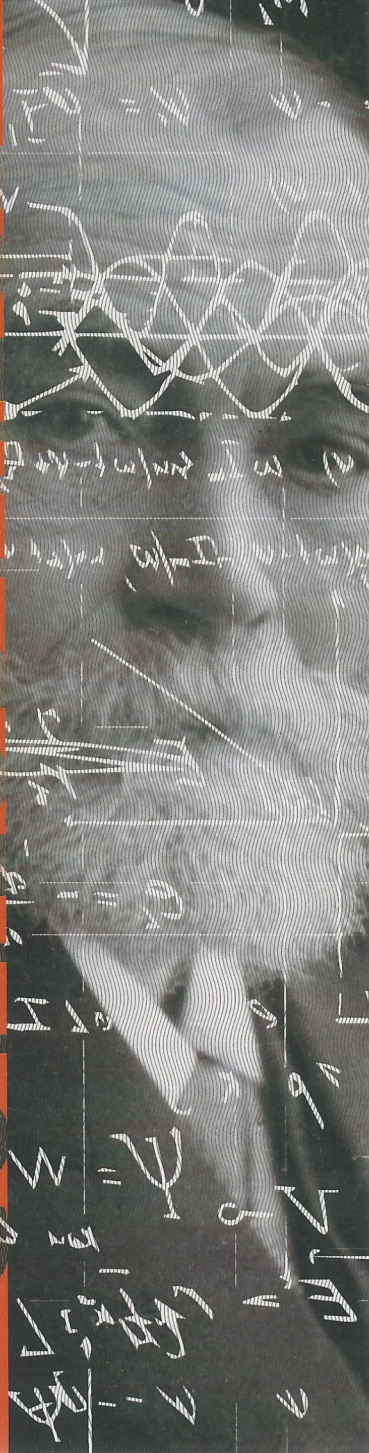
GOTTLOB
FREGE

FONKSİYON VE KAVRAM

çeviren
MUSTAFA
ÖZDEMİR



KÜLLİYAT
YAYINLARI

fonksiyon ve kavram
(seçme makaleler)

Fonksiyon ve Kavram: Dil felsefesinin gelişmesi açısından önemli katkıları ve etkileri olan Frege'nin bu kitap dahilinde seçilen beş makalesi "anlam, kavram, kavram yazısı, fonksiyon, gönderim" odaklı yazılarından oluşmaktadır. Bu metinler Batı düşüncesine yön veren temel metinler arasında değerlendirilmektedir.

Gottlob Frege (1848-1925): Tam ismi Friedrich Ludwig Gottlob Frege'dir. 8.11.1848 tarihinde Wismar'da doğmuş, 26.7.1925'te Bad Kleinen'de ölmüştür. Matematikçi, mantıkçı ve filozof olan Frege, modern matematiksel mantığın ve analitik felsefenin kurucularındandır. 1874 Jena'daki Matematik Bölümü'nde Özel Öğretim Üyesi, 1896-1917 arasında düzenli Fahri Profesör olarak görev yapmıştır.

Mustafa Özdemir: Kafkas Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Batı Dilleri ve Edebiyatları Bölümü Öğretim Üyesi ve Alman Dili ve Edebiyatı Ana Bilim Dalı Başkanı. Gerder (Türkiye Germanistler Derneği) ve DGFF (Almanya Yabancı Dil Araştırmaları Derneği) Üyesi. Edebiyat, Felsefe, Mantık ve Tarih alanlarında çeşitli kitap ve makale tercümeleri mevcut.

KÜLLİYAT
YAYINLARI

funktion und begriff, ausgewaehlte schriften	
fonksiyon ve kavram (seçme makaleler)	istanbul 2019
yazarı	külliyat 31
türkçesi	gottlob frege
	mustafa özdemir
genel yayın yönetmeni	yusuf kaplan
editör	murat bozkurt
kapak tasarımı	ahmet altıyaprak
iç tasarım	mürettibhane
baskı-cilt	insan yayınları

© KÜLLİYAT YAYINLARI, bir İNSAN YAYINLARI kuruluşudur.

isbn	978-975-574-898-6
matbaa ve sertifika no	45747
birinci baskı	ocak 2019
ikinci baskı	şubat 2023

KÜLLİYAT YAYINLARI

istiklal caddesi no: 96 beyoğlu/istanbul
tel: 0212-249 55 55 faks: 0212-249 55 56
www.kulliyatyayinlari.com.tr
kulliyat@kulliyatyayinlari.com.tr

FONKSİYON ve KAVRAM

(seçme makaleler)

– 1882-1904 Arasındaki Yazıları –

Gottlob Frege

Türkçesi
Prof. Dr. Mustafa Özdemir

KÜLLİYAT
YAYINLARI

KÜLLİYAT MANİFESTO

Yaklaşık iki yüzyıldır, köklü bir medeniyet buhranı yaşıyoruz. Tarihimizde yaşadığımız bu ikinci medeniyet buhranı, sarsıcı bir fetret döneminin zuhur etmesine yol açtı.

Moğol istilası, Haçlı saldırıları ve Endülüs medeniyetinin çökmesinden sonra yaşadığımız birinci medeniyet buhranı, temelde siyasî bir buhrandı, bir fetret dönemine dönüşmemişti. Bu buhranı, insanlık tarihinin, Asya, Afrika ve Avrupa'dan oluşan merkezî coğrafyasındaki bütün medeniyet geleneklerinin üzerine oturarak hem bunlardan yararlanan hem de akidevî, fikrî ve siyasî bütünleşme gerçekleştiren Osmanlı tecrübesiyle ürettiğimiz çok yönlü cevapla aştık.

Rönesans ve Reformasyon'la başlayan modern/seküler Batı uygarlığının geliştirdiği meydan okuma, dünyada bütün medeniyetlere karşı yıkıcı bir saldırı üretmiş, Toynbee'nin deyişiyle, üç asır içinde, mevcut 26 medeniyetten 16'sını yok etmiş, 9'unu ise fosilleştirmişti.

İki yüzyıldır yaşadığımız ikinci medeniyet buhranı, epistemolojik ve ontolojik bir kopuş ve çift yönlü bir temassızlık doğurdu: Hem İslâm'la hem de diğer dünyalarla simülatif/sığ ve sahte ilişkiler kurmamıza yol açtı.

Seküler Batı uygarlığının geliştirdiği meydan okuma, Asya, Afrika ve Amerika kıtalarının yürüyüşünü durdurdu; bazı kadim medeniyet tecrübelerini tarihten sildi; bazılarını fosilleştirdi ya da Japon ve Çin tecrübelerinde gözlemlediğimiz gibi, neo-liberal ve neo-seküler meydan okumayla mutasyona uğrattı.

İslâm medeniyeti, Toynbee'nin yerinde tanımlamasıyla, "Osmanlı'nın durdurulması"yla birlikte, tarihin yapılmasında özne rolü oynama konumunu yitirdi; ilim, fikir ve sanat geleneklerini yeniden üretemez ve geliştiremez hâle geldi.

Neo-pagan Batı uygarlığı, ikinci sanayi devriminden bu yana büyük bir felsefî kriz yaşıyor: Bu felsefî kriz, hayatın her alanında postmodern relativizm, atomlaşma ve kaos şeklinde kendisini gösterirken, insanın, gezegenimizin ve kâinatın geleceğini tehdit eden boyutlar kazanmış durumdadır.

Dünyanın, bütün kültürlere varoluş ve hayat hakkı tanıyabilecek, yeni bir medeniyet tasavvuruna ihtiyacı var.

İşte biz, Külliyat Yayınları olarak hâlâ üç kıtanın hem coğrafî hem de fikrî dinamikler bakımından kavşak noktasında yer alan Türkiye'nin bu medeniyet sıçramasına öncülük edecek "tarihsel ben"e ve derinliğe sahip olduğuna inanıyoruz ve bu süreçte üzerimize düşen "rol"ü ve mükellefiyeti yerine getirmek amacıyla yayın hayatına atıldık.

Hz. Mevlânâ'nın pergel metaforundan hareketle, bir ayağını bizim medeniyet dinamiklerimize muhkem bir şekilde basan, diğer ayağıyla bütün medeniyetlere açılabilecek kapsamlı bir yayıncılık projesiyle karşınızdayız.

Külliyat Yayınları, ilim, fikir ve sanat hayatımıza gelenek kurucu, yeni bir soluk getirmeyi amaçlıyor. Bu süreçte, ülkemizde, kültür, sanat, düşünce ve ilim hayatında yaratıcı ve ufuk açıcı açılımlara ön ayak olabilecek, *medeniyet dili*mizin yeniden kurulmasına imkân tanıyabilecek telif ve tercüme eserlerle bir atılım gerçekleştirmeyi tasarlıyoruz.

Batı'da, Doğu'da ve İslâm dünyasında göz ardı edilen fikir, ilim ve sanat geleneklerini belli bir program dahilinde ve sistematik olarak ilk kez ülkemizin gündemine taşımayı hedefliyoruz.

Külliyat Yayınları, *Referans Metinler*, *Ara/cı Metinler* ve *Ana Metinler*'den oluşan üç ana "damar"da yapacağı yayıncılıkla ilim, fikir ve sanat hayatımıza "öncü" katkılarda bulunmayı amaçlıyor.

Referans Metinler "damar"ında, ilim, fikir ve sanat dünyasının genel/bütün resmini sunabilecek, "ara/cı" ve "ana" metinlerin anlaşılmasında "anahtar" işlevi görecek hem özlü hem de kapsamlı ansiklopedi ve sözlük çalışmaları; Ara/cı Metinler "damar"ında, ana metinlerin anlaşılmasını kolaylaştıracak metinler; Ana Metinler "damar"ında ise Doğu, Batı ve İslâm medeniyet havzalarının, geçmişte ve günümüzde üretilen ana klasik metinlerini yayımlayacağız.

Külliyat Yayınları olarak temel ilkemiz şudur: Bütün'ü kavrayamadığımız sürece hem parça'nın içinde kaybolmaktan hem de bütün'ü de parçalamaktan kurtulabilmemiz, dolayısıyla önümüze yeni koridorlar açabilmemiz zordur.

İÇİNDEKİLER

Çevirenin Önsözü	9
Fonksiyon ve Kavram Üzerine Frege'nin Önsözü	15
Fonksiyon ve Kavram	19
Duyum ve Gönderim Üzerine	49
Kavram ve Nesne Üzerine	81
Bir Fonksiyon Nedir?	101
Bir Kavram-Yazısının Bilimsel Gerekçesi Üzerine	115
İsim ve Kavram Dizini	125

çevirenin önsözü

"...Estetiğin 'güzel' kelimesi ve ahlakın 'iyi' kelimesi gibi, 'doğru' kelimesi de mantığın yönünü işaret eder. Doğru'nun, tüm bilimlerin hedefi olmak gibi doğruları vardır; ama mantık tamamen farklı bir şekilde işler. Örneğin fizik, yer çekimi ya da ısı olduğu gerçeği ile ilgilidir. Hakikatleri keşfetmek, tüm bilimlerin görevidir: mantık, hakikatin yasalarını tanımaktır..."

(Frege, 1918-1919)

Gottlob Frege'nin (1848-1925) araştırmalarının, matematiksel mantığın temelini oluşturduğu ve çağdaş analitik felsefe üzerinde giderek artan bir etki yarattığını söylemek mümkündür. Hem tarihsel hem de sistematik olarak, eserlerine olan ilginin azalmadığı görülmektedir. Bunun başlıca nedenlerinden biri, şüphesiz Frege'nin yapıtlarının, herhangi bir klasik eser gibi, çok çeşitli felsefi alanlar üzerinde bir etkisi olduğudur. Frege, matematiğin felsefesi ile ilgili temel fikirlerini, çoğu teorik felsefe disiplini üzerinde etkili olacak şekilde geliştirir. Matematiksel temellendirme girişimleri ve imaları, ontolojiye, epistemolojiye ve dil felsefesine kadar uzanmakta ve bu alanlardaki modern tartışmaların önemli bir parçasını oluşturmaktadır. Frege'nin çabaları

tarihsel bir çevrede gerçekleşir, bu da onun –Bertrand Russell, George Edward Moore ya da Ludwig Wittgenstein gibi– analitik felsefenin diğer babalarıyla ilişkilendirilmesini sağlar. Frege, analitik felsefenin evrelerindeki sistematik bağlantılar, ideal dil felsefesi, felsefe ve Viyana çevresi içinde kendini kanıtlamış, mantıksal empirizmin sistematik direği olarak da karşımıza çıkmaktadır. Mantığı, aynı zamanda bir geribildirim ve aritmetik olarak ele aldığı –"Kavram-Yazısı" (Begriffsschrift)– metninin dilinde geliştirir ve daha sonra mantıksal programını yürütmek için girişimlerini hazırladığı aritmetiğin temellerinde iki cilt hâlinde ele alır/yargılar; bu temellere olan yaklaşım, çoğu kişi tarafından onaylanmasa da, 19. ve 20. yüzyılın felsefi gelişmelerinin dil felsefesi açısından matematik felsefesi üzerinde temel bir ivme kazanması olarak görülmüştür. (Reichardt, 2014, s. 9-10)

Frege, 1891 ve 1892 yıllarında "Fonksiyon ve Kavram", "Duyum ve Gönderim Üzerine" ve "Kavram ve Nesne Üzerine" adlı denemeleriyle dil felsefesine en büyük katkıyı yapmıştır. Frege, önermenin özne/yüklem şemasının, bir argüman/fonksiyon şemasının ve önermelerin semantik içeriğinin, bileşenlerinin semantik içeriğinden nasıl oluştuğunu göstermektedir. Frege, matematiksel fonksiyonları da benzer bir şekilde, doğruluğu veya yanlışlığı kendi içinde bir tamamlayıcıya muhtaç olan bir fonksiyon şeklinde, doygunluk ve yüklemlerle dile getirir. Bunu, bir fonksiyon değeri olarak tespit eder. Ona göre cümlelerin anlamı, gerçek bir değerdir. Bu noktada bir doğruluk değeri olarak bir nesneyi anlamlandırma, Frege'nin yaptığı duyum ve gönderim arasındaki ünlü ayrımlara dayanmaktadır. (Reichardt, 2014, s. 11)

Bu anlamda Frege'nin Semantiğe/Anlambilime kaydığını söylemek mümkün. Anlambilim, anlamın tanımı ve analizi ile ilgilenen dilin alt disiplinidir. Anlambilimci, matematikçi, mantıkçı ve filozof Gottlob Frege'nin, 1892 tarihli gönderim teorisine yönelik belirleyici argümanı, "Duyum ve Gönderim" adlı ünlü makalesinde formüle edilmiştir. Ancak Frege'nin burada, gelişirdiği argümanların yetersiz olabile-

ceği ve geliştirilmesi gerekliliğini de dile getirdiği görülmektedir. (Heusinger, 2004, s. 11-14)

Gottlob Frege, şüphesiz analitik felsefenin aile ağacında sağlam bir yeri hak ediyor. Çoğu kişi tarafından başarısız olarak görülmesine rağmen, mantık çerçevesindeki *Aritmetiğin Temelleri* gibi çalışmaları ile Frege bugün, Russell, Wittgenstein ve Carnap gibi analitik felsefenin birçok tanınmış temsilcisi arasında geçmektedir. Yaygın kanıya göre, analitik felsefenin erken, "klasik" evresini, günümüze ulaşan yeni bir safhadan ayırabiliriz. Klasik dönem, 1970'lere kadar Frege, Moore, Brentano, Russell ve Wittgenstein'ın ilk dönemlerine kadar uzanır ve mantıksal analiz ve konuşma analizinin birincil yöntemler olduğu görüşü ile karakterize edilir (*Protosociology*). Analitik felsefenin tam olarak "klasik" aşamasının ne zaman başladığı tartışmalıdır. Birçok kişi Frege, Moore ve Russell'ı başlangıç olarak kabul ederken diğerleri ise Wittgenstein (ve Wiener Kreis) ile başlamak istiyor, başkaları ise Bolzano'yu "büyükbaba" olarak görüyor.

Günümüzde artık Frege, sadece Göttingen Üniversitesi'nde okuyan ya da doktorasını kazanan en önemli bilim adamlarından biri değil, şimdiye kadar gelmiş geçmiş en büyük mantıkçılar ve filozoflardan biri olarak kabul edilmektedir. Frege aynı zamanda modern mantığın, matematik ve dil felsefesinin kurucusu olarak kabul edilir. Bu çeviri çalışmasının başlığında da görüldüğü gibi burada, Frege'nin dil felsefesi sözkonusudur ve Frege tarafından 1882-1904 yılları arasında kaleme alınmış beş makalesi çevirimizin odak noktasını oluşturmaktadır: "Fonksiyon ve Kavram", "Duyum/Anlam ve Gönderim Üzerine", "Kavram ve Nesne Üzerine", "Fonksiyon Nedir?", "Bir Kavram-Yazısının Bilimsel Gerekçesi Üzerine".

Sonuç olarak, Frege'nin bu denemelerde dil felsefesi üzerine olan görüşlerini inşa etmiş ve belirli noktaları derinleştirmiş olduğu görülmektedir.

Prof. Dr. Mustafa Özdemir

Frege'nin Türkçeye çevrilen eserleri şunlardır:

Frege, Gottlob: "Aritmetiğin Temelleri, Sayı Kavramı Üzerine Mantıksal-Matematiksel Bir İnceleme", Çev. H. Bülent Gözkân, *Cogito*, Yapı Kredi Yayınları, İstanbul, 2008.

Frege, Gottlob: "Fonksiyon ve Kavram", (Çev. H. Şule Elkatip) *Felsefe Tartışmaları II*, Panorama Yayınları, İstanbul (1988), s. 7-24.

Frege, Gottlob: "Anlam ve Yöntem Üstüne", (Çev. H. Şule Elkatip) *Felsefe Tartışmaları V*, Panorama Yayınları, İstanbul (1989), s. 7-23.

•

Kaynakça

Frege, Gottlob, "Der Gedanke. Eine logische Untersuchung", *Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus 2*, 1918-1919, s. 58-77.

von Heusinger, Klaus, (2004), "Semantik Auf der Suche nach dem Sinn", *Proceedings zur Tagung 18. und 19. Juni 2004 Universitaet Zürich*, s. 11-14.

Reichardt, Bastian; Samans, Alexander (Hrsg.) (2014) *Freges Philosophie nach Frege*, mentis Verlag GmbH., Münster.

Protosociology.com, http://www.protosociology.de/on-philosophy, Erişim tarihi: 06.06.2018

fonksiyon ve kavram üzerine frege'nin önsözü

Burada, pek çok okuyucu bulabileceği ümidiyle, Jena Tıp ve Fen Bilimleri Derneği'nin (Jenaischen Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft) tartışmaları/araştırmaları arasında kaybolup gidebilecek bir konferansımı ayrı basım şeklinde yayınlıyorum. Daha önce de belirttiğim gibi, yakın zamanda, "Kavram-Yazısı" terimimde, aritmetiğin temel tanımlarını nasıl ifade ettiğimi ve bundan yola çıkarak yalnızca benim imlerimle delillendirdiğimi ortaya koymak niyetindeyim. Bu amaçla, bu konferansa atıfta bulunmak benim için değerlidir; en azından buradaki, bazılarının hoşnut olmadığı, bazılarının ise eksik bulabileceği gereksiz irdelemelere dalmak zorunda kalmamak adına. Konuşmam, mekânın da beraberinde getirdiği gibi, sadece matematikçilere yönelik değildir; buna dayalı olarak, sürenin ve konunun el verdiği ölçüde, genel olarak anlaşılır bir ifade biçimini kullanmaya çalıştım. Umarım, böylece, daha geniş bilim çevrelerinde, özellikle mantıkçılarda, konuya yönelik ilgi uyandırabilirim.

fonksiyon ve kavram*

* Frege, Gottlob; *Funktion und Begriff*, Vortrag gehalten am 9.1.1891, Jenaische Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft. (Jena Tıp ve Fen Bilimleri Derneği'nin 9.1.1891 tarihli toplantısında yapılan konuşma) Ayrıca Bkz.: Frege, Gottlob; *Nachgelassene Schriften*, herausgegeben von Hans Hermes, Friedrich Kambartel und Friedrich Kaulbach, Hamburg 1969; erweiterte zweite Auflage 1983 ve *Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien*, herausgegeben von G. Patzig, Göttingen 1994.

Uzun zaman önce[1], bu topluluk karşısında, benim "Kavram-Yazısı" (Begriffschrift) olarak tanımladığım (simgesel) terimler bütünü üzerine konuşma yapmanın onurunu yaşadım. Bugün bu konuyu farklı bir açıdan aydınlatmak ve bana göre, o zamandan beri gereklilik arzeden bazı ekler ve yeni yaklaşımlarını dile getirmek istiyorum. Aslında söz konusu olan "Kavram-Yazısı" terimimin tam bir açıklaması değil, yalnızca bazı temel fikirlerin aydınlatılmasıdır.

Konuya, matematikte fonksiyon denilen şeyden başlıyorum. Bu sözcüğün başlangıçta, daha sonra elde edildiği gibi bir gönderimi* yoktu. Başlangıçtaki kullanımı konusundaki düşüncemizle başlamak ve daha sonraki uzantıları dikkate almak yerinde olacaktır. İlk etapta, sadece tek bir argümanın fonksiyonları hakkında konuşmak istiyorum. Bi-

---

1. 24 Ocak 1879 ve 27 Ocak 1882 tarihinde gerçekleştirilmiş.

* "Bedeutung" terimi felsefi olarak Frege'nin eserlerinden birçok yerde "yönletim, gönderim, gönderge" şeklinde aktarılmıştır. Sözlüklerde ise "anlam" olarak ifade edilmektedir. Alan dilinde yaygınlaşmış kullanımına da dayalı olarak burada, "gönderim" kelimesini kullanmayı uygun bulduk. (çev.n.)

limsel bir ifade, ilk önce, bir yasanın dile getirilmesi için gerek duyulduğu ve dile getirildiği anlamıyla öne çıkmalıdır. Fonksiyon bağlamında bu gereksinim, daha yüksek analizin keşfinde ortaya çıkmıştır. İşte burada ilk kez, genel olarak fonksiyonlar açısından geçerli olacak yasaları belirlemek söz konusu olmuştur. Buna göre "fonksiyon" kelimesi ile matematikte ilk olarak neyin anlaşıldığı bilinmek isteniyorsa, daha yüksek analizin keşfedilme zamanına bakılmalıdır. Bu sorunun cevabı, x'in bir fonksiyonunun x'i içeren bir yaklaşımı, yani x harfini içeren bir formül demektir. Örneğin,

$$2 \cdot x^3 + x$$

x'in ve

$$2 \cdot 2^3 + 2,$$

2'nin bir fonksiyonu olmalıydı. Bu cevap doyurucu değildir, çünkü bu esnada biçim ve içerik, im ve imlenen arasında bir ayrım yapılmamaktadır. Bu durum, bugün, matematik yazılarında, hatta tanınmış yazarlarda bile, hâlen sıkça karşılaşılan bir yanılgıdır. Daha önceleri[2], aritmetikteki günümüz formel/formül teorilerinin eksikliklerine işaret etmiştim. Orada, hiç içerik barındırmayan ya da barındırmaması gereken imlerden bahsedilmekte, ancak, mantıklı olarak yalnızca bir imin içeriğine atfedilebilecek özellikler dillendirilmektedir. Burada da aynısı söz konusudur: sadece bir ifade, bir içeriğin formu, konunun özü değil, aksine sadece içeriğin kendisi olabilir. Peki, "$2 \cdot 2^3 + 2$"nin içeriği, gönderimi nedir? Cevabı; "18" ya da "$3 \cdot 6$" ile aynıdır. $2 \cdot 2^3 + 2 = 18$ denkleminde, sağdaki im bağıntısının gönderiminin soldaki ile aynı olduğu ifade edilmektedir. Burada, örneğin $2 + 5$ ve $3 + 4$ aynı, fakat bir o kadar aynı olmadıkları görüşüne itiraz etmem gerekir. Bu görüşün te-

---

2. *Die Grundlagen der Arithmetik*, Breslau 1884, § 92 ve *Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft*, 1885, 17 Temmuz tarihli toplantısı.

melinde yine, biçim ve içerik, im ve imlenen arasındaki karışıklık yatmaktadır. Durum, birinin, isimleri kulağa değişik geldiğinden, hoş kokulu menekşeyi, *viola odorata*'dan* farklı görmek istemesine benzer. Tek başına imlemedeki farklılık, imlenenin farkını haklı çıkarmak için yeterli değildir. Buradaki sorunun açık olmayışının nedeni, 7 sayı iminin gönderiminin duyumsal olarak algılanabilecek bir şey olmamasıdır. Günümüzde oldukça yaygın olan, duyularla algılanamayan bir şeyi, nesne olarak kabul etmeme eğilimi, sayı imlerinin (rakamların), bizzat sayılar, üzerinde durulan konunun gerçek nesneleri şeklinde algılanmasına yol açar[3]; elbette bu durumda, 7 ve 2 + 5 farklı olurdu. Fakat böyle bir görüşün savunulacak tarafı yoktur, çünkü sayıların imlerinin gönderimlerine dayanmadan, sayıların herhangi (bir) aritmetik özelliklerinden bahsetmek olanaksızdır. Örneğin bu durumda, 1'in kendisiyle çarpımının sonucu olması özelliği, saf bir kurgu olurdu; mikroskobik veya kimyasal araştırmaların hiçbiri, "bir" sayı imi olarak adlandırdığımız masum varlığın bu özelliğini ortaya koyamazdı. Bir tanımdan bahsedilebilir; ancak hiçbir tanım, bir şeye, tanımın onu bir im olarak öngördüğünü ifade etme ve imlemenin dışında, sahip olmadığı nitelikler yükleyebilecek kadar yaratıcı olamaz.[4] Buna karşın, sayı imleri olarak adlandırdığımız yapıların, yazı araç-gereçlerine bağlı, fiziksel ve kimyasal nitelikleri vardır. Günün birinde, örneğin Arap rakamlarının, Romen rakamlarının yerini alması gibi tamamen yeni sayı imlerinin geçerli olacağı düşünülebilir. Hiç kimse bu şekilde, aritmetiğin daha önce keşfedilmemiş özelliklerine, tamamen yeni şeylere, yeni sayı imlerine ulaşıla-

---

* Kokulu menekşenin bilimsel adı. (çev.n.)

3. Karşılaştırın: *Zählen und Messen erkenntnistheoretisch betrachtet*, yazan H. v. Helmholtz ve *Über den Zahlbegriff*, yazan Leopold Kronecker. (Philosophische Aufsätze. *Eduard Zeller* zu seinem fünfzigjährigen Doktorjubiläum gewidmet. Leipzig 1887 içinde)

4. Burada söz konusu olan her zaman bir duyumu ya da gönderimi, bir imle bağlamaktır. Duyum ve gönderimin tamamen eksik olduğu yerde, aslında hiçbir im ya da tanım söz konusu olamaz.

cağını ciddiye almazdı. Bir bakıma, sayı imlerinden, gönderimleri ayırmak zorunda kalınırsa, aynı zamanda "2", "1+1", "3–1", "6:3", ifadelerine de aynı gönderim yüklenmelidir; çünkü farkın neye dayanması gerektiği belli değildir. Belki de şöyle söylenebilir: 1+1 bir toplam, 6:3 ise bir bölümdür. Ama 6:3 nedir? 3 ile çarpılınca 6 sonucunu veren sayıdır. "Herhangi bir sayı" (eine Zahl) değil, "Sayı" *(die Zahl)* denir; belirli tanımlık edatı* ile, sadece tek olduğu ima edilir. Buna göre:

$(1+1)\ (1+1)\ (1+1) = 6$'dır

ve böylece (6:3) şeklinde tanımlanan (1+1), aranan sayıdır. Farklı ifadeler farklı görüşlere ve taraflara karşılık gelse de, her zaman aynı şeyin karşılığıdır. Aksi hâlde, $x^2 = 4$ denklemi, sadece 2 ve –2 şeklindeki iki kökü değil, aynı zamanda birbirinden farklı, ancak yine de belli açıdan birbirine benzer (1+1) ve sayısız başka kökleri barındırırdı. Sadece iki reel kök kabul edilerek, eşitlik iminin tam bir birleşme değil, sadece kısmi bir örtüşme olduğu görüşü çürütülür. Eğer bu duruma bağlı kalacak olursak, şu ifadelerin:

"$2 \cdot 1^3 + 1$",
"$2 \cdot 2^3 + 2$",
"$2 \cdot 4^3 + 4$",

bir bakıma 3, 18, 132 gibi sayılar anlamına geldiğini görürüz. Eğer fonksiyon gerçekten sadece bir işlemin ifadesi anlamındaysa, o zaman sadece bir sayı olacaktır; ve bununla, aritmetik açısından yeni bir şey kazanmış olmazdık. Elbette, "fonksiyon" sözcüğünde, bir sayının sadece *x* imi/işareti ile belirsiz bir şekilde gösterildiği ifadeleri görüşü yaygındır, örneğin:

---

* 'die' artikeli: Almanca isimlerin cinsiyetini belirleyen dişil tanımlık edatı. Frege belirli tanım edatları üzerinden açıklamalarda bulunduğundan, bunları geçtikleri yerde belirtmeye çalıştık. (çev.n.)

"$2 \cdot x^3 + x$" gibi;

ancak bu hiçbir şeyi değiştirmez; çünkü bu ifade sadece bir sayıyı, belirsiz bir şekilde belirtilir; ve onu yazmam ya da sadece "x" şeklinde belirtmem, önemli bir fark oluşturmaz. Yine de, belirsiz "x" ile belirtme sayesinde doğru ifadeye yönlendiririliriz. X, fonksiyonun argümanı olarak adlandırılır ve

"$2 \cdot 1^3 + 1$"
"$2 \cdot 4^3 + 4$"
"$2 \cdot 5^3 + 5$"

fonksiyonunda, yine aynı fonksiyon tespit edilir, ancak farklı argümanlarla, yani 1, 4 ve 5 ile. Buradan, bu ifadelerin ortak noktalarında, fonksiyonun özünün yattığı, diğer bir deyişle;

"$2 \cdot x^3 + x$"

içinde "x" dışında ne olduğu, yani

"$2 \cdot (\,)^3 + (\,)$"

gibi yazabileceğimiz yaklaşım görülür.

