HANS REICHENBACH

KUANTUM MEKANİĞİNİN FELSEFİ TEMELLERİ

ALFA BİLİM

HANS REICHENBACH

1891 yılında Hamburg'da doğan ünlü filozof, Nazilerden kaçarak geldiği İstanbul Üniversitesinde 1935-1938 yılları arasında Felsefe Bölüm Başkanlığını yürütmüş ve daha sonra ABD'ye göç ederek 1953 yılında vefat edene kadar California Üniversitesi Felsefe Bölümünde Profesör olarak çalışmıştır. Çağımızın en önemli filozoflarından olan Reichenbach, arkadaşları olduğu Albert Einstein ve Mac Planck'la birlikte 1926-1933 yılları arasında Berlin Üniversitesinde çalışmış, 1928 yılında aralarında Carl Gustav Hempel, Richard von Mises, David Hilbert ve Kurt Grelling'in de bulunduğu "Berlin Çevresi" denilen bir felsefe grubu kurmuştur. 1930 yılında Rudolf Carnap'la birlikte *Erkenntnis* (*Bilgi*) isimli bir dergi çıkartmıştır. Reichenbach'ın diğer önemli eserleri arasında *Bilimsel Felsefenin Doğuşu* ile *The Philosophy of Space and Time* (*Uzay ve Zamanın Felsefesi*) sayılabilir.

DENİZ ÖLÇEK

Hacettepe fizik ve mühendislik üstüne eğitimi sırasında ODTÜ'de X-ışını kaynağı yıldızlar ve Oulu Üniversitesinde elektromanyetik fırtınalar ve kutup ışıkları üzerine araştırma asistanı olarak bulundu. Ardından, ODTÜ Felsefe Bölümünde çevre felsefesi ve kuantum fiziğinin bazı yorumları arasındaki ilişkiyi ele alan yüksek lisans tezini tamamladı. 2003'den beri çeşitli ulusal ve uluslararası sivil toplum kuruluşlarıyla kültürlerarası diyalog ve ekoloji konuları üzerine projeler yürütmekte ve eğitimlerde yer almaktadır. Şu anda Montréal'de ekoloji, felsefe ve yoga üzerine araştırma ve çalışmalarına devam etmektedir.

Kuantum Mekaniğinin Felsefi Temelleri
© 2014, ALFA Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.

Philosophic Foundations of Quantum Mechanics
Copyright © 1944, by The Regents of the University of California

Kitabın Türkçe yayın hakları Akçalı Ajans aracılığıyla Alfa Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.'ne aittir. Tanıtım amacıyla, kaynak göstermek şartıyla yapılacak kısa alıntılar dışında hiçbir yöntemle çoğaltılamaz.

Yayıncı ve Genel Yayın Yönetmeni M. Faruk Bayrak
Genel Müdür Vedat Bayrak
Yayın Yönetmeni Mustafa Küpüşoğlu
Dizi Editörü Kerem Cankoçak
Redaksiyon Mehmet Ata Arslan
Kapak Tasarımı Begüm Çiçekçi
Sayfa Tasarımı Zeliha Güler

ISBN 978-605-106-894-7
1. Basım: Eylül 2014

Baskı ve Cilt
Melisa Matbaacılık
Çiftehavuzlar Yolu Acar Sanayi Sitesi No: 8 Bayrampaşa - İstanbul
Tel: 0(212) 674 97 23 Faks: 0(212) 674 97 29
Sertifika no: 12088

Alfa Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.
Alemdar Mahallesi Ticarethane Sokak No: 15 34110 Fatih–İstanbul
Tel: 0(212) 511 53 03 Faks: 0(212) 519 33 00
www.alfakitap.com - info@alfakitap.com
Sertifika no: 10905

HANS REICHENBACH

KUANTUM MEKANİĞİNİN FELSEFİ TEMELLERİ

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ **7**

KISIM 1: GENEL DEĞERLENDİRME

§ 1. Nedensel Yasalar ve Olasılık Yasaları 13
§ 2. Olasılık Dağılımları 20
§ 3. Belirsizlik İlkesi 27
§ 4. Nesnenin Gözlem Yoluyla Bozulması 36
§ 5. Gözlenmeyen Nesnenin Belirlenmesi 40
§ 6. Dalgalar ve Parçacıklar 45
§ 7. Girişim Deneyinin Analizi 51
§ 8. Ayrıntılı ve Kısıtlayıcı Yorumlar 63

KISIM 2: KUANTUM MEKANİĞİ MATEMATİĞİNİN ANA HATLARI

§ 9. Bir Fonksiyonun Dik Kümeler Cinsinden Açılımı 85
§ 10. Fonksiyon Uzayında Geometrik Yorum 95
§ 11. Dönüşümlerin Tersine Çevrilmesi ve Yinelenmesi 104
§ 12. Birkaç Değişkenli Fonksiyonlar ve Konfigürasyon Uzayı 111
§ 13. De Broglie İlkesinden Schrödinger Denkleminin Türetilmesi 114
§ 14. Fiziksel Varlıkların İşlemcileri, Öz Fonksiyonları ve Öz Değerleri 124
§ 15. Yer Değiştirme Kuralı 130
§ 16. İşlemci Matrisleri 133
§ 17. Olasılık Dağılımlarının Belirlenmesi 137
§ 18. ψ Fonksiyonunun Zamana Bağımlılığı 144

§ 19. Diğer Durum Fonksiyonlarının Dönüşümü 152
§ 20. ψ Fonksiyonunun Gözlemsel Olarak Belirlenmesi..... 153
§ 21. Ölçümün Matematiksel Kuramı 160
§ 22. Olasılık Kuralları ve Ölçüm Yoluyla Bozulma..... 169
§ 23. Kuantum Mekaniğinde Olasılıkların ve İstatistiksel Toplulukların Doğası 175

KISIM 3: YORUMLAR

§ 24. Klasik ve Kuantum Mekaniksel İstatistiklerin Karşılaştırılması..... 185
§ 25. Parçacık Yorumu..... 195
§ 26. Zincir Yapısının Olanaksızlığı..... 201
§ 27. Dalga Yorumu..... 214
§ 28. Gözlemsel Dil ve Kuantum Mekaniksel Dil..... 224
§ 29. Kısıtlı Anlamla Yorum..... 229
§ 30. Üç Değerli Mantık Yoluyla Yorumlama..... 237
§ 31. İki Değerli Mantığın Kuralları 243
§ 32. Üç Değerli Mantığın Kuralları 246
§ 33. Üç Değerli Mantık Aracılığıyla Nedensel Olağandışılıkların Önüne Geçme 262
§ 34. Nesne Dilinde Belirsizlik..... 272
§ 35. Ölçülebilirliğin Sınırları..... 276
§ 36. İlişkili Sistemler 278
§ 37. Sonuç 287

DİZİN, 291

ÖNSÖZ

İki büyük kuramsal yapı olan görelilik ve kuantum kuramı, modern fiziğin yüzünü şekillendirmiştir. İlki, özel göreliliğin temellerini oluşturmaya çok yaklaşan Hendrik Anton Lorentz veya kuramın geometrik yapısını belirleyen Hermann Minkowski gibi başkalarının katkılarıyla paralellik göstermeden ilerlemesinden dolayı tam anlamıyla tek bir adamın, Albert Einstein'ın keşfi olarak düşünülür. Ancak kuantum kuramı için durum farklıdır. Bu kuramın gelişimi, her biri önemli katkılar sağlayan ve birbirinin sonuçlarından yararlanan birçok kişinin ortak çalışmasının ürünüdür.

Böyle bir ekip çalışmasının gerekliliği, kuantum kuramı konusunun derinliklerinde kök salmıştır. Öncelikle, bu kuramın gelişimi büyük ölçüde gözlemsel sonuçların üretimine ve elde edilen sayısal değerlerin kesinliğine bağlıdır. Tayfsal çizgileri fotoğraflayan ya da ustaca yapılmış aletler aracılığıyla temel parçacıkların davranışını gözlemleyen bir deneyci ordusunun yardımı olmadan, kuramın temelleri kurulmuş olsa bile, gelişimi söz konusu olamazdı. İkinci olarak, bu temeller görelilik kuramının mantıksal yapısından oldukça farklıdır. Kuram tamamlandıktan sonra bile, hiçbir zaman tek bir tür ilke yapısına sahip olmamıştır. Matematiksel zarafete rağmen, kuramın temelleri, görelilik ilkesinin yaptığı gibi ilk bakışta bizi ikna eden bir ilkenin fikir verici yapısına sahip olmayan bir grup ilkeden oluşur. Son olarak, kuantum kuramının klasik fiziğin ilkelerin-

den uzaklaşması, görelilik kuramının yaptığı uzayzaman eleştirisinden çok daha ileriye ulaşır. Kuantum kuramının temellerinin uygulamaları, nedensel yasalardan olasılık yasalarına geçişe ek olarak, gözlenmeyen nesnelerle ilgili felsefi fikirlerin, hatta mantık ilkelerinin tekrar gözden geçirilmesine ve bilgi kuramının en derin temellerinin sorgulanmasına yol açar.

Kuantum fiziğinin kuramsal yapısının oluşumunu dört evreye ayırabiliriz. İlk evre, Max Planck, Albert Einstein ve Niels Bohr'un adıyla anılır. Planck'ın 1900'de kuantum fikrini sunmasını, 1905'te Einstein'ın kuantum kavramını ışık demetlerine genişletmesi takip etti. Ancak nihai adım, Bohr'un yeni bir fiziksel keşif dünyasına adım atılmasını sağlayan kuantum fikrinin atomun yapısının analizine uygulanmasıyla atıldı.

İkinci evre 1925'te başlayıp, Planck, Einstein ve Bohr'un temellerini attığı fizik konusunda eğitim gören daha genç bir neslin çalışmalarından oluşmaktadır ve daha önce gelenlerin bıraktığı yerden devam eder. Kuantum mekaniğinin ortaya çıkmasıyla sonuçlanan bu evreyle ilgili en hayret verici durum, daha önce ne yapıldığına dair kesin bir anlayış olmadan başlamış olmasıdır. Louis de Broglie, dalgaların parçacıklara eşlik ettiğini keşfetti; Erwin Schrödinger, matematiksel bazı benzeşmeleri kullanarak dalga optiğiyle, kuantum mekaniğinin iki temel diferansiyel denklemini keşfetti; Max Born, Werner Heisenberg, Pascual Jordan ve bu gruptan bağımsız olarak Paul A. M. Dirac, her türlü dalga yorumuna meydan okuyormuş gibi görünen matris mekaniğini inşa etti. Mantıksal ilkelerden çok, fiziksel içgüdü yoluyla ustaca uygulanan ve rehberlik edilen matematiksel tekniğin muhteşem zaferini temsil eden bu dönem, bütün gözlemsel verileri kapsayan kuramın keşfinin yolunu açtı. Bütün bunlar kısa bir sürede meydana geldi; 1926'ya gelindiğinde yeni kuramın matematiksel yapısı açığa çıkmıştı.

Üçüncü evre hemen onu takip etti; elde edilen sonuçların fiziksel yorumundan oluştu. Schrödinger dalga ve matris mekaniğinin kimliğini tanımladı. Born, dalgaların olasılık yorumunu tanımladı. Heisenberg, kuramın matematiksel mekanizmasının öngörülerde engellenemez bir belirsizlik ve gözlem sırasında nesnede oluşan bir bozulmanın olduğunu gördü. Burada bir kez daha Bohr, daha genç neslin çalışmalarına aracılık etti ve kendisinin formüle ettiği tamamlayıcılık ilkesinde, kuram tarafından verilen doğa tanımının özel bir belirsizlik yarattığını gösterdi.

Dördüncü evre günümüze kadar devam etmektedir; yeni deneysel sonuçlara yapılan uygulamaları da kapsamak üzere, daha ileri uygulamalar sonucu elde edilen sonuçların sürekli olarak genişletilmesini kapsar. Bu genişletmeler, matematiksel iyileştirmelerle birleştirilmiştir; özellikle matematiksel yöntemin, göreliliğin doğru varsayılan ama tam olarak kanıtlanmamış önermelerinin adapte edilmesi araştırmaların temelinde yer almıştır. Araştırmamız kuramın mantıksal temellerini ilgilendirmediğinden, bu sorunlardan burada bahsetmeyeceğiz.

Fiziksel yorumların yapıldığı evre sırasında, kuantum mekaniğinin mantıksal biçiminin getirdiği yenilik fark edildi. Yeni kuramda, geleneksel bilgi ve gerçeklik kavramlarına ters düşen bir noktaya ulaşıldı. Ancak ne olmuş olduğunu açıklamak, yani kuramın *felsefi* yorumunu geliştirmek kolay olmadı. Verilen fiziksel yorumlara dayanarak fizikçiler tarafından oluşturulan ortak kullanım amaçlı felsefe, özne ve nesne arasındaki ilişkiden, muğlak ve tatmin etmeyen şekilde kalmak zorunda olan gerçekliğin görüntülerinden, gözlemsel öngörüler doğru bir biçimde yapıldığında tatmin edici olan operasyonellikten bahsetmektedir ve yorumları gereksiz ağırlıklar olarak tanımlar. Bu gibi kavramlar, fizikçilerin sadece teknik çalışmalarını ileriye

taşımak amacıyla faydalı olabilir. Ancak anladığımız şudur ki, ne zaman bir fizikçi ne yaptığının bilincinde olmaya çalışırsa, bunu felsefeyle uğraşmanın kolay olmadığını hissetmeden yapamaz. Böylece yüzeyinde ince bir buzla donmuş olan bir gölün üzerinde yürüdüğünü ve her an kayıp düşerek onu kırabileceğini fark eder.

Yazarı kuantum mekaniğinin temellerinin felsefi analizi girişimine iten duygu, bu kolay olmama duygusudur. Felsefenin, fiziksel sonuçlar inşa etmeye çalışmaması gerektiğini ve fizikçilerin bu tür sonuçlar bulmasını engellemeye çalışmaması gerektiğinin farkında olarak, bununla birlikte fiziğin, belirsiz kavramlar ve hileli bahanelere başvurmayan bir mantıksal analizinin mümkün olduğuna inanır. Fiziğin felsefesi, fiziğin kendisi kadar açık ve yalın olmalıdır; ne deneycilik çağında modası geçmiş görünen kurgusal felsefenin kavramlarına sığınmalıdır, ne de deneyciliğin operasyonel biçimini yorumların mantığındaki problemlerden yakayı kurtarmak için kullanmalıdır. Bu ilkeden yola çıkarak yazar bu kitapta, kuantum fiziğinin metafizikten bağımsız bir felsefi yorumunu geliştirmeye çalışmıştır ve atomaltı dünyası hakkındaki ifadeleri, sıradan fiziksel dünya kadar gerçek olan kuantum mekaniksel sonuçlar olarak kabul etmemizi sağlamıştır.

Bu felsefi analizin, fizikçilerin çalışmalarına duyulan derin bir hayranlıkla ilerlediğinin altını çizmenin gerekliliği önemle ortaya çıkmaktadır ve bunun fiziksel araştırmanın yöntemini kapsamaya çalışmadığı belirtilmelidir. Bu kitapta bütün amaçlanan, kavramların açığa kavuşturulmasıdır; böylece bu sunumun hiçbir yerinde fiziksel problemlerin çözümüne katkı sağlanması beklenmemelidir. Fizik, fiziksel dünyanın analizini içerirken, felsefe fiziksel dünya hakkındaki bilgimizin analizini içerir. Bu anlamda bu kitap, felsefi olma kaygısındadır.

Kitabın ayrımı o kadar planlıdır ki, ilk kısım kuantum mekaniğinin temelini oluşturan genel fikirleri sunar; böylece bu kısım bizim felsefi yorumumuzun çerçevesini çizer ve sonuçlarını özetler. Sunum, herhangi bir matematiksel bilgi ya da kuantum fiziğinin yöntemlerini bilmeyi gerektirmeyecek şekilde hazırlanmıştır. İkinci kısımda, kuantum mekaniğinin matematiksel yöntemlerinin genel yapısı anlatılmaktadır; bu kısım okuyucunun anlatımları genel kalkulus bilgisiyle anlayabileceği şekilde yazılmıştır. Günümüzde kuantum mekaniğiyle ilgili pek çok sayıda iyi kitaba sahip olduğumuzdan ötürü, bu tür bir yorum gereksiz görünebilir; ancak kuantum mekaniğinin matematiksel temellerini öğrenecek olanağa sahip olmamış ya da birçok bireysel probleme uygulamış oldukları yöntemler hakkında kısa bir tekrar yapmak isteyen okuyucular için konuyla ilgili kısa bir bilgi sunuyoruz. Sunumumuz, tabi ki eksiksiz olma iddiasında değildir. Üçüncü kısım, kuantum mekaniğinin çeşitli yorumlarıyla ilgilidir; burada ilk kısımdaki felsefi fikirleri ve ikinci kısımdaki matematiksel ifadeleri kullanmaktayız. Farklı yorumların özellikleri tartışılmaktadır ve kuantum mekaniğinin mantıksal biçimi olarak tatmin edici görülen *üç değerli mantık** biçiminde bir yorum oluşturulmaktadır.

Matematiksel ve fiziksel sorularım konusundaki önerileri için, Princeton'daki İleri Çalışmalar Enstitüsünden Dr. Valentin Bargmann'a büyük teşekkürlerimi sunarım; özellikle ikinci kısmın sunumunda önerileriyle sağladığı sayısız katkıları için. Los Angeles, California Üniversitesinden Dr. Norman C. Dalkey ve daha önce Los Angeles'ta, şu anda da Chicago Üniversitesinde bulunan Dr. Ernest H. Hutten'a mantıksal doğayla ilgili sorular hakkında tartışma olanağı, biçim ve terim bilgisi konusundaki destekleri için teşekkür etmek istiyorum. Son olarak, California

* Three-valued logic –çn.

Üniversitesi Basım ekibine, kitabımı yayına hazırlarken gösterdikleri ilgi, dikkat ve noktalama işaretlerinin yerleşmiş kullanımından bazı sapmalar yapma konusundaki dileklerimi takip etmedeki açık görüşlülükleri için teşekkür etmek istiyorum.

Bu kitapta, geliştirilen görüşlerin sunumu, § 32'de anlatılan üç değerli mantık sistemlerinin tanımlanması dâhil olmak üzere, 5 Eylül 1941'de Chicago Üniversitesinde yapılan *Unity of Science Meeting*'de [*Bilimin Birliği Toplantısı*] yazar tarafından sunulmuştur.

Hans Reichenbach
Felsefe Bölümü
California Üniversitesi
Los Angeles

Haziran 1942

KISIM 1
GENEL DEĞERLENDİRME

§ 1. Nedensel Yasalar ve Olasılık Yasaları

Kuantum mekaniğinin felsefi sorunları iki ana konu etrafında şekillenmektedir. Bunlardan ilki, nedensel yasalardan olasılık yasalarına geçiştir; ikincisiyse gözlenmeyen nesnelerin yorumlanmasıdır. Biz, ilk sorun üzerine tartışmaya başlayarak, ikinci sorunun analizine ilerleyen kısımlarda gireceğiz.

Nedensel yasaların, istatistiksel yasalarla yer değiştirmesi sorunu fizik tarihinde, kuantum kuramından çok önce ortaya çıkmıştır. Boltzmann'ın termodinamiğin ikinci yasasının nedensel bir yasaya değil de bir istatistiğe bağlı olduğunu ortaya koyduğu büyük keşfinden beri, diğer fizik yasalarının da benzer bir duruma sahip olduğu fikri defalarca ifade edilmiştir. Belirlenimcilik, başka bir deyişle doğanın temel olaylarının katı nedensel yasalar tarafından yönetildiği düşüncesi, makro-kozmostaki nedensel düzenliliklere dayalı *dış-kestirimlerden** yola çıkılarak oluşmuştur. Çok sayıda parçacıktan oluşan sistemlerin yasaları, temel olayların olasılık karakterini istatistiksel yasaların pratik kesinliğine dönüştüreceğinden dolayı makro-kozmosun düzenliliğinin mikro-kozmosun düzensizliğiyle uyumlu olması, beraberinde bu dış-kestirimin geçerliliği tartış-

* Extrapolation –çn.

masını gündeme getirmiştir. Çok sayıda atomaltı parçacığın etkisi göz önünde bulundurulmadıkça, makro-kozmostaki gözlemler atomaltı olayların nedenselliği hakkında kanıt sunmayacaktır. Bu, Boltzmann fiziğinin önyargılı olmayan felsefi analizinin sonucudur.[1]

Bu sonuçla birlikte, sorunun yanıtı her bir atomaltı olayın makro-kozmostaki etkisinin gözlenmesi mümkün oluncaya dek ertelenmiştir. Bu türde gözlemler gerçekleştirilebilmesine rağmen, bu soru hâlâ kolaylıkla yanıtlanamamaktadır ve daha kapsamlı mantıksal bir analizinin geliştirilmesi gerekmektedir.

Ne zaman katı nedensel yasalardan söz etsek, onları her zaman idealleştirilmiş fiziksel durumlar için tanımlarız ve gerçek fiziksel durumların hiçbir zaman yasalar için kabul edilen koşullara tamamen uymadığını biliriz. Bu tutarsızlık sıklıkla, konu dışı olduğu ya da deneycinin yaptığı hatalara bağlı olarak oluştuğu ve böylece doğanın bir özelliği olarak nedensellik hakkındaki anlatımlarda göz ardı edilebilir olduğu düşüncesiyle dikkate alınmamıştır. Bu yaklaşım sebebiyle de, nedensellik sorununun çözümüne giden yol tıkanmıştır. Fiziksel dünyaya

[1] Bu felsefi düşüncenin ilk kimin tarafından ifade edildiğini söylemek pek mümkün değildir. Boltzmann'ın nedensellik ilkesini terk etmenin mümkün olduğu üzerine düşündüğünü gösteren yayınlanmış ifadeleri elimizde yoktur. Önceki on yıl içerisinde kuantum mekaniğinin formülleştirilmesi sıklıkla tartışılmıştır. F. Exner, *Vorlesungen über die physikalischen Grundlagen der Naturwissenschaften* (Viyana, 1919) kitabının 691. sayfasında yukarıda verdiğimiz eleştiriyi açıkça sunan ilk kişidir: "Unutmayalım ki nedensellik ilkesi ve nedenselliğe gereksinimi, bize özellikle makro-kozmos boyutlu olayla gerçekleşen deneyimler tarafından önerilmiştir ve ilkenin mikro-kozmik boyutlu olaya aktarılması, şöyle ki her bireysel oluşumun katı şekilde nedensel olarak belirlendiği, artık deneyime dayanarak doğrulanamaz." Exner'e atıfta bulunarak E. Schrödinger, benzer fikirleri *Naturwissenschaften,* 17:9 (1929)'da yayınlanmış ve 1922'deki Zürih'te yaptığı açılış konuşmasında dile getirmiştir.

dair ifadeler, doğrulanabilir sonuçlarla bağlantı kurabildiği ölçüde anlamlıdır ve yararlanılabilir bir anlama sahip olacaksa, katı nedensellikle ilgili bir ifade gözlenebilir ilişkilerle ilgili ifadelere dönüştürülebilmek durumundadır. Bu ilkeyi göz önünde bulundurarak, nedenselliğin ifade edilmesini aşağıdaki şekilde yorumlayabiliriz.

Fiziksel durumları gözlenir terimlerle, yani aslında meydana geldikleri gözlemler cinsinden tanımlarsak, bu durumlar arasındaki olasılık ilişkilerini kurabileceğimizi biliriz. Örneğin bir topun gövdesinin eğimini, barut kapasitesini ve güllenin ağırlığını biliyorsak, çarpma noktasını kesin bir olasılıkla öngörebiliriz. A başlangıç koşullarını, B de çarpma noktasını tanımlıyor olsun. Bu durumda, A koşullarına sahip olunduğunda, belirli bir p olasılığıyla B'nin gerçekleşeceğinin olasılık ifadesi

$$A \underset{p}{\Rightarrow} B \tag{1}$$

şeklinde gösterilir. Deneysel olarak doğrulanabilir olan bu ilişkiden A' ve B' ideal durumlarıyla ifade edilen ideal ilişkilere geçiş yapabiliriz ve aralarında mantıksal gerektirmeyi, bir mekanik yasasını temsil edecek şekilde

$$A' \supset B' \tag{2}$$

olarak gösterebiliriz. Ancak A' ideal durumunun varlığını A''dan belli bir olasılıkla çıkarabildiğimizden ve aynı şekilde B ve B' arasında da benzer şekilde sadece bir olasılık ilişkisi olduğundan dolayı (2) mantıksal gerektirmesi kullanılamaz. (2) gerektirmesinin fiziksel anlamı sadece, gözlenebilir olaylara uygulanan her türlü durumda (1) olasılık ifadesiyle yer değiştirebiliyor olması gerçeğinden türer. Öyleyse "başlangıç koşullarını tam olarak bildiğimizde, başlangıç koşulları sayesinde olu-

şacak gelecek durumları kesin olarak öngörebiliriz" ifadesinin anlamı nedir? Böyle bir ifade sadece geçiş olarak, belli bir sınıra kadar anlamlı olarak ifade edilebilir. Atışın başlangıç koşullarını bahsedilen üç değişkenle –topun gövdesinin eğimi, barut kapasitesi ve güllenin ağırlığı– betimlemek yerine, hava direnci, dünyanın dönüşü vb başka değişkenleri de göz önünde bulundurabiliriz. Bu durumda, öngörülen değişecektir; ancak daha hassas bir betimlemenin, öngörünün olasılığını da artıracağını biliyoruz. Bu tür tecrübelerden, fiziksel durumların analizinde yeni değişkenler tanımlayarak *p* olasılığının 1 değerine istediğimiz kadar yaklaşmasının sağlanabileceği sonucuna vardık. Nedensellik ilkesini ancak bu şekilde tanımladığımız sürece, ilkenin fiziksel bir anlamı olabilir. Doğanın katı nedensel yasalarla yönetiliyor olması demek, geleceği belirli olasılıklarla öngörebileceğimiz ve bu olasılığı incelenen olayın yeterince dikkatli analizleriyle istediğimiz kadar kesinliğe yaklaştırabileceğimiz demektir.

Bu ifadeyle nedensellik ilkesi birçok felsefe sisteminde yapıldığı gibi, *a priori* bir kavram olarak sunulmuştur. Nedensellik, olasılık ifadesinin bir limiti olarak ifade edilirse bu ilkenin sadece deneysel bir hipotez olarak sürdürülebileceği açıktır. Dolayısıyla, çok daha fazla değişken tanımlayarak öngörü olasılıklarının kesinliğe yaklaştırılacağını ifade etmeye gerek yoktur. Bu şekilde, öngörebilmenin bir sınırı olması ihtimali, kuantum mekaniğinin böyle bir sınır öne sürmesinden çok daha önce fark edilmiştir.[1]

---

[1] *Krş.* Yazarın "Die Kausalstruktur der Welt" *Ber. D Bayer. Akad., Math. Kl.* (Münih, 1925), s. 138; ve 1923'te yazılmış ve *Erkenntnis* 3 (1932), s. 32'de yayınlanmış makalesi "Die Kausalbehauptung und die Möglichkeit ihrer empirischen Nachprüfung."

Sadece sınırlı sayıda değişkeni bilebiliyor olmamızdan ve böylece her zaman, daha sonra daha iyi öngörülerde bulunmamızı sağlayacak yeni değişkenler keşfetme olasılığı için açık kapı bırakmamızın gerekli olmasından dolayı bu duruma itiraz edilmiştir. Tabi ki böyle bir olasılığı belirli bir kesinlikle dışlamamız için nedenimiz olmamasına rağmen, böyle bir varsayıma karşı kuvvetli bir tümevarımsal kanıtın var olabileceğini ve devam eden yeni değişken bulma girişimleri başarısızlığa uğrarsa, bu kanıtın dikkate alınacağını göstermemiz gerekmektedir. Enerjinin korunumu yasası gibi fiziksel yasalar, aksini kanıtlamak adına yapılmış girişimlerin tekrar eden başarısızlıklarından elde edilen kanıt üzerine kurulmuştur. Nedensel yasaların varlığı inkâr edilirse, bu iddia sadece tümevarımsal bir kanıt üzerine temellenebilir. Nedenselliğe inancı eleştirenler, muhaliflerinin hatasını tekrar etmeyecekler ve kendi iddiaları uğruna *a priori* varsayılan kanıtlar öne sürmeye çalışmayacaklardır.

Böylece nedenselliğin kuantum mekaniksel eleştirisi, gazların kinetik kuramı bünyesinde istatistiksel yasaların fizikle tanışmasıyla başlayıp nedensellik kavramının deneysel olarak analiz edilmesiyle devam eden gelişme sürecinin mantıksal devamı olarak düşünülmelidir. Ancak nihai olarak Heisenberg'in belirsizlik ilkesiyle ifade edilen bu eleştirinin özel biçimi şimdiye kadar açıklanan eleştirinin biçiminden farklıdır.

Önceki analizlerde, fiziksel olayların bağımsız değişkenlerini; ya da daha açık olarak, bu değişkenlerin *eşzamanlı değerlerini** dilediğimiz derecede doğrulukla ölçebilmemizin mümkün olduğu varsayılmıştı. Nedenselliğin yıkılışı bu değerlerin, aynı değişkenlerin daha sonraki değerleri de dâhil olmak üzere, bağımlı olguların değerlerini tam anlamıyla belirleyememesi ger-

* Simultaneous values –çn.

çeğinden ileri gelir. Bundan dolayı analizimiz, bağımsız değişkenlerin eşzamanlı değerlerinin ölçülmesi varsayımını içerir. İşte bu, Heisenberg'in yanlış olduğunu gösterdiği varsayımdır.

Klasik fiziğin yasaları *zamansal olarak yönlendirilmiş yasalardır*,* başka bir deyişle farklı zamanlardaki olguların bağımlılığını ortaya koyan ve böylece zamanın yönü boyunca nedensel düz çizgiler oluşturan yasalardır. Farklı olguların eşzamanlı değerleri birbirine bağımlı olarak düşünülürse, bu bağımlılık daima zamansal olarak yönlendirilmiş yasalardan elde edilmiş gibi incelenebilir. Fiziksel durumların çeşitli göstergeleri arasındaki ilişki, aynı fiziksel etkinin ölçüm aletleri üzerindeki etkisine indirgenir. Örneğin bir evin farklı odalarındaki barometreler her zaman aynı ölçümü veriyorsa, bu ilişkiyi ölçüm aletleri üzerinde aynı miktarda havanın yarattığı etki, yani ortak nedenin etkisi olarak açıklarız. Bunun yanı sıra, ortak nedenlerin etkisine indirgenmeden fiziksel sistemlerin eşzamanlı değerlerini doğrudan birbirine bağlayan *tesir kesiti yasalarının*** varlığını da varsayabiliriz. Heisenberg'in belirsizlik ilişkisinde dile getirdiği şey, bu türden bir tesir kesiti yasasıdır.

Bu tesir kesiti yasası yapısında bir *ölçülebilirlik sınırı* barındırır. Ve bağımsız değişkenlerin eşzamanlı değerlerinin dilediğimiz derecede doğrulukla ölçülemeyeceğini söyler. Bütün değişkenlerin sadece yarısını istenilen derecede doğrulukla ölçebiliriz; diğer yarısı tam olarak bilinemeden kalmak durumundadır. Toplamın yarısını büyük bir doğrulukla belirleyebilirken, diğer yarısını daha düşük bir doğrulukla belirlememizi ve tam tersi durumun da geçerli olmasını sağlayan, eşzamanlı ölçülebilir değerlerin eşleşmesi denen bir bağlantı vardır. Bu yasa, değişkenlerin yarısını diğerlerinin fonksiyonu yapmaz; bir ya-

---

* Temporally directed laws –çn.

** Cross-section laws –çn.

rısı biliniyorsa, diğer yarısı ölçülene kadar tümüyle bilinmeyen olarak kalır. Ancak bu ölçümün belirli bir doğrulukla sınırlandırıldığını biliyoruz.

Bu tesir kesiti yasası, nedensellik eleştirisinin özel bir versiyonuna yönlendirir. Bağımsız değişkenlerin değerleri tam olarak bilinmiyorsa, gelecek gözlemlere dair kesin öngörülerde bulunmayı bekleyemeyiz. Bu durumda, bu gözlemler için sadece istatistiksel yasalar belirleyebiliriz. Gelecekteki gözlemlerin sonuçlarını doğrulukla belirleyen bu istatistiksel yasaların "arkasında" nedensel yasaların varlığı fikri, doğrulanamaz bir ifade olarak kalmak durumundadır; bu fikrin doğrulanabilirliği burada bahsedilen tesir kesiti yasası, yani bir fiziksel yasa tarafından kapsam dışı bırakılır. Böylece fiziğin yorumlanmasında da genel olarak kabul edilen anlamın doğrulanabilirliği kuramına göre, nedensel yasaların varlığı fiziksel olarak anlamsız kabul edilmelidir. Nedensellik, gözlemsel veriler arasındaki ilişkilere dönüştürülemeyen boş bir iddiadır.

Nedensellik hakkında fiziksel olarak anlamlı ifade oluşturabilmek için tek bir yol kalır. Belirli şeylerin kesin değerleri arasındaki nedensel ilişkileri ifade eden ifadeler doğrulanamıyorsa, en azından kesin değerler arasında keyfi nedensel ilişkiler kurmayı deneyerek onları *uzlaşımlar veya tanımlar** şeklinde ifade etmeye çalışabiliriz. Bu, ölçülemeyen ya da tam olarak ölçülmemiş olgulara, gözlenen değerin varsayımımız sonucu öne sürülen değerlerin nedensel sonuçları olarak ortaya çıkması yoluyla kesin değerler atfetmeye girişebileceğimiz anlamına gelir. Bu mümkün olsaydı, öne sürülen nedensel ilişkiler, öngörülerin geliştirilmesinde kullanılamazdı; sadece nedensel yapılar açısından yapılan gözlemler sonrasında kullanılabilirlerdi. Ancak böyle bir yol izlemek istersek, bu tarz bir *gözlenmemiş*

* Conventions and definitions –çn.

değerlerin iç-kestirimiyle gözlenebilir nedensel eklemenin* tutarlı biçimde mümkün olup olmadığı sorusunu cevaplamamız gerekir. Uzlaşımlar, iç-kestirimler üstüne temellense de, sonraki sorunun cevabı uzlaşımlarla ilgili değildir; fiziksel dünyanın yapısına bağlıdır. Böylece Heisenberg'in belirsizlik ilkesi, nedensellik ifadesinin tekrar gözden geçirilmesini sağlar; bu ifade fiziksel olarak anlamlı olacaksa, gözlenebilen dünyanın muhtemel bir nedensel eklemesiyle ilgili bir iddia olarak sunulmalıdır.

Bunlar göz önünde bulundurularak, bir sonraki araştırmanın planı açıklığa kavuşur. Öncelikle, bir tesir kesiti yasası olarak Heisenberg ilkesinin doğasını açıklayacağız ve neden iyi bir biçimde deneysel ipuçları üzerine kurulduğunu tartışacağız. Sonra da gözlenmemiş değerlerin tanımlar aracılığıyla iç-kestirimi sorusuna geri döneceğiz. Yukarıda ifade edilen sorunun olumsuz olarak yanıtlanacağını, kuantum mekaniği bağıntılarının tamamlanmış bağıntılar olmasından dolayı iç-kestirim yoluyla nedensel olarak ekleme yapmayı desteklemediğini göstereceğiz. Bu sonuçlarla, nedensellik ilkesinin kuantum fiziğiyle hiçbir şekilde uyumlu olmadığı gösterilmiş olur; nedensel belirlenimcilik ne doğrulanabilir bir ifade, ne de doğrulanabilir veriler arasından gözlenmemiş değerlerin muhtemel iç-kestirimini sağlayan bir uzlaşım şeklindedir.

§ 2. Olasılık Dağılımları

Klasik mekanikten alınan bir örnek aracılığıyla nedensel yasaların yapısını daha yakından analiz ederek, olasılık hesaplarının dâhil edilmesiyle bu yapıda oluşan değişikliklere bakalım.

---

* Interpolation –çn.

Klasik fizikte, dönmesi olmayan ya da ihmal edilebilen serbest bir parçacığın fiziksel durumu, parçacığın *konumunu* (q), *hızını* (v) ve *kütlesini* (m) bildiğimiz sürece belirlenebilir. Tabi ki q ve v değerleri uyumlu değerler olmalıdır, başka bir deyişle aynı anda gözlemlenebilmelidirler. Hız (v) yerine, $p = m \cdot v$, olarak ifade edilen *momentum* da kullanılabilir. Herhangi bir kuvvete maruz kalmıyorsa, kütleli parçacığın gelecek durumları tespit edilebilir; hızı ve buna bağlı olarak momentumu sabit kalır ve konumu (q) her t anı için belirlenebilir. Dışarıdan kuvvetler dâhil olursa, bu kuvvetler matematiksel olarak bilindiği sürece, parçacığın gelecek durumlarını yine belirleyebiliriz.

p ve q'nun tam olarak belirlenemeyeceği gerçeğini göz önünde bulundurursak, p ve q hakkında kesin ifadeleri, olasılık ifadeleriyle yer değiştirmeliyiz. Böylece meydana gelebilecek her q ve p değerine bir olasılık atamış olarak, bu değerlerin *olasılık dağılımlarını*

$$d(q) \quad \text{ve} \quad d(p) \tag{1}$$

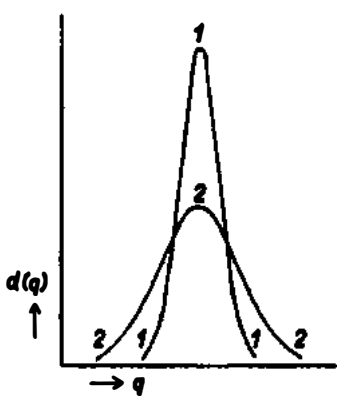
şeklinde gösterebiliriz. $d(\,)$ sembolü burada *bir şeyin dağılımını* gösteren genel bir anlamda kullanılmıştır; dolayısıyla $d(q)$ ve $d(p)$ ifadeleri farklı matematiksel fonksiyonları işaret eder. Genelde olduğu gibi, fonksiyon tarafından verilen olasılık, q veya p için kesin değerlerle değil, ancak dq veya dp olarak küçük aralıklarla belirlenir ve (1)'de gösterilen ifadeler olasılık *yoğunluğu* fonksiyonları olmak üzere

$$d(q)dq \;\text{ ve }\; d(p)dp \tag{2}$$

biçiminde ifade edilir. Bu aynı zamanda q'nun q_1 ve q_2 veya p'nin p_1 ve p_2 değerleri arasında bulunması olasılığının tespit edilmesi için integral biçiminde de gösterilebilir:

$$\int_{q_1}^{q_2} d(q)dq \quad \text{ve} \quad \int_{p_1}^{p_2} d(p)dp \tag{3}$$

Olasılık dağılımları, sadece bir grup ölçüm için belirlenebilir, tek bir ölçüm için değil. Bu yüzden bir ölçümün kesinliğinden bahsederken, daha açık olarak belli bir fiziksel sistemde yapılan bir ölçümün kesinliğini kastederiz. Bu anlamda her ölçümün, *d* olasılık fonksiyonunun tespitiyle sonlandığını söyleyebiliriz. Genelde *d* bir Gauss fonksiyonudur, yani üstel bir yasayla şekillenen bir çan eğrisidir (şekil 1); eğri ne kadar dikse, ölçüm o kadar kesindir. Klasik fizikte, sadece ölçümün hazırlanmasına gereken dikkati verirsek, her bir eğrinin istediğimiz kadar dik olmasını sağlayabileceğimiz varsayımını yaparız. Kuantum mekaniğinde bu varsayım aşağıdaki nedenler dolayısıyla işe yaramaz.



Şekil 1. 1-1-1 eğrisi *q* için kesin bir ölçümü, 2-2-2 eğrisiyse daha az kesin bir ölçümü gösterir. İki eğri de Gauss eğrisi ya da *normal eğridir*.

Klasik fizikte $d(q)$ ve $d(p)$ eğrilerini birbirinden bağımsız olarak düşünsek de, kuantum mekaniği bunun böyle olmadığına dair bir kural öne sürer. Bu, § 1'de bahsedilen tesir kesiti yasasıdır. Bu fikir, belli bir t zamanında, $\psi(q)$ matematiksel fonksiyonundan türetilebilir olarak $d(q)$ ve $d(p)$ eğrilerini belirler; bu türetme, $d(q)$ ve $d(p)$ eğrilerinin şekilleri arasından belirli bir mantıksal ilişkiden elde edilerek yapılabilir. İki olasılık dağılımın tek bir ψ fonksiyonunda ifade edilmesi, kuantum mekaniğinin temel ilkelerinden biridir. Anlaşıldığı üzere bu ilke aracılığıyla belirlenen dağılımlar arasındaki bağıntı, eğrilerden biri çok dik, diğeriyse çok düz olan bir yapıya sahiptir. Fiziksel olarak p ve q ölçümlerinin birbirinden bağımsız yapılamayacağı ve q'nun kesin bir biçimde belirlenmesini sağlayacak bir düzenlemenin p'nın belirlenmesini –ve tam tersinin– belirsiz yapacağı anlamına gelir.

$\psi(q)$ fonksiyonu dalga karakterine sahiptir; hatta karmaşık bir dalgadır, yani karmaşık sayılarla belirlenen bir dalgadır. Tarihsel olarak, L. de Broglie ve Schrödinger tarafından tanımlanan bu dalga, ışık kuramındaki dalga ve parçacık yorumu arasındaki çekişmeye kadar geri gider. ψ fonksiyonu, Huygens'in ışığın dalga kuramından ortaya çıkan dalga kavramları oluşumunun son meyvesidir; ancak Huygens, günümüzde Born'un ψ fonksiyonunun olasılık yorumu içinde kendi düşüncelerini güçlükle tanıyabilecektir. Dalganın bu fiziksel doğası tartışmasını bir kenara bırakalım; bu önemli mesele üzerinde daha sonraki bölümlerde tekrar duracağız. Bu bölümde ψ dalgalarını, sadece olasılık dağılımlarını belirlemek için kullanılan matematiksel araçlar olarak düşüneceğiz; yani $d(q)$ ve $d(p)$ olasılık dağılımlarının $\psi(q)$ fonksiyonundan türetilebileceğini göstermek için sunumumuzu sınırlayacağız.

Açıklayacağımız türetme, belirli bir zamanda $\psi(q)$ aracılığıyla $d(q)$ ve $d(p)$ eğrilerini belirler; bundan dolayı t aşağıdaki denklemlerde yer almaz. Sonraki bir anda, $\psi(q)$ fonksiyonu başka bir şekle sahip olursa, farklı $d(q)$ ve $d(p)$ meydana çıkar. Böylece genel olarak elimizde $\psi(q, t)$, $d(q, t)$ ve $d(p, t)$ fonksiyonları bulunmaktadır. t'yi kolaylık olsun diye ihmal ederiz.

Türetme, biri $d(q)$'yu, diğeri $d(p)$'yi belirleyen iki kuralla ifade edilecektir. Burada sadece, kolaylık olması açısından bu kuralları serbest parçacık için göstereceğiz. Daha karışık mekanik sistemler için olan ifadeler başka bir bölümde ele alınacaktır (§ 17). Öncelikle $d(q)$'nun belirlenmesi için gerekli kuralı tanımlayacağız.

> *Karesi alınmış ψ fonksiyonu kuralı: Bir q değerinin gözlenmesi olasılığı ψ fonksiyonun karesine bağlı olarak aşağıdaki ilişkiyle belirlenir.*

$$d(q) = |\psi(q)|^2 \tag{4}$$

Yoğunluk fonksiyonu $d(p)$'nin belirlenmesi için kullanılacak kuralın gösterimi için bazı matematiksel açıklamalar gerekir. Fourier'ye göre herhangi bir biçimdeki bir dalga, sinüs eğrisi şeklinde birçok tek dalganın birleşmesi olarak düşünülebilir. Bu en güzel, tek dalgaların *temel ses, armonik ses* ve *harmonikler** olarak ifade edildiği ses dalgalarında görülür. Optikte tek dalgalar *monokromatik dalgalar* olarak adlandırılır ve onların toplamına *tayf* denir. Tek dalgalar frekansları ν ya da dalga boyları λ tarafından karakterize edilir. Bu iki özellik ω dalganın hızı olmak üzere $\nu \cdot \lambda = \omega$ bağıntısıyla birbirine bağlıdır. Ayrıca her bir tek dalganın q'ya bağlı olmayan ve σ ile gösterilen bir genliği vardır; ama bütün tek dalgalar için sabit bir değerdir.

* Sırasıyla "fundamental tone", "overtones" ve "harmonics" –çn.

Fourier açılımının genel matematiksel biçimi § 9'da anlatılmaktadır; bu kısımda anlatılacaklar için matematiksel gösterim gerekmez.

Fourier *üst üste binme*• ilkesi, fiziksel olarak değil de sadece matematiksel bir araç olarak düşünsek bile ψ dalgasına uygulanabilir. ψ dalgası, müzik aletleri tarafından üretilen ses dalgalarında olduğu gibi belirli bir zamana yayılmış periyodik salınımlar içeriyorlarsa, Fourier açılımıyla gösterilen tayfı *ayrıktır*. Böylece müzik aletlerinin ürettiği tek dalgaların dalga boyu, λ temel seslerin dalga boyunu ve diğerlerinin de harmonikleri ifade ettiği $\lambda, \frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{3}, \frac{\lambda}{4}, \ldots$ dizisiyle gösterilir. ψ dalgası sadece q ekseni boyunca ilerleyen tek bir basit vurudan oluşuyorsa, yani ψ fonksiyonu periyodik değilse, Fourier açılımı sürekli bir tayf oluşturur, diğer bir deyişle tek dalgaların frekansları ayrık olmayan sürekli bir dizi oluşturur. Daha önce de olduğu gibi her tek dalganın λ dalga boyuna bağlı olmasından dolayı $\sigma(\lambda)$ olarak gösterilen ama q'dan bağımsız olan σ büyüklüğünde bir genliğe sahiptir.

Momentumla ilişkili olan nicelik bu $\sigma(\lambda)$ genliğidir. Burada bu bağlantıyı sağlayan ve Planck, Einstein ile L. de Broglie'nin adıyla hatırlanan düşünce akımını açıklamayacağız. Bunun açıklaması başka bir bölüme bırakılmıştır (§ 13). Öyleyse bu ilişkinin *neden* geçerli olduğunu bir yana bırakalım ve bunun böyle olduğunu söyleyen fizikçilerin sözüne güvenelim. Bu durumda şunu söylemek yeterli olur; h Planck sabiti olmak üzere dalga boyu λ olan her dalga

$$p = \frac{h}{\lambda} \tag{5}$$

• Superposition –çn.

olarak gösterilen bir momentuma sahiptir. Öyleyse p momentumuna sahip olma olasılığı, λ dalgasına ait σ genliğiyle ilişkilidir. Bu, kural olarak şöyle ifade edilir.[1]

> *Tayfsal ayrıştırma kuralı: p değerinin gözlenme olasılığı, $\psi(q)$'nun tayfsal ayrıştırması içinde meydana gelen $\sigma(\lambda)$ genliğinin karesiyle aşağıdaki şekilde belirlenir.*

$$d(p) = \frac{1}{h^3}|\sigma(\lambda)|^2 \qquad (6)$$

$\frac{1}{h^3}$ çarpanı (5)'te ifade edilen p ve λ arasındaki ilişkiden doğar.[2]

Bu iki kural açıkça, $d(q)$ ve $d(p)$ dağılımlarıyla meydana gelen ψ fonksiyonun bağlantısını gösterir. Şimdilik bu iki dağılımı tek bir köke indirger. Daha sonra göstereceğimiz gibi bu bağlantı tek kütleli parçacığın basit durumuyla sınırlı değildir ve aynı mantıksal yapı, kuantum mekaniği tarafından bütün fiziksel durumların analizi için oluşturulmuştur. Her bir fiziksel durum için bir ψ fonksiyonu bulunur ve bunların olasılık dağılımı, yukarıda açıklanan türde kurallarla belirlenir. Bu, kuantum mekaniğinin ana ilkelerinden biridir. Şimdi tekrar tek kütleli parçacığın basit durumunu inceleyerek, bu ilkenin uygulamaları üzerinde duracağız.

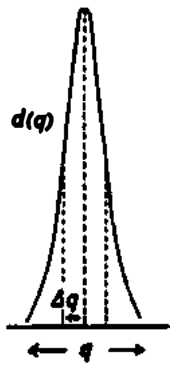
---

[1] "Tayfsal ayrıştırma ilkesi" adı L. de Broglie tarafından *Introduction à l'Etude la Mécanique ondulatoire* (Paris, 1930), s. 151'de sunulmuştur. Born sonraki kitabında, *La Mécanique ondulatoire* (Paris, 1939), s. 47'de bu ilke Born tarafından tanımlandığı için aynı zamanda "Born ilkesi" adını kullanır. Karesi alınmış ψ fonksiyonu kuralı için "girişim ilkesi" adını ve sonraki kitabında "yerelleştirme ilkesi" ismini kullanır.

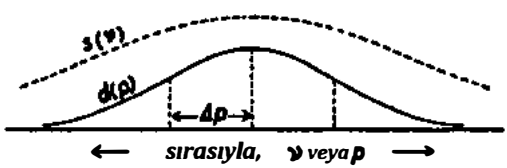
[2] Matematiksel olarak, bu etken § 9'daki (22) ifadesinde tanımlandığı gibi bir r yoğunluk fonksiyonuna karşılık gelir. h'nin üçüncü kuvveti, dalgaların üç boyutlu olduğunu varsaymamızdan kaynaklanır.

§ 3. Belirsizlik İlkesi

ψ fonksiyonundan $d(q)$ ve $d(p)$ dağılımlarının türetilmesinin belirsizlik ilkesine götüreceği hemen gösterilebilir. Düz bir



Şekil 2. Konum q'nun Gauss eğrisi biçimdeki dağılımı



Şekil 3. Ayrık çizgi, şekil 2'nin doğrudan Fourier açılımı eğrisini gösterir. Sürekli çizgiyse, kendisinden şekil 2'deki $d(q)$ eğrisinin türetilebildiği ve $d(q)$ koordinatlarına sahip $d(p)$ momentum dağılımını gösteren ψ fonksiyonun Fourier açılımı üzerine inşa edilmiştir.

doğru üzerinde hareket eden bir parçacık düşünelim ve ψ fonksiyonunun, doğru üzerindeki belirli bir aralık dışında neredeyse sıfıra eşit olduğunu varsayalım. Böylece fonksiyon, $|\psi(q)|^2$ yani $d(q)$ fonksiyonu, aynı özelliğe sahip olacaktır; şekil

2'de gösterildiği gibi Gauss eğrisi olduğunu varsayalım. Eğrinin şekli, parçacığın konumunu tamamen bilmediğimiz anlamına gelir; pratik olarak kesinlik, eğrinin fark edilir derecede sıfırdan farklı olduğu aralıktadır, ancak aralık içerisinde verilen bir konum için parçacığın orada olduğunu sadece belirli bir olasılıkla bilebiliriz. Tabi ki gösterimimiz sadece verilen t anındaki durumu gösterir; daha sonraki bir an için parçacık sağa hareket ettiğinde, benzer fakat sağa kaymış bir eğri elde ederiz.[1]

Şimdi tayfsal ayrıştırma ilkesini uygulayalım. Bu ayrıştırma, diyagramımızın gerçel fonksiyonu $|\psi(q)|^2$ ifadesine değil de, $\psi(q)$ karmaşık fonksiyonuna uygulanır. Ancak ayrıştırmadaki matematiksel ilişkiler üzerine çalışılabilmesi için ilk olarak ilkeyi diyagramın gerçel fonksiyonuna uygulayacağız; sonuçlar daha sonra karmaşık duruma aktarılabilir.

Fourier açılımı, şekil 2'nin eğrisini sonsuz sayıda tek dalgalar kümesinden oluşturur. Bu tek dalgaların her biri, sonsuz uzunlukta saf harmonik dalgalardır; başka bir deyişle, salınımları sinüs fonksiyonu formundadır ve sonsuz doğru boyunca genişletilebilirler. Ancak genlikleri farklıdır. Azami genlik, belli bir ortalama ν_0 frekansıyla ilişkilendirilir; ν_0'dan büyük ya da küçük frekanslar için genlik daha küçük olacaktır ve ν_0'ın iki tarafında belirli bir aralıkta bireysel dalgaların genlikleri neredeyse sıfır olacaktır. Genliklerin fark edilebilir olduğu aralığa, pratik aralık diyelim. Tanımlanan türde bir demet harmonik dalga, bütün bu harmonik dalgaların şekil 2'de gösterilen tek paket biçiminde olması dolayısıyla *dalga paketi* olarak da adlandırılır.

Fourier analizinin teoremlerinden biri, bir harmonik dalga paketinin pratik aralığı şekil 2'nin eğrisi dik olduğu zaman da-

[1] Eğri aynı zamanda, dereceli olarak biçimini değiştirecektir. Ancak bu, şu anki tartışmamızla alakasızdır.

ha büyük, ancak eğri düz olduğunda küçüktür. Bunu şekil 3'te ayrık çizgilerle gösterildiği gibi ν frekanslarını yatay düzlemde ve $s(\nu)$'ye karşılık gelen genlikleri düşey eksende çizdiğimiz bir diyagramla gösterebiliriz. $\psi(q)$ karmaşık fonksiyonunun Fourier açılımının $\sigma(\nu)$ genliklerinden ayırabilmek adına $d(q)$ veya $|\psi(q)|^2$ gerçel fonksiyonlarının Fourier açılımının genlikleri için $s(\nu)$ gösterimini kullanmayı seçiyoruz. Bizim durumumuzda $d(q)$'yu Gauss eğrisi olarak düşündüğümüzden dolayı şekil 3'te ayrık çizgilerle gösterildiği gibi $s(\nu)$ eğrisi de Gauss eğrisidir, fakat daha düz bir şekle sahiptir.[1] Bu bahsedilen teorem genel olarak, şekil 2'deki eğrinin daha dik olmasının şekil 3'teki ayrık çizgilerle gösterilen eğrinin daha düz olmasını sağlayacağının ve tam tersi durumun kanıtlanabileceğini söyler. Dolayısıyla asıl eğrinin şekliyle onun harmonik analizini gösteren eğrinin şekli arasındaki bağıntı terstir. Biz buna, *harmonik analizin ters bağıntı** yasası deriz.

Bu yasanın öğretici bir gösterimi, bazı radyo iletişim problemlerinde görülür. Bir radyo verici dalgası hiçbir ses aktarmıyorsa, net bir şekilde belirlenmiş frekansta saf bir sinüs dalgası demektir. Ancak dalga *modüle edilmişse*, yani etkilenmiş ses dalgalarının yoğunluğuna bağlı olarak genliği değişiyorsa, bundan böyle tek bir net frekansı değil de, belli bir aralık içerisinde sürekli olarak değişiklik gösteren frekanslar tayfı olarak ifade edilir. Bu aralık, ses frekanslarının en yüksek noktası tarafından belirlenir. Sonuç olarak keskin bir rezonans sistemine sa-

---

[1] $s(\nu)$'nin maksimumu $\nu = 0$ noktasındadır ve eğri, pozitif ile negatif ν frekansları için simetriktir. Bu, $d(q)$ eğrisini Gauss eğrisi biçiminde düşünmemizden ileri gelir. $d(p)$ eğrisi için bir sınırlama bulunmaz; çünkü $\psi(q)$ fonksiyonu $d(q)$ tarafından belirlenmez, ancak büyük ölçüde keyfidir; $d(p)$'nin maksimumu böylece $\nu = \nu_0$ değerinde ya da karşılık gelen herhangi bir p değerinde konumlanmıştır.

* Inverse correlation of harmonic analysis –çn.

hip bir alıcı, iletilen dalgaların sadece dar bir kısmını algılayabilecektir; böylece daha yüksek ses frekanslarını bırakacak ve iletilen müziği bozulmuş bir biçimde tekrar üretecektir. Diğer yandan alıcının rezonans eğrisi yüksek derecede doğrulukla müzik üretimi için yeterince düzse, birbirine komşu alıcı dalga boylarına sahip ayrı iki radyo istasyonunu birbirinden yeterince ayıramayacaktır. Ters bağıntı yasası burada, alıcının aynı ayarında yüksek doğruluk ve yüksek seçiciliği birleştirmenin imkânsız olduğu gerçeğiyle ifade edilir.

Bu değerlendirmelerin parçacığın momentumunun olasılık dağılımının belirlenmesine uygulanması, aslında ilke olarak sonuçta bir değişiklik yaratmayan bazı zorluklar içerir. Yukarıda açıklandığı üzere momentumu da kapsayacak şekildeki tayfsal ayrıştırma, şekil 2'deki $d(q)$'nun olasılık eğrisine değil de, karesi alınmış ψ fonksiyonu kuralından türetilebilen karmaşık ψ fonksiyonuna uygulanmalıdır. Böylece tayfsal ayrıştırma kuralına göre, ortaya çıkan harmonik dalgaların $\sigma(\nu)$ karmaşık genliklerinin karesi alınmalıdır. Sadece karmaşık bölgeden geçen bu dolambaçlı yol aracılığıyla şekil 3'te devamlı çizgiyle gösterilen momentumun $d(q)$ olasılık dağılımına ulaşırız. Ayrık çizgi gibi bu eğri de diğeri kadar olmasa da oldukça düz bir Gauss dağılımıdır. Ancak ters bağıntı yasasının $d(q)$ ve $d(p)$ eğrileri için de geçerli olduğu gösterilebilir. Dolayısıyla, *momentum ve konumun olasılık dağılımlarının ters bağıntı yasasından* söz edebiliriz.

Daha kesin olarak, ters bağıntı yasası şu şekilde anlaşılmalıdır. Sadece $d(q)$ eğrisi verilmişse, $d(p)$ eğrisi belirlenmemiştir; $d(q)$'nun türetildiği $\psi(q)$ fonksiyonunun şekline bağlı olarak çeşitli biçimler alabilir. Ancak şekil 3'teki devamlı çizgi tarafından ifade edilen $d(p)$'nin dikliğinin bir sınırı vardır. Sonuçta ortaya çıkan $d(p)$ eğrisinin daha düz olabilmesi için $d(q)$ eğrisi, şekilde varsayılandan farklı olarak başka bir ψ fonksiyonun-

dan çıkarılmalıdır. Bu genel teorem, verilen bir fiziksel durumda $\psi(q)$ fonksiyonunun pratik olarak belirlenmesiyle ilgili olan soru üzerinde daha ileri tartışmalar yapılmaksızın ifade edilebilir. Bir sonraki sorunun cevabı kuantum mekaniğinin matematiksel araçlarının kullanımını gerektirir ve bir başka bölüme ertelenmek durumdadır (§ 20).

Kütlesel parçacık için elde edilen sonuçların, bütün fiziksel durumlara genişletilebileceğini söylemiştik. Şimdi q ve p arasındaki fark, *kinematik* ve *dinamik* değişkenler arasındaki fark olarak genel anlamıyla durumlara aktarılmıştır. Bu yüzden genel olarak *kinematik ve dinamik değişkenlerin ters bağıntı yasasından* bahsedeceğiz. Bu ters bağıntı yasası, belirsizlik ilkesini ifade ettiğimiz formdadır. Bu ilkenin evrenselliği, herhangi bir fiziksel duruma ait gözlemsel bilgimizin ψ fonksiyonuyla özetlenebildiği gerçeğine uyar.

Ters bağıntı yasası, *zaman* ve *enerji* değişkenlerine genişletilebilir. Bu genişletme açık bir biçimde şu şekilde yapılabilir. Zamanın ölçümüyle konumun belirlenmesi birbirine benzerdir. Bir parçacığın q konumundan söz ettiğimizde, belirli bir t zamanındaki konumu kast ederiz; tersi şekilde, parçacığın belli bir q uzaysal noktasında bulunduğu t zamanını da araştırabiliriz. Bu t değeri sadece belli bir olasılıkla belirlenebilir olacaktır; böylece $d(q)$'ya benzer şekilde $d(t)$ olasılık dağılımını tanımlayabiliriz. Benzer şekilde parçacığın belli bir H enerjisine sahip olma olasılığını ifade eden $d(H)$ olasılık dağılımını da tanımlayabiliriz. H, § 2'deki (5) ifadesiyle uyumlu olarak, Planck ilişkisi tarafından

$$H = h \cdot \nu \tag{1}$$

harmoniklerin frekansıyla bağlantılıdır ve bu nedenle olasılık $d(H)$, tayfsal ayrıştırma ilkesiyle belirlenir. Bundan dolayı $d(t)$

ve $d(H)$ eğrileri $d(q)$ ve $d(p)$ eğrilerinde olduğu gibi ters bağıntı yasasına bağlıdır. Dolayısıyla zamanı kinematik, enerjiyi de dinamik değişkenler arasına dâhil edeceğiz. Bu durumda, kinematik ve dinamik değişkenlerin genel ters bağıntı yasası, zaman ve enerjinin ters bağıntısını içerir.

Bu genel yasa, *standart sapma* kavramını kullandığımızda biraz farklı bir biçimde ifade edilebilir. q_0, $d(q)$ eğrisinin en yüksek noktasına ulaştığı noktada q'nun yatay konum değeri olan ortalama değeri ve δq'nun da standart sapmayı temsil ettiğini düşünelim. Bu durumda eğriyle yatay eksen arasında kalan alan $q_0 - \delta q$ ve $q_0 + \delta q$'nun düşey eksenleriyle (şekil 2'de gösterildiği gibi) bütün alanın yaklaşık $\frac{2}{3}$'ü bu iki düşey eksen arasında kalacak şekilde bölünür. Bu oranın Gauss eğrisinin şeklinden bağımsız olduğu, olasılık kuramında gösterilmiştir. Dolayısıyla, $q_0 \pm \delta q$ aralığında bir q değerini bulma olasılığı yaklaşık olarak $\frac{2}{3}$'tür. Bu özelliklere bağlı olarak, δq niceliği Gauss eğrisinin dikliğinin ölçüsünü temsil eder ve bu yüzden ölçümlerin dağılımının kesinliğini betimleyen ifade olarak kullanılır. Standart sapma küçükse, ölçümler kesindir; büyükse, ölçümler kesin değildir. Şekil 2 ve 3'te, δq ve δp standart sapmaları, her biri sırasıyla $d(q)$ ve $d(p)$ eğrilerine ait olmak üzere eksen üzerinde belirtilmiştir. Şimdi aynı ψ fonksiyonundan türetilen bu türde eğrilerin durumu için ilişki, h Planck sabiti olmak üzere

$$\Delta q \cdot \Delta p \geq \frac{h}{(4\pi)} \qquad (2)$$

olarak gösterilebilir. Zaman ve enerji için de aşağıdaki ilişkiye sahibiz:

$$\Delta t \cdot \Delta H \geq \frac{h}{(4\pi)} \qquad (3)$$

(2) ve (3) eşitsizlikleri, Heisenberg tarafından oluşturulan belirsizlik ilişkisinin biçimini gösterir. (2) eşitsizliği, q'daki küçük bir standart sapmanın p'de büyük bir standart sapmaya veya tam tersi duruma yol açtığını belirterek, konum ve momentumun ölçümlerinin ters bağıntısını ifade eder. (3) ise δt ve δH için benzer ilişkiyi gösterir. Bu ilişkiler aynı zamanda h sabitinin önemini gösterir. h, çok küçük bir değere sahip olması sebebiyle belirsizlik sadece mikro-kozmostaki gözlemlerde görünür olacaktır; ancak orada, belirsizlik göz ardı edilemez. Klasik fizik söz konusu olduğunda $h = 0$ olarak varsayılır.

İlişki (2) şu şekilde yorumlanabilir: Bir parçacığın konumu iyi bir şekilde belirlendiğinde, momentum yüksek kesinlikle belirlenemez ve aynı şekilde tam tersi geçerlidir. (3)'te benzer şekilde yorumlanabilir. Bu ilişki, kinematik ve dinamik değişkenler arasındaki ters bağıntının tesir kesiti yasasının ölçülebilirliğin bir sınırlamasını ifade ettiğini açıklar.

Şu anda, tesir kesiti yasasının geçerliliğiyle ilgili yukarıda oluşan sorunun cevabını verebilecek durumdayız. Kuantum mekaniğinin temel ilkeleri doğruysa, bu ilkelerin mantıksal bir sonucu olmasından dolayı belirsizlik ilkesi geçerli olmak zorundadır. Hatta ψ fonksiyonunun herhangi bir özel biçimine karşılık gelmeden, doğrudan karesi alınmış ψ fonksiyonundan ve tayfsal ayrıştırmadan türetilebildiğinden dolayı bütün fiziksel durumlar için geçerli olmak zorundadır. Geçerlilik konusu, bu şekilde kuantum mekaniğinin temel yasalarının geçerliliğine indirgenmiştir. Tabi ki bu ilkeler, deneysel ilkelerdir ve hiçbir fizikçi bunların mutlak doğrular olduğunu iddia etmez. Fakat deneysel ilkeler için iddia edilebilecek şey, iyi kurulmuş bir kuramın doğruluğudur. Gözlemsel verilerdeki bütün ilişkilerin istatistiksel ilişkilerle kısıtlı olduğu ölçülebilirlik sınırlamasının bir sonucu olması sebebiyle şunları söyleyebiliriz: *Bir fizikçi te-*

mel kuramlarından herhangi birini savunma hakkına sahip olduğu kadar, öngörülebilirliğin bir sınırı olduğunu da iddia etmekle yükümlüdür. Yapılan gözlemler çerçevesinde, aynı sınırlamanın geçmiş verilerin belirlenmesinde de geçerli olduğunu ekleyebiliriz ve böylece *sonradan kestirebilmenin sınırından** da bahsetmeliyiz.

Zaman zaman kuantum mekaniğinin öngörülebilirlik sınırlamasının bir matematiksel kanıta sahip olduğundan bahsedildi. Böyle bir ifade mantıklı olarak, sadece kuantum mekaniğinin temel ilkelerinden sınırlama ifadesinin türetilebilmesinin matematiksel kanıtının var olması durumunda anlamlıdır. Belirsizlik ilkesi, deneysel bir ifadedir; desteklemek için matematiksel olarak tüm söylenebilecek şey, kuantum mekaniğinin temel ilkelerinin üstüne kurulu olduğu kanıtıyla desteklendiğidir. Ancak bu güçlü bir kanıttır.

Arada sırada, kuantum mekaniği yasalarının belki sadece belli bir değişken için geçerli olduğu, bilimin ilerleyen evrelerinde belirsizlik ilişkisinin geçerli olmadığı ve kesin öngörülerde bulunmamıza olanak sağlayan başka yeni değişkenler bulunabileceği itirazıyla karşılaşabiliriz. Mantıksal olarak, böyle bir olanak göz ardı edilemez. Örneğin böylece yeni değişkenlerin ölçümünün dinamik değişkenler öngörülebilecek şekilde kinematik değişkenlerin ölçümüyle birleştirilmesi mümkün olabilir. Kinematik ve dinamik değişkenler arasındaki ters bağıntı yasası, yeni değişkenler kullanılmadığı sürece eskiler için geçerli olacaktır; bununla birlikte yeni gözlenenler fiziksel sistemlerin seçimine uygulanmak içinse, ters bağıntı yasası, eski değişkenler için bile, inşa edilen topluluk için geçerliliğini koruyamaz ve böylece değerleri kesin olarak öngörülebilir olur. Başka bir deyişle bu, değişkenlerini kontrol ettiği istatistiksel ilişkilerin ψ

* Limit of postdictability –çn.

fonksiyonları cinsinden ifade edilemediği fiziksel sistemlerin türlerini deneysel olarak tanımlayamayacağımız anlamına gelecektir.[1]

Böyle bir durumda kuantum mekaniği, nedensel karaktere sahip evrensel bilimin içine dahil olarak bilimin istatistiksel bölümü olarak değerlendirilirdi. Söylediğimiz gibi fizikte bu türde bir ilerlemeyi dışlayarak mantıksal nedenler öne süremesek de ve bazı saygın fizikçiler bu olanağa inansalar da, böyle bir varsayım için yeterince deneysel kanıt bulamayız. Bütün bilinen olguları kapsayan bir fiziksel ilke oluşturulmuş olsaydı, bunun evrensel olarak geçerli olduğunu ve bu ilkeyi sağlamayan, bilinmeyen bir grup fiziksel olgunun var olmadığını varsaymak akla yatkın olurdu. *Bilinen bütün* olgulardan *bütün* olgulara doğru yapılan bu tür bir tümevarımsal çıkarım, her zaman geçerli olarak değerlendirilir. ψ fonksiyonu türünden ifade edilen bütün fiziksel durumların ilkesi iyi oluşturulmuş bir ilkedir ve tabi ki kuantum mekaniği hâlâ çözülmemiş birçok sorunla karşı karşıya olsa da ve önemli gelişmeler yaşayacak olsa da, ψ fonksiyonu ilkesini terk etmemizi sağlayacak bir neden yoktur. Belirsizlik ilişkisi ve öngörülebilirlik sınırlaması doğrudan ψ fonksiyonu ilkesine uyduğuna göre bu kuramlar,

---

[1] Hem saf durum hem de karışık durumu dâhil etmek için "ψ fonksiyonları cinsinden ifade edilebilir" terimini kullanırız; *krş.* § 23. *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* (Berlin, 1932), s. 160-173'te, J. v. Neumann hiçbir "saklı değişkenin" olamayacağının kanıtını vermiştir. Ancak bu kanıt, bütün istatistiksel topluluklar için ψ fonksiyonları cinsiden ifade edilen kuantum mekaniği yasalarının doğru olduğu varsayımına dayanır. Kuantum mekaniğinin belirlenemezciliği eleştirilirse, bu varsayım da eşit derecede sorgulanacaktır. J. v. Neumann'ın kanıtı, böylece metinde bahsettiğimiz durumu dışarıda bırakamaz. Sadece, saklı değişkenler varsayımının kuantum mekaniğinin evrensel geçerliliğiyle uyumlu olmadığını gösterir.

fiziğin diğer genel kuramları gibi evrensel iddialarında iyi temellenmiş olarak dikkate alınmalıdır.

§ 4. Nesnenin Gözlem Yoluyla Bozulması

Şimdi kuantum mekaniği felsefesinin karşılaştığı ikinci temel meseleye döneceğiz: Gözlenmeyen nesnelerin yorumlanması meselesi. Bu soru, ilk yanıtını gözlem yoluyla nesnenin bozulmuş olduğu ifadesinde bulur. Belirsizlik ilkesinin keşfiyle birleşen bu özelliği fark eden Heisenberg, onu bir sonraki ilkenin açıklaması olarak kullandı; bütün ölçümlerin belirsizliğinin gözlem yoluyla nesnenin bozulmasının bir sonucu olduğunu öne sürdü.

Bu ifade, felsefi spekülasyonun bir dalgası olarak kendini gösterdi. Bazı felsefeciler ve bazı fizikçiler Heisenberg'in ifadesini fiziksel açıdan, ifadenin algısındaki algılama konusunun etkisi hakkındaki geleneksel felsefi fikirlerinin onaylanması olarak yorumladı. Heisenberg'in ilkesinde öznenin kesin bir biçimde dış dünyadan ayrılamayacağı, özne ve nesne arasındaki sınır çizgisinin rastgele belirlendiği; ya da algılama sırasında öznenin nesneyi yarattığı; ya da nesnenin kendisinin daima insan bilgisinden kaçarken, sadece bir görüntü olduğu; ya da insan bilicine girmeden önce doğadaki şeylerin belirli koşullar altında değişikliğe uğraması gerektiği ve benzerlerinden dolayı bu fikri yinelediler. Bu türde bir felsefi mistisizmin herhangi bir biçiminin, kuantum mekaniğinde temeli olduğunu itiraf edemeyiz. Fiziğin diğer bölümleri gibi kuantum mekaniği de fiziksel şeyler arasındaki ilişkilerden başka bir şeyle ilgilenmez; bütün ifadeleri bir gözlemciye referans vermeden oluşturulabilir. Kuantum mekaniğinde yer alan kesinlikle en temel gerçeklerden biri olan gözlem yoluyla bozulma, gözlemciler olarak in-

sanlardan kaynaklanan etkilere herhangi bir referans içermeyen bütünüyle fiziksel bir olaydır.

Bu durum, şu şekilde açıklanabilir. Gözlem yapan kişiyi, fotoelektrik hücre vb gibi gözlemleri kâğıt üzerine veri olarak kaydeden fiziksel bir aygıtla yer değiştirebiliriz. Öyleyse gözlem yapma eylemi kâğıt üzerindeki sayıları ve işaretlerin okunmasını içerir. Okuyan gözle kâğıt arasındaki etkileşim makrokozmosta gerçekleştiğinden dolayı gözlemin yarattığı bozulma bu işlem için göz ardı edilebilir. Bunu takiben, gözlemin yarattığı bozulmanın kâğıt şerit üzerindeki sözel ifadelerden anlaşılır olması gerektiği ve bu yüzden fiziksel aletler ve aralarındaki ilişkiler cinsinden ifade edilebilir olması gerektiği söylenebilir. Kuantum mekaniği, fizik dilinin kesinliği ve açıklığına sahip olmayan felsefi spekülasyonları yeniden canlandırma girişimlerinde yanlış biçimde kullanılmamalıdır. Felsefi sorunlarının çözümü, bilimin analizi ve sembolik mantıkla geliştirilen bilimsel felsefe yoluyla verilebilir.

Einstein'ın görelilik kuramı tartışmalarında, zamanın ve hareketin göreliliğinin gözlemcinin öznelliğine atfedildiği benzer bir dönem yaşanmıştır. Sonraki analizler, referans sistemindeki uzay ve zamanla ilgili ifadelerin bağımlılığı her bireyin algılama bilgisinin gizliliğine hiçbir şekilde bağlı olmadığını, ancak fiziksel dünyanın her tanımında kendini gösteren keyfi tanımların ifadelerini temsil ettiğini gösterdi. Durum görelilik kuramında olduğundan çok daha karışık olsa da, benzer bir çözümün kuantum mekaniğindeki sorun için de önerilebileceğini göreceğiz. Aradaki fark, kuantum mekaniğindeki tanımların keyfiliğinin, görelilik kuramında hiçbir karşılığı olmayan bir özellik olan gözlenen sonuçların öngörülebilirliğindeki bir belirsizlikle birleşmesidir.

Analizimize, Heisenberg'in öngörülerdeki belirsizliğin gözlem yoluyla oluşan bozulmanın bir sonucu olduğu ifadesini gözden geçirerek başlamak durumundayız. Gözlem tarafından bir bozulma olduğu ve bu ilkeyle belirsizlik ilkesi arasında bir bağlantı olduğu doğru olmasına rağmen, ifadenin bu şekliyle doğru olduğunu düşünmüyoruz. Bu bağlantı daha ziyade ters biçimde ifade edilmelidir, yani belirsizlik ilkesinin gözlem yoluyla nesnedeki bozulmaya işaret ettiği şekliyle ifade edilmelidir

Öngörülerin belirsizliğinin gözlem araçlarının yarattığı bozulmadan kaynaklandığını söylemek, gözlemden kaynaklanan herhangi bir göz ardı edilmez bozulma olduğunda öngörülebilirliğin her zaman bir sınırı olduğunu ifade etmektir. Klasik fizik bunun doğru olmadığını söyler. Klasik fizikte ölçüm aletinin etkisinin göz ardı edilemediği, ancak buna rağmen, kesin öngörülerin mümkün olduğu birçok durum vardır. Bu türdeki durumları ölçüm aletleri kuramını içinde bulunduran bir fiziksel kuramla uyuşur. Bir bardak suyun içine termometreyi koyduğumuzda, termometrenin sisteme dâhil olmasıyla suyun sıcaklığının değişeceğini biliriz; dolayısıyla termometreden okuduğumuz değerin ölçümden önce verilen suyun sıcaklığı olduğu yorumunu yapamayız, ancak bu değeri suyun gerçek sıcaklığını sadece çıkarımlar aracılığıyla belirleyebildiğimiz bir gözlem olarak düşünmek zorundayız. Bu çıkarımlar, termometre kuramına dâhil edildiklerinde oluşturulabilirler.

Bu mantıksal işlemi, kuantum mekaniği durumlarına uygulamak neden mümkün değildir? Heisenberg bir parçacığın konumunun kesin olarak belirlenmesi için, büyük miktarda enerji taşıyan ve parçacığın hızını değiştirebilecek etki gücüne sahip dalgalar olan çok kısa dalga boylu hafif dalgalara ihtiyacımız olduğunu ve sonuç olarak, aynı deney içerisinde parçacığın hızının ölçülemeyeceğini göstermiştir. Diğer yandan, parçacığın hızını belirlemek istersek, ölçülecek hızı değiştirmemek için

uzun dalga boylu dalgaları tercih etmek zorundayız; ama bu durumda parçacığın konumu kesin olarak belirleyemeyecek durumda olacağız. Ancak hafif bir ışınla aydınlatılarak yapılan bir parçacığın gözlemi, parçacığı kendi yolundan saptıracak bir etki gösteriyorsa, neden gözlemin sonucundan başlayarak çıkarımlar aracılığıyla parçacığın gerçek hızının ne olduğunu bize gösteren bir kuram inşa edemiyoruz? Burada, Heisenberg'in tesir kesiti yasası devreye girer. Bu ilke, gözlemsel sonuçlar ne olursa olsun, konum ve momentuma karşılık gelen dağılımlar ψ fonksiyonundan türetilebilir ve böylece ters olarak ilişkilendirilebilir olmalıdır. Böylece konumun ölçümü bu işlemlerin gözlemsel etkilerine göreli olarak hız dağılımının düz bir eğri oluşturduğu fiziksel işlemler içerir. Bu yüzden bahsedilen deneyde parçacığın hızını tam olarak belirleyemeyiz. Gözlem yoluyla bozulma ve belirsizlik arasındaki ilişki, dolayısıyla şu şekilde ifade edilmelidir: Dikkate alınan fiziksel varlığın belirlenmesinin gözlemle hemen verilmeyip fiziksel yasaları kullanan çıkarımlar gerektirmesinin sebebi gözlem yoluyla bozulmadır; bu çıkarımlar ψ fonksiyonunun kullanımına bağlı oldukları için belirsizlik ilkesiyle sınırlıdırlar ve bu nedenle kesin bir sonuca ulaşmak mümkün değildir. Bu ifade, gözlem yoluyla bozulmanın kendi içinde gözlemin belirsizliğine götürmediğini açıkça gösterir. Sadece belirsizlik ilkesiyle birleşiminde bu sonuca götürür.[1]

---

[1] Gözlemle nesnenin bozulmasının belirsizlik ilkesini gerektirmediğinin matematiksel bir kanıtı daha sonra verilecektir. Belirsizliğe götüren şeyin bozulmanın kendisi olmadığı fikri "Ziele und Wege der physikalischen Erkenntnis", *Handbuch der Physik*, c. IV (Geiger Scheol tarafından düzenlenmiş, Berlin, 1929), s. 78'de yazar tarafından ilk kez ifade edilmiştir. Bu fikir aynı zamanda E. Zilsel tarafından *Erkenntnis* 5 (1935), s. 59'da ifade edilmiştir. Belirsizlik ilkesinin kesin olarak formülleştirilmesi § 30'da açıklanacak olan bir nitelik gerektirir.

Heisenberg'in ilkesine yapılan bu tarz itirazları içeren görüşler anlam olarak şu şekilde ifade edilir: Fiziksel durumların hiçbir kesin bilgisine sahip değiliz; çünkü gözlem *öngörülemez bir biçimde* bozulma yaratır. Bu biçimde, ifade doğrudur; ancak bundan sonra belirsizlik ilkesinin doğrulanması olarak yorumlanamaz. Bu ilkeyi *ifade eder*, ancak onun için *hiçbir neden öne sürmez*. Böylece "öngörülemez bir biçimde bozulma" durumunun bütün fiziksel verilerin ters bağıntısını uygun olarak ifade eden doğanın genel bir tesir kesiti yasasının özel bir durumundan başka bir şey olmadığını kabul ederiz. Ölçüm aleti, sadece insan gözlemciler tarafından aletin kullanılmasından dolayı değil; bütün fiziksel şeyler gibi bir fiziksel şey olmasından dolayı gözlemi bozar. Ölçüm aletleri, fiziksel yasalar içerisinde bir ayrıcalık ifade etmez; değişkenlerin eşzamanlı değerlerini veren çıkarımlardaki genel sınırlandırmalar, ölçüm aletlerinin etkilerine karşılık gelen çıkarım durumlarını içerir. Gözlem yoluyla oluşan bozulma ilkesini ifade etmemiz gereken biçim budur.

Ancak bu sadece, gözlem yoluyla oluşan bozulmayı analiz etmedeki ilk adımdır. Şimdiye kadar, gözlemin nesnede bozulma yarattığını söyleyerek ne demek istediğimizi bildiğimizi varsaydık. Burada bahsedilen ilişkiler hakkında daha derin bir anlayış geliştirebilmek için öncelikle bu açıklamanın kesin bir ifadesini kurmalıyız.

§ 5. Gözlenmeyen Nesnenin Belirlenmesi

Nesnenin gözlemle bozulmaya uğradığını ya da gözlenmeyen nesnenin gözlenenden farklı olduğunu söylediğimiz zaman, gözlenmeyen nesne hakkında bilgi sahibi olmamız gerekir; aksi takdirde ifademiz doğrulanamaz. Dolayısıyla kuantum mekaniğindeki belirli bir durumun analizine girmeden önce, genel ola-

rak gözlenmeyen nesneler hakkındaki bilgi sorunumuzu tartışmalıyız. Şeyler, biz onlara bakmadığımız zaman nasıl görünürler? Bu, yanıt bulmamız gereken sorudur.

Bazen bu sorunun kuantum mekaniğine özel olduğundan ve klasik fizikte böyle bir sorun olmadığından bahsedilir. Ancak bu, sorunun doğasının yanlış anlaşılmasından kaynaklanır. Klasik fizikte bile gözlenmeyen nesneler sorunuyla karşılaşırız; sadece klasik temellerde bu soruna doğru bir işlem uyguladığımız zaman, kuantum mekaniğine karşılık gelen soruyu yanıtlayabilecek durumda oluruz. Yanıtın ifade edilmesi için gereken mantıksal yöntem iki durumda da aynıdır.

Analizimize bir örnekle başlamak için bir ağaca baktığımızı ve sonra kafamızı çevirdiğimizi düşünelim. Bakmadığımız zaman ağacın yerinde durduğunu nereden bilebiliriz? Kafamızı çevirip tekrar bakarak kolayca ağacın bir yere kaybolmadığını "onaylamamız" bu soruyu yanıtlamamıza yardımcı olmayacaktır. Böylece onaylayabildiğimiz tek şey ona baktığımız zaman ağacın her zaman orada olduğudur; ancak bu durum ona bakmadığımız her an ağacın ortadan kaybolduğu ihtimalini dışlamaz. Bir sonraki durum için bir varsayımda bulunabilirdik. Bu varsayıma göre gözlem, nesnede *görünürde* hiç değişiklik yaratmayan belirli bir değişiklik yapabilir. Bu varsayımın yanlış olduğunu gösterebileceğimizi söylemiyoruz. Biz bakmadığımız sırada başka birinin ağacı gözlemleyebileceği ve dolayısıyla ağacın kaybolmadığını onaylayabileceği fikri önerilirse, varsayımımızı hiç kimsenin ağaca bakmadığı ve böylece ağacı üretme gücünün herhangi bir insanın gözlemine atfedildiği durumla sınırlayabiliriz. Ağacı görmediğimiz zaman bile varlığını, ağacın gölgesi gibi gözlenebilir kalan belirli etkilerden çıkartabileceğimiz önerilirse, optik yasalarında ortada ağaç olmasa da gölge olabileceği gibi bir değişim varsayabileceğimizi söyleye-

rek yanıt verebiliriz. Dolayısıyla bu kanıt sadece, gözlenmeyen nesnenin varlığı ya da görünmeyişi varsayımının iki durumda da doğanın yasalarını dikkate alan bir varsayıma bağlı olduğunu gösterir.

