş şekilde görülen tabaka tabaka düzlem yapılar vardır, bunlar rodopsin maddesi (görsel mor), boya ya da çubuklarda görme etkileri doğuran pigment içerirler. Pigment olan rodopsin büyük bir proteindir, bu, retinen denen özel bir grup içerir ve proteinden alınabilir; hiç kuşku yok ki ışığın soğrulmasının ana nedeni bu retinendir. Düzlemlerin nedenini anlamıyoruz, fakat büyük olasılıkla tüm rodopsin moleküllerinin paralel tutulmasının bir gerekçesi vardır. Bunun kimyası büyük ölçüde çalışılmıştır, fakat bunda biraz fizik olabilir. Belki de moleküllerin tümü bir tür sıra halinde düzenlenmiştir, öyle ki biri bir elektronu uyarıp ürettiğinde, diyelim ki sinyali ya da bir şeyi yayınlamak için uçtaki bir yere kadar gider. Bu konu çok önemlidir ve çalışılmamıştır; öyle ki sonuçta bu alanda hem biyokimyacılar ve hem de yoğun madde fizikçileri kullanılacaktır.

Bu tür tabakalı bir yapı, ışığın önemli olduğu diğer durumlarda ortaya çıkar, örneğin bitkilerdeki kloroplastta ışık fotosenteze neden olur. Bunları büyütürsek, hemen hemen aynı türden tabakalarla aynı şeyi buluruz, fakat orada kuşkusuz retinenin yerine klorofil vardır. Retinenin kimyasal yapısı Şekil 36-6'da görülmektedir. Yan zincir boyunca nöbetleşe çift bağlardan bir diziye sahiptir; bu, klorofil, kan vb gibi, neredeyse tüm güçlü soğurgan organik maddelerin ayırt edici özelliğidir. Bu maddenin insanların kendi hücrelerinde yapılması olanaksızdır; onu yememiz gerekir. Böylece onu özel bir madde yapısında yeriz, bu özel madde tamamen retinenle aynıdır, sadece şu farkla ki sağ ucuna bir hidrojen bağlıdır; buna A vitamini deriz ve bundan yeterince yemezsek, retinen ihtiyacımız karşılanmaz ve *gece körü* oluruz, çünkü o zaman geceleyin çubuklarla görmek için rodopinde yeterli pigment olmaz.

Çift bağlara sahip böyle bir dizinin ışığı güçlü bir şekilde soğurmasının nedeni de bilinmektedir. Sadece bir ipucu verebiliriz: Çift bağların almaşık dizisine *eşlenik* çift bağ denir; bir çift bağ, orada ekstra bir elektronun varlığı anlamına gelir ve bu ekstra elektron kolayca sağa ya da sola kayabilir. Bu moleküle ışık düştüğünde, her çift bağın elektronu bir basamak öteye kayar. Bütün zincirdeki elektronların tümü kayar, aynı bir domino dizisinin devrilmesi gibi; her biri sadece azıcık hareket etse de (bir tek atomda, elektronu sadece küçücük bir mesafe kadar hareket ettirebilmeyi umarız), net etki, bir uçtaki elektron diğer uca hareket etmiş gibidir! Bu, sanki bir elektronun bütün mesafeyi ileri geri gitmiş olmasıyla aynıdır ve böylece elektronu sadece bir atom mesafesi kadar hareket ettirmeye göre, bu tarzda, elektrik alanının etkisi altında çok daha kuvvetli bir soğurma elde ederiz. Dolayısıyla, elektronları ileri geri hareket ettirmek kolay olduğundan, retinen ışığı çok kuvvetli bir şekilde soğurur; onun fiziko-kimyasal ucunun mekanizması işte budur.

36-4 Bileşik (böcek) göz

Şimdi biyolojiye geri dönelim. İnsan gözü, tek göz türü değildir. Omurgalılarda, neredeyse bütün gözler esasen insan gözü gibidir. Bununla birlikte, aşağı hayvanlarda çeşitli başka göz türleri vardır: Göz lekeleri, çeşitli göz kadehleri ve diğer daha az duyarlı şeyler; bunları tartışacak zamanımız yok. Fakat omurgalılar arasında oldukça gelişmiş bir başka göz daha vardır: böceklerin *bileşik* gözü. (Büyük bileşik gözleri olan çoğu böcek, ayrıca çeşitli daha basit ek gözlere de sahiptir.) Arı, görme duyusu dikkatlice çalışılmış bir böcektir. Arının görme özelliklerini çalışmak çok kolaydır, çünkü onlar balın çekimine kapılırlar ve biz

de deneyler yaparız; bu deneylerde balı mavi ya da kırmızı kâğıt üzerine koyup hangisine geldiklerini görerek balı teşhis ederiz. Bu yöntemle arının görmesiyle ilgili çok ilginç bazı şeyler keşfedilmişti.

İlk önce, arıların iki parça "beyaz" kâğıt arasındaki renk farkını keskin bir şekilde nasıl gördüğünü ölçmeye çalışırken, bazı araştırmacılar onların çok iyi olmadıklarını ve diğerleri fevkalade iyi olduklarını bulmuşlardı. İki beyaz kâğıt parçası neredeyse tam olarak aynı olsa bile, arılar yine de aradaki farkı söyleyebilirler. Deneyciler bir kâğıt parçası için çinko beyazı ve diğeri için kurşun beyazı kullanmışlardı ve bunlar bize tam olarak aynı görünseler de, arı bunları kolaylıkla ayırt eder, çünkü bu kâğıtlar morötesinde farklı miktarlar yansıtırlar. Bu yolla, arı gözünün bizim kendi gözümüzden spektrumun daha geniş bir bölgesine duyarlı olduğu keşfedilmişti. Bizim gözümüz 7000 angströmden 4000 angströme, yani kırmızıdan mora kadar iş yapar; fakat arınınki morötesi içinde 3000 angströme kadar görür! Bu çok sayıda farklı ilginç etkilere neden olur. İlk önce, arılar bize benzer görünen birçok çiçeği ayırt edebilirler. Kuşkusuz, şunu anlamalıyız ki, çiçeklerin renkleri *bizim* gözümüz için değil de, arının gözü için tasarlanmıştır; onlar, arıları özel bir çiçeğe çekmek için sinyallerdir. Hepimiz çok sayıda "beyaz" çiçek olduğunu biliyoruz. Görünürdeki beyaz arılara çok ilginç gelmez, çünkü beyaz çiçeklerin tümü *morötesi*nde farklı yansıtma oranlarına sahiptirler; onlar gerçek beyaz gibi, morun yüzde yüzünü yansıtmazlar. Tüm ışık geri gelmez, morötesi eksilmiştir ve bu, tıpkı bizim için eksilen mavi gibi bir renktir, sarı görünür. Bununla birlikte, kırmızının da arılar tarafından görülemediğini biliyoruz. Dolayısıyla tüm kırmızı çiçeklerin arıya siyah görünmesi gerektiğini bekleyebilirdik. Ama öyle değil! Kırmızı çiçeklerin özenli bir çalışması öncelikle şunu gösteriyor: kendi gözümüzle bile görebiliriz ki, kırmızı çiçeklerin büyük çoğunluğu mavimsiye çalar, çünkü onlar esas olarak mavi bölgede fazlalık bir miktar yansıtırlar, arıların gördüğü işte bu mavi parçadır. Deney ayrıca şunu da gösteriyor ki, çiçekler taç yapraklarının ve diğer üyelerinin farklı kısımları üzerinden morötesini yansıtmalarında çeşitlilik gösterirler. Dolayısıyla çiçekleri, arıların onları gördüğü gibi görebilseydik, onlar çok daha bile güzel ve çeşitli olurlardı!

Bununla birlikte, mavi ya da morötesi bölgede yansıtma *yapmayan* ve dolayısıyla arıya siyah *görünen* birkaç çiçeğin var olduğu gösterilmiştir! Bunu dert edinen bazı kişiler bu meseleyle epeyce ilgilenmişlerdi, çünkü şu pis mendebur gölgeden bahsetmek zor olduğu için, siyah ilginç bir renk gibi görünmez. Aslında bu çiçeklerin arılar tarafından ziyaret edil*medik*leri sonunda anlaşılmıştı; bunlar *sinekkuşları*nın dadandığı çiçeklerdir ve sinekkuşları kırmızıyı *görebilir*ler!

Arının görmesinin bir başka ilginç yanı şudur: Arılar mavi gökyüzünün ufak bir parçasına bakarak güneşin yönünü, güneşin kendisini görmeksizin, söyleyebilirler. Biz bunu kolayca yapamayız. Pencereden gökyüzüne bakıp onun mavi olduğunu görürsek, güneş hangi yöndedir? Arı söyleyebilir, çünkü arı ışığın kutuplanmasına çok duyarlıdır ve gökyüzünün saçılmış ışığı kutupludur.* Bu duyarlılığın nasıl işlediği hakkında hâlâ biraz tartışma vardır. Işığın yansımaları farklı durumlarda farklı olduğundan mıdır ya da arının gözü doğrudan duyarlı mıdır, henüz bu bilinmemektedir.†

Arının saniyede 200 salınıma kadar olan titreşmeleri fark ettiği de söylenir, oysa biz sadece 20'ye kadar olanı görürüz. Arıların kovanlardaki hareketleri çok hızlıdır; ayaklar hareket eder ve kanatlar titreşir, fakat bizim bu hareketleri gözümüzle görmemiz çok zordur. Bununla birlikte, çok daha hızlı bakabilseydik, bu hareketi görmemiz mümkün olurdu. Gözünün böylesine hızlı bir tepkiye sahip olması, herhalde arı için çok önemlidir.

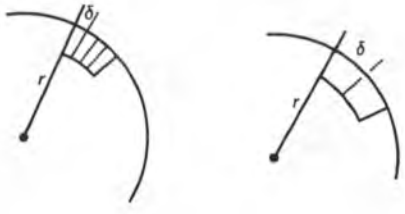
---

* İnsan gözü de ışığın kutuplanmasına hafifçe duyarlıdır ve güneşin yönünü söylemeyi öğrenebiliriz! Buradaki ilgili olaya *Haidinger'in fırçası* denir; bu, kutuplayıcı gözlük kullanarak geniş, özelliksiz bir alana bakıldığında görüş alanının merkezinde görünen soluk, sarımsı-kum saati şeklinde bir örüntüdür. Eğer görüş ekseni etrafında başınızı ileri geri döndürürseniz, mavi gökyüzünde bunu kutuplayıcı gözlük takmadan da görebilirsiniz.

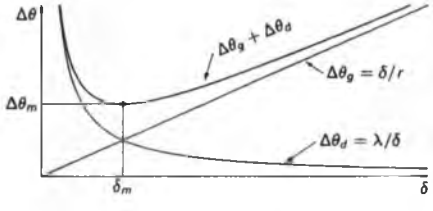
† Bu ders verildiğinden sonra elde edilmiş olan kanıt gösteriyor ki göz doğrudan duyarlıdır.



Şekil 36-7 Bir çomak gözün (bileşik gözün bir tek gözesi) yapısı.



Şekil 36-8 Arının gözünde çomak gözlerinin paketlenmesinin şematik görünümü.



Şekil 36-9 Bir çomak göz için en uygun boyut δm'dir.

Şimdi arıdan bekleyebileceğimiz gözsel keskinliği tartışalım. Bir arının gözü, bir bileşik gözdür ve *çomak göz* denen çok sayıda özel gözeden yapılmıştır; arının kafasının dışında bir kürenin (kabaca) yüzeyi üzerinde konik bir şekilde dizilmiştir. Şekil 36-7 böyle bir çomak gözün resmini gösteriyor. Tepede bir "mercek" türünde şeffaf bir alan vardır, fakat bu, aslında daha çok ışığın dar bir lif boyunca aşağıya gelmesi için bir filtre ya da ışık borusudur; herhalde soğurmanın olduğu yerdir. Onun diğer ucundan sinir lifi gelir. Merkezi lif yanlarındaki altı gözeyle sarılmıştır, bunlar aslında lifi saklamaktadır. Amaçlarımız için bu kadar betimleme yeter; mesele onun konik bir nesne oluşu ve birçoğunun arının gözünün tüm yüzeyi üzerinde birbirlerine bitişerek uyabilmesidir.

Arının gözünün ayırma gücünü tartışalım şimdi de. r yarıçaplı bir küre yüzeyi saydığımız yüzey üzerinde çomak gözlerini temsil etmek için çizgiler (Şekil 36-8) çizersek, kafamızı kullanarak ve evrimin bizim kadar zeki olduğunu varsayarak her bir çomak gözünün gerçekte ne kadar geniş olduğunu *hesaplaya*biliriz! Çok geniş bir çomak gözüne sahipsek, çok fazla bir ayırma gücümüz olmaz. Yani, bir göze bir yönden bir parça bilgi alır ve komşu göze bir başka yönden bir parça bilgi elde eder ve arı aradaki şeyleri çok iyi göremez. Böylece gözdeki görsel keskinliğin belirsizliği elbette bir açıya, gözün eğriliğinin merkezine göre çomak gözün ucunun açısına, karşılık gelir. (Gözün gözeleri, kuşkusuz, sadece kürenin yüzeyinde vardır; iç kısmı arının kafasıdır.) Bir çomak gözden bitişiktekine olan bu açı, kuşkusuz, çomak gözün çapı bölü göz yüzeyinin yarıçapıdır:

$$\Delta\theta_g = \delta / r \tag{36.1}$$

Buna göre, şunu diyebiliriz: "δ ne kadar inceyse, görsel keskinlik o kadar fazla olur. Öyleyse arı neden sadece çok çok ince çomak göz kullanmaz?" *Yanıt*: Bunu anlamak için yeterince fizik biliyoruz; dar bir dilimden aşağıya ışık göndermeye çalışırsak, kırınım etkileri nedeniyle verilen bir doğrultuda kesin görme sağlayamayız. Çeşitli doğrultulardan gelen ışık içeri girer ve kırınım nedeniyle ışığın $\Delta\theta_d$ açısında içeri geldiğini anlayacağız, öyle ki

$$\Delta\theta_d = \lambda / \delta \tag{36.2}$$

şeklinde ifade edilir. Şimdi anlarız ki δ'yı aşırı küçük yaparsak, o zaman her çomak göz kırınım nedeniyle sadece bir doğrultuda bakmaz! Onları çok büyük yaparsak, her biri belirli bir doğrultuda görür, fakat manzaranın iyi bir görünümünü elde etmek için onlardan yeterince yoktur. Böylece bu ikisinin toplam etkisini en aza indirmek için δ mesafesini ayarlarız. İkisini bir araya toplar ve toplamın minimum olduğu yeri bulursak (Şekil 36-9), şunu elde ederiz:

$$\frac{d(\Delta\theta_g + \Delta\theta_d)}{d\delta} = 0 = \frac{1}{r} - \frac{\lambda}{\delta^2} \tag{36.3}$$

Bu da bize şu mesafeyi verir:

$$\delta = \sqrt{\lambda r} \tag{36.4}$$

r'nin 3 milimetre kadar olduğunu tahmin edersek, arının gördüğü ışığı 4000 angström olarak alırsak ve bu ikisini bir araya getirip karekökünü alırsak, şunu buluruz:

$$\begin{aligned}\delta &= (3 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-7})^{1/2}\ \text{m} \\ &= 3{,}5 \times 10^{-5}\ \text{m} = 35\ \mu\end{aligned} \tag{36.5}$$

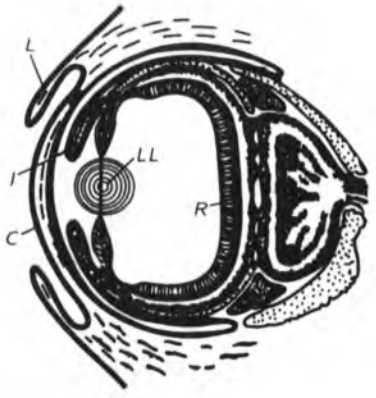
Kitap çapın 30 μ olduğunu söylüyor, öyleyse bu oldukça iyi bir uyuşmadır! Dolayısıyla, görünüşe bakılırsa, her şey iyi çalışıyor ve arı gözünün boyutunu neyin belirlediğini anlayabiliyoruz demektir! Üstteki sayıyı geri yerine koymak ve arının gözünün açısal ayırma gücü bakımından gerçekte ne kadar iyi olduğunu bulmak kolaydır; bulunan değer, bizim kendimize göre çok zayıftır. Arıdan görünür büyüklükte otuz kere daha küçük nesneleri görebiliriz; arı, bizim görebildiğimize kıyasla, oldukça bulanık odaklanmamış bir görüntüye sahiptir. Yine de fena değil ve yapabilecekleri en iyisi budur. Arılar neden bizim gibi, bir mer-

cek vb ile daha iyi bir göz geliştirmezler diye sorabiliriz. Bunun çeşitli ilginç nedenleri vardır. İlk önce, arı çok küçüktür; bizim gibi, fakat onun ölçeğinde bir gözü olsaydı, açıklığı boyutça 30 μ kadar olurdu ve kırınım o denli önemli hale gelirdi ki, çok iyi göremezdi. Göz aşırı küçük olunca, iyi olmaz. İkincisi, arının gözü kafası kadar büyük olsaydı, o zaman da göz arının tüm kafasını kaplardı. Bileşik gözün güzelliği, pek yer kaplamamasıdır, arının yüzeyinde sadece çok ince bir tabakadır. Dolayısıyla gözlerini bizim tarzımızda oluşturmalıydılar diye iddia ettiğimizde, bunun onların problemi olduğunu hatırlamalıyız!

36-5 Diğer gözler

Arıların dışında, başka birçok hayvan renkleri görebilir. Balıklar, kelebekler, kuşlar ve sürüngenler; fakat çoğu memelinin renkleri göremediğine inanılmaktadır. Maymunlar renkleri görebilir. Kuşlar kesinlikle renkleri görür ve bu, kuşların renklerine açıklama getirir. Dişiler rengi önemsemeseydi, böyle parıl parıl renkli erkeklerin varlığının hiçbir anlamı olmazdı! Yani, kuşların sahip oldukları cinsel "her neyse" onun evrimi, dişilerin renkleri görmesinin bir sonucudur. Bu yüzden gelecek sefer bir tavuskuşuna bakıp, o ne parlak muhteşem bir renk görüntüsü, tüm renkler nasıl narin ve tüm bunların değerini algılayan ne harika bir estetik duyu diye düşünürüz; tavuskuşuna değil de, esas *dişi* tavuskuşunun görsel keskinliğine ve estetik anlayışına iltifat etmeliyiz, çünkü bu güzel sahneye yol açan odur!

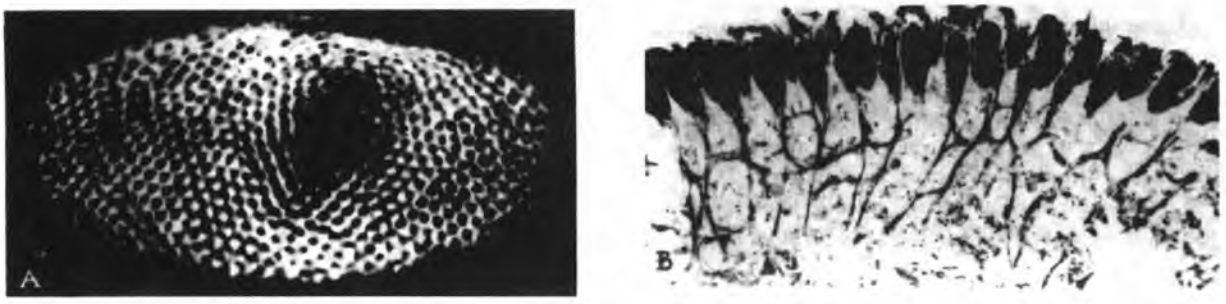
Tüm omurgasızlar yetersiz gelişmiş gözlere ya da bileşik gözlere sahiptir, fakat tüm omurgalıların, bir istisnayla, bizimkine çok benzeyen gözleri vardır. En üst yapıdaki hayvanı düşünürsek, genelde "İşte, biz!" deriz; fakat daha tarafsız olup kendimizi işin içine katmadan omurgasızlara odaklanırsak, en üst düzeydeki omurgasız hayvanı sorduğumuzda çoğu zoolog bunun *ahtapot* olduğunda anlaşır! Beyninin gelişmesi ve tepkileri vb yanında (ki bunlar bir omurgasız için oldukça iyidir), ayrıca bağımsız olarak gelişmiş farklı bir göze sahip olması çok ilginçtir. Bu bir bileşik göz ya da bir göz lekesi değildir; o bir korneaya sahiptir, göz kapakları vardır, bir irise sahiptir, bir merceği vardır, iki su bölgesine sahip olup, ardında bir retina vardır. Temelde omurgalıların gözüyle aynıdır! Evrimde dikkat çekici bir rastlantı örneğidir bu, orada doğa bir probleme, hafif bir iyileştirmeyle, iki kez aynı çözümü keşfetmişti. Ahtapotta da, şaşırtıcı bir şekilde, retinanın beynin bir parçası olduğu, embriyonik gelişme aşamasında omurgalılarda olduğu gibi aynı şekilde ortaya çıktığı anlaşılmıştı; fakat farklı olan ilginç şey, ışığa duyarlı hücrelerin *iç kısım* üzerinde olmasıdır ve hesap yapan hücrelerin, bizim gözümüzde olduğu gibi "tersyüz" değil de, onların ardında olmasıdır. Böylece biz, en azından, onun tersyüz olması için neden olmadığını görürüz. Doğa başka zaman bunu denemiş, düzeltmişti! (Şekil 36-10'a bkz.) Dünyada en büyük göz, dev kalamarın gözleridir; 38 cm çapında olanlar bile görülmüştü!



Şekil 36-10 Bir ahtapotun gözü.

36-6 Görmenin nörolojisi

Konumuzun ana amaçlarından biri, gözün bir parçasından diğerine bilginin iç bağlantısıdır. Üzerinde oldukça çok deney yapılmış olan iri nal yengecinin bileşik gözünü ele alalım. Her şeyden önce, sinirler boyunca ne tür bilgiler geldiğini anlamalıyız. Bir sinir, saptanması kolay bir elektrik etkisine sahip bir tür tedirgemeyi, sinire çarpan ve diğer uçta bir etki yaratan bir tür dalgasal çalkantıyı taşır: Akson denen sinir hücresinin uzun bir parçası taşır bilgiyi ve bir uçta uyarılırsa "dürtü" denen belli bir tür itme boylu boyunca ilerler. Bir dürtü sinire inerse, bir başka dürtü onu hemen izleyemez. Tüm dürtüler aynı büyüklüktedir, dolayısıyla çok daha güçlü bir uyarı halinde *daha yüksek* dürtüler elde etmeyiz, fakat *saniyede daha fazla sayıda dürtü* elde ederiz. Dürtünün *büyüklüğü* lif tarafından saptanır. Daha sonra ne olacağını görmek için, bunun değerini bilmek önemlidir.

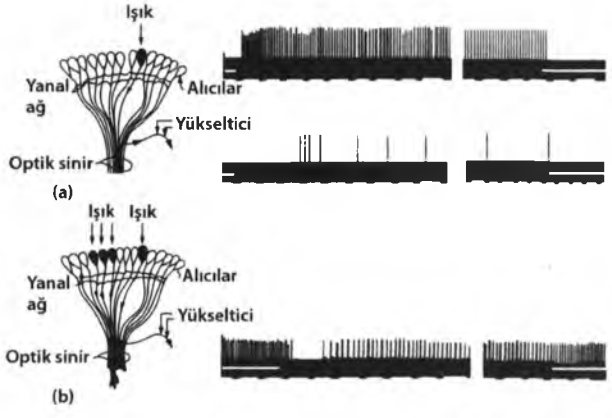


Şekil 36-11 Nal yengecinin bileşik gözü. (a) Normal görünüşü. (b) Kesiti.

36-7, -11, -12, -13 şekilleri, Goldsmith, Sensory Communication, W. A. Rosenblith, ed. Copyright 1961, Massachusetts Institute of Technology'nin izniyle tekrar basılmıştır.

Şekil 36-11(a), nal yengecinin bileşik gözünü göstermektedir; pek de bir göz değildir, sadece bin kadar çomak göze sahiptir. Şekil 36-11(b) ise, sistem üzerinden bir kesittir; oradan çıkan ve beyne giden sinir lifleriyle çomak gözler görülebilmektedir. Fakat bir nal yengecinde bile çok az iç bağlantı olduğuna dikkat edin. Bunlara, insan gözündekinden çok daha az özen gösterilmiştir ve bu da bize daha basit bir örnekte çalışma şansı verir.

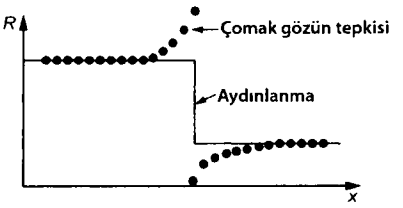
Şimdi nal yengecinin optik sinirine ince elektrotlar koyarak yapılmış deneylere bakalım ve çomak gözlerden sadece birine ışık tutalım; bunu mercekle yapmak kolaydır. Bir t_0 anında ışığı açar ve çıkan elektrik atmalarını ölçersek, Şekil 36-12(a)'da görüldüğü gibi, hafif bir gecikmenin ardından yavaş yavaş düzgün bir orana düşen hızlı bir elektrik boşalmaları dizisi buluruz. Işık söndüğünde, boşalma durur. Şimdi şurası çok ilginçtir, yükseltecimiz aynı life bağlıyken ışığı *başka* bir çomak göze tutarsak, hiçbir şey olmaz; sinyal yoktur.



Şekil 36-12 Nal yengecinin gözündeki sinir liflerinin ışığa tepkisi.

Şimdi başka bir deney yapalım: İlk çomak göz üzerine ışık düşürelim ve bir tepki alalım, fakat şimdi ayrıca yakındaki bir başka çomak göze de ışık tutarsak, atmalar kısa bir süre boyunca kesilir ve sonra çok daha alçak sıklıkta devam eder (Şekil 36-12b). Birinin sıklığı, diğerinden gelen itmelerle engellenir! Başka bir deyişle, her bir sinir lifi bir çomak gözden gelen bilgiyi taşır, fakat onun taşıdığı miktar diğerlerinden gelen sinyallerle engellenir. Böylece, örneğin, bütün göz aşağı yukarı düzgün şekilde aydınlatılırsa, herhangi bir çomak gözden gelen bilgi, diğerlerinin engellemesi nedeniyle, nispeten zayıf olacaktır. Aslında engelleme toplamsaldır: birçok yakın çomak göze ışık tutarsak, engelleme çok büyük olur. Çomak gözler yakın olduğu zaman engelleme daha büyüktür ve çomak gözler birbirlerinden yeterince uzaksa, engelleme pratik olarak sıfırdır. Böylece engelleme toplamsal olup mesafeye bağlıdır; gözün farklı bölgelerinden gelen bilginin gözün kendisinde birleşmesinin ilk örneği budur. Biraz

düşününce, cisimlerin kenarlarındaki *kontrastı artırmak* için belki de bunun bir araç olduğunu anlayabiliriz, çünkü eğer sahnenin bir parçası aydınlık ve bir parçası karanlıksa, o zaman aydınlanmış bölgedeki çomak gözler, çevredeki diğer tüm ışık tarafından engellenen itmeler verirler, bu nedenle o nispeten zayıf olur. Diğer taraftan, bir "beyaz" itme veren sınırdaki bir çomak göz de çevredeki diğerlerince engellenir, fakat bazıları karanlık olduğundan, onlardan o kadar çok yoktur; net sinyal dolayısıyla kuvvetlicedir. Sonuç, Şekil 36-13'teki gibi bir eğri olur. Yengeç kenarlarda bir güçlenme görecektir.



Şekil 36-13 Aydınlanmadaki keskin bir değişme civarında, nal yengecinin çomak gözlerinin net tepkisi.

Kenar çizgilerinin güçlenmesi gerçeği uzun süreden beri bilinmekteydi; aslında psikologlar tarafından birçok kez açıklanmış olması dikkat çekicidir. Bir cismi çizmek için, onun sadece dış hatlarını çizeriz. Resimlerin sadece dış hatlarına bakmaya nasıl da alışmışızdır! Dış hat nedir? Dış hat, sadece aydınlık ve karanlık ya da bir renk ve diğer renk arasındaki kenar farkıdır. Pek belirgin bir şey değildir. İnanın ya da inanmayın, her cisim etrafında bir çizgiye sahip değildir! Böyle bir çizgi yoktur. Bir çizginin varlığı, sadece bizim kendi psikolojik yapımızdadır; tüm nesneyi kavramak için "çizgi"nin neden yeterli bir ipucu olduğunun gerekçelerini anlamaya başlıyoruz. Büyük olasılıkla bizim kendi gözümüz biraz benzer tarzda çalışır; çok daha karmaşık, fakat benzer.

Son olarak, çok daha özenli bir çalışmayı, kurbağa üzerinde yapılmış güzel, ileri bir çalışmayı kısaca betimleyeceğiz. Özenle yapılmış çok ince, iğnemsi elektrotları kurbağanın optik sinirine takıp yukarıdakine benzer bir deney yaparak, özel bir akson boyunca giden sinyaller elde edebiliriz ve tıpkı yengeç halindeki gibi, bilginin sadece gözün bir lekesi üzerine değil de, bilginin birçok leke üzerinden toplamına bağlı olduğunu buluruz.

Kurbağa gözünün kesilip biçilmesinin en yeni resmi aşağıdadır. Dört farklı tür tepkinin olduğu anlamında, dört farklı tür optik sinir lifi vardır. Bu deneyler ışığın kesikli itkileriyle yapılmamıştı, çünkü bir kurbağanın gördüğü bu değildir. Nilüfer yaprağı ileri geri çırpınmadıkça, kurbağa sadece orada durur ve gözleri asla hareket etmez ve bu durumda gözleri yalnızca sağa yalpalar, öyle ki görüntü sabit kalır. Gözlerini döndürmez. Görüş alanında, küçük bir böcek gibi, herhangi bir şey hareket ederse (sabit fon üzerinde küçük bir şeyin hareket ettiğini görebilir), sonuçta elektrik yükü boşalması yapan dört farklı tür lifin var olduğu anlaşılır; bunların özellikleri Tablo 36-1'de özetlenmiştir. Süregiden kenar algılaması (silinemez), şu anlama gelir; kurbağanın görüş alanı içine kenarlı bir cisim getirirsek, cisim hareket ederken bu özel lifte çok sayıda itki olur, fakat bu itkiler, kenar orada olduğu müddetçe süren bir devamlı itkiye yatışır; cisim hareket etmese bile. Işığı kapatırsak, itkiler durur. Kenar hâlâ görüş alanındayken ışığı tekrar açarsak, itkiler yine başlar. Onlar silinebilir değildirler. Bir başka tür lif çok benzerdir, bir istisnayla ki kenar düzse, bu işlemez. O, ardı karanlık olan bir dışbükey kenar olmalıdır! Bir dışbükey yüzeyin yerleştirilmesini anlamak için kurbağanın gözünün retinasındaki iç bağlantılar sistemi ne kadar da karmaşık olmalıdır! Üstelik, bu lif biraz devam eder, diğeri

Tablo 36-1
Bir kurbağanın optik sinir liflerindeki tepki tipleri

Tip	Hız	Açısal alan
1. Süregiden kenar algılaması (silinemez)	0,2 –0,5 m/sn	1°
2. Dışbükey kenar algılaması (silinebilir)	0,5 m/sn	2° – 3°
3. Değişen kontrast algılaması	1/2 m/sn	7° –10°
4. Sönen algılama	$\frac{1}{2}$ m/sn'ye kadar	15°'ye kadar
5. Karanlık algılaması	?	Çok büyük

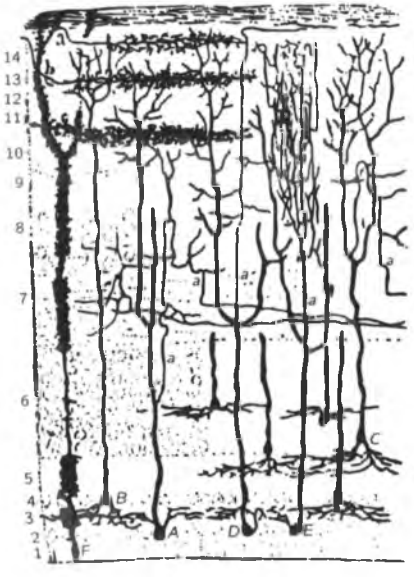
kadar uzun süre devam etmez; ışığı söndürürsek ve sonra tekrar yakarsak, tekrar kurul*maz*. Dışbükey yüzeyin içeri yerleşmesine bağlıdır. Göz onun içeri hareket ettiğini görür ve onun orada olduğunu hatırlar, fakat ışığı sadece bir an için söndürürsek, basitçe onu unutur ve artık onu görmez.

Bir başka örnek, değişmede kontrast algısıdır. İçeri ya da dışarı hareket eden bir kenar varsa, atmalar vardır, fakat cisim durgun duruyorsa, hiç atma olmaz.

Sonra bir sönen algılama vardır. Işık şiddeti azalıyorsa, atmalar yaratır; fakat düşük değerde ya da yüksek değerde sabit duruyorsa, itmeler durur; sadece ışık sönükleşirken çalışır.

Son olarak, birkaç lif vardır ki onlar karanlık algılayıcılarıdır –en şaşırtıcı şey– onlar her zaman ateş ederler! Işığı artırırsak, daha az hızla fakat daima atıştadırlar. Işığı azaltırsak, daha hızlı, daima ateş ederler. Karanlıkta çılgınca, sürekli olarak "O karanlık! O karanlık! O karanlık!" diyerek atmalar fırlatırlar.

Bu tepkileri sınıflamak oldukça karmaşık görünmektedir ve belki de deneyler yanlış yorumlanmıştır diye merak bile ederiz. Fakat bu aynı sınıfların kurbağanın anatomisinde de çok açık bir şekilde ayrılmış olması çok ilginçtir! Diğer deneylerle, bu tepkiler sınıflandıktan sonra (*daha sonraları*, burada bu önemli olur), farklı lifler üzerindeki sinyallerin *hızları*nın aynı olmadığı keşfedilmişti, böylece işte size ne tür bir lif bulduğumuzu kontrol etmenin bir başka, bağımsız yolu!



Şekil 36-14 Bir kurbağanın tektumu.

Bir başka ilginç soru şudur: Bir özel lif hesaplamalarını ne kadar büyük bir alandan yapar? Farklı sınıflar için yanıt farklıdır.

Şekil 36-14, bir kurbağanın tektumunun yüzeyini gösterir, orada sinirler optik sinirden beyne girer. Optik sinirden içeri giren tüm sinir lifleri tektumun çeşitli tabakalarında bağlantılar yapar. Bu tabakalı yapı retinaya benzer; beyinle retinanın çok benzer olduğunu kısmen bu nedenle biliyoruz. Şimdi, bir elektrot alıp onu tabakalar boyunca ardı ardına hareket ettirerek, hangi tür optik sinirlerin nerece sona erdiğini öğrenebiliriz; güzel ve harika sonuç, farklı türden liflerin farklı tabakalarda son bulduğudur! Birincileri 1. tipte sonlanır, ikincileri 2. tipte; üçüncüler ve beşinciler aynı yerde sonlanır ve tümünün en derini dörttür. (Ne çakışma ama, onlar neredeyse doğru sırada numaralar almışlardı! Hayır, onları bu şekilde numaralamanın nedeni budur, ilk makale farklı bir sırada numaralara sahipti!)

Bu yolla tam ne öğrendiğimizi kısaca özetleyelim: Herhalde üç pigment vardır. Üç pigmenti farklı oranlarda içeren birçok farklı türde alıcı hücre var olabilir, fakat birçok çapraz bağlantılar söz konusudur; bunlar sinir sisteminde toplama ve güçlendirme yoluyla toplamalara ve çıkarmalara izin verebilirler. Böylece renkleri görmeyi gerçekten anlamadan önce, son algılamayı anlamalıyız. Bu konu hâlâ açıktır, fakat mikro elektrotlar vb şeylerle yapılan bu araştırmalar, herhalde en onunda, renkleri nasıl gördüğümüz üzerine bize pek çok bilgi verecektir.

KAYNAKÇA

Committee on Colorimetry, Optical Society of America, *The Science of Color*, Thomas Y. Crowell Company, New York, 1953.

"Mechanisms of Vision," *Journal of General Physiology*, Vol. 43, No. 6, Part 2, July 1960, Rockefeller Enstitüsü Yayınları.

ÖZEL MAKALELER:

DeRobertis, E., "Some Observations on the Ultrastructure and Morphogenesis of Photoreceptors," s. 1-15.

Hurvich, L. M. ve D. Jameson, "Perceived Color, Induction Effects, and Opponent-Response Mechanisms," s. 63-80.

Rosenblith, W. A., ed., *Sensory Communication*, Massachusetts Institute of Technology Yayınları, Cambridge, Mass., 1961.

"Sight, Sense of," *Encyclopaedia Britannica*, Cilt 20, 1957, s. 628-635.

37

KUANTUM DAVRANIŞI

37-1 Atom mekaniği

37-1 Atom mekaniği
37-2 Mermilerle bir deney
37-3 Dalgalarla bir deney
37-4 Elektronlarla bir deney
37-5 Elektron dalgalarının girişimi
37-6 Elektronları izleme
37-7 Kuantum mekaniğinin temel ilkeleri
37-8 Belirsizlik ilkesi

Son birkaç bölümde önemli ışık olaylarını –genelde elektromanyetik ışınımı– anlamak için gereken esas düşünceleri ele almıştık. (Birkaç özel konuyu, özellikle yoğun maddelerin kırılma indisi kuramını ve tam iç yansımayı gelecek yıla bırakmıştık.) İncelediğimiz konuya elektrik dalgalarının "klasik kuramı" denir ve pek çok olay için doğanın tam anlamıyla yeterli bir betimlemesi olur. Henüz ışık enerjisinin topaklar ya da "fotonlar" şeklinde geldiği olgusu hakkında hiçbir kaygımız yoktu.

Bir sonraki konumuz olarak, maddenin oldukça büyük parçalarının davranışı –özellikle, onların mekanik ve ısıl özellikleri– problemini ele almak istiyoruz. Bunları tartışırken, klasik (ya da daha eski) kuramın neredeyse tam olarak başarısız kaldığını göreceğiz, çünkü madde gerçekte atom-boyutlu parçacıklardan oluşmaktadır. Yine de, biz sadece klasik kısımla uğraşacağız, çünkü öğrenmekte olduğumuz klasik mekaniği kullanarak anlayabileceğimiz tek kısım budur. Fakat çok başarılı olamayacağız. Işıktan farklı olarak, madde halinde kısa sürede zorluklarla karşılaşacağız. Kuşkusuz, atomik olaylardan sürekli kaçınabiliriz; fakat bunu yapmak yerine, burada araya kısa bir gezinti sıkıştırarak maddenin kuantum özellikleri hakkındaki temel düşünceleri, diğer bir deyişle atom fiziğinin kuantum düşüncelerini betimleyeceğiz; böylece neleri atladığımız hakkında bazı hislere sahip olacağız. Atlayacağımız bazı önemli konuları, onlara yakınlaşınca görmezden gelemeyiz.

Bu nedenle, kuantum mekaniği konusuna şimdi bir giriş yapacağız, fakat çok sonrasına kadar konuyu tam gerçeğiyle anlayamayacağız.

"Kuantum mekaniği" maddenin tüm ayrıntılarıyla, özellikle atomik ölçekteki davranışının betimlenişidir. Çok küçük ölçekteki nesneler, herhangi bir direkt deneyime sahip olduğumuz şeylerin hiçbiri gibi davranmazlar. Dalgalar gibi davranmazlar, parçacıklar gibi de davranmazlar; bulutlar gibi ya da bilardo topları gibi veya yayların uçlarındaki ağırlıklar gibi de davranmazlar; şu ana kadar gördüğünüz hiçbir şey gibi davranmazlar.

Newton ışığın parçacıklardan oluştuğunu düşünmüştü; fakat sonra, burada gördüğümüz gibi, onun bir dalga gibi davrandığı keşfedildi. Bununla birlikte, daha sonra (yirminci yüzyılın başında) ışığın zaman zaman gerçekten bir parçacık gibi de davrandığı bulundu. Tarihsel olarak, örneğin elektronun bir parçacık gibi davrandığı düşünülmüştü; ama daha sonra birçok bakımdan onun bir dalga gibi davrandığı bulundu. O halde, elektron aslında ne parçacık ne de dalga gibi davranır. Artık vazgeçiyoruz ve diyoruz ki "elektron bunların hiçbiri gibi değildir."

Bununla birlikte, elektronların tıpkı ışık gibi davrandığı bir şanslı duruma sahibiz. Atomik nesnelerin (elektronlar, protonlar, nötronlar, fotonlar vb gibi) kuantum davranışı tümü için aynıdır; onların hepsi "parçacık dalgaları"dır ya da onları nasıl adlandırırsanız odur. Böylece elektronların özellikleri hakkında bildiklerimizi (ki bunları örneklerimizde kullanacağız), ışığın fotonları dahil, tüm "parçacıklar"a da uygulanacaktır.

Bu yüzyılın ilk çeyreği boyunca atomik ve küçük-ölçekli davranış hakkında yavaş yavaş toplanan bilgi, küçük nesnelerin nasıl davrandıklarıyla ilgili bazı belirtiler verdiyse de, gittikçe artan bir karışıklık da yaratmıştı. Bu karışıklık, en sonunda, 1926 ve 1927'de Schrödinger, Heisenberg ve Born tarafından çözüldü. Bu fizikçiler nihayet maddenin küçük ölçekteki davranışı için tutarlı bir anlatım elde ettiler. Bu betimlemenin belirgin yanlarını bu bölümde ele alacağız.

Atomik davranış günlük deneyimden o kadar farklıdır ki, ona alışmak aşırı derecede zordur ve herkese, acemi çaylaklara da deneyimli fizikçilere de, tuhaf

ve gizemli görünür. Uzmanlar bile onu istedikleri biçimde anlayamazlar ve bunu anlayamamaları mutlak surette akla yakındır, çünkü insan deneyimleri ve insan sezgilerinin tümü büyük cisimlere yöneliktir. Büyük cisimlerin nasıl davranacaklarını biliyoruz, fakat küçük ölçekteki nesneler hiç de böyle davranmazlar. Öyleyse onlar hakkında, doğrudan deneyimlerimizle ilişkilendirmeye çalışmadan, soyut ya da imgesel tarzda bilgi edinmeliyiz.

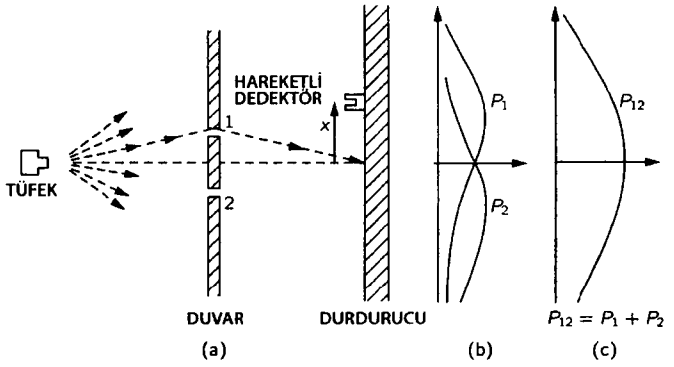
Bu bölümde gizemli davranışın temel öğesini, en acayip yapısı içinde, hemen ortaya sereceğiz. İncelemek için seçtiğimiz olayın, herhangi bir klasik yolla anlatılması olanaksızdır, *kesinlikle* olanaksız; bu olay, içinde kuantum mekaniğinin özünü barındırmaktadır. Bu, gerçekte, sadece gizem içermektedir. Bu gizemi, nasıl işlediğini "açıklama" anlamında açıklayamayız. Size onun nasıl işlediğini söyleyeceğiz. Nasıl işlediğini söylerken de, size tüm kuantum mekaniğinin temel özelliklerini söylemiş olacağız.

37-2 Mermilerle bir deney

Elektronların kuantum davranışını anlamaya çalışmak için, onların davranışlarını, özel bir deneysel düzenekte, mermiler gibi parçacıkların ve su dalgaları gibi dalgaların çok iyi bilinen davranışlarıyla karşılaştıracağız ve ortaya çıkan farkları göstereceğiz. Önce Şekil 37-1'deki diyagramda görülen deneysel düzenekte mermilerin davranışını inceleyeceğiz. Seri halde mermiler atan bir makineli tüfeğimiz var. Çok iyi bir tüfek değil; mermileri, şekilde görüldüğü gibi, oldukça büyük bir açısal alan içine rastgele püskürüyor. Tüfeğin önünde, üzerinde bir merminin geçmesine yetecek büyüklükte iki delik bulunan bir duvar (çelik levhadan) var. Duvarın ilerisinde, ona çarptıklarında mermileri "soğuracak" bir durdurucu (diyelim ki kalın bir ahşap perde) yer alıyor. Bu perdenin ön yüzünde de mermi "dedektör"ü dediğimiz bir cisim var; diyelim ki içinde kum bulunan bir kutu.

Dedektöre giren her mermi durdurulup toplanacaktır. İstediğimiz zaman kutuyu boşaltabilir ve yakalanan mermileri sayabiliriz. Dedektör ileri geri (x diyeceğimiz doğrultuda) hareket edebilir. Bu düzenekle, şu sorumuza yanıt bulabiliriz: "Bir merminin duvardaki deliklerden geçip merkezin x kadar uzağında durdurucu perdeye varmasının olasılığı nedir?" Önce, olasılıktan söz edeceğimizi iyice algılamalısınız, çünkü her özel merminin nereye gideceğini kesin olarak söyleyemeyiz. Deliklerden birine çarpan bir mermi o deliğin kenarlarından sekip herhangi bir yere gidebilir. "Olasılık" sözüyle, merminin dedektöre varma şansını kastediyoruz; bunu da, belirli bir sürede dedektöre ulaşan mermileri sayıp sonra bu sayıyı bu sürede durdurucu perdeye çarpan mermilerin *toplam* sayısına bölerek ölçebiliriz. Ya da, ölçüm süresinde tüfeğin daima aynı sıklıkta mermi atacağını varsayarsak, istediğimiz olasılık, belirli bir standart zaman aralığında dedektöre ulaşan sayıyla orantılıdır.

Şimdiki amacımız için, mermilerin gerçek mermiler olmayıp *parçalanamaz* –yarıya bölünemez– mermiler olduğu, bir bakıma idealize bir deney tasarlamak istiyoruz. Deneyimizde mermilerin daima topaklar halinde bulunduğu, dedektörde bir şey yakalarsak bunun daima bir tam mermi olduğunu anlayacağız. Eğer makineli tüfeğin ateşleme sıklığı iyice düşükse, verilen herhangi bir anda durdurucu perdeye ya hiçbir şeyin ulaşmadığını ya da sadece bir –tam olarak bir– merminin ulaştığını görürüz. Ayrıca, topağın büyüklüğü kesinlikle tüfeğin ateşleme sıklığına bağlı değildir. Şunu diyeceğiz: "Mermiler perdeye *her zaman* özdeş topaklar halinde ulaşırlar." Dedektörümüzle ölçtüğümüz şey, bir topağın perdeye ulaşma olasılığıdır. Ve olasılığı x'in fonksiyonu olarak ölçeriz. Bu düzenekle alınan böyle ölçümlerin sonucu (henüz deneyi yapmadık, dolayısıyla aslında sonucu sadece hayal ediyoruz), Şekil 37-1'in (c) kısmında çizilen grafikte görülmektedir. Bu grafikte olasılığı sağa çizdik; x düşeydir, böylece x ölçeği düzenek diyagramına uygundur. Mermiler ya 1. delikten ya da 2. delikten geçebilecekleri için, olasılığa P_{12} deriz. P_{12}'nin grafiğin ortasının yakınlarında büyük olduğu, fakat x büyüdükçe küçüldüğü kimseyi şaşırtmayacaktır. Yine de, $x = 0$'da P_{12}'nin neden maksimum değere sahip olduğunu merak edebilirsiniz. Deneyimizi bir kez 2. deliği kapatarak ve bir kez de 1. deliği kapatarak yaparsak,

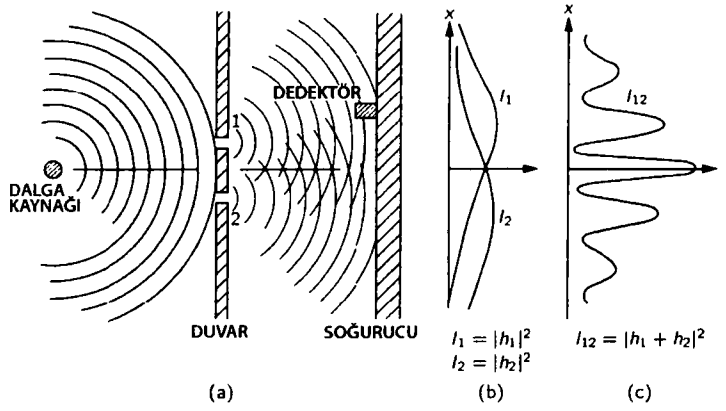


Şekil 37-1 Mermilerle girişim deneyi.

bu gerçeği anlayabiliriz. 2. delik kapalıyken, mermiler sadece 1. delikten geçebilirler ve şeklin (b) kısmında P_1 ile işaretlenen eğriyi elde ederiz. P_1'in maksimumu, beklendiği gibi, tüfekle 1. deliği birleştiren doğru üzerine raslayan x değerinde olur. 1. delik kapalıyken, şekildeki P_2 simetrik eğrisini elde ederiz. P_2, mermilerin 2. delikten geçmesiyle ilgili olasılık dağılımıdır. Şekil 37-1'in (b) ve (c) kısımlarını karşılaştırarak, şu önemli sonucu buluruz:

$$P_{12} = P_1 + P_2 \tag{37.1}$$

Olasılıklar dosdoğru birbirine eklenir. İki deliğin de açık olduğu zamanki etki, her bir deliğin tek başına açık olduğu zamanki etkilerin toplamıdır. Bu sonucu, daha sonra göreceğimiz bir nedenle, "girişim olmayan" bir gözlem olarak adlandıracağız. Mermi deneyi için bu kadarı yeter. Mermiler topaklar halinde gelir ve perdeye ulaşma olasılıkları girişim göstermez.



Şekil 37-2 Su dalgalarıyla girişim deneyi.

37-3 Dalgalarla bir deney

Şimdi de su dalgalarıyla bir deney yapmak istiyoruz. Düzenek Şekil 37-2'de diyagram olarak görülmektedir. Sığ bir su teknemiz var. "Dalga kaynağı" denen küçük bir cisim bir motorla aşağı yukarı titreştirilir ve böylece dairesel dalgalar oluşturur. Kaynağın sağında yine iki delikli bir duvar vardır ve onun ötesinde de ikinci bir duvar; bu ikinci duvar bir "soğurucu" olup ona ulaşan dalgaları hiç yansıtmaz. Bu, hafifçe yükselen bir kum "plaj"ı oluşturarak yapılabilir. Plajın önüne, daha önceki gibi, x-doğrultusunda ileri geri hareket edebilen bir dedektör yerleştiririz. Bu kez dedektör, dalga hareketinin "şiddeti"ni ölçen bir aygıttır. Dalganın yüksekliğini ölçen bir elektronik düzenek düşünebilirsiniz; öyle ki ölçeklemesi gerçek yüksekliğin *karesi*yle orantılı olsun; böylece okumalar dalganın şiddetiyle orantılı olur. Bu durumda dedektörümüz dalga tarafından taşınan *enerji*yle orantılı sayılar ya da daha çok, dedektöre taşınan enerji oranını okur.

Dalga düzeneğimizde ilk dikkat edeceğimiz şey, şiddetin büyüklüğünün *her* değeri alabileceğidir. Kaynak çok küçük miktarlarda hareket ederse, dedektörde çok küçük bir dalga hareketi olur. Kaynağın hareketi büyütülürse, dedektörde

de daha yüksek şiddetler gözlenir. Dalga şiddeti her değere sahip olabilir. Dalga şiddetinde herhangi bir "topaklık" vardır diyemeyiz.

Şimdi çeşitli x değerleri için dalga şiddetini ölçelim (dalga kaynağını daima aynı biçimde işler tutarak). Şeklin (c) kısmındaki ilginç görünümlü I_{12} eğrisini elde ederiz.

Elektrik dalgalarının girişimini incelediğimizde, böyle örüntülerin nasıl ortaya çıktıklarını zaten görmüştük. Bu durumda, özgün dalganın deliklerde kırındığını ve her bir delikten yeni dairesel dalgaların yayıldığını gözlemleriz. Bir ara bir deliği kapatır ve soğurucudaki şiddet dağılımını ölçersek, şeklin (b) kısmında görülen oldukça basit şiddet eğrilerini buluruz. I_1, 1. delikten geçen dalga şiddetidir (ki onu, 2. deliği kapatarak ölçeriz) ve I_2 ise 2. delikten geçen dalga şiddetidir (1. delik kapatıldığında görülen).

İki delik de açıkken gözlenen I_{12} şiddeti, kesinlikle I_1 ve I_2'nin toplamı değildir. Bu durumda iki dalganın "girişimi" vardır deriz. Bazı noktalarda (I_{12}'nin maksimum olduğu noktalar) dalgalar "aynı evrede"dir ve dalga tepeleri, büyük bir genlik ve dolayısıyla büyük bir şiddet vermek üzere birbirlerine eklenirler. İki dalganın böyle yerlerde "yapıcı olarak giriştiği"ni söyleriz. Dedektörün bir deliğe olan uzaklığının, diğer deliğe olan uzaklığından dalga boyunun bir tam sayı katı kadar daha uzun (ya da daha kısa) olduğu yerlerde böyle yapıcı girişimler olacaktır.

İki dalganın dedektöre π kadarlık bir faz farkıyla ulaştığı yerlerde (buralarda iki dalga zıt evrededir), dedektördeki bileşke dalga iki genliğin farkı olacaktır. Dalgalar "yıkıcı olarak girişirler" ve dalga şiddeti için düşük bir değer elde ederiz. Dedektör ile 1. delik arasındaki uzaklığın, dedektör ile 2.delik arasındaki uzaklıktan yarı-dalga boyunun tek katları kadar farklı olduğu yerlerdeyse böyle düşük değerler bekleriz. Şekil 37-2'de I_{12}'nin düşük değerleri, iki dalganın yıkıcı olarak giriştiği yerlere karşılık gelir.

I_1, I_2 ve I_{12}'nin arasındaki nicel bağıntının aşağıdaki gibi ifade edilebildiğini anımsayacaksınız: 1. delikten gelen su dalgasının dedektördeki anlık yüksekliği $\hat{h}_1 e^{i\omega t}$ (aslında bunun gerçel kısmı) olarak yazılabilir; buradaki $\hat{h}_1$ "genliği" genelde karmaşık bir sayıdır. Şiddet, yüksekliğin mutlak değer karesiyle ya da karmaşık sayıları kullanırsak $|\hat{h}_1|^2$ terimiyle orantılıdır. Aynı şekilde, 2. delik için yükseklik $\hat{h}_2 e^{i\omega t}$ olur ve şiddet $|\hat{h}_2|^2$ terimiyle orantılıdır. İki delik de açık olduğunda, dalga genlikleri eklenerek $|\hat{h}_1 + \hat{h}_2| e^{i\omega t}$ bileşke yüksekliğini verir ve şiddet $|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2$ olur. Şu anki amacımız için orantı katsayısını göz ardı edersek, girişen dalgalar için doğru bağıntılar şunlardır:

$$I_1 = |\hat{h}_1|^2, \quad I_2 = |\hat{h}_2|^2, \quad I_{12} = |\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2 \tag{37.2}$$

Bu sonuç, dikkat ederseniz, mermilerle elde edilen (37.1) bağıntısından iyiden iyiye farklıdır. $|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2$ ifadesini açarsak, şunu buluruz:

$$|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2 = |\hat{h}_1|^2 + |\hat{h}_2|^2 + 2|\hat{h}_1|\,|\hat{h}_2| \cos \delta \tag{37.3}$$

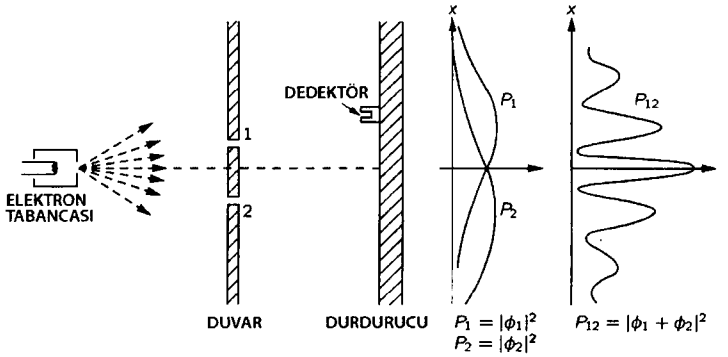
Burada δ, $\hat{h}_1$ ve $\hat{h}_2$ arasındaki evre (faz) farkıdır. Bunu şiddetler cinsinden

$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \tag{37.4}$$

şeklinde yazabiliriz. (37.4)'teki son terim "girişim terimi"dir. Su dalgaları için bu kadarı yeterli. Şiddet her değeri alabilir ve su dalgaları girişim gösterir.

37-4 Elektronlarla bir deney

Şimdi de elektronlarla benzer bir deney düşünelim. Bunun diyagramı Şekil 37-3'te gösterilmektedir. Elektrik akımıyla ısıtılan tungsten bir tel ve onu kapatan tek delikli bir metal kutudan oluşan bir elektron tabancası yaparız. Tel kutuya göre bir negatif voltajda tutulursa, telin saldığı elektronlar duvarlara doğru hızlanacaklar ve bazıları delikten geçecektir. Tabancadan çıkan elektronların tümü (yaklaşık olarak) aynı enerjiye sahip olacaktır. Tabancanın önünde yine iki deliğe sahip bir duvar (iyice ince bir metal levha) vardır. Bu duvarın öte-



Şekil 37-3 Elektronlarla girişim deneyi.

sinde "durdurucu" olarak hizmet gören bir başka levha bulunur. Durdurucunun ön yüzüne hareketli bir dedektör yerleştiririz. Dedektör bir Geiger sayacı olabilir ya da belki daha da iyisi, bir hoparlöre bağlı bir elektron çoğaltıcı.

Hemen bu deneyi kurmaya çalışmak da neyin nesi diyebilirsiniz; çünkü biraz önce anlattığımız düzeneklerle zaten bu deneyleri yapmıştık. Bu deney tam bu şekilde asla yapılmadı. Güçlük, ilgilendiğimiz etkilerin gösterilebilmesi için düzeneğin olanaksız ölçüde küçük yapılmasının gerektiğidir. Bir "düşünce deneyi" yapıyoruz; düşünmek kolay olduğu için onu seçtik. Elde edilecek sonuçları biliyoruz, çünkü anlatacağımız etkileri gösterecek ölçek ve sıklıklar seçilerek yapılmış pek çok deney *var*.

Elektron deneyimizde dikkat edeceğimiz ilk husus, dedektörde (hoparlörde) duyacağımız keskin "tık, tık"lardır. Tüm "tık, tık"lar aynıdır. "Yarım-tık" yoktur.

"Tık, tık"ların çok düzensiz geldiklerine de dikkat ederiz. Şöyle: tık ..... tık, tık ..... tık .... tık..... tık, tık ..... tık, vb... Bir Geiger sayacını çalışırken duymuş olabileceğinizden hiç kuşkum yok. Yeterince uzun bir süre boyunca, diyelim ki birkaç dakikada dedektöre gelen "tık"ları sayarsak, sonra yine aynı eşit sürede gelen "tık"ları sayarsak, bu iki sayının neredeyse aynı olduğunu görürüz. Öyleyse duyduğumuz ortalama "tık"lama sıklığından söz edebiliriz (ortalama olarak dakikada şu kadar "tık").

Dedektörü oraya buraya dolaştırdığımızda, "tık"lamalar daha sık ya da daha seyrek oranda görünür, ama her "tık"ın ses yüksekliği hep aynıdır. Tabancadaki telin sıcaklığını düşürdüğümüzde tıklama sıklığı azalır, fakat hâlâ her "tık"ın sesi aynıdır. Durdurucuya iki ayrı dedektör yerleştirirsek, birinin ya da diğerinin "tık"ladığını, fakat hiçbir zaman ikisinin birlikte "tık"lamadığına da dikkat ederiz. (Çok seyrek olarak, iki "tık" zamanca birbirlerine çok yakın çıkmışsa, kulağımız ayrılmayı hissetmeyebilir.) Dolayısıyla, durdurucuya ne ulaşıyorsa "topaklar" halinde ulaşır sonucunu çıkarırız. Tüm "topaklar" aynı büyüklüktedir: sadece bütün olan "topaklar" durdurucuya ulaşır ve belli bir anda bir topak ulaşır. Sonuç olarak şöyle diyeceğiz: "Elektronlar, durdurucuya daima özdeş topaklar halinde ulaşırlar."

Tıpkı mermilerle yapılan deneyimizde olduğu gibi, şimdi deneysel olarak şu soruya yanıt bulmaya çalışırız: "Bir elektron topağı, durdurucunun merkezden çeşitli x uzaklıklarına hangi göreli olasılıkla ulaşır?" Önceki gibi, tabancanın çalışmasını sabit tutarak, "tık"lamaların sıklığını gözlemek süretiyle göreli olasığı elde ederiz. Topakların belirli bir x noktasına ulaşma olasılığı, bu x'teki "tık"lamaların ortalama sıklığıyla orantılıdır.

Deneyimizin sonucu, Şekil 37-3'ün (c) kısmında P_{12}'yle işaretlenen ilginç eğridir. Evet! Elektronların hareket tarzı işte budur.

37-5 Elektron dalgalarının girişimi

Elektronların davranışını anlayıp anlayamayacağımızı görmek için, şimdi Şekil 37-3 eğrisini çözümlemeye çalışacağız. Söyleyeceğimiz ilk şey şudur: Elektronlar topaklar halinde geldiklerine göre, her topak (pekâlâ ona bir elektron da diyebiliriz) ya 1. delikten ya da 2. delikten geçerek gelmiştir. Haydi bunu bir "Önerme" biçiminde yazalım:

Önerme A: Her elektron ya 1. delikten ya da 2. delikten geçer.

A önermesini kabul ederek, durdurucuya ulaşan tüm elektronları iki sınıfa ayırabiliriz: (1) 1. delikten geçerek gelen elektronlar ve (2) 2. delikten geçerek gelen elektronlar. Buna göre gözlenen eğri, 1. delikten geçen elektronların etkileri ile 2. delikten geçen elektronların etkilerinin toplamı olmalıdır. Bu düşünceyi deneyle kontrol edelim. Önce, 1. delikten geçerek gelen elektronlar için bir ölçme yapacağız. 2. deliği kapatıp dedektördeki "tık"lamaları sayarız. "Tık"lama sıklığından P_1'i elde ederiz. Ölçümün sonucu, Şekil 37-3'ün (b) kısmında P_1 işaretli eğriyle verilmektedir. Sonuç akla çok yakın görünüyor. 2. delikten geçerek gelen elektronlar için P_2 olasılık dağılımını da benzer biçimde ölçeriz. Bu ölçümün sonucu da şekilde çizilmiştir.

Deliklerin *ikisi de* açıkken elde edilmiş olan P_{12} sonucunun, her bir delik tek başına açıkken bulunan P_1 ve P_2 olasılıklarının toplamı olmadığı apaçıktır. Öyleyse, su-dalgası deneyimizle benzerlik içinde, "Girişim vardır" deriz.

$$\textit{Elektronlar için:}\quad P_{12} \neq P_1 + P_2 \tag{37.5}$$

Böyle bir girişim nasıl meydana gelebilir? Belki şunu demeliyiz: "Aslında, belki büyük olasılıkla, topakların ya 1. delikten ya da 2. delikten geçmesi *doğru değil*dir; çünkü öyle geçselerdi, olasılıkların toplanması gerekirdi. Belki de onlar daha karmaşık bir şekilde hareket ediyorlar. Yarıya bölünüyorlar ve ...." Fakat hayır! Onlar bölünmezler, durdurucuya daima topaklar halinde ulaşırlar... "İyi ama, belki bazıları 1. delikten geçtikten sonra dolanıp 2.'den geçiyor ve sonra birkaç kez daha dolanırken ya da daha karmaşık bir yolla dolanırken ... 2. deliği kapatınca, 1. delikten geçmeye başlayıp sonunda durdurucuya varma şansını değiştiriyoruz ..." Fakat dikkat edin! Deliklerin ikisi de açıkken çok az sayıda elektronun ulaştığı bazı yerler var; fakat oralar bir deliği kapatınca daha çok elektron alıyor; böylece bir deliği *kapatmak* diğerinden geçen sayıyı artırıyor. Bununla birlikte, dikkat ederseniz, merkezde P_{12}, $P_1 + P_2$'nin büyüklüğünün iki katından daha da büyüktür. Bir deliğin kapatılması diğer delikten geçen elektronların sayısını *azalttığı* halde, bu böyledir. Elektronların karmaşık yollar boyunca hareket ettiklerini varsayarak bu *iki etkiyi* de açıklamak zor görünüyor.

Bu tümden çok gizemlidir. Ve ne kadar çok bakarsanız, gizem de o kadar çok artmaktadır sanki. Elektronların deliklerden çok karmaşık şekillerde geçtiklerini öngörerek P_{12} eğrisini açıklamaya çalışan pek çok düşünce üretildi; ama hiçbiri başarılı olamadı. Hiçbiri P_1 ve P_2 cinsinden doğru P_{12} eğrisini elde edemedi.

Oysa, P_1 ve P_2'yi P_{12}'ye bağlayan matematiğin aşırı derecede basit olması yeterince şaşırtıcıdır. Çünkü P_{12}, tıpkı Şekil 37-2'deki I_{12} eğrisi gibidir ve o çok basitti. Durdurucuda olan biten her şey, $\hat{\phi}_1$ ve $\hat{\phi}_2$ diyeceğimiz iki karmaşık sayıyla (kuşkusuz, onlar x'in fonksiyonlarıdır) betimlenebilir. $\hat{\phi}_1$'in mutlak karesi sadece 1. deliğin açık olması durumundaki etkiyi verir. Dolayısıyla $P_1 = |\hat{\phi}_1|^2$'dir. Aynı şekilde sadece 2. deliğin açık olması durumundaki etki $\hat{\phi}_2$ olup $P_2 = |\hat{\phi}_2|^2$'dir. Ve iki deliğin birleşik etkisi $P_{12} = |\hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2|^2$ olur. Buradaki *matematik*, su dalgaları için sahip olduğumuz matematiğin aynısıdır! (Böylesine basit bir sonucu, elektronların acayip bir yörünge boyunca levhanın içinden ileri geri gidip gelmesinin karmaşık bir oyunundan nasıl elde edebileceğini anlamak zordur.)

Şu sonuca varırız: Elektronlar durdurucu levhaya, parçacıklar gibi, topaklar halinde varırlar ve bu topakların varma olasılığı, bir dalganın şiddet dağılımına uyar. Bu demektir ki, bir elektron "bazen bir parçacık gibi ve bazen de bir dalga gibi davranır."

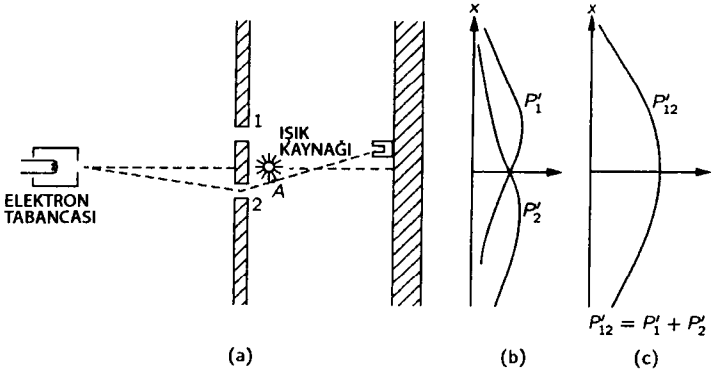
Bu arada, klasik dalgalarla uğraşırken, şiddeti, dalga genliğinin karesinin zaman üzerinden ortalaması olarak tanımlamıştık ve çözümlemeyi basitleştirmek için matematiksel bir kurnazlık olarak karmaşık sayıları kullanmıştık. Fakat kuantum mekaniğinde, genliklerin karmaşık sayılarla betimlenmesi *gerektiği* anlaşılıyor. Yalnızca gerçel kısımlar bunu yapamayacaktır. Bu, şu an için teknik bir noktadır, çünkü denklemler tamamen aynı görünüyor.

Her iki delikten geçerek levhaya varma olasılığı, $P_1 + P_2$'ye eşit olmasa da, böylesine basit olduğuna göre, gerçekten başka ne denebilir ki? Fakat doğanın böyle işlediği gerçeğinde içerilen pek çok incelik vardır. Şimdi size bu inceliklerin bazılarını anlatmak istiyoruz. Önce, belirli bir noktaya ulaşan elektron sayısı, 1. delikten ulaşan sayı ile 2. delikten ulaşan sayının toplamına *eşit olmadığından* (oysa *A* önermesinden eşit olma sonucunu çıkarmalıydık) hiç kuşku yok ki, *A önermesinin yanlış olduğu* sonucuna varmamız gerekir. Elektronların ya 1. delikten ya da 2. delikten geçecekleri doğru *değildir*. Fakat bu çıkarım bir başka deneyle sınanabilir.

37-6 Elektronları izleme

Şimdi şu deneyi yapmaya çalışacağız: Elektron düzeneğimize, Şekil 37-4'te görüldüğü gibi, metal levhanın arkasına ve iki deliğin arasına yerleştirilmiş çok güçlü bir ışık kaynağı ekleyeceğiz. Elektrik yüklerinin ışığı saçtığını biliyoruz. Dolayısıyla, bir elektron delikleri geçip dedektöre doğru giderken, gözümüze biraz ışık saçacaktır, böylece elektronun nereye gittiğini görebileceğiz. Örneğin, bir elektron Şekil 37-4'te çizildiği gibi 2. delikten yoluna devam ediyorsa, şekilde *A* işaretli yerin yakınından gelen bir ışık çakması görürüz. Eğer bir elektron 1. delikten geçiyorsa, üstteki deliğin yakınlarından gelen bir ışık çakması görmeyi bekleriz. Eğer aynı anda her iki yerden gelen ışık görürsek, o zaman elektron ikiye bölündü demektir . . . Haydi gelin şu deneyi yapalım!

Gördüğümüz şudur: Durdurucudaki elektron dedektöründe duyduğumuz her "tık" sesiyle birlikte, ya 1. delik ya da 2. delik yakınlarında bir ışık çakması görürüz; ama hiçbir zaman bir seferde iki çakma görmeyiz. Dedektörü nereye koyarsak koyalım, hep aynı sonucu gözleriz. Bu gözlemden şu sonucu çıkarırız: Elektronlara baktığımızda, elektronların ya bu delikten ya da diğerinden geçtiğini buluruz. Deneysel olarak, *A* önermesi mutlak surette doğrudur.



Şekil 37-4 Farklı bir elektron deneyi.

Öyleyse *A* önermesine *karşı* tartışmamızda yanlış olan nedir? P_{12}, neden $P_1 + P_2$'ye eşit değildir? Tekrar deneye geri gidelim! Elektronları izleyelim ve ne yaptıklarını anlayalım. Dedektörün her x konumunda oraya ulaşan elektronları sayacağız ve ayrıca ışık çakmalarını gözleyerek hangi delikten geçtiklerini izleyeceğiz. Bunu şöyle yapabiliriz: Her "tık" sesi duyduğumuzda, ışık çakmasını 1. delik yakınında görürsek 1. sütuna, 2. delik yakınında görürsek 2. sütuna bir çizgi çekeceğiz. Ulaşan her elektron iki sınıftan birine kaydedilecektir: 1. delikten gelenler ve 2. delikten gelenler sınıfına. 1. sütunda kaydedilen sayıdan P'_1 olasılığını elde ederiz; bu, bir elektronun 1. delikten geçip dedektöre ulaşma olasılığıdır. Ve 2. sütunda kaydedilen sayıdan P'_2'yi, diğer bir deyişle bir elektronun 2. delikten geçip dedektöre ulaşma olasılığını elde ederiz. Bu deneyi birçok x değeri için tekrarlarsak, Şekil 37-4'ün (b) kısmında görülen P'_1 ve P'_2 eğrilerini elde ederiz.

Evet, bu pek şaşırtıcı değil! P'_1 için, daha önce 2. deliği kapatarak bulduğumuz P'_1'e çok benzeyen bir eğri bulduk; P'_2 de, 1. deliği kapattığımız zaman elde ettiğimiz eğrinin benzeridir. Böylece her iki delikten geçme gibi hiçbir karmaşık durum yok ortada. Onları gözlediğimizde, elektronlar tam olarak beklediğimiz

gibi geçiyorlar. Delikler ister kapalı isterse açık olsunlar, 1. delikten geçerek geldiklerini gördüğümüz elektronlar, 2. delik açık da olsa kapalı da olsa aynı şekilde dağılıyorlar.

Fakat bir saniye durun! Bu durumda *toplam* olasılık nedir? Bir elektronun herhangi bir yoldan dedektöre ulaşma olasılığı nedir? Bu bilgiye zaten sahibiz. Işık çakmalarına hiç bakmamış gibi yapalım ve iki sütuna ayırdığımız dedektör "tık"lamalarını bir araya toplayalım. Bu durumda sadece sayıları *birbirlerine-eklemeli*yiz. Bir elektronun her iki delikten geçerek durdurucuya ulaşma olasılığı olarak $P'_{12} = P'_1 + P'_2$ buluruz. Dolayısıyla, elektronların hangi delikten geçtiklerini gözleyerek yürüttüğümüz deneyde eski P_{12} girişim eğrisini elde etmeyip, girişim göstermeyen yeni bir P'_{12} elde ediyoruz! Işığı kapatırsak, tekrar P_{12}'yi buluyoruz.

Şu sonucu çıkarmak zorundayız: Elektronları izlediğimiz takdirde onların perdedeki dağılımı, izlemediğimiz zamanki dağılımdan farklıdır. Belki ışık kaynağını açmak her şeyi tedirgin ediyor. Elektronlar çok nazik olmalı, ışık elektronlardan saçıldığında onlara hareketlerini değiştirecek bir sarsma veriyor. Işığın elektrik alanı bir yük üzerine etkidiğinde, ona bir kuvvet uygulayacağını biliyoruz. Böylece hareketin değişmesini bekleyebiliriz. Her koşulda, ışık elektronlara büyük bir etki uygular. Elektronları "izlemeye" çalışarak onların hareketlerini değiştirdik. Demek ki elektron tarafından saçılan fotonun elektrona verdiği sarsma, elektronun hareketini yeteri kadar değiştirerek, P_{12}'nin maksimum olduğu bir yere gidecekken minimum olduğu bir yere gitmesine yol açıyor; biz bu nedenle artık dalgalı girişim etkilerini görmüyoruz.

Belki şöyle düşünürsünüz: "Böyle parlak bir kaynak kullanmayın! Kaynağın parlaklığını azaltın. O zaman ışık dalgası zayıflayacak ve elektronu pek fazla tedirgin etmeyecektir. Kuşkusuz, ışığı zayıflatarak sonunda dalgayı göz ardı edecek derecede bir etki yaratacak hale gelene kadar küçültürsünüz." Peki, haydi bunu deneyelim. İlk gözleyeceğimiz şey, geçen elektronlardan saçılacak olan ışık çakmasının zayıflamayacağıdır. *Çakma daima aynı büyüklüktedir.* Işık zayıfladığında olan sadece şudur: Bazen dedektörde bir "tık" sesi duyarız, *fakat hiç çakma görmeyiz.* Elektron "görünmeden" gitmiştir. Buradan ışığın da elektronlar gibi davrandığını çıkarırız; ışığın "dalgalı" olduğunu *biliyorduk*, fakat şimdi "topaklı" olduğunu da bulmuş oluyoruz. Işık, daima "fotonlar" denen topaklar halinde gelir ya da saçılır. Işık kaynağının şiddetini düşürdüğümüzde, fotonların büyüklüklerini değiştirmeyiz, sadece onların miktarını azaltırız. Bu, kaynağımız zayıfladığında, bazı elektronların neden görünmeden gittiklerini açıklar. Çünkü elektronun geçtiği anda oralarda bir foton yoktur.

Tüm bunlar biraz umut kırıcıdır. Her elektron gördüğümüzde aynı-şiddette bir ışık çakması da "gördüğümüz" doğruysa, bu durumda gördüğümüz bu elektronlar daima tedirgin edilmiş elektronlardır. Deneyi bir şekilde zayıflatılmış ışıkla yapmayı deneyelim. Şimdi ne zaman dedektörde bir "tık" sesi duyarsak, üç sütundan birine bir çizgi çekeceğiz: 1. delikte görülen elektronlar 1. sütunda, 2. delikte görülenler 2. sütunda ve hiç görülmeyenler 3. sütunda işaretlenecek. Verileri işlediğimizde (olasılıkları hesaplayarak), şu sonuçları buluruz: "1. delikte görülen" elektronlar P'_1 gibi bir dağılıma,

"2. delikte görülenler" P'_2 gibi bir dağılıma (öyle ki ya "1. delikte ya da 2. delikte görülen" elektronlar P'_{12} gibi bir dağılıma) sahiptirler; ve "hiç görülmeyenlerin" ise tam Şekil 37-3'teki P_{12} gibi "dalgalı" bir dağılımı vardır! Elektronlar görülmüyorsa, girişime sahibiz!

Bu anlaşılabilir bir durumdur. Elektronu görmediğimiz zaman, onu tedirgin eden foton yoktur; oysa onu gördüğümüzde, onu bir foton tedirgin etmiştir. Her zaman aynı miktarda tedirginlik vardır, çünkü ışık fotonlarının tümü aynı-şiddette etkiler üretirler ve saçılmış olan fotonların etkisi her girişim etkisini yeterince bozar.

Elektronları tedirgin etmeden görmenin bir yolu yok mudur? Daha önceki bir bölümde bir "fotonun" taşıdığı momentumun onun dalga boyuyla ters orantılı olduğunu görmüştük ($p = h/\lambda$). Foton bizim gözümüze doğru saçıldığında elektrona verilen sarsma, bu fotonun taşıdığı momentuma bağlıdır. Hah işte!

Elektronları azıcık tedirgin etmek istersek, ışığın şiddetini düşürmeyip onun frekansını azaltmalıyız (dalga boyunu artırmakla aynı şey). Öyleyse kırmızıya çalan renkli bir ışık kullanalım. Hatta kızılaltı ya da radyo dalgası (radar gibi) kullanabiliriz ve bu daha uzun dalga boylu ışığı "gören" bir düzeneğin yardımıyla elektronun nereye gittiğini "görebiliriz". "Daha yumuşak" ışık kullanırsak, belki de elektronları bu kadar çok tedirgin etmekten kaçınabiliriz.

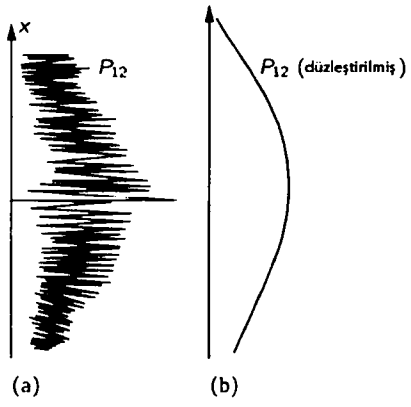
Deneyimizi daha uzun dalgalarla yapmaya çalışalım. Deneyimizi her seferinde daha uzun dalga boyuyla tekrarlamayı sürdüreceğiz. Önce, hiçbir şey değişmiyor gibi görünür. Sonuçlar aynıdır. Sonra, korkunç bir şey olur. Hatırlarsanız, mikroskobu tartıştığımızda, ışığın *dalga doğası*na göre, iki lekenin hâlâ iki leke olarak ayırt edilebilmesi için ne kadar yakın olabilecekleri üzerine bir sınırlamanın var olduğuna işaret etmiştik. Bu uzaklık ışığın dalga boyu mertebesindedir. Öyleyse, ışığın dalga boyu iki deliğin arasındaki uzaklıktan daha büyük alındığında, ışık elektronlardan saçıldığı zaman büyük bir bulanık çakma görürüz. Artık elektronun hangi delikten geçtiğini söyleyemeyiz! Elektronun herhangi bir yerden gittiğini biliriz! Ve anlarız ki tam bu renkteki ışıkla elektrona verilen sarsıntı, P'_{12}'nin P_{12} gibi görünmeye –girişim etkisi elde etmeye– başlamasına yetecek kadar küçüktür. Ancak iki deliğin arasındaki uzaklıktan çok daha uzun dalga boyları için (elektronun nereden gittiğini söyleme şansını tamamen kaybettiğimiz zaman) ışığın neden olduğu tedirgeme yeterince küçüktür ve tekrar Şekil 37-3'te görülen P_{12} eğrisini elde ederiz.

Deneyimizde, hem elektronun hangi delikten geçtiğini hem de olasılık dağılımını bozmayacak şekilde ışığı düzenlemenin olanak dışı olduğunu söylemek mümkün hale gelir. Heisenberg tarafından önerildiği gibi, yeni doğa yasalarının tutarlı olması için, deneysel yeteneklerimiz üzerine daha önce onaylamadığımız bazı temel sınırlamalar konmalıdır. Heisenberg'in genel bir ilke olarak önerdiği *belirsizlik ilkesi*, deneyimiz cinsinden ifade edebileceğimiz haliyle şöyledir: "Elektronun hangi delikten geçtiğini belirleyecek ve aynı zamanda elektronları girişim desenini bozmaya yetecek ölçüde tedirgin etmeyecek bir düzenek tasarlamak olanaksızdır." Eğer bir düzenek elektronun hangi delikten geçtiğini belirtebiliyorsa, deseni esaslı bir şekilde bozmayacak kadar hassas *olamaz*. Bugüne kadar hiç kimse belirsizlik ilkesinin etrafından dolanacak bir yol bulamadı (bunu düşünemedi bile). Dolayısıyla, bu ilkenin doğanın bir temel karakteristiğini betimlediğini kabul etmeliyiz.

Artık atomları ve aslında tüm maddeyi betimlemede kullanacağımız tam kuantum mekaniği kuramı, belirsizlik ilkesinin doğruluğuna dayanır. Kuantum mekaniği böylesine başarılı bir kuram olduğundan, belirsizlik ilkesine olan inancımız pekişmiştir. Fakat şimdiye kadar belirsizlik ilkesini "yenecek" bir yol keşfedilebilseydi, kuantum mekaniği tutarsız sonuçlar verirdi ve doğanın geçerli bir kuramı olmaktan çıkardı.

"Peki, Önerme A hakkında ne düşünüyorsunuz? Doğru mu, doğru değil mi? Elektron 1. delikten mi geçiyor, yoksa 2. delikten mi?" diye sorabilirsiniz. Verilebilecek tek yanıt şudur: Tutarsızlığa düşmemek için deneyden çıkardığımız belirli özel bir yoldan düşünmek durumundayız. Yanlış öngörülerden kaçınmak için şöyle demeliyiz: Deliklere bakılırsa ya da daha doğru bir deyişle, elektronların 1. delikten mi yoksa 2. delikten mi geçtiğini belirtebilen bir düzenek parçası varsa, bu durumda elektronların 1. delikten ya da 2. delikten geçtiği söylene*bilir*. *Fakat* elektronun hangi yoldan gittiğini söylemeye çalışmıyorsanız, o zaman deneyde elektronları tedirgin edecek hiçbir şey yoktur ve bu durumda elektronun 1. delikten mi yoksa 2. delikten mi geçtiğini söyleyemezsiniz. Eğer bunu söyler ve buna göre çıkarımlar yapmaya başlarsanız, işte o zaman çözümlemede hatalar yapacaksınız demektir. Doğayı başarılı bir şekilde betimlemek istiyorsak, üzerinde cambaz gibi yürümemiz gereken gergin mantıksal ip budur.

Tüm maddenin –bu arada elektronların da– hareketi dalgalar cinsinden betimlenmek zorundaysa, ilk deneyimizdeki mermiler hakkında ne diyebiliriz? Orada neden bir girişim deseni görmedik? Mermiler için dalga boyları öylesine



Şekil 37-5 Mermilerle girişim deseni: (a) gerçek (şematik), (b) gözlenen.

küçüktür ki girişim desenleri çok ince hale gelir. Aslında öylesine ince ki sonlu boyutlu hiçbir dedektörle ayrı ayrı maksimum ve minimumlar ayırt edilemez. Gördüğümüz sadece bir tür ortalamadır ve bu da klasik eğridir. Şekil 37-5'te, büyük-ölçekli cisimlerle olan biteni şema halinde göstermeye çalıştık. Şeklin (a) kısmı, mermiler için kuantum mekaniği kullanılarak beklenebilecek olasılık dağılımını gösteriyor. Hızlı kıpırtıların, çok kısa dalga boylu dalgalar için elde edilecek girişim desenini betimlediği varsayılmaktadır. Bununla birlikte, hiçbir fiziksel dedektör, olasılık eğrisinin birçok kıpırtısını birbirinden ayıramaz; böylece ölçümler şeklin (b) kısmındaki düzgün eğriyi gösterir.

37-7 Kuantum mekaniğinin temel ilkeleri

Şimdi deneylerimizin esas sonuçlarını özetleyeceğiz. Yine de, bu sonuçları, bu türden genel bir deneyler sınıfı için geçerli olacak bir yapıya sokacağız. Önce bir "ideal deney"i, içinde belirsiz dış etkilerin, diğer bir deyişle hesaba katamayacağımız sürüp giden sallantıların ya da diğer şeylerin yer almadığı bir deney olarak tanımlarsak, özetimizi çok daha basit olarak yazabiliriz. "Bir ideal deney, başlangıç ve bitiş koşulları tümüyle belirtilmiş bir deneydir" dersek, oldukça doğru ve kesin konuşmuş oluruz. Bir "olay" diye adlandıracağımız şey, genelde, belirli başlangıç ve bitiş koşulları cümlesidir. (Örneğin, "bir elektron tabancadan çıkar, dedektöre gelir ve hiçbir şey olmaz.") İşte özetimiz.

Özet

(1) Bir ideal deneyde, bir olayın olasılığı, olasılık genliği denen bir ϕ karmaşık sayısının mutlak değerinin karesiyle verilir.

$$\begin{aligned} P &= \text{olasılık} \\ \phi &= \text{olasılık genliği} \\ P &= |\phi|^2 \end{aligned} \tag{37.6}$$

(2) Bir olay birkaç değişik yoldan meydana gelebiliyorsa, bu olayın olasılık genliği, her yol ayrı ayrı ele alınarak yazılan olasılık genliklerinin toplamıdır. Bu durumda girişim vardır.

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_1 + \phi_2 \\ P &= |\phi_1 + \phi_2|^2 \end{aligned} \tag{37.7}$$

(3) Değişik yollardan hangisinin gerçekten izlendiğinin belirtilebildiği bir deney yapılırsa, olayın olasılığı, her yol için yazılan olasılıkların toplamıdır. Bu durumda girişim kaybedilir.

$$P = P_1 + P_2 \tag{37.8}$$

Yine de "Bu nasıl işler? Bu yasanın arkasındaki mekanizma nedir?" diye sormak isteyebilirsiniz. Hiç kimse bu yasanın dayandığı bir mekanizma bulamamıştır. Hiç kimse bizim "açıkladığımız"dan daha fazlasını "açıklayamaz." Hiç kimse size bu durumun daha derin bir temsilini veremeyecektir. Bu sonuçların çıkarılabileceği daha temel bir mekanizma hakkında herhangi bir düşünceye sahip değiliz.

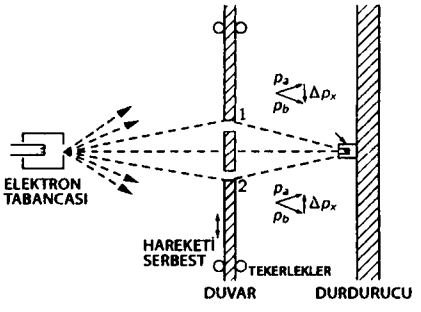
Klasik mekanik ile kuantum mekaniği arasındaki çok önemli bir ayrımı vurgulamak istiyoruz. Bir elektronun verilen bir duruma ulaşma olasılığı hakkında konuşuyorduk. Deneysel düzenlememizde (ya da mümkün olan en iyi düzenlemede) tam olarak ne olacağını öngörmenin olanaksız olduğunu söylemiştik. Sadece acayiplikler/olasılıklar öngörebiliriz! Bu doğru olsaydı fiziğin, verilen bir durumda tam olarak ne olacağını öngörme probleminden vazgeçtiği anlamına gelirdi. Evet! Fizik bundan vazgeçmiştir. Verilen bir durumda ne olabileceğini nasıl öngöreceğimizi bilmiyoruz ve artık inanıyoruz ki bu olanaksızdır; öngörebileceğimiz tek şey, farklı olayların olasılığıdır. Bunun, daha önceki doğayı anlama idealimizde bir kısıtlama olduğunu anlamalıyız. Bu bir geri adım olabilir, fakat hiç kimse bundan kaçınmanın bir yolunu bulamamıştır.

Şimdi verdiğimiz betimlemeyi göz ardı etmeye çalışan bir öneri üzerine birkaç uyarı yapacağız: "Belki de elektron bir tür iç-işlemeye –bazı iç değişkenlere– sahiptir, ama bizim henüz bunlar hakkında hiçbir bilgimiz yoktur. Belki de bundan ötürü ne olacağını öngöremiyoruz. Elektrona daha yakından bakabilseydik, nerede sonlanacağını söyleyebilirdik." Bildiğimiz kadarıyla, bu olanaksızdır. Yine de güç durumda oluruz. Varsayalım ki elektronun içinde, sonunda nereye gideceğini belirten bir tür mekanizma var. Bu mekanizma yolu boyunca elektronun hangi delikten geçeceğini de belirliyor. Fakat şunu unutmamalıyız ki elektronun içinde olan şey, bizim ne yapacağımıza bağımlı değildir ve özellikle deliklerden birini kapatıp kapatmayacağımıza. Böylece bir elektron, daha harekete geçmeden önce (a) hangi deliği kullanacağına ve (b) nereye ulaşacağına karar vermişse, 1. deliği seçmiş olan elektronlar için P_1, 2. deliği seçmiş olanlar için P_2 ve zorunlu olarak iki delikten geçerek gelenler içinse $P_1 + P_2$ olasılıklarını bulmalıyız. Bundan başka yol yok gibi görünüyor. Fakat durumun böyle olmadığını deneysel olarak doğrulamıştık. Ve hiç kimse bu bilmeceden kurtulmanın bir yolunu düşünemedi. Öyleyse şimdilik kendimizi olasılıkları hesaplamaya sınırlamak zorundayız. "Şimdilik" diyoruz, ama bunun sonsuza kadar bizimle olacağını, bu bilmeceyi çözmenin olanaksızlığını, doğanın gerçekten bu yolda olduğunu çok kuvvetli bir şekilde sezinliyoruz.

37-8 Belirsizlik ilkesi

Heisenberg'in özgün olarak ifade ettiği belirsizlik ilkesi şu şekildedir: Herhangi bir cisim üzerinde ölçme yaparsanız ve onun momentumunun x-bileşenini Δp belirsizliğiyle saptayabilirseniz, onun x-konumunu, aynı anda, $\Delta x \geq \hbar/2\Delta p$'den daha doğru olarak bilemezsiniz. Herhangi bir anda, konum ve momentumun belirsizliklerinin çarpımı, indirgenmiş Planck sabitinin yarısından daha büyüktür. Bu, yukarıda daha genel olarak ifade edilmiş olan belirsizlik ilkesinin özel bir halidir. Çok daha genel ifade şudur: Aynı anda hem girişim deseni veren hem de ele alınan iki seçenekten birini belirleyen bir gereç tasarlanamaz.

Bizi sıkıntıya düşmekten koruması için, Heisenberg'in verdiği türden bir bağıntının geçerli olduğunu özel bir durum için gösterelim. Şekil 37-3'teki deneyde bir değişiklik yapalım, şöyle ki delikli duvar bu kez altına tekerlekler eklenmiş bir levha olsun ve Şekil 37-6'da görüldüğü gibi serbestçe aşağı yukarı (x-doğrultusunda) hareket edebilsin. Levhanın hareketini dikkatlice izleyerek, elektronun hangi delikten geçtiğini söylemeye çalışalım. Dedektörü $x = 0$'a yerleştirdiğimizde ne olacağını düşünelim. 1. delikten geçen elektronun dedektöre ulaşmak için levha tarafından aşağıya doğru saptırılmasını bekleriz. Elektronun düşey momentum bileşeni değişeceği için, levha eşit momentumla zıt yönde geri tepmelidir. Levha yukarı doğru bir itme kazanacaktır. Elektron alttaki delikten geçerse, levha aşağı doğru bir itki hissetmelidir. Dedektörün her konumu için, levhanın 1. delik aracılığıyla alacağı enine momentumun 2. delik aracılığıyla alacağı enine momentumdan farklı bir değere sahip olacağı açıktır. Böylece, elektronları hiç tedirgin etmeden, sadece levhayı izleyerek, elektronun hangi yolu kullandığını söyleyebiliriz.



Şekil 37-6 Levhanın geri tepmesinin ölçüldüğü bir deney.

Bunu yapmak için, elektron delikten geçmeden önce levhanın momentumunun ne olduğunu bilmemiz gerekir. Böylece elektron geçtikten sonra momentumu ölçersek, levhanın momentumunun ne kadar değiştiğini hesaplayabiliriz. Ama hatırlarsanız, belirsizlik ilkesine göre, aynı zamanda levhanın konumunu keyfi bir doğrulukla bilemeyiz. Ama levhanın nerede olduğunu tam olarak bilemiyorsak, iki deliğin de kesin olarak nerede olduğunu söyleyemeyiz. Her elektron geçişinde onlar farklı yerde olacaklardır. Bu demektir ki girişim deseninin merkezi, her elektron için farklı bir konuma sahip olacaktır. Girişim deseninin kıpırdamaları, deseni bozacaktır. Gelecek bölümde nicel olarak göstereceğiz ki, geri tepme ölçümünden hangi deliğin kullanıldığını saptamak için levhanın momentumunu yeterince doğrulukla belirtirsek, bu durumda levhanın x-konumundaki –belirsizlik ilkesi uyarınca hesaplanan– belirsizliği, dedektörde gözlenen deseni, x-doğrultusunda bir maksimumdan ona bitişik minimuma olan uzaklık

kadar kaydırmaya yetecektir. Böyle bir rasgele kayma, deseni bozmaya tam yetecek ve herhangi bir girişim gözlenmeyecektir.

Belirsizlik ilkesi kuantum mekaniğini "korumakta"dır. Konum ve momentumu eş zamanlı olarak büyük bir doğrulukla ölçmek mümkün olsaydı, kuantum mekaniğinin çökebileceğini fark etmişti Heisenberg. O nedenle, bunun olanaksız olduğunu öne sürmüştü. Sonra fizikçiler oturdular ve bunu yapmanın yollarını aradılar; hiç kimse hiçbir nesnenin –bir levhanın, bir elektronun, bir bilardo topunun, hiçbir şeyin– konum ve momentumunu istendiği kadar büyük bir doğrulukla ölçmenin bir yolunu bulamadı. Kuantum mekaniği, kendi riskli ama kesin varlığını sürdürmektedir.

38

DALGA VE PARÇACIK GÖRÜŞLERİNİN İLİŞKİSİ

38-1 Olasılık dalga genlikleri
38-2 Konumun ve momentumun ölçümü
38-3 Kristalden kırınım
38-4 Bir atomun boyutu
38-5 Enerji düzeyleri
38-6 Felsefi çıkarımlar

38-1 Olasılık dalga genlikleri

Bu bölümde dalga ve parçacık görüşlerinin ilişkisini tartışacağız. Son bölümden zaten biliyoruz ki, ne dalga görüşü ne de parçacık görüşü doğrudur. Genelde olayları doğru olarak sunmaya ya da en azından daha fazla öğrendiğimizde, değişmeyecekleri kadar kesin olarak anlatmaya çalıştık -genişletilebilirler, fakat değiştirilemezler! Fakat dalga temsili ya da parçacık temsili hakkında konuşmaya çalıştığımızda, her ikisi de yaklaşık olacak ve ikisi de değişecektir. Dolayısıyla bu bölümde öğreneceğimiz şeyler kesin anlamda doğru olmayacak; daha sonra daha kesin hale getirilecek türden yarı-sezgisel kanıtlardır; kuantum mekaniğinde doğru yorumlandığımızda, bazı şeyler biraz değişecektir. Böyle bir şey yapmamızın nedeni elbette şudur; doğrudan doğruya kuantum mekaniğine girmeyeceğiz, ama yine de hiç olmazsa bulacağımız etki türleri üzerinde bir fikre sahip olalım istiyoruz. Üstelik, tüm deneyimlerimiz dalgalarla ve parçacıklarladır; bu nedenle kuantum-mekaniksel genliklerin tam matematiğini iyice anlamadan önce, verilen durumlarda neler olduğunu kavramak için dalga ve parçacık fikirlerini kullanmak oldukça işe yarar. Devam ederken en zayıf yerleri resimlerle anlatmaya çalışacağız, fakat onların çoğu neredeyse doğrudur; bu sadece yorum meselesidir.

Her şeyden önce, biliyoruz ki kuantum mekaniğinde doğayı temsil etmenin yeni yolu -yeni çerçeve-, meydana gelen her olay için bir genlik vermektir ve eğer bu olay bir parçacığın kabulünü içeriyorsa, o zaman bir parçacığı farklı yerlerde ve farklı zamanlarda bulmanın genliğini veririz. Parçacığı bulmanın olasılığı, genliğin mutlak karesiyle orantılıdır. Genel olarak, bir parçacığı farklı yerlerde ve farklı zamanlarda bulma genliği konum ve zamanla değişir.

Özel bir durumda genlik uzay ve zamanda $e^{i(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}$ gibi sinüs eğrisi biçiminde değişir (unutmayın ki bu genlikler karmaşık sayılardır, gerçel sayılar değil) ve belli bir ω frekansı ile belli bir $\mathbf{k}$ dalga sayısı içerir. O zaman bunun bir klasik sınır durumuna karşı geldiği anlaşılır; bu durumda bilinen E enerjili bir parçacığımızın olduğuna ve bu enerjinin

$$E = \hbar\omega \tag{38.1}$$

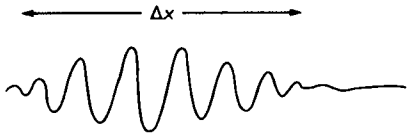
şeklinde frekansa bağlı bulunduğuna inanırız; bu parçacığın p momentumu da bilinir ve dalga sayısına

$$p = \hbar k \tag{38.2}$$

şeklinde bağlıdır.

Bu demektir ki parçacık fikri sınırlıdır. Çok kullandığımız parçacık fikri -onun yerleşimi, onun momentumu vb- belli durumlarda yetersizdir. Örneğin, bir parçacığı değişik yerlerde bulma genliği $e^{i(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}$ ile veriliyorsa, onun mutlak karesi bir sabittir; bu, bir parçacığı bulma genliğinin her yerde aynı olduğu anlamına gelir. Bu da onun *nerede* olduğunu bilmiyoruz -her yerde olabilir- demektir; konumunda büyük belirsizlik vardır.

Diğer taraftan, eğer bir parçacığın konumu aşağı yukarı iyi biliniyorsa ve onu oldukça doğru bir şekilde tahmin edebiliyorsak, bu durumda onu değişik yerlerde bulma olasılığı, uzunluğu Δx olan belirli bir bölgeye sınırlanmalıdır. Bu bölgenin dışında olasılık sıfırdır. Bu olasılık bir genliğin mutlak karesidir ve mutlak kare sıfırsa, genlik de sıfırdır; öyle ki uzunluğu Δx olan bir dalga ka-



Şekil 38-1 Δx uzunluğuna sahip bir dalga paketi.

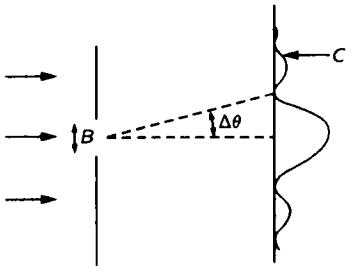
tarına sahibiz (Şekil 38-1) ve bu dalga katarının dalga boyu (katardaki dalgaların düğümleri arasındaki mesafe) parçacık momentumuna karşılık gelen şeydir.

Burada dalgalar hakkında tuhaf bir durumla karşılaşırız; kuantum mekaniğiyle hiç ilgisi olmayan çok basit bir şey. Dalgalarla çalışan herkesin, kuantum mekaniği bilmese bile, bileceği bir şeydir bu: Yani, *kısa bir dalga katarı için tek ve biricik bir dalga boyu tanımlayamayız*. Böyle bir dalga katarı belirli bir dalga boyuna *sahip* olamaz; katarın sonlu boyutuyla ilgili dalga sayısında bir tanımsızlık vardır ve dolayısıyla momentumda bir tanımsızlık söz konusudur.

38-2 Konumun ve momentumun ölçümü

Bu fikrin iki örneğini ele alalım; kuantum mekaniği doğruysa, konum ve/veya momentumda bir belirsizliğin var olmasının nedenini görmek. Daha önce şunu da görmüştük; böyle bir şey olmasaydı -her şeyin konum ve momentumunu aynı anda ölçmek mümkün olsaydı- bir ikilem içine düşerdik; iyi ki böyle bir ikilem yok ve böyle bir belirsizliğin doğal olarak dalga temsilinden gelmesi, her şeyin karşılıklı olarak tutarlı olduğunu gösterir.

İşte size, anlaşılması kolay bir durumda, konum ile momentumun arasındaki bağıntıyı gösteren bir örnek. Bir levha üzerinde tek bir yarık olsun ve buna çok uzaktan belli enerjili parçacıklar gelsin; öyle ki tüm parçacıklar esas itibariyle yatay olarak geliyor olsunlar (Şekil 38-2). Momentumun düşey bileşenine yoğunlaşacağız. Bu parçacıkların tümü, klasik anlamda, belli bir p_0 yatay momentumuna sahiptir. Dolayısıyla, klasik anlamda, yarığa gelmeden önce düşey p_y momentumu kesinlikle bilinmektedir. Parçacıklar çok uzaktaki bir kaynaktan geldikleri için, ne yukarı ne de aşağı hareket ederler; öyleyse düşey momentum kuşkusuz sıfırdır. Fakat şimdi varsayalım ki demet B genişlikli bir yarıktan geçmektedir. Yarıktan çıktıktan sonra düşey konumu $-y$ konumu- oldukça doğrulukla biliriz, bu konum $\pm B'$dir.* Yani, konumdaki Δy belirsizliği B mertebesindedir. Şimdi şöyle demek isteriz: Mademki momentumun mutlak olarak yatay olduğunu biliyoruz, öyleyse bu Δp_y sıfırdır; fakat bu yanlıştır. Momentumun yatay olduğunu *bir kez* biliyorduk, fakat artık bilmiyoruz. Parçacıklar yarıktan geçmeden önce, onların düşey konumlarını bilmiyorduk. Parçacığın yarık içinden geçip çıkmasıyla düşey konumunu bulduk, ama şimdi düşey momentum üzerindeki bilgimizi kaybettik. Neden? Dalga kuramına göre, tıpkı ışık gibi, yarıktan geçtikten sonra dalgaların yayılması ya da kırınımı söz konusudur. Dolayısıyla parçacıkların yarıktan çıktıktan sonra tam olarak dümdüz gelmemelerinin belli bir olasılığı vardır. Örüntü kırınım etkisi nedeniyle yayılmıştır ve ilk minimumun açısı olarak tanımlanabilen yayılma açısı, en son açıdaki belirsizliğin bir ölçüsüdür.



Şekil 38-2 Bir yarıktan geçen parçacıkların kırınımı.

Örüntü yayılmış hale nasıl gelir? Yayılmış demek, parçacığın bir miktar yukarı ya da aşağı hareket etme, yani momentumunun yukarıya ya da aşağıya doğru bir bileşene sahip olma şansı olduğu anlamına gelir. *Şans* ve *parçacık* diyoruz, çünkü bu kırınım örüntüsünü parçacık sayacıyla saptıyoruz ve diyelim ki sayaç Şekil 38-2'deki C noktasında parçacığı algıladığı zaman, *tüm* parçacığı algılar; öyle ki parçacık yarıktan C'ye ulaşmak için, klasik anlamda, bir düşey momentuma sahiptir.

Momentumun yayılmasıyla ilgili kaba bir fikir elde etmek için, düşey p_y momentumu $p_0\,\Delta\theta$'ye eşit bir yayılıma sahip olsun, burada p_0 yatay momentumdur. Yayılmış-örüntüde $\Delta\theta$ ne kadar büyüktür? İlk minimumun bir $\Delta\theta$ açısında meydana geldiğini biliyoruz, öyle ki yarığın bir kenarından giden dalgalar diğer kenarından giden dalgalardan bir dalga boyu daha fazla yol katederler; bunu daha önce hesaplamıştık (Bölüm 30). Bu nedenle $\Delta\theta = \lambda/B'$dir, dolayısıyla bu deneyde $\Delta p_y = p_0\lambda/B$ olur. Dikkat ederseniz, B'yi küçülttükçe, parçacığın konumunu daha doğru ölçersiniz, kırınım örüntüsüyse daha da genişler. Hatırlarsanız, mikrodalgalarla olan deneyde yarıkları kapattığımızda, daha ötelerde daha faz-

* Daha kesin şekliyle, y bilgimizdeki hata $\pm B/2$'dir. Fakat burada genel düşünceyle ilgileniyoruz, dolayısıyla 2 çarpanını hiç dert etmeyeceğiz.

la şiddet elde etmiştik. Böylece yarığı daha dar hale getirdikçe, daha geniş örüntü ve parçacığı daha büyük enine momentuma sahip olarak bulma olasılığı elde ederiz. Dolayısıyla düşey momentumdaki belirsizlik, y'deki belirsizlikle ters orantılıdır. Aslında, ikisinin çarpımının $p_0\lambda$'ya eşit olduğunu görürüz. Fakat λ dalga boyu, p_0 da momentumdur ve kuantum mekaniğiyle uyum içinde, dalga boyu çarpı momentum Planck sabiti h'dir. Böylece düşey momentum ve düşey konumdaki belirsizliklerin h mertebesinde bir çarpıma sahip olduğu kuralını elde ederiz:

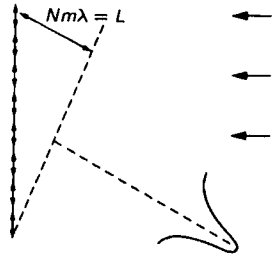
$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar/2 \tag{38.3}$$

Düşey konumunu bildiğimiz bir parçacığın (38.3)'le verilenden daha büyük kesinlikle düşey olarak nasıl hareket edeceğini öngörebileceğimiz bir sistem hazırlayamayız. Yani, düşey momentumdaki belirsizlik $\hbar/2\Delta y$'yi aşmalıdır, burada Δy konumdaki bilgimizde var olan belirsizliktir.

Bazen insanlar kuantum mekaniğinin tümden yanlış olduğunu söylerler. Parçacık soldan ulaştığında, düşey momentum sıfırdır. Yarıktan geçtiği anda konumu bilinmektedir. Konum ve momentumun ikisinin de istenen doğrulukta bilinmekte olduğu sanılır. Bir parçacığı kabul ettiğimiz ve onu kabul etmekle konumunu saptadığımız ve orada bulunduğunda sahip olması gereken momentumunun ne olduğunu da belirttiğimiz doğrudur. Bu doğrudur, fakat (38.3) belirsizlik bağıntısının kastettiği bu değildir. (38.3) denklemi bir durumun *öngörülebilirliğini* amaçlar, *geçmiş* hakkındaki yorumları değil. "Yarıktan geçmeden önce momentumu biliyordum ve şimdi de konumu biliyorum" demenin hiçbir yararı yoktur, çünkü şimdi momentum bilgisi yitirilmiştir. Yarıktan geçmiş olma olgusu, bize artık düşey momentumu öngörme olanağı sağlamaz. Sırf olgudan sonraki ölçümlerden değil, öngörücü bir kuramdan söz ediyoruz. Öyleyse ne öngörebileceğimizden bahsetmeliyiz.

Şimdi meseleyi tam tersinden alalım. Aynı olayın bir başka örneğini biraz daha nicel şekilde düşünelim. Önceki örnekte momentumu klasik bir yöntemle ölçmüştük. Yani yönü, hızı, açıyı vb, ele almış ve momentumu klasik çözümlemeyle elde etmiştik. Ama momentum dalga sayısıyla ilgili olduğundan, klasik benzeri olmayan (38.2 denklemini kullanan) bir parçacığın –foton ya da başka bir şeyin– momentumunu ölçmenin doğada hâlâ bir başka yolu daha vardır. *Dalgaların dalga boylarını* ölçeriz. Momentumu bu yolla ölçmeye çalışalım.

Çok sayıda çizikli bir ağımız olsun (Şekil 38-3) ve bu ağa bir parçacıklar demeti gönderelim. Bu problemi birçok kez tartışmıştık: Parçacıklar belirli momentumlara sahipse, girişim nedeniyle belli bir yönde çok keskin bir örüntü elde ederiz. Momentumu ne denli doğrulukla saptayabileceğimizi de konuşmuştuk; bu, böyle bir ağın çözme gücünün ne olduğu demekti. Onu tekrar türetmektense, Bölüm 30'a havale ederiz, orada verilen bir kırınım ağıyla ölçülebilecek dalga boyundaki bağıl belirsizliğin $1/Nm$ olduğunu bulmuştuk, burada N ağdaki çiziklerin sayısı ve m kırınım örüntüsünün mertebesidir. Yani:



Şekil 38-3 Bir kırınım ağı kullanarak momentumun saptanması.

$$\Delta\lambda/\lambda = 1/Nm \tag{38.4}$$

(38.4) denklemi tekrardan

$$\Delta\lambda/\lambda^2 = 1/Nm\lambda = 1/L \tag{38.5}$$

şeklinde yazılabilir; burada LŞekil 38-3'te gösterilen uzaklıktır. Bu uzaklık, parçacık, dalga ya da her neyse o nesne ağın alt ucundan yansımışsa gitmesi gereken toplam mesafe ile ağın üst ucundan yansımışsa gitmesi gereken mesafe arasındaki farktır. Yani, kırınım örüntüsünü oluşturan dalgalar, ağın değişik kısımlarından gelen dalgalardır. İlk ulaşanlar ağın alt ucundan, dalga katarının başından gelirler ve onların geri kalanı ağın değişik yerlerinden, dalga katarının daha sonraki kısımlarından gelir; nihayet en sonuncusu ulaşıncaya dek ve bu, dalga katarında ilk noktanın gerisinde bir L mesafesindeki bir noktayı içerir. Buna göre, spektrumumuzda (38.4)'le verilen bir belirsizlikle belirli bir mo-

mentuma karşılık gelen keskin bir çizgiye sahip olmak için, en azından L uzunluklu bir dalga katarına sahip olmalıyız. Dalga katarı aşırı kısaysa, bütün ağı kullanmayız. Dalga katarı aşırı küçükse, spektrumu oluşturan dalgalar ağın sadece çok kısa bir bölümünden yansıtılmışlardır ve ağ doğru çalışmayacaktır; büyük bir açısal yayılma bulacağız. Daha dar bir yayılma elde etmek için, tüm ağı kullanmamız gerekir, öyle ki en azından belli bir anda tüm dalga katarı ağın tüm kısımlarından eş-zamanlı olarak saçılıyor. Dolayısıyla dalga boyundaki belirsizliğin (38.5) ile verilenden daha az olması için, dalga katarı L uzunluğunda olmalıdır. Bu arada

$$\Delta\lambda/\lambda^2 = \Delta(1/\lambda) = \Delta k/2\pi \tag{38.6}$$

olduğundan,

$$\Delta k = 2\pi/L \tag{38.7}$$

buluruz, burada L Şekil 38-2'de görülen mesafedir.