Benim için önemli olan, argümanın fonksiyona ait olmadığını, ancak fonksiyonla birlikte tam bir bütün oluşturduğunu göstermektir; çünkü kendi başına fonksiyon, eksik, tamamlanması gereken veya doymamış olarak tanımlanmalıdır. Bu bağlamda fonksiyonlar, sayılardan tamamen ayrışırlar. Fonksiyonun özünde yatan durum nedeniyle, bir yandan ifadelerin farklı sayılar dile getirmesine rağmen, "$2 \cdot 1^3 + 1$" ve "$2 \cdot 2^3 + 2$"de aynı fonksiyonu görürken, "$2 \cdot 1^3 + 1$" ve "2" ve "4–1"de aynı sayısal değere rağmen, aynı fonksiyonu bulamıyoruz. Aynı zamanda insanın, bir anlatımın, ifadenin biçiminde, fonksiyonun özünü görmeye doğru ne kadar kolay yönlendirilebildiğini de görüyoruz.

İfadede fonksiyonu, onu bölünmüş düşünerek/varsayarak tespit ederiz; bu türden bir bölünme ise fonksiyonun yapısı sayesinde açıklanır.

İşlemsel ifadenin parçalandığı bu iki bölüm, bir bakıma argümanın imi ve fonksiyonun ifadesi eşit değildir, çünkü argüman, kendi içinde tamamlanmış-bütüncül bir sayı iken, fonksiyon öyle değildir. Bu durum, bir uzunluğun/mesafenin, sabit bir nokta ile ikiye bölünmesiyle gösterilebilir. Burada, bölünme noktasını her iki mesafe/uzunluk bölümüne dahil ederek hesaplama eğiliminde olunur. Ancak, eğer bölme tam, bir bakıma hiçbir şeyi iki kez hesaplamadan ve hiçbir şey eksik kalmayacak şekilde gerçekleştirilmek isteniyorsa, bölünme noktasının sadece tek bir tarafı uzunluğa dahil edilebilir. Bu kısım böylece, kendi içinde bütünüyle tamamlanır ve argümana eşitlenebilir, diğer bölüm ise eksik kalır. Yani, onun uç noktası olarak adlandırılabilecek bölüm noktası, ona ait değildir. Sadece bu uç nokta ya da iki uç noktaya sahip bir uzunlukla/mesafeyle tamamlandığı zaman, ondan bütüncül bir şey elde edilir. Şimdi, örneğin, $2 \cdot x^3 + x$ fonksiyonu"nu dile getirdiğimde, x, fonksiyona dahil olarak düşünülmemelidir, aksine bu harf, yalnızca argümanın iminin devreye gireceği yerleri belirterek, tamamlanması gerekenin türünü göstermeye olanak tanır.

Fonksiyonun argümanıyla tamamlandığı bu duruma, bu argümana yönelik fonksiyonun değeri diyoruz: Örneğin 3, argüman 1 için $2 \cdot x^2 + x$ fonksiyonun değeridir, çünkü elimizde $2 \cdot 1^2 + 1 = 3$ vardır.

Diğer taraftan, örneğin $2 + x - x$ ya da $2 + 0 \cdot x$ gibi, değeri her zaman aynı olan fonksiyonlar vardır ki bu değerin aynı zamanda onların argümanı olduğu söylenir; buna göre elimizde $2 = 2 + x - x$ ve $2 = 2 + 0 \cdot x$ vardır. Buna göre argüman, fonksiyona dahil edildiğinde, bu fonksiyon için değer 2 sayısı olacaktır. Ancak bu yanlıştır. Burada fonksiyonun değeri her zaman 2 olmasına rağmen, fonksiyonun kendisi 2'den ayrı tutulmalıdır; çünkü bir fonksiyonun ifadesi, her zaman, argümanın imi ile doldurulması amaçlanan bir ya da daha fazla yer barındırmalıdır.

Analitik geometri yöntemi, şimdilerde bize, farklı argümanlar için bir fonksiyonun değerlerini görselleştirmeye yönelik bir araç/olanak sunmaktadır. Özellikle bu argümanı, bir apsisin* ve buraya dahil olan fonksiyonun değerini, bir noktanın ordinatının* sayısal değeri olarak ele aldığımızda, alışıldık durumlardaki bakış açısına dayalı olarak bir eğriyi oluşturan noktalar kümesi elde ederiz. Her bir eğri noktası, ilgili fonksiyon değerine sahip bir argümana karşılık gelir.

Böylece örneğin;

$$y = x^2 - 4x$$

bir parabol* verir; bu esnada "y", tıpkı "x"in apsisin argümanıyla sayısal değerini gösterdiği gibi, fonksiyonun değeri ile ordinatın sayısal değerini gösterir. Bununla;

$$x\,(x - 4)$$

fonksiyonunu karşılaştırdığımızda, diğerleri gibi genelde aynı argüman için aynı değere sahip olduklarını görürüz. Genelde elimizde, x için hangi sayı ele alınırsa alınsın

$x^2 - 4x = x\,(x - 4)$ vardır.

Bu nedenle,

$y = x^2 - 4x$'den elde ettiğimiz eğri,

$y = x\,(x - 4)$'den ortaya çıkan sonuç ile aynıdır.

---

* Apsis: Matematik Terimi: 1. yönlü bir eksen üzerinde bir noktanın, başlangıç noktasına olan uzaklığının cebirsel değeri. 2. uzayda bir noktanın bulunduğu yeri saptamaya yarayan ana çizgilerden yatay olanı. (çev.n.)

* Ordinat: Matematik Terimi- genellikle apsise dikey olarak çizilen ve bir noktanın uzaydaki yerini belirtmeye yarayan çizgilerden biri. (çev.n.)

* Parabol: Matematik Terimi: odak adı verilen sabit bir noktayla doğrultman denilen sabit bir doğrudan eşit uzaklıktaki bütün noktaların oluşturduğu eğri. (çev.n.)

Bunu, şu şekilde ifade edeceğim: $x\ (x-4)$ fonksiyonu x^2-4x fonksiyonu ile aynı değer eğrisine sahiptir.

Eğer;

$$x^2-4x = x\ (x-4)$$

yazarsak, bir fonksiyonu diğer bir fonksiyonla değil, aksine sadece fonksiyon değerlerini eşitlemiş oluruz. Eğer bu denklemin, x için kullanılabilecek her argüman için geçerli olduğunu varsayarsak, bununla, bir denklemin genelliğini ifade etmiş oluruz. Ancak, bunun için, "$x\ (x-4)$" fonksiyonunun değer eğrisi, x^2-4x'in fonksiyonununkine eşittir" diyebiliriz ve böylece değer eğrileri arasında bir eşitliğe sahip oluruz. Bana öyle geliyor ki, fonksiyon değerleri arasında bir denklem genelliğini, bir eşitlik olarak görme, bir bakıma değer eğrileri arasındaki bir denklem şeklinde mümkün olabileceği durumu, kanıtlanamaz, fakat mantıksal bir temel kanun olarak kabul edilmelidir.[5]

Buna göre, bir fonksiyonun değer eğrisi için kısa bir notasyon (yazılış biçimi) eklenebilir. Bunun için fonksiyonun anlatımındaki argümanın imini sesli bir Yunan harfiyle değiştiriyor, tümünü bir parantez

---

5. Alışıldık matematiksel deyimin bazı kullanımlarında, "fonksiyon" sözcüğü muhtemelen bir fonksiyonun değer eğrisi olarak adlandırdığım şeye karşılık gelir. Ancak, burada kullanılan sözcük anlamındaki fonksiyon, mantıksal olarak daha eskidir.

* Spiritus: Latincede ruh, nefes, soluk gibi anlamlara sahip kelime. Spiritus lenis: Antik Yunancada sözcük başındaki vokalin nefesli ya da nefessiz okunacağına işaret eder. Spiritus işareti sağa doğru bakıyorsa (ki buna "spiritus asper" denilir) o vokal "h" sesiyle okunur ancak sola bakıyorsa (spiritus lenis) vokal olduğu gibi okunur. Örneğin Yunancada, "Homeros" yazarken bu ismin ilk harfi olan omikron'un üstünde sağa doğru bakan bir spiritus bulunur ki bu da bize o vokalin "h" sesiyle beraber okunacağını belirtir (böylece Homeros diye okuruz, omeros diye değil). Spiritus küçük harf söz konusuysa vokalin tam üstüne konulurken, büyük harf söz konusu olduğunda vokalin hemen sol üst köşesine konur. Ayrıca; eğer bir "difthong" söz konusu ise ikinci vokalin üzerine konur. Örneğin: "ou" ve "ει" difthonglarında spiritus üpsilon (υ) ve iota (ι)'nin üzerine konur. (çev.n.)

içine alıyor ve onun önüne yine aynı Yunan harfiyle birlikte bir *spiritus lenis** yerleştiriyorum. Böylece, örneğin;

$$\dot{\varepsilon}\ (\varepsilon^2 - 4\varepsilon),$$

$x^5 - 4x$ fonksiyonunun değer eğirisidir ve

$$\dot{\alpha}\ (\alpha \cdot [\alpha - 4])$$

$x\ (x - 4)$ fonksiyonunun değer eğrisidir ki buna göre;

"$\dot{\varepsilon}\ (\varepsilon^2 - 4\varepsilon) = \dot{\alpha} \cdot (\alpha \cdot [\alpha - 4])$" fonksiyonunda,

birinci değer eğrisinin ikincisiyle aynı olduğu ifadesine sahip oluruz. Yunan harfleri bilinçli olarak, aynılarının kullanılmasına gerek olmadığını göstermek için, farklı seçilmiştir.

Gerçi;

"$x^2 - 4x = x\ (x - 4)$"ü,

şayet yukarıdaki gibi anlarsak, aynı anlamı, ancak farklı bir şekilde ifade eder. Yeni dile getirilen anlatım, hem sağ hem sol tarafı kendi içinde tamamlanmış bir gönderim içeren basit bir denklem iken, önceki, bir denklemin genelliğini ortaya koymaktadır.

"$x^2 - 4x = x\ (x - 4)$"

denklemi içinde sol tarafın, tek başına ele alındığında, tıpkı sağ taraf gibi belirsiz bir sayıya işaret eder. Elimizde sadece "$x^2 - 4x$" olsaydı, duymunu/anlamını değiştirmeksizin yerine, "$y^2 - 4y$" yazabilirdik; çünkü, "y", tıpkı "x" gibi yalnızca belirsiz biçimde bir sayıyı dile getirmektedir. Ancak, iki tarafı tek bir denkleme birleştirdiğimizde, her iki tarafta (her iki taraf için) aynı harfi tercih etmemiz gerekir ve böylece ne sol, ne sağ tarafın ne de eşitlik iminin içerdiği bir şeyi, bir bakıma ge-

nelliği, elbette bir denklemin genelliğini, fakat yine ilk etapta genelliği dile getirmiş oluruz.

Bir sayı, genelliği ifade edebilmek adına, belirsiz bir şekilde bir harf ile gösterilebildiği gibi, bir fonksiyonu da belirsiz bir şekilde harflerle gösterme gereği duyulur. Bunun için genellikle, "$f(x)$" ve "$F(x)$" ifadelerinde, x'in argümanı temsil ettiği f ve F harfleri kullanılır. Burada fonksiyonun tamamlanma gereksinimi, f ya da F harfinin, iç alanı/aralığı, argüman imini yerleştirmek için tasarlanmış olan bir parantezi beraberinde getirmesiyle ifade bulur. Bunun devamında;

"$\grave{\varepsilon}\, f(\varepsilon)$"

bir fonksiyonun, belirsiz bırakılmış olan değer eğrisini dile getirir.

Peki, fonksiyon sözcüğünün gönderimi, bilimin ilerlemesinde nasıl genişletildi? Burada iki farklı yol görülmektedir.

İlk önce, özellikle bir fonksiyonun oluşumuna katkıda bulunan matematiksel işlem türlerinin alanı genişletildi. Toplama, çarpma, üstleme ve bunların tersinlemelerine*, her zaman, bir şekilde üstlenilen ve temelde yeni olanın açık bir şekilde algılanmadığı, çeşitli limitlere geçiş tipleri eklenmiştir. Daha da ileri gidildi ve hatta, örneğin rasyonel argümanlar açısından değeri 1, irrasyonel argümanlar için değeri 0 olan bir fonksiyon sözkonusu olduğunda, analizin simge-dili yetersiz kaldığından, konuşma dilinin sözcük dağarcığına başvurmak zorunda kalındı.

İkincisi, karmaşık sayılar üstlenilerek bir argüman ve fonksiyon değeri olarak karşılaşılabilecek şeyin alanı genişletildi. Bununla aynı za-

---

* Tersinleme: Etkiyi artırmak için tersini söyleyerek biriyle ya da bir olayla alay etme. Biriyle ya da bir olayla alay. Etkiyi çoğaltmak için, bir şeyin tersini söyleyerek alay etme; birini sözle vurma anlamına gelir. Ancak Frege'nin burada kastettiği tersinleme, sadece yukarıda değinilen toplama, çarpma ve üstlemenin tersininin uygulanışıdır, alaya alınışı değil. (çev.n.)

manda, "toplam", "çarpım" terimlerinin ve benzerlerinin anlamı belirlenmeliydi.

Buna göre ben, her iki yolda daha da ileri gidiyorum. İlk etapta, bir fonksiyonun anlatımının oluşumuna katkı sağlayan +, – ve benzeri imlere =, >, < gibi imler ekliyorum ki böylece, örneğin daha önceleri x'in argümanı temsil ettiği bir $x^2 = 1$ fonksiyonundan bahsedebileyim. Burada karşılaşılan ilk soru, farklı argümanlar için bu fonksiyonun değerlerinin ne olduğudur. Sırasıyla x için –1, 0, 1, 2 yerleştirirsek;

$(-1)^2 = 1,$

$0^2 = 1,$

$1^2 = 1,$

$2^2 = 1,$ elde etmiş oluruz.

Bu denklemlerden birincisi ve üçüncüsü doğru, diğerleri yanlıştır. Şimdi: "fonksiyonumuzun değeri, doğruluk değeridir" diyorum ve doğru olanın doğruluk değerini, yanlış olandan ayrıştırıyorum. Kısaca, birini doğru, diğerini yanlış olarak adlandırıyorum. Buna göre, örneğin hem "$2^2 = 4$" hem de "2^2" 4 doğru anlamına gelir ve "$2^2 = 1$" yanlış anlamındadır. Böylece;

"$2^2 = 4$", "$2 > 1$", "$2^4 = 4^2$"

aynı anlama gelirler, yani doğrudurlar ki,

$(2^2 = 4) = (2 > 1)$ ile

elimizde doğru bir denklem olur.

Burada, "$2^2 = 4$" ve "$2 > 1$"in tamamen farklı şeyler dile getirdikleri ve oldukça farklı önermeleri ifade ettikleri itirazı yapılabilir; ancak "$2^4 = 4^2$" ve "$4 \cdot 4 = 4^2$"de farklı önermeleri ifade ederler; buna rağmen her iki im de, aynı gönderime sahip olduğu için "2^4" ve "$4 \cdot 4$" birbiri-

nin yerini alabilir. Sonuç olarak, "$2^4 = 4^2$" ve "$4 \cdot 4 = 4^2$" aynı gönderime sahiptir. Buradan da görüldüğü gibi, gönderimin eşitliği, önermenin eşitliği sonucunu doğurmaz. "Akşam Yıldızı, dünyanın döngü süresinden daha kısa süreye sahip bir gezegendir." dediğimizde, "Sabah Yıldızı, dünyanın döngü süresinden daha kısa süreye sahip bir gezegendir." ifadesinden farklı bir düşünceyi dile getirmiş olduk; çünkü, Sabah Yıldızı'nın, Akşam Yıldızı olduğunu bilmeyen bir kişi, birinin doğru, diğerinin yanlış olduğunu düşünebilir; yine de her iki önermenin gönderimi aynı olmalıdır, çünkü sadece aynı gönderime sahip "Akşam Yıldızı" ve "Sabah Yıldızı" sözcükleri, bir bakıma aynı gök cisminin özel isimleri, birbiriyle değiştirilmiştir. Duyum ve gönderim birbirinden ayırt edilmelidir. Gerçi, "2^4" ve "$4 \cdot 4$" aynı gönderime sahiptir; diğer bir deyişle, aynı sayının ortak özel isimleridirler; ancak aynı duyuma sahip değildirler; dolayısıyla "$2^4 = 4^2$" ve "$4 \cdot 4 = 4^2$" aynı gönderime sahipken, aynı duyuma sahip değildirler; bir bakıma, bu durumda aynı düşünceyi içermezler.[6] Böylece;

"$2^4 = 4 \cdot 4$"

şeklinde yazdığımız şeyi, haklı olarak

"$(2^4 = 4^2) = (4 \cdot 4 = 4^2)$"

ve

"$(2^2 = 4) = (2 > 1)$"

şeklinde yazabiliriz.

Bunun da ötesinde $=$, $>$, $<$ imlerinin, fonksiyonel bir ifade oluşturmaya katkı sağlayanların alanına nasıl dahil edildiği sorabilir. Arit-

---

6. Bu ifadenin önce keyfi ve yapay göründüğünü ve daha ayrıntılı bir gerekçenin gerekli olabileceğini görmezden gelmiyorum. Bir sonraki makalemi karşılaştırın: "Über Sinn und Bedeutung, Zeitschrift für Philosophie und phil. Kritik" ("Duyum ve Gönderim Üzerine").

metiğin, aritmetik yasalarının daha katı bir gerekçelendirmesinin tamamen mantıksal olana ve hatta sadece buna dayanan, daha gelişmiş bir mantık olduğu görüşünün, giderek artan sayıda destekçisi olduğu görülmektedir. Ben de buna katılıyorum ve aritmetik simge dilinin, mantıklı bir simgeselliğe genişletilmesi gerektiğini savunuyorum. Bunun, burada ele aldığımız durum açısından nasıl gerçekleştiği ise, aşağıda gösterilecektir.

Yukarıda, $x^2 = 1$ fonksiyonumuzun değerinin, her zaman iki doğruluk değerinden biri olduğunu gördük. Belirli bir argüman, örneğin –1 için, fonksiyon değeri doğru ise, bunu şöyle ifade edebiliriz: "sayı –1, karesinin 1 olma özelliğine sahiptir" ya da daha kısa bir şekilde: "–1, 1'in karekökü dür" ya da "–1, 1'in karekökü kavramının altındadır." Bir argüman için $x^2 = 1$ fonksiyonunun değeri, örneğin 2 değeri yanlış ise, bunu şu şekilde ifade etmek mümkün olacaktır: "2, 1'in karekökü değildir" ya da "2, 1'in karekökü kavramının altında değildir." Buradan, mantıkta kavram olarak adlandırılanın, fonksiyon şeklinde adlandırdığımızla ne denli bağıntılı olduğunu görmekteyiz. Evet, hatta neredeyse şöyle denebilir: Bir kavram, değeri her zaman bir doğru değer olan bir fonksiyondur. Aynı zamanda;

$$(x+1)^2 = 2\ (x+1)$$

fonksiyonun değeri, her zaman bir doğru değerdir. Örneğin –1 argümanı için doğruya ulaşırız ve bunu şöyle ifade edebiliriz: –1, karesinin iki katı olan bir sayıdan, 1 eksik olan bir sayıdır. Böylelikle –1 sayısının bir kavramın altında olması ifade edilir. Buna göre;

$$x^2 = 1 \text{ ve } (x+1)^2 = 2\ (x+1)$$

fonksiyonları, aynı argüman için her zaman aynı, yani –1 ve +1 için doğru, diğer tüm argümanlar için yanlış değere sahiptirler. Daha önce tespit ettiklerimize göre, bu fonksiyonların aynı değer eğrisine sahip olduklarını söyleyebilir ve bunları aşağıdaki imlerle gösterebiliriz:

$\grave{\varepsilon}\ (\varepsilon^2 = 1) = \grave{\alpha}\ ([\alpha + 1]^2 = 2\ [\alpha + 1])$.

Mantıkta buna, kavramların kapsamının eşitliği/özdeşliği denir. Bu nedenle değeri, her bir argüman için bir doğruluk değeri olan bir fonksiyonun değer eğrisini, kavram kapsamı olarak tanımlayabiliriz.

Denklemler ve eşitsizliklerde durmayıp devam ediyoruz. Denklemlerin dilsel biçimi bir bildirim cümlesidir. Böyle bir bildirim cümlesi, duyum olarak bir düşünce içerir –ya da en azından bir tane içerdiğini iddia eder–; ve bu düşünce genelde doğru ya da yanlıştır; diğer bir deyişle, örneğin 4 sayısının, "2 + 2" ifadesinin gönderimi ya da Londra'nın, "İngiltere'nin Başkenti" şeklindeki ifadenin gönderimi olması gibi, aynı zamanda bir önermenin gönderimi olarak görülebilir.

Bildirim cümleleri genellikle, denklemler ve eşitsizlikler ya da analitik ifadeler gibi, biri kendi içinde tamamlanmış, diğeri tamamlanma gereksinimi olan, doymamış iki bölüm olarak düşünülebilir. Buna göre örneğin;

"Sezar Galya'yı fethetti." önermesi,

"Sezar" ve "Galya'yı fethetti" şeklinde bölünebilir. İkinci bölüm doymamıştır, bir boşluğu beraberinde taşır ve ancak bu boşluk özel bir isimle ya da özel bir ismi temsil edecek uygun bir ifadeyle tamamlanırsa, bir duyum öne çıkar. Buradaki, bu doymamış bölümün gönderimini, bir fonksiyon olarak adlandırıyorum. Bu durumda argüman, Sezar'dır.

Burada, aynı zamanda diğer yöne doğru, yani argüman olarak neyin ortaya çıkabileceğine ilişkin bir genişlemeye doğru bir adım atıldığını da görüyoruz. Artık sadece sayılar değil, aynı zamanda genel olarak nesneler dahil edilmek durumundadır ki bu esnada kişileri de, nesnelere dahil etmem gerekiyor. Olası fonksiyon değerleri olarak, yukarıda iki doğru değer dile getirilmişti. Daha da ileri gidilmeli ve nesneleri, kısıtlama olmaksızın, fonksiyon değerleri olarak dahil etmeliyiz. Buna yönelik bir örnek vermek adına;

"Alman İmparatorluğu'nun Başkenti"

ifadesinden yola çıkıyoruz.

Bu ifade, görünüşe göre uygun bir özel ismi temsil eder ve bir nesnenin yerini tutmaktadır. Onu;

"Başkenti" ve "Alman İmparatorluğu" bölümlerine ayıralım ki (ben) bu arada ilk bölüm için genitif hâlini (ismin –in hâlini) alıyorum ve bu durumda bu bölüm doymamıştır, diğer bölüm ise kendi içinde tamamlanmıştır. Bir bakıma, öncekine uygun olarak;

"*x*'in Başkenti"ni,

bir fonksiyonun ifadesi şeklinde adlandırıyorum. Bunun argümanını 'Alman İmparatorluğu' olarak alırsak, Berlin'i, fonksiyonun değeri olarak elde etmiş oluruz.

Eğer argüman ve fonksiyonların değeri olarak, kısıtlama olmaksızın nesneleri dahil edersek, burada neye nesne dendiği sorusu ortaya çıkar. Kurala uygun bir tanımı olanaksız buluyorum, çünkü burada önümüzde, basitliğinden dolayı, mantıksal bir bölmeye olanak vermeyen bir şey var. Mümkün olan, sadece ne denmek istediğine işaret etmektir. Burada, kısaca sadece şu söylenebilir: Nesne, bir bakıma dile getirildiğinde, boş bir yer barındırmayan, fonksiyon olmayan her şeydir.

Bir bildirim cümlesi, boş bir yer barındırmaz ve bu nedenle gönderimi bir nesne olarak görülmelidir. Fakat bu gönderim, bir doğruluk değeridir. Yani bu iki doğruluk değeri, nesnelerdir.

Biraz önce yukarıda, değer eğirileri arasında denklemler kurduk. Örneğin;

"$\grave{\varepsilon}\ (\varepsilon^2 - 4\varepsilon) = \grave{\alpha}\ (\alpha[\alpha - 4])$" gibi.

Bunu "$\grave{\varepsilon}\ (\varepsilon^2 - 4\varepsilon)$" ve "$(\ ) = \grave{\alpha}\ (\alpha[\alpha - 4])$" şeklinde bölebiliriz.

Bu son bölüm, eşit iminin solunda boş bir alanı/aralığı barındırdığı için, tamamlanmayı gerektirir. İlk bölüm, "$\dot{\varepsilon}\ (\varepsilon^2 - 4\varepsilon)$", kendi içinde tamdır, bir bakıma bir nesne anlamına gelir. Fonksiyonların bizzat kendileri değilken, fonksiyonların değer eğrileri nesnelerdir. Burada, $\dot{\varepsilon}\ (\varepsilon^2 = 1)$'i de, bir değer eğrisi olarak adlandırdık, fakat aynı zamanda onu, 1'in karekökünden ortaya çıkan bir kapsam olarak da adlandırabildik. Buna göre, kavramların bizzat kendileri olmasa da, kavram kapsamları nesnelerdir.

Bir argüman olarak ele alınabilecek olanın kapsamını genişletmemizin ardından, zaten ortak olan imlerin anlamları üzerine daha kesin tanımlar yapılmalıdır. Nesnelerden, sadece aritmetikteki bütün sayılar göz önünde bulundurulduğu sürece, "$a + b$"deki, a ve b harfleri, yalnızca tam sayıları gösterir ve artı iminin ise sadece tam sayılar arasında açıklanması gerekir. "a" ve "b" ile gösterilen nesnelerin kapsamının herhangi bir genişletilişi, beraberinde artı iminin yeni bir açıklamasını gerektirir. Bir ifadenin asla anlamsız olamayacağına yönelik önlemler almak, farkında olmadan, nesnelerle uğraşılıyor derken boş imleri hesaba katmak, bilimsel bir titizliğin olmazsa olmazı olarak karşımıza çıkar. Eskiden, farklı ıraksak* (zıt yönlü ilerleyen) dizinlerle kötü deneyimler edinilmiştir. Bu nedenle, örneğin, "$\odot$" güneş anlamına geliyorsa,

"$\odot + 1$"in

ne anlama geldiğine yönelik belirlemeler ortaya koymak gerekir. Bu belirlemelerinlerin nasıl gerçekleştiği nispeten önemsizdir; önemli olan ise gerçekleştirilmeleri, bir bakıma "a" ve "b" her zaman bir anlamı olma-

---

* Matematikte *ıraksak* seri *yakınsak* olmayan bir sonsuz seridir. Bu, serinin kısmi toplamlarının herhangi bir limit değeri olmadığı anlamına gelmektedir. Bir seri yakınsıyorsa bu serinin terimleri sıfıra yaklaşmalıdır. Bu nedenle, en az bir terimi sıfıra yaklaşmayan seriler ıraksaktır. (çev.n.)

sı ve belli nesnelerin hangi imlerinin, aynı zamanda "α" ve "b" için de kullanılabildiğidir. Buradaki kavramlar için şartımız, kavramın altına düşsün ya da düşmesin, her nesne için geçerli olacak, her bir argüman için değer olarak bir doğruluk değerine sahip olmaları gerektiğidir; başka bir deyişle: kavramlar açısından, bunlar gerçekleştirilmeden, mantıklı yasaları oluşturmanın olanaksız olduğu şeklinde, kesin sınırlandırmaların olması gereğini ortaya koyuyoruz. Bu bağlamda, "$x + 1$"in anlamsız olacağı her bir x argümanı için, $x + 1 = 10$ fonksiyonunun hiçbir değeri yoktur, bir bakıma doğruluk değeri de yoktur ki buna göre;

1 arttırılarak 10 sonucunu doğuran bir kavramın,

herhangi bir kesin sınırı olmaz. Kesin bir şekilde sınırlandırılması gereği, genellikle, fonksiyonlar açısından, her argümana yönelik bir değere sahip olmaları gereksinimini beraberinde getirir.

Şimdiye kadar, sadece doğruluk değerlerini, argüman olarak değil, fonksiyon değerleri olarak ele aldık. Biraz önce söylenenlere göre, bir doğruluk değeri, bir argüman olarak alınsa bile, bir fonksiyonun, bir değere sahip olması gerekir; ancak bu amaç için çoğu sıradan imlerde yapılan bir belirleme, genellikle belirlenen şeyin ne olduğu çok dikkate alınmadan, sadece belirlenmiş olsun diye yapılabilmektedir. Aşağıda, argümanları bir doğruluk değeri olduğunda, bizim açımızdan uygun olan bazı fonksiyonlar ele alalım.

Bu türden bir örnek olarak;

— x'i tanımlıyorum ve

şayet gerçek bir argümanın, buna karşın diğer tüm durumlarda bu fonksiyonun değeri yanlış olarak ele alınacaksa, bir bakıma hem argüman yanlış olduğunda, hem de doğruluk değeri olmadığı zaman, bu fonksiyonun değerinin doğru olduğunu varsayıyorum. Buna göre örneğin;

— 1 + 3 = 4

doğru iken, hem

— 1 + 3 = 5

hem de

— 4

yanlıştır. Bir bakıma bu fonksiyonun değeri, şayet bu doğruluk değeri ise, argümanın kendisidir. Bu yatay çizgiyi, daha önceleri, artık uygun görünmeyen bir adlandırma olan, içerik çizgisi (Inhaltsstrich) şeklinde tanımlıyordum. Şimdi ise bunu, sadece yatay (yatay çizgi) olarak adlandırmak istiyorum.