Ağacı görmediğimiz zaman ortadan kaybolduğu varsayımına tümevarımsal bir kanıt olduğunu ve bu varsayımın en azından yüksek derecede olası olduğunu söylemek hatalı olur. Bu biçimde bir tümevarımsal kanıt yoktur. "Bunun sürekli geçerli olduğunu varsaymak için gözlenmeyen ağacın değişmeden kalmış olduğunu sıklıkla bulduğumuzu" söyleyemeyiz. Bu tümevarımsal çıkarımın önceli doğru değildir; çünkü aslında, hiç gözlenmeyen bir ağaç görmedik. Sıklıkla karşılaştığımız kafamızı çevirdiğimizde ağacın orada olduğudur; bu gerçekler kümesinden tümevarımsal olarak ağaca baktığımız her zaman orada bir ağaç olacağı sonucunu çıkartabiliriz, ancak bu gerçeklerden yola çıkarak gözlenmeyen ağaçla ilgili bir tümevarımsal çıkarım bulunmamaktadır. Böylece gözlenmeyen nesnenin değişmeyen varlığının en azından olası olduğunu bile söyleyemeyiz.

"Anlamsız" olarak düşünülebilecek bu türden ifadeleri gözden çıkarmaya meyilliyiz; çünkü ağacın gözlemle yaratılmadığı açıkça görülmektedir. Ancak böyle bir yanıt, bu sorunun yanıtını karşılamaz. Doğru yanıt daha derin bir analiz gerektirir.

Gözlenmeyen nesnelerin doğru betimlenmesinin birden fazla olduğunu, bir *eşdeğer tanımlar sınıfı* bulunduğunu ve bütün bu tanımları kullanmanın eşit derecede faydalı olabileceğini söylemeliyiz. Bu tanımların sayısı sınırlı değildir. Böylece ona bakmadığımız her anda ağacın iki ağaca bölündüğü varsayımını kolayca öne sürebiliriz; iki ağacın sadece bir gölge yarattığı şeklindeki gözlenmeyen nesnelerle ilgili optik yasalarını değiştirirsek bu ifade, izin verilebilir olur. Öte yandan bütün ta-

nımların doğru olmadığını görürüz. Dolayısıyla iki gözlenmeyen ağacın olduğunu ve sıradan optik yasalarının geçerli olduğunu söylemek yanlış olur. Gözlenmeyen şeylerle ilgili ifadelerin daha karışık bir biçimde yapıldığı sonucuna varılır. Gözlenmeyen şeylerin tanımları *kabul edilebilir* ve *kabul edilemez* tanımlar olarak ikiye ayrılmalıdır; her kabul edilebilir tanım doğru, her kabul edilemez tanım yanlış olarak düşünülmelidir. Gözlenmeyen şeylerin genel özelliklerini ararken doğru tanımı bulmaya çalışmamalı, onun yerine bütün kabul edilebilir tanımlar sınıfını göz önünde bulundurmalıyız; doğru tanım, gözlenmeyen nesnenin doğasını ifade eden bu sınıfın bütününün özellikleri içerisindedir.

Klasik fizikte, bu sınıf aşağıdaki iki ilkeyi karşılayan bir tanım içerir:

1) *Nesneler gözlense de gözlenmese de, doğanın yasaları aynıdır.*
2) *Nesneler gözlense de gözlenmese de, nesnelerin durumları aynıdır.*

Bu türde tanımlanan sisteme *normal sistem* adını verelim. Genellikle "doğru" olarak düşündüğümüz sistem, bu sistemdir. Bu yorumun yanlış olduğunu görürüz. Ancak şu ifadeyi oluşturabiliriz. Bir tanımlar sınıfının normal bir sistem içerdiği durumda, bu tanımların her biri normal sisteme denktir. Sınıfın, gözlemediğimiz zaman ağacın iki ağaca bölünmesi gibi akılcı olmayan tanımlarından birini göz önünde bulundurursak, bu olağandışılıkların zararsız olduğunu görürüz. Bütün olarak tanımların bütünü normal sistemle aynı şeyi söylüyorsa da, bu kuraldışılık farklı bir dilin kullanımından dolayı ortaya çıkar. Bundan dolayı normal sistemi kullanılabilir tek tanım olarak seçebiliriz.

Gözlenmeyen nesnelerin değişimiyle ilgili konuştuğumuzda, normal sistemin kullanıldığı uzlaşım her zaman üstü kapalı olarak günlük konuşma dili içerisinde varsayılır. Bu uzlaşım, evimiz içinde olmadığımız sürece var olur dediğimizde anlaşılır ve aynı uzlaşım sihirbaz kutuyu iki parçaya bölerken önceden kızı kutunun içinde görmüş olsak da, kız kutunun içinde değildir dediğimizde de anlaşılır. Bu uzlaşımın kullanımı, dolayısıyla gözlenmeyen nesneler hakkındaki sıradan ifadeler test edilebilirdir. Aynı uzlaşım bilim dilinde de kullanılır; büyük ölçüde dili kolaylaştırır. Ancak dildeki bu seçimin bir tanım karakterine sahip olduğu ve normal sistemin basitliğinin onu başka bir sistemden "daha doğru" yapmadığının farkında olmalıyız. Burada sadece yard-inç sistemini metrik sistemle karşılaştırdığımızda gördüğümüz gibi *tanımsal basitlikteki*[1] bir fark olarak adlandırdığımız durumla ilgileneceğiz.

Bir tanımlar sınıfının bir normal sistem içerdiğini belirttiğimizde, bütün bir sınıf hakkında bir ifade oluşturmuş oluruz. Normal bir sistemin varlığı hakkındaki bir ifade aracılığıyla sınıfın bir özelliğinin bu şekilde belirtilmesi, belki diferansiyel geometriden bir örnekle gösterilebilir. Eğriliğin özellikleri, sistemin koordinatları ve özellikleri türünden ifade edilebilir. Böylece kürenin yüzeyi, üzerinde büyük alan kaplayan yaklaşık birbirine dik düz-çizgi koordinatlarının tanımlanmasının olanaksız olduğu ifadelerle nitelendirilebilir. Yalnızca sonsuz küçük alanlar için bu mümkündür; başka bir deyişle, küçük alanlar için yaklaşık olarak birbirine dik düz-çizgi koordinatları tanımlamak mümkündür ve alan küçüldükçe yaklaşıklık derecesi de artar. Ancak düzlem için böyle bir sistem, bütün düzlemi

---

[1] *Krş.* Yazarın *Experince and Prediction* [*Deneyim ve Öngörü*] (Chicago, 1938), § 42. Tanımsal basitlik, tümevarımsal basitlikten ayrıdır; sonrası öngörüsel farklar içerir.

kaplayacak şekilde tanımlanabilir. Yine de, herhangi bir eğri koordinat eşit derecede iyi kullanılabilir olduğundan, düzlem için bu "normal sistem" koordinatlarını kullanmak gerekli değildir; bununla birlikte düzlem için geçerli olan olası sistemler sınıfının koordinatlarını eğri yüzeyler için olanlardan ayıran normal bir sistem *bulunmaktadır*.

Benzer değerlendirmeler, denk tanımlar sınıfının kuramı için uygulamaların klasik alanı olan Einstein'ın görelilik kuramı için de yapılmıştır. Farklı hareket durumlarında olan sistemler de dâhil olmak üzere bütün referans sistemleri, tam bir tanımlama sağlar ve böylece referans sistemleri sınıfın içerisinde denk tanımlar sınıfına sahip oluruz. İçlerinden birinin özel görelilik yasalarının geçerli olduğu bir sistem içeren bu tür bir sistemler sınıfı varsa, göz önünde bulundurulan uzayın "gerçek" bir kütleçekim alanına sahip olmadığını söyleriz. Böyle bir dünyada sahte-kütleçekim alanları içeren akla yatkın olmayan sistemler tanımlayabiliyor olsak da bu doğrudur; onlar sahte-kütleçekimdir, çünkü "dönüştürülebilir" sistemlerdir.[1]

§ 6. Dalgalar ve Parçacıklar

Bu genel değerlendirmelerden kuantum mekaniğine dönersek, öncelikle gözlenebilen ve gözlenemeyen olaylarla ne anlatmak istediğimizi netleştirmeliyiz. "Gözlenebilir" kelimesini katı epistemolojik anlamda kullanırsak, hiçbir kuantum mekaniksel olayın gözlenebilir olmadığını söylemek zorundayız; bunların hepsi insanın duyu organları tarafından gözleme elverişli olan tek temeli oluşturan makro-kozmos boyutlu verilerden çıkartılmıştır. Ancak makro-kozmos boyutlu verilerden kolayca çı-

[1] *Krş.* Yazarın *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre* (Berlin, 1928), s. 271.

kartılabilecek ve daha geniş bir anlamda gözlenebilir olarak düşünülebilecek bir olaylar sınıfı bulunmaktadır. Elektronlar arasındaki ya da elektronlar ve protonlar arasındaki çarpışmalar gibi çarpışmalar içeren bütün olayları kast ediyoruz. Bu türden olaylara *olgu* diyeceğiz. Olgu, tercihen kısa nedensel zincirlerle makro-kozmos boyutlu olaylara bağlıdır; dolayısıyla Geiger sayacı, fotoğraf filmi, Wilson'ın bulut odası vb aletlerle "doğrudan" olarak doğrulanabilirler.

Böylece bir elektronun hareketi veya bir ışık demetinin kaynağından çıkıp maddeye çarpması hareketi gibi olaylar sırasında oluşan bütün bu olayları gözlenemez olarak düşüneceğiz. Bu olaylar sınıfına *olgular arası* diyeceğiz. Bu türden oluşumlar çok daha karışık bir biçimde olan çıkarım zincirleriyle açıklanır; olgular dünyası içerisinde bir iç-kestirim hesabı biçiminde yapılandırılırlar ve dolayısıyla, gözlenebilir ve gözlenemez şeyler arasındaki ayrımın kuantum mekaniksel benzetmesi olarak olgu ve olgular arası ayrımını gözetebiliriz.

Olgunun sonucu pratik olarak açıktır. Daha kesin konuşmak gerekirse bu, makro-kozmos boyutlu verilerden yola çıkarak olaya ulaşan çıkarımlarda sadece klasik fizik yasalarını kullandığımız anlamına gelir; dolayısıyla olgu, klasik fizikteki gözlenemeyen nesnelerle aynı anlamda belirlenebilirdir. Klasik fizikteki gözlenemeyen nesneler sorununu amaçlarımızla ilişkisiz olması dolayısıyla bir kenara bırakarak, olguyu doğrulanabilir olaylar olarak göz önünde bulunduracağız. O, olgular arasından farklıdır. Olgular arasının açıklanması sadece kuantum mekaniksel yasalar çerçevesinde mümkündür; belirsizlik ilkesinin yarattığı dalga-parçacık ikiliğinde kendini gösteren belirsizlikle bağlantısı buradadır.

Newton ve Huygens'in zamanından beri ışık ve madde kuramlarının tarihi, parçacıkların yorumu ve dalgaların yorumu

arasında süregelmiş mücadeleyi ortaya koyar. 19. yüzyılın sonuna doğru, bu mücadele pratik olarak dinmiş görünen bir evreye ulaşır; ışık ve diğer türdeki elektromanyetik ışınların dalgalardan oluştuğu düşünülürken, maddenin parçacıklardan oluştuğu varsayılmıştır. Planck'ın geliştirdiği kuantum kuramı ileriki aşamalarında, bu anlayışa karşı ciddi bir şok etkisi yaratır. Işık demeti kuramında, Einstein ışık demetlerinin birçok açıdan parçacıklar gibi davrandığını göstermiştir; daha sonra tersi olarak L. de Broglie ve Schrödinger maddesel parçacıkların dalgalar tarafından eşlik edildikleri fikrini geliştirmişlerdir. Elektronların dalga doğası, Davisson ve Germer tarafından on iki yıl kadar önce M. v. Laue'nin X ışınlarıyla yaptığı türde olan ve o zamanlarda X ışınlarının parçacıklardan oluşmadığını tanımsal olarak kanıtladığı düşünülen bir deneyle gösterilmiştir. Bu sonuçlarla dalga ve parçacık kavramları arasındaki mücadele tekrar canlanmıştır ve bir kez daha fizik, ikisi de eşit derecede kanıtlanabilir iki çelişen kavramın yarattığı ikilikle karşı karşıya kalmıştır. Belli bir tür deney dalga yorumuna, bir diğer tür parçacık yorumuna ihtiyaç duyar gibi görünmektedir ve bu iki yorum arasındaki belirgin uyuşmazlığa rağmen, fizikçiler bazen birini bazen diğerini uygulama konusunda doğrulanabilir verilere bağlı olarak gerçeklerle bir anlaşmazlık oluşturmayan şanslı bir sonuç elde etme becerisini göstermişlerdir.

İki yorumu bir araya getirme girişimi, yani dalgaların uzaya yayılmış bir maddesel alan olarak gösterilemeyeceği, fakat sadece parçacıkların istatistiksel davranışını ifade eden matematiksel araçlar olduğu ve bu kavram çerçevesinde dalgaların, parçacıkların gözlediği olasılık durumlarını ifade ettiği varsayımı Born tarafından yapıldı. §2'de kullandığımız yorum bu yorumdur. Ancak bu yorumların ustalıkla birleşiminin bile uyumlu bir biçimde devam edemeyeceği anlaşılmıştır. §7'de Born'un anlayışını onaylamayan deneylerden bahsedeceğiz. Diğer yan-

dan, bir sonraki kavramsallaştırma, parçacık yorumunun tanımsal biçiminde yapıldığı gibi kuantum fiziğiyle birleştirilmiştir. Ne zaman parçacıklardan bahsetsek, onların *olasılık dalgalarıyla*, yani dalgalar biçiminde ifade edilen olasılık yasaları tarafından kontrol edildiğini farz ederiz. Böylece dalgalardan oluşan maddeye dayanan dalga yorumu ile olasılık dalgaları tarafından kontrol edilen parçacıkların oluşturduğu maddeye dayanan parçacık yorumu şeklinde bir ikilik ortaya çıkar. Dolayısıyla dalgalara olduğu gibi, iki yorum arasındaki mücadele dalgaların *oluşsal karaktere* mi yoksa *davranışsal karaktere* mi sahip olduğu sorusunu doğurur, yani sonraki adım atomaltı parçacıklar olarak ifade edilerek fiziksel dünyanın en son nesnelerini oluşturdukları mı ya da sadece bu tarz nesnelerin istatistiksel davranışlarını mı ifade ettikleri sorusunu doğurur.

Olayların durumunun değerlendirilmesindeki açık farklılık Bohr'un *tamamlayıcılık ilkesiyle* ortaya çıkar. Bu ilkeye göre, hem dalga hem de parçacık kavramları kullanılabilir ve birini doğrulayıp diğerinin geçerliliğini yanlışlamak mümkün değildir. Bu ayırt edilemezlik, eşit derecede hem ispatlanabilen hem de çelişen iki kavram arasındaki ikilikten kaçışın kapısını açabilecek bir anahtar olan belirsizlik ilkesinin sonucu olarak gösterilmiştir. Belirsizliğin menzilinde yer alan olaylarla sınırlı olmalarından dolayı çelişkiler yok olur; böylece doğrulanabilirliğin dışında kalırlar.

Her ne kadar bu Bohr-Heisenberg yorumunu nihai olarak doğru kabul etmek istesek de, bu yorumun temellerini ve uygulamalarını yeterince açık bir şekilde sunan bir biçimde ifade edilmediğini görürüz. Şimdiye kadar gösterilen biçim, fiziksel kuramlarını doğanın eksiksiz tanımı olarak düşünmek isteyen herkeste bir rahatsızlık hissi uyandırır; görünen o ki bu amaca yönelik olan yol, ya belirli türde sorular sormamızı yasaklayan kesin kurallar tarafından devre dışı bırakılmış, ya da sadece

gerçekliğin açık bir ifadesi olmaktan uzak anlaşılması güç resimler sunmuştur. Anladığımız kadarıyla olayların durumu, yorumun kuantum mekaniksel kısmındaki hatalardan değil de, mantıksal karışıklığının bütün kapsamı içerisinde anlaşılamamış olan klasik fizikte bunlara karşılık gelen sorunların doğru olmayan yorumuna bağlıdır. Bir sonraki değerlendirmede bu sorunlara Bohr ve Heisenberg'in fikirlerinin ana hatlarını takip eden, bu kavramın tatmin edici olmayan kısımlarını dışarda bırakan bir çözüm sunmaya çalışacağız.

Analizimiz için, Bohr ve Heisenberg'in fikirlerine yönelik Landé[1] tarafından geliştirilen açık ve kesin ifadeleri kullanacağız. Landé, dalgalar ve parçacıklarla ifade edilen iki yorum arasındaki ikiliği şu şekilde ifade eder: Bazı deneylerin parçacık, bazılarının da dalga yorumunu gerektirdiğini söylemek doğru değildir; Bohr-Heisenberg kuramından önce olayların durumunu açıklayan bu türde bir ifade hoş görülebilir değildi, çünkü bu fiziksel kuramı uyumsuz yapıyordu. Bunun yerine, *bütün* deneylerin *her iki* yorumla da açıklanabileceğini söylemeliyiz. Yorumlardan biriyle uyumsuz olacak şekilde bir deney inşa etmek hiçbir zaman mümkün olmayacaktır.

Eşdeğer tanımlar kuramımızla bu ifadeyi birleştirerek yukarıda açıklanan terim bilgisini kullanırsak, Landé'nin anlayışını şu şekilde açıklayabiliriz. Olguların verilmesiyle, olgular arası dünyasını birçok farklı biçimde tanımlayabiliriz; böylece olgular arasının her biri eşit derecede doğru ve tamamı aynı olgular dünyasına ait eşdeğer tanımların bir sınıfını elde edebiliriz. Başka bir deyişle, dünyanın eşdeğer tanımlarının sınıfında olgular sınıfın değişmeyenlerini oluştururken olgular arası, tanımlarla birlikte çeşitlilik gösterir. Bununla birlikte, tanımların

[1] A. Landé, *Principles of Quantum Mechanics* [*Kuantum Mekaniğinin İlkeleri*] (Cambridge, İngiltere, 1937).

keyfi olması olgular dünyasından silinmiş ve olgular arası dünyayla sınırlanmıştır; ancak tanımların benzer biçimdeki keyfiliğinin klasik fiziğin gözlemlenemeyenleri için de geçerli olduğunu bildiğimizden dolayı bu durum zararsızdır. Hiçbir yerde gözlemlerin net bir kanıtını bulamayız. Gözlenmeyen değerlerin iç-kestirimi sadece, eşdeğer tanımların bir sınıfıyla verilebilir.

Bu sonuçtan kuantum mekaniğinin eşdeğer betimlemelerinin sınıfının normal bir sistem içerip içermediği, yani sayfa 43'te ortaya konan iki ilkeyi doğrulayan bir tanımın olup olmadığı sorusuna dönebiliriz. Şu anda, gözlemin her zaman nesne üzerinde bir bozulma yaratmasından dolayı ikinci ilkenin bütün betimlemeler tarafından ihlal edileceği açıktır. Dolayısıyla normal sistem tanımımızı yeniden biçimlendirmeli ve en azından ilk ilkeyi sağlayacak biçimde sınırlamalıyız.[1] Bundan dola-

[1] Profesör W. Pauli klasik fizikte bile normal sistemlerin tanımlanmasında ikinci ilkenin çoğu zaman gözardı edildiğine dikkatimi çekti. Fiziksel bir nesne gördüğümüzde, gözlemi yaratan şey ışık ışınlarının insanın gözündeki retinaya girmesidir; ancak bu olayda ışık ışını soğrulur ve böylece gözlem araçlarının etkileşimiyle bozulur. Böylece gözlem yoluyla bozulmaya uğramayan fiziksel bir nesnenin var olduğunu belirten ifade, fiziksel olarak konuşmak gerekirse ikinci ilkeyi sağlamayan bir gözlemle elde edilmiştir. Psikolojik olarak konuşursak, sonuç çıkarma eylemi otomatik olarak duyusal mekanizmalar sonucu elde edildiğinden dolayı bu artık doğru olmaz; göz, uyarıcının dilinde ölçülür. Klasik fizikte "gözlem" terimini ikinci ilkeyi sağlayacak şekilde yorumlamanın akla yatkın görünmesinin sebebi budur. Klasik fizik için bile ikinci ilkeden vazgeçmek eşit derecede mümkündür. Bu, kuantum mekaniğinde ikinci ilkeden vazgeçmenin oldukça alakasız olduğu ve genel anlamda bir normal sistemin ikinci ilkeyi ihlal eden durumu da içerecek şekilde tanımlanabileceği görüşümüzle ilişkilidir. Normal sistemin zorunlu şartını (*conditio sine qua non*) ifade eden ilke birinci ilkedir.

yı soruyu şu şekilde sormamız gerekmektedir: Daha geniş anlamda, normal bir sistem, yani en azından birinci ilkeyi sağlayan bir sistem var mıdır?

Normal bir sistemin felsefi temeller üzerine kurulabileceğine inanmamalıyız. *Sentetik a priori* başka bir deyişle, mantıksal olarak boş olmayan ve fizik kuramlarını doğrulayan önermelerin var olduğunu iddia edemeyiz. Normal bir sistemin var olup olmadığı sorusu sadece deneyimle açıklanabilir. Böyle bir sistem varsa, olgular arası dünyası daha basit bir yapı olarak ortaya çıkar; böyle bir sistem yoksa bu dünyanın muhtemelen olmasını istediğimizden daha karışık olduğu ortaya çıkar. Ancak hiçbir şekilde soruya verilen yanıtı anlamsız olarak reddetmek ya da sorunun başka kısımlarına dikkat çekerek yakayı sıyırmak hoş görülemez. Kuantum mekaniğinin temelleri üzerine inşa edilebilir olarak, olgular arası dünyasının genel özellikleri bu soruya verdiğimiz yanıt içerisinde ifade edilir.

§ 7. Girişim Deneyinin Analizi

Normal bir sistemin var olup olmadığı sorusuna bir yanıt bulabilmek adına çeşitli türdeki mantıksal durumlar için tipik olarak düşünülebilecek bazı deneyleri analiz edelim. Öncelikle, içinden ekrana doğru bir ışık ışınımının, elektronların ya da başka madde parçacıklarının geçtiği bir B yarığı içeren diyaframın durumunu (şekil 4) düşünelim. Ekranda bir girişim deseni görürüz. Ancak ışınımın çok düşük yoğunluklarını kullanırsak, ekranda elde ettiğimiz bütün bir desen değil, kesin olarak yerelleşmiş bölgelerde, örneğin C'de meydana gelen tekil aydınlık saçaklar olacağını biliyoruz. Bu aydınlık saçaklar, örneğin C'ye koyulacak bir Geiger sayacıyla tespit edilebilir. Deneyi belli bir zaman devam ettirirsek, birbiri ardına oluşan aydınlık

saçakların dağılımı, yukarıda bahsedilen girişim deseni şeklinde ortaya çıkar; ekranın üzerine yerleştirilen fotoğraf filminin bize göstereceği şey, bu tekil aydınlık saçakların toplamıdır.

Bu deneyin olgusu ekran üzerindeki tekil aydınlık saçaklar tarafından verilir; bunun yanı sıra, ışınımın kaynağında bulunan makro-kozmos boyutlu nesnelere ve ekrana sahibiz. Burada iç-kestirim yöntemiyle ne tür bir olgular arası tanımlayabileceğimizi araştıralım. Öncelikle, parçacık yorumunu kullanabiliriz.[1] Sonra da her bir parçacığın ışınım kaynağından yayınlandığını ve şekil 4'te gösterildiği gibi düz çizgilerde hareket ettiğini söyleriz; *B* noktasında bu parçacıklar, diyaframı oluşturan maddenin parçacıklarıyla çarpışmaya ya da başka türde etkileşimlere maruz kalırlar. Böylece yollarından saparlar. Bu çarpışmalar, ekranın bazı bölgelerinin daha fazla, bazı bölgelerinin daha az çarpmaya maruz kalacak şekilde istatistiksel yasalara uyarlar. Dolayısıyla fotoğraf filmi üzerindeki girişim deseni *B*'den geçen parçacıkların çarpışmasının olasılık dağılımını belirtir. Tabi ki *A* kaynağından çıkan başka parçacıklar da vardır; ancak diyaframda *B* yarığından farklı olan yerlere ulaştıklarında, ya soğrulurlar ya da yansıtılırlar ve ekranda görünmezler. Bu yorumda, *A* kaynağını terk edip *B* noktasına varacak olan parçacık için

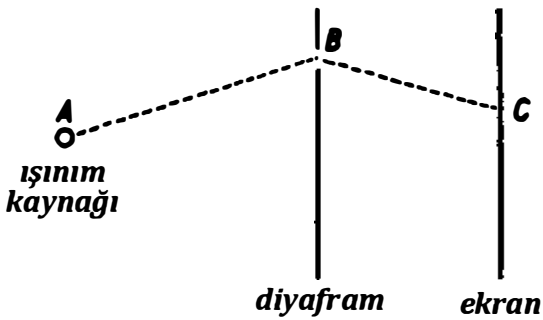
$$P(A, B) \tag{1}$$

olarak ve *A*'dan çıkıp *B*'den geçip *C*'ye varacak olan parçacık için

$$P(A, B, C) \tag{2}$$

---

[1] Parçacık yorumunda bu deneyin açıklaması A. Landé tarafından yapılmıştır, *Principles of Quantum Mechanics* [*Kuantum Mekaniğinin İlkeleri*] (Cambridge, İngiltere, 1937), § 9.



Şekil 4. *B* yarığındaki ışınım kırılması

olarak gösterilen kesin olasılıklarımız vardır. İki değer de *A*'dan çıkan bütün parçacıkların, sonra ekrana varan bütün bu parçacıkların (ulaşan parçacıklar yarık *B*'den geçen parçacıkların sayısıdır) ve daha sonra *C*'ye ulaşan bütün parçacıkların kuşatılan ekran üzerinde sayılmasıyla istatistiksel olarak belirlenirler.

Burada normal bir sistem için *olgular arasının* birinci ilkeyi sağlayan bir yorumuna sahip olduğumuzu görürüz. Klasik fizikten tek sapma *B*'den *C*'ye geçişi yönlendiren bir olasılık yasasına sahip olduğumuz gerçeğini içerir; ancak nedensellik kavramının bu açılımı, kuantum mekaniği *olguları* için de eşit derecede geçerlidir. Bundan dolayı bu yorumda olgular ve olgular arası, aynı yasalar tarafından yönetilirler.

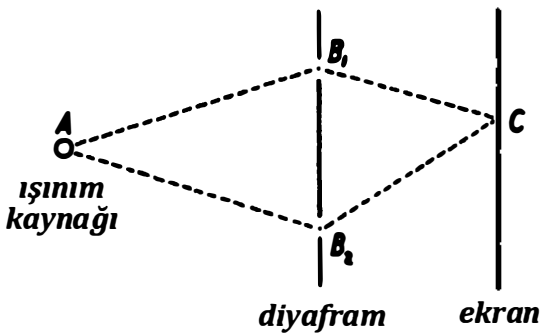
Şimdi dalga yorumunu kullanalım. *A*'dan çıkan dairesel dalgaların sadece bir kısmının *B* yarığından geçtiğini ve ekrana doğru yayıldığını söyleyebiliriz. Dalgaların bu kısmı, her biri farklı merkezlere sahip farklı dalga dizilerinden oluşur; bütün bu merkezler *B* yarığı üzerindeki noktalarda konumlanmıştır (Huygens ilkesi). Bu farklı dizilerin üst üste binmesi ekran üzerindeki girişim desenini oluşturur.

Şimdiye kadar, örneğin fotograf filmi üzerindeki desende, sadece uzun sürede elde edilen işlemin sonuçlarını göz önünde bulundurduğumuzdan dolayı bu açıklama herhangi bir zorluğu beraberinde getirmez. Hatta istatistiksel yasalar değil de, tam anlamıyla nedensel yasalar kullandığından dolayı parçacık yorumuna göre daha avantajlıdır. (1) ve (2) olasılıklarının sayısal değerleri, ekran üzerindeki birçok noktada doğrudan olarak karanlık saçakların miktarını belirleyen dalgaların yoğunlukları olarak ortaya çıkar. Ekran üzerindeki doğrulanabilir olduğunu bildiğimiz tekil aydınlık saçakları göz önünde bulundurduğumuzda durum farklı olur. Örneğin ekranın bir grup Geiger sayacıyla yer değiştirdiğini düşünelim; böylece bu sayaçlar sisteminin istatistikleri, tekil etkilerden oluşan işlemi ortaya çıkarmasıyla birlikte film üzerindeki girişim desenine eşdeğer olur. Bu gerçekler çerçevesinde dalgalar varsayımı, ilk olarak Einstein tarafından belirtilen güçlüklere yol açar. Ekrana henüz ulaşmamış bir dalga, merkezi *B*'de olan genişletilmiş bir yüzeyi, başka bir deyişle bir yarımküreyi kaplar; ancak ekrana ulaştığında, diyelim ki sadece *C* gibi bir noktada bir aydınlık saçak yaratır ve diğer bütün noktalarda otomatik olarak yok olur. Bir anlamda dalga, *C*'deki aydınlık saçak tarafından yutulur. Dalganın bu ortadan yok olması işlemi, gözlenen olgular için elde edilmiş yasalarla çelişen bir *nedensel olağandışılık* yaratır. Bu tanımda gördüğümüz gibi olgular arası yasalarla olguların yasaları birbirinden farklıdır; böylece verilen tanım normal bir sistemi temsil etmez.

Dalga yorumunun uygunsuz sonuçlarından kaçmak niyetiyle, ekranda gözlenen dalganın dönüştüğü aydınlık saçakla ilgili sorular sormanın yasaklanması gerektiği önerisi yapılmıştır. Daha sonra soruların bu şekilde engellendiği bir yorum üzerine tartışacağız; ancak böyle bir yorumla dalga kuramını terk etmiş olacağız. *Dalga yorumu içerisinde* bu tür soruların geçerliliği yadsınamaz. Bu tür soruları dışlayan farklı nedenler man-

tıksal bir teste direnemezler. Dolayısıyla dalga tanımı içerisinde uzayda yeri belirlenmiş etkilerden söz edemeyiz. Bu, aslında doğru değildir; dalganın kendisi uzayın bir fonksiyonu olarak anlaşılır ve ekranda bir yerde belirli bir etki gözlenirse, diğer yerlerde dalga yüzünden oluşan etkiler hakkında soru sormamız kusursuz bir şekilde doğru olur. Bununla birlikte, ekrandaki aydınlık saçakların parçacık yorumuna ait olduğu ve dolayısıyla onu dalga kuramıyla birleştiremeyeceğimiz söylenmiştir. Bu doğru değildir; çünkü ekran üzerindeki aydınlık saçak doğrulanabilir bir olaydır ve dolayısıyla sadece olgular arasıyla ilgilenen yorumların ikiliği tarafından kapsanmaz. Aydınlık saçak her iki yorumdan sadece birine aittir, ancak iki yorumunda temellendiği doğrulanabilir verilerden biridir. Şimdi olgular arasının her bir yorumunun verilen bir grup olayla uyumlu olmasını beklemek durumundayız ve dalga yorumu kullanılırsa, bir dalganın yerel bir aydınlık saçağa dönüşmesini anlatan bir ifadeyi içerecek biçimde genişletilmesi gerekmektedir.

Göz önünde bulundurulan türde bir deneyde olduğu gibi parçacık yorumunu tercih etmemiz nedensel olağandışılıkları içermediğinden ve böylece normal bir sistem olduğundan dolayı anlaşılırdır. Ancak dalga yorumu da diğeri kadar doğrudur; yukarıda yorumun açıklandığı, bir ağacın gözlemlenmediği sırada her zaman iki ağaca bölündüğü örneğine benzer şekilde doğrudur. Bu olağandışılık bizi rahatsız etmemelidir; çünkü bildiğimiz gibi başka bir tanımın kullanılmasıyla "dönüştürülebilir" durumdadır. Benzer şekilde dalga tanımındaki olağandışılık da parçacık tanımının kullanılmasıyla dönüştürülebilir olduğundan dolayı bizi rahatsız etmemelidir. Ancak dalga yorumu kullanılırsa, belli bir noktada ortaya çıkan aydınlık saçakla dalganın tamamının yok olması sonuçlarını içerir, ancak bu nokta dalganın diğer noktalarından uzakta olabilir. Zorunlu olarak olgular arasının bu yorumuyla birleşen bir sonuçla karşı karşıya gelme cesaretini göstermek durumundayız.



Şekil 5. B_1 ve B_2 yarıklarında ışınımın kırınımı

Şimdi şekil 5'te gösterilen ikinci deneye dönelim. Diyaframda B_1 ve B_2 olmak üzere iki yarık olması dışında, daha önce kullandığımız benzer sistemden yararlanacağız. Bu deneyde de, ilk deneyde olandan farklı görünen bir girişim deseni elde edeceğiz. Şimdi bu deneyi, farklı yorumlarla inceleyelim.

Öncelikle parçacık yorumuyla başlayalım. Daha önce olduğu gibi ışınımın düşük yoğunluklarını dikkate alırsak, ekranda tekil aydınlık saçaklar olacağını biliyoruz. Bunu, her bir parçacığın kaynağı aralıklı olarak terk ettiği varsayımıyla açıklayabiliriz; bir parçacık bazen B_1 yarığından geçer, bazen B_2 yarığından, bazen de diyafram tarafından yutulur. Bütün bu durumlar parçacığın A'yı terk etme yönüne göre belirlenir. C'de bir aydınlık saçak oluşursa, parçacığın B_1 veya B_2'den geçtiğini söyleyebiliriz.

C'ye ulaşan parçacığın olasılığı, olasılık hesabındaki eleme kuralıyla ifade edilebilir:

$$P(A, C) = P(A, B_1) \cdot P(A.B_1, C) + P(A, B_2) \cdot P(A.B_2, C) \quad (3)$$

Bu terimlerin anlamı (1) ve (2)'de verilen açıklamalarla ilgilidir. (3)'ün sağ tarafındaki olasılıkların sayısal değerlerinin birinci türde olan deneylerde elde edilen değerle aynı olduğunu varsaymak durumundayız; ancak bu varsayımın yanlış olduğu ortaya çıkar.

Bu durum aşağıdaki şekilde kanıtlanabilir. Öncelikle B_2 yarığını kapatalım ve ışınım işleminin belli bir süre devam etmesine izin verelim; daha sonra da B_1 yarığını kapatalım ve işlemin aynı süre boyunca devam etmesine izin verelim. Böylece ekran yerine bir film kullanarak iki girişim deseninin üst üste binmesini elde ederiz. Bu durumda şu soruyla karşılaşırız: Bu girişim deseni, iki yarık aynı anda açık olduğunda ortaya çıkan girişim deseniyle aynı mıdır? Öyleyse, oluşan olasılıkların değerlerinin ilk deneydekilerle aynı olduğunu varsayabiliriz. Öyle değilse, $P(A.B_1, C)$ ve $P(A.B_2, C)$ olasılıkları değişmek zorundadır.

Deneyin ikinci seçenek lehinde karar vereceği iyi bilinir. Dolayısıyla, B_1'den geçip C'ye ulaşan bir parçacığın olasılığının B_2 yarığının açık olup olmadığına bağlı olduğunu varsaymak zorundayız.[1] Bu nedensel bir olağandışılıktır; B_2'den kaynaklanan bir etkinin olduğunu ve B_1'den geçen parçacıklar üzerinde olan itkiyi etkileyecek şekilde B_1'e doğru yayıldığını ifade eder. Bu durumda gördüğümüz gibi, nedensel olağandışılığa yol açan parçacık yorumudur.[2]

---

[1] Bu değerlendirmenin, ölçümün sonucu sonraki olasılığın ifadesinde yer almasa bile, v varlığının ortalama ölçümünün u'dan ω'ya olan olasılığı etkilemesine bağlı olarak § 22'de verilen değerlendirmenin özel bir durumu olduğu kolayca görülebilir. B_2 yarığını kapatmak B_1'de konum ölçümü yapmakla eşdeğerdir.

[2] Ekranı diyaframa yaklaştırırsak, daha başka olağandışılıklar ortaya çıkar. B_1C yönü aynı kalacak şekilde ekranda C noktasını seçersek, $P(A.B_1, C)$ olasılığının kalıcı bir sabit olarak düşünülemeyeceğini

Bu olağandışılıklar yüzünden parçacık yorumunun *yanlış* olduğunu söylemek hatalı olur. Bu türde fikirler öne süren bazı fizikçiler, yargılarını C'de aydınlık saçak gözlendikten sonra parçacığın B_1 veya B_2 yarıklarının hangisinden geçtiğini bilmenin anlamı olmadığı gerçeğine dayandırırlar. Tabi ki B_1 veya B_2'de yapılan gözlem, deneyi bozacağından dolayı sonraki ifade doğrudur. Parçacık B_1'den geçtikten sonra C'de oluşan aydınlık saçağın $P(A.C, B_1)$ olasılığını belirleyecek durumda bile değiliz. Bu ters olasılık, bir sonraki $P(A.B_1, C)$ olasılığının değerini bilseydik, Bayes kuralıyla[1]

$$P(A.C, B_1) = \frac{P(A, B_1) \cdot P(A.B_1, C)}{P(A,C)} \qquad (4)$$

biçiminde gösterilebilirdi; ancak bu olasılık, tek bir yarığın kullanılmasıyla elde edilen $P(A.B, C)$ değerinden farklı olduğu için belirlenemez. Bütün bu tür belirlemeler B_1'deki parçacığın gözlemlenmesini gerektirir ve dolayısıyla deneyde bozulma meydana getirir. Böylece anlamın doğrulanabilirliği kuramını, olasılığın anlamının[2] değiştirilmiş biçimine bile uygulayarak, *fiziksel gerçekler hakkında bir ifade* olarak ele alırsak "parçacık B_1'den geçti" cümlesinin anlamsız olduğunu söylemek zorundayız. Ancak onu bir *tanım* olarak düşünürsek, bu cümlenin kullanımı hoş karşılanabilir. Parçacık betimlemesini tam olarak sunmak için tanımı gereği C'deki her aydınlık saçağa B_1 ve-

---

görürüz; yani bu olasılık, parçacığın sadece B_1'i terk ettiği yöne bağlı olan bir fonksiyon değildir. Bu, dalgaları kullanan değerlendirmeye uyar.

[1] *Krş.* Olasılık üzerine herhangi bir kitap veya yazarın *Wahrscheinlichkeitslehre* (Leiden, 1935), formül (6), § 21.

[2] *Krş.* Yazarın *Experince and Prediction* [*Deneyim ve Öngörü*] (Chicago, 1938), §7.

ya B_2'den geçen bir parçacığın izlediği yolu atarız; bu yolların seçimi tamamen keyfidir. $P(A, B_1)$ ve $P(A, B_2)$ olasılıklarının tek yarık deneyiyle elde edilen sonuçla aynı olduğu (kendi içinde sadece tanımsal özelliğe sahip olan) gereksinimini kabul etsek bile, yolların seçimi geniş sınırlar içerisinde keyfi kalır.

İfade edilen durum, eşzamanlılık problemindeki benzer bir durumu bize hatırlatır. t_1 anında Q noktasını terk eden bir ışık sinyali, bir R noktasından yansıtılır ve sonra t_3 anında Q noktasına geri dönerse, R'ye varış zamanını t_1 ve t_3 arasındaki her sayısal değere göre düzenleyebiliriz. Bu seçimle Q ve R noktalarındaki eşzamanlılık için bir tanım yapmış oluruz. Doğrulanabilir olmadığından dolayı "t_1 ve t_3 aralığında Q'da oluşan olaylardan biri, ışık sinyalinin R'ye ulaşmasıyla eşzamanlıdır" cümlesini deneysel bir ifade olarak ele alırsak, anlamsız olur; fakat tanım olarak ele alırsak anlamlı hale gelir. Benzer şekilde, "parçacık B_1'den geçti" cümlesini tanım olarak kullanabiliriz. Her iki durumda da betimlememizi tamamlamak adına bir tanım kullanmamız gereklidir.

Bunu takiben parçacık yorumu tutarlı olarak devam ettirilebilir ve bunda bir yanlışlık yoktur. Tek sakıncası açıklanan nedensel olağandışılıklara götürmesidir. B_2 yarığının B_1'deki oluşumlar üzerindeki etkisi *temasla etkileşim* ilkesini ihlal eden türdedir. B_2'den B_1'e doğru yayılan hiçbir etki bulunmaz; bu durum B_1 ve B_2 arasındaki diyafram malzemesindeki değişimlerden veya diyaframı buruşturan ve etkiyi bozmayan değişimlerden anlaşılabilir.

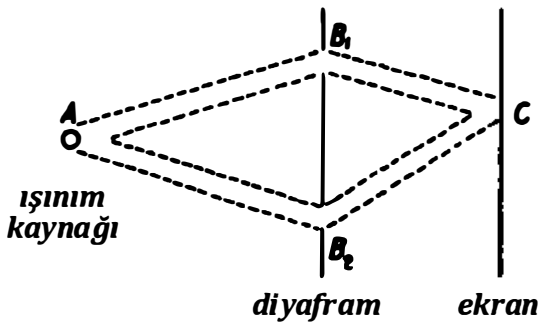
Deneyi olağandışılıklardan bağımsız tanımlanan bir yorumla gerçekleştirmek istersek, dalga yorumunu kullanmak zorundayız. Bununla birlikte, dalgaların bütün bir açık alan boyunca yayıldığı bir yorum kullanmamız yeterli olmaz; bu bizi, ilk deneyin dalga yorumu için açıklanan benzer olağandışılıklarla karşı karşıya bırakacaktır. Şekil 6'da gösterildiği gibi dalganın

iki dar kanal arasında sınırlandırıldığı bir dalga yorumu kullanmak zorundayız. Dışarıdan gelen etkiler $P(A, C)$ olasılığında bir değişiklik yapmazken, "iki kanallı varlığın" içerisindeki bir noktada yapılan herhangi bir değişimin C'de aydınlık saçak oluşturan bu olasılıkta bir değişiklik yaratacağı gösterilebilir. Örneğin $P(A, C)$'yi değiştirmeden, ayrık çizgiler içerisinde bulunan sınırların dışındaki uzayı, soğurucu maddeyle doldurabiliriz.[1] Bu, yukarıda kullandığımız üst üste binme ilkesi aracılığıyla kanıtlanabilir; ekrandaki girişim deseni, ekranda farklı C noktalarında sona eren iki kanallı öğelerin aracılığıyla arka arkaya üretilen karanlık saçakların üst üste binmesi olarak düşünülebilir. Bundan dolayı olgular arasının A'dan ekran üzerindeki çeşitli C noktalarına yayılan ve aralıklı olarak birbirini takip eden iki kanallı öğeler olarak dikkate alındığı bir tanım kullanırsak, değerlendirilen deney için normal bir sistem elde ederiz.

Buraya sadece tek yarık kullanılan, yani şekil 4'te gösterilen deney için bir açıklama ekleyebiliriz, nedensel olağandışılıklardan bağımsız olan bir dalga yorumuna da sahibiz; böylece Einstein'ın asıl olarak ışık demetinde varsaydığı gibi tek kanal dalgasından söz edebiliriz. Dolayısıyla burada iki normal sistem elde ederiz. Ancak bu iki betimleme arasındaki fark büyük değildir, dolayısıyla çoğunlukla parçacık yorumundan bahsederiz. Bundan dolayı parçacıklar hakkındaki her bir ifade ışık demeti hakkındaki bir ifade olarak kullanılabilir.

---

[1] Kesin bir biçimde ifade etmek gerekirse, bu sadece yaklaşık olarak doğrudur. Kanallar orta kısımlarında daha geniş seçildiğinde ve B_1, B_2 ve C'deki genişlikler değişmeden kaldığında, yaklaşıklığın derecesi artar. Burada bahsettiğimiz matematiksel ifade, C'de sadece küçük bir alanda yoğun kalacak şekilde B_1 ve B_2'den başlayarak ekranda girişim oluşturan iki dalga paketini tanımlamayı mümkün kılan ifadeye dayanır. "İki kanallı varlığımız" bu iki dalga paketinin basitleştirilmiş gösterimi olarak düşünülebilir.



Şekil 6. Işınımı gösteren "iki kanallı öğe"

Zaman zaman dalga ve parçacık yorumları arasındaki farklar uzayzaman ve nedensel kavramların kullanımını ele alan bir başka seçenekle birleştirilir. Bu anlayışa göre dalga yorumu, dalgalar Schrödinger diferansiyel denklemiyle (*krş.* § 13) kontrol edildiğinden dolayı nedensellik ilkesine uygundurlar; ancak fiziksel nesnelerin uzayzamansal bir betimlemesini yapmamıza izin vermezler. Diğer yandan, parçacık yorumunun uzayzamansal betimlemesinin gereksinimlerini karşıladığı ancak nedensellik ilkesini ihlal ettiği söylenir. Sonraki ifade dışında bu kavramlaştırmayı doğru olarak düşünemeyiz. Dalga betimlemesinin nedenselliğin koşullarını karşıladığı doğru değildir. Sadece fiziksel bir gerçeklik olarak algılanan ve diferansiyel denklem şeklinde gösterilebilen uzaya yayılmış dalga alanına karşılık gelebilir; bu açıdan en azından serbest parçacıklar göz önünde bulundurulduğunda temasla etkileşimi belirtir.[1] Ancak

[1] Birçok parçacıktan oluşan sistemler için dalgalar sadece üç boyutlu uzayda değil, *n* boyutlu konfigürasyon uzayında yayılırlar. Ancak konfigürasyon uzayını "gerçek" uzay olarak kabul etsek bile, dalgalar normal nedenselliğin gereksinimlerini karşılamazdı. Böyle bir uzayda aydınlık saçaktan sonra dalganın yok olması, sıradan bir uzayda oluşacak zorluklarla aynı olurdu.

göstermiş olduğumuz gibi, sonraki ilkenin ihlal edildiği başka noktalar vardır. Böylece ekranda oluşan aydınlık saçaktan sonra dalganın kaybolması Schrödinger denklemini izleyen ve bundan dolayı temasla etkileşim ilkesine uyum sağlayan bir işlem değildir. Buna ek olarak, uzayzaman betimlemesinin koşullarını sağlamayan dalga yorumu, normal nedenselliğin ifadelerini de sağlayamaz. Uzayzamansal düzen görelilik kuramının analiziyle de aydınlatıldığı üzere, nedensel düzenle yakından bağlantılıdır.[1] Dalga, temasla etkileşim ilkesini sağlayan dalga işlemindeki *her* bir bölümü içinde bulunduran çok katmanlı bir uzayzaman içerisine yerleştirilmiş olarak hayal edilmezse, normal bir nedenselliğin gereksinimlerini karşıladığı söylenemez.

Açıklamamız, kuantum mekaniği içerisinde yer alan sorunların alternatif uzayzamana karşı nedensellik biçimine indirgenemeyeceğini göstermiştir. Varsayılan uzayzaman düzeni her zaman sıradandır ve birçok durumda alışılagelen makro-kozmos boyutlu yöntemlerle belirlenebilirler; bundan dolayı B_1 ve B_2 yarıkları arasındaki uzaklık, makro-kozmos boyutlu aygıtlarla ölçülebilecek kadar büyük olabilir. Her iki yorumda da göz önünde bulundurulan, normal nedenselliğin gerekliliklerinin ihlalidir. Bu ihlallerin türü sadece yorumla birlikte çeşitlilik gösterir.

Bu türde ihlaller, şimdi bahsetmemiz gereken ve dalga ve parçacık yorumlarının her ikisinin birleşimi olan üçüncü bir yorum içerisinde de ortaya çıkacaktır. Bu yoruma göre bütün uzay boyunca yayılan ve B_1, B_2 yarıklarında olağan bir biçimde kırınıma uğrayan bir dalga alanımız vardır; bu alana ek olarak alanın yoğunluğunun parçacığın bulunduğu yerin olasılığını

---

[1] *Krş.* Yazarın *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre* (Berlin, 1928), §27, 42.

verecek biçimde hareketleri, alan tarafından kontrol edilen parçacıklar vardır. Burada, L. de Broglie tarafından tanımlanan bir terim olan *pilot dalgalardan* söz edebiliriz. Başka türde dalgalar için geçerli olan yasalardan farklı yasaları izleyen bir alanın varlığında, bu yorumun kendi olağandışılıkları bulunur; özellikle enerji, parçacıklarda yoğunlaştığına göre bu dalga alanı hiçbir enerjiye sahip değildir. Dahası, alanın parçacıklar üzerindeki etkisi sıra dışı yasalarla belirlenir. Parçacıkların düz bir çizgide hareket ettiği varsayılıyorsa bu yasalar, sonrasında B_1'den geçen bir parçacığın, yakınlarındaki alanın yoğunluğuna değil de, C'deki yoğunluğuna bağlı olan C yönünde hareket edecektir.[1] Parçacıkların salınan çizgilerde hareket ettiğini varsayarsak, başka olağandışı durumlarla karşılaşırız.[2]

Bundan dolayı bu betimleme normal bir sistem değildir, ancak kullanımının pek çok durumda işe yaradığı bazı avantajlara sahiptir. Pilot dalgaların parçacıklarla birlikte aralıklı olarak ortaya çıktığını ve bu dalgaların C'deki aydınlık saçaklarla yok olduğunu varsaymamız gerekli değildir. Dalgaların sürekli olarak devam ettiğini kabul edebiliriz; ancak varlıkları, sadece onlarla birlikte hareket eden parçacıklar olduğu zaman doğrulanabilir olacaktır.

§ 8. Ayrıntılı ve Kısıtlayıcı Yorumlar

Yukarıdaki analizin gösterdiği gibi, ne parçacık yorumu ne de dalga yorumu nedensel olağandışılıklar olmadan sonuca

---

1 Bu, yukarıda sayfa 27-28'de bahsedilen benzer değerlendirmelerle uyumludur.

2 Bu yorumdaki olağandışılıklar, L. de Broglie'nin kitabı olan *Introduction à l'Etude de la Mécanique ondulatoire* (Paris, 1930), § 19'da çok açık bir şekilde gösterilmiştir.

ulaşabilir. Parçacık yorumunu kullanarak olgular ve olgular arasının yasalarının aynı olduğu bazı deneyleri açıklayabiliriz; ancak daha sonra başka durumlarda olağandışılıklarla karşılaşırız. Dalga yorumunu kullanırsak bu başka yorumları da olaylar ve olgular arasının yasalarının aynı olduğu şekilde açıklayabiliriz; ancak olağandışılıklar birinci türdeki deneylerin açıklamasında kendini gösterir. Sonuç olarak, bu yorumun birleşimi olan pilot dalgalar yorumu başka olağandışılıkları ortaya çıkarır.

Belki de bilmediğimiz, nedensel olağandışılıklar yaratmayan başka bir yorumun var olup olmadığı sorusu ortaya çıkar. Daha önceki incelemeler, böyle bir yorumun olmadığına dair bir kanıt sunmazlar. Böyle bir kanıt, birbiri ardına farklı yorumları deneyerek bulunamaz, böylece dikkatimizden kaçan daha iyi bir yorumun olup olmadığından hiçbir zaman emin olamayız. Kanıt, kuantum mekaniksel olgular arasındaki ilişkilerin genel kuramını temel almalıdır. Bu kanıtı § 26'da vereceğiz; ona uygun olarak varsayılan ve bu kavramın birçok olası değişikliğini içeren nedensellik anlayışı, § 24'ün sonunda açıklanacaktır. Sonuçlarımız şu şekilde ifade edilebilir: Olgular arasının tanımını, nedenselliğin önermelerini sağlayacak şekilde vermek mümkün değildir. *Olgular arasının betimlemelerinin kümesi hiçbir normal sistem içermez.* Bu, kuantum mekaniğinin temel ilkelerinin bir sonucu olarak ispatlanabilir. Bu sonuca, *olağandışılık ilkesi* diyeceğiz.

Bu olumsuz sonucu içeren görüşte, iki farklı kavram oluşturma sürecini devam ettirebiliriz. İlki, *yorumların ikiliğini* beraberinde getirir. Elimizde olan birbirine denk ve diğerlerinden daha fazla aranılan niteliklere sahip olan parçacık ve dalga yorumlarının iki betimleme kümesinden birini, hiçbir normal sistemimiz olmadığına göre *asgari sistem* olarak kullanabiliriz;

başka bir deyişle, normal bir sistemden kaynaklanan olağandışılıkların asgari şekilde oluşturduğu bir sistem kullanabiliriz. Bu anlayışta, nedensel olağandışılıkların önüne geçilemez; fakat en azından asgari miktara indirilebilirler.

İkinci anlayış daha köklü bir çareyi temsil eder. Olgular arasının hiçbir normal betimlemesi olmadığına göre olgular arasının herhangi bir betimlemesini terk etmemiz önerilmiştir; kuantum mekaniğini olgularla ilgili ifadelerle sınırlamalıyız. Böylece nedensellikle ilgili hiçbir güçlükle karşılaşmayız. Normal bir sistemin bu tür bir anlayışla çözümlenmemesi olgular arasının bütün betimlemelerini terk etme nedenidir. Bu türdeki anlayışlara, kuantum mekaniğinin savlarını olgularla ilgili ifadelerle sınırladıkları için kuantum mekaniğinin *kısıtlayıcı yorumları* diyeceğiz. Bu sınırlamayı ifade eden kural birçok farklı biçimde varsayılabilir, dolayısıyla birçok farklı türde kısıtlayıcı yorumumuz vardır. Parçacık ve dalga yorumu gibi, sınırlamalar kullanmayan yorumlaraysa, olgular arasının tam bir betimlemesini içerdiklerinden dolayı *ayrıntılı yorumlar* diyeceğiz.

Kısıtlayıcı yorumların yandaşları, olgular arasının betimlemesinin gereksiz olduğunu belirtir; gözlemsel öngörüler yapmak amacıyla, sadece olaylara işaret ederek yeterli olduğunu söylerler. Sonraki ifade doğrudur; ancak ayrıntılı yorumların terk edilmesi gerektiğine dair bir kanıt sunmaz. Bu iki anlayıştan herhangi birinin doğru olduğunun kanıtlanamayacağını kesinlikle aklımızdan çıkarmamalıyız. Bu anlayışlar, fiziğin şekliyle ilgili olarak iradeye dair kararları temsil ederler; herhangi biri, bir diğeri kadar doğrulanabilirdir.

Eşdeğer betimlemeler sınıfı için konuşurken, durum aşağıdaki gibi tanımlanabilir. Olgular sistemi, bu sınıfın her bir betimlemesi için aynıdır; dolayısıyla bu sınıfın *değişmezidir*. Şimdi sınıf, kendi değişmeyenine bağlıdır; şu ana kadar, herhangi

bir kısıtlayıcı yorum ayrıntılı betimlemelerin tamamının sınıfını belirler. Ancak sonraki betimlemeler, sadece kısıtlayıcı yorumun farkında olduğumuzda bilemiyor olacağımız bir özelliği ortaya çıkarır: Bu da nedensel olağandışılıklardan bağımsız hiçbir yorumun verilemeyeceğinin göstergesidir. Bu ayrıntılı betimlemeler sınıfının bir özelliği olduğuna göre bütün kısıtlayıcı yorumların içine işlemiş bir özelliği temsil eder. Bu özellik, ayrıntılı yorumların belirli ifadeleri göz ardı etmesi durumunda kendini gösterir; ancak bu kuralın nedeni, sadece ayrıntılı betimlemeler sınıfının özellikleriyle ilgili olan bir ifade biçiminde gösterilebilir.

Bundan dolayı şimdi kısıtlayıcı yorumlarla ilgili tartışmayı bir kenara bırakarak, ayrıntılı yorumlar sınıfının daha derin analizini yapmakla ilgileneceğiz. Söylediğimiz gibi ilk sınıf içerisinde parçacıklar ve dalgalar biçimindeki iki yorum asgari sistemleri temsil ettikleri sürece özel bir konuma sahiptirler. Bunun için bu iki yoruma bu eşsiz konumu koruyacak ve aynı zamanda normal bir sistemin eksikliğinden kaynaklanan sonuçları hafifletecek ikinci bir ifade eklemeliyiz.

Bununla birlikte *bütün* olgular arası için geçerli olan ve olağandışılıklar içermeyen ayrıntılı bir betimlememiz olmamasına rağmen, dalga ya da parçacık yorumlarından herhangi birini kullanarak *her bir* olgular arası için böyle bir betimleme oluşturabiliriz. Bundan dolayı parçacık ve dalga yorumlarının *ikiliğinden* söz ederiz. Bununla, verilen bir deney için en azından birinin normal bir betimleme sağlayacağı ve böylece olgular arasını, olguların izlediği aynı yasaları izleyecek şekilde tanımlayacaklarını söylemek isteriz; seçilen yorum, sadece diğer deneylerde nedensel olağandışılıklara neden olur. Bu ifadeye *nedensel olağandışılıkların göz ardı edilebilirliği ilkesi* diyebiliriz. Bu ilkeyi oluşturmak için kullandığımız *bütün* ve *her bir parça*

arasındaki fark, sembolik mantıkta iyi bilinir. Söyleyebileceğimiz başka bir dilsel biçimi kullanırsak: *Bütün* olgular arasının, olgular için geçerli olan yasaları izlediğini söylemek yanlış olur; bununla birlikte *her bir* olgular arası için geçerli olduklarını söylemek doğru olur. *Bütün olgular arası için normal bir sistemimiz yoktur, ancak her bir olgular arası için normal bir sistemimiz bulunmaktadır.*

Daha önce de olduğu gibi, diferansiyel geometriden bir benzetme bu ifadeleri açıklayabilir. Küre üzerinde, enlem çemberleri ve boylam yayları biçiminde verilen (düz çizgilerin her tarafında, en büyük olmayan enlem çemberleri içermediklerinden dolayı böyle bir sistem mümkündür) bir dik koordinatlar sistemi kullandığımızda, bu sistem kuzey ve güney kutuplarında tekillikler içerir; başka bir deyişle, bu noktaların belirli boylamları yoktur. Ancak bu tekillikler sadece koordinatlar sistemine bağlıdır; kutupların kendileri kürenin başka noktalarından geometrik olarak ayrılmazlar. Bundan dolayı tekillikler başka koordinat sistemlerinin tanımlanmasıyla "dönüştürülebilirler"; böylece kutupların yakınındaki bir denizci, seçilen bir başlangıç noktası ve birbirine dik olan iki yöne bağlı olarak konumları belirleyen bir noktalar gösterimi kullanacaktır. En azından bir doğrular kümesinin düz doğrular içermediği varsayılırsa, bu koordinatlar bütün küreyi kaplamak için üretilebilip kullanılabilirler; ancak sonrasında tekillikler sistemin başka noktalarında belirecektir. Tekillikler içermeyen bir dik koordinatlar sistemine normal sistem diyebiliriz. Daha sonra küre üzerinde *her bir* genişletilmiş alan için bir normal sistem tanımlayabileceğimizi söyleyebiliriz; ancak *bütün* alanlar için, yani kürenin tamamı için tek bir normal sistem tanımlayamayız. Bundan dolayı mümkün olan sistemlerin koordinatlarının sınıfını dikkate alan bir ifade cinsinden küre hakkında bir ifade oluşturabiliriz.

Bu durum ve yukarıda ele alınan dik düz-doğru koordinatlarını dikkate alan durum arasındaki fark şu şekildedir. Bir koordinatlar sisteminin hem birbirine dik hem de düz-doğru olabilmesi sadece sonsuz küçük alanlar için geçerlidir; belli büyüklükteki genişletilmiş alanlar için yaklaşık olarak bile kullanılamaz. Düz doğrular için gereklilikleri terk edersek, küre üzerinde büyük alanlar kaplayan ve kesinlikle dik olan bir sistem oluşturabiliriz; ancak böyle bir sistem iki noktada tekilliklerle son bulacaktır. Normal sistemin bu tanımıyla birlikte bu durumun ilki üzerindeki avantajı, sadece sonsuz küçük alanlar için değil, genişletilmiş alanlar için de normal sistem elde edebilmemizdir.

Kuantum mekaniğine geri döndüğümüzde, onda bu durumun ikinci türe karşılık geldiğini söylemek zorundayız. Nedensel olağandışılıklar "genişletilmiş alanlar" için uygun bir betimleme aracılığıyla bütün bir deney için kesinlikle dönüştürülebilirler. Sadece, başka deneyler ya da farklı türde deneylerin karşılaştırıldığı sorular için tekrar ortaya çıkacaklardır; böylece bu türde sorulara verilecek yanıtlar için olağandışılıkların tekrar ortadan kaybolacağı yeni bir betimleme sunabiliriz. Bunun her zaman mümkün olmasının nedeni belirsizlik ilkesinde verilir. Şekil 5'teki deneyde bir parçacığın B_1 yarığından geçişini gözleyebiliyor olsaydık, bir dalga betimlemesi sunamıyor olurduk ve dolayısıyla deneyin normal bir betimlemesini, yani olağandışılıklardan bağımsız bir betimlemesini elde edemiyor olurduk. Diğer yandan, şekil 4'teki deneyde bir dalganın ekrandaki farklı C noktalarına eşzamanlı olarak ulaştığını kanıtlayabiliyor olsaydık, parçacık betimlemesi sunamıyor olurduk ve bu yüzden bu deneyin normal betimlemesini elde edemiyor olurduk. Daha sonraki ilkenin dalga yorumu ve parçacık yorumu arasında can alıcı bir deneyin oluşturulmasını imkânsız hale getirmesinden dolayı *olağandışılıkların göz ardı edilebilirliği*

ilkesinin belirsizlik ilkesi aracılığıyla mümkün hale geldiğini görebiliriz.[1]

Bundan dolayı dalga yorumu ve parçacık yorumu arasındaki ikiliğin nihai kökeni belirsizlik ilkesinde verilmiştir; ancak bu ilke nedensel olağandışılıkların ikiliği için bir çözüme, göz ardı edilebilirlik ilkesinde belirttiğimiz bir sonuca işaret eder. Yukarıda fizikçilerin bazen dalga yorumunu, bazen parçacık yorumunu kullanırken gösterdikleri beceriden bahsettik; şimdi normal bir yoruma geçişin geçerli bir fiziksel analiz aracı olduğunu kanıtlayan yorumlardaki bu değişimi doğrulayabildiğimizi görürüz. Belirli bir deney sürecinde fizikçi sorduğu soru çerçevesinde nedensel olağandışılıkları önleyecek uygun bir betimleme tanımlarsa, boylam cinsinden konumunu belirlemeye devam etmeyen ve tekilliklerden bağımsız başka koordinat sistemlerini kullanmayı tercih eden kuzey kutbundaki denizciyle karşılaştırılabilir. Böyle bir işlem anlaşılırdır; çünkü doğa bütün olgular arası için bir normal sistem değil, her bir olgular arası için sadece, tek bir ayrı normal sistem belirlemiştir.

Şimdi bazı örnekleri değerlendirelim. Dalga yorumunu kullandığımızda, ekranın tek bir noktasında aydınlık bir saçak gözlendikten sonra dalganın yok olmasının nedeni sorusuna geliriz. Parçacık yorumunu kullandığımızda, olgular arasının bu betimlemesinde gösterilen nedensel olağandışılığı saf dışı bırakmış oluruz. Böylece dalga bir olasılığa dönüştürülmüş olur ve dalganın ortadan kaybolması yerine bir C_2 noktasında

---

[1] Uygun bir betimlemeyle bütün durumlarda nedensel olağandışılıkların yok edilmesinin gerçekten mümkün olup olmadığı sorgulanabilir. En azından bireysel parçacıklar ve elektron sürüleri ya da ışık ışınları gibi birbirleriyle etkileşimde bulunmayan parçacık sürüsü için göz ardı edilebilirlik ilkesinin geçerli olduğunu gösterebiliriz. Zorluklar, birçok parçacıktan oluşan karışık yapılarda ortaya çıkar. *Krş.* § 27.

ekranda aydınlık bir saçak elde etme olasılığımız olan $P(A, C_2)$ pozitif bir değere sahip olmasına rağmen, aydınlık saçak C_1 noktasında gözlendiğinde, C_2'de aydınlık bir saçak bulma olasılığımız $P(A.C_1, C_2)$'nin sıfır olduğunu belirten basit ifadeye sahip oluruz. Bir dalganın nokta olarak küçültmesi yerine, burada alışılmış bir mantıksal gerçek olan olasılıkların göreliliğini kullanırız. Born, bu tür bir değerlendirme aracılığıyla Schrödinger tarafından ilk başta *elektriksel yoğunluk dalgaları** olarak düşülen dalgaların istatistiksel yorumuna ulaştı.

Normal betimlemenin parçacık yorumuyla verildiği bir başka örnek, bir sonraki değerlendirmeyle temsil edilir. Kaynak A'yı terk eden bir parçacığın yarıkların ikisinden de geçme olasılığı, parçacığın yarıkların birinden geçme olasılıklarının toplamıdır; bunu sembolik bir anlatımla gösterebiliriz:

$$P(A, B_1 \vee B_2) = P(A, B_1) + P(A, B_2) \qquad (1)$$

("V" mantıksal işareti "veya" anlamına gelir.) Bu ilişki olasılık kurallarından çıkarılır; çünkü parçacıklar her seferinde tek bir yarıktan geçerler. Bu, gözlemlerle şu şekilde test edilebilir: Sol tarafın değerini tespit etmek için, iki yarık da açık olduğu sırada ekranda oluşan bütün aydınlık saçakları sayarız; sağ taraftaki iki değeri belirlemek için sırasıyla yarıklardan birini kapatarak ekranda oluşan aydınlık saçakları sayarız. Derlenmiş istatistikler (1)'in geçerli olduğunu gösterdiğine göre bu ilişki, dalga yorumu için de geçerlidir. Ancak buradaki açıklama nedensel olağandışılıklara yol açar. Bundan dolayı ne zaman bir dalga B_1 yönünde ilerleyecek şekilde A'yı terk ederse, B_2 yönünde ilerleyen ve A'yı eşzamanlı olarak terk eden başka bir dalga daha vardır; bununla birlikte açık B_1 yarığına doğru ilerleyen dalga, kapalı B_2 yarığının etkisi dolayısıyla (yani parçacık yoru-

* Waves of electrical density –çn.

munda bir parçacığın sadece B_2 yönünde yayıldığı bütün durumlarda) zaman zaman ortadan kaybolacaktır ve böylece uzaktan etkileşimle temsil edilen bir etkiyle kontrol edilecektir. Bundan dolayı yeterince doğrulanmış olan (1) ilişkisi açıklamak isteyen fizikçi, olağandışılıkların varsayımı olmadan da ilişkiyi türetebiliyor olmasından dolayı parçacık yorumunu tercih edecektir.

Öte yandan, sadece dalga yorumunun kullanılmasıyla olağandışılıklara referans vermeden yanıtlanabilecek sorular vardır. § 7'deki şekil 5'te deneyin parçacık yorumunun, B_1 ve B_2 yarıkları arasında uzaktan etkileşim içerdiğini gördük. Dalga yorumunda bu uzaktan etkileşim saf dışı bırakılarak, B_1 ve B_2'ye ulaşan dalga arasındaki ortak ifade, kaynakları A olmasından dolayı ortaya çıkan faz ilişkisi hakkındaki ifadeyle yer değiştirir. Dolayısıyla bu türdeki soruları yanıtlamak için fizikçi, dalga yorumunu tercih eder.

Örneklerimiz, sadece her bir olgular arası için değil de, olgular arasıyla ilgili *her bir soru için* normal sistemden bahsetmenin de tercih edilebilir olduğunu gösterir. Normal sistemi belirleyen sorudur ve aynı deney düzeneğine görece farklı olan normal sistemler gerektiren farklı sorular sorulabilir. Bundan dolayı (1) olasılık ilişkisini kapsayan soru, başka sorular için dalga yorumunu gerektiren bir deney düzeneğine bağlı olarak sorulur. "Her bir soru için" dediğimizde, tabi ki sorunun yeterince kısıtlı olduğunu ve başka sorularla "ve" birleşimi kullanılarak inşa edilmediğini söylemek isteriz. Bu nitelikle, göz ardı edilebilirlik ilkesini şu şekilde ifade edebiliriz: Olgular arasıyla ilgili olan bütün sorular için normal bir sisteme sahip değiliz, ancak bu türde her bir soru için bir normal sisteme sahibiz.

Nedensel olağandışılıkları eleme aracı olarak, bir yorumdan diğerine geçişin doğrulanabilir olduğunu söyledik. Bununla

birlikte, bu sadece onun tek doğrulamasıdır ve başka türde kanıtlar ileri sürmek doğru olmaz. Bazen "ekranda aydınlık bir saçak gözlendikten sonra dalgaya ne olduğu" ya da "neden B_1 yarığından geçen bir parçacığın B_2 yarığının açık ya da kapalı olmasına göre farklı davrandığı" gibi soruların yasaklanması gerektiğini okuruz; çünkü ilgili yorum için *yeterli* değillerdir. Ancak bu "yeterli" sözcüğü sadece bu türde sorulara verilen yanıtın, nedensel olağandışılıklara yol açtığı anlamına gelir. Bu türde olağandışılıkların ortaya çıkması soruyu ya da yanıtı mantıksız kılmaz. Sadece nedensel olağandışılıklar varsayımıyla yanıtlanabilecek soruların var olduğu yoruma alışkın olmalıyız. Bu türde soruları yanıtlarken olağandışılıklardan bağımsız bir yorum kullanmayı tercih edeceksek, bunu yapmak için iyi nedenlere sahibiz; ancak oluşturulan yanıtın *tek anlamlı* ya da *tek geçerli* ya da *tek doğru yanıt* olduğuna inanmamalıyız. Böyle bir yorumun bütün erdemleri, göz önünde bulundurulan olgular arası için nedensel olağandışılıklardan bağımsız olması gerçeğini içerir; bununla birlikte, bu gerçek ne diğerlerine göre onu daha doğru yapar, ne de ayrıntılı yorum içerisinde anlamın gerekli koşuludur. Bu türdeki yargılamalar ayrıntılı ve kısıtlayıcı yorumlar arasındaki karmaşadan kaynaklanır. Sadece sonrası için bahsedilen sorular anlamsız olur; ancak böyle bir yorum için deneyin olağandışılıklardan bağımsız tam betimlemesi de anlamsız olur. Ancak ayrıntılı bir betimleme içerisinde, normal nedensellik durumları kadar nedensel olağandışılıkları da belirtmekle yükümlüyüz.

Diğer yandan bazı açılardan doğru ve bazı açılardan yanlış karşı yönde bir hata, yani olgular arası için hiçbir doğru betimlememizin olmadığını ve yorumların ikiliğinin olgular arasının sadece bir görüntüsünü oluşturabileceğimizi kanıtladığını söyleme hatası yakın zamanda yapılmıştır. Daha önce eleştirilen tavır dogmatik olarak nitelendirilmekle birlikte, sonraki tavır

fazla alçak gönüllü kalır. Bütün geçerli betimlemeler, olağandışılıkları da dâhil olmak üzere bütün ayrıntılarında eşit şekilde doğrudur. Birisi olgular arasının betimlemelerine *görüntüler* demek isterse, seçimin mümkün olduğunun altını çizmek için yapar; ancak aynı zamanda sokaktaki ağacın kimse bakmadığında olduğu yerde durduğunu söylemek için görüntülerin kullanıldığını da unutmamalıdır. Bu durumda betimlemeler arasında bir seçimimiz olduğunu ve gözlenmeyen ağaç sorununun, doğanın değişmeyen yasalarının ifadeleri tanımlandıktan sonra tümevarımsal delil aracılığıyla açıkça yanıtlanabileceğini gördük. Sadece bu ifadenin gözlenmeyen nesnelerin bir betimlemesiyle birleşimi bu önermenin gözlenmemiş nesnenin bir betimlemesiyle deneysel olarak doğrulanabilir olan tek birleşimidir. Kuantum mekaniğinin olgular arası sınıfı için de durum aynıdır; olgular arasıyla ilgili belirsiz olmayan bir ifade sadece doğanın değişmeyen yasalarının ifadeleri tanımlandıktan sonra yapılabilir ve sadece bu ifadenin gözlenmeyen nesnelerin bir betimlemesiyle birleşimi deneysel olarak doğrulanabilirdir. Bu hepsi için değil de, her biri için bir yorum belirleyecektir.

Olgular arasının betimlenmesi sorunu bir kere bu şekilde açıkça ifade edilirse, makro-kozmosta bile normal bir sistemin varlığı için mantıksal bir gereklilik olmadığı açık hale gelir. Ne zaman bir ağaca bakmadığımızda ve sadece onun gölgesini gözlemlendiğimizde, hem ağacı hem de gölgesini gördüğümüzde yalnızca bir ağaç ve bir gölge görüyor olmamız yerine, iki eşit derecede biçimli gölge görürüz. Böylece bir ağaca bakmadığımızda her zaman iki ağacın olduğunu ya da optiğin bilinen yasalarının geçerli olmadığı sadece tek bir ağacın olduğunu söyleme seçimine sahip oluruz. Bundan dolayı klasik anlamda normal sistemi tanımlayan iki ilkeden biri böyle bir durumda terk edilmelidir. Bunun ötesinde, gölgelerden birinde meydana gelen bütün değişimlerin diğerinde de meydana geldiğini gös-

teren gözlemler hayal edelim; örneğin ani bir rüzgâr hisseder ve ağaç gölgelerinden birinin belirli dallarının hareket ettiğini görürsek, diğer ağaç gölgesinin diğerine karşılık gelen dallarında da aynı hareketi gözleriz; bir kuşun gölgesi ağaç gölgelerinden birinin üzerinde görünürse, aynı kuşun gölgesini diğer ağacın gölgesinde de gözleriz vb. Bu durumda optik yasalarının değişmediği bir betimleme kullanmak istiyorsak, önceden erişilmiş bir uyumu ya da uzaktan etkileşimi temsil edecek olan farklı yerlerde üretilen oluşumların bir kopyalamasını varsaymak durumundayız. Bu varsayım nedensel bir olağandışılık belirttiğinden dolayı söz konusu durumda, ilkelerimizin ilkini sağlayan normal bir betimlemeye sahip olmayız.

§ 7'de şekil 5'teki gösterilen deneyi daha yakından hatırlatan makro-kozmostaki benzetme, şu şekilde inşa edilebilir. *A*'da bir defada bütün yönlerde kurşun atmasını sağlayacak şekilde bir makine tarafından düzenlenen taramalı bir tüfek hayal edelim. Diyafram, kısa yarıklı kanalların duvarlarında kurşunlar geri sekebileceği belirli bir kalınlıkta olsun. Böylece ekranda kurşunların içinde hapsolmasından dolayı oluşan düzensiz bir kurşun dağılımı gözleriz. Dahası kurşunların, hangi delikten geçtiklerini göremeyeceğimiz kadar hızlı hareket ettiklerini ve bunu doğrulamak için başka hiçbir aracımızın olmadığını düşünelim. Şimdi şu gözlemlerin yapıldığını varsayalım. İki yarık da açıksa, ekrana çarpan kurşunların sayısı, tek yarık açık olduğu zamankine göre iki kat daha büyük olur. Bununla birlikte ekranın belirli noktalarında, sadece tek bir yarık açıkken bu noktalarda çarpmalara rastlarken, iki yarık açık olduğunda bu çarpmaları gözlemlemeyiz. Böyle bir durumda, ışınım deneyi durumunda açıklamış olduğumuz gibi aynı yorumlar arasında seçim yapma imkânına sahip oluruz. Kurşunların havada takip ettikleri yollar üzerinde tek parçacıklar olarak kaldıklarını varsayabiliriz, ancak iki yarık arasında uzaktan bir

etkileşim olduğu ya da olgular arasının ekranda bulunan kurşunları oluşturmak için iki delikten yayılan ve daha sonra birleşen dalgalarda içerildiğini de varsayarız.

Bu tür benzetmeler kuantum mekaniği tarafından ortaya çıkarılan olayların durumunda hayal edilemeyecek hiçbir şeyin olmadığını ve makro-kozmos boyutlu modellerini oluşturmanın mümkün olduğunu açıkça gösterebilir. Tabi ki bu modellerin fiziği, bizim asıl makro-kozmos boyutlu evrenimizden farklıdır. Ancak bizim makro-kozmos boyutlu evrenimiz benzer bir kalıbı takip etmelidir, belirli bir süreden sonra buna alışmalıyız; bütün olgular arası için normal bir betimleme veremiyor olduğumuzu da tabi ki göz önünde bulundurmalı ve belirli bir soruyu yanıtlamak adına, en azından olağandışılıklar içermeyen soru için betimlemeyi nasıl kullanacağımızı öğrenmeliyiz. Neyse ki günlük yaşantımız bu türde yapılar göstermezler. Atomaltı dünyası farklıdır; kuantum mekaniği, onun yapısının bu benzetmelerde tarif edildiği gibi olduğunu göstermiştir.

Bunun anlamı, atomaltı boyutlar dünyasında doğanın değişmeyen yasaları önermesinin olgular arasının tamamına genişletilemeyeceğidir ve dolayısıyla her bir olgular arası için bir normal yorum belirliyor olmasına rağmen, bir yorumu bütün olgular arasının normal yorumu olarak tanımlamaz. Bu sonuç, fiziğin günümüzde geldiği noktada fiziksel dünyanın yapısıyla ilgili verebildiği en genel ifade olarak düşünülmelidir. Fiziksel dünyanın normal bir betimleme ağı içerisinde yakalanamaması, yani sıklıkla bilimin nihai sonucu olduğu iddia edilen doğanın tek biçimliliği fikrinin kuantum dünyasının olgular arasını içine alacak şekilde genişletilememesi tuhaf görünebilir. Ancak burada, istek yüklü düşüncelerle değil de deneysel araştırmayla yanıtlanması zorunlu olan bir soruyla uğraşmaktayız. Fizik, ifade edilen duruma ulaştığına göre şimdi onu ciddiye almalı

ve insanların resimler üretme becerilerinin yıkılışı olarak adlandırarak hafife almamalıyız.

Fiziksel dünyanın genel özellikleriyle ilgili ifadelerimizde bütünlük elde etmek için bu olumsuz sonucu göz ardı edilebilirlik ilkesinde verilen olumlu ifadeye eklemek zorundayız. Doğa bir miktar da olsa olguların yasalarıyla uyumlu olarak olgular arası dünyasını inşa etmemize izin verir. Bu gerçek, muhteşem bir ilişkinin sonuçlarıdır. Bu sonuçlardan biri, normal yasaları izleyen uygun olgular arası yaratarak bütün soruları yanıtlayabiliyor olmamızdır. Bir diğeri, başka betimlemelerle önlenememiş olağandışılıkların hiçbir zaman olgu dünyasında alışılmışın dışında etkiler yaratmak için kullanılamaz olmasıdır. Dolayısıyla parçacık yorumunda B_1 ve B_2 yarıkları arasında var olan uzaktan etkileşimi, bir yarıktan diğerine sinyal göndermek için kullanamayız. Hiçbir olağandışı etki mümkün değildir, çünkü mümkün olsaydı deneyin normal betimlemesinde de kendini gösterirdi; ancak orada olgular arasının normal davranışı yüzünden dışlanır. Alışılmışın dışındaki betimlemelerde karşılaştığımız nedensel olağandışılıklar, bundan dolayı sahte olağandışılıklar olarak düşünülebilirler; seçilen betimlemenin şekline bağlıdırlar ve saf dışı bırakılabilirler. Burada belirsizlik ilkesinin etki alanının büyük önemine şahit oluruz: Kötü huylu bir doğanın oluşumu olmaksızın olgular ve olgular arasının yasaları arasındaki çelişkiyi ortaya çıkarır. Nedensel olağandışılıklar hayaletimsi bir varlığa sahiptir; her zaman ilgilenmekte olduğumuz dünyanın tamamından olmasa da, bir bölümünden dışlanabilirler.

Kısıtlayıcı yorumların kullanımını öneren, nedensel olağandışılıkların bu aldatıcı özelliğidir. Her ayrıntılı yorum şu ana kadar gözlenebilir olaylar dünyasıyla alakası olmayan nedensel olağandışılıklardan bahsederken bunu sıklıkla belirtir. Bun-

dan dolayı ayrıntılı olmaktan feragat etmek ve bu tür nedensel olağandışılıklar içeren ifadelerden uzak bir kısıtlayıcı yorumu tercih etmek önerilebilir. Böylece şimdi daha yakından değerlendirmek durumunda olduğumuz kısıtlayıcı yorumlar sorununa geri dönmek zorunda kalırız.

Kısıtlayıcı yorum Bohr ve Heisenberg tarafından tanımlanmıştı. *Kısıtlama kuralına* göre sadece ölçülen şeyler, yani olaylar hakkında ifadeler kabul edilebilirdir; ölçülmeyen şeyler ya da olgular arası hakkındaki ifadeler anlamsızdır. Bu, birbirini tamamlayan olguların eşzamanlı değerleri hakkındaki ifadelerin bulunamayacağına dair acele bir sonuçtur. Bu şekilde verilen yorum, olgular arasının durumunu belirsiz bıraktığından dolayı ne bir parçacık ne de bir dalga yorumudur; olgular arasının parçacıklardan mı yoksa dalgalardan mı oluştuğunu söyleyemeyiz. Ölçülen konum olduğunda, varlığa uzayda daha keskin tanımlanmış bir nokta atandığından dolayı bir parçacık yorumunu anımsatır. Ancak momentumla ilgili ifade açıkta bırakıldığından dolayı belirlenen varlığın bir parçacık olup olmadığını bilemeyiz. Olası momentumların tamamının tayfının eşzamanlı olduğunu varsayarsak, bu olguyu dalga paketi olarak düşünebiliriz. Bununla birlikte bir momentum ölçümü yapılırsa, bu değeri bir parçacığın momentumu ya da bir dalganın frekansı olarak düşünebiliriz; kısıtlayıcı yorum bu sorunun ucunu açık bırakır.

Kısıtlama kuralının işlerliğini göstermek için bir örneği göz önüne alalım. § 7, şekil 5'te gösterilen girişim deneyi, frekansı ve dolayısıyla parçacığın momentumunu ölçmemizi sağlayan bir düzenektir; böylece parçacığın konumuyla ilgili bütün ifadeler devre dışı bırakılmıştır. Bu, sadece "parçacık yarık B_1'den geçti" ifadesinin kabul edilemez olduğunu değil, aynı zamanda "parçacık yarık B_1 ya da B_2'den geçti" şeklindeki bir ifadenin bi-

le yasak olduğu anlamına gelir. Bu kuralın çalıştığı açıktır. Böylece *eğer* parçacık B_1 yarığından geçerse, B_2 yarığının varlığından etkilenmek zorunda demektir; "eğer" ile başlayan ifade yasak alana aittir. Nedensel olağandışılık, bundan dolayı kabul edilebilir ifadeler alanından kaldırılmıştır. Kısıtlama kuralı, cerrahi bir operasyon gibi kuantum mekaniksel dilin bütün sağlıksız kısımlarını kesip atar. Ne yazık ki bütün benzer operasyonlar gibi bazı akılcı kısımları da keser. Bundan dolayı parçacığın bir ya da diğer yarıktan geçmesiyle ilgili olan bir ifadeyi terk etmek zordur. Bu ifadeye karşı söylenebilecek her şey, istenilmeyen sonuçlara yol açmasıdır.