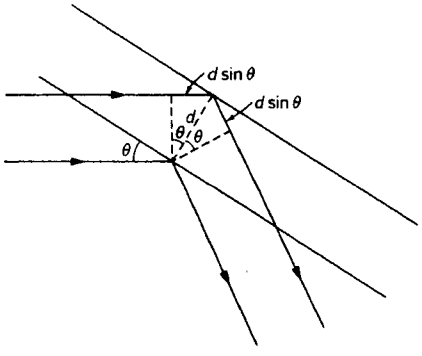
Bu demektir ki uzunluğu L'den daha az olan bir dalga katarımız varsa, dalga sayısındaki belirsizlik $2\pi/L$'yi aşmalıdır. Ya da dalga sayısındaki belirsizlik çarpı dalga katarının uzunluğu –bir an için buna Δx diyeceğiz– 2π'yi aşar. Ona Δx diyoruz, çünkü o parçacığın yerleşimindeki belirsizliktir. Dalga katarı sadece sonlu bir uzunlukta varsa, o zaman parçacığı bulabileceğimiz yerler bu Δx belirsizliği içindedir. Dalgaların bu özelliği, yani dalga katarının uzunluğu çarpı onunla ilgili dalga sayısındaki belirsizliğin en az 2π olması, onları inceleyen herkesin bildiği bir özelliktir. Kuantum mekaniğiyle hiç ilgisi yoktur. Basitçe, sonlu bir katarımız varsa, onun içindeki dalgaları kesin olarak sayamayız. Bunun nedenini bir başka yolla görmeyi deneyelim.

L uzunluğunda sonlu bir dalga katarımız olsun; Şekil 38-1'de görüldüğü gibi, katarın uçlarda azalma durumunda olması nedeniyle, L uzunluğundaki dalga sayısı ± 1 kadar belirsizdir. Fakat L'deki dalga sayısı $kL/2\pi$'dir. Öyleyse k belirsizdir ve yine sadece dalgaların bir özelliği olan (38.7) sonucunu elde ederiz. İster dalgalar uzayda yer alsın, k santimetredeki radyan sayısı ve L katarın uzunluğu olsun, isterse dalgalar zamanda yer alsın, ω saniyedeki radyan sayısı ve T gelen dalga katarının zamandaki "uzunluğu" olsun, aynı şey işler. Yani, sadece belli bir T süresince devam eden bir dalga katarına sahipsek, bu durumda frekanstaki belirsizlik şöyle verilir:

$$\Delta\omega = 2\pi/T \tag{38.8}$$

Bunların sadece dalgaların özellikleri olduklarını vurgulamaya çalıştık ve bunlar, örneğin, ses kuramında çok iyi bilinmektedir.

Mesele şudur; kuantum mekaniğinde dalga sayısını, $p = \hbar k$ kuralıyla, parçacığın momentumunun bir ölçüsü olarak yorumlarız, öyle ki (38.7) bağıntısı bize $\Delta p \approx h/\Delta x$ olduğunu söyler. Bu, o durumda, klasik momentum düşüncesinin bir kısıtlamasıdır. (Doğal olarak, parçacıkları dalgalarla temsil edeceksek, o bazı bakımlardan kısıtlanmalıdır!) Klasik düşüncelerin ne zaman başarısız olacağı hakkında bize fikir veren bir kural bulmuş olmamız hoştur.



Şekil 38-4 Kristal düzlemlerden dalgaların saçılması.

38-3 Kristalden kırınım

Şimdi de parçacık dalgalarının bir kristalden yansımasını inceleyelim. Bir kristal, hoş bir diziliş içinde pek çok benzer atoma sahip yoğun bir nesnedir; bazı karmaşıklıkları daha sonra işe katacağız. Soru şudur: Bu dizilişi nasıl kuralım ki verilen bir ışık (x-ışını), elektron, nötron ya da başka bir parçacık demeti için verilen bir yönde güçlü bir yansıtılmış maksimum elde edelim? Güçlü bir yansıma elde etmek için, atomların tümünden gelen saçılma eş-evrede olmalıdır. Eş-evrede ve evre-dışında eşit sayılar olamaz ya da dalgalar birbirlerini yok edeceklerdir. Durumu düzeltmenin yolu, daha önce de açıkladığımız gibi,

sabit evre bölgeleri bulmaktır; bunlar, ilk ve son yönlerle eşit açılar oluşturan düzlemlerdir (Şekil 38-4).

Şekil 38-4'teki gibi, iki paralel düzlem düşünürsek, iki düzlemden saçılan dalgalar eş-evreli olacaklardır, yeter ki bir dalga cephesiyle ilerlemedeki mesafe farkı dalga boyunun bir tam katı olsun. Bu farkın $2d \sin\theta$ olacağı görülebilir, burada d düzlemler arasındaki dik uzaklıktır. Dolayısıyla uyumlu yansıma için koşul şudur:

$$2d \sin\theta = n\lambda \qquad (n = 1, 2, \ldots) \tag{38.9}$$

Örneğin, kristalin atomları $n = 1$'li (38.9) koşuluna uyan düzlemler üzerinde yerleşmişlerse, o durumda güçlü bir yansıma olacaktır. Diğer taraftan, iki düzlemin ortasında aynı tür atomlar (eşit yoğunluklu) varsa, o zaman bu ara düzlemler de aynı şiddette saçacaklar ve diğerleriyle girişerek önceki etkiyi söndüreceklerdir. Böylece (38.9)'daki *d yan yana* düzlemlere atfedilmelidir; beş tabakalıdan daha öte bir düzlem alamayız ve bu denklemi kullanamayız!

Aslında, gerçek kristaller genelde tek türden bir atomun belli bir şekilde tekrarı olacak kadar basit değildirler. Bunun yerine, iki boyutlu bir benzetme yaparsak, daha çok bir duvar kâğıdı gibidirler; orada duvar kâğıdı boyunca tekrar eden bir tür şekil vardır. "Şekil" sözcüğüyle, atomlar halinde bir düzenleme –kalsiyum karbonat için bir kalsiyum, bir karbon ve üç oksijen, vb– demek isteriz, ki bu oldukça çok sayıda atom içerebilir. Fakat her durumda ne olursa olsun, şekil bir örüntü içinde tekrarlanmaktadır. Bu temel şekle *birim hücre* denir.

Tekrarlanan temel desen *örgü tipi* dediğimiz şeyi tanımlar; yansımalara bakarak ve simetrinin ne olduğunu görerek örgü tipi derhal saptanabilir. Bir başka deyişle, bulduğumuz yansımalar örgü tipini belirler, fakat örgü elementlerinin her birinde ne olduğunu saptamak için, çeşitli yönlerdeki saçılma *şiddetini* hesaba katmak gerekir. Saçılmanın *hangi* yönlerde olacağı örgünün tipine bağlıdır, fakat her birinin *ne şiddette* saçılacağı, her birim hücrenin içinde olanlar vasıtasıyla saptanır ve kristallerin yapıları bu yolla çözümlenir.

Şekil 38-5 ve Şekil 38-6'da iki x-ışını kırınımı örüntüsünün fotoğrafı görünmektedir; bunlar sırasıyla kaya tuzu ve miyoglobinden saçılmaları resmetmektedir.



Şekil 38-5



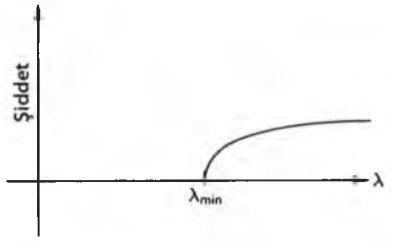
Şekil 38-6

Bu arada, en yakın düzlemlerin aralıkları $\lambda/2$'den daha azsa, ilginç bir şey olur. Bu durumda, (38.9) denkleminin n için çözümü yoktur. Dolayısıyla λ komşu düzlemler arası mesafenin iki katından daha büyükse, o zaman hiç yan kırınım örüntüsü olmaz ve ışık –ya da, her neyse o– maddeden hiç sekmeden ya da yitmeden dosdoğru geçecektir. Böylece λ'nın ara mesafeden çok daha büyük olduğu ışık durumunda, ışık, kuşkusuz, dosdoğru geçer ve kristal düzlemlerinde hiç yansıma örüntüsü olmaz.

Bu olgu, nötronlar (bunlar belli ki parçacıktır; herkese göre!) üreten atom reaktörleri halinde ilginç bir özelliğe sahiptir. Bu nötronları alıp uzun bir grafit blok içine gönderirsek, nötronlar dağılıp yayılırlar ve güçlükle ilerlerler (Şekil 38-7). Yayılırlar, çünkü atomlar tarafından yollarından saptırılırlar, ama tam olarak dalga kuramı çerçevesinde, kristal düzlemlerinden kırınım nedeniyle, atomlar tarafından yollarından saptırılırlar. Çok uzun bir grafit blok alırsak, öbür uçtan çıkan nötronların tümünün uzun dalga boylu oldukları anlaşılır! Aslında, dalga boyunun fonksiyonu olarak şiddeti çizersek, belli bir minimumdan daha uzun dalga boylarından başka bir şey elde etmeyiz (Şekil 38-8). Başka bir deyişle, çok yavaş nötronları bu yolla elde ederiz. Sadece en yavaş nötronlar boydan boya geçerler; grafitin kristal düzlemlerinden kırınıma uğramazlar ya da saçılmazlar; cam boyunca giden ışık gibi dosdoğru gidişlerini sürdürürler ve yanlara saçılmazlar. Nötron (ve diğer parçacık) dalgalarının gerçekliğini gösteren pek çok deney vardır.



Şekil 38-7 Reaktör nötronlarının grafit blok boyunca yayılımı.



Şekil 38-8 Dalga boyunun fonksiyonu olarak, grafit çubuğun diğer ucundan çıkan nötronların şiddeti.

38-4 Bir atomun boyutu

(38.3) belirsizlik bağıntısının bir başka uygulamasını ele alalım şimdi de. Bu çok ciddiye alınmamalıdır; düşünce doğrudur, fakat çözümleme tam kesin de-

ğildir. Düşünce, atomların boyutunun saptanmasıyla ve klasik olarak elektronların çekirdeğin tam üstüne düşünceye kadar ışık yayınlayıp spiral çizmesi olgusuyla ilgilidir. Fakat bu kuantum mekaniği açısından doğru olamaz, çünkü o zaman her elektronun nerede olduğunu ve ne kadar hızla gittiğini bilirdik.

Bir hidrojen atomumuz olsun ve elektronun konumunu ölçmek isteyelim; elektronun tam olarak nerede olduğunu öngörememeliyiz ya da momentumun yayılması sonsuz olmalıdır. Elektrona her baktığımızda, o bir yerdedir, fakat farklı yerlerde bulunacak bir genliğe sahiptir, böylece onu farklı yerlerde bulma olasılığı vardır. Bu yerler çekirdekte hiç mi hiç olamaz; konumda a mertebesinde bir yayılma olduğunu varsayacağız. Yani, elektronun çekirdekten olan uzaklığı genelde bu a kadardır. Atomun toplam enerjisini en aza indirerek a'yı saptayacağız.

Momentumdaki yayılma, belirsizlik bağıntısı nedeniyle, kabaca $\hbar/a$'dır, öyle ki elektronun momentumunu bir tarzda, örneğin, ondan x-ışınlarını saçarak ve hareketli bir saçıcıdan Doppler olayı arayarak ölçmeye çalışırsak, her seferinde sıfır elde etmeyi beklemeyiz -elektron durgun durmuyordur- momentumlar $p \approx \hbar/a$ mertebesinde olmalıdır. Bu durumda kinetik enerji kabaca $\frac{1}{2}mv^2 = p^2/2m = \hbar^2/2ma^2$'dir. (Bu, bir bakıma, kinetik enerjinin indirgenmiş Planck sabitine, m'ye ve atomun boyutuna ne şekilde bağlı olduğunu anlamak için bir tür boyut çözümlemesidir. Yanıtımıza 2, π, vb gibi çarpanlara kadar güvenmemiz gerekmez. a'yı da çok kesin şekilde tanımlamamıştık.) Potansiyel enerji, eksi e^2 bölü merkezden uzaklıktır, yani $-e^2/a$; burada e^2, hatırlarsanız, elektron yükünün karesi bölü $4\pi\epsilon_0$'dır. Şimdi incelik şuradadır: a küçüldükçe, potansiyel enerji azalır; fakat a ne kadar küçükse, belirsizlik ilkesi nedeniyle, gereken momentum da o kadar büyür ve dolayısıyla kinetik enerji artar. Toplam enerji şudur:

$$E = \hbar^2/2ma^2 - e^2/a \tag{38.10}$$

Burada a'nın ne olduğunu bilmiyoruz, fakat atom bir tür uzlaşma için, enerjisini mümkün olan en küçük değeri alacak şekilde kendini düzenleyecektir. E'yi en aza indirmek için, onun a'ya göre türevini alırız, türevi sıfıra eşitleriz ve a'yı çözeriz. E'nin türevi

$$dE/da = -\hbar^2/ma^3 + e^2/a^2 \tag{38.11}$$

olur ve $dE/da = 0$ a için aşağıdaki değeri verir:

$$\begin{aligned} a_0 &= \hbar^2/me^2 = 0{,}528 \text{ angström} \\ &= 0{,}528 \times 10^{-10} \text{ metre} \end{aligned} \tag{38.12}$$

Bu özel uzaklığa *Bohr yarıçapı* denir ve böylece atomik boyutun angström mertebesinde olduğunu öğrenmiş oluruz, ki bu doğrudur: Oldukça iyi; aslında, hayret verici, çünkü şu ana kadar atomların boyutunu anlamak için hiç dayanağımız olmamıştı! Atomlar klasik bakış açısından tamamen olanak dışıdır, çünkü elektronlar spiral çizerek çekirdeğe düşerler.

Enerjiyi bulmak için a_0'ın (38.12)'deki değerini (38.10)'da yerine koyarsak, şu çıkar:

$$E_0 = -e^2/2a_0 = -me^4/2\hbar^2 = -13{,}6 \text{ eV} \tag{38.13}$$

Negatif enerji ne anlama gelir? Elektron atomun içinde bulunduğu zaman, serbest olduğu zamankinden daha az enerjiye sahip demektir. Bağlı demektir. Bu demektir ki elektronun kapı dışarı edilmesi için enerji harcamalıdır; hidrojen atomunu iyonlaştırmak için 13,6 eV mertebesinde enerji harcanır. Bunun iki ya da üç katı -veya yarısı- ya da $(1/\pi)$ katı olmaz diye düşünmeye bir neden yok, çünkü öyle yarım yamalak bir kanıt kullandık ki. Bununla birlikte, hilekârca davranıp, tüm sabitleri doğru sayı çıkacak şekilde kullandık! Bu 13,6 eV değerine bir Rydberg enerjisi denir; bu, hidrojenin iyonlaşma enerjisidir.

Döşemenin içine doğru neden batmadığımızı artık anlıyoruz. Yürürken, ayakkabılarımız atomlarının kütleleriyle döşemenin atomlarının *kütlesini* bastırırlar. Atomları birbirlerine doğru sıkıştırmak için, elektronlar daha küçük bir

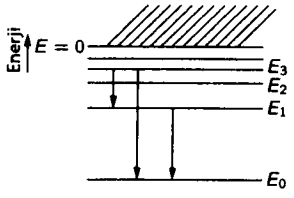
bölgeye hapsolmalıdır ve belirsizlik ilkesiyle onların momentumları ortalama üzerinde daha fazla artmalıdır ve bu da daha yüksek enerji demektir; atomik basınca direnç kuantum-mekaniksel bir etkidir, klasik bir etki değil. Klasik olarak, tüm elektronları ve protonları bir araya sıkıştırsaydık, enerjinin daha da azalmasını beklerdik ve artı ile eksi yüklerin en iyi düzenlenişi tümünün üst üste gelmesidir. Bu klasik fizikte iyi bilinmekteydi ve atomun varlığı nedeniyle bir muammaydı. Kuşkusuz, ilk bilim insanları bu güçlüğü aşmanın bazı yollarını bulmuşlardı; fakat boş verin, biz doğru çıkışı bulduk artık! (Belki.)

Bu arada, şu anda onu anlamak için bir nedenimiz olmasa da, birçok elektronun bulunduğu bir durumda, onların birbirlerinden uzak durmaya çalıştıkları anlaşılır. Bir elektron belli bir bölgeyi işgal ederse, bir diğeri aynı bölgeyi işgal etmez. Daha kesin olarak, iki spin durumu vardır, öyle ki biri bir yönde ve diğeri diğer yönde dönerek ikisi birbiri üzerine oturabilir. Fakat bundan sonra oraya daha fazla elektron koyamayız. Diğerlerini bir başka yere koymalıyız ve maddenin dayanıklılığının asıl nedeni budur. Tüm elektronları aynı yere koyabilseydik, olduğundan daha bile yoğun olurdu. Masaları ve her şeyi katı yapan, elektronların tümünün birbiri üstüne gelememesi olgusudur.

Maddenin özelliklerini anlamak için klasik mekanikle yetinemeyiz, kuantum mekaniğini kullanmak zorunda olduğumuz açıktır.

38-5 Enerji düzeyleri

Atomdan olası en düşük enerji koşulu altında söz ettik, fakat elektronun başka şeyler de yapabileceği anlaşılıyor. Çok daha enerjili bir tarzda salınır ve kıpırdar ve böylece atomun birçok olası değişik hareketleri söz konusudur. Kuantum mekaniğine göre, bir atom için ancak durağan bir koşulda belirli enerjiler olabilir. Bir diyagramda (Şekil 38-9) enerjiyi düşey olarak çizelim ve her izinli enerji değerini bir yatay çizgiyle temsil edelim. Elektron serbestse, yani enerjisi pozitifse, her enerjiye sahip olabilir; her hızda hareket edebilir. Fakat bağlı enerjiler keyfi olamaz. Atom, Şekil 38-9'daki gibi, bir izinli değerler cümlesinden birine ya da öbürüne sahip olmalıdır.



Şekil 38-9 Bir atomun enerji diyagramı ve çeşitli olası geçişler.

Enerjinin izinli değerlerine E_0, E_1, E_2, E_3, . . . diyelim. Bir atom başlangıçta bu E_1, E_2, *vb*, "uyarılmış durumlar"ın birindeyse, hep bu durumda kalmaz. Er ya da geç bir düşük duruma iner ve ışık biçiminde enerji salar. Saldığı bu ışığın frekansı, enerji korunumu artı ışığın enerjisi ile frekansı arasındaki kuantum-mekaniksel (38.1) bağıntısıyla saptanır. Dolayısıyla, örneğin E_3 enerjisinden E_1 enerjisine geçişte salıverilen ışığın frekansı şudur:

$$\omega_{31} = (E_3 - E_1)/\hbar \tag{38.14}$$

Bu, atomun bir karakteristik frekansıdır ve bir spektral yayınım çizgisi tanımlar. Bir başka olası geçiş E_3'ten E_0'a olabilir. Bu da farklı bir frekansa sahip olur:

$$\omega_{30} = (E_3 - E_0)/\hbar \tag{38.15}$$

Bir başka olanak şudur: eğer atom E_1 durumuna uyarılmışsa,

$$\omega_{10} = (E_1 - E_0)/\hbar \tag{38.16}$$

frekanslı bir foton salarak, E_0 taban durumuna inebilir. Üç geçişten söz etmemizin nedeni ilginç bir bağıntıya değinmektir. (38.14), (38.15) ve (38.16)'dan şunu kolayca görürsünüz:

$$\omega_{30} = \omega_{31} + \omega_{10} \tag{38.17}$$

Genel olarak, iki spektral çizgi bulursak, bu frekansların toplamından (ya da frekansların farkından) bir başka çizgi bulmayı bekleriz ve bir dizi düzey bularak tüm çizgiler anlaşılabilir, öyle ki her çizgi bir düzey çiftinin enerji farkına karşılık gelir. Kuantum mekaniği keşfedilmeden önce dikkat edilmiş olan spektrum frekanslarındaki bu şaşırtıcı çakışmaya, *Ritz'in birleştirme ilkesi* denir. Klasik mekanik açısından bir sırdır bu. Lafı uzatmayalım, klasik mekanik atomik bölgede başarısızdır; bunu büyük ölçüde gösterdik sanırım.

Kuantum mekaniğinin, belirli frekanslara ve dalga sayılarına sahip dalgalar gibi davranan genliklerle temsil edildiğini zaten söylemiştik. Şimdi atomun belirli enerji durumlarına sahip olmasını genlikler açısından nasıl ortaya koyabileceğimizi görelim. Bunu şu ana kadar söylediklerimizden anlayamayız, fakat sınırlanmış dalgaların belirli frekanslara sahip olduğu gerçeğine aşinalığımız var. Örneğin, ses bir org borusuyla ya da onun gibi bir şeyle sınırlanmışsa, sesin titreşebileceği birden fazla tarz vardır ve böyle her tarz için belirli bir frekans söz konusudur. Böylece içinde dalgaların hapsolduğu bir cisim çeşitli rezonans frekanslarına sahiptir. Dolayısıyla bu, sınırlı bir bölgedeki dalgaların sadece belirli frekanslarda var olan bir özelliğidir ve daha sonra denklemlerle daha ayrıntılı şekilde tartışılacaktır. Genliğin frekansları ile enerji arasında genel bağıntı mevcut olduğuna göre, atomlarda bağlı elektronlarla ilgili belirli enerjiler bulmak bizde pek şaşkınlık yaratmaz.

38-6 Felsefi çıkarımlar

Kuantum mekaniğinin bazı felsefi çıkarımlarını kısaca inceleyelim. Her zamanki gibi, problemin iki cephesi vardır: Biri fizik için felsefi çıkarım ve diğeri felsefi sorunların öbür alanlara uzatılmasıdır. Bilimle ilgili felsefi düşünceler bir başka alana sürüklendiğinde, genelde tamamen çarpıtılır. Dolayısıyla yorumlarımızı mümkün olduğunca fiziğin kendisiyle sınırlayacağız.

Her şeyden önce, en ilginç nitelik belirsizlik ilkesi fikridir: gözlem yapmanın kendisi gözlem yapılan olayı etkiler. Bir gözlem yapmanın olayı etkilemesi, her zaman bilinmekteydi; fakat mesele, düzeneği yeniden ayarlayarak bu etkinin göz ardı edilememesi, en aza indirilememesi ya da keyfi olarak azaltılamamasıdır. Bir olaya baktığımızda, onu belirli bir minimum düzeyde tedirgin ederiz ve *bakış açısının tutarlılığı için tedirgeme kaçınılmazdır*. Kuantum-öncesi fizikte bazen gözlemci önemliydi, ama fazlasıyla basit anlamda. Şu problem öne sürülmüştü: Bir ormanda bir ağaç devrilirse ve orada onu duyacak kimse yoksa, o ağaç bir gürültü çıkarır mı? *Gerçek* bir ormanda devrilen bir *gerçek* ağaç elbette ses çıkarır, orada kimse olmasa bile. Onu duyacak kimse olmasa da, kalan başka izler vardır. Ses bazı yaprakları sallayacaktır ve yeterince dikkatli olsaydık, bir yerlerde bir dikenin bir yaprağa sürtündüğünü ve onun üzerinde ufacık bir çizik oluşturduğunu, yaprağın sallandığını varsaymadıkça bunun açıklanamayacağını anlardık. Böylece belli bir anlamda bir sesin çıkarılmış olduğunu kabul ederdik. Şunu sorabilirdik: Sesin bir *duygusu* var mıydı? Hayır, herhalde duygular bilinçle ilgilidir. Acaba karıncalar bilinçli midir ve ormanda karıncalar var mıydı ya da ağaç bilinçli miydi? Bunları bilmiyoruz. Problemi bu yapıda bırakalım.

Kuantum mekaniğinin geliştirilmesinden beri, insanların üzerinde durduğu bir başka şey şu düşüncedir: Ölçemediğimiz şeylerden söz etmemeliyiz. (Aslında görelilik kuramı da böyle der.) Bir nesne ölçmeyle tanımlanmadıkça, kuramda onun yeri yoktur. Mademki yerelleşmiş bir parçacığın momentumunun doğru bir değeri ölçümle tanımlanamıyor, öyleyse onun kuramda yeri yoktur. Bu klasik kuramın sorunudur fikri *yanlış bir tutum*dur. Meselenin dikkatsiz bir çözümlemesidir. Sırf konum ve momentumu kesin olarak *ölçemiyoruz* diye, *a priori olarak* onlar hakkında konuşamayız anlamına gelmez bu. Sadece onlar hakkında konuşmamız gerekmiyor anlamına gelir. Bilimde durum şudur: Ölçülemeyen ya da doğrudan doğruya deneye dayandırılamayan bir kavram ya da

bir düşünce, yararlı olabilir ya da olmayabilir. Onun kuramda var olması gerekmez. Başka bir deyişle, evrenin klasik kuramını evrenin kuantum kuramıyla karşılaştırdığımızı düşünelim ve deneysel olarak konum ile momentumu sadece kesin olmayarak ölçebildiğimizin doğru olduğunu varsayalım. Soru şudur: Acaba bir parçacığın tam konumu ve bir parçacığın tam momentumu *fikri* geçerli midir, değil midir? Klasik kuram bu fikirleri kabul eder; kuantum kuramı etmez. Bu, başlı başına klasik fiziğin yanlış olduğu anlamına gelmez. Yeni kuantum mekaniği keşfedildiğinde, klasik insanlar –Heisenberg, Schrödinger ve Born dışında herkes– demişti ki, "Bakın, kuramınız işe yaramaz, çünkü şu tür soruları yanıtlayamazsınız: Bir parçacığın tam konumu nedir? Elektron hangi yarıktan geçer? Ve başkaları." Heisenberg'in yanıtı şuydu: "Böyle soruları yanıtlama gereği duymuyorum, çünkü deneysel olarak böyle sorular soramazsınız." Yani *sormamalıyız*. (a) ve (b) gibi iki kuram düşünelim; (a) kuramı içinde doğrudan sınanamayan fakat çözümlemede kullanılan bir fikir bulundursun ve diğer (b) kuramı bu fikri içinde bulundurmasın. Öngörülerinde uyuşmuyorlarsa, (b)'nin yanlış olduğunu iddia edemezsiniz, çünkü o bu fikri kapsamıyordur, bu fikir (a)'dadır, çünkü bu fikir doğrudan doğruya sınanamayacak şeylerden biridir. Hangi fikirlerin doğrudan sınanamayacağını bilmek daima iyidir, fakat onların hepsini ortadan kaldırmak gerekmez. Sadece deneye doğrudan konu olan kavramaları kullanarak bilimin peşinden koşmak doğru değildir.

Kuantum mekaniğinin kendi içinde, bir dalga fonksiyonu genliği vardır, bir potansiyel vardır ve doğrudan ölçemediğimiz birçok kurgu vardır. Bilimin özü, onun *öngörme* yetisidir. Öngörmek, asla yapılmamış bir deneyde ne olacağını söylemek demektir. Bunu nasıl yapabiliriz? Orada ne olduğunu, deneyden bağımsız olarak bildiğimizi varsayarak. Deneyleri, onların yapılmadığı bir bölgeye uzatarak değer tahmin etmeliyiz. Kavramlarımızı alıp, onları henüz sınamadığımız yerlere uzatmalıyız. Bunu yapmazsak, öngörümüz olmaz. Böylece klasik fizikçiler için güle oynaya ilerlemek ve konumun bir top için açıkça ne anlama geliyorsa bir elektron için de aynı anlama geldiğini varsaymak mükemmelen akla uygundu. Bu akılsızlık değildi. Akla uygun bir süreçti. Bugün görelilik yasasının bütün enerjilerde doğru olarak kabul edildiğini söylüyoruz, fakat bakarsınız, bir gün birisi çıkar ve ne kadar şapşalmışız der. "Kelleyi koltuğa alıncaya" kadar nerede "akılsız" olduğumuzu bilemeyiz ve dolayısıyla bütün mesele tehlikeye atılmaktır. Hatalı olduğumuzu anlamanın tek yolu öngörülerimizin *ne* olduklarını öğrenmektir. Kurgular yapmak mutlak şekilde gereklidir.

Kuantum mekaniğinin belirsizliği üzerine birkaç yorum zaten yapmıştık. Yani, fizikte mümkün olduğunca dikkatli bir şekilde düzenlenmiş verilen bir durumda ne olacağını öngöremeyiz. Uyarılmış bir durumda bir atom varsa ve bir foton yayınlayacaksa, fotonu *ne zaman* yayınlayacağını söyleyemeyiz. Herhangi bir zamanda bir foton yayınlamak için belirli bir genliğe sahiptir ve sadece bir yayım olasılığı öngörebiliriz; geleceği tam olarak öngöremeyiz. Her türlü saçmalığa ve irade özgürlüğü anlamında sorulara ve dünyanın belirsiz olduğu fikrine işte bu neden olmaktadır.

Elbette klasik fiziğin de, bir bakıma, kesin olmadığını vurgulamalıyız. Genelde bu kesinsizliğin –geleceği öngöremeyiz anlamında– önemli bir kuantummekaniksel şey olduğu düşünülür ve aklın davranışını, özgür irade hissini vb, açıklamak için bu söylenir. Fakat dünya klasik olsaydı –mekanik yasaları klasik olsaydı– aklın aşağı yukarı aynı hissetmeyeceği hususu pek açık değildir. Klasik olarak şu doğrudur; dünyada ya da bir kutu gazda her parçacığın konumunu ve hızını bilseydik, ne olacağını tam olarak öngörebilirdik. Dolayısıyla klasik dünya belirlenimcidir. Bununla birlikte, sonlu doğruluğa sahip olduğumuzu ve sırf bir atomun nerede olduğunu, diyelim ki milyonda bir hatayla *tam olarak* bilmediğimizi varsayın. O zaman o atom ilerlerken başka bir atoma çarpar ve konumu milyonda birden daha iyi bilmediğimiz için, çarpışmadan sonra konumda daha bile büyük bir hata buluruz. Kuşkusuz bu bir sonraki çarpışmada artar, öyle ki sadece ufacık bir hatayla başlasak bile, hızla çok büyük bir be-

lirsizliğe yükselir. Bir örnek verelim: Su barajdan aşağı düştüğünde sıçrar. Yakınında durursak, arada sırada burnumuza bir damla konar. Bunun tamamen rastgele olduğu görülür, yine de böyle bir davranış sırf klasik yasalarla öngörülebilir. Tüm damlaların tam konumu, barajdan düşmeden hemen önce suyun kıpırdanmalarına bağlıdır. Nasıl? Ufacık düzensizlikler düşmede büyür, öyle ki tam rastgelelik elde ederiz. Suyun hareketini *bütün yönleriyle tam olarak* bilmedikçe, damlaların konumunu aslında öngöremeyeceğimiz açıktır.

Çok daha kesin konuşmak gerekirse, ne kadar hassas olursa olsun, verilen keyfi bir doğruluk için, öyle uzun bir süre bulunabilir ki bu sürede geçerli öngörüler yapamayız. Mesele, bu sürenin uzunluğunun çok büyük olmamasıdır. Doğruluk milyarda birse, bu süre milyonlarca yıl değildir. Zaman, aslında hatayla sadece logaritmik olarak geçer ve sonunda anlaşılır ki çok kısa bir sürede tüm bilgimizi yitiririz. Doğruluk milyar ve milyar ve milyarda bir olarak alınırsa –ne kadar çok milyar dersek diyelim, yeter ki bir yerde duralım– bu durumda doğruluğu ifade etmek için geçmiş olan süreden daha az bir süre bulabiliriz –bundan sonra artık ne olacağını öngöremeyiz! Dolayısıyla insan aklının görünür serbestliği ve belirsizliğinden, klasik "belirlenimci" fiziğin evreni asla anlayamayacağının farkına varmalıydık ve kuantum mekaniğinin "tam anlamıyla mekaniğe ait" evrenden kurtarılmış olmasını hoş karşılamalıydık demek pek adil olmaz. Çünkü klasik mekanikte, pratik bakış açısından, zaten belirlenemezlik vardı.

39

GAZLARIN KİNETİK KURAMI

39-1 Maddenin özellikleri

39-1 Maddenin özellikleri
39-2 Bir gazın basıncı
39-3 Işınımın sıkışabilirliği
39-4 Sıcaklık ve kinetik enerji
39-5 İdeal gaz yasası

Bu bölümle bizi bir süre meşgul edecek olan yeni bir konuya başlıyoruz. Bu, maddenin özelliklerinin fiziksel açıdan çözümlenmesinin ilk kısmıdır; burada, maddenin çok fazla sayıda atomdan ya da temel parçalardan oluştuğunu, bunların elektriksel olarak etkileştiklerini ve mekaniğin yasalarına uyduklarını kabul ederek, çeşitli atom yığınlarının neden davrandıkları şekilde davrandıklarını anlamaya çalışacağız.

Bunun zor bir konu olduğu açıktır ve aslında *aşırı derecede* zor bir konu olduğunu, onunla buraya kadarki diğer konularla ilgilendiğimizden farklı şekilde ilgilenmemiz gerektiğini başlangıçta vurgulayalım. Mekanik ve ışık halinde, bazı yasaların kesin ifadeleriyle başlayabilmiştik; örneğin Newton yasalarından ya da ivmelenen bir yükün ürettiği alan denkleminden bir sürü olayı esas olarak anlayabilmiştik ve o andan itibaren mekaniğin ve ışığın kavranması için bir temel oluşturmuştuk. Yani, daha sonra çok daha fazla şey öğrenebilirdik, fakat bunlar farklı fizik değil de, sadece durumla baş edebilmek için daha iyi matematiksel çözümleme yöntemleri olurdu.

Maddenin özelliklerini çalışırken bu yaklaşımı etkin olarak kullanamayız. Maddeyi ancak en temel durumda tartışabiliriz; o, doğrudan özel temel yasalarıyla –ki bunlar, mekanik ve elektrik yasalarından başkaları değildir– çözümlemek için aşırı karmaşık bir konudur. Fakat bunlar incelemek istediğimiz özelliklerden epeyce uzaktır; maddenin özelliklerini Newton yasalarından elde etmek için aşırı sayıda çok basamak gerekir ve bu basamakların kendileri de oldukça karmaşıktır. Şimdi bu basamakların bazılarını alarak başlayacağız, fakat çözümlemelerimizin birçoğu epeyce doğru olacağı halde, zamanla doğrulukları gittikçe azalacaktır. Sadece maddenin özellikleri hakkında kaba bir bilgiye sahip olacağız.

Çözümlemeyi böylesine kusurlu yapmak zorunda kalışımızın nedenlerinden biri, gerekli matematiğin derin bir olasılık kuramı bilgisi gerektirmesidir; her atomun gerçekte nerede hareket ettiğini bilmek istemiyoruz, fakat bunun yerine, ortalama olarak kaçının burada ve kaçının orada hareket ettiğini ve farklı etkiler için ara sıra olan şeyleri bilmekle yetiniyoruz. Dolayısıyla bu konu olasılık kuramının bilgilerini içerir ve matematiğimiz henüz buna tam hazır değil ve onu aşırı zorlamak da istemiyoruz.

İkincisi ve fiziksel açıdan daha önemlisi, atomların gerçek davranışının klasik mekaniğe uygun olmayıp kuantum mekaniğine uygun oluşudur; fakat kuantum mekaniğini iyice kavrayıncaya kadar, konuyu doğru olarak anlayamayız. Burada, bilardo topları ve otomobiller halinden farklı olarak, klasik mekanik yasalarıyla kuantum mekaniği yasaları arasındaki fark çok önemli ve çok anlamlıdır, öyle ki klasik fizikten çıkaracağımız birçok şey temelde yanlış olacaktır. Dolayısıyla bazı şeyler kısmen öğrenilmiş olacaktır; yine de sonucun yanlış olduğu her durumda bunu belirteceğiz; öyle ki "ayrıklar"ın tam nerede olduklarını bileceğiz. Hemen önceki bölümlerde kuantum mekaniğinin tartışılması nedenlerinden biri, klasik mekaniğin çeşitli doğrultularda neden, az ya da çok, yanlış olduğu hususunda bir fikir vermekti.

Konuyla neden tam şimdi ilgileniyoruz? Daha iyi bir olasılık matematiği bilinceye ve de biraz kuantum mekaniği öğreninceye kadar, neden yarım ya da bir yıl daha beklemiyoruz? O zaman onu çok daha temelli olarak yapabiliriz. Bunun yanıtı, onun zor bir konu oluşu ve öğrenmenin en iyi yolunun onu yavaş yavaş yapmaktır! Yapılacak ilk şey, değişik durumlarda olacaklar hakkında, az

ya da çok, biraz fikir edinmek ve sonra yasaları daha iyi öğrendiğimizde, onları daha iyi şekilde formülleştirmektir.

Gerçek bir problemde maddenin özelliklerini çözümlemek isteyen herkes, temel denklemleri yazarak başlamak ve sonra onları matematiksel olarak çözmeye çalışmak isteyebilir. Böyle bir yaklaşımı kullanmayı deneyen kişiler vardır, bu kişiler bu alanda başarısızdırlar; gerçek başarılar, bir *fiziksel* bakış açısından başlayanlardan, nereye gideceklerine ve sonra doğru cinsten yaklaştırmaları yaparak başlayacaklarına dair bir fikre sahip olanlardan ve verilen karmaşık bir durumda neyin büyük neyin küçük olduğunu bilenlerden gelir. Bu problemler o kadar karmaşıktır ki, kusurlu ve eksik olsa da, temelli bir anlam bile değerlidir ve böylece konu fizik derslerinde üzerinden tekrar tekrar geçeceğimiz ve her seferinde daha da doğruya yaklaşacağımız bir konudur.

Bu konuya hemen şimdi başlamamızın bir başka nedeni, bu fikirlerin birçoğunu örneğin kimyada zaten kullanmış olmamız ve bazılarını da liseden beri biliyor olmamızdır. Bunların fiziksel temellerini bilmek ilginçtir.

İlginç bir örnek olarak, hepimiz biliyoruz ki eşit hacimdeki gazlar, aynı basınç ve sıcaklıkta aynı sayıda molekül içerirler. Bir kimyasal tepkimede iki gaz birleştiğinde gerek duyulan hacimler daima basit tümlenik oranlar halinde olur şeklindeki katlı oranlar yasası, sonunda Avogadro tarafından "eşit hacimler, eşit sayıda atoma sahiptir" anlamında anlaşılmıştı. Peki onlar *neden* eşit sayıda atoma sahiptir? Atomların sayısının eşit olması gerektiğini Newton yasalarından çıkabilir miyiz? Bu bölümde kendimizi bu özel konuya adayacağız. Gelen bölümlerde, basınçları, hacimleri, sıcaklığı ve ısıyı içeren çeşitli başka olayları tartışacağız.

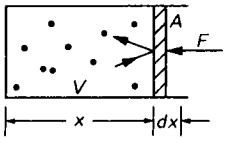
Konuya atomik olmayan bir açıdan girişilebileceğini ve maddelerin özelliklerinin birçok karşılıklı ilişkiye sahip olduğunu da anlayacağız. Örneğin, bir şeyi sıkıştırdığımız zaman, ısınır; eğer onu ısıtırsak, genişler. Bu iki olgu arasında bir ilişki vardır ve bu ilişki bunun altındaki mekanizmadan bağımsız olarak çıkarılabilir. Bu konuya *termodinamik* denir. Termodinamiğin en derin kavranışı, kuşkusuz, bunun altındaki gerçek mekanizmanın anlaşılmasından geçer ve bizim yapacağımız da budur: Daha başlangıçtan atomik görüşü alacağız ve maddenin çeşitli özelliklerini ve termodinamik yasalarını anlamak için onu kullanacağız.

O halde gazların özelliklerini Newton'ın mekanik yasaları yönünden tartışalım.

39-2 Bir gazın basıncı

Önce, bir gazın basınç uyguladığını biliyoruz ve bunun nedenini açıkça anlamalıyız. Kulaklarımız birkaç kez daha duyarlı olsaydı, devamlı bir koşuşturma sesi duyardık. Evrim kulakları bu noktaya geliştirmemiş, çünkü kulağın bu kadar çok duyarlı olması, yararsız olurdu; sürekli bir şamata duyardık. Bunun nedeni, kulak zarının havayla temasta oluşu ve havanın da sürekli hareket halindeki çok sayıda molekülden ibaret oluşudur ve bunlar hızla kulak zarına çarparlar. Bunlar kulak zarına çarparak düzensizce trampet çalarlar –tram, tram, tram– bunları duymayız, çünkü atomlar o kadar küçüktür ki kulağın duyarlılığı onu fark etmeye yeterli değildir. Bu sürekli bombardımanın sonucu, zarı itmektir, fakat kuşkusuz kulak zarının diğer tarafındaki atomların da sürekli eşit bombardımanı nedeniyle net etki sıfırdır. Bir taraftaki havayı alsaydık ya da iki tarafın bağıl hava miktarlarını değiştirseydik, kulak zarı o zaman bir yana veya diğer yana itilirdi, çünkü bir tarafa olan bombardıman miktarı diğer taraftakinden daha büyük olurdu. Bazen bir asansörde ya da uçakta aşırı hızlı yükselirken, özellikle çok kötü de soğuk almışsak (nezle olduğumuzda, iltihap kulak zarının iç tarafındaki havayı boğaz aracılığıyla dış havaya bağlayan boruyu tıkar, böylece iki basınç kolayca eşitlenmez), bu rahatsız edici etkiyi hissederiz.

Durumu sayısal olarak nasıl çözümleyeceğimizi incelemek için, bir kutu içinde bir gaza sahip olduğumuzu düşünelim, kutunun bir ucunda hareket edebilen bir piston olsun (Şekil 39-1). Kurunun içinde atomların bulunması nedeniyle piston üzerinde ne kadarlık bir kuvvetin meydana geldiğini bulmak isteyelim. Kutunun hacmi V olsun ve atomlar kutunun içinde çeşitli hızlarla gezinirken, pistona da çarparlar. Pistonun dış tarafında boşluktan başka bir şey olmasın. Ne olur? Piston kendi haline bırakılsaydı ve kimse onu tutmaya çalışmasaydı, her seferinde darbeler alır, küçük momentumları toplar ve yavaş yavaş kutudan dışarı itilirdi. Böylece kutudan dışarı itilmesinin engellenmesi için, onu bir F kuvvetiyle tutmalıyız. Problem, ne kadarlık bir kuvvetle tutulmalıdır? Kuvveti ifade etmenin bir yolu, yüzey alanı başına kuvvetten söz etmektir: A pistonun alanıysa, o zaman piston üzerindeki kuvvet, bir sayı çarpı alan olarak yazılabilecektir. Basıncı, bu durumda piston üzerine uygulamamız gereken kuvvet bölü pistonun alanı diye tanımlarız:



Şekil 39-1 Sürtünmesiz bir pistonla, bir kutu içindeki bir gazın atomları.

$$P = F/A \tag{39.1}$$

Bu düşünceyi anladığımızdan emin olmak için (bunu bir başka amaç için nasıl olsa türetmeliyiz), pistonu $-dx$ kadar hareket ettirerek sıkıştırma halinde gaz üzerine yapılan dW diferansiyel işi, kuvvet kere sıkıştırdığımız mesafe olmalıydı, bu da (39.1) uyarınca, basınç kere alan kere mesafe ya da eksi basınç kere hacim değişimidir:

$$dW = F(-dx) = -PA\,dx = -P\,dV \tag{39.2}$$

(A alanı ile dx mesafesinin çarpımı, hacim değişimidir.) Eksi işareti, sıkıştırmayla hacmin *azaldığını* gösterir; biraz düşününce, gaz sıkıştırıldığında *onun üzerine* iş yapıldığını anlayabiliriz.

Moleküllerin çarpmasını dengelemek için ne kadar kuvvet uygulamalıyız? Piston her çarpışmadan belli bir miktar momentum alır. Piston üzerine saniyede belli bir miktar momentum akacak ve bu onu harekete geçirecektir. Hareketi engellemek için, bizim kuvvetimizden saniyede aynı miktar momentumu ona geri vermeliyiz. Kuşkusuz kuvvet, saniye başına vermemiz gereken momentum miktarıdır. Başka türlü söylersek, pistonu bıraktığımızda bombardımanlar nedeniyle hız kazanacaktır; her bir çarpışmayla biraz daha hız kazanılır ve böylece piston ivmelenir. Pistonun hız kazanma oranı, yani ivme, piston üzerindeki kuvvetle orantılıdır. Böylece, zaten basınç kere alan dediğimiz kuvvet, çarpışan moleküller tarafından pistona saniyede verilen momentuma eşittir.

Saniye başına momentumu hesaplamak kolaydır; bunu iki kısımda yapabiliriz: Önce, özel bir atomun pistonla yaptığı bir tek çarpışmada pistona verdiği momentumu buluruz, sonra atomların pistonla saniyede yaptığı çarpışma sayısıyla çarparız. Kuvvet bu iki çarpanın çarpımı olacaktır. Şimdi bu iki çarpanın ne olduklarını görelim: Her şeyden önce, pistonun atomlar için mükemmel bir yansıtıcı olduğunu varsayalım. Öyle değilse, tüm kuram yanlış olur, piston ısınmaya başlar ve her şey değişir; fakat sonunda denge kurulduğunda, net sonuç çarpışmaların etkin olarak mükemmelen esnek olduğudur. Ortalamada, gelen her parçacık aynı enerjiyle ayrılır. Bu halde, gazın kararlı durumda olduğunu ve piston hareketsiz kaldığı için pistona hiç enerji kaybetmediğimizi düşüneceğiz. Bu gibi durumlarda, bir parçacık belli bir hızla gelirse, aynı hızla ve kesinlikle aynı kütleyle gider.

Bir atomun hızı v ve v hızının x-bileşeni v_x ise, bu durumda mv_x, "giren" momentumun x-bileşenidir; fakat "çıkan" momentumun bileşeni de buna eşittir ve böylece bir çarpışmada parçacık tarafından pistona verilen toplam momentum, "yansıtılma" nedeniyle, $2mv_x$'tir.

Şimdi, atomların bir saniyede ya da belli bir dt zaman süresinde –o zaman dt'ye böleriz– yaptıkları çarpışma sayısına gerek vardır. Kaç atom çarpmıştır? V hacminde N ya da her birim hacimde $n = N/V$ atom olduğunu varsayalım. Pistona kaç atom çarptığını bulmak için, belli bir t süresi verildiğinde, pistona

doğru belli bir hıza sahip bir parçacığın, ona yeterince yakınsa, t süresinde pistona çarpacağını dikkate alırız. Aşırı uzaksa, t süresi içinde pistona doğru sadece bir parça yol alır, fakat pistona ulaşamaz. Dolayısıyla pistondan sadece $v_x t$ mesafesi içinde olan moleküller t süresinde pistona çarpacaklardır. Böylece t süresindeki çarpışma sayısı, $v_x t$ mesafesi içindeki bölgede olan atomların sayısına eşittir ve pistonun alanı A olduğundan, pistona çarpacak atomların işgal ettiği *hacim* $v_x tA$'dır. Pistona çarpacak atomların *sayısı*, söz konusu hacim kere birim hacimdeki atom sayısı olan $nv_x tA$'ya eşittir. Kuşkusuz t süresinde çarpan sayı yerine, saniyede çarpan sayıyı istiyoruz, öyleyse t süresine böleriz ve $nv_x A$ elde ederiz. (Bu t süresi çok küçük olmalıydı; çok daha şık olacağı hissiyle ona dt deriz, yani türev alırız, fakat bu da aynı kapıya çıkar.)

Böylece kuvveti şöyle bulmuş oluruz:

$$F = n\, v_x\, A \cdot 2mv_x \tag{39.3}$$

İşte, parçacık yoğunluğunu sabit tutup alanı değiştirirsek, kuvvetin alanla orantılı olduğunu görürüz! Bu durumda basınç şudur:

$$P = 2nmv_x^2 \tag{39.4}$$

Bu çözümlemede şimdi küçük bir sorunun farkına varırız: Önce, tüm moleküller aynı hıza sahip değildir ve aynı doğrultuda hareket etmezler. Dolayısıyla, tüm v_x^2'ler farklıdır! Öyleyse yapmamız gereken, kuşkusuz, her biri kendi katkısını verdiği için, v_x^2'lerin *ortalamasını* almaktır. İstediğimiz v_x karenin tüm moleküller üzerinden ortalamasıdır:

$$P = n\, m\, \langle v_x^2 \rangle \tag{39.5}$$

2 çarpanını unuttuk mu? Hayır; tüm atomlardan sadece yarısı pistona doğru yönelmiştir. Diğer yarısı diğer yöndedir, böylece birim hacimdeki atomların *pistona çarpanlarının sayısı* sadece $n/2$'dir.

Şimdi atomlar oraya buraya sekerken, "x-doğrultusu"nun hiçbir özel durumu yoktur; atomlar yukarı aşağı da, geriye ileriye de, sağa sola da hareket edebilirler. Dolayısıyla atomların bir doğrultudaki ortalama hareketi ile diğer iki doğrultudaki ortalamalar hep birbirine eşit olacaktır:

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle \tag{39.6}$$

Sadece matematiksel bir kurnazlıkla şunun farkına varırız ki, onların her biri, toplamlarının –kuşkusuz bu, hızın büyüklüğünün karesidir– üçte-birine eşittir:

$$\langle v_x^2 \rangle = \tfrac{1}{3} \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \langle v^2 \rangle / 3 \tag{39.7}$$

Bu, herhangi özel bir doğrultu endişesine kapılmamızı önleyen bir avantajdır ve böylece basınç denklemimizi yine şu şekilde yazarız:

$$P = (\tfrac{2}{3}) n \langle mv^2/2 \rangle \tag{39.8}$$

Son çarpanı $\langle mv^2/2 \rangle$ olarak yazmamızın nedeni açıktır; o, molekülün kütle-merkezi hareketinin kinetik enerjisidir. Dolayısıyla şunu buluruz:

$$PV = N(\tfrac{2}{3}) \langle mv^2/2 \rangle \tag{39.9}$$

Hızları bilirsek, bu denklemle basıncın ne kadar olduğunu hesaplayabiliriz.

Çok basit bir örnek olarak, helyum gazını ya da cıva buharı veya yeterince yüksek sıcaklıkta potasyum buharı ya da argon gibi herhangi başka bir gazı alalım, bunlarda moleküller tek atomludur, bunlarda içsel hareket olmadığını kabul edebiliriz. Elimizde karmaşık bir molekül olsaydı, bir iç hareket, karşılıklı titreşmeler ya da başka şey olabilirdi. Bunları ihmal edebileceğimizi varsayarız, aslında bu geri döneceğimiz ciddi bir konudur, fakat sonuçta işler yoluna

girer. Atomların iç hareketinin göz ardı edilebileceğini varsayarız ve dolayısıyla, bu amaçla, var olan tek enerji kütle-merkezi hareketinin kinetik enerjisidir. Böylece tek atomlu bir gaz için, kinetik enerji toplam enerjidir. Genelde, toplam enerjiye U diyeceğiz (bazen buna toplam iç enerji denir; nedenini merak edebiliriz, çünkü bir gazın dış enerjisi yoktur), yani gazdaki ya da cisimdeki, her neyse ondaki tüm moleküllerin tüm enerjisi.

Tek atomlu bir gaz için toplam U enerjisinin, atomların sayısı kere her birinin ortalama kinetik enerjisine eşit olduğunu varsayacağız, çünkü atomların kendi içlerindeki her türlü hareketi ve uyarılmayı göz ardı ediyoruz. O zaman bu durumlarda, şuna sahip oluruz:

$$PV = \tfrac{2}{3}U \tag{39.10}$$

Bu arada, burada durabilir ve aşağıdaki soruya yanıt bulabiliriz: Bir kutu gaz aldığımızı ve gazı yavaş yavaş sıkıştırdığımızı varsayın; hacmi iyice daraltmak için ne kadar basınca gerek duyarız? Bunu bulmak kolaydır, çünkü basınç $\frac{2}{3}$ kere enerji bölü V'dir. Onu sıkıştırırken gaz üzerine iş yaparız ve dolayısıyla U enerjisini artırırız. Böylece bir tür diferansiyel denkleme sahip olacağız: Belli enerjiyle ve belli hacimle verilen bir durumla başlarsak, o zaman basıncı biliriz. Şimdi sıkıştırmaya başlarız, fakat başladığımız anda U enerjisi artar ve V hacmi azalır, böylece basınç yükselir.

Bu nedenle, bir diferansiyel denklem çözmeliyiz ve onu biraz sonra çözeceğiz. Bununla birlikte, önce şunu belirtmeliyiz ki bu gazı sıkıştırırken, tüm enerjinin içerdeki atomların enerjisini artırmaya gittiğini varsayıyoruz. Şunu sorabiliriz; bu gerekli midir? Başka nereye gidebilirdi? Bir başka yere gi*debileceği* anlaşılır. Duvarlardan "ısı kaçakları" olur: Duvarları bombardıman eden sıcak (yani, hızlı hareket eden) atomlar duvarları ısıtır ve enerji dışarıya gider. Şimdilik bunun olmadığını kabul edeceğiz.

Biraz daha genel olması için, gazımız hakkında hâlâ bazı çok özel varsayımlar yapıyorsak da, $PV = \frac{2}{3}U$ yazmayıp, bunun yerine

$$PV = (\gamma - 1)U \tag{39.11}$$

yazacağız. Bu geleneksel nedenlerle $(\gamma - 1)$ kere U şeklinde yazılmıştır, çünkü U'nun önündeki sayının $\frac{2}{3}$ olmayıp farklı bir sayı olacağı birkaç başka durumu inceleyeceğiz. Öyleyse, daha genel yapmak için bu sayıya $\gamma - 1$ diyoruz, çünkü insanlar neredeyse bir asırdır bunu böyle adlandırıyorlar. Bu durumda, helyum gibi tek atomlu bir gaz için bu γ, $\frac{5}{3}$'tür, çünkü $\frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$'tür.

Bir gazı sıkıştırdığımız zaman, yapılan işin $-P\,dV$ olduğunun zaten farkındaydık. Eklenen ya da çıkarılan hiçbir ısı enerjisinin olmadığı bir sıkışmaya *adyabatik sıkışma* denir; Yunancada *adiabatic* = *a* (değil) + *dia* (içinden) + *bainein* (gitmek) demektir. (Adyabatik sözcüğü, fizikte çeşitli şekillerde kullanılır ve bazen bu kullanımlarda neyin ortak olduğunu anlamak zordur.) Yani, bir adyabatik sıkışmada yapılan tüm iş, iç enerji değişimine gider. $PdV = -dU$ bağıntısını yazmamızın bütün nedeni, başka enerji kayıplarının olmamasıdır. $U = PV/(\gamma-1)$ olduğundan şunu yazabiliriz:

$$dU = (PdV + V\,dP)/(\gamma-1) \tag{39.12}$$

Böylece $PdV = -(PdV + VdP)/(\gamma-1)$ bağıntısına ya da terimleri düzenleyerek $\gamma PdV = -VdP$ veya

$$(\gamma dV/V) + (dP/P) = 0 \tag{39.13}$$

bağıntısına sahip oluruz. Neyse ki γ'nın, tek atomlu bir gazdaki gibi, sabit olduğunu varsayarak, bunun integralini alabiliriz ve $\gamma \ln V + \ln P = \ln C$ buluruz, burada $\ln C$ bir integral sabitidir. Her iki tarafın üstelini alırsak, yasayı buluruz:

$$PV^{\gamma} = C \text{ (bir sabit)} \tag{39.14}$$

Başka sözcüklerle, ısı kaybı olmadığı için sıkıştırdıkça sıcaklığın yükseldiği adyabatik koşullar altında, basınç çarpı hacmin $\frac{5}{3}$'üncü kuvveti, tek atomlu bir gaz için sabittir! Bunu kuramsal olarak türetmiş olsak bile, aslında tek atomlu gazların deneysel davranışı böyledir.

39-3 Işınımın sıkışabilirliği

Bir gazın kinetik kuramına, kimyada pek kullanılmayan fakat astronomide kullanılan bir gazla, başka bir örnek daha verebiliriz. Bir kutuda sıcaklığı çok yüksek olan çok sayıda fotonumuz olsun. (Bu kutu, kuşkusuz, çok sıcak bir yıldızdaki gazdır. Güneş bunun için yeterince sıcak değildir; hâlâ aşırı çok atom vardır, fakat belirli çok sıcak yıldızlarda hâlâ yüksek sıcaklıklardadır, atomları yok sayabiliriz ve kutuda bulunan cisimlerin sadece fotonlar olduğunu varsayarız.) Şu halde, bir foton belirli bir p momentumuna sahiptir. (Kinetik kuramı çalışırken, başımız daima beladadır: p basınçtır, fakat p momentumdur da; v hacimdir, fakat v hızdır da; T sıcaklıktır, fakat T kinetik enerjidir de ya da zamandır veya torktur; bu konuda hep tetikte olunmalıdır!) Bu $\boldsymbol{p}$, momentumdur, bir vektördür. Önceki aynı çözümleme üzerinden gidersek, $\boldsymbol{p}$ vektörünün x-bileşeni bir "dürtü" yaratır ve $\boldsymbol{p}$ vektörünün x-bileşeninin iki katı dürtüde verilen momentumdur. Dolayısıyla $2mv_x$ yerine $2p_x$ geçer ve çarpışmaların sayısını değerlendirmede v_x yine v_x'tir, böylece her şeyin üzerinden boylu boyunca geçtiğimizde, (39.4)denklemindeki basıncı şu şekilde buluruz:

$$P = 2np_xv_x \tag{39.15}$$

Bu durumda, ortalama alındığında, basınç n kere $p_x\,v_x$'in ortalaması haline gelir (aynı 2 çarpanı) ve sonuçta, diğer iki doğrultuyu da koyarak şunu buluruz:

$$\boldsymbol{PV = N\,(p \cdot v)/3} \tag{39.16}$$

Bu (39.9) denklemiyle uyuşur, çünkü momentum mv'dir; sadece biraz daha genel, o kadar. Basınç kere hacim, atomların toplam sayısı kere $\frac{1}{3}(\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{v})$'nin ortalamasıdır.

Şimdi, fotonlar için $\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{v}$ nedir? Momentum ve hız aynı doğrultudadır ve hız, ışığın hızıdır; öyleyse bu, cisimlerin her birinin momentumu kere ışık hızıdır. Momentum çarpı her fotonun ışık hızı, onun enerjisidir: $E = pc$, öyleyse bu terimler fotonların her birinin enerjileridir ve kuşkusuz bir ortalama enerji kere fotonların sayısını almalıyız. Böylece gazın içindeki enerjinin $\frac{1}{3}$'üne sahibiz:

$$PV = U/3 \quad \text{(foton gazı)} \tag{39.17}$$

Bu durumda, fotonlar için, önde $\frac{1}{3}$ olduğuna göre, (39.11)'deki $(\gamma - 1)$ çarpanı $\frac{1}{3}$ ya da $\gamma = \frac{4}{3}$'tür ve böylece kutu içindeki ışınımın

$$\boldsymbol{PV^{4/3} = C} \tag{39.18}$$

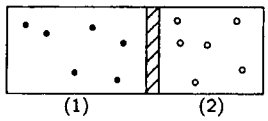
yasasına uyduğunu keşfetmiş oluruz. Böylece ışınımın sıkışabilirliğini biliyoruz! Bir yıldızda ışınım basıncı katkısının çözümlenmesinde kullanılan işte budur; onu sıkıştırdığımızda işte böyle değişir ve onu işte böyle hesaplarız. Daha şimdiden ne müthiş şeyler gücümüzün dahilindedir!

39-4 Sıcaklık ve kinetik enerji

Şu ana kadar *sıcaklık*la ilgilenmedik; ondan kasten uzak durduk. Bir gazı sıkıştırırken, moleküllerin enerjisini artırdığımızı biliyoruz ve gazın ısındığını söylemeye alışkınız; bunun sıcaklıkla ilgisini anlamak istiyoruz. Adyabatik olarak değil de, *sabit sıcaklık* dediğimiz durumda deney yapmaya çalışırsak, ne yapmış oluruz? Biliyoruz ki iki gaz kutusu alır ve onları yeterince uzun süre birbirlerine bitişik bırakırsak, başlangıçta farklı sıcaklık dediğimiz durumlarda

olmuş olsalar bile, sonunda aynı sıcaklığa geleceklerdir. Şimdi bu ne anlama gelir? Bu demektir ki onları yeterince uzun süre kendi başlarına bırakırsak, gelmeleri gereken bir duruma gelirler! Eşit sıcaklıkla demek istediğimiz tam budur: nesnelerin birbirleriyle etkileşerek yeterince uzun süre boş boş oturdukları zamanki son durum.

Şimdi de, Şekil 39-2'de görüldüğü gibi, hareketli bir pistonla ayrılmış kaplarda bulunan iki gazımız varsa, onlara ne olacağına bakalım (basit olsun diye, helyum ve neon gibi tek-atomlu iki gazı alalım). Kap (1)'deki atomlar m_1 kütlesine, v_1 hızına ve birim hacimde n_1 sayısına sahip olsunlar ve diğer kaptaki atomların kütlesi m_2, hızı v_2 ve birim hacimdeki sayısı n_2 olsun. Denge için koşullar nedir?



Şekil 39-2 İki farklı tek-atomlu gaz, hareketli bir pistonla ayrılmıştır.

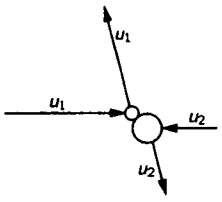
Açıkça görüldüğü gibi, sol yandan yapılan bombardıman öyle olmalıdır ki pistonu sağa hareket ettirmeli ve diğer gazı, onun basıncı kurulana dek, sıkıştırmalıdır; sistem böylece ileri geri çalkalanmalı ve yavaş yavaş iki yandaki basınçların eşit olduğu bir yerde durmalıdır. Böylece basınçların eşit olmasını düzenleriz; bu tam olarak her iki yanda birim hacim başına iç enerjilerin ya da n sayıları çarpı ortalama kinetik enerjilerin eşit olması anlamına gelir. Sonuç olarak, kanıtlamaya çalışacağımız şey, *sayıların kendilerinin* eşit olmasıdır. Şimdiye kadar bütün bildiğimiz, basınçların eşit olması nedeniyle, (39.8)'den sayılar çarpı kinetik enerjiler eşit olmalıdır:

$$n_1 \langle m_1 v_1^2/2 \rangle = n_2 \langle m_2 v_2^2/2 \rangle$$

Uzun vadede tek koşulun bu olmadığını, çok daha yavaş başka bir şeyin daha meydana gelmesi, yani eşit sıcaklıkların kurulmasına karşılık gelen gerçek tam dengenin oluşması gerektiğini de iyice anlamalıyız.

Düşünceyi anlamak için, sol yandaki basıncın çok yüksek bir yoğunlukta fakat düşük bir hızda geliştiğini varsayalım. Büyük n ve küçük v ile sahip olunan basıncın aynısını, küçük n ve büyük v ile elde edebiliriz. Atomlar yavaş hareket edebilirler, fakat neredeyse sıkıca yığılmışlardır; ya da seyrek olabilirler, fakat duvarlara daha şiddetli çarparlar. Sonsuza kadar böyle kalırlar mı? İlk bakışta böyle kalacaklarını düşünebiliriz, fakat sonra yine düşünüp önemli bir noktayı unuttuğumuzu anlarız. Yani, ara piston sabit bir basınca maruz kalmaz; tıpkı daha önce söz ettiğimiz kulak zarı gibi kıpırdayıp durur, çünkü çarpmalar mutlak surette düzgün değildir. Sürekli, sabit bir basınç yoktur; basınç değişir ve sistem salınır. Sağ yandaki atomların çok sallanmadığını, fakat sol yandakilerin seyrek ve çok enerjili olduklarını kabul edelim. Piston bazen soldan büyük bir itme alacak ve sağdaki yavaş atomlara karşı sürülüp onlara daha fazla hız verecektir. (Her bir atom pistonla çarpışınca, atom ona çarptığında pistonun hangi yöne doğru hareket ettiğine bağlı olarak, ya enerji kazanır ya da kaybeder.) Böylece, çarpışmaların bir sonucu olarak, piston kendini sallanır da sallanır bulur ve bu diğer gazı sallar: diğer atomlara enerji verir ve onlar da daha hızlı hareketler oluşturur, ta ki pistonun onlara verdiği sallanmayı onlar dengeleyene kadar. Piston öyle bir ortalama hız karesiyle harekete ulaşır ki atomlardan topladığı enerji onlara geri verdiği enerjiyle aynı orana vardığında, artık sistem dengeye gelmiş olur. Demek ki piston hızda belli bir ortalama düzensizlik toplar ve onu bulmak bizim problemimizdir. Onu bulduğumuzda, problemimizi daha iyi çözebiliriz, çünkü gazlar, piston aracılığıyla birbirlerine akıtmaya çalıştıkları enerji oranları eşit hale gelinceye kadar hızlarını ayarlayacaklardır.

Bu özel durumda pistonun ayrıntılarını düşünüp bulmak çok zordur; onu ideal olarak anlamak basit olsa da, çözümlemenin biraz daha zor olduğu ortaya çıkar. Onu çözümlemeden önce, bir başka problemi, bu kez içinde iki farklı türden molekül olan bir kutu gazı çözümleyelim; moleküllerin kütleleri m_1 ve m_2, hızları v_1 ve v_2 vesaire olsun. Bu kez çok daha fazla yakın bağıntı vardır. 2 no'lu moleküllerin tümü hareketsiz duruyorsa, bu koşul sürmeyecektir, çünkü 1 no'lu moleküller tarafından tekmeyi yerler. Eğer onların tümü 1 no'lu moleküllerden çok daha hızlıysalar, o zaman bu durum da herhalde sürmeyecektir: 1 no'lu moleküllere geri enerji vereceklerdir. Böylece her iki gaz aynı kutuda olduğu zaman, problem, ikisinin bağıl hızlarını saptayacak yasayı bulmaktır.



Şekil 39-3 Eşit olmayan atomlar arasındaki bir çarpışmanın KM sisteminden görünüşü. $u_1 = |v_1 - v_{KM}|$, $u_2 = |v_2 - v_{KM}|$.

Bu hâlâ çok zor bir problemdir, fakat onu aşağıdaki gibi çözeceğiz. Önce şu alt-problemi ele alalım (gene, en sonda sonucun çok kolay hatırlandığı -türetmeyi boş verin- hallerden biridir, fakat türetme sırf beceri işidir). Farklı kütleli iki molekülün çarpıştığını ve çarpışmanın kütle-merkezi (KM) sisteminden incelendiğini varsayalım. Karmaşıklığı ortadan kaldırmak için, çarpışmaya KM'de bakalım. Çarpışma yasalarından bildiğimiz kadarıyla, momentumun ve enerjinin korunumu vasıtasıyla, moleküller çarpıştıktan sonra onların hareket edebilecekleri tek yol öyledir ki her biri kendi özgün hızını korur ve sadece *yön* değiştirirler. Böylece Şekil 39-3'teki gibi görünen bir ortalama çarpışmaya sahibizdir. Bir an için, tüm çarpışmaları durgun KM'inde izlediğimizi varsayalım. Hepsinin başlangıçta yatay olarak hareket ettiklerini düşünelim. Kuşkusuz, ilk çarpışmadan sonra, onların bazıları bir açıda hareket ederler. Başka bir deyişle, onların tümü yatay olarak gidiyor olsaydı, o zaman en azından bazıları daha sonra düşey hareket ederdi. Şimdi bir diğer çarpışmada, bir başka doğrultudan gelirdi ve sonra yine bir başka açıda sapardı. Böylece başlangıçta tam olarak düzenlenseydiler bile, tüm açılarda serpilmiş olurlardı ve sonra serpilmiş olanlar daha fazla serpilirler ve daha da serpilirler ve daha daha serpilirlerdi. En sonunda, nasıl dağılmış olacaklardı? *Yanıt: Her çifti uzayda her doğrultuda eşit şansla hareket ediyor olarak bulacaktık.* Bundan sonra daha ileriki çarpışmalar dağılımı değiştirmezdi.

Onlar tüm doğrultularda eşit şansla hareket ederler, fakat bunu nasıl söyleriz? Kuşkusuz herhangi özel bir doğrultuda gideceklerdir diye bir olasılık *yok*tur, çünkü özel bir doğrultu aşırı kesindir, bu takdirde birim "bir şey" başına diye söze girmeliyiz. Düşünce şudur; merkezinde bir çarpışma noktası olan bir küre üzerindeki herhangi bir alan içinden geçen molekül sayısı, tam olarak bu küre üzerindeki herhangi bir başka eşit alandan geçenler kadar olacaktır. Böylece çarpışmaların sonucu doğrultulara göre öyle dağılacaktır ki, küre üzerinde eşit alanlar eşit olasılıklara sahip olacaklardır.

Bu arada, özgün doğrultu ile onunla θ açısı yapan bir başka doğrultuyu tartışmak istersek, birim yarıçaplı bir küre yüzeyinin diferansiyel alanının $\sin\theta\, d\theta$ kere 2π olması ilginç bir özelliktir (bkz. Şekil 32-1). $\sin\theta\, d\theta$ ifadesi $(-\cos\theta)$'nın diferansiyeliyle aynıdır. Öyleyse bu, iki doğrultu arasındaki θ açısının kosinüsü -1'den +1'e eşit şansla her şey olabilir anlamına gelir.

Sonra, çarpışmanın KM sisteminde olmadığı, fakat iki atomun $\boldsymbol{v}_1$ ve $\boldsymbol{v}_2$ vektör hızlarıyla bir araya geldiği gerçek durumu merak ederiz. Şimdi ne olur? $\boldsymbol{v}_1$ ve $\boldsymbol{v}_2$ vektör hızlarıyla olan bu çarpışmayı aşağıdaki şekilde çözümleyebiliriz: Önce belli bir KM vardır deriz; KM'nin hızı, kütlelerle orantılı ağırlıklarla alınmış "ortalama" hızla verilir, böylece KM'nin hızı $\boldsymbol{v}_{KM} = (m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2)/(m_1 + m_2)$'dir. Bu çarpışmayı KM sisteminde izlersek, o zaman tam Şekil 39-3'teki gibi, belli bir $\boldsymbol{w}$ bağıl hızıyla gelen bir çarpışma görürüz. Bağıl hız tam $\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2$'dir. Şimdi düşünce şudur; öncelikle, tüm KM hareket etmektedir ve KM'nde bir $\boldsymbol{w}$ bağıl hızı vardır; moleküller çarpışır ve yeni bir doğrultuda giderler. KM, hiçbir değişme olmadan, hareketine devam ederken olur tüm bunlar.

Şu halde, bundan ortaya çıkan dağılım nedir? Önceki savımızdan şunu karara varırız: Dengede, *$\boldsymbol{w}$ için tüm doğrultular, KM'nin hareket doğrultusuna göre eşit şanstadır.** Bağıl hızın hareket doğrultusuyla KM'nin hareket doğrultusu arasında, sonunda, özel bir karşılıklı ilişki olmayacaktır. Eğer olsaydı, kuşkusuz, çarpışmalar onu etrafa serperdi, böylece o tümden çevreye serpilmiş olurdu. Böylece $\boldsymbol{w}$ ile $\boldsymbol{v}_{KM}$ arasındaki açının kosinüsü ortalamada sıfır olur. Yani:

$$\langle \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{v}_{KM} \rangle = 0 \tag{39.19}$$

* Maxwell tarafından kullanılmış olan bu sav, bazı incelikler içerir. Varılan sonuç doğru olsa da, netice sırf daha önce kullandığımız simetri düşüncelerinden çık*maz*, çünkü gaz içinde hareket eden bir gözlem çerçevesine giderek, şekli bozulmuş bir hız dağılımı bulabiliriz. Bu sonucun basit bir ispatını bulamadık.

Fakat $\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{v}_{KM}$ skaler çarpımı $\boldsymbol{v}_1$ ve $\boldsymbol{v}_2$ cinsinden de ifade edilebilir:

$$\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{v}_{KM} = \frac{(\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2) \cdot (m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2)}{(m_1 + m_2)}$$

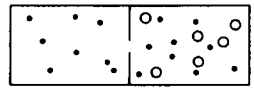
$$= \frac{(m_1 v_1^2 - m_2 v_2^2) + (m_2 - m_1)(\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2)}{m_1 + m_2} \qquad (39.20)$$

Önce, $\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2$'ye bakalım; $\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2$'nin ortalaması nedir? Yani, bir molekülün hızının diğerinin doğrultusundaki bileşeninin ortalaması nedir? Verilen herhangi bir molekülü bir şekilde hareket ederken bulma olasılığı neyse, onu diğer şekilde hareket ederken bulma olasılığı da kesinlikle tam aynıdır. $\boldsymbol{v}_2$ *hızının herhangi bir doğrultudaki ortalaması sıfırdır.* Bu durumda, $\boldsymbol{v}_1$'in doğrultusunda, $\boldsymbol{v}_2$ kesinlikle sıfır ortalamaya sahiptir. Dolayısıyla, $\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2$'nin ortalaması sıfırdır! Buna göre, $m_1 v_1^2$'nin ortalaması, $m_2 v_2^2$'nin ortalaması eşit olmalıdır. Yani, *ikisinin ortalama kinetik enerjileri eşit olmalıdır*:

$$\langle \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 \rangle = \langle \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2 \rangle \qquad (39.21)$$

Bir gazın içinde iki çeşit atom varsa, onların ikisi de aynı gaz içinde, aynı kapta dengede olduğunda, birinin kinetik enerjisinin ortalamasının diğerinin kinetik enerjisinin ortalamasıyla aynı olduğu gösterilebilir ve bunu göstermeye kalkışırız. Bu demektir ki ağır olanlar hafif olanlardan daha yavaş hareket edecektir; farklı kütleli "atomlar"la hava oluğunda yapılacak deney vasıtasıyla bu kolayca gösterilebilir.

Şimdi bir adım daha ileri gitmek ve şunu söylemek istiyoruz; eğer bir kutu içinde *ayrılmış* iki farklı gazımız varsa, aynı kutu içinde olmadıkları halde, en sonunda dengeye geldiklerinde, eşit ortalama kinetik enerjiye de sahip olacaklardır. Tartışmayı birçok yoldan yürütebiliriz. Bir tartışma yolu şöyledir: Kutu içinde üzerinde küçük delikler bulunan sabit bir bölme varsa (Şekil 39-4), öyle ki bir gaz deliklerden sızabilirken, diğer gaz –moleküllerinin aşırı büyük olması nedeniyle– sızamasın. Bunlar dengeye eriştiklerinde, biliyoruz ki karışmış kısımdakiler aynı ortalama kinetik enerjiye sahip olurlar; fakat bazıları kinetik enerji kaybetmeksizin delikten geçer, böylece saf gazda ve karışmış gazda ortalama kinetik enerji aynı olmalıdır. Bu aşırı doyurucu değildir, çünkü belki, bu molekül cinsi için, bir türü diğerinden ayıran delikler yoktur.



Şekil 39-4 Bir kutu içinde yarı-geçirgen bir zarla ayrılmış iki gaz.

Şimdi piston problemine geri gidelim. Bu pistonun kinetik enerjisinin de $\frac{1}{2} m_2 v_2^2$ olması gerektiğini gösteren bir kanıt verebiliriz. Bu, aslında, pistonun saf yatay hareketinden ötürü kinetik enerjisi olmalıydı; öyleyse, onun yukarı aşağı hareketini unutarak, bu, $\frac{1}{2} m_2 v_{2x}^2$ ile aynı olacaktır. Benzer şekilde, diğer taraftaki dengeden, pistonun kinetik enerjisinin $\frac{1}{2} m_1 v_{1x}^2$ olduğunu kanıtlayabiliriz. Bu, gazın ortasında olmayıp bir kenarında olduğu halde, biraz daha zor olsa da, tüm çarpışmaların bir sonucu olarak, pistonun ve gaz moleküllerinin ortalama kinetik enerjisinin eşit olduklarının tartışmasını hâlâ yapabiliriz.

Eğer bu da yine bizi tatmin etmiyorsa, dengenin her iki yana çarpabilen bir cisimle sağlandığı yapay bir örnek oluşturabiliriz. Sürtünmesiz kayan evrensel bir mafsal üzerinden pistona geçmiş ve uçlarında birer top bulunan kısa bir çubuğumuz olduğunu varsayın. Her top moleküllerden biri gibi yuvarlaktır ve her yana çarpabilir. Bu bütün cisim belli bir toplam m kütlesine sahiptir. Halen, önceki gibi, m_1 ve m_2 kütleli gaz moleküllerimiz var. Çarpışmaların sonucu, daha önce yapılmış olan çözümlemeyle şudur: m'nin kinetik enerjisi, bir yandaki moleküllerle çarpışması nedeniyle, ortalamada $\frac{1}{2} m_1 v_1^2$ olmalıdır. Benzer şekilde, diğer taraftaki moleküllerle çarpışması nedeniyle de ortalamada $\frac{1}{2} m_2 v_2^2$ olmalıdır. Dolayısıyla, her iki yan, ısıl dengede olduklarında, *aynı* kinetik enerjiye sahip olmalıdır. Böylece, bunu sadece gazların bir karışımı için kanıtladıysak da, aynı sıcaklıktaki ayrılmış iki farklı gaz haline de kolayca genişletilebilir.

Böylece *aynı sıcaklıkta iki gazımız varsa, KM hareketlerinin ortalama kinetik enerjileri eşittir.*

Ortalama moleküler kinetik enerji sadece "sıcaklık"ın bir özelliğidir. *Gazın değil* de, "sıcaklık"ın bir özelliği olarak, bunu sıcaklığın *tanımı* olarak kullana-

biliriz. Bir molekülün ortalama kinetik enerjisi, bu nedenle sıcaklığın bir fonksiyonudur. Fakat sıcaklık için hangi ölçeği kullanacağımızı bize kim söyleyecektir? Sıcaklık ölçeğini keyfi olarak *tanımlaya*biliriz, öyle ki ortalama enerji sıcaklığa çizgisel olarak bağlı olsun. Bunu yapmanın en iyi yolu, ortalama enerjinin kendisine "sıcaklık" demektir. Bu en basit mümkün fonksiyon olurdu. Ne yazık ki, sıcaklık ölçeği farklı şekilde seçilmişti; böylece doğrudan ona sıcaklık demek yerine, bir molekülün enerjisiyle Kelvin derecesi denen bir mutlak sıcaklık derecesi arasında sabit bir çevirme çarpanı kullanırız. Orantı sabiti şudur: $k = 1{,}38 \times 10^{-23}$ Joule, her Kelvin derecesi için.* Böylece T mutlak sıcaklıksa, tanımımız, ortalama moleküler kinetik enerjinin $(\frac{3}{2})kT$ olacağını söyler. ($\frac{3}{2}$, bir başka yerde ondan kurtulmak için, kolaylık gereği konmuştur.)

Hareketin herhangi özel bir doğrultudaki bileşeniyle ilişkili kinetik enerji sadece $\frac{1}{2}kT$'dir. İçerilen üç bağımsız doğrultu onu $(\frac{3}{2})kT$ yapar.

39-5 İdeal gaz yasası

Şimdi elbette sıcaklı tanımımızı (39.9) denklemine koyabiliriz ve böylece gazların basıncı için sıcaklığın fonksiyonu olan yasayı buluruz. Bu, basınç çarpı hacmin, atomların toplam sayısı çarpı evrensel k sabiti çarpı sıcaklık olduğunu söyler:

$$PV = NkT \tag{39.22}$$

Üstelik, aynı sıcaklık, basınç ve hacimde, *atomların sayısı* da saptanır; o da evrensel bir sabittir! Böylece farklı gazların eşit hacimleri, aynı basınç ve sıcaklıkta, Newton yasaları nedeniyle, aynı sayıda molekül içerir. İşte insanı şaşırtıcı bir sonuç!

Pratikte, moleküllerle uğraşırken, sayılar çok büyük olduğu için, kimyacılar yapay olarak özel bir sayı seçmişlerdi, çok büyük bir sayı ve ona bir *mol* adını vermişlerdi. Neden 10^{24} cisim seçmedikleri tarihsel bir sorudur –o zaman düzgün görünürdü. Tek tip yapacakları uygun cisim sayısı olarak, öylesine $N_0 = 6{,}02 \times 10^{23}$ cisim seçmişlerdi; buna cisimlerin bir molü denir. Böylece moleküllerin sayısını ölçmek yerine, onları *mol* sayısı cinsinden ölçüyorlar.† Mol sayısı çarpı bir moldeki atom sayısı çarpı kT'yi, N_0 cinsinden yazabiliriz ve istersek, bir moldeki atomların sayısı çarpı k'yı –ki bu, k'nın bir mol değeridir– alırız ve ona bir başka şey deriz –ona R adını veririz. k'nın mol değeri 8,317 Joule'dür: $R = N_0k = 8{,}317\ \text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot {}^\circ\text{K}^{-1}$. Böylece gaz yasasını, mol sayısı (N olarak da adlandırılır) çarpı RT ya da atomların sayısı çarpı kT şeklinde yazılmış olarak da buluruz:

$$PV = NRT \tag{39.23}$$

Bu aynı şeydir, sadece sayıları ölçmek için farklı bir ölçek kullanılmıştır. Biz birim olarak 1'i kullanırız, kimyacılarsa birim olarak 6×10^{23}'ü kullanırlar!

Gaz yasamız hakkında bir yorum daha yapalım; bu, yasanın tek-atomlu moleküllerden başka nesneler için olan şekliyle ilgilidir. Tek-atomlu bir gazın atomlarının sadece KM hareketiyle ilgilenmiştik. Halihazırda kuvvetler varsa, ne olur? Önce, pistonun yatay bir yayla tutulduğu ve üzerinde kuvvetlerin olduğu durumu ele alalım. Atomlarla piston arasında her an sallanma hareketinin değişimi, kuşkusuz o anda pistonun nerede olduğuna bağlı değildir. Denge koşulları aynıdır. Piston nerede olursa olsun, onun hareket hızı öyle olmalıdır ki moleküllere tam doğru şekilde enerji geçirsin. Dolayısıyla yay hususunda fark

---

* Santigrat ölçeği, 273,15 K°'in sıfır olarak seçildiği bu Kelvin ölçeğidir; böylece T = 273,15 + santigrat sıcaklık'tır.

† Kimyacıların molekül ağırlığı dedikleri şey, bir molekülün bir molünün gram cinsinden kütlesidir. Mol öyle tanımlanır ki, karbon atomunun 12-izotopunun (yani, çekirdeğinde 6 protonu ve 6 nötronu olan karbon) bir molünün kütlesi tam olarak 12 gramdır.

yaratmaz. Pistonun hareket edeceği *hız* ortalamada aynıdır. Öyleyse bir doğrultuda kinetik enerjinin ortalama değerinin $\frac{1}{2}kT$ olduğunu ifade eden teoremimiz, *kuvvetler var olsa da olmasa da doğrudur.*

Örneğin m_A ve m_B atomlarından oluşan bir iki-atomlu molekülü alalım. Daha önce kanıtladığımız şuydu: A parçasının ve B parçasının KM hareketleri öyledir ki $\langle\frac{1}{2}m_Av_A^2\rangle = \langle\frac{1}{2}m_Bv_B^2\rangle = \frac{3}{2}kT$'dir. Onlar bir arada tutunuyorlarsa, bu nasıl olabilir? Onlar bir arada olsalar da, orada döndükleri ve çevrildikleri zaman, bir şey onlara çarptığı zaman, onlarla enerji değiş-tokuş ettiği zaman, *hesaba katılan tek şey, onların ne kadar hızlı hareket ettikleridir.* Bu tek başına, onların çarpışmalarda ne kadar hızlı enerji alıp verdiklerini belirler. Özel anda, kuvvet esas mesele değildir. Dolayısıyla aynı ilke, kuvvetler var olduğunda bile, doğrudur.

Son olarak, gaz yasasının iç hareketin ihmaliyle de tutarlı olduğunu kanıtlayalım. Aslında önce iç hareketleri işin içine katmamış, sadece tek-atomlu bir gazı işlemiştik. Fakat şimdi göstereceğiz ki, M toplam kütleli bir tek cisimmiş gibi ele alınan bütün nesne öyle bir KM hızına sahiptir ki,

$$\langle\tfrac{1}{2}Mv_{KM}^2\rangle = \tfrac{3}{2}kT \tag{39.24}$$

olur. Başka bir deyişle, ya ayrık parçaları ele alırız ya da bütün nesneyi! Bunun nedenini anlayalım: İki-atomlu molekülün kütlesi $M = m_A + m_B$'dirve kütle merkezinin hızı $\boldsymbol{v}_{KM} = (m_A\boldsymbol{v}_A + m_B\boldsymbol{v}_B)/M$'ye eşittir. Şimdi $\langle v_{KM}^2\rangle$'ye ihtiyacımız var. v_{KM}'nin karesini alırsak, şunu buluruz:

$$v_{KM}^2 = \frac{m_A^2v_A^2 + 2m_Am_B\boldsymbol{v}_A\cdot\boldsymbol{v}_B + m_B^2v_B^2}{M^2}$$

Şimdi ½M ile çarpar ve ortalama alırsak şunu elde ederiz:

$$\langle\tfrac{1}{2}Mv_{KM}^2\rangle = \frac{m_A\frac{3}{2}kT + m_Am_B\langle\boldsymbol{v}_A\cdot\boldsymbol{v}_B\rangle + m_B\frac{3}{2}kT}{M}$$

$$= \tfrac{3}{2}kT + \frac{m_Am_B\langle\boldsymbol{v}_A\cdot\boldsymbol{v}_B\rangle}{M}$$

($(m_A + m_B)/M = 1$ gerçeğini kullandık.) Peki, $\langle\boldsymbol{v}_A\cdot\boldsymbol{v}_B\rangle$ nedir? (En iyisi sıfır olmasıdır!) Bunu bulmak için, $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{v}_A - \boldsymbol{v}_B$ bağıl hızı bir doğrultuyu diğerinden daha fazla olası göstermez şeklindeki varsayımımızı kullanalım; yani, onun herhangi bir doğrultudaki ortalama bileşeni sıfırdır. Böylece şunu kabul ederiz:

$$\langle\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{v}_{KM}\rangle = 0$$

Fakat $\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{v}_{KM}$ nedir? O da şudur:

$$\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{v}_{KM} = \frac{(\boldsymbol{v}_A - \boldsymbol{v}_B)(m_A\boldsymbol{v}_A + m_B\boldsymbol{v}_B)}{M}$$

$$= \frac{m_Av_A^2 + (m_B - m_A)(\boldsymbol{v}_A\cdot\boldsymbol{v}_B) - m_Bv_B^2}{M}$$

Dolayısıyla $\langle m_Av_A^2\rangle = \langle m_Bv_B^2\rangle$ olduğundan, ilk ve son terimler ortalamada birbirlerini götürürler ve geriye şu kalır:

$$(m_B - m_A)\langle\boldsymbol{v}_A\cdot\boldsymbol{v}_B\rangle = 0$$

Böylece $m_A \neq m_B$ ise, $\langle\boldsymbol{v}_A\cdot\boldsymbol{v}_B\rangle = 0$ buluruz ve dolayısıyla tüm molekülün, M kütleli bir tek parçacık gibi görünen, tek vücut halindeki hareketi ortalamada $(\frac{3}{2})kT$'ye eşit bir kinetik enerjiye sahiptir.

Bu arada, aynı anda, iki-atomlu bir molekülün *iç hareketi*nin ortalama kinetik enerjisinin, KM'nin tek vücut halindeki hareketine bakmaksızın, $\frac{3}{2}kT$ olduğunu da kanıtlamıştık. Çünkü molekülün parçalarının toplam kinetik enerjisi

$\frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$'dir, bunun ortalamasıysa $\frac{3}{2}kT + \frac{3}{2}kT$ ya da $3kT$'dir. Kütle merkezi hareketinin kinetik enerjisi $\frac{3}{2}kT$'dir, öyleyse molekülün içindeki iki atomun dönme ve titreşme hareketlerinin ortalama kinetik enerjisi, bunların farkı, yani $\frac{3}{2}kT$ olur.

KM hareketinin ortalama enerjisiyle ilgili teorem geneldir: Bir bütün olarak ele alınan herhangi bir cisim, kuvvetler var olsun ya da olmasın, var olan her bağımsız hareket doğrultusu için, bu hareketteki ortalama kinetik enerji $\frac{1}{2}kT$'dir. Bu "bağımsız hareket doğrultusu" bazen sistemin *serbestlik derecesi* olarak adlandırılır. r adet atomdan oluşan bir molekülün serbestlik derecesi sayısı, her atomun konumunu tanımlamak için üç koordinata gerek duyulduğu için $3r$'dir. Molekülün bütün kinetik enerjisi, ya tek tek atomlarının kinetik enerjilerinin toplamı ya da KM hareketinin kinetik enerjisiyle iç hareketlerinin kinetik enerjilerinin toplamı olarak ifade edilebilir. İkinci haldeki iç enerji, molekülün dönme kinetik enerjisi ve titreşim kinetik enerjisinin toplamı olarak ifade edilebilir, fakat bu bir yaklaştırmadır. Teoremimiz, r-atomlu moleküle uygulandığında, molekülün ortalama olarak $3rkT/2$ Joule'lük kinetik enerjiye sahip olacağını, bunun $\frac{3}{2}kT$'sinin bütün molekülün kütle-merkezi hareketinin kinetik enerjisi ve kalanının (yani $\frac{3}{2}(r-1)kT$'sinin) ise iç titreşim ve dönme enerjisi olacağını söyler.

40
İSTATİSTİK MEKANİĞİN İLKELERİ

40-1 Üstel atmosfer
40-2 Boltzmann yasası
40-3 Bir sıvının buharlaşması
40-4 Molekül hızlarının dağılımı
40-5 Gazların özgül ısısı
40-6 Klasik fiziğin yetersizliği

40-1 Üstel atmosfer

Birbirleriyle etkileşen çok sayıda atomun bazı özelliklerini tartışmıştık. Konu kinetik kuram adını alır, maddenin atomlar arasındaki çarpışmalar açısından bir betimlemesidir. Bununla, temel olarak, maddenin göze batan özelliklerinin onun parçaları cinsinden ifade edilebilir olduğunu iddia ederiz.

Şimdilik kendimizi ısıl denge koşullarına sınırlayacağız; yani, tüm doğa olaylarının bir alt sınıfına. Sırf ısıl dengeye uygulanan mekanik yasalarına *istatistik mekanik* denir ve bu kesimde bu konunun bazı ana teoremleriyle tanışmak istiyoruz.

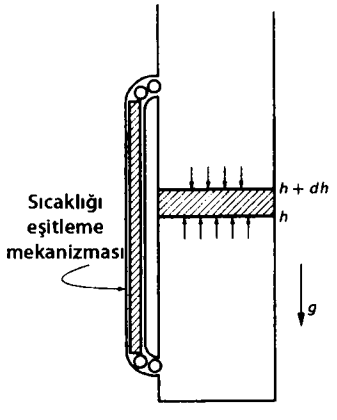
İstatistik mekaniğin teoremlerinden biriyle zaten tanıştık; T mutlak sıcaklığındaki her hareket için kinetik enerjinin ortalama değerinin, her bağımsız hareket ya da aynı şey demek olan her serbestlik derecesi başına $\frac{1}{2}kT$ olduğunu zaten gördük. Bu bize atomların ortalama-hız-kareleri hakkında bir şeyler söyler. Bizim şimdiki hedefimiz, atomların konumları hakkında daha fazla şeyler öğrenmek, ısıl dengede onların ne kadarının farklı yerlerde olacaklarını keşfetmek ve ayrıca hız dağılımları üzerine biraz daha fazla ayrıntıya girmektir. Ortalama-hız-karelerine sahip olmamıza karşın, onlardan ne kadarının kare-ortalamaları-kökünden üç kez daha hızlıdır ya da onlardan ne kadarı kare-ortalamaları-kökü hızının dörtte-birine ulaşır gibi bir sorunun nasıl yanıtlanacağını bilmeyiz. Yoksa tümü tam olarak aynı hıza mı sahiptir?

Böylece, yanıtlamaya çalışacağımız iki soru vardır: Moleküller üzerine etkiyen kuvvetlerin varlığı halinde, moleküller uzayda nasıl dağılmışlardır ve onlar hızlarına göre nasıl dağılmışlardır?

Bu iki sorunun tamamen bağımsız olduğu anlaşılır ve hızların dağılımı daima aynıdır. Moleküllere hangi kuvvetler etkirse etkisin, ortalama kinetik enerjinin serbestlik derecesi başına $\frac{1}{2}kT$ olduğunu bulduğumuzda, ikinci soru için zaten bir ipucu elde etmiştik. Moleküllerin hızlarının dağılımları kuvvetlerden bağımsızdır, çünkü çarpışma sıklıkları kuvvetlere bağlı değildir.

Bir örnek olarak, bizimkisi gibi, fakat rüzgârların ve diğer türden karışıklıkların olmadığı bir atmosferde moleküllerin dağılımıyla başlayalım. Büyük bir yüksekliğe uzanan ve ısıl dengede olan bir gaz sütunumuz olduğunu varsayalım; bizim atmosferimiz gibi değil, biliyoruz ki bizim atmosferimiz yukarılara gittikçe soğur. Sıcaklık farklı yüksekliklerde değişseydi, bir çubuğu dipteki birkaç topa birleştirerek dengenin olmadığını gösterebilirdik (Şekil 40-1), orada toplar moleküllerden $\frac{1}{2}kT$ enerjisini alır ve çubuk aracılığıyla tepedeki topları titreştirir ve onlar da tepedeki molekülleri salındırır. Böylece, en sonunda, kuşkusuz sıcaklık bir kütleçekim alanında tüm yükseklerde aynı hale gelir.

Sıcaklık tüm yüksekliklerde aynıysa, problem, yukarıya gittiğimizde atmosferi seyrek hale getiren yasanın ne olduğunu keşfetmektir. P basıncında V hacmindeki moleküllerin sayısı N ise, $PV = NkT$ ya da $P = nkT$ olduğunu biliyoruz, burada $n = N/V$ birim hacimdeki moleküllerin sayısıdır. Başka türlü söylersek, birim hacimdeki moleküllerin sayısını bilirsek, o zaman basıncı biliriz ve de tersini: Bu problemde sıcaklık sabit olduğundan, onlar birbiriyle orantılıdır. Fakat basınç sabit değildir, yükseklik azaldıkça basınç artmalıdır, çünkü onun üzerindeki tüm gazın ağırlığını taşımalıdır. Basıncın yükseklikle nasıl değiştiğini saptarken kullanabileceğimiz ipucu budur. h yüksekliğinde bir birim alan alırsak, aşağıdan yukarıya etkiyen düşey kuvvet P basıncıdır. $h + dh$ yüksekli-



Şekil 40-1 h yüksekliğindeki basınç, araya giren gazın ağırlığıyla $h + dh$'deki basıncı aşmalıdır.

ğinde alan birimi başına aşağıya doğru iten kuvvet, kütleçekimin yokluğunda, aynı olmalıydı, fakat burada öyle değildir, çünkü aşağıdan olan kuvvet yukarıdan olanı h ve $h + dh$ arası kesimdeki gazın ağırlığıyla aşmalıdır. Her molekül üzerine mg kütleçekim kuvveti uygulanır, burada g kütleçekim ivmesidir ve ndh ise birim kesitli ve dh yükseklikli ara bölmedeki toplam molekül sayısıdır. Böylece bu bize $P_{h+dh} - P_h = dP = -mgn\ dh$ diferansiyel denklemini verir. $P = nkT$ ve T sabit olduğundan, P ya da n'yi yok edebiliriz; P'yi yok edersek, diferansiyel denklem olarak şunu buluruz:

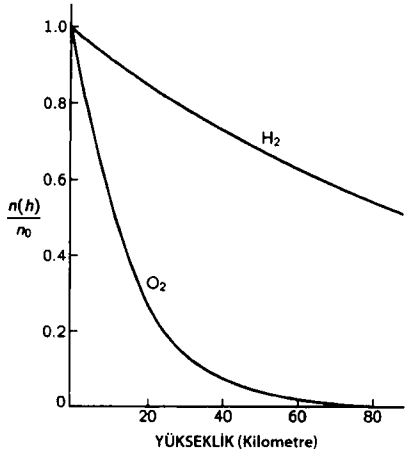
$$\frac{dn}{dh} = -\frac{mg}{kT}\ n$$

Bu denklem bize, enerjiyi yükselttiğimizde yoğunluğun nasıl düştüğünü söyler.

Böylece parçacık yoğunluğu için yükseklikle değişen bir denklemimiz var, öyle ki bu yoğunluk kendisiyle orantılı bir türeve sahiptir. Kendisiyle orantılı bir türeve sahip olan bir fonksiyon, bir üstel fonksiyondur ve bu diferansiyel denklemin çözümü

$$n = n_0 e^{-mgh/kT} \tag{40.1}$$

olur. Buradaki n_0 integral sabitinin $h = 0$'daki yoğunluk olduğu açıktır (burası, herhangi bir yer olarak seçilebilir) ve yoğunluk yükseklikle üstel olarak düşer.



Şekil 40-2 Sabit sıcaklıkta, oksijen ve hidrojen için, dünyanın kütleçekim alanında yüksekliğin fonksiyonu olarak normalize yoğunluk.

Dikkat ederseniz, değişik türden farklı kütleli moleküllere sahipsek, onlar farklı üslerle azalırlar. Daha ağır olanlar yükseklikle hafif olanlara göre daha hızlı düşer. Dolayısıyla oksijen azottan daha ağır olduğundan, azot ve oksijenli bir atmosferde yükseldikçe, azot oranının artmasını bekleriz. Aslında bu bizim kendi atmosferimizde, en azından makul yüksekliklerde, olmaz; çünkü o kadar çok çalkantı vardır ki bu çalkantılar gazları tekrar birbirlerine geri karıştırır. Bizimki eş-sıcaklıklı bir atmosfer değildir. Bununla birlikte, hidrojen gibi daha hafif maddelerin, atmosferin çok büyük yüksekliklerinde baskın olma eğilimi *vardır*, çünkü diğer üstellerin tümü söndükleri halde, en düşük kütleler var olmaya devam ederler (Şekil 40-2).

40-2 Boltzmann yasası

Burada şu ilginç olguya dikkatinizi çekeriz; (40.1) denkleminin üssündeki pay bir atomun *potansiyel enerji*sidir. Dolayısıyla bu özel yasayı şöyle de ifade edebiliriz: Herhangi bir noktadaki yoğunluk

$$e^{-\text{her bir atomun potansiyel enerjisi}/kT}$$

ile orantılıdır. Bu bir rastlantı olabilir, yani sadece bu düzgün kütleçekim alanı özel hali için doğru olabilir. Bununla birlikte, bunun çok daha genel bir önerme olduğunu gösterebiliriz. Bir gazdaki moleküllere etkiyen kütleçekimden başka tür bir kuvvetin var olduğunu düşünelim. Örneğin, moleküller elektrikle yüklenebilir ve bir elektrik alanının etkisine bırakılabilirler ya da bir başka yük onları çekebilir. Ya da, atomların birbirlerini veya kenarları veya bir katıyı ya da bir başka şeyi karşılıklı çekmeleri nedeniyle, konumla değişen ve tüm moleküllere etki eden bir çekim kuvveti vardır. Basit olsun diye, şimdi moleküllerin tümünün aynı olduklarını ve kuvvetin her bir moleküle tek tek etki ettiğini varsayalım, öyle ki bir gaz örneği üzerindeki toplam kuvvet, basitçe molekül sayısı çarpı her bir molekül üzerindeki kuvvettir. Gereksiz karmaşıklıklardan kaçınmak için, x-ekseni F kuvveti doğrultusunda olan bir koordinat sistemi seçelim.

Önceki gibi aynı tarzda, gazın içinde bir dx mesafesiyle ayrılmış iki paralel düzlem alırsak, o zaman her atom üzerindeki kuvvet çarpı cm³'teki n atom sayısı (önceki nmg'nin genelleştirilmesi) çarpı dx, basınç değişimiyle dengelenmelidir: $Fn\ dx = dP = kT\ dn$. Ya da, bu yasayı daha sonra bize yararlı olacak yapıda şöyle yazarız:

$$F = kT\ \frac{d}{dx}(\ln n) \tag{40.2}$$

Şu an için, $-Fdx$'in bir molekülü x'ten $x + dx$'e götürmede yapılan iş olduğunu gözleyin ve eğer F bir potansiyelden geliyorsa, yani yapılan iş bir potansiyelle temsil edilebilirse, o zaman, bu, ayrıca potansiyel enerjideki (P.E.) fark olur. Potansiyel enerjinin negatif diferansiyeli yapılan Fdx işidir ve $d(\ln n) = -d(\text{P.E.})/kT$ ya da integral aldıktan sonra

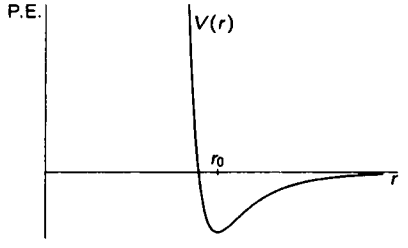
$$n = (\text{sabit})\, e^{-(\text{P.E.})/kT} \tag{40.3}$$

buluruz. Dolayısıyla, özel halde fark ettiğimiz şeyin, genel halde de doğru olduğu anlaşılmış olur. (F bir potansiyelden türemezse, ne olur? O zaman (40.2) denkleminin hiç mi hiç çözümü yoktur. Enerji genelleştirilebilir ya da çevrimsel yollar boyunca dolanan atomlar tarafından kaybedilir; bu çevrimsel yollarda yapılan iş sıfır değildir ve denge hiç sağlanamaz. Atom üzerindeki dış kuvvetler korunumlu değilse, ısıl denge var olamaz.) *Boltzmann yasası* olarak bilinen (40.3) denklemi, istatistik mekaniğin ilkelerinden bir diğeridir: Molekülleri verilen bir uzaysal düzenlemede bulma olasılığı, bu düzenlemenin potansiyel enerjisinin negatifi bölü kT üssüyle, üstel olarak değişir.

Bu, o zaman bize moleküllerin dağılımını verir: Bir sıvı içinde etraftaki negatif iyonları çeken bir pozitif iyona sahip olduğumuzu varsayın, onlardan ne kadarı farklı uzaklıklarda olabilir? Potansiyel enerji uzaklığın bir fonksiyonu olarak bilinirse, bu durumda onların farklı uzaklıklardaki oranı, pek çok uygulamada, bu yasayla verilir vb.

40-3 Bir sıvının buharlaşması

Daha ileri istatistik mekanikte şu önemli problem çözülmeye çalışılır. Birbirlerini çeken bir moleküller topluluğu düşünün ve herhangi ikisi, diyelim ki i ve j arasındaki kuvvet sadece onların r_{ij} aralığına bağlı olsun ve bir $V(r_{ij})$ potansiyel fonksiyonunun türevi olarak temsil edilebilsin. Şekil 40-3 böyle bir fonksiyonun sahip olabileceği yapıyı gösterir. $r > r_0$ için, moleküller bir araya gelirken enerji azalır, çünkü birbirlerini çekerler ve sonra birbirlerine daha da yaklaşırlarken enerji çok keskin bir şekilde artar, çünkü birbirlerini şiddetle iterler; bu, kabaca söylersek, moleküllerin davranış yolunun belirleyici özelliğidir.



Şekil 40-3 İki molekül için bir potansiyel-enerji fonksiyonu; bu, sadece aralarındaki uzaklığa bağlıdır.

Şimdi böyle moleküllerle dolu bir kutu düşünelim ve ortalama olarak onların kendilerini nasıl düzenlediklerini bilmek isteyelim. Yanıt $e^{-(\text{P.E.})/kT}$'dir. Bu durumda toplam potansiyel enerji, tüm çiftler üzerinden bir toplam olabilir, çünkü kuvvetlerin tamamen saf çiftler halinde olduğunu varsayıyoruz (çok daha karmaşık durumlarda üç-cisim kuvvetleri var olabilir, fakat örneğin elektrikte potansiyel enerji sırf çiftler halindedir). Bu durumda molekülleri r_{ij}'lerin herhangi özel bir düzeninde bulma olasılığı

$$\exp\left[-\sum_{i,j} V(r_{ij})/kT\right]$$

ile orantılı olacaktır. Şimdi, sıcaklık çok yüksekse, öyle ki $kT \gg |V(r_0)|$'dır, üs neredeyse her yerde oldukça küçüktür ve molekülü bulma olasılığı neredeyse konumdan bağımsızdır. Sadece iki moleküllü hali alalım: $e^{-(\text{P.E.})/kT}$ fonksiyonu, onları çeşitli r uzaklıklarında bulma olasılığı olabilir. Açıkça, potansiyelin en negatif olduğu yerde, olasılık en büyüktür ve potansiyelin sonsuza doğru gittiği yerlerde, olasılık neredeyse sıfırdır; bu durum çok küçük uzaklıklarda meydana gelir. Bu demektir ki, bir gazdaki böyle atomlar için, onların birbirleri üzerinde olma şansları yoktur, çünkü birbirlerini şiddetle iterler. Fakat onları birim hacimde r_0 noktasında bulma şansı başka her noktadan daha büyüktür. Ne kadar büyük olduğu, sıcaklığa bağlıdır. Sıcaklık $r = r_0$ ve $r = \infty$ arasındaki enerji farkına göre çok büyükse, üstel daima neredeyse 1'dir. Bu durumda, ortalama kinetik enerjinin (yaklaşık kT kadar) potansiyel enerjiyi büyük ölçüde aştığı yerde, kuvvetler çok fark yaratmaz. Fakat sıcaklık düşünce, molekülleri tercihli r_0 mesafesinde bulma olasılığı, onları başka yerde bulma olasılığına göre yavaş ya-

vaş yükselir ve aslında kT değeri $|V(r_0)|$'den çok küçükse, bu komşulukta oldukça büyük pozitif üstele sahip oluruz. Başka bir deyişle, verilen bir hacimde birbirlerinden çok uzak olmalarına göre minimum enerji mesafesinde olmaları çok daha muhtemeldir. Sıcaklık düştükçe, atomlar bir araya gelirler, topaklar halinde kümelenirler, sıvılara ve katılara indirgenirler ve de onları ısıttığımızda buharlaşırlar.

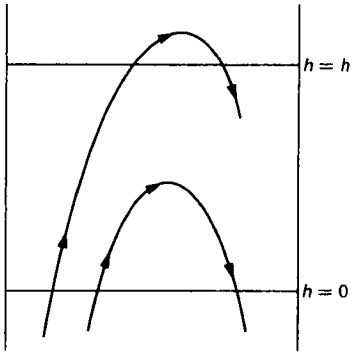
Cisimlerin verilen bir durumda tam olarak nasıl buharlaştıklarının, tam olarak başlarına neler geldiğinin saptanması için gerekenler şunları içerir. Önce, doğru moleküler-kuvvet yasası $V(r)$'yi keşfetmek gerekir, bu başka bir şeyden, kuantum mekaniği ya da deneyden gelmelidir. Fakat moleküller arasındaki kuvvet yasası verilince, milyarlarca molekülün ne yapacağını keşfetmek sadece $e^{-\Sigma V_{ij}/kT}$ fonksiyonunu incelemekten ibarettir. Şaşırtıcı olarak, o böylesine basit bir fonksiyon ve böylesine kolay bir düşünce olduğundan potansiyel verilince, iş *aşırı derecede karmaşıklaşır*; güçlük, çok büyük olan değişken sayısıdır.

Böyle güçlüklere karşın, konu çok heyecan verici ve ilginçtir. Buna genelde bir "çok-cisim-problemi" denir ve gerçekten çok ilginç bir şeydir. Bu tek denklemde gerçekten, örneğin gazın katılaşması ya da katının alabileceği kristal yapıları gibi tüm ayrıntılar içerilmelidir ve insanlar onu zorlukla başarmaya çalışıyorlardı, fakat matematiksel güçlükler çok fazladır; yasayı yazmakta değil, ama böylesine çok sayıdaki değişkenle baş etmekte.

Bundan sonra sıra uzaydaki parçacık dağılımındadır. Bu, klasik istatistik mekaniğin sonudur, pratik olarak söylersek; çünkü kuvvetleri bilirsek, ilke olarak uzaydaki dağılımı bulabiliriz ve hızların dağılımı, ilk ve son olarak çalışabileceğimiz bir şey olup farklı durumlar için farklı bir şey değildir. Büyük problemler, şekilsel çözümümüzün dışında özel bilgi elde etmede yatmaktadır ve klasik istatistik mekaniğin ana konusu budur.

40-4 Molekül hızlarının dağılımı

Şimdi hızların dağılımını tartışmaya devam edeceğiz, çünkü bazen onlardan ne kadarının farklı hızlarda hareket ettiğini bilmek ilginç ve yararlıdır. Bunu başarmak için, atmosferdeki gaza dayanarak keşfettiğimiz olguları kullanabiliriz. Atomların karşılıklı çekim enerjisini dikkate almayıp potansiyel enerjiyi yazarken zaten varsaydığımız gibi, atmosferi mükemmel bir gaz olarak ele alırız. İlk örneğimizde işe kattığımız tek potansiyel enerji kütleçekimdi. Kuşkusuz, atomlar arasında kuvvetler olsaydı, her şey çok daha karmaşık olurdu. Böylece atomlar arasında kuvvetlerin olmadığını ve bir an için çarpışmaları da göz ardı ettiğimizi varsayıyoruz; bunun gerekçelendirilmesine daha sonra döneceğiz. $h = 0$ yüksekliğinde olanlara göre, h yüksekliğinde daha az molekülün var olduğunu şimdi görmüştük; (40.1) denklemine göre, molekül sayısı yükseklikle üstel olarak düşer. Daha yükseklerde nasıl daha az olur? Her şeye karşın, 0 yüksekliğinde hareket eden tüm moleküller h yüksekliğine ulaşmazlar mı? Hayır! Çünkü 0'da hareket edenlerin bazıları aşırı yavaştır ve potansiyel yokuşunu h'ye kadar tırmanamazlar. Bu ipucuyla, ne kadarının çeşitli hızlarda hareket etmesi gerektiğini hesaplayabiliriz, çünkü *ne kadarının* verilen bir h mesafesine tırmanmak için yeterli hızdan daha az hızla hareket etmekte olduğunu (40.1) denkleminden biliyoruz. Bunlar, h'deki yoğunluğun 0'dakinden daha düşük olduğu gerçeğini açıklayacak kadardır.



Şekil 40-4 h = 0'da hareket eden moleküllerin sadece yeterli hızda olanları, h yüksekliğine ulaşabilir.