5 > 4 gibi bir denklem veya eşitsizlik yazıldığında, genellikle aynı zamanda bir yargı/tasım* dile getirilmek istenir; bizim bu örneğimizde, 5'in 4'ten büyük olduğu öne sürülür. Burada, tarafımdan dile getirilmiş olan yaklaşıma göre, "5 > 4" veya "1 + 3 = 5"de, herhangi bir sav değil, sadece doğruluk değerlerinin ifadeleri vardır. Yargının, yargılanan-

---

* Almancadaki "Urteil" sözcüğü, *yargı* ya da *tasım* olarak anlamlandırılmaktadır. Alan dili içerisindeki kullanımlar dikkate alınarak her ikisini de metinde vermeyi uygun gördük. Felsefi olarak "tasım" şu şekilde tanımlanır: Doğruluğu kabul edilen verili iki önermeden, bu önermelerin içeriğini içinde bulunduran bir üçüncü önerme çıkarma biçimindeki akıl yürütme yolu. Örneğin; "İnsanlar ölümlüdür, Sokrates bir insandır, o hâlde Sokrates ölümlüdür." muhakemesi bir tasım'dır. Bir bakıma tasım olguları kanıtla bir araya getirme anlamına gelen kavramdır. Aristoteles, *Retorik* adlı yapıtında, retoriksel kanıt ile tasım arasındaki koşutluğun üzerinde durmaktadır ve bu bağlamda Aritoteles tasım'ı, kendisinden hareket edilen öncüllerin bilgisel değerine göre dörde ayırır: 1-Tanıtlayıcı tasım: Dayandığı öncüller hem ilk hem de doğrudur. 2-Diyalektik tasım: İtibar edilir kaynaklara dayanan öncüller ve bu öncüllerden yapılan çıkarım. 3-Tartışmacı tasım: Dayandığı öncüller, kanı olmadığı hâlde, kanıymış gibi görünen tasımdır. 4-Yanıltıcı tasım: Dayandığı öncüller ne doğru ne de kanıdır. (çev.n.)

dan ayrılması, kaçınılmaz görünüyor, çünkü aksi hâlde salt bir varsayım, herhangi bir şekilde gerçekleşmeksizin, bir yargılamanın belirlenimi, dile getirilemezdi. Buna göre, bir şeyi öne sürebilmek için özel bir ime gereksinim duyarız. Bunun için, yatayın (yatay çizginin) sol ucunda dikey bir çizgi kullanıyorum. Böylece örneğin;

"$\vdash 2 + 3 = 5$"

savını dile getirebiliriz: $2 + 3$ eşittir 5. Bir bakıma sadece

"$2 + 3 = 5$"deki gibi

bir doğruluk değeri yazılmış olmaz, aksine aynı zamanda, doğru olduğu da dile getirilir.[7]

Bir sonraki basit fonksiyon, özellikle — x'in değeri doğru olan argümanları için, fonksiyon değeri yanlış ve tersine, değeri argümanlar için doğru, — x'in değeri yanlış olan başka bir örnek olabilir. Bunu,

$\top x$,

şeklinde tanımlıyorum ve bu esnada küçük dikey çizgiyi değilleme/olumsuzlama imi olarak adlandırıyorum. Bu fonksiyonu, —x argümanından oluşan bir fonksiyon olarak ele alıyorum ve

$(\top x) = (\top [\text{—}x])$ ile

iki yatay çizgiyi kaynaşmış olarak düşünüyorum. Ancak bu, aynı zamanda

$(\text{—} [\top x]) = (\top x)$'dir,

7. Bir yargı çizgisi imi, bir nesneyi tanımlamak için başka imlerle sunulmadığından, bir fonksiyonu formüle etmek için kullanılamaz. "$\vdash 2 + 3 = 5$" bir şey ifade etmez, ancak bir şey öne sürer.

çünkü $\vdash x$'in değeri, daima bir doğruluk değeridir. Bir bakıma "$\vdash x$"de, olumsuzlama/değilleme– çizgisinin sağ ve solundaki çizgileri, yatay çizgiler olarak, sözcüğün yukarıda açıklanan özel anlamı içinde ele alıyorum. Dolayısıyla, örneğin;

"$\vdash 2^2 = 5$"

doğru anlamındadır ve yargı çizgisini/imini buraya ekleyebiliriz:

$\vdash 2^2 = 5$;

ve böylece $2^2 = 5$'in doğru olmadığını ya da 2^2'nin 5 olmadığını öne sürmüş oluruz. Fakat aynı zamanda

$\vdash 2$

doğru anlamına gelir, çünkü — 2 yanlış olandır:

$\vdash 2$;

diğer bir deyişle, 2 doğru olan değildir.

Genelliği betimlediğim için, bu durum bir örnekte en iyi şekilde görülebilecektir. Buna göre aşağıda, her nesnenin kendisine eşit olduğu ifade edilecektir. Örneğin;

$x = x$ ile elimizde,

argümanı "x" ile gösterilen bir fonksiyon bulunuyor. Şimdi bu fonksiyonun değerinin, her zaman bir argüman olarak da alınabilecek bir doğru olduğu söylenebilir. Bu doğrultuda

"$\vdash f(a)$" dan,

şayet argümanı ne olursa olsun, $f(x)$ fonksiyonu değer olarak her zaman doğru değere sahipse, doğruyu algılarım; diğer tüm şartlarda

"—ϑ— $f(\alpha)$"

yanlış olanı kastedecektir. $x = x$ fonksiyonumuz açısından ilk durum budur. Böylece,

—ϑ— $\alpha = \alpha$

Doğru olandır; ve biz bunu şöyle yazıyoruz:

⊢ϑ— $\alpha = \alpha$.

İçbükeyin sağında ve solundaki yatay çizgiler, bizim açımızdan yataylar olarak algılanmalıdır. "α" yerine, *f* ve *F* harfleri gibi fonksiyon harfleri olarak kullanması gerekenler dışında, başka bir Alman harfi seçilebilirdi.

Bu kullanım,

⊤ϑ— $\alpha^2 = 1$.

örneğinde olduğu gibi, genelliği değilleme olasılığını sağlar.

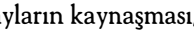
Burada özellikle —ϑ— $\alpha^2 = 1$ yanlıştır, çünkü $x^2 = 1$ fonksiyonunun değeri, her argüman için doğru olan değildir. Örneğin 2 argümanı için $2^2 = 1$ sonucunu elde ederiz; bu yanlıştır. Şimdi, —ϑ— $\alpha^2 = 1$ yanlış olan ise, o zaman, yukarıda değilleme çizgisinin üzerindekine göre tespit edilen doğrultusunda, ⊤ϑ— $\alpha^2 = 1$ doğru olandır. Böylece elimizde

⊢⊤ϑ— $\alpha^2 = 1$ sonucu vardır;

Bir bakıma "her nesne 1'in karekökü değildir" ya da "1'in karekökü olmayan nesneler vardır". Acaba, 1'in kare kökleri olduğu da ifade edebilir mi? Kesinlikle, evet! Sadece $x^2 = 1$ fonksiyonu yerine

⊤ $x^2 = 1$'in

alınması yeterlidir.

" $a^2 = 1$"den,

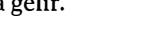
yatayların kaynaşması/birleşmesi sonucunda,

" $a^2 = 1$"

meydana gelir.

Bu yanlış olanı ifade eder, çünkü fonksiyonun değeri her argüman için

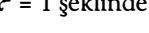
 $x^2 = 1$ şeklinde, doğru değildir. Örneğin;

 $1^2 = 1$

yanlıştır, çünkü $1^2 = 1$ doğru olandır. Bu durumda,

 $a^2 = 1$

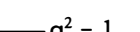
yanlış olduğundan,

 $a^2 = 1$

doğru olandır: Böylece,

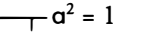
 $a^2 = 1$ oluşur;

Bir bakıma, "her argüman için fonksiyonun değeri

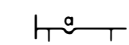
 $x^2 = 1$

doğru olan değildir" ya da "her argüman için $x^2 = 1$ fonksiyonunun değeri yanlış değildir" ya da "1'in en az bir kare kökü vardır".

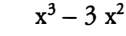
Aşağıda, im ve sözcüklerle birkaç örnek daha verilebilir:

 $a \geqq 0$'de

en az bir pozitif sayı vardır;

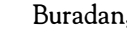


en az bir negatif sayı vardır;

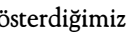


$x^3 - 3x^2 + 2x = 0$ denkleminin, en az bir kökü vardır.

Buradan, önemli varoluşsal bildirim cümlelerinin nasıl ifade edileceği görülebilir. Eğer bir kavramı, fonksiyon harfi *f* ile belirsiz olarak gösterdiğimizde, o zaman

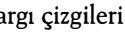


yargı çizgileri dışında, son örneklerin yer aldığı biçim bulunur.



Şeklindeki ifadeler de, bu biçime benzer şekilde ortaya çıkarlar, tıpkı/örneğin x^2'ten, "1^2", "2^2", "3^2"nin ortaya çıkması gibi.

Elimizdeki x^2'de, argümanı "*x*" tarafından verilen bir fonksiyon olduğunda, ben de



aynı zamanda argümanı "*f*" ile verilmiş bir fonksiyonun ifadesi olarak algılarım. Açıkçası, böyle bir fonksiyon, şimdiye kadar ele alınanlardan tamamen farklıdır; çünkü argüman olarak sadece tek bir fonksiyon ortaya çıkabilir. Nasıl nesneler, fonksiyonlardan tamamen farklı ise, argümanları fonksiyon olan ve olması gereken fonksiyonlar da, argümanları nesne olan ve başka hiçbir şey olamayacak fonksiyonlardan tamamen farklıdır. Sonuncusunu birinci, ilkini ise ikinci-düzey fonksiyonlar olarak adlandırıyorum. Aynı şekilde kavramları, birinci ve ikinci düzey

olarak ayırıyorum.[8] İkinci düzey fonksiyonlar, aslında uzun bir süredir analizde, örneğin bütünleştirilecek fonksiyon, bir argüman olarak kabul edildiği sürece, belirli integrallerde kullanılmıştır.

Burada, iki argümanlı fonksiyonlar hakkında da bir şeyler eklenebilir. Bir nesnenin birleşik imini, doymuş ve doymamış şeklinde bölümlere ayırarak, bir fonksiyonun ifadesini elde etmiştik. Buna göre örneğin, doğru olanın

"3 > 2" imini, "3" ve "x > 2" olarak ikiye bölüyoruz. Doymamış olan "x > 2" bölümünü aynı şekilde "2" ve "x > y" olarak bölebiliriz ki burada "y", daha önce "2" tarafından doldurulmuş olan boşluğu belirtir.

x > y ile elimizde, biri "x", diğeri "y" ile belirtilmiş, iki argümanlı bir fonksiyon bulunmaktadır ve

3 > 2'de, 3 ve 2 argümanları için bu fonksiyonun değerine sahibiz.

Burada, değeri her zaman doğruluk değeri olan bir fonksiyonumuz bulunmaktadır. Tek argümanlı fonksiyonları, kavramlar olarak adlandırdık; iki argümanı olanlara ise bağıntılar diyoruz. Örneğin;

$x^2 + y^2 = 9$ ve

$x^2 + y^2 > 9$'da da bağıntılar vardır, ancak

$x^2 + y^2$ fonksiyonu, değer olarak sayılara sahiptir. Bu yüzden bunlara bağıntı demeyeceğiz.

Bu bağlamda, aritmetiğe özgü olmayan bir fonksiyon gösterilebilir. Buna göre;

---

8. Karşılaştırın: *Grundlagen der Arithmetik/Aritmetiğin Temelleri* (Breslau 1884) adlı yapıtındaki § 53'ün sonu; orada "ikinci-düzey" yerine "ikinci-basamak" terimini kullanmıştım. Tanrı'nın varlığının, varlıkbilimsel/ontolojik olarak kanıtlamasının düştüğü yanılgı, varoluşun, birinci-düzey kavram gibi işlem görmüş olmasından kaynaklanır.



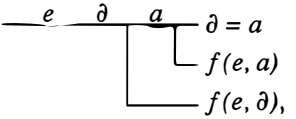
fonksiyonunun değeri, şayet *y*-argümanı olarak doğru ve aynı anda x-argümanı olarak doğru olmayan bir nesne alındığında, yanlış olmalıdır; diğer tüm durumlarda, bu fonksiyonun değeri doğrudur. Alt yatay çizgi ve üst bölümün dikey olarak bölündüğü iki bölüm, yataylar olarak kabul edilmelidir. Böylece, — *x* ve — *y*'ye her defasında fonksiyonumuzun argümanları, yani doğruluk değerleri olarak bakabiliriz.

Tek argümanlı fonksiyonlar arasında birinci ve ikinci düzey şeklinde bir ayrım yapmıştık. Burada daha geniş bir çeşitlilik olasıdır. İki argümanlı bir fonksiyon, bunlara yönelik bağıntıda aynı ya da farklı düzeylerde olabilir: eş-düzeyli, eş-düzeysiz fonksiyonlar gibi. Buraya kadar ele alınanlar eş-düzeyliydiler. Örneğin değişken/türevsel olanlar gibi, bir bakıma, farklılaştırılacak fonksiyonlar ve farklılaşmanın yapıldığı argüman olarak ya da ayrıştırılacak diferansiyel bölüm, fonksiyonların bütünleştirilecek ve üst limitin argümanı olarak alınmaları koşuluyla, spesifik integral şeklinde kabul edilirlerse, bunlar düzeyleri eşit olmayan fonksiyonlardır. Eş-düzeyli fonksiyonlar, aynı şekilde yine, birinci ve ikinci düzey şeklinde ayrılabilirler. Bu türden bir ikinci düzey, örneğin;

F (*f* [1])'dir ki

burada "*F*" ve "*f*" imleri, argümanları belirtir.

Tek argümanlı ikinci düzey fonksiyonlarda, bu argümanın tek ya da iki argümanlı fonksiyon olarak görünüp görünmediğine bağlı olarak, bir ayrıştırmaya gitmek gerekir; çünkü tek argümanlı bir fonksiyon, iki argümanlı bir fonksiyondan o kadar farklıdır ki, biri, diğerinin olabileceği yerde, argüman olarak bulunmayabilir. Tek argümana sahip bazı ikinci düzey fonksiyonlar, bu hâlleriyle tek argümanlı bir fonksiyonu gerektirirken, diğerleri iki argümanlı bir fonksiyon gerektirirler ve bu iki düzey, keskin bir şekilde birbirinden ayrılırlar. Örneğin;



bu şekliyle iki argümanlı bir fonksiyon gerektiren, tek argümanlı ikinci düzey bir fonksiyonun örneğidir. *f* harfi bu esnada argümanı belirtir ve "*f*"nin ardından gelen parantez içinde virgülle ayrılmış iki yer, *f*'nin iki argümanlı bir fonksiyonu temsil ettiğini, açıkça göstermektedir.

İki argümanlı fonksiyonlarda, çeşitlilik daha da büyüktür.

Bu noktadan, aritmetikteki gelişime baktığımızda, kademeli bir yükseliş görürüz. İlk başlarda, 1, 3 vb. gibi sayılarla işlem yapılmaktaydı. Örneğin;

$$2 + 3 = 5, 2 \cdot 3 = 6,$$

bu türden teoremlerdir. Daha sonraları, bütün sayılar için geçerli olacak, daha genel yasalara geçildi. Simgesel dil bağlamında bu durum, harfli işleme geçişe karşılık gelir. Örneğin;

$$(\alpha + b) \cdot c = \alpha \cdot c + b \cdot c,$$

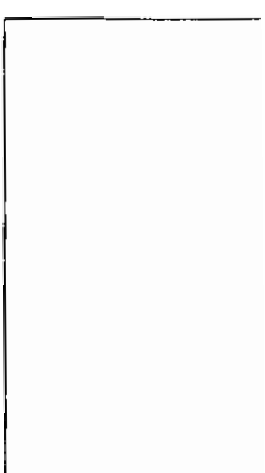
bu türden bir teoremdir. Böylece, matematiksel anlamda henüz kelimeyi kullanmadan ve duyumunu kavramadan, tekil fonksiyonların ele alınışına ulaşılmıştı. Bir sonraki evre ise, fonksiyonların genel yasalarının tanınması ve böylece yapay olarak geliştirilmiş "Fonksiyon" kavramının yaygınlaşmasıydı. Tanımlama içinde bu, fonksiyonların belirsiz gösterimi açısından, *f*, *F* gibi harflerin kullanımına karşılık gelmektedir. Örneğin;

$$\frac{d f(x) \cdot F(x)}{dx} = F(x) \cdot \frac{d f(x)}{dx} + f(x) \frac{d F(x)}{dx},$$

bu türden bir teoremdir. Böylece, herhangi bir şekilde ikinci düzey fonksiyon olarak adlandırdığımız şeyi kavramaksızın, ikinci düzeyden fonksiyonlar elde ediliyordu. Bunu yaparak, bir sonraki ilerleme gerçekleştirilmiş olunur. Bunun böyle devam ettiği düşünülebilir. Ancak, muhtemelen bu son adım, öncekiler kadar önemli sonuçlar vermemiştir, çünkü ilerlemenin devamında ikinci düzeyde fonksiyonların yerine, başka bir yerde gösterilecek olan, birinci düzeyde fonksiyonlar gözlenebilmektedir. Ancak bununla birlikte, birinci ve ikinci düzey fonksiyonlar arasındaki fark, ortadan kaldırılmış değildir, çünkü bu, keyfî değil, aksine derinden eşyanın doğasına dayanmaktadır.

İki argümanlı fonksiyonuların yerine, aynı zamanda tek, ama karmaşık argümanlı fonksiyonlar da ele alınabilir; bu arada tek ve çift argümanlı fonksiyonlar arasındaki fark tüm keskinliğiyle var olmaya devam edecektir.

duyum ve gönderim üzerine*



* Frege, Gorttlob; "Über Sinn und Bedeutung", *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 1892, S. 25-50. (Felsefe ve Felsefi Eleştiri Dergisi)

Eşitlik[1]*, kendisine dayanan ve cevaplanması kolay olmayan sorularla, düşünmeye meydan okur. Eşitlik bir bağıntı mıdır? Nesneler arasında ya da nesnelere verilen isimler ya da imler arasındaki bir bağıntı mıdır? Sonuncusunu, *Kavram-Yazısı* (*Begriffsschrift*) adlı çalışmamda kabul etmiştim. Bunu destekler gibi görünen nedenler şunladır: $a = a$ ve $a = b$ ve benzerleri, açıkça farklı bilişsel değerlere sahip teoremlerdir: $a = a$ *önseldir* (a priori) ve Kant'a göre analitik olarak adlandırılırken, $a = b$ biçimindeki önermeler, genellikle bilişsel algılamamızın oldukça değerli uzantılarını içerirler ve *önsel* (a priori) olarak her zaman açıklanamazlar. Her sabah yeni bir güneşin değil, aksine her zaman aynısının doğmadığının keşfi, astronomi için, beraberinde getirdiği sonuçlar açısından muhtemelen en önemli keşiflerden biriydi. Şimdi bile küçük bir gezegenin ya da bir kuyruklu yıldızın yeniden tespiti, her zaman

---

1. Bu kelimeye kimlik anlamında ihtiyacım var, ve "$a = b$"yi, "a" ile "b" aynı anlamda ya da a ve b "kaynaşır" şeklinde algılıyorum.

* Kelime, *aynılık* ya da *özdeşlik* anlamında da kulanılabilirdi. Biz, *eşitlik* olarak kullanmayı tercih ettik. (çev.n.)

sıradan bir olay değildir. Eğer eşitlik içinde "α" ve "b" isimleri taşıyanlar arasındaki bağıntıyı görmek istiyorsak, o zaman bu, $\alpha = b$ doğruysa, $\alpha = b$'den farklı olamaz gibi görünürdü. Böylece, bir şeyin kendisiyle olan bağıntısı, özellikle de, her bir şeyin kendi içinde bağıntılı, ancak diğer bir şeyle bağıntılı olmadığı bir durum ifade edilirdi. $\alpha = b$ ile söylenmek istenilen, "α" ve "b" imlerinin ya da isimlerinin aynı gönderime sahip olduklarıdır ve buna göre bu imler sözkonusu olur; ve aralarında bir bağıntının olduğu öne sürülürdü. Fakat bu bağıntı, sadece bir şeyi isimlendirdikleri ya da tanımladıkları sürece, isim ya da imler arasında geçerli olur; ve her iki imin, aynı tanımlananla birleştirilmesiyle elde edilen, aktarılan şey olurdu. Ancak bu (durum) keyfîdir. Hiç kimsenin, keyfî olarak herhangi bir şekilde öne çıkarılabilecek olayı ya da nesneyi, herhangi bir şeyin imi şeklinde algılaması yasaklanamaz. Böylece $\alpha = b$ şeklindeki bir önerme, konunun kendisini değil, sadece bizim tanımlama yaklaşımımızla ilgili olurdu; ve buradaki herhangi bir gerçek bilişselliği, ifade edemezdik. Ancak bunu, birçok durumda özellikle istiyoruz zaten. Şayet "α" imi, "b" iminden, im olarak değil de, yalnızca bir nesne (burada şekil/yapı olarak) olarak ayrılıyorsa; bir bakıma: bir şeyi ifade ettiği şekilde değil anlamında: işte bu durumda, $\alpha = \alpha$'nın bilişsel değeri, eğer $\alpha = b$ doğruysa, $\alpha = b$ değeriyle eşit olacaktır. Ancak herhangi bir farklılık, imin ayırımının, imin verildiği şekilde bir farka karşılık gelmesi durumunda ortaya çıkabilir. Örneğin α, b, c'yi, bir üçgenin köşelerini, karşıt tarafların/kenarların merkezlerine bağlayan düz çizgiler olarak varsayalım. Buna göre, α ve b'nin kesişme noktası, b ve c'nin kesişme noktasıyla aynıdır. Dolayısıyla, aynı nokta için farklı isimlerimiz bulunmaktadır ve bu isimler ("α ve b'nin kesişimi", "b ve c'nin kesişimi"), aynı zamanda verilen bir oluşuma işaret ederler ve bu nedenle önermede gerçek bir bilişsellik bulunmaktadır.

Şimdi, imin gönderimi hangi adı alırsa alsın, belirtilenden başka bir im (isim, bileşik, karakter gibi), ayrıca verilen oluşumun doğasının içeriğinde bulunan, benim imin duyumu olarak adlandırdığım şeyle bağlan-

tılı düşünülmelidir. Buna dayalı olarak örneğimizdeki "a ve b'nin kesişme noktası" ile "b ve c'nin kesişme noktası" ifadelerinin gönderimleri aynı, fakat duyumları farklı olurdu. Bir bakıma, "Akşam Yıldızı" ve "Sabah Yıldızı"nın gönderimi aynı, ama duyumu farklı olurdu.

Burada, "im" ve "isim" altında, bir ismi temsil eden, bir bakıma gönderimi belirli bir nesne olan (ki bu sözcük en geniş kapsamıyla ele alınmıştır), ancak bir kavram ve bağıntı olmayan, fakat başka bir makalede daha yakından tartılşılacak olan herhangi bir tanımlamayı anladığım öne çıkmaktadır. Tek bir nesnenin tanımlanması, birkaç sözcükten ya da başka imlerden oluşabilir. Kısa olması açısından, bu türden her tanımlama özel isim olarak adlandırılabilir.

Özel bir ismin duyumu, mensubu olduğu dili ya da bu dile ait tanımlamaların tamamını yeterince bilen herkes tarafından kavranabilir[2]; ancak bu şekilde, şayet varsa gönderim, her defasında tek taraflı açıklık kazanır. Gönderimin her yönüyle bilişsel olmasına, verilmiş olan her duyumum aynı zamanda onun buna ait olup olmadığını gösterebilmemiz de dahil olabilirdi. Bu duruma ise, hiçbir zaman gelemiyoruz.

İm, imin duyumu ve gönderimi arasındaki düzenli bağıntı, ime belirli bir duyum ve aynı zamanda bir gönderim karşılık gelecek türdendir; ve bu esnada bir gönderime (bir nesneye), birden çok im karşılık gelebilir. Aynı duyum farklı dillerde, hatta aynı dilde bile farklı ifadelere sahiptir. Elbette, bu düzenli durumun istisnaları vardır. Doğal ola-

---

2. "Aristoteles" gibi, aslında özgün, özel bir isimde, anlam hakkındaki görüşler elbette birbirinden ayrılabilir. Örneğin, şu şekilde denebilirdi: Platon'un öğrencisi ve Büyük İskender'in öğretmeni. Bunu yapan kişi, "Aristoteles, Stagira doğumluydu." ifadesini, isminin duyumu olacak bir anlamla ilişkilendirecektir. Örneğin; Büyük İskender'in Stagira doğumlu öğretmeni, gibi. Sadece duyum aynı kaldığı sürece, duyumdaki bu dalgalanmalara/iniş-çıkışlara katlanılabilir, ancak bunlar kanıtlamaya yönelik bir bilimin öğretilmesinde de kaçınılması ve mükemmel bir dilde bulunmaması gereken durumlardır.

rak, eksiksiz bir imler bütününde, her ifadenin belli bir duyumu olmalıdır; Ancak, gündelik dil çoğu zaman bu talebi karşılamamaktadır ve aynı sözcük aynı bağlamda, her zaman aynı duyumu taşıdığında, bununla yetinmek gerekir. Belki de, özel bir isim için kullanılan, dilbilgisel olarak doğru oluşturulmuş bir ifadenin her daim bir duyum taşıdığı itiraf edilebilir. Ancak bununla, bu duyumu karşılayan bir gönderimin olup olmadığı söylenemez. "Yeryüzünden en uzak gök cismi" sözcüklerinin bir duyumu vardır; fakat aynı zamanda bir gönderimlerinin olup olmadığı oldukça şüphelidir. "En yakın yakınsak* dizi" ifadesinin bir duyumu vardır; ama bunun bir gönderimi olmadığı kanıtlanabilir, çünkü her yakınsak diziye, daha az yakınsak, ama yine de yakınsak bir dizi bulunabilmektedir. Dolayısıyla, bir duyum ele alındığı zaman, henüz kesin bir gönderimden bahsedilemez.

Sözcükler her zamanki gibi, sıradan bir şekilde kullanıldığında, anlatmak istediğiniz şey onların gönderimidir. Ancak, aynı zamanda sözcüklerin kendisinden ya da duyumlarından söz etmek istenebilir. Bu durum, örneğin, bir başkasının sözleri dolaysız dile getirildiğinde olur. Kişinin kendi sözleri ilk etapta, diğerinin sözlerinin gönderimidir ve işte sadece bunlar, alışıldık gönderime sahiptir. Böylece elimizde, imlerin imleri bulunur. Böyle bir durumda, yazı dilinde sözcük kümeleri tırnak içine alınır. Dolayısıyla, tırnak içindeki bir kelime, sıradan gönderim şeklinde kullanılmamalıdır.

Bir '*A*' ifadesinin duyumundan bahsetmek istendiğinde, bu basitçe, "'*A*' ifadesinin duyumu" deyimiyle yapılabilir. Dolaylı anlatımda, örneğin, başka birinin konuşmasının duyumundan bahsedilir. Bu deyimde de sözcüklerin, alışıldık gönderimlere sahip olmadıkları açıkça gö-

---

* Matematikte *ıraksak* seri *yakınsak* olmayan bir sonsuz seridir. Bu, serinin kısmi toplamlarının herhangi bir limit değeri olmadığı anlamına gelmektedir. Bir seri yakınsıyorsa bu serinin terimleri sıfıra yaklaşmalıdır. Bu nedenle, en az bir terimi sıfıra yaklaşmayan seriler ıraksaktır. (çev.n.)

rülmektedir, aksine duyumları, alışılagelmiş duyumlarıdır. Kısaca şunu söylemek istiyoruz: sözcükler, dolaylı konuşmalarda, dolaylı kullanılırlar ya da dolaylı bir gönderimleri vardır. Buna göre, bir kelimenin olağan gönderimini, dolaylı gönderiminden ve sıradan duyumunu, dolaylı duyumundan ayrıştırıyoruz. Dolayısıyla, sözcüğün dolaylı gönderimi, olağan duyumdur. Karşılaşılan özel durumlarda, imlerin, duyumların ve gönderimlerin bağıntı biçimlerini doğru kavrayabilmek için, bu türden istisnaları her zaman göz önünde bulundurmak gerekir.

Bir imin gönderimi ve duyumu ile onunla bağıntılı düşünce/ide arasında ayrım yapılmalıdır. Bir imin gönderimi, duyusal olarak algılanabilir bir nesne ise, benim bunun hakkındaki düşüncem, sahip olduğum duyusal izlenimlerimin, ve benim içsel ve dışsal faaliyetlerimin anılarının uyandırdığı bir içsel imgedir.[3] Bu imge, çoğu zaman duygularla doyurulmuştur; her bir parçasının netliği değişken ve muğlaktır. Aynı insanda bile aynı düşünce/ide, aynı duyumla ilintili değildir. Düşünce/ide özneldir: birinin fikri, bir başkasınınkiyle aynı değildir. Böylece, kendiliğinden, aynı duyum ile bağıntılı düşüncelerde/idelerde sayısız farklılıklar oluşur. Bir ressam, bir süvari, bir zoolog, "Bucephalus"* ismiyle, muhtemelen çok farklı fikirleri ilişkilendireceklerdir. Bu fikir böylece, birçok kişinin ortak özelliği olabilecek, bir bakıma bireysel bir duyunun bir parçası ya da modu olmayan bir imin duyumundan ayrışır; çünkü hiç kimse insanlığın, bir nesilden diğerine aktardığı ortak bir düşünce hazinesi olduğunu inkar edemez.[4]

---

3. Duyguların izlenimlerinin ve etkinliklerinin, bizzat zihinde bıraktıkları izlerin yerini aldıkları kavramlar, sezgilerle bir arada ele alınabilir. Fark, bizim amacımız için önemlidir, özellikle de duyumlara ve etkinliklere ek olarak bu tür anılar, her zaman görsel imgeyi tamamlamaya yardımcı olmaktadırlar. Ancak bakış açısı altında, mantıklı veya görsel olduğu sürece bir nesne de algılanabilir.

* Büyük İskender'le özdeşleşmiş at cinsi. (çev.n.)

4. Bu nedenle, "düşünce/ide" sözcüğüyle tamamen farklı bir şey belirlemek uygun değildir.

Buna göre, basit bir şekilde duyum üzerinde dururken, üstünkörü olabilecek iken, düşünce/ide de, kime ve hangi zamana ait olduğu tam anlamıyla belirtilmelidir. Belki şu da söylenebilir: aynı sözcüğü, birinin bu diğerinin şu düşünceyle ilişkilendirdiğini söyleyebildiğimiz gibi, aynı şekilde bunu, biri şu diğeri de başka duyumla ilişkilendirebilir. Ancak fark, o zaman sadece bu ilişkiledirmenin biçiminde yatmaktadır. Bu, her ikisinin de aynı duyumu ele almasına engel teşkil etmez; fakat aynı düşünceye/ideye sahip olamazlar. *Si duo idem faciunt, non est idem.* (*İki kişi aynı şeyi hayal etse bile, herkesin kendi düşüncesi vardır.*) Bazen insanların düşüncelerinde, evet hatta duygularında farklılıklar tespit etmek mümkündür; ancak, tam bir örtüşme mümkün değildir, çünkü bu düşüncelere aynı bilinç dahilinde, bir arada sahip olamayız.