Nedensel olağandışılıkların göz ardı edilmesinin Bohr ve Heisenberg'in kısıtlayıcı yorumunun tek doğrulaması olduğu fark edilmelidir. Nedensel olağandışılıklardan arınmış ayrıntılı bir yorumun oluşturulması mümkün olsaydı, belirsizlik ilişkisi geçerliliğini korusa ve bu tanımların doğrulanabilir ifadelerle değiştirilmesini imkânsız kılsa bile, kimse böyle bir yorumda kullanılan tanımların geçerliliğini sorgulayamaz. Bundan dolayı deney, § 7, şekil 5'te ekran üzerindeki girişim deseninin önce bir, sonra diğer yarık açıkken oluşan iki girişim deseninin üst üste binmesine eşit olduğunu göstermelidir. Her ne kadar gözlem yoluyla bozulmadan dolayı tek bir parçacığın hangi yarıktan geçtiği bilinemese de, hiç kimse parçacıkların bir ya da diğer yarıktan geçtiğinden şüphe etmemelidir.[1] Böylece B_1 yarı-

[1] Gözlem yoluyla bozulma bu durumda, aslında kuantum mekaniğinde varsayılan bozulmayla aynı türde olabilir: Bir parçacığın bir yarıktan geçtiğini gözlersek, ışık ışını tarafından kendi yoluna yönlendirilecektir. Bu durumda parçacık gözlemin yapıldığı yarıkta gözlenmezse, diğer yarıktan geçtiğini bilebileceğimiz doğrudur; dolayısıyla burada takip ettiği yolu değiştirmeden parçacığın konum bilgisine sahip oluruz. Ancak bu bilgi, parçacığın diğer yarıktan geçişinin değil de belli bir yarıktaki yokluğunun gözlenmesi olduğun-

ğından geçen parçacıkların yüzdesinin $P(A, B_1)$ tarafından, B_2 yarığından geçen parçacıkların yüzdesinin $P(A, B_2)$ tarafından verildiğini gösteren gözlemsel verinin mantıklı bir şekilde eklenmesi göz önünde bulundurulur. Kısıtlayıcı yorum bu ifadeyi geçersiz kıldığında, bunu sadece deneyde gösterilen ekrandaki girişim deseninin iki ayrı desenin üst üste binmesi olmadığından ve böylece bir yarıktan geçen bir parçacığın yolunun diğer yarığın açık olup olmadığına bağlı olacağını varsaymayı gerekli kıldığından dolayı; başka bir deyişle, bunu ifadeden türetilebilen nedensel olağandışılıklar yüzünden yapar. Sıklıkla, deneyselcilik ilkelerinin Bohr ve Heisenberg tarafından belirlenmiş kısıtlama kuralına yol açan doğrulanabilirlik kuramında yattığını okuruz. Bu tartışma şekli yanlıştır. Anlam, bir tanım meselesidir ve anlamın çeşitli tanımları verilebilir; felsefeci tarafından tek sorulabilecek şey, herhangi verilmiş bir anlam tanımının bizi ne tür sonuçlara götürdüğüdür.[1] Bohr ve Heisenberg'in yorumunun kısıtlanmış anlamı, nedensel olağandışılıkları göz ardı etme avantajına sahiptir; bu, yorumun lehinde güçlü bir savdır, diğer yandan tek sav da budur. Tanımlara bağlı olarak ele alınıyorlarsa, parçacık ve dalga yorumlarında verilen ayrıntılı yorumlar deneyselcilik ilkeleriyle eşit derecede uyumludur.

Kısıtlayıcı yorumun bile tanımlardan bağımsız olmadığı da eklenmelidir. *Olgu* dediğimiz şey kesinlikle gözlemlerin anlık

---

dan dolayı gözlem yoluyla değil, çıkarım yoluyla sağlanır. Bundan dolayı kurgusal deneyimiz, gözlem bozulma yaratsa bile gözlemsel bir verinin iç-kestirim yoluyla olağan eklemesinin verilebildiği durumu temsil eder. Bu durumda bu, mümkündür. Çünkü ekrandaki girişim deseni, parçacığın geçmemiş olduğu yarıkta ne olduğundan bağımsız olarak parçacığın hareketini değerlendirmemize izin verecek türdedir.

[1] *Krş.* Yazarın *Experince and Prediction* [*Deneyim ve Öngörü*] (Chicago, 1938), § 1.

nesneleri değildir; gözlemlerden dolaylı yollarla elde edilirler. Bu çıkarımlar bir tanım içerir ve § 29'da bu tanımın kesin biçimini vereceğiz. Olgunun fiziği ve olgular arasının fiziği arasındaki fark dolayısıyla bir derece meselesidir; sonraki öncekinden daha fazla tanım içerir. Bu iki sistemden hangisini tercih edeceğimiz iradesel karar verme sorunudur; hiçbirinin tam anlamıyla gözlemsel veriyle kısıtlı olduğu söylenemez.

Bohr-Heisenberg yorumu *kısıtlanmış bir anlam* kullanırken, biz *üç değerli mantık* kullanan ikinci türde bir kısıtlayıcı yorum oluşturabiliriz. Sıradan mantık *doğru* ve y*anlış* olarak iki değer biçiminde gösterilebilir. Bunlara kuantum mekaniğinin amaçları doğrultusunda, *belirsiz* olarak adlandırdığımız üçüncü bir değer ekleyeceğiz. Böylece gözlenmemiş olgularla ilgili ifadeler anlamlı olarak düşünülecektir; ancak ne doğru ne de yanlıştırlar, sadece belirsizlerdir. Bunun anlamı, bu türde ifadelerin doğrulanmasının ya da yanlışlanmasının olanaksız olduğudur.

Bu şekilde yapılandırılan yorum, kısıtlı anlam yoluyla yapılan yoruma göre üstündür; çünkü gözlenmeyen olgularla ilgili ifadeleri gözlenen olgularla ilgili olan ifadelere bağlamanın ve bundan dolayı katı mantıksal işlemler aracılığıyla bütün bu ifadeleri kullanmanın olanaklı olduğu bir kurallar sistemine sahiptir. Bu kurallara borçlu olarak nedensel olağandışılıklar gösteren ifadelerin her zaman belirsiz doğruluk değerini elde edeceği ve dolayısıyla hiçbir zaman doğru olarak ortaya konulamayacağı gösterilebilir. Diğer yandan gözlenmemiş olgularla ilgili ifadelerin bir bölümü bile doğru olarak korunmuş ya da bir biçimde daha geniş bir anlamda doğru olarak düşünülmüştür; ancak nedensel olağandışılıkların türetilmesi için kullanılamazlar, çünkü iki değerli mantıktan farklı olarak üç değerli mantığın kuralları, bu türde türetmeleri imkânsız kılar. Örneğin "parçacık B_1 veya B_2 yarığından geçer" ifadesinin tamamen

terk edilmesinin gerekmediğini, ancak yarıklar arasındaki uzaktan etkileşimle ilgili bir ifade türetilemezken, bu ifadenin bir biçimde daha geniş bir anlamda aynı biçimde korunamayacağını göstereceğiz (*krş.* § 33). Böylece kısıtlayıcı yorum kullanılması kararı bir kere alındığı zaman, üç değerli mantık kuantum mekaniği için en uygun biçim olur.

Bundan dolayı kuantum mekaniğinin dilinin üç değerli bir mantık türünde yazıldığını söylemek için iyi nedenlere sahibiz. Bununla birlikte, ileri nitelikler eklenmeden bir bilimin konusunun özel bir mantık biçimi belirlemeyeceği unutulmamalıdır. Kuantum mekaniği iki değerli mantık biçiminde oluşturulabilir; bu, ayrıntılı yorumların varlığıyla gösterilmiştir. Sadece nedensel olağandışılıkların türetilemeyeceğini söyleyen ifadeyi tanımladığımızda, üç değerli bir mantığa dönmek durumundayız. Konunun yapısının kendisini dilin yapısında açığa vurması bu şekilde olur. Aynı ifadeyi klasik fiziğe uyguladığımızda, iki değerli bir mantığa varırız. Kuantum mekaniksel oluşumların doğası, sadece üç değerli bir mantık kullanıldığında nedensel olağandışılıklarla ilgili ifadelerin doğru ifadeler alanından kaldırılabileceği biçimindedir; bu mikro-kozmosun nedensel yapısını açıklamak zorunda olduğumuz biçimdir.

Üç değerli dil, ayrıntılı yorumlarda ifade edildiği gibi nedensel olağandışılıkların olduğu ortaya çıktığından dolayı kuantum mekaniğine uygundur. Gözlenebilir olaylarla ilgili öngörüler dikkate alındığı sürece göz önünde bulundurulmaları gerekmez. Bu gerçeğin dikkate alınması, kısıtlayıcı yorumun kuantum mekaniksel problemlerle uğraşan birisine doğal görünmesini sağlayacaktır. Bu mantıksal iç görüye göre alışkanlık, etkisini dereceli olarak gösterecektir; kısıtlayıcı yorumun sınırlarını aşan sorular sorma isteği ortadan kalkacaktır; son olarak kuantum mekaniğinin kısıtlayıcı biçimi mantıksal olarak soru-

labilir her şeyi yanıtlayabilir görünecektir. Bu tavır, fizikçiye ayrıntılı yorumda başvurduğu yukarıda bahsedilen bir yorumdan diğerine geçiş yapmak kadar yarar sağlayacaktır. Benzer şekilde, kurşunların elektronlar gibi davrandığı bir dünyada yaşayan kişi, sorularını sadece mantıklı yanıtlar alacak şekilde sınırlayabilir durumdadır. Ancak tavsiye olarak, böyle bir tavrın bir gereklilik erdemi yaratmak olduğu unutulmamalıdır. Olgular arası hakkındaki bazı belli türde ifadeleri dışlayıp diğerlerini kabul ettiğimizde, bunu yapmak için diğerleri nedensel olağandışılıklara yol açmazken, ilk ifadelerin nedensel olağandışılıklara yol açmasından başka bir nedene sahip olmayız.

Bundan dolayı kısıtlayıcı yorumların mantıksal önemine dair son yargımız şu şekilde ifade edilebilir. Mikro-kozmosun ayrıntılı yorumların nedensel olağandışılıklarından görünür olan nedensel yapısının özel biçimi, kısıtlama kuralında ya da kısıtlayıcı yorumlarda belirsiz ifadelerin varlığında karşılık bulur. Başka bir deyişle: Kısıtlayıcı bir yorumda kendini gösteren kuantum mekaniksel dünyanın fiziksel durumu, yerel olarak dönüştürülebilen nedensel olağandışılıklarla ayrıntılı yorumlar aracılığıyla ifade edilen durumla aynıdır. Kısıtlayıcı yorumlar nedensel olağandışılıklardan *bahsetmez*, ancak onları *ortadan da kaldırmaz*.

Nedensel olağandışılıklar ortadan kaldırılamazlar; çünkü fiziksel dünyanın doğasının ayrılmaz bir parçasıdır. *Belirsizlik ilkesi* bu doğanın sadece bir bölümünü ifade edebilir; olgular arasıyla ilgili kesin ifadeleri *doğrulamanın* olanaksız olduğunu bildirir. Kuantum mekaniğinin sistemi içinde *olağandışılık ilkesi* dediğimiz başka bir ilke eklenir. Bu ilke, normal bir nedenselliği sağlayacak biçimde olgular arasıyla ilgili hiçbir tanımın verilemeyeceğini söyler. Bundan dolayı dış-kestirim yoluyla olgular dünyasının normal bir eklentisinin olanaksız olduğunu

destekler. Normal bir nedenselliğe ulaşmadıklarından dolayı bu, kısıtlayıcı yorumları da içerir.

Bu iki ilkede kendini gösteren kuanta (dalga paketi) dünyasının bilimsel yorumlarının sınırları, insan aklının gücünün sınırları olarak düşünülmemelidir. Kuantum mekaniği yasalarında ifade edilen fiziksel dünyanın betimlemelerine yüklenen bu durumlara yola açan sebep, insanın cehaleti ya da bilgi yoksunluğu değildir. Bu, betimlemeleri sınırlayan ancak dolaylı olarak bütün fiziksel olaylar için geçerli olan kurallar biçiminde ifade edilen, garip bir ağın temelini oluşturan atomaltı dünyanın doğasına dair derin iç görü ve pozitif bilgidir. Fiziksel bilgi kuramının bu kılıfının ötesinde, yüzyıllar boyu süregelen bilimsel araştırmanın hayal ettiğinden farklı olan ancak yine de gerçeklik dünyası olarak tanınmayı isteyen fiziksel bir dünyanın ana hatlarını fark ederiz.

KISIM 2
KUANTUM MEKANİĞİ MATEMATİĞİNİN ANA HATLARI

§ 9. Bir Fonksiyonun Dik Kümeler Cinsinden Açılımı

Kuantum mekaniğinin matematiksel biçimi, açılımın *temel fonksiyonları* denilen diğer fonksiyonlar kümesi cinsinden bir fonksiyon olarak açılması genel matematiksel yöntemine dayanır.

Göz önünde bulundurulan fonksiyonlar *gerçel değişkenli karmaşık fonksiyonlardır*, başka bir deyişle, değişkenlerin özel değerleri gerçel sayılar olabiliyorken, fonksiyonların özel değerleri karmaşık sayılar olabilir. Karmaşık ifadeleri küçük Yunan harfleri, gerçel ifadeleriyse küçük Latin harfleri şeklinde gösteririz. Bir ψ ifadesinin karmaşık eşleniği ψ^* olarak gösterilir; bir karmaşık değerin karesi, $|\psi|^2$, $\psi \cdot \psi^*$ ile aynıdır. Tabi ki belirtilen ilişki gerçel sayılar için de geçerli olmalıdır; bu tür fonksiyonlar $\psi = \psi^*$ koşulu tarafından belirlenen genel durumun sonucudur. Kuantum mekaniğinde kullanılan karmaşık fonksiyonların belirli düzenlilik koşullarını sağlaması ve açılımlarda kullanılan sonsuz serilerin bazı yakınsama gerekliliklerini yerine getirmesi gerektiğini hatırlatalım. Burada bu koşulları açıkça ifade etmeyip, bu işi konunun daha teknik anlatımlarında yapacağız. Açılımlar için geçerli olan genel ilişkilere değinmek sunumumuzun amacı olacaktır.

D alanı içerisinde

$$\psi(x) = \sum_i \sigma_i \varphi_i(x) \quad (1)$$

ilişkisi geçerliyse, $\psi(x)$ fonksiyonu x'in D alanı içerisinde $\varphi_i(x)$ *kümesi cinsinden açılabilir*. Bu gösterimde göstermediğimiz bütün benzer ifadeler aynı olduğuna göre toplama işlemi $i = 1$'den $i = \infty$'a olarak yapılır. σ_i *açılım katsayıları* sabittir, yani x'e bağlı değillerdir; her bir $\varphi_i(x)$ fonksiyonu için belirli bir σ_i sabiti bulunur.

Açılım (1), D alanı içerisinde her fonksiyon için uygun bir σ_i katsayıları aracılığıyla verilebilirse $\varphi_i(x)$ kümesi *tam* olarak adlandırılır. Ek olarak, $\varphi_i(x)$ kümesi genelde aşağıdaki iki ilişkiyi sağlayan daha ileri bir koşulu sağlamak durumundadır:

$$\sigma_i = \int \psi(x)\, \varphi_i^*(x) dx \quad (2)$$

$$\int |\psi(x)|^2\, dx = \sum_i |\sigma_i|^2 \quad (3)$$

(2)'deki integral D alanı üzerinden alınır; bu durum bütün benzer ifadeler için aynıdır ve dolayısıyla gösterimde özel bir açıklamaya gerek duymaz. (2) ilişkisi σ_i açılım katsayılarını verilen $\psi(x)$ ve $\varphi_i(x)$ temel fonksiyonu cinsinden belirler. Bu ilişki, burada integralin toplamayla yer değiştirmesi dışında (1) ile benzer yapıdadır. $\psi(x)$ ve σ_i arasındaki simetri (3)'te daha derin biçimde açıklanır. (1)'e bağlı her bir $\psi(x)$ ve σ_i fonksiyonlar çifti için (2) ve (3) ilişkilerini sağlayan bir $\varphi_i(x)$ fonksiyonlar kümesine *dik* ve *normalize edilmiş* denir.

Bu tanımda, (2) ifadesinin *tek* olduğu, başka bir deyişle verilmiş bir $\psi(x)$ fonksiyonuyla uyum içerisinde olan tek bir σ_i katsayılar kümesi olduğu anlaşılır. Bu, D alanı boyunca $\psi(x)=0$ ise, bütün σ_i'lerin sıfıra eşit olmak zorunda olduğu sonucunu

içerir. Normalizasyon, (3) ifadesinde kendini gösterir. D alanının sonsuz olduğu durum için (3) denklemi sol taraftaki integralin sonlu olması koşulunu içerir; bu yakınsama koşulu ψ fonksiyonlarının seçimini kısıtlayan koşullardan biridir. $\psi(x)$'in *karesinin integralinin alınabilir* olmak zorunda olduğunu söylemeliyiz. Özel olarak, (3)'teki kare integralin değeri 1'e eşitse, $\psi(x)$'in de normalize olduğunu söyleyebiliriz. Benzer şekilde, (3) denklemi σ_i üstüne bir yakınsama koşulu koyar. Bazen (3)'teki integralin sol tarafındaki ψ fonksiyonları sonlu değildir ve dolayısıyla normalize edilemezler. Bu kitapta bu tür fonksiyonlarla uğraşmak gerekli değildir.

(2) ve (3)'te $\varphi_i(x)$ kümesinin dik ve normalize olmuş karakteri için $\psi(x)$ ve σ_i fonksiyonlarının kullanımını sağlayan *dolaylı* bir formülasyon vermiştik. $\varphi_i(x)$'in diklik ve normalizasyon koşulunun doğrudan bir matematiksel ifadeyle, başka bir deyişle başka fonksiyonlara referans vermeden sadece bu fonksiyonlar cinsinden verilip verilemeyeceği sorusunu ortaya çıkarır. Bu amaca, yapılan açılımlar toplamaların ve integrallerin bir geçişini verdiği zaman kolayca ulaşılabilir. Bu durumda, $\varphi_i(x)$ kümesinin dikliği ve normalizasyonu şu koşullar tarafından tanımlanabilir:

$$\int \varphi_i(x)\, \varphi_k^*(x) dx = \delta_{ik} \tag{4}$$

Burada kullanılan δ_{ik} Weierstrass sembolünün anlamı aşağıdaki gibidir:

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1, i = k \\ 0, i \neq k \end{cases} \tag{5}$$

(1) ve (4) geçerliyse, (2) ve (3) ilişkileri türetilebilirdir. (1)'in her iki tarafını $\varphi_i(x)^*$ ile çarparak ve x'e göre integralini alarak (2)'yi kanıtlayabiliriz:

$$\begin{aligned}\int \psi(x)\,\varphi_k^*(x)dx &= \int \varphi_k^*(x)\cdot\textstyle\sum_i \sigma_i\,\varphi_i(x)dx \\ &= \textstyle\sum_i \sigma_i \int \varphi_i(x)\,\varphi_k^*(x)dx \\ &= \textstyle\sum_i \sigma_i\,\delta_{ik} = \sigma_k\end{aligned} \qquad (6)$$

Benzer şekilde, (3) aşağıdaki şekilde kanıtlanabilir:

$$\int|\psi(x)|^2dx = \int \psi(x)\cdot\psi^*(x)\,dx = \int \textstyle\sum_i \sigma_i\,\varphi_i(x)\cdot\sum_k \sigma_k^*\,\varphi_k^*(x)dx$$

$$= \textstyle\sum_i\sum_k \sigma_i\sigma_k^* \int \varphi_i(x)\varphi_k^*(x)dx = \sum_i\sum_k \sigma_i\sigma_k^*\delta_{ik} = \sum_i|\sigma_i|^2 \qquad (7)$$

Bundan dolayı (4) ilişkisi, toplamaların ve integrallerin *yer değiştirmeli** olduğu durumda diklik ve normalizasyon için *yeterli* koşuldur.[1] Hangi durumda *gerekli* koşul olduğunu, yani (4)'ün türetilebilir olması için (1)-(3)'e göre hangi gerekliliğin oluşturulması gerektiğini sorabiliriz. $\varphi_i(x)$ fonksiyonlarının kendilerinin, açılımın uygulanabileceği yani $\psi(x)$ yerine koyulabilecek fonksiyonlar olması gerekliliği bu sorunun yanıtı olabilir. Bu da, şu şekilde kanıtlanabilir. Örneğin $\psi(x)$ fonksiyonu olarak belli bir $\varphi_i(x)$ fonksiyonunu seçersek, $k \neq i$ olmak üzere $\sigma_i = 1$, $\sigma_k = 0$ değerlerini koyarak bir çözüm elde edebiliriz. Açılımın tek olduğunu varsaydığımıza göre bu, tek çözüm olmalıdır. (2)'de $\psi(x)$ yerine $\varphi_i(x)$ koyarak kullanırsak

---

* Commutative –çn.

[1] Gösterildiği gibi (1)'den (2) ve (3)'ün türetilmesi için (4) yeterlidir. Aksi durumda (1) ve (3) denklemleri (2)'den türetilecekse, (4) ilişkisi kullanılamaz; onun yerine sürekli değişkenler için var olan zorluklarla birleşen (16) koşulu tanımlanmak durumundadır.

$$1 = \int \varphi_i(x)\, \varphi_i^*(x) dx$$
$$0 = \int \varphi_i(x)\, \varphi_k^*(x) dx \quad k \neq i \tag{8}$$

elde ederiz. Böylece $\psi(x)$'yi $\varphi_i(x)$ ile yer değiştirerek, (4) ilişkisini her bir i alt indisi için başarıyla elde ederiz.

Bu türdeki bir temel fonksiyonlar kümesini, seri biçiminde açılabilir fonksiyonlar içerisindeki temel fonksiyonları içerdiğinden dolayı *dönüşlü* olarak adlandırabiliriz. (1)-(3)'ün temel fonksiyonlarının karesinin integrali alınabilir olmak zorunda olduğu gösterilebileceğine göre bu türde bir küme tamsa, aynı zamanda da dönüşlü olmak zorundadır. Bundan dolayı (4) tamlığın bir sonucudur. Öte yandan, toplamalar ve integraller yer değiştirmeli değilse bile, (1)'deki toplamanın yakınsamasının uygun şekilde bir tanımlaması sağlanırsa daha karışık yöntemlerle (1) ve (4)'ten (2) ve (3) türetilebilir. Dolayısıyla (1) türündeki açılımlarda, dikliğin dolaylı nitelendirmesi, tatmin edici bir şekilde doğrudan bir nitelendirmeyle yer değiştirebilir.

Yukarıda verilen tamlık tanımı da dolaylı bir nitelendirmedir. Doğrudan nitelendirmeyle yer değiştirme burada değinmeyeceğimiz daha zor bir matematiksel problemi temsil eder. Herhangi bir durumda, (4) koşulu tamlığı garanti edecek yeterlilikte değildir. Bu, şu şekilde gösterilebilir. $\varphi_i(x)$ fonksiyonlarından birini, örneğin $\varphi_1(x)$ fonksiyonunu ihmal ettiğimizde kümenin geri kalanı (4)'ü sağlayacaktır; ancak $\sigma_1 \neq 0$ olduğu için asıl seriye açılmış bir fonksiyonu bu seriye açmak mümkün olmayacaktır. Durum buysa, fonksiyonun asıl seriye açılımı için ikinci seride $\sigma_1 \neq 0$ olmak üzere farklı σ_1 katsayılarıyla iki serimiz olmalıdır. Bu tamlığın, diklik ve normalizasyonda var olmayan özel bir koşulu temsil ettiğini gösterir.

Verilen belirli fonksiyon kümesinin tam, dik ve normalize olduğunu belirlemek, özel analiz gerektirir. Örneğin $\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{inx}$ trigonometrik fonksiyonlarının 0'dan 2π'ye D alanı içerisinde n tam sayıları için bu koşulları sağladığı gösterilebilir. Bu fonksiyonlar Fourier açılımından bilinir. Başka $\varphi_i(x)$ kümeleri, $\varphi_i(x)$ belli diferansiyel denklemlerin çözümleri olarak tanımlandığında elde edilebilir; dolayısıyla onlara bu denklemlerin *öz fonksiyonları* denir. Bu tür kümelerle daha sonra ilgileneceğiz.

Açılım yöntemi, farklı türde fonksiyonlara genişletilebilir. Böylece ayrık sayı kümeleri içeren $\psi_k(k = 1,2,3, \ldots)$ *ayrık* fonksiyonlarını düşünebiliriz; ψ_k'nın değerini alt indisin fonksiyonu olarak düşünebildiğimizden dolayı fonksiyonlar olarak adlandırılırlar. Dolayısıyla $\varphi_i(x)$ fonksiyonları yerine ayrık sayı *matrisinden* oluşan, yani satırlar ve sütunlar şeklinde düzenlenmiş sayılar toplamından oluşan bir φ_{ik} kümesi kullanırız. Matris genel olarak iki yönde de sonsuz olacaktır. Böylece açılımın şekli

$$\psi_k = \sum_i \sigma_i \varphi_{ik} \tag{9}$$

$$\sigma_i = \sum_k \psi_k \varphi_{ik}^* \tag{10}$$

$$\sum_k |\psi_k|^2 = \sum_i |\sigma_i|^2 \tag{11}$$

olarak varsayılır. Diklik ve normalizasyon koşulu (4)'e benzer şekilde

$$\sum_k \varphi_{ik}\, \varphi_{mk}^* = \delta_{im} \qquad \sum_i \varphi_{ik}\, \varphi_{in}^* = \delta_{kn} \tag{12}$$

olarak gösterilebilir. Burada ψ_k ve σ_i arasında tam bir simetri bulunmaktadır; çünkü ikisi de ayrık fonksiyonlardır. Bundan dolayı burada iki türde diklik ve normalizasyon koşulumuz bulunmaktadır. Toplama işlemleri yer değiştirmeliyse, ilk tür (9)'dan (10) ve (11)'i türetmek için kullanılır; aynı varsayımla

birlikte ikinci tür (11)'den (9) ve (10)'u türetmek için kullanılır. Bu kanıtlar (6) ve (7)'ye benzer şekilde kolayca verilebilir. Ancak bu ayrık durumda, yer değiştirmeli toplamaların varsayımını ihmal etmek mümkündür. (12)'de verilen iki ifade, birleşimlerinin çok güçlü bir koşulu oluşturduğu bağımsız koşulları temsil eder: (12)'deki iki ifade geçerliyse, genel olarak sistem $\sum_k|\psi_k|^2$ ifadesinin sonlu miktarda φ_{ik}'ya sahip bütün ψ_k fonksiyonlarına göre dik, normalize olmuş ve hatta tam olduğu gösterilebilir. Bu, $\sum_i|\psi_{ik}|^2$ ifadesinin sonlu miktarı, $k = n$ için (12)'nin ikinci ifadesinden çıktığına göre φ_{ik}'nın dönüşlü olduğunun bir kanıtını içerir. Böylece ayrık durumda üç temel özelliğin yer değiştirmeli toplamalara sınırlanmamış doğrudan tanımı için göreceli olarak kolay bir biçime sahip oluruz. Bu genel önermenin kanıtı bu kitapta verilemez; okuyucuya konu hakkındaki matematiksel ders kitapları öneririz.

Bir başka türdeki açılım $\varphi_i(x)$ fonksiyonları iki değişkenli $\varphi(y, x)$ fonksiyonlarıyla yer değiştirdiğinde, yani i alt indisi y değişkeniyle yer değiştirdiğinde elde edilir. $\varphi(y, x)$ değişkeni *sürekli matris* olarak düşünülebilir ve burada bir açılımın *sürekli olma durumundan* bahsederiz. Açılım aşağıdaki şekilde varsayılır:

$$\psi(x) = \int \sigma(y)\varphi(y, x)dy \tag{13}$$

$$\sigma(y) = \int \psi(x)\,\varphi^*(y, x)dx \tag{14}$$

$$\int |\psi(x)|^2\,dx = \int |\sigma(y)|^2\,dy \tag{15}$$

Bu türde bir açılım, örneğin Fourier açılımları için D alanı sonsuz olduğunda kullanılır; Fourier fonksiyonları bundan dolayı $\varphi(y,x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{iyx}$ şeklinde ifade edilir.

Sürekli ve ayrık durumlar, açılımların *tek türlü* durumlarıdır; ilk durum *çok türlü* durum olarak adlandırılabilir. Ancak üç durumun birbirine benzer olmadığı ortaya çıkar; sürekli durum bazı tuhaflıklar gösterir. Özellikle, diklik ve normalizasyon koşullarıyla ilgilidirler.

Sürekli bir temel fonksiyonlar kümesi hiçbir zaman dönüşlü değildir; bundan dolayı (4) ilişkisi burada türetilebilir değildir. Dahası yer değiştirme işlemi burada belirsiz değerlere yol açtığından dolayı integraller yer değiştirmeli değildir. Buna rağmen, dikliği ve normalizasyonu (4)'e benzer şekilde doğrudan ifade etmek isterse bu, kurgusal bir şekilde yapılabilir. Böylece

$$\int \varphi(y,x)\ \varphi^*(z,x)dx=\delta(y,z) \int \varphi(y,x)\ \varphi^*(y,z)dy=\delta(x,z) \quad (16)$$

yazabiliriz. $\delta(x,z)$ sembolü δ_{ik} sembolünün sürekli bir benzetimi olarak aşağıdaki koşullarla tanımlanır:

$$\delta(x,z)=0, x\neq z \ \int \delta(x,z)dx=1 \int \delta(x,z)dz=1 \qquad (17)$$

Ancak bu özelliklere sahip hiçbir fonksiyon oluşturulamayacağından dolayı sembol sadece kurgusal bir anlama sahiptir. Bu türde kurgusal bir sembolün kullanımı, sembolü içeren ifadeleri sıradan ifadelere çeviren bir kurallar dizisi verilmişse kabul edilebilirdir. Buna ek olarak, sembolün kullanımı yoluyla türetilen sonuçların geçerliliğinin garanti edilmiş olması şeklinde sembolün işletilmesi için bir kurallar serisi verilmişse, sembol matematikte geçerli bir yere sahip olur. Ancak şimdiye kadar genel anlamda bu tür kurallar oluşturmak mümkün olmamıştır; dolayısıyla sembol, matematiksel türetimlerde "özenle ele alınmalıdır."

$\delta(x, z)$ sembolünün (17)'den kaynaklanan özelliklere sahip olması gerektiğinden dolayı (16) ilişkisi sadece integrallere uygulanan, kabul edilemez bir yer değiştirme işlemi aracılığıyla türetilebilir. (14)'te x yerine z yazdığımızda ortaya çıkan değeri (13)'teki $\sigma(y)$'ye atarsak,

$$\psi(x) = \iint \psi(z)\, \psi(y, x)\, \psi^*(y, z) dz dy \tag{18}$$

elde ederiz. İntegrallerin sırasını değiştirirsek

$$\psi(x) = \int \psi(z)\, \delta(x, z) dz \tag{19}$$

$$\delta(x, z) = \int \varphi(y, x)\, \varphi^*(y, z) dy \tag{20}$$

ifadelerine ulaşırız. Sembol $\delta(x, z)$'yi burada, anlamı (20) ifadesinde verilmiş olan bir kısaltma olarak ele alalım. Bir $\psi(z)$ fonksiyonuyla çarpılır ve z üzerinden integrali alınırsa, (19) ifadesinden sembolün ψ fonksiyonunu üretme özelliğine sahip olduğunu görürüz. Bu, kolayca fark edileceği gibi kesinlikle (17)'deki koşullar tarafından tanımlanan özelliktir. (19)'un yanlış biçimde türetilmesine karşın belirli integral işlemleri amacıyla kullanılıyorsa, bundan dolayı (20)'deki $\delta(x, z)$ sembolü (17)'deki $\delta(x, z)$ sembolüyle birlikte tanımlanabilir.

$\delta(x, z)$ fonksiyonuna, Dirac tarafından tanımlanmış olmasından dolayı *Dirac fonksiyonu* denir. Bu fonksiyon kuantum mekaniğinde sadece diklik koşulunu ifade etmek için değil, başka birçok amaç için de kullanılır. (17) koşullarını doğrudan gerçekleştirmediği için kurgusal bir semboldür; sadece yaklaşıklık olarak bir anlama sahiptir. $\delta_n(x, z)$ fonksiyonlarını (17)'yi yaklaşık olarak sağlayacak biçimde z'nin, δ_n'nin dik yüksek bir tepeyi temsil ettiği küçük bir δx aralığında olduğu

durumlar dışında sıfıra eşit olduğu durumlar için tanımlayabiliriz. n arttıkça, bu aralık daralır ve tepenin yüksekliği sonsuz değerlere kadar büyür; ancak x üzerinden integrali daima 1'e eşittir. $\delta x = 0$ şeklinde sınırlama durumu yozlaşmış bir durumdur ve Dirac fonksiyonunun kullanımının matematikçiler tarafından eleştirilmesi anlaşılırdır. $\delta(x, z)$ sembolünün kullanımı sadece psikolojik doğrulamaya sahiptir: Sembol, kendisinin kullanımını içermeyen daha sonra kesin şekilde türetilebilecek doğru çözümler önerir.

İntegrallerin sürekli matrislerinin yer değiştirmeli olduklarının kabul edilebilir olmadığı, sürekli Fourier fonksiyonu $\varphi(y,x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{iyx}$ tarafından gösterilir. Bu fonksiyonlar (16)'yı sağlamazlar; bu ilişkilerde ortaya çıkan integral burada tanımlanmamış bir anlatımdır ve $x \neq z$ için ortadan kaybolmaz. Böylece sürekli temel fonksiyonlar için (13)-(15) ilişkilerini dolaylı olarak kullanarak diklik ve normalizasyonu tanımlamayı tercih ederiz. Böylece sürekli Fourier fonksiyonlarının bu anlamda normalize ve dik olduğu gösterilebilir. Belirli durumların, örneğin sonraki fonksiyonlar için diklik ve normalizasyon ifadesinin, δ sembolü kullanılmadan doğrudan olarak ve çok dikkatli bir biçimde verilebileceği notunu ekleyebiliriz; ancak bu tür yöntemlerin sunumu bu kitabın çerçevesi dışındadır. Kuantum mekaniğinin bütün sonuçlarının çok dikkatli yöntemlerle türetilebileceğini söyleyebiliriz. Bunun kolayca yapılabilir olduğu durumlarda δ sembolünü göz ardı etmek bizim için elverişli olabilir ve sunumumuzu kolaylaştırmak için bu sembolü ara sıra kullanmamız hoş görülebilir.

Sürekli durumun bir başka tuhaflığı değişkenlerin değişimiyle ilgilidir. Böyle bir değişim bir r yoğunluk fonksiyonunu seri açılımını tanımlayacaktır. Örneğin y'yi bir u değişkeniyle

$$y = y(u) \qquad dy = \frac{(\partial y)}{(\partial u)} du \tag{21}$$

ve

$$r(u) = \frac{(\partial y)}{(\partial u)} \tag{22}$$

şeklinde yer değiştirirsek

$$\psi(x) = \int \sigma(u)\, \varphi(u, x) r(u) du \tag{23}$$

açılımına ulaşırız. $r(u)$ yoğunluk fonksiyonu da δ sembolü ilişkilerinde tanımlanmak zorundadır. Böylece (17)'deki ilk integral yerine, $\delta^{(r)}(u, z)$'nin (21) dönüşümünün $\delta(y, z)$'ye uygulanmasıyla elde edilen fonksiyon olduğu

$$\int \delta^{(r)}(u, z)\, r(u) du = 1 \tag{24}$$

ifadesine sahip oluruz. (16) ve (14) ilişkileri böylece değişmeden kalır, ancak (15)

$$\int |\psi(x)|^2\, dx = \int |\sigma(u)|^2\, r(u) du \tag{25}$$

biçiminde değişir. Benzer değişimler x'i başka bir değişkenle yer değiştirdiğimizde de ortaya çıkar.

§ 10. Fonksiyon Uzayında Geometrik Yorum

Ayrık durum, varlığını geometrik bir yoruma borçludur. Bir an için alt indislerin sadece 1'den 3'e kadar gittiğini ve ψ_k ve σ_i'lerin gerçel sayılar olduğunu varsayalım. Böylece hem ψ

hem de σ, sırasıyla ψ_1, ψ_2, ψ_3, ve σ_1, σ_2, σ_3, olmak üzere üç boyutlu uzayda üç bileşen içeren vektörler olarak düşünülebilir. § 9'daki (6) ilişkisi, φ_{ik} matrisi tarafından verilen bir vektör dönüşümünü temsil eder.

Uzayın yapısı, kendi metriği tarafından belirlenir. Burada dikkate aldığımız uzay *Öklitçidir*, başka bir deyişle metriği, dik koordinatlar için bir a vektörünün *uzunluğunun* karesini bileşenlerinin karelerinin toplamı olarak belirleyen Pythagoras önermesi tarafından verilmiştir:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \tag{1}$$

İki vektör için de oluşturulmuş bu ifadenin bir genelleştirilmesi *iç çarpımdır* (*skaler çarpım* da denir):

$$(a, b) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 \tag{2}$$

Bu matematiksel ifade *diklik* ilişkisini ifade etmek için kullanılır. Sıfırdan farklı iki vektör ancak ve ancak iç çarpımları sıfıra eşit olursa birbirine dik olur. Uzunluk, iç çarpımın özel bir durumu; başka bir deyişle, vektörün kendisiyle iç çarpımı olarak dikkate alınır.

Uzayın iskeletini oluşturan dik koordinatlar, birbirine dik olan $u_{(1)}$, $u_{(2)}$, $u_{(3)}$, birim vektörler kümesi olarak düşünülebilir. $u_{(1)}$ vektörü 1,0,0 bileşenlerine sahiptir; $u_{(2)}$, vektörü 0,1,0 bileşenlerine sahiptir ve benzer şekilde $u_{(3)}$, vektörü 0,0,1 bileşenlerine sahiptir. Bu kümenin dikliği ve birim elemanı

$$(u_{(i)}, u_{(k)},) = \delta_{ik} \tag{3}$$

koşulu tarafından ifade edilir. a vektörü böylece birim vektörlerin doğrusal bir fonksiyonu olarak ifade edilebilir:

$$a = a_1 \cdot u_{(1)} + a_2 \cdot u_{(2)} + a_3 \cdot u_{(3)} \tag{4}$$

İki tarafın $u_{(1)}$ ile iç çarpımlarını alıp (3)'ü kullanırsak,

$$(a, u_{(1)}) = a_1 \tag{5}$$

ifadesini elde ederiz. Benzer bir ilişki başka bileşenler için de türetilebildiğinden dolayı, birim vektörler cinsinden bir vektörün bileşenlerini belirleyen genel ifadeyi şu şekilde yazabiliriz:

$$(a, u_{(i)}) = a_i \tag{6}$$

İç çarpım, vektörlerin doğrusal bir fonksiyonudur; yani k'nın herhangi bir gerçel sayıyı ve a, b ve c'nin herhangi gerçel vektörleri temsil ettiği,

$$(a, k \cdot b) = k \cdot (a, b) \tag{7}$$

$$(a, b + c) = (a, b) + (a, c) \tag{8}$$

ilişkilerini sağlar.

$u_{(i)}$ kümesi yerine birim vektörlerin başka bir $v_{(k)}$ kümesini tanımlamak istersek, bu

$$v_{(k)} = \sum_i c_{ki} u_{(i)} \tag{9}$$

dönüşümüyle yapılır. Toplam indisi, burada ve bir sonraki ifadede 1'den 3'e kadardır. $v_{(k)}$ kümesinin elemanlarını birbirlerine dik yapmak için, c_{ki} katsayıları

$$\sum_i c_{ki} c_{km} = \delta_{im} \qquad \sum_i c_{ki}\, c_{mi} = \delta_{km} \tag{10}$$

diklik koşulunu sağlamalıdır. Böylece $v_{(k)}$'nın dikliği

$$\begin{aligned}(v_{(k)}, v_{(m)}) &= \left(\sum_i c_{ki} u_{(i)}, \sum_n c_{mn} u_{(n)}\right) = \sum_i \sum_n c_{ki} c_{mn} (u_{(i)} u_{(n)}) \\ &= \sum_i \sum_n c_{ki} c_{mn}\, \delta_{in} = \sum_i c_{ki} c_{mi} = \delta_{km}\end{aligned} \tag{11}$$

ilişkileriyle ifade edilir. (9)'daki ifadenin ters dönüşümü

$$u_{(i)} = \sum_n c_{ki}\, v_{(k)} \tag{12}$$

olarak verilir. Bu, (10)'un kullanılmasıyla (9)'un her iki tarafını c_{km} ile çarpıp, k üzerinden toplamını aldığımızda ve son olarak m alt indisini i ile değiştirdiğimizde:

$$\sum_k c_{km} v_{(k)} = \sum_k \sum_i c_{ki} c_{km} u_{(i)} = \sum_i u_{(i)} \sum_n c_{ki} c_{km} = \sum_i \delta_{im} u_{(i)} = u_{(m)} \tag{13}$$

halini alır. Yeni referans sisteminde a vektörünün bileşenleri

$$\begin{aligned} a_k' &= (a, v_{(k)}) = \left(a, \sum_i c_{ki} u_{(i)}\right) \\ &= \sum_i c_{ki}\, (a, u_{(i)}) = \sum_i c_{ki} a_i \end{aligned} \tag{14}$$

şeklinde verilir. Bu, bir vektörün bileşenlerinin birim vektörlerle aynı dönüşümü takip ettiğini gösterir. Aynı durum, (13)'e benzer bir kanıtla (14)'ten kaynaklanan ters dönüşüm için de geçerlidir:

$$a_i = \sum_i c_{ki}\, a_k' \tag{15}$$

Hem uzunluk, hem de iç çarpım dik dönüşümlerin *değişmezleridir*; yani,

$$\begin{aligned} (a, a) &= a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = a_1'^2 + a_2'^2 + a_3'^2 \\ (a, b) &= a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = a_1' b_1' + a_2' b_2' + a_3' b_3' \end{aligned} \tag{16}$$

ilişkileri geçerlidir. Uzunluk, böyle bir çarpımın özel bir durumu olduğuna göre iç çarpım için bunu göstermek yeterlidir. Böylece

$$\begin{aligned} (a, b) = \sum_i a_i b_i &= \sum_i \sum_k \sum_m c_{ki} a_k' c_{mi} b_m' = \sum_k \sum_m \left(\sum_i c_{ki} c_{mi}\right) a_k' b_m' \\ &= \sum_k \sum_m \delta_{km}\, a_k' b_m' = \sum_k a_k' b_m' \end{aligned} \tag{17}$$

ifadesine sahip oluruz.

Bütün bu ilişkiler, sadece uzunluk ve iç çarpım gibi ifadelerin yakınsamalarını göz önünde bulundurarak önlemler alınırsa sonsuz sayıda boyutlara genişletilebilirler; böylece bir vektörün a_i bileşenlerinin bu ifadeler sonlu kalacak şekilde büyüyen i alt indisleriyle sıfıra yakınsadığı varsayılır. Benzer önlemler toplamaların yer değiştirmeli olduğunu düşünmemize izin verir. Toplamanın alt indisi 1'den ∞'a olduğu zaman da bu niteliklerle sunulan matematiksel ifadeler eşit derecede geçerlidir.

Dahası ilişkiler karmaşık vektörlerin, başka bir deyişle, bileşenleri karmaşık sayılardan oluşan vektörlerin durumu için genellenebilir. Böylece iç çarpımı

$$(\psi, \sigma) = \sum_i \psi_i \cdot \sigma_i^* \tag{18}$$

ve benzer şekilde uzunluğun karesini

$$(\psi, \psi) = \sum_i \psi_i \cdot \psi_i^* \tag{19}$$

ifadeleriyle tanımlarız. Bunu, uzunluğun sadece ψ ortadan kaybolduğu zaman kaybolan bir pozitif gerçel sayı olması takip eder. Genel olarak iç çarpım

$$(\psi, \sigma) = (\sigma, \psi)^* \tag{20}$$

ifadesini sağlayan bir karmaşık sayıdır ve buna ek olarak, (7)-(8)'de gösterilen doğrusallık özelliğine sahiptir:

$$\begin{aligned} (k \cdot \psi, \sigma) &= k \cdot (\psi, \sigma) \\ (\psi, k \cdot \sigma) &= k^* \cdot (\psi, \sigma) \\ (\psi, \sigma + t) &= (\psi, \sigma) + (\psi, t) \end{aligned} \tag{21}$$

Burada k bir karmaşık sabittir, vektör değildir. Gerçel sayılar için bütün bu ilişkiler yukarıda verilen ilişkiyle aynıdır. Karmaşık sayılara genişletme, karmaşık vektörleri gerçel vektör-

lerle benzerlik kurarak ele almamızı sağlayan bir açılım olarak düşünülmek zorundadır. Bundan dolayı (18) iç çarpımı kaybolduğunda, iki vektörün birbirine dik olduğunu söyleyeceğiz.

Bu iki tür genellemeyi birleştirerek sonsuz sayıdaki boyut durumu, yani alt indisin 1'den ∞'a olduğu durum için de geçerli olan (18)-(21) ifadelerini göz önüne alacağız. (18) ve (19) niceliklerinin varlığı, vektörün tanımıyla verilir; başka bir deyişle, uzunluk ve iç çarpım kesin sonlu değerlere sahip olmadığından dolayı ψ ve σ ifadeleri vektör değildirler.

(18) ve (19) metriğiyle tanımlanan uzaya, *birim uzay* ya da *Hilbert uzayı* denir. Kısıtlanmamış sayıda boyutlar için bu terim Öklit uzayının karmaşık benzerini, yani içinde dik düz-doğru koordinatları sisteminin mümkün olduğu bir uzayı ifade eder. $\epsilon_{(i)}$ karmaşık birim vektörlerini tanımlayarak

$$(\epsilon_{(i)}, \epsilon_{(k)}) = \delta_{ik} \tag{22}$$

ve diklik ilişkilerini sağlayarak her ψ vektörünü birim vektörlerin doğrusal bir fonksiyonu olarak ifade edebiliriz:

$$\psi = \sum_k \psi_k \epsilon_{(k)} \tag{23}$$

Daha önce de olduğu gibi, ψ_k bileşenleri

$$\psi_k = (\psi, \epsilon_{(k)}) \tag{24}$$

ilişkisiyle verilir. Bir başka dik birim vektörler kümesine yapılan $\eta_{(i)}$ dönüşümü, *üniter dönüşüm* olarak isimlendirilir ve

$$\eta_{(i)} = \sum_k \epsilon_{(k)} \psi_{ik} \epsilon_{(k)} = \sum_i \eta_{(i)} \psi_{ik}^* \tag{25}$$

şeklinde verilir. Katsayılar şu diklik bağıntılarını sağlar:

$$\sum_k \psi_{ik} \psi_{mk}^* = \delta_{im} \quad \sum_i \psi_{ik} \psi_{in}^* = \delta_{kn} \tag{26}$$

(13)'e benzer bir türetim aracılığıyla (26) ilişkisini kabul ederek (25) ilişkilerinin ikincisinin birincisinden kaynaklandığını gösterebiliriz. Kanıt, $\eta_{(i)}$ vektörlerinin uzunluğunun 1 ve birbirine dik olması koşullarına bağlı olarak (11)'e benzer şekilde kolayca verilebilir. Aynı ψ_{ik} katsayıları, ψ vektörünün ψ_k bileşenlerinin yeni σ_i bileşenlerine dönüşümünü belirler:

$$\psi_k = \sum_i \sigma_i \psi_{ik} \qquad \sigma_i = \sum_k \psi_k \varphi_{ik}^* \tag{27}$$

Bu ilişkiler (14)'e benzer şekilde kanıtlanır. Uzunluk ve iç çarpım bu tür dönüşümlerin değişmezleridir, yani χ, ϵ-sisteminde ikinci bir vektör ve t_i, η-sisteminde onun bileşenlerini temsil ediyorsa

$$(\psi, \psi) = \sum_k \psi_k \psi_k^* = \sum_i \sigma_i \sigma_i^* \tag{28}$$

$$(\psi, \chi) = \sum_k \psi_k \chi_k^* = \sum_i \sigma_i t_i^* \tag{29}$$

ilişkileri geçerlidir.

(26) ve (27) ilişkileri § 9'daki (12) ve (9)-(10) ilişkilerine, (28) ilişkisi § 9'daki (11) ilişkisine karşılık gelir. Dik fonksiyonlar kümesine yapılan açılımın sonsuz sayıda boyuta sahip bir birim uzaya karşılık geldiğini görürüz.

F. Klein[1] bu türdeki herhangi bir dönüşümün *pasif* ve *aktif* yorum olmak üzere iki şekilde yorumlanabileceğine dikkat çekti. Şimdiye kadar kullandığımız pasif yorumda ψ ve σ'yı *farklı* koordinat sistemlerinde olmak üzere aynı vektör olarak düşünürüz. Böylece φ_{ik} matrisi *koordinatlar dönüşümünü* temsil eder ve § 9'daki (9) ifadesi, ψ-sistemindeki vektörün bileşenlerini, σ-sistemindeki aynı vektörün bileşenlerinin fonksi-

[1] F. Klein, *Elementarmathematik von höheren Standpunkte aus*, c. 2 (Berlin, 1925), s. 74.

yonu olarak tanımlar. Dönüşüm üniter olduğundan dolayı ayna yansımalarıyla birleşmiş koordinatlar sisteminin sadece bir dönüşümünde içerilir.

Aktif yorumda, ψ ve σ'yı *aynı* koordinat sistemindeki *farklı* vektörler olarak düşünürüz. Dolayısıyla φ_{ik} matrisi bir *işlemci-yi* temsil eder. Genel anlamıyla bir işlemci, verilen bir ifade ya da fonksiyonu başka bir ifade ya da fonksiyona uyumlayan bir kuraldır. Böyle bir uyumlama, işlemci açısından her zaman bir ifade ya da fonksiyonu bir diğerine dönüştüren uzayın şeklinin bozulması olarak yorumlanabilir. Burada dikkate alınan durumda φ_{ik} işlemcisi, verilen her vektörü bir diğerine uyumlar. Dönüşümün üniter özelliğine borçlu olarak uzayın şeklinin bozulması, göreceli olarak basit bir türde olan dönüşüm tarafından üretilir: Sadece ayna yansımalarıyla birleşmiş uzayın bir dönüşümünde gerçekleşir. Aktif yorumun başka bir çeşidinde, uzayın şeklinin bozulması yerine φ_{ik} matrisi tarafından gösterilen iki farklı uzayın birbiriyle olan uyumunun bozulmasından bahsederiz.

Geometrik dil, § 9'daki (13)-(15) sürekli durumuna genişletilebilir. ψ ve σ fonksiyonları, boyutlarının sayısı, sürekliliğin büyüklüğüne sahip olan bir F uzayındaki vektörler olarak düşünülür. F uzayında, x ve y'nin koordinatlar olmadığının farkında olmak zorundayız; onlar daha ziyade x'in özel bir değerinin, i alt indisinin ayrık fonksiyonlara yaptığı gibi bir boyut belirlemesi şeklinde –ki bu boyutta koordinatın değeri $\psi(x)$'in değerine eşittir– boyutların numaralandırılmasını gösterirler. $\psi(x)$'in bütün değerlerinin toplamı ψ vektörüdür. Bundan dolayı F uzayı, her bir noktası bir tam fonksiyona karşılık geldiğinden dolayı *fonksiyon uzayı* olarak adlandırılır. Daha önce olduğu gibi uzayın metriği, varlığı vektörleri tanımlayan bir koşulu temsil etmek üzere, uzunluk ve iç çarpım için tanımlanan

ifadeler tarafından belirlenmiştir. Bu ifadeler aşağıdaki ilişkilerle verilir:

$$(\psi,\psi) = \int \psi(x)\psi^*(x)dx \quad = \int \sigma(y)\sigma^*(y)dy \quad = (\sigma,\sigma) \tag{30}$$

$$(\psi,\chi) = \int \psi(x)\chi^*(x)dx = \int \sigma(y)t^*(y)dy = (\sigma,t) \tag{31}$$

(30) ilişkisi, § 9'daki (15)'e karşılık gelir. Üniter dönüşümler, gerek § 9'daki (16)'da kullanılan imgesel yazı biçimiyle, gerekse (30) ve (31) ifadelerinin dönüşümün değişmeyenleri olduğunun gerekliliğiyle verilir. Dönüşümün pasif yorumunda x'in çeşitli değerleriyle belirlenmiş eksenler, y'nin çeşitli değerleri tarafından belirlenen eksenlerden farklıdır. Aktif yorumda bu eksenler tanımlanabilir.

Geometrik dil kendi içinde çok türlü olma durumu için de kullanılabilir. Dolayısıyla pasif yorumu kullanarak $\psi(x)$ ve σ_i'yi farklı koordinat sistemlerindeki aynı vektörün temsili yani kendi içinde çok türlü $\varphi_i(x)$ matrisiyle verilen aralarındaki dönüşüm olarak düşünebiliriz. Uzunluğun değişmediği § 9'daki (3) ile ifade edilir. Bu ifade, bu yorumda aynı uzayın ya sayılabilir bir sonsuzlukla ya da boyutların sürekli bir sonsuzluğuyla oluşturulabileceğini söyler.[1] Bu durumun aktif yorumunda, farklı uzayların çeşitli halleri kullanılır. Böylece karmaşık $\varphi_i(x)$ matrisi, boyutları sayılabilir sonsuzluktaki bir uzayın vektörlerini boyutları sürekli sonsuzluktaki bir uzayınkilere uyumlar.

[1] "Boyutların sayısı" terimiyle uzayda bir noktayı belirleyen değişkenlerin sayısını anlarız. Terimin başka bir anlamı, ilk terim bilgisinde verilen sürekli sayıda boyutlara sahip bir uzay için de sayılabilir olan birbirinden doğrusal bağımsız vektörlerin sayısıyla tanımlandığı zaman kullanılır. Sadece boyut sayısının sonlu olduğu durumlarda iki anlam birbirine denk olur.

§ 11. Dönüşümlerin Tersine Çevrilmesi ve Yinelenmesi

Geometrik dil, üniter dönüşümler açısından dik ifadelerle matematiksel işlemciler hakkında tartışmamıza olanak sağlar. Dönüşümlerin doğasını analiz etmek için iki soruyu yanıtlamak gereklidir: İlki, verilen bir dönüşümün tersinin hangisi olduğu ve ikincisi, iki dönüşümün yinelenmesinden kaynaklanan dönüşümün hangisi olduğudur. Üniter dönüşümler için bu soruları yanıtlarken, dik ifadelerin daha başka özelliklerini geliştireceğiz. Ayrık durumla başlayacağız.

Ters dönüşüm sorusu § 9'daki (10) ile kolayca yanıtlanabilir. φ^{-1} ifadesinin, φ ifadesinin tersi olduğunu düşünelim; § 9'daki (9)'a benzer şekilde φ^{-1} ifadesini

$$\sigma_i = \sum_k \psi_k \varphi_{ki}^{-1} \tag{1}$$

şeklinde tanımlayabiliriz. Bu tanım, § 9'daki (9)'da olduğu gibi toplamanın φ_{ki}^{-1} ifadesinin ilk alt indisiyle başlamasını sağlayacak şekilde seçilir. i ve k harflerinin seçiminin tabi ki konuyla alakası yoktur. Şimdi § 9'daki (10) ile karşılaştırma yaptığımızda bu durum

$$\varphi_{ki}^{-1} = \varphi_{ki}^{*} = \breve{\varphi}_{ki} \tag{2}$$

ifadesini gösterir. Bu, ters dönüşümün alt indisleri tersine çevirerek ve asıl dönüşümün karmaşık eşleniğini alarak elde edildiği anlamına gelir. Dolayısıyla *eşlenik matris** olarak adlandırılan φ_{ki} tepesinde bir yay ($\breve{}$) sembolüyle gösterilecektir.[1] Üniter dönüşümler kuramında, φ^{-1} sembolünün göz ardı edilebilir

* Adjoint matrix –çn.

[1] Bu sembol yerine, başka gösterimlerde † sembolü kullanılmıştır.

olduğunu göreceğiz. Burada sadece bu türde dönüşümlerle ilgilendiğimizden dolayı sonuç olarak ters dönüşümü her zaman $\breve{\varphi}_{ki}$ olarak göstereceğiz. Burada (2) koşulunu § 9'daki (7) diklik koşuluyla üniter dönüşümlerin tanımından türetmek yerine, ters olarak (2) koşulu sıklıkla birim dönüşümlerin tanımı olarak kullanılır.

Dönüşümlerin yinelenmesi sorusu şu şekilde sorulur. Şimdiye kadar φ_{ik} matrisiyle verilen ψ-sistemi ve σ-sistemi arasında bir dönüşümü göz önünde bulundurduk. Şimdi σ-sistemiyle t-sistemi diyeceğimiz üçüncü bir sistem arasındaki dönüşümle ilgilenelim ve sonraki iki sistem arasındaki dönüşümü etkileyen matrise ω_{km} diyelim. Böylece elimizde

$$\psi_k = \sum_i \sigma_i \varphi_{ik} \tag{3}$$

$$\sigma_i = \sum_m t_m \omega_{mi} \tag{4}$$

ifadeleri olur. Bu ilişkilerden ψ-sistemiyle t-sistemi arasındaki doğrudan dönüşümü

$$\begin{aligned} \psi_k &= \sum_i \sum_m t_m \omega_{mi} \varphi_{ik} \\ &= \sum_m t_m \chi_{mk} \end{aligned} \tag{5}$$

$$\chi_{mk} = \sum_i \omega_{mi} \varphi_{ik} \tag{6}$$

olarak elde ederiz. φ ve ω dikse, χ de dik olur. Bu durum

$$\begin{aligned} \sum_k \chi_{mk} \chi_{nk}^* &= \sum_k \sum_i \omega_{mi} \varphi_{ik} \sum_l \omega_{nl}^* \varphi_{lk}^* \\ &= \sum_i \sum_l \omega_{mi} \omega_{nl}^* \sum_k \varphi_{ik} \varphi_{lk}^* \\ &= \sum_i \sum_l \omega_{mi} \omega_{nl}^* \delta_{il} = \sum_i \omega_{mi} \omega_{ni}^* = \delta_{mn} \end{aligned} \tag{7}$$

ifadeleriyle gösterilebilir. Dolayısıyla (5)'i ψ_k'nın χ_{mk} dik kümesine açılımı olarak düşünebiliriz. Bu dik açılımların yinelenmesi yeni bir dik açılım oluşturur.

(6) ilişkisi yeni χ kümesini verilen ω ve φ kümelerinin bir fonksiyonu olarak belirler; bu ilişkide, toplama işleminin alt indisinde asimetrik olan tensörlerin *matris çarpımlarıyla* karşılaşırız. Bu ilişkiyi, sırayla $\varphi_{lk}{}^*$ ya da $\omega_{ml}{}^*$ ile çarparak ve k ya da m üzerinde toplama yaparak ω_{mi} ya da φ_{ik} için çözebiliriz; böylece

$$\omega_{ml} = \sum_k \chi_{mk}\, \varphi_{lk}{}^* \tag{8}$$

$$\varphi_{lk} = \sum_k \omega_{ml}{}^*\, \chi_{mk} \tag{9}$$

ifadelerini elde ederiz. Ters dönüşüm sembolünü kullanarak da bu ilişkileri yazabiliriz.

$$\omega_{ml} = \sum_k \chi_{mk} \breve{\varphi}_{kl} \tag{10}$$

$$\varphi_{lk} = \breve{\omega}_{ml}\, \chi_{mk} \tag{11}$$

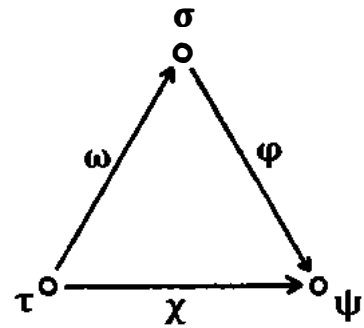
Bu yazım biçiminde de, bu ilişkiler matris çarpımı biçimindedir.

Bu ilişkiler şekil 7'de verilen okların dönüşümleri gösterdiği bir çizimle gösterilebilir. Okların yönü, örneğin φ, σ'dan ψ'ye bir dönüşüm olarak yorumlanabilecek şekilde seçilebilir; verilen bir σ için bu ilişki ψ'yi belirlediğinden dolayı bu (3)'e karşılık gelir. χ oku, geometrik anlamda ω ve φ oklarının toplamıdır; karşılık gelen χ dönüşümü ω ve φ dönüşümlerinin matris çarpımı olarak (6) ile belirlenir.[1] (6) ilişkisinin genel biçimi φ gibi bir dönüşümün $Trn\ (\sigma, \psi)$ biçimindeki gösterimle temsil edildiği ve çarpı işaretinin matris çarpımını ifade ettiği aşağıdaki ilişkide verilir:

$$Trn\ (\tau, \psi) = Trn(\tau, \sigma) \times Trn(\sigma, \psi) \tag{12}$$

[1] Şekil 7'de bir vektörün kendisine paralel olarak kaydırılamadığı bir vektörel gösterim kullanırız. Bu koşul, matrislerin çarpımına karşılık gelen vektörel toplamanın yer değiştirmeli olmaması için gereklidir.

(10) ve (11) ilişkileri, sırasıyla φ ve ω oklarını ters çevirdiğimizde sonuç verir ve (12)'ye karşılık gelen bir biçimde ifade edilebilirler.



Şekil 7. Dönüşümler üçgeni

Dönüşümler üçgeni için geçerli olan ilişki aşağıdaki ifadelerde özetlenmiştir:

$$\psi_k = \sum_i \sigma_i \varphi_{ik} = \sum_m \tau_m \chi_{mk} \quad (13a)$$

$$\sigma_i = \sum_m \tau_m \omega_{mi} = \sum_k \psi_k \breve{\varphi}_{ki} \quad (13b)$$

$$\tau_m = \sum_k \psi_k \breve{\chi}_{km} = \sum_i \sigma_i \breve{\omega}_{im} \quad (13c)$$

$$\chi_{mk} = \sum_i \omega_{mi} \varphi_{ik} \quad (13d)$$

$$\omega_{ml} = \sum_k \chi_{mk} \breve{\varphi}_{kl} \quad (13e)$$

$$\varphi_{lk} = \sum_m \breve{\omega}_{lm} \chi_{mk} \quad (13f)$$

(13d) ilişkisi, daha ileri bir yorumu gerektirir. Alt indis m'yi sabit olarak düşünelim ve bunu, parantezler arasına m koyarak gösterelim. Böylece (13d) $\chi_{(m)k}$'nın $\omega_{(m)i}$ açılım katsayılarıyla φ_{ik} dik kümesine açılımını temsil eder. Şimdi $\chi_{(m)k}$, bir m değişkeni için ψ_k gibi tek bir fonksiyonu değil, her biri özellikle m'nin bir değerine sahip bir fonksiyonlar kümesini temsil eder. $\omega_{(m)i}$ kümesinin φ_{ik}'da yapılan bir açılım için açılım katsayılarını temsil ettiğini görürüz.[1] Benzer yorumlar (13e) ve (13f)

[1] Bu yorum tersine çevrilemez, yani (13d)'deki ω_{mk}'yı temel fonksi-

için de yapılabilir. Bu denklemler sağ taraftaki ilk terimin açılım katsayılarına, sonraki terim temel fonksiyonlara karşılık gelecek şekilde yazılmıştır. Sonucumuz şu şekilde belirtilebilir: Dönüşümler üçgeninde dönüşümlerin yönünü, verilen bir dönüşümün üçüncüsü cinsinden ikinci dönüşümün açılımına ait olan açılım katsayıları kümesi olacak şekilde seçebiliriz.

Sonuçlarımız sürekli duruma aktarılabilir. Böylece $\breve{\varphi}(x, y)$ ters dönüşümü

$$\sigma(y) = \int \psi(x)\, \breve{\varphi}(x, y)dx \tag{14}$$

$$\breve{\varphi}(x, y) = \varphi^*(x, y) \tag{15}$$

olarak verilebilir. Dönüşümler üçgeni için burada

$$\psi(x) = \int \sigma(y)\varphi(y, x)dy = \int \tau(z)\chi(z, x)dz \tag{16a}$$

$$\sigma(y) = \int \tau(z)\omega(z, y)dz = \int \psi(x)\breve{\varphi}(x, y)dx \tag{16b}$$

$$\tau(z) = \int \psi(x)\breve{\chi}(x, z)dx = \int \sigma(y)\,\omega(y, z)dy \tag{16c}$$

$$\chi(z, x) = \int \omega(z, y)\varphi(y, x)dy \tag{16d}$$

$$\omega(z, y) = \int \chi(z, x)\breve{\varphi}(x, y)dx \tag{16e}$$

$$\varphi(y, x) = \int \breve{\omega}(y, z)\, \chi(z, x)dz \tag{16f}$$

ilişkilerine sahip oluruz. Bu ilişkiler tam anlamıyla (13)'te verilen ayrık duruma karşılık gelir.

---

yonlar ve φ_{ik}'yı açılım katsayılarının kümesi olarak da düşünebiliriz. Bunun nedeni, açılımımızın toplamın ilk alt indis üzerinden tanımlanmış olmasıdır. Ancak (13*d*)'yi

$$\chi_{mk} = \sum_i \breve{\varphi}_{ki}{}^* \breve{\omega}_{im}{}^*$$

biçimine dönüştürebiliriz. Bu biçimde $\breve{\varphi}^*$ fonksiyonu açılım katsayılarını ve $\breve{\omega}^*$ temel fonksiyonları temsil eder.

Çok türlü durumda, durum daha karışıktır; çünkü $\psi(x)$'ten σ_i'ye olan adım, yapısal olarak farkını sürekli ve ayrık değişkenler arasındaki farka borçlu olduğu için tersine çevrilmiş adımdan farklıdır. Dolayısıyla asıl dönüşümle aynı yapıya sahip bir ters dönüşüm tanımlayamayız ve tersine çevrilmiş adımı § 9'daki (2) biçiminde bırakmak durumundayız.

Dahası ω dönüşümünü ayrık ya da çok türlü bir matris olarak seçmemize bağlı olarak dönüşümlerin yinelenmesi sırasında farklılıklar ortaya çıkacaktır. Ayrık bir ω kullandığımızda, dönüşümler üçgeni için elimizde

$$\psi(x) = \sum_i \sigma_i \varphi_i(x) = \sum_m \tau_m \chi_m(x) \qquad (17a)$$

$$\sigma_i = \sum_m \tau_m \omega_{mi} = \int \psi(x)\, \varphi_i^*(x) dx \qquad (17b)$$

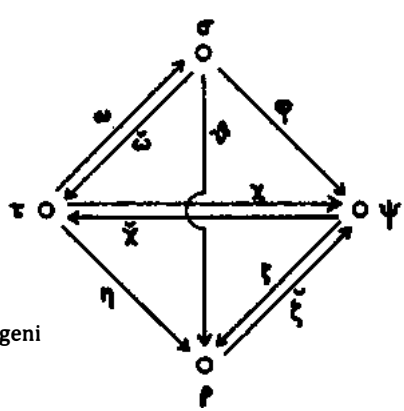
$$\tau_m = \int \psi(x)\, \chi_m^*(x) dx = \sum_i \sigma_i \breve{\omega}_{im} \qquad (17c)$$

$$\chi_m(x) = \sum_i \omega_{mi} \varphi_i(x) \qquad (17d)$$

$$\omega_{mi} = \int \chi_m(x)\, \varphi_i^*(x) dx \qquad (17e)$$

$$\varphi_i(x) = \sum_m \breve{\omega}_{im} \chi_m(x) \qquad (17f)$$

ifadeleri olur. Bu ilişkiler, ters dönüşüm için $\varphi_i^*(x)$'nin bir sembolün yerini almasıyla tek türlü durumun ilişkilerini temsil eder.



Şekil 8. Dönüşümler dörtgeni

Daha önce olduğu gibi bu ilişkiler sağ taraftaki ilk terim açılım katsayılarına, yerine geçen terim de temel fonksiyonlara karşılık gelecek şekilde yazılırlar. Çok türlü bir ω'ya karşılık gelen ilişkiler kolayca türetilebilirler.

Bir dönüşümler dörtgenini oluşturan ilişkiler, dört farklı temel fonksiyonun durumuna genişletilebilirler (şekil 8). İlişkileri sadece ayrık durumlar için yazarız. Böylece şekil 8'de her zaman okları takip ederek ve yay işaretinin kullanımının okun tersine çevrilmesi olduğunu bilerek

$$\varphi_{ik} = \sum_m \breve{\omega}_{im} \chi_{mk} \qquad \zeta_{kl} = \sum_n \breve{\chi}_{kn} \eta_{nl} \tag{18}$$

$$\vartheta_{il} = \sum_k \varphi_{ik}\zeta_{kl} = \sum_k\sum_m\sum_n \breve{\omega}_{im}\chi_{mk}\breve{\chi}_{kn}\eta_{nl} = \sum_m \breve{\omega}_{im}\eta_{ml} \tag{19}$$

ifadelerini

$$\sum_k \chi_{mk}\breve{\chi}_{kn} = \delta_{kn} \tag{20}$$

ifadesi sayesinde yazabiliriz. $\sigma\psi\tau$, $\psi\tau p$, $\sigma\psi p$ üçgenleri için varsaydığımız gibi dönüşümler üçgeninin ilişkilerinin $\sigma p\tau$ dördüncü üçgeni için de geçerli olduğunu görürüz. Bu, sürekli ve çok türlü durumlar için de kanıtlanabilir.

Bu sonuçları ϑ ve χ köşegen dönüşümleri arasındaki ilişkiye ulaşmak için kullanabiliriz.

$$\breve{\omega}_{im} = \sum_k \varphi_{ik}\breve{\chi}_{km} \tag{21}$$

ifadesiyle birlikte (19) ifadesi

$$\vartheta_{il} = \sum_k\sum_m \varphi_{ik}\breve{\chi}_{km}\eta_{ml} \tag{22}$$

ifadesine yol açar. Çizgenin yorumlanmasında bu, (19) "toplamında" $\breve{\omega}_{im}$ terimini (21) "toplamı" ile yer değiştirmiş olduğumuz anlamına gelir. Bundan dolayı (22) ilişkisi, $\varphi, \breve{\chi}, \eta$ oklar dizisinin ϑ okuna denk olduğunu ifade eder. (12)'de kullanılan yazım biçimini uygulayarak (22)'yi

$$Trn(\sigma, p) = Trn(\sigma, \psi) \times Trn(\psi, \tau) \times Trn(\tau, \dot{p}) \qquad (23)$$

biçiminde yazabiliriz.

Bütün bu ilişkiler sürekli ve çok türlü durumlara kolayca aktarılabilir. Daha sonra kullanmak için dönüşümler dörtgeninden alınmış

$$\psi(x) = \sum_k \sigma_k \varphi_k(x) = \sum_m \rho_m \zeta_k(x) \qquad (24)$$

$$\rho_m = \sum_k \sigma_k \vartheta_{km} \qquad (25)$$

$$\varphi_k(x) = \sum_m \vartheta_{km} \zeta_m(x) \qquad (26)$$

$$\chi_k(x) = \sum_m \eta_{km} \zeta_m(x) \qquad (27)$$

ilişkilerini yazarız.

§ 12. Birkaç Değişkenli Fonksiyonlar ve Konfigürasyon Uzayı

Sunulan ilişkiler birkaç değişkenli fonksiyonların durumlarına aktarılabilir. § 9'daki (13) sürekli durumuyla başlayalım. x'i bir $x_1 \ldots x_n$ değişkenleri kümesiyle, y'yi de bir $y_1 \ldots y_2$ değişkenleri kümesiyle yer değiştireceğiz; aynı şekilde integral de çok katlı integralle yer değiştirecek. Böylece § 9'daki (13)-(16) yerine elimizde

$$\psi(x_1 \ldots x_n) = \int \ldots \int \sigma(y_1 \ldots y_n) \varphi(y_1 \ldots y_n, x_1 \ldots x_n) dy_1 \ldots dy_n \qquad (1)$$

$$\sigma(y_1 \ldots y_n) = \int \ldots \int \psi(x_1 \ldots x_n) \varphi^*(y_1 \ldots y_n, x_1 \ldots x_n) dx_1 \ldots dx_n \qquad (2)$$

$$\int \ldots \int |\psi(x_1 \ldots x_n)|^2 \, dx_1 \ldots dx_n = \int \ldots \int |\sigma(y_1 \ldots y_n)|^2 \, dy_1 \ldots dy_n \qquad (3)$$

$$\int \ldots \int \varphi(y_1 \ldots y_n, x_1 \ldots x_n) \varphi^*(z_1 \ldots z_n, x_1 \ldots x_n) dx_1 \ldots dx_n = \delta(y_1, z_1) \ldots \delta(y_n, z_n) \qquad (4)$$

ifadeleri olur. Diklik ve normalizasyon koşulu burada § 9'daki (16)'da tanımlanan imgesel şekilde ifade edilir; bu durumda

sadece sembollerin her birine karşılık gelen y_i ve z_i değerleri birbirine eşitse sonucu sıfırdan farklı δ-sembollerini kullanırız; aksi takdirde bu sonuç sıfıra eşittir. Tek değişken için verilen bütün önermeler ve ispatlar benzer olarak birkaç değişkenden oluşan fonksiyonlar için uyarlanabilir. Dolayısıyla bu genelleştirilmiş açılımın kuramı biçimsel olarak basit açılım kuramında verilir.

§ 9'daki çok türlü durum için benzer matematiksel ifadeler geliştirebiliriz. Böylece σ_i katsayıları yerine $\sigma_{i_1}...\sigma_{i_n}$ katsayılarını elde ederiz ve $\varphi_i(x)$ fonksiyonu yerine $\varphi_{i_1}...\varphi_{i_n}(x_{i_1}...x_{i_n})$ fonksiyonlarına sahip oluruz. Ancak bu sabitlerin ve fonksiyonların sayısı sayılamaz olduğundan dolayı bir i alt indisi tanımlayabiliriz ve çoklu toplama işlemi yerine böylece i üzerinden kolay bir toplama işlemine sahip oluruz. Bundan dolayı

$$\psi(x_1...x_n) = \sum_i \sigma_i \varphi_i(x_1...x_n) \tag{5}$$

$$\sigma_i = \int...\int \psi(x_1...x_n)\ \varphi_i^*(x_1...x_n) dx_1...dx_n \tag{6}$$

$$\int...\int |\psi(x_1...x_n)|^2\ dx_1...dx_n = \sum_i |\sigma_i|^2 \tag{7}$$

$$\int...\int \varphi_i(x_1...x_n)\ \varphi_k^*(x_1...x_n) dx_1...dx_n = \delta_{ik} \tag{8}$$

ifadelerini elde ederiz.

§ 9'daki (9)'da gösterilen ayrık durum, genel duruma aktarılmak zorunda değildir; çünkü bir ayrık ψ_{ik} fonksiyonu her zaman bir alt indise sahip ayrık ψ_i fonksiyonuyla, en azından sadece iki alt indisin de çoklu toplama işlemlerinde kullanıldığı durum için yer değiştirebilir.

Şimdi § 10'da verdiğimizden farklı olan ve bir x değişkeni için de kullanılabiliyor olmasına rağmen, özellikle birkaç değişkenli durum için uygun olan ikinci bir geometrik yorumu değerlendireceğiz. Bu yorumda genelde *konfigürasyon uzayı* denilen, n + 1 boyutlu C uzayının n adet $x_1...x_n$ değişkeninden ve

ek olarak ψ için bir boyuttan oluştuğunu düşünürüz. Böylece (1) açılımı C uzayında bir dönüşüm olarak düşünülebilir.

Diğer durumda da olduğu gibi burada bir pasif ve bir aktif yoruma sahibiz. Pasif yorumda $\psi(x_1 \ldots x_n)$ ve $\sigma(x_1 \ldots x_n)$ fonksiyonlarını aynı olarak düşünürüz; böylece dönüşüm, bir koordinatlar dönüşümü olur. Aktif yorumda $x_1 \ldots x_n$ ve $y_1 \ldots y_n$ sistemlerini tanımlarız; dönüşüm böylece aynı işlemci yorumuna sahip olur ve ψ ve σ yüzeyleri arasındaki uyumlama yapar.

Şimdi bu geometrik yorumla § 10'da tanımlanan yorum arasındaki temel farkı açıklamak zorundayız. Sonraki yorumda dönüşüm bir *noktasal dönüşüm* özelliğine sahiptir. Aktif yorumu kullanırsak F fonksiyon uzayındaki her bir nokta, F'de koordinatları belirlenmiş bir noktayı ifade eder. Ancak C konfigürasyon uzayı cinsinden yapılan yorum noktasal dönüşümlere yol açmaz. Bütün σ yüzeyi bir ψ yüzeyi belirler; ancak bu uyumlama, belli bir aralıkta σ'nın şeklindeki bir değişim (1)'deki integrali ve böylece bütün ψ yüzeyini değiştirdiğinden dolayı nokta nokta yapılmaz. ψ'de hangi noktanın σ'da verilen bir noktaya uyumlandığını söyleyemeyiz. Burada, (1)'de gösterilen yüzeylerin bütün olarak bir uyumlaması olduğundan dolayı *bütünsel dönüşümden* söz edebiliriz.

Aynı özellik pasif yorumda da bulunur; bunun anlamı burada koordinatların dönüşümünün noktasal bir dönüşüm değil de, ψ (ya da σ) yüzeyine bağlı olarak bütünsel bir dönüşüm olduğudur. Bu, genelde koordinatların dönüşümü olarak adlandırılan şeyden farklı olduğu için aktif yorum tercih edilir.

(1)'de verilen ψ ve σ arasındaki ilişki, integral olarak verildiğine göre (1) açılımına *integral dönüşüm* de denir. Bir integral dönüşümün, fonksiyon uzayında noktasal bir dönüşüm ya da konfigürasyon uzayında bütünsel bir dönüşüm olarak yorumlanabileceğini görürüz.

Ayrık ve çok türlü durumlar için konfigürasyon uzayındaki yorum, kullanılabilir olsa bile daha az uygundur.

§ 13. De Broglie İlkesinden Schrödinger Denkleminin Türetilmesi

Bir önceki bölümlerde, tamamen matematik alanına ait ilişkileri sunduk. Bu ve bundan sonraki bölümlerde fizikle ilgileneceğiz. Şimdi göz önünde bulundurmamız gereken fiziksel olgular arasındaki ilişkileri belirleyen, kuantum mekaniksel yöntemdir.

Bu yöntemi anlamak için kuantum mekaniğinin, klasik mekaniğin bir genellemesi olarak oluşturulduğunun farkında olmak durumundayız. Bu genellemeye, klasik fizikte bir denklemin kuantum mekaniğinde bir denkleme uyarlanması yoluyla kurulan bir kuralla ulaşılmıştır. Klasik ilişkiler nedensel ilişkiler ve kuantum ilişkileri de olasılık ilişkileri olduğundan dolayı uyarlama kuralı nedensel yasalara benzer olarak olasılığı belirleyecek şekilde oluşturulur. Böyle bir genelleme yöntemini kullanmak durumundayız; çünkü klasik mekanik, kuantum mekaniği alanını inşa edebileceğimiz tek başlangıç noktasını temsil eder. Diğer taraftan genelleme yönteminin kurulmasının tamamen mantıksal yol göstericisinin olmadığı açıktır. Mantıksal olarak bütün gereken, $h = 0$ limit durumunda yeni ilişkilerin klasik ilişkilere benzer olmasıdır; ancak bu gereklilik genelleme kuralını geniş sınırlar içerisinde keyfi olarak bırakır.

Bundan dolayı bu kuralın oluşturulmasına giden yol, mantıksal akıl yürütmeyle bulunamazdı. Bu yolu işaret eden fizikçinin içgüdüsüydü. Çalışan insanların varsayımlarının kuruluşunu desteklemek için mantıksal düşünceleri kanıt göstermeye kendilerini zorunlu hissettikleri doğrudur ve bu görünüşte

mantıklı düşünce çizgisini hünerli tahminleri matematiksel ifadelerle yer değiştirme işiyle karşılaşanların ellerinde önemli bir araç olmuş olması akla yatkındır. L. de Broglie[1] ışık için keşfedilen dalga ve parçacıkların ikiliğinin maddenin temel parçacıkları için de geçerli olacak şekilde genişletilmesi gerektiği düşüncesini ortaya atmıştır; Schrödinger[2] mekanik ve optiğin, onu geometrik optikten dalga optiğine geçiş modeli üzerinden klasik mekanikten dalga optiğine geçişi oluşturmasına olanak sağlayan mekanik ve optiğin benzerliğini ortaya atmıştır; Heisenberg, atomun içerisindeki bir elektronun yörüngesiyle ilgili ifadeler, doğrudan biçimde doğrulanamadığından dolayı matrisler arasındaki ilişkiler olarak gösterilen geçiş olasılıklarıyla ilgili ifadelerin temel parçacıklarla ilgili söylenebilecek bütün her şeyi içermeleri gerektiğine inanmıştır. İnceleme, eleştirinin başarılı dönemini de kapsayarak göstermiştir ki bu çıkarımların sonuçlarının doğru olmasına rağmen, çıkarımların kendileri geçerli olarak düşünülemezlerdi. Bugün sağlam temelli bir fizik kuramı olarak ortaya çıkan şey, sonuçlarımızı doğrulayan elde edilmiş matematiksel sistemin yeni icat edilmiş deneyler sonucunda ortaya çıkan öngörü gücüyle birlikte bilinen gözlemsel sonuçlarla şaşırtıcı uygunluğudur. Dolayısıyla kuantum mekaniğinin tarihsel gelişimi, bütün bilimsel araştırmalar için yapılması gereken *keşif bağlamı* ve *doğrulama bağlamı* arasındaki ayrımın bir gösteriminden oluşur.[3] Burada Schrödinger'in bir keresinde kendisinin büyük kuantum mekaniksel keşiflerinden birkaç yıl önce bana yazdığı bir mektupta kullandığı bir deyimi yazmaya iznim varsa, keşfin yolu "içgüdüsel tahmin et-

---

1 *Ann. d. Phys.* (10), c. 3 (Paris, 1925), s. 22.

2 *Ann. d. Phys.* (4), c. 79 (Leipzig, 1926), s. 361, 489.

3 *Krş.* Yazarın *Experince and Prediction* [*Deneyim ve Öngörü*] (Chicago, 1938), s. 7.

menin karanlığıyla derin biçimde örtülü bir seri çıkarım" boyunca devam eder. Bir kuram inşa edildiğinde doğrulama bağlamında, yani deneysel başarısı boyunca ona sunulan tümevarımsal delil aracılığıyla yargılanmak durumundadır.