Bu düşünceyi şimdi de biraz daha kesin hale getirelim: $h = 0$ düzleminin altıdan üstüne ne kadar molekülün geçtiğini hesaplayalım (yükseklik = 0 diyerek, orada bir taban olduğunu kastetmiyoruz; bu sadece pratik bir etikettir, negatif h'de de gaz vardır). Bu gaz molekülleri etrafta her doğrultuda hareket eder, fakat onların bazıları bu düzlemin içinden geçer ve her an onların saniyede belirli bir miktarı değişik hızlarla düzlemin altından yukarısına geçer. Şimdi şuna dikkat ederiz: h yüksekliğine çıkmak için tam gerekli hıza u dersek (kinetik enerji $\frac{1}{2}mu^2 = mgh$), o zaman düşey doğrultudaki hız bileşeni u'dan büyük olup daha düşük düzlemden yukarıya saniyede geçen molekül sayısı, daha üstteki düzlemden *herhangi bir* yukarı doğru hızla saniyede geçen sayıyla tam olarak

aynıdır. Düşey hızı u'yu aşmayan moleküller üst düzlemden geçemez. Dolayısıyla şunu anlarız:

$$h = 0 \text{ düzlemini } v_z > u \text{ hızıyla geçenlerin sayısı} = h = h \text{ düzlemini } v_z > 0 \text{ hızıyla gelenlerin sayısı}$$

Fakat 0'dan büyük her hızla h'den geçenlerin sayısı, 0'dan büyük her hızla daha düşük yükseklikten geçenlerin sayısından daha azdır, çünkü daha aşağıda atomların sayısı daha büyüktür; tek ihtiyacımız budur. Sıcaklığın atmosfer boyunca tamamen aynı oluşu hakkında daha önce yaptığımız tartışmadan sonra, hızların dağılımının aynı olduğunu zaten biliyoruz. Böylece, hız dağılımı aynı olduğundan ve aşağı indikçe *daha fazla atom* var olduğundan, açıkça, h yüksekliğini pozitif hızla geçen $n_{>0}(h)$ sayısı ve $n_{>0}(0)$ sayısı, iki yükseklikteki yoğunluklar olarak, aynı orandadır, ki bu da $e^{-mgh/kT}$'dir. Fakat $n_{>0}(h) = n_{>u}(0)$'dır ve dolayısıyla, $\frac{1}{2}mu^2 = mgh$ olduğundan, şunu buluruz:

$$\frac{n_{>0}(h)}{n_{>0}(0)} = e^{-mgh/kT} = e^{-mu^2/2kT}$$

Böylece, sözle söylersek, 0 yüksekliğinde u'dan büyük z-hız bileşeniyle saniyede birim alandan geçen moleküllerin sayısı, $e^{-mu^2/2kT}$ kere düzlemi sıfırdan büyük hızla geçen toplam sayıdır.

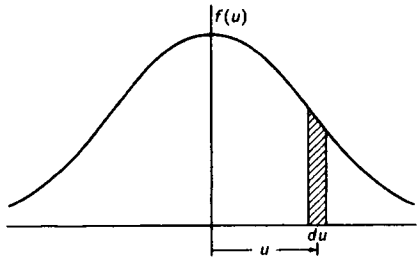
Bu sadece keyfi olarak seçilmiş $h = 0$ yüksekliğinde değil, kuşkusuz başka her yükseklikte de doğrudur ve böylece hızların dağılımları hepsi aynıdır! (Son ifade h yüksekliğini içermez, bu sadece ara tartışmada görünür.) Sonuç, bize hızların dağılımını veren genel bir önermedir. Bu bize der ki, bir gaz borusunun kenarında küçük bir delik, iyice ufak bir delik açarsak, öyle ki çarpışmalar çok seyrek, yani deliğin çapından çok daha ayrıktır, o zaman dışarı çıkan parçacıklar değişik hızlara sahip olacaktır, fakat u'dan daha büyük hızla dışarı giden parçacıkların kesri $e^{-mu^2/2kT}$'dir.

Şimdi çarpışmaların ihmali sorusuna geri dönelim: Bu neden hiç önem arz etmez? Sonlu bir h yüksekliğiyle değil de, sonsuz küçük bir h yüksekliğiyle (o kadar küçük ki, 0 ile h arasında çarpışmalara yer olmasın) olan aynı tartışmayı sürdürebilirdik. Fakat bu gerekli değildi: Tartışma, açıkça, içerilen enerjilerin bir çözümlemesine, enerji korunumuna ve meydana gelen çarpışmalarda moleküller arasında enerji değiş-tokuşu oluşuna dayanır. Yine de, enerji sadece bir başka molekülle değiş-tokuş ediliyorsa, aynı molekülü izleyip izlememeyi aslında önemsemeyiz. Böylece problem çok daha özenle çözümlense bile (ve bu titiz bir iş için, doğal olarak, daha zordur), sonuçta durumun yine fark etmeyeceği anlaşılır.

Bulduğumuz hız dağılımının

$$n_{>u} \propto e^{-\text{kinetik enerji}/kT} \tag{40.4}$$

olması ilginçtir. Hızların dağılımının bu şekilde, bilinen bir alanı belli bir minimum z-bileşeniyle geçen moleküllerin sayısı verilerek betimlenmesi, hız dağılımını vermenin en elverişli yolu değildir. Örneğin, gazın içinde, hızının z-bileşeni verilen iki değer arasında olan ne kadar molekülün var olduğunun bilinmesi istenir çoğunlukla ve bu kuşkusuz doğrudan (40.4) denklemiyle verilmez. Yazdığımız ifade epeyce genel olduğu halde, sonucumuzu daha beylik bir yapıda ifade etmek isteriz. *Herhangi bir molekülün tam olarak ifade edilmiş bir hıza sahip olduğunu söylemenin mümkün olmadığını unutmayın*; onların hiçbiri *tam olaraksaniyede* 1,7962899173 *metreye eşit* bir hıza sahip değildir. Dolayısıyla anlamlı bir beyanda bulunmak için, kaçının belli bir *hız bölgesi*nde bulunacağını sormalıyız. Ne kadar molekülün 1,796 ile 1,797 arasındaki hızlara sahip olduğunu ve benzeri şeyler söylemeliyiz. Matematiksel terimlerle, hızları u ve $u + du$ arasında olan tüm moleküllerin kesrini $f(u)du$ ile gösterelim. Şekil 40-5 $f(u)$ fonksiyonu için olası bir yapıyı göstermekte, du genişlikli ve $f(u)$ ortalama yükseklikli taralı kısım ise bu $f(u)du$ kesrini temsil etmektedir. Yani, taralı alanın eğrinin altındaki toplam alana oranı, du içindeki u hızlı moleküllerin



Şekil 40-5 Bir hız dağılım fonksiyonu. Taralı alan $f(u)$ du olup, u civarındaki du bölgesi içinde hızlara sahip parçacıkların kesridir.

bağıl oranıdır. $f(u)$'yu öyle tanımlayalım ki, bu bölge içinde bir hıza sahip olma kesri doğrudan taralı alanla verilsin, o zaman toplam alan onların yüzde 100'ü olmalıdır; yani:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(u)\, du = 1 \tag{40.5}$$

Şimdi bu dağılımı, sadece onu daha önce türettiğimiz teoremle karşılaştırarak elde etmeliyiz. Önce, birim alandan saniyede u'dan daha büyük bir hızla geçen –$f(u)$ cinsinden ifade edilmiş– molekül sayısının ne olduğunu sorarız. İlkin bunun sadece $\int_u^{\infty} f(u)du$ integrali olduğunu düşünebilirdik, fakat değildir; çünkü alandan *saniyede* geçen sayıyı isteriz. Daha hızlı olanlar daha yavaş olanlardan daha sık geçer ve ne kadar molekülün geçtiğini ifade etmek için hız ile çarpmalısınız. (Bunu önceki bölümde, çarpışmaların sayısını konuşurken tartışmıştık.) Verilen bir t zamanında yüzeyden geçenlerin toplam sayısı, yüzeye ulaşmış olabilenlerin tümüdür ve ulaşanların sayısı bir ut mesafesinden gelir. Öyleyse ulaşan moleküllerin sayısı, basitçe orada olanlar değildir, orada birim hacimde olanlar çarpı içinden geçileceği varsayılan alana varmak için koşulacak mesafedir ve bu mesafe u ile orantılıdır. Böylece u çarpı $f(u)du$'nun integraline gereksinim duyarız –alt limit u olmak üzere bir sonsuz integral ve bu daha önce bulduğumuzla aynı olmalıdır, yani $e^{-mu^2/2kT}$, daha sonra elde edeceğimiz bir orantı katsayısıyla:

$$\int_u^{\infty} u\, f(u)\, du = \text{sabit} \cdot e^{-mu^2/2kT} \tag{40.6}$$

Şimdi bu integralin u'ya göre türevini alırsak, integralin içindeki ifadeyi, yani integrantı buluruz (u alt limit olduğundan, eksi işaretiyle) ve diğer tarafın türevini alırsak, u kere aynı üsteli (ve aynı sabit'i) elde ederiz. u'lar birbirini götürür ve şunu buluruz:

$$f(u)\, du = Ce^{-mu^2/2kT}\, du \tag{40.7}$$

Onun bir *dağılım* olduğunu hatırlatması için, her iki tarafta du'yu bırakırız ve bu bize u ile $u+du$ arasındaki hız için oranın ne olduğunu söyler.

C sabiti, (40.5) denklemi uyarınca, integralin 1 olmasından saptanmalıdır. Şimdi

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}$$

olduğunu kanıtlayabiliriz.* Bunu kullanarak kolayca $C = \sqrt{m/2\pi kT}$ bulunur.

Hız ve momentum orantılı olduğundan, momentumların dağılımının da birim momentum aralığında $e^{-\text{K.E.}/kT}$ ile orantılı olduğunu söyleyebiliriz. Bu teoremin, momentum cinsinden olunca, görelilikte de doğru olduğu anlaşılır; oysaki hız cinsindense, doğru değildir; bu nedenle en iyisi onu hız yerine momentum cinsinden öğrenmektir:

$$f(p)dp = Ce^{-\text{K.E.}/kT}\, dp \tag{40.8}$$

Böylece kinetik ve potansiyel enerji gibi farklı enerji durumlarının her ikisinin olasılıklarının, $e^{-\text{enerji}/kT}$ ile verildiğini buluruz; hatırlamak için çok kolay ve oldukça güzel bir önerme.

---

* Değeri hesaplanmak istenen integralin karesi alınırsa

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx$$

$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2}\, dy = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)}\, dy\, dx$ bulunur; bu tüm xy-düzlemi üzerinden bir çift integraldir ve kutupsal koordinatlarda da yazılabilir:

$$I^2 = \int_0^{\infty} e^{-r^2} \cdot 2\pi r dr = \pi \int_0^{\infty} e^{-t}\, dt = \pi$$

Şu ana kadar hızların dağılımını, kuşkusuz, sadece "düşey olarak" bulduk. Şunu da sorabilirdik: Bir molekül bir başka doğrultuda hareket ediyorsa olasılık nedir? Kuşkusuz bu dağılımlar ilişkilidir ve tam dağılım sahip olduğumuz dağılımdan elde edilebilir, çünkü tam dağılım sadece hızın büyüklüğünün karesine bağlıdır, z-bileşenine değil. O doğrultudan bağımsız bir şey olmalıdır ve içerilen sadece bir fonksiyon, farklı büyüklüklerin olasılığı vardır. z-bileşeninin dağılımına sahibiz ve dolayısıyla ondan diğer doğrultuların dağılımını elde edebiliriz. Sonuç, olasılığın yine $e^{-\text{K.E.}/kT}$ ile orantılı olmasıdır, fakat şimdi kinetik enerji, üstelde toplanmış $\frac{1}{2}mv_x^2$, $\frac{1}{2}mv_y^2$ ve $\frac{1}{2}mv_z^2$ gibi üç parça içermektedir. Ya da onu bir çarpım olarak yazabiliriz:

$$f(v_x, v_y, v_z)\,dv_x\,dv_y\,dv_z \propto e^{-mv_x^2/2kT}\cdot e^{-mv_y^2/2kT}\cdot e^{-mv_z^2/2kT}\,dv_x\,dv_y\,dv_z \qquad (40.9)$$

Bu denklemin doğru olduğunu görebilirsiniz, çünkü birinci olarak, gerektiği gibi, sadece v^2'nin bir fonksiyonudur ve ikinci olarak tüm v_x ve v_y'ler üzerinden integral alınarak elde edilmiş olan v_z'nin çeşitli değerlerinin olasılıkları, tam da (40.7)'dir. Fakat tek bu (40.9) fonksiyonu, bu iki şeyi de yapabilir!

40-5 Gazların özgül ısısı

Şimdi kuramı sınama yollarından bazılarına bakacağız ve gazların klasik kuramının ne denli başarılı olduğunu göreceğiz. Daha önce gördüğümüz gibi, N molekülün enerjisi U ise, $PV = NkT = (\gamma-1)U$ bağıntısı geçerlidir; bazen, bazı gazlar için, belki. Tek-atomlu bir gaz için, bunun, atomların kütle-merkezi hareketinin kinetik enerjisinin $\frac{2}{3}$'üne eşit olduğunu da biliyoruz. Kinetik enerji, tek-atomlu bir gaz halinde, iç enerjiye eşittir ve dolayısıyla $\gamma - 1 = \frac{2}{3}$'tür. Fakat onun çok daha karmaşık, yani dönebilen ve titreşebilen, bir molekül olduğunu düşünelim ve iç hareketlerinin enerjilerinin de kT ile orantılı olduğunu varsayalım (bunun klasik mekanik uyarınca doğru olduğu da anlaşılır). Bu durumda verilen bir sıcaklıkta, $(\frac{3}{2})kT$ kinetik enerjisine ek olarak, iç titreşim ve dönme enerjisine de sahiptir. Böylece toplam U, sadece iç kinetik enerjiyi değil, ayrıca dönme ve titreşim enerjilerini de içerir ve farklı bir γ değeri elde ederiz. Teknik olarak, γ'yı ölçmenin en iyi yolu, enerjinin sıcaklıkla değişimi olan özgül ısıyı ölçmektir. Bu yaklaşıma daha sonra geri döneceğiz. Şimdiki amaçlarımız için, γ'nın adyabatik sıkıştırma için PV^γ eğrisinden deneysel olarak bulunacağını varsayabiliriz.

Bazı durumlar için γ'nın hesaplamasını yapalım. Önce, tek atomlu bir gaz için U, kinetik enerjiyle aynı olan toplam enerjidir ve biliyoruz ki γ zaten $\frac{5}{3}$ olmalıdır. İki-atomlu bir gaz için, örnek olarak oksijen, hidrojen iyodür, hidrojen vb, bir gazı alabiliriz ve iki-atomlu gazın Şekil 40-3'teki türden bir kuvvetle bağlı iki atom olarak temsil edilebileceğini varsayarız. Ayrıca şunu varsayabiliriz ve bunun gayet doğru olduğu anlaşılır; iki-atomlu gaz için ilgi çekecek sıcaklıklarda atom çiftleri büyük ölçüde minimum potansiyel mesafesi olan r_0 kadar ayrık durma eğilimindedirler. Bu doğru olmasaydı, büyük çoğunluğu dibe yakın tutmak için olasılık yeterince güçlü değişmeseydi, oksijen gazını, büyükçe oranda, O_2 ile tek oksijen atomlarının bir karışımı olarak hatırlardık. Biliyoruz ki, aslında, oksijen gazında çok az tek oksijen atomu vardır ve bu demektir ki potansiyel enerji minimumu mutlak değerce kT'den çok daha büyüktür. Onlar kuvvetlice r_0 civarında kümelendiklerine göre, eğrinin gerekli olan parçası minimuma yakındır ve bu da bir parabola yakınlaştırılabilir. Bir parabolik potansiyel, bir harmonik salınıcıyı akla getirir ve aslında mükemmel bir yaklaştırmayla, oksijen molekülü bir yayla bağlanmış iki atom olarak temsil edilebilir.

Şimdi T sıcaklığında bu molekülün toplam enerjisi nedir? İki atomun her biri için kinetik enerji $(\frac{3}{2})kT$ olmalıdır, böylece ikisinin kinetik enerjisi $(\frac{3}{2})kT+(\frac{3}{2})kT$'dir. Bunu farklı bir şekle de sokabiliriz: Aynı $(\frac{3}{2})$ artı $(\frac{3}{2})$'ye, kütle-merkezinin kinetik enerjisi $(\frac{3}{2})$, dönmenin kinetik enerjisi $(\frac{2}{2})$ ve titreşimin kinetik enerjisi $(\frac{1}{2})$ olarak

Tablo 40-1
Çeşitli gazlar için özgül ısı oranı γ'nın değerleri

Gaz	T (C°)	γ
He	-180	1,660
Kr	19	1,68
Ar	15	1,668
H_2	100	1,404
O_2	100	1,399
HI	100	1,40
Br_2	300	1,32
I_2	185	1,30
NH_3	15	1,310
C_2H_6	15	1,22

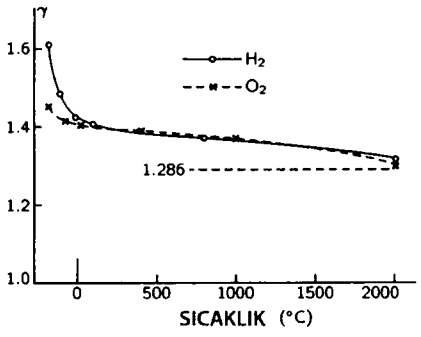
da bakılabilir. Titreşimin kinetik enerjisinin ($\frac{1}{2}$) olduğunu biliyoruz, çünkü içerilen sadece bir boyut vardır ve her serbestlik derecesi $\frac{1}{2}kT$'ye sahiptir. Dönmeye gelince, iki eksenden her biri etrafında dönebilir, öyleyse iki bağımsız hareket var demektir. Atomların bir tür noktalar olduklarını kabul ediyoruz ve onları birleştiren doğru etrafında dönemezler; bu akılda tutulması gereken bir şeydir, çünkü bir uyuşmazlıkla karşılaşırsak, güçlük burada olabilir. Bir şey daha var, o da titreşimin *potansiyel* enerjisidir; o ne kadardır? Bir harmonik salınıcıda ortalama kinetik enerji ve ortalama potansiyel enerji eşittir ve dolayısıyla titreşimin potansiyel enerjisi de $\frac{1}{2}kT$'dir. Büyük toplam enerji $U = (\frac{7}{2})kT$'dir ya da kT atom başına $\frac{2}{7}U$'dur. Bu demektir ki γ, bu durumda, $\frac{5}{3}$ yerine $\frac{9}{7}$, yani γ = 1,286'dır.

Bu sayıları, Tablo 40-1'de gösterilen ilgili ölçülmüş değerlerle karşılaştırabiliriz. Önce tek atomlu bir gaz olan helyuma bakarsak, γ için $\frac{5}{3}$'e çok yakın bir değer buluruz ve hata herhalde deneyseldir, gerçi böylesine düşük bir sıcaklıkta atomlar arasında bazı kuvvetler de var olabilir. Kripton ve argon, ikisi de tek-atomlu, deneysel doğruluk sınırları içinde uyum içindedir.

İki-atomlu gazlara dönersek, hidrojen için Tabloda 1,404 görünmekte, ki bu kuramın verdiği 1,286 ile uyuşmamaktadır. Oksijen için çok benzer bir değer 1,399 var ve yine uyuşma yok. Hidrojen iyodür 1,40 değeriyle aynıdır. Sanki doğru yanıt 1,40'mış gibi görünmeye başlıyor, fakat bromür için 1,32 ve iyot için 1,30 değerlerini görünce öyle olmadığını anlarız. 1,30 değeri 1,286'ya epeyce yakın olduğuna göre, iyodun daha iyi uyuştuğu söylenebilir, fakat oksijen çok uzaktır. Böylece burada bir ikileme sahibiz. Bir molekül için onun doğru olduğunu, fakat bir başka molekül için doğru olmadığını görüyoruz; buna göre, her ikisini açıklamak için çok becerikli olmamız gerekebilir.

Çok sayıda parçaya sahip C_2H_6, yani etan, gibi çok daha karmaşık bir moleküle bakalım. Sekiz atoma sahiptir ve hepsi çeşitli bileşimlerle titreşmekte ve dönmektedir. Buna göre, toplam iç enerji miktarı kT'nin çok büyük bir katı, en azından sadece kinetik enerji için $12kT$ olmalıdır ve γ−1 sıfıra çok yakın ya da γ neredeyse tam 1 olmalıdır. Aslında, o düşük*tür*, fakat 1,22 değeri o kadar çok düşük değil; sadece kinetik enerjiden hesaplanan $1\frac{1}{12}$ değerinden daha büyüktür ve bu da hiç anlaşılabilir değildir!

Ayrıca, burada yer alan esrar çok derindir, çünkü iki-atomlu molekül bir limitte katı yapılamaz. Etkileşme sabitlerini sonsuz derecede şiddetli yapsaydık bile, molekül çok fazla olmasa da, yine titreşmeyi sürdürürdü. İçerdeki titreşme enerjisi hâlâ kT'dir, çünkü etkileşme sabitinin şiddetine bağlı değildir. Fakat bir değişkeni yok etmek için tüm titreşimi durdurarak *mutlak* katılığı düşleseydik, o zaman iki-atomlu hal için $U = \frac{5}{2}kT$ ve γ=1,40 elde ederdik. Bu H_2 ya da O_2 için iyi görünüyor. Diğer taraftan, hâlâ sorunlarımız olurdu, çünkü γ ya hidrojen ya da oksijen için sıcaklıkla değişir! Şekil 40-6'da görülen ölçülmüş değerlerden görürüz ki H_2 için γ, −185°C'ta yaklaşık 1,6'dan 2000 °C'de 1,3'e değişir. Değişim hidrojen halinde oksijen için olandan çok daha azımsanmayacak derecededir, fakat yine de oksijende bile, sıcaklık düştükçe γ kesinlikle yükselir.



Şekil 40-6 Hidrojen ve oksijen için sıcaklığın fonksiyonu olarak γ'nın deneysel değerleri. Klasik kuram, sıcaklıktan bağımsız olarak, γ = 1,286 değerini öngörür.

40-6 Klasik fiziğin yetersizliği

Böylece, sonuçta, bazı güçlüklerimizin olduğunu söyleyebilirdik. Yaydan başka bir kuvvet yasası deneyebilirdik, fakat başka her şey sadece γ'yı daha fazla yükseltir. İşin içine başka enerji biçimleri katarsak, γ iyice 1'e yaklaşır ve gerçeklerle çelişir. Düşünülebilecek tüm klasik kuramsal şeyler sadece durumu daha da kötüleştirecektir. Mesele şudur ki her atomda elektronlar vardır ve onların spektrumundan iç hareketlerin var olduğunu biliyoruz; elektronların her biri en azından $\frac{1}{2}kT$'lik kinetik enerjiye ve bir miktar potansiyel enerjiye sahiptir, böylece bunlar eklendiğinde, γ daha da küçülür. Komik bir durum. Yanlış bir durum.

Gazların dinamik kuramı üzerine ilk büyük makale 1859'da Maxwell tarafından yazılmıştı. Maxwell, tartışmakta olduğumuz fikirlerin temelinde, Boyle yasası, yayınım kuramı, gazların ağdalılığı ve gelen bölümde bahsedeceğimiz

şeyler gibi bilinen pek çok bağıntıyı doğru şekilde açıklayabilmişti. Tüm bu büyük başarıları bir son özet içinde listelemiş ve en sonunda şöyle demişti: "Son olarak, küresel olmayan tüm parçacıkların ötelenme ve dönme hareketleri arasında gerekli bir bağıntı kurarak ($\frac{1}{2}kT$ teoremini kastediyor), böyle parçacıkların bir sisteminin iki özgül ısı arasındaki bilinen bağıntıyı muhtemelen sağlayamadığını kanıtladık." Maxwell γ'ya gönderme yapıyor (ki bu, daha sonra göreceğimiz gibi, özgül ısıyı ölçmenin iki yoluyla ilişkilidir) ve doğru yanıtı elde edemeyeceğimizi bildiğimizi söylüyor.

On yıl sonra, bir derste, "Moleküler kuram tarafından şimdiye dek karşılaşılan en büyük zorluk olarak düşündüğüm şeyi şimdi size sundum" demişti. Bu sözler klasik fizik yasalarında bir şeylerin ters gittiğinin ilk keşfini temsil eder. Bu, temelde olanaksız bir şeyin var olduğuna dair ilk belirtiydi, çünkü kesin olarak kanıtlanmış bir teorem deneyle uyuşmamıştı. 1905'lerde Sir James Hopwood Jeans ve Lord Rayleigh (John William Strutt) bu muamma hakkında konuşuyorlardı. On dokuzuncu yüzyılın ikinci kısmında fizikçilerin önemli fizik yasalarının tümünü bildikleri ve artık onların yapabilecekleri tek şeyin sonuçlarda daha fazla ondalık basamak hesaplamak olduğu söyleniyordu. Biri belki bir kez böyle bir şey söylemiş ve diğerleri onu taklit etmişti. Fakat o zamanın kaynaklarını titiz bir şekilde okuyunca, onların bir şeylerden endişe duydukları anlaşılır. Jeans bu muammanın çok gizemli bir olay olduğunu söylemişti ve sıcaklık düştükçe, sanki belli türden hareketler "donuyor" gibi görünüyordu.

Titreşimsel hareketin düşük sıcaklıkta var olmayıp sadece yüksek sıcaklıklarda var olduğunu kabul edebilseydik, o zaman bir gazın yeterince düşük bir sıcaklıkta titreşim hareketi yapmadan var olabildiğini, böylece $\gamma = 1{,}40$ olduğunu, ama yüksek sıcaklıklarda titreşim hareketine başladığı için γ'nın azaldığını düşünebilirdik. Aynı şey dönme için de öne sürülebilirdi. Dönmeyi yok edebilirsek, onu yeterince düşük sıcaklıklarda "dondurursak", o zaman sıcaklığı aşağıya götürdüğümüzde hidrojenin γ'sının 1,66'ya yaklaştığı gerçeğini anlayabiliriz. Böyle bir olayı nasıl anlayabiliriz? Kuşkusuz bu hareketlerin "dondurulması" klasik mekanikle anlaşılamaz. Bu ancak kuantum mekaniği keşfedildiğinde anlaşılmıştı.

Kuantum-mekaniksel istatistik mekanik kuramının sonuçlarını, kanıtlamadan ifade edebiliriz. Kuantum mekaniği uyarınca, bir potansiyelle bağlı bir sistemin, örneğin titreşimler için, kesikli enerji düzeyleri cümlesine, yani farklı enerji durumlarına sahip olacağını hatırlıyoruz. Şimdi şu soruyu sorabiliriz: İstatistik mekanik kuantum-mekaniksel kurama göre nasıl düzeltilecektir? Pek çok problem kuantum mekaniğinde klasik mekanikten çok daha zor olduğu halde, istatistik mekanik problemlerinin kuantum kuramında çok daha kolay olması pek gariptir! Klasik mekanikte $n = n_0\, e^{-enerji/kT}$ şeklindeki basit sonuç, şu önemli teorem haline gelir: Moleküler enerji durumları cümlesine $E_0, E_1, E_2, \ldots, E_i, \ldots$ dersek, ısıl denge halinde bir molekülü E_i enerjili özel durumda bulma olasılığı $e^{-Ei/kT}$ ile orantılıdır. Bu, çeşitli durumlarda olma olasılığını verir. Bir başka deyişle, E_0 durumunda olma bağıl şansına göre E_1 durumunda olma bağıl şansı, olasılığı, şudur:

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{e^{-E_1/kT}}{e^{-E_0/kT}} \tag{40.10}$$

Bu da, $P_1 = n_1/N$ ve $P_0 = n_0/N$ olduğundan, kuşkusuz, aşağıdaki ifadeyle aynıdır:

$$n_1 = n_0\, e^{-(E_1-E_0)/kT} \tag{40.11}$$

Böylece, daha yüksek bir enerji durumunda bulunmak, düşük bir enerji durumunda bulunmaktan daha az olasıdır. Üst durumdaki atomların sayısının alt durumdakilerin sayısına oranı, e üzeri (eksi enerji farkı bölü kT)'dir –çok basit bir ifade.

Bir harmonik salınıcı için enerji düzeyleri eşit aralıklıdır. En düşük enerjiye $E_0 = 0$ dersek (aslında sıfır değil, biraz farklıdır; fakat tüm enerjileri bir sabit kadar kaydırırsak, fark etmez), o zaman ilk üst düzey $E_1 = \hbar\omega$, ikincisi $2\hbar\omega$ ve üçüncüsü $3\hbar\omega$, vb olur.

Şimdi ne olduğuna bakalım. Yaklaşık olarak bir harmonik salınıcı gibi düşündüğümüz iki-atomlu bir molekülü incelediğimizi varsayalım. Bu molekülü E_0 durumu yerine E_1 durumunda bulmamızın bağıl şansının ne olduğunu soralım. Yanıt şudur: Onu E_0 durumunda bulma şansına göre E_1 durumunda bulmanın bağıl şansı, $e^{-\hbar\omega/kT}$ ile azalır. Şimdi kT'nin $\hbar\omega$'dan çok daha düşük olduğunu, yani düşük-sıcaklık durumunda olduğumuzu varsayalım. E_1 durumunda bulunmasının olasılığı aşırı derecede küçüktür. Pratik olarak, tüm atomlar E_0 durumundadır. Sıcaklığı değiştirirsek, fakat onu hâlâ çok küçük tutarsak, $E_1 = \hbar\omega$ durumunda olmasının şansı sonsuz küçük kalır: salınım enerjisi neredeyse sıfır kalır; sıcaklık $\hbar\omega$'dan çok küçük olduğu sürece, titreşim enerjisi sıcaklıkla değişmez. Tüm salınıcılar taban durumunda olup, onların hareketi etkin olarak "donmuş"tur; *özgül ısıya katkıları yoktur.* O zaman Tablo 40-1'den şu karara varırız; 100 °C'ta (ki bu, 373 derece mutlak sıcaklık demektir) kT oksijen ya da hidrojende titreşim enerjisinden çok daha küçüktür, fakat iyot molekülünde öyle değildir. Bu farkın nedeni, iyot atomunun hidrojene kıyasla çok ağır oluşudur; iyot ve hidrojende kuvvetler karşılaştırılabilir olsa da, iyot molekülü öyle ağırdır ki doğal titreşim frekansı hidrojenin doğal frekansına göre çok düşüktür. $\hbar\omega$'nın oda sıcaklığında hidrojen için kT'den yüksek, fakat iyot için düşük olmasıyla, sadece ikincisi, yani iyot klasik titreşim enerjisi sergiler. Bir gazın sıcaklığını, neredeyse tüm moleküllerin en düşük düzeyde olduğu T'nin çok düşük bir değerinden itibaren yükselttiğimizde, moleküller yavaş yavaş ikinci durumda olmak için hatırı sayılır bir olasılığa sahip olmaya başlarlar ve sonra üçüncü duruma ve bu böyle devam eder. Olasılık birçok durum için fark edilir hale gelince, gazın davranışı klasik fizikle verilen davranışa yaklaşır, çünkü kuantumlu durumlar neredeyse enerjilerin bir sürekliliğinden ayırt edilemez hale gelir ve sistem artık neredeyse her enerjiye sahip olabilir. Dolayısıyla, sıcaklık yükseldikçe, tekrar klasik fiziğin sonuçlarını elde etmeliyiz; Şekil 40-6'da gerçekten bu durum görülür. Atomların dönme durumlarının da kuantumlu olduğunu aynı şekilde göstermek mümkündür, fakat durumlar birbirlerine o kadar yakındır ki olağan durumlarda, kT aralıklardan daha büyüktür. Pek çok durum uyarılmış haldedir ve sistemdeki dönme kinetik enerjileri, klasik şekilde işe katılır. Oda sıcaklığında bunun çok doğru olmadığı tek örnek hidrojendir.

Klasik fizikte bir şeylerin ters gittiğini, deneyle kıyaslayarak, fiilen ilk çıkardığımız şey budur ve bu güçlüğe kuantum mekaniği içinde, özgün olarak yapılanla aynı şekilde, çözüm aramıştık. 30 ya da 40 yıl geçtikten sonra, bir sonraki güçlük yine istatistik fizikle ilgili olarak ortaya çıkmıştı; fakat bu kez güçlük bir foton gazının mekaniğiyle ilgiliydi. O problem ise 20. yüzyılın ilk yıllarında Planck tarafından çözülmüştü.

41

BROWN HAREKETİ

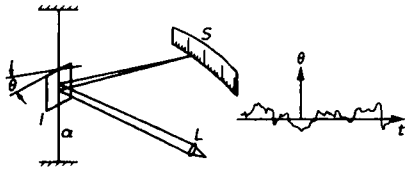
41-1 Enerjinin eş-bölüşümü
41-2 Işınımın ısıl eş-bölüşümü
41-3 Eş-bölüşüm ve kuantumlu salınıcı
41-4 Rastgele yürüyüş

41-1 Enerjinin eş-bölüşümü

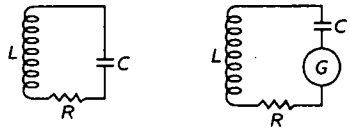
Brown hareketi 1827'de, botanikçi Robert Brown tarafından keşfedilmişti. Brown mikroskobik yaşamı incelemekteydi, ama mikroskopla baktığı sıvı içinde kıpır kıpır kıpırdayan bitki polenlerinin küçük parçacıklarına dikkat etmişti; o bunların cansız olduklarını fark edecek kadar zekiydi, onlar suda oradan oraya hareket eden küçük kir parçalarıydı. İçinde tutsak kalmış biraz su bulunan eski bir kuvars parçasını toprak altından alarak, aslında bunun yaşamla bir ilgisi olmadığını göstermeye yardım etmişti. Su milyonlarca yıl kuvarsın içinde tutulmuş olmalıydı, fakat içerde aynı hareket vardı. Ufacık parçacıkların ha bire sallandıkları görülüyordu.

Bunun *moleküler hareket*in etkilerinden biri olduğu daha sonra kanıtlanmıştı ve onu nitel olarak şöyle anlayabiliriz; bir oyun sahasında uzak bir mesafeden görülen büyük bir top itme oyununu düşünün, pek çok oyuncunun her biri topu değişik yönlerde itmektedir. Çok uzak olduğumuz için oyuncuları göremeyiz, fakat topu görebiliriz ve topun oldukça düzensiz bir şekilde hareket etmekte olduğunu fark ederiz. Önceki bölümlerde tartıştığımız teoremlerden de biliyoruz ki, bir sıvı ya da gaz içinde asılı küçük bir parçacığın –bir moleküle göre, çok ağır olsa bile– ortalama kinetik enerjisi $\frac{3}{2}kT$ olacaktır. Parçacık çok ağırsa, ki bu hızların nispeten yavaş olduğu anlamına gelir, fakat aslında, hızın gerçekte o kadar da yavaş olmadığı anlaşılır. Aslına bakılırsa, böyle bir parçacığın hızını çok kolay göremeyiz, çünkü ortalama kinetik enerji $\frac{3}{2}kT$ olsa da –ki bu, çapı birkaç mikron olan bir cisim için saniyede bir milimetre kadarlık bir hızı temsil eder– onu bir mikroskopta bile görmek çok zordur, zira parçacık sürekli yönünü tersine çevirir ve bir yere varamaz. Ne kadar uzağa gittiğini, bu bölümün sonunda tartışacağız. Bu problem ilk kez Einstein tarafından 20. yüzyılın başında çözülmüştü.

Bu arada, bir parçacığın ortalama kinetik enerjisi $\frac{3}{2}kT$'dir dediğimizde, bu sonucun kinetik kuramdan, yani Newton yasalarından türetildiğini ileri sürüyoruz. Her türden şeyi –harika şeyleri– kinetik kuramdan türetebildiğimizi anlayacağız ve görünürde böylesine az şeyden bu kadar çok şey elde edebilmemiz ne kadar da ilginçtir. Kuşkusuz Newton yasalarının "az şey" olduklarını kastetmiyoruz –onlar bunu gerçekleştirmek için yeterlidir, kesinlikle– *biz* çok şey yapmadık demek istiyoruz. Bu kadar çok doğru sonuca nasıl ulaşıyoruz? Bunun yanıtı şudur; sürekli olarak şöyle bir belirli önemde varsayım yapıyorduk: Verilen bir sistem bir sıcaklıkta ısıl dengedeyse, aynı sıcaklıkta *başka bir şeyle* de ısıl dengede olacaktır. Örneğin, bir parçacığın, aslında suyla çarpıştığı takdirde, nasıl hareket edebileceğini görmek isteseydik, başka tür bir parçacıktan, suyla etkileşmeyen, fakat sadece "sert" çarpmalarla bu parçacığa vuran küçücük taneciklerden oluşmuş hazır bir gazın var olduğunu hayal ederdik. Parçacığın sivri bir uca sahip olduğunu varsayın; küçücük taneciklerimizin tek yapması gereken bu sivri uca çarpmaktır. Bu küçücük düşsel tanecik gazı hakkında tek bildiğimiz onun sıcaklığıdır –o bir ideal gazdır. Su karmaşıktır, fakat bir ideal gaz basittir. Şimdi, *parçacığımız, bu küçücük taneciklerin gazıyla dengede olmalıdır*. Dolayısıyla, parçacığın ortalama hareketi, gaza ait çarpışmalar için elde ettiğimiz hareket olmalıdır, çünkü suya göre doğru hızda hareket ediyor olmasaydı, diyelim ki, daha hızlı hareket etmiş olsaydı, bundan, küçük tanecikler ondan enerji alır ve sudan daha sıcak hale gelir anlamı çıkardı. Fakat onlarla aynı sıcaklıkta başlamıştık ve bir şey bir kez dengedeyse, onun hep dengede kalacağını varsayıyoruz; aynı anda, bir parçası daha sıcak ve diğer parçaları daha soğuk olamaz.



Şekil 41-1 (a) Duyarlı bir ışık-demeti galvanometresi. L kaynağından gelen ışık, küçük bir aynadan bir cetvel üzerine yansır. (b) Cetvel okumalarının zamanın fonksiyonu olarak şematik bir kaydı.



Şekil 41-2 Yüksek-Q'lu bir rezonans devresi. (a) T sıcaklığında, gerçek devre. (b) İdeal (gürültüsüz) bir direnç ve bir G "gürültü jeneratörü" ile yapay devre.

Bu önerme doğrudur ve mekanik yasalarından ispatlanabilir, fakat ispat çok karmaşıktır ve ancak ileri mekanik kullanılarak gerçekleştirilebilir. Bunu kuantum mekaniğinde kanıtlamak, klasik mekanikte kanıtlamaktan çok daha kolaydır. İlk kez Boltzmann tarafından ispatlanmıştı, fakat şimdilik sadece onu doğru kabul ederiz ve sonra parçacığımıza yapay tanecikler çarpmışsa $(3/2)kT$ enerjisine sahip olması gerektiğini ileri sürebiliriz, böylece aynı sıcaklıkta suyla çarpıştığında da $\frac{3}{2}kT$'ye sahip olmalıdır ve küçük tanecikleri ortadan kaldırırız; böylece enerji $\frac{3}{2}kT$'dir. Acayip bir ispat yolu, fakat mükemmelen geçerli.

Brown hareketinin ilk keşfedildiği asıltılı [koloidal] parçacıkların hareketine ek olarak, hem laboratuarda ve hem de diğer durumlarda Brown hareketinin görünebileceği çok sayıda başka olay vardır. Olası en hassas düzeneği, diyelim ki çok duyarlı bir balistik galvanometre için ince bir kuvars lif üzerinde çok küçük bir ayna kurmaya çalışırsak (Şekil 41-1), bu ayna sabit durmaz, hep sallanır *–durmaksızın–* öyle ki onun üzerine ışık yollarsak ve yansıyan lekenin konumuna bakarsak, mükemmel bir düzeneğe sahip olamadığımızı görürüz, çünkü ayna daima sallanmaktadır. Niçin? Çünkü bu aynanın dönmesinin kinetik enerjisi, ortalamada, $\frac{1}{2}kT$ olmalıdır.

Aynanın sallanacağı ortalama kare açı nedir? Aynanın bir tarafına hafifçe vurduktan sonra onun ileri geri ne kadar süre titreştiğini görerek doğal titreşme periyodunu bulduk diyelim ve I eylemsizlik momentini de biliyoruz. Dönme kinetik enerjisi denklemi (19.8) ile verilir: $T = \frac{1}{2}I\omega^2$. Bu kinetik enerjidir ve ona uyan potansiyel enerji açının karesiyle orantılıdır: $V = \frac{1}{2}\alpha\theta^2$. Fakat t_0 periyodunu biliyorsak ve buradan doğal frekansı $\omega_0 = 2\pi/t_0$ olarak hesaplarsak, o zaman potansiyel enerji $V = \frac{1}{2}I\omega_0^2\,\theta^2$'dir. Şimdi biliyoruz ki ortalama kinetik enerji $\frac{1}{2}kT$'dir, fakat o bir harmonik salınıcı olduğu için ortalama potansiyel enerji de $\frac{1}{2}kT$'dir. Dolayısıyla

$$\tfrac{1}{2}I\omega_0^2\,\langle\theta^2\rangle = \tfrac{1}{2}kT$$

ya da

$$\langle\theta^2\rangle = kT/I\omega_0^2 \tag{41.1}$$

eşitliklerini elde ederiz. Bu şekilde bir galvanometre aynasının salınımlarını hesaplayabiliriz ve öylelikle düzeneğimizin limitlerinin ne olacağını buluruz. Küçük salınımlara sahip olmak istiyorsak, aynayı soğutmalıyız. İlginç soru, onun *nerede* soğutulacağıdır. Bu, onun hafif "darbeler"i nereden aldığına bağlıdır. Darbeleri lif aracılığıyla alıyorsa, onu üstten soğuturuz, yok eğer ayna bir gazla çevrili ve vuruşu daha çok gazdaki çarpışmalarla alıyorsa, gazı soğutmak daha iyidir. Aslında, salınımların *sönümü*nün nereden geldiğini biliyorsak, dalgalanmaların *kaynağı*nın da daima bu olduğu anlaşılır; geri geleceğimiz bir noktadır bu.

Aynı şeyin *elektrik devrelerin*de de çalışması yeterince şaşırtıcıdır. Varsayalım ki kesin olarak belli bir frekans için çok duyarlı, dakik bir yükseltici inşa ediyoruz ve onu bu belli frekansa çok duyarlı kılmak üzere girişte, bir radyo alıcısı gibi, bir rezonans devresi var –gerçekten iyi bir alıcı devre (Şekil 41-2). Olayların iyice en düşük limitine gitmek istediğimizi düşünün, böylece, diyelim ki indüktans'tan gerilimi alıp onu yükselticinin geri kalanına yolluyoruz. Kuşkusuz, bunun gibi her devrede, belli miktarda bir kayıp vardır. Bu mükemmel bir rezonans devresi değildir, fakat çok iyi bir devredir ve çok küçük bir direnç söz konusudur (direnci içeri koyup böylece onu görebiliriz, fakat küçük olduğu varsayılıyor). Şimdi şunu bulmak istiyoruz: İndüktans üzerindeki gerilim ne kadar dalgalanır? *Yanıt*: "Kinetik enerji"nin $\frac{1}{2}LI^2$ olduğunu biliyoruz –bir rezonans devresindeki bir bobinle ilişkili enerji (Bölüm 25). Dolayısıyla $\frac{1}{2}LI^2$'nin ortalama değeri $\frac{1}{2}kT$'ye eşittir –bu bize etkin akım değerini söyler ve etkin akımdan etkin gerilimin ne olduğunu bulabiliriz. Çünkü indüktans üzerindeki gerilimi bulmak istersek, denklem $\hat{V}_L = i\omega L\hat{I}$'dir ve $\langle V^2{}_L\rangle = L^2\omega^2{}_0\langle I^2\rangle$ ve bunu $\frac{1}{2}L\langle I^2\rangle = \frac{1}{2}kT$'de yerine koyarsak,

$$\langle V_L^2\rangle = L\omega_0^2\,kT \tag{41.2}$$

elde ederiz. Böylece artık devreleri tasarlayabilir ve *Johnson gürültüsü* denen o ısıl dalgalanmalarla ilişkili gürültüyü ne zaman elde edeceğimizi söyleyebiliriz.

Bu kez dalgalanmalar nereden gelmektedir? Onlar yine *direnç*ten gelmektedir – dirençteki şu olgudan; direncin içindeki elektronlar, dirençteki maddeyle ısıl dengede oldukları için, etrafta sallanıp durmakta ve böylece elektron yoğunluğunda dalgalanmalar meydana gelmektedir. Dolayısıyla onlar rezonans devresini süren ufacık elektrik alanları oluşturmaktadır.

Elektrik mühendisleri yanıtı başka bir şekilde sunar. Fiziksel olarak, gürültünün etkin kaynağı dirençtir. Bununla birlikte, gürültüyü yapan bir fiziksel direnceye sahip gerçek devreyi, gürültüyü *temsil* edecek olan küçük bir jeneratör içeren yapay bir devreyle yer değiştiririz ve şimdi direnç idealdir; ondan gürültü gelmez. Tüm gürültü yapay jeneratördedir. Ve böylece bir direnç tarafından yaratılan gürültünün özniteliklerini bilseydik, bunun denklemine sahip olsaydık, o zaman devrenin bu gürültüye ne tepki vereceğini hesaplayabilirdik. Böylece, gürültü dalgalanmaları için bir denkleme ihtiyacımız var. Direncin kendisi rezonans yapmadığı için, direnç tarafından yaratılan gürültü bütün frekanslardadır. Kuşkusuz rezonans devresi sadece doğru frekansa yakın kısmı "dinler", fakat direnç birçok farklı frekans barındırır içinde. Jeneratörün ne kadar yeğin olduğunu aşağıdaki gibi betimleyebiliriz: Direncin soğurabileceği ortalama güç, eğer direnç doğrudan gürültü jeneratörünün uçlarına bağlı olsaydı, $\langle E^2\rangle/R$ olurdu, E jeneratörden gelen gerilim olsaydı. Fakat her frekansta ne kadar güç olduğunu ayrıntılı şekilde bilmek isteriz. Herhangi bir frekansta çok az güç vardır; o bir dağılımdır. Jeneratörün $d\omega$ frekans bölgesinde direncin ta kendisine verebileceği güç $P(\omega)d\omega$ olsun. Bu durumda kanıtlayabiliriz (bunu bir başka hal için kanıtlayacağız, fakat matematiksel olarak tamamen aynıdır) ki, güç şöyle ortaya çıkar:

$$P(\omega)\,d\omega = (2/\pi)kT\,d\omega \tag{41.3}$$

Ve böyle konduğunda, *dirençten bağımsız*dır.

41-2 Işınımın ısıl eş-bölüşümü

Şimdi daha da ileri ve ilginç bir önermeyi incelemeye devam edeceğiz. Şunu: Işığı tartıştığımız zaman bahsettiklerimiz gibi yüklü bir salınıcımız olduğunu varsayalım; bir atomda yukarı aşağı salınan bir elektron diyelim. O yukarı aşağı salınıyorsa, ışık yayınlar. Şimdi bu salınıcının diğer atomların çok seyrek bir gazı içinde bulunduğunu ve arada sırada atomların onunla çarpıştıklarını düşünelim. Daha sonra dengede, bu salınıcı uzun süre enerji toplayacak öyle ki salınımın kinetik enerjisi $\frac{1}{2}kT$ olacaktır ve bu bir harmonik salınıcı olduğundan, onun bütün enerjisi kT haline gelecektir. Buraya kadar, kuşkusuz, bu yanlış bir betimlemedir, çünkü salınıcı *elektrik yükü* taşımakta olup bir kT enerjisine sahipse, yukarı aşağı sallanarak *ışık yayınlar*. Dolayısıyla ışık yayınlayan yükler olmaksızın sadece gerçek maddeyle dengeye girmesi olanaksızdır ve ışık yayınlandığında dışarı enerji akar, zaman geçtikçe salınıcı kT enerjisini yitirir; böylece salınıcıyla çarpışan bütün gaz yavaş yavaş soğur. Sıcak bir fırının soğuması da bu şekilde gökyüzüne ışık yayınlayarak olur, çünkü atomlar yükleriyle titreşirler ve sürekli ışırlar ve bu ışınım nedeniyle salınım hareketi yavaş yavaş azalır.

Diğer taraftan, her şeyi bir kap içine kapatıp ışığın sonsuza gitmesini engellersek, o zaman en sonunda ısıl dengeye ulaşa*biliriz*. Gazı ya duvarlarında geriye ışık yollayan başka ışıyıcıların olduğu bir kaba koyarız, ya da daha hoş bir örnek olarak, kabın duvarlarının aynalarla kaplı olduğunu varsayarız. Şu durumu düşünmek daha kolaydır. Böylece salınıcıdan dışarı giden tüm ışınımın kabın içinde dolanıp durduğunu varsayarız. O zaman, elbette, salmıcı ışımaya başlar, fakat biraz sonra, ışıdığı halde kT enerjisini korumayı sürdürür, çünkü kabın duvarlarından yansıyan kendi ışığıyla aydınlanmaktadır diyebiliriz. Yani, bir süre sonra büyük miktarda ışık kabın içinde oradan oraya koşturup durur ve salınıcı bir miktar ışıma yaparsa da, bu ışık geri gelip ışınmış olan enerjinin bir kısmını geri verir.

Şimdi T sıcaklığındaki böyle bir kap içinde ne kadar ışığın olması gerektiğini saptayacağız, öyle ki bu salınıcı üzerine geri çevrilen ışık, salınıcı tarafından yayınlanan ışığı karşılamaya tam yetecek enerjiyi üretebilsin.

Gaz atomları çok az ve birbirlerinden çok uzak olsun, öyle ki ışınım direnci dışında başka direnci olmayan bir ideal salınıcıya sahip olalım. Bu durumda, salınıcımızın ısıl dengede aynı anda iki rol üstlendiğini düşünelim. Birincisi, bir kT ortalama enerjisine sahiptir ve ne kadar ışınım yayınlayacağım hesap edebiliriz. İkincisi, bu ışınım tam olarak salınıcı üzerine düşen ışığın saçılması olgusundan meydana gelecek miktarda olmalıdır. Enerjinin gidebileceği başka hiçbir yer olmadığına göre, bu etkin ışınım, gerçekten sadece orada bulunan ışıktan saçılmış ışıktır.

Önce, belli bir enerjiye sahip bir salınıcı tarafından saniyede ışınan enerjiyi hesap ederiz. (Işınım direnci üzerine var olan çok sayıda denklemi, onları tekrar türetmeksizin, Bölüm 32'den ödünç alırız.) Radyan başına ışınan enerji bölü salınımın enerjisine $1/Q$ denir (Denk. 32.8): $1/Q = (dW/dt)/\omega_0 W$. Sönüm sabiti dediğimiz γ niceliğini kullanarak, bunu $1/Q = \gamma/\omega_0$ olarak da yazabiliriz; burada ω_0 salınıcının doğal frekansıdır –gamma çok küçükse, Q çok büyüktür. Saniyede ışınan enerji o zaman

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\omega_0 W}{Q} = \frac{\omega_0 W\gamma}{\omega_0} = \gamma W \tag{41.4}$$

olur. Saniyede ışınan enerji böylece basitçe gamma kere salınıcının enerjisidir. Salınıcı kT ortalama enerjisine sahip olmalıdır, böylece gamma kT'nin, saniyede ışınan ortalama enerji miktarı olduğunu görürüz:

$$\langle dW/dt\rangle = \gamma kT \tag{41.5}$$

Şimdi sadece gammanın ne olduğunu bilmeliyiz. Gamma Denk. (32.12)'den kolayca bulunabilir:

$$\gamma = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{2}{3}\frac{r_0\omega_0^2}{c} \tag{41.6}$$

Burada $r_0 = e^2/mc^2$ klasik elektron yarıçapıdır ve $\lambda = 2\pi c/\omega_0$ bağıntısını da kullandık.

Dolayısıyla ω_0 frekansı yakınında ışık ışınımının ortalama hızı için kesin sonucumuz şudur:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3}\frac{r_0\omega_0^2 kT}{c} \tag{41.7}$$

Şimdi de salınıcı üzerine ne kadar ışık tutulması gerektiğini sorarız. Işıktan soğrulan (ve hemen saçılan) enerjinin tam olarak bu kadar olması yeterli olmalıdır. Bir başka deyişle, yayınlanan ışık, kovuktaki (kaptaki) salınıcı üzerine tutulan ışıktan *saçılmış* ışık olarak açıklanır. Böylece, salınıcı üzerine düşen belli miktarda –bilinmeyen– ışınım varsa, salınıcıdan ne kadar ışığın saçıldığını hesaplamalıyız şimdi. ω frekansında, belli bir $d\omega$ bölgesi içinde (çünkü *tam olarak* kesin bir frekansta ışık yoktur; o tümden bir spektrum üzerine dağılmıştır) var olan ışık enerjisi miktarı $I(\omega)\,d\omega$ olsun. Böylece $I(\omega)$ şimdi bulacağımız belli bir *spektral dağılım*dır – bu, T sıcaklığındaki bir fırının kapağını açıp içeriye baktığımızda gördüğümüz renktir. Şimdi ne kadar ışık soğrulmuştur? Verilmiş bir gelen ışık demetinden soğrulan ışık miktarını çözümlemiş ve onu bir *tesir kesiti* cinsinden hesaplamıştık. O tam söylediğimiz gibidir, belli bir kesit üzerine düşen ışığın tümü soğrulur. Dolayısıyla tekrar-ışınan (saçılan) toplam miktar, gelen $I(\omega)\,d\omega$ şiddeti çarpı σ tesir kesitidir.

Tesir kesiti için türettiğimiz denklem (Denk. 32.19) sönümü içermemekteydi. O türetme üzerinden, o zaman göz ardı ettiğimiz bir direnç terimi koyarak, tekrar geçmek zor değildir. Bunu yapıp tesir kesitini aynı şekilde hesaplarsak, şunu elde ederiz:

$$\sigma_s = \frac{8\pi r_0^2}{3}\left(\frac{\omega^4}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\gamma^2\omega^2}\right) \tag{41.8}$$

σ_s, frekansın fonksiyonu olarak, sadece ω_0 doğal frekansına çok yakın ω frekansları için önemli büyüklüktedir. (Işıyan bir salınıcı için Q'nun 10^8 kadar olduğunu hatırlayın.) ω frekansı ω_0'a eşit olduğunda, salınıcı ışığı çok yeğin şekilde saçar ve diğer ω değerlerinde ise saçılma çok zayıftır. Dolayısıyla, ω'yı ω_0 ile ve $(\omega^2 - \omega_0^2)$'yi $2\omega_0\,(\omega - \omega_0)$ ile yer değiştirebiliriz ve şunu elde ederiz:

$$\sigma_s = \frac{2\pi r_0^2\,\omega_0^2}{3[(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4]} \tag{41.9}$$

Şimdi tüm eğri $\omega = \omega_0$ yakınında yerelleşmiştir. (Aslında hiçbir yaklaşım yapmak zorunda değiliz, fakat denklemi biraz basitleştirirsek, integralleri almak çok daha kolaydır.) Şimdi $d\omega$ bölgesinde saçılan enerji miktarını elde etmek için, verilen frekans bölgesindeki şiddeti saçılma tesir kesitiyle çarparız. Bu durumda saçılan *toplam* enerji, bunun tüm ω'lar üzerinden integralidir. Böylece şunu buluruz:

$$\begin{aligned}\frac{dW_s}{dt} &= \int_0^\infty I(\omega)\sigma_s(\omega)\,d\omega \\ &= \int_0^\infty \frac{2\pi r_0^2\,\omega_0^2\,I(\omega)\,d\omega}{3[(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4]}\end{aligned} \tag{41.10}$$

Şimdi $dW_s/dt = 3\gamma kT$ koyarız. Niçin *üç*? Çünkü 32. Bölümdeki tesir kesiti çözümlememizi yaptığımızda, ışığın salınıcıyı sürebileceği kutuplanmayı varsaymıştık. Sadece bir doğrultuda hareket edebilen bir salınıcı kullanmış olsaydık ve ışık yanlış yönde kutuplansaydı, hiçbir saçılma vermezdi. Böylece ya sadece bir doğrultuda gidebilen bir salınıcının tesir kesitinin ışığın tüm geliş ve kutuplanma doğrultuları üzerinden ortalamasını almalıyız ya da çok daha kolayı, alan hangi yönü gösterirse göstersin, o alanı izleyecek bir salınıcı düşünebiliriz. Üç boyutta da eşit şekilde salınabilen böyle bir salınıcı 3 serbestlik derecesi nedeniyle $3kT$ ortalama enerjisine sahip olur. dW_s/dt için, bu yüzden $3\gamma kT$ değerini kullanmalıydık.

Artık integrali almalıyız. Işığın bilinmeyen $I(\omega)$ spektral dağılımının düzgün bir eğri olduğunu ve σ_s'nin doruk yaptığı çok dar bir frekans bölgesinde çok fazla değişmediğini varsayalım (Şekil 41-3). Bu durumda tek önemli katkı, çok küçük olan bir gamma miktarı içerisinde, ω frekansı ω_0'a çok yakınken gelir. Dolayısıyla $I(\omega)$ bir bilinmeyen ve karmaşık bir fonksiyon olsa da, önemli olduğu tek yer $\omega = \omega_0$'ın yakınıdır ve orada düzgün eğriyi düz bir çizgiyle –bir "sabit"le– değiştirebiliriz. Bir başka deyişle, $I(\omega)$'yı basitçe integral işaretinin dışına alırız ve ona $I(\omega_0)$ deriz. Diğer sabitleri de dışarı aldığımızda, geriye şu kalır:

$$\tfrac{2}{3}\,\pi r_0^2\,\omega_0^2\,I(\omega_0)\int_0^\infty \frac{d\omega}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4} = 3\gamma kT \tag{41.11}$$

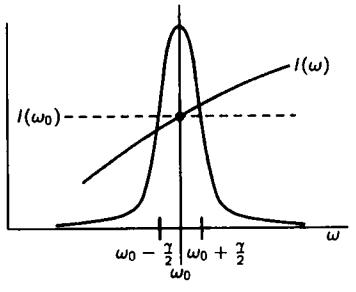
İntegral 0'dan ∞'a gitmelidir, fakat sıfır ω_0'dan o kadar uzaktır ki o zamana kadar eğri zaten sıfıra inmiştir, öyleyse alt limiti eksi ∞'a çekeriz –hiç fark etmez, ama integrali almak çok kolaylaşır. İntegral $\int dx/(x^2 + a^2)$ şeklinde ters tanjant fonksiyonudur. Bir kitapta ararsak, onun π/a'ya eşit olduğunu görürüz. Bizim durumumuzda bu $2\pi/\gamma$ haline gelir. Dolayısıyla biraz düzenlemeyle şunu elde ederiz:

$$I(\omega_0) = \frac{9\gamma^2 kT}{4\pi^2 r_0^2\,\omega_0^2} \tag{41.12}$$

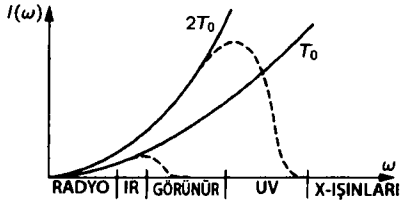
Bu durumda gamma için (41.6) denklemini yerine koyarız (ω_0 için endişelenmeyin; o her ω_0 için doğru olduğundan, ona sadece ω diyebiliriz) ve $I(\omega)$ denklemi

$$I(\omega) = \frac{\omega^2 kT}{\pi^2 c^2} \tag{41.13}$$

şeklinde ortaya çıkar. Bu bize sıcak bir fırın içindeki ışınımın dağılımını verir ve *kara cisim ışınımı* adını alır. Siyah, çünkü sıcaklık sıfır olduğunda, baktığımız fırının kovuğu siyahtır.



Şekil 41-3 (41.10) integralinin içindeki çarpanlar. Doruk, $1/[(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4]$ rezonans eğrisidir. $I(\omega)$ çarpanı, iyi bir yaklaştırma olarak, $I(\omega_0)$ ile yer değiştirebilir.



Şekil 41-4 Klasik fiziğe göre (düz eğriler), kara cisim şiddetinin iki sıcaklıktaki dağılımı. Kesikli eğriler gerçek dağılımı göstermektedir.

(41.13) denklemi, klasik kuram uyarınca, T sıcaklığında, kapalı bir kap içindeki ışınım enerjisinin dağılımıdır. Önce bu ifadenin göze çarpan bir yanına dikkat edelim. Salınıcının yükü, salınıcının kütlesi, salınıcıya özgü tüm özellikler *yok olmuştur*, çünkü bir salınıcıyla bir kere dengeye ulaştık mı, artık farklı kütleli başka her salınıcıyla da dengede olmalıyız, yoksa başımız derttedir. Dolayısıyla bu, "denge, neyle dengede olduğumuza bağlı olmayıp *sadece sıcaklığa bağlıdır*" önermesi üzerinde önemli türden bir kontroldür. Şimdi $I(\omega)$ eğrisinin bir resmini çizelim (Şekil 41-4). Bu, bize farklı frekanslarda ne kadar ışığa sahip olduğumuzu söyler.

Bir kapalı kapta, birim frekans aralığı başına bulunan ışınım şiddeti miktarı, gördüğümüz gibi, frekansın karesiyle orantılıdır ve bu demektir ki, hangi sıcaklıkta olursa olsun, bir kabımız varsa ve oradan dışarı gelen x-ışınlarına bakarsak, onlardan çok fazla olacaktır!

Kuşkusuz bunun yanlış olduğunu biliyoruz. Fırını açtığımız ve ona bir bakış attığımız zaman, gözlerimiz x-ışınlarından hiç de yanıp yok olmaz. Bu tamamıyla yanlıştır. Üstelik, kaptaki toplam enerji, tüm frekanslar üzerinden toplanmış bu bütün şiddetin toplamı, bu sonsuz eğrinin altındaki alan olabilirdi. Dolayısıyla, bir şey temelden, güçlü bir şekilde ve mutlak surette yanlıştır.

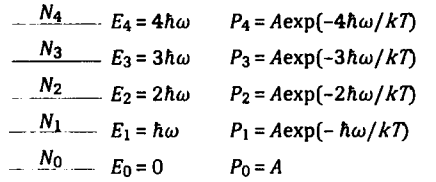
Öyleyse klasik kuram, bir kara cisimden gelen ışınımın dağılımını doğru bir şekilde betimleme hususunda *mutlak şekilde yetersiz*di; tıpkı gazların özgül ısılarını doğru şekilde betimlemekte aciz kaldığı gibi. Fizikçiler birçok farklı bakış açısıyla bu türetmenin üzerinden ileri geri gittiler, ama hiçbir kurtuluş olmadığını gördüler. (41.13) denklemine *Rayleigh yasası* denir; klasik fiziğin öngörüsüdür ve açık bir biçimde saçmadır.

41-3 Eş-bölüşüm ve kuantumlu salınıcı

Yukarıdaki güçlük, klasik fiziğin, gazların özgül ısısındaki güçlükle başlayan, sürekliliğe özgü probleminin bir diğer parçasıydı ve şimdi de bir kara cisimde ışığın dağılımı üzerine odaklanmıştı. Kuşkusuz, kuramcıların bu güçlüğü çalıştığı zamanda, gerçek eğri üzerine yapılan birçok *ölçüm* de vardı. Doğru eğrinin Şekil 41-4'teki kesikli eğrilere benzediği anlaşılmıştı. Yani, x-ışınları orada yoktu. Sıcaklığı düşürürsek, tüm eğri, klasik fizik uyarınca T ile orantılı olarak aşağıya iner, fakat gözlenen eğri ayrıca daha düşük bir sıcaklıkta daha önce kesilir. Böylece eğrinin düşük-frekans ucu doğru, fakat yüksek-frekans ucu yanlıştır. Niçin böyledir? Sir James Jeans gazların özgül ısıları hakkında endişelendiğinde, sıcaklık aşırı düşük değerlere inince, yüksek frekansa sahip hareketlerin "donduğu"na dikkat etmişti. Yani, sıcaklık aşırı düşükse, frekans aşırı yüksekse, salınıcılar ortalamada kT *enerjisine sahip olmazlar*. Şimdi (41.13)'ü türetişimizi nasıl çalıştığımızı anımsayalım: O tamamen ısıl dengedeki bir salınıcının enerjisine bağlıdır. (41.5)'in kT'si ve (41.13)'teki aynı kT, T sıcaklığında ω frekanslı bir harmonik salınıcının ortalama enerjisidir. Klasik olarak, bu kT'dir, fakat deneysel olarak, hayır! Sıcaklık aşırı düşük, ya da salınım frekansı aşırı yüksek olduğunda değil. Böylece eğrinin düşüş nedeni, gazların özgül ısılarının fos çıkmasıyla aynıdır. Siyah cisim eğrisini incelemek, çok karmaşık olan gazların özgül ısılarını incelemekten daha kolaydır; dolayısıyla dikkatimizi gerçek siyah-cisim eğrisini saptamaya odaklarız. Bu eğri, her frekansta, harmonik salınıcının ortalama enerjisinin sıcaklığın fonksiyonu olarak ne olduğunu bize doğru şekilde söyleyen bir eğridir.

Bu eğriyi Planck incelemişti. O önce yanıtı, deneye dayanarak belirlemişti; yani, gözlenen eğriyi güzel bir fonksiyona başarıyla uydurmuştu. Böylece bir harmonik salınıcının ortalama enerjisi için frekansın bir fonksiyonu olarak deneye dayalı bir denklem keşfetmişti. Bir başka deyişle, kT yerine doğru denkleme sahipti ve sonra, bir şeylerle oynayarak, onun için çok acayip bir varsayım içeren basit bir türetme bulmuştu. Bu varsayım, *harmonik salınıcının bir seferde sadece $\hbar\omega$ enerjilerini alabileceği* şeklindeydi. Artık *her enerjiye* sahip olunabileceği fikri yanlıştır. Kuşkusuz, bu klasik mekaniğin sonunun başlangıcıydı.

İlk doğru saptanmış kuantum-mekaniksel denklem şimdi türetilecektir. Bir harmonik salınıcının izinli enerji düzeylerinin eşit $\hbar\omega_0$ aralıklı olduklarını varsayın, öyle ki salınıcı sadece bu farklı enerjileri alabilsin (Şekil 41-5). Planck burada verilenden biraz daha karmaşık bir kanıtlama sunmuştu, çünkü bu kuantum mekaniğinin iyice başlangıcıydı ve bazı şeyleri ispatlamalıydı. Fakat biz şunu bir olgu olarak alacağız (o, bunu da göstermişti), bir E enerji düzeyinde bulunma olasılığı $P(E) = \alpha e^{-E/kT}$'dir. Bunu kabullenince, doğru sonucu elde ederiz.



Şekil 41-5 Bir harmonik salınıcının enerji düzeyleri eşit aralıklıdır: $En = n\hbar\omega$.

Şimdi çok sayıda salınıcımız olduğunu varsayalım ve her biri ω_0 frekanslı bir titreşici olsun. Bu titreşicilerin bazıları taban kuantum durumunda, bazıları bir sonraki düzeyde vb olacaktır. Bilmek istediğimiz, tüm bu salınıcıların ortalama enerjisidir. Bunu ortaya çıkarmak için, tüm salınıcıların toplam enerjisini hesaplayıp salınıcıların sayısına bölelim. Bu, ısıl denge halinde, salınıcı başına ortalama enerji olacaktır; bu ayrıca siyah-cisim ışınımıyla dengedeki enerji olacağı için, Denk. (41.13)'teki kT'nin yerine geçecektir. Böylece taban durumundaki (en düşük enerji durumu) salınıcı sayısına N_0; E_1 durumundaki salınıcı sayısına N_1; E_2 durumundaki salınıcı sayısına N_2 vb, diyelim. Varsayım uyarınca (ki onu kanıtlamadık), klasik mekanikteki $e^{-\text{P.E.}/kT}$ ya da $e^{-\text{K.E.}/kT}$ olasılığı yerine kuantum mekaniğinde gelen yasa şudur: Olasılık $e^{-\Delta E/kT}$ gibi azalır, burada ΔE fazlalık enerjidir, ilk durumdaki N_1 sayısının, taban durumdaki N_0 sayısı kere $e^{-\hbar\omega/kT}$ olacağını kabul edeceğiz. Benzer olarak, ikinci durumdaki N_2 sayısı, $N_2 = N_0\, e^{-2\hbar\omega/kT}$ olur. Cebiri basit hale getirmek için, $x = e^{-\hbar\omega/kT}$ diyelim. O zaman basitçe $N_1 = N_0x$, $N_2 = N_0x^2$, . . . , $N_n = N_0x^n$'dir.

Önce tüm salınıcıların toplam enerjisi hesaplanmalıdır. Bir salınıcı taban durumunda ise, enerji yoktur. İlk durumdaysa, enerji $\hbar\omega$ olup onlardan N_1 adet vardır. Böylece $N_1\hbar\omega$ ya da $\hbar\omega N_0x$ onlardan ele geçen enerjidir. İkinci durum $2\hbar\omega$ enerjisine sahip olup N_2 taneden $N_2 \cdot 2\hbar\omega = 2\hbar\omega N_0x^2$ kadar enerji gelir. Tüm bunları toplarsak, $E_{\text{top}} = N_0\,\hbar\omega(0 + x + 2x^2 + 3x^3 + \dots)$ buluruz.

Kaç adet salınıcı vardır? Kuşkusuz, taban durumdakilerin sayısı N_0, birinci durumda bulunanların sayısı N_1 vb olur ve hepsinin toplamı şudur: $N_{\text{top}} = N_0\,(1 + x + x^2 + x^3 + \dots)$. Böylece ortalama enerjiyi derhal buluruz:

$$\langle E\rangle = \frac{E_{\text{top}}}{N_{\text{top}}} = \frac{N_0\,\hbar\omega(0 + x + 2x^2 + 3x^3 + \dots)}{N_0\,(1 + x + x^2 + x^3 + \dots)} \tag{41.14}$$

Burada görünen iki toplamı, onlarla oynayıp eğlenmeleri için okuyucuya bırakacağız. Tüm toplamları bitirip x'i de toplamda yerine koyduktan sonra, toplamada hata yapmamışsak, şunu buluruz:

$$\langle E\rangle = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \tag{41.15}$$

Bu, şimdiye dek bilinen, ya da şimdiye dek tartışılmış olan ilk kuantum-mekaniksel denklemdi ve muammalı on yılların harika zirvesiydi. Maxwell bir şeylerin ters gittiğini bilmekteydi ve problem, doğru olanın ne olduğuydu. Doğru olanın nicel yanıtı, kT yerine üstteki ifadeydi. $\omega \to 0$, ya da $T \to \infty$ olurken, kuşkusuz, bu ifade kT'ye yaklaşmalıdır. Bu ifadenin kT'ye yaklaştığını kanıtlayın, görelim; matematiğin bunu nasıl başardığını öğrenin.

Jeans'in aradığı ünlü kesim çarpanı budur ve (41.13)'te kT yerine onu kullanırsak, siyah kaptaki ışığın dağılımı için doğru bağıntıyı elde ederiz:

$$I(\omega)\,d\omega = \frac{\hbar\omega^3\,d\omega}{\pi^2c^2(e^{\hbar\omega/kT} - 1)} \tag{41.16}$$

Payda ω^3 olsa da, paydada e'nin devasa bir kuvveti vardır, dolayısıyla büyük ω'lar için, eğri tekrar aşağıya iner ve "patlamaz"; orada zaten beklemediğimiz morötesi ışığı ve x-ışınlarını elde etmeyiz!

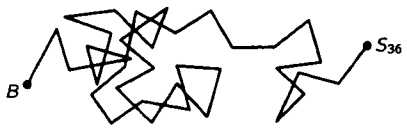
(41.16)'yı türetirken harmonik salınıcının enerji düzeyleri için kuantum kuramını, ama σ_s tesir kesitini saptarken klasik mekaniği kullanmış olmamız şikâyet konusu edilebilirdi. Fakat bir harmonik salınıcıyla etkileşen ışığın kuantum kuramı, tesir kesiti için, tam olarak klasik kuramdaki sonucu verir. Aslında, kırılma indisi ve ışığın saçılması çözümlememiz üzerine, atomların küçük salınıcılar gibi bir modelini kullanarak, o kadar çok zaman harcamakta haklı oluşumuzun nedeni budur: kuantum denklemleri büyük ölçüde aynıdır.

Bir dirençteki Johnson gürültüsüne dönelim. Bu gürültü gücünün kuramıyla, klasik kara cisim dağılımı kuramının gerçekten de aynı olduğuna zaten işaret etmiştik. Aslında, daha önceden dediğimizi gibi, bir devredeki direnç gerçek bir direnç olmayıp da bir anten, ışıyan direnç, olsaydı (bir anten enerji yaydığı için bir direnç gibi davranır), gücün ne olabileceğini hesaplamak bizim için kolay olurdu. O tam olarak etraftaki ışıktan antene giren güç olurdu ve sadece birkaç çarpanla değişmiş aynı dağılımı elde ederdik. Direncin bilinmeyen bir $P(\omega)$ güç spektrumlu bir jeneratör olduğunu varsayabiliriz. Spektrumu şu olguya dayanarak saptarız; Şekil 41-2(b)'deki gibi *herhangi frekanslı* bir rezonans devresine bağlanmış bu aynı jeneratör indüktansta (41.2) denkleminde verilen büyüklükte bir voltaj üretir. Böylece (41.10)'dakiyle aynı integrale yol açar ve (41.3) denklemini veren aynı yöntem çalışır. Düşük sıcaklıklar için (41.3)'teki kT, kuşkusuz (41.15) ile yerdeğiştirmelidir. İki kuram (kara cisim ışınımı ve Johnson gürültüsü) fiziksel olarak da yakından ilişkilidir, çünkü elbette bir rezonans devresini bir antene bağlarız, böylece R direnci saf bir *ışınım direnci* olur. (41.2) bağıntısı direncin fiziksel kökenine bağlı olmadığına göre, G jeneratörünün bir gerçek direnç için ve ışınım direnci için aynı olduklarını biliriz. R direnci sadece T sıcaklığındaki çevresiyle dengede bulunan bir ideal antense, üretilen $P(\omega)$ gücünün kökeni nedir? Bu, anten üzerine düşen ve "alınan sinyal" olarak etkin bir jeneratör oluşturan T sıcaklıklı uzaydaki $I(\omega)$ ışınımıdır. Dolayısıyla $P(\omega)$ ve $I(\omega)$'nın, (41.13)'ten (41.3)'e yol açan, dolaysız bir bağıntısını çıkarabiliriz.

Konuşmakta olduğumuz tüm şeyler –Johnson gürültüsü ile Planck dağılımı ve betimlemeyi sürdürdüğümüz Brown hareketinin doğru kuramı– 20. yüzyılın yaklaşık ilk on yılının gelişmeleridir. Aklımızda yine bu hususlar ve bu tarihler olmak üzere, Brown hareketine geri dönelim.

41-4 Rastgele yürüyüş

Kıpır kıpır kıpırdanan bir parçacığın konumu, iki çarpma arasındaki zamana göre çok uzun bir sürede zamanla nasıl değişir? Düzensiz olarak kıpırdayan su moleküllerinin her yandan bombardımanıyla etrafta titreyerek Brown hareketi yapan küçük bir parçacık düşünelim. Soru: Bu parçacığın, verilen bir süreden sonra, başladığı yerden ne kadar uzakta olması muhtemeldir? Bu problem Einstein ve Smoluchowski tarafından çözülmüştü. Süreyi küçük aralıklara, diyelim ki bir saniyenin yüzde-biri gibi aralıklara bölersek, saniyenin ilk yüzdebirinden sonra parçacık bir yere hareket eder ve bir sonraki yüzde-birde bir başka yere gider, daha sonraki yüzde-birde de bir başka yere vb. Bombardıman hızı cinsinden, bir saniyenin yüzde-biri çok uzun bir süredir. Bir tek su molekülünün bir saniyedeki çarpışma sayısı yaklaşık 10^{14} kadardır, buna göre saniyenin yüzde-birinde 10^{12} çarpışma olur; bu kadar çok! Dolayısıyla bir saniyenin yüzde-birinden sonra, parçacık daha önce ne olduğunu hatırlamaz. Bir başka deyişle, çarpışmalar tamamen *rastgele*dir, öyle ki bir "adım" önceki "adım"la ilişkilendirilemez. Bu meşhur sarhoş gemici problemidir: Gemici bardan çıkar ve bir dizi adım atar, fakat her adım keyfi bir açıdadır, rastgeledir (Şekil 41-6). Soru şudur: Uzun bir süre sonra, gemici neredeydir? Kuşkusuz bilemeyiz! Bunu söylemek olanaksızdır. Ne demek isteriz –aşağı yukarı rastgele bir yerdedir. Peki, o zaman ortalama olarak, neredeydir? *Ortalamada, bardan ne kadar uzağa gitmiştir*? Bu soruyu zaten yanıtlamıştık, çünkü bir zamanlar farklı evrelerdeki pek çok farklı kaynaktan gelen ışıkların üst üste gelmesini tartışıyorduk ve bu, farklı açılardaki birçok oku toplamak demekti (Bölüm 32). Orada, rastgele adımların (bunlar ışık şiddetiydi) oluşturduğu bir zincirin bir uçtan diğerine



Şekil 41-6 l uzunluklu 36 adımlı bir rastgele yürüyüş. S_{36} noktasının B'den olan uzaklığı nedir? Yanıt: Ortalamada $6l$ kadar.

uzaklığın karesinin ortalamasının, ayrı ayrı parçaların şiddetlerinin toplamı olduğunu keşfetmiştik. Öyleyse, aynı türden matematikle, derhal şunu kanıtlayabiliriz; N adımdan sonra başlangıçtan olan uzaklık vektörü $\boldsymbol{R}_N$ ise, başlangıçtan uzaklığın ortalama karesi, N adım sayısıyla orantılıdır; yani $\langle R_N^2 \rangle = NL^2$'dir, burada L her bir adımın uzunluğudur. Şimdiki problemimizde adımların sayısı zamanla orantılı olduğuna göre, ortalama uzaklık karesi zamanla orantılıdır:

$$\langle R^2 \rangle = \alpha t \tag{41.17}$$

Bu, *ortalama uzaklığın* zamanla orantılı olduğu anlamına gelmez. Ortalama uzaklık zamanla orantılı olsaydı, sürüklenme düzgün bir hızla olur anlamı çıkardı. Gemici oldukça mantıklı bir ilerleme yapmaktadır, fakat sadece öyle ki onun ortalama *kare* mesafesi zamanla orantılıdır. Bu, bir rastgele yürüyüşün özniteliğidir.

Kolayca gösterebiliriz ki ardışık her adımda mesafenin karesi, ortalamada L^2'yle artar. Çünkü $\boldsymbol{R}_N = \boldsymbol{R}_{N-1} + \boldsymbol{L}$ yazarsak, R_N^2'yi şöyle buluruz:

$$\boldsymbol{R}_N \cdot \boldsymbol{R}_N = R_N^2 = R_{N-1}^2 + 2\boldsymbol{R}_{N-1} \cdot \boldsymbol{L} + L^2$$

Birçok deneme üzerinden ortalama alarak $\langle R_N^2 \rangle = \langle R_{N-1}^2 \rangle + L^2$ buluruz, çünkü $\langle \boldsymbol{R}_{N-1} \cdot \boldsymbol{L} \rangle = 0$'dır. Böylece, tümevarımla şunu elde ederiz:

$$\langle R_N^2 \rangle = NL^2 \tag{41.18}$$

Şimdi (41.17) denklemindeki α katsayısını hesaplamak istiyoruz ve bunu yapmak için bir özellik eklemeliyiz. Bu parçacık üzerine bir kuvvet koysaydık (Brown hareketiyle hiç ilgisi yok -şu anda ikincil bir sorun alıyoruz ele), onun kuvvete karşı şu şekilde tepki göstereceğini varsayacağız. Önce, bir eylemsizlik var olurdu. Eylemsizlik katsayısı m olsun, cismin etkin kütlesi (bu, gerçek parçacığın gerçek kütlesiyle aynı olmak zorunda değil, çünkü parçacığı çekersek, su etrafta hareket etmelidir). Böylece bir doğrultu boyunca hareketten söz ediyorsak, bir yanda $m(d^2x/dt^2)$ gibi bir terim olur. Sonra, cismi düzgün şekilde çekersek, sıvıdan onun üzerine hızıyla orantılı bir ayak sürüme olacağını da varsaymak isteriz. Sıvının eylemsizliği yanında, sıvının ağdalığı ve karmaşıklığı nedeniyle akmaya karşı bir direnç vardır. Dalgalanmaların olması için, bazı tersinmez kayıpların *olacağı* elbette esastır. Kayıplar da olmaksızın, kT üretmenin hiçbir yolu yoktur. Dalgalanmaların kaynağı bu kayıplarla çok yakından ilgilidir. Bu sürüklenmenin mekanizmasının ne olduğunu az sonra tartışacağız -hızla orantılı kuvvetleri ve nereden geldiklerini konuşacağız. Fakat şimdilik böyle bir direncin var olduğunu kabul edelim. O zaman bir dış kuvvet altındaki hareket için olan denklem, onu normal şekilde çektiğimizde, şöyledir:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \mu\frac{dx}{dt} = F_{\text{dış}} \tag{41.19}$$

μ niceliği doğrudan deneyden saptanır. Örneğin, kütleçekim altında düşen damlayı gözleriz. Sonra kuvvetin mg olduğunu biliriz ve μ ise mg bölü damlanın en sonunda kazandığı düşme hızıdır. Ya da damlayı bir merkezkaç aleti içine koyup ne kadar hızlı çökeldiğine bakarız. Veya yüklüyse, onun üzerine bir elektrik alanı uygularız. Demek ki μ ölçülebilir bir şeydir ve birçok asıltılı parçacık türü vb için bilinmektedir.

Aynı denklemi, şimdi de kuvvetin bir dış bir kuvvet olmayıp, Brown hareketinin düzensiz kuvvetlerine eşit olduğu bir hal için kullanalım. Sonra cismin gittiği ortalama kare uzaklığını saptamaya çalışalım. Üç boyuttaki uzaklıkları almak yerine, sadece tek boyutu alalım ve x^2'nin ortalamasını bulalım. (x^2'nin ortalamasının, y^2'nin ortalaması ve z^2'nin ortalamasıyla aynı olacağı açıktır ve dolayısıyla uzaklığın ortalama karesi, hesaplayacağımız değerin tam 3 katıdır.) Düzensiz kuvvetlerin x-bileşeni, kuşkusuz, bir başka bileşen kadar düzensizdir.

x^2'nin değişim hızı nedir? Bu, $d(x^2)/dt = 2x(dx/dt)$'tir; buna göre, bulmamız gereken, konumun ortalaması kere hızdır. Bunun sabit olduğunu ve dolayısıyla ortalama yarıçap karesinin zamanla orantılı olarak artacağını –ve hangi oranda artacağını da– göstereceğiz. Şimdi (41.19) denklemini x ile çarparsak, $mx(d^2x/dt^2) + \mu x(dx/dt) = xF_x$ buluruz. $x(dx/dt)$'nin zaman ortalamasını istiyoruz, öyleyse tüm denklemin ortalamasını alalım ve üç terimi inceleyelim. Önce x çarpı kuvvet için ne deriz? Parçacık belli bir x mesafesi gitmişse, düzensiz kuvvet *tamamen* düzensiz olduğundan ve parçacığın nereden başladığını bilmediğimizden, bir sonraki itki x'e göre herhangi bir yönde olabilir. x pozitifse, ortalama kuvvetin de o yönde olması için hiçbir zorunlu neden yoktur. Bir yönde olma olasılığı diğer yönde olmasıyla aynıdır. Bombardıman kuvvetleri onu belirli bir yönde sürmezler. Öyleyse, x çarpı F'nin ortalama değeri sıfırdır. Diğer taraftan, $mx(d^2x/dt^2)$ terimi için, biraz hayal gücüyle onu

$$mx\,\frac{d^2x}{dt^2} = m\,\frac{d[x(dx/dt)]}{dt} - m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

şeklinde yazarız. Bu iki terimi yerine koyup ikisinin ortalamasını alırız. Öyleyse ilk terimin ne kadar olduğunu görelim. x kere hız zamanla değişmeyen bir ortalamaya sahiptir, çünkü parçacık bir konuma geldiğinde daha önce nerede olduğunu hatırlamaz, böylece olaylar artık zamanla değişmez. Dolayısıyla bu nicelik, ortalamada, sıfırdır. Şimdi sadece mv^2 niceliği kaldı ve bildiğimiz tek şey budur: $mv^2/2$'nin ortalama değeri $\frac{1}{2}kT$'dir. Dolayısıyla şunu buluruz:

$$\left\langle mx\,\frac{d^2x}{dt^2}\right\rangle + \mu\left\langle x\,\frac{dx}{dt}\right\rangle = \langle xF_x\rangle$$

Bu ise

$$-\langle mv^2\rangle + \frac{\mu}{2}\,\frac{d}{dt}\,\langle x^2\rangle = 0$$

ya da

$$\frac{d\langle x^2\rangle}{dt} = 2\,\frac{kT}{\mu} \tag{41.20}$$

demeye gelir. Dolayısıyla parçacık, belirli bir t süresinin sonunda, aşağıdaki $\langle R^2\rangle$ ortalama kare uzaklığına sahiptir:

$$\langle R^2\rangle = 6\,kT\,\frac{t}{\mu} \tag{41.21}$$

Böylece parçacıkların gerçekten de *ne kadar uzağa* gideceklerini saptayabiliriz! Önce onların sabit bir kuvvete nasıl tepki gösterdiklerini, bilinen bir kuvvet altında ne kadar hızlı sürüklendiklerini saptamalıyız (μ'yü bulmak için) ve sonra rastgele hareketlerinde ne kadar uzağa gideceklerini belirtebiliriz. Bu denklem tarihsel olarak oldukça büyük önemdeydi, çünkü k sabitinin saptandığı ilk yollardan biriydi bu. Ne de olsa, μ'yü, zamanı, parçacıkların ne kadar uzağa gideceklerini ölçebiliriz ve bir ortalama alabiliriz. k'nın saptanmasının önemli olma nedeni şudur; bir mol için $PV = RT$ yasasında R'nin –ki o da ölçülebilir– bir mol'deki atom sayısı kere k'ya eşit olduğunu biliyoruz. Bir mol ilk başta oksijen-16'nın şu kadar *gramı* olarak tanımlanmıştı (şimdi bu tanım için karbon kullanılıyor), dolayısıyla başlangıçta bir mol'deki *atomların* sayısı bilinmiyordu. Bu, kuşkusuz, çok ilginç ve önemli bir problemdir. Atomlar ne kadar büyüktür? Ne kadar atom vardır? Dolayısıyla atomların sayısının ilk saptamalarından biri, mikroskop altında küçük bir kir parçacığını belli bir süre boyunca gözleyerek ne kadar uzağa gidebileceğini saptama yoluyla yapılmıştı. R zaten ölçülmüş olduğundan, böylece Boltzmann sabiti k ve Avogadro sayısı N_0 saptanmıştı.

42

KİNETİK KURAMIN UYGULAMALARI

42-1 Buharlaşma

42-1 Buharlaşma
42-2 Isıl-iyonik salma
42-3 Isıl iyonlaşma
42-4 Kimyasal kinetik
42-5 Einstein'ın ışınım yasaları

Bu bölümde kinetik kuramın bazı daha ileri uygulamalarını tartışacağız. Önceki bölümde kinetik kuramın özel bir yanını, yani bir molekülün ya da başka bir cismin herhangi bir serbestlik derecesinde ortalama kinetik enerjinin $\frac{1}{2}kT$ olduğunu vurgulamıştık. Şimdi tartışacağımız merkezi özellik, bir parçacığı farklı yerlerde, birim hacim başına, bulma olasılığının $e^{-potansiyel\ enerji/kT}$ gibi değiştiğidir; bunun birkaç uygulamasını yapacağız.

İncelemek istediğimiz olaylar oldukça karmaşıktır: Buharlaşan bir sıvı ya da bir metalde yüzeyden çıkan elektronlar veya çok sayıda atomun içerildiği bir kimyasal tepkime. Böyle durumlarda kinetik kuramdan hiçbir basit ve doğru beyan yapmak artık olası değildir, çünkü durum aşırı karmaşıktır. Bu nedenle, bu bölüm, tersi belirtilmedikçe, pek doğru değildir. Vurgulanacak fikir, nesnelerin *aşağı yukarı* nasıl davranacaklarını sadece kinetik kuramdan anlayabileceğimiz şeylerdir. Termodinamik kanıtları, ya da belli kritik nicelikleri kullanarak, olayların çok daha kesin bir temsiline ulaşabiliriz.

Bununla birlikte, bir şeyin neden öyle davrandığını sadece aşağı yukarı bilmek bile çok yararlıdır, öyle ki durum yeni ya da henüz çözümlemeye başlamadığımız bir durum olduğunda, aşağı yukarı ne olabileceğini söyleyebiliriz. Böylece bu tartışma epeyce kusurlu fakat esas olarak doğrudur; fikir olarak doğru, fakat diyelim ki belirli ayrıntılarda biraz basitleştirilmiştir.

Ele alacağımız ilk örnek bir sıvının buharlaşmasıdır. Dengedeki bir sıvıyla kısmen ve belli sıcaklıkta buharla dolu büyük hacimli bir kutumuz olsun. Buhar moleküllerinin birbirlerinden oldukça uzak ve sıvı içindeki moleküllerinse sıkıca bir arada olduklarını varsayacağız. Problem, sıvıdaki molekül sayısına göre, buhar evresinde ne kadar molekül olduğunu bulmaktır. Verilen bir sıcaklıkta buhar ne kadar yoğundur ve bu sıcaklığa nasıl bağlıdır?

Buharda birim hacimdeki moleküllerin sayısı n olsun. Bu sayı, kuşkusuz, sıcaklıkla değişir. Isı eklersek, daha çok buhar elde ederiz. Şimdi bir başka nicelik, $1/V_a$, sıvıda birim hacimdeki atomların sayısına eşit olsun: Sıvıda her molekülün belli bir hacim kapladığını varsayalım, öyle ki daha fazla sıvı molekülü olursa, o zaman hepsi beraber daha büyük bir hacim işgal eder. Böylece V_a bir molekül tarafından işgal edilmiş hacimse, birim hacimdeki moleküllerin sayısı, bir birim hacim bölü her bir molekülün hacmidir. Üstelik, molekülleri sıvıda bir arada tutmak için, moleküller arasında bir çekim kuvvetinin var olduğunu kabul ederiz. Aksi halde onun neden yoğunlaştığını anlayamayız. Dolayısıyla böyle bir kuvvetin var olduğunu ve sıvıdaki moleküllerin bir bağlanma enerjisine sahip olduğunu, buhar haline dönüştüklerinde bu enerjinin yitirildiğini varsayarız. Yani, sıvıdan bir tek molekülü buhar içerisine almak için, W kadar bir iş yapılması gerektiğini kabul edeceğiz. Sıvı içerisindeki bir molekülün enerjisinde, buhar içerisinde sahip olacağı enerjiden, belli bir W kadar fark vardır; çünkü onu diğer moleküllerden uzağa çekmeliyiz.

Şimdi şu genel ilkeyi kullanırız; iki farklı bölgede hacim birimi başına atomların sayısı $n_2 / n_1 = e^{-(E_2 - E_1)/kT}$ oranına sahiptir. Böylece buharın birim hacmindeki n sayısı bölü sıvının birim hacmindeki $1/V_a$ sayısı şuna eşittir:

$$nV_a = e^{-W/kT} \tag{42.1}$$

Bu, kütleçekim altında dengedeki atmosfere benzer; orada alttaki gaz üsttekinden daha yoğundur, çünkü gaz moleküllerini h yüksekliğine çıkarmak için mgh işinin yapılmasına gerek vardır. Sıvıda, moleküller buhardakilerden daha yoğundur, çünkü onları W enerji "bayırı" boyunca yukarı çıkarmalıyız ve yoğunlukların oranı $e^{-W/kT}$dir.

Çıkarmak istediğimiz buydu –buhar yoğunluğunun e üzeri eksi bu ya da şu enerji bölü kT şeklinde değişmesi. Öndeki çarpanlar bizi aslında ilgilendirmiyor, çünkü çoğu durumda buhar yoğunluğu, sıvının yoğunluğundan çok düşüktür. Bu gibi durumlarda, yani bu yoğunlukların neredeyse aynı olduğu kritik nokta yakınında bulunmadığımız, buhar yoğunluğunun sıvı yoğunluğundan çok düşük olduğu durumlarda, n'nin $1/V_a$'dan iyice az olduğu gerçeği, W'nun kT'den çok büyük olması olgusundan ileri gelir. Böylece (42.1) gibi denklemler ancak W'nun kT'den çok büyük olduğunda ilginçtir, zira bu durumlarda, e'nin üssü eksi devasa bir miktar olduğundan, T'yi biraz değiştirirsek bu devasa kuvvet çok az değişir ve üstel çarpanda ortaya çıkan değişme, öndeki çarpanlarda meydana gelebilecek herhangi bir değişmeden çok daha önemli olur. Niçin V_a gibi böyle çarpanlarda herhangi bir değişme olmalıdır? Çünkü bizimki yaklaşık bir çözümlemedir. Ne de olsa, her bir molekül için aslında belirli bir hacim yoktur; sıcaklığı değiştirdiğimizde, V_a hacmi sabit kalmaz–sıvı genişler. Bunun gibi başka küçük özellikler vardır ve dolayısıyla gerçek durum daha da karmaşıktır. Her yerde yavaş değişen sıcaklığa-bağlı çarpanlar vardır. Aslında, diyebilirdik ki W'nun kendisi sıcaklıkla hafifçe değişir, çünkü daha yüksek bir sıcaklıkta, farklı bir moleküler hacimde, farklı ortalama çekimler olabilir vb. Böylece, her şeyin sıcaklıkla bilinmeyen bir şekilde değiştiği bir denkleme sahipsek, o zaman hiçbir denkleme sahip değiliz diye düşünebilirken, W/kT üssü genelde çok büyükse, görürüz ki sıcaklığın fonksiyonu olarak buhar yoğunluğu eğrisinde değişmenin en çoğuna üstel çarpan neden olmuştur ve W'yu bir sabit olarak ve $1/V_a$ katsayısını nerdeyse sabit olarak alırsak, bu, eğri boyunca kısa aralıklar için iyi bir yaklaşıklıktır. Değişmenin çoğu, bir başka deyişle, $e^{-W/kT}$ genel niteliklidir.

Anlaşılıyor ki doğada pek çok olay vardır ki onlar bir yerlerden ödünç enerji almakla nitelenirler ve onlarda sıcaklık değişiminin temel niteliği e üzeri eksi enerji bölü kT'dir. Bu, ancak enerji kT'ye kıyasla büyük olduğunda, yararlı bir olgudur, öyle ki değişmenin çoğu, kT'nin değişiminde kapsanır; sabitte ve diğer çarpanlarda değil.

Buharlaşma için şimdi de bir bakıma benzer bir sonuç elde etmenin bir başka yolunu, ona daha etraflıca bakarak, ele alalım. (42.1)'e ulaşmak için, basitçe dengede geçerli bir kuralı uygulamıştık; fakat gidişatı daha iyi anlamak için, olanların ayrıntısına bakmakta hiç zarar yoktur. Ayrıca neler olduğunu aşağıdaki şekilde de betimleyebiliriz: Buhar içindeki moleküller sıvının yüzeyini sürekli olarak topa tutarlar; ona çarptıklarında, geri sekebilirler, ya da sıvıya saplanırlar. Bunun için bilinmeyen bir çarpan vardır –belki 50'ye 50, belki 10'a doksan–bilmiyoruz. Diyelim ki daima saplanırlar –bunu daha sonra daima saplanmadıkları kabulü üzerine yeni baştan çözümleyebiliriz. Sonra verilen bir anda sıvının yüzeyine belli miktarda atom yoğunlaşacaktır. Yoğunlaşan moleküllerin sayısı, yani birim zamanda birim alana ulaşan sayı, hacim birimi başına n sayısı çarpı v hızıdır. Moleküllerin bu hızı sıcaklığa bağlıdır, çünkü *biliyoruz ki* $\frac{1}{2}mv^2$'nin ortalamada $\frac{3}{2}kT$'ye eşit olduğunu biliyoruz. Dolayısıyla v bir tür ortalama hızdır. Kuşkusuz açılar üzerinden integral alıp bir tür ortalama elde etmeliyiz, ama bu kabaca, bir çarpan dahilinde, ortalama hız-kare karekköküyle orantılıdır. Dolayısıyla

$$N_C = nv \tag{42.2}$$

birim alana ulaşan ve yoğunlaşan moleküllerin oranıdır.

Bununla birlikte, atomlar aynı zamanda sıvı içinde kıpır kıpır kıpırdamakta ve zaman zaman onlardan biri dışarı tepilmektedir. Şimdi onların ne kadar hız-

lı tepildiklerini tahmin etmeliyiz. Denge halinde, saniyede dışarı tepilenlerin sayısı ile saniyede dışarıdan yüzeye ulaşanların sayısı eşittir.

Ne kadarı dışarı tepilir? Dışarı tepilmek için, özel bir molekül rastlantı sonucu komşularından daha fazla bir enerji kazanmalıdır; oldukça fazla bir enerji, çünkü sıvı içinde diğer moleküllerce çok kuvvetli şekilde çekilmektedir. Normalde böylesine kuvvetli şekilde çekildiğinden, sıvıyı terk edemez, fakat çarpışmalarda bazen onlardan biri şans eseri fazlalık bir enerji elde eder. Bu durumda gerekli olan W fazlalık enerjisini elde etme şansı, $W \gg kT$ ise, çok küçüktür. Aslında, $e^{-W/kT}$, bir atomun bu kadar çok enerjiyi toplayabilme şansıdır. Kinetik kuramda genel ilke şudur: Ortalamanın üzerinde fazladan bir W enerjisini ödünç almak için olasılık, e üzeri (eksi) (ödünç alınacak W fazlalık enerjisi) bölü (kT)'dir. Şimdi bazı moleküllerin bu enerjiyi ödünç aldıklarını varsayalım. Şimdi de bir saniyede ne kadar molekülün yüzeyi terk ettiğini tahmin etmeliyiz. Kuşkusuz, bir molekülün gerekli enerjiye sahip olması, onun gerçekten buharlaşacağı anlamına gelmez, çünkü sıvının iyice derinlerine gömülü olabilir, yüzeyin yakınında olsa bile, ters yönde hareket ediyor olabilir. Saniyede birim yüzeyi terk edeceklerin sayısı, şunun gibi bir şey olacaktır: (Yüzeye yakın olan birim alandaki atomların sayısı) bölü (birinin kaçması için geçen zaman) çarpı ($e^{-W/kT}$ olasılığı, ki bunlar yeterli enerjiye sahip anlamında kaçmaya hazırdır).

Sıvının yüzeyindeki her molekülün belli bir kesitsel A alanını kapladığını varsayalım. O zaman sıvı yüzeyinin birim alanı başına molekül sayısı $1/A$ olacaktır. Peki, bir molekülün kaçması ne kadar süre alır? Moleküller belli bir ortalama v hızına sahipseler ve diyelim ki ilk tabakanın kalınlığı olan bir molekülün çapı (D) kadar hareket etmeliyseler, bu durumda bu kalınlığı geçme zamanı, molekül yeterli enerjiye sahipse, kaçmak için gereken zamandır. Bu zaman D/v olacaktır. Böylece buharlaşanların sayısı yaklaşık şu olmalıdır:

$$N_e = (1/A)(v/D)e^{-W/kT} \tag{42.3}$$

Her molekülün alanı kere tabakanın kalınlığı, bir tek molekülün kapladığı V_a hacmiyle yaklaşık aynıdır. Böylece denge için $N_c = N_e$, ya da

$$nv = (v/V_a)e^{-W/kT} \tag{42.4}$$

olmalıdır. Eşit olduklarından, v'leri yok edebiliriz; biri buhar içindeki bir molekülün hızı ve diğeri buharlaşan bir molekülün hızı olsa da, bunlar aynıdır, çünkü onların ortalama kinetik enerjilerinin (bir boyutta) $\frac{1}{2}kT$ olduğunu biliyoruz. Fakat biri itiraz edebilir, "Hayır! Hayır! Bunlar özellikle hızlı hareket edenlerdir; bunlar fazlalık enerji kapmış olanlardır." Pek sayılmaz, çünkü sıvıdan uzağa çekilmeye başladıkları an, potansiyel enerjiye karşı bu fazlalık enerjiyi *yitirmeli*dirler. Böylece, yüzeye gelince, v hızına yavaşlarlar! Bu hız, atmosferdeki moleküler hızların dağılımı tartışmamızdaki hızla aynıdır –altta, moleküller belli bir enerji dağılımına sahiptiler. Üste ulaşanlar aynı enerji dağılımına sahiptir, çünkü yavaş olanlar üste hiç ulaşamamış ve hızlı olanlarsa yavaşlatılmıştı. Buharlaşan moleküller sıvı içindekilerle aynı enerji dağılımına sahiptir; elbette dikkat çekici bir olgu. Ne olursa olsun, sıvı içine girmek yerine geriye sekme olasılığı vb türünde diğer kusurlar nedeniyle, denklemimiz hakkında bu denli ince tartışmalara girişmek yararsızdır. Dolayısıyla buharlaşma ve yoğunlaşma hızı için kaba bir fikre sahibiz ve kuşkusuz n buhar yoğunluğunun öncekiyle aynı şekilde değiştiğini görüyoruz, fakat şimdi onu, keyfi bir denklem olmanın ötesinde, biraz daha etraflıca anlamış bulunuyoruz.

Bu derinlikli anlayış bize bazı şeyleri çözümleme olanağı verir. Örneğin, buharı öyle büyük bir oranda dışarı pompaladığımızı varsayalım ki buhar oluştuğu kadar çabuk yok edilsin (çok iyi pompalarımız varsa ve sıvı çok yavaş şekilde buharlaşıyorsa). T sıvı sıcaklığını sürdürdüğümüz takdirde, buharlaşma ne kadar hızlı olur? Denge buhar yoğunluğunu deneysel olarak önceden ölçtüğümüzü varsayalım, öyle ki verilen sıcaklıkta birim hacimde ne kadar molekülün

sıvıyla dengede olduğunu biliyoruz. Şimdi onun *ne kadar çabuk* buharlaşacağını bilmek istiyoruz. Onun buharlaşma kısmıyla ilgilenildiği kadarıyla sadece kaba bir çözümleme kullanmış olsak bile, *ulaşan* buhar moleküllerinin sayısı, yansıma katsayısının bilinmeyen çarpanı dışında, çok da kötü değildi. Dolayısıyla ayrılanların sayısının, dengede, ulaşanların sayısıyla aynı olduğu gerçeğini kullanabiliriz. Doğru, buhar uzaklaştırılmaktadır ve böylece sadece moleküller açığa çıkmaktadır, ama buhara dokunulmasaydı, öyle bir denge yoğunluğu elde edilirdi ki orada geri gelen sayı buharlaşan sayıya eşit olurdu. Dolayısıyla, kolayca görebiliriz ki saniyede yüzeyden kopan molekül sayısı, bilinmeyen R yansıma katsayısı kere hâlâ orada olan buhardan saniyede yüzeye gelenlerin sayısına eşittir, çünkü bu, dengede buharlaşmayı dengeleyen sayıdır:

$$N_e = n\nu R = (\nu R/V_a)e^{-W/kT} \tag{42.5}$$

Kuşkusuz, buhardan sıvıya çarpan moleküllerin sayısını hesaplamak kolaydır, çünkü kuvvetleri, moleküllerin sıvının yüzeyinden nasıl kaçtıklarını merak ettiğimizde olduğu kadar çok bilme gereksinimi duymuyoruz; tartışmayı başka şekilde yapmak çok daha kolaydır.

42-2 Isıl-iyonik salım

Bir sıvının buharlaşmasına benzeyen, çok pratik bir başka örnek verebiliriz –o kadar benzer bir durum ki ayrı bir çözümlemeye değmez. Temelde aynı problemdir. Bir radyo tüpünde bir elektron kaynağı vardır, yani ısıtılan bir tungsten tel ve elektronları çeken artı yüklü bir plaka. Tungstenin yüzeyinden kaçan herhangi bir elektron derhal plakaya sürüklenir. Elektronları boyuna pompalayan bir ideal "pompa"dır bu. Şimdi şu soruyu sorabiliriz: Bir tungsten parçasından saniyede kaç elektron ayırabiliriz ve bu sayı sıcaklıkla nasıl değişir? Her iki problemin yanıtı (42.5) ile aynıdır, çünkü bir metal parçasında metalin iyonları, ya da atomları elektronları çeker. Onlar, kabaca söylersek, metale çekilirler. Bir metal parçasından bir elektron çıkarmak, onu dışarıya çekmek için belli bir miktar enerji ya da iş gerektirir. Bu iş metalden metale değişir. Bu, aslında, belli türden bir metalin yüzeyinin niteliğiyle bile değişir, fakat toplam iş birkaç elektron volt olur; bu da kimyasal tepkimelerde yer alan tipik enerjidir. El feneri pili gibi bir kimyasal hücrede kimyasal tepkimelerle üretilen voltajın bir volt kadar olduğunu herhalde hatırlarsınız.

Saniyede kaç elektron çıkacağını nasıl buluruz? Elektronların dışarıya çıkması üzerindeki etkileri çözümlemek epeyce zor olabilir; durumu başka şekilde çözümlemek daha kolaydır. Dolayısıyla, elektronları geri çekmeden elektronların bir gaz gibi olduğunu düşleyerek başlayabiliriz ve sonra metale geri geliriz. O zaman dengede belli bir elektron yoğunluğu olur, bu da kuşkusuz tam olarak (42.1) denkleminin aynısıyla verilebilir, burada V_a kabaca metalde bir elektrona düşen hacimdir ve W ise $q_e\,\phi$'ye eşittir, burada ϕ'ye *iş fonksiyonu* ya da elektronu yüzeyden koparmak için gerekli voltaj adı verilir. Bu bize, metalden çıkacak elektronları dengelemek için, metali çevreleyen uzayda ne kadar elektron olması ve metale çarpması gerektiğini söyler. Böylece dışarıdakilerin tümünü süpürürsek, ne kadar elektron çıkacağını hesaplamak kolaydır, çünkü çıkacak olanların sayısı, tam olarak yukarıdaki elektron "buharı" yoğunluğu ile birleşen sayıya eşittir. Başka bir deyişle, yanıt şudur: Birim alana gelen elektrik akımı, her biri üzerindeki yük kere birim zamanda birim alana ulaşan sayıdır, ki bu da, birçok kez gördüğümüz gibi, birim hacimdeki sayı kere hızdır:

$$I = q_e\, n\nu = (q_e\, \nu/V_a)exp^{(-q_e\phi/kT)} \tag{42.6}$$

Bir elektron volt, 11.600 derecelik sıcaklıktaki kT'ye karşılık gelir. Tüpün teli 1100 derecelik bir sıcaklıkta işlem yapabilir, buna göre üstel çarpan e^{-10} gibi bir sayıdır; sıcaklığı biraz değiştirirsek, üstel çarpan çok fazla değişir. Dolayısıyla denklemin temel niteliği yine $exp(-q_e\phi/kT)$'dir. Aslına bakılırsa, öndeki çarpan oldukça hatalıdır: metaldeki elektronların davranışının klasik kuramla doğru biçimde betimlenmediği, ancak kuantum mekaniğiyle betimlenebileceği anlaşılır; fakat bu sadece öndeki çarpanı birazcık değiştirir. Aslında, pek çok kişi hesaplarında ileri kuantum mekaniği kullandığı halde, hiçbiri durumu iyice düzeltecek bir şey bulamamıştı. Büyük problem şudur: Acaba W sıcaklıkla çok az mı değişiyor? Eğer öyleyse, sıcaklıkla yavaş değişen bir W'yu, öndeki farklı bir katsayıdan ayırt edemeyiz. Yani, W sıcaklıkla doğrusal biçimde değişiyorsa, öyle ki $W = W_0 + \alpha kT$, o zaman

$$e^{-W/kT} = e^{-(W_0+\alpha kT)/kT} = e^{-\alpha}\, e^{-W_0/kT}$$

elde ederiz. Böylece sıcaklığa doğrusal bağlı bir W, kaymış bir "sabit"e eşdeğerdir. Öndeki katsayıyı doğru şekilde elde etmeye çalışmak gerçekten de çok zor ve genellikle yararsızdır.

42-3 Isıl iyonlaşma

Şimdi aynı düşüncenin –daima aynı düşüncenin– bir başka örneğiyle devam edelim. Bu iyonlaşmayla ilgilidir. Bir gaz içinde, diyelim ki nötral durumda, pek çok atom bulunduğunu varsayalım, fakat gaz sıcak olsun ve iyonlu hale gelebilsin. Gaz belirli sıcaklıkta belirli bir atom yoğunluğuna sahipse, böyle bir durumda ne kadar iyon olduğunu bilmek isteyelim. Bağlı elektronlarıyla bu atomlardan Nadedi bir kutu içinde olsun. (Bir elektron atomdan koparsa, ona bir *iyon* denir, yok eğer atom nötr ise ona basitçe atom deriz.) Bu durumda varsayalım ki, verilen herhangi bir anda, nötral atomların sayısı n_a, iyonların sayısı n_i ve elektronların sayısı n_e'dir ve hepsi hacimdeki sayılardır. Problem şudur: Bu üç sayı arasındaki bağıntı nedir?

Daha en başta, bu sayılar üzerinde iki koşul ya da sınırlama söz konusudur. Örneğin, sıcaklık vb gibi çeşitli koşulları değiştirdiğimizde, $n_a + n_i$ sabit kalmalıdır, çünkü bu, basitçe kutu içindeki atom çekirdeklerinin N sayısıdır. Birim hacimdeki çekirdeklerin sayısını sabit tutarsak ve diyelim ki sıcaklığı değiştirirsek, o zaman iyonlanma sürerken bazı atomlar iyonlara dönüşür, fakat (atom + iyon) sayısı değişmez, Yani $n_a + n_i = N$'dir. Bir diğer koşul şudur; eğer tüm gaz elektrikçe yüksüzse (ve iki ya da üç kez iyonlaşmayı göz ardı edersek), bu, iyonların sayısı her zaman elektronların sayısına eşit olduğu anlamına gelir; yani $n_i = n_e$'dır. Bunlar, sadece yükün korunumunu ve atomların korunumunu ifade eden yardımcı denklemlerdir.

Bu denklemler tam doğrudur ve sonuçta gerçek bir problem ele aldığımızda onları kullanacağız. Fakat bu nicelikler arasında bir başka bağıntı daha elde etmek istiyoruz. Bunu aşağıdaki gibi yapabiliriz. Bir atomdan elektronu dışarıya çıkarmak için belli bir miktar enerji gerekir fikrini yine kullanırız; buna *iyonlaşma enerjisi* deriz ve tüm denklemlerimizin aynı görünmesi için onu W olarak yazarız. Öyleyse W, atomdan bir elektronu dışarıya çekip onu bir iyon haline getirmek için gerekli enerjiye eşit olsun. Şimdi yine "buhar" içinde birim hacimdeki serbest elektronların sayısı, birim hacimde atomlara bağlı elektronların sayısı çarpı e üzeri eksi bağlı olan ve serbest olan arasındaki enerji farkı bölü kT'dir deriz. Bu temel denklemdir. Onu nasıl yazabiliriz? Birim hacimdeki serbest elektronların sayısı, kuşkusuz n_e olacaktır, çünkü bu n_e'nin tanımıdır. Şimdi birim hacimde atomlara bağlı olan elektronların sayısı nedir? Elektronları koyabileceğimiz yerlerin toplam sayısı açıkça $n_a + n_i$'dir ve bağlı oldukların-

da, her birinin belli bir V_a hacmi içinde bağlı olduklarını varsayacağız. Böylece bağlı da olabilen elektronların toplam hacim miktarı $(n_a + n_i)V_a$'dır, böylece denklemimizi

$$n_e = \frac{n_a}{(n_a + n_i)V_a}\, e^{-W/kT}$$

şeklinde yazmak isterdik. Ama bu denklem aşağıdaki temel özellik açısından yanlıştır: Bir elektron zaten bir atomun üzerindeyken, bir başka elektron artık o hacme gelemez! Bir başka deyişle, tüm olası yerlerin tüm hacimleri, gerçekten de buhar içinde mi yoksa yoğunlaşmış konumda mı olmaya karar vermeye çalışan bir elektron için uygun değildir, çünkü bu problemde bir fazlalık özellik vardır ki bir elektron bir başka elektronun olduğu yere giremez; geri püskürtülür. Bu nedenle, hacmin o kısmının bir elektronun oturmasına uygun olup olmadığını hesaba katmalıyız. Yani, zaten işgal edilmiş olanlar toplam uygun hacim içinde sayılmaz, fakat izinli hacim sadece *iyonlarınkidir*, orada elektronun gideceği boş yerler vardır. O zaman, o durumlarda, anlarız ki denklemimizi yazmanın daha hoş yolu şudur:

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = \frac{1}{V_a}\, e^{-W/kT} \tag{42.7}$$

Buna *Saha iyonlaşma denklemi* denir. Şimdi böyle bir denklemin neden doğru olduğunu, meydana gelen kinetik şeyleri tartışarak, acaba nitel olarak anlayabilir miyiz diye bakalım.