Özel ismin gönderimi, bununla tanımladığımız nesnenin kendisidir; bizim bu esnada sahip olduğumuz düşünce ise tamamen özneldir; işte bunun arasında, bir bakıma artık düşünce kadar öznel, ancak aynı zamanda nesnenin kendisi de olmayan, duyum bulunmaktadır. Aşağıdaki benzetme, belki de bu ilişkileri açıklamak için uygun olabilir. Birisi, teleskopla bakmaktadır. Ayın kendisini, gönderimiyle karşılaştırıyorum; Bu, teleskobun içindeki lens ve gözlemcinin retinası tarafından tasarlanan gerçek görüntünün aracılık ettiği gözlemin nesnesidir. İlkini duyularla, sonrakini ise düşünce/ide ya da bakışaçısıyla karşılaştırıyorum. Gerçi, teleskoptaki imge sadece tek yönlüdür; durulan yere, bakış açısına bağlıdır; ancak çok sayıda gözlemciye hizmet ettiği için, objektiftir. En iyi ihtimalle, aynı anda birkaç kişinin kullanabileceği şekilde düzenlenebilir. Retina görüntülerinde ise, herkesin kendine özgü imgesi olurdu. Gözlerin farklı oluşumu nedeniyle, geometrik bir uyum elde edilemez, gerçek bir örtüşme ise söz konusu bile olamazdı. Bu benzetme, belki de *A*'nın retinal görüntüsünün, *B*'ye görünür hâle getirilebileceği varsayılarak daha da detaylandırılabilirdi; hatta *A*'nın kendisi bile, kendi retina görüntüsünü, yansımada görebilirdi. Böylece, belki de bir düşüncenin kendisinin nesne olarak algılanabileceği, ancak bu şe-

kilde gözlemci açısından, düşünce sahibi için olduğundan farklı olduğu gösterilebilirdi. Ama, bunun üzerinde durmak, bizi konudan saptırırdı.

Artık sözcükler, deyimler ve tüm cümleler arasındaki farklı üç düzeyi algılayabiliriz. Farklılık büyük olasılıkla ya düşünceyle/ideyle ilgilidir ya da duyumla, ancak gönderimle değildir ya da nihayetinde gönderimle ilgilidir. İlk düzey bağlamında, düşünceler ile sözcükler arasındaki belirsiz bağlantıdan dolayı, bazıları için diğerinin bulunmadığı bir farklılık olabileceği dikkate alınmalıdır. Aslında, orijinalden (*Urschrift*) yapılan aktarımın farklılığı, birinci düzeyi aşmamalıdır. Burada mümkün olabilecek farklılıklar arasında, edebiyatın [ve] hitabetin duyulara katmaya çalıştığı renkler ve aydınlatmalar vardır. Bu renklendirmeler ve aydınlatmalar objektif değildir, aksine her dinleyici ve okurun kendisi, şairin/yazarın veya hatipin yönlendirmelerine göre, bizzat oluşturmalıdır. Doğal olarak sanat, insanın hayal dünyasıyla bir bağıntı kurmadan mümkün olamazdı; ancak şairin/yazarın niyetlerinin ne ölçüde algılanması gerektiği, asla tam olarak belirlenemez.

Düşünce/ide ve algılar üzerine, aşağıda artık durulmayacaktır; burada sadece, bir sözcüğün, bir dinleyicide uyandırdığı düşünceyi/ideyi, bunun duyumu ya da gönderimiyle karıştırılmaması için üzerinde durulmuştur.

Kısa ve kesin bir ifadeyi olanaklı kılmak adına, aşağıdaki ifadeler dillendirilebilir:

Bir özel isim (sözcük, im, im bağıntısı, tanımlama) kendi duyumunu ifade eder, kendi gönderimini belirtir ya da tanımlar. Biz ise bir imle, onun duyumunu ifade eder ve bununla onun gönderimini tanımlarız.

İdealist ve şüpheci çevrelerce, muhtemelen çoktan (şu şekilde) itiraz edilmiş olabilir: "Burada kısaca aydan bir nesne olarak bahsediyorsun; fakat, 'ay' isminin herhangi bir gönderimi olduğunu, hatta herhangi bir şeyin, herhangi bir gönderimi olduğunu nereden biliyorsun?" Cevabım, niyetimizin ay hakkındaki düşüncemizden/idemizden bah-

setmek olmadığı ve "ay" demenin duyumuyla yetinmediğimizdir; aksine, bir gönderimi varsayıyoruz (varlığını öngörüyoruz). Buna göre "ay, yeryüzünden daha küçüktür" önermesinde, bir ay düşüncesinden söz edildiği varsayıldığında, bu, duyumu ıskalamak olurdu. Konuşmacı bunu amaçlasaydı, o zaman "ay hakkındaki düşüncem" ifadesini kullanırdı. Elbette, bu varsayımda yanılabiliriz ve bu tür yanılgılar da olmuştur. Ancak, bunda muhtemelen her zaman yanılıp yanılmadığımız sorusu, burada cevapsız kalacaktır; ilk etapta, şayet bu türden bir şey varsa, konuşmada ya da düşünme esnasındaki amacımıza işaret etmek, bunu gerekçelendirebilmek, her ne kadar çekinceli de olsa, bir imin gönderiminden bahsetmek yeterli olacaktır.

Buraya kadar duyum ve gönderim, sadece özel isimler olarak tanımladığımız ifadeler, sözcükler, imlerle ele alınmıştır. Şimdi ise, bütün bir bildirim cümlesinin duyumu ve gönderiminin ne olduğunu inceliyoruz. Böyle bir önerme, bir düşünce/ide içerir.[5] Bu düşünce, onun duyumu ya da gönderimi olarak mı algılanmalıdır? Önermenin bir gönderimi olduğunu varsayalım. Bu önerme içindeki bir sözcüğü, aynı gönderime, ancak farklı bir duyuma sahip başka bir sözcükle değiştirdiğimizde, bunun, önermenin gönderimi üzerinde hiçbir etkisi olmayacaktır. Ancak şimdi, bu türden bir durumda düşüncenin/idenin değiştiğini görüyoruz; çünkü, örneğin, "Sabah Yıldızı güneş tarafından aydınlatılan bir cisimdir." ifadesinin düşüncesi/idesi, "Akşam Yıldızı güneş tarafından aydınlatılan bir cisimdir." ifadesinden farklıdır. Akşam Yıldızı'nın, Sabah Yıldızı olduğunu bilmeyen biri, bir düşüncenin doğru, diğerinin yanlış olduğunu düşünebilirdi. Öyleyse düşünce, önermenin gönderimi olamaz, daha çok onu duyum olarak kabul etmek durumundayız. Peki, gönderimle ilgili durum nedir? Bunu sorgulayabilir miyiz acaba? Bir bütün olarak bir önermenin sadece duyumu olup, bir gönderimi yok mudur? En

5. Düşünce altında, düşünmenin öznel eylemini değil, birçok kişinin ortak mülkiyeti olma yetisine sahip, objektif içeriğini anlıyorum.

azından bu türden önermelerin olduğu söylenebilir, tıpkı sadece bir duyuma sahip olan, ancak hiçbir gönderimi olmayan önermelerin olduğu gibi. Gönderimsiz özel isimler içeren önermeler, bu türdendir. "Odysseus, derin bir uykudayken Ithaka'da karaya çıkarıldı." önermesi, görünüşe göre bir duyuma sahiptir. Önerme içinde geçen "Odysseus" isminin bir gönderiminin olup olmadığı şüpheli olduğundan, (dolayısıyla) bütün cümlenin bir gönderime sahip olup olmadığı da şüphelidir. Kesin olan ise, önermeyi, ciddi anlamda doğru ya da yanlış olarak algılayan herhangi birinin, "Odysseus" ismine sadece bir gönderim değil, aynı zamanda bir duyum yüklemesidir; çünkü yüklem, bu ismin gönderimine yüklenir veya yüklenmez. Bir gönderimi kabul etmeyen kimse, buna ne bir yüklem yükleyebilir ne de yükleyemez. Ancak, ismin gönderimine kadar inmek gereksiz olurdu; şayet düşüncede durmak isteniyorsa, duyumla yetinilebilir. Sadece önermenin duyumu, düşüncesi/idesi önemli olsaydı, bu durumda bir önermenin gönderimi üzerinde durmak, gereksiz olurdu; önermenin duyumu bağlamında, bu bölümün gönderimi değil, sadece duyumu önemlidir. "Odysseus" isminin bir gönderimi olsun ya da olmasın, düşünce/ide aynıdır. Aslında, bir önermenin bir bölümünün gönderimiyle ilgileniyor olmamız gerçeği, genel olarak cümlenin kendisi için bir gönderim gördüğümüz ve bunu beklediğimizin bir göstergesidir. Düşünce, bileşenlerinin birinde gönderimin eksik olduğunu fark ettiğimiz anda, bizim için değersiz olur. Öyleyse, bir önermenin duyumuyla yetinmeyip, aynı zamanda onun gönderimini de irdeleme konusunda haklıyız. Fakat, neden her özel ismin, sadece duyum değil, gönderime sahip olduğunu düşünüyoruz? Neden, düşünce/ide bizim için yeterli gelmiyor? Çünkü ve de olabildiği kadarıyla, onun doğruluk değeriyle ilgileniyoruz. Bu durum, her zaman söz konusu değildir. Örneğin bir destanı (*epos*) dinlerken, dilin ahenginin yanı sıra, başlıbaşına cümlelerin duyumu ve onların uyandırdığı düşünce ve duygular bizi cezbeder. Doğrunun irdelenişiyle birlikte, sanattan zevk almayı bırakıp, bilimsel bir yaklaşıma yönelirdik. Bu nedenle, edebiyatı bir sanat olarak kabul ettiğimiz sürece, örneğin "Odysseus" isminin, bir gönderime sahip olup

olmaması umurumuzda bile değildir.[6] Dolayısıyla, bizi her yerde duyumdan gönderime sürükleyen şey, doğrunun peşinde koşmanın kendisidir.

Bir önermede, bileşenlerin gönderiminin önemli olduğu zamanlar, daima bir gönderimin aranması gerektiğini gördük; ve bu her zaman ve sadece doğruluk değerini irdelediğimizde söz konusudur.

Böylece, bir önermenin doğruluk değerini, gönderimi olarak görmek durumunda bırakılırız. Bir önermenin doğruluk değerinden, doğru ya da yanlış olduğunu anlıyorum. Bundan başka doğruluk değeri yoktur. Kısacası, birini doğru olan, diğerini yanlış olan şeklinde adlandırıyorum. Buna göre, sözcüklerin gönderiminin önemli olduğu her bildirim cümlesinde, bu nedenle doğru bir özel ismin, özellikle de, eğer varsa gönderimi, ya doğru ya da yanlış olarak algılanmalıdır. Bu iki durum, sessiz sedasız yargılayan, herhangi bir şeyi doğru kabul eden, bir bakıma şüpheci bir kişi de dahil olmak üzere, herkes tarafından kabul edilmektedir. Doğruluk değerlerinin nesneler olarak tanımlanması, burada biraz keyfî bir yaklaşım ve hatta derinlemesine çıkarımlarda bulunulmaması gereken, bir kelime oyunu gibi görünebilir. Bir nesne dediğim şey, sadece kavram ve bağıntı ile ilgili olarak daha detaylı irdelenebilir. Bunu, başka bir makaleye bırakmak istiyorum. Ancak her yargıda[7], –normal gibi görünse de– (nesnel) gönderimlerin düzeyinden, düşüncelerin düzeyine atılan adımın gerçekleştiği, buradan açıkça anlaşılmış olmalıdır.

Düşüncenin/idenin doğrulukla olan bağıntısını, duyumun gönderimle olan bağıntısı değil, aksine öznenin yüklemle olan bağıntısı şeklinde görmek isteği, daha cazip gelebilir. Bu bağlamda, şu açıkça söylenebilir: "5'in bir asal sayı olduğu düşüncesi, doğrudur." Ancak (daha)

---

6. Sadece anlamı olan imler için özel bir ifadeye sahip olma, arzu edilebilir olsa iyi olurdu. Bu tür ifadeleri şayet imajlar olarak adlandırsaydık, o zaman, örneğin bir oyuncunun sahnedeki sözleri imaj, hatta oyuncunun kendisinin bir imajı olurdu.
7. Benim açımdan bir yargı, bir düşüncenin salt kavranması değil, gerçeğinin tanınmasıdır.

yakından bakıldığında, aslında bununla, "5, bir asal sayıdır." şeklindeki, yalın bir cümleden daha fazlasının söylenmediği görülecektir. Doğruluğun bildirimi, her iki durumda da, bildirim cümlesinin biçiminde yatmaktadır ve bildirimin o özel etkisine sahip olmadığı yerde, örneğin sahnede bir aktör ağızından çıkan "5'in bir asal sayı olduğu düşüncesi, doğrudur." önermesi, sadece bir düşünceyi, özellikle de yalın bir şekilde dile getirilen "5, bir asal sayıdır." önermesiyle, aynı düşünceyi içerir. Bu durumdan, düşüncenin/idenin doğruluk ile olan bağıntısının, öznenin yüklemle olan bağıntısıyla karşılaştırılmaması sonucu çıkarılmalıdır. Özne ve yüklem, (mantıksal olarak bakıldığında) düşüncenin bileşenleridir; tanıma/biliş ile aynı düzeyde durmaktadırlar. Özne ve yüklemin bir araya getirilişiyle, asla bir duyumdan onun gönderimine, asla bir düşünceden onun doğruluk değerine değil, her zaman bir düşünceye ulaşılır. Aynı düzeyde hareket edilir, ancak bir düzeyden diğerine geçilmez. Bir doğruluk değeri, bir düşüncenin öğesi/bileşeni olamaz; tıpkı güneş gibi, çünkü güneş, bir duyum değil, aksine bir nesnedir.

Eğer, bir önermenin gönderiminin, önermenin doğruluk değeri olduğu varsayımımız doğruysa, o zaman bu değer, başka bir önerme öğesiyle, aynı gönderime, ancak farklı bir duyuma sahip bir başka ifadeyle değiştirildiğinde, aynı kalmalıdır. Gerçekten de durum budur. Leibniz bunu şöyle açıklıyor: "*Eadem sunt, quae sibi mutuo substitui possunt, salva veritate.*"* Öğelerin gönderimlerinin önemli olduğu ve belirtilen biçimde yerine geçmesi durumunda değişmeden kalan, genel olarak cümleye ait olanda, doğruluk değerinden başka ne bulunabilir?

Buna göre şimdi, bir önermenin doğruluk değeri onun gönderimiyse, o zaman bir taraftan bütün doğru, diğer taraftan da bütün yanlış önermeler aynı gönderime sahiptir. Bundan, önermenin gönderiminde her bir öğenin net/açık olmadığını görüyoruz. Bu nedenle bizim için, asla bir önermenin gönderimi tek başına önemli olamaz; ancak, aynı za-

---

* "Başka bir şeyle karşılanabilen, gerçeğinin aynısını karşılayabilir mi?" (çev.n.)

manda salt düşünce de herhangi bir bilgi sunmaz, aksine düşünce, sadece gönderimle birlikte, bir bakıma onun gerçek değeriyle bilgi verir. Yargı, bir düşünceden, onun doğruluk değerine doğru adım atma olarak algılanabilir. Elbette bu, bir tanımlama değildir. Yargılama, eşsiz ve benzersiz bir şeydir. Yargılamanın, doğruluk değerinin içindeki öğelerin/bileşenlerin ayırt edilmesi olduğu da söylenebilir. Bu ayrım, düşünceye geri dönüşle gerçekleşir. Bir doğruluk değerine ait olan her bir duyum, kendine özgü bir ayrıştırmaya karşılık gelecektir. Bu arada, "öğe/bileşen" kelimesini özel bir şekilde kullandım. Kelimenin kendisi bir önermenin öğesi olduğuna göre, bir kelimenin gönderimini, bir önermenin gönderiminin öğesi şeklinde tanımlayarak, önermenin bütününün ve öğelerinin bağıntısını, gönderimine aktardım; bu, elbette tartışılabilecek bir yaklaşımdır, çünkü bütün ve bir öğe/bileşen tarafından oluşturulan gönderiminde, biri diğerini belirlememiştir, ayrıca, bütüncül cisimlerde öğe/bileşen sözcüğü başka anlamda kullanılır. Bunun için kendine özgü, ayrı bir ifade oluşturulmalıdır.

Aşağıda, bir cümlenin doğruluk değerinin, önermenin gönderimi olduğu varsayımı üzerinde durulacaktır. Bir önermenin doğruluk değerinin, önerme içindeki bir ifadeyi, bir eşdeğeriyle değiştirdiğimizde, aynı kaldığını bulmuştuk; ancak değiştirilecek ifadenin kendisinin bir önerme olduğu konusunu, henüz ele almadık. Buna göre, şayet görüşümüz doğruysa, o zaman, önermenin ilgili bir bölümünü, doğruluk değeri aynı olan bir başka bölümle değiştirdiğimizde, bölüm olarak başka bir şey içeren önermenin doğruluk değeri aynı kalmalıdır. Ancak önermenin bütünü veya parçası, dolaysız ya da dolaylı ifade edilmesi durumunda, istisnalar beklenebilir; çünkü gördüğümüz gibi, bu durumda sözcüklerin gönderimi alışıldık biçimde değildir. Dolaysız ifadedeki bir önerme yine bir önermedir, dolaylı ifadede ise bir düşünce anlamındadır.

Dolayısıyla, yan önermelerin gönderimlerine yönlendiririliriz. Bunlar, bir önerme bütününün eklentileri, mantıksal bakış açısıyla bakıldığında, aynı şekilde bir cümle ve hatta ana cümle biçiminde karşılaşıla-

bilecek, cümle yapısının bileşenleri/öğeleri olarak ortaya çıkarlar. Fakat burada, gönderimlerinin bir doğruluk değeri olduğu değerlendirmesinin, yan cümleler için de geçerli olup olmadığı sorusuyla karşı karşıya kalırız. Dolaysız ifade bağlamında, zaten tam tersini biliyoruz. Dilbilgisi uzmanları, yan cümleleri, cümle bölümlerinin temsilcisi olarak görürler ve bu doğrultuda bunları, isim, sıfat ve zarf cümleleri şeklinde ayırırlar. Buradan, bir yan cümlenin gönderiminin, bir doğruluk değeri değil, aksine isim sözcüğü ya da sıfat ya da zarf ile aynı türden olduğu, kısaca, bir duyum olarak herhangi bir düşünce değil, sadece bu türden bir şeyin öğesini barındırdığı varsayımını çıkarabiliriz. Sadece daha detaylı bir inceleme, buna açıklık getirebilir. Bununla ilgili olarak, dilbilgisel kılavuza kesinlikle sadık kalmayacağız, aksine mantıksal olarak benzer türden olanı bir araya getireceğiz. İlk etapta, yukarıda da varsaydığımız gibi, yan cümlenin duyumunun bağımsız bir düşünce/ide olmadığı örnekleri bulmakla başlayalım.

"Ki" (dass*) ile devam eden soyut isim cümlelerine, içinde normalde duyumu olanla örtüşen sözcüklerin dolaylı gönderimlerini gördüğümüz, dolaysız ifadeler de dahildir. Böyle bir durumda, gönderim olarak yan cümlenin doğruluk değeri yoktur, sadece bir düşünceye/ideye, bir bakıma duyum olarak herhangi bir düşünceye değil, aksine tüm cümle yapısının düşüncesinin sadece bir parçası olan, "düşüncesi ki..." (ifadesindeki gibi) kelimelerinin duyumuna sahiptir. Bu ifade, "söylemek" (sagen), "duymak" (dinlemek), "düşünmek/görüşünde olmak" (meinen), "ikna olmak" (überzeugt sein), "sonucuna varmak" (schliessen) ve benzer kelimelerden sonra gelir.[8] Farklı, hatta oldukça karmaşık bir şekilde

---

* "dass" ifadesi yan cümlelerde, "-ki", "-öyle ki", "-için" ya da "-diye" gibi anlamlarda kullanılır ve yan cümleyi ana/esas cümleye bağlar ya da onun açıklanmasına yardımcı olur. (çev.n.)

8. "*A*, *B*'yi gördüğü konusunda, yalan söyledi." cümlesinde, yan cümle, ilkin *A*'nın söylediklerinin gerçek olduğunu öne sürdüğü, ikinci olarak ise *A*'nın yalanından emin olduğu şeklinde bir düşünceyi ifade eder.

ise, "algılamak/görmek" (erkennen), "bilmek" (wissen), "sanmak/tahmin etmek" (waehnen) gibi, daha ileride ele alınacak olan sözcüklerin sonrasında karşımıza çıkar.

Bizim ele aldığımız durumlarda, yan cümlenin gönderiminin gerçekten de düşüncenin kendisi olduğu, bu düşüncenin doğru ya da yanlış olup olmadığının ise bütün açısından önemli olmadığı anlaşılmaktadır. Bu bağlamda, şu iki önerme karşılaştırılabilir: "Copernicus (Kopernik), gezegenlerin yörüngelerinin daireler olduğuna inanıyordu." ve "Copernicus, güneşin görünen deviniminin yeryüzünün gerçek devinimi tarafından ortaya çıkarıldığına inanıyordu." Burada, doğruluğa zarar vermeden, bir yan cümle diğeri için kullanılabilir. Yan cümleyle birlikte ana cümle, duyum olarak sadece tek bir düşünceye sahiptir ve bütünün doğruluğu, yan cümlenin ne doğruluğunu ne de yanlışlığını içerir. Bu gibi durumlarda, yan cümle, aynı alışıldık gönderimi olan ifadeyle değiştirilemez, aksine sadece aynı dolaylı gönderimi, yani aynı duyumu olan bir ifadenin yerine geçmesine izin verilir. Biri: bir önermenin gönderimi, onun doğruluk değeri değildir, "çünkü, o zaman onu her yerde, aynı doğruluk değerine sahip olanla değiştirmek mümkün" şeklinde bir sonuca varmak istediğinde, çok daha fazlasını kanıtlamış olacaktır; Aynı şekilde, "Sabah Yıldızı" sözcüklerinin gönderiminin Venüs olmadığı öne sürülebilir; çünkü, her yerde "Sabah Yıldızı" için "Venüs" denilmemelidir/denilmese gerek. Haklı olarak önermenin gönderiminin her zaman doğruluk değeri olmadığı ve "Sabah Yıldızı"nın her zaman, özellikle de bu sözcük dolaylı bir gönderime sahipse, Venüs gezegeni anlamına gelmediği sonucu çıkarılabilir. Bu türden bir özel durum, yukarıda belirtilen, gönderimleri bir düşünce/ide olan yan cümlelerde bulunmaktadır.

"Öyle görünüyor (ki)" dendiğinde, "bana öyle geliyor ki..." ya da "demek istediğim/görüşüm şu ki...", kastedilir. Görüldüğü gibi, aynı konuyla karşı karşıyayız. Benzer durum, "sevinmek" (sich freuen) "üzülmek/pişman olmak" (bedauern), "doğru bulmak/uygun görnek" (bil-

ligen), "azarlamak/kusur bulmak/eleştirmek" (tadeln), "umutlanmak" (hoffen), "korkmak" (fürchten) gibi ifadelerde de geçerlidir. Örneğin, Belle-Alliance Savaşı (Waterloo-Savaşı) sonlarına doğru Wellington, Prusyalıların gelişine sevinseydi, onun bu sevincinin nedeni bir inanç olurdu. Yanılmış olsaydı, sanrısı devam ettiği sürece, çok da memnun olmazdı, ancak, gerçekten de Prusyalıların yaklaşıyor olmasına rağmen, Prusyalıların geleceğini kanıksamadan önce, (buna) sevinemezdi.

Bir kanı ya da inanç, nasıl bir duygunun sebebi ise, aynı zamanda sonuç çıkarmadaki gibi, bir kanıksamanın nedeni de olabilir. "Kolomb (Kolombus), dünyanın yuvarlak oluşundan, batıya doğru ilerlediğinde Hindistan'a ulaşabileceği sonucunu çıkardı." önermesinden, bölümlerin gönderimleri olarak elimizde iki düşünce bulunmaktadır: Dünyanın yuvarlak olduğu ve Kolomb'un batıya doğru ilerleyerek Hindistan'a ulaşabileceği. Burada önemli olan tek şey, Kolomb'un hem birincisine hem de ikincisine kanı getirmiş olası ve bir kanının diğerinin nedeni olmasıydı. Dünyanın gerçekten yuvarlak olup olmadığı ve Kolomb'un batıya ilerlemesiyle, gerçekten, kendisinin de düşündüğü gibi, Hindistan'a ulaşıp ulaşmadığı, önermemizin doğruluğu açısından önemli değildir; ancak "dünya" yerine, "kendi çapının dörtte birlik bölümünden daha büyük olan bir ayın eşlik ettiği gezegen" şeklinde bir ifadeyi koyup koymamanız önemlidir. Burada karşımızda yine, sözcüklerin dolaylı gönderimi bulunmaktadır.

Amaç belirten, "için/dolayısıyla" ile oluşturulmuş zarf cümleleri de buraya dahildirler: çünkü, görüldüğü kadarıyla amaç, bir düşüncedir; bu nedenle de: sözcüklerin dolaylı gönderimleri, istem-kipi olarak ortaya çıkarlar.

"Emir vermek" (befehlen), "rica etmek" (bitten), "yasaklamak" (verbieten) sözcüklerinin ardından getirilen "ki" (dass) ile oluşturulmuş yan cümleler, dolaysız ifadede, emir kipi (imperativ) olarak görülürdü. Emir kipinin gönderimi yoktur, aksine sadece bir duyumu vardır. Gerçi bir emir ve istek, düşünce değildirler, ancak düşüncelerle ay-

nı düzeydedirler. Bu nedenle, "emir vermek", "rica etmek" ve benzerlerine bağlı yan cümlelerde sözcükler, dolaylı gönderime sahiptirler. Buna göre, bu tür bir önermenin gönderimi, bir doğruluk değeri değil, aksine, benzerleri gibi bir emir, bir ricadır.

Benzer şekilde, "emin olmamak/şüphe" (zweifeln ob) veya "ne olduğunu bilmeme" (nicht wissen was) gibi ifadelerdeki bağımlı soruda da, aynı durum söz konusudur. Burada da sözcüklerin, dolaylı gönderimleriyle ele alınmaları gerektiği kolayca görülebilmektedir. "Kim" (wer), "ne" (was), "nerede" (wo), "ne zaman" (wann), "nasıl" (wie), "neyle/ne tarafından" (wodurch) vb. ile bağlantılı soru cümleleri, bazen sözcüklerin, sıradan gönderimlere sahip oldukları zarf cümlelerine benzer görünmektedirler. Dilsel olarak bu durumlar, fiilin tarzına göre değişir. İstek kipinde, sözcüklerin bağımlı sorusu ve dolaylı gönderimleriyle karşı karşıyayız, dolayısıyla özel bir isim, genel olarak aynı nesne türünden bir başkasıyla değiştirilemez.

Buraya kadar ele alınan durumlarda, yan cümlelerdeki sözcüklerin dolaylı gönderimleri vardı ve buna göre, yan cümlenin kendi gönderiminin de dolaylı olduğu açıktır; diğer bir deyişle bir doğruluk değil, aksine bir düşünce, bir emir, bir istek, bir soru oldukları görüşü açıklık kazanmıştır. Yan cümle, isim sözcüğü olarak algılanabilir, evet, hatta şöyle denilebilir: yan cümle, cümle yapısının bağlamına dahil edildiği şekilde, herhangi bir düşüncenin, bir emrin vs. özel ismidir.

Şimdi kelimelerin, duyum olarak bir düşünce, gönderim olarak bir doğruluk değeri şeklinde ortaya çıkmadıkları, sıradan gönderimlerinin olduğu başka yan cümlelere geliyoruz. Bunun nasıl mümkün olduğu ise, örneklerle en iyi şekilde açıklanabilir.

"Gezegenlerin yörüngelerinin eliptik yapısını keşfeden kişi, sefalet içinde öldü."

Eğer yan cümle burada duyum olarak bir düşünce/ide taşıyor olsaydı, bunu bir ana cümlede de ifade etmek mümkün olurdu. An-

cak bu mümkün değildir, çünkü dilbilgisel olarak dile getirilen, "o/kişi" (der*), bağımsız bir duyuma sahip değildir, aksine "sefalet içinde öldü" şeklindeki yan cümleyle olan bağıntıya aracılık eder. Bu nedenle, yan cümlenin duyumu, bütüncül bir düşünce ve gönderimi bir doğruluk değeri değildir, aksine Kepler'dir. Bütünün duyumunun, yine de kısmen bir düşünceyi barındırdığı itirazı yapılabilir; bir bakıma, gezegenlerin yörüngelerinin eliptik yapısını ilk gören birinin olduğu düşüncesini barındırdığı söylenebilir, çünkü tümünün doğru olduğunu düşünen, bu kısmı değilleyemez. Sonuncu ifade şüphe götürmez; çünkü aksi hâlde, "gezegenlerin yörüngelerinin eliptik yapısını keşfeden kişi" şeklindeki yan cümlenin hiçbir gönderimi olmazdı. Bir şeyler ileri sürüldüğünde, kullanılan yalın ya da bileşik özel isimlerin bir gönderimi olduğu varsayımı, her zaman doğal bir durumdur. Dolayısıyla, şayet "Kepler sefalet içinde öldü." deniliyorsa, o zaman "Kepler" isminin bir şey ifade ettiği varsayılır; fakat, özellikle bu nedenle, "Kepler sefalet içinde öldü." önermesinin duyumunda, "Kepler" isminin bir şey içerdiği düşüncesi bulunmamaktadır. Eğer durum böyle olsaydı, değilleme,

> "Kepler sefalet içinde ölmedi." şeklinde değil, aksine
>
> "Kepler sefalet içinde ölmedi ya da 'Kepler' ismi anlamsızdır." olmalıydı.
>
> "Kepler" isminin bir şey ifade etmesi, daha çok, hem
>
> "Kepler sefalet içinde öldü." savının hem de tersi durumunun varsayımıdır. Dillerin, dilbilgisel biçimlerine göre, bir nesneyi tanımladıkları, ancak bunların özel durumlarda, bir cümlenin doğrulu-

---

* Almancada "der", tek başına bir tanımlık edatı olarak eril cinsiyete sahip isimleri karşılamak için kullanıldığı gibi, açıklayıcı ("der, die, das" ile başlayan) yan cümlelerde/ilgi cümlelerinde ana cümlede geçen özneyle bağıntı kurmak için kullanılır. (çev.n.)

ğuna bağlı oldukları için, ulaşmadıkları ifadelerin mümkün olması gibi bir kusurları vardır. Buna göre,

"gezegenlerin yörüngelerinin eliptik yapısını keşfeden"

şeklindeki, gerçekte anlamsız olan yan cümlenin, gerçekten bir nesneyi tanımlayıp tanımlamadığı ya da sadece görünürde öyle olup olmadığı,

"gezegenlerin yörüngelerinin eliptik yapısını keşfeden biri vardı"

önermesinin doğruluğuna bağlıdır. Dolayısıyla, yan cümlemizin duyumunun bir öğesi olarak, sanki gezegenlerin yörüngelerinin eliptik yapısını keşfeden bir kişi varmış gibi bir düşünceyi barındırıyormuş gibi görünebilir. Bu doğru olsaydı, değilleme şu şekilde olurdu:

"Gezegenlerin yörüngelerinin eliptik yapısını ilk olarak keşfeden kişi, sefalet içinde ölmemişti ya da gezegenlerin yörüngelerinin eliptik yapısını keşfeden biri yoktu."