Bu ayrımı belirginleştirmek adına Schrödinger'in madde dalgaları için olan diferansiyel denkleminin Planck ve L. de Broglie tarafından sunulan ilkelerden çıkartılabildiği bir yolu göz önüne alalım. Bu aslında Schrödinger tarafından kullanılan yol değildir; bu daha çok, daha sonra oluşturulan ve Schrödinger'in fikirlerinin tam bir analizinin bizi, bu kitabın sadece mantıksal analizi amaçlamasından çok uzağa taşıyan bu yolun mantıksal çıkarımıdır.

Parçacık kavramının ışığın dalga kuramına tanımlanması, Planck'ın kuantum h sabitini tanımlamasına kadar uzanır. Varsayımına göre ν frekansının her bir ışık dalgası[1]

$$H = h \cdot \nu \tag{1}$$

miktarında enerji kuantumuyla donatılmıştır. Planck'ın varsayımı, Einstein'ın fikrinin tamamlayıcısıdır ve benzer şekilde, momentumun miktarı

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \tag{2}$$

olarak her bir ışık dalgasına uyumlanabilir. Momentum, yönü olan bir ifade olduğundan dolayı enerjiden ayrılır; bundan dolayı p_i bileşenlerine sahip bir vektörle gösterilmelidir. Benzer şekilde λ_i ve c_i bileşenlerine sahip vektörlerimiz vardır. (2) ilişkisi sadece vektörlerin p, c ve λ mutlak büyüklükleri için geçer-

[1] Frekans ve dalga boyu için "ν" ve "λ" harfleriyle alışılmış gösterimi takip edeceğiz ve böylece karmaşık değerler için Yunan alfabesini kullanma kuralını koruyacağız.

lidir. Burada bileşenler için olan ilişkimiz şu şekilde gösterilir:

$$p_i = \frac{h}{\lambda^2}\lambda_i \tag{3}$$

Bu ilişkiler, vektör *dalga sayısını*

$$b_i = \frac{\lambda_i}{\lambda^2} \tag{4}$$

olarak tanımladığımızda büyük ölçüde basitleşir. Bu vektörün mutlak b miktarı dalganın hareketi yönünde olan uzunluğun bir birimindeki dalga sayısını ölçer ve $b = \frac{1}{\lambda}$ olarak verilir. (4)'ü kullanarak (2) ve (3)'ü

$$p = h \cdot b \qquad p_i = h \cdot b_i \tag{5}$$

şeklinde yazabiliriz. Böylece momentum ilişkisi Planck'ın (1) ilişkisine gösterimsel bir farkla benzer şekilde oluşturulur; ancak momentum ilişkisi bir vektör ilişkisiyken, enerji ilişkisi skaler bir ilişkidir.

Einstein'ın varsayımı, parçacık özellikleri verilen ışık dalgaları ve böylece ışığın ikili doğasının bir ifadesi olarak yorumlanabilirdi. L. de Broglie dalga ve parçacıkların bu ikiliğini her bir kütlesel parçacığa bir dalga atayarak madde parçacıklarına genişleten kararlı adımı attı. Dalganın ν frekansı parçacığın enerjisi türünden (1) aracılığıyla belirlendi. L. de Broglie, bu dalgaların ω hızının, ışığın hızı c'den farklı olması gerektiğini gördü. Böylece dalganın momentumu (2) ve (5)'e benzer olarak

$$p = \frac{h\nu}{\omega} = \frac{h}{\lambda} = h \cdot b \qquad p_i = h \cdot b_i \tag{6}$$

şeklinde yazılmak zorundadır. L. de Broglie, görelilik ifadelerinden serbest bir parçacığın momentumu, v parçacığın hızını gösterecek şekilde

$$p = \frac{(H\upsilon)}{c^2} = \frac{(h\nu\upsilon)}{c^2} \tag{7}$$

olmak üzere, serbest bir parçacık için dalga hızını (yani faz hızını)

$$\omega = \frac{c^2}{\nu} \tag{8}$$

olarak çıkarttı. (8)'e aykırı olarak, (1) ve (6) ifadeleri serbest parçacıklarla sınırlı değildir, bütün durumlardaki parçacıklar için geçerlidir. Bir parçacığın, q_i parçacığın konum koordinatlarının alışılmış gösterimi olmak üzere, $U(q_1, q_2, q_3)$ potansiyel alanında hareket ettiğini düşünelim. Şimdi sadece bir parçacığın enerji ve momentumunu

$$H = \frac{1}{2m}(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) + U(q_1, q_2, q_3) \tag{9}$$

olarak gösterdiğimiz göreli olmayan ilişki ifadesini kullanalım. Sağ taraftaki ilk gösterim m kütleli parçacığın kinetik enerjisini ve ikinci gösterim $U(q_1, q_2, q_3)$ kuvvet alanındaki potansiyel enerjisini belirtir; H ise parçacığın toplam enerjisidir.

Şimdi ilk olarak kolaylaştırılmış bir durumu, yani potansiyel U'nun q_i'ye bağlı olmayacak şekilde sabit olduğunu düşünelim. Özellikle $U = 0$ ise, bir serbest parçacık durumuna sahip oluruz; ancak U'nun bir sabite eşit olması durumu özünde bu durumdan farklı değildir. U'nun türeviyle bir parçacığa etki eden kuvvet verildiğine göre U'nun bir sabite eşit olduğu durum hiçbir kuvvet alanının olmadığı durumu temsil eder. U'nun sabitliğini q_i değişkenlerini dışarıda bırakarak gösterelim.

Şimdi (9) denklemine (1) ve (5) ilişkilerini yazalım. Böylece

$$h.\nu = \frac{h^2}{2m}(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + U \tag{10}$$

ilişkisine varırız. Planck-de Broglie ilişkisinin bizi, enerji ve momentum arasındaki ilişki için geçerli denklemi frekans ve dalga sayısı arasındaki ilişkiyi betimleyen denkleme dönüştürmemize olanak sağladığını görürüz. Başka bir deyişle: Planck-de Broglie ilişkisi bir parçacık denklemini bir dalga denklemine dönüştürmek için kullanılabilir. Bunları birbirine bağladığından dolayı *frekans dalga boyu denklemi* olarak adlandırılabilir. $\nu = b_i\omega_i$ ilişkisi kullanıldığında dalgaların frekans ve hızını birbirine bağlayan bir yasaya dönüştürülebildiğinden dolayı *dağınım yasası* da denir.

Şimdi dalganın

$$\psi = \psi_0 e^{2\pi i(b1q1+b2q2+b3q3\,-\,\nu t)} \qquad (11)$$

karmaşık fonksiyonu şeklinde verildiğini varsayalım. Burada ν ve b_i, değerleri (10) ilişkisine bağlı sabitlerdir. Böylece (11) gösterimi, $\omega = \frac{\nu}{b}$ hızına sahip olan ve (10)'daki frekans dalga uzunluğu koşulunu sağlayan b_i bileşenlerinden oluşan bir vektörün yönünde yayılan bir *tek renkli düz dalgalar* kümesi belirtir. Paralel dalga düzlemlerini yanlamasına kesen birim uzunluğun bir düz doğrusu üzerindeki dalga periyodu sayısı, dikkate alınan yön boyunca b_i bileşeniyle verilir. Genelde olduğu gibi dalga, sanal bir üsle üstel bir gösterim kullanarak gösterilir. Bu, başka türde dalgalar için de, örneğin ses dalgaları için de kullanılan matematiksel bir araçtır; trigonometrik fonksiyonlar türünde yazılan gösterimleri kısaltan bir yöntemi temsil eder. (11) şeklindeki belirli simetri özelliklerine sahip birçok dalga kümesini üst üste bindirerek, dalga gösteriminin sanal bölümü çoğunlukla göz ardı edilebilir. Burada dikkate alınan dalgaları diğer dalgalardan ayıran, (11)'e benzer kümelerin üst üste binmesinde bile ψ'nin büyüklüğü bir karmaşık sayıdır; dolayısıyla ortaya çıkan gösterimin sanal bölümü ortadan kaldırılamaz.

Dalga mekaniğinin başlıca bölümlerinden biri olan bu özelliğin anlamı, § 20'de açıklanacaktır.

(11) varsayımı ψ'nin türevlerini aşağıdaki gibi göstermemize izin verir:

$$\frac{1}{2\pi i}\frac{\partial\psi}{\partial q_k} = b_k\psi \qquad \frac{1}{(2\pi i)^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial q_k^2} = b_k^2\psi \; -\frac{1}{2\pi i}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \nu\psi \qquad (12)$$

Bu kolay ilişkiler (10)'daki frekans dalga boyu denklemini *diferansiyel dalga denklemine* dönüştürmemize olanak sağlar. Bu amaçla, (10)'daki her bir terimi ψ ile çarparız ve sonra (12) değerlerini elde ederiz. Böylece aşağıdaki ilişkiyi elde ederiz:

$$-\frac{1}{2\pi i}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{h^2}{2m(2\pi i)^2}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial q_1^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial q_2^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial q_3^2}\right)+U.\psi \qquad (13)$$

$U = 0$ özel durumunda,

$$-\frac{1}{2\pi i}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{h^2}{2m(2\pi i)^2}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial q_1^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial q_2^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial q_3^2}\right) \qquad (14)$$

denklemine ulaşırız. Bu, *serbest parçacıklara karşılık gelen zamandan bağımsız Schrödinger dalga denklemidir*.

(13) denklemi, *U*'yu sabit kabul ettiğimizden dolayı özünde (14)'ten farklı değildir. Sadece (10)'daki ν ve b_i sabitlerini bağlayan dağınım yasasından dolayı bir fark oluşur; *U* potansiyel alanı sıfırdan farklıysa, dalgalar $U = 0$ durumundanki hızdan farklı ω hızına sahip olurlar.

Şimdi potansiyelin bir sabit değil de, sadece uzaysal koordinatların $U(q_1, q_2, q_3)$ fonksiyonunu olduğu daha genel duruma dönelim. Verilen türetim, bu durumu karşılamaz; çünkü *U*'yu (10)'da q_i'nin bir fonksiyonu olarak düşünürsek, b_i sabit olamaz; ancak sonra (12) ifadesi geçerli olmaz. Dolayısıyla burada kullanılan türetim yöntemi, değişken *U* potansiyeli durumu için hangi diferansiyel denklemi kullanmamız gerektiğini bize

söylemez. Türetim yönteminin "içgüdüsel tahmin etmenin karanlığı" ile yer değiştirmesi gereken yer tam da burasıdır. Schrödinger, değişken *U* potansiyeli durumu için şekli değişmeden kalan (13) denkleminin genişletilebileceğini ve böylece genel olarak dalgaların durumunun

$$-\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{h^2}{2m(2\pi i)^2}\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial q_2^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial q_3^2}\right) + U(q_1, q_2, q_3).\psi \quad (15)$$

denklemiyle kontrol edildiğini gördü.

Bir kuvvet alanındaki parçacıklara karşılık gelen zamandan bağımsız Schrödinger dalga denklemi olarak adlandırılan bu denklemin çözümleri (11)'deki gibi basit değildir; bu, az önce dikkat çekilen noktalarla uyumludur. Bunun yerine, Schrödinger daha karışık türden çözümlerin varlığını ve bu çözümlerin Bohr atom kuramı için gereken matematiksel özelliklere sahip olduklarını fark etti.

Bunu göstermek için Schröndinger

$$\psi = \varphi(q_1, q_2, q_3)e^{\frac{-2\pi i}{h}Ht} \quad (16)$$

şeklindeki denklemleri dikkate aldı. $\nu = \frac{H}{h}$ olduğu için

$$\varphi(q_1, q_2, q_3) = \psi_0 e^{2\pi i(b1q1+b2q2+b3q3)} \quad (17)$$

yazarsak, (11) çözümü bu şekle sahip olur. Ancak (16) denklemi, φ ifadesi (17)'deki özel gösterime sahip olmadığı için daha genel bir türdedir. (17)'yi sağlayan hiçbir çözümün olmadığını görmüş olsak da, (16) genel gösteriminde (15)'in çözümleri bulunmaktadır. (15)'in sol tarafındaki türevi alarak ve (16)'nın *q*'ya bağlı olmayan üstel faktörü silerek, tüm durumlar için

$$H.\varphi = \frac{\hbar^2}{2m(2\pi i)^2}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial q_2^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial q_3^2}\right) + U(q_1, q_2, q_3).\varphi \qquad (18)$$

denklemine varırız. Bu, *bir kuvvet alanındaki parçacıklara karşılık gelen zamandan bağımsız Schrödinger dalga denklemidir.* ψ-fonksiyonunun uzaysal bölümü φ için belirli bir kuralı ortaya koyar. Bazı düzenlilik gereklilikleri eklenirse Schrödinger, bu denklemin genel olarak H sabitinin ayrık değerleri için çözümlere sahip olduğunu ve dolayısıyla, Bohr atomumun enerji düzeylerine denk gelen ayrık enerji düzeylerini belirlediğinin farkına varmıştır.

Verilen türetimi ya da ortaya çıkan dalga denkleminin geçerliliğinin kanıtı olarak Schrödinger tarafından verilen daha karışık türetimleri göz önünde bulundurmadığımızda, kesinlikle Schröndinger'in çalışmasını küçümsemiş olmayız. Böyle bir türetim –ve Schrödinger hiçbir zaman başka bir şey demek istemedi– dalga denklemini *akla yatkın hale* getirir ve bundan dolayı keşif bağlamı içerisinde mükemmel bir rehber sunar. Anlatımımızda bu, (13)'ün tümdengelimsel akıl yürütmeyle doğrulanamayan (15)'teki değişken $U(q_1, q_2, q_3)$ potansiyeli durumuna genişletilmesidir. Ancak sabit bir potansiyeldeki bir parçacık için (13) dalga denkleminin türetilmesi bile, hiçbir şekilde doğal karşılanamayan varsayımlar içerir. Böylece Planckde Broglie ilişkilerinin tanımlanmasından sonra denklem (9)'un kesinlikle geçerli olduğu varsayımına dair elimizde hiçbir *a priori* delil yoktur. Kuantum mekaniğiyle ilgili daha fazla bilgiye sahip olmadan yargılama yaparken kişi, dalgaların (10)'daki ilişkiden daha karışık ilişkilerle kontrol edildiğini, konum ve momentum gibi tanımlanan parçacık kavramlarının yaklaşıklık özelliğini borçlu olduğu basitleştirmelerle (9)'a bağlantılı olduğunu varsayabilir. Durumun bu olmadığının kanıtı, sadece bu denklemin sonuçlarının gözlemlerle doğrulanabilir olduğunun verilmesiyle gösterilebilir.

Sadece bu kanıtın verilmesinden sonra denklemin türetilmesinde kullanılan ilkeleri geçerli sayabilir ve dolayısıyla tersi anlamda türetim işleminin değerlendirilmesini göz önünde bulundurabiliriz. Ancak bu değerlendirmeyi, sadece bu denklemin türetilmesinde kullanılan çıkarımların tersinebilir olması dolayısıyla serbest parçacıklar için olan dalga denklemiyle sınırlamalıyız. Böylece türetimin yönelimini şu şekilde verebiliriz: Schrödinger denklemini sağlayan dalgaları kullanarak serbest parçacıkların dalga yorumu, enerji-momentum ilişkisini sağlayacak şekilde Planck-de Broglie ilkesiyle her zaman parçacık yorumuna çevrilebilir. Başka bir deyişle, *Schrödinger'in dalga denklemi serbest parçacıklar için dalga ve parçacık yorumlarının kesin ikiliğini garanti eder.*

Dalga denkleminin elde edilmesinde bu ikilik ilkesi iyi bir rehber olarak kullanılırken, bu ilkenin kuantum mekaniğinin sorunlarının genel çözümleri için şu anda kullanılmış kurallar sisteminin sunumunda kullanılmaması önerilir. Öncelikle, verilen türetimden ikiliğin serbest parçacıklarla, yani enerjisi, kinetik enerji ve sabit bir potansiyel enerjiden oluşan parçacıklarla sınırlı olduğu açıktır. Kuvvet alanındaki parçacıklar, § 33'te tartışılacağı gibi enerji-momentum ilişkilerini sağlamazlar. İkinci olarak ψ fonksiyonunun anlamı dikkate alındığında, bu ilkenin şimdiye kadar hiçbir yararı olmadığı anlaşılır; bu fonksiyonu olasılığa dönüştüren kurallar ikilik ilkesinden türetilemez. Üçüncü olaraksa, sunuma (15) genel denklemiyle değil de, (18) özel denklemiyle başlamak ve bu ilişkiyi H enerjisiyle sınırlanmış olarak değil de, bütün fiziksel olgular için geçerli olacak şekilde tanımlamak daha uygundur. Sonraki açılımın doğrulanması, daha önce de olduğu gibi kendi başarısını gösterir.

Bundan dolayı şimdi, akla yatkın olmaları arzusu taşımadan ve daha eski kuantum fiziğinde türemiş fiziksel kavramlarda bu kuralların kaynağını arama niyetinde olmadan kuantum mekaniksel kurallardan oluşan sistemin bir anlatımına yöneleceğiz. Bu yorum, bu bölümde verilen dalga denkleminin türetilmesine işaret etmez. Verilen türetimde ifade edilen kuralların kanıtını okuyucuya bırakacağız.

§ 14. Fiziksel Varlıkların İşlemcileri, Öz Fonksiyonları ve Öz Değerleri

Kuantum mekaniksel yasaları klasik yasalara uyumlayan *uyarlama kuralı*, *işlemciler* aracılığıyla belirtilir. Burada "işlemci", dönüşümler için olan açıklamamızda kullanılan anlamda (§ 10 ve § 12), yani $\psi(q)$ fonksiyonunu başka bir $\chi(q)$ fonksiyonuna uyumlayan bir kural anlamında kullanılır. Kuantum mekaniğinde kullanılan işlemciler genel olarak iki temel işlemciden oluşur: Diferansiyel oran $\frac{\partial}{\partial q}$ ve q çarpanı. Bu gösterimler işlemcidirler; çünkü verilen $\psi(q)$ fonksiyonunu sırasıyla, $\frac{\partial \psi}{\partial q}$ ve $q \cdot \psi(q)$fonksiyonlarına uyumlarlar. Daha karışık işlemcilerin oluşturulması şu şekildedir. $q_1 \ldots q_n$, $p_1 \ldots p_n$ kanonik değişkenleriyle klasik biçimde bir mekanik probleminin verilmiş olduğunu varsayalım. Klasik olarak konuşursak, bu değişkenlerin bir fonksiyonu olarak

$$u = u(q_1 \ldots q_n, p_1 \ldots p_n) \tag{1}$$

şeklinde verilirse, u fiziksel varlığı belirlenmiş olur. u'nun, p_i'lerin polinomu olduğunu varsayabiliriz. Şimdi

q_i işlemcisi için: q_i ile çarpım
$f(q_i)$ işlemcisi için: $f(q_i)$ ile çarpım (2)

p_i işlemcisi için: $\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial q_i}$

p_i^2 işlemcisi için $\frac{h^2}{(2\pi i)^2}\frac{\partial^2}{\partial q_i^2}$

olacak şekilde, $f(q_i)$'nin q_i'lerin herhangi bir fonksiyonu olduğu ve p_i'lerin daha yüksek mertebeden üslere sahip işlemcilerinin p_i^2 kuralının devamında tanımlandığı şekilde atama yapalım. $u(q_1 ... q_n, p_1 ... p_n)$ fonksiyonu içerisindeki q_i ve p_i koordinatlarının yerlerine bu işlemcileri koyarak, u_{op} bileşik işlemcisini elde ederiz. Böylece (1)'deki $u(q_1 ... q_n, p_1 ... p_n)$ fonksiyonu yerine, u varlığına bir u_{op} işlemcisi atamış oluruz.

Örneğin u fonksiyonu, H enerji fonksiyonu olsun ve $H(q_1 ... q_n, p_1 ... p_n)$ fonksiyonunun § 13'teki (9) biçiminde olduğunu varsayalım. Böylece (2) kuralımıza § 13'teki (9)'da, $U(q_1 ... q_n, p_1 ... p_n)$ ifadesinin bu fonksiyonla çarpım anlamına gelen bir işlemciyi temsil ettiği

$$H_{op} = \frac{h^2}{2m(2\pi i)^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_3^2}\right) + U(q_1, q_2, q_3) \qquad (3)$$

işlemcisi atanır.

Denklem (1) tarafından belirtilen fiziksel bağlam içerisinde u'nun u_{op} işlemcisi tarafından temsil edildiğini söyleriz. Bir varlığa atanmış bir işlemcinin daha ileriki nitelikleri olmadan konuşamayacağımızı fark etmemiz önemlidir; varlık sadece verili bağlamda ortaya çıkmışsa, yani q_i ve p_i'lerin fonksiyonu olarak tanımlanmışsa işlemci belirlenebilir. Sadece sıradan bir dille ifade ettiğimizde bu bağlam, klasik olarak açıklanabilir. Klasik mekaniğe yapılan bu referans göz ardı edilebilirse, işlemciyi fiziksel bağlamın tanımı olarak düşünmek zorundayız.

İşlemci, temsil ettiği varlığı uyumlamak için kullandığımız matematiksel bir araçtır: *Öz fonksiyonlar* ve *öz değerler*. Bu, *ilk Schrödinger denklemi* denilen işlemciyle oluşturulan bir dife-

ransiyel denklem aracılığıyla yapılır. Bütün fiziksel varlıkların sahip olduğu şekle sahiptir; çeşitli varlıklar arasındaki farklar sadece işlemcinin doğasında kendilerini gösterir. Bundan dolayı işlemcinin öz fonksiyonları ve öz değerlerinden bahsederiz.

Aynı zamanda *zamandan bağımsız* Schröndinger denklemi de denilen, birinci Schrödinger denklemi her zaman

$$u_{op}\,\varphi(q) = u \cdot \varphi(q) \qquad (4)$$

şekline sahiptir. Bu denklem, örneğin fonksiyon φ'nin değişkeni için bütün değerlerinin sonlu olması gerekliliği olarak belirli bir düzenlilik gerekliliğiyle birlikte geçerliliğini korumak durumunda olduğuna göre genel olarak u sabitinin sadece belirli ayrık u_i değerleri için φ'nin çözümlerine sahip olur; bu u_i değerleri u varlığının öz değerlerini oluşturur. *Öz değerlerin ayrık tayfında* böyle bir durumdan bahsederiz. Her bir u_i değerine denklemin bir çözümü olarak bir $\varphi_i(q)$ fonksiyonu aittir; bu $\varphi_i(q)$ fonksiyonları *öz fonksiyonları* oluşturur. Bu durum için (4)'ü

$$u_{op}\,\varphi_i(q) = u_i \cdot \varphi_i(q) \qquad (5)$$

şeklinde yazabiliriz.

Bir diğer durumda sürekli bir u değerleri dağılımı için çözümlerimiz de vardır; böylece *öz değerlerin sürekli bir tayfına* sahip olduğumuzu söyleyebiliriz. $\varphi(q)$ çözümleri, tabi ki u sabitini içerir; böylece $\varphi(u, q)$ şekline sahip olurlar ve sürekli dik fonksiyonlar kümesini oluştururlar. Böylece (4)'teki Schrödinger denkleminin

$$u_{op}\,\varphi(u, q) = u \cdot \varphi(u, q) \qquad (6)$$

biçimine sahip olduğunu varsayabiliriz. Burada u_{op} işlemcisine göre (2)'den yola çıkarak bu işlemci sadece q değişkenlerinde işlemler içerdiğinden dolayı u varlığının sabit özelliğine sahip

olduğunun farkında olmalıyız. Bu u sabiti (5)'teki i alt indisinin yerini alır ve (4)'ün φ çözümlerini sınıflandırır.

Bir u_i öz değeri için (5)'in n adet $\varphi_i(q)$ çözümün olması da mümkündür. Buna *n dereceden yozlaşma* denir.

Yürürlükteki yöntemin işlerliğini göstermek için örneğimize dönelim. (4) genel denklemine (3) işlemcisini yerleştirirsek, § 13'teki (18) diferansiyel denklemini elde ederiz. Düzenlilik gereksinimleriyle birleşerek denklem, sadece enerjinin öz değerleri, yani H_i'lerin ayrık değerler kümesi için çözümlere sahip olur; uyumlanan $\varphi(q_1, q_2, q_3)$ sonuçları enerjinin öz fonksiyonlarını oluşturur. $U(q_1, q_2, q_3)$ potansiyelinin özel biçimleri için oluşturulan sonraki fonksiyonların örnekleri kuantum mekaniği ders kitaplarında verilmiştir.

Şimdiye kadar geliştirilen matematiksel teknik aracılığıyla verilen bağlamda her bir fiziksel varlığa bir öz değerler ve öz fonksiyonlar kümesi uyumlayabiliriz. Bu kavramların matematiksel önemi, *birinci Schrödinger denklemi tarafından tanımlanan öz değerlerin bir dik küme oluşturması ve öz değerlerin gerçel sayılar olmasından* kaynaklanır.

Bu kuramın kanıtı işlemcilerle ilgili bazı ek bilgileri gerektirir. § 9'da sunulan konuşmanın geometrik halini kullanarak, bu terimin aktif yorumunda bir işlemciyi bir dönüşüm olarak hesaba katabiliriz; böylece $u_{op}\varphi$ gösteriminin uzayın şeklinde değişiklik yaratarak φ vektörüne uyumlanmış bir vektör olduğunu ifade edebiliriz. Bu geometrik yorumda, (4) Schrödinger denklemi u_{op} tarafından gösterilen uzay şekil değişimler kümesinin, sonuç olarak vektör φ'nin basit $u \cdot \varphi$ haline dönüştürüldüğü biçimdeki bir koşulunu ifade eder.

Kuantum mekaniğinin işlemcilerinin hepsi özel bir türdedir: *Doğrusal* ve *Hermitseldirler*. Herhangi φ ve χ vektörleri için, k (vektör değil) herhangi bir karmaşık sayıyı gösterecek şekilde

$$\left.\begin{aligned} u_{op}(\varphi + \chi) &= u_{op}\varphi + u_{op}\chi \\ u_{op}(k \cdot \varphi) &= k \cdot u_{op}\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

ilişkileri sağlanıyorsa, u_{op} işlemcisi *doğrusal* olarak adlandırılır. Bir işlemci herhangi φ ve χ vektörleri için yukarıdaki gibi parantezlerin iç çarpımı ifade ettiği

$$(u_{op}\varphi, \chi) = (\varphi, u_{op}\chi) \qquad (8)$$

ilişkisini sağlıyorsa, *Hermitseldir*.[1] (2)'de tanımlanan işlemcilerin doğrusal ve Hermitsel olduğu gösterilebilir. (2) kuralı kullanılarak daha fazla işlemcilerin oluşturulmasıyla sonraki koşul otomatik olarak sağlanmıyorsa (1) fonksiyonunun şekli, işlemci Hermitsel olacak şekilde yorumlanır. İlgili nitelik, işlemcinin yapısını belirleme kuralına eklenir. Dahası enerji işlemcisi (3)'ün de Hermitsel olduğu gösterilebilir.

Şimdi (4)'ün çözümlerinin dik bir küme oluşturduğunu ve öz değerlerinin gerçel sayılar olduğunu kanıtlayabiliriz. Sonraki koşulu kanıtlamak için $\chi = \varphi$ özel durumunu aldığımızda (8)'i takip eden

$$(u_{op}\varphi, \varphi) - (\varphi, u_{op}\varphi) = 0 \qquad (9)$$

ilişkisiyle başlayalım. Bu ifade, (4) denklemiyle

$$(u\varphi, \varphi) - (\varphi, u\varphi) = 0 \qquad (10)$$

ifadesine dönüştürülebilir. u (vektör değil) bir sayı olduğundan dolayı § 10'daki (21)'e başvurabiliriz ve böylece

---

[1] "Hermitsel" adı Fransız matematikçi Hermite'den türetilmiştir. Bir doğrusal işlemcinin doğal olarak Hermitsel olması gerekmese de, bir Hermitsel işlemcinin doğrusal olduğu gösterilebilir.

$$u \cdot (\varphi, \varphi) - u^* \cdot (\varphi, \varphi) = 0$$
$$u - u^* = 0 \qquad (11)$$

ifadelerini türetebiliriz. $(\varphi, \varphi) = 0$ sadece φ fonksiyonu ortadan kaybolduğunda geçerli olduğuna göre (φ, φ) ile bölme işlemi kabul edilebilirdir. Sonuç u'nun bir gerçel sayı olduğudur. Kümenin dikliğini kanıtlamak için (4) çözümlerinden oluşan φ_1 ve φ_2 fonksiyonlarını varsayalım; sonra (8) ve (4) sayesinde

$$0 = (u_{op}\varphi_1, \varphi_2) - (\varphi_1, u_{op}\varphi_2) = (u_1\varphi_1, \varphi_2) - (\varphi_1, u_2\varphi_2)$$
$$= u_1(\varphi_1, \varphi_2) - u_2^*(\varphi_1, \varphi_2) = (u_1 - u_2)\,(\varphi_1, \varphi_2) \qquad (12)$$

ifadelerini elde ederiz.

Yukarıdaki ifadede u_1 ve u_2'nin birbirinden farklı olduğu varsayıldığına göre (φ_1, φ_2) iç çarpımı yok olmalıdır. Bu durum, bu fonksiyonların dikliğini gösterir. $(\varphi, \varphi) = 1$ koşulu, vektörlerin tanımı (φ, φ) ifadesinin sonlu olması zorunluluğunu gerektirdiğine göre fonksiyonun sonlu olması, uygun bir normalizasyon sabitiyle çarpılarak kolayca sağlanabilir.

Verilen kanıt şu nedenlerden dolayı u, sürekli öz değerler durumuna uygulanamaz. $\varphi(u, q)$ öz fonksiyonları, § 9'da (16) ve (17)'de görüldüğü gibi $x = z$ için $\delta(x, z)$ sembolünü sonsuz yapan $\int|\varphi(u, q)|^2 dq$ sonlu integraline sahip değildir. Dolayısıyla bu tür fonksiyonlar Hilbert uzayında vektörler oluşturmazlar ve böylece (8)'deki φ ve χ yerine kullanılamazlar. Böylece bu fonksiyonlar için $(\varphi_1, \varphi_2) = 0$ sonucu, bu fonksiyonların yansımalı olmamasına bağlı olarak (*krş.* § 9), türetilebilir değildir. Bu türde fonksiyonlar, momentum p'nin öz fonksiyonlarını temsil eden $sbt \cdot e^{\frac{2\pi i}{h}pq}$ biçimindeki Fourier denklemleridir. Bu tür fonksiyonların öz değer sorunu J. v. Neumann[1] ta-

[1] *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* (Berlin, 1932), II: 6-9.

rafından tartışılmıştır; Schrödinger denkleminin sürekli öz tayfının dik bir küme oluşturduğu da gösterilebilir.

§ 15. Yer Değiştirme Kuralı

Şimdi işlemcilerin daha ileri bir özelliğini göz önünde bulundurmalıyız. Bir u_{op} işlemcisi bir φ fonksiyonuna uygulanırsa, yeni bir fonksiyon üretir; bu fonksiyona başka bir v_{op} işlemcisi uygulayabiliriz ve böylece üçüncü bir fonksiyon yaratabiliriz. Bu tekrar eden işlemciler

$$v_{op}u_{op}\varphi \tag{1}$$

olarak gösterilebilir. $v_{op}u_{op}$ birleşimi, iki işlemcinin çarpımı olarak adlandırılan yeni bir vektör olarak düşünülebilir. Burada "çarpım" sözcüğü tabi ki mantıktaki "ilişkisel çarpım" terimine benzer olarak genelleştirilmiş bir anlamda kullanılır. Genel olarak, iki işlemcinin ters sırada uygulanması aynı fonksiyonu oluşturmayacaktır; yani, genel olarak

$$v_{op}u_{op}\varphi - u_{op}v_{op}\varphi = [v_{op}u_{op} - u_{\mathrm{op}}v_{\mathrm{op}}]\varphi \tag{2}$$

ifadesi 0'a eşit olmayacaktır. Bundan dolayı işlemcilerin çarpımı, genel olarak yer değiştirmeli değildir. Burada kullanılan "çarpım" ya da "çarpma" sözcüklerinin anlamlarının farkına varırsak, böyle bir ifadede çelişik olan bir şey tabi ki kalmaz.

Genelde (2) gösterimi φ fonksiyonlarının çoğu için sıfırdan farklı ve sadece φ'nın bazı özel fonksiyonları için sıfıra eşit olacaktır. İki belirli işlemci göz önüne alındığında, *bütün* φ fonksiyonları için (2) gösteriminin kaybolması bu işlemcilerin belirli bir özelliğini temsil edecektir; böylece bu işlemcilere *yer değiştirmeli işlemciler* ismi verilir. Benzer şekilde, bu fonksiyonların dahil olduğu varlıklar *yer değiştirmeli varlıklar* olarak adlandırılırlar. (2)'de *yer değiştirici* olarak adlandırdığımız parantez

içinde olan ifadeyi bir işlemci olarak düşünürsek, sembolik olarak bu özelliği iki işlemcinin yer değiştiricilerinin kaybolduğunu ya da

$$v_{op}u_{op} - u_{op}v_{op} = 0 \tag{3}$$

eşitliğini sağladığını söyleyerek ifade edebiliriz.

Bununla birlikte, (2) gösteriminde φ'dekine benzer olarak kaybolmayan ya da (2)'nin sıfıra eşit olmadığı φ fonksiyonlarının var olmasından dolayı aynı olan işlemciler *yer değiştirmeli olmayan* olarak adlandırılır. Yer değiştiricilerinin kaybolmadığını söyleyerek ya da

$$v_{op}u_{op} - u_{op}v_{op} \neq 0 \tag{4}$$

eşitsizliğinin geçerli olduğunu söyleyerek bu tür işlemcileri nitelendiririz. Karşılık gelen varlıklar *yer değiştirmeli olmayan varlıklar* olarak adlandırılır.

Yer değiştirmeli işlemcilerin ya da varlıkların, tabi ki farklı öz değerlere sahip olsalar da, aynı öz fonksiyon sistemine sahip olduğu gösterilebilir. Bu durum birbirinin fonksiyonu olan varlıklar için geçerlidir. Örneğin u ve u^2 işlemcileri aynı öz fonksiyonlara, ancak farklı öz değerlere sahiptirler. Yer değiştirmeli olmayan işlemci ya da varlıklar tam tersine farklı öz fonksiyon sistemlerine sahiptir.

Kanıt, § 14'teki (4)'ün her iki tarafına u_{op} işlemcisini uyguladığımızda ortaya çıkar:

$$v_{op}u_{op}\varphi = u_{op}v_{op}\varphi$$

İşlemciler yer değiştirmeli olduğu zaman, sol tarafta sıralarını değiştirebiliriz; sağ tarafta § 14'teki (7)'yi kullanarak, işlemciden önce u koyabiliriz. Böylece

$$u_{op}v_{op}\varphi = u \cdot v_{op}\varphi$$

elde ederiz. $v_{op}\varphi$ gösterimini bir birim olarak hesaba katarsak, bu denklem $v_{op}\varphi$'nin § 14'teki (4)'ü sağladığını ifade eder. Yozlaşma durumunu dikkate almazsak, böylece (§ 14'te (4)'teki φ'yi sadece bir sabit farkıyla belirlediğine göre) bir sabit farkıyla $v_{op}\varphi$'nin φ ile aynı olmak durumunda olduğunu çıkarabiliriz. Bu sabite v dersek, böylece

$$v_{op}\varphi = v\varphi$$

eşitliğini elde ederiz. Ancak bu ilişki, u_{op} işlemcisi için § 14'teki (4)'ün şekline sahiptir ve böylece φ'nin de v_{op}'nin bir öz fonksiyonu olduğunu ifade eder. Bu kanıtın tersine çevrilebileceği, yani aynı öz fonksiyonlar varsayımıyla başlarsak, işlemcilerin yer değiştirmeli olduğunun gösterilebileceği kolayca görülebilir. Bunu yer değiştirmeli olmayan işlemcilerin farklı öz fonksiyonlara sahip olması takip eder. Kanıtın yozlaşma durumunu içerecek şekilde genişletilebileceğini de ekleyelim.

Bu iki türdeki işlemcilerin arasındaki ayrım, § 14'teki (2)'de tanımlanan p_{op} ve q_{op} temel işlemcilerine ilişkin olarak önemli bir uygulamaya sahiptir. Bu işlemcileri (aynı alt indis i için, yani p_i ve q_i uyumlanmış değerleri için oluşturulmuş) bir φ fonksiyonuna uygularsak, elimizde

$$p_{op}q_{op}\varphi - q_{op}p_{op}\varphi = \frac{h}{2\pi i}\left[\frac{\partial}{\partial q}(q.\varphi) - q.\frac{\partial \psi}{\partial q}\right] = \frac{h}{2\pi i}\varphi \qquad (5)$$

biçimini elde ederiz. Bunu

$$p_{op}q_{op} - q_{op}p_{op} = \frac{h}{2\pi i} \qquad (6)$$

şeklinde yazabiliriz. Bu denkleme *yer değiştirme kuralı* denir. Momentum işlemcisinin ve konum işlemcisinin değiştirilemez oluşunu ifade eder. Bu duruma aykırı olarak, q_1 ve q_2 ya da p_1 ve p_2 işlemcileri gibi aynı türden iki işlemcinin yer değiştirmeli olduğu kolayca gösterilebilir. Yer değiştirmeli olmayan p_i ve q_i değişkenleri de *kanonik olarak eşlenik değişkenler* ya da *ta-*

mamlayıcı değişkenler olarak adlandırılır. Kanonik olarak eşlenik olmayan (yani farklı alt indisleri olan) p_i ve q_k değişkenleri yer değiştirmelidir.

p ve q işlemcileri, yer değiştirmeli olmayan temel işlemcilerdir. Birbiriyle değişmeli olmayan başka işlemciler de vardır. Sadece p'nin fonksiyonu olan bir işlemci p ile yer değiştirmelidir, fakat q ile değişmeli değildir ve tam tersi şekilde sadece q'nun fonksiyonu olan bir işlemci q ile değişmelidir, fakat p ile yer değiştirmeli değildir. Bununla birlikte, hem q hem de p'nin fonksiyonları, hem q hem de p ile değişmeli olmayabilir; açısal momentum bu duruma bir örnektir.[1]

§ 16. İşlemci Matrisleri

Şimdiye kadar elde edilen sonuçların uygulamalarına dönmeden önce, öz değerleri ve öz fonksiyonları belirlemek için ikinci bir yöntemden bahsedeceğiz.

İşlemcilerin geometrik yorumu, § 9'da açıklandığı gibi doğrusal işlemcilerin matris dönüşümleriyle ifade edilebileceği varsayımını ortaya atar. Bu varsayımın ayrık durum için doğru olduğu gösterilebilir. $u_{op}\varphi$ gibi bir gösterim matris biçiminde bir toplama ya da integralle yer değiştirir.

Bu amaçla, u_{op} işlemcisini bir işlemci matrisine uyarlayalım ve bu matrise τ_{ik} diyelim. τ_{ik}'nın bileşenleri, u_{op}'nin $\epsilon_{(i)}$ birim vektörüne uygulanmasıyla

$$\tau_{ik} = [u_{op}\epsilon_{(i)}]_k \qquad (1)$$

[1] *Krş.* H. A. Kramers, *Grundlagen der Quantentheorie* (Leipzig, 1938), s.166.

olarak tanımlanır (*krş.* § 10). Böylece u_{op} işlemcisinin ayrık χ_i fonksiyonuna uygulanmasının

$$[u_{op}\chi]_k = \sum_i \chi_i \tau_{ki} \tag{2}$$

toplamına denk olduğu gösterilebilir. Sol taraftaki ifade, u_{op}'nin χ_i'ye uygulanmasının sonucu olarak ortaya çıkan fonksiyonun k bileşeni anlamına gelir.

İşlemcilerin Hermitsel özelliğini gösteren § 14'teki (8) koşulunun τ_{ik} işlemci matrisinin

$$\tau_{kl} = \tau_{lk}^* \tag{3}$$

koşulunu sağladığı duruma denk olduğunu gösterebiliriz. § 14'teki (8)'i, § 10'daki (18)'e uygun bir toplam şeklinde yazarak, (2) ile birlikte

$$\begin{aligned} 0 &= (u_{op}\varphi, \chi) - (\varphi, u_{op}\chi) = \sum_k [u_{op}\varphi]_k \cdot \chi_k^* - \sum_i \varphi_i [u_{op}\chi]_i^* \\ &= \sum_k \sum_i \tau_{ki}\varphi_i \chi_k^* - \tau_{ik}^* \varphi_i \chi_k^* = \sum_k \sum_i (\tau_{ki} - \tau_{ik}^*) \varphi_i \chi_k^* \end{aligned} \tag{4}$$

elde ederiz. Bu herhangi iki φ ve χ vektörü için geçerliyse, son terimde parantez içindeki ifade kaybolmak zorundadır. Böylece elimizde $\tau_{ki} = \tau_{ik}^*$ olur.

Ayrık durumda bir işlemci matrisini her zaman bir doğrusal işlemciye uyumlayabiliyorken, sürekli durum için bu durum her zaman mümkün değildir. $\tau(q', q)$ gibi bir matris varsa, işlemcinin uygulanması aşağıdaki integrale denktir:

$$[u_{op}\chi]_{q'} = \int \chi(q)\, \tau(q', q) dq \tag{5}$$

Sol taraf, noktasında ortaya çıkan fonksiyonun değerini verir. Daha önce de § 13'te (10) ifadesiyle tanımlandığı gibi işlemcinin Hermitsel özelliğinin,

$$\tau(q', q) = \tau^*(q, q') \tag{6}$$

koşuluna denk olduğu gösterilebilir. § 14'teki (8) koşulunun (3) ve (6)'ya göre avantajı, hiçbir işlemci matrisi yoksa bile § 14'teki (8)'in her zaman uygulanabilir olmasındadır.[1] Çok türlü işlemciler için, yani ayrık fonksiyonu sürekli bir fonksiyona veya tam tersine uyumlayan işlemciler için, Hermitsel özellik tanımlanamaz.

Sürekli bir işlemci matrisinin var olmadığı durumlarda, istenilen özelliklere en azından yaklaşık olarak sahip olan matrisler tanımlayabiliriz. Bu yaklaşıklığa *Dirac fonksiyonları* aracılığıyla ulaşılır (*krş.* § 9). q ve $\frac{\partial}{\partial q}$ temel işlemcilerinin her ikisinin de bu türde bir işlem gerektirdikleri ve matris fonksiyonları olarak Dirac fonksiyonlarına sahip oldukları ortaya çıkar. q işlemcisinin matris fonksiyonu, $\delta(q', q)$ ifadesinin $\frac{\partial}{\partial q}$ işlemcisinin birinci türevi olduğu $q \cdot \delta(q', q)$ fonksiyonudur.

Bir fiziksel varlığın işlemci matrisini oluşturmak için, öncelikle § 14'teki (2) kuralı aracılığıyla Schrödinger işlemcisini oluşturmak ve sonra da (1)'de kullanmak gerekli değildir. § 14'teki klasik (1) fonksiyonundan başlayarak p ve q varlıklarına uyumlanmış matrisler verildiğinde, doğrudan τ_{ik} matrisini oluşturulabilir; böylece τ_{ik} matrisi p ve q matrislerinin fonksiyonları olan matris bileşenlerinden oluşur. Bu işlemci matrislerin oluşturulması için gerekli kurallara burada yer vermeyeceğiz, ancak okuyucuyu kuantum mekaniği ders kitaplarına yön-

---

[1] Aynı zamanda hem Hermitsel hem de üniter olan matrisler oluşturmak mümkündür. Bu tür matrisler için § 11'de (2) ve (15) ile birlikte (3) ve (6)'ya sahibiz:

$$\varphi_i = \varphi_{ik}^{-1} \qquad \varphi(q', q) = \varphi^{-1}(q', q)$$

Ancak kuantum mekaniğinin matrisleri genelde iki koşuldan birini sağlar. Fiziksel varlıklara uyumlanmış matrisler ya da işlemciler Hermitseldirler; öz fonksiyonlar ya da dönüşümler olarak kullanılan matrisler üniterdir.

lendireceğiz. Bu *matris mekaniğindeki* bir sonraki kural, § 15'te (6) ifadesindeki yer değiştirme kuralıdır; bütün diğer matris işlemcileri p ve q matrislerinin fonksiyonları olduğuna göre p ve q işlemcilerinin temel özellikleri bütün diğer matrislerin yapısında ifade edilir.

Fiziksel varlıkların işlemci matrisleri bir kere oluşturulduğunda, bunların öz değerlerini ve öz fonksiyonlarını belirlemek için kullanılabilirler. Bu amaçla kullanılan yöntem bir kez daha Schrödinger yönteminden bağımsızdır ve bundan dolayı Schrödinger denklemini kullanmaz; onun yerine, şu önermeye dayanır.

Matris önermesi: τ_{ik}'yı $u_i \cdot \delta_{ik}$ köşegen matrisine çeviren bir φ_{ik} birim matrisi, yani sadece $i = k$ köşegen noktalarında sıfırdan farklı değerlere sahip olan bir matris oluşturunuz; bu köşegen matrisin u_i değerleri u'nun öz değerleridir, ve φ_{ik} matrisi u'nun öz fonksiyonlarını temsil eder.

Bu şekilde tanımlanan öz değerler τ_{ik}'nın Hermitsel özelliği ve φ_{ik}'nın üniterlik özelliğinden dolayı gerçel sayılardır; aynı zamanda sonraki özellik φ'nin tam bir dik sistem oluşturduğunu garanti eder. Bu yöntemde yer değiştirme kuralının oynadığı temel rol şu sonuca göre açıkça verilir: τ_{ik}'nın bileşenleri p ve q matrislerine bağlı olsa da, τ_{ik}'nın öz değerleri, yani τ_{ik}'nın dönüştürüldüğü köşegen matrisin değerleri, matris sadece yer değiştirme kuralını sağlıyorsa p ve q bileşenlerine bağlı olmaz. Başka bir deyişle: p ve q matris bileşenlerini τ_{ik}'nın öz değerleri arasından elememize olanak sağlamak için sonraki kural, bu bileşenler arasında yeterli sayıda ilişki tanımlar. Böylece fiziksel varlıkların öz değerlerini tanımlı yapan kural, yer değiştirme kuralıdır.

$\tau(u, q)$ sürekli işlemci matrisleri için benzer bir matematiksel formül verilebilir.

Bu formül, L. de Broglie ve Schrödinger'in dalga kuramından bağımsız olarak Heisenberg, Born, Jordan[1] ve ayrı olarak Dirac[2] tarafından tanımlanan bu matris mekaniğidir. Dalga kavramlaştırmalarına ulaşmak adına, § 14'te (4)'teki diferansiyel denklemi oluşturduktan sonra Schrödinger peş peşe bir makalede,[3] § 14'teki (4)'te tanımlandığı üzere öz değerler ve öz fonksiyonlar matris önermesinde tanımlananla aynı oldukları için bu diferansiyel denklemin matematiksel olarak matris mekaniğinin önermelerine eşdeğer olduğunu gösterdi. Matematiksel olarak, § 14'te (4)'te tanımlanan diferansiyel denklemin çözümü gereken özelliklerde bir φ birim matrisinin bulunmasından daha kolay olması dolayısıyla Schrödinger yöntemi daha avantajlı durumdadır ve aslında bu türde birim matrislerin oluşturulması genelde Schrödinger denkleminin kullanımıyla verilir. Bu kuantum mekaniğinin matris biçiminin genellikle işlemci biçimiyle, yani (2) veya (5)'teki işlemci arasındaki denkliğin sağlandığı ve matris toplamının kullanılmadığı bir biçimle yer değiştirmesinin nedenidir. Böylece işlemcilerin öz değerleri ve öz fonksiyonları matris önermesinin kullanımını gereksiz kılarak § 14'teki (4)'te gösterilen Schrödinger denklemiyle tanımlanırlar.

§ 17. Olasılık Dağılımlarının Belirlenmesi

Öz değerler ve öz fonksiyonlar, verili bir fiziksel bağlamda fiziksel varlıkların özelliklerini belirlerler. Ancak yapısal ilişkilerin bir toplamı olarak *fiziksel bağlamı*, yapıya ek olarak dâhil olan varlıkların olasılık dağılımlarının belirlemesini içeren *fiziksel durumdan* ayırt etmek zorundayız.

---

1 *Zeitschr. f. Phys.*, 35 (Berlin, 1926), s. 557.

2 *Proc. Roy. Soc. London* (A), c. 109 (1925), s. 642.

3 *Ann. d. Phys.* (4), c. 79 (Leipzig, 1926), s.734.

Klasik anlamda, bu ayrım bir tarafta fiziksel problemin *işlevsel ilişkilerine* denk gelirken, diğer taraftan varlıkların *sayısal değerlerine* denk gelir. İşlevsel ilişkilerin toplamı bağlamı belirler; ancak durum sadece ek olarak varlıkların sayısal değerleri verilirse bilinebilir. Kuantum mekaniğinde işlevsel ilişkiler, ilk Schrödinger denklemiyle birleşerek öz değerleri ve öz fonksiyonları belirleyen *işlemcilerin yapısıyla* yer değiştirir. Diğer yandan, sayısal değerlerin tespit edilmesi varlıkların *olasılık dağılımlarının* tespit edilmesiyle yer değiştirir. Bu durum, kuantum mekaniğinin muhteşem özelliğini ortaya koyan nedensel yasalardan olasılık yasalarına geçişe karşılık gelir.

Bundan dolayı fiziksel durumun özelliklerinin tanımlanması, öz değerler ve öz fonksiyonlar türünden ifade edilen yapının yanı sıra, olasılık dağılımlarını veren matematiksel bir araç gerektirir. Bu araç, ψ durum fonksiyonudur. Şimdi bu fonksiyonun nasıl ortaya çıkarılacağı sorusunu erteleyerek, olasılık dağılımlarını nasıl belirlediğini açıklamakla ilgileneceğiz.

ψ durum fonksiyonu q koordinatlarının bir fonksiyonudur; ek olarak, genelde t zamanına bağlıdır. Böylece $\psi(q_1 \ldots q_n, t)$ veya $\psi(q, t)$ biçimine sahiptir. İkinci terim, daha önce gösterilen $q_1 \ldots q_n$ yerine q yazdığımız bir kısaltma olarak düşünülebilir. ψ'nin zamana bağımlılığına daha sonra (§ 18'de) döneceğiz; şimdilik t'yi göz ardı ederek basitçe $\psi(q)$ yazacağız. Bunu t'nin özel bir değerini seçmek gibi algılayabiliriz ve böylece özelleşmiş ψ fonksiyonu ve olasılık dağılımları arasında ortaya çıkan ilişkileri göz önünde bulundurabiliriz; aynı ilişkiler t'nin her bir değeri için de geçerlidir.

ψ'yi ilgilendiren genel gereklilikler bu fonksiyonun *karesinin integrali alınabilir ve normalize edilmiş* olmasıdır, yani

$$\int |\psi(q)|^2 dq = 1 \qquad (1)$$

ifadesinin sağlamasıdır. Zaman bağımlılığıyla ilgili ifademize göre bu koşul her bir t değeri için geçerli olmalıdır. Olasılık yorumuyla yakından ilişkili olan bu koşulun anlamı, yakında ortaya çıkacaktır.

Gözlenebilir değerlerin olasılıklarını belirlemeden önce öncelikle *olası* değerlerin durumunu belirlemeliyiz. Bu gereklidir; çünkü kuantum mekaniğinde, klasik fiziğe aykırı olarak, genel bütün sayısal değerler fiziksel olarak mümkün değerler değildir. İstenen ifade aşağıdaki kuralla verilir:

I. *Öz değerler Kuralı. Verili bir bağlam içerisinde varlığın mümkün değerleri öz değerleri oluşturur.*

Öz değerlerin ayrık tayfının bir örneği bir atomdaki, § 14'te H_{op} işlemcisi için yazılmış (5) ifadesinde yer alan Schrödinger denklemiyle belirlenmiş enerji düzeyleriyle verilir. Schrödinger'in keşfinin en etkileyici yanı, denklemi sayesinde Bohr'un atomun ayrık durağan durumlarının bir öz değer problemi olarak yorumlanabilir olduğunu göstermiş olmasıdır. Sadece öz değerlerin tayfı sürekli ve sınırsızsa, klasik duruma karşılık gelen olası değerlerin listesi de öyle olur. Bu, serbest bir parçacığın konum koordinatlarının öz değerler tayfı türündedir. Birçok durumda öz değerler tayfı kısmen ayrık, kısmen süreklidir. Hidrojen atomunda örneğin ayrık tayf, bir yörüngeden diğerine geçişte üretilir; serbest elektronların yakalanmasına ya da bu işlemin tersi olan iyonlaşmaya sürekli tayf karşılık gelir.

Gözlemlere göre öz değerlerin doğrudan bir anlamı olsa da, öz fonksiyonlar böyle bir anlama sahip değildir; onlar sadece olasılık dağılımlarının türetilmesi için gerekli olan matematiksel araçları oluştururlar. Şimdi tekrar değinmemiz gereken bu dağılımlar, Born tarafından sunulan ve § 2'de özel bir biçimde bahsetmiş olduğumuz aşağıdaki kuralla belirlenir:

II. *Tayfsal ayrıştırma kuralı. $\psi(q)$ fonksiyonunu ilgilenilen varlığın öz fonksiyonlarına genişletirsek, σ_i veya $\sigma(u)$ açılım katsayılarının karesi u_i veya u öz değerlerinden birinin gözlenme olasılığını belirler.*

Bu kural şu matematiksel ifadelerle ifade edilir:

Ayrık durum:

$$\psi(q) = \sum_i \sigma_i \varphi_i(q) \quad (2)$$

$$P(s, u_i) = |\sigma_i|^2 \quad (3)$$

Sürekli durum:

$$\psi(q) = \int \sigma(u)\varphi(u, q)du \quad (4)$$

$$\mathrm{P}(s, u) = |\sigma(u)|^2 \quad (5)$$

P sembolü "olasılığı" ifade etmektedir. Bu olasılıklar, ψ fonksiyonu tarafından özellikleri belirlenen s fiziksel durumuna bağlı olduklarına göre, "s" sembolünü olasılık ifadesinin ilk terimine yerleştirdik. P mantıksal sembolünü kullanmak yerine, bir olasılık fonksiyonunu gösteren "d" matematiksel sembolü aracılığıyla da olasılığı ifade edebiliriz. Böylece (3) ve (5) yerine, elimizde

$$d(u_i) = |\sigma_i|^2 \quad (6)$$

$$d(u) = |\sigma(u)|^2 \quad (7)$$

ilişkileri olur. d fonksiyonu s durumuna bağlıdır; $d_s(u)$ biçiminde bir alt indisle de gösterilebilir. (3) ve (6) olasılıklardır; (5) ve (7) olasılık yoğunluklarıdır, yani herhangi bir u_1 ve u_2 sınırı arasında u üzerinden alınan integralle olasılıklara dönüştürülürler.

§ 9'da verilen açılımlar kuramının yorumuna göre σ, q'ya bağlı olmadığından dolayı (3) ve (5) olasılıklarının da q'ya bağ-

lı olmadığı açıktır. § 9'daki (1), (3) ve (15) ifadesinden dolayı olasılıklar

$$\sum_i |\sigma_i|^2 = 1 \tag{8}$$

$$\int |\sigma(u)|du = 1 \tag{9}$$

koşullarını sağlarlar. Öz değerlerden biri gerçekleşmek durumunda olduğundan dolayı bu koşul gereklidir.

Bir öz değerin yozlaştığı durum için (*krş.* s. 74) (2) açılımı bir anlamda daha karışık bir biçim varsayar. $\varphi_i(q)$'lerin u_i öz değerine sahip n adet öz fonksiyon olduğunu düşünelim; böylece (2) açılımının $\sigma_i\varphi_i(q)$ terimi

$$\sigma_i \sum_{s=1}^{n} \sigma_{i_s}\varphi_{i_s}(q) \tag{10}$$

ile yer değiştirir. σ_i

$$\sum_{s=1}^{n} |\sigma_{i_s}|^2 = 1 \tag{11}$$

koşulunu sağlar. $\sum_{s=1}^{n} \sigma_{i_s}\varphi_{i_s}(q)$ ifadesine biçimsel olarak $\varphi_i(q)$ terimi gibi davranılabilir. Bundan dolayı bir sonraki matematiksel ifadede yozlaşma olasılığı için özel bir gösterim tanıtmayacağız. Yozlaşmanın bir gösterimi, elektronların farklı yörüngelerde çeşitli dizilimlerinden kaynaklanabilecek bir H_i toplam enerjisinin olduğu bir Bohr atomunda verilir. Bu tür her bir düzenleme belirli bir fiziksel durum yaratır ve $\sigma_{i_s}(q)$ öz fonksiyonlarından biriyle temsil edilir. Oradaki bir H_i öz değerine karşılık, burada farklı bir $\sigma_{i_s}(q)$ durumu bulunur; buradaki durumların olasılıkları $|\sigma_i\sigma_{i_s}|^2$ ifadesi tarafından verilir.

(5), (7) ve (9) sürekli durumları için u uygun biçimde seçilmezse, § 9'daki (22)'ye göre bir $r(u)$ yoğunluk fonksiyonunun ortaya çıkacağını belirtmeliyiz; böylece

$$P(s,u) = d(u) = |\sigma(u)|^2 r(u) \tag{12}$$

$$\int |\sigma(u)|^2 r(u) du = 1 \tag{13}$$

ifadelerine sahip oluruz. u yerine u'nun uygun bir fonksiyonu olan u'fonksiyonunu tanımlarsak, $r(u)$ yoğunluk fonksiyonu her zaman elenebilir.

Şimdi ψ fonksiyonunun değişkenleri olarak kullanılan varlıkların olasılık dağılımını belirleyen bir kural eklemek durumdayız. Burada § 2'de bahsedilmiş olan kurala sahibiz:

III. *Karesi alınmış ψ fonksiyonu kuralı. ψ fonksiyonunun değişkeni olan bir q değerinin olasılığı (veya bir $q_1 \ldots q_n$ değerler kümesinin olasılığı)*

$$P(s,q) = |\psi(q)|^2 \tag{14}$$

ifadesiyle verilir.

Bu kural, (1)'deki normalizasyonun anlamını açıklığa kavuşturur. Bütün q değerleri üzerinden alınmış $|\psi|^2$ ifadesinin integrali herhangi bir q değerler bütününün gözlenme olasılığı anlamına gelir ve bu olasılık 1'e eşit olmalıdır.[1]

I-III kuralları bütün kuantum mekaniksel sistemler ve tüm t zaman noktaları için geçerlidir. Bu kurallar matematiksel ifadelerin soyut düzeneklerini gözlemsel varlıklara bağlarlar. Önem kazanmalarının nedeni budur. Olasılıklar her zaman karmaşık sayılı fonksiyonların karesi olarak türetildiğine göre türetilen bu fonksiyonlar bazen *olasılık genlikleri* olarak adlandırılırlar.

---

[1] Belirli bazı fiziksel problemler için koşul (1) geçerli değildir ve karesinin integrali alınamayan ψ fonksiyonu kullanılır. Bu $|\psi|^2$'nin bir olasılık olarak değil de, olasılıkların oranını belirlemek için kullanılan bir araç olarak yorumlandığı anlamına gelir.

Biçimsel olarak kural II'nin, kural III'ü içerdiği gösterilebilir. Dikkate alınan u işlemcilerinin $\varphi(u, q)$ öz fonksiyonları u işlemcilerini ve değişkenleri olarak q koordinatlarını içerirler; böylece u ve q arasındaki ilişkileri temsil ederler. Aynı zamanda q'nun öz fonksiyonlarını tanımlamak da mümkündür; bu durumda bu fonksiyonlar, q varlığının fonksiyonun iki konumunu da işgal ettiği ilişkiyi temsil eder. Bu fonksiyonları $\varphi(q', q)$ olarak ifade ederiz. Hatta bu fonksiyonları tanımlamak için u_{op} yerine q_{op} işlemcisini koyarak, § 14'teki (5) Schrödinger denklemini kullanabiliriz; böylece denklem $\varphi(q', q)$'yu temsil etmek için $\delta(q', q)$ Dirac fonksiyonlarını kapsar. $\psi(q)$'yu bu öz fonksiyonlara açarak, *sıradan*

$$\psi(q) = \int \psi(q')\, \delta(q', q) dq' \tag{15}$$

ilişkisini elde ederiz (*krş.* (14), § 9). Bu açılıma uygulanan II kuralının hemen (12)'yi, yani III kuralını kapsadığı görülür.

§ 14'teki (5) Schrödinger denklemi ve φ cinsinden yapılan $\psi(q)$'nun açılımıyla birlikte II kuralı, fiziksel varlıkların ortalamaları için kuantum mekaniğinde sıklıkla kullanılan basit bir ilişkiyi türetmemize olanak sağlar. Olasılık kurallarına göre $d(u)$ dağılımına sahip bir u varlığının ortalaması

$$\mathrm{Av}(u) = \int u\, d(u) du \tag{16}$$

ifadesiyle verilir. İntegralin sırasını değiştirdiğimizde, (7) ve § 9'daki (4) ve (11)'in karmaşık eşlenik ilişkisiyle birlikte,

$$\mathrm{Av}(u) = \int u\, d(u) du = \int u\, |\sigma(u)|^2\, du = \int \sigma(u) u \sigma^*(u) du \tag{17}$$

$$= \iint \sigma(u) u \psi^*(q) \varphi(u, q) du\, dq \tag{18}$$

ifadelerini elde ederiz. Şimdi (4) ile birlikte u_{op}'nin doğrusallığından dolayı ($\sigma(u)$'nun u_{op}'ye göre sabit bir özelliği olduğunu hatırlayalım):

$$u_{op}\,\psi(q) = u_{op}\int \sigma(u)\varphi(u,q)du = \int u_{op}\,\sigma(u)\varphi(u,q)du$$
$$= \int \sigma(u)\,u_{op}\varphi(u,q)du = \int \sigma(u)u\varphi(u,q)du \qquad (19)$$

ifadesine sahip oluruz. Son adım için, Schrödinger denklemini § 14'teki (6) biçiminde kullanmıştık. (19) ile birlikte, (18)'i

$$\mathrm{A}v(u) = \int \psi^*(q)\,u_{op}\,\psi(q)dq \qquad (20)$$

biçiminde yazabiliriz. Bir varlığın ortalaması bazen *beklenen değer* olarak adlandırıldığından dolayı bu matematiksel ifade sıklıkla *beklenti ifadesi* olarak adlandırılır. Biçimsel konuşmak gerekirse (17)'deki son ifadeyle (20)'yi karşılaştırırsak, $\sigma(u)$'nun yerinde $\psi(q)$'nun tanımlanmasının u'nun u_{op} ile yer değiştirmesini beraberinde getirdiğini görürüz.

§ 18. ψ Fonksiyonunun Zamana Bağımlılığı

Şimdi zamanın akışı içerisinde bir fiziksel durumun değişimleriyle ve dolayısıyla ψ'nin t'ye bağımlılığıyla ilgilenen değerlendirmelere döneceğiz. Hareket halindeki bir kütlenin konumu, ya da bir sarkacın açısal sapması gibi değişkenlerin sayısal değerlerinin klasik fizikte değişebiliyor olmasına benzer olarak, kuantum mekaniğinde varlıkların olasılık dağılımları değişebilir.

§ 13'teki (15)'te tanımlanan genel Schrödinger denklemi ψ'nin zamana bağımlılığını kontrol ettiği için burada bu denklemi kullanabiliriz. § 13'teki (15) ifadesi enerjinin özel bir şekli olarak verildiği halde, burada bu denklemin genel şeklini suna-

cağız. Daha önce de olduğu gibi burada da, bu denklemin doğrulanmasının sadece deneysel başarıyla sağlanabileceğini belirtelim. *İkinci Schrödinger denklemi* veya *zamana bağımlı Schrödinger denklemi*

$$H_{op}\psi(q,t) = \frac{ih}{2\pi}\frac{\partial}{\partial t}\psi(q,t) \qquad (1)$$

şekline sahiptir. H_{op}, enerji işlemcisi anlamına gelir. Birinci Schrödinger denklemi her türde fiziksel varlığa sahip bütün işlemcilere eşit şekilde uygulanabiliyorken ikinci Schrödinger denkleminin sadece enerji işlemcisi cinsinden oluşturulabilmesi önemlidir.[1]

(1) ifadesinin gösterimi için H_{op} Hamiltonyen işlemcisinin § 14'teki (3) ifadesinde gösterilen özel biçimi kullanabiliriz. Böylece (1) ifadesi § 13'teki (15) biçimde varsayılır.

(1) genel denkleminin şekli, ψ fonksiyonunun pratik anlamda daima zamana bağımlı olmasını gerekli kılar. Zamandan bağımsız ψ için (1)'in sağ tarafı ortadan kaybolur. Şimdi bütün pratik durumlarda, H_{op} enerji işlemcisi (1)'in sol tarafı ortadan kaybolmayacak şekilde oluşturulur.[2] Böylece ψ zamana bağlı olmalıdır.

(1) denkleminin önemi, t_0 anında ψ'nin şekli yani $\psi(q, t_0)$ verilmişse, her bir t anı için $\psi(q, t)$'nin şeklini belirlemesinden gelir. (1)'in zamana göre birinci dereceden diferansiyel denk-

---

[1] Aslında Schrödinger ilk denklemini de sadece enerji işlemcisi cinsinden geliştirmiştir. Diğer işlemcilere genişletme daha sonra tanımlanmıştır.

[2] § 13'teki (9)'da potansiyel $U = 0$ ise, (1)'in sol tarafı q'da doğrusal olan bir ψ fonksiyonu için yok olur. Ancak böyle bir fonksiyon § 17'deki (1)'de belirtilen normalizasyon koşulunu sağlamaz. Böylece bu durumda da zamana bağımlı bir ψ'ye sahip olmak durumundayız.

lem olmasından dolayı bu özellik sağlanır. Bundan dolayı ikinci Schrödinger denklemi ψ durum fonksiyonunun zamanla değişimini kontrol eden yasayı ifade eder.

Şimdi ψ'nin zamana bağımlılığından kaynaklanan sonuçları § 17'deki (2) ya da (4) biçiminde değerlendirmek durumundayız. ψ, t'ye bağlıysa açılımın sağ tarafında da t değişkenini tanımlamak durumundayız. Bu iki şekilde yapılabilir: φ öz fonksiyonları (durum 1) ya da σ katsıyları (durum 2) t'ye bağlı olarak düşünülebilir. İki durum da kuantum mekaniğinde gözlenir. Aynı zamanda φ ve σ'nın her ikisi de t'ye bağlı olacak şekilde birleştirilebilirler (durum 3).

Zamana bağımlılığın en kolay biçimi § 13'teki (16) özel şeklindeki ψ fonksiyonu tarafından, yani q dışında sadece q'ya bağlı olan bir çarpan, t'yi içeren üstel bir çarpan ve enerjinin H_k öz değerine ayıran

$$\psi_k(q,t) = \varphi_k(q).e^{\frac{-2\pi i}{h}H_k t} \tag{2}$$

fonksiyonuyla verilir. Enerjinin özel bir biçimi için § 13'te verilen zamana bağımlı denklemden zamandan bağımsız denkleme çıkarımlar, (1) genel biçimi için tekrar edilebilir. (2) çözümünü (1)'de yerine yazarsak

$$H_{op}\psi_k(q,t) = H_k\psi_k(q,t) \tag{3}$$

eşitliğini elde ederiz. Bu, § 14'teki (4)'te H_{op} işlemcisi için yazılan birinci Schrödinger denklemidir. Şimdi her iki taraftaki üstel çarpanı iptal edebiliriz; sol tarafta bu mümkündür, çünkü q'ya bağlı olmayan üstel çarpan H_{op} doğrusal işlemcisine göre bir sabit niteliğindedir. Böylece

$$H_{op}\varphi_k(q) = H_k\varphi_k(q) \tag{4}$$

eşitliğini elde ederiz. Daha önce de olduğu gibi, zamandan bağımsız çarpan $\varphi_k(q)$'nun birinci Schrödinger denklemi tarafından belirlendiğini görürüz. $\varphi_k(q)$ bu denkleme karşılık gelecek şekilde seçilirse yani bu denklemin öz fonksiyonunu temsil ederse, (2) ifadesinin $\psi_k(q, t)$ fonksiyonu (1)'deki ikinci Schrödinger denkleminin çözümü olacaktır.

Diğer yandan, (2)'deki $\psi_k(q, t)$ fonksiyonu aynı zamanda birinci Schrödinger denkleminin bir çözümü olacaktır; bu durum (3)'te ifade edilmiştir. Birinci Schrödinger denkleminin q'ya bağlı olmayan ama t'ye bağlı olabilecek bir çarpana göre çözümlerini belirlenmemiş olarak bırakır. Bu durum aynı zamanda $\varphi_k(q, t)$ fonksiyonunu enerjinin bir öz fonksiyonu olarak düşünebileceğimizi ifade eder.

Böylece (2)'yi, içinde 1'e eşit olan σ_k dışındaki σ_m katsayıları kaybolan, enerjinin öz fonksiyonları açılımının özel bir durumu olarak düşünebiliriz. Bu yorumda (2), durum 1'i temsil eder. Diğer yandan $m \neq k$ durumu için bütün σ_m'lerin sıfıra eşit olduğu fikrini koruyarak, $\varphi_k(q)$'yı enerjinin öz fonksiyonları olarak da düşünebilir ve böylece (2)'deki üstel çarpanın σ_k katsayısını temsil ettiğini söyleyebiliriz. Bu yorumda (2), durum 2'yi temsil eder. Bu iki durumu, (2)'nin enerjinin bir öz fonksiyonu *aracılığıyla verilen* bir ψ fonksiyonunu temsil ettiğini söyleyerek birleştirebiliriz.

(2)'deki ψ_k, t'ye bağlı olsa da, üstel çarpan 1 mutlak değerine sahip olduğundan ve ψ_k'yı ψ_k^* ile çarptığımızda devre dışı kaldığından dolayı $|\psi_k|^2$, t'den bağımsızdır. Dahası iki yorumda da $|\sigma_k|^2 = 1$'dir. $d(q)$ ve $d(H)$ olasılık dağılımları, bundan dolayı zamandan bağımsızdır. Elimizde *durağan bir durum* bulunmaktadır; ψ dalgaları gözlenebilen varlıkları değişmeden bırakan durağan salınımları temsil ederler. Böyle bir durum, her bir elektronun yörüngesinde hareket ettiği ve toplam enerji

H'nin H_k kesin değerine sahip olduğu Bohr'un atomun durağan durumlarından birine karşılık gelir.

İkinci Schrödinger denklemi, üst üste binme ilkesiyle uyumlu olacak şekilde oluşturulmuştur. Bunun anlamı, çözümlerinin her bir doğrusal birleşiminin de bir çözüm olduğudur. (2)'den daha genel bir biçime sahip olan bir $\psi(q, t)$ fonksiyonu oluşturmak için bu özelliği kullanabiliriz. Buna, içinde σ_k katsayılarının t'den bağımsız olduğu ve ψ_k'nın (2) ifadesi anlamına geldiği

$$\psi(q, t) = \sum_k \sigma_k \psi_k(q, t) \tag{5}$$

açılımını yazdığımızda ulaşılır. (5)'te verilen farklı frekanslardaki dalga paketi, her bir ψ_k (1)'in bir çözümü olduğu için, (1)'in bir çözümü olur.

Zamandan bağımsız öz fonksiyonlar olarak oluşturulduğundan dolayı (5) biçimindeki açılım, durum 1'i temsil eder.

$$\sigma'_k(t) = \sigma_k e^{\frac{-2\pi i}{h} H_k t} \tag{6}$$

kısaltmasıyla (5)'i

$$\psi(q, t) = \sum_k \sigma_k'(t)\, \psi_k(q) \tag{7}$$

biçiminde yazabiliriz. Bu biçimdeki açılım, zamana bağımlı katsayılar ve zamandan bağımsız öz fonksiyonlara sahip olduğumuzdan dolayı durum 2'yi temsil eder. Bu ikili yorum, zaman sadece katsayı ya da öz fonksiyon olarak eklenebilen bir üstel çarpan olarak dâhil olabildiğinden dolayı mümkündür. Üstel çarpan 1 mutlak değerine sahip olduğundan dolayı böyle bir dâhil etme durumu ne § 17'deki (1) normalizasyon koşulunu, ne de § 9'daki (2) diklik koşulunu ihlal eder.

Hem σ_k hem de $\sigma_k'(t)$ katsayıları, kareleri $|\sigma_k|^2$ ve $|\sigma_k'(t)|^2$ zamandan bağımsız olacak şekilde oluşturulmuşlardır. Böylece

enerjinin zamanla değişmeyen bir $d(H)$ olasılık dağılımına sahip oluruz. $|\psi(q,t)|^2$ fonksiyonunda durum farklıdır. Bu fonksiyon zamana bağlıdır, çünkü (5) veya (7)'deki toplamı karmaşık eşleniğiyle çarptığımızda, üstel çarpan kaybolmaz ve $e^{\frac{-2\pi i}{h}(H_k - H_m)t}$ olur. Böylece burada elimizde zamanla değişen bir $d(q)$ olasılık dağılımı olur. (5) veya (7) ψ fonksiyonu bundan dolayı durağan durumu temsil etmez, ancak Bohr modelindeki durağan haller arasında geçişlerin olduğu bir durumu temsil eder. Bahsedilen üstel terim, üsteli aracılığıyla Bohr'un ışınımın yayınımı kuralına karşılık gelecek biçimde bu geçişlerin $\frac{H_k - H_m}{h}$ frekansına sahip salınımlarla birleşik olduğunu ifade eder. Ancak bu durağan olmayan hal, önceki kuantum kuramı tarafından bilinmeyen *durağan hallerin üst üste binmesi* olarak (5)'te ifade edilir.

Yukarıda verilen çıkarımları tersine çevirirsek, $\psi(q,t)$ fonksiyonu enerjinin zamandan bağımsız $\varphi_k(q)$ öz fonksiyonlarına genişletilebiliyorsa, yani (7) biçimine sahipse, $\sigma_k'(t)$ katsayılarının (6) biçimine sahip olmaları gerektiğini ve böylece sadece 1 büyüklüğünde üstel çarpan kadar zaman değişkenine sahip olacaklarını kanıtlayabiliriz. Başka bir deyişle, en azından enerjinin zamandan bağımsız öz fonksiyonları tanımlanabiliyorsa, genel durum her zaman durağan durumların üst üste binmesi olarak yorumlanabilir. Kanıt şu şekilde gösterilir. (7)'den, son adım için birinci Schrödinger denklemini ikinci satırda kullanarak iki ilişkiyi çıkarabiliriz:

$$\frac{ih}{2\pi}\frac{\partial \psi}{\partial t} = \sum_k \frac{ih}{2\pi}\frac{d\sigma_k^1}{dt}\varphi_k \tag{8}$$

$$H_{op}\psi = \sum_k \sigma_k' H_{op}\varphi_k = \sum_k \sigma_k' H_k \varphi_k \tag{9}$$

Her iki satırdaki terimler, (1)'e göre eşittir. Açılımların katsayılarının karşılaştırılması

$$\frac{ih}{2\pi}\frac{d\sigma_{k'}}{dt} = \sigma_k{}'H_k \tag{10}$$

ifadesini sağlar. Bu diferansiyel denklem σ_k'yı (6) biçiminde olacak şekilde belirler.

Bu sonuç şu şekilde ifade edilebilir: $\psi(q, t)$ fonksiyonunun şekli ne olursa olsun, enerjinin olasılık dağılımı daima zamandan bağımsızdır.[1] Bu kuram, enerjinin korunumu ilkesinin kuantum mekaniksel genellemesi olarak düşünülebilir. Benzer sonuçlar, enerjiyle yer değiştirmeli olan ve klasik anlamda hareket denklemlerinin zamandan bağımsız integralleri olan başka varlıklar için de elde edilir.

$\psi(q, t)$ fonksiyonunu herhangi bir başka v varlığının enerjiyle yer değiştirmeli olmayan $\chi_m(q)$ öz fonksiyonları türünde açarsak

$$\psi(q, t) = \sum_m \tau_m(t)\, \chi_m(q) \tag{11}$$

ifadesini elde ederiz. Burada $\tau_m(t)$ açılım katsayıları (6) özel biçimine sahip değillerdir, yani 1 değerine sahip üstel çarpanla çarpılmış bir sabit içermezler. Kareleri $|\tau_m(t)|^2$ bundan dolayı zamana bağımlıdır. Bir v varlığının enerjiyle yer değiştirmeli olmayan $d(v)$ olasılık dağılımı genel olarak zamanla değişiklik gösterir. Sadece (2) durağan durumunda, yani ψ'nin enerjinin bir öz fonksiyonu olarak verildiği bir durumda başka v varlıklarının $d(v)$ olasılık dağılımları zamandan bağımsız olacaktır. Bu durum, (2)'nin v'nün $\chi_m(q)$ öz fonksiyonlarına açılımının

[1] Bu sonuç zamana bağımlı enerji işlemcisiyle sınırlıdır. Daha genel durumların tartışmasına burada girmeyeceğiz.

sadece $\varphi_k(q)$'ya açılarak oluşturulabilmesinden ve dolayısıyla τ_m sabit katsayılarıyla

$$\psi_k(q,t) = e^{\frac{-2\pi i}{h}H_k t} \sum_m \tau_m \chi_m(q)$$

$$= \sum_m \tau_m e^{\frac{-2\pi i}{h}H_k t} \chi_m(q) \qquad (12)$$

olarak yazılabilmesinden dolayı mümkündür. Daha önce de olduğu gibi, buradaki üstel çarpan ya katsayıda ya da öz fonksiyonda yer alır. Her iki durumda da katsayıların kareleri zamandan bağımsızdır.

Bu bölümün sonucu şu şekilde özetlenebilir. Durum fonksiyonu ψ daima zamana bağlıdır, yani $\psi(q, t)$ biçimine sahiptir. Zamana bağımlılığı, (1)'deki ikinci Schrödinger denklemi tarafından kontrol edilir. Durağan durumlarda $\psi(q, t)$, enerjinin bir öz fonksiyonu olan zamandan bağımsız bir $\varphi_k(q)$ ve t içeren 1 değerinde üstel bir çarpandan oluşur. Göz önünde bulundurulan biçimin durağan olmayan durumlarında, enerjinin öz fonksiyonları olarak genişletilmişse, $\psi(q, t)$ fonksiyonu (5) ya da (7) biçimine sahiptir ve böylece (6)'ya göre 1 değerine sahip üstel bir çarpan da zamanı içeren sabit σ_k ya da $\sigma_k'(t)$ katsayılarına yol açar. $|\sigma_k|^2$ ve $|\sigma_k'(t)|^2$ olasılık fonksiyonları bundan dolayı zamandan bağımsızdır. Durağan olmayan $\psi(q, t)$ enerjiyle yer değiştirmeli olmayan bir v elamanının öz fonksiyonlarına açılırsa, $\tau_k(t)$ katsayıları (6)'dan farklı biçimde zamanı içerir ve $|\tau_m(t)|^2$ olasılık dağılımı böylece zamana bağlı olur.

Sonraki bölümlerde ψ fonksiyonunda t değişkenini göstermeyeceğiz, sadece $\psi(q)$ yazacağız. Böylece açıklanacak olan tüm ilişkiler, tüm t değerleri için geçerli olacak şekilde anlaşılacaktır.

§ 19. Diğer Durum Fonksiyonlarının Dönüşümü

Şimdiye kadar $\psi(q)$ fonksiyonunu durum fonksiyonu olarak, yani bir fiziksel sistemin olasılık durumunu betimleyen fonksiyon olarak kullandık. Bunu yaparak ψ, q cinsinden belirtildiğinden dolayı q koordinatlarını başka fiziksel varlıklardan ayırmış olduk. Aynı ayrım § 14'te $\varphi(u, q)$ öz fonksiyonlarını herhangi bir u varlığı ve q koordinatları arasındaki ilişkiler olarak belirleyen (5)'teki Schrödinger Denklemi biçiminde ifade ettik. Şimdi bu ayrımın ortadan kalkabileceğini ve diğer fiziksel varlık sistemlerinin q koordinatları yerine kullanılabileceğini gösterelim.

Şimdi sürekli durumu değerlendirelim. Bu durumda değerlendirmeler, § 9'da açıklanan $\psi(q)$ ve $\sigma(u)$ fonksiyonlarının simetrisine dayanarak yapılır. § 11'deki (16)'yı uygulayarak, açılım katsayıları $\psi(q)$ fonksiyonuyla verilecek şekilde, $\sigma(u)$'yu $\varphi(u, q)$ cinsinden açabiliriz

$$\sigma(u) = \int \psi(q)\, \breve{\varphi}(q, u) du \qquad \breve{\varphi}(q, u) = \varphi^*(q, u) \tag{1}$$

Bunu $\sigma(u)$'nun durum fonksiyonu olması ve $\breve{\varphi}(q, u)$'nın u'ya göre q'nun öz fonksiyonları olması anlamında yorumlayabiliriz. Bu anlayışı kullanarak ve II kuralını $\psi(q)$ açılım katsayısına uygulayarak, § 17'deki (14)'ü yani III kuralını elde ederiz.

Pasif yorumda, F-uzaylarının geometrik dilini kullanarak (§ 10), σ sistemini referans sistemi olarak kullanmak yerine şimdi σ sistemini referans sistemi olarak tanımladığımızı söyleyebiliriz. Tersi alınmış değişkenli σ sistemindeki q varlığının öz fonksiyonları, ψ sisteminde u'nun öz fonksiyonlarının karmaşık eşlenikleridir. Şimdi $\tau(v)$ durum fonksiyonuyla üçüncü bir v varlığı tanımlarsak, dönüşümler üçgenini kullanmak zorunda kalırız (§ 11). ψ sisteminde v'nin öz fonksiyonları $\chi(v, q)$ ise, bu fonksiyonları σ sisteminde v'nin öz fonksiyonları olarak

kullanamayız; bunun yerine § 11'de (16e) ile belirlenen $\omega(v, u)$ öz fonksiyonlarını

$$\omega(v, u) = \int \chi(v, q)\breve{\varphi}(q, u)dq \qquad (2)$$

olarak tanımlamak durumundayız. Şimdiye kadar öz fonksiyonlar için kullandığımız terim bilgisini tekrar gözden geçirmek zorunda olduğumuzu görürüz. Bir fiziksel varlığın öz fonksiyonlarından kolayca bahsetmemeliyiz, ancak fiziksel bir varlığın durum fonksiyonunun değişkeni olarak kullanılan, verilen bir varlığa göre öz fonksiyonları olarak bahsedebiliriz.

Durum fonksiyonunun dönüşümü bazı ek değişiklikler gerektirir. ψ'yi zamana bağımlılığıyla belirleyen ikinci Schrödinger denklemi, $\sigma(u)$'nun zamana bağımlılığını belirleyen benzer bir denkleme dönüşütürülmek zorundadır. Okuyucuyu kuantum mekaniği hakkındaki ders kitaplarına yönlendiriyoruz. [1]

Bu değerlendirmelerle q koordinatlarının mutlaklığı büyük ölçüde saf dışı bırakılmış ve değişkenlerin göreliliğiyle yer değiştirmiştir. Ancak § 14'teki (1)'de ifade edilen klasik bir fonksiyondan bir u varlığının işlemcisine geçişin sadece q ve p değişkenleri için tanımlanmış olmasından dolayı bir miktar mutlaklık arta kalmıştır.