Önce, arada sırada bir elektron bir iyona gelir ve bir atom oluşturmak üzere onunla birleşir. Ayrıca, bir atom arada sırada bir çarpışmaya girer ve bir iyon ile bir elektrona ayrılır. Bu iki oran eşit olmalıdır. Elektronlar ve iyonlar birbirlerini ne kadar hızlı bulurlar? Birim hacimdeki elektron sayısı artırılırsa, bu oran da kesinlikle artar. Birim hacimdeki iyon sayısı artırılınca da, bu oran artar. Yani, yeniden birleşmenin toplam meydana gelme sıklığı, kesinlikle elektronların sayısı çarpı iyonların sayısıyla orantılıdır. Şimdi çarpışmalardan dolayı iyonlaşmanın toplam meydana gelme hızı, iyonlaşacak kaç atom olduğuna doğrusal olarak bağlı olmalıdır. Böylece $n_e\, n_i$ çarpımı ile atomların n_a sayısı arasında bir bağıntı olduğunda, oranlar dengelenecektir. Bu bağıntının bu özel denklemle verilmiş olma gerçeği, o denklemde W iyonlaşma enerjisidir, kuşkusuz biraz daha fazla bir bilgidir; fakat kolayca anlayabiliriz ki, bu denklem, n'lerden bağımsız bir sabit üretmek için, elektronların, iyonların ve atomların yoğunluklarını zorunlu olarak $n_e\, n_i/n_a$ karışımı şeklinde içermelidir ve bağımlılık sadece sıcaklığa, atomik tesir kesitine ve diğer sabit çarpanlara olur. Denklemler *birim hacimdeki* sayıları içerdiğinden, atom artı iyonların toplam N sayısının, yani çekirdeklerin belli sabit bir sayısının verildiği iki deney yapmış olsaydık, fakat farklı hacimler kullansaydık, n'lerin tümü büyük kutuda daha küçük olurdu. Ama $n_e\, n_i/n_a$ oranı aynı kaldığından, elektronların ve iyonların *toplam sayısı* büyük kutuda daha büyük olmalıdır. Bunu görmek için, V hacimli kutu içinde N çekirdek olduğunu ve onların bir f kesrinin iyonlaştığını varsayın. Bu durumda $n_e = fN/V = n_i$ ve $n_a = (1-f)N/V$'dir. Denklemimiz şu hale gelir:

$$\frac{f^2}{1-f}\,\frac{N}{V} = \frac{e^{-W/kT}}{V_a} \tag{42.8}$$

Bir başka deyişle, atomların iyice küçük bir yoğunluğunu alırsak, ya da kutu hacmini iyice büyütürsek, elektronların ve iyonların f kesri artmalıdır. Yıldızlar arasındaki soğuk uzay gibi çok düşük yoğunluklarda iyonların var olabileceğine inanmamızın nedeni, bunu uygun enerji açısından anlayamasak bile, yoğunluk azalırken sırf "genişleme"den doğan bu iyonlaşmadır. Bunları oluşturmak için pek çok kT'lik enerji almak gerekse de, oralarda iyonlar mevcuttur.

Yoğunluğu artırırken iyonlar yok olmaya yüz tuttuğu halde, etrafta o kadar çok boşluk varken ortalıkta niçin iyonlar vardır? *Yanıt*: Bir atom düşünün. Ara

sıra, ışık, ya da bir başka atom veya bir iyon, ya da ısıl dengeyi her ne sağlıyorsa o, bu atoma çarpar. Böylesine korkunç miktarda fazlalık bir enerji gerektiği için, çok nadiren bir elektron açığa çıkar ve bir iyon kalır. Şimdi bu elektron, devasa bir boşluk varsa, gezer de gezer ve belki de yıllarca hiçbir şeye yaklaşmaz. Fakat çok nadiren bir iyona rastlar ve bir atom oluşturmak üzere onunla birleşir. Elektronların atomlardan çıkma sıklığı çok düşüktür. Fakat hacim devasaysa, kaçmış olan bir elektronun tekrar birleşmek için bir başka iyon bulması öylesine uzun zaman alır ki bu birleşme olasılığı çok küçüktür; dolayısıyla büyük fazlalık enerji gerekmesine karşın, makul sayıda elektron olabilir.

42-4 Kimyasal kinetik

Biraz önce "iyonlaşma" dediğimiz aynı durum, bir kimyasal tepkimede de yer alır. Örneğin, A ve B gibi iki cisim bir AB bileşiği oluştururursa, o zaman bir an için düşünürsek, AB'nin atom dediğimiz, B'nin elektron dediğimiz ve A'nın iyon dediğimiz şey olduğunu anlarız. Bu yerine koymalarla, denge denklemleri yapı olarak tamamen aynıdır:

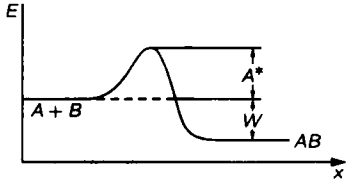
$$\frac{n_A n_B}{n_{AB}} \; ce^{-W/kT} \tag{42.9}$$

Bu denklem kuşkusuz tam değildir, çünkü c "sabit"i A ve B'nin birleşmesi için ne kadar hacme izin verildiğine vb bağlıdır, fakat termodinamik tartışmalarla üstel çarpandaki W'nun anlamı saptanabilir ve onun tepkimede gereken enerjiye çok yakın olduğu anlaşılır.

Bu denklemi, neredeyse buharlaşma denklemini anladığımız gibi, birim zamanda ne kadar elektron çıktığını ve onların ne kadarının geri geldiğini tartışmak suretiyle, çarpışmaların bir sonucu olarak anladığımızı varsayın. A ve B'nin arada sırada bir çarpışmada AB bileşiğini oluşturmak üzere birleştiğini düşünün. AB bileşiği etrafta zikzaklar çizen ve diğer moleküllere çarpan karmaşık bir molekül olsun ve zaman zaman patlayıp tekrar A ve B'ye parçalanacak kadar enerji elde edebilsin.

Kimyasal tepkimelerde atomların gerçekten de aşırı küçük enerjilerle bir araya geldikleri artık anlaşılmıştır, $A + B \rightarrow AB$ tepkimesinde enerji salınabilse bile, A ve B'nin birbirlerine değmesi ille de tepkimeyi başlatmaz. Genelde tepkimenin aslında oluşması için çarpışmanın epeyce sert olması gerekir. A ve B arasında "yumuşak" bir çarpışma bunu yapamayabilir, süreçte enerji çıkacak olsa bile. Böylece kimyasal tepkimelerde şunun çok yaygın olduğunu kabul edelim; A ve B'nin AB'yi oluşturması için, onların birbirlerine sadece çarpması yetmez, aynı zamanda birbirlerine *yeterli enerjiyle* çarpmalıdırlar. Bu enerjiye *etkinlik enerjisi* denir –tepkimeyi "etkin" hale getirmesi için gerekli enerji. Etkinlik enerjisine A^* diyelim, bir çarpışmada tepkimeyi gerçekten meydana getirmek için gerekli fazlalık enerji. O halde, A ve B'nin AB'yi oluşturma sıklığı diyeceğimiz R_f, A atomlarının sayısı çarpı B atomlarının sayısı çarpı bir tek atomun belli bir σ_{AB} tesir kesitini vurma sıklığı çarpı $e^{-A^*/kT}$ terimlerini içerir; bu sonuncusu yeterli enerjiye sahip olma olasılığıdır:

$$R_f = n_A n_B \; v \, \sigma_{AB} \, e^{-A^*/kT} \tag{42.10}$$



Şekil 42-1 $A + B \rightarrow AB$ tepkimesi için enerji bağıntısı.

Şimdi de R_r ters sıklığı bulmalıyız. AB'nin parçalanması için belli bir şans vardır. Parçalanması için, sadece W enerjisi değil, bu tam parçalanmak için gerekir, fakat A ve B'nin bir araya gelmesinin zorluğu kadar A ve B'nin tekrar ayrılmaları için tırmanmaları gereken bir tür yamaç vardır; tam ayrılmaya hazır hale gelmeleri için yeterli enerjiye sahip olmaları değil, fakat ayrıca belli bir fazlalığa gerek vardır. Derin bir vadiye inmek için bir tepeyi tırmanmak gibi; içeri-

ye girmek için tepeyi tırmanmaları ve vadiden tırmanarak çıkmaları ve sonra tepe üzerinden geri gelmeleri gerekir (Şekil 42-1). Dolayısıyla AB'nin A ve B'ye gitme hızı mevcut olan n_{AB} sayısı kere $e^{-(W+A^*)/kT}$ ile orantılı olacaktır:

$$R_r = c' n_{AB}\, e^{-(W+A^*)/kT} \tag{42.11}$$

c' çarpanı, atomların hacmini ve çarpışma sıklığını içine alır ki bunu buharlaşma halini alanlar, zamanlar ve kalınlıklarla yaptığımız gibi geliştirebiliriz; fakat bunu yapmayacağız. Bizim asıl ilgilendiğimiz, bu iki hız eşit olduğunda, onların oranının bire eşit oluşudur. Bu bize, önceki gibi, $n_A n_B / n_A = ce^{-W/kT}$ eşitliğini verir; burada c, tesir kesitlerini ve n'lerden bağımsız diğer çarpanları içine alır.

İlginç olan, tepkime hızının da $e^{-sabit/kT}$ gibi değişmesidir, e üstündeki "sabit" derişiklikleri kontrol eden sabitle aynı değildir; A^* etkinlik enerjisi W'dan çok farklıdır. *W, dengede sahip olduğumuz A, B ve AB'nin oranlarını kontrol eder*, fakat A+B'nin AB'ye gidişinin hızını bilmek istersek, denge söz konusu değildir, burada tepkime hızını üstel çarpanla farklı bir enerji, *etkinlik enerjisi* kontrol eder.

A^*, üstelik, W gibi bir temel sabit değildir. A ve B, duvarın yüzeyine –ya da başka bir yerde– daha kolay birleşebilecekleri bir şekilde, geçici olarak, yapışabilirdi. Bir başka deyişle, tepe içinde bir "tünel" ya da belki de daha alçak bir tepe bulabilirdik. Enerjinin korunumu vasıtasıyla, işimiz tamamen bittiğinde, A ve B'den AB'yi oluştururduk, böylece W enerji farkı tepkimenin olduğu yoldan tümüyle bağımsız olacaktır, fakat A^* etkinlik enerjisi tepkimenin olacağı yola çok fazla bağlı olacaktır. Kimyasal tepkimelerin hızlarının dış koşullara çok duyarlı olmasının nedeni budur. Farklı türden yüzeyler koyarak bu hızı değiştirebiliriz, onu "farklı bir fıçı" içine koyabiliriz ve tepkime, yüzeyin doğasına bağlıysa, farklı bir hızla olacaktır. Ya da, içeriye üçüncü tür bir cisim yerleştirirsek, hızı çok fazla değiştirebilir bu; A^*'ı çok az değiştirerek, bazı şeyler hızda devasa değişiklikler yaratabilir: onlara *katalizörler* denir. Verilen sıcaklıkta A^* aşırı büyük olduğu için, bir tepkime pratikte hiç meydana gelmeyebilir, fakat bu özel maddeyi –katalizörü– kattığımızda, tepkime cidden çok hızlı olur, çünkü A^* küçülmüştür.

Bu arada, A ve B'den AB'nin oluştuğu böyle bir tepkimede bir sorun vardır, çünkü iki cismi bir araya getirip daha kararlı bir bileşik yapmaya kalkıştığımızda, enerji ve momentumun ikisini de koruyamayız. Dolayısıyla, en azından bir üçüncü C cismine ihtiyaç duyarız; böylece gerçek tepkime çok daha karmaşıktır. Tepkimenin ileriye doğru oluşma hızı $n_A\, n_B\, n_C$ çarpımını içermelidir ve denklemimiz aksayacak gibi görünmektedir; fakat hayır! AB'nin diğer yönde ilerlediği hıza baktığımızda, onun C ile de çarpışmasına da gerek duyulduğunu görürüz; böylece ters yöndeki hızda $n_{AB}\, n_C$ vardır. Denge derişiklikleri için olan denklemde n_C'ler birbirlerini götürür. İlk yazdığımız denge yasası (42.9)'un mutlaka doğru olduğu, tepkimenin mekanizması ne olursa olsun, garanti altındadır!

42-5 Einstein'ın ışınım yasaları

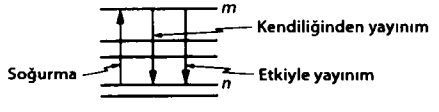
Şimdi de kara cisim ışınımıyla ilgili olan ilginç bir benzer duruma dönüyoruz. Son bölümde, bir salınıcıdan gelen ışınımı dikkate alarak, Planck'ın yaptığı şekilde, bir kovuk içindeki ışınımın dağılım yasasını çözümlemiştik. Salınıcı belli bir ortalama enerjiye sahip olmalıydı ve salınıcı mademki titreşmekteydi, o zaman ışıma yapardı ve soğurma ile yayınlamanın dengelenmesi için yeterince ışınım toplanıncaya dek kovuğun içine ışınım pompalanırdı. Bu yolla, ω frekansındaki ışınım şiddetinin aşağıdaki denklemle verildiğini bulmuştuk:

$$I(\omega)\, d\omega = \frac{\hbar\omega^3\, d\omega}{\pi^2 c^2 (e^{\hbar\omega/kT} - 1)} \tag{42.12}$$

Bu sonuç, ışınımı üreten salınıcının kesin, eşit aralıklı enerji düzeylerine sahip olduğu varsayımını içermekteydi. Işığın foton ya da buna benzer bir şey olması

gerektiğini söylememiştik. Atom bir düzeyden diğerine gittiğinde, bunun nasıl olduğu tartışılmamıştı; enerji, ışık yapısında $\hbar\omega$ enerjili bir birim içinde çıkmalıydı. Planck'ın özgün fikrine göre, ışık değil madde kuantumluydu: Maddesel salınıcılar her enerjiye sahip olamıyor, sadece onu topaklar halinde üzerinde tutabiliyordu. Üstelik, türetmedeki güçlük, onun kısmen klasik oluşudur. Bir salınıcının ışınım hızını klasik fizik uyarınca hesaplamıştık; ondan sonra vazgeçip "Hayır, bu salınıcı pek çok enerji düzeyine sahiptir" demiştik. Böylece yavaş yavaş, doğru sonucu, tamamen kuantum-mekaniksel sonucu bulmak için, 1927'de kuantum mekaniğinde en yüksek noktasına ulaşmış olan uzun süreli bir gelişme aşaması olmuştu. Fakat bu arada, Planck'ın sadece maddesel salınıcıların kuantumlu oldukları görüşünü, ışığın aslında fotonlar olduğunu ve onların belli bir şekilde $\hbar\omega$ enerjili parçacıklar olarak düşünülebileceği fikrine evirmek için Einstein'ın bir girişimi vardı. Üstüne üstlük, Bohr *her* atom sisteminin enerji düzeylerine sahip olduğuna işaret etmişti, fakat bunlar Planck'ın salınıcıları gibi mutlaka eşit aralıklı olmak zorunda değildiler. Böylece ışınım yasalarının, çok daha tam olan kuantum-mekaniksel açıdan türetilmesi ya da en azından tartışılması zorunlu hale gelmişti.

Einstein Planck'ın sonuç denkleminin doğru olduğunu kabul etmişti ve maddeyle ışınımın etkileşmesi hakkında daha önce bilinmeyen bazı yeni bilgiler elde etmek için bu denklemi kullanmıştı. Tartışmasının gidişatı şöyleydi: Bir atomun birçok enerji düzeyinden herhangi ikisini, diyelim ki m'yinci ve n'yinci düzeyleri düşünün (Şekil 42-2). Einstein'ın önerisine göre, bir atom, üzerine uygun frekanslı bir ışık tutulduğunda, bu ışık fotonunu soğurabilir ve n durumundan m durumuna bir geçiş yapar; bunun saniyedeki oluş olasılığı kuşkusuz bu iki düzeye bağlıdır, fakat tutulan ışığın *ne kadar şiddetli olduğuna bağlı*dır. Olasılık sabitine, evrensel bir sabit olmayıp bu özel düzey çiftine bağlı olduğunu bize hatırlatsın diye B_{nm} diyelim: Bazı düzeyleri uyarmak kolay, bazılarınıysa zordur. Şimdi m'den n'ye yayınım hızı için denklem ne olacaktır? Einstein bunun iki parçaya sahip olması gerektiğini önermişti. Birincisi, ortalıkta ışık olmasa bile, uyarılmış bir durumdaki atomun bir foton salarak daha düşük bir duruma geçme şansı olabilir; buna *kendiliğinden yayınım* deriz. Bu, klasik fizikte, belli enerjili bir salınıcının, bu enerjiyi tutamayıp ışınımla onu yitirme fikrine benzer. Böylece bir klasik sistemin kendiliğinden ışınımının benzeri, uyarılmış bir atomun belli bir A_{mn} olasılığıyla – ki bu, düzeylere bağlıdır– m'den n'ye geçmesidir ve bu olasılık atoma ışık tutulup tutulmadığından bağımsızdır. Fakat Einstein daha ileri gitmiş ve klasik kuramla karşılaştırmalar ve başka delillerle şu sonuca varmıştı: Foton salımı ışığın varlığıyla da etkilenir –atom üzerine uygun frekanslı ışık tutulursa, foton yayınım sıklığı, orantılılık sabiti B_{mn} olmak üzere, ışık şiddetiyle orantılı olarak artar. Daha sonra, bu katsayının sıfır olduğu sonucuna varırsak, bu, Einstein'ın hatalı olduğu anlamına gelir. Kuşkusuz onun haklı olduğu görülür.



Şekil 42-2 Bir atomun iki enerji düzeyi arasındaki geçişler.

Böylece Einstein üç tür sürecin var olduğunu öne sürmüştü: Işığın şiddetiyle orantılı bir soğurma, *etkiyle yayınım* ya da *uyarılmış yayınım* denen ışığın şiddetiyle orantılı bir yayınım ve ışıktan bağımsız kendiliğinden yayınım.

Şimdi T sıcaklığında dengede olan n durumunda N_n atoma ve m durumunda N_m atoma sahip olduğumuzu varsayalım. n'den m'ye geçen atomların toplam sayısı, n durumundaki sayı kere n'de olan bir atomun m'ye geçmesinin saniyedeki sıklığıdır. Dolayısıyla saniyede n'den m'ye geçen sayı için denklemimiz şudur:

$$R_{n\to m} = N_n B_{nm} I(\omega) \tag{42.13}$$

m'den n'ye geçeceklerin sayısı aynı tarzda, m'deki N_m sayısı kere saniyede bir atomun n'ye geçme şansı olarak ifade edilir. Bu kez ifademiz şudur:

$$R_{m\to n} = N_m [A_{mn} + B_{mn} I(\omega)] \tag{42.14}$$

Şimdi ısıl dengede yukarıya geçen atomların sayısının aşağıya inen atomların sayısına eşit olması gerektiğini varsayacağız. Bu, en azından, sayının her düzeyde sabit tutulmasını garantilemede bir yoldur.* Böylece bu iki hızı denge halinde eşit olarak alırız. Fakat bir başka bilgi parçası daha var: N_m'nin N_n ile karşılaştırıldığında ne kadar büyük olduğunu biliyoruz -bu ikisinin oranı $e^{-(E_m-E_n)/kT}$'dir. Einstein, tüm denklemlerimizde n'den m'ye geçiş yapmada etkin olan tek ışığın $E_m - E_n = \hbar\omega$ enerji farkına karşılık gelen frekansa sahip olacağını varsaymıştı. Böylece

$$N_m = N_n\, e^{-\hbar\omega/kT} \tag{42.15}$$

olur. Böylece iki hızı eşit yaparsak, $N_n\, B_{nm}\, I(\omega) = N_m\, [A_{mn} + B_{mn}\, I(\omega)]$ olur ve bunu N_m'ye bölersek şunu elde ederiz:

$$B_{nm}\, I(\omega)\, e^{\hbar\omega/kT} = A_{mn} + B_{mn}\, I(\omega) \tag{42.16}$$

Bu denklemden $I(\omega)$'yı, basitçe aşağıdaki gibi hesaplarız:

$$I(\omega) = \frac{A_{mn}}{B_{nm}\, e^{\hbar\omega/kT} - B_{mn}} \tag{42.17}$$

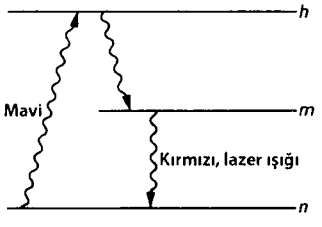
Fakat Planck denkleminin (42.12) olması gerektiğini bize zaten söylemişti. Dolayısıyla bir şey çıkarımlayabiliriz: Önce, B_{nm} katsayısı B_{mn}'ye eşit olmalıdır, yoksa $(e^{\hbar\omega/kT} - 1)$ elde edemeyiz. Böylece Einstein nasıl hesaplayacağını bilmediği bir şeyler keşfetmişti: *Etkiyle yayınım olasılığı ve soğurma olasılığı eşit olmalıdır.* Bu ilginçtir. Ayrıca (42.17) ile (4.12)'nin uyuşması için

$$A_{mn}/B_{mn} = \hbar\omega^3/\pi^2 c^2 \tag{42.18}$$

olmalıdır. Böylece örneğin verilen bir düzey için soğurma hızını bilirsek, kendiliğinden yayınım ve etkiyle yayınım hızını, ya da herhangi bir karışımını çıkarabiliriz.

Einstein'ın ya da başka birinin böyle kanıtlarla gidebileceği yer bu kadardır. Mutlak kendiliğinden yayınım hızını ya da diğer özel atomik geçiş hızlarını gerçekten hesaplamak için, kuşkusuz, kuantum elektrodinamiği denen atomun mekanizması bilgisine gerek duyulur, ki bu da ancak on bir yıl sonra keşfedilmişti. Einstein'ın bu çalışması 1916'daydı.

Etkiyle yayınım olanağı, bugün, ilginç uygulamalar bulmuştu. Ortalıkta ışık mevcutsa, aşağıya geçişleri tetiklemeye yol açar. O zaman bu geçiş, eğer üst durumda bir atom oturuyorsa, mevcut ışık enerjisine kendi $\hbar\omega$'sını ekler. Şimdi ısıl-olmayan bir yöntemle, m durumundaki sayının n durumundaki sayıdan çok büyük olduğu bir gaza sahip olmayı düzenleyebiliriz. Bu dengeden çok uzaktır ve dolayısıyla denge için olan $e^{-\hbar\omega/kT}$ denklemiyle verilmez. Hatta öyle düzenleyebiliriz ki, üst durumdaki sayı çok büyük olurken, alt durumdaki sayı pratik olarak sıfır olur. O zaman $E_m - E_n$ enerji farkına karşılık gelen frekansa sahip olan ışık kuvvetli şekilde soğrulmayacaktır, çünkü onu soğurması için n durumunda pek fazla atom yoktur. Diğer taraftan, bu ışık var olduğu takdirde, bu üst durumdan etkiyle yayınımı tetikleyecektir! Böylece, üst durumda çok sayıda atom sahipsek, bir tür zincir tepkimesi olur, bu durumda, atomlar yayınlamaya başladıkları anda, daha fazlasının yayınlanmasına neden olurlar ve onlardan çoğu birlikte aşağı iner. lazer, ya da uzak kırmızı-altında *mazer*denen şey işte budur.



Şekil 42-3 Atomları, diyelim ki mavi ışıkla, daha yüksek bir h durumuna uyardıktan sonra, onların bir foton yayınlayıp m durumuna inmeleriyle, bu m durumundaki sayı, lazeri çalışmaya başlatacak kadar büyük hale gelir.

m durumunda atomlar elde etmek için çeşitli incelikler kullanılabilir. Atomları yüksek frekanslı şiddetli bir ışık demetiyle aydınlatarak yüksek düzeylere çıkarabiliriz. Bu yüksek düzeylerden, çeşitli fotonlar yayınlayarak, aşağıya akıp tümü m durumunda sıkışıp kalır. Yayın yapmayıp m durumunda durmaya

* Çeşitli düzeylerdeki atom sayılarını sabit tutmayı düzenlemenin tek yolu bu değildir. Her sürecin ısıl dengede tam zıddıyla dengelenmesine *ayrıntılı dengelenme ilkesi* denir.

meylederlerse, bu duruma *yarı kararlı* denir. O zaman etkiyle yayınım vasıtasıyla tümü birlikte aşağıya iner. Bir başka teknik nokta şudur: Bu sistemi normal bir kutuya koysaydık, etkiyle yayınıma göre, aynı anda o kadar çok farklı yönde ışıyabilirdi ki, yine zorda kalırdık. Fakat kutunun her iki yanına neredeyse mükemmel aynalar koyarak etkiyle yayınımı artırabiliriz, onun verimini yükseltiriz, öyle ki salınan ışık daha fazla yayınım tetiklemek için bir şans, bir diğer şans ve bir diğer şans daha elde eder. Aynalar neredeyse yüzde yüz oranda yansıtsa bile, aynadan az miktarda geçiş olur ve ışığın birazı dışarı kaçar. Sonunda, kuşkusuz, enerjinin korunumundan, tüm ışık çok hoş, düzgün bir düz çizgi halinde dışarı çıkar; böylece bugün lazerlerle mümkün olan şiddetli ışık demetleri oluşur.

43

YAYILMA

43-1 Moleküller arasındaki çarpışmalar
43-2 Ortalama serbest yol
43-3 Sürüklenme hızı
43-4 İyonik iletkenlik
43-5 Moleküler yayılma
43-6 Isıl iletkenlik

43-1 Moleküller arasındaki çarpışmalar

Şu ana kadar ısıl dengede olan bir gaz içindeki moleküllerin hareketlerini dikkate almıştık. Şimdi dengeye yakın fakat tam dengede olmayan durumlarla ne olduğunu tartışmak istiyoruz. Dengeden çok uzak bir durumda vaziyet çok karmaşıktır, fakat dengeye çok yakın durumda neler olacağını kolayca çözümleyebiliriz. Ne olacağını görmek için kinetik kurama dönmeliyiz. İstatistik mekanik ve termodinamik denge durumuyla ilgilenir, fakat dengeden uzakta ne olduğunu, deyim yerindeyse, sadece tek tek atomları çözümleyebiliriz.

Dengede olmayan bir durumun basit bir örneği olarak, bir gaz içindeki iyonların yayılmasını ele alalım. Gazın içinde oldukça küçük bir iyon derişiminin –elektrikçe yüklü moleküllerin– var olduğunu kabul edelim. Gazın üzerine bir elektrik alanı uygularsak, her iyon kendi üzerinde bir kuvvet duyar; bu kuvvet gazın normal molekülleri üzerindeki kuvvetten farklıdır. Ortalıkta başka moleküller olmasaydı, bir iyon kabın kenarlarına ulaşıncaya dek sabit bir ivmeye sahip olurdu. Fakat diğer moleküllerin varlığı nedeniyle, bunu yapamaz; onun hızı ancak bir molekülle çarpışıncaya dek artar ve çarpışınca momentum yitirir. Sonra yine daha fazla hız toplamaya başlar, fakat sonra yine momentumunu yitirir. Net etki şudur: Bir iyon düzensiz bir yol boyunca, fakat elektrik kuvveti yönünde net bir hareketle yavaş yavaş ilerler. İyon elektrik alanıyla orantılı bir ortalama hızla bir ortalama "sürüklenme"ye sahiptir –alan kuvvetlendikçe, iyon da daha hızlı gider. Alan varken ve iyon hareket ederken, kuşkusuz gaz ısıl dengede *değil*dir; iyonlar kabın sonunda durduğunda, gaz dengeye gelmeye çalışır. Kinetik kuram vasıtasıyla sürüklenme hızını hesaplayabiliriz.

Şimdiki matematiksel becerilerimizle ne olacağını gerçekten *kesinkes* hesaplayamayacağımız anlaşılır, fakat tüm temel özellikleri sergileyen yaklaşık sonuçları elde edebiliriz. Olayların basınç, sıcaklık, vb ile nasıl değişeceğini anlayabiliriz, ama tüm terimlerin önlerindeki doğru sayısal çarpanları kesin olarak elde etmek mümkün olmayacaktır. Bu nedenle türetmelerimizde sayısal çarpanların kesin değeri konusunda huzursuz olmayacağız. Bunlar ancak çok ileri matematiksel işlemlerle elde edilebilirler.

Denge-dışı durumlarda olanları ele almadan önce, ısıl dengedeki gazda olagelenlere biraz daha yakından bakma ihtiyacında olacağız. Örneğin, bir molekülün ardışık çarpışmaları arasındaki ortalama süreyi bilmemiz gerekecektir.

Her molekül diğerleriyle bir dizi çarpışmaya maruz kalır –rastgele bir şekilde, kuşkusuz. Özel bir molekül uzun bir T zaman periyodunda bu çarpışmalardan belli N adediyle karşılaşır. Böylece çarpışmaların sayısı bu T süresiyle orantılıdır. Bunu şu şekilde yazabiliriz:

$$N = T / \tau \tag{43.1}$$

Orantılılık katsayısını $1/\tau$ olarak yazdık, burada τ zaman boyutuna sahip olacaktır. τ sabiti çarpışmalar arasındaki ortalama zamandır. Örneğin varsayın ki bir saatte 60 çarpışma olsun; bu durumda τ bir dakikadır. τ (bir dakika) çarpışmalar arasındaki *ortalama süre*dir diyebiliriz.

Aşağıdaki soruyu sormak isteriz çoğu kez: "Bir molekülün bir sonraki *dt küçük zaman aralığı* esnasında bir çarpışmaya uğrama *olasılığı* nedir?" Sezgiyle anlayabileceğimiz yanıt, dt/τ'dur. Fakat daha inandırıcı bir tartışma yapmaya çalışalım. Çok büyük sayıda molekülün var olduğunu varsayalım. Bir sonraki

dt zaman aralığında kaçı çarpışma yapacaktır? Denge varsa, *ortalamada* zamanla hiçbir şey değişmez. Dolayısıyla dt süresinde beklemedeki N molekül, Ndt süresi için beklemedeki *bir* molekülle aynı çarpışma sayısına sahip olacaktır. Biliyoruz ki bu sayı Ndt/τ'dur. Buna göre N molekülün bir dt süresi içindeki çarpışmalarının sayısı Ndt/τ'dur ve herhangi bir molekülün bir çarpışma şansı, ya da olasılığı bunun $1/N$'idir, ya da $(1/N)(Ndt/\tau) = dt/\tau$'dur –bunu yukarıda tahmin etmiştik. Bu demektir ki dt süresinde bir çarpışmaya uğrayacak moleküllerin kesri dt/τ'dur. Bir örnek vermek gerekirse, τ bir dakika olsun, bu durumda bir dakikada çarpışmaya uğrayacak parçacıkların kesri 1/60'tır. Bunun anlamı kuşkusuz şudur: Moleküllerin 1/60'ı, gelecek saniye içinde çarpışma yapacak kadar çarpışmaya yakınlaşmış moleküllerdir.

Çarpışmalar arasındaki τ ortalama zamanı bir dakikadır dediğimizde, tüm çarpışmaların ayrı ayrı tam bir dakikada olacağını kastetmiyoruz. Özel bir parçacık, bir çarpışmadan bir dakika sonra bir çarpışma ve bir dakika sonra bir başka çarpışma yapmaz. Ardışık çarpışmalar arasındaki süreler oldukça değişkendir. Burada daha sonraki çalışmamız için buna ihtiyaç olmayacak, fakat soruyu yanıtlamak için küçük bir sapma yapabiliriz: "Çarpışmalar arasındaki süreler *ne kadar*dır? Yukarıdaki durumda *ortalama* sürenin bir dakika olduğunu biliyoruz, fakat şunu da bilmek isteyebilirdik; örneğin, *iki* dakika içinde hiç çarpışma olmaması şansı nedir?

Şu genel soruya yanıt bulacağız: "Bir molekülün bir t süresi boyunca hiç çarpışmaya uğramadan gitmesi olasılığı nedir?" Keyfi bir anda –diyelim ki $t = 0$'da– özel bir molekülü izlemeye başlayalım. Bir başka molekülle çarpışmaksızın t anına kadar idare edebilme şansı nedir? Bu olasılığı hesaplamak için, kaptaki tüm N_0 moleküle ne olduğunu gözleriz. t süre bekledikten sonra, onların bazıları çarpışmalar yapmış olacaktır. t anına kadar çarpışma *yapmamış* olan moleküllerin sayısı $N(t)$ olsun. $N(t)$ kuşkusuz N_0'dan azdır. Zamanla nasıl değiştiğini bildiğimiz için, $N(t)$'yi bulabiliriz. $N(t)$ molekülün t anına kadar idare edebildiğini bilirsek, sonra $t+dt$'ye kadar idare eden $N(t+dt)$ sayısı, $N(t)$'den dt'deki çarpışma sayısı kadar *daha az*dır. dt süresinde çarpışan sayıyı, yukarıda τ ortalama süre cinsinden $dN = N(t)dt/\tau$ olarak yazmıştık. Öyleyse şu denkleme sahibiz:

$$N(t+dt) = N(t) - N(t)\frac{dt}{\tau} \tag{43.2}$$

Sol taraftaki $N(t+dt)$ niceliği diferansiyel hesabın tanımlarına göre $N(t) + (dN/dt)dt$ olarak yazılabilir. Bu yerdeğiştirmeyle, (43.2) denklemi şunu verir:

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{N(t)}{\tau} \tag{43.3}$$

dt aralığında yitirilen sayı, mevcut olan sayıyla orantılı ve ortalama τ ömrüyle ters orantılıdır. (43.3) denklemini tekrar

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\frac{dt}{\tau} \tag{43.4}$$

şeklinde yazarsak, kolayca integrali alınabilir. Her iki taraf tam diferansiyeldir, dolayısıyla integralin sonucu şudur:

$$\ln N(t) = -t/\tau + (\text{bir sabit}) \tag{43.5}$$

Bu da

$$N(t) = (\text{sabit})\, e^{-t/\tau} \tag{43.6}$$

ile aynı şeydir. Sabitin var olan toplam molekül sayısı, N_0, olması gerektiğini biliyoruz, çünkü onların tümü $t = 0$'da bir sonraki çarpışmayı beklemeye başlarlar. Sonucumuzu

$$N(t) = N_0\, e^{-t/\tau} \tag{43.7}$$

olarak yazabiliriz. Çarpışmasız $P(t)$ *olasılığını bulmak istersek*, onu $N(t)$'yi N_0'a bölerek elde edebiliriz:

$$P(t) = e^{-t/\tau} \tag{43.8}$$

Sonucumuz şudur: Özel bir molekülün t süresince çarpışma yapmaksızın hareketini sürdürmesi olasılığı $e^{-t/\tau}$'dur, burada τ çarpışmalar arasındaki ortalama zamandır. Olasılık $t = 0$ için 1 (kesinlik) ile başlar ve t büyüdükçe azalır. Molekülün τ'ya eşit bir süre boyunca çarpışmadan kaçınmasının olasılığı $e^{-1} \approx 0{,}37$'dir. Çarpışmalar arasındaki ortalama süreden daha uzun sürede çarpışma olmama şansı, bir-bölü-ikiden azdır. Bu tamamdır, çünkü ortalama zamandan çok *daha uzun* süre için çarpışmadan-uzak kalan yeterli sayıda molekül vardır, öyle ki ortalama zaman hâlâ τ olabilir.

Çarpışmalar *arasındaki* ortalama süre olarak daha başlangıçta τ'yu tanımlamıştık. (43.7) denkleminde elde ettiğimiz sonuç da, *keyfi* bir başlama anından *bir sonraki* çarpışmaya olan ortalama zamanın *da* τ olduğunu söyler. Bunu bir bakıma şaşırtıcı bir şekilde aşağıdaki gibi gösterebiliriz. Keyfi bir başlama zamanından sonra t anındaki dt aralığında *bir sonraki* çarpışmaya uğrayan moleküllerin sayısı, $N(t)dt/\tau$'dur. Onların "bir sonraki çarpışmaya kadarki süreleri" doğal yoldan elde edilir:

$$\text{Bir sonraki çarpışmaya dek geçen ortalama süre} = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t \, \frac{N(t)dt}{\tau}$$

(43.7)'de elde edilen $N(t)$'yi kullanarak ve integrali alarak, τ'nun gerçekten de *herhangi bir* andan bir sonraki çarpışmaya kadar olan ortalama süre olduğunu gösteririz.

43-2 Ortalama serbest yol

Molekül çarpışmalarını betimlemenin bir başka yolu, çarpışmalar arasındaki *süre* hakkında konuşmayıp parçacığın çarpışmalar arasında *ne kadar uzağa* hareket ettiğini konuşmaktır. Çarpışmalar arasındaki ortalama *süre* τ'dur dersek ve moleküllerin ortalama hızı v ise, çarpışmalar arasındaki l ortalama *mesafe*nin τ ve v'nin çarpımı olacağını bekleyebiliriz. Çarpışmalar arasındaki bu mesafe, genelde *ortalama serbest yol* adını alır:

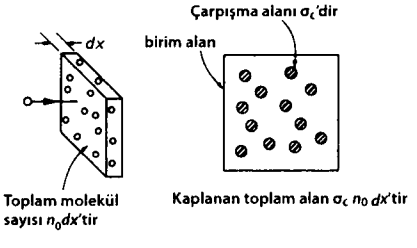
$$\text{Ortalama serbest yol } l = \tau v \tag{43.9}$$

Bu bölümde, herhangi özel bir durumda *ne tür bir ortalama* kastettiğimiz hususunda biraz dikkatsiz olacağız. Çeşitli olası ortalamalar –ortalama, kare-ortalamaları-kökü, vb– neredeyse eşittirler ve bire yakın çarpanlarla fark ederler. Doğru sayısal çarpanları elde etmek ayrıntılı çözümleme gerektirdiği için, her özel meselede hangi ortalamanın istendiğine tasalanmamız gerekmez. Bazı fiziksel nicelikler için kullandığımız cebirsel sembollerin (örneğin, ortalama serbest yol için l gibi) genel kabul görmüş uzlaşmalara uymadıkları konusunda okuyucuyu uyarmak da isteriz.

Tıpkı bir molekülün kısa bir dt süresinde bir çarpışma yapma şansının dt/τ'ya eşit olması gibi, bir dx mesafesini giderken bir çarpışmaya uğrama şansı dx/l'dir. Yukarıda kullanılan aynı tartışma çizgisini izleyerek, okuyucu gösterebilir ki bir molekülün bir sonraki çarpışmaya uğramadan önce en az x mesafesini gitmesi olasılığı $e^{-x/l}$'dir.

Bir molekülün bir başka molekülle çarpışmadan önce gideceği ortalama mesafe –ortalama l serbest yolu– etrafta ne kadar molekül olduğuna ve moleküllerin "boyutu"na, yani ne kadar büyük bir hedef oluşturduğuna bağlı olacaktır. Bir çarpışmada bir hedefin etkin "boyut"unu genelde bir "çarpışma tesir kesiti" ile betimleriz –çekirdek fiziğinde, ya da ışık-saçılma problemlerinde kullanılan aynı fikir.

Birim hacimde n_0 saçıcı (molekül) bulunan bir gaz içinde bir dx mesafesini giden hareketli bir parçacık düşünelim (Şekil 43-1). Seçilen parçacığımızın hareket doğrultusuna dik her bir birim alana bakarsak, orada $n_0\,dx$ molekül buluruz. Her biri etkin bir çarpışma alanını, ya da genelde dendiği gibi, σ_c "çarpışma tesir kesiti"ni temsil ederse, o zaman saçıcılarca kaplanan toplam alan $\sigma_c n_0\,dx$'tir.



Şekil 43-1 Çarpışma tesir kesiti.

"Çarpışma tesir kesiti" ile eğer parçacığımız özel bir moleküle çarpışacaksa, parçacığımızın merkezinin içinde bulunması gereken alanı kastederiz. Moleküller küçük kürecikler olsaydı (klasik resim), $\sigma_c = \pi\,(r_1 + r_2)^2$ olmasını beklerdik, burada r_1 ve r_2 çarpışan bu iki cismin yarıçaplarıdır. Parçacığımızın bir çarpışmaya uğraması şansı, saçılan moleküller tarafından kaplanan alanın toplam alana (ki bunu bir olarak almıştık) oranıdır. Böylece dx mesafesini giderken bir çarpışmanın olasılığı, tam $\sigma_c n_0\,dx$'tir:

$$dx \text{ içinde bir çarpışma olasılığı} = \sigma_c n_0\,dx \tag{43.10}$$

Yukarıda gördüğümüz gibi, dx içinde bir çarpışma şansı l ortalama serbest yolu cinsinden dx/l olarak da yazılabilir. Bunu (43.10) karşılaştırarak, ortalama serbest yolu çarpışma tesir kesitine bağlayabiliriz:

$$\frac{1}{l} = \sigma_c n_0 \tag{43.11}$$

Bunu aşağıdaki gibi yazınca, hatırlaması daha kolay olur:

$$\sigma_c n_0\,l = 1 \tag{43.12}$$

Bu denklemi şöyle düşünebilirsiniz: Saçılan moleküllerin sadece toplam alanı kaplaya*bildiği* durumda, parçacık bir l mesafesi gittiğinde, ortalama olarak, bir çarpışmanın olması gerekir. Tabanı birim olan l uzunluğundaki bir silindirin içinde, $n_0\,l$ adet saçıcı vardır; her biri σ_c alanına sahipse, kaplanan alan $n_0\,l\,\sigma_c$ olup, bu da bir birim alandır. Kuşkusuz tüm alan kaplan*maz*, çünkü bazı moleküller kısmen diğerlerinin ardına saklanmış durumdadır. Bu nedenle bazı moleküller bir çarpışmaya uğramadan önce l'den daha ileri giderler. Moleküllerin l mesafesini katettikleri sürede bir çarpışmaya uğramaları sadece *ortalama anlamında*dır. Ortalama l serbest yolunun ölçümünden, σ_c saçılma tesir kesiti saptanabilir ve sonuç, ayrıntılı bir atomik yapı kuramına dayanan hesaplamalarla karşılaştırılır. Fakat bu başka bir konudur! Öyleyse denge-dışı durumlar problemine geri dönelim.

43-3 Sürüklenme hızı

Bir gaz içindeki çok sayıdaki molekülden bir şekilde farklı olan, bir ya da birkaç moleküle ne olacağını betimlemek isteyelim. "Çok sayıdaki" molekülleri "arka-alan" molekülleri olarak anacağız ve arka-alan moleküllerinden farklı olan moleküllere ise özel moleküller, ya da kısaca *Ö*-molekülleri diyeceğiz. Bir molekül bir sürü nedenle özel olabilir: Arka-alan moleküllerinden daha ağır olabilir. Farklı bir kimyasal olabilir. Bir elektrik yüküne sahip olabilir –örneğin, yüksüz arka-alan molekülleri içinde bir iyon olabilir. Farklı yükleri ya da kütlelerinden dolayı, *Ö*-moleküller arka-alan molekülleri üzerindeki kuvvetlerden farklı kuvvetlere sahip olabilir. Bu *Ö*-moleküllere ne olduğunu ele alarak, pek çok farklı olayda, benzer şekilde meydana çıkan temel etkileri anlayabiliriz. Birkaçını listeleyelim: gazların yayılması, bataryalardaki elektrik akımları, merkezkaç ayırma, vb.

Temel sürece yoğunlaşarak başlayalım: Bir arka-alan gazı içindeki bir *Ö*-moleküle özel bir $\boldsymbol{F}$ kuvveti (kütleçekim ya da elektrik kuvveti olabilir bu) ve *ek olarak* arka-alan molekülleriyle çarpışmalardan dolayı bu-denli-özel-olmayan kuvvetler etkisin. *Ö*-molekülün *genel* davranışını betimlemek isteyelim. Ona olacakları, *ayrıntısıyla*, söyleyelim; bu *Ö*-molekül diğer moleküllerle tekrar tekrar çarpışarak oraya buraya fırlayıp durur. Fakat onu dikkatlice izlersek görürüz ki $\boldsymbol{F}$ kuvveti doğrultusunda net bir ilerleme sağlar. Molekülün rastgele hareketi üzerine bindirilmiş bir *sürüklenme* de vardır deriz. $\boldsymbol{F}$ kuvveti nedeniyle, *sürüklenme hızı*nın ne olduğunu bilmek isteriz.

Belli bir anda bir *Ö*-molekülü gözlemeye başlarsak, iki çarpışma arasında bir yerlerde olmasını bekleriz. Son çarpışmasından sonra sahip olduğu hızına ek olarak, $\boldsymbol{F}$ kuvveti nedeniyle bir hız bileşeni de elde eder. Kısa bir sürede (or-

talama olarak, bir τ süresinde) bir çarpışmaya uğrayacak ve yörüngesinin yeni bir parçasına başlayacaktır. Yeni bir başlama hızına, fakat F'den gelen aynı ivmeye sahip olacaktır.

Durumu şimdilik basit tutmak için, her bir çarpışmadan sonra, *Ö*-molekülün tamamıyla "taze" bir başlangıca ulaştığını varsayacağız. Yani, bu, onu F yoluyla kazandığı eski ivmesini hatırlamaktan korur. *Ö*-molekülümüz arka-alan moleküllerinden çok daha hafif olsaydı, bu akla yakın bir varsayım olurdu, fakat genelde kesinlikle doğru değildir. Daha sonra geliştirilmiş bir varsayımı tartışacağız.

Varsayımımız, şimdilik, *Ö*-molekülün her çarpışmayı eşit olasılıkla herhangi bir yönde olan bir hızla terk etmesidir. Başlama hızı tüm doğrultularda eşit olasılıkladır ve hiçbir net harekete katkı vermez, böylece bir çarpışmadan sonra onun önceki hızı hakkında daha fazla merak duymayacağız. Her *Ö*-molekül, rastgele hareketine ilaveten, her an, F kuvveti yönünde bir ek hıza sahip olacaktır; bunu son çarpışmasından *bu yana* elde etmiştir. Hızın *bu* parçasının *ortalama* değeri nedir? Bu, tam olarak, F/m ivmesi (burada m, *Ö*-molekülün kütlesidir) kere son çarpışmadan *bu yana ortalama* zamandır. *Son* çarpışmadan *bu yana* geçen ortalama zaman, yukarıda τ dediğimiz *bir sonraki* çarpışmadan *bu yana* geçen ortalama zamanla aynı olmalıdır. F'den kaynaklanan *ortalama* hız, kuşkusuz, tam da sürüklenme hızıdır; dolayısıyla şu bağıntıya sahip oluruz:

$$v_{\text{sürüklenme}} = \frac{F\tau}{m} \tag{43.13}$$

Bu temel bağıntı konumuzun özüdür. τ'nun saptanmasında bazı yeni sorunlar olabilir, fakat temel süreç (43.13) denklemiyle tanımlanır.

Sürüklenme hızının kuvvetle *orantılı* olduğunu fark edeceksiniz. Ne yazık ki orantı katsayısı için genelde kullanılan bir isim yoktur. Her farklı kuvvet için farklı isimler kullanılmıştı. Bir elektrik probleminde kuvvet $F = qE$ şeklinde, yük çarpı elektrik alanı olarak yazılırsa, o zaman hız ile E elektrik alanı arasındaki orantı katsayısına genel olarak "devingenlik" denir. Kafa karıştırma olasılığına karşın, sürüklenme hızının *her tür* kuvvete oranı için *devinirlik* terimini kullanacağız ve bunu genelde şöyle yazacağız:

$$v_{\text{sürüklenme}} = \mu F \tag{43.14}$$

μ'ye devinirlik diyeceğiz. (43.13) denkleminden,

$$\mu = \tau/m \tag{43.15}$$

olur. Devinirlik, çarpışmalar arasındaki ortalama süreyle orantılı (daha az çarpışma, onu yavaşlatır) ve kütleyle ters orantılıdır (daha fazla eylemsizlik, çarpışmalar arasında daha az hız elde eme anlamına gelir).

(43.13) denkleminde doğru sayısal katsayıyı elde etmek –verili haliyle doğrudur– biraz özen ister. Kafa karıştırma niyetimiz olmaksızın şunu belirtelim ki, tartışmalar, ancak dikkatli ve ayrıntılı bir çalışmayla takdir edilebilecek bir inceliğe sahiptir. Zorlukların olduğunu sergilemek için, akla yakın *fakat hatalı* bir yoldan (birçok ders kitabında bulacağınız bir yol!) (43.13) denklemine yol açan tartışmayı yeni baştan ele alacağız

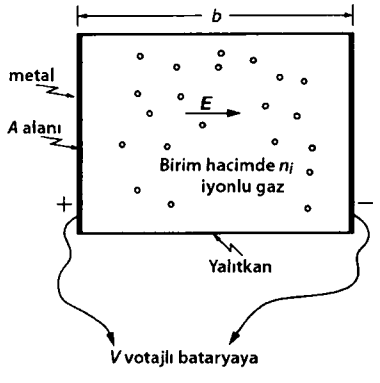
Şöyle diyebilirdik: Çarpışmalar arasındaki ortalama süre τ'dur. Bir çarpışmadan sonra, parçacık rastgele bir hızla başlar, fakat çarpışmalar arasında ivme kere süreye eşit bir ek hız kazanır. *Bir sonraki* çarpışmaya ulaşması τ süresini aldığına göre, oraya $(F/m)\tau$ hızıyla varır. Çarpışmanın başında sıfır hıza sahipti. Böylece iki çarpışma arasında, ortalamada, son hızın bir-bölü-ikisi gibi bir hıza sahiptir; öyleyse ortalama sürüklenme hızı $\frac{1}{2}F\tau/m$'dir. (Yanlış!). Bu sonuç hatalıdır ve tartışma aynı derecede doyurucu olsa bile, Denk. (43.13)'teki

sonuç doğrudur. İkinci sonucun hatalı olmasının nedeni biraz inceliklidir ve şununla ilgilidir: Tartışma, tüm çarpışmalar sanki birbirlerinden ortalama τ süresiyle ayrılmış gibi yapılmıştı. Aslında bunlar bazen ortalamadan daha kısadır ve bazılarıysa daha uzun. Kısa süreler *çok daha sık* meydana gelir, fakat sürüklenme hızına daha az katkı yaparlar, çünkü "gerçekten harekete geçmek için" daha az şansa sahiptirler. Çarpışmalar arasındaki serbest sürelerin *dağılımları* iyice dikkate alınırsa, ikinci tartışmadan elde edilmiş olan $\frac{1}{2}$ çarpanının olmaması gerektiği gösterilebilir. *Ortalama son* hızı basit bir kanıtla ortalama hızın kendisine bağlamaya çalışmada hata yapılmıştı. Bu bağıntı basit değildir, böylece en iyisi istenen şeye yoğunlaşmaktır: ortalama hızın kendisine. Verdiğimiz ilk tartışma ortalama hızı doğrudan –ve doğru olarak!– saptar. Fakat temel türetmelerimizdeki doğru sayısal katsayıların tümünü genelde neden elde etmeye çalışmadığımızı belki şimdi anlamışsınızdır!

"Her çarpışma, geçmiş hareketin tüm belleğini siler süpürür; her çarpışmadan sonra taze bir başlangıç yapılır" şeklindeki basitleştirilmiş varsayımımıza artık geri dönelim. *Ö*-molekülümüzün hafif moleküllerin arka-alanında ağır bir cisim olduğunu varsayalım. O zaman *Ö*-molekülümüz her çarpışmada "ileri" momentumunu yitirmeyecektir. Hareketi yine "rastgele hale gelmeden" önce birkaç çarpışma yapar. Her çarpışmada –ortalama olarak, her τ süresinde– momentumunun belli bir kesrini yitirir. Ayrıntıları geliştirmeyeceğiz, fakat sadece şunu ifade edeceğiz: Sonuçlar, ortalama çarpışma süresi τ yerine, yeni –ve daha uzun– "unutma süresi"ne, yani ileri momentumunu unutmak için ortalama süreye karşılık gelen bir τ koymaya eşdeğerdir. Böyle bir τ'nun yorumuyla, ilkin varsaydığımız kadar da basit olmayan durumlar için (43.15) denklemimizi kullanabiliriz.

43-4 İyonik iletkenlik

Şimdi sonuçlarımızı özel bir hale uygulayacağız. Bir kap içinde bir gazımız olsun ve içerde biraz da iyonlar –net elektrik yüklü atomlar ya da moleküller– bulunsun. Bu durumu şematik olarak Şekil 43-2'de gösteriyoruz. Kabın iki zıt kenarı metal plakalardır, onları bir bataryanın uçlarına bağlayabiliriz ve böylece gazın içinde bir elektrik alanı doğururuz. Elektrik alanı iyonlar üzerinde bir kuvvet meydana getirecektir, böylece iyonlar plakalardan birine sürüklenmeye başlar. Bir elektrik akımı oluşacak ve gaz iyonlarıyla bir direnç gibi davranacaktır. Özel olarak şunu sorarız: Elektrik akımının akışı, iki plakaya uyguladığımız V voltaj farkına nasıl bağlıdır?



Şekil 43-2 İyonlaşmış bir gazdan geçen elektrik akımı.

Kabımızın b kenarlı ve A kesit alanlı bir dikdörtgen kutu olduğu hali düşünelim (Şekil 43-2). Bir plakadan diğerine olan potansiyel fark, ya da voltaj V ise, plakalar arasındaki E elektrik alanı V/b'dir. (Elektrik potansiyeli, bir birim yükü bir plakadan diğerine taşımakla yapılan iştir. Birim yük üzerindeki kuvvet E'dir. E, plakalar arasında her yerde aynıysa, şu an için yeterince iyi bir yaklaşımdır, birim yük üzerine yapılan iş, tam Eb ve dolayısıyla $V = Eb$'dir.) Gazın bir iyonu üzerindeki özel kuvvet qE'dir, burada q bir iyon üzerindeki yüktür. İyonun sürüklenme hızı, μ kere bu kuvvet, ya da

$$v_{\text{sürüklenme}} = \mu F = \mu qE = \mu q \frac{V}{b} \tag{43.16}$$

olur. I elektrik akımı, birim zamandaki yük akışıdır. Plakalardan birine gelen elektrik akımı, birim zamanda plakaya ulaşan iyonların toplam yüküyle verilir. İyonlar plakaya doğru $v_{\text{sürük.}}$ hızıyla sürükleniyorsa, $(v_{\text{sürük.}} \cdot T)$ mesafesi içindeki iyonlar T süresinde plakaya ulaşacaklardır. Birim hacimde n_i iyon varsa, T süresi içinde plakaya ulaşacak olan iyon sayısı $(n_i \cdot A \cdot v_{\text{sürük.}} \cdot T)$'dir. Her iyon q yükü taşıdığından, şuna sahibiz:

$$T \text{ süresinde toplanan yük} = q n_i A v_{\text{sürük.}} T \tag{43.17}$$

I akımı, T süresinde plakada toplanan yük bölü T'dir:

$$I = q n_i A v_{\text{sürük.}} \tag{43.18}$$

$v_{\text{sürük.}}$ değerini (43.16)'dan yerine koyarak, şunu buluruz:

$$I = \mu q^2 n_i \frac{A}{b} V \tag{43.19}$$

Akımın voltajla orantılı olduğunu buluruz; bu tam Ohm yasasının yapısındadır ve R direnci orantı katsayısının tersidir:

$$\frac{1}{R} = \mu q^2 n_i \frac{A}{b} \tag{43.20}$$

Direnç ile n_i, q ve μ molekül özellikleri arasında (μ'de, m ve τ'ya bağlıdır) bir bağıntıya sahibiz. Atomik ölçümlerden n_i ve q'yu bilirsek, R'nin ölçümü μ'yü saptamada kullanılabilir ve μ'den de τ bulunur.

43-5 Moleküler yayılma

Şimdi farklı türden bir probleme ve farklı türden bir çözümlemeye dönüyoruz: Yayılma kuramı. Dengede bir kap gazımız olsun ve kabımızın bir yerine farklı tür bir gazdan çok az miktarda katalım. Özgün gaza "arka-alan" gazı ve yeni gaza "özel" gaz diyelim. Özel gaz tüm kaba yayılmaya başlayacaktır, fakat arka-alan gazının varlığı nedeniyle yavaş yavaş dağılır. Bu yavaş dağılma sürecine *yayılma* (difüzyon) denir. Yayılma, daha çok arka-alan gazının molekülleri tarafından çarpılan özel gazın molekülleriyle kontrol edilir. Çok sayıda çarpışmadan sonra, özel moleküller aşağı yukarı tüm hacme eşit oranda dağılmış olurlar. Bir gazın yayılması ile taşınım akımları nedeniyle meydana gelen toptan taşımayı karıştırma*maya* dikkat edilmelidir. En yaygın haliyle, iki gazın karışımı, taşıma ve yayılmanın birleşimiyle meydana gelir. Şimdi sadece *"dolanım" akımlarının* olmadığı durumla ilgileniyoruz. Gaz sadece moleküler hareketle, yayılmayla dağılır. Yayılmanın ne kadar hızlı gerçekleştiğini hesaplamak istiyoruz.

Şimdi moleküler hareketten dolayı "özel" gazın moleküllerinin *net akışını* hesaplayacağız. Moleküllerin düzgün-olmayan bir dağılımı varsa, ancak o zaman net bir akış olacaktır; aksi halde moleküler hareketlerin tümü net akış olmayacak şekilde bir ortalama verir. Önce x-doğrultusundaki akışı ele alalım. Akışı bulmak için, x-eksenine dik bir sanal düzlem yüzey düşünelim ve bu yüzeyi geçen özel molekülleri sayalım. Net akışı elde etmek için, pozitif x-yönünde geçen molekülleri pozitif olarak sayalım ve bu sayıdan negatif x-yönünde geçenleri *çıkaralım*. Birçok kez gördüğümüz gibi, bir yüzey alanını bir ΔT süresinde geçen sayı, düzlemden $v\Delta T$ mesafesine uzanan bir hacimde ΔT aralığında harekete geçen sayıyla verilir. (Burada v'nin sürüklenme hızı olmayıp gerçek moleküler hız olduğuna dikkat edin.)

Yüzeyimizin bir birim alan olduğunu varsayarak cebirimizi basitleştireceğiz. O zaman soldan sağa ($+x$-yönünü sağa doğru alarak) geçen özel moleküllerin sayısı, $n_- v\,\Delta T$'dir, burada n_- birim hacimde sola giden özel moleküllerin sayısıdır (2 çarpanıyla, fakat böyle çarpanları ihmal ediyoruz!). Sağdan sola geçenlerin sayısı, benzer şekilde $n_+ v\,\Delta T$'dir, burada n_+ düzlemin sağ tarafındaki özel moleküllerin sayısal yoğunluğudur. Moleküler akıma J dersek, (bununla kastettiğimiz, birim hacimde birim zaman başına net molekül akışıdır), o zaman şuna sahibizdir:

$$J = \frac{n_- v\,\Delta T - n_+ v\,\Delta T}{\Delta T} \tag{43.21}$$

Ya da:

$$J = (n_- - n_+)v \tag{43.22}$$

n_- ve n_+ için ne kullanacağız? "Soldaki yoğunluk" dediğimizde, acaba sola ne kadar *uzak* olduğunu kastederiz? Moleküllerin "akış"larına başladığı yerdeki yoğunluğu seçmeliyiz, çünkü böyle turlara *başlama* sayısı o yerde o andaki sa-

yıyla belirtilir. Öyleyse n_- ile sanal yüzeyimizin soluna doğru ortalama l serbest yoluna eşit mesafedeki yoğunluğu ve n_+ ile de sağa l mesafesindeki yoğunluğu kastetmeliyiz.

Özel moleküllerimizin uzaydaki dağılımının n_a diyeceğimiz x, y ve z'nin sürekli bir fonksiyonuyla betimlendiğini düşünmek elverişlidir. $n_a(x, y, z)$ ile (x, y, z) merkezli küçük bir hacimdeki özel moleküllerin sayısal yoğunluğunu ifade ederiz. n_a cinsinden $(n_+ - n_-)$ farkını,

$$(n_+ - n_-) = \frac{dn_a}{dx}\,\Delta x = \frac{dn_a}{dx}\cdot 2l \tag{43.23}$$

olarak ifade edebiliriz. Bu sonucu (43.22)'de yerine koyarak ve 2 çarpanını ihmal ederek,

$$J_x = -lv\,\frac{dn_a}{dx} \tag{43.24}$$

elde ederiz. Özel moleküllerin akışını, yoğunluğun türeviyle ya da bazen yoğunluğun gradyeni dediğimiz şeyle orantılı olarak bulduk.

Çeşitli kaba yaklaşımlar yaptığımız açıktır. Boş verdiğimiz çeşitli 2 çarpanları yanında, v_x yazmamız gereken yerlerde v yazıp geçtik ve n_+ ve n_-'leri yüzeyimizden l dik mesafesindeki yerlerde ifade ettiğimizi varsaydık, oysaki yüzey elemanına dik olarak hareket etmeyen moleküller için, l mesafesi, yüzeyden eğik uzaklığa karşılık gelir. tüm bu düzeltmeler yapılabilir; çok daha özenli bir çözümlemenin sonucu, (43.24) denkleminin sağ tarafının 1/3 ile çarpılması gerektiğini gösterir. Böylece daha iyi bir yanıt şudur:

$$J_x = -\frac{lv}{3}\,\frac{dn_a}{dx} \tag{43.25}$$

Benzer denklemler y- ve z-doğrultularındaki akımlar için de yazılabilir.

J_x akımı ve dn_a/dx yoğunluk gradyeni makroskobik gözlemlerle ölçülebilir. Onların deneysel olarak saptanmış oranına "yayılma katsayısı" D denir. Yani:

$$J_x = -D\,\frac{dn_a}{dx} \tag{43.26}$$

Bir gaz için aşağıdaki D değerini beklediğimizi gösterebilmiştik:

$$D = \tfrac{1}{3}\,lv \tag{43.27}$$

Bu bölümde buraya kadar iki belirgin süreç ele almıştık: *devinirlik*, "dışarıdan" kuvvetler nedeniyle moleküllerin sürüklenmesi ve *yayılma*, sadece iç kuvvetlerle, rastgele çarpışmalarla belirlenmiş dağılma. Bununla birlikte, bunlar arasında bir bağıntı vardır, çünkü her ikisi de temelde ısıl hareketlere bağlıdır ve ortalama l serbest yolu iki hesaplamada da görünür.

Eğer (43.25) denkleminde $l = v\tau$ ve $\tau = \mu m$ koyarsak, şunu buluruz:

$$J_x = -\tfrac{1}{3}\,mv^2\mu\,\frac{dn_a}{dx} \tag{43.28}$$

Fakat mv^2 sadece sıcaklığa bağlıdır. Şunu hatırlarsak,

$$\tfrac{1}{2}\,mv^2 = \tfrac{3}{2}\,kT \tag{43.29}$$

(43.28) denklemi aşağıdaki hale gelir:

$$J_x = -\mu kT\,\frac{dn_a}{dx} \tag{43.30}$$

Yayılma katsayısı D'yi tam kT kere μ olarak buluruz; *devinirlik* katsayısı şudur:

$$D = \mu kT \tag{43.31}$$

(43.31)'deki sayısal katsayının tam doğru olduğu anlaşılır; kaba varsayımlarımızla uyuşması için fazlalık çarpanlar atılmış değildir. Aslında gösterebiliriz ki

(43.31) daima doğru olmalıdır; bizim basit hesaplarımızın ayrıntılarının hiç mi hiç uygulanamayacağı karmaşık durumlarda bile (örneğin, bir sıvı içinde durma halinde).

(43.31)'in genelde doğru olması gerektiğini göstermek için, onu farklı bir yoldan, sadece istatistik mekaniğin temel ilkelerini kullanarak türeteceğiz. "Özel" moleküllerin bir gradyeninin olduğu bir durum düşünelim ve (43.26) denklemine göre yoğunluk gradyeniyle orantılı bir yayılma akımımız olsun. Şimdi x-doğrultusunda bir kuvvet alanı uygulayalım, öyle ki her özel molekül bir F kuvveti hissetsin. μ devingenliğinin *tanımı* uyarınca,

$$v_{\text{sürük.}} = \mu F \tag{43.32}$$

ile verilen bir sürüklenme hızı olacaktır. Bildik tartışmalarla, *sürüklenme akımı* (birim alanı birim sürede geçen moleküllerin *net* sayısı) şöyle olacaktır:

$$J_{\text{sürük.}} = n_a v_{\text{sürük.}} \tag{43.33}$$

ya da:

$$J_{\text{sürük.}} = n_a \mu F \tag{43.34}$$

Şimdi F kuvvetini öyle *ayarlarız* ki F nedeniyle sürüklenme akımı yayılmayı tam *dengelesin*, öyle ki özel molekülümüzün *net akışı olmasın*. $J_x + J_{\text{sürük.}} = 0$'dır, ya da:

$$D \frac{dn_a}{dx} n_a \mu F \tag{43.35}$$

"Denge" koşulları altında, aşağıdaki gibi kararlı (zamanla) bir yoğunluk gradyeni buluruz:

$$\frac{dn_a}{dx} = \frac{n_a \mu F}{D} \tag{43.36}$$

Fakat dikkat edin! Bir *denge* koşulu betimliyoruz, böylece istatistik mekaniğin *denge* yasalarını uygularız. Bu yasalar uyarınca, bir molekülü x koordinatında bulma olasılığı $e^{-U/kT}$ ile orantılıdır, burada U potansiyel enerjidir. Bu, n_a sayı yoğunluğu cinsinden, şu anlama gelir:

$$n_a = n_0 e^{-U/kT} \tag{43.37}$$

(43.37)'nin x'e göre türevini alırsak,

$$\frac{dn_a}{dx} = - n_0 e^{-U/kT} \cdot \frac{1}{kT} \frac{dU}{dx} \tag{43.38}$$

ya da

$$\frac{dn_a}{dx} = - \frac{n_a}{kT} \frac{dU}{dx} \tag{43.39}$$

buluruz. Bizim durumumuzda, F kuvveti x-doğrultusunda olduğundan, U potansiyel enerjisi tam $-Fx$ ve $-dU/dx = F$'dir. Bu durumda (43.39,

$$\frac{dn_a}{dx} = \frac{n_a F}{kT} \tag{43.40}$$

denklemini verir. [Bu, tam olarak Denk. (40.2)'dir, ondan öncelikle $e^{-U/kT}$'yi çıkarırız, böylece dönüp dolaşıp aynı noktaya geliriz]. (43.40) denklemini (43.36) ile karşılaştırarak, tam olarak (43.31) denklemine varırız. Yayılma akımını devinirlik cinsinden veren (43.31) denkleminin doğru katsayıya sahip olduğunu ve genelde doğru olduğunu göstermiştik. Devingenlik ve yayılma çok yakından ilişkilidir. Bu bağlantı ilkin Einstein tarafından çıkarılmıştı.

43-6 Isıl iletkenlik

Kinetik kuramın yukarıda kullandığımız yöntemleri, bir gazın *ısıl iletkenliğini* hesaplamada da kullanılabilir. Bir kabın üst kısmındaki gaz alt kısmındaki gazdan daha sıcaksa, üstten alta ısı akacaktır. (Üst kısmın daha sıcak olduğunu düşünürüz, çünkü aksi durumda iletim akımları kurulur ve problem artık bir

ısı *iletimi* işi olmaktan çıkar.) Sıcak gazdan soğuk gaza ısı aktarımı, "sıcak" –daha yüksek enerjili– moleküllerin aşağıya doğru ve "soğuk" moleküllerin yukarıya doğru yayılmasıyla olur. Isıl enerji akışını hesaplamak için, bir alan elemanından aşağıya doğru-hareket eden moleküllerle aşağıya taşınan enerjiyi ve yukarıya doğru-hareket eden moleküllerle yüzeyi geçerek yukarıya taşınan enerjiyi sorarız.

Isıl iletkenlik κ, birim yüzey elemanının bir tarafından diğer tarafına taşınan ısıl enerjinin taşınma hızının sıcaklık gradyenine oranı olarak tanımlanır:

$$\frac{1}{Q}\frac{dQ}{dt} = -\kappa\frac{dT}{dz} \tag{43.41}$$

Hesaplama ayrıntıları, yukarıda moleküler yayılmanın incelenmesinde yapılanlara çok benzediği için,

$$\kappa = \frac{knlv}{\gamma - 1} \tag{43.42}$$

bağıntısının çıkarılmasını okuyucuya bir alıştırma olarak bırakacağız, burada $(\gamma-1)kT$ molekülün T sıcaklığındaki ortalama enerjisidir.

$nl\sigma_c = 1$ bağıntımızı kullanırsak, ısı iletkenliği aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\kappa = \frac{1}{\gamma - 1}\frac{kv}{\sigma_c} \tag{43.43}$$

Çok şaşırtıcı bir sonuca vardık. Gaz moleküllerinin ortalama hızının *yoğunluğa değil* de sıcaklığa bağlı olduğunu biliyoruz. σ_c'nin sadece moleküllerin büyüklüğüne bağlı olmasını bekleriz. Böylece basit sonucumuz, κ ısıl iletkenliğinin (ve dolayısıyla her özel durumda ısı akış *hızı*nın) gazın y*oğunluğ*undan bağımsız olacağını söyler! Yoğunluktaki değişme nedeniyle enerji "taşıyıcıları"nın sayısındaki değişme, çarpışmalar arasında "taşıyıcılar"ın gidebileceği daha büyük mesafeyle tam telafi edilir.

Şu sorulabilir: "Isı akışı, yoğunluğun sıfıra gittiği limitte, gaz yoğunluğundan bağımsız mıdır? Hiç gaz olmadığında?" Kesinlikle hayır! (43.43) denklemi, tüm diğerlerinde olduğu gibi bu bölümde, çarpışmalar arasındaki ortalama serbest yolun kabın boyutlarının herhangi birinden çok küçük olduğu varsayımı altında türetilmişti. Her ne zaman gaz yoğunluğu bu kadar düşük olursa, öyle kibir molekül kabın bir kenarından diğer kenarına hiç çarpışma yapmadan epeyce büyük olasılıkla gidebilsin, işte o zaman bu bölümdeki hesaplamaların hiçbiri orada uygulanamaz. Bu gibi durumlarda kinetik kurama geri gidip olacakların ayrıntılarını yeniden hesaplamalıyız.

44
TERMODİNAMİK YASALARI

44-1 Isı makineleri; birinci yasa

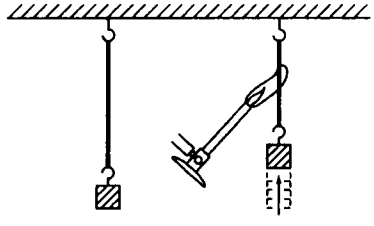
44-1 Isı makineleri; birinci yasa
44-2 İkinci yasa
44-3 Tersinir makineler
44-4 Bir ideal makinenin verimi
44-5 Termodinamik sıcaklık
44-6 Entropi

Şu ana kadar maddenin özelliklerini atomik görüş açısından tartıştık; nesnelerin belirli yasalara uyan atomlardan yapıldıklarını varsayarak olanları kabaca anlamaya çalıştık. Bununla birlikte, maddelerin özellikleri arasında, onların ayrıntılı yapılarını ele almaksızın çözümlenebilecek çok sayıda bağıntı vardır. Maddelerin iç yapılarını bilmeksizin, onların çeşitli özellikleri arasındaki bağıntıların saptanması, *termodinamiğin* konusudur. Termodinamik, tarihsel olarak, maddenin iç yapısının anlaşılması başarılmadan önce geliştirilmişti.

Bir örnek vermek gerekirse, kinetik kuramdan biliyoruz ki bir gazın basıncı molekül bombardımanından ileri gelir ve bir gaz ısıtılırsa, bombardıman artacağı için basınç da artmalıdır. Tersine, bir gaz kabı içindeki piston bombardıman kuvvetine karşı içeri doğru hareket ettirilirse, pistona çarpan moleküllerin enerjisi artacak ve sonuç olarak sıcaklık yükselecektir. Böylece, bir taraftan, verilen bir hacimdeki sıcaklığı artırırsak, basıncı artırmış oluruz. Diğer taraftan, gazı sıkıştırırsak, sıcaklığın yükseleceğini bulacağız. Kinetik kuramdan, bu iki etki arasında nicel bir bağıntı türetebiliriz, fakat bunların, çarpışmaların ayrıntılarından bağımsız, zorunlu tarzda ilişkili olduklarını sezgisel olarak tahmin edebilirdik.

Bir başka örneği ele alalım. Pek çok kişi lastiğin şu ilginç özelliğini bilir: Bir lastik şeridi alıp çekersek, ısınır. Onu dudaklarınızın arasına alıp çekerseniz, belirgin bir ısınma hissedersiniz; bu ısınma şu anlamda tersinirdir, dudaklarınızın arasındayken lastik şeridi hızla bırakırsanız, belirgin şekilde soğur. Bu demektir ki bir lastik şerit gerilirse ısınır ve bırakırsanız soğur. Şimdi içgüdülerimiz şunu öngörebilirdi; bir şeridi ısıtsaydık, çekilirdi: Bir şeridin çekilmesi onu ısıtır olgusu, bir şeridin ısıtılması onun kısalmasını ima eder. Aslında, ucunda bir ağırlık asılı bir lastik şeride bir gaz alevi tutarsak, şeridin birdenbire kısaldığını görürüz (Şekil 44-1). Öyleyse bir lastik şeridin ısıtıldığında çekildiği doğrudur ve bu olgu kesin şekilde onun gerilimini salıverdiğimizde soğuduğu olgusuyla ilişkilidir.

Lastiğin bu etkilere neden olan iç mekanizması çok karmaşıktır. Bu bölümdeki ana amacımız bu etkilerin bağlantısını molekül modelinden bağımsız olarak anlamak olsa da, bunu bir ölçüde moleküler görüş açısından betimleyeceğiz. Bununla birlikte, molekül modelinden gösterebiliriz ki bu etkiler yakından ilişkilidir. Lastiğin davranışını anlamanın bir yolu, bu malzemenin iyice dolaşık uzun molekül zincirlerinden ibaret olduğunu bilmektir –bir tür moleküler spagetti, fazladan bir karmaşıklıkla: zincirler arasında bazı çapraz-bağlar vardır; bazen bir araya kaynaklanmış ve orada bir başka spagetti parçasını kesen spagetti gibi –büyük bir arapsaçı. Böyle bir arapsaçını çektiğinizde, zincirlerin bazıları çekme doğrultusunda dizilme eğilimi gösterirler. Aynı zamanda zincirler ısıl harekettedirler, böylece sürekli birbirlerine çarparlar. Böyle bir zincirin, gerildiğinde, kendi başına gerili kalmadığı anlaşılır, çünkü yanlardan diğer zincirler ve diğer moleküller ona çarpar ve yine düğüm düğüm olur. Böylece bir lastik şeridin kısalmaya meyletmesinin gerçek nedeni şudur: Çekildiğinde, zincirler boylu boyuncadır ve zincirlerin yanlarındaki moleküllerin ısıl kaynaşmaları zincirlerin düğüm düğüm olmalarına yol açar ve onları kısaltır. O zaman

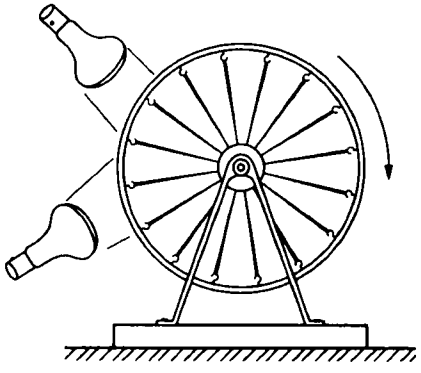


Şekil 44-1 Isıtılan lastik şerit.

anlaşılır ki zincirler gergin tutulursa ve sıcaklık artırılırsa, öyle ki zincirlerin yanları üzerine bombardımanın gücü de artar, zincirler içeri çekilmeye meyleder ve ısıtıldığında ağırlığı daha kuvvetli çekebilirler. Eğer bir süre gerili kaldıktan sonra lastik şerit gevşetilirse, her zincir yumuşar ve ona çarpan moleküller gevşeyen zincire vurarak enerji yitirir. Böylece sıcaklık düşer.

Bu iki sürecin, ısıtıldığında kısalmanın ve gevşeme esnasında soğumanın, kinetik kuram vasıtasıyla nasıl ilişkilendirilebildiğini gördük, fakat bu ikisi arasındaki kesin bağıntıyı kuramdan saptamak devasa bir meydan okuma olabilir. Her saniye kaç çarpışma olduğunu bilmeliyiz ve diğer her türden karmaşıklıkları hesaba katmalıyız. Ayrıntılı mekanizma öylesine karmaşıktır ki kinetik kuramla tam olarak ne olduğunu gerçekten saptayamayız; yine de, iki etki arasında gözlediğimiz belirli bir bağıntı, iç mekanizma hakkında hiçbir şey bilmeksizin, geliştirilebilir!

Tüm termodinamik konusu esasen aşağıdaki türden düşünceye bağlıdır: Lastik şeridin yüksek sıcaklıklarda düşük sıcaklıklardan "daha yeğin" olması nedeniyle, ağırlıkları kaldırmak ve onları etrafta hareket ettirmek ve böylece ısıyla iş yapmak mümkün olmalıdır. Aslında, ısıtılan bir lastik şeridin bir ağırlığı kaldırabildiğini deneysel olarak zaten görmüştük. Isıyla iş yapma yolunun araştırılması termodinamik biliminin başlangıcıdır. İş yapmak için bir lastik şerit üzerinde ısıtma etkisini kullanan bir makine yapabilir miyiz? Aptalca görünen bir makine tam şöyle yapılabilir. Tüm yarıçap telleri lastik şeritler olan bir bisiklet tekerleğinden oluşur bu makine (Şekil 44-2). Bir çift ısı pompasıyla tekerleğin bir yanındaki lastik şeritler ısıtılırsa, bunlar diğer yandaki lastik şeritlerden "daha yeğin" hale gelirler. Tekerleğin ağırlık merkezi mil yatağından uzağa bir tarafa çekilecek, öyle ki tekerlek dönecektir. O dönünce, soğuk lastik şeritler ısıya doğru hareket eder ve ısınan şeritler ısıdan uzağa hareket eder ve soğur, öyle ki ısı uygulandığı sürece tekerlek yavaş olarak döner. Bu makinenin verimi aşırı derecede düşüktür. İki lamba dört yüz Watt'lık güç akıtır, fakat böyle bir makineyle ancak bir sineği kaldırmak mümkündür! Bununla birlikte, ilginç bir soru, çok daha verimli yollarla iş yapmak için ısı elde edip edemeyeceğimizdir.



Şekil 44-2 Lastik-bantlı ısı makinesi.

Aslında, termodinamik bilimi, büyük mühendis Sadi Carnot tarafından en iyi ve en verimli makinenin nasıl yapılabileceği probleminin çözümlenmesiyle başlamıştı ve bu mühendisliğin fiziksel kurama temel olarak katkı yaptığı birkaç ünlü durumdan birini oluşturur. Akla gelen bir diğer örnek, Claude Shannon tarafından bilgi kuramının yakın zamanlardaki çözümlemesidir. Bu arada, bu iki çözümlemenin yakından ilişkili olduğu anlaşılmıştır.

Bir buhar makinesinin normal olarak işleme yolu, ateşten gelen ısının bir miktar suyu kaynatmasıdır ve bu şekilde oluşan buhar genişler ve bir pistonu iter, bu da bir tekerleği döndürür. Böylece buhar bir pistonu iter –sonra ne olur? Biri işi bitirmelidir: Bir çevrimi tamamlamak için aptalca bir yol, buharın havaya kaçmasına meydan vermektir, bundan sonra su temin etmeyi sürdürmektir. Buharın bir başka kaba gitmesine izin vermek daha ucuz ve verimlidir, orada soğuk suyla yoğunlaşır ve kaynama kazanına geri pompalanır, öyle ki su sürekli olarak dolaşır. Böylece makineye ısı sağlanır ve işe çevrilir. Peki, alkol kullanmak daha mı iyi olurdu? En iyi makineyi oluşturmak için malzeme hangi özelliklere sahip olmalıdır? Carnot'nun kendine sorduğu soru buydu ve yanürünlerden biri biraz önce yukarıda açıkladığımız türdeki bağıntının keşfiydi.

Termodinamiğin sonuçlarının tümü, *termodinamiğin yasaları* denen, görünürde basit, kesin ifadeler içinde üstü kapalı olarak kapsanırlar. Carnot'nun yaşadığı zamanlarda, termodinamiğin birinci yasası, enerjinin korunumu bilinmiyordu. Bununla birlikte, Carnot'nun tartışmaları öylesine özenle işlenmişti ki onun zamanında ilk yasa bilinmese bile, tartışmalar geçerlidir! Belli bir süre sonra, Clapeyron, Carnot'nun çok incelikli akıl yürütmesinden çok daha kolay

anlaşılabilecek iyice basit bir türetme yapmıştı. Fakat anlaşılmıştı ki Clapeyron genelde enerjinin korunumunu kabul etmemiş ve ısı kuramına göre ısının korunduğunu kabul etmişti ve daha sonra bunun hatalı olacağı gösterilmişti. Böylece çoğu kez Carnot'nun mantığının yanlış olduğu söylenmişti. Fakat onun mantığı çok doğruydu. Sadece herkesin okuduğu Clapeyron'un basitleştirilmiş biçimi doğru değildi.

Termodinamiğin ikinci yasası böylece Carnot tarafından birinci yasadan önce keşfedilmişti! İlk yasayı kullanmamış olan Carnot'nun tartışmasını vermek ilginç olurdu, fakat öyle yapmayacağız, çünkü tarih değil, fizik öğrenmek istiyoruz. Onsuz oldukça çok iş yapılacak olsa da, daha baştan ilk yasayı kullanacağız.

İlk yasayı, enerjinin korunumunu ifade ederek başlayalım: Bir sisteminiz varsa ve ona ısı yüklerseniz ve onun üzerine iş yapılırsa, konan ısı ve yapılan işle enerjisi artar. Bunu aşağıdaki gibi yazabiliriz: Sisteme verilen Q ısısı ve sistem üzerine yapılan W işi, sistemin U enerjisindeki artmadır; sondaki enerjiye bazen iç enerji denir:

$$U\text{'daki değişim} = Q + W \tag{44.1}$$

U'daki değişim, küçük bir ΔQ ısısının ve küçük bir ΔW işinin eklenmesi olarak temsil edilebilir:

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W \tag{44.2}$$

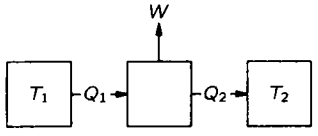
Aynı yasanın diferansiyel yapısıdır. Bunu, daha önceki bir bölümden, çok iyi biliyoruz.

44-2 İkinci yasa

Peki, ya termodinamiğin ikinci yasası? Biliyoruz ki, örneğin, sürtünmeye karşı iş yaparsak, yitirdiğimiz iş üretilen ısıya eşittir. T sıcaklığındaki odada iş yaparsak ve işi yeterince yavaş yaparsak, oda sıcaklığı çok değişmez ve işi verilen bir sıcaklıkta ısıya çevirmiş oluruz. Ters olanak nedir? Isıyı verilen bir sıcaklıkta işe çevirmek mümkün müdür? Termodinamiğin ikinci yasası, bunun mümkün olmadığını ileri sürer. Sürtünme gibi bir süreci sadece tersine döndürerek ısıyı işe çevirebilmek çok yararlı olurdu. Sadece enerjinin korunumunu ele alırsak, moleküllerin titreşim hareketleri içindeki enerji gibi ısı enerjisi, çok hoş bir yararlı enerji kaynağı olurdu diye düşünebilirdik. Fakat Carnot tek bir sıcaklıkta ısı enerjisini çekip çıkartmanın olanaksız olduğunu varsaymıştı. Bir başka deyişle, tüm dünya aynı sıcaklıkta olsaydı, onun ısı enerjisinin hiçbir kısmı işe çevrilemezdi: İş yapmanın ısıya döndürülme süreci tek bir sıcaklıkta meydana gelebildiği halde, işi tekrar geri almak için bu süreç tersine döndürülemez. Özel olarak, Carnot, sistemde ya da çevresinde *başka değişme olmaksızın*, ısının belli bir sıcaklıkta içeri alınamayacağını ve işe çevrilemeyeceğini varsaymıştı.

Son ifade çok önemlidir. Belli bir sıcaklıkta bir tarafına sıkıştırılmış havayla dolu bir teneke kutu düşünün ve havanın genişlemesine izin verin. Bu iş yapabilir; örneğin pistonları harekete geçirebilir. Genişleme halinde hava biraz soğur, fakat verilen bir sıcaklıkta büyük bir deniz olsaydı, okyanus gibi bir şey –bir ısı banyosu– onu tekrar ısıtabilirdik. Böylece denizden ısı alırdık ve sıkıştırılmış havayla iş yapmış olurduk. Fakat Carnot haksız değildi, çünkü *her şeyi olduğu gibi bırakmadık*. Genişlettiğimiz havayı tekrar sıkıştırırsak, fazlalıktan iş yaptığımızı göreceğiz ve bitirdiğimizde anlayacağız ki T sıcaklığında sistemden hiç iş almadığımız gibi, aslında ona iş eklemiş olacağız. Biz sadece, tüm sürecin *net sonucu* ısı almak ve onu işe çevirmek olan durumlardan söz etmeliyiz; tıpkı sürtünmeye karşı iş yapmanın net sonucu, iş almak ve onu ısıya çevirmek olduğu gibi. Bir çevrim halinde hareket etmişsek, sistemi kesin olarak başladığı noktaya geri getirebiliriz ve net sonuç sürtünmeye karşı iş yapmış ve ısı üretmiş oluruz. Süreci tersine çevirebilir miyiz? Anahtarı döndürün, öyle ki her şey tersine işlesin; böylece sürtünme bize karşı iş yapar ve denizi soğutur mu? Carnot'ya göre, hayır! Böylece bunun olanaksız olduğunu varsayalım.

Bu mümkün olsaydı, diğer şeyler arasında, bu, güya bir soğuk cisimden ısı alıp onu masrafsız olarak bir sıcak cisme koyuyoruz anlamına gelirdi. Ama biliyoruz ki, bir sıcak cismin bir soğuk cismi ısıtması doğaldır; basitçe bir sıcak cisim ile bir soğuk cismi bir araya koyarsak ve başka hiçbir şeyi değiştirmezsek, deneyimimiz bize sıcak olanın daha sıcak ve soğuk olanın daha soğuk olamayacağını garantiler! Fakat diyelim ki okyanustan, ya da başka bir şeyden, bir tek sıcaklıkta, ısı çekerek iş elde edebilseydik, o zaman bu iş bir başka sıcaklıkta sürtünmeyle ısıya geri çevrilebilirdi. Örneğin, bir iş makinesinin diğer kolu zaten sıcak olan bir şeyi ovalardı. Net sonuç, bir "soğuk" cisimden, okyanustan, ısı almak ve onu sıcak cisme vermek olurdu. Şimdi, Carnot'nun varsayımı, yani termodinamiğin ikinci yasası, bazen aşağıdaki gibi ifade edilir: Isı, kendiliğinden, bir soğuk cisimden sıcak bir cisme akamaz. Fakat, hemen biraz önce gördüğümüz gibi, şu iki önerme eşdeğerdir: Bir; tek sonucu, tek bir sıcaklıkta ısıyı işe çevirmek olan bir süreç kurulamaz ve iki; soğuk bir yerden sıcak bir yere kendi başına ısı akışı olamaz. Daha çok birinci biçimi kullanacağız.



Şekil 44-3 Isı makinesi.

Carnot'nun ısı makineleri çözümlemesi, Bölüm 4'te enerjinin korunumu tartışmamızda ağırlık-kaldıran makineler hakkında yaptığımız tartışmaya çok benzerdir. Aslında, o tartışma ısı makineleri hakkında Carnot'nun savına göre modellenmişti ve şimdiki işlem de hemen hemen aynı olacaktır.

Bir yerde T_1 sıcaklığında bir "buhar kazanı" olan bir ısı makinesi kurduğumuzu varsayın. Belli bir Q_1 ısısı kazandan alınır, buhar makinesi bir W işi yapar ve sonra Q_2 ısısını T_2 sıcaklığındaki bir "yoğuşturucu"ya verir (Şekil 44-3). Carnot ne kadar ısı olduğunu söylememişti, çünkü birinci yasayı bilmiyordu ve Q_2'nin Q_1'e eşit olduğu yasasını kullanmamıştı, zira buna inanmamıştı. Herkes ısıl kurama göre Q_1 ve Q_2 ısılarının aynı olması gerektiğini düşünmekle birlikte, Carnot bunların aynı olduğunu söylememişti –bu onun savındaki maharetin bir parçasıdır. Birinci yasayı kullanırsak, verilen Q_2 ısısı, eklenmiş olan Q_1 ısısı eksi yapılan W işi olduğunu buluruz:

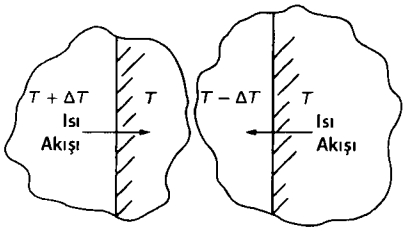
$$Q_2 = Q_1 - W \tag{44.3}$$

(Suyun yoğunlaştıktan sonra tekrar kazana pompalandığı bir tür çevrimsel sürece sahipsek, her çevrim esnasında, çevrim boyunca giden belli miktarda su için, soğrulan Q_1 ısısına ve yapılan W işine sahibiz diyeceğiz.)

Şimdi de başka bir makine kuracağız ve yoğuşturucu hâlâ aynı T_2 sıcaklığındayken, T_1 sıcaklığında verilen aynı ısı miktarıyla daha çok iş elde edebilir miyiz onu göreceğiz. Buhar kazanından aynı Q_1 ısı miktarını kullanacağız ve buhar makinesinden elde etmiş olduğumuz işten daha fazla iş elde etmeye çalışacağız, muhtemelen alkol gibi bir başka sıvı kullanarak.

44-3 Tersinir makineler

Artık makinelerimizi çözümlemeliyiz. Bir şey açıktır: Makineler sürtünmesi olan donanımlar içeriyorsa, bir şeyler yitireceğiz demektir. En iyi makine sürtünmesiz bir makinedir. Öyleyse, enerjinin korunumunu incelerken yaptığımız gibi, ideal olarak tamamen sürtünmesiz bir makine varsayacağız.

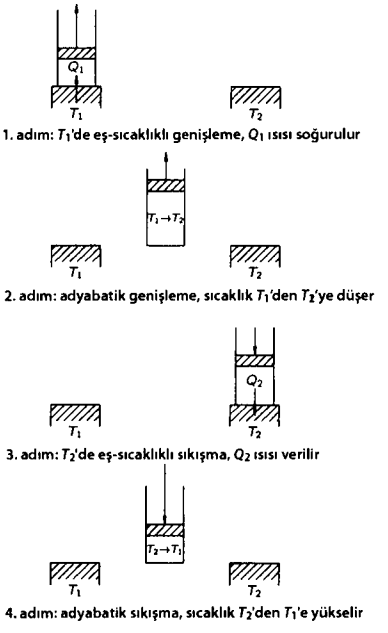


Şekil 44-4 Tersinir ısı aktarımı.

Ayrıca sürtünmesiz hareketin, "sürtünmesiz" ısı aktarımının benzerini ele alacağız. Yüksek sıcaklıktaki bir sıcak cismi bir soğuk cismin karşısına ısı akacak şekilde koyarsak, o zaman bir cismin sıcaklığında çok küçük bir değişmeyle bu ısı akışını ters yönde yapmak mümkün değildir. Fakat pratik olarak sürtünmesiz bir makineye sahip olduğumuzda, onu küçük bir kuvvetle bir yöne itersek, o yönde gider ve onu küçük bir kuvvetle diğer yöne itersek, bu kez o yönde gider. Sürtünmesiz hareketin benzerini bulmaya ihtiyacımız var: Yönünü sadece ufacık bir değişimle tersine çevirebileceğimiz bir ısı aktarımı. Sıcaklıktaki fark sonluysa, bu olanaksızdır; fakat ısı akışlarının daima esasen aynı sıcaklıktaki iki nesne arasında olduğu –sırf onun istenen yönde akması için sonsuz-küçük bir farkla– sağlama alınırsa, akışın tersinir olduğu söylenir (Şekil 44-4).

Soldaki cismi biraz ısıtırsak, ısı sağa doğru akacaktır; onu biraz soğutursak, ısı sola akacaktır. Böylece ideal makinenin *tersinir* bir makine olduğunu görürüz; onda her süreç şu anlamda tersinirdir; küçük değişmeler, yani sonsuz-küçük değişmelerle, makinenin zıt yönde gitmesini sağlayabiliriz. Bu demektir ki makinedeki hiçbir yerde hissedilir herhangi bir sürtünme olmamalıdır ve makinenin hiçbir yerinde banyonun ısısı, ya da kazanın alevi kesin olarak daha sıcak ya da daha soğuk bir şeyle doğrudan temasta olduğu bir yer olmamalıdır.

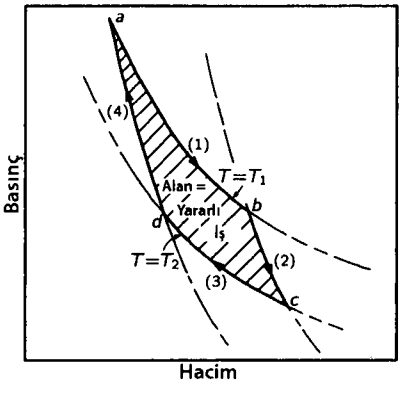
Tüm süreçlerin tersinir olduğu bir ideal makine düşünelim. Böyle bir şeyin ilkece mümkün olduğunu göstermek için, uygulanabilir ya da uygulanamaz, fakat en azından Carnot fikri anlamında tersinir, bir makine çevrimi örneği vereceğiz. Sürtünmesiz bir pistonla donatılmış bir silindir içinde bir gazımız olsun. Gazın mutlaka mükemmel olması gerekmez. Sıvının bir gaz olması da şart değildir, fakat daha anlaşılır olması için, diyelim ki bir mükemmel gazımız var. Ayrıca, iki ısı yastığımız, T_1 ve T_2 olduğunu varsayalım; kesin T_1 ve T_2 sıcaklıklı iyice büyük şeyler. Bu durumda T_1 sıcaklığı T_2'den daha yüksek olduğunu varsayacağız. T_1 sıcaklığındaki yastıkla temastayken, önce gazı ısıtalım ve aynı zamanda onu genişletelim. Bunu yaparken, pistonu çok yavaş olarak dışarı doğru çekerek, gazın sıcaklığının T_1'den asla çok uzaklaşmadığını sağlayacağız. Pistonu aşırı hızlı çekersek, gazın sıcaklığı T_1'in aşırı derecede altına düşecek ve bu durumda süreç pek tersinir olmayacaktır; fakat yeterince yavaş çekersek, gazın sıcaklığı T_1'den asla fazla ayrılmayacaktır. Diğer taraftan, pistonu yavaşça geri itersek, sıcaklık T_1'den ancak sonsuz küçük daha yüksek olabilir ve ısı tekrar geri akar. Böyle bir eş-sıcaklıklı (sabit-sıcaklık) genişleme –yavaşça ve yeterince nazik yapılmış– tersinir bir süreçtir.



Şekil 44-5 Carnot çevrimindeki adımlar.

Ne yaptığımızı anlamak için, gazın basıncının hacme karşı bir çizimini (Şekil 44-6) kullanacağız. Gaz genişlerken, basınç düşer. (1) ile işaretlenen eğri, eğer sıcaklığı T_1'de sabit tutarsak, bize basınç ile hacmin nasıl değişeceğini söyler. Bir ideal gaz için bu eğri $PV = NkT_1$ olurdu. Bir eş-sıcaklıklı genişleme esnasında, biz *b* noktasında duruncaya dek, hacim artarken basınç düşer. Aynı zamanda, ısı banyosundan gaza belli bir Q_1 ısısı akmalıdır, çünkü gaz banyoyla temas etmeden genişlemişse, zaten bildiğimiz gibi, soğurdu. Eş-sıcaklıklı genişleme *b* noktasında durarak tamamlanınca, silindiri ısı banyosundan uzaklaştıralım ve genişleme sürsün. O zaman silindire ısı girmesine izin yoktur. Genişlemeyi yavaş yaparız, böylece onu tersine çevirmemenin nedeni yoktur ve yine sürtünmenin olmadığını varsayarız. Gaz genişlemeye devam eder ve sıcaklık düşer, çünkü artık silindire giren hiç ısı yoktur.

Gazın (2) ile işaretlenen eğriyi izleyerek, *c* noktasında T_2 sıcaklığına düşünceye dek, genişlemesine izin verelim. Isı eklemeksizin yapılmış bu tür genişlemeye *adyabatik* genişleme denir. Bir ideal gaz için, biliyoruz ki (2) eğrisi $PV^\gamma =$ *sabit* yapısına sahiptir, burada γ, 1'den büyük bir sabittir, öyle ki adyabatik eğri eş-sıcaklıklı eğriden çok daha negatif bir eğime sahiptir. Gaz silindir şimdi T_2 sıcaklığına ulaşmıştır, öyle ki onu T_2 sıcaklıklı ısı yastığı üzerine koyarsak, tersinmez değişmeler olmayacaktır. Şimdi gazı T_2'deki ısı banyosuyla temastayken (3) eğrisini izleyerek yavaşça sıkıştırırız (Şekil 44-5, Adım 3). Silindir ısı banyosuyla temasta olduğundan, sıcaklık yükselmez, fakat silindirden T_2 sıcaklıklı ısı banyosuna Q_2 ısısı akar. Gazı (3) eğrisi boyunca eş-sıcaklıklı olarak *d* noktasına kadar sıkıştırıp, silindiri T_2 sıcaklıklı ısı yastığından ayırırız ve hiçbir ısı akışına izin vermeden onu daha da sıkıştırırız. Sıcaklık yükselecektir ve basınç (4) eğrisini izleyecektir. Her adımı uygun şekilde gerçekleştirirsek, T_1 sıcaklığındaki başladığımız *a* noktasına geri döneriz ve çevrimi tekrar ederiz.



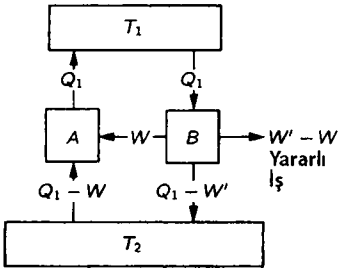
Şekil 44-6 Carnot çevrimi.

Gazı, bu diyagram üzerinde, bir tam çevrim boyunca taşıdığımızı görürüz ve bir çevrim esnasında T_1 sıcaklığında Q_1 ısısını koymuş ve T_2 sıcaklığında Q_2 ısısını almış oluruz. Şimdi konu bu çevrimin tersinir olmasıdır, öyle ki tüm adım-

ları ters yönde sahneye koyabilirdik. İleri gitmek yerine geriye gidebilirdik: T_1 sıcaklığında a noktasından başlar, çevrimi geriye doğru götürerek (4) eğrisi boyunca gazı genişletir ve T_2 sıcaklığında Q_2 ısısını soğurarak gazı daha da genişletirdik vb. Çevrim çevresinde bir yönde gidersek, gaz üzerine bir iş yapmalıyız; diğer yönde gidersek, gaz bize iş yapmalıdır.

Bu arada, toplam iş miktarını bulmak kolaydır, çünkü her genişleme esnasında yapılan iş, basınç kere hacimdeki değişimdir: $\int P\,dV$. Bu özel diyagram üzerinde, P'yi düşey ve V'yi yatay olarak çizdik. Böylece düşeye y ve yataya x dersek, bu, $\int y\,dx$ olur; başka bir deyişle, eğrinin altındaki alan iştir. Buna göre, numaralı her eğri altındaki alan ilgili adımda gaz tarafından ya da gaz üzerine yapılan işin bir ölçüsüdür. Yapılan net işin resimdeki taralı alan olduğunu görmek kolaydır.

Bir tersinir makinenin bir tek örneğini vermiş olarak, şimdi böyle başka makinelerin de mümkün olduğunu varsayacağız. T_1 sıcaklığında Q_1 ısısını alan, W_1 işini yapan ve T_2 sıcaklığında bir miktar ısı veren bir tersinir A makinemiz olsun. Şimdi de herhangi bir B makinemiz daha olduğunu varsayalım –bir insanın tasarladığı ya da icat ettiği, lastik şeritler, buhar, ya da her neyse onlardan oluşan, tersinin ya da değil, bir makine; öyle tasarlanmış olsun ki T_1 sıcaklığında aynı Q_1 miktarında ısı alsın ve daha düşük T_2 sıcaklığında geri ısı versin (Şekil 44-7). B makinesinin bir W' işi yaptığını düşünün. Şimdi göstereceğiz ki W' işi, W'dan büyük değildir; yani, hiçbir makine tersinir bir makineden daha fazla iş yapamaz. Niçin? W''nün W'dan daha büyük olduğunu varsayalım. O zaman T_1 sıcaklıklı ısı banyosundan Q_1 ısısını almış ve B makinesiyle W' işini yapmış ve T_2'deki ısı banyosuna biraz ısı vermiş olurduk; ne kadar ısı verdiğimiz önemli değil. Bu yapıldığında, W'dan daha büyük olduğunu varsaydığımız W' işinin bir kısmını kurtarmış olurduk; onun bir kısmını, yani W kadarını kullanırdık ve kalan $W'-W$ kadarını yararlı iş olarak kazanmış olurduk. *Tersinir bir makine olduğu için* A makinesini W işiyle geriye doğru çalıştırırdık. O T_2 sıcaklıklı ısı banyosundan biraz ısı soğuracak ve T_1 sıcaklıklı banyoya Q_1 ısısını geri verecektir. Bu çift çevrimden sonra, net sonuç şu olurdu: Her şeyi daha önce olduğu şekilde geri koymuş ve biraz, yani $W'-W$ kadar fazlalık iş yapmış olurduk –*tüm* yaptığımız, T_2 sıcaklıklı ısı banyosundan enerji açığa çıkarmak olurdu! T_1 sıcaklıklı ısı banyosuna Q_1 ısısını geri vermeye özen gösterirdik. Böylece bu ısı banyosu küçük ve bizim A+B birleşik makinemizin "içi" olabilir; onun net etkisi dolayısıyla T_2 sıcaklıklı ısı banyosundan $W'-W$ gibi net bir ısı çıkarmak ve onu işe çevirmektir. Fakat bir ısı banyosundan, bir tek sıcaklıkta *başka değişmeler olmaksızın* yararlı iş elde etmek, Carnot'nun varsayımı uyarınca, olanaksızdır; bu yapılamaz. Dolayısıyla daha yüksek bir T_1sıcaklığından belirli bir ısı miktarını soğurup onu T_2 sıcaklığına veren hiçbir makine, aynı sıcaklık koşulları altında çalışan bir tersinir makineden daha fazla iş yapamaz.



Şekil 44-7 B makinesi tarafından geriye doğru sürülmüş olan tersinir A makinesi.

Şimdi B makinesinin de tersinir olduğunu varsayalım. O zaman, kuşkusuz, sadece W' işi W'dan daha büyük olmamalıdır; ayrıca tartışmayı tersine çevirebilir ve gösterebiliriz ki W da W''den daha büyük olamaz. Böylece her iki makine de tersinirse, onların ikisi de aynı miktarda iş yapmalıdır ve böylece Carnot'nun parlak sonucuna ulaşırız: Bir makine tersinirse, nasıl tasarlandığının hiç önemi yoktur; çünkü makine T_1 sıcaklığında belli miktarda ısı soğurur ve bir başka T_2 sıcaklığında ısı verirse, elde edilecek iş miktarı *makinenin tasarımına bağlı değildir*. Bu, belirli bir makinanın bir özelliği değil, dünyanın bir özelliğidir.

T_1 sıcaklığında Q_1 ısısını soğurup T_2 sıcaklığında ısı verdiğimizde ne kadar iş elde edeceğimizi saptayan yasayı keşfedebilseydik, bu nicelik, maddeden bağımsız, evrensel bir şey olurdu. Kuşkusuz belirli bir maddenin özelliklerini bilseydik, onu inceleyip diyebilirdik ki bir tersinir makinede tüm diğer maddeler aynı miktarda iş vermelidir. Ana fikir, ipucu budur; bu ipucuyla, örneğin, ısıttığımızda bir lastik şeridin ne kadar büzüleceği ve onu büzülmeye bıraktığımızda ne kadar soğuyacağı arasındaki bağıntıyı bulabiliriz. Bu lastik şeridi bir tersinir makineye koyduğumuzu ve onun bir çevrim boyunca gittiğini düşleyin. Net

sonuç, yani yapılan işin toplam miktarı, şu evrensel fonksiyon, şu maddeden bağımsız olan büyük fonksiyondur. Böylece bir maddenin özellikleri kesin bir şekilde sınırlı olmalıdır; hiçbir şeyi istediğiniz gibi düzenleyemezsiniz, ya da onu tersinir bir çevrim boyunca taşıdığınız zaman maksimum izinli işten daha fazla iş üretmek için kullanabileceğiniz bir madde keşfedemezsiniz. Bu ilke, bu sınırlama, termodinamikten çıkan tek gerçek kuraldır.

44-4 Bir ideal makinenin verimi

Şimdi W işini Q_1, T_1 ve T_2'nin fonksiyonu olarak saptayan yasayı bulmaya çalışalım. W'nun Q_1 ile orantılı olacağı açıktır, çünkü ikisi de birlikte çalışan ve ikisi de çift makine olan paralel halde iki tersinir makine düşünürsek, bileşiği de bir tersinir makinedir. Her biri Q_1 ısısı soğurmuşsa, ikisi birlikte $2Q_1$ soğurur ve yapılan iş $2W$'dur vb. Öyleyse W'nun Q_1 ile orantılı olması mantıksız değildir.

Bir sonraki önemli adım bu evrensel yasayı bulmaktır. Yasalarını bildiğimiz özel bir madde, bir mükemmel gaz ile tersinir bir makineyi inceleyerek yapabiliriz bunu ve de yapacağız. Özel maddeyi hiç kullanmadan, salt mantıksal tartışmayla da bu kuralı elde etmek mümkündür. Bu, fizikte en güzel akıl yürütme parçalarından biridir ve bunu size göstermemeye gönlümüz razı değil; bu nedenle görmek isteyenleriniz için onu hemen tartışacağız. Fakat önce çok daha az soyut ve daha basit olan mükemmel gaz için doğrudan hesaplama yöntemini kullanacağız.

$W = Q_1 - Q_2$ olduğundan, sadece eş-sıcaklıklı genişleme ve sıkışma esnasında ısı banyolarıyla değiş-tokuş edilen Q_1 ve Q_2 ısıları için denklemlere gerek duyarız. Örneğin, p_a basınçlı, V_a hacimli ve T_1 sıcaklıklı a noktasından p_b basınçlı, V_b hacimli ve aynı T_1 sıcaklıklı b noktasına eş-sıcaklıklı genişleme [Şekil 44-6'da (1) işaretli] esnasında, T_1 sıcaklığındaki banyodan ne kadar Q_1 ısısı soğrulur? Bir mükemmel gaz için, her molekül sadece sıcaklığa bağlı bir enerjiye sahiptir ve hem sıcaklık hem de molekül sayısı a ve b'de aynı olduğundan, iç enerji aynıdır. *U'da değişme yoktur*; gaz tarafından yapılan tüm iş

$$W = \int_a^b p\, dV$$

dir; genişleme esnasında ısı banyosundan Q_1 enerjisi alınmıştır. Genişleme esnasında $PV = NkT_1$'dir, ya da:

$$p = \frac{NkT_1}{V}$$

Dolayısıyla Q_1 enerjisi şudur:

$$Q_1 = \int_a^b p\, dV = \int_a^b NkT_1 \frac{dV}{V} \tag{44.4}$$

Ya da T_1 sıcaklığındaki ısı banyosundan alınan Q_1 ısısı şudur:

$$Q_1 = NkT_1 \ln \frac{V_b}{V_a}$$

Aynı şekilde, T_2'deki sıkışma için [Şekil 44-6'nın (3) eğrisi] T_2 sıcaklığındaki ısı banyosuna verilen ısı şudur:

$$Q_2 = NkT_2 \ln \frac{V_c}{V_d} \tag{44.5}$$

Çözümlememizi bitirmek için, sadece V_c/V_d ve V_b/V_a arasında bir bağıntı bulmak gerekiyor. Bunu da, (2) eğrisinin b'den c'ye bir adyabatik genişleme olduğuna dikkat ederek yaparız; bu esnada pV^γ bir sabittir. $pV = NkT$ olduğundan, bunu $(pV)V^{\gamma-1}$ = sabit yazabiliriz ya da T ve V cinsinden $TV^{\gamma-1}$ = sabit'tir. Böylece şunu buluruz:

$$T_1 V_b^{\gamma-1} = T_2 V_c^{\gamma-1} \tag{44.6}$$

Aynı şekilde, d'den a'ya olan (4) sıkışma eğrisi de adyabatik olduğundan, şunu buluruz:

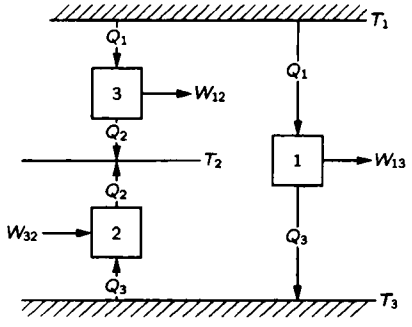
$$T_1 V_a^{\gamma-1} = T_2 V_d^{\gamma-1} \tag{44.6a}$$

Bu denklemi öncekine bölersek, V_b/V_a'nin V_c/V_d'ye eşit olması gerektiğini buluruz. (44.4) ve (44.5)'teki ln'ler eşittir; böylece

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \tag{44.7}$$

olur. Aradığımız bağıntı budur. Bu bir mükemmel gaz için kanıtlandıysa da, onun *her tersinir makine için* de doğru olması gerektiğini biliyoruz.