Bu durum, aynı zamanda analizin simgesel dilinin de tamamen bağımsız olmadığı, dilin eksik oluşuna dayanmaktadır; burada da, bir şeyi ifade ettikleri görüntüsü veren, ancak, en azından anlamsız olan, örneğin ıraksak sonsuz dizinler gibi, sembolik bileşikler ortaya çıkabilir. Bundan/bu durumdan, örneğin ıraksak sonsuz dizilerin 0 sayısını göstermesi gerektiği gibi, özel bir şartla kaçınılabilir. Mantıksal olarak eksiksiz bir dilden (örneğin *Kavram-Yazısı/Begriffsschrift* gibi), her bir ifadede, daha önce kullanıma sürülmüş imlerden, dilbilgisel olarak doğru biçimde oluşturulmuş bir özel ismin gerçekten de bir nesneyi tanımladığı ve herhangi bir şekilde bir gönderimi kesinleştirmeden, hiçbir yeni imin özel isim olarak kullanılmaması istenmelidir. Mantık yazılarında, ifadelerin çok anlamlılığı ve bunların mantıksal hataların kaynağı oldukları konusunda uyarılar yapılır. Hiçbir gönderimi olmayan, görünürde özel isimlerle ilgili uyarıları da, en az yukarıda dile getirilen kadar, yerinde olduğunu düşünüyorum. Matematik tarihi, bunlardan do-

ğan hataları göstermektedir. Demagojik taciz bu duruma aynı derecede yakın, hatta belki de çok anlamlı sözcüklerden daha da yakındır. "Halkın istenci" ifadesi buna bir örnek olarak gösterilebilir; çünkü bu ifadenin, en azından genel olarak kabul edilen bir gönderimi olmadığının anlaşılması kolaydır. Bu nedenle, bu hataların kaynağını, en azından bilim bağlamında, sonsuza kadar bertaraf etmek önemlidir. İşte o zaman yukarıdaki gibi tartışılan itirazlar, olanaksız hâle gelir, çünkü o zaman bir özel ismin gönderiminin olup olmadığı, asla bir düşüncenin doğruluğuna bağlı olamaz.

Bu isim cümlelerine, mantıksal olarak bunlarla ilgili olan, sıfat (appozisyon) ve zarf türünden cümleleri ekleyebiliriz.

Tek başlarına isim cümleleri gibi, yeterli olmasalar bile sıfat cümleleri de birleşik özel isimler oluşturmada kullanılırlar. Bu sıfat cümleleri, sıfatlarla eşdeğer görülmelidir. "0'dan küçük olan 4'ün karekökü" yerine, "4'ün negatif karekökü" de denebilir. Burada, bir kavram ifadesinden, belirli tanımlık edatı (artikel) yardımı ile, tekil hâlde bir birleşik özel ismin oluşturulması durumuyla karşı kaşıyayız ki bu, bir nesne ve sadece tek bir nesne kavrama dahil olduğunda olanaklıdır.[9] Kavram tanımlamaları sadece, "0'dan küçük olan" önermesiyle sunduğumuz örneğimizde olduğu gibi, niteliklerin sıfat cümleleriyle belirtilmesi sayesinde oluşturulabilir. Böyle bir sıfat cümlesinin, daha önceki isim cümlesinde olduğu gibi, bir bakıma isim cümlesinin duyumu olarak bir düşünceye gönderim şeklinde sahip olamayacağı, ancak bazı durumlarda tek bir sıfatla bile ifade edilebilecek bir düşüncenin/idenin, yalnızca bir kısmına duyum denebileceği şeklindeki yaklaşım anlaşılır gelmektedir. Burada da, tıpkı yukarıda değinilen isim cümlelerinde olduğu gibi, ba-

9. Yukarıda söylenenlerden, böyle bir ifadeye aslında özel belirlemeyle her zaman bir gönderim verilmelidir, örneğin belirlenişi gereği 0 sayısının gönderimi olarak kabul edilmesi gibi, şayet herhangi bir nesne yoksa ya da birden fazla nesnenin aynı kavram altına düşmesi durumundaki gibi.

ğımsız bir özne ve bu nedenle de, yan cümlenin duymunu, bağımsız bir ana cümlede aktarabilme olasılığı yoktur.

Yerler, zamanlar, dönemler, mantıksal olarak bakıldığında, nesnelerdir; bununla beraber, belirli bir yerin, belirli bir anın veya zaman diliminin dilsel tanımı, özel bir isim olarak ele alınmalıdır. Yer ve zaman zarf cümleleri, isim ve sıfat cümlelerinde gördüğümüz gibi, benzer bir şekilde, bu türden bir özel ismi oluşturmak için kullanılabilir. Benzer şekilde, yerleri içeren kavramlar oluşturulabilir. Burada da yine, bu yan cümlelerin duyumunun bir ana cümlede yeniden üretilemeyeceği dikkate alınmalıdır, çünkü temel bir bileşen, yani, sadece bir ilgi zamiri (relativpronomen) veya bağlaç (fügewort) ile belirtilen yer ya da zaman saptaması eksiktir.[10]

Şart cümlelerinde, biraz önce isim, sıfat ve zarf cümlelerinde gördüğümüz gibi, ardından gelen yan cümlede, bu türden bir yapının belirsiz bir görüntüsünü veren bir bileşen olduğu varsayılmalıdır. Bunlar,

---

10. Bu arada, bu cümlelerde hafif farklı görüşler olasıdır. "Schleswig-Holstein Danimarka'dan koparıldıktan sonra, Prusya ve Avusturya ikiye bölündü." cümlesinin anlamını, "Schleswig-Holstein'ın Danimarka'dan koparılmasının ardından, Prusya ve Avusturya ikiye bölündü." şeklinde yeniden aktarabiliriz. Bu ifade şeklinde, bu anlamda, Schleswig-Holstein'ın bir zamanlar Danimarka'dan koparılmış olduğu duyumunun bir parçasının, düşünce olmadığı, aksine bunun sadece "Schleswig-Holstein'ın Danimarka'dan koparılmasının ardından" ifadesinin bir gönderimine sahip olduğunun gerekli şartı olduğu, yeterince açıktır. Elbette cümlemiz, bir zamanlar Schleswig-Holstein Danimarka'dan koparıldı şekilde de anlaşılabilir. Bu durumda, daha sonraları irdelenecek olan bir durumla karşı karşıya kalırız. Aradaki farkı daha açık görebilmek adına kendimizi, Avrupa tarihi hakkındaki kısıtlı bilgisi nedeniyle, bir zamanlar Schleswig-Holstein'ın Danimarka'dan koparıldığı bilgisinin yanlış olduğunu düşünen bir Çinlinin yerine koyalım. Bu kişi, cümlemizin ilk şeklinin, ne doğru ne de yanlış olduğunu kabul edecek, herhangi bir gönderimin olduğunu reddedecektir, çünkü yan cümlede bu türden bir gönderim yoktur ona göre. Bu sadece görünürde bir zaman saptamasını verirdi. Öte yandan, eğer cümlemizi, ikinci versiyonuyla algılarsa, içinde yanlış olduğunu düşündüğü bir düşüncenin, kendisi açısından anlamsız olan bir parçanın yanında olduğunu düşünecektir.

birbirine işaret ederek, genellikle tek bir düşünceyi ifade eden iki cümleyi, bir bütün hâlinde birleştirirler. Buna göre;

> "Bir sayı, 1'den küçükse ve 0'dan büyükse, onun karesi 1'den küçük ve 0'dan büyüktür."

önermesinde bu bileşen, şartlı cümlede "bir sayı" ve devamındaki yan cümlede "onun"dur. İşte bu belirsizlik nedeniyle, bir kuraldan beklenilen genelliği, bir duyum elde eder. Bu sayede, aynı zamanda şart cümlesinin tek başına duyum olarak tam bir düşünceye sahip olmamasının ve ardından gelen (ardıl cümle) yan cümleyle birlikte bir düşünceyi, özellikle de, bölümleri artık düşünceler olmayan tek bir düşünceyi ifade etmesi tetiklenir. Normalde, varsayımsal yargıda, iki yargının karşılıklı birbiriyle bağdaştırılması yanlıştır. Şayet şöyle ya da benzer şeklinde dile getirildiğinde, "yargı" sözcüğününü, "düşünce" söcüğüyle bağdaştırdığım aynı duyumla kullanılmış olur ki bunun için şunu söyleyebilirdim: "Varsayımsal bir düşüncede, iki düşünce birbiriyle bağdaştırılır." Bu, ancak belirsiz bir imalı bileşenin eksik olması durumunda doğru olabilirdi[11]; fakat o zaman da herhangi bir genellik olmazdı.

Şart cümlesinde ve yan cümlede, bir zamanın belirsiz bir şekilde belirtilmesi gerektiğinde, bu, sıklıkla, bu gibi durumlarda aynı anda şimdiki zamanı belirtmeyen fiilin, şimdiki zamanda (geniş zaman) çekimiyle (tempus praesens) gerçekleşir. Bu durumda, dilbilgisel biçim ana ve yan cümlede, belirsiz bir şekilde ima eden öğedir. "Güneş, Yengeç burcunda olduğunda, Kuzey yarım kürede en uzun günü yaşarız." önermesi, bunun bir örneğidir. Yine burada da, yan cümlenin duyumunu, ana cümlede ifade etmek imkânsızdır, çünkü bu duyum, bütüncül bir düşünce değildir; çünkü "Güneş, Yengeç burcunda bulunuyor." dediğimizde, bunu şimdiki zamana yönlendirmiş ve böylece anlanını değiştirmiş olurduk. Aynı şekilde ana cümlenin duyumu da, bir düşünce/ide değil-

11. Bazen açık bir dilsel ipucu eksiktir ve tüm bağlamdan algılanması gerekir.

dir; sadece ana ve yan cümleden oluşan bütünü ifade eden bir şey içerir. Bu arada, şart cümlesi ve yan cümlede birkaç ortak bileşen, belirsiz olarak gösterilebilir.

"Kim", "ne" ile yapılan isim cümleleri ve "nerede", "ne zaman", "her nerdeyse/nerede olursa", "ne zaman olursa" ile yapılan zarf cümlelerinin, sıklıkla şart cümleleri olarak algılanmaları gerektiği açık gibidir; örneğin: "Zifte bulaşan, kendini kirletir."* deyiminde olduğu gibi.

Sıfat cümleleri de, şart cümlelerini temsil edebilirler. Böylece, daha önce dile getirdiğimiz cümlemizin duyumunu, "Karesi 1'den küçük ve 0'dan büyük olan bir sayı, 1'den küçük ve 0'dan büyüktür." şeklinde de ifade edebiliriz.

Ana ve yan cümlenin ortak bileşeni, bir özel isimle betimlendiğinde, durum oldukça değişir. Örneğin;

> "Sağ kanadına yönelik tehlikeyi fark eden Napolyon, muhafız kıtalarını bizzat düşman mevzilerine karşı harekete geçirdi."

cümlesinde, şu iki düşünce dile getirilirmiştir:

1. Napolyon, sağ kanadına yönelik tehlikeyi fark etti;
2. Napolyon, muhafız kıtalarını bizzat düşman mevzilerine karşı harekete geçirdi.

Gerçi bunun, ne zaman ve nerede gerçekleştiği, yalnızca bağlamdan çıkartılabilir. ancak avnı zamanda bununla da belirlendiği kabul

---

* Bu Almanca bir deyimdir: "Wer Pech angreift, besudelt sich." -Kirli işlere katılan herkes kendini kirletir. Bu durumda saldırma (angreifen), dokunma, bir şeye el atma/bulaşma anlamına gelir. Diğer bir deyim ise şöyledir: "Sag mir mit wem Du gehst, lebst oder kommunizierst, so sage ich Dir, wer Du bist! Yürüdüğün, yaşadığın veya iletişim kurduğun kişiyi söyle, sana kim olduğunu söyleyeyim!" Bu, Türkçedeki, "Bana arkadaşını söyle, sana kim olduğunu söyeleyim." deyimiyle örtüşmektedir. (çev.n.)

edilmelidir. Bütün önermemizi, bir öne sürme olarak ifade edersek, aynı zamanda bununla iki yan cümle bölümünü de öne sürmüş oluruz. Bu yan cümle bölümlerinden biri yanlış olduğunda, o zaman hepsi yanlıştır. Burada, yan cümlenin başlı başına (şayet onu, zaman ve yer bilgisiyle tamamladığımızda), duyum olarak bütüncül bir düşünceye sahip olduğu durumuyla karşı karşıyayız. Buna göre, yan cümlenin gönderimi bir doğruluk değeridir. Dolayısıyla, bütünün doğruluğuna zarar vermeksizin, aynı türden gerçeklik değerine sahip bir cümle ile yer değiştirilebilir olmasını bekleyebiliriz. Gerçekte de durum böyledir; ancak, salt dilbilgisel sebepten ötürü, öznesinin "Napolyon" olması gerektiği unutulmamalıdır, çünkü ancak o zaman "Napolyon"a ait bir yan cümle şekline sokulabilir. Fakat, onu bu şekilde görmek için, şartı göz ardı edilir ve aynı zamanda "ve" ile yapılan bir sıralamaya izin verilirse, bu şart ortadan kalkar.

"Her ne kadar" ile yapılan yan cümlelerde de, bütüncül düşünceler ifade edilir. Bu bağlaç sözcüğünün aslında bir duyumu yoktur ve cümlenin duyumunu da değiştirmez, aksine sadece kendine has bir şekilde açıklar.[12] Gerçi, bütünün gerçekliğine zarar vermeden, onay cümlesini, aynı doğruluk değerine sahip bir başkasıyla değiştirebiliriz; ancak açıklama, tıpkı hüzünlü içeriğe sahip bir şarkının, komik bir şekilde söylenmek istenmesi gibi, biraz uygunsuz kaçardı.

Son örneklerde, bütünün doğruluğu, cümle bölümlerinin gerçekliğini kapsamaktaydı. Şayet bir şart cümlesi, sadece ima eden bir bileşen yerine, bir isim ya da buna eşdeğer görülebilecek bir şey ifade ettiğinde durum değişir. Örneğin;

"Eğer güneş yeni doğmuşsa, gökyüzü çok bulutludur."

önermesinde zaman, şimdiki zamandır, yani belirlidir. Ayrıca, yerin de belirlendiği düşünülmelidir. Burada, şart ve yan cümlenin doğruluk de-

12. "Ama/fakat", "ancak"ta da benzer bir durum var.

ğerleri arasında bir bağıntının ortaya koyulduğu, özellikle de, şart cümlesinin doğruyu ve yan cümlenin yanlışı dile getirdiği durumunun gerçekleşmediği söylenebilir. Buna göre, hem güneş henüz doğmadıysa, o zaman gökyüzü şimdi çok bulutlu ya da değildir, hem de güneş doğmuşsa ve gökyüzü çok bulutludur ifadelerinde, önermemiz doğru olur. Burada sadece doğruluk değeri önemli olduğu için, cümle bölümlerinin herbiri, bütünün doğruluk değerini değiştirmeden, aynı gerçek açıklama, çoğu zaman uygun olmazdı: düşünce hafif yavan görünürdü; ancak bunun doğruluk değeriyle bir ilgisi yoktur. Bu arada, aslında her zaman ifade edilmemiş olmalarından dolayı önermenin duyumuna dahil edilmemeleri ve bir bakıma gerçeklik değerleri önemli olmaması gereken yan düşüncelerin de aynı anda yankılandığı, göz önünde bulundurulmalıdır.[13]

Böylece basit durumlar tartışılmış olsun. Burada neyin tespit edildiğine tekrardan bir göz atalım!

Yan cümle, çoğunlukla bir duyum olarak bir düşünceye/ideye sahip değildir, aksine sadece böyle bir düşüncenin/idenin bir parçasıdır ve bunun sonucunda gönderim olarak bir doğruluk değerine sahip değildir. Bunun nedeni, ya yan cümlede sözcüklerin dolaylı gönderimlere sahip olmalarıdır; bu yüzden duyum değil, gönderim, yan cümlenin düşüncesi/idesidir ya da belirsiz bir bileşenden ötürü yan cümlenin eksik olduğu ve ancak ana cümleyle birlikte bir düşünce/ideyi ifade edebileceğidir. Fakat, yan cümlenin duyumunun bütüncül bir düşünce/ide olduğu durumlarla da karşılaşılır ve böyle bir durumda bu, bütünün doğruluğuna zarar vermeden, dilbilgisel bir engel olmadığı sürece, aynı doğruluk değerine sahip bir başka yan cümleyle değiştirilebilir.

Eğer karşılaşılabilecek bütün yan cümlelere bu doğrultuda bakılırsa, bu durumlara çok uymayanlarla da karşılaşılacaktır. Bunun nedeni,

---

13. Cümlemizin düşüncesini/idesini şöyle ifade edebiliriz: "Ya güneş henüz doğmuş değil ya da gökyüzü, çok bulutludur." Bundan bu tür cümle bağıntılarının nasıl algılanması gerektiği görülmektedir.

görebildiğim kadarıyla, bu yan cümlelerin çok basit duyumlara sahip olmamalarıdır. Görünüşe göre, dile getirdiğimiz ana düşünce/ide ile birlikte neredeyse her zaman, ifade edilmeseler de, dinleyicinin de, psikolojik yasalara göre, sözlerimizle ilişkilendirdiği ikincil düşünceyi de dile getiririz. Böylece, neredeyse ana cümlenin kendisi gibi, kendiliğinden bizim sözlerimizle ilişkilendirilmiş göründüklerinden, aynı anda böyle bir ikincil düşünceyi de ifade etmek isteriz. Bu sayede, önermenin duyumu daha da zenginleşir ve cümlelerden daha çok, basit düşüncelerle karşı karşıya kalabiliriz. Bazı durumlarda, cümle bu şekilde anlaşılmalıdır, diğerlerinde ise ikincil düşüncenin, önermenin duyumuna ait olup olmadığı ya da sadece ona eşlik edip etmediği şüpheli olabilir.[14] Böylece, örneğin;

> "Sağ kanadına yönelik tehlikeyi fark eden Napolyon, muhafız kıtalarını bizzat düşman mevzilerine karşı harekete geçirdi."

önermesinde, sadece yukarıda dillendirilen iki düşünce değil, aksine belki de, aynı zamanda tehlikenin fark edilmesinin, muhafız kıtalarını düşman mevzilerine karşı haretkete geçirilmesinin sebebi de olduğu, tespit edilebilir.

Bu düşüncenin, sadece hafifçe andırılıp andırılmadığı ya da gerçekten ifade edilip edilmediğinden, gerçekten de şüphe duyulabilir. Napolyon'un kararının, tehlikenin algılanmasından önce yapılmış olması hâlinde, önermemizin yanlış olup olmayacağı sorusunu düşünelim. Buna rağmen cümlemiz doğru olsaydı, bizim ikincil düşüncemizin, önermemizin duymunun bir parçası olarak algılanmaması gerekirdi. Muhtemelen bunda karar kılınırdı. Aksi hâlde durum, oldukça karmaşık olurdu: o zaman elimizde, önermelerden ziyade, basit düşüncelerimiz olurdu. Şimdi,

"Napolyon, sağ kanadına yönelik tehlikeyi fark etti." önermesini, aynı doğruluk değerine sahip başka bir önermeyle, örneğin;

---

14. Bir önc sürmenin yalan, bir yeminin yalancı bir yemin olup olmadığı sorusu için bu durum önemli olabilir.

"Napolyon, 45 yaşın üzerindeydi."

önermesiyle değiştirdiğimizde, bununla sadece ilk değil, aynı zamanda üçüncü düşüncemiz de değiştirilmiş olurdu ve böylece onun doğruluk değeri de, –bir bakıma, şayet onun (Napolyon'un) yaşı, muhafız kıtalarını düşmana karşı harekete geçirme kararının nedeni değilse–, farklı olurdu. Buradan, bu gibi durumlarda, aynı doğruluk değerlerine sahip önermelerin, neden her zaman birbirlerinin yerine geçemeyecekleri açıkça görülebilir. Önerme, bu gibi bir durumda, başka biriyle bağıntılandırılmasından dolayı, kendisi için olandan daha fazlasını ifade ederdi.

Şimdi, bu tür bir şeyin düzenli olarak karşılaşıldığı durumlara bakalım. Örneğin;

"Bebel, Alsace-Lorraine'in (Elsass-Lothringen) geri verilmesiyle, Fransa'nın intikam isteğinin uyandırılacağını düşünmektedir."

önermesinde, bunlardan biri ana, diğeri de yan cümleye ait olmayan, iki ana düşünce dile getirilir, bir bakıma;

1. Bebel, Alsace-Lorraine'in (Elsass-Lothringen) geri verilmesiyle, Fransa'nın intikam isteğinin uyandırılacağını düşünmektedir;
2. Alsace-Lorraine'in geri verilişiyle, Fransa'nın intikam hissi uyandırılamaz.

İlk düşüncenin ifadesinde, yan cümlenin sözcükleri dolaylı gönderime sahipken, ikinci düşüncenin ifadesindeki aynı sözcükler, sıradan gönderime sahiptirler. Buradan, orijinal önermemizin yapısındaki yan cümlenin aslında farklı gönderimlere sahip çift taraflı algılanması, bir bakıma biri bir düşünce, diğeri ise bir doğruluk değeri şeklinde görülmesi gerektiğini görüyoruz. Doğruluk değeri, yan cümlenin tam gönderimi olmadığı için, bunu basit bir şekilde, aynı doğruluk değerine sahip bir başkasıyla değiştiremeyiz. Benzer bir durumu, "bilmek", "tanımak/görmek", "bilinir" gibi ifadelerinde görürüz.

Sebep bildiren bir cümle ve ilgili olduğu ana cümleyle, cümlelere tek tek uymayan çok sayıda düşünceyi dile getiririz.

Örneğin;

"Buz, özellikle sudan daha hafif olduğu için, su üzerinde yüzer."

önermesinde,

1. Buz özellikle sudan daha hafiftir;
2. Bir şey özellikle sudan daha hafifse, su üzerinde yüzer;
3. buz, su üzerinde yüzer,

düşünceleri/ideleri vardır.

Üçüncü düşünce, ilk ikisinde de yer aldığından, daha fazla ele alınmasına gerek yoktur. Öte yandan, ne birinci ve üçüncü, ne de ikinci ve üçüncü birlikte, önermemizin duyumunu oluşturmaz. Böylece;

"(çünkü) buz özellikle sudan daha hafif olduğundan"

şeklindeki yan cümlemizde, hem ilk düşüncemiz hem de ikinci düşüncemizin bir kısmının dile getirildiği görülür. Dolayısıyla, yan cümlemizi kolayca aynı gerçeklik değerine sahip başka biriyle değiştiremeyeceğimiz ortaya çıkar; çünkü, bu sayede, aynı zamanda ikinci düşüncemiz de değişirdi ve bu durumdan, doğruluk değeri de kolaylıkla etkilenebilirdi.

Benzer durum, şu önerme için de geçerlidir:

"Demir sudan daha hafif olsaydı, (o zaman) su üzerinde yüzerdi."

Burada, demirin sudan daha hafif olmadığına ve sudan özellikle daha hafif olduğu zaman suda yüzen bir şey olduğuna yönelik, iki düşünceye sahibiz. Yan cümle, yine bir düşünceyi ve diğer düşüncenin bir kısmını ifade etmektedir. Daha önceden ele alınmış olan;

"Schleswig-Holstein Danimarka'dan koparıldıktan sonra, Prusya ve Avusturya ikiye bölündü."

cümlesini, zamanın birinde Schleswig-Holstein'ın Danimarka'dan koparıldığı düşüncesinin dile getirilmiş olduğu şekliyle algılarsak, elimizde ilkin bu düşünce, ikinci olarak ise yan cümleyle belirtilmiş, aynı zaman içerisinde, Prusya ve Avusturya'nın ikiye bölündüğü düşüncesi olur. Burada da yan cümle, yine sadece bir düşünceyi değil, aynı zamanda başka düşüncenin bir bölümünü ifade eder. Bu nedenle onu, genel olarak aynı doğruluk değerine sahip bir başkasıyla değiştirmemek gerekir.

Dilde verilen tüm olasılıkları tüketmek, zordur; fakat, tüm cümle yapısının doğruluğuna zarar vermeden, bir başka ve aynı doğruluk değerine sahip bir yan cümleyle temsil etmesinin, her zaman mümkün olmadığının nedenlerini ortaya koymuş olmayı umuyorum. Bunlar:

1. Yan cümlenin, yalnızca bir düşüncenin bir bölümünü ifade ederek, doğruluk değeri anlamına gelmediği;
2. Yan cümlenin gerçi bir doğruluk değerini ifade ettiği, ancak duyumunun, sadece bir düşünceyi değil, aynı zamanda başka bir düşüncenin de bir bölümünü kapsayarak, bununla sınırlı kalmadığıdır.

Birinci durum:

a) Sözcüklerin dolaylı gönderimlerinde,

b) şayet cümlenin bir bölümü, bir isim olmak yerine sadece belirsiz bir şekilde ima ettiğinde,

gerçekleşir.

İkinci durumda yan cümle, çift taraflı ele alınmalıdır, yani birinde sıradan, diğerinde ise dolaylı gönderim olarak; ya da yan cümlenin bir

bölümünün duyumu, aynı zamanda, yan cümlede dolaysız bir şekilde ifade edilmiş olanla birlikte, ana ve yan cümlenin bütüncül duyumunu oluşturan, başka bir düşüncenin yapısal bileşeni olabilir.

Burada, muhtemelen bir yan cümlenin aynı doğruluk değerine sahip bir başkasıyla değiştirilemeyeceği durumları, doğruluk değeri, duyumu bir düşünce olan bir önermenin gönderimidir şeklindeki görüşümüzü çürütecek herhangi bir şey öne çıkmaktadır.

Başlangıç noktamıza dönecek olursak:

Şayet, "$a = a$" ve "$a = b$"nin bilişsel değerini, genellikle farklı bulduysak, bu durum, önermedeki duyumun bilişsel değer açısından, yani onu ifade eden düşüncenin, kendisinden daha az önemli olmayan, onun doğruluk değeri şeklinde gönderimi bağlamında da önemli olduğu gerçeği ile açıklık kazanır. Şimdi, eğer $a = b$ ise, o zaman "b"nin gönderimi, "a" ile aynıdır ve "$a = b$"nin gerçek değeri de, "$a = a$" ile aynıdır. Buna rağmen, "b"nin duyumu, "a"nın duyumundan farklı olabilir ve sonuç olarak "$a = b$"de ifade edilen düşünce, "$a = a$" içinde ifade edilenlerden farklı olabilir; bu durumda her iki önerme, aynı bilişsel değere sahip değildir. Eğer, yukarıdaki gibi "yargı" ile, düşüncenin kendi doğruluk değerine yönelik ilerleyişini anlıyorsak, yargıların farklı olduğunu da söyleyebiliriz.

kavram ve nesne üzerine*



* Frege, Gottlob; "Über Begriff und Gegenstand", *Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Philosophie* (16), 1892, S. 192-205. (Üç Aylık Bilimsel Felsefe Dergisi)

Benno Kerry, ayda bir yayınlanan bu dergideki bakış açısı ve onun sezgisel işlenişiyle ilgili bir dizi makalesinde, çoğu zaman kısmen onaylayarak kısmen de itiraz ederek, benim *Aritmetiğin Temelleri* (*Grundlagen der Arithmetik*) adlı yapıtıma ve diğer yazılarıma değinmiştir. Bu benim sadece hoşuma gidebilir ve ayrıca ben de, sanırım tartıştığı noktaları tekrardan ele alarak, ona verdiğim değeri en iyi bu şekilde gösteribileceğimi düşünüyorum. Bu benim için daha da gerekli gibi görünüyor, çünkü itirazı, kısmen başkaları tarafından da paylaşılabilecek olan kavram hakkındaki yanlış anlaşılmalara dayanıyor ve bu konu zaten, bu özel gerekçenin dışında bile, *Temeller*'imde bana uygunmuş gibi göründüğünden, daha da ayrıntıya girmek için yeterince önemli ve zordur.

"Kavram" sözcüğü, kısmen psikolojik, kısmen mantıksal anlamda, belki de, kısmen ikisinin belirsiz bir bileşiği içinde kullanılır. Var olan bu özgürlük, zaman içinde benimsenen kullanım şeklinin devam ettirilmesi şartı içinde, zaten doğal sınırlarını bulur. Ben ise şimdi, tamamen mantıklı bir kullanımı katı bir şekilde gerçekleştirmeye karar verdim. Şu ya da bunun daha uygun olup olmadığı sorusunu ise, önemsiz olduğunu varsayarak bir kenara bırakmak istiyorum. Özel bir tanımı

hak eden bir şeyin var olduğu fark edildikten sonra, ifade biçimi üzerinde anlaşmak kolay olacaktır.

Bana öyle geliyor ki, Kerry'nin yanlış anlamasının nedeni, benim "kavram" sözcüğünün kullanım biçimini, istemdışı, kendi benimsediği kullanımıyla karıştırmasına dayanıyor. Böylece, benim kullanımımı etkilemeyen, karşıt görüşlerin ortaya çıkması kolaydır.

Kerry, benim kavram tanımım olarak adlandırdığı şeyi kabul etmemektedir. Bu noktada, her şeyden önce açıklamamın, asıl tanım olarak ifade edilmediğine dikkat çekmek isterim. Nasıl bir kimyacıdan, bütün maddeleri ayrıştırması istenemezse, her şeyin tanımlanması da beklenemez. Basit olan, bir bakıma ayrıştırılamaz ve mantıksal olarak basit olan ise, aslında (hiç) tanımlanamaz. Mantıksal olarak basit olan/basitlik, en başta kimyasal elementler gibi önceden verilmemiştir, aksine sadece bilimsel çalışma ile elde edilir. Buna göre, şayet basit bir şey ya da en azından yenisi bulunana kadar basit olarak geçerli olması gereken basit bir şey bulunmuşsa, o zaman bunun için bir tanımın yapılması gerekir, çünkü dil, ilk başta bunu tam olarak karşılıyan bir ifadeye sahip değildir. Mantıksal olarak basit olan için bir ismin kullanımına yönelik bir tanımlama (yapmak) mümkün değildir. O hâlde, kelimenin ne anlama geldiğini anlaşılır kılmak için geriye, okuyucuyu veya dinleyiciyi ipuçlarıyla yönlendirmekten başka bir şey kalmaz.