§ 20. ψ Fonksiyonunun Gözlemsel Olarak Belirlenmesi

§ 18'de ikinci Schrödinger denkleminin ψ fonksiyonunu, t_0 anında ψ fonksiyonu verilmişse herhangi bir t anında belirledi-

[1] *Krş.* Örnek olarak, H. A. Kramers, *Grundlagen der Quantentheorie* (Leipzig, 1938), s. 145, 153.

ğini gördük. Dolayısıyla bu yöntemi kullanabilmek adına t_0 anındaki ψ fonksiyonunu bilmek zorundayız. Bu belirleme sadece kuramsal bir araştırmayla yapılamaz; ek olarak deney ve gözlem gerektirir.

Klasik mekanikle arasındaki bir benzerlik bu değerlendirmeleri açıklığa kavuşturmak için kullanılabilir. Schrödinger'in zamanın akışı içerisinde fiziksel varlıkların değerlerindeki değişimi belirleyen ikinci denklemi, nedensel yasaya karşılık gelir. Bu tür yasaları uygulamak için, dâhil olan varlıkların başlangıç değerlerini bilmek zorundayız; bu bilgi deney ve gözlem yoluyla elde edilir. Kuantum mekaniğinde karşılık gelen bu bilgi t_0 anında ψ fonksiyonunda ifade edilir.

ψ fonksiyonunu belirlemedeki zorluklar, kuantum mekaniğinin karmaşık fonksiyonlarının doğrudan doğruya gözlenebilir varlıklarını temsil etmiyor olmasıdır; bu tür varlıkları sadece bu fonksiyonların kareleri temsil eder. Bu kareler olasılıkları gösterir ve dolayısıyla istatistiksel belirleme için uygundur. Şimdi bir karmaşık fonksiyonun karesi, başka birçok karmaşık fonksiyonun karesi aynı olabileceğinden dolayı fonksiyonu belirlemez. Bunun nedeni, bir karmaşık fonksiyonun karesi sadece tek bir gerçel fonksiyon temsil ediyorken kendisinin bir çift gerçel fonksiyonu temsil ediyor olmasıdır. Dolayısıyla bir karmaşık fonksiyonu belirlemek için bir istatistiksel durumun uygun şekilde seçilmiş iki gerçel fonksiyonunu bilmek zorundayız.

§ 17'nin sonuçları şu şekilde bir girişim önerir. $\psi(q)$ fonksiyonu verilmişse, III ve II kuralları konum ve momentumun $d(q)$ ve $d(p)$ olasılık dağılımlarını belirler; ilki $|\psi(q)|^2$, ikincisiyse $\sigma(p)$'nin öz fonksiyonlara açılımındaki katsayıyı temsil ettiği $|\sigma(p)|^2$ olarak verilmiştir. $d(q)$ ve $d(p)$ verilmiş olduğunda, açılımın öz fonksiyonları bilindiğinden dolayı $\psi(q)$ ve $\sigma(p)$'nin her ikisini belirlemenin mümkün olması gerektiğinden şüphe

edebiliriz; dolayısıyla $\psi(q)$ ve $\sigma(p)$ fonksiyonlarının her biri diğeri tarafından belirlenir.

Bu varsayımın yanlış olduğu anlaşılır. Bu soruyu sormuş olan V. Bargmann, farklılık gösteren birçok $\psi(q)$ fonksiyonlar kümesinin ve dolayısıyla karşılık gelen $\sigma(p)$ kümesinin aynı $d(q)$ ve $d(p)$ dağılımlarıyla uyumlu olduğunu bir örnek oluşturarak göstermiştir. Tabi ki $\psi(q)$'da bırakılan anlam belirsizliği, iki $\psi(q)$ fonksiyonu sadece sabit bir faz çarpanına yani q'ya bağlı olmayan 1 değerine sahip karmaşık bir çarpana göre farklılık gösterdiğinden dolayı keyfi bir faz çarpanının ortaya çıkmasına indirgenebilirse, bütün fiziksel varlıklar için aynı olasılık dağılımını sağlaması alakasız olacaktır. Ancak Bargman tarafından oluşturulan örnek, $\psi(q)$'daki anlam belirsizliğinin daha genel bir türde olduğunu gösterir. $d(q)$ ve $d(p)$ verilirse dağılımlarla uyumlu olan ancak yer değiştirmeli olmayan üçüncü bir u varlığının farklı iki $d_1(u)$ ve $d_2(u)$ dağılımlarına yol açan, farklı iki $\psi_1(q)$ ve $\psi_2(q)$ fonksiyonlarının oluşturulması mümkündür.[1]

---

[1] Bargmann $\sigma(p)$ fonksiyonunun $\sigma(p) = \sigma(-p)$ özel biçiminde olduğunu varsayar; dolayısıyla $\varphi(p, q)$ Fourier fonksiyonu $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ipq}$ ise, iki ilişkinin aşağıdaki şekildedir:

$$\psi(q) = \int \sigma(p)\varphi(p, q)dp$$
$$\psi^*(q) = \int \sigma^*(p)\varphi(p, q)dp$$

Bundan dolayı, Fourier fonksiyonu $\sigma^*(p, q) = \varphi(-p, q)$ olduğuna göre

$$\psi^*(q) = \int_{+\infty}^{-\infty} \sigma^*(p)\varphi^*(p, q)dp = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma^*(-p)\varphi^*(-p, q)dp$$
$$= \int_{+\infty}^{-\infty} \sigma^*(p)\varphi(p, q)dp$$

Bundan dolayı $\psi(q)$ fonksiyonunun başka bir ek bilgiyle birlikte $d(q)$ ve $d(p)$ çiftini temsil ettiğini söylemek zorundayız. Şu anda ne tür gözlemlerle bu özel ek bilginin elde edildiğini söylemek mümkün görünmemektedir.

Ancak bu anlam belirsizliklerinden arınmış ve istatistiksel gözlem yoluyla $\psi(q)$'yu belirlememize olanak sağlayan başka bir yol daha mevcuttur. Bu yol, ψ'nin zamana bağımlılığı bu istatistiksel değerlendirmelere dâhil edilirse ψ'nin belirlenebileceğini gösteren E. Feenberg[1] tarafından oluşturulmuştur. § 17'de gösterdiğimiz gibi, $\psi(q)$ fonksiyonu belirli bir t anı için $\psi(q, t)$ zamana bağlı fonksiyonunun özel bir değeri olarak dikkate alınmalıdır. Benzer şekilde, $|\psi(q)|^2$ fonksiyonu $|\psi(q, t)|^2$ fonksiyonun özel bir değerini temsil eder ve böylece zamana bağlı olasılık dağılımı $d(q, t)$'ye de sahip oluruz. Bu değişken yerine t_0 yazarak, t_0 anı için ortaya çıkan özel fonksiyonları belirteceğiz. Şimdi Feenberg, $\frac{\partial}{\partial t} d(q, t_0)$ ifadesinin t_0 anında alınan $d(q, t)$'nin zamana bağlı türevi anlamında olmak üzere $d(q, t_0)$ ve $\frac{\partial}{\partial t} d(q, t_0)$ iki gerçel fonksiyonu verilmişse $\psi(q, t_0)$'ın sabit bir faz çarpanıyla belirlenebileceğini göstermiştir. Bu kitapta bahsedilmeyen bazı matematiksel yöntemleri gerektiren kanıt, zamana bağımlı Schrödinger denkleminin kullanımını gerektirir. § 18, (1)'de görüldüğü gibi bu denklem, sol tarafı

---

ilişkileri geçerli olur. Böylece $\psi(q)$ fonksiyonu $\psi(q) = \psi(-q)$ ilişkisini sağlar, ancak bu sınırlamadan bağımsız ve keyfi olarak seçilmiştir. Buradan $d(q)$ ve $d(p)$ olasılık dağılımlarının ψ, σ çiftiyle olduğu kadar, ψ^*, σ^* çiftiyle de birleştirilebileceği sonucu çıkar; ancak bu çiftler başka u varlıklarının farklı $d(u)$ olasılık dağılımlarına yol açar. Bu basit örnekten başlayarak, Bargmann verilmiş $d(q)$ ve $d(p)$'ler için geçerli olan daha karışık biçimler oluşturmuştur.

[1] Feenberg'in kanıtı E.C. Kemble'ın *Fundamental Principles of Quantum Mechanics* [*Kuantum Mekaniğinin Temel İlkeleri*] (New York, 1937), s. 71 kitabında sunulmuştur.

ψ'nin uzay türevlerini içerdiğinden ve sağ tarafı zamana bağlı türevi temsil ettiğinden dolayı konfigürasyon uzayındaki ψ fonksiyonun şekli ve zamana bağlı türevi arasındaki ilişkiyi oluşturur. Dolayısıyla zamana bağlı türevin bilgisi, sadece $|\psi(q)|^2$ fonksiyonunun zamana bağlı türevini dikkate alıyorsa da, konfigürasyon uzayında $\psi(q, t)$ fonksiyonunun şeklinin bir kısmının $|\psi(q, t)|^2$ değeriyle birleşiminin sabit bir faz çarpanından farklı olarak $\psi(q, t)$'nin tam olarak belirlenmesine olanak sağlar.

Şimdilik sadece $d(q, t_0)$ ve $\frac{\partial}{\partial t} d(q, t_0)$ çiftinin ψ fonksiyonunun belirlemesini sağladığından dolayı $d(q, t_0)$ ve $\frac{\partial}{\partial t} d(q, t_0)$ gerçel fonksiyonlar çiftinin $d(q)$ ve $d(p)$ ya da $d(q, t_0)$ ve $d(p, t_0)$ çiftlerinden daha üstün olduğunu görürüz. Bunun nedeni zamana bağlı Schrödinger denkleminin $d(q, t_0)$ ve $\frac{\partial}{\partial t} d(q, t_0)$ çiftine uyumlu olan ψ fonksiyonlarının seçimini kısıtlamasıdır; $d(q)$ ve $d(p)$ çiftinden başlarsak, olası ψ fonksiyonları kümesini daraltan hiçbir kısıtlama yoktur. Momentum (p) hız tarafından belirlendiğinden ve sonraki ifade q'nun zamana bağlı türevini temsil ettiğinden dolayı sonucumuzu şu şekilde ifade edebiliriz: $d(q)$ dağılımının zamana göre türevi, q'nun zamana göre türevinden daha fazlasını ifade eder.

ψ fonksiyonunu belirlemenin pratik yolu, en azından prensip olarak şu şekilde tanımlanabilir. Tek bir sistemden değil de eşit fiziksel koşullara sahip sistemlerin bir A topluluğundan başlarız; bu koşullar her bir sistem için $\psi(q, t)$ fonksiyonunun biçimi bilinmese de aynı olacak şekilde, ya da başka bir deyişle topluluk için bir ψ fonksiyonunun varlığını garanti edecek şekilde özelleştirilmelidir (*krş.* § 23). Şimdi rastgele biçimde sistemin bir B alt kümesini seçeriz ve t_0 anında B alt kümesinin sistemlerinin her birinde q'nun değerini ölçeriz. Sonuç her bir bireysel sisteme göre değişecektir ve dolayısıyla $d(q, t_0)$ olası-

lık dağılımını elde edeceğiz. Böylece elde ettiğimiz dağılımın A kümesinin kalanı için eşit derecede geçerli olduğunu varsayabiliriz, yani A'nın bütün sistemlerinde q'yu ölçmüş olsaydık aynı dağılımı elde edeceğimizi varsayacağız. Bu varsayım, tabi ki hiçbir fiziksel ifadenin oluşturulamadığı sıradan tümevarımsal çıkarımı temsil eder.

Şimdi mantıksal bir adım atacağız. Üzerlerinde ölçüm yapıldığına göre B alt kümesinin sistemleri bozulmuştur ve böylece topluluktan çıkarılır. Şimdi bu sistemler bizi ilgilendirmeyen yeni ψ fonksiyonlarına sahiptir; karesi, elde edilen $d(q, t_0)$ dağılımıyla ifade edilen ψ fonksiyonu, geriye kalan A' topluluğunun ψ fonksiyonudur.

t_0 anından kısa bir süre sonra t_1 anında A' içerisinden başka bir B' alt kümesi seçeceğiz ve şimdi B' kümesinin bütün sistemlerinde konum ölçümlerini yapacağız. Ortaya çıkan $d(q, t_1)$ dağılımı böylece B' kümesinin A' topluluğundan çıkarılmasıyla meydana gelen A'' topluluğunun $\psi(q, t_1)$ fonksiyonunun karesinin belirlenmesi olarak dikkate alınır. $d(q, t_1) - d(q, t_0)$ farkının $t_1 - t_0$ farkına bölünmesiyle oluşan ifade $\frac{\partial}{\partial t} d(q, t_0)$ ya da $\frac{\partial}{\partial t}|\psi(q, t_0)|^2$ türevleri için sayısal bir yaklaşıklığı temsil eder.

Şimdi verilen $|\psi(q, t_0)|^2$ ve $\frac{\partial}{\partial t}|\psi(q, t_0)|^2$ sayısal verilerini ve aynı zamanda zamana bağımlı Schrödinger denklemini sağlayan bir $\psi(q, t_0)$ fonksiyonu belirlemek zorundayız. Bu belirleme, sadece yaklaşık sonuçlara götürmesi istendiğinden dolayı sayısal yöntemlerle gerçekleştirilebilir. Böylece sonunda, sadece A'' topluluğunun ψ fonksiyonu olarak değil A türünün herhangi bir topluluğunun yani A'nın tanımlanmış olduğu fiziksel koşullar altında üretilen herhangi bir topluluğun fonksiyonu olarak düşünülen bir $\psi(q, t_0)$ fonksiyonuna ulaşırız.

Pratik nedenlerden dolayı her zaman gerçekleştirilemiyor olsa da, bu değerlendirmenin değeri ψ fonksiyonunun gözlemsel olarak belirlenmesine yol göstermesidir. *ψ durum fonksiyonu gözlemsel veri türünde ortaya çıkabilir*; burada göstermek istediğimiz durum budur. Bu bir kere açığa kavuşturulduğunda ψ fonksiyonunu belirlemenin diğer yöntemlerine göz atılması da tavsiye edilir. Sıklıkla kullanılan bir yöntem, sistemin genel fiziksel koşullarından ψ fonksiyonunun biçiminin tahmin edilmesi ve varsayılan fonksiyonlardan türetilebilen gözlemsel sonuçlardaki sayısal sabitlerinin kontrol edilmesidir. Bu tür yöntemler, ψ fonksiyonunu belirlemek için gözlemsel verinin ne ölçüde kullanıldığını açığa çıkardıktan sonra kabul edilebilir.

Şu anda kuantum mekaniğinde kullanılan karmaşık fonksiyonların nedenini anlayabiliriz. ψ karmaşık fonksiyonu, istatistiksel küme çiftleri için bulunan bir matematiksel kısaltma olarak düşünülebilir. Böylece $\psi(q,\ t_0)$ ifadesini $d(q,\ t_0)$ ve $\frac{\partial}{\partial t} d(q, t_0)$ çiftinin temsilcisi olarak; ya da hemen arkasından gelen bir t_1 anında zamana göre türevin dağılımla belirleniyor olmasından dolayı ardışık iki $d(q,\ t_0)$ ve $d(q,\ t_1)$ dağılımı çiftinin temsilcisi olarak; ya da ψ'nin sonraki çiftten daha fazla çıkarıma sahip olması niteliğiyle birlikte $d(q,\ t_0)$ ve $d(p,\ t_0)$ çiftinin temsilcisi olarak düşünebiliriz. Kuantum mekaniğinin matematiksel işlemselliğinin değeri, bildiğimiz karmaşık $\psi(q)$ fonksiyonunun, sadece $\psi(q)$'nun türetildiği iki asıl istatistiksel topluluğun değil, aynı zamanda sistemin bütün varlıklarının istatistiksel dağılımını; ve bundan öte sonraki herhangi bir anda bütün bu varlıkların istatistiksel dağılımını içerir. Bunun gerçekleştirilmesinin işlemi § 17'deki I ve II kurallarında ve zamana bağımlı Schrödinger denkleminde verilir.

Mantıksal bir doğanın bir göstergesi de eklenmelidir. Bir ψ fonksiyonunun elde edilmesi istatistiksel yöntemle elde edildi-

ğine göre bir ψ fonksiyonu tek bir sisteme değil de bir topluluğa atfedilmelidir. Şimdi aynı tek sistem farklı topluluklara ait olabilir; bundan dolayı "bu sistemin ψ fonksiyonu" gibi ifadeler, dolayısıyla tamamen anlamsızdır. Bu zorluğa rağmen, değerlendirme bağlamında sistemin hangi topluluğa karşılık geldiği açık olduğu zaman, bu türde ifadeler kullanılabilir. Benzer bir zorluk tek bir durumun olasılık derecesi hakkındaki ifadeler için de bilinir; olasılık sadece sınıflar için tanımlı bir özellik olduğuna göre bu türde ifadeler de değerlendirilen durum belirli bir referans sınıfıyla birleşmiş olarak düşünüldüğünde anlamlı olur.[1] Bu sınıf özel olarak isimlendirilmediğinde, bunun içeriğe göre belirlenmiş olmasının gerekliliği zorunludur. Benzer şekilde, "belli bir fiziksel sistemin ψ fonksiyonu" terimi, *referans sınıfı* açıkça anlaşılır olduğunda bizim için anlamlı olarak değerlendirilebilir.

§ 21. Ölçümün Matematiksel Kuramı

Şimdi *ölçüm* analizine döneceğiz. İstatistiksel değerlendirmelerimizde varlıkların değerlerinin ölçümünden yararlanmıştık ve şimdi bir ölçümün ne demek olduğunu tartışmak durumundayız.

Klasik fizikte ölçülmüş ve ölçülmemiş bir varlığı ayırırken, iki durumun farkı şu şekilde analiz edilebilir. Ölçülmemiş varlık bilinmez; ancak bu durum, onun belli bir olasılıkla öngörülemeyeceği anlamına gelmez. Bu olasılık 1'den küçük olduğu sürece, varlığın bilinmiyor olduğunu söylemek zorundayız. Bir varlığı bilebilmek için varlığın ölçüldüğü daha ileri fiziksel iş-

---

[1] *Krş.* Yazarın *Experince and Prediction* [*Deneyim ve Öngörü*] (Chicago, 1938) § 33-34.

lemler yapmak zorundayız. Bu işlemler yapıldıktan sonra, öngörünün belirsizliği aşılmış olur; bunun anlamı, ölçümü tekrar edersek elde edeceğimiz sonucu belirli kesinlikle öngörebileceğimizdir.

Bu fikri, ölçümün tanımı için kullanabiliriz:[1] *Bir ölçüm, kesin bir sayısal değer sağlayan ve hemen ardından gelen bir tekrarda aynı sonucu veren bir fiziksel işlemdir.*

"Hemen ardından gelen" ibaresi gereklidir; çünkü çok uzun süre beklersek, varlığın değeri değişebilir. Sadece zamana bağımlı olmayan varlıklar için bu nitelik geçersiz kalır.

Klasik fizikte "ölçüm" teriminin kullanılmasının, her klasik ölçümün tanımımızda gerekli olan özelliğe sahip olması anlamında tanımımız tarafından karşılandığı açıktır. Genelde klasik fizikte "ölçüm" kelimesini, varlığın ölçümle üretilmeyip ondan önce de var olması gibi bazı ek gerekliliklerle birleştiririz. Bu türde sorularla ilgili tartışmaları şimdi bir kenara bırakalım ve başka bir neden değil de şu andaki analizimiz için bizi bu türdeki sorulardan kurtaracak verilmiş tanımı koruyalım.

Verilmiş tanımın avantajı kuantum mekaniğine de uygulanabiliyor olmasıdır. Bunu göstermek için öncelikle tanımımızın kuantum mekaniğinin matematiğine çevirisini yapmalıyız.

Bir fiziksel sistemin olasılık durumu ψ fonksiyonu tarafından ifade edildiğine göre tanımımız katı öngörülerde, yani bir u varlığının $d(u)$ olasılık dağılımının yoğunlaşmış bir dağılıma dönüşmesiyle ilgili olan öngörülerde bulunmamıza izin veren bir ψ fonksiyonunun tanımlanmasını gerektirir. *Yoğunlaşmış dağılım* terimini ayrık durumda, i alt indis olmak üzere $d(u_i) = 1$ olan, ancak k alt indisinin i'den farklı olduğu bütün diğer durumlar için $d(u_k) = 0$ olan bir dağılım için kullanırız. Sürekli

[1] Ölçümün bu tanımı E. Schrödinger tarafından açıkça ifade edilmiştir, *Naturwissenschaften* 23 (1935), s.824.

durum için yoğunlaşmış dağılım sadece yaklaşımlar cinsinden tanımlanabilir; böylece terim $d(u)$'nun, u_1'in u varlığının var olan değeri olduğu bir $\delta(u, u_1)$ Dirac fonksiyonu olarak düşünülebileceği anlamına gelir.

Ayrık durumda $\psi(q)$ fonksiyonu, u varlığının bir $\varphi_i(q)$ öz fonksiyonuyla benzer olduğunda, $d(u)$'nun yoğunlaşmış bir dağılım olduğunu kolayca görebiliriz. Burada "benzer" terimine $\psi(q)$ ve $\varphi_i(q)$'nun 1 değerine sahip bir sabit faz çarpanıyla farklılaşmasının mümkün olabileceğini dâhil etmeliyiz. $\psi(q)$'nun $\varphi_k(q)$ cinsinden açılımı, aşağıdaki teoremle gösterilir:

$$\psi(q) \ = \varphi_i(q) = \sum_k \sigma_k \, \varphi_k(q) \qquad (1)$$

ifadesi bu durumda

$$| \sigma_i | = 1 \qquad \sigma_k = 0 \qquad k \neq i \qquad \text{için} \qquad (2)$$

ilişkilerini sağlar. § 17'deki II kuralına göre bu

$$P(s, u_1) = 1 \qquad P(s, u_k) = 0 \quad k \neq i \ \text{ için} \qquad (3)$$

anlamına gelir. Sürekli durum için burada bazı matematiksel güçlüklerle karşılaşırız. Sürekli temel fonksiyonlar dönüşlü olmadığından dolayı (*krş.* § 9) $\psi(q)$ fonksiyonu u'nun öz fonksiyonlarından biriyle aynı olamaz. Ancak yaklaşıklık yöntemlerini kullanarak, ayrık duruma benzer olan değerlendirmeleri sürdürebiliriz. u_i'nin kesin değeri yerine, u_ϵ olarak kısalttığımız küçük bir $u_1 \pm \epsilon$ aralığını göz önüne alırız. $d(u)$'nın yoğunlaşmış dağılım olması koşulu böylece yaklaşık bir eşitliği ifade eden

$$P(s, u_\epsilon) \backsim 1 \quad P(s, u) \backsim 0 \quad u_\epsilon \text{ dışındaki } u \text{ için} \qquad (4)$$

ifadeleriyle verilir. Koşul

$$\int_{u_1-\epsilon}^{u_1+\epsilon} |\sigma(u)|^2 \sim 1 \quad \sigma(u) \backsim 0 \quad u_\epsilon \text{ dışındaki } u \text{ için} \qquad (5)$$

durumunda sağlanmış olur. Böylece ψ'nin açılımı pratik olarak

$$\psi(q) \sim \int_{u_1-\epsilon}^{u_1+\epsilon} \sigma(u)\varphi(u,q)du \qquad (6)$$

biçiminde verilebilir. Bu, $\psi(q)$'nun pratik anlamda u_ϵ aralığında u değerlerine karşılık gelen bitişik $\varphi(u, q)$ öz fonksiyonları demetinden oluştuğu anlamına gelir. Bu durumda $\psi(q)$'ya u varlığının *pratik bir öz fonksiyonu* diyeceğiz.[1] Bu sonuçlar aşağıdaki tanımı yapmamıza olanak sağlar.

Ölçümün kuantum mekaniksel tanımı: Bir u varlığının ölçümü, fiziksel bir sistemin ψ fonksiyonunun u'nun öz değerlerinden biri ya da pratik öz değerlerinden biriyle temsil ediliyor olmasına bağlı olan fiziksel bir işlemdir.

Bu tanım kuantum mekaniğinin temel ilkelerinden biri olarak düşünülmek zorundadır; olasılık bağlantıları dünyasında ölçüme ayrılan bölümü ifade eder. Bu anlamda tanımlanan fi-

---

[1] u_ϵ aralığında $\sigma(u)$ katsayılarının değerlerinin (5) gerekliliği tarafından tamamen tespit edildiği ve böylece $\psi(q)$ fonksiyonunun şeklinin tamamen belirlenmediği fark edilmelidir. Bundan dolayı pratik öz fonksiyon dediğimiz bir öz fonksiyona benzer olarak hayal edilmemelidir. (6)'nın yaklaşık olarak

$$\psi(q) \sim \varphi(u_1,q) \int_{u_1-\epsilon}^{u_1+\epsilon} \sigma(u)du$$

biçiminde yazılabileceği doğrudur. Ancak bu ifadedeki integral $\varphi(u, q)$ sonluyken, küçük bir ϵ ile sıfıra yakınsayacaktır. Bu yakınsama gereklidir; çünkü $\psi(q)$ ifadesi $\varphi(u, q)$'ya karşılık gelen integral sonsuzken, § 17'deki (1)'e göre normalize edilmiştir. Normalizasyon koşulları sağlandığı halde $\psi(q)$ hâlâ sıfıra yakınsayacaktır. Bu, § 3'teki (2)'de Heisenberg eşitsizliğinde oluşan Δq standart sapmasının sonsuz değerlere doğru gittiği anlamına gelir. $\psi(q)$'nun büyüklüğünün mertebesi yukarıdaki ilişkinin kesin olmayışıyla aynı olacağından dolayı $\psi(q)$'nun $\varphi(u, q)$'ya orantısal olduğunu söylemek mümkün değildir. Bunu $\epsilon = 0$ limitine gitme sürecinin ψ fonksiyonunun belirli bir şeklini belirlememesi takip eder. Sürekli durum burada temel olarak ayrık durumdan ayrılır.

ziksel düzenlemelerin olduğu doğrudur; bu türdeki düzenlemelerin oluşturulması ve tanımlanması fiziğin ölçüm tekniği dediğimiz kısmını oluşturur. Yukarıdaki tanımda ifade edildiği gibi, öz fonksiyonlar cinsinden ifade edilen bir ölçüme *ideal ölçüm* diyeceğiz. Pratik öz fonksiyonların tanımından sürekli durumda, sadece bir miktar ideal olan ölçümlere, yani belirli bir yaklaşıklık derecesine sahip olan ölçümlere sahip olduğumuzu görürüz. Ayrık durumda ideal ölçüm ilkesel olarak oluşturulabilir; ancak pratikte bu mümkün olmayacaktır ve dolayısıyla bu durumda bile ölçülen varlığın sadece bir pratik öz fonksiyonu olan, yani komşu öz fonksiyonlar demetinden oluşan bir ψ fonksiyonuna sahip oluruz. Bu durumların her ikisinde de sisteme u*'da tanımlı* diyeceğiz.[1]

Şimdi fiziksel işlemler içerisinde ölçümlerin oynadığı rolle ilgili tartışmamıza geri dönebiliriz. Tartışmamızı yukarıda verilen ölçümün ideal tanımında temellendireceğiz. Bu tanımın hemen belirsizlik ilkesine ve ölçümden kaynaklanan bozulmanın matematiksel bir ifadesine ön ayak olduğunu göreceğiz. İdeal ölçüm için bu bozulma kendini en az miktarda gösterecektir; gerçek ölçümler daima daha fazla bozulmaya sebep olurlar. Bu durum tartışmanın ideal ölçümlerin bir analizine kısıtlandığını doğrulayacaktır; böylece herhangi bir ölçümün yaratabileceği en küçük bir bozulmayı bile belirleriz.

---

[1] Bir önceki dipnotta verilen değerlendirmelerden bir sistem u'da tanımlıysa, ψ fonksiyonunun henüz belirlenmediği ve dolayısıyla diğer varlıkların olasılık dağılımlarının belirlenmeyeceği sonucu çıkar. Sadece elimizde ayrık durum varsa ve $\psi(q)$'nun kesin bir biçimde bir öz fonksiyona eşit olduğunu biliyorsak, $\varphi_i(u)$ belirlenmiş diğer bütün varlıkların olasılık dağılımlarıdır. Genel olarak $\psi(q)$'yu belirlemek için § 20'de açıklandığı gibi iki olasılık dağılımına ihtiyaç duyarız.

Belirsizlik ilişkisi aynı anda, yani aynı fiziksel sistemlerle yapılan farklı ölçümler sorusuyla ilgilenir. Böyle bir sistem farklı fiziksel varlıkların kesin değerlerini belirlemek içinse, bu varlıklar aynı öz fonksiyonlara sahip olmak zorundadır; yoksa sistemin ψ fonksiyonu varlıkların sadece birinin öz fonksiyonuna karşılık gelebilir. Yer değiştirmeli işlemcilere sahip varlıkların aynı öz fonksiyonlara sahip olduğunu yukarıda göstermiştik; dolayısıyla, bu tür varlıklar eşzamanlı olarak ölçülebilirler. Ancak yer değiştirmeli olmayan işlemcilere sahip varlıklar farklı öz fonksiyonlara sahiptir; bundan dolayı bu tür varlıkları aynı fiziksel sistemle ölçmek olanaksızdır. Örnek olarak § 15'teki (6)'da gördüğümüz gibi momentum ve konum yer değiştirmeli olmayan varlıklardır; bunun anlamı konum ve momentumu eşzamanlı ölçen hiçbir fiziksel düzeneğin olmamasıdır.

Ancak bu varlıklar eşzamanlı ölçülemiyorlarsa, birinin arkasından diğerini ölçmek olanaklı mıdır? Bu sorunun yanıtıyla ilgilenmek zorundayız. Kolaylık adına burada çok çeşitli durumlarla uğraşacağız; sürekli durum daha önce açıklanan yaklaşıklık yöntemleriyle aynı sonuçlara indirgenebilir.

u'nun ölçümü u_i sonucuyla birlikte yapılmışsa, sistemin ψ fonksiyonu $\varphi_i(q)$ ile aynı olur. Böyle bir sistemde v varlığının değerini ölçmenin olasılığını belirlemek için bu ψ fonksiyonunu v'nin öz fonksiyonlarına açmak zorundayız. v, u ile yer değiştirmeli olmadığı varsayıldığına göre bu $\chi_k(q)$ öz fonksiyonları $\varphi_i(q)$ fonksiyonlarından farklıdır. Şimdi $\varphi_i(q)$'nun $\chi_k(q)$ cinsinden açılımı dönüşümler üçgeni tarafından belirlenir (§ 11); § 11'de (17*f*)'nin bir bölümü

$$\varphi_i(q) = \sum_k \breve{\omega}_{ik}\, \chi_k(q) \tag{7}$$

ifadesini sağlar. Şimdi § 17'deki II kuralını uygulayabiliriz. Sistemin s durumu u_i sonucuyla u'nun bir ölçümü tarafından üre-

tilen bir durum olduğuna göre olasılık ifadesinde s'yi u_i ile yer değiştirebiliriz ve § 17'deki (3)'e benzer olarak

$$P(u_i, v_k) = |\breve{\omega}_{ik}|^2 \quad (8)$$

yazabiliriz. Bu, u_i değeri ölçüldükten sonra v_k değerini bulma olasılığıdır. Burada yoğunlaşmış bir dağılım değil de v'nin bütün olası değerlerini kapsayan bir olasılık tayfı olduğunu görürüz. u'nun ölçümünden sonra v'nin ölçümleriyle ilgili öngörüler, böylece sadece belirli olasılıklarla yapılabilir.

Şimdi u_i sonucunu veren u'nun ölçümünden sonra, gerçekten v'nin bir ölçümünün yapıldığını ve v_k sonucu verdiğini düşünelim. Böylece yeni bir ψ fonksiyonuyla, yani $\chi_k(q)$ ile aynı olan bir ψ fonksiyonuyla yeni bir s fiziksel durumuna sahip oluruz. Biliyoruz ki v'nin ölçümünü tekrarlamış olsaydık, bir kez daha v_k'yı elde ederdik; bu daha önce kullanılmış olan benzer değerlendirmelerle gösterilebilir. Ancak bunun yerine u'nun yeni bir ölçümünü yapmak istiyorsak, artık sonucunu belirli bir kesinlikle öngöremiyor oluruz. Onun yerine, u için $\varphi_i(q)$ öz fonksiyonları cinsinden ψ fonksiyonunun açılımı $\chi_k(q)$ tarafından verilen bir olasılık tayfına sahip oluruz. Bu açılım, § 11'deki (17d) tarafından belirlenmiştir:

$$\chi_k(q) = \sum_i \omega_{ki}\, \varphi_i(q) \quad (9)$$

Böylece elimizde

$$P(v_k, u_i) = |\omega_{ki}|^2 \quad (10)$$

olur. § 11'deki (2) ile birlikte

$$|\breve{\omega}_{ik}|^2 = |\omega_{ki}{}^*|^2 = |\omega_{ki}|^2 \quad (11)$$

ve böylece

$$P(u_i, v_k) = P(v_k, u_i) \tag{12}$$

ifadesi olur. (10) ilişkisi v'nin ölçümünden sonra sadece u için bir olasılık tayfına sahip olduğumuzu ifade eder. u'nun ölçümünden sonra v için olanla birlikte (12)'de ifade edilen bu tayfın simetrisi, buradaki olasılıklardan kurtulamayacağımız gerçeğini saf dışı bırakmaz. v'nin ölçümünden önce u'nun ikinci bir ölçümünün u_i değerini sağlayacağını kesinlikle ve v'nin ölçümünün v_k değerini üreteceğini (8)'deki olasılıkla biliyorduk. v'nin v_k sonucunu veren ölçümünden sonra v'nin ikinci bir ölçümünün kesinlikle v_k değerini vereceğini ve u'nun bir ölçümünün (10)'da verilen olasılıkla u_i değerini vereceğini biliriz.

Ölçüm yoluyla nesnede bozulma olarak yorumlanacak durum budur. Kuantum mekaniğinde ölçümler vardır; bu, tekrar edildiğinde aynı sonuçlara yol açacak sayısal sonuçlara sahip fiziksel işlemlerin olduğu anlamına gelir. Ancak bir u varlığının iki ölçümü yer değiştirmeli olmayan bir v varlığının ölçümü tarafından ayrılmışsa, u'nun ikinci ölçümünün u_i'nin önceki değerini vermesi zorunlu değildir ve sonucu, sadece (10)'daki olasılık ifadesi aracılığıyla önceden bilinebilir. Bundan dolayı v'nin ölçümü sistemin koşullarında fiziksel bir değişime sebep olmuştur.

Matematiksel anlamda, ölçümün etkisi kendini, § 15'teki (6)'nın p ve q temel işlemcileri için ifade edildiği ve benzer şekilde başka birçok değişkenler serisi için geçerli olan yer değiştirme kuralında gösterir. Bu tür değişkenlerin eşzamanlı bir ölçümünü temsil eden fiziksel bir durumun yaratılmasını imkânsız kılan, işlemcilerin yer değiştirmeli olmamasıdır. Bundan dolayı yer değiştirme kuralı, genel bir biçimde ters ilişki ilkesi olarak yukarıda ifade ettiğimiz aynı fikirle ifade edilir. Böylece sonraki eşitsizlik kuantum mekaniği ders kitapların gösterilen yer değiştirme kuralından türetilmiş olmak üzere § 3'teki (2)'de gösterilen Heisenberg belirsizlik ilkesinin ikinci bir ma-

tematiksel gösterimi olarak düşünülebilir. h sıfıra eşit olsaydı, bütün değişkenler yer değiştirmeli olurdu ve ölçüm yüzünden bozulma ve belirsizliğe sahip olmazdık.

p ve q temel değişkenleriyle ilgili bir uyarı ekleyelim. *Kanonik olarak eşlenik* ya da *tamamlayıcı* ilişki, her bir sınıf sadece yer değiştirmeli değişkenleri içerecek şekilde bütün değişkenleri iki sınıfa böler; ancak bu bölme işlemi çeşitli yollarla yapılabilir. Dolayısıyla, bir sınıfa bütün q_i'leri, diğerine de bütün p_i'leri koyabiliriz. Ancak sonraki, ilkinin tamamlayıcısı değilse, ilk sınıfa konum değişkenlerinin ve momentum değişkenlerinin bir kısmını da koyabiliriz. Böylece q_1, q_2, q_3 konum koordinatlarına ve p_1, p_2, p_3 momentum değişkenlerine sahip bir kütlesel parçacık için ilk sınıfa q_1, p_2, q_3 varlıklarını, ikinci sınıfa da p_1, q_2, p_3 varlıklarını koyabiliriz. Bu türdeki her bir sınıf için bileşik bir ölçüm, bu sınıfın değişkenleri belirlenmiş olacak şekilde planlanabilir; bundan sonra tamamlayıcı sınıfın değişkenleri belirlenmemiş olarak kalır.

Benzer şekilde, konum ve momentum için geçerli olduğu gibi, enerji ve zaman tamamlayıcı değişkenler olarak birbirine uyumludur. Biçimsel olarak, kuantum mekaniğinde zaman diğer fiziksel varlıklar türünden bir varlık olarak kabul edilmez; böylece kuantum mekaniksel denklemlerde kullanılan herhangi bir zaman işlemcisi yoktur. Bu durumun sonucu olarak § 15'teki (6) biçiminde gösterilen değiştirme kuralı enerji ve zaman için elde edilemez. Zaman işlemcisi oluşturulmak için bir girişimde bulunulduğunda, enerji ve zaman için § 15'teki (6) biçiminde gösterilen değiştirme kuralının çelişkilere yol açacağı bile gösterilebilir.[1] Buna karşın § 3'teki (3)'te gösterilen be-

[1] *Krş.* W. Pauli, "Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik", *Handbuch der Physik*, c. XXIV, 1 (Geiger-Scheel tarafından editörlüğü yapılmış, 2. baskı, Berlin, 1933), s. 140.

lirsizlik ilişkisi geçerlidir; ancak yer değiştirme kuralıyla bir benzerlik göstermez.

Genel olarak, enerjinin ölçümü konum ya da momentum ölçümüyle uyumlu değildir; dolayısıyla, enerji işlemcisi § 14'teki (3) biçimine sahipse, momentum işlemcisiyle olduğu kadar konum işlemcisiyle de yer değiştirmeli değildir. Bir ölçümde kesinliği gösterilebilir olan en fazla sayıda değişkeni belirleyen bir ölçüm *en büyük ölçüm* olarak adlandırılır. Tabi ki q_1'i tek başına ölçebilmemiz gibi daha az sayıda varlığı belirleyen ölçümler de bulunur.

§ 22. Olasılık Kuralları ve Ölçüm Yoluyla Bozulma

Ölçümün etkisi başka bir değerlendirme aracılığıyla da ifade edilebilir. İlk olarak bir u varlığının ölçümü m_u'nun yapıldığını daha sonra bir v varlığının ölçümü m_v'nin ve son olarak da bir ω varlığının ölçümü m_ω'nin yapıldığını varsayalım. Böylece elimizde ölçümlerin sonuçlarını belirleyen

$$P(u_i, v_k) \quad \text{ve} \quad P(v_k, \omega_m) \tag{1}$$

olasılıkları olur. Dolayısıyla bir ω_m değeri elde etme olasılığı sadece elde edilmiş olan v_k değerine bağlıdır, ancak v'nin ölçümünden önce gelen u_i değerinden bağımsızdır, yani ölçümler belirttiğimiz sırada yapılmışsa, elimizde

$$P(u_i \cdot v_k, \omega_m) = P(v_k, \omega_m) \tag{2}$$

olasılıkları olur. Parantezler arasındaki nokta işareti mantıksal "ve" sembolünü ifade eder. Çünkü (2) ifadesi, v'nin ölçümüyle ψ fonksiyonunun u'nun ölçümüne referans içermeyen $\chi_k(q)$ biçiminde olduğunu söyler. Bundan dolayı olasılık kurallarına

göre[1] çarpımın genel kurallarıyla başlayarak $P(u_i, v_k \cdot \omega_m)$'nin u_i'yi bulduktan sonra v_k ve daha sonra da ω_m'yi bulma olasılığı anlamını taşıdığı

$$\begin{aligned} P(u_i, v_k \cdot \omega_m) &= P(u_i, v_k) \cdot P(u_i \cdot v_k, \omega_m) \\ &= P(u_i, v_k) \cdot P(v_k, \omega_m) \end{aligned} \qquad (3)$$

ifadelerine sahip oluruz. *Eleme kuralı* olarak bilinen olasılık hesabındaki önermeyi uygulayarak u_i'nin hemen arkasından herhangi bir v ve sonra da ω_m değeri geldiğini

$$P(u_i, [v_1 \vee v_2 \vee \ldots] \cdot \omega_m) = \sum_k P(u_i, v_k) \cdot P(v_k, \omega_m) \qquad (4)$$

ifadesiyle gösterebiliriz. $\vee$ işareti mantıksal "veya" anlamındadır. Denklemin sol tarafı v_1, v_2 ... değerlerinden birinin ortaya çıkması gerektiğinden dolayı

$$P(u_i, \omega_m) \qquad (5)$$

ifadesiyle aynı olur. (4)'ün sağ tarafındaki ilk terim § 21'deki (8) tarafından verilir. İkinci terimi yorumlamak için burada ψ'nin q'yu, σ'nın u'yu , τ'nun v'yi ve ρ'nun ω'yı temsil ettiği bir dönüşümler dörtgenine (§ 11, şekil 8) sahip olduğumuzu fark etmek durumundayız. Böylece $\psi\tau\rho$ (ya da $qv\omega$) üçgenini kullanarak § 11'de (27)'de belirtildiği gibi elimizde

---

[1] Olasılık ifadeleri için burada kullandığımız gösterim ve bu tür de terimlerle verilen işlem kuralları, yazarın *Wahrscheinlichkeitslehre* (Leiden,1935) kitabında verilmiştir. Orada kullanılan *W* sembolü yerine İngilizce diline uyumlu olması için *P* ifadesi kullanılmıştır. Aynı değişiklik yazarın "*Les fondements logiques du calcul des probabilités*" [*Olasılık Hesaplarının Mantıksal Temelleri*] *Ann. de l'Inst. Henri Poincaré,* c. VII, fasikül. V, s. 267-348 makalesinde de yapılmıştır. Bu makale yazarın olasılık hesabını oluşturmasının bir özetini içerir.

$$\chi_k(q) = \sum_m \eta_{km}\, \check{\zeta}_m(q) \tag{6}$$

ve dolayısıyla

$$P(v_k, \omega_m) = |\eta_{km}|^2 \tag{7}$$

ifadeleri olacaktır. Bunun sonucu olarak (4) ifadesi

$$P(u_i, \omega_m) = \sum_k |\check{\omega}_{ik}|^2 \cdot |\eta_{km}|^2 \tag{8}$$

biçiminde yazılabilir.

Öte yandan v'nin ölçümünü atlayabilir ve u'nun ölçümünde sonra doğrudan olarak ω'nınkine geçebiliriz. Matematiksel ifadelendirmede bu, $\psi(q) = \varphi_i(q)$ fonksiyonunu ω varlığının $\check{\zeta}_m(q)$ öz fonksiyonlarına açmamız anlamına gelir. $\sigma\rho\psi$ üçgeni (şekil 8, § 11), burada q değişkeni için yazdığımız

$$\varphi_i(q) = \sum_m \vartheta_{im} \check{\zeta}_m(q) \tag{9}$$

ifadesiyle gösterebileceğimiz § 11'deki (26) ifadesini, bu açılım için sağlar. Böylece

$$P(u_i, \omega_m) = |\vartheta_{im}|^2 \tag{10}$$

ifadesine sahip oluruz. § 11'deki (19)'a göre $\sigma\rho\psi$ üçgeni, ϑ_{im}'yi

$$\vartheta_{im} = \sum_k \check{\omega}_{ik} \cdot \eta_{km} \tag{11}$$

ifadesi aracılığıyla belirler ve böylece elimizde

$$P(u_i, \omega_m) = |\sum_k \check{\omega}_{ik} \cdot \eta_{km}|^2 \tag{12}$$

ifadesi olur. Genel olarak (12) ilişkisi toplamın karesi, karelerin toplamından farklı olduğu için (8) ilişkisiyle çelişir. Daha net ifade etmek gerekirse, birçok ω varlığı için (12) ilişkisinin (8) ile çeliştiğini söyleyebiliriz.

Şimdi olasılık kuralı, olasılığın frekans yorumu varsayılırsa totolojik olur;[1] bundan dolayı (4) eleme kuralını yok sayamayız. Mantık kuralları fiziksel deneyimlerden etkilenemez. Bu fikri gösterişli bir biçimde ifade edersek: Fiziksel ilişkilerde bir çelişki ortaya çıkarsa, onu hiçbir zaman biçimsel mantık çerçevesinde değerlendirmeyeceğiz, ancak yanlış fiziksel yorumlardan kaynaklandığını düşüneceğiz. Bizim durumumuzda hata (8)'in ve (12)'nin sol taraflarında kullanılan ifadelerde verilmiştir; bu iki ifade aynı anlama gelmez ve dolayısıyla uygun bir gösterimle birbirlerinden ayrılabilirler.

Bu amaçla bir ölçümün yapılmış olduğunu belirtmek zorundayız. u'nun ölçümünü m_u ile gösterelim. Böylece § 21'deki (8) yerine

$$P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_v, v_k) = |\breve{\omega}_{ik}|^2 \tag{13}$$

yazacağız. Burada nokta işaretine bağlı terimlerin sırası zamansal sırayı gösterir.[2] § 21'deki (12) ilişkisi yeni gösterim dilimizde

$$P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_v, v_k) = P(m_v \,.\, v_k \,.\, m_u, u_i) \tag{14}$$

olarak yazılacaktır. (7) için elimizde

$$P(m_v \,.\, v_k \,.\, m_\omega, \omega_m) = |\eta_{km}|^2 \tag{15}$$

ifadesi olur. Şimdi (8) için

$$P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_v \,.\, m_\omega, \omega_m) = \sum_k |\breve{\omega}_{ik}|^2 \cdot |\eta_{km}|^2 \tag{16}$$

yazarız ve (12)'nin

---

[1] *Krş.* Yazarın *Wahrscheinlichkeitslehre* (Leiden,1935), § 18.

[2] Dolayısıyla bu gösterimde simetrik olmayan bir "ve" kullanıyoruz. Bu, zamansal sırayı gösteren üst indisler kullanarak önlenebilir.

$$P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_\omega, \omega_m) = \sum_k |\breve{\omega}_{ik} \cdot \eta_{km}|^2 \qquad (17)$$

biçiminde olduğunu varsayarız. Bir çelişki yerine böylece kolayca

$$P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_v \,.\, m_\omega, \omega_m) \neq P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_\omega, \omega_m) \qquad (18)$$

eşitsizliğini çıkartabiliriz. Bu eşitsizlik, ölçümün etkisini açıkça belirtir: Bir ω_m değeri elde etmenin olasığı sadece diğer varlıkların önceki ölçümlerinin *sonuçlarına* bağlı değildir, aynı zamanda bu tür ölçümlerin *durumuna* da bağlıdır. Olasılık ifadesine ilk olarak giren m_v terimi, bu ifadede hiçbir v_k değeri ortaya çıkmasa da olasılığı değiştirir.

m_v'nin ölçümün bu etkisinin miktarı, şimdiye kadar olan olasılıklar göz önüne alındığında kesinlikle hesaplanabilir; bu (16)'da ifade edilmiştir. Bir varlığın ölçülebileceği çeşitli şekillere rağmen, ölçümün etkisinin bu tür bir hesabı, kuram sadece ideal ölçümlerle ilgilendiğinden dolayı verilebilir. Gerçek ölçümler için (16) sadece yaklaşık sonuçlar verecektir.

İlk varlık u'yu üçüncü varlık ω olarak seçersek, yani ölçümü tekrar edersek ölçümün etkisi daha da belirgin olur. Böylece v'nin ölçümüne karışmadan elimizde

$$P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_u, u_m) = \delta_{im} \qquad (19)$$

ifadesi olur (*krş.* § 21, (3)).[1] Bunun anlamı yoğunlaşmış bir sisteme sahip olduğumuzdur; daha önce gözlendiği gibi aynı değeri elde etme olasılığımız 1'e eşittir ve başka bir değer elde etme olasılığı 0'dır. Ancak v'nin ölçümünü eklediğimizde (4) ile birlikte § 21'deki (8) ve (10)'u kullanarak

---

[1] (19) ifadesi ω_{km}'nin η_{km}'den çıkarılması ve § 11'deki (2)'nin uygulanmasıyla ve § 9'daki (7) formundaki ω için diklik koşuluyla (12)'den elde edilebilir.

$$P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_v \,.\, m_u, u_m) = \sum_k |\breve{\omega}_{ik}|^2 \cdot |\omega_{km}|^2 \qquad (20)$$

ifadesini elde ederiz. Bu, u'nun önceden bir ölçümü yapılmamış gibi genel bir dağılımdır. v'nin araya giren ölçümü daha önceden u için var olan yoğunlaşmış dağılımı yok etmiştir ve böylece (18)'e karşılık gelen

$$P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_v \,.\, m_u, u_m) \neq P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_u, u_m) \qquad (21)$$

eşitsizliğine ulaşırız. Ölçüm yoluyla oluşan bu fiziksel bozulma, her bir ölçümün önceki durumun etkisinin artık tanınmadığı yeni bir durum yaratması biçimindedir. Bu durum s ve aynı zamanda $m_u.u_i$ gibi terimlerin arkasından $m_v.v_k$ gibi terimler geliyorsa, olasılık ifadesinden ilk olarak atılabileceğini belirten

$$P(s \,.\, m_v \,.\, v_k \,.\, m_\omega, \omega_m) = P(m_v \,.\, v_k \,.\, m_\omega, \omega_m) \qquad (22)$$

$$P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_v \,.\, v_k \,.\, m_\omega, \omega_m) = P(m_v \,.\, v_k \,.\, m_\omega, \omega_m) \qquad (23)$$

ilişkileriyle gösterilir. Bu ilişkiler yanlış yazılmış (2) ifadesinin yerini alır.

(18) ve (21) eşitsizlikleri ölçüm yoluyla nesnede oluşan bozulmanın çok açık bir ifadesini oluşturur. Bu ifadeyi, belirsizlik ilkesinin ölçüm yoluyla oluşan bozulmanın mantıksal bir sonucu olmadığını kanıtlamak için kullanabiliriz. Bu amaçla ölçümün nesneyi bozmasının mümkün olduğu, ancak ölçüm sonuçlarının kesin bir öngörüsünün yapılabildiği bir dünyanın olduğunu göstermek zorundayız. Böyle bir dünya, aşağıdaki biçimde oluşturulabilir.

$$P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_v, v_k) = \delta_{i+1,\,k} \qquad (24)$$

ifadesinin geçerli olduğunu hayal edelim. Bu, bir sonraki öz değerin daha yüksek alt indisi üretileceği için sistemde her zaman bir bozulma yaratır. Bu ilişkinde m_v yerine m_u ve v_k yerine u_k koyarsak, yani u varlığının ölçümünü tekrar edersek de geçerli olacağını varsayalım. Böylece eleme kuralıyla

$$P(m_u.u_i.m_v.m_\omega, \omega_m) = \sum_k P(m_u.u_i.m_v, v_k) \cdot P(m_v.v_k.m_\omega, \omega_m)$$
$$= \sum_k \delta_{i+1,\,k} \cdot \delta_{k+1,\,m} = \delta_{i+2,\,m} \qquad (25)$$

ifadesini (24) ile

$$P(m_u.u_i.m_\omega, \omega_m) = \delta_{k+1,\,m} \qquad (26)$$

ifadesini elde ettiğimiz gibi türetebiliriz. Daha önce de olduğu gibi, bu sonucun (18) eşitsizliği için geçerli olduğunu ve böylece ölçüm yoluyla nesnede oluşan bir bozulmadan bahsetmemiz gerektiğini gösterir. Ancak (24) ifadesi de, her bir ölçümün sonucunun kesin bir biçimde öngörülebileceğini gösterir.

Doğal olarak (24) ifadesi kuantum mekaniğinde geçerli değildir. Bu ifadeyi sadece, belirsizlik ilkesinin nesnenin bozulmasının mantıksal bir sonucu olmadığını biçimsel olarak kanıtlamak amacıyla kullanırız. Geçerli olan ilişki, daha çok tersine olan ilişkidir. Ölçüm yoluyla bozulma olmasaydı, kesin öngörülerde bulunabilirdik; ifadeyi, uyguladıklarımızın ve uygulananların olumsuzunu alarak tersine çevirirsek,[1] belirsizlik ilkesinin ölçüm yoluyla nesnede bir bozulma oluşturduğu sonucuna varırız.

§ 23. Kuantum Mekaniğinde Olasılıkların ve İstatistiksel Toplulukların Doğası

§ 22'deki (16), (17)'nin ve (19), (20)'nin sağ taraflarının arasındaki fark, ölçümlerin yarattığı değişimlerin ifade edilmesi olarak her zaman doğru biçimde yorumlanmışsa da, bu sonuç bazen uygunsuz bir terim bilgisiyle anlaşılması güç bir hal alır. "Olasılıkların girişimi" deyimi, § 22'deki (17)'de olasılıkla-

[1] Bu, § 31'deki (9)'da tarafımızdan ifade edilen karşıt durumun mantıksal ilkesidir.

rın türetilmesinde karmaşık sayıların dalgaların girişiminin matematiksel işlemini anımsatacak biçimde kullanılır. Ancak bu deyim, kuantum mekaniğinin klasik mekanikten farklı bir olasılık hesabı kullandığı şeklinde anlaşılabilir. Durumun bu olmadığını görebiliriz. Girişenler olasılıklar değil, *olasılık genlikleridir*. § 20'de gördüğümüz gibi bu tür genlikler olasılık fonksiyonlarını değil, olasılık fonksiyon çiftlerini temsil eder; bundan dolayı bu tür olasılık fonksiyon çiftlerini birleştiren yasalar, tek olasılık fonksiyonları için geçerli olan yasalardan farklıysa şaşırmamalıyız. Bunun yanı sıra bu tür her bir çift, ayrı bir fiziksel durumu temsil ettiğine göre bu tür çiftleri kontrol eden yasalar farklı türde birçok fiziksel durumun olasılık değerlerini belirler; böylece onlara uygun olan olasılık değerlerinde fiziksel durumların etkisiyle ilgili ifadeleri dâhil edebiliriz. Kuantum mekaniğinde olasılıklarla ilgili bir ifade bir kere türetildiği zaman, sıradan olasılık ifadeleriyle aynı anlama sahip olur ve hiçbir yerde olasılığın klasik kurallarından sapmaya rastlanmaz. Doğru bir gösterim bu durumu açıklığa kavuşturur; olasılık hesabının sonraki kurallarında kuantum mekaniksel ifadenin fiziksel içeriği işaret edilecektir. Kuantum mekaniğini klasik fizikten ayıran § 22'deki (18)'de gösterilen şey, bir ölçümün kesin bir sonucunun elde edilme olasılığının başka ölçümlerin varlığına bağlı olduğudur. Bu olasılık hesabında değil, fizikte bir fark anlamına gelir.

Bu tür yanlış yorumlamaların kaynağı, muhtemelen olasılık hesabının tarihi boyunca olasılık hesabıyla ilgili yapılan yanlış yorumlamalardır ve olasılığın doğasıyla ilgili bu hatalı anlayışların büyümesine katkıda bulunmuştur. Olasılık hesabı sadece olasılıkların başka olasılıklardan türetilmesiyle ilgilenir; dolayısıyla sadece bazı olasılıklar verildiğinde pratik amaçlarla uygulanabilir. Birçok durumda bu belirleme kolayca *istatistiksel çıkarım* –aynı zamanda *sayım yoluyla tümevarım* ya da olasılık-

ların *a posteriori belirlenmesi* olarak anılır– yoluyla verilir; böylece gözlenen bir olaylar serisi içerisinde bir frekans sayarız ve bu frekansın seriyi devam ettirdiğini varsayarız. Burada *istatistiksel olarak çıkarılmış olasılıklardan* bahsediyoruz. Ancak doğrudan istatistiksel değerlendirmelere dayanmayan kuramsal varsayımlar aracılığıyla olasılıkları tanımladığımız başka durumlar da vardır. Bu tür varsayımlar tekli durumlarla ilgilenebilir veya fiziksel kuramlar çerçevesinde ulaşılmış olabilirler; yani belirli fiziksel koşullar altında bir olasılığın bu ya da şu değeri aldığını bildiren fiziksel yasaların şekline sahip olabilirler. Bu tür *kuramsal olarak tanımlanmış olasılıkların* örnekleri, bir zarın bir yüzünün gelme olasılığının $\frac{1}{6}$ olması ya da bir Boltzmann-Maxwell gazındaki moleküllerin bütün sistemlerinin eşit derece olası olduğu ifadelerinde verilebilir. Bu tür ifadeler bazen, olasılık hesabının bir parçası olduğu varsayılan "karşıt olması için hiçbir neden yok ilkesi" aracılığıyla *a priori* olarak türetilebilir biçimde düşünülmüşlerdir. Doğal olarak bu, savunulamaz bir anlayıştır. Kuramsal olarak tanımlanmış olasılıkların gerekçesi sadece diğer fiziksel varsayımlarda doğrulanacak biçimde verilebilir: Gözlenebilir sonuçlarını test ederek. Olasılık genliklerinden elde edilen ve § 17'deki II. ve III. kurallarla tanımlanan kuantum mekaniksel olasılıklar, kuramsal olarak tanımlanan olasılıklardır. Ancak olasılık genlikleri, olasılık hesaplarına değil de fiziğe aittir. Olasılıkların bu türetiminin gerekçesi, gözlenebilir sayısal değerlerin türetilmesinin bütün diğer durumlarında olduğu gibi varsayımın başarısı yoluyla sağlanır. Ancak tanımlanmalarının hipotetik davranışı, onları başka türde olasılıklar yapmaz. Bu olasılıkları başka olasılıklardan ayırmak için kullanılan "potansiyel olasılıklar" gibi ifadeler yetersiz kalacaktır. Şimdiye kadarki tüm olasılıklar, gelecek gözlemlerin sonuçlarını belirlediklerinden dolayı potansiyeldir.

Olasılıkların anlamları, ister istatistiksel çıkarımla ister fiziksel varsayım yoluyla tanımlanmış olsunlar, her zaman bir seride bir frekansın sınırıyla ilgili bir ifadede verilirler.

Bu genel değerlendirmelerin sonuçlarını aklımızda tutarak, şimdi kuantum mekaniğinde istatistiksel kümelere bağlı olarak ortaya çıkan *saf durum* ya da *karışım durumu* arasındaki ayrım olarak bilinen bir fiziksel ayrım yapmak zorunda olduğumuzu anlayabiliriz. Bu ayrımın doğası aşağıdaki değerlendirmeyle açıklığa kavuşturulabilir.

u ölçümlerini yaptığımız çok sayıda sisteme sahip olduğumuzu düşünelim; bazı sistemler u_i değerini, bazıları u_k değerini vb verecektir. u_i, u_k, ... öz değerlerinin yozlaşmadığını, yani her bir öz değerin belirli bir öz fonksiyona karşılık geldiğini varsayalım. Böylece u_i'yi elde ettiğimiz bütün bu sistemleri bir C sınıfında toplarız; böylece bu topluluk bir *saf durum* oluşturmuş olur. Bunun bu şekilde adlandırılmasının nedeni, u'nun ölçümünü devam ettirdiğimizde her bir sistemde u_i'yi bulacak olmamızdır. Şimdi C'nin bütün sistemlerinde yer değiştirmeli olmayan bir v varlığının ölçümünü yaptığımızı düşünelim; bir sistemde v_k değerini elde ederken, başka bir sistemde v_m değerini vb elde ettiğimizi düşünelim. Bu değerlerin olasılıkları § 22'deki (13) tarafından belirlenmektedir. Bu ölçümden sonra C topluluğu, v'nin farklı değerlerini içerdiğinden dolayı artık saf bir durum değil de bir *karışım durumu* oluşturur. u'nun ölçümünü tekrar etmek istersek, çeşitli sistemlerde u'nun farklı değerleriyle karşılaşırız; böylece C'deki bir u_m değerinin yüzdesi § 22'deki (20) olasılık ilişkisiyle belirlenebilir. Dolayısıyla saf durum bir kere ortadan kaldırıldığında, sadece ölçümlerin performansıyla tekrar aynı sonuçlar elde edilemez; buna ek olarak, yeni bir saf durum oluşturmak için C içerisinde yeni bir grup seçmek zorundayız.

Bu değerlendirmeler tek sistemlere uygun olarak sıklıkla kullanılan bir terim bilgisini açıklığa kavuşturmamızı sağlayacaktır. *Tek bir sistem üzerinde* yapılan bir ölçümün saf bir durum yarattığını ya da sistemin ψ fonksiyonunun ölçülen varlığın bir öz fonksiyonuna indirgendiğini söylediğimizde bu, değerlendirdiğimiz sistemin *ve* aynı ölçüm sonucuna sahip birçok sayıda başka sistemin içine bir sınıf koyarak oluşturulan bir topluluğun ψ fonksiyonu olacağını söylemek isteriz. Sonraki sınıf, "tek bir sistemin ölçümden sonraki ψ fonksiyonu" ifadesinde anlaşılan *referans sınıfını* (*krş.* § 20'nin sonunda vurgulanan noktalar) oluşturur. Dolayısıyla bu deyim, "u'nun u_i değerini veren ölçümünden sonraki ψ fonksiyonu" ile aynı anlamı taşır.

Bir saf durumu temsil eden topluluk, her birinin aynı ψ fonksiyonuna yani i alt indisinin tüm sistemler için aynı olduğu $\varphi_i(q)$ öz fonksiyonuyla verilen bir ψ fonksiyonuna sahip olan sistemlerden oluşurken, karışım durumu çeşitli formlarda ψ fonksiyonuna yani çeşitli k alt indisli $\varphi_k(q)$ fonksiyonuna sahip olan sistemlerden oluşur. Her $\varphi_k(q)$ fonksiyonu durumların belirli bir c_k yüzdesi kadar gerçekleştirilecektir. Saf durumda bile ψ fonksiyonundan farklı öz fonksiyonlara sahip olan bir v varlığının ölçüm sonuçları sadece istatistiksel olarak öngörülebildiğinden, her iki topluluk da sadece istatistiksel topluluktur. Bu durumda şu soru ortaya çıkar: Saf duruma benzer olarak, karışım durumunun özelliklerini tek bir $\psi(q)$ fonksiyonu cinsinden belirlememiz mümkün müdür? Doğal olarak, bu fonksiyon $\varphi_k(q)$ öz fonksiyonlarının her birinden farklı olmak durumundadır.

Yanıt olumsuzdur; yani bir karışım durumunun özelliklerini tek bir ψ fonksiyonu cinsinden belirlememiz mümkün değildir. Bunu, bu şekilde tek bir ψ fonksiyonu olduğunu varsayarak ve bu varsayımın § 22'de açıklandığı şekilde çelişkilere yol açtığı-

nı göstererek kanıtlayabiliriz. Karışımı S ile gösterelim. S karışımın bir ψ fonksiyonu varsa

$$\psi(q) = \sum_k \sigma_k \varphi_k(q) \tag{1}$$

olarak $\varphi_k(q)$'nun öz fonksiyonlarına açılabilir. § 17'deki II kuralına göre $|\sigma_k|^2$ değeri u varlığının u_k değerini ölçme olasılığını temsil eder; bu sonuç tek sistemlerin $\varphi_k(q)$ öz fonksiyonuyla temsil edildiği bütün bu durumlarda bulunacağından dolayı

$$P(S.m_u, u_k) = |\sigma_k|^2 = c_k \tag{2}$$

ifadesine sahip oluruz.

Şimdi u veya v varlıklarının değil de, $\zeta_m(q)$ öz fonksiyonlarına sahip başka bir ω varlığının ölçümü sorusuyla ilgilenelim. Bu öz fonksiyonlarda ψ'yi yazarak § 11'deki (24) ifadesiyle birlikte, elimizde

$$\varphi_k(q) = \sum_m \rho_m \zeta_m(q) \tag{3}$$

ifadesi olur ve bundan dolayı § 11'deki (25)'in kullanımıyla

$$P(S.m_\omega, \omega_m) = |\rho_m|^2 = |\sum_k \sigma_k \upsilon_{km}|^2 \tag{4}$$

yazabiliriz. Diğer yandan, bu olasılık şu şekilde belirlenebilir. ζ_m öz fonksiyonlarında φ_k yazarak § 11'deki (26) ile birlikte, elimizde

$$\varphi_k(q) = \sum_m \vartheta_{km} \zeta_m(q) \tag{5}$$

ifadesi olur. S karışımında $\varphi_k(q)$ öz fonksiyonuna sahip olma olasığı c_k ile verildiğinden dolayı

$$P(S.m_\omega, \omega_m) = \sum_k c_k \cdot |\vartheta_{km}|^2 = \sum_k |\sigma_k|^2 \cdot |\upsilon_{km}|^2 \tag{6}$$

ifadesine sahip oluruz. Burada § 22'deki (8) ve (12)'de sunulan aynı türde çelişkiyle karşı karşıya kalırız. (4) ve (6)'yı sağlayan

ϑ_{km} gibi istisnai matrisler olsa da, birçok ϑ_{km} birim matrisi bu şekilde davranmaz; başka bir deyişle, ω varlığını tanımlamak için (4) ve (6) kurallarını sağlamayan bir ϑ_{km} birim matrisi ya da benzerini oluşturmak her zaman mümkündür.

Bu, tek bir ψ fonksiyonu tarafından özellikleri belirlenen S topluluğunun kabul edilebilir olmadığını gösterir. S topluluğu sadece ψ fonksiyonlarının bir karışımıyla tanımlanabilir. § 22'de (16) ve (17)'deki olasılık ifadelerinde kullanılan gösterimi kullanarak, S topluluğunun özelliklerini S'deki ω ölçümlerinin $m_u \cdot u_i \cdot m_\omega$ biçimine değil de, $m_u \cdot u_i \cdot m_v \cdot m_\omega$ biçimine sahip olduğunu söylerek belirleyebiliriz. Biçimsel anlamda, olasılık ifadelerinde sadece "$m_u \cdot u_i$" serisini küçük "s" ile yer değiştirebileceğimizi söyleyebiliriz; "$m_u \cdot u_i \cdot m_v$" serisini büyük "S" ile, yani sadece tek bir ψ fonksiyonunu değil de bir ψ fonksiyonları karışımını temsil eden bir sembolle yer değiştirmek zorundayız. Bu biçimsel kuralın anlamı, bir ölçüm kendisinden önce gelen ölçümlerin bir tekrarı değilse, alakasız sonuçlardan oluşan bir topluluğun bir karışımı olduğudur.

Sadece bir sistemi değil de bir istatistiksel topluluğu belirlemesine rağmen, *fiziksel durum* kavramı istatistiksel toplulukların tüm çeşitlerine uygulanamaz, fakat bu toplulukların bazı özel formlarına indirgenebilir. Tek bir ψ fonksiyonuyla ifade edilebilen topluluklar bu topluluklardır.

Fiziksel durum teriminin *saf durum* teriminden daha kapsayıcı olup olmadığı sorusu ortaya çıkar. Herhangi bir fiziksel kavramın öz fonksiyonları olarak düşünülemeyecek şekilde olan ψ fonksiyonları olsaydı, bu sorunun yanıtı olumlu olurdu. Ancak bu tür bir ayrım yapmak gerekli değildir. Her zaman, verilen bir ψ fonksiyonunun öz fonksiyonlarından biri olduğu fiziksel bir varlık tanımlayabiliriz. Matematiksel anlamda bu her fonksiyonu bir dik kümede ifade edebileceğimiz ve Schrödin-

ger denkleminin çözümlerini temsil edecek işlemciler kümesi oluşturabileceğimiz anlamına gelir. Bu şekilde tanımlanan fiziksel varlık, genel olarak daha önce isimlendirilmiş olan varlıkların hiçbiri olmayacaktır; örneğin enerji çarpı konum bölü momentumun karekökü ifadesi gibi bir şey olacaktır. Dahası, böyle bir varlığı ölçmek için fiziksel bir yöntemin, yani ψ fonksiyonu türünde fiziksel olarak bir sistem yaratan bir yöntemin var olup olmadığını bilmiyoruz. Ancak biçimsel anlamda, herhangi bir ψ fonksiyonu bir fiziksel varlığın bir öz fonksiyonu olarak düşünülebilir. Böylece *saf durum* ve *fiziksel durum*, ya da *tek bir ψ fonksiyonu tarafından belirlenmiş topluluk* terimlerini tanımlayabiliriz. § 22'deki (22) ve (23) gibi olasılık ifadelerinde u_i sonucunu veren bir m_u ölçümü tarafından yaratılmış durumu genel bir s durumundan ayırdığımızda, bunu yaparak pratik olarak gerçekleşme sürecinin sadece bir farkına işaret ederiz; ilkesel olarak bu iki durum aynı türdedir.

Dolayısıyla sadece iki türde istatistiksel topluluk arasında ayrım yaparız: s saf durumları olan topluluk veya aynı fiziksel durumlardaki sistemlerden oluşan ve S karışımları olan topluluk.[1] Olasılık hesabının uygulamasıyla ilgili farklılıkları bu ayrımla birlikte tanıtmayacağız; iki durumda da olasılık yasaları aynıdır. Tanıtacağımız şey, olasılıkların değerlerinin belirlenmiş olduğu bir sınıflama biçimidir. Saf durum, karışım durumuna ek olarak toplulukta tek ψ fonksiyonlarının ortaya çıkmasıyla birlikte, olasılıkların tek tek sayımını gerektirdiği halde bir karmaşık fonksiyonun olasılıkların değerlerini içermesi-

[1] Her S karışımının dik bir küme oluşturan ψ fonksiyonlarının bir karışımı olduğu düşünülebilir. Yukarıdaki değerlendirmeyi kullanarak, dolayısıyla her karışım için x varlığının ölçüm sonuçlarına karşılık gelen saf durumların bir karışımı olarak düşünülebileceği bir x varlığının var olduğunu söyleyebiliriz. *Krş.* M. Born ve P. Jordan, *Elementare Quantenmechanik* (Berlin,1930), § 59.

ne izin verir. Bu, topluluğu diğerlerinden ayıran saf durum topluluklarının fiziksel tuhaflığını gösterir. Tuhaflık, *saf durumun kuantum fiziğinde ulaşılabilir olan tek türlülüğün en yüksek derecesini temsil ettiği* gerçeğinde türetilir; bu durum dolayısıyla tek bir özel durumu tanımlıyor olarak düşünülebilir.

Bu bölüm kuantum mekaniğinin matematiksel yöntemlerinin kısa ifadesiyle sona erer. Özetlersek, *kuantum mekaniksel yöntemlerin temel ilkelerini* aşağıdaki ilkelerde sıralayabiliriz:

1) Verili bir bağlam içerisinde işlemciler, öz fonksiyonlar ve öz değerler tarafından fiziksel varlıkların özelliklerinin tanımlanması birinci Schrödinger denklemi tarafından belirlenir (§ 14-16).
2) Fiziksel durumun, I-III kuralları aracılığıyla olasılık dağılımını belirleyen ve tersi olarak bu dağılımlar tarafından belirlenen bir ψ fonksiyonu tarafından özellikleri tanımlanır (§ 20).
3) ψ'nin zamana bağımlılığı yasası ikinci Schrödinger denklemi tarafından verilir (§ 18).
4) Ölçümün kuantum mekaniksel tanımı (§ 21).

Belirsizlik yasası ve ölçüm yoluyla nesnede oluşan bozulma bu temel ilkeler arasında bulunmazlar; temel ilkelerden türetilebildikleri için *türetilebilir ilkeler* olarak adlandırılırlar.

KISIM 3
YORUMLAR

§ 24. Klasik ve Kuantum Mekaniksel İstatistiklerin Karşılaştırılması

Kısım 2'de, kuantum mekaniğinin yol açtığı fiziksel varlıkların olasılık dağılımını açıklayan matematiksel yöntemlerden söz etmiştik. Bu bölümde, bu yöntemlerin mantıksal analizine odaklanacağız.

Klasik fizikte, bir durum ancak $q_1 \ldots q_n$ ve $p_1 \ldots p_n$ değişkenleri verildiğinde tanımlanabilir. Daha öncede yazdığımız gibi, q için $q_1 \ldots q_n$ ve p için $p_1 \ldots p_n$ yazalım. t_0 anındaki değerler, 0 alt indisiyle gösterilmiştir. Böylece *klasik fiziğin türetilmiş ilişkileri* aşağıdaki tabloda özetlenebilir:

Verilmiş olan:

1) t_0 anındaki q_0 ve p_0 değerleri
2) fiziksel yasalar

Belirlenmiş olan:

3) t_0 anındaki dikkate alınan her diğer varlık için u_0 değeri
4) t anındaki q ve p için q_i ve p_i değerleri
5) t anındaki herhangi bir u varlığı için u_i değeri

3-5 değerlerinin çıkarımı, f sembolünün genel anlamda bir fonksiyonu temsil ettiği, bireysel şeklinin bir tarifi olmadan

$$q_t = f_t(q_0,\ p_0) \quad (1)$$

$$p_t = f_t(q_0,\ p_0) \quad (2)$$

$$u_t = f(q_t,\ p_t) \quad (3)$$

matematiksel fonksiyonlarıyla elde edilebilir. Bu ilişkiler problemin nedensel yasalarını oluşturmaktadırlar.

Şimdi klasik istatistiksel fizik olarak adlandırılan ve istatistiksel yöntemlerle nedensel yasaların birleşimi olan genellemeyi göz önünde bulunduralım. Bu durumda (1)-(3) nedensel yasalarının hâlâ geçerli olduğunu düşüneceğiz; ancak q_0 ve p_0 değerlerinin kesinlikle ölçülemediği gerçeğini göz önünde bulunduran bir yöntem tanımlayacağız. Böylece bu değerlerin belirlenmesi, bu değerlerin olasılık dağılımı ifadesiyle yer değiştirecek. Bu dağılımları t_0 anında $d_0(q)$, $d_0(p)$ ve q ile p değerlerinin bileşiminin olasılığını veren $d_0(q, p)$ fonksiyonları şeklinde yazarız. Böylece *klasik-istatistiksel fiziğin türetilmiş ilişkilerinin* tablosu aşağıdaki gibi verilebilir:

Verilmiş olan:

1) t_0 anındaki $d_0(q, p)$ olasılık dağılımı
2) fiziksel yasalar

Belirlenmiş olan:

3) t_0 anındaki $d_0(q)$, $d_0(p)$ olasılık dağılımları ve dikkate alınan herhangi bir varlığın $d_0(u)$ olasılık dağılımı
4) t anındaki $d_t(q, p)$ olasılık dağılımı
5) t anındaki $d_t(q)$, $d_t(p)$ olasılık dağılımları ve dikkate alınan herhangi bir varlığın $d_t(u)$ olasılık dağılımı

Yukarıdaki tabloyu tam anlamıyla nedensel olan diğer durumla karşılaştırırsak, olasılık dağılımlarının oluşumunun, bir tarafta $d_0(q, p)$ ve diğer tarafta $d_0(q)$ ve $d_0(p)$ olmak üzere yapılan ayrımdan kaynaklanan daha ileri bir ayrımı içerdiğini gö-

rürüz: İlk dağılım neyin verili olması gerektiği kategorisinde, diğer iki ayrım neyin belirlendiği kategorisinde ortaya çıkar. Sonraki iki ayrımın türetilmesi

$$d_0(q) = \int d_0(q, p)dp \tag{4}$$

$$d_0(p) = \int d_0(q, p)dq \tag{5}$$

ilişkileriyle elde edilir. Bu belirleme işleminin tersine çevrilemez olduğunu, yani $d_0(q, p)$ dağılımının farklı şekillerde bir araya gelmelerinin sadece bireysel dağılımlar aracılığıyla belirlenemeyeceğini fark etmek önemlidir. Sadece q ve p'nin bağımsız varlıkları temsil ettiğini bildiğimiz durumlarda

$$d_0(q, p) = d_0(q) \cdot d_0(p) \tag{6}$$

ifadesini yazabilir. Ancak (6)'da ifade edilen çarpmanın özel teoreminin uygulaması q ve p'nın bağımsız olduğuna dair belli bir fiziksel bilgiyi önceden kabul eder. Bu tür bir ek bilgi olmadan $d_0(q, p)$ fonksiyonu doğrudan verilmek zorundadır ve genel olarak (6) özel şekline sahip olmayacaktır. Bununla birlikte, ne böyle bir ek bilgi ne de $d_0(q, p)$ fonksiyonunun bir ifadesi uygun değilse, sadece $d_0(q)$ ve $d_0(p)$ dağılımlarının bilgisi, daha sonraki bir t anına karşılık gelen $d_t(q)$ ve $d_t(p)$ fonksiyonlarını belirlemek için yeterli olmayacaktır.

Bundan dolayı $d_0(q, p)$ fonksiyonunun, istatistiksel biçimde verilebildiği kadarıyla sistemin *olasılık durumunu* ya da *fiziksel durumunu* belirlediği söylenebilir; $d_0(q, p)$ biliniyorsa, diğer bütün olasılık dağılımları belirlenebilir. $d_0(q)$ ve $d_0(p)$ dağılımlarına göre bu belirleme işlemi (4) ve (5)'te ifade edilmiştir; 3-5'te içerilen diğer dağılımların belirlenme işlemi şu fikirlere bağlıdır. $d_0(q, p)$ ile q ve p değerlerinin her türlü bileşimlerinin olasılığını bilebiliriz. Şimdi (3) nedensel yasası bu tür her bir bileşime bir u değeri atar; $d_0(u)$ olasılık dağılımı, bundan dola-

yı belirlenmiş olur. Benzer şekilde, (1) ve (2) nedensel yasaları q ve p değerlerinin her bir bileşiminin sonraki bir anına bir q ya da p değeri atar; dolayısıyla bu değerlerin olasılık dağılımları belirlenmiş olur.

Şimdi bu türetimlerin ne şekilde yapıldığını göstereceğiz. q ve p ifadeleri $q_1 \ldots q_n$ ve $p_1 \ldots p_n$ kümelerini temsil ettiğine göre $d_0(q, p)$

$$d(q_1{}^0 \ldots q_n{}^0, p_1{}^0 \ldots p_n{}^0) \tag{7}$$

ifadesini temsil eder.[1] Gösterimimizi kolaylaştırmak için t'nin alt indisini göz ardı ederiz ve bir t anındaki bu değişkenlerin değerleri için $q_1 \ldots q_n$ ve $p_1 \ldots p_n$ sembollerini kullanırız. Dahası, fonksiyonu ifade eden genel f sembolü bireysel olarak belirtilebilir; böylece (1) için

$$\begin{aligned} q_1 &= q_1(q_1{}^0 \ldots q_n{}^0, p_1{}^0 \ldots p_n{}^0) \\ q_2 &= q_2(q_1{}^0 \ldots q_n{}^0, p_1{}^0 \ldots p_n{}^0) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ p_n &= p_n\,(q_1{}^0 \ldots q_n{}^0, p_1{}^0 \ldots p_n{}^0) \end{aligned} \tag{8}$$

eşitliklerini yazabiliriz. $q_1{}^0 \ldots p_n{}^0$ değişkenleri için (8)'i çözerek, (7)'deki $q_1 \ldots p_n$ değişkenlerini tanımlayabiliriz. Bir olasılık dağılımı kendi değişkenlerinde integraller içerdiğine göre burada, integrallerde yeni değişkenlerin tanımlanması için kurallar kullanmak zorundayız; dolayısıyla

---

[1] Burada, $q_i{}^0$ ve $p_i{}^0$ sembollerinin sabitler değil de değişkenleri gösterdiği bir yazım şekli kullanacağız. t_0 anındaki q ve p değerleri, başka bir t anında ki q ve p değerleri tarafından oluşturulan değişkenler kümesinden farklı bir değişkenler kümesi oluşturur. Şu andaki amacımız için bu yazım şekli tercih edilir.

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial q_1^0}{\partial q_1} & \cdots & \frac{\partial p_n^0}{\partial q_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial q_1^0}{\partial p_n} & \cdots & \frac{\partial p_n^0}{\partial p_n} \end{vmatrix} \quad (9)$$

fonksiyonel determinantıyla çarpmak durumundayız. Böylece

$$d_t(q, p) = d(q_1 \dots q_n, p_1 \dots p_n) = d(q_1{}^0 \dots q_n{}^0, p_1{}^0 \dots p_n{}^0) \cdot |\Delta| \quad (10)$$

ifadesine sahip oluruz. Konum ve momentum gibi kanonik p ve q değişkenleri için Hamilton denklemleri $\Delta = 1$ sonucuna götürür; bu Liouville teoremidir.

Benzer şekilde $d_t(u)$ da belirlenebilir. t alt indisini göz ardı edersek, (3)'ü

$$u = f(q_1 \dots q_n, p_1 \dots p_n) \quad (11)$$

olarak yazabiliriz. $d(q_1 \dots q_n, p_1 \dots p_n)$ fonksiyonundan başlayarak değişkenlerinden biri için, örneğin q_1 için u değişkenini atayabiliriz; bu amaçla (11)'i q_1 için çözeriz ve elde edilen ifadeyi q_1 yerine kullanırız. Ortaya çıkan fonksiyon $d'(u, q_1 \dots q_n, p_1 \dots p_n)$ olarak yazılabilir. Bu henüz bir olasılık dağılımı değildir; onu olasılık dağılımı yapmak için burada onu $\frac{\partial q_1}{\partial u}$ değerine indirgeyen fonksiyonel determinantla çarpmak zorundayız. Böylece

$$d(u, q_2 \dots q_n, p_1 \dots p_n) = d'(u, q_2 \dots q_n, p_1 \dots p_n) \cdot \left| \frac{\partial q_1}{\partial u} \right| \quad (12)$$

olasılık dağılımını elde ederiz. Şimdi tekrar t alt indisini tanımladığımızda ve $d(u)$ yerine $d_t(u)$ yazdığımızda $d_t(u)$ fonksiyonu, $(n-1)$ kere integrali alınarak

$$d_t(u) = \int \ldots n{-}1 \ldots = \int d(u, q_2 \ldots q_n, p_1 \ldots p_n) dq_2 \ldots dq_n dp_1 \ldots dp_n \quad (13)$$

olarak yazılabilir.

Sonuçlarımızı sembolik olarak belirtmek için sonraki her bir denklemde farklı olan işlemcinin bireysel biçimi özel olarak belirtilmeksizin, bir işlemciyi f_{op} sembolüyle ifade edeceğiz. Böylece

$$d_t(q,p) = f_{op}{}^{(t)}[d_0(q,p)] \quad (14)$$

$$d_0(q) = f_{op}[d_t(q,p)] = f_{op}{}^{(t)}[d_0(q,p)] \quad (15)$$

$$d_t(p) = f_{op}[d_t(q,p)] = f_{op}{}^{(t)}[d_0(q,p)] \quad (16)$$

$$d_t(u) = f_{op}[d_t(q,p)] = f_{op}{}^{(t)}[d_0(q,p)] \quad (17)$$

ifadelerini yazabiliriz. f_{op} işlemcilerinin anlamı yukarıda açıklanan (1)-(3) nedensel yasalarının uygulamalarını içeren işlemler tarafından verilir.