Şimdi de bu evrensel yasanın, herhangi bir özel maddenin özelliklerini bilmeksizin, mantıksal tartışmayla nasıl elde edilebileceğini göreceğiz. Üç makineye ve T_1, T_2 ve T_3 gibi üç sıcaklığa sahip olduğumuzu varsayalım. Bir makine T_1 sıcaklığından Q_1 ısısını soğursun ve belli bir W_{13} işini yapsın ve T_3 sıcaklığına Q_3 ısısını versin (Şekil 44-8). Diğer makine T_2 ile T_3 arasında geriye doğru çalışsın. Varsayalım ki ikinci makine aynı Q_3 ısısını soğuracak ve Q_2 ısısını verecek büyüklükte olsun. Ona belli bir W_{32} miktarında iş koyacağız; negatif, çünkü bu makine geriye doğru işliyor. İlk makine bir çevrim gittiğinde, Q_1 ısısını soğurur ve T_3 sıcaklığında Q_3 ısısını verir; sonra ikinci makine T_3 sıcaklıklı ısı banyosundan aynı Q_3 ısısını alır ve onu T_2 banyosuna verir. Dolayısıyla iki makinenin ortaklaşa net sonucu, T_1'den Q_1 ısısını almak ve T_2'ye Q_2 ısısını vermektir. İki makine böylece bir üçüncü makineye eşdeğer olup, T_1'de Q_1 ısısını soğurur, W_{12} işini yapar ve T_2'de Q_2 ısısını verir, çünkü $W_{12} = W_{13} - W_{32}$'dir, ilk yasadan derhal gösterileceği gibi şu çıkar:



Şekil 44-8 1 ve 2 makineleri birlikte 3 makinesine eşdeğerdir.

$$W_{13} - W_{32} = (Q_1 - Q_3) - (Q_2 - Q_3) = Q_1 - Q_2 = W_{12} \tag{44.8}$$

Şimdi makinelerin verimlerini bağlayan yasaları elde edebiliriz, çünkü T_1 ve T_3, T_2 ve T_3 ve T_1 ve T_2 sıcaklıkları arasında çalışan makinelerin verimleri arasında açıkça bir tür bağıntı var olmalıdır.

Tartışmayı aşağıdaki şekilde çok açık hale getirebiliriz: Daha yeni gördük ki T_1'de soğrulmuş ısıyı daima T_2'de verilmiş ısıya, bir başka T_3 sıcaklığında verilmiş ısıyı bularak bağlayabiliriz. Dolayısıyla bir standart sıcaklık tanımlarsak, her şeyi bu standart sıcaklıkla çözümleyerek tüm makinelerin özelliklerini elde edebiliriz. Başka bir deyişle, belli bir T sıcaklığı ve belli bir keyfi standart sıcaklık arasında işleyen bir makinenin verimini bilseydik, o zaman sıcaklıkça herhangi bir fark için verimi hesaplayabilirdik. Sadece tersinir makineleri kullandığımızı varsaydığımızdan, başlangıç sıcaklığından aşağı standart sıcaklığa iş yapabiliriz ve yine son sıcaklığa geri geliriz. Standart sıcaklığı keyfi şekilde *bir derece* olarak tanımlayacağız. Bu standart sıcaklıkta verilen ısı için de özel bir sembol seçeceğiz: Ona Q_S diyeceğiz. Başka bir deyişle, bir tersinir makine T sıcaklığında Q ısısını soğurduğunda, birim sıcaklıkta bir Q_S ısısı verecektir. *T_1'de Q_1 ısısını soğuran bir makine bir derecede Q_S ısısını verirse ve T_2'de Q_2 ısısını soğuran bir makine bir derecede aynı Q_S ısısını verirse, o zaman T_1 sıcaklığında Q_1 ısısını soğuran bir makinenin T_1 ile T_2 arasında işlediği takdirde Q_2 ısısını vereceği sonucu çıkar.* Üç sıcaklıkta işleyen makineleri inceleyerek bunu zaten kanıtlamıştık. Böylece gerçekten yapmamız gereken tek şey, birim sıcaklıkta belli bir Q_S miktarında ısı vermesi için, T_1 sıcaklığında ne kadar Q_1 ısısı koymamız gerektiğini bulmaktır. Eğer bunu keşfedersek, her şeye sahibiz demektir. Q ısısı, kuşkusuz, T sıcaklığının bir fonksiyonudur. Sıcaklık yükselirken, ısının da yükselmesi gerektiğini görmek kolaydır, çünkü bir makinenin geriye doğru çalışması için iş alacağını ve daha yüksek bir sıcaklıkta ısı vereceğini biliyoruz. Q_1 ısısının Q_S ile orantılı olması gerektiğini görmek de kolaydır. Böylece büyük yasa şunun gibi bir şeydir: T sıcaklık derecesinde çalışan bir makineden bir derecede verilen bir Q_S ısı miktarı için soğrulan Q ısısı, bu Q_S miktarı kere sıcaklığın artan bir fonksiyonu olmalıdır:

$$Q = Q_S f(T) \tag{44.9}$$

44-5 Termodinamik sıcaklık

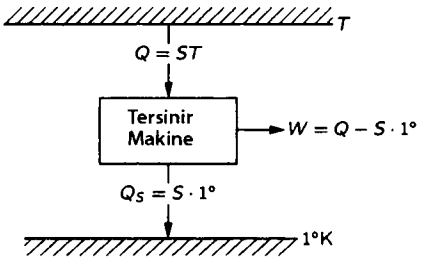
Bu aşamada yukarıdaki $f(T)$ fonksiyonu için ünlü cıva sıcaklık ölçeği cinsinden bir denklem bulmaya çalışmayacağız, bunun yerine *sıcaklığı yeni bir ölçekle tanımlayacağız.* Eskiden "sıcaklık" keyfi olarak suyun genişlemesini belli bir büyüklüğün çift derecelerine bölerek tanımlanmıştı. Fakat sonra sıcaklık cıvalı termometreyle ölçüldüğünde, derecelerin artık çift olmadığı görülür. *Şimdi sıcaklığın tanımını, herhangi özel bir maddeden bağımsız olarak yapabiliriz.* Hangi aygıtı kullandığımıza bağlı olmayan $f(T)$ fonksiyonunu kullanabiliriz, çünkü bu tersinir makinelerin verimi onların çalışma malzemelerinden bağımsızdır. Bulduğumuz fonksiyon sıcaklıkla artmakta olduğundan, *fonksiyonun kendisini,* standart bir-derece birimi cinsinden ölçülmüş, sıcaklık olarak şöyle tanımlayacağız:

$$Q = ST \tag{44.10}$$

Burada

$$Q_S = S \cdot 1° \tag{44.11}$$

olarak ifade edilir. Bu demektir ki, bir cismin ne kadar sıcak olduğunu, cismin sıcaklığı ile birim sıcaklık arasında çalışan bir tersinir makine tarafından ne kadar ısı soğrulduğunu bularak söyleyebiliriz (Şekil 44-9). Bir buhar kazanından alınan ısı, bir bir-derece yoğuşturucuda verilenden yedi kez daha fazlaysa, bu kazanın sıcaklığı yedi derecedir denecektir vb. Böylece, farklı sıcaklıklarda ne kadar ısı soğrulduğunu ölçerek, sıcaklığı saptarız. Bu şekilde tanımlanan sıcaklık, *mutlak termodinamik sıcaklık* adını alır ve maddeden bağımsızdır. Bundan sonra sırf bu tanımı kullanacağız.*



Şekil 44-9 Mutlak termodinamik sıcaklık.

Biri T_1 ve bir-derece arasında, diğeri T_2 ve bir-derece arasında çalışan ve birim sıcaklıkta aynı ısıyı veren iki makinemiz olduğunda, soğrulan ısıların

$$\frac{Q_1}{T_1} = S = \frac{Q_2}{T_2} \tag{44.12}$$

ile ilişkili olmaları gerektiğini anlarız. Fakat bu şu anlama gelir: Eğer T_1 ile T_2 arasında çalışan bir tek makinemiz varsa, o zaman bütün çözümlemenin sonucu, büyük final, makine T_1 sıcaklığında Q_1 enerjisini soğurur ve T_2 sıcaklığında Q_2 ısısını verirse, Q_1'in T_1'e oranı, Q_2'nin T_2'ye oranı gibidir. Her ne zaman makine tersinirse, ısılar arasında bu bağıntı ortaya çıkmalıdır. Söylenecek tek şey budur: Termodinamik evreninin merkezi budur.

Termodinamik için söylenecek tek şey buysa, böyle zor bir konu neden incelenir ki? Bir maddenin verili kütlesini içeren bir problem yaparken, maddenin her andaki durumu, sıcaklığının ne olduğu ve hacminin ne olduğu söylenerek betimlenebilir. Bir maddenin sıcaklığını ve hacmini bilirsek ve de basınç sıcaklıkla hacmin bir fonksiyonu olduğu için, iç enerjiyi biliyoruz demektir. Biri diyebilirdi ki "Onu bu şekilde yapmak istemiyorum. Bana sıcaklığı ve basıncı söyle, ben sana hacmi söylerim. Hacmi sıcaklığın ve basıncın fonksiyonu olarak düşünebilirim, iç enerjiyi de sıcaklık ve basıncın bir fonksiyonu vb." Termodinamik işte bu nedenle zordur, çünkü herkes farklı bir yaklaşım kullanır. Sadece bir kez oturup değişkenlerimizi kararlaştırabilseydik ve onlara bağlı kalabilseydik, bu epeyce kolay olurdu.

Artık çıkarımlar yapmaya başlayabiliriz. Nasıl ki mekanik evreninin merkezi $F = ma$ ise ve o böyle uzayıp giderse, aynı şekilde termodinamik için de biraz önce bulduğumuz ilke öyledir. Fakat ondan çıkarımlar yapılabilir mi?

---

* Daha önce sıcaklık ölçeğimizi farklı bir yolla tanımlamıştık, yani bir mükemmel gaz içindeki bir molekülün ortalama kinetik enerjisi sıcaklıkla orantılıdır diyerek, ya da mükemmel gaz yasasına göre pV'nin T ile orantılı olduğunu söyleyerek. Bu yeni tanım eşdeğer midir? Evet, çünkü gaz yasasından türetilmiş olan son (44.7) sonucu, burada türetilenle aynıdır. Bu hususu gelen bölümde yine tartışacağız.

Haydi başlayalım. İlk çıkarımımızı elde etmek için, şu iki yasayı, enerjinin korunumu yasası ile Q_2 ve Q_1 ısılarını bağlayan yasayı birleştireceğiz ve kolayca *bir tersinir makinenin verimini* elde edebileceğiz. İlk yasadan $W = Q_1 - Q_2$'yi buluruz. Yeni ilkemiz uyarınca,

$$Q_2 = \frac{T_2}{T_1} \quad Q_1$$

yazabiliriz; böylece iş şu hale gelir:

$$W = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = Q_1 \quad \frac{T_1 - T_2}{T_1} \tag{44.13}$$

Bu biz makinenin verimini söyler; şu kadar ısıdan ne kadar iş elde edeceğimizi. Bir makinenin verimi, makinenin çalıştığı sıcaklıklar arasındaki fark bölü daha yüksek sıcaklıkla orantılıdır:

$$\text{Verim} = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \tag{44.14}$$

Verim 1'den büyük ve mutlak sıcaklık sıfırdan küçük olamaz. Böylece, T_2 pozitif olacağı için, verim daima 1'den daha azdır. İlk çıkarımımız işte budur.

44-6 Entropi

(44.7) ya da (44.12) özel bir şekilde yorumlanabilir. Daima tersinir makinelerle çalışarak, biri soğurur diğeri verir anlamında $Q_1/T_1 = Q_2/T_2$ ise, T_1 sıcaklığında bir Q_1 ısısı, T_2'de Q_2'ye "eşdeğer"dir. Bu, bize şöyle bir öneri sunar: Q/T'ye bir ad verirsek, diyebiliriz ki tersinir bir süreçte ne kadar Q/T soğrulursa, o kadar da açığa çıkar; dolayısıyla, Q/T'de ne kazanç vardır, ne de kayıp. Bu Q/T'ye *entropi* adı verilir ve deriz ki "bir tersinir çevrimde entropide net değişim yoktur." T eğer 1° ise, entropi Q_S/1°'dir, ya da sembolize ettiğimiz gibi Q_S/1° = S'dir. Aslında, S genelde entropi için kullanılan harftir ve sayısal olarak 1°–ısı banyosuna verilen ısıya (bizim Q_S dediğimiz) eşittir (entropi, kendi başına ısı değildir, ısı bölü sıcaklıktır; dolayısıyla *derece başına Joule* olarak ölçülür).

Şimdi şurası ilginçtir, sıcaklığın ve hacmin fonksiyonu olan basıncın ve yine sıcaklığın ve hacmin fonksiyonu olan iç enerjinin yanı sıra, durumun, yani maddenin entropisinin fonksiyonu olan bir başka nicelik bulduk. Onu nasıl hesaplayacağımızı ve onu "durum fonksiyonu" olarak adlandırmakla ne demek istediğimizi açıklamaya çalışalım. Adyabatik ve eş-sıcaklıklı genişlemeler yaptığımız deneyde çok karşılaştığımız gibi, sistemi iki farklı durumda ele alalım. (Bu arada, bir ısı makinesinin ille de iki ısı banyosuna sahip olması gerekmez, ısıların alınıp verildiği üç ya da dört farklı sıcaklık olabilir.) Bir pV diyagramı üzerinde her yerde dolaşabilir ve bir durumdan diğerine gidebiliriz. Başka bir deyişle, gazın bir a durumunda olduğunu ve sonra bir başka b durumuna gideceğini söyleyebiliriz; a'dan b'ye yapılacak bir geçişin tersinir olmasını gerekli görebileceğiz. Şimdi a'dan b'ye giden tüm yol boyunca değişik sıcaklıklarda küçük ısı banyolarına sahip olduğumuzu varsayalım, öyle ki her küçük adımda maddeden sökülen dQ ısısı yoldaki o noktaya karşılık gelen sıcaklıktaki o banyoya verilir. Daha sonra tüm bu banyoları tersinir ısı makineleriyle birim sıcaklıktaki bir tek ısı banyosuna bağlayalım. Maddenin a'dan b'ye taşınmasını bitirdiğimizde, tüm banyoları özün durumlarına geri götürelim. T sıcaklığındaki maddeden soğrulmuş olan her dQ ısısı, artık bir tersinir makineyle dönüştürülmüş ve belli bir dS entropi miktarı birim sıcaklıkta aşağıdaki gibi verilmiştir:

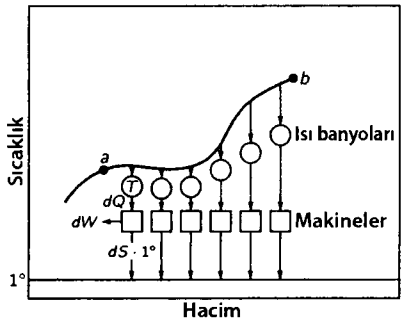
$$dS = dQ/T \tag{44.15}$$

Verilen toplam entropi miktarını hesaplayalım. Entropi farkı, ya da bu özel tersinir dönüşümle a'dan b'ye gitmek için gerekli olan entropi, toplam entropi-

dir; yani, küçük ısı banyolarından alınmış ve birim sıcaklıkta verilmiş entropinin toplamı:

$$S_b - S_a = \int_a^b \frac{dQ}{T} \tag{44.16}$$

Soru şudur: Entropi farkı alınan yola bağlı mıdır? a'dan b'ye gitmek için birden fazla yol vardır. Hatırlarsanız, Carnot çevriminde Şekil 44-6'da a'dan c'ye önce eş-sıcaklıklı ve sonra adyabatik genişlemeyle gidebilirdiniz; ya da önce adyabatik genişleme yapardık ve sonra eş-sıcaklıklı. Böylece soru, Şekil 44-10'da a'dan b'ye gittiğimizde meydana gelen entropi değişiminin, bir yol üzerinde diğerindekiyle aynı olup olmadığıdır. *Aynı olmalıdır*, çünkü bir yol üzerinde ileri ve diğeri üzerinde geri olmak üzere çevrim boyunca tüm yolu gidersek, tersinir bir makineye sahibizdir ve birim sıcaklıkta ısı banyosuna ısı kaybı olmayacaktır. Tamamen tersinir bir çevrimde, birim sıcaklıkta banyodan hiç ısı alınmamalıdır, öyleyse a'dan b'ye gitmek için gerekli entropi, bir yol üzerinde diğeri üzerindekiyle aynıdır. Bu entropi, *yoldan bağımsız* olup, sadece uç noktalar üzerine bağlıdır. Dolayısıyla, maddenin entropisi dediğimiz, sadece duruma –yani sadece hacim ve sıcaklığa– bağlı belli bir fonksiyonun var olduğunu söyleyebiliriz.



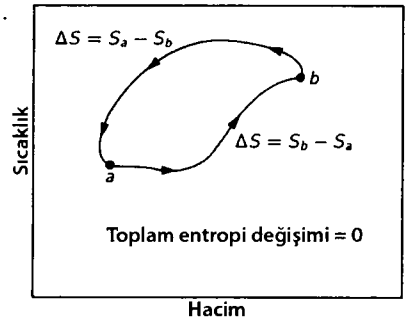
Şekil 44-10 Bir tersinir dönüşüm esnasında entropideki değişim.

Şu özelliğe sahip bir $S(V, T)$ fonksiyonu bulabiliriz: Madde herhangi bir tersinir yol boyunca hareket ederken, birim sıcaklıkta attığı ısı cinsinden entropideki değişimi hesaplarsak,

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} \tag{44.17}$$

buluruz; burada dQ maddeden T sıcaklığında atılan ısıdır. Bu toplam entropi değişimi, ilk ve son noktalarda hesaplanmış entropiler arasındaki farktır:

$$\Delta S = S(V_b, T_b) - S(V_a, T_a) = \int_a^b \frac{dQ}{T} \tag{44.18}$$



Şekil 44-11 Tam bir tersinir çevrimde, entropinin değişimi.

Bu ifade entropiyi tam olarak tanımlamaz, sadece entropinin iki farklı durum arasındaki farkını gösterir. Entropiyi özel bir durumda geliştirebilirsek, ancak o zaman S'yi gerçekten mutlak olarak tanımlamış oluruz.

Uzun süre mutlak entropinin hiçbir şey ifade etmediğine inanılmıştı –sadece farklar tanımlanabilirdi– fakat en sonunda Nernst *ısı teoremi* dediği, şimdi termodinamiğin üçüncü yasası olarak da adlandırılan şeyi önermişti. O çok basittir. Onun ne olduğunu söyleyeceğiz, ama neden doğru olduğunu açıklamayacağız. Nernst'in varsayımı, basitçe herhangi bir cismin mutlak sıfırdaki entropisinin sıfır olduğunu ifade eder. T ve V'nin bir halinde, yani $T = 0$'da S'nin sıfır olduğunu biliyoruz, öyleyse herhangi başka bir noktadaki entropiyi elde edebiliriz.

Örnek olarak bir mükemmel gazın entropisini hesaplayalım. Bir eş-sıcaklıklı (ve dolayısıyla, tersinir) genişlemede, T sabit olduğundan, $\int dQ/T = Q/T$'dir. Dolayısıyla (44.4'ten) entropideki değişim,

$$S(V_a, T) - S(V_b, T) = Nk \ln \frac{V_a}{V_b}$$

olur; buna göre $S(V,T) = Nk \ln V$ artı sadece T'nin bir fonksiyonudur. S, T'ye nasıl bağlıdır? Biliyoruz ki bir tersinir adyabatik genişleme için, *hiç ısı değiş-tokuş edilmez*. Dolayısıyla $TV^{\gamma-1}$ = sabit olmak üzere V ve T değişse bile, entropi değişmez. Bunun,

$$S(V,T) = Nk\left[\ln V + \frac{1}{\gamma - 1} \ln T\right] + a$$

anlamına geldiğini görebilir misiniz? Burada a, V ve T'nin ikisinden de bağımsız bir sabittir. [a'ya kimyasal sabit denir, söz konusu gaza bağlıdır ve deneysel

olarak Nernst teoreminden gazın 0°'de bir katıya (ya da helyum için bir sıvıya) dönüşünceye dek soğuyup yoğunlaşmasında, $\int dQ/T$ integralini alıp açığa çıkan ısıyı ölçerek saptanabilir. Kuramsal olarak, Planck sabiti ve kuantum mekaniği vasıtasıyla da saptanabilir bu, fakat bunu bu derste yapmayacağız.]

Şimdi de nesnelerin entropilerinin bazı özellikleri üzerine yorumlarda bulunacağız. Önce şunu hatırlayalım; bir tersinir çevrim boyunca a'dan b'ye gidersek, o zaman maddenin entropisi $S_b - S_a$ kadar değişecektir. Yol boyunca giderken, entropi –birim sıcaklıkta verilen ısı– $dS = dQ/T$ kuralına göre artar, burada dQ, maddeden, sıcaklığı T iken, çıkarılan ısıdır.

Zaten biliyoruz ki tersinir bir çevrimde her şeyin toplam entropisi değişmez, çünkü T_1'de soğrulan Q_1 ısısı ve T_2'de verilen Q_2 ısısı entropide eşit ve zıt değişimlere karşılık gelir, öyle ki entropideki net değişme sıfırdır. Buna göre tersinir bir çevrim için, ısı banyoları dahil hiçbir şeyin entropisinde değişme olmaz. Bu kural yine enerjinin korunumu gibi görünebilir, ama öyle değildir; bu sadece tersinir çevrimlere uygulanır. Tersinmez çevrimleri işin içine katarsak, entropinin korunum yasası yoktur.

İki örnek vereceğiz. Birincisi, bir cisim üzerine sürtünmeyle tersinmez iş yaptığımızı ve T sıcaklığındaki bir cisim üzerinde Q ısısını ürettiğimizi varsayalım. Entropi Q/T kadar değişir. Q ısısı işe eşittir ve dolayısıyla sürtünmeyle T sıcaklığındaki bir cisme karşı belli bir miktar iş yaptığımız zaman, tüm dünyanın entropisi W/T kadar artar.

Bir başka tersinmezlik örneği şudur: T_1 ve T_2 gibi farklı sıcaklıktaki iki cismi bir araya getirirsek, birinden diğerine kendi başına belli miktarda ısı akacaktır. Örneğin sıcak bir taşı soğuk suya attığımızı varsayalım. O zaman belli bir ΔQ ısısı T_1'den T_2'ye aktarıldığında, sıcak taşın entropisi ne kadar değişir? $\Delta Q/T_1$ kadar düşer. Suyun entropisi ne kadar değişir? $\Delta Q/T_2$ kadar artar. Isı elbette sadece T_1 yüksek sıcaklığından T_2 düşük sıcaklığına akacaktır, öyle ki T_1 sıcaklığı T_2'den yüksekse, ΔQ pozitiftir. Dolayısıyla tüm dünyanın entropisindeki değişme pozitiftir ve iki kesrin farkıdır:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T_2} - \frac{\Delta Q}{T_1} \tag{44.19}$$

Buna göre aşağıdaki önerme doğrudur: Tersinmez olan herhangi bir süreçte, tüm dünyanın entropisi artar. Sadece tersinir süreçlerde entropi sabit kalır. Hiçbir süreç mutlak şekilde tersinir olmadığından, entropide daima küçük de olsa bir kazanç vardır; tersinir bir süreç, entropi kazancını en aza indirdiğimiz bir idealleştirmedir.

Ne yazık ki, termodinamik konusunun içine daha fazla girmeyeceğiz. Amacımız sadece içerilen ana düşünceleri ve böyle tartışmaları yapmamızın neden mümkün olduğunun gerekçelerini sergilemektir, yoksa bu derste termodinamiği çok fazla kullanmayacağız. Termodinamik, mühendisler ve özellikle kimyacılar tarafından çok sık olarak kullanılır. Dolayısıyla termodinamiği uygulama için kimya ve mühendislik derslerinde öğrenmeliyiz. Her şeyi iki kez tekrarlamak yararlı olmayacağı için, biz özel uygulamaların ayrıntılarına girmeyip sadece kuramın kökenine özgü bir tartışma yapıyoruz

Termodinamiğin iki yasası genelde şu şekilde ifade edilir:

Birinci yasa : Evrenin enerjisi daima sabittir.
İkinci yasa : Evrenin entropisi daima artar.

Bu, ikinci yasanın çok güzel bir ifadesi değildir; örneğin, tersinir bir çevrimde entropinin aynı kaldığını söylememektedir ve entropinin tam olarak ne olduğunu da belirtmez. İki yasayı hatırlamanın zekice bir yoludur sadece, fakat aslında bize tam olarak nerede durduğumuzu söylemez. Bu bölümde tartıştığımız yasaları Tablo 44-1'de özetledik. Gelen bölümde, bir lastik şeridin genişlemesinde üretilen ısı ile onu ısıttığımız zaman ortaya çıkan fazlalık gerilim arasındaki bağıntıyı keşfetmek için bu yasaları uygulayacağız.

Tablo 44-1
Termodinamik yasalarının özeti

Birinci yasa:

Bir sisteme konan ısı + Bir sistem üzerine yapılan iş = Sistemin iç enerjisindeki artış:

$$dQ + dW = dU.$$

İkinci yasa:

Net sonucu *sadece* bir ısı banyosundan ısı alıp onu işe çevirmek olan bir süreç olanaksızdır.

T_1'den Q_1 ısısını alan ve T_2'ye Q_2 ısısını veren hiçbir ısı makinesi, tersinir bir makineden daha fazla iş yapamaz; tersinir makine için bu iş şudur:

$$W = Q_1 - Q_2 = Q_1\left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right)$$

Bir sistemin entropisi şu şekilde tanımlanır:

(a) T sıcaklığında bir sisteme ΔQ ısısı tersinir olarak eklenirse, sistemin entropisindeki artma $\Delta S = \Delta Q/T$'dir.

(b) $T = 0$'da $S = 0$ dır (*üçüncü yasa*).

Bir *tersinir değişim*de, sistemin tüm parçalarının toplam entropisi (ısı banyoları dahil) değişmez.

*Tersinmez değişim*de, sistemin toplam entropisi daima artar.

45
TERMODİNAMİĞİN GÖSTERİMLERİ

45-1 İç enerji
45-2 Uygulamalar
45-3 Clausius-Clapeyron denklemi

45-1 İç enerji

Termodinamik, uygulama açısından, oldukça zor ve karmaşık bir konudur ve bu derste uygulamaların çok ötesine gitmek bizim için uygun değildir. Konu elbette mühendisler ve kimyacılar için çok büyük önem taşımaktadır ve konuyla ilgilenenler fiziksel kimya ya da mühendislik termodinamiğindeki uygulamaları öğrenebilirler. Zemansky'nin *Isı ve Termodinamik* [*Heat and Thermodynamics*] gibi iyi denklem başvuru kitapları da vardır; konu hakkında oralardan daha fazla şey öğrenilebilir. Britannica Ansiklopedisinin on dördüncü baskısında, termodinamik ve termokimya üzerine enfes makaleler ve kimya üzerine makaleler, fiziksel kimya, gazların buharlaşması, sıvılaşması üzerine kesimler ve benzeri şeyler bulunabilir.

Termodinamik konusu karmaşıktır, çünkü aynı şeyi betimlemenin çok fazla farklı yolu vardır. Bir gazın davranışını betimlemek istersek, basıncın sıcaklık ve hacme bağlı olduğunu söyleyebiliriz ya da hacmin sıcaklığa ve basınca bağlı olduğunu. Ya da U iç enerjisine gelince, seçtiğimiz değişkenler onlarsa, iç enerjinin sıcaklık ve hacme bağlı olduğunu söyleyebilirdik; fakat onun sıcaklık ve basınca ya da basınç ve hacme bağlı olduğunu da dillendirebilirdik vb. Son bölümde sıcaklık ve hacmin, entropi (S) denen bir başka fonksiyonunu tartışmıştık ve kuşkusuz bu değişkenlerin istediğimiz kadar çok fonksiyonunu kurabiliriz: $U - TS$ sıcaklık ve hacmin bir fonksiyonudur. Dolayısıyla, değişkenlerin birçok farklı karışımlarının fonksiyonları olabilen çok sayıda farklı niceliklere sahibiz.

Bu bölümde konuyu basit tutmak için, bağımsız değişkenler olarak daha başta *sıcaklık* ve *hacmi* kullanmaya karar veriyoruz. Kimyacılar sıcaklık ve basıncı kullanır, çünkü kimyasal deneylerde bunları ölçmek ve kontrol etmek daha kolaydır, fakat biz bölüm boyunca sıcaklık ve hacmi kullanacağız; bir yer dışında, kimyacıların değişkenler sistemine nasıl dönüşüm yapılacağını göreceğiz.

Önce bağımsız değişkenlerin sadece bir sistemini düşünelim: sıcaklık ve hacim. İkinci olarak, sadece iki bağımlı fonksiyonu tartışacağız: iç enerjiyi ve basıncı. Diğer tüm fonksiyonlar bunlardan türeyebilir, öyleyse onları tartışmamız gerekmez. Bu sınırlamalarla, termodinamik hâlâ zor bir konudur, fakat tam olanaksız da değildir!

İlk önce biraz matematik hazırlığı yapacağız. Bir nicelik iki değişkenin bir fonksiyonuysa, bu niceliğin türevi, tek değişkenli durumdakinden biraz daha fazla dikkat gerektirir. Basıncın sıcaklığa göre türevi ne anlama gelir? Sıcaklıktaki bir değişime eşlik eden basınç değişimi, kısmen, kuşkusuz, T değişirken *hacme* ne olduğuna bağlıdır. T'ye göre türev kavramının kesin bir anlama sahip olmasından önce, V'deki değişimi belirtmeliyiz. Örneğin, V sabit tutulursa, P'nin T'ye göre değişim hızını arayabilirdik. Bu hız genelde dP/dT şeklinde yazdığımız sıradan türevdir. P'nin hem T'ye ve hem de bir diğer V değişkenine bağlı olduğunu, ama burada diğer değişkenin sabit tutulduğunu bize hatırlaması için, geleneksel olarak özel bir $\partial P/\partial T$ simgesi kullanırız. Diğer değişkenin sabit tutulduğu gerçeğine dikkat çekmek için sadece ∂ simgesini kullanmayacağız, fakat sabit tutulan değişkeni alt indis olarak da yazacağız: $(\partial P/\partial T)_V$. Sadece iki bağımsız değişkene sahip olduğumuza göre, bu gösterim gereksizdir, fakat bu, parçalı türevlerin termodinamik ormanında tetikte olmamıza yardım edecektir.

$f(x, y)$ fonksiyonunun bağımsız x ve y değişkenlerine bağlı olduğunu varsayalım. $(\partial f/\partial x)_y$ ifadesi basitçe, y'yi bir sabit olarak düşünürsek, sıradan türev anlamına gelir:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

Benzer şekilde şunu tanımlarız:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

Örneğin, $f(x, y) = x^2 + yx$ ise, $(\partial f/\partial x)_y = 2x + y$ ve $(\partial f/\partial y)_x = x$ olur. Bu düşünceyi daha yüksek türevlere genişletebiliriz: $\partial^2 f/\partial y^2$ ya da $\partial^2 f/\partial y \partial x$. Sonuncu simge, önce y'yi sabit tutup f'nin x'e göre türevini alacağımızı ve sonra x'i sabit tutup y'ye göre türev alacağımızı gösterir. Türev almanın gerçek sırası önemlidir: $\partial^2 f/\partial x \partial y = \partial^2 f/\partial y \partial x$.

x değişkeni $x + \Delta x$'e ve y değişkeni $y + \Delta y$'ye değiştiğinde, $f(x,y)$'deki Δf değişimini hesaplama ihtiyacı duyarız. Aşağıda Δx ve Δy'leri hep sonsuz derecede küçük varsayacağız:

$$\begin{aligned}\Delta f &= f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y)\\ &= \underbrace{f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y + \Delta y)}_{\Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y} + \underbrace{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}_{\Delta y \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x}\end{aligned} \tag{45.1}$$

Son denklem, Δf değişimini Δx ve Δy cinsinden ifade eden temel bağıntıdır.

Bu denklemin kullanılışına bir örnek olarak, $U(T,V)$ iç enerjisindeki değişimi, sıcaklık T'den $T + \Delta T$'ye ve hacim V'den $V + \Delta V$'ye değiştiğinde, hesaplayalım. (45.1) denklemini kullanarak şunu yazarız:

$$\Delta U = \Delta T \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \Delta V \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \tag{45.2}$$

Son bölümümüzde, gaza ΔQ ısı miktarı eklediğimizde, iç enerjideki ΔU değişimi için bir başka ifade bulmuştuk:

$$\Delta U = \Delta Q - P\Delta V \tag{45.3}$$

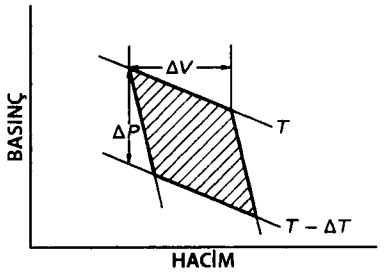
(45.2) ve (45.3) denklemlerinin karşılaştırılmasında, ilk bakışta insan $P = -(\partial U/\partial V)_T$ olduğunu düşünmeye meyleder, ama bu doğru değildir. Doğru bağıntıyı elde etmek için, önce hacmi sabit tutarak –öyle ki $\Delta V = 0$'dır– gaza ΔQ ısı miktarını eklediğimizi varsayalım. $\Delta V = 0$ olmakla (45.3) denklemi $\Delta U = \Delta Q$ verir ve (45.2) denklemiyse $\Delta U = (\partial U/\partial T)_V \Delta T$ olduğunu söyler; öyle ki $(\partial U/\partial T)_V = \Delta Q/\Delta T$'dir. $\Delta Q/\Delta T$ oranı, yani sabit tutulan hacimde bir maddenin sıcaklığını bir derece değiştirmek için ona verilmesi gereken ısı miktarına sabit hacimde özgül ısı denir ve C_V simgesiyle gösterilir. Bu tartışmayla şunu göstermiş olduk:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C_V \tag{45.4}$$

Şimdi yine gaza ΔQ ısı miktarını ekleyelim, fakat bu kez T'yi sabit tutalım ve hacmin ΔV kadar değişmesine izin verelim. Bu durumun çözümlemesi daha karmaşıktır, fakat ΔU'yu, geçen bölümde sunduğumuz Carnot çevrimini kullanarak Carnot'nun düşüncesi doğrultusunda hesaplayabiliriz.

Carnot çevrimi için basınç-hacim diyagramı Şekil 45-1'de gösterilmiştir. Daha önce gösterdiğimiz gibi, bir tersinir çevrimde gaz tarafından yapılan toplam

iş miktarı $\Delta Q(\Delta T/T)$'dir, burada ΔQ, T sıcaklığında eş-sıcaklıklı olarak V hacminden $V + \Delta V$ hacmine genişlerken gaza eklenen ısı enerjisi miktarıdır ve $T-\Delta T$ ise çevrimin ikinci aşamasında adyabatik olarak genişlerken gazın ulaştığı son sıcaklıktır. Şimdi yapılan bu işin, Şekil 45-1'deki taralı alanla da verildiğini göstereceğiz. Her durumda, gaz tarafından yapılan iş $\int P\,dV$'dir ve gaz genişlediğinde pozitif ve gaz sıkıştığında negatiftir. V'ye karşı P'yi çizersek, P ve V'nin değişimleri, V'nin özel bir değerine karşılık gelen P değerini veren bir eğriyle temsil edilir. Hacim bir değerden diğerine değişince, gaz tarafından yapılan iş -yani, $\int P\,dV$ integrali- V'nin ilk ve son değerlerini birleştiren eğrinin altındaki alandır. Bu düşünceyi Carnot çevrimine uygularsak görürüz ki, çevrim boyunca gittiğimizde, gaz tarafından yapılan işin işaretine dikkat ederek, gaz tarafından yapılan iş tamı tamına Şekil 45-1'deki taralı alandır.



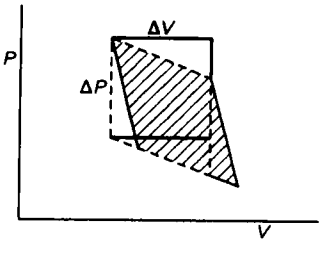
Şekil 45-1 Bir Carnot çevrimi için basınç-hacim diyagramı. T ve $T-\Delta T$ ile işaretli eğriler eş-sıcaklık çizgileridir; daha dik eğriler adyabatik çizgilerdir. ΔV, gaza sabit T sıcaklığında ΔQ ısısı eklendiğinde meydana gelen hacim değişimidir. ΔP ise gaz sıcaklığı T'den $T-\Delta T$'ye değiştiğinde sabit hacimdeki basınç değişimidir.

Şimdi taralı alanı geometrik olarak geliştirmek istiyoruz. Şekil 45-1'de kullandığımız çevrim, bir önceki bölümde kullanılandan değişiktir, bunda ΔT ve ΔQ sonsuz derecede küçüktür. Çok yakın olan adyabatik çizgiler ve eş-sıcaklık çizgileri arasında çalışıyoruz ve Şekil 45-1'de koyu çizgilerle betimlenmiş olan şekil, ΔT ve ΔQ artmaları sıfıra giderken, bir paralelkenara yaklaşır. Bu paralelkenarın alanı $\Delta V\,\Delta P$'dir, burada ΔV, gaza sabit sıcaklıkta ΔQ enerjisi eklendiğinde hacimde ortaya çıkan değişme ve ΔP'yse sabit hacimde sıcaklığın ΔT kadar değişmesiyle basınçta meydana gelen değişmedir. Şekil 45-1'deki taralı alanın, Şekil 45-2'deki noktalı çizgilerle kapatılmış alana eşit olduğu tanınarak, $\Delta V\Delta P$ ile verildiği kolayca görülebilir; çünkü bu alan, ΔP ve ΔV ile sınırlı dikdörtgenden sadece Şekil 45-2' deki eşit üçgensel alanların eklenip çıkarılması kadar fark eder.

Şimdi buraya kadar geliştirdiğimiz tartışmaların sonuçlarını özetleyelim:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Gaz tarafından yapılan iş} = \text{taralı alan} = \Delta V\,\Delta P = \Delta Q\left(\frac{\Delta T}{T}\right) \\ &\text{ya da} \\ &\frac{\Delta T}{T}\cdot(V\text{'nin }\Delta V\text{ kadar değişmesi için gereken ısı})_{\text{sabit } T} \\ &= \Delta V\cdot(T\text{ sıcaklığı }\Delta T\text{ kadar değiştiğinde }P\text{'deki değişme})_{\text{sabit } V} \\ &\text{ya da} \\ &\frac{1}{\Delta V}\cdot(V\text{'nin }\Delta V\text{ kadar değişmesi için gereken ısı})_T = T(\partial P/\partial T)_V \end{aligned}\right\} \quad (45.5)$$

(45.5) denklemi, Carnot savının temel sonucunu ifade eder. Tüm termodinamik (45.5) denklemi ile (45.3) denkleminin belirttiği Birinci Yasadan çıkarılabilir. (45.5) denklemi esas olarak İkinci Yasa'dır; bizim sıcaklık tanımımızı kullanmadığı için, özgün haliyle Carnot tarafından biraz farklı biçimde ortaya konmuş olsa da.



Şekil 45-2 Taralı alan=kesikli çizgilerle kapatılmış alan= dikdörtgenin alanı = $\Delta P\Delta V$.

Artık $(\partial U/\partial V)_T$'yi hesaplamaya girişebiliriz. Hacmi ΔV kadar değiştirirsek, U iç enerjisi ne kadar değişir? Birinci olarak, ısı eklendiği için U değişir ve ikinci olarak, iş yapıldığından U değişir. Eklenen ısı, (45.5) denklemine göre,

$$\Delta Q = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \Delta V$$

olur ve madde üzerine yapılan iş $-P\Delta V$'dir. Dolayısıyla iç enerjideki ΔU değişimi iki kısma sahiptir:

$$\Delta U = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \Delta V - P\,\Delta V \qquad (45.6)$$

Her iki yanı ΔV'ye bölerek, U'nun sabit T'de V ile değişim hızı için şunu buluruz:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P \qquad (45.7)$$

T ve V'nin tek değişkenler ve P ve U'nun tek fonksiyonlar olduğu termodinamiğimizde, (45.3) ve (45.7) denklemleri, konunun tüm sonuçlarının çıkarılabileceği temel denklemlerdir.

45-2 Uygulamalar

Şimdi de (45.7) denkleminin anlamını tartışalım ve son bölümümüzde önerilen soruları onun neden yanıtladığını görelim. Şu problemi ele almıştık: Kinetik kuramda, atomların pistonu topa tutması nedeniyle, sıcaklıktaki bir artışın basınçta bir artışa yol açtığı açıktır. Aynı fiziksel nedene göre, pistonun geri hareket etmesine izin verdiğimizde, gazdan ısı alınır ve sıcaklığı sabit tutmak için ısı yerine geri konacaktır. Gaz genişleyince soğur ve ısıtıldığında basınç yükselir. Bu iki olay arasında bir ilişki olmalıdır ve bu ilişki açık olarak (45.7) denkleminde verilir. Hacmi sabit tutar ve sıcaklığı yükseltirsek, basınç $(\partial P/\partial T)_V$ hızında artar. Bu olaya ilişkin olarak, hacmi artırırsak, sıcaklığı sabit tutmak için içeri biraz ısı akıtmadıkça, gaz soğuyacaktır; sıcaklığı aynı tutmak için gereken ısı miktarını bize $(\partial U/\partial V)_T$ söyler. (45.7) denklemi, bu iki etki arsındaki temel karşılıklı ilişkiyi ifade eder. Termodinamik yasalarına ulaştığımızda, bulmaya söz verdiğimiz işte buydu. Gazın iç mekanizmasını bilmeksizin ve sadece ikinci türden sürekli hareket yapamayacağımızı bilerek, gaz genişlediğinde sabit sıcaklığı korumak için gerekli olan ısı miktarı ile gazı sabit hacimde ısıttığımızda meydana gelen basınç değişimi arasındaki bağıntıyı çıkarabiliriz!

Bir gaz için istediğimiz sonuca sahip olmuşken, lastik şeridi ele alalım. Bir lastik şeridi gerdiğimizde, sıcaklığının yükseldiğini ve onu ısıttığımızda, kendini çektiğini görürüz. Gaz için (45.3) denkleminin verdiklerini, lastik şerit için verecek denklem nedir? Bir lastik şerit için durum şöyledir: ΔQ ısısı eklendiğinde, iç enerji ΔU kadar değişir ve bir iş yapılır. Tek fark, lastik şerit tarafından yapılan işin $P\Delta V$ yerine $-F\Delta L$ olmasıdır, burada F şerit üzerindeki kuvvet ve L şeridin uzunluğudur. F kuvveti, sıcaklığın ve şerit uzunluğunun bir fonksiyonudur. (45.3) denkleminde $P\Delta V$ yerine $-F\Delta L$ koyarak, şunu buluruz:

$$\Delta U = \Delta Q + F\Delta L \tag{45.8}$$

(45.3) ve (45.8) denklemlerini karşılaştırarak, lastik şerit denkleminin bir harfi diğeriyle değiştirerek elde edildiğini görürüz. Üstelik, V yerine L ve P yerine $-F$ koyarsak, tüm Carnot çevrimi tartışması lastik şeride uygulanır. Örneğin, derhal uzunluğun ΔL kadar değişmesi için gereken ΔQ ısısının (45.5) denkleminin benzeriyle verildiğini çıkarırız: $\Delta Q = -T(\partial F/\partial T)_L\, \Delta L$. Bu denklem bize şunu der: Bir lastik şeridin uzunluğunu sabit tutar ve onu ısıtırsak, şeridi biraz gevşettiğimizde sıcaklığı sabit tutmak için gerekli ısı cinsinden kuvvetin ne kadar artacağını hesaplayabiliriz. Aslında, $\Delta U = \Delta Q + A\Delta B$ yazılırsa (burada A ve B kuvvet ve uzunluk, basınç ve hacim gibi değişik nicelikleri temsil eder), $-P$ ve V yerine A ve B koyarak, bir gaz için elde edilmiş olan sonuçlar uygulanabilir. Örneğin, bir bataryada elektriksel potansiyel farkı ya da E "voltaj"ını ve batarya boyunca hareket eden ΔZ yükünü düşünelim. Biliyoruz ki akü gibi tersinir bir elektrik hücresinde yapılan iş $E\Delta Z$'dir. (İş $P\Delta V$ terimini içermediğinden, bataryamızın sabit hacmini sürdürmesini isteriz.) Bir bataryanın verimi hakkında termodinamiğin bize ne söyleyebileceğini görelim. (45.6) denkleminde P yerine E ve V yerine Z koyarsak, şunu elde ederiz:

$$\frac{\Delta U}{\Delta Z} = T\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_Z - E \tag{45.9}$$

(45.9) denklemine göre, bir ΔZ yükü hücre boyunca hareket ettiğinde, U iç enerjisi değişir. Neden $\Delta U/\Delta Z$ basitçe bataryanın E voltajı değildir? (Yanıt, yükün hücre boyunca hareket etmesi durumunda gerçek bir bataryanın ısınmış olmasıdır. Bataryanın iç enerjisi değişir; bu bir, çünkü batarya dış devre üzerine bir iş yapmaz ve iki, çünkü batarya ısınır.) Çarpıcı olan, ikinci kısmın yine batarya voltajının sıcaklıkla değişmesi yolu cinsinden ifade edilebilir olmasıdır. Bu arada, yük hücre boyunca hareket ettiğinde, kimyasal tepkimeler meydana gelir ve

(45.9) denklemi, bir kimyasal tepkimenin gerçekleşmesi için gerekli enerji miktarını ölçmenin hoş bir yolunu akla getirir. Yapmamız gereken tek şey, tepkime üzerine çalışan bir hücre kurmak, voltajı ölçmek ve bataryadan yük çekmeden voltajın sıcaklıkla ne kadar değiştiğini ölçmektir!

Batarya tarafından yapılan işi $E\Delta Z$'ye eşit alarak $P\Delta V$ terimini ihmal ettiğimiz için, batarya hacminin sabit tutulabileceğini varsaymıştık. Hacmi sabit tutmanın teknik açıdan çok zor olduğu anlaşılır. Hücreyi sabit atmosfer basıncında tutmak çok daha kolaydır. Bu nedenle, kimyacılar yukarıya yazdığımız denklemlerin hiçbirinden hoşlanmazlar: İşlemi sabit *basınç* altında betimleyen denklemleri yeğlerler. Bu bölümün başında bağımsız değişkenler olarak V ve T'yi kullanmayı seçmiştik. Kimyacılar P ve T'yi tercih ederler ve şimdi buraya kadar elde ettiğimiz sonuçların kimyacıların değişkenler sistemine nasıl dönüştürülebileceğini inceleyeceğiz. Aniden T ve V'den T ve P'ye geçeceğimiz için, aşağıdaki işlemde kolayca kafa karışıklıklarının oluşabileceğini unutmayın.

(45.3) denkleminde $\Delta U = \Delta Q - P\,\Delta V$ ile başlamıştık; $P\,\Delta V$ terimi $E\,\Delta Z$ ya da $A\Delta B$ ile yer değiştirebilir. Son terimi (yani $P\,\Delta V$'yi) bir şekilde $V\,\Delta P$ ile yer değiştirebilseydik, o zaman V ve P'yi değiş-tokuş ederdik ve kimyacılar mutlu olurdu. Peki, zeki biri PV çarpımının diferansiyelinin $d(PV) = P\,dV + V\,dP$ olduğunu bilirdi ve bu eşitliği (45.3) denklemine eklerse

$$\begin{aligned} \Delta(PV) &= P\,\Delta V + V\,\Delta P \\ \Delta U &= \Delta Q - P\,\Delta V \\ \hline \Delta(U + PV) &= \Delta Q + V\,\Delta P \end{aligned}$$

elde ederdi. Sonucun (45.3) denklemi gibi görünmesi için, $U + V\Delta P$'yi yeni bir şey olacak şekilde tanımlarız ve buna H ile gösterilen *entalpi* deriz; bu durumda $\Delta H = \Delta Q + V\Delta P$ yazarız.

Artık sonuçlarımızı, aşağıdaki kurallarla, kimyacıların diline dönüştürmeye hazırız: $U \to H$, $P \to -V$, $V \to P$. Örneğin, kimyacıların (45.7) yerine kullandığı temel bağıntı şudur:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P + V$$

Kimyacıların T ve P değişkenlerine nasıl dönüleceği artık açık olmalıdır. Şimdi özgün değişkenlerimize geri döneriz: Bu bölümün geri kalanı için, bağımsız değişkenler T ve V'dir.

Şimdi elde ettiğimiz sonuçları çok sayıda fiziksel duruma uygulayalım. Önce ideal gazı ele alalım. Kinetik kuramdan biliyoruz ki, bir gazın iç enerjisi sadece moleküllerin hareketine ve moleküllerin sayısına bağlıdır. İç enerji T'ye bağlıdır, fakat V'ye bağlı değildir. V'yi değiştirir, fakat T'yi sabit tutarsak, U değişmez. Dolayısıyla $(\partial U/\partial V)_T = 0$'dır ve (45.7) denklemi bize, bir ideal gaz için,

$$T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P = 0 \qquad (45.10)$$

olduğunu söyler. (45.10) denklemi P hakkında bir şeyler söyleyebilen bir diferansiyel denklemdir. Parçalı türevleri aşağıdaki şekilde hesaba katarız: Parçalı türev sabit V'de olduğu için, parçalı türevi sıradan türevle yer değiştireceğiz ve bize hatırlatsın diye açık olarak "sabit V" yazacağız. O zaman (45.10) denklemi şu hale gelir:

$$T\,\frac{\Delta P}{\Delta T} - P = 0; \quad \text{sabit } V \qquad (45.11)$$

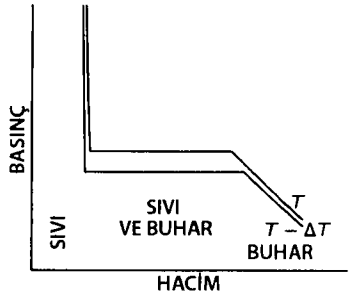
Bunun integralini alıp şunu elde ederiz:

$$\begin{aligned} \ln P &= \ln T + \text{sabit}, && \text{sabit } V \\ P &= \text{sabit} \times T; && \text{sabit } V \end{aligned} \qquad (45.12)$$

İdeal gaz için mol başına basıncın

$$P = \frac{RT}{V} \tag{45.13}$$

olduğunu biliyoruz ve bu, V ve R sabit olduğundan, (45.12) ile tutarlıdır. Zaten sonuçları biliyorsak, tüm bu hesaplarla neden canımızı sıktık ki? Çünkü *sıcaklığın iki farklı tanımını* kullanmaktaydık! Bir aşamada moleküllerin kinetik enerjinin sıcaklıkla orantılı olduğunu varsaymıştık: ideal gaz ölçeği diyeceğimiz bir sıcaklık ölçeği tanımlayan bir varsayımdı bu. (45.13) denkleminde T gaz ölçeğine dayanır. Gaz ölçeğinde ölçülen sıcaklıklara *kinetik* sıcaklıklar da deriz. Daha sonra, sıcaklığı her maddeden tamamıyla bağımsız ikinci bir yoldan tanımlamıştık. "Büyük termodinamik mutlak sıcaklık", T, diyebileceğimiz sıcaklığı İkinci Yasaya dayalı tartışmalardan tanımlamıştık: bu ise (45.12) denkleminde görünen T'dir. Burada kanıtladığımız, bir ideal gazın basıncının (iç enerjinin hacme bağlı olmadığı biri olarak tanımlanan), büyük termodinamik mutlak sıcaklıkla orantılı olmasıdır. Şunu da biliyoruz ki, basınç gaz ölçeğinde ölçülmüş sıcaklıkla orantılıdır. Dolayısıyla kinetik sıcaklığın "büyük termodinamik mutlak sıcaklık"la orantılı olduğunu çıkarabiliriz. Bu kuşkusuz demektir ki, akıllı olsaydık, iki ölçeği uzlaştırırdık. Bu durumda, en azından, iki ölçek çakışacak şekilde seçilirdi; orantı katsayısı 1 olarak seçilmiş olurdu. İnsanlar çoğu zaman kendilerine güçlük çıkarırlar, fakat bu meselede onları eşit yaptılar!

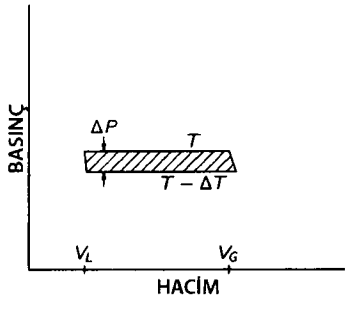


Şekil 45-3 Bir silindirin içinde sıkıştırılmış yoğuşabilir bir buhar için eş-sıcaklık çizgileri. Solda, madde sıvı evrededir. Sağda, madde buharlaşmıştır. Ortada, silindirin içinde hem sıvı hem de buhar vardır.

45-3 Clausius-Clapeyron denklemi

Bir sıvının buharlaşması, türettiğimiz sonuçların bir başka uygulamasıdır. Bir silindir içinde bir sıvıya sahip olduğumuzu varsayalım, öyle ki onu bir pistonu iterek sıkıştırabilelim ve kendimize soralım: "Sıcaklığı sabit tutarsak, basınç hacimle nasıl değişir?" Başka bir deyişle, P–V diyagramı üzerinde bir eş-sıcaklık eğrisi çizmek istiyoruz. Silindirin içindeki madde, daha önce ele aldığımız ideal gaz değildir; şimdi o bir sıvı ya da buhar evresinde olabilir ya da ikisi de mevcut olabilir. Yeterli basıncı uygularsak, madde sıvıya yoğunlaşacaktır. Şimdi daha da şiddetli sıkıştırırsak, hacim değişmeleri çok az olur ve eş-sıcaklık çizgisi, Şekil 45-3'te görüldüğü gibi, düşen hacimle süratle yükselir.

Pistonu dışa doğru çekerek hacmi büyütürsek, sıvının kaynamaya başlayacağı noktaya varıncaya dek basınç düşer ve sonra buhar oluşmaya başlar. Pistonu dışarı doğru daha da çekersek, olan tek şey, daha fazla sıvının buharlaşmasıdır. Silindirde bir parça sıvı ve bir parça buhar olduğunda, iki evre dengedir –aynı oranda sıvı buharlaşmakta ve buhar yoğuşmaktadır. Buhar için daha fazla yer açarsak, basıncı sürdürmek için daha fazla buhara ihtiyaç olur, böylece biraz daha sıvı buharlaşır, fakat basınç sabit kalır. Şekil 45-3'teki eğrinin düz kısmında basınç değişmez ve basıncın buradaki değerine *T sıcaklığındaki buhar basıncı* denir. Hacmi artırmayı sürdürürsek, bir zaman gelir ki artık orada buharlaşacak sıvı kalmaz. Bu noktada, hacmi daha da genişletirsek, P–V diyagramının sağında görüldüğü gibi, basınç sıradan bir gazdaki gibi düşecektir. Şekil 45-3'teki alt eğri, biraz düşük olan T–ΔT sıcaklığındaki eş-sıcaklık çizgisidir. Sıvı evredeki basınç hafifçe düşmüştür, çünkü sıvı sıcaklıktaki bir artmayla genişler (çoğu madde için, fakat donma noktası yakınındaki su için değil) ve kuşkusuz buhar basıncı düşük sıcaklıkta düşüktür.



Şekil 45-4 Yoğuşabilir buharlı bir silindirdeki bir Carnot çevriminde basınç-hacim diyagramı. Solda, madde sıvı durumdadır. Sıvıyı buharlaştırmak için T sıcaklığında bir L ısı miktarı eklenir. T sıcaklığı T–ΔT'ye değişirken, buhar adyabatik olarak genişler.

Şimdi, Şekil 45-4'te gösterildiği gibi, iki eş-sıcaklık çizgisinden, onları üstteki düz kesimin her iki ucunda (diyelim ki adyabatik çizgilerle) birleştirerek bir Carnot çevrimi yapacağız. Carnot'nun tartışmasını kullanacağız, bu bize şunu söyler: Onu bir sıvıdan buhara değiştirmek için maddeye eklenen ısı, çevrim boyunca giderken madde tarafından yapılan işle ilişkilidir. Silindir içindeki maddeyi buharlaştırmak için gereken ısıya L diyelim. (45.5) denkleminin hemen

öncesindeki tartışmada olduğu gibi, biliyoruz ki, $L(\Delta T/T)$ = madde tarafından yapılan iştir. Önceki gibi, madde tarafından yapılan iş taralı alan olup, bu yaklaşık olarak $\Delta P\,(V_G - V_L)$'dir; burada ΔP, T ve $T-\Delta T$ sıcaklıklarındaki buhar basınçlarının farkıdır, V_G gazın hacmi, V_L ise sıvının hacmi olup her ikisi de T sıcaklığındaki buhar basıncında ölçülmüştür. Alan için bu iki ifadeyi eşit yaparak, $L\,\Delta T/T = \Delta P\,(V_G - V_L)$, ya da

$$\frac{L}{T\,(V_G - V_L)} = \frac{\partial P_{\text{buh}}}{\partial T} \tag{45.14}$$

(45.14) denklemi, buhar basıncının sıcaklıkla değişim hızı ile sıvının buharlaşması için gereken ısı miktarı arasındaki bağıntıyı verir. Bu bağıntı Carnot tarafından çıkarılmıştı, fakat Clausius-Clapeyron denklemi olarak anılır.

(45.14) denklemini şimdi kinetik kuramdan çıkarılan sonuçlarla karşılaştıralım. V_G genelde V_L'den çok fazla büyüktür. Dolayısıyla $V_G - V_L \approx V_G = RT/P$ (mol başına) yazabiliriz. Ayrıca L'nin sabit, sıcaklıktan bağımsız olduğunu da varsayarsak –iyi bir yaklaşıklık değil– o zaman $\partial P/\partial T = L/(RT^2/P)$'ye sahip oluruz. Bu diferansiyel denklemin çözümü şudur:

$$P = \text{sabit}\; e^{-L/RT} \tag{45.15}$$

Bunu, daha önce kinetik kuramdan çıkardığımız basıncın sıcaklığa göre değişimiyle karşılaştıralım. Kinetik kuram, bir sıvının üzerindeki buharda birim hacimde bulunan molekül sayısının, en azından kabaca,

$$n = \left(\frac{1}{V_A}\right) e^{-(U_G - U_L)/RT} \tag{45.16}$$

olabileceğini göstermişti; burada $U_G - U_L$ gazda mol başına iç enerji eksi sıvıda mol başına iç enerjidir, yani bir mol sıvının buharlaşması için gerekli enerjidir. Termodinamikten (45.15) denklemiyle kinetik kuramdan (45.16) denklemi çok yakından ilişkilidir, çünkü basınç nkT'dir, fakat bunlar tam olarak aynı değildir. Bununla birlikte, L = sabit yerine $U_G - U_L$ = sabit olduğunu varsayarsak, onların aynı oldukları anlaşılır. $U_G - U_L$ = sabit, sıcaklıktan bağımsız olduğunu varsayarsak, o zaman (45.15) denklemine yol açan tartışma Denk. (45.16)'yı doğuracaktır. Hacim değişirken basınç sabit olduğu için, $U_G - U_L$ iç enerjisindeki değişme, eklenen L ısısı eksi yapılan $P(V_G - V_L)$ işine eşittir, böylece $L = (U_G + PV_G) - (U_L + PV_L)$ olur.

Bu karşılaştırma, kinetik kurama göre termodinamiğin getiri ve götürülerini gösterir: Her şeyden önce, termodinamikte elde edilen (45.14) denklemi tamdır; oysa, örneğin, U neredeyse sabitse ve model doğruysa, (45.16) denklemi ancak yaklaşık olabilir. İkinci olarak, gazın sıvıya nasıl dönüştüğünü uygun biçimde anlayamayabiliriz; yine de, (45.14) denklemi doğrudur, oysaki (45.16) sadece yaklaşıktır. Üçüncüsü, bizim işlemimiz sıvıya yoğuşan bir gaza uygulandığı halde, tartışma her hal değişimi için doğrudur. Örneğin, katıdan-sıvıya geçiş 45-3 ve 45-4 şekillerinde görülen aynı eğri türüne sahiptir. Ergime için *M/mol* gizil ısısını ortaya koyarak, Denk. (45.14)'e benzer denklem $(\partial P_{\text{erg}}/\partial T)_V = M/[T(V_{\text{sıvı}} - V_{\text{katı}})]$ şeklinde olur. Ergime sürecinin kinetik kuramını anlayamasak da, yine de doğru denkleme sahibiz. Bununla birlikte, kinetik kuramı *anlayabildiğimiz*de, bir başka avantajımız olur. (45.14) denklemi sadece bir diferansiyel bağıntıdır ve integrasyon sabitlerini elde etme yoluna sahip değilizdir. Olayı tam olarak betimleyen iyi bir modelimiz varsa, kinetik kuramda sabitleri de elde edebiliriz. Böylece her birinin getirileri ve götürüleri vardır. Bilgimiz zayıf ve durum karmaşık olduğu zaman, termodinamik bağıntılar gerçekten de çok güçlüdür. Durum çok basit olduğunda ve kuramsal çözümleme yapılabildiğinde, o zaman kuramsal çözümlemeden daha çok bilgi edinmeye çalışmak daha iyidir.

Bir örnek daha: Siyah cisim ışınımı. Işınımdan başka hiçbir şey içermeyen bir kutuyu tartışmıştık. Salıncı ve ışınım arasındaki denge hakkında konuş-

muştuk. Fotonların kutunun duvarlarına çarparak P basıncını sarf edeceğini de anlamış ve $PV = U/3$ denklemini bulmuştuk; burada U tüm fotonların toplam enerjisi ve V kutunun hacmidir. (45.7) temel denkleminde $U = 3PV$ koyarsak, şunu buluruz:*

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 3P = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P \tag{45.17}$$

Kutunun hacmi sabit olduğundan, integralini alabileceğimiz bir adi diferansiyel denklem elde etmek için, $(\partial P/\partial T)_V$ yerine dP/dT koyabiliriz ve integrali alırız. Sonuç şudur: $\ln P = 4 \ln T$ + sabit, ya da $P =$ sabit $\times T^4$. Işınım basıncı sıcaklığın dördüncü kuvvetiyle değişir ve ışınımın toplam enerji yoğunluğu $U/V = 3P$ de T^4 gibi değişir. $U/V = (4\sigma/c)T^4$ yazmak olağandır, burada c ışık hızıdır ve σ'ya ise *Stefan-Boltzmann sabiti* denir. σ'yı tek başına termodinamikten elde etmek mümkün değildir. İşte onun gücünün ve sınırlarının iyi bir örneği. U/V'nin sıcaklıkla T^4 gibi değiştiğini bilmek büyük bir iştir, fakat U/V'nin aslında her sıcaklıkta ne kadar büyük olduğunu bilmek, sadece tam bir kuramın sağlayabileceği türden bir ayrıntıya gitmemizi gerektirir. Siyah cisim için böyle bir kuramımız var ve σ sabiti için aşağıdaki tarzda bir ifade türetebiliriz.

Şiddet dağılımı, yani ω ile $d\omega$ arasındaki frekanslarla bir saniyede 1 m^2'den geçen enerji akışı $I(\omega)d\omega$ olsun. Enerji yoğunluk dağılımı = enerji/hacim = $I(\omega)d\omega/c$ şudur:

$$\frac{U}{V} = \text{toplam enerji yoğunluğu}$$

$$= \int_{\omega=0}^{\infty} \omega \text{ ile } \omega + d\omega \text{ arasındaki enerji yoğunluğu}$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{I(\omega)d\omega}{c}$$

Daha önceki tartışmalarımızdan biliyoruz ki

$$I(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^2(e^{\hbar\omega/kT} - 1)}$$

olarak yazılabilir. $I(\omega)$'nın bu ifadesini U/V denkleminde yerine koyarsak, şunu buluruz:

$$\frac{U}{V} = \frac{1}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \frac{\hbar\omega^3 d\omega}{(e^{\hbar\omega/kT} - 1)}$$

$x = \hbar\omega/kT$ koyarsak, ifade şu şekle gelir:

$$\frac{U}{V} = \frac{(kT)^4}{\hbar^3\pi^2c^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{(e^x - 1)}$$

Bu integral sırf bir sayıdır, bir eğri çizerek onun altındaki birim kareleri sayıp alanı yaklaşık olarak elde edebiliriz. Bu kabaca 6,5'tir. Aramızdaki matematikçiler bu integralin tam olarak $\pi^4/15$ olduğunu gösterebilirler.† Bu ifadeyi $U/V =$

---

* Bu durumda $(\partial P/\partial V)_T = 0$'dır, çünkü salınıcıyı verilen bir sıcaklıkta dengede tutmak için, kutunun hacmine bakılmaksızın, salınıcının komşuluğundaki ışınım aynı olmalıdır. Kutudaki fotonların toplam sayısı bu yüzden kutunun hacmiyle orantılıdır, öyleyse birim hacimdeki iç enerji ve dolayısıyla basınç sadece sıcaklığa bağlıdır.

† $(e^x - 1)^{-1} = e^{-x} + e^{-2x} + \cdots$ olduğundan, integral şudur:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-nx} x^3 dx.$$

Fakat $\int_0^{\infty} e^{-nx} dx = 1/n$ eşitliğinin üç kez diferansiyelini alarak $\int_0^{\infty} x^3 e^{-nx} dx = 6/n^4$ buluruz; böylece integral, $6(1 + \frac{1}{16} + \frac{1}{81} + \cdots)$'ye eşittir. İlk birkaç terimin toplanmasından iyi bir tahmin çıkar. Bölüm 50'de, tam sayıların ters dördüncü kuvvetlerinin toplamının aslında $\pi^4/90$ olduğunu göstermek için bir yol bulacağız.

$(4\sigma/c)\ T^4$ ile karşılaştırarak şunu buluruz:

$$\sigma = \frac{k^4\pi^2}{60\hbar^3c^2} = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \frac{\text{watt}}{(\text{metre})^2\,(\text{derece})^4}$$

Kutuda küçük bir delik açarsak, birim alanlı delikten saniyede ne kadar enerji akacaktır? Enerji yoğunluğundan enerji akışına gitmek için U/V enerji yoğunluğunu c ile çarpmalıyız. $\frac{1}{4}$ ile de çarpmalıyız; bu şuradan kaynaklanır: önce, sadece *dışarı* akan enerji kaçtığı için bir $\frac{1}{2}$ çarpanı ve ikinci olarak, deliğe normale göre bir açıyla yaklaşan enerji delikten geçme konusunda bir kosinüs çarpanıyla daha az etkindir. Kosinüsün ortalama değeri $\frac{1}{2}$'dir. Neden $U/V = (4\sigma/c)T^4$ yazdığımız artık açıktır: öyle ki sonunda küçük bir delikten geçen akı, birim alan başına σT^4'tür diyebiliriz.

46
DİŞLİ ÇARK VE MANDAL*

46-1 Bir dişli çark nasıl çalışır?

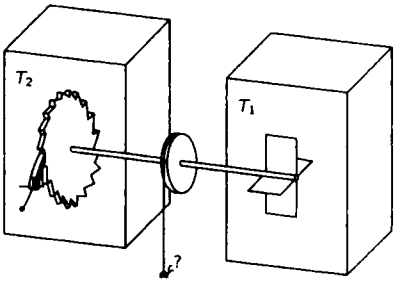
46-1 Bir dişli çark nasıl çalışır?
46-2 Bir makine olarak dişli çark
46-3 Mekanikte tersinirlik
46-4 Tersinmezlik
46-5 Düzen ve entropi

Bu bölümde dişli çark ve mandal denen çok basit bir düzeneği tartışacağız; bu düzenek bir milin sadece bir yönde dönmesine izin verir. Sadece bir yönde dönen bir şeye sahip olma olanağı, ayrıntılı ve özenli bir çözümleme ister ve bazı çok ilginç sonuçları vardır.

Tartışma tarzı, bir ısı makinesinden alınabilecek maksimum bir iş miktarının var olduğu gerçeğine moleküler ya da kinetik görüş açısından temel bir açıklama bulma girişiminde ortaya çıkmıştı. Kuşkusuz Carnot'nun düşüncesinin özünü anlamıştık, fakat onun fiziksel açıdan ne olduğunu görme anlamında basit bir açıklama bulmak hoş olurdu. Şimdi, ısının bir yerden başka bir yere akması halinde, ancak belli bir miktar iş elde edebileceğimizi göstermek için Newton yasalarından çıkarılan karmaşık matematiksel açıklamalar var, fakat bunu basit bir gösterime çevirmede büyük güçlükler söz konusudur. Kısacası, matematiğini izleyebildiğimiz halde, onu anlamıyoruz.

Carnot'nun tartışmasında, bir sıcaklıktan bir diğerine giderken belirli bir miktar işten daha fazlasının elde edilemeyeceği gerçeği, bir başka aksiyomdan çıkarılır; bu aksiyom, "her şey aynı sıcaklıktaysa, ısı bir devirsel süreç vasıtasıyla işe çevrilemez" şeklindedir. Önce, geri gidelim ve en azından bir basit örnekte, bu sade ifadenin neden doğru olduğunu anlamaya çalışalım.

Termodinamiğin İkinci Yasasını bozacak bir düzenek kurmaya çalışalım, bu öyle bir düzenek olsun ki her şeyin aynı sıcaklıkta olduğu bir ısı banyosundan iş üretsin. Diyelim ki belli bir sıcaklıkta bir kutu gaza sahibiz ve kutu içinde üzerinde bir pervane olan bir mil var (Şekil 46-1'e bakınız, fakat $T_1 = T_2 = T$). Gaz moleküllerinin pervane kanatlarını topa tutması nedeniyle, kanatlar hafif hafif titreşir ve sallanırlar. Tek yapmamız gereken, milin diğer ucuna tek yönde dönebilen bir tekerlek -bir dişli çark ve mandal- takmaktır. Bu durumda, mil bir yönde titremeye çalıştığında dönmeyecek, ama diğer yönde titrediğinde dönecektir. Böylece dişli çark yavaş yavaş dönecektir ve belki de mile geçirilmiş bir makaradan sarkan bir ipin ucuna bir pire bağlanırsa pireyi kaldıracaktır! Bunun mümkün olup olmadığını soralım şimdi. Carnot'nun varsayımı uyarınca, bu olanaksızdır. Fakat ona sırf bakarsak, *ilk bakışta* pekâlâ mümkünmüş gibi görünür. Gerçekten de, mandallı dişli çarka bakarsak, çok sayıda karmaşıklık görürüz.



Şekil 46-1 Mandallı dişli çark makinesi.

Öncelikle, ideal dişlimiz mümkün olduğunca basittir, fakat böyle olsa bile bir mandal vardır ve mandalda bir yay olmalıdır. Mandal bir dişten indikten sonra dönmelidir, bu nedenle yay gereklidir.

Bu mandallı dişli çarkın şekilde gösterilmeyen bir diğer özelliği çok vazgeçilmezdir. Düzeneğin müthiş esnek kısımlardan yapıldığını varsayın. Mandal dişin ucunda yukarı kalktıktan ve yayla geri çekildikten sonra, çarka karşı zıplar ve zıplamaya devam eder. Sonra, diğer inip çıkma geldiğinde, çark diğer yönde dönebilirdi, çünkü mandal yukarıda olduğu esnada diş alta ulaşır! Dolayısıyla çarkımızın tersinmezliğinin esas kısmı zıplamayı durduran bir sönüm ya da geçirmezlik mekanizmasıdır. Kuşkusuz sönüm meydana geldiğinde mandalda olan enerji çarka geçer ve ısı olarak gözükür. Böylece, anlaşılan o ki, çark gitgide ısınacaktır. İşi basitleştirmek için, ısının birazını almak üzere çarkın et-

* Bu bölümün eleştirel bir çözümlemesi için *Parrondo and Español, Am. J. Phys.* 64, 1125 (1996) makalesine bakınız.

rafına bir gaz koyarız. Her neyse, çarkla birlikte gazın sıcaklığı devamlı artıyor diyelim. Artma sonsuza kadar sürecek midir? Hayır! İkisi de aynı sıcaklıkta olan mandal ve çark Brown hareketine de sahiptir. Bu hareket öyledir ki arada bir, rastlantı sonucu, kanatların üstündeki Brown hareketi mili tam geriye doğru döndürmeye çalıştığı anda mandal kendini yukarıya ve bir dişin üzerine kaldırır. Nesneler ısındıkça, bu daha sık meydana gelir.

Böylece, bu düzeneğin devridaim hareketinde çalışmamasının nedeni budur. Kanatlar atıldığında, bazen mandal kendini yukarıya kaldırır ve ucun üzerine gider. Fakat bazen de diğer yönde dönmeye çalıştığında, mandal zaten çark tarafındaki hareketlerin dalgalanmaları nedeniyle yukarı kalkar ve çark diğer yönde geri gider! Net sonuç yoktur. Sıcaklık iki tarafta eşit olduğunda, çarkın net ortalama hareketinin olmayacağını göstermek zor değildir. Kuşkusuz çark şu yana ve bu yana çok fazla sallanma yapacaktır, fakat istediğimizi, yani sırf bir yönde dönme yapmayacaktır.

Bunun nedenine bakalım. Mandalı bir dişin tepesine çıkarmak için yaya karşı iş yapmak gerekir. Bu enerjiye ϵ diyelim ve θ dişler arasındaki açı olsun. Sistemin mandalı dişin tepesine ulaştırmaya yeterli ϵ enerjisini toplayabilme şansı $e^{-\epsilon/kT'}$dir. Fakat mandalın rastlantı sonucu yukarıda olma olasılığı da $e^{-\epsilon/kT}$ olacaktır. Böylece mandalın yukarıda olma ve çarkın serbestçe geriye doğru dönebilme sayısı, mandal aşağıdayken çarkın ileri doğru dönmesi için yeterli enerjiye sahip olma sayısı eşittir. Böylece bir "denge" elde ederiz ve çark dönmeyecektir.

46-2 Bir makine olarak dişli çark

Şimdi biraz daha ileri gidelim. Kanatların sıcaklığı T_1 ve dişli çarkın sıcaklığı T_2 olsun; ayrıca T_2' yi T_1'den küçük alalım. Çark soğuk ve mandalın dalgalanmaları görece seyrek olduğundan, mandalın bir ϵ enerjisi kazanması çok zor olacaktır. T_1 yüksek enerjisi nedeniyle, kanatların ϵ enerjisine ulaşması daha sık gerçekleşecektir; öyleyse aletimiz, tasarlandığı gibi, bir yönde gidecektir.

Şimdi de aletin ağırlıkları kaldırıp kaldıramayacağını görmek isteyelim. Ortadaki makara üzerine bir ip bağlayalım ve alt ucuna bir ağırlık, bir pire, iliştirelim. Ağırlık nedeniyle kuvvet momenti L olsun. L aşırı büyük değilse, makinemiz ağırlığı kaldıracaktır, çünkü Brown dalgalanmaları onun bir doğrultudaki hareketini diğerinden daha olası kılacaktır. Ne kadar ağırlık kaldırabileceğini, ne kadar hızlı gezineceğini ve benzeri şeyleri bulmak isteyelim.

Önce, dişli çarkın işlemesi için tasarlanan olağan yönü, yani ileri doğru hareketi düşünelim. Bir ilerleme için, kanattan ne kadar enerji alınmalıdır? Mandalı kaldırmak için ϵ kadar enerji almalıyız. Çark L kuvvet momentine karşı bir θ açısı kadar döner, böylece $L\theta$ enerjisine de ihtiyaç duyarız. Almamız gereken toplam enerji miktarı böylece $\epsilon+L\theta$'dır. Bu enerjiyi elde etme olasılığı, $e^{-(\epsilon+L\theta)/kT}$ ile orantılıdır. Aslında, tek sorun enerjiyi elde etmek değildir, ayrıca saniyede kaç kez bu enerjiye sahip olunacağını da bilmek isteriz. Saniyedeki olasılık $e^{-(\epsilon+L\theta)/kT_1}$ ile orantılıdır ve orantı katsayısına $1/\tau$ diyeceğiz. Bu nasıl olsa sonunda yok olacaktır. İleri doğru bir hareket olduğunda, ağırlık üzerine yapılan iş $L\theta$'dır. Kanattan alınan enerji $\epsilon + L\theta$'dır. İp ϵ enerjisiyle sarılır, sonra çat, pat, küte gider ve bu enerji ısıya harcanır. Alınan tüm enerji ağırlığın kaldırılmasına ve manalın sürülmesine harcanır, sonra mandal geri düşer ve diğer tarafa ısı verir.

Şimdi aksine, geriye doğru harekete bakalım. Burada ne olur? Çarkın geri doğru gitmesi için, tek yapmamız gereken, dişlinin kayması için mandalı yeterince yukarı kaldıracak enerjiyi sağlamaktır. Bu da yine ϵ enerjisidir. Mandalı bu kadar yukarı kaldırmak için saniye başına olasılığımız şimdi $(1/\tau)e^{-\epsilon/kT_2}$'dir. Orantı katsayımız aynıdır, fakat bu kez farklı sıcaklı nedeniyle kT_2 görünür. Bu olduğunda, çark geriye doğru kayacağından, iş açığa çıkar. Bir diş yitirir, öyleyse $L\theta$ işi verilir. Dişli çark sisteminden alınan enerji ϵ'dur ve pervane tarafında T_1 sıcaklığındaki gaza verilen enerji $L\theta + \epsilon$'dur. Bunun nedenini görmek

Tablo 46-1
Dişli çark ve mandal'ın işleyişinin özeti.

İleri doğru:	Gerekli enerji	$L\theta + \epsilon$	pervaneden $\therefore$ Hız $= \frac{1}{\tau} e^{-(L\theta+\epsilon)/kT_1}$,
	Pervaneden alınır	$L\theta + \epsilon$	
	İş yapılır	$L\theta$	
	Çarka verilir	ϵ	
Geri doğru:	Gerekli enerji	ϵ	mandal için $\therefore$ Hız $= \frac{1}{\tau} e^{-\epsilon/kT_2}$
	Çarktan alınır	ϵ	ters işaretle yukarıdakilerle aynı
	Açığa çıkarılan iş	$L\theta$	
	Mandala verilir	$L\theta + \epsilon$	

Sistem tersinirse, hızlar eşittir, dolayısıyla: $\frac{\epsilon + L\theta}{T_1} = \frac{\epsilon}{T_2}$

$\frac{\text{Çarka verilen ısı}}{\text{pervaneden alınan ısı}} = \frac{\epsilon}{L\theta + \epsilon}$ dolayısıyla: $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$

için biraz düşünmek yeter. Mandalın rastlantı sonucu bir dalgalanmayla kendi kendine yukarı kalktığını varsayın. Sonra mandal geri düştüğü zaman ve yay onu dişe karşı aşağı ittiğinde çarkı döndürmeye çalışan bir kuvvet vardır, çünkü diş onu bir eğik düzlem üzerinde itmektedir. Bu kuvvet iş yapmaktadır ve ağırlıklardan gelen kuvvet de böyledir. İkisi birlikte toplam kuvveti oluşturur ve yavaş yavaş açığa çıkan tüm enerji pervane tarafında ısı olarak görünür. (Kuşkusuz, bu, enerjinin korunumu vasıtasıyla olmalıdır, fakat bunu düşünürken dikkatli olunmalıdır!) Tüm bu enerjilerin tıpatıp aynı, fakat ters çevrilmiş olduğunu fark ederiz. Böylece, bu iki değerden hangisinin daha büyük olduğuna dayanarak, ağırlık ya yavaşça kaldırılır ya da yavaşça bırakılır. Kuşkusuz, bu devamlı olarak bir süre yukarıya ve bir süre aşağıya sallanıp durur, fakat biz ortalama davranıştan söz ediyoruz.

Varsayalım ki özel bir ağırlık için değerler eşit olsun. O zaman ipe sonsuz-küçük bir ağırlık ekleriz. Ağırlık yavaşça aşağıya gidecektir ve makine üzerine iş yapılacaktır. Enerji çarktan alınacak ve kanatlara verilecektir. Bunun yerine, ağırlıktan küçük bir parça çıkartırsak, o zaman dengesizlik diğer yönde olur. Ağırlık kaldırılır ve kanatlardan ısı alınır ve çarka verilir. Böylece, bu ikisinin tam eşit olması koşuluyla, Carnot'nun tersinir çevriminin koşullarına sahip oluruz. Bu koşul açıkça $(\epsilon + L\theta)/T_1 = \epsilon/T_2$ demektir. Diyelim ki makine yavaşça ağırlığı kaldırıyor. Q_1 enerjisi kanatlardan alınır ve Q_2 enerjisi çarka verilir ve bu enerjiler $(\epsilon + L\theta)/\epsilon$ oranındadırlar. Ağırlığı indiriyorsak, $Q_1/Q_2 = (\epsilon + L\theta)/\epsilon$ eşitliğine de sahibiz demektir. Böylece (Tablo 46-1) şuna sahibiz:

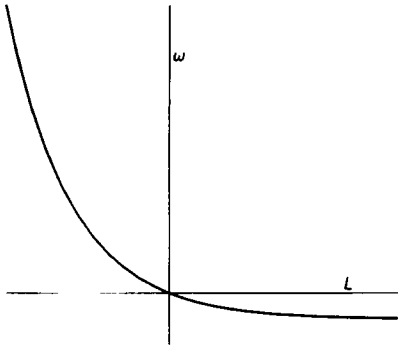
$$Q_1 / Q_2 = T_1 / T_2$$

Ayrıca, kanattan $L\theta$ olarak aldığımız enerjiyi $L\theta + \epsilon$'ye çıkaran iş, $(T_1 - T_2)/T_1$ olur. Düzeneğimizin, tersinir şekilde çalışarak, bundan daha fazla iş çıkaramayacağını anlarız. Bu, Carnot'nun tartışmalarından beklediğimiz sonuçtur ve bu bölümün esas dersidir. Bununla birlikte, düzeneğimizi birkaç başka olayı anlamak için, denge dışında bile ve dolayısıyla termodinamik bölgesinin ötesinde de kullanabiliriz.

Şimdi, her şey aynı sıcaklıkta olsaydı ve makaraya bir ağırlık assaydık, tekyönlü düzeneğimizin *ne kadar hızlı* döneceğini hesaplayalım. Çok şiddetli çekseydik, her türlü karmaşıklık olurdu; mandal dişli üzerinde kayar, yay veya başka bir şey kopardı. Fakat yeterince nazik çektiğimiz c için her şeyin güzelce işlediğini varsayalım. Bu durumlarda, iki sıcaklığın eşit olduklarını hatırlarsak, yukarıdaki çözümleme çarkın ileri ve geri gitme olasılığı için doğrudur. Mandalın her bir atlamasında bir θ açısı dönülür; böylece açısal hız, θ açısı

çarpı saniye başına bu atlamalardan birinin olasılığı olur. Çark $(1/\tau)e^{-(\epsilon+L\theta)/kT}$ olasılığıyla ileri doğru ve $(1/\tau)e^{-\epsilon/kT}$ olasılığıyla geri doğru gider, öyle ki açısal hız için şunu buluruz:

$$\omega = (\theta/\tau)(e^{-(\epsilon + L\theta)/kT} - e^{-\epsilon/kT})$$
$$= (\theta/\tau)e^{-\epsilon/kT}(e^{-L\theta/kT} - 1) \qquad (46.1)$$



Şekil 46-2 Kuvvet momentinin fonksiyonu olarak dişli çarkın açısal hızı.

L'ye göre ω'yı çizersek, Şekil 46-2'de görülen eğriyi elde ederiz. L'nin pozitif ya da negatif oluşunun büyük bir fark yarattığını görürüz. L pozitif bölgede büyürse, bu çarkı geri doğru sürmeye çalıştığımızda ortaya çıkar, geriye doğru olan hız bir sabite yaklaşır. L negatif olduğunda, devasa bir üsse sahip olan üstel çarpan çok büyük olduğundan, ω gerçekten ileri doğru "havalanır!"

Farklı kuvvetlerden elde ettiğimiz açısal hız çok asimetriktir. Bir yönde gitmek kolaydır: Küçük bir kuvvetle pekçok açısal hız elde ederiz. Diğer yönde gitmeye, çok kuvvet yükleriz, fakat buna karşın çark zor döner.

Aynı şey *elektriksel doğrultucu*da olur. Kuvvet yerine elektrik alanı ve açısal hız yerine de elektrik akımı vardır. Elektriksel doğrultucu halinde, gerilim dirençle orantılı değildir ve durum asimetriktir. Mekanik doğrultucu için yaptığımız aynı çözümleme, elektriksel doğrultucu için de çalışacaktır. Aslında, yukarıda elde ettiğimiz türden denklem, doğrultucuların akım-taşıyan sığalarında gerilimlerinin fonksiyonu olarak tipiktir.

Şimdi tüm ağırlıkları uzaklaştıralım ve özgün makineye bakalım. T_2 sıcaklığı T_1'den daha düşük olsaydı, herkesin inanacağı gibi, dişli çark ileri doğru giderdi. Fakat ilk bakışta inanılması güç olan, tersidir. T_2 sıcaklığı T_1'den büyükse, dişli çark ters yönde döner! İçinde çok ısı bulunan bir dinamik dişli çark kendi başına geri doğru işler, çünkü dişli mandalı zıplar. Bir an için mandal eğim üzerinde bir yerdeyse, eğik düzlemi yanlara iter. Fakat o *daima* eğik düzlemi itmektedir, çünkü bir diş noktasını geçmek için yeterli yüksekliğe kalkmışsa, o zaman eğik düzlem kayıp geçer ve mandal yine bir eğik düzlem üzerine düşer. Böylece sıcak mandallı bir dişli çark, özgün olarak tasarlandığının tam tersi yönünde dönmek için idealdir!

Simetrisiz tasarımın tüm maharetine karşın, iki sıcaklık tam eşitse, diğerine göre bir yönde daha doğal dönme eğilimi artık söz konusu değildir. Ona baktığımız an bir yönde ya da diğer yönde dönüyor olabilir, fakat uzun sürede hiçbir yere ulaşmaz. Hiçbir yere ulaşmaması gerçeği, aslında tüm termodinamiğin dayandığı temel derin ilkedir.

46-3 Mekanikte tersinirlik

Sıcaklık uzun süre her yerde aynı tutulursa, düzeneğimizin ne sağa ne sola döneceği konusunda derin mekanik ilke bize ne söyler? Açıkça şu temel önermeye sahibiz: Kendi başına bırakıldığında, yeterince uzun bir süreden sonra, bir yönde diğerinden daha büyük olasılıkla dönecek bir makine tasarlamanın hiçbir yolu yoktur. Bunun mekanik yasalarından nasıl çıkacağını görmeye çalışmalıyız. Mekaniğin yasaları şöyledir: Kütle çarpı ivme kuvvettir ve her parçacık üzerindeki kuvvet, tüm diğer parçacıkların konumlarının karmaşık bir fonksiyonudur. Kuvvetlerin hızlara bağlı olduğu, manyetizma gibi, başka durumlar da vardır; fakat şimdi bunları ele almayalım. Kütleçekim gibi, daha basit bir hali alalım, burada kuvvetler sadece konuma bağlıdır. Şimdi Denklemler cümlemizi çözdüğümüzü ve her bir parçacık için belli bir $x(t)$ hareketine sahip olduğumuzu varsayalım. Yeterince karmaşık bir sistemde, çözümler çok karmaşıktır ve zamanla şaşırtıcı şeylerin olduğu anlaşılır. Parçacıklar için istediğimiz herhangi bir düzenleme yazarsak, yeterince uzun süre beklediğimiz takdirde, bu düzenlemenin gerçekten de oluştuğunu görürüz! Çözümümüzü yeterince uzun zaman izlersek, deyim yerindeyse, elinden gelen her şeyi dener. Bu en basit dü-

zenekler için mutlak surette gerekli değildir, fakat sistemler çok sayıda atomla yeterince karmaşık hale geldiğinde, bu olur. Çözümün yapabileceği bir başka şey daha vardır. Hareket denklemlerini çözersek, $t + t^2 + t^3$ gibi belirli fonksiyonlar elde edebiliriz. Başka bir deyişle, tüm çözümün her yerinde t yerine $-t$ koyduğumuzda, aynı denklemin bir kez daha bir çözümünü bulacağız. Şu gerçekten ileri gelir bu: Özgün diferansiyel denklemde t yerine $-t$ koyarsak, sadece t'ye göre ikinci türev yer aldığından, hiçbir şey değişmez. Bu demektir ki belli bir harekete sahipsek, bu durumda tam ters hareket de mümkündür. Yeterince uzun zaman beklediğimizde ortaya çıkan tam kafa karışıklığında, sistem kendini bazen bir yönde gitmekte ve bazen de diğer yönde gitmekte olduğunu bulur. Hareketlerden birinin diğerinden daha güzel olduğu hiçbir şey yoktur. Dolayısıyla, uzun dönemde, bir yönde gitmesinin diğer yönde gitmesinden daha muhtemel olacak bir makine tasarlamak olanaksızdır; yeter ki bu makine yeterince karmaşık olsun.

Bunun açıkça gerçek-dışı olduğu bir örnek yaratılabilirdi. Örneğin, bir tekerlek alır ve onu boş uzayda döndürürsek, sonsuza kadar aynı şekilde dönecektir. Öyleyse yukarıdaki tartışmayı bozan, açısal momentumun korunumu gibi, bazı koşullar vardır. Bu, tartışmanın biraz daha fazla özenle yapılmış olmasını gerektirir. Belki duvarlar açısal momentum kapar ya da bunun gibi bir şey, öyle ki özel korunum yasalarına sahip olmayız. O zaman, sistem yeterince karmaşıksa, tartışma doğrudur. Bu mekanik yasalarının tersinir olduğu gerçeğine dayanır.

Tarihsel ilgi için, gazların dinamik kuramını ilk olarak anlamaya çalışan Maxwell'in icat ettiği bir düzeneği dikkatinize sunmak istiyoruz. Aşağıdaki durumu varsaymıştı: Aynı sıcaklıkta iki kutu gazımız olsun ve aralarında küçük bir delik bulunsun. Delikte küçük bir şeytan oturmaktadır (kuşkusuz o bir makine olabilir!). Delik üzerinde, şeytan tarafından açılıp kapanabilen bir kapı var. Soldan gelen molekülleri izliyor. Ne zaman hızlı bir molekül görürse, kapıyı açıyor. Yavaş birini gördüğünde, onu kapalı tutuyor. Onun özel bir şeytan olmasını istersek, kafasının arkasında gözlere sahip olabilir ve diğer yandan moleküllere tersini yapar. Yavaş olanları sola bırakır ve hızlı olanları sağa. Çok yakında, sol yan soğuk ve sağ yan sıcak olacaktır. O zaman, böyle bir şeytana sahip olduğumuz için, termodinamik fikirleri bozulacak mıdır?

Küçük-boyutlu bir şeytan oluşturursak, bu şeytanın kendisi o kadar çok ısınır ki bir süre sonra çok iyi göremez. En basit olası şeytan, örneğin bir yayla delik üzerine tutturulmuş bir tuzak kapı olabilir. Bir hızlı molekül delikten geçer, çünkü bu molekül tuzak kapıyı yukarı kaldırabilir. Yavaş molekül geçemez ve geri seker. Fakat bu, bizim değişik yapıdaki mandallı dişli çarktan başka bir şey değildir ve sonuçta mekanizma ısınacaktır. Şeytanın özgül ısısının sonsuz olmadığını kabul edersek, o ısınmalıdır. O sonlu sayıda iç dişlilere falan sahiptir, dolayısıyla molekülleri gözlemekten ötürü edineceği fazlalık ısıdan kurtulamaz. Kısa sürede Brown hareketinden o kadar çok sallanır ki, moleküller geliyor mu gidiyor mu bir yana, kendisi geliyor mu gidiyor mu onu bile söyleyemez, böylece ara-kapı işlemez.

46-4 Tersinmezlik

Tüm fizik yasaları tersinir midir? Besbelli ki hayır! Sırf kırılan bir yumurtayı düzene sokmaya çalışın! Filmi ters yönde oynatın; herkesin gülmeye başlaması sadece birkaç dakika alır. Tüm olayların en doğal belirtici yanı, onların açıkça tersinmez oluşlarıdır.

Tersinmezlik nereden gelir? Newton yasalarından gelmez. Her şeyin davranışının sonuçta fizik yasaları cinsinden anlaşılabileceğini iddia edersek ve ayrıca tüm denklemlerin $t = -t$ koyduğumuzda bir başka çözüm vereceği şeklindeki düşsel özelliğe sahip oldukları anlaşılırsa, o zaman her olay tersinirdir. Öyleyse doğada büyük ölçekte nesnelerin tersinir olmamaları nasıl mümkün hale gelir? Bir yasanın, bir üstü kapalı fakat temel bir denklemin var olması gerekti-

ği açıktır; belki elektrikte, belki de nötrino fiziğinde; orada belki zamanın hangi yönde gittiği *önemlidir*.

Şimdi bu soruyu tartışalım. Bu yasalardan birini, "entropi daima artar" diyenini zaten biliyoruz. Bir sıcak nesnemiz ve bir de soğuk nesnemiz varsa, ısı sıcaktan soğuğa gider. Demek ki entropi yasası böyle bir yasadır. Fakat entropi yasasını mekaniğin görüş açısından anlamayı bekleriz. Aslında, sırf mekanik tartışmalardan ısının kendiliğinden geriye doğru akamayacağının tüm sonuçlarını elde etmeyi az önce başarmıştık ve böylece İkinci Yasayı anlayabilmiştik. Görünüşe bakılırsa, tersinir denklemlerden tersinmezliğe ulaşabiliriz. Fakat kullandığımız *sadece* bir mekaniksel sav mıydı? Buna daha yakından bakalım.

Sorumuz entropiyle ilgili olduğuna göre, sorunumuz entropinin mikroskobik bir betimlemesini bulmaya çalışmaktır. Bir şeyin, örneğin bir gazın içinde belirli miktarda enerjiye sahip olduğumuzu söylersek, o zaman onun mikroskobik bir resmini elde edebiliriz ve deriz ki her atom belli bir enerjiye sahiptir. Tüm bu enerjiler bir araya toplandığında bize toplam enerjiyi verir. Benzer olarak, belki de her atom belli bir entropiye sahiptir. Her şeyi toplarsak, toplam entropiye sahip oluruz. Bu o kadar iyi işlemez, ama ne olduğuna bakalım.

Bir örnek olmak üzere, bir hacimde belli sıcaklıkta bir gaz ile bir başka hacimde aynı sıcaklıkta bir gaz arasındaki entropi farkını hesaplayalım. Entropideki değişimin

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$

olduğunu 44. Bölümden hatırlıyoruz. Bu durumda, sıcaklık değişmediği için, gazın enerjisi genişlemeden önce ve sonra aynıdır. Dolayısıyla gaz tarafından yapılan işe eşit olacak kadar ısı eklemeliyiz, ya da hacimdeki her küçük değişim için

$$dQ = P\,dV$$

kadar ısı eklemeliyiz. Bu dQ ifadesini yerine koyarak, Bölüm 44'te elde ettiğimiz gibi, şunu buluruz:

$$\Delta S = \int_{V_1}^{V_2} P\,\frac{dV}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{NkT}{V}\,\frac{dV}{T}$$

$$= Nk \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Örneğin, hacmi 2 çarpanıyla genişletirsek, entropi değişimi Nk ln 2 olur.

Şimdi bir başka ilginç örnek alalım. Ortada bir duvar olan bir kutumuz olduğunu varsayın. Bir yanda neon ("siyah" moleküller) ve diğer yanda argon ("beyaz" moleküller) bulunsun. Şimdi duvarı kaldıralım ve bırakalım karışsınlar. Entropi ne kadar değişmiştir? Duvar yerine deliklere sahip bir piston düşünmek mümkündür; öyle ki delikler beyaz molekülleri geçirsin, ama siyahları geçirmesin; ayrıca bir başka tür piston düşünün ki siyahları geçirsin, fakat beyazları geçirmesin. Bir pistonu her bir uca hareket ettirirsek, her bir gaz için problemin, biraz önce çözdüğümüz problem gibi olduğunu görürüz. Öyleyse Nk ln 2'lik bir entropi değişimi elde ederiz; bu demektir ki entropi molekül başına k ln 2 kadar artmıştı. 2 sayısı, molekülün sahip olduğu, oldukça özel, fazlalık boş yer ile ilgilidir. Molekülün kendisinin bir özelliği değildir bu, etrafta molekülün oradan oraya koşturacağı ne kadar boş yere sahip olduğuyla ilgilidir. Bu tuhaf bir durumdur, orada entropi artar, fakat orada her şey aynı sıcaklığa ve aynı enerjiye sahiptir! Değişen tek şey, moleküllerin farklı şekilde dağılmış olmalarıdır.

İyice biliyoruz ki sırf duvarı kaldırırsak, uzun bir zaman sonra, çarpışmalar, hafif hafif sallanmalar, çarpmalar vb şeyler nedeniyle, her şey karışacaktır. Arada sırada bir beyaz molekül bir siyah moleküle doğru ve bir siyah molekül bir beyaza doğru gider ve belki de birbirlerinin yanından geçerler. Yavaş yavaş

beyazlar, rastlantı sonucu, siyahların boşluklarına ve siyahlar da beyazların boşluklarına sızarlar. Yeterince uzun süre beklersek, bir karışım elde ederiz. Açıkça, bu gerçek dünyada tersinmez bir süreçtir ve entropide bir artmayı içermelidir.

İşte size tamamen tersinir olaylardan oluşmuş tersinmez bir sürecin basit bir örneği. Her seferinde herhangi iki molekül arasında bir çarpışma vardır; onlar belli doğrultularda çekip giderler. Bir çarpışmayı tersinden filme çekseydik, filmde hiçbir sorun olmazdı. Aslında, bir tür çarpışma diğeriyle tam olarak aynıdır. Demek ki karışma tamamen tersinirdir, fakat yine de tüm olay tersinmezdir. Ayrılmış olan beyazlarla ve siyahlarla başlamışsak, birkaç dakikada bir karışım elde edebildiğimizi herkes bilir. Oturup ona birkaç dakika daha bakarsak, tekrar ayrılmayıp karışım olarak kaldığını görürüz. Öyleyse tersinir durumlara dayanan bir tersinmezliğe sahibizdir. Fakat şimdi *nedenini* de anlarız. Bir bakıma *düzenli* bir yerleştirmeyle başladık. Bu, çarpışmaların karmaşası (kaosu) nedeniyle, düzensiz hale gelir. *Tersinmezliğin kaynağı, bir düzenli yerleştirmeden bir düzensiz yerleştirmeye değişimdir.*

Şurası gerçektir ki bunun filmini çekseydik ve gerisin geri oynatsaydık, yavaş yavaş düzenli hale geldiğini görürdük. Birisi "Bu fizik yasalarına aykırıdır!" derdi. Böylece filmi yeni baştan oynatırdık ve her bir çarpışmaya bakardık. Her biri mükemmel görünürdü ve her biri fizik yasalarına uyar durumdaydı. Nedeni, kuşkusuz, her molekülün hızının tam doğru olmasıdır, böylece yolların tümü geri izlenseydi, onlar özgün durumlarına geri gelirdi. Fakat bu, sahip olma olasılığı çok düşük bir durumdur. Sadece beyazlardan ve siyahlardan ibaret, ama hiçbir özel yerleştirmeye sahip olmayan bir gazla başlarsak, asla geri –yani düzenli hale– gelmez.

46-5 Düzen ve entropi

Böylece şimdi düzensizlik ve düzenlilikle ne kastettiğimizi konuşmalıyız. Bu, bir hoş düzenlilik ve hoş-olmayan düzensizlik sorunu değildir. Karışmış ve karışmamış durumlar arasındaki farkın ne olduğu aşağıdadır. Uzayı küçük hacim elemanlarına ayırdığımızı düşünelim. Beyaz ve siyah moleküllerimiz varsa, onları hacim elemanlarına, bir yanda beyazlar ve diğer yanda siyahlar olmak üzere, kaç şekilde dağıtabilirdik? Diğer taraftan, hangisinin nereye gittiğine bakmaksızın, onları kaç şekilde dağıtabilirdik? Açıkça, onları ikinci halde düzenlemek için çok daha fazla yol vardır. "Düzensizliği", içlerinin düzenlenebileceği yolların sayısıyla ölçeriz, öyle ki bunlar dışarıdan aynı görünsün. *Bu yolların sayısının logaritması entropidir.* Ayrılmış haldeki yolların sayısı daha azdır, dolayısıyla entropi daha az, ya da "düzensizlik" daha azdır.

Böylece düzensizliği, yukarıdaki teknik tanımıyla önermeyi anlayabiliriz. Birinci olarak, entropi düzensizliği ölçer. İkinci olarak, evren daima "düzenden düzensizliğe" gider, böylece entropi daima artar. Düzenli, yerleştirmeyi beğendiğimiz anlamında düzenli değildir; fakat onunla ilişki kurabileceğimiz ve yine de dışarıdan aynı gibi görünen farklı yolların sayısı anlamında oldukça sınırlıdır. Gaz karışımı filmimizi tersine çevirdiğimiz durumda, düşündüğümüz kadar çok düzensizlik yoktu. Her tek atom tam olarak doğru hız ve yöne sahipti! Entropi, öyle görünse bile, sonuçta yüksek değildi.

Diğer fizik yasalarının tersinirliğine ne denir? İvmelenen yüklerden kaynaklanan elektrik alanı hakkında konuştuğumuzda, gecikmiş alanı almalıyız denmişti. Bir yükten bir t anında ve bir r uzaklığında, $t + r/c$ değil de, $t - r/c$ anındaki ivmeden ileri gelen alanı alırız. Böylece, ilk bakışta, sanki elektrik yasası tersinir değilmiş gibi görünür. Bununla birlikte, çok gariptir ki, kullandığımız yasalar, Maxwell denklemleri denen denklemler cümlesinden ortaya çıkmaktadır ve aslında, Maxwell denklemleri tersinirdir. Üstelik, şunu iddia etmek olasıdır; sadece $t + r/c$'deki durumdan ileri gelen ilerlemiş alanı kullanmış olsaydık ve onu tamamen kapalı bir uzayda kesinkes tutarlı olarak yapsaydık, her şey sanki gecikmiş alanları kullanıyormuşuz gibi tam aynı olurdu! Elektrikte görünüşte olan bu tersinmezlik, en azından bir kutu içinde, hiç de bir tersinmezlik

değildir. Bunun için zaten bir hisse sahibiz, çünkü biliyoruz ki salınan bir yük alanlar doğurur, bu alanlar bir kutunun duvarlarından sekerler ve en sonunda bir dengeye gelirler; burada tek taraflılık yoktur. Gecikmiş alan yaklaşımı, sadece çözüm yönteminde bir kolaylıktır.

Bildiğimiz kadarıyla, Newton denklemleri gibi, fiziğin tüm yasaları tersinirdir. Öyleyse tersinmezlik nereden gelmektedir? Düzenden düzensizliğe giderken ortaya çıkmaktadır, fakat düzenin kökenlerini öğrenmedikçe bunu anlayamayız. Her gün kendimizi içinde bulduğumuz durumlar neden daima dengeden uzaktır? Bunun olası bir açıklaması aşağıdadır. Yine beyaz ve siyah moleküllerle karışmış kutumuza bakalım. Eğer yeterince uzun bir süre beklersek, yoldan sapmayla, büyük ölçüde olanak-dışı, fakat olası, rastlantı sonucu, moleküllerin bir yanda çoğunlukla beyaz ve diğer yanda çoğunlukla siyah olduğu bir dağılım mümkündür. Bundan sonra, zaman geçtikçe ve rastlantılar sürdükçe, onlar yine daha fazla karışır.

Böylece bugünün dünyasında yüksek derecede düzenin olası bir açıklaması, sadece bir şans sorunudur. Büyük olasılıkla evrenimiz geçmişte bir tür dalgalanmaya sahip olmuş, o esnada nesneler bir şekilde ayrılmıştı ve şimdi birbirlerine doğru geri gelmekteler. Bu tür bir kuram asimetrik değildir, çünkü ayrılmış gazın ya biraz gelecekte ya da biraz geçmişte ne gibi görüneceğini sorabiliriz. Her bir durumda, ara-bölgede gri bir leke görürüz, moleküller yine karışmaktadır. Zamanı hangi yöne işletirsek işletelim, gaz karışır. Böylece bu kuram, tersinmezliğin yaşamın kazalarından sadece biri olduğunu söyleyebilir.

Olayın bu olmadığını kanıtlamaya çalışmak isteyebiliriz. Bir defada kutunun tümüne bakmayıp, sadece bir parçasına baktığımızı düşünelim. Bu durumda, belli bir anda, belli miktarda bir düzen keşfettiğimizi varsayın. Bu küçük parçada, beyazlar ve siyahlar ayrılmış durumdadır. Henüz bakmadığımız yerlerdeki durum hakkında ne çıkarabiliriz? Düzenin gerçekten de bir dalgalanmayla tam düzensizlikten ortaya çıktığına inanıyorsak, elbette onu doğurabilecek en büyük olasılıklı dalgalanmayı almalıyız ve bu en büyük olasılıklı durum, onun kalanını da çözülmüş hale getiren durum *değil*dir! Dolayısıyla, dünyanın bir dalgalanma olması varsayımından, tüm beklentiler şudur; dünyanın daha önce hiç görmediğimiz bir parçasına bakarsak, onun karışmış olduğunu göreceğiz ve biraz önce baktığımız parça gibi olmadığını göreceğiz. Bizim düzenimiz bir dalgalanmadan kaynaklanmış olsaydı, onu fark ettiğimiz yerden başka hiçbir yerde düzen beklemezdik.

Evrenin geçmişi gerçekten düzenli olduğundan, şimdi ayrılmanın olduğunu varsayarız. Bu bir dalgalanma nedeniyle olmayıp, kullanılan her şeyin beyaz ve siyah olmasındandır. Şimdi bu kuram diğer yerlerde düzen olacağını öngörür: düzen bir dalgalanma nedeniyle değildir, fakat zamanın başlangıcında çok daha yüksek bir düzenlilik nedeniyledir. Bu durumda, henüz bakmadığımız yerlerde düzen bulmayı bekleriz.

Örneğin astronomlar sadece yıldızların bazılarına bakmışlardı. Her gün teleskoblarını diğer yıldızlara çevirirler ve yeni yıldızların da, diğer yıldızlar gibi, aynı şeyi yaptıklarını görürler. Dolayısıyla, evrenin bir dalgalanma *olmadığı* ve düzenin, evren başladığı zamanki koşulların bir anısı olduğu sonucuna varırız. Onun mantığını anlıyoruz demek değildir bu. Her nedense, bir zamanlar evren kendi enerji içeriği için çok düşük bir entropiye sahipti ve o zamandan bu yana entropisi arttı da arttı. Geleceğe doğru da aynen böyle olacak. Tüm tersinmezliğin kökeni işte budur; budur büyüme ve bozunma süreçlerini yapan; bize geleceği değil ama geçmişi bu hatırlatır; düzenin şimdikinden daha yüksek olduğu evrenin tarihindeki o ana yakın şeyleri hatırlatır ve gelecek denen o düzensizliğin şimdikinden daha yüksek olduğu zamandaki şeyleri bu nedenle hatırlayamamaktayız. Böylece, daha önceki bir bölümde açıkladığımız gibi, eğer ona yeterince yakından bakarsak, tüm evren bir bardak şaraptadır. Bu durumda bir bardak şarap karmaşıktır, çünkü su ve bardak ve ışık ve başka her şey vardır.

Fizik konumuzun bir başka tadı, dişli çark ve mandal gibi, basit ve idealleştirilmiş şeylerin bile sadece evrenin parçaları olmaları nedeniyle çalıştıklarıdır.

Mandallı dişli çark sadece bir yönde çalışır, çünkü evrenin geri kalanıyla bazı yüksek ilişkilere sahiptir. Mandallı dişli çark bir kutu içinde olsaydı ve yeterli bir süre için yalıtılsaydı, çark bir yönde diğerinden daha büyük olasılıkla gitmeyebilirdi. Fakat perdeleri kaldırıp ışıkları salıverdiğimizden, dünya üzerinde serinleyip güneşten ısı aldığımızdan, yaptığımız mandallı dişli çarklar bir yönde dönebilirler. Bu bir-yönlülük, dişli çarkın evrenin parçası olması gerçeğiyle karşılıklı ilişkilidir. Evrenin parçası oluşu, sadece evrenin fizik yasalarına uyması anlamında değildir, fakat onun bir-yönlü davranışı, tüm evrenin bir-yönlü davranışına bağlıdır. Evren tarihinin başlangıcının gizemi, spekülasyondan daha da ileri bilimsel anlayışa götürülmedikçe, bu tam manasıyla anlaşılamaz.

47

SES. DALGA DENKLEMİ

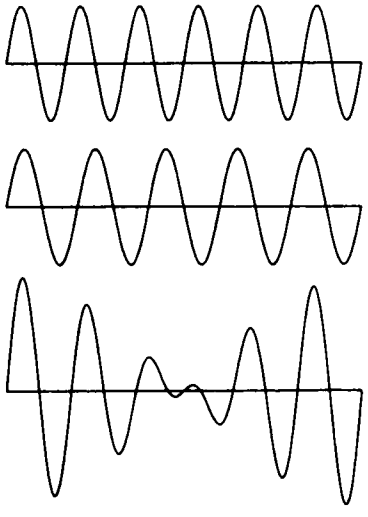
47-1 Dalgalar

47-1 Dalgalar
47-2 Sesin yayılması
47-3 Dalga denklemi
47-4 Dalga denkleminin çözümleri
47-5 Ses hızı

Bu bölümde *dalgalar* olayını tartışacağız. Fizikte pek çok konuda görünen bir olaydır bu; dolayısıyla burada sadece ele aldığımız ses özel örneği nedeniyle değil, fakat ayrıca fiziğin tüm dallarındaki fikirlerin çok daha geniş uygulaması nedeniyle bu konu üzerine yoğunlaşacağız.

Harmonik salınıcıyı incelediğimizde, titreşen sistemlerin sadece mekanik örnekleri değil, elektriksel örneklerinin de var olduğu belirtilmişti. Dalgalar salınan sistemlerle ilgilidir; üstelik, dalga titreşimleri sadece bir yerde zaman-titreşimleri olarak görünmezler, ayrıca uzayda yayılırlar da.

Dalgaları aslında daha önce incelemiştik. Işığı incelediğimizde, o konudaki dalgaların özelliklerini öğrenirken, farklı yerleşimlerdeki farklı kaynaklardan gelen tümü aynı frekanslı dalgaların uzaydaki girişimlerine tüm dikkatimizi vermiştik. Işıkta, yani elektromanyetik dalgalarda ve dalgaların başka yapılarında görülen henüz tartışmadığımız iki önemli dalga olayı vardır. Bunlardan biri, uzayda girişim değil de, *zamanda girişim* olayıdır. Hafifçe farklı frekanslarda iki ses kaynağımız varsa ve ikisini de aynı anda dinlersek, o zaman dalgaların bazen tepeleri ve bazen de tepe ve çukuru bir araya gelir (bkz. Şekil 47-1). Sonuçta ortaya çıkan sesin yükselmesi ve alçalması, *vurular* olayı, ya da başka bir deyişle, zamanda girişim olayıdır. İkinci olay, dalgaların verilen bir hacim içine sınırlanması ve duvarlardan geri ve ileri yansımasıyla sonuçlanan dalga örüntülerini içerir.



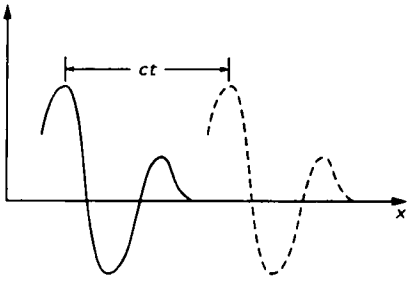
Şekil 47-1 Hafifçe farklı frekanslarla iki ses kaynağının zamanca girişimi, vuruları yaratır.

Bu etkiler, kuşkusuz, elektromanyetik dalgalar halinde tartışılabilirdi. Bunun yapılmamasının nedeni, bir örnek vererek aynı anda pek çok farklı konuyu gerçekten öğreniyoruz hissini yaratmamaktı. Elektrodinamiğin ötesindeki dalgaların genel uygulanabilirliğini vurgulamak için, burada farklı bir örnek, özel olarak ses dalgalarını ele alıyoruz.