Kerry, kavram ve nesne arasındaki ayrımı, mutlak olarak geçerli görmek istememektedir. Kerry, bu konuda şöyle demektedir: "Daha önce, kavramsal içerik ile kavramsal nesne arasındaki ilişkinin, belirli anlamda, kendine özgü ve indirgenemez bir yaklaşım olduğu görüşünü dile getirmiştik. Ancak bununla: kavram olma ve nesne olma niteliklerinin birbirini dışladığı yaklaşımı, hiçbir şekilde bağıntılı değildir; son değinilen yaklaşımdan, ilk yaklaşımın sonucu ortaya çıkmaz, tıpkı, baba ile oğul arasındaki ilişkinin daha izlenebilir olmadığı gerçeğinden, ortaya çıkmayacağı, bir bakıma bir kişinin, aynı anda hem baba hem de onun oğlu (elbette, örneğin oğlu olduğu kişinin babası) olamayacağı gibi."

Bu durumu şu benzetmeye bağlayalım! Baba olan, ancak oğul olmayan varlıklar olsa ya da olsaydı, o zaman bu tür varlıklar, oğul olan tüm insanlardan açıkça farklı olurlardı. Burada, benzer bir şey söz konusudur. Kavram, –benim sözcüğü anladığım şekliyle– yüklemlidir.[1] Öte yandan, bir nesne adı, özel bir isim, dilbilgisel bir yüklem olarak kullanılabilecek durumda değildir. Elbette bu durum, yanlış anlaşılmamak adına bir açıklama gerektirir. Bir şey hakkında, örneğin sadece Büyük İskender olduğu, ya da dört sayısı olduğu, ya da Venüs gezegeni olduğu gibi, yeşil olduğu, ya da bir memeli hayvan olduğu ifadesi kullanılamaz mı? Böyle düşünüldüğünde, "-dir" (ist) sözcüğünün kullanımı ayırt edilemez. Son iki örnekte bu, ifade içinde sadece bir biçimbildirimi şeklinde, bir kopula* işlevi görmektedir. Bu nedenle, bazen sadece kişi eki ile gösterilebilir. Örneğin, "bu yaprak yeşildir" ve "bu yaprak yeşillenmektedir" önermeleri, bu bağlamda kıyaslanabilir. Bu doğrultuda, bir ifadenin, bir kavramın altında olduğu ve dilbilgisel bir yüklemin bu kavramı karşıladığını söyleriz. Buna karşın ilk üç örnekte, "-dir" (ist), aritmetikte olduğu gibi, bir denklemi[2] ifade etmek için eşit imi şeklinde kullanır. "Sabah Yıldızı, Venüs'tür." önermesinde, aynı nesne için,

---

1. Bu, bir dilbilgisel yüklemin anlamıdır.

* Bir önermede/cümlede süje (özne) ile predikat (yüklem) arasındaki etkileşimi sağlayan unsurdur, bağdır. Örneğin: "Gökyüzü mavidir." cümlesindeki "-dir", bir kopuladır: -koşaçtır. Koşaç: yüklemi özneye bağlayan ögedir. Türkçede ekeylemin üçüncü kişi eki "-dir" bildirme koşacı olarak kullanılır, *değil* biçimbirimi olumsuzluk koşacıdır. İsim cümlelerinde özne ile yüklemi birleştiren, yükleme olumluluk ve olumsuzluk, süreklilik, kesinlik gibi güçlü ihtimâl kavramları veren "-dır/dir" eki veya değil kelimesi olarak kullanılır. (çev.n.)

2. Ben, "eşit" sözcüğü ile "=" imini, "aynı şekilde", "başka bir şey değil", "tıpkısının aynısı" anlamında kullanıyorum. E. Schröder, *Vorlesungen über die Algebra der Logik* (Leipzig 1890) 1. Bd. dersleriyle karşılaştırıldığında, § 1'de, kavramın bir kavram altında sunulmasıyla bir nesnenin bir kavramın altına düşmesinin temelde iki farklı ilişki arasında bir fark görülmediği eleştiri konusudur. Aynı zamanda tam kökler hakkında dile getirilen görüşler de tartışmalı gibi görünmektedir. Schröder'deki ⋲ imi, basit anlamda kopulayı temsil etmez.

"Sabah Yıldızı" ve "Venüs" şeklinde, iki özel isim bulunmaktadır. "Sabah yıldızı bir gezegendir." önermesinde ise, "Sabah Yıldızı" şeklinde bir özel isim ile "bir gezegen" şeklinde, kavramsal bir sözcüğümüz vardır. Gerçi, dilsel açıdan, "Venüs"'ün "bir gezegen" ile değiştirilmesi dışında hiçbir şey olmamıştır; ancak nesnel anlamda bağıntı çok değişmiştir. Bir denklem tersine çevrilebilir; bir nesnenin, bir kavramın altına düşüşü, geri dönüşümsüz bir bağıntıdır. "Sabah Yıldızı, Venüs'tür." önermesinde, "-dir/-dır" (ist), açıkça, sadece bir kopula değil, aynı zamanda içerik olarak yüklemin önemli bir parçasıdır ve buna göre: "Venüs" sözcüğünde tüm yüklem barındırılmaz.[3] Bunun için şöyle diyebiliriz: "Sabah Yıldızı, Venüs'ten başka bir şey değildir." Böylece burada, basit "-dir/dır" ifadesinde yer alan şeyi, dört sözcüğe bölmüş olduk ve "-den/-dan başka bir şey değildir" ifadesinde, artık "-dir/dır", gerçekten de sadece bir kopuladır. Bu dile getirilen şey, "*Venüs*" değil, "*Venüs'ten başka bir şey değildir.*" Bu sözcükler, elbette sadece bir nesnenin altına düşen bir kavramı ifade ederler. Ancak böyle bir kavram, hâla nesneden ayırt edilmelidir.[4] Burada elimizde, normalde asla bir yüklem olamayacak, hatta yüklemin bir parçasını/bileşenini bile oluşturamayacak "Venüs" şeklinde bir sözcüğümüz mevcuttur. Bu sözcüğün gönderimi[5], asla bir kavram değil, sadece bir nesne olarak ortaya çıkabilir. Bu türden bir şey olduğunu, muhtemelen Kerry de inkar edemezdi. Fakat bununla, sadece bir nesne ve diğer her şey ile arasında ortaya çıkabilecek ve görülmesi çok önemli olan bir fark kabul edilmiş olurdu. Ayrıca bu fark, Kerry'nin, aynı zamanda nesneler olabilecek kavramların olduğu görüşünün, doğru olması durumunda bile ortadan kalkmazdı. Bu görüşü destekler gibi görünen durumlar gerçekten vardır. Bir kavramın, bir üst kavram altına düşebileceğini, ancak bu durumun bir kavramın baş-

3. Karşılaştırın: *Temeller*'im, Madde 66.
4. Karşılaştırın: *Temeller*'im, Madde 51.
5. Karşılaştırın: *Zeitschrift f. Phil. u. phil. Kritik* dergisinde yayınlanacak olan "Duyum ve Gönderim Üzerine" başlıklı yazım.

ka bir kavrama tabii olma durumuyla karıştırılmaması gerektiğine bizzat işaret ettim (*Temeller*, Madde 53, son bölüm). Kerry buna değinmez, ancak şu örneği verir: "'At' terimi kolayca elde edilebilir bir kavramdır." ve "At" teriminin bir nesne, özellikle de "kolayca elde edilebilir bir kavram" ifadesinin altına düşen nesnelerden biri olduğu görüşündedir. Doğru! "'At' kavramı" (der Begriff Pferd) şeklindeki üç kelime bir şeyi tanımlar, ancak özellikle bu nedenden dolayı, benim kelimeyi kullandığım türden bir kavramı değil. Bu durum, tekil hâlde belirli tanımlık edatının (bestimmter Artikel) her zaman bir nesneyi işaret ederken, belirsiz tanımlık edatının, bir kavramsal sözcüğe eşlik ettiği şeklinde, tarafımca dillendirilen im[6] ile tamamen örtüşür. Gerçi Kerry bu arada, mantıksal ayrımların, dilsel ayrımlara dayandırılamayacağı görüşünü dillendirir; ancak, benim yaptığım şekilde yapıldığında, bu türden belirlemeleri yapan kimse, bunu kullanacaktır, çünkü dil olmadan iletişim kuramayız ve bu nedenle her zaman, karşımızdakinin kelimeleri, biçimleri ve cümle yapılarını, tıpkı bizim anladığımız şekilde anladığına güvenmek durumundayız. Daha önce söylediğim gibi: tanımlamak değil, aksine sadece genel Alman dil hissine dayanarak, ipuçları vermek istedim. Bu arada, dilsel farklılığın, nesnellikle iyi örtüşmesi işime yarıyor. Belirsiz bir tanımlık edatı söz konusu olduğunda, görüldüğü kadarıyla kuralımızda hiçbir istisna görülmez; görülseydi, "asil bir danışma kurulu" gibi, eski formüllere benzerdi. Durum, belirli tanımlık edatlarında o kadar kolay değildir, özellikle çoğul hâlinde; fakat benim imim bu konuya yönelik değildir. Görebildiğim kadarıyla, tekil hâl ile ilgili konu, örnek önermelerdeki gibi, ancak çoğulun bulunduğu yerde duruyorsa, tartışmalıdır: "Türk, Viyana'yı kuşattı.", "At dört ayaklı bir hayvandır." gibi. Bizim kuralımız, bunların ortaya çıkmasıyla neredeyse değer kaybetmediği için bu önermeler, istisna olarak görülebilir. İlk önermedeki "Türk"ün, bir milletin özel adı olduğu açıktır. İkinci önermeyi ise, genel bir yargının ifadesi olarak algılamak en uygunudur, ör-

6. *Temeller*; Madde 51, 66 ve dipnot, Madde 68, dipnot s. 80.

neğin: "Tüm atlar dört ayaklı hayvanlardır." ya da daha sonra ayrıca tartışılacak olan, "İyi eğitilmiş tüm atlar dört ayaklı hayvanlardır."[7] gibi. Eğer Kerry, "şimdi ele aldığım kavram, tekil bir kavramdır" cümlesinde, ilk sekiz sözcükten oluşan ismin kesinlikle bir kavram olduğunu ileri sürerek, benim imimi yetersiz adlandırıyorsa, o zaman "kavram" kelimesini benim anladığım şekilde anlamıyor demektir ve çelişki benim belirlenimlerimde değildir. Ancak hiç kimse, benim ifade biçimimin, Kerry'ninkiyle örtüşmesini isteyemez.

Şayet, örneğin, Berlin şehri bir şehirken ve Vezüv yanardağı bir yanardağ iken, at teriminin[8] bir kavram olmadığını iddia edersek, burada, kaçınılmaz olarak dilsel bir haksızlığın var olduğu gözardı edilemez. Dil burada, olağandan sapmayı haklı gösteren bir çıkmaz için-

---

7. Görüldüğü kadarıyla şimdilerde, dilsel ifadelerin hiçbir zaman tam anlamıyla eşit olamayacağı ve bir sözcüğün başka bir dilde hiçbir zaman tam olarak karşılanamayacağı bağlamında cümlenin yükünü abartma eğilimi öne çıkmaktadır. Belki daha da ileri gidilebilir ve aynı kelimenin bile aynı dilin insanları tarafından aynı algılanmadığı söylenebilir. Bu cümlelerde, ne kadar doğruluk olduğunu incelemek değil, aksine sadece, sıklıkla farklı ifadelerde, duyum ve cümlelerde ise özellikle düşünce olarak adlandırdığımda, ortak bir şeyin olduğunu vurgulamak istiyorum. Bir başka deyişle: aynı duyumun, aynı düşüncenin farklı bir şekilde ifade edebileceği gözden kaçmamalıdır ve bu nedenle farklılık duyum değil, yalnızca duyumun algılanışı, aydınlatılması, renklendirilmesidir ve mantıkla ilgili değildir. Bir cümlenin, bir diğerinden daha fazla ve daha az bilgi vermesi mümkündür; ve dillerin tüm çeşitliliğine rağmen, insanlığın ortak bir düşünce/ide hazinesi vardır. İçeriğinde aynı zamanda değiştiği gerekçesiyle, ifade etmenin herhangi bir dönüşümü yasaklamak istendiğinde, o zaman mantık neredeyse felç olurdu; çünkü mantığın görevi, düşünceyi, büründüğü çeşitli kılıflarıyla tanıma gayreti olmadan, çözümlenemez. Ayrıca her tanım da yanlış olarak çürütülürdü.

8. Benzer bir durum, "bu gül kırmızıdır" cümlesiyle ilgili olarak söylediklerimizde karşımıza çıkar: "kırmızıdır" dilbilgisi yüklemi "bu gül" nesnesine/süjesine aittir. Burada "dilbilgisi yüklemi" kelimesi kırmızıdır, dilbilgisel yüklem değildir, fakat nesnedir. Özellikle onu yüklem olarak adlandırdığımız için, bu niteliğini elinden almış oluruz.

dedir. Durumumuzun özel olduğunu, Kerry bizzat "at" sözcüğündeki tırnak işaretleriyle göstermektedir ki ben de aynı amaçla italik yazıyorum. "Berlin" ve "Vezüv" sözcüklerini, benzer şekilde tırnak içine almak için hiçbir neden yoktu. Mantıksal araştırmalarda, bir kavramdan bir şey ifade etmesinin ve bu ifadeler için alışılmış hâliyle, yani ifadenin dilbilgisel yüklemin içeriği hâline gelmesi için, biçimlendirme gereksinimi (tırnak içine alma gereksinimi) nadir değildir. Buna göre, dilbilgisel öznenin gönderiminin, kavramın kendisi olmasını bekleriz; fakat bu, yüklemsel niteliğinden dolayı, kolaylıkla bu şekilde görünmeyebilir, aksine ilk etapta bir nesneye dönüştürülmeli ya da daha kesin olarak söylemek gerekirse, öne sunulan sözcükler sayesinde, "kavram" olarak tanımladığımız nesne[9] tarafından temsil edilmelidir: Örneğin;

"İnsan kavramı boş değildir." gibi.

Burada ilk üç kelime, tıpkı "Berlin" ya da "Vezüv" gibi, yüklemsel olarak kullanılamaz, özel bir isim[10] şeklinde ele alınmalıdır. "İsa, *insan* kavramının altına düşer." dediğimizde yüklem (kopula dışında),

"*insan* kavramının altına düşerek"tir

ve tıpkı

"bir insan" gibi, aynı anlama gelir.

Ancak bu yüklem içindeki,

"insanlık kavramı" şeklindeki

sözcük bağıntısı, sadece yüklemin bir parçasıdır.

---

9. Karşılaştırın: *Temeller*'im, s. X.
10. Bir nesne için kullanılan her işaretli/imi özel isim olarak adlandırırım.

Kavramın yüklemsel niteliğine karşı, bir özne kavramının söz konusu olduğu itirazı yapılabilir.[11] Ancak bu gibi durumlarda bile, örneğin;

"Tüm memelilerin kanı kırmızıdır."

önermesinde, kavramın yüklemsel niteliği gözden kaçmaz; çünkü bunun için şu söylenebilir:

"Memeli olanın kanı kırmızıdır."

ya da

"Bir şey bir memeliyse, kanı kırmızıdır."

Aritmetiğin Temelleri'ni yazdığımda, duyum/anlam ve gönderim arasındaki ayrımı henüz yapmamıştım[12] ve bu nedenle "değerlendirilebilir içerik" kavramı altında, şimdi "düşünce/ide" ve "doğruluk değeri" sözcükleriyle ayrıştırarak tanımladığım şeyi, bir araya getirdim. Bu nedenle, yine de aslında aynı fikirde olmama rağmen, orada s. 77'de kullanılan sözcükleri, anlam açısından artık tam olarak onaylamıyorum. Bunu kısaca, "yüklem" ve "özne"yi dilbilgisel anlamda ele alarak şöyle söyleyebiliriz: Kavram, bir yüklemin gönderimidir, nesne, aynı zamanda asla bir yüklemin bütüncül gönderimi değildir, ancak bir öznenin gönderimi olabilir. Bu arada, "hepsi/tümü" (alle), "herkes" (jeder), "hiçbir" (kein), "bazı/birkaç" (einige) sözcüklerinin, kavram sözcüklerinin önünde durduğuna dikkat edilmelidir. Genel ve kısmen olumlu ve olumla-

11. Burada, kavramın yüklemsel niteliği olarak adlandırdığım şey, fonksiyonum için gerekli olan *Fonksiyon ve Kavram* (*Funktion und Begriff*) (Jena 1891) adlı çalışmamda belirttiğim özel bir esneklik veya doymamışlık olgusudur. Orada, "f (x) fonksiyonu" ifadesinden kaçınılamamıştır, her ne kadar burada da bu sözcüklerin duyumunun bir fonksiyon olmadığı katılığı oluşmuşsa da.

12. Zeitschrift f. Phil. u. phil. Kritik dergisinde yayınlanacak olan "Duyum ve Gönderim Üzerine" başlıklı yazım.

yan, olumsuz ve değilleyen önermelerde, kavramlar arasındaki bağıntıları dile getiririz ve bu bağıntının özel niteliğine, bir bakıma mantıksal olarak ardından gelen kavramsal sözcük ile daha yakından ilişkilendirilemeyecek, ancak bütün önermeye dayandırılabiliecek olan kelimelere işaret ederiz. Bu durum, değilleme de kolayca görülmektedir. Örneğin;

"Tüm memeliler, kara canlılarıdır."

önermesinde, "tüm memeliler" kelimesi, "kara canlılarıdır" yükleminin mantıksal öznesini ifade ediyorsa, o zaman, tamamını değillemek için, "kara canlıları değildir" şeklinde yüklemin değillenmesi gerekir. Bunun yerine, "hepsi"nin (alle) önüne "değil" (nicht) getirilmesi gerekir ki dolayısıyla, "hepsi"nin (alle) mantıksal olarak yükleme ait olduğu sonucu doğar. Öte yandan, "memeli kavramı, kara canlıları kavramının altındadır" önermesini, "kara canlıları kavramının altında değildir" şeklinde yüklemi değilleyerek, değilliyoruz.

Benim deyimlerimde, "*F* kavramı" gibi ifadeler, kavramları değil, nesneleri tasvir ettiğini belirlersek, o zaman Kerry'nin itirazları büyük ölçüde yersiz olur. Kavramı ve kavramın kapsamını tanımladığımı düşünüyorsa (s. 281), yanılgı içindedir. Ben sadece, "*F* kavramına ait olan sayısal veri, kavramın kapsamı olan *F* kavramıyla aynı sayıya eşittir." ifadesinde, "kavramın kapsamı" sözcüklerinin, "kavram" ile değiştirilebileceğini ifade ettim. Bu arada, bu sözcüğün aynı zamanda belirli bir tanımlık edatıyla (Artikel) bağıntılı olduğu, göz önünde bulundurulmalıdır. Ayrıca bu, üzerine bir şey temellendirmediğim, sadece söz arasında dile getirdiğim bir şeydir.

Buna göre Kerry, kavram ve nesne arasındaki boşluğu doldurmayı başaramazken, bu anlamda benim kendi ifadelerim kullanılabilir. Sayısal verinin bir kavramın ifadesini içerdiğini söyledim[13]; burada, bir kavram tarafından ifade edilen özelliklerden bahsediyorum ve bir kavramı,

13. *Temeller*, Madde 46.

ondan daha üst bir kavram altına düşürüyorum.[14] Burada, bir kavramın varlıksal niteliğine değindim. Ne demek istediğim, bir örnekle en iyi şekilde açıklık kazanacaktır. "4'ün en az bir karekökü vardır." önermesinde, ne 2 şeklindeki belirli asal sayıdan ne de -2'den bahsedilmektedir, aksine sözkonusu olan bir kavramdır, yani "4'ün karekökü"dür; bir bakıma bunun boş olmadığıdır. Fakat, şayet aynı düşünceyi şu şekilde ifade edersem: "4'ün karekökü kavramı tamamlanmıştır.", o zaman ilk beş sözcük bir nesnenin özel ismini oluşturur ve bu nesneye ait bir şey ifade edilmiştir. Ancak, bu ifadenin, kavram hakkında yapılanla aynı olmadığına dikkat edilmelidir. Bu durum, bir düşüncenin/idenin birçok yönden ayrıştırılabileceği ve bunun bir sonucu olarak, bir bunun, bir şunun, bir özne ve bir yüklem olarak ortaya çıktığını gözden kaçıran biri için, harikadır. Düşüncenin kendisinden, henüz özne olarak neyin anlaşılacağı belirlenmez. "Bu yargının öznesi" denildiğinde, ancak aynı zamanda ayrıştırmanın belirli bir biçimine işaret edilirse, kesin bir şey tanımlanır. Genellikle bu, belirli bir ifade biçimiyle bağıntılı olarak yapılır. Fakat, farklı önermelerin, aynı düşünceyi ifade edebileceği asla unutulmamalı. Böylece, düşüncelerimizde 4 sayısının bir ifadesi de bulunabilir:

"4 sayısı, karesi olduğu bir şeyi dile getirme niteliğine sahiptir."

Dil, düşüncenin, bir bu, bir şu bölümünü bir özne olarak gösterebilme yetisine sahiptir. En iyi bilinenlerden biri, aktif (dolaysız) ve pasif (dolaylı) biçimlerinin ayrışımıdır. Bu nedenle, aynı düşüncenin bir bölümde, daha tekil, bir diğerinde daha parçalı, bir üçüncüsünde ise daha genel görünmesi imkânsız değildir. Buna göre, aynı önermenin, bir kavramın ve aynı zamanda bir nesnenin ifadesi olarak anlaşılması şaşırtmamalı; sadece bu ifadelerin farklı olduğu göz önünde bulundurulmalıdır. "4'ün en az bir karekökü vardır." önermesindeki "4'ün karekökü" sözcüklerinin, "4'ün karekökü kavramı" ile değiştirilmesi müm-

14. *Temeller*, Madde 53.

kün değildir; diğer bir deyişle, kavrama uyan ifade, nesneye uymaz. Her ne kadar önerme, kavramın bir özne olarak görünmesine izin vermese de, onun hakkında bir şeyler dile getirir. Bir kavramın düşüşü, daha üst[15] bir kavramın altında ifade edilmiş gibi algılanabilir. Ancak bu sayede, nesne ile kavram arasındaki fark ortadan kalkmış olmaz. İlk olarak, "4'ün en az bir karekökü vardır." önermesinde, kavramın yüklemsel niteliğini, inkar etmediği fark edilir. "Kendisiyle çarpıldığında 4 sonucunu verme niteliğine sahip bir şey var." denilebilir. Bunun sonucunda, burada kavram için dile getirilen, bir nesne hakkında asla söylenemez; çünkü, özel bir isim, bir yüklemin ifadesinin parçası olabilir, ancak asla bizzat yüklemin ifadesinin kendisi olamaz. Burada bir kavram için söylenenin, nesne için söylenmesinin yanlış olduğunu değil; aksine, imkânsız, saçma olduğunu söylemek istiyorum. "Jül Sezar (Julius Caesar) vardır." önermesi, ne doğru ne de yanlıştır, ancak anlamsızdır; buna karşın, "Jül Sezar (Julius Caesar) adında bir adam vardır." önermesi anlamlıdır; ancak burada yine, belirsiz bir tanımlık edatının (Artikel) ortaya koyduğu gibi karşımızda, bir kavram bulunmaktadır. Aynı durum, "Sadece bir (tane) Viyana var." önermesinde de söz konusudur. Sadece, dilin bazı durumlarda, aynı kelimeyi kısmen özel isim, kısmen de bir kavramsal sözcük olarak kullandığı gerçeğine aldanmamalıdır. Sayı sözcüğü burada, son değinilenin mevcut olduğunu gösterir. "Viyana", "Kaiserstadt" (Kayzer Şehri/İmparator Şehri) gibi bir kavramdır. Bu anlamda, "Trieste, Viyana değildir." diyebiliriz. Öte yandan, eğer "4'ün karekökünün tamamlandığı" önermesinde, ilk beş kelimeden oluşan özel isim yerine "Jül Sezar"ı koyarsak, anlamlı, fakat yanlış bir önerme elde ederiz; çünkü, burada algılandığı gibi tamamlanmış olma, gerçekte yalnızca çok özel türden, bir bakıma "F kavramı" türünden özel isimlerle tanımlanabilecek nesneler için söylenebilir. Bununla

15. *Temeller* adlı eserimde, bu türden bir kavramı ikinci düzen ve "Fonksiyon ve Kavram" adlı yazımda ise ikinci düzey olarak adlandırdım ki bunu burada da yapmak istiyorum.

birlikte, "4'ün karekökü kavramı" sözcükleri, değiştirilebilirlikleri açısından, original önermemizdeki "4'ün bir karekökü" kelimelerinden oldukça farklı hareket ederler; yani, bu iki sözcük kombinasyonunun gönderimleri oldukça farklıdır.

Burada bir örnekle gösterilen şey, genel olarak geçerlidir: kavram, bir şeyin kendisi tarafından ifade edilen durumlarda bile, oldukça yüklemsel davranır; sonuç olarak bu gibi durumlarda da yine sadece bir kavramla değiştirilebilirler, asla bir nesne ile değil. Bir kavram tarafından dile getirilen ifade, bir nesneye bile uymaz. Kavramların altına düştükleri ikinci düzey kavramlar, nesnelerin altına düştükleri birinci düzey kavramlardan oldukça farklıdırlar. Bir nesnenin, altına düştüğü birinci düzey bir kavram ile olan bağıntısı, benzer türden bir birinci düzey kavramın, ikinci düzey bir kavramla olan bağıntısından farklıdır. Belki de, farklılık ve aynı zamanda benzerliğe eşit hareket etmek adına, bir nesnenin birinci düzey bir kavramın altına düştüğü ve bir kavramın ikinci düzey bir kavramın altına düştüğü söylenebilir. Bir bakıma, kavram ve nesne arasındaki fark, bu nedenle tüm katılığıyla devam eder.

Bu durum, *Temeller* adlı yapıtımın 53. Maddesinde, "nitelik" ve "özellik" sözcüklerini kullanma şeklimle ilgili söylediklerimle bağlantılıdır. Kerry'nin sözleri beni, tekrar buna dönmemeye zorunlu kılıyor. Bu sözcükler, örneğin "Φ, Γ'nin niteliğidir." ve "Φ, Ω'nin özelliğidir." gibi önermelerdeki bağıntıları tanımlamak için kullanılırlar. Benim deyimime göre, bir şey hem nitelik hem de özellik olabilir, ama aynı şeyin hem niteliği hem de özelliği değil. Bir nesnenin altına düştüğü kavramları, onun nitelikleri olarak adlandırıyorum, buna göre örneğin;

"Φ olma, Γ'nin bir niteliğidir." ifadesi,

"Γ, Φ kavramının altına düşer." ifadesi için geçerli, bir başka deyimdir.

Γ nesnesi, Φ, X, Ψ niteliklerine sahipse, o zaman, Γ'nin niteliği Ω'dir ya da Γ'nin, Φ ve X ve Ψ şeklinde nitelikleri vardır demem far-

ketmez; bunları böylece Ω içinde özetleyebilirim. Ardından Φ, X ve Ψ'yi, Ω kavramının özellikleri ve aynı zamanda Γ'nin niteliği olarak adlandırıyorum. Γ ve Φ'nin arasındaki bağıntının, Ω ile olandan tamamen farklı olduğu ve bu nedenle farklı bir adlandırmanın gerekli olduğu açıktır. Γ, Φ kavramının altına düşer; ancak, kendisi bizzat kavram olan Ω, birinci düzey kavram olan Φ'nun altında olamaz, aksine sadece ikinci düzey bir kavram ile benzer bir bağıntı içinde bulunabilir. Buna karşın Φ, Ω'nin altındadır.

Buna ilişkin bir örnek ele alalım:

"2, bir pozitif sayıdır." ve

"2, bir tam sayıdır." ve

"2, 10'dan küçüktür.", şeklinde söylemek yerine,

"2, 10'dan küçük olan bir pozitif tamsayıdır." diyebiliriz.

Burada;

pozitif sayı olmak,

tam sayı olmak,

10'dan küçük olmak,

ifadeleri, 2 nesnesinin nitelikleri, ancak aynı zamanda özellikleriyle,

10'dan küçük pozitif tamsayı

kavramının özellikleri olarak ortaya çıkmaktadırlar. Bu, ne pozitif, ne tamsayı, ne de 10'dan küçüktür. Gerçi, tamsayı kavramına dahildir, ancak onun altına düşmez.

Şimdi bununla, Kerry'nin ikinci makalesinde, s. 224'deki ifadesini karşılaştıralım: "4 sayısı, 3 ve 1'in bir araya getirilişinin sonucudur. Burada verilen terimin kavramsal nesnesi, sayısal değer 4, doğal sayı dizininin belirli bir sayısıdır. Görüldüğü kadarıyla nesne, kavramında

belirtilen özelliklerini açıkça ortaya koymaktadır, –şayet, ki muhtemelen bu zorunlu bir durumdur, diğer tüm değerlerle olan sonsuz ilişkisini *propria (kendisi)* olduğu ve bundan başka hiçbir şey olmadığı görmezden gelinecek olursa–: 4, aynı zamanda, 3 ve 1'in bir araya getirilişinin sonucudur."

Tarafımdan yapılan nitelik ve özellik arasındaki farkın, burada tamamen ortadan kalktığı farkedilmektedir. Kerry burada, 4 sayısı (der Zahl 4) ile 4 ("der" Zahl 4) arasında bir ayrım yapmaktadır. Bu farkın, benim için anlaşılmaz olduğunu itiraf etmeliyim. 4 sayısı kavram olmalıdır; "4" sayısı, kavramsal bir nesne ve sayısal değer 4'ten başka bir şey olmamalıdır. Burada, kavram ve nesne arasındaki ayrımımın olmamasını açıklamaya gerek yoktur. Sanki Kerry'nin burada –biraz müphem de olsa– "sayı 4" ("die Zahl 4") kelimesinin duyum ve gönderimi arasında yaptığım farkı andırıyormuş gibi göründüğü far edilmektedir.[16] Ancak sadece gönderimin, 3 ve 1'in birleşiminin sonucu olduğu söylenebilir.

"4 sayısı, 3 ve 1'in bir araya getirilişinin sonucudur." ve "4 sayısı ('die' Zahl 4), 3 ve 1'in biraraya getirilişinin sonucudur." önermelerinde, "-dir" (ist) nasıl anlaşılmalıdır? Sadece kopula mı, yoksa mantıksal bir denklemin ifade edilmesine yardımcı mı olmaktadır? Bu durumda, "das" tanımlık edatı, "sonucudur" (das Resultat) sözcüğünün önünde bulunmamalıydı ve cümleler şöyle olurdu:

"4 sayısı, 3 ve 1'in biraraya getirilişinin sonucudur."

ve

"4 sayısı ('die' Zahl 4), 3 ve 1'in biraraya getirilişinin sonucudur."
O zaman Kerry tarafından

"4 sayısı" ve "4 sayısı ('die' Zahl 4)" ile tanımlanan nesnelerin

3 ve 1 birleşimi sonucu

16. Karşılaştırın: Yukarıda değinilen "Duyum ve Gönderim Üzerine" adlı yazım.

kavramının altına düştüğü durumuyla karşı karşıya olurduk. Bu durumda, bu nesnelerin birbirinden farkının ne olduğu sorusu ortaya çıkardı. Burada, "nesne" ve "kavram" sözcüklerini, benim bildiğim şekilde kullanıyorum. Kerry'nin söylemek istermiş gibi olduğu şeyi ben, şu şekilde ifade ederdim:

"4 sayısı, sadece ve sadece

3 ve 1 birleşiminin sonucu,

kavramının özellik olarak sahip olduğu şeye nitelik olarak sahiptir."