(14) ifadesinin katı nedensel durumda bir dengi yokken, (15)-(17)'deki ilk ve son terim arasındaki ilişkilerin doğrudan (1)-(3) nedensel durumundaki genellemeleri temsil ettiğini görürüz. Tek biçimsel fark p, q, u değerlerinin $d(p)$, $d(q)$, $d(u)$ veya $d(q, p)$ fonksiyonlarıyla ve f fonksiyonun da f_{op} işlemcisiyle yer değiştirmiş olmasıdır. İstatistiksel durumda bu, istatistiksel fonksiyonlar arasındaki ilişkilerin klasik durumdaki değişkenler arasındaki ilişklerle yer değiştirdiği anlamına gelir.

Şimdi kuantum mekaniğini düşünelim. $d_0(q, p)$ olasılık dağılımının bir benzeri burada, bu terimi $\psi(q, t_0)$, yani t_0 anında ψ fonksiyonu için yazarsak $\psi_0(q)$ karmaşık fonksiyonu olur. $d_0(q, p)$ gibi, $\psi_0(q)$ fonksiyonu sistemin *olasılık durumunu* belirler ve bununla birlikte kuantum fiziğinde mümkün olduğu kadar bütünüyle sistemin *fiziksel durumunu* belirler. Böylece aşağıdaki tabloda *kuantum mekaniğinin türetilmiş ilişkilerini* özetleyebiliriz:

Verili olan:

1) t_0 anındaki $\psi_0(q)$ karmaşık fonksiyonu
2) fiziksel yasalar

Belirlenmiş:

3) t_0 anında $d_0(q)$, $d_0(p)$ olasılık dağılımları ve ilgilenilen bütün diğer varlıkların $d_0(u)$ olasılık dağılımı
4) t anında $\psi_t(q)$ karmaşık fonksiyonu
5) t anında $d_t(q)$, $d_t(p)$ olasılık dağılımları ve ilgilenilen bütün diğer varlıkların $d_t(u)$ olasılık dağılımı

2'de bahsedilen fiziksel yasalar, 3 ve 5 maddelerine göre işlemcilerin ve birinci Schrödinger denkleminin oluşturulması için gerekli kurallar ve buna ek olarak 4. maddeye göre § 17'deki olasılık dağılımlarını belirleyen I-III kuralları fiziksel yasalarda ikinci Schrödinger denklemini kapsarlar.

(14)-(17)'de uygulanan yazımın işlemci halini kullanarak, kuantum mekaniğinin türetilmiş ilişkilerini aşağıdaki biçimde yazarız:

$$\psi_t(q) = f_{op}^{(t)}[\psi_0(q)] \tag{18}$$

$$d_t(q) = f_{op}[\psi_t(q)] = f_{op}^{(t)}[\psi_0(q)] \tag{19}$$

$$d_t(p) = f_{op}[\psi_t(q)] = f_{op}^{(t)}[\psi_0(q)] \tag{20}$$

$$d_t(u) = f_{op}[\psi_t(q)] = f_{op}^{(t)}[\psi_0(q)] \tag{21}$$

Bu ilişkiler (14)-(17) klasik istatistik durumuyla benzerlik gösterirler. Burada $d(q, p)$ fonksiyonu $\psi(q)$ fonksiyonuyla yer değiştirir. (14)'ün elde edilmesinde (1) ve (2) nedensel yasalarının rol oynaması, (18)'e göre zamana bağımlı Schrödinger denklemi tarafından varsayılmıştır.

Klasik istatistik durumda olduğu gibi $d_0(q)$ ve $d_0(p)$ bireysel olasılık dağılımları, sonraki dağılım $\psi_0(q)$ fonksiyonunu belirlemediğinden dolayı olasılık durumu belirlemek için yeterli

değildir (*krş.* § 20). Böylece $\psi_0(q)$ fonksiyonu, bireysel dağılımlardan daha fazlasını belirttiği için $d_0(q, p)$ fonksiyonunu hatırlatır. Bundan dolayı $\psi_0(q)$ fonksiyonu şimdiye kadar bireysel dağılımlardan fazlasını belirttiği için $d_0(q, p)$ fonksiyonunu anımsatır. Bunun yanı sıra, burada çarpıcı bir fark görürüz. $\psi_0(q)$ karmaşık fonksiyonu başka iki olasılık dağılımı çifti, örneğin $d_0(q)$ ve $d_1(q)$ gibi bir ardışık fonksiyon çifti tarafından belirlenir (*krş.* § 20). Böylece $\psi_0(q)$ karmaşık fonksiyonu bir değişkenli olasılık dağılımı çiftini temsil ettiği için $d_0(q, p)$ fonksiyonu, genel olarak böyle bir çifte üstündür. (6) gibi özel durumlar dışında, iki değişkenli bir fonksiyonu, bir değişkenli iki fonksiyon türünde belirlemek mümkün değildir. Aynı durum q ve p yerine $q_1 \ldots q_n$ ve $p_1 \ldots p_n$ kümelerini yazdığımızda da geçerli olur; $2n$ değişkeni olan $d_0(q_1 \ldots q_n$ ve $p_1 \ldots p_n)$ fonksiyonu, genel olarak n değişkenli fonksiyon çiftinin her birine üstündür. Kuantum mekaniksel durum dediğimiz olasılık durumunun ya da bir saf durumun özel bir tür olduğunu görürüz; klasik problemdeki değişkenlerin sayısı $2n$ ise, kuantum mekaniksel problemin olasılık durumu n değişkenli iki olasılık dağılımının her biri cinsinden ifade edilebilir. Bir kuantum mekaniksel durumun özelliklerinin belirlenmesi için ψ karmaşık fonksiyonunun kullanımını ifade eden bu temel gerçeldir. Sadece karmaşık ψ fonksiyonu tarafından betimlenemeyen bir topluluk için $2n$ değişkene sahip $d_0(q_1 \ldots q_n$ ve $p_1 \ldots p_n)$ ile karşılaştırılabilir bir fonksiyona ihtiyacımız vardır.

Kuantum mekaniğinin fiziksel durumu böylece (6)'daki bağımsızlık türünde klasik istatistiksel durumlarla, yani $d_0(q, p)$ fonksiyonunun $d_0(q)$ ve $d_0(p)$ olmak üzere ikiye ayrıldığı durumlarla karşılaştırılabilecek özel bir türün istatistiksel durumunu temsil eder. Ancak bu benzerlikten başka bir şey değildir. Kuantum mekaniksel durum q ve p'nin birbirinden bağımsız olduğu bir durum olarak anlaşılamaz; çünkü § 20'de gördüğü-

müz gibi $d_0(q)$ ve $d_0(p)$ fonksiyonları, $\psi_0(q)$'yu belirlemezler. Hatta böyle bir ifade kuantum mekaniğinin sınırlarının ötesinde düşünülmek zorundadır. Kuantum mekaniksel bir durumda, bir $d_0(q, p)$ dağılımıyla ilgili herhangi bir ifadeyi türetmenin bir yolu yoktur; dolayısıyla, bu dağılımın özel çarpımsal biçimine göre olan bir ifade de oluşturulamaz. Kuantum mekaniğinin bir $d(q, p)$ fonksiyonuna ihtiyaç duymamasının nedeni, kuantum mekaniğinin konfigürasyon uzayındaki dönüşümlerinin noktasal dönüşümler değil de bütünsel dönüşümler olduğu gerçeğiyle verilir. (*krş.* § 12). Bu türde bir bütünsel dönüşüm olan $\sigma(p)$'den $\psi(q)$'ya geçiş, böylece q değerlerinin p değerlerine bir uyumlamasını belirtmez. Böylece kuantum mekaniği q ve p'nin eşzamanlı değerleri hakkında herhangi bir ifadeyi içermez.

Klasik istatistiksel değerlendirmelerde $d(q, p)$ fonksiyonunun araya girmesi bir p, q bileşimine, bu varlıkların sonraki değerlerini veya bir u varlığının değerlerini matematiksel bir fonksiyon olarak uyarlayan nedensel yasaları kullanan yöntemlere bağlıdır. Bu tür yasalar değerlerinin belirlenmesi için gerekliyse p, q bileşiminin olasılık bilgisi verilemez. Kuantum mekaniksel yöntemlerin bir $d(q, p)$ fonksiyonu kullanmaması, böylece bu yöntemin bu tür yasaların herhangi bir varsayımını içermediğini kanıtlar.

Bu, şu şekilde anlaşılabilir. (1) veya (2)'ye benzeyen nedensel yasa § 1'de açıklandığı gibi $d(q)$ ve $d(p)$ dağılımlarının her ikisi de ya da $d(q, p)$ dağılımı yoğunlaşmış dağılımlara yaklaşmasından kaynaklanan (14) veya (15) biçimindeki olasılık ilişkilerinin sınırı olarak tanımlanabilir. Böylece olasılık dağılımları yoğunlaşmış dağılımların merkezindeki değerlere yozlaşmış olur ve f_{op} işlemcisi bir f fonksiyonuna yozlaşır. Şimdi belirsizlik ilişkisi $d(q)$ ve $d(p)$ dağılımlarının her ikisinin de yoğunlaş-

mış olduğu fiziksel durumları bulmanın mümkün olmadığını gösterir. Dolayısıyla, (1)-(3) biçimindeki nedensel yasaların doğrulanması mümkün değildir; daha kesin olarak: İstenen yaklaşıklık derecesinde bu tür yasaları doğrulamak mümkün değildir. Bu yaklaşıklığa belirsizlik ilişkisi tarafından bir sınır getirilir. Kuantum mekaniğinin bu tarz yasaları kullanmama sebebi budur.

Bundan dolayı bu tür yasalardan bahsedilmesinin kabul edilemez olduğu konusunda ısrar mı etmeliyiz? Böyle bir tavır gerekli olmayan bir sınırlamanın tanımlanması anlamına gelir. Tersi olan tavrı da varsayabiliriz ve bu tür yasaları *doğrulanabilir ifadeler* olarak tanımlamak mümkün değilse, *tanım* olarak bu tür yasaların gerçekleştirilmesine izin verebiliriz. Böyle bir özgürlüğün gerektireceği koşul, sadece kuantum mekaniğinin sayısal sonuçlarına karşılık gelen gözlenebilir dağılımlar arasındaki bir bağlantıya ulaşıyorsa *herhangi bir* yasanın hoş görülebilir olduğudur. Böylece u varlığını q ve p'nin bir fonksiyonu olarak belirleyen bir yasanın yerine bir *denk yasalar sınıfına* sahip oluruz. Dolayısıyla gözlenebilir dağılımların arasındaki boşlukları doldurmak için kullanabileceğimiz kuram, denk betimlemeler kuramı olur (§ 5).

Bu nedenden dolayı şimdi, böyle bir mantıksal özgürlük için kuantum mekaniksel yöntemlerle ulaşılmış iç-kestirimin ucu açık bırakılmış çeşitli ekleme biçimlerini araştırmak zorundayız. Böylece nedensel yasalar sorusu, içinde nedensel yasaların olduğu bir eklemenin olup olmadığı sorusuna dönüşür. Bu sorunun yanıtı, "nedensel yasa" teriminin varsayılan anlamına bağlı olacaktır. Bu terim genelde iki ayrı koşul içerir. Öncelikle, nedenin sonucu tek sesli olarak belirlemesinin gerekliliğidir; ikinci olarak, temasla etkileşim ilkesini takip ederek, etkinin uzayda sürekli olarak yayılması istenmiştir. İkinci koşul

sıklıkla *nedensel zincir* olarak ifade edilir. Sonuçlarımızın beklentisiyle yanıtımızın olumsuz olacağını, tamamen nedensel zincirler cinsinden kuantum mekaniksel ilişkilerin yorumlanmasının imkânsız olduğunu göreceğiz. Sonra da birinci koşulu neden ve sonuç arasındaki olasılık ilişkilerinin bir koşuluyla yer değiştirirken ikinci koşulu koruyarak nedensellik kavramını genellemeye çalışacağız. Bu bağlamda *olasılık zincirlerinden* bahsedeceğiz; tam tanım daha sonra verilecektir. Ancak kuantum mekaniğindeki gözlenebilir verilerin iç-kestiriminin bu tür olasılık zincirlerinin tanımlar yoluyla mümkün olmadığı sonucuna varacağız. Bütün bir denk betimlemeler sınıfı hakkındaki bir ifadeyi temsil eden bu olumsuz sonuç, nedenselliğin herhangi bir anlamda kuantum mekaniksel nesneler dünyasına tanımlanmasını dışlar ve böylece § 8'de matematiksel olarak gösterilen *olağandışılık ilkesine* yol açar.

§ 25. Parçacık Yorumu

Ölçülen bir q değeri, eşzamanlı bir p değeri ve tam tersi duruma uydurulmuş her yorum, parçacık yorumu olarak adlandırılabilir. Bu uyumlama çeşitli şekillerde yapılabilir. Göreceli olarak basitliğiyle farklılık gösteren bir yolun genel hatlarını sunacağız ve belki de parçacık yorumunun *örneği** olarak düşüneceğiz.

Gözlenmemiş varlıkların değerlerinin sadece *tanımlar* olarak sunulmasının nedeni açıktır. Dolayısıyla gözlenmeyen varlıklarla ilgili ifadelerin *doğru* olduğunu ispatlamakla ilgilenmeyeceğiz; gerekli olan tek şey tanımlarımızın *kabul edilebilir* olmasıdır. Birbiriyle bağlantılı olan birçok kabul edilebilir tanım-

* Prototype –çn.

dan oluşan bir yoruma *kabul edilebilir yorum* diyeceğiz. § 22'deki açıklamamıza uygun olarak, kabul edilebilir yorum daha basit bir biçimde de gösterilebilir.

Bu yorumdaki ilk tanımımız ölçülürken ölçüm yoluyla bozulmaya uğramayan varlık fikrini içerir; bu fikre göre sadece yer değiştirmeli olmayan varlıklar bozulmaya uğrar. Bu fikri aşağıdaki gibi formüle edebiliriz:

Tanım 1. Bir varlığın u_i değeri, u'nun bir ölçümü sırasında gözlenmişse, bu u_i değeri u'nun ölçümün hemen öncesindeki ve sonrasındaki değeri anlamına gelir.

u zamandan bağımsız bir varlıksa, bu aynı u_i değerinin ölçümden önce ve sonra, uzunca bir süre boyunca geçerli olduğu anlamına gelir. Böylece yer değiştirmeli olmayan bir v varlığının ölçümü gibi sadece dışarıdan gelen bir etki u_i değerini yok edecektir.

§ 22'de kullanılan terim bilgisine göre tanım 1'i aşağıdaki olasılık ilişkisine göre ifade edebiliriz:

$$P(s, u_i) = P(s.m_u, u_i) \qquad (1)$$

Bu ilişki, u_i değerinin m_u ölçümünden önce de var olduğunu ifade eder. u_i'nin ölçüm m_u'dan sonra da var olduğunu özellikle ifade etmeye özellikle gerek yoktur; çünkü yazım biçimimiz bu fikri, terimlerin birbirini zaman sırasıyla takip ettiği kuralla ifade eder.

Bir u'nun ölçümü gerçekleştirilmişse, açılımımızı v'nin ölçümüne göre ifade edebiliriz:

$$P(m_u \,.\, u_i, v_k) = P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_v, v_k) \qquad (2)$$

Biçimsel olarak (1) ve (2) ilişkilerini şu kuralla ifade edebiliriz: Hemen arkasından v_k geliyorsa m_v terimi, olasılık ifadesinin ilk kısmından atılabilir.

Şimdi, yaptığımız tanımların yer değiştirmeli olmayan varlıkların eşzamanlı değerlerinin belirlenmesine yol açtığını göstereceğiz. İlk olarak u_i'yi elde etmek için u ölçümünü yaptığımızı, sonra da v_k'yı elde etmek için kanonik olarak eşlenmiş v varlığı üzerinde ölçüm yaptığımızı düşünelim. İki varlığın da zamandan bağımsız olduğunu düşünelim. Açılımımıza göre u_i değeri u ölçümünden sonra ve v_k değeri v ölçümünden önce var olduğu için aynı anda m_u ve m_v ölçümleri arasında var olan u_i ve v_k değerlerini şu an için bilebiliriz. Bu bilgi,

$$u_i \quad m_u \quad u_i \quad v_k \quad m_v \quad v_k \tag{3}$$

olarak, zaman diyagramının soldan sağa ilerlediği şekilde sembolik olarak gösterilebilir. u_i ve v_k, m_u ve m_v arasında bir zamanda var olduğuna göre yaptığımız tanımın, eşzamanlı var olan u_i ve v_k'nın kanonik olarak eşlenmiş değerlerinin bileşimlerinden bahsetmeyi anlamlı kıldığını görebiliriz.

Zamana bağımlı varlıkları belirleme yöntemini genişletmek istersek m_u ve m_v ölçümlerini biri diğerinden hemen sonra gelecek şekilde yapmalıyız; böylece bu iki ölçüm arasındaki eşzamanlı u_i ve v_k değerlerini belirlemiş olacağız. u değil de, sadece v zamana bağlıysa zamansal anlamda bu iki ölçüm birbirine yakın olmak zorunda değildir; fakat bu durumda sonuçlar sadece m_v ölçümünden hemen önce var olan eşzamanlı değerlerin bileşimlerini belirleyebilir. Böyle bir durum, örneğin u herhangi bir kuvvetin etkisi altında olmayan serbest bir parçacığın hızı ve v de konumu olduğu zaman ortaya çıkar.

Sadece u_i ve v_k değerinden biri yok olduğunda, bu değerlerin farklı biçimlerdeki bileşimlerinin bilgisini elde edebildiğimize göre tanım 1 aracılığıyla elde edilen eşzamanlı değerlerin bilgisi, göreceli olarak sınırlı biçimdedir. m_v ölçümü bir kere yapıldığı zaman, u_i değeri artık var olmaz; u'nun sonradan-var olan değerini bilmek için başka bir u ölçümü yapmak zorunda-

yız. Ancak u'nun bu ölçümüyle v_k değeri yok edilirdi vb. Bu yargının önemli bir sonucu vardır. § 21'de ölçümün tekrarlanmasının bir önceki ölçümle aynı değeri vereceği ilkesini belirtmiştik. Bu ilkenin eşzamanlı değerlerin bileşimi üzerinde etkisi yoktur. u_i ve v_k değerlerinin aynı biçimdeki bileşimlerini ikinci kez üretecek araçlara sahip değiliz; aynı bileşimin bir kere daha gerçekleşebilmesi sadece şansla olur. Bundan dolayı eşzamanlı değerlerin bilgisini gelecek ölçüm sonuçlarının öngörülmesinde kullanamayız; elde edilen bilginin edinilmesi sürecinde var olan olayların durumu için artık geçerli olmamasından dolayı gelecek, belirlenmemiş olarak kalır. Şunu eklemeliyiz ki, gözlenen u_i ve m_u ölçümünden önce var olmuş v'nin değeri olan v_k'nın gözlenen bileşiminden fikir sunamayacağımız için bilgimizi geçmişe doğru bir sonuç çıkarmak için de kullanamayız.[1]

Tanım 1, sadece iki ölçüm arasındaki gözlenmemiş varlıkların değerini belirler. Başka durumlarda bu türdeki değerler hakkında bilgi edinebilmek için ikinci bir tanım sunmak zorundayız. Gözlenmemiş varlıkların değerini değil de, böyle bir değerin olasılığını genel durum için tanımlamak amaçlarımız için yeterli olur. § 24'teki (6)'da gösterilen klasik-istatistiksel durumla benzerlik içerisinde yorumumuzu oluşturduğumuzdan dolayı burada çarpımın özel kuralını kullanabiliriz. Bu aşağıdaki tanımla yapılır:

---

1 Ancak tabi ki bu değeri, sonucu rapor edilmiş önceki bir gözlemden bilebiliriz ve dolayısıyla önceki anlarda gelecekteki ölçümlerin sonuçları bilinemese de sonraki başka bir anda bilinebilir. Bu zamanın bir yönünün olduğunu gösterir. Ancak raporların kullanımı kapalı sistemlerde gösterilemeyen uygulamalar içerir. Şimdiye kadar kapalı sistemler dikkate alındığına göre görünen o ki kuantum mekaniği zamanın bir yönü olduğunu belirtmez. Bu § 22'deki (14)'te ifade edilir.

Tanım 2. Bir $\upsilon_k\omega_m$ bileşiminin bir s fiziksel durumuna bağlı olasılığı υ_k ve ω_m'nin s'ye bağlı olasılıklarının çarpımıyla verilir. Sembolik olarak:

$$P(s, \upsilon_k \,.\, \omega_m) = P(s, \upsilon_k) \cdot P(s, \omega_m) \tag{4}$$

Bu ilişkiyi (1) ile birleştirirsek, elimizde

$$P(s, \upsilon_k \,.\, \omega_m) = P(s. m_\upsilon, \upsilon_k) \cdot P(s. m_\omega, \omega_m) \tag{5}$$

ifadesi olur. Tanım 2, ayrıca ψ'nin u'nun bir öz fonksiyonuyla yer değiştirdiği durum için de, yani ψ, u'nun ölçümünden kaynaklanan bir durumun özelliklerini tanımladığında da geçerlidir. Böylece

$$P(m_u \,.\, u_i, \upsilon_k \,.\, \omega_m) = P(m_u \,.\, u_i, \upsilon_k) \cdot P(m_u \,.\, u_i, \omega_m) \tag{6}$$

$$= P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_\upsilon, \upsilon_k) \cdot P(m_u \,.\, u_i \,.\, m_\omega, \omega_m) \tag{7}$$

ifadelerini elde ederiz.

Tanım 2, υ_k ve ω_m değerlerinin bağımsız olduğunu belirtir. Bu fikri, (4)'teki özel çarpım kuralı aracılığıyla ifade etmek yerine, bunu υ_k'ya bağlı ω_m'nin göreli olasılığının ω_m'nin "mutlak" olasılığına eşit olduğu biçiminde de ifade edebiliriz. Bu (4) ve (6)'yı sırasıyla aşağıdaki ifadelerle yer değiştirebileceğimiz anlamına gelir:[1]

$$P(s \,.\, \upsilon_k, \omega_m) = P(s, \omega_m) \tag{8}$$

$$P(m_u \,.\, u_i \,.\, \upsilon_k, \omega_m) = P(m_u \,.\, u_i, \omega_m) \tag{9}$$

---

[1] $P(s, \upsilon_k) \neq 0$ durumu için (4) ifadesi (8)'den türetilebilirken, (8) ifadesi sadece bu durum için (4)'ten türetilebilir. Böylece bağımsızlığın tanımı olarak (8) ve (9)'u göz önünde bulundurabiliriz ve dolayısıyla $P(s, \upsilon_k) = 0$ olduğu her durumda tanım 2'yi değiştirerek ekleyebiliriz.

Burada (1) ve (2)'yi uygulayarak öncelikle sol tarafta, sonra da sağ tarafta

$$P(s\,.\,v_k,\,\omega_m) = P(s\,.\,v_k\,.\,m_\omega,\,\omega_m) = P(s\,.\,m_\omega,\,\omega_m) \qquad (10)$$

$$P(m_u.u_i.v_k,\,\omega_m) = P(m_u.u_i.v_k.m_\omega,\,\omega_m) = P(m_u.u_i.m_\omega,\,\omega_m) \qquad (11)$$

ifadelerini elde ederiz. (1) ifadesinin (8)'in sol tarafının içine yerleştirilmesi işleminde v_k'nın s durumuna ait olduğunu göz önünde bulundurduk; böylece m_ω terimini v_k'nın sağına koyduk. Aynı işlem (2) ifadesinin (9)'un soluna uygulanması için de geçerlidir. Aynı zamanda

$$P(s\,.\,m_\omega\,.\,v_k,\,\omega_m) \qquad (12)$$

biçimindeki ifadeleri de göz önünde bulundurabiliriz. Bu türde bir ifade (1) aracılığıyla $P(s.v_k,\,\omega_m)$'den çıkartılamaz. Ancak (12)'nin değerini, (1)'i kullanmanın yanı sıra olasılıkların genel çarpım kuralı ve § 22'deki (4) ve (22)'ye karşılık gelen eleme kuralını aşağıdaki şekilde kullanarak elde edebiliriz:

$$P(s.m_\omega.v_k,\,\omega_m) = \frac{P(s.m_\omega.v_k.\omega_m)}{P(s.m_\omega.v_k)} = \frac{P(s.m_\omega,\omega_m).P(s.m_\omega.\omega_m.v_k)}{P(s.m_\omega.m_v.v_k)}$$

$$= \frac{P(s.m_\omega,\omega_m).P(m_\omega.\omega_m.m_v.v_k)}{\sum_i P(s.m_\omega,\omega_i)P(m_\omega.\omega_i.m_v.v_k)} \qquad (13)$$

(8) ve (9) ilişkileri (12) gibi terimlere uygulanmayacak şekilde oluşturulmuş şu kural tarafından ifade edilebilir: v_k gibi bir terim, m_v teriminden önce geliyor ya da ω_m'den sonra geliyorsa bir olasılık ifadesinden atılabilir.

Tanım 2'nin kabul edilebilirliği eleme kuralının totolojik olarak sağlandığını kanıtlayan aşağıdaki değerlendirme tarafından gösterilir:

$$\begin{aligned} P(s, \omega_m) &= P(s, [v_1 \vee v_2 \vee \ldots].\omega_m) \\ &= \sum_k P(s, v_k \,.\, \omega_m) \\ &= \sum_k P(s, v_k) \cdot P(s, v_k \,.\, \omega_m) \\ &= P(s, \omega_m) \cdot \sum_k P(s, v_k) \cdot P(s, \omega_m) \qquad (14) \end{aligned}$$

Son satır için (8)'i ve $\sum_k P(s, v_k) = 1$ ilişkisini kullanmıştık. Aynısı (13) biçimindeki ifadeler için de gösterilebilir.

Bunun ötesinde, (9) kuralımızın göreli olasılıklar için sahip olduğumuz önceki kurallarımızla çelişmediğini gösterebiliriz. (9) ilişkisi ω_m değerinin *ölçülmemiş* v_k değerinden bağımsız olduğunu ifade eder. § 22'de daha önce tanımlanmış olan (15) ve (22) gibi göreceli olasılıklar, ω_m'nin *ölçülmemiş* v_k değerine bağımlılığını ifade eder.

Tanım 1 ve 2'yle ayrıntılı, yani içinde eşzamanlı değerler dâhil gözlenmemiş varlıklarla ilgili ifadelerin verilebildiği bir yorum vermiştik. Anlamın genel kuramında tanımlanan terim bilgisini kullanarak,[1] bu yorum da yer değiştirmeli olmayan varlıkların eşzamanlı değerleri hakkındaki ifadelerin iki ölçüm arasındaki durumlar için *doğruluk anlamı,* genel durumlar için de *olasılık anlamı* taşıdığını söyleyebiliriz. Bu ayrım sonraki durum için ilk durumda olduğu gibi, değerlerinin kendilerinin tanımlanması yerine (tanım 1) sadece varlıkların değerlerinin olasılıklarını tanımlamış olduğumuzu ifade eder (tanım 2).

§ 26. Zincir Yapısının Olanaksızlığı

Parçacık yorumu kabul edilebilir bir yorum olarak tamamlandıktan sonra, kendimize bu yorumun sonuçlarının neler olduğunu sorabiliriz. Özel olarak bizi ilgilendiren, nedensellik so-

[1] *Krş.* Yazarın *Experince and Prediction* [*Deneyim ve Öngörü*] (Chicago, 1938), § 7.

rusudur. Klasik-istatistiksel kavramda, q, p durumlarını gelecek durumlara ve diğer u varlıklarına bağlayan nedensel yasaların var olduğunu görürüz. Parçacık yorumumuzla da tanımlanan benzer yasalar var mıdır?

Kısa bir analiz durumun bu olmadığını bize gösterir. § 25'teki (3) biçimine denk gelen

$$q_i \;\; m_q \quad q_i \;\; p_k \;\; m_p \quad p_k \tag{1}$$

biçimde bir dizi değerin olduğunu varsayalım ve ne q, ne de p ile yer değiştirmeli olmayan bir u varlığının olduğunu düşünelim. Böylece bu durumu değiştirmeden m_q ve m_p ölçümleri arasında u'yu ölçmemizin hiçbir yolu yoktur. Sadece

$$P(m_q \,.\, q_i \,.\, p_k, u_m)$$

olasılığını tanımlayabiliriz. § 25'teki (9)'a göre bu olasılık

$$P(m_q \,.\, q_i \,.\, p_k, u_m) = P(m_q \,.\, q_i, u_m) = P(m_q \,.\, q_i \,.\, m_u, u_m) \tag{2}$$

ifadesine eşittir. Bu, u'nun q_i ile eşzamanlı olarak var olan p'nin değerine bağlı olmadığı ve diğer yandan u'nun q'ya bağımlılığının bir q değeri için olası u değerlerinin uygun bir tayfının olduğu anlamına gelir. Böylece kuantum mekaniğinin istatistiksel ilişkilerini klasik-istatistiksel duruma indirgeyen

$$u = f(q, p) \tag{3}$$

nedensel fonksiyonu tanımlayamayız.

Sonraki durum bir yandan $d(q)$ ve $d(p)$, diğer yandan $d(u)$ ile arasındaki bağlantıyı sağlayan *nedensel zincirlere* sahip olacak şekilde oluşturulmuştur. Böylece değerlendirmemiz bu türdeki nedensel zincirlerin tanım 1 ve 2'nin yorumlarında oluşturulamayacağını gösterir. § 24'ün sonunda belirtildiği gibi sorgulamamızı genellersek, bu tanımlarla verilen yorumda en azından *olasılık zincirlerinin* oluşturulup oluşturulamayacağını

sorabiliriz. Bu terimin anlamı şimdi kesin bir biçimde tanımlanmalıdır.

Bu amaçla

$$d(q, p; u) \tag{4}$$

yapısındaki *göreli olasılık fonksiyonunun* (3) nedensel fonksiyonunun yerini aldığını ve bir yanda $d(q)$ ve $d(p)$, diğer yanda $d(u)$ ile arasındaki bağlantıyı sağladığını göz önüne alalım. Göreli olasılık fonksiyonları, göreli olasılıklara karşılık gelir; sadece noktalı virgülden sonraki değişkenler üzerinden integralleri alınabilir ve noktalı virgülden önceki değişkenlerin değerlerine göre bu değişkenin olasılığı belirlenebilir. Bu fonksiyonlar, nedensel yasaların olasılık yasalarına bir genellemesidir.[1] Bu şekilde sunulan yorumun, (4) fonksiyonu $d(q)$ ve $d(p)$ fonksiyonlarından farklıysa *olasılık zincirleri* türünden verildiğini söyleyebiliriz. Böylece *zincir yapısı*, q ve p değerleri verilmişse bir u değerinin olasılığının belirlendiği bir yapının özelliklerini belirler. Bu özelliği q ve p değerlerinden geçen $d(q)$ ve $d(p)$ ile $d(u)$ arasındaki bağlantı olarak yorumlayabiliriz.

Sonuçlarımız, tanımlanan şekilde olasılık zincirleri oluşturamayacağımızı gösterir. (2) dolayısıyla, (4) fonksiyonu sadece q'nun

$$d(q; u) \tag{5}$$

fonksiyonuna yozlaşır. Bu durumda, p değerinin u üzerinde hiçbir etkisi yokken p üzerinde yapılan bir ölçümden sonra her şey farklıdır; böylece elimizde u'nun p'den bağımsız olduğunu ifade eden

$$d(p; u) \tag{6}$$

---

[1] *Krş.* Yazarın *Wahrscheinlichkeitslehre* (Leiden,1935), § 44.

olasılık fonksiyonuna sahip oluruz. Bunun anlamı, verilen yorumda bir p ölçümü yapıldıktan sonra bir u değerinin olasılığının bazen sadece q'ya, bazen de sadece p'ye bağlı olduğudur. Dolayısıyla ikinci durumda q'nun u üzerinde hiçbir etkisi yokken, ilk durumda ölçülmemiş olmasına rağmen, var olduğunu varsaydığımız p değerinin de u üzerinde hiç etkisi yoktur. Böylelikle birinci durumda $d(q)$ yoğunlaşmış bir dağılım olduğuna fakat $d(p)$ yoğunlaşmış dağılım olmadığına göre ikinci durumda da tersi geçerliyken, bu durum $d(q)$ ve $d(p)$ olasılık dağılımlarına bağlı olarak farklılık gösterir. Böylece u'nun q ya da p'ye bağımlılığının $d(q)$ ve $d(p)$ dağılımlarıyla çeşitlilik gösterdiğini keşfederiz; dolayısıyla $d(q)$ ve $d(p)$'den bağımsız bir (4) fonksiyonu olmaz. Yukarıda belirtilen gerekliliği göz önüne alırsak, var olan ilişkiler bir zincir yapısı olarak yorumlanamaz.

Bu sonuç, genel bir s durumundan başlarsak daha da açıklığa kavuşur. Böylece tanım 2'ye göre elimizde, $d_s(u)$'nun u'nun s durumuna bağlı olan dağılımını gösterdiği

$$d(q, p; u) = d_s(u) \tag{7}$$

ifadesi olur. Bu, bir u değerinin olasılığının, q ve p değerlerinin herhangi birine ya da belirli bir bileşimine bağlı olmadığı anlamına gelir. s durumunu büyük ölçüde belirleseler de, bu sonraki dağılımların sonucumuz üzerinde hiçbir etkisinin olmaması (*krş.* § 20) sadece $d(q)$ ve $d(p)$'nin yanı sıra s'yi belirleyen başka etkenlerin olduğunu kanıtlar. Bundan dolayı bu şekilde tanımlanan bir zincir yapısına sahip olamayız.

Bu olumsuz sonucun tanım 1 ve 2'nin yorumlanmasına sınırlanıp sınırlanmadığı sorusu ortaya çıkar. Durumun bu olmadığını ve gözlenmemiş varlıkların değerlerinin başka tanımlarıyla da bir zincir yapısı tanımlayamayacağımızı göstereceğiz. Bunu göstermek için daha genel biçimlerdeki tanımları seçerek adım adım ilerleyeceğiz.

Şu tanımlamalar kümesiyle başlayacağız. Başka u varlıkları, u gözlenmediğinde bile q ve p'ye bağımlı olarak düşünülse de tanım 1'i değiştirmeden bırakacağız; ancak tanım 2'yi sadece q ve p'ye bağlı olarak koruyacağız. u'nun p ve q'ya bu bağımlılığının (4) fonksiyonu var olacak biçimde oluşturulup oluşturulamayacağını sorabiliriz. Bu yorum bir zincir yapısını temsil etmek üzere yapılacaksa, yukarıdaki açıklandığı gibi aynı (4) fonksiyonunun bütün mümkün fiziksel s durumları için geçerli olmasını talep etmek zorundayız. Ancak gerekli özelliğe sahip bir (4) fonksiyonu tanımlamak mümkün değildir. Bu, aşağıdaki değerlendirmelerde kanıtlanır.

$d_0(p)$'nin q'nun oldukça kesin bir ölçümüyle uyumlu bir dağılım olduğunu düşünelim; böylece $d_0(p)$ düz bir doğruyu temsil edecektir. p, $d_0(p)$ dağılımına sahipken q'nun büyük bir kesinlikle ölçülmesine karşılık gelecek şekilde q eksenini Δq_i küçük aralıklarına böleriz; q_i'yi bir Δq_i aralığının ortalama değeri olarak düşünelim. Ayrıca $d_i(q)$'yu pratik olarak tamamen Δq_i aralığında olan bir dağılım olarak düşünelim; böyle bir dağılıma sahipken, pratik bir kesinlikle q değerinin q_i olduğunu söyleyebiliriz. $d_0(p)$ ve $d_i(q)$ dağılımlarını birleştiren bir ψ fonksiyonu, $\psi_i(q)$ olarak yazılabilir. Tanımımız $d_i(q)$'yu Δq_i aralığının sınırları içerisinde açtığına göre (§ 20'de açıklanan nedenlerin yanı sıra) bu koşulu sağlayan bir adet değil, bir $\psi_i(q)$ fonksiyonlar sınıfı bulunur. q_i için bu sınıfın tek bir ψ fonksiyonunu belirlemek adına bir kuralın tanımlandığını varsayalım; bu fonksiyon $\psi(q_i, q)$ olarak yazılabilir. $d_i(q) = |\psi(q_i, q)|^2$ fonksiyonu böylece yaklaşık olarak bir Dirac fonksiyonuyla ifade edilebilir. Herhangi bir Δq_i aralığı için $\psi(q_i, q)$ fonksiyonlarıyla verilen durumların sınıfı, A sınıfı olarak adlandırılabilir.

A sınıfının bir durumunda q ile yer değiştirmeli olmayan bir u varlığını ölçersek, bir u değerini elde etmenin olasılığı

$$\psi(q_i, q) = \int \sigma(q_i, u)\varphi(u, q)du \tag{8}$$

açılımının σ katsayıları tarafından belirlenir. $\psi(q_i, q)$ fonksiyonu, q_i sonucuna sahip bir q ölçümünü temsil ettiğine göre olasılığı

$$P(m_q \,.\, q_i \,.\, m_u, u) = |\sigma(q_i, u)|^2 \tag{9}$$

biçiminde yazabiliriz. § 25'teki (1) ifadesinde tanım 1'i uygulayarak, sol taraftaki m_u terimini atabiliriz ve böylece

$$P(m_q \,.\, q_i, u) = |\sigma(q_i, u)|^2 \tag{10}$$

ifadesine varırız. d sembolünü kullanarak, sol tarafı $d_i(q_i; u)$ biçiminde yazabiliriz ve böylece A sınıfının bütün sistemleri için

$$d_i(q_i; u) = |\sigma(q_i, u)|^2 \tag{11}$$

ifadesini elde ederiz.

Şimdi hepsi daha önce kullanılan $d_0(p)$ dağılımlarına sahip, ancak $d_0(p)$ ile uyumlu olarak $d(q)$ dağılımlarının herhangi birine sahip sistemlerin bir B sınıfını göz önüne alalım. Bu sınıf, A sınıfı sistemlerini içerecektir, ancak bunun yanı sıra göreli olarak daha düz $d(q)$ dağılımlarına sahip sistemleri de içerecektir. Sınıf B'nın her bir sistemi için elimizde, olasılıklar için geçerli eleme kuralına göre

$$d_B(q; u) = \int d_B(q; p) \cdot d(q, p; u)dp \tag{12}$$

ilişkisi olur. Burada integralin içindeki ikinci terim için B alt indisi vermedik; çünkü (4)'te tanımlanan bu fonksiyonun bütün durumlar için geçerli olması gerekir. § 25'teki tanım 2'yi q ve p'ye uygulayarak ve B sınıfı tanımını kullanarak

$$d_B(q; u) = d_B(p) = d_0(p) \tag{13}$$

eşitliğini elde ederiz. Böylece

$$d_B(q; u) = \int d_0(p) \cdot d(q, p; u)dp \tag{14}$$

ifadesini çıkarırız. Bunun anlamı, (14)'ün sağ tarafı bütün B sistemleri için aynı değere sahip olduğundan dolayı $d_B(q; u)$ dağılımının B sınıfının bütün sistemleri için aynı olduğudur. Şimdi $d_B(q; u)$ fonksiyonunu şu şekilde belirleyebiliriz. A sınıfının sistemleri B sınıfına ait olduğuna göre herhangi bir Δq_i aralığını kullanırsak, elimizde:

$$d_B(q_i; u) = d_i(q_i; u) = |\sigma(q_i, u)|^2 \tag{15}$$

ifadesi olur. Bu ilişki bütün i'ler için geçerli oldundan dolayı i alt indisini q_i'de ihmal edebilir ve

$$d_B(q; u) = |\sigma(q, u)|^2 \tag{16}$$

yazabiliriz. Şimdi $d_B(q; u)$'nun anlamı, s_B'nin B sınıfındaki herhangi bir durumu temsil ettiği

$$P(s_B \,.\, q, u) = d_B(q; u) \tag{17}$$

ifadesiyle verilebilir. (9)'u kullanarak, şimdi (16) ve (17) ilişkilerinden

$$P(s_B \,.\, q, u) = P(m_q \,.\, q \,.\, m_u, u) \tag{18}$$

ilişkisini türetebiliriz. § 25'teki (1)'i sol tarafa, § 22'deki (22)'yi sağ tarafa ve son adımda da § 25'teki (1)'i tekrar uygulayarak bunu aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$$P(s_B.q, u)=P(s_B.q.m_u, u)=P(s_B.m_q.q.m_u, u)=P(s_B.m_q.q, u) \tag{19}$$

§ 22'de sunulan değerlendirmeleri kullanarak, eleme kuralını kullandığımızda bu sonucun çelişkilere yol açtığını gösterebiliriz. Sonraki kuralı biçimsel olarak aşağıdaki ilişkilerin her birinin sol tarafına uyguladığımızda

$$P(s_B, u) = \int P(s_B, q) \cdot P(s_B . q, u) dq \quad (20a)$$

$$P(s_B . m_q, u) = \int P(s_B . m_q, q) \cdot P(s_B . m_q . q, u) dq \quad (20b)$$

ifadelerini elde ederiz. İntegraller içerisindeki ilk terimler § 25'teki (1)'den dolayı eşit olur; ikinci terimin eşitliği (19)'da belirtilmiştir. Böylece § 25'teki (1)'i kullanarak ikinci satır için

$$P(s_B, u) = P(s_B . m_q, u) \quad (21a)$$

$$P(s_B . m_u, u) = P(s_B . m_q . m_u, u) \quad (21b)$$

ifadelerini türetiriz. Sonraki ilişkide $m_u \, . \, u_i$ ifadesini s_B ile, ω terimini u ile ve v terimini q ile yer değiştirdiğimizde sonraki denklem § 22'deki (18) eşitsizliğiyle çelişki gösterir. Daha kesin olarak, § 22'deki (18) eşitsizliğinin geçerli olduğu bütün bu u varlıkları için (21b) ifadesi yanlış olacaktır. B sınıfındaki bütün durumlar için aynı $d(q, p; u)$ fonksiyonunun kullanılmasını olanaksız kılan u varlıklarının var olduğu buradan çıkartılır.

u, q ve p varlıkları için önceden görmezden geldiğimiz çelişkiyi § 25'teki tanım 2'yi terk ederek önüne geçmeye çalışabiliriz. Bu durumda q ve p artık birbirinden bağımsız değildir ve

$$d(q; p) \neq d(p) \quad (22)$$

olacak şekilde bir $d(q; p)$ fonksiyonuna sahip oluruz.

p, şimdi q'ya bağlı olduğuna göre zincir yapısının gerekliliği $d(q; p)$ fonksiyonuna uygulanmak zorundadır. Bunun anlamı, B sınıfının bütün sistemleri için $d_B(q; p)$ fonksiyonunun aynı olduğudur. Ancak daha önce de olduğu gibi (12) ilişkisi, $d_B(q;$

u)'nun B sınıfının bütün durumları için aynı olduğu sonucuna götürür ve bununla birlikte daha önce olduğu gibi aynı çelişkiler türetilebilir.

Bir zincir yapısının postulatını $d(q; p)$ fonksiyonuna genişletmekle yükümlü olup olmadığımız sorgulanabilir. Bu durumda p_i, q_i'ye bağlı olsa da bunun nedensel bir bağımlılık olup olmadığı tartışılabilir; yani bu bağımlılık fiziksel bir yasa olarak değil de, rastgele koşullara bağlı olarak olasılık durumunu belirleyen ve durumdan duruma farklılık gösteren bir ifade olarak düşünülmelidir. q_i ve p_i daha çok rastgele seçilebilmeleri anlamında fiziksel oluşumların bağımsız değişkenleri olarak ve nedensel bağımlılık da bir zincir yapısının q_i ve p_i'ye göre sadece başka u varlıkları için geçerli olduğunun varsayılması gerektiği anlaşılmalıdır. Bu itiraz korunursa, şu şekilde tartışmamızı yürütürüz. Olasılık, durumdan duruma farklılık gösteriyorsa her türlü durum oluşmalıdır; matematiksel anlamda $d(q)$, $d(p)$ ve $d(q; p)$ olasılıklarının rastgele olarak varsayılabilecek temel olasılıkları temsil ettiği anlamına gelir. Böylece aşağıdaki varsayımda bulunabiliriz.

Varsayım Γ: B sınıfının sistemleri arasında aynı $d_0(q; p)$ dağılımına sahip sistemlerin bir B' alt sınıfı bulunur ve her ψ fonksiyonu için B'de, bu ψ fonksiyonunu içeren ve B' sınıfına ait olan, yani aynı zamanda $d_0(p)$ ve $d_0(q; p)$ dağılımlarını içeren belli sayıda sistem bulunur.

Bu, bir $d_0(q; p)$ dağılımını $d(q)$ ve $d_0(p)$ dağılımlarını içeren bir duruma uyumlayabileceğimiz ve bu üç dağılımı içeren sistemlerin olduğu anlamına gelir. Gözlemsel olarak sonraki sistemleri, yani B' sınıfının sistemlerini belirlememizin anlamsız olduğu doğrudur. Γ varsayımı, bundan dolayı bir uzlaşım haline gelmiştir. Ancak bu uzlaşımı gerçekleştirmek imkânsız olmalıdır, yani bu tür sistemleri *tanımlamanın* imkânı yoktur.

Öyleyse bu, $d_0(p)$ dağılımı B'nin bütün sistemleri için aynı olduğuna göre $d(q; p)$ olasılığının $d(q)$ dağılımına bağlı olduğu anlamına gelecektir. Diğer bir deyişle bir q değeri verildiğinde, bir p değeri içermenin göreli olasılığının q değerlerinin dağılımına bağlı olduğu anlamına gelecektir. Bu durumda q konumunda p momentumuna sahip parçacığın olasılığı, diğer parçacıkların nerede olduklarına bağlı olacaktır. Bu sadece q ve p'nin bağımsız değişkenleri temsil etmesine göre yaptığımız varsayımla çelişmez; aynı zamanda zincir yapısının gerekliliklerleriyle çelişen p ve q'ya bağımlılık biçiminde sunulacaktır. Γ varsayımını kullanarak, şimdi (12)'yi B' sınıfı için

$$d_{B'}(q; u) = \int d_{B'}(q; p) \cdot d(q, p; u)dp \qquad (23)$$

biçiminde yazabiliriz. $d_{B'}(q; p)$, B' sınıfının bütün sistemleri için aynı olduğuna, yani $d_0(q; p)$'ye eşit olduğuna göre bu, $d_{B'}(q; u)$'nun da B' sınıfının bütün sistemleri için aynı olduğu sonucuna varır. Bu sonuçla birlikte, Γ varsayımına göre B' kendisine karşılık gelen A'nın bir A' alt sınıfını, yani $\psi(q_i, q)$, fonksiyonlarını içeren sistemlerin A' sınıfını içerdiğine göre daha önceki aynı çelişkiler türetilebilir.

Bu değerlendirmeyi q ve p sürekli değişkenleri için devam ettirdik; çünkü konum ve momentum genel olarak bu tür değişkenler tarafından temsil edilirler. Sürekli değişkenlerin kesin bir ölçümü olanaksız olduğuna göre sonucumuz daha doğru olarak şu biçimde belirtilmek zorundadır: Δq aralıkları ne kadar küçük seçilirse seçilsin, (21b)'den kaynaklanan sayısal çelişkilerin yeterince büyük olduğu bir u varlığı bulmak her zaman mümkündür. Kanıtımızla A, A', B, B' sınıflarının daha küçük bir Δ için aynı kalmak zorunda olduğunu söylemek istemiyoruz; durum, açıkca bu değildir. Dolayısıyla $\Delta = 0$ durumunda neyin meydana geldiğinin bir ifadesi türetilebilir değildir; an-

cak bu tür ifadeler kuantum mekaniğinin uygulanabilirliği sınırlarının ötesindeki herhangi bir olay için türetilebilir olur. q_i ve p_k ayrık değerlerini kullanıyor olsaydık, bu tür ifadeler mümkün olurdu; ancak bu durumda kanıtımız daha kolay bir biçimde verilebilir. q tam olarak q_i'ye eşit olacak şekilde ölçülürse, $d(q_i;\ p_k)$ fonksiyonuna sahip oluruz. Bir s genel durumunda p, q'dan bağımsız, yani $d_s(q_i;\ p_k) = d_s(p_k)$ olur; bu yüzden $d_s(q_i;\ p_k)$ ifadesi $d(q)$ ve $d(p)$'ye bağlı olduğu, yani s'nin bir q ölçümünü temsil edip etmemesine göre farklılık gösterdiği için zincir yapısı tanımımızla çelişki gösterir. Diğer yandan $d_s(q_i;\ p_k) = d(q_i;\ p_k)$ yazarsak, B yerine s alt indisiyle birlikte (12)'yi kullanarak, yukarıdaki aynı çelişkileri elde edebiliriz. q ve p sürekli değişkenleri için mantıksal durum farklıdır; çünkü burada kesin değerler yoktur ve Δ'nın doğruluğu içerisinde yapılan her q ölçümü için sadece $d(p_k)$ Heisenberg ilişkisiyle verilen sınırlar içerisindeyse çelişkiler elde etmeden $d(q_i;\ p_k) = d(p_k)$ olduğunu varsayabiliriz. Bu durumda, dolayısıyla yukarıda verildiği gibi başka u varlıkları için çelişkilerin ortaya çıktığını gösteren özel bir kanıta ihtiyaç duyarız.

Şimdi olumsuz sonuçtan § 25'teki tanım 1'in terk edilmesiyle sakınıp sakınamayacağımızı sormak durumundayız. Bu soruyu yanıtlamak için, gözlenmemiş varlıkların değerlerinin tanımıyla ilgili bazı değerlendirmelerde bulunmak zorundayız.

Sistemimiz gözlenmemiş varlıkların hiçbir tanımını içermeseydi, bir zincir yapısı tanımlamak kolay olacaktı. Böylece bir (4) fonksiyonu var olacak şekilde bilinmeyen bir u değerine bağlı bilinmeyen q ve p değerlerinin olduğunu varsayabiliriz; hatta bu fonksiyonun § 24'teki (3) nedensel fonksiyonuna yozlaştığını varsayabiliriz. Ayrıca § 24'teki (4) ya da (3) sağlanacak şekilde her bir deney için gözlenmemiş varlıklara rastgele değerler verebiliriz. Seçilen değerlerin, sadece her bir gözle-

min bilinmeyen bir şekilde değerlerini bozduklarını varsayarsak, geçersiz oldukları hiçbir zaman gösterilemez. Ancak böyle bir yorum gözlemlerin izin verilen bir ilavesi olarak adlandırılamaz; çünkü gözlenmemiş değerler genel kurallar aracılığıyla gözlenmiş değerlere bağlı değildirler. Bundan dolayı bu yorum, gözlenmiş değerlerin fonksiyonları olarak gözlenmemiş değerleri belirleyen ve her s durumu için aynı olan kurallara sahip iç-kestirim uygulanmış bir zincir yapısının gerekliliği olarak düşünülmek zorundadır. Sonraki nitelik gereklidir; çünkü aksi takdirde gözlem yoluyla oluşan bozulma ölçülmüş varlıkların olasılık dağılımlarına bağlı olacaktır; bu durumda nedensel bir oluşu temsil eden bu değişiklik, zincir yapısı tanımımızla uyumlu olmayacaktır.

Şimdi bir s durumunda sadece q, p veya u'nun bir ölçümünü yapabileceğimizi biliyoruz; bir sonraki gözlem böylece önceki gözlemle yaratılmış yeni bir durumla başlayacaktır. Gereken kurallar böylece her bir varlığın gözlenmemiş değerini sadece gözlenmiş değerlerin bir fonksiyonu olarak belirleyecek şekilde verilmek zorundadır. u_0'ın bir varlığın gözlenmiş değeri olduğunu düşünelim; bu durumda ölçüm *öncesi* ve *sonrası* değerleri belirleyen $f_b(u_0)$ ve $f_a(u_0)$ fonksiyonlarını tanımlayabiliriz, böylece

$$u_b = f_b(u_0) \qquad u_a = f_a(u_0) \tag{24}$$

ifadelerini elde ederiz. Şimdi bu varsayım bizi bazı zorluklara götürür. u_0 sonucuna sahip m_u ölçümünden sonra var olan u_0'da belirli olan bir durumumuz olduğu ve sonra bir u ölçümü yaptığımız zaman, ölçümden sonraki değer ölçümden önceki değerle aynı olmalıdır. Aksi takdirde u'nun değeri, u'nun iki ölçümü arasında değişiklik gösterecektir; bu, olasılık zinciri yapısı ilkesiyle olduğu kadar katı nedensellik ilkesiyle de çelişen

nedensiz bir değişim olacaktır. Dolayısıyla böyle bir durum için f_b ve f_a fonksiyonları aynı olmalıdır. Ancak daha sonra bu iki fonksiyon başka herhangi bir durum için de farklı olamaz. Böyle farklı bir durum yalnızca olasılık dağılımlarındaki bir farklılıkla önceki durumdan ayrılacağına göre f_b ve f_a fonksiyonlarının s durumuna bağlı olduğunu belirten bir varsayım, ölçüm yoluyla oluşan bozulmanın sadece varlıkların değerlerine bağlı olduğu değil de, aynı zaman bu değerlerin oluştuğu olasılıklara da bağlı olduğu anlamına gelecektir. Bu yukarıda dışladığımız zincir yapısının gerekliliklerileyle çelişen durumdur.

Bu durumda, her durum için

$$f_b = f_a \tag{25}$$

eşitliğine sahip olmak zorundayız. Ancak sonra f fonksiyonuyla sunulan genelleme anlamsız olur ve önceki sonuçlarımızı değiştirmez. Gözlenmiş u_0 değerini gözlem öncesi ve sonrası değer olarak göz önünde bulundurmak yerine, böylece $f(u_0)$ değerini ölçüm öncesi ve sonrası değer olarak sunabiliriz; çelişkilere götüren önceki değerlendirmeler bu durumda daha önceden olduğu biçimde tamamlanabilir.

Verilen değerlendirmeler istatistiksel kuantum mekaniği ilişkilerini bir zincir yapısı cinsinden yorumlamanın olanaksız olduğunun genel kanıtını gösterir. Bu, sonraki olasılık zincirlerinin özel bir biçimini oluşturduğundan dolayı bu ilişkilerin nedensel zincirler cinsinden yorumlanamayacağının bir kanıtını da içerir. Bu sonuçlarla birlikte, § 8'de uğraştığımız olağandışılık ilkesinin kanıtı verilebilir.

Bu bölümün uygulamaları § 7'de tartışılmış olan girişim deneyinin analiziyle gösterilebilir. Orada B_2 noktasındaki oluşumlardan bağımsız bir $P(A.B_1, C)$ olasılığı tanımlayamayacağımızı gördük. Bu, değişmez bir (4) fonksiyonu tanımlayama-

yacağımızı ifade eden genel teoremimizin özel bir durumudur; (4) fonksiyonu her zaman $d(q)$ ve $d(p)$ dağılımlarının tamamına, yani s durumuna bağlı olacaktır.

§ 27. Dalga Yorumu

Dalga-parçacık yorumlarının ikiliği, bir yandan $\psi(q)$ fonksiyonunun denkliğinden diğer yandan uygun biçimde seçilen olasılık fonksiyonu çiftlerinden kaynaklanır. Parçacık yorumunda olasılık fonksiyonları, ψ fonksiyonu sadece bu fonksiyonlar için matematiksel bir kısaltma olarak ortaya çıkarken, doğrudan fiziksel olarak anlamlı oldukları kabul edilir. Dalga yorumunda doğrudan fiziksel olarak anlamlı kabul edilen $\psi(q)$ fonksiyonudur. Ancak bu fonksiyon, parçacıklara atanmış iki olasılık fonksiyonun bileşimi olarak değil de bütün uzaya, yani dalga alanına yayılmış fiziksel bir sistemin betimlemesi olarak yorumlanabilir. Bir $d(q)$ olasılık fonksiyonu "veya" cinsinden yani q_1 veya q_2 vb noktasında bir parçacık olacak şekilde fiziksel gerçekliği belirlerken, bir $\psi(q)$ dalga fonksiyonu gerçekliği "ve" cinsinden belirler; q_1 veya q_2 vb noktasında bir fiziksel durumun olduğunu bildirir. d fonksiyonunun sayısal değerleri olasılıklar anlamına gelir; ψ fonksiyonunun sayısal değerleri alanın büyüklüğü anlamına gelir.

Bu kavramsallık tanım 1'den, ölçümden *önce* var olan değerlere ulaşılmasını sağlayan kurala göre farklılık gösteren gözlenmemiş varlıkları dikkate alan bir tanımla sunulur. Bu, aşağıdaki tanıma karşılık gelir.

Tanım 3. Bir s durumunda ölçülmüş bir u varlığının değeri ölçümden sonra var olan u değeri anlamına gelir; ölçümden önce ve dolayısıyla s durumunda, u varlığı bütün olası değerlerine eşzamanlı olarak sahip olur.

"Olası değerler" ile bir ölçümün sonucu olarak 0'dan büyük, kesin bir olasılığa sahip olmasını beklediğimiz değerleri kast ederiz. Böylece u'nun öz değerleri ayrıksa, sadece bu ayrık değerler olası değerleri temsil ederler; bunun yanı sıra s, $\varphi_s(q)$ öz fonksiyonuyla verilmişse sadece bir değer, diğer bir deyişle u_s değeri olasıdır. Ancak sonraki durum istisnadır; genel olarak, s durumunda eşzamanlı olarak var oldukları düşünülen olası değerlerin bir tayfı olacaktır.

Bu tanımın tamamlanabilmesinin mantıksal nedeni, gözlenmemiş varlıklarla ilgili ifadelerin doğrulanabilir olmamasıdır; dolayısıyla verilen tanım, olası değerlerden *birini* gerçek değer gibi tanımlayan herhangi bir kural gibi bütün gözlemlerle uyumludur. Bununla birlikte, sözcüğün teknik anlamıyla bir alanın bir kavramına yönlendiren verili tanımın zamana bağımlı Schrödinger denklemi biçiminde temellenmiş matematiksel bir nedeni vardır: Bu ψ fonksiyonunun *toplamsal* olmasıdır. Bunun anlamı, fiziksel durumların ψ_1 ve ψ_2 olarak iki farklı olası betimlemesine sahipsek, $\psi_1 + \psi_2$ toplamının da fiziksel bir durumun olası bir betimlemesi olduğudur. Genliklerin bu toplamsallığını iki dalga alanının üst üste binmesi olarak yorumlayabiliriz. Bu, ψ fonksiyonunun *üst üste binme ilkesine* uyduğu söylenerek sıklıkla ifade edilir.

Parçacık yorumunu kullanırsak, ψ'nin toplamsallığı daha çok fiziksel durumlar arasında karışık bir nedensel bağımlılık anlamına gelir. ψ_1 ve ψ_2 fonksiyonları bu bireysel durumlar için geçerli olan olasılık durumlarını ifade ettiğine göre $\psi_1 + \psi_2$ fonksiyonu üst üste binme sonucu ortaya çıkan durumun olasılık durumunu ifade eder. Ancak sonraki olasılık durumu, olasılık fonksiyonlarının toplamından çok, bu fonksiyonlardan daha karışık bir biçimde oluşturulur. ψ fonksiyonunun belirlenmesinde Feenberg kuralını kullanırsak, aşağıdaki ilişkileri yazabiliriz:

$$\psi_1(q) = f_{op}\left[d_1(q), \frac{\partial}{\partial t} d_1(q)\right]$$

$$\psi_2(q) = f_{op}\left[d_2(q), \frac{\partial}{\partial t} d_2(q)\right]$$

$$\psi(q) = \psi_1(q) + \psi_2(q) \qquad (1)$$

$$d(q)=f_{op}[\psi(q)]=f_{op}\left[d_1(q), \frac{\partial}{\partial t} d_1(q), d_2(q), \frac{\partial}{\partial t} d_2(q)\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial t}d(q)=f_{op}[\psi(q)]=f_{op}\left[d_1(q), \frac{\partial}{\partial t}d_1(q), d_2(q), \frac{\partial}{\partial t} d_2(q)\right]$$

Son iki satır, ortaya çıkan durumun $d(q)$ ve $\frac{\partial}{\partial t}d(q)$ fonksiyonlarının bireysel durumlarının ilgili fonksiyonlarla belirlendiğini belirtir. Diğer bütün varlıkların, örneğin $d(p)$'nin dağılımı da aynı şekilde belirlenir. Burada kullanılan f_{op} işlemcisi § 20'de açıklanan matematiksel işlemcileri temsil eder. Bu ilişkiler olasılıkların toplamsallığının yerini alır. Girişim deneyi tartışmasında gösterdiğimiz gibi bunun, üst üste binmelerden kaynaklanan durumun temasla etkileşim ilkesini ihlal edecek şekilde olabilecek nedensel etkileşimler türünden oluşturulduğu anlamına gelir.

Bir noktada ortaya çıkan genliğin değeri, sadece aynı noktada olan bireysel genliklerle belirleniyor olduğundan dolayı temasla etkileşim ilkesini sağlıyor olması dalga yorumunun bir avantajıdır. Diğer yandan dalga yorumunun olumsuz yanı, *olgular arasıyla* sınırlı olmasıdır; olguyla ilgilendiğimizde, $\psi(q)$ fonksiyonunu olasılık fonksiyonlarıyla yer değiştirerek parça-

cık yorumuna geri dönmek zorundayız. Gözlenebilir varlıklar her zaman noktasal özellik gösterirler; uzaysal betimlemeleri "ve" değil de "veya" türünden yazılır. Bu, ölçümden sonra u varlığını sadece bir değere atayan ve böylece bu durum için dalga yorumunu takip eden tanım 3'te verilir. Burada, fiziksel dünyada belirlenimciliğin neden tekrar tanımlanamayacağını görürüz. ψ fonksiyonu bir dalga alanını temsil ettiği düşünülüyorsa ψ fonksiyonunun, yani Schrödinger denklemini kontrol eden yasaların nedensel yasalar biçiminde olduğu doğrudur; ancak belirlenimcilik olgular arasına sınırlanmış şekilde oluşturulmuştur ve olgular dünyasında geçerliliğini kaybeder. Olgular için geçerli olan belirlenemezcilik, gözlemlerin sayısal sonuçlarının kesin olarak öngörülememesinde ifadesini bulur; bu tür öngörüler olasılık ifadelerine bağlıdır.

ψ'yi dalga olarak yorumlarsak, aynısını $|\psi|^2$ için de yapmalıyız; böylece $|\psi(q, t)|^2$'yı q uzayı boyunca yayılmış olarak düşünmek zorundayız. § 18'de (2)'deki durağan bir sistem gibi $|\psi|^2$'nin t'den bağımsız olduğu durumlarda $|\psi|^2$ durgun bir alanı temsil eder. Ancak $|\psi|^2$'nin zamana bağımlı olması da mümkündür ve bu durumda salınımı temsil eder. Bu, § 18'deki (5)'te verilen durağan olmayan durumla gösterilebilir. Burada $|\psi|^2$ fonksiyonu

$$|\psi(q, t)|^2 = \sum_k \sum_m \sigma_k \psi_k (q, t) \sigma_m^* \psi_m^* (q, t) \qquad (2)$$

$$= \sum_k \sum_{m \geq k} \left\{ \sigma_k \varphi_k \sigma_m^* \varphi_m^* e^{\frac{-2\pi i}{h}(H_k - H_m)t} + \sigma_k^* \varphi_k^* \sigma_m \varphi_m e^{\frac{-2\pi i}{h}(H_k - H_m)t} \right\}$$

olarak belirlenir. Burada φ'daki q değişkenini attık. Bu sadece q'ya bağlı olan a_0, a_{km}, b_{km} gerçel katsayılarına sahip gerçel fonksiyonlarla bir Fourier açılımı biçiminde yazılabilir:

$$|\psi(q,t)|^2 = a_0(q) + \sum_k \sum_{m>k} [a_{km}(q)\cos 2\pi\nu_{km}t + b_{km}(q)\sin 2\pi\nu_{km}t]$$

$$a_{km} = a_{km} + a_{mk} \qquad b_{km} = \frac{-1}{i}(a_{km} - a_{mk}) \qquad \nu_{km} = \frac{H_k - H_m}{h}$$

$$a_o = \sum_k a_{kk} = \sum_k |\sigma_k|^2 \cdot |\varphi_k|^2 \qquad a_{km} = \sigma_k \varphi_k \sigma_m^* \varphi_m^* \qquad (3)$$

Burada, bir çift toplama sahip olmamız konu dışıdır. Tam sayıların iki boyutlu bir örgünün numaralandırılması için kullanılan yöntemlerden birini kullanarak kolayca bir alt indisli numaralandırma oluşturabiliriz. Yorumların ikiliği şimdi şu şekilde tamamlanır. $|\psi(q, t)|^2$'yi $d(q, t)$'nin olasılık fonksiyonu olarak yorumlarsak, burada $d(q, t)$ olasılığının $\nu_{km} = \frac{H_k - H_m}{h}$ frekansına sahip temel salınımların üst üste binmesiyle verilen salınımları gösterdiğini söyleyebiliriz. Dalga yorumunda, bu tür frekansların üst üste binmesiyle verilen dalgalardan söz edebiliriz; bu, ν_{km}'nin H_k enerji düzeyinden H_m enerji düzeyine geçiş yapan bir elektronla yayınlanan dalgaların frekansını temsil ettiği Bohr'un atom modeli yorumuna karşılık gelir. Burada dalgaların sadece ψ fonksiyonu tarafından değil de, aynı zamanda $|\psi|^2$ fonksiyonuyla da ifade edildiğini görürüz.

Dalga ve parçacık yorumunun ikiliği bazen durum fonksiyonunun dönüşümüne paralel olarak sunulur (*krş.* § 19). Böylece bir $\sigma(p)$ veya $\sigma(H)$ durum fonksiyonunun kullanımı bir parçacık yorumunu ifade ederken, $\psi(q)$ durum fonksiyonunun kullanımı dalga yorumunu ifade eder. Ayrıklık, parçacıkları sembolize edebildiğine göre sonraki durum fonksiyonu ayrık bir σ_k fonksiyonuysa bu anlayış daha fikir vericidir.

Ancak böyle bir anlayış, yorum sorusunun yanlış anlaşılmasına dayanır. Durum fonksiyonlarının ikiliği ya da çokluğunun dalga ve parçacık yorumlarının ikiliğiyle bir ilişkisi yoktur. İs-

ter $\psi(q)$ fonksiyonu ister σ_k fonksiyonu olsun, her bir durum fonksiyonu ikili yoruma açıktır. $\psi(q)$'yu bir dalga, dolayısıyla $|\psi(q)|^2$'yi durgun bir alan ya da dalga olarak düşünürsek, bu fonksiyonları bütün q uzayına yayılmış olarak düşünebiliriz; parçacık yorumunda, tam aksine $\psi(q)$'yu bir olasılık büyüklüğü ve $|\psi(q)|^2$'yi q noktasında bir parçacık bulma olasılığı olarak düşünebiliriz. Benzer şekilde, σ_k durum fonksiyonu için iki yorumumuz vardır. σ_k'nın H enerjisinin öz fonksiyonlarında açılım katsayıları olduklarını varsayalım. Bu durumda parçacık yorumu, bu H_k değerinin hangisi olduğunu bilmesek de sadece bir tek H_k enerji düzeyinin bulunduğu fikrini söyler; her bir durum için olasılık $|\sigma_k|^2$ ile verilir. Dalga yorumu, H_k durumlarının tümünün eşzamanlı var olduğu ve $|\sigma_k|^2 \cdot H_k$ çarpımının her bir H_k durumu tarafından toplam H enerjisine katkı sağlayan enerjinin göreli miktarını belirlediği varsayımını temsil eder. Toplam

$$H = \sum_k |\sigma_k|^2 H_k \tag{4}$$

böylece parçacık yorumunda *ortalama değeri* temsil ederken, burada *toplam değeri* temsil eder.

Durum fonksiyonlarının her bir hali, ψ için dalga fonksiyonunu kullandığımızda σ_k için de dalga yorumunu uygulamak ve ψ'nin parçacık yorumuna karar verdiğimizde σ_k'ya parçacık yorumunu uygulamak zorunda olduğumuz ikili bir hal alır. Bu ikili hal gereklidir; çünkü ψ, q uzayına yayılmış gerçek bir alansa φ_k bileşenleri de ψ kadar gerçeldir ve eşzamanlı olarak var olurlar.

Dalga ya da parçacık yorumu kararının durum fonksiyonunun seçiminden bağımsız olduğunu görürüz. Her bir durum fonksiyonunun bir fiziksel durumu tam olarak betimlediğini görürüz; ancak *her bir durum fonksiyonu iki yoruma da açıktır*.

Şimdi neden bir n parçacık sürüsünün, eşit derecede bir dalga alanı olarak dikkate alındığını düşünelim. "Sürü" sözcüğünden, karşılıklı etkileşimlerinin göz ardı edilebileceği kadar birbirinden uzakta olan n sayıda parçacığı anlarız. Bu durumda H_{op} enerji işlemcisi, her bir $H_{op}{}^{(m)}$ işlemcisinin sadece bir parçacığa karşılık gelecek şekilde, yani m parçacığın sadece üç koordinatını içerecek şekilde

$$H_{op} = H_{op}{}^{(1)} + H_{op}{}^{(2)} + \ldots \tag{5}$$

gibi işlemcilerin toplamıyla gösterilebilir. $H_{op}{}^{(m)}$ işlemcisinin öz fonksiyonlarını $\varphi_{km}{}^{(m)}$ olarak düşünelim; böylece birinci Schrödinger denklemini sağlayacaklardır:

$$H_{op}{}^{(m)}\,\varphi_{km}{}^{(m)} = H_{km} \cdot \varphi_{km}{}^{(m)} \tag{6}$$

Böylece bütün sistemin Schrödinger denklemi

$$H_{op}\,\varphi_k = H_k \cdot \varphi_k \tag{7}$$

$$\varphi_k = \varphi_{k_1 k_2 \ldots k_n} = \varphi_{k_1} \cdot \varphi_{k_2} \cdot \varphi_{k_n} \quad H_k = H_{k_1} \cdot H_{k_2} \ldots H_{k_n} \tag{8}$$

çözümüyle sağlanır. Bu, tüm sürünün $\varphi_{k_1 k_2 \ldots k_n}$ öz fonksiyonunun her bir parçacığın öz fonksiyonlarının çarpımı olduğu anlamına gelir. Kanıt, H_{op}'nin (5)'ten elde edilen değerinin (7)'de yerine konmasıyla kolayca elde edilir:

$$\begin{aligned} H_{op}\,\varphi_k &= H_{op}{}^{(1)}\,\varphi_k + H_{op}{}^{(2)}\,\varphi_k + \ldots + H_{op}{}^{(n)}\,\varphi_k \\ &= \varphi_{k_2} \ldots \varphi_{k_n} H_{op}{}^{(1)} \varphi_{k_1} + \varphi_{k_1} \varphi_{k_3} \ldots \varphi_{k_n} H_{op}{}^{(2)} \varphi_{k_2} + \ldots + \varphi_{k_1} \ldots \varphi_{k_{n-1}} H_{op}{}^{(n)} \varphi_{k_n} \\ &= (H_{k_1} + \ldots + H_{k_n}) \cdot \varphi_{k_1} \ldots \varphi_{k_n} \end{aligned} \tag{9}$$

Bundan dolayı bir ψ fonksiyonunun

$$\psi_{k_1 \ldots k_n}(q,t) = \varphi_{k_1} \ldots \varphi_{k_n} \cdot e^{\frac{-2\pi i}{h}(H_{k_1} + \ldots + H_{k_m})t} \tag{10}$$

biçiminde olduğunu düşünebiliriz. Bu fonksiyon, durağan durumda parçacıklar sürüsü olarak yorumlanabilecek fiziksel bir durumun tanımını

$$\psi_{k_m}(q,t) = \varphi_{k_m}(q).\, e^{\frac{-2\pi i}{h} H_m t} \qquad (11)$$

olarak ψ fonksiyonlarının çarpımına ayrıştırılabilir. Buna bağlı olarak parçacıklar sürüsünün durağan olmayan genel durumu (11)'deki $\psi_{k_1 \ldots k_m}(q, t)$ biçiminde verilen fonksiyonların doğrusal üst üste binmesiyle, yani bir ψ fonksiyonuyla

$$\psi(q,t) = \sum_{k_1 \ldots k_n} \sigma_{k_1 \ldots k_n}\, \varphi_{k_1 \ldots k_n} e^{\frac{-2\pi i}{h}(H_{k_1} + \ldots + H k_n)t} \qquad (12)$$

olarak gösterilir.

Bir parçacıklar sürüsü olarak bu türde bir ψ fonksiyonunun parçacık yorumunun olanaklılığı, ψ fonksiyonlarının toplamının oluştuğu bireysel $\psi_{k_1 k_2} \ldots$ fonksiyonlarının parçacık yorumuna dayanır. Diğer yandan bu bireysel ψ fonksiyonları dalgalar olarak yorumlanır, sürü bir dalga karakterine sahip olur. Parçacık yorumunda H_k bir parçacığın enerjisini temsil ederken dalga yorumunda $\nu_k = \frac{H_k}{h}$ ilişkisiyle frekansı belirler. Parçacık yorumunda $|\psi(q, t)|^2$ olasılık yoğunluğu anlamına gelir ve böylece t anında verilen bir q konumu için parçacıkların göreli sayısını belirler; dalga yorumunda aynı miktar alanın yoğunluğunu temsil eder.

Betimlenen türe benzer koşullar, bu kitapta sunamayacağımız ileri matematiksel işlemlerle birleşmiş olarak elektromanyetik alanlar için de geçerlidir. Işık dalgalarının parçacık yorumunun, elektron sürüsü için var olan yorumların ikiliğiyle benzerlik gösterdiğini söylemek yeterlidir.

Dalga yorumuyla birlikte sıklıkla bahsedilen iki zorluk bulunur. Biri, ψ'nin değerlerinin karmaşık sayılar olmasıdır. An-

cak bu fiziksel bir yorum için bir zorluk olarak düşünülemez. Karmaşık bir sayı, fiziksel varlıkların betimlemesi için gerçel bir sayı kadar iyidir; karmaşık fonksiyon, iki gerçel fonksiyon için bir kısaltma olarak anlaşılabilir. § 20'deki değerlendirmelerden biliyoruz ki, bu iki fonksiyon dolaylı olarak iki olasılık dağılımını temsil eder. ψ'yi dalga olarak düşünürsek, fonksiyonun karmaşık değeri fiziksel bir dalga alanının bir değil, iki skaler fonksiyonla ifade edilmesi olarak yorumlanabilir. Bu tür iki karakterli dalga alanları, hem elektrik hem de manyetik vektör içeren elektromanyetik alanlardan bilinir.

Diğer zorluk daha ciddidir; bu, sıradan dalgalar 3-boyutlu uzaydaki fonksiyonlarken, ψ dalgalarının n adet $q_1 \ldots q_n$ değişkeninin konfigürasyon uzayındaki fonksiyonlar olmasından kaynaklanır. Bu n boyutlu dalgaları 3-boyutlu uzayda yorumlamak istersek, çok karışık yapılara sahip dalga alanlarıyla karşılaşırız. İki parçacığın kartezyen koordinatlarına karşılık gelen $n = 6$ adet q değişkeni durumuyla başlayalım. 6-boyutlu $\psi(q_1 .. q_6)$ fonksiyonunu 3-boyutlu fonksiyonlara çevirmekle, $\psi(q_1 .. q_6)$ fonksiyonunun 3-boyutlu uzayın her bir noktasına değil de, her bir nokta çiftine bir büyüklüğünün karşılık geldiği gerçeğinden başlayalım. Bu, her nokta için başlangıç noktası olarak bütün uzayı dolduran bir dalga alanı olacak şekilde dalga alanları kümesi olarak yorumlanabilir. Bu dalga alanları kümesi, kümenin üst üste binmesiyle oluşan bir dalga alanının gösterimiyle gösterilemez. Bu tür bir üst üste binme $\psi(q_1 .. q_6)$ fonksiyonunun değişkenlerinin üçü üzerinden integrali alınarak matematiksel olarak oluşturulabilir; ancak böylece önce q_1, q_2, q_3 sonra q_4, q_5, q_6 üzerinden integral alınarak oluşturulan iki adet 3-boyutlu fonksiyon, $\psi(q_1 .. q_6)$ fonksiyonuna denk değildir. Böylece 3-boyutlu uzaydaki durumu dalga alanlarının sonsuz bir kümesi olarak betimlemek durumunda kalırız.

Buna ek olarak bir ψ fonksiyonuun kısmi integralinin alınması sonucu ortaya çıkan fonksiyonun ψ fonksiyonun özelliklerine sahip olmadığı gerçeğinin farkında olmalıyız. Bu, böyle bir fonksiyonun bir fiziksel durum betimlemediği ve karesinin bir olasılık dağılımı belirlemediği anlamına gelir. Böylece fonksiyon

$$g(q_1,q_2,q_3) = |\int \psi(q_1 \ldots q_6) dq_4 dq_5 dq_6|^2 \qquad (13)$$

q_1, q_2, q_3 noktasında parçacık 1'in gözlenme olasılığını temsil etmez. Bu olasılık daha çok, (13)'ten farklı olan

$$d(q_1,q_2,q_3) = |\int \psi(q_1 \ldots q_6)|^2 dq_4 dq_5 dq_6 \qquad (14)$$

fonksiyonuyla belirlenir.

Daha büyük sayıda değişkenler için 3-boyutlu betimleme daha da karmaşıklaşır. Böylece üç parçacık için 9 kartezyen koordinatla elimizde, noktaların her bir üçüne atanmış bir ψ değeri olur. Bu, her bir noktalar çifti için 3-boyutlu bir dalga alanı bulunan bir dalga alanları kümesine sahip olduğumuz anlamına gelir. r adet parçacık durumunda, elimizde herhangi bir $(r-1)$ noktanın bileşimi için bir 3-boyutlu dalga alanı olur. $q_1 .. q_n$ değişkenleri, *dönme değişkenleri*[*] gibi kartezyen koordinatlardan fazlasını içeriyorsa, bu değişkenlerin değerleriyle özellikleri belirlenen dalga alanlarının kümesini sunmak zorundayız.

Bu değerlendirmeler genel olarak, ψ dalgalarının sıradan dalga alanlarının özelliğine sahip olmadığını gösterir; bu sadece q uzayı üç boyuta indirgendiğinde, yani tek parçacıklar düşünüldüğünde gözlenir. Bu türden sorunlar tek parçacıklar arasındaki etkileşimin göz ardı edilebildiği parçacık sürüleri-

[*] Parameters of rotation –çn.

nin sorunlarıdır. Bu nedenle sözcük anlamıyla dalga yorumu, ışık dalgaları ve elektron ışınları için geçerli olabilir.

§ 28. Gözlemsel Dil ve Kuantum Mekaniksel Dil

Önceki bölümlerde, her ayrıntılı yorumun nedensel olağandışılıklara yol açtığını gördük. Şimdi bu nedensel olağandışılıkların kısıtlayıcı yorumların kullanımıyla önlenip önlenemeyeceğini araştıracağız. Yanıt olumlu olacaktır.

Bu tür yorumları sunmadan önce, yorumların mantıksal doğasının çözümlemesiyle daha yakından ilgilenmek ve gözlenmemiş varlıklar dünyasının tamamlanmış olarak adlandırılabildiği koşulları araştırmak zorundayız.

Bilgi kuramının sorunları, fiziksel dünyalarla ilgili değerlendirmelerden fiziksel dillerle ilgili değerlendirmelere döndüğü zaman büyük ölçüde kolaylaşır.[1] Böylece fiziksel varlıkların varlığıyla ilgili sorular önermelerin anlamıyla ilgili sorulara dönüşür. Bu, öncel metafiziksel anlayışların atmosferi dışında mantık soruları olarak aklı başında bir şekilde tartışılabilmesinin büyük avantajına sahiptir. Sorunumuz için dilsel bir analiz şu şekilde tamamlanabilir.

Bir *gözlemsel dile*, bir de *kuantum mekaniksel dile* sahibiz. Gözlemsel dil "Geiger sayacı", "Wilson bulut çemberi", "fotoğraf filmi üzerinde siyah çizgi", "bir aramanın delili" vb gibi terimler içerir; "u'nun ölçümü" ve "u'nun ölçümünün sonucu" gibi sözcük öbekleri bu temel ifadelerle tanımlanır. Benzer olarak, bir s fiziksel durumu gözlemsel terimlerle tanımlanabilir; bunun yapılış şekli § 20'de ψ fonksiyonunun gözlemsel olarak belir-

[1] Felsefi analizler için bu yöntemin önemi, R. Carnap tarafından yakın yıllarda ortaya çıkarılmıştır, *Logical Syntax of Language* [*Dilin Mantıksal Sözdizimi*] (Londra, 1937)

lenmesiyle birlikte gösterildi. Kuantum mekaniksel dil "bir elektronun q konumu" ve "bir elektronun p momentumu" gibi terimler içerir. Bu iki dil arasında şu ilişki bulunur: Kuantum mekaniksel dildeki ifadelerin doğruluğu ve yanlışlığı, gözlemsel dildeki ifadelerin doğruluğu ve yanlışlığı cinsinden tanımlanır. Örneğin "konumun ölçümü yapıldı ve sonucu q idi" ifadesinin doğru olduğunu bildiğimizde, "elektron q konumuna sahiptir" diyebiliriz.

İki dildeki ifadelerin *doğruluk değerleri* arasındaki bu ilişki, *anlamların* bir ilişkisi olarak anlaşılabilir. Kuantum mekaniksel dildeki ifadelerin anlamları gözlemsel dildeki ifadelerin anlamı cinsinden tanımlanabilir. Genelde bu ilişki anlamların *denkliği* olarak anlaşılır. Bu yorumda bir A kuantum mekaniksel ifadesi, A'yı doğrulayan $a_1 .. a_n$ gözlemsel ifadelerinin kümesiyle aynı anlama sahiptir. Bu katı bir şekilde doğru değildir; anlamların ilişkileri daha karışıktır, çünkü mutlak bir doğrulama yoktur. Sadece şunu söyleyebiliriz: $a_1 .. a_n$ kümesi doğruysa, A yüksek olasılıklıdır. Ancak şu anki amacımız için bu sorunun değerlendirmesine girmeyeceğiz; A ve $a_1 .. a_n$ arasındaki bağlantıda bulunan olasılık etkenini göz ardı edebilir ve $a_1 .. a_n$'nin anlamıyla verilmiş olan A'nın anlamını göz önünde bulundurabiliriz.

Anlam hakkındaki bu tür bir ifadenin, olasılık etkeni dikkate alınsa da alınmasa da her zaman *tanımlara* dayandığını fark etmek önemlidir. A'yı $a_1 .. a_n$ cinsinden *tanımlarız*. Bu tür tanımlar olmadan kuantum mekaniksel bir dile ulaşılamaz. § 25'teki tanım 1 ve 2, ve § 27'deki tanım 3 bu türde tanım örneklerinden oluşur. Dolayısıyla, tanımları kullanan § 25'teki ayrıntılı yorumumuza itiraz yoktur; herhangi bir yorum bunu yapacaktır.

Gözlemsel öngörülerin dayanak noktasından yargıya varılmış olarak, hiçbir yorum ve dolayısıyla hiçbir kuantum mekaniksel dil gerekli değildir; böylece elektronlardan, onların hız-

ları ve konumlarından konuşmaya ihtiyacımız olmayacaktır, ancak her şeyi ölçüm araçları cinsinden söyleyebiliriz. Örneğin "belli türde bir ölçüm aracı böyle gözlemsel koşullar altında kullanılmışsa, arama bu ya da şu sayıyı gösterecektir" diyeceğiz. Sadece mikro-kozmostaki varlıklar hakkındaki ifadeleri tanımlamak istersek, tanımları kullanmak zorundayız.