Dalgaların başka örnekleri, sahile vurduğunu gördüğümüz uzun kabarmalardan oluşan su dalgalarıdır, ya da yüzey gerilimi kırışıklıklarından ibaret olan küçük su dalgalarıdır. Bir diğer örnek olarak, katılarda iki tür esnek dalga vardır; katının parçacıklarının dalganın yayılma doğrultusu boyunca ileri ve geri titreşmesi demek olan sıkışma dalgası (ya da boyuna dalga; bir gaz içindeki ses dalgaları bu türdendir) ve katının parçacıklarının yayılmaya dik doğrultuda titreştiği enine dalga. Yeryüzü kabuğunun bir yerindeki bir hareket tarafından üretilen deprem dalgaları her iki türden esnek dalgaları kapsar.

Daha başka dalga örneği modern fizikte bulunur. Bunlar bir parçacığı verilen bir yerde bulma olasılık genliğini veren dalgalardır: daha önce tartıştığımız "madde dalgaları". Onların frekansı enerjiyle ve dalga sayısı momentumla orantılıdır. Bunlar kuantum mekaniğinin dalgalarıdır.

Bu bölümde sadece hızın dalga boyundan bağımsız olduğu dalgaları ele alacağız. Bu, örneğin, boşluktaki ışık için olan haldir. Işığın hızı, radyo dalgalarının, mavi ışığın, yeşil ışığın ya da diğer her dalga boyundaki "ışık"ın hızıyla aynıdır. Bu davranıştan ötürü, dalga olayını betimlemeye başladığımızda, ilk başta dalga yayılmasına sahip olduğumuzu önemsemedik. Bunun yerine, dedik ki eğer bir yerde bir yük hareket ederse, bir x mesafesinde oluşan elektrik alanı, t anındaki değil de, daha önceki bir $t - x/c$ anındaki ivmeyle orantılıdır. Dolayısıyla elektrik alanını belli bir anda uzayda Şekil 47-2'deki gibi resmetseydik,



Şekil 47-2 Devamlı eğri, bir anda elektrik alanının nasıl olabileceğini ve kesikli eğriyse elektrik alanının sonraki bir t anında nasıl görüneceğini gösterir.

elektrik alanı, bir t süresinde, şekilde gösterildiği gibi, ct mesafesine hareket ederdi. Matematiksel olarak, aldığımız tek-boyutlu örnekte elektrik alanı $x-ct$'nin bir fonksiyonudur diyebiliriz. Onun $t = 0$'da x'in bir fonksiyonu olduğunu görürüz. Daha sonraki bir zamanı düşünürsek, elektrik alanının aynı değerini elde etmek için, sadece x'i biraz artırmamız gerekir. Örneğin, maksimum alan sıfır zamanında $x = 3$'te meydana geldiyse, sonra t zamanında maksimum alanın yeni konumunu bulmak için

$$x - ct = 3 \quad \text{ya da} \quad x = 3 + ct$$

yapmamız gerekir. Bu tür bir fonksiyonun bir dalganın yayılmasını temsil ettiğini anlarız.

Öyleyse $f(x - ct)$ gibi bir fonksiyon bir dalgayı temsil eder. Bir dalganın bu şekilde betimlenişini, $\Delta x = c\,\Delta t$ olduğunda, basitçe

$$f(x - ct) = f(x + \Delta x - c(t + \Delta t))$$

diyerek özetleyebiliriz. Kuşkusuz bir başka olanak daha vardır; Şekil 47-2'de gösterildiği gibi, soldaki bir kaynak yerine, sağda bir kaynak olabilir ve dalga negatif x'e doğru yayılırdı. O zaman dalga $g(x + ct)$ ile betimlenebilirdi.

Bir ek olanak da, uzayda aynı anda birden fazla dalganın var olmasıdır; böylece bir elektrik alanı, her biri bağımsız olarak yayılan iki alanın toplamı olur. Elektrik alanının bu davranışı, şöyle diyerek betimlenebilir: $f_1(x - ct)$ bir dalga ve $f_2(x - ct)$ bir diğer dalgaysa, onların toplamı da bir dalgadır. Buna üst üste gelme ilkesi denir. Aynı ilke seste de geçerlidir.

Şu olguyu iyi biliriz; bir ses üretilmişse, üretilmiş olan aynı ses dizisini tam aslına uygun olarak duyarız. Yüksek frekanslar düşük frekanslardan daha hızlı gitseydi, kısa, keskin bir gürültü, bir müziksel sesler silsilesi olarak duyulabilirdi. Benzer şekilde, kırmızı ışık mavi ışıktan daha hızlı seyahat etseydi, bir beyaz ışık çakması önce kırmızı olarak, sonra beyaz olarak ve sonunda mavi olarak görünürdü. Bunun doğru olmadığını iyi biliyoruz. Hem ses ve hem de ışık havada neredeyse frekanstan bağımsız olarak hareket eder. Bu bağımsızlığın doğru olmadığı dalga yayılması örnekleri 48. Bölümde ele alınacaktır.

Işık (elektromanyetik dalgalar) halinde, bir yükün ivmelenmesi sonucunda bir noktada oluşan elektrik alanını belirten bir kural vermiştik. Şimdi seste de yapmamız gerekenin böyle bir kural vermek olduğu beklenebilirdi; öyle ki havanın bir niteliği, örneğin basıncı, kaynaktan verilen bir mesafede kaynağın hareketi cinsinden, sesin seyahat süresiyle gecikmiş olarak, saptanabilsin. Işık halinde bu işlem kabul edilebilirdi, çünkü bildiğimiz tek şey, bir yerdeki bir yükün bir başka yerdeki bir başka yüke bir kuvvet uyguladığıydı. Bir yerden bir başka yere yayılmanın ayrıntıları hiç mi hiç önemli değildi. Oysa, ses halinde biliyoruz ki ses, kaynakla duyan kişi arasındaki hava aracılığıyla yayılır ve verilen herhangi bir anda havanın basıncı nedir diye sormak kesinlikle doğal bir sorudur. Ayrıca, havanın nasıl hareket ettiğini tam olarak bilmek isteriz. Elektrikte bir kural kabul edebilirdik, çünkü elektrik yasalarını henüz bilmiyoruz diyebilirdik; fakat sese gelince aynı kelamı edemezdik. Havada ses basıncının nasıl hareket ettiğini belirten bir kuralla hoşnut olamazdık, çünkü süreç mekanik yasalarının bir sonucu olarak anlaşılabilmelidir. Kısacası, ses mekaniğin bir dalıdır ve dolayısıyla Newton yasaları cinsinden anlaşılabilir. Sesin bir yerden bir başka yere yayılması sadece mekaniğin ve bir gaz içinde yayılıyorsa gazların özelliklerinin ya da sıvı ve katı ortamlarda yayılıyorsa onların özelliklerinin bir sonucudur. Işığın özelliklerini ve onun dalga yayılmasını, daha sonra elektrodinamik yasalarından benzer bir yolla türeteceğiz.

47-2 Sesin yayılması

Sesin kaynaktan alıcıya yayılması özelliklerinin türetilişini Newton yasalarının bir sonucu olarak vereceğiz ve kaynak ile alıcının etkileşmesini ele almayacağız. Normalde onu özel olarak türetme yerine bir sonucu vurgulayacağız. Bu bölümde karşı görüşü ele alacağız. Burada mesele, bir anlamda, türetmenin kendisidir. Eski olayların yasalarını bildiğimiz takdirde, yeni olayları eskileri cinsinden açıklama işi, matematiksel fiziğin belki de en büyük becerisidir. Matematiksel fizikçinin iki işi vardır: biri verilmiş denklemlere çözümler bulmak ve diğeri yeni bir olayı betimleyecek denklemler kurmaktır. Buradaki türetme, ikinci tür işe bir örnektir.

Burada en basit örneği ala alacağız: bir boyutta sesin yayılması. Böyle bir türetmeyi gerçekleştirmek için, önce ne olduğunu anlamak gerekir. Temel olarak işe karışan şey şudur; bir cisim hava içinde bir yerde hareket ediyorsa, hava içerisinde ilerleyen bir çalkantı gözleriz. Ne tür bir çalkantı olduğunu sorarsak, cismin hareketinin basınçta bir değişme doğurması beklenir diyebiliriz. Kuşkusuz, cisim nazikçe hareket ettirilirse, hava sadece onun etrafında akar, fakat ilgilendiğimiz hızlı bir harekettir, öyle ki böyle bir akış için yeterli zaman yoktur. Bu duruma, hareketle birlikte, hava sıkışır ve basınçta bir değişim doğar, bu da yakındaki havayı iter. Bu kez bu hava sıkışır, o da yine fazlalık bir basınca yol açar ve bir dalga yayılması olur.

Şimdi böyle bir süreci denklemle ifade etmeye çalışalım. Önce ihtiyaç duyduğumuz değişkenlere karar vermeliyiz. Özel problemimizde havanın ne kadar hareket etmiş olduğunu bilme gereği duyarız; öyleyse ses dalgasındaki hava *yerdeğiştirmesi* kesinlikle uygun bir değişkendir. Ayrıca yer değiştirdikçe, hava *yoğunluğu*nun nasıl değiştiğini betimlemek isteriz. Hava *basıncı* da değişir, böylece bu da bir diğer ilgili değişkendir. Bu durumda, elbette havanın bir *hızı* vardır, öyle ki hava parçacıklarının hızını betimlemek durumundayız. Hava parçacıkları *ivme*ye de sahiptir; fakat bu pek çok değişkeni listelediğimizde, hava yerdeğiştirmesinin zamanla nasıl değiştiğini bilince hız ve ivmenin zaten bilineceğinin hemen farkına varırız.

Dediğimiz gibi, dalgayı bir boyutta ele alacağız. Kaynaktan yeterince uzaktaysak, *dalga cepheleri* neredeyse düzlemler olacağından, bunu yapabiliriz. Böylece en az karmaşıklığa sahip örneği alarak tartışmamızı daha basit hale getiririz. Bu durumda, χ yerdeğiştirmesinin y ve z'ye bağlı olmayıp sadece x ve t'ye bağlı olduğunu söyleyebiliriz. Dolayısıyla havanın betimlenmesi $\chi(x,t)$ ile verilir.

Bu betimleme tam mıdır? Tam olmaktan uzak gibi görünebilir, çünkü moleküllerin nasıl hareket ettiklerinin ayrıntılarından hiçbirini bilmiyoruz. Onlar bütün doğrultularda hareket etmektedir ve bu gidişat bu $\chi(x,t)$ fonksiyonu vasıtasıyla kesinlikle betimlenemez. Kinetik kuram açısından, bir yerde daha yüksek molekül yoğunluğuna ve bu yerin bitişiğinde daha düşük yoğunluğa sahipsek, moleküller, bu farkı dengelemek için, yüksek yoğunluklu bölgeden düşük yoğunluklu bir yere hareket edeceklerdir. Görünüşe bakılırsa, bir salınım elde edemeyiz ve ses meydana gelmez. Ses elde etmek için şu durum gerekmektedir: Moleküller yüksek yoğunluklu ve yüksek basınçlı bölgeden fırlayıp çıktıklarında, düşük yoğunluklu bitişik bölgedeki moleküllere momentum verirler. Ses üretilmesi için, yoğunluk ve basıncın değiştiği bölgeler, diğer moleküllerle çarpışmadan önce moleküllerin katettikleri mesafeden çok daha büyük olmalıdır. Bu mesafe ortalama serbest yoldur ve basınç tepeleri ile çukurları arasındaki mesafe bundan çok daha büyük olmalıdır. Aksi halde, moleküller tepeden çukura serbestçe hareket eder ve derhal dalgayı sıvayıp yok eder.

Gazın davranışını ortalama serbest yola göre büyük bir ölçekte betimleyeceğimiz açıktır ve böylece gazın özellikleri tek tek moleküller cinsinden betimlenmeyecektir. Örneğin, yerdeğiştirme, küçük bir gaz elemanının kütle merkezinin yerdeğiştirmesi olacaktır ve basınç ya da yoğunluk, bu bölgenin basınç ya da

yoğunluğu olacaktır. Basınca P ve yoğunluğa ρ diyeceğiz ve bunlar x ve t'nin fonksiyonları olacaktır. Bu betimlemenin yaklaşık olduğu ve sadece bu gaz özellikleri mesafeyle aşırı hızlı değişmediği sürece geçerli olduğu akılda tutulmalıdır.

47-3 Dalga denklemi

Ses dalgaları olayının fiziği şu üç niteliği kapsar:

I. Gaz hareket eder ve yoğunluk değişir.
II. Yoğunluktaki değişme, basınçta bir değişmeye karşılık gelir.
II. Basınç eşitsizlikleri gaz hareketini doğurur.

Önce 2'yi ele alalım. Bir gaz, sıvı ya da katı için, basınç yoğunluğun bit fonksiyonudur. Ses dalgası ulaşmadan önce, P_0 basınçlı ve buna karşılık gelen ρ_0 yoğunluklu dengeye sahibiz. Ortamdaki P basıncı, yoğunluğa tipik bir $P = f(\rho)$ fonksiyonuyla bağlıdır ve özellikle P_0 denge basıncı $P_0 = f(\rho_0)$ ile verilir. Seste basıncın denge değerinden değişimleri aşırı derecede küçüktür. Basıncı ölçmek için uygun birim *bar*'dır; 1 bar = 10^5 N/m^2'dir. 1standart atmosfer basıncı neredeyse 1 bardır: tam olarak, 1 atm = 1,0133 bar'dır. Kulağın duyarlılığı kabaca logaritmik olduğundan, seste, şiddetlerin bir logaritmik ölçeğini kullanırız. Bu ölçek desibel ölçeğidir; bunda, P basınç genliği için, akustik basınç düzeyi şöyle tanımlanır:

$$I \text{ (akustik basınç düzeyi)} = 20 \log_{10} (P/P_{\text{ref}}) \text{ dB cinsinden} \qquad (47.1)$$

Burada referans basıncı $P_{\text{ref}} = 2 \times 10^{-10}$ *bar*'dır. $P = 10^3 P_{\text{ref}} = 2 \times 10^{-7}$ *bar*'lık* bir basınç genliği, 60 desibellik orta şiddette bir sese karşılık gelir. Görüyorsunuz ki sesteki basınç değişimleri, dengeyle ya da 1 atm'lik ortalama basınçla karşılaştırıldığında aşırı derecede küçüktür. Yerdeğiştirmeler ve yoğunluk değişmeleri buna paralel olarak aşırı derecede küçüktür. Patlamalarda böyle küçük değişmeler yoktur; üretilen fazlalık basınçlar 1 atm'den büyük olabilir. Bu büyük basınç değişmeleri, daha sonra ele alacağımız yeni etkilere yol açar. Seste, 100 dB'in üzerindeki akustik şiddet düzeylerini genelde ele almayız; 120 dB kulağa ağrı veren bir düzeydir. Dolayısıyla, ses için,

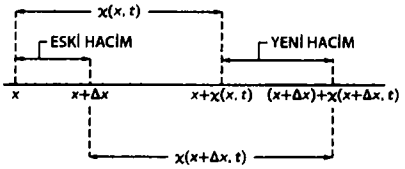
$$P = P_0 + P_e, \quad \rho = \rho_0 + \rho_e \qquad (47.2)$$

yazarsak, P_e basınç değişiminin P_0'la karşılaştırıldığında çok küçük ve ρ_e yoğunluk değişiminin ρ_0'la karşılaştırıldığında çok küçük olduğunu daima aklımızda tutacağız. O zaman

$$P_0 + P_e = f(\rho_0 + \rho_e) = f(\rho_0) + \rho_e f'(\rho_0) \qquad (47.3)$$

buluruz; burada $P_0 = f(\rho_0)$'dır ve $f'(\rho_0)$, $f(\rho)$'nun $\rho = \rho_0$'da değerlendirilmiş türevidir. ρ_e çok küçük olduğu için, bu eşitlikte sadece ilk iki terimi aldık. Bu yolla fazlalık P_e basıncını fazlalık ρ_e yoğunluğuyla orantılı buluruz ve orantı katsayısına κ deriz:

$$P_e = \kappa \rho_e, \quad \text{burada} \quad \kappa = f'(\rho_0) = (dP/d\rho)_0 \qquad (47.4)$$



Şekil 47-3 Havanın x noktasındaki yerdeğiştirmesi $\chi(x,t)$'dir ve $x + \Delta x$'teki $\chi(x+\Delta x,t)$'dir. Düzlem dalganın birim yüzeyi için havanın özgün hacmi Δx'tir; yeni hacim ise $\Delta x + \chi(x + \Delta x, t) - \chi(x,t)$'dir.

2 için gereken bağıntı, bu çok basit bağıntıdır.

Şimdi de 1'i ele alalım. Ses dalgası tarafından tedirgenmemiş bir hava parçasının konumunun x ve ses nedeniyle t anındaki yerdeğiştirmesinin $\chi(x,t)$ olduğunu varsayalım (Şekil 47-3). Bitişikteki hava parçasının tedirgenmemiş konumu $x + \Delta x$ ve onun yeni konumu $x + \Delta x + \chi(x + \Delta x)$'tir. Yoğunluk değişimlerini aşağıdaki gibi buluruz. Kendimizi düzlem dalgalara kısıtladığımızdan, ses dalgasının yayılma doğrultusu olan x-doğrultusuna dik bir birim alan alabiliriz. Δx içinde birim alan başına hava miktarı $\rho_0 \Delta x$'tir; burada ρ_0 tedirgenmemiş, ya da dengedeki hava yoğunluğudur. Ses dalgasınca yerinden edilen bu hava şim-

* P_{ref}'in bu seçimiyle, P, ses dalgasındaki doruk basınç değil, fakat ortalama karekök basıncıdır; ki bu da $1/(2)^{1/2}$ kere doruk basınçtır.

di $x + \chi(x,t)$ ile $x + \Delta x + \chi(x+\Delta x,t)$ arasına serilmiştir, öyle ki bu aralık içindeki aynı madde tedirgenmemişken Δx içindeydi. ρ yeni yoğunluksa, o zaman

$$\rho_0 \Delta x = \rho[x + \Delta x + \chi(x + \Delta x,t) - x - \chi(x,t)] \tag{47.5}$$

olur. Δx küçük olduğundan, $\chi(x + \Delta x,t) - \chi(x,t) = (\partial\chi/\partial x)\Delta x$ yazabiliriz. Bu türev, χ hem x ve hem de t'ye bağlı olduğundan, parçalı türevdir. Denklemimiz bu nedenle aşağıdaki gibidir:

$$\rho_0 \Delta x = \rho\left(\frac{\partial\chi}{\partial x}\ \Delta x + \Delta x\right) \tag{47.6}$$

ya da

$$\rho_0 = (\rho_0 + \rho_e)\ \frac{\partial\chi}{\partial x}\ + \rho_0 + \rho_e \tag{47.7}$$

Şimdi ses dalgalarında tüm değişimler küçüktür; ρ_e küçüktür, χ küçüktür ve $\partial\chi/\partial x$ de küçüktür. Dolayısıyla biraz önce bulduğumuz

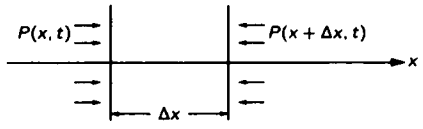
$$\rho_e = -\rho_0\ \frac{\partial\chi}{\partial x}\ - \rho_e\ \frac{\partial\chi}{\partial x} \tag{47.8}$$

bağıntısında $\rho_e\ (\partial\chi/\partial x)$ terimini $\rho_0\ (\partial\chi/\partial x)$ terimi yanında ihmal edebiliriz. Böylece I için gereksindiğimiz bağıntıyı elde ederiz:

$$\rho_e = -\rho_0\ \frac{\partial\chi}{\partial x} \qquad \text{(I)} \tag{47.9}$$

Fiziksel olarak beklediğimiz bu denklemdir. Yerdeğiştirmeler x ile değişime uğruyorsa, o zaman yoğunluk değişimleri olacaktır. İşaret de doğrudur: χ yerdeğiştirmesi x ile artıyorsa, öyle ki hava genişler, bu durumda yoğunluk azalmalıdır.

Artık üçüncü denkleme, basınç tarafından doğurulan hareket denklemine ihtiyacımız var. Kuvvet ve basınç arasındaki bağıntıyı bilirsek, o zaman hareket denklemini elde edebiliriz. x'e dik Δx genişliğinde birim yüzeyli ince bir dilim alırsak, bu dilimin kütlesi $\rho_0\ \Delta x$ olur ve $\partial^2\chi/\partial t^2$ ivmesine sahiptir; böylece kütle kere bu madde diliminin ivmesi $\rho_0\ \Delta x(\partial^2\chi/\partial t^2)$'tir. (Küçük Δx için, $\partial^2\chi/\partial t^2$ ivmesinin dilimin bir ucunda ya da arada bir yerlerde geliştirilmiş olması hiç fark etmez.) Şimdi x'e dik bir birim yüzey için bu madde üzerindeki kuvveti bulursak, o $\rho_0\ \Delta x(\partial^2\chi/\partial t^2)$'ye eşit olacaktır. x'te + x-yönünde birim yüzey başına $P(x,t)$ miktarında ve $x + \Delta x$'te zıt yönde birim yüzey başına $P(x + \Delta x,t)$ miktarında kuvvete sahibiz (Şekil 47-4):



Şekil 47-4 x'e dik birim alan üzerine etkiyen basınç tarafından pozitif x-yönünde doğurulan net kuvvet $-(\partial P/\partial x)\Delta x$'tir.

$$P(x,t) - P(x + \Delta x,t) = -\ \frac{\partial P}{\partial x}\ \Delta x = -\ \frac{\partial P_e}{\partial x}\ \Delta x \tag{47.10}$$

Çünkü Δx küçüktür ve P'nin değişen tek parçası fazlalık P_e basıncıdır. Artık III'e de sahibiz:

$$\rho_0\ \frac{\partial^e\chi}{\partial t^2}\ = -\ \frac{\partial P_e}{\partial x} \qquad \text{(III)} \tag{47.11}$$

Böylece nesneleri birbirlerine bağlamak ve bir değişkene, diyelim ki χ'ye, indirgemek için yeterli denklemlere sahibiz. (II)'yi kullanarak (III)'ten P_e'yi yok edebiliriz, öyle ki

$$\rho_0\ \frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}\ = -\kappa\ \frac{\partial\rho_e}{\partial x} \tag{47.12}$$

elde ederiz ve sonra ρ_e'yi yok etmek için (I)'i kullanırız. Bu yolla ρ_0'lar birbirini götürür ve geriye şu denklem kalır:

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}\ = \kappa\ \frac{\partial^2\chi}{\partial x^2} \tag{47.13}$$

$c_s^2 = \kappa$ diyeceğiz; böylece üstteki denklemi şöyle yazabiliriz:

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}\ = \frac{1}{c_s^2}\ \frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} \tag{47.14}$$

Bu, madde içinde sesin davranışını betimleyen dalga denklemidir.

47-4 Dalga denkleminin çözümleri

Şimdi bu denklemin gerçekten de madde içindeki ses dalgalarının esas özelliklerini betimleyip betimlemediğini görebiliriz. Bir ses atması ya da çalkantısının sabit bir hızla hareket edeceği sonucuna varmak istiyoruz. İki farklı atmanın birbiri içinden geçebildiğini –üst üste gelme ilkesi– doğrulamak istiyoruz. Şunu da doğrulamak istiyoruz ki ses ya sağa ya da sola gidebilir. Tüm bu özellikler bu bir denklem içinde kapsanmalıdır.

Sabit v hızıyla hareket eden herhangi bir düzlem-dalga çalkantısının $f(x-vt)$ yapısına sahip olduğunu belirtmiştik. Şimdi $\chi(x,t) = f(x-vt)$'nin dalga denkleminin bir çözümü olup olmadığını görmeliyiz. $\partial\chi/\partial x$'i hesaplarsak, fonksiyonun türevini elde ederiz: $\partial\chi/\partial x = f'(x-vt)$. Bir kez daha türev alırsak şunu buluruz:

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2} = f''(x-vt) \tag{47.15}$$

Bu aynı fonksiyonun t'ye göre türevi $-v$ kere fonksiyonun türevini verir: $\partial\chi/\partial t = -v\,f'(x-vt)$ ve ikinci türev ise şudur:

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2} = v^2 f''(x-vt) \tag{47.16}$$

v dalga hızı c_s olmak üzere, $f(x-vt)$'nin dalga denklemini sağlayacağı açıktır.

Dolayısıyla her ses çalkantısının c_s hızıyla yayılacağını ve ayrıca

$$c_s = \kappa^{1/2} = (dP/d\rho)_0^{1/2}$$

olduğunu *mekanik yasaları*ndan bulduk; böylece *dalga hızını ortamın bir özelliğine bağlamış olduk.*

Bir dalganın ters yönde seyahat ettiğini düşünelim, öyle ki $\chi(x,t) = g(x+vt)$'dir. Böyle bir çalkantının da dalga denklemini sağladığını görmek kolaydır. Böyle bir dalga ile soldan sağa giden bir dalganın arasındaki tek fark v'nin işaretidir, fakat fonksiyonun değişkeni ister $x + vt$ isterse $x - vt$ olsun, $\partial^2\chi/\partial t^2$'nin işaretini etkilemez bu, çünkü sadece v^2'yi içerir. Dalgalar için her iki yönde de c_s hızıyla ilerleyen birer çözümün var olduğu ortaya çıkar.

Aşırı derecede ilginç bir soru üst üste gelme sorusudur. χ_1 gibi bir çözüm bulduğumuzu varsayalım. Bu demektir ki, χ_1'in x'e göre ikinci türevi $1/c_s^2$ kere χ_1'in t'e göre ikinci türevine eşittir. Şimdi herhangi bir başka çözüm χ_2 aynı özelliğe sahip olsun. Bu iki çözümü

$$\chi(x,t) = \chi_1(x,t) + \chi_2(x,t) \tag{47.17}$$

şeklinde üst üste getirelim ve $\chi(x,t)$'nin de bir dalga olduğunu, yani $\chi(x,t)$'nin de dalga denklemini sağladığını göstermek isteyelim.

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\chi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\chi_2}{\partial x^2} \tag{47.18}$$

ve ayrıca

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2\chi_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2\chi_2}{\partial t^2} \tag{47.19}$$

olduğundan, bu sonucu kolayca kanıtlayabiliriz: $\partial^2\chi/\partial x^2 = (1/c_s^2)\,\partial^2\chi/\partial t^2$'dir, öyle ki üst üste gelme ilkesini doğrulamış oluruz. Üst üste gelme ilkesinin ispatı, dalga denkleminin χ'ye göre *doğrusal* olması gerçeğinden çıkar.

Şimdi x-doğrultusunda yayılan bir düzlemsel ışık dalgasının, elektrik alanının y-doğrultusunda titreşecek şekilde kutuplanacağını ve aşağıdaki dalga denklemini sağlayacağını tahmin edebiliriz:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \tag{47.20}$$

Burada c ışığın hızıdır. Bu dalga denklemi Maxwell denklemlerinden biridir. Mekanik denklemlerinin ses için yol açacağı dalga denkleminin tıpkısına, elektrodinamiğin denklemleri de ışık için yol açar.

47-5 Sesin hızı

Ses için dalga denkleminin çıkarılması, bize dalga hızı ile normal basınçta basıncın yoğunlukla değişim hızını birbirine bağlayan bir *denklem* vermişti:

$$c_s = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_0 \tag{47.21}$$

Bu değişim hızını geliştirmede, sıcaklığın nasıl değiştiğini bilmemiz esastır. Bir ses dalgasında, sıkışma bölgesinde sıcaklığın yükselmesini ve yoğunluğun azaldığı bölgedeyse sıcaklığın düşmesini bekleriz. Basıncın yoğunlukla değişmesini ilk hesaplayan Newton'du ve o sıcaklığın değişmediğini kabul etmişti. Isının bir bölgeden diğerine öylesine hızlı iletildiğini ileri sürmüştü ki sıcaklık yükselemez ya da düşemezdi. Bu tartışma sesin eş-sıcaklık hızını verir ve bu yanlıştır. Doğru türetme daha sonra Laplace tarafından verilmişti; o ters fikri ortaya atmıştı: bir ses dalgasında basınç ve sıcaklık adyabatik olarak değişir. Sıkışmış bölgeden seyrekleşmiş bölgeye ısı akışı, dalga boyu ortalama serbest yola göre daha uzun olmak koşuluyla, ihmal edilebilir. Bu koşul altında, bir ses dalgasında az miktarda ısı akışı, ses enerjisinin birazcık soğrulmasına neden olsa da, hızı etkilemez. Dalga boyu ortalama serbest yola yaklaştıkça, gerektiği gibi bu soğurmanın artacağını bekleyebiliriz.

Bir ses dalgasında basıncın yoğunlukla gerçek değişimi, ısı akışına izin vermeyen bir değişimdir. Bu, PV^γ = sabit olarak bulduğumuz adyabatik değişime karşılık gelir, burada V hacimdir. ρ yoğunluğu V'nin tersiyle değiştiğine göre, P ile ρ arasındaki adyabatik ilişki

$$P = \text{sabit}\ \rho^\gamma \tag{47.22}$$

olup, bundan $dP/d\rho = \gamma P/\rho$ elde ederiz. Bu durumda ses hızı için aşağıdaki bağıntıyı buluruz:

$$c_s^2 = \frac{\gamma P}{\rho} \tag{47.23}$$

$c_s^2 = \gamma PV/\rho V$ de yazabiliriz ve $PV = NkT$ bağıntısını kullanırız. Ayrıca görürüz ki ρV gazın kütlesidir, bu kütleyi Nm ya da μ olarak da ifade edebiliriz; burada m bir molekülün kütlesi ve μ molekül ağırlığıdır. Bu yolla şunu buluruz:

$$c_s^2 = \frac{\gamma kT}{m} = \frac{\gamma RT}{\mu} \tag{47.24}$$

Buradan açıkça görülür ki sesin hızı sadece gaz sıcaklığına bağlıdır, basınca ya da yoğunluğa değil. Ayrıca

$$kT = \tfrac{1}{2}m\langle v^2\rangle \tag{47.25}$$

olduğunu da gözlemiştik, burada $\langle v^2\rangle$ moleküllerin hızının ortalama karesidir. Bu değer kullanılarak $c_s^2 = (\gamma/3)\ \langle v^2\rangle$ ya da

$$c_s = \left(\frac{\gamma}{3}\right)^{1/2} v_{\text{ort.}} \tag{47.26}$$

çıkar. Bu denklem, sesin hızının kabaca $1/(3)^{1/2}$ gibi bir sayı kere moleküllerin $v_{\text{ort.}}$ ortalama hızı (ortalama hız karesinin karekökü) olduğunu söyler. Başka bir deyişle, sesin hızı moleküllerin hızıyla aynı büyüklük mertebesindedir ve gerçekte bu ortalama hızdan biraz küçüktür.

Kuşkusuz böyle bir sonuç beklemeliydik, çünkü basınçtaki değişme gibi bir çalkantı, ne de olsa, moleküllerin hareketiyle yayılır. Bununla birlikte, böyle bir sav bize kesin yayılma hızını söylemez; sesin aslında en hızlı moleküllerle ya da en yavaş moleküllerle taşındığı anlaşılabilirdi. Ses hızının kabaca ortalama $v_{\text{ort.}}$ moleküler hızın $\frac{1}{2}$'si olduğu akla yakın ve doyurucudur.

48

VURULAR

48-1 İki dalganın toplanması

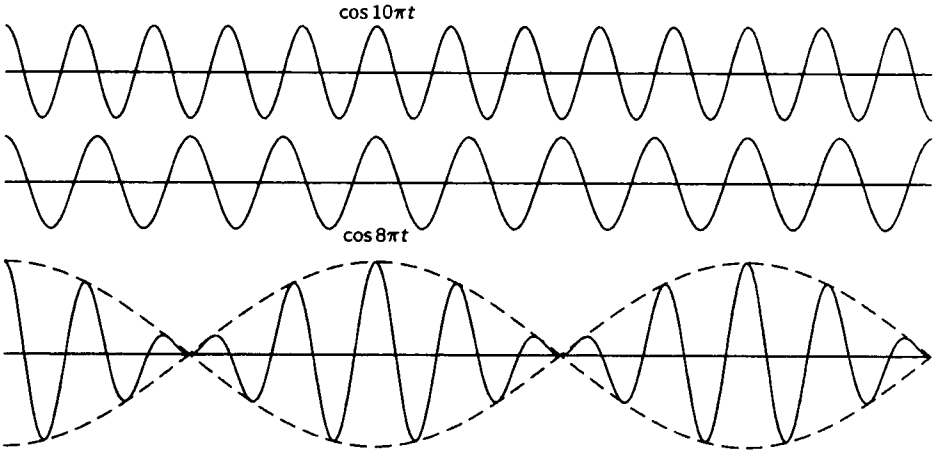
48-1 İki dalganın eklenmesi
48-2 Vuru notaları ve kipleme
48-3 Yan bantlar
48-4 Yerelleşmiş dalga katarları
48-5 Parçacıklar için olasılık genlikleri
48-6 Üç boyutta dalgalar
48-7 Normal kipler

Bir süre önce, ışık dalgalarının özelliklerini ve onların girişimini –yani, farklı kaynaklardan gelen iki dalganın üst üste gelmesinin etkilerini– epeyce ayrıntılı olarak tartışmıştık. Tüm bu çözümlemelerde, kaynakların frekanslarının tamamen aynı olduklarını varsaymıştık. Bu bölümde, *farklı* frekanslara sahip iki kaynağın girişiminden ileri gelen olayların bazılarını tartışacağız.

Ne olacağı kolayca tahmin edilir. Daha önce yaptığımız gibi aynı şekilde davranarak, aynı frekansla titreşen iki eşit kaynağa sahip olduğumuzu varsayalım ve onların evreleri öyle ayarlanmış olsun ki sinyaller bir P noktasına eşevreli ulaşsınlar. Bu noktada, onlar ışıksa, ışık çok şiddetlidir; onlar sesse, ses çok yüksektir. Diğer taraftan, ulaşan sinyaller 180°'lik evre farkına sahipseler, P'de hiç sinyal elde etmeyiz, çünkü oradaki net genlik bir minimumdur. Şimdi birisi kaynaklardan birinin "evre düğmesi"ni çevirip P'deki evreyi ileri geri değiştirsin, diyelim ki önce onu 0° ve sonra 180° vb yapsın. Bu durumda, kuşkusuz, net sinyal şiddetinde değişimler buluruz. Şunu da görürüz: Bir kaynağın evresi diğerinin evresine göre sıfırdan başlayarak, kademeli bir şekilde, düzgün tarzda, on, yirmi, otuz, kırk vb derecelerle giderek yavaş yavaş değişiyorsa, o zaman P'de gözleyebileceğimiz şey, kuvvetli ve zayıf "atmalar"ın bir dizisi olur, çünkü evre 360° boyunca kaydığı zaman, genlik yine maksimuma döner. Kuşkusuz, bir kaynak evresini diğerine göre düzgün oranda kaydırıyor demek, saniyedeki titreşim sayısı ikisi için hafifçe farklıdır demekle aynıdır.

Yanıtı biliyoruz: Hafifçe farklı frekanslarda iki kaynağımız varsa, net bir sonuç olarak, yavaşça nabız atışlarına benzer şiddette bir titreşim buluruz. Gerçekte konu işte budur!

Bu sonucu matematiksel denklemini yazmak çok kolaydır. Örneğin, iki dalgamız olduğunu ve şu an için tüm uzaysal bağıntılar hususunda endişelenmediğimizi varsayalım, fakat basitçe P'ye ne ulaşıyorsa onu çözümleyelim. Bir kaynaktan, diyelim ki, $\cos \omega_1 t$ ve diğer kaynaktan $\cos \omega_2 t$ dalgası geliyor, burada iki ω tam olarak aynı değildir. Genlikler de elbette aynı olmayabilir, fakat genel problemi daha sonra çözebiliriz; önce genliklerin eşit olduğu hali alalım. O zaman P'deki toplam genlik bu iki kosinüsün toplamıdır. Dalgaların genliklerini, Şekil 48-1'deki gibi, zamanın fonksiyonu olarak çizersek, tepelerin çakıştı-



Şekil 48-1 8:10 oranında frekanslara sahip iki kosinüs dalgasının üst üste gelmesi. Her bir "vuru" içerisindeki örüntünün kesin tekrarı, genel halin tipine özgü değildir.

ğı yerde şiddetli bir dalga elde ederiz ve bir tepeyle çukurun çakıştığı yerdeyse pratik olarak sıfır elde ederiz ve sonra tepeler çakıştığında yine şiddetli bir dalga elde ederiz.

Matematiksel olarak, sadece iki kosinüs dalgasını toplamaya ve sonucu bir şekilde yeniden düzenlemeye gerek duyarız. Kosinüsler arasında türetilmesi zor olmayan çok sayıda yararlı bağıntı vardır. Kuşkusuz biliriz ki

$$e^{i(a+b)} = e^{ia}\, e^{ib} \tag{48.1}$$

olarak yazılabilir ve e^{ia}, cos$a$ gerçel kısmına ve sin a sanal kısmına sahiptir. $e^{i(a+b)}$'nin gerçel kısmını alırsak, cos(a+b) elde ederiz. e^{ia} ile e^{ib}'yi çarparsak,

$$e^{ia}\, e^{ib} = (\cos a + i \sin a)(\cos b + i \sin b)$$

ifadesinden cos$a$ cos$b$ – sin$a$ sin$b$ artı sanal kısımlar buluruz. Fakat şimdi sadece gerçel kısma ihtiyacımız var, öyleyse şunu buluruz:

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \tag{48.2}$$

Şimdi b'nin işaretini değiştirirsek, kosinüs işaret değiştirmezken sinüs işaret değiştireceği için, aynı denklem negatif b için şudur:

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \tag{48.3}$$

Bu iki denklemi taraf tarafa toplasak, sinüslü terimler yok olur ve iki kosinüsün çarpımının, bir-bölü-iki kere toplamların kosinüsü artı bir-bölü-iki kere farkların kosinüsü olduğunu öğreniriz:

$$\cos a \cos b = \tfrac{1}{2}\cos(a+b) + \tfrac{1}{2}\cos(a-b) \tag{48.4}$$

Şimdi denklemleri tersine de çevirebiliriz ve basitçe $\alpha = a+b$ ve $\beta = a-b$ dersek, cosα + cosβ için bir denklem buluruz. Yani, $a = \frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ ve $b = \frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ olur, öyle ki hemen şunu buluruz:

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta) \tag{48.5}$$

Artık problemimizi çözümleyebiliriz. cos $\omega_1 t$ ve cos $\omega_2 t$'nin toplamı şudur:

$$\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t = 2\cos\tfrac{1}{2}(\omega_1+\omega_2)t\cos\tfrac{1}{2}(\omega_1-\omega_2)t \tag{48.6}$$

Şimdi iki frekansın neredeyse aynı olduklarını kabul edelim, öyle ki $\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ ortalama frekanstır ve her ikisiyle de aşağı yukarı eşittir. Fakat $(\omega_1 - \omega_2)$ farkı ω_1 ya da ω_2'den *çok daha küçük*tür, çünkü kabul ettiğimiz gibi, ω_1 ve ω_2 neredeyse birbirlerine eşittir. Bu demektir ki çözümü, aşağı yukarı başladığımız dalgalar gibi yüksek frekanslı, fakat "büyüklüğü" yavaş şekilde değişen bir kosinüs dalgasıyla temsil edebiliriz; büyüklüğü $\frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$ frekansıyla nabız atışları yapmaktadır. Fakat vuruların duyulduğu frekans bu mudur? Gerçi (48.6) bağıntısı genliğin cos $\frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t$ gibi gittiğini söylese de, aslında o bize yüksek-frekanslı titreşimlerin iki zıt kosinüs eğrisi (Şekil 48-1'deki noktalı eğriler) arasında kapsanmakta olduğunu söylemektedir. Buna dayanarak genlik $\frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$ frekansıyla değişiyor diyebilirdik, fakat dalganın *şiddeti*nden bahsediyorsak, onu bu frekansın iki katı olarak düşünmeliyiz. Yani, denklem bize bu frekansın yarısındaki kosinüs dalgasıyla çarptığımızı söylese de, şiddetinin gücü anlamında genliğin kiplemesi, $(\omega_1 - \omega_2)$ frekansındadır. Fark için teknik dayanak, yüksek frekans-dalgasının ikinci yarı-çevrimde biraz farklı evre bağıntısına sahip olmasıdır.

Bu küçük karmaşıklığı hesaba katmayarak şu sonuca varırız; ω_1 ve ω_2 frekanslı iki dalgayı toplarsak, şiddeti $\omega_1 - \omega_2$ frekansıyla titreşen $\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ ortalama frekanslı bir net bileşke dalga elde ederiz.

İki genlik farklıysa, kosinüsleri farklı A_1 ve A_2 genlikleriyle çarparak her şeyi birçok matematik, yeniden düzenleme vb ile beraber, (48.2) – (48.5) gibi denklemleri de kullanarak, yeni baştan yaparız. Bununla birlikte, aynı çözümlemeyi yapmanın başka, daha kolay yolları vardır. Örneğin, üstellerle çalışmanın sinüs ve kosinüslerle çalışmaktan çok daha kolay olduğunu ve A_1 cos $\omega_1 t$'yi

$A_1e^{i\omega_1 t'}$'nin gerçek kısmı olarak temsil edebileceğimizi biliriz. Diğer dalga benzer olarak $A_2e^{i\omega_2 t'}$'nin gerçek kısmı olur. İkisini toplarsak, $A_1e^{i\omega_1 t'}$'nin + $A_2e^{i\omega_2 t}$ elde ederiz. Sonra ortalama frekansı çarpan olarak dışarı çıkarırsak şunu buluruz:

$$A_1e^{i\omega_1 t} + A_2e^{i\omega_2 t} = e^{i(\omega_1+\omega_2)t/2}\,[A_1e^{i(\omega_1-\omega_2)t/2} + A_2e^{-i(\omega_1-\omega_2)t/2}] \qquad (48.7)$$

Yine düşük bir frekansta kiplemeli yüksek-frekans dalgasına sahibiz.

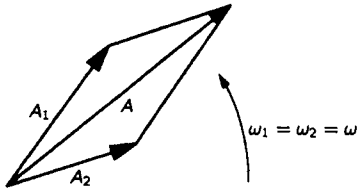
48-2 Vuru notaları ve kipleme

Şimdi (48.7) dalgasının şiddetini istersek, ya sol yanın ya da sağ yanın mutlak karesini alırız. Sol yanı alalım. Bu durumda şiddet şudur:

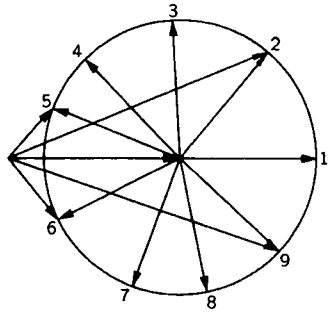
$$I = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\omega_1 - \omega_2)t \qquad (48.8)$$

Şiddetin $(A_1 + A_2)^2$ ile $(A_1 - A_2)^2$ limitleri arasında değişerek $\omega_1 - \omega_2$ frekansıyla yükselip alçaldığını görürüz. $A_1 \neq A_2$ ise, minimum şiddet sıfır değildir.

Bu düşünceyi temsil etmenin bir diğer yolu, Şekil 48-2 gibi bir çizim vasıtasıyladır. Karmaşık düzlemde dalgalardan birini temsil etmek için, ω_1 frekansıyla dönen A_1 uzunluklu bir vektör çizeriz. İkinci dalgayı temsil etmek için de, ω_2 frekansıyla dönen A_2 uzunluklu bir başka vektör daha çizeriz. İki frekans tam eşitse, onların bileşkesi, dönme sürerken, sabit uzunlukludur ve iki dalgadan belirli, sabit bir şiddet elde edilir. Fakat frekanslar hafifçe farklıysa, iki karmaşık vektör farklı hızlarda dolanır. Şekil 48-3, $A_1e^{i\omega_1 t}$ vektörüne göre durumun neye benzediğini göstermektedir. A_2 vektörü A_1'den yavaş yavaş daha geri kalarak dönmektedir ve böylece ikisini ekleyerek elde ettiğimiz genlik önce güçlü ve sonra, açıldıkça, 180°'lik göreli konuma geldiğinde, bileşke özellikle zayıflar vb. Vektörler dolanırken, toplam vektörün genliği büyür ve küçülür; böylece şiddet ritmik şekilde zonklar. Bu oldukça basit bir düşüncedir ve aynı şeyi temsil etmenin pek çok farklı yolu vardır.



Şekil 48-2 Eşit frekanslı iki karmaşık vektörün bileşkesi.

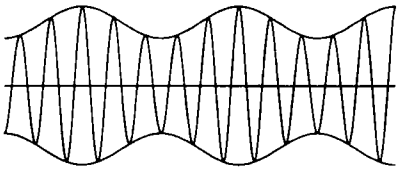


Şekil 48-3 Frekansları eşit-olmayan iki karmaşık vektörün bileşeni; bir vektörün dönen referans çerçevesinden görüldüğü haliyle. Yavaş olarak dönen vektörün ardışık dokuz konumu gösterilmektedir.

Etkiyi deneysel olarak gözlemek çok kolaydır. Akustikte, her biri bir hoparlör için olmak üzere, iki ayrı salınıcıyla sürülen iki hoparlör hazırlayabiliriz, öyle ki her biri bir ses çıkarır. Böylece bir kaynaktan bir ses ve diğer kaynaktan başka bir ses alırız. Frekansları tam olarak aynı yaparsak, verilen bir uzay konumunda ortaya çıkan etki, belirli bir şiddete sahip olacaktır. Sonra onların akordunu birazcık kaydırırsak, şiddette bazı değişimler duyarız. Akortları daha fazla kaydırırsak, sesin değişimleri daha da çabuklaşır. Kulak, saniyede 10'dan daha hızlı değişimleri izlemede zorlanmaya başlar.

Bu etkiyi osiloskop ekranında da görebiliriz; orada basitçe iki konuşmacının akımlarının toplamı sergilenir. Atmanın frekansı oldukça düşükse, genliği titreyen bir sinüs dalgası katarı görürüz basitçe; fakat atmaları daha hızlı yapınca, Şekil 48-1'de görülen türden bir dalga görürüz. Daha büyük frekans farklarına gidersek, "şişlikler" birbirlerine daha yakın hareket ederler. Ayrıca, genlikler eşit değilse ve bir sinyali diğerinden daha şiddetli yaparsak, o zaman genliği hiç sıfır olmayan bir dalga elde ederiz; tam beklediğimiz gibi. Her şey, hem akustik olarak hem de elektriksel olarak, olması gerektiği gibi işler.

Ters olay da meydana gelir! Genlik kiplemesi (AM) kullanan radyo yayınında, ses radyo istasyonu aracılığıyla aşağıdaki gibi yayınlanır: Radyo vericisi çok yüksek bir frekansta, örneğin saniyede 800 kilo-çevrim olan bir AC (dalgalı akım) elektrik salınıcısına sahiptir. "Ne tür bir araba almalı" gibi yararsız türden bir bilginin yayınlanma yolu şöyledir; spikerin mikrofona konuşmasıyla taşıyıcı sinyalin genliği, mikrofona giren sesin titreşimlerine ayak uydurarak değişir.



Şekil 48-4 Kiplenmiş bir taşıyıcı dalga. Bu şematik çizimde, $\omega_c / \omega_m = 5$'tir. Gerçek bir radyo dalgasındaysa $\omega_c / \omega_m \sim 100$'dür.

En basit matematiksel hali, bir sopranonun ses tellerinin mükemmel bir sinüs titreşimiyle kusursuz bir nota söylediği durumu ele alırsak, şiddeti Şekil 48-4'te gösterildiği gibi dalgalanan bir sinyal elde ederiz. Sonra radyo-frekans değişimleri alıcıda yeniden ele geçer; taşıyıcı dalgadan kurtuluruz ve sadece ses tellerinin ya da şancının sesinin titreşimlerini temsil eden zarfı görürüz. Daha sonra hoparlör havada aynı frekansa karşılık gelen titreşimler yaratır ve dinleyici esasen farkı söyleyemez, böyle derler. Çok sayıda bozulma ve başka ince etkiler nedeniyle, aslında bir radyoyu mu yoksa gerçek sopranoyu mu dinlediğimizi söylemek mümkündür; aksi halde fikir yukarıda belirtildiği gibidir.

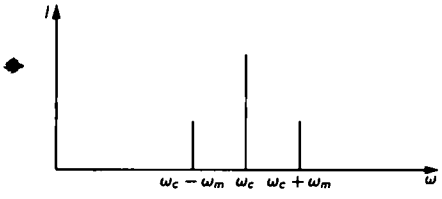
48-3 Yan bantlar

Matematiksel olarak, yukarıda betimlenmiş olan kiplenmiş dalga

$$S = (1 + b \cos \omega_m t) \cos \omega_c t \tag{48.9}$$

şeklinde ifade edilebilir, burada ω_c taşıyıcının frekansını ve ω_m ses tonunun frekansını temsil eder. Yine kosinüslerle ilgili tüm denklemleri kullanırız, ya da $e^{i\theta}$'ları kullanabiliriz; hiç fark etmez: $e^{i\theta}$ ile işler daha kolaydır, fakat sonuç aynıdır. O zaman şunu elde ederiz:

$$S = \cos \omega_c t + \tfrac{1}{2} b \cos(\omega_c + \omega_m)t + \tfrac{1}{2} b \cos(\omega_c - \omega_m)t \tag{48.10}$$



Şekil 48-5 Bir tek ω_m kosinüs dalgasıyla kiplenmiş ω_c taşıyıcı dalgasının frekans spektrumu.

Böylece, bir başka bakış açısından, diyebiliriz ki sistemin sonuç dalgası üst üste gelmeyle toplanmış üç dalgadan oluşur: Birincisi, ω_c, yani taşıyıcı frekanslı düzenli dalga ve sonra iki yeni frekanslı iki yeni dalga. Biri taşıyıcı frekansı artı kipleme frekansıdır, diğeri taşıyıcı frekansı eksi kipleme frekansıdır. Dolayısıyla, jeneratör tarafından frekansın fonksiyonu olarak üretilmiş bir tür şiddet çizimi yaparsak, Şekil 48-5'te görüldüğü gibi, doğal olarak taşıyıcı frekansında büyük bir şiddet buluruz, fakat şancı söylemeye başladığı zaman, birdenbire şancının gücüyle, yani b^2'yle, orantılı $\omega_c + \omega_m$ frekansındaki ve $\omega_c - \omega_m$ frekansındaki şiddetleri de buluruz. Bunlara *yan bantlar* denir; vericiden bir kiplenmiş sinyal yollandığında, yan bantlar vardır. Aynı anda birden fazla nota varsa, diyelim ki ω_m ve $\omega_{m'}$ gibi, o zaman çalan iki çalgı vardır; ya da herhangi bir başka karmaşık kosinüs dalgası varsa, o zaman, kuşkusuz, matematikten görürüz ki $\omega_c \pm \omega_{m'}$ frekanslarına karşılık gelen daha fazla dalga vardır.

Dolayısıyla, birçok kosinüsün toplamı olarak* temsil edilebilen karmaşık bir kipleme olduğu zaman, gerçek verici belirli bir frekans aralığı üzerinde, yani taşıyıcı frekans artı ya da eksi kipleme sinyalinin içerdiği maksimum frekans aralığında yayın yapar.

Bir radyo vericisinde aşırı-kararlı büyük kristal salınıcılar bulunduğu ve her şey kesin olarak 800 kilo-çevrimde olacak şekilde ayarlandığı için, ilk bakışta bu radyo vericisinin sadece taşıyıcının ana frekansını gönderdiğine inanabildiğimiz halde, onlar 800 kilo-çevrimde olduklarında spiker *anons yaptığı* an 800 kilo-çevrimi kiplemiş olur ve böylece onlar artık kesin olarak 800 kilo-çevrimde değildirler! Yükselticilerin öyle kurulduğunu varsayalım ki kulağın iyi bir duyarlılık bölgesinde (kulak saniyede 20.000 çevrime kadar duyabilir, fakat radyo vericileri ve alıcıları 10.000'in ötesinde çalışmaz, dolayısıyla en yüksek kısımları duymayız) yayın yapabilirler; sonra spiker konuştuğu zaman, onun sesi, diyelim ki 10.000 çevrime kadar uzanan frekansları kapsayabilir, böylece verici saniyede 790'dan 810'e kilo-çevrime kadar uzanan frekansları yayınlar. Şimdi eğer 795 kç/sn'de bir başka istasyon varsa, çok karışıklık olur.

---

* Küçük bir ikincil not: Bir eğri hangi durumlarda birçok kosinüsün toplamı olarak temsil edilebilir? *Yanıt:* Matematikçilerin uydurabileceği belli özel haller dışında, tüm olağan durumlarda. Elbette, eğri verilen bir noktada sadece bir değere sahip olmalıdır ve sonsuz-küçük bir mesafede sonsuz kez atlama yapan ya da bunun gibi çılgın bir eğri olmamalıdır. Fakat böyle sınırlamaların dışında, her akla yakın eğri (bir şancının ses tellerini titreterek yapabileceği bir eğri) kosinüs dalgalarını toplayarak daima oluşturulabilir.

Ayrıca, alıcımızı sadece 800 kç/sn'yi alacak kadar duyarlı yapmışsak ve bunun her iki yanındaki 10 kilo-çevrimi alamıyorsa, spikerin dediklerini duyamayız, çünkü bilgi bu diğer frekanslarda olabilir! Dolayısıyla istasyonları belli bir mesafede ayrı tutmak mutlak surette esastır, öyle ki onların yan bantları çakışmasın ve ayrıca alıcı, hem esas ana frekansı hem de yan bantları almaya izin vermeyecek kadar seçici olmasın. Ses olayında, bu sorun aslında çok güçlüğe neden olmaz. ±20 kç/sn bölgesi üzerinde duyabiliriz ve genelde 500'den 1500 kç/sn arasında yayın bandına sahibiz; böylece çok sayıda istasyon için yer vardır.

Televizyonda sorun daha büyüktür. Elektron demeti resim tüpünün yüzü boyunca gidip gelirken çeşitli küçük aydınlık ve karanlık benekler vardır. Bu "aydınlık ve "karanlık"lar "sinyal"dir. Şimdi demet, normal olarak tüm resim üzerinde saniyenin otuzda birinde yaklaşık 500 çizgiyi tarar. Resmin düşey ve yatay çözünürlüğü aşağı yukarı aynı olsun, öyle ki bir tarama çizgisi boyunca santimetre başına aynı benek sayısı vardır. 500 çizgi üzerinde karanlığı aydınlıktan ayırt edebilmek istiyoruz. Bunu kosinüs dalgasıyla yapabilmek için, gerekli en kısa dalga boyu, böylece maksimumdan minimuma, ekran boyutunun 250'de birine eşit bir dalga boyuna karşılık gelir. Böylece saniyede 250 × 500 × 30 bilgi parçasına sahibiz. Dolayısıyla taşıyacağımız en yüksek frekans, saniyede 4 mega-çevrime yakındır. Aslında, TV istasyonlarını ayrı tutmak için bundan biraz daha çoğunu, 6 mç/sn kadarını kullanmalıyız; bir parçası ses sinyalini, diğeri bilgiyi taşımak için kullanılır. Böylece TV kanalları saniyede 6 megaçevrim geniş olur. 800 kç/sn taşıyıcı üzerinde TV yayını yapmak kesinlikle mümkün değildir, çünkü taşıyıcıdan daha yüksek bir frekansı kipleyemezsiniz.

Ne olursa olsun, televizyon bandı 54 mega-çevrimde başlar. İlk iletim kanalı olan kanal 2 (!) 54'ten 60 mç/sn frekans bölgesine sahiptir –6 mç/sn genişlikli. "Fakat yan bantların her iki tarafta olduğunu biraz önce kanıtladık ve dolayısıyla bu genişliğin iki katı olmalıydı" diyebilirsiniz. Radyo mühendislerinin pek akıllı oldukları ortadadır. Evre farklarına izin vermek için, kipleme sinyalini sadece kosinüs terimleriyle değil de, kosinüs ve sinüs terimleriyle çözümlersek, o zaman yüksek-frekans tarafındaki yan bant ile düşük-frekans tarafındaki yan bant arasında belli bir değişmez bağıntı olduğunu görürüz. Demek istiyoruz ki bu diğer bant üzerinde yeni bir bilgi yoktur. Dolayısıyla yapılan, bir yan bandı ortadan kaldırmaktır ve alıcı içerde öyle bağlanır ki tek yan bant ve taşıyıcıya bakarak eksi bilgi yeniden oluşturulur. Tek yan-bant iletimi, bilgi iletmede gerekli olan bant genişlilerini azaltmada akıllı bir tasarımdır.

48-4 Yerelleşmiş dalga katarları

Şimdi tartışacağımız konu, dalgaların uzay ve zamanda girişimidir. Uzayda yol alan iki dalgamız olsun. Uzayda ilerleyen bir dalgayı kuşkusuz $e^{i(\omega t-kx)}$ ile temsil edebileceğimizi biliyoruz. Bu, örneğin, bir ses dalgasındaki yerdeğiştirme olabilir. Bu, $\omega^2 = k^2c^2$ olmak koşuluyla, dalga denkleminin bir çözümüdür, burada c dalganın yayılma hızıdır. Bu durumda onu $e^{-ik(x-ct)}$ olarak yazabiliriz; görüldüğü gibi, $f(x-ct)$ genel yapısındadır. Dolayısıyla bu, ω/k hızıyla yayılan bir dalga olmalıdır ve bu c'dir ve her şey yolundadır.

Şimdi böyle iki dalgayı toplamak istiyoruz. Bir frekansla yayılan bir dalgamız ve başka bir frekansla yayılan bir başka dalgamız daha olsun. Genliklerin farklı olduğu hali okuyucuya bırakıyoruz; bu ciddi bir fark yaratmaz. Böylece $e^{i(\omega_1 t-k_1 x)} + e^{i(\omega_2 t-k_2 x)}$ toplamını geliştirmek istiyoruz. Sinyal dalgalarını topladığımızda kullandığımız aynı türden matematikle bunları toplayabiliriz. Kuşkusuz, c her ikisi için de aynıysa, önce yaptığımızla aynı olacağı için, iş kolaydır:

$$e^{i\omega_1(t-x/c)} + e^{i\omega_2(t-x/c)} = e^{i\omega_1 t'} + e^{i\omega_2 t'} \qquad (48.11)$$

Sadece şimdi değişken t yerine $t' = t - x/c$'dir. Böylece aynı türden kiplemeler elde ederiz, fakat elbette bu kiplemelerin dalgayla birlikte hareket ettiğini görürüz. Başka bir deyişle, iki dalgayı eklemişsek, bu dalgalar sadece titreşmekle kalmayıp, ayrıca uzayda hareket ettikleri için, bileşke dalga da aynı hızla hareket eder.

Şimdi de bu toplamayı, frekans ve dalga sayısı k arasındaki bağıntının böylesine basit olmadığı dalgalar haline genellemek istiyoruz. Örnek, kırılma indisine sahip malzemedir. Kırılma indisi kuramını Bölüm 31'de zaten incelemiştik, orada n kırılma indisi olmak üzere, $k = n\omega/c$ yazabileceğimizi bulmuştuk. İlginç bir örnek olarak, x-ışınları için n indisini şöyle bulmuştuk:

$$n = 1 - \frac{Nq_e^2}{2\epsilon_0 m\omega^2} \tag{48.12}$$

Aslında Bölüm 31'de daha karmaşık bir denklem türetmiştik, fakat bu, bir örnek olarak, her biri kadar iyidir.

Bu arada, biliyoruz ki, ω ve k doğrusal olarak orantılı olmasa bile, ω/k oranı, özel frekans ve dalga sayısı için kesinlikle yayılma hızıdır. Bu orana *evre hızı* deriz; bu, bir tek dalganın evre ya da düğümlerinin ilerlediği hızdır:

$$v_p = \frac{\omega}{k} \tag{48.13}$$

Bu evre hızı, cam içindeki x-ışınları için, boşluktaki ışık hızından daha büyüktür (48.12'de $n < 1$ olduğu için) ve bu, sinyalleri ışık hızından daha hızlı gönderebileceğimizi hiç düşünmediğimizden, biraz can sıkıcıdır!

Şimdi tartışacağımız şey, ω ve k'yı bağlayan belirli bir denklemin var olduğu durumda iki dalganın girişimidir. n'nin yukarıdaki denkleme göre, k dalga sayısı ω'mn belirli bir fonksiyonu olarak verilir. Kesin olmak gerekirse, bu özel problemde, k'nın ω cinsinden verilen denklemi şöyledir:

$$k = \frac{\omega}{c} - \frac{a}{\omega c} \tag{48.14}$$

Burada $a = Nq_e^2/2\epsilon_0 m$ bir sabittir. Ne olursa olsun, her bir frekans için, belli bir dalga sayısı vardır ve işte böyle iki dalgayı toplamak istiyoruz.

Bunu, tıpkı (48.7) denkleminde yaptığımız gibi yapalım:

$$e^{i(\omega_1 t - k_1 x)} + e^{i(\omega_2 t - k_2 x)} = e^{i/2[(\omega_1+\omega_2)t-(k_1+k_2)x]} \times \left\{e^{i/2[(\omega_1-\omega_2)t-(k_1-k_2)x]} + e^{-i/2[(\omega_1-\omega_2)t-(k_1-k_2)x]}\right\} \tag{48.15}$$

Böylece yine kiplenmiş bir dalgaya sahibiz; daha doğrusu, ortalama frekans ve ortalama dalga sayısıyla yol alan, fakat şiddeti frekans farkı ve dalga sayısı farkına bağlı bir yapıyla değişen bir dalgaya sahibiz.

İki dalga arasındaki farkın diğerlerine göre küçük olduğu hali ele alalım. Frekansları neredeyse eşit olan ik dalgayı topladığımızı varsayalım; bu durumda $(\omega_1 + \omega_2)/2$ pratik olarak ω'lardan herhangi biriyle aynıdır ve benzer olarak $(k_1 + k_2)/2$ için. Böylece dalganın, hızlı titreşimlerin, düğümlerin hızı ω/k'dır. Fakat bakın, kiplemenin yayılma hızı aynı değildir! Belli bir t miktarına yol açması için, x'i ne kadar değiştirmeliyiz? Bu kipleme dalgasının hızı şu orandır:

$$v_M = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} \tag{48.16}$$

Bazen kiplemenin hızına *grup hızı* denir. Frekanstaki farkın görece küçük olduğu hali alırsak ve dalga sayısındaki fark da oldukça küçükse, o zaman bu ifade, limitte,

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \tag{48.17}$$

ifadesine yaklaşır. Başka bir deyişle, en yavaş kipleme, en yavaş vurular için, onların yayıldıkları dalgaların evre hızıyla aynı olmayan belli bir hız vardır; ne kadar gizemli bir şey!

Grup hızı ω'nın k'ya göre türevi ve evre hızı ω/k'dır.

Bunun nedenini anlayabilir miyiz, onu görelim. Yine hafifçe farklı dalga boylu iki dalga alalım (Şekil 48-1). Onlar evre-dışıdırlar, eş-evrededirler, evre-dışıdırlar, eş-evrededirler vb. Şimdi bu dalgalar, gerçekten, uzayda hafifçe farklı frekanslarla da seyahat eden dalgaları temsil ederler. Bununla birlikte, bu iki dalganın evre hızı ya da düğümlerinin hızı tam aynı olmadığı için, yeni bir şey meydana gelir. Dalgalardan biriyle birlikte gittiğimizi düşünelim ve diğerine bakalım; ikisi de aynı hızla gitseydi, o zaman diğer dalga, bu dalga cephesine bindiğimizde tam bize göre olduğu yerde dururdu hep. Bu dalga cephesine biner ve tam karşımızda bir dalga cephesi görürüz; iki hız eşitse, dalga cepheleri birbiri üzerinde durur. Fakat durum, iki hız gerçekten eşit iken *olduğu gibi değil*dir. Frekansta sadece küçük bir fark ve dolayısıyla hızda da küçük bir vardır, fakat hızdaki bu küçük fark nedeniyle, dalgaya binmiş giderken diğer dalga ileriye doğru biraz yavaş gider, bizim dalgaya göre biraz geride kalır. Böylece zaman geçtikçe, düğüme ne olur? Bir dalga katarını sadece birazcık ileri hareket ettirirsek, düğüm ileri doğru (ya da geri) epeyce bir mesafe hareket eder. Yani, bu iki dalganın toplamı bir zarfa sahiptir ve dalgalar seyahat ettikçe, zarf onların üzerine farklı bir hızla biner. *Grup hızı*, kiplenmiş sinyalin iletileceği hızdır.

Dinlendiği zaman tanınabilecek bir sinyal, yani dalgada bir tür değişme, bir tür kipleme oluşturursak, o zaman, kiplemelerin görece yavaş olmaları koşuluyla, bu kipleme grup hızıyla yol alır. (Kiplemeler hızlı olduğunda, çözümlenmeleri çok daha zordur.)

Şimdi gösterebiliriz ki (sonunda), bir karbon bloğu içinde x-ışınlarının yayılma hızı ışık hızından daha büyük *değil*dir, evre hızı ışık hızından büyük olsa da. Bunu yapmak için, $d\omega/dk$'yı bulmalıyız; (48.14)'ün türevini alarak elde ederiz bunu: $dk/d\omega = 1/c + a/\omega^2 c$. Dolayısıyla grup hızı bunun tersi, yani

$$v_g = \frac{c}{1+a/\omega^2} \tag{48.18}$$

olup, c'den küçüktür! Böylece evreler ışık hızından daha hızlı yol alabilseler de, kipleme sinyalleri daha yavaş seyahat ederler ve görülür çelişkinin çözümü budur! Kuşkusuz, $\omega = kc$ basit halini alırsak, o zaman $d\omega/dk$ da c'dir. Böylece tüm evreler aynı hıza sahip olunca, doğal olarak grubun hızı da aynı olur.

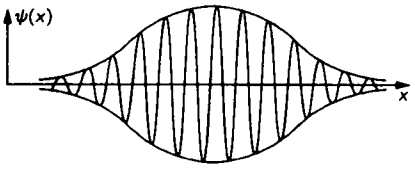
48-5 Parçacıklar için olasılık genlikleri

Şimdi evre hızının aşırı derecede ilginç olduğu bir başka örneği ele alalım. Bu kuantum mekaniğiyle ilgilidir. Biliyoruz ki bir parçacığı bir yerde bulma olasılığı, bazı durumlarda uzay ve zamanda, diyelim ki tek boyutta, şu tarzda değişebilir:

$$\psi = Ae^{i(\omega t - kx)} \tag{48.19}$$

Burada ω frekans olup, $E = \hbar\omega$ aracılığıyla klasik enerji fikriyle ilgilidir ve k ise dalga sayısı olup, $p = \hbar k$ aracılığıyla momentumla ilgilidir. Dalga sayısı tam k olsaydı, parçacık belirli bir p momentumuna sahip, yani her yerde aynı genlikle giden mükemmel bir dalga olurdu diyebilirdik. (48.19) denklemi genliği verir ve onun mutlak değerini alırsak, parçacığı konum ve zamanın fonksiyonu olarak bulma olasılığını elde ederiz. Bu bir *sabit* olup, bir parçacığı her yerde bulma olasılığının aynı olduğu anlamına gelir. Bunun yerine, şimdi parçacığı bir yerde

bulmanın bir başka yerde bulmadan daha olası olduğunu bildiğimiz bir durum düşünelim. Böyle bir durumu, bir maksimuma sahip olan ve her iki yanda sönen bir dalgayla temsil edebiliriz (Şekil 48-6). (Bu, bir dizi maksimuma sahip (48.1) gibi bir dalgayla hiç de aynı değildir, fakat neredeyse aynı ω ve k'lı pek çok dalganın toplanmasıyla bir maksimum dışında diğerlerinden kurtulmak mümkündür.)



Şekil 48-6 Yerelleşmiş bir dalga katarı.

Şimdi bu durumlarda, (48.19)'un karesi parçacığı bir yerde bulma şansını temsil ettiği için, biliriz ki verilen bir anda parçacığı "yumru"nun merkezi yakınlarında bulmak en büyük olasılıktır; çünkü dalganın genliği orada maksimumdur. Şimdi biraz beklersek, dalga hareket edecek ve bir süre sonra "yumru" bir başka yerde olacaktır. Parçacığın başlangıçta klasik olarak bir yere yerleştiğini biliyorsak, aslında daha sonra bir başka yerde olacağını beklerdik, çünkü ne de olsa, bir *hızı* ve bir momentumu vardır. Bu durumda, ancak grup hızı, yani kipleme hızı, aynı momentumlu bir parçacık için klasik olarak elde edilebilecek hıza eşitse, ancak o zaman kuantum kuramı, momentum, enerji ve hız bağıntısı için doğru klasik kurama indirgenecektir.

Şimdi bunun böyle olup olmadığını göstermek gerekir. Klasik kurama göre, enerji,

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{48.20}$$

gibi bir denklem aracılığıyla hızla ilişkilidir. Benzer şekilde, momentum şudur:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{48.21}$$

Bu klasik kuramdır ve klasik kuramın bir sonucu olarak, v'yi yok ederek,

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

olduğunu gösterebiliriz. Bu, konuşup da konuşup durduğumuz dört-boyutlu büyük sonuçtur; klasik kuramda enerji ve momentum arasındaki bağıntı: $p_\mu p_\mu = m^2$. Şimdi bu kuantum mekaniği için ne anlama gelir? Bu E ve p'ler $E = \hbar\omega$ ve $p = \hbar k$'ların yerlerine konmasıyla ω ve k haline gelecekleri için, kuantum mekaniğinde gerekli olan bağıntıyı aşağıdaki gibi elde ederiz:

$$\frac{\hbar^2\omega^2}{c^2} - \hbar^2 k^2 = m^2 c^2 \tag{48.22}$$

O zaman, bu, m kütleli bir parçacığı temsil eden bir kuantum-mekaniksel genliğin frekansı ve dalga sayısı arasındaki bağıntıdır. Bu denklemden ω'yı çıkarabiliriz:

$$\omega = c\sqrt{k^2 + m^2c^2/\hbar^2}$$

ω/k evre hızı, burada ışık hızından daha büyüktür!

Öyleyse haydi grup hızına bakalım. Grup hızı $d\omega/dk$ olmalıdır; kiplemelerin hareket ettiği hız. Karekökün türevini almalıyız; ki bu o kadar da zor değildir. Türev şudur:

$$\frac{d\omega}{dk} = \frac{kc}{\sqrt{k^2 + m^2c^2/\hbar^2}}$$

Karekök sonuçta ω/c'dir, buna göre $d\omega/dk = c^2k/\omega$ yazabiliriz. Üstelik, $k/\omega = p/E$'dir, dolayısıyla grup hızını

$$v_g = \frac{c^2 p}{E}$$

olarak buluruz. Fakat (48.20) ve (48.21)'den $c^2p/E = v$ çıkar ki bu da klasik mekaniğe göre parçacığın hızıdır. Böylece ω ve k'nın klasik E ve p ile özdeşleştirilmesi için olan $E = \hbar\omega$ ve $p = \hbar k$ şeklindeki temel kuantum-mekaniksel bağıntılar sadece $\omega^2 - k^2c^2 = m^2c^4/\hbar^2$ denklemini veriyorken, şimdi (48.20) ve (48.21) bağıntılarının E ve p'yi hıza bağladıklarını da anlıyoruz. Yorumun herhangi bir

anlamı olacaksa, grup hızı, kuşkusuz, parçacığın hızı olmalıdır. Parçacığın bir an burada ve on dakika sonra uzakta bir yerde olduğunu düşünürsek, kuantum mekaniğinin söylediği gibi, "yumru"nun katettiği mesafe bölü zaman aralığı, klasik olarak, parçacığın hızı olmalıdır.

48-6 Üç boyutta dalgalar

Şimdi dalgalar tartışmamızı, dalga denklemi hakkında birkaç genel uyarıyla bitireceğiz. Bu uyarıların geleceğe doğru bir bakış açısı vermesi amaçlanmaktadır; her şeyi hemen şimdi anlayabilmemiz değil, fakat dalgaları biraz daha incelediğimizde gidişatın nasıl bir hal alacağını görmemiz hedeflenir. Her şeyden önce, ses için bir-boyuttaki dalga denklemi

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}$$

ifadesiydi, burada c, dalga her neyse, onun hızıdır: ses halinde, sesin hızıdır; ışık halinde ışığın hızı. Bir ses dalgası için yerdeğiştirmelerin kendilerinin belli bir hızla yayılacağını göstermiştik. Fakat fazlalık basınç da belli bir hızla yayılır ve ekstra yoğunluk da öyle yapar. Buna göre, basıncın da aynı denklemi sağlamasını bekleriz ve gerçekten de sağlar. Bunun kanıtlanmasını okuyucuya bırakıyoruz. *İpucu*: ρ_e, χ'nin x'e göre değişim hızıyla orantılıdır. Dolayısıyla dalga denkleminin x'e göre türevini alırsak, derhal $\partial\chi/\partial x$'in aynı denklemi sağladığını keşfederiz. Bu demektir ki, ρ_e aynı denklemi sağlar. Fakat P_e de ρ_e ile orantılıdır ve bu nedenle o denklemi P_e de sağlar. Öyleyse basınç, yerdeğiştirmeler ve her şey, aynı dalga denklemini sağlar.

Genelde sesle ilgili dalga denklemi yerdeğiştirme cinsinden değil de basınç cinsinden verilir, çünkü basınç bir skaler olup yönü yoktur. Oysa yerdeğiştirme bir vektördür ve bir yöne sahiptir; dolayısıyla basıncı çözümlemek daha kolaydır.

Tartışacağımız bir sonraki konu üç-boyuttaki dalga denklemiyle ilgilidir. Biliyoruz ki bir boyutta ses dalgasının çözümü $e^{i(\omega t-kx)}$'tir, burada $\omega = kc_s$'dir; fakat şunu da biliyoruz ki üç boyutta bir dalga $e^{i(\omega t-k_xx-k_yy-k_zz)}$ ile temsil edilebilir, burada $\omega^2 = k^2c_s^2 = (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)c_s^2$'dir. Şimdi yapmak istediğimiz, üç boyutta doğru dalga denkleminin ne olduğunu kestirmektir. Doğal olarak, ses halinde bir boyutta yaptıklarımızı aynı dinamik savunuyla üç boyuta götürerek bunu çıkarabiliriz. Fakat bunu yapmayacağız; bunun yerine sadece çıkacak olanı yazacağız: Basınç (ya da yerdeğiştirme, veya her neyse) için denklem şudur:

$$\frac{\partial^2P_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2P_e}{\partial y^2} + \frac{\partial^2P_e}{\partial z^2} = \frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2P_e}{\partial t^2} \tag{48.23}$$

Bunun doğru olduğu, çözüm için $e^{i(\omega t-\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}$ alınarak onaylanabilir. Açıkça, x'e göre her türevde $-ik_x$ ile çarparız. İki kez türev almışsak, bu $-k_x^2$ ile çarpmaya eşdeğerdir, böylece ilk terim $-k_x^2P_e$ olur. Benzer olarak, ikinci terim $-k_y^2P_e$ ve üçüncü terim $-k_z^2P_e$ olur. Sağda ise, $-(\omega^2/c_s^2)P_e$ elde ederiz. Sonra P_e'leri atıp işaret değiştirirsek, k ile ω arasındaki bağıntının istediğimiz bağıntı olduğunu görürüz.

Yine ters yönde çalışarak, kuantum-mekaniksel dalgalar için (48.22) dispersiyon denklemine karşılık gelen büyük denklemi yazma hususunda direnemiyoruz. ϕ parçacığı t anında x, y, z noktasında bulma genliğini temsil ederse, o zaman serbest parçacıklar için kuantum mekaniğinin büyük denklemi şudur:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\phi \tag{48.24}$$

Her şeyden önce, x, y, z ve t'nin genelde göreliliğin içerdiği o hoş karışımla ortaya çıkışı, bu ifadenin görelilik niteliği taşıdığını akla getirir. İkinci olarak, bu öyle bir dalga denklemidir ki, eğer bir düzlem dalga denersek, sonuç olarak ku-

antum mekaniği için doğru bağıntı olan $-k^2 + \omega^2/c^2 = m^2c^2/\hbar^2$ eşitliğini verir. Bu denklemde kapsanan bir başka büyük şey daha vardır; o da dalgaların her üst üste gelmesinin de bir çözüm olduğu gerçeğidir. Böylece bu denklem, şu ana kadar tartışmış olduğumuz tüm kuantum mekaniğini ve göreliliği kapsar; en azından, boş uzayda üzerinde hiç dış potansiyelin ya da kuvvetin olmadığı bir tek-parçacıkla uğraşıldığı sürece!

48-7 Normal kipler

Şimdi de vurular olayının epeyce garip ve biraz değişik olan bir başka örneğine dönüyoruz. Aralarında oldukça zayıf bir yay bağlantısı olan iki eşit sarkaç düşünün. Neredeyse mümkün olduğunca aynı uzunlukta yapılmış olsunlar. Birini yana çekip bırakırsak, ileri geri hareket eder ve ileri geri hareket ederken bağlantı yayını çeker; böylece bu, aslında diğer sarkacın doğal frekansına sahip bir kuvvet doğuran bir makinedir. Dolayısıyla, daha önce incelediğimiz rezonans kuramının bir sonucu olarak, bir şey üzerine tam doğru frekansta bir kuvvet yüklersek, bu onu sürecektir. Böylece elbette ileri geri hareket eden bir sarkaç diğerini sürer. Bununla birlikte, sistemin enerjisi sonlu olduğundan, bu durumda meydana gelen yeni bir şey vardır; öyle ki bir sarkaç diğerini sürmek için enerjisini ona akıttığında, zamanlama hızla tam uygunsa, tüm enerjisini yitirip kararlı bir duruma ininceye kadar yavaş yavaş enerjisini yitirir! Sonra, kuşkusuz, diğer sarkaç kütlesi tüm enerjiye sahip olur ve birincisinde hiç enerji kalmamıştır ve zaman geçerken bunlar bu kez zıt yönde işler ve enerji tekrar ilk sarkaca geri geçer; bu çok ilginç ve eğlenceli bir olaydır. Bununla birlikte, bunun vuru kuramıyla ilgili olduğunu söyledik; öyleyse şimdi bu hareketi vuru kuramı açısından nasıl çözümleyebileceğimizi açıklamalıyız.

İki sarkaç kütlesinden her birinin hareketinin, çevrimsel olarak değişen genliğe sahip bir salınım olduğuna işaret edelim. Dolayısıyla kütlelerden birinin hareketi muhtemelen farklı bir şekilde, hafifçe farklı frekanslara sahip aynı anda var olan iki salınıcının toplamı olarak alınıp çözümlenebilir. Dolayısıyla, kuşkusuz bunun bir doğrusal sistem olması nedeniyle, bu sistemde iki başka hareket bulmak ve gördüğümüz şeyin iki çözümün bir üst üste gelmiş hali olduğunu ileri sürmek mümkün olmalıdır. Gerçekten de, hareketi başlatabileceğimiz iki yol bulmak kolaydır; bunların her biri kusursuz, tek-frekanslı harekettir; mutlak surette periyodik. Daha önce başlattığımız hareket harfiyen periyodik değildi, çünkü devam etmemişti; kısa sürede bir sarkaç enerjiyi diğerine geçiriyordu ve böylece genliğini değiştiriyordu; fakat hiçbir değişme olmaksızın hareketi başlatmanın yolları vardır ve kuşkusuz onu görür görmez nedenini anlarız. Örneğin, her iki salınıcıyı da birlikte harekete geçirseydik, o zaman, aynı uzunlukta olduklarından ve yay hiçbir şey yapmadığından, elbette sürekli aynı şekilde salınacaklardı; sürtünmenin olmaması ve her şeyin kusursuz olması koşuluyla. Diğer taraftan, bir başka olası hareket vardır, ki o da belli bir frekansa sahiptir: Salınıcıları yana doğru tam eşit uzaklıkta ama zıt yönlerde çekerek hareket ettirirsek, o zaman yine mutlak surette periyodik hareket içinde olurlar. Yayın geri çağırıcı kuvvete kütleçekimin sağladığı küçük bir miktar eklediğini anlayabiliriz, hepsi bu ve sistem ilk haldekinden hafifçe yüksek bir frekansta salınımını sürdürür. Neden daha yüksek? Çünkü yay kütleçekime ek olarak çekmektedir ve sistemi biraz "daha katı" yapar, öyle ki bu hareketin frekansı diğerininkinden sadece birazcık daha yüksektir.

Böylece bu sistem değişmeyen genlikle iki şekilde titreşime sahiptir: Sistem ya iki sarkacın da aynı şekilde gittiği ve hep bir tek frekansla salındığı tarzda titreşir, ya da iki sarkaç zıt yönlerde giderek birazcık yüksekçe bir frekansla titreşir.

Şimdi sistemin gerçek hareketi, sistem doğrusal olduğundan, ikisinin bir üst üste gelmiş hali olarak temsil edilebilir. (Bu bölümün konusu, hatırlayın, farklı frekanslarla iki hareketin toplanmasının etkileridir.) Öyleyse bu iki çözümü toplasaydık, ne olurdu diye düşünün. $t = 0$'da iki hareket eşit genlikle ve aynı evrede başlamışsa, iki hareketin toplamı şu anlama gelir: Bir sarkacın kütle-

si, bir yönde birinci hareketle ve diğer yönde ikinci hareketle etkilenmiş olarak, sıfırdadır; oysa ki diğer sarkacın kütlesi, her iki harekette de aynı şekilde yer değiştirmiş olarak, büyük bir genliğe sahiptir. Bununla birlikte, zaman geçtikçe, *iki temel hareket* bağımsız olarak ilerler, böylece birinin diğerine göre evresi yavaş yavaş kayar. O zaman bu demektir ki, yeterince uzun bir süre sonra, bir hareket "$900\frac{1}{2}$" titreşim ve diğer hareketse sadece "900" titreşim gittikten sonra, göreli evre öncekine göre tam ters çevrilmiş olur. Yani, büyük-genlikli hareket sıfıra düşecektir ve o arada, kuşkusuz, başlangıçta hareketsiz olan sarkaç kütlesi tam gücüne ulaşacaktır!

Böylece bu karmaşık hareketi, ya bir rezonansın var olduğu ve birinin enerjiyi diğerine geçirdiği fikriyle, ya da iki farklı frekanstaki sabit-genlikli iki hareketin üst üste gelmesiyle çözümleyebildiğimizi görürüz.

49

KİPLER

49-1 Dalgaların yansıması

49-1 Dalgaların yansıması
49-Sınırlı dalgalar , doğal frekanslı
49-3 İki boyutta kipler
49-4 Çiftlenimli sarkaçlar
49-5 Doğrusal sistemler

Bu bölümde sonlu bir bölge içine hapsolmuş dalgaların bir sonucu olan bazı dikkat çekici olaylar ele alınacaktır. Önce titreşen teller hakkında birkaç özel olguyu keşfetmeye yöneleceğiz ve sonra bu olguların genellemesi bize matematiksel fiziğin en kapsamlı ilkesini verecektir.

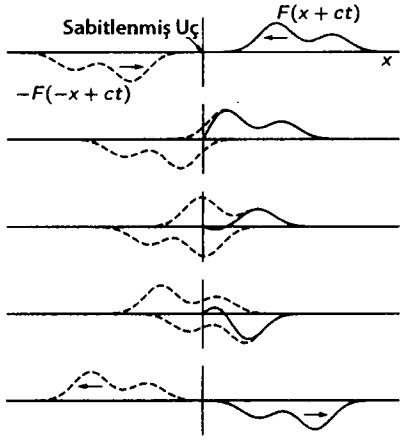
Hapsedilmiş dalgaların ilk örneği, bir dalgayı bir sınırla hapsetmek olacaktır. Bir tel üzerindeki tek-boyutlu basit bir dalga örneğini ele alalım. Bir duvar karşısında bir boyutta bir ses, ya da benzer doğada diğer durumlar aynı ölçüde iyi örneklerdir; fakat bir tel örneği şu anki amaçlarımız için yeterli olacaktır. Telin bir ucundan, örneğin "sonsuz derecede katı" bir duvara bağlanarak tutulduğunu varsayalım. Bunu, bağlı uç hareket etmeyeceği için, matematiksel olarak, "telin y yerdeğiştirmesi $x = 0$'da sıfır olmalıdır" diyerek ifade edebilirsiniz. Duvar olmasaydı, hareket için genel çözümün $F(x-ct)$ ve $G(x+ct)$ gibi iki fonksiyonun toplamı olacağını biliyoruz; bunların birincisi telde bir yönde yol alan bir dalgayı ve ikincisi telde diğer yönde giden bir dalgayı temsil eder:

$$y = F(x-ct) + G(x+ct) \tag{49.1}$$

Bu herhangi bir tel için genel çözümdür. Fakat telin bir ucunun hareket etmediği koşulunu da sağlamalıyız. (49.1) denkleminde $x = 0$ koyar ve y'nin her t değeri için sağlanmasını istersek, $y = F(-ct) + G(-ct)$ elde ederiz. Eğer bu tüm zamanlarda sıfır olacaksa, $G(ct)$ fonksiyonu $-F(-ct)$'ye eşit olmalıdır. Başka türlü söylersek, herhangi bir değişkenin G'si aynı değişkenin eksilisinin $-F$'sine eşit olmalıdır. Bu sonucu (49.1) denkleminde yerine koyarsak, problemin çözümünü

$$y = F(x - ct) - F(-x - ct) \tag{49.2}$$

olarak buluruz. Burada $x = 0$ koyarak $y = 0$ elde edeceğimizi kontrol etmek kolaydır.



Şekil 49-1 İlerleyen iki dalganın üst üste gelmesi olarak, bir dalganın yansıması.

Şekil 49-1, $x = 0$ yakınlarında eksi x-yönünde ilerleyen bir dalgayı ve başlangıç noktasının diğer yanında işareti değiştirilmiş diğer yönde giden bir varsayımsal dalgayı göstermektedir. Varsayımsal diyoruz, çünkü elbette başlangıcın o tarafında titreşecek tel yoktur. Telin toplam hareketi, pozitif x bölgesinde bu iki dalganın toplamı kabul edilir. Bu dalgalar başlangıca geldiklerinde, $x = 0$'da daima birbirlerini yok edecekler ve en sonunda pozitif x için var olacak olan tek dalga sadece ikinci (yansımış) dalga olacaktır; bu dalga elbette zıt yönde gidecektir. Bu sonuçlar şu deyişe eşdeğerdir: Eğer bir dalga bir telin tespit edilmiş ucuna ulaşırsa, bir işaret değişikliğiyle yansıtılacaktır. Böyle bir yansıma daima şöyle bir canlandırmayla anlaşılabilir: Telin ucuna gelen kabarma, duvarın diğer yanından ters olarak çıkar. Kısacası, telin sonsuz uzun olduğunu varsayar ve her ne zaman bir dalga bir yönde giderse, belli bir simetriyle diğer yönde giden bir başka dalgaya da sahip olacağımızı düşünürsek, $x = 0$'daki yerdeğiştirme daima sıfır olacak ve orada teli tespit etmiş olsak da hiç fark etmeyecektir.

Tartışılacak bir diğer husus bir periyodik dalganın yansımasıdır. $F(x - ct)$ ile temsil edilen dalganın bir sinüs dalgası olduğunu ve yansıtıldığını varsayın; $-F(-x - ct)$ yansımış dalgası da aynı frekanslı, fakat zıt yönde yol alan bir sinüs dalgası olsun. Bu durum, en basit haliyle, karmaşık fonksiyon gösterimi kullanılarak betimlenebilir: $F(x - ct) = e^{i\omega(t-x/c)}$ ve $F(-x - ct) = e^{i\omega(t+x/c)}$. Bunlar (49.2)'de

yerine konur ve x sıfıra eşit alınırsa, tüm t değerleri için $y = 0$ olduğu ve böylece gerekli koşulu sağladığı görülebilir. Üstellerin özellikleri nedeniyle, y çözümü daha basit bir yapıda yazılabilir:

$$y = e^{i\omega t}\,(e^{-i\omega x/c} - e^{i\omega x/c}) = -2ie^{i\omega t}\,sin(\omega x/c) \tag{48.3}$$

Burada ilginç ve yeni bir şey vardır; bu çözüm bize, herhangi bir sabit x noktasına bakıldığında telin ω frekansıyla titreştiğini söylemektedir. Bu noktanın nerede olduğu hiç fark etmez, frekans aynıdır! Fakat bazı noktalar vardır ki özellikle her nerede $\sin(\omega x/c) = 0$ olursa, orada hiç yerdeğiştirme olmamaktadır. Üstelik, herhangi bir t anında titreşen telin bir şipşak fotoğrafını alırsak, resim bir sinüs dalgası olacaktır. Bununla birlikte, bu sinüs dalgasının yerdeğiştirmesi t zamanına bağlıdır. (49.3) denkleminin gözden geçirilmesinden görürüz ki sinüs dalgasının bir çevriminin uzunluğu, üst üste binmiş dalgaların herhangi birinin dalga boyuna eşittir:

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \tag{49.4}$$

Hareketin olmadığı noktalar $\sin(\omega x/c) = 0$ koşulunu sağlar; bu demektir ki $\omega x/c = 0, \pi, 2\pi, \ldots, n\pi, \ldots$'dir. Bu noktalara *düğümler* denir. Her ardışık iki düğüm arasındaki her nokta sinüs eğrisi olarak yukarı ve aşağı hareket eder, fakat hareketin örüntüsü uzayda sabit kalır. Bu, kip dediğimiz nesnenin temel niteliğidir. Her noktada kusursuzca sinüs eğrisi olarak hareket etme özelliğine sahip bir hareket örüntüsü bulursanız ve tüm noktalar aynı frekansta titreşiyorsa (bazı noktalar diğerlerinden daha çok hareket etseler de), o zaman bir kipe sahibiz demektir.

49-2 Doğal frekanslı, hapsedilmiş dalgalar

Bir sonraki ilginç problem, iki ucu da tutulan (diyelim ki $x = 0$ ve $x = L$) ipte ne olduğunu ele almaktır. Bir boyutta hareket eden bir tür tümsekle başlayarak, dalgaların yansıması fikriyle işe girişebiliriz. Zaman geçtikçe, tümseğin bir ucun yakınına ulaşacağını tahmin ederiz ve zaman daha da geçtikçe bir tür sendeleme olacaktır, çünkü o diğer taraftan gelen tersine çevrilmiş-görüntü tümsekle birleşir. sonunda özgün tümsek ortadan kaybolacak ve görüntü tümsek öbür uçta bu süreci tekrar etmek üzere diğer yönde hareket edecektir. Bu problem kolay bir çözüme sahiptir; fakat ilginç bir soru, sinüs hareketine sahip olup olamayacağımızdır (Biraz önce betimlediğimiz çözüm *periyodik*tir, fakat kuşkusuz *sinüs eğrisi olarak* periyodik değildir). Bir ip üzerine sinüs eğrisi olarak periyodik bir dalga koymaya çalışalım. İp bir ucundan bağlıysa, biliyoruz ki o bizim önceki (49.3) çözümümüz gibi görünmelidir. Diğer uçtan bağlıysa, diğer uçta aynı görünmelidir. Böylece periyodik sinüs hareketi için tek olasılık, sinüs dalgasının ipin uzunluğuna düzgünce uymasıdır. Sinüs dalgası ipin uzunluğuna yerleşmezse, ipin titreşmeye devam edebileceği bir doğal frekans değildir o. Kısacası, ip, kendi boyuna tam yerleşen bir sinüs dalga biçimiyle başlarsa, o zaman bir sinüs dalgasının bu kusursuz biçimini korumayı sürdürecek ve bir frekansta harmonik olarak salınacaktır.

Matematiksel olarak, biçim için $\sin(kx)$ yazabiliriz, burada k (49.3) ve (49.4) denklemlerindeki (ω/c) çarpanına eşittir ve bu fonksiyon $x = 0$'da sıfır olacaktır. Bununla birlikte, diğer uçta da sıfır olmalıdır. Bunun anlamı, k'nın artık keyfi olmamasıdır –oysa yarı-açık ip için k keyfiydi. Her iki ucu kapalı iple, tek olasılık $\sin(kL) = 0$ olmasıdır, çünkü bu her iki ucu da sabit tutacak tek koşuldur. Bir sinüsün sıfır olması için açı ya $0, \pi, 2\pi$, ya da π'nin diğer tam katları olmalıdır. Dolayısıyla,

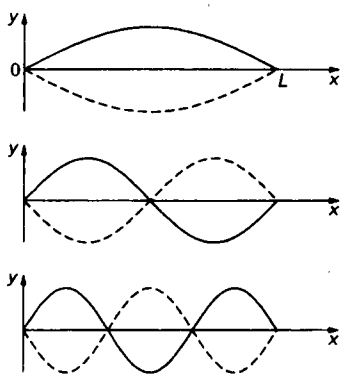
$$kL = n\pi \tag{49.5}$$

denklemi, hangi tam sayıyı kullandığınıza bağlı olarak, olası k'lardan herhangi birini verecektir. k'ların her biri için belli bir ω frekansı vardır; bunu da (49.3) uyarınca basitçe

$$\omega = kc = n\pi c/L \tag{49.6}$$

olarak elde ederiz.

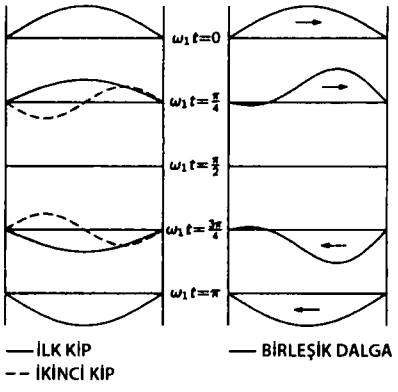
Böylece şunu bulmuş olduk: Bir ipin sinüs hareketlerine sahip olabilme özelliği *sadece belirli frekanslarda* vardır. Bu, hapsedilmiş dalgaların en önemli niteliğidir. Sistem ne kadar karmaşık olursa olsun, daima şu ortaya çıkar ki kusursuz sinüs eğrisine uyan bir zaman bağlılığına sahip bazı hareket örüntüleri vardır, ama bu örüntüler özel sistemin ve onun sınırlarının bir niteliği olan frekanslarda meydana gelir. İp halinde, pek çok farklı olası frekansa sahibiz, onların her biri, tanım olarak, bir kipe karşılık gelir, çünkü bir kip kendini sinüs eğrisi olarak tekrar eden bir hareket örüntüsüdür. Şekil 49-2 bir ipin ilk üç kipini göstermektedir. İlk kip için λ dalga boyu $2L$'dir. Sinüs dalgasının bir tam çevrimini elde etmek için $x = 2L$'ye kadar gitme gereği bunu kanıtlar. ω açısal frekansı $2\pi c$ bölü dalga boyudur ve λ, buradaki durumda, $2L$ olduğundan, frekans $\pi c/L$'dir ve bu da $n = 1$ için (49.6) denklemiyle uyum içindedir. İlk kipin frekansına ω_1 diyelim. Bir sonraki kip iki ilmek ve bir düğüm içerir. Bu kip için dalga boyu basitçe L'dir. Karşılık gelen k değeri iki misli büyüktür ve frekans da öyle, yani $2\omega_1$'dir. Üçüncü kip için frekans $3\omega_1$'dir vb. Böylece ipin tüm farklı frekansları, en düşük frekansın 1, 2, 3, 4, vb katlarıdır.



Şekil 49-2 Titreşen bir ipin ilk üç kipi.

İpin genel hareketine dönersek, herhangi bir olası hareketin, ip üzerinde aynı anda birden fazla hareketin meydana geldiğini öne sürerek çözümlenebildiği anlaşılır. Aslında, genel hareket için aynı anda sonsuz sayıda kipin uyarılması gerekir. Buradan bir fikir edinmek için, aynı anda titreşen iki kipin varlığı halinde ne olacağını betimleyelim. Şekil 49-3'teki resim dizisinde görüldüğü gibi, titreşen ilk kipe sahip olduğumuzu varsayalım; burada en düşük frekansın yarım çevrimi boyunca uzanan eşit zaman aralıkları için ipin sapması resimlenmiştir.

Şimdi, aynı anda ikinci kipin de titreştiğini düşünelim. Şekil 49-3 bu kipin de bir dizi resmini gösteriyor; bu kip ilkine göre 90°'lik evre farkıyla başlamaktadır. Bu demektir ki başlangıçta onun hiç yerdeğiştirmesi yoktur, fakat ipin iki yarısı zıt yönelmiş hızlara sahiptir. Şimdi doğrusal sistemlerle ilgili genel bir ilkeyi hatırlayalım: Herhangi iki çözüm varsa, o zaman onların toplamı da bir çözümdür. Dolayısıyla, Şek 49-3'te görüldüğü gibi, iki çözümün toplanmasıyla elde edilmiş bir yerdeğiştirme, ipin üçüncü bir olası hareketi olabilir. Şekilde görülen sonuç, ipin uçları arasında ileri geri giden bir tümsek fikrini akla getirmeye başlar; ama sadece iki kiple onun çok iyi bir resmi yapılamaz, daha fazla kipe ihtiyaç duyulur. Bu sonuç, aslında, doğrusal sistemlerin o büyük ilkesinin bir özel halidir:



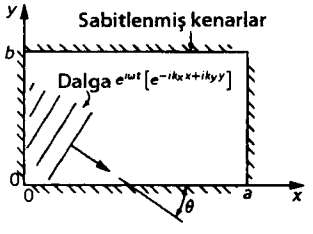
Şekil 49-3 İlerleyen bir dalga vermek üzere, iki kipin birleştirilmesi.

> *Herhangi bir hareket, onun tüm farklı kiplerin uygun genlikler ve evrelerle bir araya getirilmiş hareketlerinin toplamı olduğu kabul edilerek çözümlenebilir.*

İlkenin önemi, her bir kipin çok basit -sadece zamana göre bir sinüs hareketi- olmasından ileri gelir. Bir ipin genel hareketinin bile aslında çok da karmaşık olmadığı doğrudur; ama bir uçak kanadının havayla dövülmesi gibi çok daha karmaşık olan başka sistemler vardır. Yine de, bir uçak kanadının bile bir tek frekansa sahip belirli özel bir şekilde kıvrılması ve diğer frekanslara sahip başka şekillerde eğilip bükülmesi olur. Eğer bu kipler bulunabilirse, o zaman tam hareket daima harmonik salınımların bir üst üste gelmesi olarak çözümlenebilir (elbette, sistemin artık doğrusal olarak düşünülemeyeceği derecede havanın kanatları dövmesi durumu hariç).

49-3 İki boyutta kipler

Ele alınacak bir sonraki örnek, iki boyuttaki kiplerin ilginç durumudur. Bu noktaya kadar sadece tek-boyutlu durumlardan -gerilmiş bir ip ya da bir borudaki ses dalgaları- söz ettik. Eninde sonunda üç boyutu ele almak durumundayız, ama daha kolayı iki boyuttur. Kesin olması için bir dikdörtgensel lastik davul düşünelim, öyle ki dikdörtgenin kenarlarının hiçbir yerinde yerdeğiştirme olmayacak şekilde sınırlanmıştır. Şekil 49-4'te görüldüğü gibi, dikdörtgenin kenarları a ve b olsun. Şimdi soru şudur: Olası hareketin nitelikleri nelerdir? İp



Şekil 49-4 Titreşen dikdörtgen levha.

için kullanılan aynı işlemle başlayabiliriz. Hiçbir sınırlama olmasaydı, bir tür dalga hareketiyle yol alan dalgalar beklerdi. Örneğin, $(e^{i\omega t})(e^{-ik_x x+ik_y y})$ fonksiyonu, k_x ve k_y'nin göreli değerlerine bağlı bir yönde giden bir sinüs dalgasını temsil eder. Şimdi x-eksenini, yani $y = 0$ doğrusunu nasıl bir düğüm yapabiliriz? Tek-boyutlu ip için geliştirilen fikirleri kullanarak, $(-e^{i\omega t})(e^{-ik_x x-ik_y y})$ karmaşık fonksiyonuyla temsil edilen bir diğer dalga düşünebiliriz. Bu dalgaların üst üste binmesi, x ve t'nin değerlerine bakılmaksızın, $y = 0$'da sıfır yerdeğiştirme verecektir. (Bu fonksiyonlar titreşmek için davul derisinin olmadığı negatif y'lerde de tanımlı olsalar da, bu göz ardı edilir, çünkü yerdeğiştirme $y = 0$'da sahiden sıfırdır.) Bu durumda ikinci fonksiyona yansımış dalga olarak bakabiliriz.

Bununla birlikte, $y = 0$'da olduğu gibi $y = b$'de de bir düğüm çizgisi isteriz. Bunu nasıl yaparız? Kristallerden yansımayı incelediğimiz zaman yaptığımız şeyle ilgilidir bunun çözümü. $y = 0$'da birbirlerini yok eden bu dalgalar $y = b$'de de aynı şeyi yaparlar, eğer $2b \sin\theta$ ifadesi λ'mn bir tamsayı katıysa (burada θ Şekil 49-4'te görülen açıdır):

$$m\lambda = 2b\sin\theta \qquad m = 0, 1, 2, \ldots \tag{49.7}$$

Şimdi aynı şekilde y-eksenini bir düğüm çizgisi yapabiliriz; bunun için işin içine, her biri $x = 0$ çizgisinden diğer iki dalganın birinin bir yansımasını temsil eden $-(e^{i\omega t})(e^{+ik_x x+ik_y y})$ ve $+(e^{i\omega t})(e^{+ik_x x-ik_y y})$ gibi iki fonksiyon daha katmalıyız. $x = a$'da bir düğüm çizgisi için koşul, $y = b$ için olana benzerdir. Yani, $2a\cos\theta$ ifadesi de λ'nın bir tamsayı katı olmalıdır:

$$n\lambda = 2a\cos\theta \tag{49.8}$$

Bu durumda sonuç olarak, kutu içinde yansıyıp duran dalgalar bir duran dalga örüntüsü, yani belirli bir kip yaratır.

Böylece bir kipimiz olacaksa, yukarıdaki iki koşulu sağlamalıyız. Önce dalga boyunu bulalım. (49.7) ve (49.8)'den θ açısını elimine ederek a, b, n ve m cinsinden dalga boyunu elde edebiliriz. Bunu yapmanın en kolay yolu, ilgili denklemlerin her iki yanını $2b$ ve $2a$'ya bölmek, karelerini almak ve taraf tarafa toplamaktır. Sonuç $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 = (n\lambda/2a)^2 + (m\lambda/2b)^2$ olur ve buradan λ çözülebilir:

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{n^2}{4a^2} + \frac{m^2}{4b^2} \tag{49.9}$$

Dalga boyunu bu şekilde iki tamsayı cinsinden saptamış olduk ve dalga boyundan ω frekansını derhal elde ederiz, çünkü bildiğimiz gibi, frekans $2\pi c$ bölü dalga boyuna eşittir.

Bu sonuç yeterince ilginç ve önemlidir; onu yansımalarla ilgili bir tartışmayla değil de, saf matematiksel çözümlemeyle çıkarmalıydık. Titreşimi, $x = 0$, $x = a$, $y = 0$ ve $y = b$ çizgilerinin dördünün de düğümler olmasını isteyerek seçtiğimiz dört dalganın bir üst üste gelmesiyle temsil edelim. Buna ek olarak, tüm dalgaların aynı frekansa sahip olduklarını şart koşacağız, öyle ki bileşke hareket bir kip olsun. Daha önceki ışık yansıması işlemimizden biliyoruz ki $(e^{i\omega t})(e^{-ik_x x+ik_y y})$ Şekil 49-4'te gösterilen yönde ilerleyen bir dalgayı temsil eder. (49.6) denklemi, yani $k = \omega/c$,

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 \tag{49.10}$$

olmak koşuluyla, hâlâ geçerlidir. $k_x = k\cos\theta$ ve $k_y = k\sin\theta$ olduğu şekilden açıkça görülmektedir.

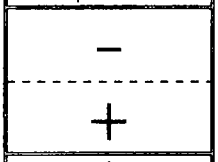
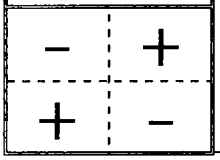
Şimdi dikdörtgen davul derisinin yerdeğiştirmesi, diyelim ki ϕ, için denklemimiz şu büyük yapıyı kazanır:

$$\phi = [e^{i\omega t}]\left[e^{(-ik_x x+ik_y y)} - e^{(+ik_x x+ik_y y)} - e^{(-ik_x x-ik_y y)} + e^{(+ik_x x-ik_y y)}\right] \tag{49.11a}$$

Bu ifade iyice karman çorman görünmekteyse de, bunların toplamı şimdi o kadar da acımasız değildir. Üsteller sinüs fonksiyonları vermek üzere birleşebilirler, öyle ki yerdeğiştirmenin

$$\phi = [4\sin k_x x\sin k_y y][e^{i\omega t}] \tag{49.11b}$$

Tablo 49-1

Kip biçimi	m	n	$(\omega/\omega_0)^2$	ω/ω_0
	1	1	1,25	1,12
	1	2	2,00	1,41
	1	3	3,25	1,80
	2	1	4,25	2,06
	2	2	5,00	2,24

olduğu ortaya çıkar. Başka bir deyişle, o bir sinüs titreşimidir, elbette, hem x- ve hem y-doğrultusunda sinüs eğrisine uygun bir örüntüyle. Sınır koşullarımız kuşkusuz $x = 0$ ve $y = 0$'da sağlanır. ϕ'nin $x = a$ ve $y = b$ olduğunda sıfır olmasını da isteriz. Dolayısıyla diğer iki koşulu da koymalıyız: $k_x a$, π'nin bir tamsayı katı olmalıdır ve $k_y b$ yine π'nin bir başka tamsayı katı olmalıdır. $k_x = k\cos\theta$ ve $k_y = k\sin\theta$ olduğunu gördüğümüze göre, derhal (49.7) ve (49.8) denklemlerini elde ederiz ve bunlardan da (49.9) sonucunu buluruz.

Şimdi bir örnek olarak genişliği yüksekliğinin iki misli olan bir dikdörtgen alalım. Eğer $a = 2b$ dersek ve (49.4) ile (49.9) denklemlerini kullanırsak, kiplerin tümünün frekanslarını hesaplayabiliriz:

$$\omega^2 = \left(\frac{\pi c}{b}\right)^2 \frac{4m^2 + n^2}{4} \tag{49.12}$$

Tablo 49-1 birkaç basit kipi listeler ve onların biçimlerini de nitel olarak gösterir.

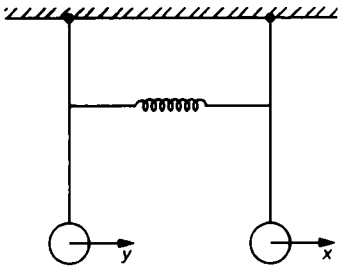
Bu özel halle ilgili vurgulanması gereken en önemli husus, frekansların ne birbirlerinin katları, ne de herhangi bir sayının katları olmasıdır. Doğal frekansların harmonik ilişkili olması fikri genel olarak doğru değildir. Bu, ne birden fazla boyutlu sistemler için doğrudur, ne de düzgün yoğunluklu ve gerilimli bir ipten daha karmaşık bir-boyutlu sistemler için doğrudur. İkincisinin basit bir örneği, asılı bir zincirdir; burada yukarıdaki gerilim aşağıdan daha büyüktür. Böyle bir zincir harmonik salınıma geçerse, çeşitli kiplere ve frekanslara sahip olur, fakat frekanslar ne bir sayının basit katlarıdır, ne de kip biçimleri sinüs eğrisine uyar.

Çok daha karmaşık sistemlerin kipleri daha da girifttir. Örneğin, ağız içinde ses tellerinin üzerinde bir boşluğa sahibiz ve dili ve dudakları hareket ettirerek ve saire, farklı çaplarda ve biçimlerde açık-uçlu bir boru ya da kapalı-uçlu bir boru oluştururuz; bu korkunç derecede karmaşık bir rezonatördür, fakat yine de bir rezonatördür. Şimdi ses telleriyle konuşulduğunda, ses telleri bir tür ses üretir. Ses oldukça karmaşıktır ve pek çok ses çıkar, fakat ağız boşluğu, onun çeşitli rezonans frekansları nedeniyle bu seste daha da değişiklikler yapar. Örneğin, bir şancı *a* ya da *o* veya *u* vb, çeşitli ünlü harfler söyler aynı perdede, fakat bunlar farklı etki bırakır, çünkü çeşitli harmonikler bu oyukta farklı derecelerde rezonansa girerler. Bir oyuğun rezonans frekanslarının sesleri değiştir-

medeki büyük önemi basit bir deneyle gösterilebilir. Sesin hızı yoğunluğun karekökünün tersine bağlı olduğuna göre, farklı gazlar kullanarak sesin hızı değiştirilebilir. Hava yerine yoğunluğu daha düşük olan helyum kullanılırsa, sesin hızı çok daha yüksektir ve oyuğun tüm frekansları yükselecektir. Sonuçta konuşmadan önce ciğerlerinizi helyumla doldurursanız, ses telleriniz hâlâ aynı frekansta titreşse bile, sesinizin niteliği esaslı şekilde değişecektir.

49-4 Çiftlenimli sarkaçlar

Son olarak şunu vurgulamak isteriz; kipler sadece karmaşık sürekli sistemler için değil, fakat çok basit mekanik sistemler için de vardır. İyi bir örnek, önceki bölümde tartıştığımız iki çiftlenimli sarkaç sistemidir. O bölümde, bu hareketin farklı frekanslı iki harmonik hareketin üstüste gelmesi olarak çözümlenebileceği gösterilmişti. Böylece bu sistem bile harmonik hareketler ya da kipler cinsinden çözümlenebilir. İp sonsuz sayıda kipe sahiptir ve iki-boyutlu yüzey için de sonsuz sayıda kip vardır. Bir bakıma bu iki misli sonsuzdur, elbette sonsuzları nasıl sayacağımızı bilirsek. Fakat sadece iki serbestlik derecesine sahip olan ve onu betimlemek için sadece iki değişkene gerek duyulan basit bir mekanik nesne sadece iki kipe sahiptir.



Şekil 49-5 İki çiftlenimli sarkaç.

Sarkaçların eşit uzunluklu olmaları halinde bu iki kipin matematiksel çözümlemesini yapalım. Birinin uzanımı x ve diğerinin uzanımı y olsun (Şekil 49-5). Yay yokken, birinci kütle üzerindeki kuvvet, kütleçekim nedeniyle, uzanımla orantılıdır. Yay olmasaydı, yalnızca bu sarkaç için belli bir ω_0 doğal frekansı var olurdu. Yay olmaksızın hareket denklemi

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -m\omega_0^2 x \tag{49.13}$$

olurdu. Yay olmasaydı, diğer sarkaç da aynı şekilde salınırdı. Kütleçekim nedeniyle geri-çağırıcı kuvvete ek olarak, birinci kütleyi çeken bir ek kuvvet vardır. Bu kuvvet x'in y'den fazlalık mesafesine bağlıdır ve bu farkla orantılıdır, böylece geometriye bağlı bir sabit çarpı $(x-y)$'dir. Aynı kuvvet ters anlamda ikinci kütleye etkir. Çözmemiz gereken hareket denklemleri dolayısıyla şunlardır:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -m\omega_0^2 x - k(x-y), \qquad m\frac{d^2y}{dt^2} = -m\omega_0^2 y - k(y-x) \tag{49.14}$$

Her iki kütlenin aynı frekansta salındıkları bir hareket bulmak için, her bir kütlenin ne kadar hareket ettiklerini saptamalıyız. Başka bir deyişle, x sarkacı ve y sarkacı aynı frekansla salınacaklardır, fakat onların genlikleri A ve B gibi belirli değerlere sahip olmalıdır; ilişkileri ise sabit. Bu çözümü bulmayı deneyelim:

$$x = Ae^{i\omega t}, \qquad y = Be^{i\omega t} \tag{49.15}$$

Bunları (49.14) denkleminde yerlerine koyar ve benzer terimleri toplarsak, şu sonucu buluruz:

$$\begin{aligned}\left(\omega^2 - \omega_0^2 - \frac{k}{m}\right)A &= -\frac{k}{m}B\\ \left(\omega^2 - \omega_0^2 - \frac{k}{m}\right)B &= -\frac{k}{m}A\end{aligned} \tag{49.16}$$

Denklemlerin ortak $e^{i\omega t}$ çarpanları kaldırılmış ve m ile bölünmüşlerdir.