Ardından, iki cümlemizin ilkinin duyumunu ise, şöyle ifade ederdim:

"4 sayısı olmak, 3 ve 1 birleşiminden doğan sonucun aynısıdır.":

Böylece, biraz önce Kerry'nin bir görüşü olduğunu tahmin ettiğim şey, şu şekilde de verilebilir:

"4 sayısı, sadece

4 sayısı kavramının

özellik olarak sahip olduğuna, bir nitelik olarak sahiptir."

Bunun doğru olup olmadığı, burada netlik kazanmayabilir. Bunun sonucunda "4 sayısı" ('die' Zahl 4) sözcüklerindeki, tırnak içindeki belirli tanımlık edatı kaldırılabilirdi.

Ancak, bu açıklama çabalarında, "sonuç" ve "4 sayısı"'nın önündeki tanımlık edatlarının, en azından iki önermenin birinde, sadece yanlışlıkla yerleştirilmiş olabileceği şartını koymuştuk. Sözcükleri, oldukları gibi alırsak, o zaman duyumlarını, sadece mantıksal denklemler olarak görmek gerekir. Örneğin;

"4 sayısı, 3 ve 1'in birleşiminin sonucundan başka bir şey değildir." gibi.

"Sonuç" sözcüğünün önündeki belirli tanımlık edatı, yalnızca: 1. böyle bir sonucun var olduğu, 2. birden fazla sonuç olmadığı kabul

edildiğinde, mantıksal olarak açıklanabilir. Bunun sonucunda bu sözcük bağıntıları, bir nesneyi gösterir ve özel bir isim olarak görülmelidir. Eğer iki cümlemiz/önermemiz, mantıksal denklemler olarak anlaşılacak olsaydı, o zaman, sağ tarafların örtüştüğü, yani 4 sayısının (die Zahl 4), 4 sayısı ('die' Zahl 4) olduğu ya da eğer tercih edilecekse, 4 sayısının (die Zahl 4), 4 sayısından ('die' Zahl 4) başka bir şey olmadığı görülürdü ki böylece, Kerry tarafından dile getirilen ayrımın geçersiz olduğu kanıtlanmış olurdu. Fakat burada, onun/Kerrry'nin çelişkilerini kanıtlamak benim işim değil. Onun (Kerry'nin), "nesne" ve "kavram" sözcüklerinden ne anladığı, beni (burada) gerçekten ilgilendirmez; ben burada sadece, bu sözcükleri kullanma biçimimi, daha parlak bir ışığın altında aydınlatmak istiyorum ve bu esnada bunun, Kerry'ninkinden, her ne kadar kendi içinde uyumlu olsun ya da olmasın, her durumda ondan farklı olduğunu göstermek istiyorum.

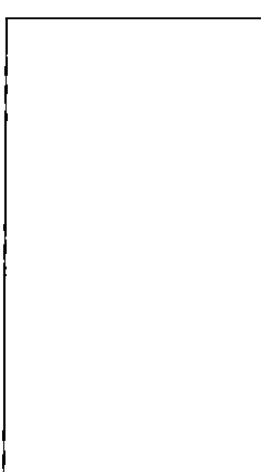
Kerry'nin, "nesne" ve "kavram" sözcüklerini kendine göre kullanma hakkını tartışmıyorum, ancak, aynı haktan yararlanmak ve benim dile getirdiğim betimlemeyle, oldukça yüksek öneme sahip farklılığı ortaya koyduğumu ileri sürüyorum. Elbette, okuyucuyla iletişim açısından tuhaf bir engel vardır, bir bakıma, belirli bir dilsel zorunluluk ile, ifademde bazen, kelimenin tam anlamıyla, bir kavramın kastedildiği yerde bir nesneyi dillendirerek, düşüncenin ıskalandığı oluyor. Bu gibi durumlarda, sözünü esirgemeyen okuyucunun, iyi niyetli yaklaşımına bağlı olduğumun tamamen bilincedeyim.

Bu zorluğun bilinçli yapıldığı, benim kavram olarak nitelendirdiğim bu kadar hantal bir şeyin ele alınmasına gerek bile olmadığı ve Kerry'nin görüşü doğrultusunda, bir yerde nesne, diğer bir yerde de kavram olarak ortaya çıkabilecek bir nesnenin, bir kavram altına düşmesinin, bir bağıntı olarak görülebileceği düşünülebilir. Bu durumda, "nesne" ve "kavram" sözcükleri, sadece bağıntıdaki farklı konumları belirtmek için kullanılmış olurlar. Bu yapılabilir; ancak böylece, zorluktan kaçındığını sanan kişi, çok yanılır. Bu zorluk, sadece ötelenmiş olur; çünkü

bir düşüncenin bölümlerinin hepsinin eksiksiz olmaması gerekir, aksine en azından biri, bir şekilde doymamış veya yüklemsel olmalıdır, aksi takdirde birbirlerine bağlı kalmazlar. Buna göre, örneğin, "2 sayısı" sözcük bileşiğinin duyumu, kaynaştırıcı öge olmaksızın, "asal sayı kavramı" ifadesine bağlanamaz. Bu türden bir ifadeyi, "2 sayısı, asal sayı kavramının altına düşer." önermesinde uyguluyoruz. Bu durum, eksikliği çift taraflı tamamlaması gereken, "altına düşme" ifadelerinde yer alır: bir özne ve bir de ismin i-hâli sayesinde; ve sadece, duyumlarının bu doymamışlığı sayesinde, kaynaştırıcı olarak kullanılabilirler. Ancak, sadece bu çift yönlü tamamlandığında, tamamlanmış bir duyum, bir düşünce elde ederiz. Bu türden sözcüklerin ya da sözcük bileşiklerinin, bir bağıntıyı ifade ettiklerini söylüyorum. Buna dayalı olarak, bağıntı açısından, kavramda kaçınmak istediğimiz aynı zorlukla karşı karşıyayız; çünkü, "bir nesnenin, bir kavramın altına düşmesi arasındaki bağıntı" ifadesiyle, bir bağıntıyı değil, aksine bir nesneyi tanımlarız ve "sayı 2", "asal sayı", "bir nesnenin, bir kavramın altına düşmesi arasındaki bağıntı" şeklinde, özel adlandırmanın birbiriyle olan bağıntısı, tek başına ilk iki örnekteki kadar kırılgandır; onları nasıl biraraya getirirsek getirelim, bir önerme elde edemeyiz. Böylece, düşüncenin bir kısmının doymamışlığına dayanan zorluğun, ötelenebileceğini, ancak önlenemeyeceğini kolaylıkla anlayabiliriz. Gerçi, "tamamlanmış" ve "doymamış" ifadeleri, sadece sembolik ifadelerdir, ancak ben burada zaten sadece ipuçları verebilir ve vermek isterim.

Okuyucu, "Fonksiyon ve Kavram" adlı yazımı karşılaştırdığında, iletişim muhtemelen daha kolay olabilir. Çünkü, özellikle analizde fonksiyona ne dendiği sorusunda da, aynı engelle karşılaşılır; ve daha yakın bir incelemede, cevabın, konunun kendisinde ve dilimizin doğasında yattığı, dilsel ifadenin belirli bir yetersizliğinin önlenemeyeceği, geriye bunun bilincinde olmaktan başka bir şey kalmayacağı ve bunun sorumluluğunu taşımak gerektiği görülecektir.

bir fonksiyon nedir?*



* Frege, Gottlob; *Was ist eine Funktion?*, Festschrift für L. Boltzmann, 1904, s. 656–666. (L. Boltzman Anısına/Armağan Kitap)

Analizde "fonksiyon"[1] sözcüğünün ne anlama geldiği konusu, uzun süredir sıkça kullanılıyor olmasına rağmen, hâlen tartışılmaktadır. Açıklamalarda, iki ifadeyi, kısmen birbirine bağlı, kısmen tekil, biri, bir işlemin ifadesi, diğeri ise değişkenin ifadesi olarak sürekli görüyoruz. Aynı zamanda, bazen bağımlılığın türünü, hatta bağımlılığın türünün kendisini (doğasını) belirleyen, bazen de bağımlı değişken fonksiyonu olarak adlandırılan, muğlak bir dil kullanımını gözlemliyoruz.

Son zamanlarda yapılan tanımlarda, "değişken" sözcüğü ağırlıktadır. Fakat, bu açıklamanın bile, açıklanmaya çok ihtiyacı vardır. Her değişiklik zamanla gerçekleşir. Buna göre analiz, değişkenleri dikkate alarak, gerçekleşen olaylara odaklanmalıdır. Ancak bunun şu an, zamanla bir işi yoktur; çünkü zamansal olaylara uygulanabilir olmasının faydası yoktur. Ayrıca, zamanın tamamen göz ardı edildiği geometriye yönelik analiz uygulamaları görülür. Bu, örnekler ışığında konunun temeline ulaşmak istediğimizde, tekrar tekrar karşılaştığımız en büyük zorluktur. Bir değişken belirtmeye çalıştığımız anda, zamanla değişen ve dola-

1. Bu irdeleme, tek bir argümanlı fonksiyonlarla sınırlı kalacaktır.

yısıyla salt analize ait olmayan bir şeyin içine düşeriz. Buna rağmen, şayet gerçekten değişkenler, analizin nesneleri ise, aritmetiğe yabancı bir şeyi beraberinde getirmeyen bir değişkeni ele almak mümkün olmalıdır.

Değişimde zaten bir zorluk varsa, değişkenin ne olduğu sorusunu sorduğumuzda, yeni zorluklarla karşılaşırız. İlk etapta bunun cevabı: bir ölçü-birimdir. Bir örneğe bakalım. Uzun olduğu sürece bir metal-çubuğu* ölçü-birim olarak adlandırabiliriz. Çubuğun, uzunluk açısından, örneğin ısıyla oluşabilecek her türlü değişimi, zaman içinde gerçekleşir; buna göre ne çubuklar ne de uzunluklar, salt analizin nesnesi değildirler. Analizde, bir değişken gösterme girişimi başarısız olur; aynı şekilde diğer birçoğunun da başarısız olması gerekir; çünkü, ne uzunluk ölçüleri, ne alan boyutları, ne açısal boyutlar, ne de kütle büyüklükleri aritmetik nesneler değildirler. Bütün ölçü-birimleri arasında, sadece sayılar analize dahildir. Özellikle bu bilim dalı, hangi ölçü-birimlerin ölçümüyle, sayıların her bir durumda nasıl elde edildiği konusunu açıkta bıraktığından, sayısız uygulamalara sahiptir. Buna göre şunları sorabiliriz: Analizin değişkenleri, değişken sayılar mıdır? Şayet analize aitseler, o zaman başka ne olabilirler? Fakat, neredeyse hiç "değişken sayı" değil de, genellikle "değişken ölçü-birim" denmesinin sebebi nedir? Bu ifade ("değişken ölçü-birim" deyimi), "değişken sayı"dan daha kabul edilebilir görünüyor; çünkü "değişken sayı" ifadesi şöyle bir şüphe uyandırıyor: Değişken sayılar var mı (acaba)? Her sayı, kendi niteliklerini, değiştirmeden muhafaza etmez mi? Bu bağlamda, örneğin, 3 ve π'nin doğal olarak değişmez sayılar oldukları, sabit oldukları söylenir; fakat, aynı zamanda değişken olanlar da vardır. Örneğin, "bu çubuğun uzunluğunu milimetre cinsinden veren sayı" dediğimde, bir sayıyı tanımlamış olurum ve bu sayı değişkendir, çünkü çubuk her zaman aynı uzunluğa sahip değildir; dolayısıyla, bu ifadeyle değişken bir sayı atamış oldum. Bu

---

* der Stab: uzun bir sırık, çubuk, değnek, direk; tarımda mesafe anlamına geliyor: burada Frege'nin kastettiği, ısıyla değişkenlik gösterebileceğini dile getirdiğine göre, demir/metal bir çubuk olabilir. (çev.n.)

örneği, aşağıdakilerle karşılaştıralım. "Bu krallığın kralı" dediğimde, bir insanı betimlerim. On yıl önce, bu imparatorluğun kralı yaşlı bir adamdı, şimdi ise bu krallığın kralı genç bir adam. Buna göre, bu ifadeyle şu anda genç biri olan yaşlı bir adamı tanımlamış oldum. Burada bir hata olmalı! "Bu krallığın kralı" ifadesi, zaman belirtilmediği sürece, hiçbir şekilde bir insanı tanımlamaz; ancak bir süre eklenir eklenmez, bir kişiyi kesin olarak tanımlayabilir; fakat bunun sonucunda, bu zaman, ifadenin olmazsa olmaz bir bileşeni olur ve başka bir zaman (dilimi) dile getirildiğinde, farklı bir ifade elde ederiz. Dolayısıyla, iki önermemizde de, ifadenin aynı öznesine sahip değiliz. Benzer şekilde, "bu çubuğun uzunluğunu milimetre cinsinden veren sayı" ifadesi, zaman belirtilmediği sürece bir sayıyı tanımlamaz. Bir zaman dilimi eklendiğinde isc, bu sayede, örneğin 1000 gibi bir sayı tanımlanabilir; ancak bu sayı değişmez. Başka bir zaman dilimi atandığında, örneğin 1001 gibi, başka bir sayıyı tanımlayabilecek başka bir ifade elde ederiz. Şayet, "Yarım saat önce, bu çubuğun uzunluğunu milimetre cinsinden belirten sayı, bir küptü; şimdi ise, bu çubuğun uzunluğunu milimetre cinsinden belirten sayı küp değildir." dediğimizde, elimizde ifadenin aynı öznesine sahip olamayız. 1000, 1001'e artmış değildir, ancak onun (1001 tarafından) tarafından değiştirilmiştir. 1000 sayısı, 1001 sayısıyla aynı mıdır, yoksa sadece farklı görüntüye sahip bir sayı mıdır? Bir şey değiştiğinde, aynı nesnenin birbirinden farklı niteliklerini, durumlarını elde ederiz. Aynı nesne olmasaydı, o zaman değişimi dile getirebileceğimiz herhangi bir öznemiz olmazdı. Isınma nedeniyle bir (metal) çubuk genişler. Bu gerçekleşirken, aynı (metal-çubuk olarak) kalır. Şayet bu kaldırılıp yerine daha uzun bir tane konulduysa, genişlemiş olduğu söylenemezdi. Bir insan yaşlanır; ancak, eğer onu aynı kişi olarak tanımamış olsaydık, hakkında yaşlanmayı dile getirecek herhangi bir şey olmazdı. Bunu sayıya uygulayalım. Bir sayı değiştiğinde, aynı kalan nedir? Hiçbir şey! Dolayısıyla, sayı hiçbir şekilde değişmez; çünkü elimizde, değişime uğradığını dile gösterecek bir şeyimiz yoktur. Bir küp-sayısı, asla bir asal sayıya dönüşemez ve irrasyonel bir sayı, asla rasyonel olmaz.

Yani değişken sayılar yoktur ve bu durum, değişken sayılar için özel isimlerimizin olmamasıyla doğrulanır. Burada, "bu çubuğun uzunluğunu milimetre cinsinden veren sayı" ifadesiyle, değişken bir sayı tanımlamamıza yönelik girişim, başarısız olmuştur. Ancak, "x", "y", "z" ile değişken sayıları tanımlamıyor muyuz? Bu ifade biçimi zaten kullanılmaktadır; fakat bu harfler, "2" ve "3" sabit sayılarının birer özel isimler oluşturduğu gibi, değişken sayıların özel isimleri değildirler; çünkü 2 ve 3 sayıları, belirtilebilir bir şekilde birbirinden farklıdır, ancak "x" ve "y" ile sözde tanımlanan değişkenler, birbirinden neyle ayrılır? Bunun cevabı yoktur. x'in ve bundan farklı olan y'nin hangi niteliklere sahip olduğunu belirtemeyiz. Şayet, herhangi bir şeyi harflerle ilişkilendiriyorsak, bu, her ikisinde de aynı belirsiz idedir/düşüncedir. Görünürde farklılıkların ortaya çıktığı yerlerde, yaklaşımlar söz konusudur; fakat bizim burada konumuz bunlar değil. Her bir değişkeni kendi özelliği içinde ele alamadığımız için, değişkenlere özel isimler atayamayız.

Değinilen zorlukların bazılarından, Bay E. Czuber kaçınmak istemiştir.[2] Zamandan kurtulmak için Czuber, değişkeni belirsiz bir sayı olarak açıklar. Ancak, belirsiz sayılar var mıdır? Sayılar, belirli ve belirsiz şeklinde ikiye ayrıştırılabilir mi? Belirsiz insanlar var mıdır? Her nesne belirli olmak zorunda değil midir? Fakat, n sayısı belirsiz değil midir? Ben, n sayısını tanımıyorum. "n", ne belirli ne de belirsiz herhangi bir sayının özel adı değildir. Buna rağmen, şu sıralar "n sayısı" (şeklinde bir ifade kullanılmaktadır) denmektedir. Bu nasıl mümkün olabilir? Bu ifade, bağlam içinde ele alınmalıdır. Bir örnek ele alalım. "Şayet n sayısı tam ise, o zaman $\cos n\pi = 1$'dir." Burada, ne tek başına (bir) şart cümlesinin ne de tek başına sonuç cümlesinin, sadece bütünün bir duyumu vardır. n sayısının tam bir sayı olup olmadığı, aynı şekilde $\cos n\pi = 1$ olup olmadığı sorusu, cevaplanamaz. Bunun için "n"-

2. *Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung (Diferansiyel ve Entegral İşlemleri/Hesaplamaları Üzerine Dersler)*, Leipzig, Teubner, 1. § 2.

nin, bir sayının özel bir ismi olması gerekir ki buna göre belirli bir sayı olsun. Bir genellik sağlamak için, "*n*" harfi yazılmaktadır. Bunun önşartı, bunun ("*n*"nin), bir sayının özel ismiyle değiştirildiğinde, hem şart hem de sonuç cümlesinin anlam kazanmasıdır.

Elbette, burada bir belirsizliğin olduğu söylenebilir; yine de buradaki "belirsiz" ifadesi, "sayı"ya yönelik bir sıfat sözcüğü ya da "çağrışım yapma"ya yönelik bir zarf değildir. "*n*"nin belirsiz bir sayıyı ifade ettiği değil, ancak, sayıları belirsiz olarak çağrıştırdığı söylenebilir. Bu yüzden, harflerin aritmetikte kullanıldığı yerlerde, az sayıdaki, özel isimler olarak ortaya çıktıkları (*π*, *e*, *i gibi*) istisnalar hariç, durum budur; fakat bu gibi durumlarda, belirli, değişken olmayan sayıları tanımlarlar. Dolayısıyla, belirsiz sayılar yoktur ve Bay Czuber'in bu doğrultudaki girişimi başarısız olmuştur.

İkinci olarak Czuber, bir değişkeni diğerlerinden ayırt ederek ele alınamayacağı şeklindeki kusuru gidermeye çalışır. Czuber, bir değişkenin çağrıştırabileceği değerlerin bütününü, değişkeninlerin kümesi olarak adlandırır ve şöyle der: "Tanımlanan reel sayıların herbirinin, alana (kümeye) ait olup olmadığı belirlenebildiğinde, değişken *x*, tanımlanmış kabul edilir." Tanımlanmış olarak kabul edilir; ancak gerçekten öyle mi? Belirsiz sayılar olmadığı için, herhangi bir belirsiz sayıyı tanımlamak imkânsızdır. Bu alan, değişkeni niteleyen olarak ele alınır. Buna göre, aynı alanda aynı değişkene sahip olurduk. Dolayısıyla, "$y = x^2$" denkleminde, şayet *x*'in alanı pozitif sayıların alanıysa, *y*, *x* ile aynı değişken olacaktır.

Bu girişimin, özellikle de "bir değişken, bir değer olarak görünür" ifadesi, oldukça belirsiz olduğundan, başarısız olduğu düşünülmelidir. Burada, bir değişkenin, belirsiz bir sayı olduğu dile getiriliyor. Belirsiz bir sayı, bir sayı olmayı nasıl gerçekleştirebiliyor? Çünkü, görüldüğü kadarıyla değer, bir sayıdır. Buna göre acaba, belirsiz bir kişi de, belirli bir kişiye mi dönüşüyor? Aksi hâlde, bir nesnenin bir niteliğe dönüştüğü söylenirdi; burada sayı, her iki rolü de üstleniyor olmalıdır; bu durum-

da, nesne olarak değişken ya da değişken ölçü-birim, nitelik olarak da, değer şeklinde adlandırılır. Bu nedenle, "ölçü-birim" sözcüğü "sayı" sözcüğüne tercih edilir, çünkü varsayılan/çağrıştırdığı değişken ölçü-birim ve değer, temelde aynı olduğundan yanılgıya düşülür; aslında bir nesnenin art arda farklı niteliklere bürünmesi durumu yoktur ve dolayısıyla, herhangi bir değişiklikten bahsedilemez.

Değişkenlerle ilgili olarak, bizim açımızdan aşağıdaki sonuçlar ortaya çıkmıştır. Gerçi değişken ölçü-birimler tanınabilirler, ancak salt analizin bir parçası değildirler. Değişken sayılar yoktur. "Değişken" sözcüğünün bu nedenle salt analizde olmasını gerektirecek bir durum da yoktur.

Peki şimdi, değişkenden fonksiyona nasıl geçeceğiz? Bu, muhtemelen her zaman aynı şekilde gerçekleşecektir ve bu nedenle Czuber'in aktarımını ele almaya devam ediyoruz; Czuber, Madde 3'te şöyle yazmaktadır:

"Eğer, kendi etki alanına ait olan reel değişken x'in her değerine belirli bir y sayısı atanırsa, o zaman y, genellikle bir değişken olarak tanımlanır ve *reel değişken x'in bir fonksiyonu* olarak adlandırılır. Bu durum, $y = f(x)$ şeklindeki bir denklemle ifade edilir."

Burada her şeyden önce y'nin, değişken olarak belirsiz olması gerekirken, belirli bir sayı şeklinde adlandırılması, dikkat çekmektedir. y ne kesin ne de belirsiz bir sayıdır; aksine "y" imi, hatalı bir şekilde birçok sayıya atanmıştır ve sonrasında, sanki sadece bir tanesine atanmış gibi ifade edilmektedir. Durum, muhtemelen, şu şekilde daha basit ve daha açık dile getirilebilirdi: x- alanının her sayısına bir sayı atanmıştır. Bu sayıların toplamını/kümesini, y- alanı olarak adlandırıyorum. Elbette elimizde, bir y- alanımız mevcuttur, fakat (bu), reel değişken x'in bir fonksiyonu olduğunu söyleyebileceğimiz bir y değildir.

Böylece, alanların sınırlandırılması, fonksiyonun yapısı açısından önemsiz gibi görünmektedir. Neden reel sayıların toplamını/kümesini

ya da karmaşık sayıların toplamını/kümesini, reel olanlar da dahil olmak üzere, hemen alan olarak kabul etmeyelim? İşin sırrı, muhtemelen başka bir yerde, bir bakıma, "atanan" sözcüğünde gizlidir. Peki, 5 sayısının, 4 sayısına atanıp atanmadığını nasıl anlarım? Bir şekilde desteklenmediği sürece, bu sorunun cevabı yoktur. Buna rağmen, Czuber'in kendine özgü açıklamasına göre, birinci, ikinciye atanmış olsun ya da olmasın, sanki her iki sayı için atanmış gibi görünmektedir. Neyse ki, Bay Czuber şu notu ekler:

"Yukarıdaki tanım, *f* özelliği tarafından en genel şekilde gösterilmiş olan atama yasasına göre, herhangi bir ifade içermemektedir; çeşitli türden düzenlenmiş olabilir."

Öyleyse atama, bir yasaya göre gerçekleşiyor ve bu türden çeşitli yasalar varsayılabilir. Bu durumda, "*y*, *x*'in bir fonksiyonudur." ifadesi, atamanın gerçekleştiği yasayla tamamlanmadığı sürece, hiçbir anlamı/duyumu yoktur. Bu, tanımlamanın bir hatasıdır. Ayrıca açıklamayı yok sayan yasa, asıl mesele değil midir? Genellik, bakış açımıza girerken, değişkenliğin gözden kaçtığını fark ederiz; çünkü "yasa" sözcüğü, buna (değişkenliğe) işaret etmektedir.

Atama yasalarının farklılıkları, fonksiyonların farklılıklarıyla bağıntılı olacaktır ve artık nicel olarak görülemezler. Cebirsel fonksiyonlara, logaritma fonksiyonuna, eliptik fonksiyonlara baktığımızda, burada niteliksel farklılıkların söz konusu olduğu konusunda hemen ikna oluruz; işte, fonksiyonların, değişken olmadıklarını söylemek için bir sebep daha. Değişken olsaydılar, eliptik fonksiyonlar da, eliptik değişkenler olurdu.

Genel olarak böyle bir atama yasası, "*y*" harfinin solda olduğu, sağ tarafta ise sayı imleri, işlem imi ve "*x*" harflerinden oluşan, örneğin;

"$y = x^2\ 3x$"

gibi bir denklemle ifade edilir.

Bu türden bir işlem ifadesi de, fonksiyon olarak tanımlanmıştır. Son zamanlarda, bu kavram çok kısıtlı bulundu. Bununla birlikte, bu uygunsuz durum, aritmetik simge diline yeni imler getirilerek kolayca önlenebilirdi. Bir diğer itiraz, yani bir imler grubu olarak işlem ifadesinin aritmetiğe ait olmadığı itirazı, daha ağır basmaktadır. Bu, bilimin nesnesi olarak imleri ortaya koyan formel teoriyi, *Aritmetiğin Temelleri* adlı eserimin ikinci cildindeki eleştirilerimle tamamen sonlandırılmış varsayabilirim. İm ile imlenen arasındaki ayrım, her zaman keskin bir şekilde ayırt edilememiştir ki bu nedenle bir işlemde (*expressio analytica-analitik bir sentezlemede*), anlamı da yarı yarıya kavramıştır. Peki, "$x^2\ 3x$" ne anlama geliyor? Aslında hiçbir şey, çünkü "x" harfi sadece sayıları belirtmekte, onları tanımlamamaktadır. Şayet "x" harfini, bir sayı imi ile değiştirirsek, bir sayıyı tanımlayan bir ifade elde ederiz, yani yeni bir şey değil. Tıpkı "x"in kendisi gibi, "$x^2\ 3x$" sadece belirtir. Bu, örneğin;

"$x^2\ 3x = x \cdot (x\ 3)$",

"$x > 0$ ise, $x^2\ 3x > 0$"

önermelerinde olduğu gibi, genelliği ifade etmek için gerçekleşebilir.

Fonksiyon nerede kaldı peki? Ne bizzat işlemin ifadesi ne de gönderimi, bunun için ele alınabilir gibi görünmüyor. Buna rağmen, doğru olandan çok uzak değiliz gibi. "*sin 0*", "*sin 1*", "*sin 2*" ifadelerinin her biri, özel bir sayıdır; ancak sinüs fonksiyonunun özünün tanımlanışını bulduğumuz, ortak bir "*sin*" bileşenine sahibiz. Bu "*sin*", muhtemelen Bay Czuber'in yasayı ima ettiğini söylediği, "*f*"ye karşılık gelmektedir, özellikle "α"dan "2"ye benzer, "*f*"den "*sin*"a, bir bakıma belirten bir imden, tanımlayan bir ime geçiş şeklinde. Buna göre, "*sin*" bir yasa anlamına gelirdi. Elbette bu, tam olarak doğru değildir. Yasa daha çok, "*sin*" iminin sadece bir bölümünü oluşturmasına rağmen, yasanın özelliğini belirlediği, "$y = \sin x$" denkleminde ifade ediliyor gibi görünmektedir. İşte burada, o aradığımız şey, fonksiyon yok mu? Doğrusu, "*f*" de bir fonksiyonu belirtecektir. Buna göre, fonksiyonların

sayılardan ayrıldığı konuya geliyoruz. Özellikle "sin", fonksiyonun tanımına ait olmayan bir sayı imi ile tamamlanmaya gereksinim duyar. Burada, şu durum genel olarak geçerlidir: bir fonksiyonun imi doymamıştır ve daha sonra argüman imi olarak adlandırdığımız sayısal bir im ile tamamlama gerektirir. Bunu ayrıca kök iminde, logaritma iminde görüyoruz. Fonksiyon imleri, bir denklemin bir tarafındaki sayılar gibi, tek başına bulunmazlar, aksine sadece bir sayıyı belirten veya çağrıştıran bir im ile tamamlanırlar. Buna göre, "sin 1", "$\sqrt{1}$", "$l1$" gibi bir fonksiyon imi ve sayı iminden oluşan bir bağıntı/bileşen, ne anlama gelir? Her seferinde tek bir sayı. Böylece, doymamış olanın diğeri tarafından tamamlanan, iki farklı, eşit olmayan parçadan oluşan sayı imleri elde ederiz.

Bu tamamlanma gereksinimini, örneğin "sin ( )" ya da "$( )^2 + 3$ ( )" gibi, boş parantezlerle gösterebiliriz. Bu argüman imini, fonksiyon iminin bir parçası olarak görüntülemekten kaynaklanan karışıklıktan kaçınmak adına, konuya en yakın ve en uygun yaklaşım olmasına rağmen, bu atama, muhtemelen kabul görmeyecektir.[3] Bunun için bir harf de kullanılabilir. Şayet bunun için, "ξ"yi seçersek, o zaman "sin ξ" ve "$\xi^2\ 3 \cdot \xi$", fonksiyonların imleridir. Bu esnada, "ξ"nin, burada sadece tamamlayan imin gelmesi gerektiği yerleri belirtme görevine sahip olduğu unutulmamalıdır. Bu harfi, başka bir amaç için, örneğin bizim örneklerimizdeki genelliğin ifadesi olarak hizmet eden "x" yerine kullanmamak, iyi olacaktır.