Şimdi kuantum mekaniğine uyumlanmış gözlemsel dilin analizine dönelim. Bu soruya bağlı olarak § 24'ün sonuçlarının önemli sonuçları vardır. § 24'te, şimdiye kadar bireysel varlıkların öngörülebilir istatistiklerini dikkate almış olduğumuz için kuantum mekaniği klasik istatistikle aynıdır. Sadece türetim biçiminde bir fark bulunur; kuantum mekaniği bu tür bir varsayım kullanmazken, klasik istatistik burada q ve p bileşimlerinin dağılımı hakkında bir varsayım kullanır ve de öyle yapmak zorundadır. Gözlemsel dil cinsinden yargıladığımızda bu varsayımın atlanmasının ne anlama geldiğini soralım.

Genel bir s fiziksel durumunda q ve p'nin eşzamanlı değerleri kesin olarak belirlenemiyorsa, kuantum mekaniksel dilin bu ifadesi gözlemsel dile şu şekilde çevrilmelidir. *q varlığının ölçümü* işlemi, kısaltılmış olarak m_q Geiger sayaçları, X ışını tüpleri, aramalar vb araçları kullanarak yapılan makro-kozmos boyutlu uygulamalarla tanımlanır; m_p işlemi de benzer şekilde tanımlanır. Bu tanımlardan, tamamen gözlemsel dil içerisinde kalan değerlendirmelerle m_q ve m_p işlemlerinin eşzamanlı yapılamayacağı sonucunu çıkarabiliriz. Bir ölçümün gözlemsel tanımının kuantum mekaniksel değerlendirmelere bağlı olarak seçildiği doğrudur; örneğin bir momentum ölçümünün, çok kısa dalgaların varlığını engelleyen makro-kozmos boyutlu araçlarla tanımlanabilmesinin nedeni budur. Fakat gözlemsel tanım bir kere verildiğinde m_q ve m_p'nin uyumsuzluğu sadece makro-kozmos boyutlu bir sorundur

Gözlemsel dil içerisinde m_q ve m_p gözlemleri eşzamanlı yapılmış olsaydı ne olurdu sorusunu soramayız. Böyle bir soru, örneğin "güneşin sıcaklığı aynı zamanda hem yüz hem de bir milyon derece olsaydı ne olurdu?" sorusunu sormak kadar mantıksızdır. Dolayısıyla varlıkların eşzamanlı değerleri hakkındaki ifadelerin yokluğu, gözlemsel dilde boşluklara sebep olmaz.

Bu sonucu, bireysel varlıkların istatistiklerinin tamamen kuantum mekaniğiyle belirlendiğini söyleyen § 24'ün sonucuyla birleştirirsek, kuantum mekaniğinin gözlemsel dilinin *istatistiksel olarak tam* olduğu ifadesine varırız. "İstatistiksel olarak tam" ifadesiyle gözlemsel terimlerle tanımlanmış her bir olası durum için bir ölçümün gözlemsel sonucunun belirli bir olasılıkla öngörülebileceğini söylüyoruz. Böylece verilen ifadeyi, *kuantum mekaniğinin öngörüsel yöntemlerinin gözlemsel terimler cinsinden istatistiksel olarak tam olduğunu* söyleyerek de ifade edebiliriz. Nedensel yasaları bilebiliyor ve belirsizlik ilişkisini sağlayan başlangıç koşullarının verilmiş olasılık dağılımına klasik istatistikleri uygulayabiliyor olsaydık, bu şekilde oluşturulan öngörülerimiz şimdiye kadarki gözlemler çerçevesinde kuantum mekaniksel öngörülerden daha üstün olmazlardı; klasik-istatistiksel yöntemlerle öngörülebilen her gözlemsel sonuç, kuantum mekaniksel yöntemlerle eşit derece öngörülebilir olacaktır.

Bu sonuç, yorumlar sorusu üzerinde önemli bir duruşa sahiptir. Hangi yorumu yaparsak yapalım, yani kuantum mekaniksel dili nasıl oluşturursak oluşturalım, gözlemsel terimler cinsinden istatistiksel olarak her zaman tam olacaktır. Bir yoruma tamamlanmamış, ya da diğerinden daha az tam dersek, bu "tam" sözcüğü "gözlemsel terimler cinsinden tam" ifadesinden başka bir anlama sahip olmak zorundadır.

Gerçekten de durum budur. Tam bir betimleme için gerekli olan q ve p'nin eşzamanlı değerleri ya da en azından $d(q,p)$ istatistiksel dağılımı hakkında bir ifadeyi göz önüne aldığımızda, neden mikro-kozmosla ilgili değerlendirmelerde verilir. Burada q ve p varlıkları, fiziksel bir durumun uzayzaman betimlemesinin bileşenleri olarak yorumlanabilir. Gözlemsel olarak tanımlanmış m_q ve m_p işlemleri uyumsuzsa q ve p eşzamanlı değerlerini bilmenin başka yollarına sahip olmayı dileriz; bu istek, ölçümlerin yanı sıra başka araçlar yoluyla bu değerleri belirleyen uygun tanımlarla tatmin edilir. *Test edilebilirliğe göre istatistiksel olarak tam* olacak olmasına rağmen, bu türde tanımları içermeyen bir yorum *uzayzaman betimlemesine göre istatistiksel olarak tam olmayacaktır*.

"Tam" kelimesinin anlam belirsizliklerini önlemek için § 8'de ayrıntılı ve kısıtlayıcı yorumları birbirinden ayıran bir terim tanımlamıştık. § 25'teki gibi içinde gözlenmemiş varlıkların değerlerinin tamamen tanımlanmış olduğu bir yorum *ayrıntılıdır*; bu değerlerin tanımlanmamış olarak kaldığı yorumlar *kısıtlayıcıdır*. Önceki sonuçlar kısıtlayıcı yorumun gözlemsel terimler cinsinden her zaman tam olacağını gösterir.

Kısıtlayıcı yorumlar, ayrıntılı yorumlar için sonuçlanan nedensel olağandışılıkların giderilmesi niyetiyle tanımlanır. § 26'nın sonuçları, gözlenmemiş varlıkların değerleri için § 25'teki tanım 1 ve 2 gibi tanımların tam kümesini verirsek bu tür olağandışılıkların ortaya çıkacağını açıkça göstermiştir. Kuantum mekaniği savından nedensel olağandışılıklar içeren ifadeleri çıkarmak istersek, tam olmayan bir tanımlar kümesi kullanmak zorundayız. Böylece kuantum mekaniksel iddiaların alanını kısıtlamış oluruz; bu nedenden dolayı kısıtlayıcı bir yorumdan söz ederiz.

§ 24'ün sonuçları istatistiksel anlamda kısıtlayıcı yorumların en azından *bireysel olarak tam* olduklarını açıklığa kavuştu-

racaktır. Bu terimle her bir bireysel varlık hakkındaki ifadelere göre istatistiksel olarak tam olduklarını söylemek isteriz; çıkarılan sadece varlıkların değerlerinin bileşimi, yani yer değiştirmeli olmayan varlıklar hakkındaki ifadelerdir.

Kısıtlayıcı yorumlar iki şekilde verilebilir. İlkinde istenmeyen ifadeler, bu tür ifadeleri *anlamsız* kılan bir tanımın anlamı aracılığıyla kuantum mekaniksel dille yönetilirler. Dolayısıyla burada *kısıtlı anlamla yorumdan* söz ederiz. İkinci yolda istenmeyen ifadeler, kuantum mekaniksel *dilden* değil de, kuantum mekaniksel *savlardan* çıkarılmıştır; bu, o ifadelere *belirsiz* denilen üçüncü bir doğruluk değeri atanarak yapılır. Bu yorum bundan dolayı *kısıtlı savla yorum* olarak adlandırılabilir.

Şimdi bu iki kısıtlayıcı yorumun analiziyle ilgileneceğiz.

§ 29. Kısıtlı Anlamla Yorum

Burada tanımlayacağımız kısıtlı anlamla yorum, bütünüyle Bohr ve Heisenberg tarafından geliştirilen fikirlerin ifade edilmesidir. Bundan dolayı bu anlayışa, verilen yorumun her bir ayrıntısının Bohr ve Heisenberg tarafından desteklendiğini söylemek istemesek de, *Bohr-Heisenberg yorumu* diyeceğiz.

Bu yorum, § 25'teki tanım 1 ve 2'yi kullanmaz. Ölçülen varlıkların değerleri için aşağıdaki tanımı kullanır:

Tanım 4. Bir ölçümün sonucu, ölçümü alınan varlığın ölçümden hemen sonraki değerini temsil eder.

Bu tanım, § 25'teki tanım 1 ve § 27'deki tanım 3'ün sadece ortak yanlarından oluşur; ölçümden önceki varlığın değeriyle ilgili ifade göz ardı edilebilir. Bu yorumda dolayısıyla, gözlenen varlığın bozulmadan kaldığını söyleyemeyiz; hem gözlenmiş

hem de gözlenmemiş varlık bozulabilir. Diğer yandan, ölçülen varlığın böyle bozulması *ileri sürülmez*; bu soru kasıtlı olarak tanım 4 tarafından yanıtlanmamış olarak bırakılır. Kısıtlayıcı yorum ölçüm yoluyla oluşan bozulmayı ne ileri sürer, ne de reddeder. Tanım 4'teki "hemen sonraki" aralık, ψ fonksiyonunun zamana bağımlılığıyla belirlenir; durağan durumda bu aralık dileğimiz uzunlukta seçilebilir.

Eşzamanlı değerlerin ölçülememesi tanım 4'e yapılan kısıtlamanın anlık bir sonucudur. Tanım 1'le ilişkilendirdiğimiz değerlendirmeler artık uygulanamaz ve önce p sonra q'yu ölçersek, q ve p'nin elde edilen değerleri eşzamanlı değerleri temsil etmezler; q değerinin artık geçerli olmadığı durumda p ikinci ölçümden sonraki bir değeri temsil ederken, sadece q bu iki ölçüm arasında var olan bir değeri temsil eder. Sadece bir u varlığının ölçümü aynı türde bir ölçümden sonra yapılıyorsa, ilk ölçümde elde edilen u değeri ikinci ölçümden önce ve sonra var olan değeri temsil eder. Ancak sadece ikinci ölçümden önce geçerlidir, çünkü bağlantılı olarak, ilk ölçümden sonraki değeri temsil eder. Bundan dolayı sadece denk bir ölçümün arkasından yapılan bir ölçüm, ölçülen varlığı bozmaz.

Tanım 4'te ölçülen değeri ölçümden *önceki* değil de ölçümden *sonraki* değer olarak yorumlamamızın nedeni şudur. Bir ölçümün tekrarının aynı değeri ürettiğini biliyoruz; böylece elde edilen değer ikinci ölçümden önceki zaman için de geçerliyse, ilkinden sonraki zaman için de geçerli olmak zorundadır. Böylece tanım 4'teki "sonra" terimini "önce" terimiyle yer değiştirirsek, ölçülen değerin her bir ölçümün öncesi *ve* sonrasında geçerli olduğu sonucuna varırız; bu da tanım 1'i ortaya koyar. Bu değerlendirmede ifade edilen ölçümlere göre zaman asimetrisi, kuantum mekaniğine özgü bir özelliktir (*krş.* ancak fn 1, s.119).

q ölçülmüşse, p değerini bilmediğimizi söyledik. Bu bilgi eksikliği, Bohr-Heisenberg yorumunda p ile ilgili bir ifade oluşturmanın *anlamsız* olduğu şeklinde ele alınır. Böylece burada bu yorum kuantum mekaniksel dili sınırlayan bir kuralı tanımlar. Bu, aşağıdaki tanımla ifade edilir.

Tanım 5. Bir u varlığının ölçümünün önce gelmediği bir fiziksel durumda, u varlığının değeri hakkındaki herhangi bir ifade anlamsızdır.

Bu tanımda, bir ifade genelde bir anlama sahip olarak tanımlandığından dolayı "ifade" terimini genel anlamından daha geniş bir anlamda ele alıyoruz. Anlamı içeren daha dar görüş için "önerme" terimini kullanalım. Böylece tanım 5, "varlığın değeri u'dur" biçimindeki her bir ifadenin bir önerme olmadığını, yani anlamı olmadığını belirtir. Bohr-Heisenberg yorumu tanım 5'i kullandığı için *kısıtlı anlamla yorum* olarak adlandırılabilir.

Tanım 5'in mantıksal yapısıyla ilgili bir not eklemek zorundayız. Modern mantık *nesne dili* ile *metadil* arasında ayrım yapar; ilki fiziksel nesnelerden bahseder, ikincisi sonunda yine nesnelere karşılık gelen ifadelerden bahseder.[1] Metadilin ilk

[1] Nesne dilinden metadile geçişi işaret eden araçlar alıntılar şeklinde kullanılabilir; benzer şekilde italik yazım kullanılabilir. Mantık gösterimimiz için önermelerin sembolleri arasında yer alan işlemcilerin sembollerinin isimlerine değil de, önermelere uygulandığının anlaşıldığı kuralla birlikte ifade edilen önermeleri belirten semboller için alıntılar yerine, italik yazımı kullanacağız (yani, R. Carnap'ın terim sözlüğünde, işlemcilerin özerk kullanımları). Böylece " 'a' doğrudur" değil de " a doğrudur" ve " 'a.b' doğrudur" değil de "$a.b$ doğrudur" yazacağız. Dolayısıyla tarafımızdan verilen her formül, açıkçası nesne dilinin formülü değil, bu tür bir formülün betimlemesidir. Ancak pratik nedenlerden dolayı, bu ayrımı unutmak kabul edilebilirdir.

bölümü *sözdizim**, fiziksel nesnelerle ilgilenmeden sadece ifadeleri dikkate alır; bu bölüm ifadelerin yapısını formüle eder. Metadilin ikinci bölümü *anlambilim***, hem ifadelere hem de fiziksel nesnelere atıfta bulunur. Özellikle bu bölüm, bu kurallar fiziksel nesnelere atıfta bulunduğundan dolayı ifadelerin doğruluğu ve anlamıyla ilgilenen kuralları ifade eder. Metadilin üçüncü bölümü *edimbilgisi****, nesne dilini kullanan kişilere atıfta bulunur.[1]

Tanım 5 tartışmasına bu terim bilgisini uygulayarak, şu sonuca varırız: Tanım 4 ve benzer şekilde § 25'teki tanım 1-2 ve § 27'deki tanım 3'ün nesne dilini, yani "u varlığının değeri" biçimindeki terimleri belirlerken tanım 5 metadilin bir terimini, yani "anlamsız" terimini belirler. Böylece anlambilimsel bir kural olur. Bunu tablo 1'de gösterebiliriz. "Bir u ölçümü yapıldı" ifadesini m_u ve "ölçüm yapan aracın göstergesi u değerini gösterir" ifadesini u ile belirtiriz. Bu iki ifade gözlemsel dile aittir. Kuantum mekaniksel ifadeler büyük harflerle yazılırlar ve "varlığın ölçümden hemen sonraki değeri u'dur" ifadesi U ile gösterilir.[2] İki dil aracındaki ilişki tablo 1'de gösterilir.

Anlamsız bir ifade önerimsel işlemlere yöneltilmemiştir; böylece anlamsız bir ifadenin olumsuzlaması eşit derecede an-

---

* Syntax –çn.

** Semantics –çn.

*** Pragmatics –çn.

1 Bu ayrım C. W. Morris tarafından tamamlandı, "*Foundations of the Theory of Signs*" [*İşaretler Kuramının Temelleri*], *International Encyclopedia of Unified Science*, c. 1, no. 2 (Chicago, 1938).

2 Daha kesin olarak: "m_u ifadesinin doğruluk değeri göz önüne alındıktan hemen sonra." m_u doğruysa, bu "ölçümden hemen sonra" ile aynı anlama gelir ve m_u yanlışsa, U'ya öngörülen değerinin doğruluğunu koruduğu bir zaman atarız. (Böylece "ölçümden sonra" ifadesi uygulanamaz olur.)

lamsızdır. Benzer şekilde, bir anlamlı ve bir anlamsız ifadenin bileşimi anlamlı olmaz. *a* ifadesi anlamlı ve *b* ifadesi anlamsızsa, *a ve b* anlamsız olur; aynı şekilde *a veya b* de anlamsız olur. *Tertium non datur** tezi bile, yani *b veya b'nin değili* bile anlamsızdır. Böylece verilen anlam kısıtlaması kuantum mekaniksel dilin alanından büyük bir bölümü kesip atar. Bununla birlikte, nedensel olağandışılıklara karşılık gelen bütün ifadeler kesilip atılmış olur.

Tanım 5'in tek doğrulaması, nedensel olağandışılıkları eliyor olmasıdır. Bu açıkça akılda tutulabilir. Doğrulanamaz olduklarından dolayı bir ölçümden önce bir varlığın değeri hakkındaki ifadeleri tartışmak doğru olmayacaktır.

Tablo 1

Gözlemsel dil		Kuantum Mekaniksel Dil
m_u	u	U
doğru	doğru	doğru
doğru	yanlış	yanlış
yanlış	doğru	anlamsız
yanlış	yanlış	anlamsız

Ölçümden sonraki değer hakkındaki ifadeler de doğrulanabilir değildirler. Dikkate alınan yorumda ifadenin bir türü yasaklanmış ve diğeri kabul edilmişse mantıksal olarak bu, rastgele olan ve sadece amaca uygunluk noktasında yargılanabilen

* Mantıkta üçüncü halin imkânsızlığına verilen ad. *a* ya *a*'dır ya da *a* değildir. Üçüncü bir hal yoktur. Üçüncünün olmazlığı olarak da kullanılır. –çn.

bir kural olarak düşünülmek zorundadır. Bu dayanak noktasından hareket edersek bu durumun avantajı nedensel olağandışılıkları dışarıda bırakmasıdır; ancak hakkında faydalı olarak söyleyebileceğimiz tek şey de sadece budur.

Bohr-Heisenberg yorumunun tanım 4'ü kullandığı sıklıkla unutulur. Bu tanım o kadar doğal görünür ki bir tanım özelliği gözden kaçırılır. Ancak bu olmadan, yorum verilemez. § 1'de kullanılan dili uygulayarak, gözlemsel veriden olguya geçişte tanım 4'ün gerekli olduğunu söyleyebilir; bu, olguyu tanımlar. Bundan dolayı Bohr-Heisenberg yorumunun sadece doğrulanabilir ifadeleri kullandığını söylemek yanlış olur. Bunun yerine gözlenmemiş varlıklar hakkında diğer yorumlardan daha zayıf bir tanımı ve kısıtlı anlamı kullanan, bu yüzden de nedensel olağandışılıklarla ilgili ifadeleri dışarıda bırakan bir yorum olduğunu söylemek zorundayız.

Şimdi yer değiştirmeli olmayan varlıklar arasındaki ilişkileri göz önüne almalıyız. Bir q ölçümü yapılırsa, biliyoruz ki bir p ölçümü eşzamanlı olarak yapılamaz; bunun tam tersi de geçerlidir. Yer değiştirmeli olmayan varlıkların eşzamanlı değerleri hakkındaki ifadeler *tamamlayıcı ifadeler* olarak adlandırılırlar. Böylece tanım 5'le aşağıdaki önermeye sahip oluruz:

Teorem 1. İki ifade tamamlayıcıysa, en fazla biri anlamlıdır; diğeri anlamsızdır.

"En fazla" diyoruz çünkü iki ifadenin birinin anlamlı olması gerekli değildir; değerlendirilen varlıkların birinin bir öz fonksiyonu olmayan bir ψ fonksiyonu tarafından belirlenmiş genel bir s durumunda, her iki ifade de anlamsız olacaktır.

Teorem 1 fiziksel bir yasayı temsil eder; ancak bu yer değiştirmeli varlıkların eşzamanlı ölçümünü dışarıda bırakan değiştirme kuralının ya da belirsizlik ilkesinin başka bir türüdür. Te-

orem 1'le birlikte fiziksel bir yasanın anlambilimsel bir biçimde ifade edildiğini görürüz; bu, ifadelerin anlamları için bir kural olarak belirtilir. Fiziksel yasalar genelde metadilde değil de nesne dilinde ifade edildiği için bu durum, tatminkâr değildir. Bununla birlikte teorem 1'le ifade edilen yasa, her zaman anlamı olmayan dilsel anlatımla ilgilenir; yasa, bu anlatımların anlamlı olduğu koşulları belirtir. Bu tür kurallar doğal olarak ortaya çıkarken, kullanılacak dili belirleyen uzlaşımlar olarak tanımlandıklarında, böyle bir kuralın bir fizik yasasının fonksiyonu varsayması gerektiği doğal görünmez. Yasa sadece, hem anlamlı hem de anlamsız anlatımları içeren dilsel anlatımların bir sınıfına referans verilerek ifade edilebilir; böylece bu yasayla birlikte daha kesin bir bağlamda anlamlı anlatımlar fiziğin dilinde yer alır.

Sonraki açıklama aynı zamanda şu değerlendirmeyle de gösterilir. $U(t)$'nin "t anında varlık, u değerine sahiptir" önermeli fonksiyon olduğunu düşünelim. $U(t)$'nin belirli bir t anında anlamlı olup olmaması, o anda bir m_u ölçümünün yapılıp yapılmadığına bağlıdır. Böylece bu yorumda t değişkeninin bazı değerleri için anlamlı, bazı değerleri için anlamsız olan önermeli fonksiyonlara sahip oluruz.

Bu dezavantajın önüne geçen bir yorumu oluşturmanın mümkün olup olmadığı sorusu ortaya çıkar. Böyle bir yorumu oluşturmak için M. Strauss ilginç bir girişimde bulunmuştur.[1]

---

[1] M. Strauss, "Zur Begründung der statistischen Transformationstheorie der Quantenphysik", *Ber. d. Berliner Akad. Phys.-Math. Kl. XXVII* (1936) ve "*Formal Problems of Probability Theory in the Light of Quantum Mechanics*" [*Kuantum Mekaniği Işığında Olasılık Kuramının Biçimsel Sorunları*], *Unity of Science Forum, Synthese* (The Hague, Hollanda, 1938), s. 35; (1939), s. 49, 65. Bu yazılarda Strauss, olasılıkların tamamlayıcı ifadelere göre değişiklik gösterdiği olasılık kuramının bir biçimini de geliştirir. Ancak § 22'nin başında yap-

Bu yorumu pekiştiren kurallar açıkça ortaya konmasa da, görünen o ki aşağıdaki şekilde yorumlanabilirler.

§ 25'teki tanım 1-2 ve § 27'deki tanım 3 kabul edilmez. Tanım 4 korunur. Tanım 5 yerine, şu tanım tanımlanır.

Tanım 6. Bir m_u ölçümü yapmak mümkünse, bir U kuantum mekaniksel ifadesi anlamlıdır.

Bunu, böyle bir varlığı ölçmek her zaman mümkün olduğundan dolayı bireysel varlıklarla ilgilenen bütün kuantum mekaniksel ifadelerin anlamlı olduğu takip eder. Sadece *U* ifadesi, *P* ve *Q* tamamlayıcı ifadelerinin bileşimini temsil ettiğinde bunlara karşılık gelen ölçümün yapılması mümkün değildir; bundan dolayı *P ve Q* gibi bir ifade anlamsızdır. Kuantum mekaniğinin mantığı Strauss'a göre bütün ifadeler *bağlanabilir* olacak şekilde oluşturulmamıştır; *bağlanamaz* ifadeler de vardır.

Bu yorumun sadece anlamlı bileşenler içerecek şekilde fizik dilini oluşturması bir avantaj olarak gösterilebilir. Anlamsız ifadelerle ilgilenen bir belirleme sadece ifadelerin bağlantısı için kullanılan kurallar cinsinden ifade edilebilir. Diğer yandan, tamamlayıcılığın fiziksel yasası bir kez daha, nesne dilinin bir ifadesi olarak değil de anlamsal bir kural olarak ifade edilir.

Sonraki gerçeğin bir dezavantaj olarak düşünülüp düşünülemeyeceği sorusunu açıkta bırakarak, şimdi bu yorumda tanım 6'dan kaynaklanan ciddi bir zorluğa işaret etmek zorundayız. *U*'yu *t*'nin bir fonksiyonu olarak düşünürsek, u varlığını ölçmek aslında her zaman mümkündür ve dolayısıyla *U* her za-

---

tığımız gibi sadece tamamlanmamış bir gösterim kullanıldığında böyle bir değişim gereklidir. § 22'deki (13) tanımlandığı gibi olasılık ifadelerinin ilk bölümünde m_u terimini kullanan bir gösterimde, varoluş kuralının değişiminin önüne geçilebilir.

man anlamlıdır. U'yu genel bir ψ fonksiyonu tarafından karakterize edilen genel bir s fiziksel durumunun fonksiyonu olarak düşündüğümüzde durum farklıdır. Genel bir s durumunda u varlığını ölçmek mümkün müdür? u'nun ölçümünün s durumunu bozduğunu bildiğimize göre mümkün değildir. Dolayısıyla bunu genel bir s durumunda bireysel bir U ifadesinin bile anlamsız olması takip eder. Böylece verilen yorum, tanım 5'e dayanan yoruma indirgenir. Diğer yandan tanım 6'nın anlamı, genel bir s durumunda bile u'nun ölçülmesini olanaklı kılacak şekilde oluşturulmuşsa elde edilen u değeri s durumundaki ve böylece ölçümden önceki varlığın değeri anlamına gelmek zorundadır. Yorum böylelikle § 25'teki tanım 1'i kullanacak şekilde gösterilmiştir. Ancak sonraki tanım kullanılırsa, § 25'te açıklanmış olduğu gibi iki ölçüm arasındaki eşzamanlı değerler hakkında ifadeler oluşturmak mümkün olur; bu, bağlanamaz ifadelerle ilgili kuralların bozulduğu anlamına gelir.

Böylece tanım 4 ve tanım 6'da verildiği gibi Strauss'un yorumunu değerlendirmemizde haklıysak, bu yorumun tanım 4 ve tanım 5'in yorumlanmasına döndüğü sonucuna varırız.[1]

§ 30. Üç Değerli Mantık Yoluyla Yorumlama

Önceki bölümün değerlendirmeleri, gözlenmemiş varlıkların değerleri hakkındaki ifadeleri anlamsız olarak sunarsak bu türdeki anlamsız ifadeleri fizik diline dâhil etmemiz gerektiğini gösterdi. Bu sonuçtan kaçınmak için bu tür ifadeleri, *anlam* alanından değil de *savunulabilirlik* alanından dışlayan bir yorum

[1] Mr. Strauss, kavramının yeni ve bir tür değiştirilmiş bir sunumunu yayınlamayı planladığı konusunda beni bilgilendirir.

kullanmak zorundayız. Böylece bu türdeki ifadeler için özel bir kategoriye sahip olan üç değerli mantık kullanmaya yöneliriz.

Sıradan mantık iki değerlidir; *doğru* veya *yanlış* şeklinde oluşturulmuştur. *Belirsiz* olarak adlandırılabilecek arada bir doğruluk değeri tanımlamak ve bu doğruluk değerini Bohr-Heisenberg yorumunda *anlamsız* olarak adlandırılan bir grup ifadeye atamak mümkündür. Böyle bir yorum için birçok neden ileri sürülebilir. Belirli koşullar altında ölçülebilen bir varlık başka koşullar altında ölçülemiyorsa, sonraki koşullar altında değerini belirsiz olarak düşünmek doğal hale gelir. Bu varlıkla ilgili ifadeleri anlamlı ifadeler bölgesinden çıkarmak gerekmez; tek ihtiyacımız olan bu tür ifadelerin ne doğru ne de yanlış ifadeler olarak değerlendirilmeyeceği bir yön bulmaktır. Buna, belirsiz olarak üçüncü bir doğruluk değerinin tanımlanmasıyla ulaşılabilir. "Belirsiz" teriminin anlamı "bilinmeyen" teriminin anlamından farklı olmalıdır. Sıradan mantıkta bir ifadenin doğruluk değeri bilinemez olabileceğine göre bilinmeyen terimi iki değerli ifadelere de uygulanabilir; ancak böylece ifadenin doğru ya da yanlış olduğunu bilebiliriz. Bu iddiada ifade edilen *tertium non datur* ya da *üçüncünün olmazlığı* ilkesi, geleneksel mantığın temel direklerinden biridir. Diğer yandan, üçüncü bir belirsizlik değerine sahipsek, *tertium non datur* artık geçerli bir ifade değildir; *belirsiz* mantıksal durumuyla temsil edilen bir *tertium*, üçüncü değer vardır.

Belirsiz doğruluk değerinin kuantum mekaniksel önemi şu değerlendirmeyle açıklanır. q varlığının ölçümünü aldığımız bir genel s fiziksel durumu hayal edelim; bunu yaparak bir p varlığının ölçümünü alırsak sonucun ne olacağını bilme durumundan sonsuza kadar vazgeçmiş oluruz. q'yu ölçmenin mevcut durumu değiştirdiğini bildiğimizden dolayı yeni durumda p'nin ölçümünü almak kullanışsızdır. Daha önce aynı s duru-

muyla başka bir sistem oluşturmak ve p'nin bu sistemde ölçümünü almak da eşit derecede kullanışsızdır. p'nin ölçüm sonucu sadece belirli bir olasılıkla belirlendiğine göre ölçümün tekrar edilmesi ilk durumda bulunacak değerden farklı bir değer üretebilir. Kuantum mekaniksel öngörülerin olasılık karakteri bireysel durumun mutlaklığını zorunlu kılar; bu, bireysel meydana gelişi tekrarlanamaz ve geri alınamaz yapar. Bu gerçeği, gözlenmemiş değeri belirsiz olarak, bu sözcüğü de üçüncü bir doğruluk değeri şeklinde ele alarak ifade edebiliriz.

Dikkate alınan durum, mantıksal yapı olarak makro-kozmos boyutlu olasılık ilişkilerinin durumundan farklıdır. John'un "sonraki atışta zarı fırlattığımda 'altı' elde edeceğim" dediğini varsayalım. Peter da "zarı attığımda 'beş' elde edeceğim" der. John'un zarı attığını ve 'dört' sonucunu elde ettiğini düşünelim; böylece John'un ifadesinin yanlış olduğunu biliriz. Ancak Peter'ın ifadesi için bir karar veremeyiz. Bu durum, John'un atışından sonra Peter'ın zarı fırlatmasıyla Peter'ın ifadesinin doğruluğunu belirleyen hiçbir aracımızın olmadığı kuantum mekaniksel durumu anımsatır; atış yeni bir durum içerisinde başladığına göre, sonucu Peter John'un yerine zarı atmış olsaydı ne olurdu sorusuyla ilgili bilgi veremez. Bununla birlikte zar atmak makro-kozmos boyutlu bir konu olduğuna göre ilke olarak John zarı attıktan sonra, ya da hatta zarı atmadan önce bile, Peter'ın ifadesini test etmenin başka yollarına sahibiz. Zarın konumunu, Peter'ın kaslarının durumunu vb belirli bir kesinlikle ölçmek durumundayız ve bu sayede Peter'ın atış sonucunu dileğimiz gibi yüksek bir olasılıkla önceden söyleyebiliriz; ya da daha iyi bir şekilde ifade edersek, biz yapamayacağımıza göre Laplace'ın süper insanı yapabilir.

Tablo 2

Gözlemsel dil		Kuantum Mekaniksel Dil
m_u	u	U
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	B
Y	Y	B

Bizim için John'un ifadesinin doğruluğu her zaman bilinemez olarak kalacaktır; ancak ilke olarak onu belirlemek mümkün olduğuna ve sadece teknik yetersizlikler bizi bunu yapmaktan alıkoyduğuna göre *belirsiz* değildir. Dikkate alınan kuantum mekaniksel örnek farklıdır. Genel bir s durumunda yapılan q ölçümünden sonra, Laplace'ın süper insanı bile p'yi ölçmüş olsaydık ne olmuş olacağını söyleyemez. Bunu p ile ilgili bir ifadeye *belirsiz* mantıksal doğruluk değerini vererek ifade ederiz.

Belirsiz doğruluk değerinin kuantum mekaniksel dilde tanımlanması, kuantum mekaniksel ifadelerin doğruluk değerlerini gözlemsel dilin ifadelerinin doğruluk değerlerinin bir fonksiyonu olarak belirleyen tablo 2 tarafından biçimsel olarak temsil edilir. Doğruluğu D, yanlışlığı Y, belirsizliği B ile gösteririz. m_u, u ve U sembollerinin anlamları yukarıda açıklananla aynıdır.[1]

Bu şekilde oluşturulan kuantum mekaniksel dilin mantıksal konumuyla ilgili bazı uyarıları ekleyelim. Ayrıntılı yorumları *parçacık dili* ve *dalga dili* olarak ikiye ayırırsak tablo 2'de ta-

[1] "Varlığın değeri" izlecinin kullanımı gibi.

nımlanan dil, bu yorumlardan herhangi birini belirlemediğinden dolayı *tarafsız dil* olarak düşünülebilir. Ölçülen varlıktan zaman zaman bir parçacığın yolu, zaman zaman ince bir ışımanın yolu; ya da zaman zaman bir parçacığın enerjisi, bir dalganın frekansı olarak bahsedebildiğimiz doğrudur. Ancak bu terim bilgisi sadece, parçacık veya dalga dilinden türetilen bir arta kalandır. Gözlenmemiş varlıkların değerleri belirlenmemiş olduğuna göre tablo 2'nin dili, ölçülen varlıkların dalgalara mı yoksa parçacıklara mı ait olduğu sorusunu açıkta bırakır; dolayısıyla tarafsız bir terim kullanarak *kuantum mekaniksel nesnelerin* değişkenlerini ölçülen varlıkların temsil ettiğini söyleyeceğiz. Bu tür bir değişkene enerji ya da frekans denmesi arasındaki fark böylece sadece değişkenin sayısal değerindeki bir h etkenine göre olan farktır. Gözlenmemiş varlıkların yorumundaki bu anlam belirsizliği, *belirsiz* kategorisinin kullanımı aracılığıyla mümkün kılınmıştır. Ölçülmemiş bir değerin u_1 *veya* u_2 *veya* vb değerlerinin olup olmadığı belirsiz olduğuna göre aynı zamanda u_1 *ve* u_2 *ve* vb değerlerinin de olup olmadığı belirsizdir; başka bir deyişle, kuantum mekaniksel nesnelerin bir parçacık mı, yoksa bir dalga mı olduğu belirsizdir.

Ancak *tarafsız dil* ismi sayfa 233'teki tablo 1'in diline uygulanamaz. Bu dil, gözlenmemiş varlıklarla ilgili ifadeleri anlamsız bulduğundan dolayı bu tür ifadeleri içermez; bundan dolayı ayrıntılı dillerin tamamına değil de sadece bir bölümüne denktir. Buna karşılık tablo 2'nin dili tam anlamıyla bu dillere denktir; bu dillerin ölçülmemiş varlıkları hakkındaki ifadelere belirsiz ifadeler atar.

Çok değerli mantıkların oluşturulması ilk kez ve birbirinden bağımsız olarak E. L. Post[1] ve J. Lucasiewicz ile A. Tarski[1]

---

[1] E. L. Post, "*Introuction to a General Theory of Elementary Propositions*" [*Temel Önermelerin Genel Kuramına Giriş*], *Am. Journ. Of Math.*, XLIII (1921), s. 163.

tarafından elde edilmiştir. O zamandan beri, bu tür mantıklar sıklıkla tartışılmış ve uygulama alanları araştırılmıştır; orijinal yayınlar uygulama konusunu açıkta bırakmıştır ve yazarlar kendilerini kalkulusun biçimsel inşasına sınırlamışlardır. İçinde doğruluk değerlerinin sürekli bir ölçüsünün tanımlandığı olasılık mantığının oluşturulması yazar[2] tarafından verilmiştir. Bu mantık kuantum mekaniğinden çok, klasik fiziğe karşılık gelir. İçindeki her önermenin belirli bir olasılığı olduğundan dolayı belirsizliğin doğruluk değeri için yer yoktur; bir ½ olasığı kuantum mekaniksel ifadelerin *belirsiz* kategorisiyle belirtilen anlamı taşımaz. Olasılık mantığı, sürekli dereceli geçişe sahip bir doğruluk türü durumu için iki değerli mantığın bir genellemesidir. Kuantum mekaniği, böyle bir mantıkla sadece, klasik fizikte olduğu gibi bu alanda da gerekli olan *doğru* ve *yanlış* kategorilerinin bir genellemesi olarak kast edildiği sürece ilgilidir; *doğru* ve *yanlış* "keskin" kategorilerinin kullanımı iki durumda da sadece bir yaklaşıklık anlamında uygulanan bir idealleştirme olarak düşünülmelidir. Ancak kuantum mekaniksel *belirsiz* doğruluk değeri topolojik olarak farklı kategorileri temsil eder. Üç değerli mantığın kuantum mekaniğine uygulanması sıklıkla göz önüne getirilmiştir; bundan dolayı Paulette Février[3] böyle

---

1 J. Lucasiewicz, *Comptes rendus Soc. d. Sciences Varsovie*, XXIII (1930), Cl. III, s. 51; J. Lucasiewicz ve A. Tarski, *age.*, s. 1. Lucasiewicz'in fikirlerinin yayımı ilk olarak Polonyalı dergi *Ruch Filozoficzny*, V (Lwow, 1920), s. 169-170'de yapılmıştır.

2 H. Reichenbach, "Wahrscheinlichkeitslogik", *Ber. d. Preuss. Akad., Phys.-Math. Kl.* (Berlin,1932).

3 Paulette Février, "*Les relations d'incertitude de Heisenberg et la logique*" [*Heisenberg Belirsizlik İlişkileri ve Mantık*], *Comptes rendus de l'Acad. d. Sciences*, T. 204 (Paris, 1937), s. 481, 958. *Krş.* Aynı zamanda L. Rougier tarafından verilen rapor "*Les nouvelles logiques de la mécanique quantique*" [*Kuantum Mekaniğinin Yeni Mantığı*], *Journ. Of Unified Science, Erkenntnis,* c. 9 (1939), s. 208. P. Février'nin makalesinde üçüncü doğruluk değeri belirsiz olarak

bir mantığın ana hatlarını yayınlamıştır. Burada sunacağımız inşa farklıdır ve daha önceki bölümlerde sunulan epistemolojik değerlendirmelerle belirlenir.

§ 31. İki Değerli Mantığın Kuralları

Üç değerli mantık sisteminin sunumuna geçmeden önce, iki değerli mantığın kurallarının kısa bir açıklamasını verelim. Sadece bu biçim üç değerli bir sisteme genişlemeyi mümkün kılacak yeterlilikte olduğundan dolayı mantığın *biçimsel* ya da *sembolik* biçimini kullanacağız.

Klasik ya da iki değerli mantık sahip olduğu yapıya göre yalın önermelerin fonksiyonları olan önermesel işlemler için doğruluk değerlerini belirleyen *doğruluk tabloları* tarafından temsil edilir. Bu işlemlerin en önemlileri aşağıdaki gibidir:

$\bar{a}$	*a'nın değili*, olumsuzlama
$a \vee b$	*a veya b, veya her ikisi, ayrılma*
$a \,.\, b$	*a* ve *b*, birleşme
$a \supset b$	*a*, *b*'yi gerektirir
$a \equiv b$	*a*, *b*'ye denktir

İki değerli doğruluk tabloları tablo 3A ve 3B'de gösterilmiştir.

---

düşünülmemiştir, "pekiştirilmiş yanlış" ya da saçmalık olarak düşünülmüştür; dolayısıyla, onun doğruluk tabloları bizimkinden farklıdır. M. Strauss tarafından yapılan ayrıma benzer olarak, "eşlenik önermeler (proposition conjuguées)" ve "eşlenik olmayan önermeler (proposition non conjuguées)" arasında bir ayrım yapmıştır. İkinci kavrama olan itirazımız (s. 236) böylece bu kavrama da uygulanabilir.

Bu tablolar iki doğrultuda okunabilir: Temel önermelerden önermesel bileşimlere, ya da önermesel bileşimlerden yalın önermelere. Örneğin "veya" için tablolar bize ilk yönü söylerler: "a doğruysa ve b doğruysa, $a \vee b$ doğrudur." İkinci yön için bize şunları söyler: "$a \vee b$ doğruysa, a doğrudur ve b doğrudur veya a doğrudur ve b yanlıştır, veya a yanlıştır ve b doğrudur." Bir işlemin sütunu ne kadar çok D içeriyorsa, daha az açıklama yapılabildiğinden dolayı işlemci o kadar zayıf olur. Böylece "veya", "ve" ifadesinden daha zayıf olur; a ve b'nin doğruluk değerleri konusunda bize "ve" ifadesinden daha az bilgi verir. D durumlarından biri gözlenirse doğrulanacağından dolayı daha zayıf bir işlem güçlü bir işleme göre kolay doğrulanabilir. Belirli miktarda konuşma dilinin gerektirmelerine karşılık gelen tablo 3B'nin gerektirmeleri için Russell, *maddesel gerektirme* ismini icat etmiştir.

Mantıksal bir ifade, yalın önermelerin her biri doğruluk değeri için D doğruluk değerine sahip olan önermelerin bir bileşimidir. Böyle bir ifadeye *totoloji* denir. Yalın önermelerin doğruluk değerleri ne olursa olsun doğru olacağından dolayı doğruluğu gereklidir. Diğer yandan, yalın önermelerin doğruluk değerleri hakkında bizi bilgilendirmeyeceğinden dolayı bir totoloji boştur, ya da hiçbir şey söylemez. Bu özellik totolojileri değersiz kılmaz; tam tersine, değerleri gerekli ve boş olmalarından gelir. Bu tür ifadeler, onlar tarafından hiçbir deneysel içerik eklenmediğinden dolayı her zaman fiziksel ifadelere eklenebilirler ve fiziksel ifadelerden sonuçlar türetmek istiyorsak, onları eklemek zorundayız.

Tablo 3A

	Olumsuzlama
a	$\bar{a}$
D	Y
Y	D

Tablo 3B

a	b	Ayrılma $a \vee b$	Birleşme $a.b$	Gerektirme $a \supset b$	Denklik $a \equiv b$
D	D	D	D	D	D
D	Y	D	Y	Y	Y
Y	D	D	Y	D	Y
Y	Y	Y	Y	D	D

Özenli totolojilerin oluşturulması böylece fizikçiye güçlü bir türetim aygıtı sunar; matematiğin tamamı bu türde bir aygıt olarak sunulmak zorundadır.

Kolay totoloji örnekleri aşağıdaki ifadelerle verilir:

$a \equiv b$	özdeşlik kuralı	(1)
$\bar{\bar{a}} \equiv b$	çift olumsuzlama kuralı	(2)
$a \vee \bar{a}$	tertium non datur	(3)
$\overline{a.\bar{a}}$	çelişki kuralı	(4)
$\overline{a.b} \equiv \bar{a} \vee \bar{b}$	De Morgan kuralları	(5)
$\overline{a \vee b} \equiv \bar{a}.\bar{b}$	De Morgan kuralları	(6)
$a.(b \vee c) \equiv a.b \vee a.c$	1. dağılma kuralı	(7)
$a \vee b.c \equiv (a \vee b).(a \vee c)$	2. dağılma kuralı	(8)
$(\bar{a} \supset b) \equiv (\bar{b} \supset a)$	Zıtlık kuralı	(9)
$(a \equiv b) \equiv (a \supset b).(b \supset a)$	Denkliğin çözümlenmesi	(10)
$a \supset b \equiv \bar{a} \vee b$	Gerektirmenin çözümlenmesi	(11)
$(a \supset \bar{a}) \supset \bar{a}$	*reductio ad absurdum**	(12)

* Olmayana ergi –çn.

Bütün bu ifadeler *durum analiziyle* kolayca doğrulanabilirler; başka bir deyişle, *a* ve *b* için bütün doğruluk değerleri ve doğruluk değerleri temelinde kanıtlanarak ifadenin doğruluk değeri başarıyla her zaman *D*'ye eşittir. Gösterimimizi kolaylaştırırsak, semboller için aşağıdaki *bağlayıcı kuvvet kuralını* kullanmıştık:

En güçlü bağlayıcı kuvvet $\bar{}\ .\ \vee\ \supset\ \equiv$ en zayıf bağlayıcı kuvvet

Bu kural bizi parantezlerden kurtarır.

Kendi sütununda bazen *D* bazen *Y* olan bir ifade, *sentetik* olarak adlandırılır. Deneysel bir doğruluğu belirtir. Verilmiş bir andaki, ister fiziksel yasalar ister fiziksel koşullarla ilgili ifadeler olsun, bütün fiziksel ifadeler sentetiktir. Sütununda sadece *Y*'lere sahip bir ifade çelişki olarak adlandırılır; her zaman yanlıştır.

Verilmiş totolojilerden başlarsak, matematiğin yöntemlerine benzer şekilde mantıksal ifadeleri bozmamızı sağlayacak kuralları kolayca oluşturabiliriz. Bu işlemin ayrıntılarına burada girmeyeceğiz; bu, sembolik mantık ders kitaplarında açıklanmıştır.

§ 32. Üç Değerli Mantığın Kuralları

Üç değerli bir mantığın oluşturulma yöntemleri, dikkate alınan dilin metadili iki değerli bir mantığa ait olarak algılanabileceği fikriyle belirlenir. Böylece "*A*, *D* doğruluk değerine sahiptir" biçimindeki ifadeleri iki değerli ifadeler olarak düşünürüz. Böylece üç değerli mantığın doğruluk tabloları, iki değerli mantığın tablolarının oluşturulmasına benzer biçimde elde edilebilir. Tek fark, çift doğrunun solundaki dikey sütunlarda *D*, *B*, *Y* değerlerinin bütün olası bileşimlerini varsaymak zorundayız.

Üç değerli tablolardaki tanımlanabilir işlemcilerin sayısı iki değerlilerdekinden çok daha fazladır. Tanımlanan işlemciler iki değerli mantığın işlemcilerinin genellemeleri olarak düşünülebilir; ancak böylece iki değerli mantığın her bir işlemcisinin çeşitli genellemelerini elde ederiz. Dolayısıyla, çeşitli biçimlerde olumsuzlamalar, gerektirmeler vb elde ederiz. Kendimizi tablo 4A ve 4B'deki doğruluk tablolarında sunulan işlemcilerin tanımıyla sınırlandırırız.[1] Daha önce de olduğu gibi, üç değerli önermeler büyük harflerle yazılacaklardır.

Olumsuzlama bir önermeye uygulanan bir işlemdir; böylece iki değerli mantıkta sadece bir olumsuzlama vardır. Üç değerli mantıkta bir önermeye uygulanan birçok işlemci oluşturulabilir. Bir önermenin doğruluk değerini değiştirdiklerinden dolayı hepsine olumsuzlama deriz. Doğruluk değerlerini *en yüksek* değer D'den, *en düşük* değer Y'ye olacak şekilde sırasıyla D, B, Y olarak düşünmek yerinde olur. Bu terim bilgisini kullanarak dairesel olumsuzlamaların, en düşük değerden en yüksek değere kaydırılan durum hariç bir doğruluk değerini daha düşük bir değere kaydırdığını söyleyebiliriz. Böylece $\sim A$ ifadesini *sonraki-A* biçiminde okuyabiliriz. Çapsal olumsuzlama D ve Y'yi tersine çevirir, ancak B'yi değiştirmeden bırakır. B değeri 0 sayısı olarak yorumlandığı zaman bu aritmetik eksi işaretinin fonksiyonuna karşılık gelir; ve dolayısıyla $-A$ ifadesini *eksi-A* şeklinde okuyarak, *A'nın olumsuzu* olarak adlandırırız.

---

[1] Bu işlemlerin birçoğu, burada kuantum mekaniksel amaçlarla tanımladığımız tam olumsuzlama, alternatif gerektirme, yarı gerektirme ve alternatif denklik hariç Post tarafından tanımlanmıştır. Post, kullanmadığımız başka gerektirmeleri da tanımlar. Standart gerektirmemiz, $m = 3$ ve $\mu = 1$ iken, yani bir üç değerli mantık için $t_\mu = t_1 = doğru$ iken Post'un $\supset_m^\mu$ gerektirmesidir.

Tablo 4A

A	Dairesel olumsuzlama $\sim A$	Çapsal olumsuzlama $-A$	Tam olumsuzlama $\bar{A}$
D	B	Y	B
B	Y	B	D
Y	D	D	D

Tablo 4B

A	B	Ayrılma $A \vee B$	Birleşme $A.B$	Standart gerektirme $A \supset B$	Alternatif gerektirme $A \rightarrow B$	Yarı gerektirme $A \ni B$	Standart denklik $A \equiv B$	Alternatif denklik $A \overline{\equiv} B$
D	D	D	D	D	D	D	D	D
D	B	D	B	B	Y	B	B	Y
D	Y	D	Y	Y	Y	Y	Y	Y
B	D	D	B	D	D	B	B	Y
B	B	B	B	D	D	B	D	D
B	Y	B	Y	B	D	B	B	Y
Y	D	D	Y	D	D	B	Y	Y
Y	B	B	Y	D	D	B	B	Y
Y	Y	Y	Y	D	D	B	D	D

Tam olumsuzlama bir doğruluk değerini diğer ikisinin daha yüksek olanına kaydırır. $\bar{A}$'yı *A'nın değili* olarak okuruz. Bu olumsuzlamanın kullanımı şimdi açığa kavuşacaktır.

Ayrılma ve birleşme iki değerli mantığın aynı isimli işlemcilerine karşılık gelir. Ayrılmanın doğruluk değeri yalın önermelerin doğruluk değerlerinin yüksek olanıyla verilir; birleşmeninkiyse daha düşük olanıyla verilir.

Gerektirmeleri oluşturmanın çeşitli yolları vardır. Sadece tablo 4B'de tanımlanan üç gerektirmeyi kullanacağız. İlk gerektirmemiz bir üç-üç işlemidir, yani yalın önermelerin üç doğruluk değerinden işlemcilerin üç doğruluk değerine bizi yönlendirir. Buna *standart gerektirme* deriz. Sütunda sadece D ve Y değerleri olduğu için ikinci gerektirmemiz bir üç-iki işlemidir;

dolayısıyla ona *alternatif gerektirme* deriz. Üçüncü gerektirmemiz *yarı gerektirmedir*; çünkü çoğunlukla gerektirmeler için yapılmış gerekliliklerin tamamını sağlamazlar.

Bir gerektirmeden ilk olarak beklediğimiz şey, aşağıda kuralı verilen *gerektirme* işlemini mümkün kılmasıdır: *A* doğruysa ve *A*, *B*'yi gerektiriyorsa dolayısıyla *B* doğru olur. Sembolik olarak:

$$\frac{\begin{array}{c}A\\A \supset B\end{array}}{B} \qquad (1)$$

Tüm üç gerektirme bu kuralı sağlar; böylece ilk satırında bir *D*'ye sahip her işlem, doğruluk tablosunun ikinci ve üçüncü satırında hiçbir *D*'ye sahip olmayacaktır. İkinci olarak, *A* doğruysa *B*'nin yanlış olmasını beklemeliyiz, gerektirme yanlışlanmıştır; bu üçüncü satırda bir *Y* –gerektirmelerimiz tarafından da sağlanan bir koşul– gerektirir. Bu iki koşul "ve" tarafından eşit derece sağlanır ve gerçekten de (1)'deki gerektirmeyi birleşmeyle yer değiştirebiliriz. "Ve" ifadesini gerektirme olarak düşünmezsek, bu "ve" ifadesinin çok fazla şey söylüyor olmasından dolayıdır. (1)'in ikinci satırı *A*. *B* ise, ilk satır düşürülebilir ve gerektirme geçerli kalır. Böylece bu şekilde tanımlanan bir gerektirmenin (1)'deki ilk sıra olmadan sonuç çıkartılmasının geçerli olmayacağını bekleriz; bu, üçüncü satırın altındaki satırlarda birkaç *D* gerektirir. Bu gereklilik yarı gerektirmeyle sağlanmasa bile, birinci ve ikinci gerektirmeyle sağlanır. Bir gerektirme için daha ileri bir koşul *a*'nın *a*'yı *gerektirmesinin* her zaman doğru olduğudur. Birinci ve ikinci gerektirmeler bu koşulu sağlarken, yarı gerektirme sağlamaz. Bu aykırılığa rağmen, bir tür gerektirme olan bu işlemin göz önünde bulundurulmasının nedeni daha sonra verilecektir (*krş.* § 34).

Genelde *A, B'yi gerektirir* ifadesinin *B, A'yı gerektirir* ifadesini gerektirmemesine, yani gerektirmenin simetrik olmamasına ihtiyaç duyulur. Üç gerektirmemiz de bu gerekliliği sağlar. Sonraki koşul gerektirmeyle denkliği ayırt eder (ve aynı zamanda "ve" ifadesinden de ayırt eder). Denklik, *A* ve *B* doğruluk değerlerinin eşitliğini belirten bir işlemdir; böylece birinci, orta ve son satırda bir *D*'ye sahip olmak zorundadır. Bunun yanı sıra, *A* ve *B*'nin de, *A, B'ye denktir* ifadesiyle birlikte *B, A'ya denktir* gibi bir ifadeye sahip olarak simetrik olması gerekir. Bu koşullar, iki denkliğimizle de sağlanır. Bu koşullar belirli bir çerçeve içerisinde denklik tanımını açıkta bıraktığından dolayı daha fazla denklik de tanımlanabilir; ancak tablolarda sadece verilmiş olan iki adede ihtiyacımız vardır.

Gösterimimizi kolaylaştırmak adına sembollerimiz için aşağıdaki *birleştirici kuvvet kuralını* kullanırız:

	en güçlü birleştirici kuvvet
tam olumsuzlama	—
dairesel olumsuzlama	~
çapsal olumsuzlama	–
birleştirme	·
ayırma	∨
yarı gerektirme	∋
standart gerektirme	⊃
alternatif gerektirme	→
standart denklik	≡
alternatif denklik	≣
	en zayıf birleştirici Kuvvet

Dairesel ve çapsal biçimin birçok olumsuzlaması bir *A* harfinden önce geliyorsa, *A*'dan hemen önce gelenin ve benzer şekilde aynı sırada *A* ile birlikte en güçlü bağlantıya sahip olduğunu söyleriz. Birleşik ifadeler üzerine genişletilmiş tam olumsuzlamanın satırı parantezler gibi kullanılacaktır.

Doğruluk değerlerimiz sadece *D* doğruluk değerine sahip bir ifade savunulabilecek şekilde tanımlanır. Bir ifadenin *D*'den farklı bir doğruluk değeri olduğunu bildirmek istediğimiz zaman bu, olumsuzlamalar aracılığıyla yapılabilir. Böylece

$$\sim\sim A \tag{2}$$

savı, *A*'nın belirsiz olduğunu bildirir. Benzer şekilde

$$\sim A \qquad -A \tag{3}$$

savlarından her biri *A*'nın yanlış olduğunu bildirir.

Olumsuzlamaların bu kullanımı, doğruluk değerleri hakkında metadildeki ifadeleri elememize olanak sağlar. Böylece nesne dilinin *sonraki-sonraki-A* ifadesi, anlambilimsel "*A* belirsizdir" ifadesinin yerini alır. Benzer şekilde, metadildeki "*A* yanlıştır" ifadesi nesne dilindeki (3) ifadelerinden birine dönüştürülebilir ve böylece sırasıyla "*sonraki-A*" veya "*eksi-A*" olarak ileri sürülebilir. Böylece *söylemek istediğimiz şey nesne dilindeki doğru bir ifadede söylenir* ilkesiyle devam edebiliriz.

İki değerli mantıkta olduğu gibi bir matematiksel ifade, sütunda sadece *D*'lere sahipse *totolojiktir*; sadece *Y*'lere sahipse *çelişik*, ama sütunda en azından tüm doğruluk değerlerinden birer adet varsa *sentetik* olarak adlandırılır. İki değerli mantık ifadeleri bu üç sınıfa ayrılıyorsa da, üç değerli mantıkta bundan çok daha karmaşık bir ayrıma sahibiz. Bahsedilen üç sınıf üç değerli mantıkta da bulunur, ancak sentetik ve çelişik ifadeler arasında hiçbir zaman doğru olmayan ama çelişik de olmayan bir ifadeler sınıfına sahip oluruz; sütunlarında sadece *B* ve

Y'lere, hatta sadece *B*'lere sahiptirler ve *sentetik olmayan ifadeler* olarak adlandırılabilirler. Sentetik ifadelerin sınıfı üç alt kategoriye ayrılır. İlki, üç doğruluk değerine sahip olabilecek ifadeleri içerir; onlara *tam sentetik ifadeler* diyeceğiz. İkincisi sadece doğru ya da yanlış olabilecek ifadeleri içerir; *doğru-yanlış* ifadeler, ya da *sade sentetik* ifadeler olarak adlandırılabilirler. İki değerli mantıkta basit anlamda sentetiktirler. Kuantum mekaniğinde bu ifadelerin kullanımı sayfa 260'ta gösterilmiştir. Üçüncü kategori sadece doğru ya da belirsiz olan ifadeleri içerir. Bu ifadeler, iki değerli mantığın sentetik ifadelerinin bazen doğru bazen yanlış olma özelliklerinden birincisine sahiptirler; bundan dolayı *yarı sentetik* ifadeler olarak adlandırılacaklardır.

Bir çelişkinin dairesel ya da çapsal olumsuzlaması bir totolojidir; benzer şekilde, sentetik olmayan bir ifadenin tam olumsuzlaması de bir totolojidir. Sentetik bir ifade, basitçe bir olumsuzlama eklemekle bir totoloji oluşturamaz.

Bütün kuantum mekaniksel ifadeler tanımları açısından sentetiktirler. Fiziksel dünyayla ilgili bir şeyi ileri sürerler. Tam tersine bir ifade ileri sürülecekse, doğruluk tabloları tarafından belirlenmiş sütunu en azından bir *D* değerine sahip olmak zorundadır. Bir ifadeyi ileri sürmek *D* durumlarından birinin geçerli olduğunu bildirmek anlamına gelir. Çelişik ve sentetik olmayan ifadeler böylece *ileri sürülemezdir*. Diğer yandan, totolojiler ve yarı sentetik ifadeler *kanıtlanamazdır*; yanlış olamazlar. Ancak totolojiler doğru olsa da, aynı durum yarı sentetik ifadeler için geçerli olmaz. Yarı sentetik bir ifade ileri sürüldüğünde, bu iddianın dolayısıyla bir *içeriği* olur, yani bir totoloji durumundaki gibi *boş* olmaz. Bu nedenle yarı sentetik ifadeleri sentetik ifadelere dâhil ederiz; sadece tüm sentetik ifadeler bir içeriğe sahiptir.

D doğruluk değerinin eşsiz konumu, bu ifadelerle iki değerli mantıkta geçerli olan aynı sıralamayı üç değerli mantığın toto-

lojilerine bahşeder. Yalın önermelerin doğruluk değerlerinin her bir bileşimi için *D* değerine sahip olduklarından dolayı bu tür ifadeler her zaman doğrudur. Daha önce olduğu gibi totolojik özelliğin kanıtı doğruluk tablolarına dayalı durum değerlendirmeleriyle verilebilir; bu değerlendirme içlerinde yalın önermelerin *B* doğruluk değerine sahip olduğu bileşimler içereceklerdir. Şimdi § 31'deki iki değerli totolojilerin sunumunda kullanılan (1)-(12) sırasını takip ederek, üç değerli mantığın daha önemli bazı totolojilerini sunacağız.

Özdeşlik kuralında tabi ki

$$A \equiv A \tag{4}$$

geçerlidir.

Çift olumsuzlama kuralında çapsal olumsuzlamalar için

$$A \equiv - - A \tag{5}$$

ifadesi geçerlidir. Dairesel olumsuzlama için elimizde *üçlü olumsuzlama* kuralı vardır:

$$A \equiv \sim \sim \sim A \tag{6}$$

Tam olumsuzlama için çift olumsuzlama kuralı aşağıdaki biçimi alır:

$$\overline{A} \equiv \overline{\overline{\overline{A}}} \tag{7}$$

$\overline{A}$ yerine A koyulmasına izin verilmediğinden dolayı (7) formülünden $A \equiv \overline{\overline{\overline{A}}}$ ifadesinin çıkartılamayacağı fark edilmelidir; ve bu ifade aslında bir totoloji değildir. Dolayısıyla, çift olumsuzlama kuralının *doğrudan* geçerli olmadığını söyleyeceğiz. İzin verilebilir bir yer değiştirme işlemi A yerine $\overline{A}$ konmasıyla verilir; bu şekilde iki tarafada karşılık gelecek şekilde (7)'deki olumsuzlama işaretlerinin sayısını artırabiliriz. Tam olumsuzlamanın bu özel durumu, yukarıda gösterilen bu olumsuzlama satı-

rının böylece yarı sentetik bir ifadeye indirgenmesiyle açıklanır; bu tür satırların eklenmesi doğruluk değerini sadece doğru ve belirsiz arasında değiştirecektir.

Dairesel ve tam olumsuzlamalar arasında aşağıdaki ilişki geçerlidir:

$$\overline{A} \equiv \sim A \vee \sim\sim A \tag{8}$$

Tertium non datur, $A \vee -A$ ifadesi sentetik olduğundan dolayı çapsal olumsuzlamalar için geçerli değildir. Dairesel olumsuzlamalar için elimizde bir *quartum non datur** bulunur:

$$A \vee \sim A \vee \sim\sim A \tag{9}$$

Bu ifadenin son iki terimi, (8)'e göre $\overline{A}$ ile yer değiştirebilir; böylece tam olumsuzlama için bir *sahte tertium non datur* dediğimiz bir ifadeye sahip oluruz:

$$A \vee \overline{A} \tag{10}$$

Bu ifade "tam olumsuzlama" adını doğrular ve aynı zamanda neden bu tür bir olumsuzlama tanımladığımızın nedenini ortaya koyar; (10)'u mümkün kılan (8) ilişkisi tam olumsuzlamanın bir tanımı olarak düşünülebilir. Bu ifadeye verdiğimiz isim, (10) ifadesinin iki değerli mantığın *tertium non datur* özelliklerine sahip olmadığını gösterir. Tam olumsuzlamanın sıradan bir olumsuzlamanın özelliklerine sahip olmamasının nedeni: $\overline{A}$'nın doğru olduğunu biliyorsak, A'nın doğruluk değerinin ne olduğunu çıkarmamıza olanak sağlamaz. Bu (8)'den açıkça görülür; $\overline{A}$'yı biliyorsak, sadece A'nın yanlış ya da belirsiz olduğunu bilebiliriz. Bu anlam bulanıklığı tam bir olumsuzlama için aksi bir işlemin tanımlanamamasıyla, yani $\overline{A}$'dan A'ya götüren bir işlemin olmamasıyla daha iyi açıklanır. Böyle bir işlem im-

* Dördüncünün olmazlığı –çn.

kânsızdır; çünkü doğruluk tabloları $\overline{A}$'ya D, A'ya bazen B bazen de Y değerlerini atayacaktır.

Çelişki kuralı aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$\overline{A.\overline{A}} \tag{11}$$

$$\overline{A.\sim A} \tag{12}$$

$$\overline{A.-A} \tag{13}$$

De Morgan kuralları sadece çapsal olumsuzlamalar için geçerlidir:

$$-(A.B) \equiv -A \vee -B \tag{14}$$

$$-(A \vee B) \equiv -A.-B \tag{15}$$

İki *dağılma kuralı* iki değerli mantıkta olduğu gibi aynı biçimi korur:

$$A.(B \vee C) \equiv A.B \vee A.C \tag{16}$$

$$A \vee B.C \equiv (A \vee B).(A \vee C) \tag{17}$$

Zıtlık kuralı iki biçimde verilir:

$$-A \supset B \equiv -B \supset A \tag{18}$$

$$\overline{A} \rightarrow B \equiv \overline{B} \rightarrow A \tag{19}$$

Çapsal olumsuzlamalar için (5)'teki çift olumsuzlama kuralı geçerli olduğundan dolayı (18) ifadesi aynı zamanda aşağıdaki biçimde verilebilir:

$$A \supset B \equiv -B \supset -A \tag{20}$$

Bunu (18)'de A yerine $-A$ koyma işlemi takip eder. Ancak tam olumsuzlama için çift olumsuzlama kuralı direk olarak geçerli olmadığından dolayı (19) için benzer bir biçim bulunmaz.

Denkliğin çözümlenmesi standart gerektirme için standart denklikle birleşmiş olarak sıradan biçimde geçerlidir:

$$(A \equiv B) \equiv (A \supset B).(B \supset A) \tag{21}$$

Alternatif gerektirmeyle alternatif denklik arasındaki ilişki daha karışık bir türdedir:

$$(A \equiv B) \equiv (A \rightleftarrows B).(-A \rightleftarrows -B) \tag{22}$$

Çift oklu gerektirmeyle iki yönlü gerektirmeleri ima ederiz. Bu çift gerektirmeler, sütununda ilk, orta ve son satırında D değerlerine sahip olduğundan dolayı denklik özelliğini taşımazlar. İkinci terimin eklenmesiyle birlikte bu D'ler elenebilir ve alternatif denkliğin sütununa ulaşılır. Çift standart gerektirme ve benzer şekilde iki değerli mantığın gerektirmesi için (22)'nin sağ tarafında ortaya çıkan ikinci bir terimin varlığı kaçınılmazdır; çünkü böyle bir terim (20)'deki zıtlık kuralı aracılığıyla ilkinden elde edilir. Çift alternatif gerektirme için durum bu değildir. Bu ilişki sadece A doğruysa B'nin doğru olacağını ve B doğruysa A'nın doğru olacağını bildirir; A ve B diğer doğruluk değerlerinden birine sahipken ne olacağıyla ilgili hiçbir şey söylemez. İlgili ekleme işlemi (22)'nin sağ tarafındaki ikinci terimle verilir.

Gerektirmenin çözümlenmesi alternatif gerektirme için

$$A \rightarrow B \equiv\sim -(\overline{A} \vee B) \tag{23}$$

şeklinde gösterilir.

Reductio ad absurdum iki şekilde gösterilebilir:

$$(A \supset \overline{A}) \supset \overline{A} \tag{24}$$

$$(A \rightarrow \overline{A}) \rightarrow \overline{A} \tag{25}$$

Totolojilerin yanı sıra, bu ifadeler sadece iki doğruluk değerine sahip özel bir ilgi sunarlar. Bu *doğru-yanlış* ifadeler, ya da sade sentetik ifadeler arasında önemli bir yerleri vardır. *A* bütün doğruluk değerleri arasında var olduğunda sadece *D* ve *Y* doğruluk değerlerini varsayan

$$\sim\sim (\sim A \vee \sim\sim A) \tag{26}$$

ifadesiyle bir örnek verilebilir. Bu tür ifadelerin varlığı üç değerli mantık ifadelerinin, sıradan mantığın iki değerli özelliğine sahip ifadelerin bir alt kümesini içerdiğini gösterir. Bu alt kümenin matematiksel ifadeleri için *tertium non datur* çapsal olumsuzlamada geçerlidir. Böylece *D*, örneğin (16) ifadesi bir doğru-yanlış ifadesiyse

$$D \vee -D \tag{27}$$

ifadesi bir totolojidir.

Diğer iki değerli ifadeler şu araçla doğru-yanlış ifadelerine kolayca dönüştürülebilirler. Doğruluk tablosunda *B* ve *Y* değerlerine sahip, sentetik olmayan bir *A* ifadesi $\sim A$ doğru-yanlış ifadesine dönüştürülebilir. *B* ve *Y* değerlerine sahip yarı sentetik bir *A* ifadesi $\sim\sim A$ doğru-yanlış ifadesine dönüştürülebilir.

Şimdi tamamlayıcılık ifadesine döneceğiz. İki ifadeye

$$A \vee \sim A \rightarrow \sim\sim B \tag{28}$$

ilişkisini sağlıyorlarsa *tamamlayıcı* diyeceğiz. Sol taraf *A* doğru olduğunda ve *A* yanlış olduğunda doğrudur; dolayısıyla iki durumda da, sağ taraf doğru olmalıdır. Bu sadece *B*'nin belirsiz olduğu durum için geçerlidir. *A* belirsizken sol taraf belirsizdir; alternatif gerektirmenin tanımına göre sağ taraf için hiçbir kısıtlamamız yoktur. Böylece (28) şu şekilde okunabilir: *A* doğru veya yanlışsa, *B* belirsizdir.

(8)'de A yerine $\sim\sim A$ koyup (6)'yı kullanarak

$$\overline{\sim\sim A} \equiv A \vee \sim A \tag{29}$$

ifadesini çıkartabiliriz. Böylece (28) ifadesini

$$\overline{\sim\sim A} \rightarrow \sim\sim B \tag{30}$$

biçiminde de yazabiliriz. (19)'u kullanarak (30)'un totolojik olarak

$$\overline{\sim\sim B} \rightarrow \sim\sim A \tag{31}$$

ifadesine eşit oluğunu görürüz. (29)'da A yerine B koyarak (31)'i

$$B \vee \sim B \rightarrow \sim\sim A \tag{32}$$

ifadesine dönüştürebiliriz. Bunu (32)'nin totolojik olarak (28)'e denk olduğu sonucu takip eder.[1] Tamamlayıcılık koşulu dolayısıyla A ve B'de simetriktir; *A, B'nin tamamlayıcısıysa, B de A'nın tamamlayıcısıdır.*

Belirsiz doğruluk değeri, doğru ve yanlış doğruluk değeriyle ters düşerek, tamamlayıcılık ilişkisi üç değerli mantığın iki değerli mantıkta bir benzeri olmayan eşsiz bir özelliği haline gelir. A ve B'nin doğruluk tablosunda bu ilişki, bir sütun belirlediğine göre, A ve B arasında özel bir işaretle gösterebileceğimiz tamamlayıcılığın mantıksal bir işlemine ulaştığı düşünülebilir. Ancak böyle özel bir işaretle dışarıda bırakılmasının ve iki değerli mantığın belirli işlemleri için kullanılan ilgili uygulamayla uyumlu olarak işlemin diğer işlemler cinsinden ifade edilmesinin daha uygun olduğu ortaya çıkar.

---

[1] (28) ve (32)'de alternatif gerektirme yerine standart gerektirmeyi kullanmış olsaydık, bu sonuç türetilemezdi.

Kuantum mekaniğinin tamamlayıcılık kuralı şimdi şu şekilde ifade edilebilir: u ve v yer değiştirmeli olmayan varlıklarsa

$$U \vee\sim U \rightarrow\sim\sim V \tag{33}$$

olur. Burada U, "ilk varlık u değerine sahiptir" ve V "ikinci varlık v değerine sahiptir" ifadesinin kısaltmasıdır. Tamamlayıcılık ilişkisinin simetrisi yüzünden, (33) ifadesi

$$V \vee\sim V \rightarrow\sim\sim U \tag{34}$$

olarak da yazılabilir. Bunun ötesinde, (30) ve (31) iki biçimi kullanılabilir.

(33) ve (34) ile birlikte tamamlayıcılık kuralını nesne dilinde ifade etmiştik. Böylece bu kural, diğer fiziksel yasalar gibi aynı biçime sahip bir fiziksel yasa olarak belirtilebilir. Bunu göstermek için şu yasayı örnek alarak ele alalım: Fiziksel bir sistem kapalıysa (a ifadesi), enerjisi değişmez ($\overline{b}$ ifadesi). İki değerli mantığa ait olan bu yasa, sembolik olarak

$$a \supset \overline{b} \tag{35}$$

biçiminde yazılabilir.[1] Bu ifade (33) ve (34) ile aynı türdedir. Dolayısıyla (33)'ü *anlambilimsel biçimde* okumak gerekli değildir: "U doğru veya yanlışsa, V belirsizdir." Bunun yerine (33)'ü nesne dilinde okuyabiliriz: "U veya sonraki-U, *sonraki-sonraki*-V'yi ima eder."

Tamamlayıcılığın yasası (33) önermeli fonksiyonlara genişletilebilir. U ifademiz

$$Vl(e_1, t) = u \tag{36}$$

[1] Bu örneği kolaylaştırırız. Tam bir gösterim önermeli fonksiyonların kullanımını gerektirir.

fonksiyon biçiminde yazılabilir: "t anında e_1 varlığının değeri u'dur." Burada kullanılan "$Vl()$" sembolü bir *izleçtir*, yani " '. . .'nın değeri"[1] ve benzer olarak diğer varlıklara uygulanacaktır. Böylece tamamlayıcılık yasası

$$(u)(v)(t)\{[Vl(e_1, t)=u] \vee \sim[Vl(e_1, t)=u] \rightarrow \sim\sim[Vl(e_2,t)=v]\} \quad (37)$$

biçiminde ifade edilebilir. (u), (v), (t) sembolleri bütün işlemcileri temsil eder ve iki değerli mantıkta olduğu gibi, "bütün u'lar için" . . . "bütün t'ler için" olarak okunabilirler.

Tamamlayıcılık ilişkisi iki varlığa kısıtlanmamıştır; üç ya da daha fazla varlık için geçerli olabilir. Böylece açısal momentumun üç bileşeni yer değiştirmeli olmaz, yani her biri diğer ikisinin her birini tamamlayıcıdır (*krş.* s. 101). Bu ilişkiyi u, v, w varlıkları için açıklayabilmek adına (33)'e iki ilişki daha ekleriz:

$$V \vee \sim V \rightarrow \sim\sim W \qquad W \vee \sim W \rightarrow \sim\sim V \qquad (38)$$

Bu ilişkilerin her biri yukarıda gösterilmiş olduğu gibi tersine çevrilebilir. Dolayısıyla (33) ve (38) üçlü ilişkileri, üç ifadeden biri doğru ya da yanlışsa, diğer ikisinin belirsiz olduğunu söyler.

Alternatif gerektirme (33) ve (34)'teki *ana işlem* olduğundan dolayı[2] bu durum, bu ifadelerin belirsiz değil de sadece doğru veya yanlış olabileceğine götürür. Dolayısıyla tamamlayıcılık kuralı üç doğruluk değeriyle ilgilense de kendi içinde bir doğru-yanlış ifadesidir. Kural, kuantum mekaniği tarafından

---

[1] (36)'nın belirsizliği bir değerin varlığıyla ilgili bir ifadenin belirsizliğini içerirken, üç değerli mantıkta izleçlerin kullanımı izleç tarafından tasarlanmış belirlenmiş bir değerin varoluşunun sadece (36) ifadesi doğru veya yanlışsa ileri sürülebildiği iki değerli mantıktakinden farklılık gösterir. Bu kuralın türetilişini burada vermeyeceğiz.

[2] Örneğin bu ifadeleri iki ana parçaya ayıran işlem.

doğru olarak korunduğundan dolayı iki değerli bir sentetik ifadenin doğruluğuna sahiptir. Kuantum mekaniği anlayışında dolaylı olarak var olan tamamlayıcılık kuralının bu yorumunun, üç değerli yorumun mantıksal bir sonucu olarak ortaya çıktığını görürüz.[1]

Bu sonuç üçüncü bir doğruluk değerinin tanımlanmasının kuantum mekaniğinin bütün ifadelerini üç değerli yapmadığını gösterir. Yukarıda işaret edildiği gibi üç değerli mantık çerçevesi bir doğru-yanlış ifadeler sınıfını içerecek kadar geniştir. Bütün kuantum mekaniksel ifadeleri üç değerli mantıkta birleştirmek istediğimizde kuantum mekaniksel *yasalar* dediğimiz ifadeleri doğru-yanlış sınıfına koymak, yol gösteren fikir olacaktır. Bunun ötesinde, ψ fonksiyonunun biçimi ve böylece gözlenebilir sayısal değerlerin *olasılıkları* hakkındaki ifadeler, bu sınıfta ortaya çıkacaktır. Sadece bu sayısal değerlerle ilgili

---

[1] (28) ve (32)'nin doğru-yanlış karakteri, ok gerektirmesine verdiğimiz özel bir biçime bağlı değildir; ancak şu postulatların tanımlanmasını sağlar: Bir, tamamlayıcılık ilişkisi *A* ve *B*'de simetriktir yani (28) ifadesi (32) ifadesine denktir; iki, (28) ifadesindeki *A* belirsizse *B* herhangi üç doğruluk değerinden birini alabilir; üç, (28)'de kullanılan gerektirme, gereken ve sonucun ikisi birden doğruysa doğrulanır ve sonuç doğru, gereken yanlışsa yanlışlanır. Burada sadece kanıtı belirteceğiz. Postulat 2, ok gerektirmesinin *A*'nın belirsiz olduğu üç durumda da bir *D*'ye sahip olmasını gerektirir; postulat 3, ok gerektirmesi sütununun ilk değerinde *D* ve üçüncü değerinde bir *Y* değeri gerektirir. Bu sonuçla birlikte (28)'deki dokuz durumdan yedisinin belirli olduğu ve sadece *D* ve *Y* içerdiği ortaya çıkar. (28) ifadesinin kayıp *D*, *Y* durumu ilk postulata göre *Y*, *D* durumuna eşit olmalıdır ve böylece *Y* olarak belirlenir. Bu sonucu göstermek için ok gerektirmesinin yukarıdan ikinci değerinde bir *Y* değerine sahip olması gerektiği gösterilebilir. Bununla birlikte (28)'in sonuncu *Y*, *Y* durumu *Y* olarak belirlenir. Ok gerektirmesi verilen postulatlarla tam olarak belirli değildir; son üç değeri rastgele seçilebilir.

ifadelerin kendileri tablo 2 tarafından belirlenmiş üç değerli bir özelliğe sahip olacaklardır.

§ 33. Üç Değerli Mantık Aracılığıyla Nedensel Olağandışılıkların Önüne Geçme

Verilen ifadelerde üç değerli bir mantık aracılığıyla kuantum mekaniği yorumunun ana hatlarını verdik. Bu yorumun bir bilimsel kuramın mantıksal biçimine göre haklı olarak ifade edilebilen istekleri karşıladığını ve aynı zamanda Bohr-Heisenberg yorumu tarafından sınırları çizilmiş bilginin içerisinde kaldığını görürüz. Sonraki yorumun "anlamsız ifade" terimi, yorumumuzda "belirsiz ifade" terimiyle yer değiştirir. Bu durum, bu tür ifadelerin fiziğin nesne dilinin birleştirilebilir olması ve mantıksal işlemler aracılığıyla diğer ifadelerle birleştirilebilir olması avantajına sahiptir. Bu tür birleşimler "tehlikesizdir"; çünkü istenmeyen sonuçların türetilmesi için kullanılamazlar.

Böylece iki tamamlayıcı ifadenin ve-birleşimi hiçbir zaman doğru olamaz. Bu bizim yorumumuzda ortaya çıkar; çünkü

$$[A \vee\sim A \rightarrow\sim\sim B] \rightarrow \overline{A.B} \qquad (1)$$

ifadesi bir totolojidir. Bu, bir denklik değildir; bundan dolayı tamamlayıcılık koşulu $\overline{A.B}$ koşuluyla yer değiştiremez. Ancak (1) gerektirmesi iki tamamlayıcı ifadenin aynı anda doğru olamayacağını garanti eder. Ancak sadece ölçülen varlıkla ilgili ifade yanlışsa böyle bir birleşim yanlış olabilir. Şimdi q'nun bir ölçümü q_1 değeriyle sonuçlanırsa, "q'nun değeri q_2 ve p'nin değeri p_1'dir" ifadesi kesinlikle izin verilebilir olacaktır. Benzer şekilde "q'nun değeri q_1 veya p'nin değeri p_1'dir" ifadesinin q'nun ölçümü q_1 değerini verdikten *sonra* doğru olarak kabul

etmemiz tehlikesizdir. Böyle bir ifadeyle birlikte p'nin değeriyle ilgili hiçbir şey söylenmez.

Bunun ötesinde, § 32'deki (24) ya da (25)'te gösterilen *reductio ad absurdum*, dolaylı kanıtların oluşturulması için kullanılamaz. $\overline{A}$'nın doğru olduğunu *reductio ad absurdum* yoluyla kanıtlamışsak, A'nın yanlış olduğu sonucunu çıkartamayız; A belirsiz de olabilir. Benzer şekilde, B hem doğru, hem de yanlış olduğu zaman C'nin doğru olduğunu göstererek C ifadesinin ayırıcı bir türetimini yapamayız; dolayısıyla sadece

$$B \vee -B \supset C \tag{2}$$

ilişkisini kanıtladık. Sonuç doğru olmak zorunda olmadığına göre C'nin doğru olmak zorunda olduğu sonucunu genel olarak çıkartamayız.

Bu durum iki değerli ve üç değerli mantık arasındaki farkı açıkça gösterir. İki değerli mantıkta bir c ifadesi, burada sonuç bir totoloji olduğuna göre

$$b \vee \overline{b} \supset c \tag{3}$$

ilişkisi gösterildiğinde kanıtlanır. (3)'ün üç değerli mantıktaki benzeri

$$B \vee \overline{B} \supset C \tag{4}$$

ilişkisidir. Bu ilişki § 32'deki (8)'e göre

$$B \vee \sim B \vee \sim\sim B \supset C \tag{5}$$

ifadesiyle aynıdır. (5) uygulanırsa, sonuç bir totoloji olduğundan dolayı C kanıtlanır. Ancak bu, C'yi kanıtlmak için B'nin doğru, yanlış ve belirsiz olduğu üç durumda da C'nin doğru olduğunu kanıtlamak zorunda olduğumuz anlamına gelir. Kuantum mekaniğinin analizi, C nedensel bir olağandışılık ifade edi-

yorsa böyle bir kanıtın verilemeyeceğini gösterir; böylece (5)'i değil de, sadece (2) ilişkisini veya şimdi üstünde çalışacağımız sonraki ilişkinin bir genellemesini kanıtlayabiliriz.

Bu amaçla *ayrılmaların* bazı özelliklerini araştırmak zorundayız. Hem iki değerli, hem de üç değerli duruma uygulanabilen bir gösterim tanımlayalım.

n terimin ayrılması, $n-1$ terimin yanlış olması durumunda n. terim doğru olmak zorundaysa *kapalı* olarak adlandırılır.

Bir terimin doğru olması durumunda, diğer bütün terimler yanlış olmak zorundaysa bu ayırmaya *dışlayıcı* denir.

Terimlerinden biri doğru olmak zorundaysa veya ayrılma doğruysa, bu ayrılmaya *tam* denir.

İki değerli durum için, ilk iki özellik aşağıdaki ilişkilerle ifade edilir:

$$\begin{aligned} b_1 &\equiv \overline{b_2}.\overline{b_3}..\overline{b_n} \\ b_2 &\equiv \overline{b_1}.\overline{b_3}..\overline{b_n} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_n &\equiv \overline{b_1}.\overline{b_1}..\overline{b_{n-1}} \end{aligned} \tag{6}$$

Bu ilişkilerin geçerli olduğu bir ayrılmanın kapalı olduğu, (6)'daki denkliği sağdan sola bir gerektirme olarak okuduğumuzda ortaya çıkar; dışlayıcı olduğu, denkliği soldan sağa bir gerektirme olarak okuduğumuzda ortaya çıkar. Şimdi (6) geçerliyse kolayca

$$b_1 \vee b_2 \vee \ldots \vee b_n \tag{7}$$

ayrılmasının doğru olmak zorunda olduğu gösterilebilir. Bu sonuç, (6)'da sadece sağdan sola işleyen gerektirmeleri göz önüne alırsak bile türetilebilir. Başka bir deyişle: Kapalı olan iki değerli bir ayrılma aynı zamanda kapalıdır veya tam tersi ge-

çerlidir. İki değerli mantıkta "kapalı" ve "tam" terimlerinin ayırt edilmek zorunda olmamasıın sebebi budur. Bunun ötesinde, (6) ilişkilerinden birinin, diğerlerinin sonucu olması dolayısıyla vazgeçilebilir olduğu gösterilebilir.