Şimdi iki bilinmeyen gibi görünen A ve B için iki denkleme sahip olduğumuzu görüyoruz. Fakat aslında iki bilinmeyen yoktur, çünkü hareketin tam büyük-

lüğü, bu denklemlerden saptayamayacağımız bir şeydir. Yukarıdaki denklemlerden sadece *A'nın B'ye oranı* saptanabilir, *fakat onların ikisi de aynı oranı vermelidir*. Bu iki denklemin ikisinin de tutarlı olması için gereken, frekansın çok özel bir şey olması koşuludur.

Bu oldukça kolay bir şekilde halledilebilir bu özel halde. İki denklemi taraf tarafa çarparsak, sonuç şu olur:

$$\left(\omega^2 - \omega_0^2 - \frac{k}{m}\right)^2 AB = -\left(\frac{k}{m}\right)^2 AB \tag{49.17}$$

A ve B sıfır olmadıkça (A ve B sıfırsa, zaten hareket yok demektir), AB terimi iki taraftan da kaldırılabilir. Hareket varsa, o zaman diğer terimler eşit olmalıdır; bu da bize çözülecek bir ikinci derece denklemi verir. Sonuçta olası iki frekans var demektir:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2, \qquad \omega_2^2 = \omega_0^2 + \frac{2k}{m} \tag{49.18}$$

Ayrıca, frekansın bu değerlerini (49.16)'da geri yerine koyarsak, ilk frekans için $A = B$ ve ikinci frekans için $A = -B$ buluruz. Bunlar, deneyle kolayca doğrulanabileceği gibi, "kip biçimleri"dir.

$A = B$ olan birinci kipte, yayın asla gerilmeyeceği ve iki kütlenin de, sanki yay yokmuş gibi, ω_0 frekansıyla salınacağı açıktır. $A = -B$ olan diğer çözümde, yay bir geri-çağırıcı kuvvet katkısı yapar ve frekansı artırır. Sarkaçların uzunlukları farklı olursa, daha ilginç bir hal çıkar ortaya. Çözümlemesi yukarıda verilene çok benzerdir ve okuyucuya bir alıştırma olarak bırakılmaktadır.

49-5 Doğrusal sistemler

Yukarıda tartışılan matematiksel fiziğin herhalde en genel ve en harika ilkesinin tüm özelliklerini içeren fikirleri özetleyelim şimdi de. Niteliği zamandan bağımsız olan bir doğrusal sistemimiz varsa, hareketi, herhangi özel bir basitliğe sahip olmamalıdır ve aslında aşırı derecede karmaşık olabilir, fakat çok özel hareketler vardır, genelde bir dizi özel hareket; onlarda hareketin bütün örüntüsü zamanla üstel olarak değişir. Şimdi söz ettiğimiz titreşen sistemler için üstel sanaldır ve "üstel olarak" demek yerine zamanla "sinüs eğrisi olarak" demeyi yeğlemeliydik. Bununla birlikte, daha genel olunabilir ve denebilir ki bu hareketler çok özel kiplerde zamanla, çok özel biçimlerle üstel olarak değişecektir. Sistemin en genel hareketi, daima farklı üstellerin her birini içeren hareketlerin bir üst üste gelmesi şeklinde temsil edilebilir.

Bu yine üstel hareket hali için kıymet ifade eder: Bir doğrusal sistemin sadece bir üstel hareket içinde, diğer bir deyişle, belirli bir tek frekansta hareket etmesi gerekmez; nasıl hareket ederse etsin, bu hareket saf üstel hareketlerin bir üst üste gelmesi şeklinde temsil edilebilir. Bu hareketlerin her birinin frekansı sistemin bir niteliğidir ve her hareketin örüntüsü ya da dalga yapısı da sistemin bir niteliğidir. Böyle her sistemin genel hareketi, bu kiplerin her birinin şiddeti ve evresi verilerek ve bunların tümü toplanarak karakterize edilebilir. Bunu söylemenin bir başka yolu şudur: Her titreşen doğrusal sistem, bağımsız harmonik salınıcıların –bu kiplere karşılık gelen doğal frekanslarla– bir cümlesine eşdeğerdir.

Bu bölümü bitirirken, kiplerin kuantum mekaniğiyle olan ilişkisine dikkat çekeceğiz. Kuantum mekaniğinde titreşen bir cisim, ya da uzayda değişen bir şey bir olasılık fonksiyonunun genliği olup, bu bize bir elektronu, ya da verilen bir yerleşimde elektronlar sistemini bulma olasılığını verir. Bu genlik fonksiyonu uzay ve zamanda değişebilir ve aslında bir doğrusal denklem sağlar. Fakat kuantum mekaniğinde bir dönüşüm vardır, orada olasılık genliğinin frekansı

dediğimiz şey, klasik düşüncede, enerjiye eşittir. Dolayısıyla yukarıda ifade edilen ilkeyi buradaki duruma, *frekans* sözcüğünü alarak ve onu *enerji* yerine koyarak çevirebiliriz. Bu durumda, söz konusu ilke şu haline gelir: Basit bir mekaniksel sistemin belirli bir frekansa sahip olması gerekmediği gibi, bir kuantum-mekaniksel sistem, örneğin bir atom da belirli bir enerjiye sahip olmak zorunda değildir; fakat sistem nasıl davranırsa davransın, onun davranışı daima belli enerjili durumların bir üst üste gelmesi olarak temsil edilebilir. Her bir durumun enerjisi atomun bir niteliğidir ve parçacıkları farklı yerlerde bulma olasılığını saptayan genliğin örüntüsü de öyledir. Genel hareket bu farklı enerji durumlarının her birinin genliğini vererek betimlenebilir. Bu kuantum mekaniğinde enerji durumlarının kökenidir. Kuantum mekaniği dalgalarla temsil edildiğine göre, elektronun protondan kopması için yeterli enerjiye sahip olamadığı durumda, onlar *hapsedilmiş dalgalar*dır. Bir ipin sınırlı dalgaları gibi, kuantum mekaniği dalga denkleminin çözümlerinin de belirli frekansları vardır. Dolayısıyla bir kuantum-mekaniksel sistem, dalgalarla temsil edildiği için, sabit enerjili belirli durumlara sahip olabilir; bunun örnekleri, çeşitli atomların enerji düzeyleridir.

50
HARMONİKLER

50-1 Müziksel sesler

50-1 Müzik notaları
50-2 Fourier dizileri
50-3 Nitelik ve uyum
50-4 Fourier katsayıları
50-5 Enerji teoremi
50-6 Doğrusal olmayan tepkiler

Pisagor şu olguyu keşfettiğini söylemişti; aynı gerilim altında ve sadece farklı uzunlukta iki benzer tel, birlikte çalındığında, eğer tellerin uzunluğu iki küçük tamsayının oranı*ysa*, hoş bir etki bırakır dinleyende. Uzunluklar ikiye bir ise, o zaman bunlar müzikte oktava (sekizliye) karşılık gelir. Uzunluklar üçe ikiyse, bunlar beşli denen Do ile Sol aralığına karşılık gelir. Bu aralıklar genelde "hoş" tınlamalı akorlar olarak kabul edilir.

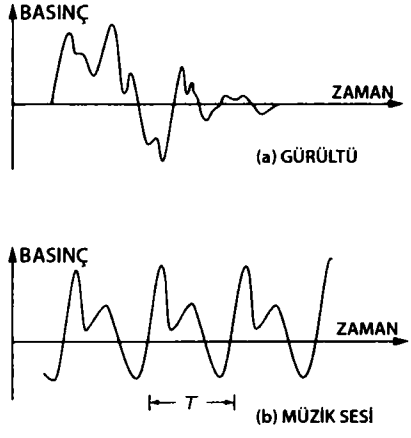
Pisagor bu keşiften o kadar etkilenmişti ki bunu bir ekolün –Pisagor ekolü denen– temeli yapmıştı; bu ekol sayıların muazzam gücünde gizemli inançlara sahipti. Gezegenler ya da "gök kubbeler" hakkında benzer şeylere inanılmaktaydı. Fikir, gezegenlerin yörüngeleri arasında ya da doğadaki diğer şeyler arasında bazı sayısal bağıntıların olabileceği yolundaydı. İnsanlar genelde bunun eski Yunanlar tarafından benimsenmiş sadece bir tür boş inanç olduğunu düşünür. Fakat acaba bu bizim sayısal bağıntılara karşı duyduğumuz kendi bilimsel ilgimizden o kadar çok farklı mıdır? Pisagor'un keşfi, geometri dışında, doğada herhangi bir sayısal bağıntının ilk örneğiydi. Birdenbire doğanın basit bir sayısal bağıntı içeren bir *olgu*ya sahip olduğunu keşfetmek çok şaşırtıcı olmuş olmalıydı. Uzunlukların basit ölçümleri, görünüşte geometriyle ilişkisi olmayan bir şey hakkında bir öngörü vermişti –hoş seslerin üretilmesi. Bu keşif, doğanın anlaşılması için belki de iyi bir aracın aritmetik ve matematiksel çözümleme olabileceği gibi bir gelişmeye yol açmıştı. Modern bilimin sonuçları bu görüş açısını doğrulamaktadır.

Pisagor kendi keşfini sadece bir deneysel gözlem yaparak ortaya koymuş olabilirdi. Yine de bu önemli gözlem onu pek etkilemiş gibi görünmüyor. Etkilemiş olsaydı, fizik çok daha erken atağa kalkabilirdi. (Başkasının eskiden ne yapmış olduğuna bakıp, ne yap*malıydı* diye kararlar vermek insana pek kolay gelir!)

Bu çok ilginç keşfin üçüncü bir yanına da değinebiliriz: Bu keşif, iki notanın kulağa *hoş gelmesi* ile ilgiliydi. Şunu sorabiliriz; acaba biz *neden* sadece belirli seslerin kulağımıza hoş geldiğini Pisagor'dan daha iyi anlayabiliyor muyuz? Genel estetik kuramı, şu anda büyük olasılıkla Pisagor zamanından daha fazla ilerlemiş durumda değildir. Yunanların bu tek keşfinin üç ayağı vardır: deney, matematiksel bağıntı ve estetik. Fizik sadece ilk iki kısımda büyük ilerlemelerde bulunmuştur. Bu bölüm Pisagor'un keşfini bugünkü anlayışımız çerçevesinde ele alacaktır.

Duyduğumuz sesler arasında, *gürültü* dediğimiz bir tür vardır. Gürültü, çevremizdeki bir cismin düzensiz titreşimleriyle kulak zarında üretilen bir cins düzensiz titreşime karşılık gelir. Kulak zarı üzerindeki havanın basıncını (ve dolayısıyla, zarın yerdeğiştirmesini) zamanın fonksiyonu olarak göstermek için bir diyagram çizersek, gürültüye karşılık gelen grafik Şekil 50-1(a)'deki gibi görünür. (Böyle bir gürültü kabaca bir tepinme sesine karşılık gelir.) *Müzik* sesi, farklı bir niteliğe sahiptir. Müzik az-çok sürdürülebilir seslerin ya da "notalar"ın varlığıyla nitelendirilir. (Müzik aletleri de gürültü yapabilir!) Piyanoda bir tuşa bastığınızda, bu ses oldukça kısa bir süre için devam edebilir, ya da bir flütçü uzun bir nota çaldığında, neredeyse süresiz devam edebilir.

Bir müzik notasının havadaki basınç açısından özel niteliği nedir? Bir müzik notası, grafiğinde periyodiklik olması nedeniyle gürültüden ayrılır. Hava



Şekil 50-1 (a) bir gürültü için ve (b) bir müzik sesi için, zamanın fonksiyonu olarak basınç.

basıncının zamanla değişiminde düzgün olmayan bir biçim vardır ve biçim kendisini defalarca tekrar eder. Bir müzik notasına karşılık gelebilen basınç-zaman fonksiyonunun bir örneği, Şekil 50-1(b)'de görüldüğü gibidir.

Müzisyenler genel olarak bir müziksel notadan üç niteliğinden ötürü söz edeceklerdir: Ses gürlüğü, ses perdesi ve "niteliği" nedeniyle. "Ses gürlüğü" basınç değişmelerinin büyüklüğüne karşılık gelir. "Ses perdesi" temel basınç fonksiyonunun bir kez tekrarlanması için geçen zaman dilimine karşılık gelir. ("Pes" notalar "tiz" notalardan daha uzun sürelere sahiptir.) Bir sesin "niteliği" aynı gürlük ve perdeden iki nota arasında hâlâ duyabileceğimiz farklılıklarla ilgilidir. Aynı ses perdesinin notalarını verseler bile, bir obua, bir keman ya da bir soprano hâlâ ayırt edilebilirdir. Nitelik, tekrarlama örüntüsünün yapısıyla ilgilidir.

Bir an için, titreşen bir tel vasıtasıyla üretilmiş sesi ele alalım. Teli bir yana çekip bırakırsak, sonraki hareketi ürettiğimiz dalgaların hareketleriyle saptanacaktır. Bu dalgaların iki yönde gideceğini ve uçlarda yansıyacağını biliriz. Bunlar uzun bir süre ileri geri çalkalanacaklardır. Bununla birlikte, dalga ne kadar karmaşık olursa olsun, kendini tekrarlayacaktır. Tekrarlanma süresi, dalganın tam iki tel boyu gitmesi için gerekli olan T süresidir. Bu, her dalga için gerekli olan süredir; bir kez başlayıp her bir uçtan yansıyarak başlama konumuna geri dönmek ve özgün yönde ilerliyor olmak için geçecek süre. Bu, her bir yönde yola çıkan dalgalar için aynıdır. Bu durumda, telin üzerindeki her nokta bir periyottan sonra kendi başlama konumuna geri döner ve yine bir periyot sonra oradadır, vb. Üretilen ses de aynı tekrarlamaya sahip olmalıdır. Böylece çekip bırakılan bir telin niçin bir müzik sesi ürettiğini anlarız.

50-2 Fourier serileri

Bir önceki bölümde titreşen bir sistemin hareketine başka bir bakma yolunu tartışmıştık. Bir ipin çeşitli doğal titreşim kiplerine sahip olduğunu ve başlangıç koşullarıyla kurulabilen herhangi özel türden bir titreşimin, birlikte salınan pek çok doğal kipin –uygun oranlarda– bir karışımı olarak düşünülebileceğini görmüştük. Bir ip için normal salınım kiplerinin ω_0, $2\omega_0$, $3\omega_0$, . . . frekanslarına sahip olduklarını bulmuştuk. Dolayısıyla, çekip bırakılan bir telin en genel hareketi, temel ω_0 frekansında bir sinüs salınımı, $2\omega_0$ frekansında ikinci harmonik, $3\omega_0$ frekansında üçüncü harmonik vb gibi sinüs salınımlarının toplamından oluşmaktadır. Şimdi temel kip, her $T_1 = 2\pi/\omega_0$ periyodunda kendini tekrar eder. İkinci harmonik kip her $T_2 = 2\pi/2\omega_0$'da kendisini tekrar eder. Kendisini her $T_1 = 2T_2$'de *de*, periyodunun *iki* katı sonra, tekrar eder. Benzer şekilde, üçüncü harmonik kip, bir T_1 süresinden sonra (ki bu kendi periyodunun 3 katıdır) kendisini tekrar eder. Çekip bırakılan bir telin yine bütün örüntüsünü neden T_1 periyodikliğiyle tekrar ettiğini görürüz. O bir müziksel ses üretir.

Telin hareketinden söz etmekteydik. Fakat havanın hareketi olan ses, telin hareketiyle üretilir, öyleyse onun titreşimi de aynı harmoniklerden oluşmalıdır –artık havanın normal kiplerini pek düşünmüyorsak da. Üstelik, harmoniklerin göreli şiddetleri havada teldekilerden farklı olabilir, özellikle eğer tel bir ses tahtası aracılığıyla havayla "çiftlenimli" ise. Havayla çiftlenimin verimi farklı hamonikler için farklıdır.

Eğer $f(t)$ bir müziksel ses için zamanın fonksiyonu olarak hava basıncını temsil ediyorsa [Şekil 50-1(b)'deki gibi], o zaman $f(t)$'nin, çeşitli harmonik frekansların her biri için, çok sayıda zamanın harmonik fonksiyonlarının –cos ωt gibi– toplamı olarak yazılabileceğini tahmin ederiz. Titreşim periyodu T ise, temel açısal frekans $\omega = 2\pi/T$ ve harmonikler 2ω, 3ω, vb olacaktır.

Küçük bir karmaşıklık söz konusudur. Tüm frekansların başlama evrelerinin ille de aynı olmaları gerekmez diye bekleyebiliriz. Dolayısıyla, $\cos(\omega t + \phi)$ gibi fonksiyonlar kullanmalıyız. Bununla birlikte, bunun yerine *her* frekans için hem sinüs ve hem de kosinüs fonksiyonlarını kullanmak daha basittir. Hatırlayacağımız gibi

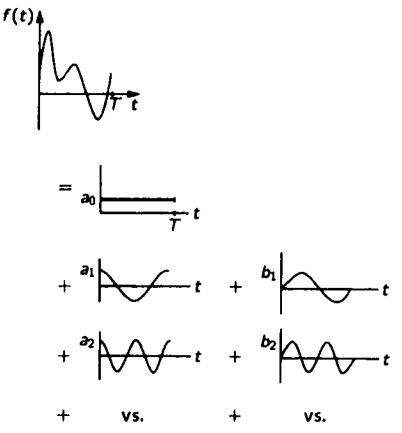
$$\cos(\omega t + \phi) = (\cos\phi \cos\omega t - \sin\phi \sin\omega t) \qquad (50.1)$$

şeklinde yazılabilir ve ϕ bir sabit olduğundan, ω frekanslı her salınım, cos ωt'li bir terim ile sin ωt'li bir başka terimin toplamı olarak ifade edilir.

O zaman varacağımız sonuç, periyodu T olan her periyodik $f(t)$ fonksiyonunun matematiksel olarak aşağıdaki gibi yazılabileceğidir:

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 \\ &+ a_1 \cos\ \omega t + b_1 \sin\ \omega t \\ &+ a_2 \cos 2\omega t + b_2 \sin 2\omega t \\ &+ a_3 \cos 3\omega t + b_3 \sin 3\omega t \\ &+ \ldots \qquad\quad + \ldots \end{aligned} \tag{50.2}$$

Burada $\omega = 2\pi/T$'dir; a'lar ve b'ler ise sayısal sabitler olup, bize $f(t)$'nin içinde her salınım bileşeninden ne kadar olduğunu söyler. a_0 "sıfır frekans" terimini da ekledik, öyle ki denklemimiz tam olarak geneldir; bir müziksel seste bu çoğu kez sıfırdır. Bu, ses basıncının ortalama değerinin (yani, "sıfır" düzeyi) bir kaymasını temsil eder. Denklemimiz, bununla, her hali göz önüne alır. (50.2) eşitliği, Şekil 50-2'de şematik olarak temsil edilmektedir. (Harmonik fonksiyonların a_n ve b_n genlikleri uygun şekilde seçilmelidir. Şekilde şematik olarak, hiçbir özel ölçek kullanılmadan gösterilmektedirler.) (50.2) serisine $f(t)$ için *Fourier serisi* denir.



Şekil 50-2 Herhangi bir periyodik $f(t)$ fonksiyonu, basit harmonik fonksiyonların bir toplamına eşittir.

Her periyodik fonksiyonun bu şekilde oluşturulabileceğini söyledik. Bunu düzeltmeliyiz ve demeliyiz ki her ses dalgası, ya da çoğunlukla fizikte karşılaştığımız her fonksiyon böyle bir toplamla oluşturulabilir. Matematikçiler basit harmonik fonksiyonlardan oluşturulamayacak fonksiyonlar icat edebilirler: örneğin, "ters burulma"ya sahip bir fonksiyon; öyle ki t'nin bazı değerleri için iki değere sahiptir! Burada böyle fonksiyonları dert etmemizin gereği yoktur.

50-3 Nitelik ve uyum

Artık bir müzikal sesin "niteliğini" neyin saptadığını betimleyebiliriz. Bu, çeşitli harmoniklerin göreli miktarları; a'ların ve b'lerin değerleridir. Sadece ilk harmonikli bir ses, bir "saf" sestir. Birçok kuvvetli harmonik içeren bir ses, bir "tok" sestir. Bir keman, bir obuadan daha farklı bir harmonikler oranı üretir.

Bir hoparlöre değişik "salınıcılar" bağlayarak çeşitli müzikal sesler "imal edebiliriz". (Bir salınıcı genelde neredeyse basit bir harmonik fonksiyon üretir.) Salınıcıların frekanslarını ω, 2ω, 3ω, . . . olarak seçmeliyiz. O zaman her salınıcı üzerinde şiddet ayarını denetleyerek, her harmoniği istediğimiz miktarla ekleyebiliriz; bu suretle farklı nitelikte sesler üretiriz. Elektrikli org benzer şekilde çalışır. "Tuşlar" temel salınıcının frekansını seçer ve "perde değiştiriciler" harmoniklerin göreli oranlarını kontrol eden anahtarlardır. Bu anahtarları açıp kapayarak, org bir flüt gibi, ya da bir obua veya keman gibi tınlar hale getirilebilir.

Böyle "yapay" sesler üretmek için, her bir frekans için sadece bir salınıcıya ihtiyaç duymamız ilginçtir: sinüs ve kosinüs bileşenleri için ayrı salınıcılar gerekmez. Kulak harmoniklerin bağıl evrelerine duyarlı değildir; esas olarak her bir frekansın sinüs ve kosinüsünün *toplamı*na dikkat eder. Çözümlememiz, müziğin *öznel* yanını açıklamak için gereğinden de daha doğrudur. Bununla birlikte, bir mikrofonun, ya da bir başka fiziksel aletin tepkisi evreye bağlıdır ve bizim tam olan çözümlememiz böyle durumları incelemek için gerekli olabilir.

Söylenen sözlerin "niteliği" de konuşmada farkına vardığımız ünlü harflerin seslerini karara bağlar. Ağız biçimi, ağız içindeki havanın doğal titreşim kiplerinin frekanslarını saptar. Bu kiplerin bazıları ses tellerinden gelen ses dalgalarıyla titreşime geçer. Bu yolla, bazı ses harmoniklerinin genlikleri diğerlerine göre yükseltilir. Ağzımızın biçimini değiştirdiğimizde, farklı frekansların harmonikleri tercih edilir. Bu etkiler "i-i-i" sesi ile "e-e-e" sesi arasındaki farkı açıklar.

Hepimiz biliriz ki özel bir ünlü ses -diyelim ki, "i-i-i"-, onu tiz ya da pes perdeden söylesek (ya da çığırsak) bile, hâlâ aynı ünlü "gibi tınlar". Betimlediğimiz mekanizmadan, ağzımıza bir "i-i-i-" sesi için biçim verdiğimizde *özel* frekansların vurgulanmasını ve sesimizin perdesini değiştirmemize karşın onların değişmemesini bekleriz. Böylece önemli harmoniklerin temel harmonikle olan bağıntısı -yani, "nitelik"- perdeyi değiştirdiğimizde değişir. Konuşmayı tanımamızı sağlayan mekanizma, görünüşe bakılırsa, özel harmonik bağıntılarına bağlı değildir.

Pisagor'un keşfi konusunda şimdi ne demeliyiz? Anladığımız kadarıyla, 2'nin 3'e oranında uzunluklara sahip iki benzer tel, 3'ün 2'ye oranında temel frekanslara sahip olacaktır. Fakat onlar birlikte neden hoş gelir bize? Belki ipucumuzu harmoniklerin frekanslarından almalıyız. Kısa telin ikinci harmoniği uzun telin üçüncü harmoniğiyle *aynı* frekansta olacaktır. (Çekip bırakılan bir telin birkaç düşük harmoniği kuvvetlice ürettiğini göstermek -ya da buna inanmak- kolaydır.)

Belki de aşağıdaki kuralları edinmeliyiz. Notalar, aynı frekanslı harmoniklere sahip olmaları halinde, uyumlu tınlarlar. Notaların üst harmonikleri birbirlerine yakın frekanslara sahip olmakla birlikte, ikisi arasında hızlı vuruların olmasına yetecek kadar da ayrıysalar, bu notalar uyumsuz tınlarlar. Vurular neden kulağa hoş gelmez ve neden üst harmoniklerin tekssesliliği hoş tınlar? Bu öyle bir şey ki nasıl tanımlamak ya da betimlemek gerekir bilmiyoruz. Bu bilgilerden neyin *kulağa* iyi *geldiğini*, neyin, örneğin, güzel *kokması* gerektiğini söyleyemeyiz. Başka bir deyişle, bunu anlayışımız, onlar ahenkliyse kulağa iyi gelir ifadesinden daha genel bir şey değildir. Müzikte uyum özelliklerinden daha fazla bir şeyler çıkarmamıza izin vermez bu.

Piyanoyla bazı basit deneyler yaparak, betimlediğimiz harmonik bağıntıları sınamak kolaydır. Klavyenin ortalarındaki ardışık 3 Do notasına C, C′ ve C″ ve azıcık ilerilerdeki 3 Sol notasına G, G′ ve G″ diyelim. Bu durumda temel harmonikler aşağıdaki bağıl frekanslara sahip olacaklardır:

C - 2	G - 3
C′ - 4	G′ - 6
C″ - 8	G″ - 12

Bu harmonik bağıntılar aşağıdaki şekilde gösterilebilir: C′ tuşuna *hafifçe* basalım -öyle ki ses çıkmaz, fakat sürgü (ses kesici)'nün kalkmasını sağlarız. Sonra C notasını çalarsak, onun temel *ve* ikinci harmoniğini üretiriz. İkinci harmonik C′ notasının tellerinde titreşime geçer. Şimdi C tuşunu bırakırsak (C′ basılı tutulur) sürgü C tellerinin titreşimini durduracak ve C′ notasını (yumuşak bir şekilde) duyabileceğiz -gitgide sönerken. Benzer bir şekilde, C notasının üçüncü harmoniği G′ notasının titreşimine neden olabilir. Ya da C notasının altıncısı (artık iyice zayıf) G″ notasının temel harmoniğini titreşime geçirebilir.

Usulca G tuşuna basarsak ve sonra C′ sesine, biraz farklı bir sonuç elde edilir. C′ notasının üçüncü harmoniği G sesinin dördüncü harmoniğine karşılık gelir; böylece sadece G notasının dördüncü harmoniği uyarılacaktır. G″ sesini (yakından dinlersek) duyabiliriz, bu bastığımız G tuşunun iki oktav yukarısındadır! Bu oyun için daha pek çok tertip düşünebilirsiniz.

Bu arada şunu da belirtelim; majör gamı sırf şu koşulla tanımlanabilir: Üç majör akoru (Fa-La-Do); (Do-Mi-Sol) ve (Sol-Si-Re)'nin *her biri* (4:5:6)frekans oranlı ton dizilerini temsil eder. Bu oranlar -artı (Do-Do', Si-Si', vb) gibi 1:2 oranına sahip bir oktav- "ideal durum" için, ya da "doğru tonlama" için tam gamı belirtir. Piyano gibi klavyeli çalgılar genelde bu şekilde akort edilmezler; küçük bir "hile" yapılır, öyle ki frekanslar tüm olası başlama sesi için *yaklaşık olarak* doğrudur. "Düzenlenmiş (tempered)" denen bu akortta, oktav (hâlâ 1:2) 12 eşit aralığa bölünmüş olup frekans oranı $(2)^{1/12}$'dir. Bir beşli aralık artık 3/2 frekans oranına sahip olmayıp, $(2)^{7/12}$ = 1,499 oranına sahiptir ve bu pek çok kulak için görünürde 3/2 = 1,5 değerine yeterince yakındır.

Uyum için harmoniklerin çakışması cinsinden bir kural ifade etmiştik. İki notanın ahenkli olmasının nedeni acaba bu çakışma mıdır? Bir araştırmacı şunu iddia etmişti: İki saf ses –harmoniklerden dikkatlice arınmış olarak üretilmiş sesler–, bağıl frekansları tam beklenen oranlara ya da onlara yakın yerleştirilmiş olarak, uyumlu ya da uyumsuz algısı vermezler. (Böyle deneyler zordur, çünkü daha sonra göreceğimiz nedenlerle saf sesleri üretmek zordur.) Bir sesi beğendiğimize karar verdiğimizde, kulağın harmoniklerle eşleşip eşleşmediğinden, ya da hesap yapıp yapmadığından hâlâ emin değiliz.

50-4 Fourier katsayıları

Şimdi her notanın –yani, bir periyodik sesin– harmoniklerin uygun bir karışımıyla temsil edilebileceği fikrine geri dönelim. Her harmoniğin ne kadar miktarına gerek duyulduğunu nasıl hesaplayabileceğimizi göstermek istiyoruz. Kuşkusuz, tüm a ve b katsayıları verilmişse, (50.2) denklemini kullanarak $f(t)$'yi hesaplamak kolaydır. Şimdi soru şudur: $f(t)$ verilmişse, çeşitli harmonik terimlerin katsayılarının ne olduklarını nasıl bulabiliriz? (Bir tariften bir kek yapmak kolaydır; fakat kek verilmişse, tarifini nasıl yazarız?)

Fourier bunun o kadar da zor olmadığını keşfetmişti. a_0 terimi kesinlikle kolaydır. Onun, bir periyot üzerinden ($t = 0$'dan $t = T$'ye) $f(t)$'nin ortalama değeri olduğunu zaten söylemiştik. Bunun gerçekten böyle olduğunu kolayca görebiliriz. Bir sinüs ya da kosinüs fonksiyonunun bir periyot üzerinden ortalama değeri sıfırdır. Bu, iki, ya da üç veya her tamsayıda periyot üzerinden de sıfırdır. Böylece (50.2) denkleminin sağ yanındaki terimlerin tümünün ortalama değeri sıfırdır, sadece a_0 hariç. ($\omega = 2\pi/T$ seçmemiz gerektiğini hatırlayın.)

Şimdi bir toplamın ortalaması, ortalamaların toplamıdır. Böylece $f(t)$'nin ortalaması sırf a_0'ın ortalamasıdır. Fakat a_0 bir sabittir; dolayısıyla onun ortalaması kendi değeriyle aynıdır. Ortalamanın tanımını hatırlayarak, şunu buluruz:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt \tag{50.3}$$

Diğer katsayılar Sadece biraz daha zordur. Onları bulmak için, Fourier tarafından keşfedilen bir hileyi kullanabiliriz. (50.2) denkleminin iki tarafını bir harmonik fonksiyonla –diyelim ki $\cos(7\omega t)$ ile– çarptığımızı düşünelim. O zaman şunu elde ederiz:

$$\begin{aligned} f(t)\cdot\cos 7\omega t \;=\; & a_0\cos 7\omega t \\ & + a_1\cos\ \omega t\cdot\cos 7\omega t \;+ b_1\sin\ \omega t\cdot\cos 7\omega t \\ & + a_2\cos 2\omega t\cdot\cos 7\omega t \;+ b_2\sin 2\omega t\cdot\cos 7\omega t \\ & + \ldots. \qquad\qquad + \ldots. \\ & + a_7\cos 7\omega t\cdot\cos 7\omega t \;+ b_7\sin 7\omega t\cdot\cos 7\omega t \\ & + \ldots. \qquad\qquad + \ldots \end{aligned} \tag{50.4}$$

Şimdi her iki tarafın ortalamasını alalım. $a_0\cos 7\omega t$'nin T süresi üzerinden ortalaması kosinüsün 7 tam periyot üzerinden ortalamasıyla orantılıdır. Fakat bu sıfırdır. Kalan terimlerin *neredeyse tümü de* sıfırdır. a_1 terimine bakalım. Genel olarak,

$$\cos A\cos B = \tfrac{1}{2}\cos(A+B) + \tfrac{1}{2}\cos(A-B) \tag{50.5}$$

olduğunu biliyoruz. Buradan a_1 terimi şu hale gelir:

$$\tfrac{1}{2}a_1(\cos 8\omega t + \cos 6\omega t) \tag{50.6}$$

Böylece 8 tam T periyodu ve 6 tam T periyodu üzerinden iki kosinüs terimine sahibiz. *Bunların ikisi de sıfıra ortalanır.* Dolayısıyla a_1 teriminin ortalaması sıfırdır.

a_2 terimi için, $a_2\cos 9\omega t$ ve $a_2\cos 5\omega t$ buluruz, bunların her biri de sıfıra ortalanır. a_9 terimi için $a_9\cos 16\omega t$ ve $a_9\cos(-2\omega t)$ buluruz. Fakat $\cos(-2\omega t)$ biliyoruz ki $\cos 2\omega t$ ile aynıdır, öyleyse bunların ikisi de sıfır ortalamaya sahiptir.

a'ların, biri dışında, *tümü*nün sıfır ortalamaya sahip olacağı açıktır. Sıfır olmayan sadece a_7 terimidir. Onun için şuna sahibiz:

$$\tfrac{1}{2}\,a_7\,(\cos 14\omega t + \cos 0) \tag{50.7}$$

Sıfırın kosinüsü ve ortalaması kuşkusuz birdir. Böylece (50.4) denklemindeki a terimlerinin tümünün ortalaması $\frac{1}{2}\,a_7$'dir.

b terimleri daha bile kolaydır. Cos $n\omega t$ gibi herhangi bir kosinüsle çarparsak, b terimlerinin *tümünün* ortalama sıfır değerine sahip olduklarını aynı şekilde gösterebiliriz.

Fourier'nin "hilesi"nin bir elek gibi davrandığını görürüz. Cos $7\omega t$ ile çarpıp ortalama aldığımızda, a_7 dışında tüm terimler düşer ve şunu buluruz:

$$\text{Ortalama}\,[f(t)\cdot\cos 7\omega t] = \tfrac{1}{2}\,a_7 \tag{50.8}$$

Ya da

$$a_7 = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot\cos 7\omega t\,dt \tag{50.9}$$

(50.2) denklemini sin 7ωt ile çarpıp her iki yanın ortalamasını alarak b_7 katsayısının elde edilebileceğini göstermeyi okuyucuya bırakacağız. Sonuç şu olacaktır:

$$b_7 = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot\sin 7\omega t\,dt \tag{50.10}$$

Şimdi 7 için doğru olanın, her tamsayı için de doğru olmasını bekleriz. Böylece ispatımızı ve sonucumuzu daha şık bir matematiksel yapı içinde özetleyebiliriz. m ve n sıfırdan farklı tamsayılar ise ve $\omega = 2\pi/T$ ise, o zaman şu bağıntıları yazabiliriz:

$$\text{I.}\quad \int_0^T \sin n\omega t\cos m\omega t\,dt = 0 \tag{50.11}$$

$$\left.\begin{array}{ll}\text{II.} & \displaystyle\int_0^T \cos n\omega t\cos m\omega t\,dt = \\ \text{III.} & \displaystyle\int_0^T \sin n\omega t\sin m\omega t\,dt = \end{array}\right\}\begin{cases} 0 & n\neq m \text{ ise} \\ \frac{1}{2}T & n = m \text{ ise}\end{cases} \tag{50.12}$$

$$\text{IV.}\quad f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n\sin n\omega t \tag{50.13}$$

$$\text{V.}\quad a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt \tag{50.14}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot\cos n\omega t\,dt \tag{50.15}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot\sin n\omega t\,dt \tag{50.16}$$

Önceki bölümlerde, basit harmonik hareketi temsil etmek için üstel gösterimi kullanmak elverişliydi. Cos ωt yerine, üstel fonksiyonun *Ger* $e^{i\omega t}$ gerçel kısmını kullanmıştık. Bu bölümdeyse kosinüs ve sinüs fonksiyonlarını kullandık, çünkü bunlarla türetmeler biraz daha açık oluyordu. En son (50.13) sonucumuz üsteller cinsinden derli toplu yapıda şöyle yazılabilir:

$$f(t) = \text{Gerçel}\sum_{n=0}^{\infty}\hat{a}_n\,e^{in\omega t} \tag{50.17}$$

Burada $\hat{a}_n$, $a_n - ib_n$ ($b_0 = 0$ olmak üzere) karmaşık sayısıdır. Baştanbaşa aynı gösterimi kullanmak istersek, şöyle de yazabiliriz:

$$\hat{a}_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)e^{-in\omega t}\,dt \qquad (n\geq 1) \tag{50.18}$$

Artık bir periyodik dalgayı harmonik bileşenlerine nasıl "çözümleyeceğimizi" biliyoruz. Bu işleme *Fourier çözümlemesi* denir ve ayrı ayrı terimler Fourier bileşenleri adını alır. Bununla birlikte, Fourier bileşenlerinin tümünü bulunca ve onları toplayınca gerçekten $f(t)$'yi geri elde edeceğimizi göster*me*dik. Matematikçiler, geniş bir fonksiyonlar sınıfı için, aslında fizikçilerin ilgilendiği fonksiyonların hepsi için, integraller alındığında $f(t)$'yi geri elde edeceğimizi gösterdiler. Bir küçük istisna var. $f(t)$ fonksiyonu süreksizse, yani birden bire bir değerden diğerine atlıyorsa, Fourier toplamı süreksizlikte üst ve alt değerlerin ortasında kesim noktasında bir değer verecektir. Böylece eğer $0 \le t \le t_0$ için $f(t) = 0$ ve $t_0 \le t \le T$ için $f(t) = 1$ olan acayip bir fonksiyona sahipsek, Fourier toplamı t_0*dışında* her yerde doğru değer verecektir; burada 1 yerine $\frac{1}{2}$ değerini verecektir. Fonksiyonun t_0*'a kadar* sıfır ve *tam* t_0*'da* 1 olduğunda ısrar etmek, her hal ve durumda pek fiziksel değildir. Böylece belki de fizikçiler için şöyle bir kural koymalıyız: Her süreksiz fonksiyon (ki bu, gerçek bir fiziksel fonksiyonun sadece basite indirgenmiş bir hali olabilir), süreksizliklerde orta değerlerle tanımlanmalıdır. O zaman, fiziksel açıdan ilginç tüm diğer fonksiyonların yanı sıra, böyle her fonksiyon –böyle herhangi sonlu sayıda atlamaya sahip– doğru bir şekilde Fourier toplamıyla verilebilir.

Okuyucunun, bir alıştırma olarak, Şekil 50-3'te görülen fonksiyon için Fourier serisini saptamasını öneririz. Fonksiyon açıkça cebirsel yapıda yazılamadığı için, sıfırdan T'ye kadarki integrali olağan yolla yapamazsınız. Bununla birlikte, integralleri sıfırdan $T/2$'ye (orada $f(t) = 1$'dir) ve $T/2$'den T'ye (oradaysa $f(t) = -1$'dir) alacak şekilde ikiye ayırırsanız, integraller iyice kolay hale gelir. Sonuç şu olmalıdır:

$$f(t) = \frac{4}{\pi}\left(\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \ldots\right) \qquad (50.19)$$

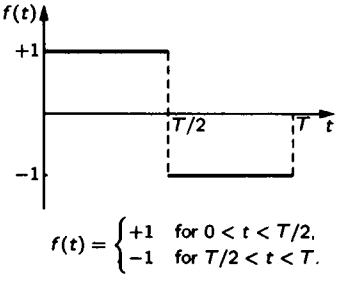
Burada $\omega = 2\pi/T$'dir. Böylece kare dalgamızın (özel seçilmiş evreyle) sadece tek harmoniklere sahip olduğunu ve genliklerinin frekanslarıyla ters orantılı olduklarını buluruz.

(50.19)'un gerçekten bize $f(t)$'yi geri vereceğini, t'nin bir değeri için kontrol edelim. $t = T/4$ ya da $\omega t = \pi/2$ seçelim. Şunu elde ederiz:

$$f(t) = \frac{4}{\pi}\left(\sin\frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}\sin\frac{3\pi}{2} + \frac{1}{5}\sin\frac{5\pi}{2} + \ldots\right) \qquad (50.20)$$

$$= \frac{4}{\pi}\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots\right) \qquad (50.21)$$

Seri $\pi/4$ değerine sahiptir* ve böylece $f(t) = 1$ buluruz.



Şekil 50-3 Kare-dalga fonksiyonu.

50-5 Enerji teoremi

Bir dalgadaki enerji onun genliğiyle orantılıdır. Karmaşık biçimli bir dalga için, bir periyottaki enerji $\int_0^T f^2(t)\,dt$ ile orantılı olacaktır. Bu enerjiyi Fourier katsayılarına da bağlayabiliriz. Şunu yazarız:

$$\int_0^T f^2(t)\,dt = \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t\right]^2 dt \qquad (50.22)$$

Köşeli parantezin karesini açtığımızda, $a_5 \cos 5\omega t \cdot a_7 \cos 7\omega t$ ve $a_5 \cos 5\omega t \cdot b_7 \sin 7\omega t$ gibi tüm olası çapraz terimleri elde ederiz. Bununla birlikte, yukarıda gösterdiğimiz gibi [(50.11) ve (50.12) denklemleri], böyle tüm terimlerin bir periyot üzerinden integralleri sıfırdır. Geriye sadece $a_5^2\cos^2 5\omega t$ gibi kare terimler kalır. Her kosinüs kare ve sinüs karenin bir periyot üzerinden integrali T/2'ye eşittir; böylece

---

* Seri şöyle geliştirilebilir. Önce $\int_0^x [dx/(1+x^2)] = \tan^{-1}x$ olduğunu belirtelim. İkinci olarak, integralin içini $1/(1+x^2) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \cdots$ serisine açalım. Serinin terim terim (sıfırdan x'e) integralini alalım; $\tan^{-1}x = x - x^3/3 + x^5/5 - x^7/7 \pm \cdots$ elde ederiz. $x = 1$ koyarak, $\tan^{-1} 1 = \pi/4$ olduğundan, ifade edilen sonucu buluruz.

$$\int_0^T f^2(t)\,dt = Ta_0^2 + \frac{T}{2}(a_1^2 + a_2^2 + \ldots + b_1^2 + b_2^2 + \ldots)$$

$$= Ta_0^2 + \frac{T}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2) \qquad (50.23)$$

elde ederiz. Bu denkleme "enerji teoremi" denir ve bir dalgadaki toplam enerjinin tüm Fourier bileşenlerindeki enerjilerin toplamı olduğunu söyler. Örneğin, bu teoremi (50.19)'daki seriye uygularsak, $[f(t)]^2 = 1$ olduğundan, şunu buluruz:

$$T = \frac{T}{2}\cdot\left(\frac{4}{\pi}\right)^2\left(1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \ldots\right)$$

Böylece tek tamsayıların terslerinin karelerinin toplamının $\pi^2/8$ olduğunu öğreniriz. Benzer şekilde, önce $f(t) = (t - T/2)^2$ fonksiyonunun Fourier serisini elde edip enerji teoremini kullanarak $1 + 1/2^4 + 1/3^4 + \cdots$'nin $\pi^4/90$'a eşit olduğunu kanıtlayabiliriz; bu Bölüm 45'te gerek duyduğumuz bir sonuçtur.

50-6 Doğrusal-olmayan tepkiler

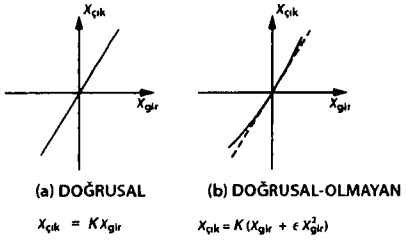
Son olarak, harmonikler kuramında pratik önemi nedeniyle değinilmesi gereken önemli bir olay vardır; onun pratik önemi doğrusal-olmayan etkilerden kaynaklanır. Şu ana kadar incelediğimiz tüm sistemlerde, her şeyin doğrusal olduğunu varsaymıştık -yani yerdeğiştirmeler ya da ivmeler gibi kuvvetlere karşı gösterilen tepkiler hep kuvvetlerle orantılıydı. Ya da devrelerdeki akımlar gerilimlerle orantılıydı vb. Şimdi kesin orantılılığın olmadığı halleri incelemek istiyoruz. Şu anda, düşündüğümüz bazı aletlerde t anında $x_{\text{çık}}$ diyeceğimiz tepki, t anında x_{gir} girdisiyle belirtilir. Örneğin, x_{gir} kuvvet ve $x_{\text{çık}}$ yerdeğiştirme olabilir. Ya da x_{gir} akım ve $x_{\text{çık}}$ voltaj olabilir. Alet doğrusal ise,

$$x_{\text{çık}}(t) = K\,x_{\text{gir}}(t) \qquad (50.24)$$

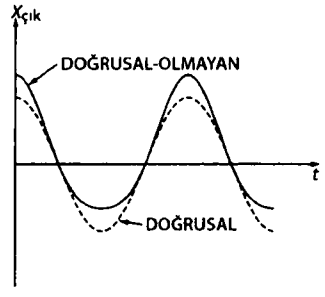
bağıntısı söz konusudur, burada K, t'ye ve x_{gir}'e bağlı olmayan bir sabittir. Bununla birlikte, aletin tam olarak değil ama yaklaşık doğrusal olduğunu varsayalım, öyle ki

$$x_{\text{çık}}(t) = K\,[x_{\text{gir}}(t) + \epsilon x_{\text{gir}}^2(t)] \qquad (50.25)$$

yazabiliriz, burada ϵ,1'e kıyasla küçüktür. Böyle doğrusal ve doğrusal-olmayan tepkiler Şekil 50-4'teki grafiklerde gösterilmektedir.



Şekil 50-4 Doğrusal ve doğrusal-olmayan tepkiler.



Şekil 50-5 Doğrusal-olmayan bir aletin cos ωt girdisine tepkisi. Karşılaştırma için, bir doğrusal tepki gösterilmiştir.

Doğrusal-olmayan tepkiler önemli pratik sonuçlara sahiptir. Şimdi onların bazılarını tartışacağız. Önce girdi olarak saf bir ses uygularsak ne olur, onu görelim. $x_{\text{gir}} = \cos\omega t$ olsun. Zamanın fonksiyonu olarak $x_{\text{çık}}$'yı çizersek, Şekil 50'deki sürekli eğriyi elde ederiz. Kesikli eğri karşılaştırma için bir doğrusal sistemin tepkisini verir. Çıktının artık bir kosinüs fonksiyonu olmadığını görürüz. Çıktı *çarpıtılmıştır* deriz. Bununla birlikte, böyle bir dalganın artık bir saf ses olmadığını, harmoniklere sahip olacağını biliriz. Harmoniklerin neler olduklarını bulabiliriz. (50.25) denkleminde $x_{\text{gir}} = \cos\omega t$'yi kullanarak

$$x_{\text{çık}}(t) = K\,[\cos\omega t + \epsilon\cos^2\omega t] \qquad (50.26)$$

buluruz. $\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$ eşitliği yardımıyla, bunu şu şekle getiririz:

$$x_{\text{çık}}(t) = K\left[\cos\omega t + \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2}\cos 2\omega t\right] \qquad (50.27)$$

Çıktı sadece girdide sahip olduğu temel frekansta bir bileşene değil, fakat ayrıca onun ikinci harmoniğine de sahiptir. Ayrıca çıktıda $K(\epsilon/2)$ gibi bir sabit terim de görünür ki bu Şekil 50-5'teki ortalama değerin kaymasına karşılık gelir. Ortalama değerde bir kayma üreten işleme *düzeltme* denir.

Doğrusal-olmayan bir tepki, girdisinde bir düzeltme yapacak ve frekansların harmoniklerini üretecektir. Doğrusal olmamanın sadece ikinci harmoniği ürettiğini varsaydıysak da, yüksek mertebeden doğrusal-olmayışlar –örneğin, x_{gir}^3 ve x_{gir}^4 gibi terimlere sahip olanlar– ikinciden daha yüksek harmonikleri üretecektir.

Doğrusal-olmayan bir tepkiden sonuçlanan bir diğer etki kiplemedir. Eğer girdi fonksiyonumuz iki (ya da daha çok) saf ses içeriyorsa, çıktı sadece onların harmoniklerine sahip olmakla kalmayıp hâlâ başka frekans bileşenleri de sahip olacaktır. $x_{\text{gir}} = A \cos \omega_1 t + B \cos \omega_2 t$ olsun, burada şimdi ω_1 ve ω_2'nin bir harmonik bağıntı içinde olması tasarlanmış *değil*dir. Doğrusal terime (K kere girdi) ilaveten çıktıda, aşağıda verildiği gibi, bir bileşen de olacaktır:

$$x_{\text{çık}} = K\epsilon(A \cos \omega_1 t + B \cos \omega_2 t)^2 \tag{50.28}$$

$$= K\epsilon(A^2 \cos^2 \omega_1 t + B^2 \cos^2 \omega_2 t + 2AB \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t) \tag{50.29}$$

(50.29)'un ilk iki terimi, tam olarak yukarıda bulduğumuz sabit terim ile ikinci harmoniği veren terimlerdir. Son terim yenidir.

Yeni olan bu $AB \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t$ "çapraz terimi"ne iki şekilde bakabiliriz. Birincisi, eğer iki frekans büyük ölçüde farklıysa (örneğin, ω_1 frekansı ω_2'den çok büyükse), çapraz terimin değişen genlikli bir kosinüs salınımını temsil ettiğini düşünebiliriz. Yani, çarpanları şu şekilde ele alabiliriz:

$$AB \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t = C(t) \cos \omega_1 t \tag{50.30}$$

Burada $C(t)$ şudur:

$$C(t) = A\,B \cos \omega_2 t \tag{50.31}$$

Cos $\omega_1 t$'nin genliği ω_2 frekansıyla *kiplenmiş*tir deriz.

Bunun yerine, çapraz terimi ikinci bir şekilde yazabiliriz:

$$AB \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t = \frac{AB}{2} [\cos (\omega_1 + \omega_2)t + \cos (\omega_1 - \omega_2)t] \tag{50.32}$$

Şimdi, biri *toplam* $(\omega_1 + \omega_2)$ frekansında ve diğeri $(\omega_1 - \omega_2)$ *fark* frekansında, iki yeni bileşenin üretilmiş olduğunu söyleyebiliriz.

Aynı sonuca iki farklı, fakat eşdeğer bakma yoluna sahibiz. $\omega_1 \gg \omega_2$ olan bu özel halde, $(\omega_1 + \omega_2)$ ve $(\omega_1 - \omega_2)$ birbirlerine yakın olduğu için onların aralarında vurular gözlemeyi beklediğimize işaret ederek bu iki farklı bakışı bağlayabiliriz. Fakat bu vurular *ortalama* ω_1 frekansının genliğini, tam da fark frekansı $2\omega_2$'nin yarısıyla *kiplemenin* etkisine sahiptir. Bu durumda iki betimlemenin neden eşdeğer olduğunu anlarız.

Özet olarak, doğrusal olmayan bir tepkinin çeşitli etkiler doğurduğunu bulduk: düzeltme, harmoniklerin üretimi ve kipleme, ya da toplam ve fark frekanslı bileşenlerin üretimi.

Tüm bu etkilerin (Denk. 50.29), sadece ϵ doğrusal-olmama katsayısıyla orantılı kalmayıp, ayrıca iki genliğin çarpımıyla da orantılı olduğuna dikkat etmeliyiz –ya A^2, B^2 ya da AB ile. Bu katsayıların *kuvvetli* sinyaller için zayıf sinyallerden çok daha önemli olmasını bekleriz.

Betimlemekte olduğumuz etkiler birçok pratik uygulamaya sahiptir. Öncelikle, ses bakımından, kulağın doğrusal-olmadığına inanılır. Yüksek seslerle harmonikleri *duyarız* ve ayrıca, ses dalgaları saf sesler içerse bile, toplam ve fark frekanslarını da duyarız gibi bir algıya sahibiz; işte bu olguyu açıklamak için inanırız buna.

Yükseltici, hoparlör vb gibi ses-üretici düzeneklerde kullanılan bileşenler daima bazı doğrusal-olmama niteliğine sahiptirler. Bunlar seste bozukluklar doğururlar; özgün seste bulunmayan harmonikler vb yaratırlar. Bu yeni bileşenler kulak tarafından duyulur ve sakıncalı oldukları bellidir. Bu nedenledir ki "Hi-Fi" düzeneği mümkün olduğunca doğrusal olarak tasarlanır. (Kulağın doğ-

rusal olmaması neden aynı şekilde "sakıncalı" değildir, ya da doğrusal-olmama durumunun *kulak*tan çok *hoparlörler*de olduğunu bile nasıl bildiğimiz açık değildir!)

Doğrusal olmama durumları epeyce *gerekli*dir ve aslında radyo verici ve alıcılarında bu doğrusal-dışılık kasıtlı olarak büyük yapılır. Bir genlik kiplemesinde, "ses" sinyali (saniyede birkaç kilo-çevrimlik frekanslı) "taşıyıcı" sinyal (saniyede birkaç mega-çevrimlik frekanslı) ile doğrusal-olmayan *kipleyici* denen bir devre içinde birleştirilerek yayınlanacak olan kiplenmiş salınım üretilir. Alıcıda, alınan bu sinyalin bileşenleri doğrusal-olmayan bir devreyi besler ve bu devre, ses sinyalini tekrar üretmek üzere, kiplenmiş taşıyıcının toplam ve fark frekanslarını birleştirir.

Işığın iletimini tartıştığımızda, yüklerin etkiyle salınımlarının ışığın elektrik alanıyla orantılı olduğunu varsaymıştık; tepki doğrusaldı. Bu gerçekten de çok iyi bir yaklaştırmadır. Doğrusal-olmayan etkilerin gözlenebileceği kadar kuvvetli bir ışık şiddeti doğuran ışık kaynakları (lazerler) ancak son birkaç yıl içinde tasarlanabildi. Artık ışık frekanslarının harmoniklerini üretmek mümkündür. Kuvvetli bir kırmızı ışık bir cam parçasından geçtiğinde, birazcık mavi ışık –ikinci harmonik– çıkmaktadır!

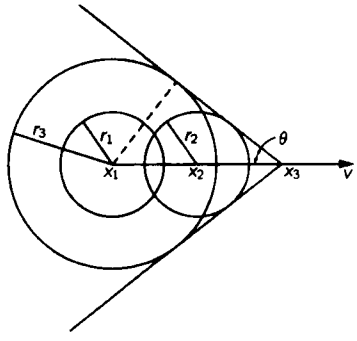
51
DALGALAR

51-1 Yay dalgaları

51-1 Yay dalgası
51-2 Şok dalgası
51-3 Katılarda dalgalar
51-4 Yüzey dalgaları

Dalgaların nicel çözümlemesini bitirmiş olduğumuz halde, konu hakkındaki bu ek bölümde, dalgalarla ilgili çeşitli olaylar için, nitel olarak, bazı değerlendirmelerde bulunmak amaçlanmaktadır; nitel diyoruz, çünkü bunları burada ayrıntılı şekilde çözümlemek aşırı karmaşıktır. Birkaç bölümdür dalgalarla ilgilendiğimiz için, daha uygun şekilde, konuya "dalgalara ilişkin daha karmaşık birkaç olay" adı verilebilirdi.

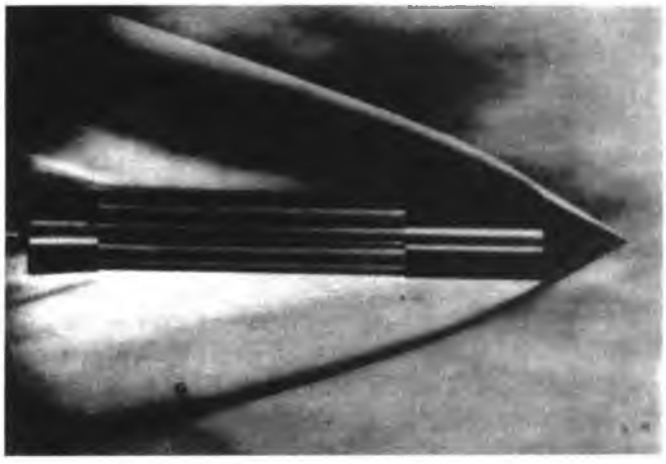
Tartışılacak ilk konu, dalga hızı ya da evre hızından daha hızlı hareket eden bir dalga kaynağı tarafından yaratılan etkilerle ilgilidir. Önce, ses ya da ışık gibi, belirli bir hıza sahip dalgaları ele alalım. Sesten daha hızlı hareket eden bir ses kaynağımız varsa, şöyle bir şey olur: Verilen bir anda, Şekil 51-1'de x_1 noktasındaki kaynaktan bir ses dalgası üretilmiş olsun; bir sonraki anda kaynak x_2'ye hareket ettiğinde, x_1'den çıkan dalga, kaynağın katetmiş olduğu mesafeden daha kısa bir r_1 yarıçapı kadar yayılmış olur. Kuşkusuz, bir başka dalga x_2'den harekete geçer. Ses kaynağı daha ileri, x_3'e hareket ettiğinde ve orada bir dalga harekete başladığında, x_2'den çıkan dalga şimdi r_2'ye genişlemiştir ve x_1'den çıkmış olan r_3'e varmıştır. Kuşkusuz bunlar basamak basamak değil, sürekli olur; dolayısıyla kaynak merkeziyle giden ortak teğet çizgili bir dizi dalga çemberimiz var demektir. Küresel dalgalar üreten bir kaynak yerine, üç boyutta bir koni, ya da iki boyutta bir çift çizgi şeklinde bir dalga cephesi üretildiğini görürüz. Koninin açısını bulmak kolaydır. Kaynak, verilen bir sürede, kendi v hızıyla orantılı, diyelim ki bir $x_3 - x_1$ mesafesi kadar gider. Bu arada, dalga yüzeyi dalganın c_w hızıyla orantılı bir r_3 mesafesi kadar hareket etmiştir. Dolayısıyla açıklığın yarı-açısı, açıkça dalgaların hızı bölü kaynağın hızı oranına eşit bir sinüse sahiptir ve bu sinüs ancak c_w hızı v'den küçükse ya da kaynak dalgadan daha hızlıysa bir çözüme sahiptir:



Şekil 51-1 Şok dalga cephesi, tepesi kaynakta bulunan ve yarı-açısı $\theta = \sin^{-1} c_w/v$ olan bir koni üzerindedir.

$$\sin \theta = \frac{c_w}{v} \tag{51.1}$$

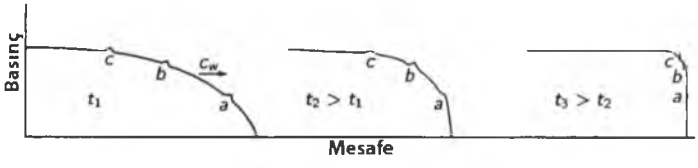
Bu arada, bir ses *kaynağı*na sahip olmak gerektiğini belirttiysek de, çok ilginç olarak anlaşılıyor ki cisim sesten daha hızlı gidiyorsa, zaten ses *yapacak*tır. Yani, titreşimsel nitelikli belli bir sese sahip olmak gerekmez. Bir ortamın içinde ortamın taşıdığı dalgalardan daha hızlı giden bir cisim, her iki yanda, otomatik olarak, sırf hareketin kendisinden dalgalar üretecektir. Bu ses halinde basittir, fakat ışık halinde de meydana gelir. İlk bakışta hiçbir şey ışık hızından daha hızlı gidemez diye düşünülürse de, ışığın cam içindeki evre hızı boşluktaki ışık hızından daha azdır ve çok yüksek enerjili yüklü bir parçacığı cam bloğun içinde boşluktaki ışık hızına yakın bir hızda hareket ettirmek mümkündür. Oysaki cam içinde ışığın hızı boşluktaki hızının ancak $\frac{2}{3}$'ü olabilir. Ortam içinde ışıktan daha hızlı giden bir parçacık, tepesi kaynakta olan koni şeklinde bir ışık dalgası üretecektir; bir geminin dalga izi gibi (aslında, bu da aynı etkiden). Koni açısını ölçerek, parçacığın hızını saptayabiliriz. Bu, yüksek-enerjili parçacık araştırmalarında, parçacıkların enerjilerini saptama yöntemlerinden biri olarak, teknik açıdan parçacıkların hızlarını bulmada kullanılır. Burada ölçülmesi gereken tek şey, ışığın doğrultusudur.



Şekil 51-2 Bir gaz içinde sesten daha hızlı giden bir mermi tarafından yaratılan şok dalgası.

Bu ışığa bazen Cherenkov ışınımı denir, çünkü bu olay ilk olarak Cherenkov tarafından gözlenmişti. Bu ışığın ne kadar şiddetli olması gerektiği, kuramsal olarak Frank ve Tamm tarafından çözümlenmişti. 1958'de Nobel Fizik Ödülü bu çalışma nedeniyle bu üç kişiye birlikte verilmişti.

Ses haline karşılık gelen durumlar Şekil 51-2'de resmedilmiştir; bu, bir gaz içinde sesten daha hızlı giden bir cismin fotoğrafıdır. Basınçtaki değişimler kırılma indisinde bir değişme meydana getirir ve uygun bir optik sistemle dalgaların kenarları görünür kılınabilir. Ses hızından daha hızlı hareket eden cismin, gerçekten de, konik bir dalga yaratığını görürüz. Daha yakın bir inceleme aslında yüzeyin eğri olduğunu açığa çıkarır. Asimtotik olarak düzdür, fakat uca doğru eğridir. Şimdi bunun nasıl olabileceğini tartışacağız ve bu bizi bu bölümün ikinci konusuna götürür.



Şekil 51-3 Ardışık anlardaki dalga cephesi "şip-şak" çekimleri.

51-2 Şok dalgaları

Dalga hızı çoğu kez genliğe bağlıdır ve ses halinde hız genliğe aşağıdaki gibi bağlıdır. Hava boyunca hareket eden bir cisim havayı acayip şekilde hareket ettirmelidir, böylece bu durumda yaratılan tedirgeme bir tür bir basınç platosudur; yani, dalga cephesinin ardındaki basınç, dalga tarafından henüz ulaşılmamış (normal hızla gidilerek) tedirgemesiz bölgedekinden daha yüksektir. Fakat dalga cephesi geçtikten sonra arkada kalan hava adyabatik olarak sıkışmıştır ve dolayısıyla sıcaklık yükselmiştir. Şimdi sesin hızı sıcaklıkla yükselir, böylece atlamanın ardında kalan bölgedeki hız, havanın önündeki hızdan daha yüksektir. Bu demektir ki, cismin sürekli bir itmesiyle ya da herhangi başka bir tedirgemeyle bu platonun ardında oluşturulan herhangi bir tedirgeme, yüksek basınçla artan bir hızla ön cepheye daha hızlı bindirecektir. Şekil 51-3, görüntülemeye yardım etmek amacıyla, basınç konturuna eklenmiş bazı küçük basınç tümsekleriyle bu durumu resimler. Arkadaki daha yüksek basınç bölgeleri zaman geçtikçe öne yetişir, en sonunda sıkışma dalgası keskin bir cephe oluşturur. Şiddet çok yüksekse, "en sonunda" hemen anlamındadır; zayıfsa, oluşma uzun süre alır; aslında, bu oluncaya kadar, ses yayılıp sönebilir.

Konuşmada çıkardığımız sesler atmosfer basıncına göre aşırı derecede zayıftır –sadece milyonda 1 kadar. Fakat 1 atmosfer mertebesindeki basınç değişmeleri için dalga hızı yüzde yirmi kadar yükselir ve dalga cephesi buna paralel olarak yüksek oranda keskinleşir. Doğada hiçbir şey *sonsuz* hızla meydana gelmez ve "keskin" bir cephe deyince, aslında, hafif bir kalınlık vardır, sonsuz derecede dik değildir. Onun değiştiği mesafeler bir ortalama serbest yol mertebe-

sindedir; bu mesafede, gazın yapısını düşünmediğimiz için, dalga denklemi kuramı geçerliliğini yitirmeye başlar.

Şimdi yine Şekil 51-2'ye dayanarak görürüz ki, ucun yakınındaki basınçların daha gerilerdekilerden daha yüksek olduklarını ve böylece θ açısının daha büyük olacağını değerlendirerek, eğriliği anlayabiliriz. Yani, eğri, hızın dalga şiddetine bağlı olması gerçeğinin bir sonucudur. Dolayısıyla bir atom bombası patlamasından ileri gelen dalga, bir süre sesin hızından çok daha hızlı ilerler; dalga yayıla yayıla iyice zayıflayıp, basınç tümsekleri atmosfer basıncına göre küçük hale gelene kadar. İşte o zaman tümseğin hızı içinde gittiği gazdaki ses hızına yaklaşır. (Bu arada, şokun hızı, öndeki gazın içindeki ses hızından daha yüksektir, fakat gerideki gazın içindeki ses hızından daha düşüktür. Bu demektir ki geriden gelen itkiler öne ulaşacaklar, fakat ön kısım, orada sinyallerin normal hızından daha hızlı gittiği ortamın içine binecektir. Böylece, iyice geç oluncaya kadar, şokun geldiği akustik olarak söylenemez. Bombadan gelen ışık önce ulaşır, fakat o ulaşıncaya kadar şokun gelmekte olduğu söylenemez, çünkü onun ilerisinde gelen ses sinyali yoktur.)

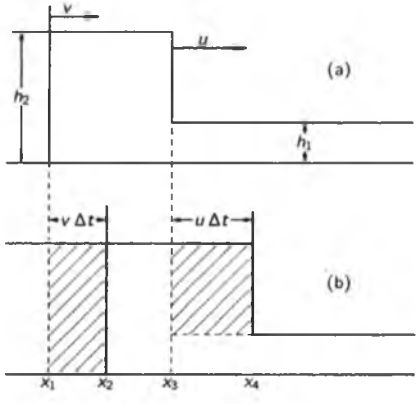


Şekil 51-4

Dalgaların bu şekilde yığılması, çok ilginç bir olaydır ve buna bağlı olan esas husus, bir dalga ortaya çıktıktan sonra bileşke dalganın hızının daha yüksek olabilmesidir. Aynı olayın bir başka örneği aşağıdadır. Sonlu genişlik ve sonlu derinlikte bir kanal boyunca suyun akmakta olduğunu düşünün. Kanalda çaprazlama duran bir piston, ya da duvar, kanal boyunca yeterince hızlı hareket ettirilirse, su birikme yapar; bir kar küreğinin önündeki kar gibi. Şimdi durumun Şekil 51-4'te gösterildiği gibi olduğunu, kanalda bir yerlerde su yüksekliğinde ani bir basamak oluştuğunu varsayın. Bir kanal içinde daha derin suda uzun dalgaların sığ suda olandan daha hızlı yol aldığı gösterilebilir. Dolayısıyla enerjide piston tarafından sağlanan her yeni tümsek ya da düzensizlik ileri doğru akıp gider ve önde birikir. Gene, en sonunda sahip olduğumuz şey, kuramsal olarak sadece keskin cepheli bir sudur. Bununla birlikte, Şekil 51-4'te görüldüğü gibi, karmaşıklıklar vardır. Burada resimlenmiş olan, bir kanala gelen bir dalgadır; piston kanalın aşırı sağ ucundadır. Beklenebileceği gibi, o önce iyi-davranışlı bir dalga gibi görünür, fakat kanal boyunca daha ilerilerde, resimlenen olaylar meydana gelinceye dek, keskinleşir de keskinleşir. Yüzeyde su kütleleri düşerken korkunç bir çalkalanma söz konusudur, fakat esas olarak suyun ön cephesi tedirgemesiz keskin bir yükseliştir.

Aslında su sesten çok daha karmaşıktır. Bununla birlikte, sırf bir noktayı açıklamak için, *bir kanal içinde* böyle bir *met dalgası*nın hızını çözümlemeye çalışacağız. Burada mesele bunun bizim amaçlarımız için herhangi bir temel öneme sahip olması değildir –büyük bir genelleme de değildir– sadece artık zaten bildiğimiz mekanik yasalarının olayı açıklayabildiğini göstermektir.

Bir an için suyun Şekil 51-5(a)'daki gibi göründüğünü düşünün; h_2 yüksekliğindeki su bir v hızıyla hareket ediyor olsun ve ön cephe h_1 yükseklikli tedirgemesiz suya u hızıyla gitmekte olsun. Ön cephenin hareket ettiği hızı saptamak isteyelim. Başlangıçta x_1 noktasında olan bir düşey düzlem bir Δt süresinde $v\,\Delta t$ mesafesindeki x_2 noktasına hareket eder, oysaki dalganın önü $u\,\Delta t$ kadar hareket etmiştir.



Şekil 51-5 Bir kanal içinde bir sondaj deliğinin iki kesiti; (b) şekli, (a)'dan Δt aralığı sonradır.

Şimdi madde ve momentumun korunum denklemlerini uygulayalım. Önce, birincisini: Birim kanal genişliği başına, x_1'i geçmiş olan $h_2\,v\,\Delta t$ madde miktarının (taralı alan), $(h_2-h_1)u\,\Delta t$ miktarındaki diğer taralı alanın yerini tuttuğunu görürüz. Böylece Δt'ye bölerek $vh_2 = u(h_2-h_1)$ buluruz. Bu bize yeterli değildir, çünkü h_2 ve h'i bilsek de, u mu yoksa v mi olduğunu bilmiyoruz; onların her ikisini de elde etmeye çalışalım.

Bir sonraki basamak momentumun korunumudur. Su basıncı problemlerini ele almadık ya da hidrodinamikte hiçbir şey tartışmadık, fakat herhalde açıktır ki belli derinlikteki su basıncı için sadece onun üzerindeki sütunu almak yeterlidir. Dolayısıyla suyun basıncı, su yoğunluğu ρ kere g kere yüzeyin altındaki derinliğe eşittir. Mademki basınç derinlikle doğru orantılı olarak artmaktadır, öyleyse x_1'deki düzlemin üzerindeki ortalama basınç $\frac{1}{2}\rho g h_1^2$'dir; ki bu, düzlemi x_2'ye iten birim genişlik ve birim yükseklik başına ortalama kuvvete de eşittir.

Böylece soldan iterek su üzerine etkiyen toplam kuvveti bulmak için bir h_2 ile daha çarparız. Diğer taraftan, söz konusu bölge üzerine zıt bir kuvvet uygulayan su içinde sağa doğru da bir basınç vardır; bu kuvvet ise aynı tür bir çözümlemeyle $\frac{1}{2}\rho g h_1^2$ olarak bulunur. Şimdi momentumun değişim hızına karşı kuvvetleri dengelemeliyiz. Böylece Şekil 51(b)'deki durumda, (a) durumunda olandan ne kadar daha çok momentum olduğunu hesaplamalıyız. v hızını kazanan ek kütlenin $\rho h_2 u\,\Delta t - \rho h_2 v\,\Delta t$ (birim genişlik başına) olduğunu görürüz ve bunu v ile çarparak $F\,\Delta t$ itmesine (impuls) eşitlenecek ek momentum buluruz:

$$(\rho h_2 u\,\Delta t - \rho h_2 v\,\Delta t)\,v = (\tfrac{1}{2}\rho g h_2^2 - (\tfrac{1}{2}\rho g h_1^2)\,\Delta t$$

Biraz önce bulduğumuz $vh_2 = u(h_2 - h_1)$'i yerine koyarak bu denklemden v'yi elersek, biraz basitleştirme yaparak, $u^2 = gh_2(h_1 + h_2)/2h_1$ sonucuna ulaşırız.

Yükseklik farkı çok küçükse, öyle ki h_1 ve h_2 neredeyse eşittir, o zaman üstteki bağıntı, hız = $\sqrt{gh}$ olduğunu söyler. Bu, daha sonra göreceğimiz gibi, sadece dalganın dalga boyunun kanalın derinliğinden daha uzun olması halinde doğrudur.

Ses dalgaları için de benzer şeyi yapabiliriz: iç enerji korunumu dahil, entropi korunumu değil, çünkü şok tersinmezdir. Aslında, met dalgası probleminde enerjinin korunumu kontrol edilirse, enerjinin korunmadığı anlaşılır. Yükseklik farkı küçükse, enerji neredeyse kusursuz derecede korunur, fakat yükseklik farkı hatırı sayılır dereceye gelir gelmez, net bir enerji kaybı vardır. Bu, Şekil 51-4'te düşen ve çalkalanan su olarak açıkça görülür.

Şok dalgalarında, adyabatik tepkimeler görüş açısından belirgin bir enerji kaybı vardır. Ses dalgalarındaki enerji, şokun gerisinde, met dalgasında suyun çalkanmasına karşılık gelmek üzere, şok geçtikten sonra gazın ısınmasına gider. Bunu geliştirmede, ses halinde, çözüm için üç denklemin gerektiği anlaşılır ve şokun ardındaki sıcaklık, görmüş olduğumuz gibi, ön cephedeki sıcaklıkla aynı değildir.

Tersyüz edilmiş ($h_2 < h_1$) bir met dalgası oluşturmaya çalışırsak, o zaman saniyedeki enerji kaybının negatif olduğunu buluruz. Hiçbir yerden enerji elde edilemeyeceğine göre, bu met dalgası kendisini devam ettiremez; kararsızdır. Bu türden bir dalga başlatmış olsaydık, o düzleşirdi, çünkü tartıştığımız halde keskinleşmeyle sonuçlanan hızın yüksekliğe bağlılığı bu kez zıt etkiye sahip olurdu.

51-3 Katılarda dalgalar

Tartışılacak bir sonraki dalga türü, katılardaki daha karmaşık dalgalardır. Gazlarda ve sıvılarda ses dalgalarını zaten tartışmıştık ve bir katıdaki ses dalgasına direkt benzeşim vardır. Bir katıya aniden bir itme uygulanırsa, katı sıkışır ve sıkışmaya bir direnç gösterir, böylece sese benzer bir dalga harekete geçer. Bununla birlikte, sıvı içinde olmayıp bir katı içinde mümkün olan bir başka tür dalga daha vardır. Bir katı yanlamasına (*makaslama* denen) itilerek şekil bozukluğuna uğratılırsa, kendini geri çekmeye çalışır. Tanım olarak katıyı sıvıdan ayıran işte budur: Bir sıvının şeklini (içten) değiştirir ve onu bir dakika öyle tutarsak, durulur ve sonra bırakırsak, o şekilde kalır; fakat bir katıyı alıp, onu bir "Jöle"yi keser gibi itelersek, bıraktığımız zaman geri fırlar ve sıkışmalar gibi yol alan bir *enine* dalga harekete geçer. Tüm durumlarda, enine dalganın hızı, boyuna dalgaların hızından daha azdır. Enine dalgalar, onların kutuplanmaları söz konusu olunca, daha çok ışık dalgalarına benzer. Sesin kutuplanması yoktur, o sırf bir basınç dalgasıdır. Işık ise hareket doğrultusuna dik karakteristik bir yönelime sahiptir.

Bir katıda, dalgalar iki türdendir. Birincisi, ses dalgasına benzer, belli bir hızda yol alan bir sıkışma dalgasıdır. Katı kristal yapıda değilse, herhangi bir doğrultuda kutuplu bir enine dalga tipik bir hızla yayılacaktır. (Kuşkusuz, tüm katılar kristal yapıdadır, fakat eğer katımız tüm değişik yönelimlere sahip mikro-kristallerden oluşmuşsa, kristal eş-yönsüzlükleri ortalamada yok olur.)

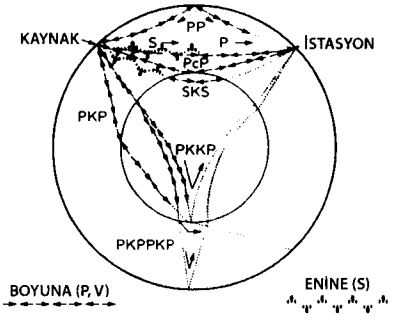
Ses dalgalarıyla ilgili bir başka ilginç soru şudur: Bir katıda dalga boyu gitgide kısalır da kısalırsa ne olur? Ne kadar kısa olabilir? Atomlar arası aralıktan

daha kısa olamaması ilginçtir, çünkü bir noktası yukarı ve bir sonraki aşağı vb giden bir dalga olduğu düşünülürse, en kısa olası dalga boyu açıkça atom mesafesidir. Titreşim kipleri cinsinden, boyuna kipler ve enine kipler, uzun dalga kipleri, kısa dalga kipleri vardır deriz. Atomlar arası aralıkla kıyaslanabilir dalga boylarını ele aldığımızda, hızlar artık sabit değildir; hızın dalga sayısından bağımsız olmadığı bir dağınım etkisi vardır. Fakat en sonunda, enine dalgaların en yüksek kipi öyle olur ki orada her atom komşu atomların yaptığının zıddını yapar.

Şimdi atomik açıdan, durum, daha önce konuştuğumuz iki sarkaç gibidir; bunun için iki kip vardır, birinde sarkaçlar birlikte ve diğerinde ayrı gidip gelirler. Katı dalgalarını çözümlemenin bir başka yolu mümkündür; örneğin aşırı sayıda sarkaçlarla bir çiftlenimli harmonik salınıcılar sistemi cinsinden. Burada en yüksek kip, bunlar zıt olarak salındığı durumdur ve daha alçak kipler ise farklı zamanlama bağıntılarına sahip durumlardır.

En kısa dalga boyları öyle kısadır ki genelde teknik olarak mevcut değildir. Yine de onlar büyük ilgi görürler, çünkü bir katının termodinamiğinde, bir katının ısı özellikleri, örneğin özgül ısılar kısa ses dalgalarının özellikleri cinsinden çözümlenebilir. Olabildiğince aşırı kısa dalga boylu ses dalgalarına gidince, zorunlu olarak atomların tek tek hareketlerine varılır; eninde sonunda iki yol da aynıdır.

Ses dalgalarının çok ilginç bir örneği, gerek boyuna ve gerekse enine olanlar, katı yerküremizdeki dalgalardır. Bu gürültüleri kimin yaptığını bilmiyoruz, fakat yer küremizin içinde, zaman zaman, depremler olur; bazı kayalar başka kayaların üzerinden kayar. Bu küçük bir gürültü gibidir. Böylece ses dalgaları gibi dalgalar, ses dalgaları halinde genelde hesaba katılandan dalga boyunca çok daha uzun böyle bir kaynaktan harekete geçerler, fakat yine de ses dalgalarıdır ve yerküre içinde dolanırlar. Bununla birlikte yeryüzü homojen değildir ve basınç, yoğunluk, sıkışabilirlik vb özellikleri derinlikle değişir ve dolayısıyla hız derinlikle değişir. Bu nedenle dalgalar düz çizgiler boyunca yol almazlar; bir tür kırılma indisi vardır ve eğriler boyunca ilerlerler. Boyuna dalgalar ve enine dalgalar farklı hızlara sahiptir, böylece farklı hızlarda farklı çözümler söz konusudur. Dolayısıyla bir yere bir sismograf yerleştirir ve bir başka yerde bir deprem olduktan sonra sarsıntıları gözlersek, o zaman sadece düzgün olmayan sallanmalar elde etmeyiz. Bir sarsıntı elde edebiliriz ve sonra bir sakinlik olur ve sonra bir başka sarsıntı daha; olanlar konuma bağlıdır. Kaynağa yeterince yakınsak, önce boyuna dalgaları ve bir süre sonra enine dalgaları duyarız, çünkü ikinciler daha yavaş hareket ederler. İkisi arasındaki zaman farkını ölçerek, hızlar ve söz konusu iç bölgelerin madde karışımı hakkında bir şeyler biliyorsak, depremin ne kadar uzakta olduğunu söyleyebiliriz.

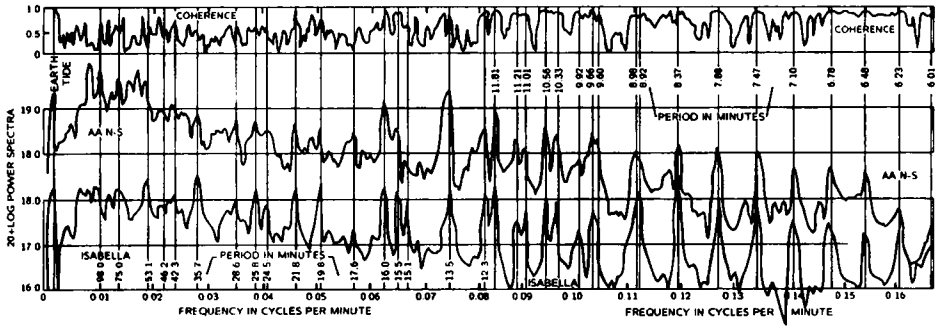


Şekil 51-6 Boyuna ve enine ses dalgalarının yollarını gösteren, dünyanın şematik çizimi.

Yeryüzündeki dalgaların davranış örüntüsünün bir örneği Şekil 51-6'da görülmektedir; orada dalgaların iki türü farklı simgelerle temsil edilmektedir. "Kaynak" olarak işaret edilen yerde bir deprem olmuşsa, enine dalgalar ve boyuna dalgalar ölçüm istasyonuna en kestirme yollardan farklı zamanlarda ulaşırlar. Yerkürede enine dalgaları taşımayan bir çekirdek vardır. İstasyon kaynağın zıt tarafındaysa, enine dalgalar yine de oraya ulaşırlar, fakat zamanlama doğru değildir. Olan şudur: Enine dalga çekirdeğe gelir ve ne zaman enine dalgalar eğik olan bir yüzeye gelirse, iki madde arasında, biri enine ve diğeri boyuna iki yeni dalga üretilir. Fakat dünyanın çekirdeği içinde enine dalga yayılamaz (ya da, en azından, bunun için kanıt yoktur, sadece boyuna dalga için vardır); sarsıntı yine iki yapı halinde ortaya çıkar ve istasyona gelir.

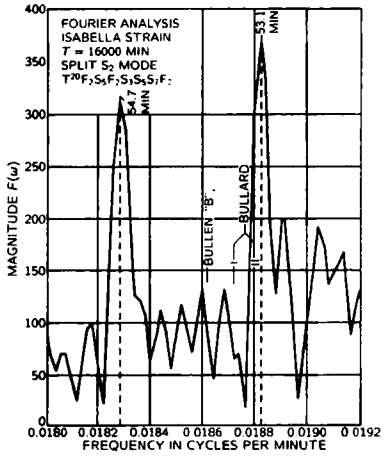
Bu deprem dalgalarının davranışından, enine dalgaların iç çemberin içinde yayılamadıkları saptanmıştı. Bu demektir ki dünyanın merkezi, enine dalgaların ilerleyemediği anlamında, sıvıdır. Dünyanın içinin ne olduğunu öğrenmenin tek yolu yer sarsıntılarının incelenmesidir. Böylece, farklı istasyonlarda birçok depremin çok sayıda gözlemini kullanarak, ayrıntı çözümlenmiştir; hız, eğriler vb tümüyle bilinmektedir. Çeşitli dalga türlerinin çeşitli derinliklerdeki hızları-

nı biliyoruz. Dolayısıyla bunları bilince, dünyanın normal kiplerinin neler olduklarını hesaplamak mümkündür, çünkü ses dalgalarının ilerleme hızını -başka bir deyişle, her iki dalga türünün her derinlikteki esneklik özelliklerini- biliyoruz. Yerkürenin bir elipsoit biçimine bozulduğunu ve öyle bırakıldığını varsayın. Bir serbest kipteki periyot ve biçimlerin saptanması, sırf elipsoit içinde gezinen dalgaların üst üste gelme meselesidir. Eğer bir tedirgeme varsa, elipsoitsel olan en düşüğünden daha üst yapılı yüksek kiplere kadar bir sürü kipin var olacağını hesaplamıştık.



Şekil 51-7 Peru, Nana'daki ve California, İsabella'daki sismograflarda algılanmış olan frekansa karşılık güç eğrileri. Eş-evrelilik, istasyonlar arasındaki çiftlenimin bir ölçüsüdür. [Benioff, Press and Smith, J. Geoph. Research 66, 605 (1961)'den].

Mayıs 1960'taki Şili depremi yeterince büyük bir "gürültü" koparmış, sinyaller dünyanın etrafında birçok kez dolanmıştı. Büyük duyarlıklı yeni sismograflar, dünyanın temel kiplerinin frekanslarını saptamak ve onları bağımsız depremlerden ölçülmüş olarak bilinen hızlar kullanılarak ses kuramından hesaplanmış değerlerle karşılaştırmak üzere tam zamanında yapılmıştı. Bu deneyin sonucu, Şekil 51-7'de, sinyal şiddetinin frekansına karşı bir çizimi olarak (Fourier çözümlemesi) sergilenmektedir. Dikkat ederseniz, belli özel frekanslarda diğer frekanslarda alınandan çok daha fazla şiddet kaydedilmiştir; çok belirgin maksimumlar vardır. Bunlar dünyanın doğal frekanslarıdır, çünkü bunlar dünyanın titreşebileceği ana frekanslardır. Başka bir deyişle, dünyanın bütün hareketi birçok farklı kipten oluşmaktaysa, her istasyonda birçok frekansın üst üste geldiğini gösteren düzensiz sarsıntılar elde etmeyi bekleriz. Bunu frekanslar cinsinden çözümlersek, dünyanın karakteristik frekanslarını bulabilmeliyiz. Şekildeki düşey koyu çizgiler hesaplanmış frekanslardır ve dikkate değer bir uyuşma, ses kuramının Yerkürenin içinde doğru olduğu gerçeğiyle iyi bir uyuşma görürüz.



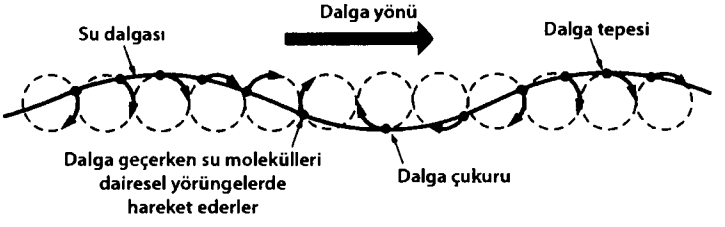
Şekil 51-8 Sismograf kayıtlarından birinin yüksek-çözünürlüklü analizi. Burada bir spektral ikili görülmektedir.

Dünyanın en düşük kipi olan elipsoit kipinin iyi çözünürlüklü çok özenli bir ölçümünü gösteren Şekil 51-8'de çok ilgi çekici bir nokta ortaya çıkmaktadır. Dikkat ederseniz, bu bir tek maksimum olmayıp, ikili bir maksimumdur: hafifçe farklı, biri 54,7 ve diğeri 53,1 çevrim-bölü-dakika değerlerinde. Bu iki farklı frekansın nedeni ölçüldüğü sıralarda bilinmemekteydi, ama o aralarda anlaşıldı tabii. En azından iki olası açıklama var: Biri, dünyanın dağılımında bir asimetri olabileceği ve bunun iki benzer kipe yol açacağı şeklindeydi. Daha da ilginç olan diğer olasılık şudur: Dalgaların kaynaktan iki yönde Yerküremizi dolandığını düşünün. Hareket denklemlerinde dünyanın dönmesinin etkisi nedeniyle hızlar eşit olmayacaktır, çözümlemede bu hiç dikkate alınmamıştı. Dönen bir sistemdeki hareket, Coriolis kuvvetiyle düzeltilir ve bu gözlenen yarılmaya neden olabilir.

Bu depremlerin çözümlenmesinde kullanılmış olan yönteme gelince; sismografta elde edilen, frekansın fonksiyonu olarak genliğin bir eğrisi değil, zamanın fonksiyonu olarak yerdeğiştirmedir: daima çok düzensiz bir çizim. Tüm farklı frekanslar için bütün farklı sinüslerin miktarını bulmak için, belli frekanslı bir sinüs dalgasıyla ölçülmüş veriyi çarpıp integral almak, yani ortalama almaktır; ortalamada diğer tüm frekanslar yok olur. Bu nedenle şekiller, dakikada farklı çevrimli sinüs dalgalarıyla veriyi çarpıp integrali alındıktan sonra bulunmuş integrallerin çizimleridir.

51-4 Yüzey dalgaları

Şimdi ilgileneceğimiz dalgalar, herkes tarafından kolayca görülen ve genelde temel derslerde örnek olarak gösterilen su dalgalarıdır. Az sonra göreceğimiz gibi, bunlar en kötü mümkün örneklerdir, çünkü hiçbir hususta ses ve ışık dalgaları gibi değildirler; dalgaların sahip oldukları tüm karışıklıklara sahiptirler. Derin sulardaki uzun su dalgalarıyla başlayalım. Okyanus sonsuz derinlikte kabul edilirse ve tedirgeme yüzeyde yapılırsa, dalgalar üretilir. Sinüs hareketi dışında her türden düzensiz hareket meydana gelir; çok küçük bir tedirgemeyle sıradan düzgün okyanus dalgaları kıyıya doğru geliyor gibi görünür. Böyle bir dalgayla su, kuşkusuz, ortalama halde durgundur, hareket eden dalgadır. Hareket nasıldır, enine mi boyuna mı? İkisi de olmamalıdır; ne eninedir, ne de boyuna. Su, belli bir yerde, sırayla çukur ve tepe olsa da, suyun korunumu nedeniyle, basitçe aşağıya ve yukarıya hareket ediyor olamaz. Yani, dalga aşağıya iniyorsa, su nereye gidecektir? Su esasen sıkıştırılamazdır. Dalgaların sıkışma hızı –yani, sudaki sesin hızı– çok, ama çok yüksektir ve şimdi onu ele almıyoruz. Su bu ölçekte sıkıştırılamaz olduğundan, bir tepe aşağı inerken, su o bölgeden öteye hareket etmelidir. Aslında olan şey, yüzeye yakın su parçacıklarının yaklaşık olarak çemberler halinde hareket ettikleridir. Düzgün dalgacıklar geldiği zaman, otomobil iç lastiğiyle yüzen bir kişi yakındaki bir cisme bakar ve onu bir çember içinde gidiyor görür. Böylece boyuna ve enine dalgaların bir karışımıdır. Suyun daha derinlerinde hareketler daha küçük çemberlerdir, oldukça derinlerde hareketten hiçbir şey kalmaz (Şekil 51-9).



Şekil 51-9 Derin-su dalgaları çemberler halinde hareket eden parçacıklardan oluşur. Çemberden çembere olan sistematik evre kaymalarına dikkat ediniz. Yüzen bir cisim nasıl hareket eder?

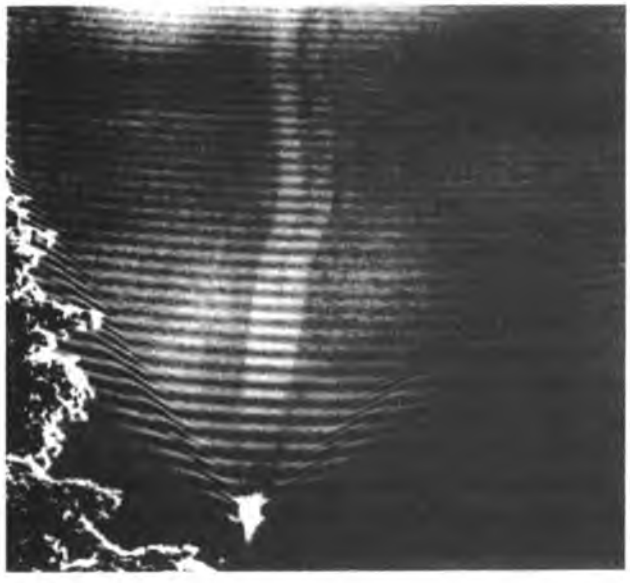
Böyle dalgaların hızını bulmak ilginç bir problemdir: Hız, su yoğunluğunun, dalgaları oluşturan geri-çağırıcı kuvvet olan kütleçekim ivmesinin ve belki de dalga boyunun ve derinliğin bir karışımı olmalıdır. Derinliğin sonsuza gittiği hali alırsak, artık derinliğe bağlı olmayacaktır. Dalgaların evrelerinin hızı için elde edeceğimiz denklem ne olursa olsun, bu denklem, özel boyutlar yaratmak için çeşitli çarpanları bir araya getirmelidir ve eğer bunu çeşitli yollardan denersek, bir hız oluşturmak üzere yoğunluğu, g'yi ve λ'yı birleştirmek için sadece bir yol buluruz; o yolla, yoğunluğu hiç içermeyen $\sqrt{g\lambda}$ hızını buluruz. Aslında, evre hızı için bu denklem tam olarak doğru değildir, fakat dinamiğin tam bir çözümlemesi (bunun ayrıntısına girmeyeceğiz), çarpanların, $\sqrt{2\pi}$ dışında, bizim bulduklarımız olduğunu gösterir:

$$v_{\text{evre}} = \sqrt{g\lambda/2\pi} \text{ (kütleçekim dalgaları için)}$$

Uzun dalgaların kısa dalgalardan daha hızlı gitmeleri ilginçtir. Böylece, bir deniz motoruyla dolaşan kişi bir spor-araba sürücüsü olduğu için uzaklarda olağanüstü dalgalar yaratıyorsa, bir süre sonra dalgalar sahile önce yavaş çarpmalarla ve sonra gitgide daha hızlı çarpmalarla gelir, çünkü önce gelen dalgalar uzundur. Zaman geçtikçe, dalgalar gitgide kısalır, çünkü hızlar dalga boyunun karekökü ile gider.

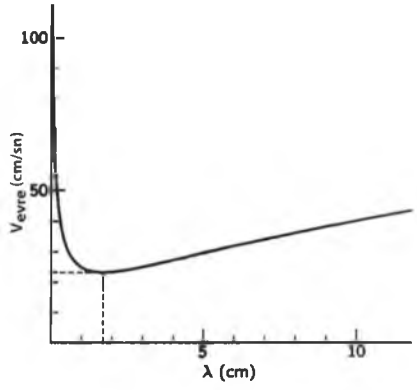
"Bu doğru değil, bunu anlamak için *grup* hızına bakmalıyız!" diye itiraz edilebilir bunlara. Kuşkusuz bu doğrudur. Evre hızı denklemi, önce neye ulaşılacağını söylemez bize; bunu söyleyecek olan grup hızıdır. Öyleyse grup hızını hesaplamalıyız ve onun evre hızının bir-bölü-ikisi olduğunu göstermeyi –hızın dalga boyunun karekökü gibi gittiğini varsayarak, tek gerekli olan budur– bir problem olarak bırakıyoruz. Grup hızı da dalga boyunun karekökü gibi gitmek-

tedir. Grup hızı nasıl evre hızının yarısı kadar hızla gidebilir? Bir teknenin oluşturduğu dalga demetine bir tepeyi izleyerek bakıldığında, onun grup halinde ileri doğru hareket ettiği anlaşılır ve yavaş yavaş zayıflayıp ön cephede söner ve gizemli ve esrarengiz bir şekilde gerideki bir zayıf dalga ilerler ve güçlenir. Kısacası, grup sadece dalgaların hareket ettiği hızın yarısıyla hareket ederken, dalgalar grup üzerinden hareket eder.



Şekil 51-10 Bir teknenin izi.

Grup hızları ve evre hızları eşit olmadıklarından, su üzerinden geçen bir cisim tarafından üretilen dalgalar artık basitçe bir koni oluşturmazlar, fakat çok daha ilginçtirler. Bunu, su üzerinde hareket eden bir cisim tarafından üretilen dalgaları gösteren Şekil 51-10'da görebiliriz. Bunun ses için olandan epeyce farklı olduğuna dikkat ediniz; orada hız dalga boyundan bağımsızdı, sadece koni boyunca dışa doğru hareket eden dalga cephelerine sahiptik. Bunun yerine, arkada teknenin hareketine paralel hareket eden ön cepheli dalgalara sahibiz ve sonra yanlarda diğer açılarla küçük dalgacıklar vardır. Dalgaların tüm bu örüntüsü, sadece şunu bilerek maharetle çözümlenebilir: Evre hızı dalga boyunun kareköküyle orantılıdır. İncelik, dalgaların örüntüsünün tekneye (sabit-hızlı) göre durağan oluşu; diğer her örüntünün tekneden uzaklaşmasıdır.



Şekil 51-11 Su için, dalga boyuna karşı evre hızı.

Şu ana kadar dikkate aldığımız su dalgaları uzun dalgalardı, onlarda geri-çağırıcı kuvvet kütleçekim nedeniyledir. Fakat sudaki dalgalar çok kısa hale geldiğinde, asıl geri-çağırıcı kuvvet kılcal çekme, yani yüzeyin enerjisi, yüzey gerilimidir. Yüzey gerilimi dalgaları için, evre hızının

$$v_{\text{evre}} = \sqrt{2\pi T/\lambda\rho} \quad \text{(dalgacıklar için)}$$

olduğu anlaşılır; burada T yüzey gerilimi ve ρ yoğunluktur. Bu tam zıttır: Dalga boyu çok küçük olduğu zaman, dalga boyu kısaldıkça evre hızı *yükselir*. Kütleçekim ve kılcal etkinin ikisi de söz konusu olduğunda (ki daima olur) bu ikisinin karışımını elde ederiz:

$$v_{\text{evre}} = \sqrt{Tk/\rho + g/k}$$

Burada $k = 2\pi/\lambda$ dalga sayısıdır. Dolayısıyla su dalgalarının hızı gerçekten de çok karmaşıktır. Evre hızı, dalga boyunun fonksiyonu olarak, Şekil 51-11'de görülmektedir; çok kısa dalgalar çok hızlıdır, çok uzun dalgalar çok hızlıdır ve dalgaların gidebileceği bir minimum hız vardır. Grup hızı şu denklemden hesaplanabilir: Dalgacıklar için $\frac{3}{2}$ evre hızına ve kütleçekim dalgaları için $\frac{1}{2}$ evre hızına gider. Minimumun solunda grup hızı evre hızından büyüktür; sağında - grup hızı evre hızından küçüktür. Bu gerçeklerle ilgili birkaç ilginç olay vardır. İlk önce, mademki dalga boyu azalırken grup hızı iyice artmaktadır, bir tedirge-

me yaratırsak, tedirgemenin karşılık gelen dalga boyuyla minimum hızda en yavaş giden bir ucu olacaktır ve ondan sonra ön cephede daha yüksek hızda giden bir kısa dalga ve bir uzun dalga yer alacaktır. Bir su tankında uzun dalgaları görmek çok zordur, fakat kısa dalgalar kolayca görülebilir.

Böylece genelde basit dalgaları anlatmak için kullanılan küçük dalgacıklar çok ilginç ve karmaşıktır; ses ve ışık gibi basit dalgalar halindeki durumun aksine, hiç mi hiç keskin bir dalga cephesine sahip değildirler. Esas dalga, ilerde biten küçük dalgacıklara sahiptir. Suda oluşturulan keskin bir tedirgeme, dağınım nedeniyle, keskin bir dalga üretmez. Önce çok zarif dalgalar gelir. Bu arada, eğer su üzerinde bir cisim belli bir hızla hareket ederse, oldukça karmaşık bir örüntü ortaya çıkar, çünkü tüm farklı dalgalar farklı hızlarda yol almaktadırlar. Bu durum bir su teknesiyle gösterilebilir ve en hızlılarının zarif kılcal dalgalar olduğu görülür. Belli türde, arkadan gelen, en yavaş dalgalar vardır. Dibe yönelerek, derinliğin daha aşağılarında hızın daha düşük olduğu görülür. Bir dalga maksimum eğim çizgisine bir açıda gelirse, bu çizgiyi izlemek için onu eğer de eğer. Bu şekilde çeşitli şeyler gösterilebilir ve dalgaların havaya göre suda çok daha karmaşık olduğu sonucuna varırız.

Dolaşım hareketlerine sahip bir sudaki uzun dalgaların hızı, derinlik az olduğunda, daha yavaştır, derin suda daha hızlıdır. Böylece su, derinliğin daha da az olduğu bir plaja doğru geldiğinde, dalgalar daha yavaş yol alır. Fakat suyun daha derin yerlerinde dalgalar daha hızlıdır, böylece şok dalgalarının etkilerini elde ederiz. Bu kez, dalga öyle basit olmadığından, şoklar çok daha fazla kıvrılmıştır ve dalga, Şekil 51-12'de görülen bildik şekliyle aşırı derecede kendi üzerine kıvrılmıştır. Dalgalar kıyıya geldiklerinde olan budur ve doğadaki gerçek karmaşıklıklar böyle bir durumda iyice ortaya çıkar. Dalganın kırıldığında hangi biçimi alması gerektiğini hesaplayacak henüz hiç kimse çıkmamıştır. Dalgalar küçükse, bu yeterine kolaydır, fakat bir dalga büyük olduğunda ve kırıldığında, bu çok daha karmaşık hale gelir.



Şekil 51-12 Bir su dalgası.

Kılcal dalgalar konusunda ilginç bir özellik, su üzerinde hareket eden bir cismin oluşturduğu tedirgemelerde görülebilir. Cismin bizzat kendisinin bakış açısından, su onun önünden geçip gitmektedir ve sonuçta onun dolayında yerleşmiş dalgalar, sudaki cisme göre hep hareketsiz kalacak tam doğru hıza sahip dalgalardır. Benzer şekilde, bir akarsu içinde akarsuyla akan bir cismin etrafındaki dalgaların örüntüsü durağandır ve suyun gittiği aynı hızla gitmek üzere tam doğru dalga boylarına sahiptir. Fakat eğer grup hızı evre hızından daha azsa, o zaman tedirgemeler akıntıya ters olarak yayılır, çünkü grup hızı akıntıya ayak uydurmak için tam yeterli değildir. Eğer grup hızı evre hızından daha büyükse, dalgaların örüntüsü cismin önünde görünecektir. Akarsudaki cisimlere dikkatle bakılırsa, önde küçük dalgacıklar ve geride uzun "höpürtüler" olduğu görülür.

Bu türden bir başka ilginç özellik, sıvıların boşaltılmasında gözlenebilir. Örneğin, bir şişeden sütü yeterince hızlı dökerseniz, çıkan akışta her iki yönde kesişen çok sayıda çizgi görülebilir. Onlar, akıntı içindeki bir cisim etrafında oluşan dalgalara çok benzeyen, kenarlardaki tedirgemeden başlayan ve dışarı giden dalgalardır. Kesişen örüntüyü üreten her iki yandan etkiler vardır.

Dalgaların bazı ilginç özelliklerini ve evre hızının dalga boyuna, dalgaların hızının derinliğe bağlılığının çeşitli karmaşıklıklarını ve benzeri şeyleri araştırdık; bunlar doğanın gerçekten de karmaşık ve dolayısıyla ilginç olaylarını meydana getirirler.

52
FİZİK YASALARINDA SİMETRİ

52-1 Simetri işlemleri

Bu bölümün konusu, *fizik yasalarında simetri*dir. Fizik yasalarında simetrinin bazı özelliklerini zaten tartışmıştık; bunlardan vektörel analizle ilgili olanlar için 11. Bölüme, görelilik kuramıyla ilgili olanlar için 16. Bölüme ve dönme konusuyla ilgili olanlar için de 20. Bölüme bakılabilir.

Simetriyle neden ilgilenmeliyiz? İlk neden, simetrinin insan beynini büyülemesidir; her insan bir biçimde simetrili eşyaları ya da desenleri sever. Çevremizdeki dünyada bulunan cisimlerde doğanın çok kere belirli türde simetriler sergilemesi ilginç bir olgudur. Herhalde hayal edilebilecek en simetrik cisim küredir; ve de doğa kürelerle doludur: yıldızlar, gezegenler, bulutlardaki su damlaları. Kayalardaki kristaller çok farklı simetri türleri sergiler; bunların incelenmesi bize katıların yapısı hakkında bazı önemli şeyler söyler. Bir çiçeğin ya da bir arının simetrisi kristalinki kadar mükemmel ya da temel olmasa da, bitkiler ve hayvanlar dünyası bile bir dereceye kadar simetriler içerir.

Ama bizim burada asıl ilgilendiğimiz, doğadaki *cisimlerin* çoğunlukla simetrik olduğu gerçeği değildir. Daha çok, burada evrenin daha bile dikkat çekici bazı simetrilerini, fizik dünyasının işleyişini yöneten *temel yasaların kendilerinde* var olan simetrileri incelemek istiyoruz.

Önce, simetri nedir? Bir fizik *yasası* nasıl "simetrik" olabilir? Simetriyi tanımlama problemi ilginç bir sorundur ve Weyl'in iyi bir tanım verdiğine daha önce işaret etmiştik. Bunun özü şudur: Bir nesneye bir şey yaparsak ve bunu yaptıktan sonra önceki haliyle aynı görünüyorsa, bu nesne simetriktir. Örneğin, bir simetrik vazo öyle bir cisimdir ki, onu yansıtır ya da döndürürsek, bunu yapmadan önceki haliyle aynı görünecektir. Burada incelemek istediğimiz soru şudur: Bir fizik olayına ya da bir deneydeki bir fiziksel duruma ne yapalım ki sonuç aynı kalsın? Çeşitli fizik olaylarını değişmez bırakan işlemlerin bir listesi Tablo 52-1'de görülmektedir.

52-1 Simetri işlemleri
52-2 Uzay ve zamanda simetri
52-3 Simetri ve korunum yasaları
52-4 Ayna yansımaları
52-5 Kutupsal ve eksenel vektörler
52-6 Hangi el doğrudur?
52-7 Parite korunumlu değildir!
52-8 Karşı-madde
52-9 Bozulan simetriler

Tablo 52-1
Simetri İşlemleri

Uzayda ötelenme
Zamanda ötelenme
Sabit bir açı kadar dönme
Düz bir çizgi üzerinde düzgün hız (Lorentz dönüşümü)
Zamanda tersinme
Uzay yansıması
Özdeş atomların ya da özdeş parçacıkların değiş-tokuşu
Kuantum mekaniksel evre
Madde/karşı-madde (yük eşleniği)

52-2 Uzay ve zamanda simetri

Yapmaya çalışabileceğimiz ilk şey, örneğin, bir olayı uzayda *ötelemek*tir. Belirli bir bölgede bir deney yaparsak ve sonra uzayın bir başka yerinde aynı düzeneği kurarsak (ya da ilk düzeneği buraya kaydırırsak), o zaman bir düzenekte zaman içinde belirli bir sırada neler olduysa, diğerinde de aynı şeyler aynı şekilde olacaktır; yeter ki daha önce değindiğimiz sınırlamaları tam dikkate alarak, yani çevrenin aynı şekilde davranmayan tüm yanlarını bir kenara iterek aynı koşulu düzenlemiş olalım. Bu durumlarda ne kadarının hesaba katılacağının nasıl belirleneceğini konuşmuştuk; bu ayrıntılara tekrar girmeyeceğiz.

Aynı şekilde, bugün zamanda *ötelenme*nin de fizik yasalarını etkilemeyeceğine inanıyoruz. (Yani, *bugün bildiğimiz kadarıyla*; tüm bunlar, bugün bildiğimiz kadarıyladır!) Bu demektir ki, belirli bir düzenek kurar ve onu belli bir anda, diyelim ki Perşembe günü saat 10.00'da çalıştırırsak ve sonra aynı düzeneği bir daha kurar ve onu da (diyelim ki üç gün sonra aynı koşullarda) çalıştırırsak, iki düzenek de aynı hareketlerle, tam olarak aynı şekilde, başlama zamanı ne olursa olsun zamanın bir fonksiyonu olarak işleyecektir; yeter ki, kuşkusuz, çevrenin ilgili özellikleri de *zamanca* uygun şekilde düzenlensin. Bu simetrinin

şu anlama geldiği kuşkusuzdur: diyelim ki biri üç ay önce General Motor hisse senedi aldı, onu şimdi alsaydı da aynı şey olurdu!

Coğrafi farklılıklara da dikkat etmeliyiz; çünkü Yer yüzeyinin belirtgenlerinde de elbette değişimler vardır. Örneğin, belirli bir bölgede manyetik alanı ölçersek ve düzeneği bir başka bölgeye hareket ettirirsek, düzenek orada tam aynı şekilde işlemeyebilir; çünkü manyetik alan farklıdır. Fakat aynı şekilde işler dedik, çünkü manyetik alan yeryüzüyle ilgilidir. Yeryüzü ve düzeneği bir bütün olarak hareket ettirirsek, bunun düzeneğin işlemesinde bir fark yaratmayacağını düşünebiliriz.

Oldukça ayrıntısıyla tartıştığımız bir başka şey, uzayda dönmeydi: bir düzeneği belli bir açı kadar döndürürsek, yine *aynı mükemmellikte çalışır*, yeter ki onunla ilgili her şeyi de döndürelim. Aslında uzaysal dönme altındaki simetri problemini bir miktar ayrıntıyla 1. Bölümde tartışmıştık ve onu mümkün olduğunca açık bir şekilde halletmek için vektörel analiz denen bir matematiksel yöntem icat etmiştik.

Çok daha ileri bir düzeyde, başka bir simetriye daha sahiptik: düz bir çizgi üzerinde düzgün hız altındaki simetri. Oldukça dikkate değer olan bu etki şudur: Belirli bir şekilde çalışan bir düzeneğimiz varsa ve sonra aynı düzeneği bir arabanın içine koyup tüm araba artı ilgili çevre koşullarını düz bir çizgi üzerinde düzgün bir hızla hareket ettirirsek, bu durumda, arabanın içindeki olaylar söz konusu oldukça, hiçbir fark olmaz: tüm fizik yasaları aynı görünür. Bunun çok daha teknik düzeyde nasıl ifade edilebileceğini bile biliyoruz. Şöyle: Fizik yasalarının matematiksel denklemleri bir *Lorentz dönüşümü* altında değişmez kalmalıdır. Aslına bakarsanız, bu bir görelilik probleminin incelenmesi olup, fizikçilerin dikkatini en zekice bir tarzda fizik yasalarında simetri üzerine odaklar.

Yukarıda değinilen simetrilerin tümü, uzay ve zaman aşağı yukarı aynı şeyler olarak, geometrik nitelikteydiler; fakat farklı türden başka simetriler de söz konusudur. Örneğin, bir atomun aynı türden bir başka atomla yerdeğiştirmesini betimleyen bir simetri vardır; farklı bir biçimde söylersek, aynı türden atomlar vardır. Öyle atom grupları bulmak mümkündür ki orada bir atom çiftini değiştirirseniz, hiçbir şey olmaz: atomlar özdeştir. Belirli türden bir oksijen atomu ne yapacaksa, o türden bir başka oksijen atomu da onu yapar. Biri çıkıp şunu diyebilir: "Bu çok saçma, bu eşit türlerin *tanımı*dır!" Bu sadece tanım olabilir, ama yine de "aynı türden atomlar"ın olup olmadığını da hâlâ bilmiyoruz; *gerçek* şu ki aynı türden pek çok atom vardır; dolayısıyla bir atomu aynı türden bir başkasıyla yerdeğiştirmenin fark etmeyeceğini söylemek bir anlam taşıyabilir. Atomların yapıldığı temel parçacıklar da yukardaki anlamda özdeş parçacıklardır; tüm elektronlar özdeştir; tüm protonlar özdeştir; tüm pozitif pionlar özdeştir ve benzeri.