"x" harfinin, hem argüman yerlerini belirginleştirmek hem de

$$\text{“}\frac{d\cos\frac{x}{2}}{dx} = -\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}\text{”}$$

3. Bu arada bu, sadece bir fonksiyonun tamamen izole edilmiş birşekilde tanımlamak istendiği, istisnai durumlar içindir. "sin", "sin 2"'de tek başına zaten fonksiyonu tanımlar.

denkleminde olduğu gibi, genellemenin dile getirilmesine hizmet etmeyi amaçladığı durumu, diferansiyel bölümlerinin alışılageldik tanımlamalarının eksikliğidir.

Bu durum, bir zorluğu beraberinde getirir. Aritmetikteki harflerin kullanımının genel prensiplerine göre, "x" için bir sayı imi kullanıldığında, özel bir sonuca varma zorundalığı vardır. Ancak,

$$\text{“}\frac{d\cos\frac{2}{2}}{d2}\text{”}$$

ifadesi karışıktır, çünkü fonksiyon görülebilir değildir. Bunun,

$$\cos\frac{()}{2}\ \text{oder}\ \cos\frac{2}{()}\ \text{oder}\ \cos\frac{()}{()}$$

olup olmadığını bilemiyoruz. Bu nedenle, ağır-aksak

$$\text{“}\left(\frac{d\cos\frac{x}{2}}{dx}\right)_{x=2}\text{”}$$

yazım şekline muhtaç kalırız. Buradaki daha büyük dezavantaj ise, muhtemelen böylece, fonksiyonun yapısına inmenin, zorlaştırılmış olmasıdır.

Doymamışlık olarak adlandırdığımız fonksiyon imlerinin kendilerine özgü özelliği, doğal olarak fonksiyonların kendisinde bulunan bir şeyle örtüşmektedir. Bunlar da doymamış olarak nitelendirilebilirler ve bu sayede bunların sayılardan tamamen farklı olduklarını dile getirmiş oluruz. Elbette bu bir tanım değildir; fakat burada böyle bir şey zaten mümkün değildir.[4] Kendimi, imgesel bir anlatımla neyi kastettiğimi di-

4. H. Hankel'in, *Untersuchungen über die unendlich oft oszillierenden und unstetigen Funktionen* (*Sonsuz Salınan ve Stabil Olmayan Fonksiyonlar Üzerine*) Universitaetsprogramm, 1870 Tübingen (üniversite programı), adlı çalışmasının 1. maddesinde dile

le getirmeye odaklamam gerek ve bu esnada okuyucunun anlayışlı yaklaşıma ihtiyacım var.

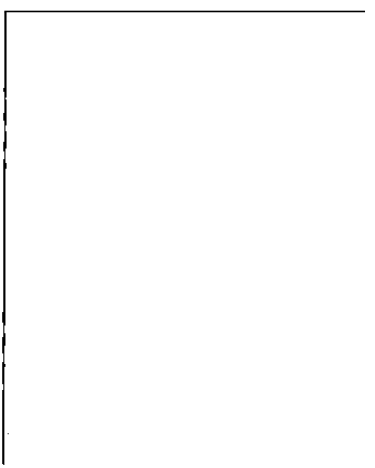
Bir fonksiyon, bir sayı ile bir sayıya tamamlanlandığında, argüman olarak tamamladığı sayı açısından bu sayıya, fonksiyonun değeri deriz. "$y = f(x)$" denklemini şu şeklide görmeye alışılmıştır: "y, x'in bir fonksiyonudur." Burada iki hata vardır: birincisi, eşitlik imi, kopula sayesinde aktarılır: ikincisi, fonksiyon, bir argüman için geçerli değerle karıştırılmaktadır. Bu hatalardan, fonksiyonun, bir değişken ya da belirsiz de olsa bir sayı olduğu kanısına varılmıştır. Öte yandan, bu sayıların var olmadığı ve fonksiyonların, sayılardan tamamen farklı olduklarını görmüştük.

Kısa olma çabası, matematiksel dile birçok yanlış ifadeyi sokmuştur ve bunlar da, öncesini de kapsayacak şekilde, düşünceleri bulandırmış, hatalı tanımların oluşmasına neden olmuşlardır. Matematik aslında, mantıksal açıklığın/berraklığın bir örneği olmalıdır. Gerçekte, muhtemelen hiçbir bilim dalının yazılarında, matematiksel olanlardan daha eğrik ifadeler, dolayısıyla daha fazla çarpık düşünceler bulunmaz. Mantıksal doğruluk, asla ifadenin kısalığına kurban edilmemeli. Bu nedenle, en katı doğrulukla, olanaklı olan en kısa ifadeyi bir araya getiren bir matematik dili oluşturmak, çok önemlidir. Bunun için, sesin arabuluculuğu olmadan, yazılı veya basılı imler aracılığıyla, doğrudan düşünceleri ifade edebilecek kurallar bütününe sahip bir kavram yazısı, en uygunu olacaktır.

---

getirdiği tanım, açıklanabilmesi için tanımlanacak şeyi şart koşan "$f(x)$" ifadesini barındırdığından, hatalı işlem dizini nedeniyle kullanışsızdır.

bir kavram-yazısının bilimsel gerekçesi üzerine*



* Frege, Gottlob; Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik. 81*, 1882, s. 48-56) (Felsefe ve Felsefi Eleştiri Dergisi)

Bilimin daha soyut alanlarında, başkalarında oluşan yanlış anlaşılmalardan ve aynı zamanda kendi düşüncelerindeki hatalardan kaçınmaya yönelik bir aracın eksikliği, her defasında tekrar tekrar hissedilmektedir. Her ikisi de, dilin eksikliğine dayanmaktadır. Çünkü, düşünmek için duyusal imlere ihtiyacımız vardır. Dikkatimiz, doğamız gereği dış dünyaya yöneliktir. Duyusal izlenimler, hayatın görüntülerinin o kadar ötesine geçer ki, düşüncelerimizin/idelerimizin seyrini, ilk etapta hayvanlarda olduğu gibi, neredeyse tek başlarına belirlerler. Dış dünya, bir yere kadar bize bağımlı olmasaydı, bu bağımlılıktan neredeyse hiç kaçamayabilirdik. Çoğu hayvanın bile, mekânlarını değiştirebilme yetenekleri sayesinde, duyusal izlenimleri üzerinde bir etkisi vardır; biryerden kaçarken, bir diğerini ararlar. Yalnız bu da değil; ayrıca dönüştürebilecek şekilde, şeylere etki edebilirler. İnsan ise, bu yeteneklere çok daha büyük oranda sahiptir. Yine de, düşünce/ide sürecimiz, bununla henüz tam bağımsızlığını elde edemez; bu durum bize, neyin var olmadığı, neyin görünmez olduğu, belki de neyin saçma olduğunu gösteren imlerin büyük keşfi olmasaydı, bizler, elimizin yapabileceği, sesimizin çıkardıklarıyla sınırlı kalırdık. Bir şeyin algılanmasının, herhan-

gi bir im olmadan zihinsel görüntülerin döngüsünü bir araya getirebileceğini inkâr etmiyorum. Ancak bunun ayrıntılarına inemeyiz: Yeni bir algı, bu görüntülerin gece batmasına ve başkalarının doğmasına neden olur. Ancak, bir algı sayesinde, algının hatırlattığı bir düşüncenin imini üretecek olursak, düşüncelerin/idelerin etrafında toplandığı bir yeni, sabit bir merkez yaratırız. Bunlardan ise, imini öne çıkarmak için, birini seçeriz. Böylece, adım adım, düşüncelerimizin/idelerimizin iç dünyasına gireriz ve kendi isteğimizle onun kıskacından kurtulmak adına, bizzat duyumsal olanı kullanarak, istediğimiz gibi hareket ederiz. Rüzgara karşı yelken açmak için, rüzgarı kullanmanın keşfi, denizcilik için ne öneme sahipse, bu imler de, düşünme için aynı öneme sahiptir. Bu nedenle, kimse imleri (sakın) küçümsemesin! Birçok şey, bunların amaca uygun kullanımlarına bağlıdır. Düşünebilmek için, uzun süren bir uygulamanın ardından, bir imi, artık yüksek sesle dile getirmeye gerek duymadığımız gerçeği ile (imin) değeri azalmaz; çünkü, buna rağmen sözcüklerle düşünürüz, sözcükler olmazsa, matematiksel veya başka imlerle düşünürüz.

İmler olmadan, kavramsal düşünceye çok zor ulaşırdık. Farklı, ancak benzer olan şeylere aynı imi vererek/atayarak, artık her bir şeyi ayrı ayrı değil, bunlarda ortak olanı, kavramı belirleriz. Bunu da, ancak bunu tanımlayarak elde ederiz; çünkü, görsel olmayan kavranabilir olmadığından, kavranabilir bir temsilciye gereksinim duyar. Böylece, duyusal olan bize, duyusal olmayan dünyanın kapılarını açar.

İmlerin sağladıkları fayda bununla tükenmemiştir. Bunlar, vazgeçilmez olduklarını göstermek açısından, yeterli olabilir. Fakat dil, düşünmeyi yanlışlardan sakınmak söz konusu olduğunda, yetersiz kalmaktadır. Bu bağlamda, kendisinden istenilmesi gereken, açık olma şeklindeki ilk şart için bile yeterli değildir. En tehlikeli durumlar ise, kelimenin gönderimlerinin çok az farklı olduğu, sessiz, ancak önemli varyasyonlardır. Birçok örnek arasından, süreklilik arzeden bir fenomen burada dillendirilebilir: aynı sözcük, bir kavramı ve kavramlar altına düşen

bir nesneyi tanımlamak için kullanılır. Ayrıca genel anlamda, kavram ile nesne arasında fark görülmemektedir. "At" (sözcüğü), tek bir varlık olabilir, aynı zamanda, aşağıdaki cümledeki/önremedeki gibi, türü de tanımlayabilir: "At, otçul bir hayvandır." Nihayetinde At, aşağıdaki cümledeki/önrmedeki gibi bir kavram olabilir: "Bu bir attır." Dil, dilbilgisine uyulmasının bile düşünce sürecinin biçimsel doğruluğunu içerecek şekilde, mantık yasalarıyla donatılmamıştır. Çıkarımın ifade edildiği biçimler, o kadar çok, o kadar çok gevşek ve elastiktir ki şartlar, fark edilmeden kolayca aradan sıvışabilirler ve bunlar daha sonrasında, çıkarım cümlesinin geçerliliği için gerekli şartların sıralanışında, göz ardı edilirler. Dolayısıyla bu durum, yasaların kendisine sağladığından daha geniş bir genellik elde eder. Hatta, Öklit (Euklid) gibi, titiz ve katı/kararlı bir yazar bile, ne kendi prensipleri ne de belirli özel bir önermenin şartları altında listelemediği bu koşulları kullanmaktadır. Bu anlamda, örneğin, *Elementler*'in ilk kitabının 19. hükmündeki/maddesindeki çıkarımlarında (her üçgende, daha büyük açının karşısında daha büyük bir kenar yer alır) aşağıdaki önermeleri alçak sesle kullanır:

1. Bir uzaklık diğer bir uzaklıktan daha büyük değilse, o zaman buna eşittir ya da bundan daha kısadır.
2. Bir açı diğer bir açıya eşitse, bundan daha büyük değildir.
3. Bir açı diğer bir açıdan daha küçükse, bundan daha büyük değildir.

Burada okuyucu, bu önermelerin konu atlamalarını, sadece özel bir dikkat sayesinde farkeder, çünkü, özellikle bu atlamalar gibi kullanıldıkları o düşünce yasalarının orjinalliğine çok yakın görünmektedirler. Çıkarsamanın katı bir şekilde sınırlandırılmış bir biçimler alanı, özellikle dilde mevcut değildir ve bu nedenle ara bileşenlerin atlanmasının dilbilgisel biçimdeki bütüncül sürekliliği, ayırt edilemez. Hatta, birinci durumun dilde neredeyse (hiç) görünmediği ve o gereksiz uzatmayla ilişkilendirildiğinden, dil duygusuna direndiği söylenebilir. Mantık-

sal bağıntılar, aslında neredeyse her zaman dil aracılığıyla ifade edilmez, hissettirilir, tahmin edilmeye bırakılır.

Yazılı olan (şey), sözlü dile getirilenden önceki süreye sahiptir. Bir düşünce süreci, değişim korkusu olmaksızın birkaç kez gözden geçirebilir ve böylece, doğruluğu açısından tam olarak irdelenebilir. Mantığın kuralları, dışarıdan bir kılavuz olarak uygulanır, çünkü sözün yazılışının özünde, yeterli bir garanti yoktur. Yine de hatalar, özellikle bir sözcüğün gönderimindeki küçük farklılıklardan kaynaklananlar olmak üzere, denetleyenin gözünden kolayca kaçar. Buna rağmen, gündelik yaşamda olduğu kadar, bilimde de yolumuzu oldukça iyi bulabiliyorsak, bunu, sunduğu alternatiflerle hazırda bulunan denetimin/sağlamanın sayısız yaklaşımlarına borçluyuz. Deneyim ve uzamsal bakışaçısı bizi, birçok hatadan korumaktadır. Buna karşın mantıksal kurallar, sağlama araçlarının başarısız olmaya başladığı alanlardan örneklerin de gösterdiği gibi, daha az koruma sunar. Bu kurallar, her zaman içeriğin dışında kaldıklarından, büyük filozofları da hatalardan koruyamamış, aynı şekilde yine yüksek matematiği hatalardan uzak tutamamışlardır.

Öne çıkarılan eksikliklerin nedeni, bir taraftan dilin belirli bir zayıflığı ve değişkenliği, diğer taraftan, gelişebilme ve kullanılabilirlik kapasitelerinin bir koşulu olduğuna dayanmaktadır. Bu açıdan dil, en çeşitli durumlara uyum sağlama yeteneğine rağmen, bizi tatmin etmeyen, el ile karşılaştırılabilir. Elin yapamayacağını yapabilecek şekilde çalışan yapay eller, araçlar-gereçler yaparız. Peki bu mutlaklığı mümkün kılan nedir? Sadece katılığı, eli çok yönlü hâle getiren eksikliği ve bileşenlerinin değişmezliği. Buna göre, sözel dil de yeterli değildir. İçeriğinin katı mantıksal biçiminin kaçamayacağı, her belirsizliğin, her türlü çokanlamlılığın yasaklandığı bir imler bütününe ihtiyaç duyarız.

Şimdi ise, kulağa yönelik imlerin mi yoksa göze yönelik olanların mı önceliği hak ettiği sorusu söz konusudur. İlk değinilen, öncelikle oluşumlarında, dış etkenlerden daha bağımsız olmanın avantajını sunmaktadırlar. Buna göre, özellikle seslerin iç süreçlerle olan daha yakın

ilişkisi geçerli kılınabilir. Ancak görünüşün şekli bile, her ikisi açısından kronolojik bir çıkarımdır; her ikisi de eşit oranda geçicidir. Özellikle duygusal yaşam açısından seslerin, şekillere ve renklere göre, daha içsel bir ilişkisi vardır; ayrıca, o sonsuz esnekliğiyle insan sesi, duyguların o en ince karışımları ve çeşitlemeleriyle bile başa çıkabilmektedir. Ancak, bu üstünlükler, başka amaçlar açısından ne kadar değerli olsalar da, çıkarımların katılığı bağlamında önemsizdirler. Duyulabilir imlerin mantığın bedensel ve zihinsel koşullarına bu kadar sıkı sıkıya bağlı olması, belki de özellikle bunların onlara daha da bağımlı kılınmalarının dezavantajını beraberinde getirir.

Görünebilir olan, özellikle de nesneler/oluşumlar, tamamen farklı yapıya sahiptir. Bunlar genelde keskin hatlarla tanımlanmış ve birbirinden belirgin bir şekilde ayrıştırılmıştır. Yazılı imin bu belirginliği, aynı zamanda, imlenenin de daha keskin bir şekilde belirginleştirilmesini beraberinde getirecektir. Özellikle, çıkarımın katılığı/ciddiyeti açısından, düşünceler üzerinde bu türden bir etki isteniyor olsa gerek. Ancak bu, sadece im, dolaysız bir şekilde nesneye gönderimde bulunuyorsa elde edilebilir.

Yazılı olanın bir diğer üstünlüğü, daha uzun bir zaman dilimi ile değişmezliktir. Böylece burada, aslında olması gerektiği kavrama, aynı zamanda gerçek düşünce sürecimizin aralıksız akışına daha da benzemektedir. Yazı, birçok şeyi aynı anda kaydetme olanağını sunar ve her ne kadar her an sadece küçük bir kısmını dikkate alabilsek de, aynı zamanda geri kalanın genel bir izlenimine sahip oluruz ve bu, buna ihtiyaç duyduğumuzda elimizin altındadır. İki kat uzun yazma alanındaki yazı karakterlerinin konumsal ilişkileri, basitçe uzatılmış zaman içinde ve sonrasında sadece içsel ilişkileri ifade etmek için, çok daha çeşitli biçimlerde kullanılabilir ve bu, dikkatimizi yönlendirmek üzere olduğumuz şeyin keşfini kolaylaştırır. Aslında, basit düzen de, düşüncelerin aralarında bağlantılı olduğu mantıksal ilişkilerin çeşitliliğiyle hiçbir şekilde örtüşmez.

Böylece, yazının düşünce/ide sürecinden uzaklaştığı nitelikler, elimizdeki araç-gerecin bazı kusurlarından kurtulmak için en uygun çözümlerdir. Şayet, günlük konuşma dili ile oluşturduğu karşılıklı etkileşim içinde doğal düşünceyi ifade etme söz konusu değilse, aksine amaç bunun, duyma duyusuna bağlı oluşan tek yönlülüğünün eksikliğini gidermek ise, bu durumda yazı, sese/söze tercih edilecektir. Böyle bir yazı, görünür imlerin kendine özgü üstünlüklerinden yararlanmak için, tüm sözel dillerden ve konuşma kalıplarından tamamen farklı olmak durumundadır. Bu üstünlüklerin, yazıya neredeyse yansımadığını söylemeye bile gerek yok. Yazı alanındaki sözcüklerin karşılıklı dizilişi, büyük ölçüde satırların uzunluğuna bağlıdır ve bu açıdan önemsizdir. Ancak bu arada, artık bu üstünlükleri daha iyi kullanan, yazının başka türleri mevcuttur. Aritmetik formül dili, bir kavram yazısıdır, çünkü sesin aracılığı olmadan, nesneyi doğrudan ifade etmektedir. Bu şekilde, basit bir yargının içeriğinin tek bir satıra yerleştirilmesine izin veren kısalığa ulaşır. Bu tür içerikler –burada ele alınan şekliyle, denklemler/eşitlikler veya eşitsizlikler– ayrı olduğu kadar, bir arada da yazılmaktadır. Şayet, iki denklem bileşeninin devamında bir üçüncüsü ortaya çıkarsa, ilk ikisi tarafından "buna göre" ifadesiyle tercüme edilebilecek olan üçüncüsü, yatay bir çizgi ile ayrıştırılır. Bu şekilde, yazı alanının iki katı genişletilmesi, bütünü açık bir şekilde görebilmek için kullanılır. Buradaki çıkarım, tek taraflıdır ve neredeyse her zaman, aynı değişimin, aynı sayılarla gerçekleştirilmesiyle, aynı sonuçlara ulaştırmalarına dayanmaktadır. Elbette bu, hiçbir şekilde aritmetikteki çıkarsamanın tek yolu değildir. Fakat, mantıksal ilerleme/süreç farklı gerçekleştiğinde, genellikle bunu sözcüklerle ifade etmek gerekir. Buna göre, aritmetik formül dili, mantıksal bağıntılar açısından, ifadelerden yoksundur; ve dolayısıyla tam anlamıyla bir kavram yazısı ismini hak etmemektedir. Leibniz'e[1] dayanan, yakın zaman önce Boole, R. Graßmann, St. Jevons,

1. Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis. (İşaret eden soyut ideal, uygundur) Erdm. S. 94.

E. Schröder ve diğerleri tarafından yenilenen mantıksal bağıntıların tanımlamalarında ise tam tersi bir durum söz konusudur. Burada, tam olmasa da, mantıksal biçimler mevcuttur; ancak içerik eksiktir. Burada, basit harfler yerine, örneğin analitik denklemleri koyma girişiminin her biri, bütünün görünür olmaması ve anlaşılır olmaması, belirsizliği, evet hatta ortaya çıkan formüllerin çok anlamlılığı nedeniyle, bu tanımlamanın, gerçek bir kavram yazısı oluşturmak için ne kadar uygun olmadığını göstermiş olurdu. Bu türden bir yaklaşımdan, şunu talep etmek istiyorum: Mantıksal bağıntılar açısından, gerekli sayılar ile sınırlı, kolay ve kesin olmak için, basit ifadelere sahip olmalıdır. Bu biçimler, bir içerikle, en içten bir şekilde bağlantı kurabilmelidir. Düşüncenin/önermenin, bütününü görme açısından, açıklığında, yazı alanının iki katının iyi bir şekilde kullanılabileceği gibi bir kısalık hedeflenmelidir. İçeriksel gönderimlerin imleri, önemsizdir. Genel biçimler bir defa oluşturulduktan sonra, diğerleri de ihtiyaca göre kolayca oluşturulabilirler. Şayet bir kavramı, en son bileşenine kadar ayrıştırmada başarılı olunamazsa ya da bu gerekli görünmezse, geçici imlerle yetinilebilir.

Konunun, gerçekleştirilebildiği hakkında gereksiz yere endişenilmektedir. Bilimin, bir kavram yazısı tarafından geliştirilmesi, imkânsız denmektedir; çünkü ilkinin keşfi, sonrakinin tamamlanmasını önceler. Öyleymiş gibi görünen aynı zorluk, dilde de ortaya çıkar. Buna göre bu (dil), mantığın gelişimini olanaklı kılmıştır denmektedir; ancak insan, akıl yürütmeden dili nasıl yaratabildi (peki)? Doğa yasalarının araştırılmasına, fiziksel araç-gereçler yardımcı olur; Bunlar, ancak, yine doğa yasalarının bilgisine dayanan, ileri bir teknolojiyle üretilebilirler. Döngü, tüm durumlarda aynı şekilde çözülür/ilerler. Fizikteki bir gelişme, aynı türden bir gelişimin teknolojide yaşanmasına yol açar ve bu, fiziğin tekrar geliştirildiği, yeni araç-gereçlerin oluşturulmasını mümkün kılar. Bizim durumumuza yönelik uygulama kendiliğinden ortaya çıkmaktadır.

Matematiksel formül-dilini, yukarıda açıkladığım olması gerektiği şekliyle, matematik alanı için bir kavram yazısının ortaya çıkması için,

mantıksal bağıntılar açısından, imlerle tamamlamaya çalıştım.[2] Bununla, imlerimin diğer alanlarda kullanımı, hariç tutulmamaktadır. Mantıksal bağıntılarla, her yerde karşılaşılmaktadır ve belirli, özel içeriklere yönelik imler, kavram yazısının notasyon sınırlarına sığacak şekilde seçilebilirler. Bu, gerçekleşsin ya da gerçekleşmesin, her durumda, düşünce biçimlerinin açıklayıcı, bütüncül bir anlatımı, matematiğin ötesine uzanan bir öneme sahiptir. Bu nedenle, belki de filozoflar da buna dikkatle eğilmek isterler/isteyebilirler!

2. Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle a. 1879.

İSİM VE KAVRAM DİZİNİ

A

Akşam Yıldızı 32, 53
algılamak 51, 64, 87
ana cümle 62, 64, 66, 67, 70, 71, 74, 75, 77
analitik 13, 27
analiz 12, 13, 22, 30, 44, 68, 99, 103, 104, 108
anlamsız/saçma 36, 37, 67, 68, 70, 93, 117
argüman 12, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 33, 34, 35, 36, 37, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 103, 111, 113
Aristoteles 38, 53

B

bağlama/bağıntı 22, 23, 33, 44, 45, 51, 52, 53, 55, 57, 60, 67, 74, 76, 84, 86, 89, 91, 92, 94, 95, 98, 99, 109, 111, 120, 122, 123, 124
bakış açısı 27, 55, 56, 62
Bebel, A. 76
bildirim cümlesi 34, 35, 43, 58, 60, 61
bileşen 12, 59, 60, 61, 62, 63, 70, 71, 72, 73, 74, 79, 86, 105, 110, 111, 119, 120, 122, 123
bileşik 52, 67, 68, 99

bilişsel/bilişsel değer 51, 52, 53, 79
birleşim 96, 97
Boole, G. 122
bütün/bütüncül 26, 62, 67, 71, 73, 74, 79, 90, 104, 119, 124
Büyük İskender 53, 85

C

Czuber, E. 106, 107, 108, 109, 110

Ç

çağrışım 107
çıkarım 38, 60, 119, 121, 122

D

değer seyri/eğrisi 28, 29, 30, 33, 34, 35, 36
değişim/değiştirme 64, 104, 105, 120, 122
değiştirilebilir/değişken 45, 55, 103, 104, 106, 107, 108, 109, 113
deneyim 36, 120
dil 88, 92, 119
dilsel ifade 88, 99
doğa kanunu/yasası 123
dolaylı 54, 55, 62, 63, 64, 65, 66, 74, 76, 78, 92
dolaysız 54, 62, 63, 65, 79, 92, 121
doymamış, bkz. tamamlanmamış/tamamlanma gereksinimi olan 25, 34, 35, 44, 99, 111, 112
duyum/anlam 12, 13, 14, 21, 23, 32, 34, 49, 53, 54, 55, 56, 58, 59, 61, 62, 63, 64, 66, 69, 71, 73, 74, 86, 88, 90, 96, 99, 107
düşünce/ide/fikir 11, 21, 55, 56, 57, 58, 59, 63, 64, 66, 71, 74, 75, 88, 90, 117, 122
düzey/aşama/derece 13, 43, 44, 45, 46, 47, 57, 69, 93, 94, 95

E

Euklid/Öklit 119

F

fikir 55
fonksiyon 12, 13, 14, 22, 46, 90, 93, 99, 110, 111
fonksiyon imi 111
formel 22, 110

G

genellik 71, 107, 109, 119
gerçeklik/doğruluk değeri 12, 31, 33, 34, 35, 37, 38, 39, 40, 44, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 66, 67, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 90
gönderim 12, 13, 32, 86, 90, 96

Graßmann, R. 122

H

Helmholtz, H. v. 23
hesaplama 26

İ

içerik çizgisi 38
içerik, değerlendirilebilir 22, 23, 84, 86, 90, 123
ileri süreme/öne sürme 73, 75
im 53, 110
isim 85
işaret 122
işlem ifadesi/hesaplama 110

J

Jevons, St. 122
Jül Sezar (Julius Caesar) 93

K

kanıt, ontolojik 44
kavram 12, 13, 14, 17, 21, 51, 68, 69, 83, 85, 90, 93, 99
kavram ifadesi 69
kavram sözcüğü 90
kavram ve nesne 12, 13, 81, 84, 91, 94, 96
Kepler, J. 67
Kerry, B. 83, 84, 86, 87, 88, 89, 91, 94, 95, 96, 97, 98
Kolombus 65
Kopula 85, 86, 89, 96, 113
Kronecker, L. 23

L

Leibniz, G. W. 61, 122

M

mantığın kuralları 120
mantık 11, 13, 33, 68, 88, 119
mantıksal 12, 13, 14, 28, 33, 35, 61, 62, 63, 68, 69, 70, 83, 84, 87, 91, 96, 97, 98, 113, 120, 121, 122, 123, 124

N

Napolyon 72, 73, 75, 76
nesne 12, 13, 23, 35, 36, 37, 41, 43, 45, 52, 53, 55, 56, 57, 60, 66, 69, 81, 84, 85, 86, 87, 89, 90, 91, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 105, 106, 108, 119
nesne adı 85

O

Odysseus 59

Ö

ölçek/boyut 104
ölçü-birim 104, 108

önerme 59, 76
öngörü 58
özdeşlik/eşitlik imi 24, 29, 113
özdeşlik/eşitlik [özdeş/eşit olma] 28, 34, 51, 52, 55
özel isimler 32, 58, 59, 67, 68, 69, 93, 106, 107
özellik 94, 96, 97
özne/süje 12, 61, 70, 85, 88, 90, 92, 93, 99

P

parabol 27
Platon/Eflatun 53

S

Sabah Yıldızı 32, 53, 85, 86
sayı 24, 93
sayı imi 23, 109, 110, 111, 112
Schröder, E. 123
sezgi/izlenim 55, 83, 117, 121
sonuç cümlesi 106, 107

T

tamamlanma gereksinimi 30, 34, 111
tamamlanmış 26, 29, 34, 35, 92, 93, 99
tanım 23, 24, 84, 88, 109, 112, 113
tanımlık edatı 24, 67, 69, 87, 91, 93, 96, 97
tekil kavram 88

V

varlık/varlıkbilimsel 44, 85, 92, 119
varoluşsal 43
varsayımsal/hipotetik 71

W

Wellington, A. 65

Y

yan cümle 66, 74, 77
yanlış/hatalı olan 26, 31, 32, 33, 37, 39, 40, 41, 42, 45, 58, 59, 60, 61, 64, 70, 73, 75, 83, 84, 85, 88, 93, 113, 117
yargı 38, 39, 40, 43, 60, 62, 71, 79
yargı çizgisi/imi 39, 40, 43
yüklem 12, 59, 60, 61, 85, 86, 88, 89, 90, 91, 92, 93
yüklemsel/yüklemli 85, 89, 90, 93, 94, 99

Z

Zeller, Ed. 23

Dil nedir, dilin mantıksal yapısı nasıl işler?

Konuşulan, duyulan, yazılan dilin anlam inşasındaki rolü nedir?

Dilsel im'lerin/işaretlerin işlevi nelerdir?

Kelimelerin biçimsel anlamı ile gönderimi arasında nasıl bir ilişki vardır?

Mantık ve matematik arasındaki benzerlik ve farklılıklar nelerdir?

Dilin, mantıksal ve matematiksel yapısını çözümlemeye, biçim ve anlam arasındaki bağıntısını kurmaya çalışan Gottlob Frege'nin modern Batı düşüncesine yön veren temel makalelerinden seçilerek oluşturulan bu kitap, bilginin ve düşünmenin kaynağı olan dil felsefesi alanında evrensel anlamda doldurduğu boşluğu Türkçede de doldurmaya namzettir. Eleştirildiği kadar, gelmiş geçmiş en büyük mantıkçılardan biri olarak kabul gören Frege, seçilmiş söz konusu yazılarında dilbilimin matematik ve mantıkla olan ilişkisini serimlemekte ve hakikat yolunda önemli adımlar atmaktadır. Kendi ifadesiyle "Hakikatleri keşfetmek tüm bilimlerin görevidir, mantık hakikatin yasalarını tanımaktır."



KÜLLİYAT YAYINLARI

FONKSİYON VE KAVRAM

GOTTLOB FREGE

çev: Mustafa Özdemir

ISBN 978-975-574-898-6