Üç değerli durum için kapalı ve dışlayıcı bir ayrılma aşağıdaki ilişkilerle verilir:

$$\begin{aligned} &B_1 \rightleftarrows -B_2.-B_3\ldots-B_n \\ &B_2 \rightleftarrows -B_1.-B_3\ldots-B_n \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &B_n \rightleftarrows -B_1.-B_2\ldots-B_{n-1} \end{aligned} \tag{8}$$

Daha önce de olduğu gibi, ayrılmanın kapalı özelliği gerektirmeyi sağdan sola kullandığımızda otaya çıkar ve dışlayıcı karakteri gerektirmeyi soldan sağa kullandığımızda ortaya çıkar.

Şimdi iki değerli durumdan önemli bir farkla tanışacağız. (8) ilişkilerinden

$$B_1 \vee B_2 \vee\ldots\vee B_n \tag{9}$$

ayrılmasının doğru olmak zorunda olduğunu çıkartamayız. Bu ayrılma belirsiz olabilir. B_i'lerden bazıları belirsizse ve diğerleri yanlışsa durum bu olacaktır. (8)'de ortaya çıkan şey, tüm B_i'lerin eşzamanlı olarak yanlış olamayacağıdır; böylece (9) ayrılması yanlış olamaz. Ancak belirsiz olabileceğinden dolayı ayrılmanın tam olduğunu söyleyemeyiz. Üç değerli mantıkta böylece *kapalı* ve *tam* olma özelliklerini birbirinden ayırmak zorundayız; kapalı bir ayrılma tam olmak zorunda değildir. İki değerli durumdan başka bir farklılık (8) koşullarının birbirinden bağımsız olmasıdır, yani hiçbiri vazgeçilebilir değildir. Bu açıktır; çünkü (8)'deki son satırın çıkartılması durumunda geriye kalan koşullar, (8)'in son satırı tarafından dışlanacak bir çözüm olan $B_1\ldots B_{n-1}$ ifadelerinin yanlış ve B_n ifadesinin belirsiz olması durumunda sağlanacaktır.

$B \vee -B$ ayrılması kapalı ve dışlayıcı bir ayrılmanın özel bir durumudur. (2)'ye karşılık gelecek şekilde

$$B_1 \vee B_2 \vee \ldots \vee B_n \supset C \tag{10}$$

ilişkisinin kanıtı, $B_1 \ldots B_n$ sonucu belirsiz olabileceğinden dolayı kapalı ve dışlayıcı bir ayrılma oluştursa C için bir kanıt sunmaz. Sonuçlarda sadece tam bir ayrılma C'nin kanıtını verecektir.

Şimdi bir örnekle kapalı ve tam ayrılmalar arasındaki ayrımın kuantum mekaniğindeki belli bazı nedensel olağandışılıkları elememize olanak sağladığını gösterelim.

§ 7'deki girişim deneyini $B_1 \ldots B_n$ olmak üzere n adet yarığın kullanıldığı genelleştirilmiş bir biçimde ele alalım. B_i, "parçacık B_i yarığından geçer" ifadesi olsun. Ekranda bir parçacık gözlendikten sonra $B_1 \vee B_2 \vee \ldots \vee B_n$ ayrılmasının kapalı ve dışlayıcı olduğunu biliyoruz; başka bir deyişle, parçacık yarıkların $n-1$ adedinden geçmemişse n. yarıktan geçtiğini ve yarıklardan birinden geçtiyse, diğerlerinden geçmediğini biliyoruz. Diğer bir deyişle, parçacığın ekranda gözlenmesi (8) ilişkilerinin geçerli olduğunu ima eder. Ancak (9) ayrılması bu ilişkilerden türetilebilir olmadığı için bu ayrılmanın *tam* ya da *doğru* olmasını sağlayamayız; tek söyleyebileceğimiz *yanlış olmadığıdır*. Belirsiz olabilir. Yarıklardan birinde parçacık gözlenmezse durum bu olacaktır.

n. yarıkta parçacığın bu yarıktan geçmediği sonucunu veren bir gözlem yapılırsa ayrılma da belirsiz olacaktır. Bu tür gözlemler, tabi ki ekrandaki girişim desenini bozar. Ancak şu ana kadar sadece ayrılmanın doğruluk özelliği sorusuyla meşguldük. $n-1$ adetten az yarıkta olumsuz sonuç veren bir gözlem yapılırsa bir girişim deseni üreten kalan yarıklar, geriye kalan ayrılmanın belirsiz olduğu durumdaki mantıksal bir gerçekle

açıklığa kavuşur. Sadece $n - 1$ yarıkta olumsuz sonuç veren bir gözlem yapılırsa, parçacığın n. yarıktan geçtiğini biliriz; böylece ayrılma doğru olacaktır. Diğer yandan, parçacık bir yarıkta gözlenmişse, parçacığın diğerlerinden geçmediğini biliriz; dolayısıyla ayrılma tekrar doğru olur.

(9)'daki ayrılma belirsiz olabilmesine rağmen, $B_1 \ldots B_n$ ifadeleri arasında geçerli olan ilişkiler hakkındaki bilgimiz belirsiz değil de, doğru ya da yanlış olacaktır. Ana işlemi alternatif gerektirme olan (8) ilişkileri doğru-yanlış ifadeleri temsil ettiğinden dolayı bu sonuca varılır.[1]

$n = 2$ durumu için, (8) ilişkileri basitleşir. Böylece elimizde

$$B_1 \rightleftarrows -B_2$$
$$B_2 \rightleftarrows -B_1 \qquad (11)$$

olur. § 32'deki (22) ve (5) ilişkilerini kullanarak, bunu şu biçimde yazabiliriz:

$$B_1 \equiv -B_2 \qquad (12)$$

Bunun anlamı B_1'in, B_2'nin olumsuzuna ya da çapsal olumsuzlamasına denk olduğudur. *Çapsal ayrılma* diyeceğimiz bu ilişki, iki değerli mantığın dışlayıcı "veya" ifadesinin üç değerli bir genellemesi olarak düşünülebilir. Bir çapsal ayrılma durumunda B_2 yanlışsa B_1'in doğru olduğunu, B_2 doğruysa B_1'in yanlış olduğunu ve B_2 belirsizse B_1'in belirsiz olduğunu biliriz. Bu böyle

---

1 Daha önce de olduğu gibi, bu ifadelerin doğru-yanlış özelliği tarafımızdan kasıtlı olarak tanımlanmaz, ancak başka nedenlerden kaynaklanır. (8)'deki çift standart gerektirmeyi kullanacak olsaydık, § 32'deki (21)'e göre bu standart denkliği temsil ederdi; böylece (9) ayrılmasının belirsiz olduğu tek durum, bütün B_i'lerin belirsiz olduğu durumdur. Ancak yukarıda açıklanan nedenlerden dolayı aynı zamanda B_i'nin yanlış ve diğerlerinin belirsiz olduğu durumlara da ihtiyacımız vardır.

bir fiziksel durumu tam olarak ifade eder. Bir yarıkta bir gözlem yapılırsa, diğer yarıkta parçacığın yoluyla ilgili ifade, ilk yarıktaki gözlemin sonucu olumlu ya da olumsuz olsun, artık belirsiz değildir. $n = 2$ dersek, ayrılmanın bu belirli şeklinin (8)'deki genel koşullardan otomatik olarak kaynaklandığını görürüz.[1]

Şimdi bu sonucun olasılık ilişkileri üzerindeki etkisini inceleyelim. § 7'de tanımlanan gösterimi kullanarak, A ışıma kaynağını terk eden ve B_1 veya $B_2 \ldots$ veya B_n yarıklarından geçen bir parçacığın C'ye varacağını

$$P(A.[B_1 \vee B_2 \vee \ldots \vee B_n], C) = \frac{\sum_{i=1}^{n} P(A,B_i).P(A.B_i,C)}{\sum_{i=1}^{n} P(A,B_i)} \qquad (13)$$

formülüyle belirleyebiliriz.[2] Bu formül, parçacıkların üst üste binmesi ilkesinin matematiksel ifadesidir; bütün yarıklar eşzamanlı olarak açık olduğunda ekranda meydana gelen istatistiksel desenin, sadece bir yarık açıkken sonuçlanan bireysel de-

---

1 Bu sonuçlar hakkında iletişim kurduğum Dr. A. Tarski, benzer bir genellemenin dâhil edici "veya" için de tanımlanmasının mümkün olduğuna dikkatimi çekti. Böylece tablo 4B'de ayrılmanın sütununda, diğer bütün durumları değişmeden bırakarak orta sıradaki "*B*" ifadesini bir "*D*" ile yer değiştiririz. Böylece "neredeyse veya" olarak adlandırılabilecek olan bu ifade, en azından iki önermenin birinin doğru ya da her ikisinin de belirsiz olduğu anlamına gelir. Dağılımlı ya da dönüşümsel olmayan (bu terim "neredeyse *A* veya *A*" ifadesinin "*A*" ile aynı şey olmadığını söyler) bu işlemin yer değiştirmeli ya da birleşmeli olduğu gösterilebilir. İkiden fazla önermeye uygulanırsa, "neredeyse veya" şu anlama gelir: "En azından bir önerme doğrudur ya da en azından ikisi belirsizdir." Böylece "neredeyse veya" biçimindeki ayrılma yukarıda söylediğimiz kapalı ayrılmayı temsil eder. (8) ilişkisi geçerliyse, $B_1 \ldots B_n$'nin bu türde bir ayrılma oluşturacağı gösterilebilir. Tabi ki bu ifade (8) ilişkilerine denk değildir; ancak bu ifadenin sonucudur.

2 *Krş.* Yazarın *Wahrscheinlichkeitslehre* (Leiden, 1935), (4), § 22

senlerin üst üste binmesi olduğunu bildirir. Ancak (13) formülü, sadece A ve $B_1 \vee B_2 \vee \ldots \vee B_n$ ifadeleri doğru olduğunda uygulanabilir. Bu durumda parçacığın A ışıma kaynağından geldiği bilindiğinden dolayı A doğrudur. Ancak $B_1 \vee B_2 \vee \ldots \vee B_n$'nin doğru olduğunun kanıtlanamayacağını gördük. Bu yüzden (13) ifadesi tüm yarıkların açık olduğu duruma uygulanamaz. Bu durum için geçerli olan olasılık başka biçimde hesaplanmak zorundadır ve parçacık üst üste binmesinin ilkesi belirlenemez. Hiçbir nedensel olağandışılığın türetilemeyeceğini görürüz.

Olağandışılığın bu elenmesini, bu ilişkinin C'sini anlam olarak dikkate aldığımızda, (10)'daki gerektirmeye dayanan bir sonuç çıkarmanın imkânsızlığı olarak yorumlayabiliriz: Parçacık için geçerli olan olasılık (13) değerine sahiptir. Böylece çıkarılan sonuç çöker; çünkü (8) ile ifade edilen bilgimiz (10)'un sonuçlarının doğru olduğunu kanıtlamaz.

Yukarıdaki örnekte (8) ilişkilerini parçacığın bulunduğu yerin ayrık konumlarda verildiği duruma uyguladık. Aynı ilişkiler, konumun kesin olmayan bir belirlemesini yaptığımızda olası konumların sürekli dizisinin durumuna da uygulanabilir. Böylece genellikle diyebiliriz ki: Parçacık Δq aralığında konumlanmıştır ancak bu aralığın hangi noktasında olduğu bilinmez. Sonraki ekleme, ayrıntılı yorumun kullanımını temsil eder. Kısıtlayıcı bir yorumda da parçacığın Δq aralığında konumlandığını söyleyebiliriz. Ancak burada ek ifadeler kullanmayacağız; çünkü parçacığın, aralığın belirli bir noktasında olduğunu söyleyemeyiz. Daha çok, tanımlama yapabiliriz: "Δq aralığı içinde" ifadesi, bu aralığı n adet küçük birbirine bitişik $\delta q_1 \ldots \delta q_n$ aralığına böldüğümüzde, (8) ilişkilerinin "parçacığın δq_i'a konumlanmıştır" biçiminde yapılmış B_i ifadeleri için geçerli olacağı anlamına gelir. "Parçacığın konumu Δq aralığının kesinliğiyle ölçülür" ifadesi böylece üç değerli mantık biçimde bir yorumda

sağlanır. (8) ilişkileri doğru ya da yanlış olduğuna göre bu ifadenin kendisi de doğru ya da yanlış olur. Ancak (8)'den sadece ayrılmanın tam olması gerekmese de kapalı olduğu sonucunu çıkartabildiğimiz için ifade "parçacık Δq aralığının bir ve sadece bir noktasındadır" iddiasına çevrilemez. Bu sonucun türetilememesi gerçeği nedensel olağandışılıkların ortaya çıkmasını imkânsız kılar.

Benzer şekilde diğer olağandışılıklar da elenir. Daha ileri bir örnek olarak olağandışılık, potansiyel engellerle ilgilidir. Potansiyel engel, bir ışınım tüpünün filamanından yayılan elektronların kafesin negatif potansiyeli tarafından yavaşlaması gibi belirli bir yöndeki parçacıkların içinden geçerken yavaşladığı bir potansiyel alandır. Klasik fizikte bir parçacık, kinetik enerjisi en azından parçacığın engelin en üst noktasına hareket ederek edindiği H_0 ek potansiyel enerjisine eşit olmadığı sürece potansiyel engelini aşamaz. Kuantum mekaniğinde H_0'dan daha küçük bir kinetik enerjisine sahip parçacıklar, engelin içinde ölçülmüşlerse daha sonra engelin dışında belli bir olasılıkla bulunabilirler. Bu sonuç sadece kuantum mekaniği matematiğinin bir sonucu değildir, doğrusal salınıcıda olduğu gibi çok kolay bir durumda bile türetilebilir; ancak Gamow'a göre geçerliliği radyoaktif bozunma kurallarıyla kanıtlanır. Paradoksun, ölçüm yoluyla bozulma hakkındaki uygun bir varsayım yoluyla önlenemeyeceğini fark etmek önemlidir. $H < H_0$ olmak üzere aynı H enerjisine sahip bir parçacık sürüsünü göz önüne alalım. Tüm parçacıkların bu enerjiye sahip olduğu her birine uygulanan bir enerji ölçümüyle ya da yeterince türdeş koşullarda oluşan bir sürüden yeterli sayıda örnekler alarak gösterilebilir. Sayfa 230'da verilen değerlendirmelere göre ölçülen H değerini ölçümden *sonraki* enerjisinin değeri olarak düşünmek zorundayız. Ölçüm bölgesini geçtikten sonra parçacıklar potansiyel engel alanına girerler. Engelin ötesinde, hatta ondan çok

uzak noktalarda bile, konumun ölçümleri orada konumlanan parçacıklar için yapılır. Uzaklık yüzünden, sonraki ölçümler engele ulaşmadan önce parçacığa ek bir enerji sağlamaz; bu, böyle bir varsayımın kendisi nedensel bir olağandışılık olan uzaktan etkileşimi temsil edeceğine göre konum ölçümünün parçacığı engel boyunca ittirdiğini varsayamayacağımız anlamına gelir. Daha doğrusu, paradoksun parçacık yorumunun içsel bir zorluğunu oluşturacağını söyleyebiliriz; bu, parçacık yorumunun olağandışılıklar olmadan devam ettirilemeyeceği durumlardan biridir. Bu durumda olağandışılık, engeli geçen parçacıkların negatif bir kinetik enerjiye sahip olduklarını söyleyemeyeceğimize göre enerjinin korunumu ilkesinin ihlal edildiğini temsil eder. Kinetik enerjinin hızın karesiyle belirlendiği bir görüşte, böyle bir varsayım parçacığın hayali bir hızına, yani parçacıkların uzayzamansal doğasıyla uyumlu olmayan bir sonuca götürürdü.

Ancak üç değerli mantık aracılığıyla kısıtlayıcı yorumu kullanırsak, bu nedensel olağandışılık ifade edilemez. Kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamının sabit olmasını gerektiren ilke, konum ve momentumun eşzamanlı değerlerini birbirine bağlar. İkisinden biri ölçülürse, diğer varlıkla ilgili ifade belirsiz olmak zorundadır ve böylece iki değerin toplamı hakkındaki bir ifade de belirsiz olacaktır. Bunu, enerjinin korunum ilkesinin kısıtlayıcı yorum tarafından yanlış bir ifadeye dönüştürülmeden doğru ifadeler alanından elenmesi takip eder; bu belirsiz bir ifadedir.

Paradoksu tuhaf yapan şudur: Görünen o ki parçacıkların engeli geçerken enerji ilkesini ihlal ettiklerini bilmek için hızın ölçümünü yapmaya ihtiyacımız yoktur. Sadece bu noktadaki hızın sıfır dâhil olmak üzere herhangi bir gerçel sayı olduğunu biliyorsak, bunu enerji ilkesinin ihlal edilmesi takip eder. Bu

sonuç çıkarmadaki hata, kısıtlayıcı yorum tarafından dışlanan ölçülmemiş hızın değer olarak en azından belirli bir gerçel sayıya sahip olması varsayımından kaynaklanır. Hızın hayali bir sayı olamayacağını bildiğimiz doğrudur; ancak bundan sadece "hız, değer olarak gerçel bir sayıya sahiptir" ifadesinin yanlış olmadığı sonucunu çıkartabiliriz. Ancak hız ölçülmezse ifade belirsiz olacaktır. Kapalı ve dışlayıcı ayrılma olarak verilmiş ifadeyi göz önüne aldığımızda, önceki örnekte açıklanan nedenlerden dolayı belirsiz olan "hız, v_1 veya v_2 veya ... değerine eşittir"[1] olduğu açıktır.

Üç değerli mantığın, hiçbir nedensel olağandışılığın türetilemeyeceği uygun bir kuantum mekaniği sistemi biçiminde olduğunu görürüz.

§ 34. Nesne Dilinde Belirsizlik

Yukarıda kuantum mekaniği gözlemsel dilinin iki değerli olduğunu söyledik. Bu bütün olarak geçerli olsa da, bazı düzeltmelere ihtiyaç duyar. Bunu, § 30'da ortaya çıkan türde olasılıklara dayalı öngörülerin test edilmesiyle ilgili bir soruyu göz önüne alırken görürüz. Bu türde sorular için tamamlayıcılık ilişkisi gözlemsel dile bile bir belirsizlik tanımlar.

Gözlemsel dilin iki ifadesini göz önüne alalım: "Bir m_q ölçümü yapılırsa, gösterge q_1 değerini gösterecektir" ve "bir m_p ölçümü yapılırsa, gösterge p_1 değerini gösterecektir." Biliyoruz ki bu iki ifadeyi eşzamanlı değerler için doğrulamak mümkün değildir. Bu durum § 30'daki zarın Peter veya John tarafından

[1] Burada sonsuz sayıda terimlerin ayrılması yerine varoluşsal bir ifadeden bahsetmemiz daha doğru olacaktır. Ancak verilen değerlendirmelerin eşit biçimde varoluşsal ifadeler için de geçerli olacağı açıktır.

atılmasını değerlendiren örnekten farklıdır; sonraki durumda Peter'ın atışıyla ilgili ifadenin, Peter zarı atmasa bile başka türde fiziksel gözlemler aracılığıyla ilke olarak doğrulanabilir olduğunu söyledik. Bu yüzden ölçümlerle ilgili iki gözlemsel ifadenin bileşimini doğrulamak ilke olarak bile mümkün değildir. Böylece gözlemsel dilde tamamlayıcı ifadelere sahip olduğumuzu itiraf etmek zorundayız.

Şimdi gözlemsel dilin tamamlayıcı ifadeleri, "gösterge q_1 değerini gösterecektir" ve "gösterge p_1 değerini gösterecektir" ifadeleriyle *verilmez*. Gözlem yapılmasa da, gösterge söylenen değeri gösterecek veya göstermeyecek olduğuna göre bu ifadelerin ikisi de doğrulanabilirdir. Tamamlayıcı olan daha çok m_q, q_1*'i gerektirir* ve m_p, p_1*'i gerektirir* gerektirmeleridir. Bundan dolayı burada gözlemsel dilde üç değerli olan ve belirsiz doğruluk değerine sahip olabilecek bir gerektirmeye sahip oluruz.

Bu gerektirmenin doğası nedir? Bu gerektirme, sonuç yanlış olduğunda doğru olduğuna göre iki değerli doğruluk tablosunun gerektirmesi (tablo 3B, s. 245) kesinlikle maddesel gerektirme değildir. Böylece maddesel gerektirmeler türünden yazılan

$$m_p \supset p_1 \tag{1}$$

ifadesi, bir m_q ölçümü yapıldığında m_p ifadesi yanlış olacağından dolayı doğru olacaktır. Bu zorluk, (1) gerektirmesini bir *totolojik gerektirme* ya da bir *nomolojik gerektirme*, yani fiziksel yasaların bir gerektirmesi olarak yorumlama girişimiyle ortadan kaldırılamaz.[1] Böyle bir yorum maddesel gerektirmelerin akıldışı olarak ortaya çıktığı diğer durumlar için tatmin edici olacaksa da, bu matematiksel ifadenin gerektirmesi berabe-

[1] Nomolojik gerektirme tam tanımı yazarın başka bir yayınında verilecektir.

rinde bir gereklilik taşımadığı için (1)'e bağlı olarak kullanılamaz.

Şimdi üç değerli mantığın standart ya da alternatif gerektirmesiyle (1) gerektirmesini yorumlamaya çalışırsak, iki değerli maddesel gerektirmedeki aynı zorlukları elde ederiz. m_p ve p_1'in ikisi de iki değerli ifadeler olduklarına göre üç değerli doğruluk tablosunda (tablo 4B, s. 248) sadece ilk iki sütunda *B* değerini elde etmediğimiz satırları kullanabiliriz; ancak bu satırlar için hem ilk hem de ikinci gerektirme, iki değerli doğruluk tablosunun (tablo 3B) maddesel gerektirmesiyle örtüşür. Böylece geriye sadece yarı gerektirmeler kalır ve (1) yerine

$$m_p \Rightarrow p_1 \qquad (1)$$

ilişkisini yazmamız gerekir. Bu gerektirme, tablonun ilk iki sütununda *B* içeren bütün satırları yok ederek tablo 5'te not edilen gerektirmeyi elde edeceğimize göre istenilen özelliklere sahiptir. Böylece m_p yanlışken belirsiz olarak değerlendirildiğinde sadece m_p doğruysa m_p, p_1'i *gerektirir* ifadesini doğrulanmış ya da yanlışlanmış olarak ele aldığımızdan dolayı (2) ifadesi söylemek istediğimiz şeye karşılık gelir.

Bu, kuantum mekaniğinin gözlemsel dilinin baştan aşağı iki değerli olmadığını gösterir. Yalın ifadeler iki değerli olsa da bu dil, üç değerli, yani yarı gerektirmelerle ulaşılan bileşimler olan bu türde ifadelerin bileşimlerini içerir. İki değerli mantığın tablo 3B'deki doğruluk tablosu (s. 245) böylece yarı gerektirmelerin üç değerli doğruluk tablosu (tablo 5) tarafından tamamlanmak durumundadır.[1]

---

[1] Bu tablonun yarı gerektirmesi, aynı sembolün kullanılmasıyla yazar tarafından olasılık mantığı çerçevesinde tanımlanmış olan işlemle aynıdır (*krş. Wahrscheinlichkeitslehre* (Leiden, 1935), s. 381, tablo IIc). Sadece olasılıklar 1 ve 0 olarak varsayılabildiğinde orta-

Tablo 5

a	b	Yarı gerektirme $a \Rightarrow b$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	B
Y	Y	B

Kuantum mekaniğinin üç değerli mantıksal yapısının küçük bir miktar da olsa gözlemsel dile bile sızdığını görürüz. Kuantum mekaniğinin gözlemsel dili istatistiksel olarak tam olsa da, katı belirlemelere göre tam değildir. Üç değerli bir gerektirme içerir. Mikro-kozmosta hiçbir belirsizlik ilişkisi olmasaydı, bu üç değerli gerektirmeye gerek kalmazdı; böylece "m_q, q_1'i gerektirir" ifadesindeki gerektirme, ilke olarak doğrulanabilir ya da yanlışlanabilir olan nomolojik bir gerektirme olarak yorumlanabilir. Fakat incelenen türün gözlemsel ilişkilerinde mikro-kozmosun belirsizliği makro-kozmosa sızar. Aynı durum bir atomaltı oluşumun makro-kozmos boyutlu işlemler ortaya çıkardığı bütün diğer düzenlemeler için geçerlidir. Bu türde düzenlemeler, ölçümler olmak zorunda değildir; lambaların ışıklandırılmasını ya da bombaların atılmasını da içerebilirler. Kesin öngörülerin mikro-kozmos boyutta yapılamaması böylece makro-kozmosun mantıksal yapısının tekrar ele alınmasına götürür.

---

ya çıkan bir olasılık gerektirmesinin kısıtlayıcı durumu olarak düşünülebilir. Genel bir işlem olan olasılık gerektirmesine atanmış bireysel bir işlem olarak da düşünülebilirler; böylece olasılık yarı gerektirmenin sadece D ve Y durumlarını sayarak belirlenir, B durumları elenir. Bu anlamda yarı gerektirme virgül işlemi ya da seçilim işlemi adı altında makalemde "Ueber die semantische und die Objectauffassung von Wahrscheinlichkeitsausdrücken" *Journ. Of Unified Science, Erkenntnis,* VIII (1939), s. 61-62'de kullanılmıştır.

§ 35. Ölçülebilirliğin Sınırları

Ayrıntılı ve kısıtlayıcı yorumlarla ilgili değerlendirmemiz belirsizlik ilkesi için verilen ifadenin tekrar gözden geçirilmesine yol açar. Bu ilkeyi değişkenlerin eşzamanlı değerlerinin ölçümü için geçerli olan bir sınırlama olarak belirttik; bu, Heisenberg tarafından belirtilen ilkeye karşılık gelir. Şimdi bu ifadedeki ilkenin ayrıntılı bir yoruma mı, yoksa kısıtlayıcı bir yoruma mı dayandığı sorusunu tartışmak zorundayız.

Genel bir s durumundan başlarsak ve s'e ait $d(q)$ ve $d(p)$ olasılık dağılımlarını göz önüne alırsak, bu dağılımlar s türündeki sistemlerde yapılmış ölçümlerin sonuçlarına karşılık gelir. Böylece § 29'daki tanım 4'e başvurursak, yani ölçülen değerleri sadece ölçümden sonra geçerli olarak düşünürsek, elde edilen değerler s durumunda var olan değerler anlamına gelmezler ve dolayısıyla iki dağılım da aynı duruma ait sayısal değerlere karşılık gelmez. Bu dağılımların karşılık geldiği q ve p değerleri daha çok sırasıyla, farklı m_q ve m_p durumlarına ait olurlar. Böylece $d(q)$ ve $d(p)$ dağılımları için geçerli olan ters ilişkinin, eşzamanlı değerlerin sınırlamasını bildirdiğini söyleyemeyiz; bunun yerine, belirsizlik ilşikisi böylece iki durumda da elde edilebilir değerler için geçerli olan bir sınırlama olarak ifadelendirilmek zorundadır. Bunu, ölçme işlemi ve dolayısıyla s durumu için geçerli olan bu tanımın sadece kullanımı m_q ve m_p ölçüm sonuçlarını yorumlamamıza olanak verdiğine göre eşzamanlı değerlerin ölçümü için geçerli olan bir sınırlama olarak Heisenberg'in ilkesinin genel yorumlamasının, § 29'daki tanım 4'ü değil de, § 25'teki tanım 1'i öngörmesi takip eder. Böylece § 3'teki (2) Heisenberg eşitsizliği, değişkenlerin eşzamanlı değerlerinin ölçülebilirliğini kısıtlayan bir tesir kesiti yasası olarak değerlendirilecekse, bu yorum § 25'te tanım 1'de ifade edilen ayrıntılı yoruma dayanır.

Şimdi § 25'te, bu tanım varsayılırsa iki ölçüm arasındaki durum düşünüldüğünde ve değerler bilindiğinde değerlerin elde edilen bileşiminin şu anda artık var olmadığı kısıtlamasını eklersek, eşzamanlı değerlerin kesin olarak var olmasından söz edebileceğimizi görürüz. Dolayısıyla, böyle değerler için Heisenberg ilkesi geçerli değildir. Bunu, belirsizlik ilkesinin bir nitelikle ifade edilmesi zorunluluğu takip eder: İlke, *hakkında bilgi sahibi olduğumuz zaman var olan* eşzamanlı değerlerin ölçülebilirliği için geçerli olan bir sınırlamayı bildirir. *Geçmiş* değerlerin ölçümü için bir sınırlama yoktur; sadece *şu anki* değerler kesin olarak ölçülemezler, ancak § 3'teki (2) Heisenberg eşitsizliğine bağlıdırlar. Tabi ki bu şekilde nitelendirilen sınırlama gelecek durumların öngörülebilirliğinin sınırı için yeterlidir; geçmiş değerlerin bilgisi öngörüler için kullanılamaz.

Bu değerlendirmeler, ölçülebilirliğin sınırlaması olarak Heisenberg ilkesinin getirdiği anlayışın ayrıntılı yorumla birleştirilmesi gerektiğini gösterir. Kısıtlayıcı yorum içerisinde, kesinliğin bir sınırlamasından bahsedemeyiz; çünkü buna bağlı olarak § 3'teki (2) eşitsizliğinde kullanılan Δq ve Δp standart sapmaları aynı duruma karşılık gelmezler. Böyle bir yorum içerisinde q'nun daha küçük veya daha büyük Δq kesinlik derecesiyle bilindiği bir durumu dikkate alırsak, p'nin bu durum için tamamen bilinmez olduğunu ve en azından Heisenberg eşitsizliği aracılığıyla Δq tarafından belirlenmiş Δp aralığı içerisinde olduğunun bile bilinemeyeceğini söylemek zorundayız. Bu ifade tersi durum için de geçerlidir. *Tamamen bilinmeyen* terimiyle burada söylemek istediğimiz şey, ya üç değerli yorumumuzun *belirsiz* kategorisidir ya da Bohr-Heisenberg yorumunun *anlamsız* kategorisidir. Kısıtlayıcı yorum için Heisenberg ilkesinin genel anlamında terk edilmesi gerektiğini görürüz.

§ 36. İlişkili Sistemler

İlginç bir makalede A. Einstein, B. Podolsky ve N. Rosen[1] "fiziksel gerçeklik" terimiyle ilgili görünüşte akla yatkın bazı varsayımlarda bulunulduğu takdirde ikisinin de değerleri bilinemese de, tamamlayıcı varlıkların aynı anda gerçekliğe sahip olmak zorunda olduğunu gösterme girişiminde bulunmuşlardı. Bu makale, kuantum mekaniğinin felsefi yorumlarıyla ilgili ilham verici bir tartışma sunmuştu. N. Bohr,[2] bu makalenin sunduğu tezin inandırıcı olmadığını göstermek niyetiyle konuyla ilgili kendi tamamlayıcılık ilkesine dayanan görüşlerini sunmuştu. E. Schrödinger,[3] kuantum mekaniğinin gösteriminin yorumu hakkındaki daha çok şüpheli düşüncelerini sunmuştur. Başka yazarlar da tartışmaya katkıda bulunmuşlardır.

Bu bölümde, bu araştırmada geliştirilen anlayışı kullandığımızda bu tartışma meselesinin herhangi bir metafiziksel varsayım olmadan açıkça ifade edilmeyeceğini göstermek niyetindeyiz; sorulan sorulara böylece bir yanıt vermek kolay olacaktır.

Einstein, Podolsky ve Rosen, makalelerinde *ilişkili sistemler* olarak adlandırılabilecek özel türde fiziksel sistemler oluştururlar. Bunlar bir süredir fiziksel etkileşimde olup da daha son-

---

1 A. Einstein, B. Podolsky ve N. Rosen "*Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?*" [*Fiziksel Gerçekliğin Kuantum Mekaniksel Tanımı Tam Olarak Düşünülebilir mi?*] *Phys, Rev.* 47 (1935), s. 777.

2 N. Bohr "*Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?*" [*Fiziksel Gerçekliğin Kuantum Mekaniksel Tanımı Tam Olarak Düşünülebilir mi?*] *Phys, Rev.* 48 (1935), s. 696.

3 E. Schrödinger "*Die gegenwärtige Situation in der Quantunmechanik*" [*Kuantum Mekaniğinin Şu Andaki Durumu*] *Naturwissenschaften* 23 (1935), s. 807, 823, 844. Schrödinger'in "verschränkte Systeme" teriminin çevirisi olan "ilişkili sistemler" terimini kullanacağız.

ra ayrılmış olan sistemler tarafından verilir. Böylece sonraki sistem ölçüm hareketiyle fiziksel olarak etkilenmemiş olsa bile, bir sistemin bir u varlığının ölçümünün başka bir sistemdeki bir v varlığını belirlediği biçimde ilişkili kalırlar. Yazarlar, bu gerçeğin ilgilenilen u varlığının bağımsız gerçekliğini kanıtladığına inanırlar. Bu sonuç makalede verilen ve yer değiştirmeli olmayan varlıkları da kapsamak üzere eşit derecedeki bir ilişkilendirme, aynı sistemdeki u'dan farklı varlıklar için de geçerli olduğunu bildiren bir kanıtla daha da akla yatkın görünür.

Bu ifadeleri kendi terim bilgimizde ifade edersek bu makalenin tezini, § 25'te ölçülen değerin ölçümden önce ve sonra geçerli olduğunu bildiren tanım 1'in gerekli olduğunu söyleyen bir kanıtın ilişkili sistemler aracılığıyla verilebileceği anlamında yorumlayabiliriz. Bohr-Heisenberg yorumunun § 29'daki tanım 4'te yaptığı gibi ölçülen değerin ölçümden önce geçerli olduğunu göz önünde bulundurmayı reddedersek böylece bir sistemdeki ölçüm, fiziksel olarak ölçüm işlemlerinden etkilenmeyen başka bir sistemdeki bir varlığın fiziksel olarak değerini üreteceğinden dolayı nedensel olağandışılıklarla karşı karşıya kalırız. Bu makalede kanıtlanmış olduğu iddia edilen durum budur.

Bu tezi incelemek için öncelikle sunulduğu matematiksel biçimi göz önüne alalım. Bir süre etkileşim içinde olan iki parçacığı göz önüne alalım; ψ fonksiyonları böylece her parçacığın üç konum koordinatını içeren altı koordinatlı bir $\psi(q_1, \ldots, q_6)$ fonksiyonu olacaktır. Etkileşimden sonra parçacıkları ayırdığımızda, ψ fonksiyonları bireysel parçacıkların ψ fonksiyonlarının bir çarpımı olarak verilecektir (*krş.* § 27, (12)). Bireysel ψ fonksiyonlarını aynı u varlığının φ_i öz değerlerine genişletirsek

$$\psi(q_1 \ldots q_6) = \sum_i \sum_k \sigma_{ik} \varphi_i(q_1, q_2, q_3) \varphi_k(q_4, q_5, q_6) \qquad (1)$$

ifadesine sahip oluruz. Burada σ_{ik} terimi, u_i değerinin ilk sistemde ölçüldüğü $ve\, u_k$ değerinin ikinci sistemde ölçüldüğü $d(u_i, u_k)$ olasılığını belirler:

$$d(u_i, u_k) = |\sigma_{ik}|^2 \tag{2}$$

Doğal olarak

$$\sum_i \sum_k |\sigma_{ik}|^2 = 1 \tag{3}$$

ifadesine ulaşırız. Şimdi u'nun bir ölçümünün birinci sistemde yapıldığını ve u_1 değerini verdiğini varsayalım. 1 indisi burada birinci ya da "en düşük" öz değeri belirtmek için değil de ölçümde elde edilen değeri belirtmek içindir. Böylece elimizde

$$\sum_k |\sigma_{ik}|^2 = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ 0 & i \neq 1 \end{cases} \tag{4}$$

olarak yeni bir ψ fonksiyonu olur. İkinci sistem ölçüme dâhil olmadığına göre (1)'deki bölümü değişmeden kalır; böylece yeni ψ fonksiyonu kolayca (1)'den i'nin 1'e eşit olmadığı σ_{ik}'lara sahip olan bütün terimleri yok edilerek elde edilir. Böylece yeni ψ fonksiyonu

$$\begin{aligned} \psi(q_1 \dots q_6) &= \sum_k \sigma_{1k}\, \varphi_1(q_1, q_2, q_3) \varphi_k(q_4, q_5, q_6) \\ &= \varphi_1(q_1, q_2, q_3) \sum_k \sigma_{1k}\, \varphi_k(q_4, q_5, q_6) \end{aligned} \tag{5}$$

biçiminde

$$\sum_k |\sigma_{1k}|^2 = \sum_k d\,(u_1, u_k) = d(u_1) = 1 \tag{6}$$

olmak üzere gösterilecektir.

$$\tau_{12} \chi_2(q_4, q_5, q_6) = \sum_k \sigma_{1k}\, \varphi_k(q_4, q_5, q_6) \tag{7}$$

yazarsak (5) ifadesi

$$\psi(q_1 \dots q_6) = \tau_{12} \varphi_1(q_1, q_2, q_3) \chi_2(q_4, q_5, q_6) \tag{8}$$

biçimine dönüşecektir. Yeni ψ fonksiyonunun bu tanımı zaman zaman *dalga paketinin indirgenmesi* olarak adlandırılır. Şimdi sistemlerin ve birinci sistemdeki u'nun ölçümünün fiziksel koşulları, $\chi_2(q_4,q_5,q_6)$'nın bir v varlığının bir öz fonksiyonunu temsil edeceği şekilde seçilebilir. Böylece (8), u ve v'nin her ikisinde de belirlenmiş bir durumu temsil eder. Bunun anlamı (8) ifaseiyle betimlenen durumun, sadece u ölçümü yapılmış olsa bile, u ve v'nin her ikisinin ölçümlerinden kaynaklanacak bir duruma karşılık gelecek olmasıdır. Böylece biliriz ki: İkinci sistemde v'yi ölçecek olsaydık, v_2 değerini elde ederdik.

v varlığını u varlığıyla aynı seçerek bu değerlendirmeyi kolaylaştırabiliriz. Bunun fiziksel olarak mümkün olduğu ispatlanabilir. Bu, ilk sistemde u ölçümü yapıldıktan sonra (1)'deki σ_{12} hariç bütün σ_{ik} katsayılarının yok olduğu durumda bir ψ fonksiyon ortaya çıkacak şekilde fiziksel koşulları oluşturmanın mümkün olduğu anlamına gelir. Böylece elimizde

$$\psi(q_1 \dots q_6) = \sigma_{12}\varphi_1(q_1,q_2,q_3)\varphi_2(q_4,q_5,q_6) \quad |\sigma_{12}|^2 = 1 \qquad (9)$$

olur. Burada u_1 sonucunu veren ilk sistemdeki u ölçümü, ikinci sistemi u'da u_2 değeri için belirli kılar; yani ikinci sistemdeki u'yu ölçecek olsaydık, u_2 değerini elde ederdik.

Şimdi Einstein, Podolsky ve Rosen'ın sonucunun uygulamasını görürüz: İkinci sistemde u ölçümü yapılmadan *önce* bu sistemde u_2 değerinin var olduğunu varsaymak zorundayız; yoksa ilk sistemde u'nun ölçümünün sadece ilk sistemde u_1 değerini ürettiğini değil, aynı zamanda ikinci sistemde de u_2 ürettiği sonucuna da varırız. Birinci sistemdeki ölçüm fiziksel olarak ikinci sistemi etkilemediğine göre bu nedensel olağandışılık, uzaktan etkileşimi temsil edecektir.

Bu çıkarımla makalenin ana tezi türetilmiş olur. Böylece u'nun tamamlayıcısı bir w varlığı için de benzer sonuçların el-

de edilebileceğini göstermek için devam eder. ω, w varlığının öz fonksiyonları olsun; dolayısıyla, u ölçümü yerine

$$\psi(q_1 \cdots q_6) = \rho_{12}\omega_1(q_1,q_2,q_3)\omega_2(q_4,q_5,q_6) \qquad (10)$$

öz değerlerinin üretilmesiyle sonuçlanan birinci sistemdeki w ölçümünü yapmak mümkün olur. Böylece ya birinci sistemde u varlığını ölçmek ve dolayısıyla u'da ikinci sistemi belirli yapma, ya da w varlığını birinci sistemde ölçmek ve ikinci sistemi w'da belirli yapma şansına sahip oluruz. Bu, ölçümden önce bir varlığın değerinin var olmak zorunda olduğu varsayımına bir başka delil olarak düşünülebilir.

Einstein-Podolsky- Rosen makalesine yanıtında Niels Bohr, bu türde bir varsayımın geçersiz olduğunu öne sürer. Bu anlatım içerisinde ilişkili sistemlerin gelişimi için matematiksel biçiminin, yani (1)-(10)'da gösterilen ifadelerin fiziksel bir yorumunu verir. Problemin mantıksal analizine geçmeden önce bu gösterimi değerlendirelim.

Bohr, her biri aynı diyaframdaki bir yarıktan geçen iki parçacıktan oluştuğu düşünülen sistemler varsayar. Diyaframla ilgili ölçümü dâhil edersek, parçacıklar yarıklardan geçtikten *sonra* ilk parçacığın ölçümleriyle ikinci parçacığın konumunu ya da momentumunu belirleyebileceğimizin mümkün olduğunu söyleyerek devam eder. İkinci parçacığın momentumunu belirlemek için

1) parçacıklar diyaframa çarpmadan *önce* her bir parçacığın momentumunu,
2) parçacıklar çarpmadan *önce* diyaframın momentumunu,
3) parçacıklar çarptıktan *sonra* diyaframın momentumunu,
4) ilk parçacık diyaframa çarptıktan *sonra* o parçacığın momentumunu ölçmek zorundayız.

Böylece ikinci parçacığın momentumu, birinci parçacığın momentumundaki değişimi diyaframın momentumundaki değişimden çıkartarak ve bu sonucu ikinci parçacığın başlangıç momentumuna ekleyerek belirlenir.

İkinci parçacığın konumunu belirlemek için

1) diyaframdaki yarıklar arasındaki uzaklığı,
2) ilk parçacığın, yarıktan geçtikten hemen sonraki konumunu ölçmek zorundayız.

İkinci sonuçtan, burada diyaframın belirlenmiş olan konumunu çıkartabiliriz; çünkü parçacığın konumu, içinden geçtiği yarığın konumunu söyler (burada bilindiği gibi diyafram düzleminin konumunu göz önüne alırız ve sadece diyaframın düzleminde parçacıkların neden olduğu bir kaymaya izin veririz). Yarıklar arasındaki uzaklık bilindiğine göre ikinci yarığın konumu ve bununla birlikte geçmekte olan ya da geçtikten hemen sonra ikinci parçacığın konumu belirlenir.

Niels Bohr'un bu türetimlerde Einstein, Podolsky ve Rosen'ın gerekliliğini kanıtlamaya çalıştığı aynı tanımı, yani § 25'teki tanım 1'i kullandığını görmek ilginçtir. Bu tanım, ilk listemizdeki 1 ve 2 ölçümleri için varsayılmasa da, 3 ve 4 için ve benzer şekilde ikinci listemizin 2 ölçümü için varsayılır. Aksi takdirde örneğin diyaframın 2 ve 3 ölçümleri arasındaki fark, diyaframın parçacıkların ikisinin de etkisiyle almış olduğu momentumun miktarına eşit olarak yorumlanamaz. Ölçüm 3, diyaframın momentumunu değiştirirse, sonraki çıkarım yapılamaz. Bohr, ölçülmüş değeri ölçümden önce geçerli olarak değerlendiren bir tanımın kullanımından bahsetmez.[1] Neyse ki

[1] Bu tanım bir kere seçildiği zaman ilişkili sistemler, yer değiştirmeli olmayan varlıkların eşzamanlı değerlerinin ölçümü için bile kullanılabilir. Böylece ilk sistemde u'yu, ikinci sistemde w'yu ölçeriz; sonra da elde edilen u_i ve w_k değerleri, ikinci sistemde eşzamanlı

bu tanımın kullanımı, kavramımız çerçevesinde verilen bir değerlendirmeyi Bohr'un yanıtıyla birleştirdiğimizde Bohr'un tezini çelişik kılmaz.

Bu anlayışı kullanarak Einstein, Podolsky ve Rosen'ın eleştirisini Bohr'un değerlendirmesinden farklı biçimde yanıtlayacağız. § 25'teki tanım 1'in kullanımının *izin verilemez* olduğunu düşünmeyeceğiz; onun yerine bu tanımın *gerekli olmadığını* söyleyeceğiz. Bu tanım kullanılabilir; böylelikle parçacık yorumu tanımlanır ve dikkate alınan türdeki ilişkili sistemlerin durumunda nedensel olağandışılıklardan arınmış olan bu yorumdur. Böylece Bohr çıkarımlarını akla yatkın kılan bu ayrıntılı yorumu kullanıyorsa da, burada bir fizikçinin iyi bir özelliği olan olağandışılıklardan arınmış yoruma geçme alışkanlığını takip eder. Böyle bir yorumdan çıkartılabilecek olan yorumlar, bütün yorumlar için geçerli olmak zorundadır; bu Bohr'un çıkarımındaki temel ilkedir.

Ancak § 25'teki tanım 1, burada olağandışılıklardan arınmış bir yorumu kapsadığı için bu tanımın seçilmesinin *zorunlu* olduğu sonucuna varmak yanlış olur. Araştırmalarımızdan kaynaklanan sorunun bu görüşünü, Bohr'un fikirleriyle birlikte tanımlayabilirsek mutlu olmalıyız. Sonraki ifade bize, bulanık olmayan bir yorum olduğunu itiraf etmek için yeterince açık biçimde ifade edilmiş olarak görünmektedir; özellikle, kuantum mekaniğinin mantıksal problemlerle ilgili görünmeyen Bohr'un özne ve nesne ayrımının rastgeleliğiyle ilgili fikirlerini göz ardı etmeyi tercih etmeliyiz. Dolayısıyla § 32'de geliştirilen üç değerli mantığı uygulayarak, kendi gösterimimizin kullanımıyla değerlendirmemize devam edelim.

---

değerleri temsil ederler. Ancak bu türde eşzamanlı değerleri ölçme olanağı, § 25'teki tanım 1'in bir sonucu olarak § 25'te çoktan gösterilmiştir. Sadece § 29'daki tanım 4 kullanılırsa ilişkili sistemlerdeki iki ölçüm, eşzamanlı değerleri sağlamayacaktır.

İlişkili sistemlerin varlığıyla kanıtlanan şey, ölçümden önceki bir varlığın değerinin ölçümde sonuçlanan değerden farklı olduğunu söylemenin izin verilebilir olmamasıdır. Böyle bir ifade, bir sistemdeki bir ölçüm, ölçüm işlemiyle hiçbir fiziksel etkileşimi olmayan bir sistemdeki varlığın değerini üreteceğine göre nedensel olağandışılıklara götürecektir. Einstein, Podolsky ve Rosen'ın makalesindeki çıkarım, ölçümden önceki varlığın ölçüm sırasında elde edilen değerle aynı olduğunu söylemek zorunda olduğumuzdur. Geçersiz olan bu çıkarımdır.

Değerlendirilen çıkarım sadece iki değerli mantık için geçerli olur; ancak üç değerli bu çıkarım mantıkta yapılamaz. A ile "ölçümden önce varlığın değeri ölçümde elde edilen değerden farklıdır" ifadesini belirtelim; böylece ilişkili sistemlerin kanıtladığı şey, nedensel olağandışılıklar gözden çıkarılacaksa $\bar{A}$ geçerli olmak zorundadır. A'nın doğru olmadığını bildiren bu $\bar{A}$ ifadesi, A'nın yanlış olduğu anlamını taşımaz; A belirsiz de olabilir. Sadece A yanlış olduğunda "ölçümden önce varlığın değeri ölçümde elde edilen değere eşittir" ifadesi doğru olacağından $-A$ ile, yani çapsal olumsuzlama aracılığıyla gösterilecektir. İlişkili sistemlerin varlığından $-A$ ifadesini çıkartabilseydik, kısıtlayıcı yorumun aslında çelişkili olduğu gösterilebilirdi. Ancak durum bu değildir; tek çıkartılabilen $\bar{A}$'dır ve A'nın belirsiz olması olasılığını açıkta bıraktığı için böyle bir ifade kısıtlayıcı yorumla uyumludur.

Einstein, Podolsky ve Rosen'ın makalesinin kısıtlayıcı yorumların doğasıyla ilgili önemli bir şeyi açıklığa kavuşturduğunu görürüz. § 29'daki 4. kısıtlayıcı tanımı ölçümden önce varlığın değeri ölçüm sonuçlarından *farklıdır* şeklinde anlamak kabul edilemez; böyle bir ifade, ölçümün sonucuna *eşit* olan bu değer hakkındaki ifadeyle aynı zorluklara varır. Bu olağandışılıklar ölçümden önceki değerin belirlenmesinde verildiği gibi farklı yerlerde belirmesine rağmen, varlığın ölçümden önceki

değerini belirleyen her ifade, nedensel olağandışılıklara götürecektir. Değerlerin eşitliği belirtilmişse, ortaya çıkan olağandışılıklar § 7'deki girişim deneyinde betimlenir;[1] değerlerin farkı belirtilmişse ortaya çıkan olağandışılıklar ilişkili sistemler durumunda verilir.

Yapılan değerlendirmeler yorumların doğası için bilgilendirici bir örnek oluşturur. Ayrıntılı bir yorumun çalışmasını gösterirler ve kısıtlayıcı yorumun nedensel olağandışılıkların önüne geçmek amacıyla tanımlandığını açığa kavuştururlar; diğer yandan, dâhil olan bütün ifadeler, üç değerli mantığın kurallarıyla uyumluysa kısıtlayıcı yorumun tutarlı olduğunu kanıtlarlar.

Kısıtlayıcı yorumun çerçevesindeki sistem için ilişkilendirmenin koşulunu, etkileşimleri sona erdikten sonra bile ifade etmek mümkündür. Sayfa 260'ta tanımlanan $Vl()$ izlecini kullanarak ve bu sembolün parantezleri içerisinde sistem I ve II'yi göstererek, f fonksiyonunun bilindiği

$$(u)\{[Vl(e_1, I) = u] \equiv [Vl(e_1, II) = f(u)]\} \qquad (11)$$

ifadesini yazabiliriz. Benzer şekilde, yer değiştirmeli olmayan v varlığı için g fonksiyonunun bilindiği

$$(v)\{[Vl(e_2, I) = u] \equiv [Vl(e_2, II) = g(v)]\} \qquad (12)$$

---

[1] Bu, şu şekilde anlaşılmalıdır. B_1 ve B_2 yarıklarının her birine bir Geiger sayacı koyarsak, parçacığı her zaman bu sayaçların birinde ya da diğerinde konumlandıracağız. (Bu ölçüm, doğal olarak ekrandaki girişim desenini bozacaktır.) Parçacıkların sayaca çarpmadan önce o yerde oldukları varsayımı, herhangi bir ölçüm yapılmadığı zaman parçacığın orada olacağı sonucuna götürür. Bu soru, yarıklarda hiçbir ölçüm yapılmadığında parçacığın bir ya da diğer yarıktan geçmesini gerektirir. § 7'de bu varsayımın nedensel olağandışılıklara götürdüğünü gördük.

ifadesini yazabiliriz. Sistemlerden birinde bir ölçüm yapılmadığı sürece iki ilişki de geçerli olur. İçlerinden birinde bir ölçüm yapıldıktan sonra, sadece ölçülen değerle ilgili olan ilişki geçerli olmaya devam eder. Örneğin u, I sisteminde ölçülmüşse sadece (11) ifadesi geçerli olmaya devam eder.

(18) veya (12)'den, herhangi bir ölçüm yapılmadığı sürece sistemlerden birinde u veya v'nin belirli bir değerinin var olduğunu çıkarmak hata olacaktır. Bu, parantez içerisindeki ifadenin doğru veya yanlış olmak zorunda olduğu anlamına gelir; ancak bu ifadeler belirsizse, denklik yine geçerli olacaktır. (11) ve (12)'de böylece sıralı varlıkların belirli değerleri olduğunu belirtmeden sistemlerin ilişkililiğini ifade etmek için bir yola sahip oluruz.[1] Bu, üç değerli mantık aracılığıyla yapılan yorumun Bohr-Heisenberg yorumuna karşı artı değerini gösterir. Bohr-Heisenberg yorumu için (11)-(12) ifadeleri anlamsız olacaktır. Sadece üç değerli mantık, ölçüm yapılmadan önce bile geçerli olan ve böylece bütün nedensel olağandışılıkları eleyen bir koşul olarak sistemlerin ilişkisini bildiren araçlar sağlar. Sistem I'deki u ölçümünün uzak II sistemindeki u değerini ürettiğini söylememize gerek yoktur. Sistem II'deki u_2 değerinin öngörülebilirliği, u'nun sistem I'deki ölçümünden sonra sistemlerin ortak tarihinin bir sonucu olan (11) koşulunun bir sonucu olarak kendini gösterir.

§ 37. Sonuç

Kısım I'in genel değerlendirmelerini kısım II ve III'ün matematiksel ve mantıksal incelemesiyle birleştirirsek, incelememizin sonuçlarını şu şekilde özetleyebiliriz. Belirsizlik ilişkisi temel bir fiziksel yasadır; mümkün olan her fiziksel durum için

[1] *Krş.* n. 1, s. 260.

geçerlidir ve böylece ölçüm yoluyla nesnedeki bozulmayı içerir. Belirsizlik ilkesi tamamlayıcı varlıkların eşzamanlı değerleri hakkındaki ifadeleri doğrulamayı olanaksız kıldığından dolayı bu tür ifadeler sadece tanımlar aracılığıyla verilebilir. Bundan dolayı fiziksel dünya, gözlemlerden göreli olarak daha kolay biçimde çıkartılabilecek ve dolayısıyla daha geniş bir anlamda gözlenebilir olan olgular dünyasına bölünür ve sadece tanımlara dayanarak yapılan iç-kestirim aracılığıyla tanımlanabilecek olan olgular arası dünyasına bölünür. Olgu dünyasının bu tür bir ilavesinin olağandışılıklardan arınmış olarak oluşturulamayacağı ortaya çıkar. Olağandışılık ilkesi dediğimiz bu sonuç, belirsizlik ilkesinin bir sonucu değildir. Bu ilkelerin her ikisi de kuantum mekaniğinin temel ilkelerinden türetilebilir.

Fiziksel dünyanın yapısından bahsetmek yerine, içinde bu dünyanın betimlenebildiği dillerin yapısını düşünebiliriz; böyle bir inceleme dünyanın yapısını dolaylı fakat daha kesin biçimde ifade eder. Böylece gözlemsel dille kuantum mekaniksel dili birbirinden ayırırız. İlki, bazı yerlerde ortaya çıkan doğrulanamaz gerektirmeler hâriç hiç olağandışılık göstermez. Kuantum mekaniksel dilse farklı şekillerde ifade edilebilir; özellikle şu üç şekilde kullanırız: Parçacık dili, dalga dili ve bir tarafsız dil. Bu dillerin üçü de olgular ve olgular arasıyla ilgilenir, ancak her biri özelliklerinde bir kusur gösterir. Parçacık ve dalga dillerinin ikisi de birbirine karşılık gelmeyen, dolayısıyla her fiziksel problem için bu iki dilden uygun olanını seçerek dönüştürülebilecek durumlarda ortaya çıkan nedensel olağandışılıkların ifadelerini içerdiğinden dolayı kusur gösterirler. Tarafsız dil, ne bir parçacık dilidir ne de dalga dili ve böylece nedensel olağandışılıkları ifade eden ifadeler içermez. Burada tekrar bir kusur kendini gösterir, ancak tarafsız dil üç değerli olduğundan dolayı olgular arasıyla ilgili ifadeler doğruluk değerini *belirsiz* yapar.

Belirtilen kusurlar bu dillerin uygunsuz seçiminden kaynaklanmaz; tam aksine bu üç dil kuantum mekaniğinin bütün olası dillerinin *en uygun durumunu*[*] temsil eder. Bu kusurlar daha çok, içsel olarak makro-kozmostan ve benzer şekilde klasik fiziğin hayal ettiği atomaltı dünyadan farklı olan, bilinen atomaltı dünyanın yapısının dilsel ifadesi olarak anlaşılmak zorundadır.

[*] Optima –çn.

DİZİN

ana işlem, 260
anlam
  doğrulanabilirlik kuramı, 79
  doğruluk, 201
  kısıtlı, 80, 229
  olasılık, 201
anlambilim, 232
anlamın doğrulanabilirliği kuramı, 19, 58
armonik ses, 24
asgari sistem, 64
ayrılma
  çapsal, 267
  dışlayıcı, 264
  kapalı, 264
  tam, 264
ayrıntılı yorumlar, 65

bağlanamaz ifadeler, 236
bağlayıcı kuvvet kuralı, 246
Bargmann, Dr. Valentin, 11, 155, 156
beklenti ifadesi, 144
Belirlenimcilik, 13
belirli, 163
belirsizlik
  doğruluk değeri, 80, 229, 238, 240, 242, 258, 273, 288
belirsizlik ilkesi, 17, 20, 33, 38, 69, 82, 276
bir açılımın *sürekli olma durumu*, 91
bir açılımın *temel fonksiyonları*, 85
bir dönüşümün aktif yorumu, 102
bir fonksiyonun açılımı, 85
birim dönüşüm, 105
birim uzay, 100
birleştirici kuvvet kuralı, 250
  iki değerli mantıkta, 263
  üç değerli mantıkta, 263
Bohr, Niels, 8, 9, 48, 49, 77, 78, 79, 121, 122, 139, 141, 148, 149, 218, 229, 231, 234, 238, 262, 277, 278, 279, 282, 283, 284, 287
Bohr-Heisenberg yorumu, 48, 49, 80
Boltzmann, L., 13, 14, 177
Born, Max, 8, 9, 23, 26, 47, 70, 137, 139, 182
Born'un dalgaların istatistiksel yorumu, 70
Broglie, Louis de, 8, 23, 25, 26, 47, 63, 114, 115, 116, 117, 119, 122, 123, 137
bütünsel dönüşüm, 113

Carnap, Rudolf, 224, 231

Çapsal ayrılma, 267

çelişki kuralı, 245, 255
çok türlü durum, 92, 112

dağılım
olasılık, 20, 137, 185
yoğunlaşmış, 161
dağılma kuralı, 245, 255
dağınım yasası, 119
dalga dili, 240, 288
dalga paketi, 28
indirgenmesi, 281
dalga sayısı, 117
dalga ve parçacıkların ikiliği, 115
dalga yorumu, 214
Dalkey, Dr. Norman C., 11
Davisson, C. J., 47
De Morgan kuralları, 245, 255
denk betimlemeler, 194, 195
denkliğin çözümlenmesi, 245
dik düz-doğru koordinatları, 68, 100
dinamik değişkenler, 31
dinamik değişkenlerin ters bağıntı yasası, 31
Dirac fonksiyonları, 135
Dirac, Paul A. M., 8, 93, 94, 135, 137, 143, 162, 205
doğrulama bağlamı, 115
doğruluk tabloları, 243
iki değerli, 243, 246
üç değerli, 246
doğrusal işlemciler, 133
dönüşlü (temel fonksiyonlar kümesi), 89
dönüşümler dörtgeni, 109
dönüşümler üçgeni, 107
dönüşümün tersi, 104
dönüşümün tersinmesi, 104
durağan durum, 139, 148, 149, 150, 230
durağan durumların üst üste binmesi, 149
durum analizi, 246

edimbilgisi, 232
Einstein, Albert, 7, 8, 25, 37, 45, 47, 54, 60, 116, 117, 278, 281, 282, 283, 284, 285
Eleme kuralı, 56, 170, 172, 174, 200, 206, 208
enerjinin korunumu ilkesi, 150, 271
eşlenik matris, 104
eşzamanlı değerler, 17, 197
eşzamanlılık, 59
Exner, F., 14

Feenberg, E., 156, 215
fiziksel bağlam, 137
fiziksel durum, 137, 181
fonksiyonlar
karmaşık, 85
temel, 85
Fourier, 24, 25, 155
Fourier açılımı, 25, 27, 28, 29, 90, 91, 217

Fourier analizi, 28
Fourier denklemleri, 129
Fourier fonksiyonu, 91, 94

Gauss fonksiyonu, 22
gerçel değişkenli karmaşık fonksiyonlar, 85
gerektirme
  alternatif, 249
  maddesel, 244, 273
  mantıksal, 15
  nomolojik, 273
  standart, 248
  totolojik, 273
  yarı, 249
gerektirmelerin
  üç değerli doğruluk tablosu, 274
gerektirmenin çözümlenmesi, 245, 256
Germer, L. H., 47
Girişim deneyi, 51, 216
göreli olasılık fonksiyonu, 203
görelilik kuramı, 8, 37, 45
gözlem yoluyla bozulma, 36, 39, 50, 78
gözlemsel dil, 224, 225, 226, 227
gözlenebilir veri, 195
Gözlenmemiş Nesnenin Belirlenmesi, 40, 73

harmonikler, 24
Heisenberg, Werner, 8, 9, 17, 18, 20, 33, 36, 38, 39, 40, 49, 77, 78, 79, 115, 137, 163, 167, 211, 229, 231, 234, 238, 242, 262, 276, 277, 279, 287
Hermitsel işlemci, 128
Hilbert uzayı, 100
Hutten, Dr. Ernest H., 11
Huygens ilkesi, 53
Huygens, C., 23, 46

Işık demeti kuramı, 47

iç çarpım, 96
iki kanallı öğe, 61
ilişkili sistemler, 278
integral dönüşüm, 113
istatistiksel çıkarım, 176
istatistiksel olarak tam, 227
istatistiksel yasalar, 19, 54
işlemci, 102, 124
işlemci matris, 133, 134, 135
işlemciler
  doğrusal ve hermitsel, 128
  yer değiştirmeli, 130
izleç, 260

Jordan, Pascual, 8, 137, 182

kanonik olarak eşlenik değişkenler, 132
karesi alınmış ψ fonksiyonu kuralı, 26

karesi alınmış ψ fonksiyonu kuralı, 24, 142
karesinin integrali alınabilir, 138
karışım durumu
istatistiksel kümelere bağlı olarak, 178, 179
karmaşık vektörler, 99
Kemble, E. C., 156
keşif bağlamı, 115, 122
Kısıtlama kuralı, 77, 78
kısıtlayıcı yorumlar, 65, 72, 77
kısıtlı anlam, 234
kısıtlı anlamla yorum, 229, 231
klasik fiziğin türetilmiş ilişkileri, 185
istatistiksel fizik, 186
kuantum mekaniğinin, 190
Klein, F., 101
konfigürasyon uzayı, 111, 112, 113, 114, 157, 193, 222
koordinat sistemindeki *farklılıklar*, 102
Kramers, H. A., 133, 153
kuanta (dalga paketi), 83
kuantum mekaniksel dil, 78, 224, 225, 226, 227, 229, 231, 233, 240, 288
kuantum mekaniksel yöntemlerin temel ilkeleri, 183
küre üzerinde dik koordinatlar, 67
Landé, A., 49, 52
Laue, M. von, 47
Liouville teoremi, 189
Lucasiewicz, J., 241, 242

maddesel gerektirme, 244, 273
makro-kozmos benzetmesi, 74
mantık
çok değerli, 241
iki değerli, 80, 243, 247, 252, 255, 260
üç değerli, 11, 12, 80, 81
matris çarpımları, 106
matris mekaniği, 136
metadil, 231
momentum, 21
monokromatik dalgalar, 24
Morris, C. W., 232

nedensel olağandışılık, 54, 55, 59, 60, 63, 64, 66, 68, 69, 70, 71, 72, 76, 78, 79, 80, 81, 82, 224, 228, 233, 234, 271, 281
önüne geçilemezliği, 65
nedensel olağandışılıkların göz ardı edilebilirliği ilkesi, 66
nedensel olağandışılıkların önüne geçme, 262, 286
Nedensel ve İstatistiksel yasalar, 13
nedensel zincir, 195
nesne dil, 231
Neumann, J. von, 35, 129

Newton, I., 46
noktasal dönüşüm, 113
normal sistem, 43, 45, 50
  daha geniş anlamda, 51
normalize edilmiş fonksiyonlar, 86, 138

olağandışılık ilkesi, 64, 82, 195
olasılığın anlamı, 58, 201
olasılık
  a posteriori belirlenmesi, 177
  a priori belirlenmesi, 177
  göreli fonksiyon, 203
  istatistiksel olarak çıkarılmış, 177
  kuramsal olarak tanımlanmış, 177
olasılık çıkarımı, 15
olasılık dağılımları, 21, 138, 144, 147, 150, 186, 187, 188, 191, 193
olasılık dalgaları, 48
olasılık genlikleri, 142, 176, 177
olasılık zincirleri, 195, 203
Olasılıkların girişimi, 175
Olgu, 79
olgular arası, 46
olumsuzlama
  çift olumsuzlama kuralı, 245, 253, 255
  üçlü olumsuzlama kuralı, 253

ölçülebilirlik sınırı, 18, 33, 276
ölçüm
  en büyük, 169
  genel tanım, 160
  kuantum mekaniksel tanımı, 163
  yoluyla bozulma, 167, 169, 174, 175, 183, 196, 213, 230, 270, 288
öngörülebilirlik sınırı, 34, 35
Öz Değerler, 124, 125, 126
Öz Değerler Kuralı, 139
öz fonksiyonlar, 90, 124, 125, 126
özdeşlik kuralı, 245, 253

parçacığın
  hızı, 21
  konumu, 21
  kütlesi, 21
parçacık dili, 240, 288
parçacık sürüsü, 69, 220, 270
parçacık yorumu, 23, 48, 59, 63, 68, 69, 195, 219, 284
Parçacık Yorumu, 6
pasif yorum, 101, 113, 152
Pauli, W., 50, 168
pilot dalgalar, 63
Planck ilişkisi, 31
Planck, Max, 8, 25, 32, 116, 117, 119, 122, 123
Planck'ın kuantum kuramı, 47
Podolsky, B., 278, 281, 282, 283, 284, 285

Post, E. L., 241, 247
potansiyel engeller, 270
pratik öz fonksiyonlar, 164

quartum non datur, 254

reductio ad absurdum, 245, 256, 263
referans sınıfı, 160, 179
Rosen, N., 278, 281, 282, 283, 284, 285

sade sentetik ifadeler, 252, 257
saf durum
istatistiksel kümelere bağlı olarak, 35, 178, 181, 182, 183
sahte tertium non datur, 254
sayım yoluyla tümevarım, 176
Schrödinger, Erwin, 8, 9, 14, 23, 47, 62, 70, 114, 115, 116, 121, 122, 123, 126, 127, 130, 135, 136, 137, 138, 139, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 151, 152, 153, 154, 156, 157, 158, 159, 161, 182, 183, 191, 215, 217, 220, 278
Schrödinger'in birinci denklemi (zamandan bağımsız), 120, 121, 122
Schrödinger'in ikinci denklemi (zamana bağımlı), 61, 144
Schrödinger'in ilk denklemi (zamandan bağımsız), 125, 126
sentetik olmayan ifadeler, 252
skaler çarpım, 96
sözdizim, 232
standart sapma, 32
Strauss, M., 235, 236, 237, 243
sürekli matris, 91

tam sentetik ifadeler, 252
tamamlayıcı değişkenler, 133
tamamlayıcı ifadeler, 234
tamamlayıcılık ilkesi, 48
Tanım 1, 196
Tanım 2, 199
Tanım 3, 214
Tanım 4, 229
Tanım 5, 231
Tanım 6, 236
tanımsal basitlik, 44
tarafsız dil, 241, 288
Tarski, A., 241, 242, 268
tayf, 24
Tayfsal ayrıştırma kuralı, 26, 140
tek, 86
tek renkli düz dalgalar, 119
tek türlü durum, 92, 109
temasla etkileşim, 59, 62, 194, 216
temel fonksiyonların dikliği, 86
temel fonksiyonların tam kümesi, 86

temel ses, 24
ters ilişki ilkesi, 167
tertium non datur, 233, 238, 245, 254, 257
tesir kesiti yasaları, 18
tesir kesiti yasası, 18, 19, 20, 23, 33, 39, 40, 276
totoloji, 244
tümevarımsal basitlik, 44

üçüncünün olmazlığı ilkesi, 238
üniter dönüşüm, 100
üst üste binme ilkesi, 60, 215

Weierstrass sembolü, 87

yarı sentetik ifadeler, 252
yer değiştirici, 130
yer değiştirme kuralı, 130
yer değiştirmeli işlemciler, 130
yer değiştirmeli olmayan işlemciler, 131
yer değiştirmeli olmayan varlıklar, 131
yer değiştirmeli varlıklar, 130
yoğunlaşmış dağılım, 162, 174, 193, 204
yorum
  ayrıntılı, 63, 72, 76, 79, 81, 82, 228
  Bohr-Heisenberg, 48, 49
  dalga, 214, 216, 218, 219, 221, 224
  dönüşümün pasif ve aktif, 101
  ikiliği, 64, 66
  kısıtlayıcı, 63, 65, 66, 76, 228
  parçacık, 117, 123

zamanın yönü, 18
Zıtlık kuralı, 245, 255
Zilsel, E., 39
zincir yapısı, 203
Γ varsayımı, 209, 210
ψ fonksiyonu
  karesi alınma kuralı, 33, 142
$\boldsymbol{\psi}$ fonksiyonu
  gözlemsel olarak belirlenmesi, 153

ALFA Bilim Dizisi



ATOMLARIN DANSI
Evren Hakkında Bilmeniz Gereken Her şey
Marcus Chown / çev. İmge Tan



MEM MAKİNESİ
Genetik Evrimin Devamı Olarak Kültürel Evrim
Susan Blackmore / çev. Nil Şimşek / Önsöz: Richard Dawkins



ŞAKANIN ARDINDAN
Postmodernizmin Bilimsel, Felsefi ve Kültürel Eleştirisi
Alan Sokal / çev. Gülsima Eryılmaz



DÜŞÜNCENİN KÖKENİ
Beynimiz Nasıl Çalışır
Andrew Koob / çev. Nilgün Güngör



BÜYÜK BULUŞLAR
Tıp Alanında 10 Önemli Buluş
Jon Queijo / çev. Ekin Duru



İNANAN BEYİN
İnançları Doğru Gibi Kurgulama ve Pekiştirme Süreci
Michael Shermer / çev. Nurettin Elhüseyni



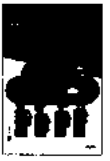
UZAYIN ve ZAMANIN DOĞASI
İçinde Yaşadığımız Evrenin Gerçekliği
Stephen Hawking & Roger Penrose / çev. Umur Daybelge



VİRÜS GEZEGENİ
Yaşam ve Ölüm Veren Ezeli Yoldaşlar
Carl Zimmer / çev. Müzeyyen Aykaç



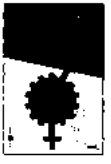
101 SORUDA KUANTUM
Göremediğiniz Dünya Hakkında Bilmeniz Gerekenler
Kenneth W. Ford / çev. Barış Gönülşen



MEMETİK EVRİM
Nasıl Düşündüğünüz Üzerine Yeni Bir Kuram
Robert Aunger / çev. Sinem Çevik



EMPATİK BEYİN
Ayna Nöronlarının Keşfi İnsan Doğasını Anlama Yetimizi Nasıl Değiştirdi?
Christian Keysers / çev. Aybey Eper



SEVİŞEN BEDEN
Her Yönüyle Kadın ve Erkek Cinselliği
Sharon Moalem / çev. Begüm Turgut



NASIL YAŞARIZ NEDEN ÖLÜRÜZ
Hücrelerin Bilinmeyen Yaşamı ve Evrimi
Lewis Wolpert /çev. Cansu Bilgici, Tufan Göbekçi



HAZZIN BİLİMİ
Sevdiğimiz Şeyleri Neden Sevdiğimiz Hakkında Yeni Bilim
Paul Bloom / çev. Ahmet Birsen



MADDE ve BİLİNÇ
Zihin Felsefesine Güncel Bir Bakış
Paul M. Churchland / çev. Berkay Ersöz / Önsöz: Saffet Murat Tura



ÜÇ ADIMDA EVREN
Güneş'imizden Karadeliklere, Kara Enerji'den Kara Madde'ye Evrenin Gizemi
David Garfinkle & Richard Garfinkle / çev. Deniz Guliyeva Tarcan



DOST ve DÜŞMAN BAKTERİLER
Dünyanın Neden Bakterilere İhtiyacı Var?
Anne Maczulak /
çev. Burcu Münevveroğlu



YAPAY MAYMUN
Teknoloji İnsan Evrimini Nasıl Değiştirdi?
Timothy Taylor /
çev. Nimet Aylin Muhaddisoğlu



RASTLANTI VE ZORUNLULUK
Modern Biyolojinin Doğa Felsefesi
Jacques Monod /
çev. Elodie Eda Moreau



ARŞİMET'İN EL YAZMALARI
Dünyanın En Önemli El Yazmasının Ortaya Çıkışı
Reviel Netz & William Noel /
çev. Zennur Anbarcıoğlu



BENİM GÖZÜMDEN DÜNYA
Albert Einstein /
çev. Demet Evrenosoğlu



SINIRLARIN ÖTESİ
Beyin ve Makineyi Birbirine Bağlayan Yeni Nöroloji ve Değişen Hayatlarımız
Miguel Nicolelis /
çev. Kerem Çiftçioğlu



URANYUM SAVAŞLARI
Nükleer Çağı Başlatan Bilimsel Rekabet
Amir D. Aczel / çev. Barış Gönülşen



ÇOKLU EVRENLER
Kuantum Fiziğinin Evrenleri
John Gribbin /
çev. Emin Karabal



İLK ŞEMPANZE
İnsanın Kökeninin Arayışı
John Gribbin /
çev. Özge Kelekçi



KÜLTÜRÜN DARWİNCİLEŞMESİ
Memetik Biliminin Değerlendirmesi
Robert Aunger /
çev. Ayça Sağlam



TÜKETİMİN EVRİMİ
Cinsiyet, Statü ve Tüketim
Geoffrey Miller /
çev. Gülçin Vardar



FİZİK YASALARI ÜZERİNE
Richard P. Feynman /
çev. Nermin Arık



NEDEN SİZDEN BAŞKA HERKES İKİYÜZLÜDÜR
Evrim ve Modüler Akıl
Robert Kurzban /
çev. Zafer Avşar



DARWİN ve EVRİM TEORİSİ
Evrimi Anlamak İçin Binbir Hayvan Hikayesi
Marc Giraud /
çev. Özgü Berksoy



BÜYÜK PATLAMANIN IŞIĞI
Zamanın Başlangıcından Gelen Mesaj
Marcus Chown /
çev. Çiğdem Çevrim



SON MODA SAÇMALAR
Postmodern Aydınların Bilimi Kötüye Kullanmaları
Alan Sokal & Jean Bricmont /
çev. Barış Gönülşen



21. YÜZYIL İÇİN EINSTEIN
Bilim, Sanat ve Modern Kültüre Bıraktığı Miras
Peter L. Galison, Gerald Holton ve Silvan S. Schweber
çev. Nursel Yıldız



GÜVENEN BEYİN
Nörobilim Ahlak Hakkında Bize Ne Anlatır?
Patricia S. Churchland
çev. Yelda Türedi



BEYİN
Beynin Yapısı, Görevi ve Bozuklukları Üzerine Resimli Bir Rehber
Rita Carter /
çev. Güneş Kayacı



HAYATIN KÖKLERİ
İlk Canlılar Nasıl Oluştu?
Mahlon B. Hoagland
çev. Şen Güven



ÜÇÜNCÜ ŞEMPANZE
İnsan Türünün Evrimi
Jared Diamond
çev. Çağatay Tarhan



BAY TOMPKİNS'İN SERÜVENLERİ
Kuantumun Şaşırtıcı Dünyası
George Gamow
çev. Tuncay İncesu



EMİNİM ŞAKA YAPIYORSUNUZ BAY FEYNMAN
Meraklı Bir Şahsiyetin Maceraları
Richard P. Feynman /
çev. Tuncay İncesi



KARA DELİKLER ve BEBEK EVRENLER
Stephen Hawking /
çev. Nezihe Bahar



BİRAZ KUANTUMDAN ZARAR GELMEZ
Evren Hakkında Kışkırtıcı Bir Kılavuz
Marcus Chown /
çev. Taylan Taftaf



BİLİMSEL GERÇEKÇİLİK ve ZİHNİN ESNEKLİĞİ
Paul M. Churchland /
çev. Ekrem Berkay Ersöz



CEVİZ KABUĞUNDAKİ EVREN
Stephen Hawking
çev. Kemal Çömlekçi



FEYNMAN'IN KAYIP DERSİ
David L. Goodstein/
Judith R. Goodstein
çev. Zekeriya Aydın



BAŞKALARININ NE DÜŞÜNDÜĞÜNDEN SANA NE
Richard Feynman
çev. Lale Aykent Tunçman-Tuna Aykent Tunçman



ZAMANIN RESİMLİ KISA TARİHİ
Stephen Hawking /
çev. Barış Gönülşen



ZAMANIN KISA TARİHİ
Stephen Hawking /
çev. Barış Gönülşen



ÇİPLER, KLONLAR VE 100 YAŞ ÖTESİ YAŞAM
Biyolojik Bilimler Bizi Ne Kadar Uzaklara Götürecek
Joyce A. Schoemaker-Paul J.H. Schoemaker / çev. Aybey Eper



DERİN BASİTLİK
Kaos, Karmaşa ve Yaşamın Ortaya Çıkışı
John Gribbin /
çev. Arda Barişta-Alkım Kızıltuğ



HAYVANLAR NE İSTER?
Hayvan Bilinci, Hayvan Refahı ve İnsanın Esenliği
Marian Stamp Dawkins /
çev. Çağatay Tarhan



ALTI KOLAY PARÇA

Richard P. Feynman /
çev. Zekeriya Aydın



DÜNYA DIŞI YAŞAMLA İLK TEMAS
Astrobiyoloji hakkında merak ettiğiniz her şey
Marc Kaufman /
çev. Aybey Eper



DARWIN'İN TEHLİKELİ FİKRİ
Evrim ve Hayatın Anlamı

Daniel C. Dennett /
çev. Aybey Eper-Bahar Kılıç



BİLİM KURGULARI
Bilimsel Temellere Dayanan Gelecek Tasarımları

Gerard't Hooft /
çev. Tufan Göbekçin



BEYNİN ÖTESİ
Beden ve Çevre, Hayvan ve İnsan Zihnini Nasıl Şekillendirir
Louise Barrett /
çev. İlkay Alptekin Demir



TANRI BEYNİ
Beyin Neden İnanç Üretir?

Lionel Tiger/Michael McGuire
çev. Seda Toksoy



KÖKEN AĞACI
Primat Davranışı İnsanın Toplumsal Evrimi İçin ne Söyleyebilir?
Frans B.M. de Waal /
çev. Dilek Eylül Dizdaroğlu



ERWİN SCHRÖDİNGER VE KUANTUM DEVRİMİ
John Gribbin /
çev. Prof. Dr. Bahattin Mehmet Baysal



KÜLTÜR
Önde Gelen Bilim İnsanları Toplum, Sanat, İktidar ve Teknolojiyi Tartışıyor
John Brockman /
çev. Ferhat İyidoğan



ZİHİN

Editör: John Brockman /
çev. Zeynel Gül-Beyza Bilal



ALBERT EINSTEIN-MILEVA MARİĆ AŞK MEKTUPLARI

Jürgen Renn ve Robert Schulmann /
çev. Nursel Yıldız



BİLİMSEL ARAŞTIRMA PROGRAMLARININ METODOLOJİSİ

Imre Lakatos/
çev. Duygu Uygun



ALTI ZOR PARÇA

Richard P. Feynman /
çev. Zekeriya Aydın



BİLİM TARİHİ

Robert Winston /
çev. Murat Metehan Türkoğlu-Simin Yıldız-Serhat Atay



DELİLİK VE MODERNİZM

Louis A. Sass /
çev. Ender Gürol



KENDİNİ YİNELEYEN ZİHİN
İnsan Dilinin, Düşüncesinin ve Uygarlığının Kökenleri
Michael C. Corballis /
çev. Ahmet Birsen

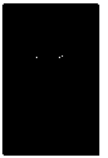


BİLİM TARİHİ

John Gribbin /
çev. Barış Gönülşen



VAROLMANIN HAFİFLİĞİ
Fizikte Birleşik Kurama Doğru
Frank Anthony Wilczek /
çev. Nezihe Bahar



EVRENİ YÖNETEN DÖRT YASA
Enerji, Termodinamik, Entropi ve Zaman Hakkında Bilmek İstediğiniz Her Şey
Peter Atkins /
çev.



BEYİN NASIL OKUR?
Okumanın Bilimi ve Evrimi
Stanislas Dehaene /
çev. Ozan Karakaş



GELECEKTE BİLİM
Bilimde Son Gelişmeler
Editör: Max Brockman /
çev. Ferhat İyidoğan



ZİHNİN SİHİRBAZLIĞI
Zihnimiz Bizi Nasıl Aldatır?
Stephen L. Macknik,
Susana Martinez-Conde /
çev. Gülçin Vardar

HANS REICHENBACH

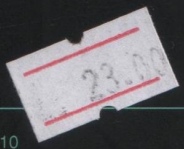
KUANTUM MEKANİĞİNİN FELSEFİ TEMELLERİ

20. yüzyılın iki büyük kuramsal yapısı olan görelilik ve kuantum kuramı, modern fiziği şekillendirmiştir. Her biri önemli katkılar sağlayan ve birbirinin sonuçlarından yararlanan birçok dehânın ortak çalışmasının ürünü olan kuantum kuramının başlangıcındaki tartışmaların içinde yer alan Reichenbach'ın bu kitabı alanın referans kitaplarından biridir. Reichenbach kitabında 1900 yılından başlayarak kuantum fiziğinin kuramsal yapısını oluşturan dört evreyi ayrıntılarıyla ele alıyor ve bunların felsefi temellerini tartışıyor.

"Fiziğin felsefesi fiziğin kendisi kadar açık ve yalın olmalıdır; ne deneycilik çağında modası geçmiş görünen kurgusal felsefenin kavramlarına sığınmalıdır, ne de deneyciliğin operasyonel biçimini, yorumların mantığındaki problemlerden yakayı kurtarmak için kullanmalıdır. Bu ilkeden yola çıkarak yazar bu kitapta, kuantum fiziğinin metafizikten bağımsız bir felsefi yorumunu geliştirmeye çalışmıştır ve atom-altı dünyası hakkındaki ifadeleri, sıradan fiziksel dünya kadar gerçek olan kuantum mekaniksel sonuçlar olarak kabul etmemizi sağlamıştır."

– Hans Reichenbach, Felsefe Bölümü, California Üniversitesi





ALFA
Ticarethane Sokak, No: 15, 34110
Cağaloğlu, Fatih - İstanbul
T. 0212 513 3420 (pbx)
F. 0212 519 3300
www.alfakitap.com

BİLİM KUANTUM
ISBN: 978-605-106-894-7