Olayları değiştirmeksizin yapabileceğimiz şeylerin böylesine uzun bir listesinden sonra, biri çıkıp pratik olarak her şeyi yapabileceğimizi söyleyebilir; öyleyse sırf farkı görmek için, bazı karşı örnekler verelim. Şunu sorduğumuzu varsayalım: "Fizik yasaları bir ölçek değişimi altında simetrik midir?" Bir düzenek kurduğumuzu ve sonra aynı düzenekten her parçası beş kez büyük olan bir adet daha yaptığımızı varsayalım. İkincisi birincisiyle tıpatıp aynı şekilde çalışır mı? Bu hal için, yanıt *hayır*dır. Örneğin sodyum atomlarıyla dolu bir kutunun içindeki atomlardan yayınlanan ışığın dalga boyu, hacimce beş kez daha büyük kutudaki sodyum atomları gazından yayınlanan ışığın dalga boyudan beş kez daha kısa değildir; aslında biri diğeriyle tamı tamına aynıdır. Böylece, dalga boyunun yayınlayıcının boyuna olan oranı değişecektir.

Bir başka örnek: zaman zaman gazetede küçük kibrit çöpleriyle kurulmuş büyük bir katedralin resimlerini görürüz; kibrit çöplerini bir araya yapıştırmaya çalışan bir emekli kimse için devasa bir sanat çalışması. Bu herhangi gerçek bir katedralden çok daha özenli ve mükemmeldir. Bu tahta katedralin aslında gerçek katedral ölçeğinde inşa edildiğini düşünürsek, güçlüğün nerede olduğunu anlarız; büyütülmüş kibrit çöpleri yeterince güçlü olmadıkları için tüm kurgu çökecektir. "Evet" diyebilir biri, "fakat biz ayrıca şunu da biliyoruz ki dışarıdan bir etki olduğunda, o da uygun olarak değişmelidir!" Cismin kütleçekime

dayanma kabiliyetinden söz ediyoruz. Böylece yapmamız gereken önce gerçek kibrit çöplerinden model katedralimizi ve gerçek dünyayı ele almalıyız, o zaman onun yıkılmaz olduğunu biliriz. Sonra daha büyük katedrali ve daha büyük dünyayı ele almalıyız. Fakat o zaman durum daha da kötüleşir, çünkü kütleçekim daha da artmıştır!

Kuşkusuz, maddenin atomik doğası temelinde, olayların ölçeğe bağlı olduğu gerçeğini bugün anlıyoruz ve içinde sadece beş atom olan öylesine küçük bir düzenek kursak; bu, açıkça keyfi olarak belli bir ölçek dahilinde büyütemeyeceğimiz ve küçültemeyeceğimiz bir şey olurdu. Bir bireysel atomun ölçeği hiç de keyfi değildir; o tamamen belirlidir.

Fizik yasalarının ölçek değişimi altında değişmez olmaması gerçeği, Galilei tarafından keşfedilmişti. Galilei maddelerin dayanıklılığının boyutlarıyla tam orantılı olmadığını fark etmiş ve şimdi kibrit çöplerinden yapılma katedralle tartıştığımız bu özelliği, biri bir köpeğin ağırlığını tutan oranda ve diğeri diyelim ki on ya da yüz kez daha büyük bir "süper köpeğin" sanal kemiği olmak üzere, iki kemik çizerek açıklamıştı; ikinci kemik iriydi, tamamen farklı oranda katı bir şey. Bu tartışmayı, tam olarak "doğa yasaları belirli bir ölçeğe sahip olmalıdır" sonucuna kadar götürdü mü bilmiyoruz; fakat bu keşiften o denli etkilenmişti ki bunu hareket yasaları kadar önemli saymıştı, çünkü bunların ikisini de "İki Yeni Bilim Üzerine" adlı aynı ciltte yayımlamıştı.

Yasaların simetrik olmadıklarına dair çok iyi bildiğimiz bir başka örnek şudur: düzgün açısal hızla dönen bir sistem, dönmeyen bir sistemdekilerle aynı görünür yasaları vermez. Bir deney yapar ve sonra her şeyi bir uzay gemisine yükleyip uzay gemisini boş uzayda başından beri sabit bir açısal hızla dönmeye bırakırsak, deney düzeneği aynı şekilde işlemeyecektir, çünkü, bildiğimiz gibi, teçhizatın içindeki nesneler merkezkaç ya da Coriolis kuvvetleriyle dışa doğru atılacaklardır. Aslında, bir Foucault sarkacı kullanarak, dışarıya bakmaksızın, dünyanın döndüğünü söyleyebiliriz.

Şimdi de açıkça yanlış olan çok ilginç bir simetriden, yani *zamanca tersinirlik*ten bahsedelim. Fizik yasaları görünüşe göre zamanca tersinir olamazlar; çünkü bildiğimiz gibi, tüm göz önündeki olaylar büyük ölçekte tersinmezdir: "Parmaklar hareket ederek yazarlar ve yazdıkça hareket ederler." Söyleyebildiğimiz kadarıyla, bu tersinmezlik, çok büyük sayıda parçacığın işe karışması yüzündendir; tek tek molekülleri görebilseydik, mekanizmanın ileriye mi yoksa geriye mi çalıştığını ayırt edemezdik. Bunu daha kesin hale getirmek için şunu diyebiliriz: içindeki tüm atomların ne yaptıklarını bildiğimiz, hepsinin titreştiklerini gözlediğimiz küçük bir düzenek kuralım. Şimdi de onun gibi bir başka düzenek kuralım; fakat hareketine, diğerinin son durumunda, tüm hızlar kesinlikle tersine dönmüş olarak başlasın. *Bu durumda, aynı hareketlerden geçerek fakat tamamen tersine işleyecektir.* Başka bir şekilde söylersek, konunun bir parçasının tüm iç işleyişini yeterli ayrıntıyla gösteren bir film şeridi alalım ve onu bir perde üzerinde tersine oynatalım; hiçbir fizikçi "Bu fizik yasalarına aykırıdır, yanlış bir şey yapılıyor!" diyemez. Tüm ayrıntıları göremezsek, kuşkusuz, durum mükemmel şekilde açık olacaktır. Kaldırıma bir yumurta atıldığını ve kabuğunun kırılıp etrafa saçıldığını vb görürseniz, elbette diyeceğiz ki "Bu tersinmezdir, çünkü film şeridini tersine oynatırsak, yumurta bir araya toplanacak ve sonra kabuk parçaları bir araya gelip bütünleşecek, bu açıkça gülünçtür!" Fakat atomların tek tek kendilerine bakarsak, yasalar tamamen tersinir görünür. Bu, kuşkusuz, yapılacak çok zor bir keşiftir; fakat anlaşılıyor ki temel fizik yasalarının mikroskobik ve temel düzeyde tam anlamıyla zamanca tersinir oldukları bir gerçektir!

52-3 Simetri ve korunum yasaları

Fizik yasalarının simetrileri bu düzeyde çok ilginçtir; fakat sonunda, kuantum mekaniğine geldiğimizde, onların daha da ilginç ve heyecan verici oldukları anlaşılır. Şu andaki tartışmanın düzeyinde açıklayamayacağımız bir nedenle, çoğu fizikçiyi bir bakıma hâlâ tereddüte düşüren derin ve güzel bir gerçek

şudur: kuantum mekaniğinde, *simetri kurallarının her biri için ona karşılık gelen bir korunum yasası vardır*; korunum yasaları ile fizik yasalarının simetrileri arasında belirli bir ilişki vardır. Şu anda bunu, açıklamaya çalışmaksızın, sadece ifade ediyoruz.

Örneğin, yasaların uzaysal ötelenmeler altında simetrik olmaları gerçeği, kuantum mekaniğinin ilkeleri de eklenince, *momentumun korunduğu* anlamına gelir.

Yasaların zaman ötelenmeleri altında simetrik oluşu, kuantum mekaniğinde *enerjinin korunumlu olması* demektir.

Uzayda sabit bir eksen etrafında olan dönmeler altındaki değişmezlik, *açısal momentumun korunumuna* karşılık gelir. Bu ilişkiler çok ilginç ve güzel şeylerdir, fizikte en olağanüstü ve derin meseleler arasındadır.

Sırası gelmişken şunu ekleyelim; klasik benzeri olmayıp kuantum mekaniğinde ortaya çıkan çok sayıda simetri vardır. Onlardan biri şudur: Bir sürecin genliği ψ ise, biliyoruz ki sürecin meydana gelme olasılığı ψ'nin mutlak karesidir. Şimdi bir başkası kendi hesabını ψ ile değil de, bir evre değişimiyle fark eden bir ψ' ile (ψ', Δ bir sabit olmak üzere, $e^{i\Delta}$ kere eski ψ'dir) yapsaydı, bu durumda olayın olasılığı, yani ψ''nün mutlak karesi, ψ'nin mutlak karesine eşittir:

$$\psi' = \psi e^{i\Delta}; \qquad |\psi|^2 = |\psi|^2 \tag{52.1}$$

Dolayısıyla dalganın evresi bir sabit kadar kaydırılırsa, fizik yasaları değişmez. Bu bir başka simetridir. Fizik yasaları, kuantum mekaniksel evrede bir kaymayla fark etmeyecek bir doğaya sahip olmalıdır. Biraz önce değindiğimiz gibi, kuantum mekaniğinde her simetri için bir korunum yasası vardır. Kuantum mekaniksel evreyle bağlantılı korunum yasası, *elektrik yükünün korunumu* gibi görünüyor. Bu bütünüyle çok ilginç bir uğraşıdır!

52-4 Ayna yansımaları

Şimdi gelen soru, bu bölümün kalan kısmının çoğunda ilgileneceğimiz *uzaydaki yansımalar* altında var olan simetri sorusudur. Problem şudur: Fizik yasaları yansımalar altında simetrik midir? Bunu şöyle de sorabiliriz: Bir teçhizat parçası oluşturduğumuzu varsayalım; diyelim ki çarkları, ibreleri ve sayılarıyla bir saat; tiktak eder; çalışır; içinde kurulan kısımları vardır. Bu saate aynada bakalım. Onun aynada nasıl *göründüğü* değildir sorumuz. Fakat gerçekten ilk saatin aynada göründüğü şekliyle tam aynı bir başka saat daha yapalım; birinci saatin neresinde sağa yivli bir vida varsa, diğerinin buna karşılık gelen yerine sola yivli bir vida vardır; birinin yüzünde "2", diğerinin yüzünde "Ƨ" işaretlidir; her yay ilk saatte bir yönde, ayna görüntüsü saatte diğer yönde sarılıdır. Tümünü bitirdiğimizde, ikisi de fiziksel iki saatimiz olmuştur; ikisi de gerçek, maddesel nesneler; birbirlerine, biri cisim öbürü ayna görüntüsü şeklinde bağlıdırlar. Şimdi soru şudur: İki saat de aynı koşullar içinde, yaylar aynı sıkılıkta sarılmış olarak işlemeye başlarsa, bu iki saat tam ayna görüntüler olarak tiktak edecek ve sonsuza dek çalışacak mıdır? (Bu felsefi bir soru olmayıp fiziksel bir sorudur.) Fizik yasalarıyla ilgili sezgilerimiz *çalışacaklarını* akla getiriyor.

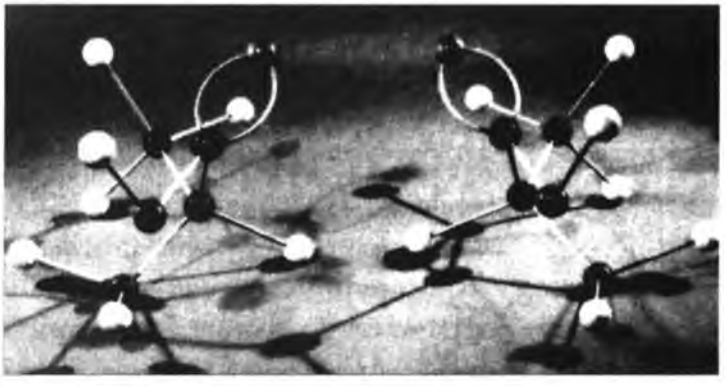
Uzayda yansımanın, en azından bu iki saat halinde, fizik yasalarının simetrilerinden biri olduğunu tahmin ederiz; yani her şeyi "sağ"dan "sol"a değiştirir ve başka şeyleri aynı bırakırsak, bunlar arasındaki farkı söyleyemeyiz. Bir an için bunun doğru olduğunu varsayalım. Eğer bu doğruysa, o zaman herhangi bir fizik olayıyla "sağ" ve "sol"u ayırt etmek olanaksızdır; aynı şekilde örneğin, hiçbir fizik olayıyla özel bir kesin hız tanımlamak mümkün olamaz. Böylece hiçbir fizik olayıyla "sol"un karşıtı olarak "sağ" ile kesinlikle ne demek istediğimizi tanımlayamayız, çünkü fizik yasaları simetrik olmalıdır.

Kuşkusuz, dünya simetrik olmak *zorunda* değildir. Örneğin, "coğrafya" kullanılarak kesinlikle "sağ" tanımlanabilir. Örnek olarak, New Orleans'ta dikilip Chicago'ya doğru bakarsak, Florida bizim sağımızda kalır (ayaklarımız yere

bastığı zaman!) Demek ki "sağ" ve "sol"u coğrafyayla tanımlayabiliriz. Elbette her sistemde gerçek durum, konuştuğumuz simetriye sahip olmak zorunda değildir; soru, *yasaların* simetrik olup olmamasıdır; başka bir deyişle, dünya gibi üzerinde "sol-elli kir" bulunan ve bizim gibi New Orleans denen yerde dikilip Chicago gibi bir şehre bakan, fakat her şey diğer yönde döndüğü için Florida'yı diğer tarafta gören birinin yer aldığı bir küreye sahip olmak fizik yasalarına karşı mıdır, değil midir? Her şeyin "sağ"dan "sol"a değişmesine sahip olmak, açıkça imkânsız değilmiş, fizik yasalarına karşı değilmiş gibi görünüyor.

Bir başka husus da şudur: Bizim "sağ" tanımımız tarihe (geçmişe) bağlı olmamalıdır. "Sağ"ı "sol"dan ayırt etmenin kolay bir yolu, bir hırdavat dükkanına girip rastgele bir vida almaktır. Onun sağa yivli olması muhtemeldir; zorunlu değilse de, sola yivli olmaya göre sağa yivli olması çok daha olasıdır. Bu, geçmişten beri sürüp gelen bir anlaşma sorunudur ama temel yasalar sorunu değildir. Herkesin sol-elli vidalar yapmaya başlamasını pekâlâ hoş karşılayabilirdik!

Böylece temel olarak sağ-elin içerildiği bir olay bulmaya çalışmalıyız. Tartışacağımız bir sonraki olanak, kutuplu ışığın, diyelim ki, şeker suyunda ilerlerken kutuplanma düzleminde dönmesi olgusudur. 33. Bölümde gördüğümüz gibi, bu ışık belli bir şeker çözeltisinde sağa doğru döner. Bu, "sağ-elli"liği tanımlamanın bir yoludur, çünkü bir parça şekeri suda çözebiliriz ve kutuplanma sağa gider. Fakat şeker canlı nesnelerden gelir ve şekeri yapay olarak oluşturmaya kalkışırsak, o zaman ışığın kutuplanma düzleminde *dönmediğini* keşfederiz! Ama sonra yapay olarak üretilmiş olan ve kutuplanma düzleminde dönmeyen aynı şekeri alır ve içine bakteriler koyarsak (onlar şekerin bir kısmını yer) ve sonra bakterileri süzüp dışarı alırsak, geriye hâlâ (neredeyse önce sahip olduğumuzun yarısı kadar) şeker kaldığını görürüz; bu kez ışık kutuplanma düzleminde döner, fakat *diğer yönde*! Çok kafa karıştırıcı görünüyor, fakat kolayca açıklanabilir.



Şekil 52-1 (a) L-alanin (sol) ve (b) D-alanin (sağ).

Başka bir örneği ele alın: Tüm canlı yaratıklarda ortak olan ve yaşamın temeli sayılan maddelerden biri proteindir. Proteinler, aminoasit zincirlerinden oluşmaktadır. Şekil 52-1, bir proteinden gelen bir aminoasidin modelini gösteriyor. Bu aminoaside alanin denir ve gerçek bir canlının proteininden çıkarılmışsa, molekül düzenlenişi Şekil 52-1(a)'daki gibi görünür. Diğer yandan, alanini karbondioksit, etan ve amonyumdan yapmaya kalkışırsak (ki onu *yapabiliriz*, çok karmaşık bir molekül değildir), bu molekülle birlikte eşit miktarda Şekil 52-1(b)'de görülen molekülden ürettiğimizi keşfederiz. İlk moleküle, yani canlı varlıktan gelen moleküle *L-alanin* denir. Kimyasal açıdan aynı olan, aynı tür atomlara ve aynı atom bağlarına sahip olan diğeri, "sol-elli" L-alanine kıyasla, "sağ-elli" bir moleküldür ve *D-alanin* olarak adlandırılır. İlginç olan odur ki alanini basit gazlardan evde bir laboratuarda ürettiğimizde, her iki türden eşit miktarda elde ederiz. Bununla birlikte, yaşamın kullandığı tek şey, L-alanindir. (Bu tam olarak da doğru değildir. Yer yer canlı yaratıklarda özel D-alanin kullanımı olur, fakat bu çok nadirdir. Tüm proteinler sırf L-alanin kullanırlar.) Şimdi her iki türden üretir ve bu karışımı, alanin yemeyi" ya da tüketmeyi seven bir hayvana yedirirsek, D-alanin'i kullanmayıp sadece L-alanin'i kullanır; şekerimize olan

işte budur: Bakteriler şekeri yedikten sonra, geriye sadece "istenmeyen" tür kalır! (Sol-elli şeker tatlı gelir, fakat sağ-elli şeker aynı değildir.)

Öyleyse, sanki yaşam olayları "sağ" ve "sol" arasında bir ayrıma izin verirmiş, ya da iki molekül kimyasal açıdan farklı olduğu için kimya bir ayırım yaparmış gibi görünüyor. Fakat hayır, kimya bu ayırımı yapmaz! Bugüne kadar enerji, kimyasal tepkimelerin hızları vb gibi yapılan fiziksel ölçümlerde, her şeyi ayna görüntüsünde de yaparsak, her iki tür tamı tamına aynı şekilde çalışır. Aynı miktar sıvı içinde, bir molekül ışığı sağa, diğeri kesinlikle aynı miktarda sola döndürecektir. Böylece, fiziğe göre, her iki aminoasit aynı derecede kabul görür. Nesneleri bugün anladığımız kadarıyla, Schrödinger denkleminin temelleri, iki molekülün tam olarak karşılık gelen tarzlarda davranmaları gerektiğini içerir; öyle ki biri solayken diğeri sağadır. Buna karşın, yaşamda o hep bir yöndedir!

Bunun nedeninin şu olduğu tahmin ediliyor: Varsayalım ki yaşam, ne hikmetse, bir anda bazı yaratıklarda tüm proteinlerin sol-elli aminoasitlere sahip oldukları belli bir durumdadır ve tüm enzimler bir tarafa meyillidir –canlı yaratıkta her madde bir yana meyillidir– simetrik değildir. Böylece sindirici enzimler yiyeceklerdeki kimyasalları bir türden diğerine değiştirmeye çalıştığında, kimyasalın bir türü enzime "uyar", fakat diğer türü uymaz (Sinderella ve ayakkabısı gibi, şu farkla ki bizim denediğimiz "sol ayak"tır). Bildiğimiz kadarıyla, ilke olarak, örneğin bir kurbağa oluşturuyoruz, ama bunun her molekülü tersine çevrilmiştir; her şey gerçek bir kurbağanın "sol-elli" ayna görüntüsü gibidir: Sol-elli bir kurbağamız var. Bu sol-elli kurbağa bir süre sağlıklı davranır, fakat yemek için hiçbir şey bulamaz, çünkü bir sinek yutarsa, enzimleri onu sindirecek yapıda değildir. Sinek "istenmeyen" türden aminoasitlere sahiptir (ona sol-elli sinek vermediğimiz takdirde). Böylece bildiğimiz kadarıyla, eğer her şey tersine çevrilmişse, kimyasal ve yaşam tepkimeleri aynı tarzda sürer.

Eğer yaşam tamamıyla fiziksel ve kimyasal bir olaysa, o zaman şunu anlarız ki proteinler sadece şu fikirden dolayı tümden aynı elliliğe sahip olarak oluşmuşlardır: En başında bazı canlı moleküller, bir kaza eseri olarak, başlamışlar ve birkaçı kazanmıştı. Bir yerlerde, bir kez, belirli bir organik molekül belli bir yöne eğilim göstermişti ve bizim özel coğrafyamızda bu özel nesneden bir tesadüf eseri olarak "sağ-elli" evrilmişti; bu özel tarihsel tesadüf tek-yanlıydı ve ondan sonra bir yöne eğilimli olma hali kendi kendine yayılmıştı. Bir kez şimdiki duruma ulaşınca, kuşkusuz, bu daima sürecektir; yani tüm enzimler sağ nesneleri sindirecek, sağ nesneleri üretecektir: karbondioksit, su buharı vb maddeler bitki yapraklarına gittiğinde, şeker yapıcı enzimler onları bir yöne eğilimli olarak oluşturur, çünkü enzimler bir yöne eğilimlidir. Eğer daha sonraki bir zamanda yeni bir tür virüs ya da canlı nesne türemiş olsaydı, ancak zaten var olan canlı madde türünü "yiyebilirse" yaşamını sürdürebilirdi. Böylece o da aynı türden olmalıdır.

Sağ-elli moleküllerin sayısının korunumu söz konusu değildir. Bir kez başladı mı, sağ-elli moleküllerin sayısının artması sürer de sürer. Böylece, bu durumda varsayım şudur: Yaşam hallindeki olaylar, fizik yasalarında simetrinin olmadığını göstermezler; fakat tersine, dünya üzerindeki tüm yaratıkların evrensel doğasını ve en uzak kaynağını, yukarıda betimlenen anlamda, gösterirler.

52-5 Kutupsal ve eksenel vektörler

Şimdi daha ileri gidelim. Fizikte "sağ-el" ve "sol-el" kurallarına sahip olduğumuz daha başka yerlerin de olduğunu gözlemleriz. Aslına bakılırsa, vektörel analizi öğrendiğimizde, açısal momentum, kuvvet momenti, manyetik alan vb şeyleri doğru şekilde elde etmek için kullanmamız gereken sağ-el kurallarını öğrenmiştik. Bir manyetik alan içinde hareket eden bir yüke etkiyen kuvvet $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$'dir. $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{v}$ ve $\boldsymbol{B}$'yi bildiğimiz verilen bir durumda, sağ-elliliği tanımlamak için bu denklem yeterli değil midir? Aslında, geriye gidip vektörlerin nereden geldiğine bakarsak, "sağ-el kuralı"nın sadece bir anlaşma olduğunu görürüz; o bir hileydi. Açısal momentumlar, açısal hızlar ve bu türden nesneler gibi özgün nicelikler, aslında hiç de vektör değillerdi! Onlar tümüyle bir bakı-

ma belli bir düzlemle ilişkilidirler. Böyle bir niceliği, sırf uzayda üç boyut olduğu için, düzleme dik bir yönle ilişkilendiririz. Olası iki yönden de, "sağ-el" yönünü seçeriz.

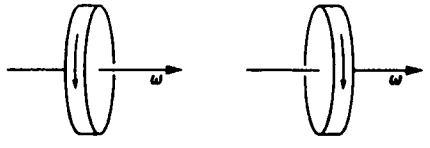
Demek ki fizik yasaları simetrikse, şuna hükmetmeliyiz: Şeytan tüm fizik laboratuarlarına sinsice girip oralardaki tüm kitaplarda verilen sağ-el kurallarında "sağ" sözcüğünü "sol" ile yer değiştirmiş olsaydı ve biz de tekdüze olarak tüm "sol-el kurallarını" kullansaydık, bu durum fizik yasalarında hiçbir fark yaratmazdı.

Bir açıklayıcı resim verelim. İki tür vektör vardır. "Sade" vektörler; örneğin, uzayda bir Δr adımı gibi olanlardır. Düzeneğimizde burada bir parça ve şurada başka bir parça varsa, ayna görüntüsü düzenekte görüntü parçası ve görüntü başka parçası olacaktır ve şimdi "parça"dan "başka parça"ya bir vektör çizersek, bir vektör diğerinin ayna görüntüsü olur (Şekil 52-2). Sanki tüm uzay içini dışına döndürmüş gibi, vektör oku, ucunu değiştirir; böyle bir vektöre *kutupsal vektör* deriz.



Şekil 52-2 Uzayda bir adım ve onun ayna görüntüsü.

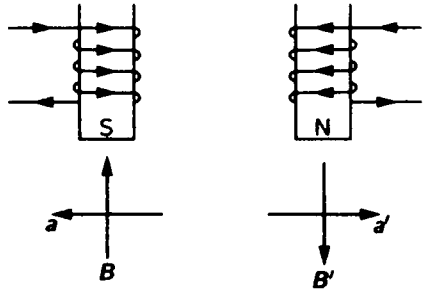
Fakat diğer tür vektör, dönmelerle ilgili olarak farklı bir doğadadır. Örneğin, bir nesnenin, üç boyutta Şekil 52-3'te görüldüğü gibi döndüğünü varsayın. Sonra ona bir aynada bakın, Şekil'de görüldüğü gibi, yani özgün dönmenin ayna görüntüsü olarak dönecektir. Şimdi ayna dönmesini aynı kuralla temsil etme konusunda fikir birliği içindeyiz; o bir "vektör"dür; ama yansımayla, kutupsal vektörün değiştiği gibi *değişmez*, fakat kutupsal vektörlere ve uzayın geometrisine göre tersine çevrilir, Böyle bir vektöre *eksenel vektör* denir.



Şekil 52-3 Dönen bir tekerlek ve ayna görüntüsü. Açısal hız "vektörü"nün yönce tersine dönmediğine dikkat ediniz.

Fizikte yansıma simetrisi yasası geçerliyse, şu da doğru olmalıdır: Denklemler öyle tasarlanmalıdır ki, her eksenel vektörün ve sade vektörlerin her vektörel çarpımının işareti değiştirilirse (bunlar yansımaya karşılık gelirler), hiçbir şey olmamalıdır. Örneğin, açısal momentumun $L = r \times p$ olduğunu söyleyen bir denklem yazdığımızda, bu denklem amaca uygundur, çünkü sol-el koordinat sistemine geçersek, L'nin işareti değişir, fakat p ve r değişmez; sağ-el kuralından sol-el kuralına geçmemiz gerektiğinden vektörel çarpımın işareti değişir. Bir başka örnek olarak, biliyoruz ki manyetik alanda hareket eden bir yüke etki eden kuvvet $F = qv \times B$ ifadesidir; fakat bir sağ sistemden bir sol sisteme geçersek, F ve v'nin kutupsal vektörler oldukları bilindiğinden, vektörel çarpımın gerektirdiği işaret değişikliği B'deki işaret değişikliğiyle yok edilmelidir; bu da B'nin bir eksenel vektör olması anlamına gelir. Başka bir deyişle, böyle bir yansıma yaptığımızda, B alanı $-B$'ye gitmelidir. Böylece koordinatlarımızı sağdan sola değiştirirsek, mıknatısların kutuplarını da kuzeyden güneye döndürmemiz gerekir.

Bunun nasıl çalıştığını bir örnek üzerinde görelim. Şekil 52-4'te görüldüğü gibi, iki mıknatısımızın olduğunu varsayın. Biri, üzerinde birtakım sarımlar olan ve belirli bir yönde akım geçiren bir mıknatıstır. Diğeriyse, ilk mıknatısın aynadaki görüntüsü gibidir; bobin diğer yönde olacaktır ve bobinin içinde meydana gelen her şey tam olarak tersinedir ve akım gösterildiği şekilde akar. Şimdi, henüz resmi olarak bilmediğimiz fakat muhtemelen lisede öğrendiğimiz manyetik alanların üretimi yasalarından, manyetik alan şekilde görüldüğü gibi olur. Bir mıknatısta kutup, bir güney manyetik kutuptur, diğerindeyse akım öbür yönde geçer ve manyetik alan tersinedir; kutup bu nedenle kuzey manyetik kutuptur. Böylece sağdan sola gittiğimizde, mıknatısın kutbu gerçekten kuzeyden güneye değişir!



Şekil 52-4 Bir mıknatıs ve onun ayna görüntüsü.

Kuzeyin güneye değişmesine aldırmayın; bunlar da sadece anlaşmadır. Biraz da *olayları* konuşalım. Şimdi sayfadan içeriye doğru giden bir alan boyunca hareket eden bir elektronumuz olduğunu varsayalım. $v \times B$ kuvvet denklemini kullanırsak (yükün eksi olduğunu hatırlayın), elektronun fizik yasası uyarınca gösterilen yönde sapacağını buluruz. Öyleyse olay şudur: Üzerinden belirli bir yönde bir akım geçen bir bobinimiz var ve elektron belli bir eğri yol çizer –bu fiziktir– her şeyi nasıl etiketlediğimize hiç aldırmayın.

Şimdi de aynı deneyi bir aynayla yapalım: Elektronu karşılık gelen yönde gönderelim; aynı kuraldan hesaplarsak, bu kez kuvvet ters çevrilmiştir; bu da çok uygundur, çünkü karşılık gelen hareketler ayna görüntüleridir!

52-6 Hangi el doğrudur?

Böylece işin doğrusu şudur ki her olayın incelenmesinde daima iki sağ-el kuralı ya da onlardan çift sayıda vardır ve net sonuç, olayların daima simetrik göründüğüdür. Kısacası, kuzeyi güneyden ayırt edemiyorsak, sağı da soldan ayırt edemeyiz. Bununla birlikte, bir mıknatısın kuzey kutbunu *söyleyebiliriz* gibi görünüyor. Bir pusula ibresinin kuzey kutbu, kuzeyi gösteren kutuptur. Fakat kuşkusuz bu da dünyanın coğrafyasıyla ilgili bir yerel özelliktir; tıpkı Chicago'nun hangi yönde olduğunu konuşmak gibi; dolayısıyla hesaba katılmaz. Pusula iğnelerini görmüşsek, kuzeyi gösteren kutbun mavimsi renkte olduğuna dikkat etmiş olabiliriz. Fakat bu sadece mıknatısı boyayan kişi yüzündendir. Bunlar tamamen yerel, anlaşmaya bağlı ölçütlerdir.

Ama bir mıknatısa yakından baktığımızda kuzey kutbu üzerinde çıkan küçük kıllar görseydik fakat güney kutbu üzerinde bunları görmeseydik, bu genel bir kural olsaydı; ya da bir mıknatısın kuzey kutbunu güney kutbundan ayırt etmenin *herhangi* bir tek yolu olsaydı, o zaman iki halden hangisine sahip olduğumuzu söyleyebilirdik ve *bu da yansıma simetrisinin sonu olurdu.*

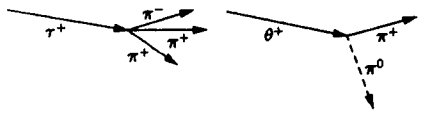
Tüm problemi daha da kesin olarak açıklamak için, bir Marslıya ya da çok uzaktaki biriyle telefonla konuşmakta olduğumuzu düşünelim. Kontrol etmesi için ona hiçbir gerçek örnek göndermemize izin yoktur; örneğin ışık gönderebilseydik, ona sağa dairesel kutuplu ışık gönderirdik ve derdik ki "Bu, sağ-elli ışıktır; sadece nasıl gittiğini gözleyiniz." Fakat ona hiçbir şey *veremeyiz*; sadece onunla konuşabiliriz. O çok uzakta, ya da acayip bir yerdedir ve bizim gördüğümüz hiçbir şeyi göremez. Örneğin, "Büyük Ayı burcuna bak, bu yıldızların nasıl düzenlendiklerini gör. "Sağ" ile kastettiğimiz...." diyemeyiz. Ona sadece telefon etmeye izinliyizdir.

Şimdi Marslıya bizim hakkımızda her şeyi söylemek istiyoruz. Kuşkusuz, önce sayıları tanımlamakla başlarız ve deriz ki "tik tik, *iki*; tik tik tik, *üç*; ... " öyle ki yavaş yavaş birkaç sözcüğü anlayabilir vb. Bir süre sonra bu arkadaşla samimi bile olabiliriz ve "sizler nasıl görünüyorsunuz?" der. Kendimizi betimlemeye başlarız ve "Şey, yüz seksen santimetre boyundayız" deriz. Bu kez o sorar: "Biraz durun hele; yüz seksen santimetre nedir?" Ona yüz seksen santimetrenin ne olduğunu söylemek mümkün müdür? Kesinlikle! Deriz ki "Hidrojen atomlarının çapını herhalde bilirsiniz; biz 17.000.000.000 hidrojen atomu yüksekliğindeyiz!" Bu mümkündür, çünkü fizik yasaları ölçek değişimi altında değişmez değildir ve dolayısıyla bir mutlak uzunluk *tanımlayabiliriz.* Böylece vücut ölçümüzü tanımlayabiliriz ve ona genel biçimimizi söyleriz: Biz insanlar uçları kabarık beş çıkıntılı yabalara sahibiz ve benzer laflar ederiz. Marslı bizi dinler ve dış görünüşümüzün betimlenişini her halde özel zorluklarla karşılaşmaksızın bitiririz. Biz devam ederken o bizim bir modelimizi bile yapıyordur. Sonunda der ki "Vay canına, siz kesinlikle çok yakışıklı adamlarsınız; peki içinizde ne var?" Böylece içimizdeki çeşitli organları betimlemeye başlarız ve kalbe geliriz; onun şeklini dikkatlice betimleriz ve "Şimdi kalbi sol tarafa koyun" deriz. O hayretle sorar: "Ne?.. Sol taraf?" İşte şimdi problemimiz, bizim gördüğümüz şeyleri görmeksizin ve "sağ"ın ne anlama geldiğini belirtecek standart sağ-elli bir cisim örneği göndermeksizin, ona kalbimizin hangi tarafta olduğunu anlatmaktır. Bunu yapabilir miyiz?

52-7 Parite korunumlu değildir!

Kütleçekim yasalarının, elektrik ve manyetizma yasalarının, çekirdek kuvvetlerinin, tüm bunların yansıma simetrisi ilkesini sağladığı sonunda anlaşıldı; böylece bu yasalar ya da bunlardan türeyen hiçbir şey ["sağ"ı anlatmak için] kullanılamaz. Fakat doğada bulunan birçok parçacıkla ilişkili *beta bozunumu* ya da *zayıf bozunum* denen bir olay vardır. Zayıf bozunum örneklerinden biri, 1954'lerde keşfedilmiş olan bir parçacıkla ilgili olarak, acayip bir bilmece ortaya atmıştı. Şekil 52-5'te görüldüğü gibi, üç adet π-mezona parçalanan belirli yüklü bir parçacık vardı. Bu parçacığa, bir süreliğine, τ-mezon denmişti. Şekil 52-5'te *iki* mezona parçalanan başka bir parçacık daha görüyoruz; yük korunu-

mundan, ürün mezonlardan biri yüksüz olmalıdır. Bu parçacığa da θ-mezonu adı verilmişti. Böylece bir tarafta üç π-mezonuna bozunan τ adında bir parçacık ve diğer tarafta iki π-mezonuna bozunan bir θ parçacığımız var. Kısa sürede τ ve θ'nın neredeyse eşit kütlelere sahip oldukları keşfedilmişti; aslında deneysel hata sınırları içinde eşittirler. Sonra, onların üç π'ye ve iki π'ye parçalanma süreleri neredeyse tam olarak aynıydı; aynı süre yaşıyorlardı. Ne zaman yaratılsalar, aynı oranda, τ'lar yüzde 14 ve θ'lar yüzde 86 olarak yaratılıyorlardı.



Şekil 52-5 Bir τ+ ve bir θ+ parçacığının parçalanma diyagramları.

Sağ duyulu herkes derhal bunların, farklı iki parçacık değil de, aynı parçacık olması gerektiğini; sadece iki farklı parçalanma yoluna sahip bir parçacık yaratıldığını düşünür. İki farklı şekilde parçalanabilen bu cisim, dolayısıyla, aynı ömre ve aynı yaratılma oranına sahip olur (çünkü bu, basitçe bu iki türe parçalanma olasılıklarının oranıdır).

Bununla birlikte, kuantum mekaniğinde yansıma simetrisi ilkelerinden kanıtlamak mümkündür (bunun *nasıl* olduğunu burada hiç açıklayamayız) ki, bu ikisinin aynı parçacıktan kaynaklanması *olanaksız*dı; aynı parçacık bu iki şekilde *parçalanamazdı*. Yansıma simetrisi ilkesine karşılık gelen korunum yasası, klasik benzeri olmayan bir şeydir; bu tür kuantum mekaniksel korunuma *paritenin korunumu* denir. Böylece, paritenin korunumu ya da daha kesin olarak, kuantum mekaniksel zayıf bozunum denklemlerinin yansıma altındaki simetrisinin bir sonucu olarak, aynı parçacık iki şekilde bozunamaz; dolayısıyla kütlelerin, ömür sürelerinin ve vb gibi şeylerin bir tür çakışması söz konusudur. Fakat daha çok incelendikçe, çakışma daha dikkat çekici hale geldi; böylece doğanın yansıma simetrisi yasasının yanlış olabileceği kuşkusu giderek arttı.

Bu başarısızlığın bir sonucu olarak, Lee ve Yang adlı iki fizikçi, yasanın diğer durumlarda doğru olup olmadığını sınamak için söz konusu bozunumlarda başka deneylerin de yapılmasını önerdiler. Böyle ilk deney Columbia Üniversitesinden Bayan Wu tarafından aşağıdaki gibi yapıldı. Çok düşük sıcaklıkta çok güçlü bir mıknatıs kullanarak, bir elektron yayınlayarak parçalanan kobaltın bir izotopunun mıknatıs özelliği gösterdiği anlaşıldı; eğer sıcaklık yeterince düşükse, ısısal titreşimler atomik mıknatısları çok fazla kımıldatamaz ve böylece kobalt atomları manyetik alanda hizaya girerler. Böylece kobalt atomları bu kuvvetli alanda tümden sıralanırlar. Sonra bir elektron salarak parçalanırlar; atomlar, $\boldsymbol{B}$ vektörü yukarıyı gösteren bir alanda dizildikleri zaman, elektronların çoğu aşağı yönde yayınlanır.

Bir kimse gerçekten dünyaya karşı "hep"* değilse, böyle bir uyarıyı hiç mi hiç önemsemez; ama dünyadaki problemlerin ve ilginç şeylerin değerini takdir ediyorsa, o zaman bunun en dramatik keşif olduğunu anlar. Kobalt atomlarını aşırı şiddetli bir manyetik alan içine koyduğumuzda, parçalanmada yayınlanan elektronların çoğu yukarı değil de aşağı gider. Dolayısıyla "ayna" görüntüsü deneyde kobalt atomları zıt yönde dizilirler ve elektronlarını *aşağı* değil, *yukarı* fırlatırlar; eylem *simetrik değildir. Mıknatıs kıllar çıkarmaktadır!* Bir mıknatısın güney kutbu öyle bir türdendir ki bir β-parçalanmasında elektronlar ondan uzaklaşma eğilimindedirler; bu, fizik yoluyla, kuzey kutbu güney kutuptan ayırt eder.

Bundan sonra, pek çok başka deney yapıldı: π'nin μ ve ν'ye; μ'nün bir elektron ve iki nötrinoya; bugünlerde Λ'nın proton ve π'ye parçalanması; Σ'lerin parçalanması ve birçok başka parçalanmalar. Aslında, neredeyse tüm hallerde, beklendiği gibi, hepsinin yansıma simetrisine *uymadığı* bulunmuştu! Temel olarak, yansıma simetrisi yasası, fizikte bu düzeyde, yanlıştır.

Kısacası, Marslıya kalbi nereye koyacağını söyleyebiliriz: Deriz ki " Dinle, kendin bir mıknatıs yap, üzerine sarımları sar ve akım ver; sonra biraz kobalt al ve sıcaklığı düşür. Deneyi öyle düzenle ki elektronlar ayaktan kafaya doğru gitsin; bu durumda sarımlardan akımın gittiği yön, sağ dediğimizden girip sol dediğimizden çıktığı yöndür." Böylece bu türden bir deney yaparak sağı ve solu tanımlamak artık mümkündür.

---

* İngilizcede ***hep*** sözcüğü argoda bilgili, her şeyi bilen anlamına gelir; ama aynı zamanda fizikte bir kısaltmadır: *high energy physicist* = yüksek enerji fizikçisi; burada belli ki her ikisi de kastediliyor -çn.

Öngörülmüş birçok başka özellik vardır. Örneğin, kobalt çekirdeğinin spininin (açısal momentum) parçalanmadan önce $5\hbar$ birimi olduğu ve parçalandıktan sonra $4\hbar$ birimi kaldığı anlaşılmıştı. Elektron da spin açısal momentumuna sahiptir ve parçalanmada bir de nötrino çıkar. Bundan kolayca anlaşılır ki elektron hareket yönü boyunca yönelmiş bir spin açısal momentumu taşır; nötrino da öyle. Böylece elektron sanki sola dönüyor gibi görünmektedir ve bu da sınanmıştı. Aslına bakarsanız, bu sınama, tam burada Caltech'te Böhm ve Wapstra tarafından yapılmıştı; elektronlar çoğunlukla sola doğru dönerler. (Ters sonuç vermiş olan bazı başka deneyler vardı; fakat onlar yanlıştı!)

Bir sonraki problem, parite korunumunun bozulumu yasasını bulmaktı. Bozulmanın ne denli güçlü olacağını söyleyen kural nedir? Kural şudur: Parite korunumunun bozulması, sadece zayıf bozunumlar denen bu çok yavaş süreçlerde meydana gelir ve bu süreçlerde elektron, nötrino vb gibi spine sahip olan parçacıklar sola meyilli spinle yayınlanırlar. Bu bir tarafa meyilli olma kuralıdır; bir kutupsal vektör olan hız ile bir eksenel vektör olan açısal momentumu birbirine bağlar ve açısal momentumun hız boyunca değil de daha çok hıza zıt olduğunu söyler.

Evet, kural budur; fakat bugün için bunun nedenlerini ve nereden geldiğini gerçekten anlamıyoruz. Niçin bu doğru kuraldır, bunun temel nedeni nedir ve bir başka şeye nasıl bağlıdır? O anda bu simetrik olmayıştan öylesine şoke olmuştuk ki bunun tüm diğer kurallara bakarak ne anlama geldiğini anlamayı yeterince beceremedik. Bununla birlikte, konu ilginç, çağdaş ve hala çözülmemiştir; dolayısıyla onunla ilişkili problemlerin bazılarını tartışmamız yerinde olur.

52-8 Karşı-madde

Simetrilerin biri kaybolduğunda yapılacak ilk iş, derhal bilinen ya da varsayılan simetriler listesine geri gitmek ve acaba başka kaybolan da var mı diye sormaktır. Listemizde bulunan bir işlemden hiç söz etmedik; o da mutlaka sorgulanmalıdır: madde ile karşı-madde arasındaki ilişki. Dirac, elektrona ek olarak, pozitron denen ve elektronla mutlaka ilişkisi bulunan bir diğer parçacığın da var olması gerektiğini öne sürmüştü (bu parçacık Caltech'te Anderson tarafından keşfedildi). Bu iki parçacığın tüm özellikleri, karşılığı bulunma ilkesine uyar: enerjiler eşittir; kütleler eşittir; yükler korunur; fakat her şeyden daha önemlisi, onlardan ikisi bir araya geldiğinde birbirlerini yok ederler ve onların tüm kütlesi enerji, diyelim ki γ-ışınları şeklinde serbest kalır. Pozitrona elektronun karşı-parçacığı denir ve bunlar bir parçacık ve onun karşı-parçacığının belirtkenleridir. Dirac'ın savından açıktı ki evrende geri kalan tüm parçacıkların da kendi karşıt parçacıkları var olmalıdır. Örneğin, proton için $\bar{p}$ imgesiyle gösterilen bir karşı – proton olmalıdır. $\bar{p}$ eksi elektrik yüküne ve protonla aynı kütleye vb sahip olacaktır. Bununla birlikte, en önemli özelliği, bir araya gelen bir protonla bir karşı-protonun birbirlerini yok edebilmesidir. Bunu vurgulamamızın nedeni şudur: Hem nötron hem de karşı-nötron var deyin ve insanlar bunu anlamıyor ve diyorlar ki "Nötron yüksüzdür, dolayısıyla nasıl zıt yüke sahip olunabilir?" Aslında, "karşı" olma kuralı, sadece zıt yüke sahip olmak değildir; belirli bir özellikler cümlesi vardır; bunların tümü zıttır. Karşı-nötron nötrondan şu şekilde ayırt edilir: İki nötronu bir araya getirirsek, onlar iki nötron olarak durmaya devam eder; fakat bir nötronla bir karşı-nötronu bir araya getirirsek, serbest kalan büyük bir enerji patlamasıyla birlikte çeşitli π-mezonları, γ-ışınları ve bunlara benzeyen şeyler çıkararak birbirlerini yok ederler.

Şimdi karşı-nötronlara, karşı-protonlara ve karşı-elektronlara sahipsek, ilke olarak, karşı-atomlar yapabiliriz. Henüz karşı-atomlar yapılmamıştır, fakat bu ilke olarak mümkündür. Örneğin, hidrojen atomu merkezde bir proton ve onun çevresinde giden bir elektrondan oluşmaktadır. Şimdi bir yerlerde, bir karşı-protonun çevresinde bir pozitronun dönmesini sağlayabiliriz herhalde; sağlayamaz mıyız? Evet, her şeyden önce, karşı-protonun elektrik yükü eksidir ve karşı-elektronunki artı; dolayısıyla onlar uygun tarzda birbirlerini çekerler; kütleler tam aynıdır; her şey aynıdır. Bu fiziğin simetri ilkelerinden biridir;

denklemler gösterir ki maddeden yapılmış bir saatimiz olsa ve sonra aynı saati karşı-maddeden yapsak, bu da aynı şekilde çalışırdı. (Kuşkusuz, saatleri bir araya koyarsak, birbirlerini yok ederlerdi; ama bu farklı bir şey.)

Bu durumda ivedi bir soru ortaya çıkar. İkisi de maddeden, ama biri "sol-elli" diğeri "sağ-elli" iki saat yapabiliriz. Bunlar basit saatler olmayıp, örneğin, bir parça kobalt, mıknatıslar ve elektron dedektörlerine sahip saatlerdir; dedektörler β-bozunumu elektronlarının varlığını saptarlar ve onları sayarlar. Her saymada saniye ibresi bir öteye gider. Daha az elektron alan ayna görüntüsü saat aynı hızda işlemeyecektir. Böylece öyle iki saat yaparız ki sol-elli saat açıkça sağ-elli saatle uyuşmaz. Haydi şimdi standart ya da sağ-elli diyeceğimiz saati maddeden yapalım; sol-elli diyeceğimiz saati de yine maddeden oluşturalım. Bu ikisinin genelde aynı şekilde *çalışmayacağını* biraz önce keşfetmiştik; şu ünlü fiziksel keşiften önce, onların aynı şekilde çalışacakları sanılıyordu. Artık madde ve karşı-maddenin de eşdeğer olduğu varsayılıyordu. Yani sağ-elli ve aynı biçimde bir karşı-madde saati yapmışsak ve bir de aynı saati sol-elli olarak yaptıysak, o da aynı şekilde işlerdi. Başka bir deyişle, başlangıçta bu *dört saatin hepsinin* de aynı olduğuna inanılmıştı; şimdi kuşkusuz biliyoruz ki sağ-elli ve sol-elli madde aynı değildir. Muhtemelen, bu nedenle sağ-elli karşı-madde ve sol-elli karşı-madde de aynı değildir.

Böylece apaçık soru şudur: Hangisi hangisiyle uygundur, yoksa hiçbiri mi? Başka bir deyişle, sağ-elli madde sağ-elli karşı-maddeyle aynı şekilde davranır mı? Ya da sağ-elli madde sol-elli karşı-maddeyle mi aynı şekilde davranır? Elektron bozunumu yerine pozitron bozunumunu kullanan β-bozunumu deneyleri, gösteriyor ki aralarındaki ilişki şöyledir: "Sağ"a eğilimli madde "sol"a eğilimli karşı-maddeyle aynı şekilde işler.

Dolayısıyla, sağ ve sol simetrinin hala yerinde durmakta olduğu çok şükür doğrudur! Eğer bir sol-elli saati maddenin diğer türünden, yani madde yerine karşı-maddeden yaparsak, aynı şekilde çalışır. Böylece olan şudur: Simetriler listemizde iki bağımsız kurala sahip olmak yerine, bu iki kuralı yeni bir kural oluşturmak üzere bir araya getiririz ve deriz ki sağa eğilimli madde sola eğilimli karşı-maddeyle simetriktir.

Buna göre bizim Marslı karşı-maddeden yapılmışsa ve ona bizim gibi "sağ"-elli model yapma talimatı verirsek, kuşkusuz bu model diğer şekilde ortaya çıkacaktır. İleri geri birçok konuşmadan sonra, her birimiz diğerinin uzay gemileri yaptığını ve boş uzayda orta yerde buluşacağımızı düşündüğünde ne olabilir? Birbirimize kendi geleneklerimize vb şeylere göre talimatlar vermiştik ve diyelim ki ikimiz el sıkışmak üzere hızla bir araya geliyoruz. Peki, o ya sol elini uzatırsa, aman dikkat et!

52-9 Bozulan simetriler

Sonraki soru şudur: *Neredeyse* simetrik olan yasalarla ne yapabiliriz? Bu konuda olağanüstü olan şey, fiziğin çok büyük bir bölgesi üzerinde böyle önemli, güçlü olayların geniş bir dizisi –çekirdek kuvvetleri, elektrik olayları ve kütleçekim gibi zayıf bile olanlar– için, bunlarla ilgili tüm yasalar simetrik gibi görünür. Diğer taraftan, bu küçük fazlalık parça der ki "Hayır, yasalar simetrik değildir!" Doğanın mükemmelen simetrik olmayıp hemen hemen simetrik olabilmesi nasıl olur? Bunu nasıl yorumlayacağız? Öncelikle, başka öneklerimiz var mı? Aslına bakarsanız, evet, birkaç başka örnek var. Örneğin, proton-proton arasındaki, nötron-nötron arasındaki ve nötron-proton arasındaki kuvvetin çekirdek kısmı tam olarak aynıdır; çekirdek kuvvetleri için bir simetri vardır; yeni bir simetri: bir nötronla bir protonu yer değiştirebiliriz; fakat bunun genel bir simetri olmadığı açıktır, çünkü belli uzaklıktaki iki proton arasında var olan elektriksel itme, nötronlar arasında yoktur. Böylece bir protonu bir nötronla

Öngörülmüş birçok başka özellik vardır. Örneğin, kobalt çekirdeğinin spininin (açısal momentum) parçalanmadan önce $5\hbar$ birimi olduğu ve parçalandıktan sonra $4\hbar$ birimi kaldığı anlaşılmıştı. Elektron da spin açısal momentumuna sahiptir ve parçalanmada bir de nötrino çıkar. Bundan kolayca anlaşılır ki elektron hareket yönü boyunca yönelmiş bir spin açısal momentumu taşır; nötrino da öyle. Böylece elektron sanki sola dönüyor gibi görünmektedir ve bu da sınanmıştı. Aslına bakarsanız, bu sınama, tam burada Caltech'te Böhm ve Wapstra tarafından yapılmıştı; elektronlar çoğunlukla sola doğru dönerler. (Ters sonuç vermiş olan bazı başka deneyler vardı; fakat onlar yanlıştı!)

Bir sonraki problem, parite korunumunun bozulumu yasasını bulmaktı. Bozulmanın ne denli güçlü olacağını söyleyen kural nedir? Kural şudur: Parite korunumunun bozulması, sadece zayıf bozunumlar denen bu çok yavaş süreçlerde meydana gelir ve bu süreçlerde elektron, nötrino vb gibi spine sahip olan parçacıklar sola meyilli spinle yayınlanırlar. Bu bir tarafa meyilli olma kuralıdır; bir kutupsal vektör olan hız ile bir eksenel vektör olan açısal momentumu birbirine bağlar ve açısal momentumun hız boyunca değil de daha çok hıza zıt olduğunu söyler.

Evet, kural budur; fakat bugün için bunun nedenlerini ve nereden geldiğini gerçekten anlamıyoruz. Niçin bu doğru kuraldır, bunun temel nedeni nedir ve bir başka şeye nasıl bağlıdır? O anda bu simetrik olmayıştan öylesine şoke olmuştuk ki bunun tüm diğer kurallara bakarak ne anlama geldiğini anlamayı yeterince beceremedik. Bununla birlikte, konu ilginç, çağdaş ve hala çözülmemiştir; dolayısıyla onunla ilişkili problemlerin bazılarını tartışmamız yerinde olur.

52-8 Karşı-madde

Simetrilerin biri kaybolduğunda yapılacak ilk iş, derhal bilinen ya da varsayılan simetriler listesine geri gitmek ve acaba başka kaybolan da var mı diye sormaktır. Listemizde bulunan bir işlemden hiç söz etmedik; o da mutlaka sorgulanmalıdır: madde ile karşı-madde arasındaki ilişki. Dirac, elektrona ek olarak, pozitron denen ve elektronla mutlaka ilişkisi bulunan bir diğer parçacığın da var olması gerektiğini öne sürmüştü (bu parçacık Caltech'te Anderson tarafından keşfedildi). Bu iki parçacığın tüm özellikleri, karşılığı bulunma ilkesine uyar: enerjiler eşittir; kütleler eşittir; yükler korunur; fakat her şeyden daha önemlisi, onlardan ikisi bir araya geldiğinde birbirlerini yok ederler ve onların tüm kütlesi enerji, diyelim ki γ-ışınları şeklinde serbest kalır. Pozitrona elektronun karşı-parçacığı denir ve bunlar bir parçacık ve onun karşı-parçacığının belirtkenleridir. Dirac'ın savından açıktı ki evrende geri kalan tüm parçacıkların da kendi karşıt parçacıkları var olmalıdır. Örneğin, proton için $\bar{p}$ imgesiyle gösterilen bir karşı – proton olmalıdır. $\bar{p}$ eksi elektrik yüküne ve protonla aynı kütleye vb sahip olacaktır. Bununla birlikte, en önemli özelliği, bir araya gelen bir protonla bir karşı-protonun birbirlerini yok edebilmesidir. Bunu vurgulamamızın nedeni şudur: Hem nötron hem de karşı-nötron var deyin ve insanlar bunu anlamıyor ve diyorlar ki "Nötron yüksüzdür, dolayısıyla nasıl zıt yüke sahip olunabilir?" Aslında, "karşı" olma kuralı, sadece zıt yüke sahip olmak değildir; belirli bir özellikler cümlesi vardır; bunların tümü zıttır. Karşı-nötron nötrondan şu şekilde ayırt edilir: İki nötronu bir araya getirirsek, onlar iki nötron olarak durmaya devam eder; fakat bir nötronla bir karşı-nötronu bir araya getirirsek, serbest kalan büyük bir enerji patlamasıyla birlikte çeşitli π-mezonları, γ-ışınları ve bunlara benzeyen şeyler çıkararak birbirlerini yok ederler.

Şimdi karşı-nötronlara, karşı-protonlara ve karşı-elektronlara sahipsek, ilke olarak, karşı-atomlar yapabiliriz. Henüz karşı-atomlar yapılmamıştır, fakat bu ilke olarak mümkündür. Örneğin, hidrojen atomu merkezde bir proton ve onun çevresinde giden bir elektrondan oluşmaktadır. Şimdi bir yerlerde, bir karşı-protonun çevresinde bir pozitronun dönmesini sağlayabiliriz herhalde; sağlayamaz mıyız? Evet, her şeyden önce, karşı-protonun elektrik yükü eksidir ve karşı-elektronunki artı; dolayısıyla onlar uygun tarzda birbirlerini çekerler; kütleler tam aynıdır; her şey aynıdır. Bu fiziğin simetri ilkelerinden biridir;

denklemler gösterir ki maddeden yapılmış bir saatimiz olsa ve sonra aynı saati karşı-maddeden yapsak, bu da aynı şekilde çalışırdı. (Kuşkusuz, saatleri bir araya koyarsak, birbirlerini yok ederlerdi; ama bu farklı bir şey.)

Bu durumda ivedi bir soru ortaya çıkar. İkisi de maddeden, ama biri "sol-elli" diğeri "sağ-elli" iki saat yapabiliriz. Bunlar basit saatler olmayıp, örneğin, bir parça kobalt, mıknatıslar ve elektron dedektörlerine sahip saatlerdir; dedektörler β-bozunumu elektronlarının varlığını saptarlar ve onları sayarlar. Her saymada saniye ibresi bir öteye gider. Daha az elektron alan ayna görüntüsü saat aynı hızda işlemeyecektir. Böylece öyle iki saat yaparız ki sol-elli saat açıkça sağ-elli saatle uyuşmaz. Haydi şimdi standart ya da sağ-elli diyeceğimiz saati maddeden yapalım; sol-elli diyeceğimiz saati de yine maddeden oluşturalım. Bu ikisinin genelde aynı şekilde *çalışmayacağını* biraz önce keşfetmiştik; şu ünlü fiziksel keşiften önce, onların aynı şekilde çalışacakları sanılıyordu. Artık madde ve karşı-maddenin de eşdeğer olduğu varsayılıyordu. Yani sağ-elli ve aynı biçimde bir karşı-madde saati yapmışsak ve bir de aynı saati sol-elli olarak yaptıysak, o da aynı şekilde işlerdi. Başka bir deyişle, başlangıçta bu *dört saatin hepsinin* de aynı olduğuna inanılmıştı; şimdi kuşkusuz biliyoruz ki sağ-elli ve sol-elli madde aynı değildir. Muhtemelen, bu nedenle sağ-elli karşı-madde ve sol-elli karşı-madde de aynı değildir.

Böylece apaçık soru şudur: Hangisi hangisiyle uygundur, yoksa hiçbiri mi? Başka bir deyişle, sağ-elli madde sağ-elli karşı-maddeyle aynı şekilde davranır mı? Ya da sağ-elli madde sol-elli karşı-maddeyle mi aynı şekilde davranır? Elektron bozunumu yerine pozitron bozunumunu kullanan β-bozunumu deneyleri, gösteriyor ki aralarındaki ilişki şöyledir: "Sağ"a eğilimli madde "sol"a eğilimli karşı-maddeyle aynı şekilde işler.

Dolayısıyla, sağ ve sol simetrinin hala yerinde durmakta olduğu çok şükür doğrudur! Eğer bir sol-elli saati maddenin diğer türünden, yani madde yerine karşı-maddeden yaparsak, aynı şekilde çalışır. Böylece olan şudur: Simetriler listemizde iki bağımsız kurala sahip olmak yerine, bu iki kuralı yeni bir kural oluşturmak üzere bir araya getiririz ve deriz ki sağa eğilimli madde sola eğilimli karşı-maddeyle simetriktir.

Buna göre bizim Marslı karşı-maddeden yapılmışsa ve ona bizim gibi "sağ"-elli model yapma talimatı verirsek, kuşkusuz bu model diğer şekilde ortaya çıkacaktır. İleri geri birçok konuşmadan sonra, her birimiz diğerinin uzay gemileri yaptığını ve boş uzayda orta yerde buluşacağımızı düşündüğünde ne olabilir? Birbirimize kendi geleneklerimize vb şeylere göre talimatlar vermiştik ve diyelim ki ikimiz el sıkışmak üzere hızla bir araya geliyoruz. Peki, o ya sol elini uzatırsa, aman dikkat et!

52-9 Bozulan simetriler

Sonraki soru şudur: *Neredeyse* simetrik olan yasalarla ne yapabiliriz? Bu konuda olağanüstü olan şey, fiziğin çok büyük bir bölgesi üzerinde böyle önemli, güçlü olayların geniş bir dizisi –çekirdek kuvvetleri, elektrik olayları ve kütleçekim gibi zayıf bile olanlar– için, bunlarla ilgili tüm yasalar simetrik gibi görünür. Diğer taraftan, bu küçük fazlalık parça der ki "Hayır, yasalar simetrik değildir!" Doğanın mükemmelen simetrik olmayıp hemen hemen simetrik olabilmesi nasıl olur? Bunu nasıl yorumlayacağız? Öncelikle, başka öneklerimiz var mı? Aslına bakarsanız, evet, birkaç başka örnek var. Örneğin, proton-proton arasındaki, nötron-nötron arasındaki ve nötron-proton arasındaki kuvvetin çekirdek kısmı tam olarak aynıdır; çekirdek kuvvetleri için bir simetri vardır; yeni bir simetri: bir nötronla bir protonu yer değiştirebiliriz; fakat bunun genel bir simetri olmadığı açıktır, çünkü belli uzaklıktaki iki proton arasında var olan elektriksel itme, nötronlar arasında yoktur. Böylece bir protonu bir nötronla

daima yerdeğiştirmemiz genelde doğru değildir; bu sadece iyi bir yaklaşıklıktır. Niçin iyi? Çünkü çekirdek kuvvetleri, elektrik kuvvetlerinden çok çok güçlüdür. Öyleyse, bu da bir "hemen hemen" simetridir. Başaka şeylerde de böyle örnekler vardır.

Akıllarımızda simetriyi bir tür mükemmellik olarak kabul etme eğilimi vardır. Aslında, eski Yunanlar, bunun gibi, daireleri mükemmel sayarlardı; gezegen yörüngelerinin tam çember olmayıp hemen hemen çember olmalarına inanmak onlar için çok korkunçtu. Bir çember olmakla neredeyse bir çember olmak arasındaki ayrım, hiç de küçük bir ayrım değildir; akla bakarsanız, bu temel bir değişikliktir. Bir çemberde bir mükemmellik ve simetri işareti vardır; çemberin biraz arızalı olması halindeyse bu yoktur; bu onun sonudur: o artık simetrik değildir. Bu durumda "o niçin neredeyse çemberdir?" diye sorulur; işte bu çok daha zor bir sorudur. Genelde gezegenlerin gerçek hareketi elipsler olmalıdır; fakat çağlar boyu, gelgit kuvvetleri ve benzeri şeylerden tarafından, "hemen hemen simetrik" hale getirilmişlerdir. Şimdi soru, burada da benzer bir problemin var olup olmadığıdır. Çemberler açısından problem şudur: Eğer onlar mükemmel çemberler olsaydı, açıklanacak bir şey olmazdı; bu açıkça basittir. Fakat mademki onlar hemen hemen çemberdir; öyleyse açıklanacak çok şey vardır ve sonuç, büyük bir dinamik problem haline döner. Şimdi problemimiz, gelgit kuvvetlerine ve benzeri şeylere bakarak yörüngelerin neden "hemen hemen simetrik" olduklarını açıklamaktır.

Bu durumda problemimiz, simetrinin nereden geldiğini açıklamaktır. Doğa neden böyle hemen hemen simetriktir? Kimsenin bunun nedeni hakkında bir fikri yok. Önerebileceğimiz tek şey şu olabilir: Japonya'da bir kapı vardır, Neiko'da bir kapı. Bazen Japonlar tarafından tüm Japonya'da bunun en güzel kapı olduğu söylenir; Çin sanatının büyük etkisi altında kaldıkları bir zamanda yapılmış. Bu kapı inceden inceye birçok sivri tepelik ve çok güzel oymalarla, birçok kolon ve onlar üzerine oyulmuş ejderha başları ve prenslerle vb şeylerle işlenmiştir. Fakat çok yakından bakıldığında, kolonların biri boyunca yer alan incelikli ve karmaşık desende küçük desen öğelerinden birinin baş aşağı oyulduğu görülür; bunun dışında tüm nesne tamamen simetriktir. Bunun nedenini sorarsanız, öykü şudur: Tanrılar insanın mükemmelliğini kıskanmasınlar diye o eleman tepetaklak oyulmuştur. Böylece oraya bu hata belirli bir amaç güdülerek konmuştur, öyle ki tanrılar insanları kıskanmaz ve onlara kızmazlar.

Bu fikri tersine çevirip doğadaki yaklaşık simetrinin gerçek açıklamasını şöyle düşünmek isteyebiliriz: Tanrı, Onun mükemmelliğini kıskanmayalım diye, yasaları sadece yaklaşık olarak simetrik yapmıştı.

DİZİN

A

"Acayiplik" sayısı, 2-9
Açı
  Brewster ~, 33-6
  gelme ~, 26-3
  yansıma ~, 26-3
Açısal frekans, 21-3, 29-2, 49-3
Açısal ivme, 18-3
Açısal momentum, 7-7, 18-5, 20-1,
  dairesel kutuplanmış ışığın, 33-10
  katı bir cismin, 20-8
  korunumu~, 4-7
Açısal hız, 18-3
Adams, John C. (1819–92), 7-5
Adenin, 3-6
Adyabatik genişleme, 44-5
Adyabatik sıkıştırma, 39-5
Etkinleştirme enerjisi, 3-3
Aktomiyozin, 3-3
Alanlar, 2-2, 2-4, 2-5, 10-9, 12-7, 13-8, 14-7
  Elektrik ~, 2-4, 12-7
  Elektromanyetik ~, 2-2, 2-5, 10-9
  Kütleçekim ~, 12-8, 13-8
  Manyetik~, 12-9
  ~ üst üste gelmesi, 12-9
Analog bilgisayar, 25-8
Anderson, Carl D. (1905–91), 52-10
Angström (birim), 1-3
Anormal dağıtma, 31-8
Anormal kırınım, 33-9
Aristoteles (İÖ 384–322), 5-1
Asetilkolin 3-3
Astronomi ve fizik, 3-6
Atom, 1-2
  yarı kararlı ~, 42-10
Atom varsayımı, 1-2
Atom parçacıkları, 2-8
Atom saati, 5-5
Atom süreçleri, 1-5
Avogadro, L. R. Amedeo C. (1776–1856), 39-2
Avogrado sayısı, 41-10

B

Bar (birim), 47-4
Basınç, 1-3
  gazın ~, 39-2
  ışık ~, 34-11
  Işınım ~, 34-11
  Becquerel, Antoine Henri (1852–1908), 28-3
Belirsizlik ilkesi, 2-6, 6-10, 7-11, 37-9, 37-11, 38-3, 38-5
Bilimsel yöntem, 2-1
  İki-gözle görme, 36-4
Birim hücre, 38-5
Birim vektör, 11-10
Bi leşik (böcek) göz, 36-6
Biyoloji ve fizik, 3-2
Boehm, Felix H. (1924–), 52-10
Bohr, Niels (1885–1962), 42-9
Bohr Yarıçapı, 38-6
Boltzmann sabiti, 41-10
Boltzmann, Ludwig (1844–1906), 41-2
Boltzmann yasası, 40-2
Born, Max (1882–1970), 37-1, 38-9
Boyle Yasası, 40-8
Bremsstrahlung, 34-6
Brewster açısı, 33-6
Brewster, David (1781–1868), 33-5
Briggs, Henry (1561–1630), 22-6
Brown hareketi, 1-8, 6-5, 41-1, 46-2, 46-5
Brown, Robert (1773–1858), 41-1
Buharlaşma, 1-6
  bir sıvının ~, 40-3, 42-1
Büyütme, 27-5
Büzülme varsayımı, 15-5

C

Carnot, N. L. Sadi (1796–1832), 4-2, 44-2, 45-3, 45-7
Carnot çevrimi, 44-5, 45-2
Cebir, 22-1
  Dört vektör ~, 17-7
  Vektör ~, 11-6
  Yunan ~, 8-2
Cavendish deneyi, 7-9
Cavendish, Henry (1731–1810), 7-9
Cherenkov ışınımı, 51-2
Cherenkov, Pavel A. (1908–90), 51-2
Clapeyron, Benoît Paul Émile (1799–1864), 44-2
Clausius-Clapeyron denklemi, 45-6
Copernicus, Nicolaus (1473–1543), 7-1
Coriolis kuvveti, 19-8, 20-5, 51-6, 52-3
Cornu spirali, 30-9

Coulomb yasası, 28-1

Ç

Çarpışma, 16-6
  Elastik ~, 10-7
Çarpışma tesir kesiti, 43-3
Çekirdek, 2-4, 2-6, 2-8
Çift-kırılma, 33-3, 33-9
Çift-kırılma malzemesi, 33-9
  Dipol (Çift kutup) momenti, 12-6
  Dipol ışıyıcı, 28-5, 29-3
Çift yıldızlar, 7-6
Çizgili (veya iskelet) kas, 14-2
Çubuk hücreler, 35-1, 35-5, 35-9, 36-4, 36-6
Çözme gücü, 27-7
  kırınım ağının ~, 30-5

D

Dağılım
  Normal (Gauss dağılımı) ~, 6-9
  Olasılık~, 6-7
Devridaim hareketi, 46-2
Dairesel hareket, 21-4
Dairesel kutuplanma, 33-2
Dalgalar, 51-1
  Elektromanyetik ~, 2-5
  Işık~, 48-1
  makaslama ~, 51-4
  Sinüs~, 29-2
Dalga boyu, 26-1, 29-3
Dalga cephesi, 33-9, 47-3, 51-1
Dalga denklemi, 47-1
Dalga sayısı, 29-2
Denge, 1-6
Denklem
  Dalga ~, 47-1
  Dirac ~, 20-6
  Dağınım~, 31-6
  Maxwell ~, 46-7, 47-7
  Saha ~, 42-6
Dicke, Robert H. (1916–97), 7-11
Diferansiyel hesap, 8-4
  Yayılma (difüzyon), 43-1
  Moleküler ~, 43-7
Dinamik, 9-1
  ~in gelişimi, 7-2
  Dönme ~, 18-3
    Göreli~, 15-9
Dirac denklemi, 20-6
Dirac, Paul A. M. (1902–84), 52-10
Direnç, 23-5, 41-3, 41-8
Dağınım, dağıtma, 31-6
  Anormal~, 31-8
  Normal ~, 31-8
Dağınım denklemi, 31-6
Dedekind, J. W. Richard (1831–1916), 22-4
Dişli çark ve mandal makinesi, 46-1
Dönüşüm
  Doğrusal ~, 11-6
  Fourier ~, 25-4
  Galileo ~, 12-11, 15-2
  hızın ~, 16-4
  Lorentz ~, 15-3, 17-1, 34-8, 52-2
  zamanın ~, 15-5
DNA, 3-5
Doğrusal momentum
  ~korunumu, 4-7, 10-1
Doğrusal sistemler, 25-1
Doğrusal dönüşüm, 11-6
Doppler etkisi, 17-8, 23-9, 34-7, 38-6
Dönme
  ~ düzlemi, 18-1
  eksenlerin ~, 11-3
  İki boyutta ~, 18-1
  katı cismin ~, 18-2
  uzayda ~, 20-1
Dört-vektör cebiri, 17-7
Dörtlü vektörler, 15-8, 17-5
Düğüm, 49-2
Düz kas, 14-2
Düzeltme, 50-9

E

Einstein, Albert (1879–1955), 2-6, 4-7, 6-10, 7-11, 12-9, 12-11, 15-1, 15-3, 15-9, 16-1, 16-5, 16-9, 41-1, 41-8, 42-9, 43-9
Eğik düzlem, 4-4
Eksenlerin ötelenmesi 11-1
Elektrik alanı, 2-4, 12-7
Elektrik enerjisi, 4-2, 4-6, 10-8
Elektrik kuvvetleri, 2-3
Elektromanyetik alan, 2-2, 2-5, 10-9
Elektromanyetik dalgalar, 2-5
Elektromanyetik enerji, 29-2
Elektromanyetik ışınım, 26-1, 28-1, 29-1
Elektron, 2-4, 37-1, 37-4
  ~ yükü, 12-7
  ~ yarıçapı, 32-4
Elektron bulutu, 6-11
Elektron-ışın tüpü, 12-9
Elektron volt (birim), 34-4
Esnek çarpışma, 10-7
Esneklik enerjisi, 4-2, 4-6
Elips, 7-1
Eksenel vektör, 20-4, 52-6, 52-10
En az süre, ~ilkesi, 26-1
Enerji, 4-1
  etkinleştirme ~, 3-4, 42-7

dönme kinetik ~, 19-7
esneklik ~, 4-2, 4-6
elektrik ~, 4-2, 4-6, 10-8,
elektromanyetik ~, 29-2
ısı ~, 4-2, 4-6, 10-8
kimyasal ~, 4-2
kinetik ~, 1-7, 2-6, 4-2, 4-5
ve sıcaklık, 39-6
~ korunumu, 3-2, 4-1
kütle ~, 4-2, 4-7
kütleçekim ~, 4-2
nükleer ~, 4-2
potensiyel ~, 4-4, 13-1, 14-1
ışıma ~, 4-2, 4-6, 7-11, 10-8
göreli ~, 16-1
Enerji düzeyleri, 38-7
harmonik salınıcının ~, 40-9
Enerji teoremi, 50-7
Entalpi, 45-5
Entropi, 44-10, 46-6
Eötvös, Roland von (1848–1919), 7-11
Eş-sıcaklıklı atmosfer, 40-2
Eş-sıcaklıklı genişleme, 44-5
Eş-sıcaklıklı sıkıştırma, 44-5
Eş zamanlılık, 15-7
Etkin geçmiş, 17-4
Etkin gelecek, 17-4
Etki
Doppler ~, 17-8, 23-9, 34-7, 38-6
Kerr ~, 33-5
Purkinje ~, 35-2
Evre hızı, 48-6
Evre kayması, 21-4
Eylemsizik, 2-3, 7-11
~momenti, 18-7, 19-1
~ilkesi, 9-1

F

Falcılar, 17-4
Farad (birim), 25-7
Fermat ilkesi, 26-3
Fermi (birim), 5-10
Fizik
Astronomi ve ~, 3-6
1920 öncesi ~, 2-3
Biyoloji ve ~, 3-2
~ ve diğer bilimlerle ilişkisi, 3-1
Jeoloji ve ~, 3-7
Kimya ve ~, 3-1
Matematik ve ~, 3-1
Psikoloji ve ~, 3-8
Foton, 2-7, 17-8, 26-1, 37-8
Fotosentez, 3-3
Foucault sarkacı, 16-2
Fourier analizi, 25-4, 50-2, 50-5
Fourier dönüşümü, 25-4
Frekans
açısal ~, 21-3, 29-2, 49-3
salınım ~, 2-5
Fresnel yansıma denklemi, 33-8
Fermat, Pierre de (1601–65), 26-3, 26-7
Fermi, Enrico (1901–54), 5-10
Fourier, J. B. Joseph (1768–1830), 50-5
Frank, Ilya M. (1908–90), 51-2

G

Galileo Galilei (1564–1642), 5-1, 7-2, 9-1, 10-5, 52-3
Galileo dönüşümü, 12-11, 15-2
Galileo göreliliği, 10-3, 10-6
Gama ışınları, 2-5
Gauss (birim), 34-4
Gecikmiş zaman, 28-2
Geçici olaylar, 24-1
elektriksel~, 24-5
Geçici tepki, 21-6
Gelgit, 7-4
Gell-Mann, Murray (1929–), 2-9
Genişleme
adyabatik ~, 44-5
eş-sıcaklıklı~, 44-5
Genlik
olasılık~, 37-10
Genlik kiplemesi, 48-3
Gelme, ~ açısı, 26-3,
Geometrik optik, 26-1, 27-1
Gezegen hareketi, 7-1, 9-6, 13-5
Girişim, 28-6
~ ve kırınım, 30-1
Girişen dalgalar, 37-4
Girişimölçer, 15-5
Görelilik
Galileo ~, 10-3, 10-6
~ kuramı, 7-11, 17-1
Özel görelilik ~, 15-1
Göreli dinamik, 15-9
Göreli enerji, 16-1
Göreli kütle, 16-6
Göreli momentum, 10-8, 16-1
Görme, 36-1
İki gözle ~, 36-4
~ nörolojisi , -36-9
~ fizikokimyası, 35-9
renkli ~, 35-1, 36-1
Görsel korteks, 36-4
Görsel mor, 35-9
Göz
birleşik (böcek) ~, 36-6

insan ~, 35-1
Göz çukuru, 35-1, 35-3, 35-9
Green fonksiyonu, 25-4
Grup hızı, 48-6
Guanin, 3-6
Güç, 13-2
Gürültü, 50-1

H
Hareket, 5-1, 8-1
Brown ~, 1-8, 6-5, 41-1, 46-2, 46-5
Devridaim ~, 46-2
dairesel ~, 21-4
gezegensel ~, 7-1, 9-6, 13-5
harmonik ~, 21-4, 23-1
parabolik ~, 8-10
zorlamalı ~, 14-3
Hava oluğu, 10-5
Haidinger'in fırçası, 36-7
Harmonikler, 50-1
Harmonik hareket, 21-4, 23-1
Harmonik salınıcı, 10-1, 21-1
~nın enerji düzeyi, 40-9
zorla ~, 21-6, 23-3
Heisenberg, Werner K. (1901–76), 37-1, 37-9, 37-11, 38-9
Helmholtz, Hermann von (1821–94), 35-7
Helyum, 1-5, 3-7, 49-6
Henry (birim), 25-7
Hız, 8-3
açısal ~, 18-3
~ın bileşenleri, 9-3
~ın dönüşümü, 16-4
evre ~, 48-6
grup ~, 48-6
sürat ve ~, 9-2
Hiposikloid, 34-3, 34-5
Huygens, Christiaan (1629–95), 15-2, 26-2, 33-9
Hücre
koni ~, 35-1, 35-5, 35-8, 36-1, 36-4
çubuk ~, 35-1, 35-5, 35-9, 36-4, 36-6
Hooke yasası, 12-6

I
Isı, 1-3, 13-3
özgül ~, 40-7
ve klasik fiziğin başarısızlığı, 40-8
sabit hacimde, 45-2
Isı enerjisi, 4-2, 4-6, 10-8
Isı makinesi, 44-1
Isıl denge, 41-3
bir gazın ~, 43-9 f
Isıl iletkenlik, gazın ~, 43-9
Isıl iyonlaşma, 42-5
Işığın saçılması, 32-1
Işık, 2-5,
~ın hızı, 15-1
~ın momentumu, 34-10
kutuplanmış ~, 32-9
~ın saçılması, 32-1
Işık basıncı, 34-11
Işık dalgaları, 48-1
Işık konisi, 17-4
Işıma enerjisi, 4-2, 4-6 f, 7-11, 10-8
Işınım
Bremsstrahlung ~ , 34-6
Cherenkov ~, 51-2
Elektromanyetik ~, 26-1, 28-1, 29-1
Gamma ışınları, 2-5
kızılaltı ~, 2-5, 23-8, 26-1
kozmik ~, 2-5
Kozmik siklotron~, 34-6
mor ötesi~, 2-5, 26-1
~da göreli etkiler, 34-1
Siklotron~, 34-3
Siyah cisim~, 41-3
X-ışınıları, 2-5, 26-1, 31-6, 34-5, 48-6
Işınım basıncı, 34-11
Işınım direnci, 32-1
Işınım sönümü, 32-1

İ
İdeal makinenin verimi, 44-7
İdeal gaz yasası, 39-10
İkiz paradoksu, 16-3
İletkenlik
iyonik~, 43-6
İlke
belirsizlik ~, 2-6, 6-10, 7-11, 37-9, 37-11, 38-3, 38-5,
eylemsizlik ~, 9-1
sanal iş ~, 4-5
İmpedans, 25-8
karmaşık ~, 23-7
boşluğun ~, 32-2
İndis
kırılma ~, 31-1
İndüktör, 25-7
İnsan gözü, 35-1
İndüktans, 23-6
İntegral, 8-7
İstatistiksel dalgalanmalar, 6-3
İstatistiksel mekanik, 3-1, 40-1
İş, 13-1, 14-1
İvme, 8-8
açısal ~, 18-3
~ bileşenleri, 9-3

kütleçekim ~, 9-4
İyon, 1-6
İyonik iletkenlik, 43-6
İyonlaşma enerjisi, 42-5
hidrojen ~, 38-6
İzotoplar, 3-4, 3-7, 39-10

J
Jeans, James H. (1877–1946), 40-9, 41-6
Jeoloji ve fizik, 3-7
Jiroskop, 20-5
Johnson gürültüsü, 41-2, 41-8
Joule (birim), 13-3
Joule ısıtması, 24-2

K
Karmaşık impedans 23-7
Karmaşık sayılar, 22-7
~ and harmonik hareket, 23-1
Karşı madde, 52-10
Karşı parçacık, 2-8
Karşılıklılık ilkesi, 26-5, 30-7
Kas
düz ~, 14-2
çizgili (iskelet)~, 14-2
Katalizör, 42-8
Katı cisim, 18-1, 20-1
~in açısal momentumu, 20-8
~in dönmesi, 18-2
Katsayı
sürtünme ~, 12-4
Kendiliğinden yayınım, 42-9
Kepler, Johannes (1571–1630), 7-1
Kepler yasası, 7-1, 9-1, 18-6
Kerr etkisi, 33-5
Kerr hücresi, 33-5
Kılcal çekme, 51-8
Kırınım, 30-1
ekrandan ~, 31-10
X-ışını ~, 30-8, 38-5
Kırınım ağı, 30-3
~nın çözme gücü, 30-5
Kısmi türev, 14-9
Kırılma, 26-2
anormal ~, 33-9
~ indisi, 31-1
Kızılaltı ışınım, 2-5, 23-8, 26-1
Kimyasal enerji, 4-2
Kimyasal kinetik, 42-7
Kimyasal tepkime, 1-6
Kimya ve fizik, 3-1
Kinetik enerji, 1-7, 2-6, 4-2, 4-5
~ ve sıcaklık, 39-6
dönme ~, 19-7
Kinetik kuram
gazların ~, 39-1
~ın uygulaması, 42-1
Kipler, 49-1
Normal ~, 48-10
Kirchhoff yasası, 25-9
Klasik elektron yarıçapı, 32-4
Koni hücreler, 35-1, 35-5, 35-8, 36-1, 36-4
Kornea, 35-1, 36-3, 36-9
Korunum
açısal momentumun ~, 4-7, 18-6, 20-5
yükün ~, 4-7,
enerjinin ~, 3-2, 4-1
doğrusal momentumun ~, 4-7, 10-1
Korunumlu kuvvet, 14-3
Korunumsuz kuvvet, 14-6
Kozmik ışınlar, 2-5
Kozmik sinkrotron ışınımı, 34-6
Kristalden kırınım, 38-4
Kuantum elektrodinamiği, 2-7, 28-3, 42-10
Kuantum mekaniği, 2-2, 2-6, 6-10, 37-1, 38-1
~nde momentum, 10-9
Kutuplanma, 33-1
dairesel ~, 33-2
saçılan ışığın ~, 33-3
Kutuplu ışık, 32-9
Kutupsal vektör, 20-4, 52-6
Kuvvet
~in bileşenleri, 9-3
elektrik ~, 2-3
merkezcil ~, 19-9
merkezkaç ~, 7-5, 12-11, 16-2, 19-8, 20-8, 43-4, 52-3
Coriolis ~, 19-8, 20-5, 51-6, 52-3
korunumlu ~, 14-3
korunumsuz ~, 14-6
kütleçekim ~, 2-3
manyetik ~, 12-9
moleküler ~, 12-6
~momenti, 18-5
nükleer ~, 12-12
sözde ~, 12-10
Kuvvet çifti, 18-4, 20-1
Küresel sapınç, 27-7, 36-3
Kütle, 9-1, 15-1
~ merkezi, 18-1, 19-1
Göreli ~, 16-6
Kütleçekim, 13-3
~ ivmesi, 9-4
Kütleçekim ~, 2-3, 7-1, 12-2
Kütleçekim alanı, 12-8, 13-8
Kütle enerjisi, 4-2, 4-7
Kütle enerji eşdeğerliliği, 15-10
Kütleçekim enerjisi, 4-2

Kütleçekim ivmesi, 9-4
Kütleçekim kuvveti, 2-3
Kütleçekim sabiti, 7-9
Külte merkezi, 18-1, 19-1

L
Laplace, Pierre-Simon de (1749–1827), 47-7
Lazer, 5-3, 32-6, 42-10, 50-10
Leibniz, Gottfried Willhelm (1646–1716), 8-4
Lens denklemi, 27-6
Le Verrier, Urbain (1811–77), 7-5
Logaritma, 22-2
Lorentz büzülmesi, 15-7
Lorentz dönüşümü, 15-3, 17-1, 34-8, 52-2
Lorentz, Hendrik Antoon (1853–1928), 15-3, 15-5

M
Manyetik alan, 12-9
Mazer, 42-10
Manyetik kuvvet, 12-9
Manyetik indüksiyon, 12-10
Manyetizma, 2-4
Matematik ve fizik, 3-1
Maxwell, James Clerk (1831–79), 6-1, 6-9, 28-1, 28-3, 40-8, 41-7, 46-5
Maxwell denklemleri, 15-2, 25-3, 25-5, 46-7, 47-7
Maxwell'in şeytanı, 46-5
Mayer, Julius R. von (1814–78), 3-2
Mendeleyev, Dmitri I. (1834–1907), 2-9
Merkezcil kuvvet, 19-9
Merkezkaç kuvveti, 7-5, 12-11, 16-2, 19-8, 20-8, 43-4, 52-3
Metre (birim), 5-10
MeV (birim), 2-9
Michelson, Albert A. (1852–1931), 15-3, 15-5
Michelson-Morley deneyi, 15-3
Miller, William C. (1910–81), 35-2
Minkowski, Hermann (1864–1909), 17-8
Mol (birim), 39-10
Molekül, 1-3
Moleküler yayaılma (difüzyon), 43-7
Moleküler hareket, 41-1
Moleküler kuvvetler, 12-6
Moment
  dipol (çift kutup) ~, 12-6
  eylemsizlik ~, 18-7, 19-1
  kuvvetin ~, 18-5
Momentum, 9-1, 38-2
  açısal ~, 18-5, 20-1
  doğrusal ~ korunumu , 4-7, 10-1
  ışığın ~, 34-10
  katı cismin ~, 20-8
  ~un korunumu , 4-7, 18-6, 20-5
  kuantum mekaniğinde ~, 10-9
  göreli ~, 10-8, 16-1
Mor ötesi ışınım, 2-5, 26-1
Morley, Edward W. (1838–1923), 15-3, 15-5
Mössbauer, Rudolf L. (1929–2011), 23-9
Mutlak sıfır, 1-5, 2-6, 44-10
Müzik, 50-1

N
Nernst ısı teoremi, 44-11
Nernst, Walter H. (1864–1941), 44-11
Nötron, 2-4
Newton, Isaac (1643–1727), 7-2, 7-9, 7-11, 8-4, 9-1, 9-4, 10-2, 10-9, 11-2, 12-1, 12-9, 14-6, 15-1, 16-2, 16-6, 18-7, 37-1, 47-7
Newton (birim), 11-6
Newton metre (birim), 13-3
Newton yasaları, 2-6, 7-6, 9-1, 10-1, 11-2, 11-4, 12-1, 12-11, 13-1, 14-6, 15-1, 15-9, 16-2, 16-8, 18-1, 19-2, 20-1, 28-3, 39-1, 39-10, 41-1, 46-1, 46-5, 47-2
  vektör gösteriminde ~, 11-7
  Nishijima, Kazuhiko (1926–2009), 2-9
  Normal dağılım, 6-9
Normal dağınım, 31-8
Normal kipler, 48-10
Nükleer enerji, 4-2
Nükleer kuvvetler, 12-12
Nükleer tesir kesiti, 5-9
Nütasyon, 20-7

O
Ohm (birim), 25-7
Ohm yasası, 23-5, 25-7, 43-7
Odak, 26-5, 27-2
Odak uzunluğu
  bir merceğin ~, 27-4
  küresel yüzeyin ~, 27-1
Olasılık, 6-1
Olasılık dağılımı, 6-7,
Olasılık genlikleri, 37-10
Olasılık yoğunluğu, 6-8
Optik, 26-1
  Geometrik ~, 26-1, 27-1
Optik eksen, 33-3
Optik sinir, 35-2
Ortalama karekök uzunluğu, 6-6
Ortalama serbest yol, 43-3
Ortalama kare uzaklık, 6-5, 41-9

Ö
Öklit (İÖ. 300), 2-3, 5-6, 12-3
Öklit geometrisi, 1-1, 12-3, 12-12, 17-2

Özel görelilik kuramı, 15-1
Özgül ısı, 40-7
~ ve klasik fiziğin yetersizliği, 40-8
sabit hacimde ~, 45-2

P
Pappus, ~ teoremi, 19-4
Parabolik anten, 30-6
Parabolik hareket, 8-10
Paralel-eksen teoremi, 19-6
Paralel plakalı sığaç (kapasitör), 14-10
Paraksiyal ışınlar, 27-2
Pascal üçgeni, 6-4
Pasteur, Louis (1822–95), 3-10
Pisagor (İÖ 6.yy), 50-1
Planck, Max (1858–1947), 40-10, 41-6 , 42-8
Planck sabiti, 4-7, 5-10, 17-8, 37-11
Poincaré, J. Henri (1854–1912), 15-3, 15-5, 16-1
Potansiyel enerji, 4-4, 13-1, 14-1
Proton, 2-4
Psikoloji ve fizik, 3-8
p-tipi yarı iletken, III-14-5
Purkinje etkisi, 35-2
Ptolemaios, Claudius (2. yy), 26-2

R
Radyoaktif saat, 5-3
Radyoaktif izotoplar, 3-5, 5-4, 52-9
Ramsey, Norman F. (1915–2011), 5-5
Rastgele yürüyüş, 6-5, 41-8
Rayleigh ölçütü, 30-6
Rayleigh yasası, 41-6
Renkli görme, 35-1, 36-1
~nin fiziyokimyası, 35-9
Renklilik, 35-6
Renksel sapınç, 27-7
Retina, 35-1
Rezonans, 23-1
doğada ~, 23-7
elektrik ~, 23-5
Ritz'in birleştirme ilkesi, 38-8
Roemer, Ole (1644–1710), 7-5
Rushton, William A. H. (1901–80), 35-9
Rydberg (birim), 38-6

S
Sabit
Boltzmann~, 41-10
Kütleçekim ~, 7-9
Planck ~, 4-7, 5-10, 17-8, 37-11
Stefan-Boltzmann ~, 45-8
Saha denklemi, 42-6
Sanal görüntü, 27-3
Sanal iş, ~ilkesi, 4-5
Sayısal çözümleme, 9-6
Skaler, 11-5
Skaler çarpım, 11-8
Salınıcı, 5-2
Harmonik ~, 10-1, 21-1
Zorla ~, 21-6, 23-3
Salınım
~ın evresi, 21-3
~ frekansı, 2-5
~genliği, 21-3
periyodik ~, 9-4
~ periyodu, 21-3
sönümlü ~, 24-3
Salınımın evresi, 21-3
Salınım periyodu, 21-3
Salınımın genliği, 21-3
Saniye (birim), 5-5
Sapınç, 27-7, 34-10
Schrödinger, Erwin (1887–1961), 35-6, 37-1, 38-9
Synchrotron = Sinkrotron, 2-5, 15-9
Sinkrotron ışınımı, 34-3
kozmik ~, 34-6
Serbestlik derecesi, 25-2, 39-12, 40-1
Ses, 2-3, 47-1, 50-2
~ hızı , 47-7
Shannon, Claude E. (1916–2001), 44-2
Sıcaklık, 39-6
Sıfır, mutlak ~, 1-5, 2-6
Sıfır kütle, 2-10
Sığa, 23-5
Sıkıştırma
adyabatik ~, 39-5
Eş-sıcaklıklı ~, 44-5
Sinüs dalgası, 29-2
Simetri, 1-4, 11-1
fizik yasalarında ~, 52-1
Sismograf, 51-5
Sitosin, 3-6
Siyah cisim ışınımı, 41-3
Smoluchowski, Marian (1872–1917), 41-8
Snell(ius), Willebrord (1580–1626), 26-3
Snell yasası, 26-3, 26-6, 31-2
Soğurma, 31-8
Zayıflama, 31-8
Sönümlü salınım, 24-3
Sözde kuvvet, 12-10
Stevin(us), Simon (1548/49–1620), 4-5
Standart sapma, 6-9
Stefan-Boltzmann sabiti, 45-8
Sürat (hız) 8-2
ışığın ~, 15-1
sesin ~, 47-7

~ ile Yunanların güçlükleri, 8-2
~ ve hız, 9-2
Sürtünme, 10-5, 12-3
~ katsayısı, 12-4
~nin kökeni, 12-6

T
Tamm, Igor Y. (1895–1971), 51-2
Taşıyıcı sinyal, 48-3
Tek atomlu gaz, 39-5, 39-10, 40-7
Termodinamik, 39-2, 45-1
~ Yasaları, 44-1
Thomson saçılma tesir kesiti, 32-8
Tersinmezlik, 46-5
Tesir kesiti, 5-9
çarpışma ~, 43-3
çekirdek ~, 5-9
saçılma ~, 32-7
Thomson saçılması~, 32-8
Timin, 3-6
Türev, 8-5
kısmi ~, 14-9
Tycho Brahe (1546–1601), 7-1

U
Uzaklık, 5-1
Uzaklık ölçümü
Yıldızların renk-parlaklık ölçümü yardımıyla ~, 5-6
by triangulation = Üçgen kurarak ~, 5-6
Uzay, 2-3, 8-2
Uzay-zaman, 2-6, 17-1,
~ geometrisi, 17-1

Ü
Üç cisim problemi, 10-1
Üstel atmosfer, 40-1
Üst üste binme,
alanların ~, 12-9
~ ilkesi , 25-2, 28-2, 47-6,

V
Vektör, 11-1
~ün bileşenleri 11-5
birim ~, 11-10
dört-~, 15-8, 17-5
eksenel ~, 20-4, 52-6
kutupsal ~, 20-4, 52-6
Vektör analizi, 11-5
Vektör cebiri, 11-6
dört- ~, 17-7
Vektörel çarpım, 20-4
Vidalı kriko, 4-5
Vinci, Leonardo da (1452–1519), 36-2

W
Wapstra, Aaldert Hendrik (1922–2006), 52-10
Watt (birim), 13-3

X
X-ışınları, 2-5, 26-1, 31-6, 34-5, 48-6
X-ışınım kırınımı, 30-8, 38-5

Y
Yan bantlar, 48-4
Yanlamasına (enine) dalga, 51-4
Yansıma, 26-2
~ açısı, 26-3
Yarı kararlı atom, 42-10
Yarıçap
Bohr ~, 38-6
klasik elektron~, 32-4
Yasa
Boltzmann ~, 40-2
Boyle ~, 40-8
Coulomb ~, 28-1
Hooke ~, 12-6
ideal gaz ~, 39-10
Kepler ~, 7-1, 9-1, 18-6
Kirchhoff ~, 25-9
Newton ~ , 2-6, 7-6, 9-1, 10-1, 11-2, 11-4, 12-1, 12-11, 13-1, 14-6, 15-1, 15-9, 16-2, 16-8, 18-1, 19-2, 20-1, 28-3, 39-1, 39-10, 41-1, 46-1, 46-5, 47-2
vektör gösteriminde ~, 11-7
Ohm ~, 23-5, 25-7, 43-7
Rayleigh ~, 41-6
Snell ~, 26-3, 26-6, 31-2,
of reflection = yansıma, 26-2
Yasalar
Yoğunluk, 1-4
olasılık~, 6-8
Young, Thomas (1773–1829), 35-7
Yukawa, Hideki (1907–81), 2-8
Yunanların hızla ilgili sorunları, 8-2
Yustova, Elizaveta N. (1910–2008), 35-8
Yük
Elektron ~, 12-7
~ korunumu, 4-7

Z
Zaman, 2-3, 5-1, 8-1
~ dönüşümü, 15-5
gecikmiş ~, 28-2
standart~, 5-5
Zenon, Elealı (İÖ 5.yy), 8-3
Zorlamalı hareket, 14-3

İSİMLER DİZİNİ

A

Adams, John C. (1819–92), 7-5
Aharonov, Yakir (1932–), II-15-12
Ampère, André-Marie (1775–1836), II-13-3, II-18-9, II-20-10
Anderson, Carl D. (1905–91), 52-10
Aristotle (384–322 BC), 5-1
Avogadro, L. R. Amedeo C. (1776–1856), 39-2

B

Becquerel, Antoine Henri (1852–1908), 28-3
Bell, Alexander G. (1847–1922), II-16-3
Bessel, Friedrich W. (1784–1846), II-23-6
Boehm, Felix H. (1924–), 52-10
Bohm, David (1917–92), II-7-7, II-15-12
Bohr, Niels (1885–1962), 42-9, II-5-3, III-16-13, III-19-5
Boltzmann, Ludwig (1844–1906), 41-2
Bopp, Friedrich A. (1909–87), II-28-8
Born, Max (1882–1970), 37-1, 38-9, II-28-7, II-28-10, III-1-1, III-2-9, III-3-1, III-21-6
Bragg, William Lawrence (1890–1971), II-30-9
Brewster, David (1781–1868), 33-5
Briggs, Henry (1561–1630), 22-6
Brown, Robert (1773–1858), 41-1

C

Carnot, N. L. Sadi (1796–1832), 4-2, 44-2, 45-3, 45-7
Cavendish, Henry (1731–1810), 7-9
Cherenkov, Pavel A. (1908–90), 51-2
Clapeyron, Benoît Paul Émile (1799–1864), 44-2
Copernicus, Nicolaus (1473–1543), 7-1
Coulomb, Charles-Augustin de (1736–1806), II-5-6

D

Dedekind, J. W. Richard (1831–1916), 22-4
Dicke, Robert H. (1916–97), 7-11
Dirac, Paul A. M. (1902–84), 52-10, II-2-1, II-28-7, II-28-10, III-3-1, III-8-2, III-8-4, III-12-6, III-16-10, III-16-14

E

Elealı Zenon (İÖ 5.yy), 8-3
Einstein, Albert (1879–1955), 2-6, 4-7, 6-10, 7-11, 12-9, 12-11, 15-1, 15-3, 15-9, 16-1, 16-5, 16-9, 41-1, 41-8, 42-9, 43-9, II-13-6, II-25-11, II-26-12, II-27-10, II-28-4, II-42-1, II-42-5, II-42-8, II-42-11, II-42-13, III-4-8, III-18-8
Eötvös, Roland von (1848–1919), 7-11
Euclid (c. 300 BC), 2-3, 5-6, 12-3, II-42-3

F

Faraday, Michael (1791–1867), II-10-1, II-16-1, II-16-8, II-16-10, II-17-1, II-18-9, II-20-10
Fermat, Pierre de (1601–65), 26-3, 26-7
Fermi, Enrico (1901–54), 5-10
Feynman, Richard P. (1918–88), II-21-5, II-28-8, II-28-10
Fourier, J. B. Joseph (1768–1830), 50-5
Frank, Ilya M. (1908–90), 51-2
Franklin, Benjamin (1706–90), II-5-6

G

Galileo Galilei (1564–1642), 5-1, 7-2, 9-1, 10-5, 52-3
Gauss, J. Carl F. (1777–1855), II-3-5, II-16-2, II-36-6
Geiger, Johann W. (1882–1945), II-5-3
Gell-Mann, Murray (1929–), 2-9, III-11-12, III-11-16
Gerlach, Walther (1889–1979), II-35-3, III-35-3
Goeppert-Mayer, Maria (1906–72), III-15-13

H

Hamilton, William Rowan (1805–65), III-8-10
Heaviside, Oliver (1850–1925), II-21-5
Heisenberg, Werner K. (1901–76), 37-1, 37-9, 37-11, 38-9, II-19-9, III-1-1, III-1-9, III-1-11, III-2-9, III-16-9, III-20-17
Helmholtz, Hermann von (1821–94), 35-7, II-40-10
Hess, Victor F. (1883–1964), II-9-2
Huygens, Christiaan (1629–95), 15-2, 26-2, 33-9

I

Infeld, Leopold (1898–1968), II-28-7, II-28-10

J

Jeans, James H. (1877–1946), 40-9, 41-6, II-2-6
Jensen, J. Hans D. (1907–73), III-15-13
Josephson, Brian D. (1940–), III-21-14

K

Kepler, Johannes (1571–1630), 7-1

L

Lamb, Willis E. (1913–2008), II-5-6
Laplace, Pierre-Simon de (1749–1827), 47-7
Lawton, Willard E. (1899–1946), II-5-6
Leibniz, Gottfried Willhelm (1646–1716), 8-4
Le Verrier, Urbain (1811–77), 7-5
Liénard, Alfred-Marie (1869–1958), II-21-11
Lorentz, Hendrik Antoon (1853–1928), 15-3, 15-5, II-21-12, II-25-11, II-28-3, II-28-7, II-28-12

M

MacCullagh, James (1809–47), II-1-9
Marsden, Ernest (1889–1970), II-5-3
Maxwell, James Clerk (1831–79), 6-1, 6-9, 28-1, 28-3, 40-8, 41-7, 46-5, II-1-8, II-1-11, II-5-6, II-17-2, II-18-1, II-18-8, II-18-11, II-20-10, II-21-5, II-28-3, II-32-3
Mayer, Julius R. von (1814–78), 3-2
Mendeleyev, Dmitri I. (1834–1907), 2-9
Michelson, Albert A. (1852–1931), 15-3, 15-5
Miller, William C. (1910–81), 35-2
Minkowski, Hermann (1864–1909), 17-8
Mössbauer, Rudolf L. (1929–2011), 23-9
Morley, Edward W. (1838–1923), 15-3, 15-5

N

Nernst, Walter H. (1864–1941), 44-11
Newton, Isaac (1643–1727), 7-2, 7-9, 7-11, 8-4, 9-1, 9-4, 10-2, 10-9, 11-2, 12-1, 12-9, 14-6, 15-1, 16-2, 16-6, 18-7, 37-1, 47-7, II-4-10, II-19-7, II-42-1, III-1-1
Nishijima, Kazuhiko (1926–2009), 2-9, III-11-12
Nye, John F. (1923–), II-30-9

O

Oersted, Hans C. (1777–1851), II-18-9, II-36-6

P

Pais, Abraham (Bram) (1918–2000), III-11-12, III-11-16
Pasteur, Louis (1822–95), 3-10
Pauli, Wolfgang E. (1900–58), III-4-3, III-11-2
Pines, David (1924–), II-7-7
Planck, Max (1858–1947), 40-10, 41-6, 42-8, III-4-12
Plimpton, Samuel J. (1883–1948), II-5-6
Poincaré, J. Henri (1854–1912), 15-3, 15-5, 16-1, II-28-4
Poynting, John Henry (1852–1914), II-27-3, II-28-3
Priestley, Joseph (1733–1804), II-5-6
Ptolemaios, Claudius (c. 2nd cent.), 26-2
Pythagoras (c. 6th cent. BC), 50-1

R

Rabi, Isidor I. (1898–1988), II-35-4, III-35-4
Ramsey, Norman F. (1915–2011), 5-5
Retherford, Robert C. (1912–81), II-5-6
Roemer, Ole (1644–1710), 7-5
Rushton, William A. H. (1901–80), 35-9
Rutherford, Ernest (1871–1937), II-5-3

S

Schrödinger, Erwin (1887–1961), 35-6, 37-1, 38-9, II-19-9, III-1-1, III-2-9, III-3-1, III-16-4, III-16-12, III-20-17, III-21-6
Shannon, Claude E. (1916–2001), 44-2
Smoluchowski, Marian (1872–1917), 41-8
Snell(ius), Willebrord (1580–1626), 26-3
Stern, Otto (1888–1969), II-35-3 f, III-35-3
Stevin(us), Simon (1548/49–1620), 4-5

T

Tamm, Igor Y. (1895–1971), 51-2
Thomson, Joseph John (1856–1940), II-5-3
Tycho Brahe (1546–1601), 7-1

V

Vinci, Leonardo da (1452–1519), 36-2
von Neumann, John (1903–57), II-12-9, II-40-3

W

Wapstra, Aaldert Hendrik (1922–2006), 52-10
Weber, Wilhelm E. (1804–91), II-16-2
Weyl, Hermann (1885–1955), 11-1, 52-1
Wheeler, John A. (1911–2008), II-28-8, II-28-10
Wiechert, Emil Johann (1861–1928), II-21-11
Wilson, Charles T. R. (1869–1959), II-9-9

Y

Young, Thomas (1773–1829), 35-7
Yukawa, Hideki (1907–81), 2-8, II-28-13, III-10-6
Yustova, Elizaveta N. (1910–2008), 35-8

SEMBOLLER DİZİNİ

$\lvert\square\rvert$	mutlak değer, 6-5
$\binom{n}{k}$	Binom katsayısı, n'de k, 6-4
a^*	a'nın karmaşık eşleniği, 23-1
$\langle\ \rangle$	beklenen değer, 6-5
∇	nabla işlemcisi, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$, 14-9
$\approx$	yaklaşık olarak, 6-9
$\sim$	mertebesinde, 2-10
$\propto$	orantılıdır, 5-1
α	açısal ivme, 18-3
γ	ısı sığa oranı (adyabatik indis ya da özgül ısı oranı), 39-5
ϵ_0	dielektrik sabiti ya da boşluğun geçirgenliği, $\epsilon_0 = 8{,}854187817 \times 10^{-12}\ F/m$, 12-7
κ	ısıl iletkenlik, 43-10
λ	dalga boyu, 17-8
μ	sürtünme katsayısı, 12-4
ν	frekans, 17-8
ρ	yoğunluk, 47-3
σ	tesir kesiti, 5-9
σ	Stefan-Boltzmann sabiti, $\sigma = 5{,}6704 \times 10^{-8}\ W/m^2K^4$, 45-8
τ	kuvvet momenti, 18-4
$\boldsymbol{\tau}$	kuvvet momenti vektörü, 20-4
ω	açısal hız, 18-3
$\boldsymbol{\omega}$	açısal hız vektörü, 20-4
$\boldsymbol{a}$	ivme vektörü, 19-2
a_x, a_y, a_z	ivme vektörünün Kartezyen bileşenleri, 8-10
a	ivme vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, 8-8
A	alan, 5-9
$\boldsymbol{B}$	manyetik alan vektörü (manyetik indüksiyon), 12-10
B_x, B_y, B_z	manyetik alan vektörünün Kartezyen bileşenleri, 12-10
c	ışık hızı, $c = 2{,}99792458 \times 10^8\ m/sn$, 4-7
C	kapasitans, 23-5
C_V	sabit hacimde özgül ısı, 45-2
d	uzaklık, 12-6

e_r	r yönündeki birim vektör, 28-2
E	elektrik alan vektörü, 12-8
E_x, E_y, E_z	elektrik alan vektörünün Kartezyen bileşenleri, 12-10
E	enerji, 4-7
ε	enerji, 33-10
f	odak uzunluğu, 27-3
F	kuvvet vektörü, 11-5
F_x, F_y, F_z	kuvvet vektörünün Kartezyen bileşenleri, 9-3
F	kuvvet vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, 7-1
g	dünyanın kütleçekim ivmesi, 9-4
G	kütleçekim sabiti, 7-1
h	Planck sabiti, $h = 6{,}62606896 \times 10^{-34}\ Js$, 17-8
$\hbar$	indirgenmiş Planck sabiti, $\hbar = h/2\pi$, 2-6
i	sanal birim, 22-7
$\boldsymbol{i}$	x yönündeki birim vektörü, 11-10
I	elektrik akımı, 23-5
I	parlaklık, 30-1
I	eylemsizlik momenti, 18-7
$\boldsymbol{j}$	y yönündeki birim vektörü, 11-10
k	Boltzmann sabiti, $k = 1{,}3806504 \times 10^{-23}\ J/K$, 39-10
$k_\mu = (\omega, \boldsymbol{k})$	dörtlü dalga vektörü, 34-9
$\boldsymbol{k}$	z yönündeki birim vektörü, 11-10
$\boldsymbol{k}$	dalga vektörü, 34-9
k_x, k_y, k_z	dalga vektörünün Kartezyen bileşeni, 34-9
k	dalga vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, dalga sayısı, 29-3
$\boldsymbol{L}$	açısal momentum vektörü, 20-4
L	açısal momentum vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni 18-5
L	öz-indüktans, 23-6
$\mathcal{L}$	öz-indüktans, 23-6
m	kütle, 4-7
m_0	durgun kütle, 10-8
n	kırınım indisi, 26-4
$p_\mu = (E, \boldsymbol{p})$	dörtlü momentum, 17-7
$\boldsymbol{p}$	momentum vektörü, 15-9
p_x, p_y, p_z	momentum vektörünün Kartezyen bileşeni, 10-8
P	momentum vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, 2-6
P	güç 24-1

P	basınç, 39-3
$P(k, n)$	Bernoulli ya da binom olasılığı, 6-5
$P(A)$	A olayının gözlenme olasılığı, 6-1
q	elektrik yükü, 12-7
Q	ısı, 44-3
$\boldsymbol{r}$	yarıçap (konum) vektörü, 11-5
r	yarıçap ya da uzaklık, 5-9
R	direnç, 23-5
s	uzaklık, 8-1
S	entropi, 44-10
S	"acayiplik" sayısı, 2-9
t	zaman, 5-1
T	mutlak sıcaklık, 39-10
T	yarı-ömür, 5-3
T	kinetik enerji, 13-1
u	hız, I-15-2
U	iç enerji, 39-5
U	potansiyel enerji, I-13-1
$\boldsymbol{v}$	hız vektörü, 11-7
v_x, v_y, v_z	hız vektörünün Kartezyen bileşeni, 8-9
v	hız vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, 8-4
V	hız, 4-6
V	gerilim, 23-5
V	hacim, 39-3
W	ağırlık, 4-4
W	iş, 14-2
x	kartezyen koordinat, 1-6
$x_\mu = (t, \boldsymbol{r})$	dörtlü konum, 34-9
y	kartezyen koordinat 1-6
z	kartezyen koordinat, 1-6
Z	karmaşık empedans, 23-7

FEYNMAN FİZİK DERSLERİ

> > > > ÖĞRETMENLERİN ÖĞRETMENİNDEN BİR BAŞYAPIT

Bu üç cilt Feynman'ın 1961-64 yılları arasında, California Teknoloji Enstitüsünde (Caltech), öğrencilerin aldıkları fizik derslerinin tarihsel bir kaydıdır. Derslerin 1. cildi, 1961-62 akademik yılında Caltech'te Feynman tarafından giriş fiziği dersi olarak verilmiş olan bir konferanslar dizisine dayanmaktadır; tüm Caltech birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin aldığı fizik dersinin ilk yılını kapsamaktadır; ikinci yılı kapsayan benzer bir dizi de 1962-63'te bunun peşinden gelmiştir. Kitap, alışıldık fiziğe giriş konularının dışında bir seyir izler. Kuantum fiziğine giriş niteliği de taşıyan bu kitap, Feynman'ın dehasını ve en zor konuları basite indirme becerisini yansıtmaktadır.





Richard P. Feynman

Richard P. Feynman 1951-1988 yılları arasında Caltech'de fizik profesörü olarak çalıştı. 1965'te, Sin-Itiro Tomonaga ve Julian Schwinger ile birlikte, kuantum elektrodinamiğindeki çalışmaları nedeniyle Nobel Fizik Ödülünü kazandı. Feynman ayrıca dikkate değer derecede etkin bir eğitimciydi. Caltech'de fizik profesörü olan *Robert B. Leighton* katı hal fiziğinde, kozmik ışın fiziğinde, modern parçacık fiziğinin başlangıç anlarında, güneş fiziğinde, gezegen fotoğrafçılığında, milimetre ve milimetre-altı dalga astronomisinde hayatı boyunca çığır açan çalışmalar yapmıştır. *Matthew Sands*, 1969'dan 1985'e kadar California Üniversitesi, Santa Cruz'da fizik profesörüydü ve 1969'dan 1972'ye kadar oranın Bilimsel Rektör Yardımcısı görevinde de bulundu. 1972'de Amerikan Fizik Öğretmenleri Derneğinden Üstün Hizmet Ödülü aldı.

ALFA

www.alfakitap.com /alfakitap /alfakitap /alfakitap

ALFA BİLİM
ISBN 978-605-171-344